T.C.
KAFKAS ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
İŞLETME ANABİLİM DALI

ZAMAN SERİLERİNDE DURAĞANLIK ANALİZİ VE İHRACATIN GSMH İÇİNDEKİ PAYI ÜZERİNE BİR UYGULAMA

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Muzaffer AKINCI

TEZ YÖNETİCİSİ

Yrd. Doç. Dr. Cavit YEŞİLYURT

KARS–2008

T.C.

KAFKAS ÜNİVERSİTESİ

SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜ'NE

Muzaffer AKINCI' ya ait **"Zaman Serilerinde Durağanlık Analizi ve İhracatın GSMH İçindeki Payı Üzerine Bir Uygulama"** konulu bu çalışma; yapılan tez savunma sınavı sonunda jüri tarafından Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliği uyarınca değerlendirilerek, İşletme Anabilim Dalında Yüksek Lisans tezi olarak oy………………… ile kabul edilmiştir.

… / … / 2008

Öğretim Üyesinin Ünvanı, Adı ve Soyadı	İmza
Yrd. Doç. Dr. Cavit YEŞİLYURT	…………………..
Yrd. Doç. Dr. Hüseyin Ali KUTLU	…………………..
Yrd. Doç. Dr. Adem ÜZÜMCÜ	…………………..

Bu tezin kabulü Sosyal Bilimler Enstitüsü Yönetim Kurulunun … / … / 200… tarih ve ………. / ………. / sayılı kararı ile onaylanmıştır.

UYGUNDUR

… / … / …

Sosyal Bilimler Enstitüsü Müdürü

İÇİNDEKİLER

Sayfa No:

BİRİNCİ BÖLÜM

ZAMAN SERİLERİ

İKİNCİ BÖLÜM

ZAMAN SERİLERİNDE DURAĞANLIK ANALİZİ

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM
İHRACATIN GAYRİ SAFİ MİLLİ HASILA (GSMH) İÇİNDEKİ PAYI ÜZERİNE UYGULAMA

ÖZET

Zaman serileri analizinde son yıllarda görülen hızlı gelişmeler dinamik ekonometrik teorinin gelişmesine önemli katkılar sağlamıştır. Özellikle finansal zaman serilerinin analizlerine duyulan yoğun talep dinamik ekonometri bağlamında "Finansal Ekonometri" ve "Zaman Serisi Ekonometrisi" disiplinlerinin ortaya çıkmasına neden olmuştur. Bir zaman serisi, ilgilenilen bir büyüklüğün zaman içerisinde sıralanmış ölçümlerinin bir kümesidir. Zaman serisi ile ilgili analiz yapılma amacı ise, gözlem kümesince temsil edilen gerçeğin anlaşılması ve zaman serisindeki değişkenlerin gelecekteki değerlerinin doğru bir şekilde öngörülmesidir. Bu anlamda veri oluşum sürecini belirleme ve dolayısıyla modellemede kullanılan uygun bir öngörü yöntemi olan Box-Jenkins yöntemi kullanılmıştır. İstatistiki sonuç çıkarımlar açısından, serinin durağanlığı önemlidir. Bu yüzden serilerin önce birim kök içerip içermediğinin sınanması gerekir. Eğer seri durağan değil ise, yani birim köklü ise önce durağanlaştırılmalıdır. Bunun için en pratik yol da fark alma tekniğidir.

Çalışmada teorik bilgilere yer verilmesinin yanında bunların daha kolay anlaşılması için şekillerle desteklenmiştir. Ayrıca teorik olarak anlatılan konular gerçek bir seri üzerinde uygulanarak açıklanmıştır.

ANAHTAR KELİMELER: Zaman serileri, öngörü, Box-Jenkins yöntemi, durağanlık, birim kök, fark alma.

ABSTRACT

Rapid developments in time series analysis in recent years have contributed development of econometrics theory. Particularly significant demand on financial time series analysis in regards of dynamic econometrics has caused to emerge “Financial Econometrics” and “Time Series Econometrics” disciplines. A time serie is a set of measurements of an observation concerned and arranged timely. Aim of time series analysis is to realize the truth represented by observations set and to forecast future values of variables in time series accurately. Box-Jenkins method, which is a proper forecast method used in modelling, has been used to determine data forming process. Stationary of the series is important with regards of statistical results. In this respect it is necessary to test whether series have unit root. If the serie is not stationary, in other words it has unit root, serie must be converted to stationary form. The practical way of that is differentiation of the serie.

Besides theorical information, illustrations have been used for the sake of explicit definition. Subjects, which are explained theoretically, have been implemented over real time series.

KEY WORDS: Time series, forecast, Box-Jenkins method, stationary, unit root, differentiation

ÖNSÖZ

Eskiden beri gözlenemeyen unsurların ortaya konulmasında rakamlar etkin bir yöntem olarak kullanılmıştır. İnsanoğlu değişik düzenlemeler, kurallar ve yasalar ortaya koyarken temel çıkış noktası olarak gözlenmiş olayları esas almıştır.

Bir olguya ilişkin değişken ya da değişkenlerin zaman içinde yapılan ölçümleri ya da gözlemleri zaman serisini oluşturur. Düzenli bir zaman içerisinde gözlenen ardışık verilere zaman serisi denir. Günümüzde istatistik ve matematikteki gelişmelere bilgisayar programlarının ilavesiyle birlikte zaman serileri analizlerinde önemli mesafe kat edilmiştir. Bu konuda farklı disiplinlerde çalışan bilim adamlarının katkıları oldukça fazladır. Bilgisayar teknolojisindeki gelişmeler ile birlikte yazılımdaki gelişmelere bağlı olarak istatistiksel ve ekonometrik tekniklerde de azımsanmayacak gelişmeler olmuştur. Bu teknikler yardımıyla zaman serilerinin durağan olup olmadığının anlaşılması önemli ölçüde kolaylaşmıştır. Zaman serilerinde durağanlık çok önemli bir kavramdır. Durağan olmayan zaman serileri üzerinde çalışmak araştırmacıyı yanlış yollara yönlendirebilir. Bunun için bu veriler üzerinde çalışırken serinin durağanlaştırılması gerekmektedir.

Zaman serileri analizi, geçmiş dönemlere ilişkin gözlem değerleri yardımıyla geçmişi açıklayarak geleceğe dönük tahminler yapmayı amaçlar. Elde edilecek tahminler gerek ülke ekonomisi gerekse işletme temelinde yapılacak geleceğe dönük planlama işlerini kolaylaştırır.

Bu çalışmada zaman serileri hakkında genel bilgiler verildikten sonra konuyla ilgili teorik bilgilere yer verilmiştir. Zaman serisi modelleme teknikleri metodolojisi anlatılmış, modellemede önemli bir yere sahip olan durağanlık kavramı üzerinde durulmuş ve durağanlıkla ilgili testlere yer verilmiştir. Çalışmanın sonunda gerçek veriler kullanılarak, Eviews 5.1 paket programı yardımıyla bir uygulama yapılmıştır.

Tez danışmanlığımı yapan değerli hocam Yrd. Doç. Dr. Cavit YEŞİLYURT'a, hiçbir zaman yardım ve desteğini esirgemeyen Özgür POLAT' a ve bana rahat ve huzurlu bir çalışma ortamı sağlayan aileme teşekkürü bir borç bilirim.

KARS, 2008 **Muzaffer AKINCI**

KISALTMALAR

ACF	**:**	Otokorelasyon Fonksiyonu
ADF	**:**	Genişletilmiş Dickey-Fuller Birim Kök Testi
AIC	**:**	Akaike Bilgi Kriteri
AR	**:**	Otoregresif Süreç
ARIMA	**:**	Otoregresif Entegre Hareketli Ortalama Süreci
ARMA	**:**	Otoregresif Hareketli Ortalama Süreci
BJ	**:**	Box- Jenkins Yöntemi
Cor	**:**	Korelasyon
Cov	**:**	Kovaryans
DF	**:**	Dickey-Fuller Birim Kök Testi
DGP	**:**	Veri Üretme Süreci
DLIHR	**:**	Farkı Alınmış Logaritmik İhracatın GSMH İçindeki Payı Serisi
DLIHRF	**:**	Farkı Alınmış Logaritmik İhracatın GSMH İçindeki Payı Öngörü Serisi
DW	**:**	Durbin Watson İstatistiği
EKK	**:**	En Küçük Kareler Yöntemi
GLS	**:**	Genelleştirilmiş En Küçük Kareler Yöntemi
GSMH	**:**	Gayri Safi Milli Hasıla
LB	**:**	Ljung-Box Q İstatistiği

LIHR	**:**	Logaritmik İhracatın GSMH İçindeki Payı Serisi
LIHRF	**:**	Logaritmik İhracatın GSMH İçindeki Payı Öngörü Serisi
MA	**:**	Hareketli Ortalama Süreci
MIC	**:**	Modifiye Edilmiş Bilgi Kriteri
OEKK	**:**	Olağan En Küçük Kareler Yöntemi
PACF	**:**	Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu
PP	**:**	Phillips-Perron Birim Kök Testi
SIC	**:**	Schwarz Bilgi Kriteri
SSR_r	**:**	Kısıtlı Denklemin Kalıntı Kareler Toplamı
SSR_u	**:**	Kısıtsız Denklemin Kalıntı Kareler Toplamı
Var	**:**	Varyans

TABLO LİSTESİ

Sayfa No:

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa No:

SİMGE LİSTESİ

L	:	Gecikme İşlemcisi
LM	:	Lagrange Çarpanları
Y_t	:	Rassal Değişken
t	:	Zaman
T	:	Zaman Serisinin Son Değeri
$E(Y_t)$	:	Y_t Zaman Serisinin Beklenen Değeri
$F(Y_t)$	:	Dağılım Fonksiyonu
$f(Y_t)$	:	Yoğunluk Fonksiyonu
e_t	:	Hata Terimi (Kalıntı Terimi)
IID	:	Bağımsız ve Aynı Dağılımlı
T_t	:	Trend Etkisi
M_t	:	Mevsimsellik Etkisi
K_t	:	Konjonktürel Etkiler
D_t	:	Düzensiz Hareketler
Δ	:	Serinin Farkı
$\sum$	:	Toplam Alma İşlemcisi
ΔY_t	:	Y_t Zaman Serisinin Birinci Derece Farkı
μ	:	Ortalama
σ^2	:	Varyans
γ_0	:	Durağanlık Varsayımı Altında Varyans
γ_k	:	Durağanlık Varsayımı Altında *k*. Gecikme İçin Kovaryans
$\overline{y}$	:	Örnek Ortalaması
$\hat{\sigma}^2$	:	Varyansın Tahmin Değeri
ρ_k	:	Otokorelasyon Fonksiyonu

r_{XY}	:	Örneklem Korelasyon Katsayısı
σ_X	:	X Değişkeninin Standart Sapması
S_X	:	X Değişkeninin Örneklem Standart Sapması
σ_Y	:	Y Değişkeninin Standart Sapması
S_Y	:	Y Değişkeninin Örneklem Standart Sapması
$\gamma_{t1,t2}$	:	Otokovaryans Fonksiyonu
H_0	:	Yokluk Hipotezi
H_1	:	Alternatif Hipotez
$\hat{\rho}_k$	:	Otokorelasyon Fonksiyonu Tahmin Değeri
$\rho(X,Y)$	:	X ve Y Değişkenleri Arasındaki Korelasyon
t_r	:	Test İstatistiği
t_t	:	Tablo Değeri
Se	:	Standart Hata
Φ_{kk}	:	Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu
ϕ	:	AR Sürecinin Parametresi
$\delta \equiv \beta_0$	:	Kesme Terimi
θ	:	MA Sürecinin Parametresi
p	:	AR Sürecinin Derecesi
q	:	MA Sürecinin Derecesi
Δ^d	:	Entegrasyon İşlemi
n	:	Gözlem Sayısı
k	:	Serbestlik Derecesi
χ^2	:	Ki-Kare Dağılımı
t	:	Deterministik Trend
S_t	:	Kalıntıların Kümülatif Toplamı
$s^2(l)$	:	Tutarlı Uzun Dönem Varyans Tahmincisi
$\hat{\eta}$	:	KPSS Test İstatistiği

z_t	:	1’ ler ve Deterministik Trendden Oluşan Vektör
$S(\overline{\alpha})$	:	Kalıntı Kareler Toplamı
P_T	:	ADF-GLS (Nokta Optimal) Test İstatistiği
τ	:	Tau İstatistiği
$u_t \equiv \varepsilon_t$	:	Stokastik Hata Terimi
R^2	:	Determinasyon Katsayısı
t_t	:	t Tablo Değeri

GİRİŞ

Gözlem sonuçlarını zaman ve mekan vasıflarına göre sıralı bir şekilde gösteren sayı dizileri olarak tanımlanan seriler, toplanan verilerin sınıflandırılmasıyla oluşur.

Bir zaman serisi ise, bir değişkene ilişkin zamana göre sıralanmış gözlem değerleridir. Zaman serisi analizi, kestirimde bulunulacak değişkenin geçmiş zaman serisini kullanarak gelecek değerlerin kestirimi için model geliştirmede kullanılır. Model geliştirme, ilgili değişkene ait zaman serisinin analiz edilmesi, serinin ana eğiliminin ve özelliklerinin belirlenmesine dayanır. Serinin ana eğilimini ve özelliklerini yansıtacağı düşünülen bir model seçilir ve var olduğu seri değerleri kullanılarak modelin parametreleri yaklaşık olarak bulunur. Serinin gelecekte de aynı özellikleri koruyacağı ve aynı eğilimi göstereceği varsayılarak, belirlenen model yardımı ile gelecek dönem değerleri kestirilmeye çalışılır.

Zaman serileri analizi, belirli zaman aralıklarında gözlenen bir olay hakkında geleceğe yönelik tahmin kurmada kullanılan bir yöntemdir. Bu konuda birçok alanda farklı çalışmalar yapılmıştır. Teorik olarak istatistik ve ekonometri bilimlerinde yapılan çalışmalar fazla olmakla birlikte uygulama alanı çok geniştir. Özellikle ekonomik büyüklüklerin analizinde, nüfus tahminlerinde ve diğer bilim dallarındaki kullanımıyla her gün biraz daha önem kazanmaktadır. Tıp, mühendislik, işletme ve ekonomi gibi daha birçok alanda bu konuda yapılmış çalışmalar bulunmaktadır.

Geleneksel ekonometrik modeller yapısal analiz, politika yapımı ve öngörü için kullanılabilirken; zaman serisi modelleri daha çok öngörü için kullanılmaktadır. Zaman serisi analizlerini klasik işlemlerle yapmak güçtür. Ancak bilgisayar ortamında yapılabilecek işlerdir. Dolayısıyla zaman serisi analizlerinin, bilgisayar teknolojisi ile paket programların oldukça gelişmiş olduğu günümüzde ortaya çıkmış olması anlamlıdır.

Zaman serileri analizlerini; tek bir serinin yapısını belirlemeyi amaçlayan "tek değişkenli zaman serileri analizleri" ve iki veya daha fazla sayıda seri arasındaki ilişkileri tespit etmeyi amaçlayan "çok değişkenli zaman serileri analizleri" olarak iki gruba ayırmak mümkündür. Tek değişkenli zaman serileri analizi, serinin yapısını ortaya koymayı amaçlayabileceği gibi serinin gelecek ya da gözlemlenmemiş geçmiş değerlerinin saptanmasını da hedefleyebilir. Bu da özellikle yapacakları politika değişikliklerinin ne gibi sonuçlar verebileceğini önceden görmek isteyen politika belirleyici otoriteler için çok önemlidir.

Değişkenlerin zaman içinde belli bir değere doğru yaklaşması olarak tanımlanan durağanlık, zaman serileri kullanılarak yapılan araştırmalarda serilerde bulunması istenen bir özelliktir. Durağanlık zaman serisi öngörü modellerinde, bir şokun etkilerinin kalıcı olması nedeniyle başlı başına aranan bir özellik iken yapısal ekonometrik modellerde de sahte regresyon tuzağına düşmemek için gereklidir. Durağan olmayan değişkenler bir veya daha fazla sayıda fark alınarak durağan hale gelirler ve durağan olmak için alındıkları fark kadar bütünleşik oldukları söylenir. Serilerin bütünleşme dereceleri birim kök (veya durağanlık) sınamaları olarak adlandırılan sınamalar yardımıyla belirlenir. Bilgisayar teknolojisindeki gelişmeler ile birlikte yazılımdaki gelişmelere bağlı olarak istatistiksel ve ekonometrik tekniklerde de önemli gelişmeler olmuştur. Bu teknikler yardımıyla zaman serilerinin durağan dışılığının çözümü önemli ölçüde kolaylaşmıştır.

Bu çalışmanın birinci bölümünde genel olarak zaman serisinin tanımı ve özellikleri anlatılacak ve zaman serilerini genel anlamda tanımaya yardımcı olacak matematiksel gösterimi ve bileşenleri ifade edilecektir. Bu bölümde zaman serileri analizi için oldukça önemli olan veri üretme süreci ve stokastik süreç üzerinde durulacak, zaman serisi modellerinde fark denklemleri ve gecikme işlemcisi ile gecikme polinomunun önemi vurgulanacak, korelasyon ölçüleri tanıtılacaktır. Tek değişkenli zaman serisi modelleri ile sınırlandırılan doğrusal zaman serisi modelleri otoregresif süreç, hareketli ortalama süreci ve karma otoregresif hareketli ortalama süreç ile homojen durağan olmayan süreç modelleri anlatılacaktır. Ayrıca otoregresif entegre (bütünleşmiş) hareketli ortalama süreçleri için Box Jenkins model kurma süreci üzerinde durulacaktır.

İkinci bölümde zaman serilerinin belirli sayıda gecikme için hesaplanan otokorelasyonların grafiksel analizi ve serilerin kabaca durağan olup olmadıkları hakkında bilgi sahibi olunmasına yardımcı olan korelogram testi ile formel birim kök testleri tanıtılacaktır.

Üçüncü bölümde ise Eviews 5.1 paket programı kullanılarak, İhracatın Gayri Safi Milli Hasıla (GSMH) içindeki payı (%) serisi üzerinde uygulama yapılacaktır.

BİRİNCİ BÖLÜM
ZAMAN SERİLERİ

Bir zaman serisi bir veya daha fazla zaman değişkenini kapsayan bir veri kümesidir. Zaman serisinde ilgilenilen özellik bir değişkendir. Bu değişken zaman içerisinde çeşitli nedenlere bağlı olarak farklı değerler alır. Dolayısıyla zaman serisi, zaman sırasına konmuş veri kümesi olarak ifade edilebilir. Gelecekteki değişkenleri tahmin eden modeller geliştirdiği için zaman serisi analizi önemlidir[1].

1.1. Verilerin Temel Özellikleri

Ekonometrik araştırmaların aşamalarından birisi ekonomik modeli oluşturan değişkenlerin sayılarla ifade edilebilir hale getirilmesidir. Bu nedenle incelenen iktisadi ilişkide yer alan değişkenlerle ilgili verilerin derlenmesi modelin kuruluşu aşamasında önem kazanmaktadır. Veri sağlanamayan konularda amprik çalışmaların yapılması zordur. Çalışma alanına ait bilgilerin sayısal ifadeleri verileri meydana getirir. Veri toplama yöntemlerinden birisi önceden toplanmış bilgileri kullanmaktır. Örneğin istatistik yıllıklarından ihracat, döviz kuru, milli gelir gibi ekonomik göstergelere ait verilerin kullanılması. Diğer bir yöntem ise gözlem yaparak ölçme işlemidir[2]. Örneğin değişik dönemlerde işletmenin satış analizlerinin yapılabilmesi için satış rakamlarının gözlenmesi.

1.2. Nicel ve Nitel Veriler

Sürekli sayılarla ifade edilen gözlemlerin oluşturduğu veriler nicel verilerdir. Enflasyon oranı, faiz haddi, milli gelir gibi veriler nicel verilere birer örnektir. Zaman

[1] Chris Chatfield, **The Analysis of Time Series: An Introduction**, Newyork: Chapman and Hall, 1995, s. 4-5.
[2] Mustafa Sevüktekin ve Mehmet Nargeleçekenler, **Zaman Serileri Analizi**, Ankara, Nobel Yayın Dağıtım, 2005, s. 1.

zaman sınırlı değerler alan veriler ise nitel verilerdir[3]. Tüketim harcamaları ile ilgili yapılan bir araştırmada tüketicinin cinsiyeti, otomobil sahibi olup olmadığı gibi değişkenler nitel değişkenlere örnek gösterilebilir.

1.3. Yatay Kesit, Zaman Serisi ve Panel Verileri

Tek bir zaman noktasında çok sayıda ülkeyi, işletmeyi, bireyi inceleyerek derlenen veriler yatay kesit verileridir. Çok sayıda ülkenin 2006 yılındaki enflasyon oranları yatay kesit verilerine örnektir. Bir veya daha fazla değişkeni zaman içinde inceleyerek derlenen veriler zaman serisi verileridir[4]. Türkiye' de 1980-2006 yılları arasındaki enflasyon oranları zaman serisi örneğidir. Yatay kesit verilerinin zaman serisi gözlemlerine sahip olduğu durumda derlenen veriler ise panel verileridir. Çok sayıda ülkenin yıllar itibariyle enflasyon oranlarının incelenmesi için ele alınan veriler panel verilere örnek gösterilebilir.

1.4. Zaman Serileri Analizi

Gözlem sonuçlarının zaman vasfının (değişkeninin) şıklarına göre sıralanmasıyla elde edilen seriye "zaman serisi" denir[5]. Zaman serisi verileri günlük, haftalık, aylık, çeyrek yıllık (üç aylık), yıllık ve daha uzun dönemli aralıklarla derlenir. Zaman serileri ekonomi, mühendislik, eğitim, sağlık gibi birçok farklı alanlarda derlenmekte ve toplanmaktadır. Aylık işsizlik, haftalık para arzı, günlük sipariş sayıları vb. seriler zaman serilerine örnek gösterilebilir[6]. Gözlem değerlerinin elde ediliş biçimine göre zaman serileri kesikli ve sürekli zaman serileri olarak gruplandırılır. T bir indis kümesi olmak üzere, bir zaman serisi $\{X_t : t \in T\}$şeklinde ifade edilir. Buradaki T indis kümesi genel olarak $T= \{1,2,3\ldots\}= N$, $T= \{0,\pm1, \pm2, \pm3\ldots\}= Z$ olarak alınabildiği gibi $T = R$, $T= [0,1]$ gibi sürekli aralıklar da olabilir. Eğer T indis kümesi $T = R$ veya $T= [0,1]$ gibi sürekli aralıklar olarak seçildiğinde $\{X_t : t \in T\}$ zaman serisine sürekli zaman serisi adı verilir. Eğer T indis kümesi $T= \{0,1,2,3\ldots.\}$; $T= N$ veya $T=Z$ şeklinde seçilmiş ise $\{X_t : t \in T\}$

---

[3] Kerry Patterson, **An Introduction to Applied Econometrics : A Time Series Approach**, Newyork, Great Britain, 2000, s. 24.
[4] Patterson, a.g.e, s. 25.
[5] Özer Serper, **Uygulamalı İstatistik 2**, İstanbul, Filiz Kitabevi, 1996, s. 289.
[6] G.S. Maddala, **Introduction to Econometrics**, Newyork, Macmillan Publishing Company, 1992, s. 525.

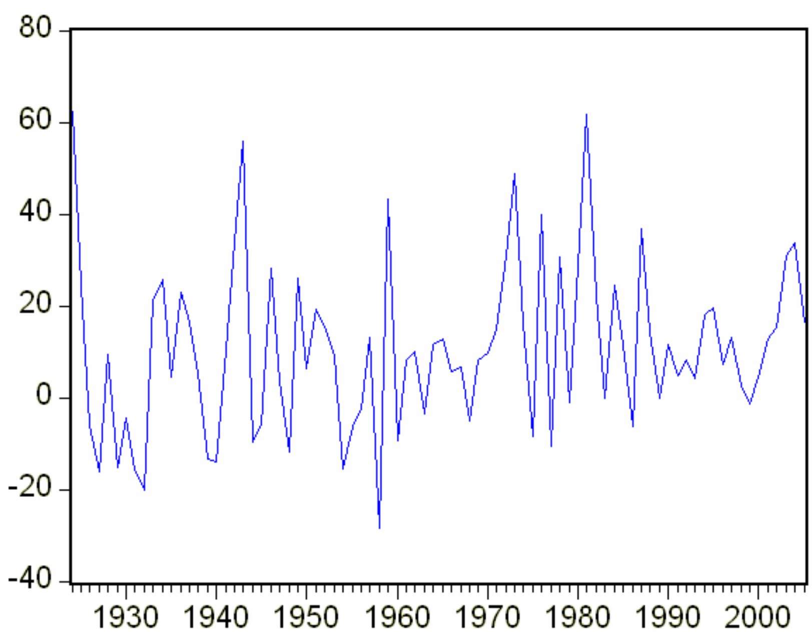
ye zaman serisi denir[7]. Zaman serileri iki sütundan oluşur. İlk sütunda zaman vasfının şıkları, ikinci sütunda ise olayın aldığı değerler belirtilir. Ekonomik büyüklükleri gösteren zaman serileri zamanın belirli aralıklarında ölçüldüğünden kesikli zaman serileri olarak incelenirler.

Zaman değişkeninin şıkları genellikle,

Y_t , $t = 1,\ldots,T$ şeklinde belirtilir. Burada T zaman serisinin örneklem boyutunu ifade eder.

1.5. Zaman Serisi Grafiği

Zaman serileri genel olarak kartezyen koordinatlı bir grafikle gösterilir. Grafiğin yatay ekseninde zaman değişkeninin şıkları, dikey ekseninde bu şıklar itibariyle Y değişkeninin aldığı değerler olan gözlem değerleri Y_t yer alır. Belirlenen eşit aralıklı t zaman noktaları ($t = 1, 2,\ldots, T$) ile bu zaman noktalarında zamana bağlı Y değişkeninin aldığı $Y_1,\ldots, Y_t$ gözlem değerlerini eşleştirmek suretiyle zaman serisinin grafiği çizilebilir. Bu görsel gösterim zaman serisinin sayısal verilerinden açıkça görünmeyen özelliklerini görmede kolaylık sağlar[8].



Şekil 1.1 Zaman Serisi Grafiği

---

[7] Yılmaz Akdi, **Zaman Serileri Analizi (Birim Kökler ve Kointegrasyon)**, Ankara, Bıçaklar Kitabevi, 2003, s. 11.

[8] Patterson, a.g.e, s. 25.

1.6. Zaman Serisi Bileşenleri

Zaman serilerinin grafikleri incelendiğinde, serinin gidişinde bazı düzensizliklerle karşılaşılmaktadır. Bu düzensiz hareketlerin temelde;

-Uzun dönem eğilimi (trend),

-Mevsimlik (seasonal) dalgalanmalar,

-Konjonktürel (cyclical) dalgalanmalar,

-Düzensiz (random walk) hareketler olmak üzere dört temel faktörden kaynaklandığı bilinmektedir[9]. Bu faktörlerden her birinin olay üzerindeki etkileri farklı yön ve şiddette olabileceği gibi, aynı yön ve şiddette de olabilmektedir[10].

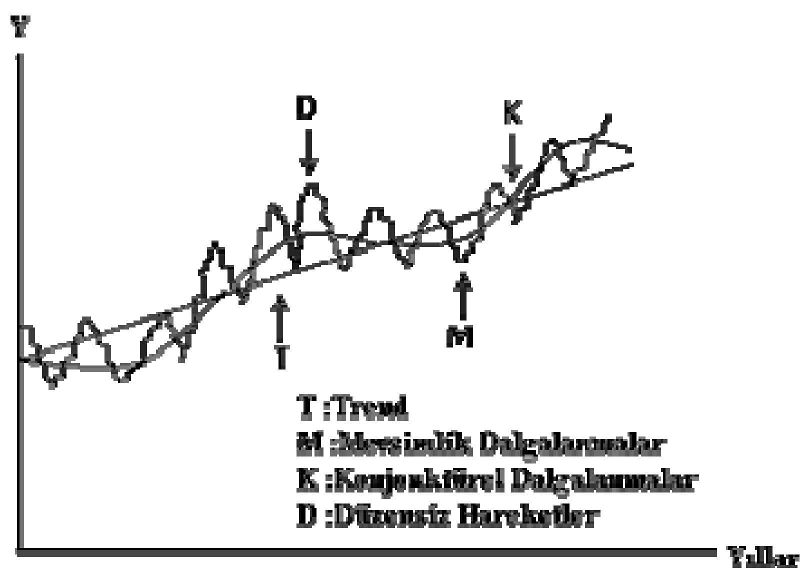
Zaman serisinin gözlem değerleri (Y_t) bu faktörlerin

$$Y_t = T_t . M_t . K_t . D_t \tag{1.1}$$

şeklindeki çarpımlarından oluştuğu varsayılmaktadır. Yıllık zaman serilerinde mevsimsellik olmayacağı için bu serilerde

$$Y_t = T_t . K_t . D_t \tag{1.2}$$

eşitliği söz konusudur[11].



Şekil 1.2 Zaman Serisi Bileşenleri
Kaynak: Serper, Uygulamalı İstatistik 2, s. 293.

[9] Walter Enders, **Applied Econometrics Time Series**, Newyork, John Wiley &Sons, 2004, s. 3.
[10] Serper, a.g.e, s. 292.
[11] Sevüktekin ve Nargeleçekenler, a.g.e, s. 34.

1.6.1. Uzun Dönem Eğilimi (Trend)

İktisadi faaliyetlerin her biri zaman içerisinde çeşitli faktörlerden etkilenir. Bu faktörlerin etkisiyle seride kısa dönemde ufak çaplı sapmalar olabilir, fakat uzun dönemde ana eğilim sabittir. Zaman serisinin uzun dönemde belli bir yöne doğru gösterdiği eğilime trend denir[12]. Zamanla nüfusun sürekli olarak artması kişi başına milli gelirin artmasına ve buna bağlı olarak hayat standardının yükselmesine neden olur. Bunun sonucunda üretim faaliyetlerinin trendi artış yönünde olur.

1.6.2. Mevsimlik (Seasonal) Dalgalanmalar

Birçok zaman serisi belirli dönemlerde mevsimsel faktörlerin etkisi altındadır[13]. Bir zaman serisindeki tekrarlanan döngüsel hareketlere mevsimsel dalgalanma denir[14]. Zaman serilerinde mevsimselliğin ortaya çıkışında hava şartları, insan alışkanlıkları, resmi veya dini bayramlar gibi birçok faktör etkili olur. Yaz aylarında soğuk içecek satışlarının artması mevsimselliğe örnek gösterilebilir.

Mevsimlik dalgalanmalar döngüsel olduğu gibi aynı zamanda periyodiktir. Çünkü dalgalanmaların uzunluğu yani iki maksimum veya iki minimum nokta arasındaki zaman aralığı hep aynıdır.

1.6.3. Konjonktürel (Cyclical) Dalgalanmalar

Konjonktürel hareketler daha çok ekonominin veya sektörlerin refah ya da durgunluk dönemlerini içerir[15]. Refah dönemlerinde ekonomik göstergelerde artış olurken, durgunluk dönemlerinde azalışlar olabilir. Konjonktürel kalıplar ile mevsimsel kalıplar arasında benzerlik olmasına rağmen mevsimsel hareketler nispeten daha düzenli ve periyodiktir. Konjonktürel hareketler düzensizdir ve periyodik değildir. Konjonktürel hareketler içeren zaman serilerinin analizinde, refah döneminden durgunluk dönemine ve durgunluk döneminden refah dönemine geçiş noktalarının analizi önem kazanmaktadır[16].

---

[12] Serper, a.g.e, s. 293.
[13] Sevüktekin ve Nargeleçekenler, a.g.e, s. 12.
[14] Serper, a.g.e, s. 294.
[15] Sevüktekin ve Nargeleçekenler, a.g.e, s. 14.
[16] Sevüktekin ve Nargeleçekenler, a.g.e, s. 15.

1.6.4. Düzensiz (Irregular) Hareketler

Rassal nedenlerle veya geçici olarak ortaya çıkan hareketlere düzensiz hareketler denir[17]. Bu hareketlerin ne zaman hangi şiddette çıkacağı önceden tahmin edilemez.

