

i.B.KULGA

**GÖZENEKLİ ORTAM VE KOMŞU AKIŞKAN TABAKADAN OLUŞAN BİLEŞİK
SİSTEMDE AKIŞIN ANALİTİK OLARAK İNCELENMESİ**

2010

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ ENERJİ ENSTİTÜSÜ

**GÖZENEKLİ ORTAM VE KOMŞU AKIŞKAN TABAKADAN OLUŞAN
BİLEŞİK SİSTEMDE AKIŞIN ANALİTİK OLARAK İNCELENMESİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
İhsan Burak KULGA**

Anabilim Dalı : Enerji Bilim ve Teknoloji

Programı : Enerji Bilim ve Teknoloji

OCAK 2010

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ ENERJİ ENSTİTÜSÜ

**GÖZENEKLİ ORTAM VE KOMŞU AKIŞKAN TABAKADAN OLUŞAN
BİLEŞİK SİSTEMDE AKIŞIN ANALİTİK OLARAK İNCELENMESİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
İhsan Burak KULGA
(301051035)**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 25 Aralık 2009
Tezin Savunulduğu Tarih : 28 Ocak 2010**

**Tez Danışmanı : Prof. Dr. Filiz Baytaş (İTÜ)
Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Abdurrahman Satman (İTÜ)
Prof. Dr. İbrahim Özkol (İTÜ)**

OCAK 2010

ÖNSÖZ

Öncelikle, Bu tez çalışmasında bana yol gösteren, tezin başlangıcından sonuçlanmasına kadar her aşamasında bilgi ve desteğini esirgemeyen değerli hocam Sayın Prof. Dr. Filiz Baytaş'a en içten teşekkürlerimi sunarım.

İstanbul Teknik Üniversitesi Enerji Enstitüsü'nde yüksek lisans öğretimine başlama fikrini veren, bu süreç içerisinde sabırlı ve hoşgörülü olan ve kariyerimde yeni bir kapı açan müdürüm Simon Paul Hendry'ye ve Petroleum Exploration Mediterranean Incremental şirketine saygılarımı sunarım.

Bu tez çalışmasında bana yardımcı olan, destek ve arkadaşlıklarını esirgemeyen Okyanus Çetin, Özge Ezici Çetin ve Barbaros Çetin'e sevgilerimi ve teşekkürlerimi sunarım.

Son olarak, hayatımın her alanında gösterdikleri sabır, hoşgörü ve sınırsız destek için annem Zekiye Kulga, babam Dinçer Kulga ve kardeşim Seden Kulga'ya en içten sevgilerimi sunarım.

Ocak 2009

İhsan Burak KULGA
Petrol ve Doğalgaz Mühendisi

İÇİNDEKİLER

Sayfa

| | |
|---|-----------|
| ÖNSÖZ..... | iii |
| İÇİNDEKİLER | v |
| KISALTMALAR | vii |
| ÇİZELGE LİSTESİ..... | ix |
| ŞEKİL LİSTESİ..... | xi |
| SEMBOL LİSTESİ..... | xiii |
| ÖZET..... | xv |
| SUMMARY | xvii |
| 1 GİRİŞ..... | 1 |
| 2 GÖZENEKLİ ORTAMLAR..... | 9 |
| 2.1 Gözenekli Ortam Özellikleri..... | 9 |
| 2.1.1 Gözeneklilik..... | 13 |
| 2.1.2 Akış Yatağı (Tortuosity)..... | 13 |
| 2.1.3 Geçirgenlik..... | 14 |
| 2.2 Gözenekli Ortamlarda Temel Korunum Denklemleri..... | 14 |
| 2.2.1 Darcy Yasası..... | 16 |
| 2.2.2 Ergün Denklemi..... | 17 |
| 2.2.3 Forchheimer – Darcy Denklemi..... | 18 |
| 2.2.4 Brinkman Denklemi..... | 18 |
| 2.2.5 Korunum Denklemleri..... | 19 |
| 2.2.5.1 Kütle korunum denklemi..... | 19 |
| 2.2.5.2 Momentum denklemi..... | 19 |
| 2.2.5.3 Hacim ortalananmış enerji denklemi..... | 20 |
| 3 BİLEŞİK SİSTEMLERDE AKIŞIN İNCELENMESİ..... | 23 |
| 3.1 Matematik Model ve Korunum Denklemleri..... | 23 |
| 3.1.1 Kütle Korunum Denklemi..... | 23 |
| 3.1.2 Momentum Korunum Denklemi..... | 24 |
| 3.1.2.1 Gözenekli ortam..... | 24 |
| 3.1.2.2 Akışkan bölgesindeki momentum korunum denklemi..... | 26 |
| 3.1.3 Enerji Korunum Denklemi..... | 28 |
| 3.1.3.1 Gözenekli ortamdaki enerji korunum denklemi..... | 28 |
| 3.1.3.2 Akışkan bölgesindeki enerji korunum denklemi..... | 30 |
| 3.1.4 Gerilim Sıçrama Katsayısı Denklemi..... | 32 |
| 3.1.5 Nusselt Sayısı Denklemi..... | 33 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 3.2 | Bileşik Sistemde Akışın Analitik Olarak İncelenmesi..... | 35 |
| 3.2.1 | Hız Dağılımı..... | 35 |
| 3.2.2 | Sıcaklık Dağılımı..... | 37 |
| 3.2.3 | Gerilim Sıçrama Katsayısı, β (Stress-Jump Coefficient)..... | 38 |
| 3.2.4 | Nusselt Sayısı Denklemi..... | 40 |
| 4 | SONUÇLAR VE TARTIŞMA..... | 43 |
| | KAYNAKLAR..... | 45 |
| | EK - A..... | 49 |
| | ÖZGEÇMİŞ..... | 65 |

KISALTMALAR

TTH : Temsili Temel Hacim

FFT : Sonlu Fourier Dönüşümü (Finite Fourier Transform)

ÇİZELGE LİSTESİ

| | <u>Sayfa</u> |
|---|---------------------|
| Çizelge A. 1 : Eigen değeri problemlerin Kartezyen koordinatlarda ortonormal kaynak fonksiyonları (Deen,1998)..... | 59 |

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

| | |
|--|----|
| Şekil 2.1: Elektron mikroskobu tarafından görüntülenen sinterlenmiş cam..... | 9 |
| Şekil 2.2: Deniz kumu | 10 |
| Şekil 2.3: Akciğer | 10 |
| Şekil 2.4: Bitki hücre ve dokuları | 10 |
| Şekil 2.5: (a) Petrol kuyularından alınmış karotlar, (b) Petrolün mikroskobik ölçekteki akışı..... | 11 |
| Şekil 2.6: Gözenekli ortamın yalıtım malzemesi olarak kullanımı | 11 |
| Şekil 2.7: Çakıl yataklı nükleer santrallerdeki gözenekli ortam..... | 12 |
| Şekil 2.8: Gözenekli ortam için bir sistem ve TTH gösterimi..... | 15 |
| Şekil 2.9: Darcy Deney Düzenegi | 17 |
| Şekil 3.1: Gözenekli ortam ve bu ortama komşu akışkan tabakasından oluşan bileşik model..... | 24 |
| Şekil 3.2: Gözenekli ortam yerine kanallardan oluşan ve bu kanallara komşu akışkan tabakasından oluşan model | 25 |
| Şekil 3.3: Farklı gözeneklilik değerleri için modeldeki hız dağılımı | 36 |
| Şekil 3.4: Farklı S Değerleri için modeldeki hız dağılımı..... | 36 |
| Şekil 3.5: Farklı Darcy sayıları için modeldeki hız dağılımı..... | 37 |
| Şekil 3.6: Farklı gözeneklilik değerleri için modeldeki sıcaklık dağılımı..... | 38 |
| Şekil 3.7: Farklı S değerleri için modeldeki sıcaklık dağılımı..... | 39 |
| Şekil 3.8: Farklı Darcy sayıları için modeldeki sıcaklık dağılımı | 39 |
| Şekil 3.9: Farklı Darcy değerleri için β katsayıları ($S \gg D_p$) | 40 |
| Şekil 3.10: Farklı S değerleri için β katsayıları ($S \gg D_p$)..... | 41 |
| Şekil 3.11: Farklı Akışkan Kalınlıkları için Nu sayıları | 41 |

SEMBOL LİSTESİ

- A:** Isıl denklemler için tanımlanmış boyutsuz büyüklük (Denklem (3.27) ve (3.28))
- c_p :** Akışkanın sabit basınçtaki özısıısı ($J\ kg^{-1}\ K^{-1}$)
- Da :** Darcy sayısı ($K/\varepsilon H^2$)
- d_p :** Tanecik çapı (m)
- D_p :** Boyutsuz tanecik çapı
- g :** Yerçekimi ivmesi (m/s^2)
- G :** İntegrasyon sabitleri
- h_{sf} :** Arayüz ısı transfer katsayısının birim hacimdeki ıslak alanla çarpımı ($Wm^{-3}\ K^{-1}$)
- H :** Gözenekli ortam kalınlığı (m)
- k :** Isı iletim katsayısı ($Wm^{-1}\ K^{-1}$)
- K :** Geçirgenlik (m^2)
- L :** Modelde birbirini takip eden kanallar arasındaki boyutsuz uzunluğun yarısı
- Nu :** Nusselt sayısı (Denklem (3.60))
- p :** Basınç (Pa)
- P :** Isıl denklemler için tanımlanmış boyutsuz büyüklük (Denklem (3.22))
- q'' :** Isı akısı ($W\ m^{-2}$)
- s :** Komşu akışkan tabakanın kalınlığı (m)
- S :** Komşu akışkan tabakanın boyutsuz kalınlığı ($=s/H$)
- T :** Sıcaklık (K)
- u :** Hız (m/s)
- U :** Boyutsuz hız
- V :** Hacim
- Y :** Düşey boyutsuz koordinat
- Z :** Yatay boyutsuz koordinat

Yunan Sembolleri

- β :** Gerilim sıçrama katsayısı
- ε :** Gözeneklilik
- μ :** Viskozite (Pa s)
- ξ :** Akış yatağı (Tortuosity)
- θ :** Boyutsuz sıcaklık
- ρ :** özkütle ($kg\ m^{-3}$)
- v :** hız (m/s)
- $\langle \rangle$:** Ortalanmış hacim değeri
- $\langle \rangle_f$:** Akışkan bölgede ortalanmış hacim değeri
- $\langle \rangle_s$:** Katı bölgede ortalanmış hacim değeri

Alt İndisler

| | |
|------------|---------------|
| <i>e</i> : | Etkin özellik |
| <i>f</i> : | Akışkan |
| <i>i</i> : | Arayüz |
| <i>s</i> : | Katı |
| <i>s</i> : | Duvar |

GÖZENEKLİ ORTAM VE KOMŞU AKIŞKAN TABAKADAN OLUŞAN BİLEŞİK SİSTEMDE AKIŞIN ANALİTİK OLARAK İNCELENMESİ

ÖZET

Gözenekli ortam ve bu ortama komşu akışkan tabakasından oluşan bileşik sistemler değişik mühendislik uygulamalarında kullanılmaktadır. Bu uygulamalara örnek olarak kurutma işlemleri, katı matris ısı değiştiricileri, elektronik soğutma sistemleri, ısı yalıtımı, ısı boruları, nükleer santraller ve jeotermal ve petrol mühendisliği uygulamaları verilebilir. Bu uygulamalar nedeni ile bileşik sistemlerdeki akışkan akışı ve ısı transferi özelliklerini tanımlamak için birçok çalışma ve araştırma yapılmıştır.

Bu tez çalışmasında, birbirini periyodik bir yapıda takip eden kanallardan oluşan gözenekli ortam ve bu ortama komşu akışkan tabakadan oluşan bileşik sistemdeki hız ve sıcaklık dağılımlarının analitik çözümleri elde edilmiştir.

Bu çalışmada elde edilen arayüz koşulları ve daha önceki çalışmalarda elde edilen gerilim ve akı sızrama koşullarının karşılaştırılması sonucunda gerilim ve akı sızrama koşullarında bulunan bilinmeyen gerilim sızrama katsayısı, β , analitik olarak elde edilmiş ve gözeneklilik, Darcy sayısı ve boşluk çapına bağlı olduğu bulunmuştur. Gerilim sızrama katsayısının çözümüne benzer olarak Nusselt sayısı için de bir analitik çözüm elde edilmiştir ve Nusselt sayısının gözenekliliğe, boşluk çapına ve akışkan tabakanın kalınlığına bağlı ifadesi elde edilmiştir.

Çalışmada yapılan analitik çözümlerin sonuçları, farklı gözeneklilik, akışkan tabakası kalınlığı ve Darcy sayısına bağlı olarak hız ve sıcaklık dağılımları, gerilim sızrama katsayısının değişimi ve Nusselt sayısı değişimi için çizilen eğrilerle sunulmuştur.

ANALYTICAL ANALYSIS OF FLOW IN A COMPOSITE SYSTEM CONSISTING OF A POROUS MEDIUM AND ADJACENT FLUID LAYER

SUMMARY

A composite system, consisting of a porous medium and an adjacent fluid layer, is used in a variety of engineering applications. A composite system can be found in the following applications: drying processes, solid-matrix heat exchangers, electronics cooling, thermal insulation, heat pipes, nuclear reactors, and geothermal and petroleum engineering. Due to the many applications, there have been many studies and researches to examine fluid-flow and heat-transfer characteristics in composite systems.

In this study, analytical solutions of velocity and temperature distributions were obtained in a composite system which consists of a porous medium and an adjacent fluid layer, where solid and fluid phases repeat themselves in a regular pattern.

By comparing interfacial conditions derived from this study and the stress and flux jump conditions developed by previous studies, the unknown stress jump coefficient, β , was analytically determined and is shown to be dependent on porosity, Darcy number and pore diameter. Similar to determination of stress jump coefficient, a solution for the Nusselt number was provided and found out that it is a function of porosity, pore diameter and the thickness of adjacent fluid layer.

Results of the analytical solutions were presented in figures for various values of porosity, thickness of adjacent fluid layer, velocity, temperature distributions dependent on Darcy number, stress jump coefficient, and Nusselt number.

1 GİRİŞ

Akışkana doymuş gözenekli ortam ve bu ortama komşu akışkan tabakasından oluşan sistemler, ısı değiştiricileri, enerji depolama birimleri, kimyasal reaktörler, ısı boruları, elektronik soğutma birimleri, kurutma işlemleri, ısı yalıtım, jeotermal işlemler gibi birçok mühendislik alanında karşımıza çıkmaktadır. Bu konuda yapılan çalışmalar bileşik sistemlerde akışkan akışı ve ısı geçişi üzerine yoğunlaşmıştır. Bileşik sistemlerde akışkan akışı ve ısı geçişinin doğru açıklanabilmesi için gözenekli bölge ile akışkan tabakası arasındaki ara yüzey koşullarının iyi saptanması gerekmektedir. Zira ara yüzey koşulları sistemin hız ve sıcaklık dağılımını etkilemektedir. Bu konudaki deneysel ve teorik çalışmalar ara yüzeydeki akışkan hızının gözenekli ortamdaki Darcy hızına eşit olmadığını göstermiştir.

Bu çalışmalardan birisinde, **Beavers ve Joseph (1967)** deneylerinde doğal olarak geçirgen olan bloklar üzerinde Poiseuille akışı uygulanarak taşınan akışkan kütlelerinin miktarını hesaplamışlardır. Yapılan deneylerdeki akışkan geçişinin, tamamen geçirimsiz bloklar kullanılarak yapılan deneylerdeki değerlerden oldukça fazla olduğu görülmüştür. Bunun nedeninin ise geçirgen bloklar içinde sınır tabakanın var olmasıdır. Hız değerinin geçirgen ortamın hemen dışında Darcy değerinden başka bir kayma değerine geçtiği tahmin edilmektedir. Sınır tabakadaki etkiler var olan sınır yanındaki teğetsel hareketin doğası gereği farklılıklar gösterebilir. Deneyle belirlenmiş tek bir değişkene bağlı olarak karar verilen kayma akış sınır koşulu deneysel verilerle uyumludur. Bu değişkenin viskoziteden tamamen bağımsız olduğu sanılmaktadır. Ancak, geçirgenlikten öte kullanılan madde ile bağlantılı olduğu düşünölmektedir.

Poulikakos ve Kazmierczak (1987) çalışmalarında kanal duvarlarının iç tarafları gözenekli ortam ile kaplanmış ve tam gelişmiş zorlamalı taşınımı teorik olarak incelemişlerdir. Paralel plakalar ve silindirik boru olmak üzere iki ayrı deney düzeneğinde kanal duvarlarında sabit ısı akısı ve kanal duvarlarında sabit sıcaklık koşulları ayrı çalışılmıştır. Bu çalışmanın özelliği, gözenekli ortamdaki akışın da göz önüne alınması ve gözenekli ortamın duvarla akışkan arasındaki ısı alış verişindeki

etkisinin saptanmasıdır. Gözenekli ortamdaki akış, seyrek olarak sıkıştırılmış ortamlarda ve geçirimsiz duvar sınırındaki akış için ispatlanmış olan Brinkman akışı ile modellenmiştir. Sonuçta, problemdeki birkaç parametrenin Nusselt sayısına bağlı olması, gözenekli ortamın kalınlığının Nusselt sayısına bağımlılığının değişken olması, gözenekli ortamın kritik kalınlığa Nusselt sayısının en küçük değerinde ulaşması gibi mühendislik açısından çok önemli sonuçlara ulaşılmıştır.

Vafai ve Kim (1990) çalışmalarında bileşik gözenek ortam/akışkan düzeneğinde ısı taşınımı konusunu sayısal olarak incelemişlerdir. Bileşik düzenek, geçirimsiz duvar üzerine sabitlenmiş bir gözenekli ortam ve gözenekli ortam üzerinde akan bir akışkandan oluşmaktadır. Sayısal yöntem öncelikle sınır katman özelliği gösteren akış üzerine odaklanmıştır. Ancak, sınır katman yaklaşımı kullanılmamıştır. Gözenekli ortam içindeki akışı tanımlamak için geçirimsiz sınır koşulları ve atalet etkilerinin hesaba katıldığı genel bir akış modeli kullanılmıştır. Ara yüzeydeki akış ve sıcaklık ile ilgili özelliklerin Darcy sayısı, atalet değişkeni, Prandtl sayısı ve gözenekli ortamın ilgili akışkan ile iletkenlik oranı gibi değişkenlere birinci dereceden bağlı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu çalışmada elde edilen değerlerin sürtünme kuvvetinin azaltılması, ısı iletiminin geciktirilmesi ya da geçirimsiz duvarın geliştirilmesi gibi endüstriyel uygulamalara katkısı olabileceği sonucuna varılmıştır.

Akışkana doymuş gözenekli ortam ve ona komşu akışkan tabakasından oluşan sistemlerin ara yüzeyleri ile ilgili çeşitli sınır koşulları birçok araştırmacı tarafından çalışılmıştır. **Alazmi ve Vafai (2001)** çalışmalarında gözenekli ortam ile akışkan arasındaki değişik ara yüzey koşullarını detaylı olarak incelemişlerdir. Ara yüzey bölgesindeki akışkan akışı ile ilgili literatürde yapılan çalışmalarda 5 ana ara yüzey koşulu sınıflandırması bulunmuştur. Söz konusu çalışmada, aynı şekilde ara yüzeyde ısı geçişi ile ilgili yapılan literatür taramasında da 4 ana ara yüzey koşulu bulunmuş ve incelenmiştir. Bulunan bu ara yüzey koşulları kayma olan veya olmayan ara yüzey koşulu olmak üzere 2 ana grupta sınıflandırılabilir. Darcy sayısı, atalet değişkeni, Reynolds sayısı, gözeneklilik ve kayma katsayısı gibi ara yüzey ile ilgili değişkenlerin etkileri ara yüzey çevresindeki akışkan akışı ve ısı geçişi uygun şekilde tanımlanarak ve seçilerek değişik ara yüzey koşullarında detaylı bir şekilde analiz edilmiştir. Değişik ara yüzey koşullarındaki farklılıkların sistematik analizleri karşılaştırılan modellerdeki yakınsamalar ve ıraksamalar incelenerek saptanmıştır.

Modeller karşılaştırıldığında hız dağılımlarında belirgin, sıcaklık dağılımlarında küçük, Nusselt sayısı dağılımlarında ise oldukça küçük farklılıklar tespit edilmiştir. Isı geçişi ara yüzey koşulları için 4 ana sınıflandırmada da birbirine oldukça yakın sonuçlara ulaşılmıştır. Ancak, büyük Reynolds sayısının ve/veya büyük Darcy sayısının olduğu uygulamalarda küçük uyumsuzlukların olabileceği bulunmuştur. Sonuç olarak, değişik modeller için ara yüzey hız ve sıcaklık değişimleri ve ayrıca ortalama Nusselt sayısı korelasyonları verilmiştir.

