EGE ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

(YÜKSEK LİSANS TEZİ)

E6 MODELİNİN ÖNGÖRDÜĞÜ İZOSİNGLET KUARKIN OLUŞTURDUĞU KUARKONYUMUN GELECEĞİN ÇARPIŞTIRICILARINDA ARAŞTIRILMASI

Çağla ÇAĞLAR

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Rena ÇİFTÇİ

Fizik Anabilim Dalı

Sunuş Tarihi : 04.01.2019

Ocak 2019



Çağla ÇAĞLAR tarafından YÜKSEK LİSANS tezi olarak sunulan "E₆ MODELİNİN ÖNGÖRDÜĞÜ İZOSİNGLET KUARKIN OLUŞTURDUĞU KUARKONYUMUN GELECEĞİN ÇARPIŞTIRICILARINDA ARAŞTIRILMASI" başlıklı bu çalışma EÜ Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliği ile EÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Eğitim ve Öğretim Yönergesi'nin ilgili hükümleri uyarınca tarafımızdan değerlendirilerek savunmaya değer bulunmuş ve 04.01.2019 tarihinde yapılan tez savunma sınavında aday oybirliği/oyçokluğu ile başarılı bulunmuştur.

Jüri Üyeleri:

Jüri Başkanı : Prof. Dr. Cüneyt Çeliktaş

Raportör Üye: Doç. Dr. Rena ÇİFTÇİ

Üye

: Doç. Dr. Gürsoy Bozkurt AKGÜÇ



EGE ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ETİK KURALLARA UYGUNLUK BEYANI

EÜ Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliğinin ilgili hükümleri uyarınca Yüksek Lisans Tezi / Doktora Tezi olarak sunduğum "E6 MODELİNİN **ÖNGÖRDÜĞÜ IZOSINGLET KUARKIN OLUŞTURDUĞU KUARKONYUMUN** GELECEĞİN **CARPIŞTIRICILARINDA** ARAŞTIRILMASI" başlıklı bu tezin kendi çalışmam olduğunu, sunduğum tüm sonuç, doküman, bilgi ve belgeleri bizzat ve bu tez çalışması kapsamında elde ettiğimi, bu tez çalışmasıyla elde edilmeyen bütün bilgi ve yorumlara atıf yaptığımı ve bunları kaynaklar listesinde usulüne uygun olarak verdiğimi, tez çalışması ve yazımı sırasında patent ve telif haklarını ihlal edici bir davranışımın olmadığını, bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversite veya diğer bir üniversitede başka bir tez çalışması içinde sunmadığımı, bu tezin planlanmasından yazımına kadar bütün safhalarda bilimsel etik kurallarına uygun olarak davrandığımı ve aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul edeceğimi beyan ederim.

0.41 0.11 20.19

Çağla ÇAĞLAR



ÖZET

E6 MODELİNİN ÖNGÖRDÜĞÜ İSOSİNGLET KUARKIN OLUŞTURDUĞU KUARKONYUMUN GELECEĞİN ÇARPIŞTIRICILARINDA ARAŞTIRILMASI

Çağla ÇAĞLAR

Yüksek Lisans Tezi, Fizik Anabilim Dalı Tez Danışmanı: Doç. Dr. Rena ÇİFTÇİ Ocak 2019, 64 sayfa

Standart Model'in uzantısı olan, elektrozayıf-güçlü kuvvetin birleşim grubu E_6 'nın alt grubu olan $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$ yerel ayar grubu, izosinglet kuarkların ve yeni ayar bozonlarının varlığını öngörmektedir. Bu tez çalışmasında, modelin öngördüğü izosinglet kuarkın oluşturduğu kuarkonyumun oluşum koşulları, mümkün bozunum kanalları araştırılmıştır. Ayrıca modelin öngördüğü izosinglet kuark ve η_D kuarkonyumun geleceğin çarpıştırıcılarında üretimi incelenmiştir.

Anahtar Sözcükler: izosinglet kuark, kuarkonyum, Standart Model, Büyük Birleşim Teorisi, E₆ Modeli



ABSTRACT

SEARCH FOR QUARKONIUM CONSISTS OF E₆ MODEL PREDICTED ISOSINGLET QUARK AT FUTURE COLLIDERS

ÇAĞLAR, Çağla

MSc in Physics

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Rena ÇİFTÇİ

January 2019, 64 pages

An extension of the Standard Model to the local gauge group $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$, which is a subgroup of the electroweak-strong unification group E₆, predicts isosinglet quarks and new gauge bosons. In this thesis, isosinglet quarkonium formation and its decay channels are investigated. In addition, the production of isosinglet quark and η_D quarkonium at future colliders are researched.

Keywords: isosinglet quark, quarkonium, Standard Model, Grand Unification Theory, E₆ Model



TEŞEKKÜR

Yüksek lisans tez konumu seçim sürecinde, kaynak desteği sağlayan ve zaman ayıran tez danışmanım Sayın Doç. Dr. Rena ÇİFTÇİ'ye,

Kazandırdıkları bilgi birikimiyle ufkumu açan ve bana yorum yapabilme yeteneği kazandıran değerli hocalarım Sayın Prof. Dr. Durmuş Ali DEMİR'e ve Sayın Prof. Dr. Murat GERÇEKLİOĞLU'na,

Eğitim hayatım boyunca, verdikleri moral ve destekle her daim yanımda olan sevgili aileme teşekkürü borç bilirim.





İÇİNDEKİLER

ÖZETvii
ABSTRACTix
TEŞEKKÜRxi
Şekiller Dizinixv
Çizelgeler Dizinixviii
Simgeler ve Kısaltmalar Dizinixv
1. GİRİŞ1
2. PARÇACIK FİZİĞİNİN STANDART MODELİ
2.1 Standart Model'in Açıklık Getiremediği Konular4
3. E ₆ BÜYÜK BİRLEŞİM TEORİSİ MODELİ7
3.1 E ₆ Modelinin Parçacık İçeriği8
3.2 E ₆ Modelinin Ayar Bozon İçeriği 8
3.3 E ₆ Modelindeki Kuark Sektörünün Demokratik Kütle Matrisinin Genel Yapısı
3.3.1 Standart modeldeki 3 ailede demokrasi10
3.3.2 E ₆ modelindeki 1 aile için kütle matrisi 10
3.3.3 E ₆ modelindeki 3 aile için kütle matrisi 12
4. E ₆ Modeli İzosinglet Kuarkonyası14
4.1 Kuarkonyum
4.2 İzosinglet Kuarkonyumun Oluşumu18
4.3 E₆ Modeli İzosinglet Kuarkonyanın Bozunum Kipleri ve Bant Genişlikleri20
4.4 E ₆ Modelinin Öngördüğü İzosinglet Kuark ve Kuarkonyanın Üretimi 31
4.4.1 İzosinglet kuarkın üretimi

İÇİNDEKİLER (devam)

	<u>Sayfa</u>
4.4.2 Kuarkonyanın üretimi	34
5. MATERYAL VE YÖNTEM	37
5.1 Yüksek Enerji Fiziğinde Kullanılan Bilgisayar Programları	37
6. BULGULAR VE TARTIŞMA	
6.1 E ₆ Modeli İzosinglet Kuarkonyumun Oluşum Koşulu	
6.2 η_D Kuarkonyasının Mümkün Olan Bozunum Süreçleri İçin Bant Genişlikleri	
6.3 E ₆ Modelinin Öngördüğü İzosinglet Kuarkın Çift Üretimi	44
6.4 η_D Kuarkonyasının Üretimi	46
6. SONUÇ	57
KAYNAKLAR DİZİNİ	59
ÖZGEÇMİŞ	61
EK AÇIKLAMALAR	62
EK 1 Bozunum Oranı	62
EK 2 Üretim Tesir Kesiti	63

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Şekil</u> <u>Say</u>	<u>fa</u>
Şekil 2.1 Standart Model'in fermiyon ve ayar bozon içeriği	4
Şekil 3.1 Büyük Birleşim Teorisi ile elektrozayıf ve güçlü kuvvetlerin yüks enerjilerde birleşmesi	sek 7
Şekil 4.1 (a) $\eta_D \rightarrow f\bar{f}$ ve (b) $\psi_D \rightarrow f\bar{f}$ bozunum kiplerinin Feynman diyagraml	arı 20
Şekil 4.2 (a) $\eta_D \to gg$ ve (b) $\psi_D \to ggg$ bozunum kiplerinin Feynm diyagramları	nan 22
Şekil 4.3 $\eta_D \rightarrow \gamma\gamma$ ve bozunum kipinin Feynman diyagramı (a) t-kanalı ile, u-kanalı ile	(b) 23
Şekil 4.4 $\psi_D \rightarrow gg\gamma$ bozunum kipinin Feynman diyagramı	24
Şekil 4.5 $\eta_D(\psi_D) \rightarrow q \overline{q'}$ bozunum kipinin Feynman diyagramı	24
Şekil 4.6 $\eta_D(\psi_D) \rightarrow Z'\gamma$ bozunum kipinin Feynman diyagramı (a) t-kanalı i (b) u-kanalı ile	ile, 25
Şekil 4.7 $\eta_D(\psi_D) \rightarrow Z'Z'$ bozunum kipinin Feynman diyagramı (a) t-kanalı i (b) u-kanalı ile	ile, 26
Şekil 4.8 (a) $\eta_D \rightarrow Z'$ H bozunum kipinin Feynman diyagramı	27
Şekil 4.9 $\psi_D \rightarrow Z'$ H bozunum kipinin Feynman diyagramı (a) t-kanalı ile, (u-kanalı ile	(b) 27
Şekil 4.10 $\eta_D(\psi_D) \to D\bar{q}K$ veya $\eta_D(\psi_D) \to \bar{D}qK$ bozunum kipinin Feynm diyagramı	ian 28
Şekil 4.11 $\psi_D \rightarrow \gamma H$ bozunum kipinin Feynman diyagramı (a) t-kanalı ile, (u-kanalı ile	(b) 29

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

Şekil	<u>Sayfa</u>
Şekil 4.12 H^{\pm} aracılığıyla SQD Feynman diyagramı	30
Şekil 4.3 $\eta_D(\psi_D) \to K^+K^-$ ve $\eta_D(\psi_D) \to K^0\overline{K^0}$ bozunum kiplerinin F diyagramları	eynman 30
Şekil 4.14 $\psi_D \rightarrow K^+K^-$ ve $\psi_D \rightarrow W^+W^-$ bozunum kiplerinin F diyagramı	eynman 31
Şekil 4.15 FCC-hh'da çift üretim	34
Şekil 4.16 FCC-eh'da çift üretim	34
Şekil 4.17 E ₆ modeli (a) η_D ve (b) ψ_D izosinglet kuarkonyanın pp çarpışmalarında üretildiği süreçler	ve p <u>p</u> 35
Şekil 6.1 Kuarkonyum potansiyel modelleri	48
Şekil 6.2 K^{\pm} bozonları aracılığıyla izosinglet kuarkonyumun oluşumu	49
Şekil 6.3 K^{\pm} ve K^{0} bozonları aracılığıyla izosinglet kuarkonyumun oluş	jumu 49
Şekil 6.4 $\eta_D \rightarrow f\bar{f}$ sürecinin bozunum bant genişliği	50
Şekil 6.5 $\eta_D \rightarrow$ gg sürecinin bozunum bant genişliği	50
Şekil 6.6 $\eta_D \rightarrow \gamma \gamma$ sürecinin bozunum bant genişliği	51
Şekil 6.7 $M_{K^{\pm}} = 2 \text{ TeV ve } M_{Z'} = 1 \text{ TeV için } \eta_D \rightarrow q\overline{q'}$ sürecinin bozunı genişliği	um bant 51
Şekil 6.8 $\eta_D \rightarrow Z'\gamma$ sürecinin bozunum bant genişliği	52
Şekil 6.9 $\eta_D \rightarrow Z'Z'$ sürecinin bozunum bant genişliği	52
Şekil 6.10 $\eta_D \rightarrow Z'H$ sürecinin bozunum bant genişliği	53

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

<u>Şekil</u> <u>Say</u>	<u>/fa</u>
Şekil 6.11 Kuarkonyumun tekli kuark bozunumu için bant genişliği (SQD)	53
Şekil 6.12 H^{\pm} bozonu aracılığıyla SQD için bozunum bant genişliği	54
Şekil 6.13 $\eta_D \to K^+K^-$ sürecinin bozunum bant genişliği	54
Şekil 6.14 η_D kuarkonyasının toplam bozunum bant genişliği	55
Şekil 6.15 η_D kuarkonyasının bozunum kiplerinin dallanma oranları	55
Şekil 6.16 İzosinglet kuarkın üretim tesir kesiti	56
Şekil 6.17 İzosinglet kuarkonyanın üretim tesir kesiti	56

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge	<u>Sayfa</u>
Çizelge 3.1 E ₆ modelinin kuark içeriği	8
Çizelge 4.1 Kuarkonyum durumlarının kuantum sayıları	15
Çizelge 4.2 HL-LHC, HE-LHC ve FCC-hh'nun \sqrt{s} ve ışınlık değerleri	33
Çizelge 6.1 E ₆ modeli izosinglet kuarkonyumun oluşumu	39
Çizelge 6.2 $\eta_D \rightarrow f\bar{f}$ sürecinin bozunum bant genişliği	40
Çizelge 6.3 $\eta_D \rightarrow$ gg sürecinin bozunum bant genişliği	40
Çizelge 6.4 $\eta_D \rightarrow \gamma \gamma$ sürecinin bozunum bant genişliği	41
Çizelge 6.5 $M_{K^{\pm}} = 2 \text{ TeV ve } M_{Z'} = 1 \text{ TeV için } \eta_D \rightarrow q\overline{q'}$ sürecinin bo bant genişliği	zunum 41
Çizelge 6.6 $\eta_D \rightarrow Z' \gamma$ sürecinin bozunum bant genişliği	42
Çizelge 6.7 $\eta_D \rightarrow Z'Z'$ sürecinin bozunum bant genişliği	42
Çizelge 6.8 $\eta_D \rightarrow Z'H$ sürecinin bozunum bant genişliği	43
Çizelge 6.9 Kuarkonyumun tekli kuark bozunumu için bant genişliği (SQ	2D) 43
Çizelge 6.10 H^{\pm} bozonu aracılığıyla SQD için bozunum bant genişliği	44
Çizelge 6.11 $\eta_D \to K^+ K^-$ sürecinin bozunum bant genişliği	44
Çizelge 6.12 İzosinglet kuarkın çift üretimi	45
Çizelge 6.13 İzosinglet kuarkın HL-LHC ve HE-LHC'de çift üretimi iç sayıları	in olay 45
Çizelge 6.14 İzosinglet kuarkın FCC'da çift üretimi için olay sayıları	46
Çizelge 6.15 Kuarkonyumun çift üretimi	47

<u>Çizelge</u> <u>Sayt</u>	f <u>a</u>
Çizelge 6.16 Kuarkonyumun HL-LHC ve HE-LHC'de üretimi için olay sayıl	arı
Çizelge 6.17 Kuarkonyumun FCC'de üretimi için olay sayıları	47 48



SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

Simgeler	<u>Açıklamaları</u>
α_s	Güçlü etkileşimin çiftlenim sabiti
λ_{iL}	Gell-Mann matrisleri
М	Kütle matrisi
h	Yukawa sabiti
c	Yük eşleniği operatörü
g	SU(2) çiftlenim sabiti
L	Yörüngesel açısal momentum
J	Toplam açısal momentum
V(r)	Potansiyel enerji
Г	Bozunum bant genişliği
τ	Yarı ömür
σ	Üretim tesir kesiti
G_F	Fermi sabiti
g_W	Zayıf etkileşme sabiti
$ R_{S}(0) ^{2}$	Dalga fonksiyonu
$\Lambda_{\overline{MS}}$	\overline{MS} çıkarma düzeninde QCD skala parametresi
η	Higgs alanının vakumda beklenen değeri
S	Kütle merkezi enerjisi
L	Işınlık (lüminosite)
<u>Kısaltmalar</u>	
SM	Standart Model
QCD	Quantum Chromodynamics

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ (devam)

<u>Kısaltmalar</u>

QED	Quantum Electrodynamics
VEV	Vacuum Expectation Value (Vakumda Beklenen Değer)
CERN	Conseil Europeen pour la Recherche Nucleaire
BNL	Brookhaven National Laboratory
SLAC	Stanford Linear Accelarator Center
LEP	Large Elektron Positron Collider
HL-LHC	High Luminosity Large Hadron Collider
HE-LHC	High Energy Large Hadron Collider
FCC	Future Circular Collider
SINP	Skobeltysyn Institute of Nuclear Physics
MSSM	Minimal Supersymmetric Standard Model
SQD	Single quark decay



1. GİRİŞ

Fizikçiler, yirminci yüzyılın başlarında, proton, nötron ve elektron olmak üzere sadece üç tane temel parçacık olduğuna inanıyordu. Fakat parçacık hızlandırıcı ve dedektör teknolojilerinde yapılan iyileştirmeler, çok daha fazla yeni parçacık listeleri oluşturmamızı sağladı. Bu keşiflerle birlikte bilim insanları, parçacıkları temel düzeyde açıklayabilmek için daha basit ve birleşik bir teori aramaya başladılar ve bunun sonucunda Parçacık Fiziğinin Standart Modeli olarak bilinen bir teori ortaya çıktı. Günümüzde tarihin en çok desteklenen bilimsel teorilerinden biri olan bu model, temel parçacıklar ve onların aralarındaki etkileşime aracılık eden ayar bozonlarından oluşan tablonun ardındaki temel yapıyı inanılmaz bir hassasiyetle açıklamaktadır.

