İ T Ü

N Ü K L E E R   E N E R J İ   E N S T İ T Ü S Ü

NOKTA KİNETİK DENKLEMLERİ İKİ SAYISAL ÇÖZÜM TEKNİĞİ TABANINDA UYGULAMALAR

(M. M. L. S. T E Z İ)

Nimet Kuranoğlu

Tezi Yöneten: Prof.Dr.Tolga Yarman

Eylül 1983

İÇİNDEKİLER

SEMBOLLER

$\eta_j(r,t)$: j'inci grup geçikmiş nötron öncülerinin, r dolayındaki birim hacim içinde ve t anındaki sayısı.

$C_j(r)$: t anındaki, j'inci grup geçikmiş nötron öncüleri sayısına ilişkin büyüklük.

$N(t)$:reaktörün herhangi bir t anındaki güç seviyesi ile orantılı büyüklük.

$\rho(t)$: sistemin yetkinlikten oransal uzaklığı.

$\beta(t)$: toplam gecikmiş nötron oranı.

λ_j : j'inci grup gecikmiş nötron öncüsü çekirdeklerinin bozunum sabiti.

$D(r,t)$: sistemin r dolayındaki birim hacim içinde ve t anındaki grup difüzyon katsayıları diogonal matrisi.

ν : herbir fisyondan doğan nötron sayısı.

χ_p : ani fisyon nötronunun grup verimlerinden oluşan sutün matris.

χ_j : geçikmiş fisyon nötronunun grup verimlerinden oluşan sütun matris.

Σ_{tg} : g. grup aralığındaki nötronlara karşı ortamın gösterdiği (yutma+(elastik+(inelastik) saçma) makroskopik tesir kesiti.

$\Sigma_{gg'}$: g! gruptaki nötronun g. gruba saçılma makroskopik tesir kesiti.

$\Sigma_{fg}(r,t)$: r'de ve t anında, ortamın g. grup nötronlarına karşı gösterdiği fisyon makroskopik tesir kesiti.

V : g. grup nötron ortalama hızları.

ÖZET

Bu çalışmada, "Nokta Kinetik Denklemleri"nin sayısal çözümüne ilişkin iki sayısal teknik, duyarlıkları ve hızları açısından karşılaştırılmak istendi.

Giriş bölümünde; denklemlerin reaktör kinetiği çözümlemesinde taşıdıkları öneme değinilerek, analitik çözümün mümkün olmadığı hallerde sayısal çözümlere kısaca değinildi.

Bölüm 1'de Nokta Kinetik Denklemleri tanıtılıp "Nokta Reaktör Modeli" ve "Nokta Kinetik Yaklaşımı" kavramları verilmeye çalışıldı. Çok Gruplu Zamana Bağlı Difüzyon Denklemleri'nden, Nokta Kinetik Denklemleri'ne geçildi ve belli koşullarda analitik çözüme girildi.

Karşılaştırılacak olan tekniklerin tanıtımı Bölüm 2'de yapıldı.

Karşılaştırma bölümü olan 3. bölümde, programlar çeşitli "reaktivite" girdileri ve değerleri için çalıştırılarak, elde edilen sonuçlar, sonuç bölümünde değerlendirildi.

G İ R İ Ş

Reaktör Kinetiği çözümlemesinde önem taşıyan "Nokta Kinetik Denklemleri " zamana bağlı transport denkleminden hareketle türetilebilir. Elde olunan diferansiyel denklemlerin sabit " reaktivite " değişiklikleri ve geribesleme olayı ihmal edildiği hallerde, analitik çözümü bilinmektedir. Gelişigüzel reaktivite değişiklikleri halinde ise analitik çözüm genellikle bulunmamakta, buna karşılık birçok sayısal teknik geliştirilmiş bulunulmaktadır.

Bunları kısaca beş grupta toplayabiliriz /1 / :

1- Nokta Kinetik Denklemleri, Dk (1.21) ve (1.22) (2. bölümde anlatıldığı gibi) matrisyel bir notasyonla toplu olarak yazıldığında elde olunan, birinci dereceden diferansiyel denklem takımındaki (Dk.(2.47)) türeve ilişkin Taylor açılımlarını içeren yöntemler.

2- Konvolüsyon integrallerine dayanıyor olup, Nokta Kinetik Denklemleri'ni sayısal olarak entegre eden yöntemler. Bu Yöntemler sürecinde, $C_j(t)$; sağ taraflı birinci dereceden lineer bir diferansiyel denklem olan Dk.(1.22)' de (entegrasyon, sözgelişi o'dan t'ye kadar yapılmakta ise) N (t) 'nin entegrali içinde yer alacağı o'dan t'ye kadar bir entegral ifade aracılığıyla belirlenir ve Dk.(1.21)'deki yerinde kullanılır. İşte sayısal olarak entegre olunduğu ifade olunan konvolüsyon entegrali anılan entegral olmaktadır.

3- Yukarıdaki gibi entegral bir formülasyonun oluşturulması, fakat bu kez entegrale yönelik yaklaşıklıkları içeren yöntemler.

4- Dk. (2.53)'deki matris eksponansiyellerine yönelik yaklaşıklıkları içeren yöntemler.

5- Düşük dereceli açılım yaklaşıklıklarının ekstrapolasyonunu içeren yöntemler.

*

Bu tez Nokta Kinetik Denklemleri sayısal çözüm tekniklerini konu edinmiş bir tez değildir. Esas olarak nokta kinetik sayısal çözüm, iki farklı tekniğinin hesaplama özellik ve hızlarını karşılaştırmayı amaçlamaktadır.

Sözü edilen tekniklerden "Nokta Reaktör Kinetik Denklemleri" (N R K D), Dk. (2.47)'deki türeve ilişkin Taylor açılımı kullanılarak geliştirilmiş analitik entegrasyon; José Nobrega'nın yöntemi (N B R G) ise Dk. (2.53)'deki matris eksponansiyellerine yönelik yaklaşıklıkları taban alarak kurulmuş tekniklerdir.

Bölüm 2'de söz konusu her iki teknik tanıtılmaya çalışılmıştır.

B Ö L Ü M I

NOKTA KİNETİK DENKLEMLERİ

Nükleer reaktörlerin dizayn ve güvenliği bakımından, sistemin herhangi bir değişime karşı vereceği cevabın, gerçeğe doyumlu derecede yakın tahmin edilmesi önemlidir. Bu değişiklikler; rutin değişiklikler, gücün yükselmesi, alçalması (dakikalar mertebesinde), beklenmedik olaylar, örneğin kontrol çubuğunun reaktörden kaza ile ani çıkması (saniyeler mertebesinde), yakıtta diğer izotoplara oranla büyük bir ılık nötron yutma etkin kesitine sahip izotopların oluşması (zehir olayı), ve yakıtta meydana gelen yanma; fisil çekirdeklerin azalması, fisyon ürünlerinin oluşması ve zamanla artması (aylar, yıllar mertebesinde) olaylarını içerir.

Söz konusu değişikliklerin incelenmesi, çoğunlukla Çok Gruplu Zamana Bağlı Difüzyon Denklemleri'nin çözümünü gerektirir.

Bu denklemler, alışılmış notasyonla şöyle yazılmaktadır:

$$\nabla . D(\underline{r},t)\nabla\phi(\underline{r},t) - A(\underline{r},t)\phi(\underline{r},t) + (1-\beta)\nu\chi_p\Sigma_F^T(\underline{r},t)\phi(\underline{r},t) + \sum_{j=1}^{J}\lambda_j\chi_j\eta_j(\underline{r},t) = v^{-1}\frac{\partial\phi(\underline{r},t)}{\partial t} \qquad (1.1)$$

$$\frac{\partial\eta_j(\underline{r},t)}{\partial t} = \beta_j\nu\Sigma_F^T(\underline{r},t)\phi(\underline{r},t) - \lambda_j\eta_j(\underline{r},t), \quad j=1,\ldots,J. \qquad (1.2)$$

Zamana bağlı seyirleri nispeten hızlıca inceleyebilmek için "Nokta Kinetik Modeli" önerilmiştir. Nokta Kinetik Modeli çerçevesinde, akı yer bağımlılığının zamanla değişmediği varsayılır. Bu; reaktöre "reaktivite" ithalinden önceki akı yer bağımlılığının, değişimle birlikte değişmediği varsayılıyor demek olabilir. Daha genel bir deyişle, bu anılan model çerçevesinde, akı yer bağımlılığı öngörülmüş olmaktadır.

Dk.(1.1) ve (1.2)'ye çözüm ararken, akı vektörü yer bağımlılığı ile zaman bağımlılığının birbirinden ayrılabileceği varsayımı ile, o halde,

$$\phi(\underline{r},t) \simeq \Psi(\underline{r})\, N(t) \quad , \tag{1.3}$$

yazılabilmekte; $\Psi(\underline{r})$, çoğunlukla $\phi(\underline{r},t)$ vektörünün değişimden önceki değeri olarak gözetilmekte ve statik reaktör analizi yoluyla biliniyor farzedilmektedir. N(t) ise bulmak zorunda olduğumuz skaler zaman bağımlılığıdır.

Değişimden sonraki akı büyüklüğü, reaktörün her noktası için, $\Psi(\underline{r})$ yer bağımlılığı vektörü ile N(t) skaler zaman bağımlılığı çarpılarak bulunur.

"Nokta Kinetik Yaklaşımı" küçük değişimler için kullanıldığı gibi daha önemli değişiklikler içinde (kontrol çubuğunun birden çekilmesi halinde) kullanılabilir. Bu halde ancak, $\Psi(\underline{r})$ yer bağımlılığı vektörü yerine, değişimden sonra sistemin" asimtotik " olarak varsayacağı akı yer bağımlılığı vektörünün alınması uygun olur.

Dk.(1.1)'de Dk.(1.3) kullanılınca, oradaki eşitlik bozulacaktır:

$$+v^{-1}\Psi(\underline{r})\frac{dN(t)}{dt} - N(t)\,\nabla.D(\underline{r},t)\nabla\Psi(\underline{r}) + N(t)A(\underline{r},t)\Psi(\underline{r})$$

$$-(1-\beta)\nu\chi_p\Sigma_f^T(\underline{r},t)\Psi(\underline{r})N(t) - \sum_{j=1}^{J}\lambda_j\chi_j\eta_j(\underline{r},t) \neq 0 \;. \tag{1.4}$$

Öylelikle her bir $(\underline{r},t)$ uzay-anında bir kalıntı elde olunur. Kalıntı, Çok Gruplu Difüzyon Denklemleri'nde Nokta Kinetik Yaklaşımının kullanılmasıyla, $(\underline{r},t)$ uzay-anında oluşan hatanın bir ölçüsü olarak yorumlanabilir.

Denklem eşitliği;$(\underline{r},t)$ uzay-anında oluşan hatanın ölçüsü olarak atanan ağırlık büyüklüklerinden, $\Psi^{*T}(\underline{r})$ ağırlaştırma büyüklüğü ile ağırlaştırılmış olarak hacim üzerinden entegre edilerek, tamir edilebilir/2/. Böylece bilinmeyen N(t)'yi verecek denklem, alışılmış notasyonla yazılabilir:

$$\int_{V_R} dV\, \Psi^{*T}(\underline{r})\, v^{-1}\, \Psi(\underline{r}) \frac{dN(t)}{dt}$$

$$-N(t)\int_{V_R} dV\, \Psi^{*T}(\underline{r}) \left\{ \nabla . \tilde{D}(\underline{r},t) \nabla \Psi(\underline{r}) - A(\underline{r},t)\Psi(\underline{r}) + (1-\beta)\nu \chi_p \Sigma_F^T(\underline{r},t)\Psi(\underline{r}) \right\}$$

$$-\sum_{j=1}^{J} \int_{V_R} dV\, \Psi^{*T}(\underline{r})\, \lambda_j \chi_j \eta_j(\underline{r},t) = 0. \qquad (1.5)$$

V_R : nükleer sistemin hacmi.

