T.C.
FIRAT ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
SINIF ÖĞRETMENLİĞİ BİLİM DALI

İLKÖĞRETİM 1., 2. VE 3. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKTE DÖRT İŞLEM KONUSUNDA YAŞADIĞI ZORLUKLAR VE ÇÖZÜM ÖNERİLERİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

DANIŞMAN
Yrd. Doç. Dr. Filiz VAROL

HAZIRLAYAN
Yasemin KUBANÇ

ELAZIĞ-2012

ONAY

T.C.
FIRAT ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
SINIF ÖĞRETMENLİĞİ BİLİM DALI

İLKÖĞRETİM 1., 2. VE 3. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKTE DÖRT İŞLEM KONUSUNDA YAŞADIĞI ZORLUKLAR VE ÇÖZÜM ÖNERİLERİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

DANIŞMAN	**HAZIRLAYAN**
Yrd. Doç. Dr. Filiz VAROL	Yasemin KUBANÇ

Jürimiz, 13.01.2012 tarihinde yapılan tez savunma sınavı sonunda bu yüksek lisans tezini oy birliği / oy çokluğu ile başarılı saymıştır.

Jüri Üyeleri:
1. Doç. Dr. Burhan AKPINAR
2.Yrd. Doç. Dr. Filiz VAROL
3.Yrd. Doç. Dr. Mehmet TURAN
4.Yrd. Doç. Dr. Ünal İÇ
5. Yrd. Doç. Dr. İrfan EMRE

F. Ü. Eğitim Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulunun …................ tarih ve ……. sayılı kararıyla bu tezin kabulü onaylanmıştır.

Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürü
Doç. Dr. Zafer ÇAKMAK

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

İlköğretim 1., 2. ve 3. Sınıf Öğrencilerinin Matematikte Dört İşlem Konusunda Yaşadığı Zorluklar ve Çözüm Önerileri

Yasemin KUBANÇ

Fırat Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
İlköğretim Anabilim Dalı Sınıf Öğretmenliği Bilim Dalı
ELAZIĞ – 2012, Sayfa: XVI+250

İlköğretim 1., 2. ve 3. sınıf öğrencilerinin matematikte dört işlem konusunda yaşadığı zorlukları ortaya çıkarmayı amaçlayan bu araştırmanın verilerinin toplanmasında, çözümlenmesinde ve yorumlanmasında nitel araştırma yöntemi benimsenmiştir. Araştırma, 2010-2011 eğitim öğretim yılının bahar döneminde, Elazığ il merkezinde bulunan Mezre İlköğretim ve Mehmet ve İfakat Gülaçtı İlköğretim okullarında gerçekleştirilmiştir. Araştırma iki aşamadan oluşmaktadır. I. aşamaya 468, II. aşamaya 108 öğrenci katılmıştır. Araştırmanın verileri klinik görüşmeler, görüşmeci günlüğü ve öğrencilerin çalışma yapraklarından elde edilmiş olup, verilerin analizinde ise verinin işlenmesi, verinin görsel hale getirilmesi ile sonuç çıkarma ve teyit etme bölümlerinden oluşan bir sınıflama kullanılmıştır.

Araştırmanın sonucunda çocukların çıkartma işlemi gerektiren sorularda toplama işlemi gerektiren sorulara oranla daha çok zorluk yaşadıkları görülmüştür. Okulların başarı durumları ve öğrencilerin sınıf seviyeleri göz önüne alındığında zorluk yaşanan işlem türü yönünden anlamlı bir farklılık görülmemiştir. Yine bu öğrencilerin çarpma işlemine göre bölme işleminde daha çok zorluk yaşadıkları saptanmıştır. Okulların başarı durumları göz önüne alındığında zorluk yaşanan işlem türü yönünden 2. sınıflarda anlamlı bir farklılık görülmezken, en başarılı okulda eğitim gören 3. sınıfların çarpma işleminde, en başarısız okulda eğitim gören 3. sınıfların ise bölme işleminde daha çok zorluk yaşadıkları görülmüştür.

Öğrencilerin problemlere çözüm yolu geliştirirken daha çok anahtar sözcüklere göre hareket ettikleri belirlenmiştir. Öğrencilerin problemlere hatalı cevap vermelerinde daha çok bu anahtar sözcüklerle ilgili yaşadıkları kavram yanılgılarının olduğu saptanmıştır. Okulların başarı durumları ve öğrencilerin sınıf seviyeleri göz önüne alındığında öğrencilerin kavram yanılgısı yaşadığı sözcük bakımından anlamlı bir farklılık görülmemiştir. İşlem sırasında yapılan hataların ise daha çok basamak ve gruplama kavramlarının bilinmemesi veya eksik bilinmesinden ve toplama, çıkartma, çarpma ve bölme işlemlerine ait kuralların birbirine karıştırılıp genellenmesinden kaynaklandığı görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: İlköğretim, Matematik Öğretimi, Dört İşlem, Kavram Yanılgısı, Hata.

ABSTRACT

Master Thesis

The Challenges Faced By 1., 2. And 3. Grade Primary School Students in The Process of Solving Mathematical Verbal Problems And Solution Recommendations

Yasemin KUBANÇ

The University of Fırat
The Institute of Education Science
The Department of Classroom Teaching
Elazığ - 2012, Paper: XVI+250

This study aims to find out the challenges faced by the first, the second and the third grade primary school students in the process of solving mathematical problems. Qualitative research method was used in the collection, the analysis and the interpretation of the data. The study was conducted with two schools in Elazığ in the spring term of 2010-2011 academic year. The study consists of two stages in which 468 students in the first stage and 108 students in the second one were involved. The data were collected through the clinical interviews, the researcher diary and the work sheets of students, and the data were analysed by using a classification technique consisting of data reduction, data display, conclusion and verification.

Results of the study introduce that children have more difficulty in questions requiring the extraction process than the ones requiring the collection process. In regard to the success of schools and the level of students, a meaningful difference isn’t seen in tems of the operation type. It’s also seen that the students have much more difficulty in division than multiplication. In regard to the success of schools, a meaningful difference isn’t seen at the second grade in tems of the operation type. On the other hand, it’s proved that the third grade students of the most successful school have more difficulty in multiplication and the same grade students of the least successful school have it in division.

The students mostly applied the key words while developing solutions for problems. Their misconceptions about these key words have much more influence on their mistakes in problem solving. In regard to the success of schools and the level of students, a meaningful difference is not seen in terms of the words causing misconception. The mistakes in the process of operations mostly result from the lack of knowledge about the concepts of digit and grouping as well as the confusion and the generalization of the rules about addition, subtraction, multiplication and division.

Key Words: Primary Education, Teaching Mathematics, Verbal Problems, Minconception, Error

İÇİNDEKİLER

ONAY .... **I**

ÖZET .... **II**

ABSTRACT .... **IV**

İÇİNDEKİLER .... **VI**

TABLOLAR LİSTESİ .... **X**

ŞEKİLLER LİSTESİ .... **XIII**

EKLER LİSTESİ .... **XIV**

KISALTMALAR .... **XV**

ÖNSÖZ .... **XVI**

BİRİNCİ BÖLÜM **1**

1. GİRİŞ **1**

1.1. Problem Durumu 1

1.2. Araştırmanın Amacı 2

1.3. Araştırmanın Önemi 3

1.4. Varsayımlar 4

1.5. Sınırlılıklar 4

İKİNCİ BÖLÜM **5**

2. ALAN YAZIN VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR **5**

2.1. İlköğretim 1., 2., 3. Sınıf Matematik Programı 5

2.1.1. Matematik Programının Vizyonu 6

2.1.2. Matematik Programının Yaklaşımı 6

2.1.3. Matematik Eğitiminin Genel Amaçları 7

2.1.4. Öğrenme Alanları, Amaçları, Alt Öğrenme Alanları ve Kazanımlar 8

2.2. Problem Çözme 11

2.2.1.Problem ve Problem Çözme Nedir? 11

2.2.2. Problem Çözme Öğretiminin Amaçları 12

2.2.2.1. Genel Amaçlar 13

2.2.2.2. Özel Amaçlar 13

2.2.3. Problem Türleri 13

2.2.4. Problem Çözme Stratejileri 15

2.2.5. Problem Çözme Süreci 17

2.2.6. Problem Çözme Konusunun Öğretimi Nasıl Yapılmalıdır? 18

2.2.7. Problem Çözme Başarısını Etkileyen Faktörler 23
2.2.7.1. Üst Bilişsel Faktörler 23
2.2.7.2. Duyuşsal Faktörler 24
2.3. Kavram Yanılgısı Ve Hata 24
2.3.1. Kavram Yanılgısı Nedir? 24
2.3.2. Kavram Yanılgısı Türleri 28
2.3.2.1. Aşırı Genelleme 28
2.3.2.2. Aşırı Özelleme 29
2.3.3. Kavram Yanılgısının Sebepleri 31
2.3.3.1.Kavram Yanılgılarının Epistemolojik Nedenleri 32
2.3.3.2. Kavram Yanılgılarının Psikolojik Nedenleri 34
2.3.3.3. Kavram Yanılgısının Pedagojik Nedenleri 37
2.3.4. Kavram Yanılgılarını Aşmak Mümkün müdür? 38
2.4.Toplama, Çıkarma, Çarpma ve Bölme Kavramlarının Öğretimi ve Öğrenci Güçlükleri 43
2.4.1. Toplama ve Çıkarma İle İlgili Problem Türleri 44
2.4.2. Toplama ve Çıkarma Problemlerini Çözme Stratejileri ve Gelişimleri 46
2.5. Çarpma ve Bölme İle İlgili Problem Türleri 47
2.5.1. Çarpma ve Bölme Problemlerini Çözme Stratejileri ve Gelişimleri 48
2.6. Farklı Problem Türlerinde Karşılaşılan Güçlükler 50
2.7. Sembolik Toplama, Çıkarma, Çarpma ve Bölme İşlemlerinde Öğrenci Hataları ve Kavram Yanılgıları 53
2.8. Öğrenci Kavram Yanılgıları 54
2.8.1. Toplamda sütunları birbirinden bağımsız olarak düşünme 54
2.8.2. Toplama İşleminin Özelliklerini Çıkarmaya Taşıma 55
2.8.3. Bölenin Daima Bölünenden Küçük Olduğunun Düşünülmesi 55
2.8.4. Sıfırla İlgili Kavram Yanılgıları 56
2.8.5. Daha Büyük Bir Sayı Elde Etmek İçin Çarpma, Daha Küçük Bir Sayı Elde Etme İçin Bölme İşlemi Yapma 57
2.9. Öğrenci Hataları 58
2.9.1. Toplama İşlemi İle İlgili Hatalar 58
2.9.2. Çıkarma işlemi ile ilgili hatalar 60
2.9.3. Çarpma İşlemi ile İlgili Hatalar 61

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM 62
3. YÖNTEM 62
3.1. Araştırmanın Modeli 62
3.2. Araştırmanın Yapıldığı Ortam 63
3.3. Evren Ve Örneklem 63
3.4. Veri Toplama Araçlarının Geliştirilmesi 64
3.4.1. Klinik Görüşmelerin Amacı ve Kapsamı 65
3.4.2. Klinik Görüşmelerin Hazırlık Aşaması 66
3.4.3. Görüşme Sorularının Hazırlanması 68
3.5. Verilerin Toplanması 69
3.5.1. Klinik Görüşmelerin Planlanması 70
3.6. Verilerin Analizi 74
3.7. Araştırmanın Geçerliliği Ve Güvenirliği 76
DÖRDÜNCÜ BÖLÜM 79
4. BULGULAR VE YORUMLAR 79
4.1. I. AŞAMA: 1., 2. ve 3. Sınıf Öğrencilerinin Hangi İşlem Türlerinde Daha Çok Zorluk Yaşadıklarına İlişkin Bulgular 79
4.1.1. Toplama-Çıkarma İşlemi Konusunda Yaşanan Güçlükler 80
4.1.2. Çarpma- Bölme İşlemi Konusunda Yaşanan Güçlükler 87
4.2. II. AŞAMA: İlköğretim 1., 2. ve 3. Sınıf Öğrencilerinin Matematikte Dört İşlem Konusunda Yaşadığı Güçlüklerin Nedenlerine İlişkin Bulgular 92
4.2.1. Toplama ve Çıkarma İşlemi Gerektiren Soru Türlerinde Yaşanan Zorluklara İlişkin Bulgular 93
4.2.1.1 Toplama İşlemi Gerektiren Soru Türlerinde Yaşanan Zorluklara İlişkin Bulgular 93
4.2.1.2. Çıkartma İşlemi Gerektiren Soru Türlerinde Yaşanan Zorluklara İlişkin Bulgular 123
4.2.2. Çarpma-Bölme İşlemi Gerektiren Soru Türlerinde Yaşanan Güçlüklere İlişkin Bulgular 165
4.2.2.1. Çarpma İşlemi Gerektiren Soru Türlerinde Yaşanan Güçlüklere İlişkin Bulgular 166
4.2.2.2. Bölme İşlemi Gerektiren Soru Türlerinde Yaşanan Zorluklara İlişkin Bulgular 184

4.2.2.3. II. Aşamadan Elde Edilen Bulgulara Genel Bakış 213
4.2.2.3.1. İşlem tercihi sırasında Yaşanan Zorluklara İlişkin Bulgular 213
4.2.2.3.2. İşlem Sırasında Yaşanan Zorluklara İlişkin Bulgular 216
BEŞİNCİ BÖLÜM 220
5. SONUÇ VE ÖNERİLER 220
5.1. Sonuçlar ve Yorumlar 220
5.2. Öneriler 226
KAYNAKÇA 232
EKLER 242
ÖZGEÇMİŞ 250

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 2.1. Alt Öğrenme Alanlarının Sınıflara Göre Dağılımı 10
Tablo 2.2. Geriye Doğru Çalışma Stratejisi 16
Tablo 2.3. 5 kişi arasında yaşanacak el sıkışmasını anlatan bir model 21
Tablo 2.4. Ondalık Sayıların Karşılaştırılması 27
Tablo 2.5. Toplama ve Çıkarma Problem Türleri 46
Tablo 2.6. Çarpma ve Bölme Problem Türleri 48
Tablo 3.1. I. aşamaya katılan öğrencilerin okul ve sınıf seviyelerine göre dağılımı 63
Tablo 3.2. II. aşamada klinik görüşme yapılan 1. sınıf öğrencilerinin I. aşamadaki doğru, yanlış ve boş sayıları 71
Tablo 3.3. II. aşamada klinik görüşme yapılan 2. sınıf öğrencilerinin I. aşamadaki doğru, yanlış ve boş sayıları 72
Tablo 3.4. II. aşamada klinik görüşme yapılan 3. sınıf öğrencilerinin I. aşamadaki doğru, yanlış ve boş sayıları 72
Tablo 4.1. 1., 2. ve 3. sınıf seviyesindeki öğrencilerinin toplama ve çıkarma işlemi gerektiren soru türlerindeki doğru, yanlış ve boş ortalamaları..................... 80
Tablo 4.2. En başarılı ve en başarısız okulda eğitim gören 1., 2. ve 3. sınıf öğrencilerinin toplama ve çıkarma işlemi gerektiren soru türlerindeki doğru, yanlış ve boş ortalamaları. 82
Tablo 4.3. 2. ve 3. sınıfların çarpma ve bölme işlemi gerektiren soru türlerindeki doğru, yanlış ve boş ortalamaları 88
Tablo 4.4. En başarılı ve en başarısız okulda eğitim gören 2. ve 3. sınıf seviyesinde olan çocukların çarpma ve bölme işlemi gerektiren soru türlerindeki doğru, yanlış ve boş ortalamaları 89
Tablo 4.5. İlköğretim 1. sınıfların toplama işlemi gerektiren soruları ve cevapları....... 93
Tablo 4.6. İlköğretim 1. sınıf öğrencilerinin toplama işlemi gerektiren soru türlerindeki doğru, yanlış ve boş oranları 94
Tablo 4.7. İlköğretim 1. sınıf öğrencilerinin toplama işlemi gerektiren sorulara verdiği cevaplar 95
Tablo 4.8. İlköğretim 1. sınıfların toplama işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu hatalı cevapların, hata türlerine göre sunulması.............................. 96
Tablo 4.9. İlköğretim 2. sınıfların toplama işlemi gerektiren sorusu ve cevabı........... 106

Tablo 4.10. İlköğretim 2. sınıf öğrencilerinin toplama işlemi gerektiren soru türündeki doğru, yanlış ve boş oranları 106
Tablo 4.11. İlköğretim 2. sınıf öğrencilerinin toplama işlemi gerektiren sorulara vermiş olduğu cevaplar 107
Tablo 4.12. İlköğretim 2. sınıfların toplama işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu hatalı cevapların, hata türlerine göre sunulması............................ 108
Tablo 4.13. İlköğretim 3. sınıfların toplama işlemi gerektiren sorusu ve cevabı......... 115
Tablo 4.14. İlköğretim 3. sınıf öğrencilerinin toplama işlemi gerektiren soru türünde ki doğru, yanlış ve boş oranları 115
Tablo 4.15. İlköğretim 3. sınıf öğrencilerinin toplama işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu cevaplar 116
Tablo 4.16. İlköğretim 3. sınıfların toplama işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu hatalı cevapların, hata türlerine göre sunulması............................ 117
Tablo 4.17. İlköğretim 1. sınıfların çıkartma işlemi gerektiren soruları ve cevapları . 123
Tablo 4.18. İlköğretim 1. sınıf öğrencilerinin çıkartma işlemi gerektiren soru türlerinde ki doğru, yanlış ve boş oranları 124
Tablo 4.19. 1. sınıf öğrencilerinin çıkartma işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu cevaplar 125
Tablo 4.20. İlköğretim 1. sınıfların çıkartma işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu hatalı cevapların, hata türlerine göre sunulması............................ 126
Tablo 4.21. İlköğretim 2. sınıfların çıkartma işlemi gerektiren soruları 136
Tablo 4.22. İlköğretim 2. sınıf öğrencilerinin çıkartma işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu cevapların doğru, yanlış ve boş oranları............................ 137
Tablo 4.23. İlköğretim 2. sınıf öğrencilerinin çıkartma işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu yanıtlar.. 138
Tablo 4.24. İlköğretim 2. sınıfların çıkartma işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu hatalı cevapların, hata türlerine göre sunulması............................ 139
Tablo 4.25. İlköğretim 3. sınıf öğrencilerinin çıkartma işlemi gerektiren soruları ve cevapları 153
Tablo 4.26. İlköğretim 3. sınıf öğrencilerinin çıkartma işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu cevapların doğru, yanlış ve boş oranları............................ 153
Tablo 4.27. İlköğretim 3. sınıf öğrencilerinin çıkartma işlemi gerektiren sorulara vermiş olduğu cevaplar 154

Tablo 4.28. İlköğretim 3. sınıfların çıkartma işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu hatalı cevapların, hata türlerine göre sunulması 155
Tablo 4.29. İlköğretim 2. sınıf öğrencilerinin çarpma işlemi gerektiren sorusu ve cevabı 166
Tablo 4.30. İlköğretim 2. sınıf öğrencilerinin çarpma işlemi gerektiren soruya vermiş olduğu cevapların doğru, yanlış ve boş oranları.. 166
Tablo 4.31. İlköğretim 2. sınıf öğrencilerinin çarpma işlemi gerektiren sorulara vermiş olduğu cevaplar 167
Tablo 4.32. İlköğretim 2. sınıfların çarpma işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu hatalı cevapların, hata türlerine göre sunulması 168
Tablo 4.33. İlköğretim 3. sınıfların çarpma işlemi gerektiren soruları ve cevapları.... 171
Tablo 4.34. İlköğretim 3. sınıf öğrencilerinin çarpma işlemi gerektiren sorulara vermiş olduğu cevapların doğru, yanlış ve boş oranları.. 172
Tablo 4.35. İlköğretim 3. sınıf öğrencilerinin çarpma işlemi gerektiren sorulara vermiş olduğu cevaplar 173
Tablo 4.36. İlköğretim 3. sınıfların çarpma işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu hatalı cevapların hata türlerine göre sunulması 174
Tablo 4.37. İlköğretim 2. sınıf öğrencilerinin bölme işlemi gerektiren soruları.......... 184
Tablo 4.38. İlköğretim 2. sınıf öğrencilerinin bölme işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu cevapların doğru, yanlış ve boş sayıları 185
Tablo 4.39. İlköğretim 2. sınıfların çarpma işlemi gerektiren sorulara vermiş olduğu cevaplar 186
Tablo 4.40. İlköğretim 2. sınıfların bölme işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu hatalı cevapların, hata türlerine göre sunumu 187
Tablo 4.41. İlköğretim 3. sınıf öğrencilerinin bölme işlemi gerektiren soruları ve cevapları 200
Tablo 4.42. İlköğretim 3. sınıf öğrencilerinin bölme işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu cevapların doğru, yanlış ve boş sayıları 200
Tablo 4.43. İlköğretim 3. sınıf öğrencilerinin bölme işlemi gerektiren sorulara vermiş olduğu cevaplar 201
Tablo 4.44. İlköğretim 3. sınıfların bölme işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu hatalı cevapların, hata türlerine göre sunulması 202

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 2.1. İlköğretim Matematik Programının Kavramsal Yapısı 7
Şekil 2.2. Problem çözme 18
Şekil 2.3. ab 20
Şekil 2.4. 5 kişi arasında yaşanacak el sıkışmasını anlatan bir model 22
Şekil 2.5. Tall ve Vinner'ın çalışmalarında kullandıkları grafiklerden bir tanesi……..29
Şekil 2.6. Bir dik üçgen şekli 30
Şekil 2.7. Dikdörtgenler ve kareler: Kalıplaşmış dikdörtgen işaretlenmiştir 30
Şekil 2.8.Çocukları Hata Yapmaya İten Sebepler Zinciri 40
Şekil 4.1. Toplama ve çıkartma arasındaki fark 84
Şekil 4.2. Parça- bütünde negatif ve pozitif ilişkisi 85
Şekil 4.3. Çıkartma problemlerinde parça-bütün ilişkisi 86
Şekil 4.4. Toplama ve çarpma arasında ki yapı farklılığı 90

EKLER LİSTESİ

EK-1. Araştırma İzni 242
EK-2. 2010 Sbs Puanlarını Gösterir Belge 243
EK-3. Kavram Haritası 244
EK-4. Etik Kurul Başkanlığı 245
EK-5. Bilgilendirilmiş Gönüllü Olur Formu 246
EK-6. Öğrencilere Çözdürülen Sorular 247

KISALTMALAR

Akt	**:** Aktaran
B	**:** Boş
D	**:** Doğru
MEB	**:** Milli Eğitim Basımevi
NCTM	**:** National Council of Mathematic of Teachers
SBS	**:** Seviye Belirleme Sınavı
T.C.	**:** Türkiye Cumhuriyeti
Vd.	**:** ve diğerleri
Y	**:** Yanlış

ÖNSÖZ

Ülkemizde matematikte dört işlem konusunun öğretimine ilkokul 1. sınıftan itibaren başlanmaktadır ve dört işlem konusu öğrencilerin öğrenim hayatları boyunca karşılaşacakları birçok konunun da temelini oluşturmaktadır. Bu konu ilköğretimden yüksek öğretime kadar matematik eğitiminin her kademesinde öğrenci başarısını etkilemektedir. Bu noktada öğrencilerin hatalarının, yanlış anlamlandırmalarının ve olası kavram yanılgılarının belirlenmesi, giderilmesi ve oluşumunu engelleyen öğretim şekillerinin araştırılması gerekmektedir. Bu çalışma ile öğrencilerin matematikte dört işlem konusunda yaşadığı kavram yanılgılarını ve hataları belirlemek ve bu konuda gerekli litaratüre katkı sağlamak amaçlanmaktadır.

Uzun bir çalışma ve araştırma sürecinin sonunda hazırlanan bu tezin oluşturulmasına katkıda bulunan herkese sonsuz teşekkür ederim.

Öncelikle her türlü bilimsel kaynağa ulaşmama yardımcı olan, akademik anlamda yönlendiren ve çalışmamın her döneminde beni motive eden değerli hocam ve tez danışmanım Yrd. Doç. Dr. Filiz VAROL'a teşekkür ederim.

Araştırmanın uygulandığı Mehmet İfakat Gülaçtı İlköğretim Okulu ve Mezre İlköğretim Okulu yönetimine, okul öğretmenlerine ve görüşmeler yaptığım öğrencilere ve velilerine teşekkür ederim.

Desteğiyle hayatımın her anında yanımda olan ve benden sonsuz güvenlerini hiç esirgemeyen canım aileme, babam Mustafa KUBANÇ'a, annem Sultan KUBANÇ'a, ağabeyim Halit KUBANÇ'a, sevgili teyzem Şükran KINAT'a ayrı ayrı yürekten teşekkürlerimi sunarım.

Araştırmanın yürütülmesinde ve sonrasında önemli katkıları olan ve her zaman desteklerini hissettiğim değerli arkadaşlarıma, sonsuz teşekkür ederim.

ELAZIĞ-2012 **Yasemin KUBANÇ**

BİRİNCİ BÖLÜM

1. GİRİŞ

Bu bölümde araştırmanın problemi, amacı, önemi, varsayımları ve sınırlılıkları açıklanmıştır.

1.1. Problem Durumu

Öğrenciler matematiği öğrenmede neden zorlanmaktadır? Öğrenciler matematik öğreniminde neden kavram yanılgısına düşmektedir? Öğrencilerin yapmış oldukları bazı hatalar neden sistematik bir hale gelmektedir? Matematiksel zorlukların aşılması ve kavram yanılgılarının aşılması mümkün müdür? Bu ve benzeri sorular özellikle son yıllarda değişik ülkelerde ki matematik eğitimcileri tarafından sorgulanmış ve birçok çalışmaya yön vermiştir. Matematik eğitimcileri matematik öğreniminde karşılaşılan zorluklarla ilgili yukarıda ki sorulara paralel olarak çeşitli araştırmalar yapmış ve bu çalışmalar neticesinde iki araştırma teması ortaya çıkmıştır. Bunlardan birincisi *problemi belirleme ve anlamlandırma*, diğeri de *çözüm üretme* temasıdır. Matematik eğitimi litaratüründe kavram eksenli yapılan ve öğrencilerin karşılaştığı güçlüklerin, kavram yanılgılarının, hataların ve bunların nedenlerinin araştırıldığı çalışmalar problemi belirleme ve anlamlandırma teması içerisinde yer almaktadır. Çözüm üretme teması içerisinde yer alan çalışmalar ise öğrencilerin karşılaştıkları güçlüklerin aşılmasına yönelik olarak nelerin yapılabileceği üzerinde durmaktadır.

Toplama, çıkarma, çarpma ve bölme kavramları çocukların erken yaşlarda karşılaştıkları kavramlar olup öğretimi okulöncesi dönemden başlayıp ilköğretimin son basamağına kadar uzanmaktadır. Bununla birlikte, belirli bir soyutlama sürecine dayanan toplama, çıkarma, çarpma ve bölme kavramlarının tam olarak yerleşmesi ve çocukların kendilerinden beklenen formel işlemleri gerçekleştirebilmeleri uzun zaman almakta ve yaşça belirli bir olgunluk gerektirmektedir. Bu nedenle bu kavramlar öğretim programlarında önemli bir yer tutmakta ve bu kazanımlar için okul öncesi dönemden ilkokulun son basamağına kadar farklı kazanımlara yer verilmektedir. Bu uzun süreç farklı aşamalar ve öğrenciler için farklı güçlükler içermektedir. Bu kavramların öğretilmesi sürecinde oluşan bir kavram yanılgısı sistematik bir şekilde diğer konuların anlaşılmasını da etkileyip, öğrencilerin sürekli hata yapmalarına neden olacaktır. Bu amaçla bu çalışmada bu kavramların öğretilmesi sürecinde öğrencilerin yaşadığı güçlükler incelenmiştir.

Toplama, çıkarma, çarpma ve bölme kavramları konusunda litaratürde ön plana çıkan bir başka konu ise bu kavramların öğretilmesinde farklı süreçlerin yer aldığıdır. Bu süreçler: Toplama, çıkarma, çarpma ve bölme kavramlarını anlama ve küçük sayılar içeren toplama, çıkarma, çarpma ve bölme problemlerini çözme, çok basamaklı sayılarla toplama, çıkarma, çarpma ve bölme yapma, sembolik toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerine geçiş ve çok basamaklı sayılarda sembolik toplama, çıkarma, çarpma ve bölme yapmadır.

Toplama, çıkarma, çarpma ve bölme kavramlarının öğretimini, öğrenci güçlüklerini ve çözüm önerilerini konu alan bu bölüm çeşitli yaklaşımlar ve süreçler göz önünde bulundurularak hazırlanmıştır. Bu doğrultuda ilk önce matematik öğretiminin temelleri, ilköğretim 1., 2. ve 3. sınıf matematik programı ve problem çözme stratejileri sunulmuştur. Daha sonra öğrencilerin matematikte dört işlem konusunda karşılaştıkları güçlüklere ve kavram yanılgıları ile hatalara yer verilmiştir.

1.2. Araştırmanın Amacı

Araştırmanın genel amacı, "İlköğretim 1., 2. ve 3. sınıfta okuyan öğrencilerin matematikte dört işlem konusunda yaşadığı zorlukların neler olduğunu belirlemek ve çözüm yolları üretmektir.''

Bu genel amaca dayalı alt amaçlar bulunmaktadır:

1.İlköğretim 1, 2 ve 3. sınıfta okuyan öğrenciler, hangi işlem türünde daha çok zorluk yaşamaktadır?

2.Matematikte dört işlem konusunda, farklı sınıf seviyelerindeki öğrencilerin işlem türlerine göre yaşadığı zorluklar karşılaştırıldığı zaman elde edilen sonuçlar nelerdir?

3. Matematikte dört işlem konusunda, farklı başarı seviyelerinde yer alan okullarda okuyan öğrencilerin işlem türlerine göre yaşadığı zorluklar karşılaştırıldığı zaman elde edilen sonuçlar nelerdir?

4. İlköğretim 1, 2 ve 3. sınıfta okuyan öğrenciler toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemi içeren problemlerde işlem tercihlerini neye göre belirlemektedir?

5.Anahtar sözcük içermeyen problemleri öğrenciler nasıl çözmektedir?

6. Öğrencilerin matematikte dört işlem konusunda olası kavram yanılgıları nelerdir?
7.Öğrencilerin matematikte dört işlem konusunda yapmış oldukları temel hatalar nelerdir?
8.Matematikte dört işlem konusunda farklı sınıf seviyelerindeki öğrencilerin hataları karşılaştırıldığı zaman elde edilen sonuçlar nelerdir?
9.Matematikte dört işlem konusunda farklı sınıf seviyelerindeki öğrencilerin kavram yanılgıları karşılaştırıldığı zaman elde edilen sonuçlar nelerdir?
10. Bu kavram yanılgıları ve hatalar daha çok hangi nedenlere bağlı olarak ortaya çıkmaktadır?

1.3. Araştırmanın Önemi

Okullarımızda matematik öğretimine ayrı bir önem verilmektedir ve öğrenciler ilköğretim sıralarında kazandıkları matematiksel becerileri hayatlarının her aşamasında kullanmaktadırlar. Genel anlamda matematik eğitimi ile öğrencilerin pozitif düşünme ve problem çözme yeteneklerinin geliştirilmesi amaçlanmaktadır.

İlköğretimin temel amacı, bireyleri hayata ve üst öğrenime hazırlamaktır. Her ikisinin de gerçekleşmesi için, etkili akıl yürütme, eleştirici düşünme ve problem çözme önemli zihinsel becerilerdir. Bu becerilerin gerçekleşmesinde ilköğretim programında yer alan derslerin her birinin rolleri vardır bunlar arasında matematiğin yeri hepsinden fazladır. Hemen her öğretim sisteminde, matematik anadil öğretiminden sonra ilk sırayı alır (Milli Eğitim Basımevi [MEB], 2005). Matematik, özellikle akıl yürütme, problem çözme gibi zihinsel becerilerin gelişiminde önemli rol oynar. Bu sebeple matematik öğretiminin, bu zihinsel becerilerin gelişmesini sağlayacak etkililikte gerçekleştirilmesi önemlidir. İlköğretimde etkili bir matematik öğretiminin gerçekleştirilmesi için diğer bir sebep de, ilköğretim yıllarının, çocukların, bir yandan temel becerileri kazandıkları, diğer yandan zihinsel gelişimlerinin en hızlı olduğu döneme rastlamasıdır (Baykul, 2009). Yeterli bir matematik eğitimi için matematik kavramlarının ilköğretim sürecinde tam ve doğru olarak öğretilmesi ve öğrenilmesi son derece önemlidir (Şener, 2001; 1). Matematik, yığılmalı bir disiplindir. Dolayısıyla bireyin eğitiminin ilk yıllarında matematik öğretimi sağlam temellere oturtulamazsa, ileriki yıllarda o bireyden matematik öğrenimi alanında başarı beklenememektedir (Tezcan, 2003).

Bu uzun süreç farklı aşamalar ve öğrenciler için farklı güçlükler içermektedir. Bu kavramların öğretilmesi sürecinde oluşan bir kavram yanılgısı sistematik bir şekilde diğer konuların anlaşılmasını da etkileyip, öğrencilerin sürekli hata yapmalarına neden olacaktır. Bu amaçla bu çalışmada bu kavramların öğretilmesi sürecinde öğrencilerin yaşadığı güçlükler nedenleriyle birlikte ayrıntılı bir şekilde incelenmiştir.

1.4. Varsayımlar

1. Çalışmaya katılacak olan öğrenciler sorulara verdikleri yanıtlarda, içtenlikle ve tarafsızca düşüncelerini yansıtırlar.

2. Araştırmada kullanılan soruların geçerlilik ve güvenilirlik çalışmaları yeterlidir.

3. Görüşmeye katılan öğrencilerin aynı koşullarda matematik dersi aldığı kabul edilmektedir.

1.5. Sınırlılıklar

1. 2010–2011 öğretim yılında eğitim gören 468 ilköğretim öğrencisi ile sınırlı tutulmuştur.

2. Araştırma 2010 SBS puan ortalamaları bakımından en başarılı ve en başarısız olan iki devlet okulu ile sınırlandırılmıştır.

3. Araştırmanın çalışma gurubu sadece ilköğretim 1, 2 ve 3. sınıflar ile sınırlı tutulmuştur.

4. Araştırma konusu ilköğretimde matematik öğretiminde dört işlem konusu ile sınırlandırılmıştır.

İKİNCİ BÖLÜM

2. ALAN YAZIN VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde genel çerçeve oluşturmak amacıyla araştırmaya ışık tutacağı düşünülen ve ilgili kaynaklardan yararlanılarak elde edilen bilgilere ve araştırmayı destekleyecek çalışmalara yer verilmiştir.

2.1. İlköğretim 1., 2., 3. Sınıf Matematik Programı

İlköğretim Matematik Programı, bir Matematik dersinin planlanmasında ana başvuru kaynağıdır. Bu bakımdan bu bölüm içerisinde program tanıtılmış ve programdan nasıl yararlanılabileceği açıklanmıştır. Bu bölümde İlköğretim Matematik Programına olduğu gibi yer verilmiştir.

Ülkemizde Cumhuriyet döneminde yürürlüğe konulan ilkokul matematik programı;1924, 1936, 1948, 1968, 1983, 1990 ve 2005 yıllarında çıkarılmıştır. Bu programlardan 1924, 1936, 1948 ve 1968 yıllarında çıkarılanlar, 5 yıllık zorunlu ilköğretime göre "İlkokul Programı" adıyla ilkokulun bütün derslerine ait diğer programlarla birlikte bir kitap içerisinde yayımlanmıştır. Daha sonra bu program, ilköğretim kavramı doğrultusunda ortaokulların matematik programıyla bütünleştirilerek Talim ve Terbiye Kurulunun 19.11.1990 gün ve 153 sayılı kararıyla *5+3=8 İlköğretim Matematik Ders Programı* adı altında yayımlanmıştır. Bu bölümde İlköğretim Matematik Dersi (1-3. sınıflar) Öğretim Programı adıyla yayımlanan son program açıklanacaktır.

1968'den önceki ilkokul programlarında, hayat bilgisi, sosyal bilgiler ve fen bilgisi mihver dersler, Türkçe, matematik, müzik, resim-iş ve beden eğitimi dersleri ifade dersleri olarak kabul edilmiştir. İfade derslerindeki matematik eğitimi etkinliklerinin planlanıp yürütülmesinde, mihver derslerin programlarına bağlı kalınması ilkesi benimsenmiştir. Bu ilke daha sonraki programlarda da sürdürülmüştür. Ancak, halen yürütülmekte olan programda mihver ders ilkesinden vazgeçilmiş, bunun yerine derslerin işlenişinde diğer derslerle olan ilişkilerin kurulması ilkesi benimsenmiştir ve hangi davranışların hangi derslerin hangi davranışlarla ilgili olması gerektiği belirtilmiştir (Baykul, 2009).

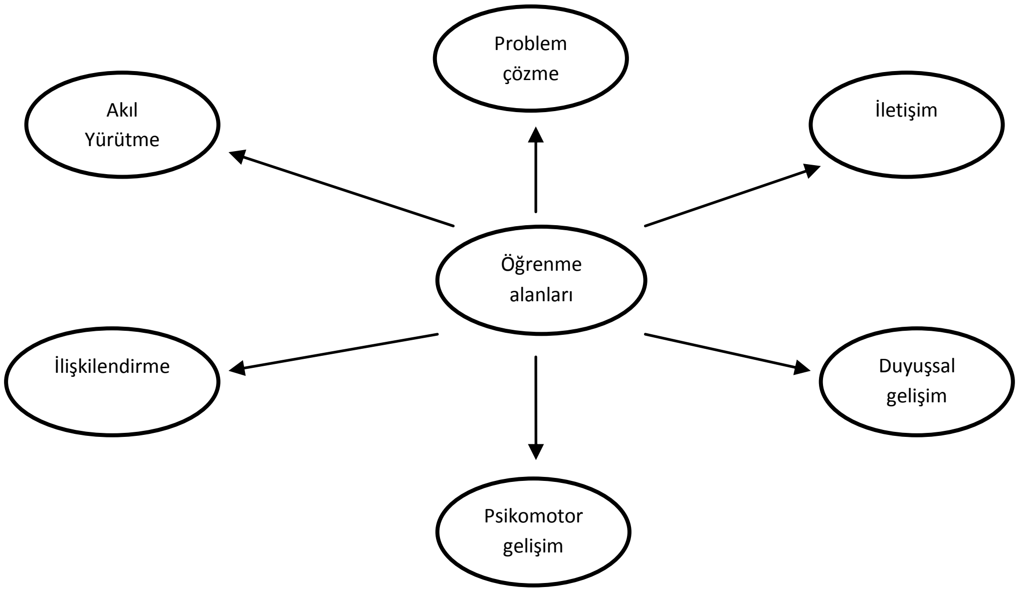
Her alanda olduğu gibi matematikte de iyi bir eğitim verilebilmesi için uygulanacak programın iyice bilinmesine ihtiyaç vardır. Aşağıda yürürlükte olan ilköğretim matematik dersi programı tanıtılmakta ve bu programın özellikleri açıklanmaktadır.

2.1.1. Matematik Programının Vizyonu

Bu program; matematik eğitimi alanında yapılan yerli ve yabancı araştırmalar, gelişmiş ülkelerin matematik programları ve ülkemizdeki matematik eğitimi deneyimleri temel alınarak hazırlanmıştır. Matematik programı, *Her çocuk matematiği öğrenebilir* ilkesine dayanmaktadır. Matematikle ilgili kavramlar, doğası gereği soyut niteliklidir. Çocukların gelişim düzeyleri dikkate alındığında bu kavramların doğrudan algılanması oldukça zordur. Bu nedenle, matematikle ilgili kavramlar, somut ve sonlu yaşam modellerinden yola çıkılarak ele alınmıştır. Programda, kavramsal öğrenme ile birlikte işlem becerilerine de önem verilmektedir. Programın önemli hedeflerinden bazıları öğrencilerin bağımsız düşünebilme ve karar verebilme, öz düzenleme gibi bireysel yetenek ve becerilerinin geliştirilmesidir.

2.1.2. Matematik Programının Yaklaşımı

Bu program matematikle ilgili kavramları, kavramların kendi aralarındaki ilişkileri, işlemlerin altında yatan anlamı ve işlem becerilerinin kazandırılmasını amaçlamaktadır. Programın odağında kavram ve ilişkilerin oluşturduğu öğrenme alanları bulunmaktadır. Kavramsal yaklaşım, matematikle ilgili bilgilerin kavramsal temellerinin oluşturulmasına daha çok zaman ayırmayı, böylece kavramsal ve işlemsel bilgi ve beceriler arasında ilişkiler kurmayı gerektirmektedir. Benimsenen kavramsal yaklaşımla öğrencilerin somut deneyimlerinden, sezgilerinden matematiksel anlamlar oluşturmalarına ve soyutlama yapabilmelerine yardımcı olma amaçlanmıştır. Bu yaklaşımla; matematiksel kavramların geliştirilmesinin yanı sıra, bazı önemli becerilerin geliştirilmesi de hedeflenmiştir. Bu beceriler; problem çözme, iletişim kurma, akıl yürütme, psikomotor ve duyuşsal gelişim sağlama ve ilişkilendirmedir. Öğrenciler etkin şekilde matematik yaparken problem çözmeyi, çözümlerini ve düşüncelerini paylaşmayı, açıklamayı ve savunmayı, matematiği hem kendi içinde hem de başka alanlarla ilişkilendirmeyi ve zengin matematiksel kavramları öğrenirler.



Şekil 2.1. İlköğretim Matematik Programının Kavramsal Yapısı

Bu program, öğrencilerin matematik yapma sürecinde etkin katılımcı olmasını esas almaktadır. Bu yaş grubundaki öğrenciler çevreleriyle, somut nesnelerle ve akranlarıyla etkileşimlerinden kendi düşüncelerini oluştururlar. Matematik öğrenme etkin bir süreç olarak ele alınmıştır. Programda; öğrencilerin araştırma yapabilecekleri, keşfedebilecekleri, problem çözebilecekleri, çözüm ve yaklaşımlarını paylaşıp tartışabilecekleri ortamların sağlanmasının önemi vurgulanmıştır. Öğrencilerin matematiğin estetik ve eğlenceli yönünü keşfetmelerini ve etkinlik yaparken matematikle uğraştıklarının farkında olmalarını sağlamak büyük önem taşımaktadır. Programda öğretmen ve öğrencilerin rollerinde farklılıklar vardır. Öğrencinin rollerinden bazıları; öğrenme sürecinde zihinsel ve fiziksel olarak aktif katılımcı, öğrenmesinden sorumlu olan, konuşan, soru soran, sorgulayan, düşünen, tartışan, anlayan, problem çözebilen ve kuran, birlikte çalışabilen ve değerlendirendir. Öğretmenin rollerinden bazıları ise kendini geliştiren, yönlendiren, motive eden, etkinlik geliştiren ve uygulayan, sorgulayan, soru sorduran, düşündüren, tartıştıran, dinleyen, birlikte çalışabilen ve değerlendirendir.

2.1.3. Matematik Eğitiminin Genel Amaçları

1. Matematiksel kavramları ve sistemleri anlayabilecek, bunlar arasında ilişkiler kurabilecek, bu kavram ve sistemleri günlük hayatta ve diğer öğrenme alanlarında kullanabilecektir.

2. Matematikte veya diğer alanlarda ileri bir eğitim alabilmek için gerekli matematiksel bilgi ve becerileri kazanabilecektir.
3. Mantıksal tüme varım ve tümden gelimle ilgili çıkarımlar yapabilecektir.
4. Matematiksel problemleri çözme süreci içinde kendi matematiksel düşünce ve akıl yürütmelerini ifade edebilecektir.
5. Matematiksel düşüncelerini mantıklı bir şekilde açıklamak ve paylaşmak için matematiksel terminoloji ve dili doğru kullanabilecektir.
6. Tahmin etme ve zihinden işlem yapma becerilerini etkin kullanabilecektir.
7. Problem çözme stratejileri geliştirebilecek ve bunları günlük hayattaki problemlerin çözümünde kullanabilecektir.
8. Model kurabilecek, modelleri sözel ve matematiksel ifadelerle ilişkilendirebilecektir.
9. Matematiğe yönelik olumlu tutum geliştirebilecek, öz güven duyabilecektir.
10. Matematiğin gücünü ve ilişkiler ağı içeren yapısını takdir edebilecektir.
11. Entelektüel merakı ilerletecek ve geliştirebilecektir.
12. Matematiğin tarihî gelişimi ve buna paralel olarak insan düşüncesinin gelişmesindeki rolünü ve değerini, diğer alanlardaki kullanımının önemini kavrayabilecektir.
13. Sistemli, dikkatli, sabırlı ve sorumlu olma özelliklerini geliştirebilecektir.
14. Araştırma yapma, bilgi üretme ve kullanma gücünü geliştirebilecektir.
15. Matematik ve sanat ilişkisini kurabilecek, estetik duygular geliştirebilecektir.

2.1.4. Öğrenme Alanları, Amaçları, Alt Öğrenme Alanları ve Kazanımlar

Programın yaklaşımında da belirtildiği gibi ilköğretim matematik programının merkezinde öğrenme alanları vardır. Öğrenme alanları *Sayılar, Geometri, Ölçme* ve *Veri* olarak saptanmıştır. Birinci sınıfta bunların ilk üçüne yer verilirken, Veri öğrenme alanına ağırlıklı olarak ikinci sınıfta yer verilmiştir. Alt öğrenme alanlarına ise Tablo 2.1 de yer verilmiştir.

Sayılar

- ✓ Sayıları tanır, anlamlarını bilir ve kullanır.
- ✓ Basamak kavramını bilir ve kullanır.

- ✓ Sayılarla işlem yapar.
- ✓ Dört işlemi bilir ve problem çözmede kullanır.
- ✓ Tahmin eder ve zihinden işlem yapar.
- ✓ Kesirler, yüzdeler ve ondalık kesirler arasındaki ilişkileri bilir.
- ✓ Sayı örüntülerindeki sayılar arasındaki ilişkileri belirler ve bu ilişkileri problem durumlarına uygular.

Geometri

- ✓ Uzlamsal (durum-yer, doğrultu-yön) ilişkilerle ilgili beceriler geliştirir ve kullanır.
- ✓ Geometrik cisim ve şekillerin özelliklerini bilir ve bunları problem çözümlerinde kullanır.
- ✓ Geometrik cisim ve şekiller arasındaki ilişkileri belirler ve çıkarımlarda bulunur.
- ✓ Geometrik araçları kullanır.
- ✓ Geometrik cisim ve şekillerden, yeni cisim ve şekiller elde eder, bunlarla süslemeler yapar.
- ✓ Geometrik cisim ve şekilleri oluşturur ve çizer.
- ✓ Simetriyi bilir ve kullanır.
- ✓ Şekillerle örüntüler oluşturur.

Ölçme

- ✓ Standart birimlerin kullanımının gerekliliğini anlar.
- ✓ Standart ve standart olmayan ölçme birimleriyle tahmin yapar ve ölçme yaparak tahminini kontrol eder.
- ✓ Günlük yaşamda ölçmenin önemini takdir eder.

Veri

- ✓ Veri toplar, toplanan veriyi şema, grafik ve resimlerle temsil eder.
- ✓ Tabloları, şemaları, resim, şekil, sütun ve çizgi grafiklerini okur ve yorumlar.
- ✓ Olayların olma olasılıkları hakkında tahminlerde bulunur ve yorum yapar.

Tablo 2.1. Alt Öğrenme Alanlarının Sınıflara Göre Dağılımı

Öğrenme Alanı	Alt Öğrenme Alanı	Sınıflar		
		1.	2.	3.
Sayılar	Doğal Sayılar	x	x	x
	Doğal Sayılarda Toplama İşlemi	x	x	x
	Doğal Sayılarda Çıkarma İşlemi	x	x	x
	Doğal Sayılarda Çarpma İşlemi		x	x
	Doğal Sayılarda Bölme İşlemi		x	x
Geometri	Uzamsal İlişkiler	x		
	Geometrik Cisimler	x	x	
	Eşlik	x		
	Örüntü ve süslemeler	x	x	x
	Düzlem			x
	Doğru			x
	Nokta			x
	Açı çeşitleri ve Açı ölçüsü			x
	Üçgen, kare, dikdörtgen			x
	Simetri		x	x
Ölçme	Uzunlukları ölçme	x	x	x
	Paralarımız	x	x	x
	Zamanı Ölçme	x	x	x
	Tartma	x	x	x
	Sıvıları Ölçme		x	x
	Çevre			x
	Alan			x
Veri	Nesne Grafiği		x	
	Tablo	x	x	x
	Şekil Grafiği			x

Beceriler

Program, diğer derslerin programlarında (Hayat Bilgisi, Türkçe, Fen ve Teknoloji, Sosyal Bilgiler) olduğu gibi öğrencilerin aşağıda belirtilen ortak becerileri kazanmalarını hedeflemektedir:

- ✓ Türkçeyi doğru, etkili ve güzel kullanma
- ✓ Eleştirel düşünme
- ✓ Yaratıcı düşünme
- ✓ İletişim
- ✓ Problem çözme
- ✓ Araştırma
- ✓ Karar verme
- ✓ Bilgi teknolojilerini kullanma

- ✓ Girişimcilik

2.2. Problem Çözme

2.2.1.Problem ve Problem Çözme Nedir?

Problem deyince akla çoğunlukla ilkokul matematik ders kitaplarında elde edilen bir anlayış ile konu sonlarında verilen dört işleme dayalı matematik problemleri gelmektedir (Heddens & Speer, 1997; 40). Aksine problem kavramı burada ifade edilenden daha geniş bir anlama sahiptir. Literatüre baktığımız zaman Schoenfeld (1992) problemi, şaşırtıcı zor ve yaratıcı düşünmeyi gerektiren sorular olarak tanımlarken, O'Daffer'e göre (1988) ise problem, bireyin rutin işlemlerle çözemediği sorulardır. Krulik ve Rudnick (1989) problemi, görünürde bilinen bir çözüm yolu olmayan nicel veya nitel yapıdaki sorunsallar olarak tanımlamaktadır. Orton ve Wain'e göre (1994) ise problem öğrencilerin ilgisini çeken, zihinlerini zorlayan ve çözümünü elde etmek için öğrencilerin araştırma yapma ihtiyacı hissettikleri durumlar olarak ifade edilmektedir. Altun'a göre *problem bir iştir, öyle ki kişi çözümü bulmak için bir istek ya da ihtiyaç duyar, kişi çözümü bulma noktasında hazırlıksızdır ve kişi çözümü bulmak için bir girişim geliştirmek zorundadır* (Altun, 2010; 82). Jhon Dewey ise problemi, insan zihnini karıştıran, ona meydan okuyan ve inancı belirsizleştiren her şey olarak tanımlamaktadır. Yukarıda ki tanımlardan hareketle, günlük hayatta karşılaştığımız hem fiziksel hem de zihinsel zorlukların problem olarak ifade edilebildiğini görmekteyiz.

Bir arkadaşımızın bize yönelttiği bir soru, sıcak bir günde ayağımıza yapışan bir sakız, enflasyon, savaş ve öğretmenimizin verdiği bir ödev gibi birçok şey problem olarak karşımıza çıkabilmektedir. Öte yandan basit toplama-çıkarma işlemlerinin kullanımını gerektiren sorular, kümeler konusunda yapılan kesişim ve birleşim işlemleri, ikinci dereceden denklem ve eşitsizlik soruları, düzlem ve uzay geometri ile ilgili alıştırmalar öğrencide araştırma yapma ihtiyacı hissettirdiği ve onları bilişsel olarak zorladığı sürece problem olarak kabul edilebilmektedir (Bayazit & Aksoy, 2009). Bu açıklamalar bir problemin üç temel özelliğini ortaya koymaktadır:

- ✓ Problem karşılaşılan kişi için bir güçlüktür.
- ✓ Problem, bireyin çözümüne ihtiyaç duyduğu bir durumdur.
- ✓ Kişi bu problemle daha önce karşılaşmamıştır ve çözümü için herhangi bir hazırlığı yoktur.

Örneğin, *Toplamları 34 eden iki sayının çarpanlarının toplamı 13 yapmaktadır. Bu sayılar kaçtır?* sorusu bir lise öğrencisi için problemken, bir ilköğretim öğrencisi için değildir. Çünkü bu problemin metninde ilköğretim öğrencisinin anlayamayacağı ifadeler bulunmaktadır, dolayısıyla bu sayıların bulunması öğrenci için bir ihtiyaç değildir. Yine aynı yaklaşım ile *12 tane elmanın 6 tanesini yedim kaç tane elmam kaldı?* sorusu birinci sınıf çocuğu için bir problemken, beşinci sınıf çocuğu için bir problem değildir. Çünkü beşinci sınıf düzeyindeki çocuk için cevap açıktır. Öte yandan, 12+8=?, 54÷9=?, 16×3=? Şeklinde ki sorularda birer problem değil birer alıştırmadır ve nasıl çözüleceği açıktır (Altun, 2010).

Problem çözme sadece bir doğru sonuç bulma işlemi olarak algılanmakla birlikte, daha geniş bir zihinsel süreci ve becerileri kapsayan bir eylemdir ve sonuç bulmanın yanı sıra bir yol bulma ve güçlükten kurtulmadır (Polya, 1957). Problem statik bir durum iken problem çözme dinamik bir süreci ifade etmektedir. Bu sürecin başlangıç noktasında karşılaşılan problem durum, bitiş noktasında ise elde edilecek olan cevap vardır. Mayer (1985), problem çözmeyi eldeki problemin çözümüne ulaşmak için yürütülen zihinsel aktiviteler serisi olarak tanımlamaktadır. Problem çözerken öğrenciler problemi formüller ve modeller yardımıyla matematiksel ifadeler şeklinde yeniden yazarlar, mevcut bilgiler arasında ilişki kurarlar, matematiksel kavramları gerçek durumlarla ilişkilendirirler ve bunların neticesi olarak da etkin bir matematikleştirme süreci yaşarlar (Polya, 1973).

Kişi karşılaşmış olduğu problemleri çözmek için birçok bilgi kaynağından yararlanmaktadır. Gelenekler, deneyimler ve bilim bu kaynaklara örnek olarak gösterilebilmektedir. Problem çözmede bilimin kullanılması farklı aşamalardan oluşmaktadır. Bu aşamalardan ilki, problemin farkına varma ve problemin tanımlanmasıdır. İkinci aşamada problemin çözümü için farklı çözüm stratejileri ortaya atılmaktadır. Üçüncü aşamada ise problemin çözümü için ortaya konan fikirlerden bir veya bir kaçı uygulamaya konulmaktadır (Mandell, 1980).

2.2.2. Problem Çözme Öğretiminin Amaçları

Problem çözme öğretiminin amaçları iki alt başlık altında toplanmaktadır (Altun, 2010). Bunlardan ilki genel amaçlar diğeri ise özel amaçlardır.

2.2.2.1. Genel Amaçlar

Özel amaçlar işlem becerisini geliştirme, sayı ve şekillerle uğraşmaya alışma, veri toplama ve tasnif etme, problem metnine uygun şekil ve şema çizme, düşünceleri matematik diliyle anlatma, yazılı ve görsel yayınlarda kullanılan matematik ifadelerini anlamadır. Özellikle dört işlem problemlerinin nasıl çözüldüğünün öğrenilmesi özel amaçlara hizmet etmektedir.

2.2.2.2. Özel Amaçlar

Problem çözme öğretiminin genel amacı, problem çözme yeteneğini geliştirmektir. Problem çözme yeteneği, problemle karşılaşıldığında onun doğasını kavrama ve problemi anlama, çözümü için uygun stratejiyi seçme, bu stratejiyi kullanma ve sonuçlarını yorumlama yeteneklerini kapsamaktadır.

2.2.3. Problem Türleri

Foong'un (1990) problem çözümü ve problemlerin kullanımı üzerine yaptığı sistematik, bir litaratür taramasına dayanarak 21.yy matematik sınıflarında teşvik edilen farklı tipten problemlerin bir sınıflandırması yapılmıştır. Bu şemada temel yapı olarak problemlerin çoğu *kapalı ve açık uçlu olarak* kapsamlı bir şekilde sınıflandırılmıştır. Bu sınıflandırma şemasındaki problemler matematik öğretiminde;

- ✓ Problem çözümü için (for problem solving)
- ✓ Problem çözümü hakkında (about problem solving)
- ✓ Problem çözümü yoluyla (via problem solving) öğretim gibi farklı rollere sahiptir.

