

T.C.
EGE ÜNİVERSİTESİ
Fen Bilimleri Enstitüsü

NÜKLEER BOZUNMALARIN KESİRSEL MATEMATİK YÖNTEMLERLE İNCELENMESİ

Ezgi YÖRÜK

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Abdullah Engin ÇALIK

Fizik Anabilim Dalı

Fizik Yüksek Lisans Programı

İzmir

2019

Ezgi YÖRÜK tarafından Yüksek Lisans tezi olarak sunulan “Nükleer Bozunmaların Kesirsel Matematik Yöntemlerle İncelenmesi” başlıklı bu çalışma EÜ Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliği ile EÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Eğitim ve Öğretim Yönergesi'nin ilgili hükümleri uyarınca tarafımızdan değerlendirilerek savunmaya değer bulunmuş ve 27.08.2019 tarihinde yapılan tez savunma sınavında aday oybirliği/oyçokluğu ile başarılı bulunmuştur.



Jüri Üyeleri:

Jüri Başkanı : Doç.Dr.Abdullah Engin ÇALIK

Raportör Üye : Dr.Öğr.Üyesi Hüseyin ŞİRİN

Üye : Dr.Öğr.Üyesi Cenk AKYÜZ

İmza


.....

.....

.....

EGE ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ETİK KURALLARA UYGUNLUK BEYANI

EÜ Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliğinin ilgili hükümleri uyarınca Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum “Nükleer Bozunmaların Kesirsel Matematik Yöntemlerle İncelenmesi” başlıklı bu tezin kendi çalışmam olduğunu, sunduğum tüm sonuç, doküman, bilgi ve belgeleri bizzat ve bu tez çalışması kapsamında elde ettiğimi, bu tez çalışmasıyla elde edilmeyen bütün bilgi ve yorumlara atıf yaptığımı ve bunları kaynaklar listesinde usulüne uygun olarak verdiğimi, tez çalışması ve yazımı sırasında patent ve telif haklarını ihlal edici bir davranışımın olmadığını, bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversite veya diğer bir üniversitede başka bir tez çalışması içinde sunmadığımı, bu tezin planlanmasından yazımına kadar bütün safhalarda bilimsel etik kurallarına uygun olarak davrandığımı ve aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul edeceğimi beyan ederim.

27/ 08 / 2019


İmzası

Ezgi YÖRÜK

ÖZET**NÜKLEER BOZUNMALARIN KESİRSEL MATEMATİK
YÖNTEMLERLE İNCELENMESİ**

YÖRÜK, Ezgi

Yüksek Lisans Tezi, Fizik Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Abdullah Engin ÇALIK

Ağustos 2019, 36 sayfa

Bu çalışmada, Caputo kesirsel türevi ile yeniden tanımlanan nükleer bozunma denklemi kullanılarak ^{14}C , ^{14}C , ^{24}Ne , ^{28}Mg , ^{25}Ne ve ^{28}Mg küme (cluster) bozunması yapan $^{222, 224, 226}\text{Ra}$, $^{223, 225}\text{Ac}$, $^{232, 234, 235}\text{U}$, $^{236, 238}\text{Pu}$, $^{233, 235}\text{U}$ ve $^{234, 236}\text{U}$ izotoplarının yarı-ömür değerleri hesaplanmıştır. Hesaplamalar yapılırken keyfi bir parametre kullanılmamıştır. Standart matematik kullanılarak elde edilen yarı-ömür değerleri ile deneysel yarı-ömür değerleri arasındaki uyumsuzluk kesirsel matematik kullanılarak ortadan kaldırılmıştır. α kesirsel türev mertebesi ile nükleer yapı arasındaki ilişki incelenmiştir.

Anahtar Sözcükler: Küme (cluster) bozunması, kesirsel matematik, yarı-ömür, nükleer bozunma denklemi.

ABSTRACT**INVESTIGATION OF NUCLEAR DECAY WITH FRACTIONAL
MATHEMATICAL METHODS**

YÖRÜK, Ezgi

MSc in Physics Department

Thesis Advisor: Assoc.Prof. Abdullah Engin ÇALIK

August 2019, 36 pages

In this study, half-life values of $^{222, 224, 226}\text{Ra}$, $^{223, 225}\text{Ac}$, $^{232, 234, 235}\text{U}$, $^{236, 238}\text{Pu}$, $^{233, 235}\text{U}$ ve $^{234, 236}\text{U}$ isotopes which makes ^{14}C , ^{14}C , ^{24}Ne , ^{28}Mg , ^{25}Ne and ^{28}Mg cluster decay were calculated using the nuclear decay equation that was refined with Caputo fractional derivative. An arbitrary parameter was not used when performing calculations. Inconsistency between the standart theoretical half-live values and experimental half-live values were removed using fractional calculus . The relationship between a fractional derivative order and nuclear structure was investigated.

Key Words: Cluster decay, fractional calculus, half-life, nuclear decay equation.

ÖNSÖZ

Bu çalışma, nükleer fizikte matematiksel yöntemlerin uygulanmasını içermektedir. Tez çalışmasına başladığımda öncelikle geniş bir literatür çalışması yaptım. Kesirsel matematiğin uygulama alanlarını inceledim. Kesirsel matematik ile ilgili temel kavramları anlayabilmek için bu konuda yazılmış kitapları ve makaleleri araştırdım. Daha sonra nükleer fizikte kesirsel matematiğin nerelerde uygulandığını araştırdım. Daha önce kesirsel matematik kullanarak çözülmüş olan nükleer bozunma denklemini bütün ara işlemlerini yaparak tekrar çözdüm ve alfa ve proton bozunmalarına uygulamasını inceledim. Bu çalışmada inceleyeceğimiz ve geçmişte çok fazla olmayan küme (cluster) bozunmasını detaylı bir şekilde araştırdım ve alfa ve proton bozunmaları ile arasındaki benzerlikleri belirledim. Küme (cluster) bozunması üzerine yapılan teorik ve deneysel çalışmaları içeren makaleleri araştırdım. Analitik çözümünü yaptığım kesirsel nükleer bozunma denklemini kullanarak belirlediğim küme (cluster) bozunması yapan izotopların yarı-ömür değerlerini bilgisayar programı yardımıyla hesapladım. Yaptığım hesaplarla deneysel ve teorik sonuçları karşılaştırdım. Kesirsel türev mertebesi ile nükleer yapı arasındaki ilişkiyi araştırdım. Hazırlamış olduğum bu tezi planladığımdan daha uzun bir sürede tamamlanmış olmama rağmen literatüre güzel bir çalışma ile katkı verdiğimi düşünmekteyim.

İZMİR

Ağustos 2019

Ezgi YÖRÜK

İÇİNDEKİLER**Sayfa**

İÇ KAPAK.....	ii
KABUL ONAY SAYFASI.....	iii
ETİK KURALLARA UYGUNLUK BEYANI.....	v
ÖZET.....	vii
ABSTRACT.....	ix
ÖNSÖZ.....	xi
İÇİNDEKİLER.....	xiii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	xv
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	xvii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	xix
1. GİRİŞ.....	1
2. RADYOAKTİF BOZUNMALAR.....	6
2.1. Alfa Bozunması.....	7
2.2. Beta Bozunması.....	7
2.2.1. Beta (+) Bozunması.....	7
2.2.2. Beta (-) Bozunması.....	8
2.2.3. Elektron Yakalama.....	8
2.3. Gama Bozunması.....	8
2.4. Proton Bozunması.....	9
2.5. Küme (Cluster) Bozunması.....	9
3. KESİRSEL MATEMATİK.....	12
3.1. Grünwald-Letnikov (GL) Kesirsel Türev Tanımı.....	13
3.2. Riemann-Liouville (RL) Kesirsel Türev Tanımı.....	13
3.3. Caputo Kesirsel Türev Tanımı.....	14
3.4. Mittag-Leffler (ML) Fonksiyonu.....	14
4. HESAPLAMALAR VE SONUÇLAR.....	16
4.1. Kesirsel Nükleer Bozunma Denklemi.....	16
4.2. Sonuçlar.....	18
5. TARTIŞMA.....	27

İÇİNDEKİLER (devamı)

Sayfa

KAYNAKLAR DİZİNİ.....	29
TEŞEKKÜR.....	35
ÖZGEÇMİŞ.....	36



ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
2.1. Çekirdek kararlılık grafiği.....	6
2.2. Küme (cluster) bozunması için tünel olayı.....	10
4.1. $^{222,224,226}\text{Ra}$ izotoplarından yayınlanan ^{14}C kümesi (cluster) için kesirsel türev mertebesinin ürün çekirdeğin nötron sayısı ile değişimi.....	21
4.2. $^{223,225}\text{Ac}$ izotoplarından yayınlanan ^{14}C kümesi (cluster) için kesirsel türev mertebesinin ürün çekirdeğin nötron sayısı ile değişimi.....	22
4.3. $^{232,234,235}\text{U}$ izotoplarından yayınlanan ^{24}Ne kümesi (cluster) için kesirsel türev mertebesinin ürün çekirdeğin nötron sayısı ile değişimi.....	22
4.4. $^{236,238}\text{Pu}$ izotoplarından yayınlanan ^{28}Mg kümesi (cluster) için kesirsel türev mertebesinin ürün çekirdeğin nötron sayısı ile değişimi.....	23
4.5. $^{233,235}\text{U}$ izotoplarından yayınlanan ^{25}Ne kümesi (cluster) için kesirsel türev mertebesinin ürün çekirdeğin nötron sayısı ile değişimi.....	23
4.6. $^{234,236}\text{U}$ izotoplarından yayınlanan ^{28}Mg kümesi (cluster) için kesirsel türev mertebesinin ürün çekirdeğin nötron sayısı ile değişimi.....	24
4.7. Küme (cluster) bozunması yapan çekirdeklerin Q ve α değerleri. (x-ekseni Çizelge 4.2'deki çekirdeklerin S. No'suna göre sıralanmıştır).....	25

ÇİZELGELER DİZİNİ

<u>Çizelge</u>	<u>Sayfa</u>
4.1. Küme (cluster) bozunması yapan çekirdeklerin teorik ve deneysel bozunma sabitleri, enerjileri, potansiyel engelden geçme olasılıkları.....	19
4.2. Küme (cluster) bozunması yapan çekirdeklerin teorik ve deneysel yarı-ömür değerleri.....	20



SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklama</u>
α	kesirsel türev mertebesi
$t_{1/2}$	yarı-ömür
U	uranyum
Ac	aktinyum
Pu	plütonyum
C	karbon
Ne	neon
Mg	magnezyum
Ra	radyum
λ	bozunma sabiti
N_0	çekirdek sayısı
t	zaman
P_0	ön-oluşma çarpanı
P	geçme olasılığı
ν_0	frekans
<u>Kısaltmalar</u>	
ML	Mittag-Leffler
GL	Grünwald-Letnikov
RL	Riemann-Liouville

1. GİRİŞ

1896 yılında Becquerel tarafından keşfedilmesinden itibaren doğal radyoaktivite her zaman ilgi çekici ve sürekli araştırılıp geliştirilen bir alan olmuştur. Kararsız olan bazı çekirdeklerin kendiliğinden bozunmaya uğrayarak kararlı hale gelmeleri ile oluşan radyoaktiviteye doğal radyoaktivite; kararlı olan çekirdeklerin yapay yollarla kararsız hale getirilip bozunmaları ile oluşan radyoaktiviteye de yapay radyoaktivite adı verilir (Krane, 2001).

Genel olarak alfa, beta ve gama olmak üzere üç tür radyoaktif bozunma türü bilinir. 1908 yılında Rutherford, kararsız ana çekirdekten bir ürün çekirdek ve bir ${}^4_2\text{He}$ çekirdeğinin oluştuğu alfa bozunmasını deneysel olarak gözlemlemiştir (Rutherford, 1908). Beta bozunmasında, ana çekirdeğin proton sayısı ya bir artacak veya bir azalacak şekilde ürün çekirdek meydana gelir. Bu sırada çekirdekten elektron veya pozitron yayınlanır. Gama bozunmasında ise çekirdekten gama ışınları adı verilen yüksek enerjili elektromanyetik dalgalar yayınlanır. Gama bozunmasında ana çekirdeğin nötron ve proton sayısı değişmez.

