T.C.
ERCİYES ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

ÜSTÜN ZEKÂLI VE NORMAL ZEKÂLI ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN PROBLEM ÇÖZME YAKLAŞIMLARININ KARŞILAŞTIRMALI OLARAK İNCELENMESİ

Hazırlayan
Nihat KOÇYİĞİT

Danışman
Doç. Dr. İbrahim BAYAZİT

Yüksek Lisans Tezi

Ağustos 2015
KAYSERİ

T.C.
ERCİYES ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

ÜSTÜN ZEKÂLI VE NORMAL ZEKÂLI ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN PROBLEM ÇÖZME YAKLAŞIMLARININ KARŞILAŞTIRMALI OLARAK İNCELENMESİ

(Yüksek Lisans Tezi)

Hazırlayan
Nihat KOÇYİĞİT

Danışman
Doç. Dr. İbrahim BAYAZİT

Ağustos 2015
KAYSERİ

BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK

Bu çalışmadaki tüm bilgilerin, akademik ve etik kurallara uygun bir şekilde elde edildiğini beyan ederim. Aynı zamanda bu kural ve davranışların gerektirdiği gibi, bu çalışmanın özünde olmayan tüm materyal ve sonuçları tam olarak aktardığımı ve referans gösterdiğimi belirtirim.

İmza

Nihat KOÇYİĞİT

"Üstün Zekâlı ve Normal Zekâlı Ortaokul Öğrencilerinin Problem Çözme Yaklaşımlarının Karşılaştırmalı Olarak İncelenmesi" adlı Yüksek Lisans Tezi, Erciyes Üniversitesi Lisansüstü Tez Önerisi ve Tez Yazma Yönergesi'ne uygun olarak hazırlanmıştır.

Tezi Hazırlayan
İmza
Nihat KOÇYİĞİT

Tez Danışmanı
İmza
Doç. Dr. İbrahim BAYAZİT

İlköğretim ABD Başkanı V.
İmza
Yrd. Doç Dr. Yılmaz AKSOY

Doç. Dr. İbrahim BAYAZİT danışmanlığında Nihat KOÇYİĞİT tarafından hazırlanan "Üstün Zekâlı ve Normal Zekâlı Ortaokul Öğrencilerinin Problem Çözme Yaklaşımlarının Karşılaştırmalı Olarak İncelenmesi" isimli bu çalışma, jürimiz tarafından Erciyes Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim dalında yüksek lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

...25.08.2015...........
(Tez Savunma Sınav Tarihi)

JÜRİ

Danışman: Doç. Dr. İbrahim BAYAZİT...
Üye:..Yrd. Doç. Dr. Yılmaz AKSOY..
Üye:..Yrd Doç.Dr. Orhan SÖNMEZ....

ONAY:

Bu tezin kabulü, Enstitü Yönetim Kurulunun ..27/08/2015.. tarih ve...34-02...sayılı kararı ile onaylanmıştır.

27/08/2015

Doç. Dr. Cevdet KIRPIK
Müdür
Enstitü Müdürü

ÖNSÖZ/ TEŞEKKÜR

Yüksek lisansım süresince engin bilgi ve tecrübesi ile üzerimden emeğini esirgemeyen ve daha düzenli ve planlı çalışmam noktasında bana ilham veren, çalışkanlığı ve yüksek etik hassasiyeti ile bu süreçte hem akademik hem de insani olarak gelişmeme yardımcı olan danışman hocam Sayın Doç. Dr. İbrahim BAYAZİT'e, bu uzun soluklu süreçte bana her anlamda yardımcı olan, tezimin bütün süreçlerinde bana destek olan ve hayatıma anlam katan sevgili eşim Ayşe BATIGÜN KOÇYİĞİT ve tez sürecinde hayatımıza katılan bir tanecik kızım MELİKE'ye, üzerimizde emeği çok olan KOÇYİĞİT ve BATIGÜN ailelerine ve araştırmam süresince bana yardımcı olan bütün yönetici ve öğretmen arkadaşlarıma sonsuz teşekkürü borç bilirim.

Nihat KOÇYİĞİT

Kayseri, Ağustos 2015

ÜSTÜN ZEKÂLI VE NORMAL ZEKÂLI ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN PROBLEM ÇÖZME YAKLAŞIMLARININ KARŞILAŞTIRMALI OLARAK İNCELENMESİ

Nihat KOÇYİĞİT

Erciyes Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü

Yüksek Lisans Tezi, Ağustos 2015

Danışman: Doç. Dr. İbrahim BAYAZİT

KISA ÖZET

Bu çalışmada üstün zekâlı ve normal zekâlı ortaokul öğrencilerinin rutin olmayan matematiksel problemleri çözerken uyguladıkları problem çözme yaklaşımları karşılaştırmalı olarak incelenmiştir. Araştırmanın çalışma grubunu 36 üstün zekâlı ve 36 normal zekâlı öğrenci oluşturmaktadır. Araştırma, iki öğrenci grubunun rutin olmayan problemlerin çözümünde sergiledikleri düşünme süreçleri ve bu süreçte gösterdikleri benzerlik ve farklılıkların irdelenmesini amaçlayan nitel bir durum çalışmasıdır. Veri toplama aracı olarak katılımcılara 10 adet rutin olmayan problemden oluşan bir yazılı sınav uygulanmış daha sonra belirlenen 10 öğrenci (5 üstün zekâlı ve 5 normal zekâlı) ile yarı yapılandırılmış mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Bu yolla elde edilen veriler içerik ve söylem analizi gibi nitel yöntemler kullanılarak analiz edilmiştir. İki öğrenci grubu, yapılan çözümlerin doğruluğu, gerçek yaşama uygunluğu, çözüm için kullanılan yaklaşım ve strateji çeşitliliği ve yaptıkları çözümü ifade etme yeteneği gibi değişkenler açısından karşılaştırılmıştır. Çalışmanın bulguları üstün zekâlı öğrencilerin normal zekâlı öğrencilere göre bütün problemlerin çözümlerinde daha başarılı olduğunu göstermektedir. Üstün zekâlı öğrenciler problemler için çözüm yaklaşımı ve strateji geliştirmede ve özgün çözümler üretmede normal zekâlı akranlarına göre daha başarılı olmuştur. Çalışmanın bulguları problem çözme stratejileri arasında bu stratejilerin gerektirdiği zihinsel yetenek açısından bir hiyerarşi olduğunu göstermektedir. Üstün zekâlı öğrenciler problemi basitleştirme gibi daha üst düzey stratejileri tercih ederken normal zekâlı öğrenciler denklem kurma ve deneme yanılma gibi stratejileri daha fazla tercih etmiştir.

Anahtar kelimeler: Üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrenciler, problem çözme stratejileri, rutin olmayan matematiksel problemler

A COMPERATIVE INVESTIGATION OF PROBLEM SOLVING APPROACHES OF GIFTED AND NON-GIFTED MIDDLE SCHOOL STUDENTS

Nihat KOÇYİĞİT

Erciyes University, Institute of Education

Master Thesis, August 2015

Supervisor: Assist. Prof. Dr. İbrahim BAYAZİT

ABSTRACT

This study investigates gifted and non-gifted middle school students' problem solving approaches in responding to non-routine problems. The study was carried out with the participation 36 gifted and 36 non-gifted students. The research employed a qualitative case study to delve into the students' thinking processes, and to understand similarities and differences between the two groups of students' capabilities in solving non-routine problems. A written exam, which includes 10 non-routine problems, was employed to the participants; then semi-structured interviews were carried out with 10 students (5 gifted and 5 non-gifted students). Data were analysed using qualitative methods that including content and discourse analysis. Gifted and non-gifted student groups were compared in terms of variables such as accuracy of solutions, their relevance to real life, kinds of approaches and strategies that they used, and students' abilities to express their ways of solutions. The results indicated that gifted students outperformed their counterparts in responding to all the problems used in this research. They were more successful than non-gifted students at using problem solving approaches and strategies. Gifted students were also more capable at producing authentic solutions for each problem. The research findings suggest that there is a hierarchy between the problem solving strategies in terms of cognitive demands that they requested. In this study, gifted students mostly preferred using cognitively demanding strategies, such as simplification of problem, while non-gifted students were inclined to use routine strategies including writing algebraic equations and trial and error.

Key words: Gifted and non-gifted students, problem solving strategies, non-routine mathematical problems.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

TABLOLAR LİSTESİ

ŞEKİLLER LİSTESİ

1. GİRİŞ

Zekâ, insanın uyaranları algılama, anlamlandırma ve bu uyaranlara uygun tepkileri verebilme yeteneğidir. Zekâ kavramının mutabakata varılmış bir tanımı olmamakla birlikte genel manada zekâ, çevreye uyum yeteneği, yeni olay ve durumlara uyum sağlayabilme ve etkin sorun çözme gücü olarak tanımlanabilir (Yavuzer, 2005).

Geçtiğimiz yüzyıl boyunca zekâ konusunda birçok farklı tanımlama geliştirilmiştir. Başlangıçta zekâ tanımlamaları bilişsel yetenekler üzerinde yoğunlaşmakta iken daha sonraları bu yeteneklere ek olarak bireyin zekâ olarak tanımlanabilecek farklı alanlarda da yetenekleri olduğu ve bunların birbiriyle bütünleşik olarak çalıştığı üzerinde durulmaya başlanmıştır (Greenes, 1981).

Zekâ insanları diğer canlılardan ayırmakla birlikte insanın sahip olduğu zekâ seviyesi de onu diğer bireylerden ayırmaktadır. İnsanlık tarihi boyunca birçok insan toplumun diğer fertlerinden üstün yetenek ve zekâ seviyeleriyle ayrışmıştır. Bu insanlar üstün yetenek ve zekâları sayesinde hayranlık uyandıran eserler ortaya koymuşlardır. Toplumlarının kaderine etki etmiş ve onlara önder olmuşlardır. Bu insanlar için zeki, kafalı, akıllı, dahi, seçkin vb. çeşitli terimler kullanılmıştır (Ataman, 1998). Günümüzde ise bu potansiyeldeki insanları tanımlamak için daha çok üstün zekâlı ve üstün yetenekli terimleri kullanılmaktadır.

Üstün zekâ, bireyi akranlarından pozitif yönde ayıran ileri düzey anlama, olay ve olguları analiz etme, yorumlama ve hızlı ve etkili çözüm üretme yeteneği olarak tanımlanabilir. Günümüzde sıklıkla kullanılan tanıma göre genel anlıksal gelişimde ortalamanın üstünde olan, üstün yaratıcılık düzeyi gösteren ve yüksek görev bilincine sahip olan bireyler üstün zekâlı olarak kabul edilmektedir (Renzulli, 1977; Ataman, 2004).

Ülkemizde üstün zekâlı bireylerin eğitimi için açılmış olan Bilim ve Sanat Merkezleri Yönetmeliği'ne göre; "üstün zekâlı veya yetenekli çocuk, özel akademik alanlarda veya zekâ, yaratıcılık, sanat ve liderlik kapasitesi yönüyle yaşıtlarına göre yüksek düzeyde performans gösteren ve bu tür yeteneklerini geliştirmek için okul tarafından sağlanamayan hizmet veya faaliyetlere gereksinim duyan çocuktur" şeklinde tanımlanmaktadır (Bilsem Yönergesi, 2007, s.2). Benito'a (1995) göre üstün zekâlı çocuğun en önemli özelliği üst bilişsel yeteneğini işe koşarak doğaçlama ve etkili stratejiler kullanabilmesidir.

Günümüzdeki başarı tanımlamalarına göre 'başarılı' olarak nitelendirilen öğrenciler genelde birden fazla alanda başarılı olmalarının yanında sadece bir alanda da başarılı olabilirler ya da başarılı oldukları alanlardan birinde daha belirgin başarı gösterebilirler (Sheffield, 1999). Üstün zekâlı öğrencilerin birçoğu matematik alanında da başarılıdırlar. Literatürde matematiksel üstün yeteneklilik anlamında önde gelen araştırmacılardan Krutetskii'ye (1976) göre matematikte üstün yetenekli öğrenciler doğal bir matematiksel yeteneğe ve aynı zamanda matematiksel düşünme gücüne sahiptir.

Sahip oldukları matematiksel kabiliyetler sayesinde üstün zekâlı öğrenciler akranlarına göre hem süre kullanımında, hem de doğru çözüme ulaşmada ve strateji kullanımında daha yüksek başarı düzeyi gösterirler (Benito, 1995). Steiner (2006) üstün zekâlı öğrencilerin normal zekâlı akranlarına göre strateji seçiminde ve kullanımında daha esnek olduğunu belirtmektedir. Siegler (1996) üstün zekâlılardaki bu strateji çeşitliliğinin onların erken gelişmişliğinin bir sonucu olduğunu savunmaktadır (Akt. Therfall & Hargreaves, 2008).

Üstün zekâlı öğrenciler bir problem durumunda alışılmışın ötesinde farklı yaklaşımlar üretebilir ve problemleri çözerken analiz ve sentez gibi üst düzey düşünme becerileri gösterebilirler. Yaratıcı düşünme yetenekleri sayesinde özgün çözümler üretme eğilimleri fazladır. Bir problem durumuna kişisel özellikleri sayesinde daha meraklı, daha azimli ve daha derin bakabilirler. Bu öğrencilerin dışardan gözlenemeyen zihinsel becerileri ancak problem çözme sürecindeki davranışları incelenerek analiz edilebilir. Bu nedenle problemin anlaşılması aşamasından sonucun sunumuna kadar yürütülen süreç derinlemesine incelenerek üstün zekâlı öğrencilerin bilişsel ve üst bilişsel yetenekleri daha kolay anlaşılabilir.

Üstün zekâlılık kavramı göreceli bir karşılaştırmadır. Üstün zekâlılığın belirlenmesi için kullanılan testlerin birçoğu bireyin belirli sorulara verdiği cevapların doğruluğundan hareket ederek bireyin zekâsı hakkında ortalamaya göre bir karşılaştırma yapar. Fakat önemli olan bireyin sahip olduğu potansiyel zekâ seviyesinden çok onun ne kadarını hayata uygulayabildiğidir (Sternberg, 1986). Bireyin potansiyel zekâ gücünün ne kadarını kullandığı ancak o bireyin problem çözme sürecinin incelenmesi yardımıyla anlaşılabilir. Bahsedilen bütün bu nedenlerden dolayı üstün zekâlı ve normal zekâlı iki öğrenci grubu arasındaki temel zihinsel farklıkların ortaya konulabilmesi ancak bu öğrencilerin problem çözme sürecindeki yaklaşımlarının karşılaştırılmasına ve derinlemesine analiz edilmesiyle mümkün olabilir.

Bu nedenle, üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin problem çözme süreçlerinin karşılaştırmalı olarak analiz edilmesi ve bu yolla üstün zekâlı öğrencilerin problem çözme sürecinde gösterdiği bilişsel ve üst bilişsel yeteneklerinin normal zekâlı öğrencilerin gösterdiği özelliklerle karşılaştırılması bu tez çalışmasının odağını oluşturmaktadır.

Eldeki çalışmanın temel hedefi üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin matematiksel problem durumlarına karşı göstermiş olduğu yaklaşımlardan hareket ederek bu iki grup arasında problem çözme sürecindeki temel zihinsel ve farklılıkların belirlenmesidir. Araştırmanın etrafında şekillendiği temel bağlamın problem çözme olması araştırmayı teorik bir karşılaştırmadan daha hayata dönük ve anlamlı hale getirmektedir.

1.1. ARAŞTIRMA PROBLEMİ

Üstün ve normal zekâ düzeyindeki ortaokul öğrencilerinin matematiksel problemlerin çözümünde sergiledikleri yaklaşımlar ve stratejilerin karşılaştırılmalı olarak incelenmesi eldeki tez çalışmasının temel amacını oluşturmaktadır. Bu amaç doğrultusunda araştırmanın ana problemi şu şekilde belirlenmiştir:

'Üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin problem çözme yaklaşımları arasındaki farklılıklar ve benzerlikler nelerdir?'

Bu ana problemle ilişkili olarak çalışma kapsamında aşağıdaki alt problemlere yanıt aranmıştır:

1. Üstün zekâlı öğrencilerin matematiksel problemlerin çözümündeki başarı düzeyleri ile normal zekâlı öğrencilerin başarı düzeyleri arasında fark var mıdır?

2. Üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrenciler arasında bir problemin çözümünde kullandıkları stratejiler açısından ne gibi farklılıklar vardır?

3. Üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrenciler arasında problem için uygulanan çözümün özgünlüğü açısından ne tür farklılıklar vardır?

4. Üstün zekâlı öğrenciler, problem için uyguladıkları çözümü izah ve ispat edebilme yeteneği açısından normal zekâlı akranlarına göre farklılık göstermekte midir?

5. Üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin tercihleri göz önünde bulundurularak problem çözme stratejileri, gerektirdikleri zihinsel yetenek açısından belli bir sınıflandırmaya tabi tutulabilir mi?

Yukarıda belirtilen problemlere yanıt üretmek için eldeki çalışmada üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin problem çözme süreçleri incelenmektedir. Böylece dışarıdan gözlenemeyen ve sadece öğrencinin edimleriyle anlaşılabilecek olan zihinsel süreçleri irdeleyen çalışmamız sadece öğrencileri başarı olarak karşılaştırmak yerine onların problem çözme sürecindeki temel düşünce sistematiklerinin anlaşılmasını hedeflemektedir. Çünkü sadece başarı üzerine odaklanan bir çalışmadan elde edilen verilerle bireyin düşünce süreçleri, problem çözme performansı ve gündelik yaşamdaki sorun çözme gücü anlaşılamaz.

1.2. ARAŞTIRMANIN AMACI VE ÖNEMİ

Eldeki tez çalışmasının amacı, üstün zekâlı bireylerin normal zekâlı bireylere göre problem çözme sürecinde ne gibi zihinsel farklılıklar gösterdiğini açıklamak ve bu yolla üstün zekâlılarda matematik öğretimi ile ilgili öneriler getirmektir.

Boran ve Aslaner'e (2008) göre toplumun yaklaşık %2'lik bir kısmını oluşturan ve uygarlığın gelişim sürecinde önder olan üstün zekâlı bireylerin anlaşılması diğer tüm disiplinler için olduğu kadar matematik eğitimi açısından da önemlidir.

NCTM (1980) hazırladığı raporda Amerika'daki matematiksel üstün yetenekli birçok öğrencinin ihmal edildiği ve söz konusu öğrencilerin, potansiyellerini ülkenin teknolojik gelişimine yansıtma imkânı bulamadığını ifade etmektedir. Zekâ ve başarı kavramları birbirleriyle yakından alakalıdır. Üstün zekâlı bireylerin başarılı olması beklenir fakat gerekli ortam ve şartlar sağlanmazsa üstün zekâlı bireyin yüksek potansiyel gücü başarıya dönüştürülemez.

Richert'e (1987) göre üstün zekâlı bireylerin belirlenmesi sürecinde sorunlar yaşanmaktadır. Teorik anlamda oluşturulan ölçütler, uygulamaya döküldüğünde bireysel farklılıklar ve üzerinde mutabakata varılmış bir zekâ tanımı olmayışından yeterince ayırıcı olamamaktadır. Bu yüzden problem çözme sürecini incelemek, üstün zekâlı öğrencilerin daha kolay anlaşılmasını sağlayabilir (Budak, 2008). Bu nedenle eldeki çalışmada matematiksel bağlam olarak problem çözme konusunun seçilmiş olması önem arz etmektedir.

Problem çözme süreci bireyin yaratıcılık, analiz, sentez gibi üst düzey bilişsel yeteneklerini ortaya koyar ve zekâsını bir IQ testi gibi teorik olarak değil daha hayata dönük anlamda sergilemesine imkân tanır. IQ testi bireyin potansiyel zekâ gücünü ölçerken problem çözme uygulamaları, üstün zekâlı bireyin hem potansiyel gücünü hem de bu gücün ne kadarını hayata uygulayabildiğini görmemize imkân sağlar.

Çalışmamızda öğrencilerin zihinsel yetileriyle ilgili daha derin inceleme yapabilmek, teori ve uygulama boyutlarını bir arada görebilmek ve daha önce okulda öğrendikleri hazır kalıplarla değil kendi özgün yöntemleriyle problem çözmelerine olanak sağlamak amacıyla rutin olmayan problemler kullanılmıştır.

Rutin olmayan problemler, belirli kalıplar içerisinde hazır çözüm yolları yardımıyla çözülemeyip bireyin akıl yürütme yoluyla çözüme ulaşabileceği ve okulda işlenen problemlerden daha çok gerçek yaşam koşullarıyla yakından alakalı olan problemlerdir (Altun, 2010). Rutin olmayan problemler akıl yürütme, verileri organize etme, esnek ve yaratıcı düşünme gibi üst düzey zihinsel yeteneklerin işe koşulmasını gerektiren problemlerdir. Rutin olmayan problemler bu zihinsel yetenekleri harekete geçirerek bireyin gerçek performansının ortaya konulmasını sağlar. Rutin olmayan problemlerin eğitim öğretimde kullanılması öğrenci ve öğretmenler için olmazsa olmaz bir gerekliliktir (Chapman, 2002). Rutin olmayan problemler kullanılarak bir bireyin dışarıdan gözlenemeyen zihinsel süreçleri ve üst düzey yetenekleri analiz edilebilir. Çocukların problem çözme yetenekleri ile ilgili yapılmış çalışmaların büyük çoğunluğu onların rutin problemler üzerindeki başarı düzeyleri ya da bu problemler için uyguladıkları çözüm prosedürleri üzerinedir (English, 2007). Dolayısıyla, üstün zekâlı çocuklarla çalışılmış olması ve çalışma kapsamında rutin olmayan problemlere yer verilmesi eldeki çalışmanın önemi olarak belirtilebilir.

Dünyada 1960'lı yıllardan itibaren üstün zekâlılar alanına olan ilgi yoğunlaşırken ülkemizde 1990'lı yılların sonrasında üstün zekâlı ve yetenekli bireylerin eğitimi üzerinde daha fazla durulmaya başlanmıştır. Bu durum ülkemizde üstün zekâlılar alanında yapılan araştırmaların sınırlı kalmasına neden olmuştur (Karabulut, 2010). Matematiksel üstün yeteneklilik üzerine ülkemizde yapılan bilimsel çalışmaların sayısı da oldukça kısıtlıdır. Eldeki çalışmanın matematiksel üstün yetenekli öğrencilerin problem çözme yaklaşımları üzerine yoğunlaşması çalışmayı bu bağlamda önemli kılmaktadır.

Çalışmadan elde edilen bulgu ve sonuçlar ışığında üstün zekâlı öğrencilerin eğitimi için getirilen öneriler ise bu araştırmanın bir diğer önemi olarak belirtilebilir.

1.3. ARAŞTIRMANIN SINIRLILIKLARI

Bir bilimsel çalışmanın sınırlarının sağlıklı bir şekilde belirlenmesi yapılan araştırma neticesinde elde edilen bulgu ve sonuçların doğru anlaşılması için önemlidir. Eldeki tez çalışması katılımcı, süre ve araştırma ortamı olarak belirli sınırlılıklara sahiptir.

Araştırma 2013-2014 eğitim öğretim yılında Kayseri ili Merkez ilçelerinde farklı okullarda eğitim öğretim gören 36 üstün zekâlı öğrenci ve 36 normal zekâlı öğrenci ile kısıtlıdır. Araştırmada kullanılan problem testi ise 10 açık uçlu problemle sınırlıdır.

2. ALAN YAZINI TARAMASI

2.1. PROBLEM VE PROBLEM ÇÖZME

Problem, çözümü kolaylıkla görülmeyen, bireyin zihninde karmaşa yaratan ve çözme isteği uyandıran durum olarak tanımlanabilir. Dewey'e göre problem, insan zihnini karıştıran ona meydan okuyan ve inancı belirsizleştiren şeylerdir (Akt: Baykul ve Aşkar, 1987). Alan yazınındaki problem tanımlamalarında ortak olarak değinilen noktalar arasında bireyde çözme isteği uyandırma, çözüm prosedürünün hazırda bulunmaması ve üst düzey düşünmenin kullanılması bulunmaktadır (Krulick ve Rudnick, 1987; Schoenfeld, 1992; NCTM, 2000). Karşılaşılan bir sorun ancak çözülmesi zor, bireyi araştırma ve keşfetmeye iten bir yapıya sahip olduğunda problem olma özelliği taşır (Van De Walle, 1980; Orton ve Wain, 1994). Bingham'a (1998) göre bir problemde bulunması gereken üç özellik vardır. Bu özellikler; belli bir hedef (veya hedeflerin) bulunması, hedefe ulaşmanın kolay olmaması ve hedefe ulaşma yönünde bireyde oluşan yoğun çözme isteğidir.

Problem çözme ise ne yapılacağının bilinmediği durumda ne yapılacağını bulmaktır (Altun, 2010). Mayer'e (1985) göre problem çözme bir problemi çözüme ulaştırma sürecinde bireyin ortaya koyduğu zihinsel performanstır. Problem, bireyde karmaşa yaratan durağan bir durum iken problem çözme ise bireyin problemi okuma ve anlamlandırmasından, bulduğu sonucun doğruluğunu değerlendirmesine kadar bir dizi süreçleri içine alır.

Problem çözme sürecinde birey problemi içselleştirir, kendi cümleleri ile ifade eder, problemi matematik diline aktarır ve farklı yöntem ve stratejiler uygular. Problem ve problem çözme arasındaki temel farklılık problemlerin sabit ve durağan yapılar olması, problem çözmenin ise içinde birçok aktiviteyi barındıran ve devamlı değişen bir süreç olmasıdır. Problem çözme sürecinde birey problemi anlamlandırır, kendi zihinsel modelini oluşturur, problemi çözmek için harekete geçer, işlem yapar ve süreci gözden geçirir. Problem çözmenin süreç olması onun dinamik bir yapıda olmasını sağlar (Mayer, 1985).

Matematiksel bağlamda bakıldığında problem çözme matematik eğitiminin temel unsurlarından birisidir (Voskoglou, 2008). NCTM'nin (National Council of Teachers of Mathematics) (2000) *Okul Matematiği İçin Prensip ve Standartları*'nda problem çözme, ne yapılacağının bilinmediği durumlarda göreve dâhil olmak şeklinde ifade edilmiştir. Halmos'a (1980) göre problem çözme matematik eğitiminin kalbidir ve öğretmenler öğrencilerinin daha iyi birer 'problem çözücü' olmalarını sağlamalıdırlar. Çünkü çözümü bulmak için öğrenciler kendi bilgi birikimlerini kullanırlar ve bu süreçte kendi matematiksel anlayışlarını oluştururlar. Problem çözme süreci öğrencilerin sadece öğrenilen bilgileri uyguladığı bir süreç değildir. Problem çözme sürecinde birey matematiksel bilgiyi anlamlandırır. Matematiksel kavramlar ve işlemler arasında ilişki kurmak için problem çözme önemli bir araçtır (Swings ve Peterson, 1988).

Problem çözmenin disiplinler arası bir yaklaşım ifade etmesine rağmen problem çözme denince akla ilk olarak matematik dersinin gelmesi (Heddens ve Speer, 1997) matematik öğrenimiyle problem çözme sürecinin ne kadar iç içe olduğunu göstermektedir. Problem çözme öğretimi birçok disiplin gibi matematik öğretiminde de önem arz etmektedir. Etkili bir matematik öğretimi için problem çözme sürecinin öğrenciler tarafından iyi anlaşılması gerekmektedir (Reusser ve Stebler, 1997). Bireyin matematiksel kavramların öz bilgisinin ne kadarını anladığı ancak onun problem çözme sürecindeki performansı gözlemlenerek ve analiz edilerek anlaşılabilir.

Matematiksel düşünme yeteneğinin gelişiminde problem çözme önemli bir yer teşkil etmektedir. Problem çözme sürecindeki ilk beceri olan problem durumunun matematik diline aktarılmasından sonra problemlerden elde edilen bağıntı, örüntü ve ilişkilerin keşfedildiği akıl yürütme sürecine geçilmektedir. Daha sonra karşılıklı etkileşim yoluyla geliştirilen matematiksel bilgiler önceki öğrenmeler üzerine inşa edilerek sonradan öğrenilecek yeni matematiksel kavramlar için temel oluşturulur. Süreç dinamik olup kendisini tekrar eder (Swings ve Peterson, 1988). Bu nedenle problem çözme matematik eğitiminde merkezde yer almalı diğer bütün matematik öğrenmeleri bu merkez etrafında inşa edilmelidir.

NCTM (2000) matematik eğitiminin standartları arasında problem çözme sürecini başat standart olarak değerlendirmiştir. Ülkemizde de Milli Eğitim Bakanlığı'nın 2005 yılında uygulamaya koyduğu yeni ilköğretim matematik müfredatında problem çözme sürecinin öğrenimine özel önem verilmiş ve problem çözme becerisi öğrencilere kazandırılması gereken temel beceriler arasında gösterilmiştir (MEB, 2005).

Bayazit ve Aksoy'a (2009) göre problem çözme sürecinin matematik eğitimi açısından bu denli önemli görülmesinin nedeni problem çözmenin matematik eğitiminin uygulama sahası olarak görülmesidir. Matematik dersinde öğrenilen işlemler bilgisi problem çözme sürecinde kavramsal bilgi haline getirilmektedir. Öğrenciler problem çözme sürecinde analiz, sentez ve eleştirel düşünme gibi üst düzey bilişsel yeteneklerini kullanma fırsatı bulmakta ve matematik ile gerçek yaşam durumlarını ilişkilendirme olanağı elde etmektedirler.

İnsan öğrenmesinin doğasından hareketle matematik eğitimcilerinin problem çözme sürecini merkeze almaları ve matematik öğrenme sürecini bu yolla dinamik bir yapıya kavuşturmaları beklenmektedir. Bunu yaparken dikkat edilecek hususların başında problem seçimi gelmektedir. Matematik derslerinde kullanılacak problemlerin öğrencileri zihnen zorlayan, farklı yöntem ve stratejilerin kullanımıyla çözülebilen ve üst bilişsel yeteneklerin işe koşulmasını gerektiren yapıda olması önem arz etmektedir. Öğrencilerin geçmişten bildikleri yöntem ve stratejilerle çözülebilen ve çözüm yolu aşikâr olan problemler alıştırma niteliği taşımaktadır. Dolayısıyla bu tür soruların kullanımının öğrencilerin zihinsel gelişimine fazla katkı yapmayacağı söylenebilir.

Matematiksel problemler farklı değişkenler göz önünde tutularak değişik şekillerde sınıflandırılabilir (Charles ve Lester, 1982). Bu sınıflamalardan birisi, problemin öğrenim sürecinde kullanılma sıklığına ve uygulanması gereken çözümün özgünlüğüne göre yapılan sınıflamadır. Öğrenim sürecinde sıklıkla karşılaşılan ve çözümü için önceden öğrenilmiş hazır çözüm yolları bulunan problemler rutin problemler olarak adlandırılır. Örneğin "*Bir sayı ile bu sayının 4 katının toplamı 60 ise bu sayıyı bulunuz?"* şeklinde bir problem verildiğinde bu problemin rutin bir problem olduğu söylenebilir. Çünkü bu tarz problemlere öğretim süreçlerinde sıkça yer verilmekte ve bu tarz problemler için kullanılabilecek hazır yollar öğretilmektedir (Folmer, 2000). Öğrencinin zihninde karmaşa yaratacak kadar zor olmayan ve günlük yaşam durumlarıyla da ilişkilendirilmemiş olan bu tür problemler esasen problem tanımlamalarıyla da tam olarak örtüşmez; daha çok alıştırma niteliği taşırlar.

Bazı problemler ise önceden öğrenilmiş hazır kalıplarla çözülemez, akıl yürütme ve özgün çözüm stratejileri gerektirir. Bu tür problemlere rutin olmayan problemler denilebilir. Rutin olmayan problemler üst düzey düşünme, veriler arasındaki ilişkileri keşfetme, analiz, sentez yapabilme ve tümevarımsal düşünme gibi yeteneklerin problem çözme sürecinde kullanımını gerektirir (Altun, 2005).

Rutin olmayan problemlerin çözümü öğrenciyi zorlar ve daha üst düzey bilişsel yetenekler gerektirir (Stanic ve Kilpatrick, 1989; Altun ve Arslan, 2006). Üst düzey düşünme becerilerinin gelişiminin zaman almasının yanında gerçek yaşam durumlarını da göz önünde bulundurmayı gerektirdiğinden rutin olmayan problemlerin çözülmesi rutin problemlere göre daha zordur (Xin vd, 2007).

Rutin problemlerin çözümlerinin de rutin yollardan oluşturulması kaçınılmazdır. Fakat rutin olmayan problemlerin çözüm yaklaşımları normalden çok daha farklı yollarla oluşturulabilir. Hatta bu tarz problemlerin çözümüne ulaşabilmek için hazır çözüm yollarının sınırlayıcı bağlamından sıyrılmak gerekir. Birçok öğrenci rutin olmayan problemleri çözmek için rutin yöntemler denediklerinden başarılı olamazlar ancak kendi bilişsel süreçlerini özgürce kullanan bireyler rutin olmayan problemler için özgün çözüm yaklaşımları üretebilirler. Dolayısıyla bireyin problem çözme konusundaki yeterlilik ve becerileri rutin olmayan problemlerin çözümlerinde daha belirgin şekilde ortaya çıkar.

Rutin problemlerin çözümünden elde edilen yüksek puanlar bu puanı alan bireyin zekâ seviyesi hakkında fikir vermez. Öğrenilmiş hazır bilgileri daha önceden sınırları çizilmiş hazır durumlara uygulama konusunda bireyin başarılı olduğu söylenebilir. Öğretim sürecinde çok fazla rutin probleme yer vermek öğrencileri otomatikleştirir ve süreci düşünmelerini engeller. Gereğinden fazla aynı tür problem çözmek problemi problem olmaktan çıkarıp egzersize dönüştürür. Rutin olmayan problemleri çözebilmek için bireylerin daha önceden öğrendiği bilginin sadece işlemsel boyutunu değil o işlemin ardında yatan manayı ve özü de kavramış olmaları beklenir. Kavramın öz bilgisine sahip olan birey bu bilgiyi ancak rutin olmayan problemleri çözmedeki başarısı ile gösterebilir. Rutin olmayan problemlerin sınıf içi öğretimde kullanılması, öğretim sürecini ezbercilikten kurtarıp daha öğrenci merkezli ve hayata dönük hale getirir.

Rutin olsun ya da olmasın bir problemi çözüme ulaştırmanın çoğunlukla birden fazla yolu vardır. Uygulanan yöntem ve stratejiler probleme göre değişkenlik gösterebileceği gibi çözen kişinin zihinsel süreçlerine bağlı olarak da değişkenlik ve çeşitlilik gösterebilir.

2.2. PROBLEM ÇÖZME SÜRECİNİN AŞAMALARI

Problem çözmenin süreç eksenli zihinsel faaliyetler bütünü olduğundan daha önceki kısımlarda bahsedilmişti. Genel manada bu sürecin yürütülmesinde takip edilebilecek farklı yaklaşımların olduğu bilinmektedir. Problem çözme süreci için uygulanabilecek ve eğitimciler arasında en fazla kabul gören yaklaşım Polya'nın 'How to Solve It' isimli eserinde belirttiği ve literatürde 'heuristics' olarak tanınan problem çözme aşamalarıdır (Kilpatrick, 1987). Polya'nın (1990) önerdiği problem çözme yaklaşımı dört temel aşamadan oluşmaktadır. Bu aşamalar: problemi anlama ve verilenleri ayırt etme, çözüm için uygun plan yapma, geliştirilen planı uygulama ve değerlendirme (kontrol etme) olarak sıralanabilir.

Polya'nın (1990) belirttiği çözüm aşamalarının ilki problemin anlaşılması aşamasıdır. Öğrencinin sadece matematiksel yetenekleriyle değil aynı zamanda sözel kabiliyetleri ve okuma becerileriyle de yakından alakalı olan bu aşamanın doğru şekilde uygulanamaması diğer aşamalarda da eksiklik ve hatalara neden olabilir.

Birey bu aşamada problem cümlesinde verilen problem durumunu zihninde yapılandırır. Verilenler arasındaki ilişkileri şematize eder. Zihninde kendi bilişsel temalarına uygun modeller oluşturur ve problemi zihinsel olarak kodlar. Problemde verilenleri ve istenenleri ayırt eder. Birey problemi anladığı zaman zihninde bir çözüm fikri gelişmeye başlar.

Matematik eğitimcileri, bu aşamanın sağlıklı ilerleyebilmesi için problem cümlelerini anlaşılır bir dille oluşturmalı, problemde eksik ya da fazla bilgiye yer vermemeli ve yanlış yorumlamaya yol açabilecek bir anlatım tarzından kaçınmalıdırlar.

Problem çözme sürecinin ikinci aşamasını teşkil eden plan yapma aşaması ise öğrencinin çözüm sürecini kafasında planladığı ve uygulayacağı strateji ve yöntemi belirlediği aşamadır (Yıldırım, 2000). Bu aşamanın problem çözmenin ana çatısını oluşturduğu belirtilmektedir. Resim, tablo ve şekil gibi yardımcı unsurlar oluşturulabilir. Matematiksel modellerden faydalanılıp faydalanılamayacağı bu aşamada belirlenir. Kısacası birey problem çözme sürecinde uygulayacağı yöntemlerin yol haritasını ikinci aşamada çizer. Plan yapma aşamasında Polya (1990) bilinmeyene ulaşmak için daha önce çözülmüş benzer bir problemde işe yarayan bir stratejinin eldeki problemin çözümünde de denenmesinin faydalı olabileceğini belirtmektedir.

Belirlenen yöntem ve stratejiler üçüncü aşama olan planı uygulama aşamasında işe koşulurlar. Birey problemden ayırt ettiği verileri ve ikinci aşamada organize ettiği stratejisini üçüncü aşamada artık uygulamaya koymaktadır. Yapılan her bir çözüm adımının doğruluğu kontrol edilmeli ve adımlar atlanılmamalıdır. Bu aşama, sadece zihinsel beceriler ile değil aynı zamanda işlemsel yetenekler ve dikkat değişkenleri ile de yakından alakalıdır. Her bir adımın doğruluğunun denetlenmesi bu açıdan önemlidir.

Son aşama olan değerlendirme aşamasında birey uyguladığı stratejilerin doğru çözüme ulaşmasını sağlayıp sağlamadığını kontrol eder. Günümüzde matematik eğitiminin hedefi sonuçtan çok sürecin doğru olmasıdır (Altun, 2006). Matematiksel bir problemin çözümünden sonra elde edilen sonucun doğru olması problemin doğru çözüldüğünü söylemek için yetersizdir. Önemli olan sonucun doğru olması değil süreçle birlikte sonucun doğru olmasıdır. Çünkü yanlış bir strateji ya da yöntem kullanarak tesadüfen doğru sonuca ulaşılmış olabilir. Ulaşılan sonucun hatalı olması durumunda aynı süreç farklı yaklaşımlarla tekrar edilerek hatalı olan aşama düzeltilmelidir.

Polya'nın (1990) belirttiği aşamalar genel bir yaklaşım olup bu sürecin kalıplaşmış ve statik olduğu düşünülmemelidir. Ayrıca belirtilen problem çözme aşamaları lineer bir süreç olarak da algılanmamalıdır. Bu aşamaların her biri birbiriyle bağlantılıdır ve problem çözme sürecinde bu adımlar arasında ileri geri geçişler yaşanabilir.

2.3. PROBLEM ÇÖZME STRATEJİLERİ

Problem çözümü, bilişsel ve üst bilişsel yetilerin beraberinde uygun strateji seçimini de gerektirir (Montegue, 1992). Bir problemin çözümünde uygulanabilecek birçok farklı strateji bulunmaktadır. Literatürde matematiksel bir problemin çözümünde kullanılabileceği belirtilen stratejiler aşağıda sıralanmıştır (Charles, Lester ve O'Daffer, 1992; Schoenfeld, 1992; MEB, 2009).

- *Deneme-yanılma*
- *Şekil, resim, tablo vb. kullanma*
- *Sistematik bir liste oluşturma*
- *Örüntü arama*
- *Geriye doğru çalışma*
- *Tahmin ve kontrol etme*
- *Problemi başka bir biçimde ifade etme*
- *Problemi basitleştirme*
- *Benzer bir problem çözme*
- *Akıl yürütme*
- *İşlem seçme*
- *Denklem kurma*

Bu stratejilerden her biri bir problemin çözümünde tek başına kullanılabileceği gibi birden fazla strateji bir arada da kullanılabilir (MEB, 2009). İlgili çalışmalar problem çözme stratejileri konusunda eğitim alan öğrencilerin almayan öğrencilere göre problem çözümünde daha yüksek performans sergilediklerini göstermektedir (Yıldızlar, 2001; Yazgan, 2007). Altun ve Arslan (2006) alan yazınında rutin olmayan problemlerin çözümünde sık kullanılabilecek en yaygın problem çözme stratejilerinin tahmin ve kontrol, problemi basitleştirme, bağıntı arama, geriye doğru çalışma, sistematik liste yapma ve şekil çizme olduğunu vurgulamaktadır. Bu tez çalışmasında kullanılan problemler rutin olmayan problemler olduğundan yukarıda bahsi geçen stratejilerden önemli olanları takip eden alt bölümde açıklanacaktır.

2.3.1. Tahmin ve Kontrol Stratejisi (Deneme-Yanılma)

Tahmin ve kontrol stratejisi bir problemi çözerken gelişigüzel bir sayıdan hareket ederek problemin bu sayı için doğruluğunun test edilmesi esasına dayanır. Test edilen sayı problemi doğrularsa çözüme ulaşılmış olur. Eğer test edilen sayı bu problem için doğru çözüme ulaştırmazsa yerine başka sayılar denenir. Tahmin- kontrol stratejisi ile deneme-yanılma stratejisi tam olarak aynı stratejiyi karşılamamalarına rağmen literatürde aynı anlamda kullanılmaktadır (Altun ve Arslan, 2006; Akkan ve Çakıroğlu, 2012).

Tahmin ve kontrol stratejisinde sayılar arasındaki ilişkiler bir sonraki denemede göz önünde bulundurulurken deneme-yanılma stratejisinde seçilen sayılar arasında anlamlı bir ilişki ya da sistematik yoktur. Literatürdeki kullanıma paralel olarak bu çalışmada bu iki strateji benzer zihinsel yetenekler gerektirdiğinden aynı kapsamda değerlendirilmiştir. Örneğin "*bir sayının 3 katının 5 fazlası 23 ise bu sayı kaçtır?*" şeklinde verilen basit bir problem için birey gelişigüzel bir sayı belirleyip bu sayının problemi doğrulayıp doğrulamadığını test eder. Bireyin 5 sayısını denediği varsayalım "5'in 3 katı 15'tir. 15'in 5 fazlası ise 20'dir" şeklinde bir deneme-yanılma sürecine giren birey doğru sonuca ulaşıncaya kadar denemeye devam eder. Deneme sayısını azaltmak için liste, tablo gibi yardımcı araçlardan yararlanılabilir. Tahmin ve kontrol stratejisi sadece işlemsel bilgi kullanılarak işletilmektedir. Birey sadece verilen işleme odaklanır. Kavramsal bilgi ve ilişkisel bilgi kullanmaktan çoğunlukla kaçınır. Bilişsel beceriler dikkate alındığında tahmin ve kontrol stratejisi takip eden stratejilere göre daha alt düzey yetenekler gerektirdiği söylenebilir.

<u>Örnek Problem 1</u>: *İçerisinde sadece 10 TL ve 50 TL'lik banknotların bulunduğu bir cüzdanda toplam 12 adet banknot vardır. Banknotların toplam değeri 520 TL olduğuna göre kaç adet 50 TL' lik banknot olduğunu bulunuz.*

Tablo 1. Örnek problem 1'in tahmin ve kontrol stratejisi kullanılarak yapılmış çözümü (Bayazit ve Aksoy'dan (2009) uyarlanmıştır)

50 TL		**10 TL**		**Toplam**	
Banknot sayısı	**Tutar**	**Banknot sayısı**	**Tutar**	**Banknot sayısı**	**Tutar**
6	300	6	60	12	360 (olması gerekenden az)
8	400	4	40	12	440 (olması gerekenden az)
11	550	1	10	12	560 (olması gerekenden fazla)
10	500	2	10	12	520 (doğru sonuca ulaşıldı)

Tahmin ve kontrol stratejisi diğer strateji ve yardımcı stratejilerle harmanlanarak daha etkili hale getirilebilir. Tablo ve listelerle etkililiği artırılan tahmin ve kontrol stratejisi aslında diğer stratejiler için temel oluşturma niteliği taşımaktadır. Örneğin örüntü arama stratejisini kullanmak isteyen bir bireyin öncelikle tahmin ve kontrol stratejisi ile küçük sayılar için sonuçları denemesi daha sonra ise genelleştirme sürecini kullanarak bağıntı ve örüntülere ulaşması beklenir.

2.3.2. Problemi Basitleştirme Stratejisi

Büyük sayılardan oluşan ya da çok fazla değişken arasındaki ilişkiyi çözümlemeyi gerektiren problemlerde problemi basitleştirme stratejisi sıklıkla kullanılmaktadır. Problemin çözümü için daha küçük sayıları kullanarak problemin basit modelleri oluşturulur. Bu modellerden elde edilen sayılar ana problemin çözümünde kullanılır

(Yazgan, 2007). Problemi basitleştirme stratejisi esasen tahmin ve kontrol stratejisine benzemekle birlikte tahmin ve kontrol stratejisinde amaç istenen sayıya ulaşmak iken problemi basitleştirme stratejisinde amaç veriler arasındaki ilişkilerin keşfedilmesidir ve problemde kullanılabilecek çözüm parçalarına ulaşılması istenmektedir.

Aşağıda örnek bir problem ve bu problemin 'problemi basitleştirme' stratejisi ile çözümü verilmiştir.

Örnek Problem 2: *Ayşe her gün önceki günlerde okuduğu toplam sayfa sayısı kadar sayfa okuyarak bir kitabı 13 günde bitirdiğine göre kitabın yarısını bitirmesi kaç gün sürmüştür?*

Çözüm: Kitabın 13 günde değil de 3, 4 ve 5 günde bittiğini varsayalım. 1. gün 1 sayfa okumuş olduğu varsayılarak aşağıdaki tablo oluşturulabilir.

Tablo 2. Problemi basitleştirme stratejisinin kullanıldığı bir problem çözümü

1. gün	2. gün	3. gün	4. gün	5. gün	Toplam	Tamamını bitirdiği gün	Yarısını bitirdiği gün
1	1	2			4	3	2
1	1	2	4		8	4	3
1	1	2	4	8	16	5	4

Yukarıdaki tablo çözüm stratejisinin bir parçası olarak değil stratejinin daha rahat aktarımını sağlamak için yardımcı bir araç olarak kullanılmıştır. Tablo incelenecek olursa kitabın kaç günde bittiğine bakılmaksızın kitabın yarısının her zaman bir gün önce bittiği görülmektedir. Buna göre 13 günde biten kitabın yarısı 12. günde bitmiştir.