1.7. Veri Üretme Süreci (Data Generation Process-DGP)

Genelde zaman serileri olarak gözlenen verileri tanımlayan ekonomik süreç hakkında sahip olduğumuz bilgi sınırlıdır. Dolayısıyla bu tür verileri içeren modeller ekonometrik teori tarafından formüle edilip daha sonra ekonometrik teknikler kullanılarak test edilirken teorinin kendisi bu verileri tanımlamada yetersiz kalmaktadır. Ekonometrik teori, araştırılan herhangi bir model için hangi değişkenlerin ilgili, hangi değişkenlerin ilgisiz olduklarını belirleyen süreç hakkında tam bilgi sunamaz. Burada tam olarak bilinemeyen, çok sayıda değişken ve parametre içeren karmaşık bir süreçten söz etmek mümkündür[18]. Ekonomik verilerin stokastik (olasılıksal) süreçler tarafından yaratıldığı düşünülmektedir. Bir değişkenin belirli bir noktadaki belirli bir gerçekleşmesi özü itibariyle bir rassal değişkenden sadece bir olabilir sonuçtur. Eğer tarih yeniden yazılmış olsa idi, değişken aynı olarak kalabilirdi, fakat gerçekleşme aynı olmayacaktır. Zaman serileri analizinde süreç ve gerçekleşme terimleri arasında temel bir ayırım vardır. Gözlenen bir zaman serisindeki gerçek değerler aslında bu değerleri üreten belirli bir sürecin gerçekleşmesidir. Buradaki süreç stokastik (olasılıksal) üretme sürecidir. Zaman serisi analizlerinde gerçekleşme (yani gözlenen örneklem değerleri) ve süreç arasındaki ilişki istatistiksel hipotez testlerindeki örneklem ve anakütle ilişkisine benzer[19].

Zaman serileri analizinin amacı, seriyi oluşturan herhangi bir süreç (yani anakütle) modelini tanımlamak için bu sürecin gerçekleşmelerini (yani örneklemini) kullanmaktır.

1.8. Stokastik Süreçler

Zaman serileri için olasılık modellerinin diğer tanımı stokastik süreçlerdir. Gerçek hayatta birçok süreç yapılarında bir rassal veya stokastik yapı vardır. Stokastik süreç hem reel fiziksel süreç hem de onun matematiksel modeli olarak algılanır. Rassal süreç

[17] Serper, a.g.e, s. 296.
[18] Patterson, a.g.e, s. 11.
[19] Sevüktekin ve Nargeleçekenler, a.g.e, s. 40.

kavramı ile stokastik süreç kavramı eş anlamlıdır[20]. Reel olarak gözlenen bir zaman serisi Y_t, t=1,2,...,T ; stokastik süreç olarak isimlendirilen bir teorik sürecin gerçekleşmesi olarak düşünülür. Burada T süreçte tanımlanan zaman noktalarının bir setidir. Bir stokastik süreçteki değişkenin her bir değeri bir olasılık dağılımından rassal olarak çekildiğinden rassal bir değişkendir ve belirli bir olasılık dağılımına göre oluştuğu varsayılmaktadır. Dolayısıyla bir stokastik süreç matematiksel olarak zaman aralıklarına göre dizilmiş rassal değişkenlerin bir birikimidir. Geleneksel istatistikte anakütle ve örneklem gibi kavramların zaman serisindeki karşılıkları stokastik süreç ve gerçekleşme dir. Zaman serisi analizlerinin temel amacı gözlenen serideki bilgilerden yararlanarak stokastik sürecin özellikleri hakkında bilgi edinmektir. Analizdeki ilk adım özet istatistiklerin formülasyonudur ancak asıl amaç model kurarak serinin yapısını açıklamaktır. Rassal değişken { Y_t } dizisinin olasılık yapısı bir stokastik sürecin birleşik dağılımı ile tanımlanır. Bununla birlikte T sonsuz bir set oluşturduğundan stokastik sürecin olasılık yapısını tanımlamak için sonsuz boyutta bir dağılıma ihtiyaç duyulur. Stokastik sürecin olasılıklı yapısı bütün n değerleri ve T'nin herhangi bir alt seti (t_1,..., t_n) için birleşik dağılım $F(Y_{t1},..., Y_{tn})$ ile bütünüyle ifade edilir. Belirli bir t dönemindeki rassal değişken Y_t' nin dağılım ve yoğunluk fonksiyonları sırasıyla $F(Y_t)$ ve $f(Y_t)$ ile gösterilir[21].

Bir stokastik süreci tahmin etmenin bir yolu t_1,..., t_n gibi bir veri setinin Y_{t1},..., Y_{tn} birleşik olasılık dağılımını tanımlamaktır. Stokastik süreci tanımlamanın diğer yolu ise momentlerini oluşturmaktır. Bu momentler; ortalama, varyans ve otokovaryans fonksiyonları olarak adlandırılan birinci ve ikinci momentlerdir[22].

Ortalama $\mu_t = E(Y_t)$ (1.3)

Varyans $\sigma^2 = \mathrm{var}(Y_t)$ (1.4)

ve Y_{t1} ile Y_{t2} arasındaki kovaryansı,

$$\text{Otokovaryans } \gamma_{t1,t2} = Cov(Y_{t1}, Y_{t2})$$

$$= E\left[(Y_{t1} - E(Y_{t1}))(Y_{t2} - E(Y_{t2}))\right] \quad (1.5)$$

şeklinde yazılabilir.

---

[20] Chatfield, a.g.e, s. 27.
[21] Sevüktekin ve Nargeleçekenler, a.g.e, s. 44.
[22] Chatfield, a.g.e, s. 28.

Zaman serisi modellemesinde kovaryanslar önemlidir. Denklemde Y_{t1} ile Y_{t2} arasındaki kovaryans $\gamma_{t1,t2}$ ile gösterilmiştir. Bu ifade Y_t ile k sayıda gecikmeli Y_{t+k} arasındaki kovaryansın gösterilmesi için kullanıldığında;

$$\begin{aligned}\gamma_{kt} &= Cov(Y_t, Y_{t+k}) \\ &= E\left[(Y_t - E(Y_t))(Y_{t+k} - E(Y_{t+k}))\right] \qquad (1.6)\end{aligned}$$

olur[23]. Aynı seri üzerinde farklı gözlemler arasındaki kovaryanslar otokovaryans olarak bilinir. Bir stokastik sürecin dağılımı değişkenin birinci ve ikinci momentleri ile ortaya konulabilir ve her iki moment zamanın bir fonksiyonudur.

1.9. Fark Denklemleri

Zaman serilerinin geleneksel kullanımı, bir değişkenin geçmişteki değerlerine dayanarak zaman yolunu önraporlamaktır[24]. Dizinin öngörülen bileşenleri gelecek içinde tahmin edilebileceğinden bir dizinin dinamik yolu devam ettirilerek önraporları geliştirilir. Tahmin edilen denklemler uygun bir biçimde ekonomik verilerin yorumunda ve hipotez testlerinde kullanılabilir. Fark denklemleri ile doğrusal zaman serisi modellerinin uygun tahminleri elde edilir.

Fark denklemlerinin en basit şekli, bir rassal yürüyüş modelidir[25]. Örneğin hisse senedi fiyatlarındaki günlük değişmelerin ortalamasının sıfıra eşit olduğu varsayıldığında; hisse senedi fiyatlarının değerini ortaya koyan model stokastik bir fark denklemi temeline dayanır:

$$Y_t = Y_{t-1} + e_t \quad \text{veya} \quad Y_t - Y_{t-1} = e_t \quad \text{veya} \ \Delta Y_t = e_t \qquad (1.7)$$

Burada Y_t ; t günündeki bir hisse senedi fiyatı

e_t ; beklenen değeri sıfır olan rassal kalıntılardır.

1.9.1. Fark Denklemleri ve Çözümleri

Zaman serisi analizlerinde kullanılan denklemler fark denklemi matematiğine dayanır. Bir zaman serisi değişkeni (Y), t' nin bir fonksiyonu olarak tanımlansın.

$Y = f(t)$; $t = 1,2,...,T$' dir.

$$Y = f(t) \qquad (1.8)$$

[23] Chatfield, a.g.e, s. 29.
[24] Sevüktekin ve Nargeleçekenler, a.g.e, s. 67.
[25] Aziz Kutlar, **Uygulamalı Ekonometri**, Ankara, Nobel Yayın Dağıtım, 2005, s. 252.

ilişkisinde eğer t; t^* gibi herhangi bir özel değeri alırsa, Y' de böyle bir özel değer için Y_t^* olarak tanımlanır. Yani

$$Y_t^* = f(t^*) \tag{1.9}$$

olur. Benzer biçimde k dönemlik bir artış veya azalış dikkate alındığında Y' nin değeri

$$Y_{t}^{*}{}_{+k} = f(t^*+k) \tag{1.10}$$

olur. Y' nin t^* döneminden bir dönem ilerisi için farkı,

$$Y_{t}^{*}{}_{+1} - Y_t^* = f(t^*+1) - f(t^*) \tag{1.11}$$

yazılabilir.

Benzer şekilde k dönem ilerisi için farkı,

$Y_{t}^{*}{}_{+k} - Y_t^* = f(t^*+k) - f(t^*)$ yazılabilir.

$Y_t = f(t)$ fonksiyonel ilişkisinde t' nin ardışık ve özdeş aralıklarla bir değerler dizisi oluşturulduğunda t için $\{ Y_t \}$ dizisi $\{\ldots Y_{t-3}, Y_{t-2}, \ldots, Y_{t+1,\ldots,} Y_{t+k}\}$ ile tanımlanır.

Ardışık 1. farklar,

$$\Delta Y_t = f(t) - f(t-1) = Y_t - Y_{t-1}$$

$$\Delta Y_{t+1} = f(t+1) - f(t) = Y_{t+1} - Y_t$$

$$\Delta Y_{t+2} = f(t+2) - f(t+1) = Y_{t+2} - Y_{t+1}$$

………………………………………………………

$$\Delta Y_{t+k} = f(t+k) - f(t+k-1) = Y_{t+k} - Y_{t+k-1} \tag{1.12}$$

bir dizi şeklinde yazılabilir. İkinci fark alma; fark almanın iki kere yapılması veya birinci farkın tekrar farkının alınması anlamına gelir. Yani farkın farkı veya farkın karesidir.

$$\Delta(\Delta Y_t) = \Delta^2 Y_t \tag{1.13}$$

Bu durumda,

$$\Delta^2 Y_t = \Delta(Y_t - Y_{t-1}) = (Y_t - Y_{t-1}) - (Y_{t-1} - Y_{t-2})$$

$$= Y_t - 2Y_{t-1} + Y_{t-2} \tag{1.14}$$

şeklinde yazılabilir[26].

$Y_t = f(t)$' in n. farkını Δ^n almak için kullanılacak tablo aşağıda gösterilmiştir.

[26] Sevüktekin ve Nargeleçekenler, a.g.e, s. 69-70-71.

Tablo1.1 n. Farkın Alınmasında Fark Denklemi Açılımı

Fark Alma Derecesi	Denklemin Katsayıları
0	1
1	1 1
2	1 2 1
3	1 3 3 1
4	1 4 6 4 1
….	….

Kaynak: Sevüktekin ve Nargeleçekenler, Zaman Serileri Analizi, s. 72.

1.9.2. Zaman Serilerinin Geciktirilmesi ve İlerletilmesi

Bir değişkenin geciktirilmesi veya ilerletilmesi, benzer bir işlemle gerçekleştirilir. *i*. gecikme için Y_{t-i} alt imi kullanılarak geriye doğru, *i.* ilerletme için Y_{t+i} alt imi kullanılarak ileriye doğru hareket biçiminde ifade edilebilir. Gecikme ve ilerletme için *L* işlemcisi kullanılır[27].

Yıllık veriler için yıllık büyüme oranı $(Y_t - Y_{t-1}) / Y_{t-1}$ kullanılacağından verilerin geciktirilmesi önem kazanmaktadır[28].

Tablo 1.2 Bir Değişkenin Geciktirilmesi

t	Y_t	Y_{t-1}	$(\Delta Y_t) / Y_{t-1}$
1	10	-	-
2	12	10	2/10
3	13	12	1/12
4	14	13	1/13
5	15	14	1/14
6	17	15	2/15
7	20	17	3/17
8	22	20	2/20
9	23	22	1/22
10	25	23	2/23

[27] Ruey S. Tsay, **Analysis of Financial Time Series**, USA, John Wiley &Sons, 2004, s. 36.
[28] Patterson, a.g.e, s. 32.

Bu oranlar 100 ile çarpılarak yüzde değerler biçiminde yorumlanabilir. Örneğin Y_t için yıllık büyüme oranı t= 8 de (2/20) *100 = 10 yüzde 10 olarak ifade edilebilir.
Daha çok bir zaman serisinin geciktirilmesi ile ilgilenilse de bazen bir zaman serisinin ilerletilmesi ile de ilgilenilir[29].

Tablo 1.3 Bir Değişkenin İlerletilmesi

Y_t	Y_{t+1}
10	12
12	13
13	14
14	15
15	17
17	20
20	22
22	23
23	25
25	-

1.9.3. Gecikme İşlemcisi

Gecikme işlemcisi $L^i Y_t = Y_{t-i}$ şeklinde tanımlanır. Örneğin,

$$L^1 Y_t = Y_{t-1} \text{ ve } L^4 Y_t = Y_{t-4} \tag{1.15}$$

olmaktadır. Dolayısıyla Y_t değişkenine uygulanan L' nin pozitif bir kuvveti, i; Y_t yi i dönem geciktirme ile aynı anlama gelir. i negatif olduğunda işlem Y_t nin i. ilerletmesi anlamına gelir[30].

$$L^{-2} Y_t = Y_{t+2} \tag{1.16}$$

Aynı zamanda

$$L^0 Y_t = Y_t \tag{1.17}$$

anlamına gelir.

[29] Patterson, a.g.e, s. 33.
[30] Patterson, a.g.e, s. 34.

Yani L^0 , Y_t' yi değişmeden aynen bırakan özdeşlik operatörüdür[31]. L^1 genellikle L olarak yazılır ve

$$L^i L^j Y_t = L^{i+j} Y_t = Y_{t-(i+j)} \text{ dir}^{32}. \quad (1.18)$$

Gecikme işlemcisinin özellikleri[33];

- Bir sabit değerin gecikmesi yine bir sabit değerdir.

$$Lc = c \quad (1.19)$$

- Gecikme işlemcisinin dağılma özelliği vardır.

$$(L^i + L^j)Y_t = L^i Y_t + L^j Y_t = Y_{t-i} + Y_{t-j} \quad (1.20)$$

- Gecikme işlemcisi için çarpmanın birleşme kuralı vardır.

$$L^i L^j Y_t = L^i (L^j Y_t) = L^i Y_{t-j} = Y_{t-i-j} \quad (1.21)$$

- Gecikme işlemcisinin negatif kuvveti ilerletilme anlamına gelir.

$$L^{-i} Y_t = Y_{t+i} \quad (1.22)$$

1.9.4. Gecikme Polinomu

Gecikme polinomu L'nin doğrusal bir fonksiyonudur. Polinomun derecesi polinomdaki L' nin en yüksek gücü tarafından belirlenmektedir. Gecikme işlemcisi kullanılarak p. dereceden bir denklem ;

$$Y_t - \phi_1 Y_{t-1} - \phi_2 Y_{t-2} - \ldots - \phi_p Y_{t-p} \quad (1.23)$$

Gecikme işlemcisi L denkleme eklendiğinde,

$$Y_t - \phi_1 L Y_t - \phi_2 L^2 Y_t - \ldots - \phi_p L^p Y_t \quad (1.24)$$

şeklinde yazılabilir. Y_t parantezine alarak bu ifade,

$$(1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 \ldots) Y_t = \phi(L) Y_t \quad (1.25)$$

şeklinde yazılabilir. Bu p. dereceden gecikme polinomu $\phi(L)$ yi tanımlamaktadır[34].

1.10. Korelasyon Ölçüleri

İstatistikte değişkenler arasında birlikte hareket etmenin veya birlikteliğin büyüklüğünü ölçmeye çalışan birçok betimsel istatistik söz konusudur. Bu tür

---

[31] Patterson, a.g.e, s. 34.
[32] Patterson, a.g.e, s. 34.
[33] Sevüktekin ve Nargeleçekenler, a.g.e, s. 108-109.
[34] Patterson, a.g.e, s. 34.

istatistikler genelde bir değişkenin değerlerindeki değişmenin başka bir değişkenin değerlerindeki değişme ile benzer veya farklı bir değişme seyri veya eğilimi gösterip göstermediğini belirmede yardımcı olur. Bu nedenle korelasyon testlerinde değişkenler arasında nedensel bir ilişki aranmaz. Dolayısıyla sebep-sonuç ilişkisi beklenmez. Değişkenler arasındaki değişme eğer aynı yönde bir eğilim gösteriyorsa ölçeğin değerinin pozitif, farklı yönlerde değişim gösteriyorsa negatif ve değişmenin yönü saptanamıyorsa veya değişkenler arasında tam bir bağımsızlık söz konusu ise ölçeğin değerinin sıfır olması beklenir[35].

Genelde kullanılan korelasyon analizleri; kovaryans, korelasyon, kısmi korelasyon, determinasyon katsayısı gibi birliktelik ölçüleri sayılabilir. Buna karşılık zaman serisi analizlerinde;

Kovaryans' ın karşılığı Otokovaryans,

Korelasyon' un karşılığı Otokorelasyon,

Kısmi Korelasyon' un karşılığı Kısmi Otokorelasyon,

Determinasyon Katsayısı' nın karşılığı Portmanteau (Q İstatistikleri) dur.

1.10.1. Kovaryans ve Korelasyon

Herhangi iki rassal değişken arasında birlikteliğin veya birlikte değişimin mutlak bir ölçüsü *kovaryans* ile ifade edilir[36]. Her ne kadar kovaryans yalın haliyle birlikteliğin önemi hakkında çok fazla net bilgi vermese de korelasyon hesaplanmasında temel bileşen durumundadır. Başka bir ifadeyle korelasyon ölçülerinin temel mantığı kovaryans matematiğine dayanır.

X ve Y gibi iki rassal değişken dikkate alındığında, kovaryans değişkenlerin her ikisinin beklenen değerlerinden (ortalamalarından) sapmalarının çarpımlarının beklenen değeridir[37].

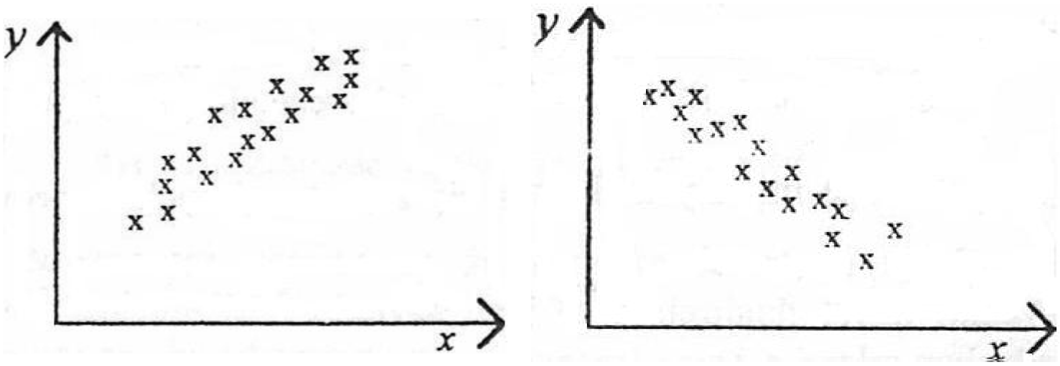
$$Cov(X,Y) = E\left[(X - E(X))(Y - E(Y))\right] = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} P_{ij}\left[(X_i - E(X))(Y_j - E(Y))\right] \quad (1.26)$$

Burada P_{ij} , X ve Y' nin birlikte görülme olasılığıdır[38].

---

[35] Tsay, a.g.e, s. 25.
[36] Sevüktekin ve Nargeleçekenler, a.g.e, s. 214.
[37] Patterson, a.g.e, s. 64.
[38] Sevüktekin ve Nargeleçekenler, a.g.e, s. 214.

Her iki değişken aynı zamanda onun ortalamasının altında ve üstünde yer alıyorsa kovaryans pozitif olacaktır. Eğer *X*' in değeri ortalamasının üstünde fakat *Y*' nin değeri ortalamasının altında ise ya da tersi durum söz konusu ise kovaryans negatif olacaktır[39].



Şekil 1.3 Pozitif ve Negatif Kovaryanslar
(a) Pozitif Kovaryans **(b) Negatif Kovaryans**
Kaynak: Sevüktekin ve Nargeleçekenler, Zaman Serileri Analizi, s. 214.

Kovaryans, X ve Y değişkenlerinin ortalamaları civarındaki sapmaların aritmetik ortalamasını alarak yeniden tanımlandığında[40],

$$Cov(X,Y) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(X_i - \overline{X})(Y_i - \overline{Y}) \tag{1.27}$$

Eğilimsiz bir kovaryans ölçeğine ulaşabilmek için serbestlik derecesi dikkate alınır. Dolayısıyla eğilimsiz kovaryans tahmincisi[41],

$$Cov(X,Y) = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(X_i - \overline{X})(Y_i - \overline{Y}) \tag{1.28}$$

X ve Y gibi iki değişken gerçek anlamda bağımsız ise $Cov(X,Y) = 0$ olur[42]. Bu ifade sezgisel olarak bir değişkenin değerindeki değişmenin diğer değişkenin değerindeki değişmelerle bir alakası olmadığını söyler. Benzer şekilde eğer iki değişken arasında ilişki yoksa ortalamadan sapmaların arasında da bir ilişki olmadığı anlamına gelir. Fakat kovaryans ölçüsü değişkenler arasındaki değişimin bir ölçüsüdür. Eğer değişkenler arasında tam bir bağımsızlık varsa kovaryans yine sıfır çıkar. Bu durumda

[39] Sevüktekin ve Nargeleçekenler, a.g.e, s. 214.
[40] Pindyck R. S, ve D. L. Rubinfeld, **Econometric Models and Economic Forecasts**, Singapore, Irwin/ McGraw-Hill International Edit., 1998, s. 26.
[41] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 26.
[42] Tsay, a.g.e, s. 25.

da bağıntının doğrusal olmadığı anlamına gelir[43]. Dolayısıyla değişkenler arasındaki doğrusal bağımlılığın nispi veya oransal bir ölçüsünü elde edebilmek için korelasyona başvurulur.

Korelasyon katsayısı, değişkenlerden birindeki bir standart sapma değişimin diğer değişkendeki bir standart sapma ile birlikteliğin bir ölçüsüdür. Doğrusal ilişkinin gücünü ölçer[44].

$$\rho(X,Y)=\frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{Var(X)Var(Y)}}=\frac{Cov(X,Y)}{\sigma_X\sigma_Y} \tag{1.29}$$

Anakütle korelasyon katsayısı yada Pearson korelasyon katsayısı olarak adlandırılan bu korelasyon ölçüsünde σ_X ve σ_Y sırasıyla *X* ve *Y'* nin standart sapmalarını gösterir[45].

Korelasyon katsayısının bu ölçeği -1 ile +1 değerleri arasında değişkenlik gösterir. Ölçek -1 veya +1' e ne kadar yaklaşırsa birlikteliğin derecesi o kadar yüksektir. Sıfıra yaklaştıkça birlikteliğin derecesi düşer. Tam sıfır olma halinde ise değişkenler ya tam olarak bağımsızdırlar ya da doğrusal olmayan bir ilişkiye sahiptirler. Bu durumda da tam bağımsızlık söz konusudur[46].

Denklem (1.29) ile tanımlanan anakütle katsayısına karşılık iki değişken arasındaki örneklem otokorelasyon katsayısı,

$$r_{XY}=\frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{Var(X)Var(Y)}}=\frac{Cov(X,Y)}{\sigma_X\sigma_Y} \tag{1.30}$$

veya

$$r_{XY}=\frac{Cov(X,Y)}{S_X S_Y} \tag{1.31}$$

biçiminde yazılabilir. Burada $\sigma_X \equiv S_X$ ve $\sigma_Y \equiv S_Y$' dir. Örneklem standart sapma değerleri S_X ve S_Y

$$S_X=\sqrt{\frac{\sum(X_i-\bar{X})^2}{N-1}} \tag{1.32}$$

[43] Sevüktekin ve Nargeleçekenler, a.g.e, s. 215.
[44] Gujarati Damodar N., **Basic Econometrics**, Newyork, The McGraw- Hill Companies, 2004, s. 23.
[45] Tsay, a.g.e, s. 25-26.
[46] Patterson, a.g.e, s. 71.

ve

$$S_Y = \sqrt{\frac{\sum (Y_i - \overline{Y})^2}{N-1}} \quad (1.33)$$

şeklinde hesaplanmaktadır.

Denklem (1.32) ve (1.33) örneklem korelasyon katsayısı olan denklem (1.31)' de yerine yazılarak yeniden düzenlendiğinde[47],

$$r_{XY} = \frac{\sum_{i=1}^{N} (X_i - \overline{X})(Y_i - \overline{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N} (X_i - \overline{X})^2 \sum_{i=1}^{N} (Y_i - \overline{Y})^2}} \quad (1.34)$$

r_{XY} ; *X* ve *Y* arasındaki basit korelasyon katsayısı olarak adlandırılır[48].

1.10.1.1. Korelasyonun İstatistiksel Anlamlılığı

X ve *Y* gibi iki değişken arasındaki korelasyon katsayısı yüksek çıksa bile, birlikteliğin istatistiksel anlamlılığı, gerek küçük örneklem hacimlerinde gerekse daha düşük korelasyon katsayısı değerlerinde bir değerlendirme yapma gereğini ortaya çıkarır. Herhangi iki değişken arasında hesaplanan korelasyon katsayısının istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığını test edebilmek için aşağıdaki adımlar izlenir:

- Hipotezler tanımlanır:

$H_0 = r_{xy} = 0$ (İki değişken arasında istatistiksel olarak anlamlı bir birliktelik yoktur.)

$H_1 = r_{xy} \neq 0$ (İki değişken arasında istatistiksel olarak anlamlı bir birliktelik vardır.)

- Test istatistiği hesaplanır:

$$t_r = \frac{r - r_0}{Se_r}$$

$r_0 = 0$ ve $Se_r = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}$ olmak üzere,

$$t_r = \frac{r}{\sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}} \quad (1.35)$$

[47] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 26.

[48] S. A. Delurgio**, Forecasting Principles and Applications**, Newyork, Irwing McGraw-Hill Comp. 1998, s. 59-60.

olur.

- Seçilen anlamlılık düzeyinde kritik tablo değeri bulunur(t_t).
- Hesaplanan test istatistiği ile bulunan tablo değeri karşılaştırılır. Mutlak değerce $|t_r| \leq |t_t|$ ise iki değişken arasındaki korelasyon katsayısının

istatistiksel olarak anlamlı olmadığını söyleyen H_0 hipotezi reddedilemez[49].

1.10.2. Otokovaryans ve Otokorelasyon

Herhangi bir değişkenin zaman boyunca ölçülmesi durumunda serideki gözlemlerin bir veya bir kaçı ya da daha fazlası birbirinden etkilenecektir. Başka bir ifadeyle serinin çeşitli sayıdaki gecikmeli değerleri arasında genelde korelasyonun varlığı gözlenir. Yatay kesit verilerinde de karşılaşılabileceği gibi, genellikle zaman serilerinde rastlanılan bir durumdur[50]. Özellikle ekonomik zaman serisi verilerinde bir ve iki gözlemli ve çok nadir olarak üç değerli gecikmeler arasında korelasyonun varlığı gözlenir. Otokovaryans ve otokorelasyon analizleri geleneksel istatistikteki kovaryans ve korelasyon mantığına göre geliştirilir. Burada temel farklılık yalnızca tek bir değişken ele alınmakta ve bu değişkenin kendi değerleri arasında gecikmeli korelasyonlar hesaplanmaktadır. Y_t zaman serisi değişkeni ile onun geçmiş değerleri Y_{t-i} arasındaki korelasyon, otokorelasyon olarak genelleştirilir[51]. Otokorelasyon katsayıları otokovaryans katsayılarına dayanılarak hesaplanır. Durağan stokastik süreç için k gecikmeli otokovaryans,

$$Cov(Y_t, Y_{t+k}) = Cov(Y_t, Y_{t-k})$$

$$Cov(Y_t, Y_{t+k}) = \sum_{t=1}^{T-k} (Y_t - \overline{Y})(Y_{t+k} - \overline{Y}) / T \qquad t = 1,2,\ldots,T$$

$$k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

$$Cov(Y_t, Y_{t+k}) = E\left[(Y_t - \mu_Y)(Y_{t+k} - \mu_Y)\right] \qquad (1.36)$$

---

[49] Sevüktekin ve Nargeleçekenler, a.g.e, s. 219.
[50] Michael Creel, **Econometrics**, Dept. Of Economics and Economic History, Universitat Autonoma de Barcelona, 2005, s. 130.
[51] Tsay, a.g.e, s. 26.

Stokastik sürecin bütün bir tasvirini elde edebilmek için olasılık dağılımına dayanan gerçek durumu tanımlayabilmek için otokorelasyon fonksiyonu, modelleme sürecinde oldukça yararlı bilgiler sunmaktadır[52]. Otokorelasyon fonksiyonu Y_t serisindeki … $Y_{t\text{-k}}$,…Y_{t-1} , Y_t Y_{t+1} ,…Y_{t+k}… yakın komşu veri noktaları arasındaki korelasyonu (birlikteliği) ölçmektedir.

k gecikmeli bir anakütle otokorelasyon fonksiyonunu, otokovaryans tanımından hareketle şöyle yazmak mümkündür,

$$\rho_k = \frac{E\left[(Y_t - \mu_Y)(Y_{t+k} - \mu_Y)\right]}{\sqrt{E\left[(Y_t - \mu_Y)^2\right]E\left[(Y_{t+k} - \mu_Y)^2\right]}}$$

$$= \frac{Cov(Y_t, Y_{t+k})}{\sigma_{Y_t}\sigma_{Y_{t+k}}} \tag{1.37}$$

Elde edilen bu son ifadenin paydasındaki durağan bir süreç için varyans anlamına gelir. Yani *t* dönemindeki standart sapma ile *t+k* dönemindeki standart sapma eşittir.

$$\sigma_{Y_t} = \sigma_{Y_{t+k}} \tag{1.38}$$

O halde,

$$\frac{Cov(Y_t, Y_{t+k})}{\sigma_Y{}^2} \tag{1.39}$$

bu ifade; otokorelasyonun, otokovaryans/varyans olduğunu gösterir.

$$Cov(Y_t, Y_{t+k}) = \gamma_k$$

$$Var(Y_t) = \gamma_0$$

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \tag{1.40}$$

olarak bulunur[53].

[52] Sevüktekin ve Nargeleçekenler, a.g.e, s. 221.
[53] John H. Cochrane, **Time Series for Macroeconomics and Finance**, USA, 1997, s. 21.

1.10.3. Örneklem Otokorelasyon Fonksiyonu (Autocorrelation Function-ACF)

Anlamlı bir otokorelasyon durumunda seride durağan dışılık söz konusudur. Yavaş bir şekilde azalan otokorelasyonların varlığı durağan dışılığın göstergesidir[54]. Yukarıda tanımlanan otokorelasyon katsayısı denkleminde otokorelasyon fonksiyonu oldukça pür teorik bir yapıya sahiptir. Ancak sınırlı sayıdaki gözlem için bir stokastik süreci tasvir eder. Uygulamada ise otokorelasyon fonksiyonunun bir tahmini hesaplanır ve bu örneklem otokorelasyon fonksiyonu olarak adlandırılır[55].

Ele alınan durağan bir seride örnek ortalama, varyans, otokorelasyon değerleri kullanılarak gerçek veri üreten sürecin parametreleri tahmin edilir. μ, σ^2, ρ_k yerine örnek $\overline{y}$, $\hat{\sigma}^2$ ve $\hat{\rho}_k$ değerleri hesaplanır.

$$\overline{y} = \frac{\sum_{t=1}^{T} y_t}{T} \tag{1.41}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{t=1}^{T} (y_t - \overline{y})^2}{T} \tag{1.42}$$

$$\hat{\rho}_k = \frac{\sum_{t=1}^{T-k} (y_t - \overline{y})(y_{t+k} - \overline{y})}{\sum_{t=1}^{T} (y_t - \overline{y})^2} \tag{1.43}$$

Otokorelasyon fonksiyonunun simetrik olması nedeniyle ($\rho_k = \rho_{-k}$) korelasyon pozitif ve negatif yer değiştirmeler için aynıdır.

Denklem (1.43)' den $otokorelasyon = \dfrac{otoko\,\text{var}\,yans}{\text{var}\,yans}$ olduğu görülür[56].

