

T.C. EGE ÜNİVERSİTESİ Fen Bilimleri Enstitüsü



HİBRİT YAPILI SÜREKLİ ROBOT TASARIMI, ADAPTİF KONTROLÜ VE DENEYSEL İNCELENMESİ

Yüksek Lisans Tezi

Mertcan AKSOY

Mekatronik Mühendisliği Anabilim Dalı Mekatronik Mühendisliği Yüksek Lisans Programı

> İzmir 2020

T.C. EGE ÜNİVERSİTESİ Fen Bilimleri Enstitüsü

HİBRİT YAPILI SÜREKLİ ROBOT TASARIMI, ADAPTİF KONTROLÜ VE DENEYSEL İNCELENMESİ

Mertcan AKSOY

Danışman: Dr.Öğr.Üyesi Dilşad ENGİN

Mekatronik Mühendisliği Anabilim Dalı Mekatronik Mühendisliği Yüksek Lisans Programı

> İzmir 2020

Mertcan AKSOY tarafından yüksek lisans tezi olarak sunulan "Hibrit Yapılı Sürekli Robot Tasarımı, Adaptif Kontrolü ve Deneysel İncelenmesi" başlıklı bu çalışma EÜ Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliği ile EÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Eğitim ve Öğretim Yönergesi'nin ilgili hükümleri uyarınca tarafımızdan değerlendirilerek savunmaya değer bulunmuş ve 12/02/2020 tarihinde yapılan tez savunma sınavında aday oybirliği/oyçokluğu ile başarılı bulunmuştur.

İmza

Jüri Üyeleri:

Jüri Başkanı	: Prof.Dr.Hasan Yıldız	John
Raportör Üye	: Dr.Öğr.Üyesi Dilşad Engin	Subod
Üye	: Dr.Öğr.Üyesi Taner Akkan	A Mar

EGE ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ ETİK KURALLARA UYGUNLUK BEYANI

EÜ Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliğinin ilgili hükümleri uyarınca Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum "Hibrit Yapılı Sürekli Robot Tasarımı, Adaptif Kontrolü ve Deneysel İncelenmesi" başlıklı bu tezin kendi çalışmam olduğunu, sunduğum tüm sonuç, doküman, bilgi ve belgeleri bizzat ve bu tez çalışması kapsamında elde ettiğimi, bu tez çalışmasıyla elde edilmeyen bütün bilgi ve yorumlara atıf yaptığımı ve bunları kaynaklar listesinde usulüne uygun olarak verdiğimi, tez çalışması ve yazımı sırasında patent ve telif haklarını ihlal edici bir davranışımın olmadığını, bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversite veya diğer bir üniversitede başka bir tez çalışması içinde sunmadığımı, bu tezin planlanmasından yazımına kadar bütün safhalarda bilimsel etik kurallarına uygun olarak davrandığımı ve aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul edeceğimi beyan ederim.

> 10 / 02 / 2020 Mertcan AKSOY

ÖZET HİBRİT YAPILI SÜREKLİ ROBOT TASARIMI, ADAPTİF

KONTROLÜ VE DENEYSEL İNCELENMESİ

AKSOY, Mertcan

Yüksek Lisans Tezi, Mekatronik Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Dr.Öğr.Üyesi Dilşad ENGİN

Şubat 2020, 96 sayfa

2000'lerin başından itibaren gelişim sürecindeki büyük ivmelenmeye rağmen halen gelişim sürecini tamamlamamış olan sürekli robotlar, tahrik metotları, çalışma prensipleri ve en önemlisi tasarımları ile çok sayıda çeşide sahiptir.

Bu çalışmada, çeşitli avantajlar barındıran yenilikçi bir tasarım önerilerek, tasarım için rijit yapılı manipülatör benzetimi uygulanmış ve önerilen model için ileri ve ters kinematik denklemler türetilmiştir. Kinematik denklemlerin türetilme sürecinde robot için dört farklı uzay ve uzaya ait değişkenler tanımlanmış olup, uzaylar arası dönüşüm sayesinde, kartezyen uzay ile eyleyici uzayı ilişkilendirilmiştir. Beşinci bölümde uzaylara ait jakobiyen matrislerileri türetilmiş, türetilen jakobiyen matrisleri altıncı bölümde sürekli robot için dinamik denklem geliştirmek amacı ile kullanılmıştır. Türetilen dinamik denklemden faydalanarak sürekli robotun kontrolü için adaptif kontrol yasası uygulanarak elde edilen sonuçlara yedinci bölümde yer verilmiştir.

Sekizinci bölümde, sürekli robotun tendon gerilmesi ve harici yük altında deformasyonu ele alınarak, deneyler sonucunda elde edilen veriler, basınçlı hava ile hacim kazandırılmış kirişler için geliştirilmiş teori ile karşılaştırılmıştır.

Anahtar sözcükler: Sürekli robot, Yumuşak robot, Adaptif kontrol, Uyarlamalı Kontrol, İleri kinematik, Ters kinematik, Uzay dönüşümü, Yörünge takibi

ABSTRACT

DESIGN, ADAPTIVE CONTROL AND EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF A HYBRID CONTINUUM ROBOT

AKSOY, Mertcan

Master Thesis in Mechatronics Engineering

Supervisor: Asst. Prof. Dilşad ENGİN

February 2020, 96 pages

Despite the great acceleration in the development process since the early 2000s, the continuum robots, which have not yet completed their development, have many variants with their drive methods, operating principles and most importantly their designs.

In this study, an innovative design with various advantages is proposed, a rigid manipulator simulation is applied for the design and forward and inverse kinematic equations are derived for the proposed model. In the process of derivation of kinematic equations, the spaces and the variables belonging to four different spaces have been defined for the robot, and through the interspace transformation, cartesian space and actuator space have been associated. In the fifth chapter, the Jacobian matrices of the spaces are derived, and the derived Jacobian matrices are used in the sixth chapter to develop dynamic equations for the continuous robot. Using the derived dynamic equation, the adaptive control law for the control of the continuum robot is applied, and the results are given in the seventh chapter. In the eighth section, the tendon tension and the deformation under external load of the continuum robot are discussed and the data obtained from the experiments are compared with the inflated beam theory.

Key words: Continuum robot, Soft robot, Adaptive control, Forward kinematics, Inverse kinematics, Space transformation, Trajectory tracking

İÇİNDEKİLER

İÇ KAPAK	II
KABUL ONAY SAYFASI	III
ETİK KURALLARA UYGUNLUK BEYANI	IV
ÖZET	V
ABSTRACT	VI
İÇİNDEKİLER DİZİNİ	VII
ŞEKİLLER DİZİNİ	XI
TABLOLAR DİZİNİ	XVII
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	XVIII
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ 1.GİRİŞ	XVIII
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ 1.GİRİŞ 1.1 Literatür Özeti	XVIII 1
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ 1.GİRİŞ 1.1 Literatür Özeti 1.2 Amaç ve Kapsam	XVIII 1 5 9
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ 1.GİRİŞ 1.1 Literatür Özeti 1.2 Amaç ve Kapsam 2. SÜREKLİ ROBOT TASARIMI	XVIII 1 5 9 11
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	XVIII 1
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	XVIII 1 5 9 11 13 20

İÇİNDEKİLER(Devam)

	<u>Sayfa</u>
3. SÜREKLİ ROBOT İLERİ KİNEMATİK ANALİZİ	27
4.SÜREKLİ ROBOT TERS KİNEMATİK ANALİZİ	
5. JAKOBİYEN MATRİSİ	44
5.1 Sürekli Robot için Jakobiyen Matrisi	45
6. SÜREKLİ ROBOT İÇİN DİNAMİK YAKLAŞIM	49
7. SÜREKLİ ROBOTUN ADAPTİF KONTROLÜ	55
7.1 Sürekli Robotun Eylemsizlik ile İlişkilendirilmiş Adaptif Kontrolü	55
7.2 Sürekli Robotun Hesaplanmış Tork Yöntemi ile Adaptif Kontrolü	60
7.3 Sürekli Robot için Hata Denetimi ve Yörünge Takibi	62
8. SÜREKLİ ROBOTLAR İÇİN DEGİŞKEN EĞRİLİK YAKLAŞIMI	66
8.1 Sürekli Robotlar için Kiriş ve Çubuk Teorileri	66
8.1.1 Basınçlı Hava ile Hacim Kazandırılmış Kiriş Teorisi	68
8.2 Sürekli Robot için Kuvvet ve Moment Dengesi	73
9. SONUÇLAR VE ÖNERİLER	78
9.1 Öneriler	80

KAYNAKLAR DİZİNİ	
TEŞEKKÜR	87
ÖZGEÇMİŞ	
EKLER	



ŞEKİLLER DİZİNİ

	Şekil Sayfa	:
	1.1 a) Sürekli robot, b)Sahte kıvrımlı robot görselleri2	
	1.2 a) Robotların genel sınıflandırılması, b)Sahte kıvrımlı ve sürekli robot	
şeı	natik çizimleri3	
	1.3 Tübüler sürekli robot4	
	2.1 Sürekli robot bileşenleri14	
	2.2 DC motor eşdeğer devresi16	
	2.3 a) Tendon sarım düzeneği şematiği, b)Tendon sarma makarası18	
	2.4 Sürekli robot gövde katmanları19	
	2.5 Sürekli robot düşük basınçlı hava hattı	
	2.6 Sürekli robot kontrol yapılanması şematiği21	
	2.7 Sürekli robot kontrol kartı	
	2.8 Görüntü işleme kısmına ait bazı ara basmaklar24	
	2.9 Görüntü ve CCD sensörün parelel olması durumunda uzunluklar24	
	2.10 Görüntü ve CCD sensörün parelel olmaması durumu	
	3.1 D-H parametreleri şematik gösterimi27	
	3.2 Sürekli robot için tanımlı uzaylar ve uzaylar arası ilişki	
	3.3 Sürekli robot benzetimi için önerilen rijit yapılı robot	

ŞEKİLLER DİZİNİ(Devam)

<u>Şekil</u> <u>Sa</u>	<u>ıyfa</u>
3.4 Sürekli robota ait (s, κ , ϕ) bileşenleri	. 31
3.5 Sabit eğrilik modeline ait düzlemsel gösterim	. 32
3.6 ℓ_1, ℓ_2, ℓ_3 uzunlukları ve S yay uzunluğu	. 33
3.7a) Sürekli robotun kartezyen uzayda yerleşimi, b) Sürekli robot taban	
düzlemi üstten görünüşü	. 34
3.8 κ parametresinin hesaplanabilmesi için faydalanılan $d\ell_1$ uzunluğu	. 36
4.1 Sürekli robot ters kinematik dönüşüm şematiği	. 39
4.2 Sürekli robot benzetimi için önerilen manipülatör	. 40
4.3 Sürekli robot için $d\ell_1$, $d\ell_2$, $d\ell_3$ uzunlukları	. 42
7.1 Adaptif kontrol yapılanması	. 58
7.2 <i>l</i> ₁ tendonu için teorik tork üretimi ve hız hatası	. 58
7.3 Sırası ile ℓ_1 , ℓ_2 , ℓ_3 tendonunu süren de motorlar için ağırlıklandırılmış	
deneysel konumlanma hatası	. 59
7.4 m_1, m_2, m_3 adaptasyon parametreleri zamana bağlı değişimi	. 59
7.5 Sürekli robot için adaptif heseplanmış tork yöntemi esaslı kontrol diyagra	ımı
	. 60
7.6 Hesaplanmış tork ile adaptif kontrol yöntemi için m_1 , m_2 , m_3 adaptasyon	
parametreleri	. 62

7.7 a) 113.6 kPa için XY düzleminde yörünge izleme deney sonuçları (mm)64
7.7 b) 113.6 kPa için XZ düzleminde yörünge izleme deney sonuçları (mm) 64
7.8 a) 125 kPa için XY düzleminde yörünge izleme deney sonuçları (mm) 64
7.8 b) 125 kPa için XZ düzleminde yörünge izleme deney sonuçları (mm) 65
8.1 Euler-Bernoulli ve Timoshenko kiriş deformasyonları
8.2 Sürekli robotun yük altında deformasyon ölçümü71
8.3 106.5 kPa için farklı noktasal uç yüklerde çökme (mm)71
8.4 113.2 kPa için farklı noktasal uç yüklerde çökme (mm)71
8.5 113.2 kPa için farklı noktasal uç yüklerde çökme (mm)72
8.6 122 kPa için farklı noktasal uç yüklerde çökme (mm)72
8.7 Sürekli robot için genel kuvvetler74
8.8 F_{w_1} , F_{w_2} , F_{w_3} , $F_{w_{net}}$ kuvvetleri
8.9 $F_{T_{net}}$, F_{T_1} , F_{T_2} , F_{T_3} kuvvetleri ve $F_{T_{net}}$ konumu
8.10 $F_{T_{net}}$ kuvveti moment eşitliği

TABLOLAR DİZİNİ

Tablo	<u>Sayfa</u>
2.1 Kullanılan Namiki 22CL-3501 çekirdeksiz dc motora ait bazı öze	ellikler 15
3.1 D-H dönüşümü için D-H parametrelerini içeren tablo	29
8.1 Farklı basınç değerleri için hesaplanan ve ölçülen çökme değerler	ri 73



SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

<u>Simgeler</u>	Açıklama
K _i	Boyutsuz moment sabiti
V _a	Armatür gerilimi
i _a	Armatür akımı
R _a	Armatür direnci
L _a	Armatür endüktansı
K _b	Zıt E.M.K sabiti
υ	Doğrusal hız
ω	Açısal hız
θο	Başlangıç sarım sayısı
θ_{ε}	Son sarım sayısı
D _e	Makara iç çapı
-	
D _t	Tendon çapı

xviii

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ (Devam)

<u>Simgeler</u>	Açıklama
<u>d</u>	Boyutsuz piksel parametrsi
<u>h</u>	Cismin boyutlarının CCD sensör üzerindeki gerçek ölçüleri
<u>S</u>	CCD sensöründe birim piksele ait ölçü
<u>R</u>	Dönüşüm Oranı
Т	Transformasyon matrisi
R	Dönme (yönelim) matrisi
р	Konumlanma matrisi
S	Sanal yay uzunluğu
κ	Eğrilik değeri
φ	Eğilme düzlemi açısı
4	
<u>C</u>	Konfigürasyon uzayı

<u>A</u> Eklem uzayı

f_i, f_i^{-1}	Uzaylar arası ileri ve ters dönüşüm matrisi
$d\ell_i$	İlgili tendon için dönme eksenine dik uzaklık
rli	İlgili tendon için dönme yarıçapı
ε	Boyutsuz zaman katsayısı
$r(t), \dot{r}(t)$	Filtre edilmiş hata sinyali ve türevi
$e(t), \dot{e}(t)$	Zamana bağlı konumlanma hatası ve türevi
V, V	Lyapunov aday fonksiyonu ve türevi
$\bar{\alpha}_i$	Eğilme deformasyonu
$ar{eta}_i$	Kayma deformasyonu
$ar{\gamma}$	Eğilme ve kayma gerilmelerinin oluşturduğu gerilme
M_{kr}	Kritik yönsüz moment
P_{kr}	Kirişin çökmeden taşıyabileceği maksimum yük
$\Delta \delta_{(l_i)}$	Toplam deformasyon
σ	Gerilme
F_w	Yayılı kuvvet
F _T	Tendon gergi kuvveti

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ (Devam)

<u>Kısaltmalar</u>	
DOF	Serbestlik derecesi
PWM	Darbe genişliği modülasyonu
DC	Doğru Akım
CCD	Işığa duyarlı yüzey (Charge-coupled device)
FPS	Saniyedeki kare sayısı
MIMO	Çok giriş çok çıkışlı sistem
BIS	British Imperial System
ВННККТ	Basınçlı hava ile hacim kazandırılmış kiriş teorisi

1.Giriş

Endüstriyelleşmenin doğal bir sonucu olarak ortaya çıkan robotlar, üretim sistemlerinde süregelen gelişme ve değişimlere ayak uydurarak gelişmekte ve yer yer özelleşmektedir. Bu süreçte ortayan çıkan özel amaçlı robotlar, konvansiyonel sanayi tipi robotlara göre tahrik metotları, serbestlik dereceleri (*Degree Of Freedom* -DOF), çalışma uzayları ve mekanizmları başta olmak üzere birçok açıdan farklılaşarak üstlendikleri görevi en iyi şekilde yerine getirmek amacı ile özelleşmişlerdir.

Robotların gelişim süreci ve özelleşme geçmişleri incelendiğinde, yaşanılan teknik zorlukların aşılabilmesi için çoğu zaman doğadan ilham alınmış, doğada var olan mekanizma ve yapılar taklit edilmeye calışılmıştır. Bu özellesme sürecinde fil hortumu, yılan ve benzeri canlı yapılardan etkilenerek, söz konusu yapıların sahip olduğu üstün yeterlilik ve avantajların farkına varan araştırmacılar, 1960'ların başlarından başlayarak, benzer yapıların taklidini hedefleyen robotlara duyulan ilginin artmasını sağladılar. 1960'ların ortalarında Anderson ve Horn'un geliştirdikleri tensör arm'ın ortaya çıkması ile sürekli robotların ilk örneği gün yüzüne çıkmış oldu (Walker, 2013). Sürekli robotların ilk örneklerinin ortaya çıktığı süreçte alışıla geldik robot yapısından oldukça farklı olması, sürekli robotlar için uygun kinematik yaklaşımın benimsenememesine sebep olmuş, önceleri kontrol etmekte güçlük yaşanan sürekli robotlar, günümüze kadar geçen sürecte çok sayıda araştırmaya konu olmuştur. 1960'ların başından beri; tahrik yapıları, çalışma prensipleri, yeterlilikleri ile ilintili olarak birçok cesit altına ayrısan sürekli robotlar (Continuum Robots) Türkçe'de genel olarak yılansı veya sürem robot olarak isimlendirilmektedir.

Robotlar, görev uzaylarında yerine getirilecek görev veya eylemin yerine getirilebilmesi için gerekli olan serbestlik derecesinden fazlasına sahip olmaları durumda kinematik olarak artıksıl (*Redundant*) olarak tanımlanmaktadır. Sahip oldukları serbestlik dereceleri görev için ihtiyaç duyulan serbestlik derecesinin çok üzerinde olması durumunda ise aşırı artıksıl (*Hyper Redundant*) olarak isimlendirilmektedir. Artıksıllık kavramı çoğu zaman kinematik artıksıllığı belirtmek için kullanılmasına rağmen, robotik açısından sensör, eyleyici, mekanizma bakımından da artıksıl olarak değerlendirilebilmektedir.

İlk bakışta klasik robot yapısı ve görünümünden oldukça farklı olan sürekli robotlar (Şekil 1.1 a), zaman içerisinde rijit, sabit eklemli klasik robot yapısına adapte edilmeye çalışılmıştır. Adaptasyon sürecinde aşırı artıksıl robotlara fazlaca benzemesi, artıksıl robotların bir çeşidi olarak sınıflandırlmasına sebebiyet vermesine rağmen sürekli robotlar, artıksıl robotlardan birçok açıdan farklılaşmaktadır.



Şekil 1.1 a) Sürekli robot, b)Sahte kıvrımlı robot görselleri (Borenstein et al., 2007)

Aşırı artıksıl robot ailesinin, sürekli robot karakteristiğine en yakın üyesi olan sahte kıvrımlı robot (*Serpentine Robot*) (Şekil 1.1 b), sürekli robot karaktersitiğini başarılı bir şekilde taklit etmesine rağmen sürekli robotlardan farklı olarak, bunun karşılığında sahip olduğu eklem sayısına bağlı olarak çok sayıda eyleyici talep eder. Çok sayıda eklemin dolaylı bir sonucu olarak ortaya çıkan ters kinematiğin hesaplanmasında yaşanan zorluk ve robot için tanımlanan çalışma uzayının bütününün tekil noktalardan arındırılamaması sahte kıvrımlı robotlara ait dezavantajlardan başlıcalarıdır.

Bahsedilen problemlere ek olarak sahte kıvrımlı bir robotun tam bir sürekli robot karakteristiği sergilemesi için sonsuz küçük uzunlukta ve sonsuz sayıda rijit eklemden oluşan bir kinematik zincir oluşturması gerekir. Bahsedilen yaklaşım pratikte pek mümkün olamadığından çoğu zaman yakınsama yoluna gidilerek, sürekli robotları taklit için kinematik zincirdeki uzuv sayısnı artırarak yakınsama sağlanmaya çalışılsa da, bu yaklaşım robot için kinematik zincir oluşumu ve kontrol adına külfet oluşturur. Bu sebeple sürekli robotlar, aşırı artıksıl robotlardan ayrışır. Şekil 1.2 a ve 1.2 b'de sırası ile robotların genel sınıflandırlması ve sahte kıvrımlı robot-sürekli robot şematik çizimlerine yer verilmiştir.



Şekil 1.2 a) Robotların genel sınıflandırılması (Trivedi et al., 2008), b)Sahte kıvrımlı ve sürekli robot şematik çizimleri (Robinson and Davies, 1999)

Sürekli robotların gelişim sürecinde, sürekli gövde davranışı sergileyen sistemler geliştirmek için yapılan çalışmalar ile, sürekli robot karakteristiği sergileyen çok sayıda çeşidi türetilmiştir. Zaman içerisinde sürekli robota hareket kazandıracak eyleyicilerin ve yapay kasların gelişimi ile günümüz sürekli robotlarında; basınçlı hava, basınçlı akışkan ve tendon dışında elektro aktif akışkan (Benouhiba et al., 2018), manyetik eyleyici (Nguyen and Burgner-Kahrs, 2015) yardımı ile hareket kazanan sürekli robotlar literatürde mevcuttur. Bahsedilen eyleyici çeşitlerinin birbirine göre çok çeşitli avantajları ve dezavantajları bulunmaktadır.

Tendon ile hareket kazandırılan sürekli robotlar incelendiğinde, uzama yetisine sahip olmaması veya sınırlı uzama ve kısalma yetisine sahip olması başlıca dezavantajları arasında sıralanabilir. Sürekli robotun uzama ve kısalma imkanına sahip olmaması, sürekli robota ait çalışma uzayının yarım küre yüzeyi ile sınırlı olmasına neden olur. Ek olarak kartezyen uzayda konumlanabilmesi için tendon sayısı kadar eyleyiciye ihtiyaç duymaları tendon ile hareket kazandırılan sürekli robotların bir diğer dezavantajıdır. Buna karşılık tendon uzunluklarının hareket sürecinde bilinmesine imkan tanıması, tendon ile hareket kazandırılan sürekli robotlara doğal bir geri besleme mekanizması kazandırır. Bu sayede sahip olduğu sınırlı çalışma uzayına rağmen yüksek doğruluklu konumlanma ve tekrar edilebilirlik yetisine sahip olur.

Bir diğer yaygın karşılaşılan eyleyici olarak basınçlı hava, özellikle yapay kaslar ile kullanılmaları durumunda büyük kuvvetler üretebilmektedir. Kullanılan yapay kasa ait karekteristğin iyi bilinmesi durumunda yüksek doğruluklu konumlanma ve tekrar edilebilirlik yetisine sahip olmalarına karşın, bir sürekli robotu aktive etmek için, çok sayıda yapay kasın bir arada kullanılması, üretilen bileşke hareketten dolayı konumlanma hatalarına sebebiyet vermektedir. Yapay kasların sınırlı uzama ve kısalma yetisine sahip olmasına ek olarak, yapay kasın anlık uzunluğunun, robotun yönelimine bağlı bir değişken olması yapay kaslı robotların dezavantajlarındandır.

Sürekli robotların boyutsal olarak değerlendirilmesi durumunda, makro boyutlu sürekli robotların elleçleme ve kavrama durumları için çoğunlukla harici donanıma ihtiyaç duymayarak gövdelerini kullanmaları ve hemen hemen tüm hacimsel yapılara uyumlu elleçleme yapabilmeleri sürekli robotların genel bir özelliğidir (Walker, 2013).

Mikro boyutlu sürekli robotların önde geleni olarak tübüler (*Concentric*) sürekli robot (Şekil 1.3), ince yapısı ve harici eyleyiciye ihtiyaç duymaması sebebi ile özellikle cerrahi uygulamalar için oldukça elverişlidir. Olumlu yönlerine rağmen büyük kuvvetlerin üretilememesi ve gelişmiş hareket kabiliyeti için çok sayıda tüpten oluşması, kontrolünü güçleştirmesi dolayısı ile dezavantajları arasında yer alır.



Şekil 1.3 Tübüler sürekli robot Webster III et al.,(2009)

Sürekli robotların bir alt kümesi olarak yumuşak sürekli robotlar, zor çalışma koşullarında ve harici yükler altında esneme, ezilme gibi fiziksel tahriplere rağmen, bütünlüğünü ve işlevselliğini koruyan yapısı ile diğer sürekli robotlardan ayrılır. Bahsedilen özellikler yumuşak sürekli robotların, sürekli robot çeşitleri içerisindeki yerini özel kılmasına karşın, yumuşak sürekli robotların sahip olduğu tasarım ile ilintili olarak, tekrar edilebilirlik bakımından istikrarsız olmaları, yumuşak sürekli robotların çoğu zaman tutucu (*gripper*) olarak kullanılmalarına neden olmaktadır.

Sürekli robotların yapısı gereği sahip olduğu üstün yeterlilikler, cerrahi uygulamalar başta olmak üzere (Burgner-Kahrs et al., 2015), arama kurtarma (Tsukagoshi et al., 2001), zehirli ve nükleer atıkların elleçlenmesi ve nükleer uygulamalarda (Immega et al.,1995), (Bogue, 2011), insansı robotlara ait eklemlerin taklidi (Reinecke et al., 2016) ve daha birçok operasyon için son derece elverişlidir. Sürekli robotlar bahsedilen kullanım alanlarının dışında, endüstrideki kompleks geometrilerde gerçekleştirilen kaynak, lazer ile kesme, zorlu şartlarda muayene gibi rijit yapılı robotların üstlendikleri görevleri başarılı bir şekilde yerine getirmekle kalmayıp, söz konusu görevlerde binlerce saatlik tecrübe edinmiştir.

Sürekli robotların gelişim süreci ve rijit robotların yerine getirmekte zorlandığı karmaşık, özel ve zorlu geometrilere sahip görevler göz önünde bulundurulduğunda, sürekli robotların gelecekte endüstri, insansı robotlar ve cerrahi başta olmak üzere, geniş bir kullanım alanına sahip olacağı düşünülmektedir.

1.1 Literatür Özeti

1960'lardan günümüze kadar geçen süreçte, önceleri yüzeysel ve sınırlı sayıda yapılan çalışmanın, ilerleyen süreçte, farklı tipte sürekli robot tasarımları ve kullanım alanlarının ortaya çıkması ile artış gösterdiği görülebilir. Günümüze gelindiğinde sürekli robot ailesinin çok sayıda farklı çeşide ev sahipliği yapması ve robotiğin disiplinler arası bir alan olduğu göz önünde bulundurulur ise, yapılan çalışmaların çeşitli başlıklar altında incelenmesi daha doğru olacaktır.

Robinson and Davies (1999) sürekli robotlar için tekniğin ulaştığı güncel konumu paylaştıkları çalışmalarında, sürekli robotları sınıflandırmak amacı ile öne çıkan başlıca farklılıkları ortaya koymuşlardır. Trivedi et al. (2008), yaptığı çalışma ile sürekli robotları geçmişten günümüze çok farklı açılardan değerlendirmiş ve sürekli robotları çeşitli özellik ve yetilerine göre sınıflandırmıştır.

Sürekli robot tasarımı ve inovasyon ile ilgili çalışamlar incelendiğinde, günümüze yaklaştıkça teknolojinin gelişimi ile paralel olarak, tasarımsal geliştirme ve inovatif konulu çalışmaların sayısının arttığı görülebilir. (Nguyen and Burgner-Kahrs (2015), sürekli robotlara hacim kazandırmak için daimi manyetik malzemelerden faydalanmış ve bu sayede yay ve basınçlı havaya alternatif olarak manyetik alan kullanımını önermiştir. Kang et al. (2016), farklı olarak birden fazla eyleyicinin eş zamanlı kullanıma olanak sağlayan gömülü tendon yaklaşımı öne sürmüş, bu sayede farklı türdeki eyleyicilerin avantajlarını bir araya getirmeyi mümkün kılmıştır. Kellaris et al. (2018), dielektrik sıvı ve yüksek gerilimden faydalanarak, yumuşak robotlara hareket kazandırmak için yeni bir yöntem ortaya koymuş, yaptığı çalışma ile küçük yükler elleçlenmesine rağmen, yüksek frekansta hareketin elde edilebileceğini göstermiştir. Usevitch et al. (2018), günümüze kadar yaygın olarak yapay kasların gruplandırılarak kullanılmasından farklı olarak, üç adet sürekli robotu bir araya getirerek, paralel sürekli robotun nadir örneklerinden bir tanesini ortaya koymuştur. Hawkes et al. (2017), alışılagelen sürekli robot tasarımların farklılaşarak, çift cidarlı basınçlı hava ile hareket kazandırılan ve oldukça geniş çalışma uzayına sahip yeni bir sürekli robot tasarımı ortaya koymuş, yaptıkları deneysel çalışma ile önerdikleri tasarımın kontrol edilebilirliğini göstermiştir. Mazzolai et al. (2012), ahtapot kolundan esinlenerek yaptığı çalışmada, sürekli robotlar için alışılagelen eyleyici türlerinin dışına çıkarak, şekil hafizasına sahip NiTi alaşımdan imal ettiği bobinleri aksiyel yönde konum değiştirme için kullanmıştır. Bu süreçte yapay kasların sahip olduğu matriks ile şekil hafızalı alaşımı inovatif bir şekilde kullanmıştır. Tan et al. (2018), tasarladıkları yumuşak yapılı sürekli robotu 3D yazıcı teknolojisi ile monoblok olarak NinjaFlex® termoplastik poliüretan (TPU) malzemeden imal etmiş, ürettiği sürekli robot için ileri kinematik ve statik model türetmiştir. Bunun ile yetinmeyen Tan ve arkadaşları çalışmayı bir adım öteye taşıyarak imal ettikleri tasarımın farklı kombinasyonlarını üreterek, eşit şartlar altında verilen tendon germe kuvveti için robotlar tarafından üretilen kuvveti sınamıştır. McMahan et al. (2005), Air-Octor olarak isimlendirdikleri, eş zamanlı olarak basınçlı hava ve tendon gerilmesi ile kontrol edilen öncü bir prototip ortaya koymuş, iki bağımsız kısımdan oluşan sürekli robotları ile altı serbestlik derecesinde hareket elde etmişlerdir. Neppalli and Jones (2007), yumuşak ve tek kısımdan oluşan, tendon ve basınçlı havanın eş zamanlı kullanımı ile tahrik edilen sürekli robot tasarımının farklı basınçlar için ürettiği şekil değiştirmeyi sınayarak, imal ettiği prototip için ileri kinematik model ortaya koymuştur. Wang et al. (2018), ortaya koydukları yumuşak yapılı sürekli robot tasarımı ile özellikle birden fazla bağımsız kısıma sahip sürekli robotlarda, istenmeyen bir durum olarak ortaya çıkan burulmayı kontrol edilebilir hale

getirmeyi hedeflemişlerdir. Wang ve arkadaşları sürekli robotun basınçlı havaya vereceği tepkiyi öngörmek amacı ile sonlu elemanlar yönteminden faydalanmış, yaptıkları tasarım ile tekrarlı görevlere özel programlanabilir yumuşak robot konseptini geliştirmişlerdir. Greer et al. (2017), ortaya koydukları tamamen yumuşak bileşenlerden oluşan sürekli robot tasarımında, yapay kasları taklit eden yeni nesil yapay kas olarak tanımladıkları (sPAM) geliştirmeyi paylaşmış, sPAM için model geliştirmiştir. Kim et al. (2019), ferromanyetik gövdeye sahip olarak imal ettikleri mikro yapılı sürekli robot ile damar yapıları gibi karmaşık ve zorlu geometrilere sahip alanlarda, hareket ve görüntüleme için uygulanabilir bir yöntem ortaya koymuş, tasarımlarında düşük sürtünme kuvvetleri ile karşılaşılmasını ön plana çıkarmışlardır.