$\mathcal{N}$: normalizasyon katsayısı.

$$\mathcal{N} = \int_{V_R} dV\, \Psi^{*T}(\underline{r}) \nu \chi_p \Sigma_F^T(\underline{r},t)\, \Psi(\underline{r}). \qquad (1.6)$$

Şimdi şu " klasik " kinetik büyüklükleri tanımlayalım:

$$\mathcal{N}.\rho(t) = \int_{V_R} dV\, \Psi^{*T}(\underline{r}) \left\{ \nabla . D(\underline{r},t)\nabla - A(\underline{r},t) + (1-\beta)\nu\chi_p \Sigma_F^T(\underline{r},t) \right.$$

$$\left. + \sum_{j=1}^{J} \nu \chi_j \beta_j \Sigma_F^T(\underline{r},t) \right\} \Psi(\underline{r}) \quad , \qquad (1.7)$$

$$\mathcal{N}.\Lambda = \int_{V_R} dV\, \Psi^{*T}(\underline{r})\, v^{-1}\, \Psi(\underline{r}) \quad , \qquad (1.8)$$

$$\mathcal{N}.\overline{\beta}_j(t) = \int_{V_R} dV\, \Psi^{*T}(\underline{r}) \nu \beta_j \chi_j\, \Sigma_F^T(\underline{r},t)\, \Psi(\underline{r}) \quad , \qquad (1.9)$$

$$\mathcal{N}.C_j(t) = \int_{V_R} dV\, \Psi^{*T}(\underline{r})\, \chi_j\, \eta_j(\underline{r},t) . \qquad (1.10)$$

Bu tanımlarla Dk.(1.5)'e dönülürse:

$$\Lambda.\mathcal{N}\frac{dN(t)}{d(t)} - N(t)\int_{V_R} dV\, \Psi^{*^T}(\underline{r})\Big\{\nabla.D(\underline{r},t)\nabla - A(\underline{r},t)$$
$$+(1-\beta)\nu\chi_p\Sigma_F^T(\underline{r},t)+\nu\sum_{j=1}^{J}\chi_j\beta_j\Sigma_F^T(\underline{r},t)\Big\}\Psi(\underline{r})$$
$$+N(t)\int_{V_R} dV\,\Psi^{*^T}(\underline{r})\,\nu\sum_{j=1}^{J}\chi_j\beta_j\Sigma_F^T(\underline{r},t)\Psi(\underline{r})$$
$$-\sum_{j=1}^{J}\int_{V_R} dV\,\Psi^{*^T}(\underline{r})\lambda_j\eta_j(\underline{r},t)\chi_j = 0\,. \tag{1.11}$$

Dk.(1.6) ve (1.7) aracılığıyla da:

$$\Lambda.\mathcal{N}\frac{dN(t)}{dt} - N(t)\mathcal{N}\rho(t) + N(t)\int_{V_R} dV\,\Psi^{*^T}\nu\sum_{j=1}^{J}\chi_j\beta_j\Sigma_F^T(\underline{r},t)\Psi(\underline{r})$$
$$-\sum_{j=1}^{J}\int_{V_R} dV\,\Psi^{*^T}(\underline{r})\lambda_j\eta_j(\underline{r},t)\chi_j = 0\,, \tag{1.12}$$

$$\overline{\beta}(t) = \sum_{j=1}^{J}\overline{\beta}_j(t)\quad , \tag{1.13}$$

öylelikle:

$$\Lambda.\mathcal{N}\frac{dN(t)}{d(t)} - N(t)\rho(t)\mathcal{N} + N(t)\mathcal{N}\beta(t) - \mathcal{N}\sum_{j=1}^{J}\lambda_j C_j(t) = 0\,, \tag{1.14}$$

ya da,

$$\Lambda\frac{dN(t)}{dt} = \big[\rho(t)-\beta(t)\big]N(t) + \sum_{j=1}^{J}\lambda_j C_j(t)\,. \tag{1.15}$$

Şimdi Dk.(1.2)'ye nokta kinetik yaklaşımıyla dönülürse, oradaki eşitlik de bozulacaktır:

$$\frac{\partial\eta_j(\underline{r},t)}{\partial t} \neq N(t)\beta_j(t)\nu\Sigma_F^T(\underline{r},t)\Psi(\underline{r}) - \lambda_j\eta_j(\underline{r},t)\,. \tag{1.16}$$

Bozulan eşitlik, denklem $\Psi^{*^T}(\underline{r})\chi_j$ ile ağırlaştırılıp nükleer sistem üzerinden entegre edilerek (alışılmış notasyonla) yeniden sağlanabilir:

$$\int_{V_R} dV\, \Psi^{*^T}(\underline{r})\, \frac{\partial \eta_j(\underline{r},t)}{\partial t} \chi_j = N(t) \int_{V_R} dV\, \Psi^{*^T}(\underline{r})\, \nu\, \beta_j(t)\, \Sigma_F^T(\underline{r},t)\, \chi_j\, \Psi(\underline{r})$$

$$- \int_{V_R} dV\, \Psi^{*^T}(\underline{r})\, \lambda_j\, \eta_j\, \chi_j . \qquad (1.17)$$

Dk. (1.10)'ın türevi:

$$\mathcal{N} \frac{dC_j(t)}{dt} = \int_{V_R} dV\, \Psi^{*^T} \chi_j\, \frac{\partial \eta_j(\underline{r},t)}{\partial t} \qquad (1.18)$$

Öyleyse:

$$\mathcal{N} \frac{dC_j(t)}{dt} = N(t)\, \overline{\beta}_j(t)\, \mathcal{N} - \lambda_j\, C_j(t)\, \mathcal{N} ; \qquad (1.19)$$

ya da,

$$\frac{dC_j(t)}{dt} = N(t)\, \overline{\beta}_j(t) - \lambda_j\, C_j(t). \qquad (1.20)$$

Geribeslemenin ihmal edilmesi halinde Nokta Kinetik Denklemleri aşağıdaki standart diferansiyel formdadır:

$$\Lambda \frac{dN(t)}{dt} = \left[\rho(t) - \overline{\beta}(t) \right] N(t) + \sum_{j=1}^{J} \lambda_j\, C_j(t) , \qquad (1.21)$$

$$\frac{dC_j(t)}{dt} = \overline{\beta}_j(t)\, N(t) - \lambda_j\, C_j . \qquad (1.22)$$

Buradaki büyüklükler aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır:

$N(t)$: reaktörün herhangi bir t anındaki güç seviyesi ile orantılı bir büyüklük.

$\rho(t)$: sistemin yetkinlikten oransal uzaklığı.

$\overline{\beta}(t)$: toplam geçikmiş nötron oranı.

Λ : nötron üreme zamanı.

λ_j : j'ninci grup geçikmiş nötron öncüsü çekirdeklerinin bozunum sabiti.

C_j : j'ninci grup gecikmiş nötron öncüleri sayısına ilişkin büyüklük.

* *

*

Reaktörün adım biçimindeki (sabit), geribeslemesiz bir uyarım girdisine yanıtı bulunabilir. Katsayılar sabit olarak, nitekim, Nokta Kinetik Denklemleri analitik olarak çözülebilir.

O amaçla, N(t) ve C(t) büyüklüklerinin Laplace Transformları tanımlanabilir:

$$\mathcal{L}[N(t)] = n(s) = \int_0^\infty dt\ N(t)\, e^{-st} , \tag{1.23}$$

$$\mathcal{L}[C_j(t)] = c_j(s) = \int_0^\infty dt\ C_j(t)\, e^{-st} . \tag{1.24}$$

Dk.(1.21) ve (1.22)'nin Laplace Transformları şöyle yazılacaktır.

$$\Lambda\left[s\,n(s) - N(0)\right] = \left[\rho - \bar{\beta}\right] n(s) + \sum_{j=1}^{J} \lambda_j\, c_j(s) , \tag{1.25}$$

$$s\,c_j(s) - C_j(0) = \bar{\beta}_j\, n(s) - \lambda_j\, c_j(s) . \tag{1.26}$$

Dk.(1.25) ve (1.26) (j+1) bilinmeyen: n(s), c_1(s),...,c_J(s)'e ilişkin olarak (j+1) cebrik denklemden oluşan bir takım oluşturmaktadır. Bu takım matrisyel notasyonla alışıldığı biçimde şöyle yazılabilir:

$$\mathcal{A}\,\mathcal{N}(s) = \mathcal{B} ; \tag{1.27}$$

$$\mathcal{N}(s) = \begin{bmatrix} n(s) \\ c_1(s) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ c_J(s) \end{bmatrix} , \tag{1.28}$$

$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} (\varsigma-\bar{\beta})-s\Lambda & \lambda_1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \lambda_J \\ \bar{\beta} & -(\lambda_1+s) & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & & & \cdot \\ \bar{\beta}_j & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & (\lambda_J+s) \end{bmatrix} \tag{1.29}$$

$$-\mathcal{B} = \begin{bmatrix} \Lambda N(0) \\ C_1(0) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ C_j(0) \end{bmatrix} \tag{1.30}$$

Dk.(1.27)'den $\mathcal{N}(s)$ bilinmeyenler vektörü, hemen,

$$\mathcal{N}(s) = \mathcal{A}^{-1}\mathcal{B} , \tag{1.31}$$

olarak yazılabilmektedir. Buradan "Ters Laplace Transformu" ile

$$N(t) = \sum_{j=1}^{J+1} A_j e^{w_i t} , \tag{1.32}$$

$$C_j(t) = \sum_{j=1}^{J+1} G_{ji} e^{w_i t} , \tag{1.33}$$

olarak yazılabileceği gösterilebilir ve w_i'ler "Uyarım Denklemi"nden bulunabilir.

* *
*

"Gelişigüzel değişimler" halide çoğunlukla sayısal çözüme gidilmesi kaçınılmaz görülmektedir. O zaman, ya Nokta Kinetik Denklemleri'nin entegro-diferansiyel formu yada doğrudan doğruya kendileri kullanılmaktadır.

Nokta Kinetik Denklemleri'nin $\{N(t)\,\varsigma(t)\}$ çarpım terimini içermeleri nedeniyle, lineer olmakdıkları görülmektedir. Bir başka deyişle, denklemlerin $\varrho(t)$ girişleri ile $N(t)$ çıkışları arasındaki fonksiyonel bağımlılığı nonlineerdir.

Nonlineerlik bir anlamda "içiçe olmaklık" demektir. Burada da Dk.(1.21) ve (1.22)'nin katsayılarını, denklemin çözümü tayin eder. Kısaca reaktör içindeki çeşitli geribesleme mekanizmalarının göz önüne alınması halinde genellikle Nokta Kinetik Denklemleri nonlineer denklemler haline gelmektedir.

*

Bundan sonraki bölümde diferansiyel çerçevede, iki sayısal teknik ele alınmakta ve bunların tabanında, gerçekleştirilen uygulamalarla, hesaplama etkinlikleri karşılaştırılmaktadır.

B Ö L Ü M II

SAYISAL TEKNİKLER

Nokta Kinetik Denklemleri"nin çözümü , geribesleme olsun, olmasın, sayısal birçok teknikle verilmektedir. Bu bölümde, daha öncede belirtildiği gibi, bu tekniklerden sadece ikisini tanıtmak ve sınamak istiyoruz.

2.1. N R K D (Nokta Reaktör Kinetik Denklemleri)

Tekniklerden biri, N R K D, analitik entegrasyon taban alınarak, Nokta Kinetik Denklemleri'ni sayısal olarak entegre etmektedir.

İlgili açıklama ve tanıtım /1/ sayılı kaynaktan özetlenmiş olarak aşağıda yapılmaktadır.

N R K D, geçikmiş nötron öncüleri ile ilgili büyüklüğün pratikçe değişmediği onaylanabilecek, ardışık zaman aralıkları içerisinde gerçeklenecek analitik entegrasyonlar üzerine kurulmuş bir yöntemdir. Sözü edilen yaklaşım, geçikmiş nötron öncüleri ile ilgili büyüklüğün zamanla değişiminin herhangi bir değişim sürecinde- yere ve zamana bağlı akının zaman bağımlılığı değişiminden daha yavaş olması olgusuna dayanılarak yapılmıştır.

Bu Bölümde; sözü edilen teknik yanı sıra bu tekniğe ilişkin bir hata ölçütü de verilmektedir.