Fakat her teoride olduğu gibi Standart Model'de de giderilmesi gereken bir takım sorunlar ve eksiklikler bulunmaktadır. Standart Model'deki (SM) aile sayıları, elle girilen parametreler, madde-antimadde asimetrisi, yük kuantizasyonu, hiyerarşi problemi, yük parite ihlali, karanlık madde ve karanlık enerji, nedeni açıklanamayan sorunlardan birkaçıdır. Dolayısıyla birçok fizikçi, Standart Model'in aslında daha temel bir teoriden türemiş olan etkin bir model olduğunu düşünmektedir. Bu sebeple Standart Model'in ötesine geçmemiz, yani onu genişletmemiz gerekmektedir.

İlk olarak Feza Gürsey ve çalışma arkadaşları tarafından önerilen E_6 Büyük Birleşim Kuramı Modeli'ni Standart Model'in fermiyon sektörünü genişletmek için ele alabiliriz. $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$ yerel ayar grubu ise, elektrozayıf-güçlü kuvvetlerin birleşim grubu E_6 'nın bir alt grubudur. Belki de en iyi yaklaşım SM'den olabildiğince az sapmalıdır. Bu bakımdan $SU(3)_L \otimes U(1)_X$ çeşni grubu olarak literatürde birçok kez öne sürülmüştür. Bu tez çalışmasında, E_6 Modeli'nin öngördüğü izosinglet kuarkın oluşturduğu kuarkonyumun oluşum koşulları, üretimi ve çeşitli bozunum kanalları araştırılmıştır.

Tez çalışması 6 bölümden oluşmaktadır. İlk bölümde Standart Model tanıtılmış ve modelin açıklık getiremediği sorulara değinilmiştir. Bölüm 3'de E_6 Büyük Birleşim Teorisi Modeli, 3.1 ve 3.2'de ise modelin öngördüğü yeni parçacık ve ayar bozonları içeriği gösterilmiş, bunların kuantum sayıları ve kütle bağıntıları verilmiştir. Bölüm 3.3'de Standart Model'deki ve E₆ Model'indeki 1 ve 3 aileli durumlar için demokratik kütle matrisinin genel yapısı gösterilmiştir.

Dördüncü bölümde, ağır kuarkların oluşturduğu bağlı durum olan kuarkonya sistemi ve bu bağlı durum için çeşitli potansiyel modelleri anlatılmıştır. Bölüm 4.2'de E₆ Modeli'nin öngördüğü izosinglet kuarkın oluşturacağı kuarkonyumun oluşum koşulları, üç farklı yaklaşım kullanılarak ele alınmıştır. Bölüm 4.3'de ise oluşacak olan kuarkonyumun mümkün olan bozunum kanalları, bu kanallara ait Feynman diyagramları, bozunum bant genişliği bağıntıları ve 4.4'de de üretim tesir kesiti bağıntılarına yer verilmiştir. Ayrıca yine bu bölümde, parçacık hızlandırıcıları ile ilgili özet bir bilgi verilmiş ve izosinglet kuarkonyumun üretilebileceği çarpıştırıcı çeşitleri, kütle merkezi enerjisi ve ışınlık değerlerine göre karşılaştırılmıştır.

Bölüm 5'de yüksek lisans eğitimim boyunca öğrendiğim ve tez çalışmamda yaptığım hesaplar için yararlandığım, yüksek enerji fiziğinde kullanılan bazı simülasyon programları hakkında kısaca bilgi verilmiştir.

Bulgular ve Tartışma bölümünde, izosinglet kuarkın bağlı durum oluşturabilmesi için gereken koşullar açıklanmıştır. İzosinglet kuarkın ve kuarkonyanın üretim tesir kesitleri çeşitli kütle merkezi enerjisi ve ışınlık değerleri için hesaplanmış ve grafikleri verilmiştir. Daha sonra çeşitli çarpıştırıcılarda yıllık meydana gelecek olay sayıları hesaplanmış ve karşılaştırılmıştır. Oluşacak olan η_D kuarkonyumun mümkün olan bozunum kanallarının bozunum bant genişlikleri hesaplanmış, tablo ve grafikleri de verilmiştir.

Sonuç kısmında ise elde edilen bulgular yorumlanmış, özellikle izosinglet kuarkonyumun baskın olan bozunum kanalları tartışılmıştır.

2. PARÇACIK FİZİĞİNİN STANDART MODELİ

Parçacık Fizikçileri 1950'li yıllardan başlayarak evreni meydana getiren temel yapı taşları ve onların aralarındaki temel etkileşimleri açıklayan Standart Model adlı bir teori geliştirmiştir. Maddeyi oluşturan yarı tam sayı değerinde spinli parçacıklar fermiyonlar, bu parçacıklar arasındaki aracı kuvvet taşıyıcı parçacıklar ise tam sayı değerinde spine sahip bozonlardır. Kuarklar ve leptonlar fermiyon sınıfına dahil olmaktadır. Kuarklar; yukarı/aşağı, tılsım/garip ve üst/alt olmak üzere üç aile halinde toplam altı çeşittir. Ayrıca elektron/elektron nötrinosu, müon/müon nötrinosu ve tau/tau nötrinosu şeklinde altı çeşit lepton bulunmaktadır. Bu temel parçacıkların herhangi bir iç yapısı yoktur. Bütün temel parçacıkların bu listeden ibaret olup olmadığı bilinmemektedir. Çünkü evrendeki temel parçacıkların sayısına ilişkin bir limit bulunmamaktadır.

Parçacık fiziğinde, simetrileri anlamak için Norveç'li matematikçi Sophus Lie'nin çalışması olan Lie cebiri yöntemi kullanılır. Standart Model'in yerel ayar grubu, SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y şeklinde Lie cebiri kısaltması kullanılarak ifade edilir. Burada SU(3), kuantum renk dinamiğinin üç boyutlu simetrisi, yani güçlü kuvvete karşılık gelmektedir. Üç boyuttan kastedilen, kuarklarda bulunan üç farklı renk yüküdür (kırmızı, yeşil ve mavi). Kuark etkileşimleri SU(3) ayar dönüşümü altında değişmezdir. Yani farklı renk yüküne sahip kuarklar aynı biçimde etkileşmektedir. SU(2)_L \otimes U(1)_Y kısmı ise bir ve iki boyutlu simetriyi birleştirerek elektrozayıf modeli oluşturur. U(1), elektromanyetik etkileşime karşılık gelmekte ve bu simetri ile elektrik yükü korunmaktadır. Zayıf izospinin korunduğu SU(2) ayar simetrisi ise zayıf etkileşime karşılık gelir. Bu simetrilerin altındaki dönüşüm grupları, kuvvet taşıyıcı parçacıklar olan ayar bozonlarına denk gelmektedir.

Bu bozon türündeki kuvvet taşıyıcı parçacıklar, evrendeki dört temel kuvvetten elektromanyetik etkileşime aracılık eden foton, güçlü etkileşime aracılık eden gluon, zayıf etkileşime aracılık eden W^{\pm} ve Z bozonları olarak adlandırılmaktadır. Temel etkileşim kuvvetlerinden bir diğeri ise kütleçekim kuvvetidir. Fakat bu kuvvet Standart Model'e dahil edilememektedir. Bu, günümüzde parçacık fiziğinde cevapsız kalmış en büyük sorulardan biridir. Kütleçekim kuvvetine aracılık eden parçacığın graviton olduğu tahmin edilmektedir. Fakat böyle bir parçacık henüz deneylerde gözlenmemiştir. Standart Model'in keşfedilen son parçacığı ise Higgs bozonudur. Bu parçacık, teorinin kritik bir bileşenidir. Kuarklar, leptonlar ve bozonlar gibi temel parçacıklara kütle kazandıran mekanizma, Higgs bozonunun keşfi ile doğrulanmıştır. Kuantum alanlarla tasvir edilen ve bu alanların kuantumu olan parçacıklar, Higgs alanı ile etkileşimlerinin derecesine göre kütle kazanmaktadır. Standart Model'deki temel parçacıklar ve ayar bozonları Şekil 2.1'de listelenmiştir.



Şekil 2.1 Standart Model'in fermiyon ve ayar bozon içeriği

Bunlara ilave olarak her parçacığın kendisiyle aynı kütleye, fakat zıt işarete sahip bir antiparçacığı bulunmaktadır. Madde ve antimadde biraraya geldiklerinde birbirlerini yok etmekte ve $E=mc^2$ denkleminden bildiğimiz üzere enerjiye dönüşmektedir.

2.1 Standart Model'in Açıklık Getiremediği Konular

Standart Model bugüne kadar yapılan tüm deneysel gözlemlerle tutarlı olan, iyi bir teoridir. Altı çeşit kuark, altı çeşit lepton ve dört temel etkileşim kuvveti ile evrenin yapısı hakkında birçok soruya cevap verebilmektedir. Fakat tamamlanmış bir teori değildir. Çünkü hala cevaplayamadığı sorular vardır. Bu sorulara kısaca değinmek gerekirse;

- SM'de teoriyle açıklama getirilemeyen birçok bağımsız parametre bulunmaktadır. Parametrelerden biri temel parçacıkların kütleleridir. Higgs alanıyla etkileşerek kütle kazanan bu parçacıkların kütle çeşitliliğinin kaynağı nedir?
- Bildiğimiz gibi kuark ve lepton çiftleri üç aile halinde sınıflandırılmaktadır. Bununla birlikte evrende gözlemlediğimiz maddenin neredeyse tamamı birinci ailenin üyelerinden meydana gelmektedir. O halde neden üç aile bulunmaktadır?
- Modeldeki aileler birbirleriyle karışmaktadır. Bu çeşni karışımı, tıpkı aile sayısı gibi neye göre belirlenmektedir?
- Fizikçiler uzun yıllar boyunca üst kuark haricinde tüm kuarkların kütlesini bilmiş olsalar bile, deneysel kanıt olmadan üst kuarkın kütlesini doğru bir şekilde tahmin edemediler. Neden Standart Model bir parçacığın kütlesini öngöremiyor?
- Kütleçekim kuvveti kuantum alanları ile tarif edilememekte ve Standart Model'e dahil edilememektedir.
- Diğer tüm şartlar eşit olursa, parçacıklar üzerine en büyük etkiyi güçlü kuvvet yapmaktadır. En küçük etkiyi yapan da zayıf kuvvettir. Hiyerarşi problemi olarak adlandırılan aradaki bu büyük farkın kaynağı nedir?
- Eğer madde ve antimadde arasında bir simetri olduğuna inanıyorsak, neden hiç antimadde gözlemlemiyoruz?
- Yük-Parite ihlali tam olarak anlaşılamamıştır.
- Parçacıkların elektrik yükleri neden kuantize edilmiş şekildedir?
- Elektromanyetik alanlarla etkileşime girmediği için doğrudan gözlemleyemediğimiz karanlık madde SM tarafından açıklanamamaktadır.

Tüm bu cevaplanamayan sorular bize, Standart Model'in yeterli olmadığını ve onun ötesine geçmemiz gerektiğini göstermektedir.

Örneğin, Einstein'ın Rölativite Teorisi, Newton'un mekanik yasalarının genişletilmiş halidir. Newton'un mekanik yasaları doğrudur. Fakat onun teorisi, sadece hızın ışık hızından çok daha küçük olduğu durumlarda çalışmaktadır. Einstein'ın yaptığı, Rölativite Teorisi sayesinde Newton fiziğini genişletmek olmuştur. Yukarıda maddeler halinde sıraladığımız birçok fenomeni iyi bir şekilde açıklayabilmek için Standart Model'i de genişletmemiz gerekmektedir.



3. E₆ BÜYÜK BİRLEŞİM TEORİSİ MODELİ

Günümüzde parçacık fiziğinin başlıca hedeflerinden biri, Büyük Birleşim Teorisi ile doğadaki dört temel kuvvetten üçünü birleştirerek, evrendeki yasaların işleyişini daha zarif bir şekilde açıklayabilmektir. Daha önce, James Clerk Maxwell elektrik ve manyetizmayı birleştirmeyi başarmıştır ve bunun klasik formulasyonunu yapmıştır. Elektromanyetik etkileşmeleri tanımlayan fiziksel teoriye Kuantum Elektrodinamiği (QED) denir. Elektrodinamiğin kuantum teorisi 1940'lı yıllarda Tomonaga, Feynman ve Schwinger tarafından geliştirilmiştir. Zayıf etkileşmelerin ilk teorisi ise 1933 yılında Fermi tarafından verilmiş, daha sonra 50'li yıllarda Lee ve Yang, Feynman ve Gell-Mann ve başkaları tarafından geliştirilmiştir. 60'lı yıllarda Glashow, Weinberg ve Salam zayıf ve elektromanyetik etkileşimleri birleştirmeyi başarmıştır. Güçlü etkileşmeler için öncü çalışma 1914 yılında Yukawa tarafından yapılsa da teorisi 70'li yılların ortalarında oluşturulmuştur. Güçlü etkileşmelerin teorisine Kuantum Kromodinamiği (QCD) denir. Büyük Birleşim Teorisi ise elektrozayıf ve güçlü kuvvetleri birleştirmeyi hedeflemektedir. Aslında bu üç kuvvetin, aynı kuvvetin farklı tezahürleri olduğu düşünülmektedir. Elektromanyetik, zayıf ve güçlü kuvvetler, kısa mesafelerde ve yüksek enerjilerde giderek birbirine benzer hale gelir. Şekil 3.1'de bu üç kuvvetin yüksek enerjilerde birleştiği görülmektedir.



Şekil 3.1 Büyük Birleşim Teorisi ile elektrozayıf ve güçlü kuvvetlerin yüksek enerjilerde birleşmesi

E₆ Büyük Birleşim Teorisi Model'i ilk olarak, Feza Gürsey ve çalışma arkadaşları tarafından önerilmiştir. $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$ yerel ayar grubu ise, elektrozayıf-güçlü kuvvetlerin birleşim grubu E₆'nın bir alt grubudur. E₆ Model'ini Standart Model'in fermiyon ve ayar bozonu sektörünü genişletmek için ele alabiliriz.