2.3.3. Bağıntı (Örüntü) Arama Stratejisi

Bağıntı ve örüntü arama stratejileri, verilerin organize edilmesi, veriler arasındaki ilişkilerin belirlenmesi ve bu ilişkileri genelleyerek daha genel ve evrensel kuralların genelleştirilmesini içeren stratejilerdir. Bu yüzden üst düzey zihinsel yetenek gerektirir. Özünde tümevarımsal düşünebilmeyi içerir ki bu düşünme sürecini kullanabilen bireyler elde ettiği çözümü sadece eldeki problem için değil benzer bütün problemlerin çözümüne aktarabilirler.

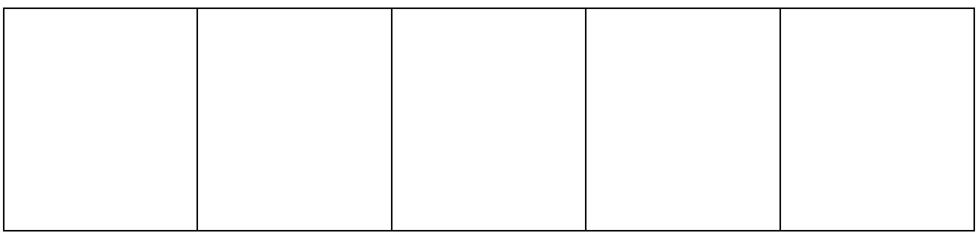
Bazı problemlerde değişkenler arasındaki ilişkiler incelendiğinde bütün değişkenler için sağlanan bir kuralın var olduğu görülür. Bu kural ile problemdeki veriler üzerinde değişiklik yapılsa bile kural yeni verilerin oluşturduğu benzer problem için geçerliğini korumaya devam eder. Bazen bu kural bir bağıntı iken bazen bir örüntü olabilir.

Alanyazınında bu iki stratejinin birbiriyle aynı anlamda kullanıldığı görülmektedir; ancak bu iki strateji aralarındaki benzerliğe rağmen tamamen birbirlerini karşılamamaktadır (Altun ve Arslan, 2006; Yazgan, 2007). Bağıntı iki değişken arasındaki ilişkiyi belirten cebirsel bir ifade iken örüntü aralarında bir ilişki olan belli sayıda elemanın bir araya gelerek oluşturduğu bir kümedir.

Örüntüler, bağıntı bulma sürecinin bir aracı olarak kullanılmaktadır. Problemdeki verilerin farklı değerleri için elde edilen sonuçlar ile bir örüntü oluşturuluyorsa ve bu örüntü ilerletilerek sonuca ulaşılıyorsa örüntü bulma stratejisinden bahsedilmektedir. Eğer örüntüden hareketle genel bir bağıntıya ulaşılıyorsa bağıntı bulma stratejisinden söz etmek gereklidir. Aşağıda örnek bir problemin örüntü bulma ve bağıntı bulma stratejileri ile çözümüne yer verilmiştir.

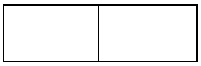
Örnek Problem 3:

Aşağıdaki şekilde kaç farklı dörtgen olduğunu bulunuz (Yazgan, 2007).

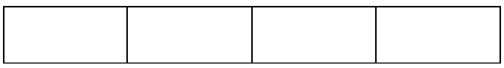


Tablo 3. Örnek problem 3 için örüntü ve bağıntı bulma stratejileriyle yapılan çözümler

<table>
<tr><th>Örüntü Bulma</th><th>Bağıntı Bulma</th></tr>
<tr><td>
Şekilde 5 dörtgen birleştirilmiş. Örüntü aramak için daha küçük sayıda dörtgenin birleştirildiği bir şekilden hareket edelim.


İki dörtgenin birleşimiyle oluşan şekilde 3 farklı dörtgen var.


Üç dörtgenin birleşimiyle oluşan şekilde 6 dörtgen var.


Dört tane dörtgenin birleşimiyle oluşan şekilde 10 tane dörtgen var.

Sayıları birleştirip örüntü oluşturursak 3-6-10-? Şeklinde verilen örüntüde “?” yerine 15 gelmesi gerektiği görülmektedir.
</td><td>
Yan taraftaki şekillerden elde edilen verilerle bir tablo oluşturup birleştirilen dörtgen sayısı ile oluşan toplam dörtgen sayısı arasındaki ilişkiyi belirleyelim.

<table>
<tr><td>Birleşen dörtgen sayısı</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td>Oluşan toplam dörtgen sayısı</td><td>3</td><td>6</td><td>10</td></tr>
</table>
Yukarıdaki tabloda birleşen dörtgen sayısına n denilirse oluşan toplam dörtgen sayısının $\frac{n.(n+1)}{2}$ olduğu görülür.

n yerine 5 yazılırsa oluşan dörtgen sayısının 15 olduğu görülür.
</td></tr>
</table>

Örüntü ve bağıntı bulma stratejileri alan yazınında birlikte kullanılmalarına rağmen yukarıdaki iki farklı çözümden anlaşılacağı gibi tam olarak birbirlerini karşılamamaktadır. Eldeki çalışmada kullanılan problemlerin çözümü için gerekli olan stratejiler dikkate alındığında bağıntı ve örüntü bulma stratejilerinin benzer bilişsel yetenekleri gerektirmesi dolayısıyla bu iki stratejinin çalışmamızda aynı strateji başlığı altında (bağıntı (örüntü) arama) kullanılması uygun görülmüştür.

2.3.4. Geriye Doğru Çalışma Stratejisi

Bazı problemler oluşturulurken problem durumunun sonucu verilip başlangıç verileri istenebilir ki bu durumda problem çözücünün sonuçtan hareket edip başlangıç verilerine ulaşması için geriye doğru çalışma stratejisini kullanması beklenir (Tertemiz ve Çakmak, 2004). Geriye doğru çalışma stratejisi aslında zihinsel olarak ana problemin tam tersi bir problem kurgulanıp bunun adım adım çözülmesi esasına dayanır. Örneğin "*bir sayısının yarısının 5 fazlası 12 ise bu sayı nedir?*" şeklinde verilen problem zihinsel olarak geriye çevrilir ve "*12 sayısının 5 eksiğinin 2 katı nedir?*" şeklinde revize edilebilir.

2.3.5. Sistematik Liste Oluşturma Stratejisi

Bir problemin çözümü ile ilgili verilerin sayısı fazlalaştıkça bu verilerin sayılması zorlaşır ve bu durumda problem çözücü verileri listeleme ihtiyacı hisseder. Liste oluştururken hiçbir verinin atlanmaması için belli bir sistem izlenmesi gerekir. Problem çözücünün bütün verileri bir sisteme göre listeleyip bu yolla problem çözmesine sistematik liste oluşturma stratejisi denilir. Sistematik liste oluşturma stratejisi bazı problemlerin çözümünde tek başına bir strateji olarak kullanılabilirken bazı problemlerde yardımcı bir strateji olarak da kullanılabilir. Aşağıda bir örnek problem ve problemin sistematik liste oluşturma stratejisiyle çözümüne yer verilmiştir.

<u>Örnek Problem 4:</u> Bir *bayram ziyaretine giden 7 kişinin her biri birbiriyle tokalaştığına göre toplam kaç tokalaşma gerçekleştiğini bulunuz.*

Tablo 4. Örnek problem 4 için sistematik liste oluşturma stratejisiyle yapılmış çözüm

A, B, C, D, E, F, G harflerinin her birinin bir kişiyi simgelediğini varsayalım ve her harfi sırasıyla diğer harflerle eşleştirelim.

AB, AC, AD, AE, AF, AG
BC, BD, BE, BF, BG
CD, CE, CF, CG
DE, DF, DG
EF, EG
FG

Eşleşmeler sayıldığında toplam 21 eşleşme olduğu görülüyor. Bu durumda 21 farklı tokalaşma gerçekleşmiştir.

Sistematik liste oluşturma stratejisini kullanan problem çözücüler matematiksel verileri organize etme ve anlamlandırma eğilimindedir. Sistematik liste stratejisi kullanılarak daha üst düzey stratejiler olan bağıntı ve örüntü arama stratejileri için girdi elde edilebilir. Örneğin yukarıdaki çözümde 6+5+4+3+2+1 adet eşleşme olduğu dikkat çekmektedir. Birey bu ilişkiyi fark eder ve bir kural üretme yoluna girerse bağıntı arama stratejisine geçmiş olur

2.3.6. Şekil Çizme Stratejisi (Model Oluşturma)

Matematiksel modelleme sözel olarak ifade edilen bir matematik probleminin muhtevasını da dikkate alarak matematik diline dönüştürülmesi olarak tanımlanabilir (Blum ve Niss, 1989). Modelleme sonucunda elde edilen ürün ise model adını alır. Modeller tablo, resim şekil vs. olabileceği gibi sadece matematiksel bir eşitlikte olabilir. Bu çalışma kapsamında çizimler yoluyla oluşturulmuş olan şekiller ve görsel ögeler içeren yapılar model olarak kabul edilmektedir. Şekil kavramının içerisine tablo, resim ve grafik gibi her türlü somutlaştırmaya yardımcı materyaller girebilir.

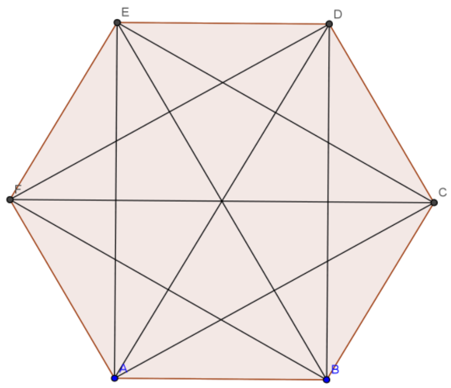
Şekil kullanma bir problem için önceden hazırlanmış bir şekilden ya da problem çözücünün problemde verilenlere göre kendi oluşturacağı özgün görsel materyalin kullanılması olarak tanımlanabilir. Şekillerin kullanılması verilen bir problemin anlaşılması ve çözüm planı yapma aşamalarında problem çözücüye kolaylık sağlaması açısından oldukça önemlidir. Şekil kullanma stratejisi çoğu zaman problem çözümlerinde tek başına değil diğer stratejiler için yardımcı bir unsur olarak kullanılmaktadır.

Larkin ve Simon (1987) bir şeklin binlerce kelimeden daha etkili olabileceğini belirtmektedir. Şekil yardımıyla sunulan bir problem sadece sözel olarak sunulan problemlerden çok daha etkilidirler. Çünkü şekiller, kelimeler yardımıyla soyutlanmaya çalışılan matematiksel kavram ve düşüncelerin modelleridirler. Bir problem durumunu anlamaya çalışan bireyin öncelikle verilen problemin modelini oluşturması gerekebilir. Problem çözücü sahip olduğu zihinsel şemaları bir problem durumuyla karşılaştığında, zihinsel olarak ya da hem zihinsel hem de kâğıt üzerinde kullanabilir. Literatürde problem çözücünün kendi yapılandırdığı bir şekli kullanmasının problem çözümünde daha etkili sonuçlar verdiğine dair çok sayıda kanıt bulunmaktadır (Larkin ve Simon, 1987; Mayer, 2003; Cheng, 2004).

Uesaka ve diğerleri (2007) problem çözümünde şekil kullanan bireylerin kullanmayanlara göre daha başarılı olduklarını rapor etmektedir. Öğrenim seviyesi ve bununla birlikte matematiksel materyalin soyutluğu arttıkça şekil kullanma stratejisi daha az kullanılmaya başlanır (Baykul, 2002). Aşağıda örnek bir problem ve şekil çizme stratejisi yardımıyla çözümüne yer verilmiştir.

<u>Örnek Problem 5</u>: *Bir düzgün altıgenin kaç adet köşegeni olduğunu bulunuz.*

Çözüm:



Şekil 1. 'Örnek Problem 5' için şekil çizme stratejisi ile hazırlanmış çözüm

Yukarıdaki örnekte anlaşılabileceği gibi çözüm için bir matematiksel model oluşturulmuş ve bu model aracılığıyla çözüm yapılmıştır. Cebir ve geometri arası geçişlerin daha kolay anlaşılması açısından şekil çizme stratejisi önemlidir.

2.4. ÜSTÜN ZEKÂLILARDA MATEMATİK EĞİTİMİ VE PROBLEM ÇÖZME

Zekâ bireyin çevreyi anlama, anlamlandırma ve çevreden gelen uyarılara uygun tepkiler verebilme yeteneğidir. Binet ve Simon (1961) zekâyı farklı durumlara uyum sağlayabilme, öz düzenleme ve öz eleştiri yeteneği olarak tanımlamaktadır (Akt: Karabulut, 2010).

İnsanlar arasındaki bireysel farklılıkların en dikkat çekeni onların zekâ seviyeleri ya da diğer bir deyişle zekâlarının ne kadarını hayata uygulayabildikleridir. Bazı bireylerin toplumun geneline göre daha üst düzey zihinsel yetenekler sergilemeleri, sanat ve spor gibi alanlarda diğer bireylerin ulaşamayacağı düzeyde kaliteli ve özgün eserler ortaya koymaları onlar için tarih boyunca değişik adlandırmaların geliştirilmesine neden olmuştur. Özellikle yaşıtlarından üstün özellikler gösteren çocuklar için Eflatun "*Altın*

Çocuklar” deyimini kullanmıştır (Çamurlu, 2001). Daha sonra kullanılmaya başlanan parlak, dahi, seçkin gibi terimlerinin yerine günümüzde üstün zekâlı (gifted) ve üstün yetenekli (talented) terimleri kullanılmaktadır.

Üstün yetenek ve üstün zekâ kavramları tam olarak aynı anlamı karşılamamalarına rağmen literatürde çoğu zaman aynı anlamda kullanılmaktadır. Üstün yetenek kavramı daha çok resim, müzik, atletizm gibi güzel sanatlar ve spor alanında ortalamadan üstün olan bireyleri tanımlamak için kullanılırken soyut disiplinlerde ortalamanın üzerinde olan bireyler için ise üstün zekâlı terimi öne çıkmaktadır. Bu çalışmada genel kullanıma paralel olarak üstün zekâlı terimi kullanılacaktır.

Tannenbaum’a göre (2003) üstün zekâlı birey, şaşırtıcı ve takdir edilmesi gereken sıra dışı başarı gösterme gücüne sahip olan ya da sosyal, ahlaki, fiziksel ve duyuşsal olarak akranlarından belirgin üstünlük gösteren bireydir. Genel tanımlama bu şekilde olsa da hangi bireylere üstün zekâlı denileceğinin belirlenebilmesi için bir ölçüte ihtiyaç vardır. Bu durum zaman içerisinde zekânın ölçülmesi fikrini doğurmuştur. Geçmişte bireylerin zekâ seviyeleri arasındaki farklılıklar sadece onların ortaya koydukları performans ve eserler göz önünde bulundurularak belirlenmekteydi. Fakat bireylerin var olan zekâlarının tamamını uygulamada gösterememeleri ve zekânın dışarıdan gözlenemeyen bir yapıda oluşu araştırmacılarda zekâ testi geliştirme düşüncesini ortaya çıkarmıştır. Literatüre baktığımızda araştırmacıların zekâ ve üstün zekâ kavramlarına getirdiği tanımlamalar çeşitlendikçe bunun paralelinde geliştirilen zekâ testlerinin de çeşitlendiği görülmektedir.

Literatürde zekâ ölçeği olarak geliştirilen testlerden ilk olarak ortaya çıkan Stanford-Binet Zekâ testidir (Binbaşıoğlu, 1995). Bunun dışında alan yazınında öne çıkan diğer zekâ ölçekleri ise Weschler Zekâ Testi, Bilişsel Değerlendirme Sistemi, Kaufmann’ın Çocuklar İçin Değerlendirme Bataryası, Catell’in Kültürden Arındırılmış Zekâ Testi ve Raven’in Standart İlerleyen Matrisler Testi olarak sıralanabilir (Kurt, 2008).

Zekâ testlerinin geliştirilmesi Türkçe’ye zekâ bölümü olarak geçen IQ (Intelligence Quotient) kavramını ortaya çıkarmıştır. Zekâ bölümü bir bireyin zekâ testinden aldığı puanın diğer bireylerin aldığı puan ortalamasıyla oransal bir karşılaştırmasıdır. Zekâ testinden insanların aldığı ortalama puan 100 olarak değerlendirildiğinde bireyin zekâ bölümü 100 ün üzerinde ise ortalamanın üstünde 100 ün altındaysa ortalamanın altında olarak değerlendirilmektedir. Stanford Binet Zekâ testi temel alınarak yapılan değerlendirmeye göre zekâ bölümü 100 ile 110 arasındaki bireyler normal zekâlı, 110 ile 140 arasındaki bireyler üstün zekâlı, 140 ve üstünde olan bireyler dahi olarak tanımlanmaktadır (Enç, 2005).

Sadece zekâ bölümü göz önünde bulundurularak yapılan üstün zekâlılık değerlendirmesine karşı çıkan araştırmacılar da vardır. Maker'e göre (2003) üstün zekâlı birey sadece zekâ bölümü yüksek olan birey değil, bu zekâ seviyesini problem çözme gücüne dönüştürebilen bireydir. Gardner'de (1993) sadece IQ testi ile yapılan zekâ tanımlamalarına karşı çıkıp zekânın farklı boyutları olan bir yapı olduğunu savunmuştur. Gardner (1993) çoklu zekâ kuramında zekânın 8 boyutundan, diğer bir deyişle 8 farklı zekâ alanından bahseder. Bu alanlar görsel zekâ, işitsel zekâ, dilsel zekâ, matematiksel zekâ, müziksel zekâ, bedensel zekâ, sosyal zekâ ve içsel zekâ olarak sıralanabilir.

Amerika'da 1972 yılında üstün zekâlı ve yeteneklilerin eğitiminde çerçeve plan olarak yayımlanan Marland Raporunda üstün zekâlılık ve yetenekliliğin altı boyutundan bahsedilmektedir. Bunlar; genel zihinsel yetenek, özel akademik yetenek, yaratıcı-üretici düşünme, liderlik kapasitesi, görsel ve performans sanatlarındaki yetenek ve psikomotor beceri olarak sıralanmıştır. Üstün yeteneklilerde bu özellikler tekil ya da bütünleşik halde bulunabilir.

Sternberg (1986) üstün zekâlılığın üç alt boyutundan bahsetmiştir. Bunlar; analitik üstün zekâ, sentetik üstün zekâ ve pratik üstün zekâdır. Analitik üstün zekâ bir problemdeki verilerin analiz edilip, problemin içselleştirilmesini sağlayan üstün zekâ boyutudur. Sentetik üstün zekâ yeni olay ve durumlara uyum sağlayabilme yeteneği ve yaratıcılık düzeyi olarak görülürken pratik üstün zekâ ise günlük yaşam aktivitelerinde analitik ve sentetik üstün zekânın harmanlanarak kullanılması olarak tanımlanmaktadır.

Zekâ ve üstün zekâ tanımlamalarının bu kadar farklılaşmasının temelinde zekânın çok boyutlu bir yapıya sahip olması bulunmaktadır. Türkiye'de 1991 yılında gerçekleşen I. Özel Eğitim Konseyi Üstün Yetenekli Çocuklar Eğitim Komisyonu'nca yapılan tanımlamaya göre üstün yetenekli birey genel ve/veya özel yetenekleriyle kendi yaş gurubundaki bireylerden daha üst düzey performans gösteren birey olarak tanımlanmıştır (MEB, 1991). Alanyazınındaki üstün zekâ tanımlamaları göz önünde bulundurulduğunda üstün zekâlı ve yetenekli bireylerin sahip olduğu genel özellikler aşağıdaki gibi sıralanabilir (Marland, 1972; Renzulli, 1977; Jackson ve Klein, 1997; Silverman, 2002):

1. *Fiziksel olarak yaşıtlarından daha gelişmişlerdir.*
2. *Meraklı, duygusal, hassas ve mükemmeliyetçidirler.*
3. *Yaşıtlarına göre daha erken konuşur, yürür ve okurlar.*
4. *Yüksek yaratıcılık düzeyine sahiptirler.*
5. *Sayı ve sembollerle düşünebilme yeteneğine sahiptirler.*
6. *Özdenetim ve öz düzenleme yetileri yüksektir.*
7. *Olasılıklı düşünme becerileri gelişmiştir ve bir probleme birden çok çözüm üretebilirler.*
8. *Espri yetenekleri gelişmiştir.*
9. *Neden-sonuç ve parça-bütün ilişkilerini anlamakta başarılıdırlar.*
10. *Soyut düşünme becerileri gelişmiştir.*
11. *Tümevarımsal ve tümdengelimsel düşünme gücüne sahiptirler.*

Üstün zekâlı ve yetenekliler sahip oldukları bu genel özelliklerin yanında bazı özel alanlarda üst düzey başarı gösterebilirler. Üstün zekâlı bireyler genel anlamda yetenekli olmalarının yanında bir ya da birkaç alanda daha üst düzey yeteneklere sahip olabilirler. Üstün yeteneklilerin birçoğu matematik alanında da başarılıdırlar. Dikkat edilecek olursa yukarıda sayılan özelliklerden birçoğu matematikle ilişkili zihinsel yeteneklerdir.

Krutetskii (1976) üstün zekâlılar üzerindeki çalışmaları sonucunda matematiksel üstün zekâya sahip öğrencilerin aşağıdaki özelliklere sahip olduğunu belirtmiştir.

1. *Matematiksel materyali şekillendirme yeteneği*
2. *Matematiksel materyali genelleştirme yeteneği*
3. *Numara ve sembollerle işlem yapma yeteneği*
4. *Örüntü kullanma ve mantıksal düşünme yeteneği*
5. *Kısaltma yeteneği*
6. *Zihinsel işlemleri geri çevirme yeteneği*
7. *Esnek düşünebilme yeteneği*
8. *Matematiksel hafızayı kullanabilme yeteneği*
9. *Uzaysal kavramlarla çalışabilme yeteneği*

Krutetskii’nin (1976) belirttiği bu matematiksel kabiliyetlerin her biri problem çözme stratejileriyle ilişkilendirilebilir. Problem çözme süreci matematiksel yeteneklerin ortaya konulmasını ve hayata aktarımını sağlar. Problem çözme sürecinin matematik yapma anlamına geldiği ve bu süreçte matematiksel yeteneklerin aktif olarak kullanıldığı belirtilmektedir (Freudenthal, 1991). Üstün zekâ seviyesinin göstergesi olan matematiksel yeteneklerin problem çözme stratejileri ile olan bağlantısının anlaşılması bu bilimsel çalışmanın özünü oluşturmaktadır. Bu yüzden araştırmacı tarafından oluşturulan aşağıdaki tabloda matematiksel kabiliyetler ve ilişkili oldukları problem çözme stratejileri gösterilerek bu ilişkinin daha kolay anlaşılması amaçlanmıştır.

Tablo 5. Matematiksel yetenekler ve ilişkili oldukları problem çözme stratejileri

MATEMATİKSEL YETENEK	**YETENEĞİN İLİŞKİLİ OLDUĞU PROBLEM ÇÖZME STRATEJİLERİ**
Matematiksel materyali şekillendirme yeteneği	Şekil, tablo vb. kullanma stratejisi
Matematiksel materyali genelleştirme yeteneği	Örüntü arama stratejisi Bağıntı bulma stratejisi
Numara ve sembollerle işlem yapma yeteneği	İşlem seçme stratejisi Denklem kurma stratejisi
Örüntü kullanma ve mantıksal düşünme yeteneği	Örüntü arama stratejisi Bağıntı arama stratejisi Akıl yürütme stratejisi
Zihinsel işlemleri geri çevirme yeteneği	Geriye doğru çalışma stratejisi
Esnek düşünebilme yeteneği	Akıl yürütme stratejisi Problemi basitleştirme stratejisi

Krutetskii (1976) dışında matematikte yaratıcı ve üstün yetenekli bireylerin özelliklerinden bahseden başka araştırmacılar da mevcuttur (Prouse, 1967; Balka, 1974; Haylock, 1987; Kapur, 1990; Sharma, 2013).

Sharma (2013) literatürde değinilen ve matematiksel üstün yetenekliliği belirlemede kullanılabileceği belirtilen kriterleri üç ana başlıkta değerlendirmiştir:

a) Matematiksel durumlarda sabitlemenin üstesinden gelme yeteneği (Önceki öğrenmelerin yeni durumların öğrenimini engellememesi ve eski bilgileri yeni durumlara uyarlayabilme yeteneği),
b) Matematiksel problemleri formüle etme yeteneği (cebirsel dille yazma, modelleme yapabilme, vs.), ve
c) Matematiksel problemleri birden çok yöntemle çözebilme yeteneği

Literatürdeki üstün yetenek ve matematiksel üstün yetenek tanımlamaları incelendiğinde matematiksel üstün yeteneğin araştırmacılar tarafından problem çözme becerisiyle neredeyse eşit olarak görüldüğü dikkat çekmektedir. Araştırmacılar üstün yeteneği belirlemede temel ölçüt olarak problem çözme becerisini ön plana çıkarmaktadır (Sharma, 2013). Schoenfeld (1985, 1992) matematiksel düşünmenin ne olduğunun anlaşılması için konunun problem çözme bağlamında incelenmesi gerektiğini savunmaktadır. Sheffield'e (2009) göre ise matematiksel yaratıcılığın belirlenmesi için problem çözme sürecinde farklı bir çözüm yöntemine sahip olmak, farklı bir sonuca ulaşmak, problemdeki verileri ayırt etmek, problem çözümünde oluşabilecek bağıntı ve örüntüleri fark etmek ve farklı problemlerdeki örüntülerle ilişkilendirme yeteneğinin gözlenmesi gerekmektedir.

Maker (2003) üstün zekâlı bireyin en ayırıcı özelliğinin problem çözme gücü ve problem çözme sürecindeki etkili yaklaşımları olduğunu savunur. Maker'e göre üstün zekâlı birey basit problemi karmaşığa dönüştürebilir, zor problemleri ise basitleştirebilir. Üstün zekâlı ve normal zekâlı toplam 19 öğrenci üzerinde deneysel çalışma yapan Krutetskii (1976) üstün zekâlı öğrencilerin problem çözme başarılarının, soyutlama ve genelleme yeteneklerinin normal zekâ düzeyindeki öğrencilere göre hem niceliksel hem de niteliksel olarak anlamlı derecede farklı olduğunu ve bu farklılaşmanın üstün zekâlı öğrenciler lehine olduğunu belirtmektedir.

Sriraman (2003) üstün zekâlı öğrenciler ile normal zekâlı öğrenciler arasında bir problem çözme sürecindeki en büyük farkın, 'üstün zekâlı öğrencilerin daha organize ve sistemli problem çözücüler olması' olduğunu belirtmiştir. Benito (1995) üstün yetenekli öğrencilerin normal zekâlı yaşıtlarına göre strateji çeşitliliği, başarı ve hız açılarından belirgin şekilde önde olduklarını savunarak, üstün zekâlı öğrencilerin daha esnek ve gerçekçi düşünebilme gücüne sahip olduklarını belirtmektedir.

Silver ve diğerleri (2005) bir problemi birden fazla yöntemle çözmenin daha etkili öğrenmeler sağlayacağını savunmaktadır. Ayrıca problemin daha derin analizinin yapılması öğrencilerde problem kurma becerisini de artırmaktadır. Üstün zekâlı bireylerin daha önce belirtilen esnek düşünme vb. becerilere sahip olmasının onların strateji çeşitliliğini de artırması beklenir.

2.5. ALANDA YAPILAN ARAŞTIRMALAR

Alan yazını incelendiğinde problem çözme stratejileri ve üstün zekâlılarda matematik eğitimi konularıyla ilgili çok sayıda çalışma bulunmakla birlikte bunları bir arada konu edinen çalışma sayısı sınırlıdır. Üstün zekâlı öğrencilerin problem çözme yaklaşımlarını konu edinen çalışmaların çoğunluğu ilkokul düzeyindeki öğrencilerin problem çözme yaklaşımlarına odaklanmıştır.

Bu kısımda, literatürdeki araştırma sonuçları; üstün zekâlı öğrencilerin matematiksel yetenekleri ile ilgili olan çalışmalar ve normal zekâlı ve üstün zekâlı öğrencilerin problem çözme yeterliliklerini karşılaştıran çalışmalar olmak üzere iki ana başlık altında sunulacaktır.

2.5.1. Üstün Zekâlı Öğrencilerin Problem Çözme Yetenekleri ile İlgili Olan Çalışmalar

Matematiksel üstün zekâlılığı konu edinen ilk ve en kapsamlı çalışma Krutetskii (1976) tarafından yapılmıştır. Krutetskii (1976) 19 üstün zekâlı öğrenciye farklılaştırılmış bir öğretim uygulamış ve uygulanan kursun sonunda öğrencilerin hangi özelliklere sahip olduğunu analiz etmiştir. Üstün zekâlı öğrencilerin problem çözme yaklaşımları üzerine yaptığı çalışmasında üstün zekâlı öğrencinin matematiksel problem çözümünde 6 belirgin özelliği olduğunu ifade etmiş ve bu 6 özelliği 3 farklı aşamada değerlendirmiştir (Tjoe, 2011).

Birinci aşamada üstün zekâlı bireyin sahip olduğu ilk yetenek, problemdeki verileri ayırt etme yeteneğidir. Problemde verilen verilerden hangilerinin eksik olduğu hangilerinin fazla olduğu ve hangi verilerin kendisini amacına daha rahat ulaştıracağı matematiksel üstün yetenekli birey tarafından normal zekâlı bireylere göre daha rahat belirlenir.

Üstün zekâlı öğrencilerin gösterdiği ikinci özellik matematiksel materyali genelleştirme yeteneğidir. Bu yetenek Krutetskii'nin (1976) değerlendirmesinde ikinci aşamada yer almaktadır. Genelleştirme işlemler ve matematiksel fikirler kapsamında olabilir. Matematiksel üstün yetenekli bireyin gösterdiği üçüncü yetenek bir problem çözümünde uygulanan çözüm adımı sayısı ve çözüm için harcanan süre ölçülerek değerlendirilmiş olan matematiksel işlem ve fikirleri kısaltma yeteneğidir. Krutetskii'nin (1976) belirttiği dördüncü yetenek geçmiş problem çözme deneyimlerine ya da kalıp çözme yöntemlerine hapsolmadan problemleri çözme yeteneği olarak tanımlanabilecek esneklik yeteneği olarak belirtilmiştir. Beşinci yetenek ise problem çözümlerindeki açıklık, ekonomiklik ve orijinalliktir (Tjoe, 2011). Üçüncü aşama içerisinde değerlendirilen ve son yetenek olan altıncı yetenek ise matematiksel hafızayı kullanabilme yeteneğidir (a.g.e).

Bir diğer önemli çalışma Renzulli (1978) tarafından yapılmıştır. Renzulli (1978) "üstünlüğün üç halkası" olarak isimlendirdiği çalışmasında matematiksel üstün zekâlılığın en temel göstergesi olarak matematiksel yaratıcılığın önemini vurgulamıştır.

Benito (1995) üstün zekâlı öğrencilerin bilişsel ve üst bilişsel yeteneklerini değerlendirmek ve üstün zekâlı öğrencilerin kullandıkları stratejileri belirlemek amacıyla yaptığı çalışmada öğrencilere literatürde 'Hanoi'nin kule problemi' olarak tanınan probleme benzer, çözümü zor olan ve derin düşünme gerektiren problemler vermiş ve çözüm sürecinde kullanılan stratejileri analiz etmiştir. Çalışma sonucunda üstün zekâlı öğrencilerin bu gibi karmaşık problemler karşısında çözüme ulaşmada sıkıntı yaşamadıkları ve uyguladıkları stratejilerin farkında oldukları görülmüştür.

Chung (2001) tarafından yapılan doktora tez çalışmasında problem çözme gücünün üstün zekâlılığı yordamadaki etkisi konu edilmiştir. Çalışma grubunu 3. ve 4. sınıf öğrencilerinin oluşturduğu çalışmada öğrencilerin problemlere verdiği cevaplar üç farklı kritere göre değerlendirilmiştir. Bu kriterler, problem çözme yeteneği, akıl yürütme ve yaratıcılıktır. Sonuçta problem çözme gücü ve yaratıcılık düzeyi ile üstün zekâlılık arasında anlamlı ilişki olduğu görülmüştür.

Pativisan (2006) tarafından yapılan doktora tez çalışmasında Taylandlı üstün zekâlı öğrencilerin problem çözme yaklaşımları ve problem çözümünde sergiledikleri üst bilişsel yetenekler analiz edilmiştir. Beş üstün zekâlı öğrenci ile yapılan çalışmada öğrencilere kombinasyon, sayılar teorisi ve geometri konularında rutin olmayan problemler verilmiş ve problemleri sesli olarak çözmeleri istenmiştir. Sonuç olarak öğrencilerin problem çözümünde gösterdikleri özellikler beş kategori altında toplanmıştır. Bunlar: (1) üst düzey matematik bilgisi, (2) çoklu alternatif çözüm yöntemi üretme isteği, (3) eski bilgilerin rahat aktarımı ve uyarlanması, (4) kendine güven, (5) aile ve öğretmen desteği olarak sıralanmıştır.

English'in (2007) çalışmasında 7-12 yaşlarındaki üstün zekâlı öğrencilerin iki ya da üç boyutlu kombinatoryal (kombinasyon ve dizi ile ilgili) problemlerin çözümünde kullandıkları stratejiler irdelenmiştir. Gelişigüzel örnekleme yoluyla seçilmiş 96 öğrenciye 6 adet kombinatoryal problemden oluşan test uygulanıp öğrencilerin çözüm stratejileri incelenmiştir. Öğrencilerin uyguladıkları stratejilerin iki boyutlu problemler için toplam 5, üç boyutlu problemler için toplam 9 farklı strateji grubuna ayrıldığı görülmüştür.

Tjoe (2011) tarafından 54 üstün zekâlı lise öğrencisi ile yapılan çalışmada üstün zekâlı öğrencilerin tercih ettikleri problem çözme yaklaşımlarını farklı değişkenler açısından incelenmiştir. Öğrencilere yapılan öntest, öğrenci testi, mülakat ve uzman görüşleri yardımıyla yapılan analizlere göre üstün zekâlı öğrencilerin önceki öğrenmelerinin problem çözme güçlerini etkilediği ve uzmanlara göre güzel olarak nitelendirilen çözüm stratejilerinin öğrencilerce kabul görmediği yorumu yapılmıştır.

2.5.2. Üstün Zekâlı ve Normal Zekâlı Öğrencileri Karşılaştıran Çalışmalar

Literatürde üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencileri problem çözme sürecinde mukayese eden ve bu süreçte kullandıkları strateji ve yaklaşımları mukayeseli olarak analiz eden çalışmaların sayısı sınırlıdır. Bu çalışmalardan bazıları aşağıda verilmiştir.

Wang (1989) tarafından yapılan ve üstün zekâlı öğrenciler ile normal zekâlı öğrencilerin bir problemde ortaya koydukları üst bilişsel yeteneklerin karşılaştırıldığı çalışmada çalışma grubunu 30 üstün zekâlı ve 30 normal zekâlı öğrenci oluşturmuştur. Çalışmada 5 üstün zekâlı ve 5 normal zekâlı öğrenci, 5 farklı problem durumunda gösterdikleri performanslar açısından karşılaştırılmıştır. Üstün zekâlı öğrencilerin problemi anlama, çözüm için plan yapma ve planı uygulamadaki yeterlilikleri açısından normal zekâlı akranlarına göre daha başarılı oldukları görülmüştür.

Swanson'un (1992) farklı zekâ düzeylerindeki toplam 96 adet öğrenci ile yaptığı ve üst biliş ile üstün zekâlılarda problem çözme arasındaki ilişkiyi incelediği çalışmasında üstün zekâlı öğrencilerin diğer zekâ düzeylerindeki akranlarına göre daha az adımda problem çözdükleri ve daha fazla üst bilişsel yetiler kullandıkları saptanmıştır.

Sriraman (2003) tarafından yapılan ve 4'ü üstün zekâlı 5'i normal zekâlı olmak üzere 9 lise birinci sınıf öğrencisinin 5 adet rutin olmayan problem karşısında sergiledikleri yöntemlerin incelendiği çalışmada matematiksel yaratıcılık, genelleştirme yeteneği ve problem çözme arasındaki ilişki incelenmiştir. Üstün zekâlı öğrencilerin matematiksel problemlerin çözümünde ilişkilerin keşfi ve genelleştirmelerin ifadesi yeteneği açısından daha başarılı oldukları sonucuna ulaşılmıştır.

Gorodetsky ve Klavir'in (2003) çalışmasında normal ve üstün zekâlı öğrenciler problem çözme sürecinde karşılaştırılmıştır. Öğrencilere rutin olmayan problemler çözdürülmüş ve çözümlerini anlattıkları raporlar hazırlamaları istenmiştir. Normal ve üstün zekâlı öğrencilerin oluşturduğu her iki grupta doğru sonuçlara ulaşmıştır. Raporların incelenmesi sonucu iki öğrenci grubunun uyguladıkları yöntemlerin farklı olduğu sonucuna varılmıştır.

Heinze'nin (2005) 6-10 yaşlarındaki üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin problem çözme stratejilerini incelediği çalışmasında ilkokul matematik müfredatı doğrultusunda hazırlanmış rutin olmayan problemler karşısında öğrencilerin çözüm süreçleri kaydedilmiştir. Parametrik olmayan analiz yöntemleriyle elde edilen bulgulara göre üstün zekâlı öğrencilerin bir problem karşısında uyguladıkları çözümlerin normal zekâlı akranlarına göre daha sistematik ve kısa olduğu görülmüştür. Ayrıca üstün zekâlı öğrencilerin uyguladıkları çözüm prosedürünü ifade etme yönünden de daha başarılı olduklarına değinilmiştir.

Yıldız ve diğerleri (2012) tarafından yapılan ve üstün ve normal zekâlı 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme yaklaşımlarının incelendiği çalışmada 6 normal zekâlı ve 6 üstün zekâlı öğrenci ile çalışılmıştır. Öğrencilere 5 problemden oluşan yazılı sınav uygulanmıştır. Elde edilen verilerin analizi neticesinde üstün zekâlı öğrencilerin normal zekâlı öğrencilere göre daha çok çözüm yöntemiyle problemleri çözdüğü görülmüştür. Her iki grup birlikte düşünüldüğünde olası bütün durumlarda listeleme stratejisinin en çok kullanılan strateji olduğu tahmin ve kontrol stratejisinin hiç kullanılmadığı görülmüştür.

Saygılı ve Atahan (2014) tarafından yapılan ve üstün yeteneklilik ve problem çözme becerisi arasındaki ilişkilerin incelendiği çalışmada, çalışma grubunu 100 üstün zekâlı ve 102 normal zekâlı öğrenci oluşturmuştur. Betimsel olarak desenlenen çalışmada araştırmacılar tarafından geliştirilmiş olan "Çocuklar İçin Problem Çözme Envanteri" yardımıyla veriler toplanmış ve problem çözme yeteneğinin sadece üstün zekâlılık ve normal zekâlılık kapsamında değerlendirilemeyeceği sonucuna ulaşılmıştır.

3. YÖNTEM

3.1. ARAŞTIRMA MODELİ

Fraenkel ve Wallen (2006) bir şeyi bilmenin yollarını; hissetme, bilginin paylaşılması, uzman görüşü, mantıksal çözümleme ve bilim olarak ayırmaktadır. Birey bir belirsizlik ve problem durumuyla karşılaştığında söz konusu sorunu çözmesine yardım edecek bilgileri bu yollardan biri ile elde etmeye çalışır. Bilim dışındaki yollardan elde edilen veriler bazı durumlarda problemin çözümünde bireye yardımcı olabilir ancak bilimsel olmayan yöntemler geçerlilik, kanıtlanabilirlik ve genelleştirilebilirlik sorunlarını beraberinde getirir.

Bilim, evreni ve insanı anlamak için deney, gözlem ve araştırmayı kullanarak kanıtlanabilir bilgiler üreten bir sistem olarak tanımlanabilir (Büyüköztürk, 2010). Bilimsel süreç ise bilimin olguları anlama sürecinde kendisine çizdiği yol haritasıdır. Karasar (2012) tarafından belirtilen bilimsel süreç aşamaları şunları içermektedir: (i) problemin sezilmesi, (ii) problemin tanımlanması, (iii) hipotezlerin belirlenmesi, (iv) hipotezlerin test edilmesi, (v) sürecin gözden geçirilmesi ve (vi) raporlaştırma.

Bilimsel araştırma süreci çeşitli şekillerde sınıflandırmaya tabi tutulabilir. Bu sınıflamalardan bir tanesi de bilimsel araştırmanın nicel ve nitel araştırma olarak ikiye ayrılmasıdır. Bu ayrıma göre araştırma sonunda elde edilen veriler sayısal ise nicel veri, kelimelerle veya cümlelerden oluşuyorsa nitel veri adını alır (Büyüköztürk, 2010)

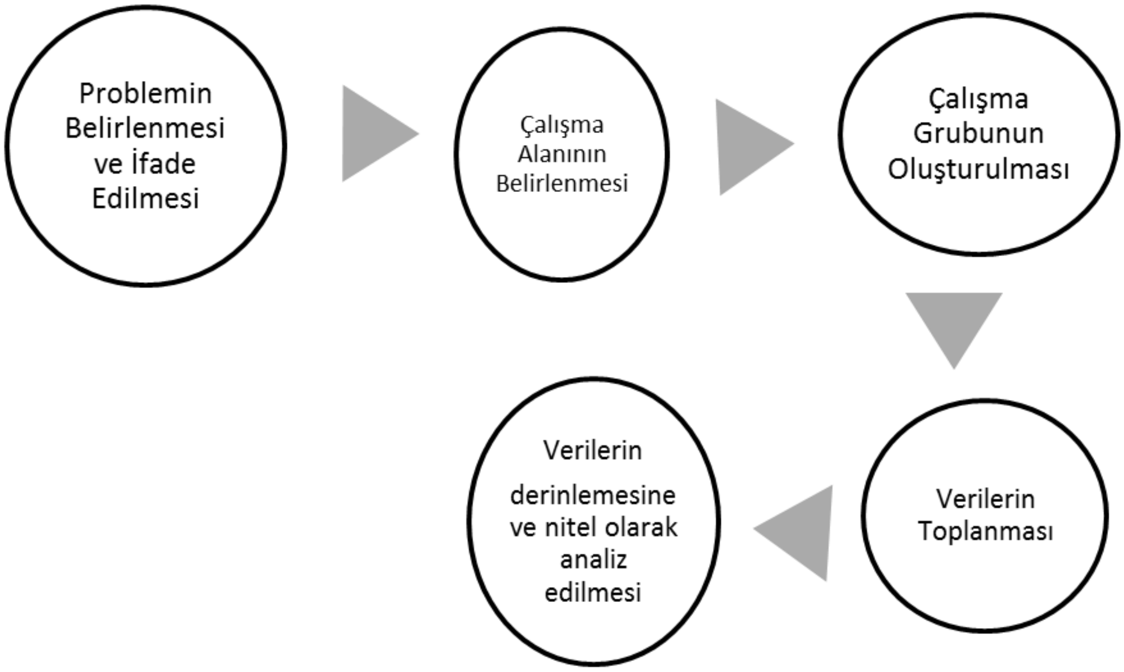
Nicel araştırmaların odaklandığı temel soru "ne kadar" sorusu iken nitel araştırmalar "nasıl" ve "neden" sorularına yanıt arar. Nicel araştırmalar gözlenebilir, ölçülebilir ve sayısallaştırılabilir veriler üzerinde çalışırken nitel araştırmalar olayların, algıların ya da durumların doğal ortamında, bütünlük içinde ve derinlemesine araştırılmasına dayanan süreçleri içerir.

Araştırmamız problem çözme yaklaşımlarından hareketle öğrencilerin sergiledikleri zihinsel süreçler, yaratıcılıkları, bakış açılarındaki çeşitlilik ve bilişsel ve üst bilişsel yetenekler gibi dışarıdan gözlenemeyen özelliklerini analiz etmeyi amaçlamaktadır. Analiz edilmesi planlanan özelliklere sayısal değer vermenin mümkün olmaması ve öğrencilerin problem çözme sürecinde sergiledikleri yaklaşımların nedenleri bu çalışmanın temel amacını oluşturduğu için eldeki tez çalışmasında nitel yöntemler kullanılmıştır.

Nitel araştırmalar sosyal bilimlerde ve psikolojik ölçümlerde nicel araştırmalara göre daha derin bilgi sağlarlar (Karasar, 2012). Araştırma kaynağına doğrudan erişim sağlanması ve olguların ve olayların kendi doğal ortamlarında çalışılması, üzerinde çalışılan grubun daha kolay anlaşılıp anlamlandırılmasını sağlar. Bu yüzden araştırmamız nitel bir araştırma olma özelliği taşımaktadır. Çalışmamız sayısal ölçümlerden daha çok öğrencilerin problem çözme sürecinde kullandıkları bilişsel stratejiler üzerine yoğunlaşması bakımından daha derin ve nitel bilgi analizlerine yer verecektir. Araştırmamızda yanıt aranan problemler genellikle öğrenci gruplarının zihinsel yaklaşımlarının sergilenmesinin altında yatan süreçlerin analiz edilmesini amaçlamaktadır. Bu problemlerin doğası gereği araştırmamızda nitel araştırma sürecinin uygulanması önem arz etmektedir. Araştırmamızda üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin problem çözme yaklaşımlarının derinlemesine analiz edilmesi planlandığından daha derinlemesine araştırmaya imkân vermesi amacıyla nitel araştırma yöntemlerinden örnek olay (durum çalışması) yöntemi kullanılmıştır (Arıkan, 2005).

Durum çalışması yöntemi sayesinde birden fazla olay ve durum derinlemesine incelenebilir. Ayrıca durum çalışması yöntemi diğer metotlara göre araştırmacıya daha özgür olabilme imkânı sağlar (Şimşek ve Yıldırım, 2000). Durum çalışması yoluyla öğrencilerin zihinsel süreçleri ile ilgili derin ve bütünleşik bir analiz yapılabilir. Çalışmamız normal ve üstün zekâlı öğrenci gruplarını hem kendi içlerinde hem de grupları birbirleriyle karşılaştırması açısından sosyal bir inceleme özelliği de taşımaktadır. Durum çalışması yöntemi, görünen gerçekten daha çok olgu, olay ve sosyal grupların derinlemesine incelenmesine imkân tanır. Bu nedenle de eldeki tez çalışmasında durum çalışması yöntemi tercih edilmiştir.

