T.C.
ERCİYES ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

LİSE ÖĞRENCİLERİNİN TRİGONOMETRİ KONUSU ÖZELİNDE BİLGİ DÜZEYLERİNİN İNCELENMESİ

Hazırlayan
Asım TAŞ

Danışman
Yrd. Doç. Dr. Yılmaz AKSOY

Yüksek Lisans Tezi

Temmuz 2013
KAYSERİ

T.C.
ERCİYES ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

LİSE ÖĞRENCİLERİNİN TRİGONOMETRİ KONUSU ÖZELİNDE BİLGİ DÜZEYLERİNİN İNCELENMESİ

Hazırlayan
Asım TAŞ

Danışman
Yrd. Doç. Dr. Yılmaz AKSOY

Yüksek Lisans Tezi

Temmuz 2013
KAYSERİ

"Lise Öğrencilerinin Trigonometri Konusu Özelinde Bilgi Düzeylerinin İncelenmesi" adlı Yüksek Lisans Tezi, Erciyes Üniversitesi Lisansüstü Tez Önerisi ve Tez Yazma Yönergesi'ne uygun olarak hazırlanmıştır.

Tezi Hazırlayan
Asım TAŞ
İmza

Danışman
Yrd. Doç. Dr. Yılmaz AKSOY
İmza

İlköğretim..........ABD Başkanı
Adı Soyadı İmza
Prof. Dr. Hasan KAYA

Yrd. Doç. Dr. Yılmaz AKSOY danışmanlığında Asım TAŞ tarafından hazırlanan LİSE ÖĞRENCİLERİNİN TRİGONOMETRİ KONUSU ÖZELİNDE BİLGİ DÜZEYLERİNİN İNCELENMESİ adlı bu çalışma, jürimiz tarafından Erciyes Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalında **Yüksek Lisans Tezi** olarak kabul edilmiştir.

28.08.2013

JÜRİ:

Başkan: Doç. Dr. İbrahim BAYAZİT

Üye : Yrd. Doç. Dr. Yılmaz AKSOY

Üye : Yrd. Doç. Dr. Onur Alp İLHAN

ONAY :

Bu tezin kabulü, Enstitü Yönetim Kurulunun 02/09/2013 tarih ve......31....sayılı kararı ile onaylanmıştır.

02/09/2013

Prof. Dr. Ahmet Şahin

Enstitü Müdürü

ÖNSÖZ

Çalışmam boyunca rehberliğini esirgemeyen değerli hocam ve tez danışmanım Sayın Yrd. Doç. Dr. Yılmaz AKSOY'A teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca çalışmamda yardımcı olan Sayın Doç. Dr. İbrahim BAYAZİT'e teşekkür ederim. Son olarak, her zaman yanımda olan aileme de teşekkürlerimi sunarım.

LİSE ÖĞRENCİLERİNİN TRİGONOMETRİ KONUSU ÖZELİNDE BİLGİ DÜZEYLERİNİN İNCELENMESİ

Asım TAŞ

Erciyes Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Yüksek Lisans Tezi, Temmuz 2013
Danışman: Yrd. Doç. Dr. Yılmaz AKSOY

ÖZET

Araştırmada trigonometri konusunda lise öğrencilerinin sahip oldukları bilgi düzeylerini tespit etmek amacıyla, öğrencilerin kavramsal bilgilerle işlemsel, temsiller arası geçiş, rutin olmayan problemleri çözme ve ispat yapabilme becerileri incelenmiştir. Araştırma modeli olarak durum çalışması modeli kullanılmıştır. Araştırma, Kayseri ili merkezinde grup örnekleme yöntemiyle belirlenen üç farklı lisedeki 165 lise 2. sınıf öğrencileriyle gerçekleştirilmiştir. Bu öğrencilere açık uçlu sorulardan oluşan yazılı sınav uygulanmış ve sonrasında seçilen 5 öğrenciyle yarı yapılandırılmış mülakatlar yapılmıştır. Toplanan verilerin analizinde, yüzde hesapları kullanılmış ve öğrencilerin yapmış oldukları çözümler içerik itibariyle incelenmiştir. Sonuç olarak, öğrencilerin tanjant fonksiyonu ile ilgili kavramsal öğrenmelerinin iyi düzeyde olduğu tespit edilmiştir. Fakat birim çember üzerinde tanjant ve kotanjant fonksiyonlarının ifade edilmesinde yetersiz bir öğrenmenin gerçekleştiği görülmüştür. Ayrıca bazı öğrencilerin dik üçgenden faydalanmaya çalışması kavramsal bir öğrenmeden ziyade ezbere bir öğrenmenin gerçekleştiğini göstermektedir. Öğrencilerin işlemsel becerilerinin düşük düzeyde olduğu ve buna neden olarak, öğrencilerin üs-kök kavramıyla ilgili kavramsal ve işlemsel sorunlara sahip oldukları ifade edilmiştir. Temsiller arasındaki geçişlerde, öğrencilerin orta düzeyde becerilere sahip oldukları tespit edilmiştir. Farklı temsilleri kullanabilme ile ilgili soruların çözümlerinde, ağırlıklı olarak cebirsel yaklaşımın kullanıldığı, geometrik yaklaşımın ise daha az kullanıldığı tespit edilmiştir. Bununla birlikte grafik yaklaşımının ise hiç kullanılmadığı gözlemlenmiştir. Dolayısıyla, öğrencilerin farklı temsilleri kullanabilme becerilerinin düşük düzeyde olduğu tespit edilmiştir. Diğer taraftan, öğrencilerin trigonometri konusuna ait rutin olmayan problemleri çözme becerilerinin orta düzeyde olduğu görülmüştür. Son olarak, öğrencilerin aşina oldukları bir ispatı yapma becerilerinin orta ya da iyiye yakın düzeyde olduğu, çok fazla ispatı yapılmayan bir ispatı yapma becerilerinin ise düşük düzeyde olduğu tespit edilmiştir. Bu da, öğrenci açısından ezber ağırlıklı bir öğrenmenin gerçekleştiğini ve ispat mantığının çok fazla gelişmediğini göstermektedir.

Anahtar Kelimeler: Trigonometri, kavramsal bilgiler, işlemsel beceriler, trigonometrik temsiller, rutin olmayan problemler, ispat

INVESTIGATING HIGH SCHOOL STUDENTS' KNOWLEDGE LEVEL IN THE CASE OF TRIGONOMETRY SUBJECT

Asım TAŞ

Erciyes University, Institute of Education
M.Sc. Thesis, July 2013
Supervisor: Assist. Prof. Dr. Yılmaz AKSOY

ABSTRACT

In the research, students' conceptual knowledge, procedural skills, transition skills between representations, problem solving skill of non-routine problems and skill of being able to prove were investigated to identify high school student's knowledge level on trigonometry subject. The research model was the case study model. The research was carried out with 165 second class students in three different high schools determined by cluster sampling method in the centre of province of Kayseri. Written exam consisted of open-ended questions was conducted to these students and then semi-structured interviews were carried out with 5 students chosen. In the analysis of data collected, percentage calculations were used and the solutions done by the students were investigated in respect to the content. As a result, it was found that the students had a good level of conceptual learning relevant to the tangent function. But it was seen that an insufficient learning occurred in expressing tangent and cotangent functions on unit circle. Also, use of the right triangle by some students indicates that rote learning occurs rather than a conceptual learning. It was stated that the students had a low level of procedural skills and that the reason for this was students' conceptual and procedural problems relevant to the exponent-radical concept. It was identified that the students had mid-level of skills on transitions between representations. In the solutions of the questions related to being able to use different representations, it was found that algebraic approach was mainly used although geometric approach was used less. However it was observed that graphics were never used. So, it was found that the students had a low level of the skills of being able to use different representations. On the other hand, it was seen that students had a mid-level of the skills of solving non-routine problems of the trigonometry subject. Finally, it was identified that the students' skills of making a familiar proof were fair or close to good level, but making a rare proof were low level. This indicates that, for the students, rote learning occurs and that the logic of proof develops not too much.

Key Words: Trigonometry, conceptual skills, procedural skills, trigonometric representations, non-routine problems, proof

İÇİNDEKİLER

BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK SAYFASI i
YÖNERGEYE UYGUNLUK SAYFASI ii
KABUL VE ONAY SAYFASI iii
ÖNSÖZ iv
ÖZET v
ABSTRACT vi
İÇİNDEKİLER vii
TABLOLAR LİSTESİ x
ŞEKİLLER LİSTESİ xi
1. GİRİŞ 1
1.1. Araştırma Problemi 4
1.2. Araştırmanın Amacı ve Önemi 4
1.3. Araştırmanın Sınırlılıkları 5
2. ALAN YAZINI TARAMASI 6
2.1. Matematiksel Bilginin Oluşma Süreci 6
2.1.1. Soyutlama 6
2.1.2 Genelleme 8
2.2. Trigonometri Konusunun Tarihsel Gelişimi 9
2.3. Öğretim Süreci 12
2.4. Temsil Kavramı ve Trigonometrik Temsiller 12
2.5. Problem Çözme ve Rutin Olmayan Problemler 14
2.6. İspat 15
2.7. Trigonometri Konusunda Yapılan Çalışmalar 15
3. YÖNTEM 38
3.1. Araştırmanın Modeli 38
3.2. Araştırmanın Örneklemi 39
3.3. Veri Toplama Araçları 39
3.4. Verilerin Toplanması 42
3.5. Verilerin Analizi 43
4. BULGULAR VE YORUMLAR 46
4.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar 47

4.1.1. Trigonometri Konusunda Bilgi Düzeylerini Belirleme Testi 1. Soru İle İlgili Bulgular ve Yorumlar 47
4.1.2. Trigonometri Konusunda Bilgi Düzeylerini Belirleme Testi 2. Soru İle İlgili Bulgular ve Yorumlar 55
4.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar 62
4.2.1. Trigonometri Konusunda Bilgi Düzeylerini Belirleme Testi 3. Soru İle İlgili Bulgular ve Yorumlar 63
4.3. Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar 67
4.3.1. Trigonometri Konusunda Bilgi Düzeylerini Belirleme Testi 4. Soru İle İlgili Bulgular ve Yorumlar 68
4.3.2. Trigonometri Konusunda Bilgi Düzeylerini Belirleme Testi 5. Soru İle İlgili Bulgular ve Yorumlar 79
4.4. Dördüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar 86
4.4.1. Trigonometri Konusunda Bilgi Düzeylerini Belirleme Testi 6. Soru İle İlgili Bulgular ve Yorumlar 87
4.5. Beşinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar 98
4.5.1. Trigonometri Konusunda Bilgi Düzeylerini Belirleme Testi 7. Soru İle İlgili Bulgular ve Yorumlar 98
4.5.2. Trigonometri Konusunda Bilgi Düzeylerini Belirleme Testi 8. Soru İle İlgili Bulgular ve Yorumlar 105
4.6. Altıncı Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar 113
4.6.1. Trigonometri Konusunda Bilgi Düzeylerini Belirleme Testi 9. Soru İle İlgili Bulgular ve Yorumlar 114
4.6.2. Trigonometri Konusunda Bilgi Düzeylerini Belirleme Testi 10. Soru İle İlgili Bulgular ve Yorumlar 120
5. SONUÇ ve ÖNERİLER 136
5.1. Sonuç 136
5.1.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Sonuçlar 137
5.1.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Sonuçlar 138
5.1.3. Üçüncü Alt Probleme İlişkin Sonuçlar 139
5.1.4. Dördüncü Alt Probleme İlişkin Sonuçlar 140
5.1.5. Beşinci Alt Probleme İlişkin Sonuçlar 140
5.1.6. Altıncı Alt Probleme İlişkin Sonuçlar 141

5.2. Öneriler 142
KAYNAKÇA 144
EKLER 154
Ek 1. Veri Toplama Aracı (Yazılı Sınav Ve Mülakatta Kullanılan Sorular) 154
Özgeçmiş 156

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 3.1. Soru bazında geliştirilen diğer kodlar 44
Tablo 3.2. Soruların kıyası ile ilgili kodlar 45
Tablo 4.1. 1. Sorunun analiz sonuçları 47
Tablo 4.2. 2. Sorunun analiz sonuçları 55
Tablo 4.3. 1 ve 2. soruların kıyaslanması 61
Tablo 4.4. 3. sorunun analiz sonuçları 63
Tablo 4.5. 4. sorunun analiz sonuçları 68
Tablo 4.6. 5. sorunun analiz sonuçları 79
Tablo 4.7. 4 ve 5. soruların kıyaslanması 85
Tablo 4.8. 6. sorunun analiz sonuçları 87
Tablo 4.9. 1, 2 ve 6. soruların kıyaslanması 97
Tablo 4.10. 7. sorunun analiz sonuçları 99
Tablo 4.11. 8. sorunun analiz sonuçları 105
Tablo 4.12. 7 ve 8. soruların kıyaslanması 112
Tablo 4.13. 9. sorunun analiz sonuçları 114
Tablo 4.14. 10. sorunun analiz sonuçları 121
Tablo 4.15. 9 ve 10. soruların kıyaslanması 134

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 4.1.1. [Ö22]’ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 49
Şekil 4.1.2. [Ö10]’a ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 50
Şekil 4.1.3. [Ö35]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 50
Şekil 4.1.4. Öğrenci C’ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 51
Şekil 4.1.5. [Ö161]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 51
Şekil 4.1.6. [Ö100]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 51
Şekil 4.1.7. [Ö120]’ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 52
Şekil 4.1.8. [Ö143]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 52
Şekil 4.1.9. [Ö73]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 53
Şekil 4.1.10. [Ö34]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 53
Şekil 4.1.11. [Ö89]’a ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 53
Şekil 4.1.12. [Ö138]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 54
Şekil 4.1.13. Öğrenci D’ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 54
Şekil 4.2.1. [Ö161]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 56
Şekil 4.2.2. Öğrenci E’ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 56
Şekil 4.2.3. [Ö78]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 57
Şekil 4.2.4. [Ö148]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 58
Şekil 4.2.5. [Ö120]’ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 58
Şekil 4.2.6. [Ö152]’ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 59
Şekil 4.2.7. [Ö125]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 59
Şekil 4.2.8. [115]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 59
Şekil 4.2.9. [Ö126]’ya ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 60
Şekil 4.2.10. [Ö128]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 60
Şekil 4.2.11. [Ö89]’a ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 60
Şekil 4.2.12. [Ö157]’ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 61
Şekil 4.3.1. [Ö100]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 63
Şekil 4.3.2. [Ö116]’ya ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 64
Şekil 4.3.3. [Ö126]’ya ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 64
Şekil 4.3.4. [Ö33]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 65
Şekil 4.3.5. [Ö156]’ya ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 65
Şekil 4.3.6. [Ö138]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 65
Şekil 4.3.7. [Ö163]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 66

Şekil 4.3.8. [Ö73]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 66
Şekil 4.3.9. [Ö117]’ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı... 66
Şekil 4.3.10. [Ö90]’a ait yazılı sınav kâğıdından alıntı.. 67
Şekil 4.3.11. [Ö165]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı... 67
Şekil 4.4.1. [Ö128]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı... 69
Şekil 4.4.2. [Ö148]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı... 70
Şekil 4.4.3. [Ö91]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 70
Şekil 4.4.4. [Ö93]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 71
Şekil 4.4.5. [Ö120]’ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı... 71
Şekil 4.4.6. [Ö94]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 72
Şekil 4.4.7. [Ö100]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı... 72
Şekil 4.4.8. [Ö161]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı... 72
Şekil 4.4.9. [Ö127]’ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı... 73
Şekil 4.4.10. [Ö125]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı... 73
Şekil 4.4.11. [Ö73]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı... 73
Şekil 4.4.12. [Ö119]’a ait yazılı sınav kâğıdından alıntı... 74
Şekil 4.4.13. [Ö115]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı... 74
Şekil 4.4.14. [Ö110]’a ait yazılı sınav kâğıdından alıntı... 74
Şekil 4.4.15. [Ö129]’a ait yazılı sınav kâğıdından alıntı... 75
Şekil 4.4.16. [Ö111]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı... 75
Şekil 4.4.17. [Ö121]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı... 76
Şekil 4.4.18. [Ö34]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı... 76
Şekil 4.4.19. Öğrenci C’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı... 76
Şekil 4.4.20. [Ö32]’ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı... 77
Şekil 4.4.21. [Ö90]’a ait yazılı sınav kâğıdından alıntı... 77
Şekil 4.4.22. [Ö116]’ya ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 78
Şekil 4.4.23. Öğrenci B’ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 78
Şekil 4.5.1. [Ö154]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı... 80
Şekil 4.5.2. [Ö96]’ya ait yazılı sınav kâğıdından alıntı... 80
Şekil 4.5.3. [Ö161]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı... 81
Şekil 4.5.4. [Ö150]’ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı... 81
Şekil 4.5.5. [Ö25]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 81
Şekil 4.5.6. [Ö94]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 82

Şekil 4.5.7. [Ö153]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı...82
Şekil 4.5.8. [Ö116]'ya ait yazılı sınav kâğıdından alıntı...82
Şekil 4.5.9. [Ö29]'a ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 83
Şekil 4.5.10. [Ö115]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı...84
Şekil 4.5.11. [Ö61]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı...84
Şekil 4.5.12. [Ö100]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı...84
Şekil 4.6.1. [Ö148]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı...88
Şekil 4.6.2. [Ö9]'a ait yazılı sınav kâğıdından alıntı...89
Şekil 4.6.3 [Ö128]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 89
Şekil 4.6.4. [Ö125]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı...89
Şekil 4.6.5. [Ö120]'ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı...90
Şekil 4.6.6. [Ö153]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı...91
Şekil 4.6.7. [Ö61]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 91
Şekil 4.6.8. [Ö100]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı...91
Şekil 4.6.9. [Ö93]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 92
Şekil 4.6.10. [Ö115]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı...92
Şekil 4.6.11. [Ö89]'a ait yazılı sınav kâğıdından alıntı...93
Şekil 4.6.12. [Ö161]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı...93
Şekil 4.6.13. [Ö163]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı...94
Şekil 4.6.14. [Ö33]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı...94
Şekil 4.5.15. [Ö96]'ya ait yazılı sınav kâğıdından alıntı...94
Şekil 4.6.16. [Ö131]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı...95
Şekil 4.6.17. [Ö150]'ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 95
Şekil 4.6.18. [Ö34]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı...95
Şekil 4.6.19. [Ö111]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı...96
Şekil 4.6.20. [Ö152]'ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 96
Şekil 4.6.21. [Ö91]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı...97
Şekil 4.7.1. [Ö161]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı...100
Şekil 4.7.2. [Ö128]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı...100
Şekil 4.7.3. [Ö129]'a ait yazılı sınav kâğıdından alıntı...101
Şekil 4.7.4. [Ö116]'ya ait yazılı sınav kâğıdından alıntı...101
Şekil 4.7.5. [Ö127]'ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı...101
Şekil 4.7.6. Öğrenci B'ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı.......................................102

Şekil 4.7.7. [Ö162]’ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 102
Şekil 4.7.8. [Ö117]’ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 103
Şekil 4.7.9. [Ö148]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 103
Şekil 4.7.10. [Ö33]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 104
Şekil 4.7.11. [Ö157]’ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 104
Şekil 4.7.12. [Ö110]’a ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 105
Şekil 4.8.1. [Ö89]’a ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 106
Şekil 4.8.2. [Ö35]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 107
Şekil 4.8.3. [Ö34]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 107
Şekil 4.8.4. [Ö161]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 107
Şekil 4.8.5. [Ö150]’ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 108
Şekil 4.8.6. [Ö33]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 108
Şekil 4.8.7. [Ö163]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 109
Şekil 4.8.8. [Ö143]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 109
Şekil 4.8.9. [Ö151]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 109
Şekil 4.8.10. [Ö148]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 110
Şekil 4.8.11. [Ö152]’ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 110
Şekil 4.8.12. [Ö165]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 111
Şekil 4.8.13. [Ö153]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 111
Şekil 4.8.14. [Ö138]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 112
Şekil 4.9.1. [Ö161]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 115
Şekil 4.9.2. [Ö143]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 115
Şekil 4.9.3. [Ö120]’ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 116
Şekil 4.9.4. [Ö100]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 116
Şekil 4.9.5. [Ö93]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 117
Şekil 4.9.6. [Ö126]’ya ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 117
Şekil 4.9.7. [Ö129]’a ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 118
Şekil 4.9.8. [Ö64]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 118
Şekil 4.9.9. [Ö125]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 119
Şekil 4.9.10. [Ö117]’ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 119
Şekil 4.9.11. [Ö153]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 119
Şekil 4.9.12. [Ö101]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 120
Şekil 4.10.1. Ö3 [Ö100]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 122

Şekil 4.10.2. [Ö96]'ya ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 123
Şekil 4.10.3. Öğrenci C'ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 123
Şekil 4.10.4. [Ö94]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 123
Şekil 4.10.5. [Ö35]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 124
Şekil 4.10.6. [Ö33]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 124
Şekil 4.10.7. [Ö105]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 125
Şekil 4.10.8. [Ö93]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 125
Şekil 4.10.9. [Ö58]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 126
Şekil 4.10.10. [Ö111]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 126
Şekil 4.10.11. [Ö104]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 126
Şekil 4.10.12. [Ö10]'a ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 127
Şekil 4.10.13. [Ö110]'a ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 127
Şekil 4.10.14. [Ö89]'a ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 128
Şekil 4.10.15. [Ö120]'ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 128
Şekil 4.10.16. [Ö161]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 128
Şekil 4.10.17. [Ö45]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 129
Şekil 4.10.18. [Ö129]'a ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 129
Şekil 4.10.19. [Ö61]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 129
Şekil 4.10.20. [Ö143]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 130
Şekil 4.10.21. [Ö156]'ya ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 130
Şekil 4.10.22. [Ö157]'ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 130
Şekil 4.10.23. [Ö165]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 131
Şekil 4.10.24. Öğrenci D'ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 131
Şekil 4.10.25. [Ö151]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 132
Şekil 4.10.26. [Ö138]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 132
Şekil 4.10.27. [Ö163]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı 133

1. GİRİŞ

Matematik evrende var olanı anlama gayesiyle insanlar tarafından geliştirilen ve kendine has bir dili ve sistematiği olan bir disiplindir (Boz, 2008). Evrende var olanı anlama gayesi bireyin mevcut yapıyı keşif gayretlerinin yanında, günlük hayatta karşılaştığı sorunlara çözüm arama ihtiyacına yönelik gayretlerini de ihtiva etmektedir. Dolayısıyla, matematiğin çıkış noktası olarak, bireyin çevresi ile etkileşimi neticesinde ortaya koyduğu zihinsel bir takım süreçlerdir denilebilir. Diğer bir ifadeyle, matematiğin doğasında düşünme fiili öne çıkmaktadır.

İnsan olmanın bir gereğidir düşünme. İnsan düşünerek hayatına anlam katar. Düşünmenin en önemli araçlarından birisi de matematiktir. Matematik sadece kurallar ve tanımlardan oluşan bir sistem değil; aynı zamanda insana olaylar arasında bağ kurma, akıl yürütme, problem çözme gibi yetenekler kazandıran önemli bir araçtır. Dolayısıyla, insan matematiksel düşünmeyi her an kullanabilmektedir ki, çoğu zaman bunun farkında bile değildir (Arslan ve Yıldız, 2010).

Matematiksel düşünme tanımlanmak istendiğinde şöyle bir tanım geliştirilebilir: Matematiksel düşünme, insanın karşılaştığı olaylara matematiksel bir anlam yüklemesidir. Bu anlam yükleme işlemi sistematik, doğru ve kesin olmalıdır (Alkan ve Güzel, 2005). Ayrıca matematiksel düşünmenin bileşenlerini Tall (2002) şöyle sıralamaktadır: soyutlama, sentezleme, genelleme, modelleme, problem çözme ve ispat (akt. Arslan ve Yıldız, 2010). "*Liu (2003) ise matematiksel düşünmeyi tahmin edebilme, tümevarım, tümdengelim, örnekleme, genelleme, analoji, formal ve informal olmayan usa vurma, doğrulama ve benzeri karmaşık süreçlerin bir birleşim kümesi olarak tanımlamıştır*" (akt. Arslan ve Yıldız, 2010, s. 19).

Her insanın matematiksel düşünmesi farklı farklı olabilir. Örneğin, bazı insanlar matematiksel bir yapıyı anlamada resmetmeye ihtiyaç duyarlar; bazı insanlar sembolleştirme yoluna giderler; bazıları ise, daha soyut bir yaklaşım sergilerler. Ferri (2003) bütün bu yaklaşımları, görsel yaklaşım eğilimliler, analitik yaklaşım eğilimliler ve kavramsal yaklaşım eğilimliler olarak üç farklı şekilde sınıflamıştır (akt. Alkan ve Güzel, 2005)

Diğer taraftan, tanımda geçen kendine has bir dili ve sistematiği olan bir disiplindir ifadesi, matematiğin tabiatı hakkında ipucu vermektedir. Matematiğin dili ve sistematiğinin kendine özgü olması, matematiği daha bir esrarlı hale getirmektedir ki, bu esrarı çözmenin ilk adımı matematiksel bilginin oluşumu ve yapısının ortaya konmasıdır. Ayrıca, matematiksel bilginin yapısının nasıl olduğuyla alakalı sorunun cevabı iyi bir öğrenme için çok önemlidir. Piaget'in bilişsel gelişim kuramına göre bilgi, içsel bir şekilde ve zihinsel bir süreç neticesinde inşa edilen fikirlerden meydana gelir. Bu bilgi tiplerinden olan Mantıksal-Matematiksel bilgi ise, ilişki ve bağıntılardan oluşur. Örneğin, bir cisme ait uzaklık-yakınlık, uzunluk-kısalık gibi bilgiler bu tip bilgilere temel teşkil eder ki, bu tip bilgilerin inşa sürecinde akıl yürütme önemli rol oynar. Diğer taraftan, matematiksel bilgi kavramsal bilgi ve işlemsel bilgi olmak üzere iki alt gruba ayrılır (Soylu ve Aydın, 2006).

Kavramsal bilgi denilince akla kavramlar ve aralarındaki ilişkiler gelir. Matematiksel kavramlar bir zincirin halkaları gibi düşünülebilir. Yani, her bir kavramın bağlı olduğu başka kavramlar vardır (Soylu ve Aydın, 2006). Örneğin, fonksiyon kavramı bağıntı kavramına, bağıntı kavramı Kartezyen çarpım kavramına, Kartezyen çarpım kavramı da küme kavramına bağlıdır. Benzer şekilde, polinom ve dizi kavramları fonksiyon kavramına bağlıdırlar, hatta fonksiyon kavramının alt kavramları olarak da düşünülebilirler. Başka bir örnek ise, karmaşık sayı kavramı, vektör, üslü-köklü sayı ve trigonometri gibi kavramlarla ilişkilidir. Sonuç olarak, bütün bu kavramlar ve aralarındaki ilişkiler kavramsal bilgiyi oluşturur.

İşlemsel bilgi ise, matematiksel sembollerle matematiksel dile ait hususiyetleri barındıran ilk bölüm ve matematiksel kurallar, problem çözümünde istifade edilen formüller, görsel şemalar, zihinsel tasvirlerle matematiğe ait standart olmayan diğer bazı nesneleri içeren ikinci bölüm olmak üzere iki bölümdür. Algoritmik yapısının yanında, bir bütün olarak düşünülmesi işlemsel bilgiye ait önemli özelliklerdir. Sıraya konulan işlemler, mantıklı adımlar eşliğinde sonuca ulaştırılır (Soylu ve Aydın, 2006).

Pozitif bir tam sayı ile negatif bir tam sayının toplamı 'sayıların farkı bulunur ve işaret olarak da mutlak değerce büyük olan sayının işareti alınır.' şeklinde ifade edildiğinde, bu bir işlem bilgisi olmuş olur. Verilen kural nedenleriyle birlikte tam olarak ortaya konmadığı sürece, ezberlenmiş bir işlem bilgisi olacaktır. Fakat kural nedenleriyle birlikte öğrenilirse, kavramsal öğrenme gerçekleşmiş olur. Buradan hareketle, kavramsal bilgi işlemsel bilgiler içerir diyebiliriz. Ayrıca her bir bilgi daha önceden öğrenilmiş bazı işlemsel bilgileri kapsar ve bu işlemsel bilgilerin temelinde de daha önceden öğrenilmiş bazı kavramsal bilgiler bulunmaktadır. Diğer bir ifadeyle, kavramsal bilgi ve işlemsel bilgiyi birbirinden ayıran net bir ayrımdan bahsedilemez (Baki, 1998; Soylu ve Aydın, 2006).

Kavramsal bilgiyle işlemsel bilgi birbirini tamamlayıcı özelliğe sahiptir. Bu nedenle, her ikisi de çok önemlidir ve her ikisi de dengeli verilmelidir. Günümüze kadar gelen en büyük sıkıntı, ibrenin işlemsel bilgi tarafında olmasıdır. Yani, işlemsel bilginin daha fazla ön plana çıkmasından dolayı, yeterli seviyede öğrenme gerçekleşmemiştir. Bu sorunun çözümü için, her iki bilgi de dengelenmeli ve kavramsal bilgi ihmal edilmemelidir. Hatta kavramsal bilgi biraz daha öne çıkmalı, işlem ve kuralların nasıl yapıldığının yanında, niçin yapıldığının da üzerinde durulmalıdır (Soylu ve Aydın, 2006).

Trigonometrik kavramların öğrenilmesi, üretken, mantıklı ve analitik düşünebilme becerilerinin gelişimi ve matematiksel bir dile sahip olma noktasında önemli bir rol oynamaktadır (Güntekin, 2010). Ayrıca trigonometri, müfredattaki ağırlığı ve analize dair birçok konunun temeli olması sebebiyle, lise matematik programında özel bir yeri olan bir konudur. Trigonometriyi öğrenmek, Newton fiziği ve diğer bazı alanlardaki konuları öğrenmenin ön koşuludur. Diğer taraftan, trigonometri cebirsel, geometrik ve grafiksel temsillerle ifade edildiğinden, analize ait öğrenmelerde önemli bir alandır. Ayrıca, trigonometrik fonksiyonlara ait işlemler aritmetik işlemleri kapsar fakat bu işlemler cebirsel olarak formülize edilemediğinden dolayı öğrenciler tarafından öğrenilmesinde güçlükler yaşanmaktadır (Güntekin ve Akgün, 2011).

Eldeki çalışmada trigonometri konusunda lise öğrencilerinin bilgi düzeylerini analiz etmek için öğrencilerin sahip olduğu kavramsal bilgilerle işlemsel becerilerin yanında ispat yapabilme düzeyleri açığa çıkarılacak ve öğrencilerin temsiller arası geçişlerle rutin olmayan problemler de başarılı olup olmadıkları ortaya konulacaktır. Öğrencilerin trigonometrik kavramların arasındaki ilişkilerin ne derece farkında oldukları, problem çözümünde ne tür yaklaşımlar sergiledikleri ve sahip oldukları bilgilerin ne düzeyde olduklarının belirlenmesi eldeki çalışmanın ulusal ve uluslararası alan yazınına yaptığı en önemli katkı olarak belirtilebilir.

1.1. Araştırma Problemi

Araştırmanın temel problemi; 'Lise öğrencilerinin trigonometri konusunda sahip oldukları bilgiler ne düzeydedir?' şeklinde düzenlenmiştir. Araştırma problemine yanıt bulabilmek için aşağıdaki alt problemler oluşturulmuştur:

1. Lise öğrencilerinin trigonometri konusuna ait kavramsal bilgileri ne düzeydedir?
2. Lise öğrencilerinin trigonometri konusuna ait işlemsel becerileri ne düzeydedir?
3. Lise öğrencilerinin trigonometri konusunda temsiller arası geçişlerdeki becerileri ne düzeydedir?
4. Lise öğrencilerinin trigonometri konusuna ait problem çözümlerinde farklı temsilleri kullanabilme becerileri ne düzeydedir?
5. Lise öğrencilerinin trigonometri konusuna ait rutin olmayan problemleri çözme becerileri ne düzeydedir?
6. Lise öğrencilerinin trigonometri konusunda ispat yapabilme becerileri ne düzeydedir?

1.2. Araştırmanın Amacı ve Önemi

Matematiğin önemli bileşenlerinden olan trigonometriden, genel itibariyle fizikte, mühendislikte, astronomide ve kimyada istifade edilmektedir (Tuna, 2011). Ayrıca, karmaşık sayı, limit, türev, integral gibi matematiğe ait birçok konuda karşılaşılan ve önemli rol oynayan trigonometri, son derece hususi bir öneme sahiptir. Bu öneminden olsa gerek trigonometri ile alakalı birçok çalışma yapılmıştır. Ancak yapılan bu çalışmalar irdelendiğinde, genelde kavram yanılgıları, öğrenme güçlükleri, farklı öğretim yöntemleri ve teknolojik imkânların trigonometri öğrenim ve öğretimi üzerine etkilerinin incelenmesi gibi çalışmaların ağırlıkta olduğu, fakat bilgi düzeylerine yönelik bir çalışmanın yapılmadığı görülmektedir. Öğrencilerin trigonometrik kavramların arasındaki ilişkilerin ne derece farkında oldukları, problem çözümünde ne tür yaklaşımlar sergiledikleri ve sahip oldukları bilgilerin ne düzeyde oldukları gibi sorulara cevap arayan araştırmalara çok rastlanmaması ve bu araştırmada bu soruların amaç olarak belirlenmesi, araştırmanın farklılığı olarak ortaya konmaktadır.

Bu araştırmada, Kayseri ili örnekleminde lise 2 öğrencilerinin trigonometri konusundaki bilgi düzeylerini tespit etmek amaçlanmıştır. Daha açık ifadesiyle amaç, trigonometri konusunda lise öğrencilerinin bilgi düzeylerini analiz etmek ve bunun için de, öğrencilerin sahip olduğu kavramsal bilgilerle işlemsel becerilerin yanında ispat yapabilme düzeylerini açığa çıkarmak ve öğrencilerin temsiller arası geçişlerle rutin olmayan problemler de başarılı olup olmadıklarını ortaya koymak şeklinde belirlenmiştir. Bir diğer ifadeyle, öğrencilerin trigonometri konusunu öğrenme sürecinin sonunda hangi noktada olduklarının tespit edilmesi hedeflenmiştir. Ayrıca temsillerin son derece önemli olduğu trigonometri konusunda, temsiller arası geçişlerde ve farklı temsilleri kullanabilmede ne derece başarı sağlandığını incelemek bu araştırmanın bir diğer hedefidir.

1.3. Araştırmanın Sınırlılıkları

Öğrencilerin samimi oldukları ve baştan savma çözüm yapmadıkları kabul edilmiştir. Ayrıca seçilen okulların başarılı oldukları düşünülerek öğrencilerin bilgi noktasında gerekli donanıma sahip oldukları varsayılmıştır.

Araştırma, trigonometri konusu olmak üzere tek bir konuyla, örneklemi oluşturan 165 öğrenciyle, Trigonometri Konusunda Bilgi Düzeylerini Belirleme Testi ve 5 öğrenciyle yapılan mülakattan elde edilen veriler ile sınırlıdır.

2. ALAN YAZINI TARAMASI

2.1. Matematiksel Bilginin Oluşma Süreci

Matematiksel bilgiler, birbirini takip eden soyutlama ve genellemeler sonucu meydana gelir (Baykul, 2009). Dolayısıyla, matematiksel bilginin oluşum sürecinde iki kavram öne çıkmaktadır ki, bunlar soyutlama ve genellemedir. Soyutlama, matematiksel bilgilerden zihinsel bilgilerin oluşturulmasıyla bilişsel yapının yeni baştan yapılandırılma sürecidir. Matematiksel bilgiler arasındaki ilişki, zihinsel bir süreç olarak soyutlamayla oluşturulur. Ayrıca soyutlama, genelleme ile yakın bir ilişkiye sahiptir ve matematiksel genelleme sürecinde bireysel bilgiye dair yapının gelişimi söz konusu iken, soyutlama sürecinde zihinsel yapının yeniden inşası elzemdir (Dreyfus, 1991; akt. Biber ve Argun, 2012).

2.1.1. Soyutlama

Soyutlama, kısaca, somuttan soyuta geçiş süreci olarak tanımlanabilir (Altun ve Yılmaz, 2008). Piaget ve onu izleyenlere göre, soyutlama bir dizi matematiksel süreç ve nesneden müteşekkildir. Bireyler bu zihinsel yapıları ortak özelliklerine göre ilişkilendirerek daha gelişmiş bir matematiksel yapıyı elde ederler (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001; akt: Altun ve Yılmaz, 2008). Soyutlama yapan birey, üzerinde çalışılan yapılara göre daha yüksek düzeyde bir yapının olabileceği düşüncesiyle hareket eder ve bir sınıflama yaparak bu yapıyı elde eder. Bir diğer ifadeyle, soyutlama, örneklerin incelenmesi ve onlardaki ortak özelliklerin fark edilmesi ile gerçekleşen bir süreçtir (Yeşildere ve Türnüklü, 2008). Piaget ve beraberindeki psikologlar, soyutlamanın doğrusal bir yapıya sahip olduğunu ve birbirini takip eden eylemler neticesinde meydana geldiğini ifade etmişlerdir. Ayrıca, soyutlamanın niteliği üzerinde, bireyin kültürünün, çevresinin, önceki tecrübelerinin ve öğrenme ortamının tesirleri görülmektedir (Altun ve Yılmaz, 2008).

Davydov (1990)’a göre kavramanın iki şekli vardır ki bunlar deneysel düşünme düzeyi ve kuramsal düşünme düzeyi diye ifade edilir (akt: Altun ve Yılmaz, 2008). Bu düşüncede, günlük hayattaki kavramların kazanılmasında deneysel düşünme ön plandadır fakat soyut bilimsel kavramlara ulaşmak için deneysel düşünme yeterli değildir. Soyut bilimsel bilgiye ulaşmak için tek yol olarak diyalektik mantık gereklidir ve diyalektik mantık, “*düşüncenin, durmayan bir devinim ve değişim içinde bulunması ve düşüncedeki evrimin iç çelişmelerinin yaşanması sonucunda ortaya çıkması*” olarak tanımlanır (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001; akt: Altun ve Yılmaz, 2008, s. 243). Bireyler yeni bir bilgi ile önceki bilgiler arasındaki olası benzerlikleri ve farklılıkları inceler, tartışır ve bunların arasında bir ilişkilendirmeye gitme gereksinimi duyarlar. Bu durum, özellikle ispat neticesinde elde edilen bilgilerde daha net görülür (Altun ve Yılmaz, 2008).

Soyutlamada diyalektik yaklaşımı benimseyen Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001), kendi tecrübelerini Davydov’un fikirleri ile harmanlayarak soyutlamayı *“Önceden edinilmiş matematiksel bilgilerin yeni bir matematiksel yapı oluşturmak üzere dikey olarak yeniden örgütlenmesi etkinliği”* olarak ifade etmişlerdir (akt: Altun ve Yılmaz, 2008, s. 243). Ayrıca, Hershkowitz; Schwarz ve Dreyfus (2001) başlıca epistemik eylemleri tanıma (recognizing), kullanma (building with) ve oluşturma (reconstruction) olarak tanımlamış ve sözcüklerin ilk harflerini kullanarak RBC adında bir kuram geliştirmişlerdir (akt: Altun ve Yılmaz, 2008). Diğer bir ifadeyle, RBC soyutlama teorisi, soyutlamayı tanıma, kullanma ve oluşturma eylemlerinden meydana gelir. Tanıma, konuyla ilgili önceki bilgilerin tanınması ve kullanılmasıdır. Kullanma, önceden yapılandırılan matematiksel bilgilerin bir araya getirilerek bir amaç doğrultusunda kullanılmasıdır. Oluşturma ise, bir araya getirilen önceki bilgilerin yeniden düzenlenerek yeni bir bilgi elde edilmesidir (Yeşildere ve Türnüklü, 2008).

Dreyfus (2007), elde edilen yeni bilgilerin kırılgan bir yapıya sahip olduğundan ve bu durumun yeni bilgileri muhafaza etmeyi zorlaştırdığından hareketle yeni kavramların sağlamlaştırılmasının gerektiğini belirtmiştir. Sağlamlaştırma, bilgileri ilişkilendirmeyi, yeni bir bilgi inşasında kullanmayı ve üzerlerinde derinlemesine düşünmeyi içerir. Soyutlama sürecinde yeni bilgiler inşa edilirken, önceki bilgilerin tanınması ve kullanılması sağlamlaşmalarına neden olur. Dreyfus (2007) soyutlanmış bir matematiksel nesnenin sağlamlaştırma neticesinde yeni bir bilgi olarak nitelenebileceğini belirterek, RBC soyutlama sürecine sağlamlaştırmayı (consolidation) eklemiş ve RBC+C modelini geliştirmiştir (akt: Altun ve Yılmaz, 2008).

2.1.2 Genelleme

Matematiksel kavramların oluşum sürecinde başvurulan zihinsel aktivitelerden bir diğeri olan genellemeye geçmeden önce, özelleştirme kavramından bahsetmek faydalı olacaktır. Özelleştirme, genellemeye ulaşmada önemli bir kavramdır. Stacey; Burton ve Mason (1985), özelleştirmeyi, bir genellemeye ulaşmada kullanılacak kanıtların bir araya toplanması şeklinde ifade etmiştir (akt: Arslan ve Yıldız, 2010). Özelleştirmede örneklendirme, örneği tanımlama, gösterme, anlatma, seçme, çizme veya bulma gibi işlemlerin kullanılmasının yanı sıra karşıt ya da ilgili örnek bulma ve sonucu farklı şekillerde ifade etme gibi işlemler de yapılabilir (Arslan ve Yıldız, 2010).

Genellemede ise, verilen örneklerden hareketle genel bir sonuca ya da kurala ulaşılır ki, bulunan sonuç ya da kural bütün o tip örneklerde kullanılır (Arslan ve Yıldız, 2010). "*Genelleme sırasında örüntü oluşturma, sınıflama, eşleştirme, sıralama ve karşılaştırma yapma, benzerlik ve farklılıkları belirleme, iki değişken arasındaki ilişkiyi matematiksel veya sözel olarak ifade etme, olabilecek bütün ihtimalleri tanımlama gibi eylemler söz konusudur*" (Arslan ve Yıldız, 2010, s. 20). Genellemenin zihinsel işlemleri ise şöyle ifade edilir: Örneklerden genel bir metot türetilir ki, bu aynı türden diğer örneklere uygulanabilir; Metot, açık bir şekilde formüle edilir, kendi içinde bir varlık olarak dikkate alınır ve yapısı analiz edilir; Bu yapı yeni bir türün örnekleri için aynı metodu kullanma yollarını bulmada kullanılır. Orijinal örnekler metodun genişletilmiş uygulama alanlarına dâhil edilir (Skemp, 1971).

Diğer taraftan, matematik sayesinde bir takım matematiksel örüntüler ve ilişkiler genellenebilir ki, bu durum, bazı matematikçilerin matematiğin genellemelerden ibaret olduğu fikrini savunmalarına neden olmuştur. Ayrıca, genellemelerin sunumunda matematiksel bir dil kullanılır ki, bu dil, semboller, tablolar, grafikler, şekiller vb. gibi unsurlardan oluşur ve bazı genelleme durumlarında, bu unsurların hepsi de kullanılabilir. Bundan dolayı, bir sembol sistemi ile ifade edilebilen bir bilgiyi, başka sembollerle de ifade edebilmek ve bu sembol sistemleri arasındaki ilişkiyi fark edebilmek matematiğin tabiatının bir gereğidir (Boz, 2008).

2.2. Trigonometri Konusunun Tarihsel Gelişimi

Trigonometri teriminin kökeni Yunancadan gelir ve üçgen anlamındaki trigos ve ölçüm anlamındaki metron kelimelerinin bir araya gelmesiyle oluşur. Trigonometri konusunun temeli ise, dik üçgenin kenar uzunlukları arasındaki oranlara dayanır (Larson ve Hostetler, 1997; Adamek; Penkalski ve Valentine, 2005). Diğer taraftan, ilgi ve ihtiyaçların belirleyici rol oynadığı bir takım gelişmelerin neticesinde ortaya çıkan ve birçok medeniyetin katkısıyla günümüze kadar gelen trigonometri, matematikte özellikle lise yıllarında fonksiyon, limit, süreklilik, türev ve integral gibi konuların temel bileşenlerinden birisi ve bu konular arasındaki ilişkilerin öğrenilmesinde önemli etkenlerden olması yönüyle önemli bir alandır. Ayrıca, astronomi ve fizik gibi pek çok alanın da vazgeçilmezleri arasındadır (Ekmekçioğlu, 1992; Güntekin, 2010).

Trigonometriye dair ilk temel bilgilerin ortaya çıkışını Hipparchus'a dayandıranlar olduğu gibi Johann Müller'e de dayandıranlar vardır (Göker, 1997). Diğer taraftan, trigonometrinin ilk belirtileri Eski Mısır ve Babil medeniyetlerine kadar uzanmaktadır. Fakat bunlar, günümüzdeki trigonometrik terimleri kullanmadan bazı oranları hesaplamalarında kullanmışlardır. Hesaplamaların içeriğinde ise, genelde güneş saati, arazi ölçümleri, piramit ve yapılar mevcuttur. Bunlardan başka, trigonometrinin basit seviyedeki temel bilgileri ve kullanım alanları eski bazı Çin kitaplarında da geçmektedir (Dönmez, 2002).

Ayrıca, Mısır matematiğinde kullanılmış olan 'seked' veya 'sekd' kavramı, günümüzdeki kotanjant kavramına denk bir kavramdır. O dönemde, Mısırlılarda ölçülebilir bir nicelik olarak açı kavramı henüz mevcut değildir ve Mısırlıların geometrisi sadece bir 'doğru geometrisi'dir. 'Seked' ise, doğru parçaları ve dik açı yoluyla ifadelendirilir. Kısacası Mısır geometrisi ölçü için sadece doğruları kullanan ve dik açı dışında açı kavramını kullanmayan bir geometridir. Mezopotamya geometrisinde ise, dik olmayan açılar, dik üçgenlerin dik açıları kullanılarak inceleme yoluna gidilmiş ve dik üçgenlerle ilgili triyadlar üzerinde yapmış oldukları çalışmalar trigonometrinin ilk belirtileri olarak ortaya çıkmıştır. Mezopotamyalılar dik üçgenin dik kenarları için en-boy kavramlarını, hipotenüs içinse köşegen kavramını kullanmışlardır (Ekmekçioğlu, 1992).

Mısır ve Mezopotamya Medeniyetlerinden faydalanan Yunanlılar, bir çemberde açılar arasında ilişki kurulması ve açıların karşısındaki kiriş uzunluklarının ölçümünü ilk kez sistematize etmişlerdir. Ayrıca Güneş ve Ayın uzaklıkları arasındaki bağıntı ve Dünyanın hacmi ile ilgili yapılan çalışmalarda açı ve oran kullanılmıştır. Diğer yandan, Archimedes'in trigonometri kullanıp kullanmadığı net olmasa da, yapmış olduğu çalışmalar trigonometriye temel olması yönüyle önemlidir (Ekmekçioğlu, 1992). Ayrıca, Eski Yunanda düzlemsel trigonometrinin yanında, küresel trigonometri de kullanılmıştır. Hipparchus'tan başka bu alanda öne çıkan isim Menelaus'tur ve Menelaus, Hipparchus'un bulgularını geliştirmiştir. Ptolemy ise, kendinden önce ortaya çıkan bilgileri derlemiştir (Dönmez, 2002).

Hint matematiğinde de, trigonometri konusunda pozitif manada önemli zenginleştirmeler mevcuttur. Trigonometri konusundaki bilgilere zenginlik kazandıran Hintlilerin bu alandaki en önemli katkısı, Aryabhatry tarafından ilk defa hazırlanan Sinüs tablolarıdır. Hintlilerin bilgileri genelde Mezopotamya kaynaklıdır ve bu bilgiler de, Hintlilerden İslam dünyasına intikal etmiştir (Ekmekçioğlu, 1992; Göker, 1997; Dönmez, 2002).

Hunke (1965)'nin belirttiğine göre, Müslümanlar Eski Yunanlılardan farklı olarak düz ve küresel trigonometriyi ortaya koymuşlardır. Ayrıca, sinüs ve tanjant kurallarını geliştirerek trigonometriye temel oluşturmuşlardır. Diğer taraftan, 'Ziyc' adı verilen eserlerde günümüzde kullanılan trigonometrinin temel bilgilerini ilk olarak ortaya koyan Müslüman bilginler, Batlamyus'un eserini Arapçaya çevirmişler ve bir takım zenginleştirmelerle yayınlamışlardır (Ekmekçioğlu, 1992).

Düzlem ve küresel trigonometrinin en önemli kurucuları El-Battani, Sabit bin Kurra ve Ebul-Vefa'dır ve buldukları sonuçları Astronomiye uygulamışlardır (Koçin, 1992). Trigonometrinin batıda yaygınlaşmasına önemli katkı sağlayan ve cebiri geometriye uygulayan Sabit bin Kurra, Batlamyus'un eserinde bulunan bilgilere ilave olarak, kendi dönemi için yeni olan bazı trigonometri ve astronomi bilgilerini ortaya koymuştur. Ayrıca, en belirgin çalışmalarından birisi olan sinüs teoreminin tanımını yaparak astronomiyle ilgili uygulamalarını ifade etmiştir (Ekmekçioğlu, 1992).

Trigonometrik bağıntıları günümüzdeki haliyle formülize eden ve sinüs, kosinüs, tanjant ve kotanjant kavramlarını ilk olarak ifade ederek bu kavramlara ait tabloları düzenleyen El-Battani, trigonometrinin kurucuları arasında en başta gelir. Ayrıca küresel üçgenler üzerinde yaptığı çalışmalarda, kenarlarla köşeler arasında bir takım ilişkileri ve küresel üçgen için kosinüs formülünü ortaya koymuştur (Ekmekçioğlu, 1992; Koçin, 1992; Struik, 1996).

Trigonometriye ait temel kavramların birçoğunda katkısı olan ve bunları matematiğe kazandıranların önde gelenlerinden olan Ebul-Vefa'nın yaptığı çalışmalardan bazılarını, sinüs değerlerini virgülden sonra üçüncü haneye kadar hesaplamayı olanaklı kılan sinüs tabloları, küresel trigonometride sinüs konusunun incelenmesi, tanjantın 'zil-gölge' adıyla trigonometriye kazandırılması, tanjant tablolarının düzenlenmesi, sekant ve kosekant kavramlarının ortaya konması, trigonometrinin altı esas grafiği arasındaki trigonometrik oranların ifade edilmesi ki bu oranlar bugün aynen kullanılmaktadır, trigonometrik tabloların o güne kadar olmayan hassasiyette düzenlenmesi, sinüs ve tanjant tablolarının bir derecenin dörtte biri aralıklarla hesaplanıp hazırlanması şeklinde sıralayabiliriz. Sinüs ve tanjant terimlerinin anlaşılması onun eserleri sayesinde mümkün olmuştur. Bu terimlerin Batıya aktarılması Johann Müller tarafından gerçekleştirilmiştir (Ekmekçioğlu, 1992; Struik, 1996).

İslam dünyasında öne çıkan diğer isimleri, İbn-i Yunus, Biruni, Nasirüddin Tusi, Takiyüddin şeklinde sıralayabiliriz. Çağının önemli bilim adamlarından olan İbn-i Yunus'un trigonometriye en önemli katkısı bugün de kullandığımız dönüşüm formülleridir (Ekmekçioğlu, 1992). Trigonometrik fonksiyonların birer sayı niteliğinde olduğunu vurgulayan Biruni, günümüzde kullanılan birim çemberin yarıçapının 1 birim uzunlukta olması gerektiğini 1000 yıl önce ifade etmiştir. Ayrıca Biruni'nin trigonometriye, sinüs, kosinüs ve tanjant fonksiyonlarına sekant, kosekant ve kotanjant fonksiyonlarının ilave edilmesinin yanında, üçgen alan teoremi ve kosinüs teoremi gibi katkıları da mevcuttur (Ekmekçioğlu, 1992). Trigonometriyi ilk defa müstakil bir bilim olarak inceleyen, düzlem ve küresel trigonometriyi sistematize eden Tusi'nin trigonometriye en önemli katkısı, düzlem ve küresel üçgenler üzerinde temel bazı kuralları ortaya koyması ve sinüs teoremini formülleştirmesidir (Koçin, 1990; Ekmekçioğlu, 1992). Takiyüddin'in trigonometriye katkısı ise, çemberin yarıçapını 10 birim alıp kesirleri ondalık olarak ifade ederek sinüs-kosinüs ve tanjant-kotanjant tabloları hazırlamasıdır (Demir, 1997)

Batıda ise, trigonometriyi konusunda öne çıkanlar, Müslümanlardan çok ciddi manada etkilenen Fibonacci ve sonrasında, Peurbach ile onun öğrencisi Johann Müller'dir. Müler, trigonometrik bilgilerin gelişimini ve yayılmasını önemli ölçüde sağlayan kişidir ki, onun çalışmaları trigonometrinin daha da geliştirilmesinde ve astronomi ile cebire uygulanmasında oldukça etkili olmuştur. Trigonometrik tabloların hesaplanmasına büyük çaba harcayan Müller'in eseri, ölümünden sonra olmak üzere, 1533 yılında yayınlanmış ve bu tarih Avrupa'da trigonometrinin doğuş tarihi olarak kabul edilmiştir. (Struik, 1996; Göker, 1997; Dönmez, 2002). Ayrıca, Birim çemberi kullanarak pozitif ve negatif her büyüklükteki açıların trigonometrik değerlerini ilk defa hesaplayan Euler, çalışmalarını 'Euler Trigonometrisi' adlı eserde toplamıştır ki bu eserin önemli kazanımlarından birisi, küresel trigonometrinin oluşturulmasıdır. Ayrıca Euler, Psikiyatri ve astronomiye ilaveten, mekanik ve soyut matematikte kullanılmak üzere trigonometrik formüller hazırlamıştır (Ekmekçioğlu, 1992).

2.3. Öğretim Süreci

Başlangıçta daha çok değişik hesaplamalarda bir araç olarak kullanılan trigonometri, 17. yüzyıldan sonra analitik hale dönüştürülmüş ve pek çok alanda yaygın bir şekilde kullanılmaya başlanmıştır (Larson ve Hostetler, 1997). Matematiğin en önemli alanlarından birisi olan Trigonometrinin gelişmesiyle birlikte, dairesel fonksiyon kavramı da ortaya çıkmış ve paralel bir gelişme göstermiştir. Esasen, günümüzde matematiğin bir alanı olan trigonometri, dairesel veya trigonometrik fonksiyonları inceleyen bir alan olarak tanımlanmaktadır. Dolayısıyla, trigonometrinin son derece faydalı oluşu tartışma götürmez bir gerçekliktir ve trigonometrinin öğretim aşamasında birbirine eşdeğer iki yaklaşımdan yararlanılır ki bunlar, dik üçgen ve birim çember yaklaşımlarıdır. Dik üçgende kenarlar arasındaki oranlar trigonometrik fonksiyonlarla ifade edilir. Birim çemberde ise, çember üzerindeki noktaların koordinatları yine bu fonksiyonlarla belirtilir (Güntekin ve Akgün, 2011).

2.4. Temsil Kavramı ve Trigonometrik Temsiller

Temsiller, öğrenciler tarafından bilişsel anlamayı kolaylaştırmada ya da problem çözümünde kullanılan gerçek nesne veya sembollerden oluşur. NCTM (National Council Of Teachers Of Mathematics-Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyi) tarafından açıklanan Okul Matematiği için Prensipler ve Standartlara göre, temsiller, öğrencilerin matematiksel olarak düşünme kapasitelerini anlamlı bir şekilde geliştiren bir dizi araç olarak tanımlanır (NCTM, 2000; akt: Byers, 2010). Temsiller, öğrencilere esnek yaklaşımlar sağlar ve matematiksel düşünmelerini, bir problem ve çözümünü incelemek için çoklu perspektifler sunarak destekler. Ayrıca, öğrencilere, fikirlerle iletişim kurma, anlamayı gerçekleştirmek için bilişsel yolları keşfetme, düşünceyi doğrulama ve sosyal etkileşimlerdeki anlamları müzakere etme imkânı verir. Diğer taraftan, NCTM'e göre, lise yıllarında temsiller daha karmaşık olmalıdır. Çünkü lise matematiği daha soyuttur ve öğrenciler daha karmaşık olguların modellerini oluşturup açıklayabilmelidir (Byers, 2010).

Matematik müfredatında uzun süredir var olan geleneksel temsiller, şemalar, grafikler ve sembolik ifadelerdir. Literatürde, matematiksel temsiller, sözel, tablo, grafiksel, sembolik ve gerçek hayat temsilleri olarak kategorize edilebildiği gibi; geometrik, nümerik, analitik ve sözel temsiller olarak da kategorize edilebilir (Byers, 2010).

Trigonometrik temsiller ise, trigonometrik fonksiyonlar, dik üçgen, trigonometrik özdeşlikler, birim çember, sinüzoidal dalga biçimi ve vektör şeklinde sınıflandırılabilir. Trigonometrik fonksiyonlar temsili, trigonometrik bir değeri belirli bir girdi değeriyle eşler. Dik üçgen temsili, dik üçgenle trigonometrik oranlar arasındaki ilişkiyi ortaya koyduğu için önemli bir temsildir. Trigonometrik oranlarla dik üçgen arasındaki bu ilişkinin görselleştirilmesi son derece önemlidir ve diğer temsillerle birlikte trigonometriyi öğretmek için sıklıkla kullanılır. Ayrıca, önceleri, trigonometri kullanımı dik üçgenleri içeren durumlarla sınırlı iken, **s**inüs ve kosinüs teoremi geliştirildikten sonra, dik olmayan üçgenlerle ilgili hesaplamalarda da kullanılabilmektedir. Üçüncü temsil, trigonometrideki bir dizi özdeşliği kapsar. Örneğin, genelde Pisagor özdeşliği olarak da bilinen $sin^2\theta + cos^2\theta = 1$ özdeşliği, çoklu trigonometrik temsilleri sinüs ve kosinüsle ilişkilendirir. Birim çemberin grafiği $sin^2\theta + cos^2\theta = 1$ eşitliği kullanılarak çizilebildiği için, trigonometrik özdeşlikler dördüncü bir temsil olan birim çemberle ilişkilendirilir. Birim çember temsilini kullanarak, trigonometrik oranlar, fonksiyon olarak grafikle temsil edilebilir. Bu ise, sinüzoidal dalga biçimi temsili olarak ifade edilen beşinci trigonometrik temsile neden olur ki, sinüs ve kosinüs dalgaları bu temsilin örnekleridir. Altıncı temsil ise, vektör temsilidir. Vektör, koordinat düzleminde, başlangıç noktası orijinle ve diğer noktası P(x,y)=P(cosθ, sinθ) noktasıyla tanımlanan bir doğru parçasıdır. Vektörün yönü, doğru parçasının x ekseniyle yaptığı açıyla tanımlanır. P(x,y) noktasından x eksenine çizilen dikmeyle düzlem üzerinde bir dik üçgen oluşturulur. Böylece, vektör temsili, koordinat düzlemi üzerinde yerleşmiş dik üçgen temsiliyle birbirine bağlanır. Dolayısıyla, dik üçgen, trigonometriyi öğrenmek için kullanılan anahtar bir temsil olarak ifade edilebilir (Byers, 2010).