2.1.1. N K D 'nin Sayısal İntegrasyonuna Yeni Bir Yaklaşım :

Nükleer parametrelerinin zamandan bağımsız olduğu varsayımıyla ve bir grup geçikmiş nötron öncüleri ile N K D şöyle yazılabilir :

$$\frac{dN(t)}{dt} = \frac{\rho - \beta}{\Lambda} N(t) + \lambda C(t) , \qquad (2.1)$$

$$\frac{dC(t)}{dt} = \frac{\beta}{\Lambda} N(t) - \lambda C(t) . \qquad (2.2)$$

Sözü edilen türetimin temel fikrini, Dk.(2.2)'nin sol yanının, Dk.(2.1)'in sol yanını oranla daha küçük kaldığı olgusu oluşturmaktadır. Nitekim Dk.(2.2)'yi değişim başladığını varsayacağımız sıfır anından yeterince kısa bir τ zaman sonra, ilgili türev Taylor açılımı yaklaşıklığında ifade olunarak, şöyle yazabiliriz:

$$\frac{C(\tau)-C(0)}{\tau}=\frac{\beta}{\Lambda}N(\tau)-\lambda C(\tau); \qquad (2.3)$$

ya da,

$$C(\tau)=\frac{1}{1+\lambda\tau}\left[\frac{\tau\beta}{\Lambda}N(\tau)+C(0)\right]. \qquad (2.4)$$

Şimdi eğer, m yeterince büyük bir sayı olarak,

$$\frac{\tau\beta}{\Lambda}N(\tau)=\frac{1}{m}C(0) \qquad (2.5)$$

yazılacak şekilde, τ , yeterince küçük seçilebilirse, Dk(2.4)'ün sağ yanı köşeli parantez içindeki ilk terim, ikincisi yanında ihmal edilebilir; keza $\lambda\tau$ da önündeki 1'e pratikçe birşey katıyor olmayacağından, C(τ)'ın, C(0)'dan uzaklaşmamış olur; dolayısıyla da C(0)'ın pratikçe değişmediği onaylanabilir. Öylelikle Dk.(2.1) - ρ ve β 'nın da τ süresince sabit kaldığı varsayımı ile analitik olarak entegre olunabilir. Entegrasyon sonucunda elde olunan N(t)'nin ifadesi ile Dk.(2.2)'ne girilirse, bu kez de, bu denklemin analitik entegrasyonu ile C(t) bulunur; buradan da C(τ)'nın değeri elde edilir.

Bir sonraki adım için de C(t)'nin C(τ) değerinde sabit kaldığı varsayım ile Dk.(2.1) (gerekmekteyse ρ ve β da yeni değerlerinde alınarak) yukarıdaki gibi entegre olunabilir. Böylece Dk.(2.1) ve (2.2)'nin sayısal entegrasyonu adım adım gerçeklenmiş olur.

2.1.2 İntegrasyon Zaman Adımı τ 'nun Belirlenmesi:

Bu defa Dk.(2.1), 0 ile τ zaman aralığında, ilgili türev Taylor açılımı yaklaşıklığında ifade olunarak, şöyle yazabiliriz:

$$\frac{N(\tau)-N(0)}{\tau}=\frac{\rho-\beta}{\Lambda}N(\tau)+\lambda C(\tau). \qquad (2.6)$$

Dk.(2.6) ve (2.3) düzenlenerek ve N(0)=1 alınarak,

$$N(\tau)=\frac{\tau\beta+\Lambda(1+\lambda\tau)}{\tau\beta+(\Lambda-\tau\rho)(1+\lambda\tau)}, \qquad (2.7)$$

bağıntısı elde edilir.

Dk.(2.2)'nin sol yanı $t<0$ olması halinde sıfır alınarak,

$$C(0)=\frac{\beta}{\lambda\Lambda}. \qquad (2.8)$$

Şimdi bu bağıntı (2.5) denkleminde kullanılarak,

$$\tau N(\tau)=\frac{1}{m\lambda}; \qquad (2.9)$$

nihayet buradan $N(\tau)$ çekilip, Dk.(2.7)'ye taşınarak,

$$\tau^2\lambda\left[m(\beta+\lambda\Lambda)+\rho\right]+\tau\left[\lambda\Lambda(m-1)+\rho-\beta\right]-\Lambda=0, \qquad (2.10)$$

denklemi elde edilir.

Kinetik Parametreler $\rho,\beta,\Lambda,\lambda$ bilinerek, bu denklemden τ çekilebilecek ve böylece yukarda anılan ardışık analitik integrasyon dizisi, τ 'dan daha kısa integrasyon zaman adımları içerisinde, m 'nin saptayacağı duyarlık çerçevesinde olarak gerçeklenebilinecektir. Bu arada kaydedilecek bir özellik, (2.10) ikinci dereceden bir denklem olduğuna göre söz konusu köklerden pozitif en küçük alanının kullanılması gereğidir."

2.1.3 N K D'nin Analitik Tabanlı Sayısal İntegrasyonu:

Dk.(2.1) ve (2.2), τ 'yu yeteri kadar kısa seçmek suretiyle, analitik bir yaklaşım tabanında entegre etmek amaçlanmış. O amaçla, 0 ile τ arasında C(t)'nin başlangıçtaki değeri C(0)'ın sabit kaldığını varsayarak, öylelikle birinci dereceden, sağ taraflı lineer bir diferansiyel denkleme indirgenen Dk.(2.1)'i entegre edilerek,

$$N(t)=\left[N(0)+\frac{b}{a}\right]e^{at}-\frac{b}{a}\ , \quad (a\neq 0) \tag{2.11}$$

elde edilir.

$$a=\frac{\rho-\beta}{\Lambda}\ , \tag{2.12}$$

$$b=\lambda C(0)\ , \tag{2.13}$$

alınmaktadır.

Eğer a, gerçekten 0 ise (2.1) denkleminden

$$N(t)=N(0)+bt\ , \quad (a=0) \tag{2.14}$$

yazılması gerekecektir.

(2.11) bağıntısının sağ tarafı (2.2)'ye taşınırsa,

$$\frac{dC(t)}{dt}=\frac{\beta}{\Lambda}\left\{\left[N(0)+\frac{b}{a}\right]e^{at}-\frac{b}{a}\right\}-\lambda C(t);\ (a\neq 0)\ , \tag{2.15}$$

yazılabilir. Bu denklem birinci dereceden sağ taraflı lineer bir diferansiyel denklem olup, entegrasyonu ile,

$$C(t)=\frac{\beta}{\Lambda(a+\lambda)}\left[N(0)+\frac{b}{a}\right]e^{at}+\left\{C(0)-\frac{\beta}{\Lambda(a+\lambda)}\left[N(0)-\frac{b}{\lambda}\right]\right\}e^{-\lambda t}-\frac{\beta b}{\lambda\Lambda a}\ ,\ (a\neq 0) \tag{2.16}$$

yazılabilir.

a = 0 ise, Dk.(2.14)'i Dk.(2.2)'de kullanarak,

$$C(t)=\frac{\beta}{\lambda\Lambda}\left\{\left[\frac{b}{\lambda}-N(0)\right]e^{-\lambda t}+bt+N(0)-\frac{b}{\lambda}\right\}+C_0e^{-\lambda t},\ (a=0); \qquad (2.17)$$

bulunur.

$N(t)$ ve $C(t)$'nin $a\neq0$, (2.11) ve (2.16)'dan hareketle,

$$N(t)=P_1e^{at}+P_2, \qquad (2.18)$$

$$C(t)=S_1e^{at}+S_2e^{-\lambda t}+S_3, \qquad (2.19)$$

biçiminde yazılabileceği görülebilir;

$$P_1=N_k(0)+\frac{b_k}{a}; \qquad (2.20)$$

$$P_2=-\frac{b_k}{a}, \qquad (2.21)$$

$$S_1=\frac{\beta}{\Lambda(a+\lambda)}\left[N_k(0)+\frac{b_k}{a}\right], \qquad (2.22)$$

$$S_2=C_k(0)-\frac{\beta}{\Lambda(a+\lambda)}\left[N(0)-\frac{b_k}{\lambda}\right], \qquad (2.23)$$

$$S_3=-\frac{\beta b_k}{\lambda\Lambda a}; \qquad (2.24)$$

burada, (2.11) ve (2.16)'dan farklı olarak b yerine b_k, $N(0)$ ile $C(0)$ yerine sırasıyla $N_k(0)$ ve $C_k(0)$ yazımasının nedeni, (2.18) ve (2.19)'u, k. analitik entegrasyon alanına ilişkin olarak genelleştirmiş olunmasından kaynaklanmaktadır.

(2.11) ve (2.16) bağıntıları, belli bir zaman adımı içersindeki $N(t)$ ve $C(t)$ değerlerini, bir önceki zaman adımının sonuna ilişkin olarak hesaplanmış başlangıç koşullarını içeren katsayılarla üretmeye artık hazır bulunmaktadır. Şimdi, içinde bulunulan zaman adımının sonundaki $N(t)$ ve $C(t)$ değerleri hesaplanarak, anılan katsayılar bir sonraki zaman adımına ilişkin olarak hesaplanabilecek, $N(t)$ ile $C(t)$ 'nin yeni zaman adımı sürecindeki hesabı da yinelebilecektir.

Bu arada gerekmesi halinde a büyüklüğünün de ilgili zaman adımındaki yeni değeri, katsayılırımızın hesabına sokulanabilecektir.

Görüldüğü gibi, (2.11) ve (2.16) Dk.'leri (2.1) ve (2.2) Dk.lerinin analitik tabanlı sayısal bir integrasyonunu sağlıyor olmaktadır.

2.1.4. Hata Ölçütü

Herhangi bir yaklaşık integrasyon veya sayısal yaklaşım tekniğine ilişik olacağı gibi, ortaya konulan sayısal integrasyon tekniğinin de ne derece doğru sonuç verdiğini saptayacak bir hata ölçütünün ortaya konulması yararlı ; hatta kaçınılmazdır.

Bu amaçla, (2.1) Dk'nin sağ taraf son terimini sabit olarak bulunan (2.11)'deki $N(t)$ ifadesini, τ zaman adımı sonundaki $N(t)$ değerini 1 ve 2 indisleri ile; $C(t)$ 'yi önce başlangıçtaki değerinde sonra ise τ 'daki değerinde sabit varsayarak yazıyoruz:

$$N_1(\tau)=\frac{\lambda C(0)}{a}\left(e^{a\tau}-1\right)+N_1(0)e^{a\tau}, \qquad (2.25)$$

$$N_2(\tau)=\frac{\lambda C(\tau)}{a}\left(e^{a\tau}-1\right)+N_2(0)e^{a\tau}. \qquad (2.26)$$

$N_1(\tau)$, $N(t)$'nin artagittiği bir halde, $C(0)$'ın, $C(t)$'nin altında seçiliyor olması gerçek $N(\tau)$'dan daha küçük, $N_2(\tau)$ ise; bu halde $C(\tau)$'nun $C(t)$'nin üstünde seçilmiş olması ile, gerçek $N(\tau)$'dan daha büyük olmaktadır. Başka bir deyişle gerçek $N(\tau)$,

$N_1(\tau)$ ile $N_2(\tau)$ arasında kalmaktadır.

N(t)'nin azalagittiği bir halde ise $N_1(\tau)$, C(0)'ın C(t)'nin üstünde seçilmiş olmasından dolayı gerçek $N(\tau)$'nun üstünde; $N_2(\tau)$ da $C(\tau)$'nun C(t)'nin altında seçilmiş bulunmasından dolayı gerçek $N(\tau)$'nun altına düşüyor olmaktadır. Görüldüğü gibi her iki halde de gerçek $N(\tau)$; sözünü ettiğimiz $N_1(\tau)$ ile $N_2(\tau)$'nun arasında kalmaktadır.

Şimdi;

$$\varepsilon_1 = N_2(\tau) - N_1(\tau) \quad , \tag{2.27}$$

büyüklüğünü tanımlayalım.

ε_1'in mutlak değeri, gerçek $N(\tau)$ yerine $N_1(\tau)$, yada $N_2(\tau)$ alınması hallerinde τ anında ortaya çıkacak olan hata,

$$\epsilon_i = N(\tau) - N_i(\tau) \quad , \qquad i = 1,2 \; , \tag{2.28}$$

büyüklüğünün mutlak değerinden daha büyük olmaktadır. O halde yaklaşık $N_1(\tau)$, yada $N_2(\tau)$ ~~yerine~~ seçilmiş olmasından dolayı yapılacak hata mutlak değerinin, ε_1 mutlak değerinden daha küçük olduğu görülebilir. "Daha öz bir anlatımla ε_1'in hesabı ile ; $N_1(\tau)$, ya da $N_2(\tau)$'nun kullanılmasından doğacak hata , ϵ_i, $(i=1,2)$, üstten kuşatılmış olacaktır".