3.1 E₆ Modelinin Parçacık İçeriği

İlk olarak modelin fermiyon içeriğini inceleyelim. E₆ modeli, model çeşitlerine bağlı olarak, izosinglet kuarklar ve leptokuarklar gibi bir takım yeni parçacıklar öngörmektedir (Sanchez, 2001). Son zamanlarda, deneysel olarak 1.3 TeV'in altında kütleye sahip olan aşağı tip vektör benzeri kuarklar, %95 güvenirlilik ile dışlanmaktadır. Modelimizin kuark içeriği aşağıdaki tabloda verilmektedir.

Çizelge 3.1 E6 modelinin kuark içeriği

$Q_L^{\alpha} = \begin{pmatrix} u_{\alpha} \\ d_{\alpha} \\ D_{\alpha} \end{pmatrix}_L$	$u^{c}_{\alpha L}$	$d^c_{\alpha L}$	$D^{c}_{\alpha L}$
(3, 3, 0)	$(3^*, 1, -\frac{2}{3})$	$(3^*, 1, \frac{1}{3})$	$(3^*, 1, \frac{1}{3})$

Burada $\alpha = 1, 2, 3$ olmak üzere. SM'deki üç aileye karşılık gelmektedir. Parantez içindeki sayılar (SU(3)_C, SU(3)_L, U(1)_X) kuantum sayıları olup X, ayar grubunun Q= $\frac{1}{2}\lambda_{3L}+\frac{1}{2\sqrt{3}}\lambda_{8L}+XI_3$ elektrik yükü üreticilerinde ortaya çıkmaktadır. λ_{iL} , i = 1, 2,...,8 olmak üzere SU(3)_L için Gell-Mann matrisleridir ve I₃ ise birim matristir.

3.2 E₆ Modelinin Ayar Bozon İçeriği

Bu modelde toplam 17 tane ayar bozonu bulunmaktadır. Bu ayar alanlarından 1 tanesi U(1)_X, 8 gluon alanı SU(3)_C (kütlesiz) ve 8 tanesi de SU(3)_L ile ilişkilidir. SU(3)_L'nin 8 ayar alanı için X=0'dır. W^{\pm} , K^{\pm} , K^{0} ve \overline{K}^{0} elektrozayıf sektördeki yüklü ayarlı bozonlarıdır. Modelimizde K^{\pm} bozonları W^{\pm} bozonlarıyla karışmamaktadır. Simetri kırılımından sonra ayar bozonları aşağıdaki kütleleri kazanmaktadır:

$$m_{W^{\pm}}^{2} = \frac{g}{\sqrt{2}} \left(\eta^{2} + {\eta'}^{2} \right)$$
(3.2.1)

$$m_{K^{\pm}}^2 = \frac{g}{\sqrt{2}} (2M^2 + \eta'^2) \tag{3.2.2}$$

$$m_{K^0}^2 = \frac{g}{\sqrt{2}} \left(2M^2 + \eta^2 \right) \tag{3.2.3}$$

Bu modelde üç tane Higgs alanı bulunmaktadır. Higgs alanlarının vakumda beklenen değerleri şu şekildedir:

$$VEV(\varphi_1) = (0,0,M)^T,$$

$$VEV(\varphi_2) = (0,\eta/\sqrt{2},0)^T,$$

$$VEV(\varphi_3) = (\eta'/\sqrt{2},0,0)^T$$

burada $M > \eta \sim \eta' \sim 250 \text{GeV'dir.}$

Yüklü vektör alanları ile kuarklar arasındaki etkileşimleri veren Hamiltonyen aşağıdaki gibidir:

$$H^{CC} = \frac{g}{\sqrt{2}} \sum_{i=1}^{3} \left[W^{+}_{\mu} (\bar{u}_{iL} \gamma^{\mu} d_{iL}) + K^{+}_{\mu} (\bar{u}_{iL} \gamma^{\mu} D_{iL}) + K^{0}_{\mu} (\bar{d}_{iL} \gamma^{\mu} D_{iL}) \right] + h.c.$$
(3.2.4)

burada i = 1, 2, 3 Standart Model'deki 3 aileye karşılık gelmektedir. Dikkat edersek, K^{\pm} ve K^0 (\overline{K}^0) bozonları zayıf izospini ihlal etmektedir.

Modelimizdeki üç tane yüksüz ayar bozonunun kütle terimi:

$$H^{NC} = e \sum_{i=1}^{3} A^{\mu} J_{\mu}(EM) + \frac{g}{\cos\theta_{W}} \sum_{i=1}^{3} Z^{\mu} J_{\mu}(Z) + \frac{g'}{\sqrt{3}} \sum_{i=1}^{3} Z'^{\mu} J_{\mu}(Z') + \text{h.c} (3.2.5)$$

şeklindedir. $J_{\mu}(\text{EM})$, $J_{\mu}(Z)$ ve $J_{\mu}(Z')$ yüksüz akımları ise aşağıda verilmiştir:

$$J_{\mu}(\mathrm{EM}) = \frac{2}{3} \overline{u} \gamma_{\mu} u - \frac{1}{3} \overline{d} \gamma_{\mu} d - \frac{1}{3} \overline{D} \gamma_{\mu} D$$

$$J_{\mu}(Z) = \frac{1}{2} \left(\overline{u}_{L} \gamma_{\mu} u_{L} - \overline{d}_{L} \gamma_{\mu} d_{L} \right) - sin^{2} \theta_{W} J_{\mu}(\mathrm{EM})$$

$$J_{\mu}(Z') = \tan \theta_{W} J_{\mu}(\mathrm{EM}) - sin^{-1} 2\theta_{W} \overline{u}_{L} \gamma_{\mu} u_{L} - tan^{-1} 2\theta_{W} \overline{d}_{L} \gamma_{\mu} d_{L} + tan^{-1} \theta_{W} \overline{D}_{L} \gamma_{\mu} D_{L}$$

3.3 E₆ Modelindeki Kuark Sektörünün Demokratik Kütle Matrisinin Genel Yapısı

Kuarkların ve leptonların kütle spektrumları ve karışımları, parçacık fiziğinin çözülememiş en önemli problemlerinden biridir. Bu kütleler ve karışımlar, kendiliğinden simetri kırılması yoluyla, Higgs dubletiyle etkileşimlerden kaynaklanmaktadır. Standart Model'deki parametrelerin çoğu elle girilmektedir (Yukawa bağlaşımları gibi). Standart Model çerçevesinde, aynı kuantum sayılarına (elektrik yükü, zayıf isospin vb.) sahip fermiyonlar simetri kırılmasından önce özdeştir. Bu yüzden fermiyon-Higgs etkileşiminde, aynı kuantum sayılarına sahip fermiyonlara karşılık gelen Lagranjiyen terimleri eşit büyüklükte alınmalıdır. Sonuç olarak, kendiliğinden simetri kırılmasından önce kütle matrislerinin elemanları eşit olmalıdır (Ciftci, R. and Ciftci, A. K., 2016).

3.3.1 Standart modeldeki 3 ailede demokrasi

Kendiliğinden simetri kırılımından önce tüm kuarklar kütlesizdir, dolayısıyla d₀, s₀ ve b₀ arasında herhangi bir fark yoktur (bu ilk varsayımdır). Bunun sonucunda kütle matrisleri,

$$M_{d} = \frac{h_{d}\eta}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{ve} \quad M_{u} = \frac{h_{u}\eta}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$
(3.3.1.1)

şeklinde olur. Simetri kırılmasından sonra kütle matrisleri aşağıdaki gibi olur:

$$M_{d} = \frac{3h_{d}\eta}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{ve} \quad M_{u} = \frac{3h_{u}\eta}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
(3.3.1.2)

Burada $\eta \sim 250$ GeV elektrozayıf kırılma skalası olup, bu matrislerin anlamı şudur: birinci ve ikinci ailenin bütün kuarklarının kütlesi sıfırken, alt ve üst kuarkların kütleleri sırasıyla $\frac{3h_d\eta}{\sqrt{2}}$ ve $\frac{3h_d\eta}{\sqrt{2}}$ olmaktadır. Burada ya sadece tek bir Higgs dubletin hem yukarı, hem de aşağı sektöre kütle verdiği ya da farklı Higgs dubletlerin neredeyse aynı elektrozayıf kırılma skalasına sahip olduğu varsayılmaktadır (bu da ikinci varsayımdır). İki tipteki kuarklara da Dirac kütlelerini veren sadece tek bir Higgs dubleti olduğundan, üçüncü bir varsayım yapmak doğal görünmektedir. Bu varsayım da şu şekildedir; farklı tip kuarkların Yukawa sabiti doğal olarak eşit olmalıdır. Fakat Standart Model'deki üç aileli durumda $\frac{h_d}{h_u} = 10^{-2}$ 'dir.

3.3.2 E₆ modelindeki 1 aile için kütle matrisi

Sadece bir aile durumunun kuark sektörü için, Yukawa terimleriyle birlikte aşağıdaki Lagranjiyeni yazabiliriz:

$$\mathcal{L}_{Y} = Q_{L}^{T} C(h_{u} \phi_{3} u_{L}^{c} + h_{D} \phi_{1} D_{L}^{c} + h_{d} \phi_{2} d_{L}^{c} + h_{dD} \phi_{2} D_{L}^{c} + h_{Dd} \phi_{1} d_{L}^{c}) + \text{h.c.} \quad (3.3.2.1)$$

Burada h_u , h_D , h_d , h_{dD} ve h_{Dd} Yukawa bağlaşımlarıdır ve C ise yük eşleniği operatörüdür. Higgs alanının vakumda beklenen değeri (VEV) ise:

VEV
$$(\phi_1) = M$$
, VEV $(\phi_2) = \frac{\eta}{\sqrt{2}}$, VEV $(\phi_3) = \frac{\eta'}{\sqrt{2}}$

Yukarıdaki Lagranjiyenden, yukarı kuark sektörü için

$$m_u = \frac{h_u \dot{\eta}}{\sqrt{2}}$$
 ($\dot{\eta} = \eta$ alındı)

şeklinde bir kütle terimi ve aşağı kuark sektör için $(d_0D_0)_L$ bazında bir kütle terimi elde ederiz:

$$\mathbf{M}_{\rm dD} = \begin{pmatrix} \frac{h_d \eta}{\sqrt{2}} & \frac{h_{dD} \eta}{\sqrt{2}} \\ h_{Dd} M & h_D M \end{pmatrix}$$
(3.3.2.2)

 $h_D = h_d = h_{dD} = h_{Dd} \equiv h$ özel durumu için, yukarıdaki kütle matrisinin özdeğerleri $m_d = 0$ ve $m_D = h\left(M + \frac{\eta}{\sqrt{2}}\right)$ olarak elde edilir. $m_d \neq 0$ olması için bu özel durumdan çok az sapmak zorundayız. Örneğin, $h_D = h_d = h$ ve $h_{dD} = h_{Dd}$ = ε h olarak seçilebilir (ε , 1'e çok yakın bir değerdir). Bu durumda aşağı kuark sektörünün (d_0D_0)_L bazında kütle matrisi ise,

$$M_{dD} = \begin{pmatrix} \frac{h\eta}{\sqrt{2}} & \frac{\epsilon h\eta}{\sqrt{2}} \\ \epsilon hM & hM \end{pmatrix}$$
(3.3.2.3)

olur. Bu matrisin kütle özdeğerleri ise

$$m_{d} = \frac{h}{2} \left(M + \frac{\eta}{\sqrt{2}} - \sqrt{M^{2} - \sqrt{2}M\eta + 2\sqrt{2}\varepsilon^{2}M\eta + \frac{\eta^{2}}{2}} \right)$$
(3.3.2.4)

$$m_D = \frac{h}{2} \left(M + \frac{\eta}{\sqrt{2}} + \sqrt{M^2 - \sqrt{2}M\eta + 2\sqrt{2}\varepsilon^2 M\eta + \frac{\eta^2}{2}} \right)$$
(3.3.2.5)

şeklinde bulunur. Karakök içerisindeki terimleri seriye açarsak:

$$m_d = \frac{h\eta}{\sqrt{2}} (1 - \varepsilon^2 + \cdots)$$

ve

$$m_D = hM + \varepsilon^2 \frac{h\eta}{\sqrt{2}} + \dots \qquad (3.3.2.6)$$

ifadelerini elde ederiz.

3.3.3 E₆ modelindeki 3 aile için kütle matrisi

Bir aile için elde ettiğimiz aşağı kuark sektörü kütle matrisini üç aile durumu için genişletebiliriz:

$$M_{dD} = \begin{pmatrix} h\eta/\sqrt{2} & h\eta/\sqrt{2} & \hbar\eta/\sqrt{2} & \epsilon h\eta/\sqrt{2} & \epsilon h\eta/\sqrt{2} \\ h\eta/\sqrt{2} & h\eta/\sqrt{2} & h\eta/\sqrt{2} & \epsilon h\eta/\sqrt{2} & \epsilon h\eta/\sqrt{2} \\ h\eta/\sqrt{2} & h\eta/\sqrt{2} & h\eta/\sqrt{2} & \epsilon h\eta/\sqrt{2} & \epsilon h\eta/\sqrt{2} \\ h\eta/\sqrt{2} & h\eta/\sqrt{2} & h\eta/\sqrt{2} & \epsilon h\eta/\sqrt{2} & \epsilon h\eta/\sqrt{2} \\ \epsilon hM & \epsilon hM & \epsilon hM & hM & hM \\ \epsilon hM & \epsilon hM & \epsilon hM & hM & hM \\ \epsilon hM & \epsilon hM & \epsilon hM & hM & hM \end{pmatrix}$$
(3.3.3.1)

Doğru CKM matrisini belirlemek için, yukarı kuark sektör kütle matrisini doğru bir şekilde yazmalıyız. Normalde bu 3x3'lük bir matristir. Fakat doğru boyutta CKM matrisine sahip olmak için yukarı kuark sektörü için de 6x6'lık bir kütle matrisine ihtiyacımız var:

$$M_{\rm u} = \begin{pmatrix} h\eta/\sqrt{2} & h\eta/\sqrt{2} & h\eta/\sqrt{2} & 0 & 0 & 0 \\ h\eta/\sqrt{2} & h\eta/\sqrt{2} & h\eta/\sqrt{2} & 0 & 0 & 0 \\ h\eta/\sqrt{2} & h\eta/\sqrt{2} & h\eta/\sqrt{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & h\eta/\sqrt{2} & h\eta/\sqrt{2} & h\eta/\sqrt{2} \\ 0 & 0 & 0 & h\eta/\sqrt{2} & h\eta/\sqrt{2} & h\eta/\sqrt{2} \\ 0 & 0 & 0 & h\eta/\sqrt{2} & h\eta/\sqrt{2} & h\eta/\sqrt{2} \\ 0 & 0 & 0 & h\eta/\sqrt{2} & h\eta/\sqrt{2} & h\eta/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

M_u'nun kütle spektrumu:

$$(m_u, m_c, m_t) = \left(0, 0, \frac{3h\eta}{\sqrt{2}}\right)$$
 (3.3.3.3)

şeklindedir. M_{dD} 'nin kütle spektrumu ise aşağıdaki gibidir:

$$(md, ms, mb, mD_1, mD_2, mD_3) = \left\{ 0, 0, \frac{3h}{2} \left(M + \frac{\eta}{\sqrt{2}} - \sqrt{M^2 - \frac{2M\eta}{\sqrt{2}} + \frac{4M\varepsilon^2\eta}{\sqrt{2}} + \frac{\eta^2}{2}} \right), 0, 0, \frac{3h}{2} \left(M + \frac{\eta}{\sqrt{2}} - \sqrt{M^2 - \frac{2M\eta}{\sqrt{2}} + \frac{4M\varepsilon^2\eta}{\sqrt{2}} + \frac{\eta^2}{2}} \right) \right\}$$

$$(3.3.3.4)$$

Görüldüğü gibi bu iki kütle matrisi üst kuark (t), alt kuark (b) ve izosinglet D₃ kuark için sıfırdan farklı özdeğerlere sahiptir. Örneğin, $\varepsilon = 0,9908$,

 $\dot{\eta} = \eta = 250 \text{ GeV}, h = 0,33 \text{ ve } M = 2000 \text{ GeV}$ için m_t = 175 GeV, m_b = 2,95 GeV ve $m_{D_3} = 2152 \text{ GeV}$ elde edilir.