2.5. Problem çözme ve Rutin olmayan Problemler

Matematik öğretme ve öğrenme sürecinde önemli rolü olan problem çözme, öğretim programlarının merkezine alınmaya başlanmakta ve giderek önemini artırmaktadır. Buna sebep olarak, matematiksel bilginin anlaşılması ve ilişkilendirilmesinde problem çözmenin önemli bir etken olması ifade edilebilir (Deringöl, 2006). Problem, yeni olan, çözümünün o an için bilinmediği, zihnen karışıklığa neden olan ve önceki tecrübelerle çözülebilir mahiyetteki bir durumdur (Yıldızlar, 2001; akt: Deringöl, 2006). Sonucu belirsiz ya da zor olan problem durumu, keşfetme, tartışma ve düşünme becerilerini tetiklemesi yönüyle son derece önemlidir (Deringöl, 2006).

Literatürde problemlerin farklı sınıflandırmaları olmakla birlikte, bu çalışmada kullanıldığı şekliyle problemler, rutin problemler ve rutin olmayan problemler olmak üzere iki grupta incelenmektedir (Deringöl, 2006). Dört işlem problemleri olarak da adlandırılan rutin problemler, çözümü bilinen genel bir problemin uygulamaları şeklinde olabilen ya da bilinen bir örneğin izlenmesiyle çözülebilen problemlerdir (Polya, 1997; akt: Deringöl, 2006). Diğer taraftan, işlem becerilerinin yanında, verilerin organizesi, sınıflandırılması ve ilişkilendirilmesine dair becerileri kapsayan çözüm süreçleriyle rutin olmayan problemler, gerçek hayat durumlarını ihtiva etmeleri yönüyle gerçek hayat problemleri olarak da ifade edilirler. Rutin olmayan problemlerin rutin problemlerden farkı, doğru işlem tercihlerine rağmen hemen çözülemeyebilirler (Deringöl, 2006). Rutin olmayan problem çözümleriyle, problem çözme mantığının kavranılması, problem çözümü esnasında gerekli stratejilerin belirlenerek kullanılması ve sonuçların yorumlanabilmesi amaçlanmaktadır (Şahin, 2007). Son olarak, her iki problem türünün ortak yönleri, bir çözüme gerek duyulması, öğrenilenlerin yeniden dizayn edilmesi ve ne yapılacağının kontrolünün öğrencide olması şeklinde sıralanabilir ki, bu durumda, çözüm yöntemleri itibariyle benzerliklere sahiptirler denilebilir (Deringöl, 2006).

2.6. İspat

NCTM tarafından geliştirilen Okul Matematiği için Prensipler ve Standartlara göre, ortaöğretim sonunda öğrencilerden, düşünme ve ispatlamanın farkına varma, matematiksel olarak tahminlerde bulunup inceleme, ispatları geliştirme ve ispat çeşitlerini seçip kullanma gibi becerileri kazanmaları beklenmektedir (NCTM, 2000; akt: Kayagil, 2012). Bu doğrultuda, matematiğin ispata yönelik bir alan olduğu düşünülmektedir (Kaplan, İpek ve Hızarcı). Başka bir tabirle, ispat matematikte olmazsa olmaz kavramlardan birisidir ve sözlüklerdeki ifadesiyle, bir şeyin doğru olduğunun gösterilmesi şeklinde tanımlanabildiği gibi, bir önermenin doğru olduğunu gerekli kanıtları ortaya koyarak onaylatma gayreti şeklinde de tanımlanabilir (Yıldırım, 1996; Kayagil,2012).

Matematiksel öğrenme ve düşünme için son derece önemli olan ispat sürecinde, önermenin açıklanması, doğru veya yanlış olmasının nedenlerinin ifade edilmesi ve düşünme biçimi olarak tümevarım ya da tümdengelimden biriyle ispat yönteminin belirlenmesi gibi eylemler vardır. Matematiksel ispatın aşamaları, önermenin doğruluğunun araştırılması, doğru olmasının nedenlerinin açıklanması ve soyutlamaya gidilmesi şeklindedir(Baki, 2008; Arslan ve Yıldız, 2010) .

İspat yöntemleri tümevarım yöntemi ve tümdengelim yöntemi olmak üzere ikiye ayrılır. Tümdengelim yönteminin dolaylı ispat yöntemi ve doğrudan ispat yöntemi şeklinde iki türü vardır. Dolaylı ispat yöntemi ise, olmayana ergi yöntemi, aksine örnek verme yöntemi, çelişki yöntemi ve deneme yöntemi olmak üzere dört farklı yöntemle yapılabilir (Fitzgerald, 1996; akt: Kayagil, 2012).

2.7. Trigonometri konusunda yapılan çalışmalar

Matematikte son derece kapsamlı ve önemli bir konu olan trigonometri hakkında bugüne kadar birçok çalışma yapılmıştır. Yapılan çalışmalara bakıldığında, özellikle son yıllarda teknolojinin sunduğu imkânların gelişimi ve çeşitliliğinin artmasına paralel olarak, teknolojinin trigonometri konusunu öğrenim ve öğretimi üzerindeki etkisinin incelendiği görülmektedir. Bununla beraber kavram yanılgılarına yönelik çalışmalarda dikkat çekmektedir. Ayrıca trigonometri konusuna yönelik öğrenci hataları, öğrenme güçlükleri, öğrenci tutumları ve trigonometri öğretim sürecinde karşılaşılan sorunlarla öğretmen ve öğrenci görüşlerinin incelendiği çalışmalar da öne çıkmaktadır. Bunların yanında muhtelif konularda farklı çalışmalar yapılmıştır. Bu çalışma kapsamında belirlenmiş olan çalışmalar yıllara göre sıralanarak aşağıda sunulmuştur.

Blackett ve Tall (1991) çalışmalarında etkileşimli bilgisayar grafiklerinin yardımıyla trigonometri öğretiminin kızların performansında, erkeklere nazaran daha pozitif bir gelişmeye neden olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca, trigonometrinin öğrenim sürecinin başlangıç bölümündeki zorlukları, öğrencinin geometrik şekillerle sayısal bağıntılar arasında ilişkilendirmeler yapması şeklinde ifade etmişlerdir. Daha ileri seviyedeki zorlukların ise, dik üçgende dar açılarla kenarlar arasında artma-azalma durumlarının olması halinde neler olacağını öğrencinin kavraması istendiğinde görülebileceğini ortaya koymuşlardır.

Kendal ve Stacey (1997) çalışmalarında dik üçgen ya da birim çember yaklaşımları kullanılarak trigonometriye ait temel kavramların hangisinde daha iyi anlaşılabileceğini görmeyi amaç edinmişlerdir. Çalışmalarının sonucunda dik üçgeni kullanan öğrencilerin daha iyi öğrendiklerini tespit etmişlerdir. Ayrıca, dik üçgen yöntemi akılda kalıcılık yönüyle daha önde ve üçgende istenen elemanların bulunmasında daha faydalı olduğunu belirtmişlerdir. Diğer taraftan, bu yöntemle trigonometri öğreniminin eksik kalacağını ve bu durumun ileriki konularda ilişkisel anlamaya engel olabileceğini ifade etmişlerdir.

Doğan ve Şenay (2000) genel liselerde görev yapan öğretmenlerle trigonometri öğretimi üzerine anket çalışması yapmışlar ve bu çalışmanın neticesinde, öğretmenlerin ekserisinin trigonometri konusunun soyut bir konu olduğunu vurguladıklarını belirtmişlerdir. Sonuçlarda ayrıca, öğretmenlerin, öğrencilerin trigonometri konusunu öğrenmede sıkıntı yaşamalarının nedeni olarak, birim çember ve temel geometrik kavramları yeterli seviyede öğrenememiş olmaları şeklinde gördüklerini ve trigonometri konusundan önce bu sorunun çözülmesi, özellikle de analitik geometri konularının önceden verilmesi gerekir diye düşündüklerini ifade etmişlerdir. Ayrıca öğrencilerin trigonometri öğretiminde araç-gereç kullanımında güçlük yaşadıkları; dolayısıyla, öğretim aşamasında daha fazla araç-gereç kullanımının ve etkinlikler yapılmasının öğretmenler tarafından gerekli görüldüğü ortaya konmuştur.

Orhun (2000) çalışmasında, trigonometri konusunun öğrenilme seviyeleri ve kavram yanılgılarını araştırmayı amaçlamıştır. Sonuç olarak, ezber ve tekrar ağırlıklı bir yöntemle öğretime ağırlık verildiğini saptamış ve öğrenci yanlışlarının nedeninin öğretim metoduyla ilgili olduğunu vurgulamıştır. Birçok öğrenci için kavramsal öğrenme noktasında problemlerin olduğunu, bilhassa radyan kavramında zorlandıklarını ve açıların derece-radyan birimleri arasındaki dönüşümlerinde sıkıntı yaşadıklarını belirtmiştir. Diğer taraftan, öğrenciler genelde trigonometriyi dik üçgenle özdeşleştirdiğinden, açılara yönelik sorularda daha başarılı olduklarını ve buna neden olarak ise, bu tip soruların daha somut olmasını ileri sürmüştür. Çözüm olarak da, açılardan önce trigonometrik fonksiyonların öğretilmesi gerektiği üzerinde durmuştur. Ayrıca, öğrencilerin sentez yapabilmesi adına grafik temsilinin önemini vurguladıktan sonra; grafiklerin bilginin kavranılması ve kalıcılığının kolaylaştırılmasında önemli bir etken olması nedeniyle, trigonometrik fonksiyonların öğrenilmesinde kullanılması gerektiğini ifade etmiştir.

Autin (2001) çalışmasında grafik hesap makinesi kullanan öğrencilerin ters trigonometrik fonksiyonları anlamada daha başarılı olduklarını tespit etmiştir. Ayrıca grafik hesap makinesi kullanımının, öğrencilerin cebirsel ve geometrik kavramları bir arada düşünmelerine ve problem çözme stratejileri geliştirmelerine anlamlı bir katkıda bulunduğunu ifade etmiştir. Problem çözümünde, grafik hesap makinesi kullanmayan öğrencilerin sadece cebirsel yöntemlerle çözmeye çalıştıklarını ve grafik hesap makinesini kullanan öğrencilerin ise, şema ve grafiklerden de faydalandıklarını belirtmiştir ki, bu durum öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerinin gelişim gösterdiğini ortaya koymaktadır.

Doğan (2001) çalışmasında öğrencilerin trigonometri konusuna ait kavram yanılgılarını tespit edip çözüm adına teklifler geliştirmeyi amaçlamıştır. Sonuçlarında ise, öğrencilerde trigonometri konusuna karşı, anlaşılmaz olarak değerlendirdikleri, bir faydasını göremeyecekleri ve dolayısıyla öğrenmelerinin anlamsız olduğu gibi düşünceler belirtilmiştir. Ayrıca öğrencilerin bazı trigonometrik kavramları karıştırdıkları ve genel olarak, trigonometrik denklemlerde, özdeşliklerde, birim çemberde, trigonometrik fonksiyon kavramında sıkıntılarının olduğu ifade edilmiştir. Diğer taraftan, öğrencilerin temel kavramlardaki sıkıntılar nedeniyle sadeleştirme hataları yaptıkları, geometrik problemleri çözmede başarısız oldukları ama formüllerin uygulanmasına dair sorularda ise başarılı oldukları görülmüştür. Yapılan anket çalışmasında ise, çoğunluğun trigonometriyi sevmediği ve öğrenme ihtiyacının herkes için geçerli olmadığını düşündükleri ortaya konmuştur.

Demetgül (2001) çalışmasında lise iki öğrencilerinin trigonometri konusunda sahip oldukları kavram yanılgılarını ortaya koymuştur. Genel olarak, öğrencilerin trigonometrik fonksiyonların tersini bulma, trigonometrik denklemler, radyan-derece ilişkisi ve birim çemberle ilgili kavram yanılgılarına sahip olduklarını ve bunların çözümü adına, bir takım testler geliştirerek kavramların belirlenmesi ve belirlenen kavramların öğrenilebilmesi adına gerekli materyallerin hazırlanarak ders içinde kullanılması gerektiğini ifade etmiştir.

Oprukçu ve Gönülateş (2002) çalışmalarında hem ileri seviyedeki hem de yavaş öğrenen öğrencileri dikkate alarak, trigonometri konusuna ait farklılaştırılmış eğitim yaklaşımını esas alan bir konu planı hazırlamışlar; öğrencilerin kazanımları üzerinde durmuşlar ve bu konuda ortaya çıkabilecek sıkıntı ve sınırlamaları incelemişlerdir. Sonuç olarak ise, farklılaştırılmış eğitim yöntemlerinin, klasik yöntemlere nazaran, öğrencilerin trigonometri konusuna karşı tutumlarında daha olumlu bir etkiye sahip olacaklarını ifade etmişlerdir.

Choi-Koh (2003) çalışmasında öğrencilerin trigonometriyi öğrenme süreçlerinde grafik hesap makinesinin etkisini belirlemek için, özel durum çalışmasıyla öğrencinin matematiksel düşünmesi detaylı bir şekilde incelenmiştir. Kore'de yapılan bu çalışmada, öğrencilerin teknolojinin yoğun olarak kullanıldığı bir ortamda düşünme süreçlerinin nitelikleri, çoklu temsillerden istifade etme düzeyleri ve grafik hesap makinesinin trigonometriyi öğrenmelerinde etkili olup olmadığı araştırılmıştır. Sonuç olarak, öğrencilerin cebirsel ifadelerle grafikler arasında bağ kurmaya başladıkları, somut bilgilerden soyut bilgilere geçişte başarıya ulaştıkları ve dolayısıyla da, grafik hesap makinesinin öğrencinin trigonometriyi tek başına öğrenmesine katkı sağladığı ifade edilmiştir.

Delice (2003) çalışmasında 16–18 yas grubu Türk ve İngiliz öğrencilerinin trigonometri konusundaki performanslarını kıyaslamış ve sonuçlarından yola çıkarak Türk ve İngiliz eğitim sistemlerini karşılaştırmıştır. Bu mukayesenin neticesinde, matematik öğretim ve öğreniminin her iki ülkede de farklı olduğu ifade edilmiştir. Türkiye'de öğretmen merkezli bir öğretim süreci daha ağırlıklı iken, İngiltere'de ise, öğrencilerin aktif katılımının esas olduğu materyal destekli bir öğretim yönteminin etkin olduğu belirtilmiştir. Bu farklılığın sonucu olarak, Türkiye'deki öğrencilerin işleme dayalı ifadelerde ve İngiltere'deki öğrencilerin günlük hayatla ilgili uygulamaları içeren ifadelerde birbirine nazaran daha başarılı oldukları vurgulanmıştır. Ayrıca yapılan kaynak taraması sonucu matematik eğitiminde trigonometri konusunun ihmal edildiği, öğrencilerin öğrenmeleri ve müfredatla ilgili yapılan çalışmaların bir hayli az olduğu sonucuna varılmıştır.

Fi (2003) çalışmasında konu alan bilgisini incelemek için radyan kavramını kullanmış ve öğretmen adaylarıyla yaptığı değerlendirmelerde kavram yanılgılarına sahip olduklarını ortaya koymuştur. Bir açı ölçü birimi olarak radyan kavramını tanımlamakta zorlanan öğretmen adaylarının, derece kavramının kullanıldığı işlemlerde sıkıntı yaşamamalarına rağmen, radyan kavramının kullanıldığı işlemlerde daha başarısız olduklarını ve derece-radyan dönüşümünün ifade edilmesiyle, iki birim arası geçişlerde daha rahat hareket ettiklerini tespit etmiştir. Ayrıca, öğretmen adaylarının radyan kavramını içeren problemleri sıkıntısız bir şekilde çözebilmelerine rağmen, 1 radyanın 180^0'ye eşit olduğunu düşünmeleri, radyan hakkında yüzeysel bir anlayışa sahip olduklarını ve radyan kavramını sadece işlemsel olarak algıladıklarını ifade eder diye belirtmiştir.

Kang (2003) öğretmen adaylarıyla çalışmış ve onların trigonometrik fonksiyonlar ve radyan kavramı ile ilgili kavram yanılgılarına sahip olduklarını belirtmiştir. Buna neden olarak, ders kitapları ve müfredattaki yaklaşımları adres göstermiştir. Araştırmaya katılan öğrencilerin, trigonometrik fonksiyonların tanım kümesinin reel sayılar kümesi olduğunu bilmediklerini ve sinüs fonksiyonunu tanımlayamadıklarını ifade etmiştir. Bu durumun nedenini ise, trigonometrik fonksiyonların tanımları verilirken açı değerlerinin reel sayı olduklarının üzerinde fazla durulmadığı şeklinde açıklamıştır. Diğer taraftan, radyan kavramı öğretilirken tanımından ziyade uygulamalar üzerinde durulmasının, kavramsal öğrenme ve reel sayılarla ilişkilendirilmesinde sıkıntılara neden olduğunu; dolayısıyla, kavramların nasıl öğretildiğinin öğrenilmesinde etkili olduğunu ifade etmiştir.

Delice (2004) çalışmasında Türkiye ve İngiltere'deki lise öğrencilerinin görselleştirme ve diyagramı trigonometriye dair sözel problemlerde kullanabilme becerilerini incelemiştir. Sonuç olarak, trigonometri konusunun öğrenme ve öğretim sürecinde sözel problemlere Türkiye'de İngiltere'ye nazaran daha az önem verilmesine rağmen her iki ülkedeki öğrencilerin problemleri çözümünde benzer yaklaşımlara sahip oldukları ifade edilmiştir. Ayrıca Türk öğrencilerin diyagram oluşturmada zorlandıkları ve buna neden olarak da, hayal etme eksikliği, düşüncesindekini kağıda aktarma eksikliği ve tecrübesizlik gibi nedenler belirtilmiştir.

Durmuş (2004) çalışmasında öğrenciler tarafından zor olduğu düşünülen konuları ve nedenlerini araştırmıştır. Trigonometri konusu, %57 zorluk indeksiyle zor olarak görülen konular arasında yer almıştır. Buna neden olarak, motivasyon eksikliği ve kavramların soyutluluğu üzerine vurgu yapılmıştır. Kavramların soyutluluğuyla alakalı olarak, zor olduğu düşünülen konuların günlük hayatta kullanımlarına yönelik bir öğretim yapılmadığı için, öğrencilerin bu tip konular hakkında ezberlenmesi gerektiği şeklinde bir algıya sahip oldukları ifade edilmiştir. Sonuç olarak, konunun içeriğinden ziyade öğrenme ve öğretme sürecindeki yaklaşımdan kaynaklanan bir zorluk düşüncesinin var olduğu belirtilmiştir.

Jugmohan (2004) çalışmasında lise öğrencilerine Geometrik Sketchpad kullanarak kendi başlarına keşfetme imkânı verilmiştir. Öğrencilerin, sadece birinci bölgede olmak üzere, sinüs fonksiyonuna ait dik üçgende kenarların oranı, artan bir fonksiyon, açı değeri 0^0'den 90^0'ye arttıkça 0'dan 1'e artan bir fonksiyon, girdi ve çıktı değerleri arasında bir ilişki, trigonometrik oranların sabitliği için bir esas olarak aynı açılı üçgenlerin benzerliği anlayışlarını araştırmıştır. Geometrik Sketcpad'in böyle bir uygulamada bir araç olarak kullanımının öğrenciler için başarılı ve anlamlı bir aktivite olduğunun kanıtlandığını ifade etmiştir. Ayrıca, öğrencilerin anlayışlarının analiziyle, matematiksel anlayışlarında hem kavram yanılgılarının hem de doğru sezgilerin ortaya çıktığını belirtmiştir.

Filiz, Özsoy ve Koçak (2005) çalışmalarında sekizinci sınıf öğrencilerine yönelik trigonometri öğretiminde, trigonometrinin uygulama alanlarını göstermek amacıyla bazı bilgisayar programları ile desteklenmiş bir senaryo hazırlayıp sunmuşlardır. Bu çalışmada amaç, öğrencilerin ilgisini çekmenin yanında trigonometriyi daha somut hale getirmektir. Somutlaştırma esnasında gerçek hayatla ilişkilendirmelere gidilmiştir. Bu şekilde öğrencilerin daha pozitif tutumlar geliştireceği öngörülmüştür. Sonuç olarak ise, uygulamayı gören öğrencilerin daha ilgili ve daha kalıcı bilgilere ulaştığı ortaya konmuştur.

Martinez ve Sierra (2005) çalışmalarında matematikteki kavramsal sistemler üzerindeki güncel yöntemler araştırmasından elde edilen bilgilerin yapılandırılmasına dair yapılan bir incelemenin sonuçlarını irdelemişlerdir. Analizin temel kavramlarına sahip olduklarından dolayı cebir ile trigonometrik kavramlar üzerinde durmuş ve lise düzeyindeki öğrencilerde, trigonometrik fonksiyonların inşasındaki kavramsal engeller hakkında farkındalık oluşturmanın amaçlandığını belirtmiştir. Sonuç olarak ise, kavramsal engelleri, açı ölçü birimi olarak radyanın kullanımı ve negatif açılarla 360 dereceden daha büyük açılar şeklinde ifade etmiştir.

Weber (2005) çalışmasında trigonometrinin görsel modeller eşliğinde öğretiminin, öğrencilerin kavramsal anlama düzeylerine etkisini incelemiştir. Kontrol gurubunda standart bir anlatım uygulanırken, deney grubunda ise, grafik vb. görsel modeller kullanılmıştır. Sonuçta ise, öğretmen merkezli standart bir öğretime göre, deneysel öğretime tabi tutulan öğrencilerin daha detaylı bilgilere sahip oldukları görülmüştür. Bunun nedeni olarak da, trigonometrik kavramların öğretiminde görsel modellerin etkin bir şekilde kullanılmasını ve trigonometrik fonksiyonların grafiklerinin çizilmesini belirtmiştir.

Brown (2006) çalışmasında dik üçgen üzerinde ifade edilen trigonometrik değerlerin koordinat düzlemi üzerine taşınmasıyla birer fonksiyon haline dönüşme süreçlerinde, öğrencilerin sahip oldukları anlayışları keşfetmeyi amaçlamıştır. Sonuç olarak, öğrencilerin sinüs ve kosinüsle ilgili üç temel görüşe sahip oldukları ve bu görüşlerin, birim çember üzerinde bir noktanın koordinatları; bu noktanın x ve y eksenlerine olan uzaklıkları ve bir dik üçgenin kenarlarının oranları olarak belirtildiğini ifade etmiştir. Ayrıca, özel ve daha temel konuları içeren ve içerikle ilgili birçok bilişsel engel tanımlamıştır. Bunlardan ikisini, birim çember üzerindeki bir değeri trigonometrik fonksiyonların grafiği üzerindeki bir noktayla ilişkilendirememe ve grafik üzerindeki bir noktanın koordinatlarını noktanın eksenlere olan uzaklıklarıyla bağdaştıramama şeklinde ifade etmiştir.

Fi (2006) çalışmasında öğretmen adaylarının trigonometri konusuyla alakalı bilgi düzeylerini incelemiştir. Sonuç olarak, öğretmen adaylarının kofonksiyonla ve trigonometriyle ilgili bilgilerinin yetersiz olduğunu ortaya koymuştur. Ayrıca, karşıt fonksiyonlarla, kofonksiyonların ve ters fonksiyonların karıştırıldığı sonucunu elde etmiştir.

Ng ve Hu (2006) çalışmalarında trigonometrinin öğretim sürecinde daha çok cebirsel yönüne vurgu yapıldığından ve trigonometrik eğrilerin çiziminde cebirsel ifadeler ön plana çıktığından dolayı, öğrencilerin trigonometriyi tam olarak anlamakta güçlük çektiklerini ifade etmişlerdir. Grafik çizim sürecinin uzun sürmesi ve birçok işlem gerektirmesini de öğrencilerin karşısına çıkan bir başka zorluk olarak kaydetmişlerdir. Sonuç olarak, öğrencilerin, uygulanan web-tabanlı simülasyonlarla grafiklerin daha anlaşılır hale geldiklerini ifade ettiklerini belirmişlerdir.

Aydın (2007) çalışmasında ilköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin trigonometri konusunda karşılaştıkları zorlukları belirlemeyi amaçlamıştır. Sonuç olarak; öğrencilerin sinüs, kosinüs, tanjant ve kotanjant kavramlarının tanımlarını karıştırdıklarını, çizim gerektiren sorularda başarısız olduklarını ve üçgenlerle açılara dair bilgi noktasında sıkıntılarının olduğunu tespit etmiştir. Ayrıca, Pisagor ve Öklid bağıntıları gibi üçgenlerin kenarları arasındaki bağıntıları bilmediklerini, dolayısıyla da, bu bağıntıları trigonometriyle ilgili problemlerde kullanamadıklarını, derste öğrendiklerini uygulayamadıklarını ve önceki öğrenmelerindeki sıkıntılar nedeniyle trigonometriyi isteksiz bir şekilde öğrendiklerini ifade etmiştir. Diğer taraftan, trigonometri konusunun müfredat gereği çok fazla formül içermesinin öğrencileri ezberlemeye ittiğini, trigonometrinin ne işe yaradığı konusunda bir fikre sahip olmadıklarını ve dolayısıyla da, sonuç olarak ifade edilen bütün bu sıkıntılar giderilmediği takdirde, sonraki öğrenmelerin daha da zorlaşacağını belirtmiştir.

Emlek (2007) çalışmasında dinamik modelleme ile bilgisayar destekli trigonometri öğretimi uygulamasının lise ve meslek yüksek okulu öğrencilerinin akademik başarılarına etkisini incelemiştir. Lise ve meslek yüksek okulu öğrencileri üzerinde uygulanan ve deneysel bir çalışma olan bu araştırmada, sonuç olarak deney grubunun akademik başarısının daha yüksek olduğu ifade edilmiştir.

Fiallo ve Gutierrez (2007) çalışmalarında Kolombiya'daki öğrencilerin, Türkiye'dekilere benzer şekilde, trigonometrik kavram ve ifadeleri ezberleme meyilli olduklarını ve bu ifadeleri genelde rutin problemleri çözerken kullandıklarını ifade etmişlerdir. Trigonometriye dair ispatların genelde cebirsel olarak yapıldığını ve bu ispatları öğrencilerin anlamada güçlük çektiklerini vurgulamışlardır. Uygulama sürecinde Dinamik Geometri yazılımının kullanıldığı bu araştırmada, başlangıçta basit düzeyde ispatlar yapabilen öğrencilerin giderek daha soyut ve karmaşık ispatları yapabildikleri ortaya konmuş ve bu ilerlemenin altında yatan nedenin, öğrencilerin bu süreçte bilgisayar ortamındaki görsel etkinlikleri aktif bir şekilde kullanmaları olduğu belirtilmiştir.

Örnek (2007) çalışmasında trigonometrik kavramların öğretim sürecinde canlandırma yönteminin kullanılmasının bilgilerin kalıcılığının yanında öğrencilerin başarı ve tutumlarına etkisini araştırmıştır. İlköğretim öğrencileri üzerinde uygulanan ve öntest-sontest kontrol gruplu deneysel bir çalışma olan bu araştırmada sonuç olarak, trigonometri konusu canlandırma yöntemi kullanılarak öğretildiğinde, öğrencilerin akademik başarılarında, bilgilerin akılda kalıcılık düzeyinde ve öğrencilerin matematik dersine yönelik tutumlarında pozitif yönde anlamlı bir farkın oluştuğu vurgunlamıştır.

Tarhan (2007) çalışmasında trigonometri konusunun oluşturmacı bir yaklaşımla öğretildiğinde öğrencilerin başarı ve tutumlarına olan etkisini araştırmayı amaçlamıştır. Lise öğrencileri üzerinde yapılan bu araştırmanın sonucunda, konunun oluşturmacı yaklaşımla öğretilmesinin, öğrenciler açısından bir farklılık ortaya koymadığı, sadece öğrencilerin derse daha meraklı ve aktif bir şekilde yaklaştıkları ifade edilmiştir.

Steckroth (2007) çalışmasında radyan kavramıyla ilgili kavram yanılgılarının öğrencilerin radyana dair kavram imajlarının zayıf olmasından kaynaklandığını ve bu sorun çözülürse, radyanla ilgili birim çemberle ve reel sayılarla ilişkilendirememe ve çember yayının ölçüsüyle uzunluğunu karıştırma gibi problemlerin hallolacağını ifade etmiştir. Lise öğrencileri üzerinde uygulanan ve Geometrik Sketchpadle Powerpoint kullanılarak görsel hale getirilmiş bir öğretim sürecinin neticesinde, öğrencilerin kavram imajlarının klasik yönteme nazaran daha fazla zenginleştiğini ortaya koymuştur. Radyan kavramının sözel, cebirsel, sayısal, sabit grafik ve animasyonlu grafik olmak üzere beş farklı temsilinin birlikte kullanıldığı bir öğrenme ve öğretme ortamında, daha zengin bir kavram imajının oluşacağını belirtmiştir. Daha zengin bir radyan imajı için radyanın tanımının sözel olarak verilmesi ve bunun yanında, cebirsel yani kutupsal koordinatlar kullanılarak bir tanımlamaya gidilmesi gerektiğini belirttikten sonra, 1 radyanın $57{,}3^0$'ye denk olduğunun vurgulanmasının öğrenci açısından derece ve radyan arası bağ kurmada önemli ve kolaylaştırıcı bir rol oynayacağını ifade etmiştir. Sözel bir şekilde tanımlanan radyan kavramının, grafikle de temsil edilmesi daha zengin bir bakış açısı sağlarken, grafiğe animasyon eklenmesi ise, görselliği artırdığı gibi, akılda kalıcılığı da anlamlı bir katkı yapacağını ve böylece öğrencilerin radyanla ilgili zayıf kavram imajlarının daha zengin bir hale gelerek sahip oldukları kavram yanılgılarından kurtulabileceklerini vurgulamıştır. Ayrıca, trigonometri öğretimine dik üçgen temsili ile başlanmasının sonraki dönemlerde cebirsel temsillere geçişte güçlüklere neden olacağını, örneğin sinüs kavramını karşı dik kenarın hipotenüse oranı olarak öğrenen bir öğrencinin daha sonra sinüsün bir fonksiyon olarak ya da birim çember üzerinde temsilini anlamada güçlük çekebileceğini belirtmiştir.

Akbaş (2008) çalışmasında radyan kavramının temel trigonometrik kavramlardan birisi olduğunu belirtmiştir. Ayrıca reel sayılarla radyan kavramı arasında var olan ilişkinin çok fazla dikkate alınmadığını, ancak bu ilişkilendirmenin trigonometrik fonksiyonların tanımında karşılaşılması nedeniyle vazgeçilmez bir durum halini aldığını ifade etmiştir. Öğrencilerdeki radyan kavramıyla ilgili zayıf kavram imajı, radyanla reel sayıları ilişkilendirememe, radyanı tam olarak tanımlayamama veya $\pi = 180^0$ gibi yanılgılara neden olarak, radyan kavramına müfredat programında çok fazla önem verilmemesini göstermiştir. Radyan kavramının birim çemberde yay uzunluğu şeklinde tanımlandığı ve trigonometrik fonksiyonların tanım kümelerinin niçin reel sayılar kümesi olduğunun irdelendiği bir öğretim süreci planlayarak, bu yanılgıları minimize etmeyi amaçlamıştır. Lise öğrencileriyle yürüttüğü bu çalışmada, sonuç olarak, planlanan öğretim süreci sonunda klasik yönteme nazaran daha anlamlı bir gelişimin ortaya çıktığını ve radyan kavramıyla ilgili kavramsal bir öğrenmenin gerçekleştiğini, dolaysıyla da, kavram yanılgılarının kaynağının müfredat programı olduğunun ortaya çıktığını belirtmiştir.

Akkoç (2008) çalışmasında radyanla ilgili kavram imajlarının, açıyla ilgili kavram imajlarıyla baskı altına alındığını ortaya koymuş ve öğretmen adaylarının açı ölçü birimi olarak daha çok dereceyi kullandıklarını ifade etmiştir. Ayrıca, öğretmen adaylarının π sayısını x ekseni üzerinde 180 olarak işaretlediklerini, dolayısıyla da, π=180 yanılgısını taşıdıklarını ve radyanla ilgili bir açı ölçü birimi olarak 180^0'ye eşit olan π ile irrasyonel bir sayı olarak yaklaşık 3,14'lük bir değere sahip olan π olmak üzere iki farklı kavram imajına sahip olduklarını belirtmiştir.

Gooya ve Rabanifard (2008) çalışmalarında lise öğrencilerinin, trigonometrik kavramlara ilişkin kavram yanılgılarını göstermek ve sonrasında, bu kavram yanılgılarının oluşumunu engelleyebilecek bir biçimde bu kavramların öğretimi için bazı öneriler geliştirmek amacıyla, öğrencilerin trigonometrik kavramlara yönelik anlayışlarını incelemişlerdir. Verilerin analiziyle, lise öğrencilerinin trigonometrik kavramlara ilişkin çeşitli kavram yanılgılarına sahip olduklarını ve bu nedenle, trigonometrik problemleri çözerken birçok hata yaptıklarını ortaya koymuşlardır. Ayrıca, öğrencilerin radyan kavramına ilişkin doğru bir anlayışa sahip olmadıklarını, trigonometrik fonksiyonları doğrusal fonksiyonlar olarak düşündüklerini, çok aşina olmadıkları 23^0 gibi açıların sinüs ve kosinüslerini hesaplamada güçlük çektiklerini ve birim çemberle ilgili sıkıntılı bir anlayışa sahip oldukları için trigonometrik problemlerin çözümünde kullanamadıklarını ifade etmişlerdir. Bütün bu problemlerin çözümü adına, öğretim yöntemlerinin revize edilmesi ve gerekli öğrenme stratejilerinin uyarlanması gerektiği şeklinde öneride bulunmuşlardır.

Güner (2008) lisans öğrencileriyle anket çalışması yapmıştır. Üç aşamalı bu anket çalışmasında, öğrencilerin lisans eğitimine yeni başladıkları dönemde sahip oldukları matematiksel bilgilerini, genel matematik derslerini aldıktan sonra kendilerine göre lise yıllarında öğrenilmesinin faydalı olacağını düşündükleri konuları ve lisans eğitiminin sonuna doğru ise, bu konuların mühendislik eğitimine katkı durumlarını araştırmıştır. Sonuç olarak, mühendislik eğitimine katkı yönüyle, karmaşık sayılar ve olasılık hesaplarıyla birlikte trigonometri konusu ve trigonometri konusunun da, trigonometrik fonksiyonlar ve üçgende trigonometrik bağıntılar gibi kısımlarının öne çıktığını ve son ankette ayrıca, trigonometrinin integral ve türevin hemen ardından en önemli üçüncü konu olarak sıralandığını belirtmiştir.

Kültür, Kaplan ve Kaplan (2008) lise öğrencilerine trigonometriye yönelik bilgi testi uygulamış ve sonuçlarını analiz etmişlerdir. Bu analiz sonucunda ise, öğrencilerde kavramsal bir öğrenmenin çok fazla gerçekleşmediğini, daha çok ezbere meylettiklerini ve problem çözümlerinde birim çemberden faydalanmadıklarını ifade etmişlerdir. Ayrıca, öğrencilerin açı ölçü birimleriyle bunları trigonometrik denklemlerde kullanmada ve grafikler üzerinde yorum yapmada sıkıntı yaşadıklarını belirtmişlerdir. Trigonometri konusunun öğretim sürecinde ortaya çıkan bazı güçlükleri aşma adına, kavramsal öğrenmeye önem verilmesi, diğerleriyle beraber geometrik temsillere de vurgu yapılması, bağıntıların ispatlarının verilmesi, görsel materyallerden faydalanılması ve trigonometri konusunun günlük hayatta kullanıldığı yerlerle tarihçesi üzerinde durulması gerektiği şeklinde öneriler geliştirmişlerdir.

Nyaumwe (2008) çalışmasında lise öğretmenlerinin katıldığı, limit ve trigonometrideki bazı kavramlarla alakalı lise öğrencilerinin sahip oldukları alternatif anlayışların tartışıldığı çalıştaydaki konuşmaları kaydetmiştir. Çalıştaydaki öğretmenlerin, öğrencilerin alternatif anlayışlarının üzerinde etkiye sahip matematiksel bilgi ve yetenekleriyle alakalı farklı anlayışlara sahip olmalarının yanında, öğrencilerin alternatif anlayışlarından kaynaklanan yorumlar ve profesyonel bakış açılarıyla alakalı fikir birliğine vardıklarını belirmiştir. Ayrıca, temel testin öğrencilerin önceki bilgilerini teşhis adına etkili bir materyal olduğunu ve öğretmenler tarafından öğrencilerin yeni bir kavram geliştirmelerini kolaylaştırmak için kullanılabileceğini ifade etmiştir.

Ağaç (2009) çalışmasında son test kontrol gruplu yarı deneysel bir modelin esas alındığını ve deney grubunda grafik hesap makinesi eşliğinde, kontrol grubunda ise klasik metoda göre öğretim yapıldığını ifade etmiştir. Elde edilen verilerin analiz edilmesiyle, her iki grup arasında anlamlı bir fark ortaya çıkmamasına rağmen, deney grubundaki öğrencilerin problem çözme yönüyle daha başarılı olduklarını ortaya koymuştur. Sonuç olarak, Grafik Hesap Makinesinin Trigonometri konusunu öğrenme ve öğretme sürecinde, trigonometrik fonksiyonların grafiklerinin çizimi, sinüs ve kosinüs teoremleri ile üçgenin alan formüllerinin öğrenilmesine büyük katkı sağladığını ve ayrıca, trigonometri konusunun Grafik Hesap Makinesi eşliğinde verilmesinin akademik başarıyı artıracağını belirtmiştir.

Bintaş ve Sarsar (2009) araştırma sürecini, hepsi de mültimedya bilgisayar tabanlı öğrenmeye katılmış olan lisans öğrencileriyle yürütmüşlerdir. Sonuç olarak ise, öğrencilerin bilgisayar tabanlı işbirlikçi öğrenme ortamını kullanarak trigonometrik eğrilerin çizimi ve analizinde ekstra yetenek kazandıklarını ve bilgisayar destekli işbirlikçi öğrenmenin, öğrencilerin trigonometrik eğrilerin çiziminde özgüven ve performanslarının gelişimini etkilediğini ifade etmişlerdir.

Challenger (2009) İngiltere'deki A seviye öğrencileriyle çalışmış, onların trigonometri konusuna yönelik kavramsal gelişimlerini ve trigonometrik kavramların dik üçgen yardımıyla öğretilebildiği bir süreçte, bireylerin zihinlerinde yaşanan şema oluşturma sürecini incelemiştir. Trigonometri problemlerini çözmede zorlanmayan öğrencilerle zorlanan öğrencilerin bilhassa incelendiğini ve zihinlerinde görsel unsurlara sahip kavramsal şemaları bulunduran öğrencilerin daha fazla başarı elde ettiklerini belirtmiştir. Trigonometriyi anlamak için öğrenenlerin yanında, sırf sınavlarda başarılı olmak için öğrenenlerin de var olduğunu ortaya koymuştur. Ayrıca, öğretim esnasında kullanılan görsel materyallerin öğrenmeye pozitif katkıda bulunduğunu ve yapısı gereği, trigonometri konusunun öğretiminde görselliğin kullanıldığı yöntemlerin benimsenmesi lazım geldiğini ifade etmiştir.

Çalışkan (2009) çalışmasında doğrusal trigonometrik denklem sistemlerinin çözümüne farklı bir açıdan yaklaşmayı amaçlamıştır. Öğrencilerin anlamakta zorlandıkları konulardan olan trigonometrik denklemler ve denklem sistemleri konusuna görsel bir boyut kazandırma adına faydalandığı grafik metoduyla, trigonometri konusunu öğrenmenin ve trigonometriye dair problemleri çözmenin kolaylaşacağını düşündüğünü ifade etmiştir.

Gür (2009) çalışmasında trigonometrinin öğrenme ve öğretme sürecinde ortaya çıkan belli hataları, altında yatan yanılgıları ve engelleri teşhis etmeyi amaçlamıştır. Lise öğretmen ve öğrencileriyle yürütülen bu çalışmada sonuç olarak, birkaç problemli alan tespit etmiştir ki, bunları, denklemin uygunsuz kullanımı, işlemlerin sırası, sinüsle kosinüsün değeri ve yeri, yanlış kullanılmış veriler, yanlış yorumlanmış dil, mantıken geçersiz çıkarım, çarpık tanım ve teknik, mekanik hatalar şeklinde sıralamıştır.

İnan (2009) lise öğrencileriyle çalışmış ve yapılandırmacı öğrenme yaklaşımıyla geleneksel yöntemleri kıyaslamıştır. Genel itibariyle, uygulanan herhangi bir yöntemle başarı elde edilse de, yapılandırmacı yaklaşımın akılda kalıcılık ve akademik başarıya olan katkısının diğer yöntemlere nazaran daha fazla olduğunu ortaya koymuştur. Ayrıca, yapılandırmacı yaklaşımın matematik dersine yönelik tutuma etkisinin olumlu yönde olduğunu belirtmiştir. Öğretmen ve öğrencilerle yapılan görüşmelerden, başarılı bir uygulama gerçekleştiği, bu uygulamanın diğer konulara da uyarlanması ve sonrasında, uygun ders materyalleri ile sınavlar için gerekli düzenlemelerin yapılması gerektiği çıkarımlarında bulunmuştur.

Kissane ve Kemp (2009) çalışmalarının amacını liselerde trigonometri öğretimini ve müfredatını etkileyen teknolojiler için bazı potansiyelleri keşfetmek şeklinde açıklamışlardır. Trigonometri konusunun öğrenim ve öğretimi adına çeşitli teknolojik imkânlarla desteklenen bazı yollar tanımlamışlar ve bu yolların öğretim süreci üzerindeki tesirlerini araştırmışlardır. Çembersel ölçüler, fonksiyonların grafikleri, trigonometrik özdeşlikler, denklemler ve istatistiksel modellemeler dikkate alınarak, teknoloji kullanmadan mümkün olmayan aktiviteler üzerine odaklanmışlardır.

Modern teknolojinin, trigonometriyle ilgili kavramların birçoğunu keşfetmede mükemmel bir yöntem sağladığını ve öğrenmedeki bu fırsatların birçoğunun, teknolojinin gelişmesinden ve okullardaki erişiminden önce elde edilemediğini ifade etmişlerdir.

Kutluca ve Baki (2009) çalışmalarında, zorluk düzeylerini belirledikleri 10. sınıf matematik konuları hakkında öğrenci, öğretmen ve öğretmen adaylarının görüşlerini irdelemişlerdir. Öğrencilerin, trigonometri konusunu ikinci derece fonksiyonlar ve grafikleri konusundan sonra en zor konu olarak ifade ettiklerini belirtmişlerdir. Trigonometri konusunun ters trigonometrik fonksiyonlar, üçgende trigonometrik bağıntılar ve toplam-fark formülleri gibi kısımlarının en çok zorlanılanlar arasında ilk sıralarda yer aldıklarını ifade etmişlerdir.

Moore (2009) çalışmasında açı ölçümü, açı ölçü birimi olarak radyan ve birim çemberle ilgili öğrenci anlayışları hakkında fikir sahibi olmayı amaçlamıştır. Kendisinin öğretim görevlisi olduğu üniversiteden üç tane lisans düzeyinde öğrenciyle, her bir konuyla ilgili ön mülakat, öğretim deneyi, keşfedici öğretme mülakatı ve son mülakattan oluşan bir çalışma yürütmüştür. Sonuç olarak, açı ölçü birimi olan radyanın trigonometrik fonksiyonları anlamada bir temel oluşturduğunu belirtmiştir.

Steer, Devila ve Eaton (2009) çalışmalarında onuncu sınıf konusu olan trigonometri konusunun Geometrik SketchPad programı eşliğinde sekizinci sınıf öğrencilerine öğretilip öğretilemeyeceğini araştırmışlardır. İki gruba bölünen öğrencilere, her iki gruba da Geometrik SketchPad programı eşliğinde olmak üzere, bir gruba dik üçgen temsili ve diğer gruba birim çember temsili kullanılarak gerçekleşen öğretim sürecinde, öğrencilerin başlangıç aşamasında zor olacağını düşündükleri trigonometri konusunun zamanla kolay gelmeye başladığını ifade ettiklerini belirtmişlerdir. Trigonometri konusunu tam olarak kavrayamayanlar olsa da, sonraki sınıflarda aşinalık oluşması adına sekizinci sınıfta bu konunun belirli bir seviyede öğretilebileceğini ifade etmişlerdir.

Byers (2010) çalışmasında liseden üniversite matematiğine geçişte öğrencilerin sahip oldukları zorlukların potansiyel kaynaklarını tanımlamak için lise ve üniversite ders kitaplarını incelemiştir. Çalışmanın birinci ve ikinci aşamalarında, öğretim sürecindeki uzman öğretmenler ve kullanılan ders kitaplarından toplanan verileri kullanarak bir temsil ağının oluşturulduğunu; üçüncü aşamasında ise, benzer ağların rastgele seçilmiş liselerin ve üniversitelerin ders kitaplarında bulunan trigonometrik temsillerden geliştirildiğini belirtmiştir. Bu ağların analizinin, öğrenci için tutarsızlığa neden olabilen seçilmiş lise ve üniversite metinlerinde trigonometrinin işlenişiyle alakalı 13 tane sorunun tanımlanmasıyla sonuçlandığını ve bu sorunların Öklid ve Kartezyen temsilleri arasındaki ilişki ile ters fonksiyonlar ve fonksiyonların çarpmaya göre terslerini ele alış biçimleri arasında değiştiğini ifade etmiştir. Bunların yanında, ön öğrenmeler için destek eksikliği ve sembollerdeki farklar gibi bir takım daha genel sorunların da tanımlandığını kaydetmiştir.

Eşlik (2010) lise öğrencileriyle tam deneysel bir araştırma yürütmüştür. Analiz sonuçlarına göre, bağlamsal problemler ve öğrenci merkezli öğretim uygulamalarının bir arada kullanılmasıyla zenginleştirilen bir öğretim sürecine katılan öğrencilerle sadece bağlamsal problemler kullanılarak zenginleştirilen bir öğretim sürecine katılan öğrencilerin, geleneksel öğretim uygulamasına katılanlara göre daha başarılı bir performans sergilediğini belirtmiştir. Diğer taraftan, bağlamsal problemler ve öğrenci merkezli öğretim uygulamalarının bir arada kullanılmasıyla zenginleştirilen bir öğretim sürecine katılan öğrencilerle sadece bağlamsal problemler kullanılarak zenginleştirilen bir öğretim sürecine katılan öğrencilerin trigonometri başarıları arasında ise, anlamlı bir farklılaşmanın olmadığını ifade etmiştir. Ayrıca, trigonometriye dair bilgilerin akılda kalıcılığı yönüyle de, benzer sonuçlar alındığını ve bu öğretim uygulamalarının, trigonometri başarısı üzerinde paralel anlık etkilere sahip olduklarını kaydetmiştir. Trigonometri başarısının, geleneksel öğretim yöntemi ve sadece bağlamsal problemler kullanılarak zenginleştirilen öğretim yönteminde sürekli olurken, bağlamsal problemler ve öğrenci merkezli öğretim uygulamalarının bir arada kullanılmasıyla zenginleştirilen öğretim yönteminde sürekli olmadığını ortaya koymuştur. Bununla birlikte, trigonometri hakkındaki görüş ve algılarla alakalı olarak tam tersi bir sonuç alındığını, bağlamsal problemler ve öğrenci merkezli öğretim uygulamalarının bir arada kullanılmasıyla zenginleştirilen öğretim yönteminin diğerlerine nazaran daha pozitif tutumlara neden olduğunu ifade etmiştir. Son olarak, sonuçların, öğrencilere öğretim süreçlerinde ilginç ve anlamlı gelen durumlara dair birer kanıt niteliğinde olduğunu belirtmiştir.

Güntekin (2010) lise öğrencileriyle betimsel tarama modelini baz alarak çalışmıştır. Sonuç olarak, açı ölçü birimi olarak radyan kavramını kullanmada, birim çemberle trigonometrik fonksiyonları eşlemede, periyot kavramında, grafik oluşturmada, trigonometrik denklemler konusunda ve geometrik problemlerin trigonometrik bağıntılar kullanılarak çözümünde öğrenme güçlüklerinin yaşandığını ifade etmiştir. Bu öğrenme güçlüklerine neden olarak, öğrencilerin matematik dersine, özellikle de trigonometri konusuna karşı sahip oldukları olumsuz tutumları belirtmiştir. Diğer taraftan, öğrencilerin kavramsal bilgi ile işlemsel bilgiyi ilişkilendiremediklerini ve öğrenenin öne çıktığı bir öğrenme-öğretme ortamından genel itibariyle yoksun olduklarını ortaya koymuştur. Trigonometri konusunu öğrenme sürecinde, bazı önkoşul bilgilerdeki eksikliklerden kaynaklanan sıkıntıların olduğunu ve örneğin, sayı kavramı, köklü sayılar ve mutlak değerle ilgili sorunlar nedeniyle trigonometrik problem çözümlerinde hata yapıldığını kaydetmiştir. Sadece trigonometrik bağıntıların kullanıldığı problemlerin çözümünde başarı oranı yüksek olurken, yorum ve ilişkisel anlamayı gerektiren problemlerde daha düşük olduğunu ifade etmiştir. Ayrıca, trigonometrik fonksiyonlarla trigonometrik fonksiyonların tersi konularında bazı kavram yanılgılarını tespit etmiştir.

Moore (2010) çalışmasında geçmiş araştırmaların hem öğrencilerin hem de öğretmenlerin sinüs ve kosinüs fonksiyonlarını anlama ve kullanmada zorlandıklarını ortaya koyduğunu belirtmiştir. Bu öğretmen ve öğrencilerin ayrıca, açı ölçümü ve birim çember gibi trigonometriyi öğrenmede temel olan fikirlerin ve trigonometrinin dik üçgen ve birim çember gibi çeşitli bağlamlarının birbirinden kopuk kavramları hakkında zayıf anlayışlara sahip olduklarını ifade etmiştir. Açı ölçümü ile sinüs ve kosinüs fonksiyonlarına dair fikirlerle ilgili anlayış ve akıl yürütme becerileri hakkında yapmış olduğu bu araştırmada, öğretim deneyi metodolojisini kullanarak verileri toplamıştır. Araştırmanın bulgularında, öğrencilerin açıları ve ölçülerini kavramsallaştırdıkları sırada, bir durumun ölçülebilir özelliklerini kavramsallaştırmalarının önemli olduğunu ve ayrıca, açı ölçümü fikrinin, bilhassa da açı ölçü birimi olarak yarıçapın, sinüs ve kosinüs fonksiyonlarını öğrenme ve kullanmada temel olduğunu kaydetmiştir. Sinüs ve kosinüs fonksiyonlarını kavramsallaştırma sırasında, öğrencilerin bir açı ölçüsü ile değişken bir mesafe arasındaki periyodik hareketi modellemek için bu iki niceliğin birbirini izleyen değişimlerinin nasıl olduğu hakkında akıl yürütmeleri gerektiğini belirtmiştir. Son olarak, fonksiyonun işlem anlayışının sinüs ve kosinüs fonksiyonlarını öğrenme ve kullanmak için ayrıca gerekli olduğunu ifade etmiştir.

Tekin (2010) çalışmasında trigonometri konusunun öğretimi için görsel içerikli materyaller hazırlayıp uygulayarak görselleştirmenin baz alındığı öğretim yöntemiyle geleneksel öğretim yöntemini kıyaslamayı amaçlamıştır. Bu doğrultuda, lise öğrencileriyle yarı deneysel bir çalışma yürütmüş ve öğrencilerin başarı düzeylerini, görsel ve cebirsel temsilleri ilişkilendirebilme durumlarını, trigonometriye dair kavramsal anlama seviyelerini, bilgilerin akılda kalıcılığını ve matematik dersiyle alakalı tutumlarını irdelemiştir. Sonuç olarak, görselleştirme yaklaşımının öğrencilerin trigonometri konusunu anlamalarında geleneksel öğretime nazaran daha etkili olduğunu ve görselleştirmenin, bilgiyi hatırlama ve uygulama noktasında yardımcı olduğunu ifade etmiştir. Bunların yanında, görsel materyallerin, görsel ve cebirsel temsiller arası ilişkilendirmelere, soyut kavramlara somut bakış açısı getirmeye ve ezberden ziyade anlama olgusunun öne çıkmasına katkıda bulunduğunu tespit etmiştir. Ayrıca, görselleştirmenin öğrencilerin matematik dersiyle alakalı tutumlarını olumlu manada etkilediğini belirtmiştir.

Yılmaz, Ertem ve Güven (2010) çalışmalarında lise öğrencileriyle yarı deneysel bir model uygulamışlardır. Öntest sonuçlarına göre, trigonometrik fonksiyonlar ve açı kavramıyla alakalı bir takım yanılgıların var olduğunu tespit etmişlerdir. Uygulama sonrası ise, teknoloji eşliğinde görsel olarak gerçekleştirilen bir öğretim sürecinin öğrencilerin kavramsal anlamalarına büyük katkı sağladığını ve dinamik geometri yazılımının sağladığı esneklik sayesinde çok daha geniş perspektifli bir incelemenin mümkün olduğunu ifade etmişlerdir.

Mesa ve Herbst (2011) çalışmalarında üniversite öğretim görevlilerinin öğretmenlik sözleşmesindeki ilkeleri veya bu ilkelerdeki muhtemel sapmaları doğrulamak için kullandıkları pratik rasyonelliği incelemede kullanılacak animasyonlu videoların aranan son ürün olduklarını belirtmişlerdir. Trigonometrik fonksiyonların değerlerini bulmaya dair trigonometri dersinin içinde çalışmayı, özellikle de öğretmen ve öğrencilerin tahtadaki örnekler üzerinde çalıştıkları durumları tercih ettiklerini ifade etmişlerdir. Animasyon oluşturmak için ihtiyaç duyulan materyallerin dizaynını, öğretimsel bir durumun tanımlanması, bu durumla ilgili anahtar konumunda olan sözleşmedeki ilkelerin belirlenmesi, bu ilkeleri tasvir eden bir senaryonun oluşturulması ya da seçilmesi, bu ilkelerin ihlallerine örnek oluşturan alternatif senaryoların önerilmesi ve öğretmenlerin tepkilerinde yer alabilen ihlaller için gerekçe veya reddiyelerin öngörülmesi şeklinde tanımlamışlardır.

Poon (2011) çalışmasında üstesinden gelmek için farklı metotlar uygulandığı zaman acayip bir fenomen oluşturan basit bir trigonometri problemi üzerine odaklanmıştır. Öğrencilerin geometrik problemleri çözerken diyagramların doğruluğunun önemli olduğu konusunda uyarılabilmeleri amacıyla bir dizi problem çözme aktivitesini tartıştığını belirtmiştir. Bunlara ek olarak, lisede gerçekleştirilen problem çözme aktivitelerinin sonuçlarında, öğrencilerin problem çözme becerilerinin oldukça zayıf olduğunun, fakat aktivitelerin farklı aşama ve adımlarındaki düşünme süreçlerinin öğrenciler tarafından anlaşıldığının ve takdir edildiğinin ortaya çıktığını ifade etmiştir.

Tuna (2011) çalışmasında yapılandırmacı yaklaşımı esas alan 5E öğrenme döngüsü modelinin lise öğrencilerinin matematiksel düşünme ve akademik başarılarına olan katkısının yanında, trigonometri konusuna dair bilgilerin kalıcılığı üzerindeki etkisini araştırmayı amaçlamıştır. Analizler neticesinde, yapılandırmacı yaklaşımı esas alan 5E öğrenme döngüsü modeliyle, öğrencilerin matematiksel düşünmelerinde, akademik başarılarında ve bilgilerin akılda kalıcılık düzeylerinde daha pozitif sonuçlar alındığını ifade etmiştir.

Van Sickle (2011) çalışmasında 1776-1900 yılları arasında ABD kolej ve üniversitelerinde temel trigonometri eğitiminin tarihini ortaya çıkarmayı amaçlamıştır. Bu doğrultuda, on sekizinci ve on dokuzuncu yüzyıllardaki ders kitaplarını, aynı çağdaki süreli yayınlardaki incelemeleri, ders kataloglarını ve ikincil kaynakları analiz etmiştir. Temel trigonometrinin bu süre zarfında kolejlerde araştırma konusu olduğunu, fakat trigonometriyi öğretme ve tanımlama yönteminin etkili bir şekilde değiştiğini belirtmiştir. Analitik trigonometride görülen on yedinci ve on sekizinci yüzyıllardaki ilerlemeler nedeniyle, trigonometrik fonksiyonların doğru parçalarından ziyade oran olarak tanımlandığını kaydetmiştir. Belirtilen zaman aralığında, temel trigonometri ders kitaplarının, trigonometri konusunun birçok farklı yöntemle çok daha fazla ayrıntılı bir şekilde ele alınması için geliştiğini ifade etmiştir. On sekizinci yüzyılın sonlarında, trigonometri konusunun daha geniş bir matematik dersinde bir konu olarak öğretildiğini, sadece haritacılık ve denizcilikteki uygulamalarda karşılaşılan üçgenleri çözmek için kullanıldığını ve ders kitaplarının birkaç pedagojik araçla yalnızca basit trigonometrik formülleri içerdiğini tespit etmiştir. On dokuzuncu yüzyılın sonuna doğru ise, trigonometrinin günlük hayattaki uygulamalarına geniş bir şekilde yer veren konusuyla kendisinin bir ders olarak öğretildiğini ve ders kitaplarının pedagojik araçla dolu olduğunu belirtmiştir. On sekizinci yüzyılın sonları ve on dokuzuncu yüzyıl süresince trigonometri öğretiminin rotasının her zaman doğrusal bir biçimde hareket etmediğini, bazen trigonometri eğitiminin uzun bir süre için aynı seviyede kaldığını ve sonrasında aniden değiştiğini, fakat diğer zamanlardaki değişimlerin daha aşamalı bir şekilde gerçekleştiğini ifade etmiştir. Son olarak, tez çalışmasının 1776-1900 yılları arasındaki trigonometri öğretimine dair değişimlerin rotasını incelediğini ve 1900'den sonra ise, trigonometri öğretiminin yüksek öğretimden ziyade orta öğretimin konusu haline geldiğini kaydetmiştir.