Çok uzun yarı-ömürlü bir ana çekirdekten başlayarak alfa, beta ve gama bozunmaları sonucu oluşan çekirdeklerin oluşturduğu seriler, radyoaktif seriler olarak tanımlanır ve kararlı bir çekirdekte son bulurlar. Uranyum (${}^{238}\text{U}$), toryum (${}^{232}\text{Th}$), aktinyum (${}^{235}\text{U}$) ve neptünyum (${}^{237}\text{Np}$) serisi olarak dört grupta toplanan bu seriler sırasıyla ${}^{206}\text{Pb}$, ${}^{208}\text{Pb}$, ${}^{207}\text{Pb}$ ve ${}^{209}\text{Bi}$ kararlı çekirdeklerinde son bulurlar.

Radyoaktif bir çekirdeğin bozunma hızı, o andaki radyoaktif çekirdek sayısı ile doğru orantılıdır ve aşağıdaki şekilde birinci mertebeden homojen lineer bir diferansiyel denklem ile ifade edilir;

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda N(t). \quad (1.1)$$

Burada $N(t)$, t anındaki radyoaktif çekirdek sayısı, λ ise bir radyoaktif çekirdeğin birim zamandaki parçalanma olasılığı olan bozunma sabitidir. Radyoaktif bozunma süreci istatistiksel bir olaydır. $t = 0$ anında yani başlangıçtaki çekirdek sayısı N_0 ise herhangi bir t anında kalan radyoaktif çekirdek sayısı (1.1) denklemini standart matematik kullanılarak çözümlenerek;

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (1.2)$$

şeklinde bulunur.

Radyoaktif bir elementin başlangıçtaki çekirdek sayısının yarıya inmesi için geçen süreye yarı-ömür denir ve (1.2) denkleminde;

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}, \quad (1.3)$$

olarak elde edilir. Yarı-ömür her radyoaktif çekirdek için farklı olup, radyoaktif çekirdekler için ayırt edici bir özelliktir. Radyoaktif bir çekirdeğin deneysel olarak ölçülebilen yarı-ömrünü teorik olarak hesaplayabilmek için (1.3) denkleminde göre λ bozunma sabitinin teorik olarak hesaplanması gerekir. Gamow (1928) ve Gurney - Condon (1928) alfa bozunmasını başarılı bir şekilde kuantum mekaniksel olarak incelemişlerdir. Alfa parçacığının çekirdek potansiyelini geçip yayınlanmasını kuantum tünelleme ile açıklamışlardır. Bozunma sabitini teorik olarak

$$\lambda^{teorik} = \nu_0 P, \quad (1.4)$$

şeklinde elde etmişlerdir. Burada $\nu_0 = \frac{v}{R_0} = \frac{\sqrt{2E/M}}{R_0}$, alfa parçacığının çekirdeğin potansiyel engeline çarpma frekansı olup R_0 radyoaktif çekirdeğin yarıçapı, $E = \frac{1}{2} M v^2$ çekirdek içindeki parçacığın kinetik enerjisidir. P ise, α parçacığının potansiyel engelden geçme olasılığı olup WKB (Wentzel–Kramers–Brillouin) yaklaşımı ile $P = \exp\left[-\frac{2}{\hbar} \int_{R_a}^{R_b} (2M[V(R) - Q])^{1/2} dR\right]$ şeklinde elde edilir. Burada R_a ve R_b potansiyel engelin sınırları, $V(R)$ Coulomb potansiyeli, M indirgenmiş kütle, Q ise bozunmada açığa çıkan enerjidir.

Radyoaktif çekirdekler alfa bozunması ile aynı fiziksel sürece sahip başka tür bozunmalar da yaparlar. Proton bozunması, proton bakımından zengin olan çekirdeklerin alfa parçacığı gibi proton yayınlaması ile oluşan bir bozunma türüdür (Balasubramaniam and Arunachalam, 2005). Küme (cluster) bozunması ise, radyoaktif çekirdekten alfa parçacığından daha ağır çekirdeklerin yayınlanması ile oluşan bozunmalardır (Zhang and Le, 2010). Teorik olarak alfa bozunması için yukarıda anlatılan hesaplamaların hepsi bu iki bozunma türü için de geçerlidir.

Hem alfa bozunması için (Zhang and Royer, 2008) hem de proton bozunması (Dong et al., 2009) için deneysel yarı-ömür değeri ($t_{1/2}^{deney} = \frac{\ln 2}{\lambda^{deney}}$) ile teorik yarı-ömür değerini ($t_{1/2}^{teorik} = \frac{\ln 2}{\lambda^{teorik}}$) eşdeğer yapabilmek için bozunma sabitine ek bir çarpan eklenmiştir. Alfa bozunması için bozunma sabiti

$$\lambda = \lambda^{teorik} P_0 = \nu_0 P P_0, \quad (1.5)$$

şeklinde tanımlanmıştır (Mohr, 2006; Zhang and Royer, 2008; Zhang et al., 2009a). Burada P_0 , ön-oluşma çarpanı (preformation factor) olarak isimlendirilir ve aşağıdaki şekilde tanımlanır;

$$P_0 = \frac{t_{1/2}^{teorik}}{t_{1/2}^{deney}} = \frac{\lambda^{deney}}{\lambda^{teorik}}. \quad (1.6)$$

Benzer şekilde proton bozunması için de bozunma sabiti $\lambda = \lambda^{teorik} S_P = \nu_0 P S_P$ şeklinde tanımlanır (Dong et al., 2009; Qian et al., 2010). Burada S_P spektroskopik çarpan olarak adlandırılır ve P_0 'a benzer şekilde $S_P = t_{1/2}^{teorik} / t_{1/2}^{deney} = \lambda^{deney} / \lambda^{teorik}$ şeklinde hesaplanır.

Küme (cluster) bozunmalarında da alfa bozunması ve proton bozunmasında olduğu gibi deneysel ve teorik yarı-ömür değerlerini eşdeğer yapabilmek için bozunma sabiti (1.5) denkleminde olduğu gibi $\lambda = \lambda^{teorik} P_0 = \nu_0 P P_0$ olarak alınmıştır (Zhang et al., 2009b; Zhang and Le, 2010; Sigh et al., 2011; Santhosh et al., 2012a; Maroufi et al., 2019). P_0 , ön-oluşma çarpanı (preformation factor), çekirdeğin potansiyel engeline etki etmeden önce ana çekirdek içerisinde küme (cluster) oluşmasının bir ölçüsüdür ve nükleer yapıyla yakından ilgilidir (Zhang and Royer, 2008; Sigh et al., 2011). (1.6) denkleminde olduğu gibi hesaplanır.

Küme (cluster) bozunmaları, deneysel olarak keşfedildiği (Rose and Jones, 1984) 1984 yılından itibaren teorik ve deneysel birçok çalışmanın konusu olmuştur. Maroufi et al. (2019), alfa bozunması yapan 63 tane süper-ağır çekirdekte deforme yüzey parametresinin rolünü incelemişler, 69 tane küme (cluster) bozunması yapan çekirdeğin yarı-ömürlerini hesaplamışlardır. Zhang and Wang (2018) $^{294}118$, $^{296}120$ ve $^{298}122$ çekirdeklerindeki küme (cluster) radyoaktivitesini Horoi formülü, evrensel bozunma kanunu gibi farklı yöntemler kullanarak incelemişlerdir. Santhosh et al. (2012a) Coulomb ve yakınlık potansiyel modeli (Coulomb and proximity potential model (CPPM)) kullanarak $^{199-226}\text{Fr}$, $^{206-232}\text{Ac}$, $^{209-237}\text{Th}$, $^{212-238}\text{Pa}$, $^{217-241}\text{U}$, $^{225-242}\text{Np}$, $^{225-244}\text{Pu}$, $^{231-246}\text{Am}$, $^{202-230}\text{Ra}$ ve $^{233-249}\text{Cm}$ küme (cluster) bozunma süreçlerini incelemişlerdir. Bu küme (cluster) bozunmalarının hepsinde çift sihirli ^{208}Pb ve komşu ürün çekirdekler meydana gelmektedir. Gene CPPM modeli kullanılarak $^{210-226}\text{Ra}$ izotoplarından yayınlanan küme (cluster) bozunmaları (Santhosh et al., 2012b) ve ^{12}C 'den ^{34}Si 'e kadar uzanan bir aralıktaki kümelerin (cluster) bozunmaları çalışılmış (Santhosh et al., 2010) ve bozunmaların yarı-ömürleri hesaplanmıştır. ^{14}C , $^{24,26}\text{Ne}$,

$^{28,30}\text{Mg}$, ^{32}Si küme (cluster) bozunmaları önceden oluşmuş küme modeli (performed cluster model) ile çift-çift ağır çekirdekler için analiz edilmiştir (Zhang and Le, 2010). Genelleştirilmiş yoğunluğa bağlı küme modeli (generalized density-dependent cluster model (GDDCM)), ^{208}Pb veya komşu çekirdeklere bozunan çift-çift ve tek-A'lı çekirdeklerin küme (cluster) radyoaktivitesini incelemek için genişletilmiştir (Ni and Ren, 2010). Çok ağır çekirdeklere küme (cluster) bozunması, küme (cluster) ve ürün çekirdeklerin yoğunluğuna bağlı mikroskobik nükleer potansiyeller kullanılarak incelenmiştir (Routray et al., 2009). Ağır çekirdeklere meydana gelen küme (cluster) bozunmaları önceden oluşturulmuş bir küme yaklaşımı (performed cluster model (PCA)) ve genelleştirilmiş sıvı damlası modeli (generalized liquid drop model (GLDM)) içinde incelenmiş ve yarı-ömürler hesaplanarak deneysel değerlerle karşılaştırılmıştır. Bozunma sabitleri deneysel yarı-ömürlere elde edilmiş, nüfuz etme olasılıkları, WKB yaklaşımından ve GLDM ile belirlenen potansiyel engellerden hesaplanmıştır. P_0 , ön-oluşma çarpanının (preformation factor) nükleer yapıya bağlı olduğu ve kapalı kabuk yapısının ön-oluşma mekanizmasında anahtar rol oynadığı belirtilmiştir (Zhang et al., 2009b).

Çalık et al. (2013) ve Öder (2013), yukarıda bahsedilen çalışmalardan farklı olarak (1.1) denklemini ile verilen nükleer bozunma denklemini, kesirsel matematik kullanılarak

$$\frac{dN^\alpha(t)}{dt^\alpha} = -\lambda^\alpha N(t), \quad (1.7)$$

şeklinde yeniden tanımlanmış ve tanımlanan bu yeni kesirsel nükleer bozunma denkleminin çözümünü

$$N(t) = N_0 E(-\lambda^\alpha t^\alpha), \quad (1.8)$$

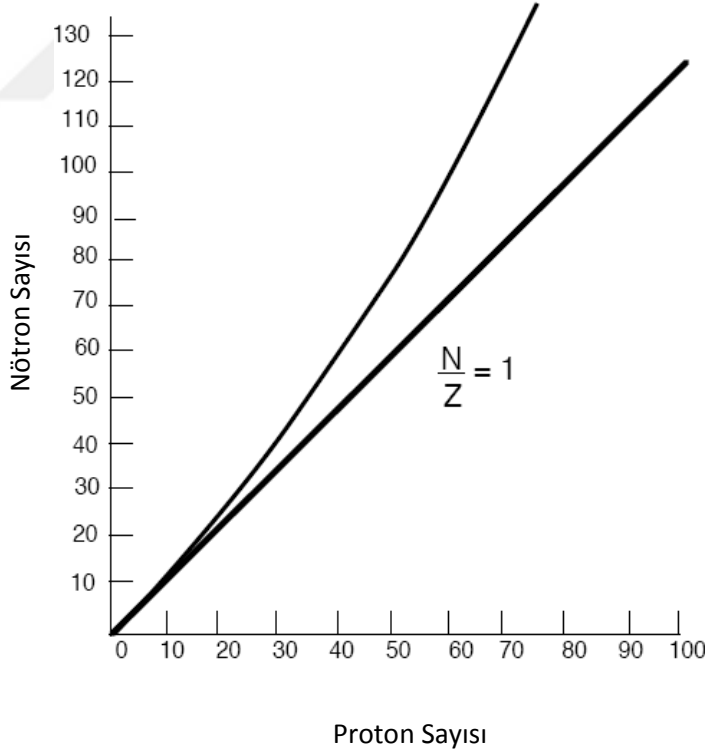
olarak elde etmişlerdir. Burada α , kesirsel türev mertebesi, $E(-\lambda^\alpha t^\alpha)$ ise Mittag-Leffler (ML) fonksiyonudur. Bu yeni çözüm kullanılarak alfa bozunması yapan Pb, Po, Rn, Ra, Th ve U izotoplarının (Çalık et al., 2013) ve proton bozunması yapan küresel Sb, Tm, Lu, Ta, Re, Ir, Au, Tl ve Bi çekirdeklerinin (Çalık et al., 2014) yarı-ömür değerleri hesaplanmıştır. Yapılan hesaplarda bozunma sabiti $\lambda = \nu_0 P$ olarak alınmıştır. Böylece hiç P_0 ve S_p çarpanlarına gerek kalmadan, teoriden elde edilen bozunma sabiti kullanılarak deneysel ve teorik yarı-ömür değerleri eşdeğer olarak bulunmuştur. Her bir çekirdek için elde edilen α kesirsel türev mertebesi ile nükleer yapı arasında yakın bir ilişki olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Bu çalışmada ise sırasıyla ^{14}C , ^{14}C , ^{24}Ne , ^{28}Mg , ^{25}Ne ve ^{28}Mg küme (cluster) bozunması yapan $^{222, 224, 226}\text{Ra}$, $^{223, 225}\text{Ac}$, $^{232, 234, 235}\text{U}$, $^{236, 238}\text{Pu}$, $^{233, 235}\text{U}$ ve $^{234, 236}\text{U}$ izotoplarının yarı-ömürleri (1.7) denklemi ile tanımlanan kesirsel nükleer bozunma denkleminin çözümü olan (1.8) denklemi kullanılarak hesaplanmıştır. Hesaplamalarda alfa ve proton bozunması hesaplamalarında olduğu gibi bozunma sabiti $\lambda = \nu_0 P$ olarak alınmıştır. Elde edilen kesirsel türev mertebesinin nükleer yapıya bağlılığı araştırılmıştır.