Üç aileli durum için uygun bir parametrizasyon yapılarak M = 21,7 TeV elde edilmiştir. Bu M değerini, $m_{K^{\pm}}^2 = \frac{g}{\sqrt{2}}(2M^2 + \eta'^2)$ denkleminde yerine koyduğumuzda, $m_{K^{\pm}} = 6956$ GeV bulunmaktadır.



4. E6 MODELİNİN ÖNGÖRDÜĞÜ İZOSİNGLET KUARKONYASI

Eğer E₆ Model'inin öngördüğü izosinglet kuarklar var ise, bu kuarkların oluşturması muhtemel en basit bağlı durum yapısı kuarkonyumdur. Kuarkonyum, kuarklar arasındaki potansiyelin çalışılması için de idealdir. Özellikle ağır kuarkların oluşturduğu kuarkonyumda göreli etkiler en az miktarda olmaktadır. Bu sebeple, izosinglet kuarkların arasındaki potansiyelin çalışılması, kuvvetli etkileşmenin anlaşılması bakımından da önemlidir.

4.1 Kuarkonyum

Parçacık fiziğinde kuarkonyum (çoğul hali: kuarkonya), güçlü etkileşim aracılığıyla bağlanmış bir ağır kuark (Q) ve onun anti kuark (\overline{Q}) çiftinden meydana gelen çeşnisiz bir mezonu belirtmektedir. Tılsım (c) ve alt (b) kuarklar hafif kuarklarla (yukarı (u), aşağı (d), garip (s)) karşılaştırıldığında daha büyük kütleleri olması nedeniyle, hafif mezonlardan önemli derecede farklı özelliklere sahip ağır kuarkonya oluşturmaktadır.

Hafif kuark sistemleri (u, d ve s'nin meydana getirdiği) göreli olduğu için incelemek zordur. Ayrıca kuantum alan kuramı bağlı durumlar için kullanılamamaktadır. Birçok teknik, parçacıkların başlangıçta serbest olup, etkileşime girdikten kısa bir süre sonra tekrar serbest kaldığını varsaymaktadır. Fakat bağlı durum halinde iken parçacıklar, uzun süre etkileşim içindedir (Griffiths, 2013). Bağlı durum sisteminin göreli etkiler altında olup olmadığını bağlanma enerjisinden yola çıkarak anlayabiliriz. Bağlanma enerjisi, durgunluk enerjisinden çok küçükse, sistem göreli olmamaktadır.

Tılsım kuark ve onun antiparçacığı ($c\bar{c}$) çiftini içeren kuarkonyum sistemi çarmonyum, alt kuark ve antiparçacığı ($b\bar{b}$) çiftinden oluşan kuarkonyum sistemi ise botomonyum olarak bilinmektedir. Bu iki kuarkonyum sistemi de deneylerde gözlenmiştir. Üst kuark (t) ise büyük kütlesi nedeniyle öyle büyük bir bant genişliği sağlar ki kuarkonyum oluşumuyla ilişkili zaman ölçeğinin altında, bağlı durum oluşturamadan zayıf etkileşim aracılığıyla bozunur. Bugüne kadar, üst kuark ve onun antiparçacığından oluşan kuarkonyum (toponyum olarak varsayılan sistem) deneysel olarak gözlenmemiştir.
Çarmonyum (c \bar{c}), ilk kez Kasım 1974'te, BNL ve SLAC'deki deney grupları tarafından eş zamanlı bir şekilde, deneysel olarak gözlenmiştir. e^-e^+ yokoluşunda, sanal bir foton aracılığıyla üretilen bu yeni parçacık yaklaşık 3,1 GeV/ c^2 kütleye sahipti ve garip (s) kuarktan daha ağır, daha önce görülmemiş bir ağır kuark ile onun antiparçacığının bağlı durumu olarak yorumlandı. Bu yeni kuark tılsım (c) kuark olarak adlandırıldı ve yeni bağlı durum ise J/ ψ olarak anılmaya başlandı.

Birkaç yıl sonra 1977'de, Fermilab'daki bir grup tarafından, bu kez yaklaşık 9,5 GeV/ c^2 kütleye sahip olan daha sınırlı bir durum, $\mu^+\mu^-$ 'ye bozunmada gözlenmiştir. Bu yeni durum Y (şimdi Y(1S) olarak bilinir) olarak adlandırılmış ve daha ağır bir kuark olan alt (b) kuark için de ilk kanıtı sağlamıştır. J/ ψ ve Y(1S) durumlarının keşfedilmesinin ardından, kütleleri ve kuantum sayıları QQ bağlı durumları için teorik beklentilerle uyum gösteren birçok başka kuarkonyum durumları keşfedilmiştir.

Kuarkonyum durumları, sistemin dönme simetrisinden dolayı, QQ bağlı durumunun toplam spini (S), QQ çiftinin arasındaki yörüngesel açısal momentumu (L) ve sistemin toplam açısal momentumu ($\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$) kuantum sayılarına göre sınıflandırılmaktadır. $n^{2S+1}L_J$ spektroskopik gösterimi, n baş kuantum sayısı olmak üzere, sıklıkla kuarkonyum durumlarını tanımlamak amacıyla kullanılmaktadır. QQ bağlı durumunun P paritesi $P = (-1)^{L+1}$ ve yük eşleniği C ise $C = (-1)^{L+S}$ ifadeleri ile verilmektedir. Parite ve yük eşlenik paritelerinin ikisi de kuarkonyum durumlarının güçlü ve elektromanyetik bozunumlarında korunan niceliklerdir. Aşağıdaki çizelgede kuarkonyum durumlarının kuantum sayıları verilmiştir.

Çizelge 4.1 Kuarkonyum durumlarının kuantum sayıları

Açısal	J	Spektroskopik	
Momentum	S = 0	Temsili	
			$^{2S+1}L_{J}$
$\mathbf{L} = 0 \; (\mathbf{S})$	η(σ+)	ψ, Υ, Ο (Γ ⁻)	${}^{1}S_{0} {}^{3}S_{1}$
L = 1 (P)	h ([†)	$\chi_{J}(0^{+}, 1^{++}, 2^{++})$	${}^{1}P_{1} {}^{3}P_{J}$
L = 2 (D)	2-+	1 , 2 , 3	${}^{1}D_{2}$ ${}^{3}D_{J}$

Fenomenolojik bir yaklaşımla ve bir atomun enerji seviyelerinin kuantum mekaniksel tanımlamasına benzer şekilde, kuarkonyum bağlı durumunu tarif etmek için bazı potansiyel modelleri kullanılmaktadır (Barger et al., 1987). Bu potansiyel modelleri aşağıda sıralanmıştır:

1. **Coulomb potansiyeli.** Potensiyelin kısa mesafe kısmının baskın olduğu varsayılır. Bu durumda,

$$V(r) = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s(m_Q)}{r}$$
(4.1.1)

olmaktadır. Çiftlenim sabiti α_s ise aşağıdaki gibidir:

$$\alpha_s(m_Q) = \frac{12\pi}{(33 - 2N_f) ln \left(\frac{m_Q^2}{\Lambda^2}\right)}$$

burada $N_f = 6$ ve $\Lambda = 0,10$ GeV olarak alınmaktadır. Coulomb potansiyeline ilişkin dalga fonksiyonu ise aşağıdaki gibidir:

$$|R_S(0)|^2 = 4\left(\frac{2}{3}\alpha_s m_Q\right)^3$$

2. Cornell potansiyeli. Bu potansiyel şu şekilde parametrize edilmektedir:

$$V(\mathbf{r}) = -\frac{k}{r} + a\mathbf{r} \tag{4.1.2}$$

Buradaki k ve a değerleri ise kuarkonyum deneysel verileriyle ayarlanabilen sabitlerdir. $k\sim 0.5$ ve $a\sim 0.2 \ GeV^2$ 'dir.

 Richardson potansiyeli. Bu model, momentum uzayındaki bir parametrizasyon seçimi ile kısa mesafelerde asimptotik olarak serbest bir davranış ve uzak mesafelerde lineer bir sınırlama potansiyeli içermektedir. Bu potansiyel ise;

$$V(Q) = -\frac{4}{3} \frac{12\pi}{33 - 2N_f} \frac{1}{Q^2} \frac{1}{\ln\left(1 + \frac{Q^2}{A^2}\right)}$$
(4.1.3)

ile ifade edilir.

Fourier dönüşümü yapılırsa, Richardson potanisyeli için aşağıdaki ifade elde edilir (Richardson, 1978):

$$V(r) = \frac{8\pi}{33 - N_f} \Lambda \left(\Lambda r - \frac{f(\Lambda r)}{\Lambda r} \right)$$
(4.1.4)

burada,

$$f(t) = \frac{4}{\pi} \int_0^\infty dq \, \frac{\sin(qt)}{q} \left[\frac{1}{\ln(1+q^2)} - \frac{1}{q^2} \right] = \left[1 - 4 \int_1^\infty \frac{dq}{q} \frac{e^{-qt}}{\ln(q^2-1) + \pi^2} \right]$$

ile verilir. Eğer $\Lambda r \ll 1$ olursa denklem yaklaşık olarak aşağıdaki gibi olur:

$$\lim_{\Lambda r <<1} V(r) \sim -\frac{8\pi}{33 - 2n_f} \frac{1}{r \ln(1/\Lambda r)}$$
(4.1.5)

buradaki $n_f = 3$ değerini alır.

4. Wisconsin potansiyeli. Bu model, kısa ve uzun mesafe parametrelerinin yakın ilişkiye sahip olmaması için, ara bölgeye yönelik esnek bir parametrizasyon ile kısa mesafedeki pertürbatif QCD davranışı ile uzak mesafedeki lineer sınırlandırma arasında köprü kurmaktadır. Bu potansiyel parametrizasyonu aşağıdaki bağıntı ile verilmektedir:

$$V(r) = V_S(r) + V_I(r) + ar$$
 (4.1.6)

burada $V_S(\mathbf{r})$ ve $V_I(\mathbf{r})$ ifadeleri aşağıdaki gibidir:

$$V_S(\mathbf{r}) = -\frac{4\alpha_s(r)}{3r}$$

 $\alpha_s(Q^2)$ için Fourier dönüşümü yapılırsa $\alpha_s(r)$ elde edilir:

$$\alpha_{s}(\mathbf{r}) = \frac{12\pi}{25t} \left[1 - \frac{462}{625} \frac{\ln t}{t} + \left(\frac{57}{75} + 2\gamma_{E}\right) \frac{1}{t} + O(t^{-2}) \right]$$

burada t = $-\ln(r^2 \Lambda_{\overline{MS}}^2)$ ve $\gamma_E = 0.5772...$ Euler sabitleridir.

 $V_I(\mathbf{r}) = \mathbf{r} (\mathbf{c}_1 + \mathbf{c}_2 \mathbf{r}) e^{-r/r_0}$

 $V_I(\mathbf{r})$ ara potansiyeli, keyfi olarak seçilmektedir. Çok küçük, ya da çok büyük yarıçap değerlerinde sıfıra gitmesi şartını sağlamalıdır. $\Lambda_{\overline{MS}} = 0,25$ GeV için c_1, c_2 ve r_0 aşağıdaki değerleri alır (Hagiwara et al., 1983):

$$c_1 = -0.89 \pm 0.36 \text{ GeV}^2$$

 $c_2 = -0.70 \pm 0.19 \text{ GeV}^2$
 $r_0 = 1.32 \pm 0.24 \text{ GeV}^{-1}$

Ağır kuarklarda bu potansiyellerin verdikleri değerler birbirine yakın olmaktadır.

4.2 İzosinglet Kuarkonyumun Oluşumu

Yüklü vektör alanları ile kuarklar arasındaki etkileşimleri veren Hamiltonyen Denklem (3.2.4.) ile verilmiştir. Dikkat edersek, K^{\pm} ve K^0 (\overline{K}^0) bozonları zayıf izospini ihlal etmektedir. $m_{D_1} < m_{D_2} < m_{D_3}$ şeklinde bir kütle hiyerarşisi olduğunu farzediyoruz. Bu sebeple D₁ etkin bir şekilde aşağıdaki gibi bozunmaktadır:

$$D_1 \rightarrow uK^-, cK^-, tK^-$$

ve

$$D_1 \rightarrow \mathrm{d}K^0$$
, s K^0 , b K^0

D₁ izosinglet kuarkın toplam bozunum bant genişliği şu şekildedir (Bigi et al., 1986):

$$\Gamma_{TOP}(D_1 \to q + K) = \frac{G_F^K m_{D_1}^3}{8\pi\sqrt{2}} \sum_{i=1}^3 |V_{D_1,q_i}|^2 \frac{2k_i}{m_{D_1}} \left\{ 1 - \left(\frac{m_{q_i}}{m_{D_1}}\right)^2 + \left[1 + \left(\frac{m_{q_i}}{m_{D_1}}\right)^2\right] \left(\frac{m_K}{m_{D_1}}\right)^2 - 2\left(\frac{m_K}{m_{D_1}}\right)^4 \right\}$$
(4.2.1)

buradaki k değeri ise:

$$\mathbf{k} = k_1 \sim k_2 \sim k_3 = \frac{\left[m_{D_1}^2 - \left(m_K + m_{q_i}\right)^2\right]^{1/2} \left[m_{D_1}^2 - \left(m_K - m_{q_i}\right)^2\right]^{1/2}}{2m_{D_1}}$$

ve Fermi sabiti ise aşağıdaki gibidir:

$$G_F^K = \frac{\sqrt{2}g_w^2}{8m_K^2}$$

Burada q, sırasıyla K^{\pm} ve K^{0} ayar bozonlarının aracılık ettiği bozunumlar için sıradan üst ve alt tip kuarkları temsil etmektedir. Toplam bozunum bant genişliğini hesaplayarak kuarkonyum oluşumu için gerekli ömrü de hesaplayabiliriz. İzosinglet kuark, K ayar bozonları aracılığıyla sıradan kuarklara bozunduğundan, W bozonuyla ilişkili karışım matris elemanlarından burada katkı gelmemektedir. Yukarıdaki bozunum bant genişliği denkleminde, $\frac{m_{q_i}}{m_{D_1}}$ terimlerini ihmal edebiliriz. Sonuçta, D₁'in toplam bozunum bant genişliği $|V_{D_1,q_i}|^2$ ile orantılıdır. Bu sebeple hesaplamalarımızda $\sum_{i=1}^{3} |V_{D_1,q_i}| = 1$ aldık. İzosinglet kuarkonyumun oluşumu için bazı yaklaşımlar ele aldık. Bunlardan ilki level spacing yaklaşımıdır. Bu yaklaşıma göre, $D_1\overline{D}_1$ kuarkonyumun bant genişliği 800 MeV'den büyük olursa, bağlı durum oluşturulamamaktadır. Bu kısıtlamayı göz önünde bulundurarak, kuarkonyum oluşumu için gerekli olan minumum K bozonu kütlesini hesaplayabiliriz (Çağlar et al., 2018). Bu durumda, K bozonunun kütlesi 1,613 TeV'den büyük olduğu takdirde kuarkonyum oluşabilmektedir. Bu değer, m_{D_1} = 1 TeV için hesaplanmıştır.