Ochoa-Tapia ve Whitaker (1995a) çalışmalarında gözenekli ortam ve bu ortama komşu akışkan sınırında oluşan momentum iletimi koşulunun, hacim ortalamalı momentum denkleminin bölgesel olmayan halini temel alan sıçrama koşulu şeklinde incelemiştir. Bu bölgesel olmayan hal, sınırların dışında Darcy kanunu ve Stokes' denklemleri olarak bilinen klasik taşıma denklemlerine indirgenmiştir. Teoremin özü faz ara yüzeylerindeki oluşan sıçrama koşullarını tanımlamakta kullanılan teori ile benzerlik gösterir. Bu yüzden sıçrama koşulunda ortaya çıkan katsayıyı belirlemek için deneysel ölçümlerin yapılması gerekmektedir. Bu çalışmadaki farklılık daha önce yapılan çalışmalarda sıçrama koşulu bulunurken kullanılan Brinkman (veya geliştirilmiş Darcy) denklemleri ile Stokes denklemlerinin kullanılmamasıdır. Bu çalışmada hızda değil de kayma gerilmesinde sıçrama bulunmuştur. Bu da gözenekli ortam ile akışkan arasındaki sınırda taşınımın sıçrama yapmadan ve devam eden bir şekilde olmasının sağlanması gibi ısı geçişi işlemleri için önemli sonuçlar elde edilmiştir.

Ochoa-Tapia ve Whitaker (1995b) yaptıkları bir diğer çalışmada ise gözenekli ortam ile homojen akışkan ara yüzeyinde maruz kalınan basınç sıçrama koşuluna bağlı olarak, homojen akışkanın gözenekli ortamda gerçekleşen akış hareketinin denklemlerinin sonuçlarına ulaşılmıştır. Değişken gözenekli model kullanımının sıçrama koşulunun yerine geçip geçemeyeceği araştırılmıştır. Birinci ve İkinci Brinkman doğrulaması ışığında ara yüzey bölgesi için daha titiz bir sonuca ulaşılmaya çalışılmıştır. Ancak, yapılan yaklaşımın deneysel çalışma ile uyum sağlamadığı sonucuna ulaşılmamasına rağmen gözenekli ortam ile homojen akışkan arasındaki ara yüzey denklemleri ve koşulları hakkındaki karmaşıklığın aydınlatılması konusunda ilerlemeler sağlanmıştır.

Kuznetsov (1997) çalışmasında kısmen gözenekli ortam ve kısmen homojen akışkandan oluşan deney düzeneğinde sağlanmış tam gelişmiş akışkan akışının

analitik çözümünü incelemiştir. Gözenekli bölgeyi modellerken Brinkman – Forchheimer denkleminde faydalanılmıştır. Gözenekli ortam ve homojen akışkan arasındaki ara yüzey koşulları için daha önce yapılan çalışmalardan farklı olarak **Ochoa-Tapia ve Whitaker**'ın 1995'te konuyla ilgili yaptığı ilk çalışmalarında kullanılan basınç sıçrama sınır koşulu uygulamasının sadece teorik olarak değil pratik akışkan akışı problemlerinde de çözüm elde edilmesine katkısı sebebiyle bu çalışmada da kullanılmıştır. Bu çalışmada kayma gerilmesindeki sıçramanın, akışkan viskozitesindeki ve etkin viskozitedeki farklılıkların akışkan tabaka hız profillerini gerçekte nasıl etkiledikleri açıklanmıştır. Bu etkinin artan eylemsizlik değişkeniyle ve azalan Darcy Sayısı ile azaldığı sonucuna varılmıştır.

Kuznetsov (1998a) çalışmasında gözenekli ortamdaki akışkan akışı için oldukça önemli ve temel bir konu olan Couette akışı ile ilgilenmiştir. Couette akışı olan, akışkana doymuş gözenekli ortam ile ona komşu akışkandan oluşan deney düzeneğinde akışkan akışı ve ısı geçişini incelemiştir. Gözenekli ortamdaki akış Brinkman – Forchheimer ile geliştirilmiş Darcy denklemi ile tanımlanmıştır. Isı geçişi analizi için deney düzeneğinde yalıtılmış sabit plaka ve eş-akılı hareketli plaka kullanılmıştır. Problem sınır tabaka yaklaşımı kullanılarak sonuçlandırılmıştır. Akış hızı, sıcaklık dağılımı ve Nusselt sayısı için analitik çözümler elde edilmiştir.

Kuznetsov (1998b) aynı yıl yaptığı diğer çalışmasında paralel plakalar arasında kısmen gözenekli ortam ve akışkandan oluşan kanalda tam gelişmiş zorlamalı taşınımın sağlandığı problemi incelemiştir. Gözenekli ortam plakaların iç tarafına sabitlenmiş olup kanalın ortası akışkan ile doldurulmuştur. Gözenekli ortamdaki akış lineer olmayan Brinkman – Forchheimer ile geliştirilmiş Darcy denklemi ile tanımlanmıştır. Çalışmada sınır tabaka yaklaşımı kullanılarak akış hızı, sıcaklık dağılımı ve Nusselt sayısı için analitik çözümler elde edilmiştir. Elde edilen analitik çözümlerde Nusselt sayısına bağlı kalınarak değiştirilen değişkenler ısı geçişi hakkında oldukça önemli sonuçlara ulaşılmasını sağlamıştır. Gözenekli ortamdaki Darcy, Brinkman ve Forchheimer terimlerinin sıfırlanmadığı momentum denklemleri gibi karmaşık yapı gösteren gözenekli ortam – ara yüzey koşullarına sahip taşınım işlemlerinin anlaşılması için oldukça önemli bilgilere ulaşılmıştır.

Goyeau ve diğerleri (2003) çalışmalarında gözenekli ortam ve akışkan arasında ara yüzeydeki momentum denklemi ara yüzeye paralel zorlamalı akışın olduğu düzende incelenmiştir. Gözenekli ortam ve akışkan arasında kalan bölgede devamlı

olarak değişen heterojen geçiş tabakası incelenmiştir. Daha önce sıçrama ara yüzey koşulu olarak ortaya çıkarılan kayma gerilmesi sıçrama katsayısı bu çalışmada geçiş tabakasındaki etkin özelliklerin ve hızdaki değişikliklerin fonksiyonu olarak türetilmiştir. Bu çalışmada tek-bölge yaklaşımı temel alınarak bulunan sayısal sonuçlar ile daha önceden yapılmış çalışmalardaki seçilmiş varsayımlarla uyumlu olduğu görölmüştür.

Gobin ve diğerleri (2005) çalışmalarında ikili akışkanlardaki ısı ve sıvının kaldırma kuvvetlerinin etkisindeki doğal ısı taşınımını incelemişlerdir. Bu çalışmanın yukarıda yapılmış çalışmalardan farkı incelenen sistemin yatay olarak değil de dikey olarak incelenmesidir. Problemin matematiksel tanımı korunum denklemlerinin tek-bölge modeli temelinde olmasıdır. Çalışmada elde edilen sayısal sonuçlar gözenekli ortamın akışkan yapısındaki ve ısı geçişindeki etkisini nicel olarak göstermektedir.

Çalışmada difüzyon etkileri ve kaldırma kuvveti olarak da bilinen çözelti ve ısı değişkenlerin oranları yani ısı ve kütle geçişini etkileyen değişkenlerin sistemdeki etkilerinin analizi yapılmıştır. Isı ve kütle geçişi, gözenekli ortamdaki geçirgenliğin fonksiyonu olarak incelenmiştir. Gözenekli ortama giriş yapan akış ile kaldırma kuvvetlerinin beraber gösterdiği etki sistemdeki akış yapısında ve ortalama ısı geçişinde farklı davranışlara neden olmaktadır.

Hirata ve diğerleri (2007) çalışmalarında homojen gözenekli ortam ve üzerinde bulunan akışkan tabakadan oluşan deney düzeneğindeki doğal ısı yayılımının başlangıç durumunu incelemişlerdir. Çift bölge yaklaşımı olarak bilinen ve gözenekli ortamda Brinkman terimi içeren doğrusal denge analiz çalışması yapılmıştır. Sonuçlar tek-bölge yaklaşımı ve çift bölge yaklaşımının klasik Darcy denklemi ile elde edilen sonuçlar ile düzenli olarak karşılaştırılmıştır. Gözenekli ortamda Brinkman terimi içeren çift bölge yaklaşımı ve çift bölge yaklaşımının klasik Darcy denklemi ile elde edilen sonuçların birbiri ile daha uyumlu olduğu sonucuna varılmıştır. Çift bölge yaklaşımına Brinkman teriminin eklenmesinin denge sonuçlarında bir etkisi olduğu bulunmuştur. Bu çalışma her ne kadar tek-bölge yaklaşımı ve çift bölge yaklaşımı arasındaki farklılıkların üzerine gitmiş olsa da bu konu hakkında daha fazla sayısal ve deneysel çalışma yapılması gerekmektedir.

Valdes - Prada ve diğerleri (2007) çalışmalarında ortalama hacim metodunu uygulayarak gerilim sıçrama sınır koşulu, değişkenlerden bağımsız bir şekilde türetilmiştir. Bu sıçrama koşulu, “Karma Gerilim Tensörü” adı verilen, ara bölgede

Brinkman denklemi ve kayma gerilmesi denklemi birleştirilerek elde edilmiştir. Bu aşamada, probleme eklenmiş karma gerilim tensörünü hesaplamak için, daha önce yapılmış çalışmalarda elde edilen kayma gerilmesi sıçrama katsayısı kullanılarak farklı bir metot uygulanmıştır. Bu çalışmanın daha önce yapılan çalışmalarda elde edilen verilerle uyum içerisinde olduğu bulunmuştur.

Sahraoui ve Kaviany (1992) çalışmalarında, silindirlerden oluşan gözenekli ortam ile üzerindeki akışkanı iki boyutlu modelleyerek gözenekli ortam ile akışkanın ara yüzeyindeki hidrodinamik sınır koşulunu incelemişlerdir. Kayma katsayısı içeren kayma sınır koşulu ve etkin viskoziteyi içeren kayma olmayan sınır koşulu incelenmiştir. Kayma katsayısının akışın yönüne (ara yüzey plakasına göre), gözenekliliğe, Reynolds sayısına (birim hücre uzunluğu ve Darcy hızı temel alınarak), ara yüzeyin yerinin seçimine ve silindirlerden oluşan düzene olan bağlılığı da detaylı olarak incelenmiştir. Sayısal sonuçlar kayma katsayısının sadece yapıya değil aynı zamanda akışın yönüne, Reynolds sayısına, plakanın uzunluğuna ve yüzey parçalarının düzenine bağlı olduğunu göstermiştir. Ayrıca, ara yüzeyin gözenekli kısma bakan tarafındaki bölgesel hızın doğru tahmin etmek için etkin viskozitenin gözenekli ortamda değişmesi gerektiği bulunmuştur. Bu sonuç etkin viskozite değerinin ve bölgesel geçirgenliğin genel biçimde kullanıldığı Brinkman denkleminin gözenekli ortamdaki akışı modelleyemediğini göstermektedir.

Do, Min ve Kim (2007) çalışmalarında dış yüzeydeki ısı akışı ve sıcaklık dağılımı eş olan ve çeperi gözenekli ortamdaki oluşan silindirik borunun ısı optimizasyonunu incelemişlerdir. Yapılan çalışmada silindirin çevresindeki gözenekli ortamın kanatlı ya da dişli bir yapı gibi katı ve boşluklu bir yapıdan oluştuğu kabulü yapılmıştır. Gözenekli ortamdaki akışkan akışı için Brinkman-Darcy denklemi ısı taşınımı için iki ayrı denklem kullanılmıştır. Silindirin merkezindeki boşluktaki akış için Navier-Stokes ve enerji denklemleri kullanılmıştır. Yapılan analitik çalışmadaki hız ve sıcaklık dağılımlarının daha önce yapılan deneysel, teorik ve nümerik çalışmalarla uyum içinde olduğu sonucuna varılmıştır. Sonuç olarak, çeperdeki ısı performansı en üst düzeye çıkarılarak ulaşılan optimum koşullar daha önce geliştirilmiş analitik sonuçlar kullanılarak elde edilmiştir.

Min ve Kim (2005) çalışmalarında akışkana doymuş gözenekli ortam ve bu ortama komşu akışkan tabakasından oluşan bileşik bir sistemde akışkan akışını ve ısı transferini yeni bir model üzerinde incelemişlerdir. Bu modelin özelliği gözenekli

ortam yerine birbirini periyodik bir yapıda takip eden kanallardan oluşmasıdır. Bu modelde gözenekli ortama bitişik akışkan tabakadaki hız ve sıcaklık dağılımı denklemlerinin arayüze paralel ve dik olarak değişimi dikkate alınmıştır. Analitik çözümler daha önce yapılmış deneysel ve sayısal çalışmalarla karşılaştırılmıştır. Bu analitik çalışmanın en önemli özelliği daha önce yapılmış çalışmalarda olduğu gibi bilinmeyen katsayıların kullanılmamış olmasıdır. Buna ek olarak, daha önce yapılmış çalışmalarda kullanılan kayma gerilmesi ve sıçrama akısı koşullarının analitik olarak çözümü ile bunların gözenekliliğe, Darcy sayısına ve gözenek çapına bağlı olduğu bulunmuştur.

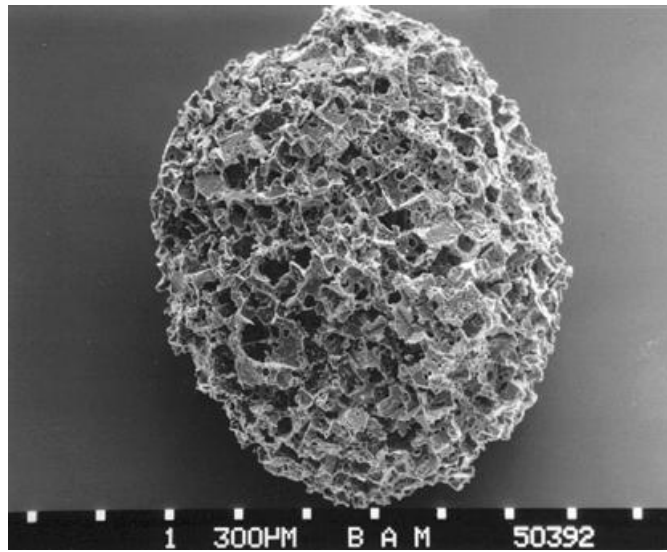
Bu yüksek lisans tez çalışmasında, literatürde yapılan çalışmalar doğrultusunda, akışkana doymuş gözenekli ortam ve bu ortama komşu akışkan tabakasından oluşan bileşik bir sistemde akış analitik olarak incelenmiştir. Birbirini homojen olarak takip eden kanallar ve kanalları oluşturan geçirimsiz duvarlardan oluşan bir gözenekli ortam kabulü yapılmıştır. Ayrıca, arayüzeyde sinüzoidal bir hız ifadesi kullanılarak ve akışkan tabakada momentum denklemi yatay ve düşey eksen için yazılarak elde edilen denklemler analitik olarak çözülmüştür. Sonuçlar, gözeneklilik, akışkan tabakası kalınlığı ve Darcy sayısına bağlı olarak hız ve sıcaklık dağılımları şeklinde gösterilmiştir.

2 GÖZENEKLİ ORTAMLAR

2.1 Gözenekli Ortam Özellikleri

Gözenekli ortamlarda ısı geçişi ve akışkan akışı, hücre zarındaki yayılım gibi mikroskobik düzeydeki akışkan akışından, daha büyük ölçeklerde petrol sahalarındaki petrol, doğalgaz ve tuzlu suyun kayalar içindeki akışına kadar çok geniş uygulama alanı olan bir konudur. Taşınım ile ısı geçişi ve akışkan akışı problemlerinde gözenekli ortam modeli, tıp, makine, bilgisayar, nükleer, inşaat, kimya, hava – uzay mühendislikleri, gıda bilimi ve petrol ve jeotermal mühendisliği gibi verimliliğin çok önemli olduğu bilim dallarında, bilim adamları ve mühendisler tarafından son yıllarda artan bir şekilde kullanılmaktadır.

Gözenekli ortam, günlük hayatımızda her sahada karşımıza çıkan katı bir iskelet içerisinde birbirleri ile irtibatlı boşlukların bulunduğu bir malzeme olarak tanımlanmaktadır. Şekil 2.1’de verilen sinterlenmiş cam bir gözenekli ortam örneğidir. Gözenekli ortamın doğadaki örneklerinden olan deniz kumu Şekil 2.2’de, insan akciğerinden bir kesit Şekil 2.3’te, bitki hücre ve dokuları Şekil 2.4’te verilmiştir.



Şekil 2.1: Elektron mikroskobu tarafından görüntülenen sinterlenmiş cam

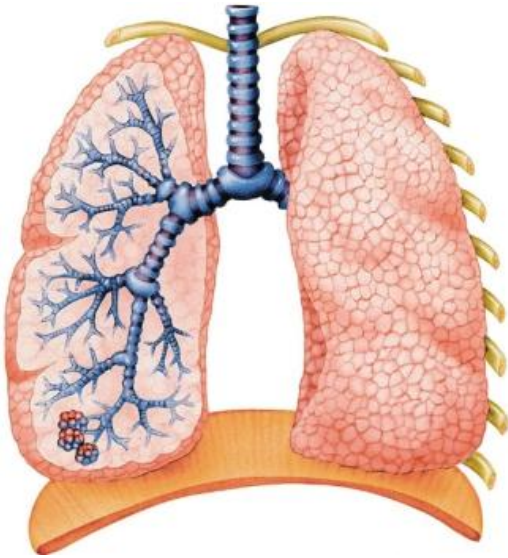


<http://minuet.dance.ohio-state.edu>

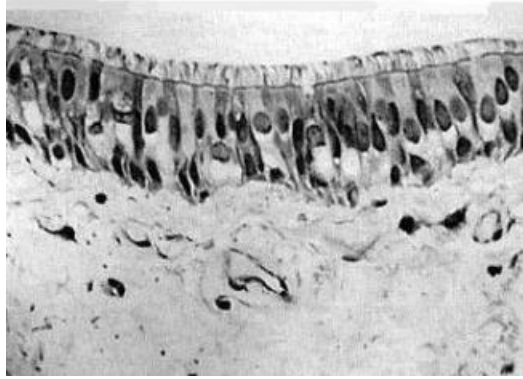


<http://www.oup.co.uk>

Şekil 2.2: Deniz kumu



<http://www.microscopy-uk.org.uk>



<http://earthobservatory.nasa.gov>

Şekil 2.3: Akciğer



<http://www.reclaimedantiquewoods.com>



<http://www.woodanatomy.ch>

Şekil 2.4: Bitki hücre ve dokuları

Bilimsel ve teknolojik olarak, tıp alanı için hücre ve dokularda kan, sıvı akışı ve ısı geçişi; bilgisayar ve elektronik mühendisliklerinde soğutucu verimliliğın artırılması; inşaat ve kimya mühendisliğı alanlarında yalıtım malzemelerinde kullanılarak enerji tasarrufu; nükleer mühendisliğı konusunda kimyasal ve nükleer atıkların depolanması, çakıl yataklı nükleer reaktörlerin tasarımı; hava – uzay mühendislikleri için aerodinamik ısınmanın önüne geçmek için kullanılan ısı kalkan; petrol mühendisliğı konularında üretilebilir petrolün yüzdesinin artırılması gibi çok sayıda alanda gözenekli ortam modellemesi kullanılmaktadır. Şekil 2.5, Şekil 2.6 ve Şekil 2.7’de yukarıda bahsedilen gözenekli ortam örneklerinden bazıları verilmiştir.



