T.C.

AKSARAY ÜNİVERSİTESİ

SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

İŞLETME ANABİLİM DALI

HEDEF PROGRAMLAMA VE BİR İŞLETME UYGULAMASI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Hüsrev Said Nurullah SARIAY

DANIŞMAN

Yrd. Doç. Dr. Nurullah UMARUSMAN

OCAK 2012

AKSARAY

T.C.

AKSARAY ÜNİVERSİTESİ SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

TEZ KABUL ve ONAY BELGESİ

Hüsrev Sait Nurullah SARIAY'ın "Hedef Programlama ve Bir İşletme Uygulaması" başlıklı Yüksek Lisans tez çalışması, Aksaray Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 31/01/2012 tarih ve 60 sayılı kararı ile oluşturulan aşağıdaki jüri tarafından İşletme Anabilim Dalında Yüksek Lisans tezi olarak oy birliği ile kabul edilmiştir.

		İmza
Danışman	: Yrd.Doç.Dr. Nurullah UMARUSMAN (ASÜ)	
1. Jüri	:Yrd.Doç.Dr. M. Yılmaz İÇERLİ (ASÜ)	
2. Jüri :	: Yrd.Doç.Dr.M.Halit YILDIRIM (ASÜ)	
3. Jüri :	: Yrd..Doç.Dr. Nurullah UMARUSMAN (ASÜ)	

Tezin Savunulduğu Tarih : 10/02/2012

ONAY

Aksaray Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 02.03.2012 tarih ve 2012/3-12 sayılı kararı ile H.S.Nurullah SARIAY'ın İşletme Anabilim Dalında Yüksek Lisans/Doktora derecesi alması onaylanmıştır.

Sosyal Bilimler Enstitüsü Müdürü

Unvan, Adı SOYADI

Doç.Dr. Ersan SEVER

Müdür

ÖNSÖZ

Karar verme süreci geçmişte olduğu gibi günümüzde de büyük önem taşımaktadır. İnsanlar hayatın her alanında bazı kararlar almak zorunda kalırlar. Bu kararlar kişisel olduğu gibi bir organizasyona ait de olabilir. Karar verme sürecinin ve alınan kararların öneminin farkında olan bütün organizasyonlar amaçları ve hedefleri doğrultusunda alternatifler arasından en uygun seçimi yapmaya çalışırlar. Bunun sonucu olarak organizasyonlar karar verme süreci içerisinde ortaya çıkan ihtiyaçlarını karşılamak için çeşitli yöntemler kullanırlar. Karar verme sürecine destek olması için düşünülen matematiksel metotlar bu yöntemlerden bazılarıdır.

Hedef Programlama bu matematiksel metotlardan biridir. Birden fazla amacı içeren karar problemleri için Hedef Programlama, maksimizasyon veya minimizasyon problemlerinden farklı olarak, belirlenen hedeflerden en az sapmayı sağlayan çözümü araştırır. Bir Hedef Programlama modelinde; amaç fonksiyonları, beklenen çıktılar ve kısıtlar deterministik olup makul modifikasyonlarla en iyi sonuçlar alınmaya çalışılır. Bulanık Hedef Programlamada ise karar vericinin kararlarına göre model üzerindeki tahminlenen rakamlarda bulanıklık söz konusudur ve model üyelik fonksiyonu kullanılarak hedefler inşa edilir

Bu çalışmada Çok Amaçlı Karar Verme Teknikleri hakkında genel bilgilere ve Aksaray ilinde bulunan MOTAYSAN firmasının üretim yapısı üzerinde Bulanık Hedef Programlama metodunu kullanarak yaptığımız uygulama ve sonuçlarına yer verilmiştir. Uygulamada firmadan elde edilen veriler öncelikle istatistiksel olarak değerlendirilmiş ve daha sonra bulanık hedef programlama algoritmasından faydalanarak firmanın hedeflediği gelir, maliyet ve birim üretim miktarları değerlendirilmiştir. Bu sonuçlar Klasik Doğrusal Programlama ve Minmaks Hedef Programlama sonuçları ile karşılaştırılmıştır.

TEŞEKKÜR

"Hedef Programlama ve Bir İşletme Uygulaması" başlıklı tez çalışmam süresince beni yönlendiren, bilgilerini benimle paylaşan ve çalışmamın her aşamasında bana gerekli tavsiyeleri sunan değerli tez danışmanım Yrd. Doç. Dr. Nurullah UMARUSMAN' a ve uygulama aşamasındaki desteklerinden dolayı MOTAYSAN firması sahibi Sayın Kenan ORUÇ'a, Sayın Telat DİLMEN'e ve MOTAYSAN personeline teşekkür ederim.

Ayrıca hayatım boyunca ve tez çalışmam süresince hep yanımda olan başta anne ve babam olmak üzere aileme teşekkürlerimi sunarım.

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

HEDEF PROGRAMLAMA VE BİR İŞLETME UYGULAMASI

H. S. Nurullah SARIAY

Aksaray Üniversitesi

SOSYAL BİLİMLER Enstitüsü

İşletme Anabilim Dalı

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Nurullah UMARUSMAN

"Hedef Programlama ve Bir İşletme Uygulaması" konulu bu çalışmada uygulama alanı olarak Aksaray ilinde araç aynaları üretimi faaliyetinde bulunan MOTAYSAN firması seçilmiştir. Çalışmanın uygulama bölümünde bu firmanın üretimine ilişkin elde edilen veriler Bulanık Hedef Programlama modeli ile değerlendirilmiştir. Çalışmanın ilk aşamasında Karar Verme Süreci ve Çok Amaçlı Karar Verme konuları incelenmiştir. İkinci bölümde ise Hedef Programlama hakkında bilgiler yer almıştır. Uygulama aşamasında kullandığımız Bulanık Hedef Programlama metoduna ilişkin olarak üçüncü bölümde Bulanık Küme Teorisi ve Bulanık Ortamda Karar Verme konuları üzerinde durulmuştur. Ayrıca bu bölümde Bulanık Hedef Programlama modeli ve problemlerin çözümü için geliştirilen teknikler açıklanarak, uygulama için benimsenen yaklaşımlar tanıtılmıştır. Dördüncü bölümde Bulanık Hedef Programlama modeli ile firmaya ait gelir, maliyet ve birim üretim hedefleri Hannan yaklaşımı esas alınarak değerlendirilmiştir.

2012, 83 Sayfa

Anahtar Kelimeler: Karar Verme Süreci, Hedef Programlama, Bulanık Mantık, Bulanık Hedef Programlama

Bilim Kodu: 1127

ABSTRACT

Master of Arts Thesis

GOAL PROGRAMMING and APPLICATION OF A COMPANY

H. S. Nurullah SARIAY

Aksaray University
Graduate School of Social Sciences
Department of Business Administration

Supervisor: Yrd. Doç. Dr. Nurullah UMARUSMAN

In this study entitled "Goal Programming and Application of a Company" MOTAYSAN company which produces vehicle mirrors in Aksaray, was chosen as the focus of application. In the application of study obtained data from this company's production through the model Fuzzy Goal Programming are evaluated. In the first part of the study Decision Making Process and Multi Objective Decision Making are studied. Goal Programming is presented in the second chapter. Fuzzy Set Theory and Decision Making in a Fuzzy Envronment are investigated in the third chapter which is connected to the Fuzzy Goal Programming method. In addition the model of Fuzzy Goal Programming and techniques for problem solving are explained and the approaches of the study are presented in this chapter. The study are presented in the fourth chapter, goals of company income, cost, unit production are evaluated by using the model of fuzzy goal programming on the basis of Hannan approach.

2011, 83 Page

Key Words : Decision Making Process, Goal Programming, Fuzzy Logic, Fuzzy Goal Programming.
Science Code: 1127

İÇİNDEKİLER **SAYFA NO**

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

BULANIK KÜME TEORİSİ VE BULANIK HEDEF PROGRAMLAMA

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

UYGULAMA

ŞEKİLLER DİZİNİ

TABLOLAR DİZİNİ

SİMGELER DİZİNİ

A_α	A kümesinin α-kesim kümesi
$\tilde{A}$	A’ bulanık kümesi
a_{ij}	Amaç fonksiyonu katsayıları
a_k	k-ıncı öncelik için başarı seviyesini gösterir
b_i	Sağ taraf sabitleri
$\bar{b}$	Herbir amacın sağ taraf sabitleri
c_j	Amaç fonksiyonu katsayıları
d	Minimum değeri araştırılan maksimum sapma miktarı
d_i^+	Başarının üzerinde
d_i^-	Başarının altında
e_{is}	s-inci temel değişkenin i-inci satırdaki elamanıdır
E	X ’in alt kümesi
$I_{k,s}$	k-ıncı önceliki s-inci temel dışı değişkenin indeks sayısı
k_i	İlgili normalisazyon yöntemlerinden elde edilen sabit
M	Üyelik Uzayı
N_i	Normalizasyon sapması
P_k	k-ıncı öncelik düzeyi
$u_{i,k}$	k-ıncı öncelik düzeyli i-inci temel değişkenin ağırlığı
V	Karar ve sapma değişkenler
$w_{k,s}$	k-ıncı öncelik düzeyli s-inci temel dışı değişkenin ağırlığı
w_i^+	Pozitif sapan değişkene ait göreceli ağırlık
w_i^-	Negatif sapan değişkene ait göreceli ağırlıktır
X	Küme
x_j	Karar değişkenleri
$\{0,1\}$	Yalnız 0 ve 1’den oluşan küme
$[0,1]$	0’dan 1’e kadar tüm reel sayılar
$\mu_A(x)$	x ’in üyelik fonksiyonu

KISALTMALAR DİZİNİ

ÇAKV	Çok Amaçlı Karar Verme
HP	Hedef Programlama
İÇADP	İnteraktif Çok Amaçlı Doğrusal Programlama
ISHP	İnteraktif Sıralı Hedef Programlama
STEM	STEP Metodu
VMP	Vektör Maksimizasyonu Problemi
YA	Yöneylem Araştırması
ZW	Zionts ve Wallenius

GİRİŞ

Yöneylem Araştırması alanındaki ilk çalışmalar İngiltere'de başlamış ve Amerikanın 1940 lı yıllarda bu alanla ilgilenmesiyle ivme kazanmıştır. Günümüzde ise Yöneylem Araştırması Üniversitelerin eğitim-öğretim programlarında yerini almıştır. Yöneylem Araştırması alanında modellerin çözümü için geliştirilen matematiksel teknikler arsında Doğrusal Programlama, Dinamik Programlama, Tamsayılı Programlama, Doğrusal Olmayan (Nonlinear) Programlama, Hedef Programlama ve Şebeke Programlamayı sayabiliriz.

Yöneylem araştırması sürecinde ilk aşama verilerin toplanarak problemin formüle edilmesidir. İkinci aşamada bilimsel matematik model kurulur ve sonuçların gerçek probleme uygunluğunu sağlamak için varsayımlar oluşturulur. Modelin geçerliliğini gösteren sonraki adımda varsayımların sınanması ve düzeltmeler yapılır.

Hedef Programlama Yöneylem Araştırması alanında son yıllarda daha sık kullanılmaya başlanan matematiksel tekniklerden biridir. Hedef Programlama çalışmaları ilk kez Charnes, Cooper ve Ferguson (1955) tarafından başlatılmıştır. Daha sonra Charnes ve Cooper (1961) Hedef Programlama formülasyonunu gerçekleştirmiştir. Hedef Programlama, Doğrusal Programlamanın özel bir hali olup amaç kriterinin doğrudan maksimizasyonu veya minimizasyonu yerine, hedefler ve bu hedeflerin verilen kısıtlara göre başarımlarının arasındaki farkı minimize eder. Geleneksel matematiksel modellerde karar vericiler bir amacın maksimizasyonunu veya minimizasyonunu gerçekleştirebilirler. Ancak günümüzde organizasyonlar çok kritere sahiptirler, yani birden fazla hedefin gerçekleşmesini isterler. Tüm bu hedeflerin tamamen gerçekleşmesi zor olduğundan problemdeki arzu edilen değerler kümesini en iyi tatmin eden çözümü elde etmeye çalışırlar. Böyle bir tatmin edici çözümü bulmak için Hedef Programlama kullanılabilir. Yani Hedef Programlama optimum çözümden ziyade tatminkarlığa ulaşmayı sağlar.

Hedef Programlama'da karar verici öncelikle hedefleri ve bu hedefler için kabul edilen öncelikleri belirler ve sıralamada her bir öncelik düzeyindeki hedef için öncelikli ağırlıklar verilir. Ağırlıklar sayısal değer veya kodlarla yapılır. Yüksek öncelikli hedefler daha düşük düzeydeki hedeflerden daha önce tatmin edilir. Hedef Programlama problem kısıtlayıcılarına bağlı olarak önceliklendirilen hedeflerden sapmaları minimum kılar (Öztürk 2004: 25).

Bir Hedef Programlama modelinde; amaç fonksiyonları, beklenen çıktılar ve kısıtlar deterministik olup makul modifikasyonlarla en iyi sonuçlar alınmaya çalışılır. Bulanık Hedef Programlamada ise karar vericinin kararlarına göre model üzerindeki tahminlenen rakamlarda bulanıklık söz konusudur ve modelde üyelik fonksiyonu kullanılarak hedefler oluşturulur.

Karar vericilerin içinde bulunduğu belirsizlik ortamı sebebiyle verilen kararlar mutlak sonuçlar içermeyebilir. Kararların kesin olmaması sonuçların çeşitliliğine bağlı gelişen bir durumdur. Ulaşılan bir karar iki sonuç arasındaki binlerce durumdan biri olabilir. Bulanık Hedef Programlamanın çıkış noktası olan Bulanık Mantığın ileri sürdüğü düşünce bir önermenin doğruluğunun, önermelerle, kesin yanlış ve kesin doğru arasındaki sonsuz sayıda doğruluk değerlerini içeren bir kümedeki değerler, ya da sayısal olarak [0,1] gerçel sayı aralığıyla ilişkilendiren bir fonksiyon olarak kabul edilmesidir. Bulanık kümeler üzerine yazdığı makalesiyle Zadeh (1965) belirsizlik kavramının değişik boyutlarıyla tartışılmasının önünü açmıştır. Bu çalışma mantığın süregelen şekilsel kesin ölçülerini eleştirerek belirsizlik kavramının modern mantığın içinde yerini almasında önemli bir adım olmuştur. Bulanık Küme Teorisi klasik mantıktaki 0 ve 1 değerlerinin yanı sıra 0 ile 1 arasındaki sonsuz sayıdaki değerleri de içermektedir.

BİRİNCİ BÖLÜM
KARAR VERME SÜRECİ VE ÇOK AMAÇLI KARAR VERME

1. GİRİŞ

Biyolojik organizmalarda olduğu gibi, hizmet ve diğer sektörlerde faaliyet gösteren bir çok organizasyon ve sistemler kuruluş maksatlarını gerçekleştirmek için, çevre şartlarının da etkisi ile, zaman içerisinde gelişirler ve değişirler. Bu değişim ve gelişim süreci kaçınılmaz bir gerçek olup, canlı-cansız bütün sistemleri etkilemektedir. İşte matematiksel olarak modellenebilen reel sistemlerin soyut yapılarının çözümleri karar mekanizmasına yardımcı olurlar. Bu ve benzeri karar problemleri, sistemin doğasından kaynaklanan, çözüm için gerekli olan varsayımlar ve kısıtlar altında tek amaçlı optimizasyon problemleri olarak modellenebilir (Güneş ve Umarusman 2002: 243).

Bütün organizasyonların amaçları ve hedefleri vardır. Bu hedefler insan, malzeme, finansman, planlama, denetleme, yönetme ve kontrol etme gibi yönetimsel fonksiyonların performansında kullanılır. Bu fonksiyonların yerine getirilmesinde, karar vericiler iç içe geçmiş sürekli bir karar verme süreci içerisindedirler. Verilen kararlar çeşitli alternatifler içerisinden çok boyutlu düşünülerek yapılan seçimlerdir. Karar vericiler değişik konumlarda değişik problemlerle karşılaşan yöneticiler olabilirler. Bu problemlerle lojistik yönetiminde, müşteri hizmetleri yönetiminde, pazarlama, üretim yönetimi ve bunun gibi birçok yönetim alanında karşılaşılabilir (Lu ve Zhang 2007: 3).

Birçok karar verme problemi yapı itibarı ile birden fazla kritere bağlı olarak farklı amaçları içeren belirsiz bir ortamda meydana gelmektedir. Karar verme problemleri karar verici tarafından organizasyona ait kısıtlar altında amaç/amaçların bir araya getirilmesinden oluşmaktadır. Matematiksel Programlama yapısı, problemin formülasyonu safhasında amaçların açık ve kesin olarak ifade edilmesini gerektirir.

Karar sürecini meydana getiren çalışmalar esas olarak, düşünseldir. Kararın uygulanması evresinde bir takım davranışlar söz konusudur. Bununla birlikte bu davranışlar yardımcı nitelikteki kararların sonucu olduklarından ikinci evre kararla ilgilidir. Karar vericinin hemen her hareketi ve davranışı bir kararın eseri olduğundan karar sürecinin psikolojik yönünün iyi aydınlanması gereklidir (Tosun 1987: 309).

Karar verici karar vermekle bir sürecin sonucunu açıklamış olur. Dolayısıyla karar konusunu incelemek için sadece sonucu ifade eden seçim veya tercihin incelenmesi yetmez. Sürecin başlangıcına gidilerek seçim yapma noktasına gelinceye kadar nelerin olup bittiğine bakmak gerekir. Bu açıdan ele alındığında karar verme işini bir süreç olarak görmek mümkündür. Karar verme belirli bir başlangıç noktası olan ve buradan itibaren değişik iş, faaliyet veya düşüncelerin birbirini izlediği ve sonunda bir tercihin yapılması ile sonuçlanan bir işler topluluğu, süreç olarak isimlendirilir (Koçel 2001: 51).

Karar verme diğer bir tanıma göre, bir karar vericinin karşılaştığı bir sorun ya da sonradan sorun oluşturabilecek bir durum karşısında, farklı çözüm alternatiflerini ortaya koyması ve bunların arasından birini ya da bir kaçını seçerek uygulamaya koyması sürecidir. Bu tanımdan yararlanarak karar verme işlevinin ortak özellikleri aşağıdaki gibi sıralanabilir (Yaralıoğlu 2010: 59):

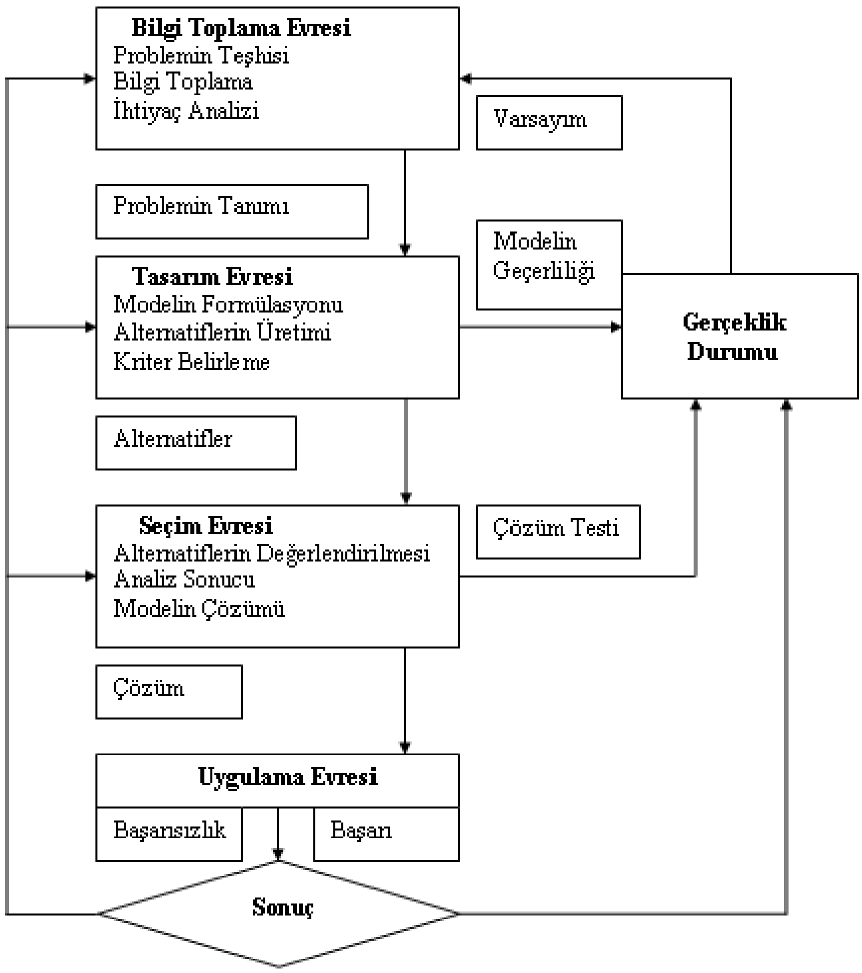
• Karar verme geleceğe yöneliktir. Bu nedenle karar verme işlevi ne kadar doğru planlanırsa planlansın risk taşır. Gelecek belirsizdir. Belirsizliğin karar verici açısından iyi değerlendirilmesi ise bu belirsizliği riske dönüştürür.

• Karar verme karar vericiye sorumluluk yükler. Geleceğin belirsizlik ya da riski, karar vericilerin kararlarının doğru olması durumunda organizasyon için başarıyı getirecektir. Bu ise karar vericiye sorumluluk yükler.