[54] David A. Dickey, William R. Bell, Robert B. Miller, "Unit Roots in Time Series Models: Tests and Implications" **The American Statistician**, Sayı: 40, 1, (1986), s. 12-26.
[55] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 495.
[56] Garnett P. Williams, **Chaos Theory Tamed**, Washington DC, Joseph Henry Press, 1997, s. 89.

1.10.3.1. Örneklem Otokorelasyon Katsayısının İstatistiksel Anlamlılığı

Örneklem otokorelasyon katsayısının yaklaşık sıfır ortalamalı ve $1/\sqrt{T}$ standart sapmalı bir normal eğri ile örnekleme dağılımına sahip olduğu söylenebilir. Örneklem otokorelasyon katsayılarının bu çerçevede belirli sayıda ortalaması sıfır olan bir anakütleden gelip gelmediğine bakılabilir.

- Hipotezler tanımlanır:

  $H_0 = \rho_k = 0$

  $$H_1 = \rho_k \neq 0 \tag{1.44}$$

- Otokorelasyon katsayısı için :

  $Se_{ACF(k)} \approx 1/\sqrt{T}$ standart hataları hesaplanır. Burada $Se_{ACF(k)}$, ACF(k)' nın yaklaşık olarak standart hatası ve T gözlem sayısını ifade eder.

- Otokorelasyon katsayıları için test istatistiği,

  $$t_{ACF(k)} = \frac{ACF(k)}{Se_{ACF(k)}} \tag{1.45}$$

  hesaplanır.

- Hesaplanan t istatistiği t-tablo değerinden büyükse anakütle otokorelasyon katsayısının sıfır olduğu hipotezi reddedilir[57].

1.10.4. Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu (Partial Autocorrelation Function-PACF)

Otokorelasyon fonksiyonu zaman serisindeki iki nokta arasındaki ilişkiyi araştırmaya yarar. Kısmi otokorelasyonlar, diğer zaman gecikmelerinin etkisini arındırarak Y_t ile Y_{t-k} arasındaki birlikteliğin derecesini ölçer.

$$\Phi_{kk} = \rho(Y_t, Y_{t-k} / Y_{t-1}, Y_{t-2}, ..., Y_{t-k+1}) \tag{1.46}$$

Bu ifadeden görüldüğü gibi $\Phi_{kk}, Y_{t-1}, Y_{t-2}, k, Y_{t-k+1}$ koşulunda Y_t ile Y_{t-k} arasındaki korelasyon katsayısıdır. Kısmi otokorelasyonlar, otokorelasyon fonksiyonunun değerlerinden yararlanılarak elde edilir[58].

---

[57] Tsay, a.g.e, s. 27.

[58] Sevüktekin ve Nargeleçekenler, a.g.e, s. 233.

$$\Phi_{kk} = \frac{\rho_k - \sum_{j=1}^{k-1} \Phi_{k-1}, \rho_{k-1}}{1 - \sum_{i=1}^{k-1} \Phi_{k-1}, \rho_j} \tag{1.47}$$

$$\Phi_{kj} = \Phi_{k-1,j} - \Phi_{kk}\Phi_{k-1,k-j} \qquad j=1,2,...,\text{k-1 için} \tag{1.48}$$

1.11. Tek Değişkenli Zaman Serisi Modelleri

Ekonomik verilerin analiz amaçlarından biri de; ekonomik değişkenlerin gelecekteki değerlerini öngörmektir. Zaman serisi yaklaşımında bir ekonomik değişkenin ilgili cari değerleri o değişkenin geçmiş değerleri ile ilişkilendirilir. Zaman serisi modelleri bu geçmiş değerleri kullanarak aynı değişkenin gelecekte alabileceği değerleri öngörmeye çalışır. Çalışmada ele alınacak zaman serisi modelleri tek değişkenli bir zaman serisinin kendi geçmiş değerleri ve hata paylarına göre kurulan modeller olacaktır.

$$Y_t = f(Y_{t-1}, Y_{t-2},\ldots, e_t, e_{t-1}, e_{t-2},...) \tag{1.49}$$

Modelleme bu değişkenlerle ele alınacaktır. $f(...)$ gecikmelerin sayısı ve hata terimleri için bir yapıdır. Örneğin bir gecikmeli ve temiz dizi kalıntılı doğrusal bir fonksiyon tanımlandığında bu birinci derece otoregresif AR(1) süreç anlamına gelir[59].

1.11.1. Otoregresif Süreç (Autoregressive Process-AR)

Zaman serisi modellemesinde Y_t gibi bir ekonomik değişkenin geçmiş değerlerinden elde edilen bilgi, bu Y_t değişkeninin gelecek değerlerini öngörmede yararlı olur.

Bu tip gecikmiş bağımlılığı gösteren istatistiksel model örneği aşağıdaki eşitlikte olduğu gibi birinci derece otoregresif bir süreç ile verilmektedir.

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + e_t \qquad t = 1,2,3,\ldots,T \tag{1.50}$$

Bu birinci derece otoregresif süreçte δ bir kesme parametresi; ϕ_1 -1 ile +1 arasında değer aldığı varsayılan bilinmeyen parametre ve e_t ortalaması sıfır sabit bir varyansla σ^2 korelasyonsuz bir hata terimidir[60]. Bu denklem birinci derece otoregresif

---

[59] J. Johnston ve J. Dinardo, **Econometric Methods**, Newyork, McGraw-Hill International Edit, 1997, s. 204.
[60] Tsay, a.g.e, s. 32.

zaman serisi modelidir. Çünkü Y_t yalnızca kendi ve bir önceki dönemdeki değerine (Y_{t-1}) ve bir rassal kalıntıya bağlıdır. Bu istatistiksel model yapısı AR(1) süreci olarak tanımlanır[61].

Bir ekonomik değişken için zaman serisi istatistiksel modeli tanımlandığında, zaman serisinin Y_1, Y_2, Y_3,…, Y_T oluşum sürecinin mahiyetini tam anlamıyla bilmek güçtür. Eğer sürecin otoregresif olduğu tahmin edilse bile birinci derece otoregresif süreçten daha karmaşık olması muhtemeldir. Y_t yalnızca Y_{t-1}'e bağlı değil ayrıca Y_{t-1}, Y_{t-2}, Y_{t-3},...' e bağlı olabilir. Dolayısıyla *p.* dereceden bir otoregresif sürecin istatistiksel modeli AR(*p*) şu şekilde gösterilebilir:

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + ... + \phi_p Y_{t-p} + e_t \tag{1.51}$$

Burada δ bir kesme parametresi ve stokastik süreç olan Y_t' nin ortalamasını gösterir[62]. $\phi_1, \phi_2, \ldots, \phi_p$' ler bilinmeyen otoregresif parametrelerdir. Hata terimi e_t ortalaması sıfır sabit bir varyansla σ^2 korelasyonsuz rassal değişkenler olarak varsayılır[63]. Yani $\{ e_t \}$ temiz dizidir.

1.11.1.1. AR(1) Sürecinin Özellikleri

Zaman serisi analizlerinde, zaman serisi değişkeni Y_t' nin ortalama, varyans ve kovaryansının hesaplanması önem taşımaktadır. Zaman serisi modelleri bir başlangıç noktasından sınırsız bir geçmişte başlayan ve sınırsız bir gelecekte de devam edecek olan Y_t' nin oluşum süreci varsayımına dayanır. Bundan başka geçmiş ve gelecekteki rassal değişkenler örnek gözlemlerinde Y_1, Y_2, Y_3,...,Y_T olduğu gibi aynı olasılık yoğunluk fonksiyonunu takip eder. Dolayısıyla bütün rassal değişkenlerin geçmiş, bugün ve gelecek değerlerine bakmadan aynı ortalama ve varyansa sahip oldukları varsayılır. Ayrıca Y_t ve Y_{t+k} gibi herhangi iki rassal değişken arasındaki kovaryansın zamana bağlı olmadığı, fakat iki rassal değişken arasındaki *k* sayıda ilerlemeye veya gecikmeye bağlı olduğu varsayılır. Bu varsayım değişkenin geçmiş değerlerinden yola çıkarak gelecek değerlerini öngörmek için önemli bir varsayımdır. Çünkü örneklem gözlemlerinin

---

[61] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 528.
[62] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 527.
[63] W.E. Griffths, R. C. Hill ve G.G. Judge, **Learning and Practicing Econometics**, Newyork, John Wiley&Sons, 1993, s. 642.

oluşturduğu veri üretme süreci rassal değişkenin geleceğini ele almıyorsa, bu durumda örneklem verilerine dayanan öngörüler güvenilmez olur[64].

AR(1) süreci için ortalama, varyans ve kovaryanslar;

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + e_t \qquad e_t \sim \mathrm{IID}(0, \sigma^2) \tag{1.52}$$

Denklemde Y_t' nin beklenen değeri alındığında;

$$E(Y_t) = E(\delta + \phi_1 Y_{t-1} + e_t)$$

$$E(Y_t) = E(\delta + \phi_1 Y_{t-1}) + E(e_t)$$

$$E(Y_t) = E(\delta + \phi_1 Y_{t-1}) \tag{1.53}$$

Bir zaman serisinin gözlenebilecek sonuçları Y_t bütün dönemler için aynı olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahipse, bu durumda Y_t' nin ortalaması, varyansı bütün dönemlerde aynı olmalıdır. Yani $E(Y_t) = E(Y_{t-1}) = \ldots = \mu$ olur[65].

$$\mu = \delta + \phi_1 \mu$$

$$E(Y_t) = \mu = \delta / (1 - \phi_1) \tag{1.54}$$

sonucu elde edilir. Otoregresif parametrenin değeri $|\phi_1| < 1$ ise süreç durağan olarak kabul edilir[66].

Denklem (1.52)' de sabit terim $\delta = 0$ olduğu varsayıldığında; Y_t' nin ortalaması $\mu = 0$ olacaktır. Bu varsayımla seri ortalamadan sapmalar cinsinden tanımlanmış olur. Yani $(Y_t - \mu)$' e ulaşılmış olur. Ortalamadaki bu tanımlama serinin varyansını ve kovaryansını etkilemez[67].

AR(1) sürecinde Y_t' nin varyansını bulmak için, denklem (1.52)' yi $\delta = 0$ varsayımı dikkate alınarak yeniden yazıldığında,

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + e_t \tag{1.55}$$

[64] Sevüktekin ve Nargeleçekenler, a.g.e, s. 126.
[65] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 527.
[66] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 528.
[67] Sevüktekin ve Nargeleçekenler, a.g.e, s. 127.

olacaktır.

İki tarafın varyansı alındığında ;

$$Var(Y_t) = \sigma_Y^2 = Var(\phi_1 Y_{t-1} + e_t)$$

$$= \phi_1^2 Var(Y_{t-1}) + Var(e_t)$$

$$\sigma_Y^2 = \phi_1^2 \sigma_Y^2 + \sigma_e^2 \qquad (Y_{t-1} \text{ ile } e_t \text{ bağımsızdır})$$

$$= \sigma_e^2 / (1 - \phi_1^2) = \gamma_0 \tag{1.56}$$

olur[68].

Y_t' nin ortalama ve varyansının bütün dönemler için aynı olmasına ek olarak zaman serisi değişkenlerinin zaman boyunca kovaryanslarının sabit olduğu varsayılır.

$$Cov(Y_t, Y_{t-1}) = E\left[(Y_t - E(Y_t)(Y_{t-1} - E(Y_{t-1})\right]$$

$$= E(Y_t Y_{t-1}) \qquad E(Y_t) = 0 \text{ olduğu için}$$

$$= E\left[(\phi_1 Y_{t-1} + e_t) Y_{t-1}\right]$$

$$= \phi_1 E(Y_{t-1}^2) + E(e_t Y_{t-1})$$

$$= \phi_1 \sigma_Y^2 \qquad (Y_{t-1} \text{ ile } e_t \text{ bağımsızdır}) \tag{1.57}$$

Bu kovaryans bütün rassal değişkenler için aynıdır. Birer dönem gecikmeli kovaryans ise;

$$Cov(Y_{t-1}, Y_{t-2}) = E(Y_{t-1} Y_{t-2}) = \phi_1 \sigma_Y^2$$

$$Cov(Y_{t-2}, Y_{t-3}) = E(Y_{t-2} Y_{t-3}) = \phi_1 \sigma_Y^2 \tag{1.58}$$

sonucunu verir. Benzer şekilde Y_t ile Y_{t-k} arasındaki kovaryans γ_k ile gösterilir ve t' ye bağlı değildir. Dolayısıyla k gecikmeli kovaryanslar;

$$\gamma_k = Cov(Y_t, Y_{t-k}) = \phi_1^k \sigma_Y^2 \qquad k = 0,1,2,... \tag{1.59}$$

olarak hesaplanmaktadır.

Buradan Y_t' nin varyansı,

$$\sigma_Y^2 = \sigma_e^2 / (1 - \phi_1^2) = \gamma_0 \tag{1.60}$$

[68] Tsay, a.g.e, s. 34.

k gecikmeli otokovaryans katsayısı,

$$\gamma_k = \phi_1 \gamma_{k-1} = \sigma_Y^2 \phi_1^k = \phi_1^k \gamma_0 \qquad k=0,1,2,... \qquad (1.61)$$

ile verilir[69].

Kovaryanslar değişkenlerin ölçü birimlerine bağlı oldukları için sorgulamak zordur[70]. Bu yüzden bu problemin üstesinden gelebilmek için Y_t ile Y_{t-k} arasındaki korelasyon hesaplanabilir.

Y_t ile Y_{t-k} arasındaki korelasyon;

$$Cor(Y_t, Y_{t-k}) = \frac{Cov(Y_t, Y_{t-k})}{\sqrt{Var(Y_t)Var(Y_{t-k})}} = \rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \qquad k = 0, \pm1, \pm2,... \qquad (1.62)$$

ile hesaplanmaktadır[71].

Otokorelasyon ve otokovaryans katsayıları sıfır gecikme civarında simetrik oldukları için $\rho_{-k} = \rho_k$' dır. Dolayısıyla sadece pozitif gecikmeleri dikkate almak yeterlidir. Ayrıca $k = 0$ için $\rho = 1$ olacağı denklem (1.62)' den görülmektedir.

AR(1) süreci için otokorelasyon katsayısı,

$$\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} = \phi_1^k \qquad k = 1,2,... \qquad (1.63)$$

ifadesi serinin otokorelasyon fonksiyonu olarak bilinir[72]. Bunun grafiksel çizimi korelogram olarak adlandırılır[73].

1.11.1.2. AR(2) Sürecinin Özellikleri

Birinci dereceden otoregresif zaman serisi modelleri birçok ekonomik zaman serisini tanımlamada yeterli olabilir. Bununla beraber diğer serilerde daha genel otoregresif süreçler gerekebilir. İkinci derece bir otoregresif süreç AR(2),

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + e_t \qquad e_t \sim \text{IID}(0, \sigma^2) \qquad (1.64)$$

ile verilir[74].

---

[69] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 528.
[70] Patterson, a.g.e, s. 65.
[71] Tsay, a.g.e, s. 26.
[72] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 529.
[73] Johnston ve Dinardo, a.g.e, s. 209.
[74] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 530.

AR(2) sürecinde zaman serisi Y_t' nin ortalaması;

$$E(Y_t) = E(\delta + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + e_t) \tag{1.65}$$

$$E(Y_t) = \delta + \phi_1 \mu + \phi_2 \mu$$

veya

$$E(Y_t) = \mu = \delta / (1 - \phi_1 - \phi_2) \tag{1.66}$$

yazılır[75].

AR(2) sürecinin durağan olması için,

$$\phi_1 + \phi_2 < 1$$

$$\phi_2 - \phi_1 < 1$$

$$|\phi_2| < 1$$

koşulları sağlanmalıdır[76]. $\delta = \mu = 0$ olduğunu varsayarak, Y_t' nin varyansı ve kovaryansı;

$$E(Y_t^2) = E[Y_t(\phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + e_t)]$$

$$\gamma_0 = \phi_1 \gamma_1 + \phi_2 \gamma_2 + \sigma_e^2 \tag{1.67}$$

$$E(Y_{t-1} Y_t) = E[Y_{t-1}(\phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + e_t)]$$

$$\gamma_1 = \phi_1 \gamma_0 + \phi_2 \gamma_1 \tag{1.68}$$

$$E(Y_{t-2} Y_t) = E[Y_{t-2}(\phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + e_t)]$$

$$\gamma_2 = \phi_1 \gamma_1 + \phi_2 \gamma_0 \tag{1.69}$$

ve $k \geq 2$ için genel olarak yazılacak olursa;

$$E(Y_{t-k} Y_t) = E[Y_{t-k}(\phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + e_t)]$$

$$\gamma_k = \phi_1 \gamma_{k-1} + \phi_2 \gamma_{k-2} \tag{1.70}$$

---

75 Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 530.
76 Johnston ve Dinardo, a.g.e, s. 210.

Denklem (1.67), (1.68), (1.69) eşanlı olarak çözüldüğünde;

$$\gamma_0 = \frac{(1-\phi_2)\sigma_e^2}{(1+\phi_2)\left[(1+\phi_2)^2 - \phi_1^2\right]} \qquad (1.71)$$

bulunur[77].

Bu sonuçlar ayrıca otokorelasyon fonksiyonu ρ_k' nın çıkarılmasında da kullanılır.

AR(2) süreci için otokorelasyon fonksiyonu (ACF),

$$\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} + \phi_2 \rho_{k-2} \qquad k = 3, 4, \ldots \qquad (1.72)$$

olur[78].

1.11.1.3. AR(*p*) Sürecinin Özellikleri

Y_t değişkeninin gözlenen örneklem değerleri bir AR süreci tarafından üretildiği varsayılsın. Gerçek hayatta sürecin derecesi hakkında çoğu zaman belirsizlik söz konusudur. Genel olarak AR(*p*) süreci,

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \ldots + \phi_p Y_{t-p} + e_t \qquad (1.73)$$

Denklem (1.73) ile geleneksel model $\left[Y_t = E(Y_t) + e_t\right]$ arasında, modellerin sağ tarafında yer alan değişkenler açısından fark vardır. Denklem (1.73)' ün sağ tarafındaki değişkenler rassal bağımlı değişkenin gecikmeli değerlerinden oluştuğu için rassaldır. Eğer kalıntı e_t korelasyonsuz rassal değişken ise bu durumda denklem (1.73)'ün sağ tarafındaki Y_t' nin gecikmeli değerleri ile de korelasyonsuz olacaktır. Bu nedenle Y_t' nin gecikmeli değerleri yalnızca e_t' nin gecikmeli değerlerine bağlı ve cari hata terimi e_t ile korelasyonsuzdur. Dolayısıyla en küçük kareler (EKK) tahmincisi tutarlı bir tahmin üretir. Otoregresif süreç durağan ise ortalaması μ ile gösterilir ve zamanla değişmez[79].

$E(Y_t) = E(Y_{t-1}) = E(Y_{t-2}) = \ldots = E(Y_{t-p}) = \mu$ olur.

---

77 Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 531.

78 Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 531.

79 Sevüktekin ve Nargeleçekenler, a.g.e, s. 136.

O halde ortalama;

$$\mu = \delta + \phi_1 \mu + \phi_2 \mu + ... + \phi_p \mu$$

$$\mu = \delta / (1 - \phi_1 - \phi_2 - ... - \phi_p) \qquad (1.74)$$

olur[80].

1.11.1.4. Otoregresif Sürecin Derecesinin Belirlenmesi

Otoregresif sürecin derecesinin belirlenmesinde kısmi otokorelasyon fonksiyonu kullanılır[81]. Kısmi otokorelasyon katsayısı, diğer gecikmelerin etkisi sabit kalmak koşuluyla Y_t ile herhangi bir k gecikmesinde oluşturulan Y_{t-k} gözlemleri arasındaki korelasyon anlamına gelir. Y_t üzerinde etkili olan gecikmelerde kısmi otokorelasyon katsayısının sıfırdan farklı yani istatistiki olarak anlamlı olması gerekir. Kısmi otokorelasyon katsayıları p gecikmeye kadar anlamlı, p gecikmeden sonra anlamsız ise sürecin derecesinin p olduğu söylenir[82].

Kısmi otokorelasyon katsayıları bir gecikme için sıfırdan farklı, diğerleri için sıfırdan farklı değilse süreç AR(1) sürecidir. Aynı şekilde kısmi otokorelasyon katsayıları iki gecikme için sıfırdan farklı, diğerleri için sıfırdan farklı değilse süreç AR(2) sürecidir.

1.11.2. Hareketli Ortalama Süreci (Moving Average Process-MA)

Hareketli ortalama süreci bir zaman serisinin t dönemindeki değerini, hata payının cari ve geçmiş dönem değerlerinin ağırlıklı ortalaması ile ifade eden bir süreçtir[83]. Genel olarak MA(q) süreci;

$$Y_t = \mu + e_t + \theta_1 e_{t-1} + \theta_2 e_{t-2} + ... + \theta_q e_{t-q} \qquad (1.75)$$

Burada korelasyonsuz rassal hata terimi e_t ortalaması sıfır ve sabit bir varyansa

---

[80] Tsay, a.g.e, s. 39.
[81] Johnston ve Dinardo, a.g.e, s. 211-212.
[82] Tsay, a.g.e, s. 41.
[83] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 522.

sahiptir[84]. θ_i (i=1,2,…,q) bilinmeyen parametrelerdir. Denklem (1.75)' e dikkat edilirse AR(p) modelinden farklı olarak kesme parametresi δ yerine μ kullanılmıştır.

1.11.2.1. MA(1) Sürecinin Özellikleri

En basit hareketli ortalama süreci olan MA(1) aşağıdaki gibi gösterilir;

$$Y_t = \mu + e_t + \theta_1 e_{t-1} \tag{1.76}$$

sürecin ortalaması,

$$E(Y_t) = \mu \tag{1.77}$$

sürecin varyansı[85],

$$Var(Y_t) = E(Y_t - \mu)^2$$

$$\gamma_0 = \sigma_e^2 (1 + \theta_1^2) \tag{1.78}$$

Y_t ile Y_{t-1} arasındaki kovaryans,

$$Cov(Y_t, Y_{t-1}) = E\left[(Y_t - \mu)(Y_{t-1} - \mu)\right]$$

$$Cov(Y_t, Y_{t-1}) = E\left[(e_t + \theta_1 e_{t-1})(e_{t-1} + \theta_1 e_{t-2})\right]$$

$$\gamma_1 = \theta_1 \sigma_e^2 \tag{1.79}$$

Y_t ile Y_{t-2} arasındaki kovaryans ise,

$$Cov(Y_t, Y_{t-2}) = E\left[(Y_t - \mu)(Y_{t-2} - \mu)\right]$$

$$Cov(Y_t, Y_{t-2}) = E\left[(e_t + \theta_1 e_{t-1})(e_{t-2} + \theta_1 e_{t-3})\right]$$

$$\gamma_2 = 0 \tag{1.80}$$

k sayıda gecikme dikkate alındığında,

$$Cov(Y_t, Y_{t-k}) = E\left[(Y_t - \mu)(Y_{t-k} - \mu)\right]$$

$$Cov(Y_t, Y_{t-k}) = E\left[(e_t + \theta_1 e_{t-1})(e_{t-k} + \theta_1 e_{t-k})\right]$$

---

[84] D. S. G. Pollock, **A Handbook of Time Series Analysis Signal Processing and Dynamics**, USA, Academic Press, 1999, s. 517.
[85] Tsay, a.g.e, s. 51.

$$\gamma_k = 0 \tag{1.81}$$

Dolayısıyla k>1 bütün gecikmelerde MA(1) sürecinin kovaryansı γ_k ile aynı biçimde gösterilebilir. Yani k>1 olduğu bütün durumlarda kovaryanslar sıfıra eşittir. Bu durumda MA(1) sürecinin yalnızca bir dönemlik bir belleğe sahip olduğu yani Y_t' nin yalnızca Y_{t-1} ve Y_{t+1} ile korelasyonlu olduğu söylenir. Diğer verilerle herhangi bir korelasyon yoktur[86].

MA(1) sürecinin otokorelasyon fonksiyonu ise gecikme k=1' den sonra kesilmektedir[87].

MA(1) sürecinin otokorelasyon fonksiyonu[88],

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \begin{cases} \dfrac{\theta_1}{1+\theta_1^2} & k = 1 \\ 0 & k \rangle 1 \end{cases} \tag{1.82}$$

1.11.2.2. MA(2) Sürecinin Özellikleri

İkinci derece hareketli ortalama süreci MA(2) denklem (1.83) ile ifade edilir[89],

$$Y_t = \mu + e_t + \theta_1 e_{t-1} + \theta_2 e_{t-2} \tag{1.83}$$

sürecin ortalaması,

$$E(Y_t) = \mu \tag{1.84}$$

sürecin varyansı,

$$Var(Y_t) = \sigma_e^2 (1 + \theta_1^2 + \theta_2^2)$$

$$= \gamma_0 \tag{1.85}$$

Y_t ile Y_{t-1} arasındaki kovaryans ise,

$$Cov(Y_t, Y_{t-1}) = E\left[(e_t + \theta_1 e_{t-1} + \theta_2 e_{t-2})(e_{t-1} + \theta_1 e_{t-2} + \theta_2 e_{t-3})\right]$$

[86] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 524.
[87] Griffiths, Hill ve Judge, a.g.e, s. 655.
[88] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 524.
[89] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 524.

$$\gamma_1 = \theta_1\sigma_e^2 + \theta_1\theta_2\sigma_e^2 = \sigma_e^2(\theta_1 + \theta_1\theta_2) \tag{1.86}$$

Y_t ile Y_{t-2} arasındaki kovaryans ise,

$$Cov(Y_t, Y_{t-2}) = E\left[(e_t + \theta_1 e_{t-1} + \theta_2 e_{t-2})(e_{t-2} + \theta_1 e_{t-3} + \theta_2 e_{t-4})\right]$$

$$\gamma_2 = \theta_2\sigma_e^2 \tag{1.87}$$

Y_t ile Y_{t-3} arasındaki kovaryans ise,

$$Cov(Y_t, Y_{t-3}) = E\left[(e_t + \theta_1 e_{t-1} + \theta_2 e_{t-2})(e_{t-3} + \theta_1 e_{t-4} + \theta_2 e_{t-5})\right]$$

$$\gamma_3 = 0 \tag{1.88}$$

O halde k dönem gecikmeli kovaryans,

$$Cov(Y_t, Y_{t-k}) = \gamma_k = 0 \tag{1.89}$$

olur[90].

MA(2) sürecinin otokorelasyon fonksiyonu ise,

$$\rho_1 = \frac{\theta_1(1+\theta_2)}{1+\theta_1^2+\theta_2^2} \tag{1.90}$$

$$\rho_2 = \frac{\theta_2}{1+\theta_1^2+\theta_2^2} \tag{1.91}$$

$$\rho_k = 0 \qquad k>2 \text{ için} \tag{1.92}$$

bulunur[91].

1.11.2.3. MA(*q*) Sürecinin Özellikleri

MA(1) ve MA(2) süreçlerinde sürecin ortalaması, varyansı ve kovaryansları sonlu olduğu ve zamanla değişmediği için durağan oldukları söylenir. Durağan sonlu dereceden bir MA süreci için bu durum her zaman geçerlidir.

---

[90] Sevüktekin ve Nargeleçekenler, a.g.e, s. 144-145.
[91] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 524.

q. dereceden hareketli ortalama süreci,

$$Y_t = \mu + e_t + \theta_1 e_{t-1} + \theta_2 e_{t-2} + ... + \theta_q e_{t-q} \tag{1.93}$$

olarak yazılır[92]. Burada e_t ortalaması sıfır, sabit varyanslı ve korelasyonsuz hata terimi ve (θ_1, θ_2,…, θ_q) parametreleri herhangi bir reel sayıdır.

MA(q) sürecinin ortalaması,

$$E(Y_t) = \mu \tag{1.94}$$

sürecin varyansı,

$$Var(Y_t) = \gamma_0$$

$$= E(Y_t - \mu)^2$$

$$= E\left[e_t^2 + \theta_1^2 e_{t-1}^2 + ... + \theta_q^2 e_{t-q}^2 + 2\theta_1\theta_2 e_{t-1}e_{t-2} + ...\right]$$

$$= \sigma_e^2 + \theta_1^2\sigma_e^2 + ... + \theta_q^2\sigma_e^2$$

$$\gamma_0 = \sigma_e^2(1 + \theta_1^2 + ... + \theta_q^2) \tag{1.95}$$

olur[93].

Hata terimi e_t bağımsız ve korelasyonsuz olarak varsayıldığı için bütün çapraz çarpım terimlerinin beklenen değeri sıfırdır[94].

k=1,2,…,q için,

$$\gamma_i = E[\,(e_t + \theta_1 e_{t-1} + \theta_2 e_{t-2} + ... + \theta_q e_{t-q})(e_{t-k} + \theta_1 e_{t-k-1} + \theta_2 e_{t-k-2} + ... + \theta_q e_{t-k-q})\,]$$

$$= E[\,\theta_k e_{t-k}^2 + \theta_{k+1}\theta_1 e_{t-k-1}^2 + \theta_{k+2}\theta_2 e_{t-k-2}^2 + ... + \theta_q \theta_{q-k} e_{t-k-q}^2\,] \tag{1.96}$$

Farklı tarihlerdeki e_t’lerin çarpımlarının beklenen değeri sıfır olduğu için eşitlikten çıkarılır ve θ_0 birim değer olarak tanımlanır. $k>q$ için, γ_k ’nın tanımından ortak tarihli e_t’ lerin de beklenen değeri sıfır olduğu için eşitlikten çıkarılır[95].

[92] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 522.
[93] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 523.
[94] Griffiths, Hill ve Judge, a.g.e, s. 657.
[95] Sevüktekin ve Nargeleçekenler, a.g.e, s. 147.

Bu durumda,

$$\gamma_i = \begin{cases} (\theta_k + \theta_{k+1}\theta_1 + \theta_{k+2}\theta_2 + ... + \theta_q\theta_{q-i})\sigma_e^2 & k = 1,2,...,q \\ 0 & k \rangle q \end{cases} \tag{1.97}$$

MA(2) sürecindeki denklem (1.85), (1.86) ve (1.87)' de ifade edildiği gibi,

$$\gamma_0 = \sigma_e^2(1 + \theta_1^2 + \theta_2^2)$$

$$\gamma_1 = \sigma_e^2(\theta_1 + \theta_1\theta_2)$$

$$\gamma_2 = \theta_2\sigma_e^2$$

$$\gamma_3 = \gamma_4 = ... = 0 \tag{1.98}$$

$(\theta_1, \theta_2, ..., \theta_q)$ ' nun herhangi bir değeri için MA(q) süreci kovaryans durağan[96] olarak ifade edilir.

MA(q) süreci için otokorelasyon fonksiyonu,

$$\rho_k = \begin{cases} \dfrac{\theta_k + \theta_{k+1}\theta_1 + \theta_{k+2}\theta_2 + ... + \theta_q\theta_{q-k}}{1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + ... + \theta_q^2} & k = 1,2,...,q \\ 0 & k \rangle q \end{cases} \tag{1.99}$$

olur[97]. Burada otokorelasyon fonksiyonu q gecikmeden sonra sıfırdır. Sıfırdan farklı ve çok uzun olmayan gecikmelerde hesaplanan otokorelasyonlar MA sürecinin derecesini belirlemede yardımcı olur[98].

1.11.3. Karma Otoregresif Hareketli Ortalama Süreci (Autoregressive Moving Average Process-ARMA)

Amprik çalışmalarda araştırmacının karşılaştığı durumlardan birisi veri üretme sürecini teşhis etmek ve sonrasında zaman serisi verilerinin gerçekleşmelerini kullanarak karşılık gelen istatistiksel modeli tanımlamaktır.

---

[96] Bir süreç zayıf veya kovaryans durağan ise, Y_t ile Y_{t+k} arasındaki kovaryans gözlemlerin tarihi olan t' ye değil, gözlemlerin zaman ayırımı uzunluğu olan k' ya bağlıdır.
[97] Sevüktekin ve Nargeleçekenler, a.g.e, s. 148.
[98] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 527.