N(t)'nin artagittiği halde ε_1'in pozitif; azalagittiği halde ise negatif olduğuna dikkat edilebilir. Dk.(2.27)'deki ε_1'i Dk.(2.25) ve Dk.(2.26) aracılığıyla ifade edersek,

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{a}(e^{a\tau} - 1)\lambda[C(\tau - C(0)] + e^{a\tau}[N_2(0) - N_1(0)] \; , \tag{2.29}$$

denklemini yazabiliriz.

τ, (2.9) bağıntısı çercevesinde, yeterince küçük seçilip, $C(\tau)$, C(O) cinsinden (2.4) denklemi aracılğıyla ifade edilebilmekteydi:

$$C(\tau)=\frac{1+\frac{1}{m}}{1+\lambda\tau}\,C(0)\,, \qquad (2.30)$$

olarak yazılabilir.

Ya da

$$C(\tau)-C(0)=\frac{1-m\lambda\tau}{m(1+\lambda\tau)}\,C(0)\,. \qquad (2.31)$$

Bu denklem (2.29) da kullanılarak,

$$\varepsilon_1=\frac{1-m\lambda\tau}{am(1+\lambda\tau)}\,\lambda C(0)(e^{a\tau}-1)+e^{a\tau}\left[N_2(0)-N_1(0)\right]\,, \qquad (2.32)$$

ifadesi çıkarılabilir.

(2.32) Dk.'nin sağ tarafındaki $N_2(0)$ ile $N_1(0)$, $N(t)$'ye yaklaşık $N_1(t)$ ile $N_2(t)$'nin 0 anındaki değeri olmaktadır ki, her ikisi de daha birinci zaman adımında olmaklığımızdan dolayı $N(0)$'a, farkları da 0'a eşit olmaktadır. Bununla beraber yukarıdaki denklemde söz konusu farka yer verilmesinin nedeni, daha sonraki zaman adımlarında kullanılmak üzere genel bir kalıp oluşturmaktadır.

O halde,

$$\varepsilon_1=\frac{1-m\lambda\tau}{am(1+\lambda\tau)}\,\lambda C(0)(e^{a\tau}-1)\,, \qquad (2.33)$$

olarak yazılabilecektir.

$N(t)$'nin yerine $N_1(t)$, ya da $N_2(t)$'nin kullanılmasından dolayı, bir sonraki zaman adımı τ 'nun sonunda oluşacak hatayı üstten kuşatacak hata ε_2 ise, ε_1 'in (2.32)'deki ifadesine bakılarak,

$$\varepsilon_2=\frac{1-m\lambda\tau}{am(1+\lambda\tau)}\,\lambda C(\tau)(e^{a\tau}-1)+e^{a\tau}\varepsilon_1\,, \qquad (2.34)$$

şeklinde yazılabilecektir.

(2.33) ve (2.34) denklemlerinden

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 \left[\frac{C(\tau)}{C(0)} + e^{a\tau} \right], \qquad (2.35)$$

olduğu kolayca görülebilir.

i; İntegrasyon adımı sayısı olmak üzere, şu tanımı yaparsak,

$$\eta_i \equiv \frac{C(i\tau)}{C[(i-1)\tau]} ; \qquad (2.36)$$

o zaman Dk.(2.35)'ten:

$$\varepsilon_2 = (\eta_1 + e^{a\tau})\, \varepsilon_1 . \qquad (2.37)$$

Üçüncü zaman adımına ilişkin olarak ε_2 için yapıldığı gibi,(2.34) bağıntısının kalıbında,

$$\varepsilon_3 = \frac{1-m\lambda\tau}{am(1+\lambda\tau)} \lambda C(2\tau)(e^{a\tau}-1) + e^{a\tau}\varepsilon_2 , \qquad (2.38)$$

ya da, Dk.(2.35)'in kalıbında,

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_1 \frac{C(2\tau)}{C(0)} + \varepsilon_2 \cdot e^{a\tau} , \qquad (2.39)$$

veya,

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_1 \frac{C(2\tau)}{C(\tau)} \cdot \frac{C(\tau)}{C(0)} + \varepsilon_2 . e^{a\tau} ; \qquad (2.40)$$

(2.36) bağıntısındaki tanım kullanılarak,

$$\varepsilon_3 = \eta_1 \eta_2 \varepsilon_1 + \varepsilon_2 e^{a\tau} ; \qquad (2.41)$$

ve sonunda (2.35) denklemi kullanılarak,

$$\varepsilon_3 = \left[\eta_2 \eta_1 + e^{a\tau}(\eta_1 + e^{a\tau}) \right] \varepsilon_1 , \qquad (2.42)$$

denkleminin yazılabileceği görülebilir.

Dördüncü zaman adımına ilişkin olarak ise, bunun gibi,

$$\varepsilon_4 = \left\{ \eta_3 \eta_2 \eta_1 + e^{a\tau}\left[\eta_2 \eta_1 + e^{a\tau}(\eta_1 + e^{a\tau}) \right] \right\} \varepsilon_1 ; \qquad (2.43)$$

dolayısıyla da n. zaman adımına ilişkin olarak da,

$$\varepsilon_n = \left\{ \eta_{n-1}\eta_{n-2}\cdots\eta_2\eta_1 + e^{\sigma\tau}\left\{ \eta_{n-2}\eta_{n-3}\cdots\eta_1 + \cdots + e^{\sigma\tau}\left[\eta_2\eta_1 + e^{\sigma\tau}(\eta_1 + e^{\sigma\tau}) \right] \right\} \right\}, \qquad (2.44)$$

denkleminin yazılabileceği görülebilir.

Bu denklem, (2.1) ve (2.2) denklemlerinin; önerilen analitik tabana oturmuş olarak sayısal entegrasyonuna ilişkin hatayı "üstten kuşatan" hatanın ifadesini vermektedir.

2.2. N B R G /1/

Tanıtılmaya çalışılan sayısal tekniğe karşılaştırma bazı olarak, N B R G'nin seçilmesinin nedeni; N R K D 'den önceki bir yöntem olmasıdır.

Söz konusu teknik, matris eksponansiyellerine yönelik yaklaşımları içeren yöntem taban alınarak kurulmuştur.

İlgili açıklama ve tanıtım /1/ sayılı kaynaktan özetlenmiş olarak aşağıda yapılmaktadır. Ayrıntılı bilgi için /4/ numaralı kaynağa başvurulabilir.

Dk.(1.21) ve Dk.(1.22)'den matris eksponansiyelleri içeren denkleme geçiş şöyle olmaktadır.

Dk.(1.21) ve Dk.(1.22);

$$\frac{dN(t)}{dt} = \frac{\rho(t) - \beta(t)}{\Lambda(t)} N(t) - \sum_{j=1}^{J} \lambda_j C_j(t), \qquad (2.45)$$

$$\frac{dC_j(t)}{dt} = \frac{\beta_j(t)}{\Lambda(t)} N(t) - \lambda_j C_j(t), \qquad j=1,\ldots,J \qquad (2.46)$$

şeklindeydi.

Bu denklemler matrisyel notasyonla toplu olarak şöyle yazılabilir.

$$\frac{d\Psi(t)}{dt} = A\,\Psi(t)\;; \tag{2.47}$$

$$\Psi(t) = \begin{bmatrix} N(t) \\ C_1(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ C_J(t) \end{bmatrix} \tag{2.48}$$

$$A = \begin{bmatrix} \alpha(t) & \lambda_1 & \lambda_2 & \cdot & \cdot & \cdot & \lambda_J \\ \mu_1(t) & -\lambda_1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \mu_2(t) & 0 & -\lambda_2 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & & & \cdot \\ \mu_J(t) & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \lambda_J \end{bmatrix} \tag{2.49}$$

$$\alpha(t) = \left[\rho(t) - \beta(t)\right] / \Lambda(t)\,, \tag{2.50}$$

$$\mu_j(t) = \beta_j(t) / \Lambda(t)\,, \tag{2.51}$$

Bir t_i anından kalkıp, $\alpha(t)$ ve $\mu_j(t)$'lerin değişmediğinin varsayılabileceği kadar yakındaki bir t_{i+1} anına gelinirse, o taktirde,

$$\Delta t_i = t_{i+1} - t_i \,, \tag{2.52}$$

aralığında A matrisi sabit varsayılabilir, dolayısıyla (2.47) hemen integre olunarak matris eksponansiyelleri içeren,

$$\Psi(t_{i+1}) = e^{\Delta t_i A}\,\Psi(t_i) \tag{2.53}$$

denklemi elde olunur.

Ancak A matrisinin zamanla değişiyor olması, bugünkü hesaplama koşullarında bile lüks sayılabilecek bir çözüm gerektirdiğinden, matris eksponansiyellerine yönelik yaklaşıklıkları içeren, diğer bir deyişle $e^{\Delta t_i A}$ büyüklüğünün yaklaşık olarak ifade edilmesi üstüne kurulmuş yöntemler geliştirilmiştir.

Bunlardan Nobrega'nın yöntemi, eksponansiyellerin Padé yaklaşımlarını kapsıyor olmaktan öte, bu yaklaşımları duyarlı kılacak uyarım denklemi köklerini işleme özel olarak katmaktadır. Söz konusu yöntem, I ; A'nın boyutlarındaki birim matris, δ da skaler bir sayı olmak üzere, (I-δ) A matrisinin tersine ilişkin bir ifade üzerine kurulmuştur.

Buna göre;

$$[I-\delta A]^{-1} = \gamma a b^{T} + D \;; \tag{2.54}$$

$$\gamma = \left(1 - \delta \frac{g}{\Lambda} + \sum_{j=1}^{J} \frac{\delta \mu_j}{1+\delta \lambda_j}\right)^{-1} , \tag{2.55}$$

$$a = \begin{bmatrix} 1 \\ \dfrac{\delta \mu_1}{1+\delta\lambda_1} \\ \dfrac{\delta \mu_2}{1+\delta\lambda_2} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \dfrac{\delta \mu_J}{1+\delta\lambda_J} \end{bmatrix} , \tag{2.56}$$

$$b = \begin{bmatrix} 1 \\ \dfrac{\delta \lambda_1}{1+\delta\lambda_1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \dfrac{\delta \lambda_J}{1+\delta\lambda_J} \end{bmatrix} , \tag{2,57}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & & & & 0 \\ & \frac{1}{1+\delta\lambda_1} & & & \\ & & \frac{1}{1+\delta\lambda_2} & & \\ & & & \ddots & \\ 0 & & & & \frac{1}{1+\delta\lambda_J} \end{bmatrix}, \qquad (2.58)$$

Burada haliyle, δ, Λ ve μ_j büyüklüklerinin (ilgili ters işlemin gerçeklendiği sırada) sabit bulundukları varsayılıyor olmaktadır.

B Ö L Ü M III

KARŞILAŞTIRMA

Elimizde Nokta Kinetik Denklemleri'ni çözmek amacıyla hazırlanmış iki program var. Kısaca biri NBRG, diğeri NRKD. Programların çözümlerini, ne ölçüde gerçeğe yakın ve ne kadar bir sürede gerçekleştirdiklerini araştırıyoruz.

Bu amaçla, yalnız, programların doğru çalışırlıklarından emin olmak durumundayız. Programların doğru çalışırlıklarının kanıtlanması amacıyla, sabit bir reaktivite girdisiyle, her ikisi de $1x10^{-3}$ saniyelik bir inceleme süresince koşuldu ve sonuçlar, bu halde bulunabilen analitik sonuçlarla karşılaştırıldı. Sonuçların çakışmasıyla programların doğru çalışırlılığına dair güven kazanılmış oldu.

* *
*

Karşılaştırma bazı olarak sabit reaktivite girdisiyle, her iki program, önce 1 saniyelik bir inceleme süresi boyunca 0,1 ∅ , 0,7 ∅ , 1,01 ∅ , 3 ∅ , -0,1 ∅ , -1 ∅ , -10 ∅'lık reaktivite değerleriyle koşuldu. Sonuçların göreceli hataları ve programların icra süreleriyle ilgili tablolar aşağıda verilmiştir (Tablo 3.1 , 3.2).

