

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ ENERJİ ENSTİTÜSÜ

İZOTOP AYIRMADA DİZİ KURAMI HESAPLAMALARI

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Abdulhamit ABDURRAHİM**

Anabilim Dalı : Nükleer Araştırmalar ABD

Programı : Enerji Bilimi & Teknolojisi

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Bilge ÖZGENER

EYLÜL 2009

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ ENERJİ ENSTİTÜSÜ

İZOTOP AYIRMADA DİZİ KURAMI HESAPLAMALARI

YÜKSEK LİSANS TEZİ
Abdulhamit ABDURRAHİM
(301051026)

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 04 Eylül 2009

Tezin Savunulduğu Tarih : 18 Eylül 2009

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Bilge ÖZGENER (İTÜ)
Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Ayşegül ERSOY MERİÇBOYU
(İTÜ)
Yrd.Doç.Dr.Sevilay HACİYAKUPOĞLU
(İTÜ)

EYLÜL 2009

ÖNSÖZ

Bu tez çalışmada, izotop ayırma yöntemleri anlatılmış ve izotop ayırmada dizi kuramı hesaplamaları yapılmıştır. Sonuç olarak ayırma kapasitesi, ayırma işi maliyeti ve zengin uranyum fiyatları detaylı bir şekilde incelenerek sonuçlar elde edilmiştir. Tez çalışması esnasında bana verdiği destek, gösterdiği sabır ve esirgemediği bilgileri için sevgili hocam Prof. Dr. Bilge ÖZGENER'e saygı ve minnet duygularıyla teşekkür ederim. Ayrıca hocam Prof. Dr. H.Atilla ÖZGENER ve Y.Doç. Dr. Sevilay HACİYAKUPOĞLU'na çok teşekkür eder ve rahmetli hocam Prof. Dr. M. Akif ATALAY'ı şükranla anarım. Bana yakından yardım ve desteklerde bulunan Mehmet MERCİMEK, Mehmet GENCELİ, M.Sahip KIZILTAŞ, Dr. Mühittin OKKA ve Egemen DÜREN'e çok teşekkür ederim. Son olarak bana her zaman inanan ve desteğini hiçbir zaman esirgemeyen aileme ve Uygur Türkü arkadaşlarıma teşekkür ederim.

Eylül 2009

Abdulhamit ABDURRAHİM

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖNSÖZ.....	v
İÇİNDEKİLER.....	vii
KISALTMALAR.....	ix
ÇİZELGE LİSTESİ.....	xi
ŞEKİL LİSTESİ.....	xiii
SEMBOL LİSTESİ.....	xiii
ÖZET.....	xvii
SUMMARY.....	xix
1. GİRİŞ	1
1.1 Uranyum İzotopu Ayırma İşlemi	5
1.2 İzotop Ayırma İşlemlerinin Geliştirilmesi.....	5
1.3 Geçmişteki Uranyum İzotopu Ayırma Projeleri	6
1.4 Günümüze Kadar Kullanılmış ve Geliştirilmiş İzotop Ayırma Yöntemleri.....	7
2. URANYUM ZENGİNLEŞTİRME YÖNTEMLERİ	9
2.1 Gaz Difüzyon Yöntemi.....	9
2.2 Isıl Difüzyon Yöntemi	11
2.3 Gaz Santrifüj Yöntemi.....	12
2.4 Elektromanyetik İzotop Ayırma Yöntemi	15
2.5 Lazerle Ayırma Yöntemi	16
2.6 Aerodinamik Ayırma Yöntemi.....	18
2.7 Kimyasal ve İyon Değiştirme Yöntemi	19
2.8 Plazma Ayırma Yöntemi	21
3. İZOTOP AYIRMADA DİZİ KURAMI HESAPLAMALARI.....	23
3.1 Tanımlar.....	23
3.2 Ayırma Faktörleri.....	23
3.3 Dizi Tipleri.....	23
3.1.1 Basit Diziler	29
3.1.2 Geri Dönüşümlü Diziler.....	32
3.1.3 Kütle Denge Bağlılıkları	35
3.4 Minimum Basamak Sayısı: Sabit Ayırma Faktörü	39
3.5 Minimum Geri Akış Oranı.....	40
3.6 İdeal Dizi.....	43
3.6.1 Basamak Sayısı	45
3.6.2 Basamak Bileşimleri ve Basamak Akış Hızları	48
3.6.3 Toplam Akış Hızları	57
3.7 Ayırma Kapasitesi, Ayırma İş ve Ayırma Potansiyeli	71
3.8 Ayırma İş Maliyeti	73
4. UYGULAMALAR	75
4.1 Değişik Yöntemlerdeki İdeal Dizi Ürün ve Artık Basamak Sayılarının Karşılaştırılması	75
4.2 Değişik Ayırma Yöntemlerinin Basamak Ürün ve Artık Toplam Akış Hızlarındaki Etkileri.....	79

4.3 Değişik Ayırma Yöntemlerinin Basamak Ürün ve Artık Akış Hızlarının Grafikselsel Analizi.....	85
4.4 Ayırma Kapasitesinin Değişik Ürün, Atık ve Besleme Bileşimlerine Göre Değişiminin İncelenmesi.....	89
4.2.1 İdeal Dizide Ayırma Kapasitesi.....	89
4.5 Zengin Uranyum Maliyeti.....	90
5. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	93
KAYNAKLAR.....	95
EKLER	97
ÖZ GEÇMİŞ.....	99

KISALTMALAR

AUC	: Amonyum Uranil Karbonat
EMIS	: Electromagnetic Isotope Separation
AGR	: Advanced Gas Reactor
PWR	: Pressurized Water Reactor
LEU	: Low Enrichment Uranium
HEU	: High Enrichment Uranium
AVLIS	: Atomic Vapor Laser Isotope Separation
MLIS	: Molecular Laser Isotope Separation
MLIA	: Moleküler Lazer İzotop Ayırma
ABLIA	: Atomik Buhar Lazer İzotop Ayırma
SWU	: Separation Work Unit

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 1.1	: Dünya zenginleştirme kapasitesi (1000 SWU/yıl).....	3
Çizelge 1.2	: Zenginleştirilmiş uranyum kaynakları	4
Çizelge 4.1	: Değişik zenginleştirme yöntemlerine ait ayırma faktörleri.....	75
Çizelge 4.2	: AP600 ve AGR1 reaktörleri için %3 zenginlikte 1 mol ürün elde etmek için değişik ayırma yöntemleri kullanılması durumunda gereken basamak sayıları.....	76
Çizelge 4.3	: AP1000 reaktöründe için % 4.95 zenginlikte 1 mol ürün elde etmek için değişik ayırma yöntemleri kullanılması durumunda gereken basamak sayıları.....	77
Çizelge 4.4	: ABWR reaktöründe için %5 zenginlikte 1 mol ürün elde etmek için değişik ayırma yöntemleri kullanılması durumunda gereken basamak sayıları	77
Çizelge 4.5	: GT-MHR reaktöründe % 20 zenginlikte 1 mol ürün elde etmek için değişik ayırma yöntemleri kullanılması durumunda gereken basamak sayıları	78
Çizelge 4.6	: %0.3 zenginlikte bir malzeme ile beslenen; % 0.1 zenginlikte atık, % 3 zenginlikte 1 mol ürün elde etmek için değişik ayırma yöntemleri kullanılması durumunda gereken basamak sayıları	78
Çizelge 4.7	: AP600 ve AGR1 reaktörleri için % 3 zenginlikte 1 mol ürün elde etmek için değişik ayırma yöntemleri kullanılması durumunda fakirleşme bölgesindeki toplam akış hızları ve analitik değerlere göre yüzde hatalar	80
Çizelge 4.8	: AP100 ve AGR1 reaktörleri için % 3 zenginlikte 1 mol ürün elde etmek için değişik ayırma yöntemleri kullanılması durumunda zenginleşme bölgesindeki toplam akış hızları ve analitik değerlere göre yüzde hatalar	80
Çizelge 4.9	: AP1000 reaktörleri için % 4.95 zenginlikte 1 mol ürün elde etmek için değişik ayırma yöntemleri kullanılması durumunda fakirleşme bölgesindeki toplam akış hızları ve analitik değerlere göre yüzde hatalar	81
Çizelge 4.10	: AP1000 reaktörleri için % 4.95 zenginlikte 1 mol ürün elde etmek için değişik ayırma yöntemleri kullanılması durumunda zenginleştirme bölgesindeki toplam akış hızları ve analitik değerlere göre yüzde hatalar	81
Çizelge 4.11	: GT-MHR reaktörleri için % 20 zenginlikte 1 mol ürün elde etmek için değişik ayırma yöntemleri kullanılması durumunda fakirleşme bölgesindeki toplam akış hızları ve analitik değerlere göre yüzde hatalar gösterimi.....	82
Çizelge 4.12	: GT-MHR reaktörleri için % 20 zenginlikte 1 mol ürün elde etmek için değişik ayırma yöntemleri kullanılması durumunda zenginleşme	

bölgesindeki toplam akış hızları ve analitik değerlere göre yüzde hatalar.....	83
Çizelge 4.13 : Santrifüj yöntemi toplam akış hızları karşılaştırılması.....	84
Çizelge 4.14 : Aerodinamik yöntemi toplam akış hızları karşılaştırılması.....	84
Çizelge 4.15 : Gaz difüzyonu yöntemi toplam akış hızları karşılaştırılması.....	84
Çizelge 4.16 : Kimyasal ayırma yöntemi toplam akış hızları karşılaştırılması.....	84
Çizelge 4.17 : İyon değiştirme yöntemi toplam akış hızları karşılaştırılması.....	85

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 1.1	: Uranyum zenginleştirme süreci	7
Şekil 2.1	: Gaz difüzyon basamağı	10
Şekil 2.2	: Gaz difüzyonu yöntemi	10
Şekil 2.3	: Isıl difüzyon yöntemi.....	12
Şekil 2.4	: Santrifüj yöntemi.....	13
Şekil 2.5	: Gaz santrifüj yöntemi	14
Şekil 2.6	: Gaz santrifüj basamak tüpleri	14
Şekil 2.7	: Elektromanyetik izotop ayrıştırma yöntemi	15
Şekil 2.8	: Eski Irak elektro manyetik izotop ayrıştırma tesisi.....	16
Şekil 2.9	: Lazerle ayrıştırma yöntemi	17
Şekil 2.10	: Aerodinamik ayrıştırma yöntemi	19
Şekil 3.1	: Ayırma elemanı şematik gösterimi	23
Şekil 3.2	: Ayırma birimi, basamak ve dizi arasındaki ilişkinin şematik gösterimi	24
Şekil 3.3	: Akış hızları, bileşimler ve ayırma faktörleri.....	27
Şekil 3.4	: Bir basit dizi dösterimi	29
Şekil 3.5	: Ters akışlı geri dönüşümlü dizi.....	34
Şekil 3.6	: Zenginleşme bölgesinde malzeme dengesinin yapıldığı kontrol bölgesi ..	36
Şekil 3.7	: Fakirleşme bölümünde seçilen kontrol bölgesi.....	37
Şekil 3.8	: İki ardışık basamak.....	41
Şekil 3.9	: İdeal dizide bolluk oranları	43
Şekil 3.10	: Ayırma potansiyeli	72
Şekil 4.1	: Santrifüj yönteminde %90 zenginlikte 1 mol ürün eldesi için gerekli basamak artık ve ürün akış hızları.	86
Şekil 4.2	: Aerodinamik yönteminde % 20 zenginlikte 1 mol ürün eldesi için gerekli basamak artık ve ürün akış hızları.	87
Şekil 4.3	: Gaz difüzyonu yönteminde % 5 zenginlikte 1 mol ürün eldesi için gerekli basamak artık ve ürün akış hızları.....	87
Şekil 4.4	: Kimyasal ayırma yönteminde % 4.95 zenginlikte 1 mol ürün eldesi için gerekli basamak artık ve ürün akış hızları.....	88
Şekil 4.5	: İyon ayırma yönteminde % 3 zenginlikte 1 mol ürün eldesi için gerekli basamak artık ve ürün akış hızları	88
Şekil 4.6	: Doğal uranyum ile beslenen ideal bir dizide %0.3 atık alınması durumunda ayırma kapasitesinin zenginlik oranı ile değişimi	89
Şekil 4.7	: Binde üç zenginlik ile beslenen ideal bir dizide %0.1 atık alınması durumunda ayırma kapasitesinin zenginlik oranı ile değişimi	90
Şekil 4.8	: Besleme akışının doğal Uranyum, atık bileşiminin 0.03 olarak seçilmesi durumunda gram U-235 başına maliyeti.....	91

SEMBOL LİSTESİ

c	: Besin atom ya da mol oranı
c^+	: Ürün atom ya da mol oranı
c^-	: Artık atom ya da mol oranı
c_F	: İzotopun (örneğin U235) besin ağırlık ya da atom sayısı
c_P	: İzotopun (örneğin U235) ürün ağırlık ya da atom sayısı
c_w	: İzotopun (örneğin U235) artık ağırlık ya da atom sayısı
x_F	: Besin ağırlık veya atom sayısı oranlarını
x_P	: Ürün ağırlık veya atom sayısı oranlarını
x_w	: Artık ağırlık veya atom sayısı oranlarını
L	: Besin akış hızı
L^+	: Ürün akış hızı
L^-	: Artık akış hızı
θ	: Kesme oranı
r	: Geri kazanım
α	: Basamak ürün ayırma faktörü
β	: Basamak besin ayırma faktörü
γ	: Basamak artık ayırma faktörü
N	: Toplam basamak sayısı
N_S	: Fakirleşme kısmındaki toplam basamak sayısı
N_P	: Zenginleştirme kısmındaki toplam basamak sayısı
F	: Besleme akış hızı
P	: Son ürün akış hızı
W	: Atık akış hızı
Ω	: Toplam ayırma
J_S	: Fakirleşme bölgesindeki basamak ürün akış hızı
J_E	: Zenginleştirme bölgesindeki basamak ürün akış hızı
J	: Toplam besin akış hızı
K_S	: Fakirleşme bölgesindeki basamak artık akış hızı
K_E	: Zenginleştirme bölgesindeki basamak artık akış hızı
K	: Toplam artık akış hızı
I_S	: Fakirleşme bölgesindeki toplam akış hızı

I_E	: Zenginleşme bölgesindeki toplam akış hızı
I	: Toplam akış hızı
D	: Ayırma kapasitesi
ϕ	: Ayırma potansiyeli
S	: Ayırma işi
E_F	: Mol besin
E_P	: Mol ürün
E_W	: Mol atık
c	: Toplam yıllık maliyet
c_P	: Ürünün birim maliyeti
c_S	: Ayırma işi birim fiyatı

İZOTOP AYIRMADA DİZİ KURAMI HESAPLAMALARI

ÖZET

Bu çalışmanın konusu izotop ayırma (özellikle uranyum) yöntemleridir. Uranyum izotoplarının ayrılması, uranyum zenginleştirilmesi olarak da bilinmektedir. Yirminci yüzyılın ortalarından başlayarak uranyum zenginleştirilmesi için değişik fiziksel ilkelere bağlı farklı yöntemler geliştirilmiştir. Önceleri 2. Dünya Savaşı sürecinde nükleer silah üretimi amacıyla başlayan bu çabalar, ticari nükleer reaktörlerin yaygınlaşması ile büyük çapta ticari bir etkinliğe dönüşmüştür. Bugünkü uranyum zenginleştirilmesi sektörü yılda milyar dolar mertebesinde bir ticari hacme sahip bir alana dönüşmüştür. Uzun yıllar gaz difüzyonu yöntemi ile yapılan zenginleştirme işlemleri son dönemde gaz santrifüj yönteminin teknolojik evrimi sonucu bu yöntemle yapılmaya başlanmıştır. Günümüzde gaz difüzyon tesislerinin yerini çok daha ekonomik olan gaz santrifüj tesisleri almaktadır. Öte yandan lazer ayırımına dayanan bir başka yönteminde ticari olma yolundadır.

Değişik izotop ayırma yöntemleri her ne kadar farklı fiziksel olgulara dayanmakta ise de, bu yöntemlerin tümünü matematiksel olarak dizi kuramı denilen bir model çerçevesinde formüle etmek mümkündür. Bu çalışma çerçevesinde izotop ayırma süreci zenginleştirme ve fakirleşme bölümlerinden oluşan bir dizi olarak modellenmiş; toplam kütle dengesi ve izotop kütle dengesi ilkeleri dizinin her bir basamağına uygulanarak matematiksel formülasyon gerçekleştirilmiştir. Matematiksel çözümün basitliğini sağlamak amacıyla dizi içinde birleşen akışların aynı izotop derişimine sahip olduğu varsayımı yapılmış, bir başka deyişle ideal dizi kabulünden hareket edilmiştir. Bu model çerçevesinde ortaya bir nonlineer cebirsel denklem sistemi çıkmaktadır. Bu denklem sistemini analitik olarak çözerek dizinin her bir basamağındaki akış hızlarını ve izotop derişimlerini hesaplamak mümkündür.

Yukarıda anılan model uranyum zenginleştirmesine uygulanmış, değişik fiziksel zenginleştirme yöntemleri (gaz difüzyonu, gaz santrifüj, aerodinamik, iyon ayırma, kimyasal ayırma) için hesaplamalar yapılarak, zenginleştirme ve fakirleşme bölümlerindeki basamak sayıları, ürün ve artık akış hızları, gereken ayırma işi birimi, zenginleştirme maliyeti saptanmıştır. Elde edilen sonuçlar kullanılarak değişik zenginleştirme yöntemlerinin etkinlikleri irdelenmiştir.

CASCADE THEORY CALCULATION IN ISOTOPE SEPARATION

SUMMARY

The subject matter of this work is isotope separation (especially uranium enrichment) method. The separation of uranium isotopes is also known as uranium enrichment. Starting from the middle of twentieth century various uranium enrichment methods based on different physical principles have been developed. These endeavours started during the Second World War with the intent of developing nuclear weapons. With the emergence of the commercial nuclear power reactor sector, uranium enrichment facilities are transformed into profitable businesses. Today the uranium enrichment sector has become a multi-billion dollar commercial sector. For long years enrichment has been dominated by the method of gas diffusion. Due to the technological evolution of the gas centrifuge method, the gas diffusion facilities has started being replaced by the gas centrifuge plants which have proved themselves to be more economical. On the other hand, a certain isotope separation technique based on lasers is also on its way to be commercial.

Although, different isotope separation methods are based on different physical principles, it is possible to formulate all of them mathematically using the so called "cascade theory". In this work, the isotope separation process is modeled as a cascade consisting of the enriching and stripping sections. Using the principles of the total mass balance and isotope mass balances for each step of the cascade a mathematical formulation has been developed. To simplify the mathematical solution the ideal cascade assumption, which assumes that the joining flows have the same isotopic composition, has been made. A system of nonlinear algebraic equations is obtained as a result of the afore-mentioned formulation. It is possible to solve this system of equations analytically and compute the flow rates and isotopic concentrations at each step of the cascade. The model which has been described above has been applied to uranium enrichment and calculations have been carried out for different enrichment methods. These methods include gas diffusion, gas centrifuge, aerodynamic method, ion exchange and chemical separation. As a result of these calculations, the number of steps in the enriching and stripping sections, heads and tails flow rates, the required separative work units and the cost of enrichment have been obtained. Using the obtained results, the relative efficiencies of various enrichment methods have been assessed.

1. GİRİŞ

Her ne kadar bir elementin izotopları çok benzer kimyasal özelliklere sahiplerse de, bunlar çekirdeksel tepkimelerde çok farklı davranırlar. Bu nedenle bazı elementlerin izotoplarının birbirinden ayrılması nükleer teknolojide büyük önem taşır. Doğal uranyumda bulunan ^{235}U 'in ^{238}U 'den, suda bulunan döteryumun hidrojenden ayrılması bu olguya örnek oluştururlar. Bir elementin izotoplarının kimyasal özellikleri yanında fiziksel özelliklerinin de birbirine genellikle çok benzer oluşu izotop ayırmanın çok zorlu bir süreç olmasına yol açar. Geliştirilen izotop ayırma yöntemleri, genellikle dâhiyane fikirlerin ürünleri olsalar da, genelde kimya mühendisliğinin iyi bilinen distilasyon gibi birim işlemleriyle temelde çok benzeşirler.

Doğada bulunan bazı elementlerin izotopları birbirinden endüstriyel çapta işlemlerle ayrıştırılırlar. Bunlardan en önemlisi uranyumun doğal uranyumda % 0.7205 civarında bulunan ^{235}U izotopudur. Çoğu termal nükleer reaktörde kullanılan yakıtın % 1.5 ile % 5 arasında ^{235}U içermesi gerektiğinden, doğal uranyumdaki ^{235}U izotopunu, ^{238}U izotopundan ayırarak bu düzeye çıkarmak gerekmektedir. Yüksek sıcaklıklı gaz reaktörleri, hızlı reaktörler ve nükleer tahrikli gemi reaktörlerinde istenen ^{235}U yüzdesi ise çok daha fazladır. Nükleer silahlarda ise % 90'ın üzerinde ^{235}U bileşimi gerekli olmaktadır. Genellikle izotop ayırmada amaç istenilen izotopun miktarını arttırmak olduğundan izotop ayırmaya zenginleştirme adı da verilmektedir. Bu bağlamda termal reaktör yakıtı az zenginleştirilmiş uranyum olarak tanımlanırken, nükleer silahlardaki uranyum çok zenginleştirilmiş uranyum olarak anılmaktadır. Doğal uranyumla bir reaktörün çalışabilmesini sağlayan üç adet nötron yavaşlatıcı (moderatör) vardır. Bunlar berilyum, grafit ve ağır sudur. Berilyum çok pahalı olduğundan, grafit ise büyük reaktör hacimlerine yol açtığından bugün için fazla tercih edilen yavaşlatıcı seçenekleri değildirler. Öte yandan ağır su özellikle Kanada tarafından geliştirilen ve CANDU adı verilen ağır su reaktörlerinde kullanılmaktadır. Ağır suyun elde edilmesi suyun içindeki doğal H^2 (döteryum) oranının arttırılmasını gerektirmektedir.

Doğal suyun içinde bulunan döteryum oranı değişkenlik göstermekte ise de ortalama olarak 150 ppm (atom sayısı bakımından) düzeyindedir. Hidrojen izotopları gibi hafif element izotoplarının ayrılması genellikle bir sıvı ile gaz faz kullanılarak ayırma ilkesi temeline dayanır. Döteryumun füzyon reaktörlerinde de yakıt olarak kullanılması düşünülmektedir. Lityum izotoplarından olup doğal lityumun % 7.56'sını oluşturan ${}^6\text{Li}$ nötron kapıp α parçacığı ile trityuma (${}^3\text{H}$) dönüşebildiğinden trityum üretiminde kullanılmaktadır. Doğal lityumun % 92.44'ü ise ${}^7\text{Li}$ izotopundan oluşmaktadır. ${}^7\text{Li}$ 'nin hidroksiti (LiOH) su reaktörlerinde korozyonu engellemek amacıyla hidrojen iyonu derişiminin kontrolü amacıyla kullanılmaktadır. ${}^6\text{Li}$ 'nin yüksek termal nötron yutma tesir kesiti nedeniyle bu LiOH içindeki Li^6 'nın % 0.01'den az olması gerekmektedir. Bu da ${}^6\text{Li}$ zenginleştirmesini gerektirmektedir. Doğal borun termal nötron yutma tesir kesiti 759 barndır. Öte yandan doğal borun % 19.61'ini oluşturan ${}^{10}\text{B}$ izotopunun termal nötron yutma tesir kesiti 3837 barndır. Bu nedenle ${}^{10}\text{B}$ açısından zenginleştirilmiş bor hem termal nötron zırhı hem de kontrol çubuğu malzemesi olarak kullanılmaktadır. ${}^{10}\text{B}$ izotopu bazı kanserlerin tedavisinde kullanılan bor yakalama terapisinde (Boron capture therapy) de kullanılır.

Uranyum zenginleştirmesi izotop ayırmada en önemli uygulama olarak ortaya çıkar. Uranyum zenginleştirmesinin yıllık mali portresi milyarlarca dolar düzeyindedir. Uranyum zenginleştirme tekniklerinin en önemlileri iki uranyum izotopu (${}^{235}\text{U}$, ${}^{238}\text{U}$) arasındaki kütle farkına dayanır. Kütle farkından kaynaklanan iki önemli etki vardır. Bunlardan birincisi belirli bir sıcaklıkta daha hafif olan izotop atomlarının ortalama hızlarının daha ağır olan izotop atomlarının ortalama hızlarından daha fazla olmasıdır. Uranyum izotopları arasında kütle farkı az olduğundan bu ortalama hız farkı da küçüktür. Kütle farkına dayanan ikinci etki ise daha ağır olan izotopun ataletinin kütle büyüklüğü nedeni ile daha fazla olmasından kaynaklanır.

Her ne kadar pek çok uranyum zenginleştirme yöntemi laboratuvar ortamında geliştirildiyse de bunlardan sadece ikisi ticari çapta uygulanma başarısı gösterebilmişlerdir. Bunlar gaz difüzyonu ve gaz santrifüj yöntemleridir. Her iki yöntemde de UF_6 (uranyum heksaflorür) gazı besleme maddesi olarak kullanılır. ${}^{235}\text{U}$ içeren UF_6 molekülleri ${}^{238}\text{U}$ içeren UF_6 moleküllerine göre yaklaşık % 1 daha hafiftir.

Bu kütle farkı hem difüzyon hem de santrifüj yöntemlerinin temelini oluşturur. Fransa, Almanya, Hollanda, İngiltere, ABD ve Rusya’da büyük ticari zenginleştirme tesisleri bulunmaktadır.

Bunun dışında bazı ülkelerde küçük tesisler de vardır. Fransa ve ABD’de yeni santrifüj tesisleri inşa halindedir. Bazı tesislerde ise kapasite arttırımına gidilmiştir. Aşağıda dünya uranyum zenginleştirme kapasitesi Çizelge halinde sunulmuştur [1]. 2002 ve 2006 yılları için verilenler gerçekleşen değerler, 2015 yılı için verilenler ise öngörülen değerlerdir.

Çizelge 1.1 : Dünya Zenginleştirme Kapasitesi (1000 SWU/yıl)

Ülke	2002	2006	2015
Fransa (AREVA)	10800*	10800*	7500
Almanya, Hollanda, İngiltere (URENCO)	5850	9000**	15000
Japonya (JNFL)	900	1050	1500
ABD (USEC)	8000*	8000*	3500
ABD (URENCO)	0	0	3000
ABD (AREVA)	0	0	1000
Rusya (TENEX)	20000	25000	33000
Çin (CNNC)	1000	1000	3000
Diğer	5	300	300
Toplam SWU	46500	54150	67800

*: difüzyon

** : URENCO, 2008 Haziranında 10000’i geçti; ABD’deki tesisi dahil olarak 2012’de 15000’i geçmeyi planlıyor.

Zenginleştirme tesislerinin kapasiteleri, ayırma işi birimi (separative work unit, SWU) denilen bir birimle ifade edilmektedir. SWU karmaşık tanımlı bir birim olup, zenginleştirilen uranyum miktarına, zenginleştirme derecesine ve atık uranyumun fakirliğine bağlı bir fonksiyondur. Birim tam olarak kilogram ayırma işi birimi olarak ifade edilir ve belirli bir miktar uranyumu belirli miktarda zenginleştirmek için yapılan ayırma işi miktarının bir ölçüsüdür. Bir başka deyişle zenginleştirme için harcanan enerjiye doğru orantılı bir niceliktir.

Ton SWU birimide yaygın olarak kullanılmaktadır. 1 kg % 3 zenginlikte uranyum elde edilirken, atık içindeki ^{235}U yüzdesi % 0.25 ise, ayırma yapılan ayırma işi 3.8 kg SWU'dur. 1000 MWe gücünde bir LWR'ın 1 yıllık yakıt zenginleştirme gereksinimi 100000–120000 kg SWU civarındadır. Zenginleştirme maliyeti kullanılan elektrik enerjisine doğru orantılıdır. Gaz difüzyonunda her kg SWU için 2500 kWh gerekirken, gaz santrifüj tesisleri kg SWU için sadece 50 kWh gerektirir. Gaz difüzyonunun pahalı olması, bu teknolojidен dünya çapında vazgeçilmesi ile sonuçlanmaktadır. Aşağıda verilen Çizelgede 2007 ve 2017 yılları için zenginleştirme yöntemlerinin yüzdeleri verilmiştir.

Çizelge 1.2 : Zenginleştirilmiş Uranyum Kaynakları

Yöntem	2007	2017
Difüzyon	% 25	% 0
Santrifüj	% 65	% 93
Lazer	% 0	% 3
Fazla Silahlar	% 10	% 4

Gaz difüzyonu yöntemi ile ticari uranyum zenginleştirilmesi ilk önce ABD'de gerçekleştirilmiştir. Gaz difüzyonu daha sonra Rusya, İngiltere, Fransa, Çin ve Arjantin'de de kullanılmıştır. Bugün için sadece ABD ve Fransa'da gaz difüzyon tesisi bulunmaktadır. ABD'deki USEC tesisi silah üretimi amacıyla kurulmuş olup, 8000 ton SWU/yıl kapasiteye sahiptir. Güney Fransa'daki Tricastin tesisi ise 1979 yılında açılmış olan 10800 ton SWU/yıl kapasiteye sahip bir gaz difüzyon tesisidir. Bugün için gaz difüzyonu dünya zenginleştirme kapasitesinin yaklaşık % 40'ını oluşturmaktadır. Ancak yakın bir gelecekte bunların yerini daha ekonomik olan santrifüj tesisleri alacaktır. Çizelge 1.2'de 2017 yılında zenginleştirmenin % 3'ünün lazer yöntemiyle gerçekleştirileceği öngörülmüştür.

Bu Avustralya'da geliştirilen SILEX adlı bir moleküler lazer zenginleştirme yönteminin GE-Hitachi şirketi tarafından "Global Laser Enrichment, GLE" adıyla 2006 yılında başlayan ticarileştirme sürecinin sonucu olacaktır [1].

1.1. Uranyum İztopu Ayırma İşlemi

Uranyum izotopu ayırma işlemi, yani uranyum zenginleştirme, nükleer güç reaktöründe ve nükleer silahlarda kullanılmak üzere nükleer zincirleme reaksiyon için gerekli olan yakıt için uranyum kapasitesini arttırmaktır. Doğal uranyum doğada çoğunlukla %99.274 olan ^{238}U ve %0.7205 olan ^{235}U izotoplarıyla mevcuttur. ^{238}U izotopu fisil değildir. Uranyum zenginleştirme ise fisil ^{235}U izotopunun yüzdesini arttırmak için kullanılır. Nükleer reaktörler %3, %5 ve %20 olan düşük zenginlikteki ^{235}U 'i yakıt olarak kullanır, nükleer silahlarda ise %90 üzerindeki yüksek zengin uranyum kullanılır, hatta biraz daha düşük zenginlikteki uranyum bile kullanılabilir.

Uranyum zenginleştirmek için bir çok yöntem vardır. Ayırıştırma yöntemlerinin hemen hemen hepsinde ^{235}U ve ^{238}U izotoplarının çok ufak olan ağırlık farkından faydalanarak ayırma işlemi yapılır. İlk aşama ise metal halindeki uranyumu gaz haline (UF_6) dönüştürmektir. Sonra izotop ayırma tesislerinde çeşitli yöntemleri kullanarak zenginleştirme işlemi gerçekleştirilir [2].

1.2. İzotop Ayırma Yöntemlerinin Geliştirilmesi

Dünyada izotop ayırıştırması ilk olarak askeri amaçlarla yapılmış, daha sonra da, güç reaktörlerine yakıt üretmek amacıyla, ticari amaçlı izotop ayırma tesisleri kurulmuştur. Şimdiye kadar kullanılmış olan tesislerden:

Elektromanyetik izotop ayırma yöntemi dünyada ilk uygulanan yöntem olmuştur. 1940 yılından önce ABD'de, Manhattan Projesi çerçevesi içinde, California Üniversitesinde UCI_4 ve UBr_4 gibi tozların buharları kullanılarak, küçük debilerde %95 zengin uranyum üretmek mümkün olabilmiştir. Bunun dışında, 1943'dan 1945'e yilina kadar, ABD'de Oak Ridge, Tennessee'da sıvı ısı diffüzyonu ve gaz diffüzyonu izotop ayırma tesisleri kurulmuştur. Santrifüj yöntemi denenmiş, fakat bu izotop ayırma teknolojisinde çok hızlı döndürmeye gereksinim duyulduğundan pek başarılı olunamamışlar. Çin ve Fransa şimdiye kadar diffüzyon yöntemini kullanmaktadır.

Daha sonra, Federal Almanya'da E.W. Becker ve Karlsruhe araştırma merkezi laboraturvarında ve Güney Afrikada aerodinamik ayırma yöntemi başarıyla geliştirilmiştir.

Rusya Federasyonunda nükleer tesislerinde gaz difüzyonu yönteminden santrifüj yöntemine geçmiştir. İngiltere gaz difüzyonu izotop ayırma tesislerini kapatmıştır.

II Dünya Savaşından sonra, Japonya nükleer programında kimyasal ayırma yöntemini bulmaya çalışmıştır, son dönemlerde bu yöntem Fransa`da geliştirilmiştir.

1970`lı yılların başlarında, lazer izotop ayırma yöntemi geliştirilmeye başlamıştır. Bu yöntem günümüzde ABD, İngiltere, Fransa, Almanya, Japonya ve Rusya`da kullanılmaktadır. Yakın dönemde, Güney Afrika bu yöntemi kullanarak düşük zenginlikte izotop ayırmıştır.

1976 yılında ABD`de plazma yöntemi geliştirilmiştir. Bu yöntemi kullanan ülkelerden sadece ABD ve Almanya bulunmaktadır, ama 1982 yılında Lazer yöntemini tercih ederek bu yöntemden vaz geçmiştir [7,10].

1.3. Geçmişteki Uranyum İzotopu Ayırma Projeleri

ABD hükümeti 1943–1947 yılları arasında aşağıdaki 4 uranyum zenginleştirme yöntemini keşfetmiş ve geliştirmiştir.