İkincisi ise tipik güçlü etkileşim zaman skalasından yola çıkarak yaptığımız yaklaşımdır. Eğer $D_1\overline{D}_1$ kuarkonyumun ömrü, tipik güçlü etkileşim zaman skalasından küçükse, kuarkonyum bağlı durumu oluşamaz.

$$\Lambda_{QCD} = 100 \text{MeV} \left(\tau_{D_1} < t_{Had} \sim \Lambda_{QCD}^{-1} \sim 10^{-23} s \right)$$

Bu yaklaşıma göre, K bozonunun kütlesi 4,564 TeV'den büyük olursa, kuarkonyum bağlı durumu oluşturulabilmektedir. Bu limit de $m_{D_1} = 1$ TeV değeri için elde edilmiştir.

Sonuncu yaklaşım ise klasik yaklaşımdır. Burada kuarkonyum bağlanma potansiyeli için ele alabileceğimiz bazı potansiyel modelleri kesim 4.1'de ele alınmıştır. Bu çalışmada, en basit olan Coulomb potansiyeli kullanılmıştır. Bu durumda $D_1\overline{D}_1$ kuarkonyum sisteminin dönme zamanı ise:

$$t_R = \frac{9}{4m_{D_1}\alpha_s^2} \tag{4.2.2}$$

ifadesi ile verilir.

Eğer kuarkonyum sisteminin ömrü, dönme zamanından daha az olursa, kuarkonyum bağlı durumu meydana gelmemektedir. Bu durumda, kuarkonyum oluşması için, minimum K bozonu kütlesi 0,685 TeV olmalıdır. Hesaplamalarımızda $\alpha_s = 0,1$ ve $m_{D_1} = 1$ TeV aldık.

Sonuç olarak yukarıda bahsedilen koşullar sağlandığında her üç yaklaşıma göre izosinglet kuarkonyum oluşabilir.

4.3 E₆ Modeli İzonsinglet Kuarkonyanın Bozunum Kipleri ve Bant Genişlikleri

 η_D ve ψ_D kuarkonyum durumları için bozunum kipleri ve bozunum bant genişliği ifadeleri aşağıda verilmiştir:

a) γ ve Z' ayar bozonlarının aracılık ettiği $\psi_D \rightarrow f\bar{f}$ bozunumu ve yalnızca Z' ayar bozonu aracılığıyla gerçekleşen $\eta_D \rightarrow f\bar{f}$ bozunum kipi bulunmaktadır. Bu bozunum kipinin diyagramları ve bozunum bant genişliği denklemleri ve aşağıdaki gibidir:

$$\Gamma(\eta_D \to f\bar{f}) = \frac{3\alpha_Z^2 N_f \beta_f}{32} \frac{M_f^2}{M_{Z'}^4} |R_S(0)|^2$$
(4.3.1)

$$\Gamma(\psi_D \to f\bar{f}) = \frac{4\alpha^2 N_f B_f}{M^2} \left\{ \left(1 + 2R_f\right) \left[e_D^2 e_f^2 + \frac{2e_D e_f v_D v_f}{x_W (1 - x_W)^2} \frac{1}{1 - R_{Z'}} + \frac{v_D^2 v_f^2}{x_W^2 (1 - x_W)^2} \frac{1}{(1 - R_Z)^2} \right] + \beta_f^2 \frac{v_D^2 a_f^2}{x_W (1 - x_W)^2} \frac{1}{(1 - R_{Z'})^2} \right\} |R_S(0)|^2$$

$$(4.3.2)$$



(b)

Şekil 4.1 (a) $\eta_D \rightarrow f\bar{f}$ ve (b) $\psi_D \rightarrow f\bar{f}$ bozunum kiplerinin Feynman diyagramları

Burada N_f renk faktörüdür ve leptonlar için 1, kuarklar için ise 3 değerini almaktadır.

$$\alpha_{Z} = \frac{\alpha}{\sin^{2}\theta_{W}\cos^{2}\theta_{W}}$$

$$R_{i} = \frac{M_{i}^{2}}{M^{2}} \text{ ve } M = 2m_{Q} \text{ (i = f, Z', H olabilir.)}$$

$$x_{W} = \sin^{2}\theta_{W}$$

Bozunum sonucu oluşan fermiyonların, kuarkonyum durgun çerçevesindeki hızı ise aşağıdaki gibidir:

$$\beta_f = \left(1 - 4R_f\right)^{1/2}$$

 v_f ve a_f fermiyonların, v_Q ve a_Q ise kuarkların Z⁰ ayar bozonuyla zayıf çiflenim sabitidir ve bu ifadeler de aşağıda verilmiştir:

Yukarı sektör için;

$$v_f = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{4\sin^2 \theta_W}{3} \right) \left(\frac{-1}{\sqrt{4\cos^2 \theta_W - 1}} \right) \right]$$
$$a_f = -\frac{1}{4\sqrt{4\cos^2 \theta_W - 1}}$$

Aşağı sektör için;

$$v_f = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{-1}{\sqrt{4\cos^2 \theta_W - 1}} \right) \left(\frac{1}{2} - \frac{\sin^2 \theta_W}{3} \right) \\ a_f = -\frac{1}{4} \left[\frac{\cos^2 2\theta_W}{2\sqrt{4\cos^2 \theta_W - 1}} \right]$$

İzosinglet kuark için;

$$v_D = \frac{\left(1 - \frac{5\sin^2\theta_W}{3}\right)}{2\sqrt{4\cos^2\theta_W - 1}}$$

$$a_D = \frac{1}{2\sqrt{4\cos^2\theta_W - 1}}$$

şeklindedir. Burada E₆ modelinin öngördüğü izosinglet kuarkonyasının 3 ailenin fermiyonlarına bozunumları incelenecektir.

b) η_D için iki gluon bozunumu ve ψ_D için ise üç gluon bozunumu baskın hadronik kiptir.



Şekil 4.2 (a) $\eta_D \rightarrow gg$ ve (b) $\psi_D \rightarrow ggg$ bozunum kiplerinin Feynman diyagramları

$$\Gamma(\eta_D \to gg) = \frac{8\alpha_S^2}{3M^2} |R_S(0)|^2$$
 (4.3.3)

$$\Gamma(\psi_D \to ggg) = \frac{40(\pi^2 - 9)\alpha_S^2}{81\pi M^2} |R_S(0)|^2$$
(4.3.4)

c) η_D → γγ bozunum kanalı da gerçekleşebilir. Yang'ın teoremine göre;
 spin-1 parçacıkları, aşağıdaki bozunum kipinde gördüğümüz gibi spini 1
 olan 2 adet aynı kütlesiz parçacığa geçiş yapamamaktadır. Bu yüzden ψ_D
 için bu bozunum süreci yasaklanmıştır (Barger et al. 1987).

$$\Gamma(\eta_D \to \gamma\gamma) = \frac{12\alpha^2 e_D^4}{M^2} |R_S(0)|^2$$
(4.3.5)

denklemdeki e_D ifadesi, proton yükü cinsinden, izosinglet kuarkın yüküdür.



Şekil 4.3 $\eta_D \rightarrow \gamma \gamma$ bozunum kipinin Feynman diyagramı (a) t-kanalı ile, (b) u-kanalı ile

d) ψ_D durumu için $\psi_D \rightarrow gg\gamma$ bozunum süreci de mümkündür.

$$\Gamma(\psi_D \to gg\gamma) = \frac{8(\pi^2 - 9)}{9\pi} \frac{\alpha_s^2}{\alpha} \Gamma_{\gamma}$$
(4.3.6)

burada

$$\Gamma_{\gamma} = \Gamma(\psi \rightarrow \gamma^* \rightarrow e^+ e^-)$$



Şekil 4.4 $\psi_D \to \mathrm{gg}\gamma$ bozunum kipinin Feynman diyagramı

e) η_D ve ψ_D kuarkonyası için mümkün olan bir diğer bozunum kipi ise

şeklindedir.

$$\eta_D(\psi_D) \rightarrow q \overline{q'}$$

şeklindedir.
 $\eta_D \text{ veya } \psi_D$
 \overline{D}
 K^{\pm}, K^0
 $\overline{q'}$

Şekil 4.5 $\eta_D(\psi_D) \rightarrow q \, \overline{q'}$ bozunum kipinin Feynman diyagramı

$$\Gamma(\eta_D \to q\bar{q'}) = 3 \frac{M^2}{e^4 e_D^2} \Gamma_{\gamma} \left\{ |G_V|^2 + |G_A|^2 + \frac{1}{2} G_W^{D^2} + G_W^D Re[G_A - G_V] \right\}$$
(4.3.7)

burada,

$$G_{V} = \frac{8G_{F}M_{Z'}^{2}}{\sqrt{2}} \frac{v_{f}v_{D}}{s - M_{Z'}^{2}}$$

$$G_{A} = \frac{8G_{F}M_{Z'}^{2}}{\sqrt{2}} \frac{a_{f}v_{D}}{s - M_{Z'}^{2}}$$

$$G_{W}^{D} = \frac{\sqrt{2}G_{F}^{K}}{3} \left| V_{D_{1},q_{i}} \right|^{2} \frac{\left(M_{K}^{2} + \frac{M^{2}}{8}\right)}{\left(M_{K}^{2} + \frac{M^{2}}{4}\right)}$$

$$\begin{split} &\Gamma_{\gamma} \equiv \frac{4\pi\alpha^{2}e_{D}^{2}}{3M^{3}} |F_{V}|^{2} \left[1 - \frac{16}{3\pi} \alpha_{s}(M_{D}^{2}) \right] \\ &|F_{V}|^{2} = 12M_{\eta_{D}} |R_{s}(0)|^{2} \\ &e = \sqrt{4\pi\alpha} \\ &v_{f} = \frac{1}{2} (I_{3L} + I_{3R}) - e_{f} sin^{2} \theta_{W} \\ &a_{f} = \frac{1}{2} (I_{3L} + I_{3R}) \end{split}$$

şeklindedir ve I_{3L} ve I_{3R} sağelli ve solelli fermiyonların zayıf izospinidir:

$$I_{3L} = \pm \frac{1}{2} \quad \text{ve} \quad I_{3R} = 0$$

f) Modelimizin izosinglet kuarkonyası için aşağıdaki bozunum süreçleri de gerçekleşebilir:



Şekil 4.6 $\eta_D(\psi_D) \rightarrow Z'\gamma$ bozunum kipinin Feynman diyagramı (a) t-kanalı ile, (b) u-kanalı ile

$$\Gamma(\eta_D \to Z'\gamma) = \frac{24\alpha \alpha_Z e_D^2 v_D^2}{M^2} (1 - R_{Z'}) |R_S(0)|^2$$
(4.3.8)

$$\Gamma(\psi_D \to Z'\gamma) = \frac{8\alpha\alpha_Z e_D^2 a_D^2}{M_{Z'}^2} (1 - R_{Z'}^2) |R_S(0)|^2$$
(4.3.9)

g) η_D ve ψ_D kuarkonyası için $\eta_D(\psi_D) \rightarrow Z'Z'$ bozunumu kipi de mümkündür:



Şekil 4.7 $\eta_D(\psi_D) \rightarrow Z'Z'$ bozunum kipinin Feynman diyagramı (a) t-kanalı ile, (b) u-kanalı ile

$$\Gamma(\eta_D \to Z'Z') = \frac{12\alpha_Z^2(v^2 + a^2)\beta_{Z'}^3}{M^2} \frac{1}{(1 - 2R_{Z'})^2} |R_S(0)|^2$$
(4.3.10)

$$\Gamma(\psi_D \to Z'Z') = \frac{8\alpha_Z^2 v^2 a^2 \beta_{Z'}^5}{M_{Z'}^2} \frac{1}{(1 - 2R_{Z'})^2} |R_S(0)|^2$$
(4.3.11)

burada $\beta_{Z'}$ ve R_Z ifadeleri ise ise aşağıda verilmiştir:

$$\beta_{Z'} = (1 - 4R_{Z'})^{1/2}$$

$$R_{Z'} = \frac{M_{Z'}^2}{M^2}$$

h) $\eta_D(\psi_D) \to Z'$ H bozunum kipi de mümkün olmaktadır, bu bozunum kipinin Feynman diyagramı ve bozunum bant genişliği aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.8 $\eta_D \rightarrow Z'$ H bozunum kipinin Feynman diyagramı



Şekil 4.9 $\psi_D \rightarrow Z'$ H bozunum kipinin Feynman diyagramı (a) t-kanalı ile, (b) u-kanalı ile

$$\Gamma(\eta_D \to Z'H) = \frac{3\alpha_Z^2 a_D^2 \beta_{Z'H}^3}{4} \frac{M^2}{M_{Z'}^4} |R_S(0)|^2$$
(4.3.12)

burada,

$$\beta_{Z'H} = \left[(1 - R_{Z'} - R_{Z'})^2 - 4R_{Z'}R_H \right]^{1/2}$$

şeklindedir.

$$\Gamma(\psi_D \to Z'H) = \frac{\alpha_Z^2 v_D^2 \beta_{Z'H}}{2M_{Z'}^2} \frac{1}{(1 - R_{Z'})^2 (1 - R_{Z'} - R_H)^2} \Big\{ [(1 - R_{Z'})^2 - R_H (1 - 3R_{Z'})]^2 + \frac{1}{2} R_{Z'} [(1 - R_{Z'})^2 + R_H (2 - R_H)]^2 \Big\} |R_S(0)|^2$$
(4.3.13)

buradaki R_H ifadesi ise aşağıdaki gibidir:

$$R_H = \frac{M_H^2}{M^2}$$

i) Kuarkonyanın tekli kuark bozunumunu (SQD) hesaplamak için gerekli bağıntılar ve Feynman diyagramı aşağıda verilmiştir:



Şekil. 4.10 $\eta_D(\psi_D) \rightarrow D\bar{q}K$ veya $\bar{D}qK$ bozunum kipinin Feynman diyagramı

$$\Gamma_{SQD}(\eta_D(\psi_D) \to D\bar{q}K \text{ veya } \overline{D}qK) = \frac{\alpha_W |v_{Dq}|^2 \tilde{\beta}}{8} \frac{M_D^3}{M_K^2} \left[1 + 4 \left(R_K - 2R_q \right) + 16 \left(R_q^2 + R_q R_K - 2R_K^2 \right) \right]$$

$$(4.3.14)$$

burada V_{Dq} kütle karışım matrisi elemanıdır. α_w, R_q ve $\tilde{\beta}$ ise;

$$\alpha_W = \frac{\alpha}{\sin^2 \theta_W}$$

 $R_q = \frac{M_q^2}{M^2}$ (q indisi hafif kuarkları temsil etmektedir.)

$$\tilde{\beta} = \left[1 - 8(R_q + R_K) + 16(R_q - R_K)^2\right]^{1/2}$$

şeklindedir. Hesaplarda q için yukarı kuark alınmıştır.

j) Nötral Higgs bozonuna bozunumda yük eşleniği ve parite kuantum sayıları korunmalıdır. Bu koşul ψ_D için sağlanırken, η_D için sağlanmamaktadır.

 $\psi_D \rightarrow \gamma H$ bozunum kipi için bant genişliği aşağıdaki bağıntı ile hesaplanabilir:



Şekil 4.11 $\psi_D \rightarrow \gamma H$ bozunum kipinin Feynman diyagramı (a) t-kanalı ile, (b) u-kanalı ile

$$\Gamma(\psi_D \to \gamma H) = \frac{\alpha_W \alpha e_D^2}{2M_K^2} (1 - R_H) |R_S(0)|^2$$
(4.3.15)

k) $m_H < m_D$ koşulu sağlanırsa H^{\pm} bozonlarının aracılık ettiği tekli kuark bozunumları (SQD) mümkün olmaktadır. Bu süreçte, SQD sürecindeki K bozonu yerine H^{\pm} gelmektedir ve bozunum bant genişliği denklemi aşağıdaki gibidir:

$$\Gamma(D_1 \to uH^+) = \sqrt{2}G_F M_D^3 tan^2 \beta (1 - M_H^2/M_D^2)^2 / (16\pi)$$
(4.3.16)

burada $tan^2\beta = 1$ alınmıştır.