Yıldırım (2011) lise öğrencileriyle özel durum çalışmasının esas alındığı nitel bir araştırma yapmıştır. Alternatif ölçme araçlarının kullanıldığı teknoloji destekli öğretim uygulaması sonrası yaptığı değerlendirmede, süreç esnasında öğrencilerin derse iştiraklerinin ve başarıya olan yaklaşımlarının olumlu yönde farklılaştığını belirtmiştir. Ayrıca, öğretim sürecinde teknolojinin etkin kullanımının zaman konusunda verimliliği artırdığını, daha kısa sürede daha iyi öğrenildiğini, bilgilerin kalıcılığını pozitif manada etkilediğini ve diğer taraftan, alternatif ölçme araçlarının öğrencilerin anlık kontrollerine ve hızlarına olan uyumluluğu nedeniyle öğrencilere cazip geldiğini ifade etmiştir. Sonuç olarak, alternatif ölçme araçlarıyla teknoloji destekli matematik öğretiminin birlikte ve verimli bir şekilde uygulanabileceğini belirtmiştir.

Zengin (2011) çalışmasında trigonometrik fonksiyonlarla bu fonksiyonların grafiklerinin öğretimine dair süreçte, Geogebra kullanımının lise öğrencilerinin akademik başarılarına ve matematik dersine yönelik tutumlarına olan etkisini araştırmayı amaçlamıştır. Bu doğrultuda, öntest-sontest kontrol gruplu yarı deneysel bir modeli baz aldığını ve deney grubunda Geogebra ile desteklenen bir öğretim tekniğiyle dersler işlenirken, kontrol grubuna ise yapılandırmacı yaklaşımın esas alındığı bir öğretim yöntemi uygulandığını belirtmiştir. Uygulama sonrası elde edilen veriler ışığında, Geogebra kullanımının akademik başarıya katkısı daha pozitifken, matematik dersiyle alakalı tutumlara etkisi yönüyle anlamlı bir farklılaşma olmadığını ifade etmiştir.

Bagheri-Toulabi, Amiripour ve Shahvarani (2012) çalışmalarında günümüzdeki eğitim sisteminde geleneksel metotların değiştiğini ve modern yöntemleri kullanmanın gerekli hale geldiğini ifade etmişlerdir. Matematikte, bilhassa da trigonometride animasyon veya dinamik yazılımları kullanmanın bu modern yöntemlerden birisi olduğunu belirtmiştir. Bu doğrultuda, lise üçüncü sınıftan 60 öğrenci ve 20 öğretmenle Geogebra yazılımı eşliğinde yarı-deneysel bir çalışma yürütmüştür. Sonuç olarak, animasyon kullanımının öğrencilerin trigonometrik kavramları öğrenme noktasındaki performanslarını artırabildiğini ortaya koymuştur.

Chin ve Tall (2012) çalışmalarında insanların erken çocukluk döneminden matematiksel çalışmanın sınırlarına kadar geçen süreçte matematiksel düşünmeyi nasıl öğrendiklerine dair temel teoriyi baz almışlar ve çalışmanın matematik eğitiminde teorik bir değer olmasının yanında, öğretmenlerle öğrenciler için pratik bir değer olmasını amaçlamışlardır. Çalışmanın deneysel verilerinin, trigonometriye dair öğrenmenin üçgen trigonometrisi, çember trigonometrisi ve analitik trigonometri olmak üzere birbirini izleyen üç düzeyi üzerine odaklandıklarını ve genel manada verilerin ortaöğretim matematiğini öğretmeye hazırlanan öğretmen adaylarıyla ilgili olduklarını belirtmişlerdir. Bu çalışmanın hem öğrencilere hem de öğretmenlere uygulanabileceğini ve öğrencilere anlamlı gelebilecek bir yolla öğretmeyi olanaklı kılma adına, öğretmenleri eğitim planlamalarının tamamen yeni bir yoluna yönlendireceğini ifade etmişlerdir. Ayrıca, teorisyenler ve öğretmenler olarak kendimizde güven geliştirip geliştiremeyeceğimizle ilgili ana faktörün, matematiğin anlamlandırılması hakkında derinlemesine düşünmek olduğunu, böylece öğrencilerin kendi anlamlandırmalarında güven sahibi olmalarını ve bu güveni, sorunlu yeni fikirleri anlamlandırmada kararlılığa sahip olmak için destekleyici deneyimin kuvvetini tamamlama adına kullanmalarını teşvik edebileceğimizi belirtmişlerdir.

Hu, Tso, Lu, Lei ve Chiou (2012) çalışmalarında başarı seviyesi düşük öğrencilere yardım etmek için, dinamik geometri yazılımlarıyla gerçeğe uygun durumları tasarlamışlar ve uygulama neticesinde öğrencilerde ortaya çıkan trigonometriye dair problem çözme becerilerindeki değişimleri incelemişlerdir. 40 tane başarı düzeyi düşük lise öğrencisiyle yürüttükleri çalışmalarında, öğrenme aktiviteleriyle öğrencilerin trigonometri problemlerini çözmede anlamlı düzeyde geliştiklerini ifade etmişlerdir. Ayrıca, bu öğretim yönteminin trigonometri problemlerini çözerken figürlerin inşasında öğrencilere yardımcı olduğunu, fakat ifadeleri formülleştirme ve çözüm bulmadaki performanslarının hala nispeten düşük olduğunu belirtmişlerdir. Diğer bir ifadeyle öğrenciler için asıl zorluğun figürlerin inşasından ziyade ifadelerin formülleştirilmesinde olduğunu ortaya koymuşlardır.

Ihedioha (2012) çalışmasında deneysel gruba bilgi verici modeli uygulayarak bu tip öğretimin çember geometrisi ve trigonometri öğretimi üzerindeki etkililiğini kıyaslamayı amaçlamıştır. Bu amaç doğrultusunda, öntest-sontest kontrol gruplu deneysel bir çalışma yürütmüştür. Nijerya orta öğretim kurumlarından birisinden rastgele seçilen aynı düzeydeki iki sınıftan toplam 60 öğrenciyle gerçekleştirdiği çalışmasında, öntest sonuçlarına göre iki ayrı sınıf oluşturmuş ve bir grubu deneysel grup, diğer grubu kontrol grubu olarak rastgele seçmiştir. Deneysel gruba bilgi verici model uygulanırken, kontrol grubuna geleneksel öğretim uygulandığını belirtmiştir. İstatistiksel olarak anlamlı olmasa da, deney grubunun kontrol grubuna nazaran daha iyi ortalama elde ettiğini ifade etmiştir.

İnan (2012) çalışmasında günümüz dünyasında, tek kaynaktan beslenen ve ezberleme meyilli bireylerden ziyade, bilgiye ulaşmada sorun yaşamayan, bilgileri kullanabilen ve problemlere çözüm geliştirebilen bireylerin hedeflendiğini belirtmiştir. Bu doğrultuda, öğrenme adına etkileşimli ortamların tasarlanması ve uygun öğretim teknolojileriyle hazırlanmış materyallerin kullanılmasının önemi üzerinde durmuştur. 49 lise öğrencisi ve 20 matematik öğretmeniyle birlikte yürüttüğü çalışmasında, geliştirilen trigonometriyle ilgili materyalleri tanıtarak uygulamıştır. Sonuç olarak da, öğretmen ve öğrencilerin çoğunluğunun, öğrencinin merkezde olduğu materyalle desteklenmiş öğrenme yöntemini başarılı bulduklarını ifade etmiştir.

Lotfi ve Mafi (2012) çalışmalarında birçok yazılımdaki görsel ve işitsel kapasitenin matematik öğrenme ve öğretiminde geleneksel öğretime göre hatırı sayılır gelişmelere neden olduğunu belirtmişlerdir. Lise öğrencileriyle yürütmüş oldukları çalışmalarında, geleneksel öğretimi ve trigonometri konusunda üretmiş oldukları COTACSI isimli yazılımın kullanıldığı öğretimi uygulamışlar ve sonucunda, yazılımın kullanıldığı grup lehine anlamlı bir farklılaşmanın elde edildiğini ifade etmişlerdir. Diğer bir ifadeyle, yazılım yardımıyla trigonometri öğretiminin öğrencilerin öğrenmeleri üzerinde pozitif etkiye sahip olduğunu kaydetmişlerdir.

Mesa (2012) çalışmasında öğretmenlerin öğretme sürecindeki hareketlerinin rasyonelliğini anlamak için öğretmenlerin kişisel kaynaklarının yanında ilke ve yükümlülüklerin kullanılabileceğini belirtmiştir. Trigonometriyi öğreten ve kendi öğrencilerinin ters trigonometrik fonksiyon anlayışları hakkında bilgi toplamaya odaklanmış bir yıl süreli araştırma projesinde yer alan iki üniversite öğretim görevlisiyle yapılan mülakatların analizine kılavuzluk etmek için, öğretimsel durumların ilke ve yükümlülükler tarafından yönlendirildiğini belirten pratik rasyonellik teorisini kullandıklarını ifade etmiştir. Öğrencilerin düşünmelerine yönelik ayarlamanın, muhtemel öğretimsel değişimlerle ilgili öğretmenlerin eğilimlerini açığa çıkarıp çıkarmayacağını ve nasıl çıkaracağını incelemek istediklerini, öğretim görevlilerinin trigonometri öğretmedeki yükümlülüklerini anlamak için bir fırsat oluşturduklarını, öğretim görevlilerinin araştırma için konuyu seçtiklerini ve araştırma için model (ön testler ve son testler, öğrenci mülakatları) önerdiklerini belirtmiştir. Öğretim görevlilerinin öğrencilerin anlayışları hakkındaki bilgilerle yüzleştirildiklerinde, en çok genel itibariyle kendi kontrolleri dışında olan müfredat organizasyonu gibi kurumsal yükümlülükleri tartıştıklarını ve öğrenciler, matematik veya dersle ilgili yükümlülüklerin yüzeysel ya da hiç ele alınmadığını kaydetmiştir.

Mesa, Lande ve Whittemore (2012) çalışmalarında beş öğretmen tarafından öğretilen 21 trigonometri dersini analiz etmişlerdir. Analizlerinde, yüksek etkileşimli sınıflardaki etkileşimin çoğunun bilgi sağlama ve öğrencilerin nasıl cevaplanacağını bildikleri soruları sorma odaklı olduğunu ve öğretmenin belirli bir çözüm yolu üzerinde öncelikle öğrencilerin kılavuzluğunda hareket ettiklerini ortaya koymuşlardır.

Saraç (2012) çalışmasında öğretmen öz-yeterliliği için, genel öğretmen öz-yeterliliği, matematik öğretimine yönelik öz-yeterlilik ve trigonometri öğretimine yönelik öz-yeterlilik olmak üzere üç farklı değişken kullanmıştır. 16 Matematik öğretmeni ve bu öğretmenlerin öğrencileri ile yürüttüğü çalışmasında, öğretmenlerle mülakat yapmış ve öğretmenleri, mülakat sonuçlarını esas alarak, trigonometri öğretme öz-yeterliliği bakımından yüksek ve düşük olmak üzere iki gruba ayırmıştır. Sonuç olarak, trigonometri öğretme öz-yeterliliği bakımından yüksek olan grupta yer alan öğretmenlerin öğrencilerinin diğerlerine nazaran trigonometri öz-yeterlilik ölçeğindeki sonuçlarının anlamlı bir şekilde daha yüksek olduğunu ifade etmiştir. Diğer taraftan, trigonometri başarı testine göre, her iki grupta yer alan öğrenciler arasında anlamlı bir farklılık elde edilmediğini belirtmiştir.

Sonuç olarak, yapılan çalışmalar irdelendiğinde, teknolojik imkânlarla farklı öğretim metotlarının kullanımına ağırlık verildiği ve bunların trigonometri konusunu öğrenme ve öğretme sürecinde sahip olduğu etkilerin analiz edildiği görülmektedir. Bunların yanında, trigonometri konusuna yönelik öğrenci hataları, öğrenme güçlükleri ve kavram yanılgılarının tespitine yönelik çalışmalar da göze çarpmaktadır. Ayrıca trigonometriye karşı öğrenci tutumları, trigonometri öğretim sürecinde karşılaşılan sorunlar, öğretmen ve öğrenci görüşlerinin incelenmesi gibi çalışmaların da var olduğu görülmektedir. Diğer taraftan, öğrencilerin trigonometrik kavramların arasındaki ilişkilere yönelik farkındalıkları, problem çözümünde sergiledikleri yaklaşımlar ve sahip oldukları bilgilerin düzeylerine dair araştırmalara çok rastlanmaması dikkat çekmektedir. Dolayısıyla, bu çalışmada trigonometri konusunda öğrencilerin sahip oldukları bilgi düzeylerini analiz etmek için kavramsal bilgiler, işlemsel beceriler, ispat yapabilme becerisi, temsiller arası geçiş becerisi ve rutin olmayan problemleri çözme becerisi üzerine odaklanılmıştır. Bir diğer ifadeyle, trigonometri konusunu öğrenme sürecinin sonunda öğrencilerin bulundukları noktanın tespit edilmesi bu çalışmanın hedeflerindendir.

3. YÖNTEM

Bu bölümde, araştırma modeline, örneklemine, veri toplama araçlarına, verilerin toplanmasına ve ver analiz tekniklerine yer verilmiştir.

3.1. Araştırma Modeli

Bu çalışmada durum çalışması (case study) metodu kullanılmıştır. Durum çalışması, bir ya da bir dizi kararı aydınlatmaya çalışır (neden bu kararlar alındı, nasıl uygulandı ve ne sonuca varıldı). Bireyler, organizasyonlar, olaylar, programlar metot kapsamına giren konulardan birkaçıdır (Yin, 1994). Örnek olay çalışması olarak da adlandırılan durum çalışması, kısaca bilimsel problemlere çözüm geliştirmek için kullanılır ve ayırt edici bir yaklaşım olarak düşünülmektedir (Büyüköztürk, Çakmak, Akgün vd. 2010).

Konuların derinlemesine araştırıldığı durum çalışması, bütün araştırma metotlarını kapsayabilen bir şemsiye olarak tanımlanmaktadır. Mülakat, anket, gözlem, test teknikleriyle hem nitel hem de nicel verilerin toplanabildiği bu araştırma yöntemiyle, faktörlerin ve delillerin birbirleriyle ilişkisi kurulup, derinlemesine incelenebilir (Çepni, 2001). Araştırmalarda durum çalışmasının kullanılma amaçları, bir olaya dair detayların tanımlanması, görülmesi, mümkün olan açıklamaların geliştirilmesi ve olayın değerlendirilmesi şeklinde sıralanabilir (Gall, Borg ve Gall, 1996; akt: Büyüköztürk, Çakmak, Akgün vd. 2010). Ayrıca, durum çalışmasında problem, derinlemesine tasvir ve anlamanın gerçekleşmesi doğrultusunda ifadelendirilir ve bu çalışmada olduğu gibi, genel itibariyle temel bir araştırma problemi ve alt araştırma problemlerinden oluşur (Büyüköztürk, Çakmak, Akgün vd. 2010)

Bütün bu avantajlarının yanında, ekonomik kolaylığı da dikkate alınarak, Trigonometri konusunda lise öğrencilerinin bilgi düzeylerini tespit etmeye yönelik bu çalışmaya en iyi şekilde hizmet edebilecek durum çalışması seçilmiştir. Çalışma süresince bir grubu uzun zaman incelemek yerine, benzer özellikteki gruplar araştırmaya dâhil edilerek açık uçlu sorulardan oluşan Trigonometri Konusunda Bilgi Düzeylerini Belirleme Testi ve mülakat yöntemleri uygulanmasıyla veriler toplanmıştır.

3.2. Araştırmanın Örneklemi

Araştırmanın örneklemi, Kayseri ili merkezinde grup örnekleme yöntemiyle belirlenen 165 öğrencidir. Araştırma 2012 yılı Nisan ayında Kayseri ilindeki ortaöğretim kurumlarından üç farklı okulda gerçekleştirilmiştir. Bu okullardaki uygulamaya katılan öğrenci sayıları sırasıyla 86, 51 ve 28 olarak kaydedilmiştir. Bu öğrencilerin trigonometri konusunu derste gördükleri, dolayısıyla da, araştırmada belirlenen problemleri çözebilmede gerekli bilgi ve donanıma sahip oldukları düşünülmektedir.

Araştırmaya katılan öğrencilere belirlenen problemler yazılı sınav formatında verilmiş ve çözümleri istenmiştir. Çözümlerin incelenmesi neticesinde belirlenen beş öğrenciyle yarı yapılandırılmış mülakatlar yapılmıştır. Etik gereği, bu öğrencilerin isimleri kullanılmamış, isimlerinin yerine A, B, C, D ve E şeklinde kodlamaya gidilmiştir. Belirlenen bu öğrencilerden öğrenci A, bütün problemlere doğru çözüm geliştirmiş; öğrenci C ve E, bütün problemlere olmasa da, genelde doğru ve yer yer farklı çözümler geliştirmiş; öğrenci B ve D ise, çok az probleme doğru çözüm geliştirmiştir. Bu şekilde farklı öğrencilerin tercih edilmesinin nedeni, veri çeşitliliğinin sağlanmasıdır. Başka bir ifadeyle, farklı seviye ve yaklaşıma sahip öğrencilerin fikirlerinin araştırmanın sonuçlarına pozitif katkıda bulunacağı düşünülmektedir.

3.3. Veri toplama araçları

Durum çalışmasında, verilerin toplanmasında, derinlemesine bilgi elde edebilme adına, doküman analizinin yanında genelde gözlem ve mülakatlardan faydalanılır (Büyüköztürk, Çakmak, Akgün vd. 2010). Bu doğrultuda, eldeki çalışmada, yazılı sınavla birlikte yarı yapılandırılmış mülakatlar kullanılmıştır.

Araştırmada, lise öğrencilerinin trigonometri konusunda bilgi düzeylerini belirlemek amacıyla 10 tane açık uçlu sorudan oluşan ‘Trigonometri konusunda bilgi düzeylerini belirleme testi (Ek1’de)’ geliştirilmiş ve uygulanmıştır. Bu test hazırlanırken

Milli Eğitim Bakanlığı ders kitabı (Sağlam, Sevim, Yurtseven vd. 2008), Zambak yayınları Yardımcı Ders kitabı (Tobi, Tanfer, Tokar vd. 2010) ve bazı tez çalışmalarının (Emlek, 2007; Ağaç, 2009; Tekin, 2010) uygulama problemlerinden faydalanılmış ve iki farklı uzman görüşüne başvurulmuştur. Sonrasında oluşturulan problemler, geçerlilik ve güvenirliliğin sağlanması amacıyla, Kayseri ilindeki araştırmanın gerçekleştirildiği okullardan farklı bir okuldaki 36 öğrenciye pilot olarak uygulanmıştır. Uygulama neticesinde, uzman görüşlerinden de istifade edilerek, bazı sıkıntılı durumlar düzeltilmiş ve teste son hali verilmiştir.

Araştırma kapsamında kullanılan problemler ve kullanılma amaçları şu şekildedir:

1. soru: Tan90'ın neden tanımsız olduğunu açıklayınız.

2. soru: Koordinat sisteminde, 3. Bölgede tanjant ve kotanjant fonksiyonlarının görüntüleri neden pozitif değerler alır?

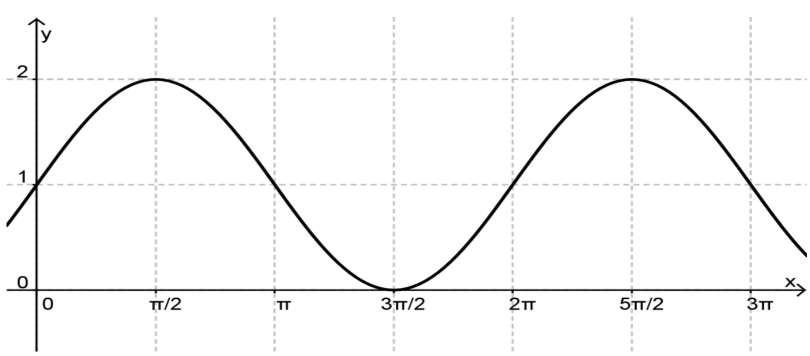
1. ve 2. problemler kavramsal bilgileri ortaya çıkarmak için sorulmuştur. Bunun için neden sorusu tercih edilmiştir. 1. problemde, açıklamalarda cebirsel olarak herhangi bir sayının sıfıra oranının tanımsız olduğu düşüncesinden, geometrik olarak birim çemberden ya da grafikten istifade edilebilir. 2. problemde ise, birim çemberden veya grafiklerden faydalanılabilir. Ayrıca, neden sorusuna tatmin edici açıklamalar yapmaları gerekmektedir.

3. soru: $\left(\sqrt{27}\right)^{cosx} = 81^{sinx}$ ise tanx=?

3. problemle, işlemsel becerilerin tespit edilmesi amaçlanmıştır. Üslü ve köklü sayıların özelliklerinden faydalanmaları gerekmektedir.

4. soru: 0<x<2π olmak üzere, $f(x) = cosx$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

5. soru: Aşağıda verilen grafiğin ait olduğu trigonometrik fonksiyonu bulunuz.



4. ve 5. problemler temsiller arası geçiş becerilerini ortaya çıkarmak için kullanılmıştır. 4. problemde verilen fonksiyonun grafiği istenmiş; 5. problemde ise, verilen grafiğin hangi fonksiyona ait olduğu sorulmuştur. 5. problemde, grafik üzerinde ötelemenin bilinmesi sonuca ulaşma adına önemlidir.

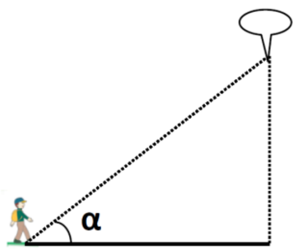
6. soru: $0<x<\pi/6$ olduğunda, sinx, cosx, tanx ve cotx arasındaki sıralama nasıl olur? Açıklayınız.

6. problemle farklı temsilleri kullanabilme becerilerinin tespit edilmesi hedeflenmiştir. Cebirsel olarak, geometrik olarak veya grafiklerle çözülebilir. Ayrıca, 1. ve 2. problemler farklı temsilleri kullanmayı gerektirdiğinden 6. probleme destek olarak kullanılmıştır.

7. soru: Bir şahsın bulunduğu bir nokta ve baktığı bir noktanın doğrultusu ile zemin doğrultusunun yaptığı açıyı, **görüş açısı** diye tanımlayalım.

Bulunduğu şehirdeki dağın yüksekliğini ölçmek isteyen bir şahıs, bir A noktasından dağın zirvesini görüş açısını 30^0 olarak ölçer. Daha sonra, A noktası ve dağla aynı doğrultuda geriye doğru 2 km giderek bir B noktasına gelir ve bu noktadan dağın zirvesini görüş açısını 15^0 olarak ölçer. Buna göre, dağın yüksekliği kaç metredir? Bulunuz.

8. soru: Ahmet, kendisinden 200 m uzaklıktaki bir noktadan bir cismin yukarıya doğru fırlatıldığını görüyor. Cisim 30 m/dk sabit hızla dikey olarak yükseldiğine ve Ahmet noktasına doğru 20m/dk sabit hızla yatay doğrultuda hareket ettiğine göre, 4 dakika sonra Ahmet'in cismi görüş açısını bulunuz.



7. ve 8. problemler rutin olmayan problemleri çözebilme becerilerini ortaya çıkarmak için sorulmuştur. Rutin olmayan problemlerden 7. problemde, problem sözel olarak verilmiş ve şekil verilmemiş; 8. problemde ise, sözel ifadenin yanında şekil de verilmiştir. 7. problemde, şekil verilmediğinden problemde verilenleri şekil üzerine aktarmada sıkıntı yaşanabilir; fakat 8. problem daha rahat çözülebilir. Her iki problem de dikkat gerektiren ve dolayısıyla da iyi okunması gereken problemlerdir.

9. soru: $sin^2x + cos^2x = 1$ ifadesinin ispatını yapınız.

10. soru: Bir ABC üçgeninde, R çevrel çemberin yarıçapı olmak üzere,

$$\frac{a}{sin\hat{A}} = \frac{b}{sin\hat{B}} = \frac{c}{sin\hat{C}} = 2R$$

eşitliğini ispatlayınız.

9. ve 10. problemler ise, ispat yapabilme becerilerini ortaya çıkarmak için geliştirilmiştir. 9. ve 10. problemlerde temel teoremlerin ispatları sorulmuş; 9. problemin 10. probleme göre daha basit ve bilindik olması tercih edilmiştir. Bu nedenle, 9. problemin ispatı daha rahat yapılabilir. İspat için, dik üçgenden ya da birim çemberden istifade edilebilir. 10. problemin ispatında ise, çevrel çemberin özelliklerinin bilinmesi gerekmektedir.

Testin uygulanması ve analizi sonrasında belirlenen beş öğrenciyle yarı yapılandırılmış mülakatlar yapılmış ve kaydedilmiştir. Bu mülakatların yapılma nedeni testin yeterli neticeyi vermeyeceği düşüncesidir ve testten elde edilen verilere bir nevi destektir. Mülakatlarda öğrencilere problemlerin çözümlerinde göstermiş oldukları yaklaşımlarla ilgili sorular sorulmuştur. Bu sorular, öğrenciye göre farklılık arz etmekte ve öğrencinin bilgi düzeylerini ortaya koymayı amaçlamaktadır.

3.4. Verilerin Toplanması

Bu araştırma, 2012 yılı Nisan ayında Kayseri il merkezindeki üç farklı ortaöğretim kurumunda öğrenim görmekte olan toplam 165 tane lise 2 öğrencisiyle gerçekleştirilmiştir. Araştırma yapılan tüm okullarda, ‘Trigonometri Konusunda Bilgi Düzeylerini Belirleme Testi’ uygulanmadan önce testin içeriğinde yer alan trigonometriye ait alt öğrenme alanları işlenmiştir. Diğer taraftan, uygulama öncesi araştırmanın yapılacağı okullardaki ilgili sınıflara giren matematik öğretmenleriyle araştırma ile ilgili gerekli görüşmeler yapılmış ve uygulama esnasında kendilerinden yardım alınmıştır. ‘Trigonometri konusunda bilgi düzeylerini belirleme testi’ için öğrencilere bir ders saati yani 45 dakika süre verilmiştir. Ayrıca, uygulama öncesinde, araştırma sonuçlarının öğrencilere ve okullara yönelik herhangi bir yansımasının olmayacağı vurgulanmış ve öğrencilerin rahat olmaları temin edilmeye çalışılmıştır. Öğrenciler testte yer alan soruları yazılı olarak cevaplamıştır. Uygulama bitiminde sınav kâğıtları toplanarak her kâğıda numara verilmiş ve öğrenci isimleri kullanılmamıştır. Her bir öğrenci için, örneğin [Ö3] (3 numaralı öğrenci) şeklinde kodlar verilmiştir.

Sonrasında, sınav kâğıtları incelenerek farklı ve orijinal çözümlerden alıntılar yapılmıştır.

Uygulama sonrası yazılı sınav kağıtları baz alınarak belirlenen beş öğrenciler ile yarı yapılandırılmış mülakatlar yapılmıştır. Ayrıca mülakatlar öncesi öğrencilere isimlerinin kullanılmayacağı ve kendilerine yönelik herhangi bir sonucunun olmayacağı vurgulanarak sorulara herhangi bir etkilenme olmaksızın cevap vermeleri sağlanmaya çalışılmıştır. Mülakat sırasında mülakat yapılan öğrenciye ait yazılı sınav kâğıdı ve gerektiğinde çözüm yapabileceği ekstra kâğıtla yazı tahtası hazır edilmiştir. Mülakatta öğrencilere kendilerine ait yazılı sınav kâğıtları doğrultusunda sorular sorulmuş ve bu mülakatlar öğrencilerin izniyle video olarak kaydedilmiştir.

3.5. Verilerin analizi

Lise 2 öğrencilerinin trigonometri konusunda sahip oldukları bilgi düzeylerini tespit etmeyi amaçlayan bu araştırmada veriler, yüzde hesapları kullanılarak analiz edilmiştir. Öğrencilerin yapmış oldukları çözümler içerik itibariyle analiz edilerek her bir soru için doğru çözüm yapanlar, yanlış çözüm yapanlar ve boş bırakanlar şeklinde sınıflandırmaya gidilmiştir. Ayrıca soru bazında geliştirilen diğer kodlar Tablo 3.1'de verilmiştir. Diğer taraftan, araştırmanın alt problemlerinden birden fazla soruyu kapsayanlarla alakalı olarak belirlenen kodlar ise Tablo 3.2'de verilmiştir. Bütün bu kodlar kullanılarak veriler oluşturulmuştur. Araştırmanın alt problemlerine cevap noktasında, ilgili soruların birlikte çözülme oranları hesaplanarak %30'a kadar olan sonuçlar düşük düzey, %30 ve %60 arasındaki sonuçlar orta düzey ve %60'ın üstü ise iyi düzey olarak kabul edilmiştir. Bazı problemlerde, doğru çözümü yapanların sergilemiş oldukları genel yaklaşımlar cebirsel yaklaşım, geometrik yaklaşım ve grafik yaklaşımı şeklinde tasnif edilmiş ve kullanım oranları irdelenmiştir. Doğru çözümü yapamayanların sahip oldukları genel hata ve yanılgılar ortaya konmuştur. Ayrıca yazılı sınav kâğıtlarından doğru çözenlerin farklı ve orijinal çözümlerine ve genel olarak çözümlerde yapılan hatalara örnek olarak alıntılar yapılmıştır.

Tablo 3.1. Soru bazında geliştirilen diğer kodlar

1. soru	tan90=sin90/cos90’ ı kullanan	tan90=sin90/cos90 ve tanjant eksenini birlikte kullanan
	Birim çemberden faydalanma (90 derecenin trigonometrik değerlerini bulmada)	Dik üçgeni kullanan
	Birim çemberde x=1 (tanjant ekseni) doğrusundan faydalanma	
2. soru	Birim çemberde sinüs ve kosinüsün işaretlerinden faydalanma	tanx=(-sinx)/(-cosx) ve cotx=(-cosx)/(-sinx) yazanlar
	Birim çemberde x=1(tanjant ekseni) ve y=1(kotanjant ekseni) doğrularından faydalanma	
3. soru	Üs ve kök kavramlarında sıkıntısı olan	Oran-orantı sıkıntısı olan
	Üslerin oranını tabanların oranına eşitleme	
4. soru	Tamamını düz çizgi olarak çizme	Verilen aralığın tamamını düzgün çizme
	(0-90) arasında düzgün çizme	Verilen aralığın dışında düzgün çizme
	[90-180) arasında düzgün çizme	0’dan başlamayanlar
	[180-270) arasında düzgün çizme	0’ı farklı yerde alanlar
	[270-360) arasında düzgün çizme	
5. soru	Sinx’in grafiğinden faydalanma	
6. soru	Birim çemberi kullanan	Değer olarak 30 u kullanan
	Değer veren	Açıklama ya da yorum yapan
	Değer verip genel çözümü yazan	Sıralamada tanjant ve kosinüsün yerlerini ters yazan
	Değer verip genelleme yapmayan	Sıralamada tanjant ve sinüsün yerlerini ters yazan
7. soru	Soruyu doğru anlama	Soruyu anladığı halde çizimi doğru yapamama
	Çizimi doğru yapma	Açıyla uzunluk arasında orantı kurma
	Trigonometri kullanma	İki ayrı şekil olarak çizme
8. soru	Soruyu doğru anlama	200 m yi yanlış yere yerleştiren
	Trigonometri kullanma	Ahmet’in hipotenüs boyunca hareket ettiğini düşünenler
9. soru	Birim çember kullanan	Hem değer verip hem de birim çemberde ispat yapma
	Dik üçgen kullanan	Değer vererek ifadenin doğruluğunu gösterme
10. soru	Doğru çizim yapan(üçgen ve çevrel çember)	Çevrel çember yerine iç teğet çemberini çizen
	Üç eşitliği de ispat eden	Özel durumları kullanan
	Alan formüllerini kullanan	Dik üçgeni kullanan
	Alan formülleriyle sonuca giden	Eşkenar üçgeni kullanan
	Alan formüllerinden A=abc/4R yi de kullanan	30-60-90 üçgenini kullanan
	Çizim haricinde bir şey yapmayan	120-30-30 üçgenini kullanan

Tablo 3.2. Soruların kıyası ile ilgili kodlar

1 ve 2. soruların kıyası	Her ikisini de doğru yapanlar
	1. soruda doğru çözümü yapıp 2. soruda yanlış çözüm yapanlar
	1. soruda doğru çözüm yapıp2. soruyu boş bırakanlar
	2. soruda doğru çözüm yapıp1. soruda yanlış çözüm yapanlar
	2. soruda doğru çözüm yapıp1. soruyu boş bırakanlar
4 ve 5. soruların kıyası	Her ikisini de doğru yapanlar
	4. soruda doğru çözüm yapıp5. soruda yanlış çözüm yapanlar
	4. soruda doğru çözüm yapıp5. soruyu boş bırakanlar
	5. soruda doğru çözüm yapıp4. soruda yanlış çözüm yapanlar
	5. soruda doğru çözüm yapıp4. soruyu boş bırakanlar
1, 2 ve 6. soruların kıyası	Her üç soruda da doğru çözüm yapanlar
	Her üç soruda da birim çemberden faydalananlar
	1. soruda cebirsel yöntemi kullanıp diğerlerinde birim çemberden faydalananlar
7 ve 8. soruların kıyası	Her ikisini de doğru yapanlar
	7. soruda doğru çözüm yapıp8. soruda yanlış çözüm yapanlar
	7. soruda doğru çözüm yapıp8. soruyu boş bırakanlar
	8. soruda doğru çözüm yapıp7. soruda yanlış çözüm yapanlar
	8. soruda doğru çözüm yapıp7. soruyu boş bırakanlar
9 ve 10. soruların kıyası	Her ikisini de doğru yapanlar
	9. soruda doğru çözüm yapıp10. soruda yanlış çözüm yapanlar
	9. soruda doğru çözüm yapıp10. soruyu boş bırakanlar
	10. soruda doğru çözüm yapıp9. soruda yanlış çözüm yapanlar
	10. soruda doğru çözüm yapıp9. soruyu boş bırakanlar

Diğer taraftan, çözümlerde kullanılan yaklaşımlar ve yapılan çözümler dikkate alınarak seçilen beş öğrenci ile yüz yüze görüşmeler yapılarak sergilemiş oldukları yaklaşımların, varsa sahip oldukları hata ve yanılgıların altında yatan sebepler belirlenmeye çalışılmıştır. Bu doğrultuda, öğrencilere mülakat esnasında doğru çözene neden o şekilde çözdüğü, çözemeyene çözememesinin nedenleri ve boş bırakanın boş bırakma sebepleri ile alakalı sorular yöneltilmiştir. Ayrıca bazı sorularda bazı öğrencilerden farklı yaklaşımlarla soruları çözmeleri istenmiştir. Sonrasında elde edilen veriler soru soru tasnif edilerek bulgulara ilave edilerek analiz edilmiştir.

4. BULGULAR VE YORUMLAR

Araştırma bulgularında öğrencilerin tanjant fonksiyonu ile ilgili kavramsal öğrenmelerinin iyi düzeyde olduğu tespit edilmiştir. Fakat birim çember üzerinde tanjant ve kotanjant fonksiyonlarının ifade edilmesinde yetersiz bir öğrenmenin gerçekleştiği görülmüştür. Ayrıca bazı öğrencilerin dik üçgenden faydalanmaya çalışması kavramsal bir öğrenmeden ziyade ezbere bir öğrenmenin gerçekleştiğini göstermektedir. Öğrencilerin işlemsel becerilerinin düşük düzeyde olduğu ve buna neden olarak, öğrencilerin üs-kök kavramıyla ilgili kavramsal ve işlemsel sorunlara sahip oldukları ifade edilmiştir. Temsiller arasındaki geçişlerde, öğrencilerin orta düzeyde becerilere sahip oldukları tespit edilmiştir. Farklı temsilleri kullanabilme ile ilgili soruların çözümlerinde, ağırlıklı olarak cebirsel yaklaşımın, geometrik yaklaşımın ise daha az kullanıldığı tespit edilmiştir. Bununla birlikte grafik yaklaşımının ise hiç kullanılmadığı gözlemlenmiştir. Dolayısıyla, öğrencilerin farklı temsilleri kullanabilme becerilerinin düşük düzeyde olduğu tespit edilmiştir. Diğer taraftan, öğrencilerin trigonometri konusuna ait rutin olmayan problemleri çözme becerilerinin orta düzeyde olduğu görülmüştür. Son olarak, öğrencilerin aşina oldukları bir ispatı yapma becerilerinin orta ya da iyiye yakın düzeyde olduğu, çok fazla ispatı yapılmayan bir ispatı yapma becerilerinin ise düşük düzeyde olduğu tespit edilmiştir. Bu da, öğrenci açısından ezber ağırlıklı bir öğrenmenin gerçekleştiğini ve ispat mantığının çok fazla gelişmediğini göstermektedir. Bulguların akıcı olması ve konunun anlaşılmasını kolaylaştırmak için her bir soru için yazılı sınav ve mülakatlardan elde edilen bulgular birlikte sunulacaktır.

4.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar:

Birinci araştırma sorusu olan ‘Lise öğrencilerinin trigonometri konusuna ait kavramsal bilgileri ne düzeydedir?’ sorusunun cevabını belirleme adına Trigonometri konusunda bilgi düzeylerini belirleme testinde yer alan 1 ve 2. sorulara verilen cevaplar incelenmiştir.

Yazılı sınav ve mülakatlardan elde edilen bulgularda öğrencilerin tanjant fonksiyonu ile ilgili kavramsal öğrenmelerinin iyi düzeyde olmasına rağmen birim çember üzerinde tanjant ve kotanjant fonksiyonlarının ifade edilmesinde sıkıntıların olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca bazı öğrencilerin dik üçgenden faydalanmaya çalışması kavramsal bir öğrenmeden ziyade ezbere bir öğrenmenin gerçekleştiğini göstermektedir. Doğru çözümlerde genelde cebirsel ve geometrik olmak üzere iki farklı yaklaşımın kullanıldığı görülmüştür.

4.1.1. Trigonometri Konusunda Bilgi Düzeylerini Belirleme Testi 1. Soru İle İlgili Bulgular ve Yorumlar

1. Soru: Tan90’ın neden tanımsız olduğunu açıklayınız.

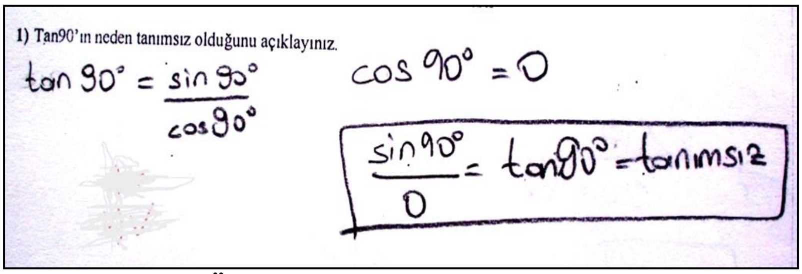
Tablo 4.1’de, Trigonometri konusunda bilgi düzeylerini belirleme testinde yer alan 1. sorunun analiz sonuçları verilmiştir.

Tablo 4.1. 1. Sorunun analiz sonuçları

	Kişi sayısı	**Yüzde**		
Doğru çözüm yapan	120	73		
Yanlış çözüm yapan	42	25		
Boş bırakan	4	2	Doğru çözüm yapanlar içindeki sayısı	Doğru çözüm yapanlar içindeki yüzdesi
tan90=sin90/cos90’ ı kullanan	108	65	102	85
Birim çemberden faydalanma (90 derecenin trigonometrik değerlerini bulmada)	36	22	35	29
Birim çemberde x=1 (tanjant ekseni) doğrusundan faydalanma	27	16	22	18
tan90=sin90/cos90 ve tanjant eksenini birlikte kullanan	4	2	4	3
Dik üçgeni kullanan	21	13		

Tablo 4.1'e göre, 1. soruyu 165 kişi içinden 120 kişi doğru cevaplamış, 42 kişi yanlış cevaplamış ve 4 kişi ise boş bırakmıştır. Bu sonuçlara göre, bu sorunun çözülme oranı %73 olarak tespit edilmiştir. Diğer taraftan, sorunun doğru çözümünde iki farklı yaklaşımın kullanıldığı gözlemlenmiştir. Bu yaklaşımlar, '$tan90 = \frac{sin90}{cos90}$ ifadesinde cos90 değerinin 0 olması nedeniyle' ve 'birim çemberde, x=1 doğrusuyla(tanjant ekseni) y ekseninin paralel olması sebebiyle' tanımsız olduğunu ifade etme şeklindedir. İlkine cebirsel yaklaşım, ikincisine geometrik yaklaşım denilecek olursa, ilk yaklaşımın ağırlıklı olarak kullanıldığı Tablo 4.1'den anlaşılmaktadır. Tablo 4.1'e göre, ilk yaklaşımı 108 kişinin kullandığı ve bu 108 kişiden 102 sinin doğru çözümü ifade ettiği görülmektedir. Yüzde olarak ifade edildiğinde, bu ilk yaklaşımın genelde kullanım oranı %65 ve doğru çözüm yapanlar içindeki oranı ise %85 olarak elde edilmiştir. Ayrıca bu yaklaşımı kullanırken 90 derecenin trigonometrik değerlerini bulmak için birim çemberden 36 kişinin faydalandığı ve bunların 35 inin doğru çözümü ifade ettiği tespit edilmiştir. Diğer bir ifadeyle, birim çemberden faydalanma oranı genelde %22, doğru çözüm yapanların arasında ise %29 şeklinde hesaplanmıştır. İkinci yaklaşımı ise, 27 kişinin kullandığı ve 22 kişinin doğru çözümü ifade ettiği görülmüştür. Oran olarak da, genelde kullanılma oranı %16 ve doğru çözüm yapanlar arasında kullanılma oranı %18 olarak hesaplanmıştır. Son olarak, her iki yaklaşımı da kullanan 4 kişinin yüzde olarak oranı %2 şeklinde tespit edilmiştir. Bu 4 kişiden her birinin doğru çözümü ifade ettiği görülmüştür. Bunların yanında, yanlış bir takım yaklaşımlar da gözlemlenmiştir. Bunların başında ise, dik üçgenden faydalanma gelir ki, bu yaklaşımı 21 kişinin kullandığı ve oranının %13 olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca, 3 kişinin sin90 ve cos90 değerlerini karıştırdığı ve 2 kişinin ise, sin90=−1 diye ifade ettiği görülmüştür.

Şekil 4.1.1'de olduğu gibi, öğrencilerin büyük kısmının 'tan90=sin90/cos90' yaklaşımını kullanarak doğru çözümü ifade ettikleri ve genel olarak, öğrencilerin bu yaklaşımda benimsedikleri ana düşüncenin 'sıfırdan farklı bir sayının sıfıra oranının tanımsız olduğu' bilgisi olduğu gözlemlenmiştir.



Şekil 4.1.1. [Ö22]'ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

'Burada [Ö22] ile 22 numaralı öğrenci ifade edilmektedir. Bundan sonraki alıntılarda da, x numaralı için [Öx] kısaltması kullanılacaktır.'

Şekil 4.1.1'dekine benzer bir çözüm yapan Öğrenci A ile yapılan görüşme neticesinde Öğrenci A'nın ifadeleri şu şekildedir:

Araştırmacı: Bu soruyu çözerken neden bu yaklaşımı tercih ettin? Birim çemberi kullanamaz mıydın?

Öğrenci A: Cos90'ın 0 olduğunu biliyordum. 1/0'ın da tanımsız olduğunu biliyordum. İlk aklıma o geldi. Onu yaptım. Birim çember nasıl olur bilmiyorum.

Araştırmacı: Tanjant eksenine paralel olduğunu belirtiyorsun.

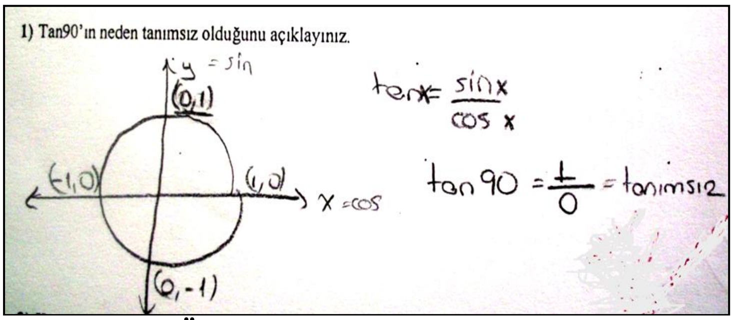
Öğrenci A: Tanjant eksenini tam anlamadım.

Araştırmacı: Peki, grafik hiç aklına gelmedi mi?

Öğrenci A: Grafiği hiç kullanmadığımız için nasıl kullanılacağını çok bilmiyorum. Öğretmenimiz de çok kullanmayacağız dedi.

Bu açıklamamalar da ifade etmektedir ki, öğrenciler derste gördüklerinin üzerine bir şey ilave etmemekte, derste ne verilirse aynen ezberlemektedirler. Derslerde ise, yoruma dayalı sorulara yer verilmemekte ve grafikle ilgili öğrenme süreçleri ihmal edilmektedir.

Şekil 4.1.2'de, Şekil 4.1.1'de olduğu gibi, 'tan90=sin90/cos90' yaklaşımı esas alınarak sonuç ifade edilmiştir. Ayrıca, 90^0'nin trigonometrik değerleri için birim çemberden faydalanıldığı görülmektedir.



Şekil 4.1.2. [Ö10]'a ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.1.2'dekine benzer bir çözüm yapan Öğrenci E ile yapılan görüşme sonuçları şöyledir:

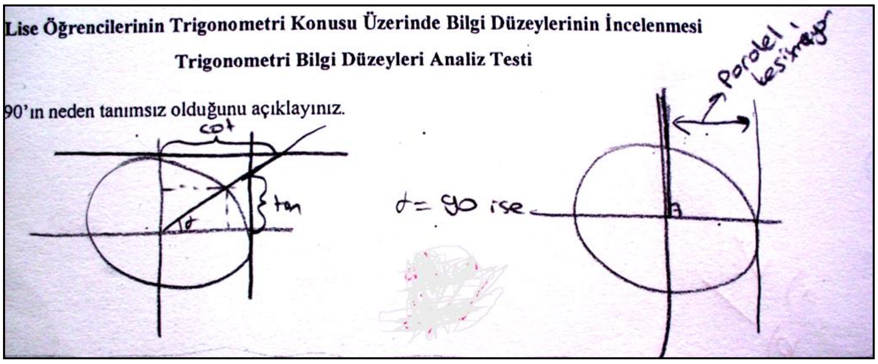
Araştırmacı: Neden bu açıklamayı yaptın?

Öğrenci E: tanx=sinx/cosx olduğu için 1/0 oluyor. O yüzden tanımsız. Sınavda aklıma bu geldi.

Araştırmacı: Daha farklı şekilde açıklanabilir mi?

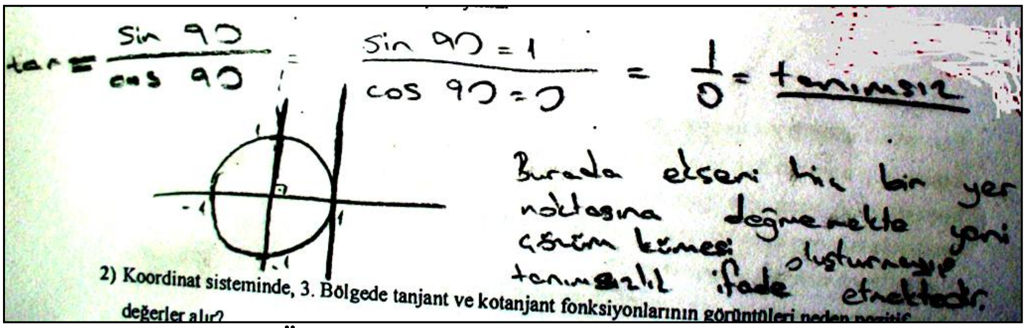
Öğrenci E: Elbette. Diğer yaklaşımlarda kullanılabilir.

Şekil 4.1.3'te birim çemberde tanjant ekseninden(x=1 doğrusu) faydalanarak doğru çözümün ifade edildiği ve bu yaklaşımın ana fikrinin ise, 'paralel doğruların birbirini sonsuzda keseceği' bilgisinin olduğu görülmektedir.



Şekil 4.1.3. [Ö35]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.1.4'te her iki yaklaşımdan da faydalanılmış.



Şekil 4.1.4. Öğrenci C'ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.1.4'teki çözümü yapan Öğrenci C ile yapılan görüşmedeki ifadeleri şu şekildedir:

Araştırmacı: Neden bu şekilde bir açıklama yoluna gittin?

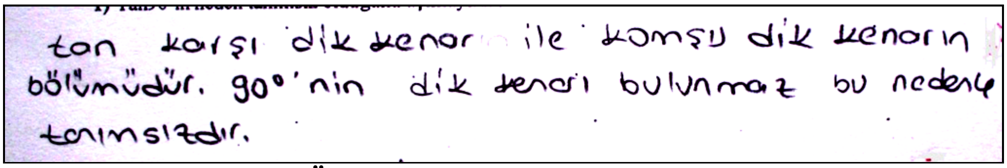
Öğrenci C: Aklıma ilk önce tan90=sin90/cos90 geldi. Diğer açıklamayı ise, ilki belki yanlış olur düşüncesiyle yaptım

Araştırmacı: Grafik kullanmak aklına gelmedi mi?

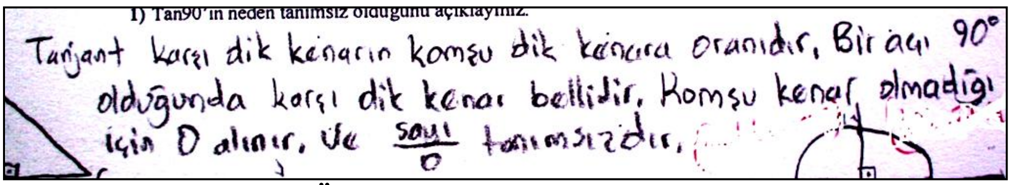
Öğrenci C: Grafik aklıma geldi, hatta çizdim. Ama yanlış olabilir diye sildim.

Bu ifadelerden, aslında öğrenci C'nin çözümden çok emin olmadığı sonucu çıkarılabilir.

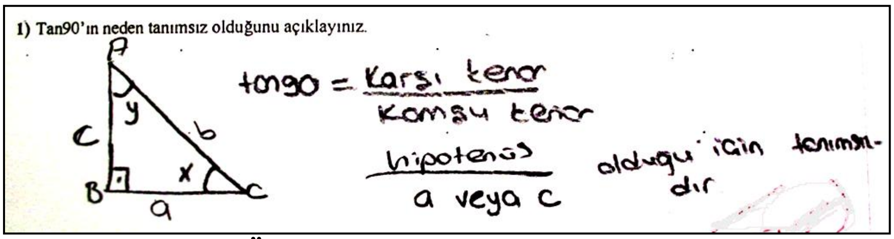
Şekil 4.1.5, 4.1.6 ve 4.1.7'de ise yanlış bir yaklaşım olan dik üçgenin kullanımı görülmektedir. Burada, 'dik üçgen yaklaşımında kullanılan açıların 0 ile 90 derece arasında olduğu' gerçeği dikkate alınmamış ki, bu durum bu yaklaşımı kullanan öğrencilerin ciddi bir kavramsal problemle karşı karşıya olduklarını göstermektedir.



Şekil 4.1.5. [Ö161]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı



Şekil 4.1.6. [Ö100]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı



Şekil 4.1.7. [Ö120]'ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Yanlış bir yaklaşım olan dik üçgen yaklaşımını kullanan Öğrenci B ile yapılan görüşme sonuçları şu şekildedir:

Araştırmacı: Soruyu nasıl çözdüğünü kısaca açıklar mısın?

Öğrenci B: Tanjantın karşı/komşu olduğunu biliyoruz. 90 derecenin karşısındaki kenarın yanında, komşu kenar olarak hangisini almamız gerektiğini bilmediğimiz için tanımsızdır. Yani, dik açının haricindeki iki açıdan hangisini almamız gerektiği bilinmediği için tanımsızdır. Karşıyı biliyoruz. Komşuyu bilmiyoruz. O yüzden tanımsızdır.

Araştırmacı: Neden böyle bir açıklama yaptın?

Öğrenci B: Aklıma dik üçgen geldi.

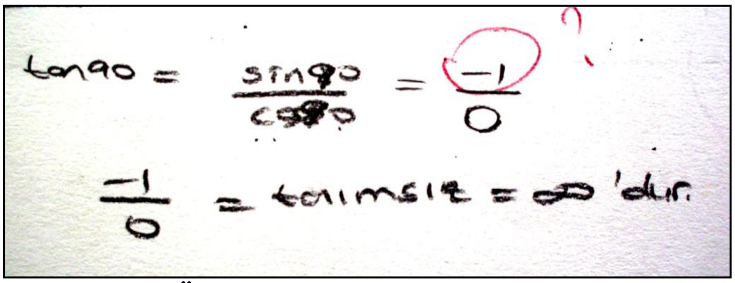
Araştırmacı: Dik üçgen olması için 90^0 haricindeki açıların 90^0den küçük olması lazım. Bu durumda üçgeni nasıl oluşturacağız?

Öğrenci B: ?(Her hangi bir yorumda bulunmamıştır)

Araştırmacı: Peki, başka bir yöntem aklına gelmedi mi?

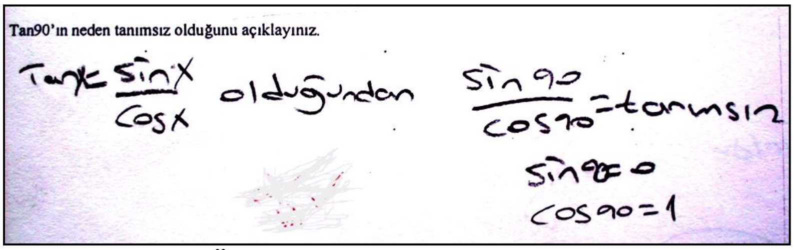
Öğrenci B: O anda, pek sınav havasında geçmedi. Aklıma gelmedi.

Şekil 4.1.8'de sin90=−1 değeri alınmış ki, bunun nedeni öğrencinin dikkatsizliği ya da bilgi eksikliği şeklinde ifade edilebilir.



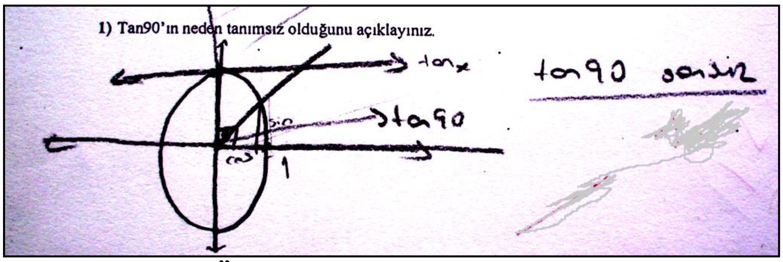
Şekil 4.1.8. [Ö143]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.1.9'da sin90 ve cos90ın değerlerinin karıştırıldığı ve bu haliyle çok dikkatsizce yapılmış bir açıklama olduğu görülmektedir.



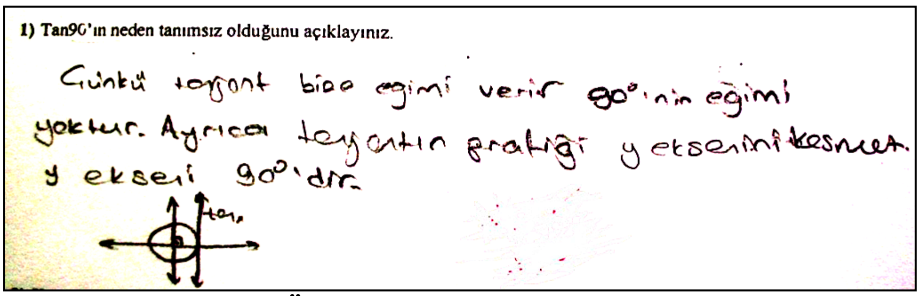
Şekil 4.1.9. [Ö73]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.1.10'da ise tanjant ekseninin yanlış çizildiği veya kotanjant ekseniyle karıştırıldığı görülmektedir ki, bu öğrencinin birim çemberde tanjantın ifade edilmesi ile ilgili bilgi noktasında sıkıntılarının olduğu anlaşılmaktadır.



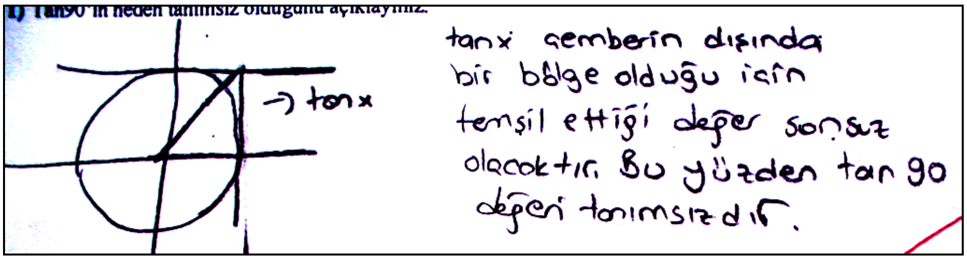
Şekil 4.1.10. [Ö34]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.1.11'de tanjant ekseninin eğim kavramıyla birlikte kullanılmaya çalışıldığı, fakat eğimle ilgili kavramsal sorunlardan dolayı sıkıntılı bir açıklama olduğu görülmektedir. Esasen, burada iddia edildiği gibi, açının eğimi olmaz. Doğrunun eğimi olur. Bunun neticesinde, bu öğrencinin açı ve eğim kavramı ile ilgili kavramsal öğrenme eksikliği olduğu sonucu elde edilebilir.