1944 yılında, Oak Ridge ve Tennessee`de Calutron İzotop Ayırıştırıcı Y-12 tesisinde Elektromanyetik ayırma yöntemi kullanılarak, ilk en yüksek kilogram miktarı mertebesinde zengin uranyum üretilmiştir. Bu yöntemin maliyeti gaz difüzyonu yönteminden yüksek olmuş ve 1946 yılında bu yöntem son verilmiştir.

Isıl gaz difüzyonu Oak Ridge S-50 tesisinde, doğal uranyum %0.86 zenginlikte ²³⁵U Y-12 tesisine besin olarak verilerek ayrıştırılmıştır ve ²³⁵U ürün oranı biraz daha artırılmıştır. Y-12 tesisinin ısı kaynağı ise buhar elektrik güç santralından temin edilir. Bu santral aynı zamanda K-25 gaz difüzyonu tesisinin elektriğini sağlamakla görevlidir. Çünkü Isıl difüzyon yöntemi uranyum zenginleştirmede elde edilen enerji verimliliği bakımından gaz difüzyonuna göre düşük olduğundan, S-50 santrali 1945 yılında kapanmıştır. K-25 gaz difüzyon santrali güç santralinin tüm elektrik enerjisinin verimli bir şekilde kullanılması için işliyordu.

1945–1946 yıllar arasında Oak Ridge K-25 gaz difüzyonu santralının yapımı adım adım tamamlandı. Bu santral kısmen tamamlandığında, kısmen zengin olan ²³⁵U ürünü bir sonraki tam zengin uranyum çıktısının artırılması için besin olarak Y-12 santraline verildi. K-25 santrali tam olarak çalıştırıldıktan sonra, gaz difüzyonu

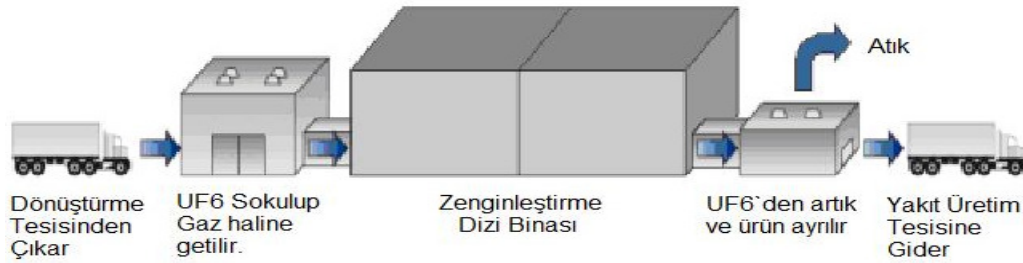
sürecinin düşük maliyetli olması ve enerjiyi tasarruflu kullanmasından dolayı, Y-12 santrali 1946 yılında kapandı. Sonra K-25 santralından daha büyük gaz difüzyonu aşamasını içeren K-27 santrali Oak Ridge'e getirilip çalıştırıldı. 1977 yılında, Oak Ridge, Paducah ve Portsmouth'da daha verimli gaz difüzyonu aşamaları olan K-29, K-31, K-33 gaz difüzyonu santralleri yapılmasından dolayı, Oak Ridge'deki tüm Manhattan Projesi aşamalarının çalışması durdurulmuştu.

1944 yılında Gaz santrifüj süreci, 4 m uzunluğunda santrifüjlerin deneme santrali olan Standart Oil Şirketine ait tesisinin kurulması ve işletilmesi sayesinde Manhattan Projesi dahilinde New Jersey Eyaletinin Bayway bölgesinde geliştirilmiştir.

Gaz santrifüjü üzerindeki çalışma, gaz difüzyonu sürecinin güvenilebilirliği ispat edildikten sonra, tek santrifüjün düşük ayırma kapasitesi ve makinelerin mekanik olarak az gelişmiş olmasından dolayı, durduruldu [3,10].

1.4. Günümüze Kadar Kullanılmış ve Geliştirilmiş İzotop Ayırma Yöntemleri

Dünyada uranyum ayırıştırma ilk olarak askeri amaçla yapılmıştır, daha sonra ise güç reaktörlerine yakıt üretmek amacı ile ticari amaçlı zenginleştirme tesisleri kurulmuştur [3,13].



Şekil 1.1 : Uranyum Zenginleştirme Süreci

Şimdiye kadar kullanılan ve geliştirilmiş izotop ayırma yöntemleri şunlardır:

1. Gaz difüzyonu yöntemi
2. Isıl difüzyonu yöntemi
3. Santrifüj yöntemi
4. Elektromanyetik izotop ayırıştırma yöntemi
5. Lazerle ayırıştırma yöntemi

6. Aerodinamik ayrıştırma yöntemi
7. Kimyasal ve İyon değiştirme yöntemi
8. Plazma yöntemi

2. URANYUM AYRIŞTIRMA YÖNTEMLERİ

2.1. Gaz Difüzyonu Yöntemi

Gaz difüzyonu yöntemi yüksek zengin uranyum ve düşük zengin uranyum üretiminde geliştirilmiştir. 2.dünya savaşı esnasında, ABD ilk olarak gaz difüzyonu yöntemini kullanmış ve 2.dünya savaşından sonra yüksek zengin uranyum üretim miktarını çoğaltmıştır. Ancak 1960`lı yıllardan sonra, ticari amaçlı düşük zengin uranyum üretmeye başlamışlar.

Gaz difüzyonu yönteminin esas fizik prensibi ise istatistik mekaniğinin Eş Dağılım Prensibi`dir. Bu prensipte bir gazdaki değişik moleküller aynı ortalama kinetik enerjiye sahip olurlar ve ortalama enerjideki denklik ise moleküller arasındaki çarpışma esnasında elde edilir ve bu enerji denkliği korunur.

Molekülün kinetik enerjisi KE, kütlesi m ve hızı v ise:

$$KE = \frac{1}{2}mv^2 \quad (2.1)$$

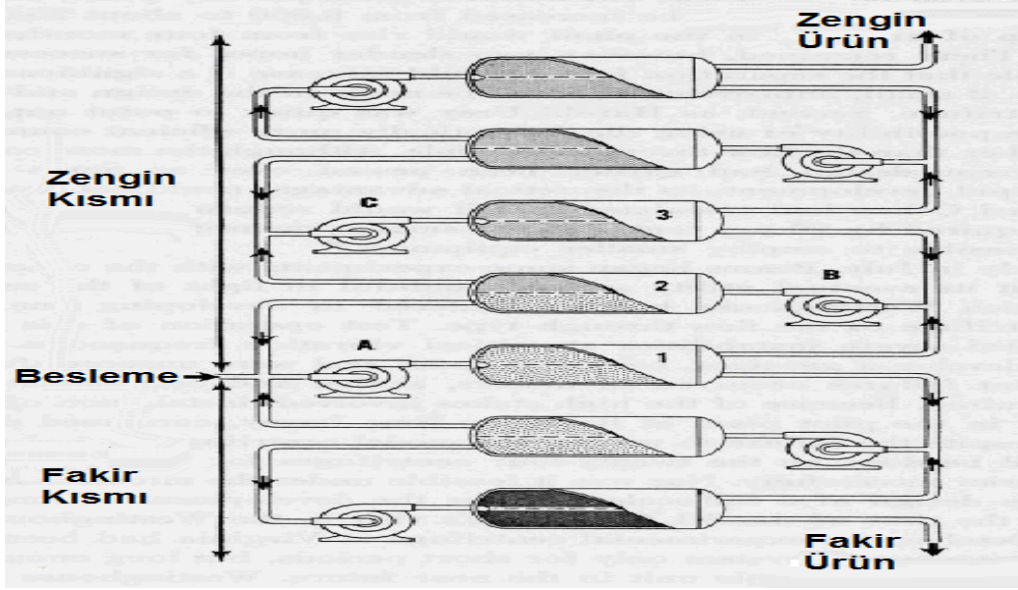
Moleküller eşit ortalama kinetik enerjilerine sahip olduğundan:

$$KE_1 = KE_2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 = \frac{1}{2}m_2v_2^2 \quad (2.2)$$

UF₆ gazı karışımı oluşturan ²³⁸UF₆ ve ²³⁵UF₆ moleküllerinin kütleleri farklı olduğundan,

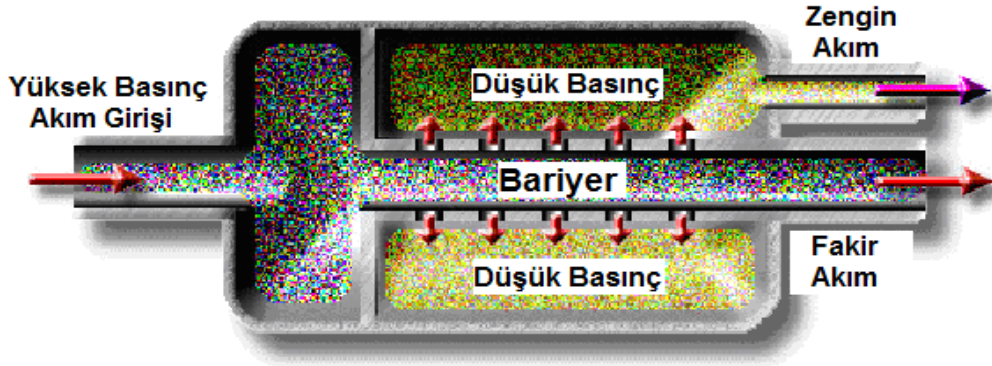
$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} = \alpha = \sqrt{\frac{m_{^{238}\text{UF}_6}}{m_{^{235}\text{UF}_6}}} = \sqrt{\frac{238+19 \times 6}{235+19 \times 6}} = \sqrt{\frac{352}{349}} = 1.0043 \quad (2.3)$$

Yukarıdaki formülden hız oranları kütle oranlarının köklerine ters oranlı olduğunu görebiliriz. UF₆ gazı ise kütlesi 349 olan ²³⁵UF₆ ve kütlesi 352 olan ²³⁸UF₆ `dan oluşmaktadır. Bundan dolayı hız oranları ise 1,0043 olur. Hafif olan ²³⁵UF₆ molekülü ağır olan ²³⁸UF₆ `dan daha hızlı hareket eder.



Şekil 2.1 : Gaz Difüzyon Basamağı

Gaz halindeki UF_6 yer yer gözenekli engellerden geçirilerek uzun borularda dolaştırılır. Hafif olan $^{235}UF_6$ molekülün hızı biraz daha büyük olduğu için, $^{235}UF_6$ molekülleri hep ön kısmında olurlar. Dolayısıyla, boruların öte tarafındaki gaz, hafif molekül içeriği açısından az zenginleşirken, geride kalan kısmı fakirleşir. Bu süreç, art arda evreler halinde devam ettirilir. Her hangi bir evredeki zenginleşmiş gazı, bir sonraki evreye sokup daha da zenginleştirmek, geride kalan fakirleşmiş gazı da bir önceki evreye geri gönderip, zenginlik oranını eski düzeyine yükseltmek mümkündür. Yol yeterli derecede uzun olduğunda, 93% zengin uranyum elde etmek mümkündür.



Şekil 2.2 : Gaz Difüzyonu Yöntemi

Bu yöntem en eski olan izotop ayırma yöntemi olup, 1920 yılında Aston tarafından ilk kez kullanılmıştır.

Sonuç olarak, böyle bir tesis; difüzyon evreleri, büyük bir elektrik santrali ve dağıtım sistemi, soğutma kuleleri, florlama tesisi, buhar üretim santrali, zar imalat ünitesi, kuru hava ve nitrojen üretim tesisi içerir. Bu tesis pahalı, envanter gereksinimi yüksek ve tesisin durdurulup başlatma süreleri uzundur. Kurulması ve işletilmesi kolayca fark edilebileceğinden, gizli silah yapımına uygun değildir [2,5,13].

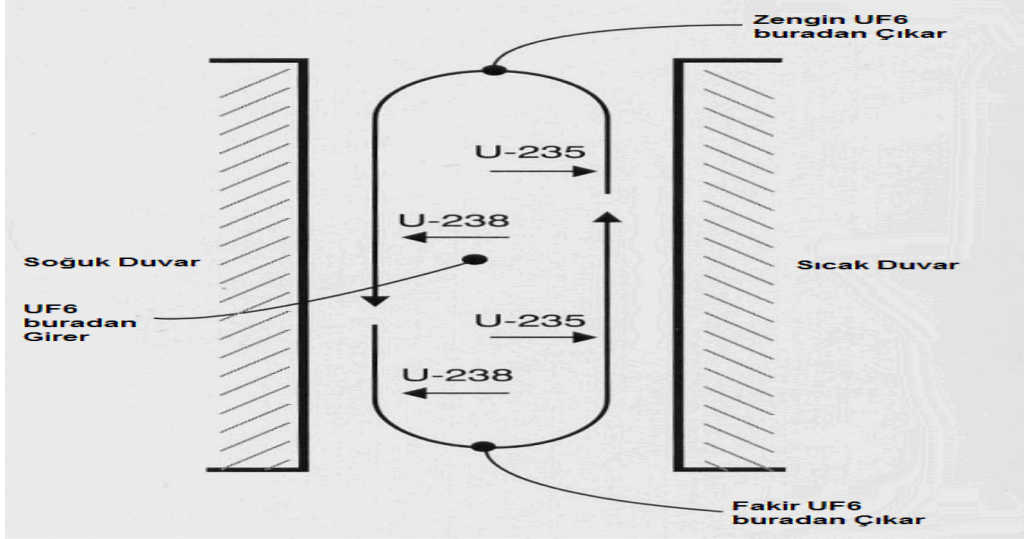
2.2. Isıl Difüzyon Yöntemi

Isıl (termal) difüzyon yönteminde, ısının ince sıvı ve gaz içindeki transferine dayanarak izotop ayırma gerçekleştirilmiştir. Bir gaz ya da sıvı, her hangi bir bölgeden ısıtıldığında, molekülleri sıcak bölgeden daha soğuk bölgelere doğru harekete geçer. Bu durumda, hafif olan $^{235}\text{UF}_6$ gaz molekülleri sıcak bölgeye, ağır olan $^{238}\text{UF}_6$ gaz molekülleri soğuk bölgeye doğru hareket eder. Hafif olan $^{235}\text{UF}_6$ molekülleri, ağır olan $^{238}\text{UF}_6$ moleküllerden daha hızlı hareket eder. Dolayısıyla, soğuk bölgeye ulaşan moleküller arasında, hafiflerin oranı, az da olsa artmış olur. Bu ilkeye dayanan ısıl difüzyon tasarımında, her biri iç içe üç borudan oluşan sütun aşamaları kullanılır. Her bir sütundaki, en içteki birinci borunun içindeki buhar, dış iki borunun arasından soğutma suyuna geçirilirken, birinci ve ikinci boruların arasındaki boşluk UF_6 gazıyla doldurulur. Gazın sıcak iç yüzeyden, daha soğuk olan dış yüzeye doğru 'ısıl difüzyonu' sırasında, daha hafif olan U^{235} izotopunu içeren moleküller daha hızlı hareket ettiklerinden dolayı, dış yüzeye ulaşan gaz, içerdekine göre zenginleşmiş olur.

Ayrıca boruların altından verilen ısıyla oluşturulan konveksiyon akışları, iç borunun sıcak dış yüzeyinden yukarıya, ikinci borunun görece soğuk olan iç yüzeyinden de aşağıya doğrudur. Dolayısıyla, bu konveksiyon akışı sayesinde, gazın dıştan alçalan zenginleşmiş kısmı ayrılıp, bir sonraki sütunun girişine, içten yükselen fakirleşmiş kısmı da keza ayrılıp, bir önceki sütunun girişine verilir. Çok sayıda evre içeren, enerji yoğun bir süreçtir.

Isıl difüzyon süreci ise basit, maliyeti düşük, ama yüksek ısı tüketimine sahiptir. Ayrıca, uranyumu bu yöntemle yüksek düzeyde zenginleştirmek pek mümkün

değildir. Zenginleştirme sürecinin başka yöntemlerle devam ettirilmesi gerekir. Bu yöntem Manhattan Projesi'nde bir ön aşama olarak kullanılıp, sonra terkedildi [2,5].



Şekil 2.3 : Isıl Difüzyon Yöntemi

2.3. Gaz Santrifüj Yöntemi

Gaz santrifüj yöntemiyle izotop ayırma fikri ilk önce 1919.yılında ortaya koyulmuş, ama 1934.yılına kadar bu yöntem başarılı olamamıştır. Ancak Manhattan Projesinde gaz santrifüj yöntemiyle izotop ayırma yöntemi geliştirilmiş ve yüksek ve düşük zengin uranyum üretmeye başlamışlar. Bu yöntem düşük enerji tüketimi, kısa denge zamanı ve modüle tasarım özellikleriyle gelecekte öncelikli teknolojilerden biri olmaktadır.

Gaz santrifüj yönteminin esas fizik prensibini santrifüj yöntemiyle karışık atomlardan izotop ayırmayı ev ortamında olan yer çekimi etkisi altındaki basit gazları model alarak anlayabiliriz.

PE Potansiyel enerji, h yükseklik, m molekülün kütlesi, g yer çekimi ivmesi ise:

$$PE = mgh \quad (2.4)$$

Eğer oda sıcaklığı her yerde eşit ise tüm gaz moleküllerin ortalama kinetik enerjisi aynı olur. Yere yakın olan molekülden yüksek olan molekülün potansiyel enerjisi büyük olur. Yere yakın olan parçacıkların yoğunluğu yüksek olan parçacıkların yoğunluğundan büyük olur, bu durumda N parçacıkların yoğunluğu, R gaz sabiti, T sıcaklık($0K = -273^{\circ}C$) ise:

$$N(h) / N(0) = \exp - (mgh / RT) \quad (2.5)$$

R gaz sabiti olup 8.3joule/Kelvin`dir. T ise sıfırdan ölçülen sıcaklık olup mutlak sıfır (0K=-273°C) gelir. Eğer iki farklı tür bir biriyle karışmışsa:

$$[N_1(h) / N_1(0)] / [N_2(h) / N_2(0)] = \exp - [(m_1 - m_2)gh / RT] \quad (2.6)$$

Eğer sol taraftaki faktörleri yeniden düzenlersek, h ve 0 yükseklikte bu oran izotopun bolluk oranıyla eşit olur. O yüzden denklem (2.5) aşağıdaki gibi yazılabilir:

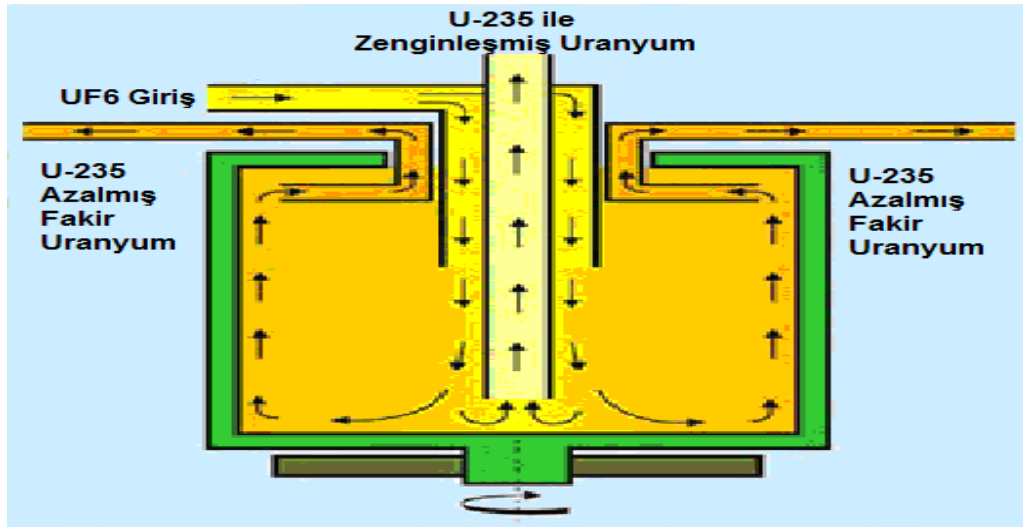
$$R(h) / R(0) = \exp - [(m_1 - m_2)gh / RT] \quad (2.7)$$

Santrifüj yönteminde yer çekimi ivmesinin yerine santrifüj ivmesini koyarsak denklem (2.7) aşağıdaki gibi olur:

$$R(h) / R(0) = \exp[(m_1 - m_2)(\omega r^2) / RT] \quad (2.8)$$

r ise santrifüj merkezine kadar olan aralıktır, ω ise açısal hızdır. Dikkat etmek gerek ki, katsayıda değişiklikler olursa, hafif olan izotop santrifüjün merkezinde artar.

Gaz santrifüj yönteminin esas prensibi ise aşağıdaki şekil 2.4`te gösterilmektedir.

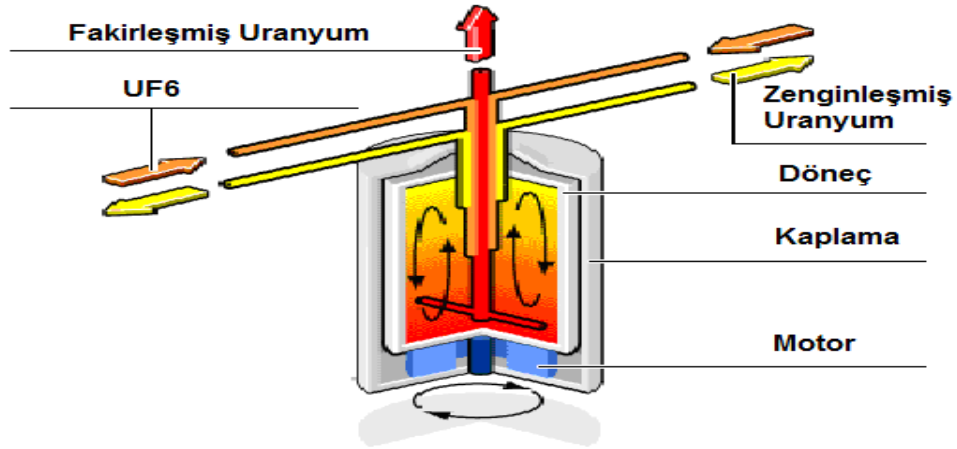


Şekil 2.4 : Santrifüj Yöntemi

Bu yöntemde dikey bir silindir içine UF_6 gazı sokulduktan sonra, çok yüksek hızla döndürülür.

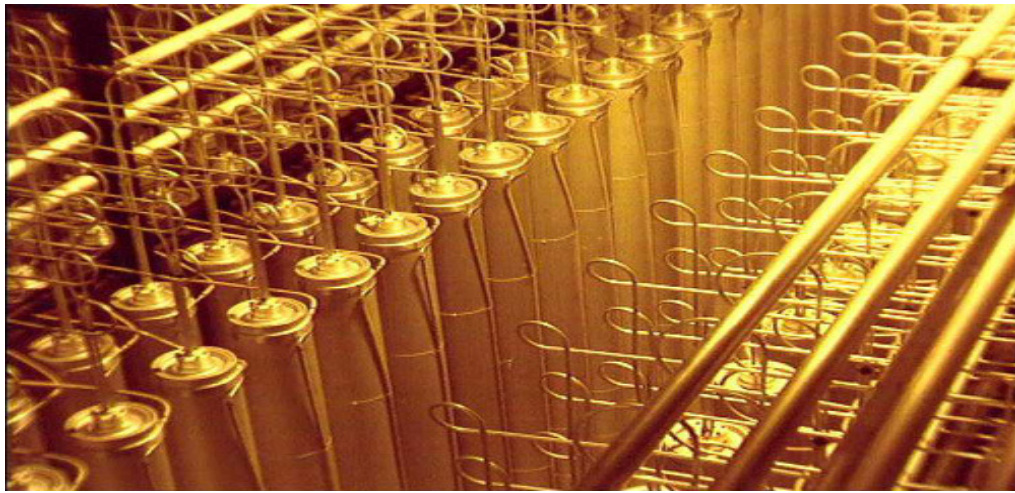
Yaklaşık olarak rotorla birlikte aynı hızda dönmeye zorlanan UF_6 buhar molekülleri maruz kaldıkları merkezci ivmeyi sağlayacak olan kuvvet desteğini alabilmek üzere, dönme ekseninden dışarıya doğru savrulur. Sabit ve yüksek hızla döndürüldüğünde,

her iki izotop için ters yönlere birer yoğunluk gradiyeni ulaşmaktadır. Bu durumda $^{235}\text{UF}_6$ ise iç tarafa ve $^{238}\text{UF}_6$ ise dış tarafa doğru birikmeye başlar.



Şekil 2.5 : Gaz Santrifüj Yöntemi

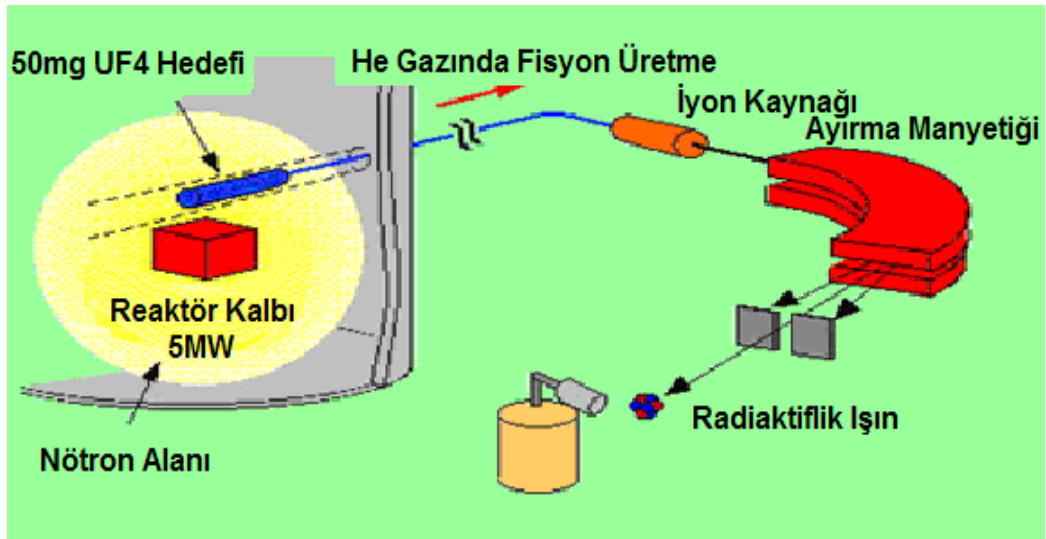
Gaz santrifüj yönteminde ayırma faktörü gaz difüzyonu yönteminkinden büyük olmasına rağmen, düşük zengin uranyum elde etmek için birkaç dizi basamağı daha gerekli olur. Ayrıca, tek santrifüjde işlem hacmi hep küçük olur, bu çoğaltılmış santrifüjün daha küçük ayırma kapasitesi olmasını gerektirir. Çok yüksek zenginlikte uranyum elde etmek, binlerce santrifüje ihtiyaç duyulur. İzotop ayırma tesisinde, gaz santrifüj yöntemindeki elektrik tüketimi gaz difüzyonu yöntemine göre az olur [2,3,13].



Şekil 2.6 : Gaz Santrifüj Basamak Tüpleri

2.4. Elektromanyetik İzotop Ayırıştırma Yöntemi

Elektromanyetik izotop ayırıştırma yöntemi ise basit kütle spektrometreyle aynı fiziksel prensibe sahiptir. Yani, yüklü parçacıklar dik bir manyetik alandan geçerken yarıçapları farklı birer dairesel hareket etmelerine dayanır. Süreç, vakumlanmış bir tankın içinde gerçekleştirilir ve girdi malzemesi olarak, oda koşullarında katı olan UCl_4 kullanılır. Elektriksel olarak ısıtılıp buhar haline getirilen UCl_4 molekülleri, elektron bombardımanına tabi tutularak artı yüklü iyonlar haline getirildikten sonra, bir elektrik alanı boyunca ivmelendirilerek yüksek hızlara ulaştırılır. Aynı kinetik enerjiye ve elektrik yüküne ve farklı kütleye sahip olan iki iyon ($^{235}UCl_4$ ve $^{238}UCl_4$) manyetik alandan geçerken farklı yarıçaplı dairesel hareket ederler. Ağır olan $^{238}UCl_4$ iyonu hafif olan $^{235}UCl_4$ iyonundan daha büyük yarıçapı oluşturur. Ardından bir hedefe çarpıtılır ve ulaştıkları konumlar farklı olduğundan, ağır ve hafif olanları, iki ayrı cepte toplanır. Bu yöntemle, %90 üzerindeki yüksek zenginleştirme düzeyine, yalnızca iki aşamada ulaşılabilir. Fakat her bir tankta üretilen miktarlar çok küçük olduğundan, her iki aşama içinde binlercesinin paralel olarak kullanılması gerekir.



Şekil 2.7 : Elektromanyetik İzotop Ayırıştırma Yöntemi

Ayrıca, UCl_4 girdinin ancak yarısı istenen iyonlara dönüştürülebilmekte, bu iyonlarında ancak yarısı kadarı hedefte toplanabilmektedir. Dolayısıyla, buharlaştırılan girdinin dörtte üçü, tankın iç yüzeylerinde birikir. Bu yüzeylerin

periyodik olarak temizlenmesi, hem de böylece, kaybedilen girdinin geri kazanılması, zahmetli ve zaman alıcı bir süreçtir.

Sonuç olarak Elektromanyetik izotop ayrıştırma yöntemi basit olmakla beraber, diğer izotop ayırma yöntemlerine göre, emek ve enerji yoğun olduğundan dolayı iyi bir yöntem değildi.

Irak, Osirak araştırma reaktörünün 1981 yılında İsrail tarafından bombalanarak kullanılamaz hale getirilmesinden sonra, Irak bu yöneme yöneldi. Başta mıknatıs malzemesi olmak üzere gerekli bileşenleri, teknoloji artık terkedilmiş ve hatta unutulmuş olduğundan, fazla kuşku toplamaksızın temin edebilmek, kısmi ilerlemeler kaydedebildi [2,5,12].



Şekil 2.8 : Eski Irak Elektro Manyetik İzotop Ayrıştırma Tesisi

2.5. Lazerle Ayrıştırma Yöntemi

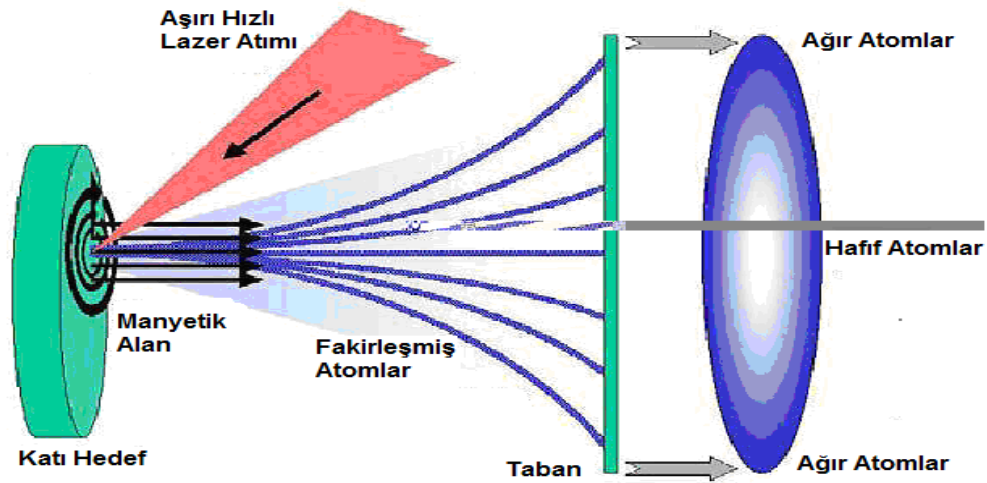
1970'li yılların başlarında, uranyum zenginleştirmek için, lazerle izotop ayrıştırma yöntemi geliştirilmiştir. Günümüzde lazer kullanarak izotop ayırma yöntemi Atomik Buhar Lazer İzotop Ayrıştırma (ABLİA) yöntemi ve Moleküler Lazer İzotop Ayrıştırma (MLİA) yöntemi gibi iki kategoriden oluşmaktadır.

Atomik Buhar Lazer İzotop Ayrıştırma (ABLİA) yönteminde ^{235}U ve ^{238}U atomlarının frekansların farkının çok küçük oranda olmasına dayanır. Bu iki izotopların frekansları milyonda bir oranda farklı olur. ^{235}U Atomu lazer ışığıyla

ışınlandığında, elektronlar yüksek enerjili aşamaya atlar. Yeterli enerji verildiğinde, ^{235}U atomu bir electron atarak artı yüklü iyonla dönüşür. ^{238}U iyonları ise doğal halinde kalır ve ürün toplanma kısmından geçer ve artık toplanma kısmına depolanır.

Atomik Buhar Lazer İzotop Ayırıştırma (ABLİA) yöntemi lazer sistemi ve ayırma sistemi içerir. Ayırma sistemi ise buharlaştırıcı ve toplayıcıyı içerir. Buharlaştırıcıda, metal halindeki uranyum erir ve buhar halinde atomik buhar akışı şeklini alır. Buhar akışı toplayıcı aracılığıyla lazer ışığıyla ışılandırılır. Atomik Buhar Lazer İzotop Ayırıştırma (ABLİA) lazer sistemi ise pompalı lazer sistemi olup, sade tek lazer optik pompayla renkli lazerlere ayrılır. Renkli ana osilatörden gelen lazer ışığı renkli lazer yükseltici tarafından zorla artırılır. Toplam 3 çeşit renk ^{235}U izotopunu iyonlamak için kullanılır.

ABD, Fransa, Japonya ve Rusya Federasyonu gibi bir çok ülkede belli bir seviyede Atomik Buhar Lazer İzotop Ayırıştırma (ABLİA) yöntemi araştırılmış. Bu yöntem oldukça zor ve pahalı olduğundan, hiçbir ülkede geliştirilmemiş. Bundan dolayı bir çok ülke bu teknolojiyi kullanamamıştır.



Şekil 2.9 : Lazerle Ayırıştırma Yöntemi

Moleküler Lazer İzotop Ayırma (MLİA) süreci ise 1971 yılında Los Alamos Devlet Laboratuvarında bir grup bilim adamları tarafından keşfedilmiştir. Moleküler Lazer İzotop Ayırma (MLİA) sürecinde iki esas adım vardır. İlk adımda, UF_6 gazı kızılötesi ışığıyla ışınlanıp, $^{235}\text{UF}_6$ izotopu uyarılır ve uyarılmayan $^{238}\text{UF}_6$

izotopundan ayrılır. İkinci aşamada ise ikinci lazer sisteminden uyarılmış $^{235}\text{UF}_6$ izotopunu tercihen $^{235}\text{UF}_5$ gazından ve serbest flor atomundan ayrılır.