Matematiksel problemler genel olarak *rutin* ve *rutin olmayan* problemler şeklinde iki ana gruba ayrılmaktadır. Rutin problemlere matematik ders kitaplarında çokça yer verilmektedir. Bu problemlerin en temel özelliği toplama, çıkarma, çarpma ve bölme gibi aritmetik işlemlerin uygulanmasıyla çözülebilir olmasıdır. Dolayısıyla, rutin problemler genellikle aritmetik işlemlerin öğretiminden sonra verilmektedir. Bu sayede öğrencilerin öğrendikleri konuyu pekiştirmeleri, aritmetik işlemler arasında anlamsal ilişkiler kurmaları (örneğin çarpmanın ardışık toplama olduğu, bölmenin ise ardışık çıkarma olduğu) ve kavramsal bilgiyi geliştirmeleri amaçlanmaktadır. Rutin problemleri çözerken öğrenciler problem hikayesinde verilen bilgileri anlama, analiz etme, problemin hikayesini matematiksel olarak yeniden yazabilme, çözüm için basit problemler geliştirebilme, hangi işlem ve işlemleri kullanacağına karar verme gibi problem çözmenin gerektirdiği temel becerileri edinmektedirler. Rutin problemler matematiğin güncel hayatta uygulanmasının en temel araçlarından biridir ve öğrencilerin günlük hayatta ihtiyaç duyacakları bilgi ve becerileri geliştirme noktasında büyük işlevleri bulunmaktadır. Rutin problemlerin zorluk derecesini belirleyen en temel faktör, problemin içerdiği işlemsel basamak sayısı, çözüm için gerekli matematiksel bilginin düzeyi ve kullanılması gereken nicel değerlerdir (ondalık kesir, rasyonel sayılar vb.) (Mahlios, 1988). Aşağıda iki tane rutin problem örneği verilmiştir:

1. *Tanesi 4 liradan 10 tane kalem aldım. Toplam kaç lira ödemem gerekmektedir?*
2. *Tuba cebindeki parasının 2/4'üne kalem, geriye kalan paranın yarısına da silgi almıştır. Kalemlere 10 lira ödediğine göre, Tuba'nın başlangıçta kaç lirası vardır?*

Birinci soru tek işlem basamağında sadece çarpma işlemi uygulanarak çözülebilmektedir. İkinci soru ise kesir kavramının kullanılmasını ve çıkarma, bölme, çarpma işlemlerinin arka arkaya uygulanmasını gerektiren çok aşamalı bir rutin problem örneğidir. Rutin olmayan problemlerin en temel özelliği çözüm için farklı yaklaşım ve metotların uygulanması, birden fazla stratejinin kullanımını ve yaratıcı düşüncenin işe koşulmasını gerektirmesidir. Rutin olmayan problemler, rutin problemlere göre öğrencileri düşünsel olarak çok daha fazla zorlayan sorulardan oluşmaktadır. Bu tür soruları çözerken öğrenciler zihinsel olarak daha çok aktiftirler; oldukça yoğun ve karmaşık bir düşünce süreci yaşamaktadırlar. Rutin olmayan problemlerin çözümü, verileri organize etme, sınıflandırma, veriler arasındaki ilişkileri görme, analiz ve sentez yapabilme, tümevarımcı ve soyutlayıcı düşünebilme gibi birtakım zihinsel becerilere sahip olmayı ve bir dizi işlemi arka arkaya yapmayı gerektirmektedir (Altun, 2010). Rutin olmayan problemlerin çözümünde doğru cevabın elde edilmesinden çok problemin çözüm sürecinde öğrencilerin sergilemiş olduğu düşünce ve yaklaşımlar önemlidir. Bu tür problemler matematik eğitiminin en genel amaçlarından olan eleştirel ve yaratıcı düşüncenin gelişimine büyük katkı sağlamaktadır. Aşağıda iki tane rutin olmayan probleme yer verilmiştir:

1. *Bir kümeste tavşan ve tavuklardan oluşan toplam 18 hayvan yaşamaktadır. Hayvanların toplama ayak sayısı 50 olduğuna göre kümesteki tavşan ve tavukların sayısını bulunuz.*

2. *n kenarlı bir çokgenin kaç tane köşegeni vardır*? (Bayazit & Aksoy, 2009).

Her iki problem için de çözüm yolu açık değildir; ancak farklı yaklaşım ve stratejiler kullanılarak çözülebilmektedir. Örneğin birinci soru matematiksel modelleme gerektirmektedir. Problem hikayesi birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemi şeklinde yeniden yazılıp, yazılan denklem sistemi çözülerek tavşan ve tavukların sayısı bulunabilmektedir. Bir diğer yol olarak da tahmin kontrol stratejisi kullanılabilmektedir. İkinci problemde ise öğrencilerin bilişsel düzeyleri, geçmişten getirdikleri bilgi ve birikimler göz önünde bulundurularak farklı şekillerde çözülebilmektedir.

2.2.4. Problem Çözme Stratejileri

Problem çözme karşılaşılan bir sorunun üstesinden gelmek için geçmiş bilgi ve tecrübelerin koordine edilerek uygulamaya konulduğu karmaşık bir süreçtir. Bu karmaşık süreçte bazı stratejilerin kullanımı düşüncenin sistematize edilmesini ve problemin çözümünün kontrollü bir şekilde yürütülmesini kolaylaştırmaktadır. Yerli ve yabancı kaynaklarda birçok problem çözme stratejisinden bahsedilmektedir (Polya, 1973; Schoenfeld, 1992; Baykul, 2009), ancak bu stratejiler *genel stratejiler* ve *yardımcı stratejiler* olmak üzere iki ana grupta ele alınmaktadır. Genel Stratejiler arasında ilköğretim düzeyinde en sık kullanılanları *tahmin kontrol, geriye doğru çalışma ve tümevarımcı düşünme*dir. Yardımcı stratejiler arasında ise *matematiksel cümleler yazma, sistematik liste oluşturma, tablo yapma ve şekil, şema ve grafik çizme* en sık kullanılan tanımlardandır. Buna ilave olarak drama etkinlikleri ve bilgisayar ortamında hazırlanmış etkinlikler de yardımcı stratejiler kapsamında düşünülebilmektedir. Genel stratejiler problemin çözümünde kullanılan yöntem ve yaklaşımları ifade ederken, yardımcı stratejiler bu yöntem ve yaklaşımların sistemli bir şekilde yürütülmesini kolaylaştıran unsurlardır.

En sık kullanılan stratejilerden bir olan tahmin- kontrol stratejisi bazı problem türlerinin çözümünde sıkça kullanılan ve direkt olarak uygulanabilen bir yöntemdir. Problemin cevabına dair bir tahmin yürütülür ve yapılan tahminin doğru cevap olup olmadığına bakılmaktadır. Eğer tahmin cevap ise problem çözülmüş demektir, değilse ikinci bir tahmine geçilmekte ve cevap bulununcaya kadar bu süreç devam ettirilmektedir. İlk tahminlerden yararlanılarak sonraki aşamalarda daha isabetli tahminlerde bulunulmasına ve böylece her adımda yapılan işin boşa gitmemesine özen gösterilmelidir (Altun, 2010). Tahmin-kontrol stratejisi öğrencilerin mantıklı öngörülerde bulunabilme ve bir grup veri arasındaki ilişkileri ve gelişimi tümevarımcı bir yaklaşımla anlayabilme gibi zihinsel beceriler geliştirebilmelerine yardımcı olmaktadır (NCTM, 2000). Yapılan tahminlerde kısır döngüye düşülmemesi için liste oluşturma ve tablo yapma gibi yardımcı stratejiler devreye sokulmaktadır.

Bir diğer strateji ise geriye doğru çalışma stratejisidir. İlköğretim ve daha ileri düzey matematik programları kapsamında problem çözme ve matematiksel ispat konularının öğrenim ve öğretiminde sıkça kullanılmaktadır. Bu strateji başlangıç bilgileri bilinen problemlerin çözümünde kullanılmaktadır. Problemde verilen işlemlerin sondan başa doğru çözümlenerek cevap bulmaya çalışılmaktadır. Bu stratejiyle problem çözümleri öğretilirken *topla derse çıkar, çarp derse böl* şeklindeki önerilerden kaçınılmalıdır; çünkü İskenderoğlu ve arkadaşlarının (2004) yapmış oldukları çalışmada, bu tür yaklaşımların öğrencileri yanılttığı ve hata yapmalarına sebep olduğu görülmüştür. Aşağıda yer alan soru geriye doğru sayma stratejisi kullanılarak çözülmüştür:

-Ayşe'nin cevizlerinin yarısının 4 fazlasının 2 katı alınmış ve 10 bulunmuştur. Ayşe'nin kaç cevizi bulunmaktadır?

Tablo 2.2. Geriye Doğru Çalışma Stratejisi

▼Bilinmeyen sayı A	Aranan sayı 2
▼Bu sayının yarısı –	▲1'in 2 katı 1×2=2
▼Bu sayının yarısının 4 fazlası –+4	▲5'in 4 eksiği 5-4=1
▼4 fazlasının 2 katı (–+4)×2	▲10'un yarısı 10÷2=5
10'a eşittir.	▲10 sayısını al

Problemin verilişi Problemin Çözümü

Matematiksel problemlerin çözümünde kullanılan bir diğer strateji ise tümevarımcı düşünme stratejisidir. Bu stratejinin en temel özelliği problemde verilen nicel veya nitel çokluklardan oluşan dizinin terimleri arasındaki ilişkinin fark edilmesini ve buradan hareketle yapılacak olan genellemelerle daha evrensel sonuçlara ulaşmayı içermektedir. Bu stratejinin nasıl uygulanacağı aşağıdaki problemler üzerinde gösterilmiştir.

1. *Bir sayı dizisinin terimleri 1, 10, 2, 7, 3, 4, 4, -, - olarak veriliyor. Buna göre 8. ve 9. sıradaki terimleri bulunuz (*Posamentier & Krulik, 1998; 37)
2. *1'den 30'a kadar olan doğal sayıların toplamını bulunuz.*

Birinci problemde verilen sayı dizisi dikkatlice incelendiği zaman 1, 3, 5 ve 7. sırada yer alan terimlerin kendi aralarında birer artarak devam ettiği; dolayısı ile 9. Terimin 5 olacağı rahatlıkla görülmektedir. Benzer şekilde 2, 4 ve 6. sırada yer alan terimlerin üçer azalarak devam etmektedir; dolayısı ile 8. terim 1 olacaktır.

İkinci problemin çözümü için ise; 1+2=3, 1+2+3=6, 1+2+3+4=10… şeklinde bir sistem oluşturulabilmektedir. Daha sonra amaçlı sorgulama yöntemi uygulanarak *son terim ile bir fazlasının çarpımının yarısı toplamı verir* düşüncesi öğrencilere keşfettirilmelidir (Bayazit & Aksoy, 2009). Bu tür soruların çözümünde öğrencilerin veriler arasındaki ilişkiyi görüp daha kolay genellemeler yapabilmeleri için matematiksel modellerden faydalanılabilmektedir.

Problem çözme stratejilerine dönük bir eğitimin sonunda, öğrencilerin dört işlem problemleri de dahil olmak üzere, öğrencilerin problem çözme başarılarının arttığı sonucuna ulaşan pek çok çalışma bulunmaktadır (Baykul, 2009).

2.2.5. Problem Çözme Süreci

Matematik problemleri de dahil olmak üzere her probleme uygulanabilecek belli bir çözüm yolu bulunmamaktadır. Her problem ayrı çözüm yolları gerektirmektedir. Bu yüzden öğrencilerin kendi problem çözme stratejilerini geliştirmeleri önemli hedefler arasındadır. Ancak Polya (1957) tarafından yapılan araştırmalar, matematik problemlerinin çözümünde bazı adımların olduğunu ortaya koymaktadır. Bu adımlar şunlardır:

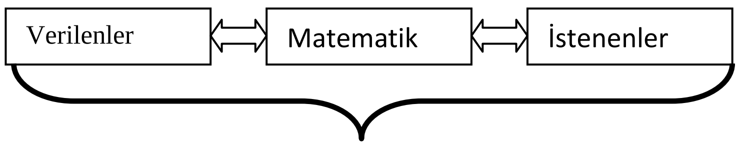
- ✓ Problemin anlaşılması
- ✓ Problemin çözümü adına bir plan yapılması
- ✓ Çözüm planının uygulanması
- ✓ Sonucun doğru olup olmadığının kontrol edilmesi

Problemde istenilenin ne olduğu, istenileni bulmak için nelerin verildiği öğrenciye kendi ifadeleriyle tekrar ettirilmelidir. Kendi ifadesiyle açıklama ezbere ya da göz ucuyla da olsa problemin verilen ifadesine bakmadan, ezberlemeden problemi farklı bir şekilde ifade etmedir. Problemin anlaşılmasıyla ilgili güçlükler genel olarak iki nedenden kaynaklanmaktadır. Bunlardan birincisi okuma güçlüğü, diğeri de problemde geçen kelime ve terimlerden bazılarının anlamlarının bilinmemesidir. Böyle bir durumda somut araçlardan, dramatizasyon ve örneklerden yararlanılabilir (Baykul, 2009; 75-76).

Problem anlaşıldıktan sonra verilen ile bilinmeyenlerin karşılaştırıldığı planlama safhasına geçilmektedir. Bu aşama problemin anlaşılmasıyla yakından ilişkilidir. Çünkü uygun stratejinin seçimi problemin uygun bir şeklide anlaşılmasına bağlıdır. Üçüncü aşamada belirlenen plan uygulanmaya çalışılmaktadır. Yapılan planın uygulanması probleme ve çözüm için seçilen stratejiye bağlıdır. Stratejideki her adım dikkatle yerine getirilmelidir. Problemle ilgili bu çalışmaların yapıldığı sırada öğrenci tıkanabilir. Böyle bir durumda bazı işlemlerin yeniden yapılması, uygulanan stratejinin gözden geçirilmesi, hatta problemin anlaşılmasıyla ilgili adıma dönmek gerekebilmektedir. Bu sırada öğrenciye Edison'un ampülü bulma çalışmaları sırasında 1000 den fazla deney yaptığı hatırlatılmalıdır.

Son aşamada yapılan işlemin doğruluğu kontrol edilmektedir. Bu kontrol problemin sonucunun mantıksal yönden tutarlı olup olmadığının kontrolüdür. Eğer çözüm tutarlı görülmüyorsa yanlışın nerede olduğu aranmaktadır. Bu arama işlemi, işlemlerin doğru yapılıp yapılmadığı ile başlayıp, problem cümlesinin anlaşılmasına doğru gitmektedir.

2.2.6. Problem Çözme Konusunun Öğretimi Nasıl Yapılmalıdır?



Şekil 2.2. Problem çözme

Problem çözme konusunun öğretimine ilişkin yerli ve yabancı birçok araştırma yapılmıştır (Homson, 2003; İskenderoğlu vd, 2004). Bu çalışmalar öğrencilerin problem çözme sürecini oluşturan üç temel alanda çok ciddi sorunlar yaşadıklarını göstermektedir:

- Problemin anlaşılması,
- Plan ve strateji seçimi, çözüm için uygun modellerin oluşturulması ve problem çözme sürecinde yapılan işlemsel hatalar ve
- Problemin cevabının ve problem çözme sürecinde uygulanan düşüncelerin mantık kontrolüne tabi tutulmasıdır.

Bu alanların birinde yaşanan zorluk ve yanılgılar problem çözme sürecinin tamamını etkilemektedir. Öğrencilerin bu zorlukların üstesinden gelmeleri ve etkin birer problem çözücü olarak yetişmeleri için neler yapılabilir? Bu amaç için uygulanabilecek öğretim yaklaşımının temel bileşenleri neler olmalıdır?

Öğretmenden öğrenciye tek yönlü bilgi akışını öngören davranışçı öğretim metotlarının öğrencilerdeki problem çözme yeteneğinin gelişimine yapacağı katkı oldukça az olmaktadır. Öğretmenin aktif öğrencinin ise pasif olduğu bu tür öğrenme ve öğretme ortamlarında öğretmenin görevi prototip diye adlandırılan belli format ve yapıdaki problemlerin çözümünde izlenen yolu, kullanılan formülleri ve yürütülen işlem basamaklarını açıklamaktan ibarettir. Öğrencinin görevi ise açıklanan işlem bilgileri öğrenmek ve edindiği bilgileri benzer problemlerin çözümünde kullanarak mekaniksel becerilerini geliştirmektir (Bayazit & Aksoy, 2009). Dolayısı ile problem çözme konusu öğretilirken, öğrencilerdeki düşünce gelişimini hedefleyen bir öğretim yaklaşımının kullanılması gerekir ki buda birden fazla öğretim metot ve tekniğinin bir bütün olarak kullanılmasıyla mümkündür. Uygulanacak öğretim programı öğrenci ile öğretmen arasında ki etkileşimi en üst seviyeye çıkartmalıdır. Bu etkileşim sürecinin verimliliğini arttırtmak için öğrencileri amaçlı bir şekilde düşüncelerini tartışmaya teşvik etmek gerekmektedir. Öğrencilerden bir problemi farklı stratejiler kullanarak çözmeleri istenmeli ve kendilerine özgü stratejiler geliştirerek problemi çözmeleri beklenmelidir.

Problemin sözel kısmının anlaşılması, problem çözme sürecinin en kritik aşamasıdır (Polya, 1973). Bu konuda öğrencilere yardımcı olmanın en güzel yolu amaçlı sorgulama ve tartışma yöntemleri uygulayarak öğrencilerin problemin genel durumunu ve problemde verilen bilgiler arasındaki ilişkileri anlamaları için gerekli olan ortamı oluşturmaktan geçmektedir. Öğrencilerin dikkatini *topla derse çıkar* şeklinde anahtar sözcüklere yoğunlaştırıp, bu terimler üzerinden çözüme ilişkin bilgiler vermekten kaçınılmalıdır (İskenderoğlu vd, 2004). Görsel öğeler ve matematiksel semboller yardımıyla problemin yeniden yazdırılması öğrencilerin problemi anlamalarını kolaylaştırmaktadır. Yine problemin anlaşılmasını kolaylaştırmak için öğrencilere benzer problemler yazdırılıp, eldeki problemi kendi cümleleriyle yeniden ifade etmeleri istenebilir.

Şekil 2.3. a b

Şekil 2.3 a ve b incelendiği zaman, ilk iki stratejide gerçek hayat probleminin matematik dünyasında ki ilişkiler yardımıyla çözümünün esas olduğu; bu düşünce ile gerçek hayat problemlerinin çözümüne geçilmesi; üçüncü stratejide ise birinci ve ikinci stratejilerdeki geçişlere ek olarak, gerçek hayat problemleri ile matematik dünyası arasında hem problemin varlığı ve matematiksel gösterimi hem de çözümü aşamasında ilişki kurulması söz konusu olmaktadır. Bu durum matematiğin esaslarının da problem çözme yoluyla kavranmasında ve öğrencilerin problem çözmede kendi stratejilerini geliştirmelerinde önceki iki stratejiye göre daha çok yardımcı olmaktadır (Baykul, 2009)

Geçmişte benzer problemler çözülmüş ise bu problemler tekrardan öğrencilerin dikkatine sunularak analoji olarak kullanılabilir. Ancak analoji yapılarak çözülen problemlerde, öğrencilerin geçmiş problemlerin çözümünde kullanılan metot ve stratejiler ile yürütülen işlemsel süreçleri taklit etmemelerine dikkat edilmelidir. Analojiler daha çok eldeki problemin anlaşılması ve çözüm için gerekli düşüncenin oluşmasına katkı yapmak için yardımcı zihinsel araçlar olarak devreye sokulmalıdır.

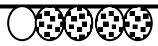
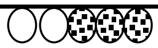
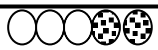
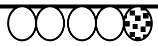
Öğrencilerin problem çözme sürecindeki başarı oranlarını etkileyen faktör, eldeki problemin doğasına uygun stratejileri seçip kullanabilme becerileridir. Problem çözme stratejileri genel ve yardımcı stratejiler adı altında incelenmektedir (Polya, 1973; Baykul, 2009; Altun, 2010). Bu stratejilerin kullanımı noktasında öğrencilerin bilgilendirilmesi başarılarını olumlu yönde etkilemektedir. Öğretmenler bir problemi mümkün olduğunca çok strateji kullanarak çözmelidir. Öğrenciler yazılı kaynaklarda bahsedilenlerin dışında kendilerine özgü stratejileri kullanarak problem çözümleri yapmalıdır. Bu stratejiler öğrencilerin düşünce sistematiklerinin ve problem çözme yeteneklerinin gelişimini yansıtan çok özel bir durumdur.

Üç boyutlu cisimler ve görsel objeler (şekil, şema, grafik, tablo, vb), cebirsel ve aritmetiksel ifadeler gibi modeller yardımıyla çözülebilen problemlerin hem ifade edilmesi hem de anlaşılmasını kolaylaştıracak ve çözüm aşamasında yapılması olası bir takım işlemsel hatalarında önüne geçilecektir (Homson, 2003). Model kullanımı düşüncenin yapılandırılması, sistematize edilmesi ve daha kontrollü bir şekilde uygulanması konularında problem çözücüye yardımcı olmaktadır. Model seçim ve kullanımlarında öğrencilerin bilişsel düzeyleri, geçmiş bilgi ve tecrübeleri dikkate alınmalıdır. Model kullanımındaki asıl amaç problemin anlaşılmasını ve çözümünü kolaylaştırmak olduğundan, dolayısı ile anlaşılması zor ve karmaşık modellerin kullanımı amaca hizmet etmemektedir. Bir problemin çözümünde birden çok modelin kullanılmasının öğrencilerin düşünce ve bakış açısı geliştirmelerine olumlu katkılar sağlamaktadır. Bu tür durumlarda görsellik içeren modeller ilk önce kullanılmalı, daha sonra matematiksel semboller içeren aritmetiksel ifadelere yer verilmelidir. Örneğin aşağıdaki problem iki farklı model ve strateji kullanılarak çözülebilmektedir.

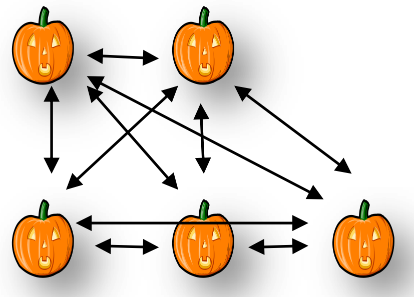
-*Doğum gününüz dolayısı ile toplam 5 kişinin katıldığı bir parti düzenlediniz. Partiye katılan her kişi diğeriyle el sıkıştığına göre toplam kaç el sıkışması olmuştur?*

Problemde verilen bilgiler aşağıdaki gibi bir modelle temsil edilebilir ve model üzerinden yürütülerek bu tartışmalarla öğrencilerin problemin çözümüne ilişkin genel bir kural üretmelerine yardımcı olunabilmektedir.

Tablo 2.3. 5 kişi arasında yaşanacak el sıkışmasını anlatan bir model

Kişi sayısı	El sıkışma sayısı	Açıklama
1. Kişi		Kendisi hariç 4 kişi ile
2. Kişi		Kendisi hariç 3 kişi ile
3. Kişi		Kendisi hariç 2 kişi ile
4. Kişi		Kendisi hariç 1 kişi ile
5. Kişi		Bu durumda 5. Kişinin el sıkışacağı kimse kalmamaktadır.

Yukarıda ki problemin çözümünde kullanılan mantık farklı bir modellemeyle aşağıdaki şekilde açıklanabilmektedir:



Şekil 2.4. 5 kişi arasında yaşanacak el sıkışmasını anlatan bir model

Model üzerinde de görüldüğü gibi her bir kişi kendisi dışındaki dört kişiyle tokalaşmaktadır. Ancak bu durumda iki kişi arasında iki tane el sıkışması gerçekleşmektedir. İki kişi arasında iki tane el sıkışması olabileceği için bulunan 5.4 çarpımının 2 ile bölünmesi gerekir ki bu durum da doğru yanıt "n kişi arasında n.(n-1)/2 tane el sıkışması yaşanır" genellemesine ulaşılmasını sağlamaktadır.

Problem çözme konusunun öğrenim ve öğretimini kolaylaştırmak için uygulanabilecek bir diğer yaklaşım da işbirlikçi öğrenme yaklaşımıdır. Gruplarda yer alan öğrenci sayısı, hangi sıklıkta ve hangi süreyle uygulanacağı (Smith vd, 1993), homojen veya heterojen grupların oluşturulması (Webb, 1988) ve grup çalışmaları için rutin olmayan açık uçlu problemlerin kullanılması (Good vd, 1992) gibi bir takım esaslara ilişkin konulara dikkat etmek kaydıyla işbirlikçi öğrenme modelinin uygulanması öğrencilerin matematiksel problemlerin çözümü için ihtiyaç duyacakları bilgi ve yetenekleri geliştirmelerine olanak sağlamaktadır. İşbirlikçi öğrenme ortamında öğrenciler kendi fikirlerini savunurlar, arkadaşlarının fikirlerini eleştirirler, öğrenmekte oldukları bilgilerle geçmiş bilgiler arasında ilişki kurup, kendilerinin ve arkadaşlarının düşünceleri üzerinde düşünmektedirler.

Erden (1983) tarafından dört işlem problemlerinin çözümünde geçerli davranışları ortaya koymak amacıyla ilköğretim 1-5. sınıf öğrencileri üzerinde yapılan bir araştırmada, problem çözme de başarılı öğrencilerin; (1) problemin çözümünde kullanılacak olan verileri yazma, (2) problemde istenilenleri yazma, (3) problemi kendi ifadesi ile kısaltarak yazma, (4) problemi uygun bir şema ve şekil ile gösterme, (5) problemin çözümünde kullanılacak işlem ve kuralları yazma, (6) Problemin sonucunu tahmin etme, (7) problemin çözümünde kullanılan işlemleri doğru olarak yapma, (8) problemin çözümünde kullanılan işlemlerin sağlamasını yapma, (9) çözümü önceki tahminlerle karşılaştırıp, sonucun doğru olup olmadığını nedenleriyle birlikte yazma davranışlarından hangilerini gösterdiklerini ortaya çıkarmaya çalışmıştır. Araştırma sonucunda bu davranışlardan 5 ve 7 numarada olanlar birinci sınıf öğrencileri için, 4 ve 6 numaranın dışındakiler ikinci sınıf öğrencileri için, 1, 4 ve 6 numaralarının dışındakiler de üçüncü sınıflar için kritik bulunmuştur.

Altun (2010) tarafından yapılan bir araştırmada yukarıda belirtilen dokuz davranıştan problemin özetlenmesi, tahmin sonucunun çözümde elde edilen sonuçla karşılaştırılması ve çözümün kontrol edilerek varsa hatanın sebebiyle birlikte söylenmesi dışındakiler üçüncü; problemin özetlenmesi, sonucun kontrol edilmesi ve varsa yanlışın sebebiyle söylenmesi dışındakilerde dördüncü ve beşinci sınıf öğrencileri için başarılı problem çözmede belirli davranışlar olarak ortaya çıkmıştır.

Sözü edilen iki çalışmada da, kritik olarak belirtilen davranışların sınıflara göre farklılık gösterebileceğini; ancak problem çözme başarısının arttırılmasında geliştirilmesi gereken davranışlar olduğunu göstermektedir.

Altun'un (2010) ilköğretim birinci kademe öğrencileri üzerinde yaptığı araştırmalar neticesinde, problem çözme davranışına dönük bir öğretim yapıldığında, problem çözme başarısının manidar şekilde arttığını göstermektedir. O halde ilköğretimde, özellikle başlangıçta, problem çözme davranışlarının geliştirilmesine dönük bir yaklaşım izlenmesi; öğrencilerin hem başarılarını arttırmada, hem de matematiğin esaslarını ve konularını daha iyi kavramada, matematiğe karşı özgüven ve olumlu tutum geliştirmede öğrenciye destek olmaktadır.

2.2.7. Problem Çözme Başarısını Etkileyen Faktörler

Van De Walle'nin (1998) çalışmasında Charles ve Lester'ın bireylerin problem çözme başarısını etkileyen faktörleri üç grupta topladığını ifade etmektedir. Bunlar Üst bilişsel, duyuşsal ve tecrübe faktörlerdir.

2.2.7.1. Üst Bilişsel Faktörler

Üst biliş kavramı ilk olarak gelişim psikolojisi alanında çalışmalar yapan Flavell (1976) tarafından ortaya atılmıştır. Üst biliş en genel manasıyla bireyin herhangi bir konuda sahip olduğu bilgi ve düşüncelerinin farkında olması demektir. Weinert'e (1987) göre üst biliş normalüstü bir düşünce yeteneğidir, bu yeteneği gelişmiş olan öğrenciler, problem çözme sürecinde sergiledikleri düşüncelerini aktif olarak takip ve kontrol edebilir ve gerekli hallerde düzenlemeler yapabilirler.

Bu nedenlerden dolayı üst biliş yeteneğine sahip öğrencilerin problem çözme konusundaki başarıları ve yeterlilikleri üzerinde direkt bir etki söz konusudur. Bu zihinsel yeteneğe sahip olan öğrenciler problem çözme sürecinde sergilemiş oldukları yaklaşım ve düşüncelerini özeleştiriye tabi tutabilmektedirler. Üst biliş yetenekleri gelişmiş olan öğrenciler problem çözme sürecini kontrol ederken, işlem kontrolü değil mantık kontrolü yapmaktadırlar.

Peki öğrencilerin üst bilişsel yeteneklerinin geliştirilmesi adına neler yapılabilir? Literatürde bu amaç için uygulanabilecek özel öğretim yaklaşımlarından ve bunların faydalarından bahsedilmektedir (Mevarech, 1999). Problem çözme süreci düşünce gerektiren bir süreçtir ve dolayısı ile bu sürecin öğrencilerle iletişim halinde etkin bir şekilde yürütülmesi üst bilişsel düşüncenin gelişimini doğal olarak destekleyecektir. Kullanılacak sorular öğrencileri zihinsel olarak zorlamalı, farklı strateji ve yaklaşım kullanımlarıyla çözülebilen türden olmalıdır. Öğrencileri kendi düşünceleri üzerinde düşünmeye sevk edebilecek kalitedeki neden, niçin, nasıl içerikli soruların hepsi öğrencilerdeki üst biliş yeteneğinin gelişimine katkı sağlamaktadır (Bayazit & Aksoy, 2009).

2.2.7.2. Duyuşsal Faktörler

Problem çözmeye duyulan istek, kendine güven, stres ve kaygı, belirsizlik, sabır ve azim, problem çözmeye duyulan ilgi, motivasyon, başarı göstermeye başarı gösterme arzulu olma, öğretmeni memnun etme arzusu gibi faktörler de duyuşsal faktörler grubuna girmektedir.

2.3. Kavram Yanılgısı Ve Hata

2.3.1. Kavram Yanılgısı Nedir?

Matematik eğitimi litaratüründe matematik öğreniminde karşılaşılan zorlukları ifade etmek için birçok farklı terimin kullanıldığı görülmektedir. *Zorluk (difficulty), kavram yanılgısı (misconception) ve hata (error)* terimleri öğrencilerin matematik öğreniminde karşılaştıkları güçlüklerin ifade edilmesinde en sık kullanılan terimlerdir (Bingölbali & Özmantar, 2009)

Zorluk kapsamlı bir kavram olup, öğrencilerin matematik öğrenimi ile ilgili karşılaştıkları güçlükleri genel anlamda ifade etmek için kullanılan bir terimdir. Mevcut litaratüre bakıldığı zaman kavram yanılgısı terimini ifade etmek için ise birçok değişik terimin kullanıldığı görülmektedir. Bunlar arasında *ön kavrayış (preconceptions), alternatif kavrayış (alternative conceptions), olgunlaşmamış kavrayış (naive conceptions)* terimleri örnek olarak gösterilebilir (Clement, 1982, Hewson & Hewson, 1984, McCloskey, 1983, akt. Bingölbali & Özmantar, 2009). Bu terimler incelendiğinde iki önemli husus ön plana çıkmaktadır. Birincisi bu terimler, bilimsel olarak kabul edilen bir kavrayıştan uzak olan kavrayışları ifade etmek için kullanılmaktadır. Bu anlamda kavram yanılgısı *bir konuda uzmanların üzerinde hemfikir oldukları görüşten uzak kalan algı ya da kavrayış* olarak kullanılmaktadır (Zembat, 2008; 2). İkinci husus ise Hammer'in (1996) da ifade ettiği gibi *kavrayış* teriminin, bu terimlerin hepsinin özünü oluşturmasıdır.

Buradan hareketle Simith, Sessa ve Roschelle (1993; 119) kavrayış teriminin kavram yanılgısının anlamlandırılmasındaki rolüne işaret etmiş ve kavram yanılgısını *sistematik bir şekilde hata üreten öğrenci kavrayışı* olarak tarif etmiştir. Zembat (2008; 42) ise kavram yanılgısını *basit hatadan çok sistemli bir şekilde insanı hataya teşvik eden algı biçimidir* şeklinde ifade etmiştir. Buradan da anlaşılmaktadır ki öğrencilerin sistematik olarak yapmış oldukları hatalar, sıradan yapılan bir işlem hatasından farklı olup, kendisini ortaya çıkaran ve kontrol eden derin bir kavrayışın, bir mana sisteminin (Nesher, 1987), bir bilişsel yapının (Oliver, 1989) ya da bir kavram yanılgısının varlığına işaret etmektedir. Başka bir değişle öğrencilerin yapmış oldukları hataların kaynağında kavram yanılgıları bulunmaktadır (Bingölbali & Özmantar, 2009)

Piaget'in görüşüne göre kavram yanılgıları bir yapı gibidir ve bir biri üzerine eklenir. Kavram yanılgıları bilgi eksikliğinden oluşan bir boşluk gibi başlar. Bu boşluk öğretmen tarafından verilen niteliksiz öğretim, öğrencilerin var olan bilgileri ve karşı karşıya kalınan deneyimlerle rastgele dolar. Öğrenci tarafından rastgele boşluk doldurma ile elde edilen bilgiler hiç şüphesiz bir yere kadar başarılıdır ama bir noktadan sonra bu olay karşımıza kavram yanılgısı olarak çıkar. Kavranacak bir kavram, daha önceden öğrencilerin sahip oldukları bilimsel metotlara dayandırılmış laboratuar alıştırmasına bağlı olsa bile, bazı nedenlerden dolayı öğrenme sürecini ciddi bir şekilde engelleyebilmektedir. Bu nedenle yeni bilgilerin var olan bilgilerle organize edilmesi önemlidir. Aksi takdirde yeni bilgiler öğrenciler tarafından benimsenemez. Bu nedenle öğrencilerin kavramları öğrenebilmeleri için işlenen konuların anlamlı bir şekilde öğrenilmesi gerekmektedir. Pek çok öğrenci için örneğin öğrenme, kavramsal bir süreç içerir. Bilimsel bir konuyu anlamayı başaran öğrenci kendi dünyası ile bilimsel bilgiyi

iyi bir şekilde birleştirebilir. Ancak pek çok öğrenci bunu başaramamaktadır (Ercan, 2010)

Gazi-Demirci ve Yıldıran (1994/1995), örgencilerdeki kavram yanılgılarının birinci önemli özelliğinin değiştirilmeye oldukça dirençli olduğunu belirtmiş ve kavram yanılgılarının diğer özelliklerini de aşağıdaki gibi sıralamışlardır:

- Kavram yanılgıları, o alandaki uzmanların sahip olduğu kavramlardan farklıdır.
- Tek bir kavram yanılgısı veya birkaç kavram yanılgısı pek çok birey tarafından da yaygın olarak kullanılma eğilimindedir.
- Pek çok kavram yanılgısı değişime veya dönüşüme, özellikle geleneksel öğretim metotları kullanıldığında oldukça dirençlidir.
- Bazı kavram yanılgılarının tarihsel önceliği vardır. Önceden var olan bir kavram yanılgısının yeni sunulan kavramda zihinde yanlış yapılanmasına neden olması gibi.
- Bazen kavram yanılgıları öğrencilerin sistematik bir şekilde kullandığı mantıksal olarak bağlantılı oranlardan meydana gelen alternatif inanç sistemlerinden oluşabilmektedir (akt. Ercan, 2010).

Kavram yanılgıları, nörolojik olarak pek çok kişinin genel anlamda paylaştığı kesin deneyimler, okul ve diğer ortamlardaki öğretim faaliyetlerinin bir sonucu olarak da oluşabilmektedir.

Sistemli bir şekilde kişiyi hataya teşvik eden bir kavrayış biçimi olarak kabul edilen kavram yanılgısının ve hata ile olan ilişkisinin daha iyi anlaşılması için, aşağıdaki örneği yakından inceleyelim. Bu örnekte öğrencilerin sıkça kavram yanılgısına düştüğü ve neticesinde de hatalar yaptıkları ondalık sayılara ilişkindir (Nesher, 1987).

Nesher tarafından 1987 yılında yapılan ondalık sayıların büyüklüklerinin karşılaştırmasının yapıldığı bir araştırmada 6, 7, 8 ve 9. sınıfta okuyan öğrencilere aşağıdaki tabloda (Tablo 2.4.) sunulan ondalık sayıların hangisinin daha büyük olduğu sorulmuştur (Nesher, 1987). Araştırma sonucunda öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun bu soruya yanlış cevap verdikleri ortaya çıkmıştır. Aşağıda bu araştırmanın ortaya çıkardığı öğrenci hatalarının bir kısmını temsil etme özelliğine sahip olan iki öğrenci cevabı, kavram yanılgısı ve hata ilişkisi açısından ele alınmış ve bu hataların ortaya çıkmasına kaynaklık eden öğrenci kavrayışları yakından incelenmiştir.

Tablo 2.4. Ondalık Sayıların Karşılaştırılması

Durum 1	0.4	0.234
Durum 2	0.4	0.675

Durum 1 ve Durum 2'de verilen ondalık sayıların hangisinin daha büyük olduğu sorusunun yöneltildiği öğrencilerden biri, Durum 1'de 0.234 ondalık sayısının 0.4 ondalık sayısından daha büyük, Durum 2'de ise 0,675 ondalık sayısının 0.4 ondalık sayısından daha büyük olduğunu belirtmiştir. Bu cevap Durum 1 için hatalı iken, Durum 2 için ise doğrudur. Araştırmaya katılan öğrenci her iki durum için de şu şekilde açıklamalar yaptığı görülmüştür: *çok rakam içeren sayı daha büyüktür*. Öğrenciye ondalık sayıların büyüklüklerini karşılaştırmada rehberlik eden bu kavrayış, Durum 1 de hatalı cevap vermesine yol açarken, Durum 2 de ise doğru cevap vermesini sağlamıştır. Buradan da anlaşılacağı gibi bu öğrenci ondalık sayıların karşılaştırılmasında *çok rakam içeren sayı daha büyüktür* veya *uzun sayılar değerce daha büyüktür* şeklinde bir kavram yanılgısına sahiptir. Dolayısı ile burada ortaya çıkan sadece basit bir hata olmayıp, o hatanın oluşmasına kaynaklık eden ve o hatayı sistematik bir hale getiren bir kavram yanılgısı söz konusudur.

Nesher'in (1987) çalışmasına katılan bir başka öğrenci ise ilkinin aksine 0.4 ondalık sayısının hem 0.234 ondalık sayısından hem de 0,675 ondalık sayısından daha büyük olduğunu ifade etmiştir. Bu cevap Durum 1 için doğru iken, Durum 2 için hatalıdır. Peki burada verilen hatalı cevabın altında yatan kavram yanılgısı ne olabilir? Öğrenci vermiş olduğu cevaplara şu şekilde bir gerekçe sunmuştur: *onda birler binde birlerden daha büyüktür, bu yüzden sadece onda birlere sahip olan az basamaklı sayı daha büyüktür*. Bu öğrenciye ondalık sayıların büyüklüklerinin karşılaştırılmasında rehberlik eden kavram yanılgısı *az rakam içeren sayı değerce daha küçüktür* kavrayışı olmuştur.

Bu iki cevap incelendiği zaman, kavram yanılgılarının öğrencilerin bazen doğru sonuçlara ulaşmalarını sağladığı görülmektedir. Nitekim bu öğrencinin sahip olduğu kavram yanılgısı 0.4 ve 0.675 sayılarının karşılaştırılmasında hata yapmalarına neden olurken, 0.4 ve 0.234 sayılarının karşılaştırılmasında doğru cevap vermelerini sağlamıştır (akt. Bingölbali & Özmantar, 2009; 4)

2.3.2. Kavram Yanılgısı Türleri

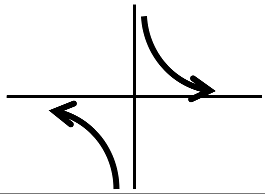
Mevcut literatür kavram yanılgılarının farklı özelliklere sahip olduğunu göstermektedir. Bu bakımdan iki kavram yanılgısı türü ön plana çıkmaktadır: *aşırı genelleme (overgeneralisation) ve aşırı özelleme (overspecialisation ya da undergeneralisation)* (Graeber & Johnson, 1991; Ben-Hur, 2006; Zembat, 2008; akt. Bingölbali & Özmantar, 2009; 6).

2.3.2.1. Aşırı Genelleme

Zembat (2008; 43) yapmış olduğu araştırmalarda Graeber ve Johnson'un (1991) çalışmalarına dayanarak aşırı genellemeyi şu şekilde tanımlamıştır: *belli bir sınıfa ait kural, prensip veya kavramın diğer sınıflarda da işliyormuş gibi düşünülmesi ve diğer sınıflara da yayılmasıdır*. Başka bir değişle matematiğin sadece bir alanında geçerli olabilecek bir kuralın sanki bütün matematiksel konularda geçerli olduğunun düşünülmesidir. Bilindiği gibi öğrenciler ilköğretimin ilk yıllarında daha çok doğal sayılar kümesinin elemanları ile işlem yapmaktadırlar. Öğrenimlerinin ilk aşamasında çarpma işlemi ile ilgili olarak, öğrenciler herhangi iki doğal sayının çarpımında elde edilen sonucun çarpan ve çarpılandan daha büyük bir değer verdiğini sürekli bir şekilde tecrübe etmektedir. Benzer şekilde bir doğal sayının diğerine bölümünde, bölünenden daha küçük bir değer elde etme, yine öğrenciler tarafından sıkça tecrübe edilmektedir. Dolayısıyla Graeber'in (1993, akt. Zembat, 2008; 47) de ifade ettiği gibi bu durum öğrencilerde *çarpma işleminin sonucu her zaman çarpan ya da çarpılandan daha büyüktür* ya da *'bölme işleminin sonucu her zaman bölen ya da bölünenden daha küçüktür* şeklinde bir kavrayış geliştirmelerine yol açmaktadır. Çarpma ve bölme ile alakalı bu tarz kavrayışlar, doğal sayılar üzerinde yapılan işlemlerde doğru sonuçlar elde edilmesini sağlarken, tam sayılar, rasyonel sayılar ve bunlarla ilişkili olarak kesirlerle yapılan işlemlerde ise her zaman doğru sonuçlar vermemektedir (Bingölbali & Özmantar, 2009; 7).

Aşırı genellemeye güzel bir örnekte Tall ve Vinner'in (1981) çalışmalarında görülmektedir. Bu araştırmacıların da belirttiği gibi öğrenciler, süreklilik kavramını bu kelimenin günlük hayatta ki kullanımı üzerine yapılandırmaktadırlar. Süreklilik kavramı, Özmantar ve Yeşildere'nin (2008) de ifade ettiği gibi, günlük yaşamda aralıksız ve boşluksuz olma şeklinde anlaşılmaktadır. Bu durum öğrencilerde bir fonksiyonun sürekli olması için *grafiğinin tek parça olması gerektiği veya grafiğinin kalemi kağıttan kaldırmadan çizilmesi gerektiği* tarzında bir kavrayış geliştirebilmelerine neden olabilmektedir (Özmantar &Yeşildere, 2008; 205). Bu durum bir çok sürekli fonksiyon için aslında doğrudur; çünkü birçok sürekli fonksiyonun grafiği tek parçadan oluşur ve bu fonksiyonların grafiklerini, kalemi kağıttan kaldırmadan çizebiliriz. Bu kavrayış her ne kadar birçok sürekli fonksiyon için doğru olsa da, bütün sürekli fonksiyonlar için doğru değildir. Örneğin $f(x) = -$ fonksiyonu x≠0 iken, sürekli bir fonksiyondur ve Şekil 2.11'de da görüldüğü gibi bu fonksiyonun grafiği tek bir parçadan oluşmamaktadır (Tall & Vinner, 1981).

$f(x) = -$ (x≠0)



Şekil 2.5. Tall ve Vinner'ın (1981) çalışmalarında kullandıkları grafiklerden bir tanesi

Öğrencilerin sürekli fonksiyonları *grafiği tek parçadan oluşur ve grafiği, kalemi kağıttan kaldırmadan çizilir* şeklinde düşünmeleri kavram yanılgısının bir türü olan aşırı genellemeye örnektir. Bu aşırı genellemenin sistematik hata üretmesi beklenir ki, Tall ve Vinner'ın (1981) bulguları bu yöndedir. Çalışmaya katılan 41 öğrenciden sadece 6 tanesi $f(x) = -$ fonksiyonunu x≠0 iken sürekli bir fonksiyon olarak kabul etmişlerdir (Bingölbali & Özmantar, 2009; 8).

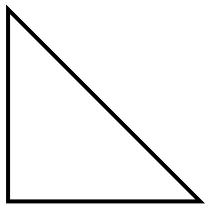
2.3.2.2. Aşırı Özelleme

Aşırı özelleme, Bingölbali ve Özmantara (2009; 9) göre *bir kuralın, prensibin veya kavramın kısıtlı bir kavrayışa indirgenerek düşünülmesi ve kullanılmasıdır*. Başka bir deyişle matematiğin daha geniş bir alanında geçerli olabilecek bir kuralın, sadece tek bir boyuta veya konuya indirgenerek düşünülmesi ve kullanılmasıdır.

Aşırı genelleme için verdiğimiz sürekli fonksiyonlar örneğini, aşırı özelleme perspektifinde ele alabiliriz. Bir öğrencinin sürekli fonksiyonları, *grafiklerini kalemi kağıttan elimizi kaldırmadan çizebildiğimiz fonksiyonlardır* şeklinde kavramsallaştırması aşırı bir genelleme olduğu gibi aynı zaman da aşırı bir özellemedir.

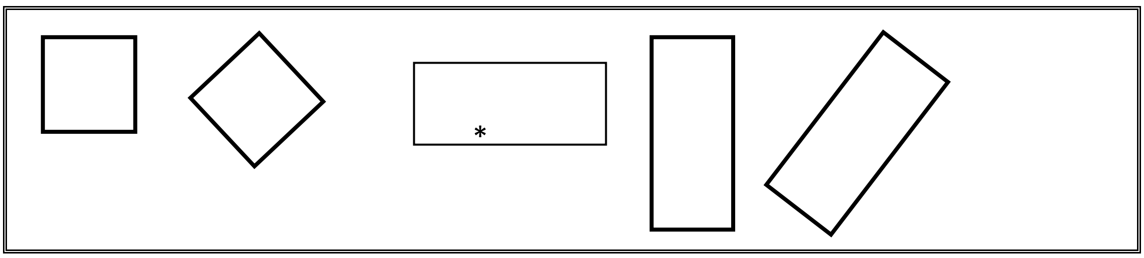
Çünkü öğrencinin sürekli fonksiyonları bu şekilde düşünmesinde aslında bir indirgeme de söz konusudur. Sürekli fonksiyonların bu şekilde algılanması bu fonksiyonların, grafiği sadece aralıksız olarak çizilebilen fonksiyonlara indirgenmesini zorunlu kılar; bu ise bir aşırı özelleme kavram yanılgısıdır. Çünkü bu türden bir aşırı özelleme $f(x) = -$ (x≠0 iken) sürekli fonksiyonunu, sürekli fonksiyonlar kümesinin dışında bırakmaktadır. Aşırı özelleme bu yönüyle de öğrencilerde sistematik olarak hataların yapılmasına neden olabilecek bir kavram yanılgısı türüdür (Bingölbali & Özmantar, 2009; 9).

Aşırı özelleme için verilebilecek bir başka örnek ise dik üçgen kavramıdır. Öğrencilerin sıklıkla karşılaştığı dik üçgen modeli Şekil 2.6 ‘da gösterilmiştir. Dik üçgenlerin sadece Şekil 2.6’daki modele indirgenerek, dik kenarları değişik konumlarda yer alan üçgenlerin, dik üçgen olmadığının düşünülmesi aşırı özellemeye örnek olarak gösterilebilir.



Şekil 2.6. Bir dik üçgen şekli

Benzer bir örnek dikdörtgen kavramı için de söz konusudur. Ryan (2007) gerek öğretmenlere gerekse öğrencilere *dikdörtgeni hayal edin, hayal ettiğiniz dikdörtgen neye benzer?* türünden bir soru yönelttiği zaman hemen hemen herkesin Şekil 2.7de işaretli dikdörtgene benzer bir dikdörtgen çizdiklerini belirtmektedir. *Kalıplaşmış* bir düşünme tarzının yol açtığı bu sonuçlar, Ryan’ın işaret ettiği gibi kare şeklinin, bir dikdörtgen olarak kabul edilmemesine neden olmaktadır.



Şekil 2.7. Dikdörtgenler ve kareler: Kalıplaşmış dikdörtgen işaretlenmiştir (Ryan, 2007; 20).

Kavram yanılgısının bir türü olan aşırı özelleme, Ben Hur’un da (2006; 46) işaret ettiği gibi *özellikle var olan kavramın kısıtlı kavranmasından* kaynaklanabilmektedir. Öğrencinin ilgili kavramı ya da kuralı kısıtlı bir şekilde kavramsallaştırması aşırı özellemeye neden olabilmektedir.

2.3.3. Kavram Yanılgısının Sebepleri

Öğrenci kavram yanılgılarının nedenleri incelendiğinde öğrenci bilgi düzeyi ve becerisi, öğretim yöntem ve stratejisi, öğrenilen konunun zorluğu gibi birçok değişik etkenle ilişkilendirildiği görülmektedir. Kavram yanılgılarına yol açan sebeplerin kapsamlı ve toplu bir şekilde incelenmesi noktasında özellikle Fransız matematik eğitimcilerinin önemli katkıları olmuştur.

Bachelard'ın (1938) çalışmasından esinlenen Brousseau (1976) ve Cornu (1991) öğrencilerin yaşadıkları matematiksel zorlukların ve kavram yanılgılarının üç ana sebepten kaynaklanabileceğini belirtmişlerdir. Bu sebepler *epistemolojik* (epistemological), *psikolojik* (ontogenetetic, genetic ya da psychological) ve *pedagojik* (didactic) olmak üzere üç ana bölümde ele alınmaktadır. Cornu (1991) kavram yanılgısına neden olan epistemolojik sebebi, kavramın bizatihi kendi doğasından kaynaklanan zorluklarla ilişkilendirmektedir. Diğer yandan, öğrencinin herhangi bir kavramı öğrenmede zorluk çekmesi ve kavram yanılgısına düşmesi, kişisel olarak kendi gelişiminden, hazır bulunuşluk düzeyinden ve matematiksel kavrama yeteneğinden ve becerisinden de kaynaklanabilmektedir. Cornu (1991) her ne kadar piskolojik nedenin kapsamı konusunda detaylı açıklamalar yapmış olmasa da, bahsedilen bu faktörler piskolojik nedenler bağlamında düşünülebilir. Öte taraftan, öğrencinin bir kavramı öğrenmede yaşadığı zorluk, verilen öğretimin şekli, içeriği ve yöntemi gibi faktörlerden de kaynaklanabilir ki Cornu (1991) bunu da pedagojik nedenler kapsamında ele almıştır (Bingölbali & Özmantar, 2009; 11)

Kavram yanılgılarının ortaya çıkmasına neden olan bu sebeplerin her biri ayrı ayrı olarak, öğrencide kavram yanılgısının ortaya çıkmasına neden olabilmektedir. Fakat öğrencilerde görülebilecek kavram yanılgılarını sadece tek bir sebebe indirgemek doğru bir yaklaşım olarak görülmemektedir. Bahsi geçen bu sebeplerin ikişerli kombinasyonları ya da toplu olarak üç sebebin hepsi birlikte de öğrencilerde kavram yanılgılarının yaşanmasına neden olabilmektedir (Bingölbali & Özmantar, 2009; 11)

2.3.3.1.Kavram Yanılgılarının Epistemolojik Nedenleri

Matematik öğreniminde ortaya çıkan kavram yanılgıları kimi zaman öğrenilen kavramın kendisinden veya özelliklerinden kaynaklanabilmektedir ve litaratürde *epistemolojik zorluk* ya da *engel* terimleriyle açıklanmaktadır. Bechelard (1938, akt. Cornu, 1991; 158) epistemolojik zorlukların/engellerin iki temel özelliğinden bahsedilmektedir.

-*Epistemolojik engeller kaçınılmazdır ve öğrenilecek bilginin temel bir parçasını oluşturmaktadır.*

-*Bu engeller, en azından bir kısmı, ilgili kavramın tarihsel gelişiminde de karşılaşılmıştır.*

Bu iki temel özelliğin birincisinden anlaşılacağı üzere, epistemolojik engeller öğrenilecek kavramın doğasında vardır. Başka bir deyişle, tarihsel gelişimi sürecinde söz konusu kavram yapılandırılırken, bilim adamlarının karşılaştığı güçlükler ve ihtilafa düştükleri noktalar bu kavramın sahip olduğu epistemolojik engellere kanıt olarak düşünülebilir (Bingölbali & Özmantar, 2009).

Bu konuyu bir örnekle açıklamak için, irrasyonel sayılara ve onların sunduğu epistemolojik engellere bakılabilir. Sertöz'ün (2002; 35) de belirttiği gibi *eski insanlar tüm sayıları tam sayıların oranları olarak yazabileceklerini düşünüyorlardı*. Eski insanların tam sayıları temel yapı taşı olarak kabul etmeleri sonucunda, sayılara ilişkin olarak bu türden bir kavrayışın gelişmiş olması gayet doğal görülmektedir. Pisagor ve öğrencileri tarafından bulunan, bu tür akla ve mantığa aykırı (π (pi) sayısı da buna dahildir) bulunmuş sayılara 'irrasyonel sayı' denmektedir.

Tarihi gelişiminde matematikçilerin de anlamlandırmakta zorluk yaşadığı irrasyonel sayılar, aynı zamanda öğrencilerin de anlamakta güçlük çektiği sayılar olduğu yapılan çalışmalar neticesinde ortaya konulmuştur. Örneğin, Momolo'nun (2007) üniversite 1. sınıf öğrencileri üzerine yaptığı çalışmasında, öğrencilerin π irrasyonel sayısını sonsuz bir sayı olarak ifade ettikleri görülmüştür. Momolo (2007) öğrencileri bu türden yanlış bir cevaba götüren sebebi ise π sayısında sonsuz basamağın olması şeklinde açıklamıştır. Ayrıca π sayısının sonsuz basamağa sahip olması, öğrencileri bu sayının gerçek sayı doğrusunda bir noktaya karşılık gelmeyeceği şeklinde bir hataya da sevk etmiştir.

Diğer yandan, benzer bulgulara devirli ondalık sayılar üzerine yapılan çalışmalarda da ulaşılmıştır. Fischbein (2001) yaptığı çalışmada birçok öğrencinin −'ün 0.333… sayısına eşit olduğunu doğru olarak algılayabildiğini bulmuştur. Fakat bu çalışmaya katılan öğrencilere 0.333… sayısının −'e eşit olup olmadığı sorusu yöneltildiğinde, bu öğrencilerin 0.333… sayısının −'e eşit olamayacağını ancak −'e yakın bir değer alabileceğini ifade etmişlerdir.

Sonsuz basamağa sahip olsa da, neticede reel sayılar kümesinin bir elemanı olan 0.333… devirli ondalık sayısının, reel sayılarda bir noktaya karşılık gelemeyeceği ya da reel sayılar doğrusu üzerinde gösterilemeyeceği şeklindeki bir kavram yanılgısının birçok nedeni bulunabilmektedir. Bu nedenlerden birisi bu sayıların doğasında bulunan epistemolojik engellerdir. Bu engeller öğrencileri 0.333… ve π gibi sayıları, sonsuz sayı şeklinde bir kavram yanılgısına düşürmekte ve bu sayıların sayı doğrusu üzerinde herhangi bir noktaya karşılık gelemeyeceği şeklinde bir hataya neden olabilmektedir. Burada ki epistemolojik engelleri, daha önce değinilen iki karakteristik özellik açısından ele almak gereklidir. Öncelikle her iki sayı türü de, yapısal olarak sonsuzluk düşüncesini içermektedir. Bu düşünce ise her iki sayının kavramlaştırılması sırasında öğrenciye kavram yanılgısı yaşatmaktadır. Öte yandan ikinci özellik açısından düşünecek olursak, bu sayıların anlamlandırılmasında tarihsel gelişim sürecinde de zorluklar yaşanmıştır (Bingölbali & Özmantar, 2009; 13)

Epistemolojik engeller sadece irrasyonel sayılara ve devirli ondalık sayılara özgü değildir. Epistemolojik engeller ilköğretimden yüksek öğretime kadar okutulan birçok matematiksel kavramda karşılaşılabilmektedir. Örneğin sıfır sayısı ve negatif sayıların tarihi gelişimi, bu tarihi gelişim sürecinde karşılaşılan zorluklar, bu kavramların ifade edilmesinde ortaya çıkan güçlükler ve öğrencilerin bu sayılarla alakalı yaşadığı matematiksel zorluklar epistemolojik engellere örnek olarak gösterilebilmektedir. İleri matematikte ise türev ve limit gibi temel kavramların sundukları epistemolojik engellerde yine bu kapsamda ele alınabilmektedir (Cornu, 1991). Sözü edilen bu kavramların tarihi gelişimlerinde karşılaşılan engeller ile öğrencilerin yaşadıkları kavram yanılgıları ve düştükleri hatalar arasında zaman zaman çok yakın bir ilişki olduğu görülmektedir (Bingölbali & Özmantar, 2009).