Şekil 4.12 H[±] bozonu aracılığıyla SQD Feynman diyagramı

1) Modelimizin izosinglet kuarkonyasının kütlesi K^+ ve K^- bozonlarının kütlelerinin toplamından büyük olursa gerçekleşebilecek bozunum kipi aşağıdaki gibidir:



Şekil 4.13 $\eta_D(\psi_D) \rightarrow K^+K^-$ ve $\eta_D(\psi_D) \rightarrow K^0\overline{K^0}$ bozunum kiplerinin Feynman diyagramı



Şekil 4.14 $\psi_D \to K^+K^-$ ve $\psi_D \to W^+W^-$ bozunum kiplerinin Feynman diyagramı

$$\Gamma(\eta_D \to K^+ K^-) = \frac{3\alpha_W^2 \beta_K^3}{8M^2} \frac{1}{(1-R)^2} |R_S(0)|^2$$
(4.3.17)

$$\Gamma(\psi_D \to K^+ K^-) = \frac{\alpha_W^2 \beta_K^3}{64} \frac{M^2}{M_K^4} \left\{ \frac{1 + 20R_K + 12R_K^2}{(1 - R_K)^2} \left(1 - 8cR_{Z'} + 16c^2 R_{Z'}^2 \right) - \frac{4R_{Z'}(5 + 6R_K)}{(1 - R)(1 - R_{Z'})} \left(1 - 4cR_{Z'} \right) + \frac{4R_{Z'}(2 - R_K)}{(1 - R)^2} \right\} |R_S(0)|^2$$

$$(4.3.18)$$

burada

$$R = 2(R_D - R_{D'} + R_K)$$
$$R_D = \frac{1}{4}$$
$$c = 2I_{3D}e_D sin^2 \theta_W$$

burada I_{3D} izosinglet kuarkın izospinidir.

4.4 E₆ Modelinin Öngördüğü İzosinglet Kuark ve Kuarkonyanın Üretimi

Yüksek enerji fiziğinde, teorileri test etmek amacıyla parçacık hızlandırıcısı olarak adlandırılan düzenekler kullanılmaktadır. Fizikçiler atomaltı yapıları keşfetmek için ışığı kullanamazlar. Çünkü ışığın dalga boyu temel parçacıklarla kıyaslandığında çok daha büyüktür. Bu sebeple, deneylerde dalga özelliğine de sahip oldukları için parçacıklar kullanılır.

Parçacık hızlandırıcılarında, yüklü parçacıklardan oluşan demetleri hızlandırmak için elektrik alan ve yönlendirmek için de manyetik alan kullanılmaktadır. Bu şekilde parçacıklara ivme kazandırarak, kinetik enerjilerini, yani hızlarını çok yüksek değerlere çıkarırlar. Hızlandırılmış, yüksek enerjilere sahip bu parçacıklar, birbirleriyle veya diğer parçacıklarla çarpıştırılarak yeni parçacıklar ortaya çıkarırlar. Daha sonra bu parçacıkların da fiziksel özellikleri incelenir.

Parçacık fiziğinde, teorileri daha iyi test edebilmek, en temel ve derin sorularımıza cevap bulabilmek için en önemli unsurlardan biri parçacık enerjisinin ne kadar yüksek olduğudur. Çünkü kuantum fiziğinden bildiğimiz üzere, bir parçacığın enerjisi ne kadar yüksekse, o parçacığın dalgasının dalga boyu o derece küçük olmaktadır. Yani parçacık enerjisi arttıkça, bakabileceğimiz uzunluk ölçeği küçülmektedir.

Bir diğer önemli unsur ise çarpıştırıcının ışınlığıdır. Işınlık (lüminosite), saniyede gerçekleşen çarpışma sayısıdır. Bu kavram iki etkene bağlıdır. Bunlar; iki demette dolaşan proton sayısı ve izledikleri yola dik olan düzlemdeki çarpıştıkları noktadaki demet yoğunluğudur. Çarpıştırıcının ışınlık ifadesi aşağıdaki gibidir:

$$\mathcal{L} = f_r n_b \frac{N_{p,1} N_{p,2}}{4\pi \sigma_x \sigma_y}$$

(4.4.1)

burada

 $N_{p,1}$: Bir ya da iki numaralı demetlerde öbek başına düşen proton sayısı n_b : Demetlerin her dönüşünde çarpışan parçacık öbeklerinin sayısı

 f_r : Demetlerin halkadaki dönme frekansı

 σ_x,σ_y : Demetlerin x ve y yönlerinde artış noktalarındaki boyutları

şeklindedir. Işınlık, demetlerde kayıp oldukça, zamanla birlikte üstel olarak azalır. Belli bir bozunum sürecinin (i), üretim tesir kesiti σ_i bilindiğinde,

$$L_{int} = \int L(t) dt \tag{4.4.2}$$

toplam ışınlık olmak üzere beklenen olay (N_i) sayısı aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$N_i = \sigma_i L_{int} \tag{4.4.3}$$

Bugüne kadar, hızlandırılan parçacıkların cinsine, hızlandırma yöntemlerine, parçacıkların ulaştıkları enerji seviyesine göre çeşitli

hızlandırıcılar tasarlanmıştır. Bunlardan ilk akla geleni Avrupa Nükleer Araştırma Merkezi (CERN) ve orada bulunan, bugüne kadarki en yüksek enerjili Büyük Hadron Çarpıştırıcısı'dır (LHC). LHC çalışma ömrünün sonuna ulaştığında, yürütülen araştırmaları genişletmek amacıyla CERN, daha yüksek performanslı bir parçacık hızlandırıcısı olarak Geleceğin Dairesel Çarpıştırcısı (FCC) için prototip çalışmalarına başlamıştır. FCC'nin amacı; yeni fizik arayışında, 100 TeV gibi bugüne kadar görülmemiş enerji düzeylerine ulaşarak, parçacık çarpıştırıcılarının enerji ve yoğunluk sınırlarını büyük ölçüde zorlamaktır. CERN'in ev sahipliği yaptığı FCC projesi, dünyanın dört bir yanından 150'den fazla üniversite, araştırma enstitüsü ve endüstriyel ortaktan oluşan uluslararası bir işbirliğidir. Çalışma, dairesel çarpıştırıcılar, yeni dedektör tesisleri ve ilgili altyapı üzerine yoğunlaşacaktır. FCC'de üç farklı parçacık türü çarpıştırılacaktır. Bunlar; LHC'de olduğu gibi hadron (proton-proton ve ağır iyon) çarpışmaları, önceki Büyük Elektron Pozitron Carpıştırıcışı'ndaki (LEP) gibi elektron-pozitron çarpışmaları ve proton-elektron çarpışmalarıdır. Bilim insanları her seçenek için fizik ve dedektör çalışmaları yürütmektedir. FCC, yüksek ışınlıklı-LHC (HL-LHC) ve yüksek enerjili-LHC (HE-LHC)'den sonra 2035'li yıllarda keşif potansiyellerinin sınırlarına yaklaştıklarında, bir sonraki büyük araştırma tesisi olacaktır.

Eğer varsa, izosinglet kuark ve kuarkonyum, FCC-hh'da esas olarak gluongluon füzyonu ile üretilecektir. Kuarkonya, çift üretime nazaran 100 kat daha fazla üretilecektir. Çizelge 4.2'de izosinglet kuark ve kuarkonyanın üretilebileceği HL-LHC, HE-LHC ve FCC-hh çarpıştırıcılarının kütle merkezi enerjisi (\sqrt{s}) ve ışınlık değerleri karşılaştırılmaktadır:

Çarpıştırıcı	\sqrt{s} (TeV)	$L\left(cm^2s^{-1}\right)$
HL-LHC	14	8× 10 ³³
HE-LHC	27	12× 10 ³³
FCC-hh	100	15× 10 ³³

Çizelge 4.2 HL-LHC, HE-LHC ve FCC-hh'nun \sqrt{s} ve ışınlık değerleri

4.4.1 İzosinglet kuarkın üretimi

FCC-hh'da izosinglet kuark çiftleri gluon gluon füzyonu ile üretilecektir.





FCC-eh'de izosinglet kuark çiftleri foton gluon füzyonu ile üretilecektir. Bu çarpıştırıcılarda kuarkonya üretilmeyecek (ya da çok az üretilecek).



Şekil 4.16 FCC-eh'da çift üretim

4.4.2 Kuarkonyanın üretimi

Modelimizdeki η_D kuarkonyası gluon-gluon füzyonu aracılığıyla, ψ_D kuarkonyası için de gg $\rightarrow \psi_D$ g süreci ile üretilecektir.



Şekil 4.17 E₆ modelinin öngördüğü (a) η_D ve (b) ψ_D izosinglet kuarkonyanın pp ve $p\bar{p}$ çarpışmalarında üretildiği süreçler

 η_D kuarkonyasının üretim tesir kesitini hesaplamak için gerekli bağıntılar aşağıda verilmiştir:

$$\sigma(pp \to gg \to \eta_D + X) = \int_{\frac{(M_D + M_{\bar{D}})^2}{s}}^{1} \frac{\pi^2}{8M_{\eta_D}^3} \Gamma(\eta_D \to gg) \left(\tau \frac{dL}{d\tau}\right) d\tau$$
(4.4.1.1)

denklemdeki $\tau \frac{dL}{d\tau}$ ifadesi ise,

$$\tau \frac{dL}{d\tau} = \tau \int_{\tau}^{1} \frac{dx}{x} g(x, Q^2) g(\frac{\tau}{x}, Q^2)$$
(4.4.1.2)

şeklindedir. Denklemde gördüğümüz s ifadesi, çarpışan proton çiftinin kütle merkezi enerjisinin karesi olup, $\tau = \frac{M_{\eta_D}^2}{s}$ ise gluon-gluon diferansiyel ışınlığıdır. Denklemde gördüğümüz g(x, Q²) gluon dağılımı ifadesi için aşağıdaki Duke-

Owens I parametrizasyon setini (Duke and Owens, 1984) kullanabiliriz:

$$g(x, Q^2) = Ax^a(1-x)^b(1+\alpha x + \beta x^2 + \gamma x^3)$$

$$\bar{s} = \ln \frac{\frac{\ln Q^2}{\Lambda^2}}{\frac{\ln Q_0^2}{\Lambda^2}}$$

buradaki $Q_0^2 = 4 \ GeV^2$, $Q^2 \approx s = \frac{M_{\eta_D}^2}{4}$ ve $\Lambda = 0.21$ GeV şeklindedir.

- $A = 1.56 1.71\bar{s} + 0.638\bar{s}^2$
- $a = -0.949\bar{s} + 0.325\bar{s}^2$
- $b = 6.0 + 1.44\bar{s} 1.05\bar{s}^2$
- $\alpha = 9.0 7.19\bar{s} + 0.255\bar{s}^2$
- $\beta = -16.5\bar{s} + 10.9\bar{s}^2$
- $\gamma = 15.3\bar{s} 10.1\bar{s}^2$

 ψ_D kuarkonyasının üretimi için gg \rightarrow g ψ_D sürecinin üretim tesir kesiti ise aşağıda verilmiştir:

$$\sigma(\mathrm{gg} \to \mathrm{g}\psi_D) = \int_{\frac{(M_D + M_{\bar{D}})^2}{s}}^{1} \frac{9\pi^2}{8M_{\psi_D}^3(\pi^2 - 9)} \Gamma(\psi \to \mathrm{ggg}) \mathrm{I}\left(\frac{s}{M_{\psi_D}^2}\right) \left(\tau \frac{dL}{d\tau}\right) d\tau \quad (4.4.1.3)$$

denklemdeki I(x) ifadesi ise aşağıdaki gibidir:

$$I(x) = \frac{2}{x^2} \left[\frac{x+1}{x-1} - \frac{2x\ln x}{(x-1)^2} \right] + \frac{2(x-1)}{x(x+1)^2} + \frac{4\ln x}{(x+1)^3}$$
(4.4.1.4)

5. MATERYAL ve METOT

5.1 Yüksek Enerji Fiziğinde Kullanılan Bilgisayar Programları

Yüksek enerjili parçacık çarpışmalarının bilgisayar simülasyonları, hızlandırıcılarda gerçekleştirilecek ölçümler için detaylı bir teorik referans sağlamaktadır. Bu sayede, hem bilinen teoriler, hem de yeni fizik modelleri test edilebililir.

Simülasyonlar ve veriler arasında tutarsızlıklar arayarak, mevcut teoriler ile fiziksel evren arasında herhangi bir uyuşmazlık olup olmadığını araştırırız. Çünkü böyle bir uyuşmazlık, bizi evrenin temel ilkeleriyle ilişkilendirilebilecek yeni fenomenlerin keşfine götürecektir. Yani bu uyuşmazlıklar, bilinen fizik yasalarının simülasyonları incelenerek, Parçacık Fiziği Standart Modeli'nin mümkün olan en doğru tanımlamasına doğru bize rehberlik etmektedir. Aşağıda maddeler halinde bu amaçlarla yüksek enerji fiziğinde kullanılan bilgisayar programları verilmiştir.

- a) Mathematica; çoğunlukla temel bilim, mühendislik ve bilgi işlem alanlarında kullanılan simgesel bir yazılımdır. Stephen Wolfram tarafından tasarlanmış ve Wolfram Research tarafından geliştirilmiştir. Wolfram dili Mathematica'da kullanılan program dilidir. Veri analizi, fonksiyonların grafik çizimleri, Laplace, Fourier dönüşümleri ve analizleri yapabilen, hem nümerik hem cebir hesaplamaları yapabildiğimiz bir programdır.
- b) CompHEP; 1989 yılında Moskova Devlet Üniversitesi Skobeltsyn Nükleer Fizik Enstitüsü'nde (SINP) başlamış bir projedir ve Lagranjiyen'den, çarpışma olaylarına ve parçacık bozunumlarına kadar, yüksek enerji fiziğindeki birçok hesaplamalar için kullanılan bir yazılım paketidir. Pratik bir grafik kullanıcı arayüzü bulunmaktadır. Yeni nesil TeV enerjili parçacık çarpıştırıcılarının çalıştırılmaya başlamasıyla birlikte, çok sayıda çeşitli reaksiyonlar için tesir kesitlerini hesaplamak gerekiyordu ve bu paket, çarpışma ve bozunum süreçlerinde çok parçacıklı final durumlarının hesaplanması için oluşturuldu. CompHEP varsayılan olarak, Standart Model (SU(3)_C⊗SU(2)_L⊗U(1)_Y) Lagranjiyen'i ve çeşitli MSSM (Minimal Supersymmetric Standard Model) modelleri içermektedir. Fakat kullanıcı isteğe bağlı olarak, farklı Lagranjiyen'lere dayalı yeni fiziksel modeller

oluşturabilmekte, parçacık etkileşimlerini ve model parametrelerini değiştirebilmektedir. Ayrıca Feynman diyagramları oluşturulabilir, üretim tesir kesiti, çeşitli bozunum süreçleri, parton düzeyinde olay simülasyonu gibi amaçlara yönelik yüksek düzeyde otomasyon ile verimli bir şekilde hesaplamalar gerçekleştirilebilmektedir.