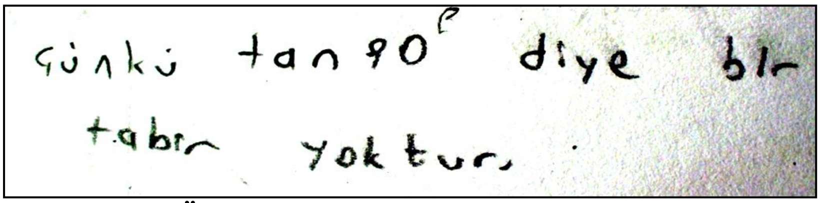
Şekil 4.1.11. [Ö89]'a ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.1.12’de yapılan açıklamada ne denmek istendiği net olarak tespit edilememiştir. Sanki öğrenci bildiği fakat izah edemediği ve dolayısıyla da bu öğrencinin bildiği bir durumu tam olarak izah etmekten yoksun olduğu anlaşılmaktadır.



Şekil 4.1.12. [Ö138]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.1.13’te ise farklı bir açılama yapılmış ki, bu öğrencinin konudan çok uzak olduğu anlaşılmaktadır.



Şekil 4.1.13. Öğrenci D’ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.13’te görüldüğü gibi, Öğrenci D’nin çok ilginç bir yaklaşımla “çünkü tan90 diye bir tabir yoktur” açıklamasını yaptığı tespit edilmiştir. Kendisiyle yapılan görüşmede şunları ifade etmiştir:

Araştırmacı: Neden böyle bir açıklamada bulundun?

Öğrenci D: Aslına bakarsanız sınava hazır değildim. Trigonometriyi tam olarak kavramamıştım. Bu soruda da, sınav anında aklıma böyle bir açıklama geldi. Tan90ın tanımsız olduğunu bilmiyordum. Sonradan öğrendim.

Bu açıklamalar, öğrencinin ders esnasında öğrenme noktasında problem yaşadığını göstermektedir.

4.1.2. Trigonometri Konusunda Bilgi Düzeylerini Belirleme Testi 2. Soru İle İlgili Bulgular ve Yorumlar

2. Soru: Koordinat sisteminde, 3. Bölgede tanjant ve kotanjant fonksiyonlarının görüntüleri neden pozitif değerler alır?

Tablo 4.2'de Trigonometri konusunda bilgi düzeylerini belirleme testinde yer alan 2. sorunun analiz sonuçları verilmiştir.

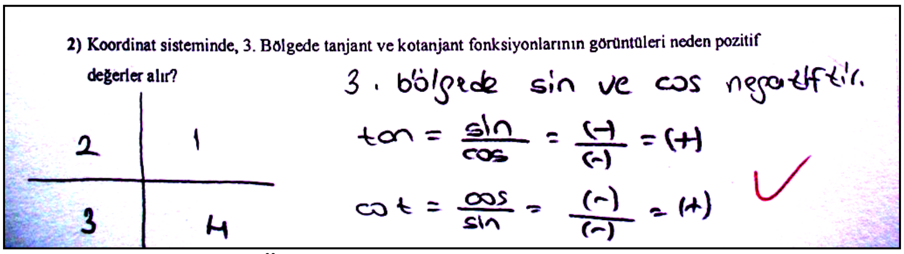
Tablo 4.2. 2. Sorunun analiz sonuçları

	Kişi sayısı	Yüzde		
Doğru çözüm yapan	136	82		
Yanlış çözüm yapan	22	13		
Boş bırakan	7	4	Doğru çözümü yapanlar içindeki sayısı	Doğru çözüm yapanlar içindeki yüzdesi
Birim çemberde sinüs ve kosinüsün işaretlerinden faydalanma	129	78	119	88
Birim çemberde x=1(tanjant ekseni) ve y=1(kotanjant ekseni) doğrularından faydalanma	18	11	17	13
tanx=(-sinx)/(-cosx) ve cotx=(-cosx)/(-sinx) yazanlar	11	7		

Tablo 4.2'ye göre, 2. soruyu 165 kişi arasından %82'lik bir oranla 136 kişi doğru çözüm yapmış, %13'lük bir oranla 22 kişi doğru çözüm yapamamış ve %4'lük bir oranla 7 kişi ise boş bırakmıştır. Sorunun çözümünde cebirsel bir yaklaşım olarak 'birim çemberde sinüs ve kosinüsün işaretlerinden faydalanma' yolunu tercih edenlerin sayısının 129 kişi ve oranının %78 olduğu tespit edilmiştir. Bu 129 kişiden 119'unun doğru çözümü ifade ettiği ve doğru çözümü yapanların arasında %88'lik bir orana ulaştığı belirlenmiştir. Diğer yandan, geometrik bir yaklaşım olarak, 'birim çemberde x=1(tanjant ekseni) ve y=1(kotanjant ekseni) doğrularından faydalanma' yaklaşımını kullananların sayısının ise 18 kişi olup %11'lik bir orana tekabül ettiği ve bu yaklaşımı kullananlar arasında, %13'lük bir oranla 17 kişinin doğru çözümü ifade ettiği görülmektedir. Ayrıca, hatalı bir açıklama olarak, 'tanx=(-sinx)/(-cosx) ve cotx=(-cosx)/(-sinx)' yazanların sayısının 11 ve oranının %7 olduğu tespit edilmiştir. Bunların yanında, 4 kişinin oran yerine çarpım yazdığı ve diğer 4 kişinin ise, sadece birim

çemberde trigonometrik fonksiyonların işaretlerini ifade etmekle yetindikleri görülmektedir.

Şekil 4.2.1 ve Şekil 4.2.2'de birim çemberde sinüs ve kosinüsün işaretlerinden faydalanılmıştır.



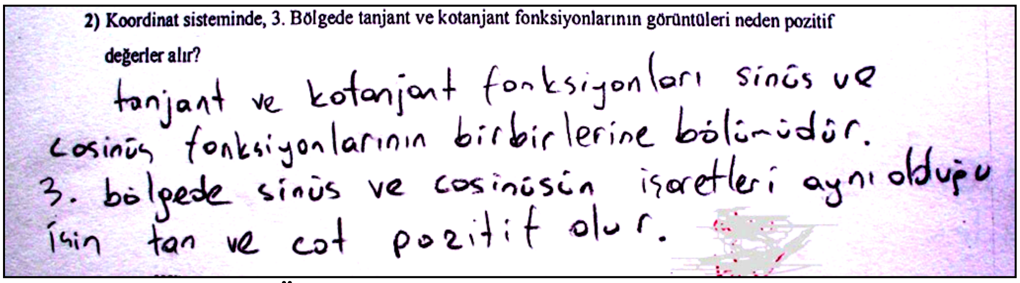
Şekil 4.2.1. [Ö161]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.2.1'dekine benzer bir açıklama yaptığı tespit edilen öğrenci A ile yapılan görüşmede şunları ifade etmiştir:

Araştırmacı: Bu soruyu daha farklı bir şekilde açıklayabilir misin?

Öğrenci A: Tanjant ve kotanjant eksenleriyle bu fonksiyonların grafiklerini tam bilmiyorum. Bana çok karışık geliyor. O yüzden kullanamıyorum.

Bu açıklamalar ile Tablo 4.1 ve 4.2'deki sonuçlar birlikte değerlendirildiğinde, birim çember üzerinde sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının gösteriminde çok sıkıntı çekmemelerine rağmen, tanjant ve kotanjant fonksiyonlarının ifade edilmesinde yetersiz bir öğrenmenin gerçekleştiği görülmektedir.



Şekil 4.2.2. Öğrenci E'ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Bu soruyu, 'Birim çemberde sinüs ve kosinüsün işaretlerinden faydalanma' yoluyla cevapladığı ve Şekil 4.2.2'deki açıklamayı yaptığı belirlenen öğrenci E ile yapılan görüşmede şunları ifade etmiştir:

Araştırmacı: Bu soruyu nasıl açıkladın?

Öğrenci E: Tanjant ve Kotanjant, sinüs ve kosinüsün birbirlerine bölümüdür. Her ikisi de aynı işaretli olduğu için pozitif olur.

Araştırmacı: Neden böyle bir yaklaşımda bulundun?

Öğrenci E: Aklıma o geldi. Diğerleri aklıma gelmedi.

Bu soruda, öğrenci A ve öğrenci E'nin yaklaşımlarına benzer şekilde, 'Birim çemberde sinüs ve kosinüsün işaretlerinden faydalanma' yoluna gittikleri gözlemlenen öğrenci B ve öğrenci C ile yapılan görüşmede şunları ifade etmişlerdir:

Araştırmacı: Bu soruyu nasıl açıkladın?

Öğrenci B: 3. bölgede apsis ve ordinat negatiftir. Negatifin negatife bölümü pozitiftir.

Araştırmacı: Farklı bir şekilde açıklayabilir misin?

Öğrenci B: Yapamam herhalde.

Öğrenci C'ye ait ifadeler ise şu şekildedir:

Araştırmacı: Bu soruyu nasıl açıkladın?

Öğrenci C: 3. Bölgede (x,y) yani kenarların işaretleri negatif olduğundan dolayı, negatif/negatif=pozitif olmaktadır.

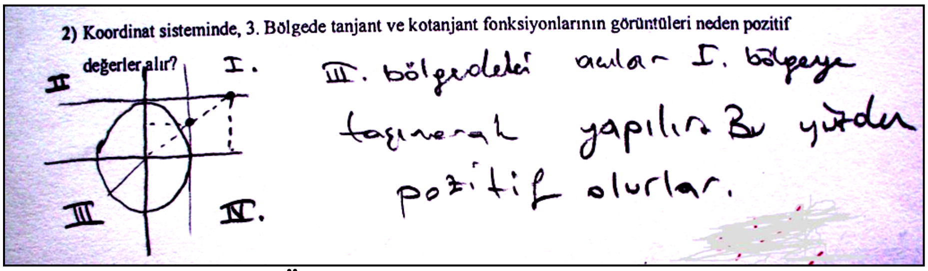
Araştırmacı: Neden bu şekilde açıkladın? Daha farklı bir yaklaşımı neden tercih etmedin?

Öğrenci C: Aklıma bu geldi. Diğerlerine gerek duymadım.

Araştırmacı: Derste bu şekilde mi gördünüz?

Öğrenci C: Derste bu şekilde görmedik. Derstekinin bir kısmını hatırlıyorum. Tam hatırlamadığım için riske girmek istemedim.

Şekil 4.2.3'te birim çemberde x=1(tanjant ekseni) ve y=1(kotanjant ekseni) doğrularından faydalanılmıştır.


2) Koordinat sisteminde, 3. Bölgede tanjant ve kotanjant fonksiyonlarının görüntüleri neden pozitif değerler alır?

III. bölgedeki açılar I. bölgeye taşınarak yapılır. Bu yüzden pozitif olurlar.

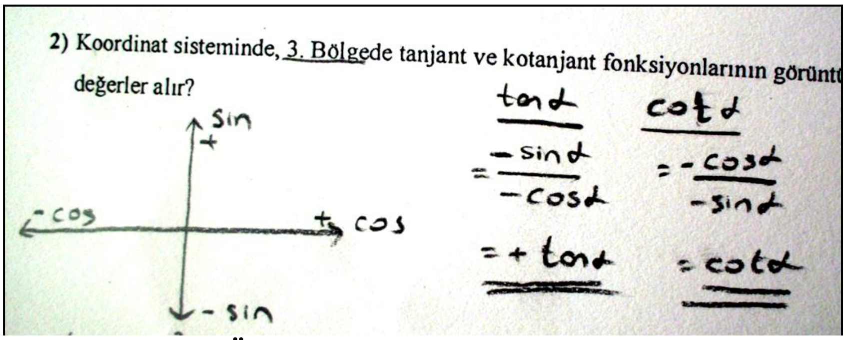
Şekil 4.2.3. [Ö78]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Bu soruda net bir açıklama yapamadığı belirlenen Öğrenci D'nin, "tanjant ve kotanjant fonksiyonları '+' değer alırlar" şeklinde bir ifadeye yer verdiği gözlemlenmiş ve kendisiyle yapılan görüşmede şunları ifade etmiştir:

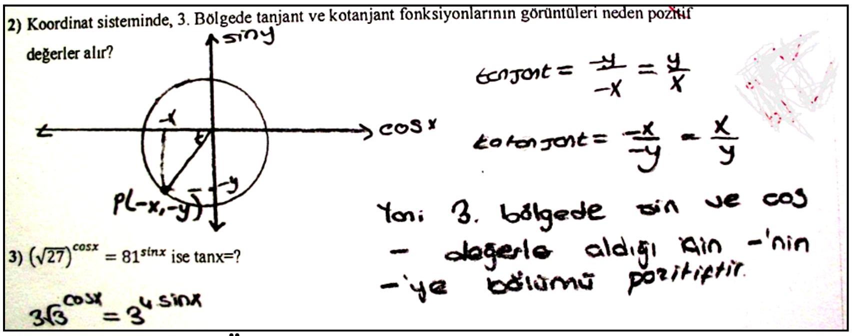
Araştırmacı: Neden bir açıklama yapmadın?

Öğrenci D: Açıklama yapamadım. Aklıma bir şey gelmedi.

Şekil 4.2.4 ve Şekil 4.2.5'te tanx=(-sinx)/(-cosx) ve cotx=(-cosx)/(-sinx) şeklinde ifadelere yer verildiği görülmektedir. Matematiksel olarak doğru olmayan bu durumdan, bu öğrencilerin kavramsal sıkıntılarının var olduğu anlaşılmaktadır.

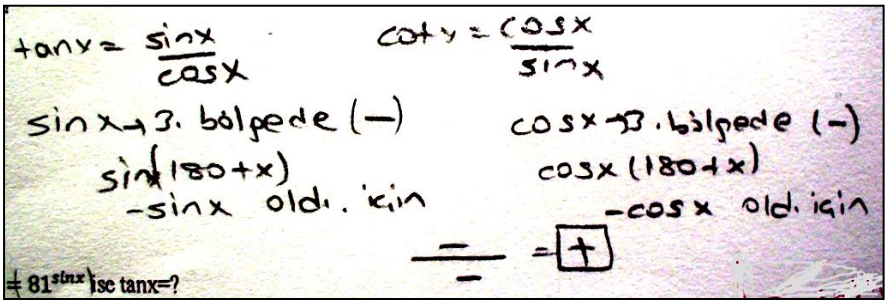


Şekil 4.2.4. [Ö148]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı



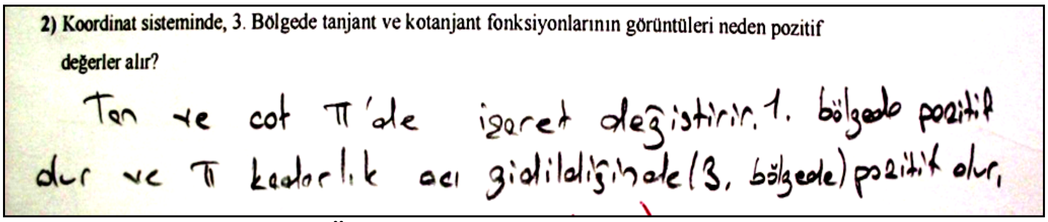
Şekil 4.2.5. [Ö120]'ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.2.6'da indirgeme formüllerinin kullanıldığı görülmektedir. Burada, α dar açı olmak üzere, x=180+α almış olsaydı, daha doğru bir açıklama olabileceği ifade edilebilir.



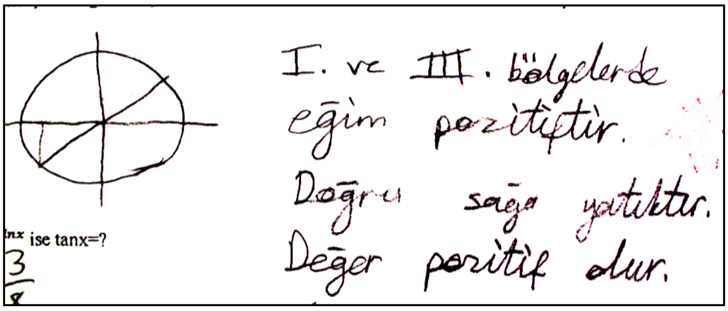
Şekil 4.2.6. [Ö152]'ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.2.7'de periyot kavramı kullanılmıştır.



Şekil 4.2.7. [Ö125]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

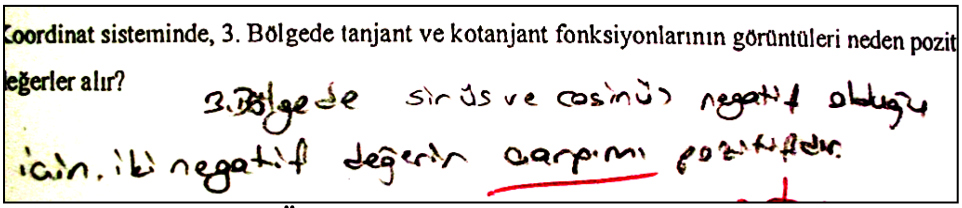
Şekil 4.2.8'de ise farklı bir yaklaşım olarak eğim kavramı kullanılmıştır.



Şekil 4.2.8. [115]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.2.4, Şekil 4.2.5, Şekil 4.2.6, Şekil 4.2.7 ve Şekil 4.2.8'deki açıklamaları yapan öğrencilerin ezbere öğrendikleri bazı bilgileri bilinçsiz olarak kullanmaya çalıştıkları görülmektedir. Başka bir ifadeyle, bu durum kavramsal bir öğrenmeden ziyade, ezbere bir öğrenmenin neticesidir diye ifade edilebilir.

Şekil 4.2.9'da oran yerine çarpım yazıldığı görülmektedir.

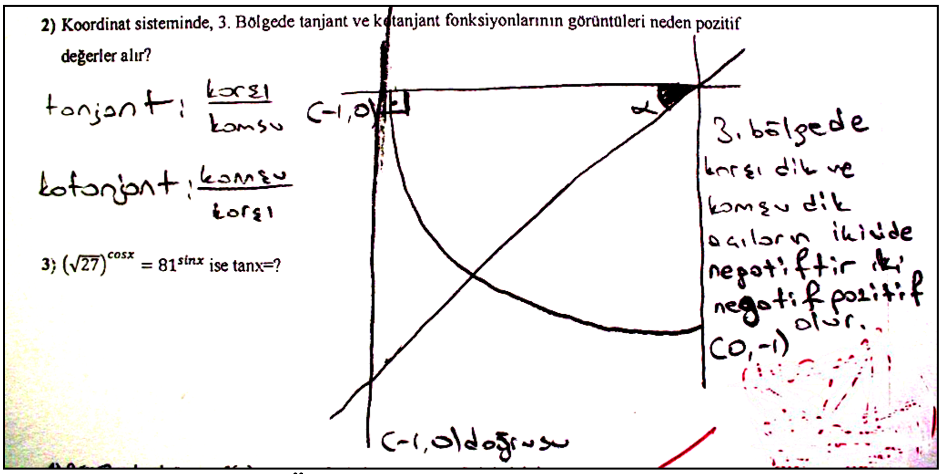


Koordinat sisteminde, 3. Bölgede tanjant ve kotanjant fonksiyonlarının görüntüleri neden pozit
değerler alır?

3. Bölgede sinüs ve cosinüs negatif olduğu için. iki negatif değerin çarpımı pozitifdir.

Şekil 4.2.9. [Ö126]'ya ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.2.10'da kenar uzunluğu yerine açı denildiği ve bunun da negatif alındığı görülmektedir.



2) Koordinat sisteminde, 3. Bölgede tanjant ve kotanjant fonksiyonlarının görüntüleri neden pozitif
değerler alır?

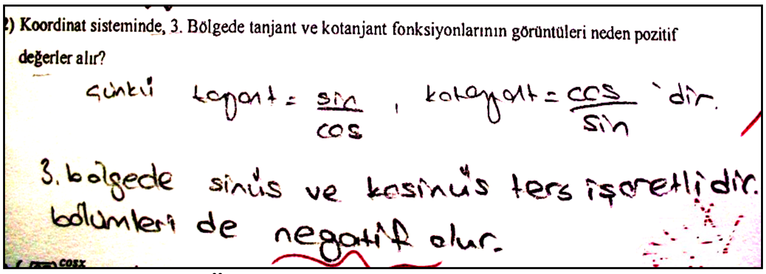
tanjant: $\frac{karşı}{komşu}$

kotanjant: $\frac{komşu}{karşı}$

3) $(\sqrt{27})^{cosx} = 81^{sinx}$ ise tanx=?

Şekil 4.2.10. [Ö128]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.2.11'de yapılan hatalı çözümlerin bir örneği verilmiştir. Burada öğrencinin birim çemberde trigonometrik fonksiyonların işaretleri hakkında yanlış bilgilere sahip olduğu görülmektedir.

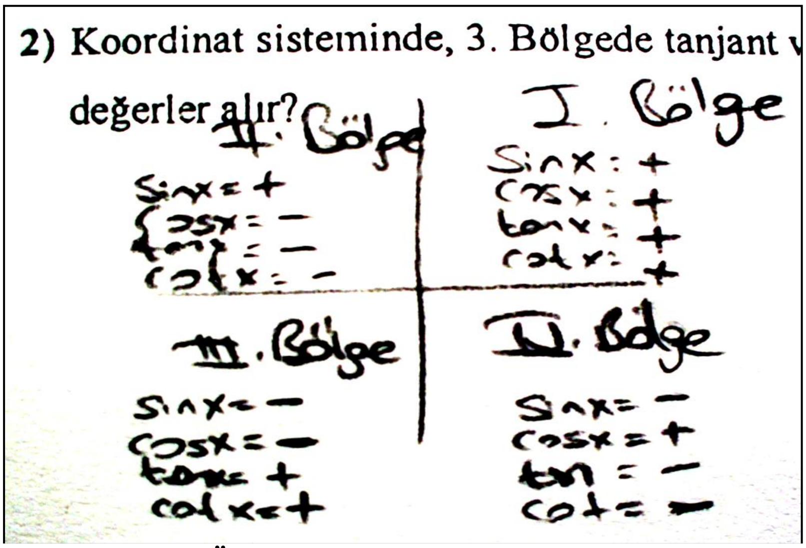


2) Koordinat sisteminde, 3. Bölgede tanjant ve kotanjant fonksiyonlarının görüntüleri neden pozitif
değerler alır?

çünkü tanjant = $\frac{sin}{cos}$, kotanjant = $\frac{cos}{sin}$ 'dir.
3. bölgede sinüs ve kosinüs ters işaretlidir.
bölümleri de negatif olur.

Şekil 4.2.11. [Ö89]'a ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.2.12'de ise sadece birim çemberde trigonometrik fonksiyonların işaretlerinin ifade edilmesiyle yetinilmiştir.



Şekil 4.2.12. [Ö157]'ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Tablo 4.3'te Trigonometri konusunda bilgi düzeylerini belirleme testinde yer alan 1 ve 2. soruların birlikte kıyaslanmasıyla elde edilen analiz sonuçları verilmiştir.

Tablo 4.3. 1 ve 2. soruların kıyaslanması

	Kişi sayısı	**Genelde yüzdesi**	**1. soruda doğru çözüm yapanlar içindeki yüzdesi**	**2. soruda doğru çözüm yapanlar içindeki yüzdesi**
Her ikisini de doğru yapanlar	106	64	88	78
1. soruda doğru çözüm yapıp 2. soruda yanlış çözüm yapanlar	9	5	8	
1. soruda doğru çözüm yapıp 2. soruyu boş bırakanlar	5	3	4	
2. soruda doğru çözüm yapıp 1. soruda yanlış çözüm yapanlar	28	17		21
2. soruda doğru çözüm yapıp 1. soruyu boş bırakanlar	2	1		1

Tablo 4.3'e göre, her iki soruda da doğru çözüm yapan 106 kişinin var olduğu ve bu 106 kişinin genelde yani 165 kişi arasındaki yüzdesinin %64 olduğu görülmektedir. 1. soruyu doğru çözenlerin (120 kişi) arasındaki yüzdesinin %88 ve 2. soruyu doğru çözenlerin(136 kişi) arasındaki yüzdesinin de %78 olduğu belirlenmiştir. İlk soruda doğru çözüm yapıp 2. soruda yapamayanların sayısının 9 olup genelde yüzdesinin %5 ve 1. soruyu doğru çözenlerin arasındaki yüzdesinin ise %8 olduğu

görülmektedir. İlk soruda doğru çözüm yapıp 2. soruda boş bırakanların sayısının 5 olup genelde yüzdesinin %3 ve 1. soruyu doğru çözenlerin arasındaki yüzdesinin de %4 olduğu gözlemlenmektedir. Aynı şekilde, 2. soruda doğru çözüm yapıp 1. soruda yapamayanların sayısının 28 olup genelde yüzdesinin %17 ve 2. soruyu doğru çözenlerin arasındaki yüzdesinin %21 olduğu tespit edilmiştir. Son olarak, 2. soruda doğru çözüm yapıp 1. soruda boş bırakanların sayısının 2 olup genelde yüzdesinin %1 ve 2. soruyu doğru çözenlerin arasındaki yüzdesinin ise %1 olduğu belirlenmiştir.

Tablo 4.1, Tablo 4.2 ve Tablo 4.3'e bakıldığında, 1. soruyu doğru çözenlerin yüzdesinin %73, 2. soruyu doğru çözenlerin yüzdesinin %82 ve her ikisini de doğru çözenlerin yüzdesinin %64 olduğu tespit edilmiştir. Bu sonuçlara göre, lise öğrencilerinin kavramsal bilgi düzeyleri iyi durumdadır ki bu, ilk araştırma sorusu olan 'Lise öğrencilerinin trigonometri konusuna ait kavramsal bilgileri ne düzeydedir?' sorusunun cevabıdır. Özellikle, her iki soruda cebirsel yaklaşımlar ağırlıklı bir şekilde kullanılmıştır ki, 1. soruda %65 (doğru çözüm yapanların arasında %85) oranında ve 2. soruda %78 (doğru çözüm yapanların arasında %88) oranında olduğu belirlenmiştir. Buradan lise öğrencilerinin cebirsel temsilleri kullanabilme becerilerinin iyi düzeyde olduğu sonucu elde edilir. Diğer taraftan, geometrik yaklaşımlar 1. soruda %16(doğru çözüm yapanların arasında %18) ve 2. soruda %11(doğru çözüm yapanların arasında %13) oranında kullanılmıştır. Yani, lise öğrencilerinin geometrik temsilleri kullanabilme becerileri düşük düzeydedir. Grafiksel yaklaşımlar hiç kullanılmamıştır ki, grafiksel temsilleri kullanabilme becerileri sıfır düzeyindedir.

4.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar

İkinci araştırma sorusu olan 'Lise öğrencilerinin trigonometri konusuna ait işlemsel becerileri ne düzeydedir?' sorusunun cevabını belirleme adına Trigonometri konusunda bilgi düzeylerini belirleme testinde yer alan 3. soruya verilen cevaplar incelenmiştir.

Yazılı sınav ve mülakatlardan elde edilen bulgular, genel olarak işlemsel becerilerin önceki öğrenmelerden kaynaklanan sıkıntılardan dolayı düşük düzeyde olduğunu göstermektedir. Özellikle üs-kök kavramıyla ilgili sıkıntıların çok fazla olduğu tespit edilmiştir.

4.2.1. Trigonometri Konusunda Bilgi Düzeylerini Belirleme Testi 3. Soru İle İlgili Bulgular ve Yorumlar

3. soru: $\left(\sqrt{27}\right)^{cosx} = 81^{sinx}$ ise tanx=?

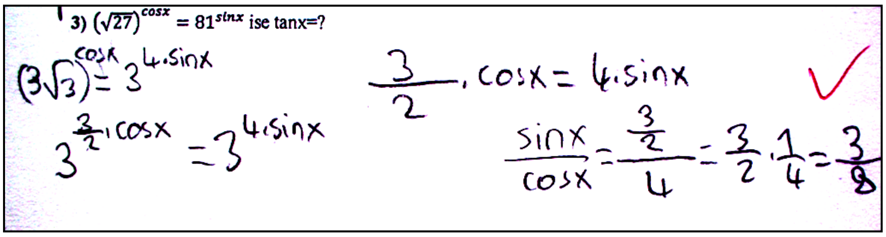
Tablo 4.4'te Trigonometri konusunda bilgi düzeylerini belirleme testinde yer alan 3. sorunun analiz sonuçları verilmiştir.

Tablo 4.4. 3. sorunun analiz sonuçları

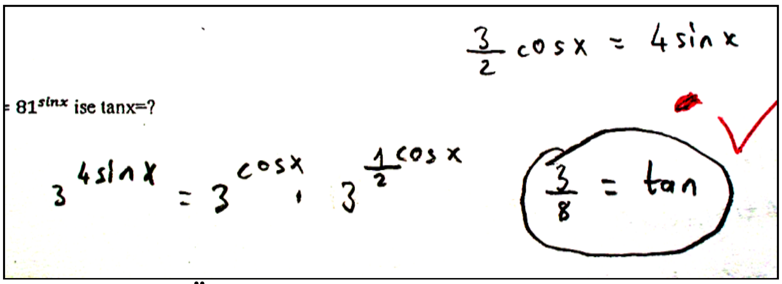
	Kişi sayısı	Yüzde
Doğru çözüm yapan	46	28
Yanlış çözüm yapan	83	50
Boş bırakan	36	22
Üs ve kök kavramlarında sıkıntısı olan	35	21
Üslerin oranını tabanların oranına eşitleme	13	8
Oran-orantı sıkıntısı olan	2	1

Tablo 4.4'e göre, 3. soruda doğru çözüm yapan kişi sayısı 46 ve yüzdesi %28 olarak görülmektedir. Yanlış çözüm yapan kişi sayısının 83 olup yüzdesinin %50 ve boş bırakan kişi sayısının 36 olup yüzdesinin %22 olduğu tespit edilmiştir. Yanlış çözüm yapanlar arasında üs-kök kavramında sıkıntısı olanların sayısı 35 kişi ve yüzdesi %21 olarak belirlenmiştir. Buna ek olarak, üslerin oranını tabanların oranına eşitleme hatasını yapanların sayısının 13 olup yüzdesinin %8 olduğu görülmektedir. Oran-orantı kavramı ile ilgili sıkıntısı olanların sayısının ise 2 kişi olduğu ve yüzdesinin %1'lik bir orana tekabül ettiği ifade edilmektedir.

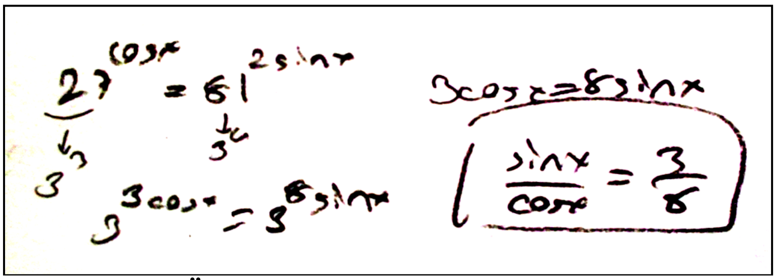
Şekil 4.3.1, Şekil 4.3.2 ve Şekil 4.3.3'te doğru sonuca ulaşılmıştır.



Şekil 4.3.1. [Ö100]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı



Şekil 4.3.2. [Ö116]'ya ait yazılı sınav kâğıdından alıntı



Şekil 4.3.3. [Ö126]'ya ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Doğru çözüm yapan öğrenci A ve Öğrenci E ile yapılan görüşme sonuçları şu şekildedir:

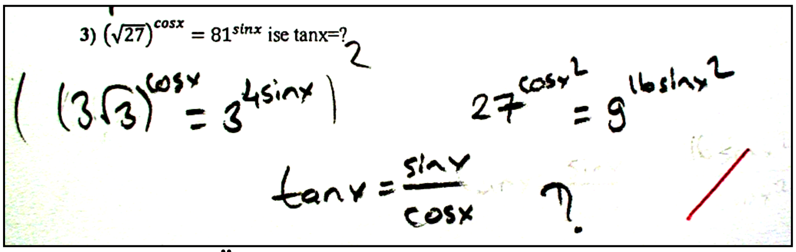
Araştırmacı: Bu soruyu nasıl çözdün?

Öğrenci A: Her iki tarafın karesini alarak doğru sonuca ulaştım.

Aynı soruya öğrenci C şöyle cevap vermiştir:

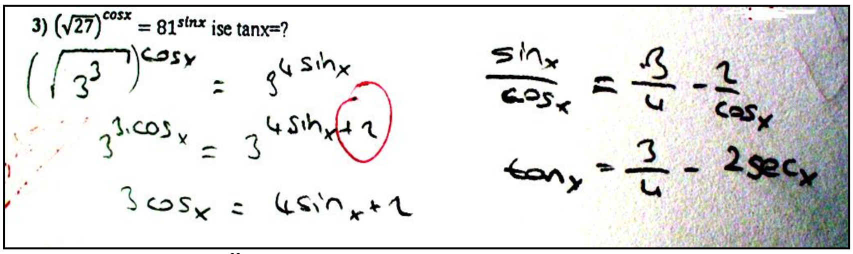
Öğrenci E: 27 ve 81'i 3'ün kuvvetleri olarak yazdım ve kuvvetleri eşitleyerek doğru sonucu elde ettim.

Şekil 4.3.4, Şekil 4.3.5 ve Şekil 4.3.6'da hatalı sonuçlara neden olarak en çok görülen üs-kök kavramındaki sıkıntılara örnekler verilmiştir. Şekil 4.3.4'te iki tarafın karesini alırken, hem tabanların hem de üslerin karelerinin alındığı ve Ayrıca sinx ve cosx'in karesini alırken açının karesinin alındığı görülmektedir. Dolayısıyla, doğru sonuca ulaşılamadığı gibi, yanlış da olsa, herhangi bir sonuca da ulaşılamamıştır. Bu durumdan üslü sayıların tam anlaşılmadığı ya da unutulduğu sonucu çıkarılabilir. Diğer taraftan, yapılan hatalar kavramsal anlamanın gerçekleşmediğinin ve işlemsel beceriler var olsa da, olması gerektiği şekliyle olmadığının kanıtı olabilir.



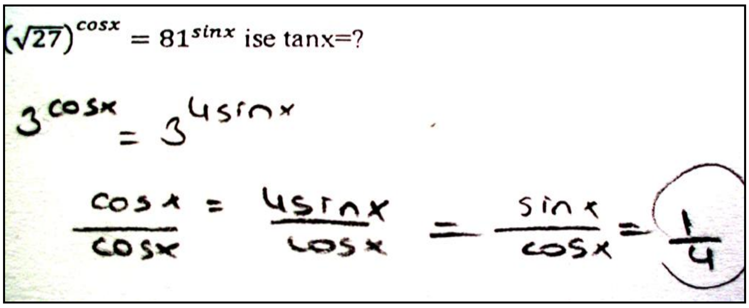
Şekil 4.3.4. [Ö33]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.3.5’te iki tarafın karesini alırken sağ tarafta hata yapıldığı ve üssün iki ile çarpılacakken toplandığı görülmektedir.



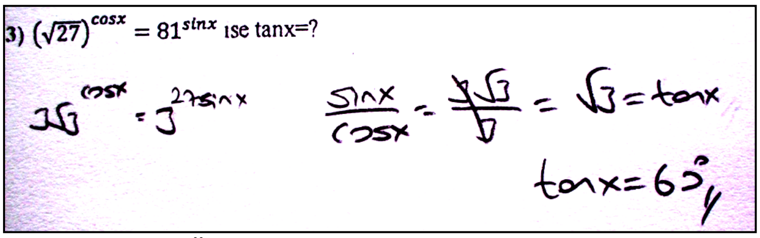
Şekil 4.3.5. [Ö156]’ya ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.3.6’da eşitliğin sağ tarafı doğru, fakat sol tarafında, $\sqrt{27}$ yerine 3 alındığı için yanlış sonuç elde edilmiştir.

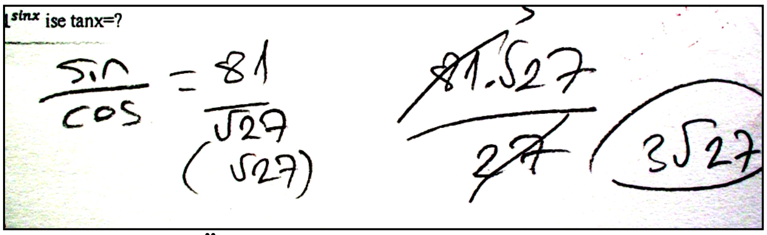


Şekil 4.3.6. [Ö138]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

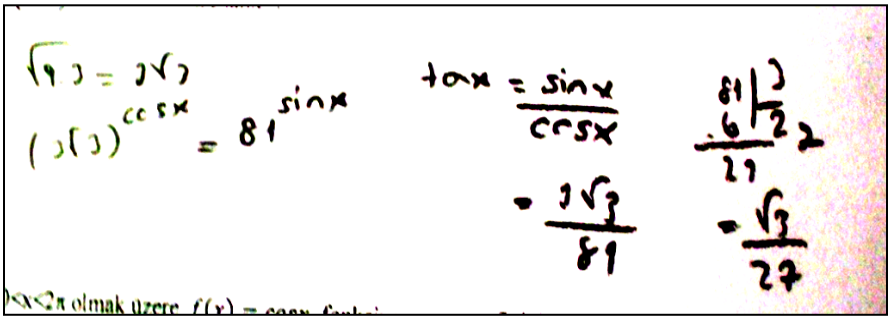
Şekil 4.3.7, Şekil 4.3.8 ve Şekil 4.3.9’da üslerin oranı tabanların oranına eşitlenmiştir. Ayrıca, Şekil 4.3.7’de, tanx=60^0 gibi bir matematiksel hata da yapılmıştır. Muhtemelen, oran-orantı kavramında ezberlenen bir detay burada kullanılmaya çalışılmıştır. Bu da kavramsal öğrenmenin sıkıntılı olduğu anlamına gelebilir.



Şekil 4.3.7. [Ö163]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı



Şekil 4.3.8. [Ö73]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı



Şekil 4.3.9. [Ö117]'ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Hatalı çözüm yapan Öğrenci B ve öğrenci C ile yapılan görüşme sonuçları şu şekildedir:

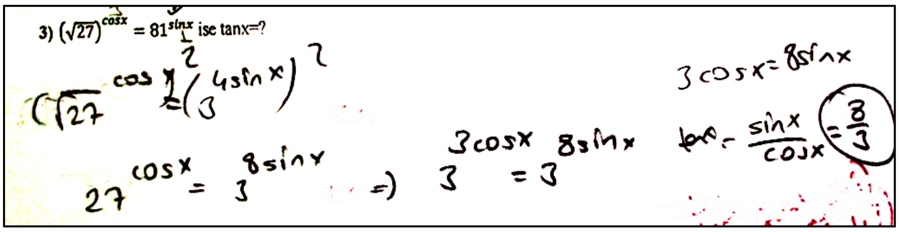
Araştırmacı: Sonucu nasıl buldun?

Öğrenci B: İki tarafın karesini alırken, diğer tarafın karesini almayı unuttum.

Aynı soruya öğrenci C'nin vermiş olduğu cevap şöyledir:

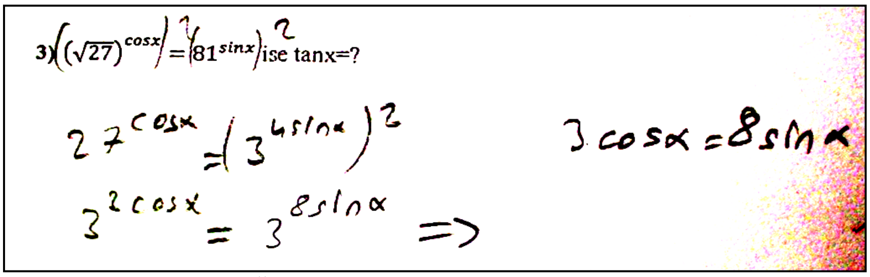
Öğrenci C: Tabanları eşitlemeye çalıştım. Böyle bir hatayı nasıl yaptığımı bilmiyorum. Sınavdan sonra doğrusu aklıma geldi.

Şekil 4.3.10'da oran-orantı kavramındaki sıkıntıların bir örneği verilmiştir. Şekilde de görüleceği üzere, son adıma kadar genel itibariyle doğru işlemler yapılmış, ancak son adımda hata yapılarak yanlış sonuç elde edilmiştir.



Şekil 4.3.10. [Ö90]'a ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.3.11'de ise yapılan işlemler doğru fakat sonuç ifade edilmemiştir.



Şekil 4.3.11. [Ö165]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Hiçbir açıklama yapmadan sadece "tanx=3/4" yazdığı görülen Öğrenci D'nin görüşme sonuçları şu şekildedir:

Araştırmacı: Bu sonuca nasıl ulaştın?

Öğrenci D: Bilmeden yaptım.

Tablo 4.4'e göre, bu soruda doğru çözüm yapanların oranı %28 olarak hesaplanmıştır. Üs ve kök kavramlarında sıkıntısı olanlarla üslerin oranını tabanların oranına eşitleyenler birlikte değerlendirildiğinde, %29'luk bir oranla 48 kişi oldukları görülmektedir. Bu kişilerin yanlış çözüm yapanlar arasındaki yüzdesi hesaplandığında, %58'lik bir orana ulaştıkları görülmektedir. Bu sonuçlara göre, ikinci araştırma sorusu olan 'Lise öğrencilerinin trigonometri konusuna ait işlemsel becerileri ne düzeydedir?' sorusuna, öğrencilerin işlemsel becerileri düşük düzeydedir şeklinde cevap verilebilir. Düşük olmasına neden olarak ise, üs ve kök kavramlarına dair öğrencilerin sahip oldukları işlemsel ve kavramsal sıkıntıların ağırlıklı olarak yer aldığı ifade edilebilir.

4.3. Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Üçüncü araştırma sorusu olan 'Lise öğrencilerinin trigonometri konusunda temsiller arası geçişlerdeki becerileri ne düzeydedir?' sorusunun cevabını belirleme adına Trigonometri konusunda bilgi düzeylerini belirleme testinde yer alan 4 ve 5. sorulara verilen cevaplar incelenmiştir.

Yazılı sınav ve mülakat sonuçları öğrencilerin büyük çoğunluğunun temsiller arası geçişte yetersiz kaldığını göstermektedir. Genel manada grafikler bilinse de, trigonometrik fonksiyonların grafiklerinin çok fazla bilinmediği görülmüştür. Derste görmelerine rağmen önemsemediklerinden dolayı bu durumun ortaya çıktığı tespit edilmiştir.

4.3.1. Trigonometri Konusunda Bilgi Düzeylerini Belirleme Testi 4. Soru İle İlgili Bulgular ve Yorumlar

4. soru: 0<x<2π olmak üzere, $f(x) = cosx$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

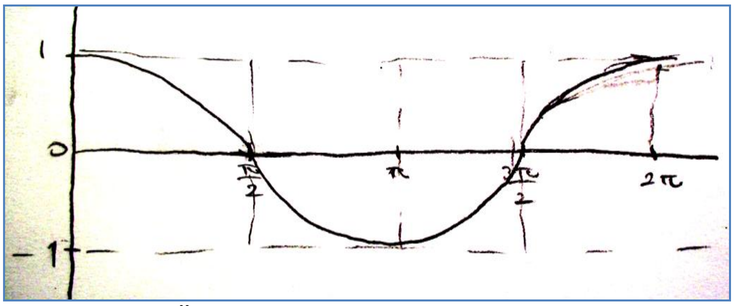
Tablo 4.5'te Trigonometri konusunda bilgi düzeylerini belirleme testinde yer alan 4. sorunun analiz sonuçları verilmiştir.

Tablo 4.5. 4. sorunun analiz sonuçları

	Kişi sayısı	**Yüzde**		
Doğru çözüm yapan	82	50		
Yanlış çözüm yapan	72	43		
Boş bırakan	11	7	Doğru çözümü yapanlar içindeki sayısı	Doğru çözüm yapanlar içindeki yüzdesi
Tamamını düz çizgi olarak çizme	17	10	10	12
(0-90) arasında düzgün çizme	42	25	38	46
[90-180) arasında düzgün çizme	78	47	66	80
[180-270) arasında düzgün çizme	79	48	70	85
[270-360) arasında düzgün çizme	54	33	49	60
Verilen aralığın tamamını düzgün çizme	31	19	31	38
Verilen aralığın dışında düzgün çizme	15	9	15	18
0'dan başlamayanlar	12	7		
0 ı farklı yerde alanlar	1	1		

Tablo 4.5’e göre, 4. soruyu doğru çözenlerin %50’lik bir oranla 82 kişi oldukları görülmektedir. Yanlış çözüm yapanlar, %43’lük bir oranla 72 kişi ve boş bırakanlar ise, %7’lik bir oranla 11 kişi olarak tespit edilmiştir. Grafiğe çok özen göstermeyip koordinat düzlemine yerleştirdiği noktaların arasını düz çizgi ile birleştirenlerin sayısı 17 ve oranı %10 olarak belirlenmiştir. Bunların arasında, estetik olarak doğru olmasa da verileri doğru yerleştirip çizimi doğru yapanların sayısı 10 ve oranı %12 şeklinde hesaplanmıştır. Diğer taraftan, çözümleri alt aralıklara göre incelediğimizde, (0-90) arasında doğru çizim yapanların sayısı 42 olup oranı %25 ve bu kişiler arasında doğru çözüm yapanların sayısı 38 olup oranı %46 olarak tespit edilmiştir. [90-180) arasında doğru çizim yapanların sayısı 78 olup oranı %47 ve bu kişiler arasında doğru çözüm yapanların sayısı 66 olup oranı %80 olarak hesaplanmıştır. [180-270) arasında doğru çizim yapanların sayısı 79 olup oranı %48 ve bu kişiler arasında doğru çözüm yapanların sayısı 70 olup oranı %85 olarak belirlenmiştir. [270-360) arasında doğru çizim yapanların sayısı 54 olup oranı %33 ve bu kişiler arasında doğru çözüm yapanların sayısı 49 olup oranı %60 şeklinde verilmiştir. Verilen aralığın tamamında ise, grafiği tam olarak doğru çizenlerin sayısı 31 kişi olup genelde oranı %19 ve doğru çözümü yapanlar arsındaki oranı %38 olarak elde edilmiştir. Aynı şekilde, verilen aralığın dışında grafiği tam olarak doğru çizenlerin sayısı 15 kişi olup genelde oranı %9 ve doğru çözümü yapanlar arsındaki oranı %18 olarak tespit edilmiştir. Ayrıca, çizime 0’dan başlamayanların sayısı %7’lik bir oranla 12 kişi ve 0’ı(orijini) farklı noktada alanların sayısı 1 kişi olduğu görülmektedir. Son olarak yapılan bazı hatalara bakıldığında, 5. soruda verilen grafiğin benzerini çizenler 3 kişi, hep pozitif değerler alan bir grafik çizenler 11 kişi ve birim çember çizenler 7 kişi olarak tespit edilmiştir.

Şekil 4.4.1’de öğrenciler tarafından doğru çizilmiş bir grafik örneği verilmiştir.



Şekil 4.4.1. [Ö128]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.4.1’dekine benzer şekilde doğru çizim yapan öğrenci A ve öğrenci E ile yapılan görüşme sonuçları şu şekildedir:

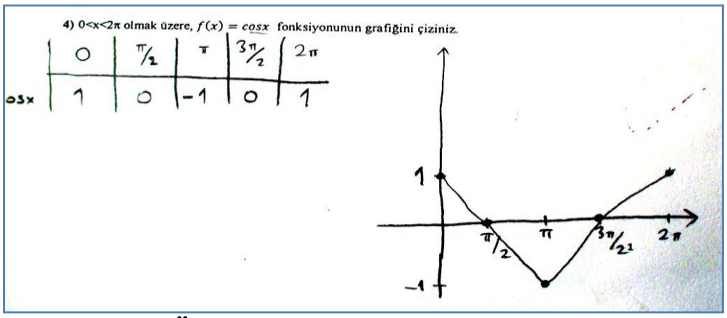
Araştırmacı: Grafiği nasıl çizdiğini anlatır mısın?

Öğrenci A: Derste gördük. Sınav anında da aklıma geldi ve çizdim.

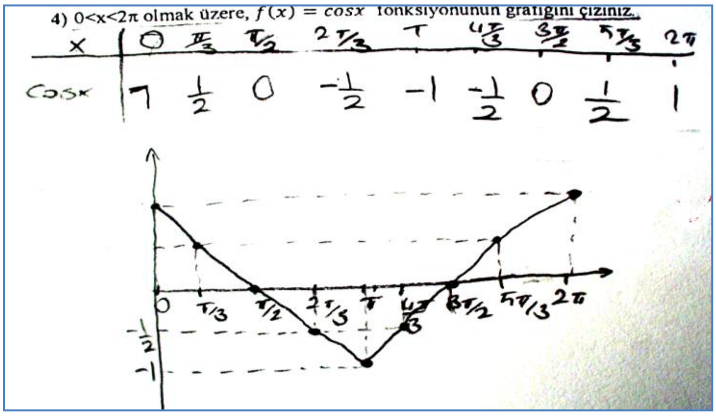
Aynı soruya öğrenci E’nin cevabı şu şekildedir:

Öğrenci E: Derste grafikleri iyi anladığım için kolayca çizdim.

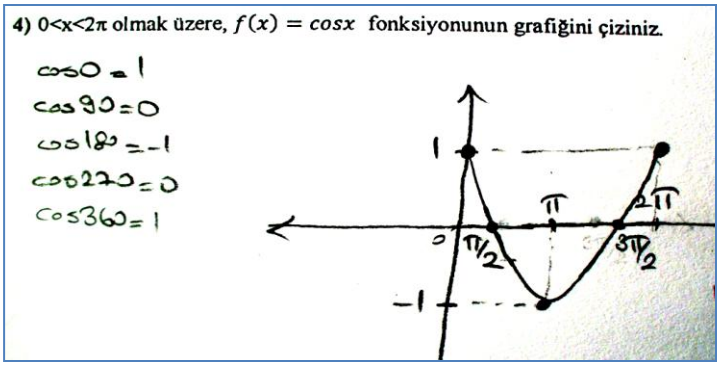
Şekil 4.4.2, Şekil 4.4.3 ve Şekil 4.4.4’te grafikte verilerin doğru yerleştirilmesine rağmen grafiğin kosinüs fonksiyonunun grafiğine benzemediği görülmektedir. Başka bir ifadeyle, Şekil 4.4.2 ve Şekil 4.4.3’teki grafikler noktaların düz çizgilerle birleştirilmesiyle elde edilmiş ve Şekil 4.4.4’teki grafik ise parabole benzetilmiştir. Burada, elde edilen veriler grafiğe yerleştirilip noktalar belirlendikten sonra, bu noktaların rastgele bir çizgiyle birleştirildiği anlaşılmaktadır. Bu da, bu öğrencilerin grafik hakkında genel bir bilgiye sahip olmalarına rağmen kosinüs fonksiyonunun grafiği hakkında çok fazla bilgiye sahip olmadıkları kanısını vermektedir.



Şekil 4.4.2. [Ö148]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

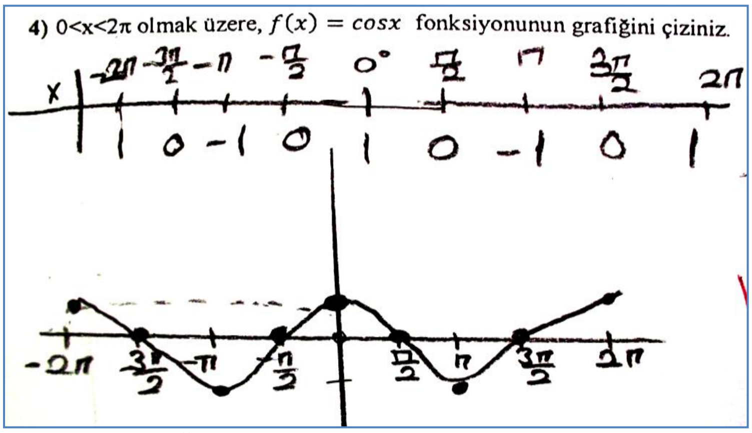


Şekil 4.4.3. [Ö91]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

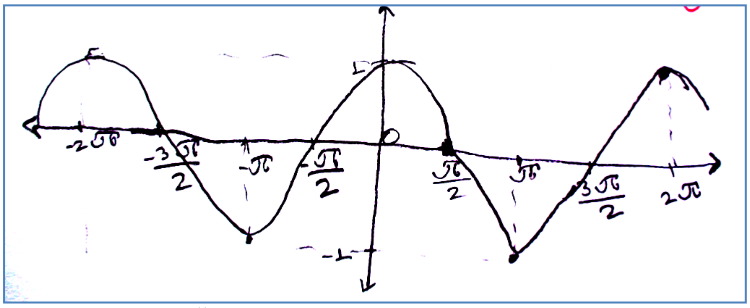


Şekil 4.4.4. [Ö93]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

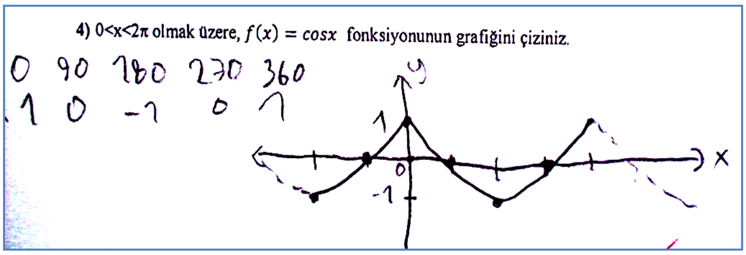
Şekil 4.4.5, Şekil 4.4.6 ve Şekil 4.4.7'de verilen aralıkların dışında da çizilen grafiklere örnekler verilmiştir. Şekil 4.4.5'te verilen grafik diğerlerine göre daha doğru ve Şekil 4.4.6'da verilen grafik bazı kısımları itibariyle hatalı olsa da, genel olarak doğru olduğu görülmektedir. Şekil 4.4.7'deki grafik ise, daha çok yan yana duran parabolleri andırmaktadır. Fakat grafik üzerine yerleştirilen veriler ve grafiğin bazı kısımları itibarıyla doğrudur. Parabol konusunun trigonometri konusundan hemen önce verildiği düşünüldüğünde, ikisi arasında bir karışma durumunun söz konusu olduğu görülmektedir. Bu da, öğrencinin ezbere gittiğini ve aklında var olan bir figürü uyup uymadığını kontrol etmeden çizmeye kalktığını göstermektedir.



Şekil 4.4.5. [Ö120]'ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

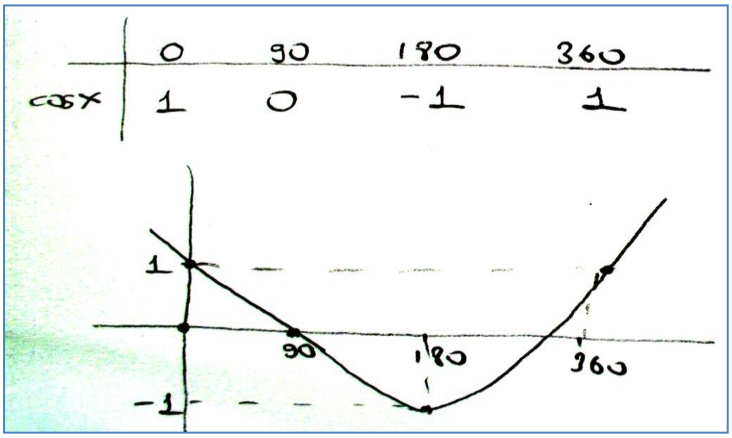


Şekil 4.4.6. [Ö94]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı



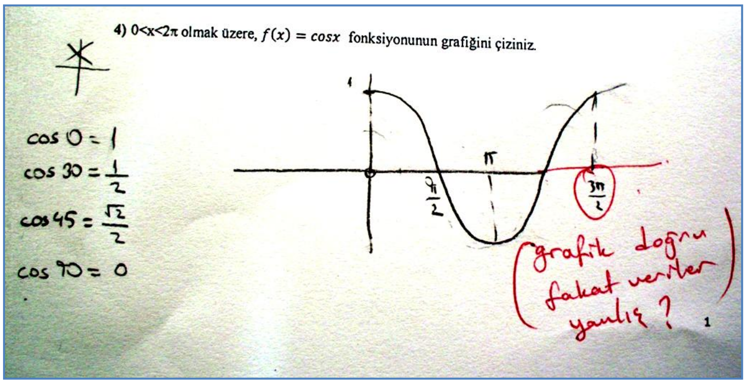
Şekil 4.4.7. [Ö100]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.4.8'deki grafikte verilen aralığın dışında grafik sürekli azalan ya da artan bir görüntüye sahip ve bu haliyle kosinüs fonksiyonundan ziyade ikinci dereceden bir fonksiyonun grafiğine benzemiştir.

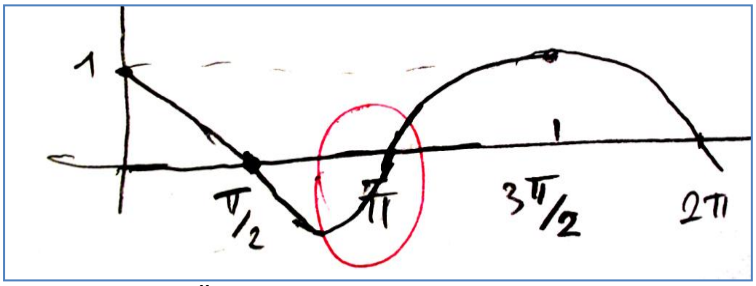


Şekil 4.4.8. [Ö161]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

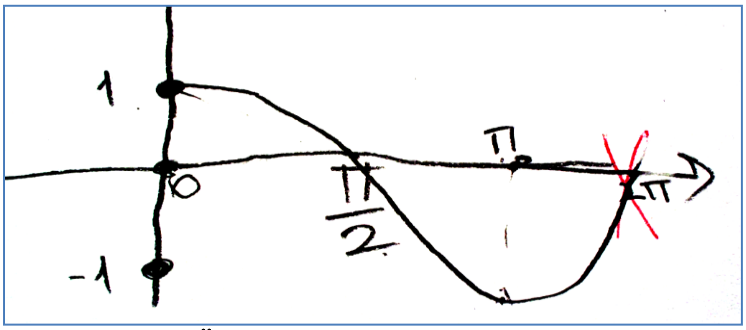
Şekil 4.4.9, Şekil 4.4.10 ve Şekil 4.4.11'de verilen grafiklerde, grafik üzerindeki verilerde hatalar mevcuttur. Şekil 4.4.9'da grafik şekil itibarıyla doğru fakat grafik üzerindeki bazı verilerde hata yapılmıştır. Şekil 4.4.10 ve Şekil 4.4.11'deki grafiklerde ise bazı hatalı verilerin yanı sıra grafiğin şeklinde de bir takım hatalar yapılmıştır.