Tezin ikinci bölümünde küme (cluster) bozunmaları diğer bozunma türleriyle birlikte anlatılmıştır. Üçüncü bölümde kesirsel matematiğin genel tanımları yapılmış ve nükleer bozunma denkleminde kesirsel matematiğin uygulanışı özetlenmiştir. Dördüncü bölümde yapılan hesaplamalar tablolar ve grafiklerle verilmiş ve açıklanmıştır. Beşinci ve son bölümde ise elde edilen sonuçlar yorumlanmış ve tartışılmıştır.

2. RADYOAKTİF BOZUNMALAR

Çekirdek kararlılığı, radyoaktif çekirdeklerin nükleer bozunmalara karşı dayanıklılığı olarak bilinir (Krane, 2001). Çekirdek içerisinde yer alan proton ve nötronların oranı çekirdek kararlılığını belirleyen en büyük faktördür. Nötron/proton oranının 1 veya 1'e yakın bir değerde olması kütle numarası küçük olan çekirdeklerin kararlı olmasını sağlar. Kütle numarası büyük olan ve ağır çekirdekler olarak isimlendirilen çekirdeklerin kararlı olabilmesi için nötron/proton oranının yaklaşık 1,5 olması gerekir. $^{40}_{20}\text{Ca}$ çekirdeğine kadar olan hafif çekirdeklere nötron/proton oranı 1 iken, daha büyük kütleli çekirdeklere bu oran 1'den farklılık göstererek 1,5'e yükselir. Çekirdeğin proton sayısı arttıkça, protonlar arasındaki itme kuvveti nükleonlar arasındaki çekme kuvvetine göre artmakta, $^{40}_{20}\text{Ca}$ çekirdeğinden sonra bu itmeyi dengelemek için kararlı çekirdeklere nötron sayısı proton sayısına göre daha fazla artmaktadır. Nötron sayısı çok fazla artmasına rağmen proton sayısı sınırlıdır ve en büyük proton sayısına sahip kararlı çekirdek $^{209}_{83}\text{Bi}$ çekirdeğidir. Çekirdekteki nükleon sayısı daha fazla artarsa çekirdekler radyoaktif hale gelirler ve kararlı oluncaya kadar radyoaktif bozunma yaparlar.



Şekil 2.1 Çekirdek kararlılık grafiği

Çekirdek içerisinde bulunan proton ve nötron sayısının tek veya çift sayıda olması da çekirdeklerin kararlılığını etkiler. Çift sayıda nötron veya proton sayısına sahip olan çekirdekler tek sayıda nötron ve protona sahip olan çekirdeklere göre daha kararlıdır.

Proton veya nötron sayısı 2, 8, 20, 50, 82, 126 olan çekirdeklerin çok kararlı olduğu görülmüştür. Bu sayılara sihirli sayılar denir. $^{208}_{82}Pb$ çekirdeğinin proton sayısı 82, nötron sayısı 126'tır. Bu çekirdeğin hem nötron hem de proton sayısı sihirli sayılara eşit olduğu için double-sihirli çekirdek olarak isimlendirilir.

Kararlı olmayan çekirdekler giriş bölümünde de belirtildiği gibi alfa, beta, gama, proton, küme (cluster) bozunmaları yaparak kararlı çekirdeklere dönüşürler.

a. Alfa Bozunması

Kararsız olan radyoaktif çekirdeğin 4_2He çekirdeği yayınlarak kararlı başka bir çekirdeğe bozunmasına denir. Yayımlanan 4_2He çekirdeği aynı zamanda alfa parçacığı olarak isimlendirilir. Bozunma sırasında toplam enerji korunur. Bozunma mekanizması aşağıdaki şekilde gerçekleşir:



Yayımlanan alfa parçacığı yüksek enerjiye sahip olmasına rağmen yayımlandıktan sonra bu enerjisini hızla kaybeder. Bu yüzden havadaki ortalama menzili oldukça kısadır. Alfa parçacıkları bir kağıt tabakası gibi çok ince kalınlıktaki maddelerle durdurulabilir.

b. Beta Bozunması

Çekirdekten yayımlanan elektronlardır. Enerjileri alfa parçacıklarına göre daha düşük olmalarına rağmen menzilleri alfa parçacıklarından daha uzundur. Kağıda göre daha kalın, plastik gibi maddelerle durdurulabilirler. Üç şekilde gerçekleşir.

i. Beta (+) Bozunması

Kararsız radyoaktif çekirdek içerisindeki bir protonun nötrona dönüşmesi sırasında çekirdekten pozitif yüklü bir elektron (pozitron) ve nötrino yayımlanır. Ürün çekirdeğin nötron sayısı 1 artarken proton sayısı ise 1 azalır. Kütle numarası değişmez. Bozunma mekanizması aşağıdaki şekildedir:



ii. Beta (-) Bozunması

Kararsız radyoaktif çekirdek içerisindeki bir nötronun protona dönüşmesi sırasında çekirdekten bir elektron ve anti-nötrino yayınlanır. Ürün çekirdeğin proton sayısı 1 artarken nötron sayısı ise 1 azalır. Kütle numarası değişmez. Bozunma mekanizması,



şeklindedir.

Nötron ve proton kuark adı verilen alt parçacıklardan oluşmuştur. Protonun içinde 2 tane yukarı kuark, 1 tane aşağı kuark vardır. Nötronun içerisinde ise 2 tane aşağı kuark, 1 tane yukarı kuark vardır. Beta (-) bozunmasında nötronun protona dönüşmesi demek, bir tane aşağı kuarkın yukarı kuarka dönüşmesi demektir. Beta (+) bozunmasında ise tam tersi olur, bir tane yukarı kuark aşağı kuarka dönüşerek bir proton bir nötrona dönüşmüş olur. Bu bozunmalarda çekirdeğin kütle numarası değişmediği için bunlar izobarik bozunmalardır.

iii. Elektron Yakalama

Proton sayısı nötron sayısından fazla olan yani nötron/proton oranı 1'den küçük olan kararsız çekirdekler, çekirdeğe en yakın yörüngelerden 1 tane elektronu yakalar. Bu elektron çekirdekteki bir protonla birleşerek nötron ve nötrinoya dönüşür. Kararsız çekirdeğin proton sayısı 1 azalırken nötron sayısı 1 artar. Elektron yakalama olayı aynı beta (+) bozunmasına benzer. Çekirdek tarafından yakalanan elektronun yerine diğer yörüngelerden başka bir elektron gelir. Bu iki seviye arasındaki enerji farkı kadar da x-ışını yayınlanır. Bozunma mekanizması aşağıdaki şekildedir:



c. Gama Bozunması

Kararsız çekirdekler alfa veya beta bozunması yaptıklarında oluşan ürün çekirdek uyarılmış durumda olur. Bu uyarılmış durumda olan ürün çekirdek de fazla olan enerjiyi gama ışını olarak yayınlarken taban duruma bozunur. Gama ışınları elektromanyetik

radyasyon fotonları olup yüksek enerjiye sahiptirler. Gama ışınları yüksüz oldukları için elektrik ve manyetik alanda herhangi bir sapma göstermezler. Gama ışınlarının menzilleri alfa beta parçacıklarına göre çok fazladır. Gama ışını yayınlayan çekirdeğin atom ve kütle numarası değişmez. Gama ışınlarını durdurmak için kurşun bloklar kullanılır. Bozunma



şeklinde gerçekleşir.

d. Proton Bozunması

Nükleer kararlılık çizgisinin üzerinde yer alan ve enerjisi sıfırdan büyük olan çekirdekler proton sayısı zenginidirler ve proton bakımından kararsız çekirdekler olarak adlandırılırlar (Balasubramaniam and Arunachalam, 2005). Bu kararsız çekirdeklerin bozunma süreçleri,



şeklinde gerçekleşir. Proton bozunması ilk defa 1970 yılında ${}^{53}\text{Co}$ izotopunun izomerik durumları için gözlenmesine rağmen, bir sonraki proton bozunması ${}^{151}\text{Lu}$ izotopu için yaklaşık on yıl sonra gözlemlenmiştir (Balasubramaniam and Gangopadhyay, 2007). Proton bozunması, atom numarası 51-63 arasında değişen Sb, Tm, Lu, Ta, Re, Ir, Au, Tl ve Bi küresel proton yayınlayıcıların ve atom numarası 67-80 arasında değişen I, Cs, La, Eu, ve Ho deforme proton yayınlayıcıların taban durumlarında ve bazı izomerik durumlarında tanımlanmaktadır (Sonzogni, 2002).

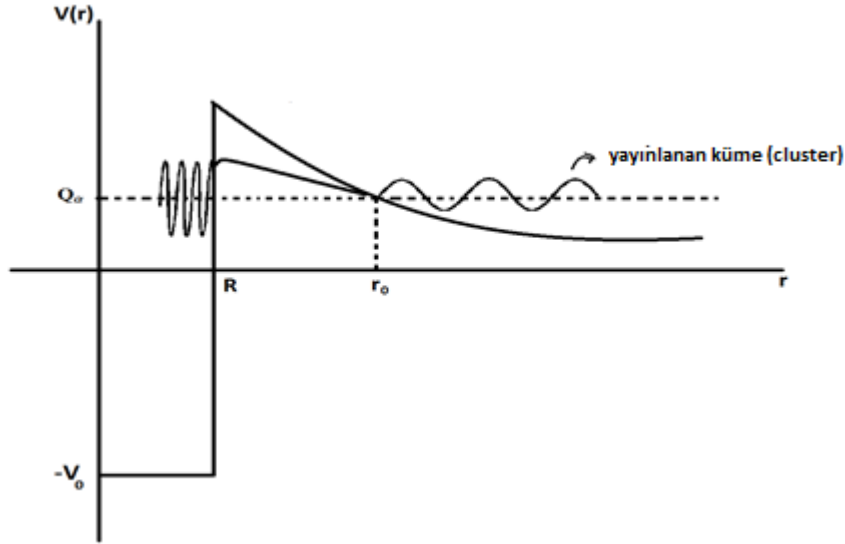
e. Küme (Cluster) Bozunması

Küme (cluster) bozunması diğer adıyla ağır-iyon radyoaktivitesi, ağır çekirdeklerden alfa parçacığından daha ağır fakat fisyon ürünlerinden daha hafif küme (cluster) yayınlanması olarak ilk defa 1980'lerin başında teorik olarak tahmin edilmiştir (Sandulesco et al., 1980). Deneysel olarak ilk gözlem ise ${}^{223}\text{Ra}$ 'ten ${}^{14}\text{C}$ kümesinin (cluster) yayınlanması olmuştur (Rose and Jones, 1984). Daha sonra ${}^{14}\text{C}$, ${}^{20}\text{O}$, ${}^{23}\text{F}$, ${}^{22,24-26}\text{Ne}$, ${}^{28,30}\text{Mg}$ ve ${}^{32,34}\text{Si}$ yayınlanmasına neden olan küme (cluster) bozunmaları gözlemlenmiş ve bunların yarı-ömürleri ölçülmüştür. Günümüzde küme (cluster) bozunması yapan kararsız çekirdeklerin ${}^{221}\text{Fr}$ ile ${}^{242}\text{Cm}$ aralığında olduğu bilinmektedir. Ortaya çıkan ürün çekirdeklerin ise neredeyse tamamını kapalı kabuklu küresel

çekirdekler oluşturmaktadır. Bu da kabuk etkilerinin küme (cluster) bozunmalarında anahtar rol oynadığını göstermektedir (Kumar et al., 2009).