Literatürde ver alan sürekli robotların kinematik modellenmesi konu alan çalışmalar incelendiğinde yaygın yaklaşım, iki önemli temel yaklaşım ve alt yaklaşımları olarak sınıflandırılabilir. Bunlardan ilki daha çok mikro yapılı sürekli robotlarda başvurulan Cosserat çubuk teorisini Rubin (2000) esas alan yaklaşım ve yaklaşım ile türetilen kinematik modeldir. Bir diğer kinematik modelleme yaklaşımı olarak, rijit uzuvlu artıksıl robot benzetimi, makro boyutlu sürekli robotlarda yaygın olarak tercih edilen kinematik modelleme yaklaşımlarından önde gelenidir. Sürekli robotların kinematik modellenmesinde başvurulan artıksıl robot benzetimi Chirikjian and Burdick (1994), robotikte çokça başvurulan Denavit-Hartenberg gibi kinematik modelleme araçlarının kullanmasına imkân tanımasına rağmen, Lapkin et al. (2007), Tang (2017) hedeflenen sonuca ulaşabilmesi için yeni uzay ve uzaya ait değişkenlerin tanımlanmasını veya bir diğer seçenek olarak vektör cebiri kullanımını gerektirir. Bu sebep ile artıksıl robot benzetimi yöntemleri tanımlanan uzaylar ve uzay değişkenlerine bağlı olarak bir diğerinden ayrışır. Cosserat çubuk teorisini esas alan yaklaşım, sürekli robotun eğrilirken kendi ekseni etrafında dönmesine (burulma) olanak tanıması ve sabit eğrilik kıstasını öne sürmemesi sayesinde, kesin sonuçlar elde edilen bir yaklaşım olarak, artıksıl robot benzetimi yaklaşımdan ayrışır Trivedi et al. (2008). Artıksıl robot benzetiminde, dolaylı olarak burulmaya olanak tanınmasına rağmen, değişken eğrilik yaklaşımı desteklenmemektedir.

Gravagne and Walker (2000), yaptıkları çalışmada sürekli robot benzetimi amacı ile artıksıl robot benzetimini önermiş, bu amaç ile geçmişte Chirikjian ve

Burdick tarafından yapılan çalışmadan faydalanmıştır. Hannah and Walker (2003), tek kısımdan oluşan sürekli robotu ele alarak, sürekli robotun doğasından faydalanarak ileriki çalışmalarda kullanılmak üzere, konfigürasyon uzayı için değişkenler tanımlamış, ortaya koydukları yöntemi basit bir örnek ile pekiştirmişlerdir. Jones et al. (2006), Hannah ve Walker'ın gerçekleştirdikleri çalışmanın devamı niteliğinde, gerçek zamanlı kontrol uygulamalarında kullanmak üzere, son derece basit bir geometrik yaklaşım ortaya koymuştur. Jones and Walker (2006), daha önce kendilerinin de içinde bulunduğu topluluk tarafından önerilen geliştirerek, çok kısımdan oluşan sürekli robotlar yaklaşımı için genelleştirmişlerdir. Jones ve Walker gerçekleştirdikleri çalışma ile sürekli robot benzetimi için artıksıl robot benzetimini, basit bir rijit robot önererek ileri taşımış, önerdikleri robot benzetimi için uzaylar arası dönüşüm ve tüm değişkenleri bir diğeri cinsinden tanımlayarak ileri ve ters kinematik model geliştirmişlerdir. Jones ve Walker buna ek olarak, dinamik modelleme için jakobiyen geçişimini önermişlerdir. Chawla et al. (2018), sabit eğrilik kıstası altında geliştirilen, artıksıl robot benzetimi esaslı yaklaşımlardan başlıcalarını aynı model üzerinde sınayarak, kesin olarak en iyi yaklaşımı tespit edememesine rağmen, en iyi sonuçları Jones ve Allen tarafından geliştirilen kinematik modellerde deneyimlemiştir. Nepalli et al. (2009) sürekli robotlarda ters kinematik hesaplama amaçlı algoritma ortaya koymuş, ortaya koyduğu algoritmayı vektör cebri ile tüm yaklaşımlar için genellemeye çalışmıştır. Mahl et al. (2014), değişken eğriliğe sahip sürekli robotlar için, parçalı sabit eğrilik yaklaşımını önermiş ve yaptıkları çalışmayı deneysel sonuçlar ile desteklemiştir.

Sürekli robotların dinamik modellenmesi ile ilgili yapılan çalışmalar incelendiğinde, sürekli robotların kompleks yapısı ve değişken tasarımları sebebi ile literatürde sınırlı sayıda çalışma olduğu görülebilir. Mochiyama and Suzuki (2003), sürekli robotları dinamik modellemek için çok sayıda ince ve eşit kesitli diskten oluştuğu varsayımından faydalanarak öncü bir çalışma ortaya koymuşlardır. Gravagne et al. (2003) sürekli robotların dinamik modellenmesi amacı ile düzlemsel bir modeli ele alarak, Mochiyama ve Suzuki'nin yaklaşımına benzer şekilde, enerji yöntemi esaslı dinamik model geliştirmiştir. Ivanescu et al. (2005), sürekli robotların Lagrange yaklaşımı ile dinamik modellenmesinde sıklıkla kullanılan potansiyel enerji hesaplama yönelimini ortaya koymuşlardır. Tatlicioglu et al. (2007) modelledikleri çok kısımdan oluşan düzlemsel sürekli robot için, öncesinde sadece kinetik enerji ifadesi içeren dinamik modellerine, potansiyel enerji ifadesini de dahil ederek genişletmişlerdir. Zheng et al. (2011) sürekli robotların kartezyen uzayda kontrolü için mekanik yaklaşımlı dinamik model geliştirmiş, yaptıkları bir diğer çalışmada Godage et al. (2011), yaygın başvurulan gövdenin eşit disklerden oluştuğu varsayımı ile genişleterek, sürekli robotlar için su altında çalışmak üzere dinamik model geliştirmişlerdir. Godage et al. (2011), sürekli robotların dinamik modellenmesinde radikal bir değişikliğe giderek, sürekli robotların dinamik modellenmesi için sürekli robotta yaşanan şekil değişiminin fonksiyonundan faydalanmıştır. He et al. (2013), prototipleri için Lagrange yaklaşımı ve Euler-Bernoulli kiriş teorisini eş zamanlı kullanarak, dinamik model geliştirmiş, yaptıkları deneysel çalışmada elde ettikleri dinamik modeli kullanarak, tüm robot boyu için eğilmeye bağlı maksimum hatayı %4'ün altında saptamıştır. Rone and Ben-Tzvi (2014), dinamik modelleme için sanal iş prensibinden faydalanmış, yaptıkları çalışmaya tendon sürtünmelerini de dahil ederek, prototipleri üzerinde deneyimlemiş ve farklı kuvvetler için maksimum konumlanma hatasını %3'ün altında saptamıştır. Falkenhahn et al. (2015), öncesinde yaptıkları sabit eğrilik yaklaşımı esaslı dinamik modellerini, geliştirdikleri parçalı sabit eğrilik yaklaşımı ile bir araya getirerek, prototipleri üzerinde gerçekleştirdikleri deneylere ait kombinasyonlu karşılaştırmaya yer vermiştir. Katzschmann et al. (2019), üç kısımdan oluşan yumuşak yapılı sürekli robot prototiplerini parçalı sabit eğrilik modeline bağlı kalarak modellemiş, dinamik model oluşturmak için Godage et al. (2011) benzer şekilde jokobiyen matrislerinden faydalanmıştır.

1.2 Amaç ve Kapsam

Günümüzde halen gelişim sürecini tamamlamamış sürekli robotlar, teknolojideki yeni gelişmeleri bünyesine katarak, sürekli bir gelişim ve değişim süreci içerisinde kendi alt başlıkları altında farklılaşmaktadır. Süregelen farklılaşmaya paralel olarak, farklı tipteki eyleyicilerin avantajlarını bir araya getirmek amacı ile geliştirilen hibrit eyleyicili sürekli robot tasarımları, günden güne sayıca artarak, yeni geliştirilen eyleyicilerin sürekli robotların bünyesine dahil edilmesi ile çeşitlenmektedir.

Yapılan çalışmada farklı tipteki eyleyicilerin avantajlarını bir araya getirmek amacı ile, yapay kas barındırmayan hava ile hacim kazandırılmış hibrit yapılı sürekli robot tasarımı önerilerek, imal edilmiştir. İmal edilen sürekli robot tasarımı için, sahte kıvrımlı artıksıl robot tasarımından esinlenerek, az sayıda uzuva sahip rijit yapılı robot benzetimi uygulanarak, ileri kinematik model geliştirilmiştir.

İleri kinematik modele benzer şekilde, geometrik yöntemlerden faydalanarak, ters kinematik modelin analitik eldesi amaçlanmış, çözümün her zaman için tekil noktalardan arındırılmış olması hedeflenmiştir. Elde edilen ileri kinematik yöntemden faydalanarak, sürekli robot için tanımlanan tüm uzaylara ait jokobiyen matrisi elde edilerek, yaklaşık dinamik modellin eldesi amaçlanmıştır. Oluşturulan yaklaşık dinamik model yardımı ile kontrol problemi eyleyici uzayına taşınmış, sürekli robotlar için uyarlamalı kontrol yasası uygulanarak, elde edilen sonuçlara yedinci bölümde yer verilmiştir.

Sekizinci bölümde hava ile hacim kazandırılmış tasarım için, harici yükler ve bozucu kuvvet girişleri altında sabit eğrilik modeline aykrı olarak sınırlı (küçük) değişken eğrilik modeli önerilmiş, sürekli robota ait uç nokta ve gövdenin yük altında konumlanması için statik model türetilerek, yüke bağlı sürekli robotta gerçekleşen çökme deneyler ile sınanmış, elde edilen deneysel veriler hesaplanan teorik veriler ile karşılaştırılmıştır.

2. Sürekli Robot Tasarımı

Literatür taraması ve giriş bölümünde yer verilen çok sayıda farklı tipteki sürekli robot tasarımlarımlarının bir diğerinden farklılaşmasını şematize etmek oldukça güçtür. Çok farklı tipte sürekli robotu bir diğerinden ayırt etmek için yapılan çalışmalar, literatüre yeni giren sürekli robot tasarımları nedeni ile yüzeysel kalmaktadır. Bu sebeple önerilecek sürekli robot tasarımının, sürekli robotlar içersinde sınıflandırılmasının mümkün olamayacağı göz önünde bulundurularak, temel tipteki sürekli robotlardan farklı olarak birden fazla eyleyici çeşidini eş zamanlı kullanması dolayısı ile hibrit olarak isimlendirilmiştir.

Tasarımın hibrit olarak sınıflandırılması literatürde çok sayıda bulunun katı eklemli veya yapay kaslı robotlardan farklı olduğunu belirtmesine rağmen özellikleri ve yetileri bakımından aydınlatıcı değildir. Bu sebeple sürekli robot tasarımın, sahip olduğu özellik ve kabiliyetler hakkında detaylı bilgi verilmesi gerekli görülmüştür.

Bir sürekli robotu sahte kıvrımlı robottan ayıran en önemli fark, sürekli robotun sahip olduğu esnek omurga sayesinde, kusursuz eğrilik sergilmesidir. Sürekli robotların önde gelen türlerinden olan rijit eklemli sürekli robotlar, tahrik mekaizmalarının gömülü olması durumunda, sürekli robotları başarılı şekilde taklit etmelerinden dolayı, sürekli robotlardan ayırt edilememektedir. Ticarileştirilen uygulama alanları için son derece yüksek yeterliliklere sahip olan rijit eklemli sürekli robotlar, omurga eklemi için genellikle üniversal eklem (kardan eklemi) kullanmaktadır. Sahip olduğu katı eklem rjit eklemli sürekli robotlara hareket açısından kararlı ve tekrarlanabilir hareket kabiliyeti kazandırmasına rağmen, omurga ekleminin zincir formunda olması sebebi ile kullanılan materyale bağlı olarak ağır bir omurgaya sahip olmasına sebebiyet vermektedir. Ayrıca sürekli robotları başarılı şekilde taklit etmek, katı uzuv boyutlarının kısaltılmasını gerektirir ve dolaylı olarak eklem saysısı ve omurga kütlesi artar.

Çalışmada öne sürülen tasarım öngörüsünde, sürekli robotları taklit etmek yerine, gerçek bir sürekli robot tasarlanması hedeflendiğinden, tek parça elastik omurgadan oluşan türler incelenmiş, fakat söz konusu türlerin omurga plakaları kullanmasından dolayı, saf sürekli robot olmalarına rağmen, sürekli robot karakteristiğinden uzaklaştıkları gözlemlenmiştir. Ayrıca omurga malzemesinin, elastik olmasına rağmen, sınırlı uzama ve kısalma sergiliyebileceği göz önünde bulundurulmuştur. Buna karşın tek parça eleastik omurganın tercih edildiği tasarımlar, tendon gerilmelerinin geri çekilmesi durumunda, geri getirici kuvvet olarak omurga elastikiyetini kullanmaları dolayısı ile, sahte kıvrımlı sürekli robotlarda sıklıkla kullanılan çok sayıda bası ve çeki yayına duyulan ihtiyacı ortadan kaldırarak, robot kütlesinin azaltılmasında önemli rol oynar.

Sürekli robot tasarımında tercih edilebilecek bir diğer omurga opsiyonu olarak, gövde ile bütünleşik omurganın ilk örneklerinden biri olan Neppalli ve Jones'un çalışmasına literatür kısımında yer verilmiştir. Önerilen tasarımda gövdenin bütününün omurgayı oluşturması, harici bir omurga gereksinimini ortadan kaldırır. Bu sayede düşük gövde ağırlığına sahip sürekli robotlar elde edilebilir ve elde edilen düşük çalışma ağırlıkları çok çeşitli çalışma koşulları ve değişen senaryolar için büyük avantajlar sağlayabilir.

Gövde ile bütünleşik omurgaya sahip sürekli robotlar için, hacim kazandırma elemanı olarak basınçlı akışkan kullanımı yaygın bir yönelim olarak ön plana çıkar ve tasarlanan modellerin büyük bir çoğunluğunda basınçlı akışkan olarak hava tercih edildiği görülebilir. Basınçlı akışkan olarak havanın tercih edilmesi ile, sıvılara ait yüksek öz kütlenin yaratacağı, büyük gövde kütleleri ile karşılaşma sorunu ortadan kaldırılabilir. Söz konusu avantaj hava ile dolu ortamlar için geçerli olsa da, su altında gerçekleştirilen senaryoları konu alan, nükleer reaktör girişimleri, açık deniz petrol arama platformlarında gerçekleştirilen girişimler veya bir su altı canlısının taklidini konu alan çeşitli durum ve senaryolar için uygun öz kütlelere sahip sıvıların hacim kazandırma elemanı olarak tercih edilmeleri büyük avantajlar sağlar. Hava ile hacim kazandırılmış gövde ile bütünleşik omurgaya sahip sürekli robotlar, geri getirme mekanizması olarak yay veya ek sönümleyiciye ihtiyaç duymamaları sebebi ile son derece pratik yapılıdır. Sürekli robotun tendon ve basınçlı akışkan yardımı ile hareket kazandırıldığı durumlar için, tasarımda tendon yollarının korunumu ile ilgili önlemlerin alınması durumunda, omurga plakalarına duyulan ihtiyacta ortadan kalkar, böylece minimum gövde ağırlığı ile kusursuz eğrilik elde edilmiş olur.

Giriş bölümünde sürekli robotların bir alt kümesi ile ifade edilen yumuşak yapılı sürekli robotlar, yumuşak yapılı olmaları dolayısı ile sürekli robotu özelleştirmektedir. Yumuşak robot ailesi genel robotik açısından çok genel bir tanım, çok geniş ve karmaşık bir aile olmasına rağmen, yumuşaklık tanımının, sürekli robot ailesi içerisinde sınırlı bir zümreyi ifade etmesi dolayısı ile sürekli robotlar için belirleyici ve sınırlandırıcı tanım olarak ortaya çıkar. Sürekli robotların geniş bir kesiminin, insan ile etkileşimin ön planda olduğu cerrahi girişimler ve insansı robot uygulamalarında kullanılmak amacı ile tasarlanması, iş ergonomisi sağlanabilmesi açısından tasarımların yumuşak yapılı olmasını gerektirir.

Bahsedilen özellikler neticesinde tasarımı öngörülen sürekli robottan talep edilen başlıca istemler, gövde ile bütünleşik omurgaya sahip olması, atmosfer ortamında kullanılması ön görüldüğünden basınçlı hava ile hacim kazandırılması, omurga plakalarına ihtiyaç duymaması, yüksek uzama-kısalma yetisine sahip olması, istikrarlı bir şekilde sabit eğrilik davranışı sergilemesi ve minimum sayıda eyleyici ile aktive edilebilmesi olarak belirlenmiştir.

2.1 Sürekli Robot Genel Yapısı ve Sistem Bileşenleri

İkinci bölümde sebepleri ile birlikte öne sürülen tasarım istemleri dahilinde önerilen sürekli robot tasarımının, aslına uygun biçimde modellenebilmesi ve deneysel amaçlı olması sebebi ile tek kısımdan (single section) oluşması planlanmış ve tek kısımdan oluşturulması durumu için minimum sistem istemleri değerlendirilmiştir. Burada kısım kavramı ile ifade edilmek istenen olgu, sürekli robotun sabit eğriliğe sahip olması durumunda, sürekli robot boyunca kaç farklı eğrilik değerinin görülebileceğini belirtmek için kullanılmakta, bir başka deyişle sürekli robotun bir diğerinden bağımsız eğrilik kazanan kısım sayısını ifade etmek amacı ile kullanılmaktadır. Pratikte geliştirilmiş ticari ve deneysel sürekli robotlar, yaygın olarak iki, üç nadiren üçün üzerinde, tübüler tipte tasarlanan robotlar içinse çok sayıda bağımsız kısımdan oluşabilmektedir. Giriş bölümünde bahsedildiği gibi model esaslı kontrolün amaçlandığı çalışmalar için birden fazla kısımdan oluşan sürekli robotlarda, kontrol probleminin güçleşmesi, işlem yükündeki artış ve ters kinematik dönüşüm sürecinde çözümlerin tamamının tekil noktalardan arındırılamamasına ve daha önemlisi ters kinematik çözümünde analitik yöntemler yerine sayısal yöntemlerin tercih edilmek zorunda kalınması, birden fazla kısımda tasarlanan sürekli robotların baslıca olumsuzluklarındandır. Söz konusu olumsuzluklar ile karşılaşılmaması amacı ile sürekli robot tek kısımdan oluşacak şekilde tasarlanmıştır.

Bir diğer önemli seçim olarak bağımsız tendon sayısı, sürekli robotun tahriki için gerekli minimum eyleyici sayısını belirleyen önemli bir parametredir. Literatürde yer alan kaynaklarda yaygın olarak üç tendona sahip modeller yer almasına rağmen, kartezyen uzayda kontrol ve yörünge takip uygulamaları için minimum tendon gereksinimi bağımsız kısım başına üç tendon olarak belirlenmiştir. Birden fazla bağımsız kısımda tasarlanan modeller için bağımsız kısım başına tendon sayısının ikiye düşürülerek, kısımların şaşırtmalı yerleştirilmesi ile ihtiyaç duyulan tendon sayısının uç nokta konumlanma problemi için azaltılması mümkün olsa da tek kısımdan oluşan sürekli robot tasarımlarında yaygın olarak üç nadiren dört tendon kullanılmaktadır. Bağımsız kısım başına üç tendon ve dört tendonun kullanıldığı durumlarda, tendonların eşit aralıklar ile yerleştirilmesi ile tendonlar arası açı sırası ile 120° ve 90° derece olmaktadır. Yapılan çalışmada tek bağımsız kısımdan oluşan sürekli robotta üç tendon birbirleri ile 120° açı yapacak şekilde yerleştirilmiştir.



Şekil 2.1 Sürekli robot bileşenleri

Robotun üç adet tendon tarafından kontrol edilmesinin doğal bir sonucu olarak üç adet eyleyiciye ihtiyaç duyulur. Literatür ve harici çalışmalarda omurganın yüksek elastisite modülüne sahip malzemeden imal edilmesi durumunda, konumlanma problemi için büyük tendon gergi kuvvetleri gerekeceğinden, büyük güçlü eyleyicilerin kullanılması gerekir. Ayrıca konum korunumu, sürekli güç gerektireceğinden söz konusu problemin aşılması amacı ile yüksek elastisite sabitine sahip omurgalarda, yaygın olarak dönel eyleyiciye bağlanmış vidalı mil tercih edilerek, tendon gergi elemanı olarak kullanılmaktadır.

Gerçekleştirilen çalışma için omurganın ana bileşeni olarak düşük hacim modülüne (Bulk modülü) sahip olan hava ($\cong 1x10^5$ N/m²) kullanılacağı düşünülürse yüksek tendon gergi kuvvetleri ile karşılaşılmayacağı ön görülebilir. Bu sebepte eyleyici olarak düşük güçlü dc motor ve tork eldesini artırmak amacı ile dc motora bağlı planet redüktör kullanılmıştır. Kullanılan *Namiki* 22CL-3501 çekirdeksiz dc motor ve redüktöre ait bazı özelliklere Tablo 2.1'de yer verilmiştir.

Tablo 2.1 Kullanılan Namiki 22CL-3501 çekirdeksiz dc motora ait bazı özellikler

Nominal Çalışma Gerilimi (V)	12 V
Nominal Çalışma Gücü (W)	15 W
Daimi Motor Torku @9600 rpm (kg.cm)	5 kg.cm
Tutma Torku (kg.cm)	16,5 kg.cm
Tutma Akımı (A)	1.8 A
Motor Çapı (mm)	22 mm
Motor Uzunluğu (mm)	38 mm
Motor Uzunluğu (Enkoder ve mil dahil) (mm)	90 mm
Redüksiyon Oranı	80:1
Yüksüz Motor Devri @12V (rpm)	120 rpm
Enkoder Çözünürlüğü	160 puls/r
Motor Ağırlığı (gr)	140 gr

Bir diğer önemli kısım olarak motor şaftının üzerinde bulunan makara, tendonun kolaylıkla sarılabilmesi amacı ile tendonun sarılacağı yatağın girişine ağız açılmış olup, tendonun tek kat sarılabilmesi amacı ile 0.4 mm genişliğinde sarım yatağı açılmıştır. Böylelikle kullanılacak tendonun 0.35 mm çapında seçilmesi ile tendonların üst üste sarılması garanti altına alınmıştır. Tasarlanan sürekli robot bileşenlerine Şekil 2.1'de yer verilmiştir.

Sürekli robotlarda tendon olarak misina kullanımına, pürüzsüz dış yapıya sahip olması sayesinde düşük sürtünme kuvvetleri doğurması, uygun çapta ve uygun malzemeden imal edilmesi durumunda yeterli çekme mukavemetine sahip olabilmesi dolayısı ile yaygın rastlanmaktadır. Özellikle küçük gerilmelere maruz

kalan tendonlar için oldukça pratik bir seçenek olarak misina kullanımı, uygun çapta ve özellikte seçilerek gerilmeye bağlı uzamanın yarattığı olumsuzluk göz ardı edilebilir. Bu amaçla çalışmada 0.35 mm *Shimano* Aspire[®] floarakarbon misina tendon olarak kullanılmıştır.



Şekil 2.2 Dc motor eşdeğer devresi

Tablo 2.1'de özelliklerine yer verilen dc motor tarafında üretilen torkun gerçek zamanlı olarak hesaplanabilmesi, tork esaslı kontrol yöntemleri için son derece önemlidir. Normal şartlar altında motor tarafından üretilen torkun gerçek zamanlı hesaplanabilmesi için tork sensöründen faydalanılmasına rağmen, çalışmada dc motor tarafından üretilen torkun gerçek zamanlı hesaplanabilmesi için akım ölçümü esaslı yöntem tercih edilmiştir. Dc motor tarafından üretilen tork, dc motora ait Şekil 2.2'de yer verilen eşdeğer devre üzerinden eşitlik 2.1 yardımı ile hesaplanmıştır (Cuo, 2003), (Ogata, 2013).

$$\tau = K_i \left(\frac{1}{R_a} V_a(t) - \frac{di_a(t)}{dt} \frac{L_a}{R_a} - \frac{K_b}{R_a} \frac{d\theta}{dt} \right)$$
(2.1)

Burada K_i boyutsuz moment sabiti, V_a armatür gerilimi (V), i_a armatür akımı (A), R_a armatür direnci (*Ohm*), L_a armatür endüktansı (μ H), K_b zıt e.m.k sabitini (V) ifade etmek üzere, gerçek zamanlı motor torkunun hesaplanabilmesi için, gerçek zamanlı gerilim $V_a(t)$, çekilen akım $di_a(t)$ ve açısal hız verilerine ω (rad/s) ihtiyaç duyulmaktadır. Kontrol sinyalinin darbe genişliği modülasyonu (*Pulse Width Modulation -* PWM) yardımı ile üretilerek, L298N çift yönlü H-köprü motor sürücü entegresi tarafından dc motora uygulanması, dc motora uygulanan gerilim bilgisine ölçüm yapmaksızın ulaşmayı mümkün kılar. Dc motor tarafından anlık olarak çekilen akım bilgisine erişmek amacı ile Allegro® ACS712ELCTR-05B-T Hall-effect akım sensörü kullanılmış, ölçüm sırasında doğrusalsızlıklar göz ardı edilmiştir. Açısal hız bilgisinin elde edilmesi amacı ile motora bağlı olan 160 puls/r çözünürlüklü enkoderden elde edilen açısal konum bilgisinden faydalanılmaktadır.

Eşitlik 2.1 görülebileceği gibi birtakım sabitleri de içermektedir. Bunlardan R_a kolaylıkla ölçülebilmesine rağmen diğer sabitlerin eldesi oldukça güçtür. Ek olarak deneysel uygulama sırasında redüktör kaynaklı sürtünme ve çok çeşitli bozucu girdiler, torkun doğru bir şekilde hesaplanamamasına sebep olacaktır. Bu sebeple dc motor deneysel yaklaşım ile ele alınarak söz konusu bilinmeyen sabitlerin tayini amaçlanmıştır.

Dc motor tarafından makaraya sarılan tendona uygulanan gerilimin (*N*) hesaplanabilmesi için, tendonun sarılan makaraya ait yatak çapının gerçek zamanlı olarak bilinmesi gerekmektedir. Söz konusu çapın doğru şekilde belirlenebilmesi için tendonların düzenli olarak üst üste sarılabilmesi amacı ile gerekli önlemler alınmış olup, makara başlangıç çapı ve tendon kalınlığına bağlı olarak makaranın üzerine sarılı tendon uzunluğu Arşimet spirali özelliklerine bağlı kalarak eşitlik 2.2 yardımı ile hesaplanmıştır.

$$L = \int_{\theta_0}^{\theta_e} \sqrt{r^2 + \left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2} \tag{2.2}$$

Burada *L* mm cinsinden makaraya sarılan tendon uzunluğu, θ_0 ve θ_e sırası ile radyan cinsinden başlangıç sarım sayısı ve son sarım sayısı olmak üzere, $r = (D_o + (D_t/2, \pi).\theta)$ ile ifade edilmektedir. D_o mm cinsinden makara iç çapı, D_t mm cinsinden tendon çapı olmak üzere, θ radyan cinsinden makaranın tur sayısını ifade etmektedir. Bahsedilen uzunluklar Şekil 2.3 a ile görselleştirilmiş olup, eşitlik 2.2'nin bilinen tendon uzunluğu için yazılıp, her iki tarafının integralinin alınması ve denklemin sınır şartları için çözülmesi ile gerçek zamanlı makara çapı mm cinsinden eşitlik 2.3 yardımı ile hesaplanabilir.

$$D_e = D_t + \sqrt{(D_o - D_t)^2 + \frac{4.D_t.L}{\pi}}$$
(2.3)

Böylece dc motor tarafından üretilen torkun(τ), gerçek zamanlı makara çapına bölünmesi ile, gerçek zamanlı tendon gergi kuvveti (F_T) hesaplanacak ve sekizinci bölümde ilgili yerde kullanılabilecektir. Tendon sarma makarası ve dc motora ait çizime Şekil 2.3 b'de yer verilmiştir.



Şekil 2.3 a) Tendon sarım düzeneği şematiği, b)Tendon sarma makarası

Sürekli robotu oluşturan bir diğer önemli kısım olarak gövde; içeriden dışarıya doğru sırası ile 1.lateks balon, 2.düşük denyeli, %7 elastan %93 naylon karışımı iplikten imal edilmiş yuvarlak örme hortum kumaş, 3.tendonlar ve tendon yolları ve son olarak 4.maksimum dış çap ve maksimum uzunluğu sınırlayan file kumaştan dikilmiş hortum katmandan oluşmaktadır. Sürekli robotun gövdesini oluşturan katmanlar Şekil 2.4 yardımı ile görselleştirilmiştir. Burada 1 numaralı lateks balon her vönde esneme vetisine sahip olup vaklasık olarak 1.2 MPa Young modülüne sahip ve ön gerilmesiz ortalama kalınlığı 0,15 mm olarak ölçülmüştür. Düşük denyeli sentetik iplikten imal edilmiş 2 numaralı katman, lateks balon ile tendonlar arasında bariyer oluşturması amacı ile kullanılmış olup, yüksek tendon gergi kuvvetlerinin, lateks balona zarar vermesini engellemek ve daha önemlisi lateks malzeme ile tendonlar arasında oluşacak sürtünmeyi minimize etmek amaçlanmıştır. 3. katman ile ifade edilen tendon yolları 2. ve 4. katmanlar arasında serbest hareket eden tendonların, ters açı durumunda en kısa yolu tercih ederek, robota aykırı konfigürasyonların oluşmasının önüne geçmek amacı ile oluşturulmuş olup, tendonların kullanabileceği yolu ifade eder ve 4. katmana bağlı, esneme özelliği olmayan sınırlı sayıda iplik tarafından robot gövdesi boyunca oluşturulmuştur. Son olarak 4 numaralı katman sabit olarak maksimum 60 mm yarıçapa ve 510 mm net uzunluğa sahip hortum kumaştan oluşmakta olup, robotun uzunluk değisimlerinin geniş bir aralıkta olması durumunda elastik iplik ile desteklenerek likralı yapıya kavuşturulabilir ve bu sayede büyük boyca değişimler (uzama, kısalma) kaydedilebilir. Denemeler sırasında büyük boyca değişimler ele alınmadığından elastik iplikler robota dahil edilmemiştir.



Şekil 2.4 Sürekli robot gövde katmanları

Sürekli robota hacmin kazandırılması için kullanılacak hava hacmi, robot uzunluğu ve konfigürasyonunu bağlı olarak değişmektedir. Bu sebep ile basınçlı hava sağlayıcı kaynağın temini önem arz etmektedir. Bunun yanında elde edilen hareketlerin tekrarlanabilirliği açısından, basınçlı havanın anlık basınç değerinin kontrolü son derece önemlidir. Robot için basınçlı hava sağlayıcı olarak tekil pistonlu pompa kullanılmış olup, kapasitif basınç kaynağına ihtiyaç duyulmamıştır. Devam eden hareket süresince gövde iç basıncının ölçümünde 0-250 kPa aralığında mutlak basınç ölçümü yapabilen *MPX* 4250AP basınç sensörü kullanılmıştır. Harekete bağlı olarak artan iç basıncın düşürülebilmesi amacı ile selenoid valf basınç hattına bağlanmış olup, ölçülen basınçın set edilen bandın üzerine çıkması durumunda açılarak, sürekli robotun zarar görmesinin önüne geçilmesi planlanmıştır. Sürekli robota düşük basınçlı hava sağlayan düzeneğe Şekil 2.5'te yer verilmiştir.



Şekil 2.5 Sürekli robot düşük basınçlı hava hattı
Zamana bağlı yörünge sinyalinin üretilmesi amacı ile DS3231 RTC modülü kullanılmış olup, deneyler RTC modülü tarafından üretilen zaman sinyali t_s olmak üzere, $t_s = t/\varepsilon$ ve $\forall \varepsilon \ge 1$ olarak tanımlanmıştır.