Şekil 4.4.9. [Ö127]'ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı



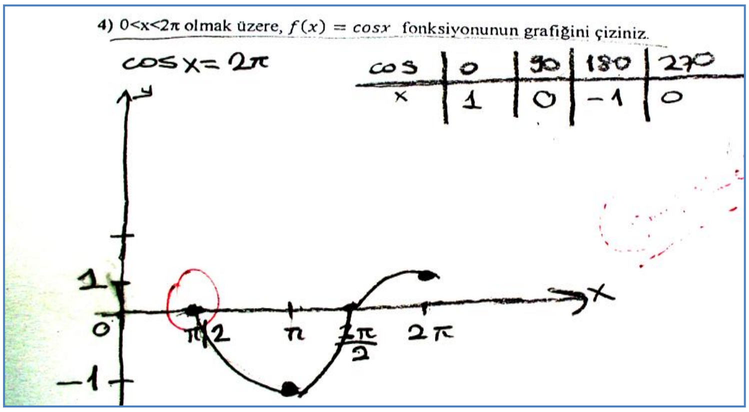
Şekil 4.4.10. [Ö125]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı



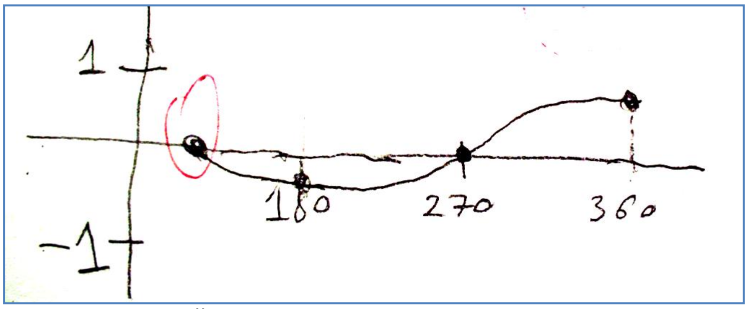
Şekil 4.4.11. [Ö73]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.4.12, Şekil 4.4.13, Şekil 4.4.14, Şekil 4.4.15 ve Şekil 4.4.16'daki grafiklerde verilen aralığın tamamından ziyade belirli bir kısmında çizim yapılmıştır. Şekil 4.4.12 ve Şekil 4.4.13'deki grafiklerde aralığı 0'dan başlatmak yerine farklı değerlerden başlatılmış ve çizilen kısımlar doğru çizilmiştir. Ayrıca Şekil 4.4.12'de oluşturulan değer tablosu doğru oluşturulmuştur. Şekil 4.4.14 ve 4.4.15'teki grafiklerde grafiğin çizilmiş olduğu aralıkların hem başlangıç hem de son kısımları farklı alınmıştır.

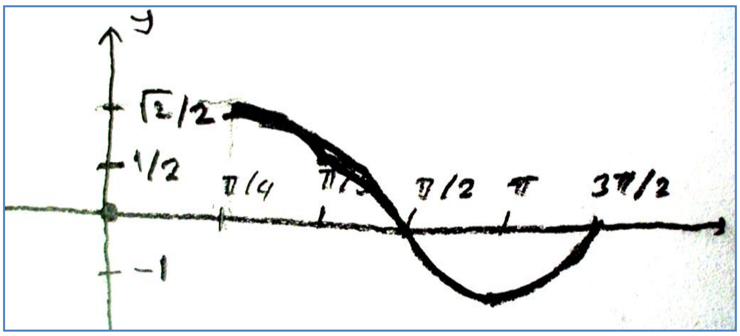
Çizilen kısımlarda ise, Şekil 4.4.14’teki doğru fakat Şekil 4.4.15’teki daha çok düz bir çizgiyi andırmaktadır. Şekil 4.4.16’daki grafikte başlangıç değeri farklı alınmış, öğrencinin köklü sayılarla ilgili sıkıntısından dolayı verilerde hata yapılmış ve sonuçta yanlış bir grafik ortaya çıkmıştır. Buradaki çizimlere göre, öğrencilerin aralık kavramında sıkıntılar yaşadığı sonucu elde edilebilir. Bir diğer ifadeyle, Reel sayılar, sayı doğrusu ve radyanla ilgili sıkıntılar nedeniyle böyle bir sonuç ortaya çıkmıştır denilebilir.



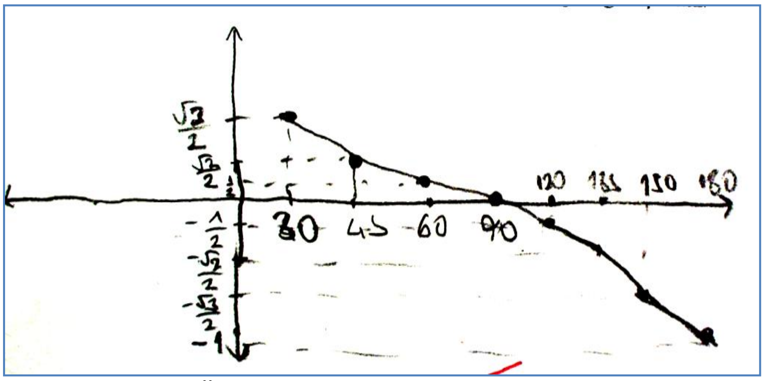
Şekil 4.4.12. [Ö119]’a ait yazılı sınav kâğıdından alıntı



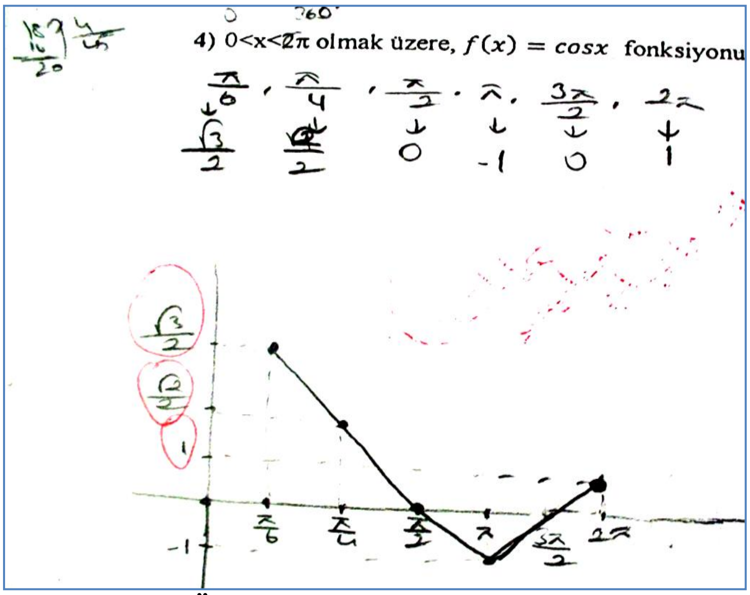
Şekil 4.4.13. [Ö115]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı



Şekil 4.4.14. [Ö110]’a ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

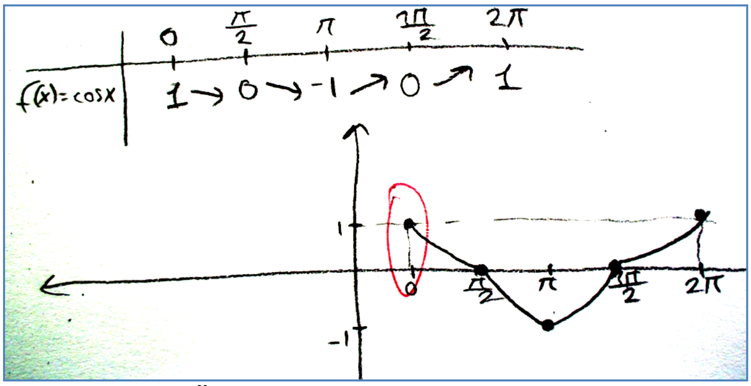


Şekil 4.4.15. [Ö129]'a ait yazılı sınav kâğıdından alıntı



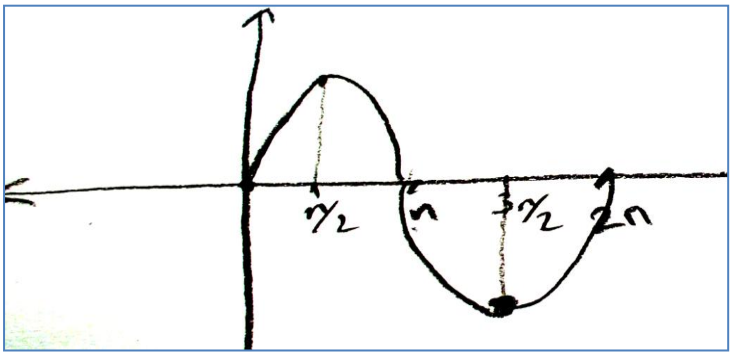
Şekil 4.4.16. [Ö111]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.4.17'deki grafikte orijin farklı bir yerde alınmıştır. Grafik bazı aralıklarda doğru çizilmiş, bazı aralıklarda ise yanlış çizilmiştir. Ayrıca orijin dışındaki veriler doğru yerleştirilmiştir. Burada öğrencinin özellikle grafikle ilgili temel bilgilerde sıkıntısı olduğu görülmektedir.

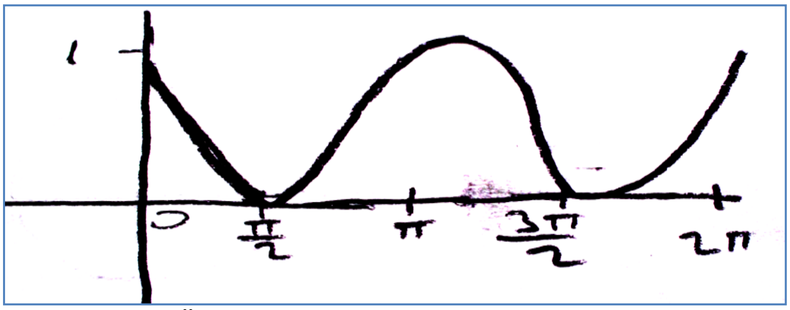


Şekil 4.4.17. [Ö121]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.4.18'deki grafik sinüs fonksiyonunun grafiğine benzemiştir.


Şekil 4.4.18. [Ö34]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.4.19 ve Şekil 4.4.20'deki grafiklerin soruda istenen grafikle alakasız olduğu görülmektedir. Şekil 4.4.19'daki grafik, |cosx| in grafiğini kısmen andırmakta ve Şekil 4.4.20'deki grafik, bir sonraki soruda verilen grafiğe benzemektedir.



Şekil 4.4.19. Öğrenci C'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

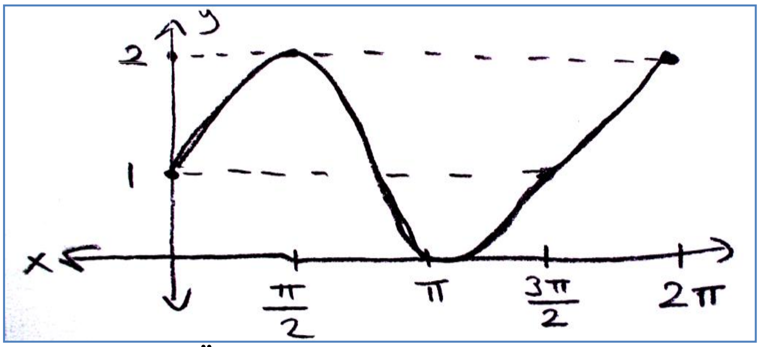
Şekil 4.4.19’daki grafiği çizen öğrenci C ile yapılan görüşmede şunları ifade etmiştir:

Araştırmacı: Grafiği derste görmediniz mi?

Öğrenci C: Yanlış mı olmuş?

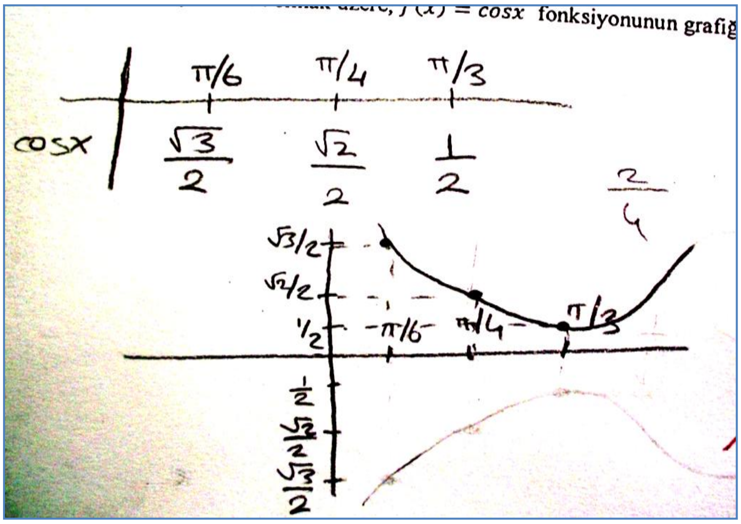
(Araştırmacı, doğru grafiği ve öğrenci C’nin çizdiğini gösterir)

Öğrenci C: Ben kendi çizdiğim grafiğin doğru olduğunu zannediyordum ama (Doğru grafiği göstererek) bu doğru. Benimki bir hayli yanlış olmuş.



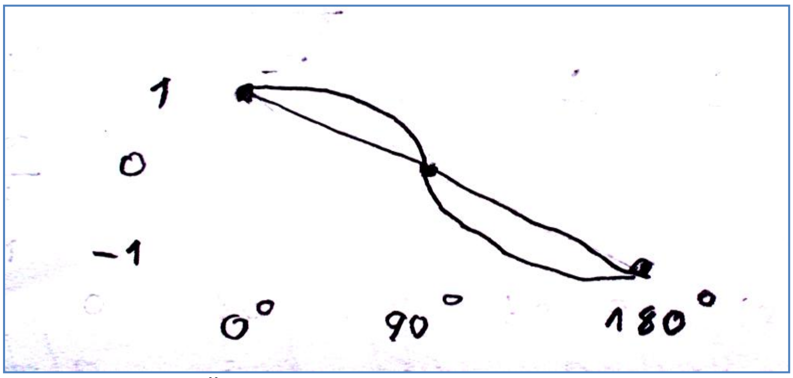
Şekil 4.4.20. [Ö32]’ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.4.21’deki grafikte verilen aralıktaki değerlerden sadece belli bir kısımdakiler için veriler hesaplandığı ve bu hesaplanan verilerle grafiğin bütünü hakkında belirli bir kanıya ulaşmak zor olduğundan hatalı ve alakasız bir grafik ortaya çıktığı görülmektedir.

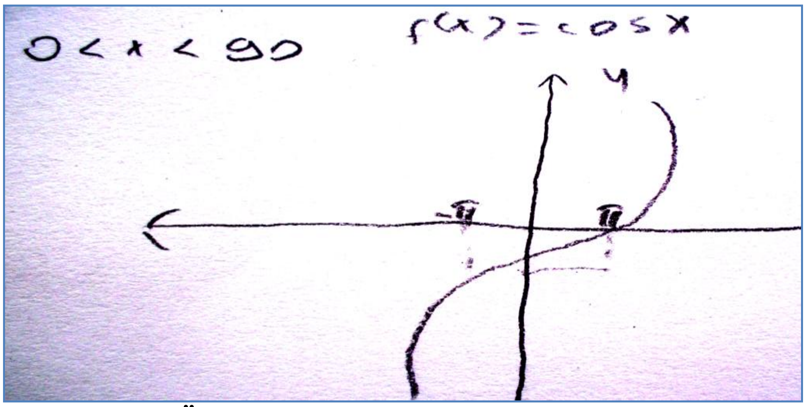


Şekil 4.4.21. [Ö90]’a ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.4.22 ve Şekil 4.4.23'teki grafiklerin kosinüs fonksiyonuyla hiçbir alakaları yoktur ki, buradan, bunları çizen öğrencilerin kosinüs fonksiyonun grafiğiyle alakalı yeterli bilgiye sahip olmadıkları sonucu elde edilir.



Şekil 4.4.22. [Ö116]'ya ait yazılı sınav kâğıdından alıntı



Şekil 4.4.23. Öğrenci B'ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.4.23'teki grafiği çizen öğrenci B ile yapılan görüşme sonuçları şu şekildedir:

Araştırmacı: Grafiği nasıl çizdiğini anlatır mısın?

Öğrenci B: Grafikleri çok iyi bilmiyorum. Rast gele çizdiğim için yanlış oldu.

Araştırmacı: Derste grafik görmediniz mi?

Öğrenci B: Gördük ama çok bilmiyorum.

Hatalı ve hep pozitif değerler alan bir grafik çizen öğrenci D ile yapılan görüşmede şunları ifade etmiştir:

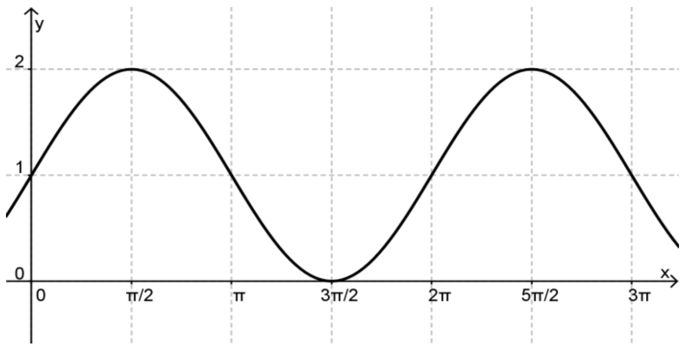
Araştırmacı: Grafiği nasıl çizdiğini anlatır mısın?

Öğrenci D: Oradaki değerleri(π, π/2) bilmiyorum. Onları anlamadım. Aynı zamanda karıştırdım. Grafikleri çok iyi bilmiyorum. Rast gele çizdim.

Yukarıdaki diyalogdan da anlaşıldığı gibi, öğrenci D'nin özellikle radyan kavramıyla ilgili sıkıntılarının olduğu görülmektedir.

4.3.2. Trigonometri Konusunda Bilgi Düzeylerini Belirleme Testi 5. Soru İle İlgili Bulgular ve Yorumlar

5. soru: Aşağıda verilen grafiğin ait olduğu trigonometrik fonksiyonu bulunuz.



Tablo 4.6'da Trigonometri konusunda bilgi düzeylerini belirleme testinde yer alan 5. sorunun analiz sonuçları verilmiştir.

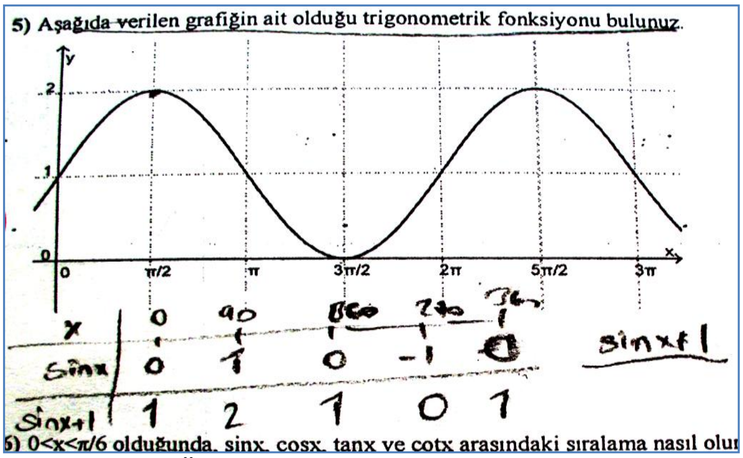
Tablo 4.6. 5. sorunun analiz sonuçları

	Kişi sayısı	Yüzde		
Doğru çözüm yapan	85	52		
Yanlış çözüm yapan	42	25		
Boş bırakan	38	23	Doğru çözümü yapanlar içindeki sayısı	Doğru çözüm yapanlar içindeki yüzdesi
Sinx'in grafiğinden faydalanma	12	7	10	12

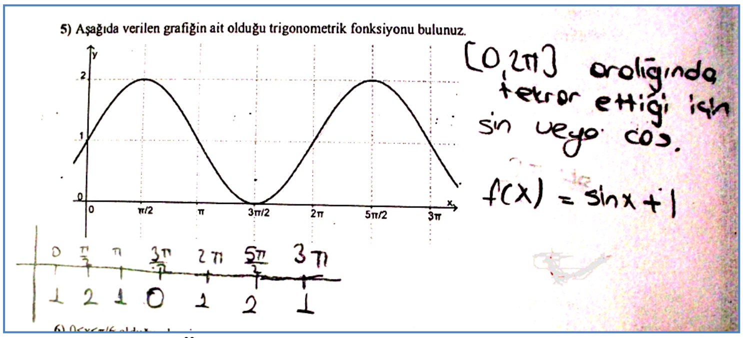
Tablo 4.6'ya göre, 5. soruda doğru çözüm yapanların %52'lik bir oranla 85 kişi oldukları görülmektedir. Yanlış çözüm yapan kişilerin sayısı 42 olup yüzdesi %25 olarak hesaplanmıştır. 38 kişi ise soruyu boş bırakmış ve boş bırakanların yüzdesi %23

şeklinde bulunmuştur. Sorunun çözümünde sinx'in grafiğinden faydalananlar %7'lik bir oranla 12 kişi ve bunların doğru çözüm yapanlar arasındaki sayısı 10 kişi olup yüzdesi %12 şeklinde tespit edilmiştir.

Şekil 4.5.1, Şekil 4.5.2, Şekil 4.5.3, Şekil 4.5.4, Şekil 4.5.5, Şekil 4.5.6, Şekil 4.5.7 ve Şekil 4.5.8'de yer alan örneklerde doğru çözümler görülmektedir. Şekil 4.5.1 ve Şekil 4.5.2'deki grafikler üzerindeki verilerle tablo oluşturularak tahmin yoluyla sonuca gidilmiştir.

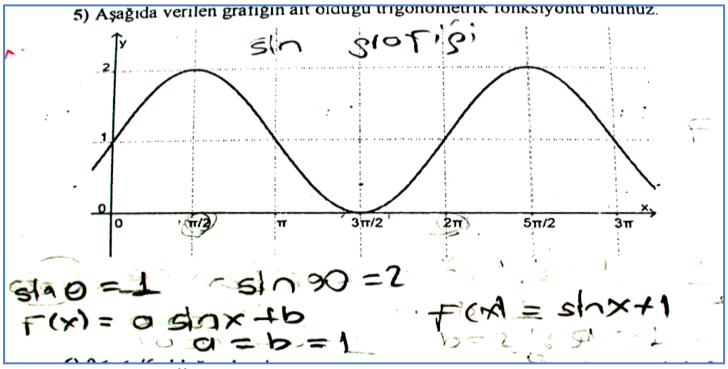


Şekil 4.5.1. [Ö154]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı



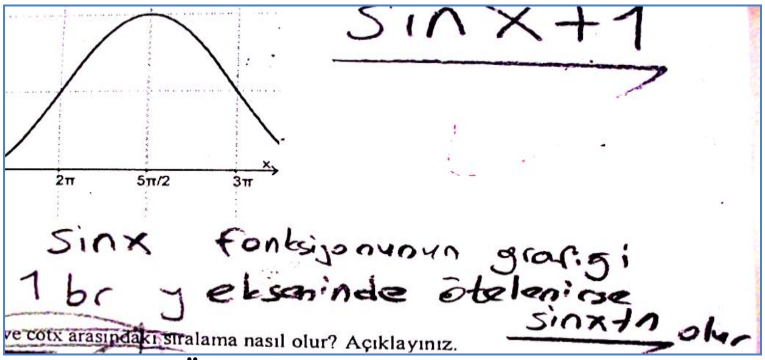
Şekil 4.5.2. [Ö96]'ya ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.5.3'te grafiğin sinüs fonksiyonu olduğu tahmin edilip genel denklemde katsayılar bulunarak sonuç elde edilmiştir.

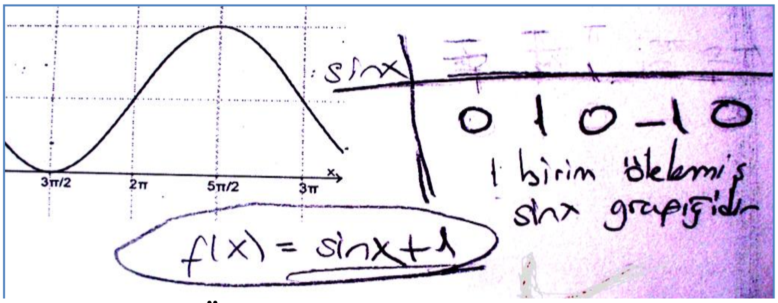


Şekil 4.5.3. [Ö161]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

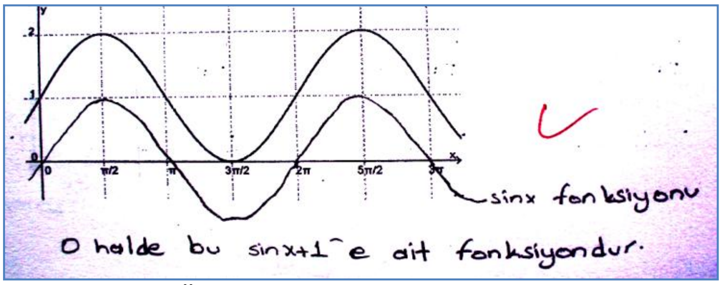
Şekil 4.5.4, Şekil 4.5.5 ve Şekil 4.5.6'da sinüs fonksiyonunun grafiğinden faydalanılmıştır. Şekil 4.5.4 ve Şekil 4.5.5'te sinüs fonksiyonunun grafiğinin ötelenmesine vurgu yapılmıştır. Şekil 4.5.6'da ise fazla bir açıklama yapılmadan sadece verilen grafik üzerine sinüs fonksiyonunun grafiği de ilave edilerek sonuç ifade edilmiştir.



Şekil 4.5.4. [Ö150]'ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

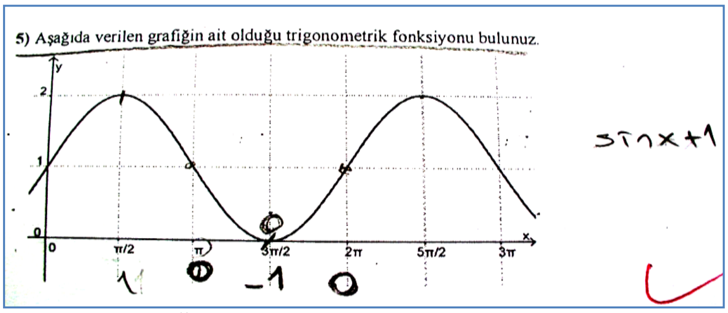


Şekil 4.5.5. [Ö25]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

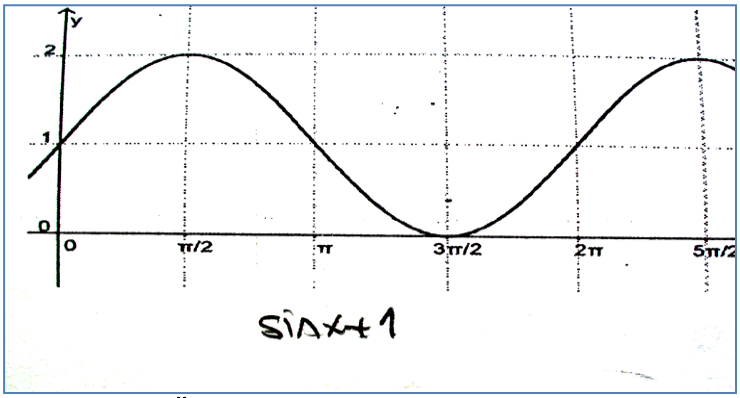


Şekil 4.5.6. [Ö94]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.5.7 ve Şekil 4.5.8'de açıklama olmaksızın sadece sonuç ifade edilmiştir. Özellikle Şekil 4.5.8'de hiçbir işlem görülmemektedir. Buradan da, bazı öğrencilerin detaylı işlemlere girmeden sonuca gitmeye meyilli oldukları sonucu elde edilebilir.



Şekil 4.5.7. [Ö153]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı



Şekil 4.5.8. [Ö116]'ya ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.5.8'dekine benzer şekilde öğrenci A ve öğrenci E sadece sonucu yazmışlardır ve öğrenci A yapılan görüşmede şunları ifade etmiştir:

Araştırmacı: Bu sonucu nasıl elde ettin?

Öğrenci A: İlk önce y=1 doğrusunu çizdim. Sonra grafik üzerindeki değerlere baktım. π/2'de 2 olmuş. Sinπ/2=1'dir. Oradan sonucu buldum.

Aynı soru üzerinde öğrenci E ile yapılan görüşmeden bir alıntı ise şu şekildedir:

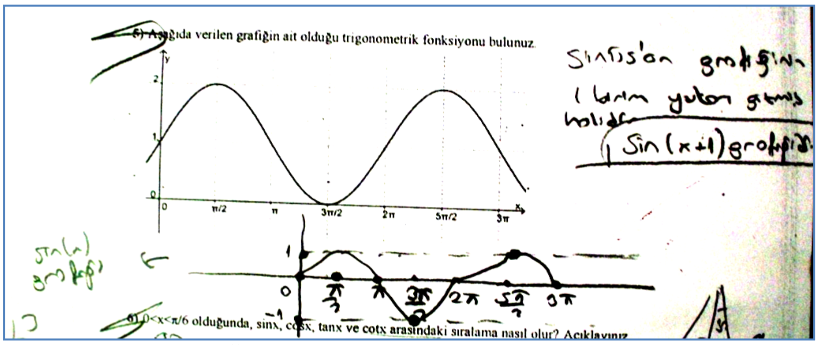
Araştırmacı: Bu sonucu nasıl elde ettin?

Öğrenci E: x ekeninde atladığı değerlere yani değer aralığına bakıp, fonksiyonun hangi tür olduğunu buluyorum. Daha sonra, y ekeninde ne kadar yukarıda veya aşağıda ise, o yanındaki sabit değer oluyor.

Araştırmacı: Yani, sinüs fonksiyonunun grafiğinin bir birim ötelenmiş hali.

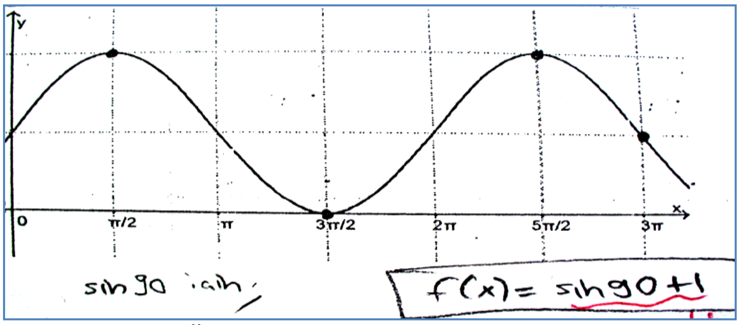
Öğrenci E: Evet.

Şekil 4.5.9, Şekil 4.5.10 ve Şekil 4.5.11'de hatalı sonuçlara örnekler verilmiştir. Şekil 4.5.9'da çözüme doğru başlanılmış, sinüs fonksiyonu ile ilişki kurulmuş ve hatta ötelemeye vurgu yapılmış; fakat yanlış sonuca ulaşılmıştır. Bu da, trigonometrik fonksiyonların grafikleri ve öteleme ile ilgili sıkıntıların varlığına delil olabilir.

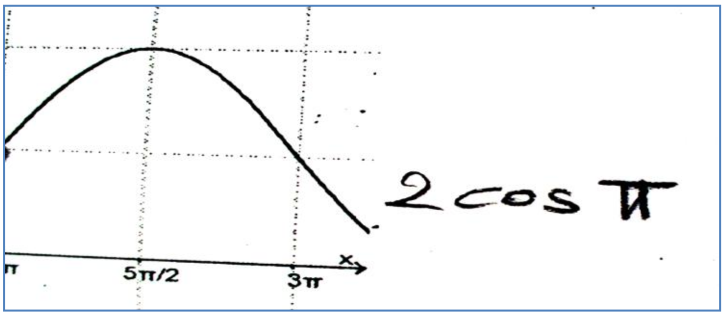


Şekil 4.5.9. [Ö29]'a ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.5.10 ve Şekil 4.5.11'de sonuçların hatalı olmasının yanında, bunları yapan öğrencilerin fonksiyon bilgisinde sıkıntıların olduğu bir gerçektir. Çünkü ifade edilen sonuçlar sabit fonksiyon belirtmektedir. Bu durum önceki bilgilerin önemini vurgulamakta ve önceki bilgilerdeki sıkıntılar giderilmeden tam öğrenmenin gerçekleşmeyeceğini göstermektedir.

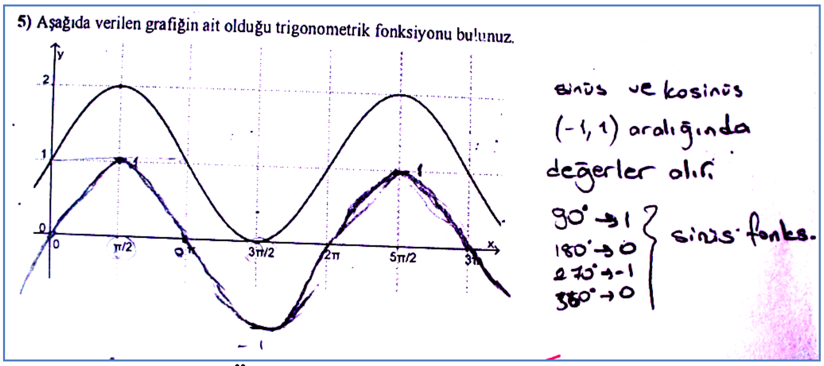


Şekil 4.5.10. [Ö115]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı



Şekil 4.5.11. [Ö61]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.5.12'de ise verilen grafik üzerine sinüs fonksiyonunun grafiği ilave edilmiş ve verilen grafiğin sinüs fonksiyonu ile ilişkisi ortaya konmuştur. Fakat net sonuç ifade edilmemiştir.



Şekil 4.5.12. [Ö100]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

5. soruya "tanx" cevabını veren öğrenci B ile yapılan görüşmede şunları ifade etmiştir:

Araştırmacı: Sonucu nasıl buldun?

Öğrenci B: Tahmin ettim.

Araştırmacı: Sonucu yanlış tahmin etmişsin. Doğrusu ne olabilir?

Öğrenci B: Sanırım sinüs fonksiyonuna benziyor. Fakat net bir fikrim yok.

Cevap olarak "2.sin fonksiyonu" yazan öğrenci C ile yapılan görüşme sonuçları şu şekildedir:

Araştırmacı: Sonucu nasıl buldun?

Öğrenci C: Sınavda son anda öyle tahmin ettim. Fakat sınav sonrası doğru cevap aklıma geldi.

Soruyu boş bırakan öğrenci D ile yapılan görüşmede şu ifadelere yer vermiştir:

Araştırmacı: Bu soruya hiç bakmadın mı?

Öğrenci D: Baktım ama düşünemedim.

4. sorudaki ve bu sorudaki açıklamaları, bu öğrencilerin trigonometrik fonksiyonların grafiklerini yeterli seviyede anlamadıklarını ortaya koymaktadır.

Tablo 4.7'de Trigonometri konusunda bilgi düzeylerini belirleme testinde yer alan 4 ve 5. soruların birlikte kıyaslanmasıyla elde edilen analiz sonuçları verilmiştir.

Tablo 4.7. 4 ve 5. soruların kıyaslanması

	Kişi sayısı	**Genelde yüzdesi**	**4. soruda doğru çözüm yapanlar içindeki yüzdesi**	**5. soruda doğru çözüm yapanlar içindeki yüzdesi**
Her ikisini de doğru yapanlar	62	38	76	73
4. soruda doğru çözüm yapıp 5. soruda yanlış çözüm yapanlar	14	8	17	
4. soruda doğru çözüm yapıp 5. soruyu boş bırakanlar	6	4	7	
5. soruda doğru çözüm yapıp 4. soruda yanlış çözüm yapanlar	22	13		26
5. soruda doğru çözüm yapıp 4. soruyu boş bırakanlar	1	1		1

Tablo 4.7'ye göre, 4 ve 5. soruların her ikisini de doğru yapanların sayısı 62 kişi olup genelde(165 kişi arasında) yüzdesi %38 olarak tespit edilmiştir. 4. soruda doğru çözüm yapanlar(82 kişi) arasındaki yüzdesi %76 ve 5. soruda doğru çözüm yapanlar arasındaki(85 kişi) yüzdesi ise, %73 olarak hesaplanmıştır. 4. soruda doğru çözüm yapıp 5. soruda yanlış çözüm yapanların sayısı 14 kişi olup genelde yüzdesi %8

ve 4. soruda doğru çözüm yapanlar arasındaki yüzdesi %17 şeklinde bulunmuştur. 4. soruda doğru çözüm yapıp 5. soruyu boş bırakanların sayısı 6 kişi olup genelde yüzdesi %4 ve 4. soruda doğru çözüm yapanlar arasındaki yüzdesi %7 şeklinde tespit edilmiştir. 5. soruda doğru çözüm yapıp 4. soruda yanlış çözüm yapanların sayısı 22 kişi olup genelde yüzdesi %13 ve 5. soruda doğru çözüm yapanlar arasındaki yüzdesi %26 olarak bulunmuştur. 5. soruda doğru çözüm yapıp 4. soruyu boş bırakanların sayısı ise, 1 kişi olup genelde yüzdesi %1 ve 5. soruda doğru çözüm yapanlar arasındaki yüzdesi %1 olarak hesaplanmıştır.

4 ve 5. soruların kıyası hakkında öğrencilerle yapılan görüşme sonuçları şu şekildedir:

Araştırmacı: Bir fonksiyonun grafiğini çizmek mi daha kolay, yoksa grafiği verilen bir fonksiyonu bulmak mı daha kolay? Diğer bir ifadeyle, 4. soru mu daha kolay, yoksa 5. soru mu daha kolay?

Öğrenci A: Grafikle uğraşırsak grafik daha kolay. Ama şu an için, grafiği verilen fonksiyonu bulmak daha kolay gibi. Genel de bu tip sorular çıkıyor. Grafik çizimiyle ilgili bir durum karşımıza çok çıkmıyor.

Diğer öğrenciler aynı soruya öğrenci A ile benzer cevabı vermiştir. Sadece öğrenci B herhangi bir yorumda bulunmamıştır.

Tablo 4.5, Tablo 4.6 ve Tablo 4.7'ye bakıldığında, 4. soruyu doğru olarak çözenlerin %50, 5. soruyu doğru olarak çözenlerin %52 ve her ikisini de doğru olarak çözenlerin %38 oranında oldukları görülmektedir. Bu sonuçlara göre, üçüncü araştırma sorusu olan 'Lise öğrencilerinin trigonometri konusunda temsiller arası geçişlerdeki becerileri ne düzeydedir?' sorusunun cevabı orta düzeydedir şeklinde ifade edilebilir.

4.4. Dördüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Dördüncü araştırma sorusu olan 'Lise öğrencilerinin trigonometri konusuna ait problem çözümlerinde farklı temsilleri kullanabilme becerileri ne düzeydedir?' sorusunun cevabını belirleme adına Trigonometri konusunda bilgi düzeylerini belirleme testinde yer alan 6. soruya verilen cevaplar incelenmiştir.

Yazılı sınav ve mülakatlardan elde edilen sonuçlar öğrencilerin farklı temsilleri kullanabilme noktasında zayıf olduklarını göstermektedir. Ağırlıklı olarak cebirsel yaklaşımın kullanıldığı tespit edilmiştir. Geometrik yaklaşım ise daha az kullanılmıştır. Grafik yaklaşım ise hiç kullanılmamıştır.

4.4.1. Trigonometri Konusunda Bilgi Düzeylerini Belirleme Testi 6. Soru İle İlgili Bulgular ve Yorumlar

6. soru: $0<x<\pi/6$ olduğunda, sinx, cosx, tanx ve cotx arasındaki sıralama nasıl olur? Açıklayınız.

Tablo 4.8'de Trigonometri konusunda bilgi düzeylerini belirleme testinde yer alan 6. sorunun analiz sonuçları verilmiştir.

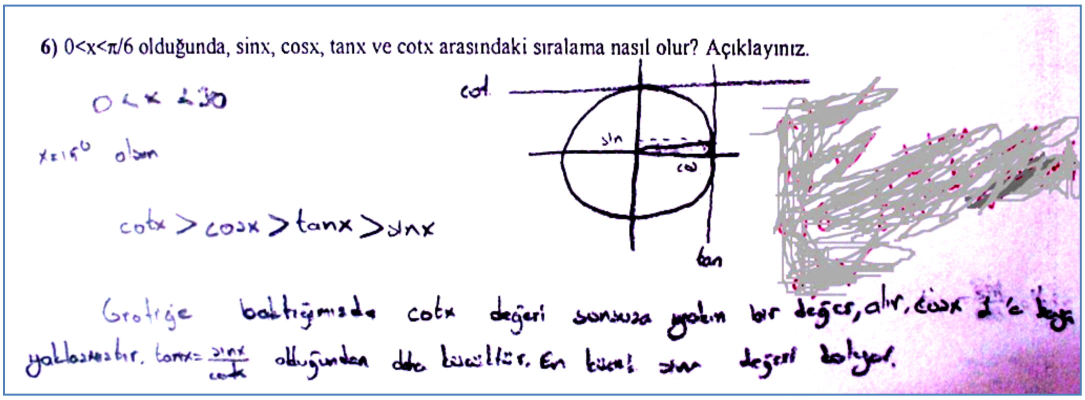
Tablo 4.8. 6. sorunun analiz sonuçları

	Kişi sayısı	**Yüzde**		
Doğru çözüm yapan	65	39		
Yanlış çözüm yapan	94	57		
Boş bırakan	6	4	Doğru çözümü yapanlar içindeki sayısı	Doğru çözüm yapanlar içindeki yüzdesi
Birim çemberi kullanan	54	33	53	82
Değer veren	104	63	49	75
Değer verip genel çözümü yazan	82	50	41	63
Değer verip genelleme yapmayan	22	13	8	12
Değer olarak 30'u kullanan	76	46	38	58
Açıklama ya da yorum yapan	9	5	4	6
Sıralamada tanjant ve kosinüsün yerlerini ters yazan	33	20		
Sıralamada tanjant ve sinüsün yerlerini ters yazan	15	9		

Tablo 4.8'e göre, bu soruda doğru çözüm yapanların %39'luk bir oranla 65 kişi oldukları görülmektedir. Yanlış çözüm yapanları %57'lik bir oranla 94 kişi oldukları tespit edilmiştir. Boş bırakanlar ise, 6 kişi olup yüzdesi %4 şeklinde bulunmuştur. Sorunun çözümünde birim çemberi kullananlar %33'lük bir oranla 54 kişi olup, doğru

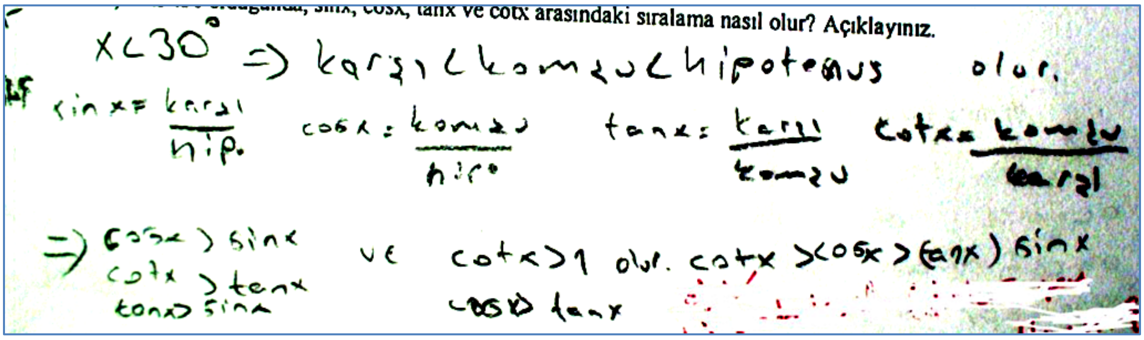
çözümü yapanlar arasındaki sayısı 53 ve yüzdesi %82 olarak belirlenmiştir. Değer vererek çözüme ulaşanların %63'lük bir oranla 104 kişi oldukları görülmektedir. Değer vererek çözüme ulaşanların doğru çözümü yapanlar arasındaki sayısı 49 ve yüzdesi %7 olarak hesaplanmıştır. Değer verip genel çözümü yazanlar %50'lik bir oranla 82 kişi olup, bunların doğru çözümü yapanlar arasındaki sayısı 41 ve yüzdesi %63 olarak bulunmuştur. Değer verip genelleme yapmayanlar %13'lük bir oranla 22 kişi olup, bunların doğru çözümü yapanlar arasındaki sayısı 8 ve yüzdesi %12 şeklinde tespit edilmiştir. Değer olarak 30'u kullananlar %46'lık bir oranla 76 kişi olup, bunların doğru çözümü yapanlar arasındaki sayısı 38 ve yüzdesi %58 olarak tespit edilmiştir. Açıklama ya da yorum yapanlar %5'lik bir oranla 9 kişi olup, bunların doğru çözümü yapanlar arasındaki sayısı 4 ve yüzdesi %6 olarak hesaplanmıştır. Son olarak, sıralamada tanjant ve kosinüsün yerlerini ters yazanların %20'lik bir oranla 33 kişi; tanjant ve sinüsün yerlerini ters yazanların %9'luk bir oranla 15 kişi oldukları görülmektedir.

Şekil 4.6.1'de doğru sonuca ulaşılmıştır. Bunun için, birim çemberden ve kısmen de grafikten faydalanıldığı görülmektedir. Fakat burada grafik derken birim çemberin kastedilme durumu ağır basmaktadır. Başka bir ifadeyle, birim çember üzerinde verilen aralıktaki açıların trigonometrik değerleri kıyaslanarak sonuca gidildiği anlaşılmaktadır.



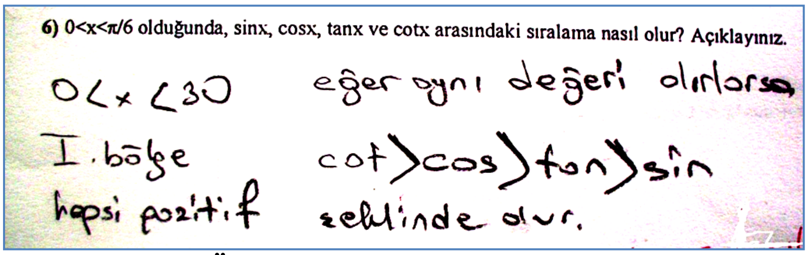
Şekil 4.6.1. [Ö148]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.6.2'de doğru sonuca dik üçgenden faydalanılarak ulaşılmıştır. Fakat burada cosx>tanx ifadesi net açıklanmamıştır.



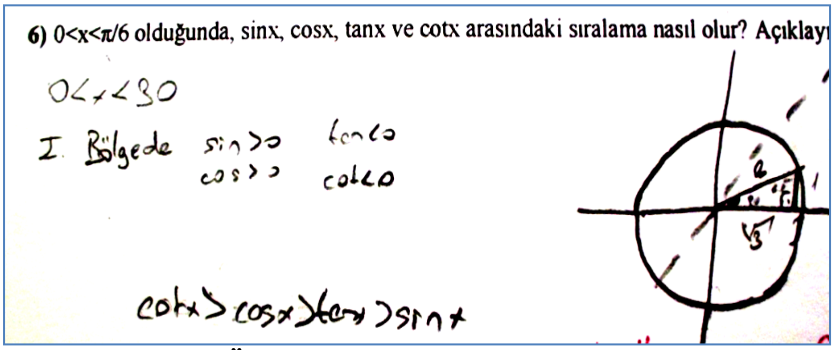
Şekil 4.6.2. [Ö9]'a ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.6.3'te sonuç doğru olarak ifade edilmiş fakat neden sorusuna net yanıt verilmemiştir.



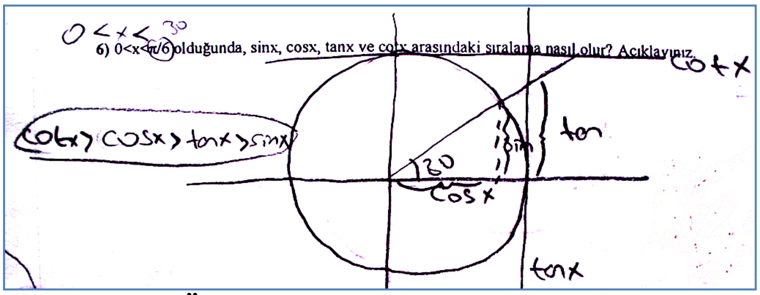
Şekil 4.6.3 [Ö128]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.6.4'te doğru sonuç ifade edilmiş fakat açıklama yanlış ve yetersiz. Tanjant ve kotanjantın negatif olduğunu iddia etmiş ki, bu durum ulaştığı sonuçla çelişkili bir durum arz etmektedir.



Şekil 4.6.4. [Ö125]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.6.5'te birim çemberden faydalanılmış ve doğru sonuç elde edilmiştir. Değer olarak 30^0 kullanılmış ve sıralamanın nedenlerine dair bir açıklamaya yer verilmemiştir.



Şekil 4.6.5. [Ö120]'ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Doğru sonucu ifade edip yeterli açıklamada bulunmayan öğrenci A ile yapılan görüşme sonuçları şu şekildedir:

Araştırmacı: Bu sonuca nasıl ulaştın?

Öğrenci A: 30^0nin trigonometrik oranlarını esas alarak yaptım. Kosinüsü sinüse çevirdim. $\text{Cos}30^0=\sin60^0$ ve $\cot30^0=\tan60^0$ oluyor. Tanjant ve kosinüs için 30^0'yi kullandım. Yani, değer vererek buldum.

Araştırmacı: Grafikten faydalanmak hiç aklına gelmedi mi?

Öğrenci A: Grafik uygulamayı hiç görmediğim için kullanmadım.

Yukarıdaki diyalogdan derslerde grafiğin uygulamalarına yönelik etkinliklere çok fazla yer verilmediği anlaşılmaktadır.

Hiçbir açıklama yapmadan doğru sonucu ifade eden öğrenci D ile yapılan görüşme sonuçları şu şekildedir:

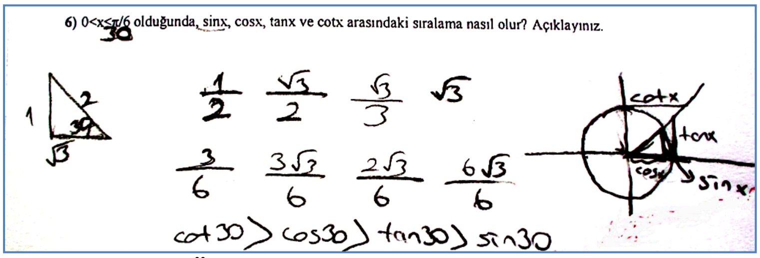
Araştırmacı: Bu sonuca nasıl ulaştın?

Öğrenci D: 3-4-5 üçgeninden faydalandım.

Araştırmacı: Peki, neden hiç açıklama yapmadın?

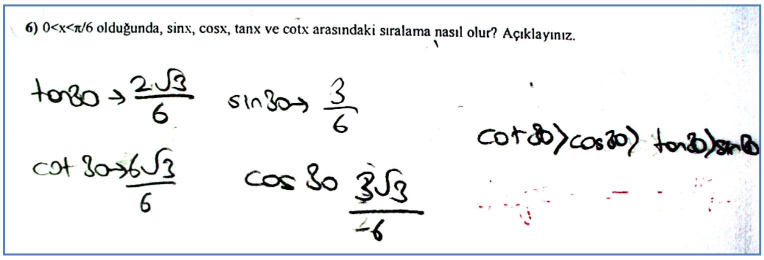
Öğrenci D: Açıklama yapamadım. Ayrıca $0<x<\pi/6$ ifadesinin anlamını bilmiyorum.

Şekil 4.6.6'da 30^0'nin trigonometrik oranları arasında sıralama yapılarak doğru sonuca gidilmiş fakat genelleme yapılmamıştır. Ayrıca birim çember çizilmiş fakat faydalanılıp faydalanılmadığı net olarak ortaya konmamıştır.



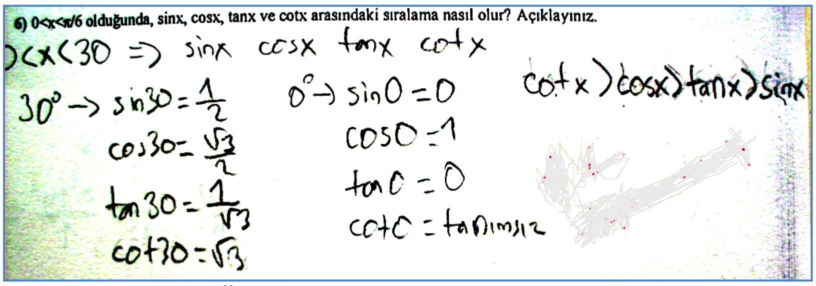
Şekil 4.6.6. [Ö153]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.6.7’de 30^0’nin trigonometrik oranları doğru olarak sıralanmış fakat genelleme yapılmamıştır.



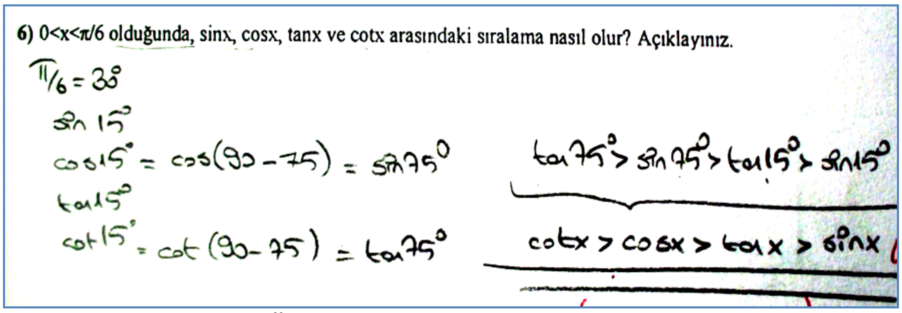
Şekil 4.6.7. [Ö61]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.6.8’de 30^0 ve 0^0’nin trigonometrik oranları sıralanarak genellemeye gidilmiş ve doğru sonuç ifade edilmiştir.



Şekil 4.6.8. [Ö100]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.6.9’da 15^0 ve tümler açısı olan 75^0’nin trigonometrik oranları arasındaki ilişkilerden istifade edilerek doğru sıralama yapılmıştır. Fakat burada yapılan açıklamanın yetersiz olduğu görülmektedir.



Şekil 4.6.9. [Ö93]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

30^0'nin trigonometrik oranlarını kullanarak doğru sonuca ulaşan öğrenci E ile yapılan görüşmede şunları ifade etmiştir:

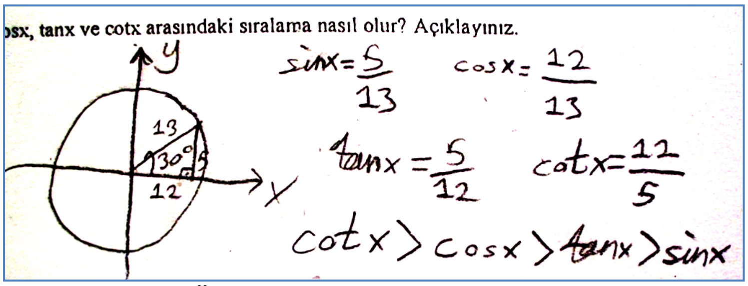
Araştırmacı: Sonucu nasıl buldun?

Öğrenci E: 30^0'nin trigonometrik oranlarını sıraladım.

Araştırmacı: Peki, 0^0 ile 30^0 arasındaki her değer için bulduğun sonuç geçerli midir?

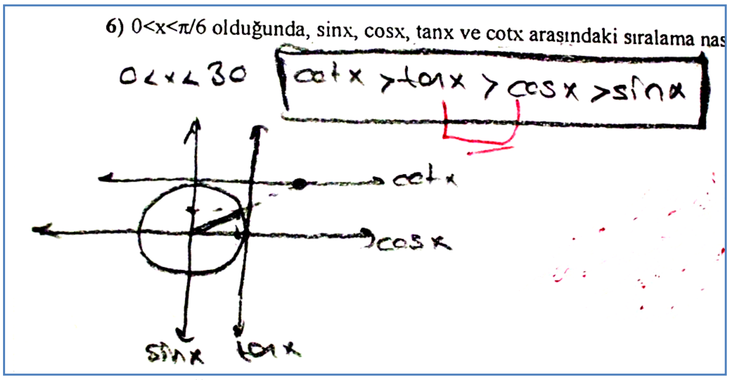
Öğrenci E: Geçerlidir.

Şekil 4.6.10'da doğru sonuç ifade edilmiş ve bu sonuca ulaşmada değer olarak 30^0 kullanılmıştır. Fakat 30^0'nin trigonometrik oranları yanlış ifade edilmiştir. Kısacası, sonuç doğru fakat kullanılan argümanların hatalı olduğu görülmektedir.



Şekil 4.6.10. [Ö115]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.6.11'de, birim çemberden faydalanılmış fakat sıralamada tanx ve cosx'in yerleri ters ifade edilmiştir.



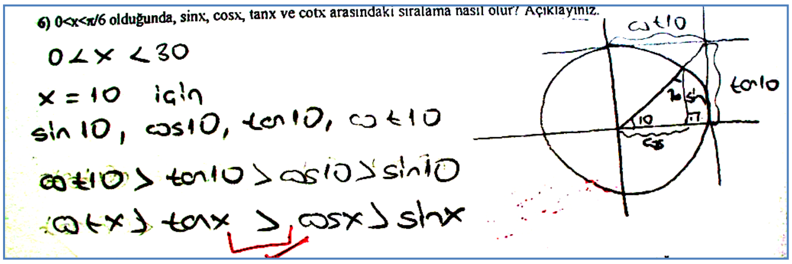
Şekil 4.6.11. [Ö89]'a ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.6.11'deki gibi benzer şekil ve yöntemle aynı hatalı sonucu elde eden ve net bir açıklama yapmayan öğrenci C ile yapılan görüşmede şunları ifade etmiştir:

Araştırmacı: Bu sonuca nasıl ulaştın?