2.3.3.2. Kavram Yanılgılarının Psikolojik Nedenleri

Kavram yanılgılarının psikolojik nedenleri en genel anlamda, biyolojik, bilişsel ve duyuşsal boyutları içeren kişisel gelişimle ilgilidir. Bu bağlamda öğrencinin kavrama yeteneği, becerisi, öğrenilenin öğretildiği dönemde bireyin bulunduğu gelişim aşaması, hazır bulunuşluk düzeyi gibi faktörlerin hepsi öğrencinin yeni bir kavramı nasıl öğreneceğini derinden etkilemektedir. Öğrencilerde görülen bu kavram yanılgıları, *öğrenci kaynaklı veya psikolojik kaynaklı* olarak ifade edilmektedir (Bingölbali & Özmantar, 2009; 14).

Öğrenciler öğrenme ortamlarına, Resnick'in (1983) de belirttiği gibi *boş levhalar* olarak gelmezler. Aksine, öğrenciler öğrenme ortamlarına tecrübeleri ışığında aktif olarak yapılandırdıkları bazı teori, bakış açısı, bilgi ve ya kavrayışlar ile gelmektedirler. Kavram yanılgısı olarak nitelendirebileceğimiz bu kavrayışlar, çoğu zaman yeni öğrenilen bilgilerin nasıl öğrenildiğini de şekillendirmektedir. Ön bilgilerin bu önemli özelliğinden dolayı, Ausubel (1968; 68*) öğrenmeyi etkileyen en önemli faktör, o öğrencinin o zamana kadar ne bildiğidir* demiştir Bingölbali & Özmantar, 2009; 15).

Öğrenciler okul yaşantıları dışında edinmiş oldukları bilgileri ile formel öğrenme ortamları olan sınıflara gelirler. Dolayısı ile öğrenciler bazı olgu, olay ve kavramlarla ilgili sezgisel kavrayışlara sahiptirler (Mack, 1995). Öğrenciler aynı şekilde okul yaşantıları boyunca formel öğrenimleri sırasında edinmiş oldukları kavrayışlar ile öğrenimlerine devam etmektedirler (Bingölbali & Özmantar, 2009; 15).

Okul yaşamı dışında edinilmiş bilginin neden olduğu kavram yanılgısını örneklendirmek için sonsuzluk kavramı ele alınabilir. Özmantar'ın (2008) da belirttiği gibi öğrenciler sonsuzluk kavramı ile ilgili olarak formel öğrenimlerine başlamadan önce, sezgisel olarak bazı kavrayışlara sahiptirler ve bu türden sezgisel kavrayışlar sonsuzluk kavramının öğrenilmesinde, öğrencilere bir takım zorluklar yaşatmaktadır. Singer ve Voica'nın (2003) 10-14 yaşları arası öğrencilerle sonsuzluk kavramı üzerine yapmış olduğu çalışmalarda, öğrencilerin sezgisel kavrayışlarının sonsuzluk kavramını anlamlandırmada ne ölçüde etkili olduğunu ortaya koyması açısından önemlidir. Öğrencilerden sonsuzluk kavramını kendi kelimeleriyle ifade etmelerini isteyen Singer ve Voica (2003), aşağıda sadece bir kısmı sunulan farklı cevaplar elde etmişlerdir:

Hiç durmayan bir şey. Sonsuzluk her zaman gidecek ve gidecektir.

Sonsuzluk bir şeyin hiç bitmediği zamandır. O devam eder, eder ve hiçbir zaman sona ermez.

Sürekli artan bir şeydir.

Sonluluk bir odada ki kalemlerin sayısı gibi bir şeydir, ama sonsuzluk dünyada ki bütün sayıları saymak gibi bir şeydir.

*Sürekli artan, hiç sonu gelmeyen bir sayıdır (*Bingölbali & Özmantar, 2009; 15).

Özmantar'ın (2008) da belirttiği gibi öğrenciler sahip oldukları sezgisel kavrayışlardan dolayı sonsuzluğu; sürekli artan, çok büyük, sınırsız, sayılabilen ve zamana bağlı olarak değişen bir kavram olarak görmektedirler. Aşırı genelleme içeren bu tarz kavrayışlar aslında kavram yanılgılarının da birer örneğini teşkil etmektedirler. Zira sonsuzluğu *sürekli artan* bir şey olarak tanımlayan bir öğrenci, aslında *sürekli azalan bir şeyin* sonsuz olamayacağı, *çok büyük olarak* tanımlayan bir öğrenci aslında *küçük şeyler sonsuz olamaz* veya *sonsuz küçük diye bir şey olamaz* şeklinde bir hataya düşebilmektedir (Bingölbali & Özmantar, 2009; 16).

Literatürde yapılan çalışmaların bulguları da bu doğrultu da olup, öğrencilerin aşırı genelleme içeren sezgisel kavrayışlarının hata yapmalarına neden olduğunu ortaya koymaktadır. Bu bağlamda Singer ve Voica (2003) çalışmalarına katılan öğrencilerin (2,5) açık aralığının, sonsuz sayıda noktadan oluştuğunu kabul etmede zorluklar yaşadığını belirtmektedir. Öğrencilerin bu türden bir zorluk yaşamaları, sonsuzluğu sezgisel olarak sınırsız, sürekli artan ve büyümesi gereken bir kavram olarak görmelerinde kaynaklanmaktadır.

Öğrencilerin yaşadıkları matematiksel zorluklar ve geliştirdikleri kavram yanılgıları şüphesiz ki sadece okula getirdikleri sezgisel bilgilerden kaynaklanmamaktadır. Okul yaşamları sırasında geliştirilen kavrayışlarda kavram yanılgılarına ve hatalara neden olabilmektedir. Öğrenciler ilköğretimin ilk kademesinde çarpma işlemi konusundaki tecrübeleri neticesinde *çarpma işleminin sonucu her zaman çarpan ya da çarpılandan daha büyüktür* şeklinde aşırı genelleme içeren bir kavrayış geliştirebilmektedir. Bu kavrayış, her ne kadar, pozitif tam sayıların çarpımı için doğru sonuçlar verse de, negatif bir sayı ile pozitif bir sayının çarpımı veya iki tane ondalık sayının çarpımı söz konusu olduğunda hatalı sonuçların elde edilmesine yol açabilmektedir. Dolayısıyla pozitif tam sayılarda *çarpma işleminin sonucu her zaman çarpan ya da çarpılandan daha büyüktür* kavrayışı negatif tam sayılarda ve ondalık sayılarda ele alındığında kavram yanılgılarına yol açmaktadır (Bingölbali & Özmantar, 2009; 16).

Benzer bir örnek çıkarma işlemi içinde verilebilir. Van Lehn'in (1982, akt. Olivier, 1989) ortaya koyduğu gibi, öğrenciler çıkarma işlemi ile alakalı olarak aşağıdaki gibi hata yapmaktadırlar.

263-128=145, 575-396=221 işlemlerinde belirtilen türde hata yapan öğrencilerin *3-8* ve *8-3* çıkarma işlemlerinin sonucunun aynı olduğunu düşünmeleri ya da *büyük sayıdan küçük sayı çıkarılır* şeklinde bir kavrayışa sahip olmaları mümkündür. Davis (1984) öğrencilerin bu türden bir hataya düşmelerinin, çıkarma işlemini, değişme özelliğine sahip olan bir işlem olarak görmelerinden kaynaklanabileceğini ifade etmiştir. Çıkarma işlemine ilişkin bu türden bir kavrayış yukarıda verilen sorularda da olduğu gibi *6-5* ve *5-6* işlemlerinin sonucunun aynı olması gibi bir hatanın yapılmasına neden olmaktadır (Olivier, 1989).

Olivier'in (1989) de işaret ettiği gibi *öğrencilerin çıkarma işleminin değişme özelliğine sahip olduğunu düşünmelerinin arkasında yatan sebep ne olabilir?* sorusu önemlidir. Öğrenciler negatif işareti ile tanışmadan önce çıkarma işlemlerinin hemen hemen hepsini büyük sayıdan küçük sayıyı çıkarma şeklinde yapmaları, önceki deneyimlerinden yola çıkarak bir aşırı genellemeye varmaları ve bunun sonucunda bir hatanın ortaya çıkması olasıdır. Fakat bu tür bir hata bazen öğretmenin kullandığı örneklerden de kaynaklanabilir (Olivier, 1989). Olivier verdiği örnekte *Bill ile Mary'nin yaşları arasındaki fark 2'dir* şeklinde bir ifade içeren ve kimin daha büyük olduğu bilgisini vermeyen bir sözel problem, öğrencilere hangisinin yaşından hangisinin yaşını çıkarılırsa çıkarılsın sonucunun 2 olacağı şeklinde bir mesajın verildiğini ifade etmektedir. Bu ise hataların yapılmasına katkıda bulunmaktadır.

Öğrencilerin bizzat kendilerinin ve dolayısıyla doğalarının ve düşünme biçimlerinin yol açtığı bazı kavram yanılgıları söz konusu olabilir. Zira öğrenilen şey öğrencinin *algı filtresinden* geçmektedir ve bu filtre bazen doğası gereği kavram yanılgısı üretmektedir.

2.3.3.3. Kavram Yanılgısının Pedagojik Nedenleri

Eğitim ortamlarında seçilen öğretim modelleri, bu modellerin uygulanışı, öğretmenin kullandığı metafor ve analojiler, ders kitapları, konu ve kavramların ders kitaplarında ve programda yer alış sıraları ve biçimleri pedagojik sebepler bağlamında ele alınabilmektedir. Bu faktörlerin hemen hepsi, öğrencinin öğrenimini ve neyi nasıl öğrendiğini çok yakından etkileyebilmektedir (Bingölbali & Özmantar, 2009; 18).

Pedagojik kaynaklı gelişebilecek kavram yanılgılarından biri 10 sayısı ile çarpma kuralına ilişkindir. (Tanner, 2000). Bilindiği gibi ilköğretim yıllarında 10 sayısı ile çarpma işlemi öğretilirken *bir sayıyı 10 ile çarpmak demek çarpılan sayının sonuna bir sıfır ilave etmek demektir* şeklinde bir kural öğretmenler tarafından sıkça kullanılmaktadır. Doğal sayıların 10 ve kuvvetleri ile çarpımında doğru sonuca ulaşmak için büyük kolaylıklar sağlayan bu kural, ondalık sayıların çarpımı söz konusu olduğunda kavram yanılgısına ve dolayısıyla hatalara yol açabilmektedir. Öğretmenin sınıfta sıkça kullandığı *bir sayıyı 10 ile çarpmak demek çarpılan sayının sonuna bir sıfır ilave etmek demektir* kuralını ondalık sayılara da aşırı genelleyen bir öğrenci, örneğin *2,3×10* çarpma işlemini *2,30* şeklinde cevaplayarak hataya düşebilmektedir. Bu tür bir hatanın ortaya çıkması öğrencinin kendisinden de kaynaklanabilmektedir. Fakat burada öğretmenin *10 sayısı ile çarpma* kuralını bahsedildiği şekilde kullanması da öğrencinin bu tür bir hataya düşmesinde çok ciddi anlamda katkıda bulunmaktadır. Tanner'in de (2000) belirttiği gibi 10 sayısı ile çarpma işlemi için böyle bir kural kullanmaktan ziyade, *10 sayısı, çarpılan pozitif sayıyı 10 kat büyütür* şeklinde bir açıklama matematiksel açıdan daha güçlü bir ifadedir (Bingölbali & Özmantar, 2009; 18).

Pedagojiden kaynaklanan muhtemel bir başka zorluk ise cebirsel ifadelerle ilgilidir. Tanner'in (2000) de belirttiği gibi öğretmenler genellikle *3a+5b* şeklinde cebirsel ifadeleri *meyve-salata cebiri* denilen bir yaklaşımla öğrencilere tanıtmaktadır. Örneğin, *3a+5b* cebirsel ifadesi, meyve-salata cebiri ile 3 armut ve 5 elma şeklinde ifade edilebilir. Bu tür bir yaklaşım öğrencilere *3a+5b+2a+b* şeklindeki cebirsel ifadelerde benzer ve benzer olmayan ifadelerin bir araya getirilmesi bu ifadenin daha da sadeleştirilmesi noktasında kolaylık sağlarken, cebir ile alakalı öğrenme güçlüklerine de neden olabilmektedir (Tirosh, Even & Robinson, 1998). Bu bağlamda, Pimm (1987) *meyve-salata cebiri* yaklaşımının kullanılmasının, örneğin *3a+5b* ifadesinde *a*'nın armut mu yoksa armutların sayısı mı olduğu noktasında öğrencilerde bir kafa karışıklığına neden olacağını belirtmektedir. Çünkü meyve salata cebiri yaklaşımında *a* harfi bir nesnenin yerine kullanılmaktadır. Fakat cebirde Pimm'in (1987) de belirttiği gibi 3 armut, *3a* cebirsel ifadesinin karşılığı değildir. Çünkü bu cebirsel ifadedeki *a* bir değişkeni yani sayıyı ifade eder (Bingölbali & Özmantar, 2009; 18).

Nitekim öğrencilerin cebirsel ifadeleri anlamaları üzerine yapılan çalışmaların bulguları da bu ifadeleri doğrulamaktadır. Booth (1988) cebirsel ifadelerin anlaşılması ile alakalı yaptığı bir çalışmaya katılan öğrencilerin yarısının *2a+5b* ifadesinin *7ab* ifadesine eşit olduğunu belirttiklerini ortaya koymuştur. Bu öğrencilerin bu hatalı cevaplarını *2elma+5muz=7elma ve muz eder* ifadesine dayandırdıkları görülmüştür. Benzer şekilde meyve-salata cebiri yaklaşımı, Tirosh ve arkadaşlarının (1998) da belirttiği gibi, öğrencilerde *2a* ve *5b* gibi iki cebirsel ifadenin çarpılamayacağı türünden hatalı bir kavrayışa da yol açabilmektedir. Bu bulgular, öğretmenlerin benzer ve benzer olmayan cebirsel ifadelerin düzenlenmesi için masumca kullandıkları meyve-salata cebiri yaklaşımının aslında öğrencilerde karşılaşılan zorlukların ve yapılan hataların da kaynağını oluşturabileceğini göstermesi açısından oldukça önemlidir. Bu durum ise yapılan bazı hataların ve kavram yanılgılarının pedagojik kaynaklı olabileceğini ortaya koymaktadır (Bingölbali & Özmantar, 2009; 20).

2.3.4. Kavram Yanılgılarını Aşmak Mümkün müdür?

Matematik eğitimi araştırmalarının son kırk yıldır ortaya koyduğu bulgular, öğrencilerin karşılaştıkları zorluk ve yanılgıların epistemolojik, pedagojik ve psikolojik nedenlere dayalı olarak ortaya çıktığını ancak bir yönüyle de bu hataların ortaya çıkmasının kaçınılmaz olduğu vurgulanmaktadır. Bu durum öğrencilerin karşılaştıkları bu zorlukların ve kavram yanılgılarının aşılmasının mümkün olup olmadığı sorusunu akla getirmektedir. Öğrenci zorluklarının ve kavram yanılgılarının aşılması için öğretim sürecinin farklı aşamalarında müdahaleler söz konusu olabilmektedir. 'Ders işlenişi' aşamasında, *bir öğretmen öğretimini icra ederken herhangi bir kavram yanılgısı ya da öğrenci zorluğunu fark ettiğinde, ne tür yöntem ve yollarla bu kavram yanılgısını ortadan kaldırabilir* temasına sahip olacaktır. 'Ders planlaması' aşamasında ise, *Bir öğretmen herhangi bir konu ya da kavramın öğretimi için ders planı hazırlarken, öğrenci zorluklarını ve kavram yanılgılarını göz önünde bulundurarak bir ders planı nasıl hazırlayabilir* temasına sahip olacaktır (Bingölbali & Özmantar, 2009; 20).

Senaryo 1:

Sınıfta karşılaşılabilecek bir öğrenci zorluğu etkinliği Swan'ın (2001) çalışmasından esinlenerek hazırlanmıştır (Bingölbali & Özmantar, 2009; 21).

Yüzde konusunun işlendiği bir derste öğretmenin öğrencilere aşağıdaki gibi bir soru yönelttiğini varsayalım: *"Bir mağazada tanesi 50TL olan etekler % 20 indirim ile satılmaktadır. İki etek alan bir müşterinin sizce toplamda kaç TL ödemesi gerekmektedir?"* Bu soruya sınıftaki öğrencilerden Ayşe'nin şu şekilde cevap verdiğini farz edelim: *Bir etek için % 20 indirim… iki etek için % 40 indirim olur. İki eteğin fiyatı 100TL olur… % 40 indirimle müşteri sadece 60TL ödeme yapar.*

Ayşe'nin verdiği cevabı göz önünde bulundurarak, aşağıdaki sorulara cevap verelim:

1.Ayşe'nin yaptığı hata nedir?

2. Ayşe'nin yaptığı hata rastgele yapılan bir hata mıdır?

3.Ayşe'nin yaptığı bu hatanın altında yatan kavram yanılgısı ne olabilir?

4.Ayşe'nin sahip olduğu kavram yanılgısının ortaya çıkmasında epistemolojik, pedagojik ve psikolojik nedenlerin hangisi ya da hangileri rol oynamaktadır?

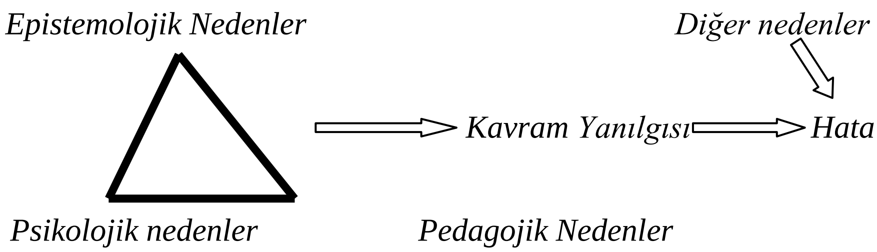
5.Ayşe'nin verdiği hatalı cevaba karşı Ayşe'ye nasıl bir dönüt verilmelidir?

6.Ayşe'nin verdiği bu hatalı cevabı sınıfta nasıl ele alınmalıdır?

7.Ayşe'nin verdiği cevap bütün sınıfla paylaşılmalı mıdır?

Öğrencilerden birinin sorulan soruya hatalı cevap vermesini konu edinen yukarıda ki senaryo aslında sınıflarda karşılaşılması oldukça muhtemel bir durumdur. Fakat esas soru böylesi bir yanılgı ile karşılaşıldığında nasıl bir tutum sergilenmesi gerektiğine ilişkindir. Çünkü öğrenci zorluklarının ve kavram yanılgılarının sınıfta ele alınması sanıldığı gibi basit bir pedagojik tercih olmayıp, üzerinde daha önceden düşünülmesi ve hakkında bilgi sahibi olunması gerekli olan önemli bir olgudur (Bingölbali & Özmantar, 2009; 21).

Yukarıda ki senaryoda yer alan Ayşe'nin verdiği hatalı cevap üzerinde düşünecek olursak, bu hatalı cevabın ortaya çıkmasına neden olan bir kavram yanılgısı ve bu kavram yanılgısının da ortaya çıkmasına neden olan epistemolojik, psikolojik veya pedagojik nedenler olabilir. Başka bir deyişle Ayşe'nin yapmış olduğu hata basit bir işlem hatası olmayıp, onu üreten bir kavram yanılgısı ve bu kavram yanılgısının da oluşmasına yol açan birçok nedenden söz edilebilir.



Şekil 2.8.Çocukları Hata Yapmaya İten Sebepler Zinciri

Ayşe'nin yaptığı hata gibi bir hata ile karşılaşıldığında bir öğretmenin en azından iki farklı yaklaşım sergilemesi mümkündür. Birincisinde öğrenciye hata yaptığı doğrudan söylenir ve yaptığı hatanın matematiksel bir hata olduğu belirtilir. Swan (2001) bu yaklaşımı *didaktik bir yaklaşım* olarak nitelendirilmektedir. Bu tür bir yaklaşımda esas olan, yapılan hatanın düzeltilmesidir ve bu hata genelde öğretmenin eliyle düzeltilmeye çalışılır. Ebeveyn-çocuk ve öğretmen-öğrenci ilişkisinde sıkça karşılaşılan bu yaklaşımda, yapılanın hata olduğu doğrudan öğrenciye söylenir ve öğrencinin yaptığının hata olduğunu kendisinin fark etmesine imkân tanınmaz (Bingölbali & Özmantar, 2009; 22).

İkinci yaklaşım ise, öğretmenin yönelteceği sorularla öğrencinin yaptığı hatayı bizzat kendisinin fark etmesini sağlamaya yöneliktir. Örneğin Ayşe'ye, *eğer müşteri iki yerine 5 tane etek alsaydı, sence kaç lira öderdi?* şeklinde bir soru yöneltilebilir. Dikkat edilirse bu soru aracılığıyla Ayşe'ye verdiği cevabın doğru veya yanlış olduğu noktasında doğrudan bir dönüt verilmemektedir. Sorulan bu soruyla Ayşe'nin verdiği çözüm üzerinde düşünmesi sağlanarak, yaptığı hatanın farkına kendisinin varması amaçlanmaktadır. Literatürde *bilişsel çatışma* (cognitive conflict) yaklaşımı olarak nitelendirilen bu yaklaşım, en genel anlamda öğrencilerin herhangi bir konu ya da kavram ile ilgili olarak kendi çözüm yollarında, düşüncelerinde ya da yorumlamalarında var olan tutarsızlık ve çelişkilerle yüzleştirilmesi şeklinde ifade edilebilir (Bingölbali & Özmantar, 2009; 22). Simon'a (2004) göre bilişsel çatışmada öğrencinin, öğretmenin tasarladığı ikilemi yaşamayabileceğini, dolayısıyla öğretmenin bu tür bir müdahalede bulunması durumunda öğrencinin cevabını dikkatlice dinleyip, değerlendirmeler yapması gerekmektedir. Sahip olunan kavrayışla bir çelişkiye düşülmemesi durumunda, gerekirse başka sorular ve noktalar öğrencinin dikkatine sunulmalıdır.

Ayşe'nin verdiği hatalı cevaba tekrar dönecek olursak, bu hatalı cevabın ve altında yatan kavram yanılgısının bütün bir sınıfla paylaşılıp paylaşılmaması konusu da oldukça önemlidir. Acaba yapılan hata ve altında yatan kavram yanılgısının bütün sınıfla paylaşılması, öğrencilerin konuyu kavramalarını arttırıcı bir yönde etki yapar mı? Yoksa diğer öğrencilerin kafalarını karıştıran ve öğrenme sürecini yavaşlatan bir durum mudur? Ayşe ile birlikte diğer bazı öğrencilerin de ilgili konu hakkında kavram yanılgılarına sahip olması ve o soruyu hatalı cevaplayabileceğinden, Zembat'ın (2008) da Borasi'den (1994) esinlenerek belirttiği gibi, öğrencinin yaptığı hata bir avantaja dönüştürülmeli ve yapılan hata ve kavram yanılgısı sınıfta tartışılmalıdır. Yapılan hatanın ve kavram yanılgısının tartışılması çok önemlidir, çünkü Wood'un (1988; 210) da vurguladığı gibi *kalıcı bir kavram yanılgısının oluşmasını önlemenin tek yolu, bu kavram yanılgısının tartışılmasından ve bu konu hakkında karşılıklı iletişim kurulmasından geçmektedir*. Bu noktada öğrencilerin sahip olduğu kavram yanılgılarının ve yaptığı hataların neticelerinde rencide edilmeden tartışılması gerekmektedir. Öğrenci hatalarının ve kavram yanılgılarının sınıfta rahat bir şekilde tartışılması ise, öğretmen tarafından oluşturulan sınıf kültürüyle yakından ilişkilidir (Özmantar vd., 2009).

Senaryo 2

İlk senaryoda, ders işlenişi sırasında kavram yanılgısı ya da hata ile karşılaşıldığında öğretmenin ne tür bir yaklaşım sergileyeceği ve ders planlanması aşamasında incelenecek konu ve kavram ile ilgili öğrenci yanılgılarını ve hatalarını göz önünde bulundurarak yaptığı hazırlıkları içermektedir. İkinci senaryoda ise ders planlaması aşamasında bir öğretmenin öğrenci zorluklarını nasıl kullanılabileceğine ve sınıfta bu zorlukları nasıl ele alabileceğine yer verilmektedir.

Swan'ın (2001; 161-163) çalışmasında yer alan ders planı, ondalık sayılar ve bu sayıların kesirli sayılarla karşılaştırılmasında öğrencilerin sahip oldukları kavram yanılgıları ve yapmış oldukları hataları göz önünde bulundurularak hazırlanmıştır. Bu ders planı üç aşamadan oluşmaktadır (Bingölbali & Özmantar, 2009; 24).

1.Öğrenci kavrayışlarının açığa çıkartılması

Öncelikle öğrencilerden aşağıdaki iki soruyu kendi başlarına çözmeleri istenmektedir.

1.Aşağıda verilen ondalık sayıları küçükten büyüğe doğru sıralayınız. Verilen ondalık sayıları neden o şekilde sıraladığınızı açıklayınız.

0.75 0.4 0.375 0.25 0.125 0.04 0.8

2.Aşağıda verilen kesirleri küçükten büyüğe doğru sıralayınız. Verilen kesirleri neden o şekilde sıraladığınızı açıklayınız.

– – – — – — –

Swan'ın (2001) da belirttiği gibi öğrenciler arasında verilen sayıları hatalı bir şekilde sıralayanlar olacaktır. Burada temel amaç zaten öğrencilerin ne tür hatalar yapacaklarını ve ondalık sayılarla alakalı ne tür bir kavrayışa sahip olduklarını gün yüzüne çıkartmaktadır. Öğrencilere bu aşamada verilen sayıları nasıl ve hangi yöntemle sıraladıklarını açıklamaları için zaman verilmelidir. Fakat öğrencilere verdikleri cevapların doğru veya yanlış oldukları konusunda bir dönüt verilmemelidir.

2. Metotların paylaşılması ve 'çatışma tartışmasının' oluşturulması

Bu aşamada öğrencilerin ikişerli ya da üçerli gruplar halinde çalışmaları için gerekli ortam oluşturulmaktadır. Öğrenciler arasında daha fazla tartışma yaşanması için, yukarıda ki 1. ve 2. sorulara farklı cevap verenlerin aynı grupta yer alması sağlanabilir. Bu durum öğrencilerin birbirlerinin iddia ve düşüncelerini dinlemelerini, sayıların farklı gösterimleri hakkında konuşmalarını varsa farklı iddia ve çözüm yollarını tartışmalarını mümkün kılmaktadır. Bu süre zarfında öğrenciler arasında oluşabilecek karşıt görüşlerin ve farklı çözümlerin bir uzlaşmayla bitip bitmediği takip edilmelidir. Öğrencilerin grup çalışmaları bittikten sonra, cevapları üzerinde tekrar düşünmeleri sağlanarak verdikleri cevapları karşılaştırmaları istenmektedir (Bingölbali & Özmantar, 2009; 26).

Yukarıda sunulan etkinliğin uygulanmasından sonra Swan (2001; 163) öğretmenlerden aşağıdaki sorular üzerinde düşünmelerini önermektedir:

- ✓ Ondalık sayıların kesirlerle karşılaştırılmasında görülebilecek zorlukların ortaya çıkmasında işlenen ders ne ölçüde yardımcı olmuştur? Başlangıçta sorulan sorular aracılığıyla ne tür kavram yanılgılarının varlığı fark edilmiştir?
- ✓ Bilişsel çatışma söz konusu oldu mu, olduysa nasıl bir formda ortaya çıkmıştır?
- ✓ Ders sürecinde öğrencilerin anlamaları nasıl gelişti?

- ✓ Öğrenciler duygusal açıdan derse ve dersin işlenişine nasıl bir tepki vermişlerdir?

Nesher (1987; 33) *öğrencinin uzmanlığı hatalar yapmasıdır* demektedir. Bir başka deyişle, öğrenme ve öğretme sürecine öğrencilerin aslında bu uzmanlık alanlarıyla katkıda bulunduğunu ifade etmektedir. Bu katkı matematik alanında 40 yıldır yapılan çalışmalara yön vermektedir.

Öğrencilerin yapmakta uzman olduğu hataların çoğu basit işlem hatalarından farlılık arz etmektedir. Bu tür hataların ortaya çıkmasına neden olan ve onları sistematik bir şekilde üreten etken ise kavram yanılgısıdır. Dolayısıyla öğrenci hatası söz konusu olduğunda o hatayı üreten kavram yanılgısının bilinmesi, hatanın anlamlandırılması açısından oldukça önemlidir. Yapılan hatanın öğretmenler tarafından anlamlandırılması da ayrı bir bilgi ve uzmanlık gerektirmektedir.

2.4.Toplama, Çıkarma, Çarpma ve Bölme Kavramlarının Öğretimi ve Öğrenci Güçlükleri

Toplama, çıkarma, çarpma ve bölme kavramları çocukların okul öncesi dönemde algılamaya çalıştıkları matematiksel kavramlardandır. Büyüklüklerin, miktarın ve sayıların algılanmasına paralele olarak çocukların bu kavramları algılaması da gelişmektedir. Güncel hayatta karşılaşılan toplama, çıkarma, çarpma ve bölme kavramları bu gelişimde önemli rol oynamaktadır. Bununla birlikte, belirli bir soyutlama sürecine dayanan bu kavramların tam olarak öğrenilmesi uzun zaman almakta ve yaşça belirli bir olgunluk gerektirmektedir. Bu nedenle bu kavramların öğretimi, öğretim programı içerisinde önemli bir yer tutmakta ve bu kavramlar için okul öncesi dönemden ilkokulun son basamağına kadar farklı kazanımlara yer verilmektedir (Erdoğan & Erdoğan, 2009; 31).

Bu kavramların öğretimi ve öğrencilerin karşılaştıkları güçlükler konusunda yapılan ilk çalışmalar 1970’li yıllara kadar uzanmaktadır. Günümüze kadar bu konuda pek çok çalışma gerçekleştirilmiş, farklı yaklaşım ve yöntemler ortaya konmuştur. Yakın zamanda yapılan çalışmalar ise daha çok toplama, çıkarma, çarpma ve bölme durumlarını içeren problem türlerinin belirlenmesi ve bu problem türlerinin çözümü için kullanılabilecek modellemeler üzerine yoğunlaşmaktadır (Nunes & Bryant, 1996). Bu yeni yaklaşımlarda öğrencilerin bu kavramları algılayış şekilleri ve kullandıkları stratejiler ön plana çıkmaktadır. Özellikle öğrenci merkezli bir öğretim yaklaşımı benimsenmek istendiğinde, çocukların bu kavramlar hakkında nasıl düşündüklerinin ve karşılaştıkları problem durumlarında ne tür zihinsel işlemler kullandıklarının anlaşılması gerekmektedir (Carpenter vd, 1999; Erdoğan & Erdoğan, 2009; 32).

Bu kavramlarla ilgili olarak literatürde ön plana çıkan bir başka konu ise bu kavramların öğretiminde farklı süreçlerin söz konusu olduğudur. Bu süreçler şu şekilde sıralanabilir:

1. Toplama, çıkarma, çarpma ve bölme kavramlarını anlama ve küçük sayılar içeren toplama, çıkarma, çarpma ve bölme problemlerini çözme,
2. Çok basamaklı sayılarda toplama, çıkarma, çarpma ve bölme problemlerini çözme ve
3. Sembolik toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerine geçiş ve özellikle çok basamaklı sayılarda sembolik toplama, çıkarma, çarpma ve bölmedir (Erdoğan & Erdoğan, 2009; 32).

Toplama, çıkarma, çarpma ve bölme kavramlarının öğretimini, öğrenci güçlüklerini ve çözüm önerilerini konu alan bu bölüm yukarıdaki yaklaşımlar göz önünde bulundurularak hazırlanmıştır. Bu doğrultuda ilk önce toplama, çıkarma, çarpma ve bölme kavramları ile ilgili farklı problem türlerinin literatüre dayalı bir sınıflaması sunulmuştur. Daha sonra toplama, çıkarma, çarpma ve bölme problemlerinin çözüm stratejilerine, çocuklarda bu stratejilerin gelişimine, karşılaştıkları güçlüklere ve kavram yanılgılarına yer verilmiştir.

2.4.1. Toplama ve Çıkarma İle İlgili Problem Türleri

Çocukların matematiksel kavramları algılayışları ve kendilerine önerilen bir problem karşısında düşünme şekilleri yetişkinlerinkinden büyük farklılıklar göstermektedir. Toplama ve çıkarma kavramları bu durumun belirgin olarak yaşandığı durumların başında gelmektedir. Pek çok toplama ve çıkarma problemi yetişkinler için aynı toplama veya çıkarma işlemi gerektirirken, çocuklar bu problemleri farklı algılayabilmektedir. Örneğin aşağıdaki problem durumlarını inceleyelim (Carpenter vd, 1999):

- *Tuba'nın 7tane cevizi vardı. 4 tanesini yedi, geriye kaç cevizi kaldı?*
- *Tuba'nın 4 cevizi var, 7 tane cevizi olabilmesi için kaç tane daha cevize sahip olması gerekir?*

- *Tuba'nın 4 tane cevizi var. Sergen'in 7 tane cevizi var. Sergen'in cevizleri Tuba'nın cevizlerinden kaç fazladır?*

Çocuklar üçü de aynı çıkarma işlemi gerektiren bu problemleri çözmek için farklı stratejiler ortaya koyabilmektedirler. Örneğin, birinci problemde 7 tane nesne alma, 4 tanesini çıkarma ve kalanı sayma; ikinci problem durumu için 4 tane nesne alma ve toplam 7 oluncaya kadar üzerine nesne koyma; üçüncü problem için ise 4 ve 7 den oluşan iki tane küme alma, onları alt alta dizme ve birbirine karşılık gelmeyen nesneleri sayma gibi stratejilere sıklıkla rastlanmaktadır (Carpenter vd, 1999). Bu stratejiler çocukların aynı çıkarma işlemi gerektiren problemleri farklı algılayabildiklerini göstermektedir (Erdoğan & Erdoğan, 2009; 33).

Yukarıda ki problemler için çocukların farklı algılamalara sahip olmalarını her bir problemin ifadesinin içerdiği eylem ile açıklamak mümkündür. Bu düşünceden yola çıkarak farklı araştırmacılar sözel olarak ifade edilen problemler için bazı sınıflamalar önermektedir (Carpenter vd, 1999, Riley vd, 1983, Vergnaud, 1982). Örneğin, Carpenter ve arkadaşlarına göre problem içindeki eylem ve miktarlar arasındaki ilişkiye göre dört çeşit problem türünden bahsedilebilir.

- *Bileşik Problemler*: İki kümenin elemanlarının toplanarak yeni bir küme oluşturulmasını sağlayan problemlerdir. Bu tür problemler de başlangıç miktarında bir değişme söz konusu olduğundan bir eylem içermektedir.
- *Ayrık Problemler*: Verilen bir kümeden belirli bir sayıda elemanın çıkartılmasını gerektiren problemlerdir. Bu tür problemlerde, başlangıçtaki miktarda bir azalma söz konusu olduğundan yine bir eylem içermektedir.
- *Parça-parça-bütün* Problemleri: Bir küme ve onun iki alt kümesi arasında ilişki içeren problemlerdir. Bu problemlerde doğrudan veya dolaylı olarak bir eylem söz konusu değildir.
- *Karşılaştırmalı Problemler:* İki ayrı küme arasında karşılaştırma içeren problemlerdir.

Yukarıda ki dört problem türünden her biri bilinmeyen miktarın ne olduğuna bağlı olarak (sonuç miktarı, değişim miktarı veya başlangıç miktarı) alt problem türlerine ayrılmaktadır (Erdoğan & Erdoğan, 2009; 34).

Bir sözel problem cümlesinin ifade şekli ve içerisinde barındırdığı kelimelerde öğrencileri farklı algılamalara veya farklı stratejilere götürebilmektedir. Örneğin yukarıda verilen örneklerde toplam ve fark gibi ifadeler yerine *hepsi beraber* ve *daha az* gibi ifadeler çocukların problemi anlamasını kolaylaştırmaktadır (Erdoğan & Erdoğan, 2009; 36)

Tablo 2.5. Toplama ve Çıkarma Problem Türleri (Carpenter vd, 1999)

Ana Kategori	Alt Kategori	Sembolik model	Örnek Problem
Bileşik	Bilinmeyen Sonuç	5+?=12	Tuba'nın 5 cevizi vardı, Tuba'nın 12 cevizinin olabilmesi için kaç cevize daha ihtiyaç vardır?
	Bilinmeyen Değişim	5+7=?	Tuba'nın 5 cevizi vardı, Sergen ona 7 ceviz daha verdi. Tuba'nın kaç cevizi oldu?
	Bilinmeyen Başlangıç	?+7=12	Tuba'nın bir miktar cevizi vardır. Sergen ona 7 ceviz daha verdi ve Tuba'nın toplam 12 cevizi oldu Tuba'nın kaç cevizi vardır?
Ayrık	Bilinmeyen Sonuç	12-7=?	Tuba'nın 12 cevizi vardı. Sergen'e cevizlerinden 7 tane verdi, kaç tane cevizi kaldı?
	Bilinmeyen Değişim	12-?=5	Tuba'nın 12 cevizi vardı, Sergene bir miktarını verdi şimdi ise 5 cevizi kaldı. Sergene kaç ceviz verdi?
	Bilinmeyen Başlangıç	?-7=5	Tuba'nın bir miktar cevizi vardı. 7 cevizi Sergen'e verdi, Tuba'nın 5 cevizi kaldığına göre başlangıçta Tuba'nın kaç cevizi vardı?
Parça-parça-bütün	Bilinmeyen Bütün	5+7=?	Tuba'nın 5 cevizi, 7 tanede fındığı var. Tuba'nın cevizlerinin ve fındıklarının toplamı kaçtır?
	Bilinmeyen Parça	12-7=?	Tuba'nın 12 tane ceviz ve fındığı var. Tuba'nın 7 tane cevizi varsa fındıkların sayısı kaçtır?
Karşılaştırma	Bilinmeyen Fark	12-7=?	Tuba'nın 12 cevizi, Sergen'in 7 cevizi vardır. Tuba'nın Sergenden ne kadar fazla cevizi vardır?
	Bilinmeyen miktarı karşılaştırma	7+5=?	Sergen'in 7 cevizi var. Tuba Sergenden 5 tane daha fazla cevize sahip olduğuna göre Tuba'nın kaç cevizi vardır?
	Bilinmeyen Referans	12-5=?	Tuba'nın 12 cevizi var. Tuba'nın Sergen den 5 tane fazla cevizi olduğuna göre Sergenin kaç cevizi vardır?

2.4.2. Toplama ve Çıkarma Problemlerini Çözme Stratejileri ve Gelişimleri

Carpenter ve arkadaşlarının (1999) çalışması incelendiğinde toplama ve çıkarma problemlerini çözmek için üç tür strateji ve modellemenin ön plana çıktığı görülmektedir (Erdoğan & Erdoğan, 2009; 36).

*Doğrudan Modelleme Stratejileri*nde problemde geçen miktarları temsil etmek için somut nesneler kullanılmaktadır. Bu nesneler abaküs, ahşap bloklar gibi sayma amacıyla tasarlanmış nesneler olabileceği gibi parmak gibi nesneler de olabilmektedir. Bu modelleme sistemi, nesnelerin miktarlarını temsil eden sayıların toplamının veya farkının sayılarak bulunması işlemine dayanmaktadır. Örneğin, "Hakan'ın 4 şekeri vardı. Arkadaşı Fatih ona 5 tane daha verdi. Hakan'ın şimdi kaç arabası oldu?" veya

"Ayşe'nin 7 tane yumurtası vardı. 2 tanesi kırıldı. Ayşe'nin kaç yumurtası kaldı?" gibi problemler çocuklar tarafından küçük yaşlarda somut nesneler kullanımıyla modellenebilen problemlerdir.

Sayma Stratejileri doğrudan modelleme stratejilerine göre daha çok soyut ilişkiler içermektedir. Örneğin, yukarıdaki birinci problemde sayma stratejisini kullanan bir çocuk 4 ile başlayıp üzerine 5, 6, 7, 8, 9 şeklinde sayarken 5 parmağını saydığı sayılara karşılık getirebilir. İkinci problemde ise, çocuk yine birinci problemde olduğu gibi 2'den 7 ye kadar parmaklarıyla sayabilmektedir (yukarı doğru sayma) veya 7'den 2 ye kadar geriye doğru sayabilmektedir (aşağı doğru sayma). Bu stratejide çocuk parmaklarını sadece sayma işlemini kolaylaştırmak için kullanmaktadır.

Sayı İlişkilerini Kullanma Stratejileri ise daha önceden bilinen sayı ilişkilerine dayalı bir problem çözme yöntemidir. Bir çocuğun 4+5 toplamının 9 yaptığını daha önceden bildiğini farz edelim, 5+4 işleminin sonucunu bulmak için 5+5=10 yapar. Burada 5 ve 4 var, Yani 5+5-1=9 şeklinde düşünerek problemi çözmesi, sayı ilişkilerini kullanarak çözme stratejilerine örnek gösterilebilmektedir.

Yukarıda verilen üç farklı stratejinin, içerdiği soyutlama süreçlerine bağlı olarak, basitten karmaşığa doğru bir yol izlediğini görebiliriz. Doğrudan modelleme stratejilerinde çocuk sadece somut materyaller üzerinden problem çözerken, sayma stratejilerinde hem kümelerin eleman sayılarını soyut olarak düşünmesi hem de sayma işleminin başlangıç ve bitiş elemanlarını iyi belirlemesi ve aklında tutması gerekmektedir. Benzer şekilde, sayı ilişkileri kullanma stratejilerinde çocuğun belirli sayıları farklı şekilde birleştirmesi, ayırması ve onları yeni durumlara uydurması gerekmektedir. Sonuç olarak bu stratejilerin her birinin aktif olarak kullanımının veya bir stratejiden diğerine geçişin çocuğun bilişsel gelişimiyle doğrudan ilgili olduğu söylenebilmektedir. Carpenter ve arkadaşları (1999) bir çocuğun benzer problem durumlarında farklı stratejileri kullanabildiğini, ayrıca çocukların bu stratejileri belirli bir süre beraber kullanabileceğini de belirtmektedirler (Erdoğan & Erdoğan, 2009; 37).

2.5. Çarpma ve Bölme İle İlgili Problem Türleri

Toplama ve çıkarma işlemlerinde olduğu gibi araştırmacılar birbirinin tersi olan çarpma ve bölme işlemlerinde, sözel problemlerden çıkarılabilen dört ana kategorinin olduğunu ifade etmektedirler (Van de Walle, 1998). Bu ana kategoriler ve alt kategorilere Tablo 4'de örnek problemlerle ifade edilmiştir.

Tablo 2.6. Çarpma ve Bölme Problem Türleri

Ana Kategori	Alt Kategori	Sembolik Model	Örnek Problem
Eşit Gruplar	Bütün bilinmeyen (çarpma)	3×4=?	Her biri üç lira olan portakallardan dört tanesi kaç lira eder?
	Grup büyüklüğü bilinmeyen (paylaşım)	15÷3=? 3×?=15	Seda 5 tane defter için toplam 15 lira ödemiştir. Her bir defter için kaç lira ödemiştir.
	Grup sayısı bilinmeyen (ölçme)	12÷3=? 3×?=12	Seda sahip olduğu 12 cevizi üçer üçer kardeşlerine paylaştırmak istiyor, kaç kardeşine ceviz verebilir?
Karşılaştırma	Sonuç bilinmeyen (çarpma)	5×6=?	Seda'nın 5 tane cevizi var. Fatih Seda'nın sahip olduğu cevizlerin 6 katına sahip ise Fatih'in kaç cevizi vardır?
	Grup büyüklüğü bilinmeyen (paylaşım)	24÷6=? 6×?=24	Seda 24 tane cevize sahiptir. Seda Fatih'in sahip olduğu cevizlerin 6 katına sahip ise Fatih'in kaç cevizi vardır?
	Grup sayısı bilinmeyen (ölçme)	12÷4=? 4×?=12	Seda'nın 12, Fatih'in 4 cevizi vardır. Seda Fatih'in kaç katı cevize sahiptir.
Bileşik	Çarpımı bilinmeyen	4×3=?	Seda'nın 4 eteği 3 de ceketi vardır. Kaç değişik şekilde giyinebilir?
	Grup Büyüklüğü Bilinmeyen	12÷3=? 3×?=12	Seda etek ve ceketlerini kullanarak 12 değişik şekilde giyinebilmektedir. Eğer Seda'nın 3 ceketi var ise kaç eteği vardır?

Tablo 4 incelendiği zaman görülmektedir ki bazı problemler hem çarpma hem de bölme işlemi ile çözülebilmektedir. Öğrencinin bir problemi çözmesi kadar onu hangi stratejileri kullanarak çözdüğü de önemlidir. Öğrencilerin kullandığı stratejiler bize onların matematiksel düşünme seviyeleri hakkında bilgi vermektedir. Ayrıca öğrencinin 6×4=? işlemini yapması kadar hangi problem durumu için bu sembolik modeli kullanabileceğini bilmesi de önemlidir. Öğretmenler öğrencilerin okudukları bir problemi sembolik olarak ifade etmelerini istemelidir, çünkü aynı problem farklı denklemlerle ifade edilebilmektedir (Olkun & Toluk Uçar, 2009;133).

2.5.1. Çarpma ve Bölme Problemlerini Çözme Stratejileri ve Gelişimleri

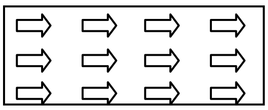
Günlük yaşamda çarpma işlemiyle ilgili problem durumları üç şekilde karşımıza çıkmaktadır. Bunlar Tekrarlı Toplama Modeli, Alan Modeli ve Kartezyen Çarpım Modelidir. Bu sınıflama öğretim içindir, öğretim sırasında asla böyle bir sınıflamaya dayalı öğretim stratejisi izlenmemelidir (Baykul, 2009; 216).

Bu stratejilerden ilki olan tekrarlı toplama modeli çocuklar için en kolay modeldir. Çünkü çocuğun problemi çözmesi için toplama işleminden getirdiği bilgiler yeterlidir, çarpma işlemini bilmesine gerek yoktur. Örneğin, *5 tane sepetim var ve her sepette 3 tane yumurta var, toplamda kaç yumurtam var?* sorusunu; öğrenci 3+3+3+3+3=15 şeklinde sayıları toplayarak çözebilmektedir.

Çarpmanın bir diğer anlamı ise satır ve sütun şeklinde dizilmiş nesnelerin sayısıdır. Bu şekilde dizilmiş nesnelerin sayıları satır ve sütun sayıları bilinmek suretiyle çarpma sonucu bulunabilmektedir. Çarpmanın bu modeli tekrarlı toplama modeline göre daha zordur, Çünkü çocuğun alan kavramını bilmesi gerekmektedir. Bu nedenle alan modelini içeren problem durumları, tekrarlı toplama modelinden sonra verilmelidir. Örneğin, *okulumuzun bahçesinde üçerli sıra olduk ve her sırada 4 arkadaşımız bulunduğuna göre, sınıfımız kaç kişidir?* sorusu alan modeli ile çözülebilir.

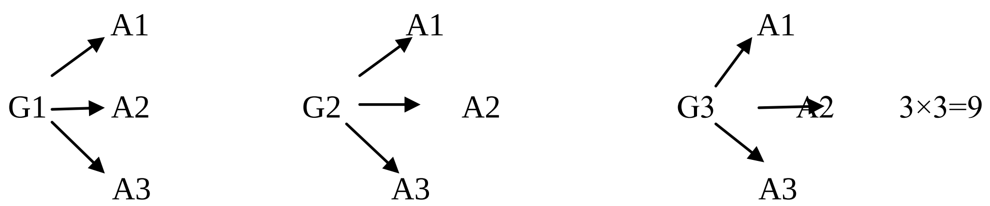
4

3



Bu soru 3×4=12 şeklinde çözülebilmektedir

Son stareji olan Kartezyen çarpım modeli ise alan modeli gibi, tekrarlı toplama modeline göre daha zordur. Çünkü somut modellemelerde aynı nesneyi birden fazla kullanma zorunluluğu bulunmaktadır.



Bölme işlemi kavramı ise, biri çarpmaya diğeri çıkarmaya dayalı olmak üzere iki yoldan açıklanabilmektedir. Çarpma işleminde, çarpanlardan biri ile çarpım verildiği zaman öteki çarpanın bulunması işlemi bölmedir. Aynı zamanda bölme işlemi, bir sayıdan başka bir sayının ardışık olarak çıkarılması halinde bu çıkarma işleminin kaç defa yapıldığıdır. Başka bir deyişle bölme, bir sayının başka bir sayı içerisinde kaç tane bulunduğunun hesaplanmasıdır (Baykul, 2009; 245).

Bir sayının içinde başka bir sayının kaç defa bulunduğu sorusunun cevaplandırılmasında gruplandırma ve paylaştırma olmak üzere iki yaklaşımdan yararlanılmaktadır.

Bu yaklaşımların ilki olan gruplama yaklaşımında bölme işlemi sorusu *8 yumurta her sepette 2 tane olacak şekilde sepetlere konulduğu zaman kaç sepet kullanılır?* örneğinde olduğu gibi sorulabilmektedir. Cevap bulunurken 8 yumurta 2'şer 2'şer gruplara ayrılmaktadır, elde edilen grupların sayısı sorunun cevabını vermektedir.

Gruplama işinin nasıl yapıldığına bakıldığı zaman 8 yumurtadan önce 2'sinin alınıp birinci sepete konulduğu, sonra kalan yumurtalardan 2'sinin alınıp ikinci sepete konulduğu görülmektedir, o halde gruplama işi ardışık çıkarma yani geriye doğru sayma işlemidir.

İkinci yaklaşım ise paylaştırma yaklaşımıdır. Bu yaklaşımda *8 yumurta 4 sepete paylaştırıldığında her bir sepete kaç yumurta düşer?* örneğinde ki gibi sorulmaktadır. Cevabın çözülmesi sırasında yumurtalar sepetlere önce birer birer paylaştırılır ve paylaştırma işlemine yumurtalar bitinceye kadar devam edilmektedir. En son basamakta her sepetteki yumurtaların sayısı (eşit sayıda) sorunun cevabını vermektedir.

Yukarıdaki iki yaklaşım karşılaştırıldığında, gruplama yaklaşımının paylaştırma yaklaşımından hem anlaşılma hem de etkinlikler yönünden daha kolay olduğu görülmektedir.

2.6. Farklı Problem Türlerinde Karşılaşılan Güçlükler

Son yirmi yılda matematikte hatalar ve kavram yanılgıları birçok araştırmaya konu olmuştur. Çalışmaların çoğu sözel problemlerde çocukların yapmış oldukları hatalara yoğunlaşırken, son zamanlardaki çalışmalar ise aritmetik işlemlerde yapılan hatalara yoğunlaşmıştır. Literatürde çocukların toplama, çıkarma, çarpma ve bölme kavramlarını algılamaya ilk geçişte karşılaştıkları sorunlar kavram yanılgısı ve hatadan çok güçlük olarak ifade edilmektedir (Erdoğan & Erdoğan, 2009; 37). Bunun en önemli nedenlerinden biri, çocukların bu seviyede karşılaştıkları güçlüklerin pek çoğunun ilerleyen yaşlarda hızlı bir şekilde ortadan kaybolması, dolayısıyla kavram yanılgıları gibi kişiyi sistematik bir şekilde hataya götüren eksik veya yanlış algılamaların söz konusu olamamasıdır. Diğer taraftan bu süreçte matematiksel ifade sistemine ve sembolik işlemlere yeni geçiliyor olmasının da eğitim ve öğretim sürecinden kaynaklanan bazı kavram yanılgılarının da oluşmasını engellediği söylenebilmektedir.

Bu bölümde çocukların farklı problem türlerinde karşılaştıkları güçlüklere yer verilecektir.

Olivier'e (1989) göre öğrenci yeni bilgileri daha öncekilerin üzerine yapılandırmaktadır ve öğrenmede aktif rol oynamaktadır. Öğrenci yeni bilgileri diğerleriyle karşılaştırıp sınıflandırır ve aralarında ilişki kurarak zihninde bir şema oluşturmaktadır. Bu karşılıklı etkileşim iki şekilde gerçekleşmektedir:

Özümleme: Yeni fikirler benzer olan fikirlerle birleştirilip zihinde bir şema oluşturulmaktadır.

Düzenleme: Çocuk öğrendiği yeni bilgiyi daha önce öğrendiği hiçbir bilgiyle bağdaştıramaz ve yeni bir şema oluşturmak zorunda kalır. İşte çocuğun hata yapmasına sebep olan kısım bu şemadaki bilgileri daha öncekilerle bağdaştıramadığı için bilgiyi ezberlemek zorunda kalmasıdır. Ezberlenen bu bilgilerin geri çağrılması zor olmaktadır. Çocuğun hata yapmasının en büyük nedeni konular arasında ilişki kuramaması ve dolayısıyla bilgiyi ezberleme yoluna gitmesidir. Bu yüzden çocuğun kendi bilgisini inşa etmesine yardım etmek gerekmektedir.

Örneğin, birinci aşamada öğrenci x^2-5x+2=0 eşitsizliğinde ki x^2 değerinden (ipucu) hareketle bunun bir ikinci dereceden tek bilinmeyenli denklem olduğunu anlamaktadır. İkinci aşamada öğrenci hemen zihninde var olan şemayı ($ax^2+bx+c=0$) geri çağırmaktadır. Zihninde var olan şemayla yeni bilgi bağdaştırmaya çalışılır; a=1, b= -5, c=2. Üçüncü aşamada işlemin doğruluğu kontrol edilir ve son aşamada ise cevap (ürün) üretilmektedir (Davis, 1983).

Bir öğrencinin problem çözmede başarısız olmasının birçok sebebi olabilmektedir:

- Çocuğun zihninde soruya uygun bir şema yoktur,
- Şema vardır ama soruya uymuyordur,
- Şema eksik geri çağrılmıştır,
- Yanlış şema geri çağrılmıştır.

Literatürde çocukların basit, bileşik ve ayrık problemler dışında kalan bazı problem durumlarını modelleyebilmeleri için yaşça daha ileri bir olgunluk seviyesine ihtiyaçları olduğu ifade edilmektedir. Bu problemler genellikle değişim miktarı veya başlangıç miktarı bilinmeyen problemlerdir (Carpenter vd, 1999, Nunes & Bryant, 1996). *Hakan'ın bir miktar şekeri vardı. Arkadaşı Fatih ona 5 tane daha verdi. Hakan'ın şimdi 12 şekeri oldu. Hakan'ın başlangıçta kaç şekeri vardı?* problemi bu problem türlerine örnek olarak gösterilebilir. Başlangıç miktarı bilinmeyen problemler, fiziksel nesnelerle temsil edilemediği için bir modelle ifade edilmesi daha zordur (Carpenter vd, 1999). Bu durumda çocuklar tarafından kullanılabilecek stratejilerden biri deneme yanılma stratejisi olmaktadır. Bunun için çocuğun tahmini sayıda nesne alması üzerine 5 tane daha eklemesi ve toplamda elde edilen miktardan çıkarılması, elde edilen miktarın az veya çok olmasına göre bu işlemi tekrarlaması gerekmektedir (Carpenter vd, 1999; Nunes &Bryant, 1996).

Yukarıdaki problemlerin sayma stratejileri ile çözümü için iki farklı durum bulunmaktadır: Aşağı doğru sayma stratejisi ve yukarı doğru sayma stratejisidir. Yukarı doğru sayma stratejisi aslında toplama işlemine (5+?=12), aşağı doğru sayma stratejisi de çıkarma işlemine (12-?=5) karşılık gelmektedir. Siegler'in (1987) çalışmasında çocukların çok erken yaşlardan beri keşfedebilecekleri düşünülen bu ilişkilerin, ancak belirli bir problem durumunda ortaya konulabileceği daha sonra ki çalışmalarla anlaşılmıştır (Baroody, 1999; Resnick, 1992).

Literatürde çocukların kendilerine verilen problem türlerini çözmedeki başarılarını destekler bazı araştırma verilerine rastlanmaktadır. Örneğin, Amerika'da anaokulu ve ilkokul birinci sınıfa giden çocuklarla birlikte yürütülen bir çalışmada sonuç miktarı bilinmeyen problemlerde çocukların başarı oranı % 100 iken, değişim miktarı bilinmeyen problemlerde ise anaokuluna giden çocukların sadece % 61'i, ilkokul 1. sınıfa giden öğrencilerin ise % 56'sı başarılı olmuştur (Erdoğan & Erdoğan, 2009; 39).