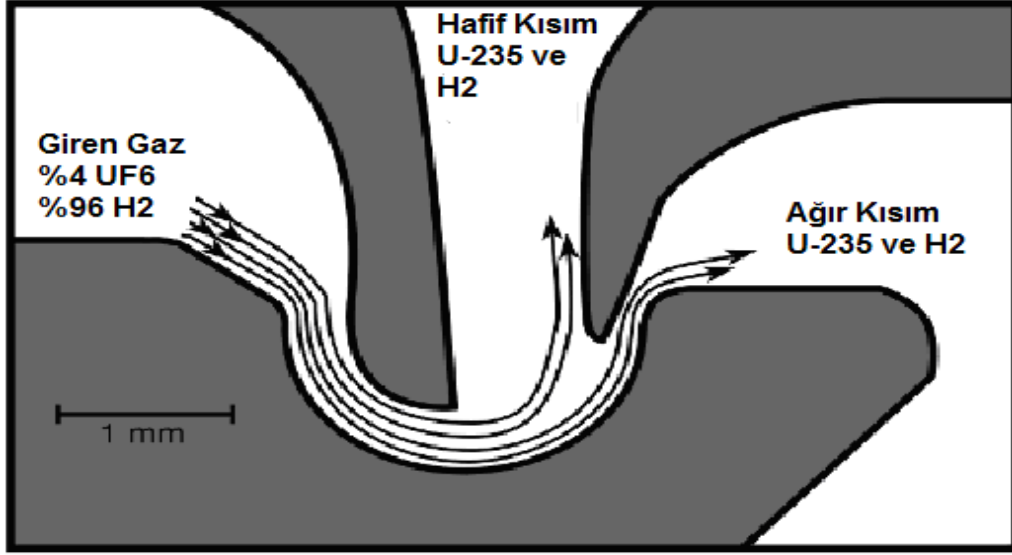
Moleküler Lazer İzotop Ayırma (MLIA) sürecinde, her bir aşamada zenginleştirilmiş olan $^{235}\text{UF}_5$ moleküllerini üretilen daha zengin olan $^{235}\text{UF}_6$ molekülüne dönüştürme işlemi yapılır. CO_2 lazerleri ilk aşamada $^{235}\text{UF}_6$ moleküllerini uyararak için kullanılır. XCI uyarıcı lazer morüstü ışıkları üretmekle beraber ikinci aşamada $^{235}\text{UF}_6$ molekülleri ayırmaya uygundur. Ürün, süreç sırasında önce uyarılıp sonra fotolize uğramış olan bazı $^{238}\text{UF}_6$ moleküllerini de içerdiğinden, görece zenginleşmiş olmakla beraber, hala iki izotopun karışımından oluşmaktadır. Yüksek zenginlik düzeylerine çıkartılabilmesi için, tekrar UF_6 'ya dönüştürüldükten sonra, aynı süreçten evreler halinde, defalarca geçirilmesi gerekir. Fakat, şimdiye kadar kizilöztesi ve morüstüyle tasarımı yapılan Moleküler Lazer İzotop Ayırma (MLIA) optik sisteminin başarılı olduğu bilinmiyor.

Bu yöntemin süreci çok zor olduğundan dolayı, ABD, İngiltere, Fransa ve Almanya gibi ülkeler bu yöntemden vaz geçmişlerdir. Japonyanın küçük olsa da Moleküler Lazer İzotop Ayırma (MLIA) programı vardı. Yakında, Güney Afrika Moleküler Lazer İzotop Ayırma (MLIA) programının düşük zenginlikteki uranyum üretmeye hazır olduğunu açıklamıştır [5,6].

2.6. Aerodinamik Ayırma Yöntemi

Aerodinamik ayırma süreci ise gaz sıkıştırma süreci ve çevresel tüp izotop ayırma sürecinden oluşur. Bu yöntemde, hidrojen ve ya helyum gibi bir taşıyıcı gazla karıştırılmış UF_6 buharı kullanılır. Gaz karışımı önce basınçlandıktan sonra bir memenin ucundan kavisli ve ya bombeli bir tüpün içine yüksek hızla salınır. Taşıyıcı gazın işlevi ağır UF_6 moleküllerini mümkün olandan çok daha yüksek hızlara taşımaktır. Gaz molekülleri tüpün kavisli iç yüzeyinden geçerken yüzeyin eğrilik yarıçapıyla ters orantılı merkezi ivmelenirler. Bu yüzden, daha ağır olan U^{238}F_6 molekülleri daha dışarıya savrulurken, daha hafif olan U^{235}F_6 molekülleri eğrilik merkezine daha yakın ilerler.

Sonuç olarak, katmanlar arasında bir zenginlik farkı oluşur. Tüpün çıkışında bu katmanlar tüp kavisliyse düzlemsel bombeliyse silindir şeklindeki bir ‘bıçak’ tarafından kesilip, farklı ceplere yönlendirilir. Yöntem aslında santrifüj tekniğinin hareketli parça içermeyen bir biçimini içerir. Mekanik enerji yerine, basınç farklarına dayanan bir yöntem izlenir. Bu yöntem elektrik enerjisi gereksinimi yüksek olduğundan dolayı terkedilmiştir [2,6].



Şekil 2.10 : Aerodinamik Ayırıştırma Yöntemi

2.7. Kimyasal ve İyon Değiştirme Yöntemi

Kimyasal ve iyon değiştirme yönteminde, izotop ayırma teknolojisi geliştirmek zor olmuştur. 2. dünya savaşından sonra kimyasal yöntemlerle izotop ayırıştırma araştırılmış olmasına rağmen, gaz difüzyonu yöntemine göre maliyeti pahalı olmuştur. Böyle olmasına rağmen, 1968 yılında, Fransız araştırmacıları bu yöntemi bulmuşlar ve 9 sene çalışarak geliştirdikten sonra, 1977 yılında IAEA konferansında ortaya koymuşlardır. O sıralarda, Japonların Asahi Kimya Şirketi kimyasal izotop ayırma deneme tesisini kurarak başarılı olduğunu açıklamıştır. Bu yöntemde, AU ve BU iki kimyasal madde bir biri ile karıştırılır. Bu iki maddede $A^{238}U$, $A^{235}U$ ve $B^{238}U$, $B^{235}U$ izotopları vardır. Bu yöntemin kimyasal prensibi ise aşağıdaki gibidir:



K kararlılık sabiti olarak belirlenirse;

$$K = [A^{235}U][B^{238}U] / [A^{238}U][B^{235}U] \quad (2.10)$$

$K > 1$ olduğunda, A içindeki ^{235}U ise B içindeki ^{238}U izotopundan büyük olacaktır ve böylece zenginleştirme amacına ulaşmış olacaktır. Uranyumun 235 ve 238 izotoplarının kimyasal davranışları tam olarak aynı değildir. U^{238} izotopunun yarıçapı daha büyük olduğundan dolayı, daha büyük bir hacim kaplamaktadır. İzotopların çekirdek bölgesinde, zayıf da olsa bir manyetik alan oluşmaktadır. Bu manyetik alan U^{235} çekirdeğinin manyetik momentumundan etkilendiğinden, iki izotopun elektronlarının enerji düzeyleri biraz farklıdır. Bundan dolayı izotoplar bazı kimyasal davranış farklılıkları gösterirler.

Fransa'da geliştirilen kimyasal değiştirme yönteminde, derişik hidroklorik asit çözeltilisinden oluşan bir su fazında çözülmüş olan U^{+4} ve U^{+3} iyonları arasındaki değiştirmeden yararlanılmıştır. Bu yüksek değerkli iyonlar asitli çözeltide çözünmeyen bir organik çözücü aracılığıyla çözeltiden çekilip alınır. Bundan dolayı, organik çözücüye geçen uranyumdaki ^{235}U 'in sayısal oranı bir miktar artmış olur. Fransızların tercih ettiği organik çözücü kerosen gibi bir aromatik çözücüyle seyreltilmiş tributilfosfat (TBF) tir. Organik çözücü bir tepkime sütununun alt, daha ağır olan asitli su çözeltisine üst tarafından veriliyor. Sütun fazlar arasında daha verimli ve yakın bir temas sağlayabilmek amacıyla 'itkili' bir sütun. Sütun çıkışındaki biraz zenginleşmiş uranyum bileşimini daha fazla zenginleştirmek için, organik çözücünden sıyırdıktan sonra, tekrar asitli su fazında çözüp, sütuna yeniden vermek gerekir ya da çok sayıda sütunun ardışık evreler halinde kullanılması gerekir. Fazlar arasındaki temas ne kadar güçlüyse, belli bir zenginleştirme düzeyi için gereken işlem ya da evre sayısı o kadar az ve süreç kısa oluyor. Bu amaçla, sürecin sonraki aşamalarında yüksek zenginleşme düzeylerine ulaşıldıkça, fazlar arası temas santrifüj desteğiyle artırmak suretiyle, evre sürelerini kısaltıp, uranyum envanterini azaltmak mümkündür.

Japonya'nın Asahi Kimyasallar Firması tarafından geliştirilmiş olan iyon değişimi yöntemindeyse, organik çözücünün işlevini, bir anyon değişimi reçinesi üstleniyor. Bu yöntemde uranyumun +6 değerkli uranil ve +4 değerkli metal iyonlarını içeren sulu asit çözeltisi, reçineyle dolu bir sütunun içerisinden geçiriliyor. Reçinede uranyumun emilmiş +6 değerkli bir uranil bandı oluşuyor ve bu bant, sulu asit çözeltisiyle birlikte yükseliyor. Yol boyunca, reçinedeki uranil iyonlarıyla

çözüldüğü uranyum iyonları arasındaki alışverişler sırasında, U^{235} iyonları, +6 değerlik alarak, reçineye daha fazla geçiş yaparlar. Sonuç olarak, reçinedeki emilmiş uranil, kısmen zenginleştirilmiş olur. Emici anyon değişimi reçinesi, Asahi firmasının yarı geçirgen zarlar üzerindeki 25 yıllık birikimini kullanarak geliştirdiği bir imalat tekniğiyle, gözenekli küresel boncuklar halinde üretilmiştir. Kürecikler çok yüksek bir ayırıştırma verimine sahip olup başardıkları iyon değişimi hızı, ticari reçinelerinkinden 1000 kat daha hızlıdır. Günümüzde, değiştirme sürecine dayanarak kapsamlı ve yüksek düzeyde uranyum zenginleştiren hiç bir ülke bulunmamaktadır [2,3,6].

2.8. Plazma Yöntemi

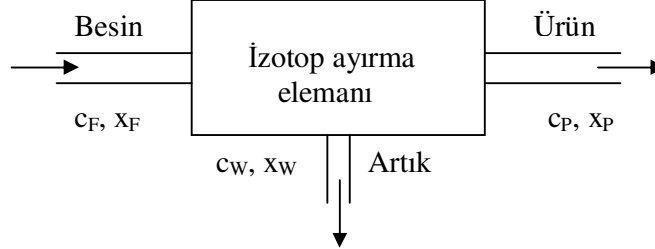
Plazma izotop ayırıştırma yöntemi, süperiletken mıknatıs teknolojisi ve plazma fiziğinden faydalanarak uranyumun yüksek verimli zengin uranyum elde etmek için kullanılan bir yöntemdir. Bu yöntemde, içi vakumlanmış silindir bir kabın içerisinde bulunan, bir uçtaki uranyum metalinden oluşan bir besleyici plaka ile diğer uçtaki toplayıcı arasında gerçekleşmektedir. Uranyum plakasının yüzey atomları, ağır iyon bombardımanı ile kopartılıp buharlaştırılır. Aynı sırada, plakanın yanındaki bir mikro dalga anten, civardaki serbest elektronları hızlandırıp, elektronları buhar haline geçmiş olan uranyum atomlarıyla çarpıştırmaktadır. Çarpışmaların etkisiyle uyarılıp kendi elektronlarından kaybeden uranyum atomları, ^{235}U ve ^{238}U iyonlarının karışımından oluşan bir plazma oluştururlar. Plazma plakalar arasında uygulanan statik gerilim nedeniyle, toplayıcıya doğru harekete geçer. Uranyum iyonları silindirin ekseni boyunca, dışarıdaki süperiletken bir bobin tarafından üretilen güçlü bir manyetik alanla silindir eksenine dik yönlerde hız bileşenlerine sahiptirler. Bu yüzden, bir yandan eksene paralel, bir yandan da manyetik alan çizgilerinin etrafında siklotron frekansı ile $(qB/2\pi m)$ dönerek spiraller üzerinde ilerlemeye başlarlar. Hafif olan U^{235} iyonlarının siklotron frekansı diğerlerine göre biraz daha yüksek düzeydedir. Plazmanın yolu üzerinde bir de salınımlı elektrik alanı üreten bir uyarma bobini vardır. Bobinin ürettiği elektrik alanı silindir eksenine dik kalarak dönmektedir. Bundan dolayı, hem iyonlar üzerinde iş yaparak onları hızlandırmakta, hem de hareketlerine karşı çıkıp iyonları yavaşlatmaktadır. Alanın salınım frekansı U^{235} 'in siklotron frekansına ayarlanmışsa, bu iyonlar üzerinde yaptığı ortalama iş pozitif olur ve iyonların spiral yarıçapı giderek büyür. U^{238} iyonları üzerinde yapılan ortalama iş

sıfıra yakın olduğunda, fazlaca etkilenmeden yollarına küçük yarıçaplı spirallerle devam edebilirler. Plazma toplayıcı plakaya ulaşmadan önce, jaluzi benzeri bir çıkıntılar dizisini aşmak zorundadır. Plazmadaki her iki tür iyon için, bu çıkıntılara çarpıp kalma veya yoluna devam edip toplayıcı plakaya ulaşma olasılıkları söz konusudur. Ancak, birinci olasılığın ikinciye oranı spiral yarıçapı büyümüş olan U^{235} iyonları için daha büyüktür. Dolayısıyla, çıkıntıların üzerinde biriken uranyum, toplayıcının üzerinde birikene göre, bir miktar zenginleşmiş haldedir. Sürecin evreler halinde tekrarlanması suretiyle, doğal uranyumu yüksek zenginlik düzeylerine ulaştırmak mümkündür. Sadece ABD ve Fransada, bu Plazma izotop ayırıtırma yöntemi deneysel programlarının var olduğunu biliyoruz. 1976 yılında, bu yöntem Yüksek İzotop Ayırması araştırma ve geliştirme programı olmuştur. Fakat 1986 yılında, bu yöntem atomik buhar lazer izotop ayırma yöntemi yüksek teknoloji olarak tercih edildiğinde terk edilmiştir [2,6].

3. İZOTOP AYIRMADA DİZİ KURAMI HESAPLAMALARI

3.1. Tanımlar

Genel olarak bir izotop ayırma elemanı belirli izotopik derişime sahip bir malzeme akışının girdiği ve istenen izotop derişiminin daha yüksek ve daha alçak olduğu iki akışın çıktığı “kapalı bir kutu” olarak betimlenebilir. Ayırma elemanına giren malzemeye besin veya besleme denilmektedir. Ayırma biriminden çıkan akışlardan istenen izotop yüzdesi besininkinden fazla olan akış, ürün; diğer akış ise artık olarak adlandırılır. Artığın istenen izotop yüzdesi doğal olarak besininkinden daha azdır. Besin, ürün ve artık kelimeleri tek bir elemanın ya da tüm tesisin giriş ve çıkışı için kullanılabilir. Bu çalışmada tesisten çıkan artık, atık olarak ve tesisten alınan istenen zenginliğe ulaşmış ürün ise son ürün olarak adlandırılmıştır. Şekil 3.1 bir izotop ayırma elemanını ve bu elemanın önemli parametrelerini göstermektedir [4].

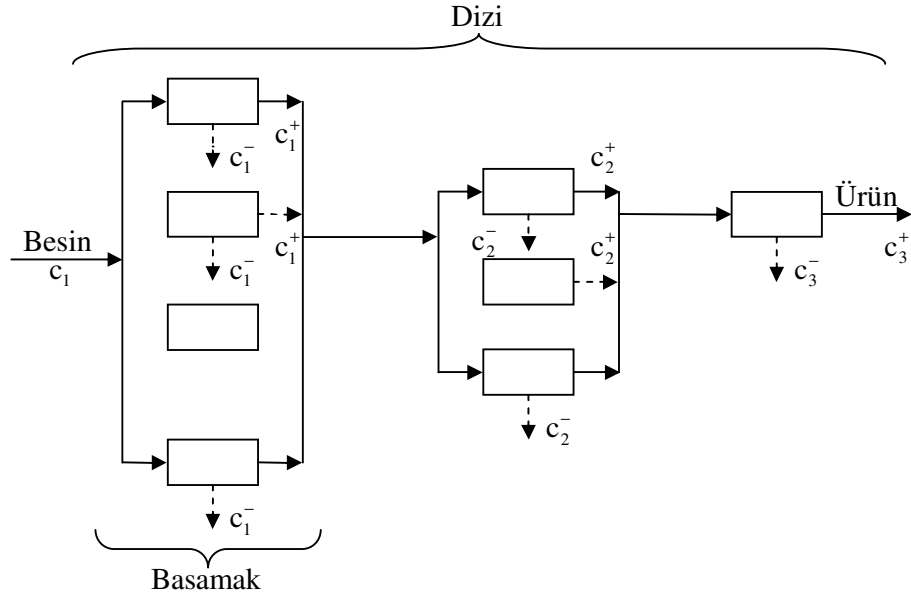


Şekil 3.1 : Ayırma Elemanı Şematik Gösterimi

Bu önemli parametreler c_F , c_P , c_W ; x_F , x_P ve x_W sembolleri ile simgelenmektedir. c_F , c_P , c_W sembolleri ilgili akışlardaki istenen izotopun (örneğin U^{235}) ağırlık ya da atom sayısı olarak akış içindeki kesirlerini; x_F , x_P , x_W ise yine ilgili akışlardaki ağırlık veya atom sayısı oranlarını göstermektedir.

Bir izotop ayırma tesisinde ayırma işleminin gerçekleşebildiği en küçük elemana ayırma birimi adı verilir. Bir distilasyon kolonu, bir gaz santrifüjü, bir elektrolit hücresi veya bir kalutron ayırma birimi örnekleridir. Ayırma birimleri paralel olarak

bağlanarak bir grup oluştururlar. Bu gruplara basamak adı verilir. Herbir basamak aynı derişime sahip malzeme ile beslenir ve aynı derişime sahip kısmi zenginleştirilmiş ürün üretir. Bazı durumlarda tek bir ayırma birimi bir basamak görevi görebilir. Öte yandan düşük kapasiteli ayırma birimine sahip pek çok ayırma yöntemi çok sayıda birimin paralel olarak bağlanmasının gerektirir. Bu duruma örnek olarak gaz difüzyonu veya gaz santrifüjünü verebiliriz. Bir basamaktaki ayırmanın ürün ve artık arasındaki istenen ayırmadan küçük olduğu durumlar basamakların seri olarak bağlanmalarını gerektirir. Seri bağlanmış basamak gruplarından oluşan sisteme ise dizi adı verilir. Şekil 3.2’de ayırma birimi, basamak ve dizi arasındaki ilişki şematik olarak verilmektedir.



Şekil 3.2 : Ayırma Birimi, Basamak ve Dizi Arasındaki İlişkinin Şematik Gösterimi

Şekil 3.2’den görüldüğü gibi ayırma birimleri paralel bağlanarak basamakları, basamaklar ise seri bağlanarak diziyi oluşturmaktadırlar. Birinci basamaktaki herbiri c_1 bileşimine sahip malzeme ile beslenen ayırma birimleri bu besini c_1^+ bileşiminde kısmi zenginleştirilmiş ürün ile c_1^- bileşiminde kısmi fakirleştirilmiş artık akışlarına ayırmaktadırlar. Burada (+) üst indisi ürünü, (-) üst indisi ise artığı simgelenmektedir.

Tüm basamaklarında aynı sayıda ayırma birimine sahip (aynı kapasitede) diziler kare diziler olarak adlandırılır. Basamaklarındaki ayırma birimi sayısı (kapasitesi) son ürün ve atık uçlarına doğru gittikçe azalan dizilere ise incelen diziler adı verilir. Tek bir çoklu düzlem distilasyon kolonu kare diziyeye, tüm bir gaz difüzyonu tesisi ise incelen diziyeye örnek gösterilebilir.

En basit ayırma birimi veya basamağı bir besleme giriş akışına karşın daha yüksek zenginlikte (ürün) ve daha düşük zenginlikte (artık) iki çıkış akışına sahiptir. Giriş akış hızını L , ürün akış hızını L^+ ve artık akış hızını L^- ile simgeliendirirsek, bu ayırma basamağı için kütle denge denklemleri:

$$L = L^+ + L^- \quad (3.1)$$

$$cL = c^+L^+ + c^-L^- \quad (3.2)$$

olarak yazılabilir.

İzotop ayırmada karışımın bileşimi her bir bileşenin ağırlık (veya kütle) kesri ya da herbir izotopun atom kesri cinsinden ifade edilir. İzotop ayırma yöntemlerinde bazı ifadeler ağırlık veya atom oranları cinsinden daha kolay ifade edilirler. İki bileşenli karışımlarda, bu oranlar istenen bileşenin kesrinin diğer bileşenin kesrine oranı olarak:

$$x = \frac{c}{1-c} \quad (3.3)$$

ifade edilir. Atom kesirlerinin oranı genellikle bolluk oranı olarak da tanımlanır. Örneğin doğal uranyum 0.007205 ^{235}U atom kesri, 0.99274 ^{238}U atom kesri içermektedir. ^{235}U bolluk oranı $0.007205/0.99274=0.007258$ olarak hesaplanır.

(3.1) ve (3.2) denge denklemlerinden ürün akış hızının besin akış hızına oranı:

$$\frac{L^+}{L} = \frac{c - c^-}{c^+ - c^-} \quad (3.4)$$

olarak hesaplanabilir. Benzer şekilde artık akış hızının ürün akış hızına oranı yine aynı denklemlerden:

$$\frac{L^-}{L} = \frac{c^+ - c}{c^+ - c^-} \quad (3.5)$$

olarak saptanır. Ürün akış hızının besin akış hızına oranı izotop ayırma literatüründe kesme oranı olarak adlandırılır ve θ sembolü ile gösterilir.

$$\theta \equiv \frac{L^+}{L} = \frac{c - c^-}{c^+ - c^-} \quad (3.6)$$

Ürün akışındaki bileşenlerin oranı ise o bileşene ait geri kazanım olarak tanımlanır. Örneğin istenen izotopun geri kazanımı:

$$r \equiv \frac{c^+ L^+}{c L} \quad (3.7)$$

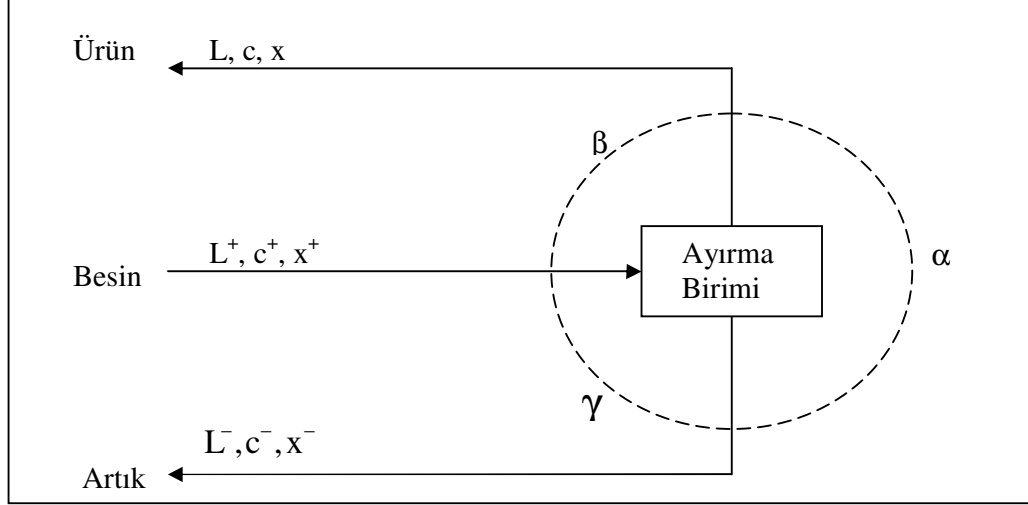
olarak tanımlanır. Kesme oranı tanımı kullanılarak istenen izotopun geri kazanımı:

$$r = \frac{c^+ \theta}{c} = \frac{c^- (1 - \theta)}{c} \quad (3.7a)$$

Şeklinde de ifade edilebilir [3,6].

3.2. Ayırma Faktörü

Tek bir basamağın gerçekleştirebildiği ayırma mertebesine basamak ayırma faktörü veya sadece ayırma faktörü (α) adı verilir. Bu faktör ürün akışındaki ağırlık veya atom oranının artık akışındaki ağırlık veya atom oranına bölümü olarak tanımlanır. Şekil 3.3'de ayırma faktörlerinin ürün, besin ve artık akış hızları ve bileşenleri ile ilişkileri gösterilmektedir.



Şekil 3.3 : Akış Hızları, Bileşimler ve Ayırma Faktörleri

Ayırma faktörü iki bileşenli bir karışım için:

$$\alpha \equiv \frac{x^+}{x^-} = \frac{\frac{c^+}{1-c^+}}{\frac{c^-}{1-c^-}} = \frac{c^+(1-c^-)}{c^-(1-c^+)} \quad (3.8)$$

olarak verilir. Ayırma faktörünün bu şekilde tanımlanması çok yararlıdır, çünkü ayırma faktörü pek çok izotop ayırma tesisinde bileşimden bağımsızdır. Öte yandan c^+/c^- oranı bileşimle çok sıkı bir şekilde değişmektedir.

Basamağın ayırma mertebesini gösteren diğer bir ölçüt ise ürün ayırma faktörü, β 'dir ve aşağıdaki bağıntı ile tanımlanır:

$$\beta = \frac{x^+}{x} = \frac{c^+(1-c)}{c(1-c^+)} \quad (3.9)$$

Benzer şekilde artık ayırma faktörü, γ , de tanımlanabilir.

$$\gamma = \frac{x}{x^-} = \frac{c(1-c^-)}{c^-(1-c)} \quad (3.10)$$

Bileşim farkları α , β ve γ cinsinden ölçülebilirler. Ayırma faktörünün tanımlarından yararlanarak istenen izotopun ağırlık veya atom kesirleri ayırma faktörü cinsinden de ifade edilebilirler. (3.8) denkleminde hareketle:

$$\alpha c^-(1-c^+) = c^+(1-c^-) \rightarrow \alpha c^- = \alpha c^- c^+ + c^+ - c^- c^+ \rightarrow \alpha c^- = c^+(\alpha c^- + 1 - c^-)$$

$$c^+ = \frac{\alpha c^-}{\alpha c^- + 1 - c^-} \quad (3.11)$$

elde edilir. Bu denklem istenen izotopun ürün atom (ağırlık) kesrini, ayırma faktörü ve artık atom (ağırlık) kesri cinsinden vermektedir. Benzer şekilde (3.9) denkleminde hareketle istenen izotopun ürün atom kesrini, besin atom kesri ve ürün ayırma faktörü cinsinden aşağıdaki gibi saptayabiliriz.

$$c^+ = \frac{\beta c}{\beta c + 1 - c} \quad (3.12)$$

İstenen izotopun besin atom kesri ürün atom kesri cinsinden ifade edilebilir. Bu kez (2.9) denklemi c, yani besin atom kesri için çözümlerse:

$$\beta c(1-c^+) = c^+(1-c) \rightarrow \beta c - \beta c c^+ + c^+ c = c^+ \rightarrow c[\beta(1-c^+) + c^+] = c^+$$

$$c = \frac{c^+}{c^+ + \beta(1-c^+)} \quad (3.13)$$

elde edilir. İstenen izotopun besin atom kesrini ise artık atom kesri cinsinden ifade etmek mümkündür. Bu amaçla (3.9) denkleminde yararlanarak:

$$\frac{c^+}{1-c^+} = \alpha \frac{c^-}{1-c^-} \quad (3.14)$$

yazabiliriz. (3.9) denklemi

$$\frac{c^+}{1-c^+} = \beta \frac{c}{1-c} \quad (3.15)$$

şeklinde düzenlenir ve (3.14) ile (3.15) deklemleri birleştirilirse:

$$\beta \frac{c}{1-c} = \alpha \frac{c^-}{1-c^-} \rightarrow \beta c(1-c^-) = \alpha c^-(1-c) \rightarrow c[\beta(1-c^-) + \alpha c^-] = \alpha c^-$$

$$c = \frac{\alpha c^-}{\alpha c^- + \beta(1-c^-)} \quad (3.16)$$

elde edilir. Benzer şekilde artık atom kesrini besin atom kesri cinsinden ifade etmek için artık ayırma faktörü, γ tanımından yararlanabiliriz. Gerekli düzenlemeler yapılsa:

$$c^- = \frac{c}{c + \gamma(1-c)} \quad (3.17)$$

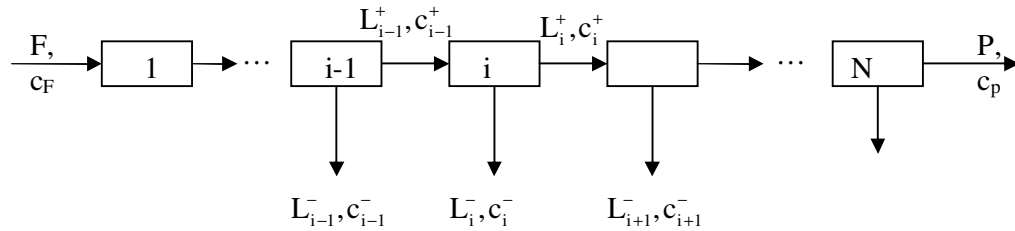
denklemini elde edilir. Yine artık atom kesri ayırma faktörü, α tanımdan hareketle ürün ağırlık kesrinin fonksiyonu olarak aşağıdaki şekilde toplanır [3,9]:

$$c^- = \frac{c^+}{c^+ + \alpha(1-c^+)} \quad (3.18)$$

3.3. Dizi Tipleri

3.3.1 Basit Diziler

Artık akışının geri kazanılmadığı dizilere basit diziler adı verilir. Basit dizilerde bir basamağı besleyen akış, bir alt basamaktan gelen ürün akışıdır. Bu tür diziler ancak artığın fazla bir değer taşımadığı izotop ayırma tesislerinde kullanılırlar. Uranyum artığı değerli olduğu için, uranyum ayırma tesisleri basit dizilerden oluşmaz. Şekil 3.4'de bir basit dizi gösterilmektedir.



Şekil 3.4 : Bir Basit Dizi Gösterimi

Böyle bir basit dizi ile çalışan tesis 1 numaralı basamaktan F akış hızına ve c_F atom kesrine sahip bir malzeme ile beslenmekte ve tesisin N numaralı basamağından P akış hızı ile c_P zenginlikte ürün elde edilmektedir.