• Karar verme işlevi aynı zamanda bir maliyet unsurudur. Karar verme, verilen kararların niteliklerine göre farklılık göstermekle birlikte organizasyon için bir maliyet yaratır. Çünkü karar verme işlevi bir durumdan başka bir duruma geçişi gerektirir. Bu geçiş sürecinde ise doğal olarak kaynaklar kullanılacaktır.

• Karar verme işlevi bir süreçtir. Kararın niteliğine göre farklılık göstermekle birlikte belirli bir zaman dilimini ve bu zaman diliminde gerçekleştirilecek bazı faaliyetleri içerir. Bu durum ise karar verme işlevinin bir sürece sahip olmasını gerektirir.

Karar verme süreci bir eylemin yönteminin alternatifler arasından seçimi sırasında geçirilen aşamalardır. Karar vericinin sürecin sonunda belirlediği çözüm mantıklı, mantıksız, açık varsayım veya belirsiz varsayım şeklinde olabilir. Karar verme süreci bilgi evresiyle başlar, gerçekliği incelenir, problem tespit edilir ve problemin ifadesi tanımlanır. Amaç evresi sistemde bir model yapısının tanımlanmasıdır. Daha sonra model kabul edilir ve eylemde uygulanacak yöntemin alternatiflerinin değerlendirilmesi için tespit edilen kriter ayarlanır. Modelin hazırlanma sürecinde uygulanabilecek diğer alternatif çözümlerle ve yardımcı yöntemlerle sık sık karşılaştırmalar yapılır. Seçim evresi modelde önerilen bir çözümün tercih edilmesini içerir. Daha sonra çözümün uygulanabilirliği test edilir. Son evre uygulama aşamasıdır. Uygulamanın başarısı gerçek problemin çözümünde ortaya çıkar. Hata süreci geçmiş bir evreye dönmeye yöneltir (Lu ve Zhang 2007: 5). Karar verme sürecini Şekil 1.1. de göstermişleridir.



Şekil 1.1. Karar Verme Sürecinin Yapısı (Lu ve Zhang 2007)

1.1. Çok Amaçlı Karar Verme

Çok Amaçlı Karar Verme problemleri birbirleri ile çatışan çoklu amaçları bünyelerinde bulundurmaları sebebi ile bütün amaçların aynı anda optimal bir çözüme sahip olmaları genellikle mümkün değildir. Bunun yerine problem içerisinde en iyi alternatif araştırılır. Çok Amaçlı Karar Verme metotları Çok Kriterli Karar Verme tekniklerinin bir sınıflandırması olup belirgin özellikleri amaçların ölçülebilmesi ve iyi tanımlanmış kısıtların olmasıdır. Diğer bir sınıflandırma da Çok Nitelikli Karar Verme metotlarıdır.

Çok Nitelikli Karar Verme, çoklu yapı ortamında çoğunlukla birbiri ile zıt ve çelişen nitelikler içerisinden en uygun seçimin yapılmasına imkân vermektedir. Çok Nitelikli Karar Verme metotları, niteliklerin özellikleri yardımı ile tanımlanan sınırlı sayıdaki karar alternatifleri arasından en uygun seçimin yapılmasını gerektirir (Lai ve Hwang 1994: 401). Bu iki sınıflandırmaya göre Çok Kriterli Karar Verme teknikleri, birden fazla ve aynı anda uygulanan kriterlerin içerisinden en iyi tercihin seçilmesine imkan sağlayan bir araçtır. Rasyonel bir karar verme çevresinden iyi tercih edilmiş seçim, genellikle kısıtlar ve yönetimin amacı doğrultusunda sınırlandırılır. Burada adı geçen kısıt, amaçların başarı ile yerine getirilmesi ve seçilmesidir (Mendoza ve Prabhu 2000).

Çok amaçlı karar kapsamının ana fikri, her bir bölümün merkezindeki karar alıcı tarafından bölümler içindeki büyük problemlerin anlaşılır olmasının sağlanması ve bu problemlerin çözüme ulaşması şeklinde açıklanabilir (Goodwin ve Wright 1992). Çözüm, karar alıcının kendi tercih durumu ile tutarlı hareket etmesi halinde kendi alternatif çözümünün seçileceğine işaret eder. Çok amaçlı karar alma modellerinde iki önemli temel yaklaşım vardır. Bunlardan biri sonuç yönlendirme yaklaşımı, diğeri ise süreç yönlendirme yaklaşımıdır (Zeleny 1982).

Çok amaçlı tekniklerin kullanımı, yatırım kaynaklarının sınırlı olduğu durumda özellikle önem taşır. Bu teknikler, literatürde çok amaçlı analiz, çok amaçlı optimizasyon, çok amaçlı karar verme ve vektör optimizasyonu olarak bilinir. Çok Amaçlı Karar Verme (ÇAKV) pratik uygulamaları kadar teorik gelişmeleri ile de karar analizinin en hızlı gelişme gösteren alanlarından biridir (Ballestero ve Romero 1996).

1.1.1. Temel Tanımlar ve Kavramlar

Çok Amaçlı Karar Verme metotlarında matematiksel modeller kurulurken kullanılan nitelik, amaç ve hedef kavramları aşağıda açıklanmıştır.

Tanım 1: Nitelikler asıl amaçların tanımlanmasını içerir. Bir insan boy, kilo, renk, yaş, servet vb. niteliklerine göre tanımlanabilir. Diğer nitelikler kişisel yargılar zeka düzeyi, güzellik veya sosyal statü olabilir. Hiç bir nitelik tek başına karar verme veya seçme kriteri olarak düşünülemez (Zeleny 2005: 231). Nitelik karar vericinin istek ve ihtiyaçlarından nispi olarak bağımsız bir şekilde tanımlanmış ve belirli bir kararın ne ölçüde gerçekleştirilebildiğinin değerlendirilmesine yarayan ölçüdür (Kuruüzüm 1998). Nitelikler arasındaki bağımsızlık eksikse hedefin tekrar tanımlanması gerekebilir. Çok yönlü fayda teorisinin önemli bir işlevi niteliklerin bağımsızlığını doğrulamaktır (Zeleny 2005: 232).

Tanım 2: Amaçlar gelişmenin yönünü veya kişisel tercihlere göre niteliklerin ölçümünü temsil eder. Zeleny amaç kavramını ‘‘ karar vericinin istekleri doğrultusunda maksimize veya minimize edilmek istenen özellikler’’ şeklinde tanımlamıştır (Kuruüzüm 1998: 20). Örneğin yükseklik bir niteliktir ama alternatifler arasında maksimum yükseklik bir amaçtır. Böyle bir nitelik, arzu edilen bir yön veya bir gelişme kararlaştırıldığında bir amaç olur (Zeleny 2005: 232). Bir işletmenin karını maksimize etmek, hizmetin kalitesini maksimize etmek ya da müşteri şikayetlerini minimize etmek istemesi bu amaçlara örnek olabilir (Zionts 1985: 85). Çok amaçlı karar vermede amaçlar veya amaç fonksiyonundaki uyuşmazlıkta karar verirken yardımcı olması için bazı metodolojiler tasarlanmıştır. Bunlar çok amaçlı programlama, etkileşimli programlama ve uzlaşık programlama şeklinde sıralanabilir.

Tanım 3: Hedefler hem amaçların hem de niteliklerin belirgin değerler veya seviyelerle tanımlandığı koşullarda sebep sonuç ilişkisiyle kararlaştırılırlar. Arzu edilen başarı seviyeleri veya idealler olabilirler. Evren ve Ülengin (1992) hedef kavramını ‘‘amaçların daha da somutlaştırılarak belli değerlere dönüşmüş şekilleri’’ olarak tanımlamaktadır. Örneğin bir ürünün 1 yıl boyunca satışını önceki yıla göre %10 arttırmayı düşünmek bir hedeftir. Eğer bu hedefe ulaşmak zor ya da mümkün değilse amaçların içinde yer alabilir (Zionts 1985: 85). Özellikle miktar için tasarlanan geleneksel metodoloji hedef programlamayı kullanmıştır. Çok amaçlı doğrusal programlama çeşitli amaç fonksiyonlarının maksimizasyonu veya minimizasyonuyla uzlaşırken Hedef Programlama önceden belirlenen hedef veya amaçların sonuçlarının düzenlenmesiyle ilgilenir (Zeleny 2005: 233).

1.1.2. Çok Amaçlı Karar Probleminin Matematiksel Yapısı

ÇAKV tekniklerinin klasik (tek amaçlı) optimizasyon tekniklerinden farkı yalnızca amaç fonksiyonlarının sayısından kaynaklanmaktadır. ÇAKV tekniklerinde amaçlar aynı yönlü olduğu gibi birbirinden farklı yönlü yani birbirleri ile çatışan amaçlardan da meydana gelebilir. Bu sebeple ÇAKV tekniklerinin sonuçlarında optimal çözüme ulaşmak çok zordur. Aşağıda verilen n-karar değişkenli ve m-kısıtlı çok amaçlı optimizasyon problemi matematiksel olarak aşağıdaki biçimde ifade edilir (Cohon, 1978: 68).

$$\text{Maksimize } Z(x) = \sum_{k=1}^{l} Z_k(x)$$

$$\text{Minimize } W(x) = \sum_{s=1}^{r} W_s(x)$$

Kısıtlar; (M1.1)

$$g_i(x) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq 0$$

$$x_i \geq 0,\ i = 1,2,...,m,\ j = 1,2,...,n,\ k = 1,2,...,l,\ s = 1,2,...,r$$

Bu matematiksel yapı aynı zamanda vektör maksimizasyonu problemi (VMP) olarak bilinmektedir. Burada m adet amacı içeren bir vektörün maksimizasyonu söz konusudur. Tüm amaç fonksiyonlarını birlikte en büyükleyen çözüme ulaşmak genellikle mümkün olamamaktadır (Foued ve Sameh 2001). Çok Amaçlı karar Verme tekniklerinin çözümlerinde tek bir çözüme ulaşılamaz. Farklı problemlerde elde edilen çözümün yapısına bağlı olarak çeşitli tanımlamalar gerçekleştirilebilir (Lai ve Hwang 1994: 28).

Optimal Çözüm: Vektör maksimum problemlerinde optimal çözümün elde edilmesi için bütün amaç fonksiyonlarının karar değişkenlerinin kümesi olan uygun çözüm bölgesi X 'de aynı karar değişkenlerinin değerlerine bağlı olarak gerçekleşmesi gerekir. Bir optimal çözüm için aşağıdaki şart sağlanmalıdır.

$$\forall x \in X \text{ için } x^* \in X \text{ ve } Z_k(x^*) \geq Z_k(x) \tag{1.1}$$

ÇAKV problemlerinde faklı yönlü amaçlar sebebiyle optimal çözüme ulaşmak hemen hemen imkansızdır.

İdeal Çözümler: İdeal çözümler pozitif ideal çözüm (ideal çözüm) ve negatif ideal çözüm (ideal olmayan çözüm) olmak üzere iki farklı şekilde incelenir. Maksimizasyon ve minimizasyon yönlü amaçlar için pozitif ideal çözüm;

$$Z_k^* = \underset{x \in X}{\text{Maksimize}}\, Z_k(x) \tag{1.2}$$

$$Z_k^* = \underset{x \in X}{\text{Minimize}}\, W_r(x) \tag{1.3}$$

olarak belirlenir. Her iki amaç fonksiyonu için pozitif ideal çözüm kümesi

$$I^* = \{Z_1^*, Z_2^*, ..., Z_l^*; W_1^*, W_2^*, ..., W_r^*\} \tag{1.4}$$

Maksimizasyon ve minimizasyon yönlü amaçlar için negatif ideal çözümler;

$$Z_k^- = \underset{x \in X}{\text{Minimize}}\, Z_k(x) \tag{1.5}$$

$$W_k^- = \underset{x \in X}{\text{Maksimize}}\, W_r(x) \tag{1.6}$$

olarak belirlenir. Negatif ideal çözümler kümesi;

$$I^- = \{Z_1^-, Z_2^-, ..., Z_l^-; W_1^-, W_2^-, ..., W_r^-\} \tag{1.7}$$

şeklinde ifade edilir.

Üstün Olmayan Çözüm: Bu çözüm, ÇAKV metotları içerisinde ikincil çözüm, etkin çözüm olarak da kullanılır. Ekonomide Pareto çözüm, istatistiksel karar teorisinde kabul edilebilir alternatifler olarak adlandırılır. Üstün olmayan çözümlerin kümesi S olmak üzere;

$$\exists x' \in X$$
$$Z_{k'}(x') > Z_{k'}(x) \quad \text{ve} \quad Z_k(x') > Z_k(x), k \neq k' \tag{1.8}$$

veya

$$W_{s'}(x') < W_{s'}(x) \quad \text{ve} \quad W_s(x') < W_s(x), s \neq s' \tag{1.9}$$

genel olarak üstün olmayan çözümlerin sayısı oldukça fazladır.

1.1.3 Çok Amaçlı Karar Verme Modellerinin Sınıflandırılması

Çok amaçlı karar verme modelleri için çeşitli sınıflandırmalar gerçekleştirilmiştir. Bu sınıflandırmalar değişik kriterlere göre değerlendirilerek yapılmıştır. Bu kriterlerden bazıları şunlardır; amaç fonksiyonlarının ve kısıtlarının yapısına göre, uygulama alanlarına göre, problemin çözüm sürecinde karar vericiyle olan ilişkisine göre sınıflandırılabilir.

Karar verme işlemi sürecinde, karar vericilerden bazı tercihlerini ve bilginin çeşidini açıkça belirtmeleri istenir ve karar-verme metoduna kritik bir rol verilir. Bu düşünceye göre çok amaçlı karar verme problemlerinin çözümü için metotlar Hwang and Masud (1979) ve Lai and Hwang (1994) tarafından Tablo1.1' de sistematik olarak dört grupta sınıflandırılmıştır.

Tablo 1.1. ÇAKV Metotlarının Sınıflandırılması

Tercih Bilgilerinin İhtiyacının Ortaya Çıkması	Bilginin Türü	Yöntemler
Tercih Bilgilerinin Kullanılmadığı Yöntemler		Global Kriter Yöntemi
Tercih Edilen Bilginin Öncelikli Kullanıldığı Yöntemler	Önem	Ağırlıklandırmalı Yöntem
	Önem ve Sıra	Hedef Programlama
Bilginin İleri Aşamalarda Ortaya Çıkması	Açık Tercih	• HP ile Verimli Çözüm • İÇADP • İnteraktif Sıralı HP • Zionts ve Wallenius (ZW) Yöntem
	Saklı Tercih	STEP Yöntem
Tercih Edilen Bilginin Optimizasyon Sonrası Ortaya Çıkması		• Parametrik Yöntem • Sınırlamalı Yöntem

İKİNCİ BÖLÜM
HEDEF PROGRAMLAMA

2. HEDEF PROGRAMLAMA

Dünyanın tarihsel gelişim süreci içerisinde insanın zekâ ve yaratıcılığı büyük ilerleme kaydetmiştir. Bu ilerleme alanlarından biri İngiltere de başlayıp “Operation Research” Amerika da yayılan “Operations Research” ve Türkçeye “Yöneylem Araştırması” veya “Harekât Araştırması” olarak çevrilen bilim dalıdır. Yöneylem Araştırması alanındaki ilk çalışmaların ikinci dünya harbi sırasında İngiltere ordusunda yapıldığı belirlenmiştir. Bu grup çalışmasındaki başarı sayısı yüksek seviyededir. Amerikanın 1940’lı yıllarda bu alanla ilgilenmesiyle ilk Amerikan Yöneylem Araştırması Grubu kurulmuştur. Bugün ise Üniversitelerin eğitim-öğretim programlarında Yöneylem Araştırmasına daha fazla yer verilmektedir (Halaç 1991: 17).

Yöneylem Araştırmasındaki matematiksel modellerde karar değişkenleri tamsayılı ya da sürekli olabilir, buna karşılık amaç ve kısıt fonksiyonları doğrusal (linear) olabilir ya da olmayabilir (nonlinear). Optimizasyon problemleri bu tür modeller sayesinde ortaya çıkmakta ve değişik çözüm yöntemlerinin gelişmesine kaynak oluşturmaktadır. Bunlar içerisinde en belirgin ve başarıyla kullanılanı doğrusal programlamadır. Doğrusal programlamada tüm amaç ve kısıt fonksiyonları doğrusal, tüm değişkenler süreklidir. Başka tip modellerin çözümü için geliştirilen diğer matematiksel teknikler içinde dinamik programlama, tamsayılı programlama, doğrusal olmayan programlama, hedef programlama ve şebeke programlamayı sayabiliriz. Hemen hemen tüm Yöneylem Araştırması teknikleri, yapısında yineleme (tekrarlama) bulunan hesaplama algoritmalarıyla sonuçlandırılır. Bu durum problemin yinelemelerle çözülmekte olduğunu ve her yeni yineleme sonunda çözümün optimuma daha yakın hale getirildiğini ifade etmektedir (Taha 2000: 3).

Gerçek dünya problemlerinin yapıları gereği birden fazla amacı ve bu amaçların ele alındığı kısıtlara göre kurulan modellerde dikkat edilmesi gereken önemli bir konu hedeflerdir. Mevcut amaçlar içerisinden sadece bir tanesi için en uygun çözümün belirlenmesi, diğer amaçların ve bu amaçlara ait hedeflerin ciddi olarak etkilenmesine yol açar. Bu sebeple problemler kısıtlara bağlı olarak değerlendirilirken bütün hedefler eş zamanlı olarak ele alınmalıdır. Hedefler bir arada düşünülürken karar vericiden sağlanan bilgilere göre hedefler arasında bir öncelik sıralaması veya hedeflerin birbirlerine göre göreceli olarak ağırlıklandırılması gerekir. Çok Amaçlı Karar Verme teknikleri birden fazla amaca sahip problemlerin çözümünde kullanılan matematiksel modelleri içermektedir. Bunlar içerisinde Hedef Programlama sağlamış olduğu model kurma süreci ve çözümleri ile birlikte karar verici için tatminkâr sonuçları vermektedir. Hedef Programlamada en önemli durum modelin kurulması aşamasında karar vericiden sağlanan hedeflere ait bilgilerdir. Bu bilgiler ışığında hedefler bir arada değerlendirilip karar vericinin arzu ettiği değerlere ulaşılmak istenir.

Geleneksel matematiksel modellerde karar vericiler kârın maksimizasyonu veya maliyetin minimizasyonu gibi tek ölçütlü amaçlarını gerçekleştirebilirler. Günümüz iş dünyasında yöneticiler çoklu ölçütler kullanırlar yani birden fazla hedefin gerçekleşmesini isterler. Tüm bu hedeflerin tamamen gerçekleşmesi zor olduğundan problemdeki arzu edilen değerler kümesini en iyi tatmin eden çözümü elde etmeye çalışırlar. Böyle bir tatmin edici çözümü bulmak için Hedef Programlama kullanılabilir. Hedef Programlama da karar verici öncelikle hedefleri ve bu hedefler için kabul edilen öncelikleri belirler ve sıralamada her bir öncelik düzeyindeki hedef için öncelikli ağırlıklar verilir. Ağırlıklar sayısal değer veya kodlarla yapılır. Yüksek öncelikli hedefler daha düşük düzeydeki hedeflerden daha önce tatmin edilir (Öztürk 2004: 295).

Hedef Programlamayı geleneksel optimizasyon yöntemlerden ayıran özellik Herbert Simon tarafından ortaya konulan optimizasyona alternatif olan “tatminkarlık” felsefesine bağlı olmasıdır. Bu öneride günümüz işletmelerinde yöneticiler çok iyi tanımlanmış amaç fonksiyonlarını maksimize yapmaya çalışmazlar. Çünkü ihtilaflı amaçlar ve bilginin eksikliği sebebiyle yönetimsel tercihler matematiksel olarak çok zordur. Bu sebeple yöneticiler hedeflerini en yakın değerde gerçekleştirmeye çalışırlar (Ignizio ve Romero 2003). Tatminkârlık, tanımlanmış bir hedef kümesini araştırmayı amaçlayan karar verici davranışının bir tanımıdır. Hedef Programlama modellerinin hepsi bir takım hedef değerlere ulaşmayı kapsar. Bu hedefleri mümkün olduğu kadar yakın karşılamak Hedef Programlamanın temel amacıdır. Bu sebeple tatminkârlık Hedef Programlama felsefesinin başlangıç temelini oluşturur (Jones ve Tamiz 2009: 7).

Doğrusal Programlamanın özel bir uzantısı olan Hedef Programlama, tek bir hedef ve birden fazla alt hedeflerin yanı sıra birden fazla hedef ve birden fazla alt hedefli problemler olarak ortaya çıkabilir. Hedef Programlama, Doğrusal

Programlamada olduğu gibi amaç fonksiyonunun doğrudan maksimizasyonunu veya minimizasyonu yapmak yerine hedefler arasındaki sapmaların minimizasyonu gerçekleştirir. Bu sapmalar her bir hedefin arzu edilen seviyelere yakınlığını göstermektedir (Lee ve Moore 1975: 199). Bu ifadeden anlaşılacağı üzere Hedef Programlama problemleri minimizasyon yönlü karar verme türüdür. Hedef Programlama ve Doğrusal Programlama yaklaşımlarının karar ortamı, çözüm yaklaşımı, amaçlar ve yeni karar değişkenleri açısından incelenmesi Tablo 2.1'de verilmiştir.

