**İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ BİLİŞİM ENSTİTÜSÜ**

# TERS SAÇILMA PROBLEMLERİNDE BORN YAKLAŞIMLARI

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Elektronik Haberleşme Müh. Osman TIRAK**

**Anabilim Dalı: İLERİ TEKNOLOJİLER**

**Programı: UYDU HABERLEŞMESİ VE UZAKTAN ALGILAMA**

**OCAK 2009**

**<u>İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ BİLİŞİM ENSTİTÜSÜ</u>**

# TERS SAÇILMA PROBLEMLERİNDE BORN YAKLAŞIMLARI

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Elektronik Haberleşme Müh. Osman TIRAK**
**(705051015)**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 25 Aralık 2008**
**Tezin Savunulduğu Tarih : 27 Ocak 2009**

**Tez Danışmanı:** **Prof.Dr. İbrahim AKDUMAN**

**Diğer Jüri Üyeleri** **Doç.Dr. Ali YAPAR**
**Yrd.Doç.Dr. Lale TÜKENMEZ ERGENE**

**OCAK 2009**

**ÖNSÖZ**

Akademik kariyerimde önemli bir yer tutacak olan bu çalışmamda bana destek olan Prof.Dr. İbrahim AKDUMAN ve Yr.Doç. Ali YAPAR hocalarıma teşekkür ederim.

OCAK 2009 Osman TIRAK

**İÇİNDEKİLER**

## KISALTMALAR

**TM** : Transverse Magnetic

## ŞEKİL LİSTESİ

## SEMBOL LİSTESİ

| | |
|---|---|
| **E** | **:** Elektrik alan |
| **G(x,x')** | **:** Green fonksiyonu |
| **μ** | **:** Manyetik geçirgenlik değeri |
| **ε** | **:** Kompleks dielektrik sabiti |
| **σ** | **:** İletkenlik değeri |
| **ω** | **:** Açısal frekans |
| **J** | **:** Eşdeğer elektrik akımı |
| **H** | **:** Hankel fonksiyonu |
| $\mathcal{J}$ | **:** Bessel fonksiyonu |
| **V** | **:** Cisim (kontrast) fonksiyonu |
| **X** | **:** Cisim (kontrast) fonksiyonu |

**TERS SAÇILMA PROBLEMLERİNDE BORN YAKLAŞIMLARI**


**ÖZET**

Homojen olmayan cisimlerin iç özelliklerinin tespitinde, bozucu olmayan metotların kullanımı oldukça kullanışlıdır. Dalga, dielektrik cisme nüfus edebildiği derecede, cismin özelliklerini saçılımlarda taşır. Bu yüzden, cisimden saçılan alan ile cismin dielektrik özelliği arasında doğrudan bir bağlantı vardır.

Saçılan alandan cisim özelliklerinin tespiti, bir ters problem olduğu için karşılaşılan başlıca sorunlar nonlineerlik ve kötü konumlanmışlıktır. Born yaklaşımı, bu sorunların kolayca kaldırılmasını sağladığı gibi; hızlı ve doğruluklu bir çözüm sunar.

Bu tezde, düz saçılma problemlerinden başlayarak, saçılma problemlerinin hesaplanması anlatılmış, ters saçılmanın özelliklerine değinilmiş ve Born yaklaşımının kullanımı açıklanmıştır.

Son olarak, ikinci dereceden Born yaklaşımına kısaca değinilmiştir. İkinci dereceden Born yaklaşımı limitleri ortadan kaldırarak, daha geniş problem türlerinde doğruluklu çözümler sunmaktadır.

## BORN APPROXIMATIONS IN INVERSE SCATTERING PROBLEMS


## SUMMARY

The determination of internal properties of inhomogeneous bodies in a nondestructive way is very useful in many fields of applications. This possibility is related to the capability of incident radiation to penetrate dielectric objects; so a direct relationship exists between the scattered field from the object and its dielectric properties.

The essential problems that exist because scattering problems are inverse problems, are nonlinearity and ill-posedness. Born approximation solves that problems and provides an accurate and fast solution.

In this thesis, solutions of scattering problems and inverse scattering problems are explained. Inverse problem properties are described and Born approximation is expreessed.

Eventually, second-order Born approximation is explained briefly. Secon-order Born approximation provides solutions of more problem models and prevents the limitations of Born approximation.

# 1. GİRİŞ

Homojen olmayan cisimlerin iç özelliklerinin tespitinde, bozucu olmayan metotların kullanımı oldukça kullanışlıdır. Bu tespitin gerçekleşme derecesi, ultrasonik, mikrodalga veya optik frekanslardaki dalganın dielektrik cisme nüfus edebilirliği ile ilişkilidir. Bu yüzden, cisimden saçılan alan ile cismin dielektrik özelliği arasında doğrudan bir bağlantı vardır.

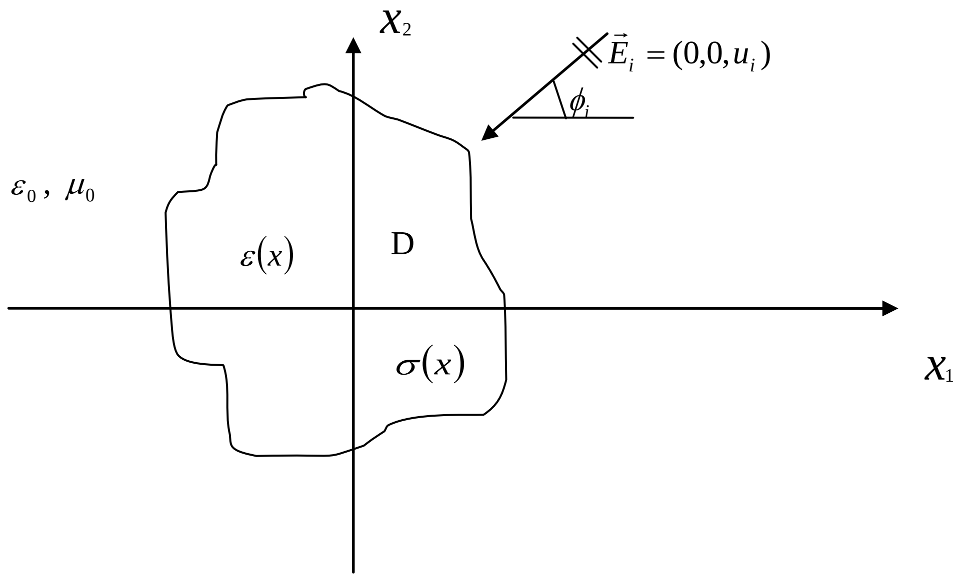
Mikrodalga görüntü elde etme (microwave image reconstruction) çalışmaları, birçok uygulama alanında kullanılmaktadır : Bozucu olmayan defektoskopi (nondestructive defectoscopy), gömülü cisimlerin tespiti, kanser ve hipotermi tespiti gibi tıbbi uygulamalar. Tıbbi uygulamalar özel bir öneme sahiptir çünkü mikrodalga görüntüleme, dokuların elektriksel özelliklerinin ölçülmesini sağlamaktadır. Ve bu, tıbbi araştırmalar için çok önemlidir.

Mikrodalga görüntülemenin esası, mikrodalga yayılımına maruz bırakılan cismin görüntüsünü yeniden oluşturmaktır. Yeniden oluşturma, saçılan alan ölçümlerinin işlenmesi ile yapılır. Bu işlem için kullanılan birçok yöntem olmasına rağmen, yeterince hızlı ve kabul edilebilir sonuçlar veren yöntemlerin olmayışı uygulamalardaki en büyük engel durumundadır. Bu sorunun kaynağı; lineer olmayan, kötü konumlanmış (ill-posed) ters problemlerin varlığıdır.

# 2. DÜZ SAÇILMA PROBLEMLERİ

## 2.1. Saçılma problemlerine giriş

Aşağıdaki şekilde, iki boyutlu bir saçılma problemi gösterilmiştir. Şekildeki dielektrik cisim, homojen ve sonsuz uzayda yer almaktadır. Cismin dielektrik sabiti ve iletkenlik parametresi enine koordinatların fonksiyonu biçimindedir. Cisim, bir TM düzlemsel dalga ile aydınlatılmaktadır.