Küme (cluster) bozunmasını teorik olarak açıklayabilmek için farklı modeller kullanılmaktadır (Poenaru, 1986). Bunlardan en önemlisi önceden oluşmuş küme modelidir (performed cluster model). Bu modelde kümenin (cluster) bozunmadan önce ana çekirdek içerisinde olduğu düşünülür ve böylece farklı küme (cluster) bozunmaları gerçekleşir. Yapı olarak bozunma aynı alfa bozunmasına benzemektedir. Bu teoriye göre ana çekirdek içinde önceden oluşan küme (cluster) ve ürün çekirdek, belirlenen bir küresel bölgede hareket etmektedirler (Zhang and Le, 2010).

Şekil 2.2 oluşan kümenin (cluster) çekirdek içerisindeki hareketini göstermektedir. R çekirdek yarıçapıdır.



Şekil 2.2 Küme (cluster) bozunması için tünel olayı

$r < R$ bölgesi, çekirdeğin içini yani derinliği $-V_0$ olan bir potansiyel kuyusunu temsil eder. $R < r < r_0$ kabuk bölgesindeki potansiyel duvarını kümenin (cluster) aşarak dışarı çıkabilmesi klasik olarak mümkün değildir. Oluşan küme (cluster), kuantum mekanişel olarak tünel olayı ile bu engeli aşıp dışarı çıkabilmektedirler. $r > r_0$ bölgesinde ise çekirdekte yayılan küme (cluster) dışarı çıkmış ve hareketine devam etmektedir.

Çekirdek içerisinde önceden oluşan küme (cluster) aynı alfa bozunmasında olduğu gibi çekirdek içerisinde defalarca potansiyel engele çarpar. Küme (cluster) yapısının potansiyel engele çarpma olasılığı, kümenin (cluster) hızının, aldığı yola oranı olarak aşağıdaki şekilde ifade edilir;

$$v_0 = \frac{v}{2R} = \frac{1}{2R} \sqrt{\frac{2Q}{M}}. \quad (2.7)$$

Burada Q, yayınlanan küme (cluster) yapısının enerjisi, M'de kütlesidir. Küme (cluster) yapısının engelden geçme olasılığı ise;

$$P = e^{-2G} = \exp\left[-\frac{2}{\hbar} \int_R^{r_0} \sqrt{2\mu(V(r) - Q(r))} dr\right], \quad (2.8)$$

şeklindedir. Burada G Gamow çarpanıdır.

Birim zamandaki kaçış ihtimali veya birim zamandaki bozunma olasılığı olarak ifade edilen λ bozunma sabiti

$$\lambda = (\text{engele çarpma frekansı}) \times (\text{engelden geçme olasılığı})$$

$$\lambda = v_0 P \quad (2.9)$$

olarak tanımlanır.

Küme (cluster) bozunması yapan çekirdeklerin yarı-ömürleri incelendiğinde deneysel ve teorik yarı-ömür değerleri arasında uyumsuzluk olduğu görülmüştür. Bu uyumsuzluğu giderebilmek için de bu modelde bozunmadan önce çekirdek içerisinde oluşan küme (cluster) olasılığının bir ölçüsü olarak λ bozunma sabitine P_0 olarak adlandırılan bir ön-oluşma çarpanı eklenir (preformation factor) (Zhang and Le, 2010). Her küme (cluster) bozunması için bu ön-oluşma çarpanı farklıdır.

3. KESİRSEL MATEMATİK

Türev almak demek değişim demektir. Bir fiziksel niceliğin neye göre türevi alınıyorsa, aslında türev alınan niceliğe göre nasıl değiştiği matematik olarak ifade ediliyordur. Türev içeren denklemler ise diferansiyel denklemler olarak adlandırılır. Fizikte diferansiyel denklemler ise, bir fizik probleminin hareket denklemi, yani fiziksel süreç boyunca sistemin nasıl davrandığının matematik olarak gösterimidir. Standart olarak türev mertebeleri tam sayılarla ifade edilir. Dolayısıyla diferansiyel denklemler de tam sayılı diferansiyel denklemlerdir. Fakat bazı durumlarda bu tam sayı mertebeli diferansiyel denklemler olayı tam olarak tasvir edemezler. Bu durumları daha iyi tanımlayabilmek için standart matematiği de genelleyen kesirsel matematik ortaya çıkmıştır. Kesirsel matematik, denge durumundan uzak süreçler, kararsız durumlar gibi standart matematiğin yetersiz kaldığı durumlarda tam sayı mertebeli türevler yerine reel sayılarla ifade edilebilen türevler alınmasına olanak sağlayan matematiksel bir yöntemdir. Başlangıcı 1695 tarihinde L'Hospital'in, Leibniz'e yazdığı bir mektupta $\frac{1}{2}$ mertebeden türevin ne anlama gelmesini sormasıyla başladığı kabul edilen kesirsel matematik, daha sonra sırasıyla Euler (1730), Lagrange (1772), Lacroix (1819), Fourier (1822), Louville (1832), Riemann (1853), Holmgren (1864), Grünwald (1867), Letnikov (1868), Krug (1890) ve Caputo (1967) katkılarıyla gelişmiştir (Oldham and Spanier, 1974).

Kesirsel matematiğin elektrik-elektronik devreleri (Çalık et al., 2016; Ertik et al., 2015; Gomez-Aguilar et al., 2017a; Gomez-Aguilar et al., 2017b), kuantum mekaniği (Şirin et al., 2011; Ertik et al., 2010), istatistiksel fizik (Ertik et al., 2009; Uzun et al., 2018), nükleer fizik (Çalık et al., 2013; Çalık et al., 2014; Şen and Çalık, 2014; Şen et al., 2014; Çalık ve Şirin, 2018), termodinamik (Gomez-Aguilar and Razo-Hernandez, 2014; Şirin ve Çalık, 2019) gibi fizik ve mühendisliğin birçok alanında uygulaması mevcuttur.

Kesirsel türevin literatürde birçok tanımı olmasına rağmen en çok kullanılanlar Grünwald-Letnikov (GL), Riemann-Liouville (RL) ve Caputo kesirsel türev tanımlarıdır (Oldham and Spanier 1974; Miller and Ross 1993; Carpinteri and Mainardi 1997; Podlubny 1999). GL tanımı nümerik hesaplamalar için kullanılırken, RL ve Caputo tanımları ise analitik hesaplamalar için kullanılmaktadır. RL tanımı matematik uygulamalarında önemli bir rol oynarken, Caputo tanımı fizik ve mühendislik uygulamalarında kullanılmaktadır. Sabit bir fonksiyonun Caputo kesirsel türevi sıfıra eşitken RL kesirsel türevi sıfırdan farklıdır. Caputo kesirsel türevi kullanılarak tanımlanan diferansiyel denklemler için tanımlanan başlangıç koşulları tam sayı

mertebeli diferansiyel denklemler için tanımlanan başlangıç koşulları ile benzerlik göstermektedir. Bu ve benzer özellikler Caputo kesirsel türevini fiziksel problemlerin yorumlanmasında başarılı kılmaktadır (Podlubny 1999).

3.1. Grünwald-Letnikov (GL) Kesirsel Türev Tanımı:

1867 yılında Grünwald tarafından tanımlanan GL tanımı daha sonra Letnikov tarafından geliştirilmiştir. $f: R \rightarrow R$ olmak üzere, bir $f(t)$ fonksiyonunun α . mertebeden GL türevi;

$${}^{GL}D_t^\alpha = \lim_{N \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{\Gamma(-\alpha)} \left[\frac{t-\alpha}{N} \right]^{-\alpha} \sum_{j=0}^{N-1} \frac{\Gamma(j-\alpha)}{\Gamma(j+1)} f \left(t - j \left[\frac{t-\alpha}{N} \right] \right) \right\}, \quad (3.1)$$

olarak tanımlanır. Burada Γ , gama fonksiyonu ve $\alpha \in R$ 'dir. Bu tanımda $\alpha > 0$ kesirsel türevi, $\alpha < 0$ ise kesirsel integrali ifade etmektedir (Oldham and Spainer 1974).

3.2. Riemann-Liouville (RL) Kesirsel Türev Tanımı:

$f(t)$ fonksiyonu $[a, b] \subset R$ aralığında integrallenebilen bir fonksiyon olmak üzere kesirsel RL integrali aşağıdaki şekilde tanımlanır (Podlubny 1999):

$$J^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t (t - \tau)^{\alpha-1} f(\tau) d\tau. \quad (3.2)$$

Burada $t > 0$ ve $\alpha \in R^+$ şeklindedir.

RL kesirsel türevi ise

$${}^{RL}D_t^\alpha f(t) = \frac{d^m}{dt^m} \left[\frac{1}{\Gamma(m-\alpha)} \int_0^t (t - \tau)^{m-\alpha-1} f(\tau) d\tau \right], \quad (3.3)$$

şeklinde tanımlanır (Oldham and Spainer, 1974; Podlubny 1999). Burada $f(t)$ fonksiyonu $[a, b] \subset R$ aralığında integrallenebilen bir fonksiyon ve α kesirsel türev mertebesi $m - 1 < \alpha \leq m$ ($m \in N^+$) aralığında tanımlanmaktadır. Ayrıca

$${}^{RL}D_t^\alpha f(t) = D^m J^{m-\alpha} f(t). \quad (3.4)$$

olduğu için $\alpha = m$ olduğunda kesirsel mertebeli türev tam sayı mertebeli türeve eşit olmaktadır.

3.3. Caputo Kesirsel Türev Tanımı:

$f(t)$ fonksiyonu $[a, b] \subset R$ aralığında integrallenebilen bir fonksiyon ve α kesirsel türev mertebesi $m - 1 < \alpha \leq m$ ($m \in N^+$) olmak üzere Caputo kesirsel türevi;

$${}^c D_t^\alpha f(t) = \left[\frac{1}{\Gamma(m-\alpha)} \int_0^t (t-\tau)^{m-\alpha-1} f(\tau) d\tau \right], \quad (3.5)$$

şeklinde tanımlanır (Oldham and Spanier, 1974; Miller and Ross 1993; Carpinteri and Mainardi 1997; Podlubny 1999). RL kesirsel türevine benzer şekilde Caputo kesirsel türevi için de

$${}^c D_t^\alpha f(t) = J^{m-\alpha} D^m f(t), \quad (3.6)$$

olarak ifade edildiği için $\alpha = m$ olduğunda kesirsel mertebeli türev tam sayı mertebeli türeve eşit olmaktadır.

(3.4) ve (3.6) denklemlerinden de görüldüğü gibi RL kesirsel türevi ile Caputo kesirsel türevi birbirine denk değildir. Bu iki ifade arasında

$${}^{RL} D_t^\alpha f(t) = {}^c D_t^\alpha f(t) + \sum_{k=0}^{m-1} \frac{t^{k-\alpha}}{\Gamma(k-\alpha+1)} [f^{(k)}(t)]_{t=0}, \quad (3.7)$$

şeklinde bir ilişki vardır (Miller and Ross 1993; Podlubny 1999). Bu ifadenin elde edilebilmesi için $t > 0$ olmak üzere,

$$J^n D^n f(t) = f(t) - \sum_{k=0}^{n-1} f^{(k)}(0^+) \frac{t^k}{k!}, \quad (3.8)$$

İfadesi kullanılmaktadır (Mainardi and Gorenflo, 2000).

3.4. Mittag-Leffler (ML) Fonksiyonu

Bir seri açılımı olarak tanımlanan ML fonksiyonu kesirsel matematiğin uygulandığı problemlerin çözümünde oldukça önemli bir yere sahiptir (Podlubny 1999).