Tablo 2. 1. Hedef Programlama ve Doğrusal Programlama Kıyaslaması

Özellikler	Hedef Programlama	Doğrusal Programlama
Çözüm Yaklaşımı	"Tatminkârlık" Prensibi	"Optimizasyon" Prensibi
Karar Ortamı	Çok Boyutlu Çoklu alt hedefli tek amaçlı Çoklu alt hedefli Çok amaçlı	Tek Boyutlu (tek bir amaç fonksiyonu)
Amaçların Ölçekdeşliği	Amaçlar Ölçekdeşli ve Farklı Ölçekdeşli	Ölçekdeşli
Çözüm Araştırması	Çoklu Çözümler (bir bölge)	Tek bir çözüm (tek çözüm noktası)
Eklenen Karar Değişkenleri	Pozitif ve Negatif Sapan Değişkenler	Aylak, Artık ve Yapay Değişkenler

Hedef Programlamanın geleneksel optimizasyon tekniklerinden farkı optimizasyon ve tatminkarlık felsefesi arasındaki yorumdan kaynaklanır. Doğrusal Programlama gibi geleneksel Yöneylem Araştırması tekniklerinin amacı optimal çözümler elde etmek iken bir Hedef Programlama yaklaşımı arzu edilen amaç seviyelerinin birbirine yakınlığı kadar ortaya çıkan önerilen çözümleriyle karar vericilerin amaçlarının tatminkarlığını hedefleyen tatmin edici çözümleri araştırır. Bu sebeple Hedef Programlama daha iyi çözüm aramaya ve karar vericinin amaçladığı hedef seviyelerini elde etmeye izin verir (Min ve Storbeck 1991: 301-312).

2.1. Hedef Programlama Terminolojisi

Doğrusal Programlamanın varsayımlarının üzerine kurulan Doğrusal Hedef Programlama modeli için birtakım tanımlamalar mevcuttur. Genel olarak kullanılan bu tanımlar aşağıda verilmiştir.

Karar Değişkeni: Bütün karar değişkenleri problemi tanımlar ve karara şekil verirler. Karar vericilerin belirlemek istediği değişkenlerdir. Hedef programlama modelinin amacı, karar verme sürecinde hedeflerin ve kısıtların en iyi şekilde tatmin olduğu noktayı yani, karar değişkeni değerlerinin mümkün olan bütün kombinasyonlarının bir araştırması olarak görülebilir.

Kriter: Karar vericilerin sistem tasarımını oluşturmada kullandıkları değerlerdir. Kriter değerlendirme yapmak için esasın ve etkinliğin ölçüsüdür. Kriterler problemin yapısı içerisinde amaçların bir formu olarak ortaya çıkar (Zeleny 1982: 17).

Amaç: Karar vericinin tercih ettiği niteliklerin hangi seviyede maksimizasyonunu veya minimizasyonunu yapacağı kendi istek ve ihtiyaçları doğrultusunda kararlaştırır. Ayrıca sistem performansını açıklayan ve sistemin gelişim yönünü gösteren başarı seviyeleridir.

Hedef: Karar vericinin ihtiyaçları ve arzu ettiği seviyeler olarak tanımlanabilir. Hedefler tam olarak gerçekleştirildiği gibi hedefe yakın değerler olarak da ortaya çıkabilirler.

Sapan Değişken: Başlangıçta verilen hedef ile çözüm sonucunda gerçekleşen değerler arasındaki farkları gösterir. Bu farklar pozitif sapma ve negatif sapma şeklinde tanımlanır. Hedeflerin eşitsizlik yönüne bağlı olarak istenmeyen sapma ya da istenen sapma kavramları da kullanılabilir.

Kısıtlar: Kısıtlar sistem kısıtları ve hedef kısıtlar olarak iki grupta incelenir. Sistem kısıtları tam olarak sağlanması gereken ve hiçbir sapmaya izin verilmeyen kısıtlayıcılardır. Hedef kısıtlar sistem kısıtlarına göre daha esnek bir yapıya sahip olup arzu edilen hedef değerlerini gösteren fonksiyonlardır (Öztürk 2004: 292).

2.2. Hedef Programlama Formülasyonu

Doğrusal programlamanın özel bir uzantısı olan Hedef Programlama ilk kez A. Charnes ve W.W. Cooper (1961) tarafından önerilmiştir. Matematiksel olarak bir Doğrusal Programlama problemi aşağıdaki gibi ifade edilir (Ignizio ve Cavalıer 1994: 18).

$$\text{Maks./Min. } Z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + ...c_n x_n$$

Kısıtlar; (M2.1)

$$a_{1,1} x_1 + a_{1,2} x_2 + ... + a_{1,n} x_n \{\leq, =, \geq\} b_1$$

$$a_{2,1} x_1 + a_{2,2} x_2 + ... + a_{2,n} x_n \{\leq, =, \geq\} b_2$$

$$\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$$

$$a_{m,1} x_1 + a_{m,2} x_2 + ... + a_{m,n} x_n \{\leq, =, \geq\} b_m$$

$$x_1, x_2 ....x_n \geq 0 \text{, i=1,2,…,m ve j=1,2,…,n}$$

Burada;

x_j : karar değişkenleri

c_j : amaç fonksiyonu katsayıları

a_{ij} : amaç fonksiyonu katsayıları

b_i : sağ taraf sabitleri

Charnes ve Cooper (1961) bu yaklaşımda doğrusal programlamanın kısıtlarının herbirini birer "fonksiyonel" olarak isimlendirmişlerdir. Buradaki amaç mutlak sapmaların minimizasyonunu içermektedir. Eşitlik durumunda verilen kısıt kapalı formda aşağıdaki gibi ifade edilir;

$$f_i(x) = \left| \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j - b_i \right| \qquad (2.1)$$

Eşitlik durumundaki "fonksiyonel" mutlak sapmanın minimizasyonunu göstermektedir. Mutlak değer ifadesinde iki durum söz konusudur;

1) Eğer $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \geq b_i$ ise $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j - b_i$ d_i^+ 'ya eşit olur aksi durumda sıfırdır.

2) Eğer $b_i \geq \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j$ ise $b_i - \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j$ d_i^- 'ye eşit olur aksi durumda sıfırdır.

Burada d_i^+ ve d_i^-, sırası ile başarının üzerinde ve başarının altında kavramlarıyla ifade edilir. Bunlar aynı zamanda pozitif ve negatif sapma olarak isimlendirilir. Pozitif ve negatif sapmalar için

$$d_i^+ = \frac{1}{2}\left[\left|\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j - b_i\right| - \left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j - b_i\right)\right] \tag{2.2}$$

ve

$$d_i^- = \frac{1}{2}\left[\left|\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j - b_i\right| + \left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j - b_i\right)\right] \tag{2.3}$$

eşitlikleri yazılır. Ayrıca doğrusallık varsayımının bozulmaması için $d_i^+ . d_i^- = 0$ olmalıdır. Çünkü sapan değişkenlerin her ikisi de aynı anda temel değişken olamazlar. Bu eşitliklerle birlikte Hedef Programlamanın matematiksel modeli aşağıdaki gibi ifade edilir (Charnes ve Cooper 1977).

$$\text{Min}Z = \sum_{i \in m} (d_i^+ + d_i^-)$$

Kısıtlar; (M2.2)

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j - d_i^+ + d_i^- = b_i$$

$$d_i^+ . d_i^- = 0, d_i^+, d_i^-, x_j \geq 0 \quad i = 1,2,...,m \quad j = 1,2,...,n$$

Hedef Programlamada yer alan $d_i^+ . d_i^- = 0$ kısıtı her bir hedefte yer alan sapan değişkenler aynı anda meydana gelemeyeceğinden sapan değişkenlerin en az bir tanesinin veya her ikisinin de sıfır olması gerektiğini göstermektedir. İstenmeyen sapan değişkenlerin belirlenmesinden sonra Hedef Programlama formülasyonu yapılır. Bu değişkenler içerisinden yalnızca bir tanesi karar verici tarafından minimize yapılmak istenir. Bu düşünceyi aşağıdaki üç formda yapmak mümkündür (Romero 2001).

1. $f(x) \leq b_i$: Eğeri-inci hedef belirlenen başarı düzeyinden küçük veya eşit ise oluşacak pozitif sapan değişken d_i^+ için mümkün olan en küçük pozitif değerin alınması gerekir.

2. $f(x) \geq b_i$: Eğer i-inci hedef belirlenen başarı düzeyinden büyük veya eşit ise oluşacak negatif sapan değişken d_i^- için mümkün olan en küçük pozitif değerin alınması gerekir.

3. $f(x) = b_i$:i-inci hedef belirlenen başarı düzeyini tam olarak karşılıyor ise hem pozitif sapan değişken d_i^+ hem de negatif sapan değişken d_i^- nin toplamlarının aynı anda minimize yapılması gerekir.

Yukarıda sıralanan ve amaç fonksiyonunda yer alacak olan sapan değişkenler ile hedefler arasındaki ilişkiler özet olarak aşağıdaki Tablo 2.2 de düzenlenmiştir (İgnizo ve Cavalliler 1994: 549).

.

Tablo 2. 2. Orijinal Hedefler ve Amaç Fonksiyonu

Hedef Tipi	HP Formu	Minimize Yapılacak Sapan Değişken
$f(x) \leq b_i$	$f(x) + d_i^- - d_i^+ = b_i$	d_i^+
$f(x) \geq b_i$	$f(x) + d_i^- - d_i^+ = b_i$	d_i^-
$f(x) = b_i$	$f(x) + d_i^- - d_i^+ = b_i$	$d_i^- + d_i^+$

Minimizasyon süreci, Hedef Programlamanın farklı metotlarıyla gerçekleştirilir. Temel olarak, literatürde 3 farklı Hedef Programlama metodu mevcuttur. Bu metotlar içerisinde Öncelikli Hedef Programlama en yaygın kullanılanıdır. Bu metotta hedeflere farklı öncelikler verilerek (öncelik sırası atanarak) istenmeyen sapmaların minimizasyonu bu sıralamaya göre gerçekleştirilir. İkinci metot olan Ağırlıklı Hedef Programlamada istenmeyen sapmaların ağırlıklı toplamları kullanılarak birleşik amaç fonksiyonunun minimizasyonu gerçekleştirilir. Üçüncü metot ise Chebyshev (minmax) Hedef Programlamadır. Bu metotta belirlenen hedeflerden maximum sapmaların minimizasyonu gerçekleştirilir. Bu metotlardan anlaşılacağı üzere Hedef Programlama bir minimizasyon metodudur.

2.2.1. Öncelikli Hedef programlama

Hedef Programlamanın bu tipi Lexicographic Hedef Programlama olarak da isimlendirilir. Bu yöntemde hedefler karar vericiden sağlanan bilgiler ışığında hiyerarşik olarak sıralanır. Bu sıralamaya bağlı olarak hedeflerin ilgili sapan değişkenleri minimize yapılır. Ijiri 1965 yılında hedeflerin birbirlerine göre göreceli ağırlıklarını ve öncelik sıralamalarını içeren bir model önerisinde bulunmuştur. Öncelikli Hedef Programlamayla ilgili ilk formülasyon Lee tarafından 1972 yılında gerçekleştirilmiştir (Schniderjans 1995: 6). Charnes ve Cooper (1977) ağırlıkları içermeyen, yalnızca hedefler arasında öncelik sıralamasının yapıldığı aşağıdaki modeli önermiştir;

$$\text{MinZ} = \sum_{i=1}^{m} P_i (d_i^- + d_i^+)$$

Kısıtlar; (M2.3)

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j + d_i^- - d_i^+ = b_i$$

$$x_j, d_i^-, d_i^+ \geq 0 \quad i = 1,\ldots,m \quad j = 1,2,\ldots,n$$

$$P_1 >>> P_2 >>> \ldots >>> P_k$$

Birinci Öncelikli hedeften başlayarak daha düşük öncelikli hedeflere doğru çözüm gerçekleştirilir. Yüksek öncelikli hedeflerin optimum değerleri daha düşük öncelikli hedefler tarafından bozulmamladır.

2.2.2. Ağırlıklı Hedef Programlama

Ağırlıklı Hedef Programlama aynı zamanda Archimedian Hedef Programlama olarak bilinir. Bu yöntem ile sapmaların ağrılıklı toplamları minimize edilir. Charnes ve Cooper (1961) ağırlıklı modelle ilgili çalışmalar gerçekleştirmiş ve 1977 yılında ağırlıklı hedef programlama modelini önermişlerdir. Matematiksel olarak ağırlıklı hedef programlama modeli aşağıdaki gibidir;

$$\text{MinZ} = \sum_{i \in m} \left(w_i^+ d_i^+ + w_i^- d_i^- \right)$$

Kısıtlar; (M2.4)

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j - d_i^- + d_i^+ = b_i \ ,$$

$$d_i^+, d_i^-, x_j \geq 0 \quad i = 1,2,...,m\ , \ j = 1,2,...,n$$

Burada w_i^+ pozitif sapan değişkene ait göreceli ağırlık, w_i^- negatif sapan değişkene ait göreceli ağırlıktır.

Hedef Programlama probleminin çözümü için kullanılan algoritmalardan Ağırlıklandırma Yöntemi' nde tek bir amaç fonksiyonu, problemin hedeflerini temsil eden fonksiyonların ağırlıklandırılmış toplamı haline getirilir. Öncelik koruma yöntemi ise, önem derecelerine göre hedeflerin önceliklendirilmesiyle başlar ve yüksek öncelikli hedefin optimum değerinin düşük öncelikli hedef tarafından kötüleştirilmesine izin verilmeyecek şekilde her seferinde bir hedefi optimum yapar. Bu yöntemler aynı çözümü vermedikleri için farklıdırlar ve iki yöntemin birbirlerine karşı herhangi bir üstünlüğü olduğu söylenemez (Taha 2000: 348).

2.2.3. Minmaks Hedef Programlama

Hedef Programlamanın bu tipinde maksimum sapmanın minimizasyonu gerçekleştirilir. Modelde hedefler ayrı ayrı gösterilir ve öncelik sırlaması yapılmaksızın geleneksel simpleks algoritması kullanılarak çözüm yapılır. Modelin amaç fonksiyonu sadece maksimum sapmanın minimizasyonunu belirleyen uzaklık parametresinden oluşur (Ignizio ve Cavalier 1994). Bu yöntem ilk kez Flavell (1976) tarafından önerilmiştir. Matematiksel olarak aşağıdaki gibidir:

Min D

Kısıtlar; (M2.5)

$$(w_i^- d_i^- + w_i^+ d_i^+) - D \leq 0$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j + d_i^- - d_i^+ = b_i$$

$$x_j, d_i^-, d_i^+ \geq 0\ ; i = 1,...,m \text{ ve } j = 1,...,n$$

Burada;

d: minimum değeri araştırılan maksimum sapma miktarı

w_i^+ : pozitif sapan değişkenin ağırlığı

w_i^- : negatif sapan değişkenin ağırlığı

Minmaks Hedef Programlama Chebyshev Hedef programlama olarak da isimlendirilir. Bu yöntemde Öncelikli ve Ağırlıklı Hedef Programlama yöntemlerinin kullandığı D_1 metriği yerine D_∞ metriği kullanılır (Romero 1985).

HP özellikle Ijiri, Lee ve Ignizio tarafından da geliştirilmiştir. Hedef programlamanın gelişimi Doğrusal Programlamanın üzerindeki kısıtlamaları hafifletmiştir. Birbiriyle çatışan amaçların mevcudiyeti tanımlandığında Doğrusal Programlamanın bu tip problemleri çözmede yetersiz kaldığı görülür. HP bu tür problemleri çok amaçla çözmek için geliştirilmiş bir yöntemdir. Bu teknik karar vericiye etkili kısa ve uzun vadeli stratejik planlar için bir fayda sağlar (Rıfai 1994). Hedef Programlama yaklaşımlarında karşılaşılan önemli bir durum ölçekdeş olmayan birimlerin normalizasyonudur. Literatürde kullanılan farklı normalizasyon yöntemleri vardır (Jones ve Tamiz 2009: 7). Bunlar aşağıda tanımlanmıştır.

Yüzde Normalizasyon: Yüzde normalizasyonda her bir sapma bir yüzde değerine dönüştürülür ve sapmalar benzer birimlerde ölçülür. Yüz ile bölünen hedef değer $N_i = b_i/100$ normalizasyon sapması olarak ifade edilir ve bütün sapmaların yüzde ölçekle ölçüldüğünü gösterir. Bu yolla hedeflerden sapmalar toplamının tamamının yüzdesi belirlenir. Ancak bu yöntemde hedef değerlerinin doğru bir şekilde ayarlanmasını gerekmektedir.

Sıfır-Bir Normalizasyon: Bu yöntemde arzu edilmeyen bütün sapmalar sıfır bir dizisinde ölçülmektedir. Belirlenen normalizasyon sapması amaçlardan ziyade sınırlandırılan sapma değişkenlerle birlikte düşünülür. Normalizasyon sapması “sıfır” (hedef) ve “bir” (en kötü olasılık) arasındaki bir ölçüyle bütün sapmaları ölçer. Sıfır-Bir metodu hedeflerin başarısızlığının bir ölçümü olup amaç fonksiyonu değerine yeniden anlam kazandırır.

Öklit Normalizasyon: Bu yöntemde normalizasyon sabiti her bir hedefin teknik katsayılarının Öklit ölçüsüdür ve $N_i = \sqrt{\sum_j a_{ij}^2}$ şeklinde ifade edilir. Öklit normalizasyon çok hesaplı ve güvenilirliği olan bir metottur (Tamiz vd. 1998)

Toplam Normalizasyon: Bu metot da normalizasyon sapması amaçlardaki teknik katsayıları içerir ve $N_i = \sum_j |a_{ij}|$ şeklinde ifade edilir. Bu yöntem öklit metottan daha büyük bir bölene sahiptir ve ölçülebilirlik açısından daha uygun problemleri bulur. Öklit metotla yakın seviyede güvenilirliğe sahiptir ama başarı fonksiyonu değerini yeniden anlamlandırmaz.

Yukarıda sıralanan normalizasyon yöntemlerinden başka pozitif ideal çözüm ve negatif ideal çözümler kullanılarak ölçekleme fonksiyonu yardımıyla farklı bir normalizasyonda gerçekleştirilebilir. Maksimizasyon yönlü amaçlar için ölçekleme fonksiyonu;

$$S_k(d_k) = \frac{Z_k^* - Z_k(x)}{Z_k^* - Z_k^-} \tag{2.4}$$

ve minimizasyon yönlü amaçlar için ölçekleme fonksiyonu;

$$S_s(d_s) = \frac{W_k(x) - W_s^*}{W_s^- - W_s^*} \tag{2.5}$$

tanımlanır (Zeleny 1974). Hedef Programlama yaklaşımlarının çözümünde ise normalizasyon için

$$d_k = Z_k^* - Z_k^- \tag{2.6}$$

ve minimizasyon yönlü amaçlar için

$$d_s = W_s^- - W_s^* \tag{2.7}$$

normalizasyon sabiti olarak kullanılabilir.

Jones ve Tamiz (2009), yukarda kısaca açıklanan normalizasyon yöntemlerini ve uygulanabilirliğini tanımlamışlardır. Doğrusal Hedef Programlama yaklaşımının temel yöntemlerinden birisi olan Minmaks Hedef Programlamada normalizasyon sabiti aşağıdaki gibi değerlendirilir.

Min D

Kısıtlar; (M2.6)

$$\left(\frac{w_i^- d_i^-}{Z_k^* - Z_k^-} + \frac{w_i^+ d_i^+}{Z_k^* - Z_k^-}\right) - D \leq 0$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j + d_i^- - d_i^+ = b_i$$

$$x_j, d_i^-, d_i^+ \geq 0, \; i = 1,...,m \text{ ve } j = 1,...,n$$

Burada;

d : minimum değeri araştırılan maksimum sapma miktarı,

w_i^+ : pozitif sapan değişkenin ağırlığı,

w_i^- : negatif sapan değişkenin ağırlığı,

k_i : ilgili normalisazyon yöntemlerinden elde edilen sabit.

2.3. Hedef Programlama Çözüm Yöntemleri

Doğrusal hedef programlamayla ilgili temel olarak iki çözüm yöntemi mevcuttur. Bunlardan birincisi Grafik Yöntem ikincisi ise Simpleks Yöntemdir. Simpleks yöntem için literatürde kullanılan farklı algoritmalarda mevcuttur.

2.3.1. Grafik Yöntem

Grafik çözüm yöntemi en fazla üç karar değişkenli problemler için uygulanır (Ignizio 1976: 31). Çözüm yönteminin adımları aşağıdaki gibi oluşturulur;

1. Karar değişkeni olarak düşünülen amaçlar koordinat sistemine yerleştirilir (Bu noktalar bir doğrusal yapı göstereceklerdir).

2. En yüksek önceliğe sahip amaçların çözümü belirlenir.

3. Bu adımda, hedefler biraz daha az öncelikli olanlara taşınır ve bu düzeyde amaçları gerçekleştiren en iyi çözümler bulunur veya en yüksek öncelik taşıyan amaçları gerçekleştiren mevcut çözümlemeleri indirgemeyecek en iyi çözümler belirlenir.

4. Bütün öncelikli seviyelerini araştırma amacı ile adım 3 tekrarlanır.

2.3.2. Simpleks Çözüm Yöntemi

Doğrusal Programlama problemlerinin çözümü için kullanılan geleneksel simpleks algoritmasında öncelik ve ağırlık faktörlerini göz önünde bulundurarak geliştirilen çözüm yöntemlerini içerir. Bu başlık altında modife-simpleks çözüm yönteminin adımları açıklanmıştır. Modife-simpleks yöntemi adımları beş aşamadan oluşmaktadır (Bal 1995: 184).