2.2 Sürekli Robot için Makro Boyutta Kontrol Yapılanması

Makro boyutlu kontrol yapılanması, sürekli robotun yörünge takibi yapabilmesi, doğru konumlanabilmesi için gerekli bilgilerin sağlanması ve uygun çıkış sinyallerinin üretilebilmesi açısından önemlidir. Robotun kontrolünün yazılan gömülü C kodu üzerinden yapılması planlanmış, kontrol sisteminin vazgeçilmez bileşeni olarak farklı misyonlar için üç adet *Texas Instrument Launchpad Stellaris*® *LM4F120* geliştirme kartının eş zamanlı kullanımı ile robot kontrolü gerçekleştirilmiştir. Kullanılan geliştirme kartı üzerinde 32 bit ARM® *Cortex*TM-M4 mimarisine sahip mikrodenetleyici, 256 KB flash bellek, 80 MHz çalışma frekansına sahiptir. Üç adet farklı mikrodenetleyiciye dağıtılacak görevler üç farklı ek ile listelenmiş olup (M1, M2 ve S1), haberleşme ve çıkış üretme yetileri gereği sistem iki yönetici (*Master*) ve bir yönetilenden (*Slave*) oluşmasından dolayı multimaster yapılıdır. Yapılan deneylere bağlı olarak değişmekle birlikte kontrol kartlarının görevleri şunlardır:

- Zaman sinyalinin ve zamana bağlı yörünge sinyalinin üretilmesi (S1)
- Ters kinematik yapılanmadan faydalanarak ℓ_1 , ℓ_2 ve ℓ_3 tendon uzunluklarının hesaplanması (M1)
- Hatanın ölçülebilmesi amacı ile enkoderlerden toplanan veriler yardımı ile
 *l*₁, *l*₂, *l*₃ tendon uzunluklarının, *l*₁, *l*₂, *l*₃ tendon hızlarının ve kontrol yöntemine
 bağlı olarak *l*₁, *l*₂, *l*₃ tendon ivmelerinin hesaplanması (M1/M2)
- Sistem dinamik denkleminden faydalanarak tork verilerinin hesaplanması (M1)
- Gerçek zamanlı tendon makarasına ait dış çapların hesaplanması (M1)
- Hesaplanan torkun üretimi için uygun PWM sinyalinin üretilmesi (M2)
- Akım sensörleri, üretilen PWM sinyalleri ve enkoderlerden toplanan veriler yardımı ile üretilen torkun hesaplanması ve tork hatasının üretilmesi (M1)

• Balon iç basıncının gerçek zamanlı olarak ölçülmesi, gerekli görülmesi durumunda basınçlı hava sağlanması veya selenoid valfin açılarak havanın tahliye edilmesi (S1)

Sistemin şematik çizimine ve sürekli robot kontrol kartına sırası ile Şekil 2.6 ve Şekil 2.7'de yer verilmiştir.



Şekil 2.6 Sürekli robot kontrol yapılanması şematiği



Şekil 2.7 Sürekli robot kontrol kartı

2.3 Sürekli Robot Test Düzeneği

Görüntü işleme esaslı ölçüm teknikleri talep edilen nitelikte donanımın sağlanması durumunda son derece hassas ölçümler yapabilmektedir. Yapılan literatür taramasına ek olarak benzer çalışmalar incelendiğinde, LVDT ile yapılan ölçümler ile karşılaştırılan görüntü işleme esaslı ölçümlerin güvenilirliği kanıtlanmıştır (Lee and Shinozuka, 2006).

Sürekli robotun yörünge izleme performansı ve sekizinci bölümde ele alınan yük altında deformasyon davranışı için elde edilecek veriler görüntü işleme yöntemi ile elde edilecek olup, yörünge izleme performansı eş zamanlı iki kamera, yük altındaki değişken eğrilik davranışı düzlemsel sınanmasına bağlı olarak bir kamera yardımı ile izlenecektir. Söz konusu takip ve yük altında sehim davranışının tespit edilebilmesi için sürekli robot üzerine ölçüm yapmayı kolaylaştıracak ilk konumu bilinen işaretçiler iliştirilmiştir.

İşlem sırasında yörünge izleme performansının elde edilmesi amacı ile gerçek zamanlı elde edilen görüntülerin işleneceği iki adet bilgisayara ait bazı özellikler, Intel Core i5-3230M CPU@2,6 GHz, 8 GB RAM olarak sıralanabilir. Görüntü işleme işlemi sürecinde MATLAB ve MATLAB Image Processing Toolbox'tan faydalanılmış olup, her iki deney için 5 fps ing.(*frame per seconds*) hızında örnekleme yapılmıştır. Görüntülerin elde edilmesi amacı ile CCD sensöre sahip *Logitec* C270 ve *Hp* AU165AA kamera aracılığı ile elde edilen kareler 30 fps hızında yenilenecek olup, USB 3.0 yardımı ile bilgisayarlara aktarılmıştır. Aktarılan karelere uygulanan işlemler üç temel başlık altında özetlenmiştir.

<u>Ön İşleme (*Pre-Processing*</u>)

- ✓ Kare (Frame) Toplama Frekansının Belirlenmesi
- ✓ Alınan Karelerin RGB (*red,green,blue*) Uzay Dönüşümü
- ✓ Toplanan Karelerin 320x240 Piksel Boyutuna Dönüşümü

Kare (Fotoğraf) İşleme (Image Processing)

- ✓ RGB Karelerin Gri Seviyeye (Gray Level) Dönüşümü
- ✓ İlgili Renge Sahip Piksellerin Ayıklanarak Kareden Çıkarılması
- ✓ Resimdeki Gürültülerin Elimine Edilmesi Amacı İle Filtrelenmesi
 - ✓ Hedef Alanlara Ait Düşey ve Yatay Kenarların Belirlenmesi

İleri İşlemler (Post Processing)

- ✓ Hedef Alan Merkezlerine Ait Piksel Koordinatlarının Belirlenmesi
 - ✓ Belirlenen Piksel Koordinatlarının Gerçek Ölçülere Dönüşümü
 - ✓ Elde Edilen Verilerin İlgili Kare İle Eşleştirilerek Saklanması

Ön işleme işlemi sırasında kameralar tarafından sağlanan 30 fps hızındaki videodan, 5 fps ile orantılı olarak kareler çekilerek ön işleme tabi tutulur. Kareler öncelikli olarak RGB formatına dönüştürüldükten sonra, kameraların farklı boyutta görüntü sağlamalarından dolayı standartlaştırmak amacı ile imresize() komutu yardımı ile 320x240 boyutuna (çözünürlük) dönüştürülür ve işlenmesi amacı ile sıraya dizilir.

RGB formatında görüntünün işlenmesi pratik olmadığında RGB uzayda tanımlı kare rgb2gray() komutu yardımı ile 8 bit (0,255) gri resime evrilir. İlgili gri seviye civarındaki pikseller imsubtract() komutu yardımı ile renkli resimden çıkarılarak, hedef piksellerin oluşturduğu şekil kabataslak belirlenir. Işığın vuruşu diğer istenmeyen etkiler sebebi ile kare üzerinde bulunan beyaz gürültü ve tuz biber gürültüsü (*White Noise, Salt and Paper Noise*) sırası ile filter2() ve medfilt2() komutları yardımı ile ortalama filtre ve medyan filtrenin kullanılarak giderilir. Söz konusu işlemler sonrası hedef büyük alanların çerçeve içerisinde belirgin şekilde ayrışması sağlandığı varsayılarak, resime eşikleme (*Threshold*) algoritması uygulanarak tüm kare siyah ve beyaz pikseller ile ifade edilir. Elde edilen şeklin keskin seviye geçişlerine sahip olduğu bilindiğinden az işlem yükü gerektiren basit kenar algılama algoritmaları ya da Canny, 2D Sobel, Prewitt gibi yaygın kullanılan

Çalışmada, elde edilen sonuçlara ve görüntünün alındığı ortamın özelliklerine bağlı olarak kullanılan metotlar farklı sonuçlar vereceğinden en uygun yöntem deneysel olarak belirlenmiştir. Hedef alanın kenarlarının sıralı pikseller yardımı ile çevrelenmesi sonrasında, basit bir kod yardımı ile çevrelenen alanın merkezi x ve y doğrultuları referans alınarak kolaylıkla bulunabilir. Sınırlı sayıda işlemi temel alan bazı ara basamaklara ait karelere Şekil 2.8'de yer verilmiştir.

İleri işlemler bölümünde merkez noktasının koordinatları piksel cinsinden bilinen hedef alanların, 2D düzlem üzerindeki bir referans noktasına göre gerçek uzaklıklarının belirlenmesi amacı ile birtakım hesaplamalar yapılması gerekir. Bunlardan ilki kamera düzeneğine ait bir sabit olarak <u>d</u> (piksel) eşitlik 2.4 yardımı ile hesaplanabilir



Şekil 2.8 Görüntü işleme kısmına ait bazı ara basmaklar

Burada $\underline{h}_{(x,y)}$ (mm) cismin boyutlarının CCD sensör üzerindeki gerçek ölçülerini, $\underline{s}_{(x,y)}$ (mm/piksel) cinsinden CCD sensörde birim piksele ait ölçüleri ifade etmektedir. Söz konusu uzunluklar Şekil 2.9 ile, görüntünün CCD sensör yüzeyine paralel olmaması durumu Şekil 2.10 ile görselleştirilmiştir. Kameranın cisme odaklanması sonrası cisim, lens ve odak uzaklıkları arasındaki bağıntı ($\underline{f/Z}$) =($\underline{h/D}$) ile özetlenebilir.

$$\underline{d}_{(x,y)} = \frac{\underline{h}_{(x,y)}}{\underline{S}_{(x,y)}} \qquad \text{(piksel)}$$
(2.4)



Şekil 2.9 Görüntü ve CCD sensörün parelel olması durumunda uzunluklar

Eşitlik 2.4 ve bahsedilen bağıntıdan faydalanarak gerçek görüntünün dijitalleşme süreci sonucunda boyutsal değişim oranı ($\underline{R}_{(x,y)}$) eşitlik 2.5 ile hesaplanabilir (Khuc and Catbas, 2016).



$$\underline{R}_{(x,y)} = \frac{\underline{f}}{\underline{S}_{(x,y)} \cdot \underline{Z}} = \frac{\underline{d}_{(x,y)}}{\underline{D}_{(x,y)}} \quad \text{(pixel/mm)}$$
(2.5)

Şekil 2.10 Görüntü ve CCD sensörün parelel olmaması durumu

Şekil 2.8 yardımı ile görselleştirilmiş gerçek görüntünün normaline dik olmaması durumu görüntü alma sürecinin nerdeyse tamamını oluşturacağından son derece önemlidir. Ek olarak sistemin hata algılama amacı ile kullanılacak olması önerilen kontrol sisteminin sınanabilmesi için gerekli düzenlemelerin yapılmasını zaruri kılar. Söz konusu işlemin x, y olmak üzere iki eksende gerçekleştirilebilmesi için, hareket süresince aralarındaki uzunluğun korunduğu her bir eksen için iki tane olmak üzere toplam dört noktaya ihtiyaç duyulur.

$$\underline{R}_{(x,y)} = \underline{d}_{(x,y)} \cdot \left(\frac{\underline{f} \cdot \cos^2(\underline{\theta}_{(x,y)}) - (\underline{h})_{(x,y)} \cdot \cos(\underline{\theta}_{(x,y)}) \cdot \sin(\underline{\theta}_{(x,y)})}{\underline{Z}_{(x,y)}} \right)$$
(2.6)

Gerçek görüntünün normaline dik olmaması durumu için $\underline{R}_{(x,y)}$ dönüşüm oranını eşitlik 2.6 yardımı ile hesaplanmıştır (Feng et al., 2015). Eşitlik 2.6'da görülebileceği gibi $\underline{R}_{(x,y)}$ dönüşüm oranının doğru şekilde bulunabilmesi için $\underline{\theta}_{(x,y)}$ açısına ihtiyaç duyulmaktadır. Sürekli robotun hareket halinde olmasının bir sonucu olarak ölçüm işaretçilerinin bulunduğu düzlemlere ait $\underline{\theta}_{(x,y)}$ açılarının sürekli değişim halinde olacağı öngörülebilir. Denemelerde sınanan yörüngeler için $\underline{\theta}_{(x,y)}$ açıları önceden hesaplanmış olup, hedef yörüngenin önceden bilinmediği veya geri beslemenin görüntü işleme metodu ile sağlandığı sistemlerde yörünge verilerinin gerçek zamanlı işlenmesi ile hesaplanabilir.



3. Sürekli Robot İleri Kinematik Analizi

1950'li yılların ortalarında Denavit ve Hertenberg yayınladığı çalışma ile uzuvları aracılığı ile seri kinematik zincir oluşturulan robotlar için bir ucu sabit (bağımlı) olan kinematik zincir bileşeninden diğer ucu serbest kinematik zincir bileşenine, kinematik zinciri oluşturan uzuvlara ait bilgilerden faydalanarak, robotlar için yönelim ve konumlanmanın bir referans koordinat sistemine göre hesaplanabilmesi için ileri kinematik yöntem geliştirdi (Denavit and Hertenberg, 1955). Bu yöntemde Z ekseni, dönel uzuvlar ve öteleme yapan uzuvlar için sırası ile daimi dönme ve öteleme ekseni olmak üzere, (θ_i , d_i , a_i , α_i) değişkenleri sırası ile X_{i-1} ile X_i eksenleri arasında Z_i ekseni boyunca ölçülen açı ve belirlenen uzunluk, Z_{i-1} ve Z_i eksenleri arasında X_{i-1} boyunca belirlenen uzunluk ve ölçülen açılardır. D-H temelli ileri kinematik yapılanmada her bir uzuv için talep edilen (θ_i , d_i , a_i , α_i) değişkenleri Şekil 3.1'de görselleştirlmiştir.



Şekil 3.1 D-H parametreleri şematik gösterimi

Her bir uzuv için tayin edilen (θ_i , d_i , a_i , α_i) parametrelerinin belirlenmesi ile $i \in \mathbb{N}$ olmak üzere robotun *i*. uzvuna ait oluşturulan dönüşüm matrisi T_i^{i+1} ile ifade edilir. Böylece biri diğerine bağlı seri uzuvların oluşturduğu kinematik zincir ileri yönde, eşitlik 3.1 yardımı ile hesaplanabilir.

$$T_0^N = T_i^{i+1} \cdot T_{i+1}^{i+a} \cdots T_{i+a}^N$$
(3.1)

Yer (0) ve *i* uzuvları arasındaki ilişkiyi tanımlayan T_0^i dönüşüm matrisi *i*. uzva ait (θ_i , d_i , a_i , α_i) değişkenlerinin doğru belirlenmesi ve D-H kurallarına uygun şekilde yapılandırılması şartı ile eşitlik 3.2 yardımı ile oluşturulabilir.

$$T_0^i = \mathbf{R}_{\mathbf{x}}(\alpha_{i-1}) \cdot \mathbf{D}_{\mathbf{x}}(a_{i-1}) \cdot \mathbf{R}_{\mathbf{z}}(\theta_i) \cdot \mathbf{D}_{\mathbf{z}}(d_{i})$$
(3.2)

Burada $[R_i]^{4x4}$ alt indisi yönündeki dönme ve $[D_i]^{4x4}$ alt indisi yönündeki öteleme matrisi olmak üzere, T_0^i dönüşüm matrisi sembolik olarak eşitlik 3.3'te gösterildiği gibi oluşturulur.

$$T_0^i = \begin{bmatrix} R & p \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(3.3)

 $[T_0^i]^{4x4}$ dönüşüm matrisi, $[R]^{3x3}$ dönme (yönelim) matrisi, $[p]^{3x1}$ konum matrisi olarak adlandırılır ve $[T_0^i]^{4x4}$ dönüşüm matrisi, *i* uzvu için açık bir şekilde eşitlik 3.4'te olduğu gibi ifade edilir.

$$T_{0}^{i} = \begin{bmatrix} c\theta_{i} & -s\theta_{i} & 0 & a_{i-1} \\ s\theta_{i}c\alpha_{i-1} & c\theta_{i}c\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1}d_{i} \\ s\theta_{i}s\alpha_{i-1} & c\theta_{i}s\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1}d_{i} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(3.4)

Sürekli robotlar, ilk bölümde bahsedilen ve alışılageldik robotlardan keskin hatlar ile ayrılmasının bir sonucu olarak, rijit yapılı robotlarda D-H temelli ileri kinematik yapılanmada, uzvun sırası ile dönme ve öteleme yapması durumlarına karşılık gelen (θ_i , d_i) bileşenlerine sahip olmaması, sürekli robotlar için doğrudan D-H temelli yaklaşımın uygulanamamasına sebebiyet vermektedir. Bundan dolayı (q) eyleyici uzayına ait değişkenlerden ve f_i dönüşüm matrislerinden faydalanarak uzaylar arası dönüşüm gerçekleştirmek suretiyle, (\underline{x}) kartezyen uzayında ait değişkenlerin eldesi amaçlanır. Söz konusu süreç Şekil 3.2 yardımı ile ifade görselleştirilmiştir.

$$\underline{q} = [\ell_{l_1}, \ell_{2_2}, \ell_3]^{\mathrm{T}} \xrightarrow{f_2} \underline{C} = [s, \kappa, \phi]^{\mathrm{T}} \xrightarrow{f_1} \underline{A} = [\theta, d]^{\mathrm{T}} \xrightarrow{D-H} \underline{X} = [x, y, z]^{\mathrm{T}}$$

Şekil 3.2 Sürekli robot için tanımlı uzaylar ve uzaylar arası ilişki

Dönüşüme başlanabilmesi için robota ait kontrol mimarisi göz önünde bulundurularak, robotun hangi uzayda kontrol edileceği ve sahip olunan değişken bilgilerinin hangi uzayda yoğunlaştığı tayin edilir. Sürekli robotlar için yaygın olarak tercih edilen kinematik dönüşüm, eyleyici uzayına (q) ait parametrelerin saptanabildiği durumlar için Şekil 3.2'de yer verilen f_2 , f_1 ve *D-H* dönüşüm matrislerinin tamamının kullanımını gerektirir. Kontrolün gerçekleştirileceği (q) eyleyici uzayına ilerleyerek, kartezyen uzayına ait parametrelerin eyleyici uzayına ait değişkenler cinsinden eldesinin hedeflendiği süreçte birtakım yakınsamalar ve kabuller yapılarak, sürekli robotun yapısı rijit robot yapısına benzetilmeye çalışılır. Bu amaçla tasarlanan sürekli robot, Şekil 3.3'te yer verilen rijit robot yapısına benzetilmiştir.

Benzetim sürecinde Şekil 3.3'te yer verilen robotta z_0 , z_1 dönme merkezleri z_2 dönme merkezi üzerinde çakışık olup, h_1 ve h_2 uzunlukları gerçekte olmayıp, uzunlukları 0'a eşittir. Robot θ_1 , θ_2 , θ_4 dönel ve d_3 , d_5 ötelem uzuvları olmak üzere (\underline{x}) kartezyen uzayında robotun uç noktasına ait konum ve yönelim, (\underline{A}) eklem uzayına ait beş değişken yardımı ile ifade edilir.



Şekil 3.3 Sürekli robot benzetimi için önerilen rijit yapılı robot

Tablo 3.1 D-H donuşumu	için D-H parametrelerini içeren tab	010

Uzuv (<i>i</i>)	$ heta_i$	d_i	$lpha_i$	a_i
1	$ heta_{l}*$	0	0	0
2	θ_2 *-90	0	-90	0
3	0	d_{3}^{*}	90	0
4	360- <i>θ</i> ₄ *	0	-90	0
5	0	$d_{5}*$	90	0

Şekil 3.3'te yer verilen robota ait hareket eksenlerinin yerleştirilmesi ile oluşturulan D-H dönüşüm parametrelerine Tablo 3.1'de yer verilmiştir. Eşitlik 3.4 ve Tablo 3.1'de yer verilen matristen faydalanarak beş uzva ait dönüşüm matrisleri elde edilebilir ve tüm uzuvların oluşturduğu seri kinematik zincir için yönelim ve konumlanma matrisi (T_0^5), eşitlik 3.1 yardımı ile hesaplanabilir. Hesaplanan T_0^5 dönüşüm matrisine eşitlik 3.5'te yer verilmiştir.

$$T_0^5 = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{24} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & T_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(3.5)

$$\begin{split} T_{11} &= \cos(\theta_1) \cdot (\cos(\theta_2) \cdot \cos(\theta_4) - \sin(\theta_2) \cdot \sin(\theta_4)) \\ T_{12} &= -\sin(\theta_1) \\ T_{13} &= \cos(\theta_1) \cdot (\cos(\theta_4) \cdot \sin(\theta_2) + \cos(\theta_2) \cdot \sin(\theta_4)) \\ T_{14} &= d_5 \cdot \cos(\theta_1) \cdot (\cos(\theta_4) \cdot \sin(\theta_2) + \cos(\theta_2) \cdot \sin(\theta_4)) + d_3 \cdot \cos(\theta_1) \cdot \sin(\theta_2) \\ T_{21} &= \sin(\theta_1) \cdot (\cos(\theta_2) \cdot \cos(\theta_4) - \sin(\theta_2) \cdot \sin(\theta_4)) \\ T_{22} &= \cos(\theta_1) \\ T_{23} &= \sin(\theta_1) \cdot (\cos(\theta_4) \cdot \sin(\theta_2) + \cos(\theta_2) \cdot \sin(\theta_4)) + d_3 \cdot \sin(\theta_1) \cdot \sin(\theta_2) \\ T_{24} &= d_5 \cdot \sin(\theta_1) \cdot (\cos(\theta_4) \cdot \sin(\theta_2) + \cos(\theta_2) \cdot \sin(\theta_4)) + d_3 \cdot \sin(\theta_1) \cdot \sin(\theta_2) \\ T_{31} &= -\cos(\theta_4) \cdot \sin(\theta_2) - \cos(\theta_2) \cdot \sin(\theta_4) \\ T_{32} &= 0 \\ T_{33} &= -\sin(\theta_2) \cdot \sin(\theta_4) + \cos(\theta_2) \cdot \cos(\theta_4) \\ T_{34} &= d_5 \cdot (-\sin(\theta_2) \cdot \sin(\theta_4) + \cos(\theta_2) \cdot \cos(\theta_4)) + d_3 \cdot \cos(\theta_2) \end{split}$$

Konfigürasyon uzayı (\underline{C}) sürekli robotların, rijit robot yapısına adaptasyonu için sürekli robotlara özel geliştirilmiş ve yaygın olarak sürekli robotu tam olarak ifade etmek amacı ile kullanılan (s, κ , ϕ) parametreleri yardımı ile oluşturulur. Söz konusu parametreler Şekil 3.4'te görselleştirilmiştir.



Şekil 3.4 Sürekli robota ait (s, κ, ϕ) bileşenleri

Burada *s*, sürekli robotun şekil alma sonrası oluşturduğu yay uzunluğu, κ sürekli robotun eğriliğini belirtir ifade ve ϕ sürekli robotun düzlemsel yapıdan uzaklaşarak, *z* ekseni etrafında dönüşünü ifade eden bileşen olarak tanımlanır. (*s*, κ , ϕ) parametreleri arasındaki bazı ilişkilere eşitlik 3.6-3.7'de yer verilmiştir.

$$\frac{d\phi}{ds} = \kappa \tag{3.6}$$

$$\frac{d^2 z}{d\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{1}{R} = \kappa$$
(3.7)

 (\underline{q}) eyleyici uzayı ile (\underline{A}) eklem uzayı arasında köprü görevi gören (\underline{C}) konfigürasyon uzayı bileşenlerinden faydalanarak (\underline{A}) eklem uzayı değişkenlerinin eldesi amaçlanır. Bu amaçla birtakım benzetim, yakınsama ve varsayımlardan faydalanılır. κ eğrilik değerinin tanımlanması, tüm s yayı boyunca sabit olmasını gerektirir. Bu sebeple sürekli robotun her s noktasında sabit eğriliğe sahip olduğu varsayılır. Şekil 3.5'te görselleştirilen sabit eğrilik yaklaşımının bir sonucu olarak θ_2 ile θ_4 açılarının beraberinde, d_3 ve d_5 uzunluklarının da birbirine eşit olması ile birlikte (\underline{A}) eklem uzayına ait bağımsız değişken sayısı üçe indirgenir.



Şekil 3.5 Sabit eğrilik modeline ait düzlemsel gösterim

Sabit eğrilik yaklaşımının beraberinde getirdiği özelliklerden ve geometrik eşitliklerden faydalanarak Şekil 3.5'te gösterilen R sabit eğrilik yarıçapı eşitlik 3.8'den faydalanarak bulunabilir. Burada n, mevcut R yarıçapında *d_i* uzunluğuna sahip uzuvlar yardımı ile oluşturulabilecek, köşe noktalarında O merkezli daireyi kesen düzgün çokgenin kenar sayısıdır. Eşitlik 3.9 yardımı ile bir iç açı ölçüsü bilinen düzgün çokgenin kenar sayısı (n) bulunabilir. Eşitlik 3.8 ve 3.9'un bir arada kullanılması ile R yarıçapı eşitlik 3.10 gösterilen şekilde bulunabilir.

$$R = \frac{d_i}{2\sin(\frac{\pi}{n})}$$
(3.8)

$$n = \frac{360}{(180 - 2\theta_2)} \tag{3.9}$$

$$\mathbf{R} = \frac{d_i}{2\sin\left(90 - \theta_2\right)} \tag{3.10}$$

Şekil 3.5'te yer verilen d_3 ve d_5 uzuvlarına sahip robot için O merkezli dairenin yarıçapının R, R yarıçaplı dairenin çevresinin 2π R ve $d_3 + d_5$ uzuvlarına karşılık gelen O merkezli açının ölçüsünün $\frac{2*360^{\circ}}{n}$ olduğu göz önünde bulundurulur ise, $d_3 + d_5$ uzuvlarına karşılık gelen O merkezli daireye ait *s* yayının uzunluğu eşitlik 3.11'de yer verilen eşitlik yardımı ile bulunabilir.

 κ eğrilik değeri, eşitlik 3.6 ve 3.8'in bir arada kullanılması ile eşitlik 3.11'de yer verilen matrisin ilgili kısmı yardımı ile bulunabilir. Şekil 3.4'de görülebileceği gibi ϕ , z ekseni etrafında dönüşünü ifade eden bileşenin sadece θ_1 'e bağlı değişen bir değişken olması sebebi ile eşitlik 3.11'de gösterildiği gibi sadece θ_1 yardımı ile ifade edilmiştir.

$$[s, \kappa, \phi]^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \frac{\pi d_i (720 - 8\theta_2)}{720 \sin (90 - \theta_2)} \\ \frac{2 \sin (90 - \theta_2)}{d_i} \\ (\theta_1) \end{bmatrix}$$
(3.11)

Bu durumda amacına uygun olarak eşitlik 3.11'de yer verilen bileşenleri kullanarak f_1 dönüşümü gerçekleştirilir ise (<u>A</u>) eklem uzayının değişkenleri, (<u>C</u>) konfigürasyon uzayı bileşenleri cinsinden eşitlik 3.12'de gösterilen şekilde ifade edilebilir. Burada (*)* ile gösterilerek, θ_2 , θ_4 denklemlerine dahil edilen sabitler Tablo 3.1'deki gösterime uyum sağlanması amacı ile dahil edilmiş olup, Şekil 3.5'deki sade gösterim için ihtiyaç duyulmamaktadır.

$$\left[\theta_{1}, \theta_{2}, d_{3}, \theta_{4}, d_{5} \right]^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \varphi \\ \left(\frac{90\pi - 45 \,\kappa \,s}{\pi} \right) - \left(\frac{\pi}{2} \right)^{*} \\ \frac{2 \sin \left(90 - \frac{90\pi - 45 \,\kappa \,s}{\pi} \right)}{K} \\ \left(2\pi \right)^{*} - \left(\frac{90\pi - 45 \,\kappa \,s}{\pi} \right) \\ \frac{2 \sin \left(90 - \frac{90\pi - 45 \,\kappa \,s}{\pi} \right)}{K} \end{bmatrix}$$
(3.12)

(<u>*C*</u>) konfigürasyon uzayı bileşenlerinin, (<u>*q*</u>) eyleyici uzayı değişkenleri cinsinden ifade edilmesi için geliştirilen f_2 dönüşüm matrisinin elde edilebilmesi için sürekli robotun yapısı, geometrik eşitlikler ve elde edilen tecrübeler bir arada kullanılarak robot için en uygun f_2 dönüşüm matrisi oluşturulur.



Şekil 3.6 ℓ_1, ℓ_2, ℓ_3 uzunlukları ve S yay uzunluğu

Sürekli robotun tahrik mekanizması olarak tendon kullanılması durumunda, n tendon sayısı olmak üzere $n \in \mathbb{N}^+$, ℓ_n olarak tanımlanır. Eyleyici uzayı (q) parametreleri, basınçlı akışkan ve n=3 tendonun bir arada kullanıldığı hibrit yapılı sürekli robotlar için $q = (\ell_1, \ell_2, \ell_3, p)^T$ olarak tanımlanabilir. Burada basınçlı akışkanın pasif eyleyici olarak ele alınması şartı ile $q = (\ell_1, \ell_2, \ell_3)^T$ olarak ifade edilmiştir.

(*q*) eyleyici uzayına ait { ℓ_l , ℓ_2 , ℓ_3 } değişkenlerinin tamamının tek başına bir diğerinden bağımsız olarak *S*, şekil alma sonrası oluşturduğu yay uzunluğuna sahip olması, (<u>*C*</u>) konfigürasyon uzayında birden fazla *s* parametresi tanımlanmasını gerektirir. Söz konusu karmaşanın ortadan kaldırılabilmesi amacıyla, Şekil 3.6'da robotun merkezinde geçen sanal bir *S* uzunluğu tanımlanmış ve n=3 tendona sahip bir sürekli robot için eşitlik 3.13 yardımı ile hesaplanmıştır.

$$S = \frac{\ell_{1+}\ell_{2+}\ell_{3}}{3} \tag{3.13}$$

 ϕ , sürekli robotun <u>z</u> ekseni etrafında dönüşünü ifade ederek robotu düzlemsellikten uzaklaştırıp, kartezyen uzayda <u>y</u> bileşeninin oluşmasını sağlayan parametre Şekil 3.7a'de görselleştirilmiştir. Buna göre Şekil 3.7a'de gösterildiği gibi sürekli robotun merkezinden geçen <u>z</u> ekseninin, sürekli robotun başlangıcını belirten U_s düzleminde kartezyen uzaya ait orijine çakışık ve ℓ_i tendonu U_s düzleminde kartezyen uzaya ait <u>x</u> ekseni ile çakışık konumlandırılır ise, aralarında 120° açı ile <u>z</u> eksenininden c kadar uzakta konumlanan tendonların yerleşiminin üstten görünüşünün Şekil 3.7 b'de yer verilen biçimde olması beklenir.