Bir model için hesaplanan otokorelasyonlar (ρ_k) ileri gecikmelerde sıfıra doğru bir azalma gösterir ancak kısmi otokorelasyonların hesaplanmasında çok kısa süreli gecikmelerde kesilme oluyorsa otoregresif sürecin daha baskın olduğu söylenir. Bir zaman serisi verileri için hem otokorelasyon hem de kısmi otokorelasyon fonksiyonları belirli bir gecikmede kesilmeyerek sıfıra doğru çok yavaş hareket edebilir. Bu durumda zaman serisi hem otoregresiflik hem de hareketli ortalama bileşenlerini aynı anda içerebilir. Başka bir ifadeyle zaman serisi modeli hem AR, hem de MA bileşenleri *p*. ve *q*. dereceden olmak üzere ARMA(*p,q*) olarak tanımlanır ve şu şekilde gösterilir[99];

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + ... + \phi_p Y_{t-p} + e_t + \theta_1 e_{t-1} + ... + \theta_q e_{t-q} \tag{1.100}$$

Burada kesme terimi δ , Y_t' nin ortalaması, hata terimi e_t, $E(e_t) = 0$ ve $Var(e_t) = \sigma_e^2$ ile korelasyonsuz rassal değişkenlerdir (Süreç durağan ise ortalama μ ' ye eşittir).

Denklem (1.100)' ün beklenen değeri alındığında,

$$E(Y_t) = \mu = \delta + \phi_1 \mu + ... + \phi_p \mu + 0 + \theta_1 0 + ... + \theta_q 0$$

$$\mu = \frac{\delta}{(1 - \phi_1 - ... - \phi_p)} \tag{1.101}$$

Bu sonuç ayrıca durağanlık için gerekli koşulu da belirtir. Yani,

$$\phi_1 + \phi_2 + ... + \phi_p \langle 1 \tag{1.102}$$

koşulunun sağlanması gerekir[100].

1.11.3.1. ARMA(1,1) Sürecinin Özellikleri

En basit karma otoregresif hareketli ortalama süreci ARMA(1,1)' dir.

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + e_t + \theta_1 e_{t-1} \tag{1.103}$$

Eğer δ = 0 ise özdeş olarak seri Y_t ortalamadan sapma formunda ise sürecin varyansı,

$$\gamma_0 = Var(Y_t) = E(Y_t - \mu)^2$$

[99] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 535.
[100] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 535.

$$\gamma_0 = E(\phi_1 Y_{t-1} + e_t + \theta_1 e_{t-1})^2 = \phi_1^2 \gamma_0 + 2\phi_1 \theta_1 E(Y_{t-1} e_{t-1}) + \sigma_e^2 + \theta_1^2 \sigma_e^2$$

Bu ifade de,

$$E(Y_{t-1} e_{t-1}) = E\left[(\phi_1 Y_{t-2} + e_{t-1} + \theta_1 e_{t-2}) e_{t-1}\right]$$
$$= E(e_{t-1}^2) = \sigma_e^2$$

ile tanımlanır. Bu ifade de e_{t-1}, Y_{t-2} veya e_{t-2} ile korelasyonlu değildir. Yukarıdaki ifade düzenlendiğinde,

$$\gamma_0 (1 - \phi_1^2) = \sigma_e^2 (1 + \theta_1^2 - 2\phi_1 \theta_1)$$

ve $|\phi_1| < 1$ ise varyans,

$$\gamma_0 = \frac{(1 + \theta_1^2 - 2\phi_1 \theta_1)}{(1 - \phi_1^2)} \sigma_e^2 \qquad (1.104)$$

elde edilir[101].

Kovaryanslar ise $\gamma_1, \gamma_2, ..., \gamma_k$ sırasıyla,

$$\gamma_1 = E(Y_{t-1} Y_t) = E\left[Y_{t-1}(\phi_1 Y_{t-1} + e_t + \theta_1 e_{t-1})\right]$$
$$= \left(\frac{(1 + \phi_1 \theta_1)(\phi_1 + \theta_1)}{1 - \phi_1^2} \right) \sigma_e^2$$
$$= \phi_1 \gamma_0 + \theta_1 \sigma_e^2 \qquad (1.105)$$

$$\gamma_2 = E(Y_{t-2} Y_t) = E\left[(Y_{t-2}(\phi_1 Y_{t-1} + e_t + \theta_1 e_{t-1})\right]$$
$$= \phi_1 \gamma_1 \qquad (1.106)$$

ve

$$\gamma_k = \phi_1 \gamma_{k-1} \qquad k \geq 2 \qquad (1.107)$$

Otokorelasyon fonksiyonu,

$$\rho_1 = \frac{\gamma_1}{\gamma_0} = \frac{(1 + \phi_1 \theta_1)(\phi_1 + \theta_1)}{(1 + \theta_1^2 + 2\phi_1 \theta_1)} \qquad (1.108)$$

$$\rho_k = \gamma_k / \gamma_0 = \phi_1 \rho_{k-1} \qquad k \geq 2 \qquad (1.109)$$

olur[102].

---

[101] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 535.
[102] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 536.

ARMA(1,1) süreci AR ve MA bileşenlerinin bir kombinasyonudur. Bu nedenle otokorelasyon fonksiyonu hem AR hem de MA sürecinin özelliklerini birlikte gösterir. MA süreci bir dönemlik belleğe sahip olduğu için, bir gecikmeden sonra AR bileşeninin etkisiyle otokorelasyon fonksiyonu azalan bir davranış sergiler.

1.11.3.2. ARMA(*p*,*q*) Sürecinin Özellikleri

Daha yüksek dereceden süreçler için, ARMA(p,q) sürecinin kovaryansı,

$$\gamma_k = \phi_1\gamma_{k-1} + \phi_2\gamma_{k-2} + ... + \phi_p\gamma_{k-p} \qquad k \geq q+1 \qquad (1.110)$$

Otokorelasyon fonksiyonu,

$$\rho_k = \phi_1\rho_{k-1} + \phi_2\rho_{k-2} + ... + \phi_p\rho_{k-p} \qquad k \geq q+1 \qquad (1.111)$$

ile gösterilebilir. q sürecin hareketli ortalama kısmının belleğidir. $k \geq q+1$ için otokorelasyon fonksiyonu ve kovaryansları pür otoregresif sürecin özelliklerini gösterir[103].

1.11.4. Homojen Durağan Olmayan Süreç (Autoregressive Integrated Moving Average Process-ARIMA)

Seriler durağan sürece sahip olduğu varsayımından hareketle AR, MA ve ARMA süreçleri yukarıda ifade edilmiştir. Ancak gerçek hayattaki zaman serilerinin çoğu zaman boyunca değişen belirli bir stokastik sürecin özelliklerini taşıması nedeniyle durağan değildir[104]. Ancak bu zaman serilerini durağanlaştırmak için serinin bir veya daha fazla farkını almak suretiyle dönüştürme işlemi gerçekleştirilebilir. Böyle zaman serilerine entegre süreç adı verilir.

Genel ifadesi,

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + ... + \phi_p Y_{t-p} + \Delta^d Y_t + e_t + \theta_1 e_{t-1} + ... + \theta_q e_{t-q} \qquad (1.112)$$

şeklindedir. Burada Δ^d entegrasyon işlemi anlamına gelir[105].

d=1 için, $\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$ (1.113)

---

[103] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 537.
[104] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 538.
[105] Johnston ve Dinardo, a.g.e, s. 228.

$d=2$ için, $\Delta^2 Y_t = \Delta(Y_t Y_{t-1}) = Y_t - 2Y_{t-1} + Y_{t-2}$ (1.114)

olur.

1.12. Box- Jenkins (BJ) Yöntemi

Box- Jenkins yaklaşımı, zaman serisi verilerinin analizinde en yaygın kullanılan yöntemlerden biridir[106]. Box-Jenkins yöntemi[107] durağan zaman serilerinin modellemesinde kullanılır. Zaman serisinin modelini kurmada ortaya çıkan problem, en uygun *p*, *d*, *q* değerlerinin seçimidir. Bir seride bu değerlerin bulunmasında Box- Jenkins yöntemi uygulanmaktadır.

Yöntem dört aşamadır[108]:

1. Aşama: Belirlenme

Bu aşamada uygun *p*, *d, q* değerleri belirlenir. Bunun için serinin korelogramı çizilir. Serinin korelogramından MA(*q*), AR(*p*) veya ARMA(*p,q*) süreçlerinden hangisine uygun olduğu tespit edilir. Eğer otokorelasyon fonksiyonu herhangi *q* zirveye sahip ve ondan sonra kesintiye uğruyor ise modelin *q* mertebede MA(*q*), kısmi otokorelasyon fonksiyonu herhangi *p* zirveden sonra kesintiye uğrayıp sıfırlanıyorsa modelin bir AR(*p*) olduğu veya her iki fonksiyonda aşamalı olarak zirveye ulaşıyor ve ondan sonra aynı tarzda azalıyorsa modelin ARMA(*p,q*) olduğu söylenir[109].

2. Aşama: Tahmin

Birinci aşamadaki değerlendirmeler ışığında belirlenen ARIMA modeli tahmin edilir.

3. Aşama: Uygunluk Testi

Bu aşamada tahmin edilen regresyonun (ARIMA modelinin) incelenen seriye uygun olup olmadığı araştırılır. Kalıntılar beyaz gürültü (temiz dizi) özelliğini gösteriyorsa yani sabit bir ortalama ve varyansa sahipse modelin uygunluğuna karar verilir. Bunun için regresyonun hata terimlerinin korelogramı incelenir.

---

[106] Maddala, **Introduction to Econometrics**, s. 542.
[107] Box G.P.E., Jenkins G. M., **Time Series Analysis: Forecasting and Control**, San Francisco, Holden Day, 1976. s. 19.
[108] Recep Tarı, **Ekonometri**, İstanbul, Avcı Ofset, 2005, s. 429-430.
[109] Kutlar, a.g.e, s. 270.

4. Aşama: Öngörü

Tahmin edilen ARIMA modeli ile öngörü yapılmaktadır.

Durağan modeller için otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonlarının teorik davranışı Tablo 1.4’ te gösterilmektedir.

Tablo 1.4 ACF ve PACF’ nin Teorik Davranışları

Model	**Otokorelasyon Fonksiyonu (ACF)**	**Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu (PACF)**
AR(*p*)	Azalarak kaybolur*	*p* gecikme sonra kesilir
MA(*q*)	*q* gecikme sonra kesilir	Azalarak kaybolur
ARMA(*p*,*q*)	Azalarak kaybolur ve *q* gecikme sonra kesilir	Azalarak kaybolur ve *p* gecikme sonra kesilir

* Azalma (yaklaşık olarak) üstel (geometrik) veya bir sinüs dalgası şeklinde olabilir.

Kaynak: Sevüktekin ve Nargeleçekenler, Zaman Serileri Analizi, s. 168.

İKİNCİ BÖLÜM

ZAMAN SERİLERİNDE DURAĞANLIK ANALİZİ

Zaman serisi verileri kullanılan çalışmalarda serilerin durağan (stationary) olmaları önemlidir. Zaman serileri analizinde, durağan olmayan serilerle çalışıldığında, oluşturulacak regresyonun sonuçları gerçekçi olmamaktadır ve durağan olmayan (non-stationary) serilerin kullanılması regresyona tabi tutulan değişkenler arasında sahte (spurious) ilişkiye neden olur. Bu durumda standart t istatistikleri ve R^2 değerleri olduğundan daha yüksek çıkar[1]. Değişkenler arasında anlamlı bir ilişki yoksa bile anlamlı bir ilişki varmış gibi görünür. Bu nedenle, zaman serileri ile çalışırken, öncelikle serilerin durağanlığının test edilmesi gerekmektedir[2]. Ayrıca durağan olmayan serilerde oluşan geçici bir şok kalıcı belleğe neden olur. Bu da serilerin belli bir değere yaklaşmasını yani durağanlığını engeller. Bu sebeplerden ötürü zaman serileri ile çalışıldığında ilk aşamada serilerin durağanlık analizlerinin yapılması gerekmektedir.

Bir zaman serisinin ortalaması, varyansı ve kovaryansı zaman içinde sabit kalıyorsa o serinin durağan olduğu söylenir.

Herhangi bir Y_t serisinin durağan olma şartları şu şekilde özetlenebilir[3]:

Sabit aritmetik ortalama : $E(Y_t) = \mu$

Sabit varyans : $Var(Y_t) = E(Y_t - \mu)^2 = \sigma^2$

Gecikme mesafesine bağlı kovaryans: $\gamma_k = E\left[(Y_t - \mu)(Y_{t-k} - \mu)\right]$ (2.1)

(bütün t değerleri için) k:gecikme mesafesi

Bir durağan zaman serisinde ard arda gelen iki değer arasındaki fark zamanın kendisinden kaynaklanmamakta, sadece zaman aralığından kaynaklanmaktadır. Bundan

[1] Enders, a.g.e, s. 171.

[2] Terzi, H., "Türkiye'de Enflasyon ve Ekonomik Büyüme İlişkisi (1924-2002)", **Gazi Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi**, Sayı: 3, (2004), s. 59-75.

[3] Gujarati, a.g.e, s. 797.

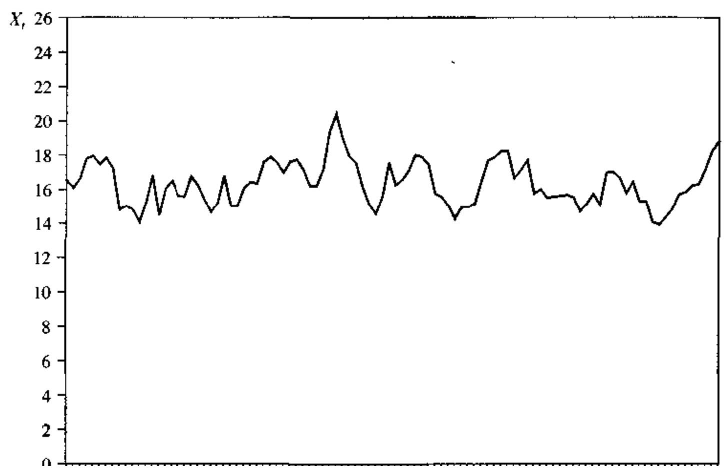
dolayı serinin ortalaması zamanla değişmemektedir. Ancak gerçek dünyadaki zaman serilerinin çoğu durağan değil ve dolayısıyla serilerin ortalaması zamanla değişmektedir. Zaman serilerinin uygun bir modele oturtulabilmesi için bu serilerin önce durağan hale getirilmesi gerekir[4].

Bu koşullardan birisi sağlanmadığında serinin durağan olmadığı söylenir. Durağan olmayan seriler birim kök (unit root) içerirler. Bir serideki birim kök sayısı serinin durağan olana dek alınması gereken fark sayısına eşittir. Y_t serisi 1 farkı alınınca durağan oluyorsa seri 1. dereceden durağandır denir ve I(1) olarak gösterilir. Genel olarak seri *d* kez farkı alınınca durağan oluyorsa seri *d*. dereceden durağandır denir ve I(*d*) ile gösterilir[5].

Bir serinin durağan olup olmadığını anlamanın iki yolu vardır[6]:

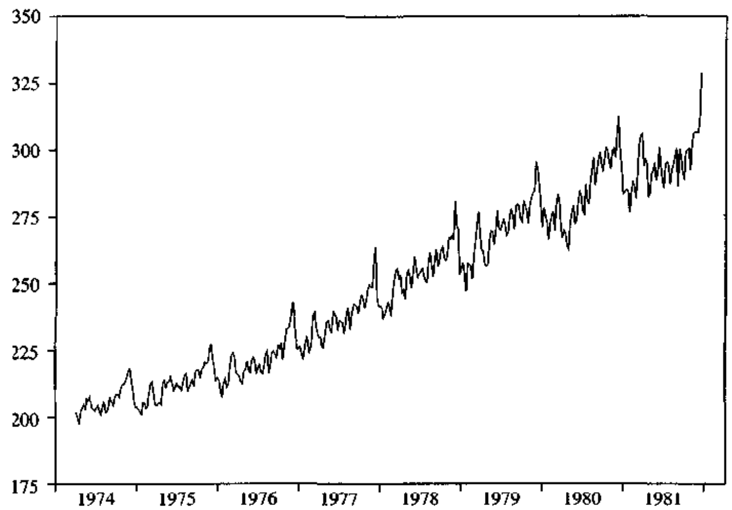
1- Serinin korelogramının incelenmesi,

2- Birim kök testleri uygulanması.



Şekil 2.1 Durağan Bir Zaman Serisi Grafiği
Kaynak: Maddala, Introduction to Econometrics, s. 529.

[4] Kutlar, a.g.e, s. 252.
[5] Gujarati, a.g.e, s. 805.
[6] Johnston ve Dinardo, a.g.e, s. 215.



Şekil 2.2 Durağan Olmayan Bir Zaman Serisi Grafiği
Kaynak: Maddala, Introduction to Econometrics, s. 530.

2.1. Sahte (Spurious) Regresyon

Zaman serisi kullanarak oluşturulan regresyonda durağan olmayan serilerin kullanılması, yapılan tahminde sahte (spurious) regresyonu ortaya çıkarır[7]. Regresyon çıktılarına bakıldığında R^2 yeterince yüksek ve t istatistikleri anlamlıdır, fakat DW (Durbin Watson) istatistik değeri küçüktür. Fakat sonuçların bir ekonomik anlamı bulunmamaktadır. Granger ile Newbold' un önerdikleri gibi[8], $R^2 > DW$ ise tahmin edilen regresyonun sahte olduğundan şüphelenmek için gevşek bir kuraldır.

Durağan olmayan bir zaman serisinin, durağan olmayan bir zaman serisine göre regresyonu oluşturulduğunda standart t ve F sınamaları sınama süreçleri geçerli değildir[9].

2.2. Durağanlık Analizi: Korelogram Testi

Örneklem otokorelasyonlarının, kısmi korelasyonların ve Q istatistiklerinin birlikte hesaplattırıldığı özellikle k sayıda gecikmenin serinin istatistiksel olarak anlamlı bir katsayı üretip üretmediğini korelogram vasıtasıyla takip etmek mümkündür[10]. Korelogram, otokorelasyon fonksiyonunun seçilen gecikme sürecinde tahmin edilen veya hesaplanan değerini AC ile gösterilen sütunda belirtir. Eğer seri belirli bir ortalama

---

[7] Badi H. Baltagi, **A Companion to Theoretical Econometrics**, UK, Blackwell Publishing, 2003, s. 557.
[8] C.W.J. Granger, P. Newbold, "Spurious Regressions in Econometrics", **Journal of Econometrics**, Sayı: 2, (1974), s. 111-120.
[9] Enders, a.g.e, s. 171.
[10] Sevüktekin ve Nargeleçekenler, a.g.e, s. 241.

etrafında dalgalanmıyorsa, yukarıya veya aşağıya doğru eğilimliyse otokorelasyon fonksiyonunun korelogramı yüksek bir değerden başlayıp yavaş yavaş sönüyorsa bu serinin durağan olmadığı düşünülür. AC sütunu sıfıra ne kadar yakınsa söz konusu zaman serisi için durağanlık veya temiz dizi olma özelliği daha fazla ağırlık kazanır. İstatistiksel olarak anlamlı otokorelasyonların varlığı serinin durağan dışılığını yansıtır[11]. Otokorelasyon katsayılarının anlamlılık testleri Q istatistikleri ile gerçekleştirilir.

Korelogramda otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon grafiklerinde kesikli çizgi $\pm(t_t.Se_{ACF(k)})$ ve $\pm(t_t.Se_{PACF(k)})$ güven sınırlarını göstermektedir. Burada t_t 0,05 anlamlılık düzeyinde t tablo değeri (1,96), $Se_{ACF(k)}$ otokorelasyon katsayısının standart hatası, $Se_{PACF(k)}$ kısmi otokorelasyon katsayısının standart hatasıdır[12].

2.2.1. Q İstatistikleri: Portmanteau Testleri

Q istatistikleri bir grup otokorelasyon katsayısının sıfırdan anlamlı bir şekilde farklı olup olmadığını test etmeye yarayan bir istatistiktir[13]. Bu amaçla geliştirilen farklı Q istatistikleri söz konusudur. Özellikle bu istatistiklerden en fazla kullanılan Box-Pierce Q istatistiği ve bu istatistiğin orta sayıdaki veriler için nispeten zayıf olması nedeniyle geliştirilen Ljung-Box Q istatistiğidir. Ekonometri paket programı Eviews' ta kullanılan Q istatistiği de Ljung-Box Q istatistiğidir.

Bu istatistik şu şekilde hesaplanır[14],

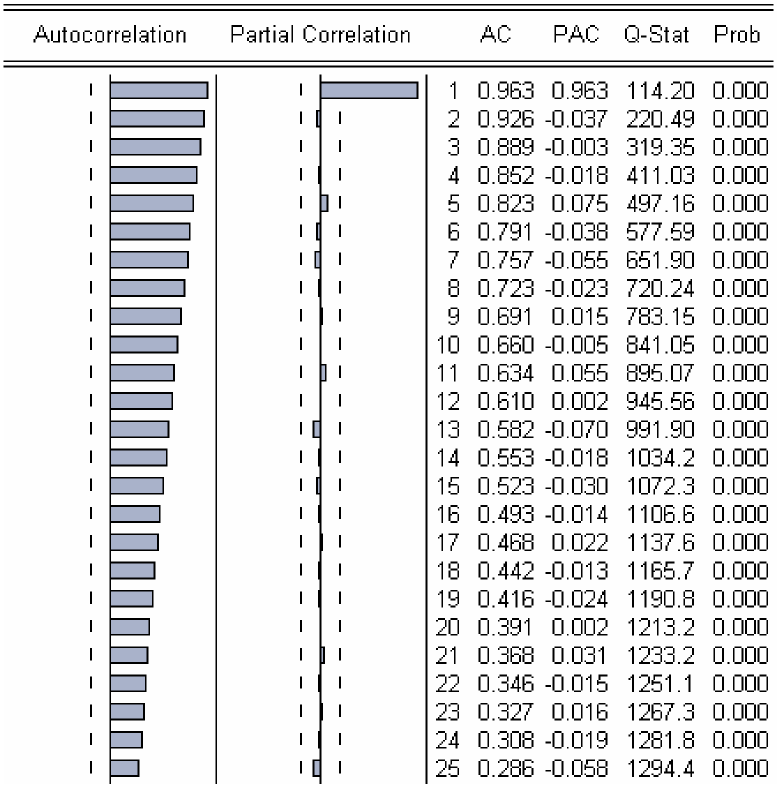
$$\text{LB} = \text{n (n+2)} \sum_{k=1}^{m} \frac{ACF(k)^2}{n-k} \approx \chi_m^2 \qquad (2.2)$$

Bu test istatistiğinin istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığını anlayabilmek için k serbestlik derecesi ile ki-kare tablo değeri karşılaştırılır[15]. Test istatistiği tablo değerinden küçükse Q istatistik değerinin anlamlı olmadığı yani serinin durağan olduğu sonucuna varılır. Eğer hesaplanan Q değeri, seçilmiş anlamlılık düzeyinde ki-kare tablosundaki kritik Q değerini aşarsa bütün örneklem otokorelasyonlarının sıfır

---

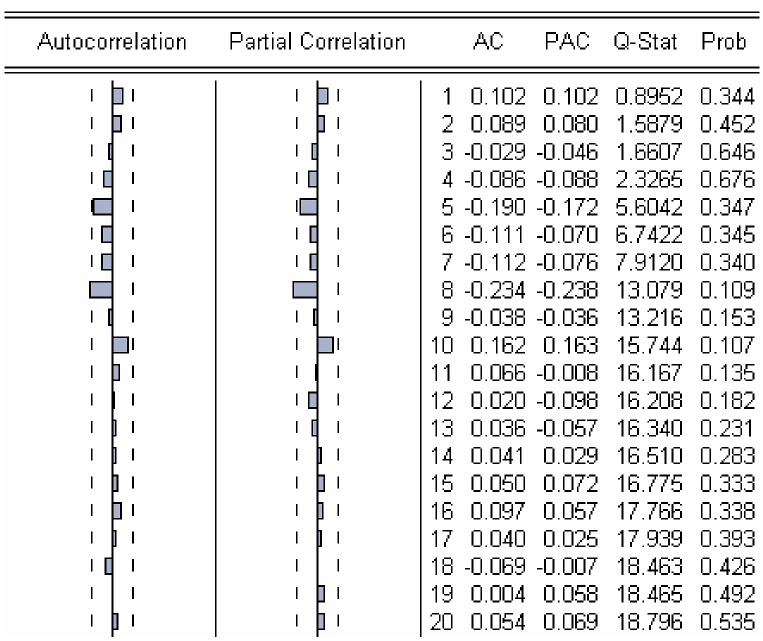
[11] Sevüktekin ve Nargeleçekenler, a.g.e, s. 241.
[12] Sevüktekin ve Nargeleçekenler, a.g.e, s. 229.
[13] Tsay, a.g.e, s. 27.
[14] Tarı, a.g.e, s. 392.
[15] Badi H. Baltagi, **Econometrics**, Berlin Heidelberg, Springer-Verlag, 2008, s. 358.

olduğunu ifade eden sıfır hipotezi reddedilir ve bunların en azından bazılarının önemli olduğu söylenebilir.



Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.963	0.963	114.20	0.000
		2	0.926	-0.037	220.49	0.000
		3	0.889	-0.003	319.35	0.000
		4	0.852	-0.018	411.03	0.000
		5	0.823	0.075	497.16	0.000
		6	0.791	-0.038	577.59	0.000
		7	0.757	-0.055	651.90	0.000
		8	0.723	-0.023	720.24	0.000
		9	0.691	0.015	783.15	0.000
		10	0.660	-0.005	841.05	0.000
		11	0.634	0.055	895.07	0.000
		12	0.610	0.002	945.56	0.000
		13	0.582	-0.070	991.90	0.000
		14	0.553	-0.018	1034.2	0.000
		15	0.523	-0.030	1072.3	0.000
		16	0.493	-0.014	1106.6	0.000
		17	0.468	0.022	1137.6	0.000
		18	0.442	-0.013	1165.7	0.000
		19	0.416	-0.024	1190.8	0.000
		20	0.391	0.002	1213.2	0.000
		21	0.368	0.031	1233.2	0.000
		22	0.346	-0.015	1251.1	0.000
		23	0.327	0.016	1267.3	0.000
		24	0.308	-0.019	1281.8	0.000
		25	0.286	-0.058	1294.4	0.000

Şekil 2.3 Durağan Olmayan Bir Seri Korelogramı



Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.102	0.102	0.8952	0.344
		2	0.089	0.080	1.5879	0.452
		3	-0.029	-0.046	1.6607	0.646
		4	-0.086	-0.088	2.3265	0.676
		5	-0.190	-0.172	5.6042	0.347
		6	-0.111	-0.070	6.7422	0.345
		7	-0.112	-0.076	7.9120	0.340
		8	-0.234	-0.238	13.079	0.109
		9	-0.038	-0.036	13.216	0.153
		10	0.162	0.163	15.744	0.107
		11	0.066	-0.008	16.167	0.135
		12	0.020	-0.098	16.208	0.182
		13	0.036	-0.057	16.340	0.231
		14	0.041	0.029	16.510	0.283
		15	0.050	0.072	16.775	0.333
		16	0.097	0.057	17.766	0.338
		17	0.040	0.025	17.939	0.393
		18	-0.069	-0.007	18.463	0.426
		19	0.004	0.058	18.465	0.492
		20	0.054	0.069	18.796	0.535

Şekil 2.4 Durağan Bir Seri Korelogramı

2.3. Trend Durağanlık ve Fark Durağanlık

Durağan olmayan zaman serilerinde durağan dışılığın nedenleri serilerdeki deterministik trend veya stokastik trenddir. Bir zaman serisinin sahip olduğu deterministik trend yapısı zaman yolu grafiği kullanılarak ortaya konulabilir. Gerçekte durağan bir zaman serisinde; serinin sahip olduğu deterministik trend etkisiyle ortalamasının değişmesi, zaman serisini durağan dışı gösterir. Trend durağan olmayan süreçler için durağanlaştırma iki temel yaklaşımla gerçekleştirilmektedir[16]. Birinci yaklaşım, durağan olmayan zaman serisi için kurulacak regresyon denkleminde, seri trend (zaman) üzerine regrese edilir. Daha sonra bu regresyondan elde edilen kalıntılar üzerinde analizler yapılır. İkinci yaklaşımda ise, zaman serisi modeline trend bir regresör olarak ilave edilerek gerekli analizler yapılır.

$$Y_t = \mu + \beta t + e_t \qquad (2.3)$$

Burada Y_t zaman serisi, t deterministik trend, e_t ~ IID(0, σ^2) durağan stokastik bileşendir[17].

Eğer durağan olmayan zaman serisinde, deterministik trend yoksa stokastik trend olması muhtemeldir. Durağan olmayan zaman serisindeki stokastik trend yapısı dışlanarak seri durağanlaştırılır. Bu durağanlaştırma işlemi fark alma olarak tanımlanmaktadır. Örneğin basit bir pür rassal yürüyüş serisi

$$Y_t = Y_{t-1} + e_t \qquad (2.4)$$

olarak tanımlansın. Burada Y_{t-1} stokastik trend, e_t ~ IID(0, σ^2)' dir. Modelin her iki tarafında birinci fark alındığında varsayım gereği durağan olmayan Y_t serisi durağan hale gelecektir[18].

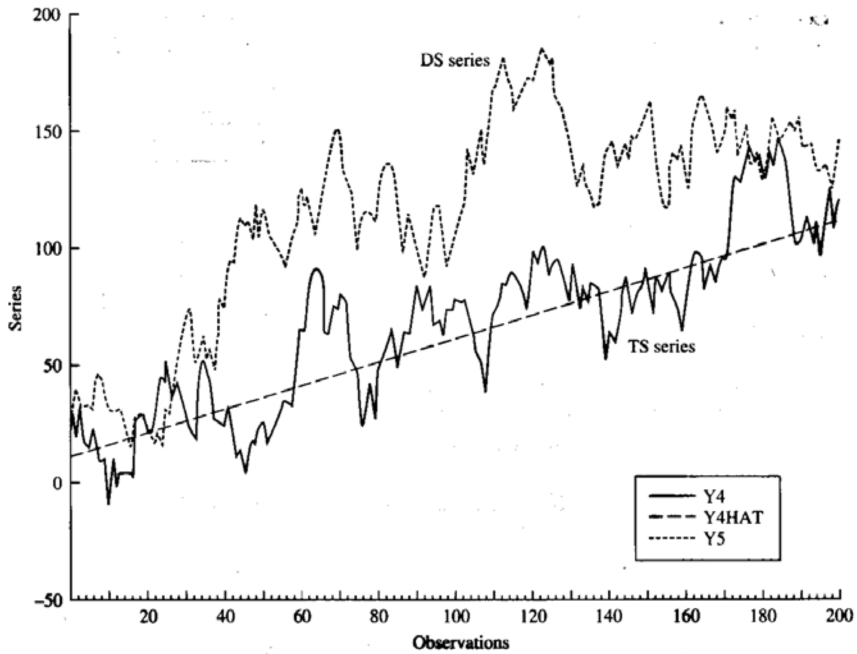
$$Y_t - Y_{t-1} = e_t$$

$$(1 - L)Y_t = e_t$$

$$\Delta Y_t = e_t \qquad (2.5)$$

16 Maddala G. S ve I. M. Kim, **Unit Root Cointegration and Structural Change**, Cambridge, Cambridge University Press, 1998 s. 4.
17 Gujarati, a.g.e, s. 821.
18 Enders, a.g.e, s. 167.

Bu fark alma işlemi ile zaman serisi stokastik bileşenden arındırılarak hata teriminin özelliklerini alması sağlanır[19].



Şekil 2.5 Trend Durağan ve Fark Durağan Seriler

Kaynak: J. Johnston ve J. Dinardo, Econometric Methods, s. 221.

2.4. Durağanlık Analizi: Birim Kök Testi

Bir değişkenin durağan olup olmadığını veya durağanlık derecesini belirlemede kullanılan en geçerli yöntem birim kök testidir[20]. Uygulamada en fazla kullanılan birim kök testleri Dickey Fuller (DF), Genişletilmiş Dickey Fuller (ADF) ve Phillips-Perron (PP) birim kök testleridir. Bu testlerin yanı sıra KPSS (Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin), ADF-GLS (Nokta Optimal) ve Ng-Perron birim kök testleri de kullanılmaktadır.

2.4.1. Dickey-Fuller (DF) Testi

Dickey Fuller (DF) yaklaşımı; serinin birim kök içerdiği (durağan olmadığı) boş hipotezine karşı, birim kök içermediği (durağan olduğu) alternatif hipotezine karşı sınamadır[21]. Bir zaman serisinin uzun dönemde sahip olduğu özellik; değişkenin bir

[19] Johnston ve Dinardo, a.g.e, s. 221.
[20] Gujarati, a.g.e, s. 802.
[21] R. I. D. Harris, **Using Cointegration Analysis in Econometric Modelling**, Londra, Printice Hall, 1995, s. 28.