P_k : k-ıncı öncelik düzeyi $k = 1,2,...,K$

V : Karar ve sapma değişkenler

$\overline{b}$: Herbir amacın sağ taraf sabitleri

n_i : Simpleks yöntemindeki başlangıç temel değişkenler gibi bir yapıya sahip olup, V ’nin sağındaki ve solundaki değişkenler de temel dışı değişkenler olarak adlandırılırlar.

a_k : k-ıncı öncelik için başarı seviyesini gösterir ve $a_k = \sum_{i=1}^{m} (b_i . u_{ik})$ kullanılarak hesaplanır.

e_{is} : s-inci temel değişkenin i-inci satırdaki elamanıdır.

$I_{k,s}$: k-ıncı önceliki s-inci temel dışı değişkenin indeks sayısı

$I_{s,k} = \sum_{i=1}^{m} (e_{i,s} . u_{ik}) - w_{k,s}$ kullanılarak hesaplanır.

$w_{k,s}$: k-ıncı öncelik düzeyli s-inci temel dışı değişkenin ağırlığı

$u_{i,k}$: k-ıncı öncelik düzeyli i-inci temel değişkenin ağırlığı

Tablo 2.3. Başlangıç Modife-Simpleks Tablosu (Bal 1995)

	p_k	w_{k1}	w_{k2}	w_{kn} . . .	$w_{k(n+m)}$	
	.	. . .		. . .		
	.	. . .		. . .		
	.	. . .		. . .		
	p_1	w_{11}	w_{12}	w_{1n}	$w_{1(n+m)}$	
$p_k \dots p_1$	V	x_1	x_2	p_1	p_m	b
$u_{1k} \dots u_{11}$	n_1	e_{11}	e_{12}	e_{1n}	$e_{1(n+m)}$	b_1
. . .	. . .	. . .		. . .		.
. . .	. . .	. . .		. . .		.
. . .	. . .	. . .		. . .		.
$u_{mk} \dots u_{m1}$	n_m	e_{m1}	e_{m2}	e_{mn}	$e_{m(n+m)}$	b_m
	p_1	I_{11}	I_{12}	I_{1n}	$I_{1(n+m)}$	a_1
	.	. . .		. . .		.
	.	. . .		. . .		.
	.	. . .		. . .		.
	p_k	I_{k1}	I_{k2}	I_{kn}	$I_{k(n+m)}$	a_k

1.Başlangıç tablosunun oluşturulması: Sapan değişkenler, değişkenlerin katsayıları, sağ taraf sabitleri, öncelik faktörleri ve farklı ağırlıklar tablo içerisine yerleştirilir. v sütununda en yüksek öncelikli seviyeden en düşük öncelik seviyesine doğru sıralama yapılarak $[Z_j - C_j]$ indeks satırı oluşturulur.

2. Tabloya girecek yeni değişkenin belirlenmesi: Bu adımda a_k değerlerine bakılarak optimalliğin kontrolü yapılır. a_k sıfırdan farklı ise indeks satırındaki $I_{k,s}$ değerleri incelenerek en büyüğü belirlenir ($I_{k,s}$'nin aynı satırndaki k-ıncı düzeyden daha üstün düzeydeki $I_{k,s}$ negatif olmamalıdır). Bu değere ait sütun s'(temel dışı değişken) ile gösterilir. En büyük $I_{k,s}$ değerleri içerisinde bazıları birbirlerine eşit ise herhangi birisi seçilebilir.

3.Temel çözümden çıkacak olan değişkenin belirlenmesi: $\frac{b_i}{e_{i,s'}}$ oranları arasında en küçük oranın olduğu satır belirlenir ve i' olarak isimlendirilir. İki tane enküçük oran eşit olur ise temelden çıkacak değişken daha üstün düzeydeki değişken olur. Yani; i' satırı ile ilgili temel değişken, ayrılacak değişken olarak belirlenir.

4.Yeni tablonun oluşturulması:

$$\min_{i}\left\{\frac{b_1}{e_{1,s'}},\frac{b_2}{e_{2,s'}},\ldots\right\} \tag{2.8}$$

$I_{k,s}$, b_i, a_k ve e_{is} elemanlarının bulunduğu bölümler boş bırakılarak yeni tablo kurulur. i' satırındaki değişken ile s' sütunundaki değişkenlerin pozisyonları yer değiştirir.

a) Yeni tablonun i' satırındaki elemanlar ($e_{i',s'}$ dışında) $e_{i',s'}$ ile bölünür.

b) Yeni tablonun s' sütunundakielemanlar ise ($e_{i',s'}$ dışında) önceki tabloda yer alan $e_{i',s'}$'nin negatif değeri ile bölünür.

c) Yeni tablodaki $e_{i',s'}$ elemanı $\frac{1}{e_{i',s'}}$'ye eşit olur.

d) Diğer elemanlar ise yeni tablonun $\overline{e_{i',s}}$ ve $\overline{b_i}$ elemanları $e_{i,s}$ ve b_i bir önceki tablonun elemanları olmak üzere, aşağıdaki formüller yardımı ile hesaplanır:

$$e_{i,s} = e_{i,s} - \frac{\overline{(e_{i',s}} - e_{i,s'})}{e_{i',s'}} \quad \text{ve} \quad \overline{b}i = b_i - \frac{b_i . e_{is'}}{e_{i',s'}} \tag{2.9}$$

e)Yeni I_{ks} ve a_k değerleri hesaplanır ve 2. Adıma dönülür.

5. Daha düşük düzeydeki öncelik düzeyi incelenir. $k = k + 1$ alınarak $k > K$ ise çözüm optimaldir. Değil ise 2. Adıma gidilir. Problemin çözümündeki en önemli amaç, hedeflerin tatminkarlığını sağlayarak en iyi çözüme ulaşmaktır.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM
BULANIK KÜME TEORİSİ VE BULANIK HEDEF PROGRAMLAMA

3. BULANIK KÜME TEORİSİ VE BULANIK HEDEF PROGRAMLAMA

Karar vericiler hangi şartlarda ve boyutlarda karar verirlerse versinler, bir belirsizlik ortamı içinde bu işlevlerini yerine getirmek zorundadırlar. Verilen kararların doğruluğu ise söz konusu belirsizliğin riske dönüştürülebildiği ölçüde sağlanacaktır. Ancak karar vericiler karar sürecinde klasik bilimsel yaklaşım ve bu yaklaşımın içerdiği yöntemleri kullanıyorlarsa, sonuçta verilen kararlar, iyi – kötü, güzel – çirkin, doğru – yanlış, evet – hayır, siyah – beyaz ya da 0 – 1 gibi yönlü kararlar olacaktır. Oysa gerçek yaşam mutlak ayrım üzerine kurulu değildir. Diğer bir deyişle karar ortamlarında mutlak siyah ve mutlak beyazın yanında binlerce gri tonunun varlığı unutulmamalıdır (Yaralıoğlu 2010).

Bulanık mantığın temel düşüncesi, bir önermenin doğruluğunun, önermelerle, kesin yanlış ve kesin doğru arasındaki sonsuz sayıda doğruluk değerlerini içeren bir kümedeki değerler, ya da sayısal olarak [0,1] gerçel sayı aralığıyla ilişkilendiren bir fonksiyon olarak kabulüdür. Bu Zadeh'in bulanık kümeler üzerindeki ilk çalışmasının bir sonucudur. Bulanık mantık yaklaşık akıl yürütmenin mantığıdır. Sözel olarak değişik sıfat dereceleriyle ifade edilen (ya da sayısal olarak [0,1] gerçel sayı aralığında yer alan) doğruluk değerlerine sahip oluşu –ki bu belirsizlik içeren doğruluk tablolarını da beraberinde getirir ve geçerliliği kesin değil, fakat yaklaşık olan çıkarım kurallarına sahip oluşu ayırt edici özellikleridir (Baykal ve Beyan 2004: 39).

Klasik küme teorisinde kümeye üye elemanlar ve kümeye üye olmayan elemanlar arasında kesin bir ayrım söz konusudur. Bununla birlikte gerçek hayatta karşılaşılan durumlarda değerlendirmeler insanların farklı davranış ve yorumları sebebiyle farklılık göstermektedir. Bunun sebebi ise kişilere göre olayların farklı kısıtlara göre değerlendirilmesidir.

Olasılık Teorisinin temelini oluşturan klasik mantığa alternatif bir düşünce olan, kesin olmayan sınırlara sahip elemanların oluşturduğu Bulanık Küme Teorisi ilk kez Zadeh (1965) tarafından yayınlanan "Fuzzy Sets" isimli makaleyle belirsizlik kavramının yeniden değerlendirilmesine sebep olmuştur. Bulanık Küme Teorisi klasik mantıktaki 0 ve 1 değerlerinin yanı sıra 0 ile 1 arasındaki sonsuz sayıdaki değerleri de içermektedir. Bu sebeple Bulanık Küme Teorisi, Klasik Küme Teorisinin genel bir durumudur. Klasik Küme Teorisinde elemanların (0,1) kullanılarak kümeye aidiyet durumları açıklanır. Diğer taraftan Bulanık Küme Teorisinde elemanların kümeye ait olması [0,1] sürekli aralığıyla açıklanır.

Klasik Mantık teorisinde olduğu gibi Bulanık Mantık Teorisinde de kendine ait matematiği ve küme yapıları ile ilgili tanımları vardır. Bulanık Küme Teorisinde kullanılan bazı temel notasyonlar aşağıda açıklanmıştır.

X : Küme

E : X 'in alt kümesi

ϕ : Boş küme

$\{0,1\}$: Yalnız 0 ve 1'den oluşan küme

$[0,1]$: 0'dan 1'e kadar tüm reel sayılar

M : Üyelik Uzayı

3.1. Bulanık Küme

Bir A kümesinin elemanları sadece (0,1) değeri alan $\mu_A(x)$ ile ifade edilmekte ve x' in kümeye aidiyeti $\mu_A : X \rightarrow \{0,1\}$ fonksiyonu ile tanımlanır. Bu kümede elemanın kümeye aidiyeti nettir (Sivanandam vd 2007: 3).

$$\mu_A(x) : \begin{cases} 1 & x \in A \\ 0 & x \notin A \end{cases} \tag{3.1}$$

Burada, A bir fonksiyon olmak üzere karakteristik fonksiyon olarak isimlendirilir. Karakteristik fonksiyonda kümeye ait olan elemanlara 1 ve ait olmayan elemanlara ise 0 değeri verilmektedir. Karakteristik fonksiyon evrensel küme elemanlarına üyelik derecesi verilerek genelleştirilebilir. Bu fonksiyonun oluşturduğu kümeye bulanık küme adı verilir. Bir $\tilde{A}$ kümesi sıralı ikililerden meydana gelir ve aşağıdaki gibi tanımlanır;

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x) : x \in X\} \tag{3.2}$$

Bulanık kümenin sıralı ikilerden oluşan elemanlarından birincisi kümenin elemanı ikincisi ise bu elemanın üyelik derecesini belirten değeridir (Zimmermann 1987: 10). Örneğin bir Emlakçı, müşterilerine tanıtacağı evleri sınıflandırmak amacı ile yatak odası sayısını konfor göstergesi olarak alıyor. Kiralık evlerin kümesi $X = \{1,2,3,4,...,10\}$ ve x ise evdeki yatak odası sayısını göstermek üzere , $\tilde{A}$ kümesi " dört kişilik bir aile için konforlu ev" şu şekilde tanımlanabilir.

$$\tilde{A} = \{(1,.2), (2,,5), (3,.8), (4,1), (5,.7), (6,.3)\} \tag{3.3}$$

3.1.1. Üyelik Fonksiyonu

Üyelik fonksiyonu kullanılarak bir elemanın kümeye ait olma derecesi belirlenir. Bulanık küme tanımında yer alan $\mu_{\tilde{A}}(x)$ ifadesine X'in Üyelik Fonksiyonu adı verilir. $\mu_{\tilde{A}}(x)$ fonksiyonu X kümesini M üyelik uzayına eşler. Üyelik Fonksiyonu [0,1] kapalı aralığında değerler alabilir ve bu değerler x elemanının üyelik derecesini gösterir (Terrano vd.1987: 53).

$$\mu : X \rightarrow [0,1] \tag{3.4}$$

$\mu_{\tilde{A}}(x)$ ifadesi bulanık kümenin üyelik fonksiyonunu gösterir. $\mu_{\tilde{A}}(x)$ fonksiyonu X kümesini M üyelik uzayına eşler yani evrensel kümedeki elemanların [0,1] arasındaki sayılara eşlendiği bir işlemi ifade eder.

3.1.2. Destek Kümesi

Bulanık bir $\tilde{A}$ kümesinin destek kümesi olan $S(\tilde{A})$ bütün $\mu_{\tilde{A}}(x) > 0$ şeklindeki $x \in X$' lerin kümesidir. Yani E evrensel kümesinin alt kümeleri için bir $\tilde{A}$ kümesinin destek kümesidir. Üyelik fonksiyonunun aralığı "sıfır" üyelik derecesini kapsamasına karşın, bu dereceye sahip olan eleman ve üyelik derecesi "sıralı ikilisi" şeklinde listeye dahil edilmemektedir (Zimmerman 1991: 14).

3.1.3. α – Kesim Kümesi

$\tilde{A}$ bulanık kümesinin α-kesim klasik X kümesinin $\tilde{A}$ farklı α değerleriyle değişik α-kesim kümeleri oluşturulabilir.

$$A_\alpha = \{x \in X \mid \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\} \tag{3.5}$$

Eğer $A_\alpha = \{x \in X \mid \mu_{\tilde{A}}(x) > \alpha\}$ ilişkisi mevcut ise buna $\tilde{A}$ kümesinin kuvvetli α-kesimi adı verilir. Bu tanımdan $\tilde{A}$ kümesinin dayanağı, küme içerisinde üyelik derecesi 0’dan büyük elemanların oluşturduğu kümedir. Üyelik derecesi 1’e eşit olan elemanların oluşturduğu kümeye $\tilde{A}$ kümesinin özü adı verilir. 0 ve 1 arasında kalan elemanlardan oluşan küme ise $\tilde{A}$ kümesinin sınırı olarak adlandırılır (Şen 2004: 28).

3.1.4. Dışbükeylik

$\tilde{A}$ bulanık kümesinin dışbükeyliğini üyelik fonksiyonuna göre tanımlayacak olursak $\mu_{\tilde{A}}(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2 \geq \min \mu_{\tilde{A}}(x_1), \mu_{\tilde{A}}(x_2)), x_1, x_2, \in X, \lambda \in [0,1]$ ise $\tilde{A}$ kümesi dışbükeydir (Zimmerman 1987:15).

3.1.5. Kardinalite

Sonlu bulanık bir $\tilde{A}$ kümesi için kardinalite $|\tilde{A}| = \sum_{x \in X} \mu_{\tilde{A}}(x)$ şeklinde tanımlanır. $\|\tilde{A}\| = \frac{|\tilde{A}|}{|X|}$ $\tilde{A}$’nın göreceli kardinalitesi olarak isimlendirilir. Bulanık bir kümenin göreceli kardinalitesi evrensel kardinaliteye bağlıdır. Geleneksel bir kümenin kardinalitesi o kümenin elemanlarının sayısını ifade eder (Zimmerman 1987: 16).

3.2. Bulanık Küme Teorisinde İşlemler

Bulanık Küme Teorisinde küme işlemleri klasik küme teorisinden farklı olarak üyelik fonksiyonları kullanılarak gerçekleştirilir (Zadeh 1965: 338).

3.2.1. Birleşme İşlemi

$\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ bulanık kümelerinin $\tilde{D} = \tilde{A} \cup \tilde{B}$ birleşme işlemi üyelik fonksiyonu yardımı ile aşağıdaki gibi gösterilir.

$$\mu_{\tilde{D}}(x) = \max\left\{\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)\right\} \quad , \quad x \in X \tag{3.6}$$

veya bir başka gösterim şekli ile;

$$\mu_{\tilde{D}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x) \vee \mu_{\tilde{B}}(x) \tag{3.7}$$

tanımlanabilir.

3.2.2. Kesişme İşlemi

$\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ bulanık kümelerinin $\tilde{C} = \tilde{A} \cap \tilde{B}$ kesişim işlemi üyelik fonksiyonu yardımı ile aşağıdaki gibi gösterilir:

$$\mu_{\tilde{C}}(x) = \min\left\{\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)\right\} \quad , \quad x \in X \tag{3.8}$$

veya bir başka gösterim şekli ile;

$$\mu_{\tilde{C}}(x) = \mu_{\tilde{A}} \wedge \mu_{\tilde{B}} \tag{3.9}$$

tanımlanabilir.

3.2.3. Bulanık Kümenin Tümleyeni

Bulanık $\tilde{A}$ kümesinin tümleyeninin üyelik fonksiyonu $\mu_{\not\subset\tilde{A}}$ aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\mu_{\not\subset\tilde{A}}(x) = 1 - \mu_{\tilde{A}}(x) \quad , \quad x \in X \tag{3.10}$$

3.2.4. Konveks Küme

Bir bulanık küme $\tilde{A}$ konveks olabilmesi için aşağıdaki şartı sağlamalıdır.

$$\mu_{\tilde{A}}(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2 \geq \min(\mu_{\tilde{A}}(x_1), \mu_{\tilde{A}}(x_2)) \qquad (3.11)$$
$$x_1, x_2 \in X, \quad \lambda \in [0,1]$$

Yukarıda açıklanan Bulanık küme ile ilgili işlemleri yukarıdaki örnek kullanılarak aşağıdaki gibi açıklanabilir (Zimmerman 1987: 17).

Örnekte dört kişilik bir aile için Bulanık bir küme şu şekilde oluşturulmuştu:

$$\tilde{A} = \{(1,.2), (2,,5), (3,.8), (4,1), (5,.7), (6,.3)\} \qquad (3.12)$$

Ev tipinin büyüklüğü ile ilgili oluşturulan bir bulanık küme $\tilde{B}$ ile birlikte yukarıda ifade edilen bulanık küme işlemlerini sırası ile aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\tilde{B} = \{(3,.2), (4,.4), (5,.6), (6,.8), (7,1), (8,1)\} \qquad (3.13)$$

Kesişme işlemi $\tilde{C} = \tilde{A} \cap \tilde{B}$

$$\tilde{C} = \{(1,.2), (4,.1), (5,.6), (6,.3)\} \qquad (3.14)$$

Birleşme işlemi $\tilde{D} = \tilde{A} \cup \tilde{B}$

$$\tilde{D} = \{(3,.2), (2,.5), (3,.8), (4,1), (5,.7), (6,.8), (7,1), (8,1)\} \qquad (3.15)$$

Tümleyen $\not\subset \tilde{B}$

$$\not\subset \tilde{B} = \{(1,1), (2,1), (3,.8), (4,.6), (5,.4), (6,.2)\} \qquad (3.16)$$

3.3. Bulanık Kümelerde Cebirsel İşlemler

Bulanık Küme teorisinde yer alan cebirsel işlemler altı şekilde incelenir. (Zimmerman 1991: 28).

3.3.1. Kartezyen Çarpım

Bulanık kümelerde kartezyen çarpımı aşağıdaki gibi ifade edilir:

$\tilde{A}_1,...,\tilde{A}_n$, $X_1,...,X_n$ de bulanık kümeler olsun. $X_1 x...x X_n$ çarpım uzayında üyelik fonksiyonu

$$\mu_{(\tilde{A}_1,...,\tilde{A}_n)}(x) = \min_i \left\{ \mu_{\tilde{A}_i}(x) : x = (x_1,...,x_n), x_i \in X_i \right\} \tag{3.17}$$

şeklinde gösterilir.

3.3.2. Bulanık Kümenin Kuvveti

Bulanık bir $\tilde{A}$ kümesinin m-inci kuvveti aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\mu_{\tilde{A}^m}(x) = [\mu_{\tilde{A}}(x)]^m \quad , \quad x \in X \tag{3.18}$$

3.3.3. Cebirsel Toplam

$\tilde{C} = \tilde{A} + \tilde{B}$ şu şekilde tanımlanır

$$\tilde{C} = \left\{ (x, \mu_{\tilde{A}+\tilde{B}}(x)) : x \in X \right\} \tag{3.19}$$

Burada

$$\mu_{\tilde{A}+\tilde{B}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x) + \mu_{\tilde{B}}(x) - \mu_{\tilde{A}}(x).\mu_{\tilde{B}}(x) \tag{3.20}$$

3.3.4. Sınırlı Toplam

$\tilde{C} = \tilde{A} \oplus \tilde{B}$ şu şekilde tanımlanır;

$$\tilde{C} = \left\{(x, \mu_{\tilde{A}\oplus\tilde{B}}(x)) : x \in X\right\} \quad (3.21)$$

Burada

$$\mu_{\tilde{A}\oplus\tilde{B}}(x) = \min\left\{1, \mu_{\tilde{A}}(x) + \mu_{\tilde{B}}(x)\right\} \quad (3.22)$$

3.3.5. Sınırlı Fark

$\tilde{C} = \tilde{A}\Theta\tilde{B}$ şu şekilde tanımlanır

$$\tilde{C} = \left\{(x, \mu_{\tilde{A}\Theta\tilde{B}}(x)) : x \in X\right\} \quad (3.23)$$

Burada

$$\mu_{\tilde{A}\Theta\tilde{B}}(x) = \max\left\{0, \mu_{\tilde{A}}(x) + \mu_{\tilde{B}}(x) - 1\right\} \quad (3.24)$$

3.3.6. İki Bulanık Kümenin Çarpımı

İki bulanık kümenin çarpımı $\tilde{C} = \tilde{A} \cdot \tilde{B}$ aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\tilde{C} = \left\{(x, \mu_{\tilde{A}}(x) \cdot \mu_{\tilde{B}}(x)) : x \in X\right\} \quad (3.25)$$

Yukarıda ifade edilen cebirsel işlemler aşağıdaki örnek yardımı ile açıklanmıştır.