Şekil 3.7a) Sürekli robotun kartezyen uzayda yerleşimi, b) Sürekli robot taban düzlemi üstten görünüşü

Bu durumda D = 2c çaplı ve <u>z</u> ekseni merkezli dairenin üzerine yerleştirilen ℓ_1 , ℓ_2 ve ℓ_3 tendonlarının, uzunluklarına bağlı olarak sürekli robata kazandıracağı

bileşke konumlanmaların x, y düzlemi üzerindeki izdüşümü, eşitlik 3.14 ve 3.15'da yer verilen denklemler yardımı ile hesaplanmıştır.

$$\mathbf{x} = \frac{\sum_{i=1}^{\ell_{n}} (\ell_{i} \cdot x_{i})}{\sum_{i=1}^{\ell_{n}} \ell_{i}} = \frac{\ell_{l} \cdot x_{c1} + \ell_{2} \cdot x_{c2} + \ell_{3} x_{c3}}{\ell_{l} + \ell_{2} + \ell_{3}}$$
(3.14)
$$\mathbf{y} = \frac{\sum_{i=1}^{\ell_{n}} (\ell_{i} \cdot y_{i})}{\sum_{i=1}^{\ell_{n}} \ell_{i}} = \frac{\ell_{l} \cdot y_{c1} + \ell_{2} \cdot y_{c2} + \ell_{3} y_{c3}}{\ell_{l} + \ell_{2} + \ell_{3}}$$
(3.15)

Burada x_{ci} ve y_{ci} Şekil 3.7b'de, gösterilen şekilde yerleştirilen tendonların U_s düzlemi üzerinde orijine dik uzaklıkları olarak tanımlanmıştır. Tendonların üzerine yerleştirildiği dairenin yarıçapının sabit ve *c* uzunluğuna sahip olduğu düşünülürse, Şekil 3.8'de yer verilen tendon yerleşim planı için x_{ci} ve y_{ci} uzunlukları kolaylıkla hesaplanabilir. Eşitlik 3.14 ve 3.15'ten faydalanarak, x ve y değişkenlerinin hesaplanması sonrasında oluşan ϕ açısı, $\phi \in \mathbb{Q}^+$ -{{ i.90}, {0}} olmak üzere, eşitlik 3.16 yardımı ile hesaplanabilir.

$$\phi = 180 + \left(-90\left(sgn(y) + sgn\left(\frac{y}{x}\right)\right) + tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)\right)$$
(3.16)

Eşitlik 3.16'da, x, y, x_{ci} , y_{ci} değerlerinin yerlerine yazılarak eşitliğin yeniden düzenlenmesi ile, ϕ açısı (\underline{q}) eyleyici uzayına ait değişkenler cinsinden eşitlik 3.17'de gösterildiği gibi hesaplanabilir.

$$\phi = 180 + \left(-90\left(sgn\left(\frac{\ell_{2.(0,866.c)} - \ell_{3.(0,866.c)}}{\ell_{1} + \ell_{2} + \ell_{3}}\right) + sgn\left(\frac{\ell_{2.(0,866.c)} - \ell_{3.(0,866.c)}}{\ell_{1} - \ell_{2.(0,5.c)} - \ell_{3.(0,5.c)}}\right)\right) + tan^{-1}\left(\frac{\ell_{2.(0,866.c)} - \ell_{3.(0,866.c)}}{\ell_{1} - \ell_{2.(0,5.c)} - \ell_{3.(0,5.c)}}\right)\right)$$
(3.17)

Sürekli robota ait eğriliği belirten κ değişkeninin, *s* değişkeni ile benzer şekilde her tendon için bağımsız olarak tanımlanabilmesi, birden fazla κ parametresi olmasını gerektirir. Mevcut κ parametresi sayısını teke indirgemek için, sürekli robotun merkezinden geçen <u>z</u> eksenine ait eğrilik, tüm robot için ortak κ parametresi olarak tanımlanmıştır. κ parametresinin, (<u>q</u>) eyleyici uzayına ait değişkenler tarafından hesaplanabilmesi, Şekil 3.5 ve Şekil 3.9'da görselleştirilen geometrik eşitlikler yanı sıra eşitlik 3.13 ve 3.16'dan faydalanmayı gerektirir.

Bu amaçla, Şekil 3.5'te β açısının taradığı *S* yay uzunluğu ile ϕ açısı arasındaki ilişkiyi göz önüne sermek amacı ile Şekil 3.9'da robotun ϕ =45° açı yaptığı duruma ait U_s düzlemi ile paralel rastgele bir kesite yer verilmiştir. Burada görülebileceği gibi robotun konumlanma sürecinde ϕ açısına bağlı olarak tendon uzunlukları değişmektedir. Tüm tendon uzunluklarının hareket süresince değişimi, tüm robot için ortak κ parametresinin hesaplanması için eşitlik 3.13'te görülebileceği tüm tendon uzunluklarının bilinmesini gerektirir. β açısının herhangi bir *t* anında tüm tendonlar için eşit olduğu göz önünde bulundurulduğunda herhangi bir tendonun uzunluğu ve robotun bütünü için oluşturulan yay uzunluğu (*S*) arasındaki farkın, ele alınan tendonun ve robotun oluşturdukları yarıçaptan kaynaklandığı görülebilir.



Şekil 3.8 κ parametresinin hesaplanabilmesi için faydalanılan $_{d\ell_1}$ uzunluğu

 κ parametresinin hesaplanması amacı ile ℓ_l tendon uzunluğu ele alınarak, Şekil 3.8'de görselleştirilmiş geometrik eşitliklerden faydalanılır ise, robotun merkezinden geçen *S* yayı ile ℓ_l tendonun arasındaki, ϕ tarafından oluşturulan dönme merkezine dik mesafe $d\ell_l$ eşitlik 3.18 yardımı ile hesaplanabilir.

$$d\ell_l = c.(-\cos(\phi)) \tag{3.18}$$

S yayı ile ℓ_l tendonun oluşturdukları yayların yarıçaplarının sırası ile R ve R+ $_d\ell_l$ olması beklenir. Bu durumda *S* yayı ile ℓ_l tendonu tarafından oluşturulan yay uzunlukları sırası ile eşitlik 3.19 ve 3.20 yardımı ile hesaplanabilir.

$$S = 2 \pi R \frac{\beta}{360}$$
 (3.19)

$$\ell_l = 2 \pi (\mathbf{R} + d\ell_l) \frac{\beta}{360}$$
 (3.20)

Eşitlik 3.19 ve 3.20'un taraf tarafa bölünmesi ile *S ile* ℓ_1 uzunluğu arasındaki orantının eşitlik 3.21'de gösterildiği gibi yarıçaplar arasında orantıya eşit olması beklenir.

$$\frac{S}{\ell_l} = \frac{R}{R + d\ell_l} \tag{3.21}$$

Eşitlik 3.21'de içler dışlar çarpımı yapılarak R'nin çekilmesi ile R, eşitlik 3.22'de gösterildiği gibi bulunabilir. Eşitlik 3.18'nin eşitlik 3.22'deki yerine yazılması ve eşitliğe, eşitlik 3.8'de gösterilen formun kazandırılması ile κ eğriliği belirtir parametre eşitlik 3.23 yardımı ile hesaplanabilir.

$$R = \frac{S. \ d\ell_l}{\ell_l - S} \tag{3.22}$$

$$\kappa = \frac{\ell_l - S}{S. \ c. \ (-\cos(\phi))}$$
(3.23)

Eşitlik 3.23'de *S* uzunluğunun ℓ cinsinden yerine yazılması ile, eşitlik 3.15, 16, 17'de görülebileceği gibi κ parametresi, ℓ , ϕ ve bazı sabitler cinsinden eşitlik 3.24'de gösterildiği gibi tanımlanabilir.

$$\kappa = \frac{\frac{2\ell_{l} - \ell_{2} - \ell_{3}}{3}}{\frac{\ell_{l} + \ell_{2} + \ell_{3}}{3} \cdot C \cdot (-\cos{(\phi)})}$$
(3.24)

 κ parametresinin, (\underline{q}) eyleyici uzayına ait değişkenler cinsinden tanımlamak amacı ile eşitlik 3.17'den faydalanılması ile κ eşitlik 3.25'te gösterildiği gibi, (\underline{q}) eyleyici uzayına ait değişkenler cinsinden tanımlanmıştır.

$$\kappa = \frac{\frac{2i_{1.6,6}}{l_{1.6}l_{2.6}}}{c_{.-\cos\left(180 + \left(-90\left(sgn\left[\frac{l_{2.(0,866.c)} - l_{3.(0,866.c)}}{l_{1}+l_{2}+l_{3}}\right] + sgn\left[\frac{l_{2.(0,866.c)} - l_{3.(0,866.c)}}{l_{1}-l_{2.(0,5.c)} - l_{3.(0,5.c)}}\right]\right) + tan^{-1}\left(\frac{l_{2.(0,866.c)} - l_{3.(0,866.c)}}{l_{1}-l_{2.(0,5.c)} - l_{3.(0,5.c)}}\right)\right)\right)}$$
(3.25)



4.Sürekli Robot Ters Kinematik Analizi

İleri kinematik analiz, genel robot manipülatörler için ifade etmek gerekir ise eyleyici uzayında tanımlı değişkenlerin kullanılarak, hedef kontrol uzayındaki parametrelere erişim için f_i dönüşümlerinin uygulanarak, hedef kontrol uzayı değişkenlerinin, eyleyici uzayı değişkenleri cinsinden ifadesine olanak tanır.

Robotikte genel yakalaşım olarak, kontrolün gerçekleştirileceği uzay olarak kartezyen uzayın tercih edilmesi durumunda, kartezyen uzay değişkenlerinden yola çıkarak f_i^{-1} ters dönüşümleri uygulanarak, eyleyici uzayı değişkenleri elde edilmeye çalışılır. Bu süreçte manipülatörün uzuv sayısı, kartezyen uzayda θ ve d değişkenlerinden hangisine bağlı olarak ifade edildiği başta olmak üzere tekillik kıstasına göre değerlendirme yapılır ve ters dönüşümün mümkün olup olmadığına ve hangi yöntem ile gerçekleştirileceğine karar verilir. Bir manipülatör için, bir çözümün birden fazla şekilde sağlanabildiği durumları ifade etmekte kullanılan tekillik tanımı, manipülatörün çok sayıda uzuv ve dönel ekleme sahip olması durumunda ortaya çıkarak, basit bir konumlanma problemi için çok sayıda çözüm yöntemi sunmasıyla robotun kontrolünü olanaksız kılar. Bu sorunun çözümü için çeşitli sınırlamalar konularak ve gerçekte sağlanamayacak tutarsız çözümler ortadan kaldırılarak, manipülatörün kontrol uzayında tekil noktalardan arındırılması sağlanabilir.

Bir diğer problem olarak, ters dönüşüm işlemleri sırasında doğrusalsızlıklar sebebi ile analitik çözüm sağlanamamakta ve sayısal çözüm yöntemlerine başvurulmaktadır. Sayısal çözüm yöntemlerinin uzuv sayısı ve eklem tipine bağlı olarak getirdiği ek yükten kaçınmak için manipülatör tasarımının analitik çözüme izin verecek şekilde dizayn edilmesi, ters dönüşüm sırasında işlem yükünün azaltılabilmesi için son derece önemlidir.

$$\underline{x} = [x, y, z]^{\mathrm{T}} \xrightarrow{inv (D-H)} \underline{A} = [\theta, d]^{\mathrm{T}} \xrightarrow{-f_{1}} \underline{C} = [s, \kappa, \phi]^{\mathrm{T}} \xrightarrow{-f_{2}} \underline{q} = [\ell_{l}, \ell_{2}, \ell_{3}]^{\mathrm{T}}$$

Şekil 4.1 Sürekli robot ters kinematik dönüşüm şematiği

Sürekli robot için ters kinematik dönüşüm Şekil 4.1 ile şematize edilmiştir. Ters kinematik dönüşüm sürecinde, ileri kinematikte olduğu gibi seri $-f_i$ dönüşümleri sağlanarak, yörünge takibinde kartezyen uzayda tanımlı noktalar için, akıcı bir şekilde eyleyici uzayı parametrelerinin eldesi hedeflenir. Bu amaç ile <u>x</u> kartezyen uzayda tanımlı, {x, y, z} değişkenlerine, ters D-H (inv(D-H)) dönüşümü uygulanarak <u>A</u> eklem uzayına karşlık gelen değişkenlerin eldesi amaçlanmıştır. Basit yapılı rijit manipülatörler için türetilen ters D-H dönüşümlerinin eldesinde analitik çözüm yöntemlerinin kullanılması, sayısal ve iteratif yöntemlere göre büyük avantaj sağlamaktadır. İteratif ve sayısal çözüm yöntemlerinin gerçek zamanlı gerçekleştirilen uygulamalar sırasında işlem fazlalığı sebebi ile büyük külfet oluşturmaktadır. Analitik çözümün elde edilmesi sırasında geometrik yaklaşımın tercih edilmesi işlem yükünü asgariye indirgeyerek, tasarlanan robotun gerçek zamanlı uygulamalar için elverişli olmasını sağlar. İleri kinematik yaklaşım sırasında, sürekli robota benzetilmek amacı ile tercih edilen RRPRP manipülatör geometrik yaklaşım uygulamak amacı ile Şekil 4.2'de görselleştirilmiştir.



Şekil 4.2 Sürekli robot benzetimi için önerilen manipülatör

Sürekli robot için öne sürülen sabit eğrilik özelliği neticesinde ortaya çıkan $\theta_4 = 3\theta_2 - 180$ ve $d_3 = d_5$ kıstasının göz ardı edilmesi ile {x, y, z} $\in \mathbb{R}$ olmak üzere, eşitlik 4.1,4.2 ve 4.3 yardımı ile tanımlanabilir.

$$\mathbf{x} = \cos(\theta_1) \left(\cos(\theta_2) \, d_3 + \cos(\theta_4) \, d_5 \right) \tag{4.1}$$

$$y = \sin(\theta_1) \left(\cos(\theta_2) d_3 + \cos(\theta_4) d_5\right)$$
(4.2)

$$z = \sin(\theta_2) d_3 + \sin(\theta_4) d_5$$
(4.3)

Sabit eğrilik yaklaşımı için öne sürülen $\theta_4 = 3\theta_2 - 180$ ve $d_3 = d_5$ kıstasının eşitlik 4.1,4.2 ve 4.3'e dahil edilmesi ile eşitlik 4.4, 4.5 ve 4.6 elde edilebilir.

$$\mathbf{x} = \cos(\theta_1) (\cos(\theta_2) \, d_3 + \cos(3\theta_2 - 180) \, d_3) \tag{4.4}$$

$$y = \sin(\theta_1) (\cos(\theta_2) d_3 + \cos(3\theta_2 - 180) d_3)$$
(4.5)

$$z = \sin(\theta_2) \, d_3 + \sin(3\theta_2 - 180) \, d_3) \tag{4.6}$$

<u>A</u> eklem uzayına ait $\{\theta_1, \theta_2, d_3, \theta_4, d_5\}$ değişkenlerinin elde etmek amacı ile, öncelikli olarak ϕ değerine karşılık gelen θ_1 değişkenini tespit etmek hedeflenir ise, eşitlik 4.7'den faydalanılabilir.

$$\theta_{1} = 180 + \left(-90\left(sgn(y) + sgn\left(\frac{y}{x}\right)\right) + tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)\right) \quad (4.7)$$

 θ_1 değişkeninin elde edilmesi sonrasında, eşitlik 4.5 ele alınarak Şekil 4.2'den faydalanılır ise eşitlik 4.8 türetilebilir. Bu sayede aynı eşitlikte x, y, θ_2 ve d_3 değişkenleri bir araya getirilmiş olur.

$$\sqrt{x^2 + y^2} = d_3(\cos(\theta_2) + \cos(3\theta_2 - 18\theta))$$
(4.8)

$$z = d_3 \left(\sin(\theta_2) + \sin(3\theta_2 - 180) \right)$$
(4.9)

Eşitlik 4.6'nın yeniden ele alınarak, eşitlik 4.8'e benzer şekilde düzenlenmesi sonrası her iki eşitlik Ek A'da yer verilen teoremden yararlanılarak düzenlenir ise eşitlik 4.10 ve 4.11 elde edilebilir.

$$\sqrt{x^2 + y^2} = 2d_3(\cos(4\theta_2 - 18\theta))\cos(-2\theta_2 + 18\theta)) \tag{4.10}$$

$$z = 2d_3(\sin(4\theta_2 - 18\theta)\cos(-2\theta_2 + 18\theta))$$
(4.11)

Eşitlik 4.11'in eşitlik 4.10'a bölünmesi ile eşitlik 4.12 bilinen ve bilinmeyen değişkenler cinsinden elde edilebilir. Elde edilen eşitliğin sağ tarafı θ_2 'nin elde edilmesi amacı ile bölünürse eşitlik 4.13 elde edilir.

$$\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{\sin(4\theta_2 - 180)}{\cos(4\theta_2 - 180)}$$
(4.12)

$$\theta_2 = \left(\frac{\tan^{-1}\left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right) + 180}{4}\right) \tag{4.13}$$

 θ_2 için çözümün elde edilmesi sonrasında θ_4 değişkeni kolaylıkla saptanabilir. Ayrıca d_3 değişkeni, eşitlik 4.11'den faydalanarak eşitlik 4.14'de yardımı ile hesaplanabilir.

$$d_3 = \frac{z}{(\sin(\theta_2) + \sin(3\theta_2 - 180))}$$
(4.14)

 $-f_1$ dönüşümü, Şekil 4.1'de görülebileceği gibi (<u>C</u>) konfigürasyon uzayı değişkenlerinin, (<u>A</u>) eklem uzayının değişkenleri cinsinden tanımlanmasını gerektirir. Sürekli robotun ileri kinematiği konu alan 3.bölümde söz konusu dönüşüm dolaylı olarak gerçekleştirildiğinden, yeniden hesaplanmamış ve eşitlik 4.15'te bir kez daha yer verilmiştir.

$$[s, \kappa, \phi]^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \frac{\pi d_i (720 - 8\theta_2)}{720 \sin (90 - \theta_2)} \\ \frac{2 \sin (90 - \theta_2)}{d_i} \\ (\theta_1) \end{bmatrix}$$
(4.15)

(*q*) eyleyici uzayı değişkenlerinin, (<u>*C*</u>) konfigürasyon uzayı değişkenleri cinsinden tanımlanması konu alan $-f_2$ dönüşümünün gerçekleştirilebilmesi için geometrik eşitliklerden yararlanılmıştır.



Şekil 4.3 Sürekli robot için $d\ell_1$, $d\ell_2$, $d\ell_3$ uzunlukları

Şekil 4.3, robotun eğilme düzlemi açısının $\phi =50^{\circ}$ olarak belirlendiği durum için oluşturulmuş konfigürasyon görseli olmak üzere, {0,360} aralığında tanımlı ϕ değerinden faydalanarak sabit eğrilik davranışı sergileyen bir sürekli robot için için gerçek zamanlı olarak $d\ell_1$, $d\ell_2$, $d\ell_3$ uzunlukları hesaplanabilir. Hesaplanan $d\ell_1$, $d\ell_2$, $d\ell_3$ uzunluklarının aracılığı ile hesaplanacak her bir tendona ait dönme yarıçapının ($r\ell_1$, $r\ell_2$, $r\ell_3$) hesaplanması için, robot için tanımlanış 1/ κ (tarafsız eksen yarıçapı) değerinden büyük ve küçük olmasına karar verilmesi gerekir. Bu amaçla hesaplamalara ϕ açısına bağlı anlık eğilme tarafsız ekseni bilgisi dahil edilmiştir.

Şekil 4.2, robotun eğilme açısı olarak $\phi =50^{\circ}$ belirlendiği durum için, en uzun tendonun ℓ_3 olması beklenirken, tüm tendonların uzunlukları bakımından değerlendirilmesinde, $\ell_3 > \ell_2 > \ell_1$ sonucuna ulaşılabilir. $d\ell_1$, $d\ell_2$, $d\ell_3$ uzunluklarının kullanımı ile ℓ_1 , ℓ_2 , ℓ_3 uzunluklarının her zaman doğru hesaplanabilmesi için, $d\ell_1$, $d\ell_2$, $d\ell_3$ uzunluklarının tarafsız eksenin altında veya üstünde kaldığının bilgisine erişilmesi gerektiğinden, hesaplamalara tarafsız eksen bilgisinin saptanmasına yarayan bir takım bileşenler eklenmiş, (q) eyleyici uzayı değişkenlerinin, (C) konfigürasyon uzayı değişkenleri cinsinden eşitlik 4.16, 4.17 ve 4.18 yardımı ile hesaplanmıştır.

$$\ell_{1=} \left(\left(-\sin\left(90 - \phi\right) \cdot c + \frac{1}{\kappa} \right) \cdot \kappa \cdot s \right)$$

$$\ell_{\left[2,5 + \frac{sgn(90 - \phi)}{2}\right]} = \left(\left(\frac{3 \cdot c \cdot \sin(|90 - \phi| + 30) - \sqrt{3} \cdot \sin(|90 - \phi|) \cdot c}{\sqrt{3}} \cdot sgn|\phi - 150| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130| \cdot sgn|\phi - 130$$

$$\ell_{\left[2,5-\frac{sgn(90-\phi)}{2}\right]} = \left(\left(\frac{3.c.\sin(|90-\phi|+30)-\sqrt{3}.\sin(|90-\phi|).c}{\sqrt{3}} \cdot sgn|\phi - 150| \cdot sgn|\phi - 330| \right) + (-\sin(90-\phi).c + \frac{2}{\kappa} \right) \cdot \frac{\kappa}{3}$$
(4.18)

5. Jakobiyen Matrisi

D-H temelli ileri kinematik yapılanmada, eklem uzayında tanımlanmış seri kinematik zincirin son uzvunun $[p]^{3x1}$ konumlanma ve yönelim $[R]^{3x3}$ matrisinin oluşturulması durumunda, seri kinematik zinciri oluşturan tüm uzuvlar için tekillik kıstaslarını göz önünde bulundurarak, diğer uzuvlara ait $[p]^{3x1}$ konumlanma ve $[R]^{3x3}$ yönelim matrisinin hesaplanması sağlanmıştı.

Bir manipülatör için türetilen jakobiyen matrisinde (J), uzuvların kartezyen uzayda hareketinden kaynaklanan ω açısal ve v doğrusal hızlarını elde etmeyi amaçlayarak, söz konusu ω açısal ve v doğrusal hızlarının elde edilebilmesi amacıyla, ileri kinematik yapılanma sonucunda oluşturulan T_0^N transformasyon matrislerinden faydalanılır. Jakobiyen matrisinin elde edilmesi için geliştirilmiş farklı yöntemler bulunmasına rağmen, elde ediliş basamakları elementel olarak eşitlik 5.1- 5.5'te ifade edilmiştir.

$$A_{i} = \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ d^{i} \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad \dot{A}_{i} = \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{d}^{i} \end{bmatrix}$$
(5.1)

$$\nu^{i} = \begin{bmatrix} \upsilon^{i} \\ \omega^{i} \end{bmatrix} = {}^{i}J(A)\dot{A}$$
(5.2)

Buradan bir manipülatör için oluşturulacak jakobiyen matrisinin biri birinden ayrılabilir biçimde, $\begin{bmatrix} v & \omega \end{bmatrix}^T$ doğrusal hız ve açısal hız matrislerinden oluşacağı görülebilir. Manipülatörün sadece öteleme veya dönme yapan uzuvlardan oluşması durumda, jakobiyen matrisinin ilgili kısımlarına 0 yazılarak jakobiyen matrisi olması gereken boyuta tamamlanabilir veya jakobiyen matrisine ait boyutun önem arz etmediği durumlarda ilgili kısımlar boş bırakılarak fazladan işlem yükü ortadan kaldırılabilir.

$$\delta \underline{X}_{(R, p)} = \frac{\partial f}{\partial A} \, \delta \underline{A} \tag{5.3}$$

 $\delta \underline{X}_{(R, p)}$ eklemin konumlanma ve yönelimindeki değişimi, $\delta \underline{A}$ ele alınan uzayda tanımlı değişkenlerin eklem uzayındaki karşılığı için değişimi ifade eder ve eklem uzayında $\delta \theta$ ve δd ifadelerine karşılık gelir. f, \underline{A} eklem değişkenlerine bağlı doğrusal olmayan fonksiyonlar olmak üzere, f fonksiyonlarının (\underline{A}) eklem değişkenlerine göre kısmi türevlerinin alınması ile jakobiyen eklem değişkenleri cinsinden tanımlanmış olur. Eklem uzayında çok sayıda değişken tarafından ifade edilebilen bir manipülatör için jakobiyen matrisi eşitlik 5.4 gösterilen formda elde edilir.

$${}^{0}J\left(\underline{A}\right) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_{i}}{\partial A_{i}} & \frac{\partial f_{i}}{\partial A_{i+1}} & \dots & \frac{\partial f_{i}}{\partial A_{n}} \\ \frac{\partial f_{i+1}}{\partial A_{i}} & \frac{\partial f_{i+1}}{\partial A_{i+1}} & \dots & \frac{\partial f_{i+1}}{\partial A_{n}} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{\partial f_{n}}{\partial A_{i}} & \frac{\partial f_{i}}{\partial A_{1}} & \dots & \frac{\partial f_{n}}{\partial A_{n}} \end{bmatrix}$$
(5.4)

Eşitlik 5.3 ve 5.4'te yer verilen bileşenlerden faydalanarak, bir robot manipülatör için doğrusal ve açısal hızları ifade eden, $[v \quad \omega]^T$ matrisinin hesaplanabilmesi için eşitlik 5.5'ten faydalanılabilir.

$$\underline{\dot{X}} = {}^{0}J(A)\dot{A} = \begin{bmatrix}
\frac{\partial f_{i}}{\partial A_{i}} & \frac{\partial f_{i}}{\partial A_{i+1}} & \dots & \frac{\partial f_{i}}{\partial q_{A}} \\
\frac{\partial f_{i+1}}{\partial A_{i}} & \frac{\partial f_{i+1}}{\partial A_{i+1}} & \dots & \frac{\partial f_{i+1}}{\partial A_{n}} \\
\vdots & \vdots & \dots & \vdots \\
\frac{\partial f_{n}}{\partial A_{i}} & \frac{\partial f_{i}}{\partial A_{1}} & \dots & \frac{\partial f_{n}}{\partial A_{n}}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\dot{A}_{i} \\
\dot{A}_{i+1} \\
\vdots \\
\dot{A}_{n}
\end{bmatrix}$$
(5.5)

5.1 Sürekli Robot için Jakobiyen Matrisi

Sürekli robot için jakobiyen üretimi, robota ait dinamik denklem geliştirilmesi ve dolaylı olarak kontrol amacı ile kullanılması durumu için, üretilen jakobiyen matrisinin kontrolün gerçekleştirileceği uzay için oluşturulmasını gerektirir. Sürekli robotun kontrolü ve dinamik denklem geliştirilmesi, (q) eyleyici uzayında gerçekleştirileceğinden dolayı, sürekli robota ait jokobiyen matrisinin eyleyici uzayı için türetilmesi hedeflenmiştir. Önceki bölümlerde bahsedildiği gibi farklı uzaylar ait değişkenlerden ve farklı uzaylara ait değişkenlerin biri birileri arasındaki ilişkilerden faydalanarak, geçişme özelliğinin uygulanması ile eşitlik 5.6 ve 5.7,5.8 elde edilebilir (Murray et al., 1994).

$$\frac{d(x)}{dt} = \frac{\partial(x)}{\partial(A)} \frac{\partial(A)}{\partial(C)} \frac{\partial(C)}{\partial(q)} \frac{\partial(q)}{\partial t}$$
(5.6)

$$J_{\Delta} = J_{\text{ D-H}} J_{fl} J_{f2}$$
 (5.7)

$$\dot{\mathbf{x}} = J_{\Delta} \left(\dot{\ell}_i \right) \tag{5.8}$$

Bu durumda eşitlik 5.7'de yer verilen jakobiyen matrislerinin elde edilmesi için <u>x</u> kartezyen uzay değişkenlerinin <u>A</u> eklem uzayı cinsinden, <u>A</u> eklem uzayı değişkenlerinin <u>C</u> konfigürasyon uzayı değişkenleri cinsinden, <u>C</u> konfigürasyon uzayı değişkenlerinin <u>q</u> eyleyici uzayı değişkenleri cinsinden tanımlanmasını gerekli kılar. İlgili kısımların sürekli robotun ileri kinematiğini konu alan 3.bölümden alınarak kısmı türev işlemi uygulanması sonucunda, eşitlik 5.9-5.11 elde edilir.

$$J_{D-H} = \frac{\partial x}{\partial A} = \begin{bmatrix} J_{\upsilon} \\ J_{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{DH_{11}} & J_{DH_{12}} & J_{DH_{13}} & J_{DH_{14}} & J_{DH_{15}} \\ J_{DH_{21}} & J_{DH_{22}} & J_{DH_{23}} & J_{DH_{24}} & J_{DH_{25}} \\ J_{DH_{31}} & J_{DH_{32}} & J_{DH_{33}} & J_{DH_{34}} & J_{DH_{35}} \\ J_{DH_{41}} & J_{DH_{42}} & J_{DH_{43}} & J_{DH_{44}} & J_{DH_{45}} \\ J_{DH_{51}} & J_{DH_{52}} & J_{DH_{53}} & J_{DH_{54}} & J_{DH_{55}} \\ J_{DH_{61}} & J_{DH_{62}} & J_{DH_{63}} & J_{DH_{64}} & J_{DH_{65}} \end{bmatrix}$$
(5.9)

$$\begin{split} J_{DH_{11}} &= -\sin(\theta_1) \cdot (d_5 \cdot \sin(\theta_2 + \theta_4) + d_3 \cdot \sin(\theta_2)) \\ J_{DH_{21}} &= \cos(\theta_1) \cdot (d_5 \cdot \sin(\theta_2 + \theta_4) + d_3 \cdot \sin(\theta_2)) \\ J_{DH_{31}} &= 0 \\ J_{DH_{31}} &= 0 \\ J_{DH_{41}} &= 0 \\ J_{DH_{51}} &= 0 \\ J_{DH_{61}} &= 1 \\ J_{DH_{61}} &= 1 \\ J_{DH_{12}} &= \cos(\theta_1) \cdot (d_5 \cdot \cos(\theta_2 + \theta_4) + d_3 \cdot \cos(\theta_2)) \\ J_{DH_{22}} &= \sin(\theta_1) \cdot (d_5 \cdot \cos(\theta_2 + \theta_4) + d_3 \cdot \cos(\theta_2)) \\ J_{DH_{32}} &= -d_5 \cdot \sin(\theta_2 + \theta_4) - d_3 \cdot \sin(\theta_2) \\ J_{DH_{42}} &= -\sin(\theta_1) \\ J_{DH_{52}} &= \cos(\theta_1) \\ J_{DH_{52}} &= \cos(\theta_1) \\ J_{DH_{62}} &= 0 \end{split}$$

$$J_{DH_{13}} = \cos(\theta_{1}) \cdot \sin(\theta_{2})$$

$$J_{DH_{23}} = \sin(\theta_{1}) \cdot \sin(\theta_{2})$$

$$J_{DH_{33}} = \cos(\theta_{2})$$

$$J_{DH_{33}} = 0$$

$$J_{DH_{53}} = 0$$

$$J_{DH_{53}} = 0$$

$$J_{DH_{63}} = 0$$

$$J_{DH_{14}} = d_{5} \cdot \cos(\theta_{1}) \cdot \cos(\theta_{2} + \theta_{4})$$

$$J_{DH_{24}} = d_{5} \cdot \sin(\theta_{1}) \cdot \cos(\theta_{2} + \theta_{4})$$

$$J_{DH_{34}} = -d_{5} \cdot (\sin(\theta_{2}) \cdot \cos(\theta_{4}) + \cos(\theta_{2}) \cdot \sin(\theta_{4}))$$

$$J_{DH_{34}} = -\sin(\theta_{1})$$

$$J_{DH_{54}} = \cos(\theta_{1})$$

$$J_{DH_{54}} = \cos(\theta_{1}) \cdot \sin(\theta_{2} + \theta_{4})$$

$$J_{DH_{23}} = \sin(\theta_{1}) \cdot \sin(\theta_{2} + \theta_{4})$$

$$J_{DH_{33}} = \cos(\theta_{2}) \cdot \cos(\theta_{4}) - \sin(\theta_{2}) \cdot \sin(\theta_{4})$$

$$J_{DH_{43}} = 0$$

$$J_{DH_{53}} = 0$$

$$J_{DH_{53}} = 0$$

(0)