Çocuklar karşılaştırma problemlerinde de, değişim miktarı veya başlangıç miktarı bilinmeyen problemlerde olduğu gibi, problemi algılama ve modelleme sürecine dayalı bazı güçlüklerle karşılaşmaktadırlar. Hudson (1983) Amerika'da yaptığı çalışmada çocuklara içinde kuşlar ve böcekler, çocuklar ve balonlar gibi ikililerin yer aldığı sorular yöneltmiştir. Problemlerin yarısı *Böceklerin toplam sayısından kaç tane daha fazla kuş vardır?* gibi kuş ve böcek resimleriyle karşılaştırmalı durumları içerirken, diğer yarısı *Kuşların her birinin birer böcek yemek için böceklerin başına üşüştüğünü düşünürsek kaç tane kuşa böcek kalmaz?* gibi yine resimlerle süslenmiş fakat bu defa karşılaştırma içermeyen, bire bir eşleme yapmalarını gerektiren sorulardan oluşmaktadır. Eşleştirme problemlerini çocukların hepsi hiç zorlanmadan çözerlerken, karşılaştırma problemlerindeki başarı oranı % 64'te kalmıştır (Erdoğan & Erdoğan, 2009; 39).

Küçük çocukların problem çözme stratejileri üzerine yapılan bir başka araştırmada ise, bu yaş gruplarının problemleri çözebilmek için çoğunlukla modellemeye başvurduklarını ortaya koymuştur. Kouba (1989) toplama ve çıkarma problemlerinin çarpma ve bölme problemlerine göre daha kolay modellenebildiğini ve çarpma-bölme problemlerini birinci sınıf öğrencilerinin % 30'unun, üçüncü sınıf öğrencilerinin % 70'nin doğru çözdüğünü belirtmiştir. Bu değerler toplama ve çıkarmayla ilgili değerlerin % 20-30 daha altındadır. Çocuklar her iki tür problemi çözerken modellemeye başvurmuş fakat çarpma ve bölmeyi modellemede daha fazla güçlük çekmişlerdir (Kouba, 1989; Carpenter vd., 1999).

Carpenter ve arkadaşları (1999) her biri ayrı bir türü (ayırma, birleştirme, karşılaştırma, çarpma, gruplandırarak bölme, paylaşma, kalanlı bölme, çok basamaklı, rutin olmayan) temsil eden 9 sözel problemin çözümü ile ilgili bir araştırma yapmıştır. Bu araştırmada, öğrencilerin % 46'sının 9 sorunun 7 ve daha fazlasını doğru çözdüğünü ve çözümlerde belirli bir strateji kullandıklarını ortaya koymuştur. 9 problemden her birinin doğru çözüm yüzdeleri birbirine yakındır ve bu yüzdeler % 52 ile % 70 arasında değişmektedir. 5 öğrenci hiçbir problemi doğru çözememiştir. Yine bu çalışmada okul öncesi çocuklarının çarpma ve bölme problemlerini çözmede Kouba (1989) tarafından 1. sınıf öğrencileri üzerinde yürütülen araştırma sonuçlarına göre daha başarılı sonuçlar elde edildiği rapor edilmiştir. 70 öğrenciden ayırma problemini 51, birleştirme problemini 52, karşılaştırma problemini 47, çarpma problemini 50, gruplandırarak bölme problemini 50, paylaştırma şeklindeki bölme problemini 49, kalanlı bölme problemini 45, çok basamaklı problemi 45 ve rutin olmayan problemi 36 öğrenci doğru çözmüştür.

2.7. Sembolik Toplama, Çıkarma, Çarpma ve Bölme İşlemlerinde Öğrenci Hataları ve Kavram Yanılgıları

Sembolik toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri ile ilgili öğrenci hatalarının araştırılması 70'li yıllara dayanmaktadır. Brown ve Burton'un (1978) öğrencilerde gözlenen hataları bir katalog halinde sundukları çalışma bu konuda yapılan en kapsamlı çalışmalardan biridir. Brown ve Burton bu çalışmada 1300 öğrenciye toplamda 19500 soru yöneltmişlerdir. Daha sonra yapılan araştırmalar genellikle bu çalışmada ortaya çıkan hataların engellenmesi için nelerin yapılabileceği konusu üzerinde durmuştur. Brown ve Burton'un çalışması incelendiği zaman öğrencileri en çok hataya götüren problem türlerinin elde işlemi gerektiren problemler, büyük basamaklı sayılar ve sıfırın yer aldığı problemlerin olduğu görülmektedir. Bu durum öğrenci hatalarının kaynağı olarak öğrencilerin sembolik işlemlerde sayıların konumunu ve basamak değerini nasıl algıladıkları sorusunu gündeme getirmektedir (Erdoğan & Erdoğan, 2009; 45).

Bu kısımda Brown ve Burton'un çalışmasında sıklıkla karşılaşılan öğrenci hataları incelenecektir. Bu hatalardan bazıları, sistematik olarak kişiyi hataya götürmesinden dolayı kavram yanılgısı olarak adlandırılmaktadır (Smith vd, 1993; Vergnaud, 1991). Bazı hatalar ise öğrencilerin problemlerin temelini oluşturan kavramlara henüz tam anlam yükleyememelerinden kaynaklanmaktadır (Brun vd, 1994; Vergnaud, 1991). Bu tür hatalar ise kavram yanılgısından ayrılarak sadece hata olarak nitelendirilecektir.

2.8. Öğrenci Kavram Yanılgıları

2.8.1. Toplamda sütunları birbirinden bağımsız olarak düşünme

Toplama işlemi ile ilgili yaşanan en yaygın hatalar sayıları basamaklarına göre konumlandırma ve basamakları taşıma sürecinde ortaya çıkmaktadır. Bu hatalardan her ikisi de basamak değerinin yeterince bilinmemesinden kaynaklanmaktadır (Sadi, 2007).

Örneğin,

76 + 115	253 + 75
1811	2128

Bu kavram yanılgısı eldeli toplama işlemlerinde görülmektedir. Öğrenci aynı basamakları birbiri ile toplamakta fakat bu işlem sonucundaki eldeyi sonraki basamağa aktarmak yerine işlem yaptığı basamağın altına sonuç olarak yazmaktadır (Erdoğan & Erdoğan, 2009; 46). Burada öğrenci elde işlemi gerektirmeyen sütun toplama işleminde veya 5+8 gibi küçük bir sayıların toplamında uyguladığı kuralı elde işlemi gerektiren diğer problemlere de genellemeye çalışmaktadır.

2.8.2. Toplama İşleminin Özelliklerini Çıkarmaya Taşıma

Dickson (1984) & Resnick (1983) çalışmalarında, öğrencilerin çıkarma işleminde en çok küçük sayılardan büyük sayıları çıkarırken zorluk yaşadıklarını ifade etmişlerdir. Çıkarma işleminde ilgili en sık rastlanan kavram yanılgısı ise toplama işleminde öğrenilen, toplamanın değişme özelliğini çıkarma işlemine de uygulamaktır. Alt basamaktaki çıkarılacak rakamın üst basamaktaki rakamdan büyük olması durumunda öğrenci toplamanın değişme özelliğini çıkarma işlemine de uygulamakta ve büyük sayıdan küçük sayıyı çıkararak işleme devam etmektedir. Bu yanılgının muhtemel nedeni, çıkarmaya ilk geçişte öğrencinin sürekli büyük sayıdan küçük sayıyı çıkarması gerektiğini düşünmesidir.

Örneğin

48 **-29**	**32** **-23**	**130** **-21**	**402** -382
21	**11**	**111**	**180**

Üst sütundaki rakamlardan biri 0 olduğu zaman öğrenci yine 0'dan başka bir sayıyı çıkarmak için rakamların yerini değiştirmektedir veya toplamada 0'ın etkisiz eleman olmasından dolayı, çıkarma işleminde de etkisiz eleman olarak düşünmesine yol açmakta bu da öğrenciyi kavram yanılgısına düşürmektedir (Erdoğan & Erdoğan, 2009; 46).

2.8.3. Bölenin Daima Bölünenden Küçük Olduğunun Düşünülmesi

Graeber ve Baker (1992), yapmış oldukları çalışmada çocuklara aşağıdaki soruyu yöneltmişlerdir:

5 kilo domates 15 arkadaş arasında paylaştırılacaktır. Her arkadaşa kaç kilo domates düşmektedir? sorusuna 30 kişilik gruptan 24 kişi 15÷5=3 cevabını vermiştir. Bu yanlış cevabın kaynağında çocuğun çok erken yaşlarda bölünme kavramıyla karşılaşmış olması yatmaktadır. Bu tür karşılaşmalarda sayı daima bir diğer sayıya bölünmek zorundadır. Böylece çocuklarda *bu tarz sorularda daima büyük küçüğe bölünmek zorundadır* şeklinde bir kavram yanılgısının ortaya çıkmasına neden olmaktadır. Bu kavram yanılgısının ortadan kalkması için öğrenci sürekli küçük sayılardan çok daha büyük sayıların çıkarıldığı işlemlerle tanıştırılmalıdır.

2.8.4. Sıfırla İlgili Kavram Yanılgıları

Aritmetik işlemlerde sıfır kullanıldığı zaman öğrenciler büyük oranda hata yapmaktadır. Belki de bu hatalardan en sık görüleni çıkarma işleminde 0'dan elde alma sırasında gerçekleşmektedir. Çarpma ve bölme işlemlerinde sıfır kullanımı da öğrencilerin hataya düşüren durumların başında gelmektedir. 0 ile ilgili yapılan en yaygın hatalardan biri 0'nın etkisiz eleman olarak düşünülüp, işlemin sonucunun değişmeyeceğinin düşünülmesidir. Rees ve Barr (1984), 8613 kişi üzerinde yapmış olduğu çalışmasında öğrencilerin % 52'sinin "9×0×8=?" işlemine "72" şeklinde cevap verdiğini ifade etmişlerdir. Bu çalışmada da görülmektedir ki sıfır birçok kişi için "hiçbir şey" ifade etmektedir ve bu yüzden öğrenciler işlemin sonucunu değiştirmeden bırakmaktadırlar.

Bölme işlemi yaparken de *bir sıfırı atın veya bir sıfır yazın* ifadesi öğrencilerin kafasını karıştıran bir diğer husustur. Ondalık sayıların sonundaki sıfırın genellikle bir değeri yoktur. Örneğin, 4,80 ile 4,8 arasında bir fark yoktur. Benzer şekilde 1632'yi 8'e bölme işleminde, 3 aşağı indirildikten sonra bölüme bir sıfır atma işlemi öğrencinin kafasını karıştırıp hata yapmasına neden olmaktadır. Bunun arkasında ki mantığı anlatmak zor değildir. 1600÷8=200, 32÷8=4, 200+4=204 şeklinde bir strateji geliştirilerek bu soru çözülebilir.

Sıfır bir rakam ve sayı olarak önemlidir. Öğrenciler için sıfırı, " hiçbir şey" olarak göstermek o kadar zor olmasa da basamak değeri sisteminde kullanmak çok zordur (Sharma, 1993). Nitekim sayıların onluk sistemde yazılımında sıfır hiçbir değer göstermiyor olsa da diğer sayıların yerinin doğru olarak belirlenmesi açısından önemlidir. Örneğin, 206 sayısında 0 bir yer tutucudur. 0 olmasaydı sayımız 26 olurdu (Arslan & Ubuz, 2009).

Öğrencilerin sıfıra basamak değeri verme noktasında yaşadıkları zorluk insanoğlunun deneyimi ile paraleldir. Öğrencilerden *bin yirmi sekiz*i yazmaları istendiğinde öğrenciler 128 veya 100028 şeklinde cevap verdikleri görülmüştür (Luria, 1969). Kamii ve Lewis (1991) tarafından yapılan araştırmada da aynı sonuçlar ortaya çıkmıştır. Bu zorluklar çoğunlukla sayı sistemimizin konuşma ve yazma şeklinin farklı olmasından kaynaklanmaktadır (Fuson & Bariars, 1990).

Sıfırdan ödünç almanın gerektiği işlemlerde ise öğrenci sıfırdan değil de bu basamağı atlayarak bir soldaki basamaktan ödünç almaktadır. İki sıfır yan yana olduğu zaman ise her iki sıfır için sıfır olmayan ilk rakamdan ayrı ayrı ödünç almaktadır. Burada öğrencinin sıfıra basamak değeri vermediği görülmektedir. Bunun nedeni olarak, sıfırın toplama işleminde etkisiz eleman olarak bilinmesi veya bir büyük sayının içindeki sıfırların sadece yer tutan eleman olarak algılanması olduğu söylenebilir (Erdoğan &Özdemir Erdoğan, 2009).

Örneğin

204	**14200**
- 76	**-9633**
38	**4677**

2.8.5. Daha Büyük Bir Sayı Elde Etmek İçin Çarpma, Daha Küçük Bir Sayı Elde Etme İçin Bölme İşlemi Yapma

Çocukların ondalık sayıları doğal sayıların bir uzantısı gibi görmesi hata yapmalarına neden olmaktadır. *Çarpma işleminin sonucu her zaman işleme başladığımız sayılardan daha büyük, bölme işleminin sonucu da her zaman daha küçük olmalıdır* şeklinde ki bir kavram yanılgısı bu hatalar dizisinin temelini oluşturmaktadır. Peki neden öğrenci çarpma işleminin sonucunda sayının daha çok büyüyeceğini düşünmektedir? Birincisi, *çarpma* kelimesi kendi kendine birçok ve büyük bir sayı anlamı taşımaktadır. Bitkiler ve hayvanlar çarpma ifadesi söz konusu olduğunda çoğalmaktadırlar. İkincisi, doğal sayılarla çarpma işlemi yaparken her zaman sonucun işleme başlanan sayılardan daha büyük çıkmasıdır. Üçüncü sebebi ise Graeber ve Campbell (1993) *gençlere çarpmanın, çoğunlukla tekrarlayarak artan bir toplama işlemi olduğunun vurgulanarak anlatılmasıdır* şeklinde ifade etmişlerdir.

Öğrencileri hata yapmaya sevk eden *10 ile bir sayıyı çarparken işlemin sonuna bir sıfır atın* şeklinde bir kavram yanılgısı da, tam sayılarla çarpma işleminde doğru sonuca ulaşmayı sağlarken, ondalık sayılarda tam aksine yanlış bir ifadeye neden olmaktadır. Örneğin 25×10=250 iken ——×10=— çıkmaktadır. Nitekim Brown'un (1981) yapmış olduğu çalışmada bazı öğrencilerin 5,13×10 sorusuna 5,130 cevabını verdikleri görülmektedir.

2.9. Öğrenci Hataları

2.9.1. Toplama İşlemi İle İlgili Hatalar

a.Eldeleri işlem sonuna basamak olarak ekleme

Burada öğrenci her bir sütun toplamının sonundaki eldeyi bir sonraki sütuna eklemek yerine, işlem sonucunun sol tarafına eklemektedir. Buradaki hatanın kaynağı olarak rakamların basamak değeri ve gruplandırma kavramlarındaki eksiklikler gösterilmektedir. Öğrenci örneğin 8 ve 6 tane birliğin toplamda 1 tane onluk ve 4 tane birlik yaptığını, dolayısı ile onluk gruplara bir tane daha eklemesi gerektiğini bilmemekte veya bunu işlem sırasında düşünememektedir. Sonuç olarak bütün eldeleri, hangi basamak değerlerinin toplamında elde ettiğine bakmaksızın, toplamda elde ettiği sayının önüne eklemektedir. Öğrencinin burada yapmış olduğu hata bir sonraki basamağa sürekli onluk aktarma şeklinde de açıklanabilmektedir (Erdoğan & Erdoğan, 2009; 47).

Örnek:

38 + 46	186 +254	298 +169	89 +64
174	2330	2357	243

b.Eldeleri aynı zamanda bir sonraki sütuna ve işlem sonuna basamak olarak ekleme

İki basamaklı bir sayı ile tek basamaklı bir sayının eldeli toplamında veya elde işlemi gerektirmeyen iki basamaklı bir sayı ile üç basamaklı bir sayının toplamında herhangi bir hata çıkmazken, diğer durumlarda öğrenci hatası kendini göstermektedir. Öğrenci her bir sütundaki elde ettiği eldeyi bir sonraki sütuna aktardığında bu eldeyi hala varsayıp, tüm işlemler sırasında oluşan eldelerin toplamını en son sütuna eklemektedir. Brown ve Burton (1978) buradaki hatayı pek çok öğrencinin eldeyi unutmamak için parmaklarını kullanması ve işlem sırasında öğrencinin eldeyi ekledikten sonra parmağını çekmeyi unutup, bütün eldeleri tekrar sayarak eklemesi ile açıklamaktadırlar (Erdoğan & Erdoğan, 2009; 47).

Örneğin**,**

41 + 9	328 +917	989 + 52	66 +887
50	1345	1141	1053

c.Toplamın birler basamağını yok sayma

Tek basamaklı sayılarda bir problem görülmezken çok basamaklı sayıların toplamında öğrencinin hatası basamak toplamlarında elde edilen iki basamaklı sayının birler basamağının yok sayılması ve sadece onlar basamağının yazılması olarak karşımıza çıkmaktadır. Tek basamaklı sayılarla yapılan işlemlerde sayma stratejisi kullanılarak işlem doğru yapılmaktadır (Erdoğan & Erdoğan, 2009; 48).

Örneğin,

7	19	87	365
+ 9	+ 5	+ 93	+ 574
16	24	11	819

Temel işlemlerle ilgili bilgiler verilirken, kavramsal öğrenmenin gerçekleşmesine özen gösterilmelidir. Örneğin, 32+49=81 işlemini yaparken *9, 2 daha 11 yapar, 11'in 1'i elde var 1; 4, 3 daha 7 yapar, 1de elde eder 8, toplam 81* gibi tamamen otomatikleştirilmiş ve öğrencinin ezberlemek zorunda kalacağı bir yol izlemek yerine öğrencilere eldenin nerden geldiği hatırlatılmalıdır. 11 sayısında 1 onluk 1 birlik olduğunu, 1'i birler basamağının altına yazıp, onluğu onlar basamağına eklemek üzere sakladığımızı öğrencilerimize açıklamalıyız.

d.Sayıları rakam olarak değerlendirme

Burada söz konusu olan hata, işlemde verilen sayıların içerdiği rakamların her birinin toplama işlemi ile birleştirilmiş birer rakam olarak algılanmasıdır. Burada öğrenci sayıyı, dolayısıyla basamak değerini göz ardı etmekte ve örneğin birinci toplama işlemi için 3+3+9+9+=24 sonucuna ulaşmaktadır. Burada öğrencinin sembolik sütun toplama işleminin ne ifade ettiğini algılayamadığı söylenebilmektedir (Erdoğan & Erdoğan, 2009; 48).

Örneğin,

33
+ 99
24

2.9.2. Çıkarma işlemi ile ilgili hatalar

a.Çıkarılacak sayıyı soldan hizalama

Çıkarma işlemi yapılacak sayıların basamakları farklı olduğunda sayıları soldan hizalayarak alt alta yazma, çıkarma işlemlerinde en sık karşılaşılan hatalardan biridir. İlk bakışta öğrencinin dikkatsizliğinden kaynaklanmış gibi görünse de bu hatanın işlemlerin kendi basamakları arasında yapıldığının (birlerle birler, onlarla onlar) fark edilmemesinden kaynaklandığı söylenebilmektedir. Burada da yine sayıların basamak değerlerine gerekli anlamın yüklenmediği görülmektedir. Bu soldan hizalama hatasının en önemli özelliklerinden biri de öğrencinin kendisine önerilen işlemi yapamayacağını hissettiğinde ortaya çıkmasıdır. Öğrenci ya ödünç alma yönünü soldan sağa değil de sağdan sola doğru yapmakta ya da büyükten küçüğe doğru çıkarma prosedürüne başvurmakta ve böylece ödünç alma durumunu ortadan kaldırmaktadır.

Örneğin,

51 - 3	175 -14
21	35

b.En büyük basamaktan onluk alma

Öğrenci çıkartılan sayıdaki rakamların üsteki rakamlarından büyük olduğu durumlarda onluk alması gerektiğini bilmektedir. Fakat işlemi uyguladığı basamağın solundaki ilk basamaktan değil ilk defasında sayının en büyük basamağından onluk almaktadır. Burada aslında öğrencinin sürekli en büyük basamaktan onluk alma gibi bir kural uygulamadığı ama her defasında onluk alınacak sütundaki rakamın altındaki rakamdan küçük olmasının öğrenciyi böyle bir hataya yönlendirdiği de düşünülebilmektedir (Erdoğan & Erdoğan, 2009; 49).

Örneğin,

935 -478
367

c. Sıfırdan onluk alma

Çıkarma işleminde sık rastlanan bir diğer hatadır. Öğrenci 0'ın sağındaki sütunda eldeye ihtiyaç duyduğunda 0'dan onluk almakta, 0'ın olduğu basamağa gelince de 0 yerine 9 alarak işleme devam etmektedir. Fakat sıfırın solundaki basamaktan onluk almamaktadır. Burada öğrencinin sıfırın bir basamak değeri olduğunu bilerek, bunu bir onluk olarak düşündüğü söylenebilmektedir.

Daha önce de belirtildiği gibi, yukarıda ki kavram yanılgılarının ve hataların ardında çoğunlukla sayıların konumlarının ve basamak değerlerinin öğrenciler tarafından iyi algılanmaması yatmaktadır. Buna ek olarak, sembolik işlemlerde karşılaşılan kavram yanılgılarının ve hataların büyük sayı kavramıyla yani bir büyük sayının nasıl okunduğu ve yazıldığıyla da doğrudan ilişkisi olduğu söylenebilmektedir. Öğrencilerin bir büyük sayıyı okuyup yazarken sahip olduğu algılamalar ve bu algılamaların gelişimi çok basamaklı sayılarda toplama ve çıkarmanın temelini oluşturmaktadır. Bu yönüyle bazı hataların ve kavram yanılgılarının önlenmesi için büyük sayı kavramı üzerinde de yeterince durmak gerekmektedir (Erdoğan & Erdoğan, 2009; 50).

2.9.3. Çarpma İşlemi ile İlgili Hatalar

İki veya daha çok basamaklı sayılarda çarpma işlemi yapılırken öğrencilere basamak kaydırma işlemi açıklanmadığı zaman, öğrenci aşağıda gösterildiği gibi bir hataya düşmektedir.

Örneğin,

$$\begin{array}{r} 34 \\ \times\ 12 \\ \hline 68 \\ +34 \\ \hline 102 \end{array}$$

Öğrencilerin bu şekilde bir hataya düşmelerinin nedeni, öğrenciye 34×2=68, 34×10=340, 340+68=408 şeklinde işlemin yeterince açıklanmamış olmasıdır. Çocukların bu şekilde bir hataya düşmelerini engellemek için çarpılan sayının basamak değerini göz önünde tutmaları gerektiği çocuklara ifade edilmelidir. Aşağıdaki örnekte de görüldüğü gibi 34 1 ile değil 10 ile çarpılmaktadır, çünkü 1 onlar basamağında yer almaktadır. Aynı şekilde 1 yüzler basamağında yer alsaydı 100 ile çarpmamız gerekecekti.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

3. YÖNTEM

Bu bölümde veri toplama araçlarından, bu araçların nasıl geliştirildiğinden, verilerin toplanmasından, araştırmanın geçerliliği ve güvenirliğinden ve verilerin analizinden bahsedilmiştir.

3.1. Araştırmanın Modeli

Bu araştırmada nitel araştırma yöntemi benimsenmiştir. Alan araştırması olarak da bilinen nitel araştırma, bir ana kütlenin yüzeysel olarak taranması yerine, bir organizasyonun veya olayın derinliğine kavranmasını hedeflemektedir. Nitel araştırmada gözlemler, görüşmeler, telefon konuşmaları, kişisel ve resmi dokümanlar, resimler, belgeler, çizimler, günlükler, elektronik posta mesajları, elektronik posta mesajlarının yanıtları ve tüm informal konuşmalar veri kaynağı olarak kullanılabilir. Amaç, insanların zihinlerinde var olan ve doğrudan gözlemleyemediğimiz şeyleri ortaya çıkartmaktır. Bu araştırmada da nitel araştırma yöntemlerinden biri olan görüşme yöntemi ve doküman incelemesi tekniği bir arada kullanılmıştır. Görüşme türü olarak da klinik görüşme tekniği benimsenmiştir. Matematik eğitiminde klinik görüşme tekniğini kullanmanın amacı, öğrencilerin stratejilerini, bilgi yapılarını, belirli bir öğretimin etkililiğini, gelişim sürecini daha iyi anlamak ve problem çözme davranışlarını araştırmaktır. Öğrencilerin problem çözme süreçlerini ve bu süreç içerisindeki davranışlarını ayrıntılı bir şekilde incelemek, ayrıca hataların ve kavram yanılgılarının problem çözme süreci içerisinde nerelerde ortaya çıktığını bilmek, öğrencilerin nerede zorlandığını anlamak ancak klinik görüşmelerle mümkün olmaktadır.

Araştırmanın veri toplama tekniklerinden bir diğeri olan doküman incelemesi ise, yazılmış, görsel ve fiziksel materyaller aracılığıyla verilerin toplanması tekniğidir. Nitel araştırmalarda görüşme yöntemiyle birlikte kullanıldığında ‘verinin çeşitlendirilmesi’ amacına hizmet etmenin yanı sıra araştırmanın geçerliliğini de önemli ölçüde arttırmaktadır (Yıldırım & Şimşek, 2008; 188). Bu araştırmanın geçerliliğini artırmak amacıyla görüşme tekniğinin yanı sıra, öğrencilerin verdikleri yazılı cevaplar ve görüşmeci tarafından tutulan notlar doküman olarak kabul edilip araştırmacı tarafından incelenmiştir.

3.2. Araştırmanın Yapıldığı Ortam

Araştırmanın uygulaması Elazığ Milli Eğitim Müdürlüğü'nün izni (EK-1) ile Elazığ il merkezinde bulunan Mezre İlköğretim Okulu ve Mehmet İfakat Gülaçtı İlköğretim Okullunda 2010-2011 öğretim yılının bahar döneminde gerçekleştirilmiştir. Bu okullarda eğitim gören öğrencilerin ailelerinin ekonomik düzeyleri değişkenlik göstermektedir (iyi- orta- zayıf) . Mezre İlköğretim Okulunda ikili eğitim verilirken, Mehmet İfakat Gülaçtı İlköğretim Okulunda tam gün eğitim verilmektedir. Araştırma sürecinde öğrencilerle birebir klinik görüşmeler gerçekleştirileceğinden, okul müdürünün de uygun gördüğü sessiz bir ortam (toplantı odası veya kütüphane) tercih edilmiştir. Araştırma kapsamında gerçekleştirilen klinik görüşmeler video kayıt cihazı ile kayıt altına alınmıştır. Video kamera, araştırmacı-öğrenci etkileşimini ve öğrencinin klinik görüşme sırasında kullandığı çalışma yapraklarını rahatça çekebileceği bir biçimde araştırma ortamına yerleştirilmiştir.

3.3. Evren Ve Örneklem

Nitel araştırmada örneklem seçimi araştırma probleminin özelliği ve araştırmacının sahip olduğu kaynaklarla yakından ilgilidir (Yıldırım & Simsek, 2008; 87) ve örneklem, küçük örneklem üzerine odaklanmıştır ve amaçlı seçilir. Amaçlı örneklemin amacı, zengin bilgiye sahip olduğu düşünülen durumların derinlemesine çalışılmasına olanak vermektir (Patton, 1990; 169). Nitel araştırmacılar katılımcıları, araştırdıkları araştırma sorularıyla ilgili olarak katılımcıların özelliklerine ve bilgilerine dayalı olarak seçerler. Bu araştırmanın uygulanacağı ilköğretim okulları belirlenirken amaçlı örnekleme yöntemlerinden aşırı ve aykırı durum örneklemesi kullanılmıştır. Klinik görüşme yapılacak öğrenciler ise yine amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme tekniği ile seçilmiştir.

Tablo 3.1. I. aşamaya katılan öğrencilerin okul ve sınıf seviyelerine göre dağılımı

Okul Adı	**1. Sınıf**		**2. Sınıf**		**3. Sınıf**	
	f	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**
En başarılı okul	167	35	129	28	82	17
En başarısız okul	36	8	23	5	31	7
TOPLAM	**203**	**43**	**152**	**33**	**113**	**24**

Tablo 3.1. de görüldüğü gibi I. aşamaya 468 öğrenci katılmıştır. 468 kağıt iki araştırmacı tarafından incelenerek doğru, yanlış ve boş sayıları belirlenmiştir. II. aşamada en çok yanlış ve boş sayısına sahip 108 öğrenci belirlenmiş ve bu öğrencilerle klinik görüşmelere geçilmiştir.

Nitel araştırmalarda önemli bir sorun örneklemin büyüklüğüdür. Örneklemin büyüklüğü ile ilgili olarak hiç bir kural yoktur. Örneklemin büyüklüğü, ne bilmek istediğimize, araştırmacının amacına, neyin kullanışlı olacağına, neyin güvenilir olacağına ve sahip olunan kaynak ve zaman içerisinde neler yapılabileceğine bağlıdır. (Patton, 1990; 184). Nitel araştırmalarda örneklem büyüklüğünü belirledikten sonra bu örneklem kapsamında yer alacak olan bireyleri bilgilendirmek gerekmektedir. Örnekleme dahil edilen katılımcılar araştırmaya katılmadan önce, araştırmanın amacı, nasıl yürütüleceği, sonucunun yayınlanabileceği ve sonuçların onları etkileyebileceği konularında bilgilendirme hakkına sahiptirler.

3.4. Veri Toplama Araçlarının Geliştirilmesi

Öğrencilerin matematik öğreniminde yaşadığı zorlukları ifade etmekte iki terimin ön plana çıktığı görülmektedir. Bunlar kavram yanılgısı ve hata terimleridir. Öğrencilerin yapmış olduğu kavram yanılgılarını belirlemek için en sık kullanılan yöntemler; *çoktan seçmeli testler* (Savinainen & Scott, 2002), *iki aşamalı testler* ve *mülakatlardır* (Martinez vd., 2001).

Öğrencilerin yanılgılarını belirlemek için çoktan seçmeli testler sıklıkla tercih edilen bir yöntemdir. Ancak, bu yolla öğrencilerin niçin o yanıtı seçtiğini belirlemek güçtür. Bu nedenle testler uygulandıktan sonra öğrencilerle mülakat yapıldığı görülmektedir (Brown, 1981). Çoktan seçmeli testlere ikinci bir aşamanın ilave edildiği ve literatürde ‘teşhis edici test’ olarak da geçen iki aşamalı testler, öğrencilerin muhtemel yanılgılarının sebebiyle ilgili bilgiler vermektedir. Bu yöntemin en büyük avantajı öğrencilerin anlamalarını ve varsa kavram yanılgılarını tespit etmeye imkân sağlamasıdır. Ancak bu testlerde dahi öğrencilerin bilmedikleri halde doğru cevap şıkkını seçebilme olasılıkları bulunmaktadır. Ayrıca bu yöntemde, sınırlı sayıda seçeneğe yer verildiği için öğrencilerin belirli kalıplar dışındaki fikirlerini belirlemede yetersiz kalmaktadır (Mintzes vd, 2001). Bu yöntemin diğer bir dezavantajı ise, işlem hatalarının belirlenmesini imkânsız kılmasıdır. Çünkü bu yöntemde sadece doğru cevap ve sebebi öğrencilerden istenmektedir, birebir öğrenciye soru çözdürülmemektedir.

Olgu ve kavramların öğrenciler tarafından anlaşılmasında ve bunlarla ilgili yanılgı ve hataları belirlemede mülakatlar çok önemli bir yere sahiptir (Mintzes vd., 2001). Kavramların anlaşılma düzeyleri ve kavram yanılgılarını tespit etmek için kullanılan mülakatların amacı, bireyin kavramla ilgili zihninde var olan bilgilerini ortaya çıkartmaktır. Mülakatlar sonunda bireyle ilgili elde edilen çok sayıdaki veri analiz edilebilmekte ve kişinin anlama düzeyi ortaya çıkarılabilmektedir. Kavramlarla ilgili yapılan mülakatlar kullanılmak suretiyle bireyin bilgisinin genişliğini, doğruluk derecesini, zihinde var olan diğer bilgilerle ilişkilendirebilme düzeylerini ve bilgiyi oluşturan alt parçaların ortaya çıkarılmasını sağlamak mümkün olmaktadır.

Bu çalışmada öğrencilerin toplama, çıkarma, çarpma ve bölme kavramlarını zihinlerinde ve kâğıt üzerinde yapılandırırken ne gibi zorluklar yaşadığı, öğrencilerin karşılaştıkları güçlüklerin neler olduğu ve nasıl giderilebileceği ve öğrenci kavram yanılgılarının yanında, öğrencilerin yapmış olduğu temel hataların da belirlenmesi amaçlandığı için klinik görüşme tekniği tercih edilmiştir. Ayrıca doküman incelenmesi tekniği aracılığıyla da veriler toplanmıştır.

3.4.1. Klinik Görüşmelerin Amacı ve Kapsamı

Klinik görüşme, bilgi yapılarını ve düşünce süreçlerini incelemek amacıyla Piaget'nin (1980) öncülüğünde ortaya çıkmış bir tekniktir. Klinik görüşmelerle beraber açık uçlu görüşmeler, sesli düşünme ve sesli problem çözme gibi çeşitli metotlara dönüşmüştür. Bu teknik gelişim psikolojisinde olduğu kadar, fen ve matematik eğitiminde de özgün fikirlerin ortaya çıkarılmasında kritik rol oynamıştır. Bu teknik klinik olmayan veri toplama teknikleri ile karşılaştırıldığında, özgün fikir ve düşünce süreçleri hakkında veri toplama ve analiz etme yeteneği ile açık uçlu sorularla tespit edilemeyen zihindeki gizli yapıları ve süreçleri ortaya çıkartmada daha etkilidir. Öte yandan klinik görüşmeler natüralist düşünme biçimlerini ortaya çıkartmak ve belgelemek için de tasarlanmış olabilir. Araştırmacı konuyu derinlemesine incelemek ve genişletmek amacıyla yeni sorular sorabilir veya öğrencinin verdiği cevaba aksi bir soruyla karşılık verebilir (Clement, 2000; 341-385)

Klinik görüşmeler araştırmalarda genelde iki amaç için kullanılmaktadır (Goldin, 1998; 40):

- ✓ Problem çözme yoluyla çocukların ya da yetişkinlerin matematiksel davranışlarını gözlemleyerek bir şeyler öğrenme.
- ✓ Gözlemlerden problem çözücülerin olası matematiksel anlamalarını, bilgi yapılarını, bilişsel süreçlerini ya da görüşme sırasında meydana gelen değişiklikler hakkında sonuç çıkarma.

Klinik görüşmeler, katılımcıların yanlış ya da doğru yanıtları üzerine odaklanmaz. Tam tersine, görüşmelerde katılımcıların konuşurken kullandıkları kelimeler, etkileşimler, hareketler, yazılar, çizimler, materyallerdeki eylemler, v.b davranışları gözlemlenir, kayıt edilir ve yorumlanır (Goldin, 2000; 527; Kılıç, 2009; 45).

3.4.2. Klinik Görüşmelerin Hazırlık Aşaması

Klinik görüşme planlanırken; görevler, görüşme soruları, ipuçları, görüşme ortamı, örgencilerin seçimi, fiziksel materyallerin hazırlanması gibi pek çok değişken kontrol edilebilir ya da kısmen kontrol edilebilir. Klinik görüşmeler gelişi güzel planlanırsa, gözlem sonuçlarından elde edilen çıkarımların geçerliliği şüpheli olur. Bu nedenle değişkenler kontrol altına alınıp iyi bir planlama yapılması gerekmektedir. Klinik görüşmelerin yapılandırılması ve planlanmasında aşağıdaki ilkeler söz konusudur (Goldin, 2000; 539-544):

- ➢ *Ön araştırma sorularının hazırlanarak klinik görüşmenin planlanması;* bir araştırma planı, araştırma sorularının yanıtlarına göre planlanmalıdır. Bunun için görüşmecinin, özel araştırma amaçlarını ve sorularını açık ve belirgin olarak önceden belirlemesi gerekir. Ön araştırma soruları; problemlerin ve materyallerin seçimi, görüşmedeki riskler, gözlemlenen davranışlarla ilgili kararlar, çıkarsama yapabilmek için belirlenen ölçütler, öğrenci sayısı ve görüşme içeriği gibi kontrol edilebilen değişkenlerin gelişimini etkiler.
- ➢ *Problemleri seçme;* görüşme soruları, görüşme yapılan bireylere uygun matematiksel problemler çocuklar düşünce yapılarını, hatalarını ve kavram yanılgılarını ortaya çıkartacak şekilde hazırlanmalıdır.
- ➢ *Tanımlanan görüşmeleri ayrıntılı bir şekilde açıklama ve önemli olası durumlar için ölçüt belirleme;* görüşmelerin planlanmasının ve uygulanmasının her aşaması, çalışmanın devamı ya da tekrar edilebilirliği için mümkün olduğunca

ayrıntılı olarak diğer araştırmalar için açıklanması gereklidir. Önemli olası durumlar görüşmelerin düzenlenmesinde açıkça ve dikkatlice belirtilmelidir.

- *Özgür problem çözmeye cesaretlendirme;* örgencilere hatırlatma ve ipuçlarını vermeden önce, onların ani yaptıkları davranış ve düşünceleri gözlemlemek için mümkün olduğunca problem çözerken görencilerin özgür bırakılmaları gerekir.
- *Dış öğrenme çevresiyle maksimum iletişim;* örgencilerin her görüşme süresince çeşitli öğrenme ve problem çözme ortamlarıyla zengin etkileşim geçirecekleri ortamlar düzenlenmelidir.
- *Kayıt edilecek alana karar verme ve mümkün olduğunca çok kayıt yapma;* görüşmelerde neyin, nasıl kaydedileceği, araştırma soruları ve gözlemlerden çıkarsama yapmada kullanılacak ölçütler yardımıyla belirlenebilir. Katılımcılardan materyaller kullanarak amaca uygun olarak matematiksel düşüncelerini çizmeleri ya da modellemeleri istenebilir. Bunun için de video kamerayı kullananlar, katılımcıların ellerine, yüzlerine ve vücutlarına odaklanabilirler ve klinik görüşmeyi gerçekleştiren kişi ile katılımcı arasındaki gözlemlenen etkileşimi çekebilirler.
- *Görüşmenin pilot çalışması;* önceden görüşmeleri metne dökmek ve risklere dikkatlice karar vermek ve takip edilecek her metni garantilemek için gereklidir.
- *Yeni ya da tahmin edilemeyen durumlar için uyanık olma;* görüşmelerde öğrencilerden şaşırtıcı ya da beklenmedik yanıtlar alınabilir. İyi bir klinik görüşmeyi planlamak için görüşmeyi planlamak için yeni ya da tahmin edilemeyen olasılıkları dikkate almak gerekir.
- *Uygun olduğunda uzlaşma;* klinik görüşme devam ederken ya da planlanırken klinik görüşme ilkeleri arasında bazen bir çatışma olabilir. Örneğin örgencileri özgür problem çözmeye cesaretlendirme ilkesi göz önüne alındığında, eğer çok zaman harcanırsa bir sonraki görüşme sorularına geçilemeyebilir. Bu nedenle görüşmeci tüm ilkelerle uzlaşma içinde olması gerekir (Kılıç, 2009; 47)

Bu araştırma kapsamında klinik görüşmelerin planlanmasında ve yürütülmesinde bu ilkeler göz önünde bulundurulmuştur. Araştırmanın amacı doğrultusunda problemler araştırmacılar tarafından hazırlanmıştır. Görüşmeler sırasında öğrencilerin düşüncelerini özgürce ifade etmeleri ve rahat olmaları konusunda öğrenciler cesaretlendirilmişlerdir.

3.4.3. Görüşme Sorularının Hazırlanması

Klinik görüşmelerde kullanılan problemler hazırlanırken ilköğretim matematik dersi öğretim programında yer alan kazanımlar, matematik ders kitapları ve bu konu ile ilgili yapılmış araştırmalar dikkate alınarak çeşitli problemler hazırlanmıştır. Problemler hazırlandıktan sonra alan uzmanlarına gösterilmiş ve geçerliliği hakkında dönütler alınarak, gerekli düzeltmeler yapıldıktan sonra son hali verilmiştir.

Sorunun yapısı ve zamanlaması görüşmeci için kritik bir nokta olduğundan sorular klinik görüşmenin anahtar özeliğini taşımaktadır. Klinik görüşmede yer alan sorular su şekilde olmalıdır (Hunting, 1997; 153):

1. Sorular açık uçlu olmalıdır. Böylece öğrencilerin kendi tercih ettikleri yanıtlama yollarını seçmeleri konusunda öğrencilere bir takım özgürlükler sunulmuş olacaktır.
2. Düşünme süreçlerinin ortaya çıkarıldığı tartışma ortamlarına ya da diyaloglara olabildiğince yer verilmelidir.

Klinik görüşme, görüşmecinin öğrenciye sunduğu bir problem durumu ile başlar. Problemin sunumu öğrenciyi yanıtlamaya davet eder ve uzun uzun konuşma ve tartışmalardan sonra bir sonuca varılır. İlk soruyu içeren görevin sunumu kolay ve anlaşılır olmalı, yararsız ve gereksiz terminolojiden uzak durulmalıdır (Hunting, 1997; 153). Bu araştırmada öğrencilere sunulan problemlerin hazırlanmasında anlaşılır ve öğrencilerin anlayabileceği düzeyde olmasına dikkat edilmiştir. Ayrıca, klinik görüşmeler sırasında öğrencilere yöneltilen sorunların da anlaşılır olmasına özen gösterilmiştir.

Klinik görüşmeler sırasında şu tür sorular sorulabilir (Hunting, 1997; 153, akt. Kılıç, 2009; 49):

- Ne düşündüğünü bana söyler misin? Bu soruyu genelde zihinsel bir etkinliğin olmadığı 10 sn'lik bir sessizlikten sonra sormak yararlıdır.
- Ne yaptığını sesli söyler misin? Öğrencinin bir düşünce ile meşgul olduğunu gördükten sonra (10- 15 sn'lik kısa bir aradan sonra) görüşmeci bu soruyu sorarak düşünme etkinliğinin akışını kesebilir. Öğrencinin konuyla ilgili ne düşündüğünü gösteren belirtiler; duyulmayacak kadar hafif konuşma, kağıt üzerinde çizim yaparak çalışma, göz ya da diğer vücut hareketleridir?
- Bunu nasıl yaptığını bana söyler misin? Nasıl karar verdin?

- Öğrenci bir ipucu olmadan soruya yanıt verebilir. Araştırmacı öğrencileri bu sonuca nasıl vardığını anlamak için öğrencilerin duygu ve düşüncelerini ortaya çıkarmak için bu tür sorular sorar.
- ______ demek mi istiyorsun? Görevin başarı ile sonuçlanması problem sunumunda kullanılan özel bir terimin bilgisine bağlı olabilir.
- Doğru olup olmadığını kontrol etmek için başka bir yol biliyor musun? Problem çözümleri (özellikle temel aritmetik işlemleri içerenler) tahmin aracılığı ile kontrol edilebilir. Bunu yaparken uygun ters işlem ya da yuvarlama kullanılabilir. Öğrencileri kontrol etmeye cesaretlendirme onların anlamalarına daha derinlemesine bakılmasını sağlayacaktır.
- Niçin? Niçin sorusunu sorma öğrencilere daha fazla açıklama yapmalarını cesaretlendirmede mantıklı bir yoldur.
- Bir öğretmen gibi davran. Öğrencilere ne düşündüğünü anlatır mısın? Nasıl anlatırsın?

3.5. Verilerin Toplanması

Araştırmanın verileri Mart-Haziran 2011 tarihleri arasında toplanmıştır. İlk aşamada 2010 SBS puan türünde en başarılı ve en başarısız olan iki okulun (EK-2) 1., 2. ve 3. sınıfların tamamına, Elazığ Milli Eğitim Müdürlüğü'nden araştırmanın uygulanması için gerekli olan izinlerin alınmasından sonra uygulanmıştır.

Öğrencilerle yapılan klinik görüşmeler haftanın her günü okul yönetimi tarafından uygun görülen sessiz bir ortamda (kütüphane, toplantı salonu) gerçekleştirilmiştir.

Klinik görüşme tekniğini kullanan araştırmacıların görüşmelerini düzenli olarak videoya çekmeleri, öğrencilerin yanıtlarını gözlemleme, tartışma ve çeşitli yorumları test etmek amacıyla önemlidir (Hunting, 1997; 148). Bu nedenle araştırmada öğrencilerle yapılan tüm klinik görüşmeler videoya çekilmiştir.

Klinik görüşmelerde, kullanılması mümkün olabilecek materyallerin hazır bulundurulması gerekmektedir (Davis, 1986). Görüşmeler sırasında öğrencilerin problemlerin çözümünde kullanabilecekleri kağıt ve kalem hazır bulundurulmuş olup, öğrencilerden problemleri çözmeleri ve çözüm sürecinde tüm etkinliklerini sesli olarak ifade etmeleri istenmiştir.

3.5.1. Klinik Görüşmelerin Planlanması

Klinik görüşmelerin yapılandırılması ve planlanmasında on ilke söz konusudur. Bu ilkeler aşağıdaki biçimde belirtilmiştir (Goldin, 2000; 539-544)

1.Adım: Konuyla ilgili litaratürün incelenmesi

Bu adımda konuyla ilgili ders kitaplarında, yardımcı kitaplarda ve müfredatta var olan bilgilere bağlı olarak matematikte dört işlem konusunda geçen kavramlar belirlenmeye çalışılmıştır. Yapılan incelemeden elde edilen veriler, hem soruların geliştirilmesinde hem de bir sonra ki adımda yürütülecek olan mülakat sorularının oluşturulmasında kullanılmıştır.

2. Adım: Konu içeriğiyle ilgili kavram haritasının geliştirilmesi

Konuyla ilgili Novak ve Gowin'in (1984) de ifade ettiği şekilde bütün kavramlar ve onların birbirleriyle ilişkilerini gösteren kapsamlı bir kavram haritası hazırlanmıştır (EK-3). Bu ilk iki adım, belirlenen konu ya da kavram hakkında araştırmacıya etraflı düşünme ve konunun doğasını anlama fırsatı tanımıştır.

3. Adım: Literatür ile kavram haritalarının ilişkilendirilip soruların hazırlanması

Kavram haritası ve litaratür taraması sonucunda ulaşılan daha önce yapılmış araştırma verilerinin birbiriyle örtüşmesi, hazırlanacak olan soruların iç tutarlılığı için bir nevi kontrol mekanizması görevi görmektedir.

4. Adım: Kapsam geçerliliğinin sağlanması

Bu aşamada hazırlanan sorular matematik eğitimcileri, alan uzmanları ve sınıf öğretmenlerinden oluşan bir komisyona gösterilerek düzensizlikler ve çelişkiler belirlenmiştir ve soruların çocukların seviyesine uygun olup olmadığı tespit edilmiştir. Elde edilen önermeler ışığında sorular yeniden düzenlenip, konuyla ve kavramlarla doğrudan ilişkili olmayan önermeler çıkartılıp, doğru kavramlar eklenerek kapsam geçerliliği sağlanmıştır.

5.Adım: Soruların uygulanması

Bu adımda çocuklara çözdürülecek olan sorular, 1. sınıflara 10 adet, 2. sınıflara 10 adet, 3. sınıflara 10 adet olmak üzere toplam 30 standart sözel problemden oluşmaktadır. Her sınıfın kendi seviyesine göre hazırlanan problemler, Elazığ il merkezinde yer alan ilköğretim okullarının 2010 SBS sınavından elde ettikleri başarı ortalamaları göz önünde bulundurularak en başarılı ve en başarısız iki okulun, 1, 2 ve 3. sınıflarının tamamına uygulanmıştır. Soruların çözümü için öğrencilere 50 dakikalık süre verilmiştir ve süre konusunda esnek davranılmıştır. Bütün öğrencilerin her bir problemi eksiksiz çözmeleri istenmiştir. Okuma güçlüğü çeken öğrenciler çalışmaya dahil edilmemiştir.

6.Adım: Cevap kâğıtlarının incelenmesi ve görüşme yapılacak olan öğrencilerin belirlenmesi.

I.aşamaya katılan öğrencilerin cevap kâğıtları iki araştırmacı tarafından incelenmiş en çok hata ve boş sayısına sahip olan 108 öğrenci ile görüşme yapılmıştır. Görüşme yapılacak öğrenciler 1. sınıflar A1, A2, A3, ….A36, 2. sınıflar B1, B2, B3, ….B36, 3. sınıflar C1, C2, C3, ….C36 şeklinde kodlanmıştır. Aşağıda I. aşamada en çok hatalı ve boş cevap sayısına sahip olup, II. aşamada klinik görüşmelere seçilen ilköğretim 1., 2. ve 3. sınıf öğrencilerinin farklı sınıf seviyelerine göre kod listesi sunulmuştur.

Tablo 3.2. II. aşamada klinik görüşme yapılan 1. sınıf öğrencilerinin I. aşamadaki doğru, yanlış ve boş sayıları

Kod	D	Y	B	Kod	D	Y	B	Kod	D	Y	B	Kod	D	Y	B
A1	3	7	0	A10	3	7	0	A19	1	9	0	A28	0	10	0
A2	1	1	8	A11	2	8	0	A20	3	7	0	A29	1	9	0
A3	0	10	0	A12	2	8	0	A21	3	7	0	A30	2	8	0
A4	2	8	0	A13	3	7	0	A22	3	7	0	A31	1	5	4
A5	2	8	0	A14	0	10	0	A23	3	7	0	A32	0	7	3
A6	2	7	1	A15	3	5	2	A24	0	10	0	A33	3	7	0
A7	3	4	3	A16	3	7	0	A25	1	8	1	A34	1	9	0
A8	1	9	0	A17	2	8	0	A26	1	9	0	A35	0	10	0
A9	2	8	0	A18	1	9	0	A27	1	9	0	A36	0	10	0

Tablo 3.3. II. aşamada klinik görüşme yapılan 2. sınıf öğrencilerinin I. aşamadaki doğru, yanlış ve boş sayıları

Kod	D	Y	B	Kod	D	Y	B	Kod	D	Y	B	Kod	D	Y	B
B1	2	8	0	B10	4	6	0	B19	1	9	0	B28	0	10	0
B2	2	8	0	B11	2	8	0	B20	0	10	0	B29	5	5	0
B3	2	4	4	B12	1	9	0	B21	5	5	0	B30	4	6	0
B4	1	9	0	B13	3	7	0	B22	1	9	0	B31	4	6	0
B5	2	8	0	B14	2	8	0	B23	3	7	0	B32	3	7	0
B6	3	6	1	B15	4	6	0	B24	4	6	0	B33	5	4	1
B7	4	6	0	B16	3	7	0	B25	4	6	0	B34	4	6	0
B8	3	7	0	B17	3	7	0	B26	5	5	0	B35	5	5	0
B9	2	8	0	B18	4	6	0	B27	5	5	0	B36	3	7	0

Tablo 3.4. II. aşamada klinik görüşme yapılan 3. sınıf öğrencilerinin I. aşamadaki doğru, yanlış ve boş sayıları

Kod	D	Y	B	Kod	D	Y	B	Kod	D	Y	B	Kod	D	Y	B
C1	2	8	0	C10	5	5	0	C19	3	7	0	C28	5	5	0
C2	5	3	2	C11	2	5	3	C20	6	4	0	C29	2	1	7
C3	5	4	1	C12	0	10	0	C21	3	7	0	C30	2	8	0
C4	5	5	0	C13	5	5	0	C22	6	4	0	C31	0	10	0
C5	5	5	0	C14	2	8	0	C23	3	7	0	C32	3	7	0
C6	1	9	0	C15	4	6	0	C24	1	9	0	C33	4	6	0
C7	5	5	0	C16	5	5	0	C25	3	7	0	C34	4	6	0
C8	1	8	1	C17	5	5	0	C26	1	2	7	C35	2	6	2
C9	1	9	0	C18	0	3	7	C27	5	5	0	C36	1	9	0

Yukarıda verilen tablolar incelendiği zaman 1. sınıfların hatalı ve boş cevap sayılarının toplamı en az **7**, 2. sınıfların hatalı ve boş cevap sayılarının toplamı en az **5** ve 3. sınıfların hatalı ve boş cevap sayılarının toplamı en az **5** olan öğrenciler II. aşamaya (klinik görüşmelere) seçilmiştir.

7.Adım: Klinik Görüşmelerin Gerçekleştirilmesi

Bu aşamada nitel veri toplama tekniklerinden klinik görüşme tekniği kullanılmıştır ve araştırmacılardan biri görüşmeci rolünü üstlenmiştir. Yapılan bu görüşmelerin uygun koşullarda yapıldığına dair İnönü Üniversitesi Tıp Fakültesi Dekanlığı Etik Kurul Başkanlığına başvuru yapılmış ve etik kurul kararına gerek olmadığı sonucu çıkmıştır (EK-4). Daha sonraki adımda I. aşamada yapılan işlemsel sınavda en çok hata ve boş sayısına sahip 108 öğrenci ile görüşmeler yapılmıştır. Klinik görüşmelerde kullanılması mümkün olabilecek materyaller (kalem, kağıt, açacak) hazır bulundurulmuştur. Nitel çalışmalarda gönüllük esastır. Öğrencilerin çalışmaya kendi istekleriyle katıldığına dair Bilgilendirilmiş Gönüllü Olur Formu (EK-5) öğrencilere sunulmuştur. Öğrencilerin problemleri çözmeleri ve çözüm sürecindeki tüm etkinliklerini sesli bir şekilde ifade etmeleri istenmiştir. Öğrenci anlamaları hakkında kapsamlı bir bakış açısı kazanmak ve spesifik öğrenci kavram yanılgılarını ve hatalarını belirlemek için her öğrenciye sorular tekrar çözdürülmüş ve öğrencilere aşağıdaki yarı yapılandırılmış sorular yöneltilmiştir.

1.Problemi okur musun?

2.Problemden ne anladın?

Bir daha bak bakalım, bir daha oku (anlamadı ise).

4.Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

5.Bu soruyu niçin böyle çözdün? Eğer bu soruya yeterli bir cevap alınamazsa beşinci soru yöneltilecektir.

6.Neden toplama/ çıkarma/ çarpma/ bölme işlemi yaptın?

7.Böyle yapmayı nerden veya kimden öğrendin?

8. Başka nasıl çözebilirsin?

Öğrencilerin bir problem durumu ile ilgili düşüncelerini daha net açığa çıkarmak için görüşmeci, “lütfen sesli düşün”, ya da “bunu yeniden söyler misin” gibi görüşme sondaları kullanır. Görüşmeciler görüşme sondalarını kullanırken öğrencilerin düşüncelerini etkileyecek yorum ve baskıyı olabildiğince alt seviyeye indirmelidirler. Başarılı bir görüşmenin gerçekleşmesinin anahtarlarından biri de sondaların nerede ve ne zaman kullanılacağını bilmektir (Taylor & Bogdan, 1984; Clement, 2000; akt. Kılıç, 2009). Sondalar katılımcılara sorulardan sonra sorulur ve katılımcılardan daha zengin ve derinlemesine yanıtlar almak için kullanılır. Böylece sondalar sayesinde katılımcıya da istenilen yanıtın düzeyi hakkında ipuçları verilmiş olunur (Patton, 2000). Bu araştırma da öğrencilere sesli düşün, …..mi demek istiyorsun, niçin böyle yaptın, ….değil de …. çözseydik olur muydu, peki yapalım, neden, her zaman….deyince toplama/çıkartma/çarpma/bölme mi yaparsın, peki bura da niye toplama/çıkartma/çarpma/bölme yaptın, sesli say, işlemi bana da anlatır mısın gibi sondalar kullanılmıştır.

Görüşmeler yapılırken görüşmecinin günlük tutması iyi bir yaklaşımdır (Taylor & Bogdan, 1984; 104). Görüşmeler ne şekilde kayıt edilirse edilsin araştırmacılar görüşmenin hemen sonrasında kendi görüşlerini yazmalıdırlar (Merriam, 1998; 88). Görüşmecinin tuttuğu günlükler çeşitli amaçlara hizmet etmektedir. Günlükler her bir görüşmede kararlaştırılan konuların ana hatlarını içermelidir. Böylece görüşmeci görüşmelerin neleri içerdiğine bakmak istediğinde ve istediği zaman katılımcının söylediği özel konuşmalara geri dönebilmesinde bu günlükler yararlı olacaktır (Taylor & Bogdan, 1984; 104). Görüşmecinin tuttuğu bu notlar araştırmacıya veri toplama ve veri analiz sürecini kontrol etmede yardımcı olmaktadır (Merriam, 1998; 88). Bu araştırmada da araştırmacı tarafından öğrenciler hakkında günlükler tutulmuş ve bu günlükler verilerin desteklenmesinde kullanılmıştır.

Yapılan bu mülakatlardan sağlıklı sonuçlar elde edilmesi için görüşmeler kamera ile kayıt altına alınmıştır. Öğrenci velilerinden ve okul idaresinden izin alınarak yapılan görüşmelerin her biri ortalama 20-30 dakika sürmüştür.