Şekil 3.4'de görüldüğü gibi i numaralı basamak i-1 numaralı basamağın ürünü tarafından beslenmektedir. Yani akış hızları ve istenen izotopun atom kesirleri basamağın giriş ve çıkışlarında:

$$L_i = L_{i-1}^+ \quad (3.19)$$

$$c_i = c_{i-1}^+ \quad (3.20)$$

denklemleri ile belirlenirler. i'inci basamak için istenen izotopun geri kazanımı ise:

$$r_i = \frac{L_i^+ c_i^+}{L_i c_i} \quad (3.21)$$

şeklinde tanımlanır. Öte yandan (3.4) denkleminde göre ürün akış hızının besin akış hızına oranı i'inci basamak için:

$$\frac{L_i^+}{L_i} = \frac{c_i - c_i^-}{c_i^+ - c_i^-} \quad (3.22)$$

olarak yazılabilir. Bu ifade (3.21) denkleminde yerine konursa i'inci basamak geri kazanımı; ürün, besin ve artık atom kesirleri cinsinden:

$$r_i = \frac{1 - (c_i^- / c_i)}{1 - (c_i^- / c_i^+)} \quad (3.23)$$

olarak ifade edilebilir. (3.16) denklemin (c_i^- / c_i) için düzenlenirse:

$$\frac{c_i^-}{c_i} = \frac{\alpha_i c_i^- + \beta_i (1 - c_i^-)}{\alpha_i} \quad (3.24)$$

ifadesi elde edilir. Benzer şekilde (3.11) denklemin (c_i^- / c_i^+) düzenlenirse:

$$\frac{c_i^-}{c_i^+} = \frac{\alpha_i c_i^- + 1 - c_i^-}{\alpha_i} \quad (3.25)$$

elde edilir. Bu son iki denklem (2.23) denkleminde yerleştirilirse:

$$r_i = \frac{1 - \frac{\alpha_i c_i^- + \beta_i (1 - c_i^-)}{\alpha_i}}{1 - \frac{\alpha_i c_i^- + 1 - c_i^-}{\alpha_i}} = \frac{\alpha_i - \alpha_i c_i^- - \beta_i (1 - c_i^-)}{\alpha_i - \alpha_i c_i^- - 1 + c_i^-} = \frac{\alpha_i (1 - c_i) - \beta_i (1 - c_i^-)}{\alpha_i (1 - c_i^-) - (1 - c_i^-)} \quad (3.26)$$

elde edilir. Tüm dizinin geri kazanımı ise her bir basamağın geri kazanımlarının çarpımı olacaktır. Yani:

$$r = r_1 \dots r_{i-1} r_i \dots r_n = \prod_{i=1}^n r_i \quad (3.27)$$

Tüm basamaklardaki geri kazanımın sabit olması durumunda ($r_i = r, i = 1, 2, \dots, n$ için), (3.27) denklemi:

$$r = r^n = \left(\frac{\alpha - \beta}{1 - \alpha} \right)^n \quad (3.28)$$

şekline dönüşür. Basit bir dizinin zenginliği, ω , tesisten çıkan son ürününün istenen atom oranının tesisi besleyen malzemenin istenen atom oranına bölümü olarak da tanımlanabilir.

$$\omega = \frac{x_p}{x_f} = \frac{x_n}{x_1} = \frac{1 - c_n^+}{c_1} = \frac{c_n^+(1 - c_1)}{c_1(1 - c_n^+)} \quad (3.29)$$

Öte yandan i 'inci basamak ürün ayırma faktörü:

$$\beta_i = \frac{\frac{c_i^+}{1 - c_i^+}}{\frac{c_i}{1 - c_i}} \quad (3.30)$$

olarak tanımlandığına göre basit dizinin zenginliği ayırma faktörleri cinsinden de ifade edilebilirler. Bu amaçla ürün ayırma faktörlerinin çarpımını ele alalım.

$$\beta_1 \beta_2 \dots \beta_i \beta_{i-1} \dots \beta_n = \frac{\frac{c_1^+}{1 - c_1^+} \frac{c_2^+}{1 - c_2^+} \dots \frac{c_{i-1}^+}{1 - c_{i-1}^+} \frac{c_i^+}{1 - c_i^+} \dots \frac{c_n^+}{1 - c_n^+}}{\frac{c_1}{1 - c_1} \frac{c_2}{1 - c_2} \dots \frac{c_{i-1}}{1 - c_{i-1}} \frac{c_i}{1 - c_i} \dots \frac{c_n}{1 - c_n}} \quad (3.31)$$

Basit dizinin $c_i = c_{i-1}^+$ özelliğini dikkate alırsak:

$$\prod_{i=1}^n \beta_i = \frac{\frac{c_1^+}{1-c_1^+} \frac{c_2^+}{1-c_2^+} \dots \frac{c_{i-1}^+}{1-c_{i-1}^+} \frac{c_i^+}{1-c_i^+} \dots \frac{c_n^+}{1-c_n^+}}{\frac{c_1}{1-c_1} \frac{c_1^+}{1-c_1^+} \dots \frac{c_{i-1}}{1-c_{i-1}} \frac{c_{i-1}^+}{1-c_{i-1}^+} \dots \frac{c_{n-1}}{1-c_{n-1}} \frac{c_1}{1-c_1}} = \frac{c_n^+(1-c_1)}{c_1(1-c_n^+)} \quad (3.32)$$

olduğu görülür. Bu son denklem (2.29) denklemi ile karşılaştırılırsa tesisin zenginliği:

$$\omega = \prod_{i=1}^n \beta_i \quad (3.33)$$

olarak saptanır. Ürün ayırma faktörünün tüm basamaklar için sabit olduğu varsayılırsa:

$$\omega = \beta^n \quad (3.34)$$

sonucuna ulaşılır. Denklem (3.34) sonucu $\beta = (\omega)^{1/n}$ olarak alınıp (3.28) denkleminde kullanılırsa tesisin geri kazanımı tesisin zenginliği ve basamak sayısının fonksiyonu olarak:

$$r = \left(\frac{\alpha - \omega^{1/n}}{1 - \alpha} \right)^n \quad (3.35)$$

şeklinde saptanır. Bu ifadeden görüldüğü gibi basamak sayısı arttıkça tesisin geri kazanımı da giderek artmaktadır. Limitte yani basamak sayısı sonsuza giderken, geri kazanımın

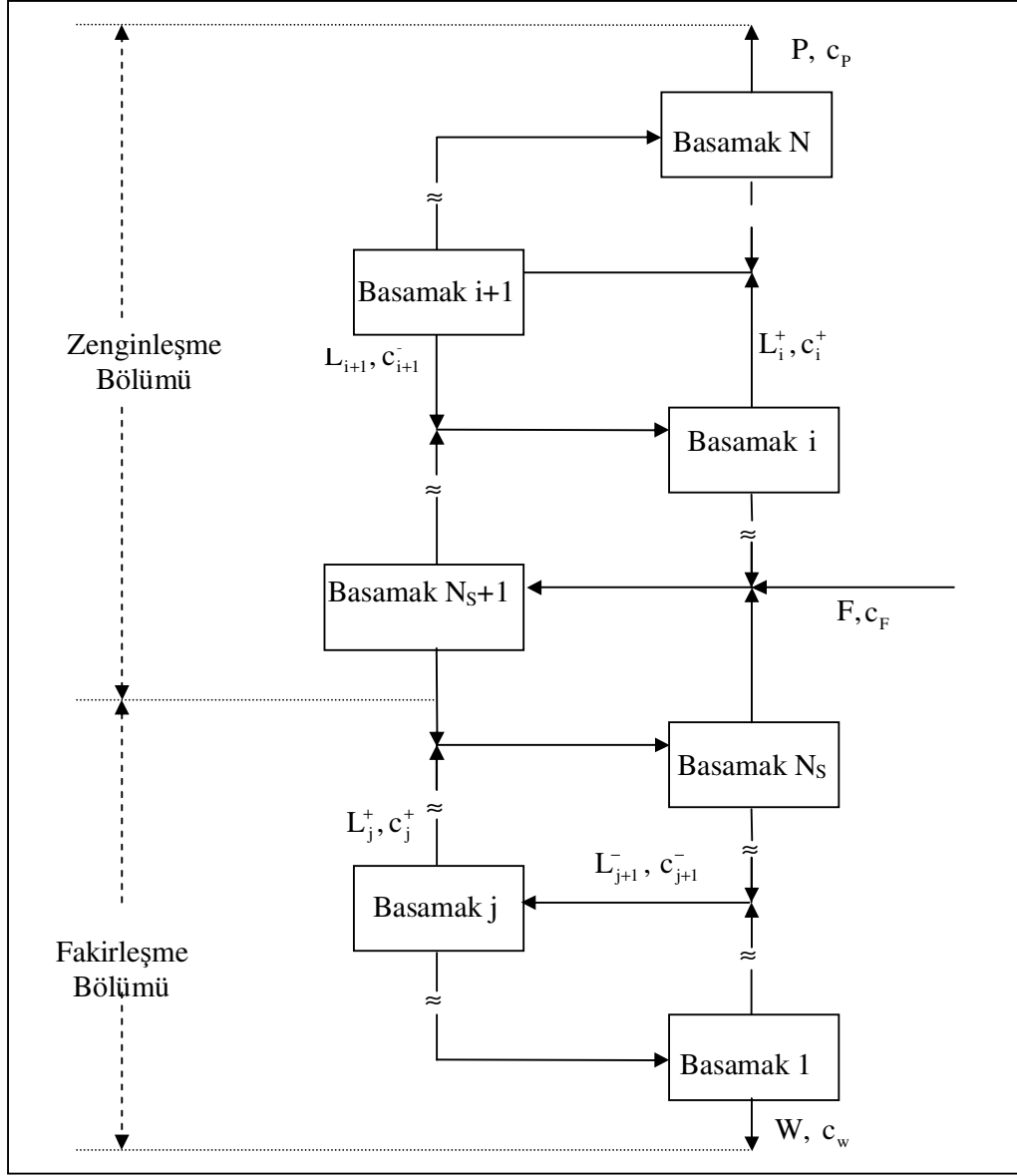
$$\lim_{n \rightarrow \infty} r = \frac{1}{\omega^{1/(\alpha-1)}} \quad (3.36)$$

olduğu gösterilebilir [2,3,9].

3.3.2 Geri Dönüşümlü Diziler

Kısmi zenginleştirilmiş artığın değer taşıdığı izotop ayırma tesislerinde artık basamaktan dışarı atılmaz, tersine daha alt basamakları beslemek için kullanılır. Bu tür dizilere geri dönüşümlü diziler adı verilmektedir. Bu tür dizilerin en yaygını ters akışlı dizilerdir. Çizelge 3.5 ters akışlı geri dönüşümlü bir diziyi göstermektedir.

Tesis N_S+1 'inci basamaktan F akış hızı ile c_F zenginlikte bir malzeme ile beslenmektedir. Tesisin N numaralı basamağından ise P akış hızı ile istenen zenginlikte, c_P , malzeme dışarı alınmaktadır. Tesisin 1 numara ile gösterilen en son basamağından ise W akış hızı ile besin olarak girdilene malzemedan daha düşük zenginlikte, c_W , atık malzeme çıkarılmaktadır. Tesisin atığın alındığı birinci basamağı ile besinin girdilendiği basamak arasında kalan bölümüne fakirleşme bölümü adı verilir. Benzer şekilde beslemenin yapıldığı N_S+1 numaralı basamak ile son ürünün alındığı N numaralı basamak arasında kalan bölüme ise zenginleşme bölgesi adı verilmektedir. Bu bölümlerin isimlerinden de anlaşıldığı gibi istenen izotopça daha zengin malzeme akışı zenginleştirme bölgesinde yer almaktadır. Fakirleşme bölgesinin amacı ise toplam geri kazanımı arttırmaktır. Geri kazanımlı diziler kullanılmasının bir başka amacı ise belirli miktarda bir ürün elde etmek için gereken besin miktarının azalmasını sağlamaktır.



Şekil 3.5 : Ters Akışlı Geri Dönüşümlü Dizi

Geri kazanımlı dizilerde basamak sayılarının numaralandırılması değişik şekillerde yapılabilir. Örneğin besinin tesise pompalandığı ilk basamak 1 numara ile ürünün alındığı son basamak N_P ile gösterilebilir. Bu durumda fakirleştirme kısmında ters sıralama yapılarak atığın alındığı son basamak $-N_S$ olarak sıralanabilir. Şekil 3.5'deki sıralama ise atığın alındığı son basamak 1 numara olarak alınmış ve ürünün alındığı en üst basamak ise N olarak alınarak numaralandırılma yapılması yoluna gidilmiştir. Fakirleşme kısmında toplan N_S adet, zenginleşme kısmında ise toplam N_P

adet basamak bulunmaktadır. Yani toplam basamak sayısı $N=N_s+N_p$ 'dir. Üçüncü bölümdeki türetimler bu numaralandırma baz alınarak yapılacaktır.

Son ürünün alındığı en üst basamak ile atığın alındığı en son basamak dışındaki basamaklarda zenginleşme kısmındaki artık akışına ve fakirleşme kısmındaki ürün akışına geri akış (reflux) adı verilir [3,8].

3.3.3 Kütle Denge Bağlıları

Geri dönüşümlü dizilerde tüm tesisin besin, son ürün ve atık miktarları ve bileşimleri (dış değişkenler) kütle dengesini sağlamalıdır. Yani tesise giren ve çıkan kütle miktarları eşit olmalıdır. Bu matematiksel olarak:

$$F = P + W \quad (3.37)$$

$$Fc_F = Pc_p + Wc_w \quad (3.38)$$

denklemleri ile verilir. Burada iki denklem fakat buna karşın altı bilinmeyen bulunmaktadır, dört dış değişkeni özgürce belirlemek mümkündür. Örneğin, bu bağımsız dört değişken son ürün akış hızı ve son ürün, besin ve atık bileşimleri olabilirler. Genellikle izotop ayırma tesislerinde besin, atık ve son ürün bileşimi önceden belirlenir. Yani hangi zenginlikte bir ürün istendiği beslemenin hangi zenginlikte bir malzeme ile gerçekleştirileceği (doğal uranyum yada zenginleştirme tesisinden çıkan atık (fakir uranyum)) ayrıca tesisten hangi zenginlikte bir atık alınacağı önceden saptır. Bu durumda, diğer iki değişken, yani atık ve ürün hızları bu dört bağımsız değişken cinsinden hesaplanabilirler. (3.37) denklemi (3.38) içine yerleştirilirse:

$$(P + W)c_F = Pc_p + Wc_w \rightarrow P(c_F - c_p) = W(c_w - c_F)$$

elde edilir. Bu denklem çözümlenerek:

$$W = \frac{P(c_p - c_F)}{c_F - c_w} \quad (3.39)$$

Atık hızı bilinen dört bağımsız değişken cinsinden hesaplanabilir. Aynı şekilde (3.37) denklemi W için çözümlenip (3.38) denkleminde yerleştirilirse:

$$Fc_F = Pc_p + (F - P)c_w \rightarrow F(c_F - c_w) = P(c_p - c_w)$$

$$F = \frac{P(c_p - c_w)}{c_F - c_w} \quad (3.40)$$

besin akış hızı yine bilinen dört bağımsız değişken cinsinden saptanmış olur. Saptanan tüm bu nicelikler sistemin dış parametreleridir. Tüm tesis için gerçekleştirilen bu kütle denge bağıntıları her basamak için de yazılabilir. Bu aşamada zenginleştirme bölümü ve fakirleştirme bölümü için ayrı ayrı kütle denge bağıntılarını türetmek gerekecektir [3,9].

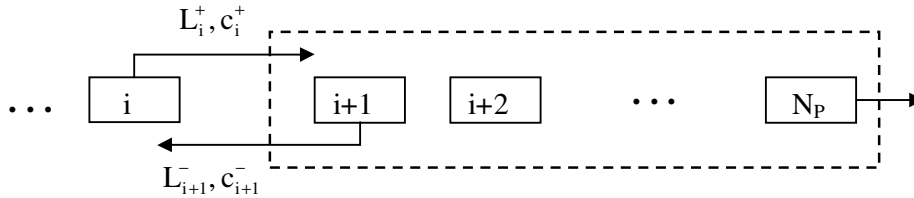
i) Zenginleşme bölümünde kütle denge bağıntıları

Zenginleşme bölümünde kütle denge denklemlerini türetmek amacıyla Şekil 3.6'de gösterildiği gibi son ürünün alındığı son basamak ile i numaralı basamak (i'yi kapsamayan) arasında kalan bölümü ele alalım.

Şekil 3.6'de kesikli çizgi ile gösterilen bu bölgeye giren ve çıkan malzemenin kütlelerinin eşitliği için aşağıdaki iki denklem yazılabilir.

$$L_{i+1}^- + P = L_i^+ \quad (3.41)$$

$$L_{i+1}^- c_{i+1}^- + P c_p = L_i^+ c_i^+ \quad (3.42)$$



Şekil 3.6 : Zenginleşme Bölgesinde Kütle Dengesinin Yapıldığı Kontrol Bölgesi

Bu denklemlerde P ve c_p bağımsız dış değişkenler olup; L_i^+ , c_i^+ , L_{i+1}^- ve c_{i+1}^- i'inci basamağa ait iç değişkenlerdir. (3.42) denkleminin sol tarafı yalnız bırakılıp,

$$L_{i+1}^- c_{i+1}^- = L_i^+ c_i^+ - P c_p \quad (3.43)$$

(i+1) numaralı basamağın istenen izotopa ait artık atom kesri için çözümlerse:

$$c_{i+1}^- = \frac{L_i^+}{L_{i+1}^-} c_i^+ - \frac{P}{L_{i+1}^-} c_p \quad (3.43a)$$

denklemleri elde edilir. (3.41) denklemleri (3.43a) içine yerleştirilirse:

$$c_{i+1}^- = \frac{L_{i+1}^- + P}{L_{i+1}^-} c_i^+ - \frac{P}{L_{i+1}^-} c_p \quad (3.44)$$

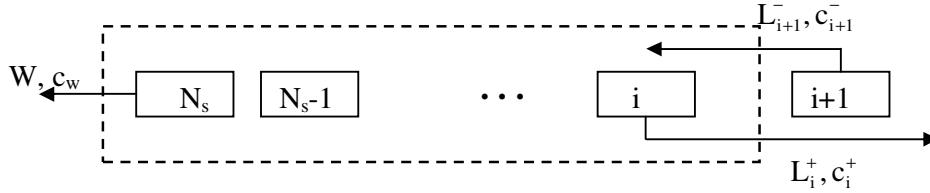
bulunur. Bu son denklem düzenlenerek,

$$c_{i+1}^- = \left(1 + \frac{P}{L_{i+1}^-}\right) c_i^+ - \frac{P}{L_{i+1}^-} c_p \quad (3.44a)$$

zenginleşme bölümü için istenen izotopun atom kesri, ürün akış hızları ve istenen izotopun atom kesirleri cinsinden saptanmış olur [3,9].

ii) Fakirleşme bölümünde denge bağıntıları

Zenginleşme bölgesindeki benzer biçimde fakirleşme bölümünde seçilen kontrol bölgesi Şekil 3.7' de verilmiştir.



Şekil 3.7 : Fakirleşme Bölümünde Seçilen Kontrol Bölgesi

Kontrol bölgesine giren ve çıkan kütle dengesi için:

$$L_{i+1}^- = W + L_i^+ \quad (3.45)$$

$$L_{i+1}^- c_{i+1}^- = W c_w + L_i^+ c_i^+ \quad (3.46)$$

denklemleri yazılır. Bu denklemlerden ilki c_{i+1}^- için; ikincisi ise W için çözümlenir, yerine yerleştirilirse fakirleşme kısmındaki artık akış hızı:

$$c_{i+1}^- = \frac{W}{L_{i+1}^-} c_w + \frac{L_i^+}{L_{i+1}^-} c_i^+ \quad (3.47)$$

$$c_{i+1}^- = \left(1 - \frac{W}{L_{i+1}^-}\right) c_i^+ + \frac{W}{L_{i+1}^-} c_w \quad (3.47a)$$

olarak elde edilir. (3.45) denklemi düzenlenerek (i) numaralı basamağın istenen izotopa ait ürün atom kesri ile (i+1) numaralı basamağın istenen izotopa ait artık atom kesirleri arasındaki fark için :

$$c_i^+ - c_{i+1}^- = \frac{c_p - c_i^+}{L_{i+1}^- / P} \quad (3.48)$$

bağıntısı elde edilir. (3.48) denkleminde c_{i+1}^- , c_i^+ 'den küçük olduğu için, bu fark L_{i+1}^- / P büyüdükçe küçülür. L_{i+1}^- / P oranına geri akış oranı (reflux ratio) adı verilir. ($L_{i+1}^- / P \rightarrow \infty$) olduğu zaman c_{i+1}^- ve c_i^+ birbirine eşit olacaktır. $L_{i+1}^- / P \rightarrow \infty$ olması durumuna toplam geri akış oranı (total reflux ratio) adı verilmektedir. Bu ifadenin sonsuz değer alması ancak P'nin sıfır olması ile mümkündür. Yani toplam geri akış oranı durumunda izotop ayırma tesisinde hiç ürün akışı olmuyor demektir.

İzotop ayırma tesisinin ayırma faktörü, α , ve tesisten çıkan atığın hangi zenginlikte olacağı, c_w önceden saptanırsa birinci basamaktan başlanarak tüm basamaklara ait istenen izotopun ürün ve artık atom kesirleri hesaplanabilir. α ve c_w bilindiğine göre (3.11) denkleminde:

$$c_i^+ = \frac{\alpha c_w}{\alpha c_w + 1 - c_w} \quad (3.49)$$

birinci basamak ürün bileşimi hesaplanır. c_i^+ (3.48) denkleminde ikinci basamağa ait artık bileşimi, c_2^- hesaplanabilir. Tekrar (3.11) denklemi kullanılarak bu kez ikinci basamak ürün bileşimi saptanır. Böylece ardışık olarak (3.10) ve (3.48) denklemleri ile basamaklardaki ürün ve artık bileşimleri saptanır. Zenginleşme bölgesine gelindiğinde ise (3.48) denklemin doğal olarak (3.46) denklemi olacaktır. Basamaktaki ürün bileşimi istenen bileşime ulaştığı zaman basamak sayısı da otomatik olarak saptanmış olacaktır [3,6,9].

3.4. Minimum Basamak Sayısı: Sabit Ayırma Faktörü

Toplam geri akış oranı ($L_{i+1}^- / P \rightarrow \infty$) durumunda besinin istenen bileşimde atık ve son ürüne ayrılması için gereken basamak sayısı minimum olur. Toplam geriye akış oranı durumunda:

$$c_{i-1}^- = c_i^+ \quad (3.50)$$

olduğunu görmüştük. Doğal olarak bu iki akışdaki bolluk oranları da eşit olacaktır.

$$x_{i-1}^- = x_i^+ \quad (3.51)$$

Ayırma faktörünün tanımına göre, toplam geri akış oranı durumunda ardışık iki basamaktaki bolluk oranları arasında:

$$x_{i+1}^+ = \alpha x_i^+ \quad (2.52)$$

ilişkisi olacaktır. Bu ilişki ikinci basamak için yazılırsa:

$$x_2^+ = \alpha x_1^+ \quad (2.53)$$

elde edilir. Üçüncü basamak için ise:

$$x_3^+ = \alpha x_2^+ \quad (2.54)$$

yazılır. Ayırma faktörünün basamaktan bağımsız olduğu varsayılır ve ikinci basamak için yazılan eşitlik, bu son denklemden kullanılırsa:

$$x_3^+ = \alpha^2 x_1^+ \quad (2.54a)$$

denklemini elde edilir. Bu işlem tüm dizi boyunca uygulanırsa, sonuçta:

$$x_n^+ = \alpha^{N-1} x_1^+ \quad (2.55)$$

denklemine ulaşılır. Son basamaktaki ürün akışının

$$x_n^+ = x_p = \frac{c_p}{1 - c_p}$$

ve ilk basamaktaki artık akışının

$$x_1^+ = \alpha x_1^- = \alpha c_w = \alpha \frac{c_w}{1 - c_w}$$

oldukları göz önüne alınırsa (3.55) denklemi:

$$\frac{c_p}{1-c_p} = \alpha^{N-1} \frac{c_w}{1-c_w} \quad (3.56)$$

olarak ifade edilebilir. Bu denklem N için çözümlerse:

$$N = \frac{\ln \left[\frac{c_p(1-c_w)}{(1-c_p)c_w} \right]}{\ln \alpha} \quad (3.57)$$

sonucuna varılır. (3.57) denkleminin payında yer alan bolluk oranlarının oranları geri dönüşümlü dizinin toplam ayırması, Ω , adı verilir. Yani toplam ayırma:

$$\Omega = \frac{c_p(1-c_w)}{(1-c_p)c_w} \quad (3.58)$$

şeklinde dir. (3.57) denklemi belirli bir toplam ayırma için gerekli minimum basamak sayısını vermektedir. Minimum basamak sayısı basamaklar arası akış hızının ürün akış hızına oranının sonsuz olmasını gerektirir [3,6].

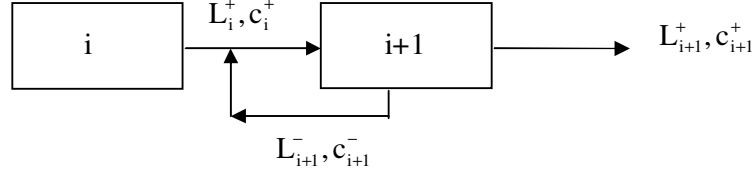
Minimum basamak sayısı, toplam ayırma arttıkça ve ayırma faktörü yaklaştıkça artmaktadır. İzotop ayırma tesislerinde genellikle her iki durumda geçerli olduğu için minimum basamak sayısı da genellikle büyük olur. Örnek olarak ^{235}U ayırması gerçekleyen bir gaz difüzyon tesisinde minimum basamak sayısını saptayalım. Gaz difüzyon tesisi için ayırma faktörü, $\alpha=1.00429$ dır. % 4 zenginlikte bir ürün elde edildiğini ve tesisten alınan atığın % 0.2 olduğunu varsayalım. Bu tesiste toplam geri akış oranı durumunda gerekli minimum basamak sayısı (3.57) denkleminden:

$$N = \frac{\ln \left[\left(\frac{c_p}{1-c_w} \right) / \left(\frac{1-c_p}{c_w} \right) \right]}{\ln \alpha} = \frac{\ln \left[\left(\frac{0.4}{0.998} \right) / \left(\frac{0.6}{0.002} \right) \right]}{\ln(1.00429)} = 1546 \quad (3.59)$$

3.5. Minimum Geri Akış Oranı

Toplam geri akış oranı ($L_{i+1}^-/P \rightarrow \infty$) durumunda, ardışık basamaklardaki ilgili akışlarda bileşimler arasındaki fark maksimumdur. Toplam geri akış oranı küçülürken, bileşimler arasındaki fark da küçülür ve geri akış oranının minimum olması durumunda bu fark sıfır olur. Geri akış oranının minimum olması limite

$L_{i+1}^- / P \rightarrow 0$ demektir, bunun gerçekleşebilmesi için $L_{i+1}^- = 0$ olmalıdır. L_{i+1}^- sıfır olması c_{i+1}^- de sıfır olması anlamını taşır. İki ardışık basamak arasında kütle dengesi yapılırsa:



Şekil 3.8 : İki Ardışık Basamak

$$c_i^+ = c_{i+1}^+ + \underbrace{c_{i+1}^-}_0$$

$$c_{i+1}^+ = c_i^+ \quad (3.60)$$

elde edilir. Fakat limit durumunun biraz üzerinde (3.18) denklemi kullanılarak:

$$c_{i+1}^+ - c_{i+1}^- = c_{i+1}^+ - \frac{c_{i+1}^+}{c_{i+1}^+ + \alpha(1 - c_{i+1}^+)} = \frac{(\alpha - 1)c_{i+1}^+(1 - c_{i+1}^+)}{c_{i+1}^+ + \alpha(1 - c_{i+1}^+)} \quad (3.61)$$

Bulunur. Bu denklemin sağ tarafında (3.60) eşitliği kullanılırsa:

$$c_{i+1}^+ - c_{i+1}^- = \frac{(\alpha - 1)c_i^+(1 - c_i^+)}{c_i^+ + \alpha(1 - c_i^+)} \quad (3.62)$$

(3.47) denklemi L_{i+1}^- / P için çözülür ve (3.62) denklemi bu denklemde kullanılırsa minimum geri akış oranı için:

$$\left(\frac{L_{i+1}^-}{P} \right)_{\min} = \frac{(c_p - c_i^+) [c_i^+ + \alpha(1 - c_i^+)]}{(\alpha - 1)c_i^+(1 - c_i^+)} \quad (3.63)$$

bağıntısı elde edilir. Bu denklem minimum geri akış oranını ayırma faktörü ve basamak ürün bileşenleri cinsinden vermektedir. Minimum geri akış oranını ayırma faktörü ve basamak artık bileşenleri cinsinden de ifade etmek mümkündür. Bu durum için minimum geri akış oranı:

$$\left(L_{i+1}^- / P\right)_{\min} = \frac{c_p (\alpha c_{i+1}^- + 1 - c_{i+1}^-) - \alpha c_{i+1}^-}{(\alpha - 1) c_{i+1}^- (1 - c_{i+1}^-)} \quad (3.64)$$

şeklinde ifade edilir. (3.63) denklemi bazı özel durumlar için çok kullanışlıdır. Örneğin basamak ürün akışındaki bileşimler birden çok çok küçükse, yani $c_i^+ \ll 1$ ise (3.63) denklemi:

$$\left(L_{i+1}^- / P\right)_{\min} \approx \frac{(c_p - c_i^+)}{c_i^+} \frac{\alpha}{\alpha - 1} \quad (3.65)$$

şeklini alır. Bu denklem ağır su veya ^{235}U ayırma tesislerinin besleme noktası civarındaki basamaklarda uygulama alanı bulmaktadır. $\alpha - 1 \ll 1$ durumunda (3.63) denklemi:

$$\left(L_{i+1}^- / P\right)_{\min} = \frac{(c_p - c_i^+)}{(\alpha - 1) c_i^+ (1 - c_i^+)} \quad (3.66)$$

şeklini alır. Tüm bu denklemler minimum geri akış oranının basamaklardaki bileşimlerin son ürün ya da atık bileşimlerinden farklılaştıkça arttığını göstermektedir. Ayırma faktörü, α 'nın bire yakın olduğu dizilerde minimum geri akış oranı çok çok büyük değerlere ulaşmaktadır. Örneğin, doğal uranyum ile beslenen bir gaz difüzyonu tesisinden ($\alpha = 1.00429$) %90 zenginlikteki ^{235}U doğal uranyum elde edilmek istenirse, minimum geri akış oranı, (3.66) denklemi kullanılarak:

$$\left(L_{i+1}^- / P\right)_{\min} = \frac{(c_p - c_i^+)}{(\alpha - 1) c_i^+ (1 - c_i^+)} = \frac{(0.9 - 0.0072)}{(1.00429 - 1)(0.0072)(1 - 0.0072)} = 29114 \quad (3.67)$$

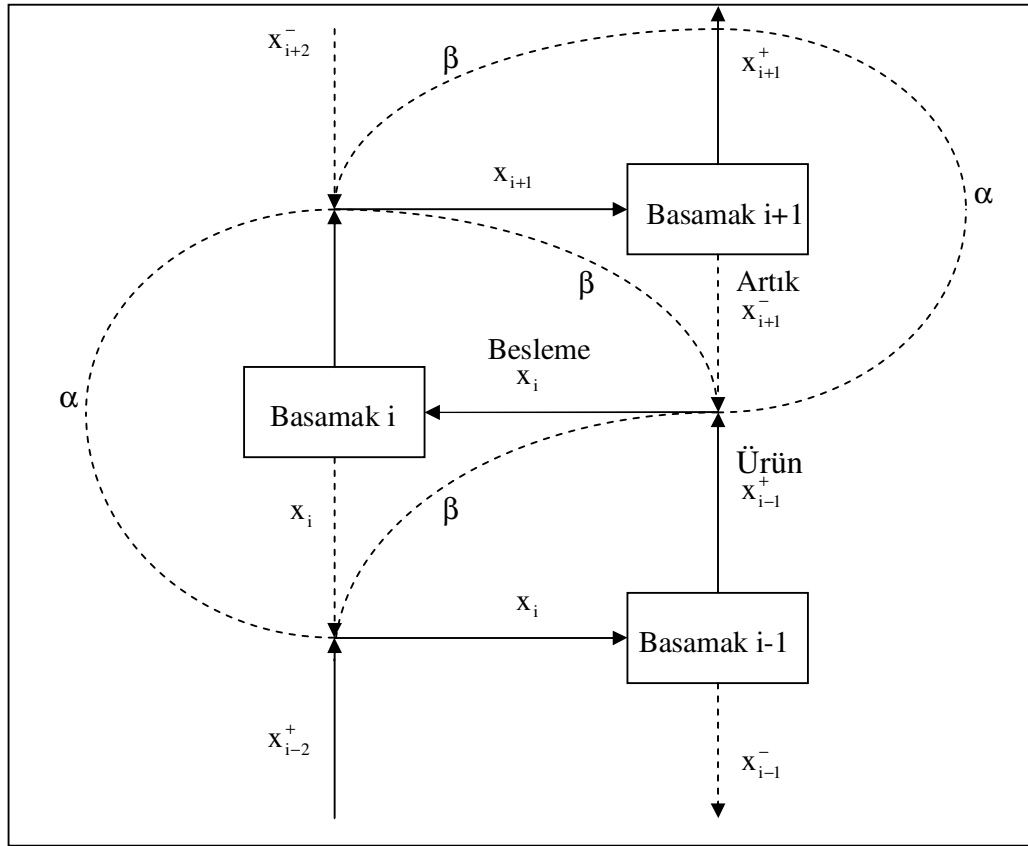
olarak bulunur. (3.65) ve (3.66) denklemlerine göre son ürünün alındığı noktaya yaklaştıkça, basamak ürün bileşimi son ürün bileşimine yaklaşacağı için, minimum geri akış oranı azalacaktır.

Minimum geri akış oranı maksimum basamak sayısına karşılık geldiği için pratikte herhangi bir ayırma tesisinde toplam geri akış oranının minimum geri akış oranından büyük olması istenir. Toplam geri akış oranı minimum basamak sayısına karşılık

geldiği halde ürün sifıra gittiği için pratikte geri akış oranı toplam geri akış oranından büyük tutulur. Pek çok izotop ayırma tesisinde, tesisin boyutunu küçültmek ve tutma zamanını azaltmak amacıyla, besleme noktasından son ürünün alındığı basamağa doğru gidildikçe geri akış oranı belirli aralıklarla kademeli olarak azaltılır [3,4].

3.6. İdeal Dizi

Tüm izotop ayırma tesisleri minimum maliyetle tasarlanılmayı ve çalıştırılmayı hedefler. Bu amaçla belirli bir ayırma hedeflenerek basamaklar arası minimum akış ile çalışan teorik bir dizi tasarlanabilir. Bu tür diziler ideal diziler olarak adlandırılır.



Şekil 3.9 : İdeal Dizide Bolluk Oranları

İdeal bir dizide:

1. Ürün ayırma faktörü, β 'nin sabit olduğu
2. Bir basamağı besleyen ürün ve artık akışlarının aynı bileşime sahip olduğu

varsayılabılır. Böyle bir dizinin teorisi P.A.M Dirac ve R. Perierls ile K. Cohen ve I. Kaplan tarafından geliştirilmiştir [9].

(2) koşulu bileşimler cinsinden aşağıdaki denklemlerle ifade edilebilir.

$$c_{i+1}^- = c_{i-1}^+ = c_i \quad (i = 2, 3, \dots, N-1) \quad (3.68)$$

Bu denklemi bolluk oranları cinsinden de ifade etmek mümkündür. Bu durumda (3.68) denklemi:

$$\frac{x_{i-1}^+}{1-x_{i-1}^+} = \frac{x_i}{1-x_i} = \frac{x_{i+1}^-}{1-x_{i+1}^-} \quad (3.69)$$

veya

$$x_{i-1}^+ = x_i = x_{i+1}^- \quad (3.70)$$

şeklinde de ifade edilebilir. Yani ideal bir dizide bir basamağı besleyen ürün ve artık akışlarının bolluk oranları da aynı olmaktadır [3,9].