 (α)

$$J_{fl} = \frac{\partial A}{\partial C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1\\ \frac{-45.K}{\pi} & \frac{-45.S}{\pi} & 0\\ \frac{90\cos(\frac{45.K.S}{\pi})}{\pi} & \frac{90.K.S.\cos(\frac{45.K.S}{\pi}) - 2.\pi.\sin(\frac{45.K.S}{\pi})}{K^2.\pi} & 0\\ \frac{-45.K}{\pi} & \frac{-45.S}{\pi} & 0\\ \frac{90\cos(\frac{45.K.S}{\pi})}{\pi} & \frac{90.K.S.\cos(\frac{45.K.S}{\pi}) - 2.\pi.\sin(\frac{45.K.S}{\pi})}{K^2.\pi} & 0 \end{bmatrix}$$
(5.10)

$$J_{f2} = \frac{\partial c}{\partial q} = \begin{bmatrix} J_{f2}^{11} & J_{f2}^{12} & J_{f2}^{13} \\ J_{f2}^{21} & J_{f2}^{22} & J_{f2}^{23} \\ J_{f2}^{31} & J_{f2}^{32} & J_{f2}^{33} \end{bmatrix}$$
(5.11)

$$\begin{split} J_{\mu}^{11} &= \frac{1}{3} \\ J_{\mu}^{21} &= \frac{1}{3} \\ J_{\mu}^{21} &= \frac{(2i-i-i).(0.866.i:c-0.866i;c)^{2}}{c.(i+i+i).(i-0.5.i:c-6;c)^{3}} \cdot \frac{(0.866.i:c-0.866i;c)^{2}}{(0.055i;c-6;c)^{2}+1} - \\ \frac{2\sqrt{(0.866.i:c-0.866i;c)^{2}}}{(i-0.5i;c-6;c)^{2}+1} + \frac{(2i-i-i).\sqrt{(0.866.i:c-0.866i;c)^{2}}}{c.(i+i+i+i)} \\ J_{\mu}^{21} &= \frac{1}{i^{2}} - \frac{0.866.c.(i-i)}{(i-i,c,c)-(i-i,c)-(i-i)} \cdot \frac{(2i-i-i-i)\sqrt{(0.866.i:c-6i,c)^{2}+1}}{c.(i+i+i+i)} \\ J_{\mu}^{22} &= \frac{(2i-i-i)\sqrt{(0.866.i:c-6i,c)^{2}}}{c.(i+i+i+i)^{2}} - \\ \frac{(2i-i-i-i)(\frac{(c(0.866.i:c-0.866i,c)^{2})}{(i-0.5i;c-6i,c)}) + (\frac{1.732c.(0.866.i:c-0.8666i,c)^{2}}{(i-0.5i;c-6i,c)^{2}} + 1}{c.(i+i+i)} + \sqrt{\frac{(0.866.i:c-0.8666i,c)^{2}}{(i-0.5i;c-6i,c)^{2}} + 1}} \\ J_{\mu}^{32} &= \frac{0.866c.(i-c-i)}{(i-0.5i;c-6i,c)} + (\frac{1.732c.(0.866.i:c-0.8666i,c)}{(i-0.5i;c-6i,c)^{2}} + 1}{c.(i+i+i)} \\ J_{\mu}^{32} &= \frac{0.866c.(i-c-i)}{(i-0.5i;c-6i,c)} + (\frac{1.732c.(0.866.i:c-0.8666i,c)^{2}}{(i-0.5i;c-6i,c)^{2}} + 1}{c.(i+i+i)} \\ J_{\mu}^{32} &= \frac{0.866c.(i-c-i)}{(i-0.5i;c-6i,c)^{2}} + 1}{c.(i+i+i)^{2}} - \\ \frac{(2i-i-i-i)(\frac{(c(0.866.i:c-0.8666i,c)^{2}}{(i-0.5i;c-6i,c)^{2}} + 1, -i-i)}{c.(i+i+i+i)^{2}} - \\ \frac{(2i-i-i-i)(\frac{(c(0.866.i:c-0.8666i,c)^{2}}{(i-0.5i;c-6i,c)^{2}} + 1, -i-i)}{c.(i+i+i+i)^{2}} - \\ \frac{(2i-i-i-i)(\frac{(c(0.866.i:c-0.8666i,c)^{2}}{(i-0.5i;c-6i,c)^{2}} + 1, -i-i)}{c.(i+i+i+i)^{2}} - \\ \frac{(2i-i-i-i)(\frac{(c(0.866.i:c-0.8666i,c)^{2}}{(i-0.5i;c-6i,c)^{2}} + 1, -i-i)}{c.(i+i+i+i)^{2}} - \\ \frac{(2i-i-i-i)(\frac{(c(0.866.i:c-0.8666i,c)^{2}}{(i-0.5i;c-6i,c)^{2}} + 1, -i-i)}{c.(i+i+i+i)^{2}} - \\ \frac{(2i-i-i-i)(\frac{(c(0.866.i:c-0.8666i,c)^{2}}{(i-0.5i;c-6i,c)^{2}} + 1, -i-i)}{c.(i+i+i+i)^{2}}} - \\ \frac{(2i-i-i-i)(\frac{(c(0.866.i:c-0.8666i,c)^{2}}{(i-0.5i;c-6i,c)^{2}} + 1, -i-i)}{c.(i+i+i+i)^{2}}} - \\ \frac{(2i-i-i-i)(\frac{(c(0.866.i:c-0.8666i,c)^{2}}{(i-0.5i;c-6i,c)^{2}} + 1, -i-i)}{c.(i+i+i+i)^{2}}} - \\ \frac{(2i-i-i-i)(\frac{(c(0.866.i:c-0.8666i,c)^{2}}{(i-0.5i;c-6i,c)^{2}} + 1, -i-i)}{c.(i+i+i+i)^{2}}} - \\ \frac{(2i-i-i-i)(\frac{(c(0.866.i:c-0.8666i,c)^{2}}{(i-0.5i;c-6i,c)^{2}} + 1, -i-i)}{c.(i+i+i+i)^{2}}} - \\ \frac{(2i-i-i-i)(\frac{(c(0.866.i:c-0.8666i,c$$

$$J_{j_2}^{33} = \frac{0.866.c.(c.\ell_2 - \ell_1)}{\ell_1^2 - (\ell_1.\ell_2.c) - (\ell_1.\ell_3.c) + c^2.(\ell_2^2 - \ell_2.\ell_3 + \ell_3^2)}$$

6. Sürekli Robot için Dinamik Yaklaşım

Tek kısımdan oluşan sürekli robota ait dinamik denklemin türetilmesi için, rijit yapılı manipülatörlerde de yaygın olarak tercih edilen Euler-Lagrange formülasyonundan faydalanılmıştır. Eşitlik 6.2'de yer verilen Euler-Lagrange formülasyonu, uzuvlara ait kinetik ve potansiyel enerji farkından yararlanarak robot veya robotun herhangi bir uzvu için dinamik denklem türetilmesini olanaklı kılar.

$$L_{i}(q,\dot{q}) = K_{i}(q,\dot{q}) - P_{i}(q)$$
(6.1)

Bir manipulatöre ait, $L(q,\dot{q})$ parametresinin hesaplanması, manipülatöre ait kinetik ve potansiyel enerjilerin hesaplanmasını gerektirir. Rijit yapılı manipülator uzuvlarına ait kinetik ve potansiyel enerjinin hesaplanması son derece kolay olmasına karşın, sabit bir kütle, hacim ve ağırlığa sahip olmayan sürekli robotlar için son derece zor ve zahmetli olmasından dolayı çeşitli yakınsama ve kabullere başvurulmuştur. Eşitlik 6.1'de yer verilen kinetik ve potansiyel enerji arasında oluşan fark, bir *i* uzvu için eşitlik 6.2'de yer verilen Lagrange ifadesindeki yerine yazılması ile uzvun hareketi için gerekli tork, kuvvet hesaplanabilir. Ayrıca eşitlik 6.2'de yer alan formülasyonun içine eşitlik 6.1'in dahil edilmesi ile genel Euler-Lagrange formülasyonu eştlik 6.3'te gösterilen forma evrilir.

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \tau_i \tag{6.2}$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial K}{\partial q_i} - \frac{\partial K}{\partial q_i} + \frac{\partial P}{\partial q_i} = \tau_i$$
(6.3)

Eşitlik 6.3'e ait bileşenlerin eşitlik 6.4, 6.5 ve 6.6'da gösterildiği gibi bulunup yerlerine yazılması ile eşitlik 6.7 elde edilir.

$$\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_{l}} = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_{l}} = M(q)\dot{q}_{l} \tag{6.4}$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_{l}} = M(q)\ddot{q}_{l} + \dot{M}(q)\dot{q}_{l}$$
(6.5)

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial q_i} (\dot{q^T} + \dot{M}(q) \dot{q_i}) - \frac{\partial P(q)}{\partial q_i}$$
(6.6)

$$M(q)\ddot{q}_{i} + \dot{M}(q)\dot{q}_{i} - \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial q_{i}}(\dot{q}_{i}^{T}\dot{M}(q)\dot{q}_{i}) + \frac{\partial P(q)}{\partial q_{i}} = \tau_{i} \qquad (6.7)$$

Eşitlik 6.7'de elde edilen formun, 5. bölümde elde edilen jakobiyen matrislerinin kullanımına olanak sağlaması amacı ile, *i* uzvunun sahip olduğu kinetik enerjinin ortaya çıkardığı M(q) için yeniden düzenlenmesi gerekir. Bir *i* uzvunun sahip olduğu kinetik enerjinin dönel ve doğrusal hareketler sebebi ile ortaya çıktığı göz önünde bulundurulur ise, *i* uzvunun sahip olduğu kinetik enerji eşitlik 6.8 ile ifade edilebilir (Craig, 2005).

$$K_{i}(q,\dot{q}) = \frac{1}{2} v_{i} m_{i} v_{i}^{T} + \frac{1}{2} \omega_{i} I_{i} \omega_{i}^{T}$$
(6.8)

$$K_{i}(q,\dot{q}) = \frac{1}{2} \dot{q}_{i}^{T} M_{i}(q) \dot{q}_{i}$$
(6.9)

Eşitlik 6.8, eşitlik 5.2'de yer verilen bağıntının göz önünde bulundurularak, yeniden düzenlenmesi ile ,eşitlik 6.9'da yer verilen $M_i(q)$ ifadesi, eşitlik 6.10'da yer verildiği gibi bulunabilir (Spong et al., 2004). Bu sayede *i* uzvuna ait kinetik enerjinin beşinci bölümde elde edilen jakobiyen matrisleri yardımı ile hesaplanmasının önü açılır.

$$M_{ij}(q) = \sum_{i=1}^{n} [J_{\Delta vi}^{\mathrm{T}} m_i \ J_{\Delta vi} + J_{\Delta \omega i}^{\mathrm{T}} R_i \mathrm{I}_{\mathrm{i}} R_i^{\mathrm{T}} J_{\Delta \omega i}]$$
(6.10)

Eşitlik 6.7'de kinetik enerji dolayısı ile var olup, \ddot{q} ile çarpım durumunda olmayan ifade eşitlik 6.10'da hesaplanmış *nxn* boyutlu $M_{ij}(q)$ ifadesinden faydalanılarak bulunabilir. Bu amaç ile eşitlik 6.7'de arta kalan ifade $C_{kj}^{i}(q,\dot{q})$ olarak ayrıştırılarak, eşitlik 6.11 yardımı ile ifade edilmiştir.

$$C_{kj}^{i}(q,\dot{q}) = \frac{\partial}{\partial q_{k}} M_{ij}(q) - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial q_{i}} M_{kj}(q)$$
(6.11)

Eşitlik 6.7'de potansiyel enerji sebebi ile var olan enerji G(q) ile isimlendirilmiş, birden fazla uzuva sahip rijit uzuvlu manipülatörler için genelleştirerek, eşitlik 6.12 yardımı ile ifade edilmiştir.

$$G(q) = -\sum_{k=1}^{3} \sum_{j=1}^{n} \vec{g}_{k} m_{j} J_{\Delta \nu k i}^{j}$$
(6.12)

Sürekli robotlar için potansiyel enerji, rijit uzuvlu manipülatatörlerden farklı olarak, sadece uzvun sahip olduğu m_j kütlesi tarafından oluşturulmaz. Buan ek

olarak ikinci bölümde detaylandırılan tek kısımdan oluşan sürekli robota hacmin hava ile kazandırılmış olduğu göz önünde bulundurulduğunda, kütlesinin oldukça düşük olması beklenir.

Literatürde benzer çalışmalar incelendiğinde (Godage et al., 2011), (Ivanescu et al., 2005) bir sürekli robotun sahip olduğu potansiyel enerjinin salt olarak eşitlik 6.12'de yer verilen $\vec{g}_k = [0 \ 0 \ g]^T$ yerçekimi vektörü sebebi ile oluşan potansiyel enerjiden (P_{gb}) fazlası olduğu görülebilir. Bu sebep ile sürekli robotun sahip olduğu potansiyel enerji yerçekimi vektörü tarafından oluşturulan potansiyel enerjiye ek olarak, maruz kaldığı deformasyon sebebi ile oluşan elastik potansiyel enerji (P_e) ve eğilme sebebi ile sürekli robotta oluşan potansiyel enerji (P_b) ifadelerinin dahil edilmesi ile eşitlik 6.13'deki gibi yapılandırılmıştır.

$$G(q) = P_{gb}(q) + P_e(q) + P_b(q)$$
(6.13)

Yerçekimi vektörü tarafından oluşturulan potansiyel enerji, yer çekimi vektörünün, robot için belirlenen çalışma uzayında z eksenine ters yönde olması sebebi ile $\vec{g}_k = [0 \ 0 \ g]^T$ olarak tanımlanmıştır. Sürekli robata ait m_j kütlesinin, robotun merkezinde geçen sanal yay uzunluğunun (*s*) fonksiyonu olarak ifade edilebilmesine karşın, m_j kütlesinde yaşanacak değişimin küçük miktarda olacağı göz önünde bulundurularak, sabit olarak atanmıştır.

Yer çekimi kuvveti tarafından oluşturulan potansiyel enerjinin hesaplanabilmesi için gerekli bir diğer parametre eşitlik 6.12'de görülebileceği gibi, m_j kütlesinin, robot için ele alınan çalışma uzayındaki konumudur. Kompleks geometriler için kütle merkezi hesaplanabilmesine karşın, işlem yükünü azaltmak ve bölüm 2'de sürekli robot benzetimi için önerilen rijit robotun sağladığı avantajdan faydalanmak için kütle merkezi, <u>A</u> eklem uzayında tanımlı d_3 uzvunun uç noktasında olarak kabul edilmiştir. Bu durumda sürekli robot için yerçekimi tarafından oluşan potansiyel enerji yaklaşık olarak, eşitlik 6.14'de gibi yapılanır.

$$P_{gb}(q) \cong \vec{g}_k \, m_j \, J_{\nu d3} \tag{6.14}$$

Burada J_{vd3} , <u>A</u> eklem uzayında tanımlı d_3 uzvunun uç noktasının doğrusal hızları için, <u>q</u> eyleyici uzayı değişkenleri cinsinden tanımlanmış jakobiyen matrisi olmak üzere, elde edilmesinde eşitlik 5.7 ve 5.8'den faydalanılmıştır.

Sürekli robota hava tarafından kazandırılan elastikiyetin bir sonucu olarak tendonlardaki gerilme ve modellenemeyen harici kuvvetler neticesinde sürekli robotun z eksenine aksiyel yönde meydana gelen yer değiştirmeye sebep olan enerji, elastik potansiyel enerji (P_e) olarak sınıflandırılmış ve yayın gerilme sonucu depoladığı potansiyel enerjiye benzer olarak, eşitlik 6.15 yardımı ile hesaplanmıştır.

$$P_e(q) = \frac{1}{2} q^T K_e q \cong \frac{1}{2} K_e S^2$$
(6.15)

Burda *S*, <u>*C*</u> konfigürasyon uzayında tanımlı sürekli robot tarafından oluşturulan yay uzunluğunu belirtir parametre olmak üzere K_e , elastisite sabiti olarak olarak tanımlanmıştır. K_e elastisite sabiti belirlenmesi amacı ile katılarda deformasyonun hesaplanmasında kullanılan Young modülü yerine, akışkan tarafından hacim kazandırılan yapılarda sıklıkla tercih edilen Bulk modülü değerleri, sürekli robota hacim kazandıran hava için incelenmiş, K_e elastisite sabiti sürekli robota hacim kazandıran havanın sahip olduğu basıncın bir fonksiyonu olarak $K_e = \frac{p(kPa)}{400}$ olarak belirlenmiştir. Söz konusu öneri ile, tendonlar için bireysel olarak Pe(q) hesaplamak yerine, tüm sürekli robot için tek Pe(q)'nin saptanması amaçlanmış ve $P_e(q) = diag. \left\{\frac{1}{2}Ke S^2, \frac{1}{2}Ke S^2, \frac{1}{2}Ke S^2\right\}$ olarak yapılandırılmıştır.

 $P_b(q)$, sürekli robotun tendon gerilmeleri, dış etkiler ve kendi öz ağırlığı sonucunda gövdesinde meydana gelen eğilmeye (çökme) neden olan enerji olmak üzere, <u>C</u> konfigürasyon uzayında tanımlı κ , eğriliği belirtir parametre, p (kPa) basınç olmak üzere K_b , eğilme durumunda sürekli robotun gösterdiği elastistikiyet sabiti olarak sürekli robot iç basıncından faydalanarak eşitlik 6.16'da hesaplanmış ve $P_b(q) = diag. \left\{ \frac{1}{2} p \left(\frac{1}{\kappa} \right)^2, \frac{1}{2} p \left(\frac{1}{\kappa} \right)^2, \frac{1}{2} p \left(\frac{1}{\kappa} \right)^2 \right\}$ olarak, elastik potansiyel enerjiye benzer şekilde oluşturulmuştur.

$$P_b(q) = \frac{1}{2} K_b (\kappa)^2 = \frac{1}{2} p \left(\frac{1}{\kappa}\right)^2$$
(6.16)

Sürekli robota ait potansiyel enerjinin ($G_i(q)$) hesaplanması ile, eşitlik 6.7'de yer verilen sürekli robota ait elementel dinamik denklem için tüm bileşenlerin hesaplanması tamamlanmış olur.

Eşitlik 6.8 aracılığı ile üretilen kinetik enerji ifadesinin içerisinden \ddot{q} , \dot{q} ve q ifadelerini bir arada barındıran terimler ayrıştırılarak M ve C matrisleri ayrıştırılabilir. Böylelikle ele alınan robot için dinamik denklem eşitlik 6.17'de yer verilen formda elde edilir.

$$M(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + G_{gb}(q) + G_e(q) + G_b(q) = \tau_i$$
(6.17)

Eşitlik 6.17'nin oluşturulması sonrasında, 7. Bölümde kullanmak üzere eşitlik 6.18'de $\{m_1, m_2, m_3\}$ çarpanlarına ayrıştırılarak, $\mathcal{W}(.)(\bar{\xi}) = \tau_i$ formuna kavuşturulmuştur. İfadelerin çarpanlarına ayrıştırılması sürecinde, jakobiyenlerin oluşturulması sürecine benzer olarak, Wolfram Alpha ve Symbolab sembolik denklem çözücülerinden eş zamanlı olarak faydalanılarak sadeleştirme ve yakınsamalara başvurulmuş, $\{m_1, m_2, m_3\}$ bileşeni içermeyen terimler elimine edilerek $\mathcal{W}(.)$ için yapının yaklaşık diyagonal olduğu varsayılmıştır.

$$\begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} \\ w_{31} & w_{32} & w_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix}$$
(6.18)

$$\begin{split} &\mathcal{W}_{11} = \sin\left(\frac{-160}{c.\cos(\phi)}\right).\ddot{c}_1 + \left(\frac{\sin\left(\frac{-90}{c.\cos(\phi)}\right)}{k.c^2\cos(\phi)}\right).\sin\left(\frac{p.m^2}{3.s.k.n^3.z} - \frac{(2+p).z}{3.s.k}\right).\ddot{c}_1 + \\ &\sin\left(\frac{-90-45.k}{2.k.c.\cos(\phi)}\right).0,33.\sin\left(\frac{-160}{c.\cos(\phi)}\right).\ddot{c}_1 + \cos\left(4.\phi - \frac{90}{c.\cos(\phi)}\right).0,5.\sin\left(\frac{-160}{c.\cos(\phi)}\right).\ddot{c}_2 + . \\ &\sin\left(\frac{p.m^2}{3.k.n^3.z} - \frac{(2+p).z}{3.s.k}\right).0,33.\sin\left(\frac{-160}{c.\cos(\phi)}\right).\ddot{c}_2 + \left(\sin\left(-4.\phi\right).\frac{-m}{r}\right).0,5.\sin\left(\frac{-160}{c.\cos(\phi)}\right).\ddot{c}_2 + \\ &\frac{15.\cos\left(\frac{-160}{c.\cos(\phi)} + 1620\right)}{6.k}.\ddot{c}_3 + \frac{45.\cos\left(\frac{-90}{c.\cos(\phi)} + 1620\right)}{k.p}.\left(\frac{p.m^2}{3.k.n^3.z} - \frac{(2+p).z}{3.k.n^3.z}\right).0,33.\sin\left(\frac{-160}{c.\cos(\phi)}\right).\ddot{c}_3 + \left(\frac{i(0,866.c.ic-0,866.c.ic)) + \left(\frac{(0,866.c.ic-0,866.c.ic))\dot{c}_1}{6.k}\right) + 0.5.c.(ic+ic)\dot{c}_2}{3.k.n^3.z} - \\ &\left(\frac{(2+p).z}{3.k}\right).0,33.\sin\left(\frac{-160}{c.\cos(\phi)}\right).\ddot{c}_3 + \left(\frac{i(0,866.c.ic-0,866.c.ic)) + \left(\frac{(0,866.c.ic-0,866.c.ic)\dot{c}_1}{6.ic^{16}}\right) + 0.5.c.(ic+ic)\dot{c}_2}{2300\dot{c}_1i^2 - i(0.55i + 0.56i)}\right).\dot{c}_1 + \\ &\left(\frac{(0,866.c.ic-0,866.c.ic)}{1350i_1^2\dot{c}_2}\right).\left(\frac{\sqrt{i_1(0,866.c.ic-0,866.c.ic)} + tan(ic_1^2 + 0.5.ic+0.56i)}{6.ic^{16}}\right).\dot{c}_1 + \\ &\left(\frac{\cos(0,866.c.ic-0,866.c.ic)}{i_100i_1^2}.i_2 + \left(\frac{\sqrt{(i_1-1,732.c.ic)} - 1.732.c.i_0}{i_100i_2^2}\right).\dot{c}_2 + \\ &\left(\frac{\sin(0,866.c.ic-0,866.c.i_2) + \sqrt{\left(\frac{(0,866.c.ic-0,866.c.i_2)}{6.i_1}\right)} + 0.33.c.(i_2+i_0)}{i_2i_2^2 - i_1(0.5c_1^2\dot{c}_1 - 0.866.c.i_0)}\right).\dot{c}_3 + \\ &\left(\frac{\sin(0,866.c.i_2 - 0.866.c.i_2)}{i_2i_1^2 - i_1(0.5c_2^2\dot{c}_1 - 0.566.c.i_0)} + \sqrt{i_1(0.5c_2^2\dot{c}_1 - 0.866.c.i_0)}{i_2i_1^2 - i_1(0.5c_2^2\dot{c}_1 - 0.866.c.i_0)}\right)}.\dot{c}_3 + \\ &\left(\frac{\sin(0,866.c.i_2 - 0.866.c.i_2)}{i_2i_1^2 - i_1(0.5c_2^2\dot{c}_1 - 0.566.c.i_0)} + \sqrt{i_1(0.5c_2^2\dot{c}_1 - 0.866.c.i_0)}{i_2i_2^2 - i_1(0.5c_2^2\dot{c}_1 - 0.566.c.i_0)}\right)}.\dot{c}_3 + \\ &\left(\frac{\sin(0,866.c.i_2 - 0.866.c.i_2)}{i_2i_1^2 - i_1(0.5c_2^2\dot{c}_1 + 0.56i)} + \sqrt{i_1(0.5c_2^2\dot{c}_1 - 0.866.c.i_0)}{i_2i_2^2 - i_2(0.5c_2^2\dot{c}_1 - 0.566.c.i_0)}\right)}.\dot{c}_3 + \\ &\left(\frac{\cos(0,866.c.i_2 - 0.866.c.i_2)}{i_2i_1^2 - i_1(0.5c_2^2\dot{c}_1 + 0.56i)} + \sqrt{i_1(0.5c_2^2\dot{c}_1 - 0.866.c.i_0)}{i_2i_2^2 - i_1(0.5c_2^2\dot{c}_1 - 0.866.c.i_0)}\right)}\right).\dot{c}_3 + \\ &\left(\frac{\cos(0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0$$

$$\begin{split} & w_{2i} = 0 \\ & w_{2i} = 0 \\ & w_{2i} = 0 \\ & w_{2i} = \left(\left(\frac{(k.\sin(\phi))^2}{9,2} \right) + \sin(\phi).\cos\left(\frac{p.m^2}{3.n^3.z} - \frac{(2+p).z}{3} \right) \right).\ddot{i}_1 \\ & + \left(\frac{(k.\sin(\phi))^2}{9,2} \right).\left(sin^2(\phi).\cos\left(\frac{(3.s+p).z}{9.s} - \frac{(n^2+t.v)}{6.z} \right) \right).\ddot{i}_2 \\ & + \left(\frac{(k.\sin(\phi))^2}{9,2} \right).\left(k.\sin^2(\phi).\cos\left(\frac{(3.s+p).z}{9.s} - \frac{p(t-v)}{6.z} \right) \right).\ddot{i}_3 + \left(\frac{(0.866.c.(s+0.866.c.(c))}{16t_r^2} \right).\dot{i}_1 + \left(\frac{\sqrt{(d-1.732.c.(s+1))}}{200.c.(s-1)} \right).\dot{i}_1 + \left(\frac{(d.(0.866.c.(s+0.866.c.$$

$$p = (2 \ell_{l} - \ell_{2} - \ell_{3}) \qquad m = 0,866. \ \ell_{2}.k - 0,866. \ \ell_{3}.k \qquad n = \ell_{l} - 0,5. \ \ell_{2}.k - 0,5. \ \ell_{3}.k$$
$$z = \sqrt{\frac{m^{2}}{n^{2}} + 1} \qquad t = \frac{k m^{2}}{n^{3}} \qquad v = \frac{1,732.k.m}{n^{2}}$$

$$r = \ell_1^2 + \ell_1 \cdot k(-\ell_2 - \ell_3) + k^2 (\ell_2^2 - \ell_2 \cdot \ell_3 + \ell_3^2)$$

7. Sürekli Robotun Adaptif Kontrolü

Model tabanlı kontrol yöntemleri, sistemin kararlı ve minimum hata ile kontrolü için sistem modelininin ve modele ait değişkenlerin hatasız tayin edilmesini talep eder. Türkçe'de yaygın olarak uyarlamalı olarakta isimlendirilen adaptif kontrol, modele ait değişkenlerin doğru olarak tayin edilemediği durumlarda, kontrol algoritması sayesinde sistemin kararlı ve en az hata ile kontrolü için uygun değişken değerlerini saptayarak, sistemin kararlı ve başarılı kontrolünü hedefler.

1950'li yılların sonlarında gelişmeye başlayan adaptif kontrol yasası, ilerleyen süreçte, sistemin dış bozuculara duyarsızlaşmasını sağlayan gürbüz (*robust*) ve periyodik bozucu girişlere maruz kalması durumunda oldukça iyi sonuçlar üreten öğrenici (*learning*) kontrol yaklaşımının gelişimi ile çok giriş çok çıkışlı (MIMO), doğrusal olmayan sistemler için oldukça kullanışlı hale gelmiştir. Doğrusal olmayan sistemlerin kararlılığının sınanması ve kararlı kılınabilmesi için yaygın olarak başvurulan Lyapunov kararlılık analizi, uyarlamalı kontrol sistemlerinin kararlı kılınabilmesi ve adaptasyon kuralının saptanabilmesinde oldukça pratik bir yaklaşım olarak ön plana çıkar.

7.1 Sürekli Robotun Eylemsizlik ile İlişkilendirilmiş Adaptif Kontrolü

Sürekli robot için bir önceki bölümde dinamik denkleme eşitlik 7.1'de yer verilmiştir (Lewis et al., 2004).

$$M(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau \tag{7.1}$$

Burda q(t), $\dot{q}(t)$, $\ddot{q}(t) \in \mathbb{R}^3$ olmak üzere sırası ile tendon uzunluğu, hızı (birim zamandaki boyca değişimi) ve ivmesini (birim zamandaki boyca değişim hızını) ifade etmektedir. $M(q) \in \mathbb{R}^{3x3}$ simetrik ve pozitif tanımlı eylemsizlik matrisi, $C(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{3x3}$ Corialis-merkezkaç matrisi, $G(q) \in \mathbb{R}^3$ yerçekimi, çökme ve eğilme potansiyel enerjilerinin oluşturduğu matris ve $\tau \in \mathbb{R}^3$ tendonlara uygulanan tork vektörüdür.
Sürekli robotun yörünge takibinin ele alınması sebebi ile e(t), $\forall(t)$ için hedef konum (q_d) , ve sağlanan konum (q) arasında oluşan hata (fark) vektörü olarak tanımlanmış olup, eşitlik 7.2 ile ifade edilmiştir.

$$e(t) = q_d - q \tag{7.2}$$

Kapalı çevrim kontrol mimarisi için $\forall (\ddot{q}_d) = {\dot{q}_d \neq 0} - {q_d = 0}$ tanımlı olması için \ddot{q} en az ikinci dereceden türevlenebilir olmalıdır. Bu amaçla önerilen filtre edilmiş (öngörülü) hata ifadesi ve türevine sırası ile eşitlik 7.3 ve 7.4'te yer verilmiştir. e(t) ve $r(t) \in \mathbb{R}^3$ arasındaki ilişki Laplace dönüşümü uygulanarak eşitliğin zaman bölgesinden frekans bölgesine taşınması ile eşitlik 7.5'te yer verilen transfer fonksiyonu yardımı ile ifade edilmiştir.

$$r(t) = (\dot{q}_d - \dot{q})_{(t)} + a(q_d - q)_{(t)} = \dot{e}(t) + a e(t)$$
(7.3)

$$\dot{r}(t) = (\ddot{q}_d - \ddot{q})_{(t)} + a (\dot{q}_d - \dot{q})_{(t)} = \ddot{e}(t) + a\dot{e}(t)$$
(7.4)

Eşitlik 7.5'te görülebileceği gibi r(t) filtre edilmiş hata sinyalinin 0'a gitmesi ile konumlanma hatası e(t) sıfıra yaklaşır.

$$e(s) = \frac{1}{s+a} r(s) \tag{7.5}$$

Adaptif kontrol yasası, τ tork vektörünün adaptasyonu için ele alınan τ tork vektörünün, çarpım durumundaki ξ_i adaptasyon parametreleri için doğrusallaştırılmasını gerektirir. Doğrusallaştırılan bileşenleri içeren matris $W \in \mathbb{R}^{3x3}$ ve adaptasyon için ele alınan değişkenleri içeren matris $\xi \in \mathbb{R}^3$ ve $\xi = [m_1, m_2, m_3]^T$ olmak üzere, robota uygulanan τ tork vektörü eşitlik 7.6 ile ifade edilmiştir.

$$\tau = \mathcal{W}(q, \dot{q}) \,(\bar{\xi}) + \psi \,r \tag{7.6}$$

Eşitlik 7.1'de yer verilen robot dinamik denkleminde eşitlik 7.3 ve 7.4'ün yerlerine yerleştirilmesi ile eşitlik 7.7'de gösterilen form elde edilir.

$$M(q)\dot{r} = M(q)(\ddot{q}_{d} + a\dot{e}) + C(q,\dot{q})(\dot{q}_{d} + ae) + G(q) - C(q,\dot{q})r - \tau$$
(7.7)

Eşitlik 7.6 ve 7.8'in eşitlik 7.7'de yerlerine yazılması ile ifade 7.9 da yer verilen forma evrilir. Burada $\hat{\xi} = \xi - \bar{\xi}$ olup, parametreye ait tahmin edilen değer ile gerçek değer arasındaki fark vektörüdür.

$$W(q, \dot{q})(\xi) = M(q)(\ddot{q}_d + a\dot{e}) + C(q, \dot{q})(\dot{q}_d + ae) + G(q)$$
(7.8)

$$M(q)\dot{r} = \mathcal{W}(q, \dot{q})(\xi) - C(q, \dot{q})r - \tau$$
(7.9)

$$M(q)\dot{r} = \mathcal{W}(q, \dot{q})\left(\hat{\xi}\right) - C(q, \dot{q})r - \psi r \tag{7.10}$$

Sürekli robotun kararlılık analizi için eşitlik 7.11'de yer verilen Lyapunov fonksiyonu önerilmiş, türevi 7.12'de hesaplanmıştır. Burada $diag.{\Gamma} \in \mathbb{R}^{3x3}$ olarak tanımlanmış olup, adaptasyon kazanç katsayılarını içeren matrisi ifade eder.

$$V = \frac{1}{2}r^{T}M(q)r + \frac{1}{2}\hat{\xi}^{T}\Gamma^{-1}\hat{\xi}$$
(7.11)

$$\dot{V} = \frac{1}{2}r^{T}M\dot{r} + \frac{1}{2}r^{T}\dot{M}r + \frac{1}{2}\hat{\xi}^{T}\Gamma^{-1}\dot{\xi}$$
(7.12)

Denklem 7.12'de, denklem 7.9'un yerine yazılması ile eşitlik 7.13 elde edilebilir. Eylemsizlik ve Corialis-merkezkaç ifadesi arasındaki çarpım simetrik ilişkisinden dolayı $\left(\frac{1}{2}\dot{M}(q) - C(q,\dot{q})\right) = 0$ olması beklenir. Gerekli sadeleştirmelerin yapılıp eşitlik 7.6'nın yerine yazılması ile eşitlik 7.14 elde edilebilir.

$$\dot{V} = r^{T} (\mathcal{W}(q, \dot{q}) (\xi) - \tau) + r^{T} \left(\frac{1}{2} \dot{M}(q) - C(q, \dot{q})\right) + \hat{\xi}^{T} \Gamma^{-1} \dot{\xi}$$
(7.13)

$$\dot{V} = -r^T \psi \, r + \hat{\xi}^T (\Gamma^{-1} \dot{\xi} + (\mathcal{W}(q, \dot{q})^T \, r)$$
(7.14)

Burada $-r^T \psi r$ ifadesi negatif tanımlı olmak üzere, $\dot{V} < 0$ sağlanabilmesi için $(\Gamma^{-1}\dot{\xi} + (W(q, \dot{q})^T r) \le 0$ şartı sağlanmalıdır. Öne sürülen şartın sağlanarak ölçülebilen ve tayin edilen terimlerin eşitliğin bir tarafına toplanması ile eşitlik 7.15'de yer verilen adaptasyon kuralı geliştirilmiş olur. Oluşturulan kontrol yapılanmasına Şekil 7.1'de yer verilmiştir.

$$\dot{\hat{\xi}} = -\Gamma \mathcal{W}(q, \dot{q})^T r \tag{7.15}$$



Şekil 7.1 Adaptif kontrol yapılanması

 $\Gamma = diag.\{6.7, 5.8, 9.4\}$ ve a= $diag.\{1.8, 1.8, 1.8\}$ olmak üzere, konum korunumunun esas alındığı teorik ve deneysel sonuçlara 7.2-7.4 arasında yer verilmiş, m_1, m_2, m_3 teorik değişimi Şekil 7.4 ile gösterilmiştir.