Tek parametrelili ML fonksiyonu;

$$E_\alpha(z) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{z^r}{\Gamma(\alpha r + 1)} \quad (3.9)$$

şeklinde tanımlanırken çift parametrelili ML fonksiyonu,

$$E_{\alpha,\beta}(z) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{z^r}{\Gamma(\alpha r + \beta)} \quad (3.10)$$

şeklinde tanımlanır. Burada hem α hem de β sıfırdan büyük değerler almaktadır. $\beta = 1$ değeri için

$$E_{\alpha,1}(z) = E_{\alpha}(z) \quad (3.11)$$

şeklinde çift parametrelili ML fonksiyonu tek parametrelili ML fonksiyonuna eşit olmaktadır.

Tek parametrelili ML fonksiyonu kesirsel türev mertebesi α 'nın $\alpha = 1$ değeri için

$$E_{\alpha}(z) = e^z \quad (3.12)$$

şeklinde üstel fonksiyona indirgenmektedir. ML fonksiyonu, kesirsel türeve sahip diferansiyel denklemlerde tam sayı mertebeli diferansiyel denklemlerde ki e^z fonksiyonunun rolünü üstlenmektedir.

4. HESAPLAMALAR VE SONUÇLAR

Bu bölümde nükleer bozunma denkleminin kesirsel matematik kullanılarak nasıl tanımlandığı ve tanımlanan bu yeni kesirsel nükleer bozunma denkleminin de nasıl çözüldüğü anlatılmıştır. Bu çözümle ilgili detaylı bilgiye Çalık et al. (2013) ve Öder (2013) kaynaklarından ulaşılabilir. Nükleer bozunma denkleminin kesirsel çözümü kullanılarak daha önce alfa bozunması (Çalık et al., 2013 ; Öder, 2013) ve proton bozunması (Çalık et al., 2014) incelenmiştir. Bu çalışmada ise sırasıyla ^{14}C , ^{14}C , ^{24}Ne , ^{28}Mg , ^{25}Ne ve ^{28}Mg küme (cluster) bozunması yapan $^{222, 224, 226}\text{Ra}$, $^{223, 225}\text{Ac}$, $^{232, 234, 235}\text{U}$, $^{236, 238}\text{Pu}$, $^{233, 235}\text{U}$ ve $^{234, 236}\text{U}$ izotoplarının yarı-ömürleri kesirsel nükleer bozunma denklemini kullanılarak hesaplanmıştır.

4.1. Kesirsel Nükleer Bozunma Denklemi

Nükleer bir bozunmada dt zaman aralığında bozunmaya uğrayan $dN(t)$ çekirdek sayısı, t anındaki mevcut olan $N(t)$ çekirdek sayısı ile orantılıdır, bu değişimi ifade eden denklem;

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda N(t), \quad (4.1)$$

şeklinde birinci mertebeden, lineer, homojen bir diferansiyel denklemdir. $t = 0$ anındaki radyoaktif çekirdek $N(0) = N_0$ ise, bu denklemin standart matematik kullanılarak çözümü;

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (4.2)$$

olur. (4.2) denkleminden görüldüğü gibi radyoaktif çekirdek sayısı zamanla üstel olarak azalır.

(4.1) denklemindeki birinci mertebeden olan türev, kesirsel olarak ifade edilirse;

$$\frac{d}{dt} \rightarrow \frac{d^\alpha}{dt^\alpha}, \quad (4.3)$$

(4.1) deki diferansiyel denklem;

$$\frac{d^\alpha N(t)}{dt^\alpha} = -\lambda^\alpha N(t), \quad (m - 1 \leq \alpha \leq m) \quad (4.4)$$

şeklinde kesirsel nükleer bozunma denklemi olarak tanımlanmış olur. (4.1) denkleminde farklı olarak, eşitliğin sağ ve sol taraflarını boyutsal olarak eşit yapabilmek için bozunma sabiti λ^α olarak ifade edilmiştir. Türev operatörü $\frac{d^\alpha}{dt^\alpha} \rightarrow {}^C D_t^\alpha$ şeklinde Caputo kesirsel türevi ile ifade edilirse (4.4) denklemi,

$${}^C D_t^\alpha N(t) = -\lambda^\alpha N(t), \quad (4.5)$$

haline gelir. (3.6) denkleminde verilen ${}^C D_t^\alpha f(t) = J^{m-\alpha} D^m f(t)$ özelliği (4.5) denkleminde uygulanırsa,

$$J^{m-\alpha} D^m N(t) = -\lambda^\alpha N(t), \quad (4.6)$$

olur. Bu denklemde gerekli sadeleştirmeler ve ara işlemler yapılırsa;

$$N(t) = \sum_{k=0}^{m-1} N^{(k)}(0^+) \frac{t^k}{k!} - \lambda^\alpha J^\alpha N(t), \quad (4.7)$$

elde edilir. Standart nükleer bozunma denklemi birinci mertebeden bir denklem olduğu için $m = 1$ seçilirse, α kesirsel türev mertebesi $0 \leq \alpha \leq 1$ aralığında değerler alır. $m = 1$ için (4.7) denklemi,

$$N(t) = N(0^+) - \lambda^\alpha J^\alpha N(t), \quad (4.8)$$

halini alır. (4.8) denkleminin her iki tarafının Laplace dönüşümü alınır;

$$L\{N(t)\} = L\{N(0^+)\} - L\{\lambda^\alpha J^\alpha N(t)\}, \quad (4.9)$$

$$\tilde{N}(s) = N(0) \frac{s^{\alpha-1}}{s^\alpha + \lambda^\alpha}, \quad (4.10)$$

olur. (4.10) denkleminde ters Laplace dönüşümü uygulanırsa,

$$L^{-1}\{\tilde{N}(s)\} = L^{-1}\left\{N(0) \frac{s^{\alpha-1}}{s^\alpha + \lambda^\alpha}\right\}, \quad (4.11)$$

$$N(t) = N(0) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\lambda^\alpha t^\alpha)^n}{\Gamma(\alpha n + 1)}, \quad (4.12)$$

olarak elde edilir. (4.12) denkleminin sağ tarafındaki seri ifadesi Mittag-Leffler fonksiyonuna eşit olduğuna göre (4.12) denklemi,

$$N(t) = N(0)E_{\alpha}(-\lambda^{\alpha}t^{\alpha}), \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (4.13)$$

şeklinde yazılır.

Elde edilen bu (4.13) denklemi (4.4) denklemi ile tanımlanan kesirsel nükleer bozunma denkleminin çözümüdür. (4.13) denkleminde kesirsel türev mertebesi $\alpha = 1$ alınır, standart çözüm olan (4.2) denklemi elde edilir.

4.2. Sonuçlar

(4.4) denklemi ile tanımlanan kesirsel nükleer bozunma denkleminin çözümü olan (4.13) denklemi kullanılarak ^{14}C , ^{14}C , ^{24}Ne , ^{28}Mg , ^{25}Ne ve ^{28}Mg küme (cluster) bozunması yapan $^{222,224,226}\text{Ra}$, $^{223,225}\text{Ac}$, $^{232,234,235}\text{U}$, $^{236,238}\text{Pu}$, $^{233,235}\text{U}$ ve $^{234,236}\text{U}$ izotoplarının yarı-ömürleri hesaplanmıştır. Hesaplamalar yapılırken fiziksel olarak anlamlı sonuçlar elde etmek ve hesaplama zamanının kısılmasını sağlamak amacıyla Mittag-Leffler fonksiyonunun seri toplamının ilk 10 terimi alınmıştır. Hesaplamalarda bozunma sabiti $\lambda = \nu_0 P$ olarak alınmış literatürdeki modellerde olduğu gibi P_0 ön-oluşma çarpanı kullanılmayarak deneysel yarı-ömür değerleri ile teorik yarı-ömür değerleri eşdeğer olarak elde edilmiştir.

Çizelge 4.1 Küme (cluster) bozunması yapan çekirdeklerin teorik ve deneysel bozunma sabitleri, enerjileri, potansiyel engelden geçme olasılıkları (Santhosh et al., 2012a).

Ana Çekirdek	Yayınlanan Küme (Cluster)	Ürün Çekirdek	Q (MeV)	P	λ^{deney} (s^{-1})	$\lambda^{teorik} = \nu_0 P$ (s^{-1})
^{222}Ra	^{14}C	^{208}Pb	33,049	$6,388 \times 10^{-33}$	$6,772 \times 10^{-12}$	$5,790 \times 10^{-12}$
^{224}Ra	^{14}C	^{210}Pb	30,525	$1,560 \times 10^{-38}$	$1,448 \times 10^{-16}$	$1,306 \times 10^{-17}$
^{226}Ra	^{14}C	^{212}Pb	28,196	$2,327 \times 10^{-44}$	$4,474 \times 10^{-22}$	$1,800 \times 10^{-23}$
^{223}Ac	^{14}C	^{209}Bi	33,064	$5,173 \times 10^{-34}$	$1,740 \times 10^{-13}$	$4,691 \times 10^{-13}$
^{225}Ac	^{14}C	^{211}Bi	30,476	$7,708 \times 10^{-40}$	$4,794 \times 10^{-18}$	$6,444 \times 10^{-19}$
^{232}U	^{24}Ne	^{208}Pb	62,309	$7,754 \times 10^{-43}$	$5,764 \times 10^{-22}$	$1,308 \times 10^{-21}$
^{234}U	^{24}Ne	^{210}Pb	58,825	$1,650 \times 10^{-49}$	$8,332 \times 10^{-27}$	$2,629 \times 10^{-28}$
^{235}U	^{24}Ne	^{211}Pb	57,362	$1,925 \times 10^{-52}$	$2,635 \times 10^{-28}$	$2,991 \times 10^{-31}$
^{236}Pu	^{28}Mg	^{208}Pb	79,669	$6,011 \times 10^{-44}$	$1,482 \times 10^{-22}$	$1,297 \times 10^{-22}$
^{238}Pu	^{28}Mg	^{210}Pb	75,911	$1,539 \times 10^{-50}$	$1,383 \times 10^{-26}$	$3,164 \times 10^{-29}$
^{233}U	^{25}Ne	^{208}Pb	60,776	$1,515 \times 10^{-45}$	$1,002 \times 10^{-25}$	$2,49 \times 10^{-24}$
^{235}U	^{25}Ne	^{210}Pb	57,756	$1,389 \times 10^{-51}$	$2,635 \times 10^{-28}$	$2,17 \times 10^{-30}$
^{234}U	^{28}Mg	^{206}Hg	74,110	$8,921 \times 10^{-33}$	$1,998 \times 10^{-28}$	$1,790 \times 10^{-28}$
^{236}U	^{28}Mg	^{208}Hg	70,564	$2,112 \times 10^{-33}$	$1,823 \times 10^{-28}$	$4,036 \times 10^{-35}$

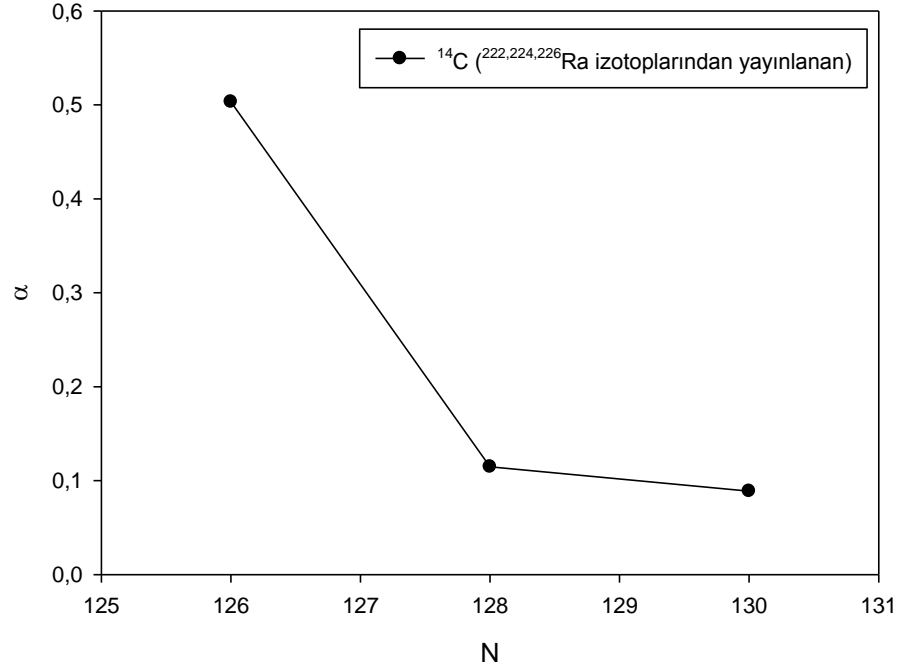
Çizelge 4.1'in birinci sütununda küme (cluster) bozunması yapan ana çekirdekler, ikinci sütununda yayınladıkları küme (cluster) yapıları, üçüncü sütununda ise bozunmadan sonra meydana gelen ürün çekirdekler gösterilmiştir. $^{222,224,226}\text{Ra}$, $^{232,234,235}\text{U}$, $^{236,238}\text{Pu}$ ve $^{233,235}\text{U}$ çekirdeklerinin bozunmasıyla oluşan ürünler Pb izotopları; $^{223,225}\text{Ac}$ ve $^{234,236}\text{U}$ çekirdeklerinin bozunmasıyla oluşan ürünler ise sırasıyla Bi ve Hg izotoplarıdır. Bi ve Hg ise Pb'nin periyodik tabloda komşu çekirdekleridir. Pb çekirdeğinin proton sayısı 82 sihirli sayısına eşittir. ^{208}Pb izotopu ise çift-sihirlidir çünkü bu izotopun nötron sayısı 126'dır. ^{209}Bi ve ^{206}Hg izotoplarının da nötron sayıları 126 sihirli sayısına eşittir. Çizelge 4.1'in dördüncü sütununda Q reaksiyon enerjisi, beşinci sütunda küme (cluster) yapısının çekirdeğin potansiyel engelinden geçme olasılığı P , altıncı sütunda deneysel bozunma sabiti ve son sütunda da teorik bozunma sabiti verilmiştir. Dördüncü sütundaki Q, beşinci sütundaki P ve son sütundaki $\lambda^{teorik} = \nu_0 P$ değerleri (Santhosh et al., 2012a) kaynağından alınmıştır. Altıncı sütundaki λ^{deney} değerleri gene (Santhosh et al., 2012a) kaynağındaki deneysel yarı-ömür değerleri kullanılarak $t_{1/2}^{deney} = \frac{\ln 2}{\lambda^{deney}}$ ile hesaplanmıştır.