Programlar İTÜ Bilgi İşlem Merkezi IBM 4341 makinalarında koşulmuştur.

Söz konusu tablolarda geçen "göreceli hata" ; gerçek değer ile yaklaşık değer arasındaki farkın mutlak değerinin, gerçek değere bölümü olarak hesaplanmaktadır.

Tablo 3.1. 1 saniyelik inceleme süresi sonundaki göreceli hatalar

ρ (%)	N B R G	N R K D
0,1	$<1x10^{-7}$	$4,81x10^{-5}$
0,7	$8,57x10^{-6}$	$9x10^{-4}$
1,01	$<2,9x10^{-5}$	$2,8x10^{-3}$
3	$<1x10^{-7}$	$5x10^{-3}$
-0,1	$<1x10^{-8}$	$3,9x10^{-5}$
-1	$<2x10^{-8}$	$2,16x10^{-4}$
-10	$<1x10^{-8}$	$4,6x10^{-5}$

Tablo 3.2. 1 saniyelik inceleme süreleri için saniye olarak icra süreleri

ρ (%)	N B R G	N R K D
0,1	0,49	0,54
0,7	0,50	0,54
1,01	0,51	0,53
3	0,64	0,56
-0,1	0,51	0,55
-1	0,53	0,55
-10	0,51	0,52

Tablolardan görüldüğü gibi NRKD'ye ilişkin göreceli hatalar, öteki programla aynı mertebedeki bir icra süresi çerçevesinde olarak, tatminkar derecede küçük çıkmaktadır. NRKD, kendinden önceki en iyi algoritma, NBRG kadar hızlı çalışmaktadır. Ayrıca bir hata ölçütüyle de donatılmıştır.

İnceleme süresini 1 saniyeden 10 saniyeye çıkardığımızda Tablo 3.3 ve 3.4 'deki reaktivite değerlerine ilişkin olarak bulduğumuz hata oranları, yine önemsenmeyecek ölçüde küçük bulunmakta, icra süreleri de NBRG ile kıyaslanabilir mertebelerde olmaktadır.

Tablo 3.3. 10 saniyelik inceleme süresi sonundaki göreceli hatalar

ρ (%)	N B R G	N R K D
-0,1	$1,8\times10^{-8}$	$7,1\times10^{-4}$
-1	$1,04\times10^{-6}$	$3,6\times10^{-3}$
-10	$6,36\times10^{-5}$	$7,1\times10^{-3}$

Tablo 3.4. 10 saniyelik inceleme süreleri için saniye olarak icra süreleri

ρ (%)	N B R G	N R K D
-0,1	0,52	0,52
-1	0,53	0,49
-10	0,50	0,52

Sabit reaktivite girdisiyle son kez inceleme süresini 600 saniyeye kadar uzatıp, programları pozitif ve negatif (±) 0,01 $'lık reaktivite değerleriyle koştuk. Bu kez, NRKD'deki göreceli hatanın, NBRG'deki göreceli hataya göre, 1 saniye ve 10 saniyelik incelemelerdekinden daha büyük çıktığını gözledik.

Öyle olunca, NRKD'deki analitik entegrasyon aralığı daraltılıp, 100 adımdan 1000 adıma geçildi ve sayısal çözümün, analitik çözüme yaklaştığı görüldü.

Ne var ki programın icra süresi bu halde uzadı (Tablo 3.5, 3.6).

Tablo 3.5. 600 saniyelik inceleme süresi sonundaki göreceli hatalar

ϱ ($)	N B R G	N R K D
+0,01	$<1\times10^{-7}$	$1,17\times10^{-2}$
-0,01	$1,74\times10^{-6}$	$1,14\times10^{-2}$

Tablo 3.6. 600 saniyelik inceleme süreleri için saniye olarak icra süreleri

ϱ ($)	N B R G	N R K D
+0,01	0,49	1,95
-0,01	0,49	2

NRKD sonuçlarının duyarlılığının NBRG sonuçları duyarlılık düzeyine çıkarılabilmesi için entegrasyon zaman adımları, 600 saniyelik ilgili incelemelere dönük olarak 10000 mertebesine çıkarılmak ayrıca gerekmiş olup, NRKD'nin icra süresi bu örnek çerçevesinde 16-17 saniyeye kadar uzamaktadır.

*

Söz konusu durumun, reaktivite girdisinin adım biçiminde değil de değişken olması halinde, NBRG'nin aleyhine, NRKD'nin de lehine olarak değiştiğini aşağıda sunacağız.

Lineer artan bir reaktivite girdisine karşılık olarak da programların verdiği sonuçları incelemek istedik. Bu amaçla inceleme süresini zaman adımlarına bölüp, "DO döngüsü"nden yararlanarak, reaktiviteyi 1. , 2. ve 4. terimleri sıfır olan üçüncü dereceden bir polinom:

$$\rho(t) = G_1 t^3 + G_2 t^2 + G_3 t + G_4$$

şeklinde vererek, lineer artan reaktiviteyle programları çalıştırdık.

Bu çalışma sonunda da çözümlerinin sonuçlarının birbirine oldukça yakın olduğu görüldü. Fakat NRKD'yi, NBRG'den üstün kıldığı ifade olunabilecek bir nokta da gözlenmiş oldu. Bu da; programlar değişken reaktivite girdisiyle koşulduğunda, pratikçe aynı sonuçlar hesaplanıyor, aynı uzunluktaki zaman adımlarına karşı, NRKD'nin icra süresinin, NBRG'dekinden kısa olduğudur (Tablo 3.7).

Tablo 3.7. 1 saniyelik inceleme süreleri için saniye olarak icra süreleri

ρ ($)	N B R G	N R K D
0,1	0,95	0,70
0,7	1,02	0,74
3	1,02	0,68
-0,1	1,01	0,71
– 1	1,01	0,69

Son olarak programlara, reaktivite, üçüncü dereceden polinom şeklinde bir eğri olarak girdilendi (Tablo 3.8) /3/.

Tablo 3.8. 1 saniyelik inceleme süresi için N(t) değerleri

T (s.)	N B R G	N R K D
0,1	1,1896039	1,1894416
0,2	1,2414222	1,2413721
0,3	1,2970516	1,2970220
0,4	1,3574293	1,3574236
0,5	1,4232359	1,4232590
0,6	1,4952848	1,4953428
0,7	1,5745565	1,5746570
0,8	1,6622435	1,6623959
0,9	1,7598081	1,7600242
1	1,8690615	1,8693564

İcra süreleri sırasıyla 1,06 saniye ve 0,66 saniye olup, sonuçların pratikçe aynı bulunmalarına karşılık, NRKD'nin bu halde de daha hızlı çalıştığı görülmektedir.

S O N U Ç

Bir önceki bölümde, Nokta Kinetik Denklemleri'nin sayısal çözümüne ilişkin olarak, bilinen son iki yöntem karşılaştırılmak dilendi.

NBRG, istenilen anlarda N(t) (akı vektörünün skaler zaman bağımlılığı) ile C(t)'yi (t anındaki gecikmiş nötron öncüleri sayısına ilişkin büyüklük) verirken; NRKD, N(t) ve C(t)'nin analitik entegrasyon tabanlı yaklaşık çözümleri yanı sıra bir hata ölçütüyle de, sonuçların doğruluk derecelerini öngörü olanağını sağlamaktadır.

Görülmektedir ki, analitik çözümle NRKD'nin yaklaşık çözümü arasındaki fark, bu algoritmanın öngördüğü hata sınırlarının arasına düşmekte; başka bir deyişle NRKD hata ölçütü ilgili hatayı duyarlı bir biçimde öngörmektedir.

Buna karşılık NBRG'nin sonuçlarının, göreceli hatalarının NRKD'ninkilerden küçük olduğu gözlendi. Ne var ki NRKD'ye ait göreceli hataların önemsenmeyecek ölçüde küçük kaldığı kaydedildi (Tablo 3.1 , 3.3 , 3.5).

İnceleme konusu ettiğimiz diğer bir nokta programların icra süreleri olmaktaydı. NBRG ve NRKD aynı girdilerle çalıştırılınca, icra süreleri arasında (yukarıda, sonuçların duyarlılığına bağlı olarak zikredilen özellik saklı olarak) kayda değer bir fark gözlenmedi. Her iki program da, pratikçe kısa bir sürede ve yeterli bir duyarlıkta olarak, söz konusu sorunları icra edebilmektedir (Tablo 3.2 , 3.4).

NRKD'yi kendinden önceki ve duyarlı bir algoritma olan NBRG'nin önüne geçiren sonuçlar değişken reaktivite girdileriyle alındı. Söz konusu karşılaştırmada NRKD'nin icra süresinin, pratikçe aynı sonuçlar bulunmuş olarak NBRG'nin icra süresinden kısa olduğu gözlendi (Tablo 3.7).

Söz konusu sonuçlar 1 saniyelik inceleme süresi 20 adıma bölünerek alınmıştır. Burada denenmeyen daha uzun inceleme süreleri ve daha büyük adım sayıları için sonuçların NRKD açısından daha lehte olacağını söylemek mümkün görünmektedir. Başka bir deyişle NRKD'nin artan adım sayısıyla icra süresindeki artışının, NBRG yanında daha da küçük kalması beklenecektir.

*

Bu çalışma, sonuç olarak, Nokta Kinetik Denklemleri'nin sayısal entegrasyonuna dönük bilinen son iki sayısal teknik, hesap ettikleri sonuçlarının duyarlılığıyla, bu sonuçların hesap edilebilmesi için gerekli icra süreleri açılarından (tabiatıyla aynı girdiler bazında olarak) karşılaştırılmış bulunmaktadır.

Bu amaçla sabit ve değişken reaktivite girdileriyle sorunlar düzenlenmiş ve bunlara karşı sonuçları saptanmıştır.

Sabit reaktiviteli problemleri NRKD ile aynı bir icra süresi sonucu NBRG'de daha duyarlı olarak sonuçlandırmaktadır. Nedir ki NRKD sonuçlarının bu hallerdeki duyarlılığı doyumludur.

Değişken reaktiviteli hallerde ise aynı duyarlıktaki sonuçların NRKD tarafından NBRG'ye oranla daha hızlı üretildiği bulgulanmaktadır.

*

Bulgularımızı ortaya koymak üzere İTÜ Bilgi İşlem Merkezi IBM 4341 makinalarında, NRKD ve NBRG'yi dikkate alınabilecek koşular itibariyle toplam elli kez dolayında koştuğumuz kayda değer olarak zikrolunabilecektir.

Ek - 2

3 Ø'lık sabit reaktivite girdisine ait sonuçlar aşağıda verilmiştir.

İnceleme süresi: 1 saniye

β : $7{,}5\mathrm{x}10^{-3}$

λ : $8\mathrm{x}10^{-2}$ s^{-1}

Λ : $5\mathrm{x}10^{-4}$ s.