Şekil 7.2 Sırası ile ℓ_l tendonu için teorik tork üretimi ve hız hatası



Şekil 7.3 Sırası ile ℓ_1 , ℓ_2 , ℓ_3 tendonunu süren dc motor için ağırlıklandırılmış deneysel konumlanma hatası



Şekil 7.4 m_1, m_2, m_3 adaptasyon parametreleri zamana bağlı değişimi

7.2 Sürekli Robotun Hesaplanmış Tork Yöntemi ile Adaptif Kontrolü

Hesaplanmış tork yöntemi ile adaptif kontrol için robot dinamik denklemi bir önceki kontrol yöntemi ile benzer olarak eşitlik 7.1'de gösterildiği gibi önerilmişitir. Ayrıca bir önceki bölümden farklı olarak $\xi = [m_1, m_2, m_3]^T$ adaptasyon değişkenleri olarak tanımlanmış fakat, τ eşitlik 7.16'da gösterildiği gibi doğrusal parametrelerine, bir önceki bölümden farklı olarak ayrıştırılmıştır.

$$\tau = \mathcal{W}(q, \dot{q}, \ddot{q})(\xi) \tag{7.16}$$

Craig'in önerdiği hesaplanmış tork esaslı adaptasyon algoritmasından (Craig et al., 1987) faydalanarak 7.15'te önerilen robot dinamik deneklemine ait τ eşitliği 7.17'de gösterilen forma evrilir. Burada ' $\overline{*}$ ' tahmin edilen parametreler olmak üzere, *diag*. { K_p , K_v } $\in \mathbb{R}^{3x3}$ kazanç matrisleri, $\hat{\xi} = \xi - \overline{\xi}$ parametre kestirim hatasını ifade etmektedir.

$$\tau = \overline{M}(q)(\ddot{e} + K_v \dot{e} + K_p e) + \overline{M}(q)\ddot{q} + \overline{C}(q, \dot{q})\dot{q} + \overline{G}(q)$$

$$\overline{G}(q)$$
(7.17)

Eşitlik 7.17'de tahmin edilen parametreler için eşitlik 7.18'de gösterildiği gibi düzenlenebilir. Burada $e = (q_d - q), \quad \dot{e} = (\dot{q}_d - \dot{q}), \quad \ddot{e} = (\ddot{q}_d - \ddot{q})$ ile tanımlanmıştır.



Şekil 7.5 Sürekli robot için adaptif heseplanmış tork yöntemi esaslı kontrol diyagramı

$$\tau = \overline{M}(q)(q_d + K_v \dot{e} + K_p e) + \mathcal{W}(q, \dot{q}, \ddot{q})(\bar{\xi})$$
(7.18)

Eşitlik 7.16'nın 7.18'de yerine yazılması ile parametre kestirim hatası eşitlik 7.19 gösterildiği gibi hesaplanmış, kararlılık analizi için eşitliğe durum-uzay dönüşümü uygulanması ile eşitlik 7.20 ve 7.21 elde edilmişitir. Burada $M^{-1} = \frac{1}{|M|}$. Ek(M) olmak üzere Ek B'de yer verilmiştir.

$$\ddot{e} + K_{\nu}\dot{e} + K_{p}e = \bar{M}^{-1}(q) \ \mathcal{W}(q, \dot{q}, \ddot{q}) (\hat{\xi})$$
(7.19)

$$\dot{e} = \operatorname{Ae} + \operatorname{BM}^{-1}(q) \mathcal{W}(q, \dot{q}, \ddot{q}) \left(\hat{\xi}\right)$$
(7.20)

$$r = C e \tag{7.21}$$

Burada e = $[e \ \dot{e}]^T$, *r* filtrelenmiş hata fonksiyonu önceki bölümde belirtildiği gibi $r = \dot{e} + ae$ olarak tanımlanmış, *A*, *B*, *C* kare ve köşegen matrislerdir. Kararlılık analizi için eşitlik 7.22'de yer verilen Lyapunov fonksiyonu önerilmiş ve eşitşik 7.23'te türevi hesaplanmıştır.

$$V = e^T P \ e + \hat{\xi}^T \Gamma^{-1} \hat{\xi} \tag{7.22}$$

$$\dot{V} = e^T P \, \dot{e} + \dot{e}^T P \, e + \hat{\xi}^T \Gamma^{-1} \dot{\xi} + \dot{\xi}^T \Gamma^{-1} \hat{\xi}$$
(7.23)

A kare köşegen, P ve Γ köşegen matrisler, P>0 veQ>0 tanımlı olmak üzere, Γ *diag*. ($\lambda_1, \lambda_2 \dots \lambda_n$), $\lambda_n > 0$ olarak tanımlanmıştır.

$$-Q = A^T P + P A \tag{7.25}$$

$$PB = C^T \tag{7.26}$$

Bu durumda eşitlik 7.25 ve 7.26 için eşitlik 7.27, 7.28 yazılabilir. Böylece eşitlik 7.23, eşitlik 7.29 ve sonrasında, eşitlik 7.20, 7.21'in yerlerine yazılması ile eşitlik 7.30 yardımı ile ifade edilebilir. Eşitlik 7.30'un eşitlik 7.31'de yer verilen formda açılması ve eşitlik 7.25, 7.26 göz önünde bulundurularak yeniden düzenlenmesine ek olarak eşitlik 7.21'in yerine yazılması ile eşitlik 7.31 elde edilebilir.

$$2A^T P = -Q \tag{7.27}$$

$$B^T P = C \tag{7.28}$$

$$\dot{V} = 2e^{T}P \ e + 2\hat{\xi}^{T}\Gamma^{-1}\dot{\xi}$$
(7.29)

$$\dot{V} = 2P \ e \left(\text{Ae} + \text{BM}^{-1} (q) W (q, \dot{q}, \ddot{q}) (\hat{\xi}) \right)^T + 2 \hat{\xi}^T \Gamma^{-1} \dot{\hat{\xi}}$$
(7.30)

$$\dot{V} = -e^{T}Q \ e + 2\hat{\xi}^{T} \left(\Gamma^{-1} \dot{\xi} + W \left(q, \dot{q}, \ddot{q} \right) \left(\hat{\xi} \right)^{T} M^{-1} r \right)$$
(7.31)

Tanımlanan V Lyapunov fonksiyonu için $\forall V > 0 - \{V(0)\}$ ve $\dot{V} \leq 0$ şartları ele alındığında, $Q \in \mathbb{R}^+$ olduğu göz önünde bulundurulur ise, eşitlik 7.31'in ilk terimi kesin negatif tanımlı olur. Bu durumda arta kalan terimin 0 veya 0'dan küçük, bir diğer ihitimal olarak $|-e^TQ e| > |2\hat{\xi}^T (\Gamma^{-1}\dot{\xi} + W(q, \dot{q}, \ddot{q})(\hat{\xi})^T M^{-1} r)|$ olması gerekir. Basit bir yaklaşım olarak ele alınan terim 0'a eşitlenir ise, eşitlik 7.32 elde edilebilir.

$$\dot{\bar{\xi}} = \Gamma W \left(q, \dot{q}, \ddot{q} \right)^T M^{-1} r$$
(7.32)

Böylece $\dot{V} \leq 0$ şartını sağlayan adaptasyon kuralı elde edilmiş olur ve ele alınan $\xi = [m_1, m_2, m_3]^T$ adaptasyon değişkenleri 7.32'de yer verilen güncelleme kuralı ile güncellenerek, robotun ön görülemeyen dinamikleri, gerçek dinamiklerine yakınsaması beklenir. Şekil 7.6'da teorik olarak elde edilen m_1, m_2, m_3 parametrelerine yer verilmiştir.



Şekil 7.6 Hesaplanmış tork ile adaptif kontrol yöntemi için m_1, m_2, m_3 adaptasyon parametreleri

7.3 Sürekli Robot için Hata Denetimi ve Yörünge Takibi

Sürekli robotun ters kinematiği analizi ile ilgili olarak, dördüncü bölümde eşitlik 4.7'de hesaplanan ϕ değeri, x, y değerlerinin her ikisinin veya bir tanesinin 0'a eşit olduğu durum için belirsizlik, tanımsızlık oluşturarak signum

fonksiyonunun hesaplanmasını olanaksız kılmakta veya en iyi ihtimal ile yanlış hesaplanmasına neden olmaktadır. Sürekli robotun sahip olduğu çalışma uzayının tamamını kullanarak yörünge izleyebilmesi için herhangi bir t anında x, y değerlerinin 0'a eşit olması kaçınılmaz olduğundan, bahsedilen sorunu aşmak amacı ile ϕ değerinin hesaplanması sürecinde eşitlik 7.33 ve 7.34'te yer verilen algoritmadan faydalanılmıştır.

$$\lim_{\phi \to 360^+} = \phi = \begin{cases} \phi + \varrho, \ \phi = 0 \ (\%90) \\ \phi, \ \phi \neq 0 \ (\%90) \end{cases}$$
(7.33)

$$\lim_{\phi \to 360^{-}} = \phi = \begin{cases} \phi - \varrho, \ \phi = 0 \ (\%90) \\ \phi, \ \phi \neq 0 \ (\%90) \end{cases}$$
(7.34)

Burada $\varrho \ll 1$ olmak üzere, robota ait $\forall \phi \in [0,360] - \{0,90,180,270,360\}$ sağlar. Bu öneri sürekli robot için sahip olduğu doğal çalışma uzayının tamamını kullanmasına imkan tanımasına rağmen belirtilen noktalar için ϱ , sabite ait değere bağlı olarak yörünge izleme hatalarına sebebiyet vermektedir. İki farklı basınç değerinde gerçekleştirilen yörünge izleme denemelerine ait sonuçlara 113.6 kPa için Şekil 7.7 a,b' de 125 kPa için Şekil7.8 a,b' de yer verilmiştir.

Gerçekleştirilen iki farklı denemeye ait veriler eş zamanlı olarak x, y, z eksenleri için iki farklı kamera tarafından eş zamanlı olarak toplanmış olup, ortak olan x ekseninin diğer iki eksen ile çakıştırılması sonucunda yörünge izleme grafikleri oluşturulmuştur.

Yörünge izleme sırasında bölüm 7.1'de ele alınan adaptif kontrol yapılanması, daha önceden elde edilmiş m_i adaptasyon parametreleri ilk deger olarak tanımlanarak, robotun yörünge izleme problemi için yaklaşık olarak adapte olması sağlanmıştır.

Yörünge izleme sırasında $\varepsilon = 3$ olarak uygulanmış, izlenen zamana bağlı yörünge denklemleri 7.35-7.37 ile gösterilmiş olup, eksenlere ait yörünge izleme performanslarına Şekil 7.7 ve 7.8'de yer verilmiştir.

$$x = (\varepsilon.t) \tag{7.35}$$

$$y = (\varepsilon.2t/3) \tag{7.37}$$

$$z = \operatorname{sqrt}(\varepsilon.t.50) + 300 \tag{7.36}$$



Şekil 7.7 a) 113.6 kPa için XY düzlemlerinde yörünge izleme deney sonuçları (mm)



Şekil 7.7 b) 113.6 kPa için sırası ile XZ yörünge izleme deney sonuçları (mm)



Şekil 7.8 a)125 kPa için XY düzlemlerinde yörünge izleme deney sonuçları (mm)



Şekil 7.8 b) 125 kPa için sırası ile XZ düzlemlerinde yörünge izleme deney sonuçları (mm)

8. Sürekli Robotlar için Değişken Eğrilik Yaklaşımı

Sabit eğrilik yaklaşımı, yapılan sürekli robot çalışmalarının büyük çoğunluğu için bir ön kabul olarak ele alınarak tasarım, kinematik analiz, dinamik model ve dolaylı olarak çalışma uzayında robot kontrolüne uzanan süreçte önemli rol oynamaktadır. Önceki bölümlerde harici yüke maruz kalmamış, sabit eğrilik özelliğine sahip olan bir sürekli robot ele alınmış ve benzer robot yapıları için geliştirilmiş farklı tipteki kinematik modellerden, yapılan deneysel çalışmalar sonucunda en tutarlı sonuç veren kinematik model robota uygulanarak sonuçlara yer verilmişti.

Gerçekleştirilen deneysel çalışmaların büyük kısmında, tasarlanan robotun kusursuz sabit eğrilikte konum alacağı ön görüsü, katı bileşenler içeren rijit yapılı sürekli robot tasarımlarında dahi gerçeği yansıtmamaktadır. Bir diğer tür olarak yumuşak, kolay sehim yapabilen ve uzayabilen sürekli robot tasarımları için benzer kinematik yaklaşımların kullanılması, pratikte kusursuz sabit eğrilik karekteristiğini sağlayamamaları sebebi ile çalışma uzayında gerçeklenmesi durumda tutarlı ve iyi sonuçlar vermeyeceği ön görüsünde bulunulabilir. Bu sebeple devam eden bölümde harici dış yük altında sabit eğrilik karaktersitiği sergilemeyi hedefleyen harici yüke maruz kalmış bir sürekli robot için literatürde var olan teori ele alınarak deneysel sonuçlar yardımı ile elde edilen veriler ile karşılaştırılmıştır.

8.1 Sürekli Robotlar için Kiriş ve Çubuk Teorileri

Sabit eğrilik varsayımı dolayısı ile modeli altında incelenen sürekli robotların büyük çoğunluğunda dinamik model ihmal edilerek jakobiyen matrisi oluşturulur. Bu yaklaşım model tabanlı olmayan gürbüz kontrol yöntemleri için üstesinden gelinebilir bir problem teşkil etmesine rağmen harici yük ve bozucu kuvvet girdisinin var olduğu durumlarda, problem karmaşıklaşmaktadır. Bir sürekli robot ele alındığında tek kısımdan oluşması durumunda, mevcut sürekli robotun tahrik yöntemine göre basınçlı akışkan, tendon, manyetik veya elektro aktif polimerler yardımı ile tahrik edilmesi ayırt edilmeksizin kiriş veya çubuk olarak ele alınarak tahrik mekanizmaları ve harici yükler tarafından maruz kalacağı deformasyon yaklaşık olarak hesaplanabilir. Böylece harici yük altında sabit eğrilik karakteristiği sergilemeyen sürekli robot tasarımları için aslına uygun dinamik denklem geliştirilmesinin önü açılır.

Geçeğe yakınsamak amacı ile tasarlanan sürekli robotlarda başvurulan klasik ve en sade kiriş teorisi olarak tercih edilen Euler-Bernoulli kiriş teorisine yük ve moment cinsinden eşitlik 8.1'de yer verilmiştir.

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} EI \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = w, \quad M = -EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$
(8.1)

Kirişte meydana gelen kayma şekil değişiminin etkisinin göz ardı edildiği Euler-Bernoulli kiriş teorisinin, ince ve uzun kirişler için daha tutarlı sonuçlar verdiği bilinmektedir. Euler-Bernoulli kiriş teorisine radyal kuvvetler sebebiyle oluşan kayma gerilmeleri ve eğilme sonucunda dönme etkisiyle ortaya çıkan eylemsizlik momentinin ilave edilmesi ile oluşturulan Timoshenko kiriş teorisi, ince kirişlerin yanında kısa ve kalın kirişler için de tutarlı sonuçlar üretmektedir. Ayrıca Timeshenko kiriş yaklaşımında, Euler-Bernolli yaklaşımından farklı olarak kiriş kesitlerinin kiriş eksenine dik olarak kalmaması (Şekil 8.1), sürekli robotların ^{*i*-1} $R_i \in \mathbb{R}^{3x3}$ yönelim matrislerinin doğru bir şekilde oluşturulması açısından önemlidir.



Şekil 8.1 Euler-Bernoulli ve Timoshenko kiriş deformasyonları

Gerçeğe yakınsamak amacı ile sade kiriş teorisinin geliştirilmesi sonucu elde edilmiş çok sayıda kiriş teorisi bulunmaktadır. Geliştirilmiş kiriş teorilerinin çoğunlukla sabit elastikiyet yaklaşımına dayanması ve katılar için geliştirilmiş olması, çoğunlukla akışkan (hidrolik sıvı veya hava) ile hacim kazandırılmış sürekli robot tasarımları için kullanılmasını olanaksız kılar. Katı ve aslına uygun bileşenlerden oluşan sürekli robotların ayrıca incelenmesi durumunda sabit elastikiyeti öneren Euler-Bernoulli kiriş teorisi temelli başarılı çalışmalara rastlamak mümkündür (He et al., 2012), (Mishra et al., 2017).

Kiriş teorileri sürekli robotların harici yükler altındaki deformasyonlarını düzlemsel olarak incelerken, gerçekte oluşan deformasyonlar ile birlikte burulma etkisinin de dahil edildiği üç boyutlu sürekli robot tasarımları için Cosserat kardeşler tarafından geliştirilen teorinin özelleştirilmiş bir çeşidi (Jones et al., 2009) yaygın olarak tercih edilmekte ve yapısı sayesinde sürekli robotlar için yüksek doğruluklu sonuçlar üretebilmektedir (Rucker and Webster, 2011). Fakat gerçek zamanlı işlemler için yüksek işlem yükü getirmesi ve sürekli robotun sahip olduğu kısım sayısı ile orantılı olarak işlem yükünün artmasından dolayı gerçek zamanlı işlemler için nadiren tercih edilmektedir (Alqumsan et al., 2019).

Sabit eğrilik sergilemeyen sürekli robotlar için geliştirilen bir diğer yaklaşım olarak, parçalı sabit eğrilik yaklaşımı (Mahl et al., 2014) sınırlı sayıda sabit eğrilik ile ifade edilebilecek deformasyonlar için elverişli olmasına rağmen, çok sayıda sabit eğrilik yardımı ile ifade edilen deformasyonlar için büyük işlem yükü gerektirir.

8.1.1 Basınçlı Hava ile Hacim Kazandırılmış Kiriş Teorisi

Basınçlı hava ile hacim kazandırılmış kiriş teorisi (BHHKKT) (*İnflated Beam Theory*), ilk olarak 1960'lı yılların başında, NASA tarafından yürütülen uzay programlarında kullanılan büyük ölçülere sahip araçların dış etkilerken korunması amacı ile daimi olmayan ve geniş hacimli yapılara duyulan ihtiyacın bir sonucu olarak önceleri NASA tarafından, ilerleyen dönemde bağımsız araştırmacılarında katılımı ile yürütülen, teorik ve denyesel çalışmalar yardımı ile, yapıları bir çok yönden ele alınan teorinin bütünüdür (Main et al.,1994).

Önceki bölümde bahsedildiği gibi, sürekli robotun rijit yapılı olmaması ve tek kısımdan oluşması durumu, BHHKK olarak ele alınması potansiyelini açığa çıkarır. Dahası 1960'lardan günümüze uzanan süreçte söz konusu teorinin yönlü özelliklere sahip malzemeler ve farklı kesit geometrilerine sahip kirişler için genelleştirilmiş olması, söz konusu teorinin sürekli robotlar üzerinde kullanılması elverişli hale getirir.

Sürekli robot tasarımı için kullanılacak BHHKK yaklaşımının kayma gerilmesini içermesi, sonuçların doğruluğu açısından önemlidir. Bu sebepte Timoshenko kiriş teorisini esas alan BHHKK yaklaşımları incelenmiş fakat talep ettiği değişken sayısının fazlalığı ve bazı değişkenlerin sağlanamaması dolayısı ile tercih edilmemiştir (Wielgosz and Thomas, 2004). Euler-Bernoulli teorisi yardımı ile geliştirilen bir diğer yaklaşım olarak (Comer and Levy, 1963), talep ettiği değişkenlerin sağlanabilmesi, eski ve kabul görmüş bir yaklaşım olması ve sürekli robot yapısına benzer şekilde ankastre mesnetli konsol kirişi konu alan çalışmaların literatürde yer alması sebebi ile tercih edilmiştir (Zhu and Quine, 2008).

Buna göre BHHKK'in silindirik kesitli, x = l uzunluğunda P noktasal yüke maruz kalması ve düzlemsel deforme olduğu durumunda eğrilik eşitlik 8.2 ile ifade edilir. Burada kullanılan ölçülerin tamamı tüm bölümde olduğu gibi *BIS (British Imperial System)* cinsinden olup, P (*lb*) yük, *l (inch)* kiriş uzunluğu ve R (*inch*) kiriş yarıçapıdır.

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{Pl}{EtR^3\pi} \tag{8.2}$$

BHHKK'in basınçlandırılması durumunda mesnete göre kritik yönsüz moment (M_{kr}) ve kirişin çökmeden taşıyabileceği P_{kr} yüküne sırası ile eşitlik 8.3 ve 8.4'de yer verilmiş olup, <u>p</u> (lb/in^2) kirişe ait iç basınçtır.

$$M_{kr} = \pi \ pR^3 \tag{8.3}$$

$$P_{kr} = \frac{\pi \underline{p} R^3}{l} \tag{8.4}$$

Comer ve Levy'nin BHHKK'de çökmenin hesaplanabilmesi için önerdiği hesaplama yöntemine göre \bar{x} hesaplamaların tamamında kullanılan değişken olmak üzere eşitlik 8.5 ile hesaplanmaktadır.

$$\bar{x} = \frac{P \, l}{\frac{p \, R^3}{}} \tag{8.5}$$

 \bar{x} 'in hesaplanması ile birlikte, noktasal yüke maruz kalan BHHKK'de sırası ile eğilme ve kayma gerilmeleri sebebi ile ortaya çıkan derformasyonlar, $\bar{\alpha}_i$ ve $\bar{\beta}_i$ eşitlik 8.6 ve 8.7 yardımı ile hesaplanmıştır. $\bar{\alpha}_i$ ve $\bar{\beta}_i$ 'nin hesaplanması sırasında Comer ve Levy'nin oluşturduğu grafik CurveExpert[®] programı aracılığı ile eğri uydurma metodlarından faydalanarak fonksiyon haline getirilmiştir.

$$\bar{\alpha}_{i} = \frac{\underline{p}.l^{2}}{10.E.t.(-0.456325.\ell u(\bar{x})+0.612637)}$$
(8.6)

$$\bar{\beta}_{i} = \frac{p R^{2}}{E.t.(-0,808547 \ln(\bar{x})^{3}) + (0,048404 \ln(\bar{x})) + 1,238213}$$
(8.7)

Eşitlik 8.6 ve 8.7'den faydalanarak eğilme ve kayma gerilmeleri sebebi ile ortaya çıkan toplam deformasyon $\Delta \delta_{(l_i)}$, eşitlik 8.8 yardımı ile hesaplanabilir. Ek olarak Comer ve Levy'nin çalışmasından yararlanarak eğilme ve kayma gerilmeleri sebebi ile ortaya çıkan maksimum gerilme $\sigma_{max} = \bar{\gamma}$ eşitlik 8.9 yardımı ile hesaplanabilir. $\bar{\alpha}_i$, $\bar{\beta}_i$ ve $\bar{\gamma}$ için uydurulan eğriler ve bilinen noktalar civarında karşılıklarına Ek C'de yer verilmiştir. Buna göre $\bar{\alpha}_i$, karşılıklı logaritma fonksiyonu (*reciprocal logarithm*), $\bar{\beta}_i$ Steinhart-Hart fonksiyonu ve $\bar{\gamma}$ harmonik azalım fonksiyonu yardımı ile modellenmiştir.

$$\Delta \delta_{(l_i)} = \sum_{i=1}^{2} \bar{\alpha}_i + \bar{\beta}_i \tag{8.8}$$

$$\bar{\gamma} = \frac{0,536877.\,\underline{p.R}}{\left(\frac{\bar{x}}{-3,283544} + 1\right).t} \tag{8.9}$$

Sürekli robot dört farklı basınç değeri için benzer ağırlıklara maruz bırakılarak, düşey deformasyonları görüntü işleme yöntemi ile Şekil 8.2 ile örneklendirilen formda saptanmış ve Şekil 8.3-8.6 elde edilmiştir. Denemeler sırasında teorinin sabit cidar elastisitesi ve değişken basınç esaslı olmasına rağmen, değişen basınca bağlı olarak çapta artış kaydedileceği ve cidarın inceleceği göz önünde bulundurularak, deneylere bağlı olarak değişken çap ve cidar kalınlığı, sabit elastisite modülü (E) 0.7 MPa olarak uygulanmıştır. Elde edilen sonuçlar ve sonuçlara bağlı olarak hesaplanan % hatalara Tablo 8.1'de yer verilmiştir.



Şekil 8.2 Sürekli robotun yük altında deformasyon ölçümü



Şekil 8.3 106.5 kPa için farklı noktasal uç yüklerde çökme (mm)



Şekil 8.4 113.2 kPa için farklı noktasal uç yüklerde çökme (mm)



Şekil 8.5 113.2 kPa için farklı noktasal uç yüklerde çökme (mm)



Şekil 8.6 122 kPa için farklı noktasal uç yüklerde çökme (mm)

106.5 kPa	Ölçülen	Hesaplanan	% Hata	113.6 kPa	Ölçülen	Hesaplanan	% Hata
10.6 gr	183.7	222.8	21.28	10.6 gr	186.5	202.1	8.36
21.2 gr	272.2	271.1	0.40	21.2 gr	236	245	3.81
31.8 gr	328.7	310.4	5.56	31.8 gr	288.1	279.7	2.91
42.4 gr	359.4	346	3.72	42.4 gr	340.1	311.1	8.52
117.6 kPa	Ölçülen	Hesaplanan	% Hata	122 kPa	Ölçülen	Hesaplanan	% Hata
10.6 gr	5	77.9	1458	32.2 gr	40	74.5	86.25
31.8 gr	26	107.5	313.4	66.4 gr	74	98.1	32.56
50.7 gr	96	128	33.33	108.8 gr	129	126.5	1.93
67.3 gr	113	145.1	28.40				
92.2 gr	137	170.1	24.16				

Tablo 8.1 Farklı basınç değerleri için hesaplanan ve ölçülen çökme değerleri

8.2 Sürekli Robot için Kuvvet ve Moment Dengesi

Sürekli robotun sahip olduğu l_i , l_2 , l_3 tendonları ve pasif eyleyici olarak <u>p</u>, tarafından hareket kazandırıldığı göz önünde bulunursa, kuvvet ve moment dengesinin söz konusu dört bileşen çerçevesinde yazılması gerekir. Bölüm 8.1.1'de <u>p</u> eyleyicisi tarafından üretilen kuvvet ve moment hesaplanmıştı. Benzer şekilde tekil bir l_i tendonu ele alınarak, bir *T* gerilmesine maruz kalması durumunda ortaya çıkacak kuvvetler Şekil 8.7 yardımı ile görselleştirilmiştir. Burada F_T tendon gerilmesi ile (l, l = max) ve (ϕ , l = max) için bir l_i tendonu tarafından gövdeye , üst düzlemine dik uygulanan kuvvet olarak tanımlanmıştır. F_w , tendon gerilmesi ile sürekli robotun tüm gövdesi boyunca oluşturulan w(s) yayılı kuvveti, sonsuz adet f_w kuvveti sonucunda oluşan bileşke kuvvettir. Burada w(s) eşitlik 8.10 ve 8.11 yardımı ile ifade edilmiş ve bir t anı için tüm s boyunca sabit olarak tanımlanmıştır.



Şekil 8.7 Sürekli robot için genel kuvvetler

$$w(s,t) = \int_0^s f_w \, ds \tag{8.10}$$

$$w(s,t) = \frac{dF_w}{ds} \tag{8.11}$$

Burada eşitlik 3.6 göz önünde bulundurulur ise, eşitlik 8.10'dan faydalanarak, eşitlik 8.12 ve 8.13 türetilebilir. Böylece w(s,t) bilinen F_T tendon gerilimi ve κ eğrilik parametresi yardımı ile hesaplanabilir.

$$\frac{dF_{W}}{d\phi} = F_{T} \tag{8.12}$$

$$\frac{dF_{W}}{ds} = F_{T}.\kappa \tag{8.13}$$

ds uzunluğu için hesaplanan w(s,t) yayılı kuvvet, eşitlik 8.14 yardımı ile tüm S tendon uzunluğu için bileşke tekil kuvvet olarak hesaplanabilir.

$$F_{w_i(t)} = \int_0^{\phi} w_i(s,t) \, ds_i = F_{T_i} \tag{8.14}$$

Sürekli robotun sahip olduğu n adet tendonun sahip olduğu gerilmenin bir diğerine eşit olmayacağı düşünülürse, n=3 adet tendon tarafından oluşturulacak

bileşke kuvvet $\vec{F}_{w_{net}(t)}$, Şekil 8.8 ile görselleştirlmiştir. Burada tendonlarda gerilme sebebi ile ortaya çıkan sonsuz sayıda f_w kuvvetinin, her bir tendon için $w_i(s, t)$ yayılı kuvvetini oluşturacağı ve ortaya çıkan yayılı kuvvetin, tendon üzerinde bileşke F_{w_i} kuvvetini oluşturacağı görülebilir. Her bir tendondaki F_T gerilmesi sebebi ile ortaya çıkan bileşke F_{w_i} kuvvetinin her bir tendonun orta noktasında ve ϕ açısı ile aynı yön ve doğrultuda oluşacağı düşünülürse, tüm tendonlarda gerilim ile oluşan bileşke genel kuvvet ($\vec{F}_{w_{net}}$) sahip olduğu yönelim ve büyüklük sırası ile eşitlik 8.5 ve eşitlik 8.6 yardımı ile hesaplanabilir.

$$R_{F_{w_{net}}} = T_0^3 R_y (90^\circ)$$

$$\begin{bmatrix} s(\theta_1) . c(\theta_2) & -s(\theta_1) & s(\theta_1) . c(\theta_2) \\ s(\theta_1) . c(\theta_2) & c(\theta_1) & s(\theta_1) . c(\theta_2) \\ -c(\theta_2) & 0 & -s(\theta_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c(90^\circ) & 0 & s(90^\circ) \\ 0 & 1 & 0 \\ -s(90^\circ) & 0 & c(90^\circ) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -s(\theta_1) & s(\theta_1) . c(\theta_2) \\ 0 & c(\theta_1) & s(\theta_1) . c(\theta_2) \\ 0 & 0 & -s(\theta_2) \end{bmatrix}$$
(8.5)

$$\vec{F}_{w_{net}(t)} = \sum_{i=1}^{n} F_{W_i(t)} = \sum_{i=1}^{n} \int_0^{\phi} w_i(s,t) \, ds_i \tag{8.6}$$

Burada $R_{F_{w_{net}}}$ tendonların gerilmesi ile ortaya çıkan bileşke kuvvete ait yönelim olmak üzere, R_0^3 , ileri kinematik yardımı ile d_3 uzvu için hesaplanan yönelim matrisidir.