Bu aşamada, ideal bir dizide belirli bir bileşime ve akışa sahip bir son ürün elde etmek için gerekli basamak sayısının ne olacağını saptamaya çalışalım. Önce zenginleştirme bölümünü ele alalım. Bu amaçla ayırma faktörü tanımından yararlanarak bir basamaktaki ürün bileşimi artık bileşimi cinsinden yazalım.

$$\alpha = \frac{x_i^+}{x_i^-} \rightarrow x_i^+ = \alpha x_i^- \quad (3.71)$$

Ayrıca ürün ayırma faktörü tanımından yararlanarak herhangi bir, örneğin (i+1)'inci basamaktaki ürün bileşimi bu kez besin bileşimi cinsinden yazılıp ve (3.70) ideal dizi koşulu kullanılırsa:

$$\beta = \frac{x_i^+}{x_i} \rightarrow x_i^+ = \beta x_i \quad (3.72)$$

$$\beta = \frac{x_{i+1}^+}{x_{i+1}} \rightarrow x_{i+1}^+ = \beta x_{i+1} \rightarrow x_{i+1}^+ = \beta x_i^+$$

elde edilir. Bu son denklemde $x_i^+ = \beta x_i$ ve tekrar (3.70) koşulu, $x_i = x_{i+1}^-$, kullanılırsa:

$$x_{i+1}^+ = \beta(\beta x_{i+1}^-) = \beta^2 x_{i+1}^- \quad (3.73)$$

elde edilir. Denklem (3.71) ile denklem (3.73) karşılaştırarak tesisin ayırma faktörü ile besin ayırma faktörü arasında bir bağıntı bulunabilir.

$$\left. \begin{array}{l} x_{i+1}^+ = \alpha x_{i+1}^- \\ x_{i+1}^+ = \beta^2 x_{i+1}^- \end{array} \right\} \rightarrow \alpha = \beta^2 \Rightarrow \beta = \sqrt{\alpha} \quad (3.74)$$

Yani ideal dizi ile çalışan bir tesisin ürün ayırma faktörü, ayırma faktörünün kareköküne eşittir. (3.72) denklemi zenginleştirme bölümünün tüm basamakları için geçerlidir. Yani:

$$x_{i+1}^+ = \beta x_i^+ \quad i=1,2,\dots,N_p \quad (3.75)$$

3.6.1 Basamak Sayıları

Bu bölümde ideal bir dizinin zenginleşme ve fakirleşme bölümlerindeki basamak sayılarının belirlenmesine çalışılacaktır. N_p zenginleşme kısmındaki toplam basamak sayısını, N_s fakirleşme bölesindeki basamak sayısını simgeliyoruz. (3.74) denklemini önce birinci basamak için daha sonra sırasıyla ikinci ve diğerleri için yazalım:

$$\begin{aligned} x_2^+ &= \beta x_1^+ \\ x_3^+ &= \beta x_2^+ = \beta^2 x_1^+ \\ &\vdots \\ x_{N_p}^+ &= \beta^{(N_p-1)} x_1^+ \end{aligned}$$

Bu son denklemle son ürünün elde edildiği N_p 'inci basamak ile birinci basamak bolluk oranları arasında bir bağıntı elde edilmiş olur. Fakat, $x_1^+ = \beta x_1$ olduğuna göre son denklem:

$$x_{N_p}^+ = \beta^{(N_p-1)} \beta x_1 \rightarrow x_{N_p}^+ = \beta^{N_p} x_1 \quad (3.76)$$

olarak da yazılabilir. Zenginleştirme kısmındaki birinci basamak beslemenin yapıldığı basamak ve N_p 'inci basamak son ürünün alındığı basamak olduğuna göre, $x_{N_p}^+ = x_p$ ve $x_1 = x_F$ yazılır ve bolluk oranlarından tekrar akışlardaki istenen izotop ağırlık oranlarına (bileşimlere) geçilirse:

$$x_p = \beta^{N_p} x_F \rightarrow \frac{c_p}{1-c_p} = \beta^{N_p} \frac{c_F}{1-c_F} \quad (3.77)$$

elde edilir. Bu son denklem düzenlenirse ideal dizi için zenginleşme bölümündeki basamak sayısı saptanabilir.

$$\beta^{N_p} = \frac{c_p(1-c_F)}{c_F(1-c_p)} \rightarrow N_p \ln \beta = \ln \frac{c_p(1-c_F)}{c_F(1-c_p)} \quad (3.78)$$

$$N_p = \frac{\ln \frac{c_p(1-c_F)}{c_F(1-c_p)}}{\ln \beta} \quad (3.79)$$

(3.79) denklemi, ideal bir dizinin zenginleşme bölümündeki basamak sayısını sadece dizinin dış değişkenleri (besin ve son ürün bileşimleri ve ürün ayırma faktörü) cinsinden vermektedir.

Benzer şekilde fakirleşme bölümündeki basamak sayısını da saptamak mümkündür. Bu amaçla (2.74) denklemine geri dönelim. (2.74) denklemi fakirleşme bölgesi için de geçerli olacağına göre:

$$x_i^+ = \beta x_{i-1}^+, \quad i=1,2,\dots,N_s \quad (3.80)$$

yazılabilir. İdeal dizi (2) koşulu:

$$x_i^+ = x_{i+2}^- \text{ ve } x_{i-1}^+ = x_{i+1}^-$$

şeklinde yazılabilir. (3.80) denklemi bu koşul altında:

$$x_{i+2}^- = \beta x_{i+1}^- \text{ veya } x_{i+1}^- = \beta x_i^-, \quad i=1,2,\dots,N_s \quad (3.81)$$

olarak ifade edilir ve ardışık basamaklardaki akışın artık bileşimi ilk basamaktaki akışın artık bileşimi cinsinden ifade edilirse:

$$\begin{aligned}
x_2^- &= \beta x_1^- \\
x_3^- &= \beta x_2^- = \beta^2 x_1^- \\
&\vdots \\
x_{N_s}^- &= \beta^{(N_s-1)} x_1^- \\
x_{N_s+1}^- &= \beta^{N_s} x_1^- \\
x_{N_s+2}^- &= \beta^{(N_s+1)} x_1^-
\end{aligned} \tag{3.82}$$

elde edilir. Yine (2) ideal dizi koşuluna göre $x_{N_s+2}^- = x_{N_s+1}^-$ olduğundan (3.82) denklemi,

$$x_{N_s+1}^- = \beta^{(N_s+1)} x_1^-$$

olarak yazılır. Fakirleşme kısmındaki ilk basamak atığın alındığı basamak, (N_s+1) 'inci basamak ise fakirleşme kısmından sonra başlayan ilk basamak yani beslemenin yapıldığı basamak olduğuna göre:

$$x_{N_s+1} = x_w \text{ ve } x_1 = x_F$$

alınarak

$$x_F = \beta^{(N_s+1)} x_w \tag{3.83}$$

elde edilir. (3.83) denklemi N_s için çözümlenerek fakirleşme bölgesindeki basamak sayısı hesaplanabilir.

$$\ln x_F = (N_s + 1) \ln \beta + \ln x_w \rightarrow N_s + 1 = \frac{\ln \frac{x_F}{x_w}}{\ln \beta}$$

$$N_s = \frac{\ln \frac{x_F}{x_w}}{\ln \beta} - 1 \tag{3.84}$$

denklemden görüldüğü gibi fakirleşme bölgesindeki basamak sayısı tamamen dış değişkenlere bağlı olarak saptabilmektedir [3,6].

3.6.2 Basamak Bileşimleri ve Basamak Akış Hızları

Zenginleşme ve fakirleşme bölgelerindeki basamak sayılarının hesabından sonra, basamaklardaki ürün ve artık bileşimleri ve akış hızları da hesaplanabilir. Önce zenginleşme bölgesindeki akışlardaki bileşimlerini saptamaya çalışalım. Bu amaçla (3.74) denklemini ile hesaplamaya başlayalım.

$$x_{i+1}^+ = \beta x_i^+ \quad i = N_S+1, N_S+2, \dots, N$$

Denlemini ardışık basamaklar yazıp için genelleştirme yapma yoluna gidelim:

$$\begin{aligned} x_{N_S+1}^+ &= \beta x_{N_S}^+ \\ x_{N_S+2}^+ &= \beta x_{N_S+1}^+ = \beta^2 x_{N_S}^+ = x^{3-1} x_{N_S}^+ \\ &\vdots \\ x_N^+ &= \beta^{(N-1)} x_i^+ \end{aligned} \quad (3.85)$$

$$x_N^+ = x_p = \frac{c_p}{1-c_p} \quad \text{ve} \quad x_i^+ = \frac{c_i}{1-c_i^+} \quad \text{olduğuna göre:}$$

(3.85) denklemini aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\frac{c_p}{1-c_p} = \beta^{N-i} \frac{c_i}{1-c_i^+} \quad (3.86)$$

Yukarıdaki denklem c_i^+ için çözümlerse:

$$c_p (1-c_i^+) = \beta^{N-i} c_i^+ (1-c_p) \rightarrow c_p - c_p^+ c_i^+ = \beta^{N-i} c_i^+ - \beta^{N-i} c_i^+ c_p$$

$$c_p = c_i^+ (\beta^{N-i} - \beta^{N-i} c_p + c_p)$$

$$c_i^+ = \frac{c_p}{(\beta^{N-i} - \beta^{N-i} c_p + c_p)} \quad (3.87)$$

bulunur. Bu son denklemin pay ve paydasını β^i ile çarpılırsa:

$$c_i^+ = \frac{c_p \beta^i}{\beta^N - \beta^N c_p^+ + \beta^i c_p^+} = \frac{c_p \beta^i}{\beta^i c_p^+ + \beta^N (1-c_p^+)} \quad i = N_S+1, N_S+2, \dots, N \quad (3.88)$$

elde edilir. Yukarıdaki denklem ideal dizinin basamaklarındaki ürünün istenen izotop atom kesrini (bileşimini) verir. Zenginleşme bölgesi basamak sayısı ve ürün ayırma

faktörü belirlendikten sonra zenginleşme bölgesinin tüm basamaklarındaki ürün bileşimi (3.88) denklemi ile hesaplanabilir. Böylece zenginleşme bölümünde basamak akışlarındaki ürün bileşimleri saptanmış olduk.

$c_i^+ = c_{i+2}^-$, $i = N_S+1, N_S+2, \dots, N$ olduğuna göre, (3.88) denkleminin zenginleştirme kısmındaki artık akışında yer alan istenen izotopun atom kesri de hesaplanmış olur. Ayrıca ideal dizide $c_i^+ = c_{i+1}^-$, $i = N_S+1, N_S+2, \dots, N$ olduğuna göre (3.88) denklemi aynı zamanda zenginleşme bölümündeki besin bileşimlerin saptanması için de kullanılabilir.

Zenginleşme kısmındaki ürün, besin ve artık bileşimleri hesaplandıktan sonra fakirleşme bölümündeki basamak akışlarındaki malzemelerin bileşimlerin hesaplanmasına geçilebilir. Bu bileşenlerin türetimi için (3.81) denklemini kullanarak işe başlayalım:

$$\begin{aligned} x_{i+1}^- &= \beta x_i^- \\ x_2^- &= \beta x_1^- \\ x_3^- &= \beta x_2^- = \beta^2 x_1^- \\ &\vdots \\ x_i^- &= \beta^{(i-1)} x_1^- \end{aligned} \quad (3.89)$$

$$\frac{c_i^-}{1-c_i^-} = \beta^{i-1} \frac{c_1^-}{1-c_1^-} \text{ ve } c_1^- = c_w \text{ olduğundan,}$$

$$c_i^- (1-c_w) = \beta^{i-1} c_w (1-c_i^-) \rightarrow c_i^- - c_i^- c_w = \beta^{i-1} c_w - \beta^{i-1} c_i^- c_w$$

$$c_i^- - c_i^- c_w + \beta^{i-1} c_i^- c_w = \beta^{i-1} c_w \text{ Denklemi } c_i^- \text{ için çözersek,}$$

$$c_i^- = \frac{\beta^{i-1} c_w}{1-c_w + \beta^{i-1} c_w}, \quad i=1,2,\dots,N_S \quad (3.90)$$

Denklem (3.90) ideal bir dizide fakirleşme kısmındaki artıktaki yer alan istenen izotop atom kesrini besin ayırma faktörü ve atık bileşimin cinsinden vermektedir.

$c_{i-1} = c_i^-$ ve $c_{i-2}^+ = c_i^-$ olduğu dikkate alınırsa (3.90) denklemi aynı zamanda fakirleşme bölümündeki besin ve ürün bileşimlerinin de hesaplanmasını da sağlar.

Basamak akışlarındaki bileşimler saptandıktan sonra basamaklar arası akış hızlarının da hesabı yapılabilir. Bu aşamada yine zenginleşme ve fakirleşme bölgelerindeki hesaplamaların ayrı ayrı yapılmaları gerekmektedir. Önce zenginleşme bölgesindeki akış hızlarını hesaplayalım.

İdeal dizi kütle denge denkleminde elde ettiğimiz artık akış hızı denkleminde:

$$c_{i+1}^- = \left(1 + \frac{P}{L_{i+1}^-}\right) c_i^+ - \frac{P}{L_{i+1}^-} c_p \quad (3.91)$$

$$c_{i+1}^- = c_i^+ + \frac{P}{L_{i+1}^-} (c_i^+ - c_p) \quad (3.91a)$$

bulunur. Bu denklemden ardışık basamaklardaki artık ve ürün bileşenleri arasındaki fark:

$$c_{i+1}^- - c_i^+ = \frac{P}{L_{i+1}^-} (c_i^+ - c_p) \quad (3.92)$$

saptanıp; $\frac{L_{i+1}^-}{P}$ için çözümlerse:

$$\frac{L_{i+1}^-}{P} = \frac{c_p - c_i^+}{c_i^+ - c_{i+1}^-} \quad (3.93)$$

elde edilir. Öte yandan, ürün bileşimi için elde ettiğimiz (3.16) denklemi

$$c = \frac{\alpha c^-}{\alpha c^- + \beta(1 - c^-)}$$

(i+1)'inci basamak için yazılıp,

$$c_{i+1} = \frac{\alpha c_{i+1}^-}{\alpha c_{i+1}^- + \beta(1 - c_{i+1}^-)} \quad (3.94)$$

ideal dizide $c_i^+ = c_{i+1}$ ve $\alpha = \beta^2$ olduğuna da göz önüne alınırsa:

$$c_i^+ = \frac{\beta^2 c_{i+1}^-}{\beta^2 c_{i+1}^- + \beta(1 - c_{i+1}^-)} = \frac{\beta c_{i+1}^-}{\beta c_{i+1}^- + (1 - c_{i+1}^-)} \quad (3.95)$$

i'inci basamaktaki ürün bileşimi elde edilir. Bulduğumuz bu ifade (3.93) denkleminde yerine yazılır ve aşağıdaki düzenlemeler yapılırsa:

$$\begin{aligned}
\frac{L_{i+1}^-}{P} &= \frac{c_p - c_i^+}{c_i^+ - c_{i+1}^-} = \frac{c_p - \frac{\beta c_{i+1}^-}{\beta c_{i+1}^- + (1 - c_{i+1}^-)}}{\frac{\beta c_{i+1}^-}{\beta c_{i+1}^- + (1 - c_{i+1}^-)} - c_{i+1}^-} \\
&= \frac{c_p \beta c_{i+1}^- + c_p - c_p c_{i+1}^- - \beta c_{i+1}^-}{\beta c_{i+1}^- + 1 - c_{i+1}^-} \frac{\beta c_{i+1}^- + 1 - c_{i+1}^-}{\beta c_{i+1}^- - c_{i+1}^- (\beta c_{i+1}^- + 1 - c_{i+1}^-)} \\
&= \frac{c_p (\beta c_{i+1}^- + 1 - c_{i+1}^-) - \beta c_{i+1}^-}{\beta c_{i+1}^- - \beta (c_{i+1}^-)^2 - c_{i+1}^- + (c_{i+1}^-)^2} = \frac{c_p (\beta c_{i+1}^- + 1 - c_{i+1}^-) - \beta c_{i+1}^-}{(c_{i+1}^-)^2 (1 - \beta) - c_{i+1}^- (1 - \beta)} \\
&= \frac{c_p (\beta c_{i+1}^- + 1 - c_{i+1}^-) - \beta c_{i+1}^-}{(1 - \beta) [(c_{i+1}^-)^2 - c_{i+1}^-]} = \frac{c_p (\beta c_{i+1}^- + 1 - c_{i+1}^-) - \beta c_{i+1}^-}{(1 - \beta) c_{i+1}^- (c_{i+1}^- - 1)} \\
&= \frac{c_p (\beta c_{i+1}^- + 1 - c_{i+1}^-) - \beta c_{i+1}^-}{(\beta - 1) c_{i+1}^- (1 - c_{i+1}^-)} \\
\frac{L_{i+1}^-}{P} &= \frac{1}{(\beta - 1)} \frac{c_p (\beta c_{i+1}^- + 1 - c_{i+1}^-) - \beta c_{i+1}^-}{c_{i+1}^- (1 - c_{i+1}^-)} = (\beta - 1) \left[\frac{c_p}{c_{i+1}^-} - \frac{\beta (1 - c_p)}{1 - c_{i+1}^-} \right] \quad (3.96)
\end{aligned}$$

denkleminde ulaşılır [4, 7]. Bu denklem (3.64) denkleminde çok benzerdir, sadece ayırma faktörü α 'nın yerini ürün ayırma faktörü, β almıştır. Bu denklemde yer alan basamak artık akışındaki bileşimleri (3.87) denkleminde $i = i - 1$ alınarak yazılır:

$$c_{i+1}^- = c_{i-1}^+ = \frac{c_p \beta^{i-1}}{\beta^{i-1} c_p + \beta^{N_p} (1 - c_p)}$$

(3.96) denkleminde yerleştirilir ve aşağıda detaylı olarak verilen düzenlemeler yapılırsa:

$$\frac{L_{i+1}^-}{P} = \frac{1}{(\beta - 1)} \left[\frac{c_p}{\frac{c_p \beta^{i-1}}{\beta^{i-1} c_p + \beta^{N_p} (1 - c_p)}} - \frac{\beta (1 - c_p)}{1 - \frac{c_p \beta^{i-1}}{\beta^{i-1} c_p + \beta^{N_p} (1 - c_p)}} \right]$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{(\beta-1)} \left[\frac{\beta^{i-1}c_p + \beta^{N_p}(1-c_p)}{\beta^{i-1}} - \beta(1-c_p) \frac{\beta^{i-1}c_p + \beta^{N_p}(1-c_p)}{\beta^{i-1}c_p + \beta^{N_p}(1-c_p) - c_p\beta^{i-1}} \right] \\
&= \frac{1}{(\beta-1)} \left\{ c_p + \beta^{N_p-i+1}(1-c_p) - \beta \left[\beta^{i-1-N_p}c_p + (1-c_p) \right] \right\} \\
&= \frac{1}{(\beta-1)} \left[c_p + \beta^{N_p-i+1}(1-c_p) - \beta^{i-N_p}c_p - \beta(1-c_p) \right]
\end{aligned}$$

$$\frac{L_{i+1}^-}{P} = \frac{1}{(\beta-1)} \left[c_p (1 - \beta^{i-N_p}) + (\beta^{N_p-i+1} - \beta)(1 - c_p) \right]$$

Zenginleştirme kısmındaki basamak artık akış hızının son ürün akış hızına oranı:

$$\frac{L_{i+1}^-}{P} = \frac{1}{(\beta-1)} \left[c_p (1 - \beta^{i-N_p}) + \beta(1-c_p)(\beta^{N_p-i} - 1) \right], \quad i = N_s + 1, \dots, N \quad (3.97)$$

olarak saptanmış olur. Bu oran ürün ayırma faktörü ve son ürün bileşimi cinsinden verilmektedir. Yani basamaklardaki akış hızı sadece dış değişkenler cinsinden ifade edilmektedir.

$L_i^+ = L_{i+1}^- + P$ olduğuna göre, zenginleştirme kısmındaki ürün akış hızını da saptamak mümkündür.

$$L_{i+1}^- = \frac{P}{(\beta-1)} \left[c_p (1 - \beta^{i-N}) + \beta(1-c_p)(\beta^{N-i} - 1) \right], \quad i = N_s + 1, \dots, N \quad (3.98)$$

(3.98) denklemini bize zenginleştirme bölgesindeki basamak akış hızlarını yine sadece dış değişkenlere bağlı olarak (son ürün akış hızı, son ürün bileşimi ve ürün ayırma faktörü cinsinden) vermektedir [4,7].

Zenginleşme kısmındaki ürün ve artık akış hızları saptandığına göre bu aşamada fakirleşme kısmındaki artık ve ürün akış hızlarının hesabına geçilebilir.

Fakirleşme kısmındaki kütle denge denklemleri :

$$L_{i+1}^- = W + L_i^+ \quad (3.99)$$

$$L_{i+1}^- c_{i+1}^- = W c_w + L_i^+ c_i^+ \quad (3.100)$$

şeklindedir. (3.99) denklemini (3.100) denkleminde kullanılırsa:

$$(W + L_i^+) c_{i+1}^- = W c_w + L_i^+ c_i^+$$

elde edilir. Bu denklemde aşağıdaki düzenlemeler yapılarak:

$$W c_{i+1}^- + L_i^+ c_{i+1}^- = W c_w + L_i^+ c_i^+$$

$$\frac{W}{L_i^+} c_{i+1}^- + c_{i+1}^- = \frac{W}{L_i^+} c_w + c_i^+$$

$$\frac{W}{L_i^+} (c_{i+1}^- - c_w) = c_i^+ - c_{i+1}^-$$

$$\frac{W}{L_i^+} = \frac{c_i^+ - c_{i+1}^-}{c_{i+1}^- - c_w} \quad (3.101)$$

denklemini elde edilir. (3.100) denklemini fakirleşme bölgesindeki atık akış hızının i numaralı basamaktaki artık akış hızına oranını vermektedir. Bu oran basamaklardaki ürün ve artık bileşenleri ile atık bileşeni cinsinden yani çoğunlukla dizinin iç değişkenlerine bağlı olarak verilmektedir. (3.101) denklemini dizinin tamamen dış değişkenleri cinsinden ifade edebilmek amacıyla ürün ayırma faktörü tanımımından hareket edelim.

$$\beta = \frac{x^+}{x} = \frac{c^+(1-c)}{c(1-c^+)} \text{ veya } \beta = \frac{c_i^+(1-c_i)}{c_i(1-c_i^+)} \quad (3.102)$$

(3.102) denklemindeki basamak besin bileşimini ideal dizideki basamak artık ve ürün bileşimleri cinsinden yazalım. İdeal bir dizide bir basamağı besleyen besin bileşimi artık ve ürün bileşimlerine eşit olduğuna göre:

$$c_i = c_{i+1}^- = c_{i-1}^+$$

(3.102) denklemini:

$$\beta = \frac{c_i^+(1-c_{i+1}^-)}{c_{i+1}^-(1-c_i^+)} \quad (3.103)$$

olarak yazılabilir. Bu son denklem düzenlenerek,

$$\beta c_{i+1}^- (1 - c_i^+) = c_i^+ (1 - c_{i+1}^-)$$

$$\beta c_{i+1}^- - \beta c_{i+1}^- c_i^+ = c_i^+ - c_i^+ c_{i+1}^-$$

$$c_{i+1}^- (\beta - \beta c_i^+ + c_i^+) = c_i^+$$

(i+1) numaralı basamağın artık bileşimi olarak

$$c_{i+1}^- = \frac{c_i^+}{(\beta - \beta c_i^+ + c_i^+)} \quad (3.104)$$

ifade edilip, (3.101) denkleminde yerleştirilirse:

$$\frac{W}{L_i^+} = \frac{c_i^+ - \frac{c_i^+}{(\beta - \beta c_i^+ + c_i^+)}}{\frac{c_i^+}{(\beta - \beta c_i^+ + c_i^+)} - c_w} \quad (3.105)$$

elde edilir. Bu denklem basamaklardaki akış hızının artık akış hızına oranı olarak yazılır ve aşağıdaki düzenlemeler yapılırsa:

$$\begin{aligned} \frac{L_i^+}{W} &= \frac{\frac{c_i^+}{(\beta - \beta c_i^+ + c_i^+)} - c_w}{\frac{c_i^+}{(\beta - \beta c_i^+ + c_i^+)} - c_w} = \frac{c_i^+ - c_w (\beta - \beta c_i^+ + c_i^+)}{c_i^+ (\beta - \beta c_i^+ + c_i^+) - c_i^+} \\ &= \frac{c_i^+ - c_w (\beta - \beta c_i^+ + c_i^+)}{c_i^+ \beta - \beta (c_i^+)^2 + (c_i^+)^2 - c_i^+} = \frac{c_i^+ - c_w (\beta - \beta c_i^+ + c_i^+)}{c_i^+ (\beta - \beta c_i^+ + c_i^+ - 1)} \\ &= \frac{c_i^+ - c_w (\beta - \beta c_i^+ + c_i^+)}{c_i^+ [\beta (1 - c_i^+) - (1 - c_i^+)]} = \frac{c_i^+ - c_w (\beta - \beta c_i^+ + c_i^+)}{c_i^+ (\beta - 1) (1 - c_i^+)} \\ \frac{L_i^+}{W} &= \frac{1}{(\beta - 1)} \frac{c_i^+ - c_w (\beta - \beta c_i^+ + c_i^+)}{c_i^+ (1 - c_i^+)} \quad (3.106) \end{aligned}$$

olarak saptanır [4,7]. (3.106) denklemini hala bir iç değişken, basamak ürün bileşimi, içermektedir. Bu iç değişkeni yok edebilmek için (3.106) denkleminde birçok

düzenleme daha yapmak gerekmektedir. Bu amaçla önce denklemin sağ tarafında yer alan ikinci terimi iki ayrı faktörün toplamı şeklinde yazmaya çalışalım:

$$\frac{c_i^+ - c_w(\beta - \beta c_i^+ + c_i^+)}{c_i^+(1 - c_i^+)} = \frac{A}{c_i^+} + \frac{B}{(1 - c_i^+)}$$

ve bu denklemi çözerek A ve B değerlerini saptayalım:

$$A(1 - c_i^+) + Bc_i^+ = c_i^+ - c_w(\beta - \beta c_i^+ + c_i^+)$$

$$A + (B - A)c_i^+ = -c_w\beta + c_i^+(-c_w - c_w\beta + 1)$$

$$A = -\beta c_w$$

$$B - A = -c_w - c_w\beta + 1$$

$$B - \beta c_w = -c_w - c_w\beta + 1$$

$$B = 1 - c_w$$

A ve B değerleri saptandığına göre (3.106) denkleminin sağ tarafındaki ikinci terim:

$$\frac{c_i^+ - c_w(\beta - \beta c_i^+ + c_i^+)}{c_i^+(1 - c_i^+)} = -\frac{\beta c_w}{c_i^+} + \frac{1 - c_w}{(1 - c_i^+)} \quad (3.107)$$

olarak yazılıp, bulunan bu ifade (3.106) denklemine yerleştirilirse:

$$\frac{L_i^+}{W} = \frac{1}{(\beta - 1)} \left[\frac{1 - c_w}{(1 - c_i^+)} - \frac{\beta c_w}{c_i^+} \right] \quad (3.108)$$

elde edilir. (3.90) denklemi ideal dizi (2) koşulu, $c_i^- = c_{i-2}^+$, gözönüne alınarak

$$c_{i-2}^+ = \frac{\beta^{i-1} c_w}{\beta^{i-1} c_w + (1 - c_w)} \quad (3.109)$$

şeklinde yazılıp, i için değiştirilirse:

$$c_i^+ = \frac{\beta^{i+1} c_w}{\beta^{i+1} c_w + (1 - c_w)} \quad (3.110)$$

elde edilir. $1 - c_i^+$ oluşturulup:

$$1 - c_i^+ = \frac{\beta^{i+1}c_w + (1 - c_w) - \beta^{i+1}c_w}{\beta^{i+1}c_w + (1 - c_w)} = \frac{(1 - c_w)}{\beta^{i+1}c_w + (1 - c_w)} \quad (3.111)$$

(3.108) denkleminde yerleştirilir ve aşağıda verilen düzenlemeler yapılırsa:

$$\begin{aligned} \frac{L_i^+}{W} &= \frac{1}{(\beta - 1)} \left[\frac{1 - c_w}{(1 - c_i^+)} - \frac{\beta c_w}{c_i^+} \right] \\ &= \frac{1}{(\beta - 1)} \left[\frac{1 - c_w}{\frac{1 - c_w}{\beta^{i+1}c_w + (1 - c_w)}} - \frac{\beta c_w}{\frac{\beta c_w}{\beta^{i+1}c_w + (1 - c_w)}} \right] \\ &= \frac{1}{(\beta - 1)} \left\{ \beta^{i+1}c_w + (1 - c_w) - \beta \beta^{-(i+1)} [\beta^{i+1}c_w + (1 - c_w)] \right\} \\ &= \frac{1}{(\beta - 1)} \left[\beta^{i+1}c_w + (1 - c_w) - \beta c_w - \beta \beta^{-(i+1)} (1 - c_w) \right] \\ \frac{L_i^+}{W} &= \frac{1}{(\beta - 1)} \left[\beta^{i+1}c_w - \beta c_w + (1 - c_w) - \beta^{-i} (1 - c_w) \right], \quad i = 1, \dots, N_s \quad (3.112) \end{aligned}$$

elde edilir. (3.112) denklemi basamak akış hızı için çözülürse:

$$L_i^+ = \frac{W}{(\beta - 1)} \left[\beta c_w (\beta^i - 1) + 1 - c_w (1 - \beta^{-i}) \right], \quad i = 1, \dots, N_s \quad (3.113)$$

bulunur. Bu son denklem fakirleşme kısmında basamaklardaki ürün akış hızını sadece dış değişkenlere bağlı olarak vermektedir. Fakirleşme kısmındaki artık akış hızı ise:

$$L_{i+1}^- = L_i^+ + W = \frac{W}{(\beta - 1)} \left[\beta c_w (\beta^i - 1) + (1 - c_w) (1 - \beta^{-i}) + (\beta - 1) \right], \quad i = 1, \dots, N_s \quad (3.114)$$

denkleminde hesaplanabilir [3,9].

3.6.3 Toplam Akış Hızları

Toplam artık ve ürün ara akış hızları ayırma tesisinin büyüklüğünün bir ölçütüdür. Örneğin, bir gaz difüzyonu tesisinde, bir basamaktan diğer basamağa pompalanan gaz ki bu tesise gerekli toplam güç miktarını veren bir nicelik olup toplam ürün akışı ile orantılıdır. Bu nedenle toplam akış miktarının hesabı önem taşımaktadır. Bu bölümde daha önce zenginleşme ve fakirleşme bölgeleri için türettiğimiz ürün ve artık akış hızlarını toplayarak toplam akış hızını için analitik bir ifade türetmeye çalışacağız.