NBRG'nin sonuçları:

T	N(t)	C(t)
T= 0.10000D-01SEC	N= 0.15247987D 01	C= 0.18753738D 03
T= 0.20000D-01SEC	N= 0.22332762D 01	C= 0.18766651D 03
T= 0.30000D-01SEC	N= 0.31897933D 01	C= 0.18791943D 03
T= 0.40000D-01SEC	N= 0.44812625D 01	C= 0.18833943D 03
T= 0.50000D-01SEC	N= 0.62250501D 01	C= 0.18898496D 03
T= 0.60000D-01SEC	N= 0.85796473D 01	C= 0.18993494D 03
T= 0.70000D-01SEC	N= 0.11759080D 02	C= 0.19129596D 03
T= 0.80000D-01SEC	N= 0.16052368D 02	C= 0.19321197D 03
T= 0.90000D-01SEC	N= 0.21849803D 02	C= 0.19587732D 03
T= 0.10000D 00SEC	N= 0.29678433D 02	C= 0.19955449D 03
T= 0.11000D 00SEC	N= 0.40249982D 02	C= 0.20459793D 03
T= 0.12000D 00SEC	N= 0.54525562D 02	C= 0.21148629D 03
T= 0.13000D 00SEC	N= 0.73803051D 02	C= 0.22086591D 03
T= 0.14000D 00SEC	N= 0.99835104D 02	C= 0.23360964D 03
T= 0.15000D 00SEC	N= 0.13498850D 03	C= 0.25089615D 03
T= 0.16000D 00SEC	N= 0.18245932D 03	C= 0.27431715D 03
T= 0.17000D 00SEC	N= 0.24656355D 03	C= 0.30602202D 03
T= 0.18000D 00SEC	N= 0.33312949D 03	C= 0.34891332D 03
T= 0.19000D 00SEC	N= 0.45002765D 03	C= 0.40691065D 03
T= 0.20000D 00SEC	N= 0.60788633D 03	C= 0.48530702D 03
T= 0.21000D 00SEC	N= 0.82105797D 03	C= 0.59125009D 03
T= 0.22000D 00SEC	N= 0.11089241D 04	C= 0.73439204D 03
T= 0.23000D 00SEC	N= 0.14976573D 04	C= 0.92776716D 03
T= 0.24000D 00SEC	N= 0.20226011D 04	C= 0.11889769D 04
T= 0.25000D 00SEC	N= 0.27314833D 04	C= 0.15417901D 04
T= 0.26000D 00SEC	N= 0.36887553D 04	C= 0.20183044D 04
T= 0.27000D 00SEC	N= 0.49814521D 04	C= 0.26618640D 04
T= 0.28000D 00SEC	N= 0.67271054D 04	C= 0.35310010D 04
T= 0.29000D 00SEC	N= 0.90844297D 04	C= 0.47047569D 04
T= 0.30000D 00SEC	N= 0.12267752D 05	C= 0.62898690D 04
T= 0.31000D 00SEC	N= 0.16566501D 05	C= 0.84304751D 04
T= 0.32000D 00SEC	N= 0.22371516D 05	C= 0.11321219D 05
T= 0.33000D 00SEC	N= 0.30210590D 05	C= 0.15224945D 05
T= 0.34000D 00SEC	N= 0.40796448D 05	C= 0.20496599D 05
T= 0.35000D 00SEC	N= 0.55091557D 05	C= 0.27615500D 05
T= 0.36000D 00SEC	N= 0.74395625D 05	C= 0.37228915D 05
T= 0.37000D 00SEC	N= 0.10046377D 06	C= 0.50210915D 05
T= 0.38000D 00SEC	N= 0.13566612D 06	C= 0.67741841D 05
T= 0.39000D 00SEC	N= 0.18320324D 06	C= 0.91415620D 05
T= 0.40000D 00SEC	N= 0.24739722D 06	C= 0.12338469D 06
T= 0.41000D 00SEC	N= 0.33408456D 06	C= 0.16655569D 06

T= 0.42000D 00SEC	N= 0.45114686D 06	C= 0.22485374D 06
T= 0.43000D 00SEC	N= 0.60922740D 06	C= 0.30357931D 06
T= 0.44000D 00SEC	N= 0.82269885D 06	C= 0.40989014D 06
T= 0.45000D 00SEC	N= 0.11109700D 07	C= 0.55345201D 06
T= 0.46000D 00SEC	N= 0.15002504D 07	C= 0.74731756D 06
T= 0.47000D 00SEC	N= 0.20259333D 07	C= 0.10091130D 07
T= 0.48000D 00SEC	N= 0.27358139D 07	C= 0.13626409D 07
T= 0.49000D 00SEC	N= 0.36944342D 07	C= 0.18400437D 07
T= 0.50000D 00SEC	N= 0.49889520D 07	C= 0.24847271D 07
T= 0.51000D 00SEC	N= 0.67370645D 07	C= 0.33553054D 07
T= 0.52000D 00SEC	N= 0.90977099D 07	C= 0.45309317D 07
T= 0.53000D 00SEC	N= 0.12285518D 08	C= 0.61184935D 07
T= 0.54000D 00SEC	N= 0.16590323D 08	C= 0.82623319D 07
T= 0.55000D 00SEC	N= 0.22403518D 08	C= 0.11157364D 08
T= 0.56000D 00SEC	N= 0.30253637D 08	C= 0.15066807D 08
T= 0.57000D 00SEC	N= 0.40854411D 08	C= 0.20346105D 08
T= 0.58000D 00SEC	N= 0.55169663D 08	C= 0.27475251D 08
T= 0.59000D 00SEC	N= 0.74500931D 08	C= 0.37102428D 08
T= 0.60000D 00SEC	N= 0.10060581D 09	C= 0.50102935D 08
T= 0.61000D 00SEC	N= 0.13585776D 09	C= 0.67658778D 08
T= 0.62000D 00SEC	N= 0.18346187D 09	C= 0.91366130D 08
T= 0.63000D 00SEC	N= 0.24774631D 09	C= 0.12338046D 09
T= 0.64000D 00SEC	N= 0.33455580D 09	C= 0.16661251D 09
T= 0.65000D 00SEC	N= 0.45178305D 09	C= 0.22499292D 09
T= 0.66000D 00SEC	N= 0.61008634D 09	C= 0.30382964D 09
T= 0.67000D 00SEC	N= 0.82385859D 09	C= 0.41029048D 09
T= 0.68000D 00SEC	N= 0.11125359D 10	C= 0.55405486D 09
T= 0.69000D 00SEC	N= 0.15023649D 10	C= 0.74819380D 09
T= 0.70000D 00SEC	N= 0.20287886D 10	C= 0.10103584D 10
T= 0.71000D 00SEC	N= 0.27396694D 10	C= 0.13643846D 10
T= 0.72000D 00SEC	N= 0.36996405D 10	C= 0.18424604D 10
T= 0.73000D 00SEC	N= 0.49959824D 10	C= 0.24880524D 10
T= 0.74000D 00SEC	N= 0.67465582D 10	C= 0.33598577D 10
T= 0.75000D 00SEC	N= 0.91105300D 10	C= 0.45371407D 10
T= 0.76000D 00SEC	N= 0.12302830D 11	C= 0.61269398D 10
T= 0.77000D 00SEC	N= 0.16613701D 11	C= 0.82737993D 10
T= 0.78000D 00SEC	N= 0.22435087D 11	C= 0.11172911D 11
T= 0.79000D 00SEC	N= 0.30296268D 11	C= 0.15087863D 11
T= 0.80000D 00SEC	N= 0.40911980D 11	C= 0.20374600D 11
T= 0.81000D 00SEC	N= 0.55247403D 11	C= 0.27513793D 11
T= 0.82000D 00SEC	N= 0.74605912D 11	C= 0.37154535D 11
T= 0.83000D 00SEC	N= 0.10074758D 12	C= 0.50173362D 11
T= 0.84000D 00SEC	N= 0.13604920D 12	C= 0.67753943D 11
T= 0.85000D 00SEC	N= 0.18372039D 12	C= 0.91494701D 11
T= 0.86000D 00SEC	N= 0.24809541D 12	C= 0.12355414D 12
T= 0.87000D 00SEC	N= 0.33502722D 12	C= 0.16684711D 12
T= 0.88000D 00SEC	N= 0.45241966D 12	C= 0.22530979D 12
T= 0.89000D 00SEC	N= 0.61094602D 12	C= 0.30425759D 12
T= 0.90000D 00SEC	N= 0.82501950D 12	C= 0.41086845D 12
T= 0.91000D 00SEC	N= 0.11141036D 13	C= 0.55483541D 12
T= 0.92000D 00SEC	N= 0.15044819D 13	C= 0.74924791D 12
T= 0.93000D 00SEC	N= 0.20316473D 13	C= 0.10117819D 13
T= 0.94000D 00SEC	N= 0.27435299D 13	C= 0.13663070D 13
T= 0.95000D 00SEC	N= 0.37048537D 13	C= 0.18450564D 13
T= 0.96000D 00SEC	N= 0.50030223D 13	C= 0.24915581D 13
T= 0.97000D 00SEC	N= 0.67560648D 13	C= 0.33645919D 13
T= 0.98000D 00SEC	N= 0.91233677D 13	C= 0.45435338D 13
T= 0.99000D 00SEC	N= 0.12320166D 14	C= 0.61355731D 13
T= 0.10000D 01SEC	N= 0.16637111D 14	C= 0.82854578D 13

NRKD 'nin sonuçları:

T	N(t)	C(t)
0.10000000D-01	0.15247882D 01	0.18753738D 03
0.20000000D-01	0.22332131D 01	0.18766651D 03
0.30000000D-01	0.31896071D 01	0.18791941D 03
0.40000000D-01	0.44808399D 01	0.18833937D 03
0.50000000D-01	0.62242137D 01	0.18898481D 03
0.60000000D-01	0.85781244D 01	0.18993463D 03
0.70000000D-01	0.11756458D 02	0.19129536D 03
0.80000000D-01	0.16048028D 02	0.19321087D 03
0.90000000D-01	0.21842829D 02	0.19587541D 03
0.10000000D 00	0.29667479D 02	0.19955129D 03
0.11000000D 00	0.40233081D 02	0.20459272D 03
0.12000000D 00	0.54499854D 02	0.21147798D 03
0.13000000D 00	0.73764408D 02	0.22085292D 03
0.14000000D 00	0.99777583D 02	0.23358965D 03
0.15000000D 00	0.13490358D 03	0.25086578D 03
0.16000000D 00	0.18233483D 03	0.27427148D 03
0.17000000D 00	0.24638216D 03	0.30595398D 03
0.18000000D 00	0.33286657D 03	0.34881276D 03
0.19000000D 00	0.44964830D 03	0.40676303D 03
0.20000000D 00	0.60734121D 03	0.48509161D 03
0.21000000D 00	0.82027745D 03	0.59093740D 03
0.22000000D 00	0.11078101D 04	0.73394024D 03
0.23000000D 00	0.14960719D 04	0.92711703D 03
0.24000000D 00	0.20203508D 04	0.11880448D 04
0.25000000D 00	0.27282967D 04	0.15404582D 04
0.26000000D 00	0.36842525D 04	0.20164067D 04
0.27000000D 00	0.49751019D 04	0.26591674D 04
0.28000000D 00	0.67181660D 04	0.35271786D 04
0.29000000D 00	0.90718663D 04	0.46993507D 04
0.30000000D 00	0.12250123D 05	0.62822383D 04
0.31000000D 00	0.16541797D 05	0.84197246D 04
0.32000000D 00	0.22336946D 05	0.11306098D 05
0.33000000D 00	0.30162271D 05	0.15203713D 05
0.34000000D 00	0.40728992D 05	0.20466829D 05
0.35000000D 00	0.54997484D 05	0.27573813D 05
0.36000000D 00	0.74264563D 05	0.37170618D 05
0.37000000D 00	0.10028135D 06	0.50129483D 05
0.38000000D 00	0.13541244D 06	0.67628220D 05
0.39000000D 00	0.18285076D 06	0.91257251D 05
0.40000000D 00	0.24690785D 06	0.12316416D 06
0.41000000D 00	0.33340565D 06	0.16624889D 06
0.42000000D 00	0.45020565D 06	0.22442728D 06
0.43000000D 00	0.60792344D 06	0.30298702D 06
0.44000000D 00	0.82089349D 06	0.40906814D 06
0.45000000D 00	0.11084719D 07	0.55231206D 06
0.46000000D 00	0.14967959D 07	0.74573776D 06
0.47000000D 00	0.20211589D 07	0.10069251D 07
0.48000000D 00	0.27292185D 07	0.13596126D 07
0.49000000D 00	0.36853281D 07	0.18358549D 07
0.50000000D 00	0.49763854D 07	0.24789361D 07
0.51000000D 00	0.67197304D 07	0.33473039D 07
0.52000000D 00	0.90738102D 07	0.45198814D 07
0.53000000D 00	0.12252579D 08	0.61032405D 07
0.54000000D 00	0.16544946D 08	0.82412876D 07
0.55000000D 00	0.22341030D 08	0.11128343D 08
0.56000000D 00	0.30167619D 08	0.15026802D 08
0.57000000D 00	0.40736045D 08	0.20290982D 08
0.58000000D 00	0.55006840D 08	0.27399329D 08
0.59000000D 00	0.74277030D 08	0.36997898D 08
0.60000000D 00	0.10029802D 09	0.49959070D 08
0.61000000D 00	0.13543478D 09	0.67460846D 08
0.62000000D 00	0.18288076D 09	0.91093906D 08
0.63000000D 00	0.24694820D 09	0.12300618D 09
0.64000000D 00	0.33345996D 09	0.16609808D 09
0.65000000D 00	0.45027882D 09	0.22428608D 09
0.66000000D 00	0.60802208D 09	0.30285871D 09
0.67000000D 00	0.82102652D 09	0.40895718D 09
0.68000000D 00	0.11086514D 10	0.55222444D 09
0.69000000D 00	0.14970381D 10	0.74568159D 09
0.70000000D 00	0.20214857D 10	0.10069113D 10
0.71000000D 00	0.27296597D 10	0.13596560D 10
0.72000000D 00	0.36859237D 10	0.18359754D 10