Örnek: $\tilde{A}(x) = \{(3,.5), (5,1), (7,.6)\}$ ve $\tilde{B}(x) = \{(3,1), (5,.6)\}$ Bulanık kümeleri kullanarak cebirsel işlemler hesaplanmıştır (Zimmermann 1991: 29).

$$\tilde{A} \times \tilde{B} = \{[(3;3),.5], [(5;3),1], [(7;3),.6], [(3;5),.5], [(5;5),.6], [(7;5),.6]\} \quad (3.26)$$

$$\tilde{A}^2 = \{(3,.25),(5,1),(7,.36),\} \tag{3.27}$$

$$\tilde{A} + \tilde{B} = \{(3,1),(5,1),(7,.6)\} \tag{3.28}$$

$$\tilde{A} \oplus \tilde{B} = \{(3,1),(5,1),(7,.6)\} \tag{3.29}$$

$$\tilde{A} \Theta \tilde{B} = \{(3,.5),(5,.6)\} \tag{3.30}$$

$$\tilde{A} \cdot \tilde{B} = \{(3,.5),(5,.6)\} \tag{3.31}$$

3.4. Bulanık Sayılar Ve Fonksiyonları

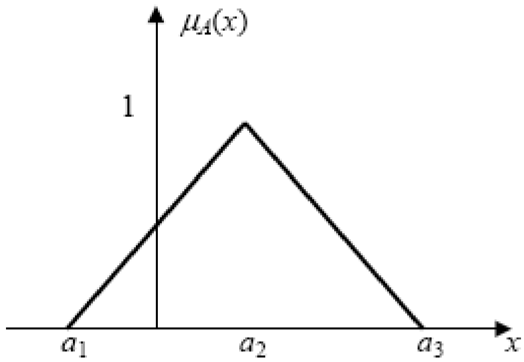
Bulanık kümelerin sahip olduğu esneklikten dolayı bulanık sayıları farklı üyelik fonksiyonlarıyla tanımlamak mümkündür. Uygun üyelik fonksiyonunu tanımlama ve anlamlı işlemleri belirleme kapasitesi Bulanık Küme Teorisinin en önemli yönlerinden birisidir (Klir ve Yuan 1995:12). Bulanık küme teorisinde kullanılan farklı bulanık tipleri içerisinde en çok kullanılanları üçgensel ve yamuk tipli bulanık sayılardır (Lai ve Hwang 1994). Bu iki bulanık sayı ve üyelik fonksiyonları aşağıdaki gibidir.

3.4.1. Üçgensel Bulanık Sayı

Üçgensel bulanık sayılar merkezi değerinin üyelik derecesi 1 olan sayının sol ve sağ taraf olmak üzere iki kısımdan meydana gelir. Sol tarafta yer alan değerden merkezin üyelik derecesine doğru artan bir yapı söz konusudur. Merkezi değerden sağ taraftaki değere doğru ise azalan bir yapı söz konusudur. Bulanık üçgensel bir sayı $A = (a_1, a_2, a_3)$ olmak üzere üyelik fonksiyonu;

$$\mu_{(A)}(x) = \begin{cases} 0, & x < a_1 \\ \dfrac{x - a_1}{a_2 - a_1}, & a_1 \leq x \leq a_2 \\ \dfrac{a_3 - x}{a_3 - a_2}, & a_2 \leq x \leq a_3 \\ 0, & x > a_3 \end{cases} \tag{3.32}$$

yapısında ifade edilir. Bu fonksiyonda en fazla bir sayının üyelik derecesi 1 olmalıdır. Bulanık üçgensel bir sayının üyelik fonksiyonu Şekil 3.1' de gösterilmiştir.



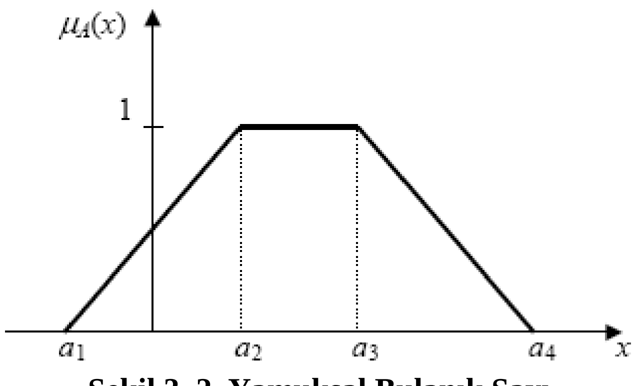
Şekil 3. 1. Üçgensel Bulanık Sayı

3.4.2. Yamuksal Bulanık Sayı

Bu tip bulanık sayılar $A = (a_1, a_2, a_3, a_4)$ şeklinde tanımlanabilir. Yamuksal bulanık sayılar birbirinden farklı 4 değerden oluşan sayılardır. Üçgensel bulanık sayılardan farkı ise $[a_2, a_3]$ aralığındaki bütün değerlerin 1 üyelik derecesine sahip olmasıdır. Bu bulanık sayının üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\mu_{(A)}(x) = \begin{cases} 0, & x < a_1 \\ \dfrac{x - a_1}{a_2 - a_1}, & a_1 \le x \le a_2 \\ 1, & a_2 \le x \le a_3 \\ \dfrac{a_4 - x}{a_4 - a_3}, & a_3 \le x \le a_4 \\ 0, & x > a_4 \end{cases} \tag{3.33}$$

Yamuksal Bulanık sayının Üyelik fonksiyonu Şekil 3.2.'de verilmiştir.



Şekil 3. 2. Yamuksal Bulanık Sayı

Bu şekil için α-kesim aralığı aşağıda yazılmıştır;

$$\forall \alpha \in [0,1]$$

$$A_\alpha = [(a_2 - a_1)\alpha + a_1, -(a_4 - a_3)\alpha + a_4] \qquad (3.34)$$

$a_2 = a_1$ olduğunda yamuksal bulanık sayı üç köşesiyle uyuşur.

3.5. Bulanık Ortamda Karar Verme

Bulanık ortamda karar verme modellerinin ilk çalışması Bellman ve Zadeh (1970) tarafından gerçekleştirilmiştir. Bu karar ortamında amaç fonksiyonları ve kısıtlar belirsiz ya da bulanıktır. Bu tip karar ortamında amaç fonksiyonları ve kısıtlar için birer üyelik fonksiyonu tanımlanmıştır. Geleneksel karar teorilerinde bir karar bir karar alternatifleri kümesiyle karakterize edilebilir. Belirlilik ortamında karar verici karar verirken beklenen durumu bilir ve maksimum faydasına göre karar alternatifini seçer. Belirsizlik ortamında karar verici kararını verirken ortaya çıkacak durumu bilmez sadece durumun olası bir fonksiyonunu bilir ve karar vermek daha zordur.

Bir karar verme süreci üç ana bileşenden meydana gelir (Bellman ve Zadeh 1970: 141-164). İlk olarak alternatifler kümesi belirlenir. Sonra bu alternatifler arasından seçim işlemi için kısıtlar tanımlanır. Son olarak mevcut alternatifler arasında yapılacak bir tercihin her bir alternatife ait kazanç veya kaybı gösteren amaçların tanımlanmasıdır. Bulanık ortamda karar vermede kısıtlar ve hedefler simetriktir. Yani karar ortamında kısıtlar ve hedefler birlikte değerlendirilir. Bu karar verme süreci bulanık hedeflerin ve bulanık kısıtların kesişimi şeklinde açıklanır.

3.5.1. Bulanık Hedef

Bulanık bir hedef yada bulanık amaç $\tilde{G}$ ve X alternatifler kümesi olmak üzere bulanık hedef alternatifler kümesi içerisinde bulanık küme $\tilde{G}$ şeklinde tanımlanır. Geleneksel yaklaşımlarda karar verme durumu alternatifler kümesinde doğrusal bir düzende işlem görür.

3.5.2. Bulanık Kısıt

Bir bulanık kısıt $\tilde{C}$, X' de tanımlanmış bir bulanık küme olsun. Bulanık hedef ve bulanık kısıtların yukarıda tanımlanan kavramlarının önemli bir özelliği, her ikisinin de alternatifler uzayında bulanık kümeler şeklinde tanımlanmasıdır. Bu şekilde yapılan bir tanımlamayla, kararın formülasyonunda bulanık hedefler ve bulanık kısıtlar aynı şekilde işlem görürler. Diğer yandan, bir karar problemi için geleneksel yaklaşımlarda alternatifler uzayında kısıt kümesi bulanık olmayan kümeler olarak alınırken performans fonksiyonu sadece bir fonksiyondur.

Basit olarak karar verme işlemi, alternatiflerden seçim yapma işlemidir. Bulanık bir karar, kısıtların ve hedeflerin kesişimlerinden elde edilen bulanık bir küme olarak tanımlanabilir. Bu tanımlama aşağıdaki gibi formüle edilebilir.

Alternatifler uzayında bulanık kısıt $\tilde{C}$ ve bulanık hedef $\tilde{G}$ için $\tilde{C}$ ve $\tilde{G}$' nin kesişiminden bulanık karar $\tilde{D} = \tilde{G} \cap \tilde{C}$ şeklinde ifade edilir. Bulanık karar kümesinin üyelik fonksiyonu,

$$\mu_{\tilde{D}}(x) = \min\{\mu_{\tilde{G}}(x), \mu_{\tilde{C}}(x)\} \qquad (3.35)$$

Bulanık karar için bir genelleştirme yapılacak olursa, n adet hedef ve m adet kısıt için hedefler $\tilde{G}_1, \tilde{G}_2, \ldots, \tilde{G}_3$ ve kısıtlar $\tilde{C}_1, \tilde{C}_2, \ldots, \tilde{C}_i$ şeklinde yazılabilir. Hedeflerin ve kısıtların kesişimleri

$$\tilde{D} = \left(\bigcap_{j=1,\ldots,n} \tilde{G}_j \right) \cap \left(\bigcap_{i=1,\ldots,m} \tilde{C}_i \right) \qquad (3.36)$$

yazılır. Açık bir ifadeyle bulanık karar

$$\mu_{\tilde{D}}(x) = \min\{ \min_{j=1,\ldots,n} \mu_{\tilde{G}}(x), \min_{i=1,\ldots,m} \mu_{\tilde{C}}(x)\}$$

şeklinde ifade edilir. Bulanık ortamda karar verme kavramı aşağıdaki örnek yardımı ile kısaca aşağıda açıklanmıştır (Zimmerman 1996: 283).

Amaç fonksiyonu "*x*, 10'dan çok büyük" olsun. Amaç fonksiyonu için,

$$\mu_{\tilde{O}}(x) = \begin{cases} 0, & x \le 10 \\ \left[1+(x-10)^{-2}\right]^{-1}, & x > 10 \end{cases} \tag{3.37}$$

üyelik fonksiyonu tanımlansın. Kısıtlar "x 11'den biraz büyük" olsun. Kısıtlar için üyelik fonksiyonu

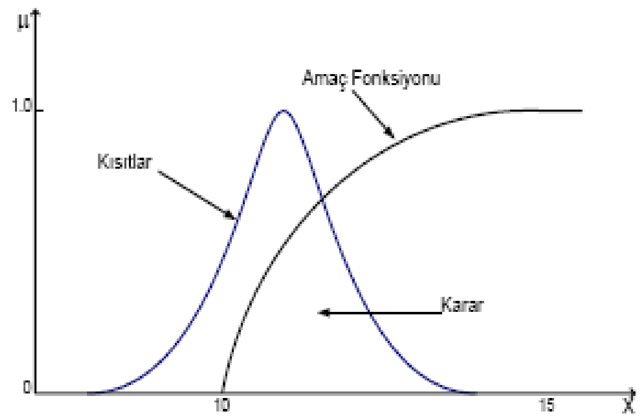
$\mu_{\tilde{D}}(x) = \mu_{\tilde{O}}(x) \wedge \mu_{\tilde{C}}(x)$ ifadesi ile tanımlanır.

$$\mu_{\tilde{O}}(x) = \begin{cases} 0, & x \le 10 \\ \min\left\{\left[1+(x-10)^{-2}\right]^{-1}, \left[(1+(x-11)^{4}\right]^{-2}\right\} & x > 10 \end{cases} \tag{3.38}$$

Amaç fonksiyonu ve kısıtlar tanımlanırken, amaç fonksiyonu için x karar değişkeni 10 değerinden oldukça büyük, kısıtlarda ise 11 değerinden çok az büyük olarak alınmıştır. Karar, bu amaç fonksiyonu kısıtların kesişim kümesinden meydana gelir.

$$\mu_{\tilde{D}}(x) = \begin{cases} 0, & x \le 10 \text{ve} 10 < x < 11.75 \\ \left[1+(x-11)^{4}\right]^{-1}, & x > 11.75 \end{cases} \tag{3.39}$$

Bulanık Karar örneğinin amaç fonksiyonu, kısıtı ve karar alanı Şekil 3.3'te verilmiştir.



Şekil 3. 3. Bulanık Karar

3.6. Bulanık Doğrusal Programlama

Geleneksel Doğrusal Programlama problemleri kısıtlar tarafından belirlenen uygun çözüm bölgesine bağlı olarak amaç fonksiyonunun değerini fonksiyonun yönüne göre en iyi yapmayı amaçlar. Bu tür modellerin en önemli özelliği deterministik olmasıdır. Verdiği sonuçlar açısından sadece kesinlik varsayımına bağlı olarak değerlendirilmektedir. Doğrusal Programlama problemlerinde duyarlılık analizi kullanılarak bazı parametrelerde yapılan değişikliklerle sistemin davranışı hakkında bazı değerlendirmeler yapılabilir. Ayrıca modele yeni bir kısıt eklenmesi ya da modele yeni bir değişken eklenerek matematiksel model hakkında farklı bakış açıları ile değerlendirmeler yapılabilir.

Bulanık küme teorisinin gelişimi ve matematiksel modellere uygulanmasıyla bilim insanları tarafından amaç fonksiyonları ve kısıtlar farklı şekilde ele alınmıştır. Geliştirilen bu yaklaşımlar bulanıklaştırma süreçlerine göre sınıflandırılmıştır. Zimmerman (1978) tarafından ilk kez matematiksel modeller simetrik ve simetrik olmayan modeller kavramında iki grupta incelenmiştir. Luhandjula (1989) ise Esnek Programlama, Bulanık Stokastik Programlama ve Bulanık Parametreli Matematiksel Programlama şeklinde üç ana başlıkta değerlendirmiştir. Lai ve Hwang (1992), Doğrusal Programlama problemlerini bilgi tipine bağlı olarak Bulanık Doğrusal Programlama modeli ve parametrelerin olabilirlik dağılımına bağlı olarak oluşturulduğu iki kategoride incelenmiştir.

Bulanık Doğrusal Programlama problemlerinde Zimmerman (1978) tarafından önerilen doğrusal üyelik fonksiyonları kullanılmaktadır. Bu bölümde Zimmermanın Klasik Bulanık Doğrusal Programlama yaklaşımı ile Bulanık Çok Amaçlı Doğrusal Programlama Yaklaşımı ele alınmıştır. Bulanık Doğrusal Programlama problemi Geleneksel Klasik Doğrusal Programlama göz önünde bulundurularak aşağıdaki gibi genelleştirilebilir.

$$\mathrm{Mak}\tilde{s}\mathrm{imum}\ cx$$

Kısıtlar; (M3.1)

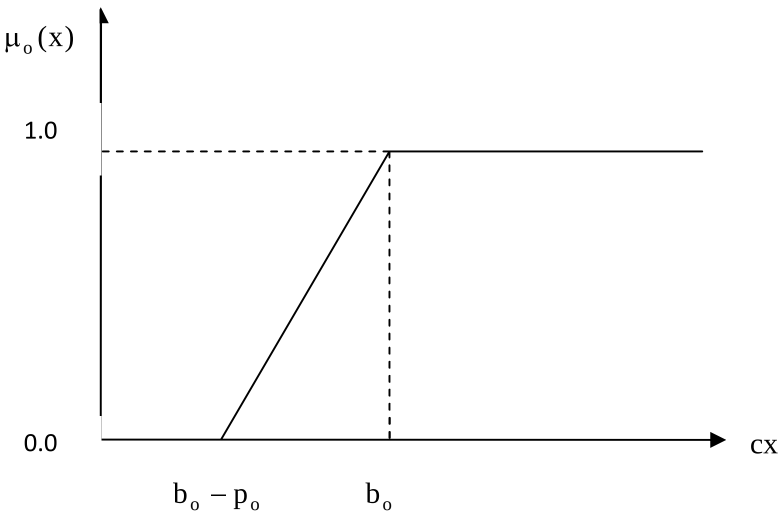
$$(Ax)_i \tilde{\leq} b_i$$

$$x \geq 0$$

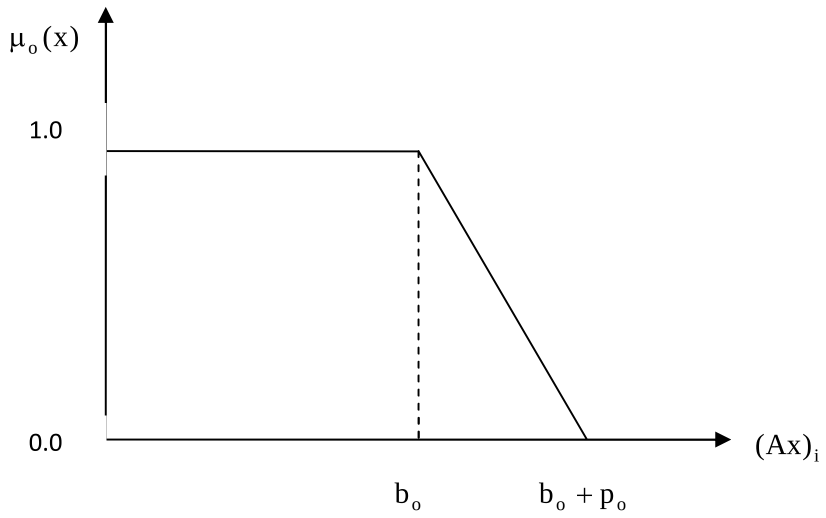
Burada, $\widetilde{\text{Maks}}\text{imum}$ gösterimi amaç fonksiyonunun, ”$\widetilde{\leq}$” ise kısıt kaynaklarının bulanık olduğunu belirtmektedir. Bulanık amaç fonksiyonu ve bulanık kısıt fonksiyonları her ikisi üyelik fonksiyonu kullanılarak tanımlanmaktadır. Bulanık Doğrusal Programlama problemlerinin çözümünde “min” işlemcisi kullanılmaktadır.

3.6.1. Simetrik Zimmermann Yaklaşımı

Zimmermann (1978) tarafından bu yaklaşımın en belirgin özelliği amaç fonksiyonu ve kısıt fonksiyonlarının aynı ortamda incelenmesidir. Zimmermann’ın simetrik model yaklaşımında amaç fonksiyonunun değerini başlangıçta verilen bir seviyede ve buna ait bir tolerans değerinde açıklar. Kısıt fonksiyonlarının ise mevcut kaynak kullanım miktarının yine kabul edilebilir bir tolerans değerinde bir aralık içerisinde tanımlar. Zimmermann yaklaşımına göre amaç fonksiyonu $[b_0 - p_o, b_o]$ kapalı aralığında, kısıt fonksiyonları ise $[b_i, b_i + p_i]$ kapalı aralığında değerlendirilir. Amaç fonksiyonu ve kısıt fonksiyonlarının bulanık üyelik fonksiyonu Şekil 3.4 ve Şekil 3.5 de gösterilmiştir.



Şekil 3. 4. Bulanık Amaç Fonksiyonu için Üyelik Fonksiyonu



Şekil 3. 5. Bulanık Kısıt Fonksiyonu için Üyelik Fonksiyonu

Matematiksel olarak amaç fonksiyonu ve kısıt fonksiyonları için üyelik fonksiyonları (3.40) ve (3.41)'da verilmiştir.

$$\mu_0(x) = \begin{cases} 1 & , \quad cx > b_o \\ 1 - \dfrac{b_o - cx}{p_o} & , \quad b_o - p_o \le cx \le b_o \\ 0 & , \quad cx < b_o - p_o \end{cases} \tag{3.40}$$

$$\mu_c(x) = \begin{cases} 1 & , \quad (Ax)_i < b_i \\ 1 - \dfrac{(Ax)_i - b_i}{p_o} & , \quad b_i \le (Ax)_i \le b_i + p_i \\ 0 & , \quad (Ax)_i > b_{io} \end{cases} \tag{3.41}$$

(3.40) ve (3.41) ile verilen üyelik fonksiyonlarına bağlı olarak simetrik Bulanık Doğrusal Programlama modeli aşağıdaki gibi yazılır.

Maksimum λ

Kısıtlar; (M3.2)

$cx \ge b_o - (1-\lambda)p_o$

$(Ax)_i \le b_i + (1-\lambda)p_i$

$x \ge 0$ ve $\lambda[0,1]$

Zimmermann (1978) Çok Amaçlı Doğrusal Programlama problemlerinin çözümü için pozitif ideal çözümler ve negatif ideal çözümler tanımını kullanmıştır. Bu yöntemde pozitif ideal çözümler her bir amaç fonksiyonunun en iyi performansı, negatif ideal çözümler ise en kötü performansı olarak alınarak üyelik fonksiyonlarını tanımlamıştır. (M1.1) için elde edilen pozitif ideal çözümler ve negatif ideal çözümlere göre maksimizasyon yönlü amaçlar

$\forall k = 1,2,...,l;$

$$\mu_{Z_k}(x) = \begin{cases} 1 & , \quad Z_k > Z_k^* \\ \dfrac{Z_k - Z_k^-}{Z_k^* - Z_k^-} & , \quad Z_k^- \leq cx \leq Z_k^* \\ 0 & , \quad Z_k < Z_k^- \end{cases} \tag{3.42}$$

ve minimizasyon yönlü amaçlar i

$\forall s = 1,2,...,r;$

$$\mu_{Z_k}(x) = \begin{cases} 1 & , \quad W_s < W_s^- \\ \dfrac{W_s^- - W_s}{W_s^- - W_s^*} & , \quad W_s^* \leq W_s \leq W_s^- \\ 0 & , \quad W_s > W_s^- \end{cases} \tag{3.43}$$

kullanılarak formüle edilir. (3.42) ve (3.43) kullanılarak matematiksel olarak bulanık çok amaçlı model aşağıdaki gibi yazılır.