**Şekil 2.1** Dielektrik Cisme Ait Problemin Geometrisi

u : Dış bölgedeki toplam alan

v : İç bölgedeki toplam alan

$u_i$ : Gelen alan

$u_s$ : Saçılan alan

$k_0$ : Uzayın dalga sayısı

k : Cismin dalga sayısı

n : Birim normal vektörü

Helmholtz denklemleri :

$$\Delta u + k_0^2 u = 0 \qquad (\mathbf{2.1})$$

$$\Delta v + k^2 v = 0 \qquad (\mathbf{2.2})$$

Dielektrik sınır koşulları aşağıdaki gibidir.

$$u = v \qquad \frac{\partial u}{\partial n} = \frac{\partial v}{\partial n} \qquad (\mathbf{2.2})$$

Radyasyon koşulu :

$$(2 - \text{Boyut}) \quad \rightarrow \quad \lim_{\rho \to \infty} \sqrt{\rho} \left( \frac{\partial u_s}{\partial \rho} - ik u_s \right) \rightarrow 0 \qquad (\mathbf{2.3})$$

Radyasyon koşulunu, toplam alan ve gelen alan sağlamaz; sadece saçılan alan sağlar.

### 2.2. Green fonksiyonu

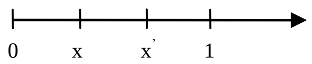
Green fonksiyonu, diferansiyel denklemleri integral denkleme dönüştürmek için kullanılır. Sağ taraflı diferansiyel denklemleri çözmeye yarar. Genel bir diferansiyel denkleme ilişkin Green fonksiyonu şöyledir :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + a^2 y = f(x)\,, \quad x \in (0,1), \quad \text{Sınır koşulları} \quad \rightarrow \quad y(0) = 0 \quad y(1) = 0 \qquad (\mathbf{2.4})$$

$$\text{Genel Green fonksiyonu} \quad \rightarrow \quad \frac{d^2 G(x,x')}{dx^2} + a^2 G(x,x') = -\delta(x - x') \qquad (\mathbf{2.5})$$

$$G(0,x') = 0\,, \quad G(1,x') = 0$$

$$\delta(x - x') = \begin{Bmatrix} 0\,, & x \neq x' \\ ?\,, & x = x' \end{Bmatrix} \qquad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x - x')dx' = 1$$




**Şekil 2.2** Değer Aralık Gösterilimi

$$\frac{d^2 G(x,x')}{dx^2} + a^2 G(x,x') = 0\,, \quad x < x' \qquad (\mathbf{2.6a})$$

$$\frac{d^2G(x,x')}{dx^2}+a^2G(x,x')=0\ ,\quad x>x' \qquad (\mathbf{2.6b})$$

Koşul 1 $\rightarrow$ $G(0,x')=0$ Koşul 2 $\rightarrow$ $G(1,x')=0$

Koşul 3 $\rightarrow$ $G(x'+0,x')=G(x'-0,x')$

Koşul 4 $\rightarrow$ $\dfrac{\partial G(x'+0,x')}{\partial x}-\dfrac{\partial G(x'-0,x')}{\partial x}=-1$

$$G(x,x')=\left\{\begin{matrix} Ae^{iax}+Be^{-iax} & , & x<x' \\ Ce^{iax}+De^{-iax} & , & x>x' \end{matrix}\right\} \qquad (\mathbf{2.7})$$

$G(0,x')=0 \quad \rightarrow \quad A=-B$

$G(1,x')=0 \quad \rightarrow \quad Ce^{ia}+De^{-ia}=0 \quad \rightarrow \quad C=-e^{-2ia}D$

Koşul 3 $\rightarrow$ $Ce^{iax'}+De^{-iax'}=Ae^{iax'}+Be^{-iax'}$

Koşul 4 $\rightarrow$ $iaCe^{iax'}-iaDe^{-iax'}-iaAe^{iax'}+iaBe^{-iax'}=-1$

Artık Green fonksiyonu bilinmektedir. Diferansiyel denklemler aşağıdaki gibi ayrı ayrı çarpıldıktan sonra toplanır.

$$y(x)\ \ / \quad \frac{d^2G(x,x')}{dx^2}+a^2G(x,x')=-\delta(x-x') \qquad (\mathbf{2.8a})$$

$$G(x,x')\ \ / \quad \frac{d^2y}{dx^2}+a^2y=f(x)\ ,\quad x\in(0,1) \qquad (\mathbf{2.8b})$$

$$\int_0^1\left[G(x,x')\frac{d^2y}{dx^2}-y(x)\frac{d^2G(x,x')}{dx^2}\right]dx=\int_0^1 f(x)G(x,x')dx+\int_0^1 y(x)\delta(x-x')dx$$

$$(\mathbf{2.9a})$$

$$\int_0^1\left[G(x,x')\frac{d^2y}{dx^2}-y(x)\frac{d^2G(x,x')}{dx^2}\right]dx=0 \qquad (\mathbf{2.9b})$$

$$\rightarrow \quad y(x') = -\int_0^1 f(x)G(x,x')dx \qquad \textbf{(2.9c)}$$

$$\rightarrow \quad y(x) = -\int_0^1 f(x')G(x,x')dx' \qquad \textbf{(2.9d)}$$

$$2 - \text{Boyutlu Green fonksiyonu} \quad \rightarrow \quad G(x,x') = \frac{1}{4}H_0^{(1)}\left(k\left|x - x'\right|\right) \qquad \textbf{(2.10a)}$$

$$3 - \text{Boyutlu Green fonksiyonu} \quad \rightarrow \quad G(x,x') = \frac{e^{ikR}}{4\pi R} \qquad \textbf{(2.10b)}$$

**2.3. Dielektrik silindirden saçılma**

Keyfi bir kesite sahip herhangi bir dielektrik silindire ait saçılma problemi üzerinde durulacaktır. Dairesel kesitli olmayan silindirler için de geçerli olacak, hızlı hesaplanabilen bir yöntem anlatılmaktadır.

Dielektrik silindir yeterince küçük kare hücrelere bölünür. Her bir hücredeki elektrik alan yaklaşık olarak aynı olmalıdır. Hücrelerdeki toplam alan ilk olarak bilinmemektedir. Her bir hücre merkezinde, gelen ve saçılan alanların toplamına eşit bir duruma ilişkin lineer denklemler sistemi elde edilir. Bu denklemler sistemi, her hücre için, bilgisayar yardımı ile hesaplanır.

Bu tekniğin avantajları şöyle sıralanabilir :

1. Eğer yeterli sayıda hücre oluşturulursa, kesin çözüme çok yakın bir çözüm elde edilir.

2. Keyfi bir şekle sahip dielektrik kesitler için bile, dairesel kesitlerdeki kadar çabuk ve sistematik olarak çözüme ulaşılır.

3. Dielektrik silindirin ortamda bulunması durumunda, gelen alan için uygun denklemlerin girilmesiyle, herhangi bir iki-boyutlu kaynağa ait (çizgisel kaynak, çizgisel kaynak dizisi veya düzlem dalga kaynak) çözüm elde edilebilir.

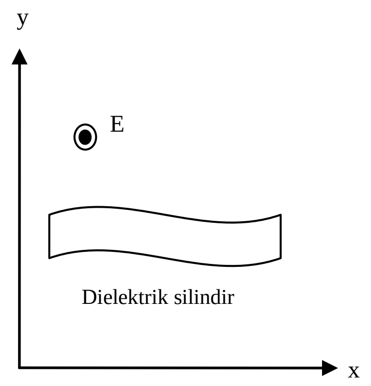
4. Konikleşen kalınlıklara sahip olan veya homojen olmayan dielektrik kabuklarda problem çözümü gerçekleştirir.

5. Çeşitli dielektrik silindir parçalarının aralarındaki yüzey-dalga etkilerine ait uyarım ve etkileşimleri çözüme otomatik olarak ekler.

6. Birkaç dalga boyuna kadar ulaşan boyutlardaki ara kesitlere sahip dielektrik silindirler için doğru çözümleri sağlar.

7. Eğer herhangi bir kaynak lokasyonu için bir sonuç elde edilmişse, göreceli olarak kolay bir hesaplamayla, döndürülmüş veya çevrilmiş bir kaynağa ait çözüm elde edilebilir.

Şekil 2.3'de boş uzaydaki harmonik dalga ve keyfi bir ara kesite sahip dielektrik silindir gösterilmektedir.