Şekil 8.8 F_{w_1} , F_{w_2} , F_{w_3} , $F_{w_{net}}$ kuvvetleri

Tendon gerilmesi ile, sürekli robot üst düzlemine dik yönde ortaya çıkan F_T kuvveti, her bir tendon için ölçüm ve hesaplamanın bir arada kullanılması ile elde edilmektedir. Ortaya çıkan $\vec{F}_{T_{net}}$ kuvvetinin, sürekli robot üst düzlemi üzerinde ve ϕ açısı ile aynı doğrultu üzerinde olacağı düşünülürse, $F_{T_{net}}$ bileşke kuvvetinin, üst düzlem üzerindeki konumu eşitlik 3.14 ve 3.15'ten faydalanarak eşitlik 8.7 ile hesaplanabilir. Hesaplanan $F_{T_{net}}$ ve F_{T_i} kuvvetleri Şekil 8.9 ile görselleştirilmiştir.

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \tag{8.7}$$

Hesaplanan $\vec{F}_{w_{net}}$ ve $\vec{F}_{T_{net}}$ kuvvetlerinin, sürekli robot üzerinde oluşturacağı momentin hesaplanabilmesi için, ilk olarak oluşacak moment için destek noktasının tayin edilmesi gerekir. Sürekli robotun tüm gövdesinin yer değiştireceği göz önünde bulundurulduğunda daimî destek (ℓ , $\ell = min$) düzleminin orijini olan \overline{A} noktasıdır.

Yönelimi eşitlik 8.5 ile hesaplanan $\vec{F}_{T_{net}}$ kuvvetinin her zaman için $\frac{\ell_{max} - \ell_{min}}{2}$ düzlemine dik olacağı düşünülürse, \overline{A} noktasına uzaklığının her zaman d_3 kadar olması beklenir.



Şekil 8.9 $F_{T_{net}}, F_{T_1}, \ F_{T_2}, F_{T_3}$ kuvvetleri ve $F_{T_{net}}$ konumu

Şekil 8.10'da, Şekil 8.9'da gösterilen $F_{T_{net}}$ kuvvetinin \overline{A} noktasına göre momentinin hesaplanması için ihtiyaç duyulan F_{T_a} ve F_{T_r} (radyal ve eksenel kuvvetler) görselleştirilmiş, $\underline{r} = |CB|$ eksen kaçıklığı eşitlik 8.8 ile hesaplanmıştır. Burada $\overline{A}B\perp$ BC, DB \perp BE ve $\widehat{BGC} = \theta_2$, $\widehat{EBC} = 90 - \theta_2$ ve $|\overline{A}B|$ uzunluğu, $F_{T_{net}}$ kuvvetinin |CB| üzerindeki radyal izdüşümüne ait eksen kaçıklığı olmak üzere, $|\overline{A}B| = 2\sin(\theta_2)$. d_3 ile hesaplanmıştır.



Şekil 8.10 $F_{T_{net}}$ kuvveti moment eşitliği

Hesaplanan tüm kuvvetler ile birlikte \overline{A} noktasına göre net moment eşitlik 8.9 ile hesaplanmış olup, sürekli robot için kuvvetlerin hassas ölçümü ve iç basınçdeformasyona bağlı sürekli robotun eğilme sabitlerinin doğru bir şekilde tayin edilmesi ile mikro yapılı tübüler robotlarda olduğu gibi kinematik modele alternatif olarak, kuvvet yardımı ile kontrol edilebilir.

$$\sum M_{\overline{A}} = -F_{T_a} \cdot (2\sin(\theta_2) \cdot d_3) + F_{T_r} \cdot \underline{r} + F_{w_{net}} \cdot d_3$$
(8.9)

9.Sonuç ve Öneriler

Tasarım ve imalatı gerçekleştirilen tek kısımdan oluşan sürekli robot için elde edilen bulgular, çalışmanın bir diğerini takip eden kısımları için bağımsız olarak ele alınarak elde edilen deneysel ve teorik veriler dahilinde değerlendirilmesi uygun görülmüştür.

Bu bağlamda 1. ve 2. bölümde çok çeşitli üstünlüklerine yer verilen tasarım imal edilerek, gerçeklenebilirliği ispat edilmiştir. Literatür kısmında ele alınan benzer çalışmada (Neppalli and Jones, 2007), tendon sürtünmesine bağlı olarak robot tarafından talep edilen büyük eyleme kuvvetleri ile karşılaşılmamış, elde edilen bulgular deneylerin düşük basınçta gerçekleştirilmesi ve en önemlisi robotun elastik ve tamamen yumuşak malzemeden imal edilmiş olması ile ilişkilendirilmiştir.

Çalışmada gerçekleştirilen sabit tendon yataklarının kullanımı öncesinde, iki farklı yaklaşım deneyimlenmiş fakat olumsuz sonuçlar elde edilmiştir. Bunlardan ilki olarak serbest tendon yaklaşımı ile 2. bölümde yer verilen sürekli robota ait 2. ve 4. katmanlar arasına tendon yatakları oluşturulmaksızın, tendonlar serbest olarak konumlandırılmış ve gerilmeye bağlı olarak konumlanmaları arzu edilmiş fakat tendonların eğilme durumunda en kısa yolu tercih ederek robot konfigürasyonuna aykırı hareket etmeleri, robotun geneli için sabit eğrilik kıstasını büyük ölçüde sağlayamamaları ve gerilmenin olmadığı durumlarda biri birine dolaşarak istenmeyen yön ve büyüklükte kuvvetler açığa çıkarmaları dolayısı ile terk edilmiştir. Deneyimlenen bir diğer yaklaşım olarak tendon yatağı olarak 4.numaralı katmandaki file kumaştan faydalanılması son derece pratik olmasına karşın eğilme durumunda bariz olarak sabit eğrilik modeline aykırı hareket ettiği gözlemlenmiştir. Elde edilen deneyimler dahilinde 2. ve 4. katmanlar arasında tendonların biri birine dolaşmasını önlemek ve gerilmesi ile açığa çıkan kuvvetlere ait yönelimleri standartlaştırmak için file kumaş katmanından faydalanarak, 2 ve 4. katmanlar arasına tendonlar için yatak oluşturulması kaçınılmaz olarak değerlendirilmiştir.

Daha önceki çalışmalar dahilinde önerilen kinematik modellere benzer şekilde geliştirilen ileri kinematik yapılanma göz önünde bulundurularak, literatürde nadir örneği bulunan sürekli robotların ters kinematiğinin ele alındığı 4. bölümde, sürekli robot için tekillik kıstasının gözetildiği başarılı bir ters kinematik model elde edilerek, yörünge takibinin ele alındığı bölüm 7.3'te deneysel olarak elde edilen sonuçlara yer verilmiştir.

113.6 kPa ve 125 kPa olmak üzere iki farklı basınç değerinde boyca uzamayı da ele alan deneysel yörünge izleme denemelerinde, geliştirilen ters kinematik modelin robot için doğruluğu ispatlanmıştır. 113.6 kPa için gerçekleştirilen $\varepsilon = 3$ alındığı yörünge izleme denemeleri sırasında her iki eksen takımı için maksimum hata 11 mm'nin altında ölçülmüş ve sürekli robotun iç basıncındaki değişimin, yörünge izleme performansı üzerindeki etkisi ortaya konulmuştur. Buna göre sürekli robota ait iç basınçtaki artışın, robot için optimal iç basıncın üzerinde olması durumunda konumlanma ve yörünge izleme için ortaya konan ters kinematik modele aykırı hareket etiği deneyimlenmiştir.

Sürekli robot için geliştirilen dinamik denklemde, eyleyici uzayı için geliştirilen jakobiyen matrisinin ve Corialis-merkezkaç için elde edilen tork ifadelerinin karmaşıklığı sebebi ile doğrudan değerlendirilememiş ve tüm uzaylar için yakınsama yoluna gidilmek zorunda kalınmış, özellikle Corialis-merkezkaç ifadelerinin büyük bölümü dinamik denkleme dahil edilememiştir.

İki farklı adaptif kontrol yaklaşımının ele alındığı 7. bölümde, hesaplanmış tork yaklaşımında m_1, m_2, m_3 parametreleri için teorik adaptasyon sağlanamamış, söz konusu problemin oluşturulan M⁻¹ matrisinin, W (q, \dot{q}, \ddot{q}) oluşturulması sırasında yapılan sadeleştirme ve yakınsamalara bağlı olarak aslına uygun şekilde oluşturulamamasında kaynaklandığı düşünülmüştür. Diğer adaptif kontrol yaklaşımı için teorik adaptasyon $\Gamma = diag. \{6.7, 5.8, 9.4\}$ ve a= $diag. \{1.8, 1.8, 1.8\}$ için sağlanarak model üzerinde deneyimlenmiş ve 5 saniyeden kısa sürede tüm eksenler için kararlı hal elde edilmiştir.

Sürekli robotta tendon gerilimlerine ek olarak harici uç noktasal yük tarafında oluşturulan değişken eğrilik durumunun tayini için, sürekli robot BHHKKT olarak ele alınmış, tendon gerilmeleri ortadan kaldırılarak model, dört farklı basınç değeri için değişken uç noktasal yükler ile sınanmıştır. Elde edilen sonuçlara göre BHHKKT sürekli robotlar için çökmenin tahmininde kullanılabilir olarak olarak değerlendirilmiş fakat ileriki çalışmalarda söz konusu hali ile kullanılması uygun görülmemiştir. Özellikle P_{kr} değerine yakın yüklerde BHHKKT tarafından elde edilen çökme tahminlerde büyük hata değerleri kaydedilmiştir. Çalışma sırasında elde edilen genel hataların temelinde BHHKKT'nin sabit ve doğrusal elastisite, sabit çap ve sabit cidar kalınlığı yaklaşımını önermesi, fakat ele alınan modelin söz konusu şartları sağlayamaması olduğu düşünülmüştür. Ayrıca deneylerin görece düşük basınçta ve oldukça düşük elastisite sabitine sahip balon ile deneyimlenmiş olmasının, elde edilen hatalar üzerinde oldukça etkili olduğu düşünülmüştür.

9.1 Öneriler

Bu bölümde, tasarlanan sürekli robot üzerinde elde edilen deneyimler doğrultusunda gerçekleştirilecek yeni çalışmalara yardımcı olması ve öngörü sağlaması amacı ile birtakım önerilerde bulunulmuştur.

- Sürekli robot için iç basıncın gerekenden az veya fazla olması durumunda, sürekli robotun sabit eğrilik davranışı sergileyememesi dolayısı ile yörünge takibi uygulamaları öncesinde, tasarlanan sürekli robot için optimal iç basınç belirlenmelidir.
- Sürekli robot için yaklaşık dinamik model geliştirmek yerine ters jakobiyen kontrolünün daha pratik olacağı düşünülmüştür.
- Sürekli robotun kontrolü için dinamik denklem oluşturma yaklaşıma alternatif olarak, model tabanlı olmayan kontrol yaklaşımlarının büyük avantaj sağlayacağı düşünülmüştür.
- BHHKKT yaklaşımının sürekli robotlardaki uygulamları için, daha yüksek basınç değerlerinde, daha kalın cidarlı ve olabildiğince yüksek elastisite değerine sahip malzemeden imal edilmiş balon tercih edilmelidir.
- Sürekli robotun deformasyonun belirlenmesi için önerilen BHHKKT yaklaşımı için deneysel verilerden yararlanarak, yapay sinir ağları gibi öğrenme bazlı yapılardan faydalanarak, yeni deformasyon denklemleri geliştirilmesi, model için daha isabetli çökme tahminleri yapmayı olanaklı kılacaktır.

KAYNAKLAR DİZİNİ

- McMahan, M., Jones B.A. and Walker, I.D., 2005, Design and implementation of a multi-section continuum robot: Air-Octor, IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2578-2585pp.
- Neppalli, S. and Jones, B., 2007, Design, construction and analysis of a continuum robot, IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 1503-1507pp.
- Mazzolai, B., Margheri, L., Cianchetti, M., Dario, P., and Laschi, C., 2012, Softrobotic arm inspired by the octopus:II. From artificial requirements to innovative technological solutions, Bioinspiration & Biomimetics, 7(2)
- Nguyen, T.D. and Burgner-Kahrs, J., 2015, A tendon-driven continuum robot with extensible sections, IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2130-2135pp.
- Kang, R., Guo, Y., Chen, L., Branson, D.T. and Dai, J.S., 2016, Design of a pneumatic muscle based continuum robot with embedded tendons, IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 22: 751 – 761pp.
- Hawkes, E.W., Blumenschein, L.H., Greer, J.D. and Okamura, A.M., 2017, A soft robot that navigates its environment through growth, Science Robotics, 2
- Greer, J.D., Morimoto, T.K., Okamura, M.A. and Hawkes, E.W., 2017, Series pneumatic artificial muscles (spams) and application to a soft continuum robot IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), 5503-5510pp.
- Tan, N., Gu, X. and Ren, H., 2018, Design, characterization and applications of a novel soft actuator driven by flexible shafts, Mechanism and Machine Theory, 122:197–218pp.
- Usevitch, N.S., Okamura, A.M. and Hawkes, E.W., 2018, APAM: Antagonistic pneumatic artificial muscle, IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), 1539-1546pp.
- Kellaris, N. S., Venkata, V.G., Smith, G.M., Mitchell, S.K. and Keplinger, C., 2018, Peano-HASEL actuators: Muscle-mimetic, electrohydraulic transducers that linearly contracton activation, Science Robotics, 3
- Wang, T., Ge, L. and Gu, G., 2018, Programmable design of soft pneu-net actuators with obliquechambers can generate coupled bending and twisting motions, Sensors and Actuators A: Physical, 271:131–138pp.
- **Robinson, G. and Davies, J.B.C.**, 1999, Continuum robots A state of the art, IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2849-2854pp.

- Trivedi, D., Rahn, D.C., Kier, M.V. and Walker, I.D, 2008, Soft robotics: Biological inspiration, state of the art, and future research, Applied Bionics and Biomechanics, 5(3): 99–117pp.
- Kato, T., Okumura I., Kose, H., Takagi, K. and Hata, N., 2016, Tendon-driven continuum robot for neuroendoscopy: validation of extended kinematic mapping for hysteresis operation, International Journal of Computer Assisted Radiology and Surgery, 11:589–602pp.
- Kato,, T., Okumura, I., Song, S., Golby, J.A., and Hata, N., 2015, Tendon-driven continuum robot for endoscopic surgery: preclinical development and validation of a tension propagation model, IEEE/ASME Transactions On Mechatronics, 20(5): 2252-2263pp.
- Kim, Y., Cheng, S.S., Diakite, M., Gullapalli, R.P., Simard, J.M., and Desai, J.P., 2017, Toward the development of a flexible mesoscalemri-compatible neurosurgical continuum robot, Ieee Transactions On Robotics, 33(6): 1386-1397pp.
- Niu, G., Wang, J. and Xu, K., 2018, Model analysis for a continuum aircraft fuel tank inspection robot based on the Rzeppa universal joint, Research Article, 10(5):1-10pp.
- Kim, Y., Parada, G.A., Liu, S. and Zhao, X., 2019, Ferromagnetic soft continuum robots, Science Robotics, 4
- **Chirikjian, S.G. and Burdick, J.W.,** 1994, A modal approach to hyper-redundant manipulator kinematics, IEEE Transactions On Robotics and Automation, 10(3):343–354 pp.
- Rubin, M.B., 2000, Cosserat Theories:Shells, Rods and Points, Kluwer Academic Publishers, London, 480p.
- **Gravagne, I.A. and Walker, I.D.,** 2000, On the kinematics of remotely- actuated continuum robots, IEEE International Conference on Robotics & Automation, 2544 2550pp.
- Jones, A.B., Walker, I.D.. and Vakilian, M., 2006, Kinematics for multisection continuum robots, Ieee Transactions on Robotics, 22(1):43-57pp.
- Jones, A.B., McMahan, W. and Walker, I.D., 2006, Practical kinematics for realtime implementation of continuum robots, IEEE International Conference on Robotics and Automation, 22: 1840 – 1847pp.
- Lipkin, H., Munnae, J., McMurray, G., Zhou, D. and Daley, W., 2007, Endoscope kinematics, IFToMM World Congress
- Trivedi, D., Lotfi, A., and Rahn, D.R., 2004, Geometrically exact models for soft robotic manipulators, IEEE Transactions On Robotics, 24(4): 773–780pp.

- Neppalli, S., Csencsits, A.M., Jones, B.A., and Walker, I.D., 2009, Closed-form inverse kinematics for continuum manipulators, Advanced Robotics, 23: 2077–2091pp.
- Mahl, T., Hildebrandt, A. and Sawodny O., 2014, A variable curvature continuum kinematics for kinematic control of the bionic handling assistant, IEEE Transactions On Robotics, 30(4): 935 – 948pp.
- Tang, L., Wang, J., Zheng, Y., Gu, G., Zhu, L. and Zhu, X., 2017, Design of a cable-driven hyper-redundant robot with experimental validation, International Journal of AdvancedRobotic Systems,1-12pp.
- **Chawla, A., Frazell,C. and Walker, I.,** 2018, Comparison of constant curvature forwardkinematics for multisection continuum manipulators, IEEE International Second Conference on Robotic Computing, 217-223pp.
- Machiyama, H. and Suzuki, T., 2003, Kinematics and dynamics of a cable-like hyper-flexi ble manipulator, IEEE International Conference on Robotics and Automation, 3672-3677pp.
- Gravagne, I.A., Rahn, C.D. and Walker, I.D., 2003, Large deflection dynamics and control for planar continuum robots, IEEE/ASME Transactions On Mechatronics, 8(2): 299-307pp.
- Ivanescu, M., Popescu, N. and Popescu, D., 2005, A variable length tentacle manipulator control system, IEEE International Conference on Robotics and Automation, 3274-3279pp.
- Zheng, T., Branson, D.T, Guglielmino, E. and Caldwell, D., 2011, A 3D dynamic model for continuum robots inspired by an octopus arm, IEEE International Conference on Robotics and Automation, 3652-3657pp.
- Godage, I.S., Branson, D.T., Guglielmino, E., Medrano-Cerda, G.A. and Caldwell, D.G., 2011, Dynamics for biomimetic continuum arms: a modal approach, IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics, 104-109pp.
- Godage, I.S., Branson, D.T., Guglielmino, E., Medrano-Cerda, G.A. and Caldwell, D.G., 2011, Shape function-based kinematics and dynamics for variable length continuum robotic arms, IEEE International Conference on Robotics and Automation, 452-454pp.
- He, B., Wang, Z., Li, Q., Xie, H. and Shen, R., 2012, An analytic method for the kinematics and dynamics of a multiple-backbone continuum robot, International Journal of Advanced Robotic Systems, 10(84).
- William, S.R. and Ben-Tzvi, P., 2014, Continuum robot dynamics utilizing the principle of virtual power, IEEE Transactions On Robotics, 30(1):275-287pp.

- Falkenhahn, V., Mahl, T., Hildebrandt, A., Neumann, R. and Sawodny, O., 2015, Dynamic modeling of bellows-actuated continuum robots using the euler-lagrange formalism, IEEE Transactions On Robotics, 31(6):1483-1496pp.
- Katzschmann, R.K., Santina, C.D., Toshimitsu, Y., Bicchi, A. and Rus, D., 2019, Dynamic motion control of multi-segment soft robots using piecewise constant curvature matched with an augmented rigid body model, 2nd IEEE International Conference on Soft Robotics (RoboSoft)
- Alqumsan A.A., Khoo, S. and Norton, M., 2019, Robust control of continuum robots using cosserat rod theory, Mechanism and Machine Theory, 131: 48–61pp.
- Camarillo, D.B., Milne, C.F., Carlson, C.R., Zinn, M.R. and Salisbury, K.J., 2008, Mechanics modeling of tendon-driven continuum manipulators, IEEE Transactions on Robotics, 24(6):1262-1273pp.
- Jones, B.A., Gray, R.L. and Turlapati, K., 2009, Three dimensional statics for continuum robotics, IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2659-2664pp.
- Till, J. and Rucker, D.C., 2017, Elastic stability of cosserat rods and parallel continuum robots, IEEE Transactions on Robotics, 99: 1-16pp.
- Yuan, H. and Li, Z., 2018, Workspace analysis of cable-driven continuum manipulators based on static model, Robotics and Computer–Integrated Manufacturing, 49:240-252pp.
- Mishra, A.K., Mondini, A., Dottore, E.D., Sadeghi, A., Tramacere, F. and Mazzola, B., 2018, Modular continuum manipulator: analysis and characterization of its basic module, Biomimetics, 3(1).
- Immega, G., Antonelli, K. and KO, J., 1995, Teleoperation of the ksi tentacle manipulator for hot cell decontamination, IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics. Intelligent Systems, 2133-2136pp.
- **Robinson, G. and Davies, J.B.C., 1999,** Continuum robots a state of the art, IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2849-2854pp.
- **Tsukagoslii, H., Kitagawa, A. and Segawa, M.,** 2001, Active hose: an artificial elephant's nose with maneuverability for rescue operation, IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2454-2459pp.
- Trivedi, D., Rahn, C.D., Kier, W.M. and Walker, I.D., 2008, Soft robotics: biological inspiration, state of the art, and future research, Applied Bionics and Biomechanics, 5(3): 99–117pp.

- Webster R. J., Swensen, J. P., Romano, J. M. and Cowan, N. J., 2009, Closedform differential kinematics for concentric-tube continuum robots with application to visual servoing, Experimental Robotics, 54: 485-494pp.
- **Bogue, R.,** 2011, Robots in the nuclear industry: a review of technologies and applications, Industrial Robot, 38(2): 113-118pp.
- Walker, I.D., 2013, Continuous backbone "continuum" robot manipulators, ISRN Robotics.
- Burgner-Kahrs, J., Rucker, C.D. and Choset, H., 2015, Continuum robots for medical applications: a survey, IEEE Transactions on Robotics, 31(6):1261-1280pp.
- **Reinecke, J., Deutschmann, B. and Fehrenbach, D.,** 2016, A structurally flexible humanoid spine based on a tendon-driven elastic continuum, IEEE International Conference on Robotics and Automation, 4714-4721pp.
- Benouhiba, A., Rabenorosoa, K., Rougeot, P., Ouisse, M. and Andreff, N.,2018, A multisegment electro-active polymer based milli-continuum soft robots, IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 7500-7506pp.
- Lee, J.J. and Shinozuka, M., 2006, A vision-based system for remote sensing of bridge displacement, NDT&E International, 39: 425–431pp.
- Feng, D., Feng, M.Q., Ozer, E. and Fukuda, Y.. 2015, A vision-based sensor for noncontact structural displacement measurement, Sensors, 15:16557-16575pp.
- Khuc, T. and Catbas, N.F., 2016, Completely contactless structural health monitoring of real-life structures using cameras and computer vision, Structural Control And Health Monitoring, 24(1)
- **Denavit, J. And Hartenberg, R.S.,** 1955, A kinematic notation for lower pair mechanisms based on matrices, Journal of Applied Mechanics, 215-221pp.
- Hannan, M.W. and Walker, I.D., 2003, Kinematics and the Implementation of an Elephant's Trunk Manipulator and other Continuum Style Robots, Clemson University, USA, 32p.
- Tatlicioglu, E., Walker, I.D. and Dawson, D. M., 2007, New Dynamic Models for Planar Extensible Continuum Robot Manipulators, Clemson University, USA 10p.
- Borenstein, J., Hansen, M. and Borrell, A., 2007, The OmniTread OT-4 Serpentine Robot Design and Performance, The University of Michigan, Ann Arbor, 21p.

Kuo, C.B., 2003, Automatic Control Systems, John Wiley & Sons, ABD, 624p.

Ogata, K., 2013, System Dynamics, Pearson Education, London, 784p.

- Murray, R.M., Li, Z. And Sastry, S.S., 1994, A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation, CRC Press, London, 456p.
- Craig, J.C., 2005, Introduction to Robotics Mechanics, Pearson Education, New Jersey, 400p.
- Godage, I.S., Branson, T.D., Guglielmino, E., Medrano-Cerda, G.A. and Caldwell, G.D., 2011, Dynamics for biomimetic continuum arms: a modal approach, IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics, 104-109pp.
- Ivanescu, M., Popescu, N. And Popescu, D., 2005, A variable length tentacle manipulator control system, IEEE International Conference on Robotics and Automation, 3274-3279pp.
- Spong, W.M., Hutchinson, S. and Vidyasagar, M., 2004, Robot Dynamics and Control, 303p.
- Lewis, F.L., Dawson, M.D. and Abda, C.T., 2004, Robot Manipulator Control Theory and Practice, Marcel Dekker, New York, 607p.
- Craig, J.J., Hsu, P. and Sastry, S.S., 2014, Adaptive control of mechanical manipulators, The International Journal of Robotics Research, 6(16):16-28pp.
- Rucker, D.C. and Webster, R.B., 2011, Statics and dynamics of continuum robots with general tendon routing and external loading, IEEE Transactions on Robotics, 27(6):1033-1044pp.
- Comer, R.L. and Levy, S., 1963, Deflections of an inflated circular-cylindrical cantilever beam, AIAA Journal, 1(7):1652-1655pp.
- **Thomas, J.C. and Wielgosz, C.,** 2004, Deflections of highly inflated fabric tubes, Elsevier, 42(7):1049-1066pp.
- Main, J. A., Peterson, S. W. and Strauss, A. M., 1994, Load-deflection behavior of space-based inflatable fabric beams, Journal of Aerospace Engineering, 7(2):225 238

TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın yürütülmesi sırasında bilgi, birikim ve tecrübelerinden her zaman faydalandığım, çalışmamın her aşamasında yardım ve önerilerini benden esirgemeyen danışmanım Dr.Öğr.Üyesi Dilşad ENGİN'e en içten teşekkürlerimi sunarım.

Bu günlere gelmemi sağlayan, eğitim hayatım boyunca beni teşvik eden aileme, destekleri ve gösterdikleri sabır için sonsuz teşekkür ederim.



ÖZGEÇMİŞ

Adı ve Soyadı : Mert Can AKSOY

Uyruk: T.C

Doğum Yeri: İzmir/ Türkiye

Doğum Tarihi: 06.09.1992

Yabancı Dil: İngilizce, İtalyanca

E-posta: mertcan.aksoy35@gmail.com

Eğitim

Lisans :Bozok Üniversitesi – Makine Mühendisliği (2011 – 2015)

İş Deneyimleri

Yersa Sentetik Dokuma A.Ş İzmir Büyükşehir Belediyesi Ağır Bakım Birimi Desa Enerji Elektrik Üretim A.Ş Beyler A.Ş

<u>Ek A</u>

cos(x + y) = cos(x) cos(y) - sin(x) sin(y)cos(x - y) = cos(x) cos(y) + sin(x) sin(y)

Taraf tarafa toplanır ise,

 $\cos(x + y) + \cos(x - y) = 2\cos(x)\cos(y)$

$$x = \frac{a+b}{2}, \qquad y = \frac{a-b}{2} \quad \begin{cases} x+y = a \\ x-y = b \end{cases}$$
$$\cos(a+b) = 2\cos\left(\frac{a+b}{2}\right)\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