önceki dönemde aldığı değerinin, bu dönemi nasıl etkilediğinin belirlenmesiyle ortaya çıkarılabilir. Bu nedenle serinin nasıl bir süreçten geldiğini anlamak için, serinin her dönemde aldığı değerin daha önceki dönemlerdeki değerleriyle regresyonunun bulunması gerekmektedir. Bu amaçla geliştirilen birim kök testi ile serilerin durağan olup olmadıkları belirlenebilmektedir.

Y_t değişkeninin bu dönemde aldığı değerin geçen dönemdeki değeri olan Y_{t-1} ile ilişkisi,

$$Y_t = \rho Y_{t-1} + u_t \tag{2.6}$$

şeklinde ifade edilir. Burada u_t kalıntı terimidir. Bu model birinci dereceden otoregresif AR(1) modelidir. Eğer ρ katsayısı bire eşit bulunursa birim kök sorunu (durağan olmama durumu) ortaya çıkmaktadır ve model

$$Y_t = Y_{t-1} + u_t \tag{2.7}$$

şeklini almaktadır. Bu bir önceki dönemde iktisadi değişkenin değerinin ve dolayısıyla o dönemde maruz kaldığı şokun olduğu gibi sistemde kalması anlamına gelir. Bu şokların kalıcı nitelikte olması serinin durağan olmaması ve zaman içinde gösterdiği trendin stokastik olması anlamına gelir. Eğer ρ katsayısı birden küçük çıkarsa, geçmiş dönemlerdeki şoklar belli bir süre etkilerini sürdürseler de, bu etki giderek azalacak ve kısa bir dönem sonra tamamen ortadan kalkacaktır[22].

(2.6) nolu denklem başka bir biçimde şu şekilde de yazılabilir:

$$\Delta Y_t = (\rho - 1) Y_{t-1} + u_t$$
$$= \varphi\, Y_{t-1} + u_t \tag{2.8}$$

$\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$' dir. Bu durumda artık sıfır hipotezi $\varphi = 0$ olarak tanımlanır. $\rho = 1$ olduğunda $\varphi = 0$ olacaktır ve böylece

$$\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1} = u_t \tag{2.9}$$

olacağından, Y_t serisinin birinci farkları durağan olacaktır[23].

Denklem (2.6)' ya göre H_0: $\rho = 1$ ve denklem (2.8)' e göre $H_0 : \varphi = 0$ olup, ilgili hipotezler durağan olmama durumunu ifade eder. Bunun için uygulanan test Dickey-Fuller (DF) testidir. Bu testte bilinen *t* istatistiği, τ (tau) istatistiği (DF-test istatistiği)

[22] Tarı, a.g.e, s. 393-394.
[23] Gujarati, a.g.e, s. 814.

olarak adlandırılır ve τ istatistiklerinin değerlendirilmesinde bilinen t testi yapılamaz (çünkü hesaplanan t değeri büyük örneklerde bile t dağılımına uymaz)[24]. Bu nedenle τ istatistiği MacKinnon kritik değerleri ile karşılaştırılır. τ (tau) istatistiklerinin kritik değerleri Dickey ve Fuller tarafından Monte Carlo benzetimleriyle tablolaştırılmıştır[25]. Eğer τ istatistiği mutlak değerce ($|\tau|$) MacKinnon kritik değerinin mutlak değerinden küçükse, H_0 hipotezi reddedilemez ve serinin durağan olmadığı (birim kök içerdiği) sonucuna varılır[26].

Dickey-Fuller testinde kullanılan başlıca regresyon kalıpları şunlardır:

Sabit terimsiz model : $\Delta Y_t = \varphi Y_{t-1} + u_t$ (2.10)

Sabit terimli model : $\Delta Y_t = \beta_0 + \varphi Y_{t-1} + u_t$ (2.11)

Sabit terimli ve trendli model : $\Delta Y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \varphi Y_{t-1} + u_t$ (2.12)

Burada t zaman ya da genel eğilim değişkenidir. Eğer u_t hata terimi ardışık bağımlı ise kullanılacak regresyon modeli aşağıdaki gibidir:

$$\Delta Y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \varphi Y_{t-1} + \alpha_i \sum_{i=1}^{m} \Delta Y_{t-i} + u_t \qquad (2.13)$$

bu modele DF sınaması uygulanırsa, buna Genişletilmiş Dickey Fuller (ADF) sınaması adı verilir[27].

Dickey Fuller testinde kullanılan yukarıdaki üç model için sırasıyla $\hat{\tau}$, $\hat{\tau}_\mu$ ve $\hat{\tau}_\beta$ istatistikleri kullanılır[28].

Birçok iktisadi zaman serisi durağan sürece sahip olmazlar, dolayısıyla belli bir zaman sürecinde stokastik (olasılıklı) olarak değişen trend etrafında dağılırlar. Böyle süreçlerin 1. dereceden bütünleşik (entegre) olduğu söylenir ki bu onların otoregresif yapılarının bir birim köke sahip olduğu anlamındadır. Bu çeşit durağan olmama durumu tüm değişkenlerin birinci farklarının alınmasıyla sıklıkla ortadan kaldırılır[29]. Bir serinin

---

[24] Enders, a.g,e, s. 182.

[25] D.A. Dickey, W.A. Fuller, "Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root", **Journal of the American Statistical Association**, Sayı: 74, No. 366, (1979), s. 427-431.

[26] Tümay Ertek, **Ekonometriye Giriş**, İstanbul, Beta Yayınları, 1996, s. 387.

[27] Gujarati, a.g.e, s. 817.

[28] Enders, a.g,e, s. 182.

[29] Bentzen Jan ve Engsted Tom, "Short and Long Run Elasticities in Energy Demand: A Cointegration Approach", **Institute Of Economics Aarhus School of Business**, Sayı: 18, (1992), s. 2.

birinci farkı durağan ise bu seriye birinci dereceden bütünleşik seri denir ve I(1) ile gösterilir. Eğer seriyi durağan yapmak için iki defa fark almak gerekiyorsa (yani farkın farkını almak gerekiyorsa) I(2) ve *d* fark almak gerekirse I(*d*) olarak yazılır. Böylece durağan olmayan bir seri farkları alınarak durağan hale getirilir[30].

Bir bütünleşik zaman serisi stokastik bir trende ya da bir birim köke sahiptir. Durağan olmayan bütünleşik seriler, zaman serilerindeki herhangi bir şokun sürekli olacağının göstergesidir. Durağan seriler bir şoktan sonra ortalamasına geri döner. Ancak bütünleşik zaman serileri uzun dönemde bile şok öncesi düzeylerine geri dönemezler[31].

2.4.1.1. $\hat{\tau}$ Sınaması

Bir test istatistiği ve uygun bir alternatif seçerken, zaman serilerinin niteliği göz önüne alınmalıdır. Kesmesi olmayan

$Y_t = \rho\, Y_{t-1} + u_t$ $\rho = 1$ olan AR(1) modeli için, modelin her iki yanından Y_{t-1} çıkarıldığında ve $\varphi = \rho - 1$ tanımı yapıldığında,

$$\Delta Y_t = \varphi\, Y_{t-1} + u_t \qquad (2.14)$$

olur. $\rho = 1$ ise yani birim kök varsa $\varphi = 0$ olur.

$H_0: \ \varphi = 0 \Rightarrow Y_t = Y_{t-1} + u_t$ ve seri I(1)

$H_1: \ \varphi < 0 \Rightarrow \rho < 1$

DF sınamasında sabit terimsiz modelde, boş ve alternatif hipotezler bu şekilde olmaktadır. Alternatif hipotezin $\varphi < 0$ olması nedeniyle kritik değerler negatiftir[32].

2.4.1.2. Φ_1 ve Sınaması $\hat{\tau}_\mu$ Test İstatistikleri

Birim kök sınamasında ele alınan üç farklı modeldeki katsayıların birlikte anlamlılığının testine izin veren bir test olan Φ testi, Dickey-Fuller tarafından

[30] Tarı, a.g.e, s. 405.
[31] Patterson, a.g.e, s. 210.
[32] Patterson, a.g.e, s. 227-228-229.

geliştirilmiş olup, kısıtlı ve kısıtsız modellerin karşılaştırılmasına yönelik bir F istatistiğidir[33].

$\hat{\tau}$ testi için geçerli hipotez $\Delta Y_t = \varphi\, Y_{t-1} + u_t$ şeklinde ifade edilmiştir. Bu regresyon kısıtlayıcıdır. Çünkü hem boş hipotez hem de alternatif hipotez altında Y_t sıfır ortalamaya sahiptir. Bu durum özellikle alternatif hipotez altında kısıtlayıcıdır. Çünkü durağan bir süreç sık sık ortalamasını aşağıdan ve yukarıdan kesmektedir. Dolayısıyla eğer Y_t' nin ortalaması sıfırdan farklı ise $\hat{\tau}$ testi için geçerli regresyon $\Delta Y_t = \varphi\, Y_{t-1} + u_t$ uygun bir başlangıç noktası değildir. Geçerli regresyon kesme içerecek şekilde genişletilmelidir. Bu şekilde alternatif hipotezin sıfırdan farklı bir ortalamaya sahip olmasına olanak tanınmış olur[34].

Geçerli regresyon şöyle olur,

$$Y_t = \beta_0 + \rho\, Y_{t-1} + u_t \tag{2.15}$$

Bu ifade yeniden

$$\Delta Y_t = \beta_0 + \varphi\, Y_{t-1} + u_t \tag{2.16}$$

şeklinde yazılabilir. Burada $\varphi = \rho - 1$ olarak tanımlanır. Burada geçerli regresyon alternatif hipotez altında Y_t' nin sıfırdan farklı bir ortalamaya sahip olmasına olanak tanınmış olur. Çünkü $|\rho| < 1$ ise u_t' nin beklenen değeri sıfıra eşitlendiğinde, uzun dönemde $Y_t = \beta_0 / (1-\rho)$ olacaktır. Bu ifade $\beta_0 \neq 0$ olduğunda sıfırdan farklıdır. Bu regresyon için uygun boş hipotez[35],

$H_0 : \beta_0 = 0$ ve $\varphi = 0$ olmaktadır. Bu boş hipotez altında Y_t pür rassal yürüyüş[36] tarafından yaratılmaktadır, yani kayma yoktur. Dolayısıyla Y_t eşit olasılıkla pozitif veya negatif bir yürüyüş sergileyebilir. Önceden yürüyüşün ne yönde olacağını bilmek mümkün değildir.

$$H_0 : \beta_0 = 0 \text{ ve } \varphi = 0$$

---

[33] Hilal Bozkurt, **Zaman Serileri Analizi**, Bursa, Ekin Kitabevi, 2007, s. 37.
[34] Patterson, a.g.e, s. 230.
[35] Patterson, a.g.e, s. 230.
[36] $\Delta Y_t = \beta_0 + \varphi\, Y_{t-1} + u_t$ idi. $\beta_0 = 0$ ve $\varphi = 0$ olması halinde $\Delta Y_t = u_t$ yani $Y_t - Y_{t-1} = u_t$. Bu ifade $Y_t = Y_{t-1} + u_t$ yani pür rassal yürüyüş sürecidir.

$H_1 : \beta_0 \neq 0$ ve/veya $\varphi \neq 0$

olacaktır[37].

Bu alternatif hipotez altında üç olasılık söz konusudur:

$H_1 : \beta_0 \neq 0$ ve $\varphi \neq 0$ (durağan)

$H_1 : \beta_0 \neq 0$ ve $\varphi = 0$ (kayan rassal yürüyüş)[38]

$H_1 : \beta_0 = 0$ ve $\varphi \neq 0$ (durağan)

Burada $\beta_0 = 0$ ve $\varphi = 0$ ya da $\beta_0 \neq 0 / \beta_0 = 0$ ve φ<0 olarak beklenir. Gerçekte kayan rassal yürüyüş biçimsel olarak devre dışı bırakılmasa da $\varphi = 0$ iken $\beta_0 \approx 0$ olması beklenir. Aksi halde seride gözle görülür bir trend olacaktır ve bu durumda geçerli olduğu ileri sürülen hipotez doğru başlangıç noktası olmayacaktır.

DF Φ_1 sınaması kullanılarak birleşik boş hipotez testi uygulanır. Eğer boş hipotez ($H_0 : \beta_0 = 0$ ve $\varphi = 0$) reddedilmezse, $\beta_0 = 0$ reddedilmemiş olduğundan kesme içermeyen en kısıtlı modele ($Y_t = \rho Y_{t-1} + u_t$) geçmek mümkündür[39].

2.4.1.3. Φ_3 ve Sınaması $\hat{\tau}_\beta$ Test İstatistikleri

$\hat{\tau}$ ve $\hat{\tau}_\mu$ test istatistiklerinin alternatif hipotezlerindeki modeller ekonomik zaman serilerinin tipik özelliği olan trend davranışını içermemektedir. $\hat{\tau}$ ve $\hat{\tau}_\mu$ için birim kökün alternatifi sırası ile $Y_t = \rho Y_{t-1} + u_t$ ve $Y_t = \beta_0 + \rho Y_{t-1} + u_t$' de $|\rho|$<1 olmasıdır. Ancak bu modellerde trend yaratmak için bir mekanizma yoktur; uzun dönemde Y_t bir sabit sayı olan $\beta_0 / (1 - \rho)$' a doğru yönelme eğilimindedir[40]. Eğer verilerde trend varsa $\hat{\tau}$ ve $\hat{\tau}_\mu$ geçerli bir başlangıç noktası değildir. Daha uygun geçerli regresyon,

$$\Delta Y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \varphi Y_{t-1} + u_t \qquad (2.17)$$

[37] Bozkurt, a.g.e, s. 38.

[38] Pür rassal yürüyüş sürecine kesme terimi eklenerek, $Y_t = \beta_0 + Y_{t-1} + u_t$ şeklini alır. Burada β_0 bir kayma terimidir. u_t' nin belirli gerçekleşmesi ne olursa olsun Y_{t-1} ile kıyaslandığında Y_t' deki değişme β_0 kadar olacaktır.

[39] Patterson, a.g.e, s. 232.

[40] Patterson, a.g.e, s. 230.

olacaktır[41]. Burada $\varphi = \rho$ -1' dir. Boş hipotez,

$$H_0 : (\beta_0, \beta_1, \varphi) = (\beta_0, 0, 0)$$

şeklinde yazılabilir. Bu sıfır hipotezi, $\varphi = 0$ olması nedeniyle birim kök vardır, β_1 =0 olması nedeniyle deterministik trend yoktur anlamına gelmektedir. Bu boş hipotez üç nedenden biri ile reddedilebilir:

$H_{1a} : (\beta_0, \beta_1, \varphi) = (\beta_0, \beta_1, \varphi)$ birim kök yok, deterministik trend var.

$H_{1b} : (\beta_0, \beta_1, \varphi) = (\beta_0, \beta_1, 0)$ birim kök ve deterministik trend var.

$H_{1c} : (\beta_0, \beta_1, \varphi) = (\beta_0, 0, \varphi)$ birim kök ve deterministik trend yok.

Bu şekilde alternatif hipotezlerden herhangi birinin doğru olması nedeniyle H_0 reddedilebilir. Bu alternatif hipotezlerden sadece biri birim köklüdür.

$H_{1b} : \varphi = 0$ ve $\beta_1 \neq 0$. Bu hipoteze göre $\Delta Y_t = \beta_0 + \beta_1 t + u_t$' dir. Bu durum fark entegre edildiğinde Y_t' nin düzeyinin $\beta_0 t$ cinsinden bir terim ve $\beta_1 t^2$ cinsinden bir terim içereceği anlamına gelir. Düzeyde bu durumun ortaya çıkması pek muhtemel değildir. Geriye H_{1a} ve H_{1c} kalmaktadır. Bu iki alternatif hipotez birim kökü reddetme açısından birbirine benzemekte ancak deterministik trend açısından birbirinden ayrılmaktadır. H_{1a}' da deterministik trend vardır, H_{1c}' de deterministik trend yoktur. Eğer serinin zaman yolu grafiğinden deterministik trend içerdiği açıkça gözleniyorsa H_{1c} pek muhtemel değildir. Çünkü H_{1c}' de trend yaratacak bir mekanizma yoktur. Bu durumda boş hipotezi reddetmeye yönelik sadece H_{1a} kalmaktadır. Yani Y_t deterministik bir trend etrafında durağandır.

Bir test istatistiği ve uygun alternatif seçimi yapılırken, serinin niteliği göz önüne alınmalıdır. Örneğin seride bir trend mevcutsa, uygun başlama noktası kesme ve deterministik trend içeren geçerli regresyon, Φ_3 ve sınaması $\hat{\tau}_\beta$ test istatistikleridir. Seride açıkça bir trend yoksa ve alternatif hipotez altında ortalama sıfırdan farklı ise Φ_1

[41] Patterson, a.g.e, s. 233.

ve sınaması $\hat{\tau}_{\mu}$ test istatistikleri uygun başlangıç noktasıdır. Seride açıkça görünen bir trend yok ve alternatif hipotez altında ortalama sıfır ise $\hat{\tau}$ istatistikleri uygun başlangıç noktası olacaktır. Serilerin zaman yolu grafiğine bakılarak ve düzey ve birinci fark otokorelasyonlarının grafiği çizilerek hangi test istatistiği ve uygun alternatifin seçileceğine şekilsel olarak karar verilebilir[42].

2.4.1.4. DF Testleri İle Birleşik Hipotez Testi

Dickey ve Fuller[43] çalışmalarında β_0, β_1 ve φ parametrelerini birleşik olarak test etmek için geleneksel ekonometride Wald-F istatistiği olarak bilinen aşağıdaki test sürecini önermiştir:

$$F = \frac{(SSR_r - SSR_u)/r}{SSR_u/(T-k)} \tag{2.18}$$

Burada, SSR_r kısıtlı denklemin kalıntı kareler toplamı, SSR_u kısıtsız denklemin kalıntı kareler toplamı, T gözlem sayısı, k kısıtsız denklemdeki katsayıların sayısı, r kısıtların sayısıdır[44].

2.4.2. Genişletilmiş Dickey-Fuller (ADF) Testi

AR(p) süreci şu şekilde ifade edildiğinde,

$$Y_t = \mu + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \ldots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t \tag{2.19}$$

verileri yaratan süreç denklem (2.19) olmasına rağmen AR(1) modeli,

$$Y_t = \mu + \phi_1 Y_{t-1} + v_t \tag{2.20}$$

kullanılmış ise, bu halde

$$v_t = \phi_2 Y_{t-2} + \ldots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t \tag{2.21}$$

olacak ve v_t ile v_{t-1}' in k>1 için otokorelasyonları, gecikmeli Y_t değerlerinin mevcudiyeti nedeniyle, sıfırdan farklı olacaktır. Bu nedenle AR(1) modelinin uygun olup olmadığı konusunda, modelin kalıntılarının otokorelasyonu incelenerek yardım alınabilir. Sıfırdan farklı otokorelasyonlar var ise AR modelinin derecesi arttırılabilir[45]. Alternatif olarak

---

[42] Patterson, a.g.e, s. 233-234.
[43] D.A Dickey ve W.A Fuller, "Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root" **Econometica**, Sayı: 49, (1981), s. 1057-1072.
[44] Bozkurt, a.g.e, s. 37-38.
[45] Patterson, a.g.e, s. 238-239.

modelde yer alan gecikmelerin istatistiksel anlamlılıklarına dayanan genelden özele yaklaşımı kullanılmasıdır. Bu yaklaşımda yüksek bir gecikme derecesi belirlenerek kalıntılarda sıfırdan farklı otokorelasyon olmayıncaya dek gecikme derecesi azaltılarak uygun model geliştirilebilir[46]. Literatürde gecikme uzunluğunun belirlenmesinde çeşitli kriterler de kullanılmaktadır. Bunlardan en çok kullanılanları, Akaike Bilgi Kriteri (AIC) ve Schwarz Bilgi Kriteri (SIC)' dir. Bilgi kriterleri otoregresif gecikmenin derecesini belirlerken fonksiyonel biçimdeki gecikmelerin sayısını mümkün olduğunca minimize etmeye çalışmaktadır.

Uygun gecikme sayısı için aşağıdaki ifade kullanılır[47]:

$$IC(p) = T \ln \hat{\sigma}^2(p) + p\left[f(T)\right] \qquad p=1,\ldots,p^* \qquad (2.22)$$

Burada, $\hat{\sigma}^2(p)$, p gecikmede hesaplanan varyans değeri, $p\left[f(T)\right]$ modelin artan gecikmeleri için ceza fonksiyonudur. $f(T)$' nin farklı seçimleri farklı bilgi kriterlerini vermektedir. Akaike Bilgi Kriteri (AIC) için $f(T)=2$ alınırken, Schwarz Bilgi Kriteri (SIC) için $f(T)=ln(T)$ alınmaktadır. Asimptotik olarak($T \to \infty$) SIC bilgi kriteri, AIC bilgi kriterine göre daha doğru sonuçlar verir ancak sonlu örneklemlerde AIC bilgi kriteri çok sık başvurulan bir yöntemdir.

$p>1$ olduğunda AR(2) modeli ele alındığında,

$$Y_t = \mu + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \varepsilon_t \qquad (2.23)$$

Bu ifade

$$Y_t = \mu + (\phi_1 + \phi_2) Y_{t-1} - \phi_2 (Y_{t-1} - Y_{t-2}) + \varepsilon_t \qquad (2.24)$$

ile aynıdır. Her iki taraftan Y_{t-1} çıkarıldığında,

$$\Delta Y_t = \mu + \varphi Y_{t-1} + \alpha_1 \Delta Y_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (2.25)$$

ifadesine ulaşılır. Burada $\varphi = \phi_1 + \phi_2 - 1$ ve $\alpha_1 = -\phi_2$ dir[48]. Buradan AR sürecinin derecesi iki ise regresyon modeline ΔY_{t-1} teriminin eklenmesi gerektiği sonucuna varılır. Standart DF modeli α_1 katsayılı ΔY_{t-1} ile "*genişletilmiş*" tir[49].

[46] Sevüktekin ve Nargeleçekenler, a.g.e, s. 290-291.
[47] Patterson, a.g.e, s. 239.
[48] Patterson, a.g.e, s. 240.
[49] Gujarati, a.g.e, s. 817.

Genel olarak ADF(p) modeli,

$$\Delta Y_t = \mu + \varphi Y_{t-1} + \sum_{j=1}^{p} \alpha_j \Delta Y_{t-j} + \varepsilon_t \tag{2.26}$$

şeklini alır.

Modele deterministik trend ilave edildiğinde,

$$\Delta Y_t = \mu + \varphi Y_{t-1} + \sum_{j=1}^{p} \alpha_j \Delta Y_{t-j} + \beta t + \varepsilon_t \tag{2.27}$$

olur ve tüm test prosedürleri aynı şekilde uygulanır[50].

Uygulamada en çok kullanılan birim kök testi Dickey-Fuller birim kök testidir. Ancak literatürde başka birim kök testleri de mevcuttur[51].

2.4.3. Phillips-Perron (PP) Testi

Zaman serilerinin bir çoğunun durağan bir sürece sahip olmamaları, birim kök hipotezini inceleyen istatistiki testlere olan ilgiyi arttırmıştır[52].

Dickey-Fuller birim kök testi hata terimlerinin istatistiki olarak bağımsız olduklarını ve sabit varyansa sahip olduklarını varsayar. Genişletilmiş Dickey Fuller testi, modele gecikmeli değerler ekleyerek Dickey-Fuller testini otokorelasyon problemine karşı düzeltmiştir. Phillips-Perron birim kök testi ise hata teriminin zayıf derecede bağımlı olmasına ve heterojen olarak dağılmasına izin vermektedir[53]. Bu sayede otokorelasyon sorunu ortaya çıkmamaktadır.

Phillips ve Perron (1988) Dickey-Fuller' ın hata terimleri ile ilgili varsayımını genişletmişlerdir.

Bu durumu daha iyi anlamak için şu regresyonlar dikkate alınır[54],

$$y_t = \hat{\mu} + \hat{\alpha} y_{t-1} + \hat{u}_t \,,$$

$$y_t = \tilde{\mu} + \tilde{\beta}(t - \frac{1}{2}T) + \tilde{\alpha} y_{t-1} + \tilde{u}_t \tag{2.28}$$

---

[50] Patterson, a.g.e, s. 240.
[51] Sevüktekin ve Nargeleçekenler, a.g.e, s. 304.
[52] Bozkurt, a.g.e, s. 41.
[53] Enders, a.g.e, s. 229.
[54] Peter C. B. Phillips, Pierre Perron, "Testing for a Unit Root in Time Series Regression", **Biometrika**, Sayı: 75, (1988), s. 335-346.

Burada T gözlem sayısını u_t hata terimlerinin dağılımını göstermekte olup bu hata teriminin beklenen değeri sıfıra eşittir ($E(u)$=0). Fakat burada hata terimleri arasında içsel bağlantının (serial correlation) olmadığı veya homojenlik varsayımı gerekli değildir. Phillips-Perron birim kök testi test istatistikleri Genişletiliş Dickey-Fuller (ADF) test istatistiği için kullanılan kritik tablo değerleri ile karşılaştırılarak sıfır hipotezleri kabul veya reddedilir. Buna göre serilerin durağan olup olmadıklarına karar verilir. Phillips-Perron denklemlerdeki $\hat{\alpha}$ ve $\tilde{\beta}$ katsayılarının testi için test istatistiklerini oluşturmuşlardır. Phillips ve Perron, katsayıların

$$y_t = y_{t-1} + \hat{u}_t \tag{2.29}$$

sürecinde oluştuğu hakkındaki H_0 hipotezini test etmek için Dickey Fuller' in τ istatistiğinin geliştirilmiş bir biçimini üretmişlerdir[55].

2.4.4. KPSS Testi

KPSS (Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin) testinde amaç gözlenen serideki deterministik trendi arındırarak serinin durağan olmasını sağlamaktır[56]. Bu testte kurulan birim kök hipotezi ADF testinde kurulan hipotezlerden farklıdır. Sıfır hipotezi serinin durağan olduğunu ve birim kök içermediğini, buna karşın alternatif hipotez ise seride birim kök olduğunu ve durağan olmadığını ima eder. Boş hipotezdeki durağanlık trend durağanlıktır. Çünkü seriler trendden arındırılmışlardır. Trendden arındırılan seride birim kök olmaması, serinin trend durağanlığını gösterir. KPSS testinin en önemli özelliği 1 veya daha büyük bir MA yapısı içeren serilerde ADF' nin aksine gücünün azalmamasıdır[57].

KPSS testi LM_c testi ile benzer biçimde belirlenmektedir[58]. Dolayısıyla LM istatistiğinin oluşumu önemlidir. LM testinde boş hipotez, rassal yürüyüşün sıfır

---

[55] A. Karun Nemlioğlu, **Birim Kök Analizinin Temelleri**, İstanbul, Beşir Kitabevi, 2005, s. 31.
[56] Denis Kwiatkowski & Peter C.B. Phillips & Peter Schmidt and Yongcheol Shin, "Testing the Null Hypothesis of Stationarity Against the Alternative of a Unit Root: How Sure Are We That Economic Time Series Have a Unit Root?", **Journal of Econometrics**, Sayı: 54, (1992), s. 159-178.
[57] Schwert G., "Tests for Unit Roots: A Monte Carlo Investigation", **Journal of Business and Economic Statistics**, Sayı: 7, (1989), s. 147-159.
[58] Patterson, a.g.e, s. 269.

varyansa sahip olduğunu ve serinin deterministik trend, rassal yürüyüş ve durağan kalıntılar toplamından oluştuğunu ima eder,

$$Y_t = \beta t + w_t + e_t \qquad (2.30)$$

$$w_t = w_{t-1} + u_t \qquad (2.31)$$

Burada w_t modelin rassal yürüyüşü, t deterministik trend, e_t durağan kalıntıları ($e_t \sim$ IIDN$(0, \sigma_e^2)$ ve $u_t \sim$ IID$(0, \sigma_u^2)$ göstermektedir. Durağanlık hipotezinde u_t' nin varyansının sıfır olduğunu (σ_u^2=0) varsayar.

KPSS test istatistiğinin hesaplanabilmesi için, seri regresyon yöntemiyle deterministik trendden ve kesme teriminden arındırılarak bu denklemden elde edilen kalıntıların varyansının sıfıra eşit olup olmadığını sınayan şu test istatistiği hesaplanır:

$$\hat{\eta} = T^{-2} \sum_{t=1}^{T} S_t^2 / s^2(l) \qquad (2.32)$$

Burada S_t kalıntıların kümülatif toplamı, $s^2(l)$ kalıntılar birbirleriyle korelasyonlu olabilecekleri için tutarlı bir uzun dönemli varyans tahmincisidir ve aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$S_t = \sum_{t=1}^{T} e_t \qquad t=1,2,\ldots,T \qquad (2.33)$$

$$s^2(l) = T^{-1} \sum_{t=1}^{T} e_t^2 + 2T^{-1} \sum_{s=1}^{l} w(s,l) \sum_{t=s+1}^{T} e_t e_{t-s} \qquad (2.34)$$

Burada $w(s,l)$, Bartlett penceresidir ve şu şekilde tanımlanır[59]:

$$w(s,l) = 1 - s/(l+1) \qquad (2.35)$$

[59] Kwiatkowski and et. al, a.g.m, s. 164.

2.4.5. ADF-GLS (Nokta Optimal) Testi

ADF-GLS (Nokta Optimal) Birim Kök Testi uygulanması için serilerde, deterministik trend veya kesmenin olması koşulu aranmaktadır[60]. ADF-GLS (Genelleştirilmiş En Küçük Kareler ADF) için kullanılan model kalıbı,

$$y_t = d_t + \alpha y_{t-1} + \varepsilon_t \tag{2.36}$$

Burada d_t deterministik kısım ve ε_t gözlenemeyen ancak ortalaması sıfır varsayılan hata sürecidir. ADF-GLS testi için kurulacak hipotez,

$$H_0 : \alpha = 1$$
$$H_1 : \alpha = \tilde{\alpha} < 1$$

şeklindedir. Burada $\tilde{\alpha} = 1 + \bar{c}/T$ olarak hesaplanmaktadır. Seride kesme ve trend gözleniyorsa $\bar{c}$ = -13,5 alınır. Seride sadece kesmenin olması durumunda $\bar{c}$ = -7,0 alınmaktadır. ADF-GLS testi uygulanabilmesi için serinin kesme ve trendden arındırılması gerekmektedir. Trendden arındırma işlemi için $y_t^d = y_t - \beta' z_t$ olmak üzere, burada z_t =(1,*t*)' olarak hesaplanmaktadır (z_t , 1' ler ve deterministik trendden oluşan vektördür). Seride trend yoksa sadece kesme varsa o zaman bu vektör z_t =(1)' olacaktır.

$$\tilde{y}_t = y_t - \beta' z_t \tag{2.37}$$

modeli OEKK (Olağan En Küçük Kareler) yöntemi ile tahmin edilir.

Nokta Optimal testi,

$$P_T = \left[S(\overline{\alpha}) - \overline{\alpha} S(1) \right] / s_{AR}^2 \tag{2.38}$$

şeklinde hesaplanır. Burada $S(\overline{\alpha})$ kalıntı kareleri toplamı, $S(1)$, $\alpha = 1$ boş hipotezi tahmin edildikten sonra elde edilen kalıntı kareleri toplamıdır. β' ' yi bulabilmek için $\tilde{y}_t$ üzerine $\tilde{z}_t$ regrese edilmelidir.

---

[60] G. Elliott, T. J. Rothenberg ve J. H. Stock, "Efficient Tests for an Autoregressive Unit Root" **Econometrica**, Sayı: 64, (1996), s. 813-836.

$\tilde{y}_t$ ve $\tilde{z}_t$ şöyle tanımlanır,

$$(\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, ..., \tilde{y}_t) = (y_1, (1-\tilde{\alpha}L)y_2, ..., (1-\tilde{\alpha}L)y_t) \tag{2.39}$$

$$(\tilde{z}_1, \tilde{z}_2, ..., \tilde{z}_t) = (z_1, (1-\tilde{\alpha}L)z_2, ..., (1-\tilde{\alpha}L)z_t) \tag{2.40}$$

Trendden ve kesmeden arındırılmış y_t^d serisine standart ADF uygulanır[61].

2.4.6. Ng-Perron Testi

Ng-Perron birim kök testi, Phillips-Perron birim kök testinde ortaya çıkan hata teriminin hacmindeki çarpıklığın düzeltilmesi için geliştirilmiştir[62]. PP testinde serilerde negatif hareketli ortalama yapısı olduğunda, büyük oranda hata teriminde örneklem çarpıklığı olmaktadır. DF testlerinde bu durum çok büyük bir sorun yaratmamaktadır.