<http://www.osha.gov>

(a)



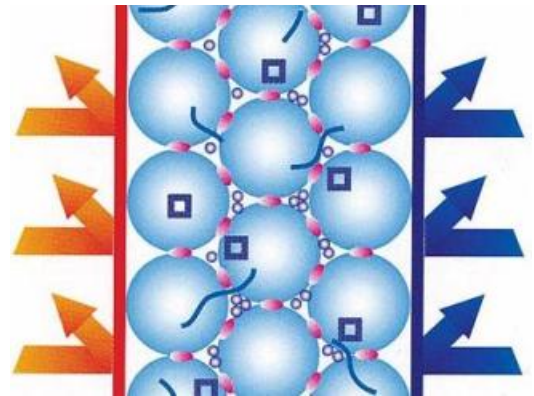
<http://www.kgs.ku.edu>

(b)

Şekil 2.5: (a) Petrol kuyularından alınmış karotlar, (b) Petrolün mikroskobik ölçekteki akışı

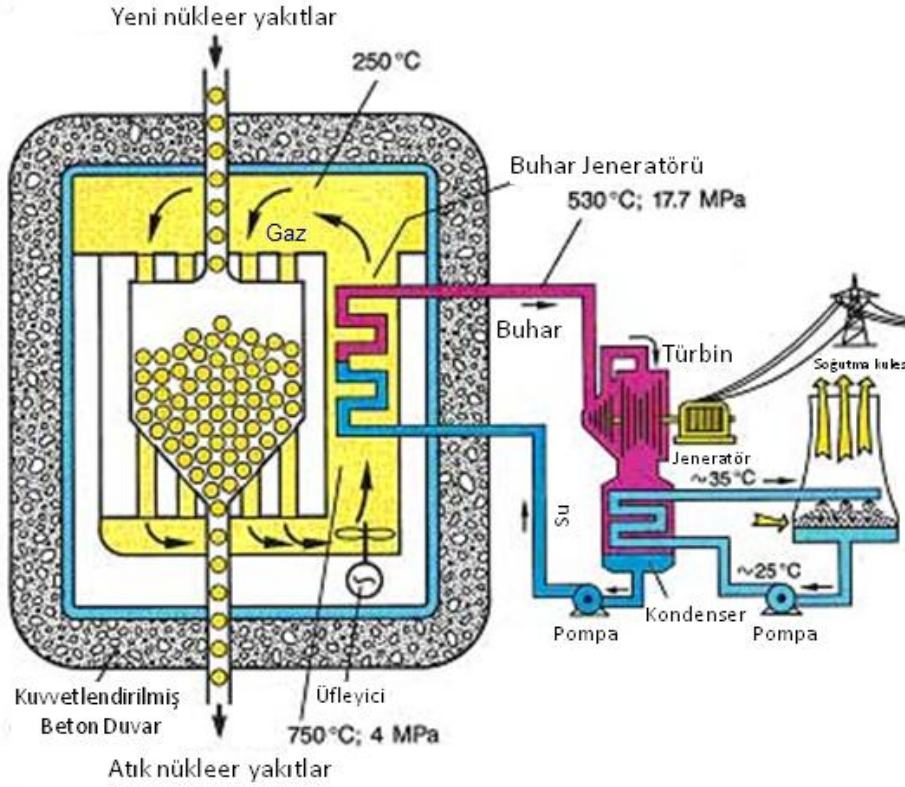


<http://www.azom.com>



<http://www.ceramicindustry.com>

Şekil 2.6: Gözenekli ortamın yalıtım malzemesi olarak kullanımı



<http://www.euronuclear.org>

Şekil 2.7: Çakıl yataklı nükleer santrallerdeki gözenekli ortam

Gözenekli ortamlarda akış ile ilgili ilk kayıtlı çalışma Henry Philibert Gaspard Darcy tarafından 1856 yılında Fransa'nın Dijon kentine temiz su getirme projesi kapsamında yapılan bir deneysel çalışmadır. Bu deneysel çalışmanın sonuçları daha sonraları gözenekli ortamlarda akış problemlerine uygulanabilecek güncel bir matematik model haline getirilmiştir ve halen kullanılmaktadır, **(Baytaş, 2006)**.

Doğada, bilimde, teknolojiye yani günlük hayatımızın her alanında karşılaşılan bir malzemeye gözenekli ortam denebilmesi için aşağıdaki özelliklere sahip olması gerekir, **(Dullien, 1992)**.

- Malzeme kendi boyutları ile karşılaştırıldığında içerisinde çok küçük ve birbiri ile irtibatlı boşluklar içermelidir. Bir katı iskelet içerisinde oluşan bu boşluklar, hava, su vb. akışkanlar veya farklı akışkanlardan oluşan karışımlar içermelidir.
- Akışkan katı malzemenin bir ucundan girip öbür ucundan çıkabilmelidir. Ortamın içinde birim zamanda bir akışkan akışı olmalıdır.

Katı iskelet içerisindeki boşlukların büyüklüklerinin ve şekillerinin düzensiz olması, gözenekli ortamın bütün makroskopik özelliklerini etkiler. Özellikle doğal gözenekli ortamlarda bu düzensizlik yaygındır. Bir ortamın makroskopik gözenek yapısı

değişkenleri, gözenekli ortamın ortalama özelliklerini temsil eder. En önemli gözenek yapısı değişkenleri; gözeneklilik, geçirgenlik ve akış yatağıdır. Gözeneklilik ve akış yatağı yapısı gözenekli ortamın fiziksel özellikleridir, geçirgenlik ise gözenekli ortamın kütle geçiş özelliğini temsil etmektedir.

2.1.1 Gözeneklilik

Gözeneklilik, ε , malzeme içindeki toplam boşluk hacminin malzemenin toplam hacmine oranı şeklinde tanımlanır ve gözeneklilik sıfır ile bir arasında bir değer alabilir. Gözenekliliğin tanımı aşağıdaki denklemle açıklanabilir.

$$\varepsilon = \frac{V_f}{V_f + V_s} \quad (2.1)$$

Burada, ε ortamın gözenekliliğini, V_f katı içindeki akışkan veya boşluk hacmini ve V_s ise yalnızca katı iskeletin hacmini göstermektedir. Gözenekli bir maddenin en önemli özelliği gözenekliliktir. Çünkü malzemenin bütün fiziksel özellikleri gözeneklilikten etkilenir. Gözeneklilik, tuğla için 0.12 - 0.34, kömür için 0.17 - 0.49, kum için 0.37 - 0.5, toprak için 0.43 - 0.54, beton için 0.02 - 0.07 ve kireç taşı için 0.04 - 0.1 değerleri arasında değişmektedir (**Nield ve Bejan, 2006**). Gözeneklilik ölçümü, ışığın veya elektromanyetik gama ışınlarının malzeme içerinden geçerken zayıflamasının tespiti ile gerçekleştirilir (**Kaviany, 1995**). Özellikleri her yerde aynı olan bir gözenekli ortamda, gözeneklilik sabit olabilir fakat genelde yere bağlı olarak değişir.

2.1.2 Akış Yatağı (Tortuosity)

Akış yatağı yapısı, ξ , gözeneklilik gibi iki boyutlu gözenekli ortam çalışmalarında gereklidir. Akış yatağı yapısı fiziksel olarak bir sabite eşit değildir ve gözenekliliğe, boşluklar arasındaki küçük akış kanallarının şekline, tanecik çapına bağlı olarak değişir. Akış yatağı yapısının deneysel olarak tespiti çok zordur. **Liu ve Masliyah (1999)** bir çakıl yatak için akış yatağını gözenekliliğe bağlı olarak aşağıdaki gibi tanımlamışlardır.

$$\xi = \sqrt{\varepsilon} \quad (2.2)$$

2.1.3 Geçirgenlik

Geçirgenlik, K , gözenekli ortamın akış iletkenliğinin veya malzeme içinden akışkanın geçme kolaylığının bir ölçüsüdür. Geçirgenlik akışkanın değil gözenekli malzemenin bir özelliğidir. Geçirgenlik ancak çok düzgün tane yapılı ve homojen gözenekli ortamlarda deneysel olarak ölçülmektedir, genellikle gözenekliliğe bağlı olarak tanımlanan bazı eşitlikler kullanılarak hesaplanmaktadır. Genellikle ortamlar özellikle doğa söz konusu ise, yani toprak ve kayalar inceleniyorsa değişken gözenekliliğe ve dolayısı ile değişken geçirgenliğe sahiptirler. Geçirgenliği etkileyen faktörlerden birkaçını, kil şişmesi, sıkışma, yapının mekanik değişimi ve çözülme olarak söyleyebiliriz.

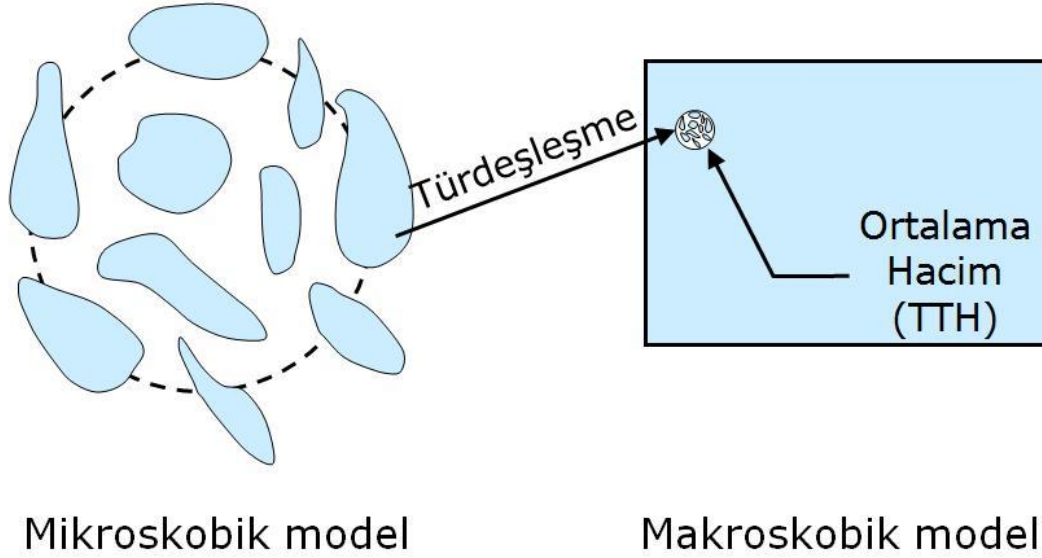
Geçirgenliğin birimi m^2 'dir ve temiz çakıl taşının geçirgenliği 10^{-7} - 10^{-9} , temiz kumun 10^{-9} - 10^{-12} , tuğlanın 10^{-11} - 10^{-9} , sigaranın $1.1 \cdot 10^{-5}$ son olarak betonun 10^{-9} - 10^{-7} m^2 'dir, (Niield ve Bejan, 2006). Henry Darcy'nin anısına geçirgenliğin birimi çoğu zaman Darcy olarak kullanılır ve bir Darcy = $0,987 \times 10^{-12}$ m^2 'dir.

2.2 Gözenekli Ortamlarda Temel Korunum Denklemleri

Gözenekli ortam özellikleri mikroskobik ve makroskobik olmak üzere iki seviyede tanımlanır. Mikroskobik tanımlama ortamın gözenek yapısının ve gözenek dağılımının incelenmesine dayanır. Bu incelemede gözenek boyutu dağılımı istatistiksel olarak tanımlanır. Gözenekli ortamın makroskobik özellikleri ise birçok gözenekten oluşan seçilmiş bir bölgenin ortalama davranışlarını göstermektedir. Yani makroskobik özellikler bir gözenekten daha büyük boyutlar için tanımlanırlar.

Kural olarak ısıl bilimlerde bilinen denklemler taşımınla ısı ve kütle geçişi olaylarını tanımlar ve genelde bu tanımlama mikroskobik seviyededir. Gözenekli bir ortam içinde özellikle mikroskobik seviyede ısı ve akış problemlerinin çözümü ve tanımlanması çoğu zaman istenilen çözüme ulaşılmasını engeller. Bu durumda gözenekli ortam içinde taşınım denklemlerinin tanımlanması için farklı bir seviye yani makroskobik boyutta inceleme gereklidir. Bu sayede ölçülebilir, sürekli ve değişken nicelikler belirlenebilir ve ayrıca sınır değer problemleri gözenekli ortam içinde açıklanabilir ve çözülebilir hale gelir. Bu durumda, katı ve akışkan malzemelerden oluşan gözenekli ortam bir sürekli ortam olarak kabul edilerek Şekil 2.8'de gösterildiği gibi bir Temsili Temel Hacim (TTH) tanımı yapılır.

Temsili Temel Hacim tüm gözenekli ortamın özelliklerini temsil edecek boyutta seçilmelidir. TTH'in boyutu tüm sistemin boyutlarına göre çok küçük fakat gözenek boyutlarına göre büyük olmalıdır. Ancak bu durumda güvenli hacim ortalaması alınabilir ve tüm ortam içinde her bir TTH, bir sıcaklık, hız, yoğunluk ve basınç gibi



Şekil 2.8: Gözenekli ortam için bir sistem ve TTH gösterimi

alan değişkenlerini temsil edebilir. Diferansiyel kütle, momentum ve enerji korunum denklemlerinin, göz önüne alınan sürekli ortamda yazılabilmeleri sözü edilen alan değişkenlerinin ortalama değerlerinin tanımlanması ile mümkün olur. Ölçülebilir en küçük hacim TTH ise, gözenekli ortamın ölçülebilir özellikleri de TTH kavramına dayanan sürekli ortam özellikleri olur. Böylece sürekli ortam veya makroskobik korunum denklemleri mikroskobik korunum denklemlerinin alan veya hacim ortalamaları alınarak bulunur (**Baytaş, 2006**). Örneğin akışkan hızının, v , bütün TTH'ler üzerinden hacim ortalaması aşağıdaki denklem ile açıklanabilir:

$$\langle v \rangle = \frac{1}{V} \int_V v^* dV \quad (2.3)$$

Denklem (2.3)'te V TTH'in hacmini ve v^* ise makroskobik boyutta hızı belirtmektedir. Ayrıca diğer bir ortalama tanımı olarak hızın o faz için ortalaması $\langle \tilde{v} \rangle$ olarak tanımlanırsa aşağıdaki denklem elde edilir:

$$\langle \tilde{v} \rangle = \frac{1}{V_f} \int_{V_f} v \, dV \quad (2.4)$$

Burada V_f akışkanın TTH içindeki hacmidir. Denklem (2.3) ve Denklem (2.4) ve Denklem (2.1) kullanılarak gözenekli ortamda akış hızı için aşağıdaki bağıntı oluşturulur.

$$\langle v \rangle = \varepsilon \langle \tilde{v} \rangle \quad (2.5)$$

Denklem (2.5) Dupit-Forchheimer Denklemi olarak bilinir, **Ingham(2004)**. Bu aşamadan sonra taşınım denklemlerinin Denklem (2.3), Denklem (2.4) ve Denklem (2.5) yardımı ile terim terim ortalaması alınarak gözenekli ortam için yeniden düzenlenmesi gerçekleştirilir.

2.2.1 Darcy Yasası

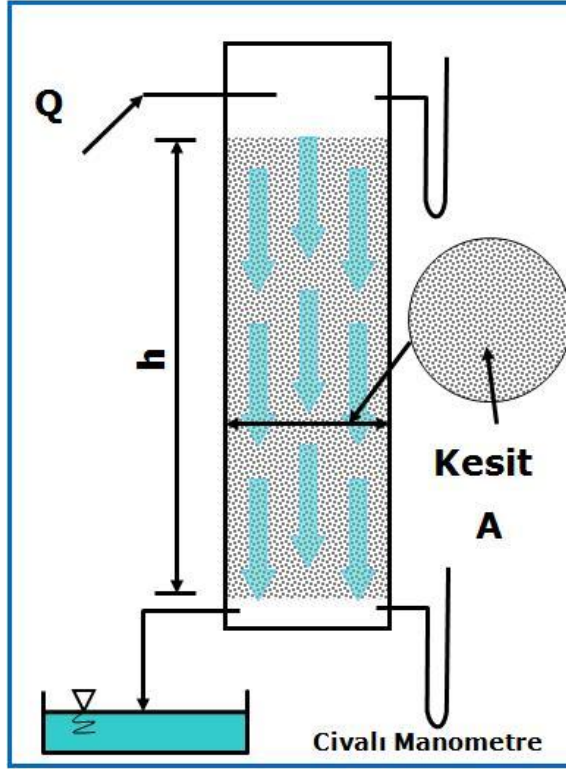
Gözenekli ortamda akışı modelleyen en eski yasa Henry Darcy tarafından 1856 yılında yapılan deneysel çalışma sonucu ortaya çıkmıştır. Darcy'nin deney düzenleğinde, Şekil 2.9'da görüldüğü gibi içinde kum bulunan silindirik bir borunun üst kısmından giren su aşağıya doğru kum taneleri arasından süzülerek iner. Akış daimi, gözenekli ortam özdeş ve akış tek yönlüdür.

Yapılan deneyler sonucunda, akışkanın kum ile dolu kısmına girdiği sütunun üst ve çıktığı alt seviyedeki basınç farkı ile akışkanın hızı arasında doğrusal bir ilişki olduğu bulunmuştur. Bugünkü düzenlenmiş hali ile Darcy yasası aşağıdaki gibidir, **Nield ve Bejan (2006)**.

$$\langle v \rangle = \frac{K}{\mu_f} \left(\nabla \langle p_f + \rho g \rangle \right) \quad (2.6)$$

Yukarıdaki denklemde $\langle v \rangle$, Darcy hızı, $\nabla \langle p_f \rangle$ ise akışkan kısmı içinde basınç değişim vektörüdür. K , yöne göre özellikleri değişmeyen gözenekli ortamın geçirgenliği, ρ akışkanın özkütlesi, μ_f ise akışkanın dinamik viskozitesidir. Darcy yasasına göre yukarıdaki denklemde bazı varsayımlar vardır. Bunlar akışkanın sıkıştırılamaz olması ve hızının yavaş laminar olmasıdır. Bunlara ek olarak Reynolds sayısının birden küçük olması, akışın tek yönlü olması, viskoz etkilerin yer almaması

ve katı sınırlardaki sürtünme etkilerinin göz önüne alınmaması bu denklemdeki diğer kısıtlamalardır. Denklem deneysel olmasından ve daha önce söylendiği üzere akışın tek yönlü olmasından dolayı Reynolds sayısının birden büyük olduğu ve ayrıca akışın yüksek hızlarda olduğu durumlarda bu denklem akışı modelleyememektedir.



Şekil 2.9: Darcy Deney Düzenegi

2.2.2 Ergün Denklemi

Darcy yasası birçok bilim adamı tarafından geliştirilmiştir ve daha yüksek hızlardaki akışlarda akışın doğrusal olmayan etkisini modellemeye yardımcı olmasından dolayı gözenekli ortamın bilimsel olarak açıklanmasında bir kilometre taşıdır. Bu çalışmaların en önemlilerinden biri Sabri Ergün tarafından yapılan bir deneysel çalışma sonucu elde edilen denklemdir, **Baytaş (2006)**.

$$-\frac{d\langle p \rangle}{dx} + \rho_f g_x = \frac{\mu}{K} \langle v \rangle + \rho_f C \langle v \rangle^2 \quad (2.7)$$

Denklem Hazen-Dupit-Darcy denklemi olarak da bilinir. Ergün'ün deneyinde gözenekli ortam küçük kürecikler bulunan bir akış kanalından oluşmaktadır. Denklem sağı tarafındaki ilk terim viskoz sürüklenme kuvvetini, son terim ise şekil

sürüklenme kuvvetini göstermektedir. Denklemden K ve $C = C_E / \sqrt{K}$ sırası ile gözenekli ortamın geçirgenliğini ve şekil sürüklenme katsayısını belirtmektedir. K ve C Sabri Ergün tarafından deneysel olarak aşağıdaki gibi verilmiştir.

$$K = \frac{d_p^2 \varepsilon^3}{D(1-\varepsilon)^2}; \quad C_E = \frac{B}{(150 - \varepsilon^3)^{1/2}} \quad (2.8)$$

Yukarıdaki denklemden D ve B deneysel sabitler olup $D = 150$ $B = 1.75$ olarak bulunmuştur. Buradaki d_p ise deneyde gözenekli ortamı oluşturan küreciklerin çapıdır.

2.2.3 Forchheimer – Darcy Denklemi

Darcy akış Reynolds sayısının büyüklüğünün 1'den küçük olduğu hallerde geçerlidir **Ward (1964)**. Reynolds sayısının 1 ya da 1'den büyük olduğu durumlarda basınç değişimi ve ortalama hız arasındaki ilişki Darcy modelinin Forchheimer tarafından geliştirilmesi ile aşağıdaki gibi bulunmuştur, **Nield ve Bejan (2006)**.

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\mu}{K} v + b \rho v^2 \quad (2.9)$$

$b \rho v^2$ terimi akışkan ataletinde oldukça önemli bir yer teşkil etmektedir. 3 boyutlu ortamda ve gövde kuvvetlerinin ihmal edilmediği durumlarda Forchheimer düzeltilmiş Darcy akış modeli aşağıdaki gibidir.

$$v + \frac{b \rho K}{\mu} |v| v = \frac{K}{\mu} (-\nabla p + \rho g) \quad (2.10)$$

Deneysel çalışmalar bu denklemin Reynolds sayısının 10'dan büyük olduğu durumlarda bile geçerli olduğunu belirtmiştir. Forchheimer sabiti b asimptotik olarak $0.55 K^{-1/2}$ değerine gitmektedir ve deneysel olarak bulunur.

2.2.4 Brinkman Denklemi

Darcy yasasına göre yazılan Ergün denkleminde viskoz yayılma etkisi görülmektedir. Bunu gidermek için Brinkman 1947'de Darcy Denklemi aşağıdaki gibi düzenlemiştir.

$$\nabla p = \frac{\mu}{K} \nu - \mu_e \nabla^2 \nu \quad (2.11)$$

Yukarıdaki denklemde μ_e gözenekli ortamda akan akışkanın etkin viskozitesini göstermektedir. Brinkman denkleminin son terimi akış içinde viskoz kuvvetleri tanımlar. Darcy denkleminde sınır etkisini göz önüne alınmazken, Brinkman denklemi ile bu eksiklik giderilmiştir. Bu denklemde ise atalet kuvvetleri dikkate alınmamıştır.

