T.C.
AMASYA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

# ÜSTÜN YETENEKLİ TANISI KONULMUŞ VE TANI KONULMAMIŞ ÖĞRENCİLERİN FARKLI ORTAMLARDA MATEMATİKSEL DÜŞÜNME SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ

**Yüksek Lisans Tezi**

**YAVUZ İSA AYGÜN**

**AMASYA**
**Haziran-2019**

T.C.
AMASYA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

# ÜSTÜN YETENEKLİ TANISI KONULMUŞ VE TANI KONULMAMIŞ ÖĞRENCİLERİN FARKLI ORTAMLARDA MATEMATİKSEL DÜŞÜNME SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ

Hazırlayan
Yavuz İsa AYGÜN

Danışman
Prof. Dr. Keziban ORBAY
İkinci Danışman
Dr. Öğr. Üyesi Funda AYDIN GÜÇ

AMASYA-2019

## ETİK BEYAN

Tezimin içerdiği yenilik ve sonuçları başka bir yerden almadığımı ve bu tezi AÜ Fen Bilimleri Enstitüsünden başka bir bilim kuruluşuna akademik gaye ve unvan almak amacıyla vermediğimi; tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada kullanılan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını, aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ettiğimi beyan ediyorum.17/05/2019

Yavuz İsa AYGÜN

## TEZ ONAY SAYFASI

**Yavuz İsa AYGÜN tarafından hazırlanan "Üstün Yetenekli Tanısı Konulmuş Ve Tanı Konulmamış Öğrencilerin Farklı Ortamlarda Matematiksel Düşünme Süreçlerinin İncelenmesi." başlıklı bu çalışma, 14/06/2019 tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda jürimiz tarafından Amasya Üniversitesi Fen Bilimler Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalında Yüksek Lisans Tezi olarak oy birliği ile başarılı bulunarak kabul edilmiştir.**

| **Jüri** | **İmza** |
|---|---|
| **Danışman : Prof. Dr. Keziban ORBAY** | ______________ |
| **Üye : Prof. Dr. Savaş BAŞTÜRK** | ______________ |
| **Üye : Doç. Dr. Aslıhan SEZGİN** | ______________ |
| **Üye : Dr. Öğr. Üyesi Funda AYDIN GÜÇ** | ______________ |
| **Üye : Dr. Öğr. Üyesi Ömer ŞAHİN** | ______________ |

## ONAY

**Yukarıdaki imzaların adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım. __ / __ /__**

**Doç. Dr. Meryem EVECEN**
**Fen Bilimler Enstitüsü Müdürü**

# ÖZET

## ÜSTÜN YETENEKLİ TANISI KONULMUŞ VE TANI KONULMAMIŞ ÖĞRENCİLERİN FARKLI ORTAMLARDA MATEMATİKSEL DÜŞÜNME SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ

Yavuz İsa AYGÜN
Amasya Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Yüksek Lisans, Haziran/2019
Danışman: Prof. Dr. Keziban ORBAY

Eğitimin genel amacı bireyleri hayata hazırlamakla beraber onların gerçek yaşamda başarılı olmalarını sağlayacak zihinsel becerileri kazandırmaktır. Günlük yaşamda karşılaşılan her çözülmesi gereken durum aslında birer problem durumudur denilebilir. Problemlerin çözümü için gerekli olan düşünme yapılarının en yaygın ve etkin kullanıldığı alan matematiktir. Problem durumlarının çözümü için gerekli olan zihinsel süreçler matematiksel düşünmenin bir parçasıdır. Öğrencilerin sahip olması gereken en önemli becerilerden birisidir. Matematiksel düşünmenin en basit tanımı matematiksel tekniklerin doğrudan veya dolaylı olarak problemlerin çözümünde kullanılması şeklinde yapılabilir. Bu durumda matematiksel düşünmenin süreçlerinin ve alt bileşenlerinin öğrencilerde ne derece var olduğu ve nasıl ölçülebileceği araştırılması gereken bir husus olarak karşımıza çıkmaktadır. Diğer yandan dinamik matematik yazılımlarının matematiksel düşünme süreçlerini ortaya çıkarmada başarılı olduğuyla ilgili çalışmalar mevcuttur. Üstün yetenekli tanısının konulması sürecinde matematiksel düşünme süreçlerinin ortaya çıkarılarak öğrencilere üstün yetenekli tanısı konulup konulamayacağı, matematiksel düşünme süreçlerinde farklılaşmaların olup olmayacağı araştırılması gereken bir durumdur. Buradan hareketle bu araştırmada üstün yetenekli tanısı konulmuş ve konulmamış öğrencilerin kağıt-kalem ve dinamik matematik yazılımları ile problem çözme süreçlerinin matematiksel düşünmenin alt bileşenlerinde farklılaşıp farklılaşmadığının incelenmesi amaçlanmıştır.

Nitel araştırma deseninde yürütülen araştırmaya Giresun ilindeki BİLSEM’e kayıtlı 3 üstün yetenekli tanısı konulmuş öğrenci ve bir devlet okuluna devam etmekte olan 3 üstün yetenekli tanısı konulmamış öğrenci katılmıştır.  Araştırmada yer alan öğrencilerin tamamı 7.sınıf öğrencisidir. Araştırma süreci öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini ölçecek şekilde tasarlanmış, uzman görüşlerinin ardından son hali verilmiş ve 6 etkinliğin

öğrenciler tarafından kağıt-kalem ile çözülmesiyle başlamıştır. Ardından öğrenciler 6 ders saati süren özelleştirilmiş dinamik matematik yazılımın kullanımı ile ilgili eğitim sürecinden geçmişlerdir. Eğitim sürecinin akabinde öğrenciler kağıt-kalem ile çözdükleri 6 etkinliği dinamik matematik yazılımı ile çözmüşlerdir. Etkinliklerin çözüm süreçlerinde çözümlerin doğruluk veya yanlışlığı hakkında yorumda bulunulmadan derinlemesine görüşmeler yapılmıştır. Araştırmanın verileri etkinliklerin çözüm sürecindeki öğrenci yanıtları, dinamik matematik yazılımı üzerinde kaydedilen çözüm süreçleri ve yarı yapılandırılmış görüşmelerle yürütülen mülakatlarla toplanmıştır.

Araştırmacı matematiksel düşünme ile ilgili yapılan çalışmalardaki ortak ifadeleri dikkate alarak matematiksel düşünmenin basamaklarını ve alt bileşenlerini içeren kodları oluşturmuştur. Her bir etkinlik için elde edilen veriler her bir matematiksel düşünme süreci için literatüre dayanarak oluşturulan kodlara göre ayrı ayrı analiz edilmiştir.

Araştırma sonucunda matematiksel düşünme süreçlerinin özelleştirme ve genelleme kısımlarındaki çözüm süreçlerinde üstün yetenekli tanısı konulmuş ve üstün yetenekli tanısı konulmamış öğrencilerin ayırt edilmesinde kağıt-kalem ile çözülen etkinliklerden elde edilen bulguların ayırt edici olduğu görülmüştür. Bununla beraber özelleştirme ve genelleme süreçlerinde dinamik matematik yazılımı süreçlerinde öğrencilerin büyük kısmında doğru ve yeterli davranışlar gözlendiği için net bir ayrım görülmemiştir. Matematiksel düşünme süreçlerinin varsayımda bulunma ve ispat basamaklarında ise dinamik matematik yazılımlardaki ayırt ediciliğin daha belirgin olduğu görülmüştür. Çalışma sonucunda alana özgü bir düşünme olan matematiksel düşünme sürecinde üstün yetenekli tanısı konulmuş ve tanı konulmamış öğrencileri ayırt eden süreçler gözlenirken bazı bileşenlerde her iki grubun farklı olmayan düşünme süreçlerine sahip olduğu görülmüştür. Bu durum üstün yetenekli tanısı konulurken alana özgü üstün yeteneğin göz ardı edilememesi gerektiğini, alana özgü üstün yeteneklilik tanılamalarının yapılmasının gerekliliğini ortaya koymuştur. Bu bağlamda üstün yetenekli tanısı konulmuş ve konulmamış öğrencilerin matematiksel düşünmelerinin arasındaki farklılaşmayı ortaya çıkarmada farklı ortamların potansiyeli dikkate alınabilir. BİLSEM'lere öğrenci seçimi ve üstün yetenekli tanısı konulması sürecinin ilkokulda başladığı düşünüldüğünde, öğrencilerin var olan potansiyellerinin üst düzey matematiksel düşünme süreçlerinde gözlenebilir hale gelmesini mümkün kılan dinamik matematik yazılımlarının ders içerisinde kullanılmak üzere ilkokul düzeyinde yaygınlaştırılması önerilmektedir.

**Anahtar Kelimeler:** Matematiksel Düşünme, Matematikte Üstün Yeteneklilik, Dinamik Matematik Yazılımı, Geometri Eğitimi.

## ABSTRACT

### THE EXAMINATION OF MATHEMATICAL THINKING PROCESSES OF STUDENTS DIAGNOSED AS GIFTED AND UNDIAGNOSED IN DIFFERENT ENVIRONMENTS

Yavuz İsa AYGÜN
Amasya University, Graduate School of Sciences
Division of Mathematics Education, M.A., June/2019
Supervisor: Prof. Keziban ORBAY

The general aim of the education is to prepare individuals for life and to gain mental skills that will enable them to be successful in real life. In daily life, every situation that needs to be solved is actually a problem state. The most common and efficient use of thinking structures required for the solution of problems is mathematics. The mental processes necessary to solve problems are part of mathematical thinking. In this respect, it should be one of the most important skills students should have. The simplest definition of mathematical thinking can be the use of mathematical techniques to solve problems directly or indirectly. In this case, the extent to which the processes and sub-components of mathematical thinking exist in students and how they can be measured are issues to be investigated. On the other hand, there are studies on the success of dynamic mathematics software to reveal mathematical thinking processes. It is necessary to investigate whether students can be diagnosed gifted by revealing mathematical thinking processes in the process of gifted diagnosis and whether there will be differences in mathematical thinking processes. In this study, it was aimed to investigate whether the problem-solving processes of students who are diagnosed and undiagnosed gifted with paper-and-pencil and dynamic mathematics software differed in the sub-components of mathematical thinking.

The study which was conducted in the qualitative research design, included 3 gifted students who were enrolled to BILSEM in Giresun and 3 non-gifted students who were studying in a public school. All students in the study are 7th grade students. The research process was designed to measure the mathematical thinking processes of the students and the 6 activities which were finalized after the expert opinions were solved by the students with paper-and-pencil. Then, the students received education process related to the use of customized dynamic mathematics software which lasted for 6 course hours. After the education process, the students solved 6 activities with paper-and-pencil with dynamic mathematics software. In-depth interviews were conducted without commenting on the accuracy or inaccuracy of the solutions in the solution processes of the activities. The data of the study were collected through student responses in the solution process of activities, solution processes on dynamic mathematics software and interviews conducted with semi-structured meetings.

The researcher formed the codes that include the steps and sub-components of mathematical thinking taking into consideration the common statements in the studies on mathematical thinking. The data obtained for each activity were analyzed separately for each mathematical thinking process according to the codes generated based on the literature.

As a result of the research, it was seen that the findings obtained from the activities solved with paper-and-pen were distinguished the gifted and non-gifted students in the process of solution of the mathematical thinking processes in the privatization and generalization section. However, in the process of privatization and generalization, there is no clear distinction between the dynamic mathematics software processes as the majority of students have correct and adequate behaviors. It was seen that distinguishability in assumption in mathematical thinking processes and in dynamic mathematics software in proof stages are more prominent. As a result of the study, it was observed that both groups were found to have non-different thinking processes in some components, while the processes that differentiated the diagnosed and undiagnosed students were observed in the field of mathematical thinking which is a field-specific thinking. This situation has revealed that the field-specific giftedness should not be underestimated while the diagnosis of giftedness is made and field-specific giftedness should be defined. In this context, the potential of different environments can be taken into account in revealing the difference between the mathematical thinking of diagnosed and undiagnosed gifted students. Considering that the process of selection of students and giftedness diagnosis to BILSEMs started in elementary school, it is recommended to disseminate dynamic mathematics software which will enable students' potential to be observed in high-level mathematical thinking processes at primary school level.

**Key Words:** Mathematical Thinking, Field-Specific Giftedness, Dynamic Mathematics Software, Geometry Education.

# ÖN SÖZ

Çalışma süresince önerileri ile rehberlik eden ve destekleyen danışman hocam Prof. Dr. Keziban ORBAY'a ve ikinci danışman hocam Dr. Funda Aydın GÜÇ'e gösterdikleri anlayış için teşekkürlerimi sunarım.

Araştırmamın uygulama sürecinde, yardımlarını esirgemeyen Giresun Bilim ve Sanat Merkezi Matematik Öğretmeni Hilal KEKLİKÇİ DALAK'a ve Sınıf Öğretmeni Burhan AKIL'a ayrıca bolca bilgi alış-verişinde bulunduğum dostum Fikretcan GÜÇ'e teşekkür ederim.

Hayatımın her aşamasında yanımda olan anneme, babama, kardeşime, yüksek lisans öğrenimim boyunca beni motive eden canımdan çok sevdiğim biricik eşime teşekkür ederim.

Yavuz İsa AYGÜN

**İÇİNDEKİLER**

## TABLOLAR DİZİNİ

# ŞEKİLLER DİZİNİ

## GRAFİKLER DİZİNİ

## KISALTMALAR DİZİNİ

**BİLSEM:** Bilim ve Sanat Merkezi
**DMY:** Dinamik matematik yazılımı
**KK:** Kağıt-kalem
**MD:** Matematiksel düşünme
**MEB:** Milli Eğitim Bakanlığı
**NCTM:** Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics)
**ÜYT:** Üstün yetenekli tanısı

# I.BÖLÜM

## 1. GİRİŞ

Eğitimin genel amacı bireyi hayata hazırlamanın yanında bireylere gerçek yaşamda başarıya ulaşmalarını sağlayacak zihinsel becerileri kazandırmak ve bireylere günlük hayatta karşılaştıkları problemleri çözme, akıl yürütme, iletişim gibi becerileri kazandırarak onları hayata hazır hale getirmektir (Baykul, 2009). Bireyler günlük hayatlarında birçok problemle karşılaşırlar ve bu problemleri çözmeye çalışırlar. Bu şekilde problemlerin çözümünde çeşitli düşünme yapılarını kullanırlar. Düşünme yapılarının, mantık örgülerinin etkin olarak kullanıldığı düşünme alanı ise matematiktir (Duran, 2005). Matematik disiplininin olaylar arası bağ kurma, akıl yürütme, tahminde bulunma, problem çözme gibi becerileri kazandırarak bireylerin günlük hayattaki problem çözme sürecindeki işe koşacakları bir takım düşünme alışkanlıklarını geliştirmeye destek olduğu söylenebilir (Umay, 2003). Bu durum göz önüne alındığında matematiğe özgü düşünme alışkanlıkları gündeme gelmektedir.

Matematiksel düşünme çok genel bir ifade ile matematiksel tekniklerin, yöntemlerin doğrudan veya dolaylı olarak problemlerin çözümünde kullanılmasıdır (Henderson ve diğerleri, 2003). Liu (2003), matematiksel düşünmeyi “tahmin edebilme, tümevarım, tümdengelim, betimleme, genelleme, örnekleme, biçimsel ve biçimsel olmayan usa vurma, doğrulama ve benzeri karmaşık süreçlerin bir birleşim kümesi” şeklinde tanımlamıştır. Tüm bu çalışmalar matematiksel düşünmenin farklı bileşenlerinin olduğunu göstermektedir. Bu durumda matematiksel düşünmenin temelde, matematiksel mantık çıkarımları yapma, problem çözmeye yardımcı düşünme yollarını kullanma yani matematiksel sorulara ilişkin çalışmalar için düşünme yollarının bileşenlerini doğru bir sıra ile bir araya getirilmesidir diyebiliriz.

Bu bileşenler üzerine yapılan araştırmalar ve bilişsel psikoloji, düşünme şekillerinin yapılandırılmasında pek çok yolun olduğunu göstermiştir (Ferri, 2003). Alkan ve Güzel (2005), matematiksel düşünmenin bir ürüne ulaşma çabası olduğunu söylemişlerdir. Onlara göre matematiksel düşünmeyi diğer düşünmelerden ayıran temel nokta, bireyin önceki öğrenmelerindeki matematiksel bilgi ve kavramları kullanarak, soyutlama, tahmin edebilme, örnekleme, genelleme, hipotez kurma, hipotez test etme, usa vurma ve ispatlama ile yeni bir bilgiye ya da kavrama ulaşması olduğudur. Bu da bize matematiksel düşünmenin birbiri ile kesişim noktalarının bulunduğu birçok sürecin birleşimi olduğunu anlatır. Bu bileşenler için farklı araştırmacıların farklı yaklaşım ve isimlendirmeleri olmuştur; tahmin edebilme, tümevarım, tümdengelim, betimleme, genelleme, soyutlama, örnekleme, ispatlama, gibi (Liu Po-Hung, 2003; akt. Alkan ve Bukova-Güzel, 2005). Diğer yandan Yeşildere (2006), bir problemin çözümünde özelleştirme, genelleme, tahmin etme, hipotez üretme, hipotezin doğruluğunu kontrol etme gibi üst düzey düşünme becerileri gerekliyse, matematiksel düşünme gerçekleşeceğini belirtmiştir. Bu bize matematiksel düşünmenin sadece sayılarla soyut matematiksel kavramların yer aldığı durumlardan ibaret olmadığını, günlük yaşantı içerisinde gerçekleşebilecek bir düşünme biçimi olduğunu göstermektedir. Matematiksel düşünme becerileri üzerine araştırmaları olan çalışma grubu The Mathematical Thinking Classroom Assesment Techniques (Math-CATs), öğrencilerin daha önce karşılaşmadıkları bir problem durumuyla karşılaştıklarında, bunu çözmek için gerekli becerileri, doğrulama, düzeltme, tahmin, yeni kavram üretme, ikna ve ispat, kanıtları organize bir biçimde sunma şeklinde düzenlemişlerdir. Karşılaşılan problemlerin çözümü için yeni bir düşüncenin oluşumu gerektiği söylenebilir (Yeşildere, 2006). Bir problemle karşılaşıldığında problemin cevabının ne olduğunu bulmaktan öte, problemin çeşitli boyutları ile ele alınarak incelenmesi matematiksel düşünceyi gerektirmektedir (Yeşildere ve Türnüklü 2007). Görüldüğü gibi matematiksel düşünmenin içeriğinde problem çözmeden de izler bulmak olağandır.

Problem çözme; yeni olay ya da durumlar karşısında var olan ilişkileri ortaya çıkarma, yeni ilişkiler kurma ve güdülen amaca göre belli bir sonuç elde etme işidir (Pesen, 2003). Altun (1995)'e göre problem çözme matematiğin yapısı gereği sorunun zihinsel süreçlerle (akıl yürütme) gerekli bilgileri kullanarak ve işlemleri yaparak ortadan kaldırılmasıdır. Daha önce karşılaşılmamış problemlerin çözümü ve bu yeni durumla karşılaşanın özgün bir algoritmaya ulaşması matematiksel düşünme ile mümkündür (Duran, 2005). Bu açıdan bakıldığında problem çözme sürecinin matematiksel düşünmeyi gerektiren bir kavram olduğu görülmektedir. Bu yüzden öğrencilerin bir problem durumuyla uğraşırken nasıl düşündüklerini anlamak matematiksel düşünmenin bileşenleri hakkında ipucu verebilir (Arslan ve Yıldız, 2010). Bu da göstermektedir ki bireylerin problem çözme sürecindeki temel matematiksel düşünmedir.

Henderson ve diğerleri (2003), matematiksel düşünmenin çözüm süreçlerinin uygulanmasını sadece belli kuralların uygulanması gibi düşünülmemesi gerekliliğini belirtmiş, içerisinde üst düzey düşünme becerilerinin olduğu (özelleştirme, genelleme, tahmin etme, hipotez üretme, hipotezin doğruluğunu kontrol etme gibi) süreçleri barındığını vurgulamıştır. Aynı şekilde problem çözme etkinlikleri de matematiksel düşünme sürecinin gerçekleşebileceği etkinliklerdir (Öztürk, 2013). Problem çözmenin söz konusu olduğu her durumda matematiksel düşünme de gerçekleşmektedir (Yeşildere, 2006). Bu yüzden matematiksel düşünme ve problemlerin çözüm süreçleri içerdiği bu aşamalarla bir üst düzey düşünme etkinliğidir. Dolayısıyla üstün yeteneklilerde ortaya çıkması gereken bir beceri gibi algılanabilir.

Günümüzde Milli Eğitim Bakanlığı'nın benimsediği yapılandırmacı eğitim yaklaşımı, öğrencinin üst düzey bilişsel becerilerini teşvik edecek ortamların sağlanmasını vurgulamaktadır (Aydın ve Yılmaz, 2010). Bu felsefe ile oluşan eğitim yaklaşımları, öğrenme yaşantılarının öğrencilerin üst düzey bilişsel becerilerini geliştirecek şekilde tasarlanmasını gerekli kılar (Şaşan, 2002). Daha özel olarak matematik eğitiminin amaçlarından birisi problemlerin çözüm süreçlerinde matematiksel düşüncelerin ifade edilmesinin ve ortaya çıkarılmasının sağlanmasıdır (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018). Farklı ortamlarda yapılan çalışmalar bu becerilerin ortaya çıkarılabildiğini göstermektedir.

Yukarıda belirtilen gerekçelerden dolayı çalışma amacı doğrultusunda, araştırmanın ana problemi "Üstün yetenekli tanısı (ÜYT) konulmuş ve tanı konulmamış öğrencilerin kağıt-kalem (KK) ve dinamik matematik yazılımları (DMY) ile problem çözme süreçleri, matematiksel düşünme açısından nasıl farklılaşmaktadır?" olarak belirlenmiştir.

Bu ana problem doğrultusunda şu alt problemler araştırılacaktır:

1. ÜYT konulmuş ve tanı konulmamış öğrencilerin matematiksel düşünmenin özelleştirme boyutunda KK ve DMY ile ilgili çözümleri farklılaşmakta mıdır?

2. ÜYT konulmuş ve tanı konulmamış öğrencilerin matematiksel düşünmenin genelleme boyutunda KK ve DMY ile ilgili çözümleri farklılaşmakta mıdır?

3. ÜYT konulmuş ve tanı konulmamış öğrencilerin matematiksel düşünmenin varsayımda bulunma boyutunda KK ve DMY ile ilgili çözümleri farklılaşmakta mıdır?

4. ÜYT konulmuş ve tanı konulmamış öğrencilerin matematiksel düşünmenin ikna etme boyutunda KK ve DMY ile ilgili çözümleri farklılaşmakta mıdır?

### 1.1. Araştırmanın Amacı

ÜYT konulmuş öğrencilerin farklı ortamlarda yeteneklerinin ortaya çıkıp çıkmadığı, ÜYT konulmuş veya konulmamış öğrencilerin bu ortamlardaki matematiksel düşünme yeteneklerinin nasıl olduğu, alana özgü yeterliliğin üstün yeteneklilik için bir ölçüt olup olmadığı araştırılacaktır. Tüm bunlar ışığında bu çalışmada dinamik matematik yazılımlarının matematiksel düşünme becerisini ölçme ve geliştirme potansiyeli dikkate alındığında ÜYT konulmuş öğrenci ve ÜYT konulmamış öğrencilerin matematiksel düşünme aşamaları açısından farklılaşıp farklılaşmadığı eğer farklılaşma varsa bu farklılaşmanın nasıl olduğunun incelenmesi amaçlanmıştır.

### 1.2. Araştırmanın Gerekçesi ve Önemi

Milli Eğitim Temel Kanunu'nda eğitimin genel amaçları arasında devletini milletini yükselten öğrencilerin yetiştirilmesinden, yapıcı, yaratıcı kişilik özelliklerinin kazandırılmasından ve kabiliyetlerinin geliştirilmesinden bahsetmektedir (MEB, 2018). Ayrıca MEB'in Matematik Öğretim Programında belirttiği özel amaçlarda öğrencilerin matematiksel okuryazarlık becerilerinin geliştirilmesi, matematiksel dil ile ilişkileri anlamlandırılabilmesi, kavramların farklı biçimlerde ifade edilebilmesini ve üst bilişsel bilgilerinin ve becerilerinin geliştirilebilmesi, bireyin kendi öğrenme süreçlerini yönetebilmesini hedef olarak ortaya konmuştur (MEB, 2018). Yenilenen matematik programında öğrencilerin kazanmaları hedeflenen bazı ortak beceriler; eleştirel düşünme, yaratıcı düşünme, iletişim, problem çözme, Türkçeyi doğru, etkili ve güzel kullanma, araştırma-sorgulama, bilgi teknolojilerini kullanma ve girişimciliktir (MEB, 2009). Belirtilen bu ortak becerilerin yanında iletişim, ilişkilendirme, matematiksel akıl yürütme ve problem çözme gibi temel matematik becerilerinin üzerinde de önemle durulmaktadır (MEB, 2009).

Bu hedefler incelendiğinde matematiksel düşünmeden yoğun olarak izler bulmak mümkündür. Zira hem özel amaçlarda hem matematiksel düşünme süreçleri içerisinde kavramların açıklanması, akıl yürütme, sürecin kontrolü, ilişkilerin anlamlandırılması, üstbilişsel beceriler, tahmin etme, kavramların farklı biçimlerde ifadesi gibi ortak ifadeler vardır. Aynı zamanda matematik dersi öğretim programında (MEB, 2018), *"Matematiğin hayatın bir parçası olduğu unutulmamalı, bunun için her fırsat matematiksel düşünmenin gelişimi için değerlendirilmelidir"* diyerek her fırsatın matematiksel düşünmenin gelişimi için değerlendirilmesi gerekliliğinden bahsedilmiştir.

Eğitimin genel amacının bireyi gerçek hayata hazırlaması oluşu, belirtilen özel amaçlarla beraber düşünüldüğünde matematiksel düşünmenin önemini göstermektedir. Bu aşamada matematiksel düşünmenin gündelik yaşamla ilişkisinin gündeme gelmesi doğaldır. Yaşamın anlamlı bir şekilde devam ettirilebilmesi için gereksinimlerin en pratik şekilde karşılanması yani karşılaşılan problem durumlarının en uygun çözümlerin bulunması gerekir (Alkan ve Bukova-Güzel, 2005). Birey bu aşamada çözüm süreçlerini dener, tahminlerde bulunur, hipotezler geliştirir ve bu hipotezleri test eder (Alkan ve Bukova-Güzel, 2005). Tüm bu süreçlerde düşünme üretiminin gerekliliği değişik biçimlerde vurgulanmış ve özel olarak matematiksel düşünme denilmiştir (Polya, 1945; Burton, 1984; Dreyfus, 1990; Greenwood, 1993; Dunlap, 2001; Henderson ve diğerleri, 2001). Farklı kaynaklarda farklı adlandırmalarla da olsa matematiksel düşünme, "tahmin edebilme, tümevarım, tümdengelim, betimleme, genelleme, örnekleme, biçimsel ve biçimsel olmayan usa vurma, doğrulama ve benzeri karmaşık süreçlerin bir birleşim kümesi olarak tanımlanmaktadır (Liu Po-Hung, 2003). Bu derece gündelik hayatın içinde olan ve önem derecesi yüksek olan matematiksel düşünmenin gelişiminin sağlanması eğitimin temel amaçlarından olmalıdır. Bunun için öncelikle mevcut potansiyelin ölçülmesi, değerlendirilmesi gerekmektedir. Ayrıca uygun öğrenme ortamlarının tasarlanmasının önemi artmaktadır (Bukova-Güzel, 2008).

Matematik öğretim programlarının, öğrencilerin matematiksel düşünmelerini geliştirmeye yönelik düzenlenmesi ancak matematiksel düşünme becerisine sahip öğrencilerin nasıl ortaya çıkarılacağının bilinmesi ile olabilir. Dolayısıyla matematiksel düşünmenin hangi ortamlardaki çalışmalarda ortaya çıkarılabileceği, farklı yeteneklere sahip öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini açığa çıkarmak için farklı ortam ihtiyaçlarının belirlenmesi açısından önemlidir. Verilen bir problemin çözümünde kâğıt kalem ve matematik yazılımları kullanarak yaptıkları düşünmenin, matematiksel düşünme aşamalarının özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma, ikna etme basamakları açısından ölçülmesi ve incelenmesi bu ortamların düşünme süreçleri ile ilişkisini belirleyecektir.

Dede ve Karakuş (2014), ispat kavramının matematiksel düşünme becerileriyle ilişkisini ve farklı düşünme yapılarını ortaya çıkarabileceğini belirtmiş, keşfedici ispatlarda dinamik matematik yazılım programlarının önemli avantajlar sağlayabileceğinden bahsederek, bu farklı düşünce yapılarının ispat sürecinde ortaya çıkabileceğini anlatmıştır. Dinamik yazılımlardan birisi olan GeoGebra'nın, matematiksel kavramlar arasında ilişkiler kurmada, farklı çözüm stratejilerini gerçekleştirmede, çözüm süreçlerinin hemen her basamağında olumlu etkide bulunarak öğrencilerin sahip olduğu becerileri ortaya çıkarmada etkili olacağı gösterilmiştir (Hıdıroğlu ve Bukova-Güzel, 2014). Ayrıca dinamik yazılımların matematiksel tahminlerde bulunmaya olumlu etkisi de bilinmektedir (Baltacı, Yıldız ve Kösa, 2015). Bu araştırmalar değerlendirildiğinde dinamik matematik yazılımlarının bahsi geçen konularda farklı imkânlar sunabileceği görülmektedir.

Dinamik matematik yazılımlarının bu imkânı sağladığından hareketle, üstün yeteneklilerin alana özgü üstün ilgi ve yetenekleriyle ilgili çalışmalar üzerinde durulabilir. Bu çalışmalardan birisi olan bilişim teknolojileri dersinden beklentileri ile ilgili araştırmada (Öngöz ve Aksoy, 2015), öğrencilerin dinamik yazılımlarda da mevcut olan kod yazma ile mümkün olan modeller ortaya koyma isteğinde oldukları görülmüştür. Baltacı, Yıldız, Kıymaz ve Aytekin (2016), üstün yetenekli öğrenciler için bir dinamik matematik yazılımında etkinlikler tasarlamışlar ve bunu KK kullanımı sürecindeki durumlar ile beraber incelediklerinde öğrencilerin olumlu tutumlarının gözlendiği, farklı çözümlerin ortaya konabildiği, üstün yeteneklilerin yaratıcılıklarının ortaya çıktığı gibi sonuçlara ulaşmışlardır.

ÜYT konulmuş ve tanı konulmamış öğrencilerin problem çözme durumları incelendiğinde (Yıldız, Baltacı, Kurak ve Güven, 2012), üstün yetenekli öğrencilerin ilişki arama ve düşünme stratejilerini kullandığı ortaya çıkarken, tanı konulmamış öğrencilerin bu stratejileri hiç kullanmadıkları görülmüştür. Krutetskii (1976), üstün yetenekli öğrencilerin, tanı konulmamış öğrencilerden problem çözme davranışlarıyla ayrılabildiğini belirtmiştir. Benzer şekilde matematiksel düşünme süreçlerinin üstün yetenekli öğrenciler ile ÜYT konmamış öğrencileri birbirinden ayıran bir özellik olduğu bilinmektedir (Budak 2007; MEB, 2009; Özyaprak, 2016; Aydoğdu, 2014). Bahsi geçen durumlar göz önüne alındığında, matematiksel düşünme süreçlerindeki farklılıkların, kâğıt kalem ve DMY'lerdeki çözüm süreçleri karşılaştırıldığında da devam edip etmediği, ÜYT konmasında DMY'nin potansiyelinin ortaya konulması açısından önemlidir.

Edwards ve Jones (2006), dinamik yazılımların sadece şekil oluşturma becerilerini geliştirmek için değil aynı zamanda matematiksel düşünme becerilerinin sergilenmesine yardımcı olduğunu belirtmişlerdir. Bu durumda akla matematiksel düşünme süreçleri açısından dinamik matematik yazılımlarında ve KK ile çözüm süreçlerinde benzer süreçlerin söz konusu olup olmadığı gelmektedir.

Üstün yeteneklilerin dinamik matematik yazılımlarındaki matematiksel düşünme süreçlerinin belirlenip belirlenemeyeceği araştırılması gereken bir konu olmakla beraber yapılan çalışmalar incelendiğinde DMY'lerin farklı alanlardaki potansiyeline, matematiksel düşünme becerilerini belirleyebilmesine ve ÜYT koyma potansiyeline yönelik çalışmalar tespit edilmemiştir.

Ülkemizde öğrencilerin ÜYT konulması süreçleri incelendiğinde sınıf öğretmeni tarafından önerilmesi ve tanı sürecinin başlatılması aşamasında öğretmenlere matematiksel düşünme aşamalarının bir kriterler bütünü olarak sunulmadığı görülebilir (MEB, 2018). Bu durumda üst düzey matematiksel düşünme becerisine sahip öğrenciler belki de üstün yetenekli oluşlarını sergileme imkânlarından mahrum kalmaktadır. Özellikle üstün yetenekli öğrencilerin tanılanmasında bazı psikometrik testlerin kullanıldığı ve bu testlerde matematiksel düşünmelerine yönelik bir değerlendirme yapıldığı göz önünde bulundurulduğunda, bu öğrencilerin açık uçlu senaryolar içeren problemlere yönelik geliştirilen etkinliklerde de matematiksel düşünme becerilerinin farklılaşıp farklılaşmadığı incelenmelidir. Böylelikle çalışma gerek üstün yetenekli öğrenci tanılamasında kullanılan testlerin üstün yetenekli öğrencileri belirlemede ve üst düzey matematiksel düşünmelerinin değerlendirilmesinde ne denli etkili olduğu, gerekse ÜYT konulmamış öğrencilerin akranlarına göre matematiksel düşünme bakımından nasıl farklılaştığı hakkında ipucu verecektir. Bu bağlamda yapılacak çalışma alan yazında bu boşluğu dolduracak ve öğrencilerin matematiksel düşünme becerileri hakkında özellikle matematiksel düşünme aşamalarının hem üstün yeteneklilerde hem ÜYT konulmamış öğrencilerde nasıl farklılaştığı, hem de farklı ortamlarda (KK - DMY) nasıl farklılaştığı hakkında somut deliller sunacaktır.

### 1.3. Araştırmanın Sınırlılıkları

- Araştırma 6 etkinlik aracılığıyla toplanan veriler kapsamındadır.
- Araştırmacı öğrencilerin kendi öğretmenleri değildir.
- Araştırma 6 öğrenciyle sınırlıdır.

### 1.4. Araştırmanın Varsayımları

- Araştırma sürecinde araştırmacının süreçlere olumlu veya olumsuz şekilde etkisinin olmadığı varsayılmıştır.
- Öğrencilerin problemleri içtenlikle cevaplayarak, gerçek görüş ve düşüncelerini ifade ettikleri varsayılmıştır.

### 1.5. Tanımlar

**Matematiksel düşünme:** Somut olgusal ilişkileri soyut terimlerle ifade edebilme ve genele ulaşabilmedir (MEB, 2018).

**GeoGebra:** Geometri, cebir ve analizi bir arada gösterebilen ve nesnelerin farklı şekillerde temsillerinin yapılmasına olanak sağlayan dinamik matematik yazılımıdır (Doğan, 2013).

**ÜYT Konulmuş Öğrenci:** Zekâ, yaratıcılık, sanat ve liderlik kapasitesi veya özel akademik alanlarda yaşıtlarına göre yüksek düzeyde performans gösterdiği uzmanlar tarafından belirlenen çocuk/öğrencidir (MEB, 2017).

**ÜYT Konulmamış Öğrenci:** Milli Eğitim Bakanlığının Bilim ve Sanat Merkezleri'ne başvuru süreçleri doğrultusunda ilkokul öğretmenince çeşitli nedenlerle ilgili testlere yönlendirilmediği için bu testlere girmemiş veya yönlendirilse dahi testler sonucunda ÜYT konulmamış öğrencilerdir.

# II. BÖLÜM

## 2. LİTERATÜR TARAMASI

Bu kısımda araştırmanın kuramsal çerçevesi, matematiksel düşünme, matematiksel düşünmenin ölçülmesi ve matematikte üstün yeteneklilik ve üstün yetenekli öğrenciler kavram ve konuları ile ilgili daha önce yapılan çalışmalar incelenmiştir ve bu çalışmaların sonuçlarına yönelik bilgiler sunulmuştur.

### 2.1. Araştırmanın Kuramsal Çerçevesi

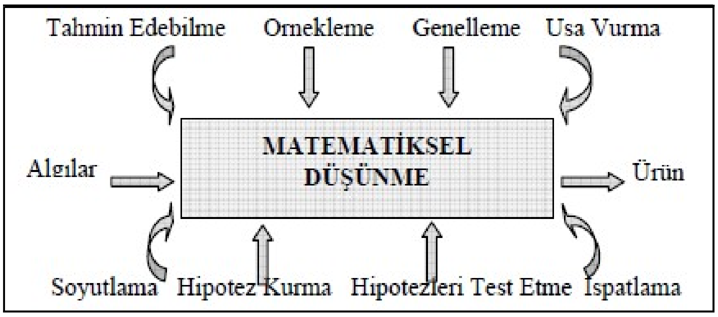
Bu bölümde araştırmanın amacı doğrultusunda ele alınan matematiksel düşünme ve üstün yeteneklilik kavramları irdelenmiştir. Ayrıca bu iki kavram arasındaki ilişki ele alınarak araştırma problemlerine yön veren çalışmalar incelenerek özetlenmiştir.

#### 2.1.1. Matematiksel Düşünme

Matematiksel düşünme, tek bir tanımının yapılmasının oldukça güç olduğu bir kavramdır. Bu durum alt süreçlerin birbiri içerisine geçmiş olması, bazı aşamaların alt süreçleri isimlendirilirken eş anlamlı kelimeler kullanılmış olması gibi sebeplerden dolayıdır (Keskin, Akbaba-Dağ ve Altun, 2013). Sevgen (2002), matematiksel düşünmeyi insanların günlük yaşamlarında karşılaştıkları olaylara sistematik doğru ve çabuk yaklaşımları olarak ifade etmiştir. Matematiksel düşünmenin sadece günlük düşünmeyle sınırlı olmayıp, bilimsel düşünmeden de farklı olarak, hiçbir düşünce alanında bulunmayan kendine özgü bir düşünme türü olduğu fikri yaygındır (Yıldırım, 2012). Blitzer (2003), matematiğin döngüsel bir süreç olduğunu belirtmiştir. Dunlap (2001), sıradan olmayan durumu, 'Derste öğrendiğinden farklı bir çözüm aramak için matematiksel düşünmeye yönlendiren problem.' olarak tanımlamıştır. Dunlap'a (2001) göre birey yaşamın her alanında düşünmeyi kullanarak problem çözmeye çalışır bu nedenle düşünme ve matematiksel düşünme sürecini problem çözme ile ilişkilendirir. Başka bir açıdansa matematiksel düşünme ile problem çözme süreci bir arada ifade edilebilir (Dunlap, 2001). Matematiksel düşünme Henderson ve diğerlerine göre (2003) problemlerin çözümünde açık olarak veya olmayarak matematiksel süreçlerin uygulanmasıdır. Mason, Burton ve Stacey (1991), herkesin matematiksel düşünebileceğini, matematiksel düşünmenin farklı problemler üzerinde geliştirilebileceğini ve matematiksel düşünmenin kişinin yaşamış olduğu çevreyi anlamasına yardımcı olacağını söylemişlerdir.

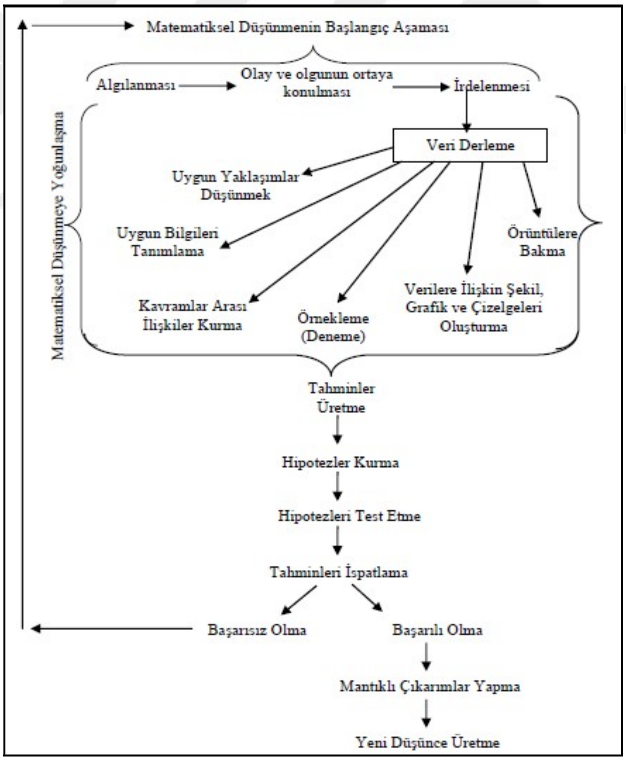
Matematiksel düşünme sürecini aşamalar halinde inceleyen çoğu çalışma ile ortak olarak bu bileşenlerin birbiriyle ilişkili ve birbirinin tamamlayıcısı olduğu ifade edilmiştir (Lim ve Hwa, 2006). MEB (2009), diğer çalışmalarla benzer süreçleri ifade ederek matematiksel düşünmeyi temel matematik becerilerini, iletişim, ilişkilendirme, matematiksel akıl yürütme, problem çözme olarak açıklamıştır. Stacey (2006), matematiksel düşünmenin karmaşık olduğunu belirterek çoğunlukla iki süreç olarak incelemiş, ilk kısmı özelleştirme ve genelleme, ikinci kısmı tahmin etme ve ispatlama aşamaları olarak açıklamıştır. Hacısalihoğlu, Mirasyedioğlu ve Akpınar (2003), benzer şekilde ayrıntılamak (özelleştirme), genelleştirmek, tahmin etmek ve ikna etmek olarak incelemiştir. Liu (2003), tahmin edebilme, tümevarım, tümdengelim, örnekleme, genelleme, analoji, formal ve informal olmayan usa vurma, doğrulama vb. karmaşık süreçlerin birleşim kümesi olarak ifade etmiştir. Bulut (2009), matematiksel düşünmeyi genelleme, ispatlama, ilişki kurabilme ve ilgili beceriler olarak ifade etmiştir. Yeşildere (2006), matematiksel düşünmeyi problem çözme varsa matematiksel düşünme vardır şeklinde belirttikten sonra bileşenleri, özelleştirme, genelleme, tahmin etme, hipotez üretme, hipotezin doğruluğunu kontrol etme olarak açıklamıştır. Bukova (2006), matematiksel düşünmeyi problem çözme sürecinde bireyin olguları araştırdığını, tahminlerde bulunduğunu, hipotezler kurarak test ettiğini bunlara göre sonuçlar çıkararak bilgi ürettiğini söylemiştir. Dreyfus (1990), üst düzey matematiksel düşünme sürecini “Gösterim (temsil)” ve “Soyutlama” olarak ikiye ayırmıştır. Gösterim kendi içinde gösterim (sembolik ve zihinsel gösterim), gösterimlerin çevrilmesi ve modelleme olarak üçe ayrılmış, soyutlama ise genelleme, sentezleme ve soyutlama olmak üzere üçe ayrılmıştır. Arslan ve Yıldız (2010), matematiksel düşünmeyi özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma ve ispatlama başlıkları altında incelemiştir. Tall (2002), matematiksel düşünmeyi soyutlama (abstraction), sentezleme (synthesizing), genelleme (generalizing), modelleme (modelling), problem çözme (problem solving), ispat (proof) şeklinde incelemiştir. Stacey, Burton ve Mason (1985), özelleştirme (specializing), genelleme (generalizing), varsayımda bulunma (conjecturing), doğrulama, ikna etme (justifying and convincing), olarak incelemiştir. Keskin, Akbaba-Dağ ve Altun (2013), matematiksel düşünmeyi özel değerler için durumu test etme (özelleştirme), genelleme, varsayımda bulunma ve ispatlama olarak incelemiştir. Ma’moon (2005), genelleme, tümevarım, tümdengelim, sembolleri kullanma, mantıksal düşünme ve matematiksel ispat olarak değerlendirmiştir. Mubark (2005), genelleme, tümevarım, tümdengelim, sembollerin kullanımı, mantıksal düşünme ve matematiksel ispat olarak ele almıştır. “Tahmin etme, tümevarım, tümdengelim, özele indirgeme, genelleme, analoji, muhakeme etme ve doğrulamayı" içeren karmaşık süreçlerin bir birleşimi şeklinde önceki çalışmaları destekleyen ifadeler mevcuttur (Liu ve Niess, 2006).

Alkan, Bukova-Güzel (2005), matematiksel düşünmenin işleyiş şemasını Şekil 1'deki gibi göstermişlerdir.




Şekil 1. Matematiksel düşünmenin işleyişi

Aynı çalışmada matematiksel düşünme sürecinin aşamalarını Şekil 2'deki gibi göstermişlerdir.




Şekil 2. Matematiksel düşünmenin oluşum süreci

Görüldüğü gibi matematiksel düşüncelerin oluşumunu yeni matematiksel düşüncelerin oluşumunun başlangıcı olarak ifade etmişlerdir. Süreçleri içerisinde olgunun ortaya konulması, örüntülere bakılması, ilişkiler kurulması, denemelerde bulunulması, tahminlerde bulunulması ve bunların ispatlanması basamaklarını da içerecek şekilde almışlardır.

Matematiksel düşünme ile ilgili yapılan sınıflamalar göz önüne alındığında farklı isimlerde bahsedilmesine rağmen aynı içeriklerin ifade edildiği görülmektedir. Tuncay (2015), farklı çalışmalarda geçen matematiksel düşünme ifadelerini sınıflandırmış ve şu şekilde bir tablo oluşturmuştur:

Tablo 1. Matematiksel düşünmenin bileşenleri

| YAZARLAR / BOYUTLAR | Akan ve Bukova -Güzel (2005) | Tall (2002) | Mason, Burton ve Stacey (2010) | Hacısalihoğlu, Mirasyedioğlu ve Akpınar (2003) | Liu (2003) | Arslan ve Yıldız (2010) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Tahmin Etme | X | | | | | |
| Genelleme | X | X | X | X | X | X |
| Varsayımda Bulunup Test Etme | X | | | | | |
| Varsayımda Bulunma | | | X | | | X |
| Soyutlama | X | X | | | | |
| Muhakeme Etme | X | | | | | |
| İspatlama ile Yeni Bir Bilgi Ya da Kavrama Ulaşma | X | | | | | |
| İspat | | X | | | | X |
| Sentezleme | | X | | | | |
| Modelleme | | X | | | | |
| Problem Çözme | | X | | | | |
| Özelleştirme | | | X | | | X |
| Doğrulama ve İkna Etme | | | X | | | |
| Doğrulama | | | | | X | |
| İkna Etmek | | | | X | | |
| Tahmin Etmek | | | | X | X | |
| Ayrıntılamak (Özelleştirmek) | | | | X | | |
| Tümevarım | | | | | X | |
| Tümdengelim | | | | | X | |
| Örnekleme | | | | | X | |
| Analoji | | | | | X | |
| Formal ve İnformal Olmayan Usa Vurma | | | | | X | |

Tablo 1 incelendiğinde bu çalışma için, ortak ve birbiri yerine kullanılmış ifadeler göze çarpmaktadır. Örneğin özelleştirme yerine ayrıntılamak, örneklemek; genelleme için tümevarım; varsayımda bulunma için test etme, tahmin etme; ikna etmek için doğrulama ispatlama gibi birbiri yerine kullanılan ifadeler vardır. İç içe giren kimilerinde birbirlerini kapsayan süreçler beraber değerlendirildiğinde dört ana basamağın ele alınmasına karar verilmiştir; özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma, ikna etme.

Bu ifadelerden gördüğümüz, sürecin aşamalı olduğudur ve her tanımda bazı farklılıkların belli özel durumlara vurgu yaptığıdır. Diğer yandan matematiksel düşünmenin yukarıda sayılan aşamalarının ortaya çıkışı ve sırası, süreci yaşayan bireye ve problem durumuna göre değişiklik gösterebilir (Arslan ve Yıldız, 2010). Aynı durum karşısında bir birey bütün aşamalardan geçerken, bir başka birey bazı aşamaları atlayarak bir sonraki aşamaya geçebilir, bu durum bireye ve probleme göre değişebilir (Arslan ve Yıldız, 2010).

Bu gibi çalışmalarda da görüldüğü gibi ortak bir tanım ve bileşenler dizisi bulunmamakla beraber matematiksel düşünmenin bir problemin sadece cevabının bulunmasının dışında problem durumuna çözüm olacak süreçlerin yönetimini gerektiren üst düzey bir düşünme süreci olduğu görülebilir (Polya, 1945). Matematiksel düşünme ile ilgili yukarıda belirtildiği gibi birbirlerinden farklı sınıflamalar mevcut olsa da çalışmalarda tanımlanan ve birbirleri ile örtüşen ortak düşünme aşamaları incelendiğinde dört adımda analiz edilebilen üst düzey düşünme faaliyetlerini içeren bir süreç olarak tanımlanabilir. Bu çalışmalar ışığında aşamaların birbirine benzer ve eş süreç ve becerileri anlattıkları daha belirgin olan özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma ve ikna etme/ispat aşamaları üzerine yoğunlaşılabilir. Bu çalışmada matematiksel düşünme özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma, ikna etme/ispatlama aşamalarından oluşan üst düzey bir düşünme becerisi olarak ele alınmıştır.

*Özelleştirme*, özel durumları deneme, örneklere bakma olarak açıklanmıştır (Stacey, 2006). Stacey, Burton ve Mason (1985), özelleştirmeyi, bir genellemeye ulaşmayı sağlayan kanıtları bir araya getirme işi olarak ifade etmişlerdir. Bu iki tariften anlaşılan durum, özelleştirme ile ilgili olarak basit düzeyde bir süreç olmasının yanında bir giriş davranışı olmanın verdiği yönelim, bir eğilim gibi algılanabilir. Arslan ve Yıldız (2010), özelleştirmeyi, bir veya daha fazla örnek verme, bir örneği tanımlama, gösterme anlatma, seçme, çizme veya bulma gibi eylemleri içeren bir süreç olarak açıklamışlardır. Bu açıdan bakıldığında özelleştirme bireyin bir problemle karşılaştığında en etkili çözüm yolu, özel, duruma ait, özgün, örnekleri incelemesidir. Özel değerleri ve mevcut durumu denemek tümevarımın başlangıcı olabilir ve bireyin öğrenmesi, düşünmesi yolunda doğal bir süreç olarak görülür (Burton 1984). Burton (1984), öğrencinin matematiksel düşünmesinin başlangıcı olarak gördüğü bu adımda, her örneğin, her denemenin bir tümevarıma giden girişim olduğunu vurgulamıştır.

*Genelleme*, bir problemi çözerken gerçekleşen matematiksel düşünme süreçlerinden bir diğeridir (Yeşildere ve Akkoç, 2010). Genelleme kavramı ile ilgili olarak Stacey (2006), ilişkileri ve yapıları arama ifadesini kullanmıştır. Ortaokul matematik dersi öğretim programı ve kılavuzunda öğrencilerden, kavram ve kurallar arasında karşılaştırmalar yapabilmesi, onlara somut ve soyut temsil biçimleri arasında ilişkilendirme yapabilecekleri problemlerin çözdürülmesi istenmiş, öğrencilerin genelleme becerileriyle ilgili çalışmalar önerilmiştir (MEB, 2018). Genellemeleri ifade etmek için örüntüleri kullanmak matematiksel süreçlerde en çok tercih edilen yöntemlerden biridir (Palabıyık, 2010). Bu durum karşımıza genellemeye dair olan ifadelerin kimi zaman ilişkilendirme ile de açıklanmasıyla da çıkmaktadır ve yenilenen ortaokul programında kazandırılması gereken ortak beceriler arasında ilişkilendirme mevcuttur (MEB, 2009). Öğrencilerin yapacakları genellemelerde, matematiksel düşüncelerini farklı ifade ile nitelikli öğrenmeye olanak sağladığından bahsedilmektedir (MEB, 2018). Benzer şekilde genelleme sırasında sınıflama, eşleştirme, sıralama ve karşılaştırma yapma, benzerlik ve farklılıkları belirleme, iki değişken arasındaki ilişkiyi matematiksel veya sözel olarak ifade etme, olabilecek bütün ihtimalleri tanımlama gibi eylemler de söz konusudur denilebilir (Hacısalihoğlu, Mirasyedioğlu ve Akpınar 2003; Mason, Burton ve Stacey 1991; Arslan ve Yıldız, 2010). Bu beceriler matematiksel düşünmenin gerçekleşebilmesi için gerekli becerilerdendir (Suzuki, 1998). Bulunan bir çözüm yolunun benzer diğer durumlarda da uygulanır olduğunun anlaşılması, örnek durumlar arasındaki bir örüntüye, yapıya veya ilişkiye taşımak şeklinde ifade edilmiştir (Olkun, Şahin, Akkurt, Dikkartın ve Gülbağcı 2009). Biber ve Argün (2012a), genelleme becerilerini araştırdıkları çalışmalarında, genelleme yapma yeteneğinin matematiksel düşünmenin ileri seviyelerine ulaşmada en önemli hedef olduğunu belirtmiştir. Bu açıdan düşünüldüğünde genelleme sadece bir matematiksel düşünme aşaması değil, sonraki süreçler için kazandırılması gereken önemli bir zihinsel beceri olarak da değerlendirilebilir. Bu görüşü destekler nitelikte, Carpenter ve Levi (2000), ilköğretim düzeyinde genelleme yapmanın ve sembol kullanımının önemine işaret etmişler ve temel matematikten cebire geçiş için genellemenin örüntülerle sağlanması gerekliliğini ifade etmişlerdir. Matematiksel genellemelerde, özel durumlardan belirli işlemler sonucunda bulunulan öneri hakkında çıkarımda bulunulmaya çalışılır. Bu durum, genelleme sırasında özel değerler ve belirli işlemler yapıldığında özelleştirme becerisinin de gerçekleştiğini gösterebilir. Genellemenin gerçekleşme koşulu bazen belli sayıda adımın kontrol edilmesi, örüntünün veya iddianın genellenebilirliği hakkında karar vermek için yeterli olabildiği gibi bazen de iki üç adım yeterli olabilmektedir (Baki, 2015).

*Varsayımda bulunma*, tahmin etme, tam hesaplama yapmadan elde edilmek istenen cevapları yaklaşık olarak bulma sürecidir, rastgele yapılan bir olay değildir (Pesen, 2003). Öztürk (2013), matematiksel varsayımda bulunmayı ilişkileri ve sonuçları tahmin etme becerisi olarak ifade etmiştir. MEB (2009), tahmin etme ile ilgili konulara yer vermiş işlemsel tahmin ve ölçmeye dayalı tahmin olmak üzere ikiye ayırmıştır. Tahmin etkinliklerinin akıl yürütme becerisinin gelişimine zemin hazırladığını düşündüğümüzde (Olkun ve Toluk, 2007), MEB'in bunu teşvik etmesi ve bir amaç olarak sunması anlamlıdır. Arslan ve Yıldız (2010), varsayımda bulunmanın özelleştirme ve genelleme süreçleri esnasında kendiliğinden ortaya çıktığını ve sayısal veya sözel matematiksel olarak tahminde bulunma, matematiksel iddiaları formüle etme, önermelerden sonuç çıkarma gibi eylemlerin bulunduğu bir süreç olarak ifade etmiştir. Buraya kadar olan tanımlar, varsayımda bulunmanın farklı tarifleri olarak karşımıza çıkmakta ve birbiri ile iç içe olan bir süreci anlatmaktadır. Diğer bir yaklaşım olarak varsayımda bulunmaya döngüsel bir özellik de eklemiştir. Döngüsel biçimde varsayımda bulunma; ortaya konan varsayımın neden doğru olduğunun incelenmesi veya yanlış ise nasıl düzeltilebileceğinin araştırılmasının takip edilmesidir (Stacey ve diğerleri, 1985).

*İkna etme, ispat* bir şeyin neden doğru olduğunu bulma ve ifade etme olarak ifade edilmektedir (Öztürk, 2013). Matematikte ispat ve ispata ait yöntemlerle ilgili olarak ortak bir görüş ve net bir sistematik yaklaşımın olmayışı, eğitim literatüründe de ispat olarak kabul edilip edilmeyeceği belli olan net bir yapının olmayışına neden olmuştur denebilir (Polat ve Demircioğlu, 2016). Bu açıdan literatür araştırması, çalışmanın amacına uygun olan ikna etme ve ispat kavramları ile sınırlandırılmıştır. Ayrıca Harel ve Sowder (2007), matematiksel ispatı bir iddianın doğruluğu hakkındaki şüpheleri ortadan kaldırmak için insanlar tarafından yapılan zihinsel bir aktivite olarak tanımlamışlardır. İspat yapmayı da bu aktiviteyi anlama ve başkalarını yaptıklarına ikna etme olarak ifade etmişlerdir. Bir iddia hakkında kişinin kendi şüphelerini gidermesini idrak etme ve yine iddia üzerindeki başkalarının şüphelerini giderilmesini, ortadan kaldırılmasını ikna etme olarak açıklamışlardır.

Matematik eğitiminde ispatın tüm boyutlarıyla üniversite düzeyinde, özellikle matematik eğitimi ve matematik bölümlerinde ele alındığını söyleyebiliriz (Aylar ve Şahiner, 2016). Çalışmayla ilgili olarak, ortaokul düzeyinde ispata bakıldığında öğrencilerden genellemeler hakkında varsayım oluşturmaları ve varsayımları değerlendirmeleri beklenir. Bu seviyedeki öğrenciler varsayımları değerlendirebilmeli, matematiksel iddiaları formüle ederek tümdengelimli ve tümevarımsal muhakemeyi kullanabilmeli, muhakeme becerilerini geliştirmeli ve sürdürmelidir (Altıparmak ve Öziş, 2005). Öğrenciler matematiksel iddiaları tümdengelim ve tümevarım yöntemleri ile kontrol etmeli, hatalı olanlara karşı iddialar ortaya koymalı, aynı zamanda matematiksel ifadeleri sembollerle ifade edebilmelidir (Aylar, 2014). İspatın fonksiyonlarının ispatı yapan ve okuyan kişiye göre değişebildiği bilinmektedir. Dede ve Karakuş (2014), bu durumu şu şekilde örneklendirmektedir: Bir matematik alanı uzmanı bir teoremi ispatlarken teoremin kesinliğini gösterilebilirken bir öğrenci için aynı teoremin ispatı temel fikrin açıklaması olabilir. Pedagojik bakış açısıyla bakıldığında, ispatın yapılış amacının da değişiklik gösterebileceği bilinmektedir. İspatın pedagojik bakışla Heurustik, açıklayıcı, keşfedici ve görsel ispat olmak üzere dört başlıkta incelenmesi mümkündür (Hanna, 2000). Hanna (2000), bu ispat türlerini şu şekilde açıklamaktadır: Heuristik ispat, formel ispattan çok eğitsel bir ispattır, bireyin sezgisi ispat sürecinde asıl omurgayı oluşturmaktadır; açıklayıcı ispat, aksiyomlar ile ispatlar yerine açıklayıcı ve ikna edici ispatlardır; keşfedici ispat, bireyin her durumda aynı sonucun oluşunu yorumlamasıdır, daha çok dinamik yazılımlarla mümkün olmaktadır; görsel ispat, modellemenin yardımıyla yapılan ispatlardır.

İspatın teorik ve pedagojik açıdan sınıflamaları olduğu gibi, öğrencilerin/bireylerin zihninde oluşan ispatla ilgili çeşitli şemalar mevcuttur. Çünkü farklı kültür, zaman ve koşullarda yaşayan öğrenciler/bireyler, matematiksel bir ifade ve önermeye yönelik durumu belirleme ve ikna olma/etme süreçlerine ilişkin şüpheleri ortadan kaldırmak için farklı yöntemler kullanırlar (Harel ve Sowder, 2007). Bu durum öğrencilerin konu hakkındaki düşünce yapılarını ortaya çıkaran ispat şemalarının farklılık gösterebileceğini ortaya koymaktadır. Bu bağlamda, Harel ve Sowder (1998) tarafından ispat şemalarına yönelik üç kategori önerilmiştir: dışsal ispat şeması, deneysel ispat şeması ve analitik ispat şeması.

**1. Dışsal İspat Şeması:** Bilginin doğruluğunun kesinliğini, öğretmene, kitaplara, formüllere bağlamak dışsal ispat olarak isimlendirilir. Üç alt başlıkta incelenir:

a) Ritüel ispat şeması: Önceden bilinen ezberledikleri doğrulara ve yöntemlere göre yaptıkları ispat şemasıdır.
b) Otoriter ispat şeması: Bir ispata ikna olmada ispatın yapılış sürecini irdelemek yerine kitap veya öğretmen gibi bir otoritenin ifadesinin yeterli olduğu ispat şemasıdır.
c) Sembolik ispat şeması: Problem durumlarını tam olarak yorumlamadan ve ilişkilere dikkat etmeden problem çözümüne odaklandıkları ispat şemasıdır.

**2. Deneysel İspat Şeması:** Duyuşsal ve fiziksel birikimlerin etkisiyle önermelerin doğruluğu hakkında fikir belirtilir. Bu ispat türü iki başlıkta incelenmiştir:

a) Tümevarımsal İspat: Öğrenci, bir veya daha fazla özel durum için bir önermenin ve varsayımın doğruluğu hakkında genel bir sonuca varabilir, etrafındakilere de bunu izah etmeye çalışabilir. Diğer bir deyişle ispata söz konusu olan kümenin belirli sayıdaki elemanı için doğrulama yapan öğrenci buradan tüm elemanlar için genellemeye vararak ispatını sunabilir.

b) Sezgisel İspat: Öğrenci birkaç basit çizimiyle sezgisel iddiasını göstermeye çalışabilir, hisleriyle durumun doğru olduğunu da sezebilir, ancak güçlü bir delil ortaya koyamaz.

**3. Analitik İspat Şeması:** Alt başlıkları, aksiyomatik ve dönüşümsel ispat olan bu ispat türü, tümdengelimci ispattır. (Harel ve Sowder, 2007). Özel örnekler üzerindeki özel değişikliklerin incelendiği, bunlardan genellemeler elde edildiği ispat türü dönüşümsel, formel bir ispatın söz konusu olduğu ispatlara ise aksiyomatik ispatlar denir.

Bu şemalar, birbirlerinden bağımsız değildir ve öğrenciler/bireyler aynı anda bu şemaların birden fazlasına sahip olabilirler. Bu ispat şemalarının her biri, öğrencilerin/bireylerin matematiksel gelişimlerindeki ve ispatlama süreçlerindeki davranışlarının gözlemlenmesinden çıkarılan bir bilişsel basamağı, bir zihinsel beceri ve yeteneği ifade etmektedir. Bu açıdan bakıldığında örneğin aksiyomatik ispatın daha üst düzey bir ispat süreci olduğu, dışsal ispat veya sezgisel ispat gibi ispatların daha alt beceriler gerektiren ispatlar olduğu sonuçlarına varılabilir. İkna etmeye/ispata yönelik literatürde incelendiğinde farklı yaş gruplarının farklı seviyelerde ikna etme süreçlerine sahip olduğu görülmektedir. Mesela üst düzey bir öğrenci için ispat etme analitik bir ispat süreciyle formel ispat faaliyetlerini içerebilirken yaşça daha küçük 7.sınıf öğrencisi için sezgisel ispat süreciyle basit çizimler kullanılarak hisleriyle doğru olduğunu sezdiği faaliyetleri içeren ikna etme olarak ele alınabilir.

Baki (2015), iddia ve örüntünün bütün şartlarda genellenebilirliği gösterildiğinde ispatın tamamlanmış olduğunu söylemiştir. İspatın üç aşamada tamamlandığını aktarmıştır:

1) Doğrulama, araştırma,
2) Açıklama, doğrulanan fikirleri ima etme,
3) Soyutlama, matematiksel dil kullanma, (Baki, 2015).

Bu üç aşama incelendiğinde, matematiksel düşünme aşamalarından izler bulmak mümkündür. Burada doğrulama ile ispat arasındaki farka değinen Carpenter ve diğerleri (2003), ilköğretim öğrencilerinin ispat düşüncelerinin tamamını doğrulama kategorileri olarak isimlendirmiştir. “Otoriteye başvuru” olarak isimlendirdiği ilk düzeyde öğretmen ve kaynak kitaplarını doğru kabul vardır. İkinci kategoriye “Örnekle doğrulama” ismi verilmiş ve örnekleri çoğaltarak genellemeye ulaşma eğilimi olarak ifade edilmiştir. Üçüncü düzey ise “Genellenebilir argümanlar” düzeyidir ve ortaokul, erken yaş döneminde bu yöntemle sık karşılaşılmaz. Şayet bu yaşlarda öğretmen tarafından doğru ve çeşitli genellemeler teşvik edilirse farklı metotların geliştirilebileceğinden bahsetmiştir.

Çalışmada kabul edilecek kuramsal yapıda, matematiksel düşünme süreçlerinin en son bileşeni olan ispatlama ile ilgili olarak Harel ve Sowder'in 1988 ve 2007 yıllarında konuyla ilgili olarak şunu belirtmişlerdir: İspat yapma/ikna etme deneyiminde öğrenci farklı girişimlerde bulunarak keşfetme sürecine girer. Matematiğin estetik yönünün fark eder ve analitik düşünme becerilerini bir üst seviyeye taşır. Bu ifade, ispatın fonksiyonlarına işaret etmektedir. Çünkü okullardaki matematikte bulunan ispatlar verilen bir yargının sistematik olarak doğru olduğunu, niçin doğru olduğunun gösterilmesini ve bu süreçte farklı keşiflerin yapılmasını barındırır. İspatlama sürecinde kullanılan yöntemler, öğrencinin konu hakkındaki düşünce yapılarını ortaya koymaktadır (Harel ve Sowder, 1998, 2007).

Buradan da anlaşılabileceği üzere ikna etme ve ispat etme aynı davranışsal süreç için farklı isimler olarak kullanılabilmektedir. Aylar ve Şahiner (2016), ortaokul düzeyinde formel ispatın imkansız olduğu söylemişlerdir. Literatürdeki ispat ve ikna etme kavramlarının iç içe olması nedeniyle çalışmada en üst düzey davranış biçimine ispatı da içinde barından ikna etme basamağı denilmiştir. İspatın farklı tanım veya bileşenleri buna izin vermektedir. Çünkü tamamlanmış bir ispat, ancak ispatı yapan bireyin matematiksel düşünme becerilerindeki başarısıyla gerçekleşebilir. Araştırmanın kuramsal çerçevesi bu anlamda literatür çalışmalarının büyük bir kısmıyla örtüşmektedir.

### 2.1.2. Matematiksel Düşünmenin Ölçülmesi

Literatür incelendiğinde farklı ölçme yöntemleri ile matematiksel düşünmenin araştırıldığı görülmektedir. Örneğin, çoktan seçmeli sorularla ölçen çalışmalar olduğu gibi (Umay, 1992), açık uçlu sorularla (Arslan ve Yıldız, 2010), materyal kullanarak (Özge ve Arıkan, 2002) ve bunları destekleyecek şekilde görüşme ve mülakatlarla verilerin toplandığı görülmektedir. Yapılan çalışmaların nicelik olarak arttığı, matematiksel düşünmenin ne olduğu ve nasıl ölçüldüğüyle ilgili araştırmaların çeşitlendiği görülmektedir.

Açık uçlu problem durumları ve görüşmelerle matematiksel düşünmenin ölçülmesi sürecinin tercih edildiği çalışmalara baktığımızda, Arslan ve Yıldız'ın (2010), matematiksel düşünmenin dört aşamasını ölçen açık uçlu soruları içeren üç çalışma yaprağı geliştirdiği görülmektedir. Topladıkları verileri oluşturdukları kodlarla değerlendirmişler ve uygulama sırasında gözlemler ile veri toplamışlardır. Özelleştirme basamağında başarılı, genelleme basamağında sözel ifadelere yatkınlık, varsayımda bulunma ve ispat basamaklarında düşük başarı olduğu sonuçlarına ulaşmış bu alanlarda öğretmenlerin matematiksel düşünmenin üzerinde durmaları gerektiğini önermişlerdir. Coşkun (2012), yüksek lisans tezinde üst düzey matematiksel düşünme süreçlerini sorgulayıcı problem çözme ve öğrenme modeline göre hazırladığı çalışma yaprakları yardımıyla incelemiştir.

Bukova-Güzel (2008), öğretmen adaylarıyla yaptığı çalışmada yapılandırmacı öğrenme ortamının matematiksel düşünme süreçleri üzerine olan etkisini araştırmak için açık uçlu sorulardan oluşan matematiksel düşünmeyi ölçme problemleri geliştirmiş ve bunları kullanmıştır. Stenger (1999), üniversite öğrencilerinin matematiksel düşünme süreçlerinin belirlenmesi amacıyla, öğrencilerin görüşleri ve matematiksel düşünme becerilerine bakışları açısından araştırma yapmıştır. Çalışmasının sonucunda üniversitede matematiksel düşünmenin tüm aşamalarını gösteren çok az sayıda öğrenci olduğunu ortaya koymuştur. Cai (2000), Amerika ve Çin'de 6.sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme becerilerini 6 tane cevabın sınırlı olduğu, 6 tane de farklı çözümlerin olabileceği toplam 12 soru ile ölçmüştür.

Yeşlidere (2006), doktora tezinde 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin bilgiyi oluşturma ve matematiksel düşünme süreçlerini incelerken bilgi ölçeği ve açık uçlu problemlerden oluşan bir ölçek ve örnek olay çalışması problemleri kullanmıştır. Alkan ve Güzel (2005), öğretmen adaylarında matematiksel düşünmenin gelişimini araştırdıkları çalışmada, Greenwood'un (1993), "Mathematical Thinking Styles" (Matematik düşünme biçimleri) çalışmasını temel alarak matematiksel düşünme ölçütlerinden yararlanarak problemler oluşturmuşlardır. Yeşildere ve Türnüklü (2007), öğrencilerin matematiksel düşünme süreçleri üzerine yaptıkları çalışmada uzman görüşlerini alarak oluşturdukları 10 problemi kullanmışlardır. Tuncay (2015), matematiksel düşünme süreçlerini incelediği yüksek lisans tezinde her bir matematiksel düşünme aşaması için 2 soru olmak üzere toplam 8 açık uçlu soru oluşturmuş, bu sorular için aldığı yanıtları matematiksel düşünme aşamalarını aşamalı olarak alt başlıklara ayırarak değerlendirmiştir.

Matematiksel düşünmeyi problemlerle ölçen çalışmaların yanında ölçekle ölçen çalışmalar da vardır. Ersoy ve Başer (2013), matematiksel düşünme ölçeği geliştirmişler ve bu ölçeği geliştirirken alan yazın taraması sonucu en çok tekrarlanan cümleleri soru haline getirerek bir madde havuzu oluşturmuş ve 25 soruluk ölçeğe son halini vermişlerdir. Ersoy ve Güner (2014), sınıf öğretmenliği bölümü 3.sınıfta bulunan 46 öğretmen adayının matematiksel düşünme düzeylerini ölçek kullanarak araştırmışlardır. Bu ölçek, üst düzey düşünme eğilimi, akıl yürütme, matematiksel düşünme becerisi ve problem çözme alt boyutlarını içermektedir. Türnüklü ve Özcan (2014), 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinde matematiksel düşünme ve bilgiyi oluşturma süreçlerini araştırmışlar, bunun için matematiksel güç ölçeği kullanmasının yanında görüşmeler de yapmışlardır. Matematiksel düşünmeyi, farkındalık/farkına varma, ilişkilendirme ve akıl yürütme aşamalarında incelemişlerdir. Sonuçta farklı geometri düşünme düzeyindeki öğrencilerin farklı yollar kullandığını tespit etmiştir. Yüksek matematiksel güce sahip öğrencilerin önceden oluşturulan bilgileri kullanmada ve bilgiyi oluşturmada daha başarılı oldukları sonucuna ulaşmışlardır. Benzer şekilde Suzuki (1998), kendi geliştirdiği "Matematiksel İletişim ve Akıl Yürütme" (Mathematics Abilities in Reasoning and Communication) ölçeğini kullanmıştır. Matematiksel düşünme şu beş boyutta incelenmiştir; kavramsal bilgi, işlemsel bilgi, akıl yürütme ve stratejileri, olgunluk, iletişim. Karakoca (2011), 6. sınıf öğrencilerinin problem çözme süreçlerinde matematiksel düşünmeyi kullanma durumlarını incelediği çalışmasında veri toplama aracı olarak, Cai (2000) tarafından geliştirilen matematiksel düşünme ölçeğini Türkçeye çevrilerek uygulamıştır.

Keskin, Akbaba-Dağ ve Altun (2013), 8. ve 11. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme aşamalarındaki davranışlarını karşılaştırmak amacıyla yaptıkları çalışmada iki çalışma yaprağı hazırlamışlar ve her çalışma yaprağını dört alt soru ile derinleştirmişlerdir. Alt sorularla matematiksel düşünme aşamalarını ortaya çıkarmayı hedeflemişlerdir.

Duran (2005), matematiksel düşünme becerileriyle ilgili yürüttüğü yüksek lisans tezinde ölçme aracı olarak 15 yaş grubu öğrencilerine uygulanmış olan OECD PISA projesi kapsamındaki başarı testini ve öğrenci anketlerini kullanmıştır.

Matematiksel düşünmeyi başarı testi ve görüşmeler ile belirleyen Umay (1992), ölçme maddelerini beş aşamayı izlemek üzere oluşturmuştur; Düşünme süreci içindeki yanlışı bulma, süreç içinde izlenmesi gereken yolda boş bırakılan ya da kritik adımı bulma, belli bir düşünme sürecinde ilk ya da bir sonraki adımı bulma, verilen bir çözüm yoluna uygun problemi seçme, verilen çözüm yollarından probleme en uygun olanı seçme. Jordan ve Hanich (2000), öğrenme farklılıkları olan 76 adet ikinci sınıf öğrencisi üzerinde okumada yaşadıkları zorluklar ve matematikte farklı öğrenmeleri olan öğrencilerin, matematiksel düşünmelerindeki ilişkiyi araştırmıştır. Okumada normal olan 20 öğrenci, hem matematikte zorlanan hem okumakta zorlanan 10 öğrenci, sadece okumakta zorlanan 36 öğrenci ve sadece matematikte zorlanan 10 öğrenciyi ayrı ayrı gruplayarak çalışmasını sürdürmüştür. Başarı testi ile yaptığı çalışmada matematiksel düşünmedeki şu dört aşamayı incelemiştir: sayıları tanıma ve sayılarla ilgili olgular, problem durumları/örnek olaylar, yer-konum değerleri ve kağıt-kalem ile hesap yapma.

Matematiksel düşünmeyi farklı yollarla ölçen çalışmaların yanı sıra farklı bileşenlerle de ele alındığı çalışmalar olduğu görülmektedir. Çalışmanın kuramsal çerçevesi doğrultusunda matematiksel düşünme becerisini bu çalışmada ele alınan dört basamak bağlamında irdeleyen çalışmalar ilerleyen kısımlarda ayrıntılı olarak incelenmiştir.

Özelleştirme becerilerini inceleyen Demircioğlu ve Tuncay (2018), iki öğretmen adayı, iki matematik öğretmeni ve bir akademisyen olmak üzere 5 katılımcıya sordukları açık uçlu bir soruya verilen yanıt kâğıtları ve çözüm süreçlerinin video kaydı ile verileri toplamışlardır. Ulaştıkları sonuçta katılımcıların özelleştirme ile ilgili sorularda başarılı olduklarını ortaya koymuşlar ve bunun nedeni olarak hem ilkokul hem ortaokulda işlemsel bilgiye yönelik çalışmalara ağırlık veriliyor olması olarak yorumlamışlardır.

Yıldırım ve Köse (2018), ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin çokgenler ile ilgili problemlerdeki matematiksel düşünme süreçlerini incelemişlerdir. Klinik görüşmelerle verilerin toplandığı araştırma sonucunda, öğrencilerin aşina oldukları problemlerde özelleştirmede kolaylıkla başarılı olduklarını gözlemlemişlerdir. Aşina olmadıkları problemlerde ise öğrencilerin problemleri anlamada sıkıntı yaşamaları sebebiyle özelleştirmede zorlandıklarını ortaya koymuşlardır.

Genelleme ile ilgili çalışmalara bakıldığında çoğunlukla örüntüler ve cebirsel ifadelerle ilgili çalışmaların yapıldığını söyleyebiliriz. Biber ve Argün (2012b), matematik öğretmenliği 2. sınıfındaki 52 öğretmen adayı ile açık uçlu sorulardan oluşan yazılı anket ile “tek değişkenli fonksiyonların limit kavram bilgisi” yardımı ile ulaştıkları soyutlama ve genelleme becerilerinin nasıl geliştiğini araştırmışlardır. Çalışmanın sonucunda matematiksel düşünme gücünü oluşturan kavramsal bilgilerin, adayların matematiksel genelleme yapmalarıyla doğrudan ilişkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Çayır (2013), 425 tane 9.sınıf öğrencisiyle yaptığı çalışmada genelleme süreçlerini araştırdığı çalışmada açık uçlu 10 adet problem içeren “Cebirsel Problem Çözme Testi” kullanmıştır. Ortaokul Matematik Dersi 6, 7 ve 8. sınıflar Öğretim Programı öğrenme alanlarını ve kazanımlarını dikkate alarak oluşturduğu bu açık uçlu sorularda “örüntüler ve ilişkileri” ve “denklemler” ile ilgili çözüm sırasındaki becerileri inceleyerek genelleme üzerine çalışmıştır. Araştırmanın sonunda öğrencilerin etkin biçimde kullanmadığı genelleme stratejilerinin olduğunu ifade etmiştir.

Yeşildere ve Akkoç (2010), öğretmen adaylarının öğretim stratejileri konusunda yeterli bilgiye sahip olmamalarıyla beraber bizzat kendilerinin örüntülerle ilgili öğrenci güçlüklerine sahip olduklarının gözlendiğini ifade etmişlerdir. Yeşildere ve Akkoç (2011), öğretmen adaylarının örüntüleri genelleme süreçlerini incelemek amacıyla 145 ilköğretim matematik öğretmenine dört açık uçlu soru yöneltmiş, sürecin analizinde Radford (2006), tarafından ortaya konulan çerçeveyi kullanmışlardır. Radford (2006), genelleme sürecini aritmetik genelleme ve cebirsel genelleme olarak iki grupta ele almıştır. Yeşildere ve Akkoç (2011), benzer şekilde ilk iki problemi lineer, diğer ikisini lineer olmayan biçiminde oluşturarak örüntüleri genelleme süreçlerini incelemişlerdir. Çalışmaları sonucunda, ilişkinin daha rahat görüldüğü lineer örüntülerde örüntünün belli olan terimlerinden yararlanarak sonraki terimleri bulma eğiliminde olunduğu, daha karmaşık örüntülerde ise deneme yanılma üzerine yoğunlaşılarak genellemelere ulaşıldığını ortaya koymuşlardır.

Akkan ve Çakıroğlu (2012), 6, 7 ve 8. sınıfta öğrenim gören toplam 18 öğrencinin genelleme stratejilerini belirlemek amacıyla dört açık uçlu soru sormuşlar ve süreci izlemişlerdir. Çalışma sonunda öğrencilerin çoğu için örüntüyü tanımanın sorun olmadığını ancak cebirsel veya kelimelerle açık kuralı ifade ve temsil etmede zorlandıkları sonucuna ulaşmışlardır.

Tanışlı ve Köse (2011), sınıf öğretmeni adaylarının şekil örüntülerini genelleme süreçlerini araştırmışlardır. Verilerin toplanmasında klinik görüşme tekniği kullanılmış, görüntüler video kameraya kaydedilmiştir. Sonuçta ise görselleştirme aracılığıyla şekil örüntülerindeki görsel ipuçlarını ve şekilden yola çıkarak cebirsel yapıyı görebilmelerinin geliştirilmesi gerekliliğini, bunun cebirsel düşünmenin gelişiminde önemli bir bileşen olduğunu ortaya koymuşlardır.

Baş, Erbaş ve Çetinkaya (2011), üç matematik öğretmeni ve onların toplamda 49 öğrencisi ile yürüttüğü çalışmada cebirsel düşünme yapılarını genelleme etkinliği üzerinden belirlemeye çalışmışlardır. Veriler yarı yapılandırılmış görüşmeler, ses kayıtları ve çözüm kâğıtları üzerindeki çözüm süreçlerinin değerlendirilmesi ile toplanılmıştır. Özellikle cebirsel örüntülerin genellenmesi konusunda öğrencilerin genelleme etkinliklerinde farklı stratejiler izleyebilecekleri düşünme yapılarını kullanabilecekleri ortaya konulmuştur. Ayrıca bu çalışmada öğrencilerin düşünme yapılarının ortaya çıkartıldığı ve desteklendiği bir öğrenme ortamının yenilenen eğitim-öğretim anlayışına uygun bireylerin yetişmesinde önemli bir rol oynayacağı sonucuna ulaşılmıştır.

Olkun, Şahin, Akkurt, Dikkartın ve Gülbağcı (2009), ilkokul 3, 4. ve 5. sınıf öğrencilerinin sözel bir toplamsal problemin çözümünde modelleme ve genelleme süreçlerini incelemişlerdir. Toplamda 278 öğrenci ile yürütülen bu çalışmada veriler görüşme ve çalışma kâğıtları ile toplanmıştır. Alınan sonuçlarda başarı düzeyi oldukça düşük çıkmıştır. Problemlerle ilgili başarısız oldukları durumda doğru ilişkilerin kendilerine gösterilmesi durumunda dahi genellemelere ulaşamadıkları gözlenen öğrenci gruplarından, deneysel müdahale sonucunda ise sadece 5. sınıf öğrencilerinin ciddi bir gelişme kaydettiği sonucuna ulaşılmıştır.

Akkan ve Baki (2016), 5, 6, 7 ve 8. sınıflardan olmak üzere 285 öğrenci ile yürüttüğü ve ortaokul öğrencilerinin cebire geçişlerini inceledikleri çalışmada, açık uçlu sınavlar ve klinik mülakatlarla verileri toplamışlardır. Sonucunda ise doğal sayı sistemi ile ilgili özellikleri genelleme açısından öğrenim seviyesi arttıkça cebire geçisin 5 ile 6 ve 6 ile 7.sınıf öğrencileri arasında değişim ve gelişim çok belirgin olmamış ancak 7 ile 8. sınıf öğrencileri arasında belirgin biçimde görüldüğü sonucuna ulaşmışlardır.

Tanışlı, Köse ve Camci (2017), ortaokul matematik öğretmeni adaylarının örüntüler açısından genellemelerini araştırdıkları çalışmada genelleme ile doğrulama arasındaki ilişkiyi saptamayı amaçlamışlardır. Sekiz öğretmen adayıyla yapılan çalışmanın sonucunda matematiksel çalışmalarda öğrencilerde doğrulama yapma becerisinin erken yaşlarda kazandırılmasının genellemeyi destekleyeceğini söylemişlerdir. Ayrıca doğrulama ve genelleme ilişkisine yönelik daha net ve açık çalışmaların yapılabileceğini, genellenen kuralın daha çok ilişkili olduğu şekil üzerinden doğrulandığı, şeklin yapısını analiz ederek genelleyen öğrencilerin zorlanmadan tümdengelim doğrulama yapabilmeleri sayısal muhakeme ile ilişkilendirmeleri ve doğrulama yapmanın genelleme yapmayı desteklediği sonuçlarına ulaşmışlardır.

Akkan, Öztürk ve Akkan (2017), ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının genelleme stratejilerini incelemek amacıyla yapılandırılmış görüşme formları aracılığıyla dört problem yöneltmişler ve çalışma sonucunda genellemelerin gerekçelendirilmesi süreçlerinde ifadede güçlüklerle karşılaşmışlardır ve bu durumun gelecekteki öğrencilerinin de matematiksel düşünmelerini etkileyeceğini söylemişlerdir.

Türkmen ve Tanışlı (2019), cebir öncesindeki dönemde olan 3, 4 ve 5. sınıftaki öğrencilerin genelleme düzeylerini belirleme amacıyla toplam 116 öğrenciyle yürüttükleri çalışmada verileri açık uçlu sorularla toplamış, aldıkları yanıtları düzeylere ayırmıştır. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin bazılarının yalnızca yinelemeli örüntüye odaklandıkları, değişen nicelikler arasındaki ilişkilerden çok değişkende yinelenen örüntüye odaklandıkları gözlenmiştir. Bazı öğrenciler ise kuralı önce sözel olarak açıklamış daha sonra değişken kullanarak ifade etmiştir. Bu durumun öğrencilerin ilişkilerin altında yatan genel ifadeleri önce sembol kullanarak tanıyabilme eğiliminde olduklarını ifade eden Stephens ve arkadaşlarının (2017), çalışmasıyla farklı bir sonuç olduğu, bunun da öğrencilere verilen farklı eğitim süreçlerinin bir sonucu olabileceğini söylemişlerdir.

Yakut-Çayir ve Akyüz (2015), 9. sınıf öğrencilerinin örüntü genellemeleri stratejilerini belirlemek amacıyla 425 öğrenciyle çalışmış, iki açık uçlu soru ile verileri toplamışlardır. Çalışma sonucunda öğrencilerin çoğu için örüntüyü tanımanın sorun olmadığını ancak cebirsel ifadesinin veya kelimelerle açık kuralı ifade ve temsil etme süreçlerinin öğrenciler için zorlayıcı olduğu sonucuna ulaşmışlardır.

Arslan ve Yıldız (2010), varsayımda bulunma boyutuyla ilgili açık uçlu sorularla araştırmasını yürütmüşlerdir. Çalışmalarında Stacey ve diğerlerinin (1985), araştırmasından da faydalanarak varsayımda bulunma sürecini bir döngüsel süreç olarak izlemiş, ortaya atılan varsayımın doğruluğunun kontrolünü, neden doğru olduğu veya nasıl düzeltilebileceğinin araştırıldığı bir süreç olarak ele almıştır.

Yıldız, Baltacı, Kurak ve Güven (2012) tarafından yürütülen çalışmada ÜYT konulmuş ve ÜYT konulmamış öğrencilerle yapılan bir başka çalışmada ise problem durumuyla karşılaşan her iki öğrenci grubunun da tahmin etme stratejisini hiç kullanmadığı sonucuna ulaşmıştır.

İspat ile ilgili görüşlerin araştırıldığı çalışmalarda da, Moralı, Uğurel, Türnüklü ve Yeşildere (2006), matematik öğretmen adaylarının ispata yönelik görüşlerini belirlemek üzerine çalışmışlar, görüşlerinin ya olmadığı ya da yetersiz olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Albayrak (2010), 8. sınıf öğrencilerinin ispat üzerine yaptığı çalışmada öğrencilerin çoğunun ispat ve muhakeme anlamında yeterli olmadıklarını, gerekli olmadığını düşündüklerini, ispat yaparken zorlandıklarını belirtmişlerdir. İspatın aynı zamanda ikna edici olması gerektiğini, temelde bir varsayımın doğruluğunu açıklamak ve buna inandırabilmek boyutun bulunduğundan ispatın öğretmen ve öğrencilerin etkili iletişimi ile ilgili oldukları sonucunu ortaya koymuştur.

Doruk, Kıymaz, Horzum ve Morkoyunlu (2014), sınıf öğretmeni adaylarının ispatla ilgili görüşlerini araştırmış, öğretmen adaylarının ispatın geçerliliğine inandıklarına ancak zaten daha önce ispatı yapılmış önermelerin kendileri tarafından bir daha ispatlamalarının gereksiz ve sıkıcı olduğunu düşünmelerinin yanında kendilerine de güvenmediklerini ortaya koymuşlardır.

İspat sürecinin bilgisayar destekli ortamlardaki süreçlerini araştıran çalışmalar da vardır. Örneğin, Öner (2008), bilgisayar destekli ve işbirlikli öğrenme kuramına dayalı öğretimle öğrencilerin matematiksel ispat becerilerinin gelişebileceğini vurgulamış, CSCL (Computer Supported Collaborative Learning) araçlarından faydalanılabileceğini araştırmıştır. Baltacı, Yıldız, Kıymaz ve Aytekin (2016), ÜYT konulmuş öğrencilerin KK ve dinamik yazılımda kendi öğretmenleriyle beraber tasarladıkları etkinliklerin çözüm süreçlerinde üstün yetenekli bir grup öğrencinin tahminlerinde başarılı olsalar da, bu tahminlerin ispatını ortaya koymada hem KK sürecinde hem de yazılım üzerinde başarısız oldukları sonucuna ulaşmıştır.

İpek (2010), ilköğretim matematik öğretmen adaylarının dinamik geometri yazılımları kullanması ile geometrik ve cebirsel ispat gerçekleştirme süreçlerini araştırmış, öğretmen adaylarının geometri yazılımları ile farklı ispat yöntemleri kullanabildiklerine, cebirsel ispatları ise görsel olarak yansıtabildikleri sonucuna ulaşmıştır.

Demir (2011), dinamik geometri yazılımının 8. sınıf öğrencilerinin geometri ispat becerileri üzerindeki etkisini araştırmıştır. Dinamik matematik yazılımlarından olan Cabri ile hazırlanan bilgisayar destekli materyallerin sınıf ortamında uygulanması sonucu adımları takip etmiş, öğrenme ürünlerinde ispatın aşamalarını değerlendirmiştir. Dinamik yazılımı kullanan deney grubunun lehine olumlu bir fark olduğunu ortaya koymuştur.

Hıdıroğlu ve Bukova-Güzel (2014), GeoGebra kullanarak oluşturdukları teknoloji destekli ortamın, çözüm süreçlerinin hemen her basamağında öğrencilerde var olan becerileri ve karmaşık süreçleri ortaya çıkarabileceği sonucuna varmışlardır. Bu bize farklı ortamlarda ispat süreçlerinin farklılaştığını göstermektedir.

Matematiksel düşünmenin bir aşaması olan ispat/ikna etme ile ilgili becerilerin ve ispat süreçlerinin farklı örneklem gruplarında araştırıldığı çalışmalar mevcuttur. Özer ve Arıkan (2002), Miyazaki ve Balacheff'in ispat düzeylerini kullanarak lise 2. sınıf öğrencilerinin matematik derslerinde ispat becerilerini araştırmıştır. Öğrencilerin materyal kullanılarak ispat yapıp yapmadıkları takip edilen bu araştırmada, neredeyse tamamının amaçlanan düzeyde ispat yapmadıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Çalışkan (2012), 8. sınıf öğrencilerinin ispat yapabilme becerileriyle ile matematik başarıları arasındaki ilişkiyi araştırmıştır. Araştırmada ders kitapları, SBS sınavlarındaki başarı ve öğrencilerin ispat yapabilme seviyeleri birbirleriyle karşılaştırılmıştır. Ders kitaplarındaki ispat seviyelerinin öğrencilerin ispat düzeylerinin altında kaldığı, matematik başarılarıyla ispat yapabilmeleri arasında pozitif ilişki olduğu sonucuna ulaşmıştır.

Zaimoğlu (2012), 8. sınıf öğrencilerinin geometrik ispat sürecini ve eğilimlerini tümevarımsal ve tümdengelimsel muhakeme doğrultusunda araştırmıştır. Çalışmanın sonucunda cebirsel ispat yapan öğrencilerin açıklamalarının yeterli olsa da, sistematik olmadığını, genel olarak ise ispat ve muhakemede yeterli seviyede olmadıklarını ortaya koymuştur.

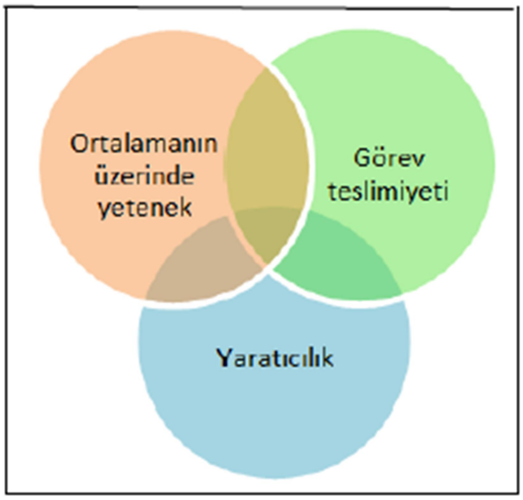
Aylar (2014), 7. sınıf öğrencilerinin ispata dair algılarını ve ispat yapabilme becerilerini irdelediği doktora tezinde ispat toplamda 14 saat süren ispat öğretiminin karşı örnek vererek ispat yapabilme becerisinde artışa, durum yolu ile ispat yapma becerisinde araştırmacının destek ve yönlendirmesi ile ispat yapabildiklerine ulaşmıştır.

Umay (2003), ilköğretim matematik öğretmenliği bölümüne devam eden 35 öğrenci üzerinde matematiksel muhakemeyi ve bireysel/kültürel farklılıkların muhakeme biçimlerine etkisini araştırmış, farklı yolları kullanarak ispat yapılabilse de muhakeme tarzlarında farklılar üretilemediği sonucuna ulaşmıştır.

### 2.1.3. Matematiksel Düşünme ve Matematikte Üstün Yeteneklilik

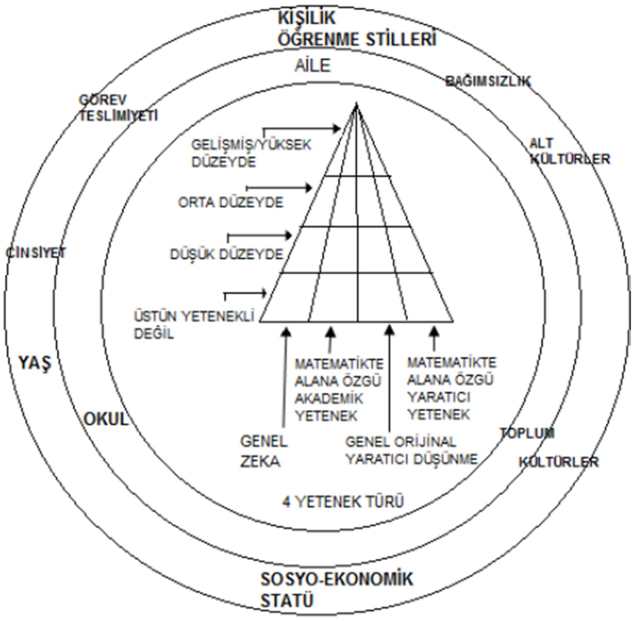
Üstün yetenekli bireyler, zekâ, yaratıcılık, sanat, liderlik kapasitesi veya özel akademik alanlarda yaşıtlarına göre yüksek düzeyde performans gösteren birey olarak ifade edilmiştir (Bilsem Yönerge, 2007). Bu alandaki tanım beklendiği üzere belirli ve tek olmadığı gibi farklı literatürde farklı modeller ve tanımlar mevcuttur.

Renzulli'nin (1978), Şekil 3'te gösterilen üç halka modeli ismi verilen üstün yetenek modelinde, üstün yeteneklilik ortalamanın üzerindeki yetenek, görev teslimiyeti ve yaratıcılığın kesişimi olarak gösterilmiştir. Ortalamanın üzerindeki yetenek, hem genel yetenekleri hem de özel yetenekleri kapsamakta, görev teslimiyeti tahammül ve sabırla çok çalışmayı anlatmakta, yaratıcılık ise orijinallik, özgüven gibi yaratıcılıkla ilgili kapasiteleri ifade etmektedir (Taşkın, 2010). Bu modelden yola çıkarak öğrencilerin yeteneğinin ortaya çıkarılması için ilgi alanlarına göre öğrenim süreçlerinin tasarlanabileceği ifade edilmektedir (Akkaş ve Tortop, 2015).




Şekil 3. Üç halka üstün yeteneklilik modeli

Şekil 4'te gösterilen diğer bir model Livne ve Milgram (2006) tarafından ortaya konmuştur. Livne ve Milgram (2006), bilişsel, sosyo-kişilik ve sosyo kültürel etkenlerin karmaşık etkileşiminin bir sonucu olarak ele alınan üstün yetenekliliği genel zekâ, matematikte alana özgü akademik yetenek, genel orijinal yaratıcı düşünme ve matematikte alana özgü yaratıcı yetenek olarak ele almış ve bunları da 4 seviyede inceleyerek modele 4x4 yapı ismini vermiştir.




Şekil 4. Matematiğe uygulanan Milgram üstün yeteneklilik modelinin 4x4 yapısı

Ülkemizde üstün yetenekli öğrencilerin eğitsel tanılama modellerine bakıldığında tarama ve inceleme olarak iki süreçle belirlenebildiği görülebilir. Tarama sürecinde, aday gösterme, öğretmen görüşü, grup zekâ testleri uygulamasından, bireysel inceleme ise, bilişsel özelliklerin ayrıntılı biçimde araştırılmasından oluşur (Özsoy, Özyürek ve Eripek 2002). Ancak bazı üstün yetenekli çocuklar testlerde değişik sebeplerden dolayı kendi performanslarını gösterememektedirler (Eyre, 1997). Bunun nedenlerinden birisi yanıtların basit değil de daha karmaşık olduğu şeklinde yargılarının verecekleri yanıtı etkilemesinden dolayıdır (Eyre, 1997).

Bu çalışmalara bakıldığında da görülebileceği üzere, öğrencilere ÜYT konması üzerine farklı kuramsal yaklaşımlar değerlendirildiğinde, üstün özelliklerin tek bir yöntemle belirlenmesinin yeterli olmayacağı söylenebilir. Üstün yeteneğin belirlenmesinde zekâ testleri gibi testlerden alınan puanların yetersiz olabildiği, yaratıcılık, problem çözme, yeni durumlara uyum sağlama vb. gibi farklı durumların da yer alabileceği çoklu değerlendirmelere ihtiyaç duyulduğu görülmüştür (Tarhan ve Kılıç, 2014).

Buradan hareketle, geçerli güvenilir bir sonuç almak için çok yönlü bir tarama ve incelemenin gerekli olduğu ortadadır (Özsoy, Özyürek ve Eripek, 2002; Bildiren ve Uzun, 1997). Bunlar içerisinde, IQ (genel üstün yeteneklilik), belirli bir alanda yüksek performans (özel üstün yeteneklilik), çoğunlukla ilk iki kriter ile ilişkili olan ortalamanın üzerinde yetenek, görev teslimiyeti (göreve bağlılık) ve yaratıcılık gibi genel olarak kabul edilmiş kriterlerdir (Leikin ve Lev, 2007). Bu yüzden de üstün yeteneklilik kavramı alana özgü üstün yetenek, matematik gibi belirli bir alanda, belirgin ve farklı zihinsel yetenek olarak tanımlanmıştır.

Özel olarak matematiksel üstün yeteneğin özelliklerini Sheffield (1994), hızlı öğrenme süreci, gözlem yeteneklerine yatkınlık, sorgulama becerileri, olağanüstü sebep-sonuç ilişkilerini kavrayabilme kapasitesi ve yaratıcılık olarak sıralamıştır. Ayrıca Krutetskii (1976), üstün yetenekli öğrencilerin muhakeme kurma ve genellemeler oluşturabilme yeteneklerinden bahsetmiştir. Sheffield (1994), matematikte üstün yetenekli öğrencilerin özellikleri olarak örüntü ve ilişkileri anlama, görselleştirme, genelleme yeteneği; analitik ve tümevarımsal ve tümdengelimsel muhakeme yeteneği, bu muhakeme sürecini tersinden de oluşturabilme yeteneği, matematiksel kavramlarla çalışabilmede başarılı olma, görece zor problem durumlarını çözebilmede sebat gösterebilme ve soyut düşünebilmenin de olduğu bazı özellikleri belirtmiştir. Choi (2009), üst düzey beceri gerektiren olimpiyat gibi yarışmalarda dereceye giren öğrencilerin kişinin yeteneğiyle ilgili belirleyici olabileceğinden yola çıkarak ödül kazanmış beş öğrenci ile yaptığı çalışmada, bu öğrencilerin genel not ortalamalarının yüksek, matematiksel bilgilerinin iyi düzeyde olmasının yanında matematiksel bilgiyi hızlı kavradıkları gibi bu alana özgü üstün yetenekli oluşları konusunda Krutetskii'nin matematikte üstün yetenek bakışını doğrular sonuçlar elde etmiştir. Chang (1985), bir öğrencinin matematikte üstün yetenekli olmasının genelde de üstün yetenekli olması anlamına gelmediğini ortaya koymuştur. Bu çalışmada matematikte üstün yetenekliliğin alana özgü bir yetenek olduğu ve ortaya çıkarılmayı bekleyen bir potansiyel olduğu kabul edilmiştir.

Günümüzde en son Bilim ve Sanat merkezlerine öğrenci alımları 2018–2019 eğitim öğretim yılında 1, 2 ve 3. sınıf öğretmenleri tarafından e-okul üzerinden doldurulan gözlem formları temel alınarak grup tarama sınavına katılan öğrencilerin arasından bireysel girdikleri sınavdan yeterli puan alan öğrencilerin sonuçlarına göre yapılmıştır (MEB, 2018). Öğrenci seçim süreci öğretmen görüşüne bağlı olarak doldurulan formlarla, değerlendirme büyük ölçüde tek boyutla yapılmakta ve bu durum gerçekten üstün yetenekli olan bireylerin doğru olarak tespit edilme oranını düşürmektedir (Tarhan ve Kılıç, 2014). Öğretmenlerin farklı alanlarda farklı becerileri olan üstün yetenekli öğrencileri fark etmelerini, seçmelerini ve belirlemelerini sağlayacak objektifliğini artıracak nesnel ölçümlere ihtiyaçlarının olduğu aşikardır. En son yapılan bilim sanat merkezlerine öğrenci alım sürecinde genel zihinsel, görsel sanatlar ve müzik alanındaki üstün beceriler kategorilerinde öğrenci alımları yapılmıştır (MEB, 2018). Kılavuzda genel zihinsel kısmın tarifi olarak "*Sorulan sorulara doğru ve hızlı yanıt veren, yeni bir konu öğrenmek amacıyla sorular soran, bağlantısız fikirler arasında alışılmadık bağlantılar kuran, verilen görevleri mükemmeliyetçi bir tutum sergileyerek tamamlamada ısrarcı olan öğrencileri ifade eden alandır."* şeklinde yüzeysel bir açıklama vardır (MEB, 2018). MEB'in üstün yetenekliliği üç kısımda değerlendirdiği göz önüne alındığında üstün yeteneklilerin tanı konmasıyla ilgili farklı çalışmaların farklı alanlara özgü becerilere doğru kaydığı görülmektedir. Bu durumla paralel olarak literatürdeki çalışmalar da üstün yetenekliliği yaratıcılıkla, matematikle vb. farklı alanlarla ele alınmaya başlanmıştır. Tüm bunların ışığında matematiksel düşünmeye özgü üstün yetenekliliğin ortaya konulmasının gerekliliği ortadadır.

## 2.2. Literatür Taramasının Sonucu

Ülkemizde ilk olarak bir eğitim kurumunun açılmasıyla beraber 1963'te başlanan üstün yeteneklilere yönelik eğitim çalışmaları 1995'ten sonra yaygınlaşmaya başlamış ve zaman içerisinde sayısı artmıştır (Sıcak ve Akkaş, 2013). Günümüzde Bilim Sanat Merkezleri aracılığıyla çalışmalar yürütülmektedir. Bu merkezlere kabul edilmek için öğrencilerin belirli sınavlardan geçmesi gerekmektedir. Yapılan çalışmalar bu sınavların öğrencilerin seçiminde yeterli olmadıklarını ve geliştirilmesi gerektiği sonuçlarına varmaktadır. Bu durum üstün yetenekli olan kimi öğrencilerin kurumlara alınamaması, belki de üstün yetenekli olmasa da sınavı geçebilen öğrencilerin olması gibi istenmeyen sonuçların gerçekleşmesine zemin hazırladığı düşüncesinin doğmasına neden olmaktadır. Temelde bu sınavlara yönelik yapılan eleştiriler, sınavların tek bir yöntemle yapıldığıyla ilgilidir ve bu değerlendirmelerin çeşitlendirilmesi gerektiğini ortaya koymaktadır. Her ne kadar çok yönlü değerlendirme yapılmaya çalışılsa da geçerlik ve güvenirlikleri sağlanmış olan farklı değerlendirme araçlarının geliştirilmesi gerektiği bir ihtiyaç olarak önümüzde durmaktadır.

Diğer taraftan Renzulli'nin (1999), üç halka modelinde üstün yeteneklilik unsurlarından ortalama üzeri yetenek ifadesiyle hem genel anlamda yetenek hem özel bir alana ait yetenekler kastedilmektedir. Benzer şekilde Leikin ve Lev (2007), üstün yeteneğin belli bir alanda belirgin ve farklı zihinsel yeteneği ifade ettiğini belirtmişlerdir. Literatürdeki çalışmalardan elde edilen sonuçlar alana özgü üstün yeteneğin varlığını ortaya koyarken ülkemizde üstün yetenek tanısı koyma faaliyetleri bu sonuçlar ışığında değerlendirilmemektedir. Matematik alanına özgü bir düşünme biçimi olan matematiksel düşünme, öğrencilerin sahip olması gereken en önemli becerilerden biri olarak görülmesine rağmen, üstün yetenekli öğrencilerin belirlenmesinde matematiksel düşünmenin varlığının araştırılması ihmal edilen bir alan olarak karşımıza çıkmaktadır. Buradan hareketle, ÜYT konulmuş ve konulmamış öğrencilerin matematiksel düşünmelerinin matematiksel düşünme aşamaları açısından farklılaşıp farklılaşmadığının belirlenmesi ÜYT koyma yaklaşımlarını sorgulamaya ve mevcut yaklaşımların matematiğe özgü üstün yeteneği belirleme potansiyelini ortaya koyması açısından önemlidir.

Ayrıca yapılan çalışmalar, farklı ortamlarda ve farklı öğrenci gruplarında matematiksel düşünmenin farklı olabileceğini göstermektedir. Dolayısıyla bu açıdan bakıldığında üstün yetenekliliğin testlerle ve tek bir boyutta ölçümün yetersiz olduğu, farklı düşünce yapılarına ve üst düzey düşünme becerilerine sahip olan çocukların bu farklılıklarını ortaya çıkarmada farklı ortamların potansiyelinin var olup olmadığı bilinmemektedir. Dolayısıyla alana özgü üstün yeteneklerin belirlenmesinde farklı ortamların potansiyelinin belirlenmesi araştırılması gereken bir konu olarak karşımıza çıkmaktadır.

Dinamik matematik yazılımlarının da öğrencilerde var olan matematiksel düşünme süreçlerinin izlenmesini kolaylaştırdığıyla ilgili çalışmalar mevcuttur. Farklı ortamların alana özgü üstün yetenekliliğin belirlenmesinde potansiyeli bağlamında KK ile DMY ortamlarında matematiksel düşünme süreçlerinin gözlenmesi ihtiyacı karşımıza çıkmaktadır.

# III. BÖLÜM

## 3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli, tasarımı ve yürütülmesi, araştırma grubu, veri toplama araçları, veri toplama süreci ve veri analizi ile ilgili açıklamalara yer verilecektir.

### 3.1. Araştırma Modeli

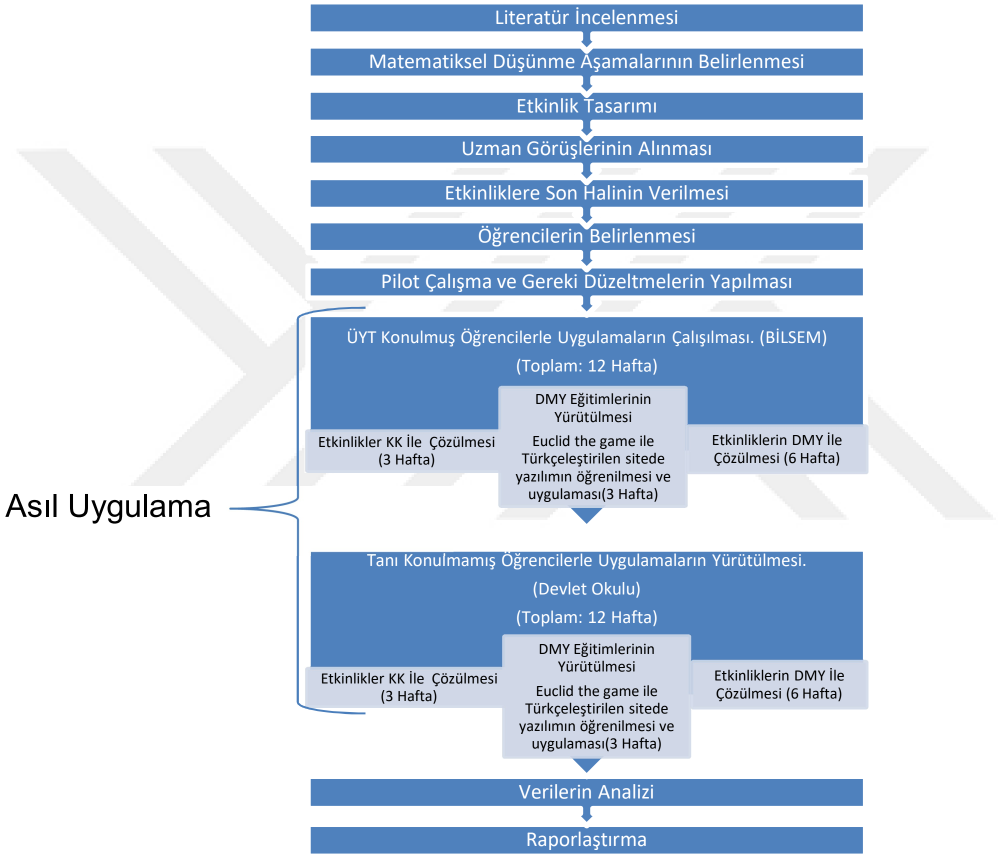
Çalışmada farklı ortamlarda matematiksel düşünme süreçlerinin analizi yapılacaktır. Bu yönüyle olgunun veya sosyal birimin yoğun, bütüncül bir biçimde tanımlanması ve analizi ifade edileceğinden nitel araştırma deseni benimsenmiştir. Araştırma desenleri, sınırların belirlendiği bir süreci anlatır (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Her nitel araştırma deseninin odak noktası birbirinden farklıdır. Durum çalışmasının odak noktası bir olayı var olduğu gibi tanımlamaya çalışmaktır (Leymun, Odabaşı ve Yurdakul, 2017). Durum çalışmaları, tek bir birimi ya da sınırlandırılmış bir sistemi inceleme, yoğun betimlemeler yapma ve bağlama bağlı olarak yorumlama açısından diğer desenlerden faklıdır (Hancock ve Algozzine, 2006). Durum çalışmalarında veriler çoğu zaman görüşmelerden, alandaki gözlemlerden ve belgelerden elde edilmektedir (Merriam, 2013). Durum çalışması deseninde, bir durumun doğal ortamında kendi akışı içerisinde geniş bir şekilde incelenmesi ve bileşenlerinin belirlenmesi hedeflenmektedir (Subaşı ve Okumuş, 2017). Araştırmacının sürece, ortama ve süregelen eylemlere müdahalesi söz konusu değildir (Yin, 1994). Bu bağlamda, bu çalışmada ÜYT konulmuş ve tanı konulmamış öğrencilerin matematiksel düşünme becerileri problemler yardımıyla ayrıntılı olarak incelenmek ve karşılaştırılmak istenmektedir. Dolayısıyla öğrencilerle birebir görüşmeler yapılıp mevcut matematiksel düşünme süreçlerini ortaya çıkarmak için derinlemesine bir inceleme yapılması gerektiğinden çalışmanın yönteminin durum çalışması deseni olduğu ifade edilebilir.

Literatür incelendiğinde durum çalışması ile ilgili farklı sınıflandırmaların mevcut olduğu görülmektedir (Leymun, Odabaşı ve Yurdakul, 2007). Bu çalışmaya uygun olan nitel araştırma yöntemlerinin durum çalışması desenlerinden iç içe geçmiş çoklu durum deseni kullanılmıştır. İç içe geçmiş çoklu durum deseninde, çalışmaya dâhil edilen her bir durum kendi içinde alt birimlere ayrılarak süreç yürütülür. Bu çalışmada bütüncül durumlar ÜYT konulmuş ve konulmamış öğrencilerdir. Araştırılmanın alt boyutlarını matematiksel düşünme süreçleri ile bu süreçlerin sergilendiği çalışma ortamları oluşturmaktadır.

Araştırmaya konu olan matematiksel düşünme becerileri için dört alt düzey (özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma ve ikna etme) belirlenmiş ve öğrencilerin her bir alt düzey doğrultusunda sergiledikleri becerilerin KK çözüm sürecinde ve DMY ile çözüm sürecinde toplanan veriler birbirleriyle karşılaştırılmıştır.

### 3.2. Araştırmanın Tasarımı ve Yürütülmesi

Araştırmanın tasarımı ve yürütülmesinde izlenen adımlar Şekil 5'teki akış şemasında verilmiştir.




Şekil 5. Araştırma boyunca izlenen adımlara ait akış şeması

Araştırmanın tasarım aşamasında öncelikle matematiksel düşünme, üstün yeteneklilik ve matematiğe özgü üstün yeteneklilik kavramlarına yönelik literatür incelenmiştir. Yapılan literatür incelemesi doğrultusunda matematiksel düşünmenin belirlenmesinde kullanılan araçlar ve matematiksel düşünmenin nasıl ölçülebileceği, çalışmada ele alınacak ortamlar ve veri toplama araçları belirlenmiştir. Bu bağlamda farklı çalışmalardaki matematiksel düşünme aşamaları araştırılmıştır. Araştırılan bu aşamalar değerlendirildiğinde çalışmada kullanılacak kodlar ve tanımlar: *özelleştirme*, *genelleme*, *varsayımda bulunma* ve *ikna etme/ispat etme* olarak sınırlandırılmıştır. Aşamalara uygun etkinlikler tasarlanmış ve etkinlikler ile ilgili uzman görüşleri alınarak son halleri verilmiştir. Bilim Sanat Merkezinde ve devlet okulunda olmak üzere 1'er öğrenci pilot çalışma için belirlenmiştir. Pilot çalışma süreci sonunda yapılan düzenlemeler ilgili bölümde verilmiştir. Ardından asıl uygulamaya geçilerek önce bilim ve sanat merkezinde ardından devlet okulunda uygulama yapılmıştır. Öğrencilerin çözüm süreçlerini içeren kâğıtlar, video ve ses kayıtları, görüşme verileri, literatüre dayanarak oluşturulan kodlara göre değerlendirilmiş ve sonuçlar rapor haline getirilmiştir. Araştırma sürecinde izlenen adımlar ilerleyen kısımlarda ayrıntılı şekilde açıklanmıştır.

### 3.3. Araştırma Grubu

Çalışma 7. sınıfa devam eden ikisi kız, biri erkek olmak üzere üç ÜYT konulmuş öğrenci ve ikisi kız biri erkek ÜYT konulmamış toplam 6 öğrenci ile yürütülmüştür. Çalışma grubu amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme ile belirlenmiştir. Ölçüt örneklemede bir araştırmada gözlem birimleri belli özelliklerdeki bireyler, olaylar veya nesnelerden oluşabilir (Büyüköztürk, 2010). Bu doğrultuda seçilen öğrencilerdeki ölçütler ÜYT konulması veya konulmaması ile ilgilidir.

ÜYT konmuş öğrenciler 2016-2017 eğitim öğretim yılında Giresun Bilim ve Sanat Merkezi'ne devam eden 7. sınıf öğrencileri arasından gönüllülük esasına dayanarak belirlenmiştir. ÜYT konulmuş bu öğrencilerin Bilim ve Sanat Merkezi'nde aldıkları eğitimlerin dışında iki öğrenci devlet okulunda, bir öğrenci ise özel bir ortaokulda normal eğitimlerine devam etmektedir. ÜYT konulmamış öğrencilerin başarı seviyelerinin iyi düzeyde olmasına dikkat edilmiştir. Öğrencilerin başarı seviyelerinin belirlenmesinde öğretmen görüşüne başvurulmuştur. Öğretmenler not ortalamasında iyi düzeyde olan ve çalışmaya gönüllü olarak katılmayı kabul eden 3 öğrenciyi belirlemiştir. Bu bağlamda öğrencilerin belirlenmesinde amaçlı örneklem yöntemi kullanılmıştır. Öğrencilerin ÜYT konup konmamalarına göre kod isimleri, 6. sınıf Matematik dersi yılsonu ortalamaları ve devam etmekte oldukları okul türü Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 2. Katılımcıların demografik özellikleri

| ÜSTÜN YETENEKLİ TANISI OLUP OLMADIĞI | ÖĞRENCİ | CİNSİYET | 6.SINIF MATEMATİK DERSİ ORTALAMASI | OKUL TÜRÜ | YAŞADIĞI YERLEŞİM BİRİMİ |
|---|---|---|---|---|---|
| ÜYT Konulmuş Öğrenciler | Ü1 | E | 99 | Devlet Okulu | Şehir |
| | Ü2 | K | 100 | Özel Okul | Köy |
| | Ü3 | K | 97 | Devlet Okulu | Şehir |
| ÜYT Konulmamış Öğrenciler | Ö1 | E | 98 | Devlet Okulu | Köy |
| | Ö2 | K | 100 | Devlet Okulu | Şehir |
| | Ö3 | E | 98 | Devlet Okulu | Şehir |

Üstün yetenekli öğrenciler Ü1, Ü2 ve Ü3 sırasıyla, devlet okulu, özel okul ve devlet okuluna devam etmekte, Ü2 köyden gelmekte, Ü1 ve Ü3 bulundukları ilin merkezinde kalmaktadırlar. Tanı konulmamış öğrencilerden taşımalı olarak Ö1 köyden gelmekte Ö2 ve Ö3 ise uygulamanın yürütüldüğü okulun bulunduğu ilçe merkezinde kalmaktadırlar. Çalışmaya katılan öğrencilerin daha önce dinamik bilgisayar yazılımlarıyla ilgili bir formal veya informal deneyimleri yoktur. İki grup da matematiksel düşünme aşamalarıyla ilgili bir çalışmaya katılmamışlardır. Her iki grubun DMY ile ilgili tecrübeleri arasında bir farklılık yoktur.

### 3.3.1. ÜYT Konulmuş Öğrenciler

Milli Eğitim Bakanlığı Bilim ve Sanat Merkezleri Öğrenci Tanılama ve Yerleştirme Kılavuzunda ÜYT konulmuş bireyler ‘‘Zeka, yaratıcılık, sanat ve liderliğe ilişkin kapasitede önde olan, özel akademik yeteneğe sahip, soyut fikirleri anlayabilen, ilgi alanlarında bağımsız hareket etmeyi seven ve yüksek düzeyde performans gösteren bireyler’’ olarak tanımlamıştır (MEB, 2018). Ülkemizde üstün yetenekli öğrencileri tanılamak ve eğitimlerini desteklemek amacıyla MEB bünyesinde ‘’Bilim ve Sanat Merkezleri’’ isimli kuruluşlar mevcuttur.

Çalışmanın katılımcıları olan ÜYT konulmuş öğrenciler, 2016-2017 eğitim öğretim yılında Giresun Bilim ve Sanat Merkezi'ne devam etmekte olan 7. sınıf öğrencileri içerisinden gönüllü olan 3 öğrencidir. Bu üç öğrenci 2011-2012 eğitim öğretim yılı içerisinde ilkokul 2. sınıfta öğrenim görürken kendilerine ÜYT konulmuştur. Öğrencilerin ÜYTnın konulması MEB (2009) tarafından yayınlanan BİLSEM Yönetmeliği'ne bağlı kalınarak yürütülen aşamalarla gerçekleştirilmiştir. Üç öğrenci de ilgili yönetmelik Madde 9'da (s.4) belirtildiği üzere sınıf öğretmenlerinin kendileri hakkında doldurdukları gözlem formu ile grup taramasına girmeye hak kazanmışlardır. Grup taramasında ise Temel Kabiliyetler 7-11 (TKT 7-11) testine girerek yeterli performansı göstermişler ve bireysel değerlendirmeye girmişlerdir. Thurstone tarafından geliştirilen TKT 7-11 testi "kelime anlamı, sayısal akıl yürütme, kavrama, ilişkileri görsel algılama" gibi faktörleri içeren, "zekâyı soyut zekâ, sosyal zekâ ve mekanik zekâ" olarak sınıflandıran bir testtir (Anastasi,1988; Atılgan, 2005). Bu test "dil, şekil-uzay, akıl yürütme, ayırt etme ve hesap" olmak üzere beş özel yetenek ile genel yeteneği ölçen yedi alt testten oluşan bir grup testidir. Temel Kabiliyet Testi'ne katılan öğrenciler aldıkları puana göre üstten alta doğru sıralanmış ve başvurdukları Giresun Bilim ve Sanat Merkezinin o yılkı kontenjanının üç katı öğrenci üsten alta doğru WISC_R zekâ testine girmek üzere seçilmişlerdir. WISC_R bireysel zekâ testine giren öğrencilerden zekâ bölümü 130 ve üzeri olan öğrenciler Bilim ve Sanat merkezine kayıt yapmaya hak kazanmışlardır. WISC_R zeka testi 1949 yılında D. Wechsler tarafından geliştirilmiş ve 1974 yılında yeniden gözden geçirilmiştir. 1982 yılında Hacettepe Üniversitesi öğretim elemanlarınca Türkiye norm çalışması yapılmıştır (Savaşır ve Şahin,1995). Test sözel ve performans olmak üzere iki bölümden oluşmakta ve sözel bölümle ilgili "genel bilgi, benzerlikler, aritmetik, sözcük dağarcığı, yargılama ve sayı dizisi" temaları, performans bölümle ilgili "resim tamamlama, resim düzenleme, küplerle desen, parça birleştirme, şifre ve labirentler" temalarını içermektedir (Öner, 1997). Görüldüğü gibi öğrenciler matematiksel düşünmeye yönelik alana özgü üstün yeteneklerinin olup olmadığına dair bir değerlendirmeden geçmemiştir.

Yukarıda anlatılan tanılama sürecinin ardından BİLSEM'lerde eğitim almaya başlayan öğrenciler normalde devam ettikleri okul saatlerinin dışında BİLSEM'de öğrenim görmektedirler. Öğrenciler farklı gruplardan seçilmişlerdir ve birbirlerini tanımamaktadır.

### 3.3.2. ÜYT Konulmamış Öğrenciler

Yüksek başarılı öğrencilerin matematiksel düşünmede farklı olduğu bilinmektedir (Yeşildere, 2006). Belirli bir seviyede olmayan öğrenciler matematiksel kavramları bilmiyorsa matematiksel düşünmeleri ortaya koyulamaz. Pilot uygulamada orta ve düşük öğrencilerle çalışılmış ve öğrencilerin kavramlara yönelik eksikliklerinden dolayı matematiksel düşüncelerinin gözlemlenemediği durumların ortaya çıktığı görülmüştür. Bu nedenle çalışmaya dahil edilen öğrencilerin iyi seviyede olmalarına dikkat edilmiştir. Bu öğrencilerin başarı seviyelerinin belirlenmesinde araştırmaya katılan öğrencilerin öğretmenlerinin görüşüne başvurulmuştur. Öğretmenler önerdikleri öğrencilerin akademik başarılarının yanı sıra ders içi aktivitelerdeki durumunu da dikkate almışlardır. Öğrencilerin gönüllü olmasına önem verilmiş ve öğretmenlerin önerdiği gönüllü öğrenciler arasından rastgele 3 öğrenci seçilmiştir. Öğrencilerin aynı okulda olması DMY'ye ait verilecek eğitimi kolaylaştıracağı için aynı okuldan öğrenciler seçilmiştir. Çalışma farklı sınıflardaki birbirini tanımayan öğrencilerle yürütülmüştür. Bu açıdan öğrencilerin birbirleri ile iletişimi olmayacağından araştırma bulgularının etkilenmediği söylenebilir. Araştırmada yer alan bu öğrenciler BİLSEM sınavına girmemiş öğrencilerdir. Bu öğrenciler "ÜYT konulmamış öğrenciler" olarak adlandırılmıştır.

### 3.4. Veri Toplama Araçları

Araştırmanın verileri iki bağlamda elde edilmiştir. İlki etkinliklerin KK ile çözüm süreçlerinde yürütüldüğü klinik mülakatlar, ikincisi ise aynı etkinliklerin DMY ile çözüm süreçlerinde yürütülen klinik mülakatlardır.

#### 3.4.1. Etkinlikler

2000 yılında Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]) standartlarına göre iyi yapılandırılmış problemler öğrencilerin strateji geliştirmeleri ve uygulamaları için zorlayan problemler olmalıdır. Yavuz (2006), araştırmasında bu tür matematik problemleri üzerinde çalışmanın matematiksel düşünmeye yol açarak problemlerin çözümlerine yönelik stratejiler oluşturduğunu belirterek iyi yapılandırılmış problemler ve etkinliklerin matematiksel düşünmeyi ortaya koyma potansiyelini vurgulamıştır.

Matematiksel düşünme bileşenleri ilişki ve örüntüleri bulmak üzerinedir. Bu bağlamda matematiğin kullandığı alıştırma, problem, uygulama, araştırma alanlarından olmak üzere dört soru tipinden (Baki, 2015), uygulama ve araştırma türünde sorular seçilmiştir. Çünkü uygulama tipi sorularda öğrenciden, önceden öğrenilenlerin farklı yaklaşımlarla kullanılarak farklı çözüm yolları bulmaları beklenirken, araştırma tipi sorularda yeni ilişkiler, örüntüler bulması beklenmektedir (Baki, 2015). İlişki ve örüntü kurmak ise matematiksel düşünmenin üst düzey aşamalarının bir bileşenidir. Bu açıdan bakıldığında öğrenciler, ilişki ve örüntülerin kurulmasının gerekli olduğu problem durumlarıyla baş başa bırakılmalıdır.

Bu bilgiden hareketle öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini belirlemek için hem KK ile hem de DMY yardımıyla çözülebilecek ve matematiksel düşünme süreçlerini ortaya çıkarabilecek yönergeler içeren 8 etkinlik tasarlanmıştır. Bu etkinlikler tasarlanırken literatürde yer alan matematiksel düşünme aşamalarını ortaya çıkarmak amacıyla tasarlanan etkinlikler incelenmiş, dört düşünme adımını ortaya çıkarmak amacıyla özel problem durumları oluşturulmuştur. Etkinlikler tasarlanırken hem KK ortamında hem DMY'de çözülebilecek ve tüm matematiksel düşünme aşamalarının görülebileceği problem durumlarının oluşturulmasına dikkat edilmiştir. Bu çalışmada özel olarak dinamik matematik yazılımlarından biri olan GeoGebra programı kullanılmıştır. Baltacı, Yıldız ve Kösa (2015), GeoGebra'nın matematiksel düşünmenin ortaya çıkmasına imkan sağladığını ortaya koymuşlardır. Bu bağlamda bu çalışmada matematiksel düşünmenin açıkça ortaya çıkarılması açısından DMY ortamları için GeoGebra programı tercih edilmiştir.

Asıl uygulamaya katılmayacak olan bir ÜYT konulmuş bir de ÜYT konulmamış öğrenci ile yürütülen pilot uygulamanın ardından iki etkinliğin düşünme aşamalarını ölçmediği görülmüş ve uygulamadan çıkarılmıştır. Bunlardan birincisi, herhangi bir üçgenin ağırlık merkezinin bulunması ve bunun tüm üçgenler için ifade edilmesi ile ilgili olan etkinliktir. İkinci etkinlik ise koordinat sistemindeki bir noktayı merkez kabul eden bir dairenin alanının hesabıdır. Bu iki etkinliğin ortak özelliği öğrencilerin çözüm sürecine dair hiçbir davranış sergileyememeleri olduğunun görülmesidir. Yapılan gözlem ve görüşmelerde bu iki etkinliğin öğrencilere çok zor geldiği tespit edilmiştir. Ağırlık merkezi ve daire alanını kavramlarını bilmelerine rağmen öğrencilere zor gelen bu etkinlikler öğrenciler tarafından çözülemediği için herhangi bir matematiksel düşünme süreci gözlenememiştir. Bu nedenle bu iki etkinliğin çıkarılmasına karar verilmiştir.

Uzman görüşleri alınarak düzenlemeler yapılmış, etkinliklerin alt düşünme düzeyleri belirlenerek son hali verilmiştir. Bu 6 etkinlik hem KK süreci için hem de DMY süreci için aynıdır. Pilot uygulamanın sonunda ilk etkinlikte, çözüm sürecinde matematiksel düşünme aşamalarının gözlenmesine engel olduğu görülen izometrik noktaların birleşimi olan ızgaralar programdan ve araç kutularının arasından kaldırılmıştır. İkinci etkinlikten öğrencilerden beklenen paralelkenarın alanının hesabına ulaşamamaları diğer üst düzey davranışları sergilemelerini engelleyerek soruyu çözmekten vazgeçmelerine neden olduğu görülmüştür. Bu nedenle soruda yer alan paralel kenar bağlam alanı kolayca hesaplanabilecek dikdörtgen bağlamına dönüştürülmüştür. Üçüncü etkinlikte koordinat sisteminin aynı bölgesinde bulunan evler koordinat sisteminin farklı bölgelerine taşınmıştır. Bunun sebebi evlerin aynı bölgede olmasının, evler arası uzaklığın, ilişkileri bulmaya gerek kalmadan hesaplanabilmesi ve bu sayede su deposunun yerinin bulunabilmesine neden olmasıdır. Dördüncü etkinlikte herhangi bir değişikliğe ihtiyaç duyulmamıştır. Beşinci etkinlikte öğrencilerin cetveli iki kez kullanmasını gerektirecek uzunluklar çıkarılmıştır. Bunun sebebi ise, iki cetvel kullanımına izin verildiği takdirde cetvelleri birer materyal olarak kullanılarak üçüncü kenar uzunluğunun hesaplamasının yapmasının KK sürecinin dışına çıkılmasına imkân vermesidir. Altıncı etkinlikte tablo çerçevesi eklenerek görseldeki kişinin elindeki sopa görselinin son konumunun bulunmasındaki kolaylığı azaltılarak, ilişki kurulma sürecinin gözlenebilir olmasına çalışılmıştır. 5. etkinlikte diğer etkinliklerden ayrı olarak genelleme basamağındaki her iki kod için ayrı iki soru oluşturulmuştur. Asıl uygulamada ele alınan etkinliklere ait belirtke tablosu aşağıda verilmiştir.

Tablo 3. Etkinliklere ait belirtke tablosu

| Etkinlik | İçerdiği Kazanım(lar) |
|---|---|
| 1.Etkinlik | M.4.3.1.3. Doğrudan ölçebileceği bir uzunluğu en uygun uzunluk ölçme birimiyle tahmin eder ve tahminini ölçme yaparak kontrol eder.<br>M.7.2.1.3. Sayı örüntülerinin kuralını sözle veya harfle ifade eder.<br>M.5.1.2.3. Doğal sayılarla toplama ve çıkarma işlemlerinin sonuçlarını tahmin eder. |
| 2.Etkinlik | M.6.3.2.1. Üçgenin alan bağıntısını oluşturur, ilgili problemleri çözer<br>Dikdörtgenin kenarları ve alanı arasındaki ilişkiyi açıklar. |
| 3.Etkinlik | M.5.2.1.2. Bir noktanın diğer bir noktaya göre konumunu yön ve birim kullanarak ifade eder. |
| 4.Etkinlik | M.7.3.1.1. Bir açıyı iki eş açıya ayırarak açıortayı belirler.<br>M.6.4.2.2. Bir veri grubuna ait aritmetik ortalamayı hesaplar ve yorumlar.<br>M.6.2.1.2. Cebirsel ifadenin değerini değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplar. |
| 5.Etkinlik | M.8.3.1.2. Üçgenin iki kenar uzunluğunun toplamı veya farkı ile üçüncü kenarının uzunluğunu ilişkilendirir. |
| 6.Etkinlik | M.8.3.2.2. Nokta, doğru parçası ve diğer şekillerin yansıma sonucu oluşan görüntüsünü oluşturur. |

Asıl uygulamada ele alınan etkinlikler Ek 1'de verilmiştir.

Etkinliklere ait kazanımlar öğrencilerin kavramlara ait bilgilere yönelik deneyimlerini ortaya koymak için verilmiştir. İlk dört ekinlikteki tüm kazanımlara yönelik tüm öğrencilerin formal deneyimlerinin olması beklenmektedir. Son iki etkinlik ise öğrencilerden ulaşması beklenen bir üst sınıf kazanımına yöneliktir. Bu kazanımlarda ulaşılması beklenen hedefe yönelik hazır bulunuşluğa tüm öğrenciler sahiptir. Bu etkinliklerin tek ve yalnız bir çözümü olmadığı için yukarıda yazılanlardan farklı kazanımlarla da çözülebilirler.

### 3.4.2. Klinik Mülakatlar

Öğrencilerin ne yaptıklarının yanında nasıl ve niçin gibi sebepler ve süreçlerin derinini araştıran görüşmelerin ismine klinik mülakatlar olarak ifade edilebilir (Searle, 2002). Klinik mülakat yönteminin öğrencilerin hatalarının temel nedenlerinin araştırılabileceği ve saklı matematiksel düşüncelerin ortaya çıkarılabileceği bilinmektedir (Baki, Karataş ve Güven, 2002). Bu mülakatlar araştırmacıya öğrencilerin düşünme biçimi, öğrenme biçimi ve bunların alt nedenleri hakkında derinlemesine araştırma yapma imkânı vermektedir (Mandacı-Şahin, 2007). Bu çalışmada da; (1) öğrencilerin problem durumları karşısında ortaya koydukları davranışların nasıl oluştuğu ve ortaya konduğu ve (2) buradan hareketle hangi matematiksel düşünme aşamasına ait davranışların sergilendiğinin belirlenmesi amacıyla klinik mülakat tekniğinin kullanılması uygun görülmüştür. Mülakatların kişinin kendi doğal ortamında yapılması gerekliliğinden (Legard, Keegan ve Ward, 2003), hareketle öğrencilerle öğrenim gördükleri okullarda sessiz bir ortamda mülakatlar yürütülmüştür. Etkinliklerden önce oluşturulan sorular ilgili düşünme basamağı ait davranışın, kodlarda tanımlanan becerilerin tam olarak gerçekleşip gerçekleşmediğini ortaya koyabilmek amacıyla belirlenmiştir. Matematiksel düşünmenin bileşenleri açıkça ortaya konmasına rağmen yeterliliklere ulaşabilmek ancak sorular sorularak mümkün olur (Stacey, Burton ve Mason, 1985). Bu yüzden Olkun ve Toluk'un (2007), çalışmalarındaki *"Problemi nasıl çözdün, Neden böyle yaptın, Doğru olduğundan nasıl emin olabiliriz? Şekil vb. modellerden birini kullanarak gösterebilir misin?"* şeklinde sorularına benzer sorularla düşündürücü sorular oluşturulmuştur. Her etkinliğe ve o etkinliklere ait sorulara verilen yanıtlara göre veya süreç içerisinde sorulmak üzere belirlenen ve etkinliğe göre araştırmacı tarafından uyarlanması gereken sorular şunlardır:

Soru 1: Çözüm için izlediğin aşamaları gerekçelerle açıklar mısın? (Hem KK sürecinde, hem de DMY üzerinde çözüm gerçekleştirilmişse.)

Soru 2: Kullandığın araçları tercih sıran ve tercih sebebini açıklar mısın? (DMY üzerinde çözüm gerçekleşmişse.)

Soru 3: Bu çözümden neden vazgeçtin? (Her iki ortamda da vazgeçtiği bir çözüm denemesi var ise.)

Sorular literatürden ve pilot çalışmadaki öğrenci cevaplarından elde edilen matematiksel düşünme aşamalarının kodlarını ortaya çıkarmaya yönelik hazırlanmıştır. Bu bağlamda yürütülen mülakatların yarı yapılandırılmış olduğu söylenebilir. Diğer sorular yarı yapılandırılmış mülakata uygun olarak öğrenci cevaplarına göre belirlenmiştir.

### 3.4.3. Bilgisayar Ekranındaki Çözüm Süreçleri Kaydı

Öğrencilerin DMY'deki çözüm süreçleri veri kaybını önlemek için GeoGebra ekranında yapılan tüm aktiviteleri video olarak kaydedilmiştir. Bu sayede öğrencinin imleci nereye sürüklediği, bilgisayar ekranında hangi süreçlerden geçtiği kayıtlarda görülebilmektedir. Kayda alınmasının sebebi öğrencinin ekranda yürüttüğü süreçlerin daha sonra analiz kısmında ayrıntılı bir şekilde ortaya konabilmesi içindir.

### 3.5. Araştırmacının Rolü

Nitel araştırmalarda araştırmacı adeta kendisi de bir veri toplama aracıymış gibi önemlidir (Mertens, 1988). Araştırmacı çalışmanın başlangıcında öğrencilerin kendi öğretmenleriyle beraber derse girerek öğrencilerle tanışmıştır. Öğrencilerin kendilerini rahat hissettiklerini gözlediğinde çalışma sürecini başlatmıştır. Etkinliklerin KK sürecindeki çözümlerinde öğrencilere onların yanıtlarının değerlendirilmediğini, başarılı veya başarısız gibi sınıflandırmalar yapılmayacağını yalnızca onların çözümlerini anlamaya çalıştığını göstermiştir. KK sürecindeki çözümlerin ardından mülakat sırasında sessiz bir ortam olmasını sağlayarak görüşmeleri kaydetmiş, öğrencilerin verdiği yanıtların birbirlerini etkilememesi için görüşmeleri bire bir kalarak gerçekleştirmiştir. KK sürecindeki verileri toplaması ve bu süreçler üzerine yarı yapılandırılmış görüşmelerin tamamlamasının ardından araştırmacı GeoGebra yazılımını akıllı tahtaya yüklemiş ve etkinliklere uygun özelleştirmeleri yazılım üzerinde yapmıştır. Eğitim sürecinde araştırmacının amacına uygun şekilde yapılandırılan ve Türkçeleştirilmiş yönergelerle "The Euclid Game" eğitsel oyununu öğrencilere oynatmış, gerekli yönlendirmeleri yapmıştır. Yazılımla ilgili öğrendiklerini unutmamaları için oyundaki her görevden sonra öğrencilerin not tutmalarını sağlamıştır. GeoGebra eğitiminin ardından DMY üzerindeki çözüm sürecini başlatmış ve öğrencilere rehberliğine devam etmiştir. DMY üzerindeki çözüm süreçlerinde öğrencilerin düşünce ve fikirlerini ortaya çıkartıcı müdahalelerde bulunulmuştur. Matematiksel düşünme süreçlerinin gözlenmesi sırasında GeoGebra eğitimini aldıkları ve alışık oldukları bilgisayarları kullanmalarını sağlamıştır. Bu sırada veri kayıplarını engellemek için öğrencilerin bilgisayar ekranındaki tüm hareketlerini ekran kaydı programı yardımıyla kaydetmiştir. Öğrencilerin DMY üzerindeki çözümlerinin ardından bu süreçlerle ilgili mülakatları gerçekleştiren araştırmacı matematiksel düşünme süreçlerini ortaya çıkarmaya çalışan tarafsız bir rol üstlenmiş, müdahalelerini öğrencilerde var olan düşünme süreçlerini ortaya çıkartacak şekilde yürütmüştür. Öğrencilerin verdiği yanıtların doğruluğu veya yanlışlığıyla ilgili bir yorumda bulunmamıştır. Buradan hareketle veri toplama sürecinin gerektirdiği soruları öğrencilere yöneltmiştir. Araştırmacı öğrencilerin düşünmelerini etkilemeyecek kadar uzak, araştırmanın amacına hizmet edebilecek tüm verileri kaydedecek kadar yakın rol oynamıştır.

### 3.6. Veri Toplama Süreci

Çalışma öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerinde nasıl davranışlar sergilediklerini araştırmaktadır. Bu bağlamda hazırlanan altı etkinliği öğrencilerden kendi alışık oldukları sessiz bir ortamda, ders dışı vakitlerde, kâğıt-kalem ile çözmeleri istenmiştir. Önceki bölümde açıklanan şekilde klinik mülakatlar yürütülmüştür. Klinik mülakattaki sorular doğrultusunda matematiksel düşünmeleri ortaya çıkarabilmek amacıyla yapılan müdahaleler dışında müdahalelerde bulunulmamıştır. Birbirlerinin yanıtlarından etkilenmemeleri için mülakatlar öğrencilerle birebir yapılmıştır.

Ardından 6 ders saati süren GeoGebra programının kullanımına yönelik araştırmacı tarafından eğitim verilmiştir. Bu eğitime “http://www.euclidthegame.com/” adresinde bulunan Euclid: The Game isimli eğitsel oyun ile başlanmıştır. Araştırmacı tarafından ilgili oyunun açık kaynak kodlarının oyun sahibi tarafından paylaşıldığı “https://github.com/kasperpeulen/euclidthegame” sitesinden faydalanılarak Türkçeleştirilmesi yapılmış ve öğrencilerin kullanımına sunulmuştur. Bu oyundaki ilk 8 aşamayı uygulamayla eş zamanlı olarak GeoGebra eğitimi verilmiştir. Eğitim 6 ders saati sürmüştür. Eğitim sürecinde öğrenciler bir arada aynı sınıf ortamında bulunmuşlardır.

GeoGebra’da DMY üzerinde etkinliklerin problem durumlarını çözmesi beklenen öğrenciler için program ara yüzü önceden özelleştirilmiştir. Etkinliklerin ve problem durumlarının kendisine has olan özelliklerine göre program üzerinde gerekli kısıtlayıcı değişiklikler yapılmıştır. Sonuçları herhangi bir matematiksel düşünme becerisinin gözlenmesine imkân vermeden yapmasını sağlayan işlevler (Örneğin üçgenin alanı sorulduğunda, alan hesaplamayı sağlayan işlev) kaldırılmıştır. Uzaklıkları izometrik uzunluklar üzerinden saymayı engellemek amacıyla koordinat sisteminin kareli kağıt gibi görünmesini sağlayan ızgara kaldırılmıştır.

Eğitim sürecinin ardından öğrencilerden aynı etkinlikleri GeoGebra yardımıyla çözmeleri istenmiştir. Etkinliklerin KK hem de GeoGebra ile çözüm süreçleri araştırmacı tarafından gözlenmiş ve çözüm süreçlerine dair yürütülen süreçlere yönelik yarı yapılandırılmış görüşmeler kaydedilmiş, video kaydı yapılmıştır. Ayrıca öğrencilerin yazılımdaki her anı matematiksel düşünme basamaklarından izler bulabilmek amacıyla bilgisayar ekranını kaydeden bir program ile kaydedilmiştir. Öğrencilere KK sürecinde ve DMY’deki çözüm süreçlerinde anlaşılmayan bir yer olduğunda araştırmacı tarafından aşamalara etki etmeyecek müdahalelerde bulunulmuştur.

Her hafta öğrenciler için belirlenen günlerde ilgili kurumlarda çalışmalar gerçekleştirilmiş, devamsızlık yapılmaması için idareci ve velilerden destekleri istenmiştir. Öğrenciler birbirlerinden etkilenmemeleri için bireysel olarak sürece dahil edilmişlerdir.

Tablo 4. Uygulamaların haftalara göre dağılımı

| Haftalar | Uygulamanın İçeriği | Ders Saati |
|---|---|---|
| 1.Hafta | 1. ve 2.Etkinliğin KK ile uygulanması | 2 Ders Saati |
| 2.Hafta | 3. ve 4.Etkinliğin KK ile uygulanması | 2 Ders Saati |
| 3.Hafta | 5. ve 6.Etkinliğin KK ile uygulanması | 2 Ders Saati |
| 4.Hafta | GeoGebra Eğitimi | 2 Ders Saati |
| 5.Hafta | GeoGebra Eğitimi | 2 Ders Saati |
| 6.Hafta | GeoGebra Eğitimi | 2 Ders Saati |
| 7.Hafta | 1. etkinliğin GeoGebra ile uygulanması ve mülakat | 2 Ders Saati |
| 8.Hafta | 2. etkinliğin GeoGebra ile uygulanması ve mülakat | 2 Ders Saati |
| 9.Hafta | 3. etkinliğin GeoGebra ile uygulanması ve mülakat | 2 Ders Saati |
| 10.Hafta | 4. etkinliğin GeoGebra ile uygulanması ve mülakat | 2 Ders Saati |
| 11.Hafta | 5. etkinliğin GeoGebra ile uygulanması ve mülakat | 2 Ders Saati |
| 12.Hafta | 6. etkinliğin GeoGebra ile uygulanması ve mülakat | 2 Ders Saati |
| | | 24 Ders Saati |

Öğrencilerin uygunluk durumlarına göre KK süreci toplam 6 ders saati, GeoGebra eğitimi 6 ders saati, GeoGebra uygulaması 12 ders saati sürmüştür.

### 3.7. Veri Analizi

Arslan ve Yıldız (2010), çalışmalarında matematiksel düşünme aşamaları arasında geçişler daha iyi olabileceği, kimi zaman gözlenen basamakların iç içe girdiği, bu yüzden örneğin genelleme basamağında ispatlama bileşeninden davranışların kendiliğinden ortaya çıkmış olabileceğini belirtmişlerdir. Başka bir deyişle yalnızca bir süreç birden fazla bileşenin izlerini taşıyabilirken, tüm basamakları yaptığını düşünen öğrenci sadece özelleştirme basamağında davranışlar da sergilemiş olabilir. Bu yüzden matematiksel düşünmenin ayrıntılı bir şekilde ortaya koyulabilmesi için her aşamada gösterilebilecek davranışlar belirlenmiştir. Bu davranışlar literatür dikkate alınarak kodlara ayrılmış düşünme süreçleri aşamalara bölünmüştür. Pilot uygulamada elde edilen veriler bu bağlamda içerik analiziyle analiz edilmiştir. Çünkü içerik analizi elde edilen verilerin derinlemesine analiz edilmesini gerektirir ve çalışmadan evvel belirgin olmayan temaların ve boyutların ortaya çıkarılmasını sağlar (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bu bağlamda literatür taramasının sonucunda belirlenen kodlar revize edilmiş ve son hali verilmiştir.

Tüm bunlar ışığında matematiksel düşünmenin, çalışmanın amaçları doğrultusunda aşağıda belirtilen dokuz aşamadan oluştuğu düşünülmektedir. Matematiksel düşünmenin çok boyutlu iç içe geçmiş ve kompleks yapısı sebebiyle net ve sadece bir matematiksel düşünme modelinin ortaya konması ve benimsenmesi yerine literatür destekli sentezlenmiş bir model tercih edilerek bu çalışmaya temel teşkil edecek yapı oluşturulmuştur. Literatüre dayalı olarak öğrencilerden de alınan yanıtlara göre oluşturulan matematiksel düşünme aşamaları ve alt süreçleri Tablo 5,6,7 ve 8'de verilmiştir.

Tablo 5. Özelleştirme süreci ve kodu

| | **ÖZELLEŞTİRME** |
|---|---|
| Kod | Açıklayıcılar |
| Ö-Kod1 | • Verilen etkinlikteki problem durumunun yanıtını bulma.<br>• Doğru bir süreç içerisinde özel, verilen duruma ait, özgün örnekleri inceleme.<br>• Verilen duruma ait bir araştırma, kanıtları bir araya getirme. |

Tablo 6. Genelleme süreci ve kodları

| | **GENELLEME** |
|---|---|
| Kod | Açıklayıcılar |
| G-Kod1 | • Farklı özel durumları test etme.<br>• İlişkiyi, örüntüyü bulmak amacıyla yaptığı doğru girişimler.<br>• Deneme-yanılma sürecine dair doğru izler. |
| G-Kod2 | • "Verilen duruma özgü" örüntüyü, ilişkiyi belirleme.<br>• "Verilen duruma ait" doğru ve eksiksiz örüntü bulma. |

Tablo 7. Varsayımda bulunma süreci ve kodları

| | **VARSAYIMDA BULUNMA** |
|---|---|
| Kod | Açıklayıcılar |
| V-Kod1 | • Anlama, fark etme, hissetme, sezme.<br>• Fark ettiği öngörüyü tahmin ve ifade etme. |
| V-Kod2 | • Her duruma uyarladığı ve çoklu durum için sezdiği (sözel veya görsel) iddia ettiği bu durumun doğruluğunu kontrol etme.<br>• Test etme (ispat başlangıcı veya varsayımının yanlış olmadığına emin olma).<br>• Yanlışsa başa dönme. |
| V-Kod3 | • Sembol ile veya sözel olarak ifade/formüle etme.<br>• Cebirsel veya sözel olarak ifade etme. |

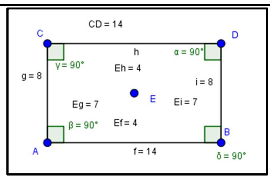
Tablo 8. İkna etme/ispat süreci ve kodları

| | İKNA ETME/İSPAT |
|---|---|
| **Kod** | **Açıklayıcılar** |
| İ-Kod1 | • Sezgisel doğrulama: hisleriyle durumun doğruluğunu sezme.<br>• İddiaların doğruluğunun araştırma.<br>• Güçlü bir delil veya delillerin olmadığı basit çizimlerle iddiasını gösterme girişimi. |
| İ-Kod2 | • Tümevarımsal açıklama, niceliksel değerlendirmeyi, bir veya daha fazla özel durumlarını öne sürerek varsayımının doğruluğunu gösterme.<br>• İkna etmeye ispatta söz konusu olan elemanlar üzerinde düşünerek tüm elemanlar için genelleme yapmaya çalışarak ispatı sunma.<br>• Varsayımı doğru ise bunun örnekler üzerinde denendiğinde doğrulanması gerektiğinin farkında olma. |
| İ-Kod3 | • Dönüşümsel soyutlama, özel örnekler yerine, değişkenler ve oluşumlar üzerinde yapılan özel değişikliklerle genellemelere ulaşma.<br>• İkna etmeyi, ispatı doğru akıl yürütme ile dönüşüm yaparak yapılandırma. |

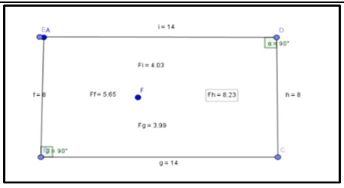
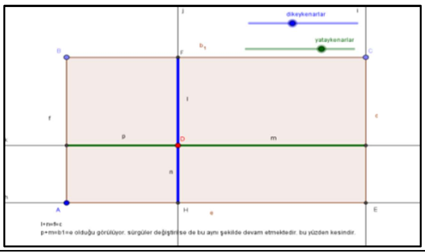
Yukarıdaki Tablo 5, 6, 7 ve 8'de görülen açıklayıcılar bulundukları satırdaki koda aittirler. Matematiksel düşünme süreçlerinin açıklayıcıları olan bu süreçlerden herhangi birinin sergilenmesi o kodun öğrencide var olduğu şeklinde değerlendirilmiştir.

Baki'deki (2015), ispatın üç aşaması ile ilgili belirli basamaklar araştırmanın matematiksel düşünme sürecinin kuramsal çerçevesini oluşturmaktadır. Doğrulama ve araştırma basamağı özelleştirme, genelleme ve varsayımda bulunma basamaklarına karşılık gelmekteyken, açıklama basamağı İkna Etme Kod 1 ve İkna Etme Kod 2 kısımlarına, soyutlama ise İkna Etme Kod 3 kısmına denk gelmektedir. Bu kodlar dikkate alınarak yapılacak analize örnek teşkil etmesi açısından, Etkinlik 1'de matematiksel düşünme bağlamında verilen yönergeler ve kodlara ait olası öğrenci cevapları Tablo 9'da gösterilmiştir.

Tablo 9. Etkinlik için gözlenebilecek beceri/davranışlar

| **MD Aşamaları** | **İlgili Basamağı Ortaya Çıkarması Beklenen Soru** | **KK Sürecinde ve DMY'de Beklenen Cevaplar/Davranışlar/Yanıtlar** |
|---|---|---|
| Özelleştirme | Kısa kenarı 8br, uzun kenarı 14br olan yukarıdaki dikdörtgenin içerisinden rastgele seçilen bir noktanın dört kenara olan mesafelerinin toplamını bulun. | Dikdörtgenin herhangi bir yerine konan noktanın kenarlara olan dikey uzunluklarını incelemesi, bu konuda araştırma yapması. |
| | |  |

Tablo 9'un devamı

| | | |
|---|---|---|
| Genelleme | Yukarıdaki sonuca gidiş sürecini gözden geçirdiğinde, dikdörtgenin iç bölgesinde rastgele seçilen başka noktaların da kenarlara olan uzaklıklarının toplamı ile dikdörtgenin kenar uzunlukları arasında bir örüntü/ilişki var mıdır, bu ilişkiyi/örüntüyü nasıl açıklarsın? | G-Kod1 – Seçilen rastgele noktanın kenarlara olan uzaklığını ölçme girişimleri.<br><br>G-Kod2 – Seçilen noktanın kenarla olan uzaklıklarının birer kenarla aynı olduğunu fark etmesi |
| | |  |
| Varsayımda Bulunma | Uzunlukları farklı olan herhangi farklı dikdörtgenlerin iç bölgesindeki bir noktanın kenarlara olan uzaklıklarının toplamı için sözel veya matematiksel bir ifadede bulunabilir misin? Örneğin formülle ifade etmek gibi veya kelimelerle ifade etmek gibi. | V-Kod1 – Noktanın kenarlara olan uzaklığını göstermesi için bu durumu araştırması, basit çizimlerle desteklemesi.<br>V-Kod2 – İddia ettiği kenarlara olan uzaklığın doğruluğunu kontrol etmesi, test etmesi.<br>V-Kod3 – Seçilen noktanın kenarlara olan uzaklıkları toplamı a+b'dir şeklinde yazılması veya kenarların toplamına eşittir ifadesini sözel olarak ifade etmesi. |
| | | V-Kod1 – Dikdörtgen içerisine rastgele bir nokta yerleştirmesinin ardından bunun kenarlara olan uzaklığıyla ilgili araştırma sürecine başlaması.<br>V-Kod2 – İddiasının doğruluğunu kontrol etmesi.<br>V-Kod3 – DMY'de her dikdörtgende *"Noktanın karşılıklı kenarlara uzaklığı kenar gibi oluyor zaten öğretmenim."* cümlesi ile varsayımını sözel olarak ifade etmesi. |
| İkna Etme | Tüm dikdörtgenler için düşünürsek, içerisinde seçilen bir noktanın kenarlara olan uzaklıkları için yukarıdaki yaptığın genellemenin doğruluğunun kesin olduğunu nasıl gösterirsin? Bu formülün tüm dikdörtgenlerde geçerli olduğuna nasıl emin olabilirsin, açıklar mısın? | İ-Kod1 – 'Kenarlara olan uzaklığı hep aynıdır ki' sözel ifadesi.<br>İ-Kod2 – Birkaç farklı dikdörtgen çizerek bu sezgisinin doğruluğunu göstermesi.<br>İ-Kod3 – 'Kenarlara olan uzaklıklar, kenar uzunlukları 1br arttığında nokta da her bir kenara aynı miktarda uzaklaşıyor.' İfadesi. Değişkenler üzerinde özel değişikliklerle genellemelere ulaşması. |
| | |  |

Çalışmanın güvenirliğini sağlamada, ayrıntılı olarak tanımlanmış bir kavramsal çerçeveye bağlı kalınması güvenirliği zenginleştiren bir etkendir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bu bağlamda çalışma öncesinde oluşturulan kavramsal çerçeve bir alan uzmanı akademisyen tarafından incelenmiş, verilen düzeltmelerle son hali verilmiştir.

Diğer yandan verilerin analizinde araştırmacının, uzmanla beraber süreci incelemesi ham verileri gözden geçirmesi ve alan uzmanının çalışmayla ilgili dönütler vermesi bir başka bakış açısıyla değerlendirmesi nedeniyle araştırmanın geçerliğini ve tutarlılığını artıracaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bu çalışmada da araştırmacı alan uzmanı başka bir akademisyenle veri analizini ve süreçler hakkında görüşerek geribildirimler almıştır. Bu bağlamda bir öğrencinin tüm etkinliklerdeki çalışmaları hem uzman hem de araştırmacı tarafından incelenmiştir. Öğrenci davranışları tartışılmış hangi kodu sergilediği konusunda ortak karar verilmeye çalışılmıştır. Bu süreç araştırmacıya veri kodlama ile ilgili örnek teşkil etmiş ve analiz güvenirliğine katkı sağlamıştır.

# IV. BÖLÜM

## 4. BULGULAR

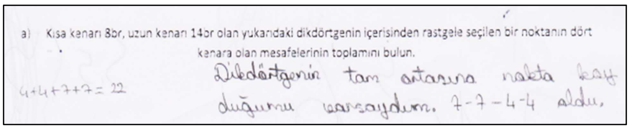
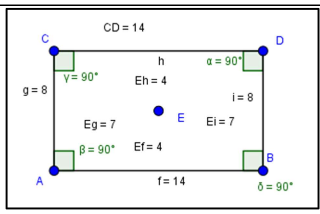
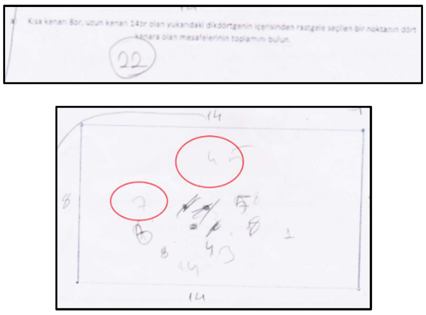
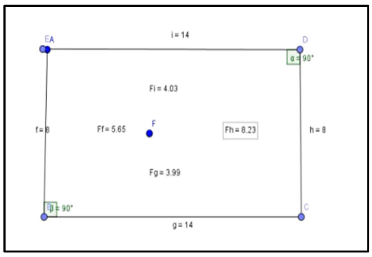
Bu bölümde araştırma problemleri doğrultusunda elde edilen bulgulara yer verilmiştir.

### 4.1. Özelleştirme Basamağına Ait ÜYT Konulmuş ve Konulmamış Öğrencilerden Elde Edilen Bulgular

### 4.1.1. Özelleştirme Basamağı - 1. Etkinlik

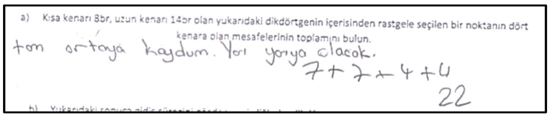
Özelleştirme basamağına ait ÜYT konulmuş ve tanı konulmamış öğrencilerle yapılan çalışmalardan 1.etkinlikte KK sürecinde ve DMY'de elde edilen bulgular bu bölümde incelenmiştir. Bu bağlamda öğrencilerin bu etkinlik kapsamındaki KK ve DMY çözümleri Tablo 10'da verilmiştir.

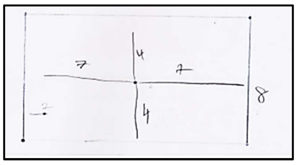
Tablo 10. Etkinlik 1'de ortaya çıkan özelleştirme basamağına ait öğrenci çözümleri

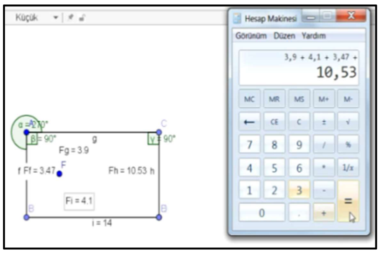
| | KK süreci | GeoGebra |
|---|---|---|
| Ö1 |   |   |
| Ö2 |   |   |

Tablo 10’un devamı

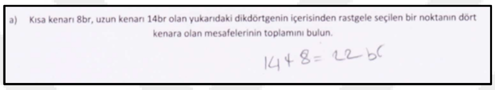
Ö3

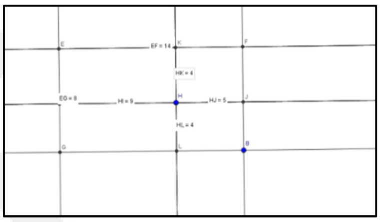


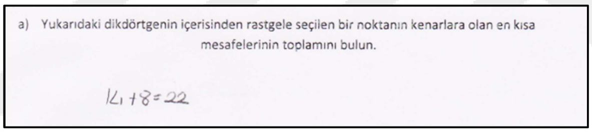



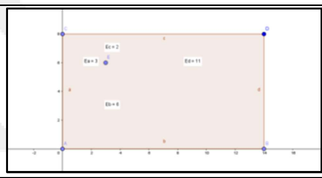

Ü1



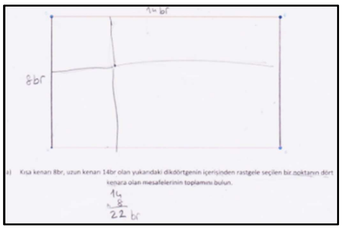



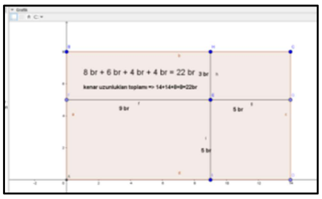
Ü2



Ü3



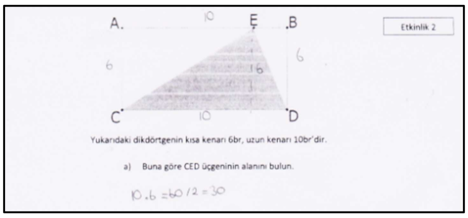
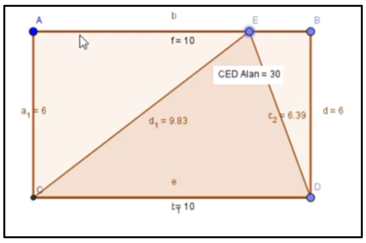
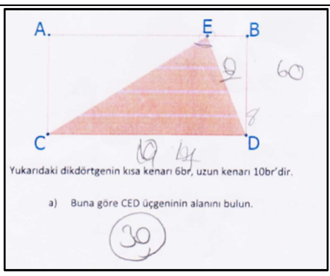
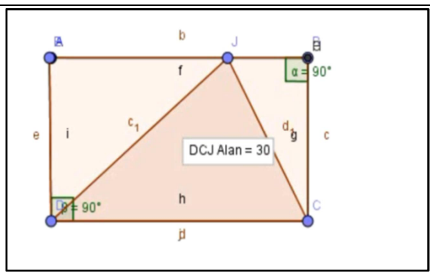

Ö1, KK ile çözüm sürecinde o duruma ait doğru yanıtı vererek, dinamik matematik yazılımında da dikdörtgen üzerinde bir noktayı belirledikten sonra, kenarlara olan uzaklıklarının toplamına ulaşarak Ö-Kod1’i sergilemiştir. Ö2, KK ile çözüm sürecinde tam ortadan seçtiği nokta ile kenarlara olan uzaklıkları sezmiş ve doğru yanıt vererek Ö-Kod1’i sergilemiş, DMY’de ise bir noktayı belirledikten sonra, kenarlara olan uzaklıklarının toplamını bularak Ö-Kod1’i sergilemiştir. Ö3 KK üzerinde noktanın rastgele seçilmesi durumu için sonucu bulamayacağını belirtmiştir. Bu yüzden noktayı tam ortadan seçip ardından kenarlara olan uzaklıkların toplamına ulaşmıştır. Bu çözüm sürecinde özelleştirme basamağına ait davranış gözlenmiştir. Noktanın yeri değiştiğinde ne olabileceği ile ilgili bir cevabı olmamıştır. DMY’de ise ilk anda noktayı koyduğu yer için uzaklık ölçülerini kullanmış ve sonuçlarını toplayarak Ö-Kod1'e uygun bir süreçle sonuca ulaşmıştır.

Ü1 ve Ü2'nin KK ile çözüm süreçleri aynıdır; kağıt üzerine herhangi bir işlem yapmadan zihinsel işlemlerle sonuca ulaşarak Ö-Kod1'i sergilemişlerdir. Ü1'e sonuca nasıl ulaştığı sorulduğunda kenarlara olan uzaklıkları kalemiyle ileri geri göstererek: *"Bu çıkar öğretmenim, bakın!."* demiştir. Ü1, dinamik matematik yazılımında birbirine şekli inceledikten sonra paralel doğrular çizerek bir paralelkenar oluşturmuş, ardından bunu dikdörtgene çevirmiş ve son olarak kenarlara olan uzaklıklarını uzaklık hesaplayıcı yardımıyla ölçerek Ö-Kod1'i sergilemiştir. Ü2 ve Ü3, yazılımda rastgele bir nokta seçmiş, kenara olan uzaklıklarını toplayarak Ö-Kod1'i sergilemiştir. Açıklama olarak *"Bir tane rastgele bir E noktası aldım, kenarlara olan uzaklıklarını buldum 22 çıktı."* demiştir. Ü3, kağıt üzerinde seçtiği bir noktayı kenarlara doğru çizdiği çizgilerle birleştirmiş ve bunların toplamının kenarlara eşit olduğunu sezerek Ö-Kod1'i sergilemiştir. Kendisine bu durum sorulduğunda kenarı kastederek *"Aynı doğru oluyor ki öğretmenim."* demiştir.

### 4.1.2. Özelleştirme Basamağı - 2. Etkinlik

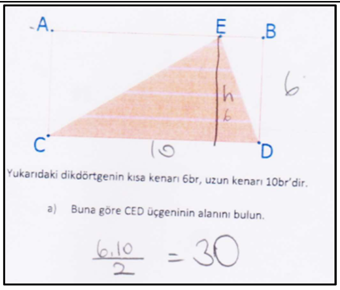
Özelleştirme basamağına ait ÜYT konulmuş ve tanı konulmamış öğrencilerle yapılan çalışmalardan 2.etkinlikte KK sürecinde ve DMY'de elde edilen bulgular bu bölümde incelenmiştir. Bu bağlamda öğrencilerin bu etkinlik kapsamındaki KK ve DMY çözümleri Tablo 11'de verilmiştir.

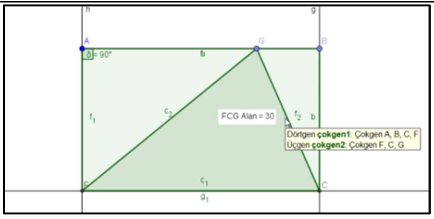
Tablo 11. Etkinlik 2'de ortaya çıkan özelleştirme basamağına ait öğrenci çözümleri

| | KK Süreci | GeoGebra |
|---|---|---|
| Ö1 |  |  |
| Ö2 |  |  |

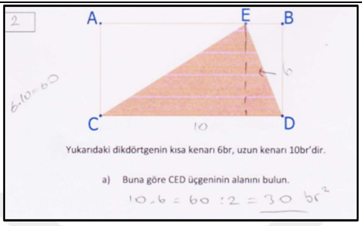
Tablo 11'in devamı

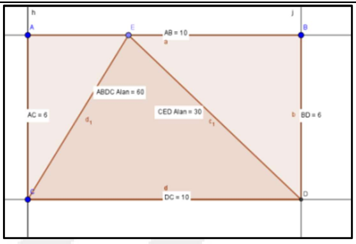
Ö3



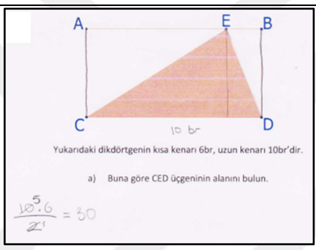



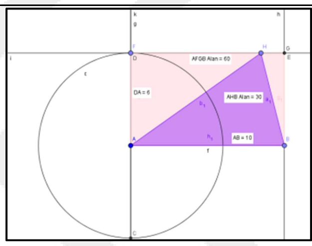

Ü1



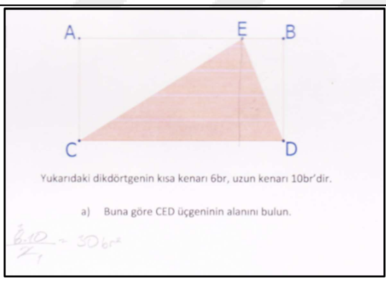



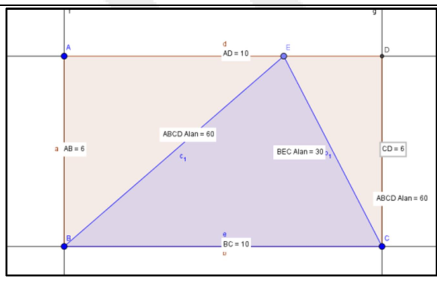

Ü2



Ü3



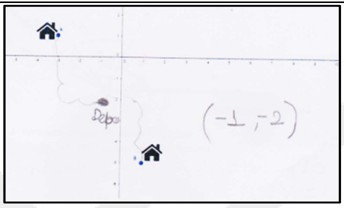
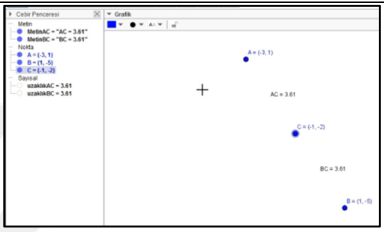
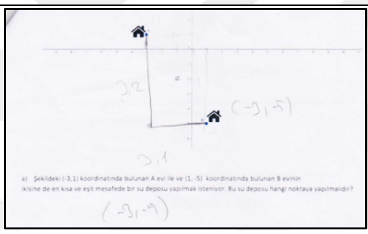
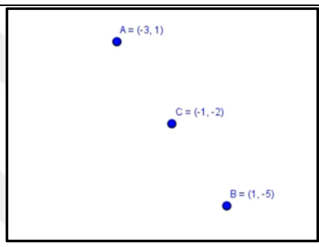
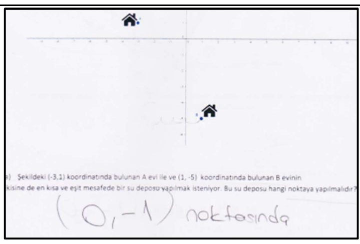
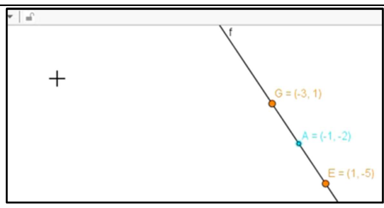
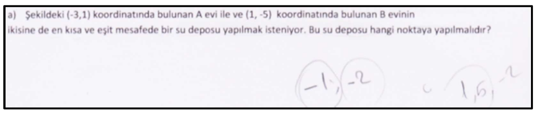
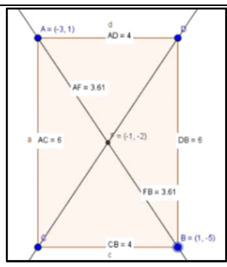
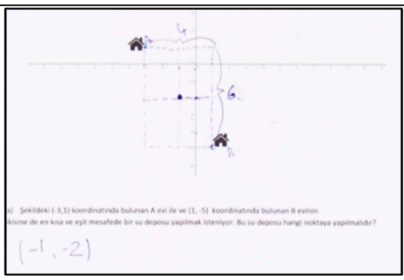
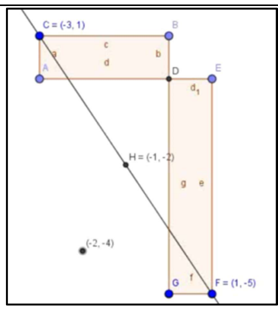




Öğrencilerin hepsinin bu etkinliğin bu aşaması için KK üzerinde üçgenin alanının taban ve yüksekliği çarpıp 2'ye bölerek bulduğu gözlenirken, DMY'de soruya uygun üçgen ve dikdörtgeni çizip, programın işlevlerinden yararlanarak hesaplattıkları görülmüştür. Her ne kadar geometrik şekillerin soruya uygun oluşturulması aşamalarında gözlenen süreçler farklı gibi görünse de çalışmadaki matematiksel düşünme aşamalarından Ö-Kod1'e uygun davranış gözlenmiştir.

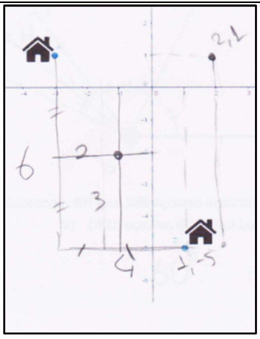
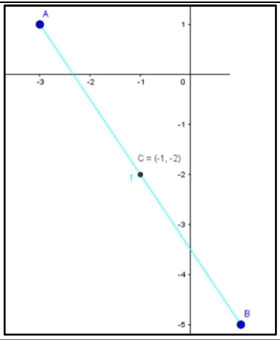
### 4.1.3. Özelleştirme Basamağı - 3. Etkinlik

Özelleştirme basamağına ait ÜYT konulmuş ve tanı konulmamış öğrencilerle yapılan çalışmalardan 3. etkinlikte KK sürecinde ve DMY'de elde edilen bulgular bu bölümde incelenmiştir. Bu bağlamda öğrencilerin bu etkinlik kapsamındaki KK ve DMY çözümleri Tablo 12'de verilmiştir.

Tablo 12. Etkinlik 3'te ortaya çıkan özelleştirme basamağına ait öğrenci çözümleri

| | KK Süreci | GeoGebra |
|---|---|---|
| Ö1 |   |  |
| Ö2 |  |   |
| Ö3 |   |   |
| Ü1 |   |   |
| Ü2 |   |   |

Tablo 12'nin devamı

| | | |
|---|---|---|
| Ü3 |  |  |

Ö1, KK sürecinde her iki noktanın ortasını birimleri sayarak bulmaya çalışmış ve doğru sonuca ulaşmıştır, yazılımda ise iki noktanın ortasını buldurma işlevini kullanarak doğru sonuca ulaşmıştır. Her iki durumda da Ö-Kod1 gözlenmiştir. Ö2, KK ile çözüm sürecinde iki eve eşit uzaklıktaki depoyu yanlış yere konumlandırmıştır. Sebebi sorulduğunda deponun orada olması gerektiği ve evlere eşit uzaklıkta olduğunu yanlış akıl yürütmelerle sonuca ulaştığı görülmüştür. Koordinat Sisteminde, II. bölgedeki evin y eksenine olan uzaklığının 3br olması ile IV. bölgedeki evin depoya olan mesafesinin III. bölgede kalan kısmının 3br olması bu yanlış sonuca ulaşmasına Ö-Kod1'in ortaya çıkmamasına neden olmuştur. Aynı öğrenci DMY'de her iki evin orta noktasını bulabilmiştir. Ö3, KK ile çözüm sürecinde Ö-Kod1'i sergileyememiş, öylesine bir nokta tahmin ettiğini söylemiştir, çözmek için bir süre daha çabalasa da herhangi bir sonunca ulaşamamıştır. Yazılımda ise doğru sonuca evleri uçlarına yerleştirdiği bir doğru parçasının yarısını bulmayı düşünerek ulaşmıştır.

Ü1 için kağıt üzerindeki çözümüyle ilgili şu diyalog yaşanmıştır:

*A:* *"Eşit mesafede su deposu yapılması isteniyor."*

*Ü1:* *"O zaman ikisinin de orta noktasına yapılacak ama… O zaman yine buraya yapılır. (İkisinin orta noktasını parmağıyla gösteriyor.) Ama bunu işlem olarak yapamadım."*

*A:* *"Tamam olsun sorun değil, koordinatlarını gösterebilir misin?"*

*Ü1:* *"Evet, gösterebilirim, (-1,-2) olur."*

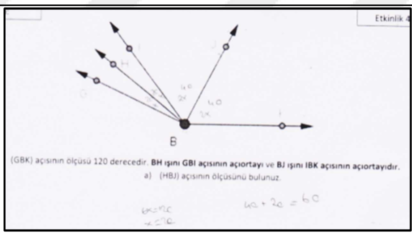
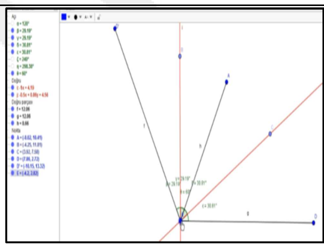
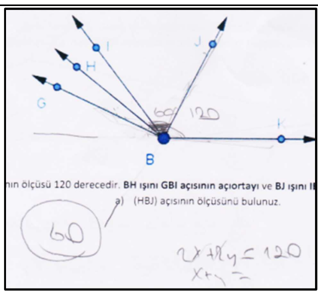
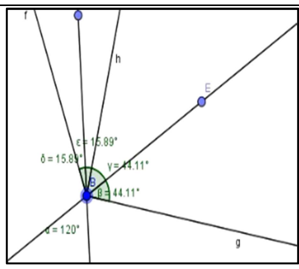
*A:* *"Yazabilirsin."*

DMY üzerinde ise evleri bir dikdörtgenin köşeleri olarak yerleştirmiş ve bu köşegenlerin birbirini ortalaması prensibini kullanarak deponun olması gereken koordinatları bularak Ö-Kod1'i sergilemiştir. Ü2, KK üzerinde birimleri kalemiyle sayarak düzlemi bölgelere ayırarak Ö-Kod1'i sergilemiş, DMY'de ise önce iki farklı dikdörtgen oluşturmuş, bu süreçten istediği sonucu alamayınca iki noktanın orta noktasını bulma işlevini kullanarak deponun olması gereken yerini bulmuştur. O duruma özgü örneklerin incelendiği Ö-Kod1'i sergilemiştir. Ü3, KK sürecinde Ü2 ile benzer süreci izlemiş, farklı olarak yazılımda doğru parçasının uçlarına evleri yerleştirerek ardından doğru parçasının orta noktasını bulmayı tercih etmiş ve her iki durumda da Ö-Kod1'i sergilemiştir.

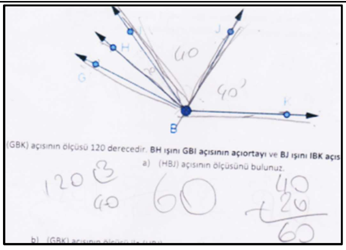
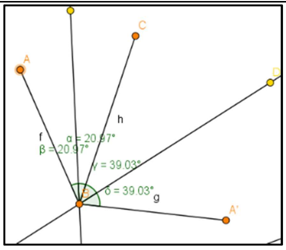
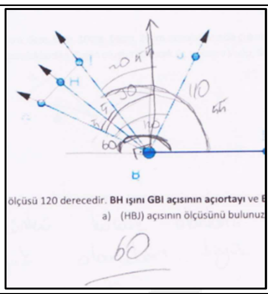
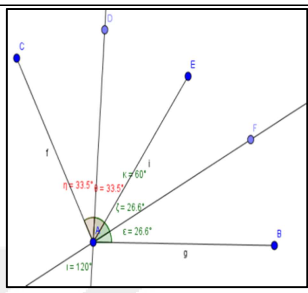
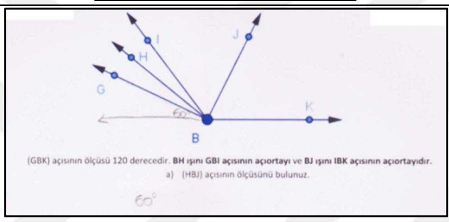
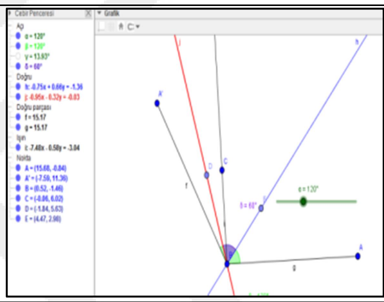
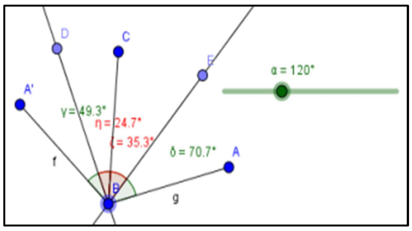
### 4.1.4. Özelleştirme Basamağı - 4. Etkinlik

Özelleştirme basamağına ait ÜYT konulmuş ve tanı konulmamış öğrencilerle yapılan çalışmalardan 4. etkinlikte KK sürecinde ve DMY'de elde edilen bulgular bu bölümde incelenmiştir. Bu bağlamda öğrencilerin bu etkinlik kapsamındaki KK ve DMY çözümleri Tablo 13'de verilmiştir.

Tablo 13. Etkinlik 4'te ortaya çıkan özelleştirme basamağına ait öğrenci çözümleri

| | KK Süreci | GeoGebra |
|---|---|---|
| Ö1 |  |  |
| Ö2 |  |  |

Tablo 13'ün devamı

| | | |
|---|---|---|
| Ö3 |  |  |
| Ü1 |  |  |
| Ü2 |  |  |
| Ü3 |  |  |

Ö1, KK üzerinde açıortaylarla yanlış bir ilişki kurarak yanlış bir sonuca ulaşmıştır. Süreçle ilgili sorular sorulduğunda *"Açıortay yarısı oluyor öğretmenim. Burası buradakilerin yarısı olması lazım."* yanıtını vermiştir. Açıortay hakkındaki bilgisi doğru olsa da açıların birbirinin 2 katı olması gerektiği gibi bir yanlış sonuca ulaşmıştır. Bulduğu sayısal değer her ne kadar doğru olsa da bunun bir tesadüf sonucu olması ve matematiksel düşünme süreci kodunu karşılamaması sebebiyle, Ö1'in Ö-Kod1'i sergileyemediği söylenebilir. DMY'de ise ilgili açıları inşa ettikten sonra doğru sonuca ulaşmış, G-Kod1'i sergilemiştir. Ö2 ve Ö3 Ö-Kod1'i göstermişlerdir. Ü1'in kâğıt üzerinde farklı özel durumları test ettiği görülmüş, Ü2'nin ise benzer şekilde zihninde sesli yaptığı farklı denemelere problem durumunun doğru yanıtını doğru bir süreç sonunda bulmuş ve

G-Kod1'i sergilemişlerdir. Ü3, sonuca zihinden bulduğu ilişkilerle ulaşmış, kendisine bu sonucu nasıl bulduğu sorulduğunda toplamın hep sabit olacağını açıklamıştır.

*A:* *"Nasıl buldun bu sonucu?"*

*Ü1:* *"Hep 60 derece oluyor öğretmenim."*

*A:* *"Nasıl olduğunu açıklar mısın?"*

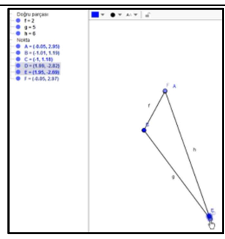
*Ü1:* *"Mesela öğretmenim, burası 100 derece olsa, burası 20 derece olsa, 100'ün yarısı 50, 20'nin yarısı 10. Başka versek de yine aynı oluyor."*

Bu açıklamadan da görüldüğü üzere, G-Kod1'i ölçmek üzere sorulmuş sorunun çözüm sürecinde daha üst düzey matematiksel düşünme aşaması olan varsayımda bulunma basamağının V-Kod1 ve V-Kod2 kodlu davranışları da gözlenmektedir. DMY'de ise Ü1, yazılımda açılara gerekli ölçüleri atadığında o duruma ait sonuca ulaşmış ve Ö-Kod1'i sergilemiş, Ü2 ve Ü3 ise DMY'de aynı süreci GeoGebra'nın sürgü özelliğini kullanarak uygulamış ve kendisinden sadece istenen sonucu bularak Ö-Kod1'i sergilemiştir.

### 4.1.5. Özelleştirme Basamağı - 5. Etkinlik

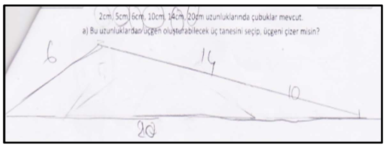
Özelleştirme basamağına ait ÜYT konulmuş ve tanı konulmamış öğrencilerle yapılan çalışmalardan 5. etkinlikte KK sürecinde ve DMY'de elde edilen bulgular bu bölümde incelenmiştir. Bu bağlamda öğrencilerin bu etkinlik kapsamındaki KK ve DMY çözümleri Tablo 14'de verilmiştir.

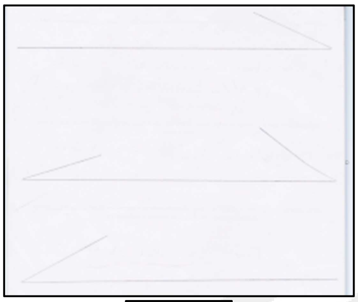
Tablo 14. Etkinlik 5'te ortaya çıkan özelleştirme basamağına ait öğrenci çözümleri

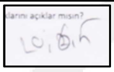
| | KK Süreci | GeoGebra |
|---|---|---|
| Ö1 |  |  |

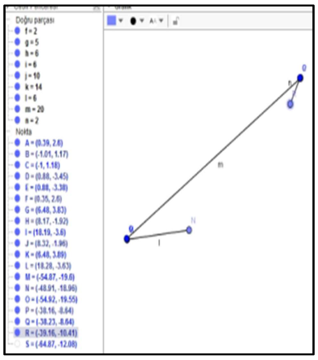
Tablo 14'ün devamı

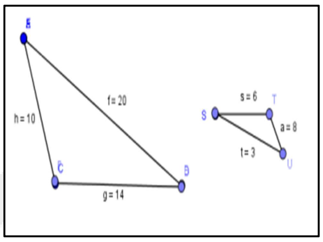
Ö2



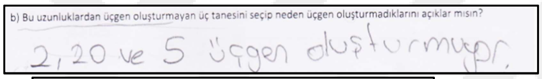



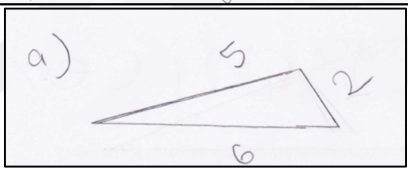


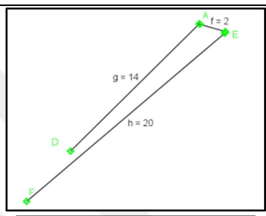



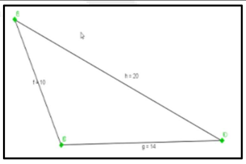




Ö3

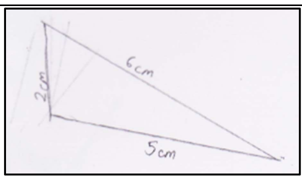


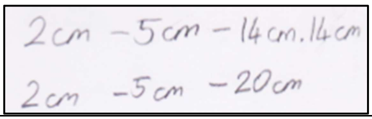



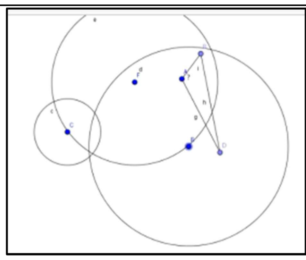



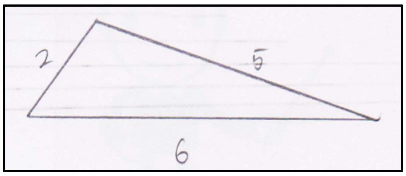



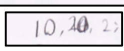
Ü1

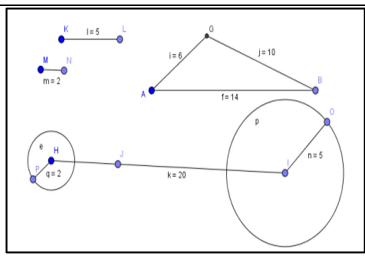


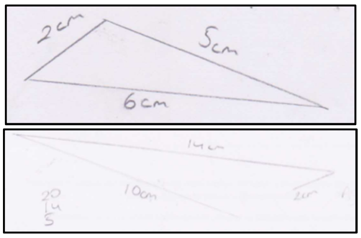
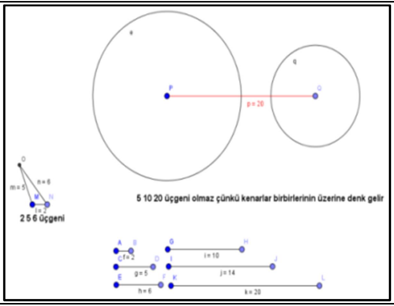







Tablo 14’ün devamı

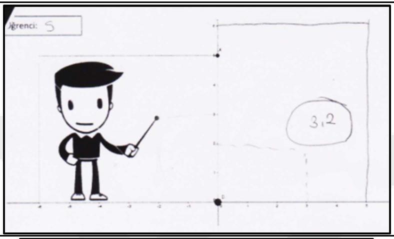
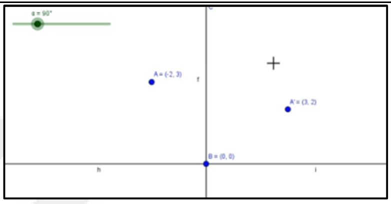
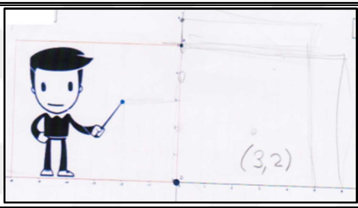
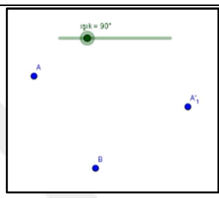
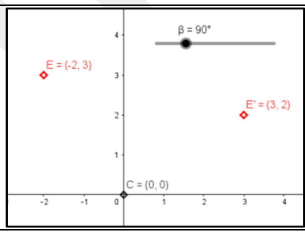
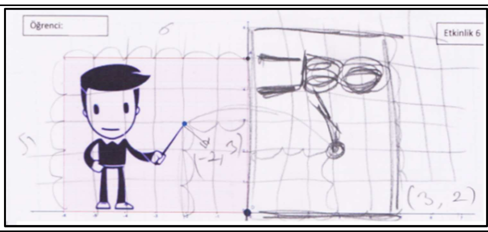
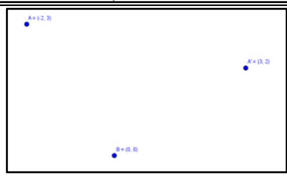
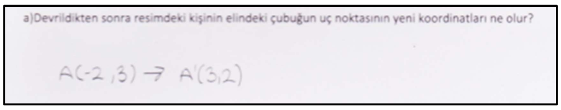
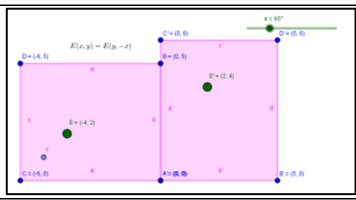
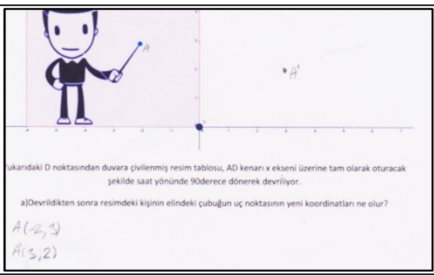
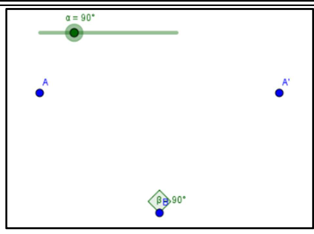
| | | |
|---|---|---|
| Ü3 |  |  |

Ö1, KK ile çözüm sürecinde cetveliyle oluşabilen üçgenleri ve oluşamayan tek tek çizmiş, çizimlerin altına “Oluyor, denedim oluyor/olmuyor.” gibi notlar yazmıştır. Bazılarının üzerini karalayarak çizimin üçgen olamayacağını göstermiştir. Gözlenen bu farklı denemeler ve o yalnızca duruma ait olan doğru süreç ve sonuçlar Ö-Kod1’in yanında G-Kod1’e de ait davranışların ortaya çıktığını göstermektedir. Yazılımda üçgen olarak çizilebilen ve çizilemeyen üçgenleri KK sürecine benzer ve soruda istenen şekilde oluşturarak G-Kod1’i sergilemiştir. Ö2, KK sürecinde Tablo 14’te görüldüğü gibi benzer adımları izlemiş ve Ö-Kod1 ve G-Kod1’i sergilemiştir. Ö3 sadece o duruma ait bir çizim yapmış, farklı denemelerde bulunmamıştır. Çizimini yaptığı uzunlukları neye göre seçtiği sorulduğunda rastgele seçtiğini söylemiştir. Araştırmacı bu seçimleri neye göre yaptığını anlamak için bir başka çizilebilir ve çizilemez üçgen bulmasını istediğinde, Ö3 rastgele seçtiği uzunlukları çizmeye çalışmış herhangi bir ilişki bulmamış, Ö-Kod1’e uygun biçimde sadece bu duruma özgü örnekleri incelemekle yetinmiştir. DMY’de Ö2, Ö3 benzer süreçleri yaşayarak doğru parçalarının uçlarını birleştirerek üçgenlerin oluşup oluşmayacağını görmeye çalışmış, doğru parçalarını uzatıp kısaltıp, *“Bu çok uzun olur, kısa gelir bu olmaz.”* şeklinde kendilerine verdikleri dönütlerle çizimini yazılıma aktarmadan bazı uzunlukları reddetmiş veya olabileceğini görerek çizime değer bulmuştur. Bu da o duruma ait örüntüyü tam olarak ulaşamamış olsa da buna dair izler bulmaya çalıştıklarını gösterdiği için G-Kod1’e ait davranışlar sergiledikleri söylenebilir. Ü1, Ü2 ve Ü3 KK sürecinde farklı özel durumları test ederek Ö-Kod1 ve G-Kod1’i sergilemişlerdir. DMY’de çember yarıçaplarını kullanarak üçgenler hakkında ilişkilere ulaşmışlardır. Ü1, yaptığı çizim sonucu bir ilişki kuramamış, yalnızca verilen duruma ait bir araştırma yaparak Ö-Kod1’i sergilemiştir. Ü2 ve Ü3, DMY süreçlerinde bir üçgenin çizilebilmesi için iki kenarın toplamının diğerinden büyük olması gerektiği sonucuna ulaşarak ilişki ve örüntüyü bulmak amacıyla doğru girişimlerle G-Kod1’e ait davranışlar, hem de matematiksel düşünme aşamalarından varsayımda bulunma sürecine ait davranışlar ortaya koymuşlardır.

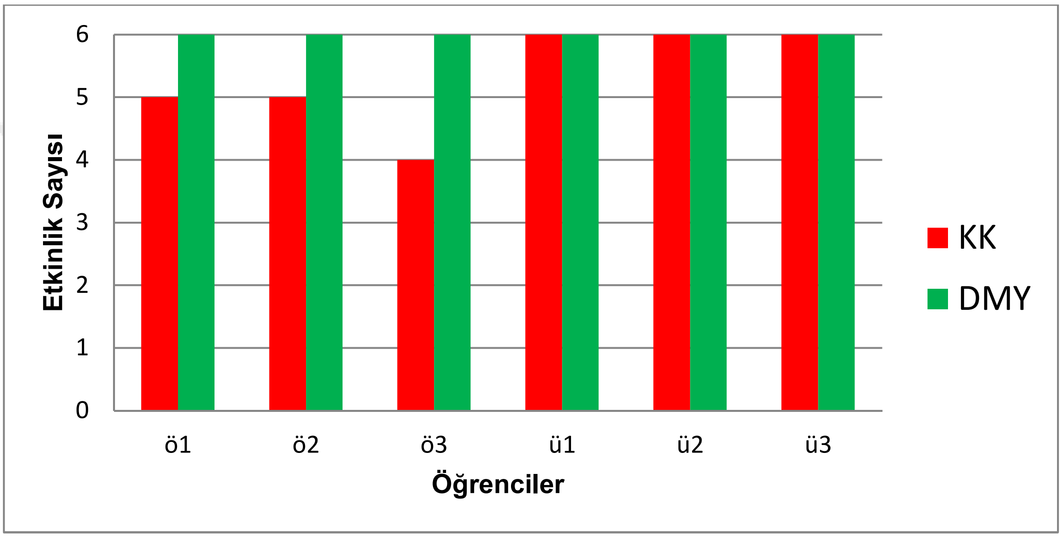
### 4.1.6. Özelleştirme Basamağı - 6. Etkinlik

Özelleştirme basamağına ait ÜYT konulmuş ve tanı konulmamış öğrencilerle yapılan çalışmalardan 6. etkinlikte KK sürecinde ve DMY'de elde edilen bulgular bu bölümde incelenmiştir. Bu bağlamda öğrencilerin bu etkinlik kapsamındaki KK ve DMY çözümleri Tablo 15'de verilmiştir.

Tablo 15. Etkinlik 6'da ortaya çıkan özelleştirme basamağına ait öğrenci çözümleri

| | KK Süreci | GeoGebra |
|---|---|---|
| Ö1 |  |  |
| Ö2 |  |  |
| Ö3 | Yanıt verememiştir. |  |
| Ü1 |  |  |
| Ü2 |  |  |
| Ü3 |  |  |

Ö1, Ö2 ve Ü3 tablonun devrildikten sonraki koordinatını KK üzerinde sadece noktayı işaretleyerek, Ü1, tüm tablonun devrilmiş halinin çizimini yaparak, Ü2 ise işaretleme veya diğer başka bir çizim yapmadan devrilme sonrası noktayı yazarak Ö-Kod1'i sergilemiştir. Ö3, KK sürecinde doğru yanıta ulaşamamıştır. Kendisine sorulduğunda dönme sonucunda noktanın tam yerinin bulunamayacağını söylemiştir. DMY'de, Ö1, Ö2, Ö3, Ü3 programın belirli bir açıda dönme özelliğini sürgü kullanarak, Ü1 nokta etrafında dönmesini kullanarak, Ü2 ise noktayı önce tabloyu temsil ettiğini söylediği bir dikdörtgenin üzerine koyarak dikdörtgeni döndürerek Ö-Kod1'i sergilemiştir.




Grafik 1.Özelleştirme basamağı Ö-Kod1 gözlenen aşama sayıları

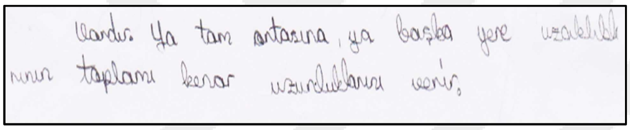
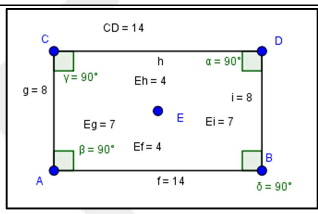
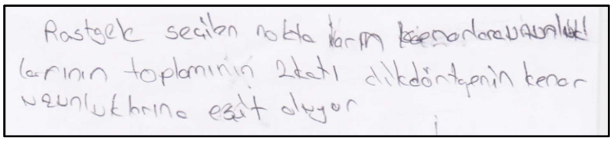
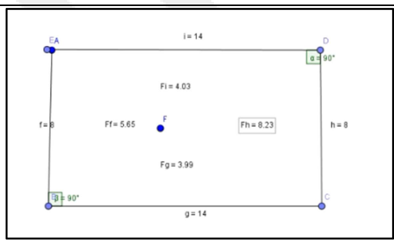
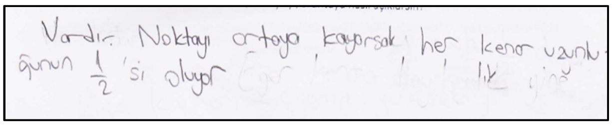
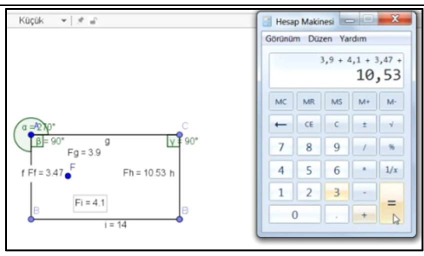
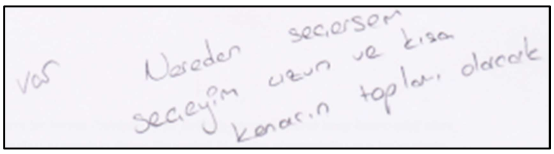
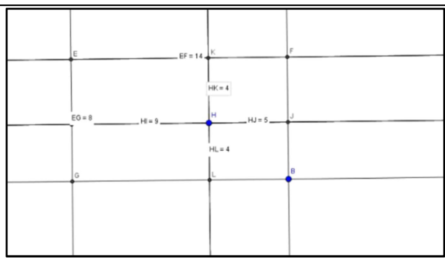
Grafik 1 incelendiğinde özelleştirme aşamasında KK sürecinde, ÜYT konulmamış öğrencilerin, tanı konulmuş öğrencilere göre daha az sayıda davranış ortaya koydukları görülmektedir. Başa bir deyişle üstün yetenekliliğin matematiksel düşünme aşamalarından Ö-Kod1'in KK sürecinde farklılaşma sağladığı görülmektedir. Dinamik matematik yazılım üzerinde yürütülen süreçte Ö-Kod1 davranışı tüm etkinliklerde tüm öğrenciler tarafından sergilenmiştir. Üstün yetenekliliğin matematiksel düşünme aşamalarından Ö-Kod1'in DMY sürecinde farklılaşma sağlamadığı görülmektedir.

## 4.2. Genelleme Basamağına Ait ÜYT Konulmuş ve Konulmamış Öğrencilerden Elde Edilen Bulgular

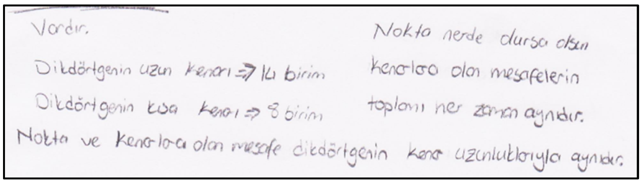
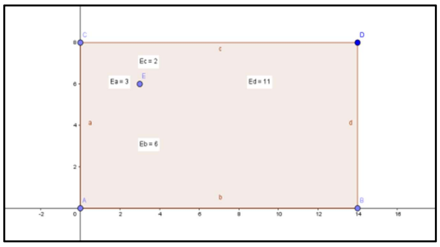
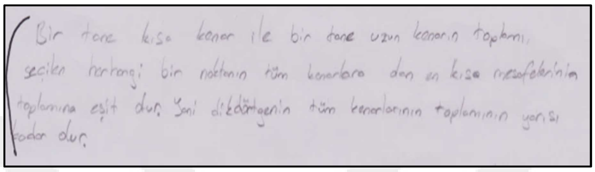
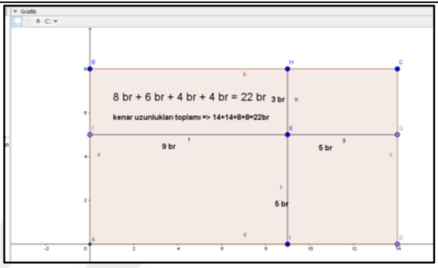
### 4.2.1. Genelleme Basamağı - 1. Etkinlik

Genelleme basamağına ait ÜYT konulmuş ve tanı konulmamış öğrencilerle yapılan çalışmalardan 1.etkinlikte KK sürecinde ve DMY'de elde edilen bulgular bu bölümde incelenmiştir. Bu bağlamda öğrencilerin bu etkinlik kapsamındaki KK ve DMY çözümleri Tablo 16'da verilmiştir.

Tablo 16. Etkinlik 1'de ortaya çıkan genelleme basamağına ait öğrenci çözümleri

| | KK Süreci | GeoGebra |
|---|---|---|
| Ö1 |   |   |
| Ö2 |   |   |
| Ö3 |   |   |
| Ü1 |   |   |

Tablo 16’nın devamı

| | | |
|---|---|---|
| Ü2 |   |   |
| Ü3 |   |   |

Ö1, şekil üzerinde başka noktalara doğru kalemini gezdirip durdurarak farklı nokta seçiminde neler olabileceğini incelemiş G-Kod1’i sergilemiş, doğru örüntüye/ilişkiye ulaşarak, G-Kod-2’yi sergilemiştir. Ö1, DMY’de belirlediği noktanın kenarlara olan uzaklıkları inceleyerek G-Kod1’i, toplamına ulaşıp, “*Kenarların uzunlukları ile aynı oluyor.*” şeklinde açıklama yaparak G-Kod2’yi ortaya koymuştur.

Ö2, KK ‘‘*Kısa kenar ile uzun kenarın toplamı oluyor.*’’ Diyerek belirlediği durumu test etmiş ve G-Kod1’i sergilemiştir. Bu durumun dikdörtgenin çevresiyle bağlantısını kurarak G-Kod2’yi sergilemiştir. DMY’de ise rastgele yerleştirdiği noktayla farklı özel durumu test ederek G-Kod1’i, *“İki farklı kenarın toplamı oluyor.”* şeklinde açıklayarak G-Kod2’yi sergilemiştir.

Ö3, KK sürecinde noktayı dikdörtgenin tam orta noktasına yerleştirmeyi tercih etmiştir. Bu durumun sebebi sorulduğunda, *“Kenarlara olan uzaklığını daha kolay bulmak için.”* cevabını vermiştir. Gerçekten de bu tercih diğer öğrenciler için de ilk çözüm girişimleri için yönlendirici olmuştur denilebilir. Bu anlamda bakıldığında örüntüyü bulmak için yaptığı girişimler için yani G-Kod1’i sağlamaktadır. Ancak bu durumun süreçte kolaylık sağladığı görülse de, devamında öğrencinin bulduğu ilişki ‘‘Seçilen *ortaya noktaya koyulduğu takdirde.*’’ koşulu üzerinden devam etmiştir. Bu da öğrencinin *“Herhangi bir nokta için yorum yapılamayacağı”* yanlış sonucuna ulaşmasına sebep olmuştur. Diğer noktalara konulan noktalar sorguladığında şöyle bir diyalog ortaya çıkmıştır.

*A:* *“Dikdörtgenin tam ortasına konulmayacak noktalar için yorum yapabilir misin?”*

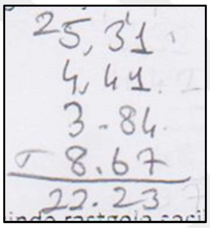
*Ö3:* *“Hayır yapamayız öğretmenim.”*

*A:* *“Neden, açıklar mısın?”*

*Ö3:* *“Bilemeyiz ki, kenarlara olan uzaklıkları ölçmemiz gerekir yoksa bilemeyiz.”*

*A:* *“İstersen cetvel kullanarak ölçebilirsin, biliyorsun değil mi?”*

Burada araştırmacı öğrenciye cetvel kullanabileceğini hatırlatmıştır. Öğrenci kâğıda rastgele koyduğu bir noktanın kenarlara uzaklığını cetveli ile ölçmüş, ondalıklı kısımları mükemmel olarak ölçemediği için şu şekilde bir sonuca ulaşmıştır.




Bunun ardından yorumu şu şekilde olmuştur, ‘‘Tam ortada seçmediğimiz için küsuratlı çıkıyor. Ortadan seçmek gerekiyor, yoksa bilemeyiz.’’ Bu durum özelleştirme basamağından genelleme basamağına çıkamamanın bir sonucu olarak görülebilir. Çünkü öğrenci sadece ve yalnız ortada olduğu özel durumu için doğru davranış aşamasının ortaya koyabilmektedir. Bu duruma ait örüntü tam ve doğru bir biçimde ortaya konamadığı için G-Kod2 sergilenememiştir.

Ö3, DMY’de çizdiği dikdörtgenin içerisinde herhangi bir yere koyduğu noktanın kenara uzaklıklarını toplamış ve ilişkiye ulaşmış, G-Kod1’i ve G-Kod2’yi sergilemiştir.

Ü1, KK sürecinde noktanın nereden seçilirse seçilsin kenarlara olan uzaklıklarını belirten doğru parçalarının yatay ve dikeyde incelendiğinde kısa ve uzun kenarlara eş uzunlukta olacağını belirterek aynı süreçte G-Kod1 ve G-Kod2’yi sergilemiştir. DMY’de ise birbirine paralel iki çift doğru ile oluşturduğu dikdörtgenin içerisine birbirine dik iki doğruyu kesiştirmiş ve bu kesişim noktasını rastgele seçilen nokta olarak düşünmüştür. Araştırmacı ile Ü1 arasında G-Kod1 ve G-Kod2’yi sergilediğini gösteren diyalog şu şekildedir:

*A:* *“Bir ilişki ya da örüntü var mı?”*

*Ö3:* *“Öğretmenim, (Kesişim noktasını göstererek) bu noktanın kenarlara uzaklıkları (Noktanın kenarlara olan doğru parçalarını göstererek) bu kısımlar... Mesela bu paralel olduğu kenarla aynı uzunlukta, bu da öyle.*

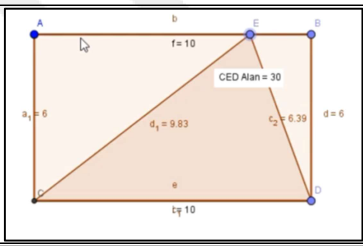
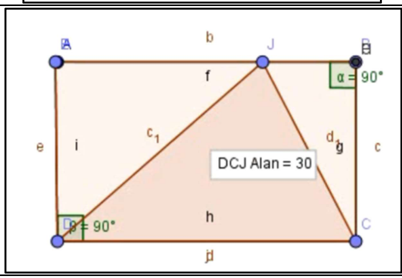
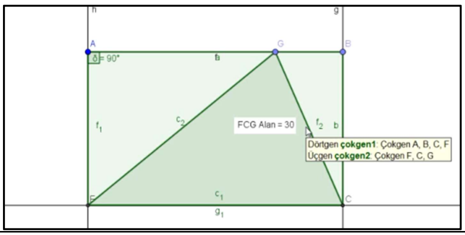
*Yani noktayı (Yazılım üzerinde noktanın yerini değiştiriyor.) nereden seçersek seçelim kenarların uzunluğuyla aynı olur."*

Ü2 ve Ü3, genelleme basamağının G-Kod1 ve G-Kod2 kodlarını kâğıt-kalem ve DMY süreçlerinde benzer ifadelerle açıklayarak sergilemişlerdir. DMY'de her ikisi de, bir dikdörtgen çizmiş, ardından iç bölgesindeki noktanın kenarlara olan uzaklıklarını hesapladıktan sonra kenarların uzunluğuyla aynı olduğunu belirterek, her iki kodu da sergilemişlerdir.

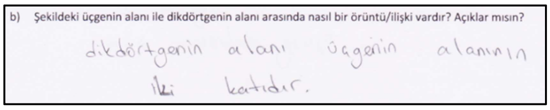
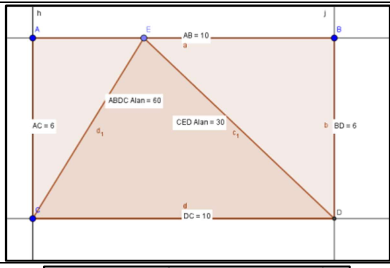
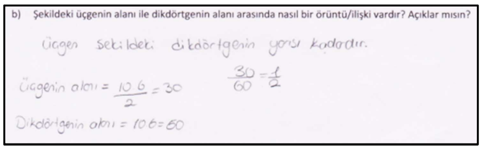
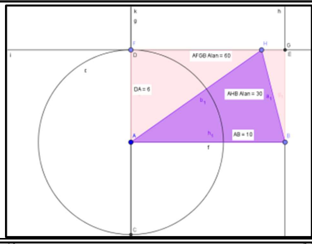
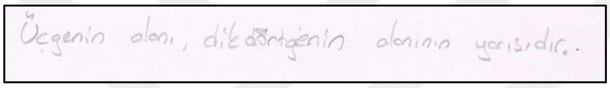
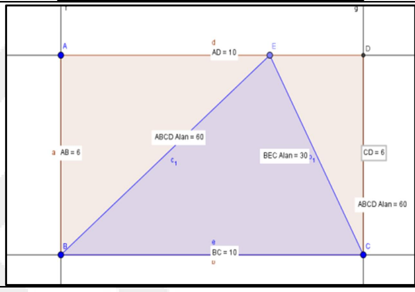
### 4.2.2. Genelleme Basamağı - 2. Etkinlik

Genelleme basamağına ait ÜYT konulmuş ve tanı konulmamış öğrencilerle yapılan çalışmalardan 2. etkinlikte KK sürecinde ve DMY'de elde edilen bulgular bu bölümde incelenmiştir. Bu bağlamda öğrencilerin bu etkinlik kapsamındaki KK ve DMY çözümleri Tablo 17'de verilmiştir.

Tablo 17. Etkinlik 2'de ortaya çıkan genelleme basamağına ait öğrenci çözümleri

| | KK Süreci | GeoGebra |
|---|---|---|
| Ö1 | Dikdörtgenin alanının yarısı üçgenin alanını veriyor. |  |
| Ö2 | 60 üçgenin alanının iki katı dikdörtgenin alanına eşit. |  |
| Ö3 | Dikdörtgenin alanı üçgenin alanının 2 katı. Çünkü üçgende taban . h / 2, dikdörtgende kısa kenar . uzun kenar |  |

Tablo 17’nin devamı

| | | |
|---|---|---|
| Ü1 |  b) Şekildeki üçgenin alanı ile dikdörtgenin alanı arasında nasıl bir örüntü/ilişki vardır? Açıklar mısın?<br>dikdörtgenin alanı üçgenin alanının iki katıdır. |   |
| Ü2 |  b) Şekildeki üçgenin alanı ile dikdörtgenin alanı arasında nasıl bir örüntü/ilişki vardır? Açıklar mısın?<br>Üçgen şekildeki dikdörtgenin yarısı kadardır.<br>Üçgenin alanı = $\frac{10.6}{2} = 30$ $\frac{30}{60} = \frac{1}{2}$<br>Dikdörtgenin alanı = 10.6 = 60 |  |
| Ü3 |  Üçgenin alanı, dikdörtgenin alanının yarısıdır. |   |

Ö1, dikdörtgenin içerisindeki üçgenin tepe noktasının A ve B köşelerine olan uzaklıklarını sormuş, araştırmacı bunun soruda verilen bilgilerden birisi olmadığını kendisine söylemiştir. Bunun üzerine öğrenci kenar üzerinde rastgele verdiği değerlerle oluşan üçgenler ve dikdörtgenin alanını hesaplamış, bunlara göre üçgenin alanının dikdörtgenin alanının yarısı olduğunu bulmuştur. Ö1, farklı özel durumları test ederek G-Kod1’i, bu duruma ait ilişki ve örüntüyü bularak G-Kod2’yi sergilemiştir.

Ö3, KK sürecinde genelleme aşamasına ait davranışları ortaya çıkarması gereken soruda varsayımda bulunmuştur. Öğrencide genellemeye ait kodlara ait süreçlerin yaşanıp yaşanmadığına dair sorular sorulmuştur.

*A:* *“Bu sonuca nasıl ulaştın?”*

*Ö3:* *“Belli ki öğretmenim. Dikdörtgen kenarları çarpıyoruz, üçgende de taban zaten dikdörtgenin kenarı, yükseklik de burası, dikdörtgenin kenarıyla aynı.”*

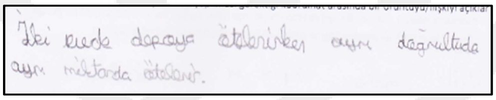
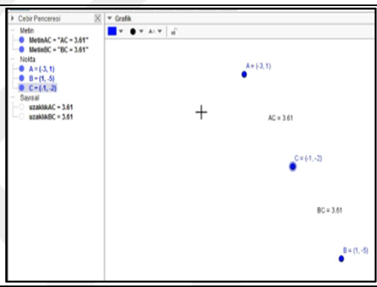
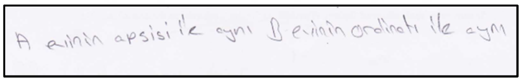
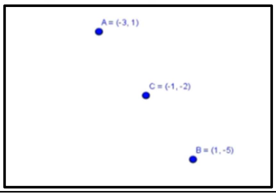
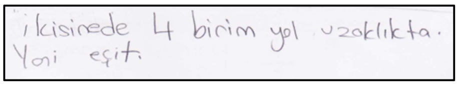
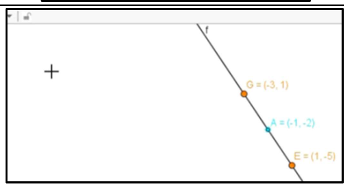
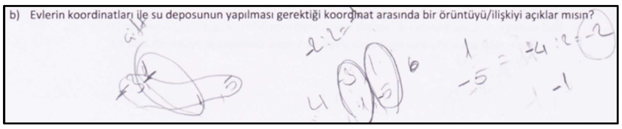
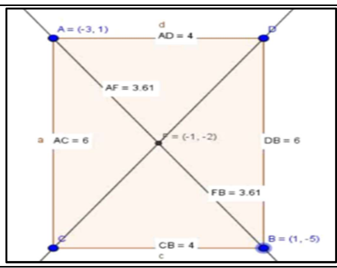
Buradan öğrencinin G-Kod1’le tanımlanabilecek ilişki ve örüntüyü bulmak amacıyla yaptığı doğru girişim onu direkt olarak doğru G-Kod2’yle tanımlanabilecek ilişki/örüntüye ulaştırmış ve sadece bu duruma özgü bir sonuca varmaktansa tüm durumlar için varsayımda bulunmasını sağlamıştır.

Ö2, Ü1, Ü2 ve Ü3 her iki ortamda da bu duruma ait ilişki ve örüntüye ulaşarak birbirlerinin yarısı ve katı şeklinde belirterek G-Kod1 ve G-Kod2 süreçlerini sergilemiştir.

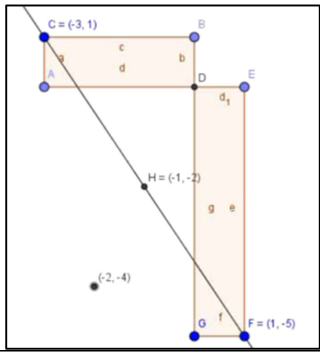
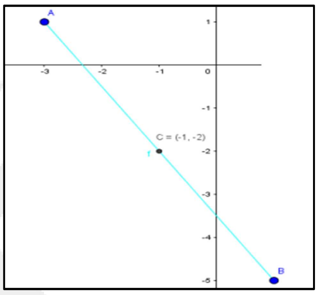
### 4.2.3. Genelleme Basamağı - 3. Etkinlik

Genelleme basamağına ait ÜYT konulmuş ve tanı konulmamış öğrencilerle yapılan çalışmalardan 3.etkinlikte KK sürecinde ve DMY'de elde edilen bulgular bu bölümde incelenmiştir. Bu bağlamda öğrencilerin bu etkinlik kapsamındaki KK ve DMY çözümleri Tablo 18'de verilmiştir.

Tablo 18. Etkinlik 3'te ortaya çıkan genelleme basamağına ait öğrenci çözümleri

| | KK Süreci | GeoGebra |
|---|---|---|
| Ö1 |  |  |
| Ö2 |  |  |
| Ö3 |  |  |
| Ü1 |  |  |

Tablo 18'in devamı

| | | |
|---|---|---|
| Ü2 | A noktasının koordinatları arasındaki fark 1, C noktasında 2, B noktasında ise 3'tür. |   |
| Ü3 | Sözel ifadesi aşağıda verilmiştir. |   |

Ö1'in KK ile çözüm sürecinde ulaştığı sonuç evlerin ötelenmesi ile ilgilidir. Bu Ö1'in herhangi bir ilişki/örüntü ile ilgili doğru bir deneme yanılma sürecinden geçmediğini ve doğru bir ilişki/örüntü kuramadığını göstermiştir.

*A: "Herhangi bir ilişki var mıdır?"*

*Ö1: "Bakıyorum ama... Yok, herhalde öğretmenim."*

DMY'de ise deponun yerinin koordinatlarıyla evlerin koordinatları arasındaki ilişkiyi bulabilmek için evlerin yerini değiştirmiştir. Farklı özel durumları test etmesi çözüme dair farklı denemeler yaparak G-Kod-1'i sergilemiştir. Ö2'nin KK ile çözüm sürecinde cevabı yanlıştır ve herhangi bir örüntü/ilişki bulacak girişimi yoktur. DMY'de ise öğrenci o noktalara ait örüntüyü keşfedememiştir. Noktaların yerlerini değiştirmiş, farklı durumlar arasında bir ilişki aramıştır.

*A: Sadece bu durumla ilgili bir ilişki de bulmuş olabilirsin.*

*Ö2: Deniyorum öğretmenim.*

Ö2, farklı noktalar için ortadaki deponun koordinatlarını test ederek G-Kod1 davranışını sergilemiştir. Bu basamaktaki bu duruma ait ilişki/örünü arama süreci sonuçsuz kalsa da, bir sonraki soruyu yanıtladığı süreçte varsayımda bulunma becerisi ile beraber genelleme davranışı da ortaya çıkmıştır.

Ö3'ün kâğıt-kalem sürecindeki cevabı yanlıştır, deponun 4 birim uzakta oluşunu ifade etmiş, bunun dışında örüntü/ilişki bulmaya dair herhangi bir girişim gözlenmemiştir. DMY'de ise oluşturduğu bir doğru üzerinde iki noktanın orta noktası olarak konumlandırdığı deponun bulunduğu noktayı, evlerin yerlerini değiştirerek oluşan yeni değerleri incelemiştir. Bir süre sonra ilişkiyi bulduğunu şu şekilde ifade etmiştir:

Ö3: *Öğretmenim eksili sayılarda bir ilişki bulamadım ama iki evi de pozitif yapınca toplamlarının yarısı deponun sayılarını veriyor.*

A: *Peki, negatif sayılar için bir şey söyleyebilir misin?*

Ö3: *Denemedim ama pozitif sayılarda oluyor.*

A: *Soruyu bir kez daha oku istersen.*

Bu diyaloğun ardından öğrenci negatif değerlerde de pozitif değerler için bulduğu ilişkinin/örüntünün doğru olduğunu bulmuştur. Burada ulaştığı sonuç sadece bu duruma özgü değil, tüm durumlar için bir varsayımdır. Bu basamaktaki varsayımda bulunma becerisi ile beraber G-Kod1 ve G-Kod2 davranışları sergilenmiştir.

Ü1, KK üzerinde farklı denemeler sonucunda bulduğu örüntüyü *"Bununla bunun toplamı, bununla bunun toplamının ikiye bölümü oluyor."* şeklinde ifade etmiş ve G-Kod1 ve G-Kod2 kodlarını ortaya koymuştur. Ü1, dinamik yazılımda dikdörtgenin köşegenlerini birbirini ortaladığı bilgisini kullanarak, iki evi bir dikdörtgenin köşelerine gelecek şekilde konumlandırıp köşegenlerin kesişim noktasında depoyu yerleştirmiştir. Bunun sonucunda da ortadaki deponun, köşelerdeki evlerin koordinatlarının toplamlarını yarısı olduğunu ifade etmiş G-Kod1 ve G-Kod2 davranışlarını ortaya koymuştur.

Ü2 KK sürecinde, koordinatlar arasında yeterli bir örüntü bulamamıştır. Buna rağmen aralarındaki ilişkiyi bulmak için yaptığı girişimler G-Kod1'in göstergeleridir. DMY'de ise bir doğru üzerine yerleştirdiği değişken noktaları belirledikten sonra bunların orta noktasını buldu ve örüntüyü/ilişkiyi ifade etti. Genelleme basamağını DMY'de sergilemiştir.

Ü3, KK sürecinde problem durumunda belirtilen değerlerdeki ilişkiyi/örüntüyü yaptığı denemeler sonucunda bularak G-Kod1'i sergilemiştir. Araştırmacıyla arasında geçen diyalog şu şekildedir:

*Ü3:* "*Öğretmenim, bunların tam ortası oluyor.* "

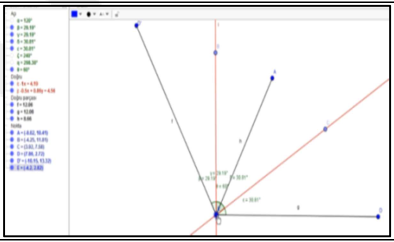
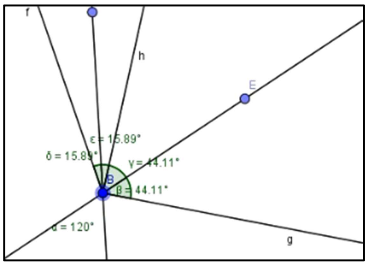
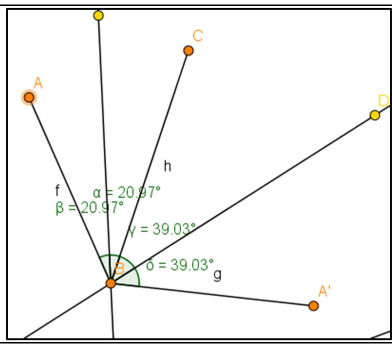
*A:* "*Nasıl tam ortası oluyor? Soruda sayısal bir ilişki, örüntü bulman isteniyor.* "

Bunun ardından bir süre düşünüp, inceledikten sonra sayıların ortalamalarının olduğunu söyleyerek G-Kod1 ile G-Kod2'yi sergilemiştir. DMY'de ise yaptığı farklı durumları test ederek G-Kod1'i sergilemiş, örüntü/ilişkiyi doğru bir şekilde ifade ederek G-Kod2'yi sergilemiştir.

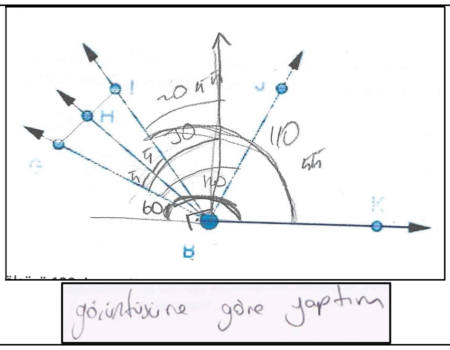
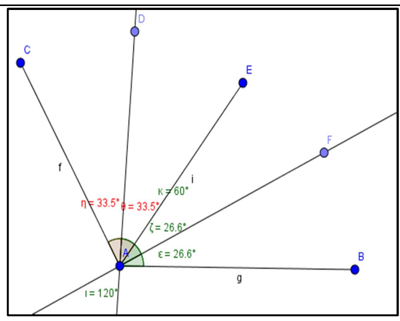
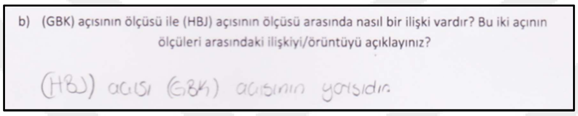
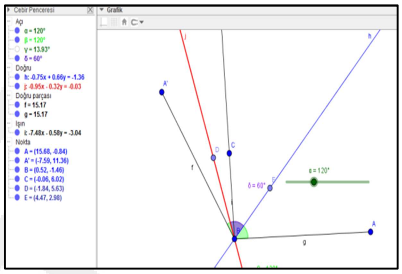
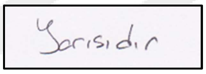
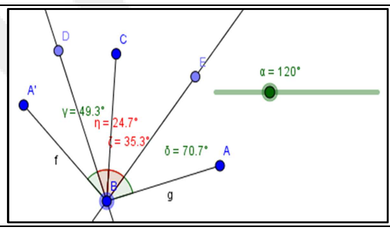
### 4.2.4. Genelleme Basamağı - 4. Etkinlik

Genelleme basamağına ait ÜYT konulmuş ve tanı konulmamış öğrencilerle yapılan çalışmalardan 4.etkinlikte KK sürecinde ve DMY'de elde edilen bulgular bu bölümde incelenmiştir. Bu bağlamda öğrencilerin bu etkinlik kapsamındaki KK ve DMY çözümleri Tablo 19'da verilmiştir.

Tablo 19. Etkinlik 4'te ortaya çıkan genelleme basamağına ait öğrenci çözümleri

| | KK Süreci | GeoGebra |
|---|---|---|
| Ö1 | GBK açısının yarısı HBJ açısının değerini veriyor. |  |
| Ö2 | 120'ile 60 (HBJ).2 = GBK HBJ'nin iki katı GBK ye eşit |  |
| Ö3 | $\frac{1}{2}$ çünkü GBH ve HBI açısının ölçüsü eşit 20 derece IBK 'açısı da 40 derece toplam 60 derece. |  |

Tablo 19'un devamı

| | | |
|---|---|---|
| Ü1 |   |   |
| Ü2 |  b) (GBK) açısının ölçüsü ile (HBJ) açısının ölçüsü arasında nasıl bir ilişki vardır? Bu iki açının ölçüleri arasındaki ilişkiyi/örüntüyü açıklayınız? (HBJ) açısı (GBK) açısının yarısıdır |  |
| Ü3 |   |   |

Ö1 ve Ö2 KK sürecinde ve DMY'de G-Kod1 ve G-Kod2 kodlarındaki davranışları sergilemişlerdir. Ö3 KK sürecinde ölçüler arasındaki ilişkiyi bulabilmek için bu durumu sağlayan farklı değerler vermiş ve bu durumlar arasında ilişkiler bulmaya çalışarak G-Kod1'i sergilemiştir. Ancak her farklı değer için açıların doğrulanması öğrencide bir ilişki kurmasını sağlayamamıştır:

*A:* *"Bir ilişki var mıdır?"*

*Ö3:* *"Yok öğretmenim, ne değer verirsem vereyim hepsi oluyor."*

Sürecin devamında örüntü ve ilişkiyi gösteren bir ifade belirleyemediği için G-Kod2'ye ait davranışlar gözlenememiştir. Ö3, yazılım sürecinde oluşturduğu açıların farklı değerlerini incelemiş ve aralarındaki ilişkiyi ifade ederek G-Kod1 ve G-Kod2'yi sergilemiştir.

Ü1, KK ile çözüm sürecinde yalnızca doğru sonuca ulaşmak dışında herhangi bir örüntü/ilişki fark edememiştir. Açılar ve arada kalan açı arasında bir ilişki olup olmadığıyla ilgili Ü1 ile araştırmacının arasında geçen diyalog şu şekildedir:

*A: “Dıştaki 120° derece olan açıyla arasında bir ilişki var mı? ”*

*Ü1: “Nasıl bir ilişki? ”*

*A: “Soruda belirtildiği gibi, açılar arasında bir ilişki/örüntü bulunabilir mi?”*

*Ü1: “60° çıkıyor öğretmenim. ”*

Öğrenci tarafından açılar arasında bir ilişki olduğuna dair düşünce ortaya konamamıştır. Ü1, DMY’de açı değerlerini azaltıp artırarak değişimi gözlemleyerek G-Kod1’i sergilemiştir. Bunun ardından ilişkiyi ifade ederek G-Kod2’ye ait davranış ortaya çıkmıştır:

*A: “İlişkiye/örüntüye dair yorumun bir yorum yapılabilir mi bu durumda?”*

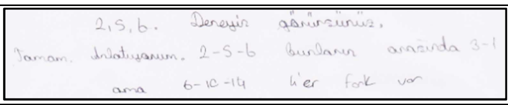
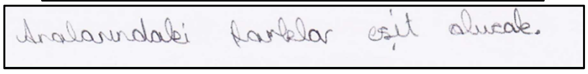
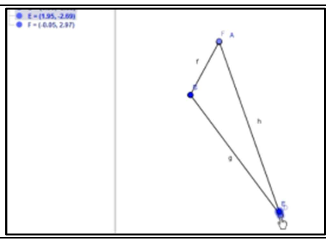
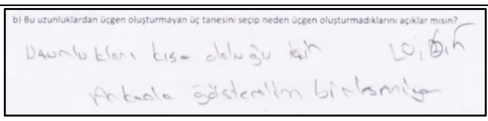
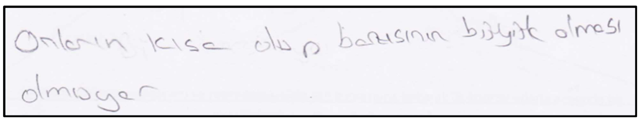
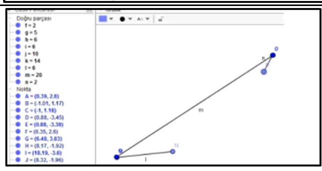
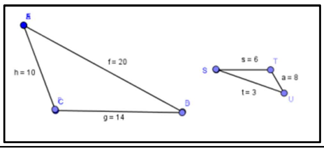
*Ü1: “Arttıkça arttığının yarısı kadar artıyor, azaldığında da aynı.”*

Ü2 ve Ü3, KK sürecinde ve DMY’de G-Kod1 ve G-Kod2 kodlarına ait davranışları sergilemiştir.

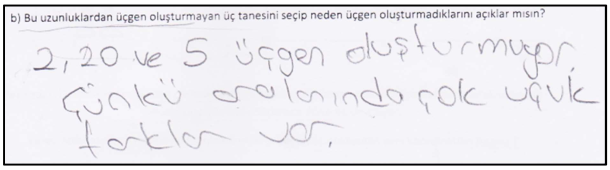
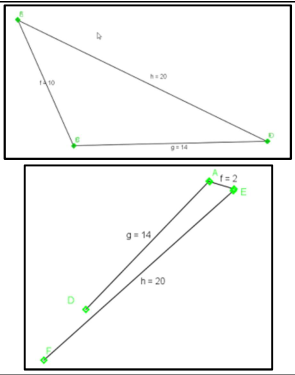
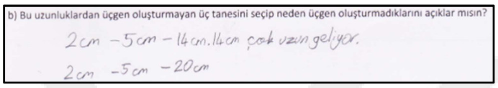
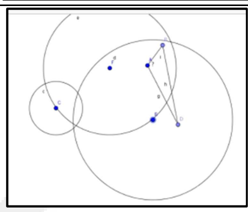
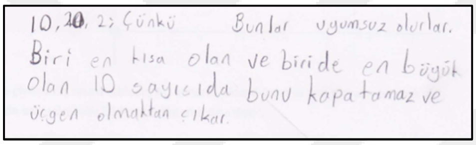
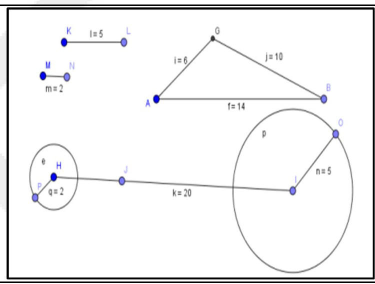
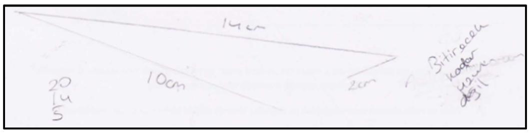
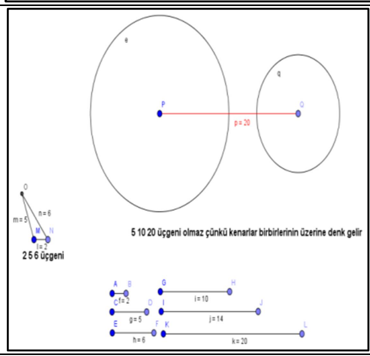
### 4.2.5. Genelleme Basamağı - 5. Etkinlik

Genelleme basamağına ait ÜYT konulmuş ve tanı konulmamış öğrencilerle yapılan çalışmalardan 5.etkinlikte KK sürecinde ve DMY’de elde edilen bulgular bu bölümde incelenmiştir. Bu bağlamda öğrencilerin bu etkinlik kapsamındaki KK ve DMY çözümleri Tablo 20‘de verilmiştir.

Tablo 20. Etkinlik 5’te ortaya çıkan genelleme basamağına ait öğrenci çözümleri

| | KK Süreci | GeoGebra |
|---|---|---|
| Ö1 | <br> |  |
| Ö2 | <br> | <br> |

Tablo 20'nin devamı

| | | |
|---|---|---|
| Ö3 |  b) Bu uzunluklardan üçgen oluşturmayan üç tanesini seçip neden üçgen oluşturmadıklarını açıklar mısın?<br>2, 20 ve 5 üçgen oluşturmuyor çünkü aralarında çok uçuk farklar var. |  |
| Ü1 |  b) Bu uzunluklardan üçgen oluşturmayan üç tanesini seçip neden üçgen oluşturmadıklarını açıklar mısın?<br>2cm –5cm – 14cm.16cm çok uzun geliyor.<br>2cm –5cm –20cm |  |
| Ü2 |  10, 20, 2; Çünkü Bunlar uyumsuz olurlar. Biri en kısa olan ve biri de en büyük olan 10 sayısıda bunu kapatamaz ve üçgen olmaktan çıkar. |  |
| Ü3 |  14cm<br>10cm<br>2cm<br>20<br>14<br>5 |  |

Ö1, KK sürecinde seçtiği 2cm, 5cm ve 6cm uzunluklarıyla üçgen çizilemeyeceğini sebebini de sırasıyla aralarındaki farkların 3cm ve 1cm olmasına bağlamıştır. Yalnızca seçtiği ilk üç uzunluğu çizmeye çalışmış, başka uzunluklarla denemeler yapmamış, G-Kod1'i ortaya koymamıştır. Üç uzunluk ile üçgen çizme arasında bir örüntü ilişkileri tespit edememiş, G-Kod2'yi sergileyememiştir. DMY'de ise seçtiği farklı uzunluklarla üçgenler oluşturmayı deneyerek G-Kod1'i sergilemiş ancak doğru örüntü/ilişkiyi bulamayarak "Çizgiler yetişmiyor." şeklinde ifade etmiştir.

*A:* *"Sence nasıl bir ilişki var? "*

*Ö1:* *"Çizgiler yetişmiyor öğretmenim bakın. "*

*A:* *"Bunu matematiksel olarak nasıl ifade edebilirsin? "*

*Ö1:* *"Yetişmesi lazım. "*

Burada denemelerine devam etmiş ancak G-Kod2'ye dair bir davranış gözlenememiştir. Ö2 ve Ö3 KK sürecinde DMY'de çizimleriyle deneme ve girişimleriyle G-Kod1'sergilemişlerdir. Ancak hem KK sürecinde hem DMY sürecinde kenarlar arasındaki ilişkiyi belirleyemeyerek her iki ortamda da G-Kod2'ye ait süreçleri ortaya koyamamışlardır.

Ü1, KK sürecinde farklı uzunlukları teker teker deneyerek G-Kod1'i, DMY'de ise benzer şekilde farklı uzunlukları bir araya getirerek üçgenler oluşturarak G-Kod1'i sergilemiştir. Ancak Ü1, KK sürecinde ulaştığı sonuç G-Kod2 için yeterli olmamıştır. Ü1, DMY'de üç çember inşa etmiş, bu çemberlerin yarıçaplarını soruda verilen üçgen kenar uzunlukları ile eşleştirmiş ve bu şekilde farklı yarıçap uzunluklarının üçgen oluşturup oluşturamadığını inceleyerek G-Kod1'i sergilemiş, çemberlerin konumlarını ve yarıçaplarını artırıp azaltarak iki uzunluğun toplamının diğerinden büyük olduğunu, farklarından da küçük olduğu sonucuna ulaşmıştır. Bunu çemberlerin yarı çaplarını üst üste getirerek veya yan yana taşıyarak ifade etmiş, G-Kod2'yi sergilemiştir.

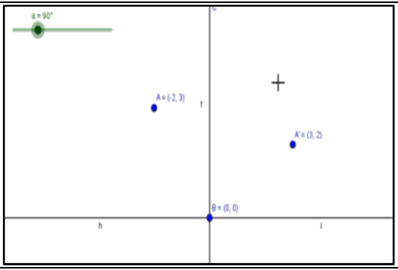
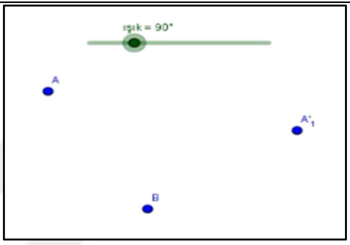
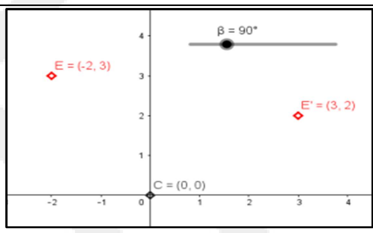
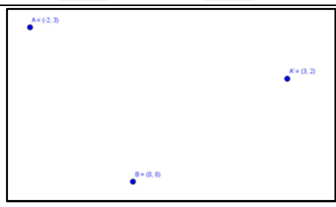
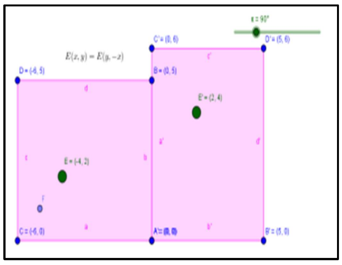
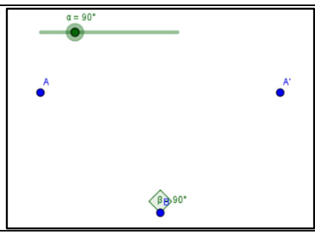
Ü2 KK sürecinde seçtiği üç kenar uzunluğu ile çalışmış G-Kod1'i sergilemiş, G-Kod2'ye dair bir davranış ortaya koymamıştır. DMY'de önce üçgenleri oluşturarak ilişki bulmayı denemiş ve G-Kod1'i sergilemiştir. Ardından çemberlerle üçgenleri beraber kullanarak oluşturduğu üçgenlerle ilgili farklı denemelerde bulunmuş ve, kenarlar arasındaki ilişkiye ulaşarak G-Kod2'yi sergilemiştir.

Ü3 KK sürecinde seçtiği kenarın üçgen oluşturup oluşturmadığını test ederek G-Kod1'i sergilemiştir. Ancak bulduğu sonuç yeterli bir örüntü ilişkisi olamamış, G-Kod2'yi gösterememiştir. Ü3, DMY'de üçgeni oluşabilen ve oluşamayan farklı uzunlukları test etmiş ve G-Kod1'i sergilemiş, üçgen olabilenleri üçgen çizerek ortaya koymuştur. Üçgen oluşturamayanları çemberler çizerek göstermiş buradan da iki kenarın toplam uzunluğunun üçüncü kenardan fazla olması gerektiğini, farklarının da diğer kenardan kısa olması gerektiğini belirtmiş, G-Kod2'yi sergilemiştir.

### 4.2.6. Genelleme Basamağı - 6. Etkinlik

Genelleme basamağına ait ÜYT konulmuş ve tanı konulmamış öğrencilerle yapılan çalışmalardan 1. etkinlikte KK sürecinde ve DMY'de elde edilen bulgular bu bölümde incelenmiştir. Bu bağlamda öğrencilerin bu etkinlik kapsamındaki KK ve DMY çözümleri Tablo 21'de verilmiştir.

Tablo 21. Etkinlik 6'da ortaya çıkan genelleme basamağına ait öğrenci çözümleri

| | KK Süreci | GeoGebra |
|---|---|---|
| Ö1 | y eksenindeki nokta x eksenine geçiyor |  |
| Ö2 | İlişki var aynı kordinat uzunluğuna sahip olacağı için sadece yönü değişiyor ayrıca uzunluk veya sayılara, eksenlere uzaklığı değişmiyor bire bir aynı |  |
| Ö3 | Yanıt verememiştir. |   |
| Ü1 | sayıların yeri değişti ve öne gelenin işareti (+, - acısından) değişti |  |
| Ü2 | Bence vardır çünkü yine boyların koordinatları eski<br>Evet var. "x" koordinatına olan uzaklığı az iken 1 çoğaldı "y" koordinatına olan uzaklığı 1 azalmıştır.<br>X üzerindeki noktanın numarasını y eksenine "y" üzerindeki noktanın numarasını "x" eksenine yazarız. |  |
| Ü3 | x ve y nin yeri değişiyo ve x'in işareti değişiyo. |  |

Ö1, KK sürecinde dönen noktanın koordinatlarını incelemiş, tablo ve görseldeki çubuğun baştaki ve sondaki değerleriyle ilgili bir ilişki aramış, G-Kod1'i sergilemiştir. Bunun sonucunda ulaştığı yargı koordinat sisteminde bölgesinin değiştiğidir. Bu düşüncesi doğru olsa da G-Kod2'de belirtilen ve problem durumunda ulaşılması gereken sonuç olmadığı için G-Kod2'yi sergilediği söylenemez. Ö1, DMY'de ise farklı denemeler sonucunda *90°'lik dönme sonucunda oluşan koordinat değerleri arasındaki örüntüyü ifade ederek* G-Kod2'yi sergilemiştir.

Ö2, KK sürecinde noktanın 90° döndükten sonraki görüntüsü ile ilk konumu arasındaki ilişkileri test ederek G-Kod1'i sergilemiştir. Bu duruma özgü dönme hareketi sürecini eksenlere olan mesafesi ile ilgili kurmuştur. Araştırmacı ile Ö2, arasında geçen diyalog şu şekildedir:

*A:* *"Uzaklıklar değişmiyor derken neyi anlatmak istediğini biraz daha açar mısın?"*

*Ö2:* *"Öğretmenim, tablo dönmeden önce x eksenine bakın. Mesafesi, şuradakiyle aynı Y (ekseni)'yle olan mesafesi de şurası zaten. Tersi de doğru oluyor!"*

Bu yüzden Ö2'nin KK sürecinde dönme hareketinin koordinat eksenleri ile ilişkisini açıkladığı ve G-Kod2'yi sergilediği söylenebilir. Ö2, DMY'de de nokta etrafında döndürme işlevi ve sürgü yardımıyla birkaç farklı denemede bulunmuş ve G-Kod1'i, ardından koordinatlar arasındaki ilişkiyi açıklayarak G-Kod2'yi sergilemiştir.

Ö3, KK üzerinde bir süreç ortaya çıkaramamıştır. DMY'de ise sorudaki duruma uygun noktayı nokta etrafında döndürme işlevi ile defalarca deneyerek G-Kod1'i, doğru ilişkiyi işaretler ve sayılar üzerinden açıklayarak G-Kod2'yi sergilemiştir.

Ü1, sayıların arasındaki ilişkiyi KK ve DMY üzerinde farklı denemelerle inceleyerek her iki ortamda da G-Kod1'i sergilemiş, o duruma özgü de olmak üzere genelleyerek G-Kod2'yi ortaya koymuştur. Kendisiyle araştırmacı arasında geçen diyalog şu şekildedir:

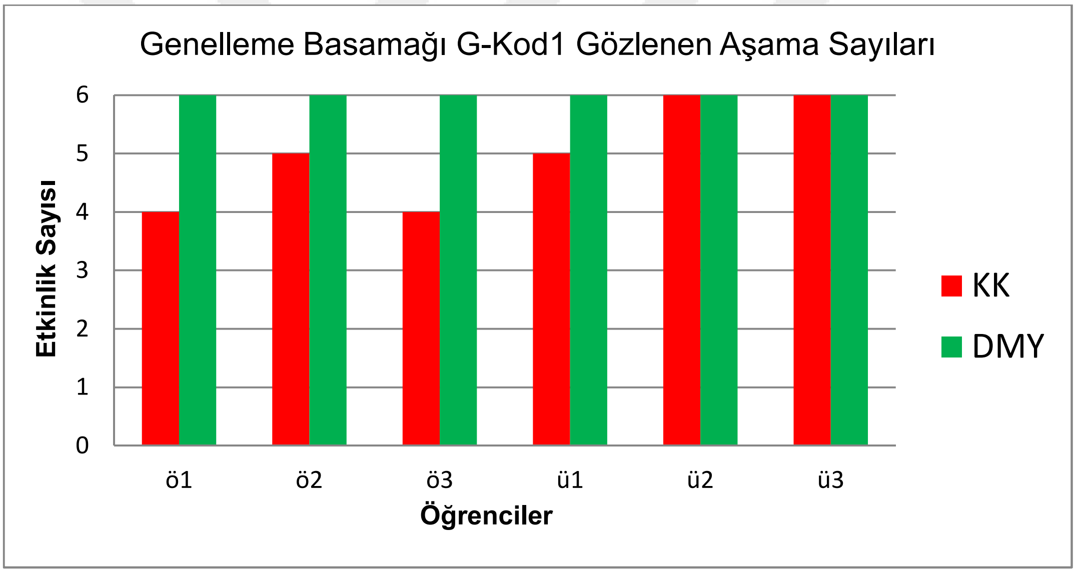
*A:* *"Dönme hareketini yapmış noktanın ve dönme sonucundaki noktanın görüntüsünün koordinatları arasında bulduğunu söylediğin ilişkiyi nasıl açıklarsın?"*

*Ü1:* *"Buradaki x burada y oluyor, buradaki y buradaki x oluyor. Ama x buraya geçerken 2 oldu, -2 olmadı, hep böyle oluyor. Herhalde işareti değişti."*

Buradaki yanıt aynı zamanda tüm durumlar için bir varsayımda bulunma basamağına ait bir davranış olarak da değerlendirilebilir.

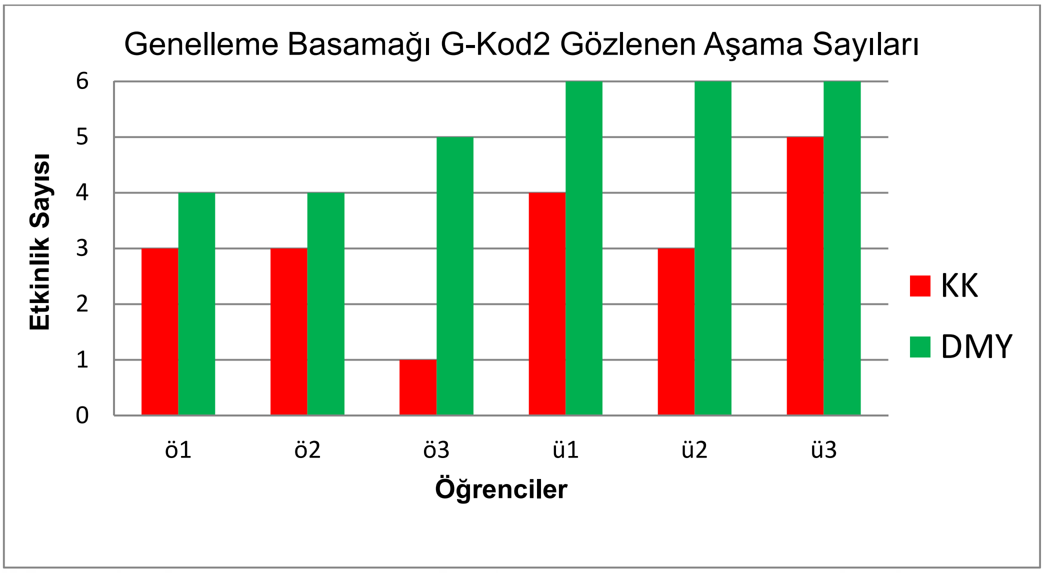
Ü2, KK sürecinde dönme hareketini farklı durumları denemiş, G-Kod1 ortaya çıkmıştır. Ancak G-Kod2 için yeterli bir ilişki bulamamış, G-Kod2'yi gerçekleştirememiştir. DMY'de ise benzer süreçlerden geçmiş, problem durumunda belirtilen özel duruma ait farklı denemeleri yaparak G-Kod1'i sergilemiş, ardından bu noktaların koordinatları arasında doğru ve yeterli bir ilişkiye ulaşarak G-Kod2'yi sergilemiştir.

Ü3, KK sürecinde koordinat sistemi üzerinde problemde belirtilen duruma ait birkaç farklı deneme yapmış ve G-Kod1'i sergilemiş, noktanın ilk ve görüntüsünün koordinatları arasındaki örüntüyü de yeterli ve doğru bir şekilde ortaya koyarak G-Kod2'yi sergilemiştir. DMY'de ise benzer şekilde, farklı değerleri test edebilmek için değişken noktayı inşa ettikten sonra nokta etrafında dönme işlevini sürgüyle kullanarak bu duruma ait farklı durumları test etmiş, G-Kod1'i sergilemiş, doğru örüntüyü de ifade ederek G-Kod2 davranışını sergilemiştir.




Grafik 2. Genelleme basamağı G-Kod1 gözlenen aşama sayıları

Grafik 2 incelendiğinde G-Kod1'in KK sürecinde üstün yeteneklilerde daha fazla sayıda etkinlikte gözlendiği ve iki farklı grupta farklılaşma olduğu görülmektedir. DMY çözüm süreçlerinde ise ÜYT konulmuş öğrencilerin ÜYT konulmamış öğrencilerle farklı süreçler sergilemediği görülmektedir.




Grafik 3. Genelleme basamağı G-Kod2 gözlenen aşama sayıları

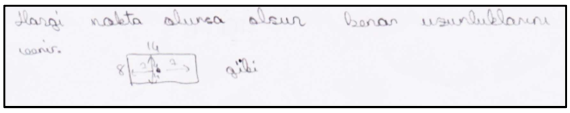
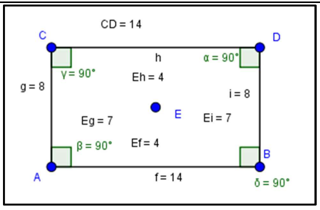
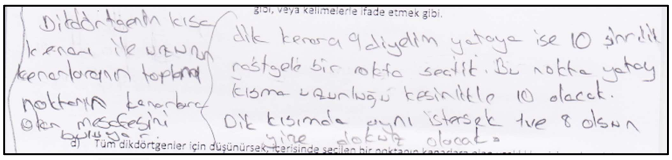
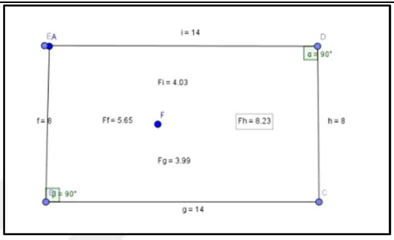
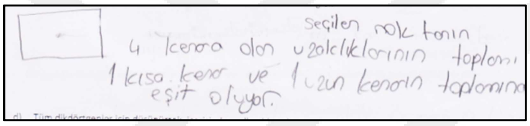
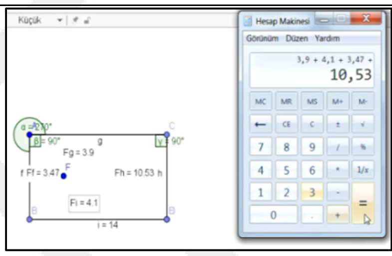
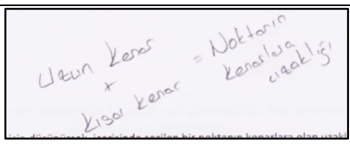
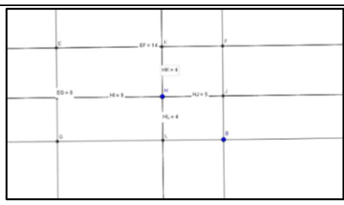
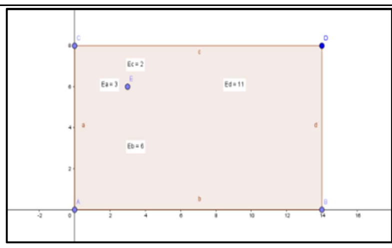
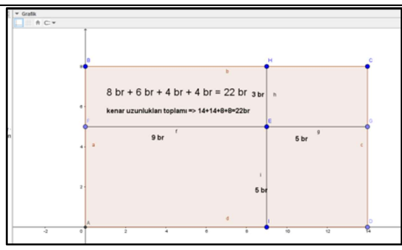
Grafik 3 incelendiğinde, KK sürecinde açısından ÜYT konulmuş öğrencilerde daha fazla sayıda etkinlikte G-Kod2 davranışının gözlendiği görülmektedir. Farklı ortam sunan DMY çözüm süreçlerinin yine ÜYT konulmuş öğrencilerde daha fazla sayıda etkinlikte ortaya çıktığı ve ÜYT konulmamış öğrencilerle farklılaştığı görülmektedir. Tanı konulmamış öğrencilere aynı farklı ortam fırsatı verilmesine rağmen bu kodu daha az sayıda etkinlikte sergilediği görülmektedir.

### 4.3. Varsayımda Bulunma Basamağına Ait ÜYT Konulmuş ve Konulmamış Öğrencilerden Elde Edilen Bulgular

#### 4.3.1. Varsayımda Bulunma Basamağı - 1.Etkinlik

Varsayımda bulunma basamağına ait ÜYT konulmuş ve tanı konulmamış öğrencilerle yapılan çalışmalardan 1.etkinlikte KK sürecinde ve DMY'de elde edilen bulgular bu bölümde incelenmiştir. Bu bağlamda öğrencilerin bu etkinlik kapsamındaki KK ve DMY çözümleri Tablo 22'de verilmiştir.

Tablo 22. Etkinlik 1'de ortaya çıkan varsayımda bulunma basamağına ait öğrenci çözümleri

| | KK Süreci | GeoGebra |
|---|---|---|
| Ö1 |  |  |
| Ö2 |  |  |
| Ö3 |  |  |
| Ü1 |  |  |
| Ü2 | Sözel ifadesi aşağıda verilmiştir. |  |
| Ü3 | Sözel ifadesi aşağıda verilmiştir. |  |

Ö1, KK sürecinde Tablo 22'deki cümleyi yazarak noktanın kenarlara olan uzaklıkları toplamının kenarlarla olan ilişkisini fark etmiş, bunu her duruma uyarladığını göstererek kontrol etmiş ve varsayımını sözel olarak formüle ederek V-Kod1, V-Kod2 ve V-Kod3 aşamalarını ortaya koymuştur. DMY'de bu kez çizdiği dikdörtgenleri de çeşitlendirerek kontrollerini yaparak ilişkiyi sezmiş ve *"Dikdörtgenler değişse de aynı oluyor" diyerek* varsayımda bulunma basamağındaki kodların hepsini sergilemiştir.

Ö2, KK sürecinde farklı dikdörtgenlerde de bu ilişkinin olacağını fark ettiğini belirtmiş, bunu test ederek kontrolünü yapmış ve bunu tüm dikdörtgenlere genellemiş, varsayımda bulunma basamağındaki kodları sergilediğini göstermiştir. Ö2, DMY'de inşa ettiği dikdörtgende değişiklikler yaptıktan ve bu durumları da kontrol ettikten sonra *"Noktanın karşılıklı kenarlara uzaklığı kenar gibi oluyor zaten öğretmenim."* diyerek kendisini sözel olarak ifade ederek üç varsayımda bulunma kodunu da ortaya çıkarmıştır.

Ö3, genelleme basamağında seçilen noktanın ortadan olması koşuluyla kenarlara olan mesafelerin toplamı ile ilgili bir örüntü/ilişki olduğunu söylemişti. Bu aşamada problem durumunda kendisinden tüm durumlar için düşünce geliştirmesi istendiğinde koşullu genellemesine dayalı bir varsayımda bulunmuştur. Rastgele seçilen noktalar için bir varsayım değil, sadece ortada seçilen bir nokta ile ilgili varsayım yaptığı tabloda görülmektedir. Bu bağlamda kendisinin varsayımda bulunma aşamasının V-Kod3 süreci tanımlanan haline uygun olarak ortaya çıktığı söylenebilir. Bu durum seçilen noktanın, dikdörtgenin uzunluklarından farklı olarak her durumda geçerli bir örüntüyü sezdiğini göstermekte V-Kod1 davranışı görülebilmektedir. Ancak seçilen noktanın tam ortada olmayışı ile ilgili yorum yapılamayacağı varsayımını gözden geçirmemiş, test etme ve kontrollerden geçirme süreçlerini deneyimlememiş, bu yüzden Ö3'te V-Kod2 aşaması ortaya çıkmamıştır. Aynı öğrenci DMY'de her dikdörtgende olacağı varsayımını sözel olarak ifade etmiştir.

Ü1 şekil üzerindeki hesaplamaları ve kontrollerinden sonra varsayımını yazarak ifade etmiştir. Bu varsayımına götüren süreçte şekil üzerindeki hesaplamaları V-Kod1 ve farklı durumlardaki test aşamaları V-Kod2'ye, varsayımını doğru bir biçimde sözel olarak ifade etmesi ise V-Kod3'e karşılık gelmektedir. Ü1, DMY'de her dikdörtgende ilişkinin korunacağını, çünkü farklı uzunluklar da olsa kenarlara çekilen doğru parçası uzunluklarının kenarlara eşit olacağı varsayımını sözel olarak ifade etmiş, varsayımda bulunma aşamasının üç kodunu sergilemiştir.

Ü2, genelleme basamağındaki sürecin devamı niteliğinde, bu basamakta noktanın nerede seçilirse seçilsin toplamlarının aynı olacağını söylemiştir. Kendisine bu basamağa ait bir süreç olup olmadığının anlaşılması için araştırmacı ile aralarında geçen diyalog şu şekildedir:

*A:* *“Peki dikdörtgenin kenar uzunlukları değişseydi, bir yorum yapabilir miydik?”*

*Ü2:* *“Yine aynı olurdu, kenarlara olan uzaklıklar yine kenarı verirdi ki. Çünkü aynı…”*

*A:* *“Bu söylediklerini cebirsel olarak yazabilir misin? ”*

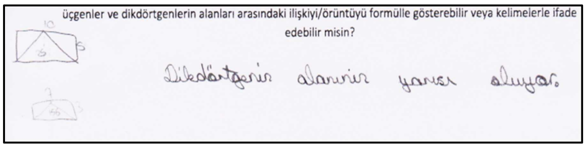
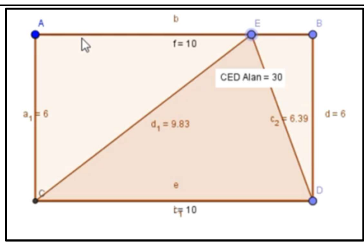
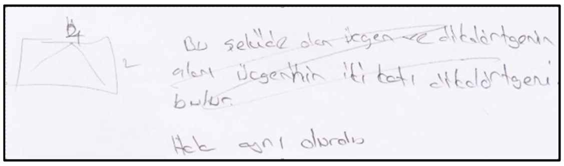
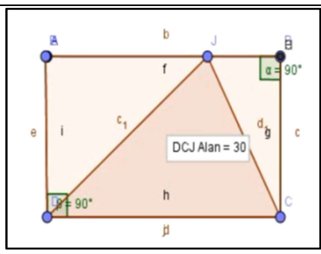
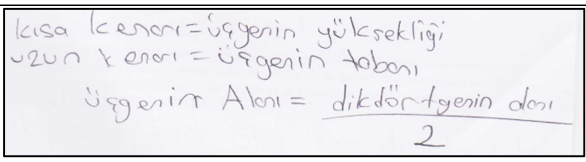
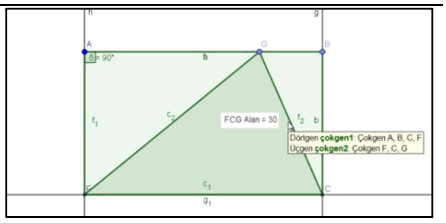
*Ü2:* *“Kenarlarının uzunluklarını veriyor öğretmenim, kenarları kaçsa o. ”*

Ü2, sözel varsayımında bulunmuş, V-Kod3’ü sergilemiştir. Ü2 ve Ü3, Tablo 22’de görülen çizimleri ile varsayımda bulunma aşamasına ait üç kodu da hem KK sürecinde hem DMY’de doğru ve yeterli biçimde ortaya koymuşlardır.

### 4.3.2. Varsayımda Bulunma Basamağı - 2.Etkinlik

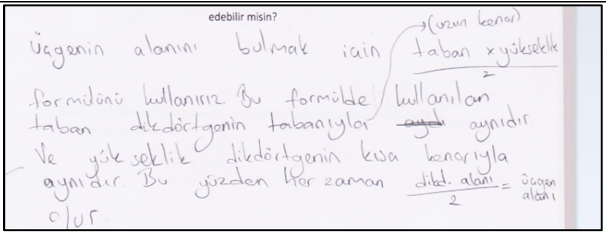
Varsayımda bulunma basamağına ait ÜYT konulmuş ve tanı konulmamış öğrencilerle yapılan çalışmalardan 2.etkinlikte KK sürecinde ve DMY’de elde edilen bulgular bu bölümde incelenmiştir. Bu bağlamda öğrencilerin bu etkinlik kapsamındaki KK ve DMY çözümleri Tablo 23‘te verilmiştir.

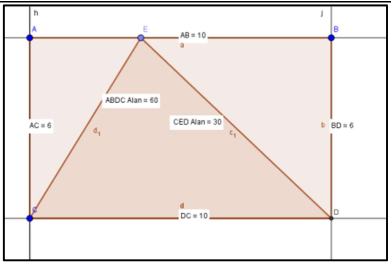
Tablo 23. Etkinlik 2’de ortaya çıkan varsayımda bulunma basamağına ait öğrenci çözümleri

| | KK Süreci | GeoGebra |
|---|---|---|
| Ö1 |  |  |
| Ö2 |  |  |
| Ö3 |  |  |

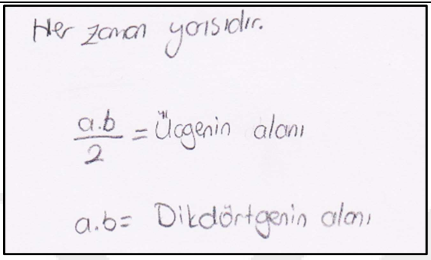
Tablo 23'ün devamı

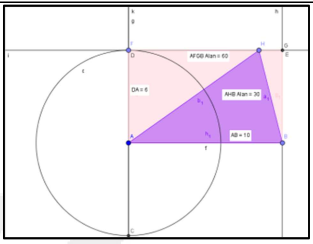
Ü1



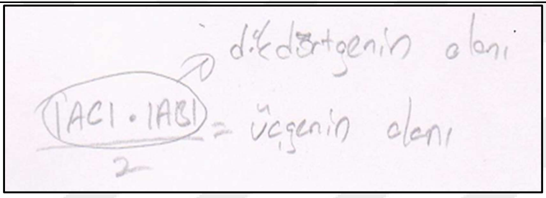



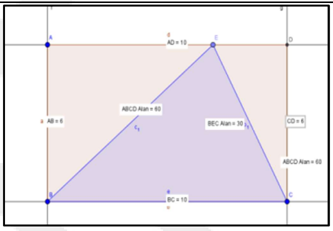

Ü2



Ü3



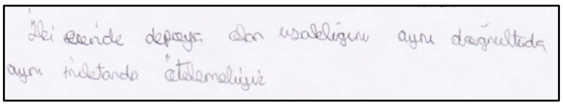
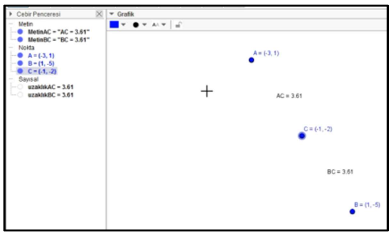



Tüm öğrencilerde Tablo 23'te görülen aşamalarla hem KK sürecinde hem DMY'de, varsayımda bulunma aşamasının üç kodu doğru bir biçimde ortaya çıkmıştır.

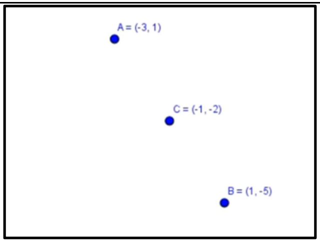
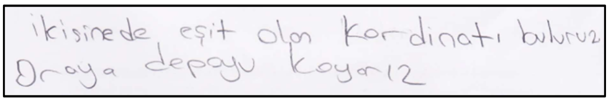
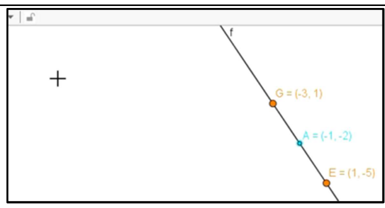
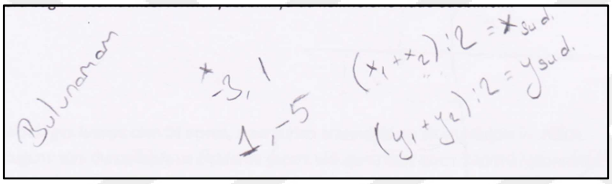
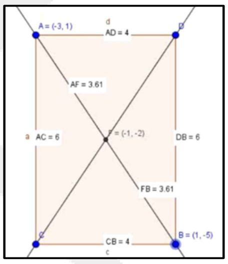
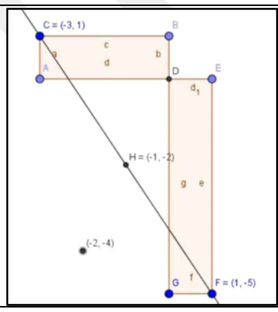
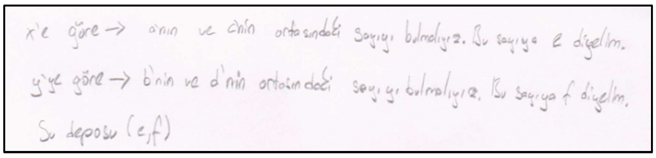
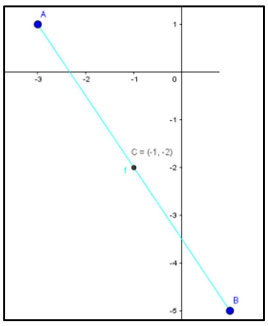
### 4.3.3. Varsayımda Bulunma Basamağı - 3.Etkinlik

Varsayımda bulunma basamağına ait ÜYT konulmuş ve tanı konulmamış öğrencilerle yapılan çalışmalardan 3.etkinlikte KK sürecinde ve DMY'de elde edilen bulgular bu bölümde incelenmiştir. Bu bağlamda öğrencilerin bu etkinlik kapsamındaki KK ve DMY çözümleri Tablo 24'te verilmiştir.

Tablo 24. Etkinlik 3'te ortaya çıkan varsayımda bulunma basamağına ait öğrenci çözümleri

| | KK Süreci | GeoGebra |
|---|---|---|
| Ö1 |  |  |

Tablo 24’ün devamı

| | | |
|---|---|---|
| Ö2 | Yanıt verememiştir. |   |
| Ö3 |  İkisinede eşit olan kordinatı buluruz Oraya depoyu koyarız |   |
| Ü1 |  Bulunamaz x -3, 1 1, -5 $(x_1+x_2):2 = x$ su d. $(y_1+y_2):2 = y$ su d. |   |
| Ü2 | Sözel ifadesi aşağıda verilmiştir. |   |
| Ü3 |  x'e göre → a'nın ve c'nin ortasındaki sayıyı bulmalıyız. Bu sayıya e diyelim. y'ye göre → b'nin ve d'nin ortasındaki sayıyı bulmalıyız. Bu sayıya f diyelim. Su deposu (e,f) |   |

Ö1'in KK sürecindeki varsayımı deponun ötelenmesi üzerinedir ve varsayımda bulunma aşamasının hiçbir koduna ait doğru veya yeterli değildir. Ö1, DMY'de herhangi bir varsayımda bulunamamıştır.

Ö2, KK sürecinde yanıt vermemiştir. Ö2, DMY'de genelleme basamağında ortadaki depo ile ilgili ilişki/örüntü arama sürecinde, noktaların konumlarını değiştirerek genel bir örüntü tanımlama girişimlerinde bulunmuştur. Araştırmacı ile arasında geçen diyalog şu şekildedir:

*Ö2:* *"Öğretmenim, toplamları ortadakinin iki katı oluyor."*

*A:* *"Her durum için mi bunu iddia ediyorsun?"*

*Ö2:* *"Evet, değişik noktalarda da aynısı, x'leri toplayınca x'in iki katı, y'leri toplayınca y'nin iki katı oluyor ama aralarında bir ilişki bulamadım daha…"*

*A:* *"Tamam, soruda x'lerle y'ler arasında bir ilişki veya örüntü bulman istenmiyor zaten."*

*Ö2:* *"O zaman bulduğum örüntü yeterli mi?"*

*A:* *"Evet."*

Bu aşamadaki varsayımda bulunma girişimi sırasında genelleme sürecindeki davranışı sergilediğini de söylemek mümkündür.

Ö3, KK sürecinde genelleme basamağındaki yanlış genellemesini devam ettirmiş ve doğru bir varsayımda bulunma süreci ortaya koymamıştır. DMY'de ise farklı noktalarda örüntü/ilişki araştırmasına devam etmiş, ulaştığı *"Koordinatların ikisine de eşit olan yere depoyu koyarız."* varsayımını ifade etmiş varsayımda bulunma aşamalarını sergilemiştir.

Ü1, KK sürecinde örüntüyü belirledikten sonra tahminini belirlemiş ve bunu test etmiştir. Ardından cebirsel olarak ifade etmiş varsayımda bulunma kodlarını ortaya koymuştur. Ü1, DMY'de varsayımını dikdörtgenin köşegenlerinin kesişimi üzerinden yeterli ve kodlara uygun bir şekilde cebirsel olarak ifade etmiştir.

Ü2'nin KK sürecindeki çözüm süreci sırasında araştırmacı ile aralarında geçen diyalog şu şekildedir:

*A:* *"Neler denediğini açıklayabilir misin?"*

Ü2: *"Farklı bir koordinat düşündüm ama (kendi belirlediği başka iki ev arasının ortasında yerleştirdiği su deposunu kastederek) düşündüğüm gibi çıkmadı."*

*A:* *"Mesela, nasıl düşündüğünü daha detaylı açıklayabilir misin?"*

Ü2: *“Mesela, burada aralarındaki farklarına baktım 1, 2, 3 diye gidiyordu. Yaptığımda da 1, 0, 1 diye gidiyor. Örüntüsü var ama hepsinde değişik oluyor.”*

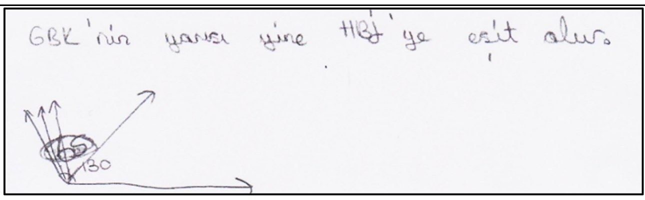
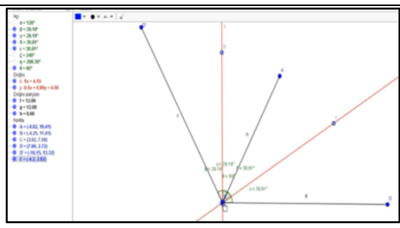
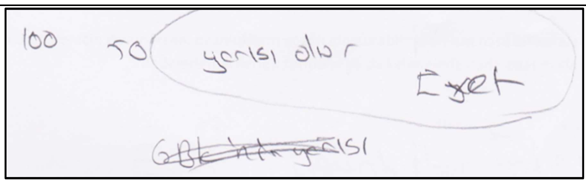
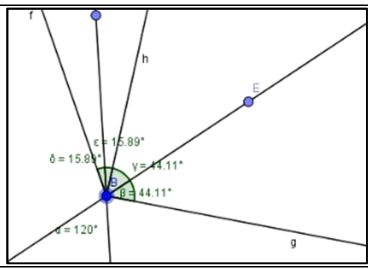
Ü2, KK sürecindeki bu diyalogda görüldüğü gibi soruyu anlama ve çözüm sürecinde başarısız olmuş, varsayımda bulunma aşamasına dair bir koda uygun davranış ortaya koyamamıştır. Ü2, DMY’de varsayımını çizdiği dikdörtgenlerin köşelerini ev, orta noktasını ise depo sayarak farklı girişimlerde bulunmuş, ortadaki depoyu temsil eden noktanın koordinatlarının evlerin bulunduğu nokta koordinatlarının toplamlarının yarısı olduğunu sözel olarak ifade etmiştir.

Ü3, KK sürecinde ev ve depo koordinatları için verdiği cebirsel ifadelerle ortadaki noktanın koordinatı için cebirsel varsayımda bulunmuş, bu varsayımını araştırmacının sorularına verdiği cevaplarla varsayımda bulunma aşamasına ait kodları sergilemiştir. Ü3, DMY’de iki noktanın ortasındaki noktanın koordinatlarını inceledikten sonra varsayımını *“Ortadakini ikiyle çarptığımda diğer ikisinin toplamı oluyor.”* ifadesiyle sözel olarak yapmıştır.

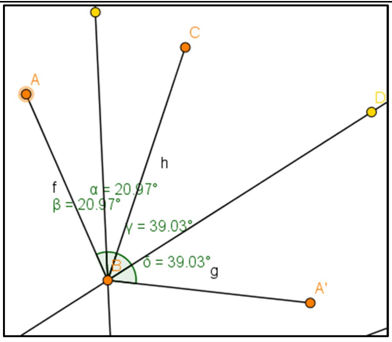
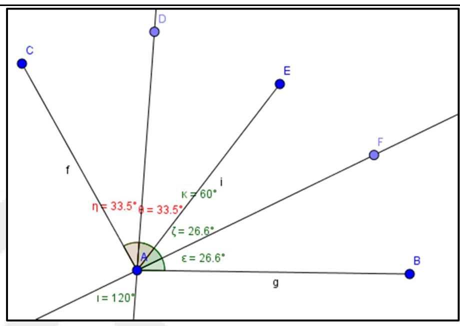
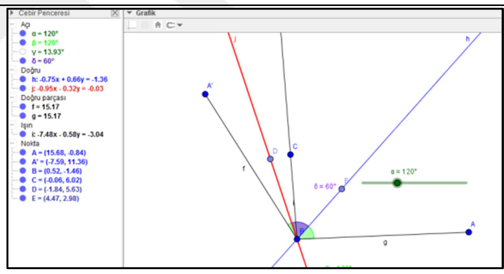
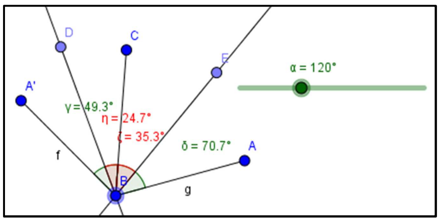
### 4.3.4. Varsayımda Bulunma Basamağı - 4.Etkinlik

Varsayımda bulunma basamağına ait ÜYT konulmuş ve tanı konulmamış öğrencilerle yapılan çalışmalardan 4.etkinlikte KK sürecinde ve DMY’de elde edilen bulgular bu bölümde incelenmiştir. Bu bağlamda öğrencilerin bu etkinlik kapsamındaki KK ve DMY çözümleri Tablo 25‘te verilmiştir.

Tablo 25. Etkinlik 4’te ortaya çıkan varsayımda bulunma basamağına ait öğrenci çözümleri

| | KK Süreci | GeoGebra |
|---|---|---|
| Ö1 |  |  |
| Ö2 |  |  |

Tablo 25'in devamı

| | | |
|---|---|---|
| Ö3 | Yanıt verememiştir. |  |
| Ü1 | $\frac{\widehat{GBK}}{2} = \widehat{HBJ}$ (?) |  |
| Ü2 | Aynı oranda değişir. Sadece ($\widehat{HBJ}$) açısı ($\widehat{GBK}$) açısının yarısıdır |  |
| Ü3 | Yine yarısı olur. Çünkü komşu olan iki açının açıortayları toplamı, o iki açının toplamının yarısı dır. $\widehat{GBI}:2=\widehat{IBH}$ $\widehat{IBK}:2=\widehat{IBJ}$ $\widehat{GBI}+\widehat{IBK}=120°$ $\widehat{IBH}+\widehat{IBJ}=60°$ |  |

Ö1 ve Ö2, KK sürecinde ve DMY'de verilen duruma uygun başka bir açı oluşturarak aynı örüntü olduğunu görmüş ve kontrolünden sonra buna göre bir varsayımda bulunarak üç koda uygun davranış ortaya koymuştur.

Ö3, varsayımda bulunma aşamasına ait herhangi bir koda ait süreç ortaya koyamamıştır. Genelleme basamağına ait, ortaya koyduğu özel duruma göre ulaşmaya çalıştığı örüntüyü bu kez açı değerlerini değiştirerek tekrar denemiş ve V-Kod1'i sergilemiştir. Ö3 tarafından KK sürecinde V-Kod2 ve V-Kod3'e ait bir varsayım ortaya konulamamıştır.

Ö3, DMY'de açıları ve toplamlarını değiştirerek incelemiş, doğru ifadeyi *"Her birinin toplamının yarısı oluyor aralarındaki açı..."* şeklinde sözel ifade ederek üç varsayımda bulunma kodunu da karşılayan süreçten geçmiştir.

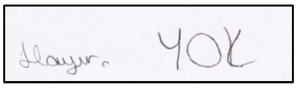
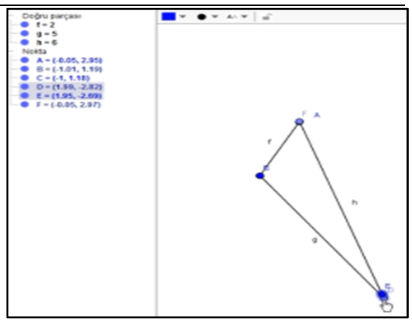
Ü1, KK üzerinde tüm durumlar için bir ilişki olup olmadığını araştırmaya başlayarak V-Kod1'i ve V-Kod2'yi ortaya koymuş, örüntü/ilişkiyi tüm durumlar için bir varsayım şeklinde ortaya koyarak V-Kod3'ü sergilemiştir. Bu anlamda bir önceki genelleme basamağına ait davranışlar da ortaya çıkmıştır denilebilir. Ü1, DMY'de de benzer şekilde oluşturduğu açıların farklı değerlerini test ettikten sonra aradaki açının diğer iki açının toplamlarının yarısı olduğunu ifade etmiş, V-Kod1, V-Kod2 ve V-Kod3'ü sergilemiştir.

Ü2 ve Ü3'ün her iki ortamda da varsayımda bulunma aşamasına ait düşünme süreçlerinden geçtikleri gözlenmiştir.

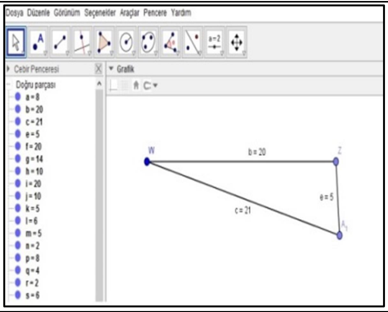
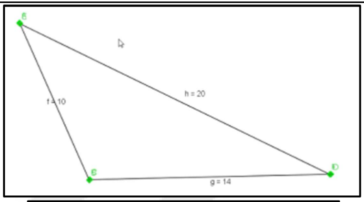
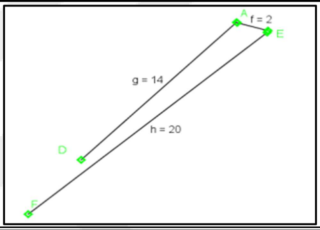
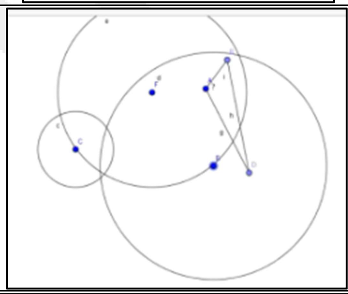
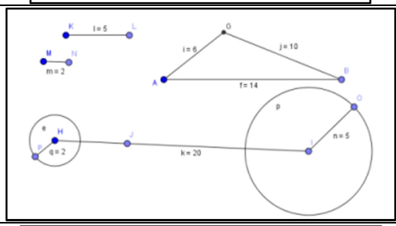
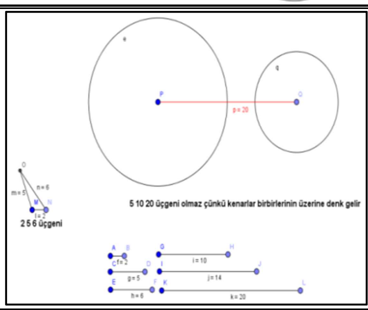
### 4.3.5. Varsayımda Bulunma Basamağı - 5.Etkinlik

Varsayımda bulunma basamağına ait ÜYT konulmuş ve tanı konulmamış öğrencilerle yapılan çalışmalardan 5.etkinlikte KK sürecinde ve DMY'de elde edilen bulgular bu bölümde incelenmiştir. Bu bağlamda öğrencilerin bu etkinlik kapsamındaki KK ve DMY çözümleri Tablo 26'da verilmiştir.

Tablo 26. Etkinlik 5'te ortaya çıkan özelleştirme basamağına ait öğrenci çözümleri

| | KK Süreci | GeoGebra |
|---|---|---|
| Ö1 |  |  |

Tablo 26'nin devamı

| | | |
|---|---|---|
| Ö2 | Uzunlukları yakın olmalı |   |
| Ö3 | Aralarında çok fark olmayacak. Yada a=b=c olacak. |     |
| Ü1 | Vardır. 2cm ile 5cm'in toplamı 7 cm ediyor. 7 cm'den büyük olan sayılar üçgen oluşturamaz |  |
| Ü2 | Evet var. Üçgen oluşturmayan 3 uzunluk arasındaki ilişki; Kısa kenar, ortanca kenar = Uzun kenar. Ancak her üçgende böyle bir örüntü yoktur. |   |
| Ü3 | Uzun ile ortanca kenarın farkı, kısa kenara eşit yada fazla ise üçgen tamamlanamıyor. Fakat 1 istisna var, Yanda belirtildi 2cm 3cm 1cm |   |

Ö1 KK sürecinde herhangi bir varsayımda bulunma aşamasına ait bir davranış ortaya koyamamıştır. DMY'de ise uzunlukların birbirlerine yakın değerler olduğunu ifade etmiş bunun dışında bir ilişki bulamamış, varsayımda bulunamamıştır.

Ö2, KK sürecinde üzerinde varabildiği sonuç yakın birbirine yakın uzunlukların üçgen oluşturabildiğiyle ilgili olup V-Kod1'e ait bir davranıştır. DMY'de ise çizimlerindeki değerleri artırıp azaltmış, bunu farklı durumlarda test ederek V-Kod2'ye ait bir davranış sergilemiştir. Araştırmacıyla arasında geçen diyalog şu şekildedir:

*Ö2:* *"Öğretmenim, yakın değerler olunca üçgen oluyor, veya ikisi çok büyük biri küçük de olabiliyor. 20, 21 ve 5 oldu mesela ama üçü de uzaksa olmuyor."*

*A:* *"Bu ilişkiyi soruda da istendiği gibi sözel veya cebirsel ifade edebilir misin?"*

*Ö2:* *"Nasıl edeyim öğretmenim? Hepsinin yakın olursa oluyor bir de ikisi yakın birisi küçükse oluyor, desem?"*

Ö2, burada üçgen eşitsizliğini sezdiğini söylemek mümkündür zira bahsettiği yakınlık ve uzaklık toplama ve çıkarma işlemlerinin başka bir ifadesi olarak değerlendirilebilir. Ayrıca bu söylediği örüntüyü sağlayan başka üçgen uzunlukları seçerek varsayımını test etme süreçlerini yaşamış, kontrollerde bulunarak V-Kod2 koduna ait bir davranış sergilemiştir. Matematiksel bir ifade olarak aktarılamadığı için V-Kod3 gerçekleşmemiştir. Araştırmacı, Ö2'yi üçgen kenar uzunlukları üzerinde yoğunlaşmasını telkin etse de başka bir süreç ortaya çıkarılamamıştır.

Ö3, KK sürecinde farklı kenar uzunluklarını test etmiş ve eksik de olsa *"Aralarında çok fark olmayacak, a=b=c "* şeklinde bir varsayım geliştirmiştir. Burada kenar uzunlukları arasındaki ilişkiyi fark ettiği V-Kod1, farklı kenar uzunlukları üzerinde teorisini kontrol ve test sürecine tabi tutması V-Kod2 sürecine aittir. Ortaya koyduğu cebirsel ifade yanlıştır ve V-Kod3 başarılamamıştır. Ö3, DMY'de de benzer süreçten geçmiş ve aynı kodları sergilemiş, V-Kod3 için yeterli bir varsayım ortaya çıkmamıştır.

Ü1 KK sürecinde iki kenarın toplamının üçüncü kenardan büyük olması gerektiği varsayımında bulunmuştur. Bu durum matematiksel ilişkileri bulduğunu, süreçteki deneme yanılmalarını ve yaptığı kontrolleri içeren bir varsayım sürecidir ve bu aşamadaki V-Kod1 ve V-Kod2'yi içermektedir. İki kenarın farkının üçüncü kenardan büyük olması gerekliliği eksik kalması sebebiyle V-Kod3 yeterli bir şekilde gözlenememiştir. Ü1, DMY'de çizdiği çemberlerin yarıçaplarını üçgen kabul eden inşa süreciyle, üçgen eşitsizliğini yeterli ifade edebilmiş, varsayımda bulunma aşamasındaki üç kodu sergilemiştir.

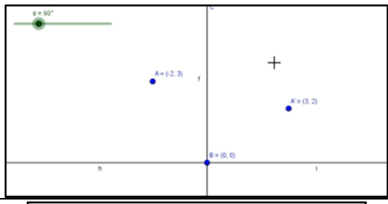
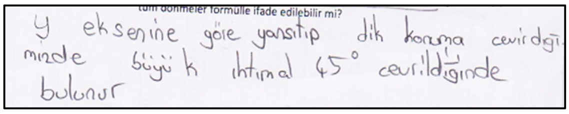
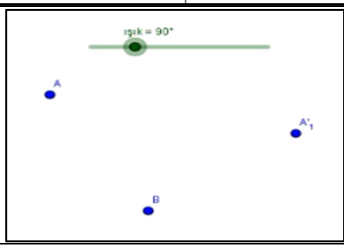
Ü2, üçgeni oluşturacak kenarların uzunlukları ile ilgili bir ilişki kurmaya çalıştığı görülse de bir kontrol süreci ve devamında matematiksel süreçler mevcut olmadığından yeterli değildir bu yüzden varsayımda bulunmayla ilgili bir kod gözlenememiştir. Ü2, DMY'de inşa ettiği çember ve üçgen modelleri ile kenarlar arasındaki ilişkiyi sezmiş ve buna göre kenarlar arasındaki ilişkiyi sözel olarak *"İki kenarı uç uca eklediğinde diğerinden büyük olmalı ama birbirlerinden de çok farklı olmamalı, en çok üçüncü kenar kadar fark olmalı aralarında. Hatta o zaman da üçgen olmuyor. Üçüncü kenardan kısa olmalı farkları."* şeklinde ifade etmiş, varsayımda bulunma aşamasına ait üç kodu da sergilemiştir.

Ü3, KK sürecinde varsayımını sözel olarak açıklamış V-Kod3 için oluşan süreçte oluşan öngörüsünü, kontrol sürecinde çizimler yaparak V-Kod1 ve V-Kod2'yi sergilemiştir. Ancak çizim deneyimi sebebiyle yanlış bir çizim yapmış ve bu yüzden hatalı bir varsayım ortaya koymuştur. Ü3, DMY'de çok farklı sayıda üçgeni test etmiş, doğru test etme süreçlerinden geçerek yeterli bir varsayımda bulunarak üç kodu da doğru biçimde sergilemiştir.

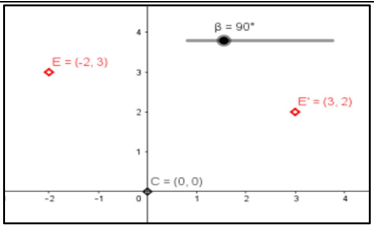
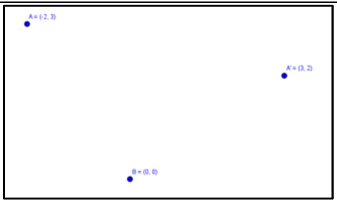
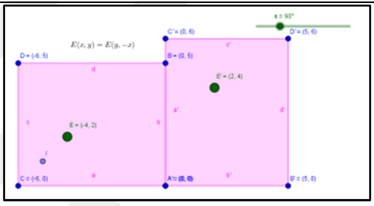
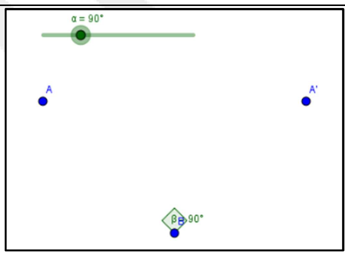
### 4.3.6. Varsayımda Bulunma Basamağı - 6.Etkinlik

Varsayımda bulunma basamağına ait ÜYT konulmuş ve tanı konulmamış öğrencilerle yapılan çalışmalardan 6.etkinlikte KK sürecinde ve DMY'de elde edilen bulgular bu bölümde incelenmiştir. Bu bağlamda öğrencilerin bu etkinlik kapsamındaki KK ve DMY çözümleri Tablo 27'de verilmiştir.

Tablo 27. Etkinlik 6'da ortaya çıkan varsayımda bulunma basamağına ait öğrenci çözümleri

| | KK Süreci | GeoGebra |
|---|---|---|
| Ö1 | Yanıt verememiştir. |   |
| Ö2 |   |   |

Tablo 27'nin devamı

| | | |
|---|---|---|
| Ö3 | Sözel ifadesi aşağıda verilmiştir. |  |
| Ü1 | Sözel ifadesi aşağıda verilmiştir. |  |
| Ü2 | Sözel ifadesi aşağıda verilmiştir. |  |
| Ü3 | $A(x,y) \xrightarrow{90^\circ} A'(y,-x)$ |  |

Ö1, KK sürecinde varsayımda bulunma aşaması bakımından bir süreç ortaya koyamamıştır. Ö1, DMY'de dönme sonucunda koordinat nokta değerlerinde apsis ve ordinatların yerlerinin değiştiğiyle ilgili bir süreç olabileceğini söyleyerek bir ilişki sezdiğini göstermiş, V-Kod1'i sergilemiştir.

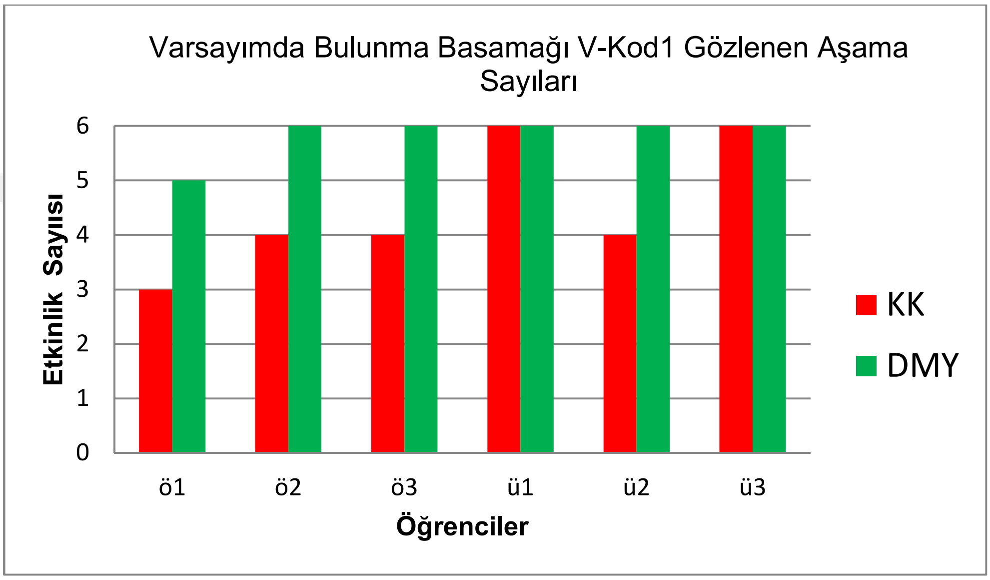
Ö2, KK sürecinde varsayımda bulunma kodlarıyla ilgili olarak yetersiz bir süreç izlemiştir. Ö2, DMY'de nokta etrafında dönmeyi sürgü kullanarak çok sayıda deneme ve kontrol sürecinden sonra koordinat değerlerindeki ilişkiyi sözel olarak belirtmiş, varsayımda bulunma basamağındaki kodları sergilemiştir.

Ö3 KK sürecinde bir süreç ortaya çıkarmamıştır. Ö3, DMY'de farklı dönme noktalarını test etmiş ve doğru varsayımda bulunma kodlarına uygun davranışlar sergilemiştir.

Ü1, KK ve DMY sürecinde koordinat değerlerini farklı değerlerde kontrol ederek aralarındaki örüntüyü sözel olarak ifade etmiş, varsayımda bulunma basamağındaki üç kodu da içeren süreç gözlenmiştir.

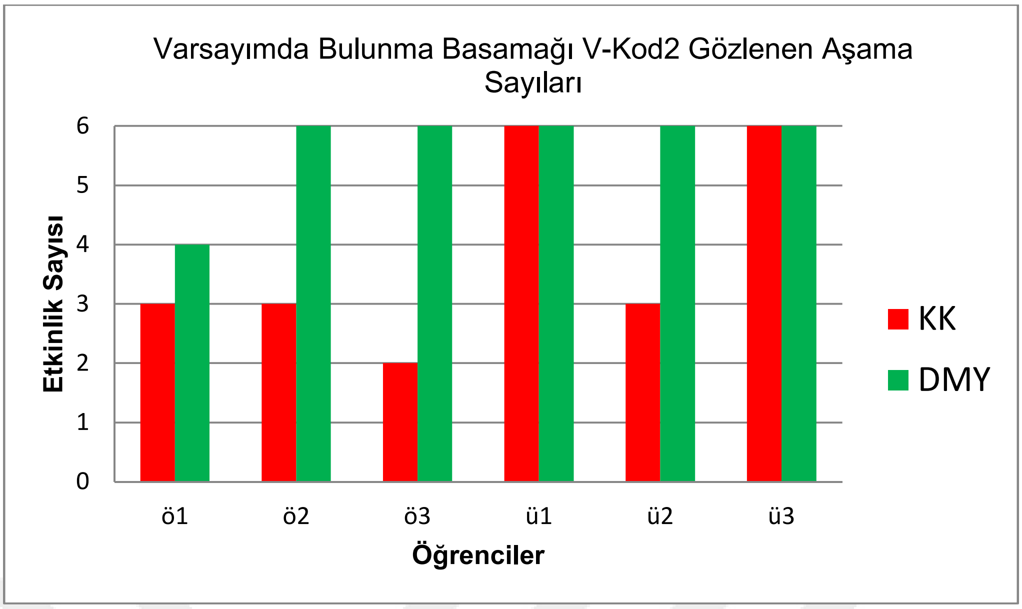
Ü2 KK sürecinde, problem durumunda genelleme basamağında sorulan soruya verdiği yanıt bu basamakta da dönme hareketine dair sezgi ve farkında olma durumuna ait bir süreçtir ve V-Kod1, sergilenmiştir. DMY'de yanıt yeterlidir.

Ü3 KK ve DMY sürecinde varsayımda bulunma aşamalarındaki üç kodu da sergilemiştir.



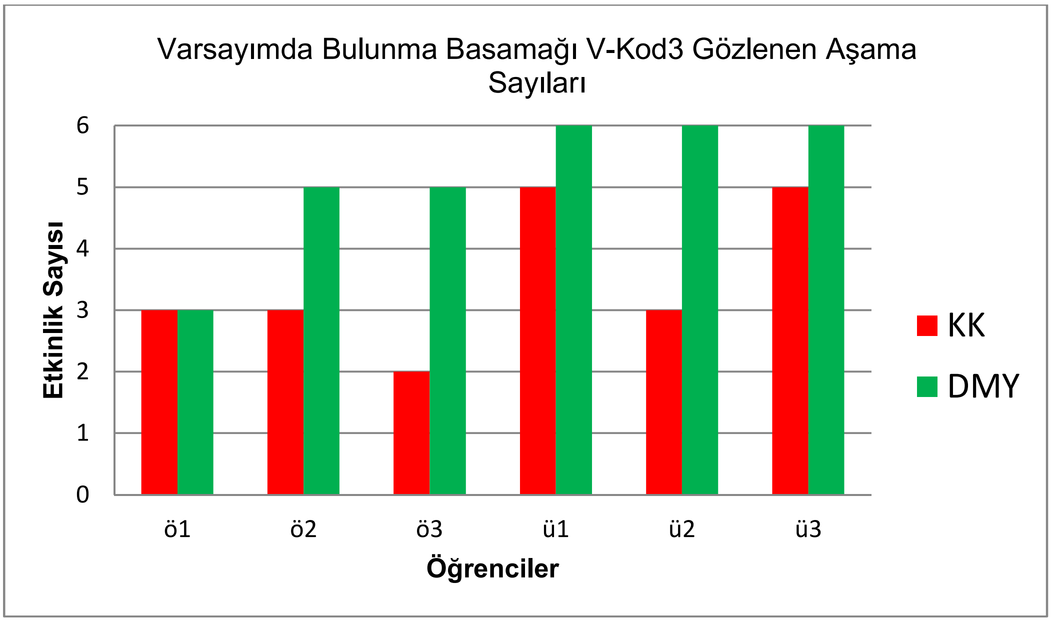

Grafik 4. Varsayımda bulunma basamağı V-Kod1 gözlenen aşama sayıları

Grafik 4 incelendiğinde, ÜYT konulmuş öğrencilerin KK sürecinde V-Kod1'i daha çok etkinlikte sergiledikleri, DMY'nin ise bu kodu sergilemede anlamda ayırıcı olmadığı görülmektedir.




Grafik 5. Varsayımda bulunma basamağı V-Kod2 gözlenen aşama sayıları

İki üstün yetenekli öğrencinin V-Kod2 basamağını tüm etkinliklerde gösterdiği, ÜYT konulmamış öğrencilerde ise V-Kod2'nin daha az etkinlikte ortaya çıktığı görülmektedir. Üstün yetenekli öğrencileri ve Ö2 ile Ö3'ün DMY'de tüm etkinliklerde V-Kod2'yi sergilediği düşünüldüğünde KK çözüm sürecinin üstün yetenekli öğrencilerde V-Kod2'in sergilenmesine imkan sağladığı, DMY çözüm sürecinin ise V-Kod2 bağlamında ayırıcı olmadığı görülmektedir.




Grafik 6. Varsayımda bulunma basamağı V-Kod3 gözlenen aşama sayıları

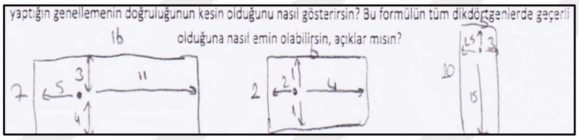
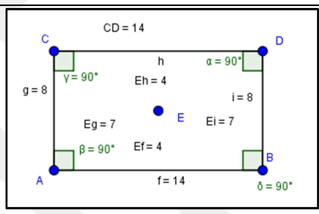
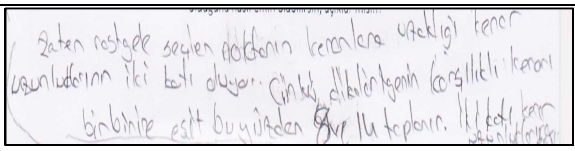
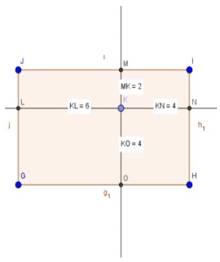
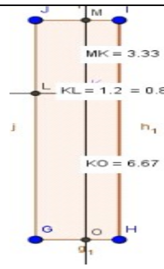
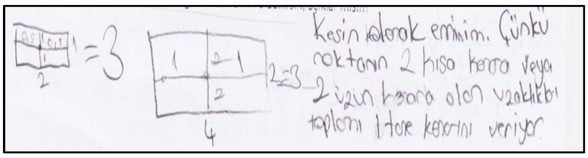
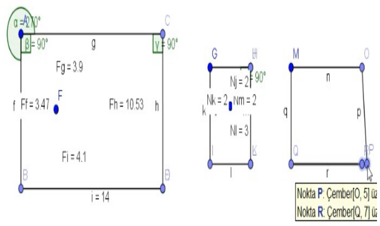
Grafik 6 incelendiğinde, V-Kod3'ün hem KK ve hem de DMY sürecinde üstün yetenekliler lehine daha fazla etkinlikte sergilendiği görülmektedir.

### 4.4. İkna Etme/İspat Basamağına Ait ÜYT Konulmuş ve Konulmamış Öğrencilerden Elde Edilen Bulgular

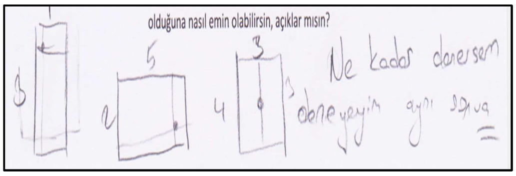
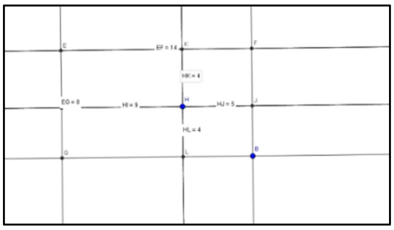
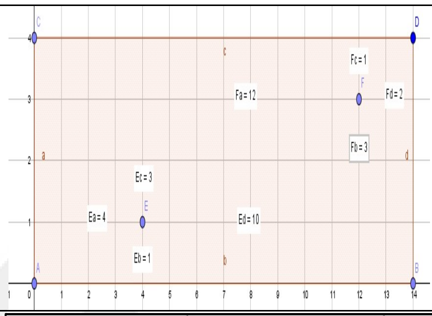
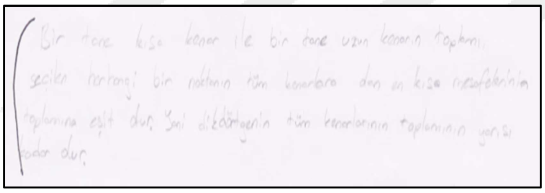
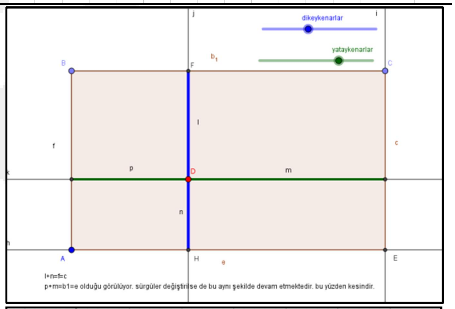
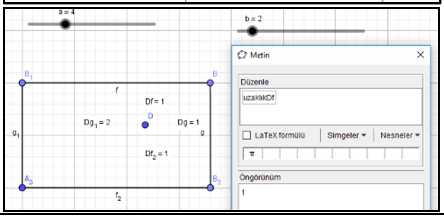
#### 4.4.1. İkna Etme/İspat Basamağı - 1.Etkinlik

İkna etme/ispat basamağına ait ÜYT konulmuş ve tanı konulmamış öğrencilerle yapılan çalışmalardan 1.etkinlikte KK sürecinde ve DMY'de elde edilen bulgular bu bölümde incelenmiştir. Bu bağlamda öğrencilerin bu etkinlik kapsamındaki KK ve DMY çözümleri Tablo 28'de verilmiştir.

Tablo 28. Etkinlik 1'de ortaya çıkan ikna etme/ispat basamağına ait öğrenci çözümleri

| | KK Süreci | GeoGebra |
|---|---|---|
| Ö1 |   |   |
| Ö2 |  |    |
| Ö3 |   |  |

Tablo 28’in devamı

| | | |
|---|---|---|
| Ü1 |  |  |
| Ü2 | Yanıt verememiştir. |  |
| Ü3 |  |  |

Ö1, KK sürecinde ve dinamik matematik yazılımda farklı dikdörtgenler üzerinde kenarlara olan uzaklıkları göstermiş, özel durumları öne sürerek varsayımının doğruluğunu göstererek İ-Kod2’yi sergilemiştir.

Ö2, KK sürecinde seçilen farklı noktalarıyla kenar uzunlukları arasındaki ilişki üzerinde durmuş, bunu tüm dikdörtgenler için ispatlamamıştır. Kendisiyle arasında geçen diyalog şu şekildedir:

A: *“Soruda bunu tüm durumlar için ispatlayıp ispatlayamayacağın soruluyor.”*

Ö2: *“Evet öğretmenim, noktaların yerlerini nereden seçersek seçelim hep aynı. ”*

A: *“Farklı dikdörtgenler olsa?”*

*Ö2: “Onlarda da kenarlarına eşit olurdu, yine kenarlara denk geliyor çünkü…”*

Bu yüzden Ö2’nin güçlü bir delil olmadan basit çizimleri ve yaptığı açıklamalarla İ-Kod1’e uygun bir ispat yaptığı görülmüştür. Dinamik yazılımda ise oluşturduğu farklı iki dikdörtgende göstermiş, belirli elemanlar için geçerli olduğunu göstererek tüm durumlara için aynı olduğunu göstermiş, İ-Kod2’yi sergilemiştir.

Ö3, yine önceki yalnızca ortada bulunan noktalar için oluşturduğu genellemesini aynı biçimdeki varsayımda bulunarak devam ettirmiş ve o varsayıma göre bir ispat yapmıştır. Kendisine noktanın ortadan olmadığı durumlarla ilgili soru yöneltildiğinde sadece orta nokta ile fikrinin olduğunu diğer durumlar için bir şey bulamadığını söylemiştir. Bu basamakta ispat süreci tümevarımsal ispat yöntemidir ve İ-Kod2’yi sergilemiştir. DMY’de farklı dikdörtgenler üzerinde de durumu gösterdikten sonra bunu tüm durumlar için geçerli olduğunu söyleyerek İ-Kod2’yi sergilemiştir.

Ü1 ile KK sürecinde araştırmacı arasında geçen diyalog şu şekildedir:

*Ö11: “Her dikdörtgende aynı şey çıkar.”*

*A: “Açıklar mısın?.”*

*Ö11: “Örneğin kareye benzer, ya da kareye yakın 5br ve 3br olsa yine nokta seçtiğimde aynı oluyor, ortasından seçsem de yine aynısı olacak istediğimiz kadar deneyelim.”*

Ü1, DMY’de de birbirine benzer şekilde birden fazla özel durumda varsayımını doğrulayarak her iki süreçte de İ-Kod2’ye uygun bir ispat ortaya koymuştur.

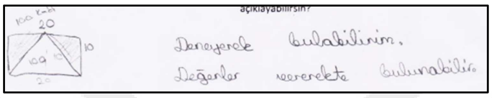
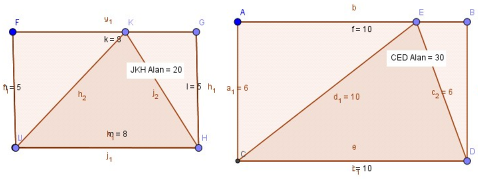
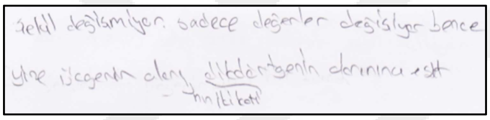
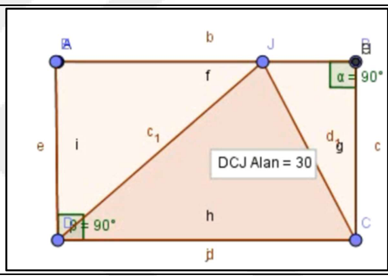
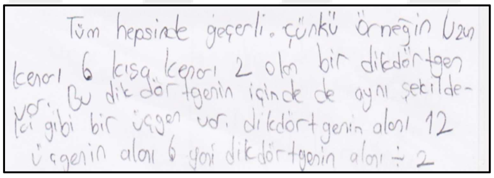
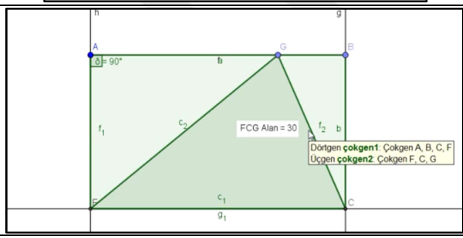
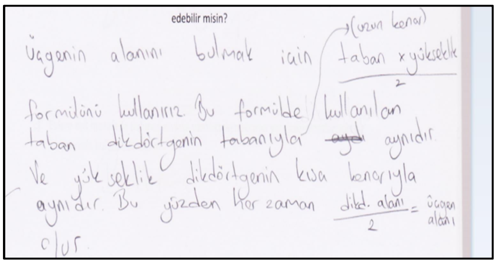
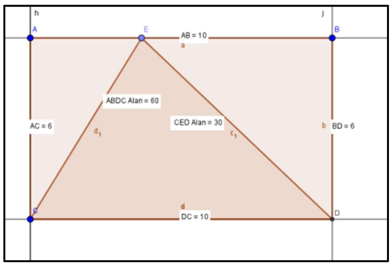
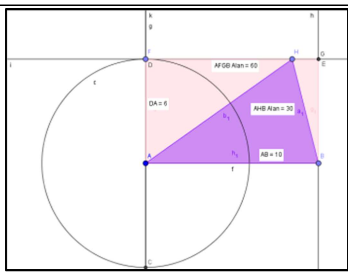
Ü2, KK sürecinde yanıt verememiştir. Sadece varsayımda bulunmuş ancak varsayımının her durumda geçerli olduğunun ispatı ile ilgili tanımlanan kodlardan herhangi biri kapsamında davranış sergileyememiştir. DMY’de dikdörtgeni değiştirmiş, içerisine birden fazla nokta yerleştirmiş ve bu şekilde ürettiği örnekler üzerinden tüm durumlarda geçerli olduğunu açıklayarak İ-Kod2’yi sergilemiştir.

Ü3, KK sürecinde genelleme basamağında örüntüyü açıklamış, izah etmiş ve ikna etme basamağının İ-Kod2 davranışını sergilemiştir. DMY’de ise Ü3, kenarlara olan uzaklıklara değişken atamıştır. GeoGebra’nın kod giriş ekranında atadığı değişkenlerin toplamının kodunu ekrana nesneler olarak ekleyerek değişkenler üzerinden soyutlamayı göstermiş, İ-Kod3’ü sergilemiştir.

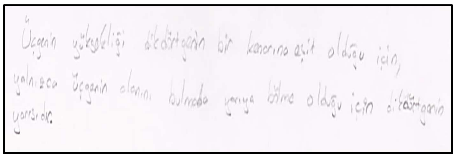
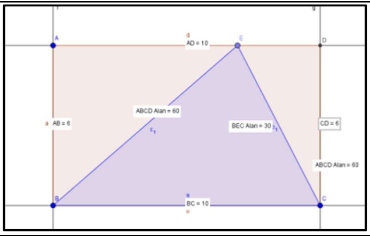
### 4.4.2. İkna Etme/İspat Basamağı - 2.Etkinlik

İkna etme/ispat basamağına ait ÜYT konulmuş ve tanı konulmamış öğrencilerle yapılan çalışmalardan 2.etkinlikte KK sürecinde ve DMY'de elde edilen bulgular bu bölümde incelenmiştir. Bu bağlamda öğrencilerin bu etkinlik kapsamındaki KK ve DMY çözümleri Tablo 29'da verilmiştir.

Tablo 29. Etkinlik 2'de ortaya çıkan ikna etme/ispat basamağına ait öğrenci çözümleri

| | KK Süreci | GeoGebra |
|---|---|---|
| Ö1 |   |  |
| Ö2 |   |  |
| Ö3 |   |  |
| Ü1 |   |  |
| Ü2 | Sözel ifadesi aşağıda verilmiştir. |  |

Tablo 29'un devamı

| | | |
|---|---|---|
| Ü3 |  Üçgenin yüksekliği dikdörtgenin bir kenarına eşit olduğu için, yalnızca üçgenin alanını bulmada yarıya bölme olduğu için dikdörtgenin yarısıdır. |  |

Ö1, KK sürecinde kendisinden istenen ispatı, bir başka dikdörtgen ve üçgen üzerinde göstermiş, değer verilerek de bulunabileceğini belirtmiş, niceliksel değerlendirmesini *"Farklı uzunluktaki dikdörtgen ve üçgende de yarısı çıktı, demek ki aynı hep, değer de verilebilir başka şekillerde…"* biçiminde yaparak İ-Kod2'yi sergilemiştir. Yazılımda ise,

Ö2 ve Ö3 benzer süreçlerden geçerek İ-Kod2'yi sergilemişlerdir.

Ü1, KK sürecinde *"Farklı dikdörtgenleri çizerek gösterdim, farklı üçgenlerde denediğimde oranın aynı kaldığını gördüm."* açıklamasıyla İ-Kod2'yi, yazılım üzerinde de, belirli elemanlar üzerinden açıklama yaparak tüm elemanlarda geçerli olduğunu göstererek İ-Kod2'yi sergilemiştir.

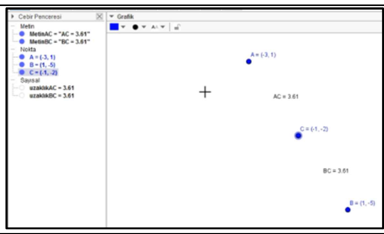
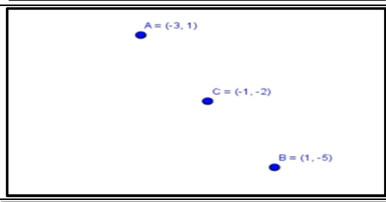
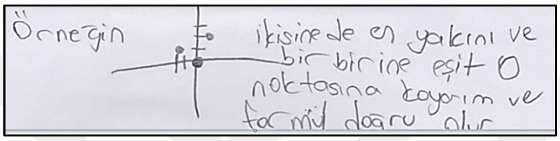
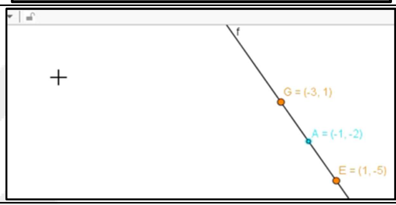
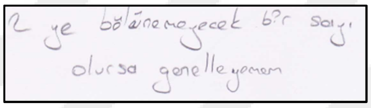
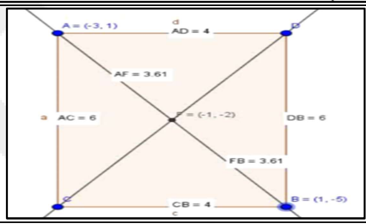
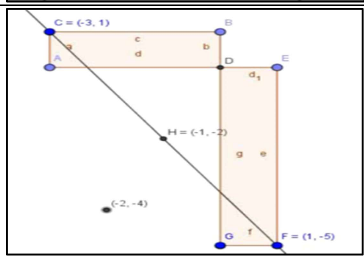
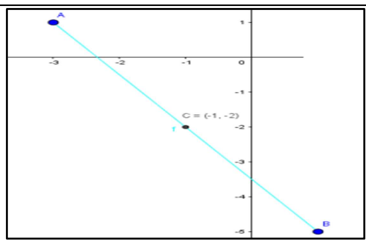
Ü2, KK sürecinde varsayımının tüm durumlarda geçerli olduğunu düşündüğünü ancak bunun nasıl gösterebileceğini bilmediğini söylemiş, sezgisel doğrulamaya dair davranış ortaya koyarak İ-Kod1'i sergilemiştir. Yazılımda üçgenin içinde bulunduğu dikdörtgenle alan oranının her durumda aynı olduğunu göstererek İ-Kod2'yi sergilemiştir.

Ü3, KK sürecinde üçgenin yüksekliğinin dikdörtgenin kısa kenarıyla her zaman aynı olacağını, tabanının ise dikdörtgenin uzun kenarıyla eş olduğu için aralarında alan hesaplamasında üçgenin yarıya bölünmesi ilişkisi üzerinden tümevarımsal açıklama yaparak İ-Kod2'ye dair kod sergilemiştir. Yazılımda ise inşa ettiği dikdörtgen ve üçgenin kenar uzunluklarını değiştirerek alan oranlarının aynı olduğunu göstererek İ-Kod2'yi sergilemiştir.

### 4.4.3. İkna Etme/İspat Basamağı - 3.Etkinlik

İkna etme/ispat basamağına ait ÜYT konulmuş ve tanı konulmamış öğrencilerle yapılan çalışmalardan 3.etkinlikte KK sürecinde ve DMY'de elde edilen bulgular bu bölümde incelenmiştir. Bu bağlamda öğrencilerin bu etkinlik kapsamındaki KK ve DMY çözümleri Tablo 30'da verilmiştir.

Tablo 30. Etkinlik 3'te ortaya çıkan ikna etme/ispat basamağına ait öğrenci çözümleri

| | KK Süreci | GeoGebra |
|---|---|---|
| Ö1 | Yanıt verememiştir. |  |
| Ö2 | Yanıt verememiştir. |  |
| Ö3 |  |  |
| Ü1 |  |  |
| Ü2 | Yanıt verememiştir. |  |
| Ü3 | Yanıt verememiştir. |  |

Ö1, KK sürecinde yanıt verememiştir. DMY'de ise noktaları yazılım üzerine yerleştirdikten sonra orta noktalarıyla aralarındaki ilişkileri incelemiş, bunlar arasındaki bir ilişkinin olduğunu örneğin noktaları büyük değerlerin olduğu bölgeye taşıdığında orta noktanın koordinatlarının da hep arttığını göstermiş ancak bundan ileri gidemeyerek güçlü bir delil ve örüntü ortaya koyamamış İ-Kod1'i sergilemiştir.

Ö2 KK sürecinde evler ve depo konumları için bir başka özel durum örneklemesi yapmış, ispat sürecine dair davranış ortaya koyamamıştır. DMY'de noktaların farklı konumlarını göstererek her durumla ilgili varsayımının geçerli olacağını göstererek İ-Kod2'yi göstermiştir.

Ö3, KK sürecinde ispat sürecine dair bir davranış sergileyememiştir. Dinamik yazılım sürecinde ise farklı noktaları test etmiş ancak varsayımının her durumda geçerli olabileceğiyle ilgili bir davranış gözlenmemiştir.

Ü1 KK sürecinde varsayımını, koordinat sistemi önbilgisindeki eksiklikten dolayı tüm koordinatlar için geçerli olmayacağını düşündüğünü belirtmiş, ispatın yapılamayacağını söylemiştir. Bu durumda ispat basamağının ortaya çıkıp çıkmayacağına dair araştırmacı tarafından bazı sorular yöneltilmiştir.

*A:* *"Neden 2'ye bölünmeyecek sayılar için genellenemeyeceğini düşünüyorsun?*

*Ü1:* *"Koordinat sisteminde virgüllü sayılara denk geliyoruz öğretmenim, olmaz öyle."*

*A:* *"Sadece çift sayılar için mi geçerli olduğunu düşünüyorsun?"*

*Ü1:* *"Evet, 2'ye bölünürlerse olur."*

*A:* *"Bu düşünceni ispatlayabilir misin?"*

*A:* *"Toplamını bölünce ortaları oluyor tam öğretmenim bakın."*

Burada Ü1, özelleştirme basamağındaki işlemini ve varsayımını göstermiştir. İ-Kod-2 ve İ-Kod3 için yeterli cevap alınamamıştır ancak sezgisel olarak iddiasının doğruluğunu göstermiş, İ-Kod1'i sergilemiştir. Ü1, DMY'de farklı noktalarda varsayımının doğruluğunu göstererek İ-Kod2'yi ortaya koymuştur.

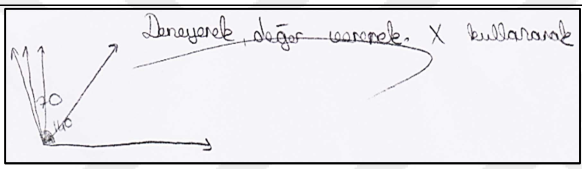
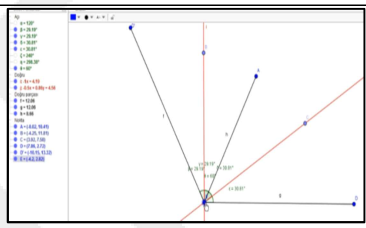
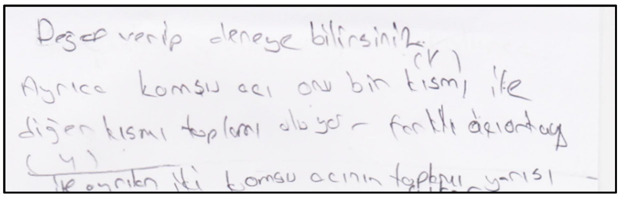
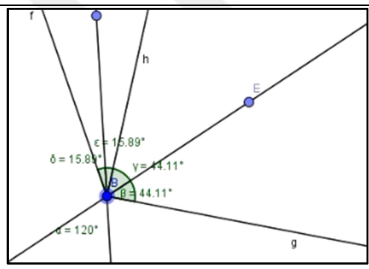
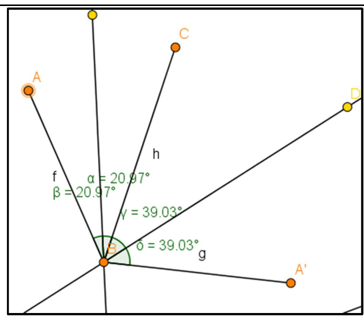
Ü2 KK sürecinde genelleme ile ilgili soruyu yanıtlarken kurduğu yanlış ilişki, varsayımda bulunmasına engel olmuştur. İspat için çabalasa da bu sebeple yanıt verememiştir. Ü2, DMY'de farklı noktalarda varsayımının doğruluğunu göstererek İ-Kod2'yi sergilemiştir.

Ü3, KK sürecinde, varsayımda bulunmuş olmasına rağmen bunun kesinliği ile ilgili bir süreç ortaya koyamamıştır. Araştırmacı bu varsayıma nasıl ulaştığıyla ilgili süreçleri ortaya çıkararak, ispata dair matematiksel düşünme aşamalarının ortaya çıkması için yönlendirmeye çalışmış ancak sonuç alamamıştır. Öğrenci *"Hep aralarında oluyor, öylesine rastgele sayılar değil, bakın."* Diyerek noktaların yerlerini değiştirip araştırmacıya göstererek bu durumun her zaman geçerli olduğunu sezdiği gözlenerek V-Kod1'i ortaya koymakta ancak bunu ispatlayamamaktadır. Ü3, farklı noktalarda varsayımının doğruluğunu göstererek DMY'de V-Kod2'yi sergilemiştir.

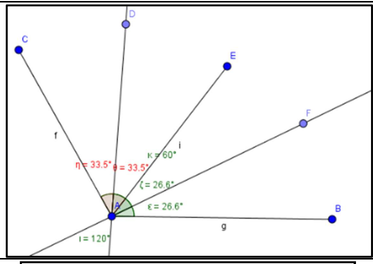
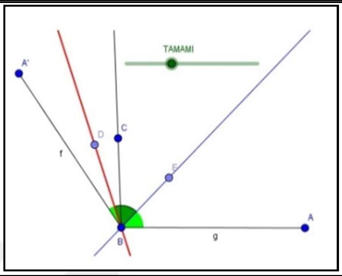
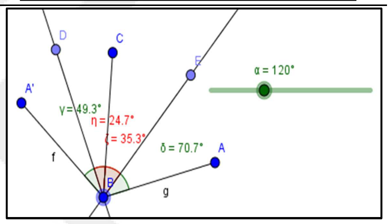
### 4.4.4. İkna Etme/İspat Basamağı - 4.Etkinlik

İkna etme/ispat basamağına ait ÜYT konulmuş ve tanı konulmamış öğrencilerle yapılan çalışmalardan 4.etkinlikte KK sürecinde ve DMY'de elde edilen bulgular bu bölümde incelenmiştir. Bu bağlamda öğrencilerin bu etkinlik kapsamındaki KK ve DMY çözümleri Tablo 31'de verilmiştir.

Tablo 31. Etkinlik 4'te ortaya çıkan ikna etme/ispat basamağına ait öğrenci çözümleri

| | KK Süreci | GeoGebra |
|---|---|---|
| Ö1 |   |  |
| Ö2 |   |   |
| Ö3 | Yanıt verememiştir. |   |

Tablo 31’in devamı

| | | |
|---|---|---|
| Ü1 | Yanıt verememiştir. |  |
| Ü2 | Cünkü iki acıortayın toplamı bütün acının yarısını verir. |  |
| Ü3 | Bir açının yarısını alıp öbür açınında yarısını alıp toplarsak, o iki açının toplamının yarısı yapar. |  |

Ö1, KK ve DMY sürecinde ispata dair bir süreç ortaya koyamamıştır.

Ö2, KK sürecinde farklı özel durumlarda denenmesi durumunu öne sürmüş, cebirsel olarak belirtmiş, İ-Kod2’yi sergilemiştir. DMY’de ise farklı değerleri göstererek İ-Kod2’yi sergilemiştir.

Ö3 ve Ü1 KK sürecinde ispat sürecinden bir davranış ortaya koyamamış, DMY’de ise İ-Kod2’yi sergilemiştir.

Ü2, yazılı olarak ilişkiyi açıklamış, araştırmacıyla diyaloğunda cebirsel ilişkiyi açıklamıştır:

*A:* *“Bunu ispatlayabilir misin?”*

*Ü2:* *“İspat derken öğretmenim. Hep doğru olur yani.”*

*A:* *“Bunu nereden biliyorsun?”*

*Ü2:* *“Bakın öğretmenim, bunun yarısı zaten burada. Bu açının da yarısı yine ortadaki açıda olacak. Toplamları her iki açının yarımşarının toplamı oluyor işte.”*

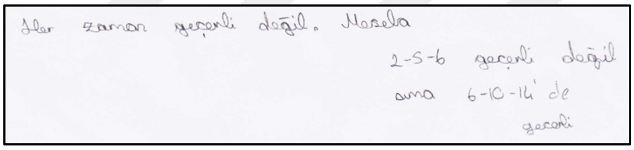
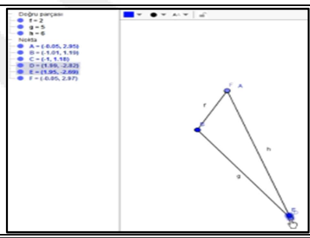
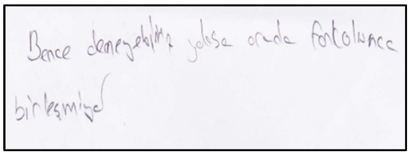
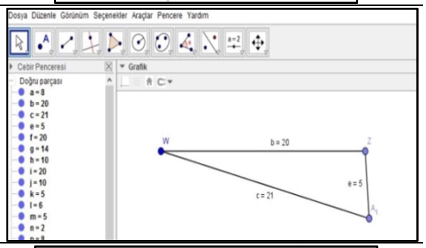
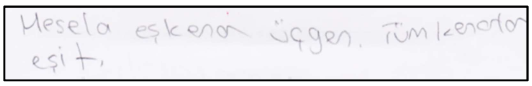
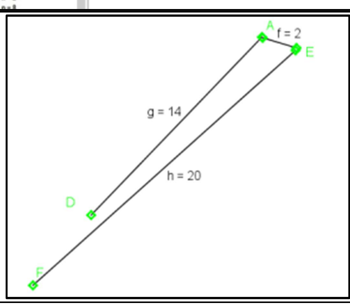
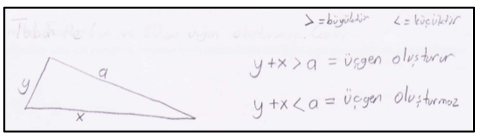
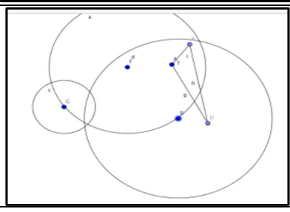
Ü2’nin bu açıklamaları dönüşümsel soyutlamanın sözel ifadesidir, İ-Kod3’ü sergilemiştir. Ü2, DMY’de önce İ-Kod2’yi sergilemiş, daha sonra açıları kasıtlı olarak belirli değişiklikler yaparak araştırmacıya ilişkinin hep doğru olacağını göstermiş, İ-Kod3'ü sergileyerek cebirsel ilişkiyi özel değişiklik ile genellemelere ulaşmıştır.

Ü3 KK sürecinde, varsayımda bulunma basamağındaki cevapla beraber değerlendirerek, İ-Kod2'yi sergilemiştir. Ü3, DMY'de önce İ-Kod2 davranış süreçlerinden olan özel değişiklikler yapabileceği sürgüyü kullandığı uygun bir açı modelledikten sonra cebirsel ilişkisini de ifade ederek her iki durumu bir arada açıklayarak ispatını ortaya koymuş, İ-Kod3'ü sergilemiştir.

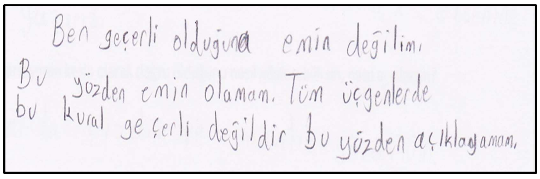
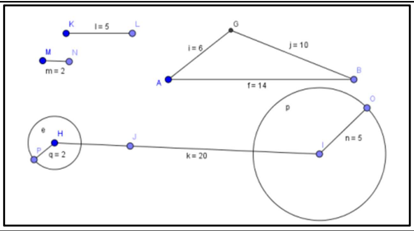
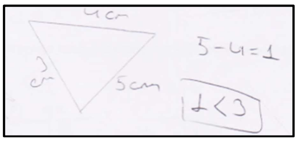
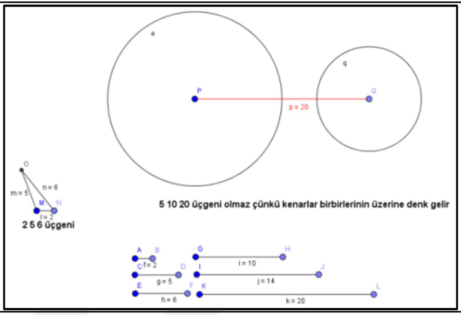
### 4.4.5. İkna Etme/İspat Basamağı - 5.Etkinlik

İkna etme/ispat basamağına ait ÜYT konulmuş ve tanı konulmamış öğrencilerle yapılan çalışmalardan 5.etkinlikte KK sürecinde ve DMY'de elde edilen bulgular bu bölümde incelenmiştir. Bu bağlamda öğrencilerin bu etkinlik kapsamındaki KK ve DMY çözümleri Tablo 32'de verilmiştir.

Tablo 32. Etkinlik 5'te ortaya çıkan ikna etme/ispat basamağına ait öğrenci çözümleri

| | KK Süreci | GeoGebra |
|---|---|---|
| Ö1 |  |  |
| Ö2 |  |  |
| Ö3 |  |  |
| Ü1 |  |  |

Tablo 32’nin devamı

| | | |
|---|---|---|
| Ü2 |   |  |
| Ü3 |   |   |

Ö1’de kâğıt-kalem ve DMY süreçlerinde ispat aşamalarındaki kodlara dair bir davranış gözlenmemiştir.

Ö2 kâğıt-kalem sürecinde, Ö3 hem KK sürecinde hem DMY’de ispat sürecinde başarısızdır. Ö2, kendisinden ispat beklendiği DMY’de genelleme sürecine dair davranışlarda bulunmuş, görüşünün ispatıyla ilgili bir süreç ortaya koymamıştır.

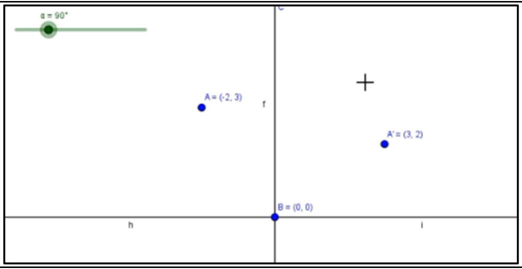
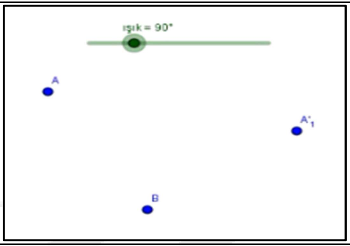
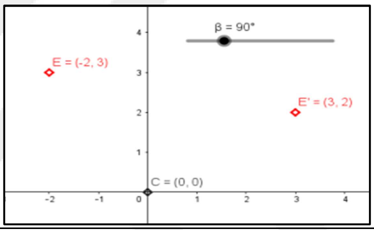
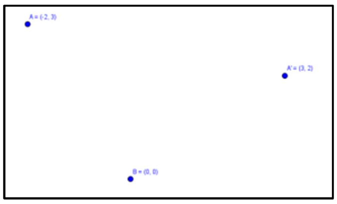
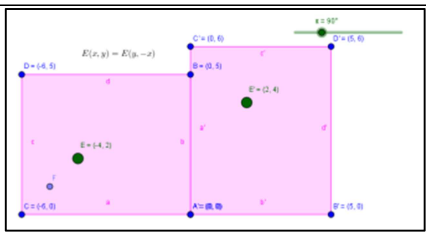
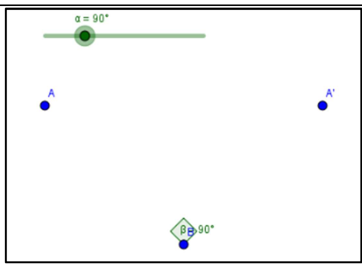
Ü1 KK sürecinde yaptığı çizimler üzerinden bulduğu değerlerin cebirsel ifadesi üzerinden belirli elemanlarla izah ederek doğruluğunu ispatlamış İ-Kod2’yi sergilemiştir. Ü1, DMY süreçlerinde çizdiği çemberlerin yarıçaplarının üçgen kenarlarıyla eşleştirerek ulaştığı cebirsel ilişkide özel değişiklikler ve denemeleri doğru akıl yürütmelerle açıklayarak İ-Kod3’ü sergilemiştir.

Ü2 ve Ü3, KK sürecinde yanıt verememiştir. Ü2, DMY sürecinde çizdiği çemberlerin yarıçaplarını ayrıca çizdiği üçgenlerle ilişkilendirmiş ve bunlar arasında ulaştığı cebirsel örüntüde İ-Kod3’ü sergilemiştir. Ü3, DMY sürecinde her bir doğru parçası uzunluğunu tek tek gösterdikten sonra bunun genellenebileceğini araştırmacıya sunmuş, İ-Kod2’yi göstermiştir.

### 4.4.6. İkna Etme/İspat Basamağı - 6.Etkinlik

İkna etme/ispat basamağına ait ÜYT konulmuş ve tanı konulmamış öğrencilerle yapılan çalışmalardan 6.etkinlikte KK sürecinde ve DMY’de elde edilen bulgular bu bölümde incelenmiştir. Bu bağlamda öğrencilerin bu etkinlik kapsamındaki KK ve DMY çözümleri Tablo 33‘de verilmiştir.

Tablo 33. Etkinlik 6’da ortaya çıkan İkna etme/ispat basamağına ait öğrenci çözümleri

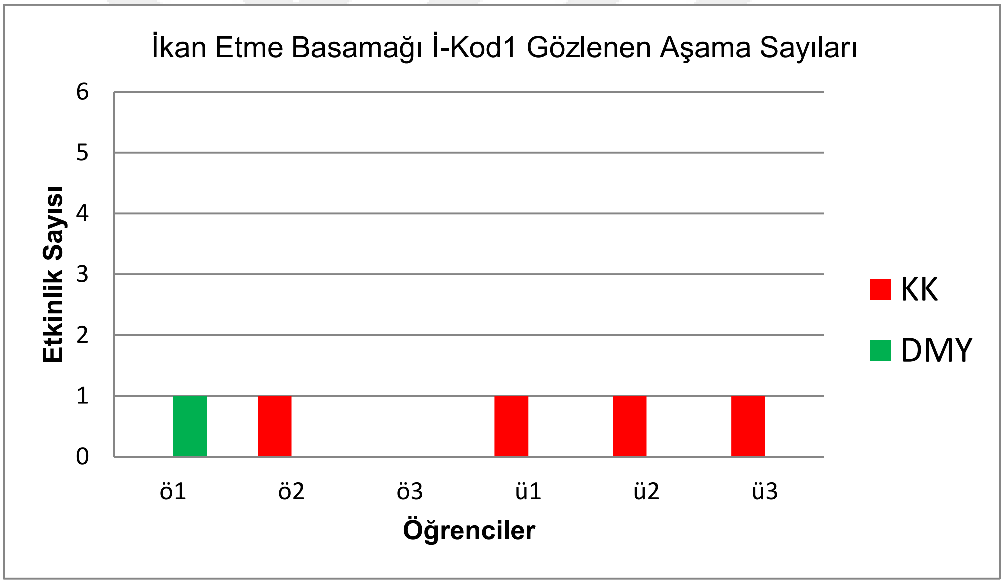
| | KK Süreci | GeoGebra |
|---|---|---|
| Ö1 | Yanıt verememiştir. |  |
| Ö2 | Yanıt verememiştir. |  |
| Ö3 | Yanıt verememiştir. |  |
| Ü1 | Yanıt verememiştir. |  |
| Ü2 | Yanıt verememiştir. |  |
| Ü3 | Yanıt verememiştir. |  |

Ö1, Ö2, Ö3, Ü2 ve Ü3'ün KK sürecinde bu ispat sürecine dair bir davranışları gözlenmemiştir. Ö1, DMY'de ispat sürecine dair bir davranış sergileyememiştir.

Ö2 ve Ö3, DMY'de birbirlerine benzer süreçlerden geçerek, dönme sonucu görüntülerini incelediği noktaların koordinatlarının her zaman aynı örüntüde olacağını göstermiş, bunu tüm örneklerde aynı olacağını örnekler üzerinde deneyerek İ-Kod2'yi sergilemiştir.

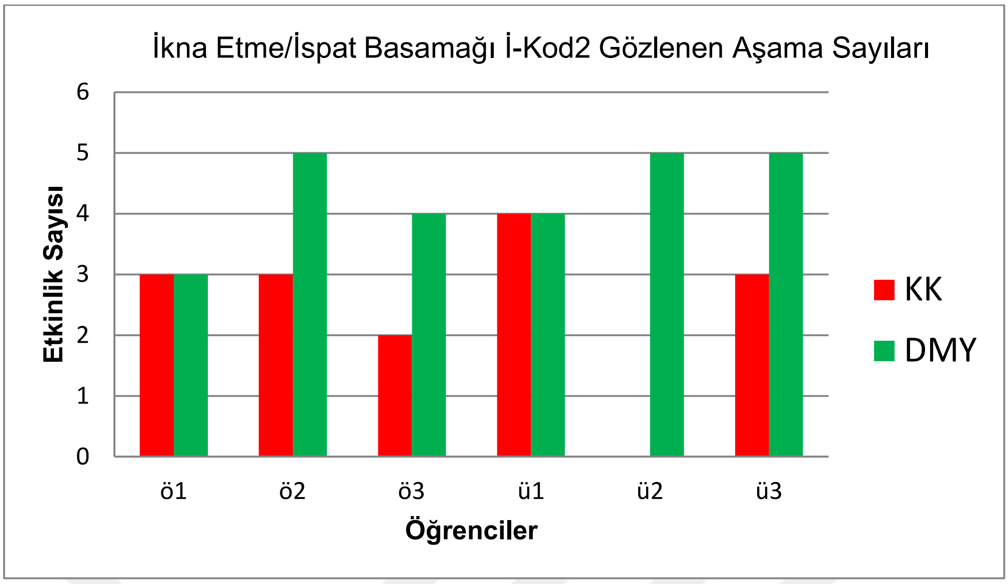
Ü1, kâğıt-kalem sürecinde, *"Bir önceki denememde gösterdim, burada gösteririm. Daha fazla denediğimizde de aynı çıkıyor."* ifadesini kullanarak ispata konu olan belirli elemanlar üzerinden İ-Kod2'yi sergilemiştir. Ü1, DMY'de saat yönünde dönmesi istenen noktanın, saat yönü tersine dönüşü ile karşılaştırmasını yaparak aksi durumda çelişki olacağını ortaya koyarak İ-Kod3'ü sergilemiştir.

Ü2 ve Ü3, DMY'de ispata söz konusu olan noktaların farklı durumlarını göstererek varsayımlarının ispatını araştırmacıya açıklamışlar, İ-Kod2'yi sergilemişlerdir.



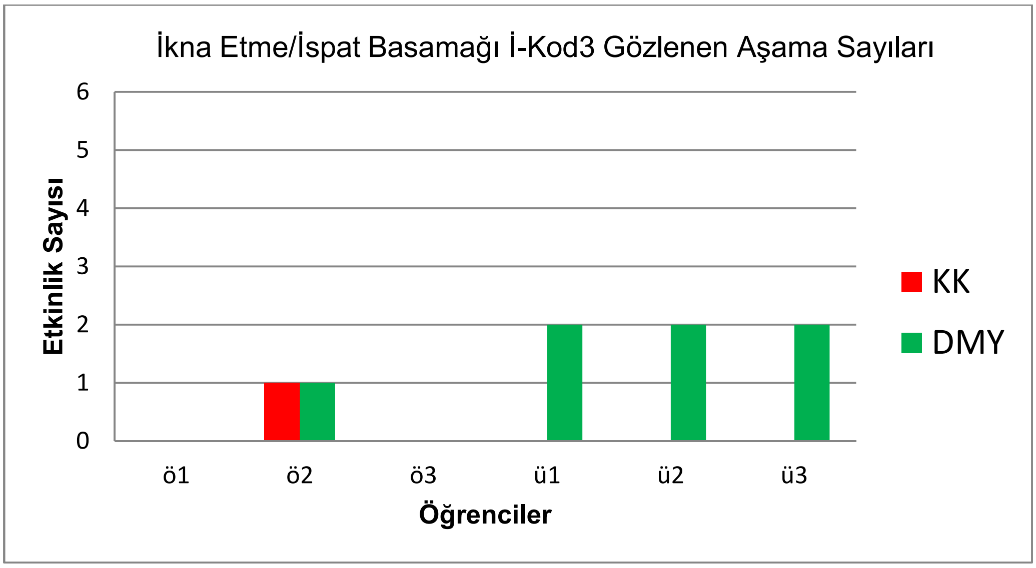

Grafik 7. İkna etme basamağı İ-Kod1 gözlenen aşama sayıları

Grafik 7 incelendiğinde, KK ile çözümlerinde sadece ÜYT konulmamış bir öğrencinin bir etkinlikte İ-Kod1'i sergilediği, diğer tüm öğrencilerin bu koda yönelik davranışlar sergilemediği görülmektedir. DMY çözüm sürecinde ise üç üstün yetenekli öğrencinin ve bir ÜYT konulmamış öğrencinin yalnızca birer etkinlikte İ-Kod-1'i sergiledikleri dikkat çekmektedir.




Grafik 8. İkna etme basamağı İ-Kod1 gözlenen aşama sayıları

Grafik 8 incelendiğinde, KK sürecinde ÜYT konulmuş öğrencilerle tanı konulmamış öğrencilerin İ-Kod2 aşamasında net bir ayrım yapılamayacağı görülmektedir. Hatta ÜYT konulmuş Ü2'nin hiçbir etkinlikte İ-Kod2'yi sergilemediği dikkat çekmektedir. DMY çözüm süreçlerinde ise Ü2 beş etkinlikte İ-Kod2'yi sergilemiştir. Ancak tüm öğrenciler karşılaştırıldığında DMY'nin İ-Kod2 bağlamında her iki grup için de benzer fırsatlar sunduğu görülmektedir.




Grafik 9. İkna etme/ispat basamağı İ-Kod3 gözlenen aşama sayıları

Grafik 9 incelendiğinde, KK sürecinde Ö2 hariç diğer öğrencilerin İ-Kod3'ü sergilemediği, Ö2'nin de bu kodu sadece bir etkinlikte sergilediği görülmektedir. Üstün yetenekli öğrencilerin İ-Kod3 basamağında tanı konulmamış öğrencilere göre DMY ortamında ayırt edilebilir oldukları görülmektedir. Üst düzey matematiksel düşünme becerilerinden oluşan İ-Kod3 farklı ortamlarda üstün yetenekli öğrenciler lehine matematiksel düşünme süreçlerini ortaya çıkardığı görülse de farklılaşmanın az sayıda etkinlikte olduğu dikkat çekmektedir.

# V.BÖLÜM

## 5. TARTIŞMA

Bu bölümde; ÜYT konulmuş ve konulmamış öğrencilerin farklı ortamlarda matematiksel düşünme aşamaları sergileme durumlarının etkinlikler yoluyla incelenmesini amaçlayan çalışmadan elde edilen sonuçlar ile öğrencilerin matematiksel düşünmeleriyle ilgili yapılan önceki çalışmaların sonuçları karşılaştırılmıştır. Bu bağlamda elde edilen sonuçlar öğrencilerin "Matematiksel Düşünme Aşamaları Süreçlerinde Üstün Yeteneklilik Tanısı Konabilmesi" ve "Farklı Ortamların Öğrencilerin Üstün Yetenekliliğini Ortaya Çıkarma Potansiyeli" açısından ele alınarak tartışılmıştır.

### 5.1. Öğrencilerin Matematiksel Düşünme Aşamaları Süreçlerinde Üstün Yeteneklilik Tanısı Konabilmesi Açısından Tartışılması

Matematiksel düşünmenin özelleştirme basamağında özelleştirme davranışında KK ile çözüm sürecinde üstün yeteneklilik bağlamında farklılık olduğu söylenebilir. Çünkü KK sürecinde ÜYT konulmamış öğrenciler bu koda ait davranışları daha az etkinlikte ortaya koymuşken, ÜYT konulmuş öğrencilerin tamamı tüm etkinliklerde özelleştirme basamağına ait davranışları göstermiştir. DMY'nin ise özelleştirmenin sergilenmesine olanak sağladığını ve ÜYT konulmuş öğrenciler ile tanı konulmamış öğrencileri ayırt etmedeki farklılaşmayı ortadan kaldırdığı görülmektedir. Bu DMY'nin ÜYT koymada bir dezavantajı gibi görünebilir. Ancak bu çalışmaya katılan öğrencilerin genel yeteneklerinin belirlenerek ÜYT koyulduğu unutulmamalıdır. Bu durum uygun ortam fırsatları verildiğinde ÜYT konulmamış öğrencilerin de özelleşme basamağında ÜYT konulmuş öğrencilerle aynı davranışları sergileyebildiğini ortaya koymaktadır. Bu da bize farklı ortamların ÜYT koymada etkili olduğunu göstermektedir. Literatüre bakıldığında alana özgü üstün yetenekliliğin üstün yetenekli bireyleri belirlemede ayırt edici olduğuna dair çalışma sonuçları mevcuttur (Krutetskii, 1976; Chang, 1985; Renzulli, 1999; Taşkın, 2010; Öngöz ve Aksoy, 2015). Bu açıdan, yapılan çalışma literatürle örtüşmektedir. Bu durumun sebebinin, dinamik yazılımların zihinsel süreçleri görmek için oldukça uygun bir ortam olduğu, KK süreçlerinin ise bir zihinsel aktiviteyi yansıtmak için daha zor bir süreç olduğu düşünülebilir. Bu açıdan Baltacı, Yıldız ve Kösa'nın (2015), dinamik yazılımların matematiksel düşünmeleri kolaylaştırdığı sonucuna paralel sonuçlar elde edilmiştir.

Matematiksel düşünmenin genelleme basamağına ait “farklı özel durumları test etme, ilişkiyi ve örüntüyü bulma girişimleri” bileşeninde, her bir öğrenci en az 4 etkinlikte bu davranışı sergilediğinden ÜYT konulmuş ve ÜYT konulmamış öğrencilerin deneme-yanılma sürecine dair izleri gösterdiği söylenebilir. Bu noktada Biber ve Argün’ün (2012a), kavramsal bilgilerin matematiksel genellemelerle doğrudan ilişkili olduğunu söylemesiyle bir bağ kurmak mümkündür. “Deneme-yanılma, farklı özel durumları test etme” sürecinde tanımlandığı üzere karşılaşmayı beklediğimiz, ilişki bulma amacıyla yapılan girişimleri öğrencilerin kavramsal bilgilerinin güçlü olmasıyla mümkün olacaktır. Çalışmadaki öğrencilerin de matematik derslerinde başarılı oldukları bilindiğinden hareketle kavramsal bilgilerinin yeterli olduğu için deneme-yanılma süreçlerini ortaya koymakta zorlanmamıştırlar. Bu da Biber ve Argün’le (2012a), örtüşmektedir. Öğrenciler bulgularda görüldüğü gibi ilişkilerin daha rahat görüldüğü örüntülerde belirli olan terimlerinden yararlanarak sonraki terimleri bulmaya çalışmışlar, karmaşık örüntülerde ise deneme yanılma üzerine yoğunlaşmışlardır. Öğrencilerin deneme yanılma sürecine olan eğilimleri Yeşildere ve Akkoç’un (2011), çalışmasıyla paralellik göstermektedir. ÜYT konulmuş öğrencilerin, ÜYT konulmamış öğrencilerle ayırt edilmesiyle ilgili “farklı özel durumların test edilmesi” sürecindeki bulgulara bakıldığında, ÜYT konulmamış öğrencilerin her iki ortamda 5 aşamada bu kodu eksik ya da yetersiz sergilemişlerken ÜYT konulmuş öğrencilerden olan Ü1’in KK ile çözüm sürecindeki bir etkinliği dışında tüm süreçlerde yeterli derecede sergilemiş oldukları görünmektedir. Bu yüzden üstün yeteneklilik tanısı konması bağlamında G-Kod1’in ayırt edici olduğu söylenebilir. ÜYT konulmamış öğrencilerin her iki ortamda da “verilen duruma ait örüntü ve ilişkinin tam olarak bulunması” davranışıyla ilgili gözlenen aşama sayılarının, ÜYT konulmuş öğrencilerden düşük olduğu görülmektedir. Bu da “verilen duruma ait ilişkiyi belirleme” sürecinin ÜYT konulmada ayırt edici olabileceğini göstermektedir. Genellemenin tamamlanması ve o duruma özgü örüntünün eksiksiz biçimde ortaya konulması gerektiği bu iki kod sürecinde genelleme stratejilerinin etkin biçimde kullanılamadığına dair sonuçları olan çalışmalarla (Yakut-Çayir 2013, Göl ve Duru 2016) örtüşerek gözlenen yeterli davranış sayısında özelleştirme basamağına kıyasla azalma olduğu görülmüştür.

Matematiksel düşünme sürecinin varsayımda bulunma aşamasına ait “sezme ve anlamanın gerçekleşmesi” ve “sezgisinin doğruluğunu kontrol ve test etme” bileşenlerinde yalnızca KK sürecinin ÜYT konulmuş ve konulmamış öğrencilerde ayırt edici olduğu görülmektedir. Yıldız ve diğerlerinin (2012) çalışmalarında tahmin etme sürecinin gerek tanı konulmuş ve gerekse tanı konulmamış öğrenciler tarafından tercih edilmeyen bir çözüm süreci olduğunu ortaya koymuşlardır. Bu durumdan hareketle, varsayımda bulunma ile ilgili deneyim ve pratikleri çeşitli nedenlerle az olan öğrencilerin bu süreçlere karşılık gelen "fark ettiği öngörüyü ifade etme" ve "varsayımının doğruluğu test etme" süreçlerinde birbirlerinden ayırt edici davranışlar sergilememesi şaşırtıcı değildir. Varsayımlarını "sembol, sözel veya cebirsel olarak ifade etme" bileşeninde ise ÜYT konulmuş öğrenciler lehine bir fark olduğu görülmektedir. Bu da Akkan ve Baki'nin (2016), çalışmalarında genelleme /tahminde bulunma açısından cebire geçişin öğrenim seviyesi arttıkça özellikle de 7. ve 8. sınıf öğrencileri arasında en belirgin değişim ve gelişimin gözlenmesi ile açıklanabilir. Bu bileşen Akkan ve Baki'nin (2016) de vurguladığı cebirsel genelleme/varsayımda bulunma becerisi olarak tanımlanmıştır. Çalışmaya katılan tüm öğrenciler 7. sınıfta öğrenim görmektedir. Bu bağlamda ÜYT konulmuş öğrencilerin 8. sınıflarda beklenen davranışları sergiledikleri, ÜYT konulmamış öğrencilerin ise bu davranışları sergileyemedikleri söylenebilir. Tüm bunlar ışığında matematiksel düşünme bileşenlerinden "varsayımların cebirsel olarak ifade edilmesi" sürecinin ÜYT konulması açısından ayırt edici olduğu sonucuna ulaşılabilir. Bu aşamada üç kodla ilgili ayrım yapılabilecek araştırmalar mevcut olmadığından varsayımda bulunma bileşenleri bir arada değerlendirilerek incelenmiştir.

İkna/ispat etmede "hisleriyle durumun doğruluğunu sezerek güçlü bir delili olmadan iddiasını ortaya koyma" ve "bir veya daha fazla özel durumları ileri sürerek varsayımının doğruluğunu gösterme" aşamalarında elde edilen bulgular incelendiğinde öğrencilerin literatürdeki çalışmalarla örtüşür şekilde zorlandıkları görülmektedir. Albayrak (2010), ortaokuldaki öğrencilerin muhakeme etme, doğru akıl yürütme becerilerinden yoksun olmalarının ve yetersiz deneyimlerinin ispat yapmakta zorlanmalarına sebep olduğunu vurgulamaktadır. Bu çalışmada da ispat aşamasıyla ilgili bulgular incelendiğinde genellikle ispat süreçlerinde ortaya konan davranış sayısın az olduğu görülmektedir. Çalışkan (2012) da öğrencilerden ispat yapılması istendiğinde, tek örneklendirmeyle ispat yapmaya çalıştıklarının görüldüğünü söylemiştir. Bu çalışmada da benzer şekilde öğrencilerin durumu doğrulayan yalnızca bir örnekle ispat yapmaya çalışmalarının, matematiksel düşünmenin ispat sürecinde önceki matematiksel düşünme aşamalarına göre daha düşük davranışlar gözlenmesinin bir sebebi olabilir. Her iki öğrenci grubu da KK ve dinamik matematik yazılım süreçlerinde en fazla bir kez ispat basamağına ait "sezgisel doğrulamaya" ait süreç ortaya koymuştur. Bu anlamda matematiksel düşünme aşamalarından ispat aşamasına ait "sezgisel doğrulama" ve "varsayımının doğruluğunu belirli örnekler üzerinden gösterme, tümevarımsal açıklama" davranışlarından ÜYT konulması açısından ayırt edici olmadığı söylenebilir.

İkna etme/ispat basamağında "değişkenler ve oluşumlar üzerindeki özel değişiklikler üzerindeki özel değişikliklerle ispat etme" olarak açıklanan süreçle ilgili öğrencilerin ortaya koydukları davranışlar incelendiğinde, tanı konulmamış öğrencilerden yalnızca Ö2, bir etkinlikte bu davranışı sergilerken, tanı konulmuş öğrencilerin her birinin 2'şer etkinlikte sergiledikleri görülmektedir. Bu sürecin diğer iki ispat sürecine göre daha yüksek çıkmış olduğu görülmektedir. Burada unutulmaması gereken nokta, bu aşamadaki davranışını sergilemiş bir öğrencinin henüz ispat aşamasını tamamlamadığıdır. Bu bileşenin diğer iki ispat bileşenine göre daha fazla sayıda gözlenmesi, Aylar'ın (2014) çalışmasında bahsedilen öğrencilerin sorudaki özel durumların birkaç örneğini deneyerek varsayımlarını doğru olmasıyla ve öğrencilerde ispata yönelik performanslarında örnek vererek doğrulama eğiliminin baskın oluşuyla paralellik göstermektedir. Bu açıdan "belirli elemanlar üzerinden izah ederek ispat etme" davranışı diğer ispat sürecine göre fazla sayıda gözlemlenmesi literatürdeki çalışmalarla uyumludur denebilir. Bu durumla ilgili Aylar (2014), ispat süreçleriyle ilgili cebirsel ifadelerin anlaşılması ve uygulanmasında sorun olduğu belirtilmiştir. "Dönüşümsel soyutlama ile ispatın" bir gereği olan değişkenlerle ispatın düşük oluşunun sebebi değişkenlerle ifadenin ancak cebirsel ifadelerin kullanımıyla mümkün olmasıyla açıklanabilir. Her ne kadar "özel değişikliklerle genellemelere ulaşma, dönüşümsel soyutlama" önceki matematiksel düşünme süreçlerine göre düşük sayıda gözlenen bir bileşen olsa da bulgular ve Grafik 8 incelendiğinde ÜYT konulmuş öğrencileri ÜYT konulmamış öğrencilerden ayırıcı nitelikte olduğu görülebilmektedir.

Tüm bu tartışmalar ışığında, BİLSEM'lere daha çok akademik anlamda üstün yetenekli olan öğrencilerin seçildiği göz önünde bulundurulduğunda bu araştırmada yer alan ÜYT konulmuş öğrencilerin de akademik başarısı yüksek, analitik zekâ yönünden üstün olan öğrenciler olduğu kabul edilmektedir. Dolayısıyla ÜYT konulmuş öğrencilerin matematiksel düşünme açısından üstün becerilere sahip olması beklenebilir. Ancak bu çalışmada matematiksel düşünmenin bazı bileşenlerinde ÜYT konulmuş ve konulmamış öğrencilerin farklılaşmadığı görülmüştür. Bu durum alana özgü üstün yeteneğin göz ardı edilememesi gerektiğini ortaya koymaktadır. Üstün yetenekli öğrencilerin tanılanmasında yaşanan sorunlardan biri öğrencilerin belirlenmesinde kullanılan test ve ölçeklerden kaynaklanmaktadır. Sak ve diğerleri (2015), BİLSEM'lerin en önemli sorunlarından birisi olarak tanılamada özel yeteneklerin ölçülmediğini, yalnızca grup zekâ testleri ve bireysel zekâ testleri kullanıldığını, genel zekâya bağlı bu tanılama modelinin ise erken yaşlarda özel yetenekleri gelişmiş ancak genel zekâ testlerinde vasat olan öğrencileri tanılamada yetersiz kaldığını ifade etmişlerdir.

Üstün yetenekli öğrencilerin tanılanmasında yaşanan başlıca sorun aday gösterilme sürecidir. Öğrencilerin aday gösterilmesi aşamasında öncelikli görev öğretmenlerin ve ailelerindir (Akgül, 2014). Çünkü ancak öğretmen ya da aileleri tarafından yönlendirilen öğrenciler BİLSEM'lerin sınavlarına katılma imkânı bulmakta ve bu öğrenciler arasından tespit edilen öğrenciler BİLSEM'lere alınmaktadır. Bu açıdan bakıldığında öğretmeni veya ailesi tarafından keşfedilememiş bir öğrenci üstün yetenekli olsa dahi bu süreç kendileri için başlatılamadığından ÜYT konulamıyor olabilir. Bu araştırmada yer alan öğrencilerin matematik başarıları yüksek öğrenciler olduğu bilinmektedir. Matematiksel düşünme potansiyeli yüksek olduğu tespit edilen tanı konulmamış bir öğrencinin tanılama süreci kendisi için başlatılmamış üstün yetenekli bir öğrenci olabilme ihtimali de vardır.

### 5.2. Farklı Ortamların Öğrencilerin Üstün Yetenekliliğini Ortaya Çıkarma Potansiyelinin Tartışılması

Özelleştirme basamağının özelleştirme sürecindeki farklı ortamlara ait bulguları incelendiğinde matematiksel düşünme aşamalarında iki grup arasında farklılaşmanın KK sürecinde sağlandığı görülmüştür. ÜYT konulmamış öğrencilerde tüm etkinliklerde özelleştirme aşamasını sergileyen öğrenci bulunmazken üstün yetenekli öğrencilerin tamamında özelleştirme süreci tüm etkinliklerde görülmüştür. Bu durum özelleştirme aşamasının KK sürecinde ÜYT konulmuş öğrenciler lehine ayırt edici olduğunu göstermiştir. Bununla beraber ÜYT konulmamış öğrencilerin diğer matematiksel düşünme süreçlerine kıyasla özelleştirme basamağındaki yüksek performansı göze çarpmaktadır. ÜYT konulması bağlamında düşünüldüğünde bu yüksek performans DMY'de her iki grupta da en üst seviyede gerçekleşmiş ve özelleştirme sürecinin ayırt ediciliği engellemiştir. Yıldırım ve Köse (2018), özelleştirme süreciyle ilgili öğrencilerin aşina oldukları problemlerde verilen herhangi bir durum için özelleştirme sürecini kolaylıkla yapabildikleriyle ilgili bulduğu sonuç bu açıdan önemlidir. Benzer şekilde iki grubun da etkinliklerin büyük kısmında özelleştirme sürecinde başarılı olması Demircoğlu ve Tuncay'la (2018) örtüşmektedir. Demircioğlu ve Tuncay (2018), bu durumu öğrencilerin işlemsel bilgilerinin iyi olmasına hem ilköğretim hem de ortaöğretimde işlemsel bilgiye yoğunluk verilmesine bağlamıştır. Tüm bunlar beraber değerlendirildiğinde özelleştirme sürecinin ÜYT konulmamış ve ÜYT konulmuş öğrenciler için kolaylıkla sonuca ulaşılabilir durumlar olabileceğidir. Ayırt ediciliği engelleyen bu durumun öğrencilerin okullarında öğrenim süreçlerinde çok kez özelleştirme sürecinin işlemsel bilgi kısmıyla karşılaşmış olmalarıdır denilebilir.

"İlişki ve örüntüleri bulma amacıyla yapılan girişimlerle" ilgili ait bulgulara bakıldığında özelleştirme basamağına benzer şekilde, KK sürecinde ÜYT konulmuş öğrenciler lehine bir farklılaşma görülmekte, DMY'de ise tüm öğrencilerin bu süreci ortaya koyduğu görülmektedir. Bu durum bizlere KK sürecinin "farklı özel durumları test etme" bağlamında ÜYT koymada etkili olduğunu gösterse de aynı etkinliklerin KK sürecinde düşük performans göstermiş olan ÜYT konulmamış öğrencilerin tamamı tarafından

DMY'de doğru yapılmış olması akıllara KK sürecinin olumsuz sonuçlarını getirmektedir. Bu açıdan Çetin, Erdoğan ve Yazlık'ın (2015), çalışmalarında öğrencilerin KK süreçlerinde DMY süreçlerine göre daha başarısız olduğu sonucuyla paralellik göstermektedir. Diğer yandan çalışmanın amacına uygun olması açısından özelleştirmede olduğu gibi, DMY'de "ilişkiyi bulmak için yapılan doğru girişimler" bileşeninin tüm öğrenciler tarafından ortaya konması, farklı uygun ortam fırsatları verilmesiyle bu koda yönelik davranışların ortaya çıktığını göstermektedir.

Matematiksel düşünmenin genelleme aşamasının "örüntü ve ilişkinin doğru ve tam olarak bulunması" basamağıyla ilgili süreçler incelendiğinde ÜYT konulmayan öğrencilerin DMY üzerinde performansları KK sürecine göre artsa da sırasıyla 4, 4 ve 5 etkinlikte "verilen duruma ait örüntünün bulunması" davranışı gözlenmişken, ÜYT konulmuş öğrencilerin tamamı DMY'deki tüm etkinliklerde bu bileşeni sergilemiştir. Bu duruma bakılarak verilen duruma ait örüntü ve ilişkilerin bulunması bağlamında farklı ortamların ÜYT konulmuş ve ÜYT konulmamış öğrencilerde ayırt edici bir durum olduğu söylenebilir. Bu davranışa dayalı bulgular incelendiğinde KK süreçlerinin bu kodlarla ilgili etkinliklerinin bir kısmında yeterli süreçleri ortaya koyabilen ÜYT konulmuş öğrenciler, DMY süreçlerinde tüm etkinliklerde bu kodu sergileyebilmişlerdir. Bu durum Metin'in (1999) üstün yetenekli çocukların zihinsel gelişim özelliği olarak genelleme yapmada, ilişkileri görmede ileri düzeyde oluşlarıyla örtüşmekte, bahsedilen bu potansiyelin ortaya çıkması açısından da DMY'nin önemini ortaya koymaktadır. Matematiksel düşünmenin "verilen duruma ait örüntünün doğru olarak bulunması" süreci ÜYT konulmamış ve ÜYT konulmuş öğrencilerin KK ile çözüm süreçlerindeki bulguları ile DMY'deki çözüm süreçlerindeki bulgular karşılaştırıldığında, her iki ortam da BİLSEM'e seçilen öğrencilerin gerçekten de üstün yetenekli öğrenciler olduğunu göstermektedir yorumu yapılabilir.

Etkinliklerin varsayımda bulunma basamağıyla ilgili olarak "fark ettiği öngörüyü tahmin ve ifade etmesi" aşamasında kâğıt-kalem sürecinde ÜYT konulmamış öğrencilerin, ÜYT konulmuş öğrencilere göre daha az sayıda davranış ortaya koymuşturlar. Bu yüzden KK sürecinde ÜYT konulmuş öğrencilerin ayırt edilebildiği görülse de DMY sürecinde, aralarında net bir ayrım görülememektedir. Bu açıdan bakıldığında "sezdiği öngörüyü ifade etmesi" bağlamında DMY'nin ÜYT koymada ayırt edici olmadığı söylenebilir. DMY'deki süreçlere yakından baktığımızda varsayımda bulunma sürecinde Ö1, 5 etkinlikte, diğer beş öğrenci tüm etkinliklerde "sezilen varsayımın ifade edilmesi" davranışını yazılım üzerinde sergilemişlerdir. Öğrencilerin çoğunluğunun DMY üzerinde varsayımda bulunmanın ilk bileşeni olan, "ilişkinin sezilmesi ve ilk öngörülerini oluşturulması" süreçleri, DMY'lerin matematiksel tahminlerde bulunmaya olumlu etkisi olduğunu söyleyen Baltacı, Yıldız ve Kösa (2015) ile örtüşmektedir. Bu durum uygun ortam fırsatları verildiğinde ÜYT konulmamış öğrencilerin ÜYT konulmuş öğrencilerle benzer öngörülerin oluştuğunu ve benzer tahmin ifadelerini sergilediklerini göstermektedir.

"İddia ettiği durumu kontrol ederek, yanlışsa başa dönme" sürecinde, KK ve DMY açısından gözlenen aşamalar karşılaştırıldığında, KK süreçleri ÜYT konulmamış öğrencilerde sırasıyla 3, 3 ve 2 kez gözlenmişken ÜYT konulmuş öğrencilerden Ü1 ve Ü3'te tüm etkinliklerde gözlenmiş, Ü2'de üç kez ortaya çıkmıştır. Farklı ortamların öğrencileri ayırt edip etmediği açısından değerlendirildiğinde KK sürecinin "iddia ettiği durumun doğruluğunu kontrol etme" bağlamında ayırt edici olduğu söylenebilir. DMY'de ise Ö1 hariç diğer öğrenciler tüm süreçleri sergilemiş, Ö1 ise 6 etkinlikten 4'ünde bu davranışı ortaya koymuştur. Bu anlamda "iddiaların doğruluğunun" kontrolü bağlamında DMY süreçlerinde ÜYT koymada ayırt edici olmadığı görülmektedir.

Etkinliklerin ve farklı ortamlardaki varsayımda bulunma aşamalarındaki tüm öğrencilerin bulguları ayrı ayrı değerlendirildiğinde, KK sürecine göre dinamik matematik yazılımda gözlenen varsayımda bulunma davranış sayılarında artış olduğu görülmektedir. Bu durum KK süreçlerinde geometrik tahminlerde bulunma süreçlerinde, öğrencilerin tahminlerini kafalarında oluşturmaları, bunlarla ilgili tahminler yapmada başarısız olmaları ve yaptıkları tahminleri açıklamakta da yetersiz kaldıklarıyla ilgili çalışmalarla paralellik göstermektedir (Gülkılık, 2008; Güven ve Karataş, 2009; Baltacı, 2014). Ancak bu durum Baltacı, Yıldız ve Kösa (2015), çalışmalarında belirtilen dinamik yazılımlardaki çözüm süreçlerinde öğrencilerin daha doğru tahminlerde bulunmalarından da kaynaklanabilir. Bu çalışmada her iki çalışmayı destekleyecek şekilde KK süreçlerinde gözlenen varsayımda bulunma süreçlerinin dinamik matematik yazılımda gözlenen varsayımda bulunma süreçlerinden daha az olduğunu ortaya koymaktadır. Tüm bunlar sonucunda varsayımda bulunma süreçlerinde KK sürecinde ve dinamik yazılımlarda V-Kod3 bileşeninde üstün yeteneklilik tanısı konulmasında bir ayırt edicilik sağladığı söylenebilir.

"Güçlü bir delil olmadan varsayımının doğruluğunu gösterme" sürecindeki bulgulara bakıldığında, DMY ortamında Ö1'in yalnızca bir etkinlikte bu koda yönelik davranış sergilediği, diğer süreçlerde ise davranışın görülmediği anlaşılmaktadır. Sezgisel doğrulamanın gerçekleşmesini gerektiren "güçlü deliller olmadan iddiasının doğruluğunu gösterme" sürecinin öğrencide görülebilmesi için sezgisini ortaya koyması gerekmektedir. İspat aşamasında öğrencilerin çoğu sezgilerden ziyade varsayımlarıyla ilgili örnekler vererek "varsayımının doğruluğunu örnekler üzerinden gösterme" davranışını sergilemiştir. Bu durum etkinliklerin sezgisel iknaya imkân vermemesinden kaynaklanabilir. Güçlü deliller olmadan iddiaların ortaya konma sürecinde KK veya DMY ortamlarında ÜYT konulması için bir farklılık görülememiştir. Matematiksel düşünme aşamalarından "ispata söz konusu olan belirli elemanlar üzerinden izah etme" sürecinin farklı ortamlardaki sonuçları incelendiğinde tüm öğrencilerin dinamik matematik yazılımda bahsedilen koda ait davranışı ortaya koyduğu görülmektedir. Kâğıt-kalem sürecinde ise 6 öğrencinin 5'inde bu süreç birbirlerine yakın bir biçimde görünürken, Ü2, KK sürecinde hiçbir etkinlikte varsayımlarının doğruluğunu örnekler üzerinden ortaya koyamamıştır. Bu bulgular ışığında "ispata söz konusu olan belirli örnekler üzerinden ikna/ispat etme" bağlamında KK ve DMY süreçlerinde net bir ayrım görülememiştir.

"İspatı doğru akıl yürütmeyle dönüşümler ile yapılandırma" süreçlerinde ÜYT konulmamış öğrencilerden Ö2, altı etkinlikten birisinde hem kâğıt-kalem hem dinamik matematik yazılım üzerinde sergileyebilmiş, Ö1 ve Ö3 hiçbir ortamda bu kodu gösterememiştir. Diğer yandan ÜYT konulmuş öğrenciler KK sürecinde bu davranışı hiç gösteremezken, dinamik matematik yazılım üzerinde 3, ÜYT konulmuş öğrencilerin de 2'şer etkinlikte "ispatı doğru akıl yürütmelerle dönüşüm yaparak" yapılandırmaları dikkat çekicidir. Matematiksel düşünme sürecine ait bu bileşende KK sürecinin ayırt edici olmadığı, DMY sürecinin ise ayırt edici olduğu ve tanı koymada yardımcı olabileceği söylenebilir.

# VI. BÖLÜM

## 6. SONUÇ VE ÖNERİLER

### 6.1.Sonuçlar

Bu çalışmada farklı ortamlarda (KK ve DMY) ÜYT konulmuş ve tanı konulmamış öğrencilerin matematiksel düşünmenin alt boyutlarında farklılaşıp farklılaşmadığı incelenmiştir. Çalışma sonucunda elde edilen sonuçlar şu şekildedir:

Farklı ortamlarda, matematiksel düşünme sürecindeki bazı davranışlarda ÜYT konulmuş öğrencilerin daha iyi performans sergiledikleri görülmüştür. KK ile çözüm sürecinde "verilen etkinlikteki duruma ait sonuç bulma", "farklı özel durumları test etme", "verilen duruma özgü örüntüye ulaşma", "fark ettiği tahmini ifade etme", "iddiasını kontrol edip, yanlışsa başa dönme", "varsayımını cebirsel olarak ifade etme" davranışlarında ÜYT konulmuş öğrencilerin ÜYT konulmamış öğrencilerden daha iyi performans sergiledikleri görülmüştür. DMY çözüm sürecinde "verilen duruma özgü örüntüye ulaşma", "varsayımını cebirsel olarak ifade etme", "değişkenler üzerinde yapılan özel değişikliklerle ispatını ortaya koyma" davranışlarında ÜYT konulmuş öğrencilerin diğer öğrencilerden daha iyi performans sergiledikleri görülmüştür.

Farklı ortamlarda, matematiksel düşünme sürecindeki bazı davranışlarda ÜYT konulmuş ve tanı konulmamış öğrencilerin benzer performans sergiledikleri görülmüştür. KK ile çözüm sürecinde ispatla süreçlerinin tamamında ÜYT konulmuş öğrencilerin ÜYT konulmamış öğrencilerle benzer performans sergiledikleri görülmüştür. DMY'de ise "verilen duruma ait özel durumu inceleme", "deneme-yanılma sürecine dair doğru izler ortaya koyma", "sezilen ilk varsayımın tahmin ve ifade edilmesi", "varsayımın doğruluğunun kontrol edilmesi", "sezgisel iddianın doğruluğunun gösterilmesi" ve "varsayımın doğruluğunun belirli elemanlar üzerinde gösterilerek tüm elemanlar için genellenmesi" davranışlarında ÜYT konulmuş öğrencilerin ÜYT konulmamış öğrencilerle benzer performans sergiledikleri görülmüştür.

Bu sonuçlardan hareketle üstün yetenekliliğin farklı ortamlarda incelenmesinin ÜYT konulan öğrencileri değiştirebileceği görülmüştür.

Üstün yetenekliliğin alana özgü üstün yeterlilik bağlamında incelenmesinin hangi öğrencilere üstün yeteneklidir denilip hangilerine denilmeyeceğinin sonuçlarını değiştirebileceği görülmüştür.

Matematiksel düşünmeyi bileşenlere ait alt bileşenlerle incelemenin matematiksel düşünmenin karmaşık yapısını ortaya koyduğu ve öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini ayrıntılı analiz etmeye imkân sağladığı görülmüştür.

ÜYT konulmuş ve konulmamış öğrencilerinin matematiksel düşünme süreçlerinin problemler ile karşılaştırılabileceği görülmüştür.

Araştırma kapsamında kullanılan problemlerin hem ÜYT konulmuş hem de ÜYT konulmamış öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini ortaya çıkarma fırsatı sunduğu tespit edilmiştir. Bu sonuç öğrencilere uygun etkinlikler verildiğinde matematiksel düşünme süreçlerinin ortaya koyulmasına imkân sağladığını göstermektedir.

Araştırma ÜYT konulmamış öğrencilere uygun fırsatlar verilmesinin (bu çalışma için DMY) ÜYT konulmuş öğrencilerle matematiksel düşünmenin bazı aşamalarında benzer davranışları sergilemelerine imkân sağladığını göstermektedir. Bazı aşamalarda ise KK ve DMY'nin üstün yetenekli öğrencilerin diğer öğrencilerden farklı düşünce yapılarını ortaya koyduğu görülmüştür.

KK ile yapılan çözüm süreçleri incelendiğinde, işlemsel bilgi gerektiren, matematiksel düşünme süreçlerinin özelleştirme ve genelleme süreçlerinde farklılıklar görülmüştür. KK sürecindeki bu farklılaşma matematiksel düşünme süreçlerinden varsayımda bulunma ve ikna etme/ispat aşamalarında azalmaktadır. Bu durum ÜYT konulma sürecinin KK üzerinde özelleştirme ve genelleme gibi diğer iki aşamaya göre daha kolay olan bileşenlerde ayırt edici olabileceğini göstermektedir. ÜYT konulma sürecinde üst düzey matematiksel süreçlerdeki farklılaşmanın devam edip etmeyeceğinin ölçülmesi için KK sürecinin yetersiz olduğu ortadadır.

DMY üzerindeki süreçlere bakıldığında ÜYT konulmamış öğrenciler ile ÜYT konulmuş öğrenciler arasında matematiksel düşünme süreçleri bağlamında farklılaşmanın en çok varsayımda bulunma bileşeninin tamamlandığı "varsayımların cebirsel olarak ifade edilen" ve ispatın son aşaması olan "dönüşümsel soyutlama ve özel değişikliklerle genellemelere ulaşılan" süreçlerde görülmektedir. Bu aşamalarda ÜYT konulmamış öğrenciler DMY süreçlerinde ya düşük performans göstermiş ya da hiç performans gösterememişken, ÜYT konulmuş öğrenciler "varsayımların cebirsel olarak ifade edildiği" etkinliklerin tamamında bu bileşeni sergilemiş ya da ÜYT konulmamış öğrencilerden bariz bir biçimde daha fazla davranış ortaya koymuşlardır.

### 6.2. Öneriler

Öğrenme ortamlarında öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini ortaya çıkarmaya imkân sağlayan etkinliklere yer verilmesinin öğrencilerin matematiksel düşünme basamaklarına yönelik davranışlar sergilemesine ve böylelikle matematiksel düşünmede üstün yeteneğe sahip öğrencilerin tanılanmasına imkân sağlayacağı düşünülmektedir.

Yapılan çalışmanın sonucunda alana özgü bir düşünme olan matematiksel düşünme becerisine yönelik ÜYT konulmuş ve tanı konulmamış öğrenciler karşılaştırıldığında bazı alt boyutlarda farklılaşma olmadığı görülmüştür. Bazı ÜYT konulmamış öğrencilerin matematiksel düşünmenin alt basamaklarında ÜYT konulmuş öğrencilerle benzer performanslar sergiledikleri de düşünüldüğünde bu durum ÜYT konulurken alana özgü üstün yeteneğin göz ardı edilmemesi gerektiğini ortaya koymaktadır. Dolayısıyla diğer alanlarda da alana özgü üstün yeteneklilik tanılamalarına yönelik çalışmalar yapılabilir.

Bazı aşamalarda KK ve DMY ortamlarında ÜYT konulmuş öğrencilerde diğer öğrencilerden farklı matematiksel düşünce yapılarının ortaya çıkmasından hareketle ÜYT konulmuş ve konulmamış öğrencilerin matematiksel düşünmeleri arasındaki farklılaşmayı ortaya çıkarmada başka farklı ortamlar seçilerek çalışmalar yapılabilir. Ayrıca ÜYT konulmamış öğrencilere uygun ortamlar sağlandığında matematiksel düşünmenin çoğu aşamasında ÜYT konulmuş öğrencilerle benzer performanslar sergiledikleri de görüldüğünden ÜYT konulurken farklı ortamların işe koşulmasının tanı konulma durumlarını etkileyeceği düşünülerek ileriki çalışmalarda hangi ortamların bu fırsatları doğuracağına yönelik araştırmalar yapılabilir. Başka bir deyişle ÜYT koymaya yönelik farklı ortamların potansiyelinin araştırılmasına yönelik daha ayrıntılı çalışmaların yürütülmesi gerekmektedir.

Çalışma sonucunda alana özgü bir düşünme olan matematiksel düşünmede ÜYT konulmuş ve konulmamış öğrencilerin bazı durumlarda farklı olmayan düşünme süreçlerine sahip olduğu görülmüştür. Bu bağlamda alana özgü üstün yetenekliliğin ölçülmesinin ÜYT koymaya nasıl etki ettiği farklı özel durumlar için de incelenebilir. Bu doğrultuda ÜYT koyma çalışmalarının alana özgü ÜYT koyma çalışmalarına doğru yönelmesi önerilebilir.

Üst düzey düşünme süreçlerinde KK ortamı ÜYT konulması bağlamında yetersizdir. BİLSEM'lere öğrenci seçim sürecinin ilkokulda başladığı düşünüldüğünde ÜYT konulma ortamlarının önemi bir kat daha artmaktadır. Zira ilkokulda sınıf öğretmenleri öğrencilerini KK sürecinde değerlendirdikleri takdirde üst düzey matematiksel süreçler bağlamında bir farklılaşma görmekte zorlanacaklardır. Özelleştirme ve genelleme için bilgi işlem düzeyinde başarılı olan öğrenciler KK süreçlerinde öne çıkacakları için bu öğrencilerden hangilerinin üstün yetenekli olduğunu hangilerinin olmadığını ayırt etmek bu anlamda güçtür. Bunun için sınıf öğretmenlerinin sınıf içi öğrenme-öğretme faaliyetlerinde DMY kullanımının yaygınlaştırılması önerilebilir.

Çalışmada matematiksel düşünme basamaklarına yönelik tasarlanan problemlerin ÜYT konulmuş ve konulmamış öğrencilerinin matematiksel düşünme süreçlerini karşılaştırmada elverişli olduğu görülmüştür. Ancak bazı alt bileşenlerde tasarlanan problemlerin eksik kaldığı belirlenmiştir. Bu bağlamda ileriki çalışmalarda, özelleştirme bileşeninde hem KK hem de DMY ortamında iki grubun düşünme süreçlerinde farklılık olup olmadığının ortaya çıkarılmasını sağlamak amacıyla etkinliklerin önceki yaşantılardan farklı, rutin problemlerin dışında olacak şekilde tasarlanması önerilmektedir. Etkinliklerin özelleştirme basamağının bu bağlamda zorlaştırılarak sonuçların değişip değişmediği araştırılabilir. Benzer şekilde etkinlikler öğrencileri sezgisel ispata yönlendirmekten ziyade örneklerle ikna sürecine yönlendirmiş ve dolayısıyla sezgisel ispata yönelik davranışların araştırıldığı “güçlü bir delil olmayan basit çizimlerle iddialarının ispatına” yönelik davranışlar incelenememiştir. Bu bağlamda ileriki çalışmalarda sezgisel ispata imkân sağlayan etkinliklerin ele alınarak değerlendirmeler yapılmasının, ispat süreci ile ilgili ayrıntılı sonuçların ortaya koyulmasına imkan sağlayacağı düşünülmektedir.

**KAYNAKLAR**


Akgül, S. (2014). *Üstün yetenekli öğrencilerin matematik yaratıcılıklarını açıklamaya yönelik bir model geliştirilmesi* (Yayımlanmamış doktora tezi). İstanbul Üniversitesi, İstanbul.

Akkan, Y., ve Baki, A. (2016). Doğal Sayı Sistemindeki Özellikleri Genelleme Yoluyla Görünür Kılma Bağlamında Ortaokul Öğrencilerinin Cebire Geçişlerinin İncelenmesi. *Adıyaman Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 6(2), 198-230.

Akkan, Y., ve Çakıroğlu, Ü. (2012). Doğrusal ve ikinci dereceden örüntüleri genelleştirme stratejileri: 6-8. sınıf öğrencilerinin karşılaştırılması. *Eğitim ve Bilim*, *37*(165).

Akkan, Y., Öztürk, M., ve Akkan, P. (2017). İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Örüntüleri Genelleme Süreçleri: Stratejiler ve Gerekçelendirmeler. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 8*(3), 513-550.

Albayrak Bahtiyari, Ö. (2010)*. 8. sınıf matematik öğretiminde ispat ve muhakeme kavramlarının ve önemlerinin farkındalığı* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.

Alkan, H., ve Bukova Güzel, E. (2005). Öğretmen adaylarında matematiksel düşünmenin gelişimi. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 25(3), 221-236.

Altıparmak, K., ve Öziş, T. (2005). Matematiksel İspat ve Matematiksel Muhakemenin Gelişimi Üzerine Bir İnceleme. *Ege Eğitim Dergisi* (6)1, 25–37.

Altun, M. (1995). *İlkokul 3, 4 ve 5. Sınıf Öğrencilerinin Problem Çözme Davranışları Üzerine Bir Çalışma* (Yayımlanmamış doktora tezi). Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

Anastasi, A. (1988). *Psychological testing.(6th Edition).* New York: Macmillan.

Arslan, S., ve Yıldız, C. (2010). 11. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünmenin aşamalarındaki yaşantılarından yansımalar. *Eğitim ve Bilim,* 35(156).

Atılgan, H. (2005). Türkçe'ye uyarlanmış temel kabiliyetler testi (TKT) 7-11'in yapı geçerliliği. *Türk Psikolojik Danışma ve Rehberlik Dergisi*, 3(24), 57-72.

Aydın, N., ve Yılmaz, A. (2010). Yapılandırıcı yaklaşımın öğrencilerin üst düzey bilişsel becerilerine etkisi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *39*, 57-68.

Aydoğdu M. Z. (2014)*. 9.sınıf üstün zekalı öğrencilerin geometri problem çözme stratejileri ve van hiele geometri düşünme düzeyleri ile ilişkilendirilmesi* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Aylar, E. (2014). *7. sınıf öğrencilerinin ispata yönelik algı ve ispat yapabilme becerilerinin irdelenmesi* (Yayımlanmamış doktora tezi). Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

Aylar, E., ve Şahiner, Y. (2016). Yedinci sınıf öğrencilerinin ispat becerileri ve tercihlerinin incelenmesi. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(3), 559-579.

Baş, S., Çetinkaya, B., ve Erbaş, A. K. (2011). Öğretmenlerin dokuzuncu sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme yapılarıyla ilgili Bilgileri. *Eğitim ve Bilim*, *36*(159), 41-55.

Baki, A. (2015). *Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi* (6.basım). Trabzon: Harf Eğitim Yayıncılığı.

Baki, A., Karataş, İ., ve Güven, B. (2002). Klinik mülakat yöntemi ile problem çözme becerilerinin değerlendirilmesi. *Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi,*16-18 Eylül 2002 Ankara.

Baltacı, S. (2014*). Dinamik matematik yazılımının geometrik yer kavramının öğretiminde kullanılmasının bağlamsal öğrenme boyutundan incelenmesi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Baltacı, S., Yıldız, A., ve Kösa, T. (2015). Analitik geometri öğretiminde GeoGebra yazılımının potansiyeli: öğretmen adaylarının görüşleri. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, *6*(3), 483-505.

Baltacı, S., Yıldız, A., Kıymaz, Y., ve Aytekin, C. (2016). Üstün yetenekli öğrencilere yönelik GeoGebra destekli etkinlik hazırlamak için yürütülen tasarım tabanlı araştırma sürecinden yansımalar. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 1(39), 70-90.

Baykul, Y. (2009). *İlköğretimde matematik öğretimi: 6.-8. sınıflar.* Ankara: Pegem Yayıncılık.

Biber, A. Ç., ve Argun, Z. (2012a). Matematik öğretmen adaylarının tek değişkenli fonksiyonlarda limit kavram bilgilerini kullanarak yürüttükleri bazı genelleme ve soyutlamalar. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 20(2), 655-668.

Biber, A., ve Argün, Z. (2012b). Matematik öğretmen adaylarında iki değişkenli fonksiyonların limiti kavramının yapılandırılmasının incelenmesi. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *8*(2), 56-66.

Bildiren, A., ve Uzun, M. (2007). Üstün yetenekli öğrencilerin belirlenmesine yönelik bir tanılama yönteminin kullanılabilirliğinin incelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 2(2), 31-39.

Bilsem Yönergesi (2007). Bilim ve Sanat Merkezi Yönergesi. T.C. Milli Eğitim Bakanlığı.

Blitzer, R. (2003). *Thinking Mathematically.* New Jersey, Prentice Hall.

Budak, İ. (2007). *Matematikte üstün yetenekli öğrencileri belirlemede bir model* (Yayınlanmamış doktora tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Bukova Güzel, E. (2008). Yapılandırmacılık ve Matematiksel Düşünme Süreçleri. *Education Sciences*, *3*(4), 678-688.

Bukova, E. (2006). *Öğrencilerin limit kavramını algılamasında ve diğer kavramların ilişkilendirilmesinde karşılaştıkları güçlükleri ortadan kaldıracak yeni bir program geliştirme* (Yayımlanmamış doktora tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Bulut, M. (2009). *İşbirliğine dayalı yapılandırmacı öğrenme ortamlarında kullanılan bilgisayar cebiri sistemlerinin (bcs), matematiksel düşünme, öğrenci başarısına ve tutumuna etkisi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Gazi Üniversitesi, Ankara.

Burton, L. (1984). Mathematical thinking: The struggle for meaning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15(1), 35-49.

Büyüköztürk, Ş. (2010). *Sosyal bilimler için veri analizi el kitabı* (11. baskı). Ankara: Pegem A Yayıncılık.

Cai J. (2000). Mathematical Thinking Involved in U.S. and Chinese Students' Solving of Process-Constrained and Process-Open Problems. Mathematical Thinking and Learning, 2(4), 309–340.

Carpenter, T.P., and Levi, L. (2000). Developing conceptions of algebraic reasoning in the primary grades. *National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science*. Erişim adresi: www.wcer.wisc.edu/ncisla /publications/index.html Erişim tarihi: 4 Aralık 2018.

Carpenter, T.P, Franke, M., and Levi, L. (2003). *Thinking mathematically: Integrating algebra and arithmetic in the elementary school*. Portsmith, NH: Heinemann.

Chang, L. L. (1985). Who are the mathematically gifted elementary school children? *Roeper Review,* 8 (2), 76-79.

Clark, B. (1997). *Growing Up Gifted*. Fifth Ed. Prentice Hall: Upper Saddle River, New Jersey.

Coşkun, S. (2012). *Üst düzey matematiksel düşünme süreçlerinin sorgulayıcı problem çözme ve öğrenme modeline göre tasarlanmış çalışma yaprakları yardımıyla incelenmesi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.

Çalışkan, Ç. (2012). *8. sınıf öğrencilerinin matematik başarılarıyla ispat yapabilme seviyelerinin ilişkilendirilmesi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bursa.

Çayir, M. Y., ve Akyüz, G. (2015). 9. Sınıf Öğrencilerinin Örüntü Genelleme Problemlerini Çözme Stratejilerinin Belirlenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi,* 9(2), 205-229.

Çetin, İ., Erdoğan, A., ve Yazlık, D. Ö. (2015). GeoGebra ile öğretimin sekizinci sınıf öğrencilerinin dönüşüm geometrisi konusundaki başarılarına etkisi. *Uluslararası Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, (4), 84-92.

Choi, K. M. (2009). *Characteristics of Korean international mathematical Olympiad (IMO) winners' and various developmental influences*. Erişim adresi: http://search.proquest.com/docview/304862437?accountid=11637

Dede, Y. ve Karakuş, F. (2014). Matematiksel ispat kavramına pedagojik bir bakış: Kuramsal bir çalışma. *Adıyaman Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 4(2), 47-71.

Demir, F. (2011). *Bir dinamik geometri yazılımının ilköğretim öğrencilerinin geometride ispat becerilerine etkisi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Erzincan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzincan.

Demircioğlu H., ve Tuncay H. A. (2018). Matematik öğretmen adaylarının, matematik öğretmenlerinin ve akademisyenin özelleştirme becerilerinin palindromik sayılar sorusu ile incelenmesi. *Socıal Scıences Studıes Journal*, 4(25), 5367-5377.

Doğan, M. (2013). *Bir dinamik matematik yazılımı: GoeGebra.* (Ed. Mustafa Doğan, Erol Karakırık). Matematik eğitiminde teknoloji kullanımı. Ankara: Nobel Yayınları, 125-195.

Doruk, B. K., Kıymaz, Y., Horzum, T., ve Morkoyunlu, Z. (2014). Sınıf öğretmeni adaylarının ispatla ilgili görüşleri: formal ispat-temsili ispat. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 1(30), 23-55.

Dreyfus, T. (1990). Advanced mathematical thinking. In P. Nesher and J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and cognition: A research synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 113-134). Great Britain: Cambridge University Press.

Dunlap J. (2001). *Mathematical thinking,* Erişim adresi: http://www.mste.uiuc.edu/courses /ci431sp02/students/jdunlap/WhitePaperII.doc Erişim tarihi:12 Kasım 2018.

Duran, N. (2005). *Matematiksel düşünme becerilerine ilişkin bir araştırma* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

Edwards, J. A., and Jones, K. (2006). Linking geometry and algebra with GeoGebra. *Mathematics Teaching*, 194, 28-30.

Ersoy, E., ve Başer, N. E. (2013). Matematiksel düşünme ölçeğinin geliştirilmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 21(4), 1471-1486.

Ersoy, E., ve Güner, P. (2014). Matematik öğretimi ve matematiksel düşünme. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, 3(2), 102-112.

Eyre, D. (1997). Teaching able pupils. *Support for Learning,* 12 (2), 60-65.

Ferri, R. B. (2003). Mathematical thinking styles-An emprical study. *European research in mathematics education III.* Erişim adresi: http://www.erme.tu-dortmund.de/~erme/CERME3/Groups/TG3/TG3_BorromeoFerri_cerme3.pdf Erişim tarihi: 19 Şubat 2018.

Göl, A. G. R., ve Duru, A. (2016). Lise öğrencilerinin matematiksel genelleme süreçlerinin incelenmesi. *Yaşam Boyu Eğitim Dünya* Kongresi, 16-17 Aralık 2016, Antalya.

Gülkılık, H. (2008). *Öğretmen adaylarının bazı geometrik kavramlarla ilgili sahip oldukları kavram imajlarının ve imaj gelişiminin incelenmesi üzerine fenomenografik bir çalışma* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Gazi Üniversitesi, Ankara.

Güven, B., ve Karataş, İ. (2009*).* Dinamik geometri yazılımı Cabri'nin ilköğretim matematik öğretmen adaylarının geometrik yer problemlerindeki başarılarına etkisi. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, 42(1), 1-31.

Greenwood, J. J. (1993). On the nature of teaching and assessing" mathematical power" and" mathematical thinking.". *Arithmetic Teacher*, 41(3), 144-153.

Hacısalihoğlu, H., Mirasyedioğlu, Ş., ve Akpınar, A. (2003). *Matematik öğretimi: matematikte yapılandırıcı öğrenme ve öğretme*. Ankara: Asil Yayın Dağıtım.

Hancock, D.R., ve Algozzine, B. (2006). *Doing case study research: a practical guide for beginners researchers*. New York: Teachers College.

Hanna, G. (2000). Proof, explanation and exploration: An overview. *Educational Studies in Mathematics*, 44, 5- 23.

Harel, G., and Sowder, L. (1998). Students' proof schemes: Results from exploratory studies. *American Mathematical Society*, 7, 234-283.

Harel, G., and Sowder, L. (2007). Toward comprehensive perspectives on the learning and teaching of proof. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, 2, 805-842.

Henderson, P.B., Baldwin, D., Dasigi, V., Dupras, M., Fritz, S. J., Ginat, D., ... Walker, H. (2001). *Striving for Mathematical Thinking*. ITiCSE 2000 Working Group Report, SIGCSE Bulletin - Inroads, Vol. 33, No. 4, (Dec 2001) s. 114-124. Erişim Adresi: blue.butler.edu/~phenders/striving.doc Erişim tarihi: 12 Ocak 2019

Henderson, P. B., Hitchner, L., Fritz, S. J., Marion, B., Scharff, C., Hamer, J., and Riedesel, C. (2003). Materials development in support of mathematical thinking. *ACM SIGCSE Bulletin,* 35(2), 185-190.

Hıdıroğlu, Ç. N., ve Bukova-Güzel, E. (2014). Matematiksel modellemede GeoGebra kullanımı: Boy-ayak uzunluğu problemi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 36(2), 29-44.

İpek, S. (2010). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının dinamik geometri yazılımları kullanarak gerçekleştirdikleri geometrik ve cebirsel ispat süreçlerinin incelenmesi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

Jordan,N.C., and Hanich, L.B. (2000). Mathematical Thinking in Second-Grade Children with Different Forms of LD. *Journal of Learning Disabilities.* 33(6), 567-578.

Karakoca, A. (2011). *Altıncı sınıf öğrencilerinin problem çözmede matematiksel düşünmeyi kullanma durumları* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Keskin, M., Dag, S. A., ve Altun, M. (2013). 8. ve 11. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme aşamalarındaki davranışlarının karşılaştırılması. *Journal of Educational Science*, *1*(1), 33-50.

Krutetskii, V. A., WIRSZUP, I., and Kilpatrick, J. (1976). The psychology of mathematical abilities in schoolchildren. University of Chicago Press.

Legard, R., Keegan, J., and Ward, K. (2003) In-depth Interviews. Qualitative research practice: A guide for social science students and researchers, 6(1), 139-168.

Leikin, R., and Lev, M. (2007). Multiple solution tasks as a magnifying glass for observation of mathematical creativity. In J.-H. Woo, H.-C. Lew, K.-S. Park ve D.-Y. Seo (Eds.), *Proceedings of the 31st International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 161-168). Korea: The Korea Society of Educational Studies in Mathematics.

Leymun, Ş. O., Odabaşı, H. F., ve Yurdakul, I. K. (2017). Eğitim Ortamlarında Durum Çalışmasının Önemi. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi,* 5(3), 367-385.

Lim, C. S., and Hwa, T. Y. (2006). Promoting Mathematical Thinking in the Malaysian Classroom: Issues and Challenges. *APEC-Tsukuba International Conference,* Tokyo and Sapporo, Japan. Erişim Adresi:

http://www.criced.tsukuba.ac.jp/math/apec/apec2007/paper_pdf/Lim%20Chap%20Sam.pdf Erişim tarihi: 21 Kasım 2018.

Liu, P. H. (2003). Do teachers need to incorporate the history of mathematics in their teaching. *Mathematics Teacher*, 96(6), 416–421.

Liu, P.H., ve Niess, M. L. (2006). An exploratory study of college students' views of mathematical thinking in a historical approach calculus course. *Mathematical Thinking and learning*. 8(4), 373–406.

Livne, N. L., and Milgram, R. M. (2006). Academic versus creative abilities in mathematics: Two components of the same construct? *Creativity Research Journal*, 18, 199–212.

Ma'Moon, M.M. (2005). *Mathematical thinking and mathematics achievement of students in the year 11 scientific stream in Jordan*. (Unpublished Doctoral Dissertation). University of Newcastle, Australia.

Mandacı Şahin, S. (2007). *8. sınıf öğrencilerinin matematik gücünün belirlenmesi.* (Yayımlanmamış doktora tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

Mason, J., Burton, L., and Stacey, K. (1991). *Thinking Mathematically.* England, Addison-Wesley Publishers, Wokingham.

Megep, (2009). Mesleki eğitim ve öğretim sisteminin güçlendirilmesi projesi, Çocuk gelişimi ve eğitimi çocuğun gelişimi belgesi, Erişim adresi: http://megep.meb.gov.tr/mte_program_modul/moduller_pdf/Geli%C5%9Fim.pdf Erişim tarihi: 18 Ocak 2019

Merriam, S. B. (2013). *Nitel araştırma: Desen ve uygulama için bir rehber.* S. Turan (Çev. Ed.). (3. Baskıdan Çeviri). Ankara: Nobel Yayınevi.

Mertens, D. (1998). Research Methods in Education and Psychology. *London: Sage Publications.*

Metin, N. (1999). *Üstün Yetenekli Çocuklar*. Ankara: Öz Aşama Matbaacılık.

MEB, (2009). Mesleki eğitim ve öğretim sisteminin güçlendirilmesi projesi, çocuk gelişimi ve eğitimi üstün zekâ ve özel yetenekli çocuklar modülü. Erişim adresi: http://www.megep.meb.gov.tr/mte_program_modul/moduller_pdf/%C3%9Cst%C3%BCn%20Zek%C3%A2%20ve%20%C3%96zel%20Yetenekliler.pdf Erişim tarihi: 12 Ağustos 2017

MEB, (2017). Çocuk gelişimi ve eğitimi üstün zekâlılar ve özel yetenekliler belgesi. Erişim adresi: http://megep.meb.gov.tr/mte_program_modul/moduller/%C3%9Cst%C3%BCn%20Z ek%C3%A2l%C4%B1lar%20ve%20%C3%96zel%20Yetenekliler.pdf Erişim tarihi: 19 Ağustos 2018

MEB, (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar).* Erişim adresi: http://mufredat.meb.gov.tr Erişim tarihi: 4 Ekim 2018

Moralı, S., Uğurel, I., Türnüklü, E., ve Yeşildere, S. (2006). Matematik öğretmen adaylarının ispat yapmaya yönelik görüşleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, *14*(1), 147-160.

Mubark, M. M. (2005). *Mathematical thinking and mathematical achievement of students in the year of 11 scientific stream in Jordan* (Yayımlanmamış doktora tezi). New Castle Üniversitesi.

Olkun, S., ve Toluk Z. (2007). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi,* Ankara: Anı Yayıncılık.

Olkun, S., Şahin, Ö., Akkurt, Z., Dikkartın, F. T. ve Gülbağcı, H. (2009). Modelleme yoluyla problem çözme ve genelleme: ilköğretim öğrencileriyle bir çalışma. *Eğitim ve Bilim,* 34(151), 65-73.

Öner, D. (2008). Supporting students' participation in authentic proof activities in computer supported collaborative learning (CSCL) environments*. International Journal of Computer Supported Collaborative Learning*, 3(3), 343-359.

Öner, N. (1997). *Türkiye'de kullanılan psikolojik testler. Bir başvuru kaynağı*. İstanbul: Boğaziçi Üniversitesi Yayınları.

Öngöz, S., ve Aksoy, D. A. (2015). Üstün yetenekli öğrenciler bilişim teknolojileri dersinden ne bekliyorlar? *Journal of Education ve Special Education Technology*, *1*(1), 34-47.

Özer, Ö., ve Arıkan, A. (2002). Lise matematik derslerinde öğrencilerin ispat yapabilme düzeyleri, *V. Ulusal Fen Bilimleri Ve Matematik Eğitimi Kongresi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi,*16-18 Eylül 2002, Ankara.

Özsoy, Y., Özyürek, M. ve Eripek, S. (2002) *Özel eğitime muhtaç çocuklar, özel eğitime giriş*. Karatepe Yayınları, Ankara.

Öztürk, G. (2013). *Matematiksel düşünme odaklı öğretim: ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının planlama becerileri ve görüşleri* (Yayımlanmamış doktora tezi). Balıkesir Üniversitesi

Özyaprak, M. (2016). Üstün zekâlı ve yetenekli öğrenciler için matematik müfredatının farklılaştırılması. *HAYEF: Journal of Education*, *13*(2), 115-128.

Palabıyık, U. (2010). *Örüntü temelli cebir öğretiminin öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri ve matematiğe karşı tutumlarına etkisi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

Pesen, C. (2003). *Eğitim fakülteleri ve sınıf öğretmenleri için matematik öğretimi.* Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.

Polat, K., ve Demircioğlu H. (2016) Matematik eğitiminde sözsüz ispatlar: kuramsal bir çalışma. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, (28), 129-140.

Polya, G. (1945). *How to solve ıt,* Princeton NJ: Princeton U. Press.

Radford, L. (2006). Algebraic thinking and the generalization of patterns: a semiotic perspective. In J. L. C. S. Alatorre, M. Sa´iz and A. Me´ndez (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, *North American Chapter* (pp. 2-21). Merida, Mexico. Universidad Pedagogica Nacional.

Renzulli, J. S. (1978). What makes giftedness? Reexamining a definition. *Phi Delta Kappan*, 60(3), 180.

Sak, U., Ayas, M. B., Sezerel, B. B., Öpengin, E., Özdemir, N. N., ve Gürbüz, Ş. D. (2015). Türkiye'de üstün yeteneklilerin eğitiminin eleştirel bir değerlendirmesi. *Türk Üstün Zekâ ve Eğitim Dergisi*, 5(2),110-132.

Savaşır, I., ve Şahin, N. (1995). *Wechsler çocuklar için zeka ölçeği uygulama kitapçığı*. Ankara: Türk Psikologlar Derneği.

Searle, A. (2002). *Introducing research and data in psychology: A guide to methods and analysis.* London:Routledge.

Sevgen, B. (2002). Matematiksel düşünce yapısı ve gelişimi, *V. Ulusal Fen Bilimleri Ve Matematik Egitimi Kongresi,* 16-18 Eylül 2002, Ortadoğu Teknik Üniversitesi, Ankara.

Sheffield, L.J. (1994). *The development of gifted and talented mathematics students and the national council of teachers of mathematics standards.* Storrs CT: National Research Center on the Gifted and Talented.

Sıcak, A., ve Akkaş, E. (2013). Üstün yetenekli öğrenciler için bilim ve sanat merkezlerine (BİLSEM) yönelik tutum ölçeğinin geliştirilmesi. *Üstün Yetenekliler Eğitimi ve Araştırmaları Dergisi*, *1*(2), 136-145.

Stacey, K. (2006). What is mathematical thinking and why is it ımportant? *APECTsukuba International Conference,* Tokyo and Sapporo, Japan. Erişim adresi: http://www.apecneted.org/resources/files/12_3-4_06_1_Stacey.pdf Erişim tarihi: 9 Ocak 2018.

Stacey, K., Burton, L., and Mason, J. (1985). *Thinking Mathematically.* England: Addison-Wesley Publishers.

Stenger, C. L. (1999). *Characterization of University Students' mathematical thinking* (Unpublished doctoral dissertation). The University of Missouri-Kansas City, Lawrence.

Stephens, A. C., Fonger, N. L., Strachota, S., Isler, I., Blanton, M., Knuth, *E.,* and Gardiner, A. (2017). A learning progression for elementary students' functional thinking. *Mathematical Thinking and Learning,* 19(3),143-166.

Subaşi, M., ve Okumuş, K. (2017). Bir araştırma yöntemi olarak durum çalışması. *Atatürk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi,* 21(2), 419-426.

Suzuki, K. (1998). *Measuring "to think mathematically": Cognitive characterization of achievement levels in performance-based assessment* (Unpublished doctoral dissertation). University of Illinois at Urbana-Champaign.

Şaşan, H. H. (2002). Yapılandırmacı öğrenme. *Yaşadıkça Eğitim*, 74(75), 49-52.

Tall, D. (2002). *Advanced mathematical thinking.* USA: Kluwer Academic Publishers.

Taşkın, D. (2010). *Üstün yetenekli tanısı konulmuş ve konulmamış öğrencilerin matematikte yaratıcılıklarının incelenmesi: bir özel durum çalışması* (Yayımlanmamış doktora tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Tanışlı, D., ve Köse, N. Y. (2011). Lineer şekil örüntülerine ilişkin genelleme stratejileri: Görsel ve sayısal ipuçlarının etkisi. *Eğitim ve Bilim*, *36*(160), 184-198.

Tanışlı, D., Köse, N. Y., ve Camci, F. (2017). Matematik Öğretmen Adaylarının Örüntüler Bağlamında Genelleme ve Doğrulama Bilgileri. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi*, *5*(3), 195-222.

Tarhan, S., ve Kılıç, Ş. (2014). Üstün yetenekli bireylerin tanılanması ve Türkiye'deki eğitim modelleri. *Üstün Yetenekliler Eğitimi ve Araştırmaları Dergisi*, *2*(2), 27-43.

Tuncay H. A. (2015*). Matematiksel düşünme süreçlerinin incelenmesi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Cumhuriyet Üniversitesi, Sivas.

Türkmen, H., ve Tanışlı, D. (2019). Cebir Öncesi: 3, 4 ve 5. Sınıf Öğrencilerinin Fonksiyonel İlişkileri Genelleme Düzeyleri. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi*, *7*(1), 344-372.

Türnüklü, E., ve Özcan, B. (2014). Öğrencilerin geometride rbc teorisine göre bilgiyi oluşturma süreçleri ile Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri arasındaki ilişki:

örnek olay çalışması. *Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 11(27), 295-316.

Umay, A. (2003). Matematiksel Muhakeme Yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 24(3), 234-243.

Umay, U. (1992). *Matematiksel Düşünmede Süreci ve Sonucu Yoklayan Testler Arasında Bir Karşılaştırma* (Yayımlanmamış doktora tezi). Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

Yakut Çayir, M. (2013). *9. sınıf öğrencilerinin örüntü genelleme problemlerini çözme başarılarının ve kullandıkları genelleme stratejilerinin belirlenmesi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). *Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir*.

Yavuz, G. (2006). *Dokuzuncu sınıf matematik dersinde problem çözme strateji öğretiminin duyuşsal özellikler ve erişiye etkisi* (Yayımlanmamış doktora tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Yeşildere, S. (2006). *Farklı matematiksel güce sahip ilköğretim 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi* (Yayımlanmamış doktora tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Yeşildere, S. (2007). Öğrencilerin Matematiksel Düşünme ve Akıl Yürütme Süreçlerinin İncelenmesi. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, 40(1), 181-213.

Yeşildere, S., ve Akkoç, H. (2010). Matematik öğretmen adaylarının sayı örüntülerine ilişkin pedagojik alan bilgilerinin konuya özel stratejiler bağlamında incelenmesi. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 29(1), 125-149.

Yeşildere, S., ve Akkoç, H. (2011). Matematik öğretmen adaylarının şekil örüntülerini genelleme süreçleri. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 30(30), 141-153.

Yıldırım, A., ve Şimşek, H. (2013). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri,* (Genişletilmiş 9. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yıldırım, C. (2012). *Matematiksel düşünme.* İstanbul: Remzi Kitapevi.

Yıldırım, D., ve Köse, N. Y. (2018). Ortaokul Öğrencilerinin Çokgen Problemlerindeki Matematiksel Düşünme Süreçleri. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18(1), 605-633.

Yıldız, A., Baltacı, S., Kurak, Y., ve Güven, B. (2012). Üstün yetenekli ve üstün yetenekli olmayan 8. Sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanma durumlarının incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25(1), 123-143.

Yılmaz, M. (2007). Sınıf Öğretmeni Yetiştirmede Teknoloji Eğitimi. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 27(1), 155-167.

Yin, R. K. (1994). Case Study Research: Design ve Methods. California: Sage Publication.

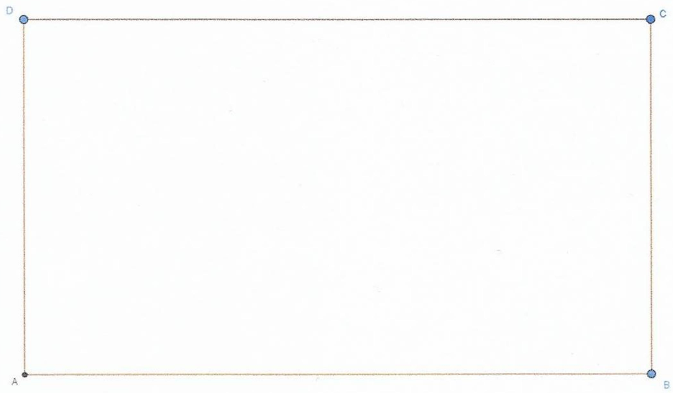
Zaimoğlu, Ş. (2012), *8. sınıf öğrencilerinin geometrik ispat süreci ve eğilimleri* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Kastamonu.

# EKLER

# Ek [1] Etkinlikler

Öğrenci:

Etkinlik 1




a) Kısa kenarı 8br, uzun kenarı 14br olan yukarıdaki dikdörtgenin içerisinden rastgele seçilen bir noktanın dört kenara olan mesafelerinin toplamını bulun.

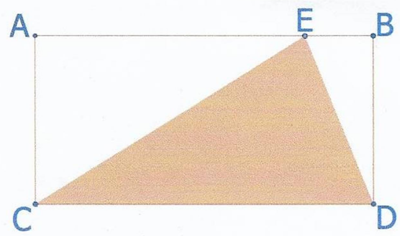
b) Yukarıdaki sonuca gidiş sürecini gözden geçirdiğinde, dikdörtgenin iç bölgesinde rastgele seçilen başka noktaların da kenarlara olan uzaklıklarının toplamı ile dikdörtgenin kenar uzunlukları arasında bir örüntü/ilişki var mıdır, bu ilişkiyi/örüntüyü nasıl açıklarsın?

c) Uzunlukları farklı olan herhangi farklı dikdörtgenlerin iç bölgesindeki bir noktanın kenarlara olan uzaklıklarının toplamı için sözel veya matematiksel bir ifadede bulunabilir misin? Örneğin formülle ifade etmek gibi, veya kelimelerle ifade etmek gibi.

d) Tüm dikdörtgenler için düşünürsek, içerisinde seçilen bir noktanın kenarlara olan uzaklıkları için yukarıdaki yaptığın genellemenin doğruluğunun kesin olduğunu nasıl gösterirsin? Bu formülün tüm dikdörtgenlerde geçerli olduğuna nasıl emin olabilirsin, açıklar mısın?

Öğrenci:

Etkinlik 2




Yukarıdaki dikdörtgenin kısa kenarı 6br, uzun kenarı 10br'dir.

a) Buna göre CED üçgeninin alanını bulun.

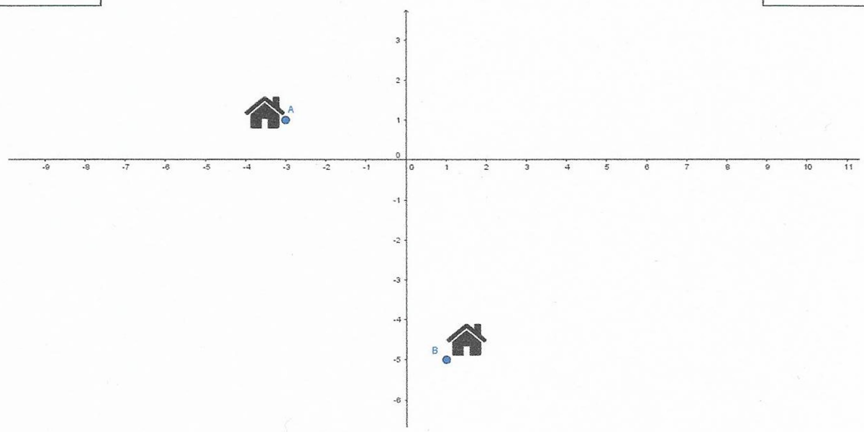
b) Şekildeki üçgenin alanı ile dikdörtgenin alanı arasında nasıl bir örüntü/ilişki vardır? Açıklar mısın?

c) Bu şekilde*(tabanı dikdörtgenin bir kenarı üzerinde, tepe noktası dikdörtgenin karşı kenarında)* olan **tüm** üçgenler ve dikdörtgenlerin alanları arasındaki ilişkiyi/örüntüyü formülle gösterebilir veya kelimelerle ifade edebilir misin?

d) Bu yaptığın formülün doğruluğunun kesinliğini nasıl gösterebilirsin? Tüm durumlarda geçerli olduğunu nasıl açıklayabilirsin?

Öğrenci:

Etkinlik 3




a) Şekildeki (-3,1) koordinatında bulunan A evi ile ve (1, -5) koordinatında bulunan B evinin ikisine de en kısa ve eşit mesafede bir su deposu yapılmak isteniyor. Bu su deposu hangi noktaya yapılmalıdır?

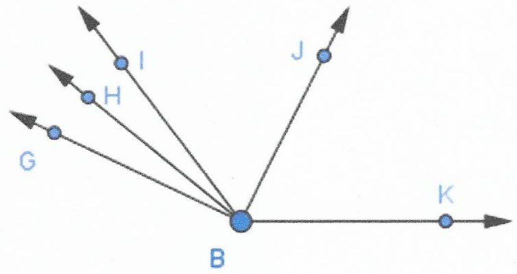
b) Evlerin koordinatları ile su deposunun yapılması gerektiği koordinat arasında bir örüntüyü/ilişkiyi açıklar mısın?

c) Farklı koordinatlarda bulunan farklı evler için yine aynı şekilde eşit ve en kısa mesafede su depoları yapılmak istense, deponun yapılması gereken noktanın yeri/koordinatları için bir genel bir ifadede, iddiada bulunabilir misin? Koordinatlara bağlı matematiksel formül yazabilir ya da kelimelerle ifade edebilirsin.

d) Bir önceki soruda yaptığın genel ifadenin ya da formülün doğruluğunu, kesin olduğunu nasıl gösterirsin? Tüm noktalarda geçerli olduğuna nasıl emin olabilirsin, açıklar mısın?

Öğrenci:

Etkinlik 4




(GBK) açısının ölçüsü 120 derecedir. **BH ışını GBI açısının açıortayı** ve **BJ ışını IBK açısının açıortayıdır.**

a) (HBJ) açısının ölçüsünü bulunuz.

b) (GBK) açısının ölçüsü ile (HBJ) açısının ölçüsü arasında nasıl bir ilişki vardır? Bu iki açının ölçüleri arasındaki ilişkiyi/örüntüyü açıklayınız?

c) (GBK) açısının ölçüsü değişse (HBJ) açısı ölçüsü nasıl değişir? Bu açıların ölçüleri arasında belli bir ilişki/örüntüyü açıklayabilir misin? Bu ilişkiyi/örüntüyü formülle ifade eder misin?

d) Şekildeki gibi **komşu olan iki açının, açıortayları arasındaki açı** oluşturduğun formülün doğruluğunu tüm durumlarda ve ölçülerde geçerli olduğunu nasıl emin olabiliriz? (Formülün doğruluğunu her durumda geçerli kesin olduğunu nasıl gösterirsin?)

Öğrenci:

Etkinlik 5

2cm, 5cm, 6cm, 10cm, 14cm, 20cm uzunluklarında çubuklar mevcut.

a) Bu uzunluklardan üçgen oluşturabilecek üç tanesini seçip, üçgeni çizer misin?

b) Bu uzunluklardan üçgen oluşturmayan üç tanesini seçip neden üçgen oluşturmadıklarını açıklar mısın?

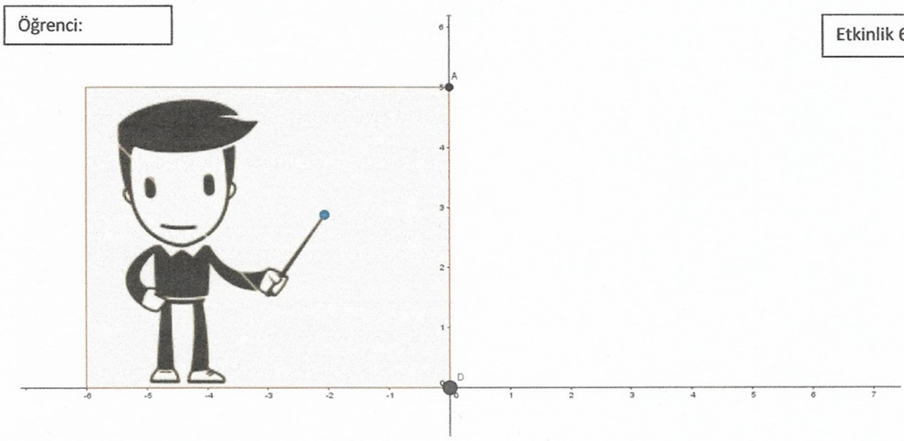
c)Üçgen oluşturduğun üç uzunluğu ve oluşturmayan üç uzunluğu düşündüğünde, herhangi bir ilişki/örüntü var mıdır? Açıklar mısın?

d)Tüm üçgenler için düşünürsen, uzunlukların üçgen oluşturabilmeleri için nasıl bir kurala uymaları gerekir? Cebirsel ifadelerle(harflerle), formülle ya da kelimelerle ifade eder misin?

e) Bu kuralın her zaman geçerli olduğuna nasıl emin olabiliriz? Tüm üçgenlerde geçerli olduğunu nasıl açıklayabilirsin?

Öğrenci:

Etkinlik 6



Yukarıdaki D noktasından duvara çivilenmiş resim tablosu, AD kenarı x ekseni üzerine tam olarak oturacak şekilde saat yönünde 90derece dönerek devriliyor.

a)Devrildikten sonra resimdeki kişinin elindeki çubuğun uç noktasının yeni koordinatları ne olur?

b)Resim tablosunun köşeleri ve resimdeki kişinin son konumuna bakarak ilk koordinatlarla arasında bir ilişki/örüntü var mıdır? Açıklar mısın?

c) 90 derece saat yönündeki orijine göre dönmeler için genel bir varsayımda bulunabilir misin, bu şekilde olan tüm dönmeler formülle ifade edilebilir mi?

d)Tüm dönmeler için yaptığın varsayımın kesin olarak doğru olduğunu nasıl gösterebilirsin, nasıl açıklarsın?

EK [2] Taahhütname Tutanağı

T.C. MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI GİRESUN

## TAAHHÜTNAME TUTANAĞI

**ARAŞTIRMA SAHİBİNİN**

| | |
|---|---|
| **T.C. Kimlik No** | 43441216432 |
| **Adı Soyadı** | Yavuz İsa AYGÜN |
| **Telefon Numarası** | 544 853 7282 |
| **E posta Adresi** | yavuzisa@hotmail.com |
| **İletişim Adresi** | Merkez Fındıklı Mah. Yavuz Sok. No:1/7 Kesap/Giresun |
| **Bağlı Bulunduğu Üniversite/Kurum** | Amasya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İlköğretim ABD Matematik Eğitimi |
| **Görevi** | Giresun Bilm ve Sanat Merkezi |

| | |
|---|---|
| **Araştırmanın Konusu** | Üstün Yetenekli Öğrencilerin Geometrik Problemler Durumlarının Çözüm Sürecindeki Teknoloji Kullanım Düzeyleri |
| **Araştırmanın Çalışma Grubu** | Giresun Bilim ve Sanat Merkezindeki 7. Sınıf Öğrencieri |
| **Veri Toplama Aracı/Araçları** | Mülakat Soruları, GeoGebra Programının Kaydı, Mülakat Sorularında Ses Kaydı |
| **Veri Toplama Tarihleri** | 28.11.2016 - 06.01.2017 |
| **Araştırma Sonucunun Teslim Edileceği Tarih** | Eylül 2017 |

Yukarıda ayrıntıları yazılı araştırmada, araştırmanın Çalışma Grubundan elde edeceğim verileri, nedeni ne olursa olsun bu araştırma haricide ***KESİNLİKE KULLANMAYACAĞIMI/KULLANDIRMAYACAĞIMI***; bu araşırma sonucu elde edeceğim bulgular ile araştırmanın sonucunu en geç, yukarıda belirtilen *"Araştırma Sonucunun Teslim Edileceği Tarih"* e kadar, basılı ve/veya dijital ortamda, Giresun İl Millî Eğitim Müdürlüğü Strateji Geliştirme Şubesine teslim edeceğimi taahhüt ederim.

*Giresun Mili Eğitim Müdürlüğü Strateji Geliştirme Şubesine tesim edilecek olan araştırma sonucu/sonuçları, aşağıda imzası bulunan araştırmacının yazılı izni olmadan hiçbir şekilde yazılı/görsel/elektronik ortamlarda paylaşılmayacaktır.*

10/10/2016

Yavuz İsa AYGÜN

EK [3] Giresun Bilim Sanat Merkezi Matematik Eğitimi Etkinlik Planı

GİRESUN BİLİM SANAT MERKEZİ 7.SINIF MATEMATİK EĞİTİMİ ETKİNLİK PLANI

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ARALIK | 4 | 19-23 Aralık | 2 ders saati | GeoGebra Programı | GeoGebra'da açı ölçümü ve ışın kullanımı | GeoGebra'da belirli bir ölçülü açıyı inşa eder, bir açının ölçüsünü hesaplayan araçları kullanır. Işın ve doğru parçalarını inşa edecek araçları kullanır. | 4.etkinlik |
| | | | | Geometri Etkinliği | Açılar | Bütünler ve dar açılara sahip ölçülere sahip açı inşa eder. | |
| | 5 | 36-30 Aralık | 2 ders saati | GeoGebra Programı | GeoGebra'da alan hesaplama araçlarını kullanır | GeoGebra'da alan hesabını yapar | 5.Etlinlik |
| | | | | Geometri Etkinliği | Alan Hesabı | Üçgen ve Dörtgende alan hesabı yapar, aralarındaki ilişkiyi kavrar. | |
| OCAK | 6 | 2-6 OCak | 2 ders saati | GeoGebra Programı | GeoGebra'da Çember İnşası | GeoGebra'da çember inşası, uzaklık ölçme araçlarını kullanır | 6.Etkinlik |
| | | | | Geometri Etkinliği | Çember ve dairesel bölge | Bir noktaya eşit uzaklıktaki noktalar kümesi çizer, çizdiği çemberin çapının ve çevresinin ölçüsünü hesaplar. | |

Kasım ayının 28'i ile başlayan hafta başlayıp, Ocak ayının 2'si ile başlayan hafta da dahil olmak üzere 6 hafta, bir haftada 2 ders saati olmak üzere toplamda 12 ders saati sürecek şekilde etkinlikler planlanmıştır.

2

## EK [4] Araştırmanın Kısa İçeriği

### Araştırmanın Kısa İçeriği

Üstün yetenekli tanısı konmuş 7.sınıf öğrencilerinin teknoloji kullanım düzeylerinin belirlenmesi amacını taşıyan tez kapsamında 12 ders saati sürecek bir etkinlik planının uygulanması. Öğrencilere GeoGebra Dinamik geometri yazılımı ile ilgili eğitim yapılarak 6 ders saati bu programı kullanmaları ve öğrenmeleri sağlanır. Ardından onlara verilen problem durumlarını bu program üzerinde çözüm denemeleri kaydedilir. Bu süreçte tercihleri araştırılır, verdiği cevaplar ve süreç kayıt altına alınır.

**ARAŞTIRMA SÜRECİNDE ETKİNLİKLERDEN SONRA SORULARAK KAYIT ALTINA ALINACAK YARI YAPILANDIRILMIŞ GÖRÜŞME SORULARI**

Soru:
Çözüm için izlediğin aşamaları açıklar mısın? *(Kağıt üzerinde çözümü tercih etmişse)*
Soru:
Çözüm için izlediğin aşamaları açıklar mısın? *(Dinamik program üzerinde çözümü tercih etmişse)*
Soru:
Kullandığın araçları tercih sıran ve tercih sebebini açıklar mısın? *(Dinamik program üzerinde çözümü tercih etmişse)*
Soru: Daha farklı araçlar kullanarak çözümü denemesi yapabilir misin? *(Dinamik program üzerinde çözümü tercih etmişse)*
Soru: Aynı araçları kullanarak farklı bir çözüm yapabilir misin? *(Dinamik program üzerinde çözümü tercih etmişse)*
Soru: Kağıt üzerinde çözümü ne gibi sebeplerle tercih etmedin? *(Dinamik program üzerinde çözümü tercih etmişse)*
Soru: Bu çözümden neden vazgeçtin?*(Vazgeçtiği bir çözüm denemesi var ise)*

EK [5] Veli Onay Belgesi

**VELİ ONAY BELGESİ**
**(AKADEMİK ÇALIŞMALAR İÇİN)**

Sayın Veli,

Amasya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İlköğretim ABD Matematik Eğitimi Yüksek Lisans öğrencisi Yavuz İsa AYGÜN konulu bir çalışma yürütmektedir. Yapılacak olan akademik çalışma esnasında , çocuklarla yapacağı etkinliklerin ses kayıtlarını almak istemektedir.

İlgili çalışmadaki ses kayıtlarını bu çalışma haricinde hiçbir yazılı/görsel/elektronik vb. yayın organlarında kullanılmayacaktır/yayınlanmayacaktır.

Lütfen, velisi bulunduğunuz öğrencinizin ses kayıtlarının alınıp almaması ile ilgili görüşünüşünüzü lütfen aşağıda belirtiniz.

| | |
|---|---|
| **ARAŞTIRMANIN KONUSU** | Üstün Yetenekli Öğrencilerin Geometrik Problemler Durumlarının Çözüm Sürecindeki Teknoloji Kullanım Düzeyleri |

Velisi olduğum ve aşağıda bilgileri verilen öğrencimin ilgili araştırmadaki ses kayıtlarında yer almasına **İZİN VERİYORUM.** ☐

Velisi olduğum ve aşağıda bilgileri verilen öğrencimin ilgili araştırmadaki ses kayıtlarında yer almasına **İZİN VERMİYORUM.** ☐

***VELİNİN***

| ADI SOYADI | TARİH - İMZA |
|---|---|
| | ............ / ............ / 2016 |

***ÖĞRENCİNİN***

| ADI SOYADI | SINIFI | OKUL NUMARASI |
|---|---|---|
| | | |

Yukarıda sözü edilen çalışma ile ilgili elde edeceğim ses kayıtlarını nedeni ne olursa olsun bu araştırma haricide ***KESİNLİKE KULLANMAYACAĞIMI*** taahhüt ederim.

......... / ......... / 2016

imza

**Yavuz İsa AYGÜN**
Araştırmacı

EK [6] Araştırma İzni

T.C.
GİRESUN VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 29409993-605.01-E.10144953 23.09.2016
Konu : Araştırma İzni.

VALİLİK MAKAMINA

İlgi: MEB Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü' nün 2012/13 nolu Genelgesi.

Amasya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı Tezli Yüksek Lisans öğrencisi Yavuz İsa AYGÜN, **"Üstün Yetenekli Öğrencilerin Geometrik Problemler Durumlarının Çözüm Sürecindeki Teknoloji Kullanım Düzeyleri"** konulu çalışma yapmak istemektedir. Sözü edilen çalışma; Giresun Bilim Sanat Merkezi' nde öğrenim gören 7. sınıf öğrencilerine, Mülakat Soruları (1 sayfa), GeoGebra Programının Ekran Kaydının Alınması (2 sayfa) ve Mülakat Sorularında Ses Kaydı Alınması şeklinde gerçekleştirilecektir.

Amasya Üniversitesi Rektörlüğü' nün 11.08.2016 tarih ve 15386878/044- 933 sayılı yazısı ile eklerinin, ilgi genelge doğrultusunda "Araştırma Değerlendirme Komisyonu" nca incelenmesi sonucunda, söz konusu çalışmanın; Giresun Bilim Sanat Merkezi' nde öğrenim gören 7. sınıf öğrencilerine, 28.11.2016 – 06.01.2017 tarihleri arasında, Okul Yönetiminin sorumluluğunda/gözetiminde ve planlayacağı çalışma takvimi ile gönüllülük esasına dayalı olarak, Mülakat Sorularında Ses Kaydı Alınması durumunda öğrencilerin velilerinden "Veli Onay Formu" ile yazılı izin alınarak, veli onay formlarının birer nüshasının Okul Yönetimince gerektiğinde/istendiğinde Müdürlüğümüze verilmek üzere muhafaza edilmesi, her ses kaydının başında öğrencinin bilgilendirilmesi ve sesli onayının alınması, çalışmada toplanacak sesli/yazılı verilerin sadece bu araştırma dahilinde kullanılması koşulları ile gerçekleştirilmesinde herhangi bir sakıncanın olmadığı Müdürlüğümüzce uygun değerlendirilmektedir.

Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde, olurlarınıza arz ederim.

Ergin AYBAR
Müdür a.
Müdür Yardımcısı

OLUR
23.09.2016

Necati AKKURT
Vali a.
Milli Eğitim Müdürü

Güvenli Elektronik İmzalı
Aslı İle Aynıdır
26/09/20.16
Kemal BAŞAK
Tekniker

Hükümet Konağı A Blok Zemin Üstü ve Kat:1 GİRESUN
**Elektronik Ağ :** http://giresun.meb.gov.tr
**e-posta :** arge28@meb.gov.tr

**Ayrıntılı bilgi için :** Kemal BAŞAK / Tekniker
Strateji Geliştirme Şubesi
**Tel :** (454) 215 75 25 - 136 **Faks :** (454) 215 75 22

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. http://evraksorgu.meb.gov.tr adresinden eac5-ecf0-315c-a669-3528 kodu ile teyit edilebilir.

# ÖZGEÇMİŞ

## KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı: Yavuz İsa AYGÜN
Doğum Yeri: Eskişehir
Doğum Tarihi: 15/08/1987

## EĞİTİM DURUMU

Lisans Öğrenimi: Gazi Üniversitesi, Gazi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği
Yüksek Lisans Öğrenimi: Amasya Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik Eğitimi
Bildiği Yabancı Diller: İngilizce

## BİLİMSEL FAALİYETLERİ

Aygün, Y. İ., Tekin, B. (2015). 5. sınıf öğrencilerinin üslü sayılar konusunun modellenmesi süreciyle ilgili görüşleri. *24. Uluslararası Eğitim Bilimleri Kongresi*, 16-18 Nisan 2015 Niğde.

Aygün, Y. İ., Orbay, K., Aydın-Güç, F., (2017). Üstün yetenekli tanısı konmuş 7.sınıf öğrencilerinin kağıt-kalem ve dinamik matematik yazılımları ile çözüm süreçlerinin matematiksel düşünme aşamaları açısından karşılaştırılması. *26. Ulusal Eğitim Bilimleri Kongresi*, 20-23 Nisan 2017, Antalya.

## İŞ DENEYİMİ

Turgut Özal Ortaokulu Bulanık/MUŞ, 2010-2011
Doğankent Ortaokulu Doğankent/GİRESUN, 2011-2015
Şht. Yzb. İsmail Hakkı Öztopal Ortaokulu Dereli/GİRESUN, 2015-2019
Şht. İsmail Kefal Anadolu İmam Hatip Lisesi Keşap/GİRESUN, 2019-…

## İLETİŞİM

yavuzisa@hotmail.com