3.6. Verilerin Analizi

Veri analizine başlamadan önce, her bir öğrenci ile yapılan klinik görüşmelerin kayıtlarını güvence altına almak için her bir kasetin yedek kaydı yapılmış ve daha sonra öğrencilerle yapılan görüşmelerin dökümü gerçekleştirilmiştir. Görüşmeyi olabildiğince detaylı bir şekilde döküm yapmak için görüşme formu kullanılmıştır. Araştırmacı sayfanın en başına öğrencinin adını, görüşme tarihini ve diğer gerekli ayrıntıları yazmıştır. Görüşmeci daha sonra kayıt cihazını çalıştırmış ve katılımcı tarafından söylenen düşünceleri ya da önemli durumları not almıştır. Görüşme formunun sol sütununa kayıt cihazından işitilenler, sağ sütuna ise araştırmacının yorumları yazılmıştır. Bu görüşme formu daha sonra çalışmanın veri analizi süreci sırasında ortaya çıkan kategoriler ya da temalara göre kodlanmıştır.

Araştırmadan elde edilen verilerin analizinde Miles ve Huberman'ın önerdiği (1994; 10-12) *verinin işlenmesi, verinin görsel hale getirilmesi* ve *sonuç çıkarma ve teyit etme* bölümlerinden oluşan bir sınıflama benimsenmiştir. Veriler araştırmacı ve iki alan uzmanı tarafından analiz edilmiş olup, veri analizinde izlenen aşamalar aşağıda verilmiştir.

Verinin İşlenmesi: Bu aşama, dökümlerde ya da yazılmış olan notlarda bulunan verinin seçildiği, sadeleştirildiği, özetlendiği bir süreçtir. Veri işleme süreci, alan çalışmasından sonuç raporu yazılana kadar devam eder (Miles & Huberman, 1994; 10). Bu aşamada, araştırmacı önce veriyi inceler ve araştırma problemine göre en önemli olan verileri seçerek kodlar (Yıldırım & Şimsek, 2008). Nitel araştırmalarda veri analizinin bir gereği olan kodlama, veri metninin bölümlerini (kelimeler, cümleler, paragraflar ve alıntılar) kategorik olarak işaretleme sürecidir (Gay vd, 2006). Kodlama süreci temalar, düşünceler, kavramlar, yorumlar ve savlar üzerine dayanır ve tüm veriyi analiz etme ve bir araya getirmeyi içerir (Taylor & Bogdan, 1998). Bu araştırmada öğrencilerin vermiş olduğu cevaplar ilk önce her sınıfın kendi arasında olmak üzere doğru, yanlış ve boş sayılarına göre sınıflandırıldıktan sonra, öğrenciler tarafından verilen hatalı cevaplar daha sonra aşağıdaki şekilde 4 farklı şekilde kodlanmıştır.

Bu araştırmada verilerin kodlanmasında öğrencilerin işlem tercihi ve buldukları sonuç temele alınarak sembolik temsil kullanılmıştır.

M1: İşlem seçimi doğru ama sonucu yanlış olan

M2: İşlem seçimi yanlış ancak sonucu doğru olan

M3: İşlem seçimi ve sonucu yanlış olan

M4: Hiçbir işlem yapmadan hatalı cevap veren.

Verinin Görselleştirilmesi: İkinci aşamada çeşitli grafikler, tablolar ve ağlar kullanılarak veri görsel hale getirilir. Bu araştırmada kodlanan veriler temalar, alt temalar ve kategoriler birbirleriyle ilişkilendirilerek tablolar halinde sunulmuştur.

Sonuç çıkarma ve teyit etme: Veri analizinin bu son aşamasında ortaya çıkan kavramlar, temalar ve ilişkiler yorumlanır, karşılaştırılır ve teyit edilir. Bu şekilde, araştırma sonuçlarının anlamlandırılması ve geçerliğinin sağlanması mümkün olmaktadır (Yıldırım & Şimşek, 2008). Bu araştırmada temalar, alt temalar ve kategoriler yorumlanmış ve birbirleriyle karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırmalar öğrenci görüşlerinden, öğrencilerin verdiği cevaplardan doğrudan alıntılar yapılarak desteklenmiştir.

3.7. Araştırmanın Geçerliliği Ve Güvenirliği

Yıldırım ve Şimşek'in (2008; 264, akt. Kılıç, 2009; 60) aktardıklarına göre nitel araştırmaların niteliğini artırabilecek bir takım stratejiler bulunmaktadır. Bu stratejiler*inandırıcılık*, *aktarılabilirlik*, *tutarlık* ve *teyit edilebilirlik*' tir.

İnandırıcılık: Lincoln ve Guba (1985) inandırıcılığın başarılabilmesi için araştırmacılara önerdiği birtakım stratejiler bulunmaktadır. Aşağıda tanımlanan bu stratejiler aynı zamanda bir araştırmanın inandırıcılığının değerlendirilmesinde kullanılabilecek ölçütler olarak kabul edilmektedir (Erlandson vd.,1993).

- ***Uzun süreli etkileşim*:** Görüşme süresi ilerledikçe geçen zaman içinde bir güven ortamı oluşur ve görüşülen kişi verdiği yanıtlarda daha samimi olabilir. Bu nedenle uzun süren görüşmelerde toplanan verilerin geçerliliği daha yüksektir (Yıldırım & Şimşek, 2008; 266). Bu araştırmada, araştırmanın uygulamasına geçmeden önce araştırmacı öğrencilerle etkileşime geçmiştir ve daha sonrasında araştırmaya dahil edilecek öğrencilerle ayrıntılı görüşmeler yapılmıştır.
- ***Derin odaklı veri toplama:*** Alanda uzun süre kalan bir araştırmacı olay, olgu durum ve yorumları katılımcıların bakış açısıyla ortaya koyabilmektedir. Bu anlamda olay ve olguların doğasına uygun bir biçimde veri elde etme ve bunların gerçekliğini teyit etme işlevlerini gerçekleştirerek kendine düsen görevi yerine getirmiş olabilir (Yıldırım & Şimşek, 2008; 266). Bu araştırmada da, araştırmacı derinlemesine veri toplayarak elde ettiği sonuçları ilk önce 1., 2. ve 3. sınıfları kendi arasında olmak üzere, daha sonra başarılı ve başarısız okulları ve farklı sınıf seviyelerinde yer alan öğrencileri birbirleri ile karşılaştırarak ve yorumlayarak bir takım sonuçlar ortaya çıkarmıştır.

Çeşitleme: Gerçeğin farklı yönlerini ve oluşumlarını öğrenebilmek için araştırmacı, araştırdığı olay ve olguya ilişkin farklı bakış açılarını, farklı anlamları, farklı göstergeleri ve kaynakları ortaya çıkarmalıdır. Çeşitleme, *veri kaynakları* (çeşitli katılımcılar) çeşitlemesi, *yöntem* (veri toplama teknikleri) çeşitlemesi, *araştırmacı* çeşitlemesi ve *farklı kuramsal yaklaşımlar* çeşitlemesi olarak farklı başlıklar altında incelenebilmektedir (Yıldırım & Şimşek, 2008; 267). Bu araştırmada da yöntem çeşitlemesi benimsenmiştir. Temel veri toplama aracı klinik görüşme olup, öğrencilerin çalışma yaprakları, görüşmeci tarafından tutulan notlar klinik görüşmeyi desteklemek için kullanılmıştır.

Uzman incelemesi: Araştırma konusu hakkında genel bilgiye sahip ve nitel araştırma yöntemleri konusunda uzmanlaşmış kişilerden, yapılan araştırmayı çeşitli boyutlarıyla incelemesinin istenmesi inandırıcılık konusunda alınabilecek önlemlerden bir diğeridir. Bu incelemede uzman, araştırmanın deseninde toplanan verilere, bunların analizine ve sonuçların yazımına kadar olan süreçlere eleştirel bir gözle bakar ve araştırmacıya geri bildirimde bulunur (Yıldırım & Şimşek, 2008; 268). Bu araştırmada da klinik görüşmelerde kullanılan soruların hazırlanmasında, klinik görüşmelerin uygulanmasında, verilerin analizinde ve araştırma raporunun yazılmasında alan uzmanlarının görüş ve deneyimlerinden yararlanılmıştır.

Katılımcı teyidi: Erlandson ve arkadaşları (1993) katılımcı teyidinin çeşitli biçimlerde gerçekleştirilebileceğini belirtmektedirler. Katılımcı teyidi, veri toplamanın hemen sonunda araştırmacı topladığı verileri özetlemesi ve katılımcılardan bunların doğruluğuna ilişkin düşüncelerini belirtmelerini istemesi şeklinde gerçekleşebilir. Bu araştırmada da klinik görüşmelerde öğrencilerin sorulan sorulara cevap vermesi sırasında ve öğrencilerin çalışma yapraklarına işlem yaptıkları sırada konu özetlenerek, verilen cevapların doğruluğu katılımcılar tarafından teyit edilmiştir.

Aktarılabilirlik: Erlandson ve arkadaşları (1993), araştırma sonuçlarının aktarılabilirliğini artırmak için iki yöntem önermektedir: ayrıntılı betimleme ve amaçlı örnekleme.

- ***Ayrıntılı Betimleme:*** Nitel araştırma sonuçlarının aktarılabilirliği, dayandığı verilerin yeterli düzeyde betimlenmesine bağlıdır. Ayrıntılı betimleme ham verinin ortaya çıkan kavram ve temalara göre yeniden düzenlenmiş bir biçimde okuyucuya yorum katmadan ve verinin doğasına mümkün olduğu ölçüde sadık kalınarak aktarılmasıdır. Doğrudan alıntılar bu amaçla araştırmacılar tarafından sık kullanılmaktadır (Yıldırım & Şimşek, 2008; 270). Bu araştırmada da ortaya çıkan temalara ve kategorilere yorum katılmadan olabildiğince ayrıntılı bir biçimde yer verilmiş ve araştırmacı öğrencilerin görüşlerinden doğrudan alıntılar yapmıştır.
- ***Amaçlı Örnekleme:*** Nicel araştırmada evrene genelleme amacıyla seçkisiz örnekleme yönelimi ağır basarken, nitel araştırmada aktarılabilirliği artırmak için hem tipik olarak karsımıza çıkan olay ve olguları, hem de bunların değişkenlik gösteren özelliklerini ortaya koyma amacını güden amaçlı örnekleme yöntemleri kullanılır (Yıldırım ve Simsek, 2008; 271). Bu

araştırmada araştırmaya dahil edilen örgencilerin seçiminde amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme ve aşırı ve aykırı durum örneklemesi benimsenmiştir.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

4. BULGULAR VE YORUMLAR

Bu bölümde araştırma süreci boyunca çeşitli veri toplama teknikleri kullanılarak elde edilen verilerin analizi sonucunda ulaşılan bulgulara ve yorumlara yer verilmiştir. Araştırma sonucunda elde edilen bulgular iki aşama da incelenmiştir: I. aşamadaki bulgular sadece öğrencilerin çalışma yapraklarından elde edilirken, II. aşamadaki bulgular, klinik görüşmeler sırasında görüşmeci-öğrenci arasında geçen karşılıklı konuşmalardan elde edilmiştir ve öğrenci çalışma yapraklarıyla ve görüşmeci tarafından tutulan notlarla desteklenmiştir. Uygulamada öğrencilere sorulan sorular farklı işlem türlerinden oluştuğu için I. ve II. aşamada da problemler işlem türlerine göre gruplandırılarak incelenmiş, elde dilen bulgular tablo ve şekillerle gösterilmiştir.

Dört işlem problemi, Türkçe literatürüne özgü bir ifadedir. Yabancı literatürde buna en yakın deyim sözel problem (*verbal problem, word problem, story problem*) deyimidir (Altun, 2010; 92). Matematik derslerinde problem denilince ilk akla sözel problemler gelmektedir. Bunun en önemli nedeni problemlerin çoğunlukla sözel formda olmasıdır. Sözel problemler matematik müfredatının çok önemli bileşenlerinden biridir. Buna rağmen yapılan araştırmalar göstermektedir ki aritmetik sözel problemler çözümü zor olan problemler olarak algılanmaktadır (Dede, 2004)

Bu çalışmanın I. aşamasında aritmetik sözel problemlerde, 1., 2. ve 3. sınıf öğrencilerinin hangi işlem türlerinde daha çok zorluk yaşadığı sorusuna cevap aranırken; II. aşamada I. aşamada yaşanan bu zorlukların nedenlerine ilişkin bulgulara yer verilmiştir.

4.1. I. AŞAMA: 1., 2. ve 3. Sınıf Öğrencilerinin Hangi İşlem Türlerinde Daha Çok Zorluk Yaşadıklarına İlişkin Bulgular

Bu kısımda doküman analizi yöntemiyle elde edilen verilere dayanarak, çalışma problemlerinden biri olan *İlkokul 1., 2. ve 3. sınıf öğrencileri hangi işlem türünde daha çok zorluk yaşamaktadır?* sorusuna cevap aranmıştır. Bu amaçla 468 öğrencinin çalışma yaprakları incelenmiş ve sonuçlar tablo ve şekillerle gösterilmiştir.

Bu aşamada öğrencilerin vermiş olduğu cevaplar işlem türlerine göre toplama-çıkartma, çarpma-bölme şeklinde gruplandırılarak, 1., 2. ve 3. sınıflar ayrı ayrı ele alınacaktır.

4.1.1. Toplama-Çıkarma İşlemi Konusunda Yaşanan Güçlükler

Zbrodoff (1995) göre bir problemin zorluk derecesi, problemin boyutuna, problemin çözümünde kullanılan adım sayısına, problemde kullanılan sayıların büyüklüğüne, problemin soruluş şekline, problem türüne, işlem tercihlerine bağlı olarak değişebilmektedir. Bu bölümde çocukların yaşamış olduğu zorluklar sadece işlem türlerine göre gruplandırılarak ele alınmış olup öğrencilerin doğru, yanlış ve boş sayılarının ortalama değerlerine yer verilmiştir.

Tablo 4.1 incelendiği zaman 1. sınıf öğrencilerinin toplama işlemi gerektiren sorulara % 53 oranında doğru cevap verdiği görülürken, % 40 oranında yanlış cevap verdikleri görülmektedir. Bu öğrencilerin % 7'si ise sorulara herhangi bir cevap verememiştir. Çıkartma işlemi gerektiren sorulara ise 1. sınıf öğrencileri % 41 oranında doğru cevap verirken, % 52 oranında yanlış cevap vermişlerdir. Yine bu öğrencilerin % 7'si sorulara herhangi bir cevap vermemiştir. Bu bulgulara göre 1. sınıf öğrencilerinin toplama işlemine göre çıkartma işleminde daha çok zorluk yaşadığı söylenebilir.

Tablo 4.1. 1., 2. ve 3. sınıf seviyesindeki öğrencilerinin toplama ve çıkarma işlemi gerektiren soru türlerindeki doğru, yanlış ve boş ortalamaları

		Toplama		**Çıkartma**	
		f	**%**	**f**	**%**
1.sınıf	D	108	53	84	41
	Y	80	40	105	52
	B	15	7	14	7
	TOPLAM	203	100	203	100
2.sınıf	D	129	85	107	71
	Y	20	13	43	28
	B	3	2	2	1
	TOPLAM	152	100	152	100
3.sınıf	D	88	78	72	64
	Y	20	18	36	32
	B	5	4	5	4
	TOPLAM	113	100	113	100

Araştırma bulgularına bakıldığı zaman 2. sınıf öğrencileri toplama işlemi gerektiren sorulara % 85 oranında doğru cevap verirken, % 13 oranında yanlış cevap vermişlerdir. 2. sınıf öğrencilerinin % 2'si ise bu sorulara herhangi bir cevap vermemiştir. Çıkartma işlemi gerektiren soruların % 71'i doğru olarak cevaplanırken, soruların % 28'i 2. sınıf öğrencileri tarafından yanlış olarak cevaplanmıştır, öğrencilerin % 1'i ise bu sorulara hiç cevap vermemiştir. Bu sonuçlardan hareketle 2. sınıf öğrencilerinin çıkartma işlemi gerektiren soru türlerinde daha çok zorluk yaşadığı söylenebilir.

3.sınıf öğrencilerinin yarısından fazlası (% 78) toplama işlemi gerektiren soruları doğru olarak cevaplarken, % 18'i yanlış olarak cevaplamıştır. Öğrencilerin % 4'ü bu soruları boş bırakmıştır. Çıkartma işlemi gerektiren soru türlerini ise 3. sınıf öğrencilerinin % 64'ü doğru olarak cevaplarken, % 32'si yanlış olarak cevaplamıştır, bu öğrencilerin % 4'ü sorulara herhangi bir cevap vermemiştir. Bu oranlara göre 3. sınıf öğrencilerinin çıkartma işlemi gerektiren soru türlerinde daha çok zorlandıkları söylenebilir.

Araştırma sonuçlarına göre 1., 2. ve 3. sınıf öğrencilerinin toplama işlemine göre çıkartma işlemi gerektiren soru türlerinde daha çok zorluk yaşadığı söylenebilir.

Araştırma bulgularını okulların başarı durumlarına göre ayrı ayrı ele alacak olursak, Tablo 4.2'de de görüldüğü gibi en başarılı ve en başarısız okulda eğitim gören 1., 2. ve 3. sınıf seviyesindeki çocukların doğru, yanlış ve boş ortalamaları arasında anlamlı bir farklılık söz konusu değildir. Tüm sınıf seviyelerinde ki öğrencilerin toplama işlemine göre çıkartma işleminde daha çok zorluk yaşadıkları söylenebilir.

Tablo 4.2. En başarılı ve en başarısız okulda eğitim gören 1., 2. ve 3. sınıf öğrencilerinin toplama ve çıkarma işlemi gerektiren soru türlerindeki doğru, yanlış ve boş ortalamaları.

En Başarılı Okul		**Toplama** f	**Toplama** %	**Çıkarma** f	**Çıkarma** %
1.sınıf	D	104	62	84	50
	Y	56	34	77	46
	B	7	4	6	4
	TOPLAM	167	100	167	100
2.sınıf	D	112	87	101	78
	Y	16	12	28	22
	B	1	1	0	0
	TOPLAM	129	100	129	100
3.sınıf	D	72	88	61	75
	Y	8	10	20	24
	B	2	2	1	1
	TOPLAM	82	100	82	100
En Başarısız Okul		**Toplama** f	**Toplama** %	**Çıkarma** f	**Çıkarma** %
1.sınıf	D	5	14	1	3
	Y	25	69	25	69
	B	6	17	10	28
	TOPLAM	36	100	36	100
2.sınıf	D	16	70	6	26
	Y	5	21	15	65
	B	2	9	2	9
	TOPLAM	23	100	23	100
3.sınıf	D	16	52	11	35
	Y	12	39	16	52
	B	3	9	4	13
	TOPLAM	31	100	31	100

Peki öğrenciler neden çıkartma işlemi gerektiren soru türlerinde toplama işlemine göre daha fazla zorluk yaşamaktadır?

Kamii'ye (2000; 66-67) göre toplama işlemi çocuklar için basittir. Onlar sayı kavramını yapılandırırken, toplama bu yapının bir parçasıdır, çünkü bütün sayılar, 1'in tekrar tekrar toplanmasıyla ortaya çıkmıştır. Örneğin, yedi 1+1+1+1+1+1+1 şeklinde yedi tane 1'in toplanmasıyla ortaya çıkmıştır. Yani toplama iki veya daha fazla bütünün birleştirildiği zihinsel bir eylemdir.

Carpenter ve Moser (1982) ile İbarra ve Lindvall (1982) yapmış oldukları çalışmalarda, daha önce okulda hiç matematik eğitimi almamış anaokulu ve 1. sınıf seviyesindeki çocukların aşağıdaki toplama işlemine doğru cevap verebildiklerini ifade etmişlerdir.

*Wally 8 kuruşa sahiptir, Babası ona 8 kuruş daha verdi. Wally'nin tüm parası ne kadar oldu? (*Carpenter & Moser, 1979; 18)

Hem Carpenter ve Moser (1982) hem de İbarra ve Lindvall (1982) yapmış oldukları çalışmalarda 5 ve 6 yaşındaki çocukların nasıl hiç eğitim almadan bu tür problemleri çözebildiklerini, Piaget'nin yapılandırmacı yaklaşımıyla açıklamışlardır. Bizim atalarımızda günlük hayatlarında karşılaştıkları problemleri (koyunların, bitki tohumlarının sayısının bulunması gibi) pratik olarak çözmek için aritmetiği üretmişlerdir. Bunlara dayanarak çocuklarında aynı şekilde günlük hayatlarında aritmetiği üretmeleri beklenebilir ve bu aritmetik mantığının bir gerçeğidir. Çocuklar toplam şeker sayılarını hesaplayabilir, üzerine şeker koydukları zaman şeker sayılarının arttığını fark edebilirler, aynı şekilde şekerleri alındığı zaman, şeker sayısında bir eksilme olduğu fark edip ağlayabilirler ve çatal ve kaşıkları birbiriyle eşleştirebilirler.

1. sınıf seviyesindeki küçük çocuklarda toplama işlemi yapma davranışı iki şekilde ortaya çıkmaktadır. Bunlardan birincisi üzerine saymadır (counting-on). Üzerine saymada, çocuk 3 ve 5'i toplar. Örneğin 3'den başlayarak sayar *dört, beş, altı, yedi, sekiz*. İkincisi bütünü saymadır (counting-all). Bütünü saymada ise aksine çocuk ilk önce 3 parmağını açar, sonrada diğer eliyle 5 parmağını açar ve açtığı bütün parmaklarını birden başlayarak sayar: *bir, iki, üç, dört, beş, altı, yedi, sekiz*. Çocuk üç parmağını açtığı zaman, 3 bir bütün oluşturur. Diğer 5 parmağını da açtığı zaman başka bir bütün daha oluşur. İki bütün hakkında aynı anda düşünmek onlar için zordur. 3 ve 5'i ayrı ayrı zihinlerinde yapılandıramazlar ve çeşitli hatalar yaparlar. Bu yüzden çocuklar daha büyük ve daha küçük olan bu iki bütünü 1+1+1+1+1+1+1+1 şeklinde homojenleştirirler. Onlar orijinal bütünü ortadan kaldırarak, aşamalı düşüncenin zorluğunu yenmeye çalışırlar.

Eğitimciler için toplama sadece bir yetenektir (yüzme, yazma gibi). Ancak toplama devinişsel yeteneklerden ziyade zihinsel eylem gerektirdiği için, üzerine sayma işleminin davranışsal hedefi çocukların düşünme tarzına aykırıdır. Çocukların ihtiyaçları büyüdüğü zaman onlar bütünü saymada zorlanacak ve dış baskılardan ayrı olarak üzerine saymayı kullanmaya başlayacaklardır.

Birinci sınıf ders kitaplarında çıkartma toplamadan sonra sunulur. Çünkü birçok kitap yazarına göre çıkartma sadece toplamanın tersidir. Piaget'in teorisine göre çıkartma toplamadan çok daha zordur. Kamii'ye (2000; 86) göre toplama kolaydır, çünkü Şekil 1.a da görüldüğü gibi toplamada sadece iki sayıdan bir bütün oluşturma söz konusudur. İşlem öncesi dönemde bu bütünü oluşturma çıkartmaya göre nispeten daha kolaydır (İnhelder & Piaget, 1980). Çünkü çıkartma da hem bütünden (9) parçaya (bilinmeyen sayıya) doğru bir *azalış,* hem de parçadan (5) bütüne (9) doğru bir *yükseliş* söz konusudur. Parça ile bütün arasındaki ilişkiyi anlamak çocuklar için çok zordur. Bu zorluk zamanla dile de yansır.

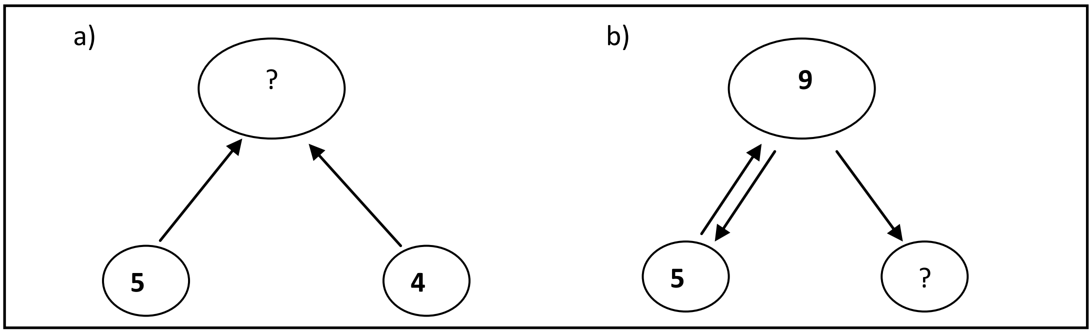
-Ben 5 ile 9 arasındaki uzaklığı aldım.

-Ben 9'dan 5'i çıkarttım.

-Ben 9 ile 5'i çıkarttım.

-9 eksi 5 4'dür

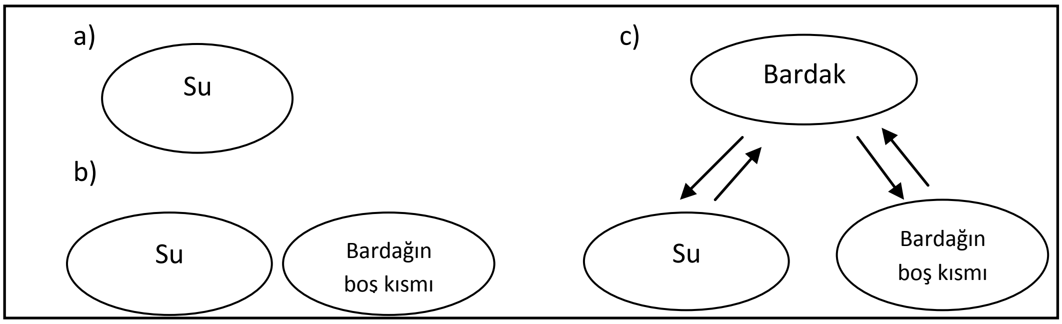
-9'dan 5 çıkarsa 4'e eşittir.



Şekil 4.1. Toplama ve çıkartma arasındaki fark

Genellikle 1. ve 2. sınıf seviyelerinde gözlenen bir başka olgu ise, çıkartmanın küçük çocukların doğalarına ne kadar aykırı olduğudur. Toplama ve çıkartma problemleri çocuklara sunulduğu zaman çocuklar genellikle çıkartma yerine toplama (5 – 4 = 9) yaparlar ama toplama yerine çıkartma (5 + 4 = 1) yapmazlar.

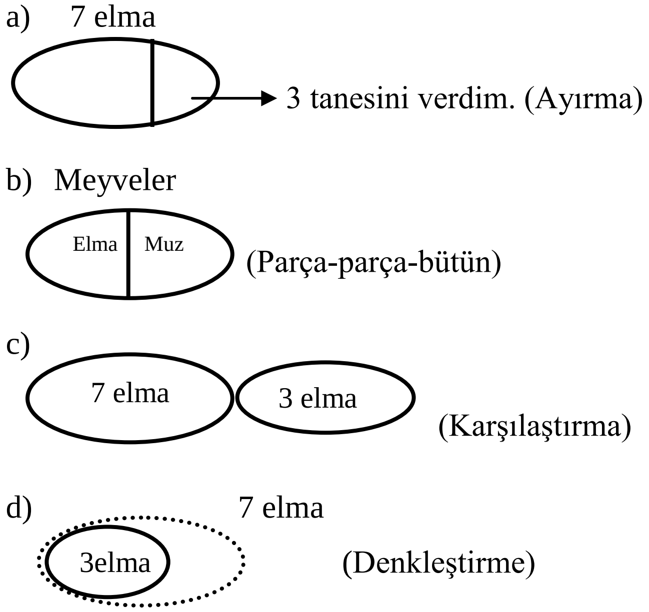
Piaget (1980), işlem öncesi dönemde çocukların pozitif şeyleri daha çabuk algılayıp kavradıklarını ifade etmiştir. Örneğin, biz çocuklara 4 ve 10 adet pilden oluşan iki blok gösterip bunlardan *hangisi daha fazladır*? diye bir soru yönelttiğimizde biz muhtemelen doğru cevap alırız. Ama eğer *hangisi daha azdır?* diye sorduğumuzda çocuklara bu soru karışık görünür ve cevap veremeyebilirler. *Daha* pozitif bir terimdir ve *az* kavramından daha çok anlaşılabilirdir. *Az* zordur çünkü negatif ilişkiyi ifade eder. Çocuklar, negatif kavramları ancak somut nesnelerle anlayabilirler. Örneğin, su somuttur ancak bardağın boş kısmı somut değildir, çocuklar bu kısmı göremezler. Bardağın bir kısmının boş olduğu durumda parça-bütün ilişkisinin anlatılması, bardağın tamamının dolu (bütün) olduğunu anlatmaktan çok daha zordur. Bu parça bütün ilişkisi Şekil 4.1b'de ve Şekil 4.2c'de görebiliriz.



Şekil 4.2. Parça- bütünde negatif ve pozitif ilişkisi

Araştırmalar gösteriyor ki anasınıfında okuyan ve 1. sınıf seviyesindeki çocukların yaklaşık olarak yarısı formel eğitimle çıkartma problemlerini çözebilir. Çocukların çıkartma problemlerini çözebilmesi için çıkartma işlemini bilme zorunlulukları yoktur. Onlar her durumda toplama işlemini kullanmaya daha çok eğilimlidirler. Gibb (1956) 3. ve 4. sınıf seviyesindeki çocukların *denklik* sorularının cevaplarında benzer şekilde toplama işlemini kullandıklarını ifade etmiştir. Carpenter ve Moser (1982), aynı şekilde çocukların *Kathy'in 12 kalemi olabilmesi için daha kaç kaleme ihtiyacı vardır?* şeklinde ki sorularda daha çok toplama işlemi yapma eğiliminde olduklarını bulmuştur.

Çocukların bakış açısıyla baktığımızda toplama problemleri birbirinin aynıdır ve amaç kayıp toplananı bulmaktır. Fakat Şekil 4.3'de görüldüğü gibi çıkartma problemlerindeki parça-bütün ilişkisi farklı şekillerde olabilir. *Ayırma* yapılırken bütünden bir parça alınır (Şekil 4.3.a). *Parça-parça-bütünde* bir parça alınmaz fakat iki parçadan bir bütün oluşturulur (Şekil 4.3.b). *Karşılaştırma* daha zordur, çünkü iki bütün içerir (Şekil 4.3.c) ve çocuk daha büyük olan bütün ile daha küçük olan bütünü karşılaştırır ve zihinsel olarak iki bütünün dışında büyük sayıyı bütün ve küçük sayıyı da parça olarak kabul eder ve bir parça-bütün oluşturur. Aksine *denkleştirme* de bir bütün ile başlar ve daha büyük olan bütünün genişlemesini gerektirir (Şekil 4.3.d).



Şekil 4.3. Çıkartma problemlerinde parça-bütün ilişkisi

Kamii (2000) bu parça-bütün ilişkisinin çocuklarda mantıksal gelişimini araştırmıştır. İsviçre'deki bir okulda 1-5. sınıf seviyesinde 183 çocuğa 4 problem türünün üç tanesiyle ilgili sorular yöneltilmiştir (Parça-parça-bütün problemlerine yer verilmemiştir) ve çalışma sonunda üç problemden en kolay olanının ayırma problemleri olduğu sonucuna ulaşmıştır. Kamii'nin çalışmasında 1. sınıftaki çocukların % 52'si, 2. sınıfta okuyan çocukların tamamı bu soruya doğru cevap vermiştir. Çocukların çözmekte en çok zorlandığı problem türü ise karşılaştırma problemleri olmuştur ve 1. sınıfların sadece %10'u bu soruyu doğru olarak cevaplayabilmiştir, 2. sınıfların yarısı ve 3.sınıfların % 20'si bu soruda zorluk yaşamaya devam etmiştir. Öğrencilere bu soruda daha büyük olan bütünle daha küçük olan bütünü zihinlerinde karşılaştırıp, iki bütünden bir parça-bütün yapmak zorundaydılar.

Kamii bu çalışmasında denkleştirme problemlerinin ise karşılaştırma problemlerinden daha kolay olduğunu bulmuştur, bunun sebebi ise sadece bir bütünü içermesidir. 1. sınıfların yarısına yakını (% 46) bu soruya doğru cevap vermiştir. Ama yinede geriye kalan % 44 lük kısım parça-bütün ilişkisi kurmanın zorluğunu yaşamıştır. Bu çalışmalardan da anlaşılacağı üzere çocuklar işlem öncesi dönemde mantıksal gelişimlerine bağlı olarak sözel problemleri çözebilirler, eğer mantıksal seviyeleri yüksek ise sözel problemleri anlayabilirler, mantıksal seviyeleri düşük ise büyük oranda zorluk yaşarlar (Kamii, 2000; 94)

Sonuç olarak küçük çocuklar için çıkartma ile toplama benzer değildir. İnsanlar genellikle çıkartma işleminde daha çok hata yaptıkları ve zorlandıkları için toplama işlemi yaparak işlemi kontrol ederler ancak toplama işleminin doğruluğunu kontrol etmek için çıkartma yapmazlar çünkü gerek görmezler (Peterson, 2003). Toplamada sayma ileriye doğrudur. Bir sayıdan başlar buna ekleyerek birer birer sayarsın. Ancak çıkartma şaşırtıcıdır. Büyük sayıdan başlar geriye doğru sayarsın. Bunu yapmak için çocuklar ya geriye doğru saymak zorundadır ya da daha az sayıda veya uzaktan bir şey alma kavramına karşı sezgisel olarak saymak zorundadır.

Bu araştırmada elde edilen bulgular bu çalışmalardan elde edilen sonuçlarla paralellik göstermektedir.

4.1.2. Çarpma- Bölme İşlemi Konusunda Yaşanan Güçlükler

Milli Eğitim Müfredatına göre 1. sınıfların ders konularında çarpma ve bölme işlemlerine ait kazanımlar yer almadığı için 1. sınıflar bu aşamaya dahil edilmemiştir. Bölme ve çarpma problemlerinin çözümüne dair yapılan çalışmalar azdır, çünkü matematik eğitimcileri bu konu hakkında halen geleneksel düşünce yapılarına sahiptirler ve çarpma ve bölme ile ilgili hatalar kısıtlı olduğunu düşündükleri için üzerinde çok fazla durmamışlardır.

Tablo 4.3 incelendiği zaman 2. sınıf öğrencilerinin çarpma işlemi gerektiren soru türlerine % 74 oranında doğru cevap verdiği, bölme işlemi gerektiren soru türlerine ise % 69 oranında doğru cevap verdikleri görülmektedir.

3.sınıf öğrencileri ise çarpma işlemi gerektiren soru türlerine % 62 oranında doğru cevap verdikleri görülürken, bölme işlemi gerektiren soru türlerine % 66 oranında doğru cevap vermişlerdir. Bu sonuçlara göre 2. sınıf seviyesindeki çocuklar en çok bölme işleminde zorlanırken, 3. sınıflar çarpma işlemi gerektiren soru türlerinde zorluk yaşamışlardır.

Tablo 4.3. 2. ve 3. sınıfların çarpma ve bölme işlemi gerektiren soru türlerindeki doğru, yanlış ve boş ortalamaları

		Çarpma		**Bölme**	
		f	**%**	**f**	**%**
2.sınıf	D	112	74	105	69
	Y	39	25	46	30
	B	1	1	1	1
	TOPLAM	152	100	152	100
3.sınıf	D	70	62	75	66
	Y	38	34	35	31
	B	5	4	3	3
	TOPLAM	113	100	113	100

Bulgular okullara göre ele alınacak olursa en başarılı okulda eğitim gören 2. sınıfların çarpma işlemi gerektiren soru türlerine % 81, bölme işlemi gerektiren soru türlerine ise % 80 oranında doğru cevap verdikleri görülmektedir. En başarısız okulda eğitim gören 2. sınıfların ise çarpma işlemi gerektiren soru türlerine % 35, bölme işlemi gerektiren soru türlerine ise % 4 oranında doğru cevap verdikleri görülmektedir. En başarılı okulda eğitim gören 2. sınıfların çarpma ve bölme işleminde yaşadıkları zorluklar konusunda çok belirgin bir fark görülmese de, en başarısız okulda eğitim gören 2. sınıfların çarpma işlemine göre bölme işleminde büyük oranda zorluk yaşadıkları görülmektedir.

Aynı şekilde en başarılı okulda eğitim gören 3. sınıflar çarpma işlemi gerektiren soru türlerine % 68 oranında doğru cevap verirken, bölme işlemi gerektiren soru türlerine % 76 oranında doğru cevap verdikleri görülmektedir. En başarısız okulda eğitim gören 3. sınıfların % 49'u çarpma işlemi gerektiren soru türlerine doğru cevap verirken, bölme işlemi gerektiren soru türlerine % 39 oranında doğru cevap vermişlerdir. En başarılı okulda eğitim gören 3. sınıflar çarpma işleminde daha çok zorlanırken, en başarısız okulda eğitim gören 3. sınıfların bölme işleminde daha çok zorluk yaşadığı görülmektedir (Tablo 4.4'e bakın)

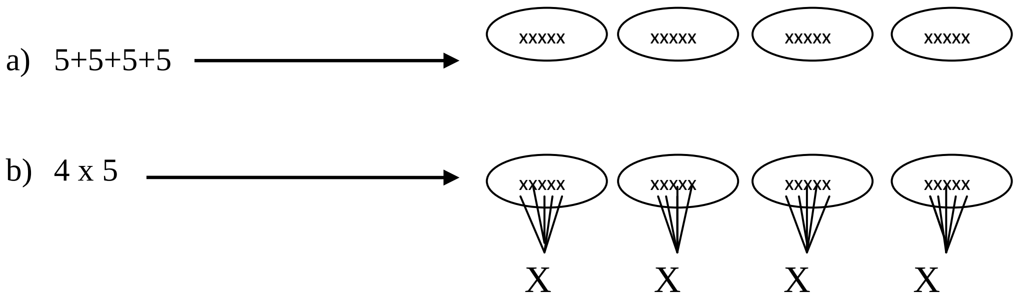
Tablo 4.4. En başarılı ve en başarısız okulda eğitim gören 2. ve 3. sınıf seviyesinde olan çocukların çarpma ve bölme işlemi gerektiren soru türlerindeki doğru, yanlış ve boş ortalamaları

En Başarılı Okul		**Çarpma** f	**%**	**Bölme** f	**%**
2.sınıf	D	104	81	103	80
	Y	25	19	26	20
	B	0	0	0	0
	TOPLAM	129	100	129	100
3.sınıf	D	56	68	62	76
	Y	24	29	19	23
	B	2	3	1	1
	TOPLAM	82	100	82	100
En Başarısız Okul		**Çarpma** f	**%**	**Bölme** f	**%**
2.sınıf	D	8	35	1	4
	Y	14	61	21	92
	B	1	4	1	4
	TOPLAM	23	100	23	100
3.sınıf	D	15	49	12	39
	Y	14	45	17	55
	B	2	6	2	6
	TOPLAM	31	100	31	100

Çoğu matematik eğitimcisi için çarpma, tekrar tekrar toplama yapmanın sadece daha hızlı bir yoludur. Piaget (1987), Steffe (1992) ve Clark ve Kamii (1996) gibi araştırmacılar için çarpma, Şekil 4.4'de de görüldüğü gibi çeşitli aşamalı düşünceler içerir. Tekrar tekrar toplamanın yapıldığı problemler, 5+5+5+5 olduğu gibi basit yapılardan oluşur. Çünkü soyutlama düzeyinde sadece bir sayı içerir. Fakat 4x5 gibi çarpma problemlerinde aşamalı bir yapı söz konusudur. 4x5, 4 tane 5'i ifade eder. Bu soruyu doğru bir şekilde çözebilmek için çocuklar zihinlerinde bu yapıyı kurmak zorundadır.

Clark ve Kamii (1996), 1-5 sınıf seviyesinde 336 öğrenciyle yapmış oldukları görüşmelerde, 1. ve 2. sınıf seviyesindeki çocukların sadece % 1.7 ve % 9.2'sinin Şekil.4b'de görülen yapıyı tercih ettiklerini ve soruları hızlı bir şekilde çözdüklerini ifade etmişlerdir.

Şekil 4.4a'daki yapıyı tercih edenlerin ise soruları hızlı bir şekilde çözemediklerini ancak % 17.2 ile % 35.4 oranında bir başarı gösterdiklerini tespit etmişlerdir. Öğrencilerin çoğunun Şekil.4a'daki yapıyı kullandıkları ve daha başarılı oldukları görülmektedir.



Şekil 4.4. Toplama ve çarpma arasında ki yapı farklılığı

Carpenter ve arkadaşları (1993), 70 anaokulu öğrencisi üzerinde yapmış oldukları araştırma sonucunda, Piaget'in yapılandırmacı yaklaşımında olduğu gibi, çocukların kendi kendilerine problemlerin çözüm yollarına ulaşabileceklerini ifade etmişlerdir. Çünkü, her problem birçok değişik yoldan çözülebilir, bu yüzden öğretmenlerinin çocuklara problemleri nasıl çözebileceklerini göstermelerine gerek yoktur. Carpenter ve arkadaşları 70 anaokulu öğrencisine çıkartma, çarpma ve bölme türlerinde 9 soru yöneltilmiştir. Çarpma ve bölme problemlerinin üç tanesi aşağıda sunulmuştur:

- *Çarpma: Robin 3 paket sakıza sahiptir. Her pakette 6 tane sakız vardır. Robin'in bütün sakızları kaç tanedir?*
- *Grup sayısı bilinmeyen: Tad'in 15 tane balığı vardır. Her kavanoza 3 tane balık koyarsa, Tad'in kaç kavanoza ihtiyacı vardır?*
- *Grup büyüklüğü bilinmeyen: Mr. Gomez 20 tane top keke sahiptir. Top kekleri 4 kutuya yerleştirmiştir. Her kutuda kaç top kek vardır?* (Carpenter vd., 1993; 434).

Çocuklar bu sorulara sırasıyla % 71, % 71, % 70 oranlarında doğru cevap vermişlerdir. Çarpma problemlerini çözerken çocuklar genellikle toplama işlemini kullanmışlardır. İkinci soruyu çözerken nesneleri 3'er 3'er ayırmışlardır ve grupların sayısını hesaplamışlardır. Grup büyüklüğünün bilinmediği durumlarda, soruyu genellikle iki yolla çözmüşlerdir. 4 grup yapıp her birinin içine birer birer koyarak 20 sayısını ayarlamaya çalışmışlardır. Öğrencilerin bazıları 4 grup yapıp, her grupta deneme yanılma yoluyla hesaplamaya çalışmışlardır, bu da çocukların hata yapmasına neden olmuştur.

Toplama ve çıkartmada hedeflerin sıralanması basittir, Çünkü çocuklar bisküvinin üzerine bisküvi ekleyebilir veya aynı şekilde bisküvinin üzerinden bisküvi çıkartabilir. Çarpma ve bölmede ise durum biraz farklıdır ve bazı niteliksel ve niceliksel faktörler soruyu daha kolay ve daha zor yapabilir.

İlk başlarda çarpma işlemi kolaydır. Özellikle toplama işlemi kullanılarak çarpma işlemi gerektiren sorular rahatlıkla çözülebilir: Örneğin, *Benim evimde 3 insan yaşıyor. Benim evimde kaç ayak vardır?* gibi. Ancak doğrusunu söylemek gerekirse bölme işleminde mantık-matematik ilişkisini kurmak için ekstra güç gerekir. *Örneğin 9 bisküviyi 3 çocuk arasında bölmemiz gerekiyor, bunu nasıl yapabiliriz?* sorusunu bazı çocuklar anlamazlar, bunun için 9 tane bisküvi, 3 tane de çocuk çizmek gerekir. Çocuklar bu şekilleri nasıl çizecekleri konusunda bir fikre sahip olmayabilirler ve yardım talep edebilirler.

Kamii'ye (2000) göre çocukların bölme problemlerinde niçin daha çok zorluk yaşadıklarının nedenlerine aşağıda yer verilmiştir:

Cody dışarıya baktı ve 8 ayak gördü. Dışarıda kaç insan vardır? Bir kaç çocuk 8 tane çubuk ve 8 insan çizerek, 8 cevabını verdi. Bir çocuk sordu: İnsanlardan biri olarak Cody'i hesaplayacak mıyız? İnsanlar ve ayaklar hakkında ki sorular zor görülmektedir, çünkü ayaklar insanların bir parçasıdır. Diğer taraftan zorluğun sebebi, Cody ve dışarıda ki insanlar, insanların tamamını oluşturmaktadır. Bu soruda Cody'nin ayakları 8'in içine dahil midir? sorusuda çok açık değildir. Biz bu yüzden 8 kekin 4 çocuk arasında bölündüğü sorularını değiştirdik. Çünkü öğrenciler 4 insan çizip, her insana iki kek verebilir (Kamii, 2000).

Sayıların büyüklüğü soruyu daha zor yapabilir, ancak sayıların büyük olmasının veya diğer sebeplerin soruyu zorlaştırmasının öğretmenler için bir önemi yoktur. Örneğin*, Bir sınıfta 19 çocuk bulunmaktadır. Biz gruplar halinde alışveriş merkezine gideceğiz. Her grupta 4 çocuk olması gerektiğine göre, bizim kaç grup olmamız gerekir?- Tüm gruplar aynı sayı da mı olacak?*

Kamii (2000) yapmış olduğu çalışmasında bir çocuğun 19 tane sopa şeklini bir kağıdın köşesine çizmek için çok çaba harcadığını; fakat bir tarafa 17 tane, diğer tarafa ise 2 taneyi sığdırabildiğini ifade etmiştir. Çünkü o, 19 tanesini de bir tarafta çizmek istiyordu, bunu yapmak içinde defalarca silip, çizmek zorunda kaldı. Daha sonra her 4 çubuğu daire içine aldı ve bu karışıklıktan dolayı diğer taraftaki 2 çubuğu hesaplamayı unuttu. Aksine bir başka çocuk ise her grupta 4 çocuk olacak şekilde 4 grup oluşturdu ve geriye kalan 3 çubuğu da 3 grup halinde düşünüp 7 cevabını verdi. Çocuklar için 62 gibi büyük sayıları 5'e bölmek 4'e bölmekten daha kolaydır. 2'şer, 5'er ve 10'ar hesaplamalar her zaman 3'er ve 4'er hesaplamalardan kolaydır. Candy'nin 5 çantası vardır ve her çantasında 5 tane kalemi vardır ifadesi çoğu zaman Candy'nin 6 çantası vardır ve her çantasında 4 kitabı vardır, ifadesinden daha kolaydır.

Tüm bu araştırmalardan anlaşılacağı üzere çocuklar çarpma ve bölme problemlerinin çözümünde toplama işlemini genellikle kullanmaktadır. Çocuklar çarpma ve bölme problemlerinde toplamayı tercih ettiklerinden beri sözel problemlerin çözümünü daha kolay ve zevkli bulmaya başlamıştır. Bölme işlemini çözmek çocuklar için daha yorucudur.

4.2. II. AŞAMA: İlköğretim 1., 2. ve 3. Sınıf Öğrencilerinin Matematikte Dört İşlem Konusunda Yaşadığı Güçlüklerin Nedenlerine İlişkin Bulgular

Bu bölümde klinik görüşme sürecinde elde edilen bulgulara dayanarak her bir sorunun çözümünde yaşanan güçlükler ayrıntılı olarak incelenmiştir. Bu kısımda birinci aşamada en çok hata ve boş sayısına sahip 108 öğrenci ile karşılıklı görüşmeler yapılıp, sorular sesli bir şekilde tekrar çözdürülmüştür. Öğrencilerin *Birinci soruyu sesli bir şekilde okuyabilir misin?* veya *Ne anladığını bana anlatabilir misin?* sorularına vermiş oldukları cevaplar kamera ile ve araştırmacı tarafından tutulan notlarla kayıt altına alınmıştır. Gerekli görüldüğü durumlarda öğrencinin soruyu yeniden okuması sağlanmıştır. Çocuklara bir çalışma kağıdı ve bir kalem sağlanmış ve onlara eğer isterlerse soruların çözümünde parmaklarını kullanabilecekleri söylenmiştir. Sözel problemlerde kullanılan sayılar çocukların seviyesine uygun olarak seçilmiş ve sözel problemlerde geçen kelimeler çocukların her durumda anlayabileceği ifadelerden oluşturulmuştur. Çocukların bu sorulara verdiği cevaplarda çeşitli hatalar tespit edilmiştir. Bu hataların türlerine ve nedenlerine ilişkin bulgulara aşağıda yer verilmiştir.

4.2.1. Toplama ve Çıkarma İşlemi Gerektiren Soru Türlerinde Yaşanan Zorluklara İlişkin Bulgular

Toplama ve çıkarma kavramlarının öğretimi farklı süreçler içermektedir. Bu süreçler şu şekilde sıralanabilir: 1. sınıflarda toplama ve çıkarma kavramlarını anlama ve küçük sayılar içeren toplama ve çıkarma problemlerini çözme, 2. sınıflarda çok basamaklı sayılarla toplama ve çıkarma problemlerini çözme, 3. sınıflarda sembolik toplama ve çıkarma işlemlerine geçiş ve özellikle çok basamaklı sayılar içeren problemleri çözme (Bingölbali & Özmantar, 2009; MEB, 2005).

Toplama ve çıkarma kavramları konusunda öğrenci güçlüklerini ve çözüm önerilerini konu alan bu bölüm yukarıda bahsedilen süreçler göz önünde bulundurularak hazırlanmıştır. Bu doğrultuda toplama ve çıkarma problemleri ile farklı sınıf seviyeleri ayrı başlıklar altında ele alınmıştır. Daha sonra çocukların toplama ve çıkarma problem türlerinde karşılaştıkları güçlüklere, kavram yanılgılarına ve yapmış oldukları hatalara yer verilmiştir.

4.2.1.1 Toplama İşlemi Gerektiren Soru Türlerinde Yaşanan Zorluklara İlişkin Bulgular

- **İlköğretim 1. Sınıfların Toplama İşlemi Gerektiren Soru Türlerinde Yaşadığı Zorluklara İlişkin Bulgular**

İlköğretim 1. sınıfların beş tane toplama işlemi gerektiren sorusu vardır. Bu soruların soru numaraları ve cevapları Tablo 4.5'de gösterilmiştir.

Tablo 4.5. İlköğretim 1. sınıfların toplama işlemi gerektiren soruları ve cevapları

Soru	Problem	İşlem Türü	Cevap
1.	Bir grup çocuk saklambaç oynamaktadır. Saklambaç oynayan çocukların 5 tanesi oyundan çıktığında geriye 13 kişi kalmıştır. Oyunun başındayken kaç çocuk vardı?	Toplama	? – 5 = 13 13 + 5 = 18
3.	Ayşe'nin 13 tane tokası vardır. Ayşe'nin tokaları 8 tane artınca kaç tane olur?	Toplama	13 + 8 = ? 13 + 8 = 21
5.	Tuba'nın bir miktar parası vardır. Tuba'nın parasının 13 lira eksiği Ali'nin parasına eşittir. Ali'nin 10 lirası olduğuna göre Tuba'nın kaç lirası vardır?	Toplama	? – 13 = 10 10 + 13 = 23
8.	Bir kitabın 11 sayfasını okuduğumda geriye 17 sayfası kalıyor, okuduğum kitap kaç sayfadır?	Toplama	? – 11 = 17 17 + 11 = 28
10.	Hasan'ın 14 bilyesi vardı, babası bugün 18 bilye daha aldı. Hasan'ın kaç bilyesi oldu?	Toplama	14 + 18 = ? 14 + 18 = 32

Öğrencilerin bu sorulara vermiş olduğu cevaplar doğru, yanlış ve boş olma durumlarına göre gruplanmış ve Tablo 4.6'da sunulmuştur.

Tablo 4.6'da görüldüğü gibi 1. sınıf öğrencilerinin % 41'i toplama işlemi gerektiren sorulara doğru cevap verirken, % 56'sı hatalı cevap bildirmiştir. Öğrencilerin % 3'ü sorulara herhangi bir cevap vermemiştir. 5. ve 8. sorular öğrencilerin en çok hata yaptığı (% 61) sorular olmuştur. 3. soru en fazla doğru oranına (% 59) sahip soru olmasına rağmen, bu soruda bile öğrencilerin % 41'i zorluk yaşamıştır.

Tablo 4.6. İlköğretim 1. sınıf öğrencilerinin toplama işlemi gerektiren soru türlerindeki doğru, yanlış ve boş oranları

	Soru 1		Soru 3		Soru 5		Soru 8		Soru 10		Toplam (Ortalama)	
	f	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**
Doğru	15	42	21	59	13	36	12	33	14	39	15	41
Yanlış	21	58	14	38	22	61	22	61	19	53	20	56
Boş	0	0	1	3	1	3	2	6	3	8	1	3

Tablo 4.7'de 1. sınıf öğrencilerinin toplama işlemi gerektiren sorulara vermiş olduğu cevaplara ve varsa hata kodlarına yer verilmiştir.

Tablo 4.7. İlköğretim 1. sınıf öğrencilerinin toplama işlemi gerektiren sorulara verdiği cevaplar

Öğrencinin Kodu	Öğrencinin Verdiği Cevap 1.	3.	5.	8.	10.	Hata Kodu	Öğrencinin Kodu	Öğrencinin Verdiği Cevap 1.	3.	5.	8.	10	Hata Kodu
A1	13 -5 8	25 +8 32	13 −10 3	17 - 11 6	18 + 14 33	M3, M1	A19	13 -5 8	25 -8 17	13 −10 3	11 -17 16	14 -18 10	M3
A2	13 -5 8	25 -8 17	13 −10 3			M3	A20	13 +5 18	25 +8 33	13 −10 3	17 +11 28	18 +14 32	M3
A3	5 -13 14	25 +8 34	13 +10 23	17 +11 20	18 + 14 4	M3, M1	A21	13 +5 18	25 - 8 13	13 +10 23	17 - 11 7	18 +14 32	M3
A4	5 -13 8	25 -8 17	13 +10 23	17 - 11 7	18 + 14 30	M3, M1,	A22	13 -5 8	25 +8 33	13 +10 23	17 +11 28	18 +14 22	M3,M1
A5	13 -5 · 5	25 +8 33	13 -5 7	17 +11 26	18 + 14 30	M3, M1	A23	13 -5 8	25 +8 34	13 −10 13	17 - 11 6	18 +14 212	M3, M1
A6	13 +5 18	25 +8 33	13 +10 23	17 +11 28	18 +14 32		A24	13 +5 18	25 +8 33	13 −10 3	17 +11 28	18 +14 32	M3
A7	13 +5 18	25 +8 33	13 +10 23	17 +11 21	18 +14 31	M2	A25	5 13 + 21	25 +8 28	13 −10 10	11 + 17 16	18 +14 22	M1, M3
A8	13 +5 18	25 +8 33	13 +10 23	17 +11 28	18 +14 32		A26	13 +5 18	25 +8 33	13 +10 23	17 +11 28	18 +14 32	
A9	13 -5 8	25 +8 33	13 −10 3	17 - 11 6	18 +14 32	M3	A27	13 +5 18	25 +8 33	13 +10 25	11 + 17 21	18 + 14 33	M1
A10	13 -5 8	25 -8 17	13 −10 3	17 - 11 6	18 +14 22	M3, M1	A28	13 +5 18	25 +8 33	13 +10 23	17 −11 5	18 +14 31	M3, M1
A11	5 13 + 19	25 +8 34	13 +10 23	17 +11 37	18 + 14 33	M1	A29	13 - 5 18	25 +8 33	13 −10 3	17 +11 28	18 +14 32	M3, M1
A12	13 +5 18	25 +8 33	13 + 10 26	17 +11 28	18 +14 32	M1	A30	13 +5 18	25 +8 33	13 −10 3	17 +11 28	18 +14 22	M3, M1
A13	13 +5 18	25 +8 33	13 −10 3	17 - 11 6	18 +14 32	M3	A31	13 -5 8	25 +8 33	13 −10 3	17 +11 38	18 - 14 4	M3, M1
A14	13 -5 8	25 +8 33	13 +10 23	17 +11 28	18 +14 32	M3	A32	13 +5 18	25 +8 33	13 −10 3	17 +11 28	18 +14 32	M3
A15	5 13 + 8	25 +8 33	13 +10 23	17 +11 18	18 +14 22	M1	A33	1		13	11	14	M4
A16	13 +5 18	25 +8 34	13 −10 3	17 +11 28	18 +14 32	M1, M3	A34	13 +5 18	25 -8 17	13 −10 3	17 +11 27	18 +14 28	M3, M1
A17	13 -5 8	25 -8 17	13 −10 8	11 -17 28	18 +14 32	M3, M2	A35	15 +13 07	25 +8 33				M1
A18	13 -5 8	25 +8 33	13 +10 23	17 - 11 6	18 - 14 32	M3, M2	A36	5 -13 16	25 +8 34	13 + 10 18	11 +17 26		M3, M1

Öğrencilerin toplama işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu yanlış cevaplar hata türlerine göre gruplanmış ve Tablo 4.8'de gösterilmiştir.