0.73000000D	00	0.49771895D	10	0.24791607D	10
0.74000000D	00	0.67208160D	10	0.33476689D	10
0.75000000D	00	0.90752759D	10	0.45204360D	10
0.76000000D	00	0.12254558D	11	0.61040510D	10
0.77000000D	00	0.16547619D	11	0.82424435D	10
0.78000000D	00	0.22344638D	11	0.11129965D	11
0.79000000D	00	0.30172491D	11	0.15029054D	11
0.80000000D	00	0.40742624D	11	0.20294085D	11
0.81000000D	00	0.55015723D	11	0.27403580D	11
0.82000000D	00	0.74289025D	11	0.37003698D	11
0.83000000D	00	0.10031422D	12	0.49966964D	11
0.84000000D	00	0.13545665D	12	0.67471566D	11
0.85000000D	00	0.18291030D	12	0.91108443D	11
0.86000000D	00	0.24698807D	12	0.12302587D	12
0.87000000D	00	0.33351380D	12	0.16612473D	12
0.88000000D	00	0.45035153D	12	0.22432213D	12
0.89000000D	00	0.60812027D	12	0.30290745D	12
0.90000000D	00	0.82115910D	12	0.40902305D	12
0.91000000D	00	0.11088304D	13	0.55231344D	12
0.92000000D	00	0.14972798D	13	0.74580183D	12
0.93000000D	00	0.20218122D	13	0.10070737D	13
0.94000000D	00	0.27301005D	13	0.13598754D	13
0.95000000D	00	0.36865189D	13	0.18362717D	13
0.96000000D	00	0.49779932D	13	0.24795608D	13
0.97000000D	00	0.67219013D	13	0.33482093D	13
0.98000000D	00	0.90767414D	13	0.45211658D	13
0.99000000D	00	0.12256537D	14	0.61050365D	13
0.10000000D	01	0.16550291D	14	0.82437744D	13

Lineer artan reaktivite girdisine ilişkin sonuçlar da şöyledir (üçüncü dereceden polinomun 3. teriminin katsayısı $2,25 \times 10^{-2}$ diğerleri sıfır alındı):

NBRG:

T	N(t)	C(t)

```
T= 0.10000D-01SEC        N= 0.10000000D 01        C= 0.18750000D 03
T= 0.20000D-01SEC        N= 0.10000000D 01        C= 0.18750000D 03
T= 0.30000D-01SEC        N= 0.10000000D 01        C= 0.18750000D 03
T= 0.40000D-01SEC        N= 0.10000000D 01        C= 0.18750000D 03
T= 0.50000D-01SEC        N= 0.10000000D 01        C= 0.18750000D 03


PRECURSOR CONCENTRATIONS

0.18750000D 03
NEW TIME ZONE

H=0.1000D-01  END TIME=0.1000D 00  RHOO= 0.1125D-02  DRHO/DT= 0.0000D 00

T= 0.60000D-01SEC        N= 0.10210760D 01        C= 0.18750168D 03
T= 0.70000D-01SEC        N= 0.10396374D 01        C= 0.18750631D 03
T= 0.80000D-01SEC        N= 0.10559866D 01        C= 0.18751555D 03
T= 0.90000D-01SEC        N= 0.10703896D 01        C= 0.18752308D 03
T= 0.10000D 00SEC        N= 0.10830804D 01        C= 0.18753462D 03


PRECURSOR CONCENTRATIONS

0.18753462D 03
NEW TIME ZONE

H=0.1000D-01  END TIME=0.1500D 00  RHOO= 0.2250D-02  DRHO/DT= 0.0000D 00

T= 0.11000D 00SEC        N= 0.11174933D 01        C= 0.18754976D 03
T= 0.12000D 00SEC        N= 0.11484951D 01        C= 0.18756978D 03
T= 0.13000D 00SEC        N= 0.11764288D 01        C= 0.18759418D 03
T= 0.14000D 00SEC        N= 0.12016028D 01        C= 0.18762254D 03
T= 0.15000D 00SEC        N= 0.12242946D 01        C= 0.18765446D 03


PRECURSOR CONCENTRATIONS

0.18765446D 03
NEW TIME ZONE

H=0.1000D-01  END TIME=0.2000D 00  RHOO= 0.3375D-02  DRHO/DT= 0.0000D 00

T= 0.16000D 00SEC        N= 0.12714076D 01        C= 0.18769164D 03
T= 0.17000D 00SEC        N= 0.13148249D 01        C= 0.18773556D 03
T= 0.18000D 00SEC        N= 0.13548439D 01        C= 0.18778570D 03
T= 0.19000D 00SEC        N= 0.13917379D 01        C= 0.18784155D 03
T= 0.20000D 00SEC        N= 0.14257583D 01        C= 0.18790267D 03


PRECURSOR CONCENTRATIONS

0.18790267D 03
NEW TIME ZONE

H=0.1000D-01  END TIME=0.2500D 00  RHOO= 0.4500D-02  DRHO/DT= 0.0000D 00

T= 0.21000D 00SEC        N= 0.14806205D 01        C= 0.18797103D 03
T= 0.22000D 00SEC        N= 0.15473807D 01        C= 0.18804849D 03
```

```
T= 0.23000D 00SEC        N= 0.16037555D 01        C= 0.18813451D 03
T= 0.24000D 00SEC        N= 0.16564482D 01        C= 0.18822860D 03
T= 0.25000D 00SEC        N= 0.17001501D 01        C= 0.18833027D 03


PRECURSOR CONCENTRATIONS

0.18833027D 03
NEW TIME ZONE

H=0.1000D-01  END TIME=0.3000D 00  RHOO= 0.5625D-02  DRHO/DT= 0.0000D 00

T= 0.26000D 00SEC        N= 0.17912518D 01        C= 0.18844199D 03
T= 0.27000D 00SEC        N= 0.18733146D 01        C= 0.18856614D 03
T= 0.28000D 00SEC        N= 0.19524602D 01        C= 0.18870227D 03
T= 0.29000D 00SEC        N= 0.20288049D 01        C= 0.18884995D 03
T= 0.30000D 00SEC        N= 0.21024608D 01        C= 0.18900875D 03


PRECURSOR CONCENTRATIONS

0.18900875D 03
NEW TIME ZONE

H=0.1000D-01  END TIME=0.3500D 00  RHOO= 0.6750D-02  DRHO/DT= 0.0000D 00

T= 0.31000D 00SEC        N= 0.22212992D 01        C= 0.18918182D 03
T= 0.32000D 00SEC        N= 0.23385129D 01        C= 0.18937245D 03
T= 0.33000D 00SEC        N= 0.24541399D 01        C= 0.18958037D 03
T= 0.34000D 00SEC        N= 0.25682175D 01        C= 0.18980536D 03
T= 0.35000D 00SEC        N= 0.26807821D 01        C= 0.19004715D 03


PRECURSOR CONCENTRATIONS

0.19004715D 03
NEW TIME ZONE

H=0.1000D-01  END TIME=0.4000D 00  RHOO= 0.7875D-02  DRHO/DT= 0.0000D 00

T= 0.36000D 00SEC        N= 0.28536712D 01        C= 0.19031004D 03
T= 0.37000D 00SEC        N= 0.30260632D 01        C= 0.19059875D 03
T= 0.38000D 00SEC        N= 0.32040503D 01        C= 0.19091350D 03
T= 0.39000D 00SEC        N= 0.33816054D 01        C= 0.19125451D 03
T= 0.40000D 00SEC        N= 0.35607815D 01        C= 0.19162198D 03


PRECURSOR CONCENTRATIONS

0.19162198D 03
NEW TIME ZONE

H=0.1000D-01  END TIME=0.4500D 00  RHOO= 0.9000D-02  DRHO/DT= 0.0000D 00

T= 0.41000D 00SEC        N= 0.38249543D 01        C= 0.19202214D 03
T= 0.42000D 00SEC        N= 0.40975118D 01        C= 0.19246222D 03
T= 0.43000D 00SEC        N= 0.43787420D 01        C= 0.19294345D 03
T= 0.44000D 00SEC        N= 0.46689432D 01        C= 0.19346712D 03
T= 0.45000D 00SEC        N= 0.49684233D 01        C= 0.19403457D 03


PRECURSOR CONCENTRATIONS

0.19403457D 03
NEW TIME ZONE

H=0.1000D-01  END TIME=0.5000D 00  RHOO= 0.1013D-01  DRHO/DT= 0.0000D 00

T= 0.46000D 00SEC        N= 0.53958574D 01        C= 0.19465613D 03
T= 0.47000D 00SEC        N= 0.58468681D 01        C= 0.19534304D 03
T= 0.48000D 00SEC        N= 0.63227815D 01        C= 0.19609887D 03
T= 0.49000D 00SEC        N= 0.68249980D 01        C= 0.19692741D 03
T= 0.50000D 00SEC        N= 0.73549967D 01        C= 0.19783266D 03


PRECURSOR CONCENTRATIONS

0.19783266D 03
NEW TIME ZONE
```

```
H=0.1000D-01   END TIME=0.5500D 00   RHOO= 0.1125D-01   DRHO/DT= 0.0000D 00

T= 0.51000D 00SEC        N= 0.80925889D 01        C= 0.19883187D 03
T= 0.52000D 00SEC        N= 0.88885042D 01        C= 0.19994519D 03
T= 0.53000D 00SEC        N= 0.97473835D 01        C= 0.20118162D 03
T= 0.54000D 00SEC        N= 0.10674237D 02        C= 0.20255088D 03
T= 0.55000D 00SEC        N= 0.11674473D 02        C= 0.20406344D 03


PRECURSOR CONCENTRATIONS

0.20406344D 03
NEW TIME ZONE

H=0.1000D-01   END TIME=0.6000D 00   RHOO= 0.1238D-01   DRHO/DT= 0.0000D 00

T= 0.56000D 00SEC        N= 0.13042230D 02        C= 0.20575160D 03
T= 0.57000D 00SEC        N= 0.14591567D 02        C= 0.20765393D 03
T= 0.58000D 00SEC        N= 0.16217172D 02        C= 0.20979257D 03
T= 0.59000D 00SEC        N= 0.18055257D 02        C= 0.21219197D 03
T= 0.60000D 00SEC        N= 0.20083716D 02        C= 0.21487908D 03


PRECURSOR CONCENTRATIONS

0.21487908D 03
NEW TIME ZONE

H=0.1000D-01   END TIME=0.6500D 00   RHOO= 0.1350D-01   DRHO/DT= 0.0000D 00

T= 0.61000D 00SEC        N= 0.22828207D 02        C= 0.21792024D 03
T= 0.62000D 00SEC        N= 0.25925375D 02        C= 0.22139638D 03
T= 0.63000D 00SEC        N= 0.29420576D 02        C= 0.22536338D 03
T= 0.64000D 00SEC        N= 0.33365002D 02        C= 0.22988428D 03
T= 0.65000D 00SEC        N= 0.37816428D 02        C= 0.23503023D 03


PRECURSOR CONCENTRATIONS

0.23503023D 03
NEW TIME ZONE

H=0.1000D-01   END TIME=0.7000D 00   RHOO= 0.1463D-01   DRHO/DT= 0.0000D 00

T= 0.66000D 00SEC        N= 0.43812632D 02        C= 0.24095134D 03
T= 0.67000D 00SEC        N= 0.50732658D 02        C= 0.24783441D 03
T= 0.68000D 00SEC        N= 0.58718880D 02        C= 0.25582758D 03
T= 0.69000D 00SEC        N= 0.67935613D 02        C= 0.26510189D 03
T= 0.70000D 00SEC        N= 0.78572498D 02        C= 0.27585467D 03


PRECURSOR CONCENTRATIONS

0.27585467D 03
NEW TIME ZONE

H=0.1000D-01   END TIME=0.7500D 00   RHOO= 0.1575D-01   DRHO/DT= 0.0000D 00

T= 0.71000D 00SEC        N= 0.92912974D 02        C= 0.28846081D 03
T= 0.72000D 00SEC        N= 0.10983795D 03        C= 0.30339551D 03
T= 0.73000D 00SEC        N= 0.12981328D 03        C= 0.32107841D 03
T= 0.74000D 00SEC        N= 0.15338875D 03        C= 0.34200475D 03
T= 0.75000D 00SEC        N= 0.18121328D 03        C= 0.36675906D 03


PRECURSOR CONCENTRATIONS

0.36675906D 03
NEW TIME ZONE

H=0.1000D-01   END TIME=0.8000D 00   RHOO= 0.1688D-01   DRHO/DT= 0.0000D 00

T= 0.76000D 00SEC        N= 0.21091937D 03        C= 0.39637555D 03
T= 0.77000D 00SEC        N= 0.26445131D 03        C= 0.43218896D 03
T= 0.78000D 00SEC        N= 0.31[illegible]30319D 03        C= 0.47548192D 03
T= 0.79000D 00SEC        N= 0.3[illegible]66549D 03        C= 0.52780259D 03
T= 0.80000D 00SEC        N= 0.40569188D 03        C= 0.59101958D 03
```

```
PRECURSOR CONCENTRATIONS

0.59101958D 03
NEW TIME ZONE

H=0.1000D-01  END TIME=0.8500D 00  RHOO= 0.1800D-01  DRHO/DT= 0.0000D 00

T= 0.81000D 00SEC        N= 0.57507196D 03        C= 0.66828655D 03
T= 0.82000D 00SEC        N= 0.71008808D 03        C= 0.76374697D 03
T= 0.83000D 00SEC        N= 0.87674878D 03        C= 0.88166489D 03
T= 0.84000D 00SEC        N= 0.10824705D 04        C= 0.10273037D 04
T= 0.85000D 00SEC        N= 0.13364095D 04        C= 0.12071606D 04


PRECURSOR CONCENTRATIONS

0.12071606D 04
NEW TIME ZONE

H=0.1000D-01  END TIME=0.9000D 00  RHOO= 0.1913D-01  DRHO/DT= 0.0000D 00

T= 0.86000D 00SEC        N= 0.16673959D 04        C= 0.14318725D 04
T= 0.87000D 00SEC        N= 0.21304800D 04        C= 0.17156692D 04
T= 0.88000D 00SEC        N= 0.26898282D 04        C= 0.20740543D 04
T= 0.89000D 00SEC        N= 0.33959479D 04        C= 0.25265995D 04
T= 0.90000D 00SEC        N= 0.42873518D 04        C= 0.30980120D 04


PRECURSOR CONCENTRATIONS

0.30980120D 04
NEW TIME ZONE

H=0.1000D-01  END TIME=0.9500D 00  RHOO= 0.2025D-01  DRHO/DT= 0.0000D 00

T= 0.91000D 00SEC        N= 0.55357903D 04        C= 0.38280073D 04
T= 0.92000D 00SEC        N= 0.71476063D 04        C= 0.47706971D 04
T= 0.93000D 00SEC        N= 0.92205664D 04        C= 0.59879893D 04
T= 0.94000D 00SEC        N= 0.11915223D 05        C= 0.75598110D 04
T= 0.95000D 00SEC        N= 0.15383873D 05        C= 0.95893534D 04


PRECURSOR CONCENTRATIONS

0.95893534D 04
NEW TIME ZONE

H=0.1000D-01  END TIME=0.1000D 01  RHOO= 0.2138D-01  DRHO/DT= 0.0000D 00

T= 0.96000D 00SEC        N= 0.20313988D 05        C= 0.12240904D 05
T= 0.97000D 00SEC        N= 0.26623684D 05        C= 0.15742514D 05
T= 0.98000D 00SEC        N= 0.35419048D 05        C= 0.20366538D 05
T= 0.99000D 00SEC        N= 0.46768318D 05        C= 0.26472590D 05
T= 0.10000D 01SEC        N= 0.61753830D 05        C= 0.34535502D 05


PRECURSOR CONCENTRATIONS

0.34535502D 05
```