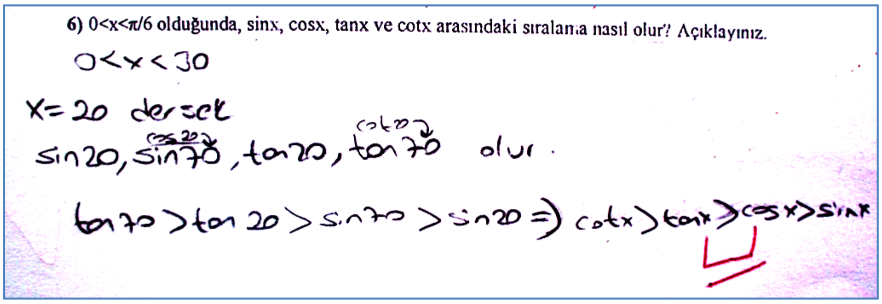
Öğrenci C: Birim çember çizdim. Aklımda böyle kalmış, böyle çizdim ve çizdiğim bu şekle göre yapmaya çalıştım. Değer vermedim. Ayrıca bu konu anlatıldığında derse geç geldiğim için bazı noktalarda sıkıntım var. Ki, bulduğum sonuç da hatalı.

Şekil 4.6.12'de 10^0'nin trigonometrik oranları birim çember yardımıyla sıralanmış ve genel sonuca gidilmiştir. Fakat tanjant ve kosinüsün sıralamasında hata yapılmıştır.



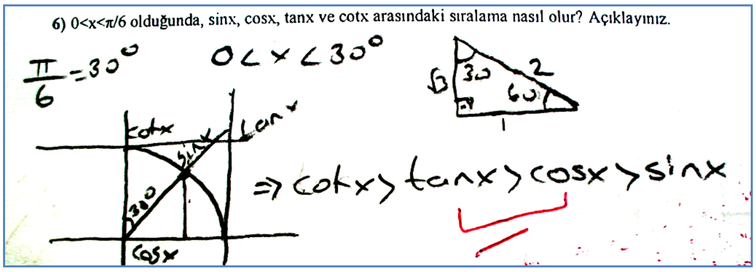
Şekil 4.6.12. [Ö161]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.6.13'te 20^0 ve 70^0'nin trigonometrik oranları arasında sıralama yapılmış ve genellemeye gidilmiştir. Fakat tanx>cosx alınarak hata yapılmıştır.



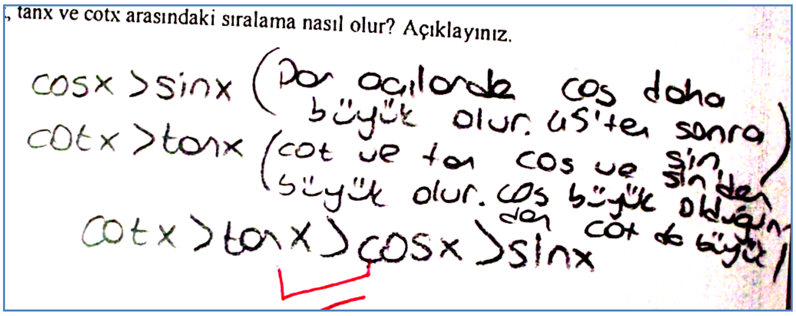
Şekil 4.6.13. [Ö163]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.6.14'te 30^0'nin trigonometrik oranları birim çember yardımıyla sıralanarak genelleme yapılmış fakat tanjantla kosinüsün sıralamasında hata yapılmıştır.



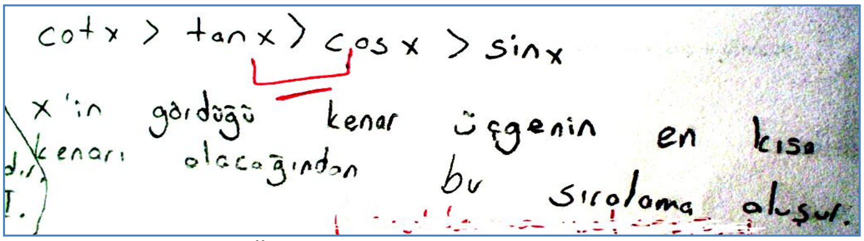
Şekil 4.6.14. [Ö33]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.6.15'te dik üçgende trigonometrik oranlar hakkında yorum yapılarak sıralamaya gidilmiş fakat tanx>cosx yazılarak hata yapılmıştır.



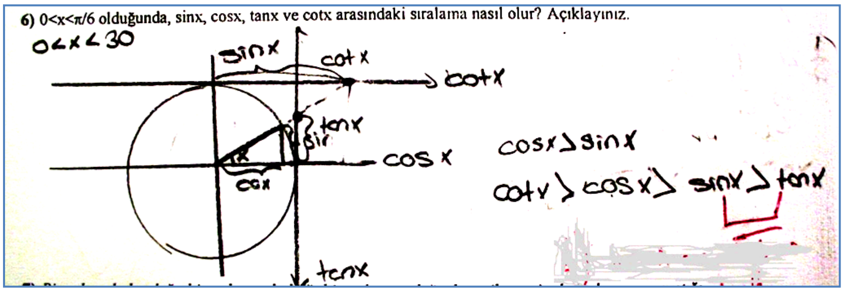
Şekil 4.5.15. [Ö96]'ya ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.6.16'da dik üçgende trigonometrik oranlar yorumlanarak sonuca gidilmiş fakat yetersiz bir açıklama yapılmış ve hatalı bir sonuç elde edilmiştir. Sonuçta tanx ve cosx'in sıralamadaki yerleri ters yazılmıştır.



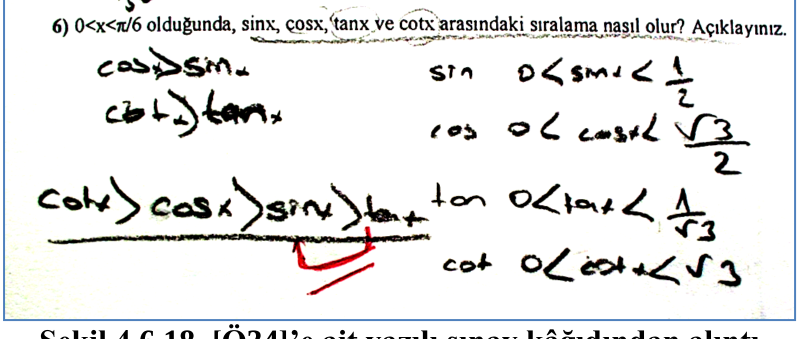
Şekil 4.6.16. [Ö131]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.6.17'de birim çember kullanılarak sıralama yapılmış fakat sıralamada sinx ve tanx'in yerleri ters yazılmıştır.



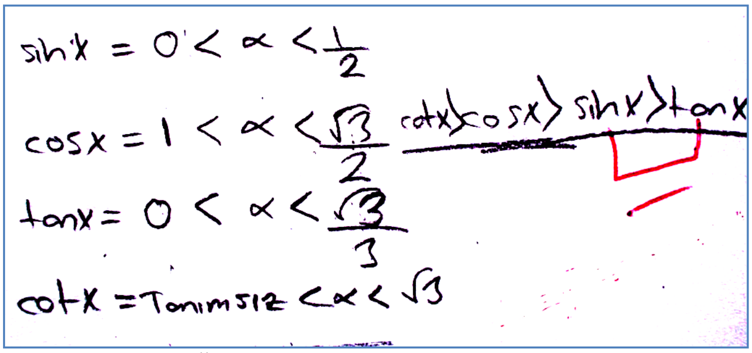
Şekil 4.6.17. [Ö150]'ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.6.18'de verilen aralıktaki açıların trigonometrik oranlarının aldığı değerlerin aralıkları ifade edilerek sonuca gidilmiş fakat sinx ve tanx'in yerleri ters yazılarak hata yapılmıştır. Ayrıca kosinüs ve kotanjantın değer aralıkları yanlış ifade edilmiştir. Bu da, bu öğrencinin kosinüs ve kotanjantın değer kümeleriyle ilgili problemleri olduğunu göstermektedir.



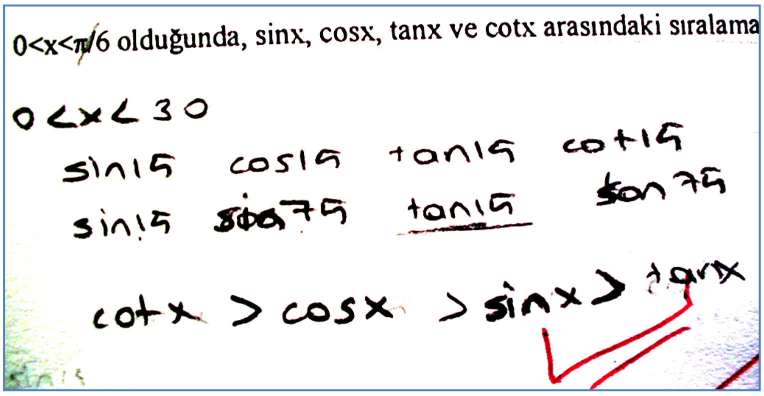
Şekil 4.6.18. [Ö34]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.6.19’da, Şekil 4.6.18’deki gibi, verilen aralıktaki açıların trigonometrik oranlarının aldığı değerlerin aralıkları ifade edilerek sonuca gidilmiş fakat sinx ve tanx’in yerleri ters yazılarak hata yapılmıştır. Ayrıca kosinüs ve kotanjantın değer aralıkları ifade edilirken yapılan hataya baktığımızda, bu öğrencinin aralık kavramı hakkında sıkıntılarının olduğu sonucu çıkartılabilir.



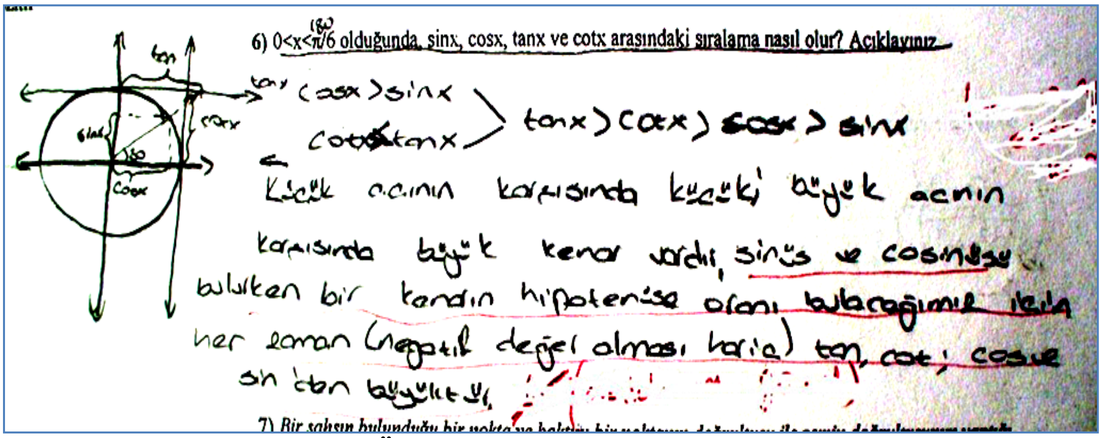
Şekil 4.6.19. [Ö111]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.6.20’de 15^0 ve 75^0’nin trigonometrik oranları kıyaslanarak sonuca gidilmiş fakat sinx>tanx yazılarak hata yapılmıştır.



Şekil 4.6.20. [Ö152]’ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.6.21’de birim çember ve üçgenin özellikleri esas alınarak sonuca gidilmiş fakat hata yapılmıştır. Birim çemberde tanjant ve kotanjant eksenlerinin yerleri ters alınmıştır. Ayrıca tanjant ve kotanjant değerlerinin sinüs ve kosinüs değerlerinden büyük olması gerektiğini ifade etmiş ki, bu durum öğrencinin birim çember ve trigonometrik oranlar konusunda sıkıntıları olduğu sonucunu vermektedir.



Şekil 4.6.21. [Ö91]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Bu soruda, "cos30=cot30>sin30>tan30" sonucunu elde eden öğrenci B ile yapılan görüşmede şunları ifade etmiştir:

Araştırmacı: Neden 30^0'yi kullandın?

Öğrenci B: 30^0 bilinen bir değer olduğu için kullandım.

Araştırmacı: Verilen aralıktaki her değer için bulduğun sonuç geçerli mi?

Öğrenci B: Geçerli değil.

Araştırmacı: Peki, bulduğun sonuçtan emin misin?

Öğrenci B: Tam olarak emin değilim.

Araştırmacı: Bu soruda başka bir yöntem kullanabilir miyiz?

Öğrenci B: Başka bir yöntem aklıma gelmiyor.

Tablo 4.9'da Trigonometri konusunda bilgi düzeylerini belirleme testinde yer alan 1, 2 ve 6. soruların birlikte kıyaslanmasıyla elde edilen analiz sonuçları verilmiştir.

Tablo 4.9. 1, 2 ve 6. soruların kıyaslanması

	Kişi sayısı	**Genelde yüzdesi**
Her üç soruda da doğru çözüm yapanlar	17	10
Her üç soruda da birim çemberden faydalananlar	5	3
1. soruda cebirsel yöntemi kullanıp diğerlerinde birim çemberden faydalananlar	37	22

Tablo 4.9'a göre, 1, 2 ve 6. sorular birlikte değerlendirildiğinde, her üç soruyu da doğru çözenlerin %10'luk bir oranla 17 kişi oldukları görülmektedir. Her üç soruda

da birim çemberden faydalananların %3'lük bir oranla 5 kişi ve 1. soruda cebirsel yöntem kullanıp diğer sorularda birim çemberden faydalananların %22'lik bir oranla 37 kişi oldukları tespit edilmiştir. Bu sonuçlara göre, dördüncü araştırma sorusu olan 'Lise öğrencilerinin trigonometri konusuna ait problem çözümlerinde farklı temsilleri kullanabilme becerileri ne düzeydedir?' sorusunun cevabı düşük düzeydedir şeklinde ifade edilebilir. Genelde, çözümlerde belirli temsillerde yoğunlaşma olurken, grafik temsilinde olduğu gibi bazı temsillere hiç değinilmediği gözlemlenmiştir. Bunun nedenleri, derslerde işleniş esnasında yer verilmemesi ve öğrencilerin işin kolayına kaçarak çok fazla yorum gerektiren durumlardan uzak durmak istemeleri şeklinde ifade edilebilir.

4.5. Beşinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Beşinci araştırma sorusu olan 'Lise öğrencilerinin trigonometri konusuna ait rutin olmayan problemleri çözme becerileri ne düzeydedir?' sorusunun cevabını belirleme adına Trigonometri konusunda bilgi düzeylerini belirleme testinde yer alan 7 ve 8. sorulara verilen cevaplar incelenmiştir.

Yazılı sınav ve mülakatlardan elde edilen bulgulara göre, öğrencileri trigonometri konusuna ait rutin olmayan problemleri çözmede orta düzeyde becerilere sahip oldukları tespit edilmiştir. En önemli sıkıntıların soruyu anlama ve şekil üzerine aktarmada yaşandığı görülmüştür.

4.5.1. Trigonometri Konusunda Bilgi Düzeylerini Belirleme Testi 7. Soru İle İlgili Bulgular ve Yorumlar

7. soru: Bir şahsın bulunduğu bir nokta ve baktığı bir noktanın doğrultusu ile zemin doğrultusunun yaptığı açıyı, **görüş açısı** diye tanımlayalım.
Bulunduğu şehirdeki dağın yüksekliğini ölçmek isteyen bir şahıs, bir A noktasından dağın zirvesini görüş açısını 30^0 olarak ölçer. Daha sonra, A noktası ve dağla aynı doğrultuda geriye doğru 2 km giderek bir B noktasına gelir ve bu noktadan dağın zirvesini görüş açısını 15^0 olarak ölçer. Buna göre, dağın yüksekliği kaç metredir? Bulunuz.

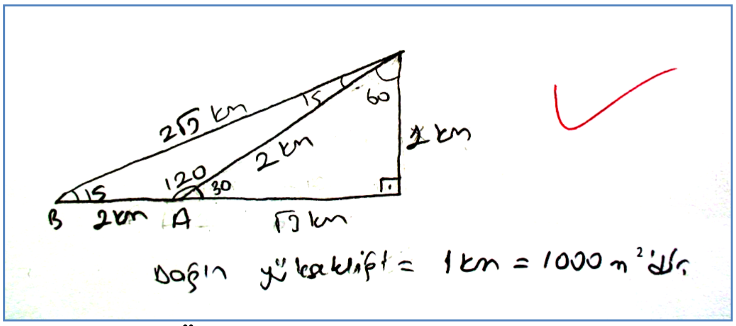
Tablo 4.10'da Trigonometri konusunda bilgi düzeylerini belirleme testinde yer alan 7. sorunun analiz sonuçları verilmiştir.

Tablo 4.10. 7. sorunun analiz sonuçları

	Kişi sayısı	Yüzde		
Doğru çözüm yapan	88	53		
Yanlış çözüm yapan	57	35		
Boş bırakan	20	12	Doğru çözümü yapanlar içindeki sayısı	Doğru çözüm yapanlar içindeki yüzdesi
Soruyu doğru anlama	127	77	88	100
Çizimi doğru yapma	116	70	88	100
Trigonometri kullanma	111	67	88	100
Soruyu anladığı halde çizimi doğru yapamama	6	4		
Açıyla uzunluk arasında orantı kurma	9	5		
İki ayrı şekil olarak çizme	9	5		

Tablo 4.10'a göre, doğru çözüm yapan kişi sayısının %53'lük bir oranla 88 kişi oldukları görülmektedir. Yanlış çözüm yapan kişi sayısının %35'lik bir oranla 57 kişi ve boş bırakan kişi sayısının %12'lik bir oranla 20 kişi olduğu tespit edilmiştir. Soruyu doğru anlayanlar, %77'lik bir oranla 127 kişi olup bunların doğru çözüm yapanların arasındaki sayısının %100'lük bir oranla 88 kişi olduğu belirlenmiştir. Çizimi doğru yapanlar, %70'lik bir oranla 116 kişi olup bunların doğru çözüm yapanların arasındaki sayısı %100'lük bir oranla 88 kişi şeklinde ifade edilmiştir. Sorunun çözümünde trigonometri kullananlar, %67'lik bir oranla 111 kişi olup bunların doğru çözüm yapanların arasındaki sayısının %100'lük bir oranla 88 kişi olduğu görülmektedir. Trigonometri olarak ağırlıklı bir şekilde 30-60-90 üçgeni kullanıldığı gözlemlenmiştir. Soruyu anladığı halde doğru çizim yapamayanların sayısı 6 kişi olup yüzdesi %4 olarak hesaplanmıştır. Açıyla uzunluk arasında orantı kuranların %5'lik bir oranla 9 kişi ve son olarak, iki ayrı şekil olarak çizenlerin %5'lik bir oranla 9 kişi oldukları görülmektedir.

Şekil 4.7.1 ve Şekil 4.7.2'de sorunun doğru anlaşılıp şeklin doğru çizildiği ve 30-60-90 üçgeninin özelliklerinden faydalanıldığı görülmektedir.



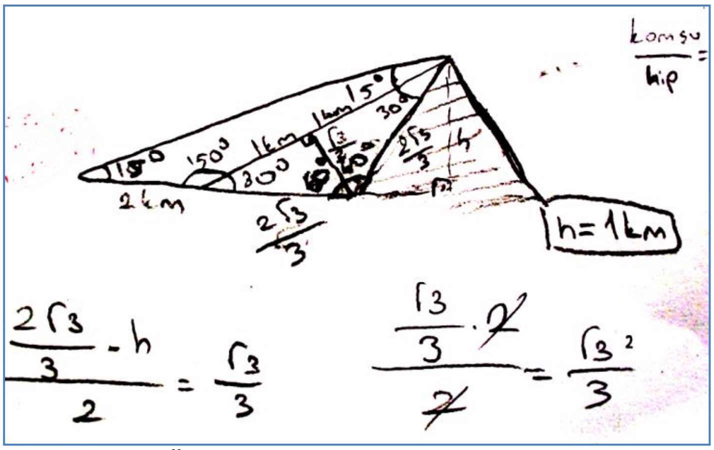
Şekil 4.7.1. [Ö161]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.7.1'dekine benzer bir yöntemle doğru sonucu elde eden öğrenci E ile yapılan görüşmede şunları ifade etmiştir:

Araştırmacı: Soruyu nasıl çözdün?

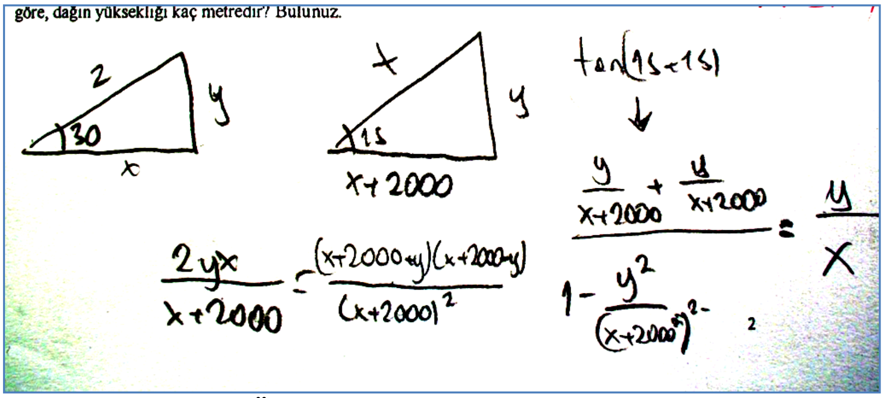
Öğrenci E: Geometrik olarak çözdüm. Yarım açı formüllerini bilseydim daha rahat yapardım diye düşünüyorum.

Şekil 4.7.2'deki çözümde işlemler biraz sıkıntılı gibi görülmektedir. Alanı kullanmıştır. Sağdaki eşitlik önce yazılması gerekirken sonra yazılmıştır. Soldaki eşitlikten h=1 m bulmuş ve bu sonucu da şeklin altına yazmıştır.

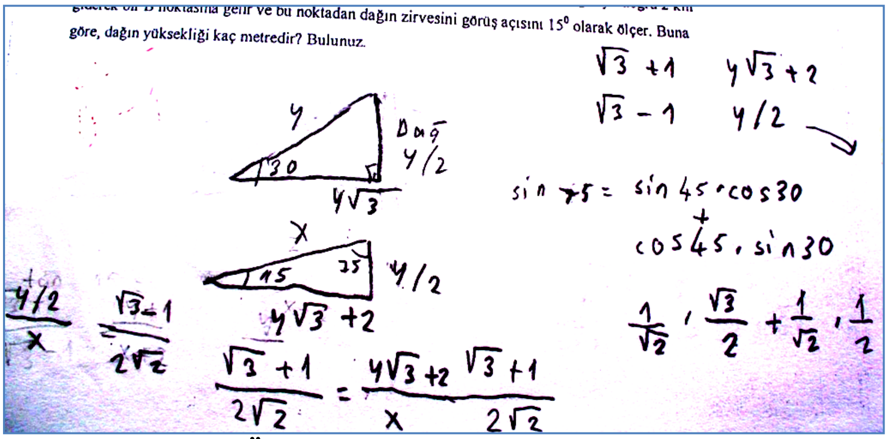


Şekil 4.7.2. [Ö128]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.7.3 ve Şekil 4.7.4'te iki ayrı şekil üzerinde çözüme gidilmeye çalışılmıştır. Şekil 4.7.3'te bazı şeylerin tam anlaşılmadığı ve ayrıca verilen bilgilerin şekil üzerine aktarmada sıkıntı yaşandığı görülmektedir. Şekil 4.7.4'te ise nispeten daha doğru fakat şeklin düzgün oluşturulamaması nedeniyle sonuca ulaşılamadığı anlaşılmaktadır.

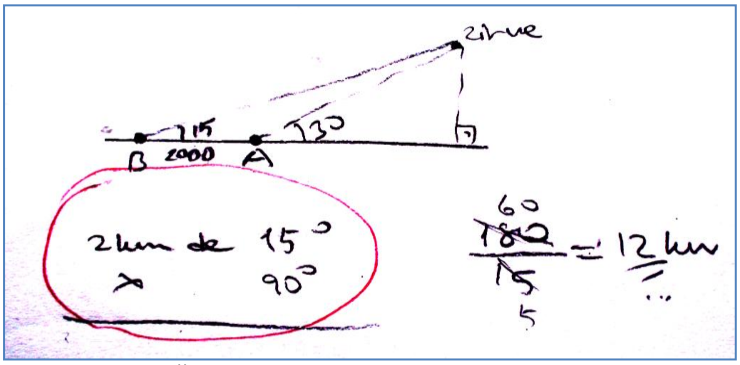


Şekil 4.7.3. [Ö129]'a ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

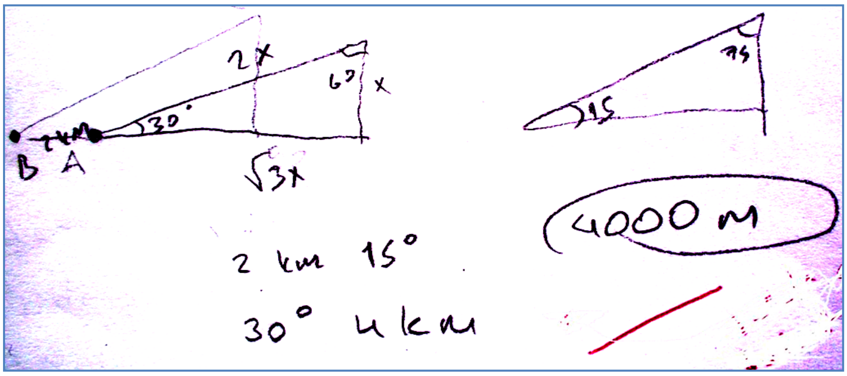


Şekil 4.7.4. [Ö116]'ya ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.7.5 ve Şekil 4.7.6'da açıyla uzunluk arasında orantı kurularak sonuca gidilmiş ve hata yapılmıştır. Her iki şekilde de soruyu anlamada ve şekle aktarmada problem gözükmemektedir. Fakat öğrencilerin açı-uzunluk ilişkisi hakkında sahip oldukları kavramsal sıkıntılar nedeniyle böyle bir sonuç ortaya çıkmıştır. Ayrıca Şekil 4.7.6'daki orantı ifadesi de hatalıdır.



Şekil 4.7.5. [Ö127]'ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı



Şekil 4.7.6. Öğrenci B'ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.7.6'daki işlemleri yapan öğrenci B ile yapılan görüşme sonuçları şu şekildedir:

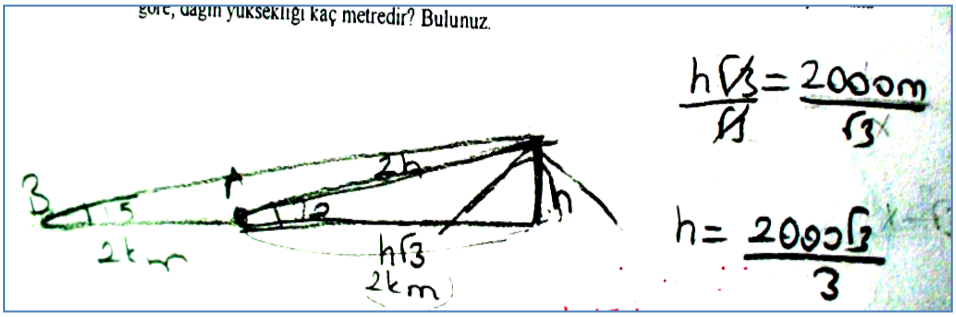
Araştırmacı: Neden böyle bir işlem yaptın?

Öğrenci B: Nedenini bilmiyorum. O an aklıma öyle geldi. Öyle bir mantık kurdum. Ama muhtemelen yanlıştır.

Araştırmacı: (Şekli çizerek) Şimdi çözer misin?

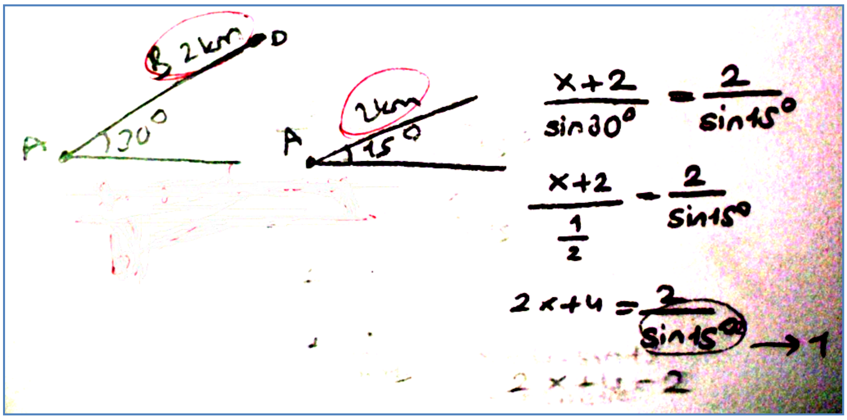
Öğrenci B: (doğru sonucu elde etti)

Şekil 4.7.7'de sorunun doğru anlaşılması ve şekle doğru aktarılmasına rağmen doğru sonuç elde edilememiştir. Buradaki en önemli problem öğrencinin üçgendeki eşitlikleri görememesidir. Diğer bir ifadeyle, geometriye dair bir problem göze çarpmaktadır.



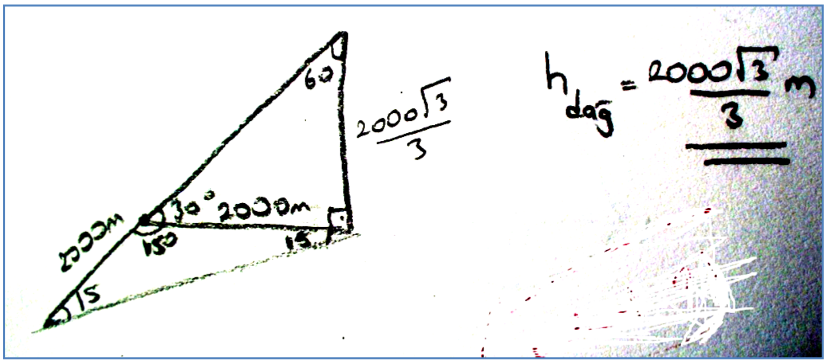
Şekil 4.7.7. [Ö162]'ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.7.8 Şekil 4.7.9 ve Şekil 4.7.10'da soru anlaşılmamıştır. Her iki şekilde de, 'A noktası ve dağla aynı doğrultuda geriye doğru 2 km giderek bir B noktasına gelir' ifadesi yanlış anlaşılmış ve 'dağla aynı doğrultuda' ifadesi yerine 'dağın zirvesiyle aynı doğrultuda' ifadesi alınmıştır. Şekil 4.7.8'de soruyu anlamamanın yanında, iki ayrı şekil çizilmiş ve kullanılan eşitliğin hatalı olduğu görülmektedir. Eşitlik olarak sinüs teoremi kullanılmış fakat şekillerle ilişkilendirmek çok mümkün gözükmemektedir. Ayrıca $\sin 15^0 = 1$ alınmıştır. Sonuç olarak, bu öğrencinin trigonometri ve geometri hakkında ciddi bilgi eksikliğinin olduğu anlaşılmaktadır.



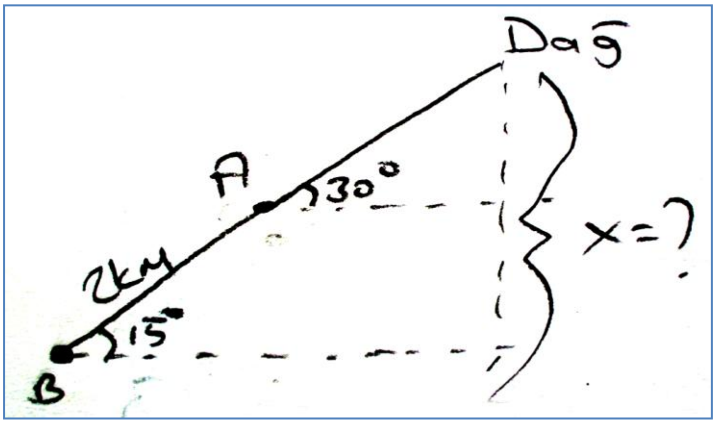
Şekil 4.7.8. [Ö117]'ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.7.9'da sorudaki ifadeyi yanlış anlamanın haricinde bir problem gözükmemektedir. Gerekli geometrik ve trigonometrik işlemler doğru uygulanmış fakat sorunun anlaşılamaması nedeniyle doğru sonuç elde edilememiştir.



Şekil 4.7.9. [Ö148]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.7.10'da ise sadece şekil çizilmiş ve herhangi bir işlem yapılmamıştır. Şekil ise, sorudaki ifadeyi yanlış anlamaktan dolayı hatalı çizilmiştir.



Şekil 4.7.10. [Ö33]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

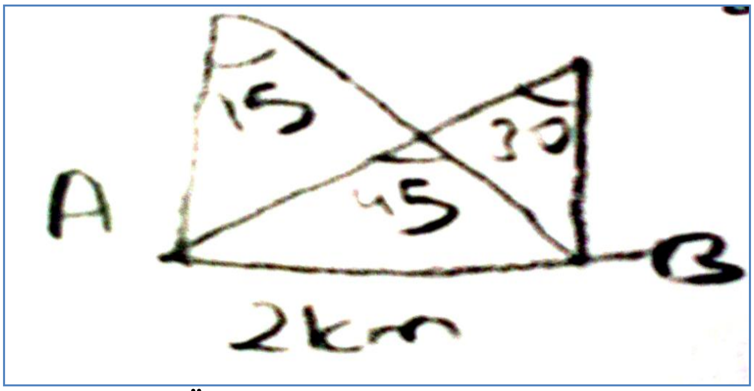
Şekil 4.7.10'dakine benzer bir şekil çizen öğrenci D ile yapılan görüşmede şunları ifade etmiştir:

Araştırmacı: Neden böyle bir şekil çizdin?

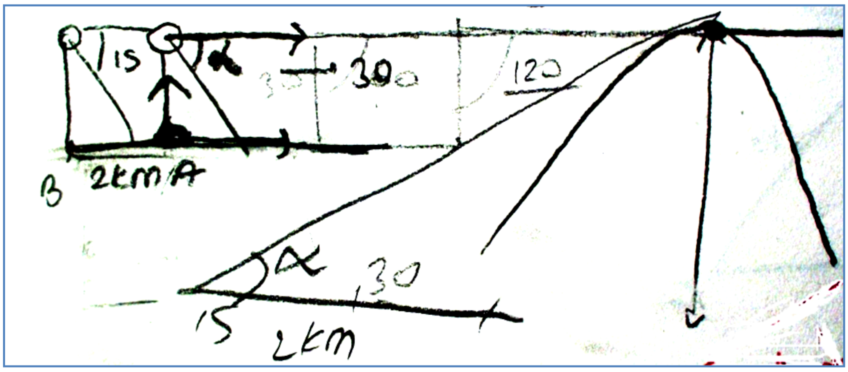
Öğrenci D: İlk defa böyle bir soruyla karşılaştım. Soruyu çok anlamadım. Rast gele çizdim.

Bu açıklama, bu tip problemlere derslerde çok fazla yer verilmediğine kanıt olabilir.

Şekil 4.7.11 ve Şekil 4.7.12'de görüş açısının anlaşılmadığı görülmektedir.



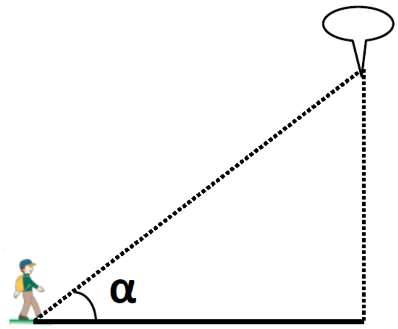
Şekil 4.7.11. [Ö157]'ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı



Şekil 4.7.12. [Ö110]'a ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

4.5.2. Trigonometri Konusunda Bilgi Düzeylerini Belirleme Testi 8. Soru İle İlgili Bulgular ve Yorumlar

8. soru: Ahmet, kendisinden 200 m uzaklıktaki bir noktadan bir cismin yukarıya doğru fırlatıldığını görüyor. Cisim 30 m/dk sabit hızla dikey olarak yükseldiğine ve Ahmet cismin bırakıldığı noktaya doğru 20m/dk sabit hızla yatay doğrultuda hareket ettiğine göre, 4 dakika sonra Ahmet'in cismi görüş açısını bulunuz.



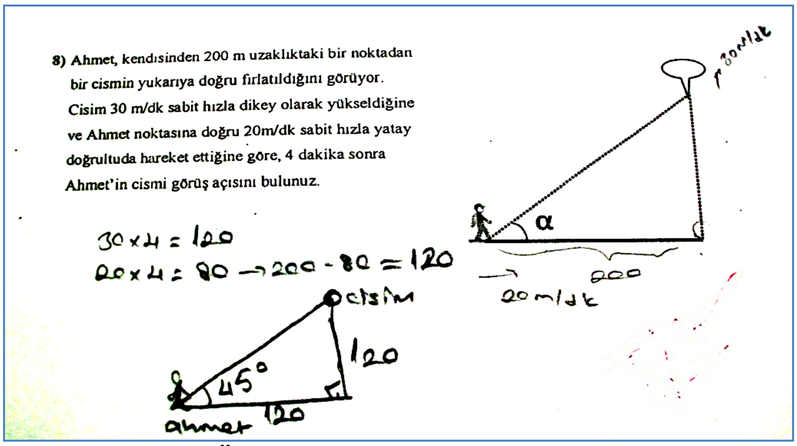
Tablo 4.11'de Trigonometri konusunda bilgi düzeylerini belirleme testinde yer alan 8. sorunun analiz sonuçları verilmiştir.

Tablo 4.11. 8. sorunun analiz sonuçları

	Kişi sayısı	**Yüzde**		
Doğru çözüm yapan	91	55		
Yanlış çözüm yapan	42	26		
Boş bırakan	32	19	Doğru çözümü yapanlar içindeki sayısı	Doğru çözüm yapanlar içindeki yüzdesi
Soruyu doğru anlama	110	67	91	100
Trigonometri kullanma	98	59	90	99
200 m'yi yanlış yere yerleştiren	19	12		
Ahmet'in hipotenüs boyunca hareket ettiğini düşünenler	6	4		

Tablo 4.11'e göre, doğru çözüm yapanların %55'lik bir oranla 91 kişi olduğu görülmektedir. Yanlış çözüm yapanlar %26'lık bir oranla 42 kişi ve bu soruyu boş bırakanlar ise, %19'luk bir oranla 32 kişi olarak tespit edilmiştir. Soruyu doğru anlayanlar %67'lik bir oranla 110 kişi olup bunların doğru çözüm yapanlar arasındaki sayısı 91 kişi ve yüzdesi %100 şeklinde hesaplanmıştır. Sorunun çözümünde trigonometriyi kullananlar %59'luk bir oranla 98 kişi olup bunların doğru çözüm yapanlar arasındaki sayısı 90 kişi ve yüzdesi %99 olarak ifade edilmiştir. Trigonometri kullanımı olarak, genel itibariyle 45-45-90 üçgeninden faydalanılmıştır. Şekil üzerinde 200 m yi yanlış yere yerleştirenlerin %12'lik bir oranla 19 kişi oldukları görülmektedir. Ahmet'in hipotenüs boyunca hareket ettiğini düşünenler 6 kişi ve yüzdesi %4 olarak bulunmuştur.

Şekil 4.8.1, Şekil 4.8.2, Şekil 4.8.3 ve Şekil 4.8.4'te doğru sonuç 45-45-90 üçgeni kullanılarak elde edilmiştir. Şekil 4.8.1'de sonuç ikinci bir şekil çizilerek bulunmuştur. Şekil 4.8.2 ve Şekil 4.8.3'te aynı şekil üzerinde çözüm yapılmıştır. Şekil 4.8.4'te ise tanjant kullanılarak trigonometriye daha belirgin bir vurgu yapılmıştır.

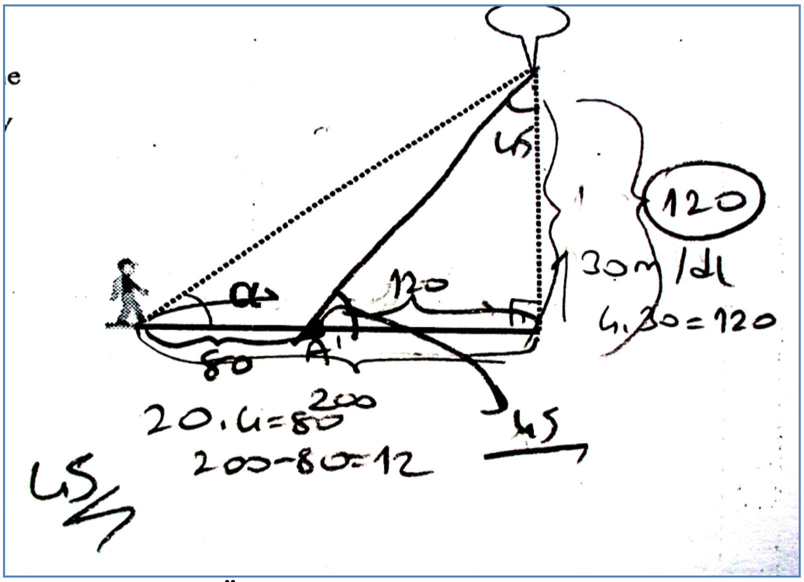


Şekil 4.8.1. [Ö89]'a ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

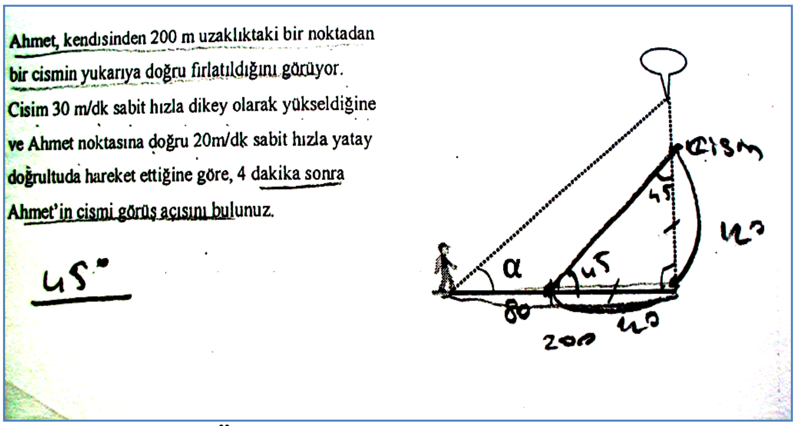
Şekil 4.8.1'dekine benzer bir çözüm yapan öğrenci E ile yapılan görüşme sonuçları şu şekildedir:

Araştırmacı: Soruyu nasıl çözdün?

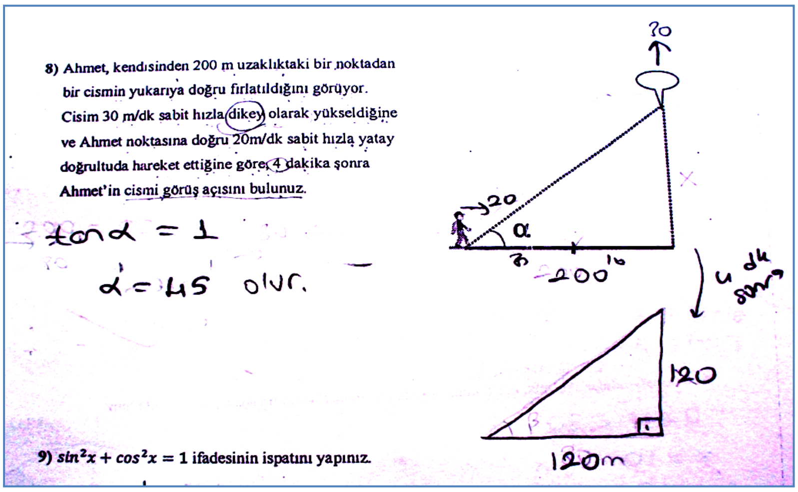
Öğrenci E: 45-45-90 üçgenini kullanarak yaptım.



Şekil 4.8.2. [Ö35]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

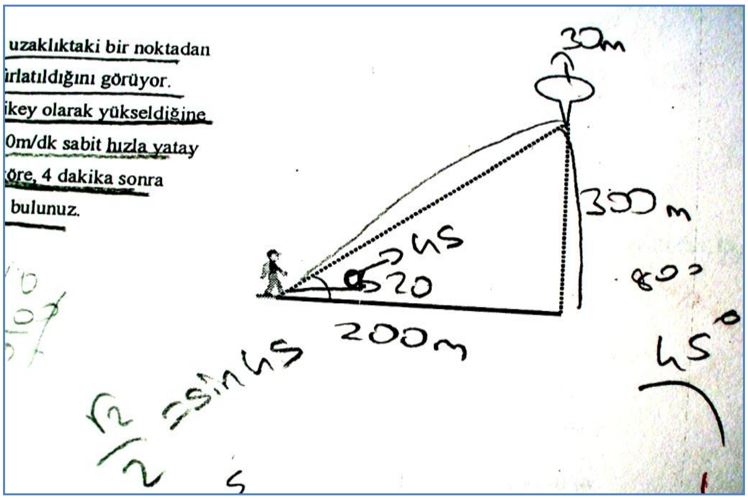


Şekil 4.8.3. [Ö34]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı



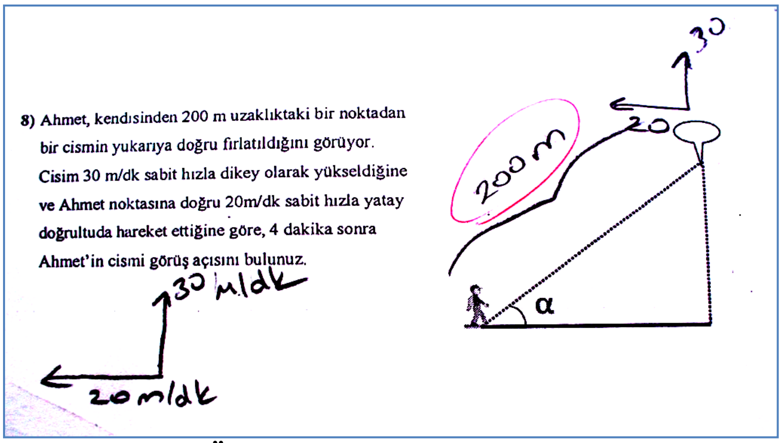
Şekil 4.8.4. [Ö161]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.8.5’te doğru sonuç ifade edilmiş fakat sonucun nasıl bulunduğu net olarak görülmemektedir. Şekil üzerindeki işlemler sonucun nasıl bulunduğuna dair bir fikir vermemektedir.

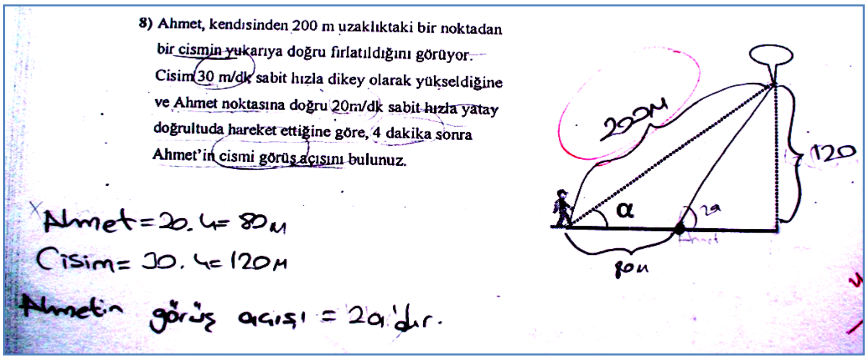


Şekil 4.8.5. [Ö150]’ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.8.6 ve Şekil 4.8.7’de 200 m hipotenüs üzerine yerleştirilmiştir. Şekil 4.8.6’da Ahmet’in hareket yönü ters alınmıştır. Şekil 4.8.7’de ise 200 m’nin yanlış yerde alınması dışında bir hata görülmemektedir. Fakat 200 m yanlış yerde alındığı için sonuç elde edilememiştir.

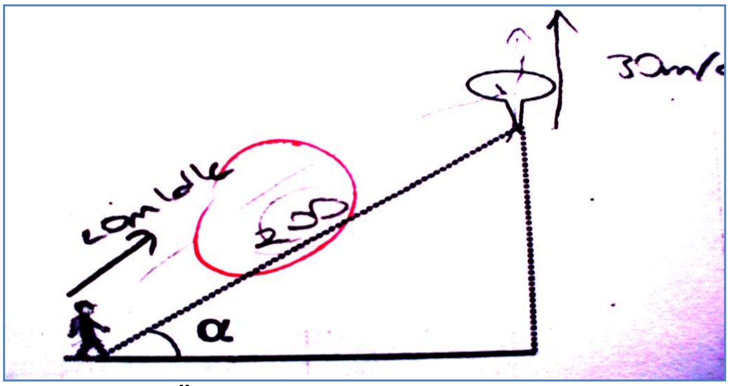


Şekil 4.8.6. [Ö33]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı



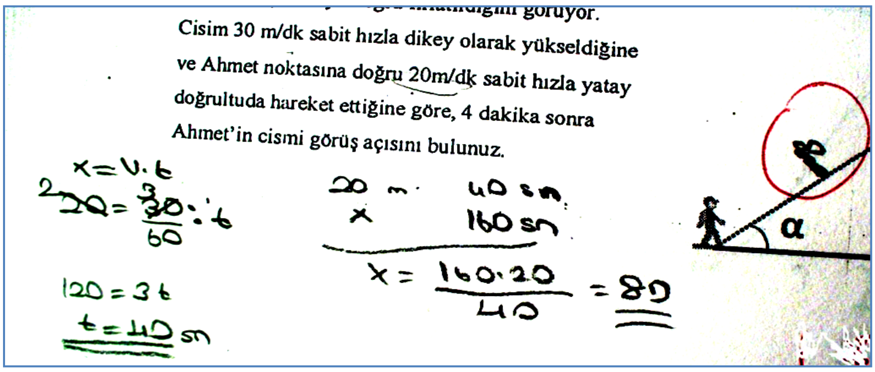
Şekil 4.8.7. [Ö163]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.8.8'de hem 200 m hipotenüs üzerinde alınmış hem de Ahmet'in hipotenüs doğrultusunda hareket ettiği ifade edilmiştir.



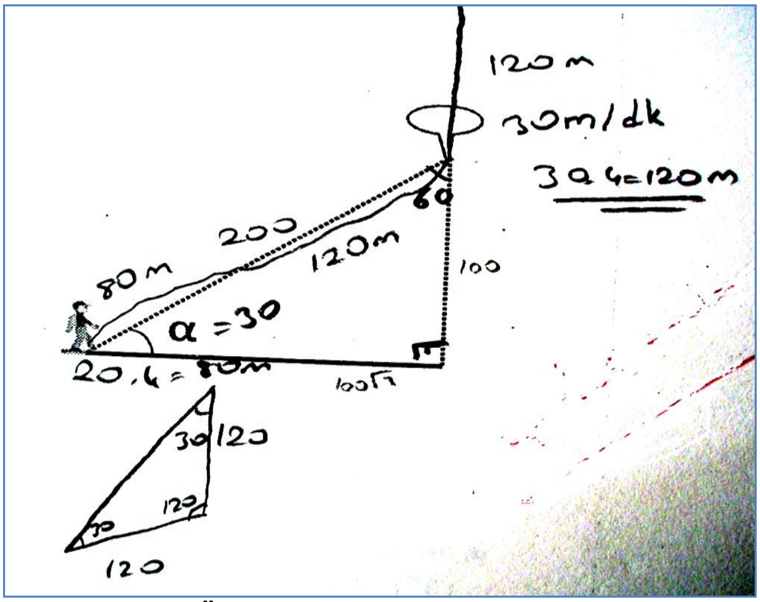
Şekil 4.8.8. [Ö143]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.8.9'da yapılan işleme göre öğrencinin hız kavramında sıkıntıları olduğu anlaşılmaktadır.



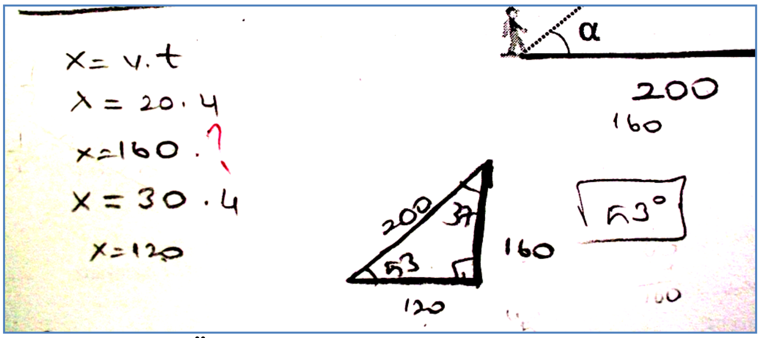
Şekil 4.8.9. [Ö151]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.8.10'da hem 200 m hipotenüs üzerinde alınmış hem de Ahmet'in hipotenüs doğrultusunda hareket ettiği ifade edilmiştir. Ayrıca verilen şekle bakarak balonların üçgenin tepe noktasından bırakıldığı fikrinden hareket edilerek işlemler yapılmış ve yanlış sonuç elde edilmiştir.



Şekil 4.8.10. [Ö148]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.8.11'de 20·4=160 alınmış ve 200 m başlangıçta doğru yere yerleştirilmesine rağmen, daha sonra farklı yere yerleştirilmiştir. Yapılan işlemlere bakıldığında, istenen sonuca ulaşmak için verilerin uyarlandığı anlaşılmaktadır.



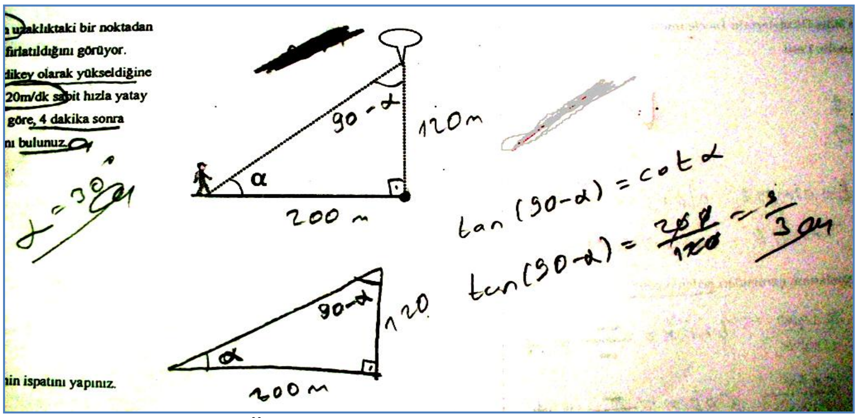
Şekil 4.8.11. [Ö152]'ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

200 m'yi hipotenüs üzerine yerleştiren ve başka hiçbir işlem yapmayan öğrenci D ile yapılan görüşmede şunları ifade etmiştir:

Araştırmacı: Neden hiçbir işlem yapmadın?

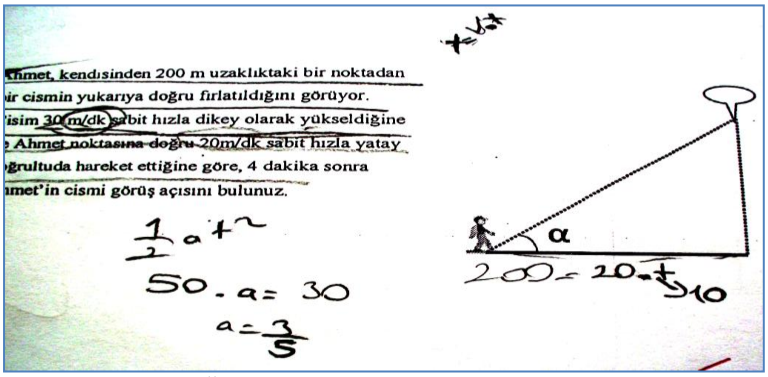
Öğrenci D: Soruyu anlamadım.

Şekil 4.8.12’de Ahmet’in hareket etmediği düşünülmüş ve ona göre işlem yapılmıştır. Ayrıca, bu öğrencinin 30^0’nin trigonometrik değerleriyle ilgili sıkıntısı olduğu görülmektedir.

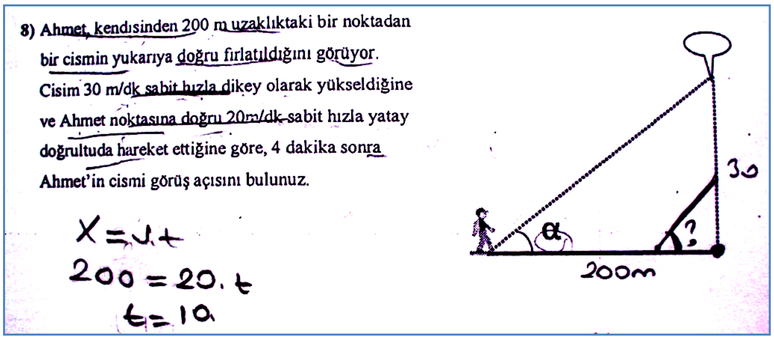


Şekil 4.8.12. [Ö165]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.8.13 ve Şekil 4.8.14’te öğrencilerin verilen soruyu çok anlamadıkları ve hareket problemlerinde sıkıntıları olduğu görülmektedir. Şekil 4.8.13’te balonun hareketi ivmeli hareket gibi düşünülmüştür. Ayrıca, her iki şekilde de, Ahmet’in 200 m boyunca hareket ettiği ifade edilmiştir.



Şekil 4.8.13. [Ö153]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı



Şekil 4.8.14. [Ö138]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Tablo 4.12'de Trigonometri konusunda bilgi düzeylerini belirleme testinde yer alan 7 ve 8. soruların birlikte kıyaslanmasıyla elde edilen analiz sonuçları verilmiştir.