Maksimum λ

Kısıtlar; (M3.3)

$$\frac{Z_k - Z_k^-}{Z_k^* - Z_k^-} \geq \lambda$$

$$\frac{W_s^- - W_s}{W_s^- - W_s^*} \geq \lambda$$

$$g_i(x) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq 0$$

$\lambda[0,1], x_i \geq 0, i = 1,2,...,m, \ j = 1,2,...,n, k = 1,2,...,l, s = 1,2,...,r$

3.6.2. Bulanık Hedef Programlama

Bulanık Küme Teorisinin gelişimi, Bellman ve Zadeh (1970) tarafından önerilen Bulanık Ortamda Karar Verme süreci ile birlikte Hedef Programlama yöntemlerinde de birçok yaklaşım geliştirilmiştir. Bulanık Hedef Programlamada ilk çalışma Narasimhan (1980) tarafından başlatılmış, Hannan (1981), R.N. Tiwari, S. Dharmar ve Rao (1987) T. Yang, J.P. Ignizio, H.J. Kim (1991), Yaghoobi ve Tamiz (2007) tarafından farklı yaklaşımlarda önerilmiştir. Bu yaklaşımlar Zimmermann (1978) tafarından önerilen doğrusal üyelik fonksiyonlarına bağlı olarak açıklanmıştır. Bulanık Hedef Programlamada hedefler aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$(AX)_i \mathrel{\tilde{\leq}} b_i \,, i = 1,2,..., i_0 \tag{3.44}$$

$$(AX)_i \mathrel{\tilde{\geq}} b_i \,, i = i_0 + 1,..., j_0 \tag{3.45}$$

$$(AX)_i \cong b_i \,, \; i = j_0 + 1,..., K \tag{3.46}$$

Bu üç farklı türde verilen bulanık hedeflere ait üyelik fonksiyonları aşağıda tanımlanmıştır.

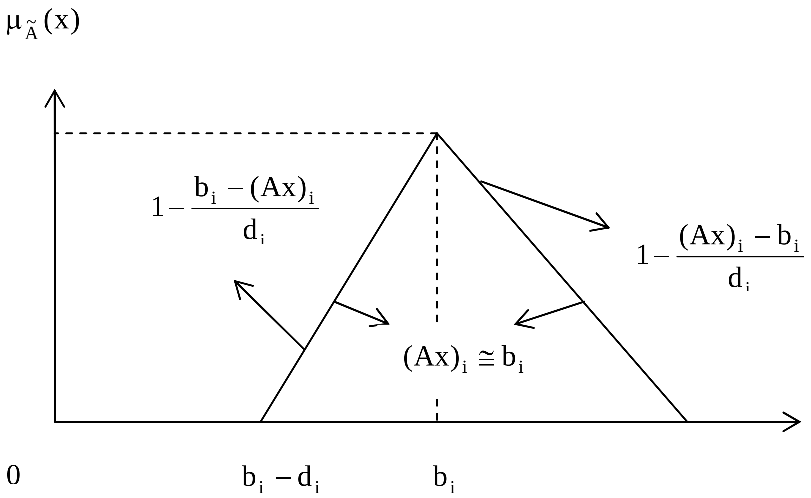
$$\mu_i(x) = \begin{cases} 0 & , \quad (Ax) \leq b_i - d_i \\ 1 - \dfrac{b_i - (Ax)_i}{d_i} & , \quad b_i - d_i \leq (Ax)_i \leq b_i \\ 1 - \dfrac{(Ax)_i - b_i}{d_i} & , \quad b_i \leq (Ax)_i \leq b_i + d_i \\ 0 & , \quad (Ax)_i \geq b_i + d_i \end{cases} \tag{3.47}$$

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 0 & , \quad (Ax)_i \geq b_i + d_i \\ 1 - \dfrac{b_i - (Ax)_i}{d_i} & , \quad b_i \leq (Ax)_i \leq b_i + d_i \\ 1 & , \quad (Ax)_i \leq b_i \end{cases} \tag{3.48}$$

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 0 & , \quad (Ax)_i \leq b_i - d_i \\ 1 - \dfrac{(Ax)_i - b_i}{d_i} & , \quad b_i - d_i \leq (Ax)_i \leq b_i \\ 1 & , \quad (Ax)_i \geq b_i \end{cases} \tag{3.49}$$

3.7.1. Hannan Yaklaşımı

Narasimhan (1980) bulanık küme teorisini kullanarak ilk kez bulanık hedef programlama formülasyonunu gerçekleştirmiştir. Narasimhan hedef değerleri bulanık hedefler olarak kabul ederek üçgensel üyelik fonksiyonu olarak tanımlamıştır. Narasimhan'ın yaklaşımında hedefler arasında bir öncelik sıralaması ya da ağırlıklandırma kullanılmamıştır. Narasimhan yaklaşımında üçgensel üyelik fonksiyonu artan ve azalan şeklinde iki alt probleme dönüştürmüştür. Bu yaklaşım için üçgensel üyelik fonksiyonunun grafiği Şekil 3.6 de gösterilmiştir.



Şekil 3. 6. Üçgensel Üyelik Fonsiyonu (Özkan 2003)

Şekil 3.6'da verilen üçgensel üyelik grafiğinin üyelik fonksiyonu aşağıda verilmiştir.

$$\mu_D(x^M) = \underset{x\geq o}{\text{maks}}(\min[\mu_i,(x)]) = \left\{ \begin{array}{ccc} 1.\text{Problem} & , & 2.\text{Problem} \\ \max\limits_{x\geq 0}\left\{\min\left[1-\frac{b_i-(Ax)}{d_i}\right]\right\} & , & \max\limits_{x\geq 0}\left\{\min\left[1-\frac{(Ax)-b_i}{d_i}\right]\right\} \\ K & , & K \\ b_i - d_i \leq (Ax)_i \leq b_i & , & b_i \leq (Ax)_i \leq b_i + d_i \\ i=1,2,\ldots,m_1 & , & i=1,2,\ldots m_1 \end{array} \right.$$

(3.50)

(3.50)'ye göre Narasimhan yaklaşımını matematiksel olarak

Maksimum λ

Kısıtlar; (M3.4)

$$\left.\begin{array}{l} 1-\dfrac{b_i-(Ax)_i}{d_i}\geq\lambda \\ b_i-d_i\leq(Ax)_i\leq b_i \end{array}\right\}\text{ Artan Kısım}$$

$$\left.\begin{array}{l} 1-\dfrac{(Ax)_i-b_i}{d_i}\geq\lambda \\ b_i\leq(Ax)_i\leq b_i+d_i \end{array}\right\}\text{Azalan Kısım}$$

$$\lambda\in[0,1],\ x\geq 0$$

yazılır.

Şimdi, bu modelin aratan parça(kısım) ismiyle nitelediğimiz kısıtlayıcıları ele alalım. Burada $(Ax_i)\leq b_i$ ifadesini d_i ile gösterilen tolerans miktarına böldüğümüz zaman $\dfrac{(Ax)_i}{d_i}\leq\dfrac{b_i}{d_i}$ ifadesini elde ederiz. Bu eşitsizliğin sol tarafına pozitif sapma değişkenini gösteren p_i yi eklersek $\dfrac{(Ax)_i}{d_i}+p_i=\dfrac{b_i}{d_i}$ eşitliğine ulaşırız. Bu eşitliği de p_i değişkenine göre düzenlersek $p_i=\dfrac{b_i}{d_i}-\dfrac{(Ax)_i}{d_i}$ ifadesini oluşturabiliriz. Pozitif sapma değişkenini $1-\dfrac{b_i-(Ax)_i}{d_i}\geq\lambda$ eşitsizliğinde yerine yazıldığı zaman, $\lambda+p_i\leq 1$ kısıtlayıcısını elde ederiz. Yukarıda verilen modelin azalan parça ismiyle nitelediğimiz kısıtlayıcıları için de benzer işlemleri yapabiliriz. Burada $b_i\leq(Ax)_i$ veya $(Ax_i)\geq b_i$ ifadesini tolerans miktarı d_i ye böldüğümüz zaman, $\dfrac{(Ax)_i}{d_i}\leq\dfrac{b_i}{d_i}$ ifadesini elde ederiz. Bu eşitsizliğin sol tarafından negatif sapma değişkeni olan n_i yi çıkardığımız zaman, $\dfrac{(Ax)_i}{d_i}-n_i=\dfrac{b_i}{d_i}$ eşitliğine ulaşırız. Bu eşitliği de negatif sapma değişkenine göre düzenlersek, $n_i=\dfrac{(Ax)_i}{d_i}-\dfrac{b_i}{d_i}$ ifadesini oluşturabiliriz.

Negatif sapma değişkenini $1-\dfrac{(Ax)_i-b_i}{d_i}\geq\lambda$ eşitsizliğinde yerine koyduğumuz zaman $\lambda+n_i\leq 1$ kısıtlayıcısını elde ederiz. $(Ax_i)\leq b_i$ ve $(Ax_i)\geq b_i$ eşitsizlikleri için yapılan bu analizin $(Ax_i)=b_i$ durumuna genişletilmesi gerekir. Hannan, bulanık bir eşitlik için belirlenen erişim düzeyine ne oranda ulaşıldığını belirlemek için $\lambda+p_i\leq 1$

ve $\lambda + n_i \leq 1$ kısıtlayıcılarını $\lambda + n_i + p_i \leq 1$ şeklinde bir araya getirmiştir. Bu düşünceden hareketle, eşitlik (M3.5) da verilen bulanık hedef programlama modeli tek bir doğrusal programlama problemi olarak aşağıda verildiği gibi ifade edilir (Özkan 2003: 190).

Maksimum λ

Kısıtlar,

$$\frac{(Ax)_i}{d_i} + n_i - p_i = \frac{b_i}{d_i} \qquad \text{(M3.5)}$$

$$\lambda + n_i + p_i \leq 1$$

$$n_i \times p_i = 0$$

$$x_j, \lambda, n_i, p_i \geq 0 \quad i = 1,2,....,m \quad j = 1,2,....,n$$

Burada;

n_i : negatif sapma

p_i : pozitif sapma

d_i : tolerans değeri

λ : modelin tatminkarlık derecesi.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM
UYGULAMA

4. UYGULAMA

Uygulama bölümünde Aksaray'da farklı sınıf ve modellerdeki araçlar için ayna üretimi gerçekleştiren bir işletmenin üretim süreci ele alınmıştır. Üretim süreci makine ve işgücü kullanılarak aşama aşama gerçekleşmektedir. Firmanın üretim sistemi band sistemi olmasa da üretimi yapılan ürünler düzgün bir sıralamayla çeşitli aşamalardan geçmektedir. Başlıca hammadde olarak cam ve plastik kullanılmaktadır. Cam ve plastiğe uygulanan işlemler sırası ile aşağıda açıklanmıştır.

Enjeksiyon Aşaması: Üretim sürecinin ilk aşamasını oluşturan bu bölümde, ürünün ana parçası ve bağlantılarını oluşturan parçalar plastik hammaddenin makinelerde işleme tabi tutulması sonucu ortaya çıkarılmaktadır. Enjeksiyon bölümünde iki tip makine kullanılmaktadır. Bu makinelerden biri ürüne ait ana parçaları oluştururken diğeri ürünün çerçevesini saracak şekilde üretilen plastik parçayı meydana getirmektedir. Bu bölümde kullanılan başlıca hammaddeler ABS, GFR, PVC, MOBLEN, EMLON 6 ve I20'dir. Hammadde kullanım oranları ve çeşitleri üretilen ürüne göre değişmektedir.

Cam Konveksleme Aşaması: Bu bölümde ilk olarak büyük ebatlar halindeki camlar ürün çeşidine göre kesilmektedir. Kesilmiş olan camlar ikinci aşamada yüksek derecede ısıtma gücüne ve cama şekil verme özelliğine sahip olan makinelerde işleme tabi tutularak ürün çeşidine göre istenilen şekle dönüştürülmektedir. Bu bölümde üç tip makine kullanılmaktadır. Üretimde hangi makinenin kullanılacağı hangi ürünün üretileceğine bağlı olarak değişmektedir. Bir üründe birinci makine kullanılırken diğer bir üründe ikinci ve ya üçüncü makine kullanılabilir. Makinelerin üçü birden sürekli çalışmamaktadır. Üretilen ürünün çeşidi hangi makinenin kullanılmasını gerektiriyorsa o makine çalıştırılmakta diğer makineler ise kapalı durumda tutulmaktadır.

Cam Sırlama Aşaması: Bu bölümde ürünler birçok işlemden geçmektedirler. Bu işlemler sırasıyla ön temizlik, cam sırlama, ara yıkama, maya karıştırma, son yıkama, ve kurutmadır. Burada maya karıştırma ve cam sırlama aşamalarında camlar kalay klorür, bakır sülfat, bakır karışımı, çinko karışımı, maya karışımı ve gümüş karışımı gibi kimyasal maddelerle işlenmektedir. Bu bölümde yapılan işlemler aşağıda açıklanmıştır.

- Ön temizlik: Burada camlar beşerli gruplar halinde saf su ile yıkanarak temizlenmektedir.
- Cam sırlama: Bu bölümde beşerli gruplar halinde yıkanan camların yüzeylerine kalay klorür, bakır sülfat, bakır karışımı ve çinko karışımından oluşan kimyasal maddeler işlenmektedir.
- Ara yıkama:Burada sırlanan camlar tekrar saf su ile yıkanarak temizlenmektedir.
- Maya ve gümüş karıştırma: Bu bölümde camların yüzeylerine maya karışımı ve gümüş karışımı maddeleri işlenmektedir.
- Son yıkama: Camların son kez yıkandığı aşamadır.
- Kurutma: Bu aşamada son kez yıkanan camlar kurumaya bırakılarak cam sırlama işlemi sonuçlandırılır.

Boyama Aşaması: Bu aşamada sırlama işleminden çıkmış ve bir gün bekletilerek kurutulmuş ürünler 24'lü gruplar halinde boyama işlemine tabi tutulmaktadır.

Cam Hazırlama Aşaması: Bu bölümde ürünler sırasıyla polisaj prosesi, seçme hatalı ürün ayırma, şablon kesme, rodajlama ve hava aşamalarından geçmektedir. Bu aşamalarda yapılan işlemler aşağıda açıklanmıştır.

- Polisaj Süreci: Burada ayna haline gelen camların kenarlarındaki girinti ve çıkıntılar makinede işlenerek düzgün hale getirilmektedir.
- Seçme hatalı ürün ayırma: Aynaların tek tek incelendiği ve hatalı olanların belirlenip ayrıldığı aşamadır.
- Şablon kesme: Burada aynalar ürün çeşidine göre değişik şablonlarda kesilmektedir.
- Rodajlama: Aynaların kenarlarının taşlama makinesinde işlenerek taşlandığı aşamadır.
- Hava: Bu aşamada taşlama işlemi sırasında ıslanan aynalar kompresör kullanılarak temizlenip kurutulmaktadır.

Montaj Aşaması: Montaj aşamasında plastik parçalar vidalama yapılarak birleştirilir. Daha sonra ürün çeşidine uygun olan aynalar takılır ve aynaların çevresini saran conta çerçeveye yerleşecek şekilde ürüne monte edilir. Ürünün üzerindeki tozlanmaları temizlemek için ürün silinerek temizlenir. Son olarak ürünün paketlenmesi işlemi gerçekleştirilir. Bu aşamada yapılan işlemler sırasıyla aşağıdaki gibidir.

- Birleştirme vidalama: Burada ürünün parçalarını oluşturan plastik malzemeler birleştirilir ve vidalama işlemiyle sabitlenir.
- Ayna ve conta takma: Vidalama işlemiyle sabitlenen ürünlere uygun aynalar takılarak aynanın çerçevesini saran plastik conta ürüne monte edilir.
- Silme: Bütün parçaları takılarak montaj işlemi tamamlanan ürünün üzerinde oluşan tozların silinerek temizlendiği aşamadır.
- Paketleme: Burada silinip temizlenen ürünler paketlenip alıcıya gönderilmeye hazır hale getirilir ve böylece üretim süreci tamamlanmış olur.

Açıklanan bu süreçler kullanılarak işletme yaklaşık 100 farklı tipte araç aynası üretimi gerçekleştirmektedir. Uygulama için bu ayna tiplerinden İşletme Yönetimi tarafından belirlenen dokuz faklı türdeki araç aynası ele alınmıştır. Bu aynalar sırası ile, Mercedes, Maraton, Pala İç Dikiz, Optimum Oval, Doğan Kafa, Siyah İnci, Şahin Geçme, Şahin Ayaklı ve 403 Camlı İç Dikiz'dir.

4.1. Uygulama Alanının Matematiksel Modeli

İşletme Yönetimi tarafından belirlenen dokuz farklı tipteki ayna üretimi için üretimde kullanılan hammadde miktarları, her bir ürün için kullanılan işgücü süreleri ve makine kullanım süreleri Tablo 4.1 ve Tablo 4.2'de verilmiştir. Bu veriler gelecek 11 aydaki üretim planını göstermektedir. Tablo 4.1'deki veriler hammaddeler için kg cinsinde cam için ise m^2 cinsinden verilmiştir. Bu kaynakların kullanım miktarları birer adet ürün için hesaplanmıştır. Tablo 4.1'de aynı zamanda kaynakların toplam kullanım miktarları da verilmiştir. Ayrıca Tablo 4.1 ve Tablo 4.2'de belirlenen her bir ürün için karar değişkenleri atanmıştır. Tablodaki sırayı göz önünde bulundurarak değişken isimleri $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$ ve x_9 şeklinde tanımlanmıştır.

Tablo 4.1. Kaynak Kullanım Miktarları

Hammadde	Mercedes Kapı Üstü	Maraton Kapak	Pala İçdikiz	Optimum Ova	Doğan Kafa	Siyah İnci Kapak	Şahin Geçmeli	Şahin Ayaklı	403 İç Dikiz	Miktarlar
ABS(kg)	0,355	0	0,035	0,007	0,346	0	0,037	0	0,060	5627,985
GFR 30 (kg)	0,212	0	0,038	0,010	0	0	0	0,020	0,090	3379,126
PVC (kg)	0,1	0,115	0,056	0	0,056	0,115	0	0	0	2896,867
Moblen (kg)	0	0,383	0,010	0	0	0,383	0	0	0,010	3971,393
Emlon 6 (kg)	0	0	0	0	0,042	0	0	0	0	8,274
I 20 (kg)	0	0	0	0	0	0	0	0,090	0	51,84
Cam m^2	0,0798	0,1	0,057	0,08	0,08	0,1	0,045	0,051	0,1	2573,827
Sırlama Malzemesi (kg)	0.276	0.276	0.276	0.276	0.276	0.276	0.276	0.276	0.276	8309,41
Boya (gr)	5,80	5,80	5,80	5,80	5,80	5,80	5,80	5,80	5,80	180513,4

Tablo 4.1'de verilen toplam kaynak miktarları ve her bir ürün için kullanılan hammadde miktarları için iş gücü ve makine kullanım süreleri ve toplam kaynaklar Tablo 4.2'de verilmiştir.

Tablo 4.2. İşgücü ve Makine Kullanım Süreleri

Süreçler	İşgücü ve Makine	Mercedes Kapı Üstü Kalıbı	Maraton Kapak kalıbı	Pala İç Dikiz	Optimum Oval	Doğan Kafa	Siyah İnci Kapak	Şahin Geçmeli	Şahin Ayaklı (düz)	403 Camlı iç dikiz	Toplam Miktarlar (dk)
Enjeksiyon Bölümü (dk)	Makine 1	1,86	1,57	1,86	0,34	1,53	1,34	0,33	0,91	0,71	50854,2
	Makine 2	0,41	0,84	0,5	0	0,43	0,5	0	0	0	15045,15
	İşgücü1	2,27	2,41	2,36	0,34	1,95	1,83	0,33	0,91	0,71	65852,16
Cam Konveksleme (dk)	Makine 3	1,30	1,12	1,1	0	0	1,08	0	1,083	1,13	35459,71
	İşgücü2	1,30	1,12	1,1	0	0	1,08	0	1,083	1,13	35459,71
Cam Sırlama (dk)	İşgücü3	1,69	1,69	1,69	1,69	1,69	1,69	1,69	1,69	1,69	52597,87
Cam Boyama (dk)	İş gücü 4	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	3112,3
Cam Hazırlama (dk)	İşgücü	2,38	2,38	2,38	2,38	2,38	1,43	2,21	2,55	2,21	69707,14
Montaj (dk)	İşgücü5	3,5	1,17	1,67	1,67	3,66	1,17	1,67	0,67	1,67	74499,88
	Makine 4	0	0	0	0	0	0	0	4,5	0	2592

Tablo 4.1. ve Tablo 4.2.de yer alan kaynak kullanım miktarlarından başka İşletme Yönetimi bazı ürünler için kısıtlar belirlemiştir. Bunlar; Maraton Kapaktan en az 5000 adet, Pala İçdikizden en az 2000 adet, Optimum Oval ve Doğan Kafa için toplamda en az 2000 adet, Şahin Geçmeli ve Şahin Ayaklı için toplamda en az 1300 adet ve 403 İçdikiz için en az 150 adet üretmeyi planlamaktadır.