2.2.5 Korunum Denklemleri

Darcy akış yasası için bahsedilen kısıtlamalar ve daha sonra tanıtilen Ergün, Forchheimer ve Brinkman denklemleri, bir gözenekli ortam içinde akışı bütün akış hızları için modelleyememektedir. Gözenekli ortamda akışı bütün durumlarda modellemek için genel korunum denklemleri kullanılmaktadır.

2.2.5.1 Kütle korunum denklemi

Gözenekli bir ortamda akış için hacim ortalanmış kütle korunum denklemi aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\varepsilon \frac{\partial \langle \rho \rangle}{\partial t} + \nabla \cdot \langle \rho \nu \rangle = 0 \quad (2.12)$$

Burada ρ akışkanın özkütlesidir. Denklem (2.12) sadece bir akışkandan oluşan ortam için çıkartılan kütle süreklilik denklemi ile benzerdir. Burada ν akışkanın içinde toplam hacim (katı+akışkan) üzerinden ortalama hızı göstermektedir.

2.2.5.2 Momentum denklemi

Yukarıda incelenen Forchheimer ve Brinkman modellerinin beraber düşünülerek Temsili Temel Hacim üzerinden ortalama alınarak Navier-Stokes denklemi gözenekli ortam için aşağıdaki gibi yeniden elde edilmiştir, **Vafai ve Tien (1981)**.

$$\begin{aligned} \rho_f \left[\frac{\partial \langle \nu \rangle}{\partial t} + \langle \nu \rangle \cdot \nabla \langle \nu \rangle \right] \\ = \nabla \cdot \langle \varepsilon \langle p_f \rangle \rangle + \mu_e \nabla^2 \langle \nu \rangle - \frac{\mu}{K} \varepsilon \langle \nu \rangle - c \rho \varepsilon^2 \langle \nu \rangle \langle \nu \rangle + \rho_f g \end{aligned} \quad (2.13)$$

Yukarıdaki denklemin sol tarafındaki ilk terim yerel ivmelenmeyi ikinci terim atalet terimlerini, denklemin sağ tarafındaki ilk terim gözenekli ortam içinde akışkanın basınç değişimini, ikinci terim viskoz kuvvetleri, üçüncü terim Darcy akışı etkisi ile viskoz sürüklenme kuvvetini, dördüncü terim şekil sürüklenme kuvvetini ve son terim ise gövde kuvvetlerini göstermektedir.

2.2.5.3 Hacim ortalananmış enerji denklemi

Genel mikroskobik enerji denklemi açık bir akışkan (gözenekli olmayan ortam) için aşağıdaki gibi yazılır.

$$\frac{\partial(\rho_f c_{pf} T)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_f c_{pf} v T) = \nabla \cdot (k_f \nabla T) \quad (2.14)$$

burada ρ_f , c_{pf} ve k_f sırası ile akışkan için özkütle, sabit basınçta özısı ve ısı iletim katsayısını göstermektedir. Mikroskobik enerji denkleminin Temsili Temel Hacim üzerinden entegrali alınırsa içinde sıkıştırılmaz bir akışkan bulunan gözenekli ortam için hacim ortalananmış enerji denklemi aşağıdaki gibi yazılır.

$$\rho_f c_{pf} \left\{ \frac{\partial(\varepsilon \langle T \rangle_f)}{\partial t} + \langle v \rangle \cdot \nabla \langle T \rangle_f \right\} = \nabla \cdot \left\{ k_f \nabla \varepsilon \langle T \rangle_f \right\} + h(T_s - T_f) + \varepsilon q_f''' \quad (2.15)$$

Aynı şekilde mikroskobik enerji denklemi katı kısım için entegre edilirse aşağıdaki gibi elde edilir.

$$(1 - \varepsilon)(\rho_s c_{ps}) \frac{\partial \langle T \rangle_s}{\partial t} = \nabla \cdot \left\{ k_s \nabla (1 - \varepsilon) \langle T \rangle_s \right\} + h(T_f - T_s) + (1 - \varepsilon) q_s''' \quad (2.16)$$

Gözenekli ortam içinde katı ve sıvı faz için hacim ortalananmış enerji denklemi ayrı ayrı bulunur. Denklem (2.15) ve Denklem (2.16)'nın sağ tarafındaki ikinci terimler TTH içinde sıvı ve katının sıcaklıklarının aynı olmaması yani fazların ısıl dengede olmaması sebebi ile fazlar arası taşınım ile ısı geçişini modeller ve bu terim içindeki h fazlar arası taşınım ile ısı geçişi katsayısıdır ve birimi W/m^3K 'dir. Ayrıca Denklem (2.15) ve Denklem (2.16)'daki son terimler ise katı ve sıvı faz içindeki ısı üretimidir. Gözenekli ortamda her iki fazın sıcaklığı aynı kabul edilmez ise Denklem (2.15) ve Denklem (2.16)'daki gibi her bir faz için bir enerji denklemi yazılmak zorundadır.

Isıl dengesizlik hali, mesela fazlar arası sıcaklık farkının çok fazla olduğu nükleer reaktör kazalarının modellenmesi sırasında kullanılmak zorundadır.

Gözenekli ortamlarda karşılaşılan çoğu problemde fazlar arası sıcaklık farkı ihmal edilebilir ve akış hızı düşük olabilir. Bu gibi durumlarda fazlar ısıl dengede kabul edilerek yani $\langle T_f \rangle = \langle T_s \rangle = \langle T \rangle$ ise Denklem (2.15) ve Denklem (2.16) alt alta toplanarak ısıl denge hali için enerji denklemi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\sigma \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial t} + \langle \nu \rangle \cdot \nabla \langle T \rangle = \nabla \cdot \{ \alpha_{et} \nabla \langle T \rangle \} + q''' \quad (2.17)$$

Burada

$$\sigma = \frac{\varepsilon(\rho c_p)_f + (1 - \varepsilon)(\rho c)_s}{(\rho c)_f} \quad (2.18)$$

bir akışkana doymuş gözenekli ortamın ısı depolama sığalarının oranını ve

$$\alpha_{et} = \frac{\varepsilon k_f + (1 - \varepsilon)k_s}{(\rho c)_f} \quad (2.19)$$

ise gözenekli ortamın etkin ısıl yayılım katsayısını göstermektedir.

3 BİLEŞİK SİSTEMLERDE AKIŞIN İNCELENMESİ

Bu yüksek lisans tez çalışmasında akışkana doymuş gözenekli ortam ve bu ortama komşu akışkan tabakasından oluşan bileşik bir sistemde akış incelenmiştir. Bu tip sistemlerde gözenekli ortam-akışkan ara yüzeyi koşulları, akışkan akışını ve ısı geçişini etkilemektedir. Bu çalışmada ara yüzeyde akışkan akışı ve ısı geçişi literatürde yer alan sınır koşulları kullanılarak ele alınmıştır.

3.1 Matematik Model ve Korunum Denklemleri

Bu çalışmada kullanılan matematik model Şekil 3.1'de görülmektedir. Gözenekli ortam ve bu ortama komşu akışkan tabakasından oluşan bileşik sistemde akışkan akışı $x -$ yönündedir. Akış tabakalı, hidrodinamik ve ısıl olarak tam gelişmiştir. Gözenekli ortam eş yönlü ve özellikleri her yerde aynıdır. Akışkanın yoğunluk, viskozite gibi özellikleri sabit kabul edilmiştir. Gözenekli ortam-akışkan arayüzeyine paralel akan akış daimi ve sıkıştırılmazdır. Sistemin altıdan sabit bir ısı akışı uygulanmaktadır. Sistemin üst sınırı ise yalıtılmıştır.

3.1.1 Kütle Korunum Denklemi

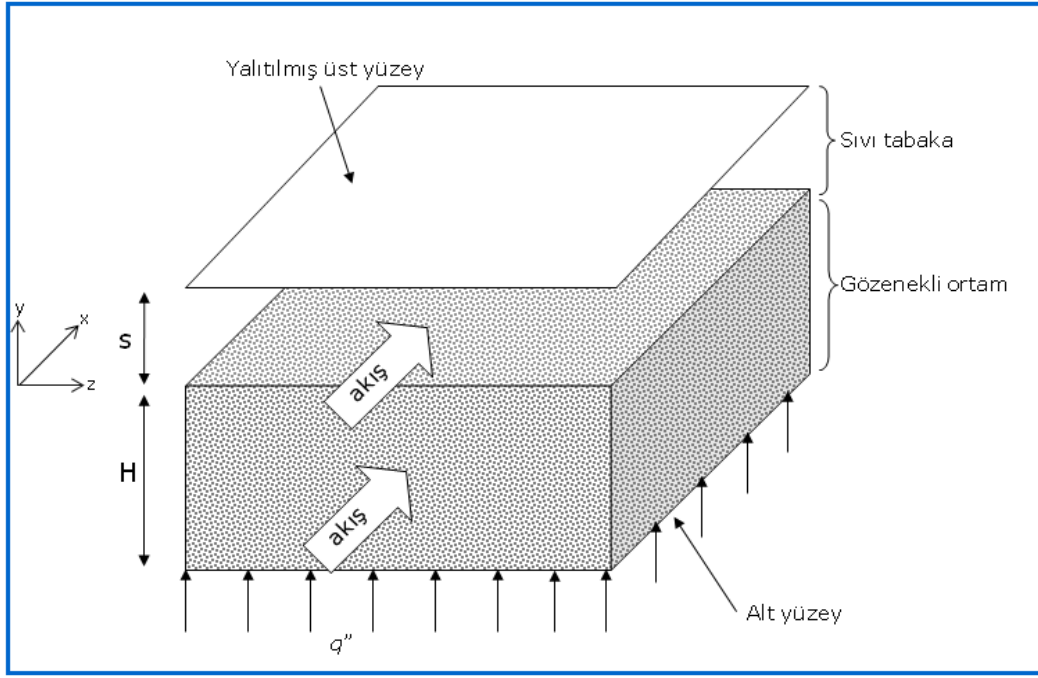
Sıkıştırılmaz ve daimi akış için üç boyutlu kütle korunumu aşağıdaki gibidir.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3.1)$$

Akış x -yönünde olduğu için Denklem (3.1) bu problem için aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad u = u(y) \quad (3.2)$$

Denklem (3.2) $x -$ yönündeki hızın değişiminin y -yönünde olduğunu göstermektedir, bu aynı zamanda tam gelişmiş akış özelliğidir.



Şekil 3.1: Gözenekli ortam ve bu ortama komşu akışkan tabakasından oluşan bileşik model

3.1.2 Momentum Korunum Denklemi

Gözenekli ortam-akışkan ikilisinden oluşan bileşik sistemlerde momentum korunum denklemi gözenekli ortam ve akışkan bölgesi için ayrı ayrı yazılmaktadır.

3.1.2.1 Gözenekli ortam

Bu çalışmada, Şekil 3.2'de görülen gözenekli ortam **Min ve Kim (2005)**'deki gibi modellenmiştir. Bu modelde birbirini homojen olarak takip eden kanallar ve kanalları oluşturan geçirimsiz duvarlardan oluşan bir gözenekli ortam kabulü yapılmıştır.

Gözenekli ortamda Darcy kanunu da dikkate alınarak Navier-Stokes denklemi seçilen matematik modelde x-yönünde, daimi ve sıkıştırılamaz akış için aşağıdaki gibi yazılır.

$$\frac{dP}{dx} + \mu_e \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\mu}{K} u = 0 \quad (3.3)$$

Burada $\mu_e = \mu/\varepsilon$ 'dir.

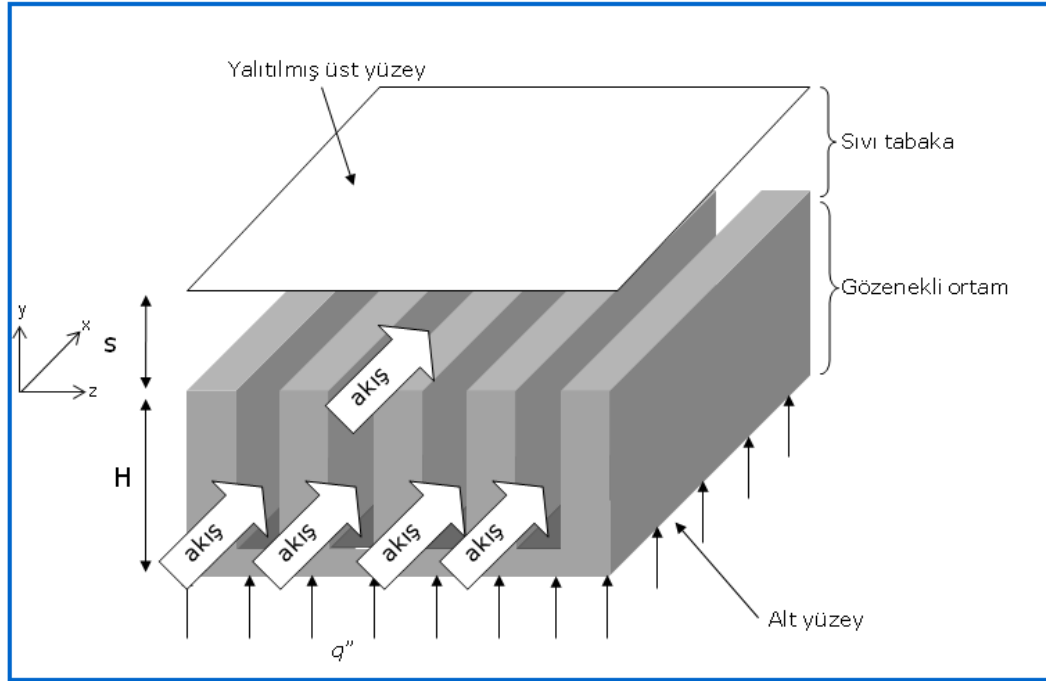
Bu çalışmada, boyutsuz sayılar ve sınır koşulları **Min ve Kim (2005)**'deki ile benzer seçilmiştir. Buna göre boyutsuz sayılar aşağıdaki gibidir.

$$U = \frac{u}{H^2 \left(-\frac{1}{\mu_f} \frac{dp}{dx} \right)}, \quad \theta = \frac{T - T_w}{q''(H + s)}, \quad Y = \frac{y}{H}, \quad S = \frac{s}{H} \quad (3.4)$$

Denklem (3.3), Denklem (3.4)'te yer alan boyutsuz değişkenler kullanılarak aşağıdaki gibi boyutsuz olarak elde edilir.

$$\frac{d^2 \langle U \rangle_f}{dY^2} - \frac{\langle U \rangle_f}{Da} = -1 \quad (3.5)$$

Burada $Da = K / \varepsilon H^2$ şeklindedir.



Şekil 3.2: Gözenekli ortam yerine kanallardan oluşan ve bu kanallara komşu akışkan tabakasından oluşan model

Gözenekli ortamdaki sınır koşulları aşağıdaki gibidir.

$$\langle U \rangle_f \Big|_{y=0} = U_i / \varepsilon \quad (3.6)$$

$$\langle U \rangle_f \Big|_{y=1} = 0 \quad (3.7)$$

Yukarıdaki sınır koşulları kullanılarak Denklem (3.5)'in (ayrıntıları EK-A'da vermiş olan) çözümü aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\langle U \rangle_f = B_1 \cosh\left(\frac{Y}{\sqrt{Da}}\right) + B_2 \sinh\left(\frac{Y}{\sqrt{Da}}\right) \quad (3.8)$$

Burada B_1 ve B_2 aşağıdaki gibidir.

$$B_1 = \frac{U_i}{\varepsilon} - Da \quad (3.9)$$

$$B_2 = \frac{B_1}{\tanh\left(\frac{1}{\sqrt{Da}}\right)} + \frac{Da}{\sinh\left(\frac{1}{\sqrt{Da}}\right)} \quad (3.10)$$

3.1.2.2 Akışkan bölgesindeki momentum korunum denklemi

Akışkan tabakası için yine x – yönünde daimi ve sıkıştırılmaz bir akış için gerekli kabuller yapıldıktan sonra momentum korunum denklemi aşağıdaki gibi yazılır.

$$-\frac{dp}{dx} + \mu \frac{d^2 u}{dy^2} = 0 \quad (3.11)$$

Denklem (3.4)'teki boyutsuz değişkenler kullanılarak Denklem (3.11) boyutsuz hale getirilerek aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\frac{d^2 \langle U \rangle}{dY^2} = -1 \quad 0^+ \leq Y \leq S \quad (3.12)$$

Denklem (3.12) bazı arayüzey koşulları kullanılarak analitik olarak çözülebilir. Literatürde yer alan ve gerilim sıçrama (stress-jump) koşulu olarak bilinen arayüzey koşulları aşağıdaki gibidir, **Alazmi ve Vafai (2001)**, **Min ve Kim (2005)**.

$$\left. \frac{d \langle U \rangle_f}{dY} \right|_{y=0^-} - \left. \frac{d \langle U \rangle}{dY} \right|_{y=0^+} = \frac{\beta}{\sqrt{\varepsilon Da}} U_i \quad (3.13)$$

$$\langle U \rangle_f \Big|_{y=0^-} = \langle U \rangle_f \Big|_{y=0^+} \quad (3.14)$$

Bu denklemde yer alan β katsayısı sayısal veya deneysel olarak saptanabilir. Dolayısıyla bu koşulun uygulanması için öncelikle β katsayısının bulunması gerekmektedir. Literatürde yer alan çalışmalarda, arayüzey Denklem (3.12) ile modellendiğinde gözenekli ortam-akışkan arayüzeyinin akışkan bölgesinde kayma gerilmelerinde bir süreksizlik olduğu gözlemlenmiştir. Zira, Denklem (3.12)'de sadece y-yönünde değişim göz önüne alınmakta, akışa dik ve arayüzeye paralel olan z – yönündeki değişim incelenmemektedir. Arayüzeyde ortalama akışkan hızı katı fazda sıfırdır, oysa akışkan fazında sonlu bir değerdedir. Bu nedenle, akışkan bölgesi için gözenekli ortam-akışkan arayüzeyindeki akışı da dikkate alan aşağıdaki gibi iki boyutlu yani akışa hem paralel hem de dik yöndeki momentum korunum denkleminin çözümü önerilmektedir, **Min ve Kim (2005)**.

$$\frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = -1 \quad 0^+ \leq Y \leq S \quad (3.15)$$

Akışkan tabakadaki sınır koşulları aşağıdaki gibidir, **Min ve Kim (2005)**.

$$U \Big|_{Y=S} = 0 \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial U}{\partial Z} \Big|_{Z=0} = 0 \Rightarrow \frac{\partial U}{\partial Z} \Big|_{Z=L} = 0 \quad (3.17)$$

Yukarıdaki sınır koşulları, Denklem (3.15)'ye uygulanırsa gözenekli ortama komşu akışkan tabakadaki hız dağılımını veren denklem aşağıdaki gibi elde edilir.

$$U = -\frac{1}{2}Y^2 - \left(\frac{U_i}{S} - \frac{S}{2}\right)Y + U_i + 2U_i \left[\sum C_n \sinh\left(\frac{n\pi(S-Y)}{L}\right) \cos\left(\frac{n\pi Z}{L}\right) \right] \quad (3.18)$$

$$C_n = \frac{\sin(\varepsilon n \pi)}{\varepsilon n \pi \sinh\left(\frac{n\pi S}{L}\right)} \text{ olmak üzere}$$

Denklem (3.15)'den (3.18)'e geçiş ayrıntılı olarak EK-A'da verilmiştir.

3.1.3 Enerji Korunum Denklemi

Gözenekli ortam-akışkan ikilisinden oluşan bileşik sistemlerde enerji korunum denklemi gözenekli ortam ve akışkan bölgesi için ayrı ayrı yazılmaktadır.

3.1.3.1 Gözenekli ortamdaki enerji korunum denklemi

Şekil 3.2'deki modeldeki enerji korunum denklemi, geçirimsiz ve katı kanallar ve geçirimsiz ve katı kanallar arasındaki akışkan olmak üzere iki farklı denklem ile incelenmiştir.