Çizelge 4.2 Küme (cluster) bozunması yapan çekirdeklerin teorik ve deneysel yarı-ömür değerleri.

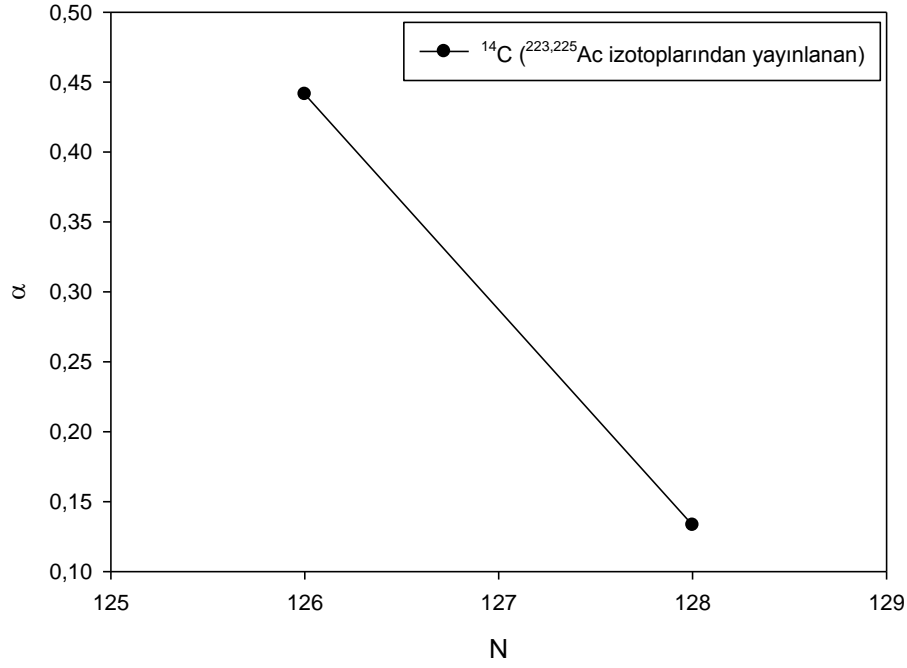
S.No	Ana Çekirdek	Yayınlanan Küme (Cluster)	Ürün Çekirdek	$\log_{10}t_{1/2}$			α
				Deneysel (Santhosh et al., 2012a)	(Santhosh et al., 2012a)	Kesirsel (Bu Çalışma)	
1	²²² Ra	¹⁴ C	²⁰⁸ Pb	11,01	11,078	11,01	0,5033
2	²²⁴ Ra	¹⁴ C	²¹⁰ Pb	15,68	16,725	15,68	0,1148
3	²²⁶ Ra	¹⁴ C	²¹² Pb	21,19	22,585	21,19	0,0889
4	²²³ Ac	¹⁴ C	²⁰⁹ Bi	12,60	12,169	12,60	0,4414
5	²²⁵ Ac	¹⁴ C	²¹¹ Bi	17,16	18,032	17,16	0,1333
6	²³² U	²⁴ Ne	²⁰⁸ Pb	21,08	20,724	21,08	0,3969
7	²³⁴ U	²⁴ Ne	²¹⁰ Pb	25,92	27,421	25,92	0,0833
8	²³⁵ U	²⁴ Ne	²¹¹ Pb	27,42	30,365	27,42	0,0434
9	²³⁶ Pu	²⁸ Mg	²⁰⁸ Pb	21,67	21,728	21,67	0,3525
10	²³⁸ Pu	²⁸ Mg	²¹⁰ Pb	25,70	28,340	25,70	0,0484
11	²³³ U	²⁵ Ne	²⁰⁸ Pb	24,84	23,443	24,84	0,8686
12	²³⁵ U	²⁵ Ne	²¹⁰ Pb	27,42	29,503	27,42	0,0185
13	²³⁴ U	²⁸ Mg	²⁰⁶ Hg	27,54	27,588	27,54	0,3396
14	²³⁶ U	²⁸ Mg	²⁰⁸ Hg	27,58	34,235	27,58	0,0192

Çizelge 4.2'nin beşinci sütununda küme (cluster) bozunması yapan çekirdeklerin deneysel yarı-ömür değerleri (Santhosh et al., 2012a), altıncı sütunda Coulomb ve yakınlık potansiyel modeli (Coulomb and proximity potential model (CPPM)) kullanarak yapılan teorik hesaplamalar (Santhosh et al., 2012a) ve yedinci sütunda bu çalışmada kesirsel nükleer bozunma denklemine göre yapılan yarı-ömür hesaplamaları verilmiştir. Çizelgeden görüldüğü gibi kesirsel nükleer bozunma denklemleri ile yapılan hesaplamalar deneysel sonuçlarla uyum içerisindedir. Yapılan hesaplamalardaki ufak farklılıklar yarı-ömür değerlerinin çok büyük olması ve yarı-ömür değerlerinin logaritmasının da alınmasıyla ortadan kalkmıştır. Sadece ^{233,235}U çekirdeklerinin bozunması için yapılan hesaplamalarda Mittag-Leffler seri toplamının ilk 50 terimi alınmıştır. Daha küçük terim sayıları için hesaplama programları cevap vermemiş, en anlamlı ve hızlı sonucun alındığı serideki terim sayısı kullanılmıştır. Bu çekirdeklerden yayınlanan ²⁵Ne kümesi (cluster), tek-çift yapıda olup diğer tüm kümeler (cluster) çift-çift çekirdeklerdir. Bu da kesirsel hesaplamaların çekirdek yapısıyla yakından ilgili olduğunun bir göstergesidir. Çizelge 4.2'nin son sütununda ise kesirsel hesaplamalar

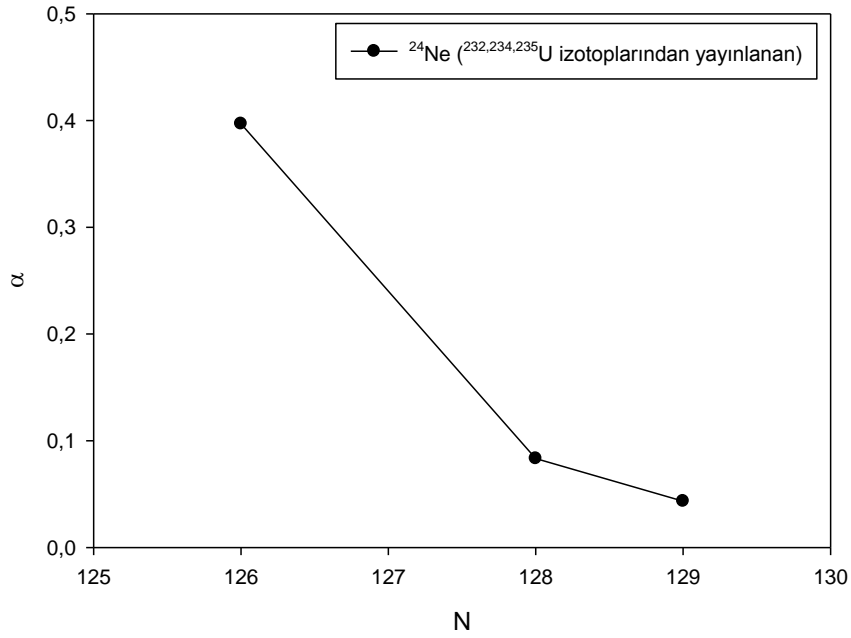
yapılırken deneysel sonuçlarla kesirsel sonuçları en uyumlu yapan kesirsel türev mertebeleri verilmiştir.



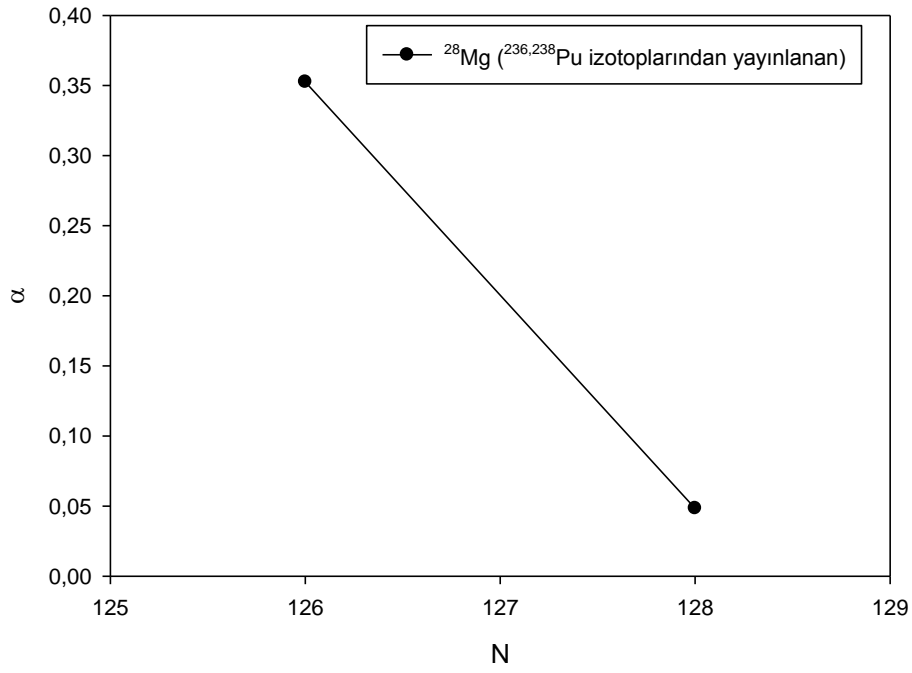
Şekil 4.1 $^{222,224,226}\text{Ra}$ izotoplarından yayınlanan ^{14}C kümesi (cluster) için kesirsel türev mertebesinin ürün çekirdeğin nötron sayısı ile değişimi.