Tablo 4.12. 7 ve 8. soruların kıyaslanması

	Kişi sayısı	Genelde yüzdesi	7. soruda doğru çözüm yapanlar içindeki yüzdesi	8. soruda doğru çözüm yapanlar içindeki yüzdesi
Her ikisini de doğru yapanlar	63	38	72	69
7. soruda doğru çözüm yapıp 8. soruda yanlış çözüm yapanlar	18	11	20	
7. soruda doğru çözüm yapıp 8. soruyu boş bırakanlar	7	4	8	
8. soruda doğru çözüm yapıp 7. soruda yanlış çözüm yapanlar	23	14		25
8. soruda doğru çözüm yapıp 7. soruyu boş bırakanlar	5	3		5

Tablo 4.12'ye göre, 7 ve 8. soruların her ikisini de doğru yapanların sayısı 63 kişi olup genelde(165 kişi arasında) yüzdesinin %38 olduğu görülmektedir. 7. soruda doğru çözüm yapanlar(88 kişi) arasındaki yüzdesinin %72 ve 8. soruda doğru çözüm yapanlar arasındaki(91 kişi) yüzdesinin ise, %69 olduğu belirlenmiştir. 7. soruda doğru çözüm yapıp 8. soruda yanlış çözüm yapanların sayısı 18 kişi olup genelde yüzdesi %11 ve 7. soruda doğru çözüm yapanlar arasındaki yüzdesi %20 şeklinde tespit edilmiştir. 7. soruda doğru çözüm yapıp 8. soruyu boş bırakanların sayısı 7 kişi olup genelde yüzdesi

%4 ve 7. soruda doğru çözüm yapanlar arasındaki yüzdesi %8 olarak bulunmuştur. 8. soruda doğru çözüm yapıp 7. soruda yanlış çözüm yapanların sayısı 23 kişi olup genelde yüzdesi %14 ve 8. soruda doğru çözüm yapanlar arasındaki yüzdesi %25 olarak hesaplanmıştır. 8. soruda doğru çözüm yapıp 7. soruyu boş bırakanların sayısı ise, 5 kişi olup genelde yüzdesi %3 ve 8. soruda doğru çözüm yapanlar arasındaki yüzdesi %5 şeklinde ifade edilmiştir.

7 ve 8. soruların kıyaslanmasıyla alakalı yapılan görüşmelerde öğrenciler şunları ifade etmişlerdir:

Araştırmacı: Sence, 7 ve 8. soruyu beraber düşündüğümüz zaman hangisi daha kolay? Şeklin verilmesinin soruya katkısı nasıl olur?

Öğrenci C: 8 daha kolay. Sözel ifadeler zorluyor. İnsan muallâkta kalıyor. Çizimde hata olabiliyor. O yüzden şekil vermek daha iyi oluyor.

Aynı soruyu diğer öğrenciler de benzer şekilde cevaplamışlardır.

Tablo 4.10, Tablo 4.11 ve Tablo 4.12'ye bakıldığında, 7. soruyu doğru olarak çözenlerin %53, 8. soruyu doğru olarak çözenlerin %55 ve her ikisini de doğru olarak çözenlerin %38 oranında oldukları görülmektedir. Bu sonuçlara göre, beşinci araştırma sorusu olan 'Lise öğrencilerinin trigonometri konusuna ait rutin olmayan problemleri çözme becerileri ne düzeydedir?' sorusunun cevabı orta düzeydedir şeklinde ifade edilebilir. Buradaki sıkıntıların, daha çok problemi tam olarak anlamamaktan ve verileri şekil üzerine doğru bir şekilde yerleştirememekten kaynaklandığı gözlemlenmiştir. Bunun sebebi, derslerde rutin olmayan ve geometrik şekillerin çizimini gerektiren problemlere çok fazla yer verilmemesi şeklinde ifade edilebilir.

4.6. Altıncı Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Altıncı araştırma sorusu olan 'Lise öğrencilerinin trigonometri konusunda ispat yapabilme becerileri ne düzeydedir?' sorusunun cevabını belirleme adına Trigonometri konusunda bilgi düzeylerini belirleme testinde yer alan 9 ve 10. sorulara verilen cevaplar incelenmiştir.

Yazılı sınav ve mülakat sonuçlarına göre, öğrencilerin aşina oldukları bir ispatı yapma becerilerinin orta ya da iyiye yakın düzeyde olduğu, çok fazla ispatı yapılmayan bir ispatı yapma becerilerinin ise düşük düzeyde olduğu tespit edilmiştir. Başka bir ifadeyle, bu sonuçlar öğrenci açısından ezber ağırlıklı bir öğrenmenin gerçekleştiğini ve ispat mantığının çok fazla gelişmediğini göstermektedir.

4.6.1. Trigonometri Konusunda Bilgi Düzeylerini Belirleme Testi 9. Soru İle İlgili Bulgular ve Yorumlar

9. soru: $sin^2x + cos^2x = 1$ ifadesinin ispatını yapınız.

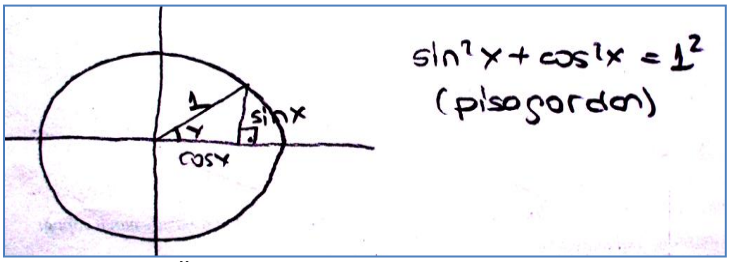
Tablo 4.13'te Trigonometri konusunda bilgi düzeylerini belirleme testinde yer alan 9. sorunun analiz sonuçları verilmiştir.

Tablo 4.13. 9. sorunun analiz sonuçları

	Kişi sayısı	**Yüzde**		
Doğru çözüm yapan	99	60		
Yanlış çözüm yapan	53	32		
Boş bırakan	13	8	Doğru çözümü yapanlar içindeki sayısı	Doğru çözüm yapanlar içindeki yüzdesi
Birim çember kullanan	77	47	71	72
Dik üçgen kullanan	31	19	29	29
Hem değer verip hem de birim çemberde ispat yapma	3	2	3	3
Değer vererek ifadenin doğruluğunu gösterme	42	25		

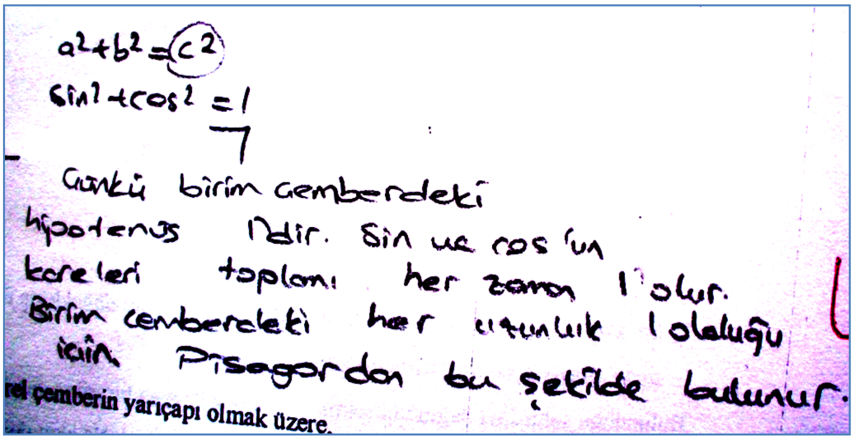
Tablo 4.13'e göre, doğru çözüm yapanların %60'lık bir oranla 99 kişi oldukları görülmektedir. Yanlış çözüm yapanlar %32'lik bir oranla 53 kişi ve boş bırakanlar ise, %8'lik bir oranla 13 kişi olarak tespit edilmiştir. İspat yaparken birim çember kullananlar %47'lik bir oranla 77 kişi olup bunların doğru çözüm yapanlar arasındaki sayısı 71 kişi ve yüzdesi %72 şeklinde bulunmuştur. Dik üçgen kullananlar, %19'luk bir oranla 31 kişi olup bunların doğru çözüm yapanlar arasındaki sayısı 29 kişi ve yüzdesi %29 olarak hesaplanmıştır. Hem değer verip hem de birim çemberde ispat yapanlar ise, %2'lik bir oranla 3 kişi olup bunların doğru çözüm yapanlar arasındaki sayısı 3 kişi ve yüzdesi %3 şeklinde belirlenmiştir. Son olarak, değer vererek ifadenin doğruluğunu gösterenler ise, %25'lik bir oranla 42 kişi olarak bulunmuştur.

Şekil 4.9.1'de birim çember kullanılarak ispat yapılmıştır. Çok detaylı bir açıklama yapılmadan Pisagor teoreminden sonuç ifade edilmiştir.



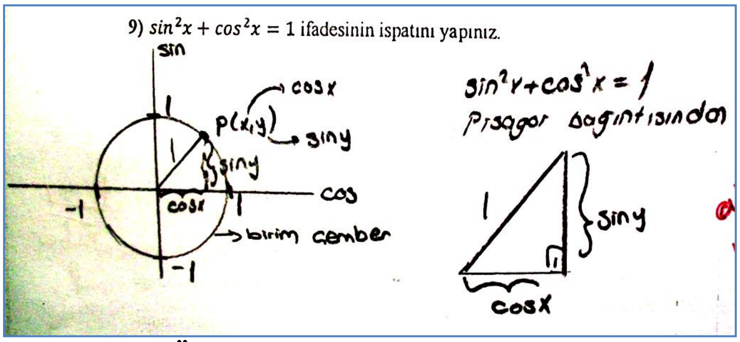
Şekil 4.9.1. [Ö161]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.9.2’de birim çemberin kullanımı açıklama olarak verilmiştir.

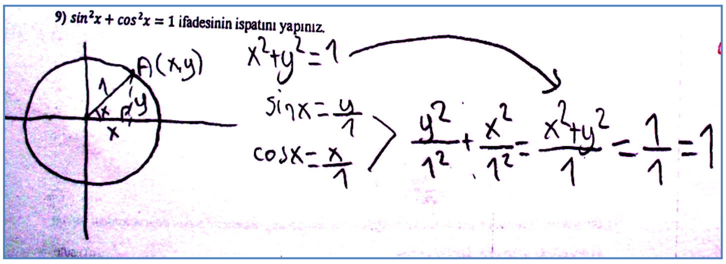


Şekil 4.9.2. [Ö143]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.9.3 ve Şekil 4.9.4’te de birim çember kullanılarak ispat yapılmıştır. Fakat bazı hatalar görülmektedir. Örneğin, Şekil 4.9.3’te P noktasının koordinatları (x,y) olduğu halde, (cosx,siny) alınmıştır. Sonrasında, siny’yi sinx şeklinde ifade etmiştir. Bu da, öğrencinin trigonometrik fonksiyonların birim çember üzerinde temsili ile alakalı problemleri olduğunu göstermektedir. Şekil 4.9.4’te ise açıyla x koordinatı aynı alınmıştır. Dolayısıyla, cosx=x eşitliği elde edilmiştir. Dolayısıyla, bu öğrencinin çok dikkatsiz ya da birim çember ve koordinat sistemi hakkında bir takım kavramsal sıkıntılarının olduğu görülmektedir.



Şekil 4.9.3. [Ö120]'ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı



Şekil 4.9.4. [Ö100]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Birim çemberi kullanarak ispat yapan öğrenci D ile yapılan görüşmede şunları ifade etmiştir:

Araştırmacı: İspatı nasıl yaptın?

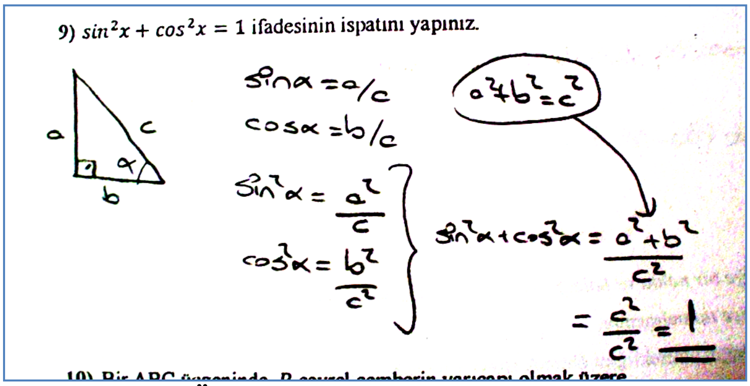
Öğrenci D: Derste görmüştük. Birim çemberde dik üçgenden sonucu elde ettim. Kolay bir şekilde yaptım.

Diğer taraftan, öğrenci D ile benzer şekilde ispat yapan öğrenci E aynı soruya şu şekilde cevap vermiştir:

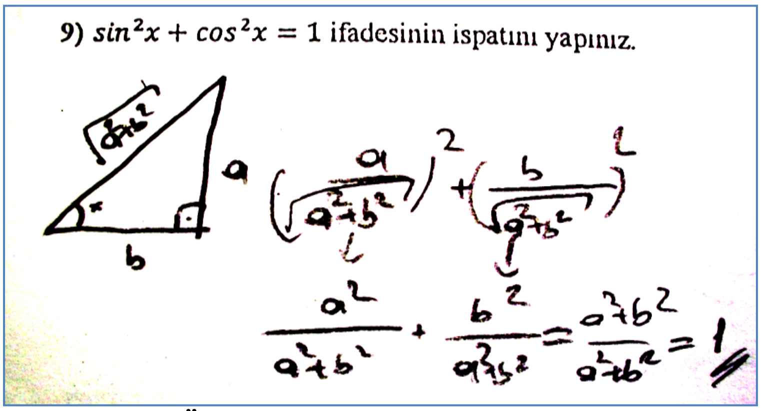
Araştırmacı: İspatı nasıl yaptın?

Öğrenci E: Trigonometri konusunun ilk başlarında bunun ispatını görmüştük. Kolayca yaptım. Birim çemberi kullanıp Pisagor teoreminden sonuca gittim.

Şekil 4.9.5 ve Şekil 4.9.6'da dik üçgen kullanılarak ispat yapılmıştır. Esasen, dik üçgenle yapılan işlemler, birim çemberdekinin biraz daha genelleştirilmiş halidir diye ifade edilebilir.



Şekil 4.9.5. [Ö93]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı



Şekil 4.9.6. [Ö126]'ya ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Dik üçgenden faydalanarak ispat yapan öğrenci A ile yapılan görüşmede şunları ifade etmiştir:

Araştırmacı: Neden bu şekilde ispatladın? Birim çember kullanamaz mıydın?

Öğrenci A: O anda aklıma bu geldi. Birim çember aklıma gelmedi.

Araştırmacı: Şimdi birim çemberi kullanarak ispat yapabilir misin?

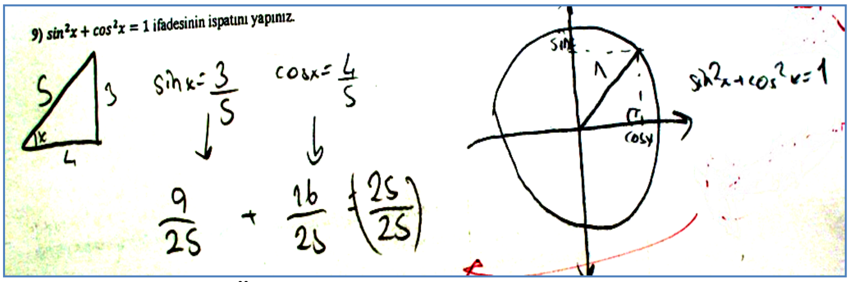
Öğrenci A: (ispatı yaptı)

Öğrenci C ise öğrenci A ile benzer şekilde ispatı yapmış ve kendisiyle yapılan görüşmede şunları ifade etmiştir:

Araştırmacı: Bu ispatı nasıl yaptın?

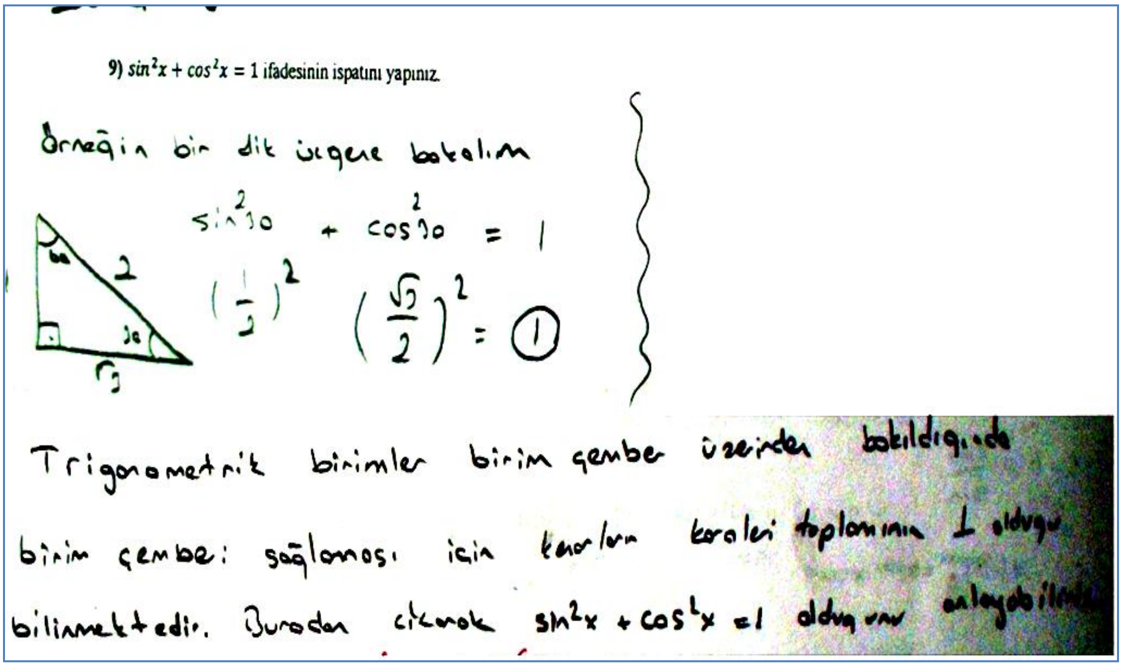
Öğrenci C: Derste görmüştük. Öğretmenimize sormuştum böyle olabiliyor mu diye. O da olur demişti. Sınavda aklıma geldi. Direkt yazdım.

Şekil 4.9.7'de hem değer verilerek ispatı istenen eşitliğin doğruluğu gösterilmiş hem de birim çember kullanılarak ispat yapılmıştır.



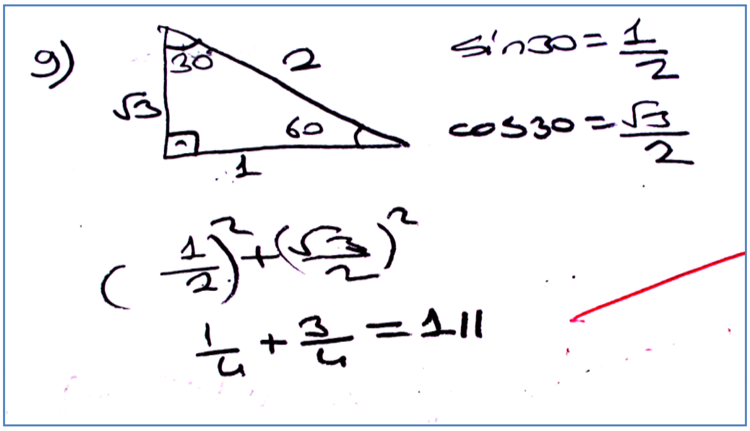
Şekil 4.9.7. [Ö129]'a ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.9.8'de ilk önce verilen eşitliğin doğruluğu değer verilerek gösterilmiş ve sonrasında ise, birim çember üzerindeki durum açıklama olarak verilmiştir.



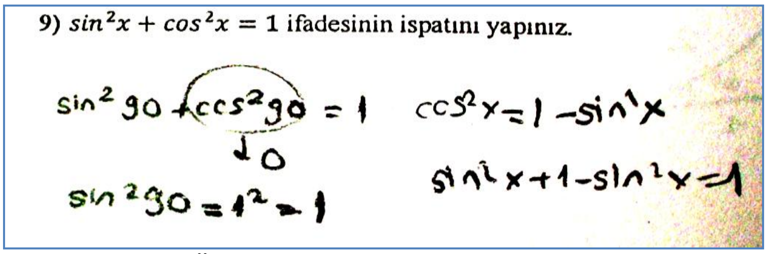
Şekil 4.9.8. [Ö64]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.9.9'da sadece değer verilerek (x yerine 30^0) eşitliğin doğruluğu gösterilmiştir. İspata girilmemiştir.



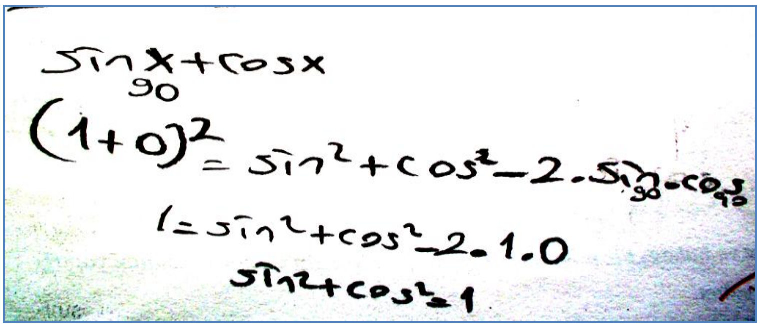
Şekil 4.9.9. [Ö125]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.9.10'da x yerine 90^0 alınarak doğruluğu gösterilmiştir. Ayrıca ispatı istenen teoremin sonucu kullanılarak ispat yapılmış ki, bu durum öğrencinin ispat mantığından yoksun olduğunu göstermektedir.



Şekil 4.9.10. [Ö117]'ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.9.11'de 90^0 kullanılmış ki, bu öğrencinin de ispat konusunda sıkıntılarının olduğu anlaşılmaktadır.



Şekil 4.9.11. [Ö153]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Değer vererek ispatı istenen eşitliğin doğruluğunu gösteren öğrenci B ile yapılan görüşmelerde şunları ifade etmiştir:

Araştırmacı: Bu şekilde değer vererek ispat olur mu?

Öğrenci B: Hayır, olmaz. Fakat sınavda başka bir şey aklıma gelmedi.

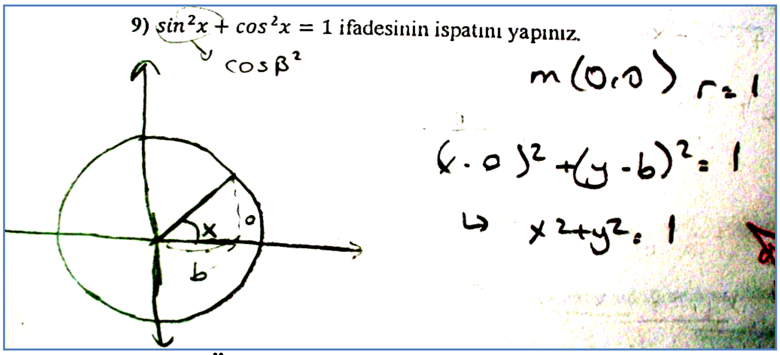
Araştırmacı: Peki, bu ispatı derste gördünüz mü?

Öğrenci B: Gördük. Fakat genelde ispat çok yapmıyoruz.

Araştırmacı: Bu ispatı şu an yapabilir misin?

Öğrenci B: Yapamam herhalde.

Şekil 4.9.12'de birim çemberin genel denklemi bulunmuştur. Soruda ispata değinilmemiştir. Sin^{2}x yerine cosβ^2 yazılmıştır.



Şekil 4.9.12. [Ö101]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

4.6.2. Trigonometri Konusunda Bilgi Düzeylerini Belirleme Testi 10. Soru İle İlgili Bulgular ve Yorumlar

10. soru: Bir ABC üçgeninde, R çevrel çemberin yarıçapı olmak üzere,

$$\frac{a}{sin\hat{A}} = \frac{b}{sin\hat{B}} = \frac{c}{sin\hat{C}} = 2R$$

eşitliğini ispatlayınız.

Tablo 4.14'te Trigonometri konusunda bilgi düzeylerini belirleme testinde yer alan 10. sorunun analiz sonuçları verilmiştir.

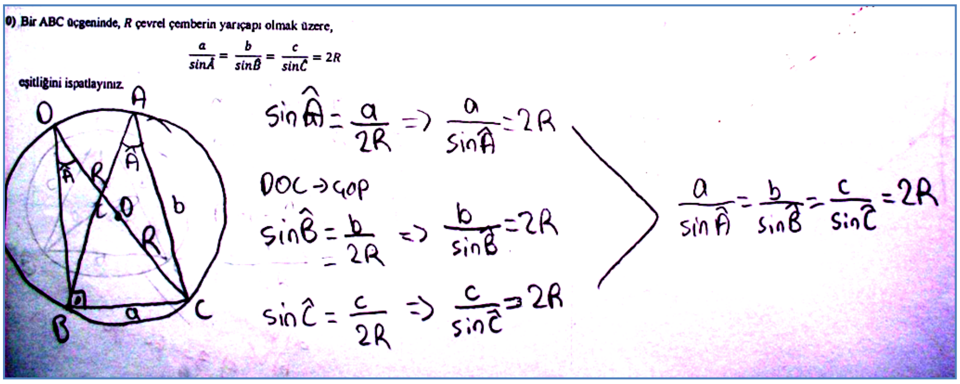
Tablo 4.14. 10. sorunun analiz sonuçları

	Kişi sayısı	Yüzde		
Doğru çözüm yapan	33	20		
Yanlış çözüm yapan	110	67		
Boş bırakan	22	13	Doğru çözümü yapanlar içindeki sayısı	Doğru çözüm yapanlar içindeki yüzdesi
Doğru çizim yapan(üçgen ve çevrel çember)	127	77	33	100
Üç eşitliği de ispat eden	3	2	3	9
Alan formüllerini kullanan	9	5		
Alan formülleriyle sonuca giden	6	4		
Alan formüllerinden A=abc/4R yi de kullanan	2	1		
Çizim haricinde bir şey yapmayan	50	30		
Çevrel çember yerine iç teğet çemberini çizen	2	1		
Özel durumları kullanan	25	15		
Özel durumlar olarak:			Özel durumları kullananlar içindeki yüzdesi	
Dik üçgeni kullanan	14	8	56	
Eşkenar üçgeni kullanan	6	4	24	
30-60-90 üçgenini kullanan	4	2	16	
120-30-30 üçgenini kullanan	1	1	4	

Tablo 4.14’’e göre, doğru çözüm yapanların %20’lik bir oranla 33 kişi oldukları görülmektedir. Yanlış çözüm yapanlar % 67’lik bir oranla 110 kişi ve boş bırakanlar ise, %13’lük bir oranla 22 kişi olarak tespit edilmiştir. Doğru çizim yapanlar, yani üçgenle çevrel çemberi düzgün bir şekilde çizenler %77’lik bir oranla 127 kişi ve bunların doğru çözüm yapanların arasındaki sayısı 33 kişi olup yüzdesi %100 olarak tespit edilmiştir. Üç eşitliği de ispat edenler, %2’lik bir oranla 3 kişi ve bunların doğru çözüm yapanların arasındaki sayısı %9’luk bir oranla 3 kişi şeklinde belirlenmiştir. Alan formüllerini kullananlar %5’lik bir oranla 9 kişi olarak ifade edilmiştir. Alan formülleriyle sonuca gidenler %4’lük bir oranla 6 kişi şeklinde verilmiştir. Alan formüllerinden A=abc/4R’yi de kullananlar %1’lik bir oranla 2 kişi, çizim haricinde bir şey yapmayanlar %30’luk bir oranla 50 kişi ve çevrel çember yerine iç teğet çemberini

çizenler %1’lik bir oranla 2 kişi olarak belirlenmiştir. Özel durumları kullananlar % 15’lik bir oranla 25 kişi ve özel durum olarak dik üçgeni kullananlar %8’lik bir oranla 14 kişi olup bunların özel durumları kullananlar içindeki yüzdesi %56 şeklinde tespit edilmiştir. Eşkenar üçgeni kullananlar %4’lük bir oranla 6 kişi olup bunların özel durumları kullananlar içindeki yüzdesi %24 olarak hesaplanmıştır. 30-60-90 üçgenini kullananlar %2’lik bir oranla 4 kişi olup bunların özel durumları kullananlar içindeki yüzdesi %16 ve 30-30-120 üçgenini kullananlar %1’lik bir oranla 1 kişi olup bunların özel durumları kullananlar içindeki yüzdesi %4 şeklinde ifade edilmiştir.

Şekil 4.10.1’de büyük ölçüde doğru yapılmış bir ispat örneği verilmiştir.



Şekil 4.10.1. Ö3 [Ö100]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.10.1’dekine benzer şekilde ispatı yapan öğrenci A ile yapılan görüşmede şunları ifade etmiştir:

Araştırmacı: İspatı nasıl yaptın?

Öğrenci A: Bu ispatı bir ders önce görmüştük. O yüzden rahat yaptım.

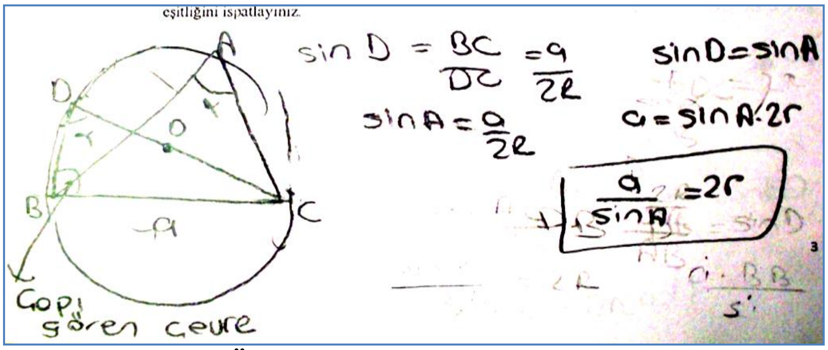
Araştırmacı: Eğer görmemiş olsaydın, yine de yapabilir miydin?

Öğrenci A: Eğer görmemiş olsaydık, daha çok uğraşırdım. Ama yine de yapardım diye düşünüyorum.

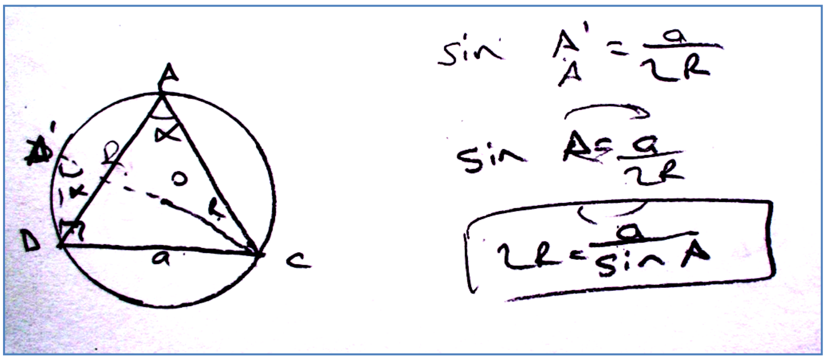
Araştırmacı: Peki, derslerde ispat verilmeli mi?

Öğrenci A: Verilmeli. Daha faydalı olacağını düşünüyorum.

Şekil 4.10.2, Şekil 4.10.3, Şekil 4.10.4, Şekil 4.10.5 ve Şekil 4.10.6’da ispatı istenen eşitliğin sadece birinin ispatıyla yetinilmiştir. Diğer taraftan, yapılan işlemler itibariyle Şekil 4.10.2 ve Şekil 4.10.3’te genel olarak bir problem gözükmemektedir.



Şekil 4.10.2. [Ö96]'ya ait yazılı sınav kâğıdından alıntı



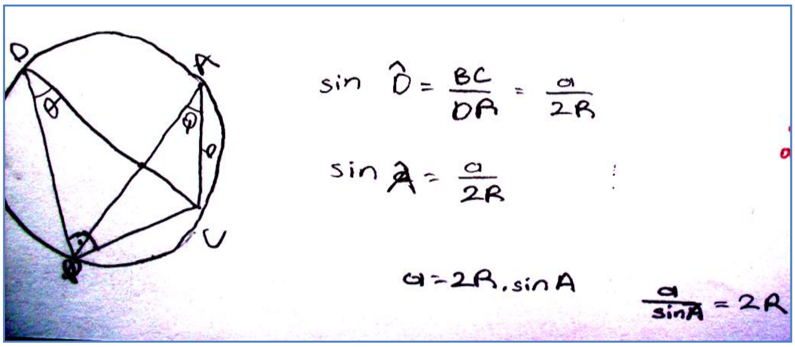
Şekil 4.10.3. Öğrenci C'ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.10.3'teki ispatı yapan öğrenci C ile yapılan görüşmede şunları ifade etmiştir:

Araştırmacı: İspatı nasıl yaptın?

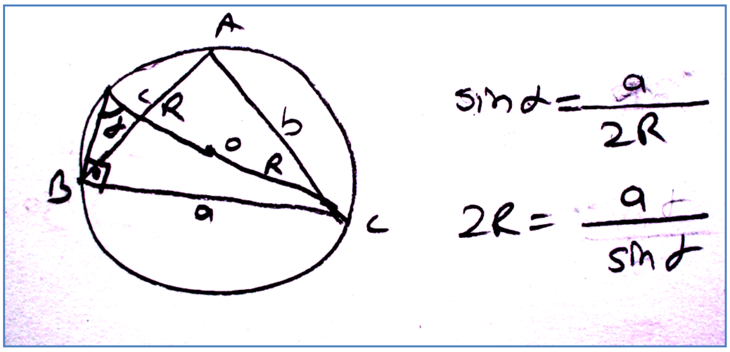
Öğrenci C: Zaten biliyordum. Geometri dersinden aklımda kalmıştı.

Şekil 4.10.4'te sinD=BC/DR ifadesi sıkıntılı olup, ne demek istediği net anlaşılamamaktadır. Diğer işlemlerde bir problem gözükmemektedir.



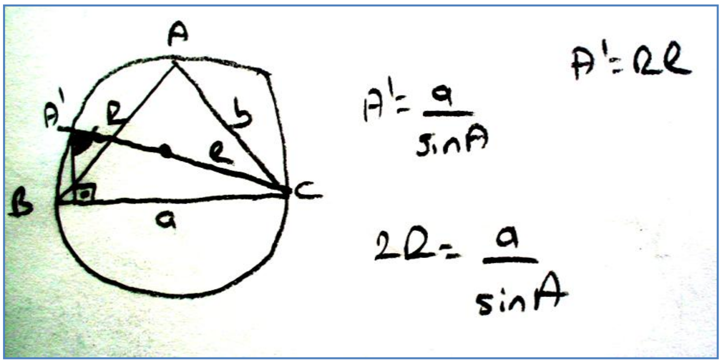
Şekil 4.10.4. [Ö94]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.10.5’te α ve A açısının eşliği ifade edilmemiş ve bu haliyle eksik bir ispat olmuştur.



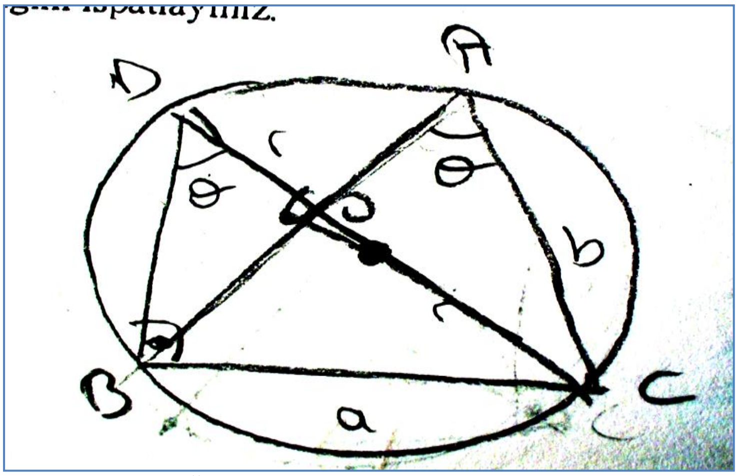
Şekil 4.10.5. [Ö35]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.10.6’da ise Şekil 4.10.5’dekine benzer bir durum geçerlidir. Burada da, açıların eşliği ifade edilmemiş ve dolayısıyla eksik bir ispat olmuştur.



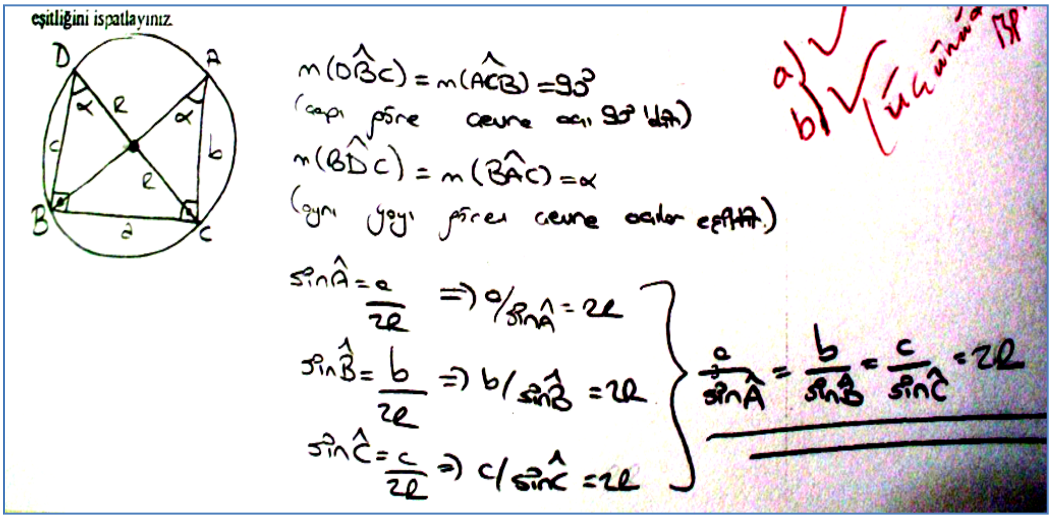
Şekil 4.10.6. [Ö33]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.10.7’de sadece şekil çizilmiş ve şekil üzerinde gerekli gösterimler yapılmıştır. Fakat ispat adına şekil haricinde herhangi bir işlem yapılmamıştır.



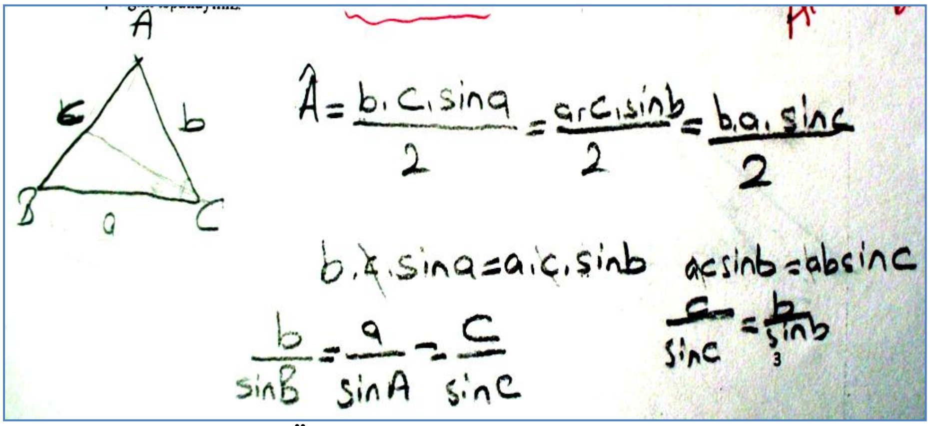
Şekil 4.10.7. [Ö105]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.10.8'de yapılan işlemler büyük ölçüde doğru yapılmıştır. Fakat çizilen şekilde ABC üçgeni dik üçgen olarak alınmıştır.



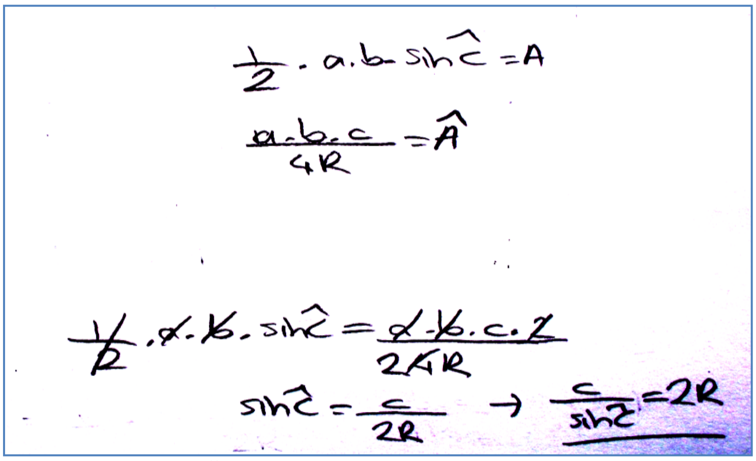
Şekil 4.10.8. [Ö93]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.10.9'da alan formülü kullanılarak ispat yapılmaya çalışılmıştır. Fakat 2R ile olan eşitliğe değinilmemiştir.

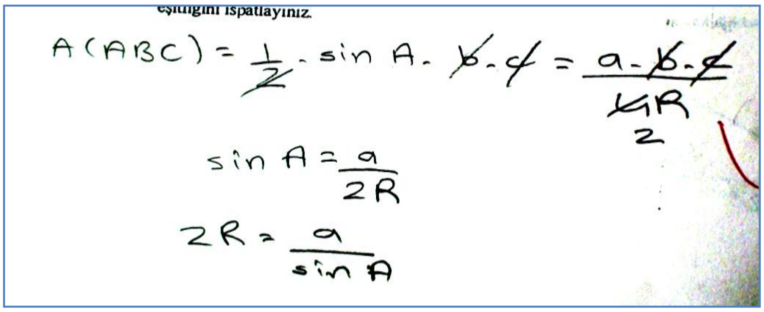


Şekil 4.10.9. [Ö58]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.10.10 ve Şekil 4.10.11'de iki farklı alan formülü kullanılarak ispat yapılmaya çalışılmıştır. Fakat burada kullanılan Alan=abc/4R formülü sinüs teoreminin bir sonucudur. Bu şekilde kullanılmasının ispat adına bir sıkıntı oluşturduğu ortadadır. Ayrıca şekil 4.10.10'da alan sembolü ile açı sembolünün karıştığı görülmektedir.

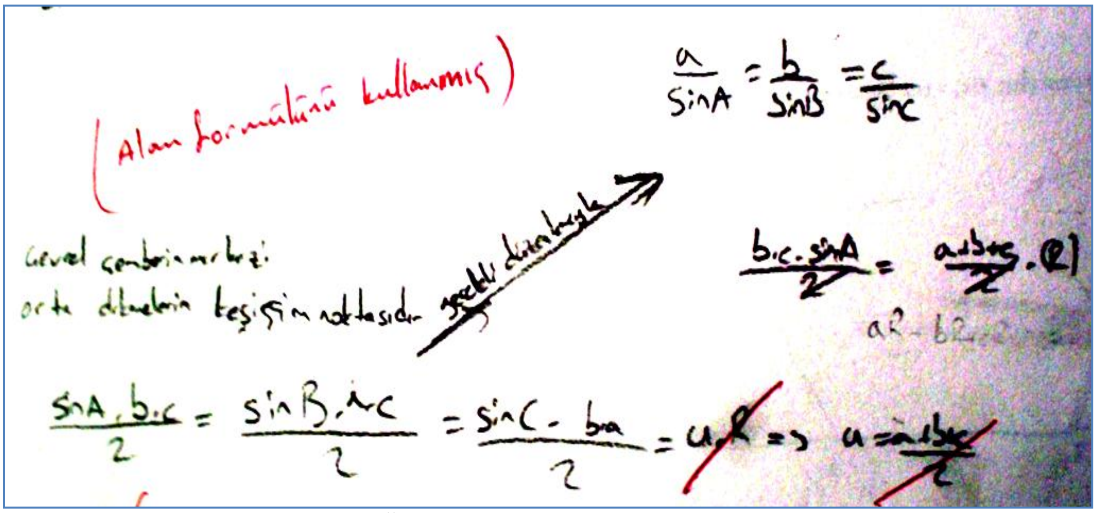


Şekil 4.10.10. [Ö111]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı



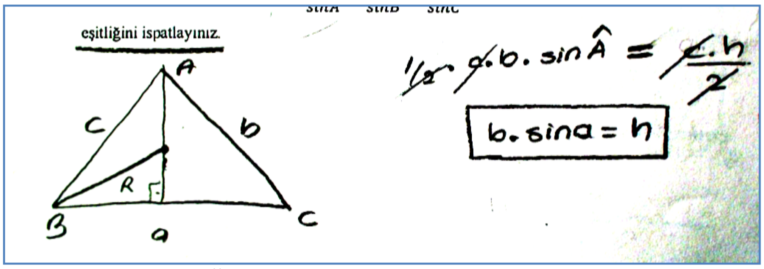
Şekil 4.10.11. [Ö104]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.10.12'de de iki farklı alan formülü kullanılmıştır. Burada Alan=abc/4R yerine Alan=uR formülü kullanılması, bu öğrencinin çevrel çemberle iç teğet çemberin farkını bilmediğini göstermektedir.



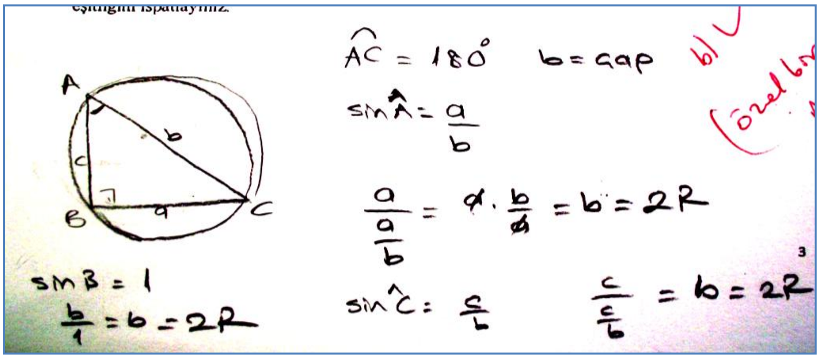
Şekil 4.10.12. [Ö10]'a ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.10.13'te ise alan formülleri kullanılmaya çalışılsa da, doğru sonuç elde edilememiştir.

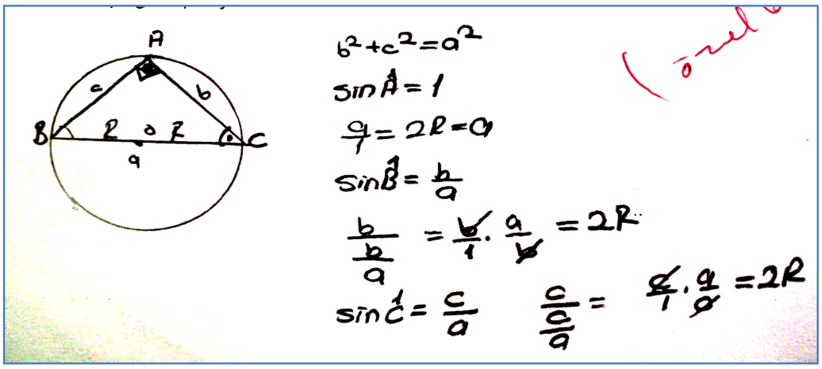


Şekil 4.10.13. [Ö110]'a ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.10.14 ve Şekil 4.10.15'te özel bir durum olarak dik üçgen kullanılmıştır. Bu ise, esasen bir ispattan ziyade verilen eşitliğin doğruluğuna dair bir örnek vermedir. Dolayısıyla bu tür yollarla ispat yapmaya çalışmak ispat mantığını bilmemenin göstergesidir denilebilir.

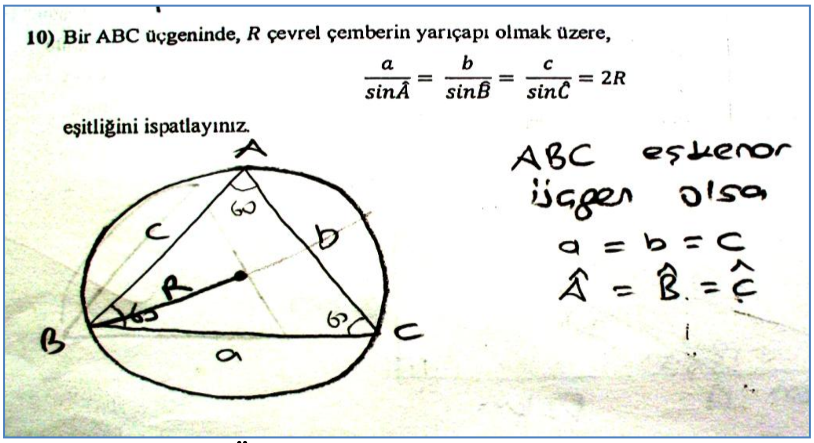


Şekil 4.10.14. [Ö89]'a ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

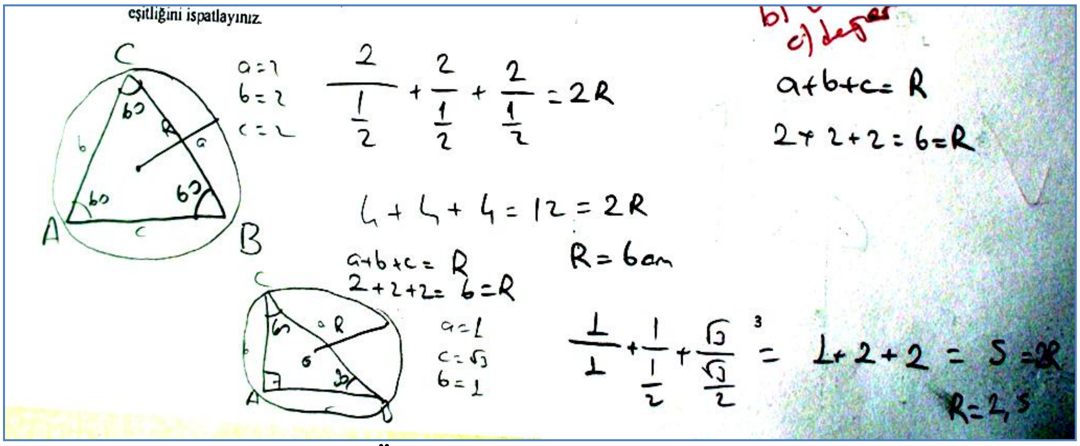


Şekil 4.10.15. [Ö120]'ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.10.16 ve Şekil 4.10.17'de özel durumlardan eşkenar üçgen kullanılmıştır. Şekil 4.10.16'da ispata dair bir işleme yer verilmemiş, şekil çizilmekle yetinilmiştir. Şekil 4.10.17'de ise bir kenarı 2 olan bir eşkenar üçgen alınmıştır. Aynı zamanda da, 30-60-90 üçgeni de kullanılmıştır.

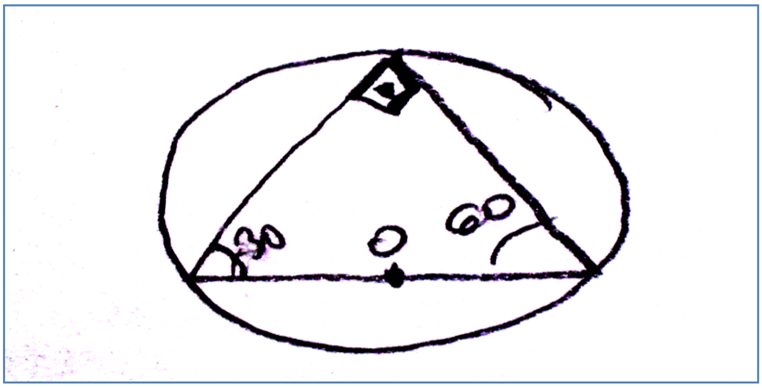


Şekil 4.10.16. [Ö161]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

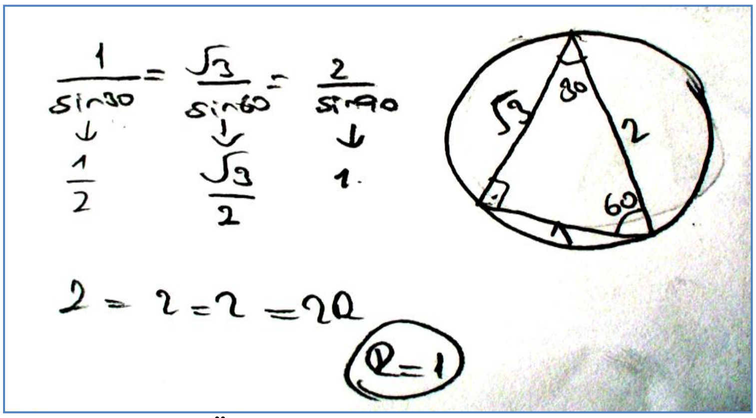


Şekil 4.10.17. [Ö45]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.10.18 ve Şekil 4.10.19'da özel durumlardan 30-60-90 üçgeni kullanılmıştır. Şekil 4.10.18'de işlem yok, sadece şekil çizilmiştir.

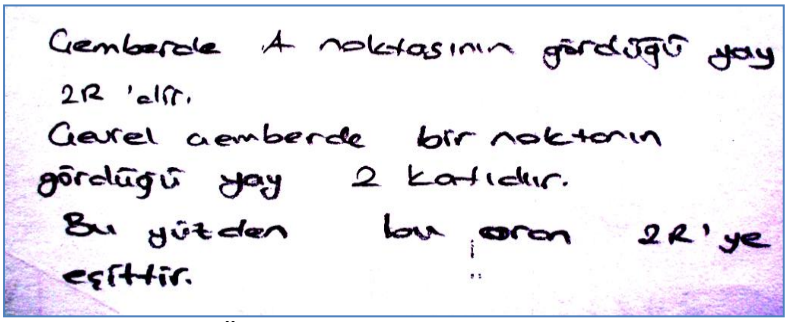


Şekil 4.10.18. [Ö129]'a ait yazılı sınav kâğıdından alıntı



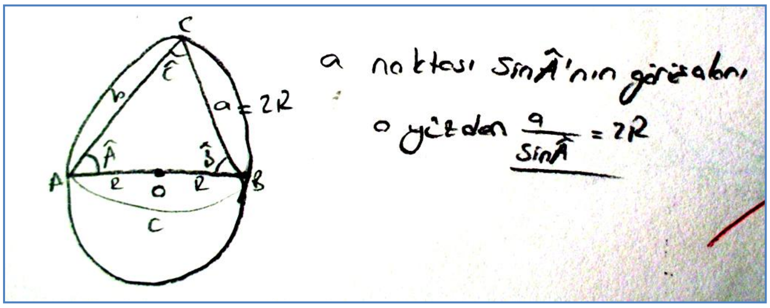
Şekil 4.10.19. [Ö61]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.10.20’deki açıklamada ne demek istediği net olmayıp bu öğrencinin çemberde açı-yay özellikleri ve ispatla ilgili sıkıntılarının olduğu anlaşılmaktadır.

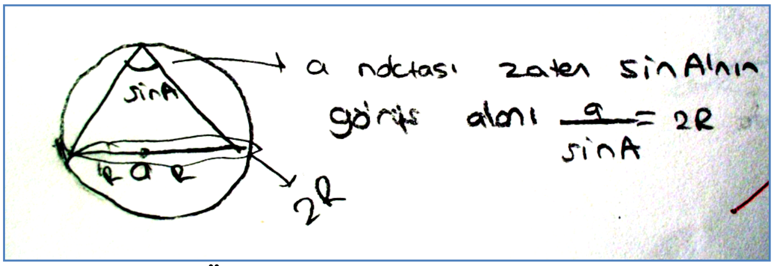


Şekil 4.10.20. [Ö143]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.10.21 ve Şekil 4.10.22’de görüş alanı diye bir kavram geliştirilmiştir. Ne demek istedikleri anlaşılamamaktadır. Ayrıca Şekil 4.10.22’de açının ölçüsü SinA şeklinde ifade edilmiştir. Bu da, öğrencinin açı ve trigonometrik değerlerle ilgili sıkıntısının varlığını göstermektedir. Şekillerden a=2R eşitliği anlaşılmaktadır. Öğrencilerin çizdikleri üçgenin dik üçgen olduğunun farkında olmadıkları görülmektedir. Başka bir ifadeyle, bu durum bu öğrencilerin çembere dair problemlerinin var olduğunu göstermektedir.

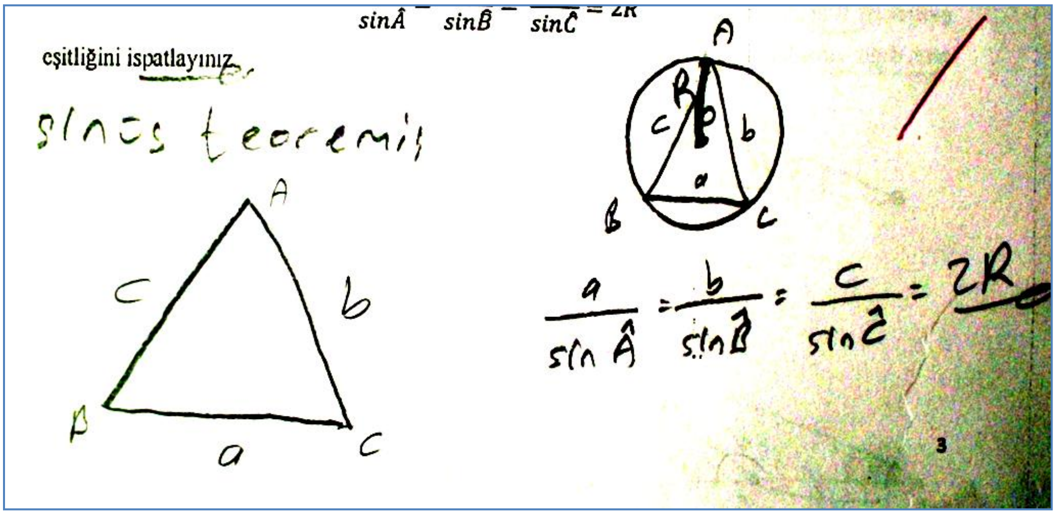


Şekil 4.10.21. [Ö156]’ya ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

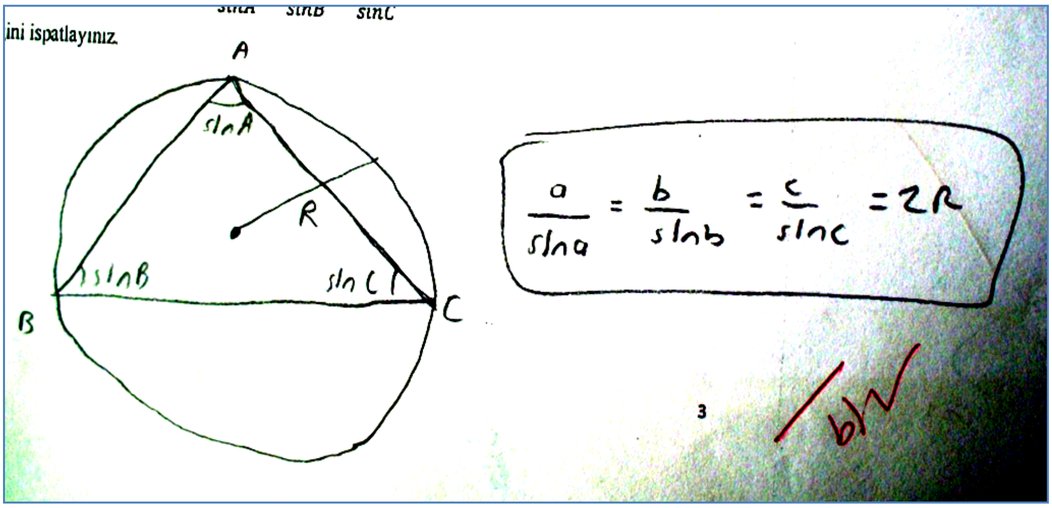


Şekil 4.10.22. [Ö157]’ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.10.23 ve Şekil 4.10.24’te şekil çizilmiş ve verilenler tekrar yazılmıştır. Şekil 4.10.23’te ispatı istenen teoremin sinüs teoremi olduğu belirtilmiştir. Şekil 4.155’te ise A, B ve C açılarının değerleri için sırasıyla sinA, sinB ve sinC ifadeleri kullanılmıştır ki, bu doğru bir kullanım değildir.