**Şekil 2.3** Bir Dielektrik Silindire Ait Ara Kesitin Koordinat Sisteminde Gösterilimi

Zaman faktörü : $e^{-j\omega t}$

Gelen dalga $E^i$ sadece z bileşenine sahiptir ve z'ye bağlı bir fonksiyon değildir. Silindirin ekseni, z eksenine paraleldir.

$$\rightarrow \quad E^i = \hat{z}E^i(x, y) \qquad \mathbf{(2.11)}$$

Dielektrik silindir, boş uzayla aynı manyetik geçirgenlik değerine sahiptir.

$$\rightarrow \quad \mu = \mu_\circ$$

Dielektrik malzeme lineer ve izotropiktir. Ancak enine koordinatlarda homojen olmayabilir.

$$\rightarrow \quad \varepsilon = \varepsilon(x, y) \quad \text{(Kompleks dielektrik sabiti)}$$

Toplam elektrik alan $\rightarrow$ $E = E^i + E^s$ $\quad(\mathbf{2.12})$

Yukarıda kabul edilen şartlara göre, toplam ve saçılan alanlar da sadece z bileşenine sahiptir. $E^s$ alanı; sınırsız boş uzayda yayılan, eşdeğer elektrik akımından (J) elde edilebilir.

$$J = j\omega(\varepsilon - \varepsilon_\circ)E \qquad \omega = 2\pi f \qquad (\mathbf{2.13})$$

Bu eşdeğer akım yoğunluğu "polarizasyon akımı" olarak adlandırılır.

$$dE^s = \hat{z}\left(\frac{\omega\mu}{4}\right) H_0^{(1)}(k\rho).\, dI \qquad (\mathbf{2.14})$$

$H_0^{(1)}(k\rho)$ : Sıfırıncı dereceden Hankel fonksiyonu

$\rho$ : Akım filamenti ile gözlem noktası arasındaki mesafe

$$k = \omega\sqrt{\mu_\circ\varepsilon_\circ} = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad \text{(Dalga sayısı)} \qquad (\mathbf{2.15})$$

$$dI = J.dS = j\omega(\varepsilon - \varepsilon_\circ)E.\, dS \qquad (\mathbf{2.16})$$

Denklem 2.14 ve denklem 2.16 sayesinde, saçılan alan şöyle ifade edilir :

$$E^s\,(x, y) = \left((jk^2)/4\right) \iint (\varepsilon_r - 1)E(x', y')H_0^{(1)}(k\rho).\, dx'.\, dy' \qquad (\mathbf{2.17})$$

$(x, y)$ : Gözlem noktası koordinatları

$(x', y')$ : Kaynak noktası koordinatları

$\varepsilon_r = {}^{\varepsilon}/_{\varepsilon_\circ}$ (Kompleks bağıl dielektrik sabiti)

$$\rho = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2} \qquad (\mathbf{2.18})$$

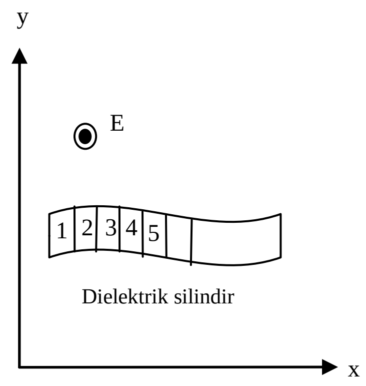
Homojen olmayan silindirde bağıl dielektrik sabiti, kaynak noktasının koordinatlarının bir fonksiyonudur.

$\rightarrow$ $\varepsilon_r = \varepsilon_r(x', y')$

Denklem 2.17 dielektrik bölgenin içinde veya dışında geçerliliğini korumaktadır. Denklem 2.17 ve denklem 2.12 yardımıyla toplam elektrik alan elde edilir :

$$E(x,y) - \left((jk^2)/4\right) \iint (\varepsilon_r - 1)E(x',y')H_0^{(1)}(k\rho).dx'.dy' = E^i(x,y) \qquad \mathbf{(2.19)}$$

Dielektrik silindirin enine kesiti öyle küçük hücrelere bölünmelidir ki; dielektrik sabiti ve elektrik alan yoğunluğu, her hücrede esasen sabit olmalıdır.




**Şekil 2.4** Bir Dielektrik Silindire Ait Ara Kesitin Kare Hücrelere Bölünmesi

m. hücre için denklem 2.19 yeniden düzenlenirse :

$$E_m - \left((jk^2)/4\right) \sum_{n=1}^{N} (\varepsilon_{rn} - 1)\, E_n \iint_{n.\text{hücre}} H_0^{(1)}(k\rho).dx'.dy' = E_m^i \qquad \mathbf{(2.20)}$$

Bu denklemde $E_n$ ve $\varepsilon_n$ n.hücrenin merkezindeki değerleri göstermektedir.

$$\rho = \sqrt{(x' - x_m)^2 + (y' - y_m)^2} \qquad \mathbf{(2.21)}$$

m = 1, 2…N olmak üzere, N adet lineer denklemden oluşan bir sistem elde edilir. Böylece N adet hücrenin merkezlerindeki toplam elektrik alan değerleri hesaplanmış olur. Bütün bunların toplamından oluşan E(x,y) sayesinde, herhangi bir noktaya ait saçılan alan hesaplanabilir.

### 2.3.1 Hankel fonksiyonunun yüzey integrali

Yüzey integrali, trapezoidal kuralı veya Simpson kuralıyla nümerik toplam formülüne dönüştürülebilir. Bu metotlar başarılıdır ancak hesaplamaları oldukça uzun olmaktadır. Ayrıca gözlem noktası n. hücrenin merkezinde olduğunda, tekillik oluşmaktadır. Söz konusu hücrede, integrasyon alanı en basit olarak kare veya dikdörtgendir. Ama bu integral için kapalı-form bir çözüm bilinmemektedir. Dairesel bir alan için, sıfırıncı dereceden Hankel fonksiyonu integrali basit bir çözüme sahiptir.

$$\left((jk^2)/4\right)\int_0^{2\pi}\int_0^{a} H_0^{(1)}(k\rho).\rho'.d\rho'.d\varphi' = \begin{cases} (-j/2)\left[\pi ka H_1^{(1)}(ka)+2j\right], & m=n \\ (-j\pi ka/2)\mathcal{J}_1(ka)H_0^{(1)}(k\rho_{mn}), & m\neq n \end{cases} \qquad \mathbf{(2.22)}$$

ρ değeri, denklem 2.21'de tanımlanmıştır. ρ' ve φ' n. hücre merkezine ait polar koordinatlardır.

Nümerik hesaplamalar göstermektedir ki; kare hücrelerin yerine kullanılan yaklaşık, dairesel hücreler küçük bir hata oranına sebep olmaktadır.

$$\rho' = \sqrt{(x_m - x_n)^2 + (y_m - y_n)^2} \qquad \mathbf{(2.23)}$$

m. ve n. hücreler arasındaki mesafe, denklem 2.23'te gösterilmiştir.

Denklem 2.20, aşağıdaki formda ifade edilebilir :

$$\sum_{n=1}^{N} C_{mn} E_n = E_m^i \qquad m = 1,2 \ldots N \qquad \mathbf{(2.24)}$$

$a_n$ : n. hücre ile aynı enine kesite sahip, eşdeğer dairesel hücrenin yarıçapıdır.

$$C_{mn} = 1 + (\varepsilon_{rm} - 1)\left(\frac{j}{2}\right)\left[\pi k a_m H_1^{(1)}(k a_m) + 2j\right], \qquad m = n \qquad \mathbf{(2.25a)}$$

$$C_{mn} = (j\pi k a_n/2)(\varepsilon_{rn} - 1)\mathcal{J}_1(k a_n)H_0^{(1)}(k\rho_{mn}), \qquad m \neq n \qquad \mathbf{(2.25b)}$$

### 2.3.2 Saçılan alanın formülasyonu

Denklem 2.24'e ait hesaplamaların neticesinde, denklem 2.17 sayesinde herhangi bir noktaya ait saçılan alan hesaplanabilir. Denklem 2.17'e ait yüzey integralini basitleştirmek için dielektrik bölge tekrar, ara kesiti yaklaşık kare olan, küçük hücrelere bölünebilir. Denklem 2.17 ve denklem 2.22'dan yola çıkılarak, dielektrik bölge dışında kalan herhangi bir noktaya ait saçılan alan aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$E^s\,(x,y) = j(\pi k/2)\sum_{n=1}^{N}(\varepsilon_{rn} - 1)\,E_n a_n \mathcal{J}_1(ka_n)H_0^{(1)}\left(k\rho_n\right) \qquad (\mathbf{2.26})$$

$$\rho_n = \sqrt{(x - x_n)^2 + (y - y_n)^2} \qquad (\mathbf{2.27})$$

Geniş argümana ait Hankel fonksiyonu için saçılan alan asimptotik form kullanarak elde edilirse ve ρ◦ ile φ uzak gözlem noktasına ait koordinatlar olmak üzere, saçılan alan şöyle ifade edilir :

$$E^s\,(\rho_\circ,\varphi) =$$

$$-j\left(\frac{\pi k}{2}\right)\sqrt{\frac{2j}{\pi k\rho_\circ}}e^{-jk\rho_\circ}\sum_{n=1}^{N}(\varepsilon_{rn} - 1)\,E_n a_n \mathcal{J}_1(ka_n)e^{jk(x_n.\cos\,\varphi + x_n\,\sin\,\varphi)} \qquad (\mathbf{2.28})$$

# 3. TERS SAÇILMA PROBLEMLERİ

## 3.1 Ters saçılma Problemlerinin Özellikleri

Ters problemler tipik olarak, kötü konumlanmış (ill-posed) özelliktedirler. İyi konumlanmış (well-posed) problemlerin üç temel özelliği vardır : çözümün varlığı, tekliği, ve kararlılığı. Bu üç özellikten birinin olmayışı kötü konumlanmış bir probleme neden olur.