11 aylık üretim için planlanan üretim kısıtları ve kaynak kullanım miktarlarından başka İşletme Yönetimi tarafından üç farklı tipte hedef belirlenmiştir. Bu hedefler; her bir ürün için maksimum ürün üretim hedefi, maksimum gelir hedefi, minimum maliyet hedefidir. Maksimum ürün üretim hedefi için İşletme Yönetimi her bir ürün için üretim kısıtlarını göz önünde bulundurarak en fazla üretim miktarını planlamaktadır. Gelir hedefi ise her bir ürün için tamamlanmış ürün fiyatı ile karar değişkenlerinin çarpılıp genel toplamları şeklinde ifade edilmiştir. Maliyet hedefi ise gelir hedefine benzer olarak her bir ürünün birim maliyeti ile karar değişkenleri çarpılıp genel toplamları alınarak hazırlanmıştır. Buna göre hedefler matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

Birim Üretim Hedefi;

$$Z_1 : x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9$$

Gelir Hedefi;

$$Z_2 : 23.47x_1 + 7.68x_2 + 6.85x_3 + 3.35x_4 + 27.13x_5 + 7.07x_6 + 8.05x_7 + 9.01x_8 + 12.65x_9$$

Maliyet Hedefi;

$$Z_3 : 3.624x_1 + 1.382x_2 + 0.868x_3 + 0.5x_4 + 2.465x_5 + 1.39x_6 + 0.49x_7 + 0.45x_8 + 1.32x_9$$

Tablo 4.1 ve Tablo 4.2’de yer alan hammadde, işgücü ve makine kullanım miktarlarına bağlı olarak 18 kısıt oluşturulmuştur. Ayrıca İşletme Yönetimi tarafından belirlenen 5 üretim kısıtı ile birlikte matematiksel modelin kısıt sayısı 23’tür. Belirlenen üç farklı hedef ve kısıtlara bağlı olarak uygulama alanı için Çok Amaçlı Matematiksel Model (P4.1) ‘de verilmiştir.

$$\text{Maks.}Z_1 : x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9$$

$$\text{Maks.}Z_2 : 23.47x_1 + 7.68x_2 + 6.85x_3 + 3.35x_4 + 27.13x_5 + 7.07x_6 + 8.05x_7 + 9.01x_8 + 12.65x_9$$

$$\text{Min.}Z_3 : 3.624x_1 + 1.382x_2 + 0.868x_3 + 0.5x_4 + 2.465x_5 + 1.39x_6 + 0.49x_7 + 0.45x_8 + 1.32x_9$$

Kısıtlar; (P4.1)

$$0.355x_1 + 0.035x_3 + 0.07x_4 + 0.346x_5 + 0.037x_7 + 0.060x_9 \le 5627.985$$

$$0.212x_1 + 0.038x_3 + 0.01x_4 + 0.020x_8 + 0.09x_9 \le 3379.126$$

$$0.1x_1 + 0.115x_2 + 0.056x_3 + 0.056x_5 + 0.115x_6 \le 2896.867$$

$$0.383x_2 + 0.01x_3 + 0.384x_6 + 0.01x_9 \le 3971.393$$

$$0.042x_5 \le 8.247$$

$$0.90x_8 \le 51.84$$

$$0.798x_1 + 0.1x_2 + 0.057x_3 + 0.08x_4 + 0.08x_5 + 0.1x_6 + 0.045x_7 + 0.051x_8 + 0.1x_9 \le 2573.827$$

$$0.267x_1 + 0.267x_2 + 0.267x_3 + 0.267x_4 + 0.267x_5 + 0.267x_6 + 0.267x_7 + 0.267x_8 + 0.267x_9 \le 8309.841$$

$$5.8x_1 + 5.8x_2 + 5.8x_3 + 5.8x_4 + 5.8x_5 + 5.8x_6 + 5.8x_7 + 5.8x_8 + 5.8x_9 \le 180513.4$$

$$1.86x_1 + 1.57x_2 + 1.86x_3 + 0.34x_4 + 1.53x_5 + 1.34x_6 + 0.33x_7 + 0.91x_8 + 0.71x_9 \le 50854.2$$

$$0.41x_1 + 0.84x_2 + 0.5x_3 + 0.43x_5 + 0.5x_6 \le 15045.15$$

$$2.27x_1 + 2.41x_2 + 2.36x_3 + 0.34x_4 + 1.95x_5 + 1.83x_6 + 0.33x_7 + 0.91x_8 + 0.71x_9 \le 65852.16$$

$$1.3x_1 + 1.12x_2 + 1.1x_3 + 1.08x_6 + 1.083x_8 + 1.13x_9 \le 35459.71$$

$$1.69x_1 + 1.69x_2 + 1.69x_3 + 1.69x_4 + 1.69x_5 + 1.69x_6 + 1.69x_7 + 1.69x_8 + 1.69x_9 \le 52597.87$$

$$0.1x_1 + 0.1x_2 + 0.1x_3 + 0.1x_4 + 0.1x_5 + 0.1x_6 + 0.1x_7 + 0.1x_8 + 0.1x_9 \le 3112.3$$

$$2.38x_1 + 2.28x_2 + 2.38x_3 + 2.38x_4 + 2.38x_5 + 1.43x_6 + 2.21x_7 + 2.55x_8 + 2.21x_9 \le 69707.14$$

$$3.5x_1 + 1.17x_2 + 1.67x_3 + 1.67x_4 + 3.66x_5 + 1.17x_6 + 1.67x_7 + 0.67x_8 + 1.67x_9 \le 74499.88$$

$$4.5x_8 \le 2592\,;\; x_2 \ge 5000\,;\; x_3 \ge 2000\,;\; x_4 + x_5 \ge 2000\,;\; x_7 + x_8 \ge 1300\,;\; x_9 \ge 150$$

$x_i \ge 0$ ve x_i Tamsayı, (i=1,…,9)

4.2. Çok Amaçlı Matematiksel Problemin Çözüm Aşamaları

(P4.1) için ilk olarak her bir amaç fonksiyonu için çözülmüş ve optimalliği araştırılmıştır. Daha sonra her bir amaç fonksiyonu için (1.1) ve (1.2) kullanılarak pozitif ideal çözümler ile (1.3) ve (1.4) kullanılarak negatif ideal çözümler belirlenmiştir. Elde edilen bu değerlere bağlı olarak Minmaks Hedef Programlama çözümü gerçekleştirilmiştir. Son olarak işletme yönetimi tarafından hedefler için kabul edilen tolerans değerleri kullanılarak Bulanık Hedef Programlama çözümü yapılmıştır.

4.2.1. Çok Amaçlı Matematiksel Problem için İdeal Çözümlerin Belirlenmesi

Problem her bir amaç fonksiyonuna göre klasik Doğrusal Programlama modeliyle çözülmüştür. Bu sonuçlar Tablo 4.3'te gösterilmiştir.

Tablo 4. 3. Çok Amaçlı Doğrusal Programlama Çözümü

Değişkenler	Z_1	Z_2	Z_3
x_1	0.0	0.0	0.0
x_2	9525	5000	5000
x_3	2001	2000	2000
x_4	1805	1803	2000
x_5	195	197	0.0
x_6	538	0.0	0.0
x_7	7500	7409	1243
x_8	0.0	4.0	57
x_9	9558	14662	150
Amaç Fonksiyonu	31122.00	308637.8	10478.7

Her bir amaç fonksiyonu için pozitif ideal çözümler için (1.2) ve (1.3) denklemleri ile negatif ideal çözümler için (1.5) ve (1.6) denklemleri kullanılmıştır. İdeal Çözümlerin hesaplanmasındaki amaç, üretim sisteminin her bir hedef için en iyi ve en kötü performansının belirlenmesidir. İdeal Çözümler Tablo 4.4'te verilmiştir.

Tablo 4. 4. İdeal Çözümler

Amaç Fonksiyonları	Pozitif İdeal Çözümler	Negatif İdeal Çözümler
Birim Üretim Hedefi Z_1	31123.00	10450.00
Maksimum Gelir Hedefi Z_2	308639.8	71162.50
Minimum Maliyet Hedefi Z_3	10478.70	34914.45

İdeal çözümler Minmaks Hedef Programlamada normalizasyonun hesaplanmasında kullanılmıştır. Çünkü birim üretim hedefinin birim ölçeği adettir. Bu sebeple diğer hedefler ile aynı ortamda değerlendirme yapılabilmesi için normalizasyon kaçınılmazdır. Normalizasyon sabiti (2.6) ve (2.7) denklemleri kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

Birim Üretim Hedefi için; $d_k = 31123 - 10450 = 20173$

Gelir Hedefi için; $d_k = 308639.8 - 71162.5 = 237447.3$

Maliyet Hedefi için; $d_k = 10478.7 - 34914.45 = 24435.7$

Buna göre Çok Amaçlı (P4.1) Minmaks Hedef Programlama ile aşağıdaki gibi yazılır.

Min.D

Kısıtlar; (P4.2)

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + d_1 - d_2 = 31123$$

$$\frac{d_1 + d_2}{20173} - \leq D$$

$$23.47x_1 + 7.68x_2 + 6.85x_3 + 3.35x_4 + 27.13x_5 + 7.07x_6 + 8.05x_7 + 9.01x_8 + 12.65x_9 + d_3 - d_4 = 308639.8$$

$$\frac{d_3 + d_4}{237447.3} \leq D$$

$$3.624x_1 + 1.382x_2 + 0.868x_3 + 0.5x_4 + 2.465x_5 + 1.39x_6 + 0.49x_7 + 0.45x_8 + 1.32x_9 + d_5 - d_6 = 10478.7$$

$$\frac{d_5 + d_6}{24435.7} \leq D$$

$$0.355x_1 + 0.035x_3 + 0.07x_4 + 0.346x_5 + 0.037x_7 + 0.060x_9 \leq 5627.985$$

$$0.212x_1 + 0.038x_3 + 0.01x_4 + 0.020x_8 + 0.09x_9 \leq 3379.126$$

$$0.1x_1 + 0.115x_2 + 0.056x_3 + 0.056x_5 + 0.115x_6 \leq 2896.867$$

$$0.383x_2 + 0.01x_3 + 0.384x_6 + 0.01x_9 \leq 3971.393$$

$$0.042x_5 \leq 8.247$$

$$0.90x_8 \leq 51.84$$

$$0.798x_1 + 0.1x_2 + 0.057x_3 + 0.08x_4 + 0.08x_5 + 0.1x_6 + 0.045x_7 + 0.051x_8 + 0.1x_9 \leq 2573.827$$

$$0.2677x_1 + 0.2677x_2 + 0.2677x_3 + 0.2677x_4 + 0.2677x_5 + 0.2677x_6 + 0.2677x_7 + 0.2677x_8 + 0.2677x_9 \leq 83098.41$$

$$5.8x_1 + 5.8x_2 + 5.8x_3 + 5.8x_4 + 5.8x_5 + 5.8x_6 + 5.8x_7 + 5.8x_8 + 5.8x_9 \leq 180513.4$$

$$1.86x_1 + 1.57x_2 + 1.86x_3 + 0.34x_4 + 1.53x_5 + 1.34x_6 + 0.33x_7 + 0.91x_8 + 0.71x_9 \leq 50854.2$$

$$0.41x_1 + 0.84x_2 + 0.5x_3 + 0.43x_5 + 0.5x_6 \leq 15045.15$$

$$2.27x_1 + 2.41x_2 + 2.36x_3 + 0.34x_4 + 1.95x_5 + 1.83x_6 + 0.33x_7 + 0.91x_8 + 0.71x_9 \leq 65852.16$$

$$1.3x_1 + 1.12x_2 + 1.1x_3 + 1.08x_6 + 1.083x_8 + 1.13x_9 \leq 35459.71$$

$$1.69x_1 + 1.69x_2 + 1.69x_3 + 1.69x_4 + 1.69x_5 + 1.69x_6 + 1.69x_7 + 1.69x_8 + 1.69x_9 \leq 52597.87$$

$$0.1x_1 + 0.1x_2 + 0.1x_3 + 0.1x_4 + 0.1x_5 + 0.1x_6 + 0.1x_7 + 0.1x_8 + 0.1x_9 \leq 3112.3$$

$$2.38x_1 + 2.28x_2 + 2.38x_3 + 2.38x_4 + 2.38x_5 + 1.43x_6 + 2.21x_7 + 2.55x_8 + 2.21x_9 \leq 69707.14$$

$$3.5x_1 + 1.17x_2 + 1.67x_3 + 1.67x_4 + 3.66x_5 + 1.17x_6 + 1.67x_7 + 0.67x_8 + 1.67x_9 \leq 74499.88$$

$$4.5x_8 \leq 2592\,;\; x_2 \geq 5000$$

$$x_3 \geq 2000$$

$$x_4 + x_5 \geq 2000$$

$$x_7 + x_8 \geq 1300$$

$$x_9 \geq 150$$

$x_i \geq 0$ ve x_i Tamsayı, (i=1,…,9)

(P4.2)'nin çözümüyle elde edilen değişken değerleri ve her bir hedef değeri Tablo 4.5'te verilmiştir.

Tablo 4. 5. Minmaks Hedef programlama Çözümü

Değişkenler	Z_1	Z_2	Z_3
x_1	0	0	0
x_2	5000	5000	5000
x_3	2000	2000	2000
x_4	2000	2000	2000
x_5	0	0	0
x_6	0	0	0
x_7	19774	19774	19774
x_8	57	57	57
x_9	150	150	150
Amaç Fonksiyonu	28981	220391.8	19558.91

Elde edilen bu değişken değerleri ve hedeflerin değerleri uzaklık parametresinin $D = 0.3716067$ ölçüsünde gerçekleştirilmiştir. Tablo 4.5'te elde edilen değerler (P4.1)'in pozitif ve negatif ideal çözümlerine bağlı olarak gerçekleştirilmiştir. Diğer yandan İşletme Yönetimi tarafından belirlenen her bir hedef ve bunların hedef değerleriyle birlikte bu hedeflerin tolerans değerleri Tablo 4.6'da verilmiştir.

Tablo 4. 6. Hedef ve Tolerans Değerleri

Hedefler	Hedef Değerler	Tolerans Değerleri
Birim Üretim Hedefi	31123	10000
Gelir Hedefi	330000	60000
Maliyet Hedefi	32000	2000

Tablo 4.6'da verilen bilgilere bağlı olarak Hannan yaklaşıma göre (P.4.1)'in Bulanık Hedef Programlama modeli aşağıdaki gibi yazılır.

Maks.λ

Kısıtlar; (P4.3)

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + 1000\delta^-_1 - 1000\delta^+_1 = 31123$

$\delta^-_1 + \delta^+_1 + \lambda \le 1$

$23.47x_1 + 7.68x_2 + 6.85x_3 + 3.35x_4 + 27.13x_5 + 7.07x_6 + 8.05x_7 + 9.01x_8$
$+ 12.65x_9 + 60000\delta_2^- - 60000\delta_2^+ = 330000$

$\delta^-_2 + \delta^+_2 + \lambda \le 1$

$3.624x_1 + 1.382x_2 + 0.868x_3 + 0.5x_4 + 2.465x_5 + 1.39x_6 + 0.49x_7 + 0.45x_8$
$+ 1.32x_9 + 2000\delta_3^- - 2000\delta_3^+ = 32000$

$\delta^-_3 + \delta_3^+ + \lambda \le 1$

$0.355x_1 + 0.035x_3 + 0.07x_4 + 0.346x_5 + 0.037x_7 + 0.060x_9 \le 5627.985$

$0.212x_1 + 0.038x_3 + 0.01x_4 + 0.020x_8 + 0.09x_9 \le 3379.126$

$0.1x_1 + 0.115x_2 + 0.056x_3 + 0.056x_5 + 0.115x_6 \le 2896.867$

$0.383x_2 + 0.01x_3 + 0.384x_6 + 0.01x_9 \le 3971.393$

$0.042x_5 \le 8.247$

$0.90x_8 \le 51.84$

$0.798x_1 + 0.1x_2 + 0.057x_3 + 0.08x_4 + 0.08x_5 + 0.1x_6 + 0.045x_7 + 0.051x_8 + 0.1x_9 \le 2573.827$

$0.2677x_1 + 0.2677x_2 + 0.2677x_3 + 0.2677x_4 + 0.2677x_5 + 0.2677x_6 + 0.2677x_7 + 0.2677x_8 + 0.2677x_9 \le 8309.841$

$5.8x_1 + 5.8x_2 + 5.8x_3 + 5.8x_4 + 5.8x_5 + 5.8x_6 + 5.8x_7 + 5.8x_8 + 5.8x_9 \le 180513.4$

$1.86x_1 + 1.57x_2 + 1.86x_3 + 0.34x_4 + 1.53x_5 + 1.34x_6 + 0.33x_7 + 0.91x_8 + 0.71x_9 \le 50854.2$

$0.41x_1 + 0.84x_2 + 0.5x_3 + 0.43x_5 + 0.5x_6 \le 15045.15$

$2.27x_1 + 2.41x_2 + 2.36x_3 + 0.34x_4 + 1.95x_5 + 1.83x_6 + 0.33x_7 + 0.91x_8 + 0.71x_9 \le 65852.16$

$1.3x_1 + 1.12x_2 + 1.1x_3 + 1.08x_6 + 1.083x_8 + 1.13x_9 \le 35459.71$

$1.69x_1 + 1.69x_2 + 1.69x_3 + 1.69x_4 + 1.69x_5 + 1.69x_6 + 1.69x_7 + 1.69x_8 + 1.69x_9 \le 52597.87$

$0.1x_1 + 0.1x_2 + 0.1x_3 + 0.1x_4 + 0.1x_5 + 0.1x_6 + 0.1x_7 + 0.1x_8 + 0.1x_9 \le 3112.3$

$2.38x_1 + 2.28x_2 + 2.38x_3 + 2.38x_4 + 2.38x_5 + 1.43x_6 + 2.21x_7 + 2.55x_8 + 2.21x_9 \le 69707.14$

$3.5x_1 + 1.17x_2 + 1.67x_3 + 1.67x_4 + 3.66x_5 + 1.17x_6 + 1.67x_7 + 0.67x_8 + 1.67x_9 \le 74499.88$

$4.5x_8 \le 2592 \,;\, x_2 \ge 5000 \,;\, x_3 \ge 2000 : x_4 + x_5 \ge 2000 \,;\, x_7 + x_8 \ge 1300 \;\; x_9 \ge 150$

$d_1 d_2 = 0 \,;\, d_3 d_4 = 0 \,;\, d_5 d_6 = 0 \;\; x_i \ge 0$ ve x_i Tamsayı, (i=1,…,9)

(P4.3)'ün çözümünden elde edilen sonuçlar Tablo 4.7'de verilmiştir.

Tablo 4. 7. Bulanık Hedef Programlama Çözümü

Değişkenler	Z_1	Z_2	Z_3
x_1	0	0	0
x_2	5000	5000	5000
x_3	2000	2000	2000
x_4	1803	1803	1803
x_5	197	197	197
x_6	0	0	0
x_7	7655	7655	7655
x_8	56	56	56
x_9	14356	14356	14356
Amaç Fonksiyonu	31067	307215.4	32759.18

Tablo 4.7'de elde edilen değerler $\lambda = 0.620256$ üyelik derecesinde belirlenmiştir. (P4.1)'in Klasik Doğrusal Programlama çözümü, Minmaks Hedef Programlama Çözümü ve Bulanık Hedef programlama çözümü Tablo 4.8'de verilmiştir.

Tablo 4. 8. Modeller için Genel Değerlendirme

<table>
<tr><th>Değişkenler</th><th colspan="2">Klasik DP Çözüm</th><th colspan="2">Minmaks HP</th><th colspan="2">Bulanık HP</th></tr>
<tr><td>x_1</td><td colspan="2" rowspan="9">UYGUN ÇÖZÜM YOK</td><td colspan="2">0.0</td><td colspan="2">0.0</td></tr>
<tr><td>x_2</td><td colspan="2">5000</td><td colspan="2">5000</td></tr>
<tr><td>x_3</td><td colspan="2">2000</td><td colspan="2">2000</td></tr>
<tr><td>x_4</td><td colspan="2">2000</td><td colspan="2">1803</td></tr>
<tr><td>x_5</td><td colspan="2">0.0</td><td colspan="2">197</td></tr>
<tr><td>x_6</td><td colspan="2">0.0</td><td colspan="2">0.0</td></tr>
<tr><td>x_7</td><td colspan="2">19774</td><td colspan="2">7655</td></tr>
<tr><td>x_8</td><td colspan="2">57</td><td colspan="2">56</td></tr>
<tr><td>x_9</td><td colspan="2">150</td><td colspan="2">14356</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Amaç Fonksiyonları</td><td>Z_1</td><td>31122</td><td>Z_1</td><td>28981</td><td>Z_1</td><td>31067</td></tr>
<tr><td>Z_2</td><td>308637.8</td><td>Z_2</td><td>220391.8</td><td>Z_2</td><td>307215.4</td></tr>
<tr><td>Z_3</td><td>10478.7</td><td>Z_3</td><td>19558.91</td><td>Z_3</td><td>32759.18</td></tr>
</table>

Tablo 4.8'de çözümlerin verdiği sonuçlar ele alındığında ilk olarak Klasik Doğrusal Programlama modelinin uygun çözüm vermediği belirlenmiştir. Bununla birlikte her bir amacın farkı değişkenlerin değerlerine göre sağladığı katkılar verilmiştir. Minmaks Hedef Programlamada amaçların her birisi hedeflere dönüştürülürken Klasik Doğrusal Programlama çözümlerinden elde edilen pozitif ideal çözümler kullanılmıştır. Minmaks çözümün verdiği amaç fonksiyonu değerleri incelendiğinde birim üretimde ve

gelirde azalmalar, maliyette ise artışlar görülmektedir. Bunun sebebi ise Hedef Programlamanın optimallik kavramı yerine tatminkârlık felsefesine dayalı çözümler vermesidir. Son olarak İşletme Yönetimi tarafından her bir hedef için kabul edilebilir tolerans değerleri için yapılan çözümde ise birim üretim, gelir ve maliyet hedeflerinde artışlar belirlenmiştir.