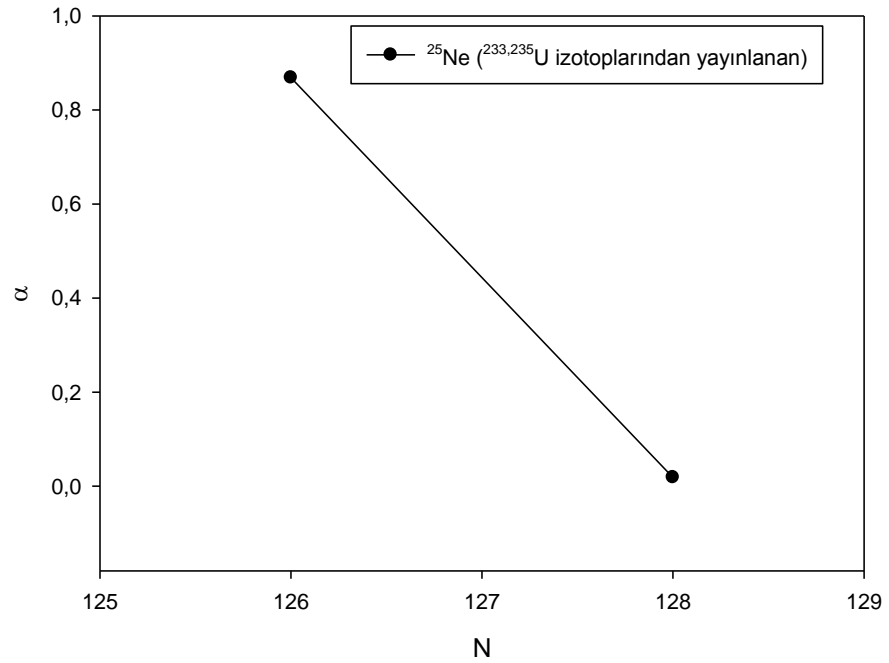
Şekil 4.2 ^{223,225}Ac izotoplarından yayınlanan ¹⁴C kümesi (cluster) için kesirsel türev mertebesinin ürün çekirdeğin nötron sayısı ile değişimi.



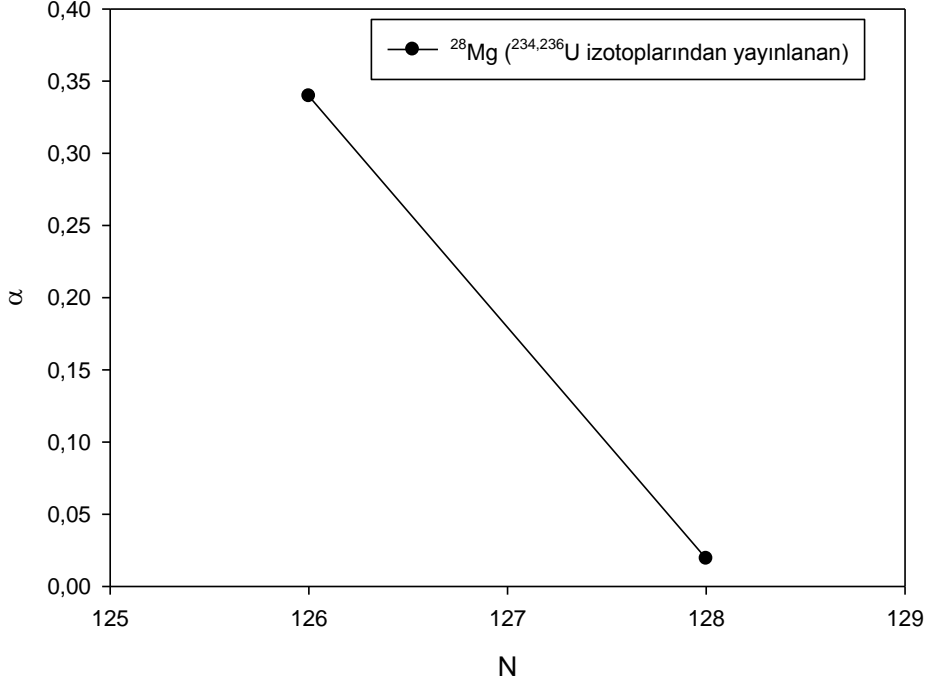
Şekil 4.3 ^{232,234,235}U izotoplarından yayınlanan ²⁴Ne kümesi (cluster) için kesirsel türev mertebesinin ürün çekirdeğin nötron sayısı ile değişimi.



Şekil 4.4 $^{236,238}\text{Pu}$ izotoplarından yayınlanan ^{28}Mg kümesi (cluster) için kesirsel türev mertebesinin ürün çekirdeğin nötron sayısı ile değişimi.



Şekil 4.5 $^{233,235}\text{U}$ izotoplarından yayınlanan ^{25}Ne kümesi (cluster) için kesirsel türev mertebesinin ürün çekirdeğin nötron sayısı ile değişimi.

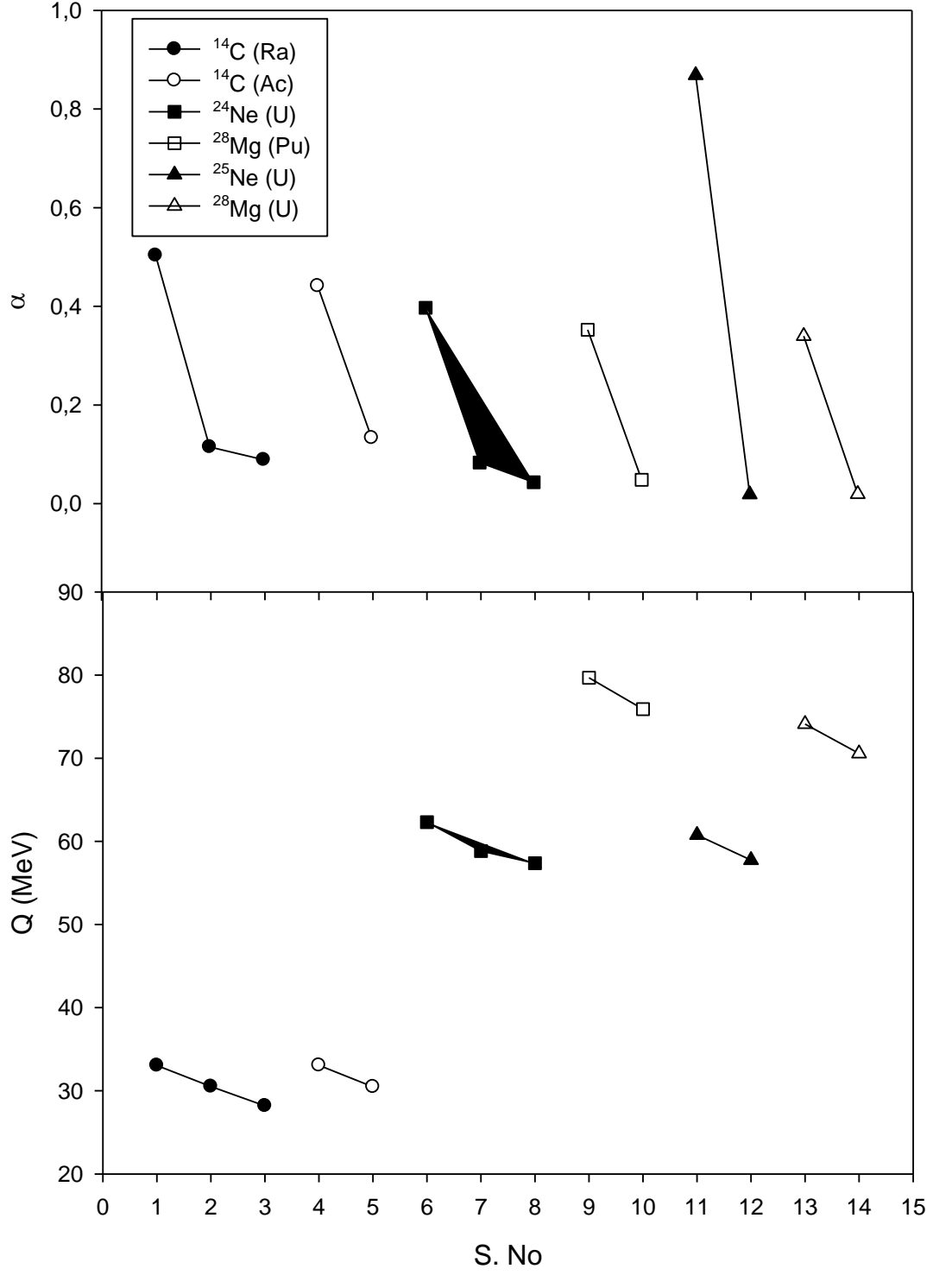


Şekil 4.6 $^{234,236}\text{U}$ izotoplarından yayınlanan ^{28}Mg kümesi (cluster) için kesirsel türev mertebesinin ürün çekirdeğin nötron sayısı ile değişimi.

Şekil 4.1-4.6 sırasıyla ^{14}C , ^{14}C , ^{24}Ne , ^{28}Mg , ^{25}Ne ve ^{28}Mg küme (cluster) bozunması yapan $^{222,224,226}\text{Ra}$, $^{223,225}\text{Ac}$, $^{232,234,235}\text{U}$, $^{236,238}\text{Pu}$, $^{233,235}\text{U}$ ve $^{234,236}\text{U}$ izotoplarının ürün çekirdeğin nötron sayısı ile değişimleri verilmiştir. Şekillerin hepsinden görüldüğü gibi nötron sayısı 126 olan izotoplarda kesirsel türev mertebesi α maksimum değere sahiptir. Yani küresel kabuk kapandıkça α değeri artmakta, $N=126$ 'dan uzaklaştıkça α değeri hızla azalmaktadır. Benzer durum daha önceki yapılan çalışmalarda da görülmektedir. Alfa bozunması için (Çalık et al., 2013) ve proton bozunmasında da (Çalık et al., 2014) incelenen izotopların nötron veya proton sayıları sihirli sayılara yaklaştıkça α değeri artmakta uzaklaştıkça azalmaktadır. Burada da benzer sonuçların alınması, aynı alfa ve proton bozunmasında olduğu gibi küme (cluster) bozunmasında da α değerinin kapalı kabuk yapısıyla ilgili olduğunu göstermektedir.

Şekil 4.7'de kesirsel türev mertebesi α ve Q değerleri Çizelge 4.2'deki sıraya uygun olarak çizilmiştir. Şekil 4.7'den görüldüğü gibi α ve Q değerleri birbirleriyle benzer davranışlar sergilerler ve bu nedenle aralarında yakın bir ilişki olduğu söylenebilir. Şekil 4.7' Q değerleri α değerlerine göre daha dağınık görünmektedir. α

değerleri 0 ile 1 aralığında değerler aldığı için bu normaldir. Q değeri ise bozunmaya göre farklı değerler alabilmektedir.



Şekil 4.7 Küme (cluster) bozunması yapan çekirdeklerin Q ve α değerleri. (x-ekseni Çizelge 4.2'deki çekirdeklerin S. No'suna göre sıralanmıştır)

Ni and Ren (2010), küme (cluster) bozunmalarının yarı-ömrü ile Q enerjisi arasında

$$\log_{10}t_{1/2} = a\sqrt{\mu}Z_cZ_dQ^{-1/2} + b\sqrt{\mu}(Z_cZ_d)^{1/2} + c \quad (4.14)$$

şeklinde bir ilişki olduğunu belirtmişlerdir. Q değerleri bu eşitliğe göre yarı-ömür değerleri ile ilgili olduğundan, yarı-ömür değerleri ile kesirli türev mertebesi α arasında da benzer bir bağımlılık olduğu söylenebilir.

5. TARTIŞMA

Küme (cluster) bozunmasının keşfedildiği 1980 yılların başından itibaren bu bozunmayı daha iyi anlayabilmek için deneysel ve teorik birçok çalışma yapılmıştır. Teorik hesaplamalar için öne sürülen modellerin birçoğunda bozunma sabiti λ , kuantum mekaniksel tünel olayında anlatıldığı gibi $\lambda = \nu_0 P$ şeklinde değil, deneysel ve teorik yarı-ömür değerlerini eşdeğer yapabilmek için $\lambda = \nu_0 P P_0$ şeklinde alınmaktadır. Burada eklenen ön-oluşma faktörü olan P_0 çekirdek içerisinde bozunmadan önce oluşan küme (cluser) yapısının oluşma olasılığının bir ölçüsüdür.

Bu çalışmada sırasıyla ^{14}C , ^{14}C , ^{24}Ne , ^{28}Mg , ^{25}Ne ve ^{28}Mg küme (cluster) bozunması yapan $^{222, 224, 226}\text{Ra}$, $^{223, 225}\text{Ac}$, $^{232, 234, 235}\text{U}$, $^{236, 238}\text{Pu}$, $^{233, 235}\text{U}$ ve $^{234, 236}\text{U}$ çekirdeklerinin yarı-ömleri (4.4) denklemi ile tanımlanan kesirsel nükleer bozunma denkleminin çözümü olan (4.13) denklemi kullanılarak hesaplanmıştır. Hesaplamalarda bozunma sabiti $\lambda = \nu_0 P$ şeklinde alınmıştır.