İntegral saçılma denklemi; saçılan alan, gelen alan ve cismin elektriksel özellikleri arasındaki ilişkiyi tanımlar. Cismin homojen ve sonsuz bir ortamda bulunduğu, saçılan alanın harmonik olduğu kabul edilerek, saçılma denklemi şöyle yazılır :

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_I(\vec{r}) + k^2 \int_{(V)} \vec{G}(\vec{r},\vec{r}')\vec{E}(\vec{r}')X(\vec{r}').dV \qquad \mathbf{(3.1)}$$

$\vec{E}(\vec{r})$ : Elektriksel alan vektörüdür.

Yarıçap vektörü $\vec{r}$ tarafından tanımlanan noktaya aittir. Harmonik elektrik alan vektörüne ait kompleks vektör genliğidir.

$\vec{E}_I(\vec{r})$ : Aynı noktadaki gelen alan vektörüdür.

k : Dalga sayısı

$\vec{G}(\vec{r},\vec{r}')$ : Homojen ortamdaki Green fonksiyonu dyadı

$X(\vec{r}')$ : Kompleks cisim kontrastıdır. (cismin $\vec{r}'$ noktasına aittir.)

İntegrasyon V hacmi içerisinde yapılır. Bu alanın dışında sadece homojen ortam vardır.

$$X(\vec{r}') = (\varepsilon(\vec{r}') - \varepsilon_E) - i\frac{\sigma(\vec{r}') - \sigma_E}{\omega\varepsilon_\circ} \qquad \mathbf{(3.2)}$$

$\varepsilon(\vec{r}')$ : Cismin dielektrik sabiti

$\sigma(\vec{r}')$ : Cismin iletkenliği

$\varepsilon_E$ ve $\sigma_E$ : Ortama ait parametreler

$\vec{r}$ noktasında birim nokta alan kaynağı varken, $\vec{r}'$ noktasındaki elektrik alanı tanımlayan Green fonksiyonunun dyadı $\vec{G}(\vec{r},\vec{r}')$'dır.

$$\vec{G}(\vec{r},\vec{r}') = \left(\vec{I} - \frac{1}{k^2}\mathrm{grad}_{\vec{r}}.\mathrm{grad}_{\vec{r}'}\right)G(\vec{r},\vec{r}') \qquad (3.3)$$

$\vec{I}$ : Birim dyad

$G(\vec{r},\vec{r}')$ : Homojen ortama ait skaler Green fonksiyonu

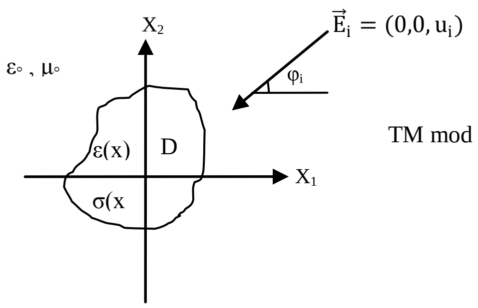
$$G(\vec{r},\vec{r}') = \frac{\exp\left(-ik|\vec{r}-\vec{r}'|\right)}{4\pi|\vec{r}-\vec{r}'|} \qquad (3.4)$$

Denklem 3.1'in skaler hali aşağıdaki gibidir :

$$E(\vec{r}) = E_I(\vec{r}) + k^2 \int_{(V)} G(\vec{r},\vec{r}')E(\vec{r}')X(\vec{r}').dV \qquad (3.5)$$

Cismin şeklini çıkarmak için cisim fonksiyonunu saçılma denkleminden çıkarmak yeterlidir. Fakat bunu yapmak, toplam alan nonlineer olarak cisim kontrastına bağlı olduğu için zordur. Bu yüzden Born yaklaşımı kullanılır.

## 3.2 Born yaklaşımının ters problemlerde kullanımı




**Şekil 3.1** Dielektrik Silindirde Saçılma

$\varphi_i$ : Gelen dalga açısı

$$\bar{u}_i = e^{i\vec{k}\vec{r}}.\tilde{x}_3 = e^{-ik(x_1 \cos\varphi_i + x_2 \sin\varphi_i)}.\tilde{x}_3 \quad (3.6)$$

$\varepsilon(x) = \varepsilon(x_1, x_2)$ $\quad\quad$ $\sigma(x) = \sigma(x_1, x_2)$

Dielektrik silindir, $x_3$ ekseninden bağımsızdır.

Toplam alan : $u = u^i + u^s$

Saçılan alan, polarizasyon akımından üretilir;

$$U^s(x)^D = i\omega\mu \int_D G(x,y)J(y).\,d_s(y) \quad (3.7)$$

$$J(y) = -i\omega[\varepsilon(y) - \varepsilon_\circ]u(y) = -i\omega\varepsilon_\circ[\tilde{\varepsilon}_r(y) - 1]u(y) \quad (3.8)$$

$\tilde{\varepsilon}_r(y)$ : Kompleks dielektrik sabit

$$\tilde{\varepsilon}_r(y) = \varepsilon_r(y) + i\frac{\sigma(y)}{\omega\varepsilon_\circ} \qquad y \in D \quad (3.9)$$

G(x,y) boş uzayın Green fonksiyonu olmak üzere :

$$G(x,y) = \frac{i}{4}H_0^{(1)}(k|x-y|) \quad (3.10)$$

$$U^s(x) = \frac{ik^2}{4}\int_D H_0^{(1)}(k|x-y|)V(y)U(y).\,d_s(y) \quad (3.11)$$

V(y) : Cisim fonksiyonudur. (Object function)

$$V(y) = \tilde{\varepsilon}_r(y) - 1 \quad (3.12)$$

$$U(x) = U^i(x) + \frac{ik^2}{4}\int_D H_0^{(1)}(k|x-y|)V(y)U(y).\,d_s(y) \quad (3.13)$$

### 3.3.1 Born yaklaşımı

Eğer cismin kompleks dielektrik sabiti, ortamınkinden çok fazla büyük değilse Born yaklaşımı ters problemlere uygulanabilir. Born yaklaşımı kullanarak saçılma denklemini lineer hale getirmek, iterativ algoritmalarda (Newton veya gradyant algoritmalar) zaman harcamayı engeller.

$$|1-\tilde{\varepsilon}_r(y)| \ll 1 \qquad \forall y \in D$$

Bu yaklaşıma göre, silindir içindeki toplam alan yaklaşık olarak, gelen alana eşit kabul edilir.

$$U(y) \cong U^i(y) \qquad \forall y \in D$$

Böylece saçılan alan aşağıdaki gibi ifade edilebilir :

$$U^s(x) \cong \frac{ik^2}{4} \int_D H_0^{(1)}(k|x-y|)V(y)U^i(y).\, d_s(y) \qquad x \in R^2/D \qquad \textbf{(3.14)}$$

Bu yeni denklem lineer olduğu için dönüşümü daha kolaydır.

Born yaklaşımı genellikle zayıf saçılımlı cisimlerde kullanılır. Bu cisimler elektrik alanı az değiştirirler.

### 3.3.2 Saçılma denkleminin ayrık formu

$$E(\vec{r}) = E_I(\vec{r}) + k^2 \int_{(V)} G(\vec{r},\vec{r}')E_I(\vec{r}')X(\vec{r}').\, dV \qquad \textbf{(3.15)}$$

Denklem 3.15'i tek bir $\vec{r}$ noktası için çözmek hiçbir anlamlı sonuç vermez. Birçok saçılan alan değerleri farklı koşullar altında ölçülmelidir ki, sonuca ulaşılabilsin. Bu farklı koşullar; farklı ölçüm noktaları, farklı frekanslar veya farklı gelen alan konfigürasyonları olabilir.

Ayrık dönüşüm için Method of Moments kullanılır. V hacmi, N adet temel hacme bölünür. Her birinde elektrik alan değeri ve cisim kontrastı sabit kabul edilir.