Birim kök testleri otoregresif gecikme mertebesinin seçimi ile alakalıdır. Bunun yanında bilgi kriterleri AIC ve SIC modele dahil edilen gecikmelerde minimum olmalıdır. NG Perron testi bu nedenle PP testlerini ve bilgi kriterlerini modifiye etmektedir[63].

$$\kappa = \sum_{t=2}^{T} (Y_{t-1}^d)^2 / T^2 \tag{2.41}$$

olmak üzere,

$$\begin{aligned} MZ_\alpha^d &= (T^{-1}(Y_T^d)^2 - s^2)/(2\kappa) \\ MZ_t^d &= MZ_\alpha \times MSB \\ MSB^d &= (\kappa / s^2)^{1/2} \end{aligned} \tag{2.42}$$

Hesaplamada, ADF testi gibi bir regresyon denklemi kurulur:

$$\Delta y_t = dt + \beta_0 y_{t-1} + \sum_{j=1}^{k} \beta_j y_{t-j} + e_{tk} \tag{2.43}$$

[61] Elliott and et. al, a.g.m, s. 831.
[62] P. Perron ve S. Ng, "Useful Modifications to Some Unit Root Tests with Dependent Errors and Their Local Asymptotic Properties", **The Review of Economic Studies**, Sayı: 63, (1996), s. 435-463.
[63] S. Ng ve P. Perron, "Lag Lenght Selection and the Construction of Unit Root Tests with Good Size and Power", **Econometrica**, Sayı: 69, (2001), s. 1519-1554.

Buradan,

$$\hat{\beta}(1) = \sum_{1}^{k} \hat{\beta}_i \tag{2.44}$$

$$\hat{\sigma}_k^2 = (T-k)^{-1} \sum_{t=k+1}^{T} \hat{e}_{tk}^2 \tag{2.45}$$

$$s^2 = \hat{\sigma}_k^2 / (1-\hat{\beta}(1))^2 \tag{2.46}$$

hesaplanır. Bu aşamadan sonra test istatistikleri denklem (2.42) deki formüllere göre bulunabilir. Ng-Perrron testinde kullanılan dördüncü test MP_T^d testidir. Bu test ADF-GLS (Nokta Optimal) testin modifiye edilmiş durumudur. MP_T^d seride sadece kesmenin ve kesme ve trendin birlikte olması durumuna göre aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$$MP_T^d = \begin{cases} (\bar{c}^2 \kappa - \bar{c} T^{-1} (Y_T^d)^2) / s^2 & x_t = \{1\} \quad ise \\ (\bar{c}^2 \kappa + (1-\bar{c}) T^{-1} (Y_T^d)^2) / s^2 & x_t = \{1, t\} \quad ise \end{cases} \tag{2.47}$$

AIC ve SIC bilgi kriterlerini MA yapısı göz önünde bulunduracak şekilde modifiye edilmiştir. Modifiye edilen bu bilgi kriteri *MIC* olarak gösterilir ve aşağıdaki formülle hesaplanır:

$$MIC(k) = \ln(\hat{\sigma}_k^2) + \frac{C_T(\tau_T(k)+k)}{T-k_{\max}} \tag{2.48}$$

Burada,

$$\tau_T(k) = (\hat{\sigma}_k^2)^{-1} \hat{\beta}_0^2 \sum_{t=k\max+1}^{T} y_{t-1}^2 \quad \text{ve} \tag{2.49}$$

$$\hat{\sigma}_k^2 = (T-k_{\max})^{-1} \sum_{t=k\max+1}^{T} \hat{e}_{tk}^2 \tag{2.50}$$

AIC kriterinin modifiye edilmiş hali *MAIC* için C_T=2 ve SIC kriterinin modifiye edilmiş hali *MSIC* için C_T=*In*(*T*-k_{max}) alınarak bulunur[64].

[64] Ng ve Perron, a.g.m, s. 1529.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

İHRACATIN GAYRİ SAFİ MİLLİ HASILA (GSMH) İÇİNDEKİ PAYI ÜZERİNE UYGULAMA

Uygulamada Türkiye İstatistik Kurumu (TÜİK) tarafından yayınlanan İstatistik Göstergeler (1923-2006)' de yer alan İhracatın Gayri Safi Milli Hasıla (GSMH) içindeki payı verileri kullanılmıştır.

3.1. Uygulama Serisi

1990 yılında başlatılan çalışmalarla GSMH hesapları üçer aylık dönemler itibariyle hesaplanmaya başlanmış ve 1968 olan temel yıl da 1987 yılına kaydırılmıştır. Ayrıca daha önce yapılan yıllık hesaplamalara dahil edilemeyen bazı maddeler ve ekonomik alt sektörlerde sisteme dahil edilmek suretiyle kapsam genişletilmiştir. Bu çalışmalarda TÜİK' in cari anketlerinden elde edilen kesin sonuçlar, kurum ve kuruluşlara ait kesin bütçe değerleri, 1968, 1973, 1979 ve 1985 input-output tablolarından alınan teknik katsayılar ve 1987 yılının gösterge ve ağırlıkları kullanılmıştır. Eski GSMH serisi yeni kapsama göre revize edilerek 1968 yılına kadar geriye dönük yeni bir seri elde edilmiştir[1]. İhracat bilgilerinde ise ülke içinde üretilen, imal ve istihraç edilen mallardan yapılan ihracat kapsanmaktadır[2].

3.2. Uygulamanın Amacı

1923-2006 yılları arasındaki ihracatın GSMH içindeki payı (%) verileri kullanılarak serinin durağanlığını incelemek ve durağanlık analizi sonucunda serinin nasıl bir süreçle türediğini gösteren zaman serisi modeli yardımıyla serinin bir sonraki yıla (2007 yılı) ilişkin alacağı değeri öngörmektir.

[1] TÜİK, İstatistik Göstergeler 1923-2006, Ankara, Türkiye İstatistik Kurumu Matbaası, 2007, s.636.
[2] TÜİK, a.g.e, s. 423.

3.3. Uygulamada Kullanılan Yöntem

Serinin durağanlık analizi; korelogram testi ve literatürde en fazla kullanılan birim kök testleri ile yapılmıştır. Durağanlık analizi sonrasında zaman serisi modellemesinde en uygun öngörü yöntemi olan Box-Jenkins (BJ) yöntemi kullanılarak 2007 yılı ihracatın GSMH içindeki payı (%) verisi öngörülmeye çalışılmıştır.

Seri, ekonometri paket programı Eviews 5.1 yardımıyla analiz edilmiştir. Paket programa ilişkin ayrıntılı bilgiler ekte verilmiştir[3].

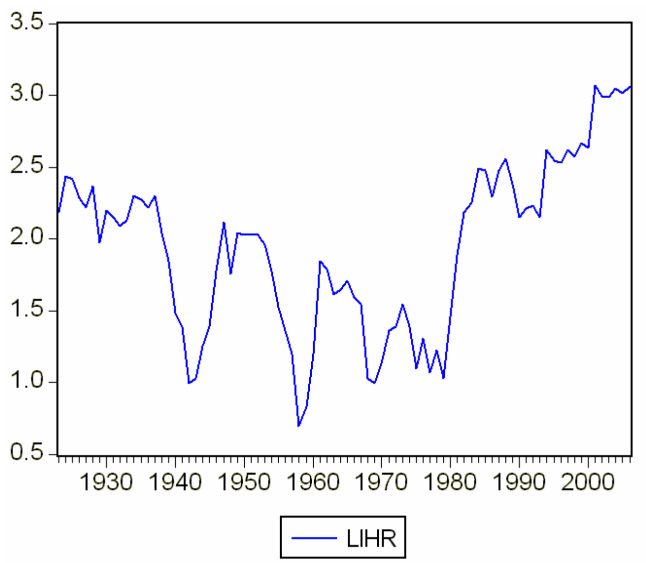
Tablo 3.1 İhracatın GSMH İçindeki Payı(%)

Yıllar	İhracatın GSMH içindeki payı (%)	Yıllar	İhracatın GSMH içindeki payı (%)	Yıllar	İhracatın GSMH içindeki payı (%)	Yıllar	İhracatın GSMH içindeki payı (%)
1923	8.9	1944	3.5	1965	5.5	1986	9.9
1924	11.4	1945	4	1966	4.9	1987	11.9
1925	11.2	1946	5.9	1967	4.7	1988	12.9
1926	9.8	1947	8.3	1968	2.8	1989	10.8
1927	9.2	1948	5.8	1969	2.7	1990	8.6
1928	10.7	1949	7.7	1970	3.1	1991	9.1
1929	7.2	1950	7.6	1971	3.9	1992	9.3
1930	9	1951	7.6	1972	4	1993	8.6
1931	8.6	1952	7.6	1973	4.7	1994	13.7
1932	8.1	1953	7.1	1974	4	1995	12.7
1933	8.4	1954	5.9	1975	3	1996	12.6
1934	10	1955	4.6	1976	3.7	1997	13.7
1935	9.7	1956	3.9	1977	2.9	1998	13.1
1936	9.2	1957	3.3	1978	3.4	1999	14.4
1937	10	1958	2	1979	2.8	2000	13.9
1938	7.7	1959	2.3	1980	4.3	2001	21.5
1939	6.3	1960	3.3	1981	6.6	2002	19.9
1940	4.4	1961	6.3	1982	8.9	2003	19.8
1941	4	1962	6	1983	9.5	2004	21.1
1942	2.7	1963	5	1984	12.1	2005	20.4
1943	2.8	1964	5.2	1985	11.9	2006	21.4

Kaynak: TÜİK, İstatistik Göstergeler 1923-2006, s. 434-435.

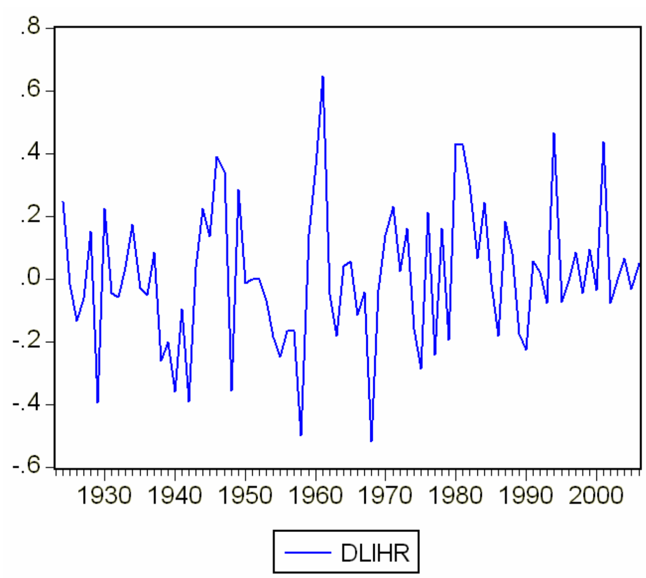
[3] Eviews 5.1 paket programına ilişkin daha ayrıntılı bilgi Eviews 5.1 User's Guide, Quantitative Micro Software, LLC, 2005, USA.

Serileri olası değişen varyans ve kısmen de otokorelasyona karşı koruyabilmek için logaritmik dönüşümleri alınmaktadır. Logaritması alınan ihracatın GSMH içindeki payı (LIHR) serisinin görünümü Şekil 3.1’ de yer almaktadır.



Şekil 3.1 LIHR Serinin Zaman Yolu Grafiği

84 gözlemden oluşan logaritmik ihracatın GSMH içindeki payı (LIHR) verilerinin zaman yolu grafiği Şekil 3.1’ dedir. Serinin zaman yolu grafiği incelendiğinde, verilerin belli bir ortalama etrafında dalgalanmadığı ve bu yüzden durağan olmadığı söylenebilir.



Şekil 3.2 Birinci Farkı Alınan LIHR Serinin Zaman Yolu Grafiği

Şekil 3.2' de birinci farkı alınan LIHR serisinin zaman yolu grafiği görülmektedir. Serinin birinci farkları alınınca belli bir ortalama etrafında dalgalandığı ve durağan hale geldiği söylenebilir.

3.4. LIHR Serisi İçin Durağanlık Analizi: Korelogram Testi

Örneklem otokorelasyonlarının (AC), kısmi korelasyonların (PAC) ve Q istatistiklerinin birlikte hesaplattırıldığı özellikle *k* sayıda gecikmenin serinin istatistiksel olarak anlamlı bir katsayı üretip üretmediğini korelogram vasıtasıyla takip etmek mümkündür.

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.906	0.906	71.375	0.000
		2	0.796	-0.133	127.21	0.000
		3	0.673	-0.135	167.55	0.000
		4	0.556	-0.021	195.51	0.000
		5	0.453	-0.004	214.25	0.000
		6	0.371	0.043	227.03	0.000
		7	0.326	0.122	237.02	0.000
		8	0.294	-0.007	245.22	0.000
		9	0.298	0.157	253.79	0.000
		10	0.307	-0.000	263.00	0.000
		11	0.295	-0.132	271.64	0.000
		12	0.273	-0.026	279.10	0.000
		13	0.244	0.014	285.15	0.000
		14	0.229	0.104	290.54	0.000
		15	0.204	-0.025	294.88	0.000
		16	0.175	-0.060	298.12	0.000
		17	0.135	-0.075	300.09	0.000
		18	0.084	-0.099	300.87	0.000
		19	0.036	-0.035	301.01	0.000
		20	-0.007	0.006	301.02	0.000
		21	-0.051	-0.055	301.31	0.000
		22	-0.118	-0.172	302.94	0.000
		23	-0.177	-0.035	306.65	0.000
		24	-0.231	-0.085	313.06	0.000
		25	-0.276	-0.049	322.38	0.000
		26	-0.300	0.045	333.58	0.000
		27	-0.304	0.054	345.32	0.000
		28	-0.304	-0.049	357.25	0.000
		29	-0.306	-0.074	369.56	0.000
		30	-0.297	-0.029	381.37	0.000
		31	-0.289	-0.009	392.78	0.000
		32	-0.269	0.148	402.85	0.000
		33	-0.251	0.044	411.80	0.000
		34	-0.241	-0.026	420.17	0.000
		35	-0.227	0.020	427.73	0.000
		36	-0.224	-0.084	435.32	0.000

Şekil 3.3 LIHR Serisinin Korelogramı

Şekil 3.3' deki dikey çizgiler %95 kabul bölgesini göstermektedir. Örneklem otokorelasyon fonksiyonu bu bölgenin içinde olursa, istatistiksel bakımdan önemli bir anakütle otokorelasyon fonksiyonu yok; dışına taşıyor ise var demektir[4].

Bu çizgilerin oluşturduğu alan,

$\pm (t_t . Se_{ACF(k)})$ ile hesaplanır. Örneklem hacmi *T*=84 gözlemden oluştuğu için otokorelasyon katsayısının standart hatası,

$$Se_{ACF(k)} = \frac{1}{\sqrt{84}} = \frac{1}{9{,}165} = 0{,}109$$

Birinci gecikme için hesaplanan otokorelasyon katsayısı için hesaplanan *t* değeri,

$$t_{ACF(1)} = \frac{0{,}906}{0{,}109} = 8{,}311$$

şeklinde hesaplanır. 0,05 anlamlılık düzeyinde kritik tablo t_t =1,96 ile karşılaştırıldığında $t_{ACF(1)}$ = 8,311 > t_t =1,96 olduğundan boş hipotez reddedilir. Yani birinci gecikme için hesaplanan otokorelasyon katsayısı istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Şekil 3.3' de otokorelasyon katsayıları için güven aralıkları ise,

$$\pm (t_t . Se_{ACF(k)}) = \pm\ (1{,}96 * 0{,}109) = \pm\ 0{,}213$$

olacaktır. Korelogramdan da açıkça görüleceği gibi *k*=36 gecikme için hesaplanan ACF(*k*) ve PACF(*k*)' lar güven aralığının dışına çıktığı için H_0 hipotezi reddedilir. Yani anlamlı bir otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon olduğuna karar verilir. O halde serinin durağan olmadığını söylemek mümkündür.

Logaritmik ihracatın GSMH içindeki payı (LIHR) verilerinin korelogramı, otokorelasyon fonksiyonunun seçilen 36 gecikme sürecinde tahmin edilen veya hesaplanan değerini AC ile gösterilen sütunda belirtir. Seri belirli bir ortalama etrafında dalgalanmadığı için, otokorelasyon fonksiyonunun korelogramı yüksek bir değerden başlayıp yavaş yavaş sönmekte ve bu serinin durağan olmadığı fikrini vermektedir. AC sütunu sıfıra ne kadar yakınsa söz konusu zaman serisi için durağanlık veya temiz dizi olma özelliği daha fazla ağırlık kazanır. İstatistiksel olarak anlamlı otokorelasyonların varlığı olasılık (probability) sütunundan görülmektedir. İstatistiksel olarak anlamlı bu otokorelasyonlar serinin durağan dışılığını yansıtır. Kısmi otokorelasyon fonksiyonu

---

[4] Tarı, a.g.e, s. 391.

PAC' ye bakıldığında, k =1 için Y ile Y_{-1} arasında bir ilişki (otokorelasyon) olduğu görülmektedir. Bu durum, serinin durağan olmadığına işaret etmektedir.

Birinci farkı alınan LIHR serisinin korelogramı Şekil 3.4' de verilmektedir. Burada istatistiki olarak anlamlı otokorelasyonların kalmadığı, seride kalıcı belleğin ortadan kalktığı ve dolayısıyla serinin durağan hale geldiği görülmektedir.

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.102	0.102	0.8952	0.344
		2	0.089	0.080	1.5879	0.452
		3	-0.029	-0.046	1.6607	0.646
		4	-0.086	-0.088	2.3265	0.676
		5	-0.190	-0.172	5.6042	0.347
		6	-0.111	-0.070	6.7422	0.345
		7	-0.112	-0.076	7.9120	0.340
		8	-0.234	-0.238	13.079	0.109
		9	-0.038	-0.036	13.216	0.153
		10	0.162	0.163	15.744	0.107
		11	0.066	-0.008	16.167	0.135
		12	0.020	-0.098	16.208	0.182
		13	0.036	-0.057	16.340	0.231
		14	0.041	0.029	16.510	0.283
		15	0.050	0.072	16.775	0.333
		16	0.097	0.057	17.766	0.338
		17	0.040	0.025	17.939	0.393
		18	-0.069	-0.007	18.463	0.426
		19	0.004	0.058	18.465	0.492
		20	0.054	0.069	18.796	0.535
		21	0.097	0.131	19.869	0.530
		22	-0.079	-0.058	20.597	0.546
		23	0.009	0.052	20.608	0.605
		24	-0.066	0.016	21.132	0.631
		25	-0.046	-0.010	21.387	0.671
		26	-0.036	-0.041	21.545	0.713
		27	0.088	0.114	22.527	0.710
		28	-0.038	0.019	22.713	0.747
		29	-0.031	-0.030	22.838	0.784
		30	-0.053	-0.146	23.212	0.806
		31	-0.017	-0.074	23.252	0.840
		32	-0.049	-0.023	23.582	0.859
		33	0.014	-0.005	23.610	0.886
		34	0.030	-0.007	23.739	0.906
		35	0.118	0.123	25.773	0.872
		36	0.033	-0.037	25.941	0.892

Şekil 3.4 Birinci Farkı Alınan LIHR Serisinin Korelogramı

3.5. LIHR Serisi İçin Durağanlık Analizi: Birim Kök Testi

3.5.1. LIHR Serisi İçin ADF Testi

Seride azalan ve artan bir trendin mevcut olduğu dikkate alındığında uygun başlangıç noktası kesme ve deterministik trend içeren regresyon ile Φ_3 ve sınaması $\hat{\tau}_\beta$ test istatistikleridir.

3.5.1.1. LIHR Serisi İçin Φ_3 ve Sınaması $\hat{\tau}_\beta$ Test İstatistikleri

Genelden özele yaklaşımı kullanılarak bağımlı değişken ($\Delta Lihr$)' in 12. gecikmesine kadar olan tüm gecikmelerini regresyon modeline dahil etmek suretiyle istatistiki olarak anlamlı gecikme katsayısını buluncaya dek istatistiki olarak anlamsız gecikmelerin modelden dışlanması ile Tablo 3.2 elde edilmiştir.

Tablo 3.2' den bağımlı değişkenin 8. gecikmesinin %5 anlamlılık düzeyinde istatistiki olarak anlamlı olduğu (p=0,02<0,05) görülmektedir. Dolayısıyla nihai modelin bağımlı değişkenin 8. gecikmesini içerecek şekilde oluşturulduğunda elde edilecek kalıntıların serisel korelasyonlu olup olmadığının incelenmesi gerekmektedir.

Tablo 3.2 Trendli Model Sonuçları

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.014143	0.113670	-0.124423	0.9014
LIHR(-1)	-0.061701	0.060768	-1.015351	0.3138
D(LIHR(-1))	0.075011	0.124650	0.601778	0.5494
D(LIHR(-2))	0.048357	0.123845	0.390467	0.6975
D(LIHR(-3))	-0.081442	0.120215	-0.677473	0.5005
D(LIHR(-4))	-0.082890	0.116925	-0.708915	0.4810
D(LIHR(-5))	-0.142378	0.116975	-1.217159	0.2280
D(LIHR(-6))	-0.072914	0.117862	-0.618640	0.5383
D(LIHR(-7))	-0.074427	0.118815	-0.626410	0.5333
D(LIHR(-8))	-0.266712	0.118508	-2.250593	0.0279
@TREND	0.003183	0.001331	2.390644	0.0198

R-squared	0.203739	Mean dependent var	0.012155
Adjusted R-squared	0.079324	S.D. dependent var	0.226241
S.E. of regression	0.217082	Akaike info criterion	-0.082354
Sum squared resid	3.015977	Schwarz criterion	0.257544
Log likelihood	14.08827	F-statistic	1.637570
Durbin-Watson stat	2.039317	Prob(F-statistic)	0.116115

Bu modelin kalıntılarında serisel korelasyonun varlığının test edilmesinde hipotezler,

H_0 : Serisel korelasyon yok

H_1 : Serisel korelasyon var.

Tablo 3.3' de verilen Breusch-Godfrey Serial Correlation LM test sonuçlarına göre Obs*R-squared (gözlem sayısı ile determinasyon katsayısının çarpımı) değeri 7,966 çıkarken p değeri 0,78 olmuştur. Bu p değeri H_0 hipotezinin reddedilemeyeceğini ve modelin kalıntılarında serisel korelasyonun olmadığını gösterir.

Tablo 3.3 Trendli Model Kalıntılarının Serisel Korelasyon Testi

Breusch-Godfrey Serial Correlation LM Test:

F-statistic	0.514966	Prob. F(12,52)	0.895513
Obs*R-squared	7.966181	Prob. Chi-Square(12)	0.787768

Tablo 3.4 LIHR Serisi İçin Φ_3 Testi

Wald Test:
Equation: EQ1BRKOK

Test Statistic	Value	df	Probability
F-statistic	2.912154	(2, 64)	0.0616
Chi-square	5.824307	2	0.0544

Tablo 3.4' de elde edilen F istatistiği (2,912), %5 anlamlılık düzeyinde tablo değeri[5] ile karşılaştırıldığında,

2,912 <6,606 olduğu görülür. Bu sonuç H_0 hipotezinin reddedilemeyeceğini ve seride birim kökün varlığına işaret eder.

$H_0 = (\beta_0, \beta_1, \varphi) = (\beta_0, 0, 0)$ birim kök var

$H_1 = (\beta_0, \beta_1, \varphi) = (\beta_0, \beta_1, \varphi)$ birim kök yok, deterministik trend var.

Φ_3 testi sonucunda seride birim kökün ve stokastik trendin varlığı ortaya çıkmıştır. Seride deterministik trendin var olup olmadığını doğrulamak içinse Tablo 3.2' deki trend

[5] Patterson, a.g.e, s. 234.

değişkeninin t istatistiği değeri (2,390) %5 anlamlılık düzeyinde t tablo değeri[6] ile karşılaştırıldığında[7],

2,390<3,42 olduğu görülür. Bu H_0 hipotezinin reddedilemeyeceği ve seride deterministik trendin olmadığı anlamına gelir.

$$H_0 : \beta_1 = 0$$
$$H_1 : \beta_1 \neq 0$$

Tek yanlı olduğu için daha güçlü olan $\hat{\tau}_\beta$ testi yapıldığında,

$$H_0 = \varphi = 0$$
$$H_1 = \varphi < 0$$

Burada boş ve alternatif hipotezler sırasıyla seride birim kökün var olduğunu ve var olmadığını ifade eder. τ istatistiği mutlak değerce ($|\tau|$) MacKinnon kritik değerinin mutlak değerinden çeşitli anlamlılık düzeylerinde küçük olduğunda H_0 hipotezi reddedilemez ve serinin durağan olmadığı sonucuna varılır. Serinin farkı alınarak aynı karşılaştırma yapıldığında τ istatistiği mutlak değerce ($|\tau|$) MacKinnon kritik değerinin mutlak değerinden çeşitli anlamlılık düzeylerinde büyük çıkarsa, o zaman farkı alınan sayı kadar serinin birim kök içerdiği sonucuna varılır.

Tablo 3.5 LIHR Serisinin Düzey Değerleri İçin $\hat{\tau}_\beta$ Testi

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-1.679030	0.7519
Test critical values:	1% level	-4.072415	
	5% level	-3.464865	
	10% level	-3.158974	

* MacKinnon (1996) tek taraflı olasılık değerleri

[6] Bu t tablo değerleri standart t tablo değerleri değildir. Seride birim kökün varlığı nedeniyle karşılaştırmada standart t tablo değerleri kullanılmaz.

[7] Patterson, a.g.e, s. 238.

Tablo 3.6 Birinci Farkı Alınan LIHR Serisi İçin $\hat{\tau}_{\beta}$ Testi

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-8.263672	0.0000
Test critical values:	1% level	-4.073859	
	5% level	-3.465548	
	10% level	-3.159372	

* MacKinnon (1996) tek taraflı olasılık değerleri

Tablo 3.6' dan serinin birinci farkı alındığında τ istatistiğinin (-8,263) mutlak değerce ($|\tau|$) MacKinnon kritik değerinin mutlak değerinden %1, %5 ve %10 anlamlılık düzeylerinde büyük olması nedeniyle serinin bir birim kök içerdiği sonucuna varılır.

3.5.1.2. LIHR Serisi İçin Φ_1 ve Sınaması $\hat{\tau}_{\mu}$ Test İstatistikleri

Deterministik trendin katsayısı anlamsız bulunduğu için Φ_3 testi deterministik trendi dikkate almayan Φ_1 testini uygulamanın daha iyi olduğunu ifade eder. Φ_3 testi için tahmin edilen modelden trendi düşürerek model tekrar tahmin edilir. Trendsiz modelin kaç gecikmeli olacağını belirlemek için Φ_3 testinde izlenen süreç tekrar edilir. 12 gecikme ile başlanarak ve anlamsız gecikmeleri düşürerek devam edildiğinde tüm gecikmeler düştüğü ve nihai modelin Tablo 3.7' deki gibi olduğu bulunur.

Tablo 3.7 Trendsiz Model Sonuçları

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.112018	0.085603	1.308576	0.1944
LIHR(-1)	-0.052608	0.042538	-1.236737	0.2198
R-squared	0.018533	Mean dependent var		0.010570
Adjusted R-squared	0.006416	S.D. dependent var		0.223730
S.E. of regression	0.223011	Akaike info criterion		-0.139388
Sum squared resid	4.028455	Schwarz criterion		-0.081103
Log likelihood	7.784598	F-statistic		1.529519
Durbin-Watson stat	1.722155	Prob(F-statistic)		0.219758

H_0 : Serisel korelasyon yok

H_1 : Serisel korelasyon var.

Geçerli modelin kalıntılarında serisel korelasyon olup olmadığının anlaşılması amacıyla serisel korelasyon 12 gecikme ile uygulanmıştır. Hesaplanan test istatistiği; Obs*Rsquare=11,735 ve p=0,46 olduğundan H_0 reddedilemez, serisel korelasyon yoktur.

$H_0 : \beta_0 = 0$ ve $\varphi = 0$ (birim kök var)

$H_1 : \beta_0 \neq 0$ ve/veya $\varphi \neq 0$ (birim kök yok)

Hipotezleri altında Φ_1 testi yapıldığında;

Tablo 3.8 LIHR Serisi İçin Φ_1 Testi

Wald Test:
Equation: EQ1BRKOK_TRENDSIZ

Test Statistic	Value	df	Probability
F-statistic	0.857994	(2, 81)	0.4278
Chi-square	1.715987	2	0.4240

Tablo 3.8' de elde edilen F istatistiği (0,857), %5 anlamlılık düzeyinde tablo değeri[8] ile karşılaştırıldığında,

0,857 <4,740 olduğu görülür. Bu sonuç H_0 hipotezinin reddedilemeyeceğini ve seride birim kökün varlığına işaret eder.

β_0 kesme teriminin anlamlığına bakıldığında,

$H_0 : \beta_0 = 0$

$H_1 : \beta_0 \neq 0$

Tablo 3.7' deki kesme teriminin t istatistiği değeri (1,308), %5 anlamlılık düzeyinde t tablo değeri[9] ile karşılaştırıldığında,

1,308<2,86 olduğu görülür. Bu H_0 hipotezinin reddedilemeyeceği ve kesme teriminin anlamsız olduğu anlamına gelir.

[8] Patterson, a.g.e, s. 231.
[9] Patterson, a.g.e, s. 238.

Tek yanlı olduğu için daha güçlü olan $\hat{\tau}_{\mu}$ testi yapıldığında,

$H_0 : \varphi = 0$ (birim kök var)
$H_1 : \varphi < 0$ (birim kök yok)

Tablo 3.9 LIHR Serisinin Düzey Değerleri için $\hat{\tau}_{\mu}$ Testi

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-1.236737	0.6551
Test critical values:	1% level	-3.511262	
	5% level	-2.896779	
	10% level	-2.585626	

Tablo 3.10 Birinci Farkı Alınan LIHR Serisi İçin $\hat{\tau}_{\mu}$ Testi

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-8.129653	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.512290	
	5% level	-2.897223	
	10% level	-2.585861	

* MacKinnon (1996) tek taraflı olasılık değerleri

Tablo 3.10' dan serinin birinci farkı alındığında τ istatistiğinin (-8,129) mutlak değerce ($|\tau|$) MacKinnon kritik değerinin mutlak değerinden %1, %5 ve %10 anlamlılık düzeylerinde büyük olması nedeniyle serinin bir birim kök içerdiği sonucuna varılır.

Boş hipotez reddedilmediği için $\beta_0 = 0$ olduğundan kesme içermeyen en kısıtlı modele geçmek mümkündür.

3.5.1.3. LIHR Serisi İçin $\hat{\tau}$ Sınaması

Tablo 3.11 LIHR Serisinin Düzey Değerleri İçin $\hat{\tau}$ Testi

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		0.059876	0.6991
Test critical values:	1% level	-2.593121	
	5% level	-1.944762	
	10% level	-1.614204	

* MacKinnon (1996) tek taraflı olasılık değerleri

Tablo 3.12 Birinci Farkı Alınan LIHR Serisi İçin $\hat{\tau}$ Testi

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-8.172745	0.0000
Test critical values:	1% level	-2.593468	
	5% level	-1.944811	
	10% level	-1.614175	

* MacKinnon (1996) tek taraflı olasılık değerleri

Tablo 3.12' den serinin birinci farkı alındığında τ istatistiğinin (-8,172) mutlak değerce ($|\tau|$) MacKinnon kritik değerinin mutlak değerinden %1, %5 ve %10 anlamlılık düzeylerinde büyük olması nedeniyle serinin bir birim kök içerdiği sonucuna varılır.

3.5.2. LIHR Serisi İçin Phillips-Perron (PP) Testi

Phillips-Perron (PP) birim kök testinde hipotezler aşağıdaki gibidir. Burada H_0 boş hipotezi; seride birim kökün varlığını ve serinin durağan olmadığını, H_1 alternatif hipotez ise; seride birim kökün olmadığını ve serinin durağan olduğunu ifade eder.