- c) ROOT; CERN tarafından geliştirilmiş nesne tabanlı bir programdır. Başlangıçta, parçacık fiziği veri analizi için tasarlanmıştır ve bu alana özgü birçok özellik içermektedir. Program tarafından sağlanan paketler;
 - Dağılımları ve fonksiyonları görüntülemek ve analiz etmek için histogram ve grafikler,
 - Data analizi için istatistik araçları,
 - Matris cebiri,
 - Yüksek Enerji Fiziği'nde kullanılan dört vektör içeren hesaplamalar,
 - Standart matematiksel fonsiyonlar,
 - Çok değişkenli veri analizi (sinir ağlarında kullanıldığı gibi),
 - Örneğin; astronomik resimleri analiz etmek için kullanılan görüntü işleme,
 - Veri analizlerini paralel hale getirmek için dağıtılmış bilgi işlem,
 - Veri tabanlarına erişim,
 - 3 boyutlu görselleştirmeler,
 - PDF, PostScript, LaTeX vb. gibi çeşitli formatlarda dosya oluşturma

yukarıda sıralanmış olan maddeleri içermektedir.

d) MadGraph; CompHEP'e benzer şekilde, ağaç seviyesinde matris elemanı hesabı, tesir kesit hesapları ve olay üretimi gibi işlemleri gerçekleştirebilmektedir. Önce C++/Fortran ile hazırlanmış versiyonları bulunmakla birlikte, daha sonra çıkan Python dilinde hazırlanmış olan versiyonu da kullanılmaktadır. Terminal üzerinde arayüzü vardır, grafik arayüzü bulunmamaktadır.

6. BULGULAR VE TARTIŞMA

6.1 E₆ Modelinin Öngördüğü İzosinglet Kuarkonyumun Oluşum Koşulu

Bölüm 4.2'de E₆ modelinin öngördüğü izosinglet kuarkonyumun oluşması için gereken koşullar tartışılmıştır. Bunun için K^{\pm} bozonlarının kütlesinden yola çıkarak üç farklı yaklaşım ele alındı. Kuarkonyum bağlı durumunun oluşabilmesi için K bozonunun minumum kütle değeri; level spacing yaklaşımına göre 1,613 TeV, tipik güçlü etkileşim zaman skalasından yola çıkarak yaptığımız yaklaşıma göre 4,564 TeV ve son olarak klasik yaklaşıma göre ise 0,685 TeV olmalıdır. Denklem (4.2.1) kullanılarak, izosinglet kuark ve K bozonunun çeşitli kütle değerlerine karşılık gelen bozunum bant genişlikleri Çizelge 6.1'de verilmiştir. Bozunum bant genişlikleri hesaplandıktan sonra $1/\Gamma$ yani yarı ömürleri (τ) de hesaplanarak, karşılaştırıldı.

	Γ (GeV)				
$M_{D_1}(\text{TeV})$	$M_{K^{\pm}} = 1 \text{ TeV}$	$M_{K^{\pm}} = 3 \text{ TeV}$	$M_{K^{\pm}} = 5 \text{ TeV}$		
1	1,07	0,23	0,08		
2	16,7	1,85	0,67		
3	56,3	6,25	2,25		
4	133,3	14,8	5,33		
5	260,4	28,9	10,4		

Çizelge 6.1 E6 modelinin öngördüğü izosinglet kuarkonyumun oluşumu

6.2 η_D Kuarkonyasının Mümkün Olan Süreçleri İçin Bozunum Bant Genişlikleri

İzosinglet kuark için bağlı durum oluştuktan sonra bu kuarkonya, çeşitli bozunum kanalları aracılığıyla bozunacaktır. Bölüm 4.3'te η_D ve ψ_D kuarkonyasının bütün bozunum kipleri ele alınmıştır. η_D kuarkonyasının çeşitli süreçleri için, η_D 'nin kütle değerlerine bağlı olarak, (4.3.1), (4.3.3), (4.3.7), (4.3.8), (4.3.10), (4.3.12), (4.3.14), (4.3.15) ve (4.3.17) bağıntıları kullanılarak bozunum bant genişlikleri hesaplanmıştır.

		Γ (MeV)	
$M_{\eta_D}(\text{TeV})$	$M_{Z'} = 1 \text{ TeV}$	$M_{Z'} = 3 \text{ TeV}$	$M_{Z'} = 5 \text{ TeV}$
2	1,6× 10 ⁻²	2× 10 ⁻⁴	2,6× 10 ⁻⁵
4	1,2× 10 ⁻¹	1,3× 10 ⁻³	$1,7 \times 10^{-4}$
6	3,2× 10 ⁻¹	3,9× 10 ⁻³	5,1×10 ⁻⁴
8	6,9× 10 ⁻¹	8,6× 10 ⁻³	1,1× 10 ⁻³
10	1,3	1,6× 10 ⁻²	2× 10 ⁻³
12	2,1	2,6× 10 ⁻²	3,6× 10 ⁻³
14	4,6	3,9× 10 ⁻²	5,1× 10 ⁻³
16	4,6	5,7× 10 ⁻²	7,3× 10 ⁻³

Çizelge 6.2 $\eta_D \rightarrow$	ff	sürecinin	bozunum	bant	genişliği
----------------------------------	----	-----------	---------	------	-----------

Çizelge 6.3 $\eta_D \rightarrow gg$ sürecinin bozunum bant genişliği

$M_{\eta_D}(\text{TeV})$	Γ (MeV)
2	7,67
4	10,60
6	12,97
8	15,03
10	16,90
12	18,63
14	20,25
16	21,78

$M_{\eta_D}(\text{TeV})$	Γ (MeV)
2	2,30× 10 ⁻³
4	$3,68 \times 10^{-3}$
6	$4,88 \times 10^{-3}$
8	5,99× 10 ⁻³
10	$7,02 \times 10^{-3}$
12	8,01× 10 ⁻³
14	8,96× 10 ⁻³
16	9,87× 10^{-3}

Çizelge 6.4 $\eta_D \to \gamma \gamma$ sürecinin bozunum bant genişliği

Çizelge 6.5 $M_{K^{\pm}} = 2$ TeV ve $M_{Z'} = 1$ TeV için $\eta_D \rightarrow q \overline{q'}$ sürecinin bozunum bant genişliği

$M_{\eta_D}(\text{TeV})$	Γ (MeV)
2	0,11
4	2,01
6	10,3
8	33,8
10	87,2
12	192,9
14	382,5
16	697,8

	Γ (MeV)				
$M_{\eta_D}(\text{TeV})$	$M_{Z'} = 1 \text{ TeV}$	$M_{Z'} = 3 \text{ TeV}$	$M_{Z'} = 5 \text{ TeV}$		
2	0,008				
4	0,016	0,01			
6	0,022	0,02	0,007		
8	0,027	0,024	0,017		
10	0,032	0,030	0,024		
12	0,037	0,035	0,031		
14	0,041	0,040	0,036		
16	0,046	0,044	0,041		

a. 1 ((71		1	1 .	• 1• • •
Cizelge 6.6 $n_{\rm P}$	\rightarrow	$Z'\nu$	súrecinin	bozunum	bant	genisligi
Q120150 010 111		~ /			0.0000	5

Çizelge 6.7 $\eta_D \rightarrow Z'Z'$ sürecinin bozunum bant genişliği

		Γ (MeV)	
$M_{\eta_D}(\text{TeV})$	$M_{Z'} = 1 \text{ TeV}$	$M_{Z'} = 3 \text{ TeV}$	$M_{Z'}=5 \text{ TeV}$
4	0,11		
6	0,16		
8	0,20	0,12	
10	0,24	0,19	
12	0,28	0,24	0,11
14	0,31	0,28	0,19
16	0,34	0,32	0,25

	Γ (MeV)				
$M_{\eta_D}(\text{TeV})$	$M_{Z'} = 1 \text{ TeV}$	$M_{Z'} = 3 \text{ TeV}$	$M_{Z'}=5$ TeV		
2	0,17	0,009			
4	8,90	0,011	0,0030		
6	66,8	0,38	0,0032		
8	268,9	2,21	0,10		
10	783,7	7,51	0,54		
12	1870,7	19,4	1,72		
14	3897,3	42,4	4,20		
16	7354,6	82,5	8,75		

Çizelge 6.8 $\eta_D \to Z' {\rm H}$ sürecinin bozunum bant genişliği

Çizelge 6.9 Kuarkonyumun tekli kuark bozunumu için bozunum bant genişliği (SQD)

	Γ SQD (GeV)						
$M_{\eta_D}(\text{TeV})$	$M_{K^{\pm}}=2\mathrm{TeV}$	$M_{K^{\pm}}=3$ TeV	$M_{K^{\pm}}$ =4TeV	$M_{K^{\pm}}$ =5TeV			
6	15,6						
8	53,6	11,5					
10	115,5	38,8	9,2				
12	206,9	80,3	31,2	7,6			
14	333,7	137,8	63,8	26,4			
16	502,1	213,5	107,1	53,7			

	Γ SQD (GeV)						
$M_{\eta_D}(\text{TeV})$	$M_{H^{\pm}}=250 \text{GeV}$	$M_{H^{\pm}}$ =500GeV	$M_{H^{\pm}}=750 \text{GeV}$	$M_{H^{\pm}} = 1 \text{ TeV}$			
6	23,36	25,27	23,55	21,06			
8	62,71	61,64	58,96	55,74			
10	123,58	121,27	118,96	114,23			
12	213,11	211,04	206,9	202,55			
14	340,37	337,04	332,36	326,36			
16	507,12	502,10	498,58	492,06			

Çizelge 6.10 H^{\pm} bozonu aracılığıyla SQD için bozunum bant genişliği

Çizelge 6.11 $\eta_D \rightarrow K^+ K^-$ sürecinin bozunum bant genişliği

	Γ (MeV)						
M_{η_D} (TeV)	eV) $M_{K^{\pm}}=2\text{TeV}$ $M_{K^{\pm}}=3\text{TeV}$ M		$M_{K^{\pm}}$ =4TeV	$M_{K^{\pm}}$ =5TeV			
6	1,25						
8	1,32	1,73					
10	1,47	1,68	2,24				
12	1,63	1,77	2,06	2,77			
14	1,79	1,90	2,10	2,45			
16	1,95	2,04	2,18	2,42			

6.3 E₆ Modelinin Öngördüğü İzosinglet Kuarkın Çift Üretimi

E₆ modelinin öngördüğü izosinglet kuarkın çift üretimi HL-LHC, HE-LHC ve FCC-hh için, çeşitli \sqrt{s} ve ışınlık değerlerine bağlı olarak, CompHEP programı kullanılarak hesaplanmıştır. Çizelge 6.12'de değişen izosinglet kuark kütlesi değerlerine karşılık gelen üretim tesir kesitleri, Çizelge 6.13'de HL-LHC ve HE-LHC'de, Çizelge 6.14'de ise FCC-hh'da yıllık olarak beklenen olay sayıları verilmiştir.

Çizelge 6.12 İzosinglet kuarkın çift üretimi

$M_{D_1}(\text{TeV})$	HL-LHC	HE-LHC	FCC-hh			
	√ <i>s</i> =14TeV	√ <i>s</i> =27TeV	√ <i>s</i> =80TeV	√ <i>s</i> =90TeV	\sqrt{s} =100TeV	
2	0,12	9,9	7,53	1070	1460	
4		0,02	1,58	25.5	38,2	
6			1,04	1,89	3,14	
8			0,011	0,22	0,41	
10			0,0014	0,03	0,07	

Çizelge 6.13 İzosinglet kuarkın HL-LHC ve HE-LHC'de çift üretimi için olay sayıları

	HL-LHC	HE-LHC
$M_{\rm D}({\rm TeV})$	\sqrt{s} =14TeV	$\sqrt{s}=27$ TeV
	$L_{int} \approx 350 f b^{-1}$	$L_{int} \approx 500 f b^{-1}$
2	42	4950
4		10

	\sqrt{s} =80TeV		\sqrt{s} =90TeV		\sqrt{s} =100TeV	
$M_{\rm D}({\rm TeV})$	$L(fb^{-1})$					
	500	1000	500	1000	500	1000
2	3765	7530	535000	1070000	730000	1460000
4	790	1580	12750	25500	19100	38200
6	520	1040	945	1890	1570	3140
8	5	11	110	220	205	410
10		1	15	30	35	70

Çizelge 6.14 İzosinglet kuarkın FCC-hh'da çift üretimi için olay sayıları

6.4 η_D Kuarkonyasının Üretimi

 η_D kuarkonyasının üretimi Bölüm 4.4.2'de ele alınmıştır. Bu kuarkonyumun üretim tesir kesiti, Denklem (4.4.1.1) kullanılarak HL-LHC, HE-LHC ve FCC-hh'un çeşitli kütle merkezi enerjisi değerlerine göre hesaplanmış ve Çizelge 6.15'de verilmiştir. Yine aynı hızlandırıcılardaki beklenen yıllık olay sayıları ise Çizelge 6.16 ve Çizelge 6.17'de verilmişitr.

Çizelge 6.15 Kuarkonyumun üretimi

	σ (fb)									
$M_{\eta_D}(\text{TeV})$	HL-LHC	HE-LHC	FCC-hh					FCC-hh		
	√ <i>s</i> =14TeV	√ <i>s</i> =27TeV	\sqrt{s} =80TeV	$\sqrt{s}=90$ TeV	√ <i>s</i> =100TeV					
2	0,22	2,2	31	40	49					
4	0,63×10 ⁻³	1,3× 10 ⁻³	1,1	1,5	1,9					
6			0,13	0,18	0,24					
8			0,025	0,037	0,051					
10			6,1× 10 ⁻³	9,6× 10 ⁻³	0,014					

Çizelge 6.16 Kuarkonyumun HL-LHC ve HE-LHC'de üretimi için olay sayıları

	HL-LHC	HE-LHC
$M_{\rm D}({\rm TeV})$	$\sqrt{s}=14$ TeV	\sqrt{s} =27TeV
	$L_{int} \approx 350 f b^{-1}$	$L_{int} \approx 500 f b^{-1}$
2	77	1100
4		15

	\sqrt{s} =80TeV		\sqrt{s} =90TeV		\sqrt{s} =100TeV	
$M_{\rm D}({\rm TeV})$		$L(fb^{-1})$				
	500	1000	500	1000	500	1000
2	15500	31000	20000	40000	24500	49000
4	550	1100	750	1500	950	1900
6	65	130	90	180	120	240
8	12	25	18	37	25	51
10	3	6	4	9	7	14

Çizelge 6.17 Kuarkonyumun FCC-hh'da üretimi için olay sayıları

Yukarıdaki tablolarda verilen veriler kullanılarak elde edilmiş grafikler aşağıda sıralanmıştır.



Şekil 6.1 Kuarkonyum potansiyel modelleri

Şekil 6.1'de (4.1.1), (4.1.2), (4.1.5) ve (4.1.6) numaralı denklemler kullanılarak ve $\Lambda = 0,25$ GeV alınarak, ağır kuarkonyum için çeşitli potansiyellerin mesafeye bağlı değişimi verilmiştir.