Eğer M adet noktada ölçüm yapılacaksa, M adet denklemli N bilinmeyenli bir sistem söz konusudur.

$$E_j = E_j^I + k^2 \sum_{i=1}^{N} G_{ij} X_i E_i^I \qquad \textbf{(3.16)}$$

$E_j$ : j. ölçüm noktasına ait toplam alan $(\vec{r}_j)$ $\quad j = 1 \ldots M$

$E_j^I$ : Aynı noktadaki gelen alan

$X_i$ : i. cisim temel hücresindeki cisim kontrastı $\quad i = 1 \ldots N$

$E_i^I$ : i. cisim temel hücresindeki gelen alan

$G_{ij}$ : j. nokta için, i. hücredeki Green fonksiyonu

$$G_{ij} = \int_{(V_i)} G(\vec{r}_j, \vec{r}').dV \qquad (\mathbf{3.17})$$

Eğer ölçüm noktalarında aydınlanma yoksa, bu bölgede gelen alan sıfırdır ve denklem 3.16 aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$E_j = k^2 \sum_{i=1}^{N} G_{ij} X_i E_i^I \qquad (\mathbf{3.18})$$

Matris gösterilimi $\quad \rightarrow \quad [E] = [S][X]$

Eğer her ölçüm noktası için gelen alan sabit değilse; mesela alıcı ve verici antenler beraber hareket ediyorsa, denklem 3.18'deki $E_i^I$ yerine $E_{ij}^I$ yazılır.

$$E_j = k^2 \sum_{i=1}^{N} G_{ij} X_i E_{ij}^I \qquad (\mathbf{3.19})$$

Matris gösterilimi $\quad \rightarrow \quad [E] = [S_2][X]$

### 3.3.3 Regülarizasyon

Eğer M=N ise lineer denklem sistemi klasik yolla çözülebilir. Aksi halde "least square" yöntemi kullanılır.

$|[E] - [S_2].[X]|$ : Minimal rezidü vektör normu

Tikhonov regülarizasyon :

$$|[E] - [S_2].[X]|^2 + \gamma|[X]^2| \rightarrow \text{minimum} \qquad (\mathbf{3.20})$$

$\gamma$ : Regülarizasyon katsayısı

Bu katsayı; saçılım koşulları, ölçme doğruluğu gibi koşullara bağlıdır. Ve deneysel olarak tespit edilir.

$$\left[[S_2]^{*}.[S_2] + \gamma[I]\right].[X] = [S_2]^{*}.[E] \qquad \mathbf{(3.21)}$$

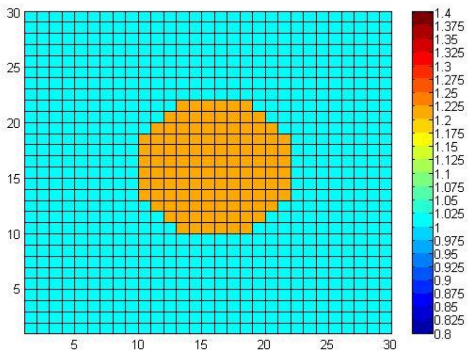
$[I]$ : Birim matris $\qquad\qquad$ $[\;]^{*}$ : konjuge transpoze

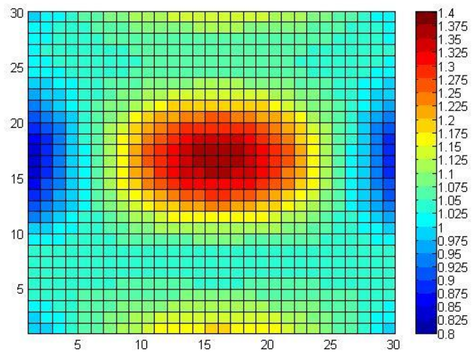
### 3.3.4 Matlab sonuçları

Boş uzayda, dielektrik bir cisimden saçılan alanın hesabı ve bu saçılan alan bilgisinden ters saçılım hesabı ile cismin yeniden elde edilmesini içeren bir Matlab programı hazırlanmıştır. Regülarizasyon parametresi (alfa = 0.0001) deneysel olarak tespit edilmiştir. Gelen alan değerinin zamana bağımlılığı $e^{-iwt}$ olarak alınmıştır. Hesaplamalar iki temel şekil üzerinde gerçekleştirilmiştir. Her iki şekil için de, gelen dalga açısı, dielektrik sabiti, frekans ve ızgara sayısında değişiklikler yapılarak farklı hesaplamalar elde edilmiş ve gözlemlenmiştir. 300 ayrı noktadan ölçüm yapılmıştır. Her sonuç için hata analizi yapılmıştır. Kullanılan hata normu şöyledir :

$$e \; = \left|M - M_{\text{ölçülen}}\right| / |M| \qquad \mathbf{(3.22)}$$

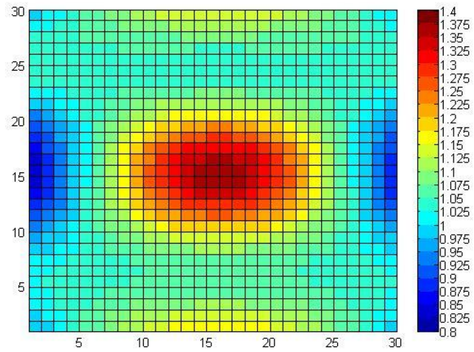
Birinci şekilde daireye yakın, homojen bir geometri seçilmiştir.



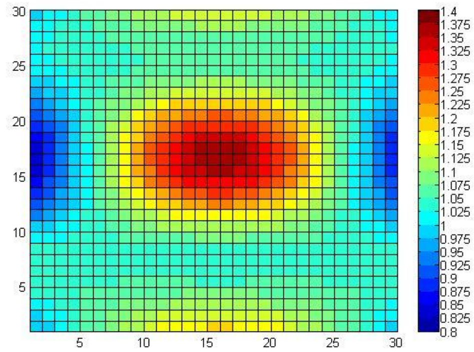




**Şekil 3.2** Boş uzayda homojen dielektrik cisim $\qquad$ **Şekil 3.3**

Şekil 3.3'te bağıl dielektrik sabiti değeri 1,2 olan cisme sıfır derecelik açı ile gönderilen 33 MHz frekanstaki elektrik alana ait sonuç gösterilmektedir. Hata normu e = 0.0733 olarak hesaplanmıştır.

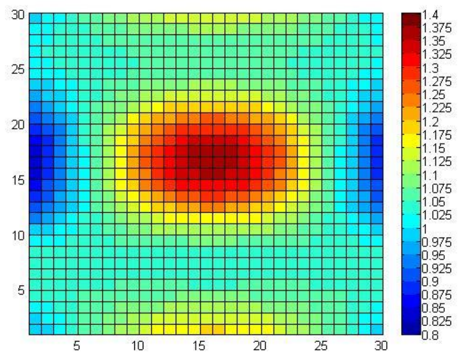



**Şekil 3.4**

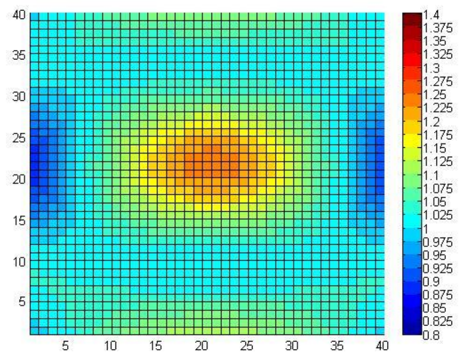



**Şekil 3.5**

Gelen dalga açısı 180 derece olan cisim için elde edilen görüntü Şekil 3.4’teki gibidir. Sadece frekansı 100 MHz olarak değiştirilerek çalışıldığında elde edilen sonuç ise Şekil 3.5’te gösterilmiştir. Her ikisinde de e = 0.0733 hata normu hesaplanmıştır.