$H_0 : \varphi = 0$ (birim kök var)
$H_1 : \varphi < 0$ (birim kök yok)

Tablo 3.13 Trend Değişkenli PP Birim Kök Test Sonuçları

		Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic		-1.876761	0.6576
Test critical values:	1% level	-4.072415	
	5% level	-3.464865	
	10% level	-3.158974	

* MacKinnon (1996) tek taraflı olasılık değerleri

PP test istatistiği (-1,87), %1, %5 ve %10 anlamlılık düzeylerinde kritik değerlerle karşılaştırıldığında, mutlak değerce küçük olduğu görülmektedir. Bu sonuç $H_0 : \varphi = 0$ boş hipotezinin reddedilemeyeceğini ve seride birim kökün olduğunu dolayısıyla serinin durağan olmadığını gösterir. Ancak bu modelde yer alan trend değişkeninin istatistiki olarak anlamsız olduğu göz önüne alınırsa modelden trend değişkeninin çıkarılması gerektiği anlaşılır.

Tablo 3.14 Trendsiz PP Birim Kök Test Sonuçları

		Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic		-1.553915	0.5015
Test critical values:	1% level	-3.511262	
	5% level	-2.896779	
	10% level	-2.585626	

* MacKinnon (1996) tek taraflı olasılık değerleri

Tablo 3.14 Trendsiz PP birim kök test sonuçlarından PP test istatistiği (-1,55), %1, %5 ve %10 anlamlılık düzeylerinde kritik değerlerle karşılaştırıldığında, mutlak değerce küçük olduğu görülmektedir. Buradan serinin birim kök içerdiği ve durağan olmadığı görülür.

Tablo 3.15 Birinci Farkı Alınan LIHR Serisi İçin PP Testi

		Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic		-8.127527	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.512290	
	5% level	-2.897223	
	10% level	-2.585861	

* MacKinnon (1996) tek taraflı olasılık değerleri

Tablo 3.15, birinci farkı alınan LIHR serisinin durağan hale geldiğini ifade etmektedir. Çünkü PP test istatistiği (-8,127), %1, %5 ve %10 anlamlılık düzeylerinde kritik değerlerle karşılaştırıldığında, test istatistiğinin mutlak değerce kritik değerlerden büyük olduğu görülmektedir. Buradan serinin bir birim kök içerdiği sonucuna varılır.

3.5.3 LIHR Serisi İçin KPSS Testi

KPSS birim kök testinde hipotezler aşağıdaki gibidir. Burada H_0 boş hipotezi; seride birim kökün olmadığını ve serinin durağan olduğunu, H_1 alternatif hipotez ise; seride birim kökün varlığını ve serinin durağan olmadığını ifade eder.

H_0 : Seri durağandır, birim kök yoktur

H_1 : Seri durağan değildir, birim kök vardır.

Tablo 3.16 LIHR Serinin Düzey Değerleri İçin KPSS Testi

		LM-Stat.
Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test statistic		0.274308
Asymptotic critical values*:	1% level	0.216000
	5% level	0.146000
	10% level	0.119000

Tablo 3.17 Birinci Farkı Alınan LIHR Serisi İçin KPSS Testi

		LM-Stat.
Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test statistic		0.030379
Asymptotic critical values*:	1% level	0.216000
	5% level	0.146000
	10% level	0.119000

* Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (1992, Tablo 1)

Düzey değerleri için yapılan KPSS birim kök test sonuçlarını gösteren Tablo 3.16' ya göre; test istatistiği (0,27), kritik değerlerden büyük olduğu için H_0 reddedilir ve H_1 kabul edilir. Seri birim kök içermektedir ve durağan değildir. LIHR serisinin birinci farkı alınarak yapılan KPSS testinin sonuçlarını gösteren Tablo 3.17' ye göre; test istatistiği (0,03), kritik değerlerden küçük olduğu için H_0 reddedilemez ve birinci farkı alınan serinin durağan olduğu dolayısıyla LIHR serisinin bir birim kök içerdiği sonucuna ulaşılır.

3.5.4 LIHR Serisi İçin ADF-GLS (Nokta Optimal) Testi

ADF-GLS birim kök testinde hipotezler aşağıdaki gibidir. Burada H_0 boş hipotezi; seride birim kökün varlığını ve serinin durağan olmadığını, H_1 alternatif hipotez ise; seride birim kökün olmadığını ve serinin durağan olduğunu ifade eder.

$H_0 : \varphi = 0$ (birim kök var)

$H_1 : \varphi < 0$ (birim kök yok)

Tablo 3.18 LIHR Serinin Düzey Değerleri İçin ADF-GLS Testi

		t-Statistic
Elliott-Rothenberg-Stock DF-GLS test statistic		-1.531107
Test critical values:	1% level	-3.644600
	5% level	-3.084400
	10% level	-2.791000

Tablo 3.19 Birinci Farkı Alınan LIHR Serisi İçin ADF-GLS Testi

		t-Statistic
Elliott-Rothenberg-Stock DF-GLS test statistic		-7.272439
Test critical values:	1% level	-3.648400
	5% level	-3.087600
	10% level	-2.794000

* Elliott-Rothenberg- Stock (1996, Tablo 1)

Tablo 3.18' de LIHR serisinin düzey değerleri için ADF-GLS test istatistiği (-1,53), %1, %5 ve %10 anlamlılık düzeylerinde kritik değerlerle karşılaştırıldığında, mutlak değerce küçük olduğu görülmektedir. Bu sonuç $H_0 : \varphi = 0$ boş hipotezinin reddedilemeyeceğini ve seride birim kökün olduğunu dolayısıyla serinin durağan olmadığını gösterir. Tablo 3.19, birinci farkı alınan LIHR serisinin durağan hale geldiğini ifade etmektedir.

3.5.5 LIHR Serisi İçin Ng-Perron Testi

Ng-Perron birim kök testinde hipotezler aşağıdaki gibidir. Burada H_0 boş hipotezi; seride birim kökün varlığını ve serinin durağan olmadığını, H_1 alternatif hipotez ise; seride birim kökün olmadığını ve serinin durağan olduğunu ifade eder.

$H_0 :$ Seri durağan değildir, birim kök vardır.

$H_1 :$ Seri durağandır, birim kök yoktur

Tablo 3.20 LIHR Serinin Düzey Değerleri İçin Ng-Perron Testi

		MZa	MZt	MSB	MPT
Ng-Perron test statistics		-5.04971	-1.45956	0.28904	17.4646
Asymptotic critical values*:	1%	-23.8000	-3.42000	0.14300	4.03000
	5%	-17.3000	-2.91000	0.16800	5.48000
	10%	-14.2000	-2.62000	0.18500	6.67000

* Ng-Perron (2001, Tablo 1)

Tablo 3.20' deki Ng-Perron test istatistiklerini MZa ve MZt sütunlarındaki kritik değerlerle karşılaştırmak birim kök testi için yeterlidir. Her iki sütun içinde test istatistikleri, kritik değerlerden mutlak değerce küçük olduğu için LIHR serisinin birim kökünün olduğu ve durağan olmadığı sonucuna varılır.

Tablo 3.21 Birinci Farkı Alınan LIHR Serisi İçin Ng-Perron Testi

		MZa	MZt	MSB	MPT
Ng-Perron test statistics		-35.1094	-4.18790	0.11928	2.60631
Asymptotic critical values*:	1%	-23.8000	-3.42000	0.14300	4.03000
	5%	-17.3000	-2.91000	0.16800	5.48000
	10%	-14.2000	-2.62000	0.18500	6.67000

* Ng-Perron (2001, Tablo 1)

Tablo 3.21' de birinci farkı alınan LIHR serisi için Ng- Perron testi sonuçları verilmektedir. Burada test istatistikleri, kritik değerlerden mutlak değerce büyük olduğu için birinci farkı alınan LIHR serisinin birim kökünün olmadığı ve durağan olduğu sonucuna varılır. Bu da seride bir birim kök olduğunu gösterir.

3.6. LIHR Serisi İçin Box Jenkins (BJ) Yöntemi

1. Aşama: Belirlenme

Logaritmik ihracatın GSMH içindeki payı (LIHR) serisinin düzey değerleri ile durağan olmayıp, birinci farkları ile durağan olduğu yapılan korelogram ve birim kök testlerinden anlaşılmıştır. Durağan I(1) LIHR serisinin AR ve MA durumunu araştırmak için, LIHR serisinin Şekil 3.3' deki korelogramına bakılır. Korelogramdaki ACF grafiği, otokorelasyon değerlerinin giderek azalan bir yapıda olduğunu göstermektedir. Bu durum modelde MA' nın derecesinin sıfır olduğunu göstermiştir yani seri hareketli ortalamaya sahip değildir. Serinin PACF grafiğine bakıldığında ise birinci gecikme değerinin yüksek olduğu, kısmi otokorelasyon çubuklarında sadece k =1 için olan %95 aralığın dışında kaldığı diğer gecikmelerde ise giderek azaldığı görülmektedir. Bu durum modelin tipik bir otoregresif yapıda ve gecikmenin k =1 olduğunu gösterir. Yani AR(1) durumu söz konusudur. Logaritması alınmış ihracatın GSMH içindeki payı serisinin durağanlaştırılması için bir defa farkı alındığından fark derecesinin d =1 olduğu anlaşılmıştır. Böylece serinin ARIMA(1,1,0) yapısına sahip olduğuna karar verilmiştir.

2. Aşama: Tahmin

Bu aşamada öncelikle tespit edilen modelin parametre tahminlerinin yapılması gerekmektedir. Modelde AR ve MA' nın derecelerine karar verildikten sonra modelde kullanılan parametre değerleri hesaplanır. Hesaplanan bu değerler modelde yerine yazılarak tahmin modeli oluşturulur.

Tahmin edilen model,

$$\Delta lihr_t = 0{,}007 + 0{,}102 \Delta lihr_{t-1} + e_t \qquad (3.1)$$

olur.

3. Aşama: Uygunluk Testi

Tahmin modelinin oluşturulmasının ardından modelin kalıntılarının test edilmesi gerekir. Kalıntılar beyaz gürültü (temiz dizi) özelliğini gösteriyorsa yani sabit bir ortalama ve varyansa sahipse denklem (3.1)' deki modelin uygunluğuna karar verilir. Bunun için hata terimlerinin korelogramı incelenir. İlgili korelogram Şekil 3.5' de görülmektedir. Modelin uyum iyiliği göstergesi olan Akaike bilgi kriteri (AIC) ve Schwarz bilgi kriteri (SIC) değerleri sırasıyla -0,132 ve -0,073 bulunmuş olup, bu değerlerin sıfıra yakın olmaları da modelin uygun olduğunun bir işaretidir.

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	-0.005	-0.005	0.0024	
		2	0.093	0.093	0.7466	0.388
		3	-0.027	-0.026	0.8079	0.668
		4	-0.075	-0.085	1.3099	0.727
		5	-0.151	-0.150	3.3602	0.499
		6	-0.099	-0.091	4.2416	0.515
		7	-0.076	-0.057	4.7676	0.574
		8	-0.223	-0.233	9.4059	0.225
		9	-0.034	-0.076	9.5141	0.301
		10	0.155	0.157	11.806	0.224
		11	0.052	0.023	12.070	0.280
		12	0.014	-0.089	12.089	0.357
		13	0.026	-0.067	12.158	0.433
		14	0.049	0.033	12.405	0.495
		15	0.049	0.078	12.648	0.554
		16	0.112	0.088	13.950	0.529
		17	0.043	0.039	14.145	0.588
		18	-0.053	0.012	14.446	0.635
		19	0.003	0.058	14.447	0.700
		20	0.034	0.058	14.573	0.749
		21	0.097	0.148	15.644	0.738
		22	-0.115	-0.057	17.158	0.701
		23	0.008	0.041	17.165	0.754
		24	-0.041	0.060	17.363	0.791
		25	-0.055	-0.020	17.732	0.816
		26	-0.039	-0.071	17.916	0.846
		27	0.099	0.108	19.147	0.830
		28	-0.046	0.015	19.414	0.854
		29	-0.019	-0.016	19.459	0.883
		30	-0.040	-0.144	19.666	0.903
		31	0.007	-0.083	19.672	0.925
		32	-0.042	-0.020	19.913	0.938
		33	0.026	-0.006	20.008	0.951
		34	0.047	-0.009	20.323	0.959
		35	0.105	0.117	21.928	0.945
		36	-0.015	-0.056	21.960	0.958

Şekil 3.5 ARIMA(1,1,0) Modeli Hata Terimlerinin Korelogramı

Korelogram incelendiğinde, otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon çubuklarının hepsinin %95 aralığı içinde kaldığı görülecektir. Dolayısıyla bu model uygundur ve öngörü için kullanılabilir.

Tablo 3.22 ARIMA(1,1,0) Model Kalıntılarının Serisel Korelasyon Testi

Breusch-Godfrey Serial Correlation LM Test:			
F-statistic	0.931674	Prob. F(12,68)	0.521221
Obs*R-squared	11.57825	Prob. Chi-Square(12)	0.480117

Modelin kalıntılarında serisel korelasyonun varlığının test edilmesinde hipotezler,

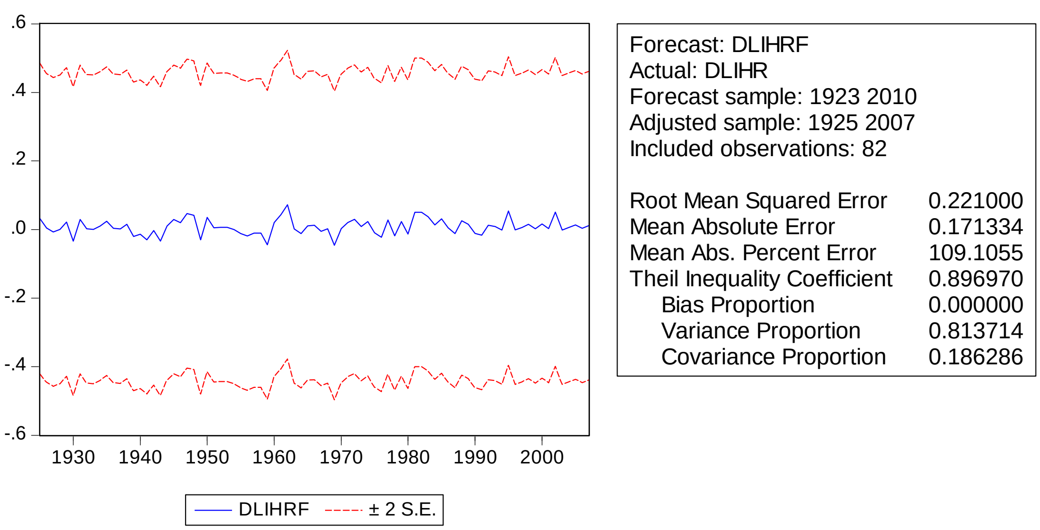
H_0 : Serisel korelasyon yok

H_1 : Serisel korelasyon var.

Breusch-Godfrey Serial Correlation LM test sonuçlarını gösteren Tablo 3.22' ye göre Obs*R-squared (gözlem sayısı ile determinasyon katsayısının çarpımı) değeri 11,578 çıkarken p değeri 0,48 olmuştur. Bu p değeri H_0 hipotezinin reddedilemeyeceğini ve modelin kalıntılarında serisel korelasyonun olmadığını gösterir (H_0 hipotezini kabul etme olasılığı; 0,48>0,05 olduğu için). Bu model öngörü için kullanılabilir.

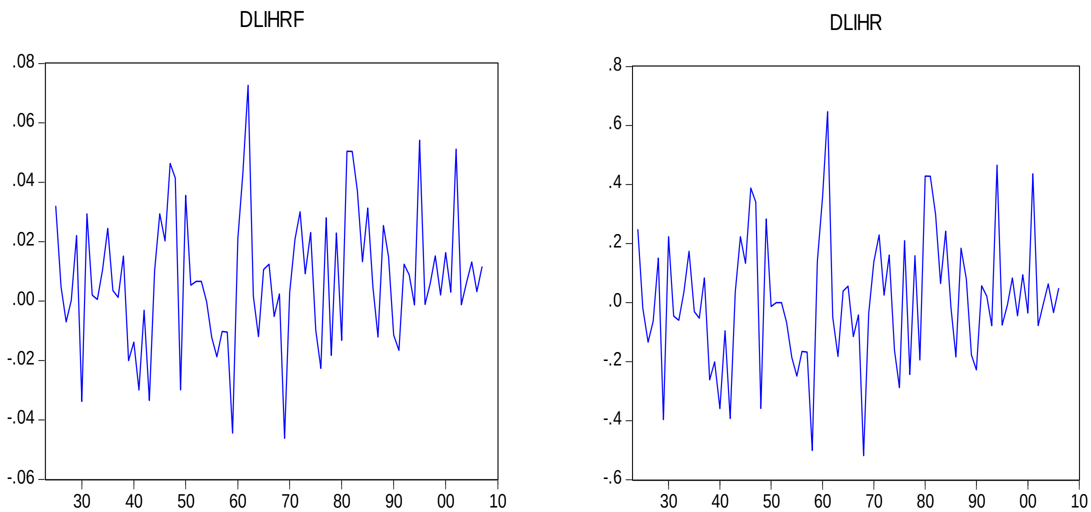
4. Aşama: Öngörü

1923-2006 dönemi verilerine dayalı olarak tahmin edilen modeli kullanarak, 2007 yılı için öngörü yapılabilir.



Şekil 3.6 Modelin Öngörü Performansı

Şekil 3.6' dan görüleceği gibi öngörünün iyiliğini gösteren ölçüt Theil eşitsizlik katsayısı (Theil Inequality Coefficient)' nın bir parçası olan yan oranı (Bias Proportion)' dır. Bu değerin sıfıra yakın olması öngörünün gerçek seri ortalamasını izlemekte başarılı olduğuna işaret eder[10]. Bunu grafiksel olarak görmek için önraporlanan seri ile gerçek serinin yan yana grafiği çizilebilir.



Şekil 3.7 Öngörü Serisi (DLIHRF) İle Gerçek Seri (DLIHR) Grafiği

Şekilden açıkça görüldüğü gibi ön raporlar gerçek serileri öngörebilmektedir. 2. Aşamada tahmin edilen model kullanılarak 2007 yılı için ihracatın GSMH içindeki payını tahmin etmek mümkündür. Model yardımıyla yapılacak öngörüde bağımlı değişken $\Delta lihr_t \, (lihr_t - lihr_{t-1})$ olduğu için bulunacak değer 2007 yılı değeri olmayıp 2007 ile 2006 arasındaki farkın öngörüsü olacaktır. Eviews 5.1 paket programı yardımıyla bulunan 2007 yılı değişim öngörüsü 0,011 olmuştur. Bu değer LIHR (logaritmik ihracatın GSMH içindeki payı) serisinin 2006 yılı değerine eklendiğinde 3,063+0,011=3,074 (LIHRF) olarak bulunur. 3,074 değerinin logaritmik dönüşümü yapıldığında, öngörü serisinin 2007 yılı ihracatın GSMH içindeki payına ilişkin öngörüsü %21,62' dir.

[10] Pindyck ve Rubinfeld, a.g.e, s. 211.

SONUÇ

Yaşantısını sürdürmek ve geliştirmek için aileler, firmalar ve uluslar geleceğe yönelik planlar yapmak zorundadırlar. Günümüzde var olan rekabetle baş edebilmek ve gelişmeyi devam ettirebilmek için firmaların günlük satışlara, üretime, yatırıma ve pazarlamaya ilişkin ileriye yönelik planlar yapmaları gereklidir. Devletler de gelecekteki gelirlerini ve giderlerini hesaplayabilmek için planlar yapar.

Olayları ve aralarındaki ilişkileri öngörmeksizin geleceğe ilişkin planlar yapmak mümkün olmaz. Tahminlerin yapılabilmesine olanak sağlayan verilerin elde edilmesinin en uygun yolu zaman serisi analizidir. İktisat ve işletme alanlarında zaman serilerinin önem kazanmasının sebebi, önceki dönemlere ait gözlemlerin incelenmesi ve ileriye dönük tahmin yapabilmenin mümkün olmasıdır.

Zaman serileri analizi, incelenen bir değişkenin şimdiki ve geçmiş dönemdeki gözlem değerlerini kullanarak sonraki dönemlerde alacağı değerlerin hangi güven sınırları arasında gerçekleşebileceğini ortaya koymak için yapılan çalışmalardır. Çok geniş bir uygulama alanına sahip zaman serileri; istatistik ve ekonomi gibi bilim dallarında geniş bir uygulama alanına sahiptir. Zaman serisi, zaman içinde gözlenen ölçümlerin bir dizisidir. Geçmiş yıllara ait verilere sahip olunduğunda zaman serileri yardımıyla bu verileri kullanarak gelecek yıllar hakkında öngörüde bulunulabilir.

Zaman serileri, basit şekli ile bir regresyon modeline benzemesine rağmen temel varsayımlarda birbirlerinden ayrılmaktadır. Bir regresyon modelinde bağımsız değişken konumundaki değişkenler zaman serilerinde bağımlı değişken olarak karşımıza çıkar.

Bu çalışmada zaman serileri hakkında genel bilgiler verilerek, zaman serisi modelleme teknikleri anlatılarak modellemede önemli bir yere sahip olan durağanlık kavramı üzerinde durulmuş ve durağanlıkla ilgili testlere yer verilmiştir.

Çalışmada tek değişkenli zaman serisi modelleri ile sınırlandırılan doğrusal zaman serisi modelleri otoregresif süreç, hareketli ortalama süreci ve karma otoregresif hareketli ortalama süreç ile homojen durağan olmayan süreç modelleri anlatılmaktadır. Ayrıca otoregresif entegre (bütünleşmiş) hareketli ortalama süreçleri için Box Jenkins model kurma süreci üzerinde durulmuştur.

Zaman serisi analizinde bakılması gereken temel istatistiksel özellik, durağanlıktır. Çünkü birçok istatistiksel model, orijinal veri üretme süreçlerinin durağan olması şartını gerektirir. Gerek tek bir seriye ilişkin öngörülerde, gerekse değişkenler arasındaki ilişkilerin tanımlanmasında serilerin durağan olmaları şartı aranmaktadır.

Bir zaman serisi modeli geliştirildiğinde, elde edilen stokastik sürecin zamana bağlı olarak değişip değişmediğinin bilinmesi gereklidir. Eğer stokastik sürecin niteliği zaman boyunca değişiyorsa yani seri durağan değilse, serinin geçmiş ve gelecek yapısını basit bir cebirsel modelle ifade etmek mümkün olmaz. Eğer stokastik süreç zaman boyunca sabitse yani seri durağan ise serinin geçmiş değerleri kullanılarak seriye ait sabit katsayılı bir model elde etmek ve öngörü yapmak mümkündür.

Zaman serisi analizinde süreç durağan değilse, veriler bir dönüşüm yardımıyla durağan hale getirilmeye çalışılır. Bunun için ilk adım olarak durağan olmayan bir zaman serisini durağan hale dönüştürecek dönüşümler hakkında bilgi sahibi olunması gereklidir. En yaygın dönüşüm çalışmada bahsedildiği gibi fark alma işlemidir. Bu yöntemde seride kaç tane birim kök varsa o kadar fark alma işlemi yapılır. Bir zaman serisini durağan hale getirmek için fark alma işleminin kullanılması Box-Jenkins tarafından yaygın hale getirilmiştir.

Uygulamada Türkiye İstatistik Kurumu (TÜİK) tarafından yayınlanan istatistik göstergelerden olan Türkiye' de ihracatın gayri safi milli hasıla (GSMH) içindeki payı (%) 1923-2006 yıllık değerleri kullanılmıştır.

Eviews 5.1 paket programı yardımıyla durağanlık analizi için korelogram testi ve en çok kullanılan birim kök testleri olan Genişletilmiş Dickey-Fuller (ADF), Phillips-Perron (PP), Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS), ADF-GLS (Nokta Optimal) ve Ng-Perron birim kök testleri uygulanmıştır. Bu testler sonucunda serinin düzey değerlerinin durağan olmadığı ancak birinci farklarının durağan olduğu yani serinin bir birim kök içerdiği tespit edilmiştir. Bu durum I(1) anlamına gelmektedir.

Zaman serisi modellemesinde kullanılan ve uygun bir öngörü yöntemi olan Box-Jenkins (BJ) yaklaşımı ile ülkemizdeki ihracatın GSMH içindeki payı serisi modellenmeye çalışılmıştır. Yöntem, serinin bütünüyle kendi geçmiş bilgisine dayanarak tahmin yapmaya yöneliktir. Başarılı bir tahmin için yöntemin safhaları uygulanarak verilere en uygun ARIMA veri üretme süreci bulunmuştur. Box Jenkins (BJ) yöntemi kullanılarak serinin ARIMA(1,1,0) yapısında olduğu tespit edilmiştir. *p*, *d*, *q* değerleri tespit edilen bu modelin parametre tahminleri yapılarak modelin uygun olup olmadığı test edilmiştir.

Seriye uygun olduğu düşünülen ARIMA(1,1,0) modeli hata terimlerinin (kalıntılarının) temiz dizi (beyaz gürültü) olup olmadığı yani sabit bir ortalama ve varyansa sahip olup olmadığı araştırılmış ve hata terimlerinin temiz dizi olduğu yapılan korelogram testi ile görülmüştür. Böylelikle öngörü için kurulan modelin doğruluğu desteklenmiş olup uygunluk testi sonucunda tahmin modelinin öngörü için uygun olduğu anlaşılmıştır. Öngörü serisinin grafiğine bakıldığında da model seçiminin doğruluğu görülmüştür. Son aşama olan öngörü aşamasında, verilere en uygun bulunan zaman serisi modelinin önraporlaması yapılmıştır. Böylece 2007 yılı için önraporlanan ihracatın gayri safi milli hasıla (GSMH) içindeki payı % 21,62 olarak tahmin edilmiştir.

KAYNAKLAR

AKDİ, Yılmaz, **Zaman Serileri Analizi (Birim Kökler ve Kointegrasyon)**, Ankara, Bıçaklar Kitabevi, 2003.

BALTAGI, Badi H., **A Companion to Theoretical Econometrics**, UK, Blackwell Publishing, 2003.

BALTAGI, Badi H., **Econometrics**, Berlin Heidelberg, Springer-Verlag, 2008.

BENTZEN, Jan ve ENGSTED, Tom, "Short and Long Run Elasticities in Energy Demand: A Cointegration Approach", **Institute Of Economics Aarhus School of Business**, Sayı: 18, (1992), s. 2.

BOX, G. P. E., JENKINS, G. M., **Time Series Analysis: Forecasting and Control**, San Francisco, Holden Day, 1976.

BOZKURT, Hilal, **Zaman Serileri Analizi**, Bursa, Ekin Kitabevi, 2007.

CHATFIELD, Chris, **The Analysis of Time Series: An Introduction**, Newyork, Chapman and Hall, 1995.

COCHRANE, John H., **Time Series for Macroeconomics and Finance,** USA**,** 1997.

CREEL, Michael**, Econometrics**, Barcelona, Dept. Of Economics and Economic History, Barcelona, 2005.

DELURGIO, S. A., **Forecasting Principles and Applications**, Newyork, Irwing McGraw-Hill,Comp.,1998.

DICKEY, D.A., FULLER, W.A., “Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root”, **Journal of the American Statistical Association**, Sayı: 74, No. 366, (1979), s. 427-431.

DICKEY, D.A., FULLER, W.A., “Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root” **Econometica**, Sayı: 49, 4, (1981), s.1057-1072.

DICKEY, David A., BELL, William R., MILLER, Robert B., “Unit Roots in Time Series Models: Tests and Implications” **The American Statistician**, Sayı: 40, 1, (1986), s. 12-26.

ELLIOTT, G., ROTHENBERG, T. J. ve STOCK, J. H., “Efficient Tests for an Autoregressive Unit Root”, **Econometrica**, Sayı: 64, (1996), s.813-836.

ENDERS, Walter, **Applied Econometrics Time Series**, Newyork, John Wiley &Sons, 2004.

ERTEK, Tümay, **Ekonometriye Giriş**, İstanbul, Beta Yayınları, 1996.

GRANGER, C. W .J., NEWBOLD P., “Spurious Regressions in Econometrics”, **Journal of Econometrics**, Sayı: 2, (1974), s. 111-120.

GRIFFITHS, W. E., R. C. HILL ve G. G. JUDGE, **Learning and Practicing Econometrics**, Newyork, John Wiley&Sons, 1993.

GUJARATI, Damodar N., **Basic Econometrics**, Newyork, The McGraw-Hill Comp., 2004.

HARRIS, R. I. D., **Using Cointegration Analysis in Econometric Modelling**, Londra, Printice Hall, 1995.

JOHNSTON, J. ve DINARDO, J., **Econometric Methods**, Newyork, McGraw-Hill International Edit, 1997.

KUTLAR, Aziz, **Uygulamalı Ekonometri**, Ankara, Nobel Yayın Dağıtım, 2005.

KWIATKOWSKI, Denis & PHILLIPS, Peter C.B. & SCHMIDT Peter ve SHIN, Yongcheol, "Testing the Null Hypothesis of Stationarity Against the Alternative of a Unit Root: How Sure Are We That Economic Time Series Have a Unit Root?", **Journal of Econometrics**, Sayı: 54, (1992), s. 159-178.

MADDALA, G. S., **Introduction to Econometrics**, Newyork, Macmillan Publishing Company, 1992.

MADDALA, G. S. ve KIM, I. M., **Unit Root Cointegration and Structural Change**, Cambridge, Cambridge University Press, 1998.

NEMLİOĞLU, A. Karun, **Birim Kök Analizinin Temelleri**, İstanbul, Beşir Kitabevi, 2005.

NG, S. ve PERRON, P., "Lag Lenght Selection and the Construction of Unit Root Tests with Good Size and Power", **Econometrica**, 69, (2001), s.1519-1554.

PATTERSON, Kerry, **An Introduction to Applied Econometrics : A Time Series Approach**, Newyork, Great Britain, 2000.

PERRON, P. ve NG, S.,"Useful Modifications to Some Unit Root Tests with Dependent Errors and Their Local Asymptotic Properties" **The Review of Economic Studies**, Sayı: 63, (1996), s. 435-463.

PHILLIPS, Peter C. B., PERRON, Pierre**, "**Testing for a Unit Root in Time Series Regression"**, Biometrika**, Sayı: 75, No. 2, (1988), s. 335-346.

PINDYCK, R. S., ve D.L. RUBINFELD, Singapore, **Econometric Models and Economic Forecasts**, Irwin/ McGraw-Hill International Edit, 1998.

POLLOCK, D. S. G., **A Handbook of Time Series Analysis Signal Processing and Dynamics**, USA, Academic Press, 1999.

SCHWERT, G., "Tests for Unit Roots: A Monte Carlo Investigation", **Journal of Business and Economic Statistics**, Sayı: 7, (1989), s. 147-159.

SERPER, Özer, **Uygulamalı İstatistik 2**, İstanbul, Filiz Kitabevi, 1996.

SEVÜKTEKİN, Mustafa ve NARGELEÇEKENLER, Mehmet, **Zaman Serileri Analizi**, Ankara, Nobel Yayın Dağıtım, 2005.

TARI, Recep, **Ekonometri**, İstanbul, Avcı Ofset, 2005.

TERZİ, H., "Türkiye'de Enflasyon ve Ekonomik Büyüme İlişkisi (1924-2002)", **Gazi Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi**, Sayı: 3, (2004), Cilt: 6, s. 59-75.

TSAY, Ruey, S. **Analysis of Financial Time Series**, USA, John Wiley &Sons, 2004.

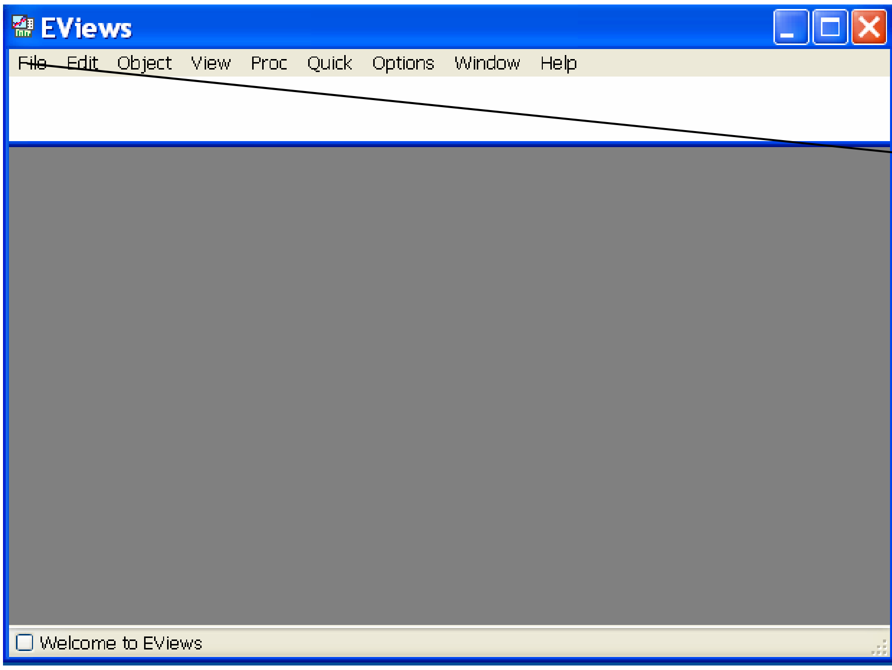
TÜİK, **İstatistik Göstergeler 1923-2006**, Ankara, Türkiye İstatistik Kurumu Matbaası, 2007.