Şekil 4.10.23. [Ö165]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı



Şekil 4.10.24. Öğrenci D’ye ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

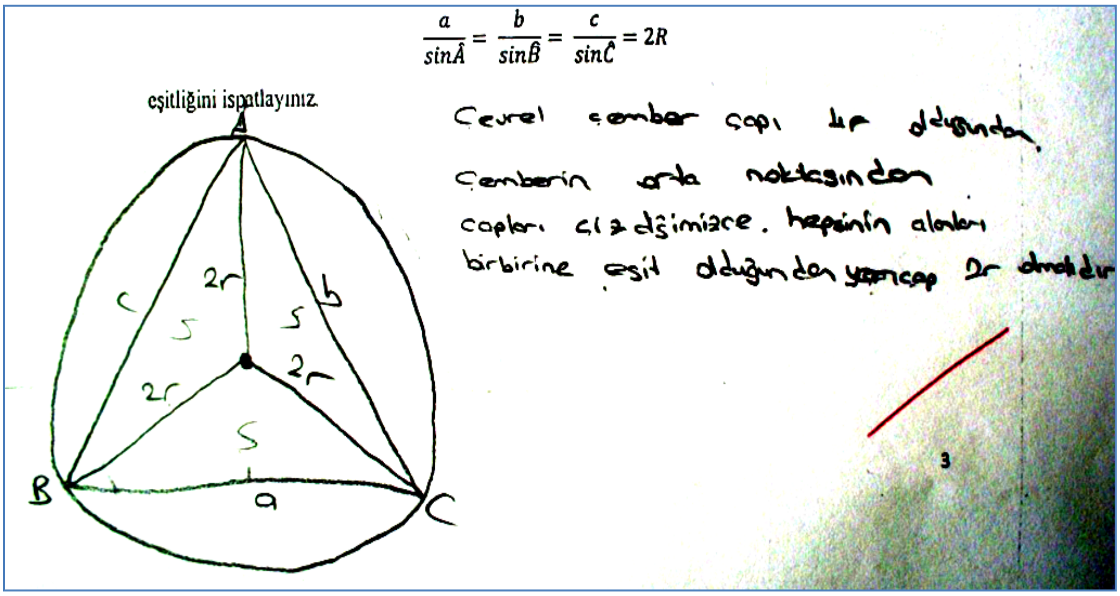
Şekil 4.10.24’teki çözümü yapan öğrenci D ile yapılan görüşmede şunları ifade etmiştir:

Araştırmacı: İspatı neden yapamadın?

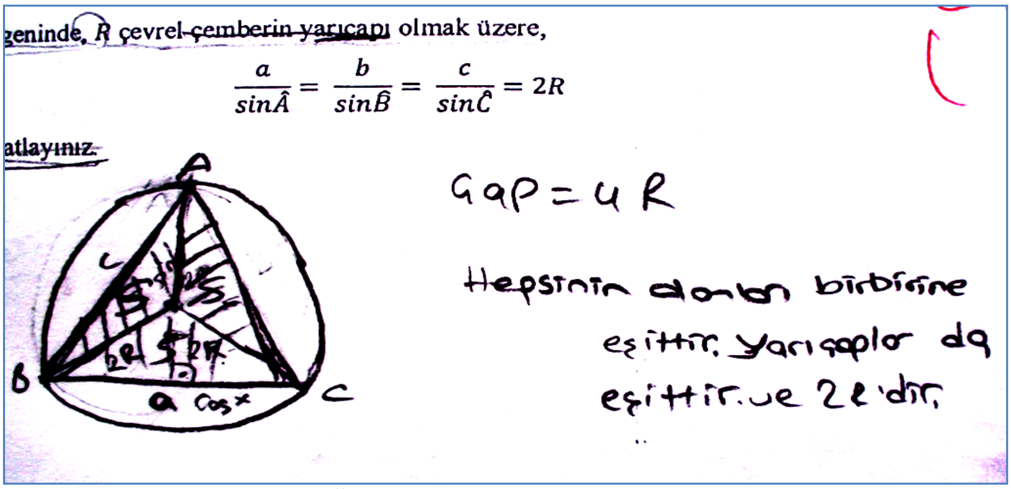
Öğrenci D: İspat yapıldığı esnada derste yoktum. Yapamadım.

Ayrıca Şekil 4.10.24'ten öğrenci D'nin açı ölçü ve gösterimleriyle açının trigonometrik değerleri hakkında sorunlarının var olduğu görülmektedir.

Şekil 4.10.25 ve Şekil 4.10.26'da bir üçgenin çevrel çemberinin merkezi ile o üçgenin köşelerini birleştiren yarıçapların, üçgeni alanları eşit üç parçaya böldüğü iddia edilmiştir. Bu iddia, bütün durumlar için doğru bir iddia olmadığı gibi, verilen teoremin ispatıyla da ilgisi görülmemektedir.

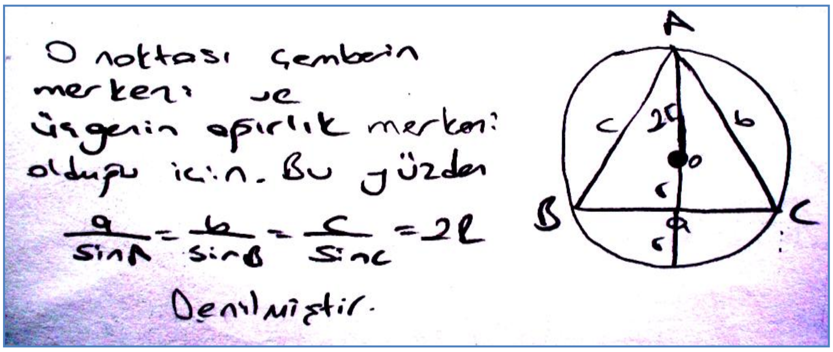


Şekil 4.10.25. [Ö151]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı



Şekil 4.10.26. [Ö138]'e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil 4.10.27’de bir üçgenin çevrel çemberinin merkezinin o üçgenin ağırlık merkezi olduğu ifade edilmiştir ki, bu sadece eşkenar üçgen için geçerli bir durumdur. Bütün durumlar için geçerli değildir. Ayrıca, istenen ispatla da ilgisi görülmemektedir.



Şekil 4.10.27. [Ö163]’e ait yazılı sınav kâğıdından alıntı

Şekil çizmenin dışında çok fazla bir işlem yapmayan öğrenci B ile yapılan görüşmede şunları ifade etmiştir:

Araştırmacı: İspatı daha önce gördün mü?

Öğrenci B: Geometriden biliyordum. Fakat ispatlayın deyince, ispatlayamadım

Araştırmacı: Peki, bu teoremin adı ne?

Öğrenci B: Sinüs Teoremi.

Öğrenci E ise öğrenci B’ye benzer şekilde sadece şekil çizmekle yetinmiş ve kendisi ile yapılan görüşmede şunları ifade etmiştir:

Araştırmacı: İspatı daha önce gördün mü?

Öğrenci E: İlk dönem geometri dersinde gördük. Uğraştım, ama yapamadım.

Tablo 4.15’te Trigonometri konusunda bilgi düzeylerini belirleme testinde yer alan 9 ve 10. soruların birlikte kıyaslanmasıyla elde edilen analiz sonuçları verilmiştir.

Tablo 4.15. 9 ve 10. soruların kıyaslanması

	Kişi sayısı	Genelde yüzdesi	9. soruda doğru çözüm yapanlar içindeki yüzdesi	10. soruda doğru çözüm yapanlar içindeki yüzdesi
Her ikisini de doğru yapanlar	27	16	27	82
9. soruda doğru çözüm yapıp10. soruda yanlış çözüm yapanlar	65	39	66	
9. soruda doğru çözüm yapıp10. soruyu boş bırakanlar	7	4	7	
10. soruda doğru çözüm yapıp 9. soruda yanlış çözüm yapanlar	6	4		18
10. soruda doğru çözüm yapıp 9. soruyu boş bırakanlar	0	0		0

Tablo 4.15'e göre, 9 ve 10. soruların her ikisini de doğru yapanların sayısı 27 kişi olup genelde(165 kişi arasında) yüzdesi %16 olarak ifade edilmiştir. 9. soruda doğru çözüm yapanlar(99 kişi) arasındaki yüzdesi %27 ve 10. soruda doğru çözüm yapanlar arasındaki(33 kişi) yüzdesi ise, %82 şeklinde hesaplanmıştır. 9. soruda doğru çözüm yapıp 10. soruda yanlış çözüm yapanların sayısı 65 kişi olup genelde yüzdesi %39 ve 9. soruda doğru çözüm yapanlar arasındaki yüzdesi %66 olarak belirlenmiştir. 9. soruda doğru çözüm yapıp 10. soruyu boş bırakanların sayısı 7 kişi olup genelde yüzdesi %4 ve 9. soruda doğru çözüm yapanlar arasındaki yüzdesi %7 şeklinde bulunmuştur. 10. soruda doğru çözüm yapıp 9. soruda yanlış çözüm yapanların sayısı 6 kişi olup genelde yüzdesi %4 ve 10. soruda doğru çözüm yapanlar arasındaki yüzdesi %18 olarak tespit edilmiştir. Son olarak, 10. soruda doğru çözüm yapıp 9. soruyu boş bırakan olmadığı görülmüştür.

Tablo 4.13, Tablo 4.14 ve Tablo 4.15'e bakıldığında, 9. soruyu doğru olarak çözenlerin %60, 10 soruyu doğru olarak çözenlerin %20 ve her ikisini de doğru olarak çözenlerin %16 oranında oldukları görülmektedir. Bu sonuçlara göre, altıncı araştırma sorusu olan 'Lise öğrencilerinin trigonometri konusunda ispat yapabilme becerileri ne düzeydedir?' sorusunun cevabı, bilinen ve derslerde bir şekilde gösterilip kullanılan bir ispatı yapma orta ya da iyiye yakın düzeyde olurken, çok fazla ispatı yapılmayan bir ispatı yapma düşük düzeydedir şeklinde ifade edilebilir. Diğer taraftan bu durum, öğrencilerin aşinalık durumlarıyla, yorum ve soyutlama yapmaları arasında bir ilişki olduğunu göstermektedir. Öğrenciler, çok fazla aşina olmadıkları bir durum hakkında yorum yapmakta zorlandıkları ve ispat yapma adına bir strateji geliştirmekte güçlük çektikleri görülmektedir. Dolayısıyla, öğrenci açısından ezber ağırlıklı bir öğrenmenin gerçekleştiği ve ispat mantığının çok fazla yerleşmediği sonucuna ulaşılabilir.

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu bölümde araştırma bulguları ve yorumlarına dayalı olarak elde edilen sonuçlara ve bu sonuçlar doğrultusunda sunulan önerilere yer verilmiştir.

5.1. Sonuç

Araştırma kapsamında trigonometri konusunda lise 2. sınıf öğrencilerinin sahip oldukları bilgi düzeylerini tespit etmek amacıyla, öğrencilerin kavramsal bilgileri ile işlemsel, temsiller arası geçiş, farklı temsilleri kullanabilme, rutin olmayan problemleri çözme ve ispat yapabilme becerileri incelenmiştir. Bu incelemeler sonucunda, genel itibariyle alt problemlere cevap olarak şunlar elde edilmiştir: İlk alt problem olan 'Lise öğrencilerinin trigonometri konusuna ait kavramsal bilgileri ne düzeydedir?' sorusunun cevabı, kavramsal bilgilerin iyi düzeyde olduğu fakat soruların yapısı ve çözümler incelendiğinde, kavramsal bir öğrenmeden ziyade ezberlendikleri şeklindedir. İkinci alt problem olan 'Lise öğrencilerinin trigonometri konusuna ait işlemsel becerileri ne düzeydedir?' sorusuna cevap olarak, işlemsel beceriler düşük düzeyde elde edilmiştir. Bunun nedeni önceki öğrenmelerden kaynaklanan sıkıntılar olarak belirlenmiştir. Üçüncü alt problem olan 'Lise öğrencilerinin trigonometri konusunda temsiller arası geçişlerdeki becerileri ne düzeydedir?' sorusunun cevabı, temsiller arası geçiş becerileri orta düzeydedir şeklindedir. Dördüncü alt problem olan 'Lise öğrencilerinin trigonometri konusuna ait problem çözümlerinde farklı temsilleri kullanabilme becerileri ne düzeydedir?' sorusunun cevabı olarak, farklı temsilleri kullanma becerilerinin düşük düzeyde olduğu tespit edilmiştir. Farklı temsilleri kullanma noktasında, ağırlıklı olarak cebirsel yaklaşımın kullanıldığı, geometrik yaklaşımın daha az kullanıldığı ve grafik yaklaşımının ise hiç kullanılmadığı ortaya konmuştur. Beşinci alt problem olan 'Lise öğrencilerinin trigonometri konusuna ait rutin olmayan problemleri çözme becerileri ne düzeydedir?' sorusunun cevabı şu şekildedir: Rutin olmayan problemleri çözme becerilerinin orta düzeyde olduğu ve bu noktada problemi anlama ve şekil üzerine aktarmada sıkıntı yaşandığı görülmüştür. Son olarak, altıncı alt problem olan ‘Lise öğrencilerinin trigonometri konusunda ispat yapabilme becerileri ne düzeydedir?’ sorusunun cevabı ise, aşina olunan bir ispatı yapma becerilerinin orta ya da iyiye yakın düzeyde ve aşina olunmayan bir ispatı yapma becerilerinin ise düşük düzeyde olduğu şeklinde tespit edilmiştir. Bulgular sonucunda elde edilen sonuçlar alt problemler bazında ele alınarak aşağıda sunulmuştur:

5.1.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Sonuçlar

Birinci alt problem olan ‘Lise öğrencilerinin trigonometri konusuna ait kavramsal bilgileri ne düzeydedir?’ sorusunun cevabını belirleme adına Trigonometri konusunda bilgi düzeylerini belirleme testinde yer alan 1 ve 2. sorulara verilen cevaplar incelenmiş ve şu sonuçlar elde edilmiştir:

Her iki sorunun da yüksek düzeyde bir çözülme oranına sahip olması, öğrencilerin tanjant fonksiyonu ile ilgili kavramsal öğrenmelerinin iyi düzeyde olduğunu göstermektedir. Ancak burada verilen problemlerin temel seviyede olması nedeniyle ezbere yapılmış olabileceği ihtimal dâhilindedir. Ayrıca mülakatlarda bazı öğrencilerin ifadelerinde yer alan “derste bu şekilde gördük” ifadesi, ezber ağırlıklı bir öğrenmenin gerçekleştiğine kanıt olabilir. Diğer taraftan, her iki soruda yapılan çözümler incelendiğinde, yapılan açıklamaların yüzeysel kaldığı, derinlemesine analizlere girilmediği, çok fazla yorum yapılmadığı ve sadece işlemlerle yetinildiği görülmüştür. Bu sonuçlar, Orhun (2000), Fiallo ve Gutierrez (2007), Kültür; Kaplan ve Kaplan (2008) ve Güntekin (2010)’un sonuçlarıyla desteklenir mahiyettedir.

İlk soruyla ilgili olarak, cebirsel yaklaşımda ‘sıfırdan farklı bir sayının sıfıra oranının tanımsız olduğu’ düşüncesinden hareket edildiği ve geometrik yaklaşımda ise ‘paralel doğruların birbirini sonsuzda keseceği’ bilgisinin esas alındığı gözlemlenmiştir. Her iki önermenin de nedenleri konusunda öğrencilerin yeterli düzeyde açıklama yapabilecekleri beklenmemektedir. İkinci soruda ise, cebrisel yaklaşım olarak ‘birim çemberde sinüs ve kosinüsün işaretlerinden faydalanma’ ve geometrik yaklaşım olarak ‘birim çemberde x=1(tanjant ekseni) ve y=1(kotanjant ekseni) doğrularından faydalanma’ düşüncelerinin dikkate alındığı görülmüştür. Ayrıca yapılan çözümler ve görüşme sonuçları incelendiğinde, birim çember üzerinde sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının gösteriminde çok sıkıntı çekmemelerine rağmen, tanjant ve kotanjant fonksiyonlarının ifade edilmesinde yetersiz bir öğrenmenin gerçekleştiği görülmüştür.

Ayrıca bazı öğrencilerin dik üçgenden faydalanmaya çalışması ve ‘dik üçgen yaklaşımında kullanılan açıların 0 ile 90 derece arasında olduğu’ gerçeğini göz ardı etmeleri, kavramsal bir öğrenmeden ziyade ezbere bir öğrenmenin neticesidir denilebilir. Öğrencilerin üçgenle ilgili bazı temel problemlerinin olduğu da bir başka sonuçtur. Moore (2010)’un sonuçlarıyla desteklenen bu sonuçlar, Orhun (2000)’in sonuçlarıyla dolaylı olarak desteklenmiştir. Orhun (2000)’e göre, öğrencilerin trigonometriyi dik üçgenle özdeşleştirdiği ifade edilmekte, burada ise, her ne kadar yanlış olsa da, bu özdeşleşmenin bir tezahürü görülmektedir.

5.1.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Sonuçlar

İkinci alt problem olan ‘Lise öğrencilerinin trigonometri konusuna ait işlemsel becerileri ne düzeydedir?’ sorusunun cevabını belirleme adına Trigonometri konusunda bilgi düzeylerini belirleme testinde yer alan 3. soruya verilen cevaplar incelenmiş ve şu sonuçlar elde edilmiştir:

Üçüncü soruyu çözme oranının düşük çıkması öğrencilerin işlemsel becerilerinin düşük düzeyde olduğunu göstermektedir. Bunun nedeni ise, trigonometriden ziyade özellikle üs-kök kavramıyla ilgili öğrencilerin sahip oldukları kavramsal ve işlemsel problemler şeklinde ifade edilebilir. Bu durum, Doğan (2001)’in ‘öğrencilerin temel kavramlardaki sıkıntılar nedeniyle sadeleştirme hataları yaptıkları’ sonucuyla desteklenmektedir. Ayrıca, bu durumdan üslü sayıların tam anlaşılmadığı ya da unutulduğu sonucunun çıkarılabilmesinin yanında, yapılan hatalar kavramsal anlamanın gerçekleşmediğinin ve işlemsel beceriler var olsa da, olması gerektiği şekliyle olmadığının kanıtı olabilir. Kavramsal öğrenmenin gerçekleşmemesi durumu ise, Kültür; Kaplan ve Kaplan (2008)’in sonuçlarıyla desteklenmektedir.

Ayrıca, üs-kök kavramının yaklaşık bir yıl önce öğretildiği düşünüldüğünde, bu kadar kısa sürede unutulmuş olması ya da bir takım kavramsal ve işlemsel hataların görülmesi, öğrencilerin öğrenme süreçleriyle ilgili fikir vermektedir ki, sağlıklı bir öğrenmenin gerçekleşmediği ortadadır.

5.1.3. Üçüncü Alt Probleme İlişkin Sonuçlar

Üçüncü alt problem olan ‘Lise öğrencilerinin trigonometri konusunda temsiller arası geçişlerdeki becerileri ne düzeydedir?’ sorusunun cevabını belirleme adına Trigonometri konusunda bilgi düzeylerini belirleme testinde yer alan 4 ve 5. sorulara verilen cevaplar incelenerek şu sonuçlara ulaşılmıştır:

Grafik çizimi ve verilen bir grafiğin hangi fonksiyona ait olduğunu tespit etme ya da araştırma sorusundaki ifadesiyle, öğrencilerin temsiller arasındaki geçişlerdeki becerilerinin orta düzeyde olduğu tespit edilmiştir. Bu becerilerin çok iyi düzeyde olmamasının nedeni ise, derslerde bunlara yönelik yeterli düzeyde etkinliğe yer verilmemesi ve sınav kaygısıyla hareket eden öğrencilerin bu tür çalışmaları gereksiz görmeleri şeklinde ifade edilebilir. Ayrıca bazı öğrencilerin elde ettikleri verileri koordinat düzlemine yerleştirip rastgele çizgilerle birleştirmeleri, grafik hakkında genel bir bilgiye sahip olmalarına rağmen kosinüs fonksiyonunun grafiği hakkında çok fazla bilgiye sahip olmadıklarını göstermektedir. Ki, bu da öğrencilerin trigonometrik fonksiyonların grafikleri ile ilgili çok fazla içli dışlı olmadıklarının bir başka kanıtı olarak ifade edilebilir. Kısacası, genel itibariyle grafiklerin derslerde verildiği, ancak öğrencilerin çok önemsediklerinden ya da önceki öğrenmelerindeki sıkıntılardan kaynaklanan hata ve yanılgılardan dolayı böyle bir sonuç elde edilmiştir denilebilir. Bu durum da, kısmen de olsa, Brown (2006) ve Ng ve Hu (2006)’nın sonuçlarıyla desteklenmektedir.

Ayrıca bazı öğrencilerin 4. soruda verilen trigonometrik fonksiyonun grafiğini çizerken düz çizgiler şeklinde çizmeleri, Gooya ve Rabanifard (2008)’in ifade ettiği ‘trigonometrik fonksiyonları doğrusal fonksiyonlar olarak düşündükleri’ fikriyle desteklenmektedir. Diğer taraftan, bazı öğrencilerin sahip olduğu radyan kavramıyla ilgili sıkıntılar, Orhun (2000), Demetgül (2001), Fi (2003), Kang (2003), Steckroth (2007), Akbaş (2008), Akkoç (2008) ve Gooya ve Rabanifard (2008)’in sonuçlarında ifade edilmiştir. Öbür taraftan, 5. soruda olduğu gibi, öğrenciler genelde sözel açıklamalardan kaçınmakta ve direkt sonuca ulaştıracak yolları tercih etmekte oldukları görülmektedir ki, bu durum Delice (2003)’te kısmen ifade edilmiştir.

5.1.4. Dördüncü Alt Probleme İlişkin Sonuçlar

Dördüncü alt problem olan 'Lise öğrencilerinin trigonometri konusuna ait problem çözümlerinde farklı temsilleri kullanabilme becerileri ne düzeydedir?' sorusunun cevabını belirleme adına Trigonometri konusunda bilgi düzeylerini belirleme testinde yer alan 6. soruya verilen cevaplarla birlikte 1 ve 2. soruya verilen cevaplar incelenerek şu sonuçlar elde edilmiştir:

Farklı temsilleri kullanabilme ile ilgili sorularda cebirsel yaklaşım ağırlıklı olarak kullanılmıştır. Geometrik yaklaşım daha az kullanılmıştır. Grafikler ise hiç kullanılmamıştır. Diğer bir ifadeyle, çözümlerde belirli temsillerde yoğunlaşma olurken, grafik temsilinde olduğu gibi bazı temsillere hiç değinilmediği gözlemlenmiştir. Dolayısıyla, öğrencilerin farklı temsilleri kullanabilme becerileri düşük düzeydedir denilebilir. Bunun sebebi ise, derslerde genelde cebirsel yaklaşımın kullanılması ve cebirsel yaklaşımın öğrenciler tarafından daha kolay görülmesi şeklinde ifade edilebilir. Diğer yaklaşımlar biraz daha görmeye dayalı ve hayal gücü gerektirdiğinden dolayı tercih edilmemiş olabilir.

Geometrik yaklaşımın daha az kullanılması, Doğan ve Şenay (2000)'in 'birim çember ve temel geometrik kavramları yeterli seviyede öğrenememeleri' şeklinde ifade ettiği durumla açıklanabilir ve Kültür; Kaplan ve Kaplan (2008)'in 'geometrik temsillere de vurgu yapılması' gerektiği fikrinin çözüm adına önemli olduğu ifade edilebilir. Grafik temsilinin hiç kullanılmaması ise, Kültür; Kaplan ve Kaplan (2008)'in ifade ettiği 'grafik üzerinde yorumlamada yaşanılan sıkıntı' ile açıklanabilir. Grafik temsilinin önemli olduğu ve problem çözümlerinde kullanılması gerektiği tartışma götürmez bir gerçektir ve bu düşünce, Steckroth (2007) ve Çalışkan (2009)'un sonuçlarıyla desteklenmiştir. Ayrıca Steckroth (2007)'nin belirttiği 'trigonometri öğretimine dik üçgen temsili ile başlanmasının sonraki dönemlerde cebirsel temsillere geçişte güçlüklere neden olacağı' düşüncesi manidardır.

5.1.5. Beşinci Alt Probleme İlişkin Sonuçlar

Beşinci alt problem olan 'Lise öğrencilerinin trigonometri konusuna ait rutin olmayan problemleri çözme becerileri ne düzeydedir?' sorusunun cevabını belirleme adına Trigonometri konusunda bilgi düzeylerini belirleme testinde yer alan 7 ve 8. sorulara verilen cevaplar incelenmiş ve şu sonuçlar elde edilmiştir:

Öğrencilerin trigonometri konusuna ait rutin olmayan problemleri çözme becerilerinin orta düzeyde olduğu görülmüştür ki, bu sonuç, Güntekin (2010)'un bazı sonuçlarıyla desteklenmektedir. Bunun nedeni, bu tip problemlere derslerde çok fazla yer verilmemesi olarak ifade edilebilir. Bu durum Delice (2003)'ün ifade ettiği 'Türkiye'deki öğrencilerin işleme dayalı ifadelerde daha fazla başarılı oldukları' ve Delice (2004)'ün belirttiği 'Türkiye'de sözel problemlere daha az önem verildiği' şeklindeki sonuçlarla açıklanabilir. Ayrıca problemi çözmeden ziyade, problemi anlama ve verileri şekil üzerine aktarma sürecinde yaşanan sıkıntılar ise bir başka sorun olarak tespit edilmiştir. Bu sonuç ise, Aydın (2007)'nin çizim gerektiren sorularla ilgili sonuçlarıyla desteklenmektedir. Diğer taraftan, Durmuş (2004)'ün 'zor olduğu düşünülen konuların günlük hayatta kullanımlarına yönelik bir öğretim yapılmadığı için, öğrencilerin bu tip konular hakkında ezberlenmesi gerektiği şeklinde bir algıya sahip olduklarını' ifade etmesi durumu açıklayıcı bir özelliğe sahiptir.

5.1.6. Altıncı Alt Probleme İlişkin Sonuçlar

Altıncı alt problem olan 'Lise öğrencilerinin trigonometri konusunda ispat yapabilme becerileri ne düzeydedir?' sorusunun cevabını belirleme adına Trigonometri konusunda bilgi düzeylerini belirleme testinde yer alan 9 ve 10. sorulara verilen cevaplar incelenmiş ve şu sonuçlara ulaşılmıştır:

Öğrencilerin bilinen ve derslerde bir şekilde gösterilip kullanılan bir ispatı yapma becerilerinin orta ya da iyiye yakın düzeyde oldukları, çok fazla ispatı yapılmayan bir ispatı yapma becerilerinin ise düşük düzeyde oldukları tespit edilmiştir. Diğer taraftan bu durum, öğrencilerin aşinalık durumlarıyla, yorum ve soyutlama yapmaları arasında bir ilişki olduğunu göstermektedir. Başka bir ifadeyle, öğrencilerin çok fazla aşina olmadıkları bir durum hakkında yorum yapmakta zorlandıkları ve ispat yapma adına bir strateji geliştirmekte güçlük çektikleri görülmektedir. Dolayısıyla, öğrenci açısından ezber ağırlıklı bir öğrenmenin gerçekleştiği ve ispat mantığının çok fazla yerleşmediği sonucuna ulaşılabilir. Ayrıca, Fiallo ve Gutierrez (2007)'nin ifade ettiği gibi, öğrenciler trigonometrik ispatları anlamada güçlük çekmektedirler ve Kültür; Kaplan ve Kaplan (2008)'in belirttiği üzere, bağıntıların ispatlarının verilmesi gerekir ki, ispat mantığının yerleşmesi adına bu durum önem arz etmektedir.

Sonuç olarak, temel kavramlarda iyi düzeyde olan öğrencilerin, ezberlediklerinden dolayı kavramı ilişkilendirme ve farklı yaklaşımlarla sunma noktasında zayıf oldukları görülmektedir. İşlemsel becerilerin düşük çıkmasının nedeni önceki bilgilerdeki eksikliklerdir. Bu durum da, öğrencilerin öğrendikleri kavramların akılda kalıcılığı noktasında problemleri olduğunu göstermektedir. Öbür taraftan, Grafik temsili ile rutin olmayan problemlere ders esnasında çok fazla yer verilmemesi ve öğrencilerin derste gördükleriyle yetinmeleri nedeniyle, trigonometrinin bu kısmında öğrenciler sıkıntı yaşamaktadırlar. Özellikle grafikleri problem çözümlerinde kullanamamaktadırlar. Ayrıca, ispatın matematikteki önemi ortada iken, derslerde ispatın çok fazla yapılmadığı ve bunun neticesi olarak, öğrencilerde ispat mantığının yeterli seviyede yerleşmediği görülmektedir. Diğer taraftan, ilk alt araştırma problemindeki tanjant fonksiyonu ile ilgili kavramsal bilgilerin iyi düzeyde çıkmasına rağmen grafiklerin kullanılamaması ve temsiller arası ilişkilerle ispat konusunda yetersiz kalınması, temel kavramlarda iyi olunsa da, konunun genelinde kavramsal bir öğrenmeden ziyade ezbere bir öğrenmenin gerçekleştiğini göstermektedir. Önceki bilgilerde yaşanan sıkıntılar da bu durumu desteklemektedir. Başka bir ifadeyle, öğrencilerin trigonometri konusunu öğrenirken ezbere meyilli oldukları ve öğretim sürecinin de bu meyli desteklediği, dolayısıyla da yeterli düzeyde bir öğrenmenin gerçekleşmediği görülmektedir. Ayrıca açıklamaların yüzeyselliği, derinlemesine ve tatmin edici açıklamaların çok fazla olmaması ve matematiksel ifadelerin gerektiği şekilde ifade edilememesi de bir başka sonuçtur. Bütün bu sonuçların çözümü adına aşağıdaki öneriler geliştirilmiştir:

5.2. Öneriler

1. Trigonometri konusunu öğrenme ve öğretme sürecinde kavramsal öğrenmeye ağırlık verilmelidir.
2. Derslerin işlenişinde neden-niçin sorularına yer verilmeli ve bu soruların cevapları tatmin edici olmalıdır.
3. Ezber bilgilerden ziyade, hazmedilmiş ve farklı bağlamlarda karşılaşıldığında hiçbir bocalamaya mahal verilmeden uygulamaya konacak bilgilerin kazanımı esas olmalıdır.

4. Kavramların farklı yaklaşımlar kullanılarak öğrenilme ve öğretilmesine önem verilmelidir.
5. İşlemsel becerilerin gelişimi adına önceki öğrenmelere yönelik durum tespiti yapılarak eksiklikler giderilmelidir. Varsa kavramsal öğrenmeye yönelik sıkıntılar, gidermeye yönelik çalışma yapılmalıdır.
6. Temsiller arası geçişlerle ilgili öğrenme ve öğretme süreçleri düzenlenmelidir.
7. Grafik çizimleriyle alakalı uygulamalara ağırlık verilmelidir. Bununla alakalı teknolojik imkânlardan istifade edilmelidir.
8. Problem çözümlerinde farklı temsilleri kullanma adına etkinliklere ders esnasında yer verilmeli ve farklı temsilleri kullanma teşvik edilmelidir. Özellikle grafik temsilinin kullanımına dair uygulamalara vurgu yapılarak önemi belirtilmelidir. Başka bir ifadeyle, problem çözümlerinde tek bir yöntemden ziyade farklı yöntem ve yaklaşımlar tercih edilmelidir.
9. Sözel ve özellikle de güncel hayata dair problem çözümlerine önem verilmelidir. Bu durum, ‘bu bilgiler ne işimize yarayacak’ sorusunun ortadan kalkması noktasında işe yarayabilir.
10. Sözel problemlerin şekil üzerine doğru bir biçimde aktarılması üzerinde durulmalıdır.
11. Bağıntıların ispatı verilmelidir. Ama öncesinde ispatın önemi ve gerekliliğiyle alakalı öğrenciler ikna edilmelidir. Ayrıca sadece temel bağıntılar değil, daha karmaşık bağıntıların da ispatı yapılmalıdır.
12. Son olarak, derslerde açıklamaların yazılı olarak ve ayrıntılı bir şekilde yapılması için öğrenciler motive edilmelidir. Ayrıca ifadelerin matematiksel olarak ifade edilmesiyle alakalı çalışmalar yapılmalıdır.

6. KAYNAKÇA

Adamek,T., K. Penkalski and G. Valentine. (2005). "The History of Trigonometry, History Of Mathematics", www.math.rutgers.edu/~mjraman/History Of Trig.pdf (Date accessed: 13.08.2012).

Ağaç, Gülşen (2009). *Lise öğrencilerinin Trigonometri Öğrenme Alanında Grafik Hesap Makinesi Kullanımının Akademik Başarıya ve Problem Çözme Becerisine Etkisi.* Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. İzmir.

Akbaş, Nihal (2008). *10. Sınıf Öğrencilerinin Radyan Kavramına ilişkin Sahip olduğu Yanılgıların Giderilmesine Yönelik Bir Öğretim Sürecinin İncelenmesi.* Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. İstanbul.

Akkoç, Hatice (2008). "Pre-service mathematics teachers' concept imajes of radian". *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 39* (7), 857 – 878.

Alkan, Hüseyin ve E. B. Güzel. (2005). "Öğretmen Adaylarında Matematiksel Düşünmenin Gelişimi". *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi, 25*(3), 221–236.

Altun, Murat ve Aslıhan Yılmaz. (2008). "Lise Öğrencilerinin Tam Değer Fonksiyonu Bilgisini Oluşturma Süreci". *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi, 41*(2), 237–271.

Arslan, S. ve C. Yıldız. (2010). "11. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Düşünmenin Aşamalarındaki Yaşantılarından Yansımalar". *Eğitim ve Bilim Dergisi, 35(156).*

Autin, N. P. (2001). *The effects on graphing calculators on secondary school students' understanding of the inverse trigonometric functions*. Unpublished PhD Thesis. University of New Orleans. New Orleans, USA.

Aydın, Neşe (2007). *İlköğretim Sekizincisi Sınıf Öğrencilerinin Trigonometri Konusunda Karşılaştıkları Sorunlar.* Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Eskişehir.

Bagheri-Toulabi, S., P. Amiripour, and A. Shahvarani. (2012), "Animation and Its Application in Trigonometry Instruction". *International Journal of Emerging trends in Engineering and Development, Issue 2, Vol.2.*

Baki, Adnan (1998). "Matematik öğretiminde işlemsel ve kavramsal bilginin dengelenmesi". *Atatürk Üniversitesi 40. Kuruluş yıldönümü matematik sempozyumu*, Erzurum.

Baki, A. (2008). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. Ankara: Harf Eğitim Yayıncılık.

Baykul, Y. (2009). *İlköğretimde Matematik Öğretimi: 6.-8. Sınıflar*. Ankara: PegemA Yayıncılık.

Biber, A. Ç. ve Z. Argun. (2012). "Matematik Öğretmen Adaylarının Tek Değişkenli Fonksiyonlarda Limit Kavram Bilgilerini Kullanarak Yürüttükleri Bazı Genelleme Ve Soyutlamalar". *Kastamonu Eğitim Dergisi, Cilt:20 No:2,* 655-668.

Bintaş J. ve F. Sarsar. (2009) "The Roles of Computer Mediated Collaboration and Peer Assessment in Learning Trigonometric Curves". *International Journal of Instructional Technology and Distance Learning, Vol. 6. No. 8.*

Blackett, Norman and David Tall. (1991, June 29-July 4). "Gender and the versatile learning of trigonometry using computer software". *Fifteenth PME Conference,* Italy.

Boz, Nihat (2008). "Matematik Neden Zor?" *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi (EFMED),2*(2), 52–65.

Brown, Susan A. (2006). "The trigonometric connection: Students' understanding of sine and cosine". *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 1,* 228, Prague, Czech Republic.

Büyüköztürk, Ş., E. K. Çakmak, Ö. E. Akgün, Ş. Karadeniz ve F. Demirel. (2010). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri* (6. Baskı). Ankara: PegemA Yayıncılık

Byers, P. E. (2010). *Transition to college mathematics: An investigation of trigonometric representations as a source of student difficulties*. York University. Unpublished Ph.D. Thesis. Canada.

Challenger, Michele (2009). *From triangles to a concept: a phenomenographic study of A-level students' development of the concept of trigonometry.* University of Warwick. Unpublished Ph.D. Thesis. İngiltere.

Chin, K. E. and D. Tall. (2012). "Making Sense of Mathematics Through Perception, Operation and Reason: The Case of Trigonometric Functions", 4, 264. In Proceedings of the 36th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, (Ed: Tso, T. Y.). Taipei, Taiwan.

Choi-Koh, S.S., (2003). "Effect of a graphing calculator on a 10th grade student's study of trigonometry". *Journal of Educational Research*, *96*, 359-369.

Cos Fi. (2006, July). "Mathematical flexibility in the domain of school trigonometry: cofunctions", *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 1,* 388, Prague, Czech Republic.

Çalışkan, Hüseyin (2009). *Trigonometrik Denklem Sistemlerinin Grafik Metodu ile çözümü.* Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Konya.

Çepni, S. (2001) *Araştırma ve Proje Çalışmalarına Giriş*, Trabzon: Erol Ofset.

Delice, Ali (2003). *A Comperative Study of Students' Understanding of Trigonometry in the United Kingdom and the Turkish Republic.* University of Leeds. Unpublished Ph.D. Thesis. İngiltere.

Delice, Ali (2004). "Trigonometri sözel problemlerinde görselleştirme ve diyagram oluşturma". *VI. Ulusal Fen ve Matematik Eğitimi Kongresi, 712-718,* İstanbul.

Demetgül, Z. (2001). *Trigonometri konusundaki kavram yanılgılarının tespit edilmesi*. Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Trabzon.

Demir, Remzi (1997). "Takiyüddin'in Ondalık Kesirleri Trigonometri ve Astronomiye Uygulaması". *Bilim ve Teknik Dergisi, 351,* 36.

Deringöl, Yasemin (2006). *İlköğretimde Matematik Problemi Çözmeyi Öğretmede Yeni Yaklaşımlar.* İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. İstanbul.

Doğan, A. ve H. Şenay. (2000). “Genel liselerde trigonometri öğretimi üzerine matematik öğretmenlerinin görüşleri”. *IV. Fen Bilimleri Eğitimi Kongresi’2000 Bildiriler Kitabı,* 636-641, Ankara.

Doğan, Ahmet (2001). *Genel liselerde okutulan trigonometri konularının öğretiminde öğrencilerin yanılgıları, yanlışları ve trigonometri konularına karşı öğrenci tutumları üzerine bir araştırma*. Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Konya.

Dönmez, A. (2002). “Matematiğin öyküsü ve serüveni”. *Dünya matematik tarihi ansiklopedisi* içinde.(1, 365-380). İstanbul: Toplumsal dönüşüm yayınları.

Durmuş, S. (2004). “Matematikte öğrenme güçlüklerinin saptanması üzerine bir çalışma”. *Kastamonu Eğitim Dergisi,12*(1), 125-128.

Ekmekçioğlu, Mehmet (1992), *Trigonometrinin tarihi gelişimi*, İstanbul: Milli Eğitim Bakanlığı yayınları.

Emlek, Barış (2007). *Dinamik Modelleme İle Bilgisayar Destekli Trigonometri Öğretimi*. Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Konya.

Eşlik, G. Ayça (2010). *Bir Bağlam İçinde Sunulan Problemlerin ve Öğrenci Merkezli Öğretim Uygulamalarının Kullanımının 10. Sınıf Öğrencilerinin Trigonometri Başarısı ve Trigonometri Hakkındaki Görüş ve Algıları Üzerindeki Etkileri*. Boğaziçi Üniversitesi Ortaöğretim Fen ve Matematik Eğitimi Bölümü. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. İstanbul.

Fi, C. D. (2003). *Preservice Secondary School Mathematics Teachers’ Knowledge of Trigonometry: Subject Matter Content Knowledge, Pedagogical Content Knowledge and Envisioned Pedagogy*. University of Iowa. Unpublished PhD Thesis. Iowa, USA.

Fiallo, J. and A. Gutierrez. (2007). “Analysis of conjectures and proofs produced when learning trigonometry”. *Proceedings of the 5th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME-5),* 622-632. Larnaca, Cyprus.

Filiz, A., N. Özsoy, ve Z. F. Koçak (2005). “Bilgisayar destekli trigonometri öğretimi”. *Akademik Bilişim Kongresi,* Gaziantep.

Gooya Z. and A. A. Rabanifard. (2008). “Student’s Conceptions of Trigonometric Concepts” *PME 32 and PME-NA XXX*, 264, Morelia, Mexico.

Göker, Lütfi (1997). *Matematik Tarihi ve Türk-İslam Matematikçilerinin Yeri*. İstanbul: Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları.

Güner, Necdet (2008) “Üniversiteye Başlayan Elektrik Mühendisliği Öğrencilerinin Matematik Bilgi Seviyesi”. *Akademik Dizayn Dergisi, 3,* 110-117.

Güntekin, Halit (2010). *Trigonometri Konusunda Öğrencilerin Sahip Olduğu Öğrenme Güçlüklerinin ve Kavram Yanılgılarının Tespit Edilmesi.* Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Erzurum.

Güntekin, H. ve L. Akgün. (2011), “Trigonometrik Kavramlarla İlgili Öğrencilerin Sahip olduğu hatalar ve öğrenme güçlükleri” *Ç.Ü. Eğitim Fakültesi Dergisi: 40* (2011), 98-113.

Gür, Hülya (2009). “Trigonometry learning”. *New Horizons in Education, Vol.57, No.1.*

Hu, C., T. Tso, F. Lu, K. Lei and J. Chiou.(2012).The Effects of Teaching Trigonometry by Using DGS, 1, 242. *In* Proceedings of the 36th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, (Ed: Tso, T. Y.). Taipei, Taiwan.

Ihedioha, Silas A. (2012). “Effectiveness of Transmitter of Knowledge and Conventional Teaching Models on Secondary School Students’ Achievement on Circle Geometry and Trigonometry”. *General Mathematics Notes, Vol. 12, No. 1,* 35-47.

İnan, Cemil (2009). *Yapılandırmacı Öğrenme Yaklaşımının Öğrencilerin Trigonometriyi Öğrenme Düzeylerine ve Matematiğe Yönelik Tutumlarına Etkisi*. Dicle Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Diyarbakır.

İnan, Cemil (2012). “Ortaöğretim öğretmen ve öğrencilerinin geliştirilen trigonometrik materyallere ilişkin görüşlerinin değerlendirilmesi”. *X. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi,* Niğde.

Jugmohan, J. H. (2004). *10. sınıf öğrencilerinin Geometrik Sketchpad eşliğindeki öğretim uygulamasıyla sinüs fonksiyonunu kavramsallaştırmaları.* University of KwaZulu-Natal, Durban, South Africa.

Kang, O. K. (2003). A new way to teach trigonometrik functions. http://www.icmeorganisers.dk/tsg09/OkKiKang.pdf (Date accessed: 26.03.2012).

Kaplan, A., A. S. İpek ve S. Hızarcı(2005). "Matematiksel indüksiyon metodu". *Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi, 11*

Kayagil, Sezin (2012). "İlköğretim matematik öğretmen adaylarının ispat yapmaya yönelik görüşleri ve bu görüşlerin bazı değişkenlere göre incelenmesi". *International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education, volume 1, Issue 2,* 134-141.

Kendal, M., and K. Stacey. (1997). "Teaching trigonometry". *Vinculum 34, No:1,* 4-8 http://staff.edfac.unimelb.edu.au/~kayecs/publications/1997/KendalStacey-Trig.pdf (Date accessed: 08.08.2011).

Kissane, B. and M. Kemp. (2009) "Teaching and Learning Trigonometry with Technology". *Proceedings Proceedings of the Fourteenth Asian Technology Conference in Mathematics*, Beijing, China.

Koçin, Abdulhakim (1992) "Çağının En Ünlü Astronom ve Matematik Bilgini: el Battani", *Bilim ve Teknik Dergisi, 290,* 54-55

Koçin, Abdulhakim (1990) "13. Yüzyılın Ünlü Matematik ve Astronomi Bilgini: Nasirüddin Tusi", *Bilim ve Teknik Dergisi, 277,* 48-49

Kutluca, T. ve A. Baki. (2009). "10. sınıf matematik dersinde zorlanılan konular hakkında öğrencilerin, öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin görüşlerinin incelenmesi". *Kastamonu Eğitim Dergisi, 17* (2), 609-624.

Kültür, M. N., A. ve N. Kaplan. (2008). "Ortaöğretim Öğrencilerinde Trigonometri Öğretiminin Değerlendirilmesi", *Kazım Karabekir Egitim Fakültesi Dergisi, Vol. 17, pp.* 202-211.

Larson, R. E. and R. P. Hostetler. (1997). *Algebra and Trigonometry*. (Fourth Edition). Boston: Houghton Mifflin Company.

Lotfi, Farhad Hosseinzadeh and Ebadollah Mafi. (2012). "Efficacy of Computer Software on Trigonometry". *Applied Mathematical Sciences, 6(5),* 229 - 236

Martinez and Sierra, G. (2005). "On the transit from trigonometry to calculus: The case of the Conceptual breaks in the construction of the trigonometric functions in school". *11 th International Congress on Mathematical Education,* Mexico.

Mesa, V. ve P. Herbst. (2011). “Designing representations of trigonometry instruction to study the rationality of community college teaching”. *ZDM Mathematics Education*, *43,* 41–52

Mesa, Vilma (2012). Instructors’ Practical Rationality in Community College Trigonometry, 4, 306. *In* Proceedings of the 36th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, (Ed: Tso, T. Y.). Taipei, Taiwan.

Mesa, V., E. Lande and T. Whittemore. (2012).On The Analysis of Classroom Interaction in Community College Trigonometry Classes, 1, 253. *In* Proceedings of the 36th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, (Ed: Tso, T. Y.). Taipei, Taiwan.

Moore, K. (2009). An investigation into precalculus students’ conceptions of angle measure and trigonometric functions. (www.allacademic.com/meta/p-mla-aparesearch- citetion/3/7/7/9/2/p 377 923-index.html) (Date accessed: 13.08.2011).

Moore, Kevin C. (2010). “The Role of Quantitative and Covariational Reasoning in Developing Precalculus Students’ Images of Angle Measure and Central Concepts” of Trigonometry” *Proceedings of the 13th Annual Conference on Research in Undergraduate Mathematics Education*. Raleigh, NC: North Carolina State University.

Ng, B. K. and C. Hu. (2006) “Use Web-based Simulation to Learn Trigonometric Curves”. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning (Vol. online, pp. online). UK*: Centre for Innovation in Mathematics Teaching. http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/chunhu.pdf (Date accessed: 13.08.2012).

Nyaumwe , Lovemore J. (2008). “Zimbabwean High School Teachers’ Interpretations of Learners’ Alternative Conceptions on Selected Baseline Test Items on Calculus and Trigonometry Concepts”.*The Mathematics Educator, Vol. 11, No.1/2*, 181-196.

Oprukçu, F. ve E. Gönülateş. (2002, Eylül). “Farklılaştırılmış eğitimin trigonometri konusu Üzerine bir uygulaması”. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*, ODTÜ, Ankara.

Orhun, Nevin (2000, August). “Student’s Mistakes and Misconceptions on Teaching of Trigonometry”. *Mathematics Education Into The 21st Century Project Proceedings of the International Conference: New Ideas in Mathematics Education*, Australia.

Örnek, Seçil (2007). *Trigonometrik kavramların canlandırma yöntemiyle öğrenilmesinin öğrencilerin matematik başarısına etkisi.* Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. İstanbul.

Poon, Kin-Keung (2011). “Tour of a simple trigonometry problem”. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, , Vol. 43, No. 4,* 449–461.

Sağlam, Z., M. Sevim, T. Yurtseven, T. Oğuz, Y. Yıldırım, A. Sağlam, M. Bağrıaçık, M. Şişman, M. Lökçü, Ö. Çolak, Ç. Keskin, Ö. Atak, A. N. Elçi. (2008). *Ortaöğretim Matematik 10. Sınıf Ders Kitabı(3. Baskı).* Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları, 165-236.

Saraç, Ayşe (2012). *Öğretmen Öz-Yeterliliğinin Öğrenci Trigonometri Öz-Yeterliliği ve Öğrenci Trigonometri Başarısı ile ilişkisi*. Boğaziçi Üniversitesi Ortaöğretim Fen ve Matematik Eğitimi Bölümü. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. İstanbul.

Skemp, Richard. R. (1971). *The Psychology of Learning Mathematics.* Middlesex, England: Penguin.

Soylu, Y. ve S. Aydın. (2006). “Matematik derslerinde kavramsal ve işlemsel öğrenmenin dengelenmesinin önemi üzerine bir çalışma”. Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi Cilt: (8) Sayı: (2).

Steckroth, J.J. (2007). *Technology-Enhanced Mathematics Instruction: Effects of Visualization on Student Understanding of Trigonometry.* Unpublished PhD Thesis, University of Virginia, Virginia, USA.

Steer, J., M.A.Devıla and J. Eaton. (2009). “Trıgonometry wıth year 8”. *Mathematics Teaching, 215,* 6-8.

Struik, Dirk J. (1996). *Kısa Matematik Tarihi*(Çev: Yıldız Silier). İstanbul: Sarmal Yayınları.

Şahin, A. Ahu (2007). 13-14 yaş grubu Öğrencilerin Problem Çözme Stratejilerinin belirlenmesi. Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Balıkesir.

Tarhan, Veli (2007). *Lise 2. sınıfta oluşturmacı yaklaşımla sunulan trigonometri öğretiminin öğrencilerin tutum ve başarısına etkisi*. Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. İzmir.

Tekin, Birol (2010). *Ortaöğretim Düzeyinde Trigonometri Kavramlarının Öğrenilmesinde Görselleştirme Yaklaşımının Etkililiğinin Araştırılması.* Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Erzurum.

Tobi, H., B. Tanfer, İ. Tokar, M. Türkkan, H. Köse, H. Tunç, M. Kırıkçı, A. Çakmak, A. Erdel, E. Değirmenci. (2010). *10. Sınıf Hücreleme yöntemine göre Matematik.* İstanbul: Zambak Yayıncılık, 401-634.

Tuna, Abdulkadir (2011). *Trigonometri Öğretiminde 5E Öğrenme Döngüsü Modelinin Öğrencilerin Matematiksel Düşünme ve Akademik Başarılarına Etkisi*. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü. Yayınlanmamış Doktora tezi. Ankara

Van Sickle, Jenna (2011). *History of Trigonometry Education in the United States:1776-1900*. Unpublished Ph.D. Thesis. Colmbia University. New York, USA.

Weber, K. (2005). “Students’ understanding of trigonometric functions”. *Mathematics Education Research Journal, 17*(3), 91-12.

Yeşildere, S. ve E. B. Türnüklü. (2008). “İlköğretim Sekizinci Sınıf Öğrencilerin Bilgi Oluşturma Süreçlerinin Matematiksel Güçlerine Göre İncelenmesi”. *Uludağ Üniversitesi Egitim Fakultesi Dergisi, 21*(2), 485–510.

Yıldırım, İbrahim (2011). *Teknoloji Destekli Matematik Öğretimi Çerçevesinde Alternatif Ölçme Araçlarının Kullanımı*. Gaziantep Üniversitesi Sosyal bilimler Enstitüsü. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Gaziantep.

Yin, K. R. (1994). *Case Study Research Design and Methods*(Second Edition). London New Delphi: Sage Publication.

Yıldırım, C. (1996). *Matematiksel düşünme* (4. Baskı). İstanbul: Remzi Kitabevi.

Yılmaz, G. K., E. Ertem ve B. Güven. (2010). “Dinamik Geometri Yazılımı Cabri’nin 11.Sınıf Öğrencilerinin Trigonometri Konusundaki Öğrenmelerine Etkisi” *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education Vol.1 No.2,* 200-216.

Zengin, Y. (2011). *Dinamik Matematik Yazılımı Geogebra’nın Öğrencilerin Başarılarına ve tutumlarına etkisi*. Sütçü İmam Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Kahramanmaraş.

Ek1: Trigonometri Konusunda Bilgi Düzeylerini Belirleme Testi

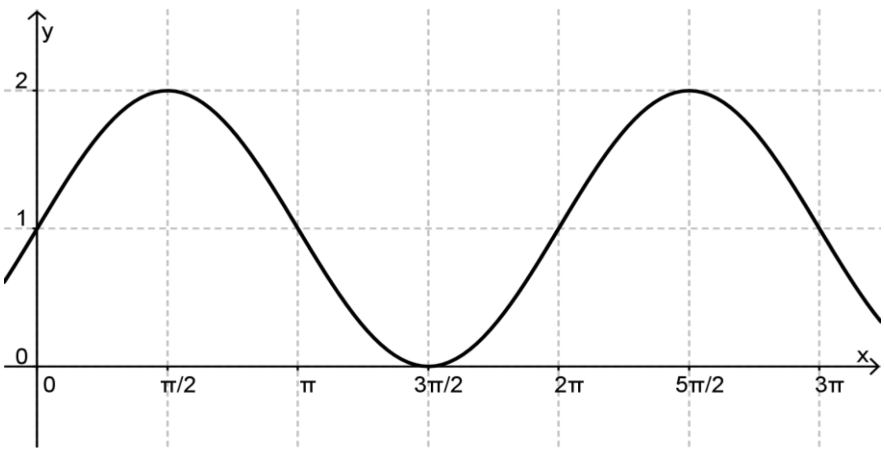
1) Tan90'ın neden tanımsız olduğunu açıklayınız.

2) Koordinat sisteminde, 3. Bölgede tanjant ve kotanjant fonksiyonlarının görüntüleri neden pozitif değerler alır?

3) $\left(\sqrt{27}\right)^{cosx} = 81^{sinx}$ ise tanx=?

4) 0<x<2π olmak üzere, $f(x) = cosx$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

5) Aşağıda verilen grafiğin ait olduğu trigonometrik fonksiyonu bulunuz.

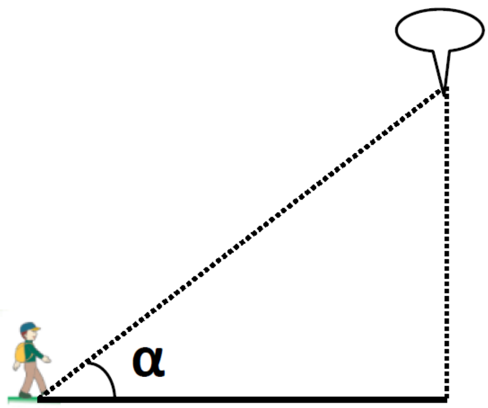


6) 0<x<π/6 olduğunda, sinx, cosx, tanx ve cotx arasındaki sıralama nasıl olur? Açıklayınız.

7) *Bir şahsın bulunduğu bir nokta ve baktığı bir noktanın doğrultusu ile zemin doğrultusunun yaptığı açıyı,* ***görüş açısı*** *diye tanımlayalım.*

Bulunduğu şehirdeki dağın yüksekliğini ölçmek isteyen bir şahıs, bir A noktasından dağın zirvesini görüş açısını 30^0 olarak ölçer. Daha sonra, A noktası ve dağla aynı doğrultuda geriye doğru 2 km giderek bir B noktasına gelir ve bu noktadan dağın zirvesini görüş açısını 15^0 olarak ölçer. Buna göre, dağın yüksekliği kaç metredir? Bulunuz.

8) Ahmet, kendisinden 200 m uzaklıktaki bir noktadan bir cismin yukarıya doğru fırlatıldığını görüyor. Cisim 30 m/dk sabit hızla dikey olarak yükseldiğine ve Ahmet noktasına doğru 20m/dk sabit hızla yatay doğrultuda hareket ettiğine göre, 4 dakika sonra Ahmet'in cismi görüş açısını bulunuz.



9) $sin^2x + cos^2x = 1$ ifadesinin ispatını yapınız.

10) Bir ABC üçgeninde, R çevrel çemberin yarıçapı olmak üzere,

$$\frac{a}{sin\hat{A}} = \frac{b}{sin\hat{B}} = \frac{c}{sin\hat{C}} = 2R$$

eşitliğini ispatlayınız.

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı, Soyadı: Asım TAŞ

Uyruğu: Türkiye (TC)

Doğum Tarihi ve Yeri: 9 Aralık 1977, UŞAK

Medeni Durumu: Evli

Tel: +90 505 684 66 64

E mail: asimmath@yahoo.com, mathasim@gmail.com

Yazışma Adresi: Beyazşehir Mah. 837. Sok. Beyazgül Apt. No: 4/19
Kocasinan /KAYSERİ

EĞİTİM

Derece	**Kurum**	**Mezuniyet Tarihi**
Y. Lisans	Erciyes Ü. Eğitim Bilimleri Enstitüsü	-
Tezsiz Y. Lisans	Erciyes Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü	2007
Lisans	ODTÜ Fen Fakültesi, Matematik	1999
Lise	Bursa A. O. S. Fen Lisesi	1995

İŞ DENEYİMLERİ

Yıl	**Kurum**	**Görev**
2005-Halen	Özel Kılıçaslan Lisesi, Kayseri	Matematik Öğretmeni
2004-2005	Özel Yelkenoğlu Lisesi, Kayseri	Matematik Öğretmeni
2004	Meridian International School, Polonya	Matematik Öğretmeni
2003-2004	Nigerian Turkish Int. College, Nijerya	Matematik Öğretmeni
1999-2003	Nahçıvan Türk Lisesi, Azerbaycan	Matematik Öğretmeni

YABANCI DİL

İngilizce