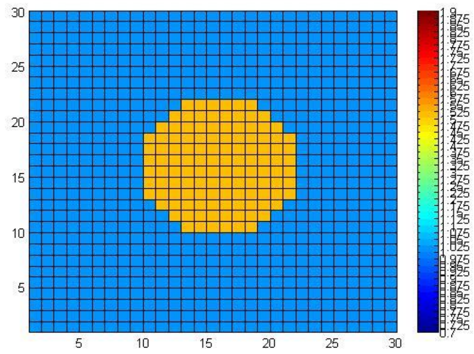


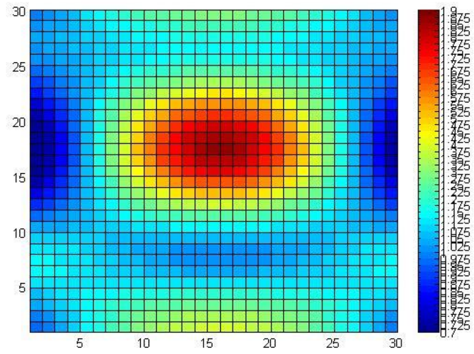

**Şekil 3.6**




**Şekil 3.7**

Şekil 3.6’da frekans 10 MHz, gelen dalga açısı sıfır ve bağıl dielektrik sabiti 1,2 olarak ayarlanmıştır. Şekil 3.6’daki değerler için 40x40 ölçülerinde bir ızgara kullanılarak elde edilen görüntü Şekil 3.7’deki gibidir. Sırasıyla hata normları e = 0.0733 ve e = 0.0470 olarak bulunmuştur.

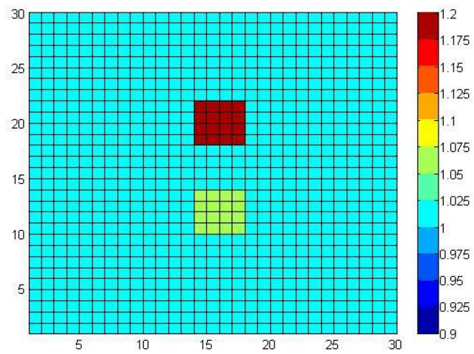


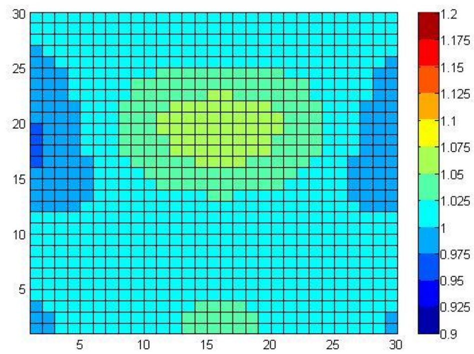




**Şekil 3.8** **Şekil 3.9**

Şekil 3.8'de dielektrik değeri 1,5 olan cisme ait orijinal görüntü yer almaktadır. Bu geometriye ilişkin, 33 MHz frekans ve sıfır derece geliş açısı konfigürasyonlarındaki sonuç olarak Şekil 3.9 elde edilmiştir. (e = 0.1592)

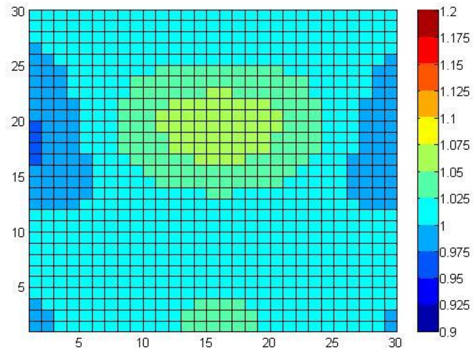
İkinci temel şekilde, iki farklı dielektrik değere sahip dikdörtgenlerden oluşan bir yapı söz konusudur.

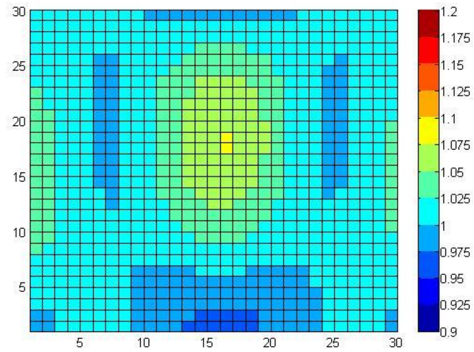



**Şekil 3.10** **Şekil 3.11**

Şekil 3.11 için frekans değeri 50 MHz, gelen alan açısı sıfır, cisimlerin bağıl dielektrik sabitleri 1,2 ve 1,05 olarak alınmıştır. (e = 0.0223)

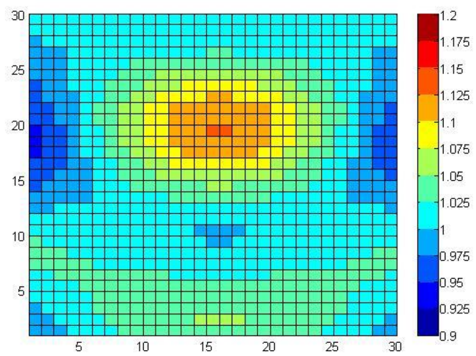


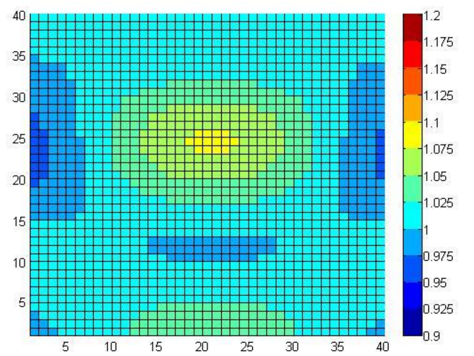




**Şekil 3.12** **Şekil 3.13**

Şekil 3.11’de kullanılan değerler için 150 MHz frekansa sahip ışınımın sonucu Şekil 3.12’de, 90 derece geliş açısı için elde edilen görüntü ise Şekil 3.13’te gösterilmiştir. Hata normları sırasıyla, e = 0.0223 ve e = 0.0212 olarak hesaplanmıştır.

Şekil 3.14’te 50 MHz, sıfır derece gelen dalga açısı ve 1,4 ile 1,05 bağıl dielektrik sabiti değerleri için elde edilen sonuç görülmektedir. Aynı konfigürasyon için 40x40 hücrelik matris hesaplamasının sonucu aşağıda Şekil 3.15’teki gibidir. Hata normları e = 0.0435 ve e = 0.0350 değerlerindedir.

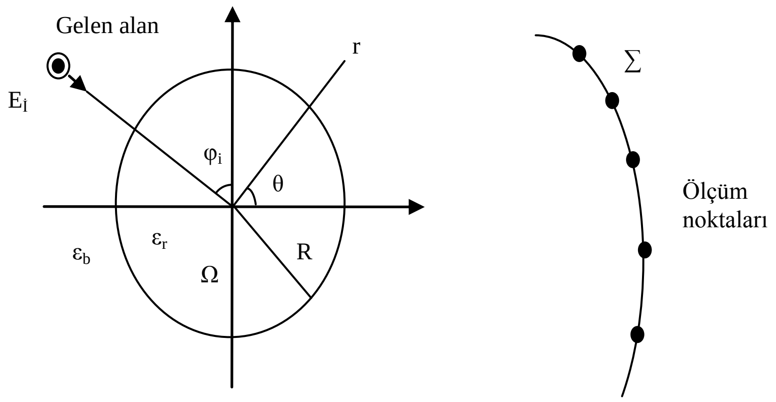



**Şekil 3.14** **Şekil 3.15**

# 4. İKİNCİ DERECEDEN BORN YAKLAŞIMININ İNCELENMESİ

İkinci dereceden Born yaklaşımı, dielektrik fonksiyonu ile saçılan alanı birbirine bağlamak için kullanılır. Böyle bir analiz öncelikle genel nonlineer probleme doğrulukla yaklaşmalıdır. Bu, sadece daha geniş bir sınıfta dielektrik profilleri elde etmeyi değil, ayrıca yanlış çözümlerde çözüm algoritmasının gerçeklenebilirliğini kritik olarak etkileyebilen faktörleri anlamayı sağlar. İkincil model için, başka bir ikincil operatörün ters çevrimi için önceden elde edilmiş sonuçların genişletilmesi ile bu önemli nokta incelenebilir. Burada, eğer bilinmeyen sayısına göre yeterli data varsa, yanlış çözüm probleminin kontrolü sağlanabilir.




**Şekil 4.1** Saçılma Probleminin Geometrisi

R : Dielektrik silindirin yarıçapı

Ω : Dairesel ara kesit

$\varepsilon_b$ : Uzay bağıl dielektrik sabiti

$E_i$ : Gelen düzlemsel dalga (TM)

$\mu_\circ$ : Manyetik geçirgenlik

Ω ve ∑ eş merkezlidir.