Fakirleşme kısmındaki toplam ürün akış hızı basamaklardaki ürün akış hızlarının toplamı olarak yazılabilir.

$$J_s = \sum_{j=1}^{N_s} L_j^+ = \frac{W}{(\beta-1)} \left[\beta c_w \sum_{j=1}^{N_s} (\beta^j - 1) + (1 - c_w) \sum_{j=1}^{N_s} (1 - \beta^{-j}) \right] \quad (3.115)$$

$$J_s = \frac{W}{(\beta-1)} \left[\beta c_w \left(\sum_{j=1}^{N_s} \beta^j - \sum_{j=1}^{N_s} 1 \right) + (1 - c_w) \left(\sum_{j=1}^{N_s} 1 - \sum_{j=1}^{N_s} \beta^{-j} \right) \right] \quad (3.116)$$

$$\sum_{j=1}^{N_s} 1 = N_s \quad (3.117)$$

$$\sum_{j=1}^{N_s} \beta^j = \beta + \beta^2 + \dots + \beta^{N_s}$$

$$a + ar + \dots + ar^{n-1} = \frac{a - r(ar^{n-1})}{1 - r}$$

Geometrik dizisinden yararlanarak ve $a = 1$ ve $r = \beta$ alarak:

$$\sum_{j=1}^{N_s} \beta^j = 1 + \beta + \beta^2 + \dots + \beta^{N_s} - 1 = \frac{1 - \beta\beta^{N_s}}{1 - \beta} - 1 = \frac{1 - \beta\beta^{N_s} - 1 - \beta}{1 - \beta} = \frac{\beta(\beta^{N_s} - 1)}{\beta - 1} \quad (3.118)$$

Bu kez $a = 1$ ve $r = 1/\beta$ alınırsa:

$$\sum_{j=1}^{N_s} \left(\frac{1}{\beta} \right)^j = \frac{\frac{1}{\beta} \left[1 - \left(\frac{1}{\beta} \right)^{N_s} \right]}{1 - \frac{1}{\beta}} = \frac{1 - \beta^{-N_s}}{1 - \beta} = \frac{\beta^{-N_s} - 1}{\beta - 1} \quad (3.119)$$

Elde edilir. Bu ifadeler (3.116) denkleminde kullanılırsa:

$$J_s = \frac{W}{(\beta-1)} \left\{ \beta c_w \left[\frac{\beta(\beta^{N_s} - 1)}{\beta-1} - N_s \right] + (1-c_w) \left(N_s - \frac{\beta^{-N_s} - 1}{\beta-1} \right) \right\}$$

$$J_s = \frac{W}{(\beta-1)} \left\{ \beta c_w \left[\frac{(\beta^{N_s+1} - \beta)}{\beta-1} - N_s \right] + (1-c_w) \left[N_s - \frac{1 - \beta^{N_s}}{(\beta-1)} \right] \right\} \quad (3.120)$$

bulunur. Denklem son teriminin payındaki ifade:

$$\frac{1}{\beta^{N_s}} - 1 = \frac{\beta}{\beta^{N_s+1}} - 1 \text{ şeklinde yazılıp, düzenlemeler yapılırsa:}$$

$$J_s = \frac{W}{(\beta-1)} \left\{ [1 - (1+\beta)c_w] N_s + \frac{\beta c_w}{\beta-1} \left[(\beta^{N_s+1} - \beta) + (1-c_w) \frac{\beta}{\beta^{N_s+1}} - 1 \right] \right\} \quad (3.121)$$

denklemi elde edilir. Köşeli parantez içindeki son terim açılırsa:

$$J_s = \frac{W}{(\beta-1)} \left\{ N_s [1 - c_w (1+\beta)] - \frac{1}{\beta-1} + \frac{(1-\beta^2)c_w}{\beta-1} + \frac{\beta c_w}{\beta-1} \beta^{N_s+1} + \frac{\beta}{\beta-1} \frac{1}{\beta^{N_s+1}} \right. \\ \left. + -\frac{c_w \beta}{\beta-1} \frac{1}{\beta^{N_s+1}} \right\} \quad (3.122)$$

elde edilir. (3.122) denklemdeki son iki terim düzenlenerek:

$$\frac{\beta}{\beta-1} \frac{1}{\beta^{N_s+1}} - \frac{c_w \beta}{\beta-1} \frac{1}{\beta^{N_s+1}} = \frac{\beta(1-c_w)}{\beta-1} \frac{1}{\beta^{N_s+1}}$$

yerine yerleştirilirse:

$$J_s = \frac{W}{(\beta-1)} \left\{ N_s [1 - c_w (1+\beta)] - \frac{1}{\beta-1} + \frac{(1-\beta^2)c_w}{\beta-1} + \frac{\beta c_w}{\beta-1} \beta^{N_s+1} + \frac{\beta(1-c_w)}{\beta-1} \frac{1}{\beta^{N_s+1}} \right\} \quad (3.123)$$

bulunur. Öte yandan:

$$\beta^{N_s+1} = \frac{x_F}{x_W} = \frac{\frac{c_F}{1-c_F}}{\frac{c_W}{1-c_W}} = \frac{c_F(1-c_W)}{c_W(1-c_F)} \quad (3.124)$$

ve

$$\frac{1}{\beta^{N_s+1}} = \frac{c_W(1-c_F)}{c_F(1-c_W)} \quad (3.125)$$

ifadeleri (3.123) denkleminde kullanılırsa:

$$J_s = \frac{W}{(\beta-1)} \left\{ N_s [1-c_W(1+\beta)] - \frac{1}{\beta-1} + \frac{(1-\beta^2)c_W}{\beta-1} + \frac{\beta}{\beta-1} \left[\frac{c_F(1-c_W)}{1-c_F} + \frac{c_W(1-c_F)}{c_F} \right] \right\}$$

denklemini bulunur. Bu denklemde köşeli parantez içindeki son terim:

$$\frac{c_F(1-c_W)}{1-c_F} + \frac{c_W(1-c_F)}{c_F} = \frac{c_F^2(1-c_W) + c_W(1-c_F^2)}{(1-c_F)c_F} = \frac{c_F^2 - 2c_F^2c_W + c_W}{c_F(1-c_F)}$$

şeklinde düzenlenerek denkleme yerleştirilirse:

$$J_s = \frac{W}{(\beta-1)} \left\{ N_s [1-c_W(1+\beta)] - \frac{1}{\beta-1} + \frac{(1-\beta^2)c_W}{\beta-1} + \frac{\beta}{\beta-1} \frac{c_F^2 - 2c_F^2c_W + c_W}{c_F(1-c_F)} \right\} \quad (3.126)$$

denklemini elde edilir. Bu son denklemde

$$N_s = \frac{\ln \left[\frac{(1-c_W)c_F}{(1-c_F)c_W} \right]}{\ln \beta} - 1 \quad (3.127)$$

kullanılırsa (3.126) denklemini:

$$J_s = \frac{W}{(\beta-1)} \left\{ \left[1-c_W(1+\beta) \right] - \frac{\ln \left[\frac{(1-c_W)c_F}{(1-c_F)c_W} \right]}{\ln \beta} - \left[1-c_W(1+\beta) \right] - \frac{1}{\beta-1} + \frac{(1-\beta^2)c_W}{\beta-1} + \frac{\beta}{\beta-1} \frac{c_F^2 - 2c_F^2c_W + c_W}{c_F(1-c_F)} \right\}$$

şeklini alır [3,9].

$$J_s = \frac{W}{\beta-1} \left\{ \left[1 - c_w (1+\beta) \right] \frac{\ln \left[\frac{(1-c_w)c_F}{(1-c_F)c_w} \right]}{\ln \beta} - \left(1 + \frac{1}{\beta-1} \right) + c_w \left[(1+\beta) + \frac{(1-\beta^2)}{\beta-1} \right] \right. \\ \left. + \frac{\beta}{\beta-1} \frac{c_F^2 - 2c_Fc_w + c_w}{(1-c_F)c_F} \right\}$$

Gerekli sadeleştirmeler yapılırsa:

$$J_s = \frac{W}{\beta-1} \left\{ \left[1 - c_w (1+\beta) \right] \frac{\ln \left[\frac{(1-c_w)c_F}{(1-c_F)c_w} \right]}{\ln \beta} - \frac{\beta}{\beta-1} + \frac{\beta}{\beta-1} \frac{c_F^2 - 2c_Fc_w + c_w}{(1-c_F)c_F} \right\}$$

denkleme ulaşılır. Bu denklemdeki son iki ifade birleştirilerek:

$$J_s = \frac{W}{\beta-1} \left\{ \left[1 - c_w (1+\beta) \right] \frac{\ln \left[\frac{(1-c_w)c_F}{(1-c_F)c_w} \right]}{\ln \beta} + \frac{\beta}{\beta-1} \left(\frac{c_F^2 - 2c_Fc_w + c_w}{(1-c_F)c_F} - 1 \right) \right\} \quad (3.128)$$

(3.128) denklemi bulunur. Bu denklemdeki parantez içindeki son terim düzenlenilerek:

$$\frac{c_F^2 - 2c_Fc_w + c_w}{(1-c_F)c_F} - 1 = \frac{c_F^2 - 2c_Fc_w + c_w - c_F + c_F^2}{(1-c_F)c_F} = \frac{2c_F^2 - c_w(2c_F^2 - 1) - c_F}{(1-c_F)c_F} \\ = \frac{c_w(1-2c_F) - c_F(1-2c_F)}{(1-c_F)c_F} = \frac{(c_w - c_F)(1-2c_F)}{(1-c_F)c_F}$$

(3.128) denklemde yerine yerleştirilirse:

$$J_s = \frac{W}{\beta-1} \left\{ \left[1 - c_w (1+\beta) \right] \frac{\ln \left[\frac{(1-c_w)c_F}{(1-c_F)c_w} \right]}{\ln \beta} - \frac{\beta}{\beta-1} \frac{(c_F - c_w)(1-2c_F)}{(1-c_F)c_F} \right\} \quad (3.129)$$

elde edilir [3,9]. (3.129) denklemini fakirleşme kısmındaki toplam ürün akış hızını ürün ayırma faktörü, atık ve besleme bileşenleri cinsinden yani dış parametreler cinsinden vermektedir.

Benzer şekilde, fakirleşme kısmındaki toplam artık akış hızını da bulmak mümkündür. Toplam akış hızını veren analitik ifadeyi bulmak amacıyla, bu kez fakirleşme bölgesindeki basamak artık akış hızlarını tüm fakirleşme bölgesindeki basamaklar üzerinden toplayalım.

$$K_s = \sum_{j=1}^{N_s} L_j^-$$

İdeal dizide

$$L_{j-1}^+ = L_j^- - W$$

olduğuna göre:

$$K_s = \sum_{j=1}^{N_s} L_{j-1}^+ + W \quad (3.130)$$

Yazılıp (3.113) denklemini (i - 1)'inci basamak için yazılıp (3.129) denkleminde kullanılırsa:

$$K_s = \sum_{j=1}^{N_s} \left\{ \frac{W}{(\beta-1)} \left[\beta c_w (\beta^{j-1} - 1) + (1-c_w)(1-\beta^{-(j-1)}) + (\beta-1) \right] + W \right\}$$

$$K_s = \frac{W}{(\beta-1)} \left[c_w \sum_{j=1}^{N_s} \beta^j - c_w \beta \sum_{j=1}^{N_s} 1 + (1-c_w) \sum_{j=1}^{N_s} 1 - (1-c_w) \sum_{j=1}^{N_s} \beta^{-(j-1)} + (\beta-1) \sum_{j=1}^{N_s} 1 \right] \quad (3.131)$$

elde edilir.

$$\sum_{j=1}^{N_s} \beta^j = \frac{\beta}{\beta-1} - \frac{\beta^{N_s+1}}{1-\beta}$$

$$\sum_{j=1}^{N_s} \frac{1}{\beta^{j-1}} = \frac{\beta}{1-\beta} \frac{1}{\beta^{N_s}} - \frac{\beta}{1-\beta}$$

Bağıntıları ve (3.117) ifadesi (3.131) denkleminde kullanılırsa:

$$K_s = \frac{W}{(\beta-1)} \left\{ \frac{c_w}{1-\beta} - \frac{c_w}{1-\beta} \beta^{N_s+1} - c_w \beta N_s + (1-c_w) N_s - \frac{(1-c_w)\beta}{1-\beta} \frac{1}{\beta^{N_s}} + \frac{(1-c_w)\beta}{1-\beta} + (\beta-1) N_s \right\}$$

elde edilir. Denklem düzenlenerek:

$$K_s = \frac{W}{(\beta-1)} \left\{ N_s [\beta - c_w (1+\beta)] + \frac{c_w \beta + \beta(1-c_w)}{1-\beta} - \frac{c_w}{1-\beta} \beta^{N_s+1} + \frac{(1-c_w)\beta^2}{1-\beta} \frac{1}{\beta^{N_s+1}} \right\}$$

bulunur. Bu son denklemde

$$\beta^{N_s} = \frac{x_F}{x_w} \text{ ve } \frac{1}{\beta^{N_s}} = \frac{x_w}{x_F}$$

bağıntıları kullanılırsa:

$$K_s = \frac{W}{\beta-1} \left\{ [\beta - (1+\beta)c_w] N_s + \frac{\beta}{1-\beta} - \frac{1}{1-\beta} \left[\frac{c_F(1-c_w)}{(1-c_F)} + \frac{\beta^2 c_w(1-c_F)}{c_F} \right] \right\} \quad (3.132)$$

bağıntısı elde edilir. Bu denklemde fakirleşme kısmındaki basamak sayısı, N_s , için türetilen (3.127) denklemi (3.132) denkleminde yerleştirilirse:

$$K_s = \frac{W}{\beta-1} \left\{ [\beta - (1+\beta)c_w] \left[\frac{\ln \left[\frac{(1-c_w)c_F}{(1-c_F)c_w} \right]}{\ln \beta} - 1 \right] + \frac{\beta}{1-\beta} - \frac{1}{1-\beta} \frac{c_F^2(1-c_w) + \beta^2 c_w(1-c_F)^2}{c_F(1-c_F)} \right\}$$

$$K_s = \frac{W}{\beta-1} \left\{ [\beta - (1+\beta)c_w] \frac{\ln \left[\frac{(1-c_w)c_F}{(1-c_F)c_w} \right]}{\ln \beta} - [\beta - (1+\beta)c_w] + \frac{\beta}{1-\beta} - \frac{1}{1-\beta} \frac{c_F^2(1-c_w) + \beta^2 c_w(1-c_F)^2}{c_F(1-c_F)} \right\} \quad (3.133)$$

Denklemdeki ikinci satırında yer alan terimler düzenlenirse:

$$\frac{\beta}{1-\beta} - [\beta - (1+\beta)c_w] - \frac{1}{1-\beta} \frac{c_F^2(1-c_w) + \beta^2 c_w(1-c_F)^2}{c_F(1-c_F)}$$

$$= \frac{\beta - (1-\beta)(\beta - c_w - \beta c_w)}{1-\beta} - \frac{c_F^2 - c_F^2 c_w + \beta^2 c_w - 2\beta^2 c_w c_F + \beta^2 c_w c_F^2}{(1-\beta)c_F(1-c_F)}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{(c_w + \beta^2 - \beta^2 c_w)(c_F - c_F^2) - (c_F^2 - c_F^2 c_w + \beta^2 c_w - 2\beta^2 c_w c_F + \beta^2 c_w c_F^2)}{(1-\beta)c_F(1-c_F)} \\
&= \frac{\beta^2 c_F - \beta^2 c_F^2 - c_F^2 - \beta^2 c_F c_w + c_F c_w}{(1-\beta)c_F(1-c_F)}
\end{aligned}$$

elde edilir. Bu ifadede yer alan ortak terimler birleştirilerek yeniden düzenlenirse:

$$\begin{aligned}
\frac{\beta^2 c_F - \beta^2 c_F^2 - c_F^2 - \beta^2 c_F c_w + c_F c_w}{(1-\beta)c_F(1-c_F)} &= \frac{c_F c_w (1+\beta^2) - c_F^2 (1+\beta^2) + \beta^2 c_F - \beta^2 c_w}{(1-\beta)c_F(1-c_F)} \\
&= \frac{-(1+\beta^2)c_F(c_F - c_w) + \beta^2(c_F - c_w)}{(1-\beta)c_F(1-c_F)} = \frac{(c_F - c_w)[\beta^2 - (1+\beta^2)c_F]}{(1-\beta)c_F(1-c_F)}
\end{aligned} \tag{3.134}$$

Yapılan bu sadeleştirmeler (3.133) denkleminde yerleştirilirse:

$$K_s = \frac{W}{\beta-1} \left\{ \left[\beta - (1+\beta)c_w \right] \frac{\ln \left[\frac{(1-c_w)c_F}{(1-c_F)c_w} \right]}{\ln \beta} - \frac{(c_F - c_w)[\beta^2 - (1+\beta^2)c_F]}{(\beta-1)c_F(1-c_F)} \right\} \tag{3.135}$$

elde edilir [3,6]. (3.135) denklemi ile fakirleşme bölümündeki toplam artık akış hızlarını tamamen dış değişkenlere bağlı olarak veren analitik bir ifade türetilmiş oldu.

Fakirleşme kısmındaki toplam artık ve ürün akışları için analitik ifadeler saptandığına göre zenginleştirme kısmındaki toplam artık ve ürün akış hızlarını dış değişkenlere bağlı olarak veren denklemlerin türetimine geçilebilir. Zenginleştirme bölümündeki toplam artık akış hızı bu bölümdeki basamak artık hızlarının toplamı ile elde edilecektir. Besleme (N_s+1)'inci basamaktan yapıldığına ve dizide toplam N adet basamak bulunduğuna göre:

$$K_E = \sum_{i=N_s+1}^N L_i^- = \sum_{i=N_s}^{N-1} L_{i+1}^- \tag{3.136}$$

yazılabilir. (3.98) denklemiyle verilen zenginleştirme bölgesi basamak artık akış hızları, (3.136) denkleminde yerleştirilirse:

$$K_E = \frac{P}{\beta-1} \left[c_p \sum_{i=N_s}^{N-1} 1 - c_p \sum_{i=N_s}^{N-1} \beta^{i-N} + (1-c_p)\beta \sum_{i=N_s}^{N-1} \beta^{N-i} - (1-c_p)\beta \sum_{i=N_s}^{N-1} 1 \right] \quad (3.137)$$

elde edilir. (3.137) denklemindeki toplamlar:

$$\begin{aligned} \sum_{i=N_s}^{N-1} \beta^{i-N} &= \sum_{i=N_s}^{N-1} \frac{1}{\beta^{(N-i)}} = \frac{1}{\beta^{(N-N_s)}} + \dots + \frac{1}{\beta} = 1 + \frac{1}{\beta} + \dots + \frac{1}{\beta^{(N-N_s)}} - 1 = \frac{1 - \frac{1}{\beta^{(N-N_s+1)}}}{1 - \frac{1}{\beta}} - 1 \\ &= \frac{\beta}{\beta-1} \left[1 - \frac{1}{\beta^{(N-N_s+1)}} \right] - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=N_s}^{N-1} \beta^{N-i} &= \beta^{(N-N_s)} + \dots + \beta^{N-(N-1)} = 1 + \beta + \dots + \beta^{(N-N_s)} - 1 = \frac{1 - \beta^{(N-N_s+1)}}{1 - \beta} - 1 \\ &= \frac{1}{1 - \beta} - \frac{\beta^{(N-N_s+1)}}{1 - \beta} - 1 \end{aligned}$$

$$\sum_{i=N_s}^{N-1} 1 = \sum_{j=1}^{N-N_s} 1 = N - N_s$$

şeklinde yazılıp (3.137) denkleminde yerleştirilirse:

$$K_E = \frac{P}{\beta-1} \left\{ (N - N_s)c_p - c_p \left[\frac{\beta}{\beta-1} - \frac{\beta}{(\beta-1)\beta^{(N-N_s+1)}} - 1 \right] + (1-c_p)\beta \left(\frac{1}{1-\beta} - \frac{\beta^{(N-N_s+1)}}{1-\beta} - 1 \right) - \beta(1-c_p)(N - N_s) \right\}$$

denklemi elde edilir. Bu denklemde aşağıda verilen düzenlemeler yapılırsa:

$$K_E = \frac{P}{\beta-1} \left\{ (c_p - \beta + c_p\beta)(N - N_s) - c_p \left[-\frac{\beta}{\beta-1} + \frac{\beta}{(\beta-1)\beta^{(N-N_s)}} - 1 \right] + (1-c_p) \left[\frac{\beta}{1-\beta} - \frac{\beta}{1-\beta} \beta \beta^{(N-N_s)} - \beta \right] \right\}$$

olarak bulunur. veya sadeleştirilerek:

$$K_E = \frac{P}{\beta-1} \left\{ [(1+\beta)c_p - \beta](N - N_s) + c_p \left(\frac{\beta}{1-\beta} + 1 \right) - c_p \frac{1}{(1-\beta)\beta^{(N-N_s)}} + \beta(1-c_p) \left(\frac{1}{1-\beta} - 1 \right) - \frac{(1-c_p)\beta^2}{1-\beta} \beta^{(N-N_s)} \right\}$$

$$K_E = \frac{P}{\beta-1} \left\{ [(1+\beta)c_p - \beta](N - N_s) + c_p \frac{1}{1-\beta} - \frac{c_p}{(\beta-1)\beta^{(N-N_s)}} - \frac{\beta^2(1-c_p)}{1-\beta} - \frac{\beta^2(1-c_p)}{1-\beta} \beta^{(N-N_s)} \right\}$$

$$K_E = \frac{P}{\beta-1} \left\{ [(1+\beta)c_p - \beta](N - N_s) + \frac{c_p + \beta^2 - \beta^2 c_p}{1-\beta} - \frac{c_p}{(\beta-1)} \frac{1}{\beta^{(N-N_s)}} - \frac{\beta^2(1-c_p)}{1-\beta} \beta^{(N-N_s)} \right\}$$

denklemine ulaşılır. Bu denklemde:

$$\beta^{(N-N_s)} = \frac{X_p}{X_F}$$

Eşitliği kullanılırsa:

$$K_E = \frac{P}{\beta-1} \left\{ [(1+\beta)c_p - \beta](N - N_s) + \frac{c_p + \beta^2 - \beta^2 c_p}{1-\beta} - \frac{c_p}{(\beta-1)} \frac{X_F}{X_p} - \frac{\beta^2(1-c_p)}{1-\beta} \frac{X_p}{X_F} \right\}$$

bulunur. Atom ağırlıklarından bileşimlere geçilirse:

$$K_E = \frac{P}{\beta-1} \left\{ [(1+\beta)c_p - \beta](N - N_s) + \frac{c_p + \beta^2 - \beta^2 c_p}{1-\beta} - \frac{1}{(\beta-1)} \left[c_p \frac{c_F(1-c_p)}{c_p(1-c_F)} + \beta^2(1-c_p) \frac{c_p(1-c_F)}{c_F(1-c_p)} \right] \right\}$$

$$K_E = \frac{P}{\beta-1} \left\{ [(1+\beta)c_p - \beta](N - N_s) - \frac{1}{(\beta-1)} \left[(c_p + \beta^2 - \beta^2 c_p) - \frac{c_p c_F(1-c_p)}{1-c_F} + \frac{\beta^2(1-c_F)}{c_F} \right] \right\}$$

$$K_E = \frac{P}{\beta-1} \left\{ [(1+\beta)c_p - \beta](N - N_s) - \frac{\beta^2 c_F - \beta^2 c_F^2 - c_F^2 - \beta^2 c_F c_p + c_F c_p}{(1-\beta)c_F(1-c_F)} \right\} \quad (3.138)$$

bulunur. (3.138) denklemindeki son terim (3.133) denkleminin son terimi ile $c_p = c_w$ olmak koşulu ile tamamen aynıdır. Buna durumda aynı türetim burada da kullanılırsa (3.138) denklemi:

$$K_E = \frac{P}{(\beta-1)} \left\{ [(1+\beta)c_p - \beta](N - N_s) + \frac{(c_F - c_F) [\beta^2 - (1+\beta^2)c_F]}{(1-\beta)c_F(1-c_F)} \right\}$$

olarak yazılır. Bu son denklemde $N - N_s = N_p$ olduğu dikkate alınır ve zenginleştirme bölümündeki basamak sayısı, N_p , için (3.79) denkleminde verilen özdeşlik kullanılırsa zenginleştirme bölümündeki toplam artık akış hızı aşağıdaki gibi olur:

$$K_E = \frac{P}{(\beta-1)} \left\{ \left[(1+\beta)c_P - \beta \right] \frac{\ln \left[\frac{c_P(1-c_F)}{c_F(1-c_P)} \right]}{\ln \beta} + \frac{(c_F - c_W) [\beta^2 - (1+\beta^2)c_F]}{(1-\beta)c_F(1-c_F)} \right\} \quad (3.139)$$

Tesisin toplam akış hızını hesaplamak için sadece zenginleşme bölümündeki toplam ürün akış hızının bulunması gerekmektedir [3,6].

Zenginleştirme kısmındaki toplam ürün akış hızı, bu bölümdeki basamak ürün akışları toplanarak elde edileceğine göre:

$$J_E = \sum_{i=N_S+1}^N L_i^+ = \sum_{i=N_S}^{N-1} L_{i+1}^+ \quad (3.140)$$

yazılabilir.

$$L_{i+1}^+ = L_{i+2}^- + P$$

olduğuna göre, zenginleştirme bölgesindeki basamak ürün akış hızı için saptanan (3.98) denklemi (i+2) için yazılıp yerine yerleştirilirse:

$$J_E = P + \sum_{i=N_S}^{N-1} \frac{P}{\beta-1} \left[c_P (1 - \beta^{(i+1-N)}) + (1 - c_P) \beta (\beta^{[n-(i+1)]} - 1) \right]$$

$$J_E = \frac{P}{\beta-1} \left[(1 + c_P) \sum_{i=N_S}^{N-1} 1 - c_P \sum_{i=N_S}^{N-1} \beta^{i+1-N} + (1 - c_P) \beta \sum_{i=N_S}^{N-1} \beta^{N-(i+1)} - (1 - c_P) \beta \sum_{i=N_S}^{N-1} 1 + (\beta - 1) \sum_{i=N_S}^{N-1} 1 \right] \quad (3.141)$$

$$\sum_{i=N_S}^{N-1} \beta^{i+1-N} = \sum_{i=N_S}^{N-1} \frac{1}{\beta^{N-(i+1)}} = \frac{1}{\beta^{N-(N_S+1)}} + \dots + \frac{1}{\beta} + 1 = \frac{1 - \frac{1}{\beta^{N-N_S}}}{1 - \frac{1}{\beta}} = \frac{\beta}{\beta-1} \left(1 - \frac{1}{\beta^{N-N_S}} \right)$$

$$\sum_{i=N_S}^{N-1} \beta^{N-(i+1)} = \beta^{N-(N_S+1)} + \dots + \beta + 1 = \frac{1 - \beta^{N-N_S}}{1 - \beta} = \frac{1}{1 - \beta} - \frac{\beta^{N-N_S}}{1 - \beta}$$

bağıntıları (3.141) denkleminde kullanılırsa:

$$J_E = \frac{P}{\beta-1} \left\{ \left[c_P - (1-c_P)\beta + \beta - 1 \right] (N - N_S) + \frac{c_P\beta}{1-\beta} - \frac{c_P\beta}{\beta^{N-N_S}} + \frac{(1-c_P)\beta}{1-\beta} - \frac{(1-c_P)\beta}{1-\beta} \beta^{N-N_S} \right\}$$

denklemini bulunur. Bu denklemde düzenlemeler yapılır ve

$$\beta^{(N-N_S)} = \frac{X_P}{X_F}$$

bağıntısı kullanılırsa:

$$J_E = \frac{P}{\beta-1} \left\{ \left[c_P (1+\beta) - 1 \right] (N - N_S) + \frac{\beta}{1-\beta} \left[(c_P + 1 - c_P) c_P \frac{X_F}{X_P} - (1 - c_P) \frac{X_P}{X_F} \right] \right\} \quad (3.142)$$

Bolluk oranlarından bileşimlere geçilir ve terimler biraraya getirilirse:

$$J_E = \frac{P}{\beta-1} \left\{ \left[c_P (1+\beta) - 1 \right] (N - N_S) + \frac{\beta}{1-\beta} \left[1 - c_P \frac{c_F (1-c_P)}{c_P (1-c_F)} - (1 - c_P) \frac{c_P (1-c_F)}{c_F (1-c_P)} \right] \right\}$$

$$J_E = \frac{P}{\beta-1} \left\{ \left[c_P (1+\beta) - 1 \right] (N - N_S) + \frac{\beta}{1-\beta} \frac{c_F - c_P - 2c_F (c_F - c_P)}{c_F (1-c_P)} \right\}$$

$$J_E = \frac{P}{\beta-1} \left\{ \left[c_P (1+\beta) - 1 \right] (N - N_S) + \frac{\beta}{1-\beta} \frac{(c_P - c_F)(1-2c_F)}{c_F (1-c_P)} \right\}$$

elde edilir. Son olarak $N - N_S = N_P$ değeri dekleme yerleştirilirse:

$$J_E = \frac{P}{\beta-1} \left\{ \left[c_P (1+\beta) - 1 \right] \frac{\ln \left[\frac{c_F (1-c_W)}{c_W (1-c_F)} \right]}{\ln \beta} + \frac{\beta}{1-\beta} \frac{(c_P - c_F)(1-2c_F)}{c_F (1-c_P)} \right\} \quad (2.143)$$

Sonucuna varılır [3,9]. Yukarıdaki denklem (2.143) ise zenginleştirme kısmındaki toplam ürün akış hızıdır.

Bu aşamada fakirleşme bölümündeki toplam akış hızını hesaplayalım. Fakirleşme kısmındaki toplam akış hızı:

$$I_S = J_S + K_S \quad (3.144)$$

olacaktır. Daha önce fakirleşme bölümü için türettiğimiz (3.129) ve (3.135) denklemleri ile verilen ürün ve artık akış hızlarını toplayarak:

$$I_S = \frac{W}{\beta-1} \left\{ \left[1 - (1+\beta)c_w + \beta - c_w(\beta+1) \right] \frac{\ln \left[\frac{c_F(1-c_w)}{c_w(1-c_F)} \right]}{\ln \beta} - \frac{\beta(c_F - c_w)(1-2c_F)}{(1-\beta)c_F(1-c_P)} \right. \\ \left. - \frac{(c_F - c_w)[\beta^2 - (\beta^2 + 1)c_F]}{(1-\beta)c_F(1-c_P)} \right\}$$

Denklemin parantez içindeki ilk teriminde gerekli sadeleştirmeler yapılır.

$$1 - (1+\beta)c_w + \beta - c_w(\beta+1) = 1 - \beta c_w - c_w + \beta - \beta c_w - c_w = 1 + \beta - 2\beta c_w - 2c_w \\ = (1+\beta) - 2c_w(1+\beta) = (1+\beta)(1-2c_w)$$

ve bu ifade son denkleme yerleştirilirse fakirleşme kısmındaki toplam akış hızı için:

$$I_S = \frac{W}{\beta-1} \left\{ \frac{\ln \left[\frac{c_F(1-c_w)}{c_w(1-c_F)} \right]}{\ln \beta} [(1+\beta)(1-2c_w)] \right\} \quad (3.145) \\ - \frac{W(c_F - c_w)}{(\beta-1)^2 c_F(1-c_F)} [\beta(1-2c_F) + [\beta^2 - (\beta^2 + 1)c_F]]$$

ifadesi elde edilir [3,6].

zenginleşme bölgesindeki toplam akış hızı ise:

$$I_E = J_E + K_E \quad (3.146)$$

bağıntısı yardımı ile sapatlanır. Zenginleşme bölümündeki ürün ve artık toplam akış hızları için bulunan (3.129) ve (3.139) denklemleri (3.146) denklemine yerleştirilirse:

$$I_E = \frac{P}{\beta-1} \left\{ [c_P + c_P\beta - \beta + c_P\beta + c_P - 1] \frac{\ln \left[\frac{c_P(1-c_F)}{c_F(1-c_w)} \right]}{\ln \beta} \right\} - \frac{P(c_P - c_F)}{(\beta-1)^2 c_F(1-c_F)} [\beta(1-2c_F) + \beta^2 - (\beta^2 + 1)c_F]$$

Denklemin köşeli parantez içindeki ilk terimi düzenlenir.

$$c_p + c_p\beta - \beta + c_p\beta + c_p - 1 = c_p(1 + \beta) + c_p(1 + \beta) - (1 + \beta) = (1 + \beta)(2c_p - 1)$$

ve denkleme yerleştirilirse, zenginleşme kısmındaki toplam akış hızı için:

$$I_E = \frac{P}{\beta - 1} \left\{ \left[(1 + \beta)(2c_p - 1) \right] \frac{\ln \left[\frac{c_p(1 - c_F)}{c_F(1 - c_w)} \right]}{\ln \beta} \right\} - \frac{P(c_p - c_F)}{(\beta - 1)^2 c_F(1 - c_F)} \left[\beta(1 - 2c_F) + \beta^2 - (\beta^2 + 1)c_F \right]$$

denklemini elde edilir. İzotop ayırma tesisindeki toplam akış hızını bulmak için zenginleşme ve fakirleşme bölgrisindeki toplam akış hızlarının toplanması gerekecektir. Yani:

$$I = I_S + I_E$$

yazılıp bu toplama işlemi yapılırsa:

$$I = \frac{\beta + 1}{(\beta - 1)\ln \beta} \left\{ W(1 - 2c_w) \ln \left[\frac{c_F(1 - c_w)}{c_w(1 - c_F)} \right] + P(2c_p - 1) \ln \left[\frac{c_p(1 - c_F)}{c_F(1 - c_p)} \right] \right. \\ \left. - \frac{1}{(\beta - 1)^2 c_F(1 - c_F)} \left\{ W(c_F - c_w) \left[\beta(1 - 2c_F) + \beta^2 - (\beta^2 + 1)c_F \right] \right. \right. \\ \left. \left. + P(c_p - c_F) \left[\beta(1 - 2c_F) + \beta^2 - (\beta^2 + 1)c_F \right] \right\} \right\}$$

Kütle dengesi denklemlerinden $W = \frac{P(c_p - c_F)}{c_F - c_w}$ yazılıp yukarıdaki denkleme

yerleştirilirse parantez içindeki son terimin sıfır olduğu görülür, yani toplam akış hızı:

$$I = \frac{\beta + 1}{(\beta - 1)\ln \beta} \left\{ W(1 - 2c_w) \ln \left[\frac{c_F(1 - c_w)}{c_w(1 - c_F)} \right] + P(2c_p - 1) \ln \left[\frac{c_p(1 - c_F)}{c_F(1 - c_p)} \right] \right\} \quad (3.147)$$

şeklinde basitleştirilmiş olur. Bu denklemde

$$\ln \left[\frac{c_F(1 - c_w)}{c_w(1 - c_F)} \right] = \ln \left(\frac{c_F}{1 - c_F} \right) + \ln \left(\frac{1 - c_w}{c_w} \right) = \ln \left(\frac{c_F}{1 - c_F} \right) - \ln \left(\frac{c_w}{1 - c_w} \right)$$

ve

$$\ln \left[\frac{c_F(1-c_P)}{c_P(1-c_F)} \right] = \ln \left(\frac{c_P}{1-c_P} \right) - \ln \left(\frac{c_F}{1-c_F} \right)$$

düzenlemeleri yapılırsa, (3.147) denklemi:

$$I = \frac{\beta+1}{(\beta-1)\ln\beta} \left\{ W(2c_w - 1) \ln \left(\frac{c_w}{1-c_w} \right) + W(1-2c_w) \ln \left(\frac{c_F}{1-c_F} \right) \right. \\ \left. + P(2c_P - 1) \ln \left(\frac{c_P}{1-c_P} \right) - P(2c_P - 1) \ln \left(\frac{c_F}{1-c_F} \right) \right\}$$

veya

$$I = \frac{\beta+1}{(\beta-1)\ln\beta} \left\{ W(2c_w - 1) \ln \left(\frac{c_w}{1-c_w} \right) + P(2c_P - 1) \ln \left(\frac{c_P}{1-c_P} \right) \right. \\ \left. + \ln \left(\frac{c_F}{1-c_F} \right) [W(1-2c_w) + P(2c_P - 1)] \right\}$$

Sistem kütle dengesinden $W = F - P$ ve $Wc_w = Fc_F - Pc_P$ olduğuna göre son denklemdaki son terim:

$$W(1-2c_w) - P(2c_P - 1) = W - 2Wc_w - 2Pc_P + P = F - P - 2Fc_F + 2Pc_P - 2Pc_P + P \\ = F(1-2c_F) = -F(2c_F - 1)$$

yazılıp yerine konursa:

$$I = \frac{\beta+1}{(\beta-1)\ln\beta} \left[W(2c_w - 1) \ln \left(\frac{c_w}{1-c_w} \right) + P(2c_P - 1) \ln \left(\frac{c_P}{1-c_P} \right) - F(2c_F - 1) \ln \left(\frac{c_F}{1-c_F} \right) \right] \quad (3.148)$$

denklemine ulaşılır [3,6]. (3.148) denklemi izotop ayırma tesisindeki toplam akış hızını veren analitik bir ifadedir. Denklemdaki köşeli parantez içindeki ilk iki terim çıkış parametreleri ile üçüncü terim ise giriş parametreleri ile ilişkili olduğundan ilk iki terim çıkış üçüncü terim ise giriş olarak adlandırılabilir. (3.148) denklemi, izotop ayırma tesisindeki toplam akış hızını iki faktörün çarpımı olarak veren çok önemli bir bağıntıdır. Denklemdaki ilk faktör sadece ürün ayırma faktörü β 'ya, ikinci faktör ise sadece son ürün, besin ve atığın akış hızları ile bileşimlerine bağlıdır. İlk faktör

ayırmanın kolaylığının ya da zorluğunun bir ölçüsüdür, yani ürün ayırma faktörü (β) bire çok yakınsa büyük, β birden farkedilir ölçüde büyükse küçük bir değer alır. İkinci faktör ise ayırma işi miktarının bir ölçütüdür ve son ürün ve atık bileşimleri ürün bileşiminden çok farklı ise büyük, bileşimler birbirine yakınsa küçük değer alır. Bu nedenle dizinin ayırma performansının bir ölçütü olan bu faktör ayırma kapasitesi olarak isimlendirilir.