NRKD:

T	N(t)	C(t)
0.10000000D-01	0.10000000D 01	0.18750000D 03
0.20000000D-01	0.10000000D 01	0.18750000D 03
0.30000000D-01	0.10000000D 01	0.18750000D 03
0.40000000D-01	0.10000000D 01	0.18750000D 03
0.50000000D-01	0.10000000D 01	0.18750000D 03

T	NY1(T)	CY1(T)
0.60000000D-01	0.10211247D 01	0.18750162D 03
0.70000000D-01	0.10397218D 01	0.18750621D 03
0.80000000D-01	0.10560962D 01	0.18751341D 03
0.90000000D-01	0.10705159D 01	0.18752292D 03
0.10000000D 00	0.10832166D 01	0.18753444D 03

T	NY1(T)	CY1(T)
0.11000000D 00	0.11176662D 01	0.18754952D 03
0.12000000D 00	0.11486934D 01	0.18756949D 03
0.13000000D 00	0.11764431D 01	0.18759336D 03
0.14000000D 00	0.12016255D 01	0.18762220D 03
0.15000000D 00	0.12245193D 01	0.18765409D 03

T	NY1(T)	CY1(T)
0.16000000D 00	0.12716489D 01	0.18769122D 03
0.17000000D 00	0.13150749D 01	0.18773509D 03
0.18000000D 00	0.13550957D 01	0.18778519D 03
0.19000000D 00	0.13919859D 01	0.18784101D 03
0.20000000D 00	0.14259976D 01	0.18790210D 03

T	NY1(T)	CY1(T)
0.21000000D 00	0.14836548D 01	0.18797041D 03
0.22000000D 00	0.15431046D 01	0.18804782D 03
0.23000000D 00	0.16039640D 01	0.18813379D 03
0.24000000D 00	0.16566372D 01	0.18822783D 03
0.25000000D 00	0.17063160D 01	0.18832947D 03

T	NY1(T)	CY1(T)
0.26000000D 00	0.17913877D 01	0.18844113D 03
0.27000000D 00	0.18734159D 01	0.18856523D 03
0.28000000D 00	0.19525225D 01	0.18870130D 03
0.29000000D 00	0.20288243D 01	0.18884892D 03
0.30000000D 00	0.21024337D 01	0.18900766D 03

T	NY1(T)	CY1(T)
0.31000000D 00	0.22212103D 01	0.18918068D 03
0.32000000D 00	0.23383559D 01	0.18937125D 03
0.33000000D 00	0.24539087D 01	0.18957911D 03
0.34000000D 00	0.25679063D 01	0.18980402D 03
0.35000000D 00	0.26803852D 01	0.19004572D 03

T	NY1(T)	CY1(T)
0.36000000D 00	0.28531718D 01	0.19030858D 03
0.37000000D 00	0.30274703D 01	0.19059725D 03
0.38000000D 00	0.32033127D 01	0.19091194D 03
0.39000000D 00	0.33807316D 01	0.19125287D 03
0.40000000D 00	0.35597599D 01	0.19162024D 03

T	NY1(T)	CY1(T)
0.41000000D 00	0.38237895D 01	0.19202045D 03
0.42000000D 00	0.40961851D 01	0.19246056D 03
0.43000000D 00	0.43772337D 01	0.19294100D 03
0.44000000D 00	0.46672324D 01	0.19346547D 03
0.45000000D 00	0.49664881D 01	0.19403289D 03

T	NY1(T)	CY1(T)
0.46000000D 00	0.53935673D 01	0.19465414D 03
0.47000000D 00	0.58441735D 01	0.19534063D 03
0.48000000D 00	0.63195421D 01	0.19609609D 03
[illegible]	[illegible]	[illegible]

T	NY1(T)	CY1(T)
0.51000000D 00	0.80876507D 01	0.19882734D 03
0.52000000D 00	0.88327292D 01	0.19993987D 03
0.53000000D 00	0.97406559D 01	0.20117538D 03
0.54000000D 00	0.10664298D 02	0.20254357D 03
0.55000000D 00	0.11665440D 02	0.20405489D 03

T	NY1(T)	CY1(T)
0.56000000D 00	0.13031581D 02	0.20574160D 03
0.57000000D 00	0.14539049D 02	0.20764222D 03
0.58000000D 00	0.16202495D 02	0.20977886D 03
0.59000000D 00	0.18038093D 02	0.21217590D 03
0.60000000D 00	0.20063691D 02	0.21486027D 03

T	NY1(T)	CY1(T)
0.61000000D 00	0.22804375D 02	0.21789819D 03
0.62000000D 00	0.25897070D 02	0.22137048D 03
0.63000000D 00	0.29387026D 02	0.22533291D 03
0.64000000D 00	0.33325307D 02	0.22984840D 03
0.65000000D 00	0.37769545D 02	0.23498796D 03

T	NY1(T)	CY1(T)
0.66000000D 00	0.43756112D 02	0.24090142D 03
0.67000000D 00	0.50664624D 02	0.24777528D 03
0.68000000D 00	0.58537106D 02	0.25575737D 03
0.69000000D 00	0.67837461D 02	0.26501837D 03
0.70000000D 00	0.78454842D 02	0.27575518D 03

T	NY1(T)	CY1(T)
0.71000000D 00	0.92768943D 02	0.28834196D 03
0.72000000D 00	0.10966185D 03	0.30325297D 03
0.73000000D 00	0.12959820D 03	0.32090691D 03
0.74000000D 00	0.15312635D 03	0.34179790D 03
0.75000000D 00	0.18089345D 03	0.36650909D 03

T	NY1(T)	CY1(T)
0.76000000D 00	0.21852165D 03	0.39607243D 03
0.77000000D 00	0.26393593D 03	0.43181966D 03
0.78000000D 00	0.31874747D 03	0.47503034D 03
0.79000000D 00	0.38490083D 03	0.52724875D 03
0.80000000D 00	0.46474296D 03	0.59033877D 03

T	NY1(T)	CY1(T)
0.81000000D 00	0.57388871D 03	0.66744638D 03
0.82000000D 00	0.70856340D 03	0.76270475D 03
0.83000000D 00	0.87481808D 03	0.88036669D 03
0.84000000D 00	0.10800276D 04	0.10256815D 04
0.85000000D 00	0.13333194D 04	0.12051283D 04

T	NY1(T)	CY1(T)
0.86000000D 00	0.16834017D 04	0.14293156D 04
0.87000000D 00	0.21253202D 04	0.17124342D 04
0.88000000D 00	0.26831660D 04	0.20699435D 04
0.89000000D 00	0.33873502D 04	0.25213580D 04
0.90000000D 00	0.42762615D 04	0.30913116D 04

T	NY1(T)	CY1(T)
0.91000000D 00	0.55211683D 04	0.38194031D 04
0.92000000D 00	0.71285362D 04	0.47595831D 04
0.93000000D 00	0.92031815D 04	0.59735679D 04
0.94000000D 00	0.11881796D 05	0.75410332D 04
0.95000000D 00	0.15339873D 05	0.95648398D 04

T	NY1(T)	CY1(T)
0.96000000D 00	[illegible] 05	0.12208752D 05
0.97000000D 00	[illegible] 05	0.15700085D 05
0.98000000D 00	[illegible] 05	0.20510286D 05
0.99000000D 00	[illegible] 05	0.26397753D 05

K A Y N A K L A R

1- Erdinç Edgü, Çok Modlu Kinetik Yapının Çözümlemesi ve Çok Modlu Kinetik Denklemlerin Sayısal Entegrasyonuna Yeni Bir Çözüm, doktora tezi, temmuz 1983.

2- Tolga Yarman, Reaktör Teorisi Ders Notları, İTÜ N.E.E., 1982-83.

3- Tolga Yarman, An Error Crteria For Point Kinetics and TWO-MODE Synthesis Techniques, N.E.E-29, nisan 1982.

4- José da Nobrega, A New Solition of Point Kinetic Equations, Department of Nuclear Engineering, Massachussets Techlonogy Institute, 1970.

T E Ş E K K Ü R

Çalışmalarımı yöneten Sayın Prof.Dr.Tolga Yarman'a çalışmalarım sırasında değerli bilgi ve yardımlarını esirgemeyen Sayın Yük.Müh.Erdinç Edgü'ye, destek ve yardımlarını gördüğüm Sayın Prof.Dr.Bahriye Yaramış'a teşekkür ederim.