Denklem (3.19), seçilen matematik modelde x – yönünde ve daimi akış kabulleri yapıldıktan sonra gözenekli ortamdaki katı kanallar için enerji korunum denklemini belirtmektedir.

$$k_{se} \frac{d^2 T_s}{dy^2} + h_{sf} (T_f - T_s) = 0 \quad (3.19)$$

Denklem (3.4)'teki boyutsuz değişkenler Denklem (3.19)'da yerine konursa, Şekil 3.2'deki modeldeki geçirimsiz katı kanallar için boyutsuz sıcaklık dağılımı denklemi aşağıdaki gibi elde edilir. Burada $k_{se} = (1 - \varepsilon)k_s$ olarak tanımlanmıştır.

$$\frac{d^2 \langle \theta \rangle_s}{dY^2} = \frac{h_{sf} H^2}{k_{se}} (\langle \theta \rangle_s - \langle \theta \rangle_f), \quad -1 \leq Y \leq 0^- \quad (3.20)$$

Seçilen matematik modelde x – yönünde ve daimi akış kabulleri yapıldıktan sonra katı kanallar arasındaki akışkan için enerji korunum denklemi aşağıdaki gibi yazılır.

$$(\rho c)_f \varepsilon \langle U \rangle_f \frac{dT_f}{dx} = \varepsilon k_f \frac{d^2 T_f}{dy^2} + h_{sf} (T_f - T_s) \quad (3.21)$$

Boyutsuz değişkenler Denklem (3.21)'de yerine konursa geçirimsiz katı kanallar arasındaki akışkan için boyutsuz sıcaklık dağılımı aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\frac{d^2 \langle \theta \rangle_f}{dY^2} + \frac{h_{sf} H^2}{k_{fe}} (\langle \theta \rangle_s - \langle \theta \rangle_f) = P \langle U \rangle_f, \quad -1 \leq Y \leq 0^- \quad (3.22)$$

Burada $P = [H / (H + S)]^2 1 / U_m$ 'dir , (Nield ve Bejan, 2006).

Denklem (3.20) ve Denklem (3.22) için sınır koşulları aşağıdaki gibidir, **Min ve Kim (2005)**.

$$\theta_f \Big|_{Y=0^-} = \theta_{fi} \quad (3.23)$$

$$\theta_s \Big|_{Y=0^-} = \theta_{si} \quad (3.24)$$

$$\theta_f \Big|_{Y=-1} = 0 \quad (3.25)$$

$$\theta_s \Big|_{Y=-1} = 0 \quad (3.26)$$

$A = \sqrt{h_{sf} H^2 (1/k_{se} + 1/k_{fe})}$, olmak üzere Denklem (3.20) ve Denklem (3.22)'in ayrıntıları EK-A'da verilmiş olan çözümü aşağıdaki gibidir, **Min ve Kim (2005)**.

$$\theta_s = \frac{1}{k_{se} + k_{fe}} \left[\begin{aligned} &k_{fe} \times \left\{ M_1 \cosh(AY) + M_2 \sinh(AY) + N_1 \cosh\left(\frac{Y}{\sqrt{Da}}\right) + N_2 \sinh\left(\frac{Y}{\sqrt{Da}}\right) + N_3 \right\} \\ &+ N_4 \cosh\left(\frac{Y}{\sqrt{Da}}\right) + N_5 \sinh\left(\frac{Y}{\sqrt{Da}}\right) + N_6 + M_3 Y + M_4 \end{aligned} \right] \quad (3.27)$$

$$\theta_f = \frac{1}{k_{se} + k_{fe}} \left[\begin{aligned} &-k_{se} \times \left\{ M_1 \cosh(AY) + M_2 \sinh(AY) + N_1 \cosh\left(\frac{Y}{\sqrt{Da}}\right) + N_2 \sinh\left(\frac{Y}{\sqrt{Da}}\right) + N_3 \right\} \\ &+ N_4 \cosh\left(\frac{Y}{\sqrt{Da}}\right) + N_5 \sinh\left(\frac{Y}{\sqrt{Da}}\right) + N_6 + M_3 Y + M_4 \end{aligned} \right] \quad (3.28)$$

Denklem (3.27) ve Denklem (3.28)'deki $N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6, M_1, M_2, M_3$ ve M_4 değişkenleri aşağıdaki gibidir.

$$N_1 = -\frac{PB_1}{\left(A^2 - \frac{1}{Da}\right)} \quad (3.29)$$

$$N_2 = -\frac{PB_2}{\left(A^2 - \frac{1}{Da}\right)} \quad (3.30)$$

$$N_3 = -\frac{PDa}{A^2} \quad (3.31)$$

$$N_4 = k_{fe}PB_1Da \quad (3.32)$$

$$N_5 = k_{fe}PB_2Da \quad (3.33)$$

$$N_6 = \frac{k_{fe}PDa}{2} \quad (3.34)$$

$$M_1 = \theta_{si} - \theta_{fi} - N_1 - N_3 \quad (3.35)$$

$$M_2 = \frac{M_1 \cosh(A) + N_1 \cosh\left(\frac{Y}{\sqrt{Da}}\right) - N_2 \sinh\left(\frac{Y}{\sqrt{Da}}\right) + N_3}{\sinh(A)} \quad (3.36)$$

$$M_4 = k_{se}\theta_{si} + k_{fe}\theta_{fi} - N_4 \quad (3.37)$$

$$M_3 = M_4 - N_4 \cosh\left(\frac{1}{\sqrt{Da}}\right) + N_5 \sinh\left(\frac{1}{\sqrt{Da}}\right) + N_6 \quad (3.38)$$

3.1.3.2 Akışkan bölgesindeki enerji korunum denklemi

Akışkan tabakası için yine x – yönünde daimi ve sıkıştırılmaz bir akış için enerji korunum denklemi aşağıdaki gibi yazılır.

$$\rho_f c_{pf} u_f \frac{\partial \langle T \rangle_f}{\partial x} = k_f \frac{\partial^2 \langle T \rangle_f}{\partial y^2} \quad 0^+ \leq Y \leq S \quad (3.39)$$

Denklem (3.4)'teki boyutsuz değişkenler kullanılarak Denklem (3.39) boyutsuz hale getirilerek aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\frac{\partial^2 \langle \theta \rangle_f}{\partial Y^2} = PU \quad 0^+ \leq Y \leq S \quad (3.40)$$

Denklem (3.40) bazı arayüzey koşulları kullanılarak analitik olarak çözülebilir. Literatürde yer alan ve gerilim sıçrama (stress-jump) koşulu olarak bilinen arayüzey koşulları aşağıdaki gibidir. (Ochoa-Tapia ve Whitaker, 1997)

$$k_{fe} \frac{d\langle\theta\rangle_f}{dY} \Big|_{Y=0^-} = k_f \frac{d\langle\theta\rangle_f}{dY} \Big|_{Y=0^+} - h_{\beta\sigma} H(\theta_{fi} - \theta_{si}) \quad (3.41)$$

$$k_{se} \frac{d\langle\theta\rangle_s}{dY} \Big|_{Y=0^+} = h_{\beta\sigma} H(\theta_{fi} - \theta_{si}) \quad (3.42)$$

$$\theta_i = \theta_{fi} \quad (3.43)$$

Yukarıdaki denklemlerde θ_{fi} , θ_{si} ve θ_i sırasıyla gözenekli ortam modelindeki akışkan fazın boyutsuz arayüz sıcaklığı, gözenekli ortam modelindeki geçirimsiz kanalların boyutsuz arayüz sıcaklığı ve komşu akışkan tabadaki boyutsuz arayüz sıcaklığıdır. $h_{\beta\sigma}$ ise sınır ısı transfer katsayısıdır ve bilinmemektedir. Bilinmeyen $h_{\beta\sigma}$ katsayına başvurulmadan, daha önce momentum denkleminde kullanılan analitik çözüm metodu sıcaklık dağılımında da kullanılmıştır, (Min ve Kim, 2005).

Akışkan akışı analizindeki çözümdeki gibi gözenekli ortama komşu akışkan tabakadaki çözüm için kullanılan iki boyutlu enerji denkleminin boyutsuz hali aşağıdadır.

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} = PU, \quad 0^+ \leq Y \leq S \quad (3.44)$$

Denklem (3.44) için sınır koşulları aşağıdadır

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big|_{Y=S} = 0 \quad (3.45)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial Z} \Big|_{Z=0} = \frac{\partial \theta}{\partial Z} \Big|_{Z=L} = 0 \quad (3.46)$$

$$\theta(Z) \Big|_{Y=0^+} = \varepsilon T_{fi} + (1 - \varepsilon) T_{si} + 2(T_{fi} - T_{si}) \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\varepsilon n \pi)}{n \pi} \cosh\left(\frac{n \pi Z}{L}\right) \right] \quad (3.47)$$

Denklem (3.44) yukarıdaki sınır koşulları için ayrıntıları EK-A'da verildiği şekilde çözümlerse gözenekli ortama komşu akışkan tabakadaki sıcaklık dağılımı aşağıdaki gibi bulunur.

$$\begin{aligned} \theta(Y, Z) = & P \left(-\frac{Y^4}{24} + \left(\frac{S}{2} - \frac{U_i}{S} \right) \frac{Y^3}{6} + \frac{U_i}{2} Y^2 - \left(\frac{S^3}{12} + \frac{U_i S}{2} \right) Y \right) \\ & + [\varepsilon \theta_{fi} + (1 - \varepsilon) \theta_{si}] \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\frac{P U_i C_n}{n \pi} \frac{L}{(S - Y) \cosh\left(\frac{n \pi (S - Y)}{L}\right)} \right) \right. \\ & \left. + A_n \cosh\left(\frac{n \pi (S - Y)}{L}\right) + B_n \sinh\left(\frac{n \pi (S - Y)}{L}\right) \right] \times \cos\left(\frac{n \pi Z}{L}\right) \end{aligned} \quad (3.48)$$

B_n ve A_n aşağıdaki gibidir.

$$B_n = -U_i C_n \left(\frac{L}{n \pi} \right)^2 \quad (3.49)$$

$$A_n = \frac{1}{\cosh\left(\frac{n \pi S}{L}\right)} \left[2(\theta_{fi} - \theta_{si}) \frac{\sin(\varepsilon n \pi)}{n \pi} - B_n \sinh\left(\frac{n \pi S}{L}\right) \right] \quad (3.50)$$

3.1.4 Gerilim Sıçrama Katsayısı Denklemi

Bu bölümün başında da belirtildiği gibi, Denklem (3.13)'de verilen gerilim sıçrama koşulunda yer alan β katsayısı literatürde sayısal ve deneysel olarak saptanmaktadır. Çalışmada, bileşik sistem için hız dağılımları analitik olarak bulunmuştur. Bu nedenle gerilim sıçrama koşulunda yer alan β katsayısı da analitik olarak bulunabilir. Denklem (3.13)'nin sol tarafı, ara yüzeyin hemen altında gözenekli ortamın akışkan kısmının ortalama kayma gerilmesi ile ara yüzeyin hemen üstündeki komşu akışkanın ortalama kayma gerilmesi arasındaki farktır. Öte yandan, komşu akışkan tabakasında hız dağılımının iki boyutlu olarak (Denklem (3.15)) tanımlanmasından da hareketle, ara yüzeyde gözenekli ortamın akışkan kısmı ile komşu akışkan tabaka arasındaki kayma gerilmesinin sürekliliği aşağıdaki gibi ifade edilebilir, (Min ve Kim, 2005).

$$\left. \frac{d\langle U \rangle_f}{dY} \right|_{y=0^-} = \frac{1}{D_p} \int_0^{D_p} \left. \frac{\partial U}{\partial Y} \right|_{y=0^+} dZ \quad (3.51)$$

Dolayısıyla Denklem (3.13)'ün sol tarafı aşağıdaki gibi yeniden yazılabilir.

$$\left. \frac{d\langle U \rangle_f}{dY} \right|_{y=0^-} - \left. \frac{d\langle U \rangle}{dY} \right|_{y=0^+} = \frac{1}{D_p} \left[\int_0^{D_p} (1-\varepsilon) \left. \frac{\partial U}{\partial Y} \right|_{Y=0^+} dZ + \int_{D_p}^{D_p/\varepsilon} \varepsilon \left. \frac{\partial U}{\partial Y} \right|_{Y=0^+} dZ \right] \quad (3.52)$$

Denklem (3.18), Denklem (3.52)'de yerine konursa aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\left. \frac{d\langle U \rangle_f}{dY} \right|_{y=0^-} - \left. \frac{d\langle U \rangle}{dY} \right|_{y=0^+} = \frac{2}{D_p} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2(\varepsilon n \pi)}{\varepsilon n \pi \tanh(\varepsilon n \pi S / D_p)} U_i \quad (3.53)$$

Denklem (3.48) ve Denklem (3.53) çözülmüşse β katsayısı aşağıdaki gibi bulunur.

$$\beta = -\frac{2\sqrt{\varepsilon Da}}{D_p} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2(\varepsilon n \pi)}{\varepsilon n \pi \tanh(\varepsilon n \pi S / D_p)} \quad (3.54)$$

β katsayısı, gözenekliliğe, Darcy sayısına, boşluk çapına ve komşu akışkanın boyutsuz kalınlığına bağlı olarak değişmektedir.

3.1.5 Nusselt Sayısı Denklemi

Gerilim Sıçrama Katsayısına benzer şekilde ara yüzeydeki ısı akısındaki devamsızlık aşağıdaki gibi yazılabilir, (Min ve Kim, 2005).

$$k_{fe} \left. \frac{d\langle \theta \rangle_f}{dY} \right|_{Y=0^-} = \frac{1}{L} \int_0^{D_p} k_f \left. \frac{d\theta}{dY} \right|_{Y=0^+} dZ \quad (3.55)$$

$$k_{se} \left. \frac{d\langle \theta \rangle_s}{dY} \right|_{Y=0^-} = \frac{1}{L} \int_{D_p}^L k_f \left. \frac{d\theta}{dY} \right|_{Y=0^+} dZ \quad (3.56)$$

Modeldeki sıcaklık dağılımları olan Denklem (3.51), Denklem (3.27) ve Denklem (3.28), akı-sıçrama koşulları olan Denklem (3.55) ve Denklem (3.56)'de yerine konursa aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$k_{fe} \frac{d\langle\theta\rangle_f}{dY} \Big|_{Y=0^-} = k_f \varepsilon \frac{d\langle\theta\rangle_f}{dY} \Big|_{Y=0^+} - (\theta_{fi} - \theta_{si}) h_i H \quad (3.57)$$

$$k_{se} \frac{d\langle\theta\rangle_s}{dY} \Big|_{Y=0^-} = k_f (1 - \varepsilon) \frac{d\langle\theta\rangle_f}{dY} \Big|_{Y=0^+} + (\theta_{fi} - \theta_{si}) h_i H \quad (3.58)$$

Burada h_i ara yüzeydeki ısı transfer katsayısıdır ve analitik olarak aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$h_i = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{k_f}{H} \frac{2\varepsilon \sin^2(\varepsilon n \pi)}{n \pi D_p} \tanh\left(\frac{\varepsilon n \pi S}{D_p}\right) \right] \quad (3.59)$$

Nusselt sayısının tanımından hareketle, ara yüzeyde Nu sayısı aşağıdaki gibi ifade edilebilir, (Min ve Kim, 2005).

$$Nu_i = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{2\varepsilon \sin^2(\varepsilon n \pi)}{n \pi} \tanh\left(\frac{\varepsilon n \pi S}{D_p}\right) \right] \quad (3.60)$$

Ara yüzeyde Nu sayısı gözeneklilik, boşluk çapı ve komşu akışkan tabakanın boyutsuz kalınlığına bağlı olarak değişmektedir.

Denklem (3.48)'de yer alan U_i arayüzeyde ortalama akışkan hızını temsil etmektedir. Denklem (3.8) ve Denklem (3.18), Denklem (3.51)'da yerine konursa, arayüzeyde akışkan hızı

$$U_{fi} = \frac{\frac{S}{2} + \sqrt{Da} \left[\frac{1}{\tanh(1/\sqrt{Da})} - \frac{1}{\sinh(1/\sqrt{Da})} \right]}{\frac{1}{\sqrt{Da} \tanh(1/\sqrt{Da})} + \frac{\varepsilon}{2} + \frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2(\varepsilon n \pi)}{\varepsilon n \pi \tanh(n \pi S/L)}} \quad (3.61)$$

olarak bulunmaktadır.

3.2 Bileşik Sistemde Akışın Analitik Olarak İncelenmesi

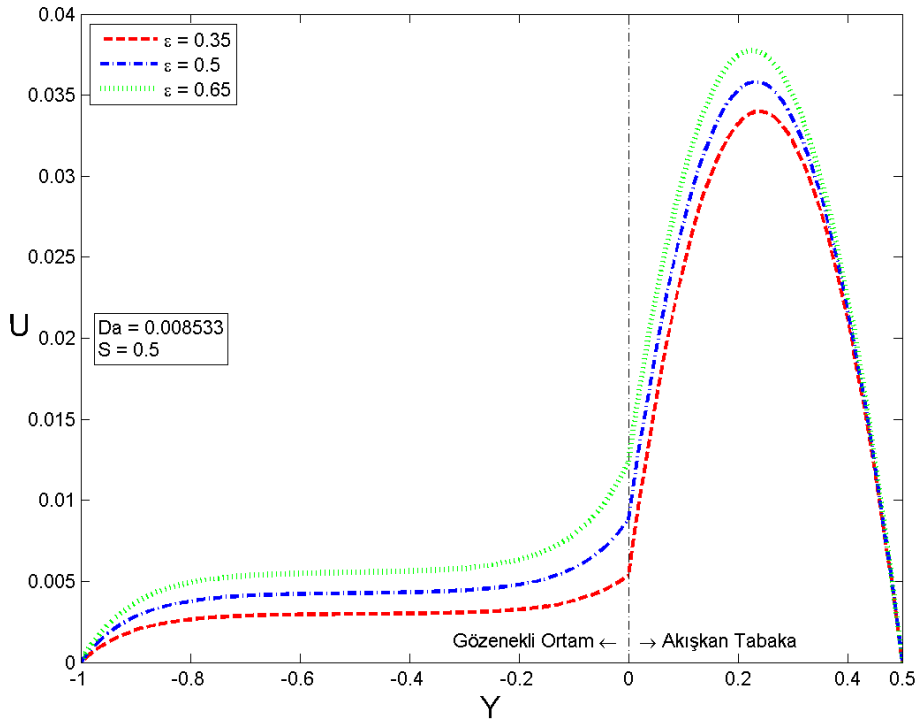
3.2.1 Hız Dağılımı

Bu çalışmada, ara yüzeydeki hız ve sıcaklık dağılımları incelenmiştir. Denklemler MATLAB Yazılımı ile çözülmüştür. Elde edilen çözümde, farklı gözeneklilik değerleri ve farklı akışkan kalınlığı değerleri için sonuçlar elde edilmiştir. Şekil 3.3'te 0.35, 0.5, 0.65 gözeneklilik değerleri için elde edilen hız profilleri görülmektedir.

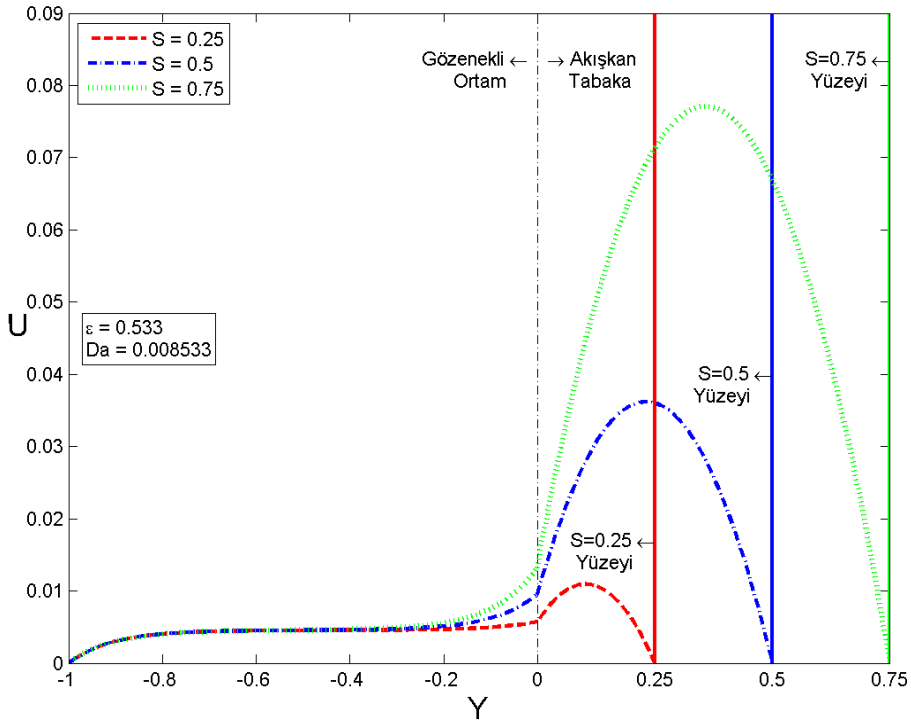
Akışkan kalınlığı ve Darcy sayısı sabit tutulup gözeneklilik arttırıldıkça, Şekil 3.3'ten de görüleceği gibi akışkanın hızı gözenekli ortamda, arayüzeyde ve komşu akışkan tabakada artmaktadır. Ayrıca, komşu akışkan tabakada hız profilinin maksimumunun yerinin sabit kaldığı ve gözenekli ortamdan uzaklaştıkça akışkan tabakasının üst kısmına doğru gözeneklilik değişiminin hız profilleri üzerinde etkisinin azaldığı ve boyutsuz yüksekliğin yaklaşık olarak 0.35 olduğu değerden itibaren hız profillerinin üst üste bindiği gözlemlenmektedir.