3.7. Ayırma Kapasitesi, Ayırma İşİ ve Ayırma Potansiyeli

Ayırma kapasitesi adını verdiğimiz (3.148) denklemindeki ikinci faktör, iki çıkış terimin toplamı ile giriş teriminin farkından oluşmaktadır. Denklemindeki her bir terim ise akış hızı ile çıkış ya da giriş koşullarının fonksiyonu olan bir parametrenin çarpımı şeklindedir. Ayırma kapasitesi ya da ayırma gücü olarak isimlendirilen bu ifade tek bir artık, son ürün ve besleme için:

$$D = W(2c_w - 1) \ln \frac{c_w}{1 - c_w} + P(2c_p - 1) \ln \frac{c_p}{1 - c_p} - F(2c_f - 1) \ln \frac{c_f}{1 - c_f} \quad (3.149)$$

şeklinde yazılabilir. Ayırma kapasitesi akış hızı ile aynı birime sahiptir. Ayırma kapasitesi kavramı, birden fazla sayıda çıkışa sahip bir sistem için:

$$D = \sum_k L_k \phi(c_k) \quad (3.150)$$

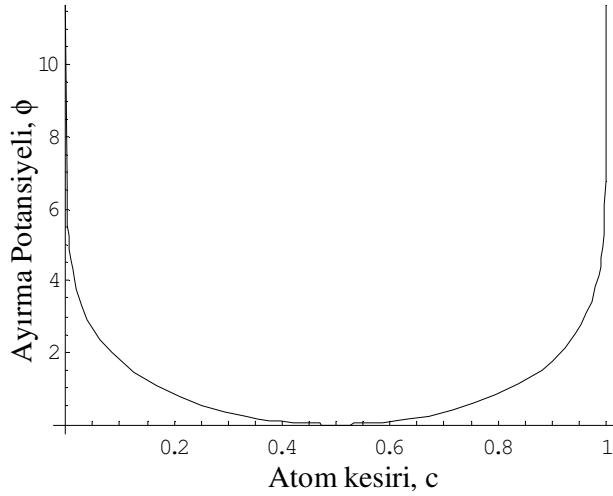
şeklinde genelleştirilebilir. Burada L_k k'inci çıkışa ait akış hızını, c_k ise bileşimi göstermektedir. L_k akış hızı, çıkış eğer bir ürünse pozitif, bir besleme akışı ise negatif değer olacaktır. İdeal diziye sahip bir tesisin toplam iç akış hızı ayırma kapasitesi kullanılarak:

$$I = \frac{8}{(\alpha - 1)^2} D = \frac{2}{(\beta - 1)^2} D \quad (3.151)$$

şeklinde yazılabilir. (3.150) denklemindeki $\phi(c_k)$ terimi ayırma potansiyeli veya temel değer fonksiyonu olarak adlandırılır.

$$\phi(c_k) = (2c_k - 1) \ln \frac{c_k}{1 - c_k} \quad (3.152)$$

(3.152) denklemi ile tanımlanan ayırma potansiyeli, ϕ , sadece istenen izotopun bileşimlerinin fonksiyonudur. Ayırma potansiyeli ϕ , c_k 'nın fonksiyonu olarak Şekil 3.10'da çizilmiştir.



Şekil 3.10 : Ayırma Potansiyeli

Ayırma potansiyeli Şekil 3.10'dan görüldüğü gibi $c_k=0,5$ 'de sıfır değer alan ve bu nokta civarında simetrik olan bir fonksiyondur. Ayırma potansiyeli, şekilden de görüldüğü gibi x 'in 0.5 hariç geri kalan tüm değerlerinde pozitif değer almakta ve x 'in sıfır ve bir değerlerinde sonsuza gitmektedir. Ayırma potansiyelinin aşağı doğru bu konveks yapısı, ayırma kapasitesinin daima pozitif olmasını sağlamaktadır. İzotop ayırma tesisinin maliyeti ile ilişkili pek çok karakteristiği ayırma kapasitesi ile orantılıdır. Örneğin ideal dizi koşullarında çalışacak biçimde kurulan bir gaz difüzyonu tesisinin; toplam akış hızı, toplam pompalama kapasitesi, toplam güç talebi ve toplam bariyer alanı ayırma kapasitesi ile orantılıdır. Ayırma kapasitesi bir buharlaştırıcıda transfer edilen toplam ısının benzeri olarak düşünülebilir. Ayırma potansiyeli ise buharlaştırıcıya giren ve çıkan bir mol maddenin entalpisinin benzeri olarak düşünülebilir. Bir izotop ayırma tesisinde yapılan kütle ve ayırma kapasitesi hesapları daha klasik sistemlerdeki kütle ve ısı dengesine dayalı hesaplamaların benzerleridir.

(3.149) denklemi ayırma potansiyeli cinsinden:

$$D = P \phi(c_p) + W \phi(c_w) - F \phi(c_f) \quad (3.153)$$

olarak da ifade edilebilir. E_F mol besini, E_P mol ürün ve E_W mol atığa ayıracak bir dizinin ayırma miktarının ölçütü, kullanışlı bir parametredir. Bu ölçüt ayırma işi olarak adlandırılır ve ayırma kapasitesine benzer bir şekilde tanımlanabilir.

$$S = E_w (2c_w - 1) \ln \frac{c_w}{1-c_w} + E_p (2c_p - 1) \ln \frac{c_p}{1-c_p} - E_f (2c_f - 1) \ln \frac{c_f}{1-c_f} \quad (3.154)$$

Burada S ayırma işidir ve kütle miktarı, E, için seçilen birimle aynı birime sahiptir. (3.152) denklemindeki her bir terim $E\phi$ şeklindedir ve ilgili akışdaki madde miktarına karşılık gelen ayırma işlerine eşittir. Pratikte, (3.149) denklemi ile tanımlı ayırma kapasitesi ve (3.152) denklemi ile tanımlı ayırma işi mol ya da mol kesri yerine kg uranyum veya ağırlık kesri olarak verilirler. U^{235} ve U^{238} bileşenlerinde olduğu gibi bileşenlerin atom ağırlıklarının birbirine çok yakın olması durumunda da ayırma işi birimi yine geçerli bir ölçüt olmaktadır.

Herhangibir izotop ayırma işlemi için gerekli enerji miktarı yaklaşık olarak kg U birimi ile ifade edilen ayırma işi ile orantılıdır. Ayırma işi:

$$SWU = P \phi(P) + W \phi(W) - F \phi(F) \quad (3.155)$$

Denklemi ile de verilebilir. Burada P, W ve F son ürün, atık ve besin akış hızlarıdır. $\phi(x)$ ($x=P,W,F$ için) ise son ürün, atık ve besine ait temel değer fonksiyonlarıdır (ayırma potansiyeli). SWU İngilizce “separative work unit” kısaltması olup kg U/yıl cinsinden ifade edilir ve ayırma gücü olarak tanımlanır [3,6].

3.8. Ayırma İşİ Maliyeti

Bir çok izotop ayırma tesisinde, tesisin başlangıçtaki maliyeti; tesisin ayırma kapasitesi ile orantılıdır. Yıllık çalıştırma maliyeti ise yıllık ayırma işi miktarı (ayırma gücü) ile doğru orantılıdır. Tesisin besleme masrafları hariç, yatırım ve yıllık çalışma maliyeti Dc_s 'ye eşit olacaktır. Burada D, kg U/yıl cinsinden yıllık ayırma kapasitesi, c_s ise kg U SWU başına dolar cinsinden ayırma işi birim maliyeti (\$/kg SWU) dir. Tesise yıllık birim maliyeti c_f (\$/kg) olan F kilogram besin yükleniyorsa toplam yıllık maliyet c:

$$c = Dc_s + Fc_f \quad (3.156)$$

olacaktır. İzotop ayırma tesisinden yılda P kg son ürün elde edilirse, elde edilen ürünün birim maliyeti c_p :

$$c_p = \frac{Dc_s}{P} + \frac{Fc_f}{P} \quad (3.157)$$

denklemleri ile saptanabilir. D/P oranı (3.153) denkleminde hareketle

$$\frac{D}{P} = \phi_p + \frac{W}{P}\phi_w - \frac{F}{P}\phi_f \quad (3.158)$$

olarak yazılabilir. Burada ϕ , son ürün, atık ve besine ait ayırma potansiyelidir.

Sistem kütle denge bağıntısından:

$$\frac{W}{P} = \frac{c_p - c_f}{c_f - c_w} \quad (3.159)$$

ve

$$\frac{F}{P} = \frac{c_p - c_w}{c_f - c_w} \quad (3.160)$$

yazılabileceğine göre (3.157) denklemi son ürün, atık ve besin bileşimleri cinsinden:

$$c_p = \left[(\phi_p - \phi_f) - (c_p - c_f) \frac{\phi_f - \phi_w}{c_f - c_w} \right] c_s + \left(\frac{c_p - c_w}{c_f - c_w} \right) c_f \quad (3.161)$$

olarak elde edilir. (3.161) denklemindeki ilk terim son ürün maliyetine ilişkin ayırma işi bileşenini, ikinci terim ise besleme maliyetine ilişkin bileşeni ifade etmektedir.

4. UYGULAMALAR

4.1. Değişik Yöntemlerdeki İdeal Dizi Ürün ve Artık Basamak Sayılarının Karşılaştırılması

Bölüm 3.6'da ideal bir dizi için türetilen basamak sayıları, basamak akış hızları ve toplam akış hızlarına ilişkin denklemler IDEAL.M adlı MATLAB programına uyarlanmıştır. Değişik reaktör tipleri ve değişik zenginleştirme yöntemleri için koşullar yapılmıştır. Reaktör tipi olarak hafif zenginlikte yakıt kullanan Westinghouse firması tarafından geliştirilen üçüncü nesil reaktörlerden 600 MW gücünde AP600 ve 1000 MW gücünde AP1000 basınçlı su reaktörleri; ikinci nesil gaz soğutmalı bir reaktör olan ileri gaz soğutmalı reaktör, AGR; ve General Electric firmasına ait yine üçüncü nesil bir reaktör olan ileri kaynar su reaktörü ABWR ele alınmıştır. Son reaktör tipi olarak orta zenginlikte yakıt gerektiren bir reaktör tipi olan modüler gaz türbünlü reaktör olan MT-MHR reaktörü seçilmiştir. AP600 ve AGR reaktörleri için % 3 zenginlikte; AP1000 reaktörü için % 4.95 zenginlikte ve ABWR reaktörü için % 5 zenginlikte yakıt gerekirken MT-MHR reaktörü için % 20 zenginliğe sahip yakıt ile çalışmaktadır.

IDEAL.M programı koşulları, gaz santrifüj, gaz difüzyonu, kimyasal ayırma, iyon ayırma ve aerodinamik yöntemleri için gerçekleştirilmiştir. Bu yöntemlere ait ayırma faktörleri Çizelge 4.1'de sunulmuştur [2]. Santrifüj yöntemi ayırma faktörü santrifüjün dönüş hızına bağlı olarak değişmekte ve yaklaşık 1.3 ile 1.6 arasında değişmektedir. Bu çalışmada santrifüj yöntemi ayırma faktörü 1.5 olarak alınmıştır.

Çizelge 4.1 : Değişik zenginleştirme yöntemlerine ait ayırma faktörleri

Yöntem	Gaz Santrifüj	Gaz Difüzyonu	Kimyasal Ayırma	İyon Ayırma	Aerodinamik Yöntem
Ayırma faktörü, α	1.5000	1.0045	1.0030	1.0013	1.015
Ürün ayırma faktörü, β	1.2247	1.0022	1.0015	1.0006	1.0075

Koşuların biri hariç tümü yakıt tesisinin doğal uranyumla beslendiği (%0.72) ve tesisten çıkan atığın %0.3 zenginlikte olduğu kabul edilerek yapılmıştır. Ayrıca tüm koşular tesisten farklı zenginlikte bir mol son ürünün alındığı varsayımı ile gerçekleştirilmiştir. Sadece bir koşu, tesisin zenginleştirme tesisinden çıkan fakir uranyum (% 0.03 zenginlikte) ile beslendiği ve %0.01 zenginlikte atık ile %3 zenginlikte son ürün alındığı bir sistem için gerçekleşmiştir. Tüm bu koşullarda elde edilen sonuçlar Çizelge 4.2 - 4.9'da sunulmuştur. Her reaktör tipi için istenen zenginlikte ürün alabilmek için gerekli basamak sayıları IDEAL.M programı ile hesaplanmıştır. IDEAL.M programı ayrıca toplam geri akış oranı (total reflux) durumunda ortaya çıkan minimum basamak sayısını da hesaplamaktadır. Uygulamada kullanılan reaktör tipleri için her bir yöntem ile zenginleşme ve fakirleşme bölgelerindeki hesaplanan basamak sayıları ile toplam basamak sayıları Çizelge 4.2-4.5'te verilmektedir. Çizelgelerin ilk sütununda ayrıca toplam geri akış oranı durumundaki $(L_{i+1}^- / P \rightarrow \infty)$ minimum basamak sayıları da sunulmuştur.

Çizelge 4.2 : AP600 ve AGR1 reaktörleri için %3 zenginlikte 1 mol ürün elde etmek için değişik ayırma yöntemleri kullanılması durumunda gereken basamak sayıları

Yöntem	Basamak Sayısı			
	Minimum	Zenginleşme	Fakirleşme	Toplam
Santrifüj	6	8	3	11
Aerodinamik yöntem	156	194	117	311
Gaz Difüzyonu	519	646	391	1037
Kimyasal Ayırma	778	969	586	1555
İyon Ayırma	1794	2234	1353	3587

Çizelge 4.2'de görüldüğü gibi AP600 veya AGR1 reaktörü için % 4 zenginlikte 1 mol yakıt elde etmek için gerekli basamak sayıları yöntemden yönteme değişiklik göstermektedir. Çizelgede görülen en düşük basamak sayısı santrifüj yönteminde ortaya çıkmaktadır. Santrifüj yöntemi en büyük ayırma faktörüne (1.5) sahip olduğuna göre basamak sayısının düşük olması beklenen bir olgudur. Santrifüj yöntemindeki toplam basamak sayısının, aerodinamik yöntem hariç (ayırma faktörü 1.015), diğer yöntemlerdeki toplam basamak sayılarının yüzde birinden daha küçük olduğu görülmektedir. Çizelge 4.2'den gözlemlendiği gibi ayırma faktörü küçüldükçe toplam basamak sayıları artmaktadır, en fazla basamak sayısı en düşük ayırma faktörüne sahip olan (1.0013) iyon ayırma yönteminde görülmektedir. Ayrıca Çizelge 4.2 incelendiğinde tüm yöntemler için zenginleşme bölgesindeki basamak sayılarının fakirleşme bölgesi basamak sayılarından daha fazla olduğu

gözlenmektedir. Çizelge 4.2’de tüm ayırma yöntemlerinde gözlenen diğer bir olgu; basamak sayılarının, toplam reflux durumunununa ($L_{i+1}^- / P \rightarrow \infty$) karşılık gelen minimum basamak sayılarının hemen hemen iki katı olduğudur.

Çizelge 4.3 ve Çizelge 4.4 sunulan AP1000 ve ABWR reaktörleri hemen hemen aynı zenginlikte yakıt gerektirdiklerinden birbirleri ile hemen hemen aynı sonuçları vermeleri beklenmektedir.

Çizelge 4.3 : AP1000 reaktöründe için % 4.95 zenginlikte 1 mol ürün elde etmek için değişik ayırma yöntemleri kullanılması durumunda gereken basamak sayıları

Zenginleştirme Yöntemi	Basamak Sayısı			
	Minimum	Zenginleşme	Fakirleşme	Toplam
Santrifüj	7	10	3	13
Aerodinamik yöntem	191	264	117	381
Gaz Difüzyonu	635	878	391	1269
Kimyasal Ayırma	952	1317	586	1903
İyon Ayırma	2195	3036	1353	4389

Çizelge 4.4 : ABWR reaktöründe için %5 zenginlikte 1 mol ürün elde etmek için değişik ayırma yöntemleri kullanılması durumunda gereken basamak sayıları

Zenginleştirme Yöntemi	Basamak Sayısı			
	Minimum	Zenginleşme	Fakirleşme	Toplam
Santrifüj	7	10	3	13
Aerodinamik yöntem	192	266	117	383
Gaz Difüzyonu	637	882	391	1273
Kimyasal Ayırma	955	1323	586	1909
İyon Ayırma	2203	3052	1353	4405

Yukarıda sunulan bu iki Çizelge karşılaştırıldığında beklenen bu olgunun gerçekleştiği görülmektedir. % 5 zenginlik gerektiren durumda tüm yöntemlerdeki toplam basamak sayıları küçük artışlar göstermektedir.

Her üç Çizelgeden gözlenen diğer bir özellik, aynı zenginleştirme yöntemi için fakirleşme bölgesindeki basamak sayılarının istenen zenginlik oranına bağlı olarak değişmediğidir. Bu da beklenen bir durumdur, çünkü atık bileşimi tüm problemler için % 0.3 olarak seçilmiştir.

Çizelge 4.2-4.4 düşük zenginlikte uranyum gerektiren güç reaktörleri için sonuçları vermektedir.

Çizelge 4.5 : GT-MHR reaktöründe % 20 Zenginlikte 1 mol ürün elde etmek için değişik ayırma yöntemleri kullanılması durumunda gereken basamak sayıları

Zenginleştirme Yöntemi	Basamak Sayısı			
	Minimum	Zenginleşme	Fakirleşme	Toplam
Santrifüj	11	18	3	21
Aerodinamik yöntem	297	476	117	593
Gaz Difüzyonu	1032	1653	410	2063
Kimyasal Ayırma	1475	2363	586	2949
İyon Ayırma	3402	5450	1353	6803

Çizelge 4.5 orta zenginlikte yakıt gerektiren reaktörler için ideal bir dizinin gereksinimi olan basamak sayılarını göstermektedir. Çizelge 4.5 ile Çizelge 4.2-4.4 karşılaştırıldığında, atık bileşimi aynı seçildiği için fakirleşme bölgesindeki basamak sayılarında bir değişme olmadığı, buna karşın zenginleşme bölgesindeki basamak sayılarının arttığı gözlenmektedir. Zenginleşme bölgesindeki bu artış yöntemden yönteme değişiklik göstermekte ve % 44 ile % 59 arasında değişmektedir. Yani orta zenginlikte yakıt gereksinimi düşük zenginlikte yakıt gereksinimine göre zenginleştirme bölgesindeki basamak sayılarında yaklaşık % 50'lik bir artışa neden olmaktadır.

Fakirleşme bölgesindeki basamak sayılarındaki değişimi gözlemlemek için son olarak, % 4 zenginlikte bir mol yakıt elde etmek için doğal uranyum yerine zenginleştirme tesisinden atık olarak çıkan daha düşük zenginlikte (% 0.3) bir malzeme ile besleme yapılması durumu seçilerek IDEAL.M programı koşulmuştur. Bu koşudan elde edilen sonuçlar ise Çizelge 4.6'de sunulmuştur.

Çizelge 4.6 : %0.3 zenginlikte bir malzeme ile beslenen; % 0.1 zenginlikte atık, % 3 zenginlikte 1 mol ürün elde etmek için değişik ayırma yöntemleri kullanılması durumunda gereken basamak sayıları

Zenginleştirme Yöntemi	Basamak Sayısı			
	Minimum	Zenginleşme	Fakirleşme	Toplam
Santrifüj	8	11	4	15
Aerodinamik yöntem	230	312	147	459
Gaz Difüzyonu	764	1038	489	1527
Kimyasal Ayırma	1145	1555	734	2289
İyon Ayırma	2641	3588	1693	5281

Değişik zenginlikte malzeme ile beslenen fakat aynı zenginlikte (%3) son ürün elde edilen problemin sonuçlarının verildiği Çizelge 4.2 ile 4.7 karşılaştırıldığında fakir uranyum ile beslenen tesisin daha fazla basamağa sahip olduğu gözlenmektedir. Basamak sayılarındaki artışların fakirleşme bölgesinde %20 civarında, zenginleşme

bölgesinde %37 civarında olduğu da gözlemlenen diğer bir olgudur. Fakirleşme bölgesindeki en büyük artış (%25) ayırma faktörünün en yüksek olduğu santrifüj yönteminde; zenginleşme bölgesindeki en büyük artış (%39) ise ayırma faktörü en düşük olan iyon ayırma yönteminde ortaya çıkmaktadır.

4.2. Değişik Ayırma Yöntemlerinin Basamak Ürün ve Artık Toplam Akış Hızlarındaki Etkileri

IDEAL.M programı Bölüm 3.6.2'de türetilen bağıntıları kullanarak basamak akış hızlarını ve hesaplanan bu basamak hızlarını toplayarak toplam akış hızlarını da saptamaktadır. Yukarıda sunulan problemler için IDEAL.M programı koşulmuş; basamak akış hızları toplanarak elde edilen toplam akış hızları ile analitik akış hızları ve bunlar arasındaki yüzde hatalar program tarafından hesaplanmış ve sonuçları Çizelge 4.7-4.15 sunulmuştur. Çizelgelerde yer alan

$$\sum_{i=1}^{N_s} L_i^+, \sum_{i=1}^{N_s} L_i^-, \sum_{i=N_s+1}^N L_i^+ \text{ ve } \sum_{i=N_s+1}^N L_i^-$$

akış hızlarının toplanması ile elde edilmişlerdir. İlk problem olarak AP600 ve AGR1 reaktörleri ele alınmıştır. Çizelge 4.7'de fakirleşme bölgesindeki; Çizelge 4.8'de zenginleşme bölgesindeki artık ve ürün toplam akış hızları ile yüzde hatalar sunulmuştur. İDEAL.M programı yine beş ayrı zenginleştirme yöntemi için koşulmuştur.

Çizelge 4.7 ve 4.8 incelendiğinde zenginleştirme ve fakirleşme bölgelerindeki toplam ürün ve artık akışlarının santrifüj yöntemi dışında tüm yöntemlerde binde birden çok daha küçük olduğu görülmektedir. Santrifüj yönteminde ise analitik toplam akış hızları ile basamak akışlarının toplamı ile elde edilen değerler arasında fakirleşme bölgesinde %15, zenginleşme bölgesinde ise %32'lere kadar ulaşan hatalar bulunduğu saptanmıştır. Bu farklılığın santrifüj yönteminin ürün ayırma faktörünün diğer yöntemlere göre çok daha büyük olmasından kaynaklandığı düşünülmektedir.

Fakirleşme bölgesindeki ürün ve artık akış hızlarındaki analitik değerlere göre yüzde hatalar aynı yöntem için hemen hemen aynı olduğu fakat yöntemden yönteme büyük farklılıklar içerdiği gözlenmektedir. Zenginleşme bölgesinde, santrifüj yöntemi hariç fakirleşme bölgesi ile benzer bulgular gözlenmektedir. Santrifüj yönteminde ise fakirleşme bölgesindeki toplam ürün ve artık akış hızındaki yüzde hatalar % 15 civarında iken, zenginleşme bölgesinde artık akış hızındaki yüzde hata %12

civarında inmekte fakat buna karşın ürün akış hızındaki yüzde hata %33 mertebesine çıkmaktadır.

Çizelge 4.7 : AP600 ve AGR1 reaktörleri için % 3 zenginlikte 1 mol ürün elde etmek için değişik ayırma yöntemleri kullanılması durumunda fakirleşme bölgesindeki toplam akış hızları ve analitik değerlere göre yüzde hatalar

Yöntem	Fakirleşme Bölgesindeki Toplam Akış Hızı					
	Toplam Ürün Akış Hızı			Toplam Artık Akış Hızı		
	$\sum_{i=1}^{N_s} L_i^+$	J_s Denklem (3.129)	% hata	$\sum_{i=1}^{N_s} L_i^-$	K_s Denklem (3.135)	% hata
Santrifüj Yöntemi	23.5584	27.8836	-15.5	28.7965	34.802	-15.5
Aerodinamik Yöntem	0.28535*	0.28608*	-0.252	0.28746*	0.28819*	-0.252
Gaz Difüzyonu	3.1723*	3.1703*	0.066	3.1794*	3.1773*	0.066
Kimyasal Ayırma	7.1231*	7.1304*	-0.101	7.1337*	7.1409*	-0.1012
İyon Değiştirme	37.944*	37.956*	-0.032	37.968*	37.980*	-0.032

* : $\times 10^5$

Çizelge 4.8 : AP600 ve AGR1 reaktörleri için % 3 zenginlikte 1 mol ürün elde etmek için değişik ayırma yöntemleri kullanılması durumunda zenginleşme bölgesindeki toplam akış hızları ve analitik değerlere göre yüzde hatalar

Yöntem	Zenginleşme Bölgesindeki Toplam Akış Hızı					
	Toplam Ürün Akış Hızı			Toplam Artık Akış Hızı		
	$\sum_{i=N_s+1}^N L_i^+$	J_E Denklem (3.143)	% hata	$\sum_{i=N_s+1}^N L_i^-$	K_E Denklem (3.139)	% hata
Santrifüj Yöntemi	61.7472	46.5196	32.7	63.7939	56.7245	12.5
Aerodinamik Yöntem	0.31870*	0.32223*	-1.096	0.32099*	0.32459*	-1.107
Gaz Difüzyonu	3.5351*	3.5358*	-0.02	3.5428*	3.5436*	-0.0214
Kimyasal Ayırma	7.9552*	7.9414*	0.175	7.9668*	7.9530*	0.173
İyon Değiştirme	42.266*	42.205*	0.145	42.293*	42.232*	0.145

*: $\times 10^5$

Çizelge 4.9'da sunulan % 4.95 zenginlik için fakirleşme bölgesinde hem ürün hem de artık toplam akış hızlarındaki yüzde hatalar, % 3 zenginlik için aynı bölgede ürün

ve artık akış hızlarındaki hatalarla hemen hemen aynıdır. Santrifüj yönteminde ise hata % 12 civarına inmekle birlikte yine en yüksek hataya sahip olduğu görülmektedir.

Çizelge 4.9 : AP1000 reaktörleri için % 4.95 zenginlikte 1 mol ürün elde etmek için değişik ayırma yöntemleri kullanılması durumunda fakirleşme bölgesindeki toplam akış hızları ve analitik değerlere göre yüzde hatalar

Yöntem	Fakirleşme Bölgesindeki Toplam Akış Hızı					
	Toplam Ürün Akış Hızı			Toplam Artık Akış hızı		
	$\sum_{i=1}^{N_s} L_i^+$	J_s Denklem (3.129)	% hata	$\sum_{i=1}^{N_s} L_i^-$	K_s Denklem (3.135)	% hata
Santrifüj Yöntemi	43.7070	51.7314	-15.51	53.4250	63.2277	-15.50
Aerodinamik Yöntem	0.52941*	0.5305*	-0.252	0.53332*	0.53467*	-0.252
Gaz Difüzyonu	5.8855*	5.8817*	0.066	5.8986*	5.8947*	0.066
Kimyasal Ayırma	13.215*	13.229*	-0.101	13.235*	13.248*	-0.101
İyon Değiştirme	70.396*	70.418*	-0.032	70.441*	70.464*	-0.032

*: $\times 10^5$

Çizelge 4.10 : AP1000 reaktörleri için % 4.95 zenginlikte 1 mol ürün elde etmek için değişik ayırma yöntemleri kullanılması durumunda zenginleştirme bölgesindeki toplam akış hızları ve analitik değerlere göre yüzde hatalar

Yöntem	Zenginleşme Bölgesindeki Toplam Akış Hızı					
	Toplam Ürün Akış Hızı			Toplam Artık Akış hızı		
	$\sum_{i=N_s+1}^N L_i^+$	J_E Denklem (3.136)	% hata	$\sum_{i=N_s+1}^N L_i^-$	K_E Denklem (3.134)	% hata
Santrifüj Yöntemi	111.3304	102.9174	8.1745	120.8267	125.3984	3.6452
Aerodinamik Yöntem	0.72670*	0.73324*	-0.891	0.73193*	0.73857*	-0.899
Gaz Difüzyonu	8.0483	8.0526	-0.053	8.06558	08.0702	-0.054
Kimyasal Ayırma	18.117*	18.088*	0.162	18.143*	18.114*	0.161
İyon Değiştirme	96.239*	96.143*	0.100	96.300	96.204*	0.100

* : $\times 10^5$

Çizelge 4.10'da zenginleştirme bölgesi için sunulan artık ve ürün akış hızları incelendiğinde santrifüj yöntemindeki toplam akış hızlarındaki hataların fakirleşme bölgesindeki ve % 3 zenginlikteki göre düştüğü söylenebilir. Bu düşüşün % 15 civarından % 3 civarına kadar indiği de ayrıca gözlenen bir başka husustur. Artık akış hızındaki hataların ürün akış hızındaki hatalardan daha düşük olduğu olgusu bu bölgede de görülmektedir. Santrifüj yöntemi dışındaki yöntemlerde hataların mertebelerinde çok fazla bir değişim gözlenmemektedir.

%20 zenginlikte bir mol ürün eldesi için gereken toplam akış hızları ve analitik değerlere göre yüzde hatalar Çizelge 11 ve Çizelge 12' de sunulmuştur. Santrifüj yöntemi fakirleşme bölgesi toplam ürün ve akış hızları yüzde hataları % 20 zenginlik için yine %15 civarındaki değerle en büyük hata payına sahip olma özelliğini korumaktadır. Diğer yöntemlerdeki hatalar ise, daha düşük zenginlik için hesaplanan, binde birin altındaki hata mertebelerini korumuşlardır.

Çizelge 4.11 : GT-MHR reaktörleri için % 20 zenginlikte 1 mol ürün elde etmek için değişik ayırma yöntemleri kullanılması durumunda fakirleşme bölgesindeki toplam akış hızları ve analitik değerlere göre yüzde hatalar

Yöntem	Fakirleşme Bölgesindeki Toplam Akış Hızı					
	Toplam Ürün Akış Hızı			Toplam Artık Akış hızı		
	$\sum_{i=1}^{N_s} L_i^+$	J_E Denklem (3.136)	% hata	$\sum_{i=1}^{N_s} L_i^-$	K_E Denklem (3.134)	% hata
Santrifüj Yöntemi	199.2132	235.5068	-15.51	243.5068	288.1866	-15.50
Aerodinamik Yöntem	0.24130*	0.24191*	-0.252	0.24308*	0.24370*	-0.252
Gaz Difüzyonu	2.6826*	2.6808*	0.066	2.6885*	2.6868*	0.066
Kimyasal Ayırma	6.0234*	6.0295*	-0.101	6.0324*	6.0385*	-0.101
İyon Değişirme	32.086*	32.096*	-0.032	32.106*	32.117*	-0.032

*: $\times 10^6$

Zenginleştirme bölgesi yüzde hataları incelendiğinde Santrifüj yöntemi toplam artık akış hızının diğerlerinde görülmeyen ölçüde azaldığı ve % 7 civarına düştüğü gözlenmektedir. Diğer yöntemler için yüzde hatalar yine beklendiği gibi binde birin altında kalmışlardır.

Çizelge 4.12 : GT-MHR reaktörleri için % 20 zenginlikte 1 mol ürün elde etmek için değişik ayırma yöntemleri kullanılması durumunda zenginleşme bölgesindeki toplam akış hızları ve analitik değerlere göre yüzde hatalar

Yöntem	Zenginleşme Bölgesindeki Toplam Akış Hızı					
	Toplam Ürün Akış Hızı			Toplam Artık Akış Hızı		
	$\sum_{i=N_s+1}^N L_i^+$	J_E Denklem (3.136)	% hata	$\sum_{i=N_s+1}^N L_i^-$	K_E Denklem (3.134)	% hata
Santrifüj Yöntemi	677.1469	601.4577	12.58	751.5676	730.7848	2.8439
Aerodinamik Yöntem	0.24130*	0.24191*	-0.252	0.24308*	0.24370*	-0.252
Gaz Difüzyonu	4.8428*	4.8540*	-0.232	4.8532*	4.8645*	-0.233
Kimyasal Ayırma	10.893*	10.905*	-0.106	10.909*	10.920*	-0.106
İyon Değişirme	5.7973*	5.7970*	0.005	5.8009*	5.8006*	0.005

*: $\times 10^6$

Tüm bu incelemelerin sonunda, santrifüj yönteminin diğer yöntemlere göre çok daha az toplam akış hızları ile çalıştığını ortaya çıkarmıştır. Zenginleştirme bölgesindeki toplam ürün ve artık akış hızlarının fakirleşme bölgesinden daha büyük olduğu ve zenginleştirme oranı arttıkça akış hızlarının da arttığı saptanmıştır. Santrifüj yöntemi için gözlenen bu durum diğer tüm yöntemlerde de görülmektedir. Ayrıca yöntemle bağlı olarak ayırma faktörü arttıkça her iki bölgedeki toplam ürün ve artık hızlarının da arttığı da yapılan bu sayısal incelemelerle ortaya konulmuştur.

Bu bölümde son olarak toplam akış hızlarının yöntemden yöntemle nasıl değiştiği incelenmiştir. Çizelge 4.13-Çizelge 4.18'de değişik yöntemlerdeki program tarafından hesaplanan ve analitik toplam akış hızları ve analitik değerlere göre yüzde hatalar verilmiştir. Program tarafından hesaplanan toplam akış hızı zenginleştirme ve fakirleşme bölgelerindeki tüm akış hızları toplanarak, yani

$$I = \sum_{i=1}^{N_s} L_i^+ + \sum_{i=1}^{N_s} L_i^- + \sum_{i=N_s+1}^N L_i^+ + \sum_{i=N_s+1}^N L_i^-$$

akış hızı ise Bölüm 3.6'da verilen (3.148) denklemi ile hesaplanmıştır.

Çizelge 4.13 : Santrifüj yöntemi toplam akış hızları karşılaştırılması

Zenginlik	Toplam Akış Hızı		
	Hesaplanan	Analitik	% Hata
0.03	177.8949	165.2078	7.68
0.0495	329.2819	343.2745	-4.0742
0.2	1871.4	1856.2	0.8

Çizelge 4.13 incelenirse, santrifüj yöntemindeki toplam akış hızı yüzde hataların zenginleştirme ve fakirleşme bölgeleri ayrı ayrı ele alındığında hesaplanan yüzde hatalara göre epey düştüğü söylenebilir. En yüksek zenginleştirme oranı (% 20) en düşük hata içermektedir. Beklendiği gibi zenginleştirme oranı arttıkça grekli toplam akış hızı da artmaktadır.