WILLIAMS, Garnett, P., **Chaos Theory Tamed**, Washington DC, Joseph Henry Press, 1997.

EK- Eviews El Kitabı

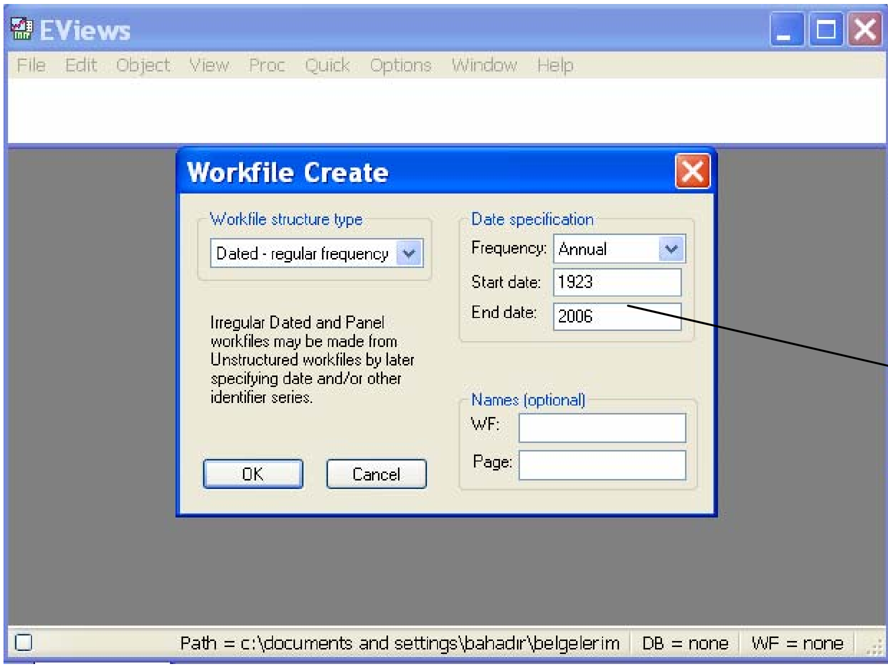
Bu çalışmada zaman serisi analizlerine ilişkin sayısal çözümlemeler ekonometri paket programlarından Eviews 5.1 yardımıyla yapılmıştır. İlgili program komutları ve uygulamaları aşağıdaki şekilde özetlenmiştir.

Ekran 1.1 Program Açılım Penceresi



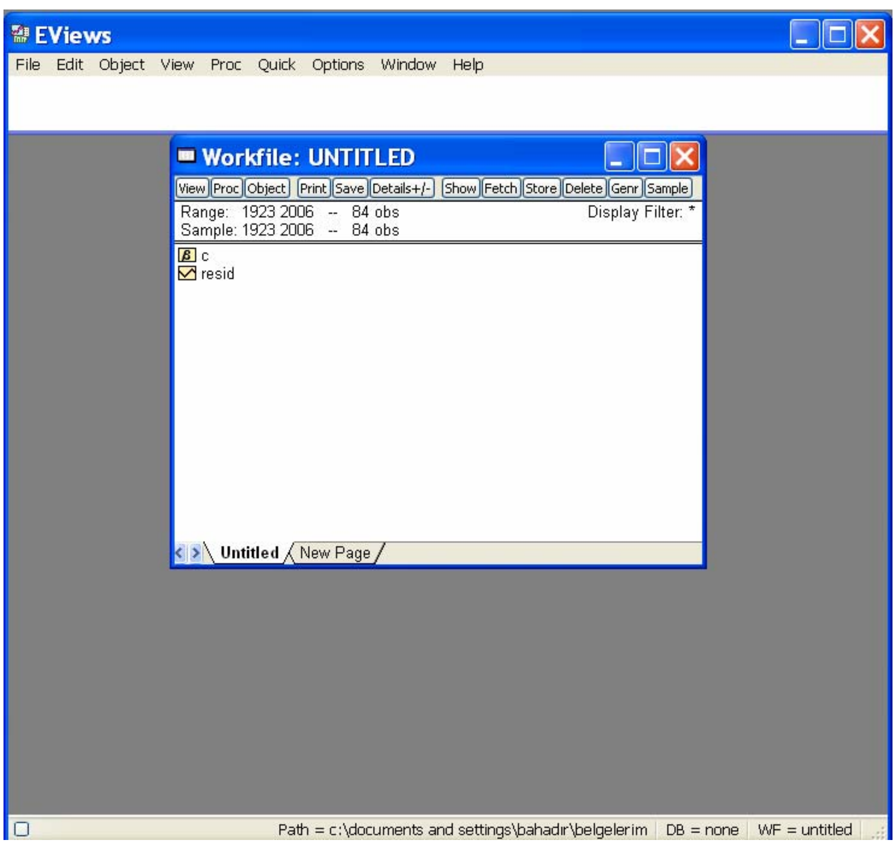
Bir çalışma dosyası oluşturmak için, File (dosya) menüsünden, new (yeni)-workfile (çalışma dosyası) seçeneği işaretlenir.

Ekran 1.2 Program Komutu Penceresi



Çalışma dosyası oluştur (workfile create) penceresinden verilerin sıklığı, başlangıç ve bitiş tarihleri girilir.

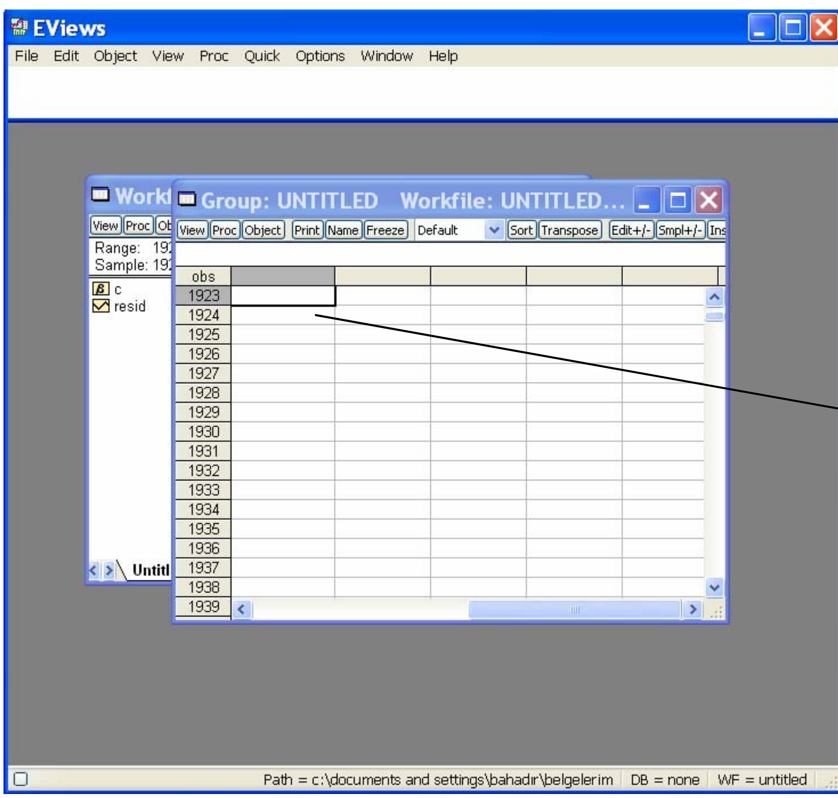
Ekran 1.3 Dosya Açma Penceresi



Ekran 1.4 Komut Satırı İle Dosya Açma Penceresi

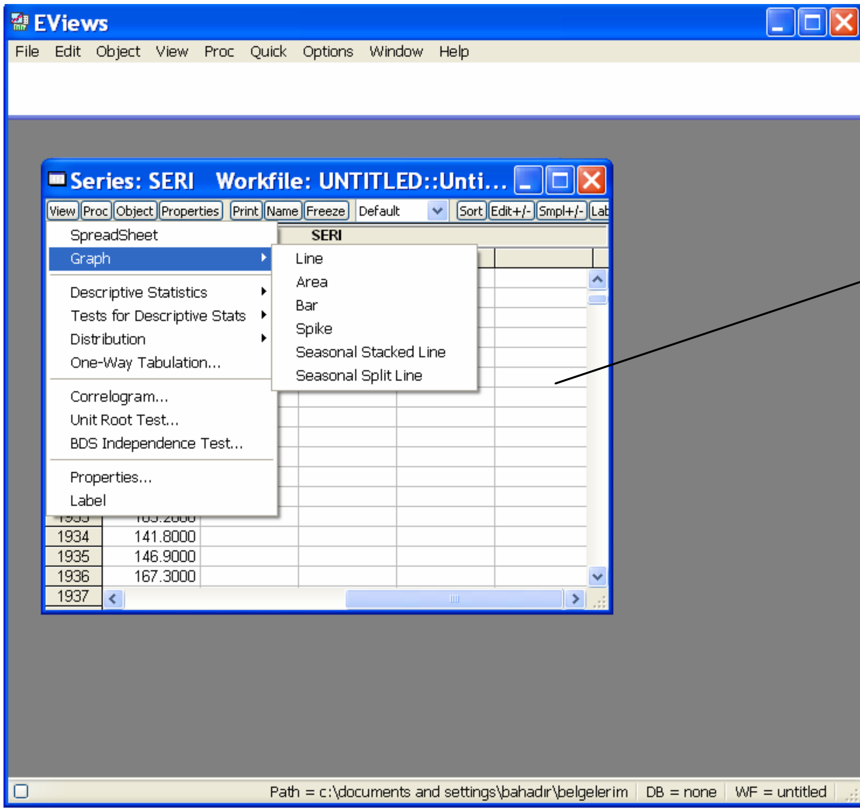
Çalışma dosyası oluşturmanın bir diğer yolu ise komut satırına Create (oluştur) komutu ile serinin başlangıç ve bitiş tarihini girmektir.

Ekran 1.5 Veri Girme Penceresi



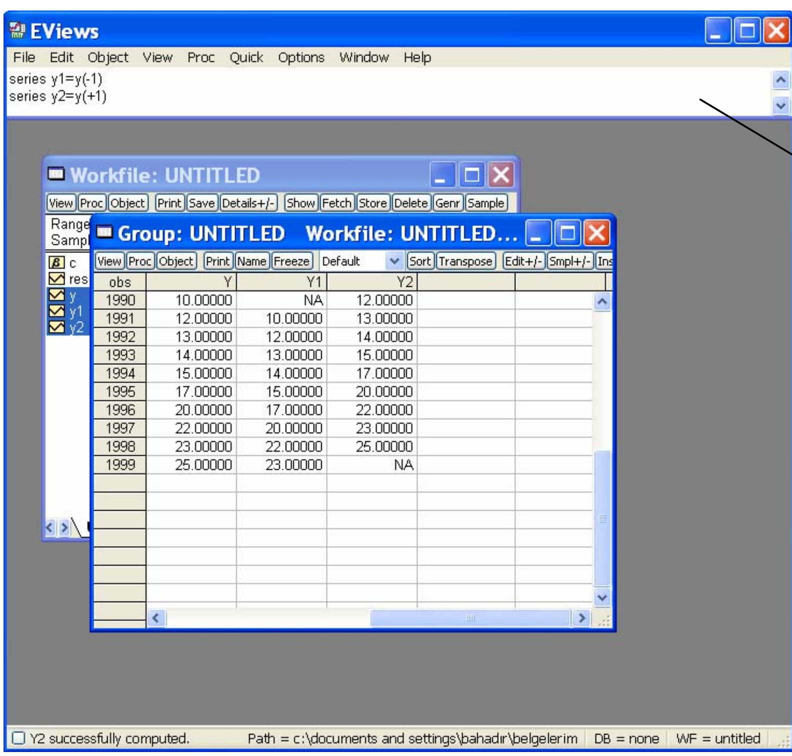
Veri girişi hücrelere yapılır.

Ekran 1.6 Grafik Çizme Penceresi



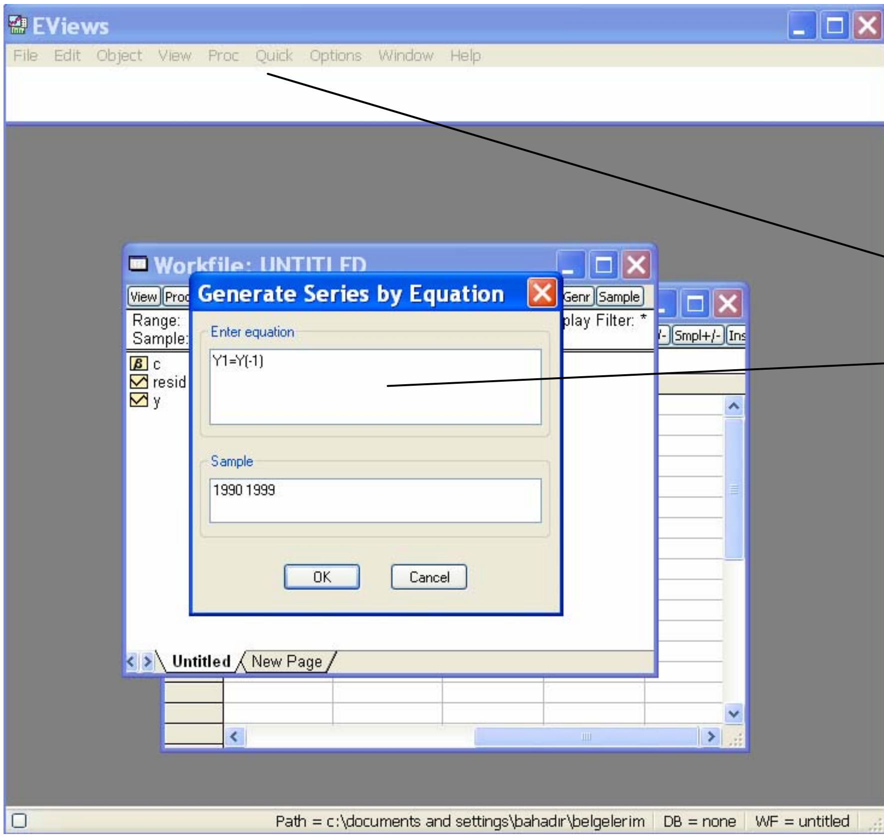
View (görünüm) menüsünün altında Graph (grafik) ile serinin grafiği çizilir.

Ekran 1.7 Y_t ve Gecikmesi Y_{t-1} İle İlerlemesi Y_{t+1} Değişkenlerinin Komut Penceresinden Oluşturulmasını Gösteren Pencere



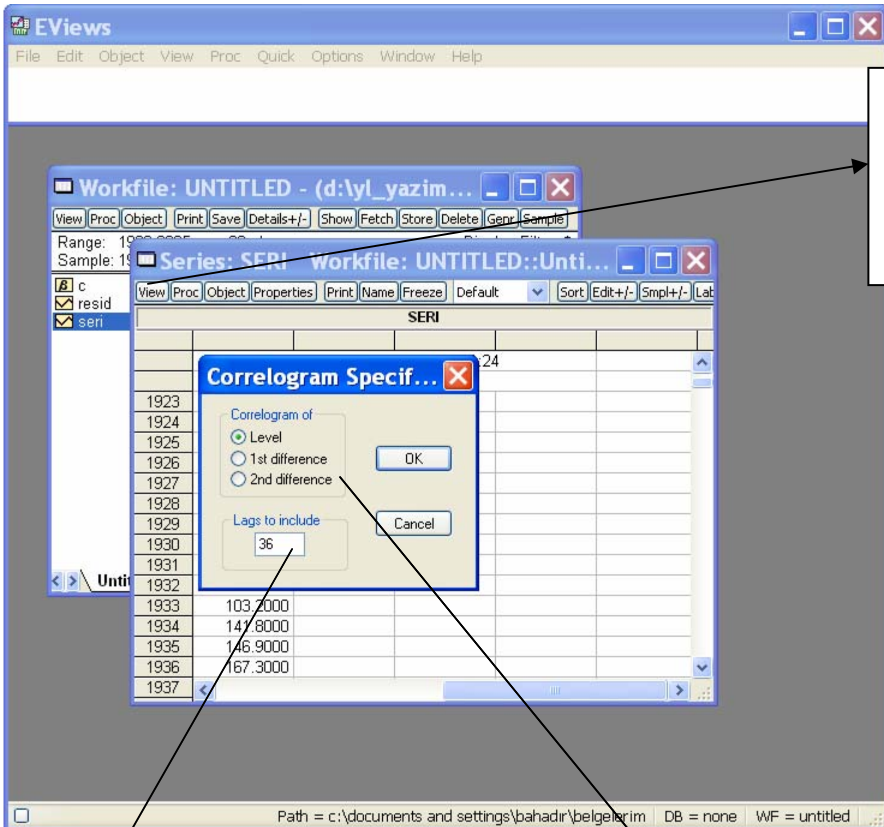
Y_t değişkeninin gecikmesi ve ilerlemesinin komut penceresinden oluşturulması

Ekran 1.8 Y_t ve Gecikmesi Y_{t-1} İle İlerlemesi Y_{t+1} Değişkenlerinin Seri Yarat Komutu İle Oluşturulmasını Gösteren Pencere



Quick (hızlı) menüsünden Generete Series (seri yarat) tıklanarak çıkan bu pencereye seriyi oluşturacak denklemin yazılması suretiyle de bir seriden başka seriler de yaratmak mümkündür.

Ekran 1.9 Serinin Korelogramını Çizme Penceresi

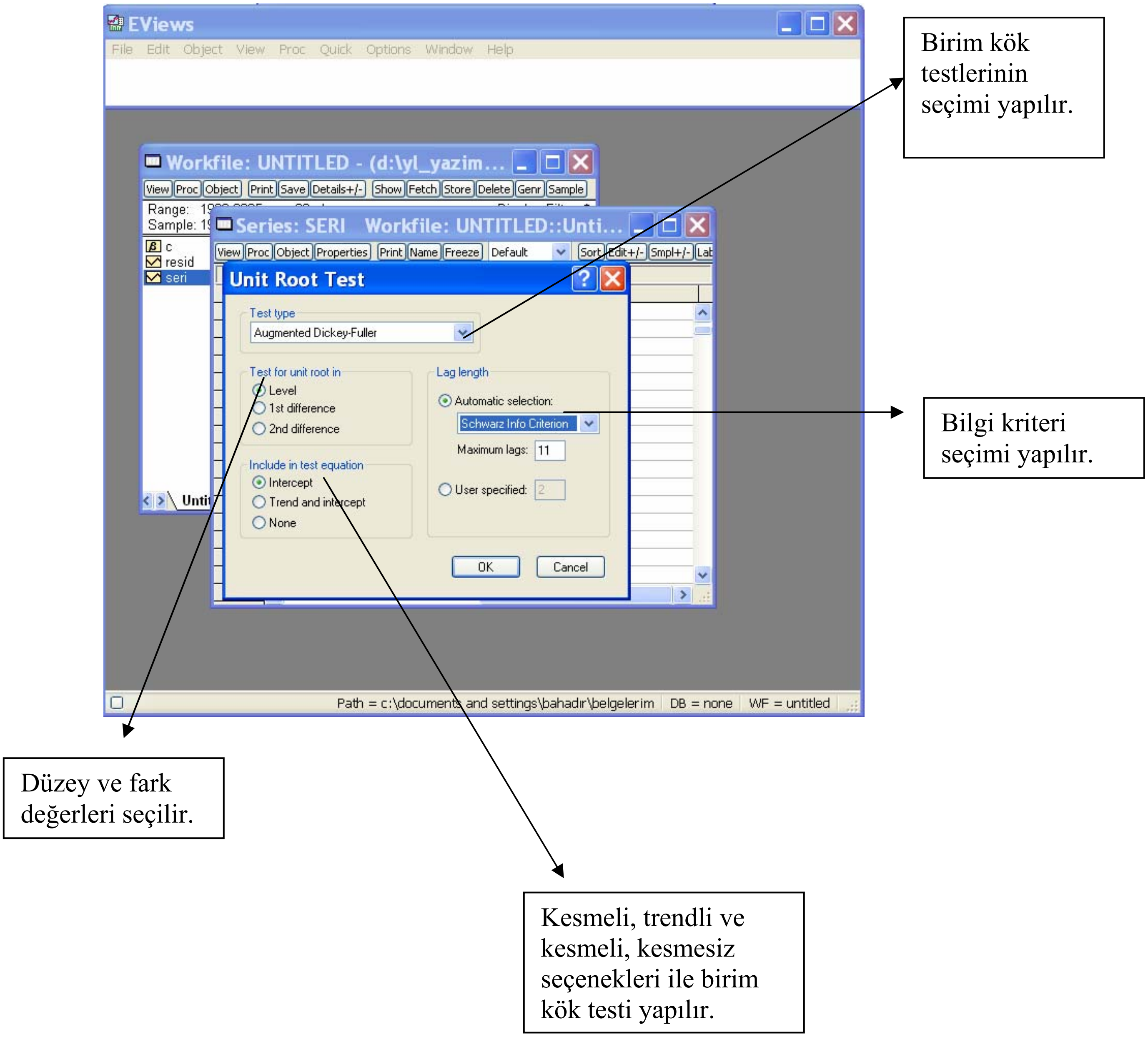


Seri açıkken View (görünüm) menüsünün altındaki Correlogram tıklarak korelogram penceresi açılır.

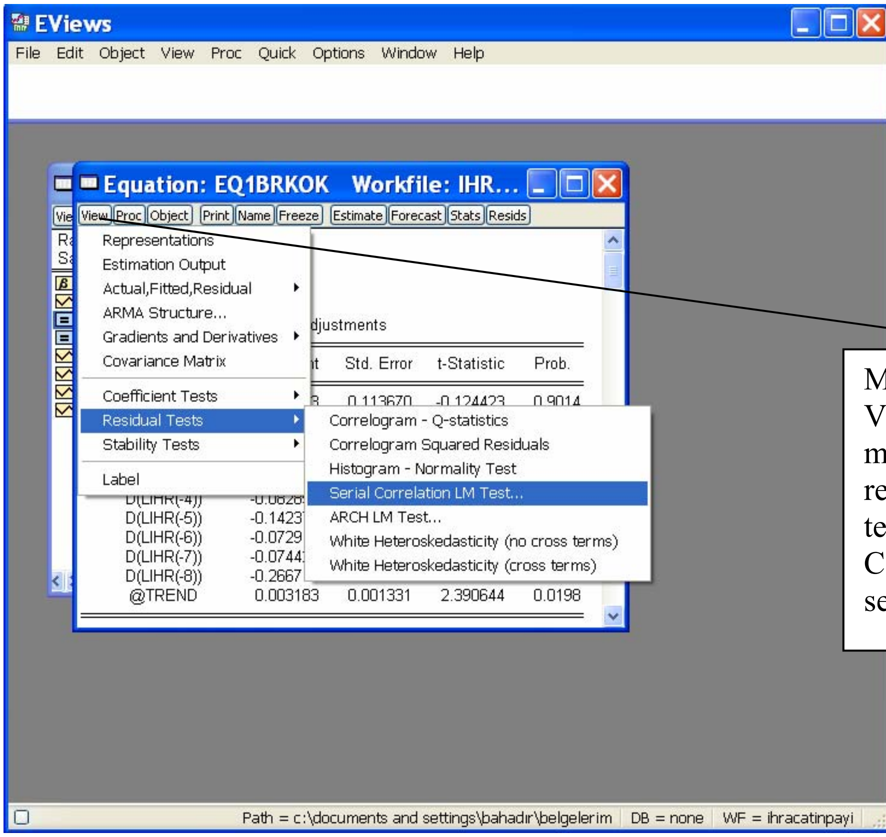
Korelogramda serinin içermesi istenen gecikme sayısı belirtilir.

Korelogram; serinin düzeyinde, birinci ve ikinci farklarında çizilir.

Ekran 1.10 Serinin Birim Kök Testlerini Uygulama Penceresi

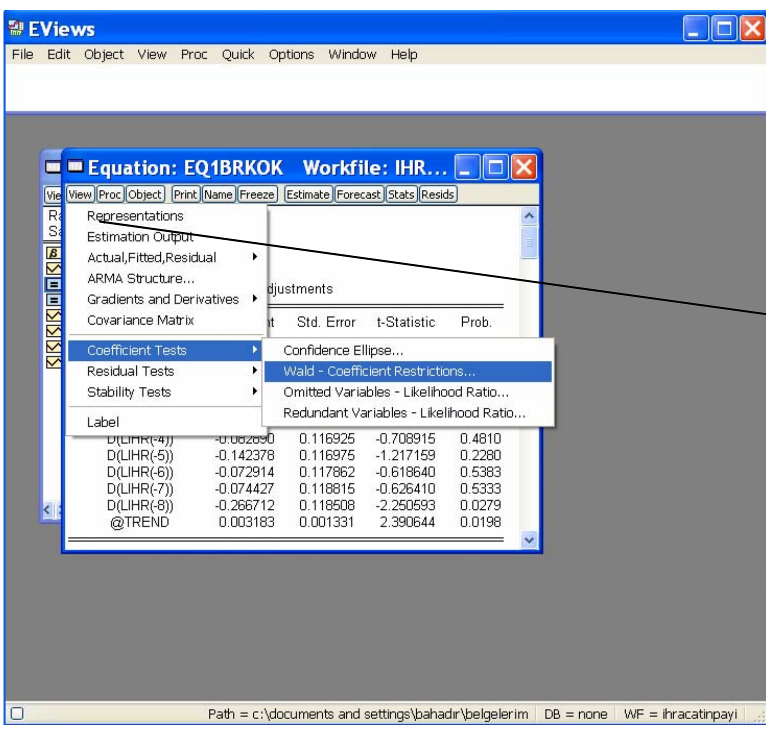


Ekran 1.11 Kalıntıların Serisel Korelasyon Testi Penceresi



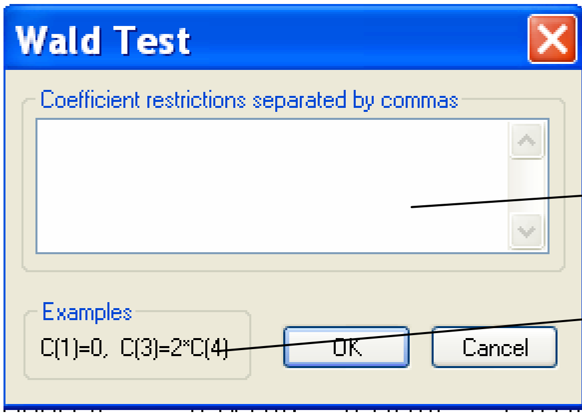
Model kurulduktan sonra View (görünüm) menüsünün içinde, residual tests (kalıntı testleri) in altında Serial Correlation LM Testi seçilir.

Ekran 1.12 Parametre Testleri Penceresi



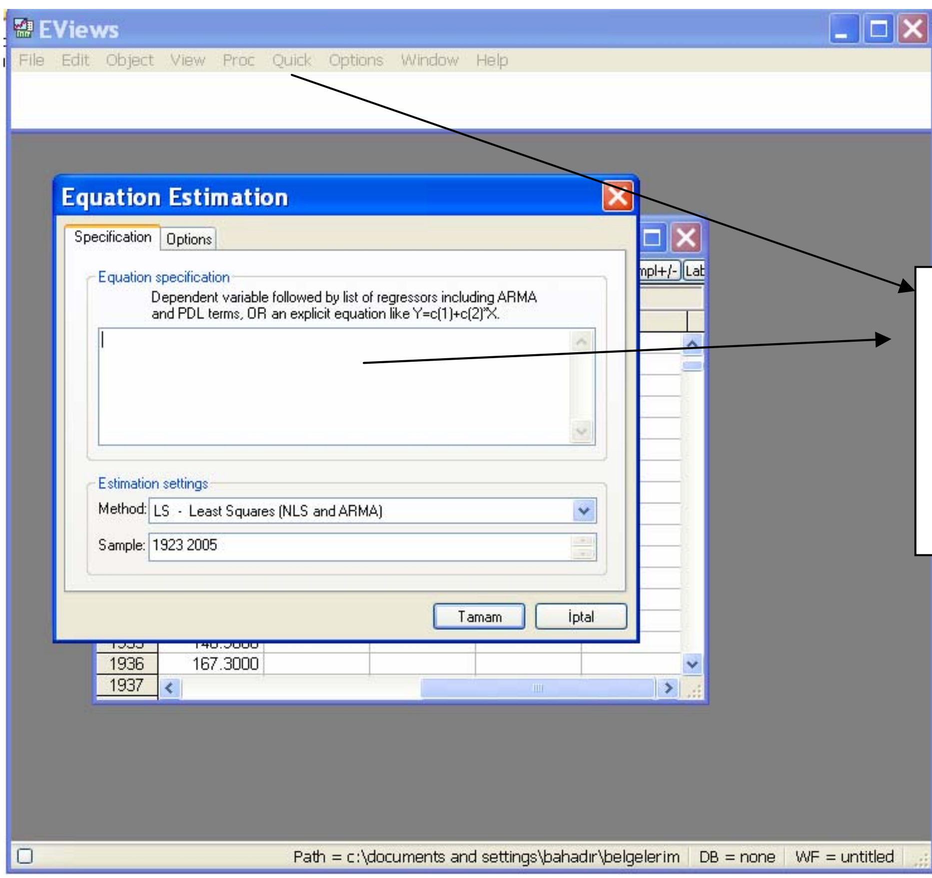
Model kurulduktan sonra View (görünüm) menüsünün içinde, coefficient tests (parametre testleri) in altında Wald Coefficient Restrictions Testi seçilir.

Ekran 1.13 Φ Testleri İçin Wald Testi



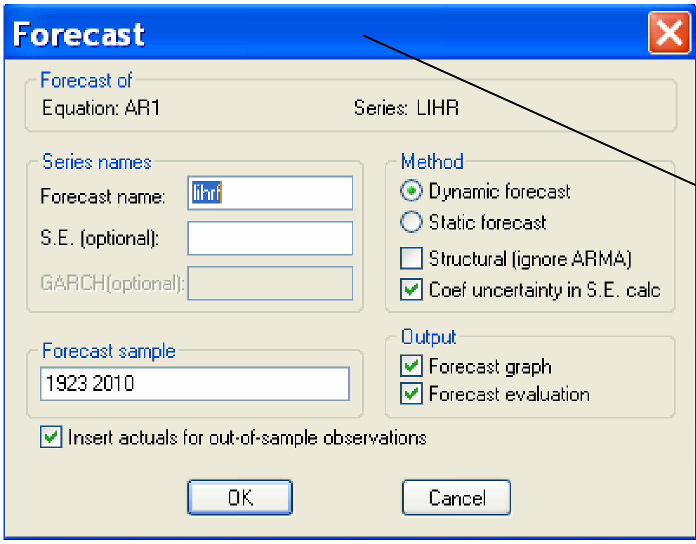
Wald Coefficient Restrictions testi tıklandığında çıkan bu pencereye parametrelerin örnek kısmında gösterildiği gibi girişi yapılır.

Ekran 1.14 Regresyon Denklemi Kurma Penceresi



Quick (hızlı) menüsünden Equation Estimation (denklem tahmini) penceresinden regresyon denklemi kurulabilir.

Ekran 1.15 Öngörü Penceresi



Model penceresinden forecast (öngörü) tıklanır. Forecast name (öngörü adı) serinin adının sonuna "*f*" eklenmiş olarak gelir. Buradan öngörü metodunun dinamik veya statik yöntemlerden hangisi ile yapılacağı seçilir. Son olarak öngörünün örneklem aralığı (forecast sample) girilir.

ÖZGEÇMİŞ

1982 Kocaeli ili İzmit ilçesinde doğdu.

1993 İzmit Leyla Atakan İlkokulunu bitirdi.

1996 İzmit Ulugazi Ortaokulunu tamamladı.

1999 İzmit Atılım Lisesini bitirdi.

2003 Uludağ Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, Ekonometri Bölümünden mezun oldu.

2004 Türkiye İstatistik Kurumu Kars Bölge Müdürlüğünde TÜİK Uzman Yardımcısı olarak görev yapmaya başladı.

2006 Kafkas Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü İşletme Anabilim Dalında Yüksek Lisans sınavını kazandı.