Elektromanyetik saçılımın polar koordinatlardaki integral skaler denklemleri :

$$E_s(r,\theta) = k^2 \int_0^{2\pi} \int_0^{R} X(r',\theta)E(r',\theta)G(r,\theta;r',\theta')r'.dr'.d\theta' \qquad r > R \qquad (\mathbf{4.1})$$

$$E(r',\theta') = E_I(r',\theta') + k^2 \int_0^{2\pi} \int_0^{R} X(r'',\theta'')E(r'',\theta'')G(r',\theta';r'',\theta'')r''.dr''.d\theta'' \qquad r' \leq R$$

$$(\mathbf{4.2})$$

$E_s$ : Gözlem eğrisi üzerindeki saçılan elektrik alan

E : Toplam iç elektrik alan

$E_I$ : Gelen elektrik alan

X(r,θ) : Kontrast fonksiyonu

$$X(r,\theta) = \frac{\varepsilon_r(r,\theta)}{\varepsilon_b} - 1 \qquad k = \omega\sqrt{\varepsilon_b \varepsilon_\circ \mu_\circ} \qquad \text{Zamana bağlılık :}\ e^{j\omega t}$$

$$G(r,\theta;r',\theta') = -(j/4)H_0^2\left(k\sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr'\cos(\theta - \theta')}\right) \qquad (\mathbf{4.3})$$

$$E_s = A_e[XE] \qquad E = E_I + A_i[XE] \qquad \rightarrow \qquad E = (I - A_i X)^{-1}.E_I$$

$$E_s = A_e[X(I - A_i X)^{-1}.E_I] = F(x) \qquad (\mathbf{4.4})$$

Saçılan alandan X'i bulmak için, ters problemi çözmek gerekir. F(x) nonlineer ve kötü konumlanmış olduğu için tersini almak zordur.

Saçılan alanın doğru bir şekilde gösterilimi sonlu sayıda tekil fonksiyonla yapılabilir. Bu yüzden gerekli bilgi sonlu sayıdaki bağımsız örnektedir. Daha başka ölçümler, önlenemez gürültü nedeniyle bir katkı sağlamaz. Denklem 4.4 bu sonlu sayıdaki bağımsız kompleks denklemi ifade eder. Bağımsız bilgi miktarı, temel olarak cismin geometrisi ile ilintilidir. 2 boyutta 2N+1'dir. N ≈ [kR]   [ ] : En yakın tamsayı Bu nedenle data aralığı (data space), dalga boyuna nazaran normalize olmuş saçıcı cismin boyutları ile orantılıdır. Data aralığı boyutunu, çoklu gözlem noktası yaklaşımı ile arttırabiliriz. Cismin, farklı geliş açılarından aydınlatılarak saçılan alan değerleri gözlemlenir.

Bir düzlemsel dalga, geliş açısı $\varphi_i$'den silindirik dalgaya genişletilir :

$$E_I(r',\theta') = e^{jkr'\left(\cos\theta'-\varphi_i\right)} \approx \sum_{v=-N}^{N} j^v.\mathcal{J}_v(kr')e^{-jv\left(\theta'-\varphi_i\right)} \qquad \mathbf{(4.5)}$$

Bessel fonksiyonların argümanından büyük v indekslerindeki asimptotik eksponansiyel azalmadan dolayı, sadece sonlu sayıda terim (maksimum argüman kR'den çok az büyük) alınır. Simetriden dolayı bu sayı, N+1'e dönüşür.

Denklem 4.5, denklem 4.4'de yerine konursa :

$$E_s(\theta,\varphi_i) \approx \sum_{v=-N}^{N} j^v.e^{jv\varphi_i}A_e\left[X(I-A_iX)^{-1}.\mathcal{J}_v(kr')e^{-jv\theta'}\right] \qquad \mathbf{(4.6)}$$

$A_e$ 2N+1 bağımsız terime sahip olduğuna göre, saçılan alanı bütün gözlem ve geliş açılarıyla temsil eden toplam bağımsız parametre (N+1).(2N+1)'i geçmez.

$$E = (I-A_iX)^{-1}.E_I \qquad \mathbf{(4.7)}$$

Saçılma problemi, denklem 4.7'den başlayarak çözülür. Böyle bir denklem iterativ yöntemle (Neumann serileri) çözülür.

$$E = \sum_{h=1}^{\infty} E^{(h)} \quad \rightarrow \quad E^{(1)} = E_I \quad E^{(h)} = A_i\left[XE^{(h-1)}\right] \quad h \geq 2 \qquad \mathbf{(4.8)}$$

Sadece ilk terimi ($E^{(1)}$) almak, $A_i[XE_I]$, zayıf saçılımlarda kullanılır. Bu yaklaşım, dalga boyuna nispetle, cismin boyutunda ve kontrast fonksiyonunun normunda bir limit getirir.

$$E_s = \sum_{h=1}^{\infty} E_s^{(h)} \quad \rightarrow \quad E_s^{(1)} = A_e[XE_I] \quad E_s^{(h)} = A_e\left[XE^{(h)}\right] \quad h \geq 2 \qquad \mathbf{(4.8)}$$

Sadece ilk terim ile basit lineer bir denklem elde edilir.

$E_s \approx A_e[XE_I] = A(x)$ (Born yaklaşımı)

Kontrast fonksiyonu, sonlu sayıda açısal Fourier kompleks harmoniklerinin süperpozisyonu şeklinde yazılırsa :

$$X(\theta') = \sum_{n=-M}^{M} C_n e^{-jn\theta'} \qquad \mathbf{(4.9)}$$

$$A(x) = A_e[XE_I] = \sum_{n=-M}^{M} C_n A_e\left[e^{-jn\theta'}.E_I\right]$$

$$= -\frac{j}{4}\sqrt{\frac{2\pi}{kr}}\, e^{-j(kr-\pi/4)}.\sum_{n=-M}^{M} C_n \sum_{v} a_v(n,\varphi_i)\, e^{-jv\theta} \qquad \mathbf{(4.10)}$$

$$a_v(n,\varphi_i) = j^n e^{-j(n+v)\varphi_i}.(-1)^v.\int_0^{kR} x\mathcal{J}_v(x)\mathcal{J}_{v+n}(x).dx \qquad \mathbf{(4.11)}$$

## 4.1 İkinci dereceden yaklaşım

Saçılan alanda daha iyi bir yaklaşım, ikinci terime kadar Neumann serisi ile yapılır.

$$E_s \approx A_e[XE_I] + A_e\left[XA_i[XE_I]\right] = A(x) + B(x,x) \qquad \mathbf{(4.12)}$$

Bu yaklaşımın iki sebebi vardır :

1. Born yaklaşımının limitlerinden kurtularak, kolay ve yönetilebilir derecede nonlineerlik içeren bir ifade modeli ile, yapılandırılabilecek profil sınıfını genişletilmektedir.

2.Ters dönüşüm prosedüründeki lokal minima problemi, daha iyi bir yolla çözülür.

$A_e$'nin alçak geçiren filtre etkisi, esas olarak profil harmoniklerinin ürünü olan bir fonksiyona etki edecektir.

Yüksek mertebedeki harmonikler birbirlerini vuracak ve bunların katlamaları (folding) temel banda katılacaktır. Böylece saçılan alanı etkileyecektir. Bu yüzden daha hızlı değişen profiller saçılan alana, ihmal edilemez katkılar sağlayacaktır.

$$B(x,x) = \sum_{n,m=-M}^{M} C_n C_m A_e\left[e^{-jn\theta'}.A_i\left[e^{-jm\theta''}.E_I\right]\right]$$

$$= \sqrt{\frac{2\pi}{kr}\frac{\pi}{4}}\, e^{-j(kr-\pi/4)}.\sum_{n,m=-M}^{M} C_n C_m \sum_{\mu} b_\mu(n,m,\varphi_i) e^{-j\mu\theta} \qquad \mathbf{(4.13)}$$

$$b_\mu(n,m,\varphi_i)$$

$$= j^{n+m}.\, e^{-j(m+n+\mu)\varphi_i}.\, (-1)^\mu \int_0^{kR} x.\,\mathcal{J}_\mu(x) \left\{ H^{(2)}_{n+\mu}(x) \int_0^{x} y.\,\mathcal{J}_{n+\mu}(y)\mathcal{J}_{n+m+\mu}(y).\, dy \right.$$

$$\left. +\ \mathcal{J}_{n+\mu}(x) \int_x^{kR} y.\, H^{(2)}_{n+\mu}(y)\mathcal{J}_{n+m+\mu}(y).\, dy \right\}.\, dx \qquad \mathbf{(4.14)}$$

$$|\mu| = N$$

# 5. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Bu tez çalışmasında, ters saçılma problemlerinde Born yaklaşımının kullanımı incelenmiştir. İlk olarak, düz saçılma problemleri üzerinde durulmuş; Green fonksiyonu ve saçılan alanın integral dönüşümü anlatılmıştır. Daha sonra, ters saçılma problemlerinin özellikleri anlatılarak, kötü konumlu ve nonlineer oluşu gözlemlenmiştir. Ters probleme ait bu genel sorunların aşılmasında, Born yaklaşımının nasıl ve hangi şartlar çerçevesinde kullanılacağı incelenmiştir. Saçılma denkleminin ayrık formu ve regülarizasyonu ifade edilmiştir.