Durum çalışması yönteminin kullanıldığı bir araştırmada belli aşamaların gözetilmesi ve takip edilmesi önem arz etmektedir. McMillan (2000) tarafından belirlenmiş olan bu aşamalar aşağıdaki şekilde özetlenerek sunulmuştur:



Şekil 2. Durum çalışmasının aşamaları (McMillan, 2000)

Yukarıda belirtilen aşamalar bütün bilimsel araştırmalarda izlenen temel aşamalara benzemekle birlikte araştırmamızda bu aşamaların her birinde yapılacak eylemler durum çalışmasının kendi doğası içerisinde kurgulanmıştır.

Araştırma problemleri durum çalışmasının nitelikleri göz önünde bulundurularak düzenlenmiştir. Çalışma grubunun oluşturulması ve verilerin toplanması aşamalarında durum çalışmasının sağlıklı yürümesi için gerekli önlemler alınmıştır. Bu çalışmanın ana veri kaynağını oluşturan yazılı sınav ve mülakatlar da durum çalışmasının doğasına uygun olarak tasarlanmış ve uygulanmıştır. Toplanan verilerin analiz edilmesi aşamasında da nitel yöntemler kullanılmıştır. Ulaşılan bulgu ve sonuçların genellenememesi durum çalışmasının en temel özelliğidir. Bu nedenle eldeki tez çalışmasından elde edilen bulgu ve sonuçları katılımcıların dışındaki öğrenci gruplarına genellemek gibi bir amacımızın olmadığını belirtmek isteriz.

3.2. ÇALIŞMA GRUBU

Araştırmanın çalışma grubunu 2013-2014 eğitim öğretim yılında Kayseri'de Çetin Şen Bilim Sanat Merkezi'nde destek eğitimi gören 36 üstün zekâlı 7. ve 8. sınıf öğrencisi ile yine Kayseri il merkezindeki ortaokullarda öğrenim görmekte olan 36 normal zekâlı 7. ve 8. sınıf öğrencisi oluşturmaktadır.

Araştırmada 7. ve 8. sınıf öğrencileriyle çalışılmasının nedeni bilişsel gelişmişlik seviyesi açısından soyut işlemler dönemine geçmiş olmalarıdır. Ayrıca 7. ve 8. sınıf öğrencileri denklem kurma gibi okullarda verilen temel stratejileri de geçmiş yıllarda öğrendiklerinden bu öğrencilerin seçilmesinin çalışma sonunda daha nitelikli ve mantıklı bulgular elde edilmesini kolaylaştıracağı düşünülebilir. Üstün zekâlı öğrencilerin zekâ bölümlerinin belirlenmesi için daha önceki yıllarda sınıf öğretmenleri tarafından rehberlik araştırma merkezlerine önerilen öğrencilere rehberlik araştırma merkezlerince Wisc-R zekâ testi uygulanmıştır. Araştırmada üstün zekâlı olarak nitelendirilen öğrencilerin üstün zekâlı olma durumları daha önce belirlendiği için araştırmacı tarafından tekrar bir belirleme işlemi yapılmamıştır.

Üstün zekâlılarla karşılaştırmak için belirlenen 36 normal zekâlı öğrenci ise Kayseri ili Kocasinan ilçesi Refika Küçükçalık Ortaokulu ve Kayseri ili Melikgazi İlçesi Mustafa-Müjgan Boydak Ortaokulu'nda öğrenim görmekte olan 7. ve 8. sınıf öğrencilerinden oluşmaktadır. Öğrencilerin seçimi için uzman görüşünden ve matematik öğretmenlerinin kanaatlerinden faydalanılmıştır. Araştırmada doğru verilerin üretilebilmesi adına seçilen öğrenciler geçmiş yıllardaki not ortalaması ve öğretmen görüşlerine göre Matematik dersinde ortalamanın üzerinde olan öğrencilerden seçilmiştir. Aşağıdaki tabloda öğrencilerin zekâ durumu, cinsiyet ve okullara göre dağılımı görülmektedir.

Tablo 6. Araştırma grubunda yer alan öğrencilerin zekâ düzeyleri, cinsiyet ve okullara göre dağılımı

	Üstün Zekâlı Öğrenciler	**Normal Zekâlı Öğrenciler**		
	Çetin Şen Bilim ve Sanat Merkezi	**Refika Küçükçalık Ortaokulu**	**M. M. Boydak Ortaokulu**	
Kız	17	11	9	37
Erkek	19	8	8	35
Toplam	36	19	17	72
Genel Toplam	36	36		72

3.3. VERİ TOPLAMA ARAÇLARI

Problem çözme süreci doğası gereği karmaşık bir süreç olduğundan sürecin değerlendirilmesi zordur. Bu nedenle problem çözme sürecini değerlendirme adına farklı yaklaşımlar kullanılmaktadır. Bu yaklaşımlardan bazıları şunlardır: Standart testler, öğrencilerle mülakat yapma, gözlem yapma ve protokol analizi (Schoenfeld, 1992).

Çalışmamıza veri sağlayan iki temel veri kaynağı bulunmaktadır. Bunlardan ilki öğrencilerin problem çözme yöntemleri ve bu çerçevede kullanılan stratejileri belirlemek amacıyla kullanılan yazılı sınav, ikincisi ise seçilen 10 öğrenci ile yürütülen yarı-yapılandırılmış mülakatlardır.

Araştırmada kullanılan yazılı sınav 10 adet rutin olmayan problemden oluşmaktadır. Araştırmada kullanılan problemler literatürde daha önce kullanılmış olan rutin olmayan problem örnekleri ve ulusal ve uluslararası matematik yarışmalarında kullanılan problemlerden yararlanılarak geliştirilmiştir. Literatürde kullanılan problemler ve araştırmacı tarafından geliştirilen problemler birleştirilerek araştırmada kullanılan yazılı sınav oluşturulmuştur. Araştırmanın pilot çalışması 2013-2014 eğitim öğretim yılında Kayseri ili Melikgazi ilçesi Hikmet Kozan Ortaokulu'nda 7. ve 8. sınıflarda öğrenim görmekte olan 60 öğrenci ile yapılmıştır. Problemlerin geçerlik ve güvenirliği bu şekilde test edilmiş, içerik ve dil açısından pilot çalışma verileri ve uzman görüşleri doğrultusunda gerekli görülen düzeltmeler yapılmış ve yazılı sınav sorularına son hali verilmiştir.

Araştırmada öğrencilerin düşünce süreçlerini tüm boyutlarıyla gözlemleyebilmek ve kullandıkları yöntem ve stratejileri ortaya çıkarabilmek için rutin olmayan problemlere yer verilmiştir. Araştırmada kullanılan problemler denklem kurma ve tahmin-kontrol gibi daha yaygın olarak kullanılan ve rutin diyebileceğimiz stratejilerin yanı sıra örüntü arama, bağıntı bulma ve problemi basitleştirme gibi üst bilişin işe koşulmasını gerektiren stratejilerle çözülebilecek şekilde kurgulanmıştır. Problemlerin bu şekilde kurgulanmasıyla üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrenciler arasında düşünce süreçleri, yöntem ve strateji kullanımı gibi değişkenler açısından farklılığın olup olmadığının tespiti amaçlanmıştır.

Öğrencilerin çözüm stratejilerinin çeşitliğinin belirlenmesi, stratejiler arasındaki öncelikli tercihlerinin belirlenmesi, stratejiler arasındaki geçişlerin görülebilmesi ve tümevarımsal süreç aşamalarının rahat görülebilmesi için öğrencilerden her bir problemi 3 farklı yoldan çözmeleri istenmiş ve katılımcılar bu konuda teşvik edilerek cesaretlendirilmiştir.

Rutin olmayan problem çözümlerinin ve farklı çözüm yöntemlerinin gerektirdiği zaman düşünülerek söz konusu problemlerden oluşan yazılı sınavın 2 ders saati (80 dakika) süreyle uygulanması uygun görülmüştür. Araştırmada kullanılan 10 problem iki kısma ayrılmış; birinci ders saatinde ilk 5 sorudan oluşan kısım, ikinci ders saatinde ise geri kalan 5 problemden oluşan kısım uygulanmıştır. Yazılı sınavlar araştırmacının kendisi tarafından bizzat uygulanmış ve bu süreçte öğrencilerin birbirlerinden etkilenmemeleri için gerekli önlemler alınmıştır.

Webb ve Briars'a (1990) göre sadece standart test ya da yazılı sınav aracılığıyla yapılan bir değerlendirme öğrencinin bilişsel yetenekleri hakkında doğru karar vermemizi garanti etmez. Sadece problemlerin yazılı olarak çözümünden elde edilen verilerin öğrencilerin bilişsel süreçleri ve stratejilere ilişkin karar vermede eksik kalacağı düşünülmüştür. Bu noktadan hareketle yazılı sınavdan elde edilen verilerin ön analizi neticesinde problem çözme yaklaşımlarının özgünlüğü, çeşitliliği, üst düzey strateji kullanım düzeyi, stratejiler arasındaki geçişler gibi değişkenler bakımından farklılık gösteren 5 üstün zekâlı ve 5 normal zekâlı öğrenci ile yarı yapılandırılmış mülakatlar gerçekleştirilmiştir.

Öğrencilerle yapılan mülakatlar ses kayıt cihazı ile kaydedilmiş, önemli noktalar mülakat esnasında veya hemen sonrasında araştırmacı tarafından yazılı olarak not edilmiştir. Fikir ve düşüncelerini yazılı olarak da sunabilmeleri için öğrencilere kâğıt ve kalem temin edilmiştir. Mülakatlar okul idarecilerinin tahsis ettikleri mekânlarda gerçekleştirilmiş ve bu süreçte bilimsel etik ilkelerine sadık kalınmıştır. Bilimsel etik gereği öğrencilerin kişisel bilgileri kodlanarak çalışma yapılandırılmıştır.

Mülakatlarda yazılı sınavda kullanılan her bir soru öğrencilere teker teker yöneltilerek, soruları çözmeleri istenmiştir. Öğrencilerden bu soruları çözebildikleri kadar farklı yollardan ve farklı strateji kullanarak çözmeleri istenmiştir. Araştırmacı ve öğrenci arasındaki konuşmanın akışı öğrencilerin verdiği yanıtlara göre gelişerek devam etmiştir. Bu süreçte, klinik mülakat (Gingsburg, 1981) tekniğinin öngörülerinden yararlanılmış, katılımcı öğrencilerin düşünce süreçlerinin (yaratıcılıkları, çözüm yollarının özgünlüğü, strateji kullanımlarındaki çeşitlilik, çözümlerini gerekçelendirmek için kullandıkları izah ve ispat yöntemlerindeki çeşitlilik vs.) bütün boyutlarıyla ortaya çıkarılması amaçlanmıştır. Bu amaçla sık sık ‘neden’, ‘niçin’ ve ‘nasıl’ içerikli sorular yöneltilmiştir. Buna ilave olarak soruların muhtevasına ve öğrencilerin yanıtlarına göre değişmekle birlikte mülakat esnasında öğrencilere şu tür sorular sıkça sorulmuştur:

- Daha önce buna benzer bir problemle karşılaştın mı?
- Sence bu problemi diğer problemlerden ayıran ne gibi farklar var?
- Bir problem çözümünde öncelikli olarak neye dikkat edersin?
- Her problemde uygulamaya çalıştığın belli bir strateji var mıdır?
- ………..nci ve ………….nci çözüm yöntemi arasında sence nasıl bir ilişki var?
- Problemde verilen değer çok daha büyük bir sayı olsaydı nasıl bir yol izlerdin?
- Bu tarz problemlerin çözümünde kullanabileceğin genel bir kurala ulaştın mı?
- Sence hangi çözüm yöntemi daha kullanışlı?

Mülakat esnasında öğrencilerin kendilerini rahatça ifade edebilmeleri için özgür bir ortam oluşturulmaya çalışılmıştır. Gerekli durumlarda öğrencilerin kendilerini ifade etmesi teşvik edilmiş ve kendi yaklaşımlarını rahatlıkla aktarmasını sağlayacak soruların sorulmasına özen gösterilmiştir.

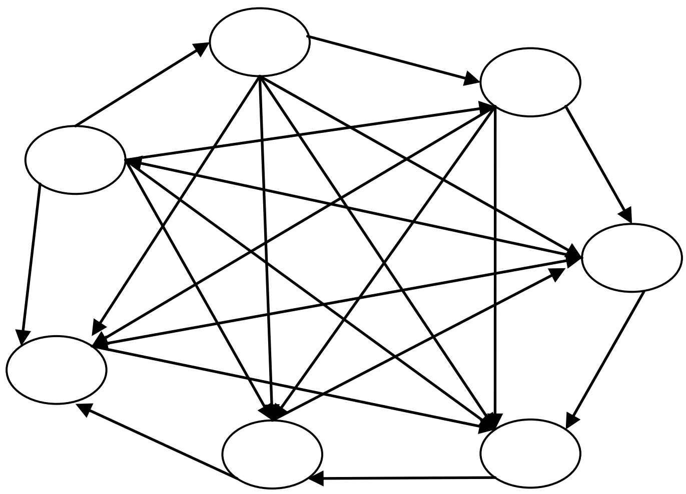
3.3.1. Araştırma Kapsamında Kullanılan Problemler

Araştırma kapsamında kullanılan problemler önceden bilinen yöntemler ile çözülemeyen, öğrencinin akıl yürütmesini, veriler arasındaki ilişkileri analiz etmesini ve gerçek yaşam tecrübelerini problem çözme sürecine dâhil etmesini gerektiren açık uçlu 10 adet sıra dışı problemden oluşmaktadır. Çalışmanın amacı dikkate alınarak söz konusu soruların geliştirilmesi sürecinde her bir problemin farklı yöntemlerle ve çok değişik stratejilerle çözülebilir olmasına özen gösterilmiştir. Örneğin, araştırmada kullanılan ve *"Köstebek Problemi"* olarak adlandırılan birinci problem şu şekildedir:

Köstebek Problemi: *Bir köstebek kendisine 7 farklı çıkışın olduğu bir yuva hazırlamıştır. Her bir çıkışı birbirine bağlayan diğerlerinden bağımsız sadece bir adet tünel bulunmaktadır. Buna göre köstebeğin kaç tünel kazdığını bulunuz.*

Köstebek problemi literatürde sıklıkla karşılaşılan tokalaşma problemine benzer bir çözüm mantığı içermektedir. Araştırmacı tarafından geliştirilen problemin farklı çözüm yolları bulunmaktadır. Bunlar; şekil çizme, sistematik liste oluşturma, bağıntı (örüntü) arama, problemi basitleştirme, işlem seçme, akıl yürütme vs. olarak sıralanabilir.

Ayrıca problem beraberinde herhangi bir şekil verilmeden sorulmuştur; bu sayede öğrencilerin problemi çözerken kendi şekillerini ve modellerini oluşturmalarına olanak tanınmıştır. Aşağıda köstebek probleminin modellenerek nasıl çözülebileceği görülmektedir.



Şekil 3. Köstebek problemi için şekil çizme yoluyla oluşturulmuş örnek çözüm

Problem hikâyesinde sunulan veriler yukarıda görüldüğü gibi şekil çizme stratejisiyle görselleştirilebilir. Bunun yanı sıra sistematik liste ya da tablo yapma gibi ilave stratejiler kullanılarak şekille temsil edilmiş olan veriler çok daha organize hale getirilebilir. Organize edilen veriler arasındaki ilişkiler örüntü arama ve bağıntı bulma yöntemiyle üst düzey bir çözüm stratejisine dönüştürülebilir. Aşağıda köstebek probleminin bağıntı bulma yoluyla nasıl çözülebileceği ve bu sürecin aşamaları izah edilmektedir:

1. çıkışın bağlandığı çıkış sayısı 6,

2. çıkışın bağlandığı çıkış sayısı 5,

3. çıkışın bağlandığı çıkış sayısı 4,

bu şekilde devam edilirse; 6+5+4+3+2+1= 21 çıkış olduğu görülür.

7 çıkış için çözüm bu şekildeyse,
n tane çıkış için (n-1)+(n-2)+……+(1)= $\frac{n.(n-1)}{2}$
olarak bulunur.

Şekil 4. Köstebek problemi için bağıntı bulma stratejisinin kullanıldığı çözüm yolu

Araştırmamızda kullanılan ve *"Bilgi Yarışması Problemi"* olarak adlandırılan ikinci problem aşağıda verilmiştir.

Bilgi Yarışması Problemi: *Her 3 doğru cevap için fazladan bir soru hakkının kazanıldığı bir bilgi yarışmasında her soru 10 puan değerindedir. Yarışma sonunda bütün soruları doğru cevaplayan bir yarışmacı 400 puan aldığına göre bu yarışmacı ekstra kaç soru kazanmıştır bulunuz?*

Bilgi yarışması problemi gerçek yaşam durumlarını göz önünde bulundurmayı en fazla gerektiren problemlerden bir tanesidir. Rutin problem çözümlerine alışmış olan öğrencilerin bu problemde cevap olarak 10 sayısını bulmaları beklenebilir. Çünkü orantısal akıl yürütme yoluyla soru çözülecek olursa 3 soru için 1 soru kazanılıyorsa her 4 sorunun 1 tanesi hediyedir. 40 soru için orantı yapılırsa 10 tane ekstra soru olduğu görülür. Bu çözüm olası yanlış çözümlerden bir tanesidir.

Gerçek yaşam koşulları göz önünde bulundurularak yapılan çözümlerde ise fazladan kazanılan sorulara doğru cevap verildiğinde de ekstra soru kazanılabildiğinin fark edilmesi gereklidir. Bu durum göz önünde bulundurularak yapılan geriye doğru çalışma stratejisi kullanılarak yapılabilecek bir çözüm şu şekildedir:

Yarışmacının en son olarak 1 soru kazanması gerekli olduğundan 1'den başlayarak 3 ile çarparak ilerleyelim.

1 + 3 + 9 + 27 sayısına ulaştığımızda toplamın 40 olduğu görülüyor. Bu durumda sondaki 27 ana sorular geriye kalan 13 ise ekstra sorulardır.

Şekil 5. Bilgi yarışması problemi için geriye doğru çalışma stratejisi yardımıyla oluşturulmuş örnek çözüm

Bilgi yarışması problemi için yapılabilecek olası çözüm yöntemleri ise tahmin ve kontrol, şekil çizme, denklem kurma, problemi basitleştirme ve bağıntı bulma olarak sıralanabilir. Aşağıda bu problemin bağıntı bulma yoluyla yapılmış örnek bir çözümüne daha yer verilmiştir.

Başlangıçta ekstra soru kazanmak için 3 soruya ihtiyaç vardır. Daha sonra bu sorulardan kazanılan ekstra sorunun yanına 2 doğru soru daha eklenerek ekstra bir soru kazanılabilir.

2 doğru soru ve 1 ekstra sorulardan oluşan 3'lü soru grupları oluşturulabilir. Bu şekilde n tane grup olduğunu düşünelim. Başlangıçta fazladan 1 soru gerektiği için toplam soru sayımız 3n+1 olur.

3n+1=40 olduğu biliniyor, o halde n= 13 olarak bulunur.

Şekil 6. Bilgi yarışması problemi için bağıntı bulma stratejisiyle oluşturulmuş örnek çözüm

Araştırmamızda kullanılan üçüncü problem olan ve "*Çiftlik Problemi*" olarak adlandırılan problem aşağıda verilmiştir.

Çiftlik Problemi: *Bir çiftlikte sadece tavuk ve keçiler bulunmaktadır. Çiftlikteki hayvanların ayakları sayısı toplamı 96, kafaları sayısı toplamı ise 34 tür. Buna göre çiftlikte kaç tane keçi olduğunu bulunuz.* (Fortunato ve diğerlerinden (1992) uyarlanmıştır.)

Literatürden uyarlanmış olan çiftlik problemi ile öğrencilerin denklem kurma, tahmin ve kontrol, şekil çizme gibi stratejiler arasındaki tercihlerinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Denklem kurma stratejisi ve diğer stratejilerin iki farklı öğrenci grubunun tercihleri ve zihinsel becerileri konusunda anlamlı fikirler vereceği düşüncesi çalışmada çiftlik problemine yer verilmesinde etkili olmuştur.

Aşağıda çiftlik probleminin tahmin-kontrol ve denklem kurma yöntemleriyle çözümüne yer verilmiştir.

Tablo 7. Çiftlik probleminin denklem kurma ve tahmin-kontrol stratejileri yardımıyla örnek çözümü

Denklem Kurma	**Tahmin ve Kontrol**
$x + y = 34$ $2x + 4y = 96$	17 tane tavuk 17 tane keçi olduğunu varsayalım. Bu durumda ayak sayısı; (17·2) + (17·4) = 102 olur. (beklenenden fazla)
(-2) / $x + y = 34$ $2x + 4y = 96$	18 tavuk 16 keçi olduğunu varsayalım: Bu durumda ayak sayısı, (18·2) + (16·4) = 100 olur. (beklenenden fazla)
$-2x - 2y = -68$ $2x + 4y = 96$	20 tavuk 14 keçi olsa; (20·2) + (14·4) = 96 olur ki,
İse $2y = 28$ $y = 14$ olarak bulunur.	beklenen sonuca ulaşıldı. Yani 14 tane keçi vardır.

Araştırmada kullanılan dördüncü problem olan ve *“Terazi Problemi”* olarak adlandırılan problem aşağıda verilmiştir.

<u>Terazi Problemi:</u> *Bir manav meyvelerin ağırlığını ölçmek için iki kefeli terazi kullanmaktadır. Manavın elinde sadece 1 kg, 3 kg ve 5 kg’lık ağırlıklar vardır. Müşteri manavdan 2 kg meyve istediğinde manav kefelerden birine 1 kg’lık ağırlığı ve meyveyi diğer kefeye ise 3 kg’lık ağırlığı koymakta ve bu sayede ölçmektedir. Buna göre bu manav elindeki ağırlıkları kullanarak kaç farklı ağırlıkta meyve ölçebilir?*

Terazi problemi birçok değişkenin bir arada düşünülmesini ve verilerin organize edilmesini gerektirmektedir. Bu yüzden terazi problemi için üretilebilecek olası çözüm yöntemleri sistematik liste, olası bütün durumları yazma, şekil kullanma ve denklem kurma olarak sıralanabilir. Üstün ve normal zekâlı öğrencilerin terazi problemine verdiği yanıtlardan hareketle problemde verilenleri analiz etme eğilimleri arasındaki fark konusunda çıkarımlarda bulunmak ta mümkündür. Problem, sayıların toplamını ve farklarını içerdiğinden bu toplam ve farkların hiçbirinin atlanmadan ortaya konulabilmesi için sistematik liste yöntemi kullanılabilir.

Araştırmada kullanılan beşinci problem olan ve *"Bakteri Problemi"* olarak adlandırılan problem aşağıda verilmiştir.

Bakteri Problemi: *Bölünerek çoğalan bir bakteri bir ortamda 3 saatte bir bölünmektedir. Bölünme sonucu 2 bakteri oluşmaktadır. Oluşan 2 bakteride yine 3 saat sonra bölünebilmektedir. Bu şekilde 24 saat sonra ortamda kaç adet bakteri oluşacağını bulunuz.*

Bakteri problemi verilerin ve çıktıların organize edilmesini gerektiren bir yapıda olduğundan sistematik liste yöntemiyle çözülebilir bir problemdir. Sistematik liste dışında yapılabilecek olası çözüm yöntemleri ise şekil çizme, bağıntı bulma ve deneme-yanılma olarak sıralanabilir.

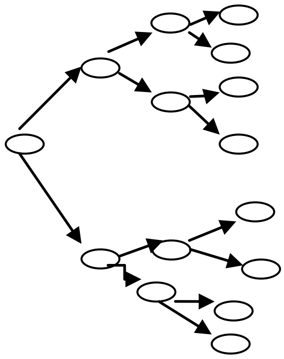
Problemde verilen sayıların küçük sayılar olmasına özen gösterilmiştir. Bunun nedeni hem problemin deneme-yanılma yoluyla hem de bağıntı örüntü gibi üst düzey yöntemlerle çözümünü kolaylaştırmaktır. Öğrencilerin tümevarımsal düşünce sürecini nasıl işlettikleri ise yapılan mülakatlarda irdelenmiştir. Aşağıda bakteri probleminin deneme-yanılma, şekil çizme ve bağıntı bulma yollarıyla örnek çözümüne yer verilmiştir.

Tablo 8. Bakteri problemi için yapılabilecek olası çözüm yöntemleri

Sistematik liste

Zaman	Bakteri sayısı
0	1
3	2
6	4
9	8
12	16
15	32
18	64
21	128
24	256

Şekil çizme



Bağıntı Bulma:

Bakteri sayısına dikkat edilecek olursa 3 saatte bir 2'ye katlandığı görülüyor.

Yani bakteri sayısı B = 2^n denilebilir buradaki n geçen 3 saat sayısıdır. Yani 8'dir. Bu durumda B = 2^8 = 256 olarak bulunur

Deneme-yanılma:

1- 2- 4- 8- 16- 32- 64- 128- 256

3 6 9 24

Araştırmamızda kullanılan ve *"Bayram Harçlığı Problemi"* olarak adlandırılan altıncı problem aşağıda verilmiştir. Bu problem TÜBİTAK tarafından gerçekleştirilmiş olan 16. İlköğretim Matematik Olimpiyatı'ndaki bir sorudan uyarlanarak hazırlanmıştır.

<u>Bayram Harçlığı Problemi</u>: *Bir baba farklı yaştaki 5 çocuğuna sırasıyla 5, 10, 15, 20 ve 25 TL harçlık vermiştir. Çocuklar da babalarına özenerek bir oyun oynamaya karar verirler. İlk olarak bir çocuğun elindeki paranın bir kısmını diğer kardeşlerine eşit olarak dağıtmasıyla oyun başlar. Her bir turda bir çocuk elindeki harçlığın bir kısmını*

tüm kardeşlerine eşit olarak dağıtmıştır. Buna göre çocuklar herkesin elinde eşit para olması için bu oyunu en az kaç tur oynamalıdır? (TÜBİTAK, 2011).

Bayram harçlığı problemi sistematik liste, geriye doğru çalışma, problemi basitleştirme, bağıntı bulma ve akıl yürütme yollarıyla çözülebilecek bir problem olma özelliği taşımaktadır.

Aşağıda bayram harçlığı sorusu için akıl yürütme yoluyla hazırlanmış bir çözüme yer verilmiştir.

> Bütün çocukların paraları farklı olduğundan bir turda ancak dağıtan çocukla diğer çocuklardan sadece bir tanesinin parasını eşitleyebiliriz. Çünkü para alan çocukların paraları farklıdır ve aynı miktar para almaktadırlar. Yani birinci turda 2, ikinci turda en fazla 3 çocuğun parası eşitlenebilir. Bu durumda 5 çocuğun parasını eşitlemek için en az 4 tur oyun oynanmalıdır.

Şekil 7. Bayram harçlığı problemi için akıl yürütme yoluyla yapılmış çözüm

Problemde 5 çocuk olması ve her birinin parasının her turda değişmesi problemi karmaşık hale getirmektedir. Ancak soru ifadesindeki verileri etkili ve doğru bir şekilde organize edebilen öğrenciler akıl yürütmeyle bu soruyu hızlı bir şekilde çözebilirler. Verilerin organizesi için sistematik liste yapma stratejisinden yararlanabilirler.

Bir problem çözümünde birden fazla stratejinin harmanlanarak kullanılması hem doğru sonuca ulaşma olasılığını hem de yapılan çözümün özgünlüğünü artırabilir. Aşağıda bayram harçlığı probleminin geriye doğru çalışma ve sistematik liste yapma stratejilerinin bir arada kullanımıyla yapılmış bir çözümüne yer verilmiştir. Toplam paranın 75 TL ve en son durumda herkeste 15 TL olacağı göz önüne alınırsa aşağıdaki gibi bir çözüm oluşturulur.

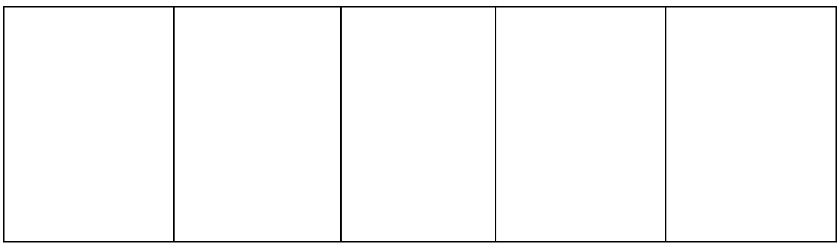
Tablo 9. Bayram harçlığı probleminin geriye doğru çalışma yoluyla çözümü

Tur Sayısı	**1. Çocuk**	**2. Çocuk**	**3. Çocuk**	**4. Çocuk**	**5. Çocuk**
Başlangıç	15	15	15	15	15
1	19	14	14	14	14
2	17	22	12	12	12
3	14	19	24	9	9
4	10	15	20	25	5

Yukarıdaki çözüm zihinsel işlemlerin geri çevrilme yeteneği için yordayıcı bir yaklaşım olabilir. Çünkü normalde bir kardeş diğerlerine eşit para dağıtırken bu çözümde tam tersi bir kardeş diğerlerinden eşit miktar para alacak şekilde işlem yapılmaktadır. Başlangıç konumuna ulaşıldığında işlem adımları sonlandırılır ve toplam 4 tur oyun oynandığı görülür.

Araştırmamızın yedinci problemi olan "*Dörtgen Sayısı Problemi"* aşağıda verilmiştir.

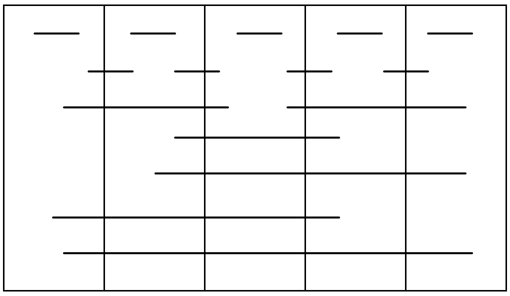
Dörtgen Sayısı Problemi: *Ali kibrit çöplerini birleştirerek şekildeki gibi bir dörtgen oluşturmuştur. Buna göre bu şekilde kaç farklı dörtgen olduğunu bulunuz* (Yazgan, 2007; s. 256).



Bu soru kombinasyon kavramının kullanımını içeren bir problemdir. Kombinasyon konusunu bilmeyen öğrenciler için ise rutin olmayan bir problem olma özelliği taşımaktadır. Kombinasyon kavramı birçok elemanı eşlemeyi ve bu eşleşmelerin sayısını saymayı gerektirdiğinden verilerin organizesini gerektiren bir yapıya sahiptir. Sistematik liste yapma stratejisi bu noktada problem çözücüye faydalı olabilir. Problemde 5 bölgenin birleştirilmesiyle oluşan bir yapıda kaç farklı dörtgen olduğunun bulunması istenmektedir. Problemdeki bölge sayısı kısıtlı tutularak hem deneme-yanılma hem de bağıntı arama stratejileriyle çözümlerin yapılmasına imkân sağlanmıştır. Özetle, dörtgen sayısı probleminin çözümünde sistematik liste, deneme-yanılma, problemi basitleştirme, bağıntı (örüntü) bulma vs. stratejiler kullanılabilir.

Aşağıda dörtgen sayısı probleminin farklı yaklaşımlarla çözümünü içeren bir şekle yer verilmiştir.

Tablo 10. Dörtgen sayısı problemi için olası çözüm yöntemleri

Sistematik liste: Şekildeki her bir yatay kenara bir harf verelim: A, B, C, D, E ve bu harfleri dörtgen oluşturacak şekilde birleştirirsek; A | B | C | D | E A, B, C, D, E, AB, BC, CD, DE, ABC, BCD, CDE, ABCD, BCDE, ABCDE şeklinde dörtgenler oluşturulabilir. Bunlar sayılırsa 15 tane olduğu görülür	**Problemi basitleştirme:** 5 yerine 2 dörtgen birleşmiş olsa oluşan dörtgen sayısı 3, 3 dörtgen birleşse oluşan dörtgen sayısı 6, 4 tane dörtgen birleşse oluşan dörtgen sayısı 10. Buradan; birleşen dörtgen sayısı n ise oluşan dörtgen sayısı $\frac{n.(n+1)}{2}$ olarak bulunur.
Şekil Çizme:  Şekildeki çizgiler sayılırsa toplam 15 tane olduğu görülür.	**İşlem seçme:** 6'nın 2'li kombinasyonları sayısını hesaplayarak direkt 15 tane dörtgen oluştuğu söylenebilir. C(6,2)= 15

Araştırmanın sekizinci problemi olan *“Kitap Problemi” aşağıda verilmiştir.*

Kitap Problemi: *Ali her gün önceki günlerde okuduğu toplam sayfa sayısı kadar sayfa okuyarak bir kitabı 8 günde bitiriyor. Buna göre kitabın yarısını okuması kaç gün sürmüştür, bulunuz.*

Bu problem ile öğrencilerin denklem kurma ve akıl yürütme stratejileri arasındaki tercihlerinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Kitap problemi kısa bir akıl yürütme yoluyla denklem kurmadan rahatlıkla çözülebilecek yapıdadır. Öğrencilerin akıl yürütme yerine denklem ile çözmeye çalışmaları halinde bu durum onların problem çözümünde geçmişten aşina oldukları bir stratejiyi kullanmayı tercih ettikleri şeklinde yorumlanabilir.

Akıl yürütme yoluyla problem çözülmeye çalışılırsa; diyelim ki ilk üç gün toplam 200 sayfa okunmuş olsun bu durumda 4. gün okunan sayfa sayısı da 200’dür. Her gün önceki günlerdeki okunan sayfa sayısı kadar sayfa okunuyorsa, her gün gelinen sayfa sayısı önceki günlerde okunan sayfa sayısının 2 katı olmalıdır. Bu noktayı fark edebilen öğrenci cevabın 7. gün olduğunu rahatlıkla bulabilir.

Aşağıda kitap probleminin denklem kurma ve akıl yürütme yollarıyla çözümüne yer verilmiştir.

Tablo 11. Kitap probleminin denklem kurma ve akıl yürütme yolarıyla yapılmış örnek çözümleri

Denklem kurma:	**Akıl yürütme:**
Birinci gün x sayfa okuduğu varsayılırsa, kitabın toplam sayfa sayısı: $x+x+2x+4x+8x+16x+32x+64x=128x$ olarak bulunur. İlk 7 gün toplanırsa 64x olacağından kitabın yarısı 7 günde bitmiştir.	Her gün önceki günlerde okuduğu toplam kadar okuduğuna göre kitabın yarısını bir önceki gün yani 7. günde bitirmiştir.

Araştırmamızın dokuzuncu problemi olan "*Temizlikçi Problemi*" aşağıda verilmiştir.

Temizlikçi Problemi: *Dış yüzeyi camlarla kaplı bir binanın temizliği için binanın dış cephesine bir asansör sistemi kurulmuştur. 15 katlı binanın 3. katından işe başlayan temizlik işçisi asansörün bozulduğunu fark etmiştir. Temizlik işçisi yukarı çıkmak istediğinde asansör 2 kat çıkmakta, aşağı inmek istediğinde ise asansör 5 kat inmektedir. Eğer çıkılacak ya da inilecek kadar kat kalmamışsa asansör ilerlememektedir. Buna göre işçi hangi katları temizleyemez bulunuz.*

Temizlikçi problemi öğrencilerin akıl yürütme ve bağıntı bulma gibi stratejileri kullanma düzeyleri ile deneme-yanılma stratejisini kullanma düzeyi arasındaki farkın analiz edilebilmesi amacıyla kullanılmıştır. Deneme-yanılma stratejisini kullanan birey şekil ya da sayılar üzerinde olabilecek bütün hareketleri göstermek isteyecektir. Fakat problem kısa bir akıl yürütme ile rahatlıkla çözülebilir. Çünkü tek kattan işe başlayan işçi ikişer ikişer çıkarak bütün tek katları temizleyebilir. Yedinci kattan ikinci kata inebileceği de göz önünde bulundurulursa yine ikişer ikişer çıkarak bütün çift katları temizleyebilir. Ayrıca 3+2n vb. cebirsel ifadeler yazılarak bağıntı arama yoluna da gidilebilir.

Çalışmanın onuncu ve son problemi olan *"Arkeolog Problemi"* literatürde ve matematik tarihinde önemli bir yeri olan İskenderiyeli Diophantus'un kaç yaşında öldüğü ile ilgili olarak MS. 5. yüzyılda yaşamış olan Metodorus tarafından derlenen bilmecelerde rastlanan problemden uyarlanmıştır (Dönmez, 2010).

"Arkeolog Problemi" olarak adlandırılan soru şu şekildedir:

Arkeolog Problemi: *Ünlü bir arkeolog olduğunuzu hayal edin. Bir kral mezarını incelerken mezar taşında kralla ilgili şu bilgiler olduğunu görüyorsunuz.*

Hayatının ilk 6 da 1 i çocukluğuydu.

Çocukluğundan 19 yıl sonra evlendi.

Evlendikten 5 yıl sonra oğlu doğdu.

Oğlu onun yarısı kadar zaman yaşadı.

Oğlundan 4 yıl sonra vefat etti.

Buna göre kralın ne kadar yaşadığını bulabilir misiniz?

Arkeolog probleminin olası çözüm yöntemleri denklem kurma, şekil çizme ve deneme-yanılma olarak sıralanabilir. Bu problemin araştırmada kullanılmasının temel amacı öğrencilerin karmaşık durumlarda ve denklem kurmanın zor olduğu durumlardaki tercihlerinin irdelenmesidir.

3.4. KURAMSAL ÇERÇEVE VE VERİ ANALİZİ

Eldeki tez çalışmasının asıl amacı, daha önce de belirtildiği gibi, üstün zekâlı ve normal zekâlı ortaokul öğrencilerinin problem çözme yaklaşımları arasındaki farkın incelenmesidir. Bir önceki kısımda detaylı bir şekilde izah edildiği üzere araştırmanın verileri, 10 adet rutin olmayan problemden oluşan yazılı sınav ve katılımcılar arasından seçilen 10 öğrenci ile gerçekleştirilen yarı-yapılandırılmış mülakatlardan elde edilmiştir. Elde edilen verilerin analizi içerik analizi ve söylem analizi metotları kullanılarak yapılmıştır (Miles ve Hubermann, 1994; Şimşek ve Yıldırım, 2000).

Verilerin analizinde üstün zekâlı bireylerin matematiksel yeteneklerini konu edinen çalışmalar (Marland, 1972; Renzulli, 1978; Jackson ve Klein, 1997, Silverman, 2002) ile problem çözme konusundaki çalışmalardan (Polya,1990; Verschaffel ve diğerleri, 1994; Reusser ve Stebler, 1997; Lesh ve Harel, 2003; Altun ve Arslan, 2006) genel anlamda kuramsal çerçeve olarak yararlanılmıştır.

Analiz sürecinde öncelikle yazılı sınav kâğıtlarındaki öğrenci yanıtları ve her bir soru için üretmiş oldukları cevaplar tekraren ve detaylı bir şekilde incelenmiştir. Bu süreçte, yapılan çözümün doğruluğu, kullanılan yöntem ve stratejiler, bu yöntem ve stratejilerdeki çeşitlilik, bunlar arasındaki geçişler, üst bilişin kullanıldığını gösteren unsurlar ve model oluşturma gibi eldeki tez çalışmasının araştırma problemlerinde vurgulanan hususlara ilişkin kısa notlar alınmıştır. Bu işlem yazılı sınav kâğıtları üzerinde birkaç kez tekrar edilmiş ve neticede tespit edilen durumlar kısa kodlarla ifade edilmiştir. Problem çözme dinamik ve bir o kadar da karmaşık bir süreç olduğu için analiz sürecinde önceden geliştirilmiş kodlar kullanılmamıştır. Kodlar, yapılan çözümler ve bu süreçte sergilenen düşünceler ve kullanılan yöntem ve stratejilerin doğallığını yansıtacak şekilde ortamdan hareketle üretilmiştir. Analizin ilerleyen aşamalarında üretilmiş olan bu kodlar arasındaki anlamsal ilişkiler incelenmiş ve ana tema olarak aynı düşünceyi yansıtan kodlar beraberce değerlendirilerek daha genel kategoriler altında toplanmıştır.

Araştırmamızda öncelikli olarak öğrencilerin yaptığı çözümler doğru cevaba ulaşma açısından BAŞARILI ve BAŞARISIZ kategorilerinde değerlendirilmiştir.

Öğrencilerin yaptığı çözümlerde uyguladıkları temel stratejilerin daha iyi ayırt edilebilmesi adına problem çözme stratejileri ayrı ayrı tanımlanmış ve her bir problem çözme stratejisini diğerlerinden ayıran farklılıklar belirlenmiştir. Verileri açıklayan temaların tespit edilmesi bu yolla kolaylaştırılmıştır. Problem çözme yöntemi problem çözme stratejilerinden çok daha geniş ve kapsamlı bir süreci ifade etmektedir. Yapılan her bir çözümün öğrencinin bilişsel altyapısı, sahip oldukları ön bilgiler ve eldeki problemin muhtevası ve türü gibi birçok değişkenden etkilenmesi sürecin analizini zorlaştırmaktadır. Bu nedenle daha net ve anlaşılır bir manası olması nedeniyle kâğıtların analizinde ilk olarak öğrencilerin kullandıkları problem çözme stratejilerinin belirlenmesi olmuştur. Bu amaçla üretilen ve kullanılan kodlar aşağıdaki tabloda verilmiştir.

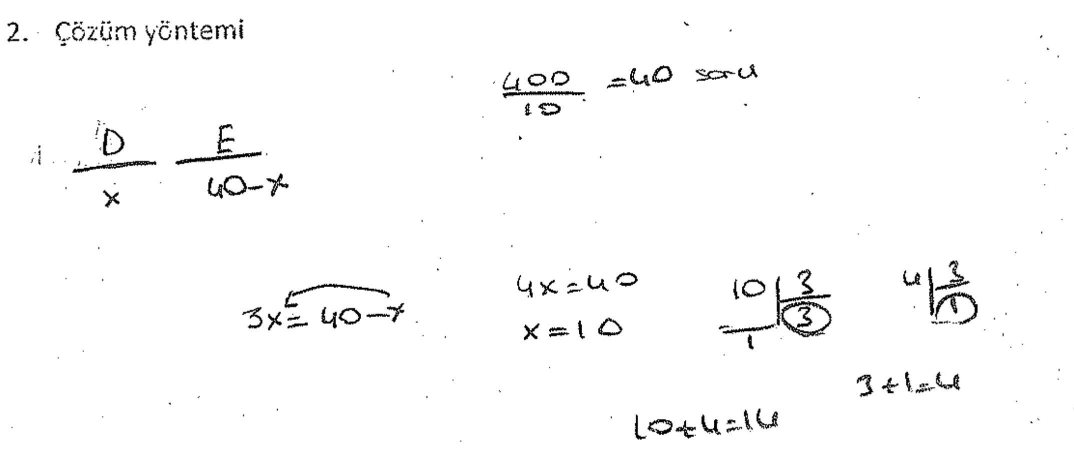
Tablo 12. Problem çözme stratejilerini karşılayan kodlar

Strateji adı	**Stratejiyi karşılayan kod**	**Strateji için belirlenen nümerik değer**
Deneme-yanılma	DEN-YAN	1
Denklem kurma	DEN-KUR	2
İşlem seçme	İŞ-SEÇ	3
Şekil çizme	ŞEK-ÇİZ	4
Sistematik liste	SİS-LİS	5
Geriye doğru çalışma	GER-ÇAL	6
Bağıntı bulma	BAĞ-BUL	7
Problemi basitleştirme	PRO-BAS	8
Akıl yürütme	AKI-YÜR	9

Bunun yanı sıra her bir yaklaşımın üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrenciler tarafından tercih edilme oranları, frekans ve yüzdeleri ile tercih edilme sebepleri incelenmiştir. Buna ek olarak öğrenci gruplarının problemlerde sergilediği yaklaşımların çeşitliliği de bu araştırmada incelenen verilerden birini oluşturmaktadır.

Ayrıca her bir problemde gerçekçi ya da gerçekçi olmayan yaklaşımların tercih edilme oranları sınavlar ve mülakatlar bağlamında incelenmiştir. Alt kategori olarak yaklaşımların gerçekçiliği ya da gerçek dışı olması alınmıştır. Bu kategorinin kodlanmasında gerçekçi yaklaşım için GER-YAK ve gerçekçi olmayan yaklaşım için GER-OL-YAK kodları kullanılmıştır.

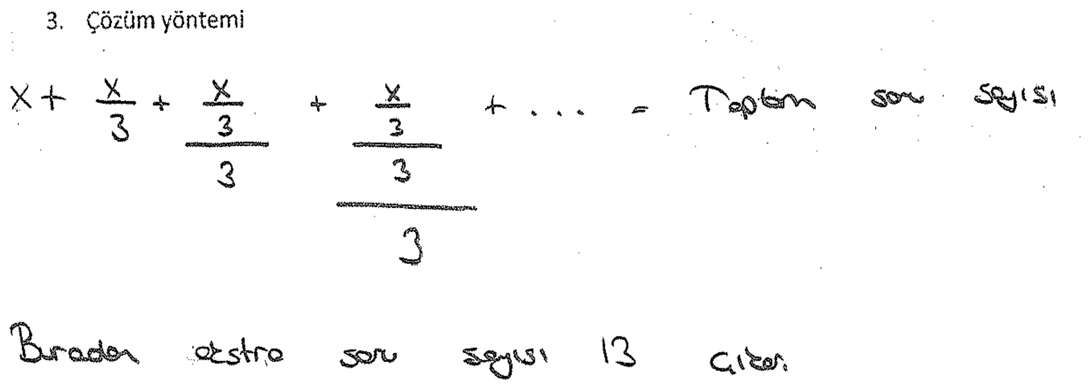
Yazılı sınavdan elde edilen veriler yukarıda bahsedilen kategorilere göre 10 problemin her biri için ayrı ayrı değerlendirilerek yazılı sınav analizi tamamlanmıştır. Analizde kullanılan her kod için ayrı sayısal değerler vermek suretiyle veriler SPSS programı aracılığı ile analiz edilmiş ve sayım işlemi bilgisayar programı aracılığı ile yapılarak analizlerin geçerlik ve güvenirliği optimize edilmiştir. Aşağıda bilgi yarışması problemi için iki farklı çözüm ve bu çözümlerin nasıl analiz edildiği izah edilmektedir.



Şekil 8. Üstün zekâlı bir öğrenci tarafından bilgi yarışması problemi için oluşturulmuş çözüm yaklaşımı (ÜZÖ-9)

Yukarıdaki çözüm yaklaşımında öğrencinin denklem kurma stratejisi (DEN-KUR) ile çözüm yapmayı denediği ancak bu stratejinin gerçekçi olmayan bir şekilde yapılandırıldığı (GER-OL-YAK) ve bu yüzden öğrencinin uyguladığı çözümün onu doğru sonuca ulaştıramadığı (BAŞARISIZ) görülmektedir.

Aşağıda aynı problem için yapılmış olan farklı bir çözüm verilmiştir.



Şekil 9. Bilgi yarışması problemi için üstün zekâlı bir öğrenci tarafından hazırlanmış çözüm (ÜZÖ-35)

Bu çözüm incelendiğinde ise öğrencinin denklem kurma stratejisi ile çözüm yaptığı (DEN-KUR) ve bu çözümü gerçek yaşam koşullarını da hesaba katarak yapılandırdığı (GER-YAK) ve sonuçta doğru cevaba ulaştığı (BAŞARILI) görülmektedir.

Bu şekilde elde edilen kodlar düzenlenerek aşağıdakine benzer ve 72 öğrenciyi kapsayan tablolar oluşturulmuştur.

Tablo 13. Bilgi yarışması problemi için örnek kategori analiz tablosu

ÖĞRENCİ KODU	**BAŞARI DURUMU**	**KULLANILAN STRATEJİ**	**GERÇEK YAŞAM KOŞULLARINA UYUM**
ÜZÖ-9	BAŞARISIZ (2)	DEN-KUR (2)	GER-OL-YAK (2)
ÜZÖ-35	BAŞARILI (1)	DEN-KUR (2)	GER-YAK (1)

Yazılı sınavların analizinden sonra mülakatların analizi aşamasına geçilmiştir. Bu süreçte yazılı sınav kâğıtlarının analizine benzer bir yol takip edilmiştir. Öncelikle, ses kayıt cihazına depolanmış olan veriler dinlenerek yazıya dökülmüştür. Yazıya dökülen kayıtların detaylı analizi yapılmış öğrencilerin bir problemde gösterdikleri yaklaşımların nedenlerinin belirlenmesi amacına hizmet edebilecek bütün veriler yazıya dökülmüş ve uygun kodlar altında toplanmıştır. Aynı düşünceye işaret eden kodlar için kapsayıcı temalar oluşturulmuştur. Benzer temadaki kodlar bir arada değerlendirilerek daha genel kategoriler altında toplanmıştır. Elde edilen bulgular bir sonraki bölümde sunulmuştur.

4. BULGULAR VE YORUM

Bu kısımda toplanan verilerin analizi neticesinde ortaya çıkan bulgular yorumlanarak sunulacak ve araştırma problemleri yanıtlanmaya çalışılacaktır. Genel olarak, araştırma bulguları üstün zekâlı öğrencilerin normal zekâlı öğrencilere kıyasla bütün problemlerde doğru sonuca ulaşma bağlamında daha başarılı olduklarını göstermektedir. Bütün problemlerde üstün zekâlı öğrencilerin normal zekâlı öğrencilere kıyasla daha fazla yöntemle ve strateji kullanarak soruları çözdükleri görülmüştür. Normal zekâlı öğrenciler problem çözümünde genellikle rutin yöntemler ve bu çerçevede sadece bir tane strateji kullanırken üstün zekâlı öğrencilerin birçoğu iki ya da daha fazla yöntemle soruları çözmeye çalışmışlardır. Yapılan mülakatlardan elde edilen verilere ilişkin analiz sonuçlarına göre normal zekâlı öğrenciler farklı çözüm stratejileri ile soru çözmenin çok gerekli olmadığını düşünürken üstün zekâlı öğrenciler birden fazla çözüm yöntemiyle soru çözmenin gerekli olduğunu ve bir soruyu birden fazla yöntemle çözmenin onları mutlu ettiğini belirtmişlerdir.

Bir problemin çözümünde kullanılan stratejiler dikkate alındığında normal zekâlı öğrencilerin genellikle işlem seçme, denklem kurma, deneme-yanılma ve tahmin-kontrol gibi diğer stratejilere kıyasla daha az zihinsel işlem içeren ve akıl yürütme becerisi gerektiren stratejileri kullandıkları görülmüştür. Normal zekâlı öğrencilerin verilerin organize edilmesi yoluyla oluşturulan şekil çizme, sistematik liste oluşturma ve geriye doğru çalışma gibi stratejileri ise daha az oranda kullandıkları araştırma bulgularından anlaşılmaktadır. Normal zekâlı öğrencilerin en az oranda kullandıkları stratejiler ise verilerin genelleştirilmesi ve soyutlanmasını içeren ve bu nedenle diğer stratejilere göre daha üst düzey düşünme becerisi gerektiren bağıntı (örüntü) arama, problemi basitleştirme ve akıl yürütme stratejileridir. Üstün zekâlı öğrencilerin uyguladığı stratejiler ise daha homojen dağılmaktadır. Üstün zekâlı öğrenciler denklem kurma, işlem seçme, deneme-yanılma ve tahmin-kontrol gibi stratejileri problem çözümlerinde normal zekâlı öğrencilere oranla daha az kullanmışlardır. Üstün zekâlı öğrenciler verilerin organize edilmesini gerektiren şekil çizme, geriye doğru çalışma ve sistematik liste oluşturma gibi stratejileri ise normal zekâlı öğrencilere kıyasla daha fazla oranda kullanmışlardır. Benzer şekilde bağıntı (örüntü) arama, problemi basitleştirme ve akıl yürütme stratejilerini de üstün zekâlı öğrenciler normal zekâlı öğrencilere göre daha fazla oranda kullanmışlardır.

Genel olarak, problem çözme sürecinde üstün zekâlı öğrencilerin normal zekâlı öğrencilere göre daha sistematik hareket ettiği, doğru sonuca ulaşma ve farklı yöntem ve stratejilerle problem çözme bağlamında daha başarılı oldukları ve yapılan çözümün izah ve ispatı açısından normal zekâlı öğrencilerden daha iyi bir performans sergiledikleri araştırma bulgularından anlaşılmaktadır.

Araştırmanın ortaya koyduğu bir diğer önemli sonuç ise üstün zekâlı öğrencilerin, normal zekâlı öğrencilere kıyasla bağıntı ve örüntü arama stratejilerini daha etkili kullandıkları ve bu sayede de soyutlama ve genellemeler yaparak problemlerin çözümünde kullanılabilecek daha genel kurallar elde ettikleri gerçeğidir.

Eldeki çalışmada bulguların ortaya koyduğu bir diğer husus ise öğrencilerin problem çözümlerinde genelleme sürecine ne kadar girebildikleri ve bu bağlamda üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrenciler arasında ne gibi farklılıklar bulunduğudur. Bu farkın anlaşılabilmesi için problem çözme stratejilerinden bağıntı (örüntü) arama, problemi basitleştirme ve akıl yürütme gibi stratejilerin kullanım düzeylerinin karşılaştırılması önemlidir. Çünkü bu stratejiler genelleme ve tümevarımsal düşünme sürecinde işe koşulmaktadır. Bu nedenle, bundan sonraki bulguların sunumunda öncelikle denklem kurma, işlem seçme ve deneme-yanılma gibi stratejilerin kullanım frekansları ve yüzdeleri, daha sonra verilerin organize edilmesini içeren şekil çizme, sistematik liste ve geriye doğru çalışma stratejilerinin kullanım frekansları ve yüzdeleri, son olarak da bağıntı (örüntü) arama, problemi basitleştirme ve akıl yürütme stratejilerinin kullanım frekansları ve yüzdelerinin karşılaştırılmasına yer verilmektedir. Bu karşılaştırmalar aynı tablo içerisinde verilmekte bu sayede farklı çözüm stratejilerinin kullanım oranları arasındaki farkın daha kolay anlaşılması amaçlanmaktadır.

Bu bölümde her bir soru için yazılı sınav ve mülakatlardan elde edilen bulgular harmanlanarak art arda sunulacaktır. Bununla, yazılı sınav ve mülakat bulguları arasındaki anlamsal tutarlılığın sağlanması ve dolaysıyla gerek bireyler ve gerekse tüm katılımcılar bağlamında ortaya çıkan sonuçların daha kolay anlaşılması için okuyuculara yardımcı olunması amaçlanmaktadır.

4.1. KÖSTEBEK PROBLEMİNE İLİŞKİN BULGULAR

Araştırmamız kapsamında kullanılan ilk problem olan köstebek problemi şu şekildeydi:

> Köstebek Problemi: *Bir köstebek kendisine 7 farklı çıkışın olduğu bir yuva hazırlamıştır. Her bir çıkışı birbirine bağlayan diğerlerinden bağımsız sadece bir adet tünel bulunmaktadır. Buna göre köstebeğin kaç tünel kazdığını bulunuz.*

Köstebek probleminde öğrencilere sadece bir tek sayısal değer verilmiş olması öğrencilerin doğrudan işlem yapma yoluna gitmesini engellemekte ve akıl yürütme sürecini kullanmalarını gerektirmektedir. Bu yönüyle köstebek problemi rutin kombinasyon problemlerinden ayrışmaktadır. Öğrenciler köstebek problemi için işlem seçme yoluna gidebilecekleri gibi, şekil çizerek verileri organize etme yoluna da gidebilir. Daha sonra öğrenciler sahip oldukları zihinsel yetenekler ölçüsünde tümevarımsal düşünme sürecine girebilmektedir.

Aşağıdaki tabloda üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin köstebek problemindeki başarı düzeylerine ilişkin bulgular sunulmuştur.

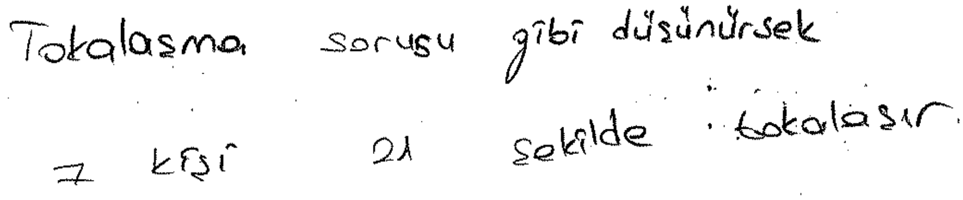
Tablo 14. Köstebek problemine ait yazılı sınav analiz sonuçları

Öğrenci Grubu	Kullanılan Yöntem Sayısı	Doğru Sonuca Ulaşan Öğrenciler		Eksik ve Hatalı Çözüm Üreten Öğrenciler		Çözüm Üretemeyen Öğrenciler	
	Frekans	Frekans	Yüzde	Frekans	Yüzde	Frekans	Yüzde
Üstün Zekâlı Öğrenciler	6	27	%75	9	%25	0	%0
Normal Zekâlı Öğrenciler	4	15	%41	20	%56	1	%3

Tablo incelendiğinde üstün zekâlı öğrencilerin 27 (%75) tanesinin, normal zekâlı öğrencilerin ise 15 (%41) tanesinin köstebek probleminde doğru çözüme ulaştığı görülmektedir. Normal zekâlı öğrencilerin 20 tanesi (%56) bu problem için eksik ve hatalı çözümler üretirken 1 tanesi (%3) hiçbir çözüm üretememiştir. Üstün zekâlı öğrencilerin tamamı köstebek problemi için çözüm geliştirirken, eksik ve hatalı çözüm üreten üstün zekâlı öğrenci sayısı 9'da (%25) kalmıştır. Bu değerlere bakıldığında köstebek probleminde üstün zekâlı öğrencilerin daha başarılı olduğu görülmektedir.

Üstün zekâlı öğrenciler tarafından köstebek problemi için 6 farklı çözüm stratejisi kullanılmıştır. Normal zekâlı öğrenciler tarafından ise bu problem için 4 farklı çözüm stratejisi kullanılmıştır. Bu bulgular üstün zekâlı öğrencilerin köstebek probleminde farklı çözümler üretme açısından da normal zekâlı öğrencilere göre daha başarılı olduklarını göstermektedir.

Üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrenciler arasındaki başarı farkının nedeni olarak, verilen problemin önceden öğrenilmiş hazır problem kalıplarına benzememesi gösterilebilir. Öğrencinin kendi zihinsel yeteneği ise ancak böyle bir durumda ortaya çıkarılabilir. Esnek düşünme geçmişte edinilmiş olan bilgileri yeni problem durumuna uyarlayabilmeyi içerir; dolayısıyla üst düzey düşünme becerisi ve matematikselleştirme yeteneği gerektirir. Geçmişte öğrenilmiş bilgiler ve karşılaşılmış problem durumları farklı ve yeni problem durumlarına aktarılabildiği ölçüde anlamlı öğrenme gerçekleşmiş ve bilgi içselleştirilmiş demektir. Köstebek problemi için öğrencilerden iki tanesinin problemi benzer yolla çözdükleri görülmüştür. Aşağıda öğrencinin el yazısında da görüldüğü üzere burada dikkat çeken husus bu öğrencilerin geçmişte bir problemin çözümünde kullandıkları yöntem ve stratejinin köstebek sorusunun çözümünde de kullanılabileceğini fark etmiş olmalarıdır. Öğrenciler bu düşünceye geçmişte çözdükleri soru ile eldeki soru arasında içeriksel açıdan kıyaslamalar yaparak ulaşmış olabilirler. Aşağıda üstün zekâlı bir öğrencinin benzer bir problem çözme yoluyla bu problem için oluşturduğu çözüme yer verilmiştir.



Şekil 10. Köstebek sorusunun çözümünde geçmişten bilinen bir yöntemin kullanımını içeren bir yanıt (ÜZÖ-2[1])

Üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin köstebek probleminin çözümünde kullandıkları stratejileri ve bunların düzeylerini gösteren bulgular aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 15. Üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin köstebek probleminin çözümünde kullandıkları stratejiler

Strateji adı	**Üstün zekâlı öğrenci sayısı**	**Normal zekâlı öğrenci sayısı**	**Toplam**
İşlem seçme	7	16	23
Denklem kurma	0	0	0
Deneme-yanılma	0	2	2
Şekil çizme	28	29	57
Sistematik liste	11	0	11
Geriye doğru çalışma	0	0	0
Bağıntı (örüntü) arama	16	4	20
Problemi basitleştirme	18	0	18
Akıl yürütme	1	0	1

[1] ÜZÖ-X: Yazılı sınavdaki X numaralı üstün zekâlı öğrenciyi belirtmektedir; NZÖ-X: Yazılı sınavdaki X numaralı normal zekâlı öğrenciyi belirtmektedir.

Tablo incelendiğinde üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrenciler arasındaki en belirgin farkın bağıntı (örüntü) arama, problemi basitleştirme ve akıl yürütme stratejilerinin toplam kullanım sayısında olduğu görülmektedir. Normal zekâlı öğrenciler toplam 35 çözümde bu stratejileri kullanırken normal zekâlı öğrenciler bu stratejileri sadece 4 çözümde kullanmışlardır. Benzer şekilde verilerin organizesini içeren sistematik liste stratejisinin üstün zekâlı öğrenciler tarafından daha fazla sayıda kullanıldığı tablodaki bulgulardan anlaşılmaktadır. İşlem seçme, deneme-yanılma ve denklem kurma stratejilerinin toplam kullanım sayısında ise normal zekâlı öğrencilerin üstün zekâlı öğrencilere göre önde olduğu görülmektedir.

Bu veriler ışığında köstebek problemi için gerçekleştirilen çözümlerde üstün zekâlı öğrencilerin bağıntı arama, problemi basitleştirme ve akıl yürütme gibi üst düzey stratejileri kullanma becerisi ve eğiliminin normal zekâlı öğrencilere göre daha fazla olduğu göze çarpmaktadır.

Öğrenciler, tümevarımsal düşünme becerileri sayesinde eldeki problemden soyutlamalar yaparlar. Bu soyutlamalar neticesinde ise problemin çözümü için kullanışlı bir bağıntı elde ederler. Bu nedenle örüntü arama ve bağıntı bulma stratejilerini başarılı bir şekilde kullanabilen öğrencilerin soyutlama gücünün de yüksek olduğu söylenebilir.

Aşağıdaki şekilde üstün zekâlı bir öğrencinin köstebek problemi için ortaya koyduğu bağıntı bulma yoluyla yapılmış bir çözüme yer verilmiştir.

3. Çözüm yöntemi

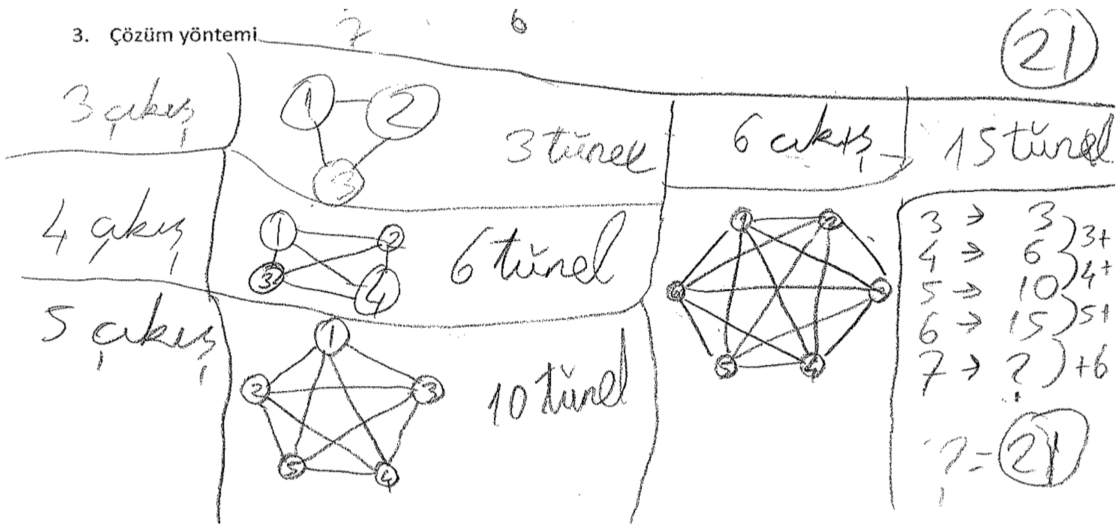
Çıkış sayısı n ise;

1'den (n-1)'e kadar olan sayıların toplamıdır.

Şekil 11. Köstebek problemi için bağıntı bulma stratejisiyle yapılmış bir çözüm örneği (ÜZÖ-22)

Üstün zekâlı öğrencilerin uyguladığı yöntemin aksine normal zekâlı öğrenciler kendi kurallarını oluşturmak yerine daha önceden öğrenilmiş hazır kurallar ile işlem yapmayı tercih etmişlerdir. Tablo 15'de görüldüğü üzere işlem seçme stratejisinin normal zekâlı öğrenciler tarafından üstün zekâlı öğrencilere göre daha fazla tercih edildiği dikkat çekmektedir. İşlem seçme stratejisini 16 normal zekâlı öğrenci tercih ederken üstün zekâlı öğrencilerde bu sayı 7'de kalmıştır.

Problemlerin basitleştirilmesi de örüntü arama ve bağıntı bulma için kullanılabilecek etkili stratejilerdendir. Aşağıda köstebek problemi için '*basitleştirme*' yoluyla yapılmış bir çözüm ve ilerleyen kısımda problemin nasıl çözüldüğüne ilişkin Ahmet isimli öğrenciyle yapılan mülakattan bir alıntı sunulmuştur.



Şekil 12. Köstebek problemi için problemi basitleştirme yoluyla yapılmış bir çözüm örneği (Ahmet[2])

Şekildeki gibi problemi basitleştirme yoluyla yapılan çözümler 18 üstün zekâlı öğrenci (%50) tarafından tercih edilirken normal zekâlı öğrencilerin hiçbiri bu problemde problemi basitleştirme yoluyla çözüm oluşturmamıştır. Sunulan şekilde görüldüğü üzere öğrenci ilk etapta daha az sayıdaki çıkışlar için soruyu çözmeye çalışmaktadır. Muhteva

[2] : Mülakat yapılan öğrenciler için kod numarası yerine kod isimler kullanılmıştır.

itibariyle aynı olmakla birlikte işlem basamağı açısından soruyu basitleştirdiği ve buradan hareketle verilen soru için genel bir bağıntı bulmaya çalıştığı görülmektedir. Bu nedenle süreçte tümevarımsal düşüncenin de aktif olarak kullanıldığı anlaşılmaktadır. Öğrencilerin yaptığı tercihlerin asıl nedenlerinin anlaşılması için öğrencilerle yapılan mülakatlardan elde edilen bulguların anlaşılması gerekmektedir. Aşağıdaki tabloda mülakat gerçekleştirilen öğrencilerin köstebek probleminde sergiledikleri yaklaşımlar ve başarı durumları görülmektedir.

Tablo 16. Mülakata katılan öğrencilerin köstebek probleminde denediği stratejiler ve başarı durumları

Öğrenci Grubu	Öğrenci Adı	1. Çözüm Yöntemi	2. Çözüm Yöntemi	3. Çözüm Yöntemi
Üstün Zekâlı Öğrenciler	**Ahmet**	Sis-Lis/Başarılı	Şek-Çiz/Başarılı	Pro-Bas/Başarılı
	Ayşe	Şek-Çiz/Başarılı	Sis-Lis/Başarılı	Pro-Bas/Başarılı
	Melike	Şek-Çiz/Başarılı	İş-Seç / Başarılı	---
	Mustafa	Sis-Lis/Başarılı	Şek-Çiz/Başarılı	Pro-Bas/Başarılı
	Yusuf	Sis-Lis/Başarılı	İş-Seç/Başarılı	Ben-Pro/Başarılı
Normal Zekâlı Öğrenciler	**Ali**	Şek-Çiz/Başarılı	---	---
	Beyza	Şek-Çiz/Başarılı	İş-Seç / Başarılı	---
	Gül	---	---	---
	Ece	İş-Seç / Başarılı	Şek-Çiz/Başarılı	---
	Hasan	Sis-Lis/Başarısz	İş-Seç/Başarısız	---

(**Sis-Lis:** Sistematik liste yapma**, Şek-Çiz:** Şekil Çizme**, Pro-Bas:** Problemi Basitleştirme**, Ben-Pro:** Benzer Problem Çözme**, İş-Seç:** İşlem Seçme**, ---:** Yanıt Yok)

Tablo incelendiğinde mülakata katılan üstün zekâlı öğrencilerin mülakata katılan normal zekâlı öğrencilere göre köstebek probleminde hem başarı hem de kullanılan strateji çeşitliği bakımından daha önde olduklarını göstermektedir. En önemli fark ise şekiller çizerek problem durumunun modellenmesi ve problemin basitleştirilerek örüntü aranması ve buradan daha genel bağıntılar çıkarılmasında olduğu görülmektedir

Şekil 11'deki çözümü yapan Ahmet isimli öğrenci ile yapılan mülakatın bir bölümü aşağıda verilmiştir.

Diyalog 1:

> **Araştırmacı**: 3. Çözüm yönteminde tam olarak ne yaptığını anlatır mısın?
>
> **Ahmet**: 3. Çözüm yönteminde yine aynı şekilde [2. Yöntemde olduğu gibi] şekilleri kullandım ama nasıl desem bağıntıyı bulmaya çalıştım. Mesela eğer 3 çıkış olsaydı kaç tünel olurdu? Dört çıkış olsaydı kaç tünel olurdu? Beş çıkış olsaydı kaç tünel olurdu? Şeklinde örüntü bulup o şekilde yaptım.
>
> **Araştırmacı**: Nasıl bir örüntü çıkıyor?
>
> **Ahmet**: Mesela 3 çıkış olsaydı 3 tünel oluyor. 4 çıkış olsaydı 6 tünel oluyor. 5 çıkış olsaydı 10 tünel oluyor. Bunlarda +3, +4, +5 şeklinde artıyor. 6 çıkışta 15 tünel olduğu için 7 çıkışta da 21 tünel oluyor.

Diyalog incelendiğinde öğrencinin örüntü arama ve bağıntı bulma amacıyla bilinçli olarak küçük sayılardan hareket ederek soruyu çözdüğü ve bunu da başarılı bir şekilde gerçekleştirip ifade ettiği görülüyor.

Normal zekâlı öğrencilerin bu yaklaşımı uygulayamamalarının nedenlerinin anlaşılması noktasında normal zekâlı öğrencilerle yapılan mülakatların verileri etkili olabilir. Normal zekâlı öğrencilerin bu yaklaşımı kullanmamalarının nedeni aşağıdaki diyalogdan açıkça anlaşılmaktadır. Aşağıda Ali isimli normal zekâlı öğrenciyle yapılan mülakatın bir bölümüne yer verilmiştir.

Diyalog 2:

> **Araştırmacı**: Burada 7 çıkış demiş ama sen sorularda daha küçük sayılar için deneme yapar mısın?
>
> **Ali**: Hayır.
>
> **Araştırmacı**: Birlikte deneyelim o zaman 2 çıkış olsa kaç tünel olur?

Ali: 2 pardon 1 tünel olur.

Araştırmacı: 3 çıkış olsa?

Ali: [Çiziyor] Şöyle çizersek [tek tek sayarak] 3 tane tünel oluyor.

Araştırmacı: 4 çıkış olsa?

Ali: [Çiziyor ve tek tek tünelleri sayıyor] 6 tane oluyor.

Araştırmacı: 5 çıkış olsa?

Ali: [Çiziyor ve tek tek tünelleri sayıyor] 10 tane oluyor.

Araştırmacı: Şimdi sen bu sayılardan hareket edip 7 çıkış için kaç tünel olacağını bulabilir misin?

Ali: Bulamam çünkü düzenli değil, nasıl yapacağımı bilmiyorum.

Araştırmacı: Düzenli olarak artmadığından emin misin?

Ali: [Bir süre düşünüyor] Hım evet önce 1 artıyor sonra 2 artıyor böyle gidiyor o zaman 21 oluyor evet.

Bu diyalog incelendiğinde ise öğrencinin kendi başına düşünemediği görülmektedir. Ancak araştırmacı yardımıyla daha küçük sayılar için denemeler yapmıştır. Her bir denemesinde teker teker sayıları toplamış fakat aradaki ilişkiyi yardım almadan görememiştir. Bunun nedeni öğrencinin verileri organize etme ve veriler arasındaki ilişkinin keşfi noktasında, yani örüntü arama ve bağıntı bulma konusunda yeterli zihinsel olgunluğa ya da yaşantıya sahip olmamasıdır.

Aşağıda aynı öğrenciyle gerçekleştirilen mülakatın bir başka bölümüne yer verilmiştir.

Diyalog 3:

Araştırmacı: Bu soruda ilk olarak şekil çizme yoluna gitmişsin.

Ali: Evet.

Araştırmacı: Burada 7 çıkış dediği için şekil çizmek kolay oluyor peki 70 çıkış deseydi nasıl çözerdin bu problemi?

Ali: Denklem yazardım yani büyük şeyleri bulmak için denklem yazarım.

Araştırmacı: Nasıl bir denklem yazarsın mesela 70 çıkış için?

Ali: [Biraz düşündükten sonra] Her bir yuvadan çıkan, mesela 1. yuvadan çıkan tünel sayısı 'x' olsa ondan sonra ikinci yuvadan çıkan tüneli bulurum 'x eksi şu' derim, sonra diğerlerini toplarım.

Araştırmacı: Sen 70 çıkış olduğunda birinci çıkışı diğerlerine bağlayan kaç tünel çıktığını bilmiyor musun ki 'x' gibi bir bilinmeyene ihtiyaç duyuyorsun?

Ali: 69 tane olur.

Araştırmacı: Demek ki 'x' e ihtiyaç yok.

Yukarıdaki diyalogda araştırmacı tarafından sorulan soruların amacı öğrencinin tümevarımsal düşünüp düşünemediğinin ve bir problem çözümünde elde ettiği sonuçları çok daha büyük sayılar için genelleyip genelleyemediğinin tespit edilmesidir. Öğrencinin verdiği cevaplar incelenirse öğrencinin problemi bir şekilde çözdüğü fakat problemi analiz edemediği ve tümevarımsal düşünemediği görülmektedir. Öğrenci denklem kurma konusunda otomatikleşmiş, problemin yapısının denklem kurmaya uygun olup olmadığına bakmaksızın denklem kurmaya koşullanmıştır.

4.2. BİLGİ YARIŞMASI PROBLEMİNE İLİŞKİN BULGULAR

Araştırma kapsamında öğrencilere yöneltilen 2. problem olan bilgi yarışması problemi aşağıda verilmiştir.

Bilgi Yarışması Problemi: *Her 3 doğru cevap için fazladan bir soru hakkının kazanıldığı bir bilgi yarışmasında her soru 10 puan değerindedir. Yarışma sonunda bütün soruları doğru cevaplayan bir yarışmacı 400 puan kazandığına göre bu yarışmacı ekstra kaç soru kazanmıştır? Bulunuz.*

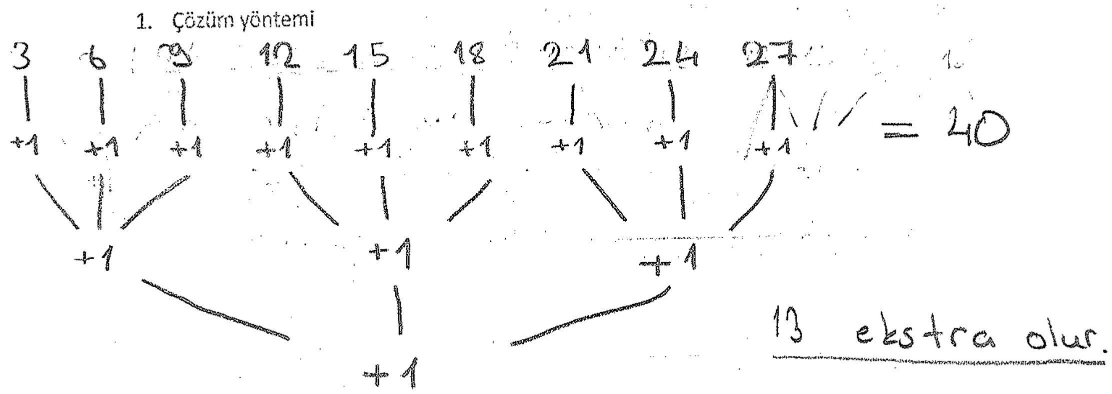
Bilgi yarışması problemi gerçek yaşam koşullarının hesaba katılmasını gerektiren bir yapıda olduğundan öğrencilerin esnek ve yansıtıcı düşünmelerini gerektiren bir sorudur. Bu soru için kullanılabilecek stratejiler deneme-yanılma, işlem seçme, geriye doğru çalışma, denklem kurma, akıl yürütme ve bağıntı bulmadır. Bilgi yarışması problemi için üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrenciler tarafından üretilen farklı çözüm yoları sayısı ve başarı durumlarını gösteren tablo aşağıda verilmiştir.

Tablo 17. Bilgi yarışması problemine ait yazılı sınav analiz sonuçları

Öğrenci Grubu	**Kullanılan Yöntem Sayısı**	**Doğru Sonuca Ulaşan Öğrenciler**		**Eksik ve Hatalı Çözüm Üreten Öğrenciler**		**Çözüm Üretemeyen Öğrenciler**	
	Frekans	**Frekans**	**Yüzde**	**Frekans**	**Yüzde**	**Frekans**	**Yüzde**
Üstün Zekâlı Öğrenciler	9	24	%67	12	%33	0	%0
Normal Zekâlı Öğrenciler	4	5	%13	31	%87	0	%0

Tablo incelenecek olursa bilgi yarışması problemi için doğru cevaba ulaşabilen üstün zekâlı öğrenci sayısı normal zekâlı öğrenci sayısının yaklaşık 5 katıdır. Normal zekâlı öğrencilerden sadece 5 tanesinin doğru cevaba ulaşmasının nedeni, normal zekâlı öğrencilerin gerçek yaşam koşullarına göre düşünmemeleridir. Bilgi yarışması problemini orantısal akıl yürüterek çözen öğrenciler yanlış sonuca ulaşmışlardır. Çünkü problemde her 3 doğru cevap için ekstra bir soru hakkının verildiği ifade edilmektedir. Başarılı çözüm yapabilmek için doğru cevaplarla kazanılan ekstra soruların da dikkate alınması gerekmektedir. Bu düşünce doğrultusunda gerçekleştirilen çözümler gerçekçi çözümler iken bu durum hesaba katılmadan orantısal akıl yürütme yoluyla yapılan çözümler gerçek dışı ve yanlış çözümlerdir.

Aşağıda üstün zekâlı bir öğrenci tarafından bilgi yarışması problemi için oluşturulmuş gerçekçi bir çözüme yer verilmiştir.



Şekil 13. Bilgi yarışması problemi için üstün zekâlı öğrenci tarafından oluşturulan gerçekçi çözüm (ÜZÖ-19)

Şekildeki çözüm yöntemi incelendiğinde bu yaklaşımın aslında tek bir strateji içerisinde değerlendirilemeyeceği görülmektedir. Öğrenci problem çözümünde bir model oluşturmuş ve model üzerinde sorunun çözümünü göstermiştir. Model denilince ilk olarak akla gelen şey genellikle nesneler ve görsel materyaller olsa da matematiksel modellemeler sayılar üzerine de inşa edilebilirler. Matematiksel modeller soyut materyali somutlaştırma, aynı zamanda somut materyali de soyutlama noktasında birey tarafından kullanılan etkili araçlardır. Tabi ki bu araçların kullanım düzeyi de zekâ seviyesi ile yakından alakalıdır. Üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin kullandıkları şekil ve modellerin farklı olduğu bu çalışma kapsamında gözlenen durumlardan bir tanesidir.

Öğrencilerin sergilemiş oldukları yaklaşımların gerçekçiliğini en çok etkileyen faktörlerden bir tanesi de onların uygulamış oldukları çözüm stratejileridir. Aşağıda üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin bilgi yarışması probleminde uyguladıkları stratejilerin dağılımını gösteren bir tablo verilmiştir.

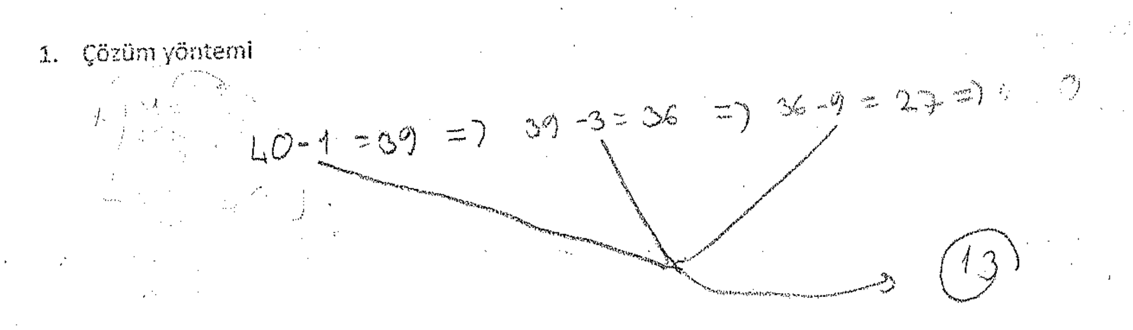
Tablo 18. Üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin bilgi yarışması probleminde uyguladıkları stratejiler

Strateji adı	Üstün zekâlı öğrenci sayısı	Normal zekâlı öğrenci sayısı	Toplam
İşlem seçme	10	27	37
Denklem kurma	10	3	13
Deneme-yanılma	9	8	17
Şekil çizme	16	10	26
Sistematik liste	1	0	1
Geriye doğru çalışma	5	0	0
Bağıntı (örüntü) arama	7	0	7
Problemi basitleştirme	5	0	5
Akıl yürütme	1	0	1

Tablo incelendiğinde bağıntı (örüntü) arama ve problemi basitleştirme stratejilerinin sadece üstün zekâlı öğrenciler tarafından kullanıldığı normal zekâlı öğrencilerin hiçbirinin bu stratejileri kullanmadıkları dikkat çekmektedir. Yine verilerin organize edilmesini içeren sistematik liste, şekil çizme ve geriye doğru çalışma stratejilerinin kullanımı açısından da benzer bir durum söz konusudur. Üstün zekâlı öğrenciler bu stratejileri 22 kez uygularken normal zekâlı öğrencilerde bu sayı 10 da kalmıştır. Köstebek probleminde olduğu gibi bilgi yarışması probleminde de normal zekâlı öğrenciler arasında en çok tercih edilen stratejiler işlem seçme, şekil çizme ve deneme-yanılma stratejileridir. Normal zekâlı öğrenciler üstün zekâlılara göre işlem seçme stratejisini daha fazla tercih etmişlerdir.

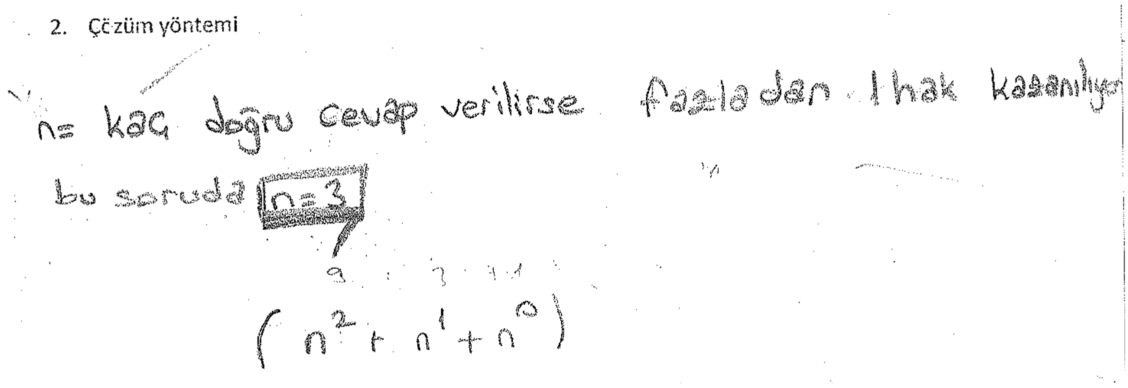
Her iki öğrenci grubu için düşünüldüğünde öğrencilerin en çok tercih ettikleri strateji işlem seçme olmuştur. Üstün zekâlı öğrencilerin uyguladığı 9 farklı strateji varken normal zekâlı öğrencilerin kullandığı sadece 4 strateji vardır. Bu yaklaşımların dağılımı dikkate alındığında üstün zekâlı öğrencilerin uyguladığı yaklaşımların daha farklı stratejilerin kullanımını içerdiği dikkat çekmektedir.

Bu problem için uygulanabilecek stratejilerden bir tanesi olan geriye doğru çalışma stratejisi sadece üstün zekâlı öğrenciler tarafından kullanılmıştır. Aşağıda üstün zekâlı öğrencilerden bir tanesi tarafından oluşturulan ve geriye doğru çalışma stratejisinin kullanıldığı bir problem çözümüne yer verilmiştir.



Şekil 13. Üstün zekâlı bir öğrenci tarafından bilgi yarışması problemi için geriye doğru çalışma yöntemiyle yapılan çözüm (ÜZÖ-32)

Geriye doğru çalışma stratejisi, matematiksel üstün zekâlılığın göstergesi olarak kabul edilen zihinsel işlemleri geri çevirme yeteneği ile yakından alakalıdır. Bilgi yarışması probleminden elde edilen veriler incelendiğinde örüntü arama ve bağıntı bulma gibi stratejilerin kullanımında da üstün zekâlılar lehine pozitif bir ayrışma göze çarpmaktadır. Üstün zekâlı 7 öğrenci problem çözümünde bağıntı bulma stratejisini uygularken normal zekâlı öğrenciler bu yaklaşımı hiç kullanmamışlardır. Aşağıda üstün zekâlı bir öğrencinin bağıntı (örüntü) bulma yoluyla problemde uyguladığı çözüm verilmiştir.(ÜZÖ-4)



Şekil 14. Üstün zekâlı bir öğrenci tarafından bilgi yarışması problemi için bağıntı (örüntü) bulma yoluyla oluşturulmuş çözüm (ÜZÖ-4)

Şekildeki bağıntı bulma yoluyla yapılmış çözüm, üstün zekâlı öğrencilerin elde ettiği sonuçları genelleme eğiliminde olduğunun bir göstergesidir. Fakat normal zekâlı öğrencilerle yapılan mülakatlardan elde edilen verilere göre onlar için problemde sonuca ulaşmak daha önemli görülmektedir. Normal zekâlı öğrencilerin yaklaşımları daha çok denklem kurma stratejisini içermektedir. Aşağıda mülakat yapılan öğrencilerin bilgi yarışması probleminde sergiledikleri yaklaşımları ve başarı durumlarını gösteren tabloya yer verilmiştir.

Tablo 19. Mülakata katılan öğrencilerin bilgi yarışması probleminde kullandıkları stratejiler ve başarı durumları

Öğrenci Grubu	Öğrenci Adı	1. Çözüm Yöntemi	2. Çözüm Yöntemi	3. Çözüm Yöntemi
Üstün Zekâlı Öğrenciler	Ahmet	Sis-Lis/ Başarılı	Den-Kur/Başarılı	---
	Ayşe	Şek-Çiz/Başarılı	Pro-Bas/Başarılı	---
	Melike	Şek-Çiz/Başarılı	Den-Yan/Başarısız	---
	Mustafa	Şek-Çiz/Başarılı	Ger-Çal/Başarılı	Şek-Çiz/Başarılı
	Yusuf	Den-Yan/Başarılı	Den-Yan/Başarılı	Den-Kur/Başarılı
Normal	Ali	İş-Seç/Başarısız	---	---

Zekâlı Öğrenciler	**Beyza**	Şek-Çiz/Başarılı	---	---
	Gül	İş-Seç/Başarısız	İş-Seç/Başarısız	---
	Ece	---	Den-Kur/Başarısız	---
	Hasan	Den-Yan/Başarılı	---	---

(**Sis-Lis:** Sistematik liste**, Şek-Çiz:** Şekil Çizme**, Pro-Bas:** Problemi Basitleştirme**, Ger-Çal:** Geriye Doğru Çalışma**, Den-Yan:** Deneme-yanılma **İş-Seç:** İşlem Seçme**, Den-Kur:** Denklem Kurma**, ---:** Yanıt Yok)

Tablo incelendiğinde üstün zekâlı öğrencilerin yaklaşımlarının daha çeşitli ve doğru çözüme ulaşma başarılarının daha yüksek olduğu görülmektedir. Normal zekâlı öğrencilerde ise işlem seçme stratejisinin seçiminde bir yoğunlaşma vardır ve bu öğrencilerin başarı düzeyleri üstün zekâlı öğrencilere oranla daha düşüktür.

Aşağıda normal zekâlı olarak kabul edilen Hasan isimli öğrenciyle yapılan mülakattan bir alıntı sunulmuştur:

Diyalog 4:

Araştırmacı: Sana bir problem verildiği zaman ilk önce probleme nasıl yaklaşırsın, ne yapmaya çalışırsın?

Hasan: Önce problemin bize ne sorduğunu anlamaya çalışırım. Problem bizden ne istiyor? Olayı anlatmış, mesela "şunu bulunuz" diyor. Yani onu nasıl bulacağıma karar veririm. Önce nerden yola çıkacağıma hangi kişileri denklem olarak, x olarak alacağıma falan bakarım.

Araştırmacı: Sorunun sana ne sorduğunu anladın. Daha sonra ne yaparsın?

Hasan: Sorunun bana ne sorduğunu anladıysam verdiği verilere bakarım. Verilerle denklem kurarım. Verileri denklemin üzerine yerleştiririm. Sonra zaten elbette bir bilinmeyen, bir şey soruyordur bize. Denklemde koyunca verir bize.

Araştırmacı: Önce şekil yaparım sonra denklem yazarım diyorsun. Peki bir soruda başka başka yöntemler denediğin olur mu?

Hasan: Evet, oluyor bazen.

Araştırmacı: Özellikle senden farklı bir yöntem istenirse mi denersin yoksa kendin zaten dener misin?

Hasan: İlk önce her zaman şekil denerim ama şekil çıkmazsa mecburen denemek zorunda kalırım başka şeyler tabi.

Araştırmacı: Şekille yaparsın, onunla yaptıysan senin için yeterli mi olur?

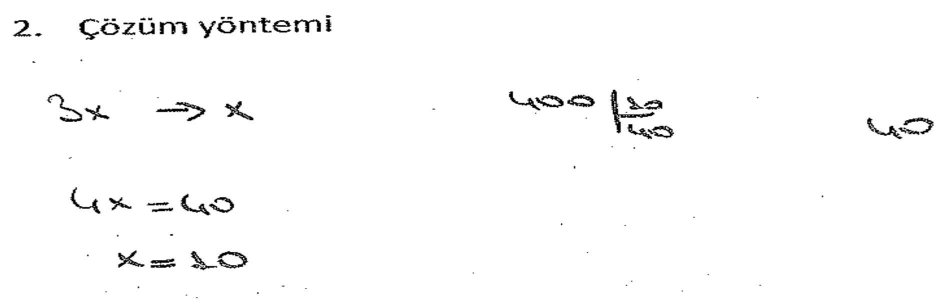
Hasan: Evet.

Araştırmacı: Sonra denkleme geçerim diyorsun.

Hasan: Evet.

Diyalog incelendiğinde Polya (1990) tarafından belirtilen problem çözme aşamalarından problemin anlaşılması aşamasının öğrenci tarafından uygulandığı fakat çözüm yolu geliştirme aşamasının atlanarak hazır çözüm yöntemleriyle üçüncü aşamaya yani çözümün gerçekleştirilmesi aşamasına geçildiği dikkat çekmektedir. Yine son aşama olan sonucun değerlendirilmesi aşamasının da ihmal edildiği diyalogdan anlaşılmaktadır.

Aşağıdaki şekilde Ece isimli normal zekâlı öğrencinin bilgi yarışması problemi için orantısal akıl yürütme yoluyla oluşturduğu yanlış çözüme yer verilmiştir.



Şekil 15. Bilgi yarışması problemi için normal zekâlı bir öğrenci tarafından yapılmış olan gerçekçi olmayan çözüm (Ece)

Gerçekçi çözümler üretme yeteneği birçok üst düzey zihinsel yetenekle yakından ilgilidir. Bunlardan bazıları eleştirel düşünme, yansıtıcı düşünme ve esnek düşünme yeteneğidir. Aşağıdaki diyalogda yukarıdaki gerçekçi olmayan yaklaşımı gerçekleştiren normal zekâlı öğrenci ile yapılan mülakatta geçen bir bölüme yer verilmiştir

Diyalog 5:

Araştırmacı: 2. Çözüm yöntemi olarak denklem kurmayı tercih ettiğini görüyoruz.

Ece: Evet denklem kurmayı tercih ettim. Çünkü bu soruda pek şekil deneyebileceğimi sanmıyorum. 3x+x olur. Yani her 3 soru artı 1 soru olur ve 3x+x=4x=400 puan olur. Çünkü 400 puan kazanmış. Soru sayısını bulmak için 10 puana böldüm. Çünkü her soru 10 puan değerinde 4x=40 oldu x=10 oldu. Zaten x ekstra soru sayısını belirtiyordu. Zaten çözdüğü soru sayısı 3x birde x soru kazanıyor. Yani ekstradan 10 soru kazanmış olur.

Araştırmacı: Başlangıçta 30 soru olduğunu ve ekstradan 10 soru kazandığını düşünüyorsun öyle değil mi?

Ece: Evet.

Araştırmacı: Peki birlikte sağlamasını yapalım o zaman. Başlangıçta 30 soru varsa bu 30 soruyu doğru cevaplayınca ne kadar hediye kazanılır?

Ece: 10 tane.

Araştırmacı: 10 soruyu da doğru cevaplarsak ne kadar hediye gelir?

Ece: 3 tane.

Araştırmacı: Bu ilave 3 soruyu doğru cevaplarsan kaç hediye gelir?

Ece: 1 tane

Araştırmacı: Bunların hepsini toplarsan 40 ediyor mu?

Ece: 30+10+3+1= 44 çıkıyor. Olmuyor.

> **Araştırmacı**: o zaman bu soruyu yanlış yapmışsın. Sence nereden kaynaklanıyor yanlışlık?
>
> **Ece**: Soru biraz seçiciymiş. Ben normal bir soru gibi düşündüm. Çok düşünmedim.
>
> **Araştırmacı**: Kitaplarda karşılaştığımız sorulardan farkı nedir?
>
> **Ece**: Biraz daha hayatla alakalı. Sanki hayata işlemi sokmak gibi bir şey.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde Ece soruyu yanlış çözmesinin nedeni olarak soruyu rutin problemler gibi çözmeye çalışması ve gerçek yaşam koşullarını dikkate almaması şeklinde belirtmektedir.

Üstün zekâlı öğrencilerin, normal zekâlılara kıyasla, gerçek yaşam koşullarını dikkate alarak daha başarılı çözümler yaptıkları görülmektedir.

4.3. ÇİFTLİK PROBLEMİNE İLİŞKİN BULGULAR

Araştırmada kullanılan üçüncü problem olan çiftlik problemi aşağıda verilmektedir.

> Çiftlik Problemi: *Bir çiftlikte sadece tavuk ve keçiler bulunmaktadır. Çiftlikteki hayvanların ayakları sayısı toplamı 96, kafaları sayısı toplamı ise 34 tür. Buna göre çiftlikte kaç tane keçi olduğunu bulunuz.*

Fortunato ve diğerlerinden (1992) uyarlanmış olan çiftlik problemi ile öğrencilerin denklem kurma, şekil çizme, deneme-yanılma ve tahmin-kontrol stratejileri arasındaki tercihlerinin belirlenmesi amaçlanmaktadır. Çiftlik problemi hem daha sık kullanılan denklem kurma ve deneme-yanılma gibi hem de daha az kullanılan akıl yürütme gibi stratejilerle çözüm yapmaya imkân tanımaktadır.

Çiftlik problemi için üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrenciler tarafından üretilen çözüm sayıları ve başarı durumlarını içeren tablo aşağıda sunulmuştur.

Tablo 20. Çiftlik problemine ait yazılı sınav analiz sonuçları

Öğrenci Grubu	Kullanılan Yöntem Sayısı	Doğru Sonuca Ulaşan Öğrenciler		Eksik ve Hatalı Çözüm Üreten Öğrenciler		Çözüm Üretemeyen Öğrenciler	
	Frekans	**Frekans**	**Yüzde**	**Frekans**	**Yüzde**	**Frekans**	**Yüzde**
Üstün Zekâlı Öğrenciler	6	34	%94	1	%3	1	%3
Normal Zekâlı Öğrenciler	3	18	%50	14	%39	4	%11

Tablo incelendiğinde üstün zekâlı öğrencilerin 34 tanesinin (%94) doğru sonuca ulaştığı normal zekâlı öğrencilerde ise bu sayının 18 (%50) de kaldığı görülmektedir. Üstün zekâlı öğrencilerden sadece 1 tanesi bu problemde hiçbir çözüm üretemezken normal zekâlı öğrencilerden 4 tanesi çiftlik problemi için herhangi bir çözüm yaklaşımı sergileyememiştir. Üstün zekâlı 1 öğrenci yanlış çözüm üretirken normal zekâlı öğrencilerden 14 tanesi bu yanlış çözümler yapmıştır. Kullanılan yöntem sayısı açısından da üstün zekâlı öğrencilerin daha başarılı oldukları görülmektedir.

Kitaplarda genellikle birinci dereceden iki bilinmeyenli bir denklem sistemiyle çözülecek problemlere örnek olarak gösterilen bu problemde öğrenci eğer denklem sistemi ile çözüm yapmayı bilmiyorsa seçeceği ilk yöntem deneme-yanılma ya da tahmin-kontrol stratejileridir. Öğrenci sahip olduğu zihinsel yetenek sayesinde deneme-yanılmalar sırasında akıl yürütme yoluna giderek verileri düzenleyebilir. Bu sayede adım sayıları azaltılarak problem daha kolay bir şekilde çözülebilir. Aşağıda çiftlik problemi için öğrencilerin ürettiği çözüm stratejilerinin sayısını içeren bir tabloya yer verilmiştir.

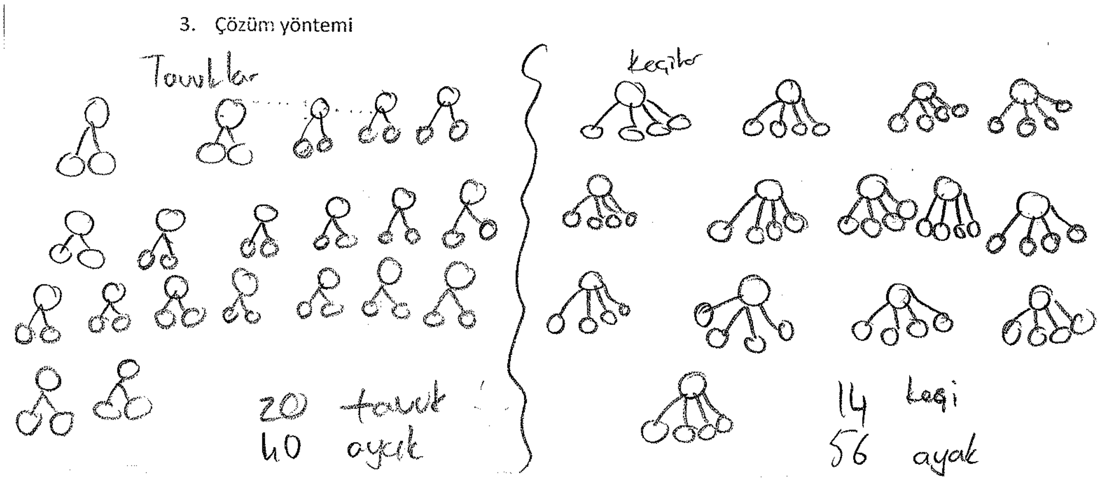
Tablo 21. Üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin çiftlik probleminin çözümünde kullandıkları stratejiler

Strateji adı	Üstün zekâlı öğrenci sayısı	Normal zekâlı öğrenci sayısı	Toplam
İşlem seçme	2	6	8
Denklem kurma	31	22	53
Deneme-yanılma	18	8	26
Şekil çizme	9	0	9
Sistematik liste	1	0	1
Geriye doğru çalışma	0	0	0
Bağıntı (örüntü) arama	0	0	0
Problemi basitleştirme	0	0	0
Akıl yürütme	9	0	9

Tablo incelendiğinde her iki öğrenci grubu içinde en çok kabul gören stratejinin denklem kurma olduğu dikkat çekmektedir. Bunun dışında en çok kullanılan strateji deneme-yanılma stratejisidir. Yapısı gereği özel bir durumla ilgili olduğundan bu problemde bağıntı ve örüntü arama gibi stratejiler tercih edilmemiştir.

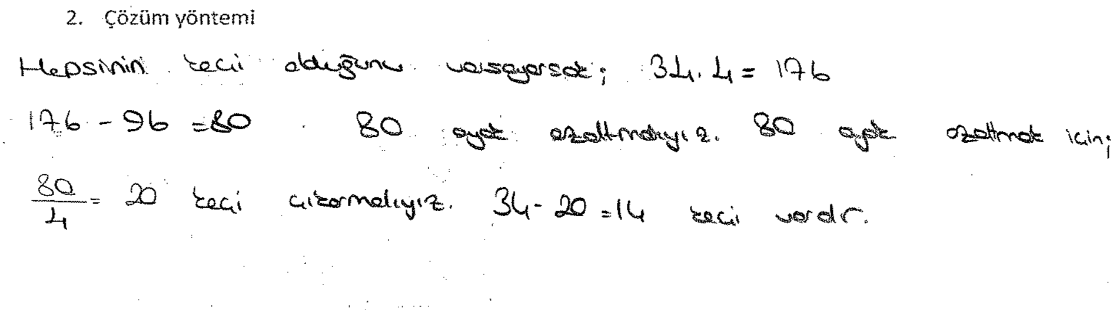
Kullanılan stratejilerin dağılımı karşılaştırıldığında ise her iki öğrenci grubunda da en çok tercih edilen stratejilerin denklem kurma ve deneme-yanılma olduğu görülmektedir. Fakat dikkat çeken önemli noktalardan bir tanesi de normal zekâlı öğrenciler tarafından ortaya konulan bütün çözümlerin denklem kurma, deneme-yanılma ve işlem seçme stratejileriyle yapılandırılmış olmasıdır. Üstün zekâlı öğrencilerde ise durum farklıdır. Üstün zekâlı öğrencilerin çok daha farklı yollardan ve değişik stratejiler kullanarak çözümler yaptıkları görülmektedir.

Verilerin organizesini gerektiren stratejilerden şekil çizme stratejisi üstün zekâlı öğrenciler tarafından diğer problemlerde olduğu gibi çiftlik probleminin çözümlerinde de kullanılmıştır. Aşağıda üstün zekâlı bir öğrenci tarafından çiftlik problemi için şekil çizme yoluyla yapılan çözüme yer verilmiştir.



Şekil 16. Üstün zekâlı bir öğrenci tarafından çiftlik problemi için şekil çizme yoluyla yapılmış çözüm (ÜZÖ-15)

Bu problem için kullanılabilecek stratejilerden olan akıl yürütme stratejisinin kullanım oranları karşılaştırıldığında ise üstün zekâlı öğrencilerin akıl yürütme stratejisiyle toplam 9 çözüm ürettikleri normal zekâlı öğrencilerin ise bu stratejinin kullanımını içeren hiç bir çözüm yapmadıkları görülmektedir. Akıl yürütme stratejisi çözüm prosedürlerinin bağlayıcılığından sıyrılarak ve sonuç odaklılıktan kurtulup süreç ve sonucu birleştiren bütüncül bir yaklaşımla çalışmak olarak tanımlanabilir. Bazı problem çözücüler için sonuç üretmek önemli olduğundan süreci düşünmezler. Bazı problem çözücüler için ise problem çözme süreci aşırı bağlayıcıdır. Sürecin gerçekleştirilmesi esas hedeftir. Örneğin denklem kurmayı tek strateji olarak gören bireyler süreç odaklıdır. Fakat akıl yürütme stratejisini benimseyen bireyler süreç ve sonucu birleştiren ve veriler arasındaki ilişkiyi zihinsel olarak yapılandırabilme yeteneğine sahip bireylerdir. Aşağıda çiftlik problemi için akıl yürütme stratejisiyle yapılmış bir çözüme yer verilmektedir.


2. Çözüm yöntemi

Hepsinin keçi olduğunu varsayarsak; 34.4 = 176

176 - 96 = 80 80 ayak azaltmalıyız. 80 ayak azaltmak için;

$\frac{80}{4}$ = 20 keçi çıkarmalıyız. 34 - 20 = 14 keçi vardır.

Şekil 17. Çiftlik problemi için üstün zekâlı bir öğrenci tarafından akıl yürütme yoluyla yapılmış çözüm (Mustafa)

Yapılan çözüm incelendiğinde üstün zekâlı öğrencinin bir varsayımdan hareket ederek veriler arasındaki ilişkiyi fark edip tekrar tekrar denemeler yapmadan akıl yürüterek çözüme ulaştığı görülmektedir. Birçok öğrenci için tekrar eden denemeler, problemde verilenler arasındaki ilişkiyi keşfetmelerini sağlarken bu öğrenci, tahmin ve kontrol stratejisinde olduğu gibi denemeler yapmaya gerek duymadan sonuca ulaşmıştır. Aşağıda mülakat yapılan öğrencilerin çiftlik probleminde denediği stratejiler ve başarı düzeylerini gösteren bir tabloya ve ardından da yukarıdaki çözümü gerçekleştiren öğrenciyle yapılan mülakattan bir alıntıya yer verilmiştir.

Tablo 22. Mülakata katılan öğrencilerin çiftlik probleminin çözümünde kullandıkları stratejiler ve başarı durumları

Öğrenci Grubu	Öğrenci Adı	1. Çözüm Yöntemi	2. Çözüm Yöntemi	3. Çözüm Yöntemi
Üstün Zekâlı Öğrenciler	Ahmet	Den-Kur/Başarılı	---	---
	Ayşe	Den-Kur/Başarılı	Akı-Yür/Başarılı	---
	Melike	Den-Kur/Başarılı	Den-Yan/Başarılı	---
	Mustafa	Den-Kur/Başarılı	Akı-Yür/Başarılı	---
	Yusuf	Den-Kur/Başarılı	Den-Yan/Başarılı	Şek-Çiz/Başarılı
Normal Zekâlı Öğrenciler	Ali	İş-Seç/Başarılı	---	---
	Beyza	Den-Kur/Başarılı	---	---
	Gül	Den-Kur/Başarılı	---	---

	Ece	Den-Kur/Başarısız	---	---
	Hasan	Den-Kur/Başarılı	---	---

(**Şek-Çiz**: Şekil Çizme, **Den-Yan:** Deneme-Yanılma, **Akı-Yür**: Akıl yürütme, **İş-Seç**: İşlem Seçme, **Den-Kur**: Denklem Kurma, **---**: Yanıt Yok)

Tablo incelendiğinde mülakata katılan normal zekâlı hiçbir öğrencinin çiftlik probleminde farklı bir strateji içeren ikinci bir çözüm ortaya koyamadığı görülmektedir. Üstün zekâlı öğrencilerin çoğunluğu ise ikinci bir çözüm stratejisi geliştirebilmiştir. Bu noktada aradaki farkın temel nedeni üstün zekâlı öğrencilerin akıl yürütme sürecini daha etkin şekilde kullanmış olmaları olabilir. Aşağıdaki diyalog iki öğrenci grubu arasında bu farkın anlaşılmasında yararlı olabilir.

Diyalog 6:

Araştırmacı: Çiftlik probleminde uyguladığın 2. çözüm yöntemini açıklar mısın?

Mustafa: Bütün hayvanların keçi olduğunu varsayarak hareket ettim. Hepsi keçi olsaydı 34 çarpı 4 ten 176 tane ayak olurdu. Ama bize 96 ayak olduğu verilmiş. Bir keçi azaltıldığında tavuk eklememiz gerekir kafa sayısı bozulmasın diye. O halde 2 ayak azalır. 176 ile 96 arasındaki fark 80 olduğundan keçinin de 4 ayağı olduğu için 20 keçi azaltıyoruz. 14 keçi oluyor. Sağlaması da zaten doğru çıkıyor.

Araştırmacı: Bu sonucu 1. çözüm yöntemi yardımıyla mı elde ettin?

Mustafa: Hayır ben ilk zaten bunu düşünmüştüm ama birinci yönteme diğerini yaptım.

Araştırmacı: Sana göre bir problemi farklı yöntemlerle çözmek gerekli mi yoksa zaman kaybımı. Sever misin bir soruyu farklı yollarla çözmeyi?

Mustafa: Ben herkesin yaptığı yöntemle soru çözmek istemem genelde. Okulda herkesten önce problemi normal yollarla çözebilirim fakat ben başka yollarla uğraşırım.

Araştırmacı: Normal yollar sence hangi yollar?

Mustafa: İşte denklem gibi.

Araştırmacı: Senin yöntemini denklemden ayıran fark ne sence?

Mustafa: Bu zaten benim kafamda olan bir şey uğraşmama gerek yok; x ve y gibi şeyler yazıp sonra yok ettiğimizde uğraşırız ama bu hemen görünüyor zaten. Denklem bilinmeyen çok olunca iyi olabilir ama burada zaten bilinmeyen az.

Araştırmacı: Farklı yollarla soru çözmek seni mutlu ediyor anladığım kadarıyla.

Mustafa: x ve y'yi toplamak zekilik değil bence, bu 7. sınıfta öğretiliyor. Kendin bir şey bulmak daha güzel...

Araştırmacı: Sorularda kendi yöntemlerini üretiyorsun o zaman değil mi?

Mustafa: Bir soru için 10 dakika geçiyor genellikle. Herkes uğraşırken ben diğer yollarla çözüme geçiyorum. Bazen farklı yol bulabiliyorum bazen de bulamıyorum.

Diyalog incelendiğinde öğrencinin denklem kurma stratejisinden çok akıl yürütme ve diğer stratejilerle soru çözme konusundaki isteği göze çarpmaktadır. Öğrenci denklem kurmanın zekâ gerektiren bir yöntem olduğunu düşünmemekte diğer yöntemlerin önemli olduğunu savunmaktadır. Akıl yürütme gibi yöntemlerin insan zihninde zaten var olan düşünce sistematiğine uygun olduğunu denklem kurmanın ise sonradan öğrenilen hazır bir yöntem olduğunu düşünmektedir.

4.4. TERAZİ PROBLEMİNE İLİŞKİN BULGULAR

Araştırmada kullanılan dördüncü problem olan terazi problemi aşağıda verilmiştir.

Terazi Problemi: *Bir manav meyvelerin ağırlığını ölçmek için iki kefeli terazi kullanmaktadır. Manavın elinde sadece 1 kg, 3 kg ve 5 kg'lık ağırlıklar vardır. Müşteri manavdan 2 kg meyve istediğinde manav kefelerden birine 1 kg'lık ağırlığı ve meyveyi diğer kefeye ise 3 kg'lık* *ağırlığı koymakta ve bu sayede ölçmektedir. Buna göre bu manav elindeki ağırlıkları kullanarak kaç farklı ağırlıkta meyve ölçebilir bulunuz.*

Bu problemi doğru çözebilmek için öğrencilerin eldeki ağırlıkların sırasıyla toplam ve farklarını alması ve bunları sayması gerekmekte idi. Bu noktada öğrencinin zekâ düzeyini ortaya koyacak fark onun toplama ve çıkarma işlemlerini yaparken izlediği yöntem ve verilenleri organize etme gücüdür. Daha alt düzey düşünme becerisine sahip olan öğrencilerden beklenen terazi problemi için birkaç deneme-yanılma yaparak elde ettikleri alternatiflerin sayılarını toplamalarıdır. Üst düzey düşünme gücüne sahip olan öğrencilerden beklenen ise düzenli ve sistemli bir şekilde bir ya da birkaç alternatifi değerlendirerek verileri organize ederek doğru çözüme ulaşmalarıdır.

Terazi problemi için takip edilecek olası çözüm yöntemleri işlem seçme, denklem kurma, şekil çizme, sistematik liste yapma, bağıntı bulma ve akıl yürütme stratejilerini içermektedir. Aşağıdaki tabloda üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin terazi problemindeki başarı düzeyleri ve çözüm sayılarını içeren bir tabloya yer verilmektedir.

Tablo 23. Terazi problemine ait yazılı sınav analiz sonuçları

Öğrenci Grubu	**Kullanılan Yöntem Sayısı**	**Doğru Sonuca Ulaşan Öğrenciler**		**Eksik ve Hatalı Çözüm Üreten Öğrenciler**		**Çözüm Üretemeyen Öğrenciler**	
	Frekans	**Frekans**	**Yüzde**	**Frekans**	**Yüzde**	**Frekans**	**Yüzde**
Üstün Zekâlı Öğrenciler	8	23	%64	13	%36	0	%0
Normal Zekâlı Öğrenciler	4	6	%17	27	%75	3	%8

Tablodaki veriler incelendiğinde üstün zekâlı 23 öğrencinin (%64) en az bir yolla doğru cevaba ulaşabildiği normal zekâlı öğrencilerde ise bu sayının sadece 6 öğrenciyle (%17) sınırlı olduğu dikkat çekmektedir. Bu verilere bakılarak üstün zekâlı öğrencilerin bu problemde de normal zekâlı öğrencilere göre hem doğru cevaba ulaşma hem de takip ettikleri yöntem ve kullandıkları strateji çeşitliliği bakımından daha başarılı oldukları görülmektedir. Üstün zekâlı öğrenciler tarafından terazi problemi için 8 farklı çözüm stratejisi uygulanmıştır. Normal zekâlı öğrenciler tarafından ise bu problem için 4 farklı çözüm stratejisi kullanılmıştır.

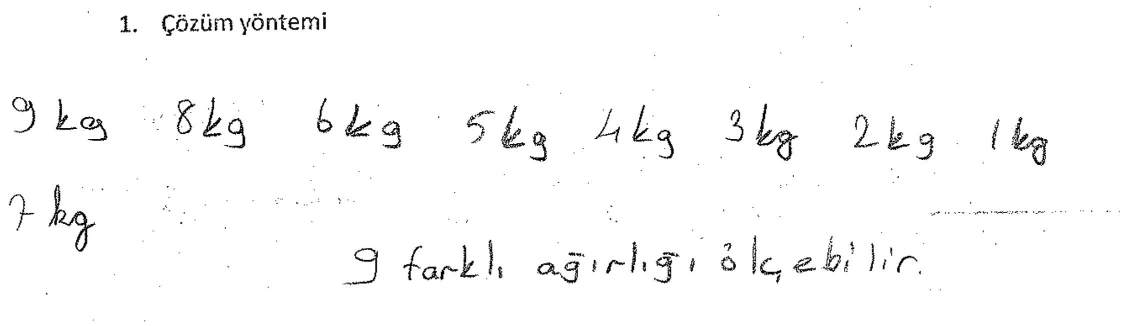
Tablo 24. Üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin terazi probleminin çözümünde kullandıkları stratejiler

Strateji adı	Üstün zekâlı öğrenci sayısı	Normal zekâlı öğrenci sayısı	Toplam
İşlem seçme	1	10	11
Denklem kurma	2	1	3
Deneme-yanılma	18	14	32
Şekil çizme	23	10	33
Sistematik liste	15	0	15
Geriye doğru çalışma	0	0	0
Bağıntı (örüntü) arama	2	0	2
Problemi basitleştirme	4	0	4
Akıl yürütme	5	0	5

Tabloya göre normal zekâlı öğrencilerin tercih ettiği stratejiler genellikle işlem seçme, şekil çizme ve deneme-yanılma gibi stratejiler olmuştur. Normal zekâlı öğrenciler, verilerin düzenlenmesini içeren stratejilerden, sadece şekil çizme stratejisini tercih etmiş, normal zekâlı öğrencilerin hiçbiri sistematik liste yöntemini tercih etmemiştir. Hâlbuki problem yapısı gereği birçok sayının bir arada düşünülmesini gerektirdiğinden sistematik liste yapma stratejisinin kullanımı bu sorunun çözümünde çok daha etkili sonuçlar verebilirdi. Nitekim üstün zekâlı öğrencilerin 15 tanesi bu stratejiyi kullanarak çözümler yapmıştır. Aşağıda üstün zekâlı bir öğrencinin terazi sorusu için geliştirdiği sistematik liste stratejisiyle hazırlanmış bir çözüm yöntemine yer verilmiştir.

Şekil 18. Terazi problemi için üstün zekâlı bir öğrenci tarafından sistematik liste stratejisiyle hazırlanmış çözüm (ÜZÖ-15)

Yapılan çözüm incelenecek olursa öğrencinin verileri organize etmek amacıyla liste benzeri bir yapı oluşturduğu ve bu listeyi sistematik bir şekilde düzenleyerek hiçbir olasılığı atlamadan ortaya çıkan bütün sonuçları değerlendirmeye çalıştığı dikkat çekmektedir. Normal zekâlı öğrencilerin ise sırasıyla 1 kg'lık ağırlıktan başlayarak deneme-yanılma yoluyla kaç farklı ağırlığın ölçülebileceğini hesaplanmaya çalıştıkları görülmüştür. Bu durum üstün zekâlı öğrencilerin problem çözümlerinde normal zekâlı öğrencilere göre daha sistemli ve organize hareket ettiklerini göstermektedir. Normal zekâlı öğrenciler genellikle herhangi bir zihinsel organizasyon ya da şema oluşturmadan gelişigüzel denemeler yapma yoluna gitmişlerdir. Tablo incelendiğinde normal zekâlı öğrenciler tarafından deneme-yanılma stratejisinin 14 farklı çözümde uygulandığı görülmektedir. Üstün zekâlı öğrencilerde toplam 18 defa bu stratejinin uygulanması yanlış yorumlamaya neden olmamalıdır. Çünkü üstün zekâlı öğrencilerde üretilen çözüm sayısı normal öğrencilerin 2 katıdır. Oransal olarak düşünüldüğünde üstün zekâlı öğrencilerin uyguladığı stratejilerin %25'i deneme-yanılma iken normal zekâlı öğrencilerin uyguladığı stratejilerin % 40'ı deneme-yanılma yoluyla oluşturulmuştur. Aşağıda normal zekâlı bir öğrenci tarafından deneme-yanılma stratejisiyle oluşturulmuş bir çözüm görülmektedir:


1. Çözüm yöntemi

9 kg 8kg 6kg 5kg 4kg 3kg 2kg 1kg
7 kg

9 farklı ağırlığı ölçebilir.

Şekil 19. Terazi problemi için normal zekâlı öğrenci tarafından deneme-yanılma stratejisi ile yapılmış olan çözüm (NZÖ-20)

Yapılan çözüm incelendiğinde öğrencinin tek tek bütün sayılar için deneme yaparak bir çözüm oluşturmaya çalıştığı açıkça görülmektedir.

Tablo incelendiğinde dikkat çeken noktalardan bir diğeri de bağıntı (örüntü) arama, problemi basitleştirme ve akıl yürütme stratejilerinin sadece üstün zekâlı öğrenciler tarafından kullanılmış olmasıdır. Bu durum verilerin organize edilmesini sağlayan stratejilerin yine üstün zekâlı öğrenciler tarafından normal zekâlı öğrencilere göre çok daha fazla tercih edildiğinin göstergesidir. Verilerin organizesini içeren stratejileri üstün zekâlı öğrenciler 38 defa kullanırken normal zekâlı öğrencilerin 10 kez kullandıkları görülmektedir.

Aşağıda mülakat yapılan öğrencilerin çözüm stratejilerini ve başarı durumlarını gösteren bir tabloya yer verilmektedir.

Tablo 25. Mülakata katılan öğrencilerin terazi probleminin çözümünde kullandıkları stratejiler ve başarı durumları

Öğrenci Grubu	Öğrenci Adı	1. Çözüm Yöntemi	2. Çözüm Yöntemi	3. Çözüm Yöntemi
Üstün Zekâlı Öğrenciler	**Ahmet**	Sis-Lis/Başarılı	Şek-Çiz/Başarılı	---
	Ayşe	Şek-Çiz/Başarılı	---	---
	Melike	Şek-Çiz/Başarılı	Sis-Lis/Başarılı	Pro-Bas/Başarılı
	Mustafa	Sis-Lis/Başarılı	Şek-Çiz/Başarılı	---
	Yusuf	Den-Yan/Başarılı	Sis-Lis/Başarılı	Şek-Çiz/Başarılı
Normal Zekâlı Öğrenciler	**Ali**	Şek-Çiz/Başarısız	---	---
	Beyza	Den-Yan/Başarısız	İş-Seç/Başarılı	---
	Gül	Den-Yan/Başarılı	Akı-Yür/Başarılı	---
	Ece	---	---	---
	Hasan	Den-Yan/Başarılı	---	---

(**Sis-Lis**: Sistematik liste, **Şek-Çiz**: Şekil Çizme, **Pro-Bas**: Problemi Basitleştirme, **Akı-Yür**: Akıl Yürütme, **Den-Yan**: Deneme-yanılma, **İş-Seç**: İşlem Seçme, ---: Yanıt Yok)

Yazılı sınavdakine benzer şekilde normal zekâlı öğrencilerin genellikle deneme-yanılma yoluyla çözüm ürettikleri üstün zekâlı öğrencilerin ise sistematik liste yapma ve şekil çizme gibi verilerin organizesine yönelik strateji ve yaklaşımları daha fazla tercih ettikleri görülmektedir. Melike ilk çözümünde şekil çizme stratejisini, ikinci çözümünde sistematik liste yapma stratejisini kullanmıştır. Üçüncü olarak ise problemi basitleştirme stratejisi ile çözüm yapmıştır. Aşağıda sunulan alıntıda Melike'nin söz konusu stratejileri nasıl kullandıkları görülmektedir.

Diyalog 7:

Araştırmacı: Sen bu sorudan benzer problemlerin çözümünde kullanabileceğin bir sonuç çıkardın mı?

Melike: Nasıl yani sonuç derken?

Araştırmacı: Mesela bu soruda 1, 3 ve 5 sayıları verilmiş ama bir ağırlık daha eklesek mesela bir de 7 kg olsa o zaman kaç farklı ağırlık ölçebilir?

Melike: 16 farklı ağırlık ölçebilir.

Araştırmacı: Nasıl buluyorsun bu 16 sayısını?

Melike: Birden maksimuma kadar olan bütün sayıları ölçebilir.

Araştırmacı: Maksimumu nasıl buluyorsun?

Melike: Maksimum eldeki bütün ağırlıkların toplamıdır. Çünkü en fazla o kadarlık bir kilo ölçebilir.

Araştırmacı: Birden maksimuma kadar olan bütün ağırlıkları ölçer dediğine göre sen bu sorudan bir sonuç çıkarmışsın anladığım kadarıyla?

Melike: Evet aslında şey düşündüm; bu sadece tek ağırlıklarla mı böyle çıkıyor diye mesela 2, 4 ve 6 kg'lık ağırlıklar olsa bu kural doğru olur mu acaba diye düşündüm. O zaman olmuyor.

Araştırmacı: Buradaki kilit nokta 1 kg sanki?

Melike: Olabilir.

Araştırmacı: Bütün sorularda böyle sonuçlar çıkarır mısın?

Melike: Soru ilgimi çekerse yani hoşuma giderse farklı şekilde çözmek isterim, kurallar bulmaya çalışırım. O zaman denerim farklı şeyler ama kitaplarda zaten problem şeklinde pek soru olmuyor, direkt soruyor. Köstebek demiyor da mesela şey diyor: "7'nin 2'li kombinasyonlarının sayısı nedir?" diyor ya da işte "7 gömlekten 2'sini kaç farklı şekilde seçebiliriz?" falan diyor.

Araştırmacı: O sorularda kural bulmamanın nedeni ne?

Melike: Kural zaten belli o yüzden bulmaya gerek yok.

Diyalog incelendiğinde öğrencinin bu problemde de kendine göre bir kural oluşturmaya çalıştığı hatta tek sayılar için geçerli olan kuralın çift sayılar için geçerli olup olmadığını denediği görülmektedir.

Daha önce normal zekâlı öğrenciyle yapılan mülakatta geçen benzer diyalogda (Bkz. Diyalog 4) normal zekâlı öğrenci, problemi herhangi bir şekilde çözmenin kendisini için yeterli olduğunu ve kural bulmaya çalışmadığını belirtmekteydi. Üstün zekâlı öğrenciyle geçen diyalogda ise öğrenci soru ilgisini çektiği takdirde ve problem hazır kalıp bir problem olmadığı takdirde kural bulmak istediğini belirtmektedir. Aşağıda Melike ile yapılan mülakatın başka bir bölümüne yer verilmiştir.

Diyalog 8:

Araştırmacı: Bu problemde kullandığın stratejilerden sana göre en mantıklı ve güzel olanı hangisi?

Melike: Bu problemde kullandıklarım dışında söyleyebilir miyim?

Araştırmacı: Tabi ki.

Melike: Ben en çok kural bulmayı seviyorum, sonra denklem kurmayı.

Araştırmacı: Neden bu yöntemleri daha çok seviyorsun?

Melike: Bence daha matematik gibi geliyor bana yani daha matematik yaptığımı hissediyorum.

Araştırmacı: Diğer yöntemlerin farkı nedir?

Melike: Daha çocuksu geliyor. Yani x'ler, y'ler ve işlemlerle uğraşmak bence çok daha güzel.

Diyalog incelendiğinde en dikkat çeken nokta öğrencinin matematik yapmak deyimini kullanmasıdır. Öğrenci soyut düşünmekten hoşlanmakta somut materyallerle uğraşmanın kendisine daha çocuksu geldiğini belirtmektedir. Diyalog üstün zekâlı öğrencilerin genel zihinsel yapısı ve ilgileri konusunda ipuçları vermektedir.

4.5. BAKTERİ PROBLEMİNE İLİŞKİN BULGULAR

Araştırma kapsamında öğrencilere yöneltilen beşinci problem olan bakteri problemi aşağıda verilmiştir.

<u>Bakteri Problemi</u>: *Bölünerek çoğalan bir bakteri bir ortamda 3 saatte bir bölünmektedir. Bölünme sonucu 2 bakteri oluşmaktadır. Oluşan 2 bakteride yine 3 saat sonra bölünebilmektedir. Bu şekilde 24 saat sonra ortamda kaç adet bakteri oluşacağını bulunuz.*

Bakteri problemi yapısı gereği farklı düzeylerde çözümler üretmeye yatkındır. Daha sık kullanılan stratejilerden deneme-yanılma ve işlem seçme, verilerin organize edilmesini gerektiren stratejilerden şekil çizme ve sistematik liste, bir kural bulmayı, oluşturmayı ya da veriler arasındaki ilişkilerin keşfini içeren stratejilerden ise bağıntı (örüntü) bulma stratejisi bakteri problemi için uygulanabilecek çözüm stratejilerinin bir kısmını oluşturmaktadır.

Üslü sayılar konusu ile ilişkilendirildiği takdirde öğrencinin kendi örüntü ve kurallarını oluşturmasının mümkün olması da bakteri problemine çalışmada yer verilmesinin nedenlerindendir.

İki öğrenci grubunun bakteri problemindeki başarı düzeylerine aşağıdaki tabloda yer verilmiştir.

Tablo 26. Bakteri problemine ait yazılı sınav analiz sonuçları

Öğrenci Grubu	Kullanılan Yöntem Sayısı	Doğru Sonuca Ulaşan Öğrenciler		Eksik ve Hatalı Çözüm Üreten Öğrenciler		Çözüm Üretemeyen Öğrenciler	
	Frekans	Frekans	Yüzde	Frekans	Yüzde	Frekans	Yüzde
Üstün Zekâlı Öğrenciler	8	31	%86	5	%14	0	%0
Normal Zekâlı Öğrenciler	5	19	%53	16	%44	1	%3

Tablo incelendiğinde üstün zekâlı öğrencilerin önceki problemlere paralel olarak bu problemde de normal zekâlı öğrencilere nazaran daha başarılı oldukları dikkat çekmektedir. Üstün zekâlı öğrencilerin 31 tanesi (%86) bu problemde en az bir şekilde doğru cevaba ulaşırken normal zekâlı öğrencilerde doğru cevaba ulaşanların sayısı 19 (%53) ile kısıtlıdır.

Üretilen çözüm stratejilerinin çeşitliliği karşılaştırıldığında üstün zekâlı öğrenciler tarafından 8 farklı strateji ile çözüm üretilirken normal zekâlı öğrenciler tarafından 5 farklı çözüm stratejisi kullanılmıştır. Bu sonuçlar üstün zekâlı öğrencilerin daha çeşitli stratejiler kullanma yeteneği bakımından normal zekâlı öğrencilere göre daha önde olduklarını göstermektedir. Üstün zekâlı öğrencilerden çözüm üretemeyen hiçbir öğrenci yokken normal zekâlı öğrencilerden 1 tanesinin bakteri problemi için çözüm üretemediği tabloda görülmektedir.

Uygulanan yöntemlerin fazlalığı yanında kullanılan stratejilerin ne olduğu ve düzeyi de önemlidir. Üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin bakteri probleminde uyguladıkları stratejilerin dağılımı aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 27. Üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin bakteri probleminde uyguladıkları stratejiler

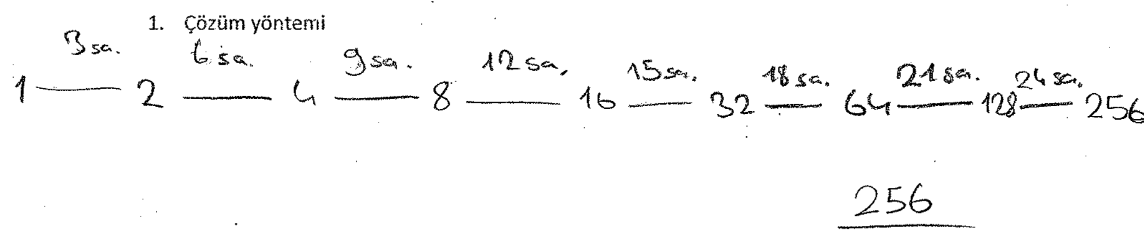
Strateji adı	Üstün zekâlı öğrenci sayısı	Normal zekâlı öğrenci sayısı	Toplam
İşlem seçme	6	5	11
Denklem kurma	1	0	1
Deneme-yanılma	4	17	21
Şekil çizme	29	12	41
Sistematik liste	29	9	38
Geriye doğru çalışma	0	0	0
Bağıntı (örüntü) arama	21	5	26
Problemi basitleştirme	1	0	1

Akıl yürütme	1	0	1

Tablo incelendiğinde üstün zekâlı öğrenciler tarafından en çok kullanılan stratejilerin sistematik liste ve şekil çizme, normal zekâlı öğrenciler tarafından en çok kullanılan stratejinin ise deneme-yanılma olduğu görülmektedir.

Uygulanan stratejilerin çeşitleri karşılaştırıldığında üstün zekâlı öğrencilerin en çok verilerin organize edilmesini gerektiren sistematik liste ve şekil çizme stratejilerini normal zekâlı öğrencilerin ise en çok deneme-yanılma ve şekil çizme stratejilerini tercih ettikleri görülmektedir. Üstün zekâlı öğrencilerin uyguladıkları çözümler verileri düzenleme ve kural oluşturma hedeflerine yoğunlaşmışken normal zekâlı öğrencilerin uyguladığı çözümler daha alt düzey stratejilerde yoğunlaşmaktadır. Bu durum diğer 4 problemdeki sonuçlarla örtüşmektedir. Yine diğer problemlerde olduğu gibi üstün zekâlı öğrencilerin bu problemde de daha üst düzey stratejiler sergiledikleri söylenebilir. Çünkü normal zekâlı öğrencilerin sadece deneme-yanılma stratejisinin kullanım sayısında üstün zekâlı öğrencileri geride bıraktıkları görülmektedir. Daha az sıklıkla kullanılan ve nispeten üst düzey stratejiler olan bağıntı arama, problemi basitleştirme ve akıl yürütme gibi stratejilerin kullanım sayısında ise üstün zekâlı öğrenciler daha ilerdedir.

Deneme-yanılma, işlem seçme ve denklem kurma gibi stratejiler göz önünde bulundurulduğunda üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrenciler arasındaki en bariz fark deneme-yanılma stratejisinin kullanım sayılarında görünmektedir. Normal zekâlı öğrenciler deneme-yanılma stratejisini 17 çözümde uygularken üstün zekâlı öğrencilerde bu sayı 4'te kalmıştır. Bakteri probleminin deneme-yanılma stratejisiyle çözümü 1'den başlayarak sırayla 8 defa 2 ile çarpma işleminin uygulamasıdır. Aşağıda bakteri probleminin deneme-yanılma stratejisiyle yapılmış bir çözümüne yer verilmektedir.

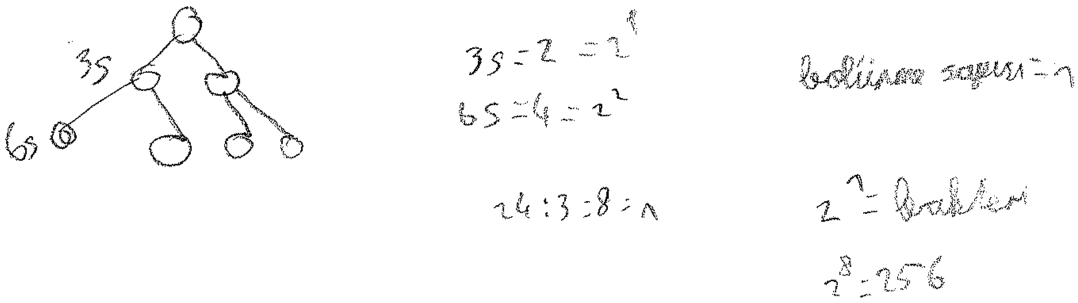


Şekil 20. Bakteri problemi için normal zekâlı bir öğrenci tarafından deneme-yanılma stratejisiyle yapılmış olan çözüm (NZÖ-19)

Şekilde görüldüğü gibi deneme-yanılma stratejisiyle çözüm oluşturulduktan sonra birey eğer verilenler arasındaki bağları fark edebilirse daha üst düzey yaklaşımlar sergileme imkânı bulur. Verilenler arasındaki ilişkileri fark etmenin kolaylaşması için de şekil çizme, sistematik liste vb. yardımcı stratejilerin uygulanması faydalı olmaktadır.

Araştırma kapsamında elde edilen bulgular öğrencilerin sergilediği sistematik liste, şekil çizme ve geriye doğru çalışma stratejilerinin sayısı ile bağıntı arama, problemi basitleştirme ve akıl yürütme stratejilerinin sayısı arasında pozitif bir ilişki olduğunu göstermektedir. Araştırmanın ilk beş probleminde üstün zekâlı öğrencilerin uyguladığı hem sistematik liste, şekil çizme ve geriye doğru çalışma hem de bağıntı arama, problemi basitleştirme ve akıl yürütme stratejileri sayısının normal zekâlı öğrencilerden fazla olması bu durumu desteklemektedir. Verilerin organizesini içeren stratejilerden sistematik liste stratejisinin kullanım sayıları arasındaki farklılık üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrenciler arasında dikkat çeken bir diğer ayrışmadır. Üstün zekâlı öğrenciler tarafından sistematik liste stratejisi 29 çözüm yönteminde uygulanırken normal zekâlı öğrenciler tarafından 9 çözüm yönteminde uygulanmıştır. Aynı şekilde yine verilerin organizesini içeren stratejilerden şekil çizme stratejisi 29 üstün zekâlı öğrenci tarafından uygulanırken normal zekâlı öğrencilerde bu sayı 12'de kalmıştır.

Verilerin organizesini içeren stratejilere paralel olarak kural bulmayı ve genelleştirmeyi hedefleyen stratejilerde de hem sayısal hem de oransal olarak üstün zekâlı öğrenciler daha fazla çözüm sergilemişlerdir. Üstün zekâlı öğrenciler bağıntı bulma stratejisini 21 farklı yöntemde uygularken normal zekâlı öğrenciler toplam 5 çözüm yönteminde bu stratejiyi uygulamışlardır. Aşağıda üstün zekâlı bir öğrenci tarafından bakteri problemi için bağıntı bulma stratejisiyle hazırlanmış bir çözüme yer verilmiştir.



Şekil 21. Bakteri problemi için üstün zekâlı bir öğrenci tarafından bağıntı bulma stratejisiyle yapılmış çözüm (ÜZÖ-23)

Şekil incelendiğinde ilk bakışta eldeki stratejinin şekil çizme stratejisi olduğu fikri oluşabilir fakat şekil çizme bu çözümde bir araç olarak kullanılmıştır. Şekilde bir öğrencinin bir problemi çözme sürecinde nasıl tümevarımsal düşünme sürecine girdiği ve süreci nasıl sonuçlandırdığı aşamalı olarak görünmektedir.

Öğrenci problem çözme sürecinin başlangıcında kendi zihinsel modelini oluşturmuş. İkinci aşamada öğrenci bu modeldeki ilişkileri matematik diline çevirmiş ve son bölümde de bu ve benzer problemlerde kullanabileceği genel bir bağıntı oluşturma yoluna gitmiştir.

Öğrencinin bu çözüm yaklaşımını kafasında nasıl kurguladığının ve yöntemin oluşum sürecinin daha iyi anlaşılabilmesi için mülakat yapılan öğrencilerin sergiledikleri stratejiler ve başarı düzeylerini gösteren bir tabloya ve yukarıdaki çözümü gerçekleştiren öğrenci ile yapılan mülakatın bir bölümüne aşağıda yer verilmiştir.

Tablo 28. Mülakata katılan öğrencilerin bakteri probleminde denediği stratejiler ve başarı durumları

Öğrenci Grubu	Öğrenci Adı	1. Çözüm Yöntemi	2. Çözüm Yöntemi	3. Çözüm Yöntemi
Üstün Zekâlı Öğrenciler	**Ahmet**	Şek-Çiz/Başarılı	Bağ-Bul/Başarılı	Sis-Lis/Başarılı
	Ayşe	Şek-Çiz/Başarısz	Şek-Çiz/Başarısz	---
	Melike	Bağ-Bul/Başarılı	Sis-Lis/Başarılı	Şek-Çiz/Başarılı
	Mustafa	Den-Yan/Başarılı	Şek-Çiz/Başarılı	Sis-Lis/Başarılı
	Yusuf	İş-Seç/Başarılı	Şek-Çiz/Başarılı	Bağ-Bul/Başarılı
Normal Zekâlı Öğrenciler	**Ali**	İş-Seç/Başarısız	İş-Seç/Başarısız	---
	Beyza	Şek-Çiz/Başarılı	Sis-Lis/Başarılı	Bağ-Bul/Başarılı
	Gül	Sis-Lis/Başarılı	Bağ-Bul/Başarılı	---
	Ece	Den-Yan/Başarılı	---	---
	Hasan	Şek-Çiz/Başarılı	Sis-Lis/Başarılı	---

(**Sis-Lis**: Sistematik liste, **Şek-Çiz**: Şekil Çizme, **Bağ-Bul**: Bağıntı bulma, **Den-Yan**: Deneme-yanılma, **İş-Seç**: İşlem Seçme, **---**: Yanıt Yok)

Tabloda mülakat yapılan üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin kullandıkları stratejilerin yine farklılaştığı görülmektedir. Bu farklılaşmanın nedenlerini anlama noktasında üstün zekâlı Ahmet isimli öğrenciyle yapılan mülakatta geçen aşağıdaki diyaloğun incelenmesi faydalı olabilir.

Diyalog 9:

Araştırmacı: İkinci çözüm yönteminde ne yaptığını açıklar mısın?

Ahmet: **Ş**ekil çizdim önce. Şekil çizdiğimizde her seferinde ikiye katlandığını görüyoruz bakterinin. Sonra şey yaptım, kuralı buldum.

Araştırmacı: Kural bulmak bize ne fayda sağlıyor?

Ahmet: Daha mantıklı oluyor bence.

Araştırmacı: Sana göre mantıklı bir yöntem nasıl olmalı?

Ahmet: Mantıklı işte bir kuralı olan ve her zaman o kuralın sağlanması yani.

Araştırmacı: Sana bir problem verildiğinde yaptığın ilk şey nedir?

Ahmet: Problemi okurum anlamaya çalışırım bazı soruların cevabı kolay olduğu için hemen çözebilirim.

Araştırmacı: Bu sorularda cevabı hemen görebiliyor musun peki?

Ahmet: Bazılarında görülüyor ama bazılarında uğraşmak gerekiyor

Araştırmacı: Uğraşman gereken sorularda nasıl çözüm yapıyorsun

Ahmet: Kafamda şekil yaparım. Sonra kağıda çizerim. Düşünürüm biraz daha farklı şeyleri denerim. Kural bulabilirsem bulurum.

Diyalog incelendiğinde dikkat çeken noktalardan bir tanesi öğrencinin genel bir formül bulmayı mantıklı olarak kabul etmesidir. Öğrencinin sadece problem bağlamında değil genel manada doğru olacak bir kural arayışında olması onun matematikçi gibi düşünmeye çalıştığının göstergesidir.

Diyalogdan anlaşılan noktaların bir diğeri de öğrencinin problem çözümünde öncelikle kafasında şekil oluşturarak sürece başladığı ve mümkünse kural oluşturabilmek amacıyla bir dizi denemelere giriştiği ve sürecin bu eksende şekillendiğidir.

4.6. BAYRAM HARÇLIĞI PROBLEMİNE İLİŞKİN BULGULAR

Araştırma kapsamında kullanılan altıncı problem olan bayram harçlığı problemi TÜBİTAK tarafından gerçekleştirilen 2011 İlköğretim Matematik Olimpiyatı'ndaki bir problemden uyarlanmıştır. Bayram harçlığı problemi aşağıda verilmektedir.

Bayram Harçlığı Problemi: *Bir baba farklı yaştaki 5 çocuğuna sırasıyla 5, 10, 15, 20 ve 25 TL harçlık vermiştir. Çocuklar da babalarına özenerek bir oyun oynamaya karar verirler. İlk olarak bir çocuğun elindeki paranın bir kısmını diğer kardeşlerine eşit olarak dağıtmasıyla oyun başlar. Her bir turda bir çocuk elindeki harçlığın bir kısmını tüm kardeşlerine eşit olarak* *dağıtmıştır. Buna göre çocuklar herkesin elinde eşit para olması için bu oyunu en az kaç tur oynamalıdır*?

Bayram harçlığı probleminin araştırmada kullanılmasının amacı öğrencilerin nispeten daha zor bir problemde birbirlerinden ne kadar farklılaştıklarının belirlenmesidir. Problemde 5 farklı miktarda para olması ve bu paraların her turda birbirleriyle bağlantılı olarak değişmesi problemin zorluk derecesinin artmasında etkili olmuştur. Aşağıdaki tabloda üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin bayram harçlığı problemindeki başarı durumları verilmiştir.

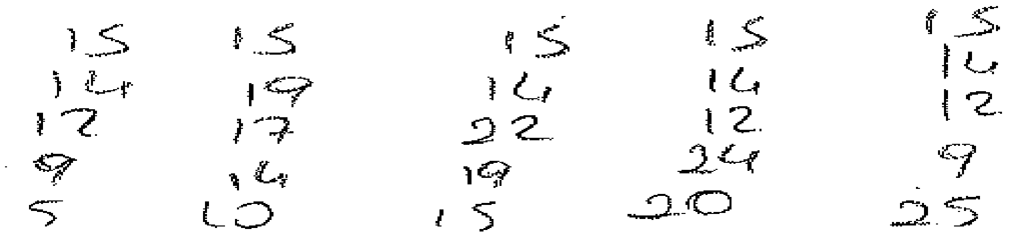
Tablo 29. Bayram harçlığı problemine ait yazılı sınav analiz sonuçları

Öğrenci Grubu	**Kullanılan Yöntem Sayısı**	**Doğru Sonuca Ulaşan Öğrenciler**		**Eksik ve Hatalı Çözüm Üreten Öğrenciler**		**Çözüm Üretemeyen Öğrenciler**	
	Frekans	**Frekans**	**Yüzde**	**Frekans**	**Yüzde**	**Frekans**	**Yüzde**
Üstün Zekâlı Öğrenciler	6	18	%50	5	%14	13	%36
Normal Zekâlı Öğrenciler	2	4	%11	24	%67	8	%22

Tablo incelenecek olursa her iki öğrenci grubunda diğer sorulara göre başarı durumu azalmış fakat yine diğer sorulara paralel olarak üstün zekâlı öğrenciler normal zekâlı öğrencilere göre daha başarılı sonuçlar elde etmişlerdir. Üstün zekâlı öğrencilerin 18 tanesi (%50) bu problemde doğru sonuca en az bir yolla ulaşabilirken normal zekâlı öğrencilerin sadece 4 tanesi (%11) bu problemde doğru sonuca ulaşabilmiştir.

Üstün zekâlı öğrenciler tarafından 6 farklı çözüm stratejisi kullanılırken normal zekâlı öğrenciler tarafından 2 farklı çözüm stratejisi kullanılmıştır. Özellikle normal zekâlı öğrencilerin bu problem için doğru çözüm üretme konusunda vasatın altında oldukları bu sayısal verilerden çıkarılabilir.

Yapısı itibarı ile bayram harçlığı problemi geriye doğru çalışma stratejisi ile çözülmeye yatkındır. Çünkü 5 kardeşin hepsinin paralarının son durumda eşitlenmesi istendiğinden problem çözücünün öncelikle son durumda herkesin elinde ne kadar para olduğunu bulması gereklidir. Daha sonra isterse geriye doğru çalışma ve sistematik liste stratejilerini birleştirerek özgün bir çözüm yöntemi oluşturulabilir.



Şekil 22. Üstün zekâlı bir öğrenci tarafından bayram harçlığı problemi için geriye doğru çalışma stratejisiyle hazırlanmış çözüm örneği (ÜZÖ-34)

Şekil incelendiğinde öğrencinin basit bir sistematik liste oluşturmak yerine son durumdan başlayarak bir sistematik liste oluşturması özgün bir çözüm geliştirmesinde etkili olmuştur. Eldeki çalışmada bu stratejiye yön veren temel düşüncenin geriye doğru çalışma olması ve listelemenin bir araç olarak kullanılması araştırmacı tarafından yapılan analizlerde bu stratejinin geriye doğru çalışma olarak değerlendirilmesinde etkili olmuştur.

Aşağıda bayram harçlığı problemi için üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrenciler tarafından geliştirilmiş olan stratejileri içeren bir tabloya yer verilmektedir.

Tablo 30. Üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin bayram harçlığı probleminde kullandıkları stratejiler

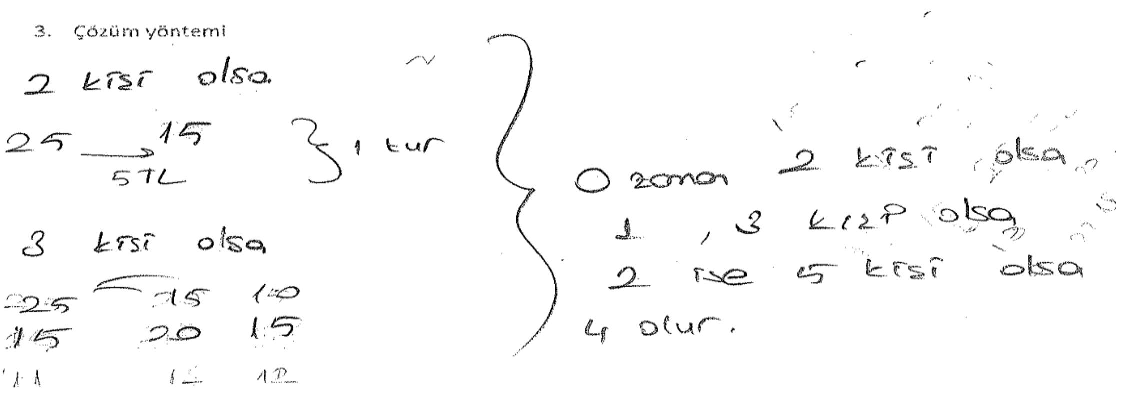
Strateji adı	Üstün zekâlı öğrenci sayısı	Normal zekâlı öğrenci sayısı	Toplam
İşlem seçme	0	0	0
Denklem kurma	0	0	0
Deneme-yanılma	3	5	8
Şekil çizme	0	0	0
Sistematik liste	12	4	16
Geriye doğru çalışma	9	0	9
Bağıntı (örüntü) arama	4	0	4
Problemi basitleştirme	4	0	4
Akıl yürütme	14	0	14

Tablo incelendiğinde üstün zekâlı öğrenciler tarafından en çok kabul gören stratejinin akıl yürütme, normal zekâlı öğrenciler tarafından en çok kabul gören stratejinin ise deneme-yanılma stratejisi olduğu dikkat çekmektedir. Normal zekâlı öğrenciler tarafından uygulanan 9 çözümün 5 tanesi deneme-yanılma stratejisiyle oluşturulmuş geriye kalan 4 çözümde uygulanan strateji ise sistematik liste olmuştur. Üstün zekâlılar ele alındığında ise uygulanan stratejilerin sayısı fazla olmakla birlikte bu stratejilerin çeşitliliği de normal zekâlı öğrencilere göre fazladır.

Uygulanan stratejilerin düzeyleri karşılaştırıldığında normal zekâlı öğrencilerin uyguladığı stratejilerin nispeten daha alt düzey zihinsel beceri gerektiren stratejiler olduğu, üstün zekâlı öğrencilerin uyguladığı stratejilerin ise farklı zihinsel beceriler gerektiren düzeylere yayıldığı görülmektedir. Problemin çalışmadaki diğer problemlere nispeten zor bir problem olması problemdeki başarı durumunu her iki grup için düşürmüş olsa da uygulanan stratejilerin düzeyi ve çeşitliliği açısından gruplar arasında önceki problemlere göre herhangi bir değişme olmamıştır.

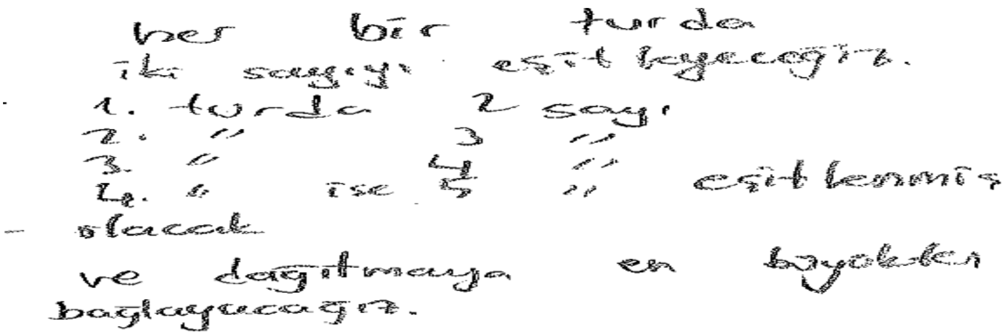
Tablo incelendiğinde dikkat çeken noktalardan bir tanesi de normal zekâlı öğrencilerden hiçbirinin problemi basitleştirme, bağıntı arama ve akıl yürütme gibi diğer stratejilere nazaran daha üst düzey bilişsel beceriler gerektiren stratejilerle bu problemi çözememiş olmasıdır. Üstün zekâlı öğrenciler tarafından toplam 22 çözümde bu stratejilerin kullanılması onları normal zekâlı öğrencilerden farklılaştıran bulgulardan bir tanesidir. Aslında bu problem bağlamında odak noktası olarak problemi basitleştirme ve akıl yürütme stratejisi alındığında en kolay çözümler oluşturulabilecekken normal zekâlı öğrencilerin neden deneme-yanılma vb. alt düzey stratejilere odaklandığı sorusunun cevabı, öğrencilerin bilişsel yetenekleri ve problem çözme güçleri arasındaki pozitif ilişki olabilir.

Öğrencilerin bilişsel gelişmişlik seviyelerinin sadece zekâ bölümü kavramı ile ilişkilendirilemeyeceği gerçeği ve problem çözme gücünün üstün zekâlılığı yordamadaki etkililiği nedeniyle bu çalışmanın esas eksenini rutin olmayan problemler oluşturmaktadır. Rutin olmayan problemlerde uygulanabilecek etkili stratejilerden birisi olan problemi basitleştirme stratejisi bu problem için üstün zekâlı öğrenciler tarafından ortaya konulan çözümlerin 4 tanesinde uygulanmıştır. Normal zekâlı öğrenciler ise bu problemde problemi basitleştirme stratejisi ile hiçbir çözüm üretememişlerdir. Problemi basitleştirme stratejisi öğrencinin öğrendiği bilgileri genelleyebilmesinin önünü açması açısından önemlidir. Aşağıda üstün zekâlı bir öğrenci tarafından bayram harçlığı probleminin problemi basitleştirme yoluyla oluşturulmuş bir çözümüne yer verilmektedir.



Şekil 23. Üstün zekâlı bir öğrenci tarafından bayram harçlığı problemi için problemi basitleştirme stratejisiyle oluşturulmuş çözüm örneği (ÜZÖ-2)

Şekil incelendiğinde öğrencinin problemde verilen sayısal verilerden daha küçük veriler kullanarak problemin daha kolaylaştırılmış bir ya da birden fazla modelini oluşturduğu ve aradaki ilişkilerden hareket ederek esas problemi çözdüğü görülüyor. Bazı öğrenciler için ilişkilerin keşfi adına problemin basitleştirilmesine ya da model oluşturulmasına ihtiyaç yoktur. Bazı öğrenciler hiçbir denemeye ihtiyaç duymadan akıl yürütme stratejisiyle problemlerdeki bağlantıları keşfedip çözebilirler. Bu öğrenciler kalem oynatmadan zor görünen problemlerin çözümüne ulaşabilirler. Nitekim üstün zekâlı öğrencilerin 4 tanesi bu problemi akıl yürütme stratejisiyle işlem yapmadan çözebilmiştir. Aşağıda üstün zekâlı bir öğrencinin bayram harçlığı problemi için akıl yürütme stratejisiyle oluşturduğu çözümü içeren bir şekil verilmektedir.



Şekil 24. Üstün zekâlı bir öğrenci tarafından bayram harçlığı problemi için akıl yürütme stratejisiyle yapılmış olan çözüm (Yusuf)

Şekil incelenecek olursa üstün zekâlı öğrenci problemde verilen bütün sayıları bir kenara bırakıp sadece 5 kişinin kendi arasındaki para dağıtma eyleminden hareket ederek çözüm oluşturmuştur. Çözüm prosedürlerinin bağlayıcılığından kurtularak akıl yürütme yoluyla çözüm gerçekleştirmiştir. Aşağıda mülakat yapılan öğrencilerin kullandıkları stratejiler ve başarı düzeylerini gösteren bir tabloya ve yukardaki çözümü gerçekleştiren öğrenciyle yapılan mülakatın bir bölümüne yer verilmiştir.

Tablo 31. Mülakata katılan öğrencilerin bayram harçlığı probleminde kullandıkları stratejiler ve başarı durumları

Öğrenci Grubu	**Öğrenci Adı**	**1. Çözüm Yöntemi**	**2. Çözüm Yöntemi**	**3. Çözüm Yöntemi**
Üstün Zekâlı Öğrenciler	**Ahmet**	Sis-Lis/Başarısız	---	---
	Ayşe	Sis-Lis/Başarılı	İş-Seç/Başarılı	Ger-Çal/Başarılı
	Melike	---	Den-Kur/Başarılı	Pro-Bas/Başarılı
	Mustafa	Ger-Çal/Başarılı	Ger-Çal/Başarılı	---
	Yusuf	Sis-Lis/Başarılı	Ger-Çal/Başarılı	Akı-Yür/Başarılı
Normal Zekâlı Öğrenciler	**Ali**	Sis-Lis/Başarısız	---	---
	Beyza	İş-Seç/Başarısız	---	---
	Gül	Den-Yan/Başarısız	---	---
	Ece	Sis-Lis/Başarısız	---	---
	Hasan	Den-Yan/Başarısız	---	---

(**Sis-Lis**: Sistematik Liste, **Akı-Yür**: Akıl Yürütme, **Pro-Bas**: Problemi Basitleştirme, **Ger-Çal**: Geriye Doğru Çalışma, **Den-Yan**: Deneme-yanılma **İş-Seç**: İşlem Seçme, **Den-Kur**: Denklem Kurma, **---**: Yanıt Yok)

Tablo incelendiğinde diğer sorulara benzer şekilde bu problemde de mülakata katılan normal zekâlı öğrencilerin sadece tek strateji ile çözüm oluşturduğu ve başarısız çözümler yaptıkları görülmektedir. Üstün zekâlı öğrenciler ise daha çeşitli stratejiler kullanmış ve daha başarılı çözümler oluşturmuşlardır.

Diyalog 10:

Araştırmacı: Bana 3. çözüm yönteminde yaptığın şeyi anlatır mısın?

Yusuf: Üçüncü çözüm yönteminde mantıklı düşünmeye çalıştım. Şimdi herkesin parası farklı olunca daha az turda eşitlemek istersek parası çok olan verir. Diğer 4 kardeşin bir tanesi ile dağıtanın parası eşit olur bir turda. Her turda eşitlenen kişi bir artar. Bu yüzden en az dört tur sürüyor.

Araştırmacı: Peki bu ilişkiyi soruyu okur okumaz mı gördün yoksa düşünmen gerekti mi?

Yusuf: Biraz düşündüm sonra diğer çözümlerimi inceleyince bunu gördüm.

Araştırmacı: Karşılaştığın diğer problemlerde de böyle ilişkiler olduğunu fark edebilir misin?

Yusuf: :Buradaki problemlerde mi?

Araştırmacı: Genel olarak soruyorum.

Yusuf: Problemine bağlıdır biraz. Problemlerin bazılarının pratik yolları vardır. Bazı problemler zor görünür. Aslında kolay yolları vardır ama düşünmeyi gerektirirler. Uzun yolla çözersen çok zaman alır. Ben de bu yüzden her problemin kolay yolu var mı diye düşünürüm.

Araştırmacı: Bu üç çözüm yöntemin birbiriyle ilişkili mi yani?

Yusuf: Evet. Bir çözüm yapınca oradan başka şeyler geliyor insanın aklına

Diyalog incelendiğinde öğrencinin önceki yaptığı çözümlerin sonradan yaptığı çözümlere yol gösterici niteliğinde olduğu öğrencinin cümlelerinden anlaşılmaktadır. Ayrıca öğrenci problem elverdiği ölçüde akıl yürütme yoluna gittiğini ve her problemde daha pratik yöntemler bulmaya çabaladığını belirtmektedir. İster başka stratejilerden esinlenerek akıl yürütme stratejisine geçilmiş olsun ister başlangıç aşamasında akıl yürütme yapılmış olsun bu yöntem diğer yöntemlere nazaran daha üst düzey düşünme becerilerini gerektirmektedir.

4.7. DÖRTGEN SAYISI PROBLEMİNE İLİŞKİN BULGULAR

Araştırmamızda üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin zihinsel süreçleri arasındaki farklılıkları incelemek için öğrencilere yöneltilen yedinci problem olan dörtgen sayısı problemi aşağıda verilmektedir.

Dörtgen Sayısı Problemi: *Ali kibrit çöplerini birleştirerek şekildeki gibi bir dörtgen oluşturmuştur. Buna göre bu şekilde kaç farklı dörtgen olduğunu bulunuz.*

Dörtgen sayısı problemi, araştırmanın ilk problemi olan köstebek probleminde olduğu gibi kombinasyon yardımıyla çözülebilecek olan bir problemdir. Öğrencinin zihinsel yetenekleri ölçüsünde farklı stratejiler kullanmasına imkân tanıyan bir yapıda kurgulanmıştır. Öğrencilerin deneme-yanılma, işlem seçme, şekil çizme, sistematik liste yapma, problemi basitleştirme ve bağıntı bulma stratejileri ile problemi çözmeleri mümkündür.

Zihinsel yetenekleri nispeten sınırlı olan öğrencilerin dörtgen sayısı problemi için teker teker bütün durumları sayması yani deneme-yanılma stratejisiyle çözüm yapması beklenebilir. Daha üst düzey yeteneklere sahip olan öğrencilerden beklenen ise herhangi bir şekilde alt düzey stratejilerle çözüme başlasalar bile diğer çözüm yöntemlerine geçtiklerinde genelleştirmeler ve akıl yürütmeler yardımıyla üst düzey stratejiler geliştirmeleri ve uygulamalarıdır.

Aşağıda her iki gruptaki öğrencilerin dörtgen sayısı problemindeki başarı düzeyini gösteren bir tabloya yer verilmektedir.

Tablo 32. Dörtgen sayısı problemine ait yazılı sınav analiz sonuçları

Öğrenci Grubu	**Kullanılan Yöntem Sayısı**	**Doğru Sonuca Ulaşan Öğrenciler**		**Eksik ve Hatalı Çözüm Üreten Öğrenciler**		**Çözüm Üretemeyen Öğrenciler**	
	Frekans	**Frekans**	**Yüzde**	**Frekans**	**Yüzde**	**Frekans**	**Yüzde**
Üstün Zekâlı Öğrenciler	6	35	%97	1	%3	0	%0

Normal Zekâlı Öğrenciler	5	24	%67	12	%33	0	%0

Tablo incelenecek olursa üstün zekâlı öğrencilerin neredeyse tamamının (%97) dörtgen sayısı probleminde doğru sonuca ulaştığı görülmektedir. Üstün zekâlı öğrencilerden sadece 1 tanesi bu problemde doğru sonuca ulaşamamıştır. Normal zekâlı öğrencilerin ise 24 tanesi (%67) dörtgen sayısı probleminde doğru cevaba ulaşmıştır.

Üretilen çözüm sayılarına bakılarak bir karşılaştırma yapılacak olursa üstün zekâlı öğrenciler tarafından 6 farklı çözüm stratejisi kullanılırken normal zekâlı öğrenciler tarafından kullanılan çözüm sayısı 5 tane ile sınırlıdır. Tablodaki verilere göre araştırmanın diğer problemlerinde olduğu gibi üstün zekâlı öğrenciler hem problemde başarılı sonuca ulaşabilen öğrenci sayısı hem de üretilen çözüm stratejisi sayısına göre normal zekâlı öğrencilerden daha başarılı sonuçlar elde etmişlerdir.

Doğru çözüme ulaşan öğrenci sayısına göre dörtgen sayısı problemi, üstün zekâlı öğrencilerin bütün problemler içerisinde en yüksek sonucu elde ettikleri problem olmuştur.

Aşağıda üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin dörtgen sayısı probleminde kullandıkları stratejileri içeren bir tabloya yer verilmektedir.

Tablo 33. Üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin dörtgen probleminde uyguladıkları stratejiler

Strateji adı	Üstün zekâlı öğrenci sayısı	Normal zekâlı öğrenci sayısı	Toplam
İşlem seçme	8	4	12
Denklem kurma	0	0	0
Deneme-yanılma	19	27	46

Şekil çizme	7	4	11
Sistematik liste	18	1	19
Geriye doğru çalışma	0	0	0
Bağıntı (örüntü) arama	20	2	22
Problemi basitleştirme	17	0	17
Akıl yürütme	0	0	0

Tablo incelenecek olursa üstün zekâlı öğrenciler tarafından en çok kullanılan stratejinin bağıntı arama, normal zekâlı öğrenciler tarafından en çok kullanılan stratejinin ise deneme-yanılma olduğu görülmektedir.

Bağıntı arama ve deneme-yanılma stratejilerinden bağıntı arama stratejisinin daha üst düzey bilişsel yetenekler gerektirdiği göz önünde bulundurulursa iki öğrenci grubu arasındaki strateji tercihlerinin zihinsel yeteneklerin düzeyi ile yakından ilgili olduğu değerlendirmesi yapılabilir.

İki grup tarafından problemde uygulanan stratejiler karşılaştırıldığında üstün zekâlı öğrenciler tarafından en çok uygulanan stratejinin bir kural bulmya yönelik olan bağıntı arama stratejisi olduğu dikkat çekmektedir. Normal zekâlı öğrencilerin sadece 2 çözümde bu stratejiyi tercih etmesi onları üstün zekâlı öğrencilerden ayırmaktadır.

Normal zekâlı öğrencilerin tercih ettiği stratejilerin büyük çoğunluğunu (%81) deneme-yanılma, işlem seçme denklem kurma stratejileri oluştururken kullanılan stratejilerin sadece 5 tanesi (%13) verilerin organizesini içeren strateji ve sadece 2 tanesi (%5) ise bağıntı arama ve problemi basitleştirme gibi bir kural bulmaya yönelik olan stratejilerdir.

Üstün zekâlı öğrencilerin uyguladığı stratejiler ise farklı seviyelere yayılmıştır. Kullanılan stratejilerin 37 tanesini kural bulmaya yönelik olan bağıntı arama ve problemi basitleştirme stratejileri (%42), 25 tanesini (%28) şekil çizme ve sistematik liste gibi verileri düzenlemeyi gerektiren stratejiler, 27 tanesini (%30) ise deneme-yanılma ve işlem seçme gibi daha sık kullanılan stratejiler oluşturmaktadır.

Tablo ve yüzdelere bakılarak üstün zekâlı öğrencilerin farklı düzeylerde stratejiler üretmeye normal zekâlılara göre daha yatkın oldukları yorumu yapılabilir. Araştırmanın diğer problemlerinden elde edilen veriler de bu durumu desteklemektedir.

Tabloda dikkat çeken noktalardan bir tanesi de verilerin organizesini içeren stratejilerin kullanılma sayıları arasındaki farklılıktır. Dörtgen sayısı problemi verilerin organize edilmesini gerektiren bir yapıda olduğundan sistematik liste yöntemi bu problemde kullanılmaya yatkındır. Fakat sistematik liste yöntemi üstün zekâlı öğrenciler tarafından 18 çözüm yönteminde uygulanırken normal zekâlı öğrenciler tarafından sadece 1 çözüm yönteminde kullanılmıştır. Aşağıda üstün zekâlı bir öğrenci tarafından bu problem için uygulanan sistematik liste stratejisiyle hazırlanmış bir çözüme yer verilmektedir.

3. Çözüm yöntemi

a + b + c+d+e+(a+b) + (b+c) + (c+d) + (d+e) + (a+b+c) +
(b+c+d) + (abcd) + (cde) + (bc de) + (abcde

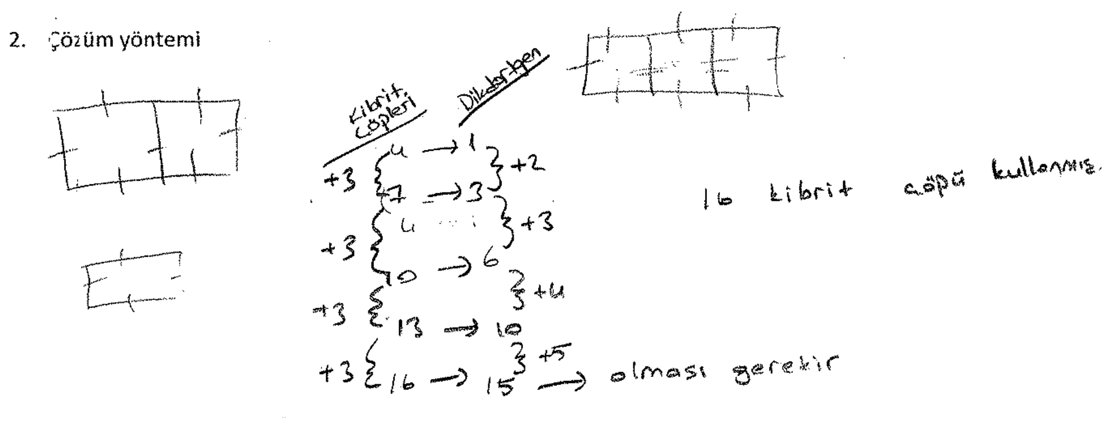
= 15

Şekil 25. Üstün zekâlı bir öğrenci tarafından dörtgen sayısı problemi için sistematik liste yapma stratejisiyle hazırlanmış olan çözüm (ÜZÖ-8)

Şekil incelendiğinde üstün zekâlı öğrencinin problemdeki şeklin her bir bölgesini farklı harflerle isimlendirdiği ve bu harfleri sırasıyla birleştirerek sistematik bir liste oluşturduğu görülmektedir. Öğrenci parantez işaretlerinden faydalanarak harflerin belli kombinasyonlarda birleşimlerini sayarak sonuca ulaşmıştır.

Diğer problemlerdeki sonuçlara paralel olarak bu problemde de verilerin organizesini içeren stratejilerle kural bulmaya yönelik olan stratejilerin kullanılma oranları arasında pozitif bir ilişkinin varlığından söz edilebilir. Kural bulmaya yönelik stratejileri çok kullanan üstün zekâlı öğrencilerin verilerin organizesini içeren stratejileri de çok kullandığı görülmektedir.

Sistematik liste ve şekil çizme gibi verilerin organizesini gerektiren stratejiler sayesinde öğrenciler verilerin arasındaki ilişkileri keşfedebilmiş, bağıntı ve örüntüleri daha rahat görebilmiştir. Üstün zekâlı öğrenciler toplam 17 çözümde problemi basitleştirme stratejisini kullanırken normal zekâlı öğrenciler hiçbir çözümde bu stratejiyi kullanmamıştır. Aşağıda üstün zekâlı bir öğrenci tarafından dörtgen sayısı problemi için problemi basitleştirme stratejisiyle oluşturulmuş bir çözüme yer verilmiştir.



Şekil 26. Üstün zekâlı bir öğrenci tarafından dörtgen sayısı problemi için problemi basitleştirme stratejisiyle oluşturulmuş çözüm (Ayşe)

Şekilde dikkat çeken öğrencinin kibrit çöpü sayısından hareket ederek problemin doğru çözümüne ulaşmasıdır. Öğrenci problemde verilen kibrit çöpleri sayısından daha az sayıda kibrit çöpü kullanarak problemin daha kolay modellerini oluşturmuştur. Öğrencinin çözümünde dikkat çeken bir diğer nokta ise daha küçük sayılar için şekil çizme stratejisini yardımcı strateji olarak kullanmış olmasıdır. Ayrıca elde ettiği verileri organize etmek amacıyla liste benzeri bir yapı oluşturmuştur. Aşağıda mülakat gerçekleştirilen öğrencilerin dörtgen sayısı probleminde tercih ettikleri stratejiler ve başarı durumlarını gösteren bir tablo ile yukarıdaki çözümü sergileyen üstün zekâlı öğrenci ile yapılan mülakatın bir bölümüne yer verilmiştir.

Tablo 34. Mülakata katılan öğrencilerin dörtgen sayısı probleminde kullandığı stratejiler ve başarı durumları

Öğrenci Grubu	Öğrenci Adı	1. Çözüm Yöntemi	2. Çözüm Yöntemi	3. Çözüm Yöntemi
Üstün Zekâlı Öğrenciler	**Ahmet**	Bağ-Bul/Başarılı	Bağ-Bul/Başarılı	Sis-Lis/Başarılı
	Ayşe	Sis-Lis/Başarılı	Pro-Bas/Başarılı	---
	Melike	Den-Yan/Başarılı	İş-Seç/Başarılı	Pro-Bas/Başarılı
	Mustafa	Sis-Lis/Başarılı	Şek-Çiz/Başarılı	Pro-Bas/Başarılı
	Yusuf	İş-Seç/Başarılı	Den-Yan/Başarılı	Sis-Lis/Başarılı
Normal Zekâlı Öğrenciler	**Ali**	İş-Seç/Başarılı	---	---
	Beyza	Den-Yan/Başarılı	Sis-Lis/Başarılı	---
	Gül	Den-Yan/Başarısz	---	---
	Ece	Bağ-Bul/Başarılı	---	---
	Hasan	Den-Yan/Başarılı	---	---

(**Sis-Lis**: Sistematik liste, **Şek-Çiz**: Şekil Çizme, **Pro-Bas**: Problemi Basitleştirme, **Bağ-Bul**: Bağıntı Bulma, **Den-Yan**: Deneme-yanılma **İş-Seç**: İşlem Seçme, **Den-Kur**: Denklem Kurma, **---**: Yanıt Yok)

Tablo incelendiğinde mülakat yapılan üstün zekâlı öğrencilerin dörtgen sayısı probleminde normal zekâlı öğrencilere göre daha çeşitli çözüm stratejileriyle çözüm ürettikleri ve daha başarılı çözümler oluşturdukları görülmektedir.

Diyalog 11:

Araştırmacı: İkinci çözüm yönteminde ne yaptığını anlatır mısın?

Ayşe: İkinci çözüm yönteminde kibrit çöplerinden hareket ettim. 4 tane kibrit çöpü birleştirince 1 dörtgen oluyor. Daha sonra kibrit çöpünü 3 artırıyoruz devamlı ama dörtgen sayısı her zaman bir fazla artıyor.

Araştırmacı: Buradaki şekilleri kullanmaktaki amacın nedir peki?

Ayşe: Şekilleri kibrit çöplerini birleştirmek için kullandım.

Araştırmacı: Sadece 3 şekil kullanmışsın sonra şekil kullanmayı bırakmışsın gördüğüm kadarıyla bunun nedeni nedir?

Ayşe: Kuralı görmüşüm demek ki

Araştırmacı: Kuralı bulmak amacıyla oluşturdun sen bu çözümü yani

Ayşe: Evet şekilleri çizdim. Kibrit çöplerinin sayısına göre dörtgen oluyor.

Araştırmacı: Aslında bu yöntem biraz daha zor tek tek sayarak kolayca çözüm yapabilirdin ama sen bunu yapmamışsın

Ayşe: Güzel bir yöntem olsun diye düşündüm o şekilde yapınca problem çözmüş gibi olmuyor sanki

Diyalog incelendiğinde öğrencinin çözüm yönteminde kullandığı stratejiyi bilinçli ve planlı olarak uyguladığı anlaşılmaktadır. Problemi basitleştirme stratejisiyle problem çözmeyi güzel bir yöntem olarak değerlendirmekte ve deneme-yanılma stratejisiyle tek tek sayarak çözüm oluşturmayı problem çözme olarak değerlendirmemektedir.

Diyalog üstün zekâlı öğrencilerin hangi çözüm stratejilerini diğerlerinden daha öne çıkardıklarının anlaşılması açısından önemlidir. Öğrencilerin tercihleri ve diyaloglardan elde edilen verilere göre daha karmaşık ve genelleştirmeye yönelik stratejiler üstün zekâlı öğrenciler tarafından tercih edilmektedir. Normal zekâlı öğrencilerin tercihlerine ve normal zekâlı öğrencilerle yapılan diyaloglara göre denklem kurma ve işlem seçme stratejileri daha öne çıkmaktadır.

4.8. KİTAP PROBLEMİNE İLİŞKİN BULGULAR

Araştırmada kullanılan sekizinci problem olan kitap problemi aşağıda verilmektedir.

Kitap Problemi: *Ali her gün önceki günlerde okuduğu toplam sayfa sayısı kadar sayfa okuyarak bir kitabı 8 günde bitiriyor. Buna göre kitabın yarısını okuması kaç gün sürmüştür? Bulunuz.*

Kitap probleminin çalışmada kullanılmasının amacı öğrencilerin denklem kurma ve akıl yürütme stratejilerinin kullanma düzeyleri arasındaki farkın incelenmesidir. Ayrıca öğrencilerin orantısal akıl yürütme yoluna giderek “kitabın tamamı 8 günde okunuyorsa yarısı 4 günde okunmuştur” şeklinde gerçekçi olmayan yaklaşımlar sergileme ya da daha gerçek hayata yakın yaklaşımlar sergileme durumunun incelenmesi amacıyla kitap problemine çalışmada yer verilmiştir.

Aşağıda üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin kitap probleminde kullandıkları stratejilerin dağılımı ve başarı durumlarını gösteren bir tabloya yer verilmektedir.

Tablo 35. Kitap problemine ait yazılı sınav analiz sonuçları

Öğrenci Grubu	**Kullanılan Yöntem Sayısı**	**Doğru Sonuca Ulaşan Öğrenciler**		**Eksik ve Hatalı Çözüm Üreten Öğrenciler**		**Çözüm Üretemeyen Öğrenciler**	
	Frekans	**Frekans**	**Yüzde**	**Frekans**	**Yüzde**	**Frekans**	**Yüzde**
Üstün Zekâlı Öğrenciler	7	35	%97	0	%0	1	%3
Normal Zekâlı Öğrenciler	5	22	%61	9	%25	5	%14

Tablo incelendiğinde üstün zekâlı öğrencilerden 35 tanesinin (%97), normal zekâlı öğrencilerden ise 22 tanesinin (%61) kitap probleminde doğru sonuca ulaştıkları dikkat çekmektedir. Kitap probleminde bu verilere bakılarak üstün zekâlı öğrencilerin normal zekâlı öğrencilere göre daha başarılı sonuçlar elde ettikleri yorumu yapılabilir.

Kullanılan çözüm stratejilerinin sayıları karşılaştırıldığında normal zekâlı öğrencilerin bu problem için 5 farklı strateji kullandıkları üstün zekâlı öğrencilerin ise 7 farklı strateji kullandıkları görünmektedir. Yani üstün zekâlı öğrencilerin kitap probleminde de normal zekâlı öğrencilere göre daha fazla strateji çeşitliliği gösterdikleri söylenebilir.

Kitap probleminde normal zekâlı öğrencilerin 10 tanesi problemin doğru cevabının 4 olduğunu belirterek gerçekçi olmayan çözümler sergilemiştir. Bu öğrenciler sadece verilere odaklanmış, problemin manasını geri plana bırakmıştır. Bu durum öğrencilerin problem çözümlerinde otomatikleşmesinin bir sonucudur. Normal zekâlı öğrenciler genellikle problem çözümü için denklem kurma stratejisini tercih etmişlerdir. Aşağıda normal zekâlı bir öğrencinin kitap problemi için denklem kurma stratejisiyle oluşturduğu çözüme yer verilmiştir.

1. Çözüm yöntemi

$$x + x + 2x + 4x + 8x + 16x + 32x + 64x$$

$$\frac{128x}{2} = 64x$$

7 gün

7 gün

Şekil 27. Üstün zekâlı bir öğrenci tarafından kitap problemi için denklem kurma stratejisiyle oluşturulmuş çözüm örneği

Şekil incelendiğinde öğrencinin ilk gün okunan sayfa sayısına “x” diyerek hareket ettiği ve denklem kurarak çözüme ulaştığı dikkat çekmektedir. Normal zekâlı öğrencilerin en çok tercih ettiği strateji denklem kurma iken üstün zekâlı öğrencilerin en çok kullandığı strateji akıl yürütmedir.

Aşağıda üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin kitap problemi için kullandığı stratejileri içeren bir tabloya yer verilmiştir.

Tablo 36. Üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin kitap probleminde uyguladıkları stratejiler

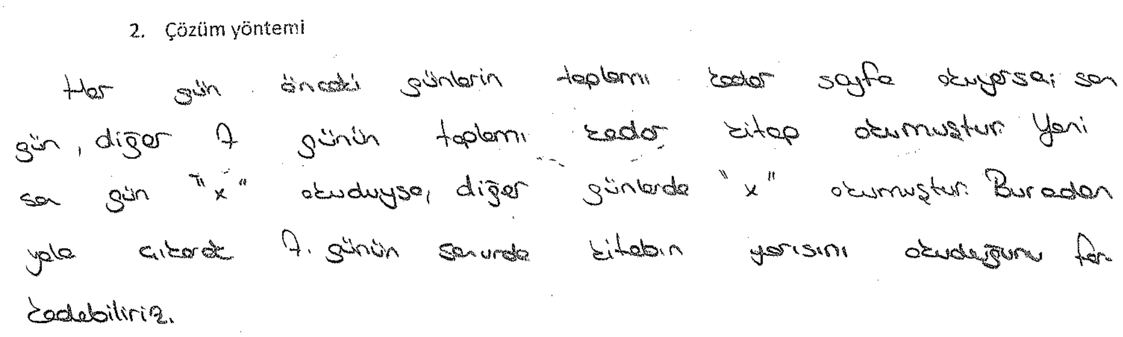
Strateji adı	Üstün zekâlı öğrenci sayısı	Normal zekâlı öğrenci sayısı	Toplam
İşlem seçme	0	3	3
Denklem kurma	17	17	34
Deneme-yanılma	15	9	24
Şekil çizme	0	0	0
Sistematik liste	7	1	8
Geriye doğru çalışma	8	0	8
Bağıntı (örüntü) arama	5	0	5
Problemi basitleştirme	5	0	5
Akıl yürütme	19	3	22

Tablo incelendiğinde çalışmadaki diğer problemlerde elde edilen sonuçlara paralel olarak normal zekâlı öğrencilerin ürettiği çözümlerin neredeyse tamamının deneme-yanılma ve denklem kurma stratejileri yardımıyla oluşturulduğu dikkat çekmektedir. Üstün zekâlı öğrencilerin kullandığı stratejiler ise farklı düzeylere yayılmıştır.

Verilerin düzenlenmesini içeren stratejiler olan sistematik liste, şekil çizme ve geriye doğru çalışma gibi stratejilere normal zekâlı öğrenciler tarafından sadece 1 çözümde yer verildiği tablodan anlaşılmaktadır. Üstün zekâlı öğrenciler tarafından bu stratejilere 15 farklı çözüm yönteminde yer verilmesi iki grubu birbirinden ayıran bulgulardandır.

Kural bulmayı ve üst düzey düşünmeyi gerektiren bağıntı bulma, problemi basitleştirme ve akıl yürütme stratejilerinin kullanım sayıları diğer problemlerde olduğu gibi kitap probleminde de üstün zekâlı öğrencilerle normal zekâlı öğrencilerin farklılaştığı temel noktalardan biridir. Üstün zekâlı öğrenciler kitap probleminde bu stratejileri 29 farklı çözümde kullanırken normal zekâlı öğrenciler bu stratejileri sadece 3 çözüm yönteminde kullanmıştır.

Akıl yürütme stratejisinin kullanım sayıları üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrenciler arasındaki bilişsel seviye farkını ortaya koymaktadır. Üstün zekâlı öğrenciler tarafından akıl yürütme stratejisi toplam 19 yöntemde kullanılırken normal zekâlı öğrencilerde bu sayı 3'te kalmıştır. Aşağıda üstün zekâlı bir öğrencinin kitap problemi için akıl yürütme stratejisi yardımıyla oluşturduğu çözüm verilmiştir.


2. Çözüm yöntemi

Her gün önceki günlerin toplamı kadar sayfa okuyorsa; son gün, diğer 4 günün toplamı kadar kitap okumuştur. Yani son gün "x" okuduysa, diğer günlerde "x" okumuştur. Buradan yola çıkarak 4. günün sonunda kitabın yarısını okuduğunu fark edebiliriz.

Şekil 28. Üstün zekâlı bir öğrenci tarafından kitap problemi için akıl yürütme stratejisiyle oluşturulmuş çözüm (Yusuf)

Şekil incelendiğinde öğrencinin problemde akıl yürütme stratejisiyle çözümünü oluşturduğu ve bu çözümü oluştururken zihinsel olarak geriye doğru çalışma stratejisiyle hareket ettiği anlaşılmaktadır. Akıl yürütme stratejisi öğrencinin problem çözme stratejilerinin bağlayıcılığından kurtulup zihin dünyasının özgür ortamında sonucun direkt olarak görülmesi esasına dayanmaktadır.

Aşağıda mülakat yapılan öğrencilerin kitap probleminde kullandıkları stratejiler ve başarı durumlarını gösteren bir tabloya, ardından yukarıdaki çözümü yapan öğrenciyle yapılan mülakatın bir bölümüne yer verilmiştir.

Tablo 37. Mülakata katılan öğrencilerin kitap probleminde kullandığı stratejiler ve başarı durumları

Öğrenci Grubu	Öğrenci Adı	1. Çözüm Yöntemi	2. Çözüm Yöntemi	3. Çözüm Yöntemi
Üstün Zekâlı Öğrenciler	**Ahmet**	Sis-Lis/Başarılı	Ben-Pro/Başarılı	---
	Ayşe	Den-Yan/Başarılı	---	---
	Melike	Den-Kur/Başarılı	Pro-Bas/Başarılı	---
	Mustafa	Den-Yan/Başarılı	Ger-Çal/Başarılı	---
	Yusuf	Den-Kur/Başarılı	Akı-Yür/Başarılı	Pro-Bas/Başarılı
Normal Zekâlı Öğrenciler	**Ali**	Den-Kur/Başarılı	---	---
	Beyza	---	---	---
	Gül	Den-Kur/Başarılı	---	---
	Ece	İş-Seç/Başarısız	---	---
	Hasan	Den-Kur/Başarılı	Akı-Yür/Başarılı	---

(**Sis-Lis**: Sistematik liste, **Ben-Pro**: Benzer Problem Çözme, **Pro-Bas**: Problemi Basitleştirme, **Akı-Yür**: Akıl Yürütme, **Ger-Çal**: Geriye Doğru Çalışma, **Den-Yan**: Deneme-yanılma, **İş-Seç**: İşlem Seçme, **Den-Kur**: Denklem Kurma, **---**: Yanıt Yok)

Tablo incelendiğince önceki problemlere paralel olarak mülakat yapılan üstün zekâlı öğrencilerin normal zekâlı öğrencilere göre daha başarılı çözümler yaptıkları ve daha çeşitli stratejilerle çözüm oluşturdukları dikkat çekmektedir.

Diyalog 12:

Araştırmacı: İkinci çözüm yönteminde çözüm olarak sözel bir paragraf oluşturduğunu görüyorum, hiç işlem yapmamışsın.

Yusuf: İşlem yapmaya gerek yok ki soruyu okur okumaz gördüm zaten çözümün 7 olduğunu.

Araştırmacı: Ama ikinci çözüm yöntemine yazmışsın.

Yusuf: Diğer yöntem daha anlaşılır olsun diye onu başa yazdım.

Araştırmacı: Denklem kurma yöntemi daha mı anlaşılır oluyor sence?

Yusuf: Her zaman derslerde öyle çözülüyor. Hocalar bu yöntemi kabul ediyor. Sözlü olarak yazılan şeyleri değil de böyle işlemli çözümleri kabul ediyorlar.

Araştırmacı: Öğretmenler genellikle denklemle mi soru çözmenizi istiyor? Diğer yöntemleri pek kabul etmiyorlar mı?

Yusuf: Kabul etmemek değil de farklı yöntemle çözmüyoruz. Sadece denklemle yapıyoruz. Yazılıda sadece sonuç yazarsak kopya gibi oluyor o yüzden.

Diyalog incelendiğinde öğrencilere devamlı denklem kurma stratejisinin dikte edilmesinin öğrencilerde en geçerli stratejinin denklem kurma olduğu yönünde yanlış bir algı oluşmasına neden olduğu görülmektedir. Diyalogdan çıkarılabilecek bir diğer sonuç ise matematik derslerinde yeteri kadar diğer stratejilerle çözümlere yer verilmediğidir. Öğretmenler diğer stratejilerle üretilen çözümleri teşvik etmemekte hatta bazı durumlarda yanlış değerlendirmeler yapılması öğrencilerde farklı stratejilere olan inancı azaltmaktadır.

Bütün stratejiler kendi içerisinde ayrı ayrı öneme sahiptir. Bazı sorularda bir strateji kullanışlı olabilirken bazı sorularda farklı bir strateji daha kullanışlı olabilir. Diyalogdan anlaşıldığı üzere öğrencilere sadece denklem kurmanın önerilmesi ve denklem kurma ile çözülebilecek tek tip problemlere yer verilmesi öğrencilerin düşünme süreçlerini olumsuz etkilemektedir. Öğrenciler bir problem için uygun olsun ya da olmasın denklem kurmaya çalışmakta ve bu durum süreçte öğrencinin zihinsel aktivitesini azaltmaktadır.

4.9. TEMİZLİKÇİ PROBLEMİNE İLİŞKİN BULGULAR

Araştırmamızda kullanılan dokuzuncu problem olan temizlikçi problemi aşağıda verilmektedir.

<u>Temizlikçi Problemi</u>: *Dış yüzeyi camlarla kaplı bir binanın temizliği için binanın dış cephesine bir asansör sistemi kurulmuştur. 15 katlı binanın 3.*

katından işe başlayan temizlik işçisi asansörün bozulduğunu fark etmiştir. Temizlik işçisi yukarı çıkmak istediğinde asansör 2 kat çıkmakta, aşağı inmek istediğinde ise asansör 5 kat inmektedir. Eğer çıkılacak ya da inilecek kadar kat kalmamışsa asansör ilerlememektedir. Buna göre işçi hangi katları temizleyemez bulunuz.

Temizlikçi probleminin araştırmada kullanılmasının amacı öğrencilerin şekil çizme ve işlem seçme gibi stratejiler arasındaki tercihlerinin belirlenmesidir. Temizlikçi probleminde de ilk olarak öğrencilerin başarı durumları ve uyguladıkları stratejilerin sayısı üzerinde karşılaştırma yapılmıştır. Aşağıda bu karşılaştırmanın yer aldığı bir tabloya yer verilmektedir.

Tablo 38. Temizlikçi problemine ait yazılı sınav analiz sonuçları

Öğrenci Grubu	**Kullanılan Yöntem Sayısı**	**Doğru Sonuca Ulaşan Öğrenciler**		**Eksik ve Hatalı Çözüm Üreten Öğrenciler**		**Çözüm Üretemeyen Öğrenciler**	
	Frekans	**Frekans**	**Yüzde**	**Frekans**	**Yüzde**	**Frekans**	**Yüzde**
Üstün Zekâlı Öğrenciler	8	31	%86	4	%11	1	%3
Normal Zekâlı Öğrenciler	3	14	%39	21	%58	1	%3

Tablo incelendiğinde üstün zekâlı öğrencilerin 31 tanesinin (%86) doğru sonuca ulaştığı normal zekâlı öğrencilerin ise 14 tanesinin (%39) doğru sonuca herhangi bir yöntemle ulaştığı görülmektedir. Diğer problemlerde olduğu gibi bu problemde de üstün zekâlı öğrenciler normal zekâlı öğrencilere göre daha yüksek başarı düzeyi göstermişlerdir. Tablodan çıkarılabilecek bir diğer sonuç ise diğer bütün problemlerde olduğu gibi temizlikçi probleminde de üstün zekâlı öğrencilerin kullandığı strateji çeşitliliğinin normal zekâlı öğrencilerin kullandığı strateji çeşitliliğinden daha fazla olduğudur. Aşağıda çalışmaya katılan öğrencilerin strateji tercihlerini gösteren bir tabloya yer verilmiştir.

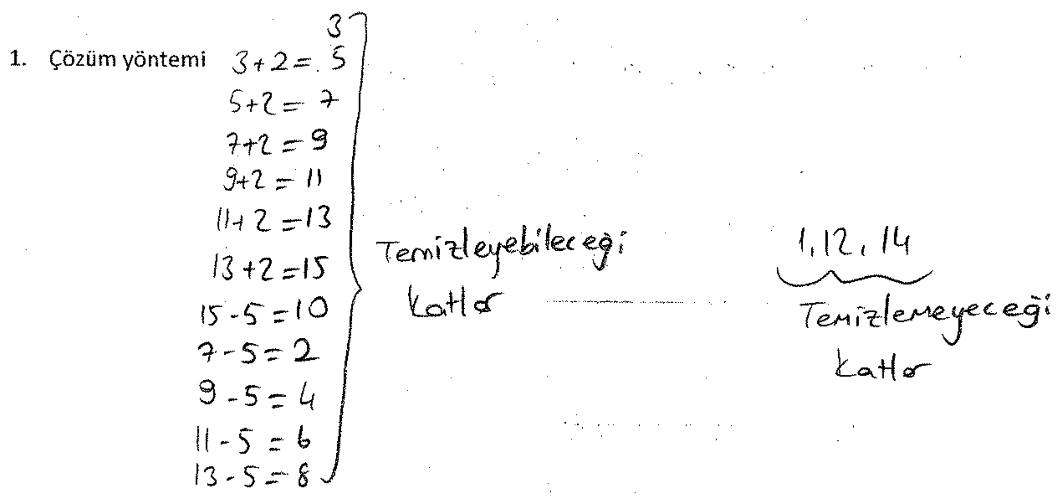
Tablo 39. Üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin temizlikçi probleminde kullandıkları stratejiler

Strateji adı	Üstün zekâlı öğrenci sayısı	Normal zekâlı öğrenci sayısı	Toplam
İşlem seçme	0	1	1
Denklem kurma	3	0	3
Deneme-yanılma	18	17	35
Şekil çizme	20	20	40
Sistematik liste	4	0	4
Geriye doğru çalışma	3	0	3
Bağıntı (örüntü) arama	1	0	1
Problemi basitleştirme	1	0	1
Akıl yürütme	12	0	12

Tablo incelendiğinde yapılan çözümlerin belli stratejilerde yoğunlaştığı dikkat çekmektedir. İki grup tarafından en çok strateji şekil çizme stratejisi olmuştur. Üstün zekâlı öğrencilerin farklı düzeylerde stratejiler kullanmalarına rağmen normal zekâlı öğrencilerin hiçbirinin kural bulma ya da akıl yürütmeye yönelik strateji kullanmamaları tabloda dikkat çeken önemli noktalardan bir tanesidir.

Temizlikçi problemi akıl yürütme stratejisiyle öğrencilerin rahatlıkla çözüme ulaşabileceği şekilde kurgulanmıştır fakat normal zekâlı öğrencilerin birçoğunun deneme-yanılma stratejisiyle çözüm oluşturmaya uğraşmaları, problem çözümlerinde yeterince düşünmeden eyleme koyulduklarını ve birkaç kalıplaşmış stratejiyi bütün problemlerde düşünmeden otomatik olarak kullanmaya çalıştıklarını göstermektedir.

Aşağıda normal zekâlı bir öğrencinin temizlikçi problemi için deneme-yanılma stratejisiyle oluşturduğu çözüm verilmiştir.



Şekil 29. Normal zekâlı bir öğrenci tarafından temizlikçi problemi için deneme-yanılma stratejisiyle oluşturulmuş çözüm (Gül)

Şekil incelendiğinde öğrencinin sırasıyla 3 sayısından başlayıp devamlı 2 ekleyerek devam ettiği daha sonra 5 çıkararak devam ettiği görülmektedir. Fakat altıncı katı temizleyen temizlikçinin 1. katı temizleyemeyeceğini düşünen öğrencinin Polya'nın (1990) belirttiği problem çözme aşamalarından çözümün değerlendirilmesi aşamasını ihmal ettiği dikkat çekmektedir. Çoğunlukla normal zekâlı öğrenciler tarafından ortaya konulmuş olan gerçekçi olmayan çözümlerin temelinde bu eksikliğin olduğu düşünülebilir. Aşağıda mülakat gerçekleştirilen öğrencilerin temizlikçi probleminde kullandıkları stratejiler ve başarı düzeylerini gösteren bir tabloya, daha sonra yukarıdaki çözümü gerçekleştiren öğrenciyle yapılan mülakatın bir bölümüne yer verilmiştir.

Tablo 40. Mülakata katılan öğrencilerin dörtgen sayısı probleminde denediği stratejiler ve başarı durumları

Öğrenci Grubu	Öğrenci Adı	1. Çözüm Yöntemi	2. Çözüm Yöntemi	3. Çözüm Yöntemi
Üstün Zekâlı Öğrenciler	**Ahmet**	Şek-Çiz/Başarılı	Bağ-Bul/Başarılı	---
	Ayşe	Şek-Çiz/Başarılı	---	---
	Melike	Şek-Çiz/Başarılı	Den-Kur/Başarılı	Akı-Yür/Başarılı
	Mustafa	Den/Yan/Başarılı	Şek-Çiz/Başarılı	---
	Yusuf	Den/Yan/Başarılı	Şek-Çiz/Başarılı	Ger-Çal/Başarılı
Normal Zekâlı Öğrenciler	**Ali**	Şek-Çiz/Başarısız	---	---
	Beyza	Şek-Çiz/Başarılı	---	---
	Gül	Şek-Çiz/Başarısız	Şek-Çiz/Başarısız	---
	Ece	Şek-Çiz/Başarısız	---	---
	Hasan	Şek-Çiz/Başarılı	---	---

(**Şek-Çiz**: Şekil Çizme, , **Ger-Çal**: Geriye Doğru Çalışma, **Den-Yan**: Deneme-yanılma, **Bağ-Bul**: Bağıntı bulma, **Den-Kur**: Denklem Kurma, **Akı-Yür**: Akıl yürütme, ---: Yanıt Yok)

Tablo incelendiğinde araştırmanın daha önce incelenen diğer problemlerine benzer sonuçlar oluştuğu görülmektedir. Bütün öğrenciler arasında en çok kabul gören strateji şekil çizme stratejisi olmuştur. Normal zekâlı öğrencilerin ise şekil çizme dışındaki hiçbir stratejiyle çözüm oluşturmadıkları görülmektedir.

Diyalog 13:

Araştırmacı: Birinci çözüm yönteminde bazı sayıları toplayıp çıkardığını görüyorum. Bana tam olarak ne yaptığını anlatır mısın?

Gül: Asansör bozulmuş yukarıya çıkarken 2 kat çıktığı için 3'ten başladım ikişer ikişer ekledim 15'e kadar geldim sonra aşağıya inmek için 5 çıkararak devam ettim. Sonra işte 1. Katı, 12. katı ve 14. katı temizleyemiyor.

Araştırmacı: Peki sana bir soru soracağım, 10. katı temizleyebiliyor mu temizlikçi?

Gül: Evet temizleyebiliyor.

Araştırmacı: 10. kattan 2 kat çıkarsa hangi kata gelir?

Gül: 12'ye gelir.

Araştırmacı: 2 kat daha çıkarsa?

Gül: 14'e gelir. O zaman sadece 1 temizlenmez.

Araştırmacı: 6. kattan 5 kat inilirse hangi kat olur?

Gül: O zaman hepsini temizliyormuş anladım.

Araştırmacı: Bu soruyu yanlış yapmanı neye bağlıyorsun?

Gül: Mantıklı düşünmemişim. Cevabımı düşünseydim yanlış olduğunu anlardım ama düşünmedim.

Araştırmacı: Sağlama yapmadığın için olabilir mi?

Gül: Olabilir. Yapmadım evet.

Araştırmacı: Burada 15 kat denildiği için ekleyip çıkararak yapmak kolay oluyor eğer sana 150 katlı bir gökdelen verilseydi o zaman nasıl yapardın bu soruyu?

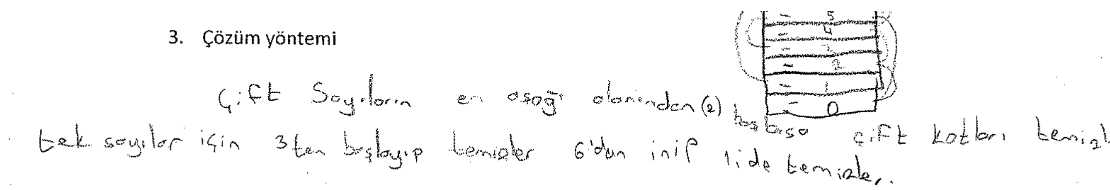
Gül: Nasıl yapardım, o zaman gene eklerdim uzun sürerdi ama yapılır yani.

Araştırmacı: Bu sorudan bir sonuç çıkarıp ona göre çözemez misin?

Gül: O zaman temizleyemeyeceği katlar değişir denemeden bilemeyiz yani.

Diyalog incelendiğinde öğrencinin yaptığı çözümü deneme-yanılma stratejisiyle oluşturduğu ve elde ettiği sonucun doğruluğunu kontrol etmediği anlaşılmaktadır. Öğrenci problem çözme sürecindeki en önemli aşamalardan çözüm yönteminin oluşturulması ve sonucun değerlendirilmesi aşamalarını ihmal etmektedir. Ayrıca öğrencinin problemde tümevarımsal düşünme sürecine geçemediği ve elde ettiği sonuçları genelleyemediği de diyalogdan anlaşılan diğer hususlardan biridir.

Normal zekâlı öğrencilerin aksine üstün zekâlı öğrenciler tarafından akıl yürütme stratejisine bu problemde çok daha fazla yer verilmiş olması üstün zekâlı öğrencilerin daha üst düzey düşünme becerileri gösterdiklerinin bir göstergesidir. Aşağıda üstün zekâlı bir öğrenci tarafından temizlikçi problemi içi akıl yürütme stratejisiyle oluşturulmuş bir çözüme yer verilmektedir.



Şekil 30. Üstün zekâlı bir öğrenci tarafından temizlikçi problemi için akıl yürütme stratejisiyle oluşturulmuş çözüm (Melike)

Şekilde görüldüğü gibi üstün zekâlı öğrenci çift ve tek sayılardan hareket ederek bütün sayılar için ayrı ayrı deneme yapmadan akıl yürütme stratejisiyle bütün katların temizlenebileceğini belirtmiştir. Aşağıda bu öğrenciyle yapılan mülakatta geçen bir diyaloğa yer verilmiştir.

Diyalog 14:

Araştırmacı: Üçüncü çözüm yönteminde ne yaptın? Galiba mantıksal bir çözüm yapmışsın.

Melike: Evet mantıkla çözdüm 3. kattan başlayıp 2'şer 2'şer bütün tek katlara çıkar. İkinci kata 7'den inebiliyor. İkinci kattan ikişer ikişer çıkarak bütün çift katları da temizler. Altıncı kattan da 1'e iner yani hepsini temizler.

Araştırmacı: Peki kat sayısı 150 olsa nasıl yaparsın?

Melike: Yine hepsini temizler. Çünkü bütün çiftleri ve tekleri dolaşabilir.

Diyalog incelendiğinde üstün zekâlı öğrencinin çözüm stratejisinde akıl yürüterek çözüme ulaştığı ve elde ettiği sonucu çok daha büyük sayılar için genelleyebildiği anlaşılmaktadır. 'Diyalog 13' ve 'Diyalog 14' te üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerle yapılan görüşmelerden elde edilen veriler bu iki gruptaki öğrencilerin zihinsel becerileri konusunda önemli fikirler vermektedir.

4.10. ARKEOLOG PROBLEMİNE İLİŞKİN BULGULAR

Araştırmamızda kullanılan onuncu problem olan arkeolog problemi aşağıda verilmektedir.

> Arkeolog Problemi: *Ünlü bir arkeolog olduğunuzu hayal edin. Bir kral mezarını incelerken mezar taşında kralla ilgili şu bilgiler olduğunu görüyorsunuz.*

Hayatının ilk 6 da 1 i çocukluğuydu

Çocukluğundan 19 yıl sonra evlendi

Evlendikten 5 yıl sonra oğlu doğdu

Oğlu onun yarısı kadar zaman yaşadı

Oğlundan 4 yıl sonra vefat etti

Buna göre kralın ne kadar yaşadığını bulabilir misiniz?

Arkeolog problemi literatürde "Diophantus'un Yaşı" olarak bilinen problemden uyarlanarak araştırmaya dahil edilmiştir. Arkeolog probleminin çalışmada kullanılma amacı, öğrenci gruplarının denklem kurma ve şekil çizme gibi stratejiler arasındaki tercihlerinin belirlenmesidir. Problemdeki ifadelerin rutin problem yapısına uymaması onu kitaplarda sıklıkla karşılaşılan yaş problemlerinden farklılaştırmaktadır. Bu nedenden dolayı arkeolog problemi rutin olmayan bir problem olma özelliğine sahiptir.

Aşağıda iki öğrenci grubunun arkeolog problemindeki başarı durumlarını ve ürettikleri strateji çeşitlerinin sayısını gösteren bir tabloya yer verilmektedir.

Tablo 41. Arkeolog problemine ait yazılı sınav analiz sonuçları

Öğrenci Grubu	Kullanılan Yöntem Sayısı	Doğru Sonuca Ulaşan Öğrenciler		Eksik ve Hatalı Çözüm Üreten Öğrenciler		Çözüm Üretemeyen Öğrenciler	
	Frekans	Frekans	Yüzde	Frekans	Yüzde	Frekans	Yüzde
Üstün Zekâlı Öğrenciler	7	29	%80	6	%17	1	%3
Normal Zekâlı Öğrenciler	4	10	%28	23	%64	3	%8

Tablo incelendiğinde üstün zekâlı öğrencilerden 29 tanesinin (%80), normal zekâlı öğrencilerden ise 10 tanesinin (%28) arkeolog probleminde herhangi bir şekilde doğru cevaba ulaştığı görülmektedir. Bu verilere bakılarak üstün zekâlı öğrencilerin normal zekâlı öğrencilere göre arkeolog probleminde de daha başarılı sonuçlar elde ettikleri yorumu yapılabilir.

Üstün zekâlı öğrenciler tarafından arkeolog problemi için 7 farklı stratejiyle çözüm üretilirken, normal zekâlı öğrenciler arkeolog problemi için 4 farklı strateji ile çözüm üretmişlerdir. Bu değerler üstün zekâlı öğrencilerin arkeolog probleminde de normal zekâlı öğrencilere göre daha fazla stratejiyle çözüm ürettiklerini göstermektedir. Normal zekâlı öğrencilerin strateji üretme ve kullanmada göstermiş oldukları nispeten zayıflığın temel nedeni olarak zihinsel gelişmişlik düzeyi ve denklem kurma, işlem seçme gibi belli stratejilere olan aşırı bağımlılıkları gösterilebilir.

Aşağıda üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin arkeolog probleminde kullandıkları stratejiler ve düzeylerini gösteren bir tabloya yer verilmektedir.

Tablo 42. Üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin arkeolog probleminde kullandıkları stratejiler

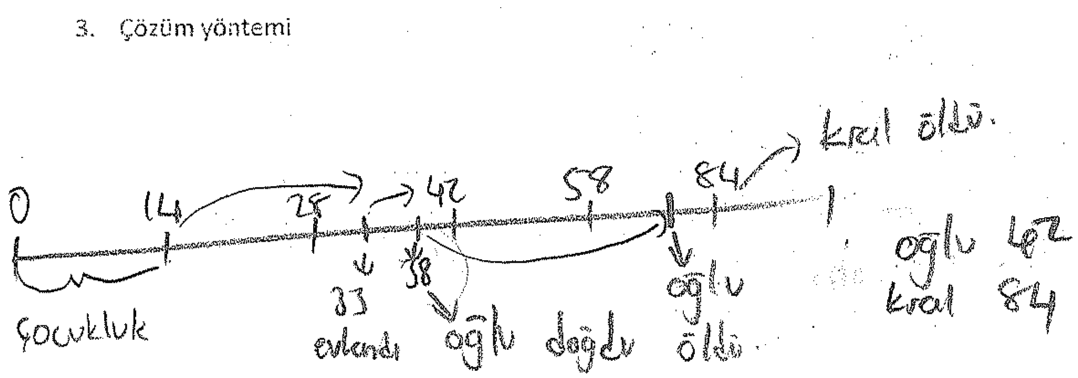
Strateji adı	Üstün zekâlı öğrenci sayısı	Normal zekâlı öğrenci sayısı	Toplam
İşlem seçme	4	7	11
Denklem kurma	24	20	44
Deneme-yanılma	11	5	16
Şekil çizme	10	1	11
Sistematik liste	2	0	2
Geriye doğru çalışma	6	0	6
Bağıntı (örüntü) arama	0	0	0
Problemi basitleştirme	0	0	0
Akıl yürütme	5	0	5

Tablo incelendiğinde her iki öğrenci grubu tarafından en çok kullanılan stratejinin denklem kurma olduğu dikkat çekmektedir. Problem yapısı itibarı ile denklem kurma stratejisiyle çözülmeye müsait olduğundan denklem kurma stratejisinin en çok tercih edilen strateji olması beklenen bir durumdur.

Üstün zekâlı öğrencilerin yaptığı çözümler genellikle denklem kurma ve deneme yanılma gibi stratejilerde yoğunlaşmakla birlikte üstün zekâlı öğrencilerin farklı düzeylerde stratejiler sergiledikleri görülmektedir. Normal zekâlı öğrencilerin yaptığı çözümlerin neredeyse tamamı denklem kurma stratejisiyle oluşturulmuş çözümlerdir.

Üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin arkeolog probleminde en çok farklılaştıkları stratejinin şekil çizme stratejisi olduğu tablodan anlaşılmaktadır. Üstün zekâlı öğrenciler bu problem için toplam 10 çözümde şekil çizme stratejisini kullanırken normal zekâlı öğrenciler tarafından sadece 1 çözümde şekil çizme stratejisi kullanılmıştır.

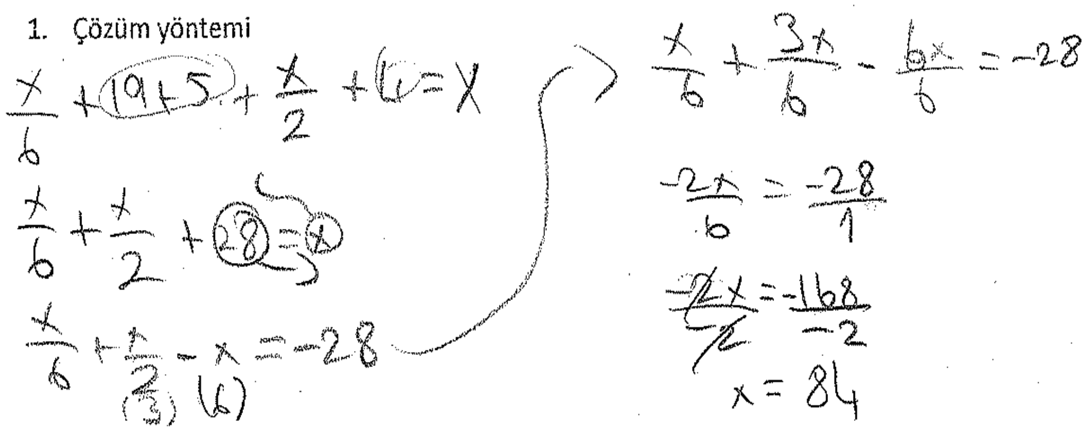
Aşağıda üstün zekâlı bir öğrenci tarafından arkeolog problemi için şekil çizme stratejisiyle oluşturulmuş çözüm verilmektedir.



Şekil 31. Üstün zekâlı bir öğrenci tarafından arkeolog problemi için şekil çizme stratejisiyle oluşturulmuş çözüm (ÜZÖ-17)

Şekil incelendiğinde öğrencinin problemin çözümü için tarih şeridine benzer bir model oluşturduğu ve kralın hayatındaki bütün dönüm noktalarını kronolojik olarak bu modelin üzerine yerleştirerek doğru cevaba ulaştığı görülmektedir. Araştırma genelinde iki öğrenci grubunun problemler için uyguladığı çözüm stratejilerinin dağılımı incelendiğinde şekil çizme stratejisini üstün zekâlı öğrencilerin çok daha etkin kullandığı hem sayısal verilerden hem de öğrencilerle yapılan mülakatlardan elde edilen verilerden anlaşılmaktadır.

Araştırma genelinde elde edilen sonuçlar denklem kurma stratejisinin normal zekâlı öğrenciler tarafından üstün zekâlı öğrencilere göre daha fazla kullanıldığını ortaya koymaktadır. Normal zekâlı öğrencilerin kullandığı stratejilerin büyük çoğunluğunu oluşturan denklem kurma stratejisi yardımı ile bu problem için oluşturulmuş bir çözüm yöntemine aşağıdaki şekilde yer verilmektedir.



Şekil 32. Normal zekâlı bir öğrenci tarafından arkeolog problemi için denklem kurma stratejisiyle oluşturulmuş çözüm (NZÖ-18)

Şekil incelendiğinde öğrencinin kralın hayat uzunluğuna ‘x’ diyerek hareket ettiği ve denklem kurarak sorunun doğru çözümüne ulaştığı görülmektedir. Denklem kurma stratejisi ile problem çözmek önemlidir; fakat normal zekâlı öğrencilerin arkeolog problemi için geliştirdiği 33 çözümün 20 tanesinin (%60) denklem kurma stratejisi ile oluşturulmuş olması normal zekâlı öğrencilerin belirli stratejilere odaklandıklarını göstermektedir. Üstün zekâlı öğrenciler tarafından üretilen 62 çözümün 24 tanesinin (%38) denklem kurma olduğu düşünüldüğünde bu yaklaşıma normal zekâlı öğrencilerin denklem kurma yöntemi ile problem çözme eğilimlerinin daha fazla olduğunu göstermektedir.

Aşağıda mülakat yapılan üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin arkeolog probleminde uyguladıkları stratejiler ve başarı durumlarını gösteren bir tabloya yer verilmektedir.

Tablo 41. Mülakata katılan öğrencilerin arkeolog probleminde kullandıkları stratejiler ve başarı durumları

Öğrenci Grubu	Öğrenci Adı	1. Çözüm Yöntemi	2. Çözüm Yöntemi	3. Çözüm Yöntemi
Üstün Zekâlı Öğrenciler	**Ahmet**	Den-Kur/Başarılı	Şek-Çiz/Başarılı	---
	Ayşe	Den-Kur/Başarılı	Şek-Çiz/Başarılı	---
	Melike	Şek-Çiz/Başarılı	Den-Kur/Başarılı	---
	Mustafa	Den-Kur/Başarısız	---	---
	Yusuf	Den-Kur/Başarılı	Şek-Çiz/Başarılı	---
Normal Zekâlı Öğrenciler	**Ali**	Den-Kur/Başarısız	---	---
	Beyza	Den-Kur/Başarısız	---	---
	Gül	Den-Kur/Başarısız	Şek-Çiz/Başarısız	---
	Ece	Den-Kur/Başarılı	---	---
	Hasan	Den-Yan/ Başarısız	---	---

(**Şek-Çiz**: Şekil Çizme, **Den-Yan**: Deneme-yanılma, **Den-Kur**: Denklem Kurma, **---**: Yanıt Yok)

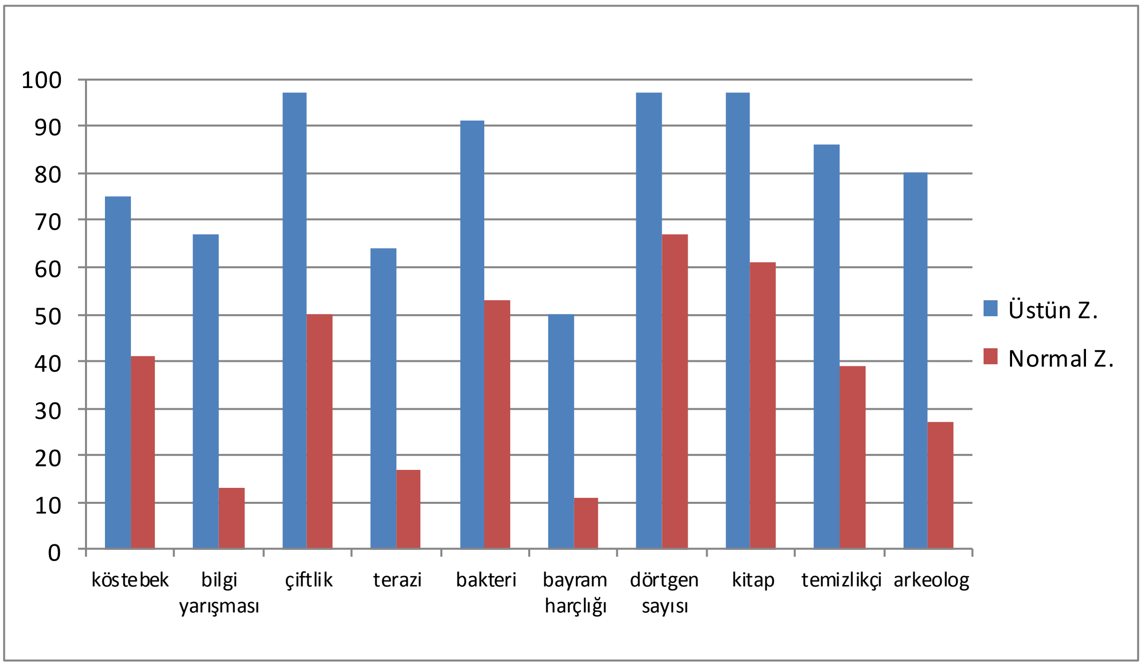
Tablo incelendiğinde üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin benzer stratejilerle çözüm ürettikleri fakat üstün zekâlı öğrencilerin normal zekâlı öğrencilere göre daha başarılı oldukları ve şekil çizme stratejisini daha etkili kullandıkları görülmektedir.

5. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

5.1. TARTIŞMA VE SONUÇ

Üstün zekâlı ve normal zekâlı ortaokul öğrencilerinin problem çözme yaklaşımları arasındaki farklılıklardan hareket ederek iki öğrenci grubu arasındaki bilişsel farklılıkların incelenmesini amaçlayan çalışmamızda 10 farklı rutin olmayan problemde öğrenci gruplarının sergilemiş oldukları performanslar karşılaştırılarak çeşitli çıkarımlarda bulunulmuştur. Araştırmanın ana ve alt problemlerine bu yolla açıklamalar üretilmiş ve raporlaştırılmıştır.

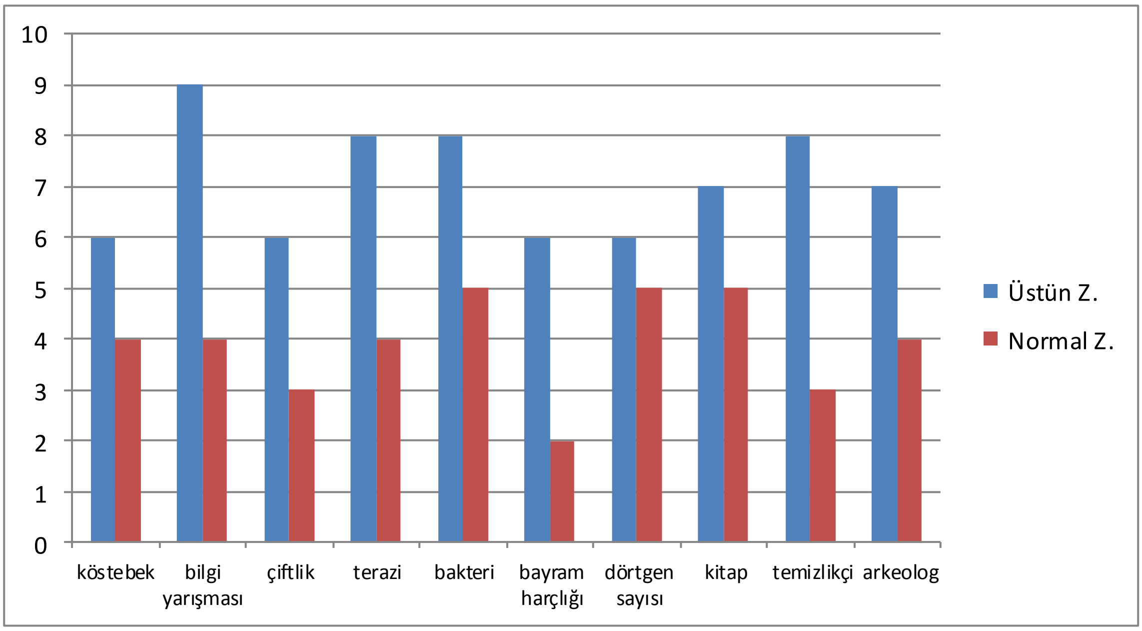
Aşağıda üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin problemlerdeki başarı düzeylerinin karşılaştırıldığı bir grafiğe yer verilmektedir.



Şekil 33. Üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin problemlerdeki başarı düzeyleri (%)

Şekilde verilen grafikte yatay eksen araştırmanın problemlerini, dikey eksen ise problemde doğru cevaba ulaşan öğrenci yüzdesini göstermektedir. Grafikte dikkat çeken en önemli nokta bütün problemlerde doğru sonuca ulaşan üstün zekâlı öğrenci yüzdesinin doğru sonuca ulaşan normal zekâlı öğrenci yüzdesinden daha fazla olmasıdır. Bu durumda üstün zekâlı öğrencilerin bütün problemlerde normal zekâlı öğrencilerden daha başarılı oldukları sonucu çıkarılabilir. Bu sonuç daha önce yapılmış birçok çalışmanın bulguları ile örtüşmektedir (Krutetskii, 1976; Renzulli, 1978; Wang, 1989; Heinze, 2005; Yazgan, 2007).

Problem çözme gücünün üstün zekâlılığı yordamada etkili olduğu iki öğrenci grubu arasındaki başarı düzeyleri arasındaki farktan anlaşılmaktadır. Chung (2001) tarafından yapılan çalışmanın bulguları da bu durumu desteklemektedir. Problem çözme gücü kavramı sadece problemde doğru sonuca ulaşma bağlamında değerlendirilemez. Farklı stratejilerle çözüm üretme yeteneği de problem çözme gücünü etkilemektedir. Aşağıda üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin kullandıkları farklı strateji sayılarını karşılaştıran bir grafiğe yer verilmektedir.

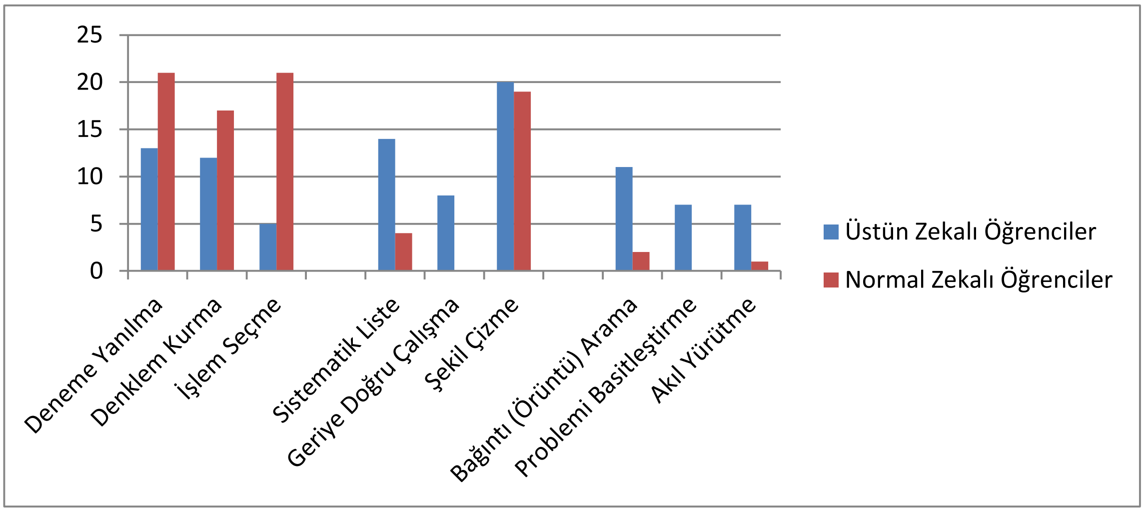


Şekil 34. Üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrenciler tarafından kullanılan strateji sayılarını gösteren grafik

Şekil incelendiğinde bütün problemler için üstün zekâlı öğrencilerin kullandığı strateji sayısı, normal zekâlı öğrencilerin kullandığı strateji sayısından daha fazladır. Araştırmada elde edilen bulgular üstün zekâlı öğrencilerin normal zekâlı öğrencilere göre bir problemi daha fazla yöntemle çözme gücüne sahip olduklarını göstermektedir. Bu sonuçlar daha önce yapılmış bazı çalışmaların bulgularını desteklemektedir (Benito, 1995; Yıldız vd., 2012).

Sharma (2013) tarafından matematiksel üstün zekâlılığı belirlemek için oluşturulmuş olan ölçütlerden bir tanesi matematiksel problemleri birden fazla yöntemle çözebilme yeteneğidir. Çalışmamızdan elde edilen bulgular Sharma'nın (2013) belirlediği tanılama ölçütlerinin etkililiğini desteklemektedir. Problemler için farklı çözüm stratejileri ile çözüm üretme yeteneği açısından üstün zekâlı öğrenciler, normal zekâlı öğrencilerden pozitif şekilde ayrışmışlardır. Bu durum bazı araştırmacılar (Krutetskii,1976; Renzulli, 1986; Jackson ve Klein, 1997) tarafından üstün zekâlı bireylerin özellikleri arasında gösterilen bir problemi birden fazla yöntemle çözme yeteneğinin normal zekâlı ve üstün zekâlı öğrencileri birbirinden ayıran temel farklılıklardan olduğu fikrini destekler niteliktedir. Aynı araştırmacıların üstün zekâlı bireylerin özellikleri içerisinde belirttiği esnek düşünme ve yaratıcı düşünme yetenekleri de farklı çözüm stratejilerinin geliştirilmesinde etkilidir.

Çözüm stratejilerinin çeşitliliği yanında uygulanan stratejilerin dağılımı ve düzeylerinin dağılımı da araştırmamızda incelenen verilerdendir. Aşağıda üstün ve normal zekâlı öğrencilerin çözme stratejilerini uygulama sayılarının denenen tüm stratejiler içerisindeki oranını içeren bir grafiğe yer verilmektedir.



Şekil 35. Üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin uyguladığı stratejilerin oranları (%)

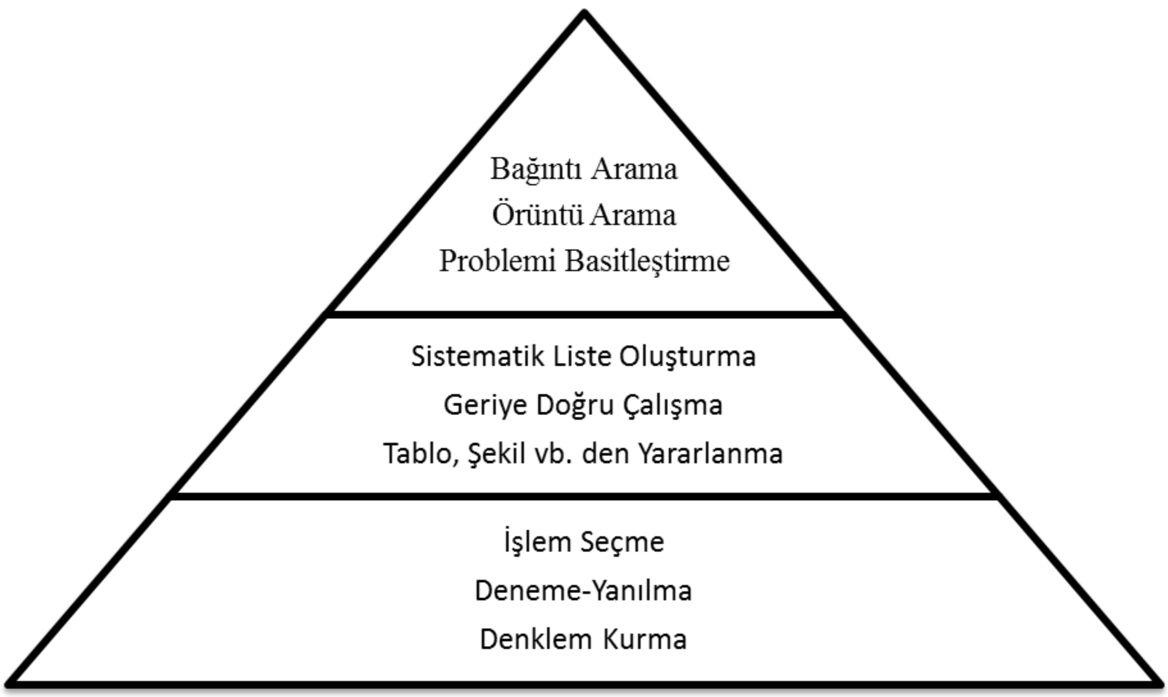
Şekil incelendiğinde üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin kullandıkları stratejilerin farklı şekilde dağıldığı dikkat çekmektedir. Normal zekâlı öğrenciler sadece deneme-yanılma, işlem seçme ve denklem kurma stratejilerini üstün zekâlı öğrencilere göre daha fazla oranda kullanmışlardır. Verilerin organizesini içeren stratejiler ile bir kural bulmaya yönelik olan tüm stratejileri ise üstün zekâlı öğrenciler normal zekâlı öğrencilere göre çok daha fazla oranda kullanmışlardır. Bu sonuçlar üstün zekâlı öğrencilerin bir problem çözümünde normal zekâlı öğrencilere göre daha çok çeşitli stratejiler sergilediklerini göstermektedir.

Üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin uyguladığı stratejilerin farklılaşması problem çözme stratejileri arasında bazı stratejilerin daha üst düzey zihinsel yetenekler gerektirdiği sonucunu ortaya koymaktadır. Örneğin akıl yürütme, bağıntı arama ve problemi basitleştirme stratejileri normal zekâlı öğrenciler tarafından çok az çözümde sergilenmiştir fakat üstün zekâlı öğrenciler bu stratejilere daha fazla çözümde yer vermiştir. Bu durum bu stratejilerin diğer stratejilere göre çok daha üst düzey zihinsel yetenekler gerektirdiğini göstermektedir.

Denklem kurma, işlem seçme ve deneme-yanılma stratejilerine problem çözümlerinde normal zekâlı öğrencilerin üstün zekâlı öğrencilere göre daha fazla oranda yer vermesi bu stratejilerin diğer stratejilere göre daha alt düzey zihinsel yetenekler gerektirdiğini ortaya koymaktadır.

Kullanım oranları göz önünde bulundurulduğunda, stratejiler arasında, bu stratejilerin gerektirdiği zihinsel beceri düzeyleri bakımından belirli bir hiyerarşi olduğu söylenebilir. Bütün bu stratejiler üç farklı zorluk düzeyine ayrılabilir. Araştırma kapsamında incelenen stratejiler arasında aşağıdaki piramitteki gibi bir hiyerarşi olduğu ‘Şekil 36’ dan anlaşılmaktadır.

Aşağıda problem çözme stratejilerinin gerektirdiği farklı zihinsel düzeyleri gösteren bir şekil verilmiştir.



Şekil 36. Problem çözme stratejilerinin gerektirdiği bilişsel düzeyler

Şekilden anlaşılacağı gibi piramitte yukarıya çıkıldıkça kullanılan stratejinin gerektiği bilişsel yetenek te artmaktadır. Fakat problem çözümlerinde kullanılma sıklıkları azalmaktadır. Şekildeki hiyerarşi dikkate alınarak problem çözme stratejileri aşağıdaki gibi sınıflandırılabilir.

Tablo 42. Problem çözme stratejilerinin sınıflandırılması

Strateji Sınıfı	**Strateji Adı**
Birinci Düzey Stratejiler	İşlem Seçme Deneme - Yanılma Denklem Kurma
İkinci Düzey Stratejiler	Sistematik Liste Oluşturma Geriye Doğru Çalışma Tablo, Şekil vb.'den Yararlanma
Üçüncü Düzey Stratejiler	Bağıntı Arama Örüntü Arama Problemi Basitleştirme Akıl Yürütme

En alt düzey zihinsel beceri gerektiren stratejiler olan birinci düzey stratejilerin normal zekâlı öğrencilerin kullandığı stratejilerin yarıdan fazlasını oluşturması araştırmada dikkat çeken bulgulardandır. Deneme-yanılma, işlem seçme ve denklem kurma gibi stratejilerin kullanılma oranlarında normal zekâlı öğrenciler üstün zekâlı öğrencileri geride bırakmıştır (bakınız, Şekil 35).

İkinci düzey stratejiler olan şekil çizme, sistematik liste ve geriye doğru çalışma gibi verilerin organizesini içeren stratejileri üstün zekâlı öğrencilerin normal zekâlı öğrencilere göre daha yüksek oranda kullandıkları grafikten çıkarılabilir (bakınız, Şekil 35).

Üçüncü düzey stratejiler göz önünde bulundurularak karşılaştırma yapılacak olursa normal zekâlı öğrencilerin bu stratejileri kullanma oranlarının neredeyse yok denecek kadar az olduğu dolayısıyla üstün zekâlı öğrencilerin üçüncü düzey stratejileri kullanma oranında da normal zekâlı öğrencileri geride bıraktıkları görülmektedir (bakınız, Şekil 35).

Bağıntı arama, problemi basitleştirme ve akıl yürütme stratejileri diğer bütün stratejiler içerisinde en üst düzey düşünme becerilerini gerektiren stratejilerdir. Bu yüzden üstün zekâlı öğrencilerin bu stratejileri kullanma oranında gösterdiği üstünlük onların üst düzey zihinsel becerilerinin normal zekâlı öğrencilere göre çok daha ileride olduğunu göstermektedir. Krutetskii (1976) tarafından matematiksel üstün yetenekli bireyin özellikleri arasında belirtilen matematiksel materyali genelleştirme, örüntü kullanma, mantıksal düşünme ve esnek düşünme yetenekleri üçüncü düzey stratejilerle yakından alakalıdır. Bu durumda üçüncü düzey stratejilerin kullanılma oranının üstün zekâlılığın bir göstergesi olduğu savunulabilir.

İkinci ve üçüncü düzey stratejilerin kullanılma oranları arasında pozitif bir ilişki olduğu dikkat çekmektedir. Çünkü ikinci düzey stratejileri normal zekâlı öğrencilere göre daha fazla oranda kullanan üstün zekâlı öğrencilerin üçüncü düzey stratejileri de daha fazla oranda kullanmış olmaları bu savı desteklemektedir. İkinci düzey stratejilerin problemde verilenler arasındaki ilişkiyi öğrencinin daha rahat ve organize biçimde görmesini sağlaması öğrencinin bağıntı ve örüntülere ulaşmasını kolaylaştırmakta ve bu sayede matematiksel materyalin genelleştirilmesi kolaylaşmaktadır.

Normal zekâlı öğrencilerin ürettiği yaklaşımların belirli stratejilere yoğunlaşması onların orijinal çözüm yöntemleri üretmelerini engellemiştir. Tabachneck, Koedinger ve Nathan (1994) tarafından önerilen kombine çözüm stratejileri açısından düşünüldüğünde üstün zekâlı öğrencilerin ürettiği orijinal çözümlerin genellikle farklı stratejilerin kombine edilmesi yoluyla oluşturulduğu dikkat çekmektedir (bakınız, Şekil 21, Şekil 26, Diyalog 9 ve Diyalog 11). Üstün zekâlı öğrenciler bazı stratejileri ana strateji olarak kullanırken bazı yaklaşımları da çözümlerini düzenlemek ve verileri ayırt etmek için kullanmışlardır (bakınız, Şekil 21 ve Diyalog 9). Orijinal çözümler üretebilme kabiliyeti yaratıcı düşünme kavramı ile yakından alakalı olduğundan bu çalışma kapsamında üstün zekâlı öğrencilerin daha yaratıcı düşünme kabiliyeti gösterdikleri savunulabilir. Bu sonuç Chung (2001) tarafından yapılan çalışmanın sonuçlarını desteklemektedir.

Çalışma kapsamında çalışılan normal zekâlı öğrencilerin yazılı sınav performansları ve mülakatlardaki beyanlarına göre Polya'nın (1990) belirttiği problem çözme aşamalarının bir kısmının normal zekâlı öğrenciler tarafından ihmal edildiği anlaşılmaktadır. Problemin anlaşılması aşamasına yeterince önem verilmediği ve bunun bir sonucu olarak problemin yapısına uygun olsun ya da olmasın denklem kurma ve işlem seçme gibi stratejilerin çözüm yöntemi olarak seçildiği bazı öğrencilerle yapılan mülakatlardan anlaşılmaktadır (bakınız, Diyalog 3 ve Diyalog 4). Aynı şekilde çözümün değerlendirilmesi aşaması da normal zekâlı öğrencilerin birçoğu tarafından ihmal edildiğinden (bakınız, Şekil 29, Diyalog 4 ve Diyalog 13) normal zekâlı öğrencilerin problemlerdeki başarı düzeyleri üstün zekâlı öğrencilerin gerisinde kalmıştır (bakınız, Şekil 33). Üstün zekâlı öğrencilerin ürettiği çözüm yaklaşımları Polya (1990) tarafından belirtilen problem çözme aşamaları bağlamında incelendiğinde üstün zekâlı öğrencilerin çözümlerinin Polya'nın (1990) belirttiği sürece daha uygun şekilde ilerlediği görülmektedir.

Araştırmada her bir problem için üç farklı çözüm yöntemi istenilmiştir. Bir öğrencinin ürettiği çözüm stratejilerinin birbirleriyle ilişkili olduğu ve üretilen stratejilerin diğer stratejilerin üretilmesini kolaylaştırdığı yazılı sınav ve mülakatlarda geçen bazı diyaloglardan anlaşılmaktadır (bakınız, Diyalog 10). Bu durum araştırmacı tarafından belirtilen problem çözme stratejileri arasında düzey farklılıkları ve hiyerarşi olduğu yönündeki iddiayı desteklemektedir (bakınız, Şekil 35, Şekil 36 ve Tablo 42).

Üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin stratejileri kullanma oranları göz önüne alındığında iki öğrenci grubunun sadece şekil çizme stratejisini hemen hemen aynı oranda kullandıkları dikkat çekmektedir (bakınız, Şekil 35). Örüntülerin genellenmesi sürecinde örüntülerin temsillerinin oluşturulması aşaması önemli bir yere sahiptir (Cañadas ve Castro, 2007). Şekil çizme stratejisi örüntü bulmaya yatkın olan problemler için model oluşturma adımını karşılamaktadır. İki öğrenci grubu şekil oluşturma stratejisini aynı oranda kullanmalarına rağmen üstün zekâlı öğrenciler daha ileri aşamalara geçerken normal zekâlı öğrenciler şekillerden örüntü elde edememişlerdir. Bazı üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerle yapılan mülakatlarda geçen diyaloglar bu sürecin bu şekilde geliştiğini göstermektedir (bakınız, Diyalog 3 ve Diyalog 11). Yine örüntülerin genelleştirilmesi sürecinde iki öğrenci grubunun farklı düzeylere kadar ulaşabilmeleri onların zihinsel gelişmişlik düzeyleri ile ilişkilidir.

Araştırmada üzerinde durulan bir diğer nokta öğrencilerin problemde uyguladıkları stratejileri izah ve ispat etme yetenekleri arasındaki farklılıklardır. Genel olarak bütün diyaloglardan elde edilen veriler üstün zekâlı öğrencilerin uyguladıkları stratejileri normal zekâlı öğrencilere göre daha bilinçli şekilde kurguladıklarını göstermektedir. Dolayısıyla yapılan çözümlerin izahı noktasında üstün zekâlı öğrenciler, normal zekâlı öğrencilerden pozitif şekilde ayrışmaktadırlar. Diyaloglara ek olarak öğrencilerin tümevarımsal düşünme yeteneklerini ve ispat kabiliyetlerini gözlemlemek için mülakatlar sırasında öğrencilere ek sorular sorularak genelleştirme ve soyutlama yeteneklerinin gözlenmesi amaçlanmıştır. Üstün zekâlı öğrenciler örüntülere normal zekâlı öğrencilere göre daha rahat ulaşmış, daha rahat ispatlar yapmış ve ispatlarını izahat anlamında daha başarılı olmuşlardır.

Sonuç olarak üstün zekâlı öğrencilerin normal zekâlı öğrencilere göre problem çözme başarılarının daha yüksek olduğu, normal zekâlı öğrencilere göre daha fazla sayıda strateji kullandıkları, daha fazla yöntemle soru çözme konusunda normal zekâlı öğrencilere göre daha istekli oldukları (bakınız, Diyalog 3 ve Diyalog 6) çalışmadan elde edilen verilerden anlaşılmaktadır.

Normal zekâlı öğrencilerin uyguladığı stratejiler genellikle en basit düzey olan denklem kurma, deneme-yanılma ve işlem seçme gibi stratejilerde yoğunlaşmaktadır. Bu durumun nedeni olarak zihinsel yetenek düzeyleri ve ön öğrenmelerin bağlayıcı etkisi gösterilebilir. Üstün zekâlı öğrencilerin uyguladığı stratejilerin farklı düzeylere dağıldığı ve normal zekâlı öğrencilerin aksine üstün zekâlı öğrencilerin daha üst düzey stratejilerin kullanımında daha başarılı oldukları çalışmada elde edilen verilerden anlaşılmaktadır.

Üstün zekâlı öğrencilerin örüntülere ulaşma, esnek düşünme, akıl yürütme ve soyutlama yetenekleri normal zekâlı öğrencilere göre daha yüksektir. Bu durum üstün zekâlı öğrencilerin üçüncü düzey stratejileri kullanma oranındaki üstünlüklerinden anlaşılmaktadır.

5.2. ÖNERİLER

Üstün zekâlı öğrenciler ile normal zekâlı öğrenciler arasındaki farklılıkların incelenmesi, zekâ ve zekânın işleyişi konusunda anlamlı fikirler üretilmesi ve eğitim süreçlerinin daha verimli hale getirilmesi açısından oldukça önemlidir.

Araştırmada üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrenciler arasında bir problemin çözümünde ortaya konan farklılık ve benzerliklerden hareket edilerek üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin temel zihinsel özellikleri konusunda fikirler geliştirilmeye çalışılmıştır. Araştırmanın bulguları iki öğrenci grubu arasında zihinsel ve duyuşsal olarak birçok farklılık olduğunu göstermektedir. Bu iki öğrenci grubu ülkemizde aynı eğitim ortamlarında eğitim gördüklerinden özellikle üstün zekâlı öğrenciler açısından dezavantajlı bir durum oluşmaktadır. Bu nedenden dolayı eğitim ortamları öğrencilerin zihinsel ve duyuşsal özellikleri göz önüne alınarak yapılandırılmalıdır.

Matematik eğitimi açısından düşünüldüğünde matematik öğretmenlerinin de üstün zekâlı öğrencilerin ihtiyaçlarına cevap verecek şekilde zenginleştirilmiş öğretim etkinliklerine yer vermeleri gerekmektedir. Rutin olmayan problemlerin matematik öğretiminde kullanılması bu noktada faydalı olabilir. Rutin olmayan problemler öğrencilerin zihinsel performanslarını rutin problemlere kıyasla çok daha etkin biçimde ortaya koymalarına yardım edebilir. Problem çözme matematik eğitiminde odak noktası olarak alınmalı ve dersler bu odak noktası çevresine şekillendirilmelidir. Problem çözme sürecinin ve problem çözme stratejilerinin öğretiminin önemi bütün matematik öğretmenleri tarafından içselleştirilmelidir.

Ülke genelinde bir üst öğrenime öğrenci seçimi için gerçekleştirilen, liselere ve üniversitelere öğrenci yerleştirmeye yönelik yapılan sınavlarda sorulan soruların rutin test soruları olması, öğrenciler ve öğretmenlerin rutin olmayan problemlere karşı ilgisini ve inancını azaltmaktadır. Sınav sistemi bir konuda nitelikli soru çözümü yerine çok sayıda ve olabildiğince hızlı soru çözmeyi önemli hale getirdiğinden problem çözme sürecinden beklenen asıl kazanımlar bir kenara bırakılmakta ve sınav sistemine uygun olan rutin problemlerin hızlı şekilde çözülmesi ön plana çıkarılmaktadır. Bu nedenle sınav sisteminin yeniden yapılandırılması ve problem çözmenin bir sonuç değil bir süreç olduğunun anlaşılması gerekmektedir.

Öğretmenler sadece denklem kurma yöntemi ile problem çözmek yerine farklı çözüm yöntemleriyle soru çözmeli ve öğrencileri de bu konuda teşvik etmelidir. Problem çözme ve problem kurma konusunda daha fazla etkinlik yapılmalı ve dersler bu amaca hizmet edecek şekilde yeniden düzenlenmelidir.

Ülkemizde üstün zekâlı öğrencilerin eğitimi için öğretmen yetiştiren bölümler var olmakla birlikte üstün zekâlı öğrenciler normal zekâlı öğrencilerle birlikte eğitim gördüklerinden üstün zekâlıların eğitimi konusunda eğitim almamış öğretmenlerce eğitim öğretim süreci yürütülmektedir. Matematik öğretmenlerini yetiştiren bölümlerin müfredatlarına üstün zekâlıların eğitimi ile ilgili dersler eklenmeli ve tüm öğretmenlerin bu konuda daha iyi yetiştirilmesi sağlanmalıdır.

Ülkemizde üstün zekâlı öğrencilerin eğitimi için açılmış olan bilim ve sanat merkezlerinde verilen tamamlayıcı eğitim konusundaki eksiklikler giderilmeli. Bilim ve sanat merkezleri, personel ve diğer imkânlar açısından zenginleştirilmelidir.

Çalışmanın çalışma grubunu oluşturan öğrenciler ortaokul öğrencileridir. Farklı öğretim düzeyindeki bireylerin problem çözme yaklaşımlarının incelenmesi daha genellenebilir sonuçlar elde edilmesine katkı sağlayabilir.

KAYNAKÇA

1. Akkan, Y. ve Ü. Çakıroğlu. (2012). "Doğrusal ve İkinci Dereceden Örüntüleri Genelleştirme Stratejileri: 6-8. Sınıf Öğrencilerinin Karşılaştırılması Generalization Strategies of Linear and Quadratic Pattern: A Comparison of 6th-8th Grade Students". *Education and Science,* 37(165), 104-120

2. Altun, M. (2005). *Eğitim Fakülteleri ve İlköğretim Matematik Öğretmenleri İçin Matematik Öğretimi*. Bursa: Aktüel Yayınları.

3. Altun, M. (2006). "Matematik Öğretiminde Gelişmeler". *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *19*(2), 223-238.

4. Altun, M. ve Ç. Arslan. (2006). "İlköğretim Öğrencilerinin Problem Çözme Stratejilerini Öğrenmeleri Üzerine Bir Çalışma", *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19 (1), 1-21.

5. Altun, M. (2010). *İlköğretim İkinci Kademede Matematik Öğretimi*. İstanbul: Alfa Yayınları.

6. Arıkan, R. (2005). *Araştırma Teknikleri ve Rapor Hazırlama*. Ankara: Asil Yayın.

7. Ataman, A. (1998). *Özel Eğitim*. Eskişehir: Anadolu Üniversitesi Yayınları

8. Ataman, A. (2004). Üstün zekâlı ve üstün özel yetenekli çocuklar, M. R. Şirin, A. Kulaksızoğlu ve A. E. Bilgili (Ed.) *Üstün yetenekli çocuklar seçilmiş makaleler kitabı* içinde (ss. 155-168). İstanbul: Çocuk Vakfı Yayıncılık.

9. Balka, D. S. (1974). "Creative Ability in Mathematics". *The Arithmetic Teacher, 21*(7), 633-636.

10. Bayazit, İ. ve Y. Aksoy. (2009). Matematiksel problemlerin öğrenimi ve öğretimi. E. Bingölbali ve F. Özmantar (Ed.), *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri* içinde (ss. 287-312). Ankara: Pegem Akademi

11. Baykul, Y. ve P. Aşkar. (1987). *Problem ve Problem Çözme, Matematik Öğretimi.* Ankara: Açıköğretim Fakültesi Yayınları.

12. Baykul, Y. (2002). *İlköğretimde Matematik Öğretimi*. Ankara: PegemA Yayıncılık

13. Benito, Y. (1995). "Gifted Children's Induction of Strategies: Metacognitive and Cognitive Strategies to Solve Maths and Conversion Problems, 11 th World Conference on Gifted and Talented Children", *World Council*, University of Hong Kong.

14. Binbaşıoğlu, C. (1995). *Eğitim Psikolojisi*. Ankara: Binbaşıoğlu Yayınları.

15. Bingham, A. (1998). *Çocuklarda Problem Çözme Yeteneklerinin Geliştirilmesi.* (Çev. A. Ferhan Oğuzkan) İstanbul: MEB Yayınları.

16. Blum, W. and Niss, M. (1989). Mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects state, trends and issues in mathematics instruction. M. Niss, W. Blum ve I. Huntley (Ed.). *Modelling applications and applied problem solving* içinde. (ss.1-19). England: Halsted Pres.

17. Boran, A. İ. ve R. Aslaner. (2008). "Bilim ve Sanat Merkezlerinde Matematik Öğretiminde Probleme Dayalı Öğrenme", *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 9(15), 15-32.

18. Budak, İ. (2008). "Matematikte Üstün Yetenekli Öğrenci Eğitimi ve Sosyal Beklentiler", *Journal of Qafqaz University,* 24, 250-257

19. Büyüköztürk, Ş. (2010). *Sosyal Bilimler İçin Veri Analizi El Kitabı*. Ankara: Pegem Akademi Yayınları.

20. Cañadas, M. C. and E. Castro. (2007). "A Proposal of Categorisation for Analysing Inductive Reasoning". *PNA,1* (2), 67-78.

21. Chapman, O. (2002). "Teaching Word Problems: What High School Teachers Value". *Proceeding of the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group the Psycology of Matematics Education*, October, 2002, Volume 1-4. 26-29

22. Charles, R. and F. Lester. (1982). *Teaching Problem Solving - What, Why, and How*. Palo Alto, CA: Dale Seymour Publications

23. Charles, R., Lester, F., and P. O'Daffer. (1992). *How to Evaluate Progress in Problem Solving*. Reston, VA: NCTM.

24. Cheng, P. C. (2004). Why diagrams are (sometimes) six times easier than words: benefits beyond locational indexing. A. Blackwell vd. (Eds.) *Diagrammatic Representation and Inference* içinde (ss. 242-254). Berlin: Springer Berlin Heidelberg.

25. Chung, Y. S. (2001). *The Development of Problem-Solving Activities That Can Be Used to Screen for Potentially Gifted Children*. Texas A&M University. Yayımlanmamış Doktora tezi. Texas.

26. Çamurlu, A. (2001). "Üstün veya Özel Yetenekli Çocuklar ve Bilim ve Sanat Merkezleri". *Bilim ve Aklın Aydınlığında Eğitim*, *12*, 4-5.

27. Dönmez, A. (2010), "Matematikte ilginç sayılar", *Anadolu Bil Meslek Yüksekokulu Dergisi*, 20(2010), 4-11

28. Enç, M. (2005). *Üstün Beyin Gücü*. Ankara: Gündüz Yayıncılık.

29. English, L. D. (2007). "Children's Strategies for Solving Two and Three Dimensional Combinatorial Problems". *Journal for Research in Mathematics Education*, 24, 255-273

30. Folmer, R. (2000). *Reading, Mathematics and Problem Solving: The Effects of Direct Instruction in The Development of Fourth Grade Students' Strategic Reading and Problem Solving Approaches to Textbased, Nonroutine Mathematics Problems,* Yayımlanmamış Doktora Tezi, University of Widener, Chester PA

31. Fortunato, I., D. Hect, C. K. Title, and L. Alverez. (1992). "Metacognition and Problem Solving". *Aritmetic Teacher*, 39 (4), 45-47

32. Fraenkel, J. R. and N.E. Wallen. (2006). *How to Design and Evaluate Research in Education*. New York: McGraw-Hill.

33. Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer

34. Gardner, H. (1993). *Frames of Mind*. London: Fontana Press.

35. Greenes, C. (1981). "Identifying The Gifted Student in Mathematics". *Arithmetic Teacher*, 28(6), 14-17.

36. Gorodetsky, M. and R. Klavir. (2003). "What Can We Learn from How Gifted/Average Pupils Describe Their Processes of Problem Solving". *Learning and Instruction*, 13, 305-325.

37. Halmos, P. (1980). "The Heart of Mathematics". *American Mathematical Monthly*, 87, 519-524.

38. Haylock, D. W. (1987). “Mathematical Creativity in School Children”. *The Journal of Creative Behavior, 21*(1), 48–59.

39. Heddens, J. W. and W. R. Speer (1997). *Today’s Mathematics. Part 1: Concepts and ,Classroom Methods.* New Jersey: Prentice-Hall Inc.

40. Heinze, A. (2005). “Differences in Problem Solving Strategies of Mathematically Gifted and Non-Gifted Elementary Students”. *International Education Journal, 6*(2), 175-183.

41. Jackson, N. E. and E. J. Klein, (1997). Gifted performance in young children. N. Colangelo and G. Davis (ed). *Handbook of gifted education* içinde (ss. , 460-474). Boston MA: Allyn&Bacon.

42. Kapur, J. N. (1990). Some thoughts on creativity in mathematics education. J.N. Kapur (Ed.), *Fascinating world of mathematical sciences* içinde (ss. 131–138). New Delhi: Mathematical Sciences Trust Society.

43. Karabulut, R. (2010). *Türkiye’de Üstün Yetenekliler Eğitiminin Tarihi Süreci*, Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi: Bolu

44. Karasar, N. (2012). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.

45. Kilpatrick, J. (1987). “George Polya's Influence on Mathematics Education”. *Mathematics Magazine*, 299-300.

46. Krulick S. ve J.A. Rudnick (1987). *Problem Solving: A Handbook for Teachers.* (2nd ed.). Boston: Allyn and Bacon

47. Krutetskii, V. A. (1976). *The Psychology of Mathematical Abilities in Schoolchildren*. University of Chicago Press.

48. Kurt, E. (2008). *Raven Spm Plus Testi 5.5-6.5 Yaş Geçerlik, Güvenirlik, Ön Norm Çalışmalarına Göre Üstün Zekâlı Olan ve Olmayan İlköğretim Öğrencilerinin Erken Matematik Yeteneklerinin Karşılaştırılması*. İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü .Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. İstanbul.

49. Larkin, J. H. and H. A. Simon (1987). "Why A Diagram is (Sometimes) Worth Ten Thousand Words". *Cognitive Science,* 11, 65-99.

50. Lesh, R., and G. Harel, (2003). "Problem Solving, Modelling and Conceptual Development". *Mathematical Thinking and Learning, 5* (2), 157-189

51. Maker, J. (2003). New directions in enrichment and Acceleration N Colangelo,.ve G. Davis (Ed.). Handbook of gifted education içinde (ss. 163-173). Boston: Allyn and Bacon.

52. Marland, S. P. (1972). *Education of the Gifted and Talented. Report to the Congress of the United States by the U.S. Commissioner of Education.* Washington, DC. U.S. Government Printing Office

53. Mayer, R. (1985). Implications of cognitive psychology for instruction in mathematical problem solving. E. A. Silver (Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: mulitiple research perspectives* içinde (ss. 123-138). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

54. Mayer, R. (2003). "The Promise of Multimedia Learning: Using the Same Instructional Design Methods across Different Media". *Learning and Instruction,* 13, 125-139.

55. Mcmillan, J. H. (2000*). Educational Research. Fundamentals for the Consumer*. New York: Longman

56. MEB. (1991), *1. Özel Eğitim Konseyi*, Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları.

57. MEB. (2005). *İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı ve Kılavuzu (6-8.. Sınıflar)* Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü

58. MEB. (2009). *Mesleki Eğitim ve Öğretim Sisteminin Güçlendirilmesi Projesi, Çocuk Gelişimi ve Eğitimi, Üstün Zekâ ve Özel Yetenekli Çocuklar*. Ankara: T.C. Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları

59. Miles M. and M. Huberman. (1994). *An Expanded Sourcebook Qualitative Data Analysis.* California: Sage Publications.

60. Montegue, M. (1992) "The Effect Of Cognitive And Metacognitive Strategy Instruction On the Mathematical Problem Solving of Middle School Students With Learning Disabilities". *Journal of Learning Disabilities*, 25 (4), 230–248.

61. NCTM (National Council of Teachers of Mathematics), (1980). *An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics of the 1980* . Reston, Virginia.

62. NCTM (National Council of Teachers of Mathematics). (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, Virginia

63. Orton, A. ve G. Wain, (1994). Problems, investigations and an investigative approach. , A. Orton ve G. Wain (Ed.), *Issues in teaching mathematics içinde* (ss. 150-173). London: Cassel

64. Pativisan, S. (2006). *Mathematical Problem Solving Processes of Thai Gifted Students*. Oregon State University. Yayımlanmış doktora tezi. Oregon

65. Polya, G. *(1990). How to Solve it?.* (Çev. Feryal Halatçı, 1997). İstanbul: Sistem Yayınları

66. Prouse, H. L. (1967). "Creativity in Mathematics". *The Mathematics Teacher, 60,* 876–879.

67. Renzulli, J. S. (1977). *The Enrichment triad Model: A Guide For Developing Defensible Programs for the Gifted and alented*. Mansfield Center, CT: Creative Learning Press.

68. Renzulli, J. S. (1978). “What Makes Giftedness? Reexamining a Definition”. *Phi Delta Kappan*, 60 (3), 180-184, 261

69. Reusser, K. and R. Stebler, (1997). “Every Word Problem Has a Solution: The Social Rationality of Mathematical Modeling In Schools”. *Learning and Instruction*, 7(4), 309-327.

70. Richert, E. S. (1987). “Rampant Problems and Promising Practices in the Identification of Disadvantaged Gifted Studens”. *Gifted Child Quarterly*, 31, 4, 149-154.

71. Saygılı, G. ve R. Atahan (2014). “Üstün Zekâlı Çocukların Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Becerilerinin Çeşitli Değişkenler Bakımından İncelenmesi”. *SDÜ Fen Edebiyat Fakültesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 31, 181-192.

72. Sharma, Y. (2013). “Mathematical Giftedness: A Creative Scenario”. *The Australian Mathematics Teacher, 69*(1), 15-24.

73. Schoenfeld A. H. (1985) , *Mathematical Problem Solving*, Orlando: Academic Press

74. Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. D. Grouws (Ed.), *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* içinde.(ss. 334-370) New York: MacMillan.

75. Sheffield, L. J. (1999). *Definition and Identification of Mathematical Promising, Developing Mathematicaly Promising Student.*, Reston, Virginia: NCTM inc.

76. Sheffield, L. J. (2009). Developing mathematical creativity questions may be the answer. R. Leikin, A. Berman, and B. Koichu (Ed.), *Creativity in mathematics and the education of gifted students* içinde (ss. 87-100). Rotterdam: Sense Publishers.

77. Siegler, R. S. (1996). *Emerging Minds: The Process of Change in Children's Thinking.* New York: Oxford University Press.

78. Silver, E. A., Ghousseini, H., Gosen, D., Charalambous, C. and B. Strawhun (2005). "Moving from Rhetoric to Praxis: Issues Faced by Teachers in Having Students Consider Multiple Solutions for Problems in the Mathematics Classroom". *Journal of Mathematical Behavior*, 24, 287-301

79. Silverman, L. (2002), *Upside-Down Brilliance,* Denver, CO, USA: De Leon Publishing Inc.

80. Sriraman, B. (2003). "Mathematical Giftedness, Problem Solving, and The Ability to Formulate Generalizations: The Problem-Solving Experiences of Four Gifted Students". *Prufrock Journal*, *14*(3), 151-165.

81. Stanic, G. and J. Kilpatrick, (1989). Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. R. Charles and E. Silver (Ed.), *The teaching and assessing of mathematical problem solving* içinde (ss. 1-22). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

82. Steiner, H. H. (2006). "A Microgenetic Analysis of Strategic Variability in Gifted and Average-ability Children". *Gifted Child Quarterly*, 50(1), 62–74.

83. Sternberg, R. J. (1986). A triarchic theory of intellectual giftedness. R. J. Sternberg, and J. E. Davidson (Eds.), *Conceptions of giftedness* içinde, (ss. 223-243). Cambridge, MA: Cambridge University Press.

84. Swanson, H. L. (1992). “The Relationship between Metacognition and Problem Solving in Gifted Children”. *Roeper Review, 15*(1), 43-48.

85. Swings, S. and P. Peterson, (1988). “Eleborative and Integrative Thought Processes in Mathematics Learning”. *Journal of Educational Psychology*, 80(1), 54-66.

86. Şimşek H. ve A. Yıldırım, (2000). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri.* Ankara: Seçkin Yayınevi

87. Tabachneck, H. J. M., Koedinger, K. R., & Nathan, M. J. (1994). Toward A Theoretical Account of Strategy Use and Sense-Making in Mathematics Problem Solving. *Proceedings of the Sixteenth Annual Conference of the Cognitive Science Society*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

88. Tannenbaum, A. J. (2003). Nature and nurture of giftedness. N Colangelo and G. Davis (Ed.) , *Handbook of gifted education* içinde (s.s. 45-59). Boston: Allyn and Bacon

89. TÜBİTAK, (2011), 16. İlköğretim Matematik Olimpiyatı soruları, Ankara http://www.tubitak.gov.tr/tr/olimpiyatlar/io-matematik-olimpiyatlari/icerik-ilkogretim-matematik-olimpiyati-sorulari adresinden 17.01.2013 tarihinde alınmıştır.

90. Tertemiz, N. I. ve M. Çakmak, (2004). *Problem Çözme*. Ankara: Gündüz Eğitim ve Yayıncılık

91. Therfall, J. and M. Hargreaves, (2008). “The Problem-Solving Methods of Mathematically Gifted and Older Average-Attaining Students”. *High Ability Studies*, 19(1), 83–98.

92. Tjoe, H. H. (2011). *Which Approaches Do Students Prefer? Analyzing the Mathematical Problem Solving Behavior of Mathematically Gifted Students.* Columbia Üniversitesi. Yayımlanmamış doktora tezi. New York

93. Uesaka, Y. , E. Manalo and S. Ichikawa, (2007). “What Kinds of Perceptions and Daily Learning Behaviors Promote Students’ Use of Diagrams in Mathematics Problem Solving”. *Learning and Instruction*, 17, 322-335.

94. Wang, J. T. (1989). *A Comparative Study of Metacognitive Behaviors in Mathematical Problem Solving Between Gifted and Average Sixth Grade Students in Taiwan and The Republic of China*., University of Northern Colorado, Division of Special Education, Yayımlanmamış Doktora tezi. Colarado

95. Webb, N. ve D. Briars (1990). Assessment in mathematics classroom, K-8. T. J. Cooney (Ed.), *Teaching and learning mathematics in the 1990s: 1990 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics* içinde (ss.108-117). Reston, VA: NCTM.

96. Xin, Z. , C. Lin, L. Zhang and R. Yan. (2007). “The Performance of Chinese Primary School Students on Realistic Arithmetic Word Problems”. *Educational Psychology in Practice* , 23, 145–159.

97. Van De Walle J. A. (1980) *Elementary School Mathematics (Teaching Developmentally)*. New York & London: Longman.

98. Verschaffel, L., De Corte, E., and S. Lasure, (1994). “Realistic Considerations in Mathematical Modelling of School Arithmetic Word Problems”. *Learning and Instruction*, *4*, 273-294.

99. Voskoglou, M. G. (2008). “Problem-Solving in Mathematics Education: Recent Trends and Development”. *Quaderni di Ricerca in Didattica (Scienze Mathematiche)*, 18, 22-28.

100. Yavuzer, H. (2005). *Çocuğu Tanımak ve Anlamak*. İstanbul: Remzi Kitabevi.

101. Yazgan, Y. (2007). "Observations About Fourth and Fifth Grade Students' Strategies to Solve Non-Routine Problems". *Elementary Education Online*, *6*(2), 249-263

102. Yıldırım, C. (2000). *Matematiksel Düşünme*. İstanbul: Remzi Kitabevi.

103. Yıldız, A. , S. Baltacı, Y. Kurak ve B. Güven. (2012). "Üstün Yetenekli ve Üstün Yetenekli Olmayan 8. Sınıf Öğrencilerinin Problem Çözme Stratejilerini Kullanma Durumlarının İncelenmesi". *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 25(1), 123-143

104. Yıldızlar, M. (2001). *Matematik Problemlerini Çözebilme Yöntemleri*. Ankara: Eylül Kitap ve Yayınevi.

EKLER

Ek 1. Veri Toplama Aracı

Değerli katılımcı:

Bu problem testi Erciyes Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü bünyesinde hazırlanmakta olan bir araştırma çalışmasında kullanılmak üzere hazırlanmıştır. Bilimsel etik gereği araştırma sonuçları sadece akademik amaçlarla kullanılacak ve kişisel bilgilerin gizli tutulması konusunda gerekli özen gösterilecektir. Araştırmadan elde edilecek veri ve bulguların sağlığı için sizlere yöneltilen sorulara ciddiyetle yaklaşmanız ve her bir problem için yapabildiğiniz tüm alternatif çözümleri sunmanız bizim için önem arz etmektedir.

Çalışmaya vermiş olduğunuz katkı için teşekkür eder başarılar dileriz.

Nihat KOÇYİĞİT

Matematik Öğretmeni

Lütfen aşağıda verilen bilgileri doldurduktan sonra verilen problemleri 1 ders saati içerisinde olabildiğince çok farklı biçimde çözünüz.

AD:

SOYAD:

SINIF:

OKUL:

SORU 1(KÖSTEBEK)

Bir köstebek kendisine 7 farklı çıkışın olduğu bir yuva hazırlamıştır. Her bir çıkışı birbirine bağlayan diğerlerinden bağımsız sadece bir adet tünel bulunduğuna göre köstebeğin kaç tünel kazdığını bulunuz?

1. Çözüm yöntemi

2. Çözüm yöntemi

3. Çözüm yöntemi

SORU 2 (BİLGİ YARIŞMASI)

Her 3 doğru cevap için fazladan bir soru hakkının kazanıldığı bir bilgi yarışmasında her soru 10 puan değerindedir. Yarışma sonunda bütün soruları doğru cevaplayan bir yarışmacı 400 puan kazandığına göre bu yarışmacı ekstra kaç soru kazanmıştır bulunuz?

1. Çözüm yöntemi

2. Çözüm yöntemi

3. Çözüm yöntemi

SORU 3 (ÇİFTLİK)

Bir çiftlikte sadece tavuk ve keçiler bulunmaktadır. Çiftlikteki hayvanların ayakları sayısı toplamı 96, kafaları sayısı toplamı ise 34 tür. Buna göre bu çiftlikte kaç tane keçi olduğunu bulunuz.

1. Çözüm yöntemi

2. Çözüm yöntemi

3. Çözüm yöntemi

SORU 4 (TERAZİ PROBLEMİ)

Bir manav meyvelerin ağırlığını ölçmek için iki kefeli terazi kullanmaktadır. Manavın elinde sadece 1kg, 3kg ve 5kg lık ağırlıklar vardır. Müşteri manavdan 2 kg meyve istediğinde manav kefelerden birine 1kg lık ağırlığı ve meyveyi diğer kefeye ise 3 kg lık ağırlığı koymakta ve bu sayede ölçmektedir. Buna göre bu manav elindeki ağırlıkları kullanarak kaç farklı ağırlıkta meyve ölçebilir bulunuz.

1. Çözüm yöntemi

2. Çözüm yöntemi

3. Çözüm yöntemi

SORU 5 (BAKTERİ)

Bölünerek çoğalan bir bakteri bir ortamda 3 saatte bir bölünmektedir. Bölünme sonucu 2 bakteri oluşmaktadır. Oluşan 2 bakteride yine 3 saat sonra bölünebilmektedir. Bu şekilde 24 saat sonra ortamda kaç adet bakteri oluşacağını bulunuz.

1. Çözüm yöntemi

2. Çözüm yöntemi

3. Çözüm yöntemi

SORU 6 (BAYRAM HARÇLIĞI)

Bir baba farklı yaştaki 5 çocuğuna sırasıyla 5, 10, 15, 20 ve 25 TL harçlık vermiştir. Çocuklar da babalarına özenerek bir oyun oynamaya karar verirler. İlk olarak bir çocuğun elindeki paranın bir kısmını diğer kardeşlerine eşit olarak dağıtmasıyla oyun başlar. Her bir turda bir çocuk elindeki harçlığın bir kısmını tüm kardeşlerine eşit olarak dağıtmıştır. Buna göre çocuklar herkesin elinde eşit para olması için bu oyunu kaç tur oynamalıdır?

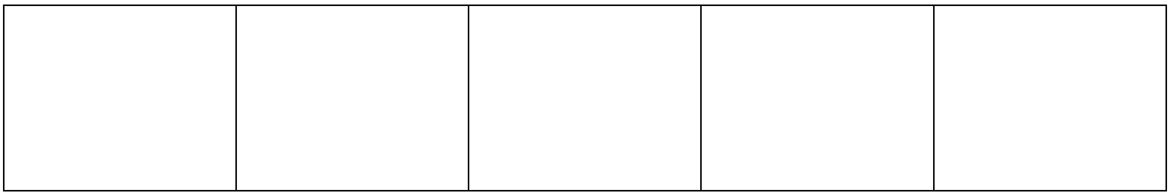
1. Çözüm yöntemi

2. Çözüm yöntemi

3. Çözüm yöntemi

SORU 7 (DÖRTGEN SAYISI)

Ali kibrit çöplerini birleştirerek şekildeki gibi bir dörtgen oluşturmuştur. Buna göre bu şekilde kaç farklı dörtgen olduğunu bulunuz.



1. Çözüm yöntemi

2. Çözüm yöntemi

3. Çözüm yöntemi

SORU 8 (KİTAP)

Ali her gün önceki günlerde okuduğu toplam sayfa sayısı kadar sayfa okuyarak bir kitabı 8 günde bitiriyor. Buna göre kitabın yarısını okuması kaç gün sürmüştür? Bulunuz.

1. Çözüm yöntemi

2. Çözüm yöntemi

3. Çözüm yöntemi

SORU 9 (TEMİZLİKÇİ)

Dış yüzeyi camlarla kaplı bir binanın temizliği için binanın dış cephesine bir asansör sistemi kurulmuştur. 15 katlı binanın 3. katından işe başlayan temizlik işçisi asansörün bozulduğunu fark etmiştir. Temizlik işçisi yukarı çıkmak istediğinde asansör 2 kat çıkmakta, aşağı inmek istediğinde ise asansör 5 kat inmektedir. Eğer çıkılacak ya da inilecek kadar kat kalmamışsa asansör ilerlememektedir. Buna göre işçi hangi katları temizleyemez? Bulunuz.

1. Çözüm yöntemi

2. Çözüm yöntemi

3. Çözüm yöntemi

SORU 10 (ARKEOLOG)

Ünlü bir arkeolog olduğunuzu hayal edin. Bir kral mezarını incelerken mezar taşında kralla ilgili şu bilgiler olduğunu görüyorsunuz:

Hayatının ilk 6 da 1 i çocukluğuydu.
Çocukluğundan 19 yıl sonra evlendi.
Evlendikten 5 yıl sonra oğlu doğdu.
Oğlu onun yarısı kadar zaman yaşadı.
Oğlundan 4 yıl sonra vefat etti.

Buna göre kralın ne kadar yaşadığını bulabilir misiniz?

1. Çözüm yöntemi

2. Çözüm yöntemi

3. Çözüm yöntemi

Ek 2. Kayseri İl Milli Eğitim Müdürlüğünden Alınan İzinler

T.C.
ERCİYES ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
Öğrenci İşleri Daire Başkanlığı

Sayı :14065294-044/1868 11/12/2013
Konu :Anketler

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

İlgi : a) 11/11/2013 tarihli ve 302-08-01-863sayılı yazınız.
b) Kayseri Valiliği İl Milli Eğitim Müdürlüğü'nün 06/12/2013 tarihli ve 605-3709811 sayılı yazısı.

Kayseri Valiliği İl Milli Eğitim Müdürlüğü'nden alınan ilgi (b) yazıda; Enstitünüz İlköğretim Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı Yüksek Lisans programı öğrencilerinden Nihat KOÇYİĞİT'in "Üstün Zekalı ve Normal Zekalı Ortaokul Öğrencilerinin Problem Çözme Yaklaşımlarının Karşılaştırmalı Olarak İncelenmesi" konulu yüksek lisans tez çalışmasını Kayseri İl Milli Eğitim Müdürlüğüne bağlı Boydak Ortaokulu, Kılıçaslan Eğitim Kurumları, Çetin Şen Bilim ve Sanat Merkezi ve Refika Küçükçalık Ortaokulu'nda yapmasında bir sakıncanın olmadığı Anket Değerlendirme Komisyonu tarafından tespit edildiği ve eğitim-öğretimi aksatmadan Okul Müdürünün gözetimi ve sorumluluğunda yapması, araştırma sonucundan Okul Müdürlüğünün İl Milli Eğitim Müdürlüğüne bilgi vermesi kaydıyla uygun görüldüğü bildirilmektedir.

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

H. Yetim

Prof.Dr. Hasan YETİM
Rektör Yardımcısı

EK :
1- İlgi (b) yazı ve ekleri (2 Sayfa)

İlgiye bilgilendirilir
C. Koçak
16.12.2013

Erciyes Üniversitesi Talas Yolu Melikgazi 38039 KAYSERİ Ayrıntılı bilgi için irtibat: Bekir Yılmaz
Telefon: +90 352 437 49 47 Faks: +90 352 437 20 23
E-Posta: ogridbsk@erciyes.edu.tr Elektronik Ağ: http://ogrisl.erciyes.edu.tr

T.C.
KAYSERİ VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 94025929/605/3660918 03/12/2013
Konu: Anket İzni

VALİLİK MAKAMINA

İlgi : Bakanlığımız Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü'nün 07/03/2012 tarihli ve 3616 sayılı (2012/13 Genelge) emirleri.

Erciyes Üniversitesi Eğitim Bilimleri Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı yüksek lisans Programı Öğrencisi Nihat KOÇYİĞİT'in Melikgazi İlçesi Mustafa Müjgan Boydak Ortaokulu, Kocasinan İlçesi Refika Küçükçalık Ortaokulu, Kılıçaslan Eğitim Kurumları ve Çetin Şen Bilim ve Sanat Merkezi öğrencilere yönelik "Üstün Zekalı ve Normal Zekalı Ortaokul Öğrencilerinin Problem Çözme Yaklaşımlarının Karşılaştırmalı olarak İncelenmesi" konulu yüksek lisans çalışma yapması isteği ile ilgili Erciyes Üniversitesi Öğrenci İşleri Daire Başkanlığı'nın 18/11/2013 tarih ve 1321 sayılı yazıları ilişikte sunulmuştur.

Erciyes Üniversitesi Eğitim Bilimleri Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı yüksek lisans Programı Öğrencisi Nihat KOÇYİĞİT'in Melikgazi İlçesi Mustafa Müjgan Boydak Ortaokulu, Kocasinan İlçesi Refika Küçükçalık Ortaokulu, Kılıçaslan Eğitim Kurumları ve Çetin Şen Bilim ve Sanat Merkezi öğrencilere yönelik "Üstün Zekalı ve Normal Zekalı Ortaokul Öğrencilerinin Problem Çözme Yaklaşımlarının Karşılaştırmalı olarak İncelenmesi" konulu çalışma yapmasında bir sakıncanın olmadığı Anket Değerlendirme Komisyonu tarafından tespit edilmiş olup, eğitim-öğretimi aksatmadan Okul Müdürünün gözetiminde ve sorumluluğunda araştırmanın yapılması, Okul Müdürlüğü tarafından araştırma sonucunun Müdürlüğümüze gönderilmesi kaydıyla uygun görülmektedir.

Makamınızca da uygun görüldüğü takdirde, olurlarınıza arz ederim.

Bilal YILMAZ
İl Milli Eğitim Müdürü

OLUR
03/12/2013
Mehmet Emin AVCI
Vali a.
Vali Yardımcısı

Ek:
1-Anket Örneği (15 sayfa)

Bu belge, 5070 sayılı Elektronik İmza Kanununun 5 inci madd...

T.C.
ERCİYES ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
Öğrenci İşleri Daire Başkanlığı

Sayı :14065294-044/1868 11/12/2013
Konu :Anketler

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

İlgi : a) 11/11/2013 tarihli ve 302-08-01-863sayılı yazınız.
b) Kayseri Valiliği İl Milli Eğitim Müdürlüğü'nün 06/12/2013 tarihli ve 605-3709811 sayılı yazısı.

Kayseri Valiliği İl Milli Eğitim Müdürlüğü'nden alınan ilgi (b) yazıda; Enstitünüz İlköğretim Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı Yüksek Lisans programı öğrencilerinden Nihat KOÇYİĞİT'in "Üstün Zekalı ve Normal Zekalı Ortaokul Öğrencilerinin Problem Çözme Yaklaşımlarının Karşılaştırmalı Olarak İncelenmesi" konulu yüksek lisans tez çalışmasını Kayseri İl Milli Eğitim Müdürlüğüne bağlı Boydak Ortaokulu, Kılıçaslan Eğitim Kurumları, Çetin Şen Bilim ve Sanat Merkezi ve Refika Küçükçalık Ortaokulu'nda yapmasında bir sakıncanın olmadığı Anket Değerlendirme Komisyonu tarafından tespit edildiği ve eğitim-öğretimi aksatmadan Okul Müdürünün gözetimi ve sorumluluğunda yapması, araştırma sonucundan Okul Müdürlüğünün İl Milli Eğitim Müdürlüğüne bilgi vermesi kaydıyla uygun görüldüğü bildirilmektedir.

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

H. Yetim

Prof.Dr. Hasan YETİM
Rektör Yardımcısı

EK :
1- İlgi (b) yazı ve ekleri (2 Sayfa)

İlgiliye bilgilendirilir
E. Koral
16.12.2013

Erciyes Üniversitesi Talas Yolu Melikgazi 38039 KAYSERİ Ayrıntılı bilgi için irtibat: Bekir Yılmaz
Telefon: +90 352 437 49 47 Faks: +90 352 437 20 23
E-Posta: ogridbsk@erciyes.edu.tr Elektronik Ağ: http://ogrisl.erciyes.edu.tr

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı, Soyadı: Nihat KOÇYİĞİT

Uyruğu: Türkiye (TC)

Doğum Tarihi ve Yeri: 23 Eylül 1986, Kayseri

Medeni Durumu: Evli

E mail: nihat_kocyigit@hotmail.com

Yazışma Adresi: Hikmet Kozan Ortaokulu, Melikgazi/KAYSERİ

EĞİTİM

Derece	**Kurum**	**Mezuniyet Tarihi**
Lisans	E. Ü. Eğitim Fakültesi İlk. Mat. Öğr.	2009
Lise	Melikgazi N. M. Baldöktü Anadolu Lisesi	2004

İŞ DENEYİMİ

Yıl	**Kurum**	**Görev**
2013-Halen	Hikmet Kozan Ortaokulu, Kayseri	Matematik Öğretmeni
2013-2013	Ş. Aziz Özkan İlköğretim Okulu, Kayseri	Matematik Öğretmeni
2011-2013	Kızılağıl İlköğretim okulu, Nevşehir	Matematik Öğretmeni
2010-2011	Şahmelik İlköğretim Okulu, Kayseri	Matematik Öğretmeni

YABANCI DİL

İngilizce (ÜDS: 65)

YAYINLAR

1. Bayazit I., Koçyiğit N. , "İlköğretim 8. Sınıf Öğrencilerinin Sıra Dışı Ve Gerçek Yaşam Problemlerini Çözmedeki Başarı Düzeyleri", MATDER 10. Matematik Sempozyumu ve Şenlikleri, İSTANBUL, TÜRKIYE, 21-23 Eylül 2010, cilt.1, ss.24-25