Şekil 3.4'te gözenekli ortama komşu akışkan tabakasının kalınlığı, S , için 0.25, 0.50, 0.75 değerleri seçilerek elde edilen hız profilleri görülmektedir. Elde edilen sonuçlara göre diğer değişkenler sabit tutulup kalınlık arttıkça akışkanın hızının, gözenekli ortamda belli bir mesafeye kadar aynı ancak arayüzeye yaklaştıkça arttığı görülmektedir. Kalınlık arttıkça hem arayüzeyde hem de akışkan bölgede hızın arttığı görülmektedir. Ayrıca, komşu akışkan tabakada hız profilinin maksimumunun akışkan tabakası kalınlaştıkça doğal olarak sağa doğru kaydığı gözlemlenmektedir.

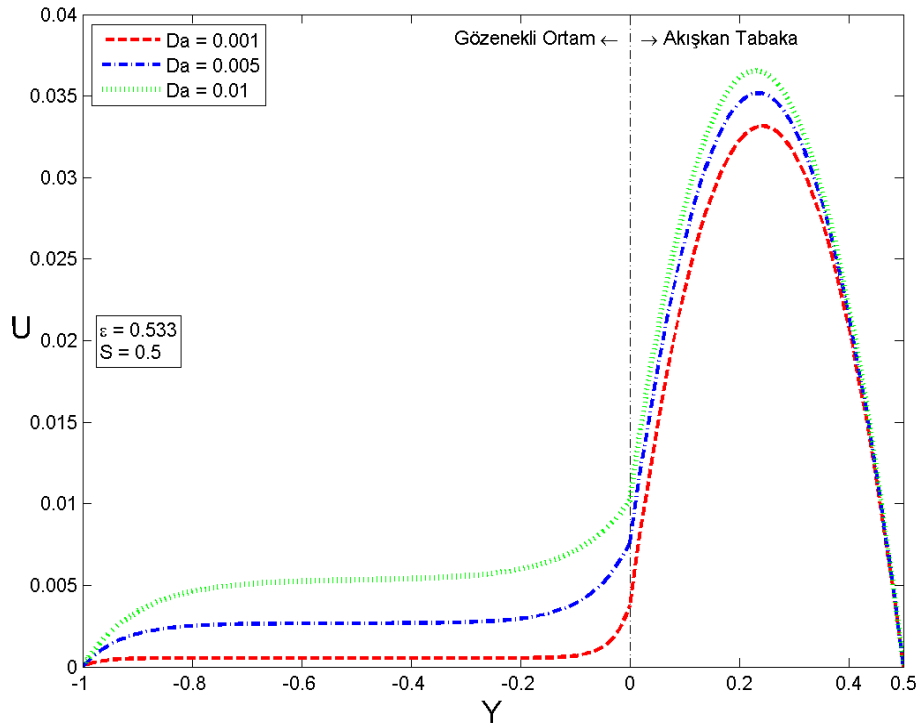
Şekil 3.5'te Darcy sayısı değiştirilerek elde edilmiş hız profilleri bulunmaktadır. S kalınlığı, gözeneklilik ve diğer değişkenler sabit tutulmuştur. Darcy sayısı için 0.001, 0.005, 0.01 değerleri seçilerek elde edilen hız profilleri sonuçlarına göre Darcy sayısı arttıkça gözenekli ortamdaki hızın oldukça etkilendiği ve arttığı buna bağlı olarak da komşu akışkan tabakadaki akışkan hızının da arttığı görülmektedir. Ancak, Şekil 3.5'den görüldüğü gibi, yine gözenekli bölgeden uzaklaştıkça hız profillerinin birbirine yaklaştığı ve boyutsuz yüksekliğin yaklaşık 0.35 değerinden itibaren hız profillerinin üst üste binmektedir.



Şekil 3.3: Farklı gözeneklilik değerleri için modeldeki hız dağılımı



Şekil 3.4: Farklı S Değerleri için modeldeki hız dağılımı



Şekil 3.5: Farklı Darcy sayıları için modeldeki hız dağılımı

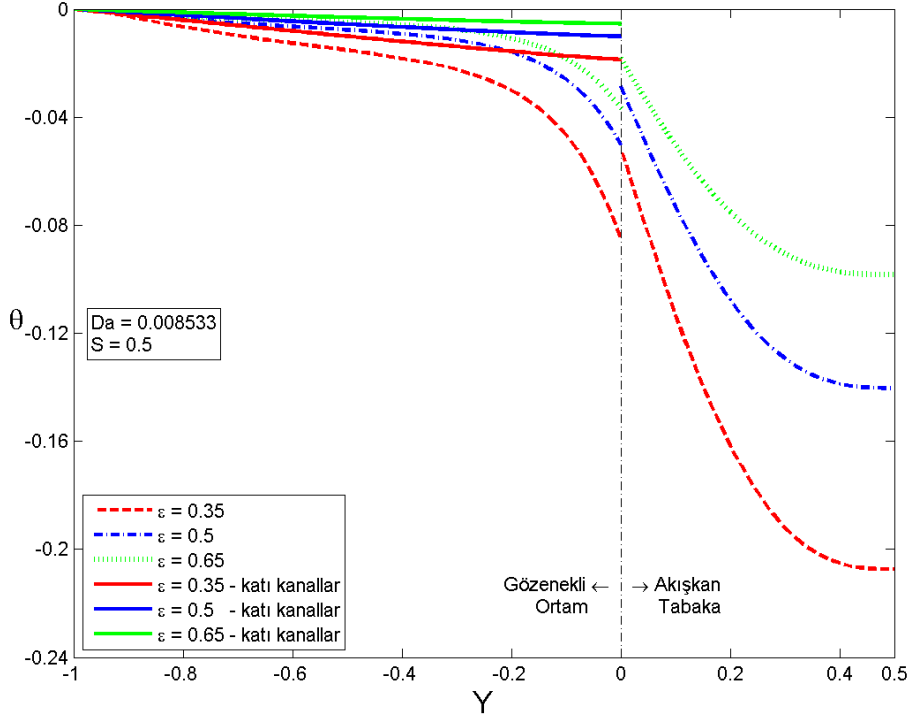
3.2.2 Sıcaklık Dağılımı

Akışkana doymuş gözenekli ortam ve komşu akışkan tabakadan oluşan modelde sıcaklık dağılımları Şekil 3.6'da 0.35, 0.5, 0.65 gözeneklilik değerleri için verilmiştir. $Y = -1$ yüzeyinden sisteme verilen ısı, akışkan kalınlığı ve Darcy sayısı sabit tutulup gözeneklilik arttırıldıkça, Şekil 3.6'dan görüleceği gibi akışkanın sıcaklığı gözeneklilik arttıkça, artmaktadır. Aynı şekilde, gözenekli ortamı modelleyen kısımdaki geçirimsiz katı kanalların da sıcaklığı gözeneklilik arttıkça artmaktadır.

Şekil 3.7'de gözenekli ortama komşu akışkan tabakasının kalınlığı, S , için 0.25, 0.50, 0.75 değerleri seçilerek elde edilen sıcaklık profilleri görülmektedir. Elde edilen sonuçlara göre $Y = -1$ yüzeyinden sisteme verilen ısı, gözeneklilik ve değişkenler sabit tutulup kalınlık arttırıldıkça akışkanın sıcaklığının azaldığı görülmektedir. Buna karşılık, gözenekli ortamı modelleyen kısımdaki geçirimsiz katı kanalların ve gözenekli ortam içerisindeki akışkanın sıcaklığı kalınlık arttırıldıkça büyük bir değişiklik göstermemektedir.

Şekil 3.8'de Darcy sayısı değiştirilerek elde edilmiş sıcaklık profilleri bulunmaktadır. $Y = -1$ yüzeyinden sisteme verilen ısı, S kalınlığı, gözeneklilik ve diğer değişkenler

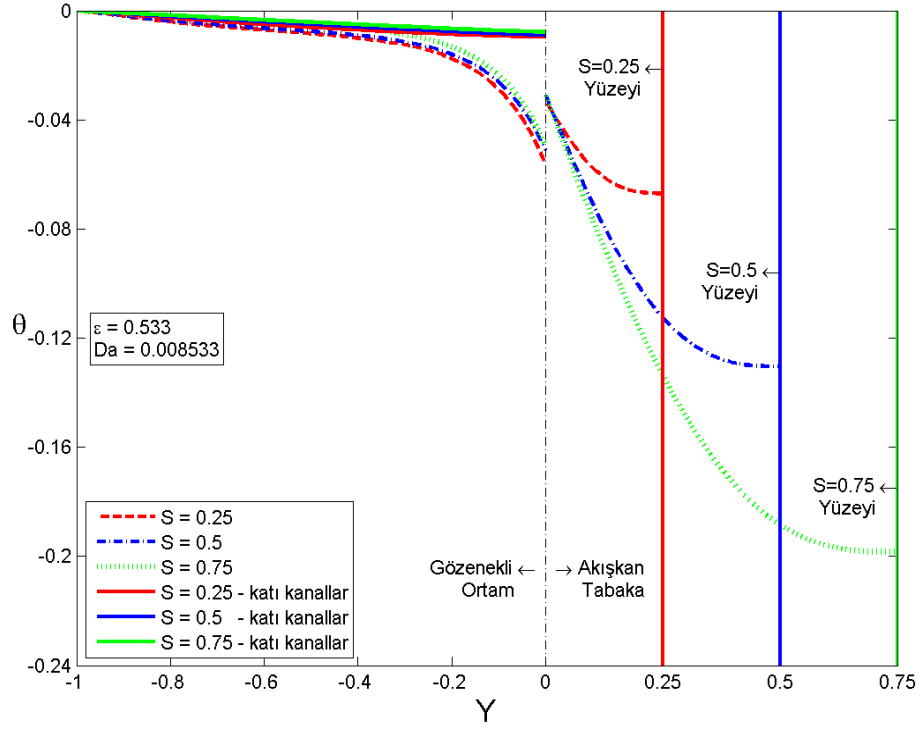
sabit tutulmuştur. Darcy sayısı için 0.001, 0.005, 0.01 değerleri seçilerek elde edilen Şekil 3.8'deki sıcaklık profillerine göre Darcy sayısı arttıkça gözenekli ortamdaki akışkanın sıcaklığının oldukça etkilendiği ve azaldığı komşu akışkan tabakadaki akışkan sıcaklığının da buna paralel olarak değiştiği görülmektedir. Buna karşılık, Darcy sayısının değişiminin gözenekli ortamdaki katı kanalların sıcaklığı üzerinde etkisi azdır.



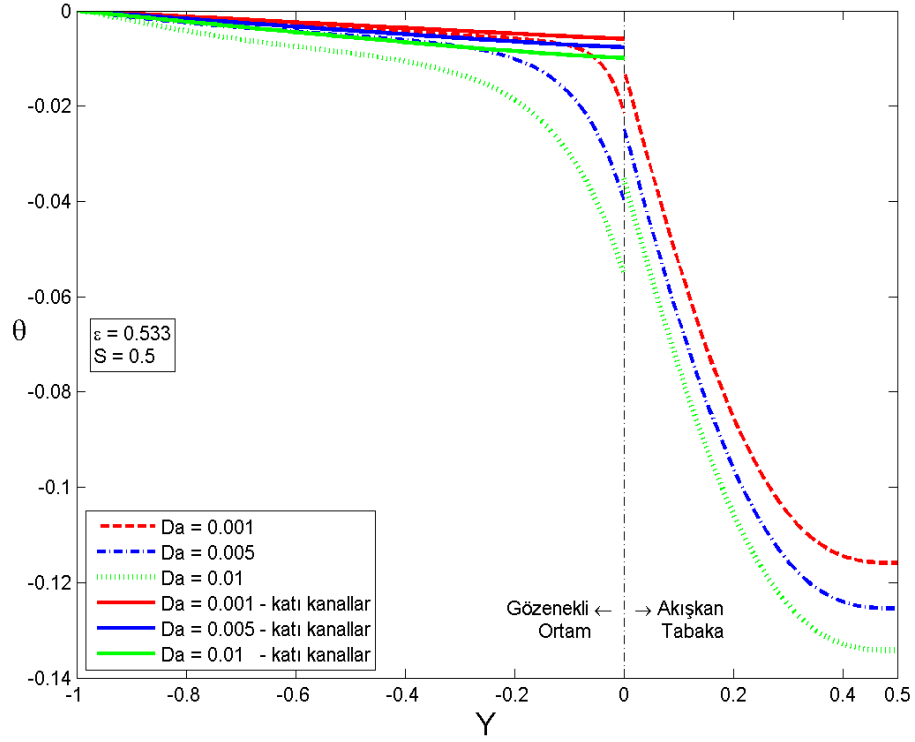
Şekil 3.6: Farklı gözeneklilik değerleri için modeldeki sıcaklık dağılımı

3.2.3 Gerilim Sıçrama Katsayısı, β (Stress-Jump Coefficient)

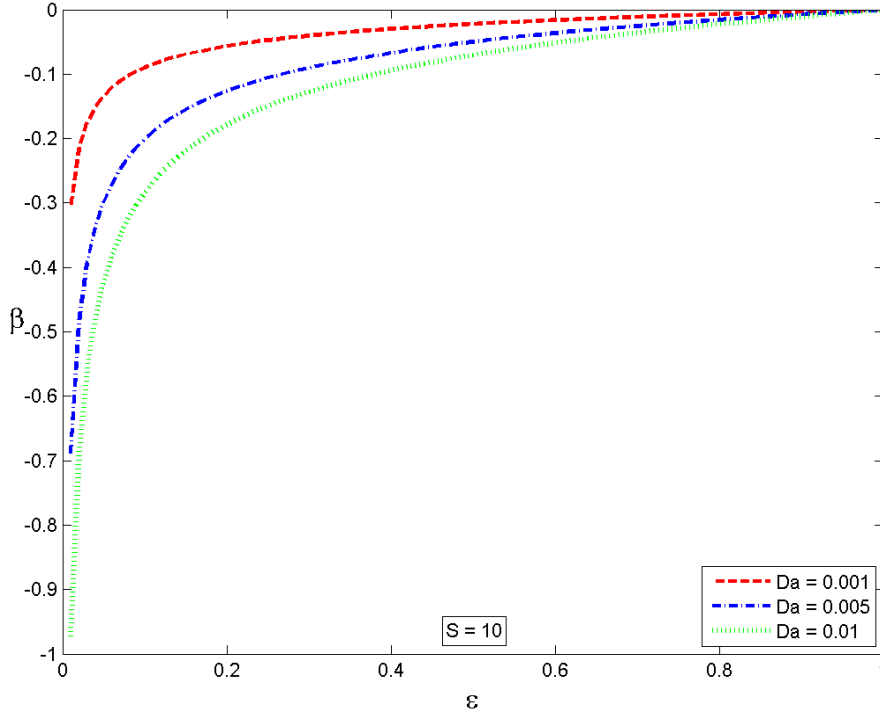
Gerilim sıçrama katsayısı gözenekliliğe, Darcy sayısına ve boşluk çapına ve akışkan tabakanın yüksekliğine bağlıdır. Şekil 3.9'da gerilim sıçrama katsayısının gözenekliliğe bağlı değişimi, boyutsuz akışkan tabakası kalınlığı 10, Darcy sayısı için 0.001, 0.005 ve 0.01 değerleri dikkate alınarak çizilmiştir. Şekilden görülebileceği gibi Darcy sayısı arttıkça β katsayısı azalmaktadır.



Şekil 3.7: Farklı S değerleri için modeldeki sıcaklık dağılımı



Şekil 3.8: Farklı Darcy sayıları için modeldeki sıcaklık dağılımı



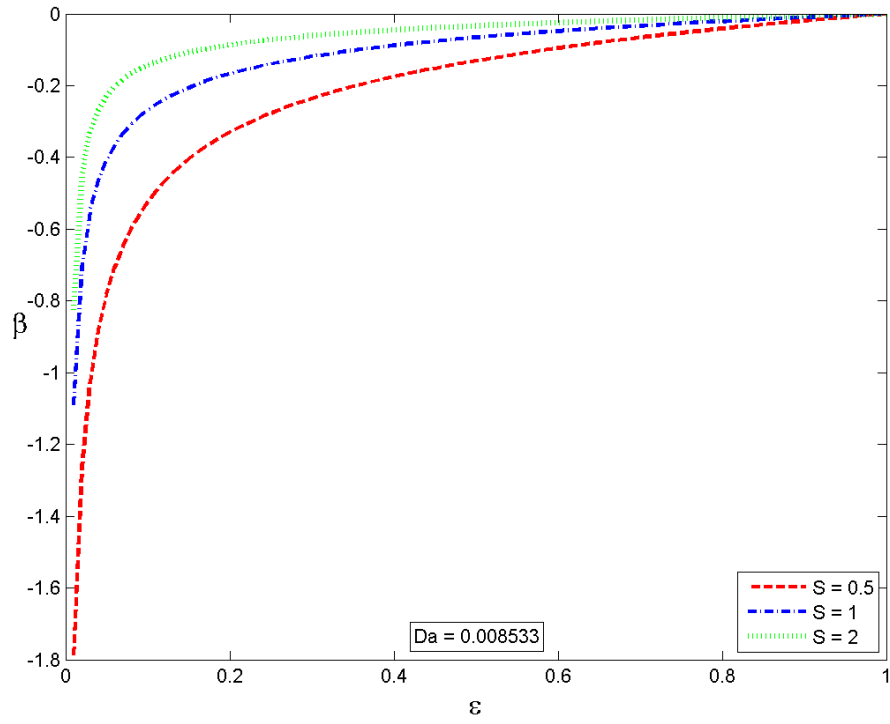
Şekil 3.9: Farklı Darcy değerleri için β katsayıları ($S \gg D_p$)

Şekil 3.10’da ise Darcy sayısı sabit tutulup, gerilim sıçrama katsayısı ile gözeneklilik arasındaki ilişkinin, akışkan tabakası kalınlığından nasıl etkilendiği incelenmiştir. Bu şekilde S için 0.5, 1 ve 2 değerleri verilmiştir. Şekil 3.10’dan görülebileceği gibi akışkan kalınlığı arttıkça β değerleri artmaktadır.

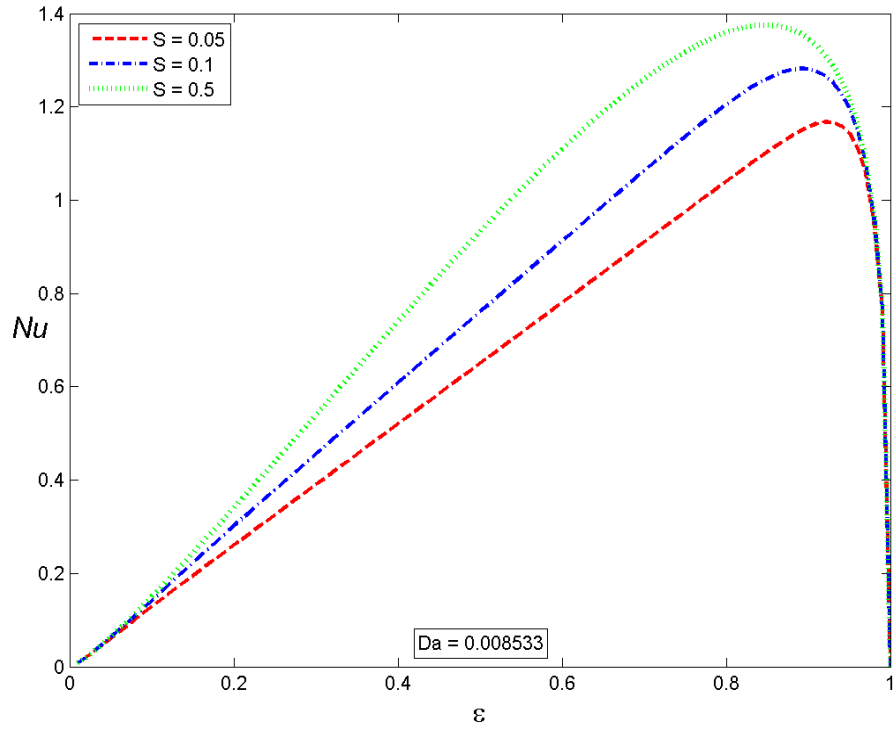
3.2.4 Nusselt Sayısı Denklemi

Nusselt Sayısı gözenekliliğe, boşluk çapına ve akışkan tabakanın yüksekliğine bağlıdır. Şekil 3.11, diğer değişkenler sabit tutulup, S için 0.05, 0.01 ve 0.5 değerleri verilerek çizilmiştir. Şekilden görülebileceği gibi S büyüklüğü arttıkça Nu sayısı azalmaktadır. Yani akışkan tabakasının kalınlığı arttıkça birim uzunlukta sıcaklık değişimi azalmaktadır.

Şekil 3.11 aynı zamanda Nusselt sayısının gözenekliliğe bağlı değişimini de göstermektedir. Bu şekilden görüleceği gibi, gözeneklilik arttıkça sıcaklık değişimi de artmaktadır.