Çizelge 4.14 : Aerodinamik yöntemi toplam akış hızları karşılaştırılması

Zenginlik	Toplam Akış Hızı		
	Hesaplanan	Analitik	% Hata
0.03	1.2125×10^5	1.2211×10^5	-0.702
0.0495	2.5214×10^5	2.5372×10^5	-0.6252
0.2	1.3739×10^6	1.3720×10^6	0.1442

Çizelge 4.14’de aerodinamik yöntemin program tarafından hesaplanan basamak akış hızlarının toplanması ile elde edilen analitik toplam akış hızları ve yüzde hatalar sunulmuştur. Toplam akış hızının aerodinamik yöntemde ($\alpha = 1.015$) santrifüj yöntemine göre ($\alpha = 1.5$) yaklaşık 1000 kat daha büyük olduğu görülmektedir. Santrifüj yönteminde olduğu gibi bu yöntemde de zenginlik oranı arttıkça gerekli toplam akış hızı artış ve yüzde hatalar azalma göstermektedir.

Çizelge 4.15 : Gaz difüzyonu yöntemi toplam akış hızları karşılaştırılması

Zenginlik	Toplam Akış Hızı		
	Hesaplanan	Analitik	% Hata
0.03	1.3430×10^6	1.3427×10^6	0.0204
0.0495	2.7898×10^6	2.7899×10^6	-0.0032
0.2	1.5067×10^7	1.5086×10^7	-0.126

Çizelge 4.16 : Kimyasal ayırma yöntemi toplam akış hızları karşılaştırılması

Zenginlik	Toplam Akış Hızı		
	Hesaplanan	Analitik	% Hata
0.03	3.0179×10^6	3.0166×10^6	0.00438
0.0495	6.2711×10^6	6.2679×10^6	-0.0505
0.2	3.3858×10^7	3.3893×10^7	-0.104

Çizelge 4.15 ve 4.16’da gaz difüzyonu ($\alpha = 1.0045$) ve kimyasal ayırma ($\alpha = 1.003$) yöntemlerindeki toplam akış hızları ve yüzde hatalar verilmiştir. Her iki yöntemde ayırma faktörleri birbirine yakın olduğu için benzer sonuçlar göstereceği düşünülebilir. Çizelge 4.15 ve 4.16’nın bu düşünceyi doğruladığı görülmektedir. Toplam akış hızı hemen hemen aynı mertebededir. Bu yöntemlerde, ilk iki yöntemin aksine zenginleşme arttıkça hatanın küçülme göstermediği ve % 20 zenginlikte en büyük hatayı verdiği görülmektedir.

Çizelge 4.17 : İyon değiştirme yöntemi toplam akış hızları karşılaştırılması

Zenginlik	Toplam Akış Hızı		
	Hesaplanan	Analitik	% Hata
0.03	1.6047×10^7	1.6337×10^7	0.0609
0.0495	3.3338×10^7	3.3323×10^7	0.0441
0.2	1.8017×10^8	1.8019×10^8	-0.0083

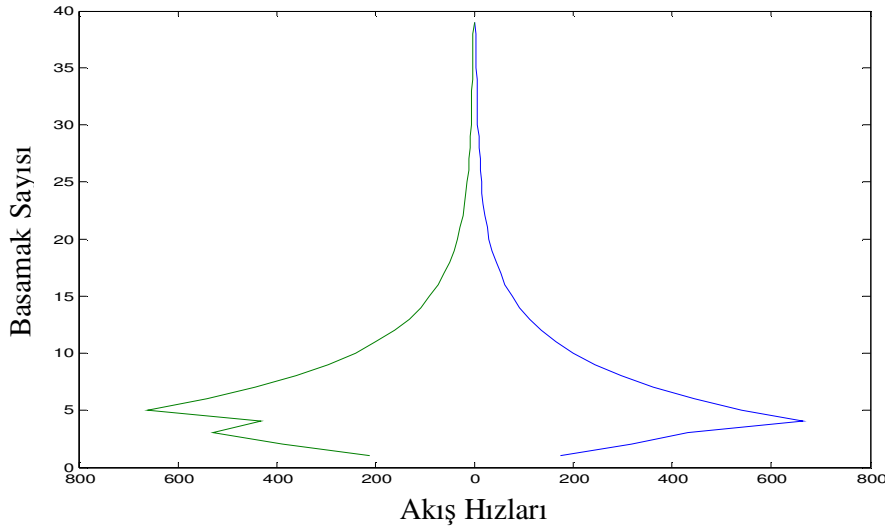
Çizelge 4.17’ de ise iyon değiştirme yöntemindeki toplam akış hızı ve hatası değişik zenginleştirme oranları için verilmiştir. Bilindiği gibi bu yöntem en küçük ayırma faktörüne ($\alpha = 1.0013$) sahiptir. Bu özelliği nedeni ile Çizelge 4.17’den de görüldüğü gibi en büyük toplam akış hızına sahiptir. Bu yöntemde de santrifüj ve aerodinamik yöntemlerdeki gibi zenginlik oranı arttıkça hataların düştüğü gözlenmektedir.

4.3. Değişik Ayırma Yöntemlerinin Basamak Ürün ve Artık Akış Hızlarının Grafikselsel Analizi

Bu alt bölümde İDEAL.M programı tarafından hesaplanan ve program tarafından oluşturulan basamak akış hızları grafikleri sunulacaktır. Grafiklerde, y eksenini basamak sayılarını göstermektedir. Basamak ürün ve artık akış hızları geleneksel olarak aynı grafik üzerinde gösterildiği için bu çalışmada da aynı yol izlenmiştir. x ekseninin sağ tarafı basamak ürün akış hızını sol tarafı ise basamak artık akış hızlarını göstermektedir. Grafikler, beş izotop ayırma yöntemi için aynı besleme bileşimine (doğal uranyum, 0.00711) ve aynı artık bileşiminde (0.003) fakat farklı zenginlik oranlarında 1 mol ürün elde etmek için gerekli basamak akış hızları çizilmişlerdir.

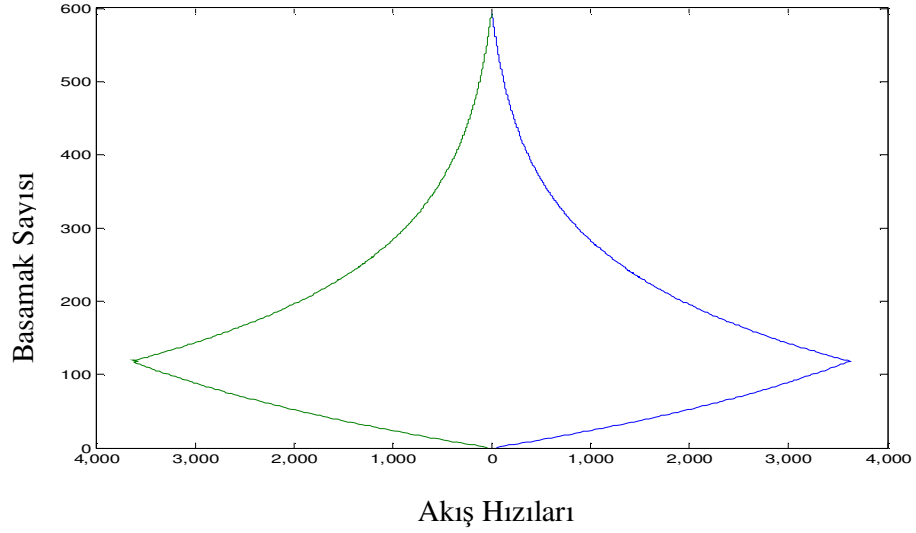
İlk sunulan grafik olan Şekil 4.1, santrifüj yönteminde % 90 zenginlikte bir mol ürün elde edilmesi durumundaki basamak ürün ve artık akış hızlarını vermektedir. İlk üç basamak fakirleşme bölgesine aittir ve besleme noktasından artığın alındığı basamaklara doğru gidildikçe hem ürün hem de artık akış hızları azalmaktadır.

Fakirleşme bölgesinin ilk basamağında 540.27 olan artık akış hızı son basamaktan alınan atık akış hızı 217.25'e düşmektedir. Zenginleştirme bölgesi ise 36 basamaktan oluşmaktadır. Zenginleştirme bölgesinin ilk basamağında 441.12 molluk bir akış hızına sahip olan artığın akış hızının, zenginleştirme bölgesinde yukarı doğru çıkıldıkça düşmesi beklenirken hemen ikinci basamakta bir artış gösterdiği gözlenmiştir. Santrifüj yöntemi ile yapılan tüm incelemelerde bu olgu gözlenmiş fakat neden kaynaklandığı bulunamamıştır. Analitik akılara göre daha büyük hata saptanmasının da bu olgudan kaynaklandığı düşünülmektedir. Zenginleşme bölgesindeki ürün akış hızı ise ilk basamakta 662.04 değerine sahiptir ve yukarı doğru çıkıldıkça beklendiği gibi azalmakta ve ürününün alındığı son basamakta beklenen değeri olan 1 mole ulaşmaktadır.



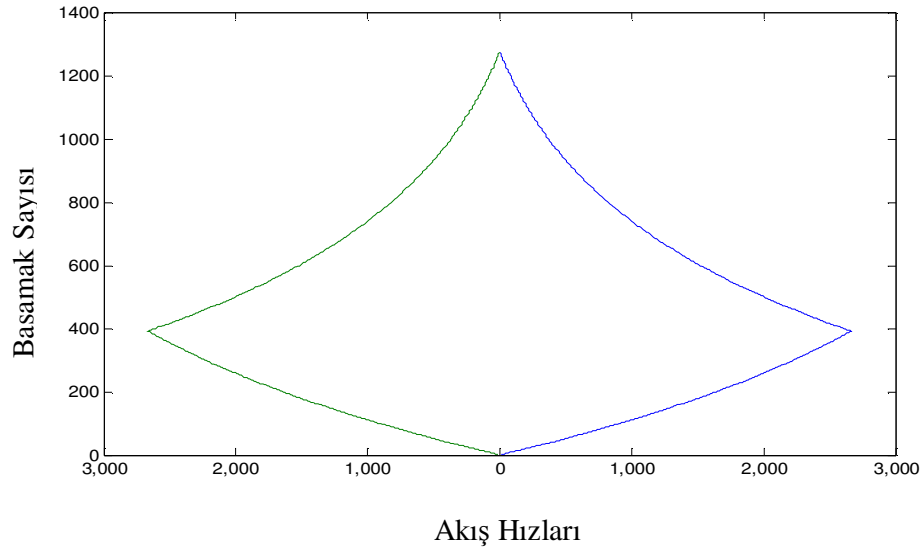
Şekil 4.1 : Santrifüj yönteminde %90 zenginlikte 1 mol ürün eldesi için gerekli basamak artık ve ürün akış hızları

Şekil 4.2'de ise aerodinamik yönteminde % 20 zenginlikte 1 mol ürün için gerekli basamak artık ve ürün akış hızları sunulmuştur. Bu yöntemde santrifüj yönteminde görülen zenginleştirme bölgesindeki artık akış hızındaki anomaliye rastlanmamaktadır. Zenginleşme kısmındaki ürün akış hızı bu bölümün ilk basamağında 3627.6 molluk akış hızı azalarak son basamakta 1 molluk beklenen değerine ulaşmaktadır. Fakirleşme kısmındaki artık akış hızı ise bu bölümün besleme noktasından sonraki ilk basamağında 3654.3 mol değerinden fakirleşme kısmı boyunca azalarak atığın alındığı basamakta beklenen 46.3 değerine ulaşmaktadır.



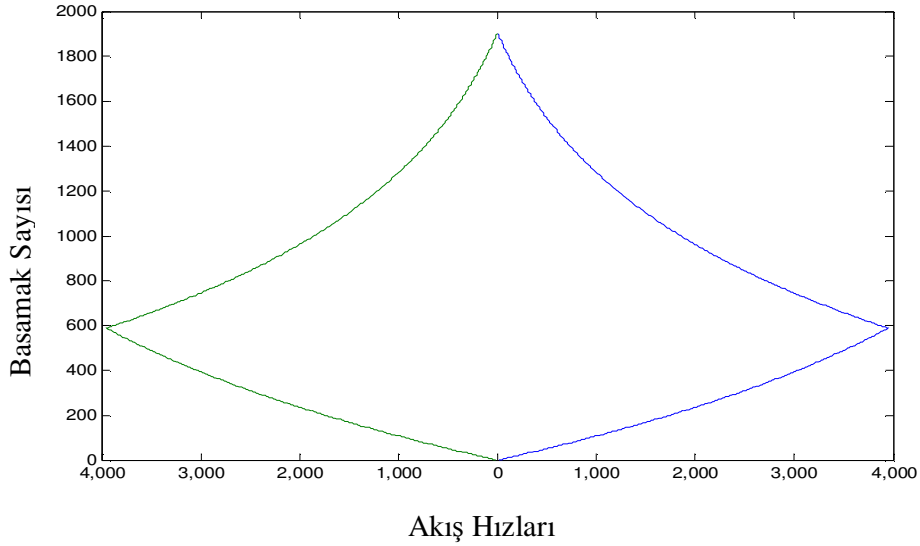
Şekil 4.2 : Aerodinamik yöntemde % 20 zenginlikte 1 mol ürün eldesi için gerekli basamak artık ve ürün akış hızları

Şekil 4.3’de gaz difüzyonu yöntemi ile 1 molluk % 5 zenginlikte, Şekil 4.4’de ise kimyasal ayırma yöntemi ile 1 molluk % 4.95 zenginlikte ürün elde etmek için gerekli olan basamak akış hızları grafiksel olarak sunulmuşlardır. Her iki grafik incelendiğinde, gerek zenginleşme gerekse fakirleşme bölgelerinde basamak akış hızlarının beklendiği gibi besleme noktasından itibaren fakirleşme ve zenginleşme bölgelerinin son basamağına doğru azaldığı görülmektedir.



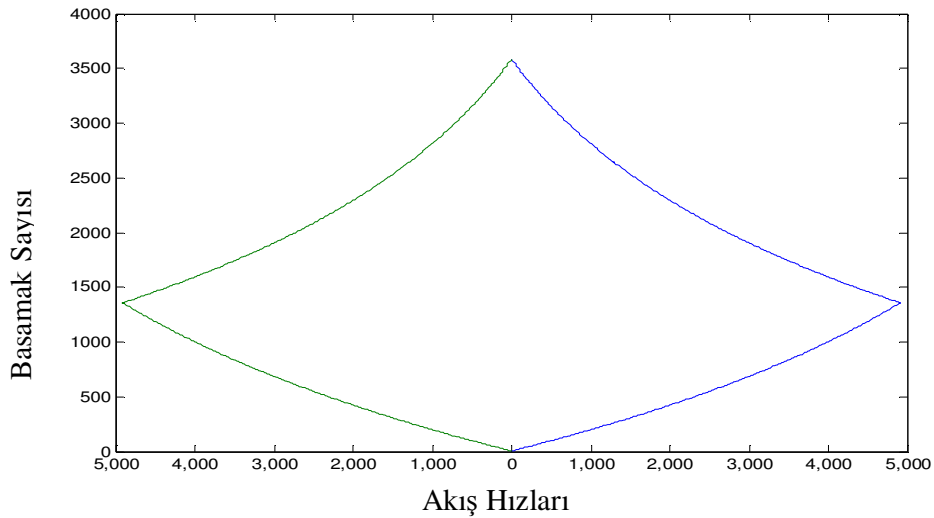
Şekil 4.3 : Gaz difüzyonu yönteminde % 5 zenginlikte 1 mol ürün eldesi için gerekli basamak artık ve ürün akış hızları

Her iki yöntemin ayırma faktörü ve istenen zenginlik oranları da birbirine oldukça yakın olduğu için grafikler hemen hemen birbirine aynıdır. Kimyasal ayırma yönteminde ayırma faktörü biraz daha küçük olduğunda gerekli basamak sayısı ve basamak akış hızları gaz difüzyonu yöntemine göre biraz daha fazladır.



Şekil 4.4 : Kimyasal ayırma yönteminde % 4.95 zenginlikte 1 mol ürün eldesi için gerekli basamak artk ve ürün akış hızları

Son olarak Şekil 4.5’de iyon ayırma yöntemi ile % 3 zenginlikte 1 mol ürün elde edilmesi durumundaki basamak akış hızları verilmiştir. Şekil 4.4’den de görüldüğü gibi iyon ayırma yönteminde de zenginleştirme ve fakirleşme bölgelerindeki ürün ve artk akış hızları beklenen dağılımı göstermişlerdir.

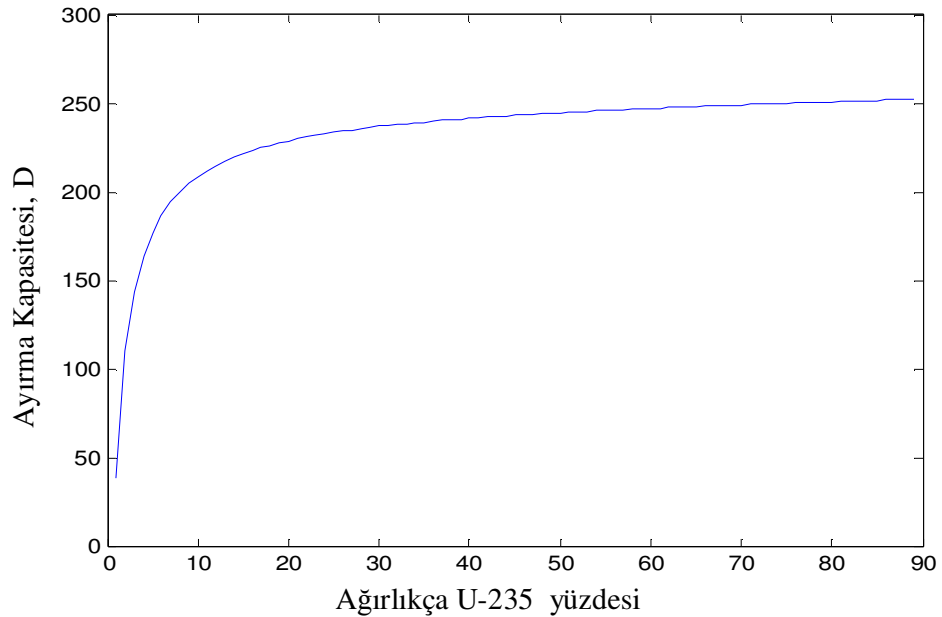


Şekil 4.5 : İyon ayırma yönteminde % 3 zenginlikte 1 mol ürün eldesi için gerekli basamak artk ve ürün akış hızları

4.4. Ayırma Kapasitesinin Değişik Ürün, Atık ve Besleme Bileşimlerine Göre Değişiminin İncelenmesi

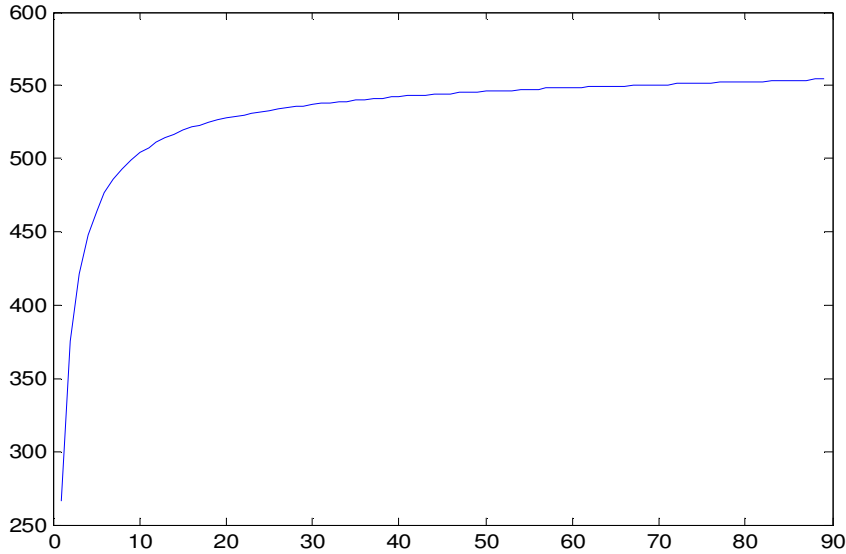
4.4.1 İdeal dizide ayırma kapasitesi

Bölüm 3.7’de, ayırma kapasitesinin izotop ayırma tesisinin önemli bir parametresi olduğu ve tesisin pek çok önemli bileşeni ile ilişkili olduğu sunulmuştu. Bu bölümde değişik besleme ve atık bileşimlerinde ayırma kapasitesinin zenginleştirmeye bağlı olarak nasıl değiştiği incelenmiştir. İlk olarak, günde değişik zenginlikte 1 molluk ürün elde etmek için doğal uranyum ile beslenen ve atık bileşeninin binde 3 olması talep edilen bir tesisin ayırma kapasitesinin zenginlikle nasıl değiştiği Şekil 4.6’da sunulmuştur. Şekil 4.6 incelenirse ayırma kapasitesinin yaklaşık % 20 zenginlikten sonra çok fazla değişmediği görülmektedir. Yüzde 1 zenginlikte 38 mol SWU/gün olan ayırma kapasitesi yüzde 5 zenginlik için % 365’lik bir artışla 177 mol SWU/gün değerine çıkmakta ve bu değer yüzde 10 zenginlik için %17’lik bir artışla 208 gün/mol değerine ulaşmaktadır. Yüzde 20 zenginliğe % 9 artışla 228 mol SWU/gün değerine ulaşan ayırma kapasitesi yüzde 30 zenginliğe ancak % 3 artışla 236 mol SWU/gün değerini bulmaktadır. Daha sonraki ayırma kapasitesi artışları her yüzde on zenginlik artışı için sadece yaklaşık % 1 civarında kalmaktadır.



Şekil 4.6 : Doğal uranyum ile beslenen ideal bir dizide %0.3 atık alınması durumunda ayırma kapasitesinin zenginlik oranı ile değişimi

Değişik zenginlikte günde 1 mol ürün elde edilmek istenen bir tesisin, bu kez bir önceki tesisten atık olarak çıkan binde üç zenginlikteki fakir uranyum ile beslendiği ve atık yüzdesinin binde 1'e düşürüldüğü bir model ikinci bir örnek olarak seçilmiştir. Bu örnekte ayırma kapasitesinin U-235 yüzdesine göre değişimi Şekil 4.7'de sunulmuştur.



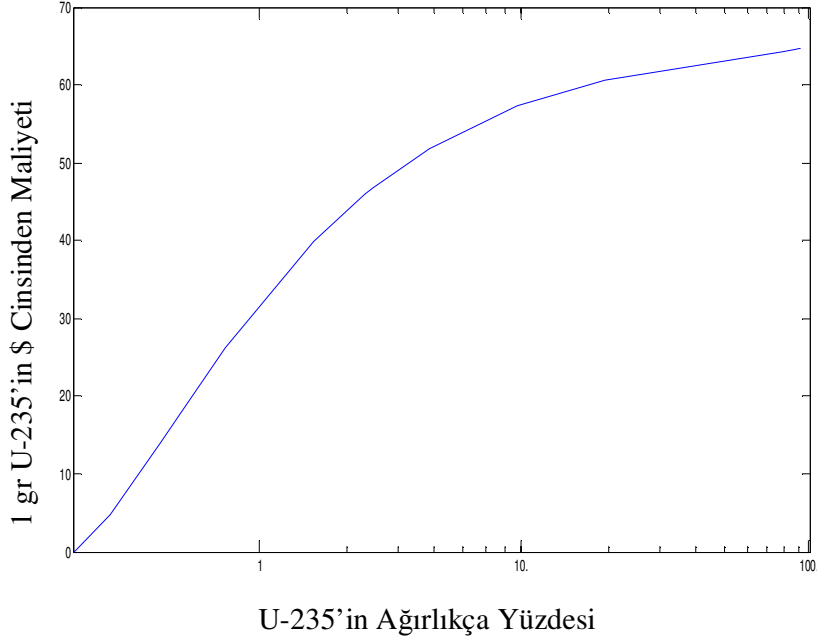
Şekil 4.7 : %0.3 zenginlikte ile beslenen ideal bir dizide %0.1 atık alınması durumunda ayırma kapasitesinin zenginlik oranı ile değişimi

Bu örnekte ayırma kapasitesinin daha yüksek değerlere ulaştığı gözlenmektedir. Yüzde birlik zenginlik için 265 mol SWU/gün olan ayırma kapasitesi % 41'lik bir artışla yüzde 5 zenginlik için 374 mol SWU/gün değerine, yüzde 10 zenginlik için % 34 artışla 505 mol SWU/gün değerine ulaşmaktadır. % 20 zenginlik için % 5 artışla 527 mol SWU/gün değerini alan ayırma kapasitesi giderek küçülen artışlarla % 90 zenginlik için 554 SWU mol/gün değerine ulaşmaktadır. % 40 zenginlikten sonraki artışlar binde 5'in altında kalmaktadır.

4.5. Zengin Uranyum Maliyeti

Belirli bir zenginlikte bir gram ^{235}U elde etmenin maliyet hesabı da bu çalışmanın kapsamındadır. Bölüm 3.8'de verilen (3.161) denklemini kullanılarak, besleme ve atık akışlarındaki bileşimlere bağlı olarak, elde edilecek 1 gram ^{235}U 'in bugünkü maliyeti hesaplanmıştır. Denklemde yer alan c_S ve c_F değerleri için

http://www.uxc.com/review/uxc_Prices.aspx kaynağından yararlanılmış ve 20 Ağustos 2009 tarihindeki ABD'deki değerler baz olarak alınmışlardır. Bu kaynağa göre $c_F = 129.30 \$/\text{kgU}$ (doğal UF_6) ve $c_S = 155 \$/\text{SWU}$ olarak saptanmıştır. Besleme akışının doğal uranyum, atık bileşiminin binde 3 olarak seçilmesi durumunda gram ^{235}U başına maliyetin zenginleştirmeye bağlı olarak değişimi Şekil 4.8'de verilmiştir.



Şekil 4.8 : Besleme akışının doğal Uranyum, atık bileşiminin 0.03 olarak seçilmesi durumunda gram ^{235}U başına maliyeti

Şekil 4.8'de değişimin net bir şekilde görülebilmesi için, yatay eksen logaritmik olarak seçilmiştir. Gram başına ^{235}U maliyeti % 10 zenginlik civarına kadar çok hızlı bir şekilde artmakta, daha yüksek zenginliklerde ise maliyet bu denli hızlı artış göstermemektedir [14].

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada zenginleştirmenin temel ilkeleri ve dünyada kullanılan temel yöntemler ile ilgili özlü bilgiler verildikten sonra tüm zenginleştirme yöntemlerinin ortak paydasını oluşturan dizi kuramı tanıtılmış ve ideal diziler için analitik bir formülasyon sunulmuştur. Yapılan uygulamalarla değişik zenginleştirme yöntemleri için basamak sayıları, akış hızları, ayırma kapasiteleri ve zenginleştirme maliyetleri hesaplanarak irdelenmiştir.

İdeal diziler için türetilen formülasyon IDEAL.M MATLAB programına uyarlanmıştır. IDEAL.M programı koşularak değişik izotop ayırma yöntemleri incelenmiştir. Yapılan incelemeler sonucu en yüksek ayırma faktörüne sahip yöntemin beklendiği gibi en az basamak sayısına sahip olduğu saptanmıştır. Yine beklendiği gibi en yüksek ayırma faktörüne sahip yöntem olan santrifüj yöntemi ile çalışan izotop ayırma tesisinin diğerlerine göre çok daha düşük akış hızları gerektirdiği saptanmıştır.

Değişik izotop ayırma yöntemlerinin ayırma kapasiteleri ise SEPCAP.M MATLAB programı ile hesaplanmış ve zenginlik oranının fonksiyonu olarak grafiksel olarak da sunulmuşlardır. Yapılan incelemeler sonucu ayırma kapasitesinin yaklaşık %20 zenginliğe kadar çok hızlı arttığı, fakat daha yüksek zenginlikte izotop elde etmenin ayırma kapasitesini fazla etkilemediği gözlenmiştir.

Bu gözlemin beklendiği gibi zengin uranyumun maliyet hesaplarında da yinelenildiği görülmüştür.

Bu çalışmada akış hızlarının basamaklar arası değişimine izin verilmiştir. Ancak pratikteki uygulamalarda basamaklardaki akış hızlarının mümkün mertebe sabit kalması amaçlanmaktadır. “Squared-off” adı verilen bu tür dizilerin analizi ise sayısal yöntemlerle gerçekleştirilebilmektedir [15,16,17]. İlerideki çalışmalarda bu tür diziler için bilgisayar programlarının geliştirilerek daha pratik uygulamalara geçilmesi yararlı olacaktır.

6. KAYNAKLAR

- [1] Uranium Enrichment (July 2009), 31.08.2009
<http://www.world-nuclear.org/info/inf28.html>,
- [2] **Krass, A.S., Boskma, P., Elzen, B., and A.Smit, W.**, 1983. Uranium Enrichment and Nuclear Weapon Proliferation. Taylor & Francis Ltd
- [3] **Benedict, M., and H.Pigford, T., and Levi, H.W.**, 1983. Nuclear Chemical Engineering. McGRAW-HILL Book Company
- [4] **Makhijani, A., Chalmers, L., and Smith, B.**, 15.10.2004, Uranium Enrichment - Just Plain Facts to Fuel an Informed Debate on Nuclear Proliferation and Nuclear Power
- [5] **Altın, V.**, Nükleer, Mart 2006. TÜBİTAK Bilim ve Teknik Dergisi. 27.09.2009, <http://www.biltek.tubitak.gov.tr/pdf/nukleer.pdf> ,
- [6] **Villani, S.**,1979: Uranium Enrichment, Springer-Verlag
- [7] **Bayülken, A., Aybers, N.**, 1991. Nükleer Reaktör Mühendisliği-I, İ.T.Ü Matbaası, İstanbul
- [8] **Potapov, D.V., Sulaberidze, G.A., and Kholpanov, L.P.**, 1998. Designing a Rectangular Sectioned Cascade by Approximating the Separation Factor. Theoretical Foundations of Chemical Engineering, Vol.34. No.2, 2000, pp.129-133
- [9] **Cohen, K.**, The Theory of Isotope as Applied to the large Scale Production of U^{235} , 1951. McGraw-Hill, New York
- [10] **The Manhattan Project**, 10.10.2008.
http://www.cfo.doe.gov/me70/manhattan/einstein_letter.htm
- [11] **Introduction to Nuclear Power**, 14.11.2008.
<http://www.eia.doe.gov/cneaf/nuclear/page/intro.html>
- [12] **Developments in the Uranium Enrichment Industry**, 19.01.2009
<http://www.iaea.org/Publications/Magazines/Bulletin/Bull191/19104884052.pdf>
- [13] **Uranium Enrichment**, 10.02.2009, U.S. Nuclear Regulatory Association,
<http://www.nrc.gov/materials/fuel-cycle-fac/ur-enrichment.html>
- [14] **UxC Nuclear Fuel Price Indicators**, 20.08.2009.
http://www.uxc.com/review/uxc_Prices.aspx
- [15] **Potapov, D. V., Sulaberidze, G. A., Kholpanov, L. D.**, 1998, Designing a Rectangular Sectioned Cascade by Approximating the Separation Factor, Theoretical Foundations of Chemical Engineering, Vol 34, no 2, pp 147–151.
- [16] **Ying, C., Von Halle, E., Wood, H. G.**, 1994, The Optimization of Squared of Cascades for Isotope Separation, Nuclear Technology, Vol 104, pp 184–189.
- [17] **Takeshita, K., Ishida, M.**, 2006, Optimum Design of Multi-stage Isotope Separation Process by Exergy Analysis, Energy, Vol 31, pp 3097–3107.

EKLER

Bilgisayar MATLAB Programları

IDEAL.M MATLAB programı tezin uygulama kısmındaki değişik ayırma yöntemlerinin basamak ürün ve artık akış hızlarının hesaplanması ve grafiklerin çizilmesinde kullanıldı.

SEPCAP.M MATLAB programı tezin uygulama kısmındaki ayırma kapasitesinin değişik ürün, atık ve besleme bileşimlerinin zenginlikle değişiminin incelenmesi ve grafiklerin çizilmesinde kullanıldı.

Son olarak, COST.M MATLAB programı tezin uygulama kısmındaki zengin uranyumun bugünkü maliyetinin hesaplanmasında ve grafiklerinin çizme işlemlerinde kullanıldı.

Bu programlar tezin eki olarak CD`ye kaydedilmiştir.

ÖZGEÇMİŞ



Ad Soyad: Abdulhamit ABDURRAHİM

Doğum Yeri ve Tarihi: Kaşgar / Doğu Türkistan, 12.08.1980

Adres: Hobyar Cerrahpaşa Mah. İpçi Sok. No:13. Çakmak Apt. D:2.

Cerrahpaşa, Fatih / İstanbul

E-mail adres: karahan@uvghuracademy.org, yurtvar@gmail.com

Lisans Üniversitesi: Çin Lan Zhou Üniversitesi Nükleer Kimya

12.08.1980 tarihinde Doğu Türkistan (Uygur Özerk Bölgesi)'in Kaşgar ilinde doğdu. Uygur uyruklu Türk'tür. 1998'de Maralbaşı Uygur Lisesini bitirdi ve aynı yılında il 1.cisi olarak kazandığı Çin Lan Zhou Üniversitesi Nükleer Kimya Bölümünü iki yıl Çince ve Meslek Çincesi Hazırlığı dahil 2004 yılında bitirdi. 2+4 senelik Nükleer Kimya Lisans eğitimi derslerini Çinli öğrencilerle beraber başarıyla tamamladı. Deneysel çalışmalarını Nükleer Kimya Araştırmalar uzmanı Prof.Dr. Liu Zheng Ming ile yaptı.

Yurt dışı eğitimini 2004 yılında T.C. İstanbul Üniversitesinde Türkiye Türkçesi öğrenerek başladıktan sonra, 2006 yılından bu yana İstanbul Teknik Üniversitesi Enerji Enstitüsü Nükleer Enerji Bölümünde Yüksek Lisans eğitimi alıyor.

Kitap okumaktan ve futbol oynamaktan hoşlanır. Uygur Türkçesi ana dilidir, çok iyi derecede Çince ve İngilizce biliyor.