Son olarak, ikinci dereceden Born yaklaşımına giriş yapılmıştır. İkinci dereceden Born yaklaşımı, limitlerden kurtulmayı sağlamaktadır ve kolay bir nonlineerlik içeren bir ifade modeli ile, yapılandırılabilecek profil sınıfını genişletmektedir. Dolayısıyla, ikinci dereceden Born yaklaşımının kullanımı ters problemlerin çözümünde çok ileri bir adım sağlayacaktır.

## KAYNAKLAR


**Pahomov, V., Semenchik, V. and Kurilo, S**., 2005. Reconstructing Reflecting Object Images Using Born Approximation, *Microwave Conference,* European, October 4-6.

**Pierri, R. and Leone, G**., 1999. Inverse scattering of dielectric cylinders by a second-order Born approximation, *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, **37,** 374-382.

**Jun, SC. and Choi, U.J**., 1999, A Note on an Extended Born Method in Inverse Scattering Problems, *Applied Mathematics Letters*, **12,** 71-76

**Richmond, J**., 1965. Scattering by a dielectric cylinder of arbitrary cross section shape, *Antennas and Propagation*, *IEEE Transactions on*, **13,** 334-341.

**Richmond, J**., 1966. TE-Wave Scattering by a Dielectric Cylinder of Arbitrary Cross-Section Shape, *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on,* **14,** 460-464.

**Gao, GZ**. **and Torres-Verdin, C**., 2006. High-Order Generalized Extended Born Approximation for Electromagnetic Scattering, *IEE Transaction on Antennas and Propagation,* **54,** 1243-1256.

**Idemen, M**., 1989. On different possibilities offered by the Born approximation in inverse scattering problems, **5,** 1057-1074.

**Bozza, G., Estatico, C., Massa, A., Pastorino, M. and Randazzo, A**., 2005. A regularization approach to microwave imaging under the second-order Born approximation with real data, *Imaging Systems and Techniques, IEEE International Workshop on,* **2005,** 14-19.

**Estatico, C., Pastorino, M. and Randazzo, A**., 2005. An Inexact-Newton Method for Short-Range Microwave Imaging Within the Second-Order Born Approximation, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing,* **43,** 2593-2605.

**Caorsi, S., Costa, A. and Pastorino, M**., 2001. Microwave Imaging Within the Second-Order Born Approximation: Stochastic Optimization by a Genetic Algorithm, *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on,* **49,** 22-31.

## EK – Matlab Programı

```
% Born Approximation solution of scattering by dielectric cylinders

clear all

freq = 33e6;      % Frequency of wave
w = 2*pi*freq;    % Angular frequency
epsilon =(1/(36*pi))*10^(-9);   % Dielectric constant
mu = 4*pi*10^(-7);   % Magnetic permeability
c = 3*10^(8);        % Speed of light
lamda = c/freq;      % Wavelength
k = 2*pi/lamda;      % Wave number
sidea = lamda;       % Side of the rectangle
sideb = lamda;       % Side of the rectangle
Nx = 20;        % Cell number
Ny = 20;        % Cell number
fii = 0;        % Incident angle
dx = sidea/Nx;  % Cell size
dy = sideb/Ny;  % Cell size

ae = sqrt(dx*dy/pi); % Equivalent radius for grids
nu = 120*pi;    % Characteristic impedance
ri = 0;         % dairenin ic yaricap
rd = 0.4*lamda; % dis yaricap

L = 20*lamda;   % Raidus of measurement points circle
M = 400;        % Measurement points number

alfa1 = 0.001;   %Regularization parameter for MoM
alfa2 = 0.00001; %Regularization parameter for Born

N = Nx*Ny;       % Total cell number
```

```
n = 0;

%-------------------------------------------------------------------------
% Defining of the all coordinate parameters

for n = 1 : Nx*Ny;

    ny(n)=floor(n/Nx)+sign(abs(sin(pi*((n/Nx)-floor(n/Nx)))));

    nx(n)=n-(ny(n)-1)*Nx;

end

%-------------------------------------------------------------------------
% Calculation of the incident wave

for n = 1 : Nx*Ny;

    Ei(n)=exp(-i*k*((nx(n)-1/2-Nx/2)*dx*cos(fii)+(ny(n)-1/2-Ny/2)*dy*sin(fii)));

    % Time parameter is exp(-iwt)
%-------------------------------------------------------------------------
% Dielectric object configuration

    % if sqrt((nx(n)-1/2-Nx/2).^2+(ny(n)-1/2-Ny/2).^2) <= 6.0606

    if (nx(n)-1/2-Nx/2)<6 && (ny(n)-1/2-Ny/2)<2 && (nx(n)-1/2-Nx/2)>2 && (ny(n)-1/2-Ny/2)>-2

        epsilonr(n) = 1.2;

    elseif (nx(n)-1/2-Nx/2)<-2 && (ny(n)-1/2-Ny/2)<2 && (nx(n)-1/2-Nx/2)>-6 && (ny(n)-1/2-Ny/2)>-2

        epsilonr(n) = 1.05;

    else
```

```
        epsilonr(n) = 1.00;
    end

    if abs(nx(n)-1/2-Nx/2)<4 && abs(ny(n)-1/2-Ny/2)<4

       sig(n) = 0;

    else
        sig(n) = 0;
    end

    cepsilonr(n) = epsilonr(n)+i*sig(n)/(w*epsilon); % Complex Epsilonr

end

%------------------------------------------------------------------------
for n = 1 : Nx*Ny;

    matrix1(nx(n),ny(n)) = epsilonr(n);

end

figure(1);
pcolor(matrix1);  % Demonstration of Object and Space dielectric values

%------------------------------------------------------------------------
% Calculation of the total wave matrix elements

for m = 1:Nx*Ny;

    for n = 1:Nx*Ny;

        %The space between m. cell and n. cell
        space(m,n) = sqrt(((nx(m)-nx(n))*dx).^2+((ny(m)-ny(n))*dy).^2);

        if m == n;
```

```
C(m,n)=(1+(epsilonr(m)-1)*(i/2)*(pi*k*ae*besselh(1,2,k*ae)-2*i));

    else

      C(m,n)=(i*pi*k*ae/2)*(epsilonr(n)-1)*bessel(1,k*ae)*besselh(0,2,k*space(m,n));

    end
  end
end

E=inv(C)*transpose(Ei);      % Total Field Calculation

%-----------------------------------------------------------------------
% Calculation of Scattering field for each measurement point

dfi=2*pi/M;  % The angel between each measurement point

for m = 1 : M;    % Measurement points

  Es(m)=0;

  for n = 1 : Nx*Ny;  % Direct Solution of the Scattering Field

    Es(m) = Es(m)-(i*pi*k/2)*(epsilonr(n)-1)*E(n)*ae*bessel(1,k*ae)...
         *besselh(0,2,k*sqrt((L*cos(m*dfi)-(nx(n)-Nx/2-1/2)*dx).^2+(L*sin(m*dfi)-
(ny(n)-Ny/2-1/2)*dy).^2));
  end
end

%-----------------------------------------------------------------------
% Inverse Problem Solution in Born Approximation
% Tikhonov Regularization

for m = 1 : M;

  for n = 1 : Nx*Ny;
```

```
    A(m,n) = (-(i*k.^2)/4)*Ei(n)*ae*ae...
          *besselh(0,2,k*sqrt((L*cos(m*dfi)-(nx(n)-Nx/2-1/2)*dx).^2+(L*sin(m*dfi)-
(ny(n)-Ny/2-1/2)*dy).^2));

  end
end

% abs(V(n))<<1 is the Born condition
V = inv((A')*A+alfa2*eye([N,N]))*((A')*transpose(Es));   % Calculation of Object Function

for n = 1 : Nx*Ny;

  epsilonr(n) = real(V(n)+1);

  matrix2(nx(n),ny(n)) = epsilonr(n);

end

figure(2);
pcolor(matrix2);  % Demonstration of Object and Space dielectric values
%-------------------------------------------------------------------------
% End of the program
```

## ÖZGEÇMİŞ

Osman Tırak, 1981 yılında Antalya'da doğdu. Lisans öğrenimini Y.T.Ü. elektronik haberleşme mühendisliği bölümünde tamamladı.