Tablo 4.8. İlköğretim 1. sınıfların toplama işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu hatalı cevapların, hata türlerine göre sunulması

	Soru 1		Soru 3		Soru 5		Soru 8		Soru 10		Toplam (Ortalama)	
Hata Kodu	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**
M1	4	19	7	50	3	14	10	45	15	79	8	40
M2	0	0	0	0	0	0	1	5	1	5	0	0
M3	16	76	7	50	18	82	10	45	2	11	11	55
M4	1	5	0	0	1	4	1	5	1	5	1	5
Toplam	21	100	14	100	22	100	22	100	19	100	20	100

1.sınıf öğrencilerinin toplama işlemi gerektiren soru türlerinde en çok tekrar ettiği hata türü M3 türünde olmuştur. Bu öğrencilerin % 55'i hem işlem seçimini hem de sonucu hatalı bulurken (M3), % 40'ı işlem seçimini doğru yapmasına rağmen sonucu hatalı bulmuştur (M1). Öğrencilerin % 5'i ise herhangi bir işlem yapmadan hatalı cevap vermiştir (M4).

1. ve 5. sorularda öğrencilerin en çok tekrar ettiği hata sırasıyla M3 (% 76 - % 82) türünde olmuştur, 10. soruda öğrencilerin en çok tekrar ettiği hata ise M1 (% 79) türünde olmuştur. 3. ve 8. sorularda her iki hata türü de aynı oranda (% 45) tekrar edilmiştir.

Araştırma kapsamında yer alan 1. sınıf öğrencilerinin, toplama işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu hatalı cevaplara ilişkin örnekler aşağıda sunulmuştur:

İşlem tercihi doğru, sonucu hatalı olanlar (Hata Kodu: M1):

Örnek 1: (Soru, 1; Öğrenci kodu, A11)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

A11: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

A11: 5 ile 13'ü toplayacağız.

Y: Neden 5 ile 13'ü topluyoruz?

A11:Çocukların sayısını toplamalıyız.

Y:Sorudan ne anladığını bana anlatır mısın?

A11: 5 tane çocuk varmış, 13 tanesi oyundan çıkmış, diğer yerde kaç çocuk kalmış onu bulacağız.

Y:Çıkartma yapsak çocukların sayısını bulamaz mıyız?

A11: Hayır

Y:Neden?

A11: Çünkü toplama iyidir, çıkartma kötüdür. Çıkartma yapsaydık sonucu yanlış bulurduk.

Y: Peki sorunun neresinden anladın toplama yapacağını?

A11: Başından (Oyunun başındayken kaç çocuk vardı? ifadesini gösterir).

Y:Peki yapalım o zaman.

A11: 14, 16, 17, 18, 19.

Y:Peki sen böyle çözmesini kimden öğrendin?

A11: Babamdan. Babam bana dedi ki eksi olunca çıkartma yap, artı oldu mu da toplama yap dedi. Öğretmenimiz de böyle durumlarda çıkan ve farkı toplayın dedi

Örnek 2: (Soru, 8; Öğrenci kodu, A31)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

A31: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

A31: Toplayacağız.

Y:Neden?

A31: Çünkü 11 sayfasını okumuş, 17 sayfası kalmış.

Y: Çıkartma yapsak olmaz mı?

A31:Olmaz, Bize toplamını soruyor?

Y: Peki yapalım o zaman.

A31: 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38 Cevap 38 sayfa.

Y: Bu şekilde çözmeni kim sana öğretti?

A31: Öğretmenim dedi.

Örnek 3: (Soru, 10; Öğrenci kodu, A3)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

A3: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

A3: Toplayacağız.

Y:Neden topluyoruz, çıkartsak olmaz mı?

A3: Olmaz, çünkü burada toplama var.

Y: Nerde toplama var

A3: Başta 14 var eğer 18 başta olsaydı, çıkartma yapardık.

Y: Bu şekilde çözmesini kimden öğrendin?

A3.Abimden, abim 12 ile 18'i topladığımız zaman 4 kalır dedi.

Y:Peki çözelim o zaman

A3: 14, 15, 16, 17. 4 kaldı.

İşlem tercihinde yapılan hatalar:

1.sınıf öğrencilerinin % 19'u 1. soruda, % 50'si 3. soruda, % 14'ü 5. soruda, % 45'i 8. soruda, % 79'u da 10. soruda M1 türünde hata yaptıkları görülmektedir. 1. soruda M1 türünde hata yapan A11 kodlu öğrenci, sorudaki verilenleri tam olarak ifade edememesine rağmen, sorunun sonunda yer alan *oyunun başında kaç çocuk vardır?* ifadesinden yola çıkarak işlem tercihini doğru belirlemiştir. Toplamanın bu öğrenciye olumlu yönde, çıkartmanın da olumsuz yönde bir anlam ifade etmesi, öğrencinin toplama işlemini tercih etmesinde etkili olduğu söylenebilir. A31 kodlu öğrenci ise, 8. soruda yer alan verilenleri ve istenenleri *11 sayfasını okumuş, geriye 17 sayfası kalmış, bize kitabın toplamını soruyor* şeklinde ifade etmiştir. A3 kodlu öğrenci 10. sorudaki verilenleri ve istenenleri dikkate almak yerine, soruda yer alan sayıların büyüklük ve küçüklüğüne göre hangisinin daha önce, hangisinin daha sonra geldiğine yoğunlaşmıştır. Bu öğrencinin *Büyük sayı başta olursa çıkartma, küçük sayı başta olursa toplama yapılır* şeklinde bir kavram yanılgısına sahip olduğu söylenebilir. Öğrencinin bu şekilde bir mantık yürütmesinin nedeni 18'den 14'e doğru bir azalış olduğu için çıkartma, 14'den 18'e doğru bir yükseliş olduğu için toplama yapılır şeklinde düşünmesi de olabilir.

İşlem sırasında yapılan hatalar:

Öğrencilerin işlem sırasında yapmış olduğu hataların bazıları öğrencilerin dikkatsizliği sonucunda meydana gelir, bu tür hatalar sistematik değildir, süreklilik arz etmez. Öğrencinin o anki durumuna bağlı olarak gelişebilir. Bu nedenle de araştırmacılar bu tür hataların üzerinde durmayı gerekli görmemişlerdir (Burns, 2000; 9). A11 ve A31 kodlu öğrencilerin yapmış olduğu hatalar bu hata türüne örnek gösterilebilir. A11 kodlu öğrencinin, üzerine sayma işleminde (counting-on) 14'den sonra 15'i saymaması, A31 kodlu öğrencinin ise 20'li sayıları saymadan direk 30'lu sayılara geçmesi sonucun hatalı çıkmasına neden olmuştur. A3 kodlu öğrencinin ise toplama yerine çıkartma yapma (subtraction-on-addition) davranışı sergilediği görülmektedir. Ayrıca burada öğretmenin öğrencileri doğru yönlendirdiği, ancak A11 kodlu öğrencinin babası ve A3 kodlu öğrencinin abisi tarafından kullanıldığı iddia edilen ifadelerin çocuklarda kavram yanılgısına yol açmış olabileceği söylenebilir.

İşlem tercihi ve sonucu hatalı olanlar (M3):

Örnek 4: (Soru, 1; Öğrenci kodu, A3)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

A3: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

A3:5 ile 13'ü toplayacağız.

Y:Neden?

A3:Çünkü çocuklar oyunda, saklambaçta 5 kişilermiş sonra 13 kişi çıkmış geriye kaç çocuk kalmış onu soruyor?

Y:Bize geriye kaç çocuk kaldığını mı soruyor?

A3:(Soruyu tekrar okur). Oyunun başında kaç kişi olduğunu soruyor. Öyleyse 5'den 13'ü çıkartacağım.

Y: Neden?

A3: Çünkü 13 kişi varmış 5 tanesi oyundan çıkmış, birisi gelseydi toplama yapardım. Geriye kaç kişi kaldığını bulacağız.

Y:Peki yapalım o zaman

A3:5, 6,7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14. Sonuç 14

Y: Peki niye 5'den 13'ü çıkarttın. 13'den 5'i çıkartsaydık olur muydu?

A3:Olurdu.

Y: Peki 5-13 ile 13-5 aynı şey midir?

A3: Değil.

Y: Neden?

A3:Çünkü öğretmenimiz dedi ki sorunun ilk başında 13 varsa 13'den 5'i çıkartırım, ama burada sorunun başında 5 olduğu için 5'den 13'ü çıkartacağım.

Örnek 5: (Soru, 1; Öğrenci kodu, A4)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

A4: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

A4:5 tane çocuk çıkmış, geriye 13 tane çocuk kalmış.

Y: Bizden soru da ne isteniyor?

A4:Geriye kaç tane kaldığını soruyor?

Y:Peki ne yapacağız?

A4:5'den 13'ü çıkartacağız.

Y:Niye 5'den 13'ü çıkartacağız

A4:Çünkü çocukların 5 tanesi oyundan çıkmış. 12, 11, 10, 9, 8. Sonuç 8.

Y:Peki böyle çözmesini kimden öğrendin?

A4:Öğretmenimden.

Örnek 6: (Soru, 1; Öğrenci kodu, A36)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

A36: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Evet bu soruyu nasıl çözeceğiz?

A36: Toplayacağız.

Y: Niye topluyoruz peki?

A36: Çünkü soru da arkadaşların yarısı gitmiş.

Y: Gidince topluyor muyuz?

A36: Toplamıyoruz, çünkü azalıyor.

Y: Peki bu soruda toplayacak mıyız, çıkartacak mıyız?

A36:Çıkartacağız, çünkü onlar oyundan çıktılar.

Y: Peki çıkartalım o zaman.

A36: 14, 15, 16, 17, 18

Y:Ne yaptın?

A36:5'den 13'ü çıkarttım. 12, 13, 14, 15, 16. Sonuç 16.

Y: Peki bu şekilde çözmesini nereden öğrendin?

A36:Öğretmenimden.

Örnek 7: (Soru, 3; Öğrenci kodu, A10)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

A10: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Evet bu soruyu nasıl çözeceğiz?

A10: 25'den 8'i çıkartacağız.

Y: Neden?

A10: Çünkü Ayşe'nin tokaları azalmış.

Y: Nerden anladın azaldığını?

A10:Çünkü artınca demiş.

Y:Sen artınca denildiği zaman her zaman çıkartma işlemimi yaparsın?

A10:………(Cevap yok)

Y:Peki çıkartalım o zaman.

A10: 24, 23,22,…17.

Örnek 8: (Soru, 3; Öğrenci kodu, A21)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

A21: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Evet bu soruyu nasıl çözeceğiz?

A21: Çıkartacağız. Çünkü 25 büyük, 8 küçük.

Y: Toplasak olur muydu?

A21:Evet olur.

Y: O zaman niye çıkartma dedin, toplama neden demedin?

A21:Çıkartma doğru. Çünkü 25 büyük, bide diyor ki olur?

Y:Olur deyince sen her zaman çıkartmamı yapıyorsun?

A21: Evet. Çünkü abim bana diyor ki olursa çıkartacaksın.

Örnek 9: (Soru, 5; Öğrenci kodu, A23)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

A23: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Evet bu soruyu nasıl çözeceğiz

A23:Çıkartacağız.

Y: Neden?

A23: Tuba'nın bir miktar parası vardı, ama Tuba'nın parasının 13 lira eksiği dediği için çıkartacağım.

Y:Kim dedi?

A23:Öğretmenimiz dedi ki eksik olursa çıkartma yapacağız.

Örnek 10: (Soru, 8; Öğrenci kodu, A9)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

A9: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Evet bu soruyu nasıl çözeceğiz?

A9: Çıkartma yapacağız.

Y: Neden çıkartma yapıyoruz?

A9:Çünkü okumuş.

Y: Peki yapalım o zaman

A9:11'den 17'yi çıkartacağız.

Y: 17'den 11'i çıkartsak olur mu?

A9: Olur ikisi de aynı çünkü.

Y: Sonuç 6

Örnek 11: (Soru, 8; Öğrenci kodu, A17)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

A17: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Peki bu soruyu nasıl çözeceğiz?

A17: 11'den 17'yi çıkartıcağız.

Y: Neden çıkartma işlemi yapıyoruz? Toplama yapsak olmaz mı?

A17:Olmaz çünkü okumuş. Okuyunca azalmış.

Y: Peki çıkartalım

A17:12, 13, 14, 15, 16,……28. Cevap 28

Örnek12: (Soru, 8; Öğrenci kodu, A19)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

A19: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Peki bu soruyu nasıl çözeceğiz?

A19:Çıkartacağız. Çünkü ters işlem olduğunda her zaman çıkarma yapılır.

Y: Peki ters işlem olduğunu nereden anladın?

A19: Çünkü geriye 17 sayfası kalıyor demiş.

Y: Peki çıkartalım o zaman?

A19: 11'den 17'yi çıkartacağım.

Y:Peki kaç buldun?

A19: 10,9,8,7……3,2,1,0

Y: Sonuç kaç?

A19: 10

İşlem tercihinde yapılan hatalar:

M3, 1. sınıfların en çok tekrar ettiği (% 55) hata çeşididir. Öğrencilerin % 76'sı 1. soruda, % 50'si 3. soruda, % 82'si 5. soruda, % 45'i 8. soruda, % 11'i 10. soruda M3 türünde hata yapmıştır. Yukarıda sunulan örneklerden A3, A4 ve A36 kodlu öğrencilerin 1. soruda; A10 ve A21 kodlu öğrencilerin 3. soruda; A23 kodlu öğrencinin 5. soruda; A9, A17 ve A19 kodlu öğrencilerin ise 8. soruda yer alan verilenleri ve istenenleri tam olarak anlamadıkları görülmektedir. Lampert'e (1990) göre; bir problemle karşı karşıya kalan bir öğrenci, problemi okuyup anladıktan sonra, onu kendi ifadesiyle açıklayıp özetleyebilir hatta probleme uygun bir şekil veya şema çizebilir. Ancak bu öğrencilere *Soruda bizden ne isteniyor?* diye sorulduğunda, A3, A4 ve A36 kodlu öğrenciler *Geriye kaç çocuğun kaldığı soruluyor* şeklinde cevap bildirmişlerdir. Bu aşamada da 1. sınıf öğrencilerinin sorunun bütününe yoğunlaşmak yerine, anahtar sözcüklere ve soruda geçen sayılara yoğunlaşmaları soruyu hatalı anlayıp, hatalı cevap vermelerine neden olduğu görülmüştür. Burns'e (2000; 9) göre çocuklar, aritmetik sözel problemleri çözerken daha çok anahtar sözcüklere yoğunlaşır. Yukarıda sunulan örneklerde olduğu gibi çocuklar problemin mantığına yoğunlaşmak yerine problemde geçen *çıkmak, artmak* gibi eylemlere yoğunlaşmaktadır. Çocuklar problemin mantığına uygun hareket etmek yerine, ezberledikleri veya kendilerine sunulan belirli kalıplara göre hareket ederler. Çocuklar bu kalıplarla aritmetiği öğrenmekten ziyade özel yöntemler kullanarak cevaba ulaşmaya çalışmaktadırlar. Çocuklar problemin çözümüne mantıklı gerekçeler (sebep- sonuç) sunmak yerine bu kalıplara güvenirler (Burns, 2000; 151).

M3 türünde hata yapan bu öğrencilerin tamamı, 1. sınıf seviyesindeki çocukların da yarısından fazlası (% 55) sorunun çözümünde çıkartma işlemini tercih etmiştir. A3, A4 ve A36 kodlu öğrenciler 1. soruda çıkartma işlemini kullanma gerekçelerini *çünkü oyundan 5 çocuk çıkmış* şeklinde açıklamışlardır. Bu ifadelerden de anlaşılacağı üzere bu öğrencilerin '*Eğer çıkmak sözcüğü geçiyorsa her zaman bir eksilme/azalma söz konusudur, öyleyse çıkartma işlemi yapılır'* şeklinde bir kavram yanılgısına sahip oldukları söylenebilir.

A10 kodlu öğrenci 3. soruda niçin çıkartma işlemi yaptığını *Çünkü soruda artınca demiş* şeklinde açıklamıştır (Örnek 7'ye bakın). Artmak eyleminin bir çoğalmak bir de geriye kalmak anlamları vardır. Artmak kelimesi çoğalmayı ifade ettiği zaman toplama, geriye kalanı ifade ettiği zaman çıkartma işlemi kullanılabilir. Ancak bu öğrenci artınca sözcüğünün ifade ettiği geriye kalmak anlamını tüm işlem türlerine genelleyerek *Artınca denildiği zaman her zaman çıkartma yapılır* şeklinde aşırı genelleme (overgeneralisation) bir kavram yanılgısına sahip olduğu söylenebilir. Bu kavram yanılgısı türünde öğrenci belli bir duruma ait olan bir kuralı veya kavramı, diğer durumlarda da işliyormuş gibi kabul etmektedir (Graeber & Johnson; 1991).

A21 kodlu öğrenci ise 3. soruda niçin çıkartma işlemi yaptığını iki şekilde açıklamıştır. Bu öğrenci *Büyük sayı başta olduğu için ve soruda olur sözcüğü geçtiği için* çıkartma işlemi yaptığını ifade etmiştir (Örnek 8'e bakın). Bu öğrencinin *büyük sayı başta olursa çıkartma, küçük sayı başta olursa toplama yapılır ve eğer soruda 'kaç tane olur?' ifadesi kullanılıyorsa her zaman çıkartma yapılır* şeklinde kavram yanılgılarına sahip olduğu ve bu kavram yanılgılarının da pedagojik nedenlerden kaynaklandığı söylenebilir.

A23 kodlu öğrenci 5. soruda *eksiği* denildiği için çıkartma işlemi yaptığını söylemiştir (Örnek 9'a bakın). Çıkartma işlemi gerektiren soru türlerinde eksiği sözcüğü kullanılabilir, ancak eksiği ifadesinin geçtiği her soruda her zaman çıkartma yapılır diye bir kural yoktur. Bu öğrencinin *eksiği denilince her zaman çıkartma yapılır* diye bir aşırı genelleme kavram yanılgısına sahip olduğu söylenebilir. Bu kavram yanılgısının da pedagojik nedenlerden kaynaklandığı ifade edilebilir.

A9 ve A17 kodlu öğrenciler *çünkü okumuş, okuyunca azalmış, o yüzden çıkartma yapacağız* diyerek 8. soruda niçin çıkartma işlemini tercih ettiklerini açıklamışlardır (Örnek 10'a ve Örnek 11'e bakın). Bu ifadelerden de anlaşılacağı üzere bu çocukların *okumak sözcüğü geçince her zaman bir azalma söz konusudur, bu nedenle de her zaman çıkartma yapılır* şeklinde bir kavram yanılgısına sahip oldukları söylenebilir. A19 kodlu öğrencinin ise *geriye kalmaktadır deniyor, demek ki bir azalma söz konusu, öyleyse her zaman çıkartma işlemi yapılır* şeklinde bir kavram yanılgısı yaşadığı söylenebilir (Örnek 12'ye bakın). Bu durum A10 kodlu öğrencinin 3. soruda artmak sözcüğüyle yaşadığı kavram yanılgısıyla benzerlik göstermektedir.

Öğrencilerin işlem tercihinde hata yapmalarının nedeni anahtar sözcükleri ezberlemiş olmalarından da kaynaklanabilir.

İşlem sırasında yapılan hatalar:

Burada A3, A4, A9, A10, A17, A19, A21, A23, A36 kodlu öğrencilerin işlem tercihini hatalı yapmalarının yanında işlemi de hatalı yaptıkları görülmektedir. A3, A4 ve A39 kodlu öğrencilerin her üçü de 1. soruda 5'den 13'ü çıkartırken, A17 ve A19 kodlu öğrencilerde 8. soruda 11'den 17'yi çıkartmıştır. Bu öğrencilerin çıkartma işlemindeki parça-bütün ilişkisini kurmakta zorlandığı söylenebilir, çünkü burada öğrencilerin iki parça arasında zihinlerinde bir kıyaslama yaparak, büyük olan sayıyı bütün, küçük olan sayıyı da parça kabul edip, büyük sayıdan küçük sayıyı çıkartmaları gerekmektedir. Ancak bu şekilde bir parça-bütün ilişkisi kurmak yerine, bu öğrencilerin *sorunun en başında geçen sayı üstte/başa yazılır, daha sonra gelen sayı alta yazılır* şeklinde bir kavram yanılgısına sahip oldukları ve bu kavram yanılgısının da öğrencilerin ifadelerine göre yine pedagojik bir nedenden kaynaklandığı söylenebilir. Bu kavram yanılgısı öğrencilerin işlem tercihlerini olumsuz yönde etkilerken, işlem sırasında da hata yapmalarına neden olmuştur.

Konuya Davis (1984) ve Olivier (1989), farklı açılardan bakarak, Davis (1984) 5-13=8, 11-17=6 şeklinde hata yapan öğrencilerin çıkarma işlemini, değişme özelliğine sahip bir işlem olarak görmelerinden de kaynaklanabileceğini ifade etmiştir. Bu şekilde bir kavram yanılgısı daha çok psikolojik nedenlerden kaynaklanmaktadır ve bu türden bir hata yapan öğrenciler 5-13 ile 13-5'in aynı sonucu verileceğine inanmaktadır (Olivier, 1989). Öğrencilere yöneltilen *5-13 ile 13-5 aynı şey midir*? veya *11-17 yerine 17-11 yapsak olur mu?* sorularına öğrencilerin *olur, çünkü ikisi de aynı şeydir* şeklinde cevap vermesi Davis'in görüşünü destekleyici niteliktedir.

Öğrencilerin negatif sayılarla tanışmadan önce doğal sayılarla çıkarma işlemini büyük sayıdan küçük sayıyı çıkararak yapmaları, öğrencilerin önceki deneyimlerinden yola çıkarak aşırı bir genellemeye varmaları ve bunun da söz konusu hatanın yapılmasına neden olduğu söylenebilir.

Olivier'e (1989) göre ise 5-13=8, 11-17=6 gibi bir hata, bazen öğretmenin kullandığı örneklerden de kaynaklanabilir. Olivier verdiği örnekte *Bill ile Mary'nin yaşları arasındaki fark 2'dir* şeklinde bir ifade içeren ve kimin daha büyük olduğu bilgisini vermeyen bir sözel problem, öğrencilere hangisinin yaşından hangisinin yaşını çıkarılırsa çıkarılsın sonucunun 2 olacağı şeklinde bir mesajın verildiğini ifade etmektedir. Bu ise hataların yapılmasını kolaylaştırmaktadır.

Yine bu öğrencilerin çıkartma yerine toplama (addition-for-subtraction) yapmaları görülen bir başka hatadır. A3 ve A36 kodlu öğrencilerin 1. soruya sırasıyla; *5-13=14*, *5-13=16*, A17 kodlu öğrencinin de 8. soruya *11-17=28* şeklinde cevap vermesi, toplamanın çocuklara daha doğal gelmesiyle açıklanabilir (Kamii, 2000).

A21 kodlu öğrenci 25'den 8 çıkartmış ve 13 bulmuştur. Öğrenci, 8'den 5'i çıkartıp, onlar basamağından 1 eksiltmiştir. Öğrencinin işlemi bu şekilde düşünmesinin nedeni *her zaman büyük sayıdan, küçük sayı çıkartılır* şeklinde bir kavram yanılgısı olabilir (Örnek 8'e bakın). Bunun yanında öğrencinin basamak ve gruplama kavramları konusunda eksik bilgiye sahip olduğu söylenebilir. Öğrenci *iki basamaklı sayılarla çıkartma işlemi yapılırken her zaman onlar basamağından bir onluk eksiltilir* şeklinde bir kavram yanılgısı yaşıyor olabilir.

- **İlköğretim 2. Sınıfların Toplama İşlemi Gerektiren Soru Türlerinde Yaşadığı Zorluklara İlişkin Bulgular**

2. sınıfların bir tane toplama işlemi gerektiren sorusu vardır. Bu sorunun soru numarası ve cevabı Tablo 4.9'da gösterilmiştir.

Tablo 4.9. İlköğretim 2. sınıfların toplama işlemi gerektiren sorusu ve cevabı

Soru	Problem	İşlem Türü	Cevap
7.	Yusuf'un 24 tane şekeri vardır. Annesi Yusuf'a 17 tane daha şeker aldığına göre Yusuf'un kaç şekeri olmuştur?	Toplama	24 + 17=? 24 + 17 = 41

Öğrencilerin bu sorulara vermiş olduğu cevaplar doğru, yanlış ve boş olma durumlarına göre gruplanmış ve Tablo 4.10'da sunulmuştur.

Tablo 4.10'da görülebildiği gibi 2. sınıf öğrencilerinin % 67'si bu soruya doğru cevap verirken, öğrencilerin % 33'ü bu soruya hatalı cevap bildirmiştir. 2. sınıf öğrencilerinden 7. soruyu boş bırakan olmamıştır.

Tablo 4.10. İlköğretim 2. sınıf öğrencilerinin toplama işlemi gerektiren soru türündeki doğru, yanlış ve boş oranları

	Soru 7	
	f	**%**
Doğru	24	67
Yanlış	12	33
Boş	0	0
Toplam	36	100

Tablo 4.11'de ilköğretim 2. sınıfta okuyan öğrencilerin bu sorulara vermiş olduğu cevaplara yer verilmiştir.

Tablo 4.11. İlköğretim 2. sınıf öğrencilerinin toplama işlemi gerektiren sorulara vermiş olduğu cevaplar

Öğrencinin Kodu	Öğrencinin Verdiği Cevap	Hata Kodu	Öğrencinin Kodu	Öğrencinin Verdiği Cevap	Hata Türü
B1	24 +17 = 42	M1	B19	27 +17 = 44	M1
B2	24 +17 = 41		B20	27 +17 = 31	M1
B3	24 +17 = 41		B21	24 +17 = 41	
B4	24 +17 = 421	M1	B22	24 +17 = 41	
B5	24 +17 = 217	M1	B23	24 +17 = 41	
B6	24 +17 = 41		B24	24 +17 = 41	
B7	24 +17 = 41		B25	24 +17 = 41	
B8	24 +17 = 51	M1	B26	24 +17 = 41	
B9	24 +17 = 41		B27	24 +17 = 41	
B10	24 +17 = 41		B28	24 x 17 = 38	M3
B11	24 +17 = 41		B29	24 + 17 = 31	M1
B12	24 +17 = 32	M1	B30	24 +17 = 41	
B13	24 +17 = 41		B31	24 x17 = 20	M3
B14	24 X 17 = 40	M3	B32	24 +17 = 41	
B15	24 +17 = 41		B33	24 +17 = 41	
B16	24 +17 = 41		B34	24 - 17 = 27	M3
B17	24 +17 = 41		B35	24 +17 = 41	
B18	24 +17 = 41		B36	24 +17 = 41	

İlköğretim 2. sınıf öğrencilerinin bu soruya vermiş olduğu yanlış cevaplar hata türlerine göre gruplanmış ve Tablo 4.12'de gösterilmiştir.

Tablo 4.12. İlköğretim 2. sınıfların toplama işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu hatalı cevapların, hata türlerine göre sunulması

Hata Kodu	Soru 7	
	f	**%**
M1	8	67
M2	0	0
M3	4	33
M4	0	0
Toplam	12	100

Tablo 4.12'ye göre 2. sınıf öğrencilerinin en çok tekrar ettiği hata türü M1 türünde olmuştur. Yani 2. sınıf öğrencilerinin 7. soruya hatalı cevap verenlerinin % 67'si işlem seçimini doğru yapmasına rağmen, sonucu hatalı bulmuştur. Bu öğrencilerin % 33'ü hem işlem seçimini hatalı yapmış hem de sonucu hatalı bulmuştur.

Araştırma kapsamında yer alan 2. sınıf öğrencilerinin, toplama işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu hatalı cevaplara ilişkin örnekler aşağıda sunulmuştur:

İşlem tercihi doğru, sonucu hatalı olanlar (Hata Kodu: M1):

Örnek 13: (Soru, 7; Öğrenci kodu, B4)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B4: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Peki bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B4:Toplama işlemi yapacağız.

Y: Neden?

B4:Yusuf'un 24 tane şekeri varmış, annesi çarşıya çıkmış, sonra evde Yusuf'a 17 tane daha vermiş. Yani şekerleri çoğalmış.

Y:Peki toplayalım.

B4: 4ile 7 toplanmaz, komşuya gidiyoruz bir onluk alıyoruz. 14, 7 daha 21 eder. 21'i yazıyoruz. Elde var 1. 2, 1daha 3 1'de elde 4 eder.

Y:Peki neden 4 ile 7 toplanmaz dedin?

B4: Çünkü 4 küçük, 7 büyük. Küçük sayı ile büyük sayı toplanmaz.

Y: Peki bu şekilde işlem yapmanı kim sana söyledi?

B4: Öğretmenim dedi.

Örnek 14: (Soru, 7; Öğrenci kodu, B5)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B5: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Peki bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B5:Toplayacağız.

Y:Neden?

B5:Yusuf'un 24 tane şekeri varmış annesi 17 tane daha almış. Şekerleri çoğalmış.

Y: Peki yapalım.

B5: 4 ile 7 toplanmaz. Çünkü bu (4) küçük, bu (7) büyük.

Y: Nerden örendin küçük sayı ile büyük sayının toplanmayacağını?

B5: Bir arkadaşım küçük sayıyı üste yazdı, büyük sayıyı alta yazdı topladı, öğretmen ona kızdı.

Y: Peki ne yapacağız o zaman?

B5:Bir onluk alırız 10+7=17 yapar, 17'yi yazıyoruz. (24'ün 2'sini göstererek) Burada 1 kaldı, 1+1=2 eder. Sonuç 217

Örnek 15: (Soru, 7; Öğrenci kodu, B8)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B8: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Peki bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B8:24 tane varmış, 17 tane de annesi aldığına göre artmış, toplama işlemi yapacağız.

Y: Başka işlem yapamaz mıyız?

B8: Hayır arttığına göre toplama yapacağız.

Y:Peki yapalım.

B8:4 ile 7 toplanmaz. Yan taraftan bir onluk alıyoruz. 14+7=21 eder. 21'in 1'i, elde var 2, 2+1+2=5, sonuç 51.

Y: 4ile 7 neden toplanmaz?

B8:Çünkü 4 küçük, 7 büyük sayı olduğu için.

Y: Böyle yapmayı nereden öğrendin?

B8:Öğretmenimden.

Örnek 16: (Soru, 7; Öğrenci kodu, B20)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B20: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Peki bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B20: Toplayacağız.

Y:Neden?

B20: Çünkü burada diyor ki annesi Yusuf'a 17 tane daha almış, almış deyince toplama olur.

Y:Kim dedi?

B20: Kimse söylemedi ben biliyorum zaten.

Y: Peki yapalım.

B20:7, 4 daha..1, 2, ...11 yapar. 11'in 1'i. 2+1'de 3 yapar sonuç 31.

Örnek 17: (Soru, 7; Öğrenci kodu, B29)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B29: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Peki bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B29:Toplayacağım.

Y: Neden?

B29:Çünkü annesi ona alıyor alınca toplama olur.

Y: Peki yapalım.

B29:4kere 7 11 yapar, 11'in 1'i. 2 kere 1 de 3. Sonuç 31

Y: Böyle işlem yapmanı kim söyledi?

B29: Öğretmenimiz diyor çoğaldığı zaman toplama yapın.

İşlem tercihinde yapılan hatalar:

M1 2. sınıf öğrencilerinin 7. soruyu çözerken en çok tekrar ettiği hata türüdür. Öğrenciler 7. soruya M1 türünde yedi farklı hatalı cevap vermiştir. 2. sınıf öğrencilerinin % 67'si 7. soruda verilenleri ve istenenleri doğru anlayarak işlem tercihini doğru belirlemiştir. B4, B5, B8, B20 ve B29 kodlu öğrencilere neden toplama işlemi yaptıkları sorulduğunda *çünkü Yusuf'un 17 tane şekeri varmış, annesi ona 24 tane şeker daha vermiş, annesi de verince şekerleri çoğalmış* şeklinde cevap vermişlerdir. Almak fiili, eğer dışarıdan alınıp getirilirse çoğalma, belli bir grup nesnenin içinden alınırsa azalma ifade edebilir. Ancak B20 kodlu öğrencinin *almış deyince toplama olur* şeklinde cevap vermesi *almak fiili olursa her zaman toplama* *yapılır* şeklinde bir kavram yanılgısına sahip olduğunu gösterebilir. Bu kavram yanılgısının da psikolojik nedenlerden kaynaklandığı söylenebilir.

<u>İşlem Sırasında Yapılan Hatalar:</u>

B4, B5, B8, B20 ve B29 kodlu öğrenciler 24 ile 17'yi toplamışlar ve farklı sonuçlar elde etmişlerdir. B4, B5 ve B8 kodlu öğrenciler 4 ile 7 toplanmaz demişlerdir. Nedenini ise *4 küçük, 7 büyüktür* şeklinde açıklamışlardır. Bu öğrencilerin *küçük sayı ile büyük sayı toplanmaz* şeklinde bir kavram yanılgısına sahip oldukları söylenebilir. Bu öğrencilerin doğal sayılarla çıkartma işlemi yapılırken *küçük sayıdan büyük sayı çıkmaz, bu nedenle onlar basamağından bir onluk alınması gerekir* kuralını toplama işlemine genelledikleri (overgeneralisation) söylenebilir. Bu kural doğal sayılarla çıkartma işleminde doğru sonuçlar verirken, tam sayılarda ve ondalık sayılarda her zaman doğru sonuçlar elde edilmesine fırsat vermez.

B4 ve B8 kodlu öğrenciler bu nedenle onlar basamağından bir onluk alıp 14 ile 7'yi toplamış ve 21 sayısını elde etmişlerdir (Örnek 13 ve 15'e bakın). B5 kodlu öğrenci ise aynı şekilde onlar basamağından bir onluk almıştır. Fakat B5 kodlu öğrencinin onlar basamağından aldığı onluğun üzerine birler basamağındaki rakamı eklemediği görülmektedir. Bu nedenle bu öğrenci 14 ile 17'yi toplamak yerine sadece 10 ile 7'yi toplamıştır. Bu öğrencinin *onlar basamağından bir onluk alınırken, sadece onlar basamağından alınan 10 işleme dahil edilir, birler basamağındaki sayı işleme dahil edilmez* şeklinde bir kavram yanılgısına sahip olduğu söylenebilir.

Yine B4 ve B5 kodlu öğrencilerin toplama sütunlarını birbirinden bağımsız düşündüğü söylenebilir. Öğrenci aynı basamakları birbiri ile toplamakta fakat bu işlem sonucundaki eldeyi bir sonraki basamağa aktarmak yerine işlem yaptığı basamağın altına sonuç olarak yazmaktadır. Burada öğrencinin elde işlemi gerektirmeyen sütun toplama işlemlerinde veya tek basamaklı toplama işlemlerinde uyguladığı kuralı elde işlemi gerektiren diğer problemlere de genellemeye çalıştığı görülmektedir. Bu hatanın kaynağı olarak rakamların basamak değerlerindeki ve gruplandırma kavramlarındaki eksiklikler gösterilebilir. Öğrenci 7+4'ün 1 tane 10'luktan ve 4 tane birlikten oluştuğunu ve dolayısı ile 1 onluğu onluk gruplara eklemesi gerektiğini bilmemekte veya bunu işlem sırasında düşünememektedir.

Burns'e (2000; 149) göre çocuklar 1. sınıftayken ya tek basamaklı sayılarla (9+5) ya da 14+11 gibi onluk aktarma işlemi gerektirmeyen iki basamaklı sayılarla toplama işlemi yaparlar. Basamak ve gruplama kavramları çocuklara iyi bir şekilde öğretilmezse çocuk 2. sınıfta eldeli toplama işlemine geçse bile 1. sınıftaki tek basamaklı sayılardaki veya iki basamaklı eldesiz toplama işlemlerindeki mantığı devam ettirecektir.

B4 kodlu öğrenci ise 21’i aynen yazmasına rağmen elde 1 var deyip, onlar basamağına 1 onluk eklerken, B5 kodlu öğrenci çıkarma işleminde olduğu gibi onlar basamağından 1 onluk eksiltmiştir. Bu öğrencilerin yine elde kavramının ne demek olduğu konusunda eksik veya yanlış bilgiye sahip olduğu söylenebilir. Öte yandan böyle bir hatanın nedeni, B4 kodlu öğrenci 21 sayısının onlar basamağındaki sayıyı değil de birler basamağında ki sayıyı onluk olarak aktaracağına dair bir kavram yanılgısına sahip olması olabilir. B20 ve B29 kodlu öğrenciler ise 7 ile 4’ü toplayıp 11’in 1’ini birler basamağının altına yazmalarına rağmen, elde var olan 1 onluğu, onlar basamağına aktarmadıkları için sonucu hatalı bulmuşlardır. Yine bu hataların pedagojik ve psikolojik sebeplerden kaynaklandığı söylenebilir.

İşlem tercihi ve sonucu hatalı olanlar (M3):

Örnek 18: (Soru, 7; Öğrenci kodu, B28)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B28: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B28: Çarpacağız.

Y: Neden?

B28:Çünkü burada demiş ki Yusuf’un 24 tane şekeri var, annesi 17 tane daha aldığı için çarpacağız.

Y: Çıkartma yapsak olmaz mı?

B28: Olmaz çünkü şekerleri çoğalmış.

Y: Peki toplama yapsak olur muydu?

B28: Olurdu.

Y: Peki çarpma ile toplama aynı şey midir?

B28: Hayır.

Y: Peki nasıl hem çarpma hem de toplama doğru sonucu verebiliyor?

B28:………………………………………………………

Y: Hangisi doğru?

B28: Çarpma. Çünkü annesi 17 tane daha almış.

Y: Peki yapalım.

B28:2 1 daha 3 yapar, 4 7 daha 8 yapar. Sonuç 38.

Y: Peki yan tarafta 24 ile 17'yi toplar mısın?

B28: 2 1 daha 4 yapar.

Y: Az önce 2 1 daha 3 yapar dedin.

B28: Ama orası çarpma burası toplama.

Y: Peki aralarında ki fark ne?

B28:……………………

Y: Neden işleme sol taraftan başladın?

B28:……………………

Y: 17'nin birler basamağı hangisidir?

B28:1'dir.

Örnek 19: (Soru, 7; Öğrenci kodu, B34)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B34: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B34:Çıkartacağım. Çünkü diyor ki aldığına göre Yusuf'un kaç şekeri olmuştur. Şekerleri azalmış

Y:Peki yapalım.

B34:4'den 7 çıkmaz, 14'den 7 çıkarsa 7 kalır. Elde var 1, 2'den 1 çıkarsa 1 kalır, 1 elde var 2 yaptı.

Sonuç 27.

<u>*İşlem tercihinde yapılan hatalar*</u>:

M3 türünde hata yapan 2. sınıf öğrencilerinin toplama işlemi gerektiren soru türlerine verdiği cevaplar incelendiği zaman B28 kodlu öğrencinin soruda verilenleri anladığı söylenebilir, ancak öğrenci çarpma işlemini niçin tercih ettiğine dair mantıklı bir gerekçe sunmamıştır. Öğrenci Yusuf'un şekerlerinin çoğaldığını sorunun çözümünde toplama işleminin de çarpma işleminin de kullanılabileceğini ifade etmiştir. Öğrencinin bu şekilde düşünmesi *çarpma toplamanın kısa yoludur* ifadesinden kaynaklanmış olabilir. Öğrenci toplama ile çarpma işlemi arasında kalmış, toplama ile çarpma arasında ne gibi bir farkın olduğu sorusuna cevap verememiştir.

B34 kodlu öğrencinin ise soruyu tam olarak anlamadığı söylenebilir. Almak fiilini, *bir grup nesnenin içinden bir şey almak, eksiltmek* şeklinde algıladığı için çıkartma işlemini tercih ettiği söylenebilir.

İşlem Sırasında Yapılan Hatalar:

B28 kodlu öğrenci işleme sol taraftan başlamıştır. *17'nin birler basamağı kaçtır?* sorusuna öğrencinin *1* cevabını vermesi bu öğrencinin basamak ve gruplama konusunda yanlış bilgiye sahip olduğunu göstermektedir. Soldan başlama hatasının en önemli özelliklerinden biri öğrencinin kendisine verilen işlemi yapamayacağını hissettiğinde ortaya çıkmaktadır. Yani öğrenci 7 ile 4'ü toplamakta zorlandığı için, ilk önce 2 ile 1'i toplamaya yönelmiş olabilir. Nitekim öğrencinin 7 ile 4'ü toplayıp hatalı sonuç (8) bulması bu fikri destekleyici niteliktedir. Öğrenci çarpma işlemi yapacağım demesine rağmen işlem sırasında *2, 1 daha 3 yapar* ifadesini kullanmıştır. Öğrencinin çarpma işlemi konusunda yanlış ve eksik bir bilgiye sahip olduğu, *çarpma işleminde de toplama işlemi gibi bir çoğalma söz konusu olduğu için, çarpma işleminde de toplama işleminde olduğu gibi üzerine eklenir* şeklinde bir kavram yanılgısı yaşadığı söylenebilir veya öğrenci çarpma yerine toplama yapma davranışı gösteriyor olabilir.

B34 kodlu öğrenci ise 24'den 17'yi çıkartmış ve 27 bulmuştur. 27'yi nasıl bulduğunu öğrenci *4'den 7 çıkmaz, komşuya gidiyoruz ve 1 onluk alıyoruz, burası etti 14. 14'den 7 çıkarsa 7 kalır, elde var 1, 2'den 1 çıkarsa 1 kalır, 1'de elde var etti 2. Sonuç 27* şeklinde açıklamıştır (Örnek 19'a bakın)

Öğrencinin çıkarma işlemi yapmasına rağmen, toplama işleminde olduğu gibi onlar basamağına onluk aktardığı görülmektedir. Bunun yanında öğrenci onlar basamağından 1 onluk eksiltmemektedir. Bu öğrencinin basamak kavramı konusunda ciddi bir eksikliğinin olduğu, toplama işlemindeki elde kavramını çıkarma işlemine de genellediği söylenebilir.

Thompson (2003) ve Bramald (2002) 2. ve 3. sınıf öğrencileri üzerinde yapmış oldukları çalışmanın sonuçlarına dayanarak, 2. ve 3. sınıf öğrencilerinin basamak değerini ya çok az anladıklarını ya da hiç anlamadıklarını ifade etmişlerdir. Bu araştırmacılara göre, özellikle 2. sınıf öğrencileri herhangi bir sayının birler basamağına, birler kısmını 10'a tamamlayacak miktarda birlik eklenmesi durumunda toplamdan elde edilen onluğun, onlar basamağını 1 arttıracağını kavramakta büyük oranda zorlandığını söylemişlerdir. Kamii (1986) basamak kavramı üzerine yapmış olduğu çalışmada 1. ve 2. sınıfta okuyan öğrencilerin çoğunluğunun16 sayısında ki 1'in 1 tane onluğu ifade ettiğini bilmediklerini söylemiştir. Bu çalışmanın sonucu 153 2. sınıf öğrencisi üzerinde Hiebert ve Wearne tarafından 1992 yılında yapılan ve 16'daki 1'in 10 nesneyi ifade ettiğini söyleyen hiçbir öğrencinin çıkmadığı çalışma tarafından desteklenmektedir.

Carpenter ve arkadaşlarının 1998 yılında yapmış oldukları çalışmada öğrencilerin çok basamaklı sayılarla işlem yapabilmesi için ilk önce basamak ve gruplama kavramlarını bilmesi gerektiğini ifade etmiştir. Carpenter'a göre onlar basamağını doğru gösteren çocuklar çok basamaklı sayılarla toplama ve çıkartma işlemi yapmada daha başarılıdır.

- **İlköğretim 3. Sınıfların Toplama İşlemi Gerektiren Soru Türlerinde Yaşadığı Zorluklara İlişkin Bulgular**

İlköğretim 3.sınıfların toplama işlemi gerektiren bir sorusu vardır ve Tablo 4.13'de bu problemin soru numarasına ve cevabına yer verilmiştir.

Tablo 4.13. İlköğretim 3. sınıfların toplama işlemi gerektiren sorusu ve cevabı

Soru	Problem	İşlem Türü	Cevap
8.	Yusuf'un 384 tane misketi vardır. Annesi Yusuf'a 148 tane daha aldığına göre Yusuf'un kaç misketi olmuştur?	Toplama	384+148=? 384+148=532

Tablo 4.14'de ise öğrencilerin bu soruya vermiş olduğu cevapların doğru, yanlış ve boş olma durumlarına göre gruplanmış hali gösterilmiştir.

Tablo 4.14. İlköğretim 3. sınıf öğrencilerinin toplama işlemi gerektiren soru türünde ki doğru, yanlış ve boş oranları

	Soru 8	
	f	**%**
Doğru	17	47
Yanlış	15	42
Boş	4	11
Toplam	36	100

Tablo 4.14'de 3. sınıf öğrencilerinin % 47'sinin 8. soruya doğru cevap verdiği görülürken, öğrencilerin % 42'sinin bu soruya hatalı cevap bildirdiği görülmektedir. 3. sınıf öğrencilerinin % 11'i 8. soruya herhangi bir cevap verememiştir.

Tablo 4.15'de ise 3. sınıf öğrencilerinin bu soruya vermiş olduğu cevaplara yer verilmiştir.

Tablo 4.15. İlköğretim 3. sınıf öğrencilerinin toplama işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu cevaplar

Öğrencinin Kodu	Öğrencinin Verdiği Cevap	Hata Türü	Öğrencinin Kodu	Öğrencinin Verdiği Cevap	Hata Türü
C1	384 +148 532		C19	384 x148 41413	M3
C2	384 +148 532		C20	384 +148 432	M1
C3	384 +148 532		C21	384 X148 144	M3
C4	384 +148 521	M1	C22	384 +148 543	M1
C5	384 +148 532		C23		
C6	384 +148 532		C24	384 +148 477	M1
C7	384 +148 532		C25	384 +148 532	
C8	384 +148 532		C26	384 -148 422	M3
C9	384 +148 532		C27	384 -148 244	M3
C10			C28	384 X148 222	M3
C11	384 +148 532		C29	384 -148 244	M3
C12	384 +148 532		C30	384 - 148 499	M3
C13	384 +148 532		C31	384 +148 523	M1
C14	384 +148 532		C32	384 +148 532	
C15	384 +148 532		C33	384 +148 532	
C16	384 -148 348	M3	C34	384 X148 424	M3
C17	384 +148 532		C35	348 +148 497	M1
C18			C36		

Öğrencilerin bu soruya vermiş yanlış cevaplar hata türlerine göre gruplanmış ve Tablo 4.16'da gösterilmiştir.

Tablo 4.16. İlköğretim 3. sınıfların toplama işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu hatalı cevapların, hata türlerine göre sunulması

Hata Kodu	Soru 8	
	f	**%**
M1	6	40
M2	0	0
M3	9	60
M4	0	0
Toplam	15	100

Tablo 4.16'ya göre 3. sınıf öğrencilerinin en çok tekrar ettiği hata türü M3 türünde olmuştur. Yani 3. sınıf öğrencilerinin 8. soruya hatalı cevap verenlerinin % 60'ı hem işlem seçimini hem de işlemi hatalı yapmıştır. Bu öğrencilerin % 40'ı işlem seçimini doğru yapmasına rağmen, işlem sırasında hata yaptığı için yanlış cevap vermiştir.

Araştırma kapsamında yer alan 3. sınıf öğrencilerinin, toplama işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu hatalı cevaplara ilişkin örnekler aşağıda sunulmuştur:

İşlem tercihi doğru, sonucu hatalı olanlar (Hata Kodu: M1):

Örnek 20: (Soru, 8; Öğrenci kodu, C24)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C24: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Peki bu soruyu nasıl çözeceğiz

C24:Toplayacağız.

Y: Neden?

C24:……………

Y: Peki topla.

C24: 3 1 daha 4. 8 4 daha 7. 4 8 daha yine 7

Y: Böyle işlem yapmasını nereden öğrendin?

C24: Ben kendim yapıyorum.

Örnek 21: (Soru, 8; Öğrenci kodu, C31)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C31: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Peki bu soruyu nasıl çözeceğiz

C31:Toplayacağız.

Y:Neden?

C31:Çünkü annesi 148 tane daha almış, alınca çoğalmış diye.

Y:Peki yapalım.

C31:3 kere 1 4 yapıyor. 8 4 daha 12 eder, 12'nin 2'si elde var 1. 4 kere 8 12, 1 de elde 13 yapar. 13'ün 3'ünü yazıyoruz. Elde var 1, bu biride 3'ün üstüne eklerim. Burası olur 5. Sonuç 523

Y: Peki 384 sayısının birler, onlar ve yüzler basamağını bana gösterebilir misin?

C31:Birler basamağı 3'tür, onlar basamağı 4, yüzler basamağı da 8'dir.

Y: Böyle işlem yapmasını kimden öğrendin?

C31:Öğretmenimden.

İşlem tercihinde yapılan hatalar:

3. sınıf öğrencileri toplama işlemi gerektiren 8. soruya M1 türünde altı farklı hatalı cevap vermişlerdir. Öğrencilerin % 40'ı işlem tercihini doğru belirlemesine rağmen, işlem sırasında yaptığı hatalar cevabı yanlış bulmasına neden olmuştur.

Öğrencilere niçin toplama işlemini tercih ettikleri sorulduğunda C24 kodlu öğrenci toplama işlemini tercih etme nedenini açıklayamazken, C31 kodlu öğrenci *çünkü annesi 148 tane daha almış, alınca çoğalmış* şeklinde cevap vermiştir. C24 kodlu öğrenci sorudaki verilenleri ve istenenleri ifade edemezken, C31 kodlu öğrencinin soruyu anladığı söylenebilir.

İşlem Sırasında Yapılan Hatalar:

C24 ve C31 kodlu öğrencilerin her ikisi de 384 ile 148'i toplama işlemine sol taraftan başlamıştır. Bu öğrencilerin basamak ve gruplama kavramları konusunda yanlış ve eksik bilgiye sahip olduğu söylenebilir. C31 kodlu öğrenciye 384 sayısının birler basamağının kaç olduğu sorulduğunda, *3 birler basamağı, 4 onlar basamağı, 8 yüzler basamağıdır* şeklinde cevap vermesi basamak kavramı konusunda yanlış bilgiye sahip oldukları fikrini desteklemektedir (Örnek 21'e bakın). Bu durum toplama, çıkartma ve çarpma işlemlerine hep birler basamağından başlanırken, bölme işleminde aksine işleme yüzler basamağından başlanmasından dolayı çocuklarda bir kavram kargaşasına neden olmuş olabilir. Bu durumun 2. sınıftan itibaren görülüyor olması bu nedeni destekleyici olabilir.

C24 kodlu öğrenci ise işlemi nasıl yaptığını *3 1 daha 4 eder, 8 4 daha 7 eder, 4 8 daha 7 eder* şeklinde açıklamıştır (Örnek 20'ye bakın). C24 kodlu öğrencinin 4 ile 8 toplayıp 7 sonucuna nasıl ulaştığı tanımlanamamıştır.

C31 kodlu öğrenci ilk önce *3 kere 1, 4 yapar* ifadesini kullanmıştır. Çarpma işlemi yapılırken kullanılan ifadeleri, öğrenci toplama işlemi yaparken de kullanmaktadır. Öğrenci daha sonra *8 4 daha 12 yapar, 12'nin 2'si elde var 1. 4 kere 8 12, 1 de elde var etti 13. 13'ün 3'ü elde var 1 diyerek,* elde var olan 1'i yüzler basamağına eklemiştir.

İşlem tercihi ve sonucu hatalı olanlar (M3):

Örnek 22: (Soru, 8; Öğrenci kodu, C19)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C19: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C19:Böleceğiz.

Y: Neden?

C19:Misketler artmış

Y:Nerden anladın misketlerin arttığını?

C19:Yusuf'un 384 tane varmış, 148 tanede annesi almış.

Y: Artınca sen bölmemi yapıyorsun?

C19:Hayır çarpma bide toplama.

Y: Peki burada niye bölme dedin?

C19:……….

Y: Ne yapacaksın?

C19:Çarpma

Y:Peki yapalım.

C19:8 kere 4 13, 13'ü yazıyoruz. 4 kere 8 14, 14'ü de yazıyoruz. 3 kere 1 4.

Örnek 23: (Soru, 8; Öğrenci kodu, C21)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C21: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C21:Çarpacağız.

Y:Neden?

C21:………………..

Y: Toplasak olur muydu?

C21: Bilmem belki olabilirdi.

Y: Peki yapalım.

C21: 4'den 8 çıkmaz, 4'ü aşağıya alıyoruz. 8'den 4 çıkarsa 4 kalır. 3'den 1 çıkarsa 1 kalır.

Örnek 24: (Soru, 8; Öğrenci kodu, C26)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C26: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C26:Çıkartacağız.

Y: Neden?

C26: Annesi almış, alınca azalmış

Y:Peki yapalım.

C26:3'den 1 çıkarsa 4, 8'den 4 çıkarsa 2. 4'den 8 çıkarsa yine 2 kalır.

Y:3'ün üzerine 1 mi ekledin?

C26: Evet, 8'in de üzerine 4 ekledim. 12'nin 2'sini yazdım.

Örnek 25: (Soru, 8; Öğrenci kodu, C27)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C27: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C27:Çıkartma yapacağım. Çünkü misketlerini annesi gelmiş almış, alınca da azalmış.

Y: Peki yapalım.

C27:4'den 8 çıkarsa 4 kalır, 8'den 4 çıkarsa 4 kalır, 3'den 1 çıkarsa 2 kalır.

Örnek 26: (Soru, 8; Öğrenci kodu, C34)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C34: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C34: Çarpacağız.

Y:Neden?

C34:Çünkü Yusuf'un misketleri vardır o yüzden,

Y:Peki yapalım.

C34:4 ile 8 çarpılmaz, 4'ü aşağıya alıyoruz.

Y:8 ile 4'ü çarparsak 12, 12'nin 2'si. 3 1 daha 4 yapar.

C34:Çarpma ile toplama arasındaki fark nedir?

Y:Bu çarpma bu toplama, ikisinin de üzerine eklenir, bir fark yoktur.

İşlem tercihinde yapılan hatalar:

3.sınıf öğrencilerinin toplama işlemi gerektiren soru türlerinde en çok tekrar ettiği hata türü % 60 oranıyla M3 türünde olmuştur. Öğrenciler M3 türünde sekiz farklı hatalı cevap vermişlerdir. Öğrenciler tarafından verilen bu hatalı cevapların bazıları aşağıda ele alınmıştır.

3.sınıfların 8. sorusunda geçen almak fiili, dışarıdan getirip üzerine eklemek anlamında kullanılarak çoğalmayı ifade etmektedir. 3. sınıf öğrencilerinden C22 kodlu öğrenci almak fiilinin çoğalmak anlamına geldiğini ifade ederken, C26 ve C27 kodlu öğrencilerin almak fiilini, içinden bir şey alıp eksiltmek şeklinde algıladıkları görülmektedir. Bu durumdan hareketle C22 kodlu öğrencinin sorudaki verilenleri ve istenenleri doğru bir şekilde tanımladığı söylenebilir. Bu öğrenci sorudaki verilenleri ve istenenleri doğru belirlemesine rağmen, işlem tercihini hatalı belirlemiştir. Öğrenci *arttığı zaman ya toplama ya çarpma yaparım* demesine rağmen, niçin toplamayı değil de çarpmayı tercih ettiğini ifade edememiştir. C26 ve C27 kodlu öğrenciler ise soruda almak fiilini eksilmek şeklinde algıladıkları için çıkartma işlemini tercih etmişlerdir. C21 kodlu öğrenci çarpma işlemi yapacağını söylerken, niçin çarpma işlemi yapacağını ifade edememiştir. C34 kodlu öğrenci ise *misketleri vardır* dediği için çarpma işlemini tercih ettiğini söylemiştir. Genel olarak bu öğrencilerin problemdeki verilenleri ve istenenleri doğru bir şekilde anlamadığı ve bu nedenle de hatalı işlem seçiminde bulundukları söylenebilir.

İşlem Sırasında Yapılan Hatalar:

C19, C21 ve C34 kodlu öğrenciler toplama işlemi gerektiren soru türlerinin çözümünde çarpma işlemini tercih etmişlerdir. Bu öğrenciler sırasıyla 384 ile 148'i çarpıp, *41413*, *144* ve *424* sonuçlarını elde etmişlerdir. Öğrencilerin yapmış olduğu işlemler ayrıntılı bir şekilde incelendiği zaman C19 ve C34 kodlu öğrencilerin *çarpma yerine toplama* (addition-for-multiption) yapma davranışı sergiledikleri görülmektedir. Öğrencilerin bu şekilde davranmalarının altında doğal sayılarla çarpma işlemi yapıldığı zaman sonucun her zaman toplama da olduğu gibi fazla çıkması veya çarpmanın toplamanın kısa yolu olması nedeniyle ikisinin de aynı sonucu vereceğinin düşünülmesi olabilir. C34 kodlu öğrenciye çarpma ile toplama arasında ki fark sorulduğu zaman, *ikisinin de üzerine eklenir bir fark yoktur* şeklinde cevap vermesi bu düşünceyi desteklemektedir. Bu öğrencilerin aksine C21 kodlu öğrenci de ise çarpma yerine çıkartma (subtraction-for-multiption) yapma davranışı görülmektedir.