<u>Ek B</u>

 $J_{\mathbf{A}}^{11} = (J_{DH_{12}}, J_{\alpha}^{11}, J_{\alpha}^{11}) + (J_{DH_{12}}, J_{\alpha}^{21}, J_{\alpha}^{11}) + (J_{DH_{12}}, J_{\alpha}^{31}, J_{\alpha}^{11}) + (J_{DH_{14}}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{11}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{11}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{11}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{11}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{11}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{11}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{11}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{11}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{11}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{11}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{11}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{11}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{11}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{11}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{11}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{11}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{11}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{11}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{11}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{11}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{11}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{41}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{41}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{41}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{41}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{41}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{41}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{41}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{41}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{41}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{41}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{41}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{41}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{41}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{41}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{41}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{41}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{41}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{41}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{41}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{41}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}, J_{\alpha}^{41}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}) + (J_{\alpha}, J_{\alpha}^{41}) +$ $(J_{DH_{15}}, J_{a}^{51}, J_{a}^{11}) + (J_{DH_{11}}, J_{a}^{12}, J_{a}^{21}) + (J_{DH_{12}}, J_{a}^{22}, J_{a}^{21}) + (J_{DH_{13}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{21}) + (J_{DH_{13}}, J_{A}^{32}, J_{A}^{32}) + (J_{A}, J_{A}^{32}, J_{A}^{32}) + (J_{A}, J_{A}^{32}, J_{A}^{32}) + (J_{A}, J_{A}^{32}, J_{A}^{32}) + (J_{A}, J_{A}^{32}, J_{A}^{32}) + (J_{A}, J_{A}^{32}, J_{A}^{32}) + (J_{A}, J_{A}^{32}) + (J_{A}, J_{A}^{32}, J_{A}^{32}) + (J_{A}, J_{A}^{32}) + (J_{A}, J_{A}^{32}) + (J_{A}, J_{A}^{32}) + (J_{A}, J_{A}^{32}) + (J_{A}, J_{A}^{32}) + (J_{A}, J_{A}^{32}) + (J_{A}, J_{A}^{32}) + (J_{A}, J_{A}^{32}) + (J_{A}, J_{A}^{32}) + (J_{A}, J_{A}^{32}) + (J_{A}, J_{A}^{32}) + (J_{A}, J_{A}^{32}) + (J_{A}, J_{A}^{32}) + (J_{A}, J_{A}^{32}) + (J_{A}, J_{A}^{32}) + (J_{A}, J_{A}^{32}) + (J_{A}, J_{A}^{32}) + (J_{A}, J_{A}^{32}) + (J_{A}, J_{A}^{32}) +$ $(J_{DH_{14}}, J_{a}^{42}, J_{a}^{21}) + (J_{DH_{15}}, J_{a}^{52}, J_{a}^{21}) + (J_{DH_{11}}, J_{a}^{13}, J_{a}^{31}) + (J_{DH_{12}}, J_{a}^{23}, J_{a}^{31}) +$ $(J_{DH_{13}}, J_a^{33}, J_a^{31}) + (J_{DH_{14}}, J_a^{43}, J_a^{31}) + (J_{DH_{15}}, J_a^{53}, J_a^{31})$ $J_{\Lambda}^{12} = (J_{DH_{12}}, J_{\pi}^{11}, J_{\pi}^{12}) + (J_{DH_{12}}, J_{\pi}^{21}, J_{\pi}^{12}) + (J_{DH_{12}}, J_{\pi}^{31}, J_{\pi}^{12}) + (J_{DH_{12}}, J_{\pi}^{41}, J_{\pi}^{12}) + (J_{\pi}^{11}, J_{\pi}^{12}) + (J_{\pi}^{11}, J_{\pi}^{12}, J_{\pi}^{12}) + (J_{\pi}^{11}, J_{\pi}^{12}) +$ $(J_{DH_{12}}, J_{a}^{51}, J_{e}^{12}) + (J_{DH_{11}}, J_{a}^{12}, J_{e}^{22}) + (J_{DH_{12}}, J_{a}^{22}, J_{e}^{22}) + (J_{DH_{12}}, J_{a}^{32}, J_{e}^{22}) + (J_{DH_{12}}, J_{a}^{32}, J_{e}^{22}) + (J_{DH_{12}}, J_{a}^{32}, J_{e}^{32}) + (J_{DH_{12}}, J_{a}^{32}, J_{e}^{32}) + (J_{DH_{12}}, J_{a}^{32}, J_{e}^{32}) + (J_{DH_{12}}, J_{a}^{32}, J_{e}^{32}) + (J_{DH_{12}}, J_{a}^{32}, J_{e}^{32}) + (J_{DH_{12}}, J_{a}^{32}, J_{e}^{32}) + (J_{DH_{12}}, J_{a}^{32}, J_{e}^{32}) + (J_{DH_{12}}, J_{a}^{32}, J_{e}^{32}) + (J_{DH_{12}}, J_{a}^{32}, J_{e}^{32}) + (J_{DH_{12}}, J_{a}^{32}, J_{e}^{32}) + (J_{DH_{12}}, J_{a}^{32}, J_{e}^{32}) + (J_{DH_{12}}, J_{a}^{32}, J_{e}^{32}) + (J_{DH_{12}}, J_{a}^{32}, J_{e}^{32}) + (J_{DH_{12}}, J_{a}^{32}, J_{e}^{32}) + (J_{DH_{12}}, J_{a}^{32}, J_{e}^{32}) + (J_{DH_{12}}, J_{a}^{32}, J_{e}^{32}) + (J_{DH_{12}}, J_{a}^{32}, J_{e}^{32}) + (J_{DH_{12}}, J_{a}^{32}, J_{e}^{32}) + (J_{DH_{12}}, J_{a}^{32}, J_{e}^{32}) + (J_{DH_{12}}, J_{e}^{32}, J_{e}^{32}) + (J_{$ $(J_{DH_{14}}, J_a^{42}, J_a^{22}) + (J_{DH_{15}}, J_a^{52}, J_a^{22}) + (J_{DH_{11}}, J_a^{13}, J_a^{32}) + (J_{DH_{12}}, J_a^{23}, J_a^{32}) + (J_{DH_{12}}, J_a^{23}, J_a^{32}) + (J_{DH_{12}}, J_a^{23}, J_a^{23}) + (J_{DH_{12}}, J_a^{23}, J_a^{23}) + (J_{DH_{12}}, J_a^{23}, J_a^{23}) + (J_{DH_{12}}, J_a^{23}, J_a^{23}) + (J_{DH_{12}}, J_a^{23}, J_a^{23}) + (J_{DH_{12}}, J_a^{23}, J_a^{23}) + (J_{DH_{12}}, J_a^{23}, J_a^{23}) + (J_{DH_{12}}, J_a^{23}, J_a^{23}) + (J_{DH_{12}}, J_a^{23}, J_a^{23}) + (J_{DH_{12}}, J_a^{23}, J_a^{23}) + (J_{DH_{12}}, J_a^{23}, J_a^{23}) + (J_{DH_{12}}, J_a^{23}, J_a^{23}) + (J_{DH_{12}}, J_a^{23}, J_a^{23}) + (J_{DH_{12}}, J_a^{23}, J_a^{23}) + (J_{DH_{12}}, J_a^{23}, J_a^{23}) + (J_{DH_{12}}, J_a^{23}) + (J_{DH_{12}}, J_a^{23}) + (J_{DH_{12}}$ $(J_{DH_{12}}, J_a^{33}, J_a^{32}) + (J_{DH_{14}}, J_a^{43}, J_a^{32}) + (J_{DH_{15}}, J_a^{53}, J_a^{32})$ $J_{\Delta}^{13} = (J_{DH_{11}}, J_{a}^{11}, J_{a}^{13}) + (J_{DH_{12}}, J_{a}^{21}, J_{a}^{13}) + (J_{DH_{13}}, J_{a}^{31}, J_{a}^{13}) + (J_{DH_{14}}, J_{a}^{41}, J_{a}^{13}) + (J_{DH_{14}}, J_{a}^{13}, J_{a}^{13}) + (J_{DH_{14}}, J_{A}^{13}, J_{A}^{13}) + (J_{DH_{14}}, J_{A}^{13}, J_{A}^{13}) + (J_{A}, J_{A}^{13}, J_{A}^{13}) + (J_{A}, J_{A}^{13}, J_{A}^{13}) + (J_{A}, J_{A}^{13}, J_{A}^{13}) + (J_{A}, J_{A}^{13}, J_{A}^{13}) + (J_{A}, J_{A}^{13}, J_{A}^{13}) + (J_{A}, J_{A}^{13}, J_{A}^{13}) + (J_{A}, J_{A}^{13}, J_{A}^{13}) + (J_{A}, J_{A}^{13}, J_{A}^{13}) + (J_{A}, J_{A}^{13}, J_{A}^{13}) + (J_{A}, J_{A}^{13}, J_{A}^{13}) + (J_{A}, J_{A}^{13}, J_{A}^{13}) + (J_{A}, J_{A}^{13}, J_{A}^{13}) + (J_{A}, J_{A}^{13}, J_{A}^{13}) + (J_{A}, J_{A}^{13}, J_{A}^{13}) + (J_{A}, J_{A}^{13}, J_{A}^{13}) + (J_{A}, J_{A}^{13}, J_{A}^{13}) + (J_{A}, J_{A}^{13}, J_{A}^{13}) + (J_{A}, J_{A}^{13}) + (J_{A}, J_{A}^{13}) + (J_{A}, J_{A}^{13}) + (J_{A}, J_{A}^{13}) + (J_{A}, J_{A}^{13}) + (J_{A}, J_{A}^{13}) + (J_{A}, J_{A}^{13}) + (J_{A}, J_{A}^{13}) + (J_{A}, J_{A}^{13}) + (J_{A}, J_{A}^{13}) + (J_{A}, J_{A}^{13}) + (J_{A}, J_{A}^{13}) + (J_{A}, J_{A}^{13}) + (J_{A}, J_{A}^{13}) + (J_{A}, J_{A}^{13}) + (J_$ $(J_{DH_{15}}, J_a^{51}, J_a^{13}) + (J_{DH_{11}}, J_a^{12}, J_a^{23}) + (J_{DH_{12}}, J_a^{22}, J_a^{23}) + (J_{DH_{13}}, J_a^{32}, J_a^{23}) + (J_{DH_{13}}, J_a^{32}, J_a^{23}) + (J_{DH_{13}}, J_a^{32}, J_a^{23}) + (J_{DH_{13}}, J_a^{32}, J_a^{23}) + (J_{DH_{13}}, J_a^{32}, J_a^{23}) + (J_{DH_{13}}, J_a^{32}, J_a^{23}) + (J_{DH_{13}}, J_a^{32}, J_a^{23}) + (J_{DH_{13}}, J_a^{32}, J_a^{32}) + (J_{DH_{13}}, J_a^{32}) + (J_{DH_{13}}, J_a^{32}) + (J_{DH_{13}}$ $(J_{DH_{14}}, J_a^{42}, J_{\beta}^{23}) + (J_{DH_{15}}, J_a^{52}, J_{\beta}^{23}) + (J_{DH_{11}}, J_a^{13}, J_{\beta}^{33}) + (J_{DH_{12}}, J_a^{23}, J_{\beta}^{33}) + (J_{DH_{12}}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{33}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}) + (J_{\beta}, J_{\beta}^{23}, J_{\beta}^{23}$ $(J_{DH_{12}}, J_a^{33}, J_a^{33}) + (J_{DH_{14}}, J_a^{43}, J_a^{33}) + (J_{DH_{15}}, J_a^{53}, J_a^{33})$ $J_{A}^{21} = (J_{DH_{21}}, J_{a}^{11}, J_{a}^{11}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{21}, J_{a}^{11}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{31}, J_{a}^{11}) + (J_{DH_{24}}, J_{a}^{41}, J_{a}^{11}) + (J_{DH_{24}}, J_{A}^{41}, J_{A}^{11}) + (J_{A}, J_{A}^{11}, J_{A}^{11}) + (J_{A}, J_{A}^{11}, J_{A}^{11}) + (J_{A}, J_{A}^{11}, J_{A}^{11}) + (J_{A}, J_{A}^{11}, J_{A}^{11}) + (J_{A}, J_{A}^{11}) + (J_{A}, J_{A}^{11}) + (J_{A}, J_{A}^{11}) + (J_{A}, J_{A}^{11}) + (J_{A}, J_{A}^{11}) + (J_{A}, J_{A}^{11}) + (J_{A}, J_{A}^{11}) + (J_{A}, J_{A}^{11}) + (J_{A}, J_{A}^{11}) + (J_{A}, J_{A}^{11}) + (J_{A}, J_{A}^{11}) + (J_{A}, J_{A}^{11}) + (J_{A}, J_{A}^{11}) + (J_{A}, J$ $(J_{DH_{2p}}, J_{a}^{51}, J_{a}^{11}) + (J_{DH_{21}}, J_{a}^{12}, J_{a}^{21}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{22}, J_{a}^{21}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{21}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{21}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{21}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{21}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{21}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{21}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{21}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{21}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{21}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{21}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{21}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{21}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{21}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{21}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{21}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{21}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{A}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{A}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{A}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{A}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{A}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{A}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{A}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{A}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{A}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{A}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{A}^{32}) + (J_{DH_{22}}$ $(J_{DH_{24}}, J_{a}^{42}, J_{a}^{21}) + (J_{DH_{25}}, J_{a}^{52}, J_{a}^{21}) + (J_{DH_{21}}, J_{a}^{13}, J_{a}^{31}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{23}, J_{a}^{31}) +$ $(J_{DH_{23}}, J_{a}^{33}, J_{a}^{31}) + (J_{DH_{24}}, J_{a}^{43}, J_{a}^{31}) + (J_{DH_{25}}, J_{a}^{53}, J_{a}^{31})$ $J_{A}^{22} = (J_{DH_{a1}}, J_{a}^{11}, J_{a}^{12}) + (J_{DH_{a2}}, J_{a}^{21}, J_{a}^{12}) + (J_{DH_{a2}}, J_{a}^{31}, J_{a}^{12}) + (J_{DH_{a4}}, J_{a}^{41}, J_{a}^{12}) + (J_{A}, J_{A}^{41}, J_{A}^{41}, J_{A}^{41}) + (J_{A}, J_{A}^{41}, J_{A}^{41}, J_{A}^{41}) + (J_{A}, J_{A}^{41}, J_{A}^{41}, J_{A}^{41}) + (J_{A}, J_{A}^{41}, J_{A}^{41}, J_{A}^{41}) + (J_{A}, J_{A}^{41}, J_{A}^{41}, J_{A}^{41}) + (J_{A}, J_{A}^{41}, J_{A}^{41}) + (J_{A}, J_{A}^{41}, J_{A}^{41}) + (J_{A}, J_{A}^{41}, J_{A}^{41}) + (J_{A}, J_{A}^{41}, J_{A}^{41}) + (J_{A}, J_{A}^{41}, J_{A}^{41}) + (J_{A}, J_{A}^{41}, J_{A}^{41}) + (J_{A}, J_{A}^{41}) + (J_{A}, J_{A}^{41}) + (J_{A}, J_{A}^{41}) + (J_{A}, J_{A}^{41}) + (J_{A}, J_{A}^{41}) + (J_{A}, J_{A}^{41}) + (J_{A}, J_{A}^{41}) + (J_{A}, J_{A}^{41}) + (J_{A}, J_{A}^{41}) + (J_{A}, J_{A}^{41}) + (J_{A}, J_{A}^{41}) + (J_{A}, J_{A}^{41}) + (J_{A}, J_{A}$ $(J_{DH_{22}}, J_{a}^{51}, J_{a}^{12}) + (J_{DH_{21}}, J_{a}^{12}, J_{a}^{22}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{22}, J_{a}^{22}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{22}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{22}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{22}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{22}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{22}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{22}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{22}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{22}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{22}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{22}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}, J_{a}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{a}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{A}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{A}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{A}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{A}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{A}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{A}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{A}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{A}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{A}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{A}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{A}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{A}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{A}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{A}^{32}) + (J_{DH_{22}}, J_{A}^{32}) + (J_{DH_{$

$$\begin{split} & (J_{\text{DH}_2}, J_n^{(2)}, J_$$

$$\begin{split} J_{\Delta}^{51} &= (J_{DH_{51}}, J_{a}^{11}, J_{a}^{11}) + (J_{DH_{52}}, J_{a}^{21}, J_{a}^{11}) + (J_{DH_{52}}, J_{a}^{21}, J_{a}^{11}) + (J_{DH_{53}}, J_{a}^{21}, J_{a}^{21}) + (J_{DH_{53}}, J_{a}^{22}, J_{a}^{21}) + (J_{DH_{53}}, J_{a}^{22}, J_{a}^{21}) + (J_{DH_{53}}, J_{a}^{22}, J_{a}^{21}) + (J_{DH_{53}}, J_{a}^{22}, J_{a}^{21}) + (J_{DH_{53}}, J_{a}^{22}, J_{a}^{22}) + (J_{DH_{53}}, J_{a}^{22}, J_{a}^{22}) + (J_{DH_{53}}, J_{a}^{22}, J_{a}^{22}) + (J_{DH_{53}}, J_{a}^{23}, J_{a}^{21}) + (J_{DH_{53}}, J_{a}^{23}, J_{a}^{21}) + (J_{DH_{53}}, J_{a}^{23}, J_{a}^{21}) + (J_{DH_{53}}, J_{a}^{23}, J_{a}^{21}) + (J_{DH_{53}}, J_{a}^{21}, J_{a}^{21}) + (J_{DH_{53}}, J_{a}^{21}, J_{a}^{22}) + (J_{DH_{53}}, J_{a}^{21}, J_{a}^{22}) + (J_{DH_{53}}, J_{a}^{21}, J_{a}^{22}) + (J_{DH_{53}}, J_{a}^{21}, J_{a}^{22}) + (J_{DH_{53}}, J_{a}^{21}, J_{a}^{22}) + (J_{DH_{53}}, J_{a}^{21}, J_{a}^{22}) + (J_{DH_{53}}, J_{a}^{21}, J_{a}^{22}) + (J_{DH_{53}}, J_{a}^{21}, J_{a}^{22}) + (J_{DH_{53}}, J_{a}^{21}, J_{a}^{22}) + (J_{DH_{53}}, J_{a}^{22}, J_{a}^{22}) + (J_{DH_{53}}, J_{a}^{21}, J_{a}^{22}) + (J_{DH_{53}}, J_{a}^{21}, J_{a}^{22}) + (J_{DH_{53}}, J_{a}^{21}, J_{a}^{22}) + (J_{DH_{53}}, J_{a}^{21}, J_{a}^{22}) + (J_{DH_{53}}, J_{a}^{21}, J_{a}^{22}) + (J_{DH_{53}}, J_{a}^{21}, J_{a}^{22}) + (J_{DH_{53}}, J_{a}^{21}, J_{a}^{22}) + (J_{DH_{53}}, J_{a}^{21}, J_{a}^{22}) + (J_{DH_{53}}, J_{a}^{22}, J_{a}^{22}) + (J_{DH_{53}}, J_{a}^{22}, J_{a}^{23}) + (J_{DH_{53}}, J_{a}^{22}, J_{a}^{22}) + (J_{DH_{53}}, J_{a}^{22}, J_{a}^{22}) + (J_{DH_{53}}, J_{a}^{22}, J_{a}^{22}) + (J_{DH_{53}}, J_{a}^{22}, J_{a}^{22}) + (J_{DH_{53}}, J_{a}^{22}, J_{a}^{22}) + (J_{DH_{53}}, J_{a}^{22}, J_{a}^{22}) + (J_{DH_{53}}, J_{a}^{22}, J_{a}^{22}) + (J_{DH_{53}}, J_{a}^{22}, J_{a}^{22}) + (J_{DH_{53}}, J_{a}^{22}, J_{a}^{22}) + (J_{DH_{53}}, J_{a}^{22}, J_{a}^{22}) + (J_{DH_{53}}, J_{a}^{22}, J_$$

$$\begin{split} M_{11} &= \left(J_{\Delta}^{11}.m_{1}.J_{\Delta}^{11}\right) + \left(J_{\Delta}^{21}.J_{\Delta}^{21}\right) + \left(J_{\Delta}^{31}.J_{\Delta}^{31}\right) + \left(J_{\Delta}^{41}.R_{11}.I_{1}.R_{11}.J_{\Delta}^{41}\right) + \\ \left(J_{\Delta}^{51}.R_{21}.I_{1}.R_{11}.J_{\Delta}^{41}\right) + \left(J_{\Delta}^{61}.R_{31}.I_{1}.R_{11}.J_{\Delta}^{41}\right) + \left(J_{\Delta}^{41}.R_{12}.R_{12}.J_{\Delta}^{41}\right) + \left(J_{\Delta}^{51}.R_{22}.R_{12}.J_{\Delta}^{41}\right) + \\ \left(J_{\Delta}^{61}.R_{32}.R_{12}.J_{\Delta}^{41}\right) + \left(J_{\Delta}^{41}.R_{13}.R_{13}.J_{\Delta}^{41}\right) + \left(J_{\Delta}^{51}.R_{23}.R_{13}.J_{\Delta}^{41}\right) + \left(J_{\Delta}^{61}.R_{33}.R_{13}.J_{\Delta}^{41}\right) + \\ \end{split}$$
$$\begin{split} & \left(J_{\Delta}^{(1)},R_{11},I_{1},R_{21},J_{\Delta}^{(1)}\right) + \left(J_{\Delta}^{(1)},R_{21},I_{1},R_{21},J_{\Delta}^{(1)}\right) + \left(J_{\Delta}^{(1)},R_{21},R_{21},J_{\Delta}^{(1)}\right) + \left(J_{\Delta}^{(1)},R_{12},R_{22},J_{\Delta}^{(1)}\right) + \left(J_{\Delta}^{(1)},R_{12},R_{22},J_{\Delta}^{(1)}\right) + \left(J_{\Delta}^{(1)},R_{13},R_{22},J_{\Delta}^{(1)}\right) + \left(J_{\Delta}^{(1)},R_{13},R_{22},J_{\Delta}^{(1)}\right) + \left(J_{\Delta}^{(1)},R_{13},R_{22},J_{\Delta}^{(1)}\right) + \left(J_{\Delta}^{(1)},R_{13},R_{22},J_{\Delta}^{(1)}\right) + \left(J_{\Delta}^{(1)},R_{13},R_{22},J_{\Delta}^{(1)}\right) + \left(J_{\Delta}^{(1)},R_{13},R_{13},J_{\Delta}^{(1)}\right) + \left(J_{\Delta}^{(1)},R_{13},R_{13},J_{\Delta}^{(1)}\right) + \left(J_{\Delta}^{(1)},R_{13},R_{13},J_{\Delta}^{(1)}\right) + \left(J_{\Delta}^{(1)},R_{13},R_{13},J_{\Delta}^{(1)}\right) + \left(J_{\Delta}^{(1)},R_{13},R_{13},J_{\Delta}^{(1)}\right) + \left(J_{\Delta}^{(1)},R_{23},R_{23},J_{\Delta}^{(1)}\right) + \left(J_{\Delta}^{(1)},R_{23},R_{23},J_{\Delta}^{(1)}\right) + \left(J_{\Delta}^{(1)},R_{23},R_{23},J_{\Delta}^{(1)}\right) + \left(J_{\Delta}^{(1)},R_{23},R_{23},J_{\Delta}^{(1)}\right) + \left(J_{\Delta}^{(1)},R_{23},R_{23},J_{\Delta}^{(1)}\right) + \left(J_{\Delta}^{(1)},R_{23},R_{23},J_{\Delta}^{(1)}\right) + \left(J_{\Delta}^{(1)},R_{23},R_{23},J_{\Delta}^{(2)}\right) + \left(J$$

$$\begin{split} & \left(J_{A}^{[2]},R_{11},R_{21},J_{A}^{[5]}\right) + \left(J_{A}^{[2]},R_{21},R_{21},J_{A}^{[5]}\right) + \left(J_{A}^{[2]},R_{31},R_{21},J_{A}^{[5]}\right) + \left(J_{A}^{[2]},R_{12},I_{2},R_{22},J_{A}^{[5]}\right) + \\ & \left(J_{A}^{[2]},R_{22},I_{2},R_{22},J_{A}^{[5]}\right) + \left(J_{A}^{[2]},R_{13},R_{23},J_{A}^{[5]}\right) + \left(J_{A}^{[2]},R_{22},R_{23},J_{A}^{[5]}\right) + \left(J_{A}^{[2]},R_{31},R_{31},J_{A}^{[6]}\right) + \left(J_{A}^{[2]},R_{31},R_{31},J_{A}^{[6]}\right) + \left(J_{A}^{[2]},R_{31},R_{31},J_{A}^{[6]}\right) + \left(J_{A}^{[2]},R_{31},R_{31},J_{A}^{[6]}\right) + \left(J_{A}^{[2]},R_{32},I_{2},R_{32},J_{A}^{[6]}\right) + \\ & \left(J_{A}^{[2]},R_{32},I_{2},R_{32},J_{A}^{[6]}\right) + \left(J_{A}^{[2]},R_{13},R_{33},J_{A}^{[6]}\right) + \left(J_{A}^{[2]},R_{31},R_{31},J_{A}^{[6]}\right) + \left(J_{A}^{[2]},R_{32},R_{33},J_{A}^{[6]}\right) + \\ & \left(J_{A}^{[2]},R_{32},I_{2},R_{32},J_{A}^{[6]}\right) + \left(J_{A}^{[2]},R_{13},R_{33},J_{A}^{[6]}\right) + \left(J_{A}^{[2]},R_{11},R_{11},J_{A}^{[2]}\right) + \left(J_{A}^{[2]},R_{33},R_{33},J_{A}^{[6]}\right) \\ & M_{22} = \left(J_{A}^{[2]},J_{A}^{[2]}\right) + \left(J_{A}^{[2]},R_{12},R_{12},L_{A}^{[2]},L_{A}^{[2]},L_{A}^{[2]}\right) + \left(J_{A}^{[2]},R_{11},R_{11},J_{A}^{[2]}\right) + \left(J_{A}^{[2]},R_{31},R_{11},J_{A}^{[2]}\right) + \\ & \left(J_{A}^{[2]},R_{31},R_{11},J_{A}^{[2]}\right) + \left(J_{A}^{[2]},R_{13},R_{13},J_{A}^{[2]}\right) + \left(J_{A}^{[2]},R_{21},R_{21},J_{A}^{[2]}\right) + \\ & \left(J_{A}^{[2]},R_{32},I_{2},R_{12},J_{A}^{[2]}\right) + \left(J_{A}^{[2]},R_{13},R_{13},J_{A}^{[2]}\right) + \left(J_{A}^{[2]},R_{31},R_{21},J_{A}^{[2]}\right) + \left(J_{A}^{[2]},R_{31},R_{21},J_{A}^{[2]}\right) + \left(J_{A}^{[2]},R_{31},R_{21},J_{A}^{[2]}\right) + \left(J_{A}^{[2]},R_{32},R_{32},J_{A}^{[2]}\right) + \\ & \left(J_{A}^{[2]},R_{21},I_{2},R_{22},J_{2},R_{22},J_{A}^{[2]}\right) + \\ & \left(J_{A}^{[2]},R_{21},I_{A},R_{21},J_{A}^{[2]}\right) + \left(J_{A}^{[2]},R_{13},R_{23},J_{A}^{[2]}\right) + \left(J_{A}^{[2]},R_{31},R_{31},J_{A}^{[2]}\right) + \left(J_{A}^{[2]},R_{31},R_{31},J_{A}^{[2]}\right) + \\ & \left(J_{A}^{[2]},R_{32},I_{2},R_{32},J_{A}^{[2]}\right) + \\ & \left(J_{A}^{[2]},R_{32},I_{2},R_{32},J_{A}^{[2]}\right) + \\ & \left(J_{A}^{[2]},R_{32},I_{2},R_{32},J_{A}^{[2]}\right) + \\ & \left(J_{A}^{[2]},R_{32},I_{2},R_{32},J_{A}^{[2]}\right) + \\ & \left(J_{A}^{[2]},R_{32},I_{2},R_{32},J_{$$

$$\begin{split} & \left(J_{\Delta}^{(3)},R_{11},R_{21},J_{\Delta}^{(5)}\right) + \left(J_{\Delta}^{(3)},R_{21},R_{21},J_{\Delta}^{(5)}\right) + \left(J_{\Delta}^{(3)},R_{31},R_{21},J_{\Delta}^{(5)}\right) + \left(J_{\Delta}^{(3)},R_{12},R_{22},J_{\Delta}^{(5)}\right) + \\ & \left(J_{\Delta}^{(3)},R_{22},R_{22},J_{\Delta}^{(5)}\right) + \left(J_{\Delta}^{(3)},R_{13},R_{23},J_{\Delta}^{(5)}\right) + \left(J_{\Delta}^{(3)},R_{23},J_{\Delta}^{(5)}\right) + \left(J_{\Delta}^{(3)},R_{23},J_{\Delta}^{(5)}\right) + \left(J_{\Delta}^{(3)},R_{23},J_{\Delta}^{(5)}\right) + \\ & \left(J_{\Delta}^{(3)},R_{32},R_{32},J_{\Delta}^{(5)}\right) + \\ & \left(J_{\Delta}^{(3)},R_{32},R_{32},J_{\Delta}^{(5)}\right) + \\ & \left(J_{\Delta}^{(3)},R_{32},R_{32},J_{\Delta}^{(5)}\right) + \\ & \left(J_{\Delta}^{(3)},R_{32},R_{32},J_{\Delta}^{(5)}\right) + \\ & \left(J_{\Delta}^{(3)},R_{32},R_{32},J_{\Delta}^{(5)}\right) + \\ & \left(J_{\Delta}^{(3)},R_{32},R_{32},J_{\Delta}^{(5)}\right) + \\ & \left(J_{\Delta}^{(3)},R_{32},R_{32},J_{\Delta}^{(5)}\right) + \\ & \left(J_{\Delta}^{(3)},R_{32},R_{32},J_{\Delta}^{(5)}\right) + \\ & \left(J_{\Delta}^{(3)},R_{31},R_{11},J_{\Delta}^{(2)}\right) + \\ & \left(J_{\Delta}^{(3)},R_{31},R_{11},J_{\Delta}^{(2)}\right) + \\ & \left(J_{\Delta}^{(3)},R_{31},R_{11},J_{\Delta}^{(2)}\right) + \\ & \left(J_{\Delta}^{(3)},R_{31},R_{11},J_{\Delta}^{(2)}\right) + \\ & \left(J_{\Delta}^{(3)},R_{31},R_{11},J_{\Delta}^{(2)}\right) + \\ & \left(J_{\Delta}^{(3)},R_{31},R_{11},J_{\Delta}^{(2)}\right) + \\ & \left(J_{\Delta}^{(3)},R_{31},R_{11},J_{\Delta}^{(2)}\right) + \\ & \left(J_{\Delta}^{(3)},R_{31},R_{11},J_{\Delta}^{(2)}\right) + \\ & \left(J_{\Delta}^{(3)},R_{31},R_{11},J_{\Delta}^{(2)}\right) + \\ & \left(J_{\Delta}^{(3)},R_{31},R_{11},J_{\Delta}^{(2)}\right) + \\ & \left(J_{\Delta}^{(3)},R_{32},R_{12},J_{\Delta}^{(2)}\right) + \\ & \left(J_{\Delta}^{(3)},R_{31},R_{11},J_{\Delta}^{(2)}\right) + \\ & \left(J_{\Delta}^{(3)},R_{32},R_{22},J_{\Delta}^{(2)}\right) + \\ & \left(J_{\Delta}^{(3)},R_{32},R_{22},J_{\Delta}^{(2)}\right) + \\ & \left(J_{\Delta}^{(3)},R_{32},R_{22},J_{\Delta}^{(2)}\right) + \\ & \left(J_{\Delta}^{(3)},R_{32},R_{32},J_{\Delta}^{(2)}\right) + \\ & \left(J_{\Delta}^{(3)},R_{32},R_{32},J_{\Delta}^{(2)}\right) + \\ & \left(J_{\Delta}^{(3)},R_{32},R_{32},J_{\Delta}^{(2)}\right) + \\ & \left(J_{\Delta}^{(3)},R_{32},R_{32},J_{\Delta}^{(2)}\right) + \\ & \left(J_{\Delta}^{(3)},R_{32},R_{32},J_{\Delta}^{(2)}\right) + \\ & \left(J_{\Delta}^{(3)},R_{32},R_{32},J_{\Delta}^{(2)}\right) + \\ & \left(J_{\Delta}^{(3)},R_{32},R_{32},J_{\Delta}^{(2)}\right) + \\ & \left(J_{\Delta}^{(3)},R_{32},R_{32},J_{\Delta}^{(2)}\right) + \\ & \left(J_{\Delta}^{(3)},R_{32},R_{32},J_{\Delta}^{(2)}\right) + \\ & \left(J_{\Delta}^{(3)},R_{32},R_{32},J_{\Delta}^{(2)}\right) + \\ & \left(J_{\Delta}^{(3)},R_{32},R_{32},J_{\Delta}^{(2)}\right) + \\ & \left(J_{\Delta}^{(3)},R_{32},R_{$$

$$C_{11} = \frac{1}{2} \frac{\partial M_{11}}{\partial \ell_l} + \frac{\partial M_{21}}{\partial \ell_l} + \frac{\partial M_{31}}{\partial \ell_l} - \frac{1}{2} \frac{\partial M_{11}}{\partial \ell_3} - \frac{1}{2} \frac{\partial M_{12}}{\partial \ell_2}$$

$$C_{12} = \frac{1}{2} \frac{\partial M_{12}}{\partial \ell_l} + \frac{\partial M_{22}}{\partial \ell_l} + \frac{\partial M_{32}}{\partial \ell_l} - \frac{1}{2} \frac{\partial M_{12}}{\partial \ell_3} - \frac{1}{2} \frac{\partial M_{12}}{\partial \ell_2}$$

$$C_{13} = \frac{1}{2} \frac{\partial M_{13}}{\partial \ell_l} + \frac{\partial M_{23}}{\partial \ell_l} + \frac{\partial M_{33}}{\partial \ell_l} - \frac{1}{2} \frac{\partial M_{13}}{\partial \ell_3} - \frac{1}{2} \frac{\partial M_{13}}{\partial \ell_2}$$

$$C_{21} = \frac{1}{2} \frac{\partial M_{21}}{\partial \ell_2} + \frac{\partial M_{11}}{\partial \ell_2} + \frac{\partial M_{32}}{\partial \ell_2} - \frac{1}{2} \frac{\partial M_{21}}{\partial \ell_l} - \frac{1}{2} \frac{\partial M_{22}}{\partial \ell_3}$$

$$C_{22} = \frac{1}{2} \frac{\partial M_{22}}{\partial \ell_2} + \frac{\partial M_{13}}{\partial \ell_2} + \frac{\partial M_{33}}{\partial \ell_2} - \frac{1}{2} \frac{\partial M_{23}}{\partial \ell_l} - \frac{1}{2} \frac{\partial M_{23}}{\partial \ell_3}$$

$$C_{31} = \frac{1}{2} \frac{\partial M_{31}}{\partial \ell_3} + \frac{\partial M_{13}}{\partial \ell_3} + \frac{\partial M_{21}}{\partial \ell_3} - \frac{1}{2} \frac{\partial M_{31}}{\partial \ell_l} - \frac{1}{2} \frac{\partial M_{31}}{\partial \ell_2}$$

$$C_{32} = \frac{1}{2} \frac{\partial M_{32}}{\partial \ell_3} + \frac{\partial M_{12}}{\partial \ell_3} + \frac{\partial M_{22}}{\partial \ell_3} - \frac{1}{2} \frac{\partial M_{33}}{\partial \ell_l} - \frac{1}{2} \frac{\partial M_{33}}{\partial \ell_2}$$

$$C_{33} = \frac{1}{2} \frac{\partial M_{33}}{\partial \ell_3} + \frac{\partial M_{13}}{\partial \ell_3} + \frac{\partial M_{23}}{\partial \ell_3} - \frac{1}{2} \frac{\partial M_{33}}{\partial \ell_l} - \frac{1}{2} \frac{\partial M_{33}}{\partial \ell_2}$$

$$\operatorname{Ek}(M) = \begin{bmatrix} (M_{22}, M_{33}) - (M_{23}, M_{32}) & (M_{32}, M_{13}) - (M_{12}, M_{33}) & (M_{12}, M_{23}) - (M_{13}, M_{22}) \\ (M_{23}, M_{31}) - (M_{21}, M_{33}) & (M_{11}, M_{33}) - (M_{13}, M_{31}) & (M_{13}, M_{21}) - (M_{11}, M_{23}) \\ (M_{21}, M_{32}) - (M_{22}, M_{31}) & (M_{12}, M_{31}) - (M_{11}, M_{32}) & (M_{11}, M_{22}) - (M_{12}, M_{21}) \end{bmatrix}$$

$$|M| = (M_{11}, M_{22}, M_{33} + M_{21}, M_{32}, M_{13} + M_{31}, M_{12}, M_{23})$$

-(M_{13}, M_{22}, M_{31} + M_{11}, M_{32}, M_{23} + M_{21}, M_{12}, M_{33})

<u>Ek C</u>