SONUÇ

Karar verme işlemini desteklemek amacıyla geliştirilen yöneylem araştırma teknikleri karar vericinin istekleri doğrultusunda kullanılmaktadır. Bu tekniklerden hangisinin uygulanacağı karar vericinin tercihleriyle şekillenmektedir. Günümüzde kullanılan pek çok yöneylem araştırma tekniği mevcuttur. Karar vericiler ve onlara karar verme sürecinde yardımcı olan araştırmacılar üzerinde çalıştıkları problemin yapısına göre kendileri için en uygun olan çözüm tekniğini tercih ederler. Karar probleminin çözümü bu tekniklerden bir veya birkaçının bir arada kullanılması sonucu gerçekleşir.

ÇAKV teknikleri çok amaçlı karar probleminin çözümüyle ilgilenen yöneylem araştırma teknikleridir. Bu teknikler amaç fonksiyonu sayılarının fazla oluşuyla klasik optimizasyon tekniklerinden ayrılırlar. Amaç fonksiyonları karar vericinin istekleri doğrultusunda belirlenir. Bu fonksiyonlar aynı yönlü olduğu gibi zıt yönlüde olabilir. ÇAKV teknikleriyle çözümüne ulaşılmaya çalışılan problemler birbirleriyle çelişen amaçları da içerdikleri için çoğu zaman amaçların hepsi aynı anda optimal çözüme ulaşmaz. Bu yüzden karar vericiler optimal çözümden ziyade problemin içindeki en iyi alternatifi araştırırlar.

Karar problemleri yaşamın her alanında ortaya çıkabilmektedir. Endüstriyel faaliyetler bu alanlardan biridir. İmalat sektöründe faaliyet gösteren firmalar üretim süreçlerinde sık sık birtakım kararlar vermek zorunda kalırlar. Üretilecek ürün miktarı, ürünün maliyeti, elde edilecek gelir ve kar gibi üretimi etkileyen faktörler göz önünde bulundurularak çeşitli kararlar verilir. İşte bu kararların alınmasında karar vericilere yardımcı olabilecek pek çok karar verme tekniği mevcuttur. Bu teknikler arasından karar problemine uygun tercihin yapılması gerekir. Üretim alanında verilen kararlarda amaçlar çeşitlilik göstermektedir. Bu amaçlar bir tek faktöre bağlı olduğu gibi birden fazla faktöre de bağlı olabilir. Karar verici gelirini arttırmak isterken maliyeti de düşürmek isteyebilir. Bunun gibi birbiriyle çelişen birden fazla amacı içeren karar problemlerinin çözümü için ÇAKV tekniklerinden biri kullanılmalıdır. Bu tekniklerden biri olan Hedef Programlama tekniği sağladığı model kurma süreci ve çözümleri ile birlikte karar verici için tatminkâr sonuçları vermektedir. Hedef Programlamanın önemli bir özelliği model kurulurken karar vericiden sağlanan hedeflere ait bilgilerdir. Bu bilgiler ışığında hedefler bir arada değerlendirilip karar vericinin arzu ettiği değerlere ulaşılmak istenir. Birden fazla hedefin tamamen gerçekleşmesi düşük bir ihtimal olduğundan problemdeki arzu edilen değerler kümesini en iyi tatmin eden çözümü bulmak için Hedef Programlama kullanılmaktadır. Hedef Programlama, Doğrusal Programlamada olduğu gibi amaç fonksiyonunun doğrudan maksimizasyonunu veya minimizasyonu yapmak yerine hedefler arasındaki sapmaların minimizasyonu gerçekleştirir.

Minimizasyon süreci, Hedef Programlamanın çeşitli metotlarıyla gerçekleştirilir. Bu metotlardan Lexicographic(Öncelikli) Hedef Programlama metodunda hedeflere farklı öncelikler verilerek istenmeyen sapmaların minimizasyonu bu sıralamaya göre gerçekleştirilir. Weighted (ağırlıklı) Hedef Programlamada ise istenmeyen sapmaların ağırlıklı toplamları kullanılarak birleşik amaç fonksiyonunun minimizasyonu gerçekleştirilir. Bir diğer metot olan Chebyshev(min-max) Hedef Programlamada belirlenen hedeflerden maximum sapmaların minimizasyonu gerçekleştirilir.

Hedef Programlamada hedeflerin farklı birimlerde olması sebebiyle bir normalizasyon işleminin yapılması kaçınılmazdır. Bu sebeple Çok Amaçlı Karar Verme tekniklerinde kullanılan pozitif ideal çözümler ve negatif ideal çözümler kavramları ile hedefler için bir normalizasyon işlemi gerçekleştirilmiştir.

Bulanık Hedef Programlama Hedef Programlama modellerinin bir optimizasyon düşüncesinden daha çok bir tatminkarlık düşüncesine dayanma özelliğinin Bulanık Küme Teorisi ile birleştirilmesi sonucu ortaya çıkmıştır. Bulanık Hedef Programlamada karar vericinin kararlarına göre model üzerindeki tahminlenen rakamlarda bulanıklık söz konusudur ve modelde üyelik fonksiyonu kullanılarak hedefler oluşturulur. Bulanık Hedef Programlama problemlerinin çözümü için birçok yaklaşım geliştirilmiştir. Hannan Yaklaşımı, Narasimhan Yaklaşımı, Yang, Ignizio ve Kim Yaklaşımı, Tiwari, Dharmar ve Rao Yaklaşımı ve Chen Yaklaşımı bunlardan bazılarıdır.

Bu çalışmada uygulama alanı olarak Aksaray ilinde farklı sınıf ve modellerdeki araçlar için ayna üretimi gerçekleştiren bir işletmenin üretim süreci ele alınmıştır. İşletme Yönetimi tarafından gelecek 11 aydaki üretim planına ait olarak belirlenen dokuz farklı tipteki ayna üretimi için üretimde kullanılan hammadde miktarları, her bir ürün için işgücü ve makine kullanım süreleri Tablo 4.1 ve Tablo 4.2'de verilmiştir. Bu kaynakların kullanım miktarları, işgücü ve makine süreleri her bir ürün çeşidine bağlı olarak birer adet ürün için hesaplanmıştır. Her bir ürün için atanan karar değişkenleri $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$ ve x_9 şeklinde tanımlanmıştır.

İşletme Yönetimi tarafından üç farklı hedef belirlenmiştir. Bu hedefler modeldeki sırasıyla Z_1: Birim Üretim Hedefi, Z_2: Gelir Hedefi ve Z_3: Maliyet Hedefidir. Belirlenen bu hedeflerden hariç İşletme Yönetimi bazı ürünler için kısıtlar belirlemiştir. Bu kısıtlar Maraton Kapaktan(x_2) en az 5000 adet, Pala İçdikizden(x_3) en az 2000 adet, Optimum Oval(x_4) ve Doğan Kafa(x_5) için toplamda en az 2000 adet, Şahin Geçmeli(x_7) ve Şahin Ayaklı(x_8) için toplamda en az 1300 adet ve 403 İçdikiz(x_9) için en az 150 adet üretmeyi planlamaktadır. Tablo 4.1 ve Tablo 4.2'de yer alan hammadde, işgücü ve makine kullanım miktarlarına bağlı olarak 18 kısıt oluşturulmuştur. İşletme yönetimi tarafından belirlenen 5 üretim kısıtı ile birlikte matematiksel modelin kısıt sayısı 23' olmuştur. Hedeflere ve kısıtlara bağlı olarak (P4.1)' deki Çok Amaçlı Matematiksel model oluşturulmuştur.

(P4.1)' deki Çok Amaçlı Matematiksel model ilk aşamada her bir amaç fonksiyonu için çözülerek optimalliği incelenmiştir. Klasik Doğrusal Programlama kullanılarak her bir amaç fonksiyonu için optimalliği araştırılan modelden elde edilen sonuçlarda optimal çözüme ulaşılmamıştır. Daha sonra her bir amaç fonksiyonu için birinci bölümdeki (1.1) ve (1.2) denklemleri kullanılarak pozitif ideal çözümler ile (1.3) ve (1.4) kullanılarak negatif ideal çözümler belirlenmiştir. İdeal çözümler Minmaks Hedef Programlamada normalizasyonun hesaplanmasında kullanılmıştır. Elde edilen bu değerlere bağlı olarak Minmaks Hedef Programlama çözümü gerçekleştirilmiştir.

Minmaks Hedef Programlama çözümü ile hedeflerden maximum sapmaların minimizasyonu gerçekleştirilmiştir. Sonuçlara bakıldığında amaç fonksiyonlarının tek tek değerlendirildiği Klasik Doğrusal Programlamayla maksimum üretim maksimum gelir ve minimum maliyet belirlenmiştir fakat bütün amaçlar bir arada düşünüldüğünde uygun çözüm gerçekleşmemiştir. Modeldeki bütün amaçların bir arada değerlendirildiği Minmaks Hedef Programlamayla bazı ürünlerden daha az bazı ürünlerden de daha fazla üretim yapılarak Klasik Doğrusal Programlamayla belirlenen maksimum üretim, maksimum gelir ve minimum maliyet değerlerine yakın değerler elde edilerek uygun çözüm sağlanmıştır.

Son olarak İşletme Yönetimi tarafından hedefler için kabul edilen tolerans değerleri kullanılarak Bulanık Hedef Programlama çözümü yapılmıştır. Bulanık Hedef Programlama çözümünü gerçekleştirmek için Hannan Yaklaşımı kullanılmıştır. Modeldeki bütün amaçların bir arada değerlendirildiği Bulanık Hedef Programlama çözümüyle elde edilen değerlere baktığımızda, birim üretim miktarının Klasik Doğrusal Programlamayla belirlenen maksimum üretim miktarıyla hemen hemen aynı olduğunu Minmaks Hedef Programlamayla belirlenenden fazla olduğunu, gelir seviyesinin de Klasik Doğrusal Programlamayla belirlenen maksimum gelir seviyesiyle neredeyse aynı olduğunu Minmaks Hedef Programlamayla belirlenen gelir seviyesinden fazla olduğunu, maliyetin ise Klasik Doğrusal Programlamayla belirlenen minimum maliyetten ve Minmaks Hedef Programlamayla belirlenen maliyetten fazla olduğunu görebiliriz.

Elde edilen bu sonuçlara göre bir değerlendirme yaptığımızda, İşletme Yönetiminin bu ürünlerin üretilmesinde uygulamaya koyacağı kararları için birtakım önerilerde bulunabiliriz. Özellikle Bulanık Hedef Programlama sonuçları maliyette bir miktar artışa neden olmasına rağmen İşletme Yönetimi tarafından belirlenen bütün amaçları bir tatminkarlık seviyesinde belirlemiştir. Bu açıdan bakıldığında üç ayrı çözüm tekniği içerisinde amaçları maksimum ve minimum seviyelere yaklaştıran ve tatminkarlık sağlayan Bulanık Hedef Programlama tekniğinden elde edilen sonuçlar, üretim kararlarının alınmasında göz önünde bulundurulmalıdır. Bu sonuçlara göre İşletme Yönetimi Mercedes Kapı Üstü Kalıbı ve Siyah İnci Kapak ürünlerinden üretmemeli, Maraton Kapak Kalıbı, Şahin Geçmeli ve özellikle 403 Camlı İç Dikiz ürünlerinin üretimine ağırlık vermeli, Pala İç Dikiz ve Optimum Oval ürünlerinden bir miktar Doğan Kafa ve Şahin Ayaklı ürünlerinden de az miktarda üretmelidir.

KAYNAKÇA

Ballestero E. ve Romero, C. 1996. **Dynamic Choices in Economics: A Compromise Approach**, Multi-Objective Programming and Goal Programming:theories and applications, Springer-Verlag, Germany, s. 11-24.

Bal, H., 1995. **Optimizasyon Teknikleri,** Ankara, 184.

Baykal N. ve Beyan T., 2004. **Bulanık Mantık İlke ve Temelleri**, S. 39, Bıçaklar Kitabevi, Ankara.

Bellman,R.E. ve Zadeh,L.A., 1970. **Decision-Making İn A Fuzzy Environment**, Management Science B.17 s. 141-164.

Charnes, A., Cooper, W. W. ve Ferguson, R. O., 1955. **Optimal Estimation of Executive Ompensation by Linear Programming**, Management Science, 1, s. 138- 151

Charnes, A. ve Cooper, W. W., 1961. **Management models and industrial applications of linear programming**, Vols. 1 and 2. John Wiley: New York.

Charnes, A., ve Cooper, W. W., 1977. **Goal programming and multiple objective optimization**, Part I. European Journal of Operational Research, Vol. 1, s. 39–54.

Cohon, Jared L., 1978. **Multiple objective Programming and Planning**, Academic Pres, New York, s. 68.

Evren R. ve Ülengin F., 1992. **Yönetimde Çok Amaçlı Karar Verme**, İTÜ Matbaası, İstanbul s. 1.

Flavell, R.B., 1976. **A new goal programming formulation**, Omega, The International Journal of Management Science, 4, s. 731–732

Foued B.A. ve Sameh M., 2001. **Application of goal programming in a multi-objective resrvoir operation model in Tunisia**, European Journal of Operational Research s. 133, 352-361.

Goodwin P. ve Wright G., 1992. **Decision Analysis for Management Judgment**, John Wiley Sons, New York.

Güneş, M. ve Umarusman, N., 2002. **Bir Karar Destek Aracı Bulanık Hedef Programlama ve Yerel Yönetimlerde Vergi Opimizasyonu Uygulaması**, Review of Social, Economic & Business Studies, s. 243.

Halaç O., 1991. **Kantitatif Karar Verme Teknikleri**, Evrim Dağıtım, İstanbul, s. 17.

Hannan, E. I., 1981. **On Fuzzy Goal Programming**, Decision Sciences 12, 522–531.

Hwang, C.L. ve Masud, 1979. **Multiple Objective Decision Making: Methods ve Applications**, Springer-Verlag, Berlin.

Ignizio, J.P., 1976. **Goal Programming and Extension, Haeth and Company**, Lexington.

Ignizio, James. P. ve Cavalıer Tom M., 1994. **Linear Programming**, Prentice-Hall Inc, New Jersey, s. 18.

Ignizio, James P. ve Romero, C., 2003. **Goal Programming**, Elsevier Science ,USA.

Jones, D. ve Tamiz, M., 2009. **Practical Goal Programming**, International Series in Operations Research & Management Science, , New York, London, s. 7.

Klir, G.J. ve Yuan, B., 1995. **Fuzzy Set Theory: Foundations and Applications**, Prentice-Hall, N.Y, New York, s. 12.

Koçel T., 2001. **İşletme Yöneticiliği**, Beta Basım A.Ş. İstanbul, s. 51.

Kuruüzüm A., 1998. **Karar Destek Sistemlerinde Çok Amaçlı Yöntemler**, Akdeniz Üniversitesi Basımevi, Antalya s. 20.

Lai, Y. J., ve Hwang, C. L., 1992. **Fuzzy Mathematical Programming, Methods and Applications** , Lecture Notes in Economics**,** Springer- Verlag, Berlin.

Lai, Y.J. ve Hwang, C.L., 1994. **Fuzzy Multiple Objective Decision Making: Methods and Applications,** Spinger-Verlag, Berlin.

Lai, Y.J., Liu, T.Y. ve Hwang, C.L., 1994. **Topsis for MODM**, European Journal of Operational Research, 486-500, s. 76.

Lee, S. M. ve Moore, L.J., 1975. **Introduction to Decision Science**, Petrocelli/Charter: New York.

Lu, J. ve Zhang, G., 2007. **Multi-Objective Group Decision Making**, **Methods, Software and Applications With Fuzzy Set Techniques**, Imperial College Press, University of Technology, Sydney Australia, s. 3.

Luhandjula, M. K., 1989. **Fuzzy Optimization: An appraisal**, Fuzzy Sets and Systems 30, s. 257-282.

Mendoza, Guillermo A. ve Prabhu, R., 2000. **Multiple Criteria Decision Making to Asseing Forest Sustainabilty Using Criteria and İndicators: a case study**, Center for İnternational Forestry Research, USA.

Min, H. ve Storbeck, J., 1991. **On the Origin and Persistence Misconceptions in Goal Programming**, J.Opl. Res. Soc. Vol. 42, s. 301-312.

Narasimhan, R., 1980. **Goal Programming In A Fuzzy Environment**, Decision Sciences, 11 (2), s. 325-336.

Özkan Mustafa M., 2003. **Bulanık Hedef Programlama**, Ekin Kitabevi, İstanbul, s. 189.

Öztürk A., 2004. **Yöneylem Araştırması**, Ekin Kitabevi, 9.Baskı, Bursa, s. 295-292.

Rifai, A. K., 1994. **A note on the structure of the goal programming model: assessment and evaluation**, International Journal of Operations and Production Management, 16, 40–49.

Romero, C., 1985. **Multi-Objective And Goal Programming As A Distance Function Model**, JORS, Vol. 36, No. 3, s. 249-251.

Romero, C., 2001. **Extended lexicographic goal programming: a unifying approach Omega**, Volume 29, Issue 1, Pages 63-71.

Schniderjans, Marc J., 1995. **Goal Programming: Methodology and Applications**, Kluwer Academic Publishers, Boston, , s. 6.

Sivanandam S. N. ve Sumathi S., Deepa S. N., 2007. Introduction to Fuzzy Logic using **Matlab**, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, s. 3.

Şen, Z., 2004. **Mühendislikte Bulanık (Fuzzy) Mantık ile Modelleme Prensipleri**, İstanbul, s. 28.

Taha, Hamdy A., 2000. **Yöneylem Araştırması**, ,Prentice-Hall, NJ. s. 3-348.

Tamiz, M. ve Jones, D. Romero, C., 1998. **Goal programming for decision making: An overview of the current state-of-the-art**, European Journal of Operational Research, Spain.

Terrano, T. ve Asai, K., Sugeno, M. 1987. **Fuzzy Systems Theory and Its Applications**, Academic Press, San Diego, California.

Tiwari, R.N. ve Dharmar, S., Rao, J.R., 1987. **Fuzzy Goal Programming—An additive Model**, Fuzzy Sets and Systems 24, 27–34.

Tosun K., 1987. **İşletme Yönetimi**, İstanbul Ünv. Yayını, İstanbul, s. 309.

Yang, T. ve Ignizio, J. P., Kim, H.J., 1991. **Fuzzy Programming With Nonlinear Membership Functions: Piecewise linear approximation**, Fuzzy Sets and Systems 41 39–53.

Yaghoobi, M. A. ve Tamiz, M., 2007. **A Method For Solving Fuzzy Goal Programming Problemsbased on MINMAX Approach**, European Journal of Operational Research 177, 1580–1590.

Yaralıoğlu, K., 2010. **Karar Verme Yöntemleri**, Detay Yayıncılık, Ankara, s. 59.

Zadeh, L.A., 1965. **Fuzzy Sets**, Information and Control s. 8, 338-353.

Zeleny, M.,1974. **A Concept Of Compromise Programming Solutions And The Method of The Displaced Ideal**, Comput. & Ops. Res., Vol. 1, s. 479-496.

Zeleny M., 1982. **Multiple Criteria Decision Making**, Mc Graw-Hill Co., New York. s. 17.

Zeleny M., 2005. **Human System Managemet, Integrating Knowledge**, Management and Systems, Word Scientific Publishing Co. Pte.Ltd, USA s. 229-231-232-233.

Zimmermann, H.J.,1978, **Fuzzy programming and linear programming with several objective functions**, Fuzzy sets and Systems 1, s.45–55.

Zimmermann, H. J., 1987. **Fuzzy Sets, Decicion Making and Expert Systems**, Kluwer Academic Publishers, Boston.

Zimmermann, H. J., 1991. **Fuzzy Sets Theory and Its Applications**, Kluwer Academic Publishers, Boston.

Zimmermann, H.J., 1996. **Fuzzy Sets Theory and Its Applications**, Kluwer Academic Publishers, Boston.

Zionts S., 1985. **Multiple Criteria Mathematical Programming: An Overview and Several Approaches**, Fandel G., Sprank J., Multiple Criteria Decision Methods and Applications, Springer Verlang, s. 85.

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı **:** Hüsrev Said Nurullah Sarıay
Doğum Yeri **:** Ankara
Doğum Yılı **:** 20.03.1981

Eğitim Durumu (Kurum ve Yıl)

Lise **:** Tuzluçayır Lisesi (1995-1999)
Lisans **:** Gaziosmanpaşa Üniversitesi (2001-2005)
Yüksek Lisans : Aksaray Üniversitesi (2009- -)

Haberleşme Bilgileri

Adres **:** Akdere Kutlu Mah. Mutlu Cad. 478. Sok 7/11 Mamak/Ankara
Telefon **:** 0 312 3673908- 0 506 2060797
E-posta **:** saidsariay@mynet.com