Öğrencilerin her üçü de çarpma işlemi yaparken, toplama ve çıkartma işleminde olduğu gibi birler basamağı ile birler basamağı arasında, onlar basamağı ile onlar basamağı arasında, yüzler basamağı ile yüzler basamağı arasında işlem yapmaktadır. Öğrencinin çarpma işlemi konusunda hatalı ve eksik bir bilgiye sahip olduğu, doğal sayılarla toplama/çıkartma işlemi yapılırken birler ile birler, onlar ile onlar toplanır/çıkartılır kuralını çarpma işlemine genellediği söylenebilir.

C19 kodlu öğrenci *8 kere 4 13, 4 kere 8 14, 3 kere 1 4 eder*, C34 kodlu öğrenci de *4 ile 8 çarpılmaz, 4'ü aşağıya alıyoruz. 8 ile 4'ü çarparsak 12, 12'nin 2'si. 3 1 daha 4 yapar* diyerek işlemi nasıl yaptıklarını anlatmışlardır. Bu öğrencilerin çarpma işlemi yapıyoruz demelerine rağmen üzerine ekleme yaptığı görülmektedir. C19 kodlu öğrencinin *8 kere 4 13, 4 kere 8 14 eder* ifadesinden de anlaşılacağı üzere, bu öğrencinin çarpma işleminin ve toplama işleminin değişme özelliğine sahip olduğunu bilmediği söylenebilir. C34 kodlu öğrencinin ise *4 ile 8 çarpılmaz, 4'ü aşağıya* alıyoruz ifadesinden doğal sayılarla çıkartma işleminde olduğu gibi küçük sayıdan büyük sayı çıkmaz kuralını çarpma işlemine genellediği görülmektedir. Bunun yanında C19 kodlu öğrencinin işlemler sonucunda elde ettiği sayıları onlukları aktarmadan basamakların altına olduğu gibi yazması, C34 kodlu öğrencinin onlukları bir sonraki basamağa aktarmaması, bu öğrencilerin basamak kavramı konusunda eksik ve hatalı bilgiye sahip olduğunu ve basamakları birbirinden bağımsız düşündüğü gösterdiği söylenebilir (Örnek 22'ye ve Örnek 26'ya bakın)

C21 kodlu öğrenci ise *4'den 8 çıkmaz, 4'ü aşağıya alıyoruz. 8'den 4 çıkarsa 4 kalır. 3'den 1 çıkarsa 1 kalır* diyerek yaptığı işlemi anlatmıştır. Bu öğrencinin *4'den 8 çıkmaz, 4'ü aşağıya alıyoruz* ifadesinden de anlaşılacağı üzere *çıkartma işleminde küçük sayıdan büyük sayı çıkmaz, bu durumda sonuç küçük sayının kendisidir* şeklinde bir kavram yanılgısına sahip olduğu söylenebilir (Örnek 23'e bakın).

C26 ve C27 kodlu öğrenciler işlem tercihlerini çıkartmadan yana kullanmalarına rağmen, C26 kodlu öğrencinin çıkartma yerine toplama (addition-for-subtraction) yapma davranışı sergilediği görülmektedir. Bunun yanında C26 kodlu öğrencinin işleme yüzler basamağından başladığı görülmektedir. Bu öğrencinin çıkartma işlemine yüzler basamağından başlanır şeklinde bir kavram yanılgısı sebep olmuş olabilir veya bu öğrenci bu sayıların birler basamağının neresi olduğu konusunda eksik bilgiye sahiptir. Yine bu öğrencinin de elde var olan onluğu diğer basamağa aktarmadığı görülmektedir. (Örnek 24'e bakın).

C27 kodlu öğrenci *4'den 8 çıkarsa 4 kalır, 8'den 4 çıkarsa 4 kalır, 3'den 1 çıkarsa 2 kalır* diyerek yaptığı işlemi anlatmıştır. *4'den 8 çıkarsa 4 kalır, 8'den 4 çıkarsa 4 kalır* ifadesinden de anlaşılacağı üzere bu öğrencinin *çıkartma işlemini değişme özelliğine sahip bir işlem olarak algıladığı veya çıkartma işleminde her zaman büyük sayıdan küçük sayı çıkartılır* şeklinde bir kavram yanılgısının neden olduğu söylenebilir.

4.2.1.2. Çıkartma İşlemi Gerektiren Soru Türlerinde Yaşanan Zorluklara İlişkin Bulgular

➢ **İlköğretim 1. Sınıfların Çıkartma İşlemi Gerektiren Soru Türlerinde Yaşadığı Zorluklara İlişkin Bulgular**

İlköğretim 1.sınıfların beş tane çıkartma işlemi gerektiren sorusu vardır. Bu soruların soru numaraları ve cevapları Tablo 4.17'de gösterilmiştir.

Tablo 4.17. İlköğretim 1. sınıfların çıkartma işlemi gerektiren soruları ve cevapları

Soru	Problem	İşlem Türü	Cevap
2.	Ebru ile Hakan oyun parkına gitmişlerdir. Ebru'nun 12 tane bileti vardır. Ebru'nun biletleri Hakan'ın biletlerinden 8 tane daha fazladır. Hakan'ın kaç bileti vardır?	Çıkartma	12-8=? 12-8=4
4.	Fatih'in 20 tane bilyesi vardır. Kardeşi bilyelerinin bir miktarını almıştır ve Fatih'in 5 tane bilyesi kalmıştır. Kardeşi Fatih'in kaç bilyesini almıştır?	Çıkartma	20-?=5 20-5=15
6.	Bay ve bayan fareler kışlık yiyecek ihtiyaçlarını hesaplamak istemektedirler. Ellerinde 12 parça peynir bulunmaktadır. Kış için toplam 19 parça peynire ihtiyaç duymaktadırlar. Daha ne kadar peynir bulmaları gerekmektedir?	Çıkartma	12+?=19 19-12=7
7.	Onur ayakkabı ve kazak almış ve 12 lira ödemiştir. Kazak 8 lira ise ayakkabı kaç liradır.	Çıkartma	12-8=? 12-8=4
9.	Yağmur partiye gelen arkadaşları için 12 adet kurabiye yapmıştır. Parti sonunda kurabiyelerin 8 tanesi arttığına göre, kaç kurabiye yenmiştir?	Çıkartma	12-?=8 12-8=4

Öğrencilerin bu sorulara vermiş olduğu cevaplar doğru, yanlış ve boş olma durumlarına göre gruplanmış ve Tablo 4.18'de sunulmuştur.

Tablo 4.18’de görülebildiği gibi 1. sınıf öğrencilerinin % 31’i hem işlem seçimini hem de sonucu doğru yaparak, çıkartma işlemi gerektiren sorulara doğru cevap verirken, % 64’ü hatalı cevap bildirmiştir. 2. 6. 7. ve 9. sorulara öğrencilerin yarısından fazlası hatalı cevap bildirmiştir. 4. soru en fazla doğru oranına (% 64) sahip soru olmuştur. Öğrencilerin % 5’i sorulara herhangi bir cevap vermemiştir.

Tablo 4.18. İlköğretim 1. sınıf öğrencilerinin çıkartma işlemi gerektiren soru türlerinde ki doğru, yanlış ve boş oranları

	Soru 2		Soru 4		Soru 6		Soru 7		Soru 9		Toplam (Ortalama)	
	f	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**
Doğru	6	17	23	64	8	22	14	39	6	17	11	31
Yanlış	30	83	12	33	25	70	20	56	27	75	23	64
Boş	0	0	1	3	3	8	2	5	3	8	2	5

İlköğretim 1. sınıf öğrencilerinin bu sorulara vermiş olduğu cevaplar Tablo 4.19’da gösterilmiştir.

Tablo 4.19. 1. sınıf öğrencilerinin çıkartma işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu cevaplar

Öğrencinin Kodu	Öğrencinin Verdiği Cevap					Hata Kodu	Öğrencinin Kodu	Öğrencinin Verdiği Cevap					Hata Kodu
	2.	4.	6.	7.	9.			2.	4.	6.	7.	9.	
A1	12 + 8 19	20 - 5 15	19 +12 31	8 +4 12	12 16 -8 +8 16 14	M3, M1	A19	12 - 8 4	20 - 5 15	19 -12 4	12 - 8 4	12 - 8 5	M1
A2	12 + 8 18	20 - 5 15		12 - 8 4		M3	A20	12 - 8 4	20 - 5 15	19 -12 7	12 - 8 4	12 + 8 20	M3
A3	12 - 8 22	20 - 5 30	19 +12 22	12 - 8 21	12 -8 22	M1, M3	A21	12 - 8 4	20 - 5 15	19 -12 7	12 - 8 4	12 + 8 4	M2
A4	12 + 8 20	20 - 5 15	19 -12 7	12 + 8 20	12 + 8 20	M3	A22	12 - 8 4	20 - 5 15	19 +12 31	12 - 8 4	12 + 8 20	M3
A5	12 + 8 20	20 - 5 15	19 -12 7	12 - 8 4	12 + 8 20	M3	A23	12 + 8 20	20 - 5 15	19 -12 7	12 - 8 5	12 + 8 19	M3
A6	12 + 8 20	20 - 5 15	19 +12 31	12 - 8 4	12 4 -8 +4 4 8	M3	A24	12 - 8 8	20 - 5 15	19 +12 31	12 - 8 4	12 + 8 20	M1, M3
A7	12 + 8 20	20 - 5 15	19 +12 31	12 + 8 20	12 - 8 4	M3	A25	12 + 8 15	20 + 5 25	19 +12 19	12 + 8 8	12 + 8 20	M3
A8	12 + 8 20	20 + 5 25	19 +12 31	12 - 8 4	12 + 8 20	M3	A26	12 + 8 20	20 + 5 25	19 +12 31	12 + 8 20	12 + 8 20	M3
A9	12 + 8 19	20 - 5 15	19 +12 31	12 - 8 14	12 +8 30	M3, M1	A27	12 + 8 20	1	19 +12 32	12	12 + 8 19	M3, M4
A10	12 + 8 20	20 - 5 25	19 -12 7	12 + 8 10	12 - 8 4	M3, M1	A28	12 + 8 20	20 - 5 15	19 -12 8	12 - 8 7	12 - 8 9	M3, M1
A11	12 + 8 20	20 + 5 25	19 +12 54	12 + 8 20	12 + 8 20	M3	A29	12 + 8 21	5	19 +12 31	12 + 8 20	12 + 8 20	M3, M4
A12	12 + 8 20	20 - 5 15	19 +12 7	12 + 8 20	12 - 8 2	M3, M2, M1	A30	12 + 8 20	20 - 5 15	19 +12 31	12 - 8 4	12 + 8 20	M3
A13	12 - 8 4	20 - 5 15	19 +12 31	12 - 8 4	12 - 8 4	M3	A31	12 + 8 19	20 - 5 15	19 +12 31		12 - 8 4	M3
A14	12 + 8 20	20 - 5 15	19 -12 7	12 - 8 4	12 - 8 4	M3	A32	12 + 8 20	20 + 5 25	19 +12 33	12 + 8 20	12 + 8 20	M3
A15	12 + 8 20	20 - 5 25	19 +12 21	12 + 8 20	12 + 8 20	M3, M1	A33	12 - 8 3	5		12 + 8 18	12 + 8 18	M1, M4, M3
A16	12 + 8 21	20 - 5 15	19 +12 7	12 - 8 4	12 + 8 20	M3, M2	A34	12 + 8 20	20 + 5 25	19 +12 29	12 + 8 20	12 + 8 20	M3
A17	12 + 8 20	20 - 5 15	19 +12 31	12 + 8 20	12 - 8 4	M3	A35	12 +8 18					M3
A18	12 - 8 4	20 - 5 15	19 -12 7	12 + 8 20	12 + 8 20	M3	A36	12 + 8 13	1	19 +12 22	12 + 8 18		M3, M4

İlköğretim 1. sınıf öğrencilerinin çıkartma işlemi gerektiren sorulara vermiş olduğu yanlış cevaplar hata türlerine göre gruplanmış ve Tablo 4.20'de gösterilmiştir.

Tablo 4.20. İlköğretim 1. sınıfların çıkartma işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu hatalı cevapların, hata türlerine göre sunulması

	Soru 2		Soru 4		Soru 6		Soru 7		Soru 9		Toplam (Ortalama)	
Hata Kodu	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**
M1	3	10	2	17	2	8	4	20	2	8	3	13
M2	0	0	0	0	2	8	0	0	3	11	1	4
M3	27	90	6	50	21	84	15	75	22	81	18	79
M4	0	0	4	33	0	0	1	5	0	0	1	4
Toplam	30	100	12	100	25	100	20	100	27	100	23	100

1.sınıf öğrencilerinin çıkartma işlemi gerektiren soru türlerinde en çok tekrar ettiği hata türü M3 türünde olmuştur. Bu öğrencilerin % 79'u hem işlem seçimini hem de sonucu hatalı bulurken, % 13'ü işlem seçimini doğru yapmasına rağmen sonucu hatalı bulmuştur (M1). Öğrencilerin % 4'ü herhangi bir işlem yapmadan hatalı cevap verirken (M4), geriye kalan % 4 ise işlem tercihini yanlış belirlemesine rağmen doğru cevap verebilmiştir (M2). Soruların tamamında öğrencilerin en çok tekrar ettiği hata türü M3 olmuştur.

Araştırma kapsamında yer alan 1. sınıf öğrencilerinin, çıkartma işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu hatalı cevaplara ilişkin örnekler aşağıda sunulmuştur.

İşlem tercihi doğru, sonucu hatalı olanlar (Hata Kodu: M1):

Örnek 27: (Soru, 2; Öğrenci kodu, A3)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

A3: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

A3:Çıkartma yapacağız.

Y:Neden?

A3:Çünkü Ebru'nun 12 tane bileti varmış, Ebru'nun biletleri Hakan'ın biletlerinden 8 fazlaymış o yüzden çıkartacağız.

Y: Toplama yapsak olur muydu?

A3:Olmazdı. Çünkü Ebru'nun biletleri Hakan'ın biletlerinden daha fazladır.

Y:Peki yapalım.

A3:13, 14, 15, ….22

Y:Toplama mı yaptın yoksa çıkartma mı?

A3:Çıkartma yaptım.

Y: Böyle çıkartma işlemi yapmasını kimden öğrendin?

A3:Öğretmenimizden.

Örnek 28: (Soru, 4; Öğrenci kodu, A15)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

A15: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

A15:20 eksi, diğeri bilinmediği için kutu yapacağım, eşittir 5. Sonuç 21, 22, 23, 24, 25.

Y:Eksi olunca sen toplamamı yapıyorsun?

A15:Evet

Y:Kim söyledi?

A15:Hiç kimse

Örnek 29: (Soru, 7; Öğrenci kodu, A3)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

A3: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

A3:12'den 8'i çıkartacağız

Y:Neden?

A3:Çünkü 12 daha büyük 8 daha küçük.

Y:12 ile 8'i toplasak olur muydu?

A3:Olmaz, burada 12'den 8 çıkmış.

Y:Peki çıkartalım o zaman.

A3:12, 13, 14…..21

Örnek 30: (Soru, 9; Öğrenci kodu, A12)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

A12: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

A12: Toplayacağım.

Y:Neden?

A12:Hayır çıkartacağız. Çünkü 8 tanesini yemiştir diyor.

Y:Yemiştir denilince çıkartma işlem yapmanı kim söyledi?

A12:Kendim öğrendim.

Y: Peki yapalım.

A12: 9, 8, ...2, Sonuç 2.

İşlem tercihinde yapılan hatalar:

1.sınıfların % 13'ü M1 türünde hata yapmışlardır ve bu öğrenciler M1 türünde on altı farklı cevap vermişlerdir. Öğrencilerin hepsi problemin çözümünde çıkartma işlemini kullanacaklarını söylemişlerdir. Neden çıkartma işlemini tercih ettikleri sorulduğunda; 2. soru için A3 kodlu öğrenci *çünkü Ebru'nun 12 tane bileti varmış, Ebru'nun biletleri. Hakan'ın biletlerinden 8 fazlaymış o yüzden çıkartacağız* cevabını verirken, 4. soru için A15 kodlu öğrenci *20 - □ =5* cevabını vermiştir. Gerek A3 kodlu öğrencinin kullandığı ifadelerden, gerekse A15 kodlu öğrencinin sayılar arasında kurduğu ilişkiden sorudaki verilenleri ve istenenleri anladığı görülmektedir.

A3 kodlu öğrenci ise 7. soruda niçin çıkartma işlemini tercih ettiğini *çünkü 12 daha büyük 8 daha küçük* şeklinde açıklamıştır. Bu öğrencinin sorudaki verilenleri ve istenenleri dikkate almak yerine, sorudaki sayıların büyük veya küçük olma durumuna göre, hangisinin daha önce hangisinin daha sonra geldiğini dikkate aldığı görülmektedir. Bu öğrencinin bu şekilde hareket etmesinin altında *12'den 8'e doğru bir azalışın olması ve bu durumunda çocuğa çıkartma işlemini hatırlattığı* söylenebilir. Öğrencinin *toplama yapamayız, çünkü burada 12'den 8 çıkmış ifadesi de* bu fikri desteklemektedir.

A12 kodlu öğrenci 9. soruda ki *çıkartacağız, çünkü 8 tanesini yemiştir diyor* ifadesinden de anlaşılacağı üzere yemek eylemi bu öğrenciye çıkartma işlemini hatırlatmaktadır. Yemek fiili eksilme ifade ettiği için soruda çıkartma işlemi gerektirebilir ancak yemek fiilinin geçtiği her soruda kesin çıkartma işlemi yapılır diye bir kural yoktur. Öğrencinin *yemiştir dediği için çıkartma yapacağım* düşüncesi bu soruda doğru işlem yapmasını sağlasa da, *Zeynep'in 20 tane şekeri vardır. Her gün 4 tanesini yemektedir. Zeynep'in şekerleri kaç gün sonra biter?* şeklinde bir bölme işlemi ile karşılaştığında kavram yanılgısı yaşarak hatalı cevap vermesi muhtemel gözükmektedir. Öğrencinin bu şekilde düşünmesinde psikolojik nedenlerin etkili olduğu söylenebilir.

<u>İşlem Sırasında Yapılan Hatalar:</u>

A3, A12 ve A15 kodlu öğrenciler işlem tercihlerini doğru belirlemelerine rağmen işlem sırasında yapmış oldukları çeşitli hatalar nedeniyle sonucu hatalı bulmuşlardır. Bu öğrenciler 2. 4. 7. ve 9. sorulara sırasıyla *12-8=22, , 12-8=21, 12-8=2, 20-5=25* şeklinde cevap verdikleri görülmektedir. A3 kodlu öğrencinin 2. ve 7. soruda, hatalı cevap vermesinin altında çıkartma yerine toplama (addition-for-subtraction) yapması gösterilebilir. Öğrencinin bu şekilde hata yapmasında pedagojik nedenlerin etkili olduğu söylenebilir. A15 kodlu öğrencinin de 4. soruda *20 - □ =5* sayılar arasında doğru ilişki kurmasına rağmen *eksi olunca toplama yapılır* şeklinde bir kavram yanılgısına sahip olması sonucu hatalı bulmasına neden olmuştur. Bu şekilde yapılan hatanın daha çok psikolojik nedenlerden kaynaklandığı söylenebilir.

A12 kodlu öğrencinin ise çıkartma işleminde geriye doğru sayma stratejisini kullanırken 11'den değil de 9'dan başlaması sonucu hatalı bulmasına neden olmuştur. Bu durumun çocuğun dikkatsizliğinden kaynaklandığı düşünülmektedir.

İşlem tercihi hatalı ve sonucu doğru olanlar (Hata Kodu: M2):

Örnek 31: (Soru, 6; Öğrenci kodu, A12)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

A12: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

A12:12'nin üzerine 7 tane sayacağım.

Y: Neden üzerine saydın?

A12:Çünkü burada toplama var, bunlar 7 tane daha peynir bulurlarsa olur.

Y:Peki yapalım.

A12: 12+19=7

Y: Toplama işlemi mi yaptın?

A12: Evet ama 19+12=7 yapacaktım.

Örnek 32: (Soru, 9; Öğrenci kodu, A21)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

A21: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

A21: Toplayacağız.

Y:Neden?

A21: Çünkü çoğalınca toplama işlemi yapılır.

Y:Kurabiyelerin çoğaldığını nerden anladın?

A21:Çünkü kurabiyeler kalmış, kalınca toplama işlemi yapılır.

Y:Kim dedi?

A21:Annem dedi.

Y:Peki yapalım.

A21:12+8=4

İşlem tercihinde yapılan hatalar:

1.sınıf seviyesindeki öğrencilerin % 4'ü M2 türünde hata yapmış ve bu hata türünde üç farklı cevap vermişlerdir. A12 kodlu öğrenci *7 tane daha peynir bulurlarsa olur* şeklinde cevap vererek niçin toplama işlemini tercih ettiğini açıklarken, A21 kodlu öğrenci *çünkü kurabiyeler kalmış, kalınca toplama işlemi yapılır* diyerek niçin toplama işlemini tercih ettiğini ifade etmiştir. A21 kodlu öğrencinin *geriye kalınca bir çoğalma söz konusudur öyleyse toplama işlemi yapılır* şeklinde bir kavram yanılgısına sahip olduğu söylenebilir.

İşlem Sırasında Yapılan Hatalar:

A12 ve A21 kodlu öğrencilerin her ikisinin de toplama yerine çıkartma (subtraction-for-addition) yapma davranışı sergilediği görülmektedir. Öğrencilerin bu şekilde davranmalarının nedeni ileri doğru sayma stratejisini kullanarak sürekli üzerine ekleme işlemi yaparken, 12 ile 4'ü ve 12 ile 7'yi değil de 12 ile 8'i ve 12 ile 19'u toplamalarından kaynaklanmaktadır. Bu öğrencilerin iki uzaklık arasındaki miktarı hesaplarken bir kavram yanılgısı yaşadığı söylenebilir. 19'dan 12'ye doğru sayıldığı zaman 7 rakamına ulaşılması ve 12'den 19'a doğru sayılırken yine 7 rakamına ulaşılması öğrencide *19-12=7 ise 19+12'de 7'dir* şeklinde bir düşüncenin oluşmasına neden olmuş olabilir.

İşlem tercihi ve sonucu hatalı olanlar (Hata Kodu: M3):

Örnek 33: (Soru, 2; Öğrenci kodu, A1)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

A1: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

A1:Toplayacağız.

Y:Neden?

A1:Çünkü burada fazladır yazıyor.

Y: Fazladır yazınca her zaman topluyor musun?

A1: Evet

Y: Kim dedi?

A1:Öğretmen dedi.

Y: Peki topla.

A1:12, 13, ….19.

Örnek 34: (Soru, 2; Öğrenci kodu, A9)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

A9: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

A9:Toplama yapacağım, çünkü 8 tane daha fazlaymış.

Y:Peki yap.

A9:2 ile 8'i toplarsak 2, 3,…9 yapar. 1'i de aşağıya indiriyorum. Sonuç 19.

Örnek 35: (Soru, 2; Öğrenci kodu, A5)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

A5: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

A5:Ebru'nun 12 bileti varmış. Hakan'ın biletleri 8 tane onunkinden fazlaymış, o yüzden toplayacağım ki Hakan'ın biletlerini bulayım.

Y:Çıkartma yapsak olur mu?

A5:Hayır çünkü fazla diyor.

Y:Peki yapalım.

A5:Sonuç 20.

Örnek 36: (Soru, 2; Öğrenci kodu, A8)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

A8: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

A8:Toplayacağız.

Y:Neden?

A8:Çünkü Ebru'nun 12 tane, Hakan'ın da 8 tane bileti varmış. İkisinin de bileti var, bu da toplama demek.

Y:Kim söyledi?

A8:Ben bunu kendim öğrendim. Kendi başıma kitaplardan öğrendim, sonra da doğru yaptım.

Y:Peki yapalım.

A8:Sonuç 20.

Örnek 37: (Soru, 2; Öğrenci kodu, A14)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

A14: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

A14:Toplayacağız.

Y:Neden?

A14:8 fazladır dediği için.

Y:Fazladır deyince her zaman toplama yapmanı kim söyledi?

A14:Öğretmenimden öğrendim. Sorularda çıkıyor, öğretmenimizde bize anlatıyor.

Y:Peki yapalım.

A14:13,14,.....20.

Örnek 38: (Soru, 6; Öğrenci kodu, A7)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

A7: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

A7:Toplama yapacağız.

Y: Neden?

A7:Çünkü toplama çıkartmadan daha güzel. 19 diyor ki topla, 12 diyor ki çıkart.

Y:Peki ne yapacağız?

A7:Toplama, çünkü soruda diyor ki toplam.

Y:Sen toplam deyince her zaman toplama mı yapıyorsun?

A7:Evet

Y:Kim söyledi?

A7: Hiç kimse ben biliyorum.

Y:Peki yap.

A7:20,21….31.

Örnek 39: (Soru, 6; Öğrenci kodu, A17)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

A17: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

A17: Toplayacağız, çünkü ihtiyaçları vardır diyor. İhtiyaçları var yani almaları gerekiyor.

Y:İhtiyaçları olunca her zaman topluyor musun?

A17:Evet

Y:Kim dedi?

A17:Öğretmenimiz dedi.

Y:Ne dedi öğretmeniniz?

A17: İhtiyaçları olunca her zaman toplayın dedi.

Y:Peki yapalım.

A17: 19+12=31.

Örnek 40: (Soru, 7; Öğrenci kodu, A15)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

A15: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

A15:Toplayacağız.

Y:Neden?

A15:Çünkü kazağa 12 lira ödemişler, ayakkabıya da 8 lira ödemişler.

Y:Peki bize ne soruyor?

A15:İkisinin toplamını.

Y:Peki yap.

A15:12+8=20

Örnek 41: (Soru, 9; Öğrenci kodu, A1)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

A1: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

A1:Bir toplayacağız, bir çıkartacağız.

Y: Neden?

A1:Yemiştir dediği için ilk önce çıkartacağım, artmıştır dediği için sonrada toplayacağım.

Y: Peki yap.

A1:12'den 8'i çıkartırsam 16 kalır. 16 ile de 8'i toplayacağım. 8+6 14, 14'ün 4'ü. 1'i de aşağıya alıyoruz. Sonuç 14.

Örnek 42: (Soru, 9; Öğrenci kodu, A6)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

A6: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

A6: 12 ile 8'in nasıl 8 olduğunu bulacağız. 12'den 8'i çıkartacağım. Bide artmış diyor, sonra da toplayacağım.

Y:Peki yapalım.

A6:12 - 8=11, 10, 9…4. 4 ile de 4'ü toplayacağım. 5, 6, 7, 8. 8 tanesi yenmiş

İşlem Tercihinde Yapılan Hatalar:

1.sınıflar 2. soruya % 83 oranında hatalı cevap vermişlerdir ve ayrıca bu soru çıkartma işlemi gerektiren diğer sorular arasında da en fazla hata yapılma oranına sahip olan sorudur. Öğrencilerin bu soruda niçin zorluk yaşadığı incelendiği zaman, öğrencilerin sorudaki verilenlere ve istenenleri dikkate almak yerine, anahtar sözcüklere yoğunlaştıkları söylenebilir.

A1, A5, A9 ve A14 kodlu öğrenciler sorunun bütününe yoğunlaşmak yerine *toplama yapacağız, çünkü burada fazladır yazıyor* diyerek problemi nasıl çözdüklerini açıklamışlardır. Bu öğrencilerin *fazla yazınca her zaman bir artış söz konusudur öyleyse her zaman toplama yapılır* şeklinde bir kavram yanılgısına sahip olduğu söylenebilir veya öğrenciler bu kelimeleri ezberlemiş olabilir. A8 kodlu öğrencinin ise sorudaki verilenleri ve istenenleri yanlış anladığı *çünkü Ebru'nun 12 tane, Hakan'ın da 8 tane bileti varmış. İkisinin de bileti var, bu da toplama* demek ifadesinden anlaşılmaktadır. Bu durumdan hareketle 2. soruda işlem tercihinin hatalı yapılmasının altında problemin anlaşılmaması gösterilebilir.

A7 kodlu öğrenciye 6. soruda niçin toplama işlemini tercih ettiği sorulduğunda *çünkü soruda diyor ki toplam bide toplama çıkartmadan daha güzel* şeklinde açıklamıştır. A17 kodlu öğrenci ise *toplayacağız, çünkü ihtiyaçları var diyor, yani almaları gerekiyor* diyerek neden toplama işlemini tercih ettiğini anlatmıştır.

6. soru % 70 hata oranına sahiptir. Hatalı cevap verenlerin yarsından fazlasının bu soruda işlem tercihini hatalı yapmasının altında A7 ve A17 kodlu öğrencilerden de görüldüğü üzere problemin anlaşılmaması gösterilebilir. Toplama işleminin A7 kodlu

öğrenciye sevimli geldiği ve bu durumunda toplama işlemini tercih etmesinde etkili olduğu söylenebilir. Yine bu öğrencinin *toplam sözcüğü geçerse her zaman toplama yapılır* şeklinde bir kavram yanılgına sahip olduğu veya öğrencinin bu kelimeyi ezberlediği söylenebilir. *Sen toplam deyince her zaman toplama işlemi mi yapıyorsun?* sorusuna, öğrencinin *Evet* cevabını vermesi bu fikri desteklemektedir. A17 kodlu öğrencinin ise *ihtiyaçları var ise dışarıdan getirip üzerine eklemek gerekir* fikri doğru bir düşünce olabilir. Ancak *toplayacağız, çünkü ihtiyaçları var* ifadesi yanlış bir ifadedir ve bu soruda da olduğu gibi öğrenciyi hatalı cevap vermeye itebilir. Böyle sorunların ortaya çıkmasında psikolojik ve pedagojik nedenlerin birlikte etkili olduğu söylenebilir.

7. soruda ki verilenleri A15 kodlu öğrencinin anlamadığı söylenebilir. Çünkü öğrenci niçin toplama yaptığını şöyle açıklamıştır: *Çünkü kazağa 12 lira ödemişler, ayakkabıya da 8 lira ödemişler. Peki bize ne soruyor? İkisinin toplamını.* A15 kodlu öğrencinin ifadelerinden de anlaşılacağı üzere öğrenci soruda ki verilenleri ve istenenleri doğru anlamamıştır. 1. sınıfların 7. sorusu % 56 hata oranına sahiptir ve bu soruda öğrencileri yönlendirecek anahtar sözcüklere yer verilmemiştir. Öğrencilerin bu soruda zorluk yaşamalarının nedenleri arasında bu durumun da etkili olduğu söylenebilir.

9. soruda da durum diğerlerinden farklı değildir. A1 ve A6 kodlu öğrencilerin her ikisi de soruda yemek fiili geçtiği için çıkartma, artmak fiili geçtiği için toplama yaptıklarını ifade etmişlerdir. Ancak toplama ve çıkartma işlemlerinin öncelik sıralarını neye göre belirledikleri tanımlanamamıştır. Soruda artmak fiili geriye kalmak anlamını taşımasına rağmen, her iki öğrencinin de artmak eylemini çoğalmak şeklinde algıladığı söylenebilir. Öğrencilerin hatalı işlem tercihi yapmalarının altında yemek ve artmak sözcükleriyle ilgili yaşamış oldukları kavram yanılgıları gösterilebilir veya öğrenciler bu kelimeleri ezberlemiş olabilir.

İşlem Sırasında Yapılan Hatalar:

A1 ve A9 kodlu öğrencilerin işlem sırasında da zorluk yaşadıkları görülmektedir. A1 ve A9 kodlu öğrencilerin 12 ile 8'i toplayıp 19 bulması (12+8=19), yine A1 kodlu öğrencinin 12 ile 8'i çıkartıp 16 bulması (12-8=16), sonra da 16 ile 8'i toplayıp 14 bulması (16+8=14) bu öğrencilerin toplama ve çıkartma işlemleriyle ilgili sorun yaşadıklarını göstermektedir.

A1 ve A9 kodlu öğrencilerin 12 ile 8'i toplarken 13'den değil de 12'den başlamaları sonucu hatalı bulmalarına neden olmuştur. Öğrencinin bu şekilde bir hata yapması dikkatsizlikten kaynaklanabileceği gibi üzerine sayma işlemini bilmemesinden de kaynaklanabilir. Yine A1 kodlu öğrencinin 12'den 8'i çıkartıp 16 bulması *çıkartma işleminde her zaman büyük sayıdan küçük sayı çıkartılır* şeklinde bir kavram yanılgısına sahip olmasından kaynaklanmış olabilir.

Hiçbir işlem yapmadan hatalı cevap verenler (Hata Kodu: M4)

Örnek 43: (Soru, 4; Öğrenci kodu, A27)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

A27: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

A27:Bilmiyorum.

Y:Kardeşi Fatih'in kaç bilyesini almıştır?

A27: 1 bilyesini almıştır.

Y: Nasıl yaptın?

A27: (Soruda ki bir miktar yazısını gösterir)

- **İlköğretim 2. Sınıfların Çıkartma İşlemi Gerektiren Soru Türlerinde Yaşadığı Zorluklara İlişkin Bulgular**

İlköğretim 2. sınıfların çıkartma işlemi gerektiren dört sorusu vardır. Tablo 4.21'de bu soruların soru sayılarına ve cevaplarına yer verilmiştir.

Tablo 4.21. İlköğretim 2. sınıfların çıkartma işlemi gerektiren soruları

Soru	Problem	İşlem Türü	Cevap
3.	Yağmur partiye gelen arkadaşları için 32 adet kurabiye yapmıştır. Parti sonunda kurabiyelerin 14 tanesi arttığına göre kaç kurabiye yenmiştir?	Çıkartma	32-?=14 32-14=18
4.	Bir grup arkadaş oyun oynamaktadır. Oyuna 8 kişi daha katılırsa 23 kişi olacaklardır. Oyunun başında grupta kaç kişi vardı?	Çıkartma	?+8=23 23-8=15
8.	Musa'nın 32 tane cevizi vardır. Ali Musa'ya kendi cevizlerini de verince Musa'nın ceviz sayısı 40'a çıkmaktadır. Ali Musa'ya kaç ceviz vermiştir?	Çıkartma	32+?=40 40-32=8
10.	Dedem her gün bir önceki günden 18 dakika daha fazla yürüyüş yapmaktadır. Dedem ikinci gün 64 dakika yürüdüğüne göre birinci gün kaç dakika yürümüştür?	Çıkartma	?+18=64 64-18=46

Öğrencilerin bu sorulara vermiş olduğu cevaplar doğru, yanlış ve boş olma durumlarına göre gruplanmış ve Tablo 4.22'de gösterilmiştir.

Tablo 4.22'de görülebildiği gibi 2. sınıf öğrencilerinin büyük bir çoğunluğu (% 81) çıkartma işlemi gerektiren sorulara hatalı cevap verirken, % 19'u doğru cevap bildirmiştir. 3. soru en fazla doğru oranına (% 36) sahip soru olmasına rağmen öğrencilerin % 64'ü bu soruda zorluk yaşamıştır. En fazla hata oranına sahip soru ise % 92'lik hata oranıyla 10. soru olmuştur.

Tablo 4.22. İlköğretim 2. sınıf öğrencilerinin çıkartma işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu cevapların doğru, yanlış ve boş oranları

	Soru 3		Soru 4		Soru 8		Soru 10		Toplam (Ortalama)	
	f	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**
Doğru	13	36	4	11	10	28	3	7	7	19
Yanlış	23	64	31	86	26	72	33	92	29	81
Boş	0	0	1	3	0	0	0	0	0	0

Öğrencilerin çıkartma işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu yanıtlar Tablo 4.23'de gösterilmiştir.

Tablo 4.23. İlköğretim 2. sınıf öğrencilerinin çıkartma işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu yanıtlar

Öğrencinin Kodu	Öğrencinin Verdiği Cevap				Hata Kodu	Öğrencinin Kodu	Öğrencinin Verdiği Cevap				Hata Kodu
	3.	4.	8.	10.			3.	4.	8.	10.	
B1	32 - 14 18	23 + 8 32	40 +32 72	64 -15 56	M3, M1	B19	32 +14 46	23 + 8 31	40 +32 72	64 +18 82	M3
B2	32 +14 46	23 + 8 31	40 +32 72	64 +18 82	M3	B20	32 -14 22	23 X 8 21	32 - 40 32	18 - 64 14	M1, M3
B3	32 - 14 18	23 + 8 31	40 -32 8	64 +18 82	M3	B21	32 14 -14 -28 28 22	23 + 8 31	40 40 +32 +72 72 22	64 +18 82	M3
B4	32 +14 516	23 + 8 321	32 X40 122	64 X18 832	M3	B22	32 -14 22	23 - 8 25	40 +32 72	64 +18 82	M1, M3
B5	32 +14 46	23 -8 32	40 +32 72	64 +18 618	M3, M1	B23	32 +14 46	8 -23 63	40 +32 72	64 +18 82	M3, M1
B6	32 - 14 18	23 - 8 16	40 -32 8	64 +18 82	M1, M3	B24	32 - 14 18	23 + 8 31	40 +32 72	64 +18 82	M3
B7	32 - 14 18	23 + 8 31	40 +32 72	64 +18 82	M3	B25	32 -14 22	23 + 8 31	40 +32 62	64 +18 82	M1, M3
B8	32 +14 46	23 - 8 15	40 +32 72	64 +18 92	M3, M1	B26	32 -14 29	23 + 8 31	40 -32 8	64 +18 82	M1, M3
B9	32 - 14 18	23 + 8 31	40 +32 72	18 -64 54	M3, M1	B27	32 -14 13	23 + 8 31	40 -32 8	64 +18 82	M1, M3
B10	32 - 14 18	23 - 8 15	40 -32 8	64 -18 46		B28	14|32 -14|32 00		40|32 - 40|25 00	64 +18 75	M3
B11	32 46 +14 -14 46 32	23 + 8 31	40 +32 72	64 +18 82	M3	B29	32 46 +14 -14 46 32	23 + 8 21	40 +32 72	64 +18 72	M3
B12	32 - 14 18	23 + 8 21	40 +32 72	18 -64 54	M3, M1	B30	32 46 +14 -14 46 32	23 - 8 15	40 -32 8	64 -18 46	M3
B13	32 +14 46	23 + 8 31	40 - 32 17	64 +18 82	M3, M1	B31	14 -32 38	23 - 8 65	40 -32 10	18 - 64 64	M1
B14	32 X14 46	23 + 8 31	40 X32 82	18 - 64 04	M3. M1	B32	32 - 14 18	23 + 8 31	40 -32 8	64 -18 46	M3
B15	32 - 14 18	23 + 8 31	40 -32 8	64 - 18 44	M3, M1	B33	32 - 14 18	23 + 8 31	40 +32 72	64 +18 81	M3
B16	32 46 +14 -14 46 32	23 + 8 31	40 -32 8	64 +18 82	M3	B34	32 - 14 39	23 + 8 31	40 -32 12	64 +18 82	M1, M3
B17	32 - 14 18	23 + 8 31	40 +32 72	64 +18 82	M3	B35	32 +14 46	23 + 8 31	40 +32 72	64 +18 82	M3
B18	32 - 14 18	23 - 8 15	40 +32 72	18 +18 36	M3	B36	32 +14 46	23 +8 111	40 -32 18	64 +18 82	M3, M1

Öğrencilerin çıkartma işlemi gerektiren sorulara verdiği yanlış cevaplar hata türlerine göre gruplanmış ve Tablo 4.24'de gösterilmiştir.

Tablo 4.24. İlköğretim 2. sınıfların çıkartma işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu hatalı cevapların, hata türlerine göre sunulması

	Soru 3		Soru 4		Soru 8		Soru 10		Toplam (Ortalama)	
Hata Kodu	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**
M1	7	30	5	16	5	19	7	21	6	21
M2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
M3	16	70	26	84	21	81	26	79	23	79
M4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Toplam	23	100	31	100	26	100	33	100	29	100

İlköğretim 2.sınıf öğrencilerinin çıkartma işlemi gerektiren soru türlerinde en çok tekrar ettiği hata türü M3 türünde olmuştur. Bu öğrencilerin % 79'u hem işlem seçimini hem de sonucu hatalı bulurken, % 21'i işlem seçimini doğru yapmasına rağmen sonucu hatalı bulmuştur (M1). Herhangi bir işlem yapmadan hatalı cevap veren (M4) ve işlem tercihini yanlış belirlemesine rağmen doğru cevap veren (M2) öğrenciye rastlanmamıştır. Soruların tamamında öğrencilerin en çok tekrar ettiği hata türü M3 olmuştur.

Araştırma kapsamında yer alan 2. sınıf öğrencilerinin, çıkartma işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu hatalı cevaplara ilişkin örnekler aşağıda sunulmuştur.

İşlem tercihi doğru, sonucu hatalı olanlar (Hata Kodu: M1):

Örnek 44: (Soru, 3; Öğrenci kodu, B31)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B31: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B31:Çıkartacağız

Y:Neden?

B31:………..

Y:Peki yapalım.

B31:4 kere 2 8. 3 kere 1 3 yapar. Sonuç 38.

Örnek 45: (Soru, 4; Öğrenci kodu, B5)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B5: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B5:Ya çarpma ya çıkartma yapacağım. Ama ben 23 ile 8'i çarpamam, çıkartacağım.

Y:Peki yapalım.

B5:2'den 8 çıkmaz, bir onluk aldık. 10'dan 8 çıkarsa 3 kalır. Burada 2 kaldı, 2'nin altında hiçbir şey yok diye aşağıya alıyoruz.

Y: 8'i niye 3'ün altına yazmadın?

B5:Problem öyle diyor.

Örnek 46: (Soru, 4; Öğrenci kodu, B23)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B23: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B23:8 ile 23'ü çıkartacağız.

Y:Niye?

B23:Çünkü demiş ki başında.

Y:Başında dediği zaman her zaman çıkartıyor musun?

B23:Hayır bazen de topluyorum ama burada çıkartacağım. Çünkü çıkartma işlemi vermiş.

Y:Peki yapalım.

B23:8'den 2 çıkarsa 6 kalır, 3 aşağıya. Sonuç 63

Örnek 47: (Soru, 4; Öğrenci kodu, B31)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B31: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B31:Çıkartacağız.

Y:Neden?

B31:Çünkü bunlar 8 kişilermiş. Sonucu bulamak için çıkartacağız.

Y:Peki yapalım

B31:3'den 8 çıkarsa 5 kalır. 2'den 8 çıkarsa 6 kalır. Sonuç 65

Örnek 48: (Soru, 10; Öğrenci kodu, B12)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B12: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B12:Toplayacağız. Çünkü ilk önce 18 dakika yürümüş sonra 64 dakika yürümüş bide fazla kelimesi geçmiş o yüzden toplama yapıyoruz.

Y:Peki yapalım.

B12:8'den 4 çıkarsa 4 kalır.1'den 6 çıkarsa 5 kalır.

Y:6'dan niye 1'i çıkartmadın?

B12:6'dan 1'i de çıkartsaydım 5 kalırdı.

Y:Peki 18'i niye başa yazdın?

B12:Çünkü 4'den 8 çıkmaz. O yüzden 8'den 4'ü çıkartacağız. 4 küçük, 8 büyük o yüzden 8'i başa yazarız.

Y:Böyle yapmasını kimden öğrendin?

B12:Ben böyle yaptım öğretmenim dedi doğru.

Örnek 49: (Soru, 10; Öğrenci kodu, B14)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B14: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B14:Bir önceki günü sorduğu için çıkartacağız.

Y:Peki yapalım.

B14:8'den 4 çıkarsa 4 kalır. 1'den 6 çıkmaz, o yüzden 0 yazıyoruz. Sonuç 04

Y:Peki neden 18'i başa yazdın?

B14:18 daha önce verildiği için.

Y:Böyle yapmanı kim söyledi?

B14:Öğretmenim dedi ki en üst kısmındakini en üste yazacaksın, diğer sayıyı onun altına yazacaksın

Örnek 50: (Soru, 10; Öğrenci kodu, B20)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B20: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B20:Birinci gün kaç dakika yürüdüğünü bulmak için çıkartma işlemi yapacağım.

Y:Peki yap.

B20:8'den 4 çıkarsa 4kalır. 1'den 6 çıkmaz, yine 1 yazıyoruz.

Y:Neden 64'den 18'i çıkartmadın?

B20:Çünkü birinci gün 18 dakika yürümüştür.

İşlem tercihinde yapılan hatalar:

İlköğretim 2.sınıf öğrencilerinin % 21'i M1 türünde hata yapmış ve bu hata türünde yirmi bir farklı cevap vermişlerdir. M1 türünde en çok hata oranına sahip olan soru % 30 hata oranıyla 3. sorudur. 3. soru çıkartma işlemi gerektirmektedir ve bu soruda hem artmak fiili hem de yemek fiili kullanılmıştır. B31 kodlu öğrenci 3. soruda işlem tercihini doğru belirlemesine rağmen, neden çıkartma işlemini tercih ettiğini açıklayamamıştır.

4.soruda B5 kodlu öğrenci neden çıkartma işlemini tercih ettiğini *ya çarpma ya çıkartma yapacağım, ama ben 23 ile 8'i çarpamam, çıkartacağım* şeklinde açıklamıştır. Bu öğrencinin sorudaki verilenleri ve istenenleri anlamadığı söylenebilir ayrıca bu öğrencinin 23 ile 8'i çarpmak ile 23 ile 8'i çıkartmanın aynı sonucu vereceğine inandığı söylenebilir. B23 kodlu öğrenci ise *başında* dediği için, B31 kodlu öğrenci ise *çünkü bunlar 8 kişilermiş o yüzden çıkartacağız* diyerek neden çıkartma işlemini tercih ettiklerini açıklamışlardır. B23 kodlu öğrencinin sorudaki istenenleri anladığı ancak B31 kodlu öğrencinin sorudaki verilenleri ve istenenleri anlamadığı söylenebilir.

B14 ve B20 kodlu öğrencilerin 10. sorudaki verilenleri ve istenenleri anladıkları *birinci gün kaç dakika yürüdüğünü bulmak için çıkartma işlemi yapacağım* ifadelerinden anlaşılmaktadır. Ancak B12 kodlu öğrencinin *toplayacağız, çünkü ilk önce 18 dakika yürümüş sonra 64 dakika yürümüş bide fazla kelimesi geçmiş o yüzden toplama yapıyoruz* ifadesinden de anlaşılacağı üzere öğrencinin sorudaki verilenleri anlamadığı ve öğrencinin *fazla kelimesi geçerse her zaman toplama işlemi yapılır* şeklinde bir kavram yanılgısına sahip olduğu söylenebilir.

İşlem sırasında yapılan hatalar:

B31kodlu öğrencinin çarpma ve çıkartma işlemlerini birbirinin yerine kullandığı görülmektedir. Bu öğrencinin 3. soruda *14 – 32 = 38* işleminde de görüldüğü üzere öğrencinin 2 ile 4'ü çıkartmak yerine 2 ile 4'ü çarptığı aynı şekilde 3'den 1'i çıkartmak yerine 3 ile 1'i çarptığı görülmektedir (Örnek 44'e bakın). Yine aynı öğrencinin 4. soruda *23 – 8 = 65* bulması göstermektedir ki bu öğrenci *hem 8'den 3'ü hem de 8'den 2'yi* çıkartmaktadır. Öğrenci çarpma işleminde olduğu gibi birlerle birler ve birlerle onlar arasında işlem yapmaktadır (Örnek 47'ye bakın). Bu öğrencinin çıkartma işleminin kurallarını çarpmaya, çarpma işleminin kurallarını da çıkartmaya genellediği söylenebilir. Ayrıca B31 kodlu öğrencinin *her zaman büyük sayıdan küçük sayı çıkartılır* şeklinde bir kavram yanılgısına sahip olduğu söylenebilir veya öğrenci büyükten küçüğü çıkartma prosedürüne başvurarak ödünç alma durumunu ortadan kaldırmaya çalıştığı söylenebilir. Doğal sayılarla çıkartma işlemi yapılırken en büyük sayı en üstte yazılır kuralını öğrencinin dikkate almadığı söylenebilir.

Öğrencinin çıkartma işlemi yaparken her zaman büyük sayıdan küçük sayıyı çıkartacağını düşünmesi yaygın olarak rastlanan hatalı bir cevaptır. Öğretmenlerin çocukların daha pratik hareket etmesi için sunduğu bu kural çocuğu zamanla hatalı bir duruma sevketmektedir. Öğrenci 1. sınıfta öğrendiği daha büyük sayıdan daha küçük sayıyı çıkarma mantığını ileriki yıllarda da devam ettirir. (Burns, 2000; 149)

B5 ve B23 kodlu öğrencilerin her ikisinin de işleme sol taraftan başladığı ve çıkartma işlemi yapılacak sayıların basamak sayıları farklı olduğunda soldan hizalayarak alt alta yazdıkları görülmektedir. Bu tür bir hata ilk bakışta öğrencinin dikkatsizliğinden kaynaklanmış gibi gözükse de bu işlemlerin kendi basamakları arasında (birlerle birler, onlarla onlar vb.) yapıldığının fark edilmemesinden kaynaklandığı söylenebilir. Burada yine sayıların basamak değerlerine gerekli anlamın yüklenmediği görülmektedir (Erdoğan & Özdemir Erdoğan, 2009; 48). Yine B5 kodlu öğrenci ödünç alma yönünü soldan sağa değil de sağdan sola olarak yapmakta ve onluk alma kavramını sadece 10 sayısı şeklinde algılayarak, elde işlemine basamaktaki rakamı dahil etmediği görülmektedir.

B12 ve B14 kodlu öğrenciler ise 10. soruda 64'den 18'i çıkartmak yerine 18'den 64'ü çıkartmışlardır. B12 kodlu öğrenci 18'in birler basamağında yer alan 8'in, 64'ün birler basamağında yer alan 4'den daha büyük olduğu için 18'i başa yazdığını söylemiştir. Bu öğrencinin *birler basamağı en büyük olan sayı en üste yazılır* şeklinde bir kavram yanılgısına sahip olduğu söylenebilir. B14 kodlu öğrenci ise, *soruda 18'in daha önce verilmesi* nedeniyle 18'i başa yazdığını ifade etmiştir. Bu öğrencinin de *soruda ilk önce geçen sayı başa yazılır, daha sonra gelen sayı alta yazılır* şeklinde bir kavram yanılgısına sahip olduğu ve sayıların büyük ve küçük olmasının öğrenci için bir anlam ifade etmediği söylenebilir. Her iki öğrencinin de böyle bir hata yapmasının pedagojik nedenlerden kaynaklandığı söylenebilir.

B12 kodlu öğrenci 18'den 64'ü çıkartırken, *1'den 6 çıkarsa 5 kalır* ifadesini kullanmıştır. Öğrenci *6'dan da 1'i çıkartsaydım yine 5 kalırdı* diyerek çıkartma işleminin değişme özelliğine sahip bir işlem olarak düşündüğü söylenebilir. B14 kodlu öğrencinin ise *1'den 6 çıkmaz, o nedenle 0 yazıyoruz* ifadesinden de anlaşıldığı üzere bu öğrencinin *küçük sayıdan büyük sayı çıkmaz o halde sonuç her zaman 0'dır* şeklinde bir kavram yanılgısına sahip olduğu söylenebilir. B20 kodlu öğrenci ise *1'den 6 çıkmaz, yine 1 yazıyoruz* diyerek *küçük sayıdan büyük sayı çıkmaz o halde sonuç her zaman küçük sayının kendisidir* şeklinde bir kavram yanılgısına sahip olduğu söylenebilir. Bütün bu işlem hataları, basamak kavramının çocuklar tarafından çok iyi anlaşılmadığının bir göstergesi ve çocukların ödünç alma kavramına başvurmak istememelerinin bir sonucu olarak gösterilebilir.

İşlem tercihi ve sonucu hatalı olanlar (Hata Kodu: M3)

Örnek 51: (Soru, 3; Öğrenci kodu, B11)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B11: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B11:İlk önce 32 ile 14'ü toplayacağım. Sonrada sonuçtan 14'ü çıkartacağım.

Y:Neden?

B11:Çünkü 32 tane kurabiye yapmış, sonra 14 tanesi artmış dediği için toplayacağım. Parti sonunda kaç kurabiye yenmiştir dediği için sonra da çıkartacağım.

Y:Peki yapalım.

B11:32 ile 14'ü toplarsak 46 yapar. 46'dan da 14'ü çıkartacağım. Sonuç 32.

Örnek 52: (Soru, 3; Öğrenci kodu, B14)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B14: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B14: Çarpma işlemi yapacağım.

Y:Neden?

B14:Yağmur 32 tane kurabiye yapmış, sonra çocuklar bunun 14 tanesini yemişler, bize geriye ne kadar kaldığını soruyor?

Y:Peki kurabiyeler artmış mı azalmış mı?

B14:Çoğalmış, çarpma yaparak kaç tane kalmış onu bulacağız.

Y:Peki yapalım.

B14:2 ile 4'ü çarparsak 6 yapar, 3 ile 1'i çarparsak 4 kalır. Sonuç 46

Y: Peki 14 ile 32'yi toplar mısın?

B14:2 4 daha yine 6, 3 1 daha yine 4 yapar. Sonuç yine 46.

Y:Peki çarpma ile toplama arasındaki fark nedir?

B14:Öğretmen dedi ki çarpma ile toplama aynıdır ama çarpım tablosunu ezberlersek çarpmaya kolaylık getirir. Çarpma işleminde çarpıyoruz, toplama işleminde topluyoruz.

Örnek 53: (Soru, 3; Öğrenci kodu, B28)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B28: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B28:Böleceğiz.

Y: Neden?

B28:Çünkü burada demiş ki 32 kurabiye yapmıştır ve parti sonunda kurabiyelerin 14 tanesi artmıştır.

Y:Peki niye toplamadın?

B28:Toplasaydık da olurdu?

Y:Peki çarpsak olur muydu?

B28:Olurdu.

Y:Peki bölme, çarpma ve toplama birbirinin aynı mı?

B28:Hayır.

Y:Peki hangisi doğru o zaman.

B28:Böleceğiz.

Y:Neden?

B28:………….

Y:Peki yapalım.

B28:14'ün altına bir daha 14 yazıyoruz. Buraya da 32 yazıyoruz.

Y:Sonuç kaç?

B28:32

Y:32'yi nasıl buldun?

B28:……………

Y:Peki böyle işlem yapmasını kimden öğrendin?

B28:Teyzemden.

Örnek 54: (Soru, 4; Öğrenci kodu, B4)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B4: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B4:Çarpacağız.

Y:Neden?

B4:Hayır toplayacağız. Çünkü bir grup arkadaş varmış, 8 kişi daha katılırsa 23 kişi olacaklarmış, oyunun başında kaç kişi olduğunu bulacağız.

Y:Peki çarpma niye olmaz?

B4:Çünkü katı dememiş, katı deseydi çarpardık. Onun dışında başka çarpma olmaz yapamayız.

Y:Peki toplayalım.

B4:3 ile 8 toplanmaz, 1 onluk alıyoruz. 13 ile 8'i toplarsak 21 yapar, elde var 1. Eldeyi 2'nin üzerine ekliyoruz. Sonuç 321

Y:Böyle işlem yapmasını kimden öğrendin?

B4:Öğretmenimden.

Örnek 55: (Soru, 4; Öğrenci kodu, B12)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B12: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B12:Çıkartma yapacağız. Hayır başta kaç kişi olduğunu soruyor, toplama yapacağım.

Y:Peki yapalım.

B12:8 3 daha 11, 11'in 1'i. Elde var 1, bu biri 2'nin üzerine ekleyemeyiz. Çünkü bunu sadece birler basamağına yazabiliriz, onlar basamağına yazamayız. Bu nedenle 2'yi aşağıya alıyoruz, sonuç 21.

Örnek 56: (Soru, 4; Öğrenci kodu, B20)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B20: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B20:Oyunun başında kaç kişi olduğunu sorduğu için çarpma işlemi yapacağım.

Y: Oyunun başında kaç kişi olduğu sorulduğu zaman her zaman çarpma işlemi mi yapıyorsun?

B20:Ara sıra.

Y:Peki yapalım.

B20:8 ile 3'ü çarparsam 11 yapar. 11'in 1'ini buraya yazıyoruz. 2'yi çarpmadan direk aşağıya yazıyoruz. Çünkü 8 onlar basamağı ile çarpılmaz, sadece birler basamağı ile çarparım.

Örnek 57: (Soru, 8; Öğrenci kodu, B4)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B4: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B4:Çarpacağız.

Y:Neden?

B4:Ali Musa'ya ceviz kendi cevizlerini de verince ceviz sayısı 40'a çıkmış. Kaç ceviz verdiğini bölmek için çarpacağız.

Y:Peki yapalım.

B4:2 ile 0 çarpılmaz, sonuç 2 olur. 4 ile 3'ü çarparsak 12 yapar.

Y:Peki çıkartma yapsak olur muydu?

B4:Olmaz 0'dan 2'yi çıkartamazdık.

Örnek 58: (Soru, 8; Öğrenci kodu, B21)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

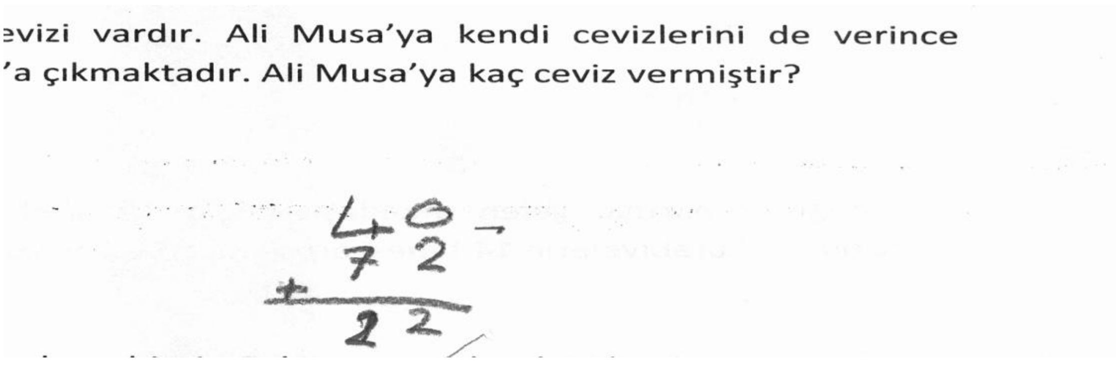
B21: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B21:Toplayacağız, çünkü artıyor. Musa'nın 32 tane var, Ali de verince 40 oluyor yani artıyor.

Y:Peki yapalım.

B21:40 ile 32'yi toplarsak 72 yapar ama sonuç 72 olmaz. Çünkü zaten Ali de verince 40 oluyor muş. O nedenle 72 ile 40'ı toplayacağım. 0 2 daha 2 eder. 7 4 daha 11 yapar,11'in biri 1 de elde var etti 2. Sonuç 22.



Örnek 59: (Soru, 8; Öğrenci kodu, B28)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B28: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B28:Böleceğiz. Çünkü soruda ceviz geçtiği için.

Y:Peki yapalım.

B28:40'ın altına 40 yazacağız. Sonra 40'dan 40'ı çıkartacağız. Sonuç 25

Y:25'i nasıl buldun?

B28:……………

Örnek 60: (Soru, 10; Öğrenci kodu, B3)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B3: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B3:Toplayacağız. Çünkü Dedem her gün 18 dakika fazla yürümüş. Fazla dediği için toplayacağım.

Y:Kim söyledi?

B3:Öğretmenimiz dedi ki bir problemde fazla geçtiğinde toplama, fark dediğinde çıkartma, katı dediğinde çarpma yapılır. Bu hiç değişmez.

Y:Peki yapalım.

B3:64'ü üste yazıyoruz. Çünkü küçük sayıdan büyük sayı çıkmaz. Sonuç 82.

Örnek 61: (Soru, 10; Öğrenci kodu, B4)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B4: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B4:Çarpma, çünkü yürüyor demiş.

Y:Peki yapalım.

B4:8 kere 4 32 yapar. 32'yi yazıyoruz, elde var 2. 6 kere 1 6 eder, 2'de elde var etti 8.

Örnek 62: (Soru, 10; Öğrenci kodu, B5)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B5: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B5:Her gün 18 dakika daha fazla yürüdüğü için toplama işlemi yapacağız.

Y:Peki yapalım.

B5:4ile 8 toplanmaz, 4 küçük 8 büyük. 1 onluk alıyoruz 10 ile 8'i toplarsak 18 yapar, 18'i yazıyoruz. Burada kaldı 5, 5 1 daha 6.

Y:Böyle işlem yapmasını kimden öğrendin?

B5:Öğretmenimizden öğrendik.

İşlem tercihinde yapılan hatalar:

2.sınıf öğrencilerinin % 79'u M3 türünde hata yapmış ve bu hata türünde yirmi yedi farklı cevap vermişlerdir.

B11, B14 ve B28 kodlu öğrenciler 3. sorunun çözümünde farklı işlem tercihlerinde bulunmuşlardır. B11 kodlu öğrenci *32 tane kurabiye yapmış, sonra 14 tanesi artmış dediği için toplayacağım, parti sonunda kaç kurabiye yenmiştir dediği için sonra da çıkartacağım* diyerek 3. sorunun çözümünde hem toplama hem de çıkartma işlemini kullanacağını ifade etmiştir. B14 kodlu öğrenci ise *yağmur 32 tane kurabiye yapmış, sonra çocuklar bunun 14 tanesini yemişler, bize geriye ne kadar kaldığını soruyor* diyerek niçin çarpma işlemini tercih ettiğini açıklamıştır. B28 kodlu öğrenci ise 3. soruyu çözmek için bölme işlemini kullanacağını söylemesine rağmen niçin bölme işlemini tercih ettiğini açıklayamamıştır. Bu sonuçlardan hareketle B11 kodlu öğrencinin soruda verilen ve istenenlere göre değil de anahtar sözcüklere göre hareket ettiği söylenebilir. Bu öğrencinin artmak fiilini geriye kalmak şeklinde değil de çoğalmak şeklinde anlayarak *eğer artmak eylemi geçerse çoğalma söz konusudur öyleyse her zaman toplama, yemek fiili de geçerse bir eksilme söz konusudur öyleyse her zaman çıkartma yapılır* şeklinde bir kavram yanılgısına sahip olduğu söylenebilir. B14 kodlu öğrencinin ise soruda ki verilenleri ve istenenleri dikkate aldığı ancak verilenleri ve istenenleri tam olarak anlamadığı görülmektedir. Öğrencinin kurabiyelerin çoğaldığını söylemesi soruyu anlamadığının bir başka göstergesidir.

B4 ve B12 kodlu öğrenciler 4. sorunun çözümünde toplama işlemini tercih ederken, B20 kodlu öğrenci çarpma işlemini tercih etmiştir. Öğrencilerin üçü de tercih ettikleri işlemleri *oyunun başında kaç kişi olduğu sorulduğu için* seçtiklerini ifade etmişlerdir. Bu öğrencilerin sorudaki verilenleri tam olarak anlamadıkları görülmektedir. B4 ve B12 kodlu öğrencilerin hatalı işlem tercihinde bulunmalarının altında soruyu bir grup insan içerisinden belli sayıda insanın eksilmesi şeklinde algılamış olmaları yatabilir. Oysa soruda bir grup insan içerisine belli sayıda insanın katılması söz konusudur.

Ayrıca B4 kodlu öğrenciye sorunun çözümünde niçin çarpma işlemini kullanmadığı sorulduğunda *katı dememiş, katı deseydi çarpardık, onun dışında çarpma olmaz, yapamayız* şeklinde açıklamıştır. Bu öğrencinin *bir soruda çarpma işlemi yapabilmemiz için soruda katı sözcüğünün geçmesi gerekir* şeklinde bir kavram yanılgısına sahip olduğu söylenebilir.

8. soruda B4 kodlu öğrenci *çarpma*, B21 kodlu öğrenci *toplama*, B28 kodlu öğrenci ise *bölme* işlemini kullanmıştır. B4 kodlu öğrenci *Ali Musa'ya kendi cevizlerini de verince sayısı 40'a çıkmıştır, kaç ceviz verdiğini bulmak için çarpacağız*, B21 kodlu öğrenci *Musa'nın 32 tane cevizi var, Ali de verince 40 oluyor yani arttığı için toplayacağız* ve B28 kodlu öğrenci ise *soruda ceviz geçtiği için böleceğiz* diyerek işlem tercihinin nedenini açıklamıştır. Bu sonuçlardan hareketle üç öğrencinin de soruyu anlamadığı söylenebilir. B28 kodlu öğrencinin de *ceviz kelimesi geçerse bölme işlemi yapılır* şeklinde bir kavram yanılgısı yaşadığı söylenebilir. Bu öğrencinin bu şekilde bir kavram yanılgısı yaşamasının altında *24 tane cevizim var, bu cevizleri 4 öğrencim arasında paylaştırırsam her gruba kaç tane ceviz düşer?* şeklinde problemlerle çok karşılaşmasından kaynaklanmış olabilir.

B3 ve B5 kodlu öğrenciler 10. sorunun çözümünde toplama, B4 kodlu öğrenci ise çarpma işlemi yapılması gerektiğini savunmuştur. B3 ve B5 kodlu öğrenciler *her gün 18 dakika fazla yürüdüğü için toplama işlemi* yapacaklarını ifade etmişlerdir. Bu öğrencilerin sorunun çözümünde sadece verilenleri dikkate aldıkları ve soruda kendilerinden ne istediğini çok da önemsemedikleri görülmektedir. B3 kodlu öğrencinin *öğretmenimiz dedi ki bir problemde fazla geçtiğinde toplama, fark dediğinde çıkartma, katı dediğinde çarpma yapılır ve bu hiç değişmez* ifadesinden de anlaşılacağı üzere bu öğrencinin *fazla, fark ve katı* sözcükleriyle ilgili kavram yanılgılarına sahip olduğu ve bu kavram yanılgısının da pedagojik nedenlerden kaynaklandığı söylenebilir. B4 kodlu öğrenci ise *yürüyor demiş o halde çarpma yapacağız* ifadesinden bu öğrencinin *yürümek fiili geçerse her zaman çarpma işlemi yapılır* şeklinde bir kavram yanılgısı yaşadığı söylenebilir. Öğrencinin bu şekilde düşünmesinin altında *Can her gün 2 km yürümektedir. Can 10 gün de toplam kaç km yürümüş olur?* tarzında bir soruyla çok karşılaşması olabilir veya öğrencilerin bu sözcükleri ezberlediği söylenebilir.

<u>İşlem sırasında yapılan hatalar:</u>

B14 kodlu öğrenci 3. soruda, B20 kodlu öğrenci 4. soruda ve B4 kodlu öğrenci 8. ve 10. sorularda çarpma işlemini tercih etmiştir.

B14 kodlu öğrenci *32x14=46*, B20 kodlu öğrenci *23x8=21* ve B4 kodlu öğrenci *32x40=122, 64x18=832* sonuçlarına ulaşmışlardır. Bu sonuçlardan hareketle B14 ve B20 kodlu öğrencilerin çarpma yerine toplama (addition for multiption) yapma davranışı sergilediği görülmektedir. Öğrencilerin bu şekilde davranmalarının altında öğretmenlerin çarpmayı sadece toplamanın kısa yolu olarak göstermesi ve bu nedenle öğrencilerin 32x14 ile 32+14'ün aynı sonucu vereceğini düşünmeleri yatıyor olabilir. B14 kodlu öğrencinin 14 ile 32'yi toplayıp yine 46 sonucunu elde etmesi ve *öğretmenimiz dedi ki çarpma ile toplama aynıdır ama çarpım tablosunu ezberlersek çarpmaya kolaylık getirir* ifadesi yukarıdaki görüşü desteklemektedir (Örnek 52'ye bakın). Yine B20 kodlu öğrencinin 23 ile 8'i çarparken, *8 2 ile çarpılmaz, çünkü 8'i onlar basamağı ile çarpamayız, sadece birler basamağı ile çarpabiliriz* ifadesinden de anlaşılacağı üzere öğrencinin çarpma işlemini toplama ve çıkartma işlemi gibi düşündüğü söylenebilir. Çünkü öğrenci toplama ve çıkartma işleminde olduğu gibi birlerle birler, onlarla onlar vb. arasında işlem yapmaktadır. B4 kodlu öğrencinin de *2 ile 0 çarpılmaz, sonuç yine 2 eder* ifadesinden hareketle, öğrencinin 0'ı toplamadaki gibi etkisiz eleman olarak gördüğü söylenebilir. Bu durumdan hareketle öğrencilerin toplama ve çıkartmada ki kuralları çarpmaya genellediği ve çarpma işleminin mantığını anlamadığı söylenebilir. Ayrıca öğrenciler basamakları birbirinden bağımsız düşünmekte birler basamağındaki eldeyi onlar basamağına aktarmayarak eldeyi yok saymaktadır. Bu nedenle öğrencilerin basamak ve gruplama kavramları konusunda da yanlış ve eksik bilgiye sahip olduğu söylenebilir (Örnek 56'ya bakın).

Dikkat çeken bir başka husus ise B20 kodlu öğrencinin *8 kere 4 32, 32'yi yazıyoruz elde var 2* ifadesinde saklıdır. Öğrenci 8 ile 4'ün çarpımından elde ettiği 32'yi birler basamağının altına olduğu gibi yazdığı halde onlar basamağına onluk aktardığı görülmektedir. Üstelik öğrencinin 32 sayısının onlar basamağında ki (3) sayı kadar değil de birler basamağındaki sayı (2) kadar onluk aktardığı görülmektedir. Aynı hata B4 kodlu öğrencinin 4. soruda 23 ile 8'i toplaması sırasında tekrarlanmıştır. Öğrenci *13 ile 8'i toplarsak 21, elde var 1* ifadesini kullanmıştır (Örnek 54'e bakın). Bu öğrencilerin basamak ve gruplama kavramlarını bilmediği veya birler basamağındaki rakam kadar onluk aktarılır şeklinde bir kavram yanılgısına da sahip oldukları söylenebilir.

B4 ve B12 kodlu öğrenciler 4. soruda, B21 kodlu öğrenci 8. soruda, B3 ve B5 kodlu öğrenciler 10. soruda toplama işlemini kullanmışlardır. Toplama işlemini tercih eden bu öğrencilerin çıkartma işlemindeki kuralları toplama işlemine genelledikleri söylenebilir. B4 kodlu öğrencinin *23 ile 8'i toplarken 3 ile 8 toplanmaz, komşuya gidiyoruz bir onluk alıyoruz, 13 ile 8, 21 eder* ifadesi (Örnek 54'e bakın), B3 kodlu öğrencinin *64 ile 18'i toplarken, 64'ü üste yazıyoruz, çünkü küçük sayıdan büyük sayı çıkmaz* ifadesi (Örnek 60'a bakın) ve B5 kodlu öğrencinin *4 ile 8 toplanmaz. 4 küçüktür, 8 büyüktür, 1 onluk alıyoruz 10+8=18* ifadesi (Örnek 62'ye bakın) yukarıdaki görüşü desteklemektedir. Bu öğrencilerin hepsinin *doğal sayılarla çıkartma işlemi yapılırken küçük sayıdan büyük sayı çıkmaz o halde onlar basamağına gidip bir onluk alıyoruz* kuralını toplama işlemine de genelledikleri söylenebilir. Ayrıca bu öğrencilerin basamakları birbirinden bağımsız olarak düşündükleri, basamak ve gruplama kavramları konusunda eksik ve hatalı bilgiye sahip oldukları B12 kodlu öğrencinin 23 ile 8'i toplarken *8, 3 daha 11, 11'in 1'i, elde var 1, bu biri 2'nin üzerine ekleyemeyiz. Çünkü bunu sadece birler basamağına yazabiliriz, onlar basamağına yazamayız. Bu nedenle 2'yi aşağıya alıyoruz, sonuç 21* ifadesinden anlaşılabilir (Örnek 55'e bakın). B5 kodlu öğrencinin onlar basamağından onluk alırken, sadece alınan onluğu işleme dahil etmesi birler basamağındaki rakamı işleme dahil etmemesi fark edilen bir başka hatadır. Öğrencilerin toplama işleminde yaşadığı bu zorlukların pedagojik kaynaklı olduğu söylenebilir.

B28 kodlu öğrenci 3. ve 8. soruların çözümünde bölme işlemini tercih etmiştir. Öğrencilerin bölme işlemi konusunda hatalı ve eksik bilgiye sahip oldukları söylenebilir. Öğrenciler hiç bölme işlemi yapmadan bölünen sayıyı, bölünen kısmının altına tekrar yazarak çıkartmaktadır. Aynı şekilde bölen sayısını da bölüm kısmına yazdığı görülmektedir (Örnek 53'e bakınız). B28 kodlu öğrencinin 40'ı 32'ye bölüp 25 sayısını nasıl elde ettiği tanımlanamamıştır.

- **İlköğretim 3. Sınıfların Çıkartma İşlemi Gerektiren Soru Türlerinde Yaşadığı Zorluklara İlişkin Bulgular**

İlköğretim 3. sınıf öğrencilerinin üç sorusu çıkartma işlemi gerektirmektedir. Tablo 4.25'de bu soruların soru numarasına ve cevaplarına yer verilmiştir.

Tablo 4.25. İlköğretim 3. sınıf öğrencilerinin çıkartma işlemi gerektiren soruları ve cevapları

Soru	Problem	İşlem Türü	Cevap
1.	Okulumuzun bahçesinde 285 tane kavak ağacı ve 127 tane çam ağacı vardır. Kavak ağaçlarının sayısı çam ağaçlarının sayısından kaç fazladır?	Çıkartma	285-127=? 285-127=158
9.	Yağmur partiye gelen arkadaşları için 63 adet kurabiye yapmıştır. Parti sonunda kurabiyelerin 28 tanesi arttığına göre, kaç kurabiye yenmiştir?	Çıkartma	63-?=28 63-28=35
10.	Oğuz 44kg ağırlığındadır. Oğuz Ayşenur'dan 17kg daha ağırdır. Ayşenur kaç kg dır?	Çıkartma	?+17=44 44-17=27

Öğrencilerin bu sorulara vermiş olduğu cevaplar doğru, yanlış ve boş olma durumlarına göre gruplanmış ve Tablo 4.26'da gösterilmiştir.

Tablo 4.26. İlköğretim 3. sınıf öğrencilerinin çıkartma işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu cevapların doğru, yanlış ve boş oranları

	Soru 1		Soru 9		Soru 10		Toplam (Ortalama)	
	f	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**
Doğru	5	14	7	19	3	8	5	14
Yanlış	26	72	27	75	30	84	28	78
Boş	5	14	2	6	3	8	3	8

Tablo 4.26'da görülebildiği gibi 3. sınıf öğrencilerinin büyük bir çoğunluğu (% 78) çıkartma işlemi gerektiren sorulara hatalı cevap verirken, % 14'ü doğru cevap bildirmiştir, öğrencilerin % 8'i ise sorulara herhangi bir cevap verememiştir. 9. soru en fazla doğru oranına (% 19) sahip soru olurken, en fazla hata yapılan soru 10. soru olmuştur (% 84). Tablo 4.27'de öğrencilerin çıkartma işlemi gerektiren sorulara vermiş olduğu cevaplara yer verilmiştir.

Tablo 4.27. İlköğretim 3. sınıf öğrencilerinin çıkartma işlemi gerektiren sorulara vermiş olduğu cevaplar

Öğrencinin Kodu	Öğrencinin Verdiği Cevap			Hata Kodu	Öğrencinin Kodu	Öğrencinin Verdiği Cevap			Hata Kodu
	1.	9.	10.			1.	9.	10.	
C1	285 158 -127 +127 158 285	63 +28 91	44 +17 61	M3	C19	385 X127 4108		44 +17 411	M3
C2	285 +127 412	63 +28 91	44 +17 61	M3	C20		63 +28 91	44 x17 308 +44 748	M3
C3	285 -127 158	63 - 28 35	44 -17 27		C21	385 X127 165	63 x28 43	44 +17 61	M3
C4	285 -127 158	63 +28 91	44 +17 61		C22	285 -127 168	63 - 28 35	44 +17 61	M1, M3
C5	285 +127 412	63 - 28 35	44 +17 61	M3	C23		63 - 28 35		
C6	285 +127 410	63 +28 91	44 +17 61	M3	C24	285 +127 304	63 +28 87	44 -17 33	M3, M1
C7	285 +127 412	63 - 28 35	44 +17 61	M3	C25	285 | 127 540	63 - 20 40	44 -17 30	M3, M1
C8	285 -127 158	63 +28 91	44 -17 27		C26	385 X127 302	63 x28 83	44 +17 51	M3
C9	285 +127 412	63 - 28 34	44 44 +17 +27 27 71	M3, M1	C27	285 -127 162	63 - 28 45	44 +17 33	M1, M3
C10	285 +127 412	63 9' +28 -28 91 62	44 +17 61	M3	C28	285 | 127 043	63 - 28 24	44 | 17 04	M3, M1
C11	285 -127 152	63 +28 91	44 +17 61	M1, M3	C29		63 - 28 34	44 -17 34	M1
C12	285 -127 153	63 +28 91	44 +17 61	M1, M3	C30	285 +127 378	63 +28 69	44 +17 58	M3
C13	285 -127 158	63 91 +28 -28 91 63	44 +17 61	M3	C31	285 -127 165	63 - 28 55	44 +17 64	M1, M3
C14	285 -127 159	63 - 28 45	44 -17 27	M1	C32	285 +127 412 X285 4952	63 +28 91 - 63 28	44 +17 61	M3
C15	285 +127 412	63 - 28 35	44 +17 61	M3	C33	285 +127 512	63 - 28 35	44 +17 62	M3
C16	285 +127 31017	63 +28 814	44 x17 47	M3	C34	385 X127 3011	63 +28 82	44 +17 50	M3
C17	285 -127 158	63 +28 81	44 +17 61	M3	C35	285 +127 412	63 - 28 37	44 +17 61	M3, M1
C18		63 +28 81		M3	C36				M3

Öğrencilerin çıkartma işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu yanlış cevaplar hata türlerine göre gruplanmış ve Tablo 4.28'de gösterilmiştir.

Tablo 4.28. İlköğretim 3. sınıfların çıkartma işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu hatalı cevapların, hata türlerine göre sunulması

	Soru 1		Soru 9		Soru 10		Toplam (Ortalama)	
Hata Kodu	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**
M1	6	23	8	30	3	10	6	21
M2	0	0	0	0	0	0	0	0
M3	20	77	19	70	27	90	22	79
M4	0	0	0	0	0	0	0	0
Toplam	26	100	27	100	30	100	28	100

3.sınıf öğrencilerinin çıkartma işlemi gerektiren soru türlerinde en çok tekrar ettiği hata türü M3 türünde olmuştur. Bu öğrencilerin % 79'u hem işlem seçimini hem de sonucu hatalı bulurken, % 21'i işlem seçimini doğru yapmasına rağmen sonucu hatalı bulmuştur (M1). Herhangi bir işlem yapmadan hatalı cevap veren (M4) ve işlem tercihini yanlış belirlemesine rağmen doğru cevap veren (M2) öğrenciye rastlanmamıştır.

Araştırma kapsamında yer alan 3. sınıf öğrencilerinin, çıkartma işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu hatalı cevaplara ilişkin örnekler aşağıda sunulmuştur.

İşlem tercihi doğru ve sonucu hatalı olanlar (Hata Kodu: M1)

Örnek 63: (Soru, 1; Öğrenci kodu, C22)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C22: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C22:Çıkartma işlemi yapacağım. Çünkü kavağın çam ağacından kaç fazla olduğunu bulacağım.

Y:Peki yapalım.

C22:2'den 1 çıkarsa 1 kalır, 8'den 2 çıkarsa 6 kalır. 5'den 7 çıkmaz. 8'e gidiyoruz 1 onluk alıyoruz, 15'den 7 çıkarsa 8 kalır. Sonuç 168 (285 – 127 = 168)

Örnek 64: (Soru, 1; Öğrenci kodu, C31)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C31: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C31:Çıkartacağız ki sayısını bulalım.

Y:Peki yap.

C31:2'den 1 çıkarsa 1 kalır. 8'den 2 çıkarsa 6 kalır. 5'den 7 çıkmaz, 5 aşağıya (285 -127 = 165).

Örnek 65: (Soru, 9; Öğrenci kodu, C25)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C25: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C25:Parti sonunda kurabiyeler yenildiği için 28 tane geriye kalmış. Kurabiyeler azaldığı için çıkartacağım.

Y:Peki yapalım.

C25:3'den 8 çıkmaz 0 kalır. 6'dan 2 çıkarsa 4 kalır (63 – 28 = 40)

Örnek 66: (Soru, 9; Öğrenci kodu, C27)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C27: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C27:Parti yapmışlar, arkadaşları gelmiş 63'den yemişler geriye 28 tane kalmış, kaç tane yendiğini bulmak için çıkartacağım.

Y:Peki çıkartalım.

C27:3'den 8 çıkarsa 5 kalır. 6'dan 2 çıkarsa 4 kalır. Sonuç 45 (63 – 28 = 45).

Örnek 67: (Soru, 10; Öğrenci kodu, C24)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C24: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C24:Çıkarma yapacağım. Çünkü Ayşenur tartılmış ama kilosunu bilmiyormuş, Oğuz demiş ben senden 17 kg daha fazlayım.

Y:Peki yapalım.

C24:4'den 1 çıktı, 3 kaldı. 7'den 4 çıktı 3 kaldı. Sonuç 33 (44 – 17 = 33)

İşlem tercihinde yapılan hatalar:

3.sınıf öğrencilerinin % 21'i M1 türünde hata yapmışlardır. Öğrenciler bu hata türünde on dört farklı cevap vermişlerdir. 9. soru % 30 hata oranıyla M1 türünde en çok hata yapılan soru olmuştur.

C22 ve C31 kodlu öğrenciler 1. soruda, C25 ve C27 kodlu öğrenciler 9. soruda ve C24 kodlu öğrenci 10. soruda çıkartma işlemini kullanarak doğru işlem tercihinde bulunmuşlardır. Öğrencilerin soruda ki verilenleri ve istenenleri doğru bir şekilde anladığı C22 kodlu öğrencinin *çıkartacağım çünkü kavak ağacının çam ağacından kaç fazla olduğunu bulacağım* ve C27 kodlu öğrencinin *parti yapmışlar, arkadaşları gelmiş 63'den yemişler, geriye 28 tane kalmış, kurabiyeler azaldığı için çıkartacağım* ifadesinden anlaşılabilir.

İşlem sırasında yapılan hatalar:

C22, C24 ve C31 kodlu öğrencilerin çıkartma işlemine sağ taraftan (birler basamağından) değil de sol taraftan başladıkları görülmektedir. Burada sayıların basamak değerlerine gerekli anlamın yüklenmediği söylenebilir. Soldan başlama hatasının en önemli özelliklerinden biri öğrencinin kendisine önerilen işlemin birler basamağında ki sayılarla işlem yapmaktansa onlar veya yüzler basamağındaki sayılarla işlem yapmanın öğrenciye daha kolay geldiği durumlarda ortaya çıkmasıdır. Bu hatanın toplama, çıkartma ve çarpma işlemlerine sağ taraftan başlanırken, bölme işlemine sol taraftan başlanmasının çocukta bir kavram yanılgısına yol açması sonucunda ortaya çıkması muhtemel gözükmektedir.

3. sınıf öğrencilerinin çıkartma işlemi yaparken en çok zorluk yaşadığı konunun küçük sayıdan büyük sayıyı çıkartma esnasında yaşandığı söylenebilir. 3. sınıf öğrencilerinin böyle bir durumla karşı karşıya kaldıklarında 4 hatalı çözüm yolu geliştirdikleri görülmektedir. Örneğin C24 kodlu öğrenci 10. soruda 44 ile 37'yi çıkartırken *4'den 1 çıktı 3 kaldı, 7'den 4 çıktı 3 kaldı* ifadesini kullandığı görülmektedir. Bu öğrencinin böyle bir durumla karşılaştığında yandan 1 onluk almak yerine büyük sayıdan küçük sayıyı çıkartmaya yöneldiği görülmektedir (1. hata). C25 kodlu öğrenci 9. soruda 63'den 28'i çıkartırken *3'den 8 çıkmaz 0 kalır. 6'dan 2 çıkarsa 4 kalır* ifadesini kullanmıştır. Bu öğrencinin de *küçük sayıdan büyük sayı çıkmaz o halde sonuç 0'dır* şeklinde bir kavram yanılgısına sahip olduğu söylenebilir (2. hata). C27 kodlu öğrenci aynı şekilde 9. soruda 63'den 28'i çıkartırken *3'den 8 çıkarsa 5 kalır. 6'dan 2 çıkarsa 4 kalır. Sonuç 45* ifadesini kullanmıştır. Çıkartma işleminin bu öğrenci

tarafından değişme özelliğine sahip bir işlem olarak algılandığı söylenebilir (3. hata). C31 kodlu öğrenci 1. soruda 285’den 127’yi çıkartırken *2’den 1 çıkarsa 1 kalır. 8’den 2 çıkarsa 6 kalır. 5’den 7 çıkmaz, 5 aşağıya* ifadesini kullanmaktadır. Bu ifadeden de anlaşılacağı üzere C31 kodlu öğrencinin küçük sayıdan büyük sayı çıkmaz o halde sonuç küçük sayının kendisidir şeklinde bir kavram yanılgısına sahip olduğu söylenebilir (4. hata)

Öğrenciler bu şekilde hatalı çözüm yolları geliştirerek ödünç alma durumunu ortadan kaldırmaya çalıştıkları söylenebilir. Böyle bir çaba basamak ve gruplama kavramı konusunda öğrencilerin nedenli bir zorluk yaşadığına kanıt olarak gösterilebilir.

C22 kodlu öğrenci ise 1. soruda 285’den 127’yi çıkartırken *5’den 7 çıkmaz, 8’e gidiyoruz 1 onluk alıyoruz, 15’den 7 çıkarsa 8 kalır* ifadesi doğru gibi gözükse de öğrencinin onlar basamağından 1 onluk eksiltmemesi işlemin sonucunu hatalı bulmasına neden olmuştur.

İşlem tercihi ve sonucu hatalı olanlar (Hata Kodu: M3)

Örnek 68: (Soru, 1; Öğrenci kodu, C10)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C10: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C10:Kaç fazladır dediği için toplayacağım.

Y:Kaç fazladır denildiği zaman toplama işlemi yapmanı kim sana söyledi

C10:Ben öğretmenimden kurs alıyorum o bana söyledi.

Y:Peki yapalım.

C10:5 7 daha 12 yapar, 12’nin 2’si. 8 2 daha 10 yapar 1’de elde etti 11. 11’in 1’i, 2 1 daha 3, 1’de elde etti 4. Sonuç 412 (285+127=412)

Örnek 69: (Soru, 1; Öğrenci kodu, C19)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C19: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C19:Çarpacağız

Y:Neden?

C19:Çünkü soruda öyle diyor (Soruyu tekrar eder)

Y:Çıkartsak bulabilir miyiz?

C19:Buluruz.

Y:Peki çıkartma ile çarpma aynı şey midir?

C19:Hayır

Y:Peki o zaman nasıl hem çıkartma hem de çarpma yapabiliyoruz? Hangisi doğru?

C19:Çarpma.

Y:Neden?

C19:…………………….

Y:Peki yapalım.

C19: 2kere 1 3, 8 kere 2 10, 5 kere 7 8 yapar. Sonuç 3108 (285x127=3108)

Y:5kere 7 ne demek?

C19:…………..

Örnek 70: (Soru, 1; Öğrenci kodu, C21)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C21: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C21:Çarpacağız, çünkü 285 127'den daha fazladır.

Y:Peki yapalım.

C21:2 kere 1 1, 8 kere 2 6, 5kere 7 5'den 7 çıkmaz, 5'i aşağıya alıyoruz. Sonuç 165 (285x 127=165)

Y:Peki işleme neden sol taraftan başladın?

C21:Öğretmenimiz öyle dedi. Önce sağdan başlayın dedi, sonra da soldan başlayın dedi.

Y:Peki 285 sayısının birler basamağı kaçtır?

C21:5'tir.

Y:Peki yüzler basamağı kaçtır?

C21:2'dir.

Örnek 71: (Soru, 1; Öğrenci kodu, C25)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C25: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C25:Böleceğiz ki aralarında kaç fark olduğunu bulabilelim.

Y:Peki yapalım.

C25:5’in içinde 1 5 kere vardır. 8’in içinde 2 4 kere vardır. 2’nin içinde 7 yoktur 0 yazıyoruz. Sonuç 540 (285÷127=540).

Örnek 72: (Soru, 1; Öğrenci kodu, C28)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C28: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C28:Böleceğiz, çünkü çam ağaçları daha az.

Y:Peki yap.

C28:2’nin içinde 1 0 kere, 8’in içinde 2 4 kere, 5’in içinde 7 3 kere. Sonuç 043 (285÷127=043)

Örnek 73: (Soru, 1; Öğrenci kodu, C32)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C32: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C32:İlk önce toplama, sonra da çarpma yapacağım.

Y:Neden?

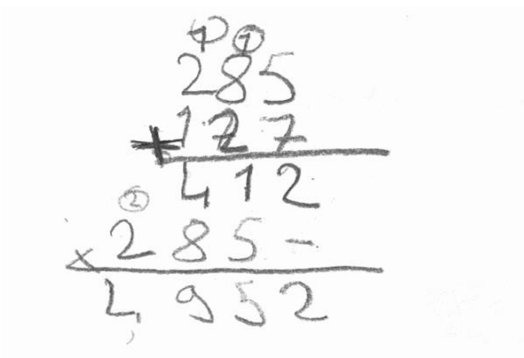
C32:Çünkü ağaçların sayısının kaç fazla olduğunu bulacağım.

Y:Peki yapalım.

C32:285 ile 127’yi toplarsam 412 yapar. Sonrada 412 ile 285’i çarpıyorum. 2’yi aşağıya alıyoruz, 1 kere 5 5 eder, 4 kere 8 29 eder. 29’un 9’u elde var 2, 2’yi de üstüne eklersem 4 olur. Sonuç 4952 (285+127=412, 412x 285=4952 ‘8 4’ün, 1 5’in altına gelecek şekilde basamakları kaydırdı’).

Y:Niye kaydırma yaptın? 285’i niye 412’nin altına tam yazmadın?

C32:Bu şekilde yapmamı öğretmenim söyledi.



Örnek 74: (Soru, 1; Öğrenci kodu, C34)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C34: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C34:Çarpma yaparım.

Y:Neden?

C34:……………….

Y:Peki yapalım.

C34:7 ile 5'i çarpıyorum 11. 8 2 daha 10, 10'nun 0'ı. 2 1 daha 3. Sonuç 3011 (285x127=3011)

Örnek 75: (Soru, 9; Öğrenci kodu, C26)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C26: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C26:Çarpma.

Y:Neden?

C26:……………..

Y:Peki yap.

C26:6'dan 2 çıkarsa 8 kalır. 3'den 8 çıkmaz, 3'ü aşağıya alıyoruz. Sonuç 83 (63x28=83)

Örnek 76: (Soru, 10; Öğrenci kodu, C13)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C13: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C13:Daha ağırdır dediği için topluyorum.

Y:Çıkartsak olmaz mı?

C13: Olmaz, çünkü daha ağırdır demiş.

Y:Peki yapalım.

C13: 44 ile 17'yi toplarsam 61 bulurum (44+17=61)

Örnek77: (Soru, 10; Öğrenci kodu, C28)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C28: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C28:Böleceğiz. Çünkü 44 kg ağırlığındaymış.

Y:44 ağırlığındadır denilince her zaman bölüyor musun?

C28:Evet

Y:Neden?

C28:………….

Y:Peki yap.

C28:4'ün içinde 1 4 kere, 4'ün içinde 7 4 kere vardır. Sonuç 44 (44÷17=44).

İşlem tercihinde yapılan hatalar:

İlköğretim 3. sınıf öğrencilerinin çıkartma işlemi gerektiren soru türlerinde en çok tekrar ettiği hata türü % 79'luk hata oranıyla M3 türünde olmuştur. Öğrenciler bu hata türünde 40 farklı cevap vermişlerdir. 10. soru % 90 hata oranıyla M3 türünde en çok hatanın tekrar edildiği soru olmuştur.

1. soruda C10 ve C32 kodlu öğrenciler toplama işlemini tercih ederken, C19, C21 ve C34 kodlu öğrenciler çarpma işlemini tercih etmişlerdir. C25 ve C28 kodlu öğrenciler ise 1. sorunun çözümü için bölme işlemini seçmişlerdir. 9. sorunun çözümünde C26 kodlu öğrenci çarpma işlemini kullanırken, 10. sorunun çözümünde C13 kodlu öğrenci toplama işlemini, C28 kodlu öğrenci bölme işlemini tercih etmiştir.

Öğrencilerin bu işlemi tercih etme sebeplerine bakıldığı zaman, örneğin C10 kodlu öğrenci 1. soruda niçin toplama işlemini tercih ettiğini *kaç fazladır dediği için toplama yaptım* şeklinde açıklarken, C32 kodlu öğrenci *çünkü ağaçların sayısının kaç fazla olduğunu bulacağım* şeklinde ifade etmiştir. C13 kodlu öğrenci ise *daha ağırdır dediği için topluyorum* diyerek 10. soruda niçin toplama işlemini seçtiğini ifade etmiştir. Toplama işlemini tercih eden öğrencilere baktığımız zaman C10 ve C13 kodlu öğrencilerin sorunun bütününe yoğunlaşmak yerine, anahtar sözcüklere yoğunlaştıkları görülmektedir. C10 kodlu öğrencinin *fazla kelimesi geçerse her zaman toplama yapılır*, C13 kodlu öğrencinin de *daha ağır ifadesi geçerse her zaman toplama yapılır* şeklinde kavram yanılgılarına sahip olduğu söylenebilir. C32 kodlu öğrencinin sorudaki isteneni doğru anlamasına rağmen, kavak ağaçlarının çam ağaçlarından kaç fazla olduğunu bulmak için toplama işlemini tercih etmesi, toplama işlemiyle ilgili hatalı ve eksik bilgiye sahip olmasından kaynaklanmış olabileceği gibi, fazla sözcüğü bu öğrenciye toplama işlemini hatırlatmış da olabilir.

Çarpma işlemini tercih eden öğrencileri incelediğimiz zaman, genelde öğrencilerin niçin çarpma işlemini tercih ettiklerine dair bir gerekçe sunmadıkları görülmektedir. Bu sonuçtan hareketle öğrencilerin soruyu anlamadığı söylenebilir. Sadece C21 kodlu öğrenci 1. sorunun çözümünde niçin çarpma işlemini tercih ettiğini *çarpacağız, çünkü 285 127'den daha büyüktür* şeklinde ifade etmiştir. Bu öğrencinin de soruda ki verilenlere ve istenenlere yoğunlaşmak yerine, sorudaki sayıların büyük veya küçük olma durumuna yoğunlaştığı görülmektedir. Bu öğrencinin *başta ki sayı daha sonra gelen sayıdan büyük ise çarpma işlemi yapılır* şeklinde bir kavram yanılgısına sahip olduğu söylenebilir.

C25, C28 kodlu öğrenciler bölme işlemini tercih eden öğrencilerdir. C25 kodlu öğrenci 1. soruda bölme işlemini tercih etmiştir. Tercih etme nedenini ise *aralarında ki farkı bulmak için bölme işlemi yapacağız* şeklinde açıklamıştır. C28 kodlu öğrenci ise 1. soruda niçin bölme işlemi yaptığını *böleceğiz, çünkü çam ağaçları daha az* şeklinde açıklamıştır. Yine C28 kodlu öğrenci 10. soruda niçin bölme işlemini tercih ettiğini açıklayamamıştır.

<u>İşlem sırasında yapılan hatalar:</u>

İlköğretim 3.sınıf öğrencileri çarpma, bölme ve toplama işlemi yaparken çeşitli işlem hatalar yapmışlardır. 3. sınıflarda çarpma işleminde en çok karşılaşılan hata öğrencilerin çarpma yerine toplama işlemi (addition-for- multiption) yapma davranışıdır. C19 kodlu öğrencinin 1. soruda 285 ile 127'yi çarpıp *3108* bulması, C34 kodlu öğrencinin yine 285 ile 127'yi çarpıp *3011* bulması, C26 kodlu öğrencinin 9. soruda 63 ile 28'i çarpıp *83* bulması çarpma yerine toplama yapma davranışına örnek olarak gösterilebilir. Bunların aksine C21 kodlu öğrenci ise çarpma yerine çıkartma (subtraction-for-multiption) yapma davranışı sergilemektedir. Öğrencinin *2 kere 1 1, 8 kere 2 6, 5'den 7 çıkmaz, 5'i aşağıya alıyoruz* ifadesinden de anlaşılacağı üzere öğrenci *kere* demesine rağmen çıkartma işlemi yapmaktadır (Örnek 70'e bakın). Ayrıca bu öğrencinin *5'den 7 çıkmaz, 5'i aşağıya alıyoruz* ifadesinden ve C26 kodlu öğrencinin 63 ile 83'ü çarparken *6 kere 2 8, 3'den 8 çıkmaz, 3'ü aşağıya alıyoruz* (Örnek 75'e bakın) ifadesinden de anlaşılacağı üzere bu öğrencilerin, *küçük sayıdan büyük sayı çıkmaz o halde sonuç küçük sayının kendisidir* şeklinde bir kavram yanılgısına sahip olduğu söylenebilir. Yine C26 kodlu öğrencinin birler basamağında çarpma yerine çıkartma yaparken, onlar basamağında çarpma yerine toplama yaptığı görülmektedir.

C34 kodlu öğrenci dışında çarpma işlemini tercih eden öğrencilerin tamamı işleme sağ taraftan değil de sol taraftan başlamışlardır. Öğrencilere niçin sol taraftan başladıkları sorulduğu zaman C21 kodlu öğrenci *çünkü öğretmenimiz öyle dedi, önce* *sağdan başlayın dedi, sonra da soldan başlayın dedi* şeklinde cevap vermiştir (Örnek 70'e bakın). Öğrencinin bu ifadesinden hareketle toplama, çıkartma ve çarpma işlemlerine sağ taraftan başlanırken, bölme işlemine geçildiği zaman işleme sol taraftan başlanması bu öğrencide kavram yanılgısına yol açmış olabilir. Öğrenciye 285 sayısının birler basamağı sorulduğu zaman *5,* yüzler basamağı sorulduğu zaman *2* cevabını vermesi öğrencinin *çarpma işlemine birler basamağından başlandığını bilmemesi* ihtimalini de akıllara getirmektedir.

Yine bu öğrencilerin basamakları birbirinden bağımsız düşündüğü, onluk aktarmadığı C34 kodlu öğrencinin *7 ile 5'i çarpıyorum 11* deyip 11'i aynen yazması, *8 2 daha 10, 10'nun 0'ı* deyip onluğu yüzler basamağına aktarmamasından hareketle söylenebilir (Örnek 74'e bakın). Genel olarak öğrencilerin basmak kavramına gerekli anlamı yüklemediği, basamak ve gruplama kavramları konusunda hatalı ve eksik bilgiye sahip oldukları söylenebilir.

Bölme işlemi sırasında yapılan hatalar incelendiği zaman öğrencilerin çok farklı hatalar yaptığı görülmektedir. Örneğin C25 kodlu öğrenci 285 ile 127'yi bölerken işleme toplama, çıkartma ve çarpma işleminde olduğu gibi birler basamağından başlamıştır. Bölen kısmındaki sayıyı bir bütün olarak işleme dahil etmek yerine, bölünen kısmındaki sayının birler basamağı ile bölen kısmındaki sayının yüzler basamağı arasında, bölünen sayının onlar basamağı ile bölen sayının onlar basamağı ve bölünen kısmındaki sayının yüzler basamağı ile bölen sayının birler basamağındaki sayı arasında bölme işlemi gerçekleştirilmiştir. C25 kodlu öğrencinin *5'in içinde 1 5 kere vardır. 8'in içinde 2 4 kere vardır. 2'nin içinde 7 yoktur 0 yazıyoruz. Sonuç 540* ifadesine bakılabilir (Örnek 71'e bakınız). Bu ifadeden de anlaşılacağı üzere bu öğrencinin, toplama, çıkartma ve çarpma işleminde olduğu gibi işleme sağdan başlanması ve birlerle birler, onlarla onlar basamağı vb. arasında işlem yapılması kurallarını bölme işlemine genellediği görülmektedir. Yine bu öğrencinin *2'nin içinde 7 yoktur 0 yazıyoruz* ifadesinden anlaşılacağı üzere bu öğrencinin 2'yi aşağıya indirip kalanlı bölme yapmak yerine *bölünen sayı bölenden küçük ise bölüm 0'dır* şeklinde bir kavram yanılgısına sahip olduğu söylenebilir.

C28 kodlu öğrenci ise 285'i 127'ye bölerek 043 sayısına ulaşmıştır. Öğrenci işlemi nasıl yaptığını *2'nin içinde 1 0 kere, 8'in içinde 2 4 kere, 5'in içinde 7 3 kere. Sonuç 043* şeklinde ifade etmiştir (Örnek 72'ye bakın). Bu öğrenci de işleme sol taraftan başlamasına rağmen B25 kodlu öğrenci gibi bölen sayısını bir bütün olarak işleme dahil etmek yerine, yüzlerle yüzler, onlarla onlar ve birlerle birler basamağı arasında işlem yapmıştır. Öğrencinin toplama ve çıkartma işleminde olduğu gibi birlerle birler, onlarla onlar basamağı vb. arasında işlem yapılması kuralını bölme işlemine genellediği görülmektedir. Yine C28 kodlu öğrenci 10. soruda 44'ü 17'ye bölmüş ve yine 44 bulmuştur. Öğrenci işlemi nasıl yaptığını *4'ün içinde 1 4 kere, 4'ün içinde 7 4 kere vardır* şeklinde anlatmıştır (Örnek 77'ye bakın). Öğrencinin yaptığı bölme işlemi 1. soruda yaptığı bölme işlemiyle aynı özellikleri taşımaktadır. Ayrıca öğrencinin *4'ün içinde 7, 4 kere vardır* ifadesinden hareketle bu öğrencinin, *bölünen sayı bölenden küçük ise sonuç, bölünen sayının kendisidir* şeklinde bir kavram yanılgısına sahip olduğu söylenebilir.

C32 kodlu öğrenci 1. soruda toplama işlemini tercih etmiş ve işlem sırasında hata yaparak sonucu hatalı bulmuştur. Yapılan işlem incelendiği zaman öğrencinin iki veya daha fazla basamaklı sayılarla çarpma işlemi yapılırken uygulanan kuralı toplama işlemine genellediği görülmektedir. Öğrenci 285 ile 127'yi toplayıp 412 bulduktan sonra 412'nin altına 285'i çarpma işleminde olduğu gibi bir basamak kaydırarak yazmıştır.

4.2.2. Çarpma-Bölme İşlemi Gerektiren Soru Türlerinde Yaşanan Güçlüklere İlişkin Bulgular

İlköğretimin 1. sınıfında çarpma ve bölme işlemine yer verilmemiş, bu işlemler ile ilgili çalışmalar 2. sınıftan başlatılmıştır. Çarpma işlemi ile ilgili kazanımlar 2. sınıfta 10'a kadar olan doğal sayıları 2, 3, 4 ve 5 sayılarıyla çarpma ve çarpma işleminde 1 ve 0'ın etkisini açıklamaktır. 3. sınıfta ise öğrenci 10000'den küçük olacak şekilde en çok üç basamaklı iki doğal sayıyla çarpma işlemi yapabilir. 2. sınıf öğrencileri bölme işleminde en çok 20 nesneyi kalansız olarak 2, 3, 4, ve 5 gruba eşit olarak paylaştırarak her gruptaki nesne sayısını belirleyebilir ve 3. sınıfta iki basamaklı doğal sayıları bir basamaklı doğal sayılara bölebilir.

4.2.2.1. Çarpma İşlemi Gerektiren Soru Türlerinde Yaşanan Güçlüklere İlişkin Bulgular

- **İlköğretim 2. Sınıfların Çarpma İşlemi Gerektiren Soru Türlerinde Yaşadığı Zorluklara İlişkin Bulgular.**

Tablo 4.29'da görüldüğü gibi 2. sınıfların 5. sorusu çarpma işlemi gerektirmektedir**.** Tablo 4.30'da öğrencilerin bu soruya vermiş olduğu cevabın doğru, yanlış ve boş oranlarına yer verilmiştir.

Tablo 4.29. İlköğretim 2. sınıf öğrencilerinin çarpma işlemi gerektiren sorusu ve cevabı

Soru	Problem	İşlem Türü	Cevap
5.	Bir haftada 7 gün varsa iki haftada kaç gün vardır?	Çarpma	7x2=? 7x2=14

Tablo 4.30'da görülebildiği gibi 2. sınıf öğrencilerinin büyük bir çoğunluğu (% 78) çarpma işlemi gerektiren sorulara doğru cevap verirken, % 22'si hatalı cevap bildirmiştir, bu soruya cevap vermeyen öğrenciye rastlanmamıştır.

Tablo 4.30. İlköğretim 2. sınıf öğrencilerinin çarpma işlemi gerektiren soruya vermiş olduğu cevapların doğru, yanlış ve boş oranları

	Soru 5	
	f	**%**
Doğru	28	78
Yanlış	8	22
Boş	0	0

İlköğretim 2. sınıf öğrencilerinin bu soruya vermiş olduğu cevaplar Tablo 4.31'de gösterilmiştir.

Tablo 4.31. İlköğretim 2. sınıf öğrencilerinin çarpma işlemi gerektiren sorulara vermiş olduğu cevaplar

Öğrencinin Kodu	Öğrencinin Verdiği Cevap	Hata Kodu	Öğrencinin Kodu	Öğrencinin Verdiği Cevap	Hata Kodu
	5.			5.	
B1	7 -2 5	M3	B19	7 +2 9	M3
B2	7 + 7 14		B20	7 X2 12	M1
B3	7 + 7 14		B21	7 + 7 14	
B4	7 X2 14		B22	7 + 7 14	
B5	7 + 7 14		B23	7 +52 12	M3
B6	7 + 7 14		B24	7 + 7 14	
B7	7 + 7 14		B25	7 X2 14	
B8	7 + 7 14		B26	7 X2 14	
B9	7 X2 14		B27	7 X2 14	
B10	7 + 7 14		B28	7 +7 8	M1
B11	7 + 7 14		B29	7 X2 14	
B12	7 + 7 14		B30	7 X2 14	
B13	14 + 7 21	M3	B31	7 -2 5	M3
B14	7 + 7 14		B32	7 X2 14	
B15	7 + 7 14		B33	7 + 7 14	
B16	14 + 7 21	M3	B34	7 X2 14	
B17	7 + 7 14		B35	7 X2 14	
B18	7 + 7 14		B36	7 + 7 14	

Öğrencilerin çarpma işlemi gerektiren soru türüne vermiş olduğu hatalı cevaplar hata türlerine göre gruplanmış ve Tablo 4.32'de sunulmuştur.

İlköğretim 2.sınıf öğrencilerinin çarpma işlemi gerektiren soru türlerinde en çok tekrar ettiği hata türü M3 türünde olmuştur. Bu öğrencilerin % 75'i hem işlem seçimini hem de sonucu hatalı bulurken, % 25'i işlem seçimini doğru yapmasına rağmen sonucu hatalı bulmuştur (M1). Herhangi bir işlem yapmadan hatalı cevap veren (M4) ve işlem tercihini yanlış belirlemesine rağmen doğru cevap veren (M2) öğrenciye rastlanmamıştır.

Tablo 4.32. İlköğretim 2. sınıfların çarpma işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu hatalı cevapların, hata türlerine göre sunulması

	Soru 5	
Hata Kodu	**f**	**%**
M1	2	25
M2	0	0
M3	6	75
M4	0	0
Toplam	8	100

Araştırma kapsamında yer alan 2. sınıf öğrencilerinin, çarpma işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu hatalı cevaplara ilişkin örnekler aşağıda sunulmuştur

İşlem tercihi doğru, sonucu hatalı olanlar (Hata Kodu: M1)

Örnek 78: (Soru, 5; Öğrenci kodu, B20)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B20: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B20:Bir haftada 7 gün varsa 2 haftada kaç gün var dediği için 7 ile 2'yi çarpacağım.

Y:Peki yapalım.

B20: 7 kere 2 12 eder (7 x2=12)

Y:Nasıl yaptın?

B20:Ben aklımdan yaptım.

Örnek 79: (Soru, 5; Öğrenci kodu, B28)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B28: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B28:7 ile 7'yi toplayacağız.

Y:Niye?

B28:……….

Y:Peki yapalım.

B28: 7+7=8

İşlem tercihinde yapılan hatalar:

B20 kodlu öğrencinin *bir haftada 7 gün varsa 2 haftada kaç gün var dediği için 7 ile 2'yi çarpacağım* ifadesinden yola çıkarak bu öğrencinin sorudaki verilenleri ve istenenleri doğru anlayıp, doğru işlem tercihinde bulunduğu söylenebilir. B28 kodlu öğrencinin *7 ile 7'yi toplayacağız* ifadesi doğru bir ifade olsa da öğrenci niçin 7 ile 7'yi toplayacağını ifade edememiştir.

İşlem sırasında yapılan hatalar:

B20 kodlu öğrenci 5. soruda 7 ile 2'yi çarpmayı, B28 kodlu öğrencinin ise 7 ile 7'yi toplamayı seçtiği görülmektedir. Ancak B20 kodlu öğrenci 7 ile 2'yi çarpıp *12,* B28 kodlu öğrenci ise 7 ile 7'yi toplayıp 8 bulmuştur. B20 kodlu öğrencinin işlem sırasında yaptığı hata dikkatsizlikten veya 7 x 2'nin yanlış ezberlenmesinden kaynaklanmış olabilir. B28 kodlu öğrencinin ise 7 ile 7'yi toplayıp nasıl 8 bulduğu tanımlanamamıştır. Bu öğrencinin toplama işlemi konusunda eksik ve hatalı bilgiye sahip olduğu söylenebilir.

İşlem tercihi ve sonucu hatalı olanlar (Hata Kodu: M3)

Örnek 80: (Soru, 5; Öğrenci kodu, B13)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B13: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B13:7 ile 14'ü toplayacağız. Çünkü diyor ki 1 hafta da 7 gün varsa iki haftada kaç gün vardır.

Y:Peki yapalım.

B13:14+7=21 gün vardır.

Örnek 81: (Soru, 5; Öğrenci kodu, B16)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B16: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B16:7'leri toplayacağız.

Y:Bu soruda çarpma işlemi yapsaydık olur muydu?

B16:Olmazdı bu soruda sadece toplanır. 1haftada 7 gün varsa 2 haftada kaç gün olduğunu bulacağız.

Y:Peki yapalım.

B16: 14+7=21

Örnek 82: (Soru, 5; Öğrenci kodu, B23)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B23: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B23: 7 ile 52'yi toplayacağım.

Y:52'yi nerden buldun?

B23:1 hafta 52 gündür

Y:Kim söyledi?

B23:Arkadaşım söyledi.

Y:Peki yapalım.

B23: 7 ile 52'yi toplarsam 7, 5 daha 12 eder. İki hafta 12 gündür.

İşlem tercihinde yapılan hatalar:

5.soru 2. sınıfların yarısından fazlası tarafından doğru olarak cevaplanmıştır ve öğrencilerin sadece % 22'si bu soruya hatalı cevap vermiştir. Anahtar sözcük içermeyen bu soruya hatalı cevap veren öğrencilerin % 75'i M3 türünde hata yapmışlardır. Genel olarak öğrenciler tarafından toplama işlemi kullanılarak çözülen bu soru, Carpenter ve arkadaşları (1993) tarafından 70 anaokulu öğrencisi üzerinde yapılan çalışmanın sonuçlarını destekleyici niteliktedir. Carpenter yapmış olduğu çalışmada çarpma işlemi gerektiren soruları öğrencilerin genellikle toplama işlemini kullanarak çözdüklerini ifade etmiştir. Böyle bir yolla öğrenciler soruyu geç çözmelerine rağmen daha doğru cevaplar vermişlerdir.

B13 ve B16 kodlu öğrencilerin *7 ile 14'ü toplayacağız, çünkü diyor ki 1 hafta da 7 gün varsa iki haftada kaç gün vardır* ifadelerinden 1 haftanın 7 gün, 2 haftanın 14 günden oluştuştuğunu düşündükleri söylenebilir. B13 ve B16 kodlu öğrencilerin soruda kendilerinden 1 hafta ve 2 haftanın toplamını istediklerini düşünmüş olabilirler. B23 kodlu öğrencinin ise *1 hafta 52 gündür* ifadesinden yola çıkarak, bu öğrencinin 1 hafta 52 gündür şeklinde hatalı bir bilgiye sahip olduğu söylenebilir veya bu öğrenciler haftaların eşit günlere sahip olduğunu bilememekte, her haftanın farklı gün sayısına sahip olduğunu düşündükleri söylenebilir.

İşlem sırasında yapılan hatalar:

Öğrencilerin üçü de toplama işlemini tercih etmiştir. B23 kodlu öğrenci 7 ile 52'yi toplayıp 12 sonucunu elde etmiştir. Öğrencinin yaptığı işlem incelendiği zaman, 7'yi 2'nin değil de 5'in üstüne yazdığı, yani sayıları sol tarafa doğru hizaladığı görülmektedir. Öğrenci işleme sol taraftan başlayıp 7+5=12 eder deyip, 52'nin birler basamağında yer alan 2'yi yok saymıştır. Tek basamaklı sayılarda bir problem görülmezken çok basamaklı sayıların toplamında öğrencinin hatası sadece tek bir basamağın toplanıp yazılması olarak karşımıza çıkmaktadır. Öğrencinin bu şekilde davranmasının altında iki veya daha fazla basamak içeren sayılarla toplama işlemi yapmasını bilmemesi yatabilir veya öğrenci 2'yi işleme dahil etmeyi unutmuş olabilir.

- **İlköğretim 3. Sınıfların Çarpma İşlemi Gerektiren Soru Türlerinde Yaşadığı Zorluklara İlişkin Bulgular.**

İlköğretim 3. sınıfların dört sorusu çarpma işlemi gerektirmektedir. Bu soruların soru numaralarına ve cevaplarına Tablo 4.33'de yer verilmiştir.

Tablo 4.33. İlköğretim 3. sınıfların çarpma işlemi gerektiren soruları ve cevapları

Soru	Problem	İşlem Türü	Cevap
3.	15