Yapılan hesaplarda P_0 çarpanına gerek kalmadan, uygun α kesirsel türev mertebesi değerleri için deneysel ve teorik yarı-ömür değerleri eşdeğer olarak elde edilmiştir.

Küme (cluster) bozunması yapan çekirdek izotopları kendi içlerinde incelendiğinde, $N=126$ olan ürün çekirdeklerin hepsinde α değerinin maksimum olduğu görülmüştür. Bu durum alfa ve proton bozunmalarının da kesirsel nükleer bozunma denklemi ile yapılan hesapları ile benzerlik göstermektedir. Kabuğun kapalı olduğu izotoplarda α değerinin maksimum olması ve $N=126$ 'dan uzaklaştıkça α değerinin de hızla küçülmesi α ve yarı-ömür arasındaki ilişkinin nükleer yapıya bağlı olduğunu ortaya koymuştur.

Küme (cluster) bozunması yapan çekirdekler için α ve Q bozunma enerjisi incelendiğinde, bu değerlerin birbirleriyle benzer davranışlar sergilediği görülmüştür.

Elde edilen sonuçlar bütün olarak ele alındığında küme (cluster) bozunması için alfa ve proton bozunmasında olduğu gibi α kesirsel türev mertebesinin de aynı P_0 gibi nükleer yapıyla yakın ilişkisi olduğu söylenebilir.

KAYNAKLAR DİZİNİ

- Balasubramaniam, M. and Arunachalam, N.,** 2005, Proton and α -radioactivity of spherical proton emitters, *Phys. Rec. C*, 71: 014603 pp.
- Balasubramaniam, M. and Gangopadhyay, G.,** 2007, Microscopic calculation of half lives of spherical proton emitters, *Physics Letters B*, 651: 263-267 pp.
- Carpinteri, A. and Mainardi, F.,** 1997, Fractals and Fractional Calculus in Continuum Mechanics. Springer Verlag, 348p.
- Çalık, A. E., Ertik, H., Öder, B. and Şirin, H.,** 2013, A fractional calculus approach to investigate the alpha decay processes, *International Journal of Modern Physics E*, 22: 1350049 pp.
- Çalık, A. E., Şirin, H., Ertik, H., Öder, B. and Şen, M.,** 2014, Half-lives of spherical proton emitters within the framework of fractional calculus, *International Journal of Modern Physics E*, 23: 1450044 pp.
- Çalık, A. E., Şirin, H., Ertik, H. and Şen, M.,** 2016, Analysis of charge variation in fractional order LC electrical circuit, *Revista Mexicana de Fisica*, 62: 437-441 pp.
- Çalık, A. E. ve Şirin, H.,** 2018, Farklı tipte üretilen harçların yarı-değer kalınlıklarının teorik olarak incelenmesi, *Anadolu Üniversitesi Bilim ve Teknoloji Dergisi B- Teorik Bilimler*, 6 (1): 36-44.
- Dong, J. M., Zhang, H. F. and Royer G.,** 2009, Proton radioactivity within a generalized liquid drop model, *Phys. Rev. C*, 79: 054330 pp.
- Ertik, H., Çalık, A. E., Şirin, H., Şen, M. and Öder, B.,** 2015, Investigation of electrical RC circuit within the framework of fractional calculus, *Revista Mexicana de Fisica*, 61: 58-63 pp.
- Ertik, H., Demirhan, D., Şirin, H. and Büyükkılıç, F.,** 2010, Time fractional development of quantum systems, *Journal of Mathematical Physics*, 51 (8): 082102 pp.
- Ertik, H., Demirhan, D., Şirin, H. and Büyükkılıç, F.,** 2009, A fractional mathematical approach to the distribution functions of quantum gases: Cosmic Microwave Background Radiation problem is revisited, *Physica A-Statistical Mechanics and Its Applications*, 388(21): 4573-4585 pp.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Gamow, G.**, 1928, Zur quantentheorie des atomkernes, *Zeitschrift für Physik*, 51: 204-212 pp.
- Gomez-Aguilar, J. F., Escobar-Jimenez, R. F., Olivares-Peregrino, V. H., Taneco Hernandez, M. A. and Guerrero-Ramirez, G.**, 2017a, Electrical circuits RC and RL involving fractional operators with bi-order, *Advances in Mechanical Engineering*, 9(6): 1-10 pp.
- Gomez-Aguilar, J. F., Atangana ,A. and Morales-Delgado, V. F.**, 2017b, Electrical circuits RC, LC, and RL described by Atangana–Baleanu-fractional derivatives, *International Journal of Circuit Theory and Applications*, 45(11): 1514-1533 pp.
- Gomez-Aguilar, J. F. and Razo-Hernández J. R.**, 2014, Fractional Newton cooling law. *Investigación y Ciencia*, 61: 12-18 pp.
- Gurney, R. W. and Condon E. U.**, 1928, Quantum mechanics and radioactive disintegration, *Nature*, 122: 439-440 pp.
- Krane, S. K.**, 2001, Nükleer Fizik I (Çeviri : B. Şarer), Palme Yayıncılık, Ankara, 404 s.
- Kumar, S., Rani, R. and Kumar, R.**, 2009, Shell closure effects studied via cluster decay in heavy nuclei, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.*, 36: 015110 pp.
- Mainardi, F. and Gorenflo, R.**, 2000, On Mittag-Leffler-type functions in fractional evolution processes, *J. J. Comput. Appl. Math.*, 283-299 pp.
- Maroufi, N., Dehghani, V. and Alavi, S. A.**, 2019, Alpha and cluster decay of some deformed heavy and superheavy nuclei, *Nuclear Physics A*, 983: 77-89 pp.
- Miller, K.S. and Ross, B.**, 1993, An Introduction to the Fractional Calculus and Fractional Differential Equations. John Wiley and Sons Inc., New York, 384p.
- Mohr, P.**, 2006, α -nucleus potentials, α -decay half-lives, and shell closures for superheavy nuclei, *Phys. Rev. C*, 73: 031301 pp.
- Ni, D. and Ren, Z.**, 2010, Half-lives and cluster preformation factors for various cluster emissions in trans-lead nuclei, *Phys. Rev. C*, 82: 024311 pp.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Oldham, K.B. and Spainer, J.**, 1974, The Fractional Calculus, Academic Press, San Diego, 234p.
- Öder, B.**, 2013, Alfa bozunumunun kesirsel matematik kullanılarak incelenmesi, Yüksek Lisans Tezi, Dumlupınar Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, 66s.
- Poenaru, D. N.**, 1986, Calculated half-lives and kinetic energies for spontaneous emission of heavy ions from nuclei, *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, 34: 423-538 pp.
- Podlubny, I.**, 1999, Fractional Differential Equations. Academic Press, San Diego, 368p.
- Rose, H. J. and Jones, G. A.**, 1984, A new kind of natural radioactivity, *Nature*, 307: 245-247 pp.
- Rotray, T. R., Nayak, J. and Basub, D. N.**, 2009, Cluster radioactivity in very heavy nuclei:
a new perspective, *Nuclear Physics A*, 826: 223-229 pp.
- Rutherford, E. and Geiger, H.**, 1908, An electrical method of counting the number of α -particles from radio-active substance, *Proceedings of the Royal Society A*, 81: 141-161pp.
- Qian, Y., Ren, Z. and Ni, D.**, 2010, Theoretical calculation for half-lives of spherical proton emitters, *Chin. Phys. Lett.*, 27: 072301 pp.
- Sandulescu, A., Poenaru, D. N. and Greiner, W.**, 1980, New type of decay of heavy nuclei intermediate between fission and. cap alpha. decay, *Sov. J. Part. Nucl.*, 11: 528-pp.
- Santhosh, K. P., Priyanka, B. and Unnikrishnan, M.S.**, 2012a, Cluster decay half-lives of trans-lead nuclei within the Coulomb and proximity potential model, *Nuclear Physics A*, 889: 29-50 pp.
- Santhosh, K. P., Sahadevan, S., Priyanka, B. and Unnikrishnan, M.S.**, 2012b, Systematic study of heavy cluster emission from $^{210-226}\text{Ra}$ isotopes, *Nuclear Physics A*, 882: 49-61 pp.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Santhosh, K. P., Biju, R. K. and Sahadevan, S.,** 2010, Cluster formation probability in the trans-tin and trans-lead nuclei, *Nuclear Physics A*, 838: 38-49 pp.
- Singh, B., Patra, S. K. and Gupta, R. K.,** 2011, Importance of preformation probability in cluster radioactive-decays using relativistic mean field theory within the preformed cluster model, *International Journal of Modern Physics E*, 20: 1003-1007 pp.
- Sonzogni, A. A.,** 2002, Proton radioactivity in $Z > 50$ nuclides, *Nuclear Data Sheets*, 95: 1-48 pp.
- Şen, M. and Çalık, A. E.,** 2014, Calculation of half-value thickness for aluminum absorbers by means of fractional calculus, *Annals of Nuclear Energy*, 63: 46-50 pp.
- Şen, M., Çalık, A. E. and Ertik, H.,** 2014, Determination of half-value thickness of aluminum foils for different beta sources by using fractional calculus, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*, 335: 78-84 pp.
- Şirin, H., Büyükkılıç, F., Ertik, H. and Demirhan, D.,** 2011, The effect of time fractality on the transition coefficients: Historical Stern-Gerlach experiment revisited, *Chaos Solitons and Fractals*, 44: 43-47 pp.
- Şirin, H. ve Çalık, A. E.,** 2019, Newton'un Soğuma Kanunu: Kesirsel Bir Yaklaşım, *Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen ve Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 19: 60-66.
- Uzun, M., Şirin, H., Çalık, A. E. and Atman, K. G.,** 2018, Graybody radiation phenomena in a fractional manner, *X-Ray Spectrometry*, 47: 405-409 pp.
- Zhang, H. F. and Royer G.,** 2008, α particle preformation in heavy nuclei and penetration probability, *Phys. Rev. C*, 77: 054318 pp.
- Zhang, H. F., Royer, G., Wang, Y. J., Dong, J. M., Zuo, W. and Li, J. Q.,** 2009a, Analytic expressions for α particle preformation in heavy nuclei, *Phys. Rev. C*, 80: 057301 pp.
- Zhang, H. F., Dong, J. M., Royer, G., Zuo, W. and Li, J. Q.,** 2009b, Preformation of clusters in heavy nuclei and cluster radioactivity, *Phys. Rev. C*, 80: 037307 pp.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Zhang, G. L. and Le X. Y., 2010, The preformation of cluster radioactivity for heavy nuclei, *Nuclear Physics A*, 848: 292-298 pp.

Zhang, Y. L. and Wang, Y. Z., 2018, Systematic study of cluster radioactivity of superheavy nuclei, *Phys. Rev. C*, 97: 014318 pp.



TEŞEKKÜR

Bu tez alıőmamn planlama, araőtırma ve yürütölmesi aőamalarında benden değerli katkılarını, yorumlarını ve bilgisini esirgemeyen tez danıőmanım Sayın Doç. Dr. Abdullah Engin ÇALIK'a çok teşekkür ederim.

Bana desteęiyle cesaret veren ve her zaman yanımda olan sevgili eőim Erman YÖRÜK'e, maddi ve manevi her türlü desteklerini esirgemeyen babam Varol KURNAZ ve annem Hatice KURNAZ' a tüm kalbimle teşekkür ederim.

ÖZGEÇMİŞ

1991 yılında doğdu. 2005 – 2009 yılları arasında Menemen Anadolu Lisesi' nde okudu. 2009 yılında girdiği Ege Üniversitesi Fen Fakültesi Fizik Bölümü' nden 2015 yılında mezun oldu. 2016 yılında başladığı E.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı ve İş Güvenliği Anabilim Dalı'ndaki yüksek lisans eğitimi devam etmektedir.

Uluslararası bilimsel toplantılarda sunulan ve özet metin olarak yayınlanan

bildiriler

- 1. E. KURNAZ, N.F. ÇAM, B. CANBAZ ÖZTÜRK, “Assessment of Indoor Radon Levels for Safe Working Environments”** Turkish Physical Society 34th International Physics Congress, Bodrum, Turkey, 05 - 09 September 2018, Book of abstracts p.388 (**Sözlü Bildiri**).
- 2. E. KURNAZ, A.E. ÇALIK, H. ŞİRİN, “Theoretical Investigation of Cluster Radioactivity ”** Turkish Physical Society 33th International Physics Congress, Bodrum, Turkey, 06 - 10 September 2017, (**Sözlü Bildiri**).