Şekil 3.10: Farklı S değerleri için β katsayıları ($S \gg D_p$)



Şekil 3.11: Farklı Akışkan Kalınlıkları için Nu sayıları

4 SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Bir gözenekli ortam ve bu ortama komşu akışkan tabakasından oluşan bileşik sistemlerin uygulama alanlarının artışına bağlı olarak, son yıllarda bu tip sistemlerde akışkan akışının incelenmesi hakkında birçok çalışma yapılmıştır. Bu yüksek lisans tez çalışmasında, birbirini takip eden kanallar ve kanalları oluşturan geçirimsiz duvarlarla temsil edilen bir gözenekli ortam ve bu ortama komşu akışkandan oluşan bileşik sistemde akış ve ısı transferi analitik olarak incelenmiştir.

Çalışmada, gözenekli ortam için momentum korunum denklemi Darcy kanununu da içeren Navier Stokes denklemi şeklinde yazılmış, tam gelişmiş akış için düzenlenmiş ve sınır koşulları kullanılarak analitik olarak çözülmüştür. Gözenekli ortama komşu akışkan tabakada da hız dağılımı bulunurken Navier Stokes denklemi tam gelişmiş akış için düzenlenmiştir. Denklem hızın sadece y-eksenine göre türevini içermektedir. Bileşik sistemlerde, gözenekli ortam ile akışkan tabakası arayüzeyinde gerilim sıçrama koşulu yazılmaktadır. Ancak bu koşulda bilinmeyen bir katsayı oluşmaktadır. Genellikle, bu katsayı sayısal veya deneysel olarak saptanmaya çalışılır.

Bu çalışmada, literatürde yer alan bir çalışma örnek alınarak akışkan için momentum korunum denkleminde hızın y ve z yönüne bağlı değiştiği kabulü yapılmıştır. Bu modelde momentum korunum denklemi çözülrken akışa hem dik hem de paralel yönde hız değişimi dikkate alınmış olmaktadır. Zira arayüzeyde, gözenekli ortamın katı kısmında akışkan hızı sıfır ve akışkan kısmında ise bir değere sahiptir. Bu nedenle sınır koşulu olarak da sinüzoidal bir hız tanımlaması yapılmıştır. Bu koşullar altında akışkan tabakasından da hız dağılımı analitik olarak çözülmüştür. Bileşik sistemde gözenekli bölgede ve akışkan tabakasından enerji denklemleri de momentum denklemlerine benzer düşünce ile incelenmiştir.

Momentum ve enerji denklemlerinin analitik çözümleri yapıldıktan sonra, sonuçlar farklı gözeneklilik, akışkan tabakası kalınlığı ve Darcy sayısı değerleri kullanılarak hız ve sıcaklık dağılımları şeklinde sunulmuştur. Gözeneklilik, akışkan tabakası kalınlığı ve Darcy sayısı hız ve sıcaklık dağılımlarında etkili olmuştur.

Ancak özellikle hız dağılımında, gözeneklilik ve Darcy sayısının etkisi gözenekli ortamdan uzaklaştıkça azalmakta ve hız profilleri akışkan tabakasının üst kısmına doğru aynı değeri almaktadır. Gerek hız gerekse sıcaklık dağılımında ise boyutsuz akışkan tabakası kalınlığının değişimi gözenekli ortamdaki akışkan hızında veya gözenekli ortamdaki akışkan ve katı kanalların sıcaklığı üzerinde çok etkili olmamaktadır.

Çalışmada analitik olarak saptanan Nusselt sayısının gözeneklilik arttıkça daha büyük değerlere ulaşması, gözenekli ortamda boşluk hacmi büyüdükçe ısının daha iyi taşındığını da göstermektedir. Gerilim sıçrama koşulunda yer alan bilinmeyen β katsayısının analitik çözümle bulunan ifadesine göre gözenekliliğe, Darcy sayısına ve akışkan tabakası kalınlığına bağlı değişimi de incelenmiştir. Her şeyden önce gözeneklilik arttıkça β katsayısının değeri artmaktadır ama bu artış gözenekliliğin yaklaşık 0.4 değerine kadar daha fazladır. β katsayısını, Darcy sayısının artışı azaltmakta ve akışkan tabakası kalınlığının artışı ise arttırmaktadır.

KAYNAKLAR

- Alazmi, B., ve Vafai, K.,** 2001: Analysis of Fluid Flow and Heat Transfer Interfacial Conditions Between a Porous Medium and a Fluid Layer. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. Vol. **44**, pp. 1735 – 1749.
- Baytaş, A. C.,** 2006: Gözenekli Ortamlarda Taşınım Olayı. *İ.T.Ü. Fen Bilimleri Dergisi*. Cilt. **4**, Sayı. 1, Sayfa. 3-13.
- Beavers, G. S., ve Joseph, D. D.,** 1967: Boundary Conditions at a Naturally Permeable Wall. *Journal of Fluid Mechanics*. Vol. **30**, no. 1, pp. 197 – 207.
- Deen, W. M.,** 1998: Analysis of Transport Phenomena. Oxford University Press, Oxford, NY.
- Dullien, F.A.L.,** 1992: Porous Media, Second Edition: Fluid Transport and Pore Structure, Academic Press, San Diego, CA.
- Do, K. H., Min, J. Y., ve Kim, S. J.,** 2007: Thermal Optimization of an Internally Finned Tube Using Analytical Solutions Based on a Porous Medium Approach. *Journal of Heat Transfer* Vol. **129**, pp. 1408 – 1416.
- Gobin, D., Goyeau, B., ve Neculae, A.,** 2005: Convective Heat and Solute Transfer in Partially Porous Cavities. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. Vol. **48**, pp. 1898 – 1908.
- Goyeau, B., Lhuillier, D., Gobin, D., ve Velarde, M. G.,** 2003: Momentum Transport at a Fluid – Porous Interface. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. Vol. **46**, pp. 4071 – 4081.
- Url – 1** < <http://www.bam.de> > , alındığı tarih 15.08.2008
- Url – 2** < <http://minuet.dance.ohio-state.edu>> , alındığı tarih 10.12.2009
- Url – 3** <http://www.oup.co.uk>> , alındığı tarih 10.12.2009
- Url – 4** < <http://www.microscopy-uk.org.uk> > , alındığı tarih 15.08.2008
- Url – 5** < <http://earthobservatory.nasa.gov>> , alındığı tarih 15.08.2008
- Url – 6** < <http://www.reclaimedantiquewoods.com>> , alındığı tarih 10.12.2009
- Url – 7** < <http://www.woodanatomy.ch/>> , alındığı tarih 15.08.2008
- Url – 8** < <http://www.osha.gov> > , alındığı tarih 15.08.2008
- Url – 9** < <http://www.kgs.ku.edu> > , alındığı tarih 15.08.2008
- Url – 10** < <http://www.azom.com>> , alındığı tarih 15.08.2008
- Url – 11** < <http://www.ceramicindustry.com>> , alındığı tarih 15.08.2008

Url – 12<<http://www.euronuclear.org>>, alındığı tarih 15.08.2008

- Hirata, S. C., Goyeau, B., Gobin, D., Carr, M., ve Cotta, R. M.,** 2007: Linear Stability of Natural Convection in Superposed Fluid and Porous Layers: Influence of the Interfacial Modelling. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. Vol. **50**, pp. 1356 – 1367.
- Ingham D.B.,** 2004. Governing Equations for Laminar Flows through Porous Media, *Emerging Technologies and Techniques in Porous Media*, Ed. Ingham D.B., Bejan A., Mamut E., and Pop I., Kluwer, The Netherlands, pp. 1-11.
- Kaviany M.,** 1995: Principles of Heat transfer in Porous media, Springer – Verlag, NY.
- Kuznetsov, A. V.,** 1997: Influence of the Stress Jump Condition at the Porous – Medium/Clear Fluid Interface on a Flow at a Porous Wall. *International Communications of Heat and Mass Transfer*. Vol. **24**, pp. 401 – 410.
- Kuznetsov, A. V.,** 1998 (a): Analytical Investigation of Couette Flow in a Composite Flow in a Composite Channel Partially Filled with a Porous Medium and Partially with a Clear Fluid. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. Vol. **41**, no. 16, pp. 2556 – 2560.
- Kuznetsov, A. V.,** 1998 (b): Analytical Study of Fluid Flow and Heat Transfer during Forced Convection in a Composite Channel Partly Filled with a Brinkman – Forchheimer Porous Medium. *Flow, Turbulence and Combustion*. Vol. **60**, pp. 173 – 192.
- Liu S., ve Masliyah J.H.,** 1999: Non-linear Flows in Porous Media, *Journal of Non-Newtonian Mechanics* Vol. **86**, pp. 229 – 252.
- Min, J. Y., ve Kim, S. J.,** 2005: A Novel Methodology for Thermal Analysis of a Composite System Consisting of a Porous Medium and an Adjacent Fluid Layer. *Journal of Heat Transfer* Vol. **127**, pp. 648 – 656.
- Nield, D. A., ve Bejan, A.,** 2006: Convection in Porous Media (3rd Ed.). Springer, New York, NY.
- Ochoa-Tapia, J. A., ve Whitaker, S.,** 1995 (a): Momentum Transfer at the Boundary between a Porous Medium and a Homogeneous Fluid – 1. Theoretical Development. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. Vol. **38**, pp. 2635 – 2646.
- Ochoa-Tapia, J. A., ve Whitaker, S.,** 1995 (b): Momentum Transfer at the Boundary between a Porous Medium and a Homogeneous Fluid – 2. Comparison with Experiment. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. Vol. **38**, pp. 2647 – 2655.
- Ochoa-Tapia, J. A., ve Whitaker, S.,** 1997: Heat Transfer at the Boundary between a Porous Medium and a Homogeneous Fluid. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. Vol. **40**, no. 11, pp. 2691 – 2707.
- Poulikakos, D., ve Kazmierczak, M.,** 1987: Forced Convection in a Duct Partially Filled With a Porous Material. *Journal of Heat Transfer*. Vol. **109**, pp. 653 – 662.

- Sahraoui, M., ve Kaviany, M.,** 1992: Slip and No-slip Velocity Boundary Conditions at Interface of Porous, Plain Media. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. Vol. **35**, no. 4, pp. 927 – 943.
- Ward J.C.,** 1964: Turbulent Flow in Porous Media. *Proceedings of the American Society of Civil Engineers* Vol. **90**, pp. 1 – 12.
- Vafai, K., ve Kim, S. J.,** 1990: Analysis of Surface Enhancement by a Porous Substrate. *Journal of Heat Transfer*. Vol. **112**, pp. 700 – 706.
- Vafai K., ve Tien C.L.,** 1981: Boundary and inertia effects on flow and heat transfer in porous media. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. Vol. **24**, pp. 195 – 203.
- Valdes-Parada, F. J., Goyeau, B., Gobin, ve Ochoa-Tapia, J. A.,** 2007: Jump Momentum Boundary Condition at a Fluid-Porous Dividing Surfaces: Derivation of the Closure Problem. *Chemical Engineering Science* Vol. **62**, pp. 4025 – 4039.

EKLER

EK - A

Boyutsuz Momentum Korunum Denklemlerinin Çözümü

Gözenekli Ortamdaki Boyutsuz Momentum Korunum Denkleminin Çözümü

Denklem (3.5)'in çözümü aşağıdaki gibidir.

$$\frac{d^2 \langle U \rangle_f}{dY^2} - \frac{\langle U \rangle_f}{Da} = -1 \quad (3.5)$$

Bu denklemin çözümü için önce sağ tarafsızın genel çözümü yapılır. Buna göre

$$\frac{d^2 \langle U \rangle_f}{dY^2} - \frac{\langle U \rangle_f}{Da} = 0 \text{ 'dir.}$$

$$\text{Buradan } D_{1,2} = \mp \frac{1}{\sqrt{Da}}$$

elde edilir. Denklem (3.5) için homojen çözüm aşağıdaki gibidir.

$$\langle U \rangle_f = B_1 \cosh\left(\frac{Y}{\sqrt{Da}}\right) + B_2 \sinh\left(\frac{Y}{\sqrt{Da}}\right) \quad (A.1)$$

Özel çözüm bulunurken b bir sabit olmak üzere Denklem (3.5)'de $\langle U \rangle = b$ yerine konur ve $b = Da$ elde edilir. Sonuç olarak, Denklem (3.5)'in yani gözenekli ortam için momentum korunum denkleminin genel çözümü aşağıdaki gibidir.

$$\langle U \rangle_f = B_1 \cosh\left(\frac{Y}{\sqrt{Da}}\right) + B_2 \sinh\left(\frac{Y}{\sqrt{Da}}\right) + Da \quad -1 \leq Y \leq 0^- \quad (A.2)$$

Denklem (3.5) için sınır koşulları aşağıdaki gibidir.

$$\langle U \rangle_f \Big|_{Y=0} = \frac{U_i}{\varepsilon} \quad (\text{A.3})$$

$$\langle U \rangle_f \Big|_{Y=-1} = 0 \quad (\text{A.4})$$

Burada U_i gözenekli ortam – akışkan ara yüzeyinde yüzeysel ortalama hızdır. Sınır koşulları Denklem (A.2)'e uygulanırsa B_1 ve B_2 değerleri aşağıdaki gibi bulunur.

$$B_1 = \frac{U_i}{\varepsilon} - Da \quad (\text{A.5})$$

$$B_2 = \frac{B_1}{\tanh\left(\frac{1}{\sqrt{Da}}\right)} + \frac{Da}{\sinh\left(\frac{1}{\sqrt{Da}}\right)} \quad (\text{A.6})$$

Sonuç olarak, gözenekli ortamda akışkanın hız dağılımını veren denklem aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\langle U \rangle_f = \left(\frac{U_i}{\varepsilon} - Da \right) \left[\cosh\left(\frac{Y}{\sqrt{Da}}\right) + \frac{\sinh\left(\frac{Y}{\sqrt{Da}}\right)}{\tanh\left(\frac{1}{\sqrt{Da}}\right)} \right] + Da \left[1 + \frac{\sinh\left(\frac{Y}{\sqrt{Da}}\right)}{\sinh\left(\frac{1}{\sqrt{Da}}\right)} \right] \quad (\text{A.7})$$

Akışkan Bölgesindeki Boyutsuz Momentum Korunum Denkleminin Çözümü

Akışkan tabakası için yine x – yönünde daimi ve sıkıştırılamaz bir akış için momentum korunum denklemi aşağıdaki gibi yazılır.

$$\frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = -1 \quad 0^+ \leq Y \leq S \quad (\text{3.15})$$

Denklem (3.15)'in çözümü için, Denklem (A.8)'daki gibi bir tanım yapılmıştır.

$$W = U + aY^2 + bY + c \quad (\text{A.8})$$

Yukarıdaki tanıma göre Denklem (3.15)'in birinci ve ikinci türevleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2} + 2a \quad (\text{A.9})$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} = \frac{\partial^2 W}{\partial Z^2} \quad (\text{A.10})$$

Yalıtılmış üst yüzey için sınır koşulları aşağıdaki gibidir.

$$U|_{Y=S} = 0 \quad (\text{A.11})$$

$$W|_{Y=S} = 0 \quad (\text{A.12})$$

Denklem (3.15)'deki c sabiti $-U_i$ olarak kabul edilmiştir.

Sınır koşulları ve kabuller, Denklem (A.8)'a uygulanırsa aşağıdaki denklem elde edilir.

$$U = W - \frac{1}{2}Y^2 - \left(\frac{U_i}{S} - \frac{S}{2}\right)Y + U_i \quad (\text{A.13})$$

Denklem (A.13)'teki W değerinin çözümü için Denklem (A.14) kullanılacaktır.

$$\frac{\partial^2 W}{\partial Z^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2} = 0 \quad (\text{A.14})$$

Burada W değerinin çözümü için aşağıdaki tanım yapılabilir.

$$W(Z, Y) = B(Z)X(Y) \quad (\text{A.15})$$

Bu tanımdan faydalanılarak yeniden oluşturulan Denklem (A.14) aşağıdaki gibidir.

$$\underbrace{\frac{\partial^2 B}{\partial Z^2}}_{-\lambda^2} X + \underbrace{\frac{\partial^2 X}{\partial Y^2}}_{\lambda^2} B = 0 \quad (\text{A.16})$$

Bu denklemin sifıra eşit olması için sabit λ değerinin zıt işaretli olması gerekmektedir. Buradan $D_{3,4} = \mp \lambda$ elde edilir. X değerinin çözümü aşağıdaki gibidir.

$$X = G_1 \sinh \lambda Y + G_2 \cosh \lambda Y \quad (\text{A.17})$$

Aynı şekilde, Denklem (A.16)'deki B değeri için $D_{5,6} = \mp \lambda$ olarak elde edilir ve çözümü aşağıdaki gibidir.

$$B = G_3 \cos \lambda Z + G_4 \sin \lambda Z \quad (\text{A.18})$$

Denklem (A.17) ve Denklem (A.18), Denklem (A.15)'da yerine konursa W değeri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$W = (G_1 \sinh \lambda Y + G_2 \cosh \lambda Y)(G_3 \cos \lambda Z + G_4 \sin \lambda Z) \quad (\text{A.19})$$

Denklem (A.17) için sınır koşulları aşağıdaki gibidir.

$$\left. \frac{\partial U}{\partial Z} \right|_{Z=0} = 0 \Rightarrow \left. \frac{\partial W}{\partial Z} \right|_{Z=0} = 0 \quad (\text{A.20})$$

$$\left. \frac{\partial U}{\partial Z} \right|_{Z=L} = 0 \Rightarrow \left. \frac{\partial W}{\partial Z} \right|_{Z=L} = 0 \quad (\text{A.21})$$

Sınır koşulları Denklem (A.19)'da yerine konursa W değeri Denklem (A.15)'deki gibi elde edilir.

$$W = \sum C_{1n} \cosh\left(\frac{n\pi Y}{L}\right) \cos\left(\frac{n\pi Z}{L}\right) + \sum C_{2n} \sinh\left(\frac{n\pi Y}{L}\right) \cos\left(\frac{n\pi Z}{L}\right) \quad (\text{A.22})$$

Denklem (A.22), Denklem (A.13)'te yerine konursa Denklem (A.23) elde edilir.

$$U = \left[\sum C_{1n} \cosh\left(\frac{n\pi Y}{L}\right) \cos\left(\frac{n\pi Z}{L}\right) + \sum C_{2n} \sinh\left(\frac{n\pi Y}{L}\right) \cos\left(\frac{n\pi Z}{L}\right) \right] - \frac{1}{2} Y^2 - \left(\frac{U_i}{S} - \frac{S}{2} \right) Y + U_i \quad (\text{A.23})$$

Denklem (3.16)'deki sınır koşulu uygulanırsa C_{1n} ve C_{2n} değerleri aşağıdaki gibi bulunur.

$$C_{1n} = \frac{-\sinh\left(\frac{n\pi S}{L}\right)}{\cosh\left(\frac{n\pi S}{L}\right)} C_{2n} \quad (\text{A.24})$$

$$C_{2n} = \frac{-\cosh\left(\frac{n\pi S}{L}\right)}{\sinh\left(\frac{n\pi S}{L}\right)} C_{1n} \quad (\text{A.25})$$

$Y = 0^+$ için sınır koşulu aşağıdaki gibidir, **Min ve Kim (2005)**.

$$U(Z)|_{Y=0^+} = U_i \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sinh(\varepsilon n \pi)}{\varepsilon n \pi} \cosh\left(\frac{n\pi H Z}{L}\right) \right] \quad (\text{A.26})$$

Yukarıdaki sınır koşulu, Denklem (A.23)'e uygulanırsa gözenekli ortama komşu akışkan tabakadaki hız dağılımını veren denklem aşağıdaki gibi elde edilir.

$$U = -\frac{1}{2} Y^2 - \left(\frac{U_i}{S} - \frac{S}{2} \right) Y + U_i + 2U_i \left[\sum C_n \sinh\left(\frac{n\pi(S-Y)}{L}\right) \cos\left(\frac{n\pi Z}{L}\right) \right] \quad (\text{A.27})$$

$$C_n = \frac{\sin(\varepsilon n \pi)}{\varepsilon n \pi \sinh\left(\frac{n\pi S}{L}\right)} \text{ olmak üzere}$$

Boyutsuz Enerji Korunum Denkleminin Çözümü

Gözenekli ortam-akışkan ikilisinden oluşan bileşik sistemlerde enerji korunum denklemi gözenekli ortam ve akışkan bölgesi için ayrı ayrı yazılmaktadır.

Gözenekli Ortamdaki Boyutsuz Enerji Korunum Denkleminin Çözümü

Şekil 3.2'deki modeldeki geçirimsiz katı kanallar için boyutsuz sıcaklık dağılımı denklemi ve geçirimsiz katı kanallar arasındaki akışkan için sıcaklık dağılımı denklemi aşağıdaki gibidir.

$$\frac{d^2 \langle \theta \rangle_s}{dY^2} = \frac{h_{sf} H^2}{k_{se}} \left(\langle \theta \rangle_s - \langle \theta \rangle_f \right), \quad -1 \leq Y \leq 0^- \quad (3.20)$$

$$\frac{d^2 \langle \theta \rangle_f}{dY^2} + \frac{h_{sf} H^2}{k_{fe}} \left(\langle \theta \rangle_s - \langle \theta \rangle_f \right) = P \langle U \rangle_f, \quad -1 \leq Y \leq 0^- \quad (3.21)$$

Denklem (3.20) ve Denklem (3.21)'in çözümü için aşağıdaki denklemler tanımlanmıştır.

$$\theta_1 = \theta_s - \theta_f \quad (A.28)$$

$$\theta_2 = k_{se} \theta_s - k_{fe} \theta_f \quad (A.29)$$

Denklem (3.20)'den Denklem (3.21) çıkartılırsa Denklem (A.30) elde edilir.

$$\frac{d^2 (\theta_s - \theta_f)}{dY^2} - \left(\frac{h_{sf} H^2}{k_{se}} + \frac{h_{sf} H^2}{k_{fe}} \right) (\theta_s - \theta_f) = -P \langle U \rangle_f \quad (A.30)$$

$A = \sqrt{h_{sf} H^2 (1/k_{se} + 1/k_{fe})}$ olmak üzere Denklem (A.30)'nin sadeleştirilmiş hali aşağıdaki gibidir. , **Min ve Kim (2005)**.

$$\frac{d^2 \theta_1}{dY^2} - A^2 \theta_1 = -P \langle U \rangle_f \quad (A.31)$$

Denklem (3.20) ile Denklem (3.22) toplanırsa aşağıdaki denkleme ulaşılır.

$$\frac{d^2 (k_{se} \theta_s - k_{fe} \theta_f)}{dY^2} = k_{fe} P \langle U \rangle_f \quad (A.32)$$

Denklem (A.29), Denklem (A.32)'da yerine konursa aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\frac{d^2 \theta_2}{dY^2} = k_{fe} P \langle U \rangle_f \quad (A.33)$$

Denklem (3.20) ve Denklem (3.22) için sınır koşulları aşağıdaki gibidir. , **Min ve Kim (2005)**.

$$\theta_f|_{Y=0^-} = \theta_{fi} \quad (\text{A.34})$$

$$\theta_s|_{Y=0^-} = \theta_{si} \quad (\text{A.35})$$

$$\theta_f|_{Y=-1} = 0 \quad (\text{A.36})$$

$$\theta_s|_{Y=-1} = 0 \quad (\text{A.37})$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \Big|_{Y=S} = 0 \quad (\text{A.38})$$

Aynı şekilde, Denklem (A.28) ve Denklem (A.29) kullanılarak sınır koşulları θ_1 ve θ_2 için yeniden elde edilmiştir.

$$\theta_1|_{Y=0^-} = \theta_{si} - \theta_{fi} \quad (\text{A.39})$$

$$\theta_2|_{Y=0^-} = k_{se} \theta_{si} + k_{fe} \theta_{fi} \quad (\text{A.40})$$

$$\theta_1|_{Y=-1} = 0 \quad (\text{A.41})$$

$$\theta_2|_{Y=-1} = 0 \quad (\text{A.42})$$

Denklem (A.31)'in çözümü için belirsiz katsayı metodu kullanılmıştır. Belirsiz katsayı metodunun tanımı aşağıdadır.

$$\theta_1 = \theta_1^{(H)} + \theta_1^{(P)} \quad (\text{A.43})$$

Homojen çözümü aşağıdaki gibidir.

$$\theta_1^{(H)} = M_1 \cosh(AY) + M_2 \sinh(AY) \quad (\text{A.44})$$

Özel çözüm aşağıdaki gibidir.

$$\theta_1^{(P)} = N_1 \cosh\left(\frac{Y}{\sqrt{Da}}\right) + N_2 \sinh\left(\frac{Y}{\sqrt{Da}}\right) + N_3 \quad (\text{A.45})$$

Denklem (A.44) ve Denklem (A.45) toplanırsa θ_1 için aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\theta_1 = M_1 \cosh(AY) + M_2 \sinh(AY) + N_1 \cosh\left(\frac{Y}{\sqrt{Da}}\right) + N_2 \sinh\left(\frac{Y}{\sqrt{Da}}\right) + N_3 \quad (\text{A.46})$$

θ_1 ve θ_2 için elde edilmiş sınır koşulları Denklem (A.46)'e uygulanırsa denklemdeki katsayılar aşağıdaki gibi elde edilir.

$$N_1 = -\frac{PB_1}{\left(A^2 - \frac{1}{Da}\right)} \quad (\text{A.47})$$

$$N_2 = -\frac{PB_2}{\left(A^2 - \frac{1}{Da}\right)} \quad (\text{A.48})$$

$$N_3 = -\frac{PDa}{A^2} \quad (\text{A.49})$$

Denklem (A.33)'nin çözümü için belirsiz katsayı metodu kullanılmıştır.

$$\theta_2 = \theta_2^{(H)} + \theta_2^{(P)} \quad (\text{A.50})$$

Homojen çözümü aşağıdaki gibidir.

$$\theta_2^{(H)} = M_3 Y + M_4 \quad (\text{A.51})$$

Özel çözüm aşağıdaki gibidir.

$$\theta_2^{(P)} = N_4 \cosh\left(\frac{Y}{\sqrt{Da}}\right) + N_5 \sinh\left(\frac{Y}{\sqrt{Da}}\right) + N_6 Y^2 \quad (\text{A.52})$$

Denklem (A.51) ve Denklem (A.52) toplanırsa θ_2 için aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\theta_2 = M_3 Y + M_4 + N_4 \cosh\left(\frac{Y}{\sqrt{Da}}\right) + N_5 \sinh\left(\frac{Y}{\sqrt{Da}}\right) + N_6 Y^2 \quad (\text{A.53})$$

Denklem (A.53)'in 2. türevi alınırsa aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\theta_2^{(P)} = \frac{N_4}{Da} \cosh\left(\frac{Y}{\sqrt{Da}}\right) + \frac{N_5}{Da} \sinh\left(\frac{Y}{\sqrt{Da}}\right) + 2N_6 \quad (\text{A.54})$$

Denklem (A.54) ve Denklem (A.33) birbirine eşitlenirse N_4 , N_5 ve N_6 katsayıları için aşağıdaki değerler elde edilir.

$$N_4 = k_{fe} P B_1 Da \quad (\text{A.55})$$

$$N_5 = k_{fe} P B_2 Da \quad (\text{A.56})$$

$$N_6 = \frac{k_{fe} P Da}{2} \quad (\text{A.57})$$

θ_1 ve θ_2 için elde edilmiş sınır koşulları Denklem (A.46) ve Denklem (A.53)'e uygulanırsa denklemlerdeki katsayılar aşağıdaki gibi elde edilir.

$$M_1 = \theta_{si} - \theta_{fi} - N_1 - N_3 \quad (\text{A.58})$$

$$M_2 = \frac{M_1 \cosh(A) + N_1 \cosh\left(\frac{Y}{\sqrt{Da}}\right) - N_2 \sinh\left(\frac{Y}{\sqrt{Da}}\right) + N_3}{\sinh(A)} \quad (\text{A.59})$$

$$M_4 = k_{se} \theta_{si} + k_{fe} \theta_{fi} - N_4 \quad (\text{A.60})$$

$$M_3 = M_4 - N_4 \cosh\left(\frac{1}{\sqrt{Da}}\right) + N_5 \sinh\left(\frac{1}{\sqrt{Da}}\right) + N_6 \quad (\text{A.61})$$

Denklem (A.28) ve Denklem (A.29)'daki tanımlar tekrar kullanılırsa gözenekli ortamdaki geçirimsiz kanallar ve kanallar arasındaki akışkan için sıcaklık dağılımını veren denklemler aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\theta_s = \frac{1}{k_{se} + k_{fe}} \left[k_{fe} \times \left\{ M_1 \cosh(AY) + M_2 \sinh(AY) + N_1 \cosh\left(\frac{Y}{\sqrt{Da}}\right) + N_2 \sinh\left(\frac{Y}{\sqrt{Da}}\right) + N_3 \right\} + N_4 \cosh\left(\frac{Y}{\sqrt{Da}}\right) + N_5 \sinh\left(\frac{Y}{\sqrt{Da}}\right) + N_6 + M_3 Y + M_4 \right] \quad (\text{A.62})$$

$$\theta_f = \frac{1}{k_{se} + k_{fe}} \left[-k_{se} \times \left\{ M_1 \cosh(AY) + M_2 \sinh(AY) + N_1 \cosh\left(\frac{Y}{\sqrt{Da}}\right) + N_2 \sinh\left(\frac{Y}{\sqrt{Da}}\right) + N_3 \right\} + N_4 \cosh\left(\frac{Y}{\sqrt{Da}}\right) + N_5 \sinh\left(\frac{Y}{\sqrt{Da}}\right) + N_6 + M_3 Y + M_4 \right] \quad (\text{A.63})$$

Akışkan Bölgesindeki Boyutsuz Enerji Korunum Denkleminin Çözümü

Akışkan akışı analizindeki çözümdeki gibi gözenekli ortama komşu akışkan tabakadaki çözüm için kullanılan boyutsuz enerji denklemi aşağıdadır.

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} = PU, \quad 0^+ \leq Y \leq S \quad (\text{3.44})$$

Denklem (3.44) çözümünde Sonlu Fourier Dönüşümü (Finite Fourier Transform) metodu kullanılmıştır. Bu metodun tanımı aşağıdadır.

$$\hat{\theta}_n(Y) = \int_{-L/H}^{L/H} \theta(Y, Z) \Phi(Z) dZ \quad (\text{A.64})$$

Çizelge A.1'de akışkan tabakadaki hız dağılımı çözümünde kullanılan Sonlu Fourier Dönüşümü (FFT) için gerekli Eigen kaynak fonksiyonları görülmektedir.

Çizelge A.1: Eigen değer problemlerin kartezyen koordinatlarda ortonormal kaynak fonksiyonları (Deen,1998)s

| Durum | Sınır Koşulları | Kaynak Fonksiyonlar |
|-------|------------------------------|---|
| I | $\Phi(0) = 0, \Phi(L) = 0$ | $\Phi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right), n = 1, 2, \dots$ |
| II | $\Phi'(0) = 0, \Phi(L) = 0$ | $\Phi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \cos\left(\left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\pi x}{L}\right), n = 1, 2, \dots$ |
| III | $\Phi(0) = 0, \Phi'(L) = 0$ | $\Phi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\pi x}{L}\right), n = 1, 2, \dots$ |
| IV | $\Phi'(0) = 0, \Phi'(L) = 0$ | $\Phi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right), n = 1, 2, \dots$ $\Phi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{L}}$ |

Denklem (3.44)'nın çözümü için Çizelge A.1'in IV.'ü durumu kullanılmıştır. $L = 1$ için Eigen kaynak fonksiyon değerleri aşağıdaki gibidir.

$$\Phi_0(x) = 1, \quad \mu_0 = 0 \quad (\text{A.65})$$

$$\Phi_n(x) = \sqrt{2} \cos(\lambda_n Z), \quad \mu_n = \frac{n\pi H}{L} \quad (\text{A.66})$$

Denklem (3.44) için sınır koşulları aşağıdadır.

$$Z = -\frac{L}{H} \text{ için } \frac{\partial \theta}{\partial Z} = 0 \quad (\text{A.67})$$

$$Z = \frac{L}{H} \text{ için } \frac{\partial \theta}{\partial Z} = 0 \quad (\text{A.68})$$

$$Y = S \text{ için } \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \quad (\text{A.69})$$

$$Y = 0^+ \text{ için } \theta(Z) = \varepsilon T_{fi} + (1 - \varepsilon) T_{si} + 2(T_{fi} - T_{si}) \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\varepsilon n \pi)}{n \pi} \cosh\left(\frac{n \pi Z}{L}\right) \right] \quad (\text{A.70})$$

Denklem (A.67), Denklem (A.68) ve Denklem (A.69) için FFT değerleri 0'dır.

Denklem (3.44)'nün sağ tarafına FFT uygulanırsa, $n = 0$ için aşağıdaki denklem elde edilir.

$$FFT(PU) = P\hat{U}_0 \quad (\text{A.71})$$

Denklem (3.44)'nün sağ tarafına FFT uygulanırsa, $n \neq 0$ için aşağıdaki denklem elde edilir.

$$FFT(PU) = P\hat{U}_n \quad (\text{A.72})$$

Sınır koşulu olan Denklem (A.70) için FFT uygulanırsa, $n = 0$ için aşağıdaki denklem elde edilir.

$$FFT(\theta(Z)_{Y=0}) = [\varepsilon T_{fi} + (1 - \varepsilon) T_{si}] \frac{2L}{H} \quad (\text{A.73})$$

Sınır koşulu olan Denklem (A.70) için FFT uygulanırsa, $n \neq 0$ için aşağıdaki denklem elde edilir.

$$FFT(\theta(Z)_{Y=0}) = 2(T_{fi} - T_{si}) \sqrt{2} \frac{\sin(\varepsilon n \pi)}{\varepsilon n \pi} \frac{H}{L} \quad (\text{A.74})$$

Denklem (3.44)'nün FFT dönüşümü uygulandıktan sonra adi diferansiyel denkleme dönüşmüş olan hali aşağıdadır.

$$\frac{d^2 \theta_n}{dY^2} - \mu_n^2 \theta_n = \begin{cases} P\hat{U}_0 & n = 0 \\ P\hat{U}_n & n \neq 0 \end{cases} \quad (\text{A.75})$$

Denklem (A.75)'in $n = 0$ için çözümü sonucunda aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\frac{d^2 \theta_0}{dY^2} = P \left(-\frac{L}{H} Y^2 + C_1 Y + C_2 \right) \quad (\text{A.76})$$

Denklem (A.76)'un integrali alınırsa Denklem (A.77) elde edilir.

$$\hat{\theta}_0(Y) = P \left(-\frac{L}{H} \frac{Y^4}{12} + C_1 \frac{Y^3}{6} + C_2 Y^2 + C_3 Y + C_4 \right) \quad (\text{A.77})$$

Sınır koşulları yerine konursa Denklem (A.71) için aşağıdaki değerler elde edilir.

$$C_1 = \frac{L}{H} S - \frac{2H}{L} U_i \quad (\text{A.78})$$

$$C_2 = \frac{2H}{L} U_i \quad (\text{A.79})$$

$$C_3 = \frac{L}{H} \frac{S^3}{3} - C_1 \frac{S^2}{2} - C_2 S \quad (\text{A.80})$$

$$C_4 = \left[\varepsilon \theta_{fi} + (1 - \varepsilon) \theta_{si} \right] \frac{2L}{H} \quad (\text{A.81})$$

Bu durumda $n = 0$ için $\hat{\theta}_0$ değeri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\hat{\theta}_0(Y) = P \left(\begin{aligned} & -\frac{L}{H} \frac{Y^4}{12} + \left(\frac{S}{2} - \frac{U_i}{S} \right) \frac{L}{H} \frac{Y^3}{3} + U_i \frac{L}{H} Y^2 \\ & + \left(\frac{L}{H} \frac{S^3}{6} + U_i S \frac{L}{H} \right) Y + \left[\varepsilon \theta_{fi} + (1 - \varepsilon) \theta_{si} \right] \frac{2L}{H} \end{aligned} \right) \quad (\text{A.82})$$

$n \neq 0$ için $\hat{\theta}_n$ tanımı aşağıdadır.

$$\hat{\theta}_n(Y) = G_1 \sinh(\mu_n Y) + G_2 \cosh(\mu_n Y) + \hat{\theta}_n^{(p)} \quad (\text{A.83})$$

Özel çözüm $\hat{\theta}_n^{(p)}$ için tanım aşağıdaki gibidir.

$$\hat{\theta}_n^{(p)}(Y) = J_1 \sinh(\mu_n Y) Y + J_2 \cosh(\mu_n Y) Y \quad (\text{A.84})$$

$\hat{\theta}_n^{(p)}$, nin birinci türevi aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned}\hat{\theta}_n^{(p)}(Y) &= J_1(\sinh(\mu_n Y) + \mu_n \cosh(\mu_n Y)Y) \\ &+ J_2(\cosh(\mu_n Y) + \mu_n \sinh(\mu_n Y)Y)\end{aligned}\quad (\text{A.85})$$

$\hat{\theta}_n^{(p)}$, nin ikinci türevi aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned}\hat{\theta}_n^{(p)}(Y) &= J_1(2\mu_n \cosh(\mu_n Y) + \mu_n^2 Y \sinh(\mu_n Y)) \\ &+ J_2(2\mu_n \sinh(\mu_n Y) + \mu_n^2 Y \cosh(\mu_n Y))\end{aligned}\quad (\text{A.86})$$

Denklem (A.84) ve Denklem (A.86) Denklem (A.75)'de yerine konursa aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\begin{aligned}&J_1 2\mu_n \cosh(\mu_n Y) + J_2 2\mu_n \sinh(\mu_n Y) \\ &= P \left[2\sqrt{2} \frac{\sin(\varepsilon n \pi)}{\varepsilon n \pi} \frac{H}{L} U_i \left(\frac{\sinh(\lambda_n Y)}{\tanh(\lambda_n S)} + \cosh(\lambda_n Y) \right) \right]\end{aligned}\quad (\text{A.87})$$

Yukarıdaki denklem çözümlerse aşağıdaki değerler bulunur.

$$J_1 = P\sqrt{2} \frac{\sin(\varepsilon n \pi)}{\varepsilon n \pi} \frac{H}{L} U_i \quad (\text{A.88})$$

$$J_2 = -P\sqrt{2} \frac{\sin(\varepsilon n \pi)}{\varepsilon n \pi} \frac{H}{L} U_i \left(\frac{\cosh(\lambda_n S)}{\sinh(\lambda_n S)} \right) = -J_1 \coth(\lambda_n S) \quad (\text{A.89})$$

$\hat{\theta}_n(Y)$ aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned}\hat{\theta}_n(Y) &= G_1 \sinh(\mu_n Y) + G_2 \cosh(\mu_n Y) \\ &+ J_1 \sinh(\mu_n Y)Y - J_1 \coth(\lambda_n S) \cosh(\mu_n Y)Y\end{aligned}\quad (\text{A.90})$$

Sıcaklık denkleminin FFT için ters dönüşüm tanımı aşağıdaki gibidir.

$$\theta(Y, Z) = \underbrace{\hat{\theta}_0 \Phi_0}_{n=0} + \underbrace{\sum_{n=1}^{\infty} \hat{\theta}_n \Phi_n}_{n \neq 0} \quad (\text{A.91})$$

Denklem (A.82), Denklem (A.65), Denklem (A.90) ve Denklem (A.66) yukarıdaki denklemde yerine konursa gözenekli ortama bitişik akışkan tabakadaki sıcaklık dağılımı aşağıdaki gibi bulunur.

$$\theta(Y,Z) = P \left(\begin{array}{l} -\frac{L}{H} \frac{Y^4}{12} + \left(\frac{S}{2} - \frac{U_i}{S} \right) \frac{L}{H} \frac{Y^3}{3} + U_i \frac{L}{H} Y^2 \\ + \left(\frac{L}{H} \frac{S^3}{6} + U_i S \frac{L}{H} \right) Y + [\varepsilon \theta_{fi} + (1-\varepsilon) \theta_{si}] \frac{2L}{H} \end{array} \right) \cdot 1 \quad (\text{A.92})$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \left[\begin{array}{l} G_1 \sinh(\mu_n Y) + G_2 \cosh(\mu_n Y) + J_1 \sinh(\mu_n Y) Y \\ -J_1 \coth(\lambda_n S) \cosh(\mu_n Y) Y \end{array} \right] \cdot \sqrt{2} \cos(\mu_n Z)$$

ÖZGEÇMİŞ



Ad Soyad: İhsan Burak Kulga

Doğum Yeri ve Tarihi: Ankara - 1979

Adres: Aydın Sokak, Güven Apt. 14-18, Suadiye, İstanbul

Lisans Üniversitesi: Petrol ve Doğalgaz Mühendisliği - ODTÜ

1998 yılında Mehmet Emin Resulzade Anadolu Lisesi'ndeki eğitimini tamamladıktan sonra Ortadoğu Teknik Üniversitesi Petrol ve Doğalgaz Mühendisliği bölümüne girdi. Buradaki eğitimini tamamladıktan sonra 2004 yılında Petroleum Exploration Mediterranean Inc. şirketinde petrol mühendisi olarak çalışmaya başladı. Buradaki görevine devam ederken 2007 yılında İstanbul Teknik Üniversitesi Enerji Enstitüsü Enerji Bilimi ve Teknolojileri yüksek lisans programına başladı. Halen Pennsylvania State University'sinde Petrol ve Mineral Mühendisliği bölümünde yüksek lisans eğitimine devam etmektedir.