Şekil 6.2 K^{\pm} bozonları aracılığıyla izosinglet kuarkonyumun oluşumu



Şekil 6.3 K^{\pm} ve K^0 bozonları aracılığıyla izosinglet kuarkonyumun oluşumu



Şekil 6.4 $\eta_D \rightarrow f\bar{f}$ sürecinin bozunum bant genişliği



Şekil 6.5 $\eta_D \rightarrow gg$ sürecinin bozunum bant genişliği


Şekil 6.6 $\eta_D \rightarrow \gamma \gamma$ sürecinin bozunum bant genişliği



Şekil 6.7 $M_{K^{\pm}} = 2 \text{ TeV}$ ve $M_{Z'} = 1 \text{ TeV}$ için $\eta_D \rightarrow q \overline{q'}$ sürecinin bozunum bant genişliği



Şekil 6.8 $\eta_D \rightarrow Z' \gamma$ sürecinin bozunum bant genişliği



Şekil 6.9 $\eta_D \to Z'Z'$ sürecinin bozunum bant genişliği



Şekil 6.10 $\eta_D \rightarrow Z'$ H sürecinin bozunum bant genişliği



Şekil 6.11 Kuarkonyumun tekli kuark bozunumu için bozunum bant genişliği (SQD)



Şekil 6.12 H^{\pm} bozonu aracılığıyla SQD için bozunum bant genişliği



Şekil 6.13 $\eta_D \rightarrow K^+ K^-$ sürecinin bozunum bant genişliği



Şekil 6.14 η_D ku
arkonyasının toplam bozunum bant genişliği



Şekil 6.15 $\eta_{\rm D}$ kuarkonyasının bozunum kiplerinin dallanma oranları



Şekil 6.16 İzosinglet kuarkın üretim tesir kesitleri



Şekil 6.17 İzosinglet kuarkonyasının üretim tesir kesitleri

SONUÇ

Bu tez çalışmasında, E₆ Modeli'nin öngördüğü izosinglet kuarkın oluşturduğu kuarkonyumun oluşum koşulları, üretimi ve oluşan kuarkonya için gerçekleşebilecek, mümkün olan bütün bozunum kanalları araştırılmıştır. İzosinglet kuarkın çift üretimi CompHEP kullanılarak hesaplanmıştır. Kuarkonyanın üretim tesir kesiti ve bozunum bant genişliği hesapları için Mathematica programı kullanılmıştır ve grafikler Origin ile çizilmiştir.

Yapılan hesaplamalar ve araştırma bulguları neticesinde aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir:

- Üç farklı yaklaşım kullanılarak izosinglet kuarkın kuarkonya oluşturabilmesi için öngörülen yeni K bozonlarının en az hangi kütle değerlerine sahip olması gerektiği hesaplanmıştır. Bu durumda K[±] bozonunun kütlesi için alt limit, level spacing yaklaşımına göre 1,613 TeV, tipik güçlü etkileşim zaman skalasından yola çıkarak yaptığımız yaklaşıma göre 4,564 TeV ve son olarak klasik yaklaşıma göre ise 0,685 TeV olmalıdır. Şekil 6.2'deki üç yaklaşımı temsil eden mavi, kırmızı ve yeşil eğrilerin altında kuarkonyum bağlı durumu oluşabilmektedir. K[±] bozonunun, parametrizasyon ile elde edilen kütle değeri 6956 GeV'dir. Bu durumda parametrizasyon ile elde ettiğimiz değer, üç yaklaşımla da uyumludur, yani kuarkonyum oluşabilir.
- İzosinglet kuark, FCC-hh'da gluon-gluon füzyonu ile üretilecektir. Birinci aileye karşılık gelen izosinglet kuarkın çift üretimi ve olay sayıları farklı kütle merkezi enerjisi ve ışınlık değerlerine sahip çeşitli çarpıştırıcılar için hesaplanmıştır. Çizelge 6.13 ve 6.14'de görüldüğü gibi, izosinglet kuarkın 2 TeV kütle değeri için, izosinglet kuarkın çift üretimi için HL-LHC'de yıllık 42, HE-LHC'de 4950, FCC-hh'da ise 100 TeV kütle merkezi enerjisi ve 500 fb^{-1} ışınlık değeri için yıllık 730000 olay sayısı vermektedir. İntegre edilmiş ışınlık değeri 1000 fb^{-1} olursa da yıllık olay sayısı 1460000 olmaktadır.

- Birinci aileye karşılık gelen izosinglet kuarkın oluşturacağı kuarkonyumun üretim tesir kesitleri ve olay sayıları da Çizelge 6.15, 6.16 ve 6.17'de verilmiştir. Çizelgelerde görüldüğü gibi, kuarkonyum üretimi için yıllık olay sayıları HL-LHC için 77, HE-LHC için 1100, FCC-hh'da 100 TeV kütle merkezi enerjisi için 500 fb^{-1} ışınlık değeri için yıllık 24500 olay sayısı vermektedir.
- η_D kuarkonyasının mümkün bozunum bant genişlikleri hesaplanmış ve Şekil 6.15'de bu süreçlerin dallanma oranları verilmiştir. Burada sadece
 1. aileye olan geçişler ele alınmıştır. H[±] aracılığıyla gerçekleşen tekli kuark bozunumu ve kuarkonyumun tekli kuark bozunumu (SQD) GeV mertebesinde bozunum bant genişliği değerlerine sahiptir ve en baskın bozunum kanallarıdır.
- Ayrıca Şekil 6.15'te görüldüğü üzere, η_D → Z'H ve η_D → qq' süreçleri η_D kuarkonyası için diğer baskın kanallar olarak göze çarpmaktadır. Modelimizde öngörülen yeni ayar bozonlarının olduğu baskın olan süreçler avantaj sağlayacaktır. Bu parçacıklar kararlı olmadığı için, oluştuktan sonra bozunacaktır. Bildiğimiz üzere Higgs bozonu da deneylerde doğrudan gözlenmemiştir. Higgs bozonunun bozunacağı mümkün bozunum kanalları hesaplanmış ve bu kanallardan yola çıkarak dolaylı yoldan gözlenmiştir. Aynı şekilde, bozunum kanalları vasıtasıyla, modelimizin öngördüğü yeni ayar bozonları hakkında daha çok bilgi edinilebilir.

KAYNAKLAR DİZİNİ

Gursey, F., Ramond P. and Sikivie, P., 1976, A universal gauge theory model based on E₆, *Physical Letters 60B*, 4p.

Gursey, F., Serdaroglu M., 1978, Basic fermion masses and mixings in the E₆, *Lett. Nuovo Cimento Soc. Ital. Fis.*, 21, 28-32p.

Singer, M., Valle, J. W. F. and Schechter J., 1980, Canonical neutral-current predictions from the weak-elektromagnetic gauge group SU(3)xU(1), *Physical Review D*, 22, 19p.

Hewett, J. L. and Rizzo, T. G., 1989, Low-energy phenomenology of superstring inspired E₆ models, *Physics Reports (Review Section of Physics Letters)*, 183, 193-381p.

Pleitez, V., 1996, New fermions and a vectorlike third generation in SU(3)c x SU(3)L x U(1)N models, *Physical Review D*, 53(1), 514-526pp.

Sanchez, L. A., Ponce, W. A. and Martnez, R., 2001, SU(3)c x SU(3)L x U(1)x as an E₆ subgroup, *Physical Review D*, 64, 18p.

Ponce, W. A., Flórez, J. B. and Sánchez, L. A., 2002, Analysis of SU(3)c x SU(3)L x U(1)X local gauge theory, *International Journal of Modern Physics A*, 17(5), 643-659pp.

Aad, G., et al., 2015, Search for pair production of a new heavy quark that decays into a W boson and a light quark in pp collisions at $\sqrt{s}= 8$ TeV with the ATLAS detector, Physical Review D, 92, 39p.

Ciftci, R., Ciftci, A. K., 2016, General structure of democratic mass matrix of quark sector in E₆ model, *AIP Conference Proceedings*, 1722(1), 4p.

Bigi, I., Dokshitzer, Y., Khoze, V., Khn, J. and Zerwas, P., 1986, Production and decay properties of ultra-heavy quarks, *Physical Letters. B*, 181, 157-163pp.

Barger, V., Glover, E. W. N., Hikasa K., Keung, W. Y., Olsson, M. G., Suchyta, C. J. and Tata, X. R., 1987, Superheavy-quarkonium production and decays: a new Higgs-boson signal, *Physical Review D*, 35(11), 3366-3395pp.

KAYNAKLAR DİZİNİ (Devam)

Çiftçi, R., 2000, Dördüncü Standart Model Ailesi Fermiyonlarının Fenomenolojisi, Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, 110s.

Buchkremer, M. and Schmidt, A., 2013, Long-lived heavy quarks: a review, *Advances in High Energy Physics*, 2013, 17p.

Çağlar, Ç., Çiftçi, R. and Çiftçi, A. K., 2018, E₆ predicted isosinglet quarkonium formation, *Canadian Journal of Physics*, 96(7), 831-833p.

Chisholm, A., 2016, Measurements of the X_c and X_b Quarkonium States in pp Collisions with the Atlas experiment, Ph.D. Thesis, University of Birmingham, UK, 174p.

Leibovich, A. K., 1998, Quarkonia Production in Nonrelativistic Quantum Chromodynamics, Ph.D. Thesis, California Institute of Technology, 91p.

Bordry, F., Benedikt, M., Brüning, O., Jowett, J., Rossi, L., Schulte, D., Stapnes, S., Zimmermann, F., 2018, Machine parameters and projected luminosity performance of proposed future colliders at CERN, 11p.

Griffiths, D., 2013, Introduction to Elementary Particle Physics, 453p.

Tanabashi, M., et al., 2018, The review of particle physics (Particle Data Group), *Physical Review D*, 256p.

Denegri, D., Guyot, C., Hoecker, A. and Roos, Lydia, 2018, Higgs ve CERN, (Çev. E. Akat), Alfa Basım Yayım Dağıtım San. ve Tic. Ltd. Şti., İstanbul, 437s.

Richardson, J. L., 1974, The heavy quark potential and T, J/ψ systems, *Physics Letters B*, 82, 272-274 pp.

Hagiwara, K., Jacobs S., Olsson, M. G. and Miller K. J., 1983, Probing QCD with heavy quark bound states, *Physics Letter B*, 131, 455-460pp.

Barger, V., et al., 1988, Erratum: Superheavy-quarkonium production and decays: a new Higgs-boson signal, *Physical Review D*, 38, 1p.

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı: Çağla Çağlar

Doğum Tarihi: 19.05.1991

Doğum Yeri: Ankara

e-posta: cagla-caglar-ege@hotmail.com

Eğitim Bilgileri

Lisans: Ege Üniversitesi, Fen Fakültesi, Fizik Bölümü

Yüksek Lisans: Ege Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Nükleer Fizik Anabilim Dalı, Tezli Yüksek Lisans Programı

Katıldığım Yaz/Kış Okulu: ODTÜ, Hadron Fiziği Kış Okulu, 2016

Makale

• Çağlar, Ç., Çiftçi, R. and Çiftçi, A. K., 2018, E₆ predicted isosinglet quarkonium formation, *Canadian Journal of Physics*, 96(7), 831-833p.

Bildiriler

- Ç. ÇAĞLAR, R. ÇİFTÇİ ve A. K. ÇİFTÇİ, E₆ predicted Isosinglet Quarkonium Formation, Sözlü Sunum, Turkish Physical Society 33rd International Physics Congress, 2017
- R. ÇİTÇİ, Ç. ÇAĞLAR ve A. K. ÇİFTÇİ, E₆ Predicted Quarkonium Production at Future Circular Collider, Sözlü Sunum, Turkish Physical Society 34rd International Physics Congress, 2018

EK AÇIKLAMALAR

EK 1 Bozunum Oranı

1 parçacığı 2, 3, 4, ..., n parçacıklarına bozunursa;

 $1 \rightarrow 2 + 3 + 4 + \ldots + n$

Bu durumda bozunum oranı:

$$d\Gamma = |M|^2 \frac{s}{2\hbar m_1} \left\{ \left[\frac{cd^3 p_2}{(2\pi)^3 2E_2} \right] \left[\frac{cd^3 p_3}{(2\pi)^3 2E_3} \right] \dots \left[\frac{cd^3 p_n}{(2\pi)^3 2E_n} \right] \right\} 2\pi^4 \delta^4 (p_1 - p_2 - p_3 - \dots - p_n)$$
(EK 1.1)

şeklinde verilir. Burada p_i , i. parçacığın m_i kütlesine, $E_i = c\sqrt{p_i^2 + m_i^2 c^2}$ enerjisine sahip dört-momentumudur ve aşağıda verilmiştir:

$$p_i = \left(\frac{E_i}{c}, \mathbf{p}_i\right)$$

Bozunan parçacık, durgun kabul edilir.

İki cisim bozunumunda son durum, sadece 2 parçacık içeriyorsa, integraller açık olarak hesaplanabilmektedir. Bu durumda toplam bozunum oranı:

$$\Gamma = \frac{S|p|}{8\pi\hbar m_1^2 c} |M|^2$$
(EK 1.2)

ile verilir. Çıkan parçacıkların herhangi birinin momentum büyüklüğü ise şöyle verilir:

$$|\mathbf{p}| = \frac{c}{2m_1}\sqrt{m_1^4 + m_2^4 + m_3^4 - 2m_1^2m_2^2 - 2m_1^2m_3^2 - 2m_2^2m_3^2}$$

Çıkan parçacıkların kütlesiz olması durumunda, $|p| = m_1c/2$ olur ve denklem şu hale gelmektedir:

$$\Gamma = \frac{S}{16\pi\hbar m_1} |M|^2 \tag{EK 1.3}$$

EK 2 Üretim Tesir Kesiti

1 ve 2 parçacıkları çarpışırsa ve 3, 4, ..., n parçacıkları oluşursa:

$$1+2 \rightarrow 3+4+\ldots+n$$

Tesir kesiti aşağıdaki gibidir:

$$d\sigma = |M|^2 \frac{\hbar^2 S}{4\sqrt{(p_1.p_2)^2 - (m_1m_2c^2)^2}} \left\{ \left[\frac{cd^3 p_3}{(2\pi)^3 2E_3} \right] \left[\frac{cd^3 p_4}{(2\pi)^3 2E_4} \right] \dots \left[\frac{cd^3 p_n}{(2\pi)^3 2E_n} \right] \right\} 2\pi^4 \delta^4 (p_1 + p_2 - p_3 - p_4 \dots - p_n)$$
(EK 2.1)

İki cisim saçılmasında son durum, sadece 2 parçacık içeriyorsa, integraller aşağıda verildiği gibi açık olarak hesaplanabilmektedir.

(a) Momentum merkezi çerçevesinde,

$$\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - (m_1 m_2 c^2)^2} = (E_1 + E_2)|\mathbf{p}_1|/c$$
 (EK 2.2)

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\hbar c}{8\pi}\right)^2 \frac{S|M|^2}{(E_1 + E_2)^2} \frac{|\mathbf{P}_f|}{|\mathbf{p}_i|} \tag{EK 2.3}$$

şeklinde ifade edilir. $|p_i|$ gelen parçacığın, $|P_f|$ ise çıkan parçacığın momentumudur. Esnek saçılma durumunda, (A + B \rightarrow A + B), $|p_i| = |p_f|$ ve $E \equiv (E_1 + E_2)/2$ alırsak:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\hbar c}{16\pi}\right)^2 \frac{S|M|^2}{E^2}$$
(EK 2.4)

(b) İkinci parçacığın durgun olduğu labaratuvar çerçevesinde,

$$\sqrt{(p_1.p_2)^2 - (m_1m_2c^2)^2} = m_2c|\mathbf{p}_1|$$
(EK 2.5)

Esnek saçılma için $(A + B \rightarrow A + B)$,

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\hbar c}{8\pi}\right)^2 \frac{p_3^2 S|M|^2}{m_2 |p_1||p_3|(E_1 + m_2 c^2) - |p_1||E_3 \cos\theta|}$$
(EK 2.6)

ifadesi verilir.

Gelen parçacığın kütlesiz olduğu durum için $(m_1 = 0)$,

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\hbar E_3}{8\pi m_2 c E_1}\right)^2 |M|^2 \tag{EK 2.7}$$

şeklinde indirgenmektedir. Hedef parçacığın geri tepmesi ihmal edilirse $(m_2c^2 >> E_1)$,

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\hbar}{8\pi m_2 c}\right)^2 |M|^2 \tag{EK 2.8}$$

Denklem (EK 2.6), denklem (EK 2.8)'e indirgenmektedir.

Çıkan parçacıkların kütlesiz olduğu durum için ($m_3 = m_4 = 0$),

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\hbar c}{8\pi}\right)^2 \frac{S|M|^2 |p_3|}{m_2 |p_1| (E_1 + m_2 c^2) - |p_1| |c\cos\theta|}$$
(EK 2.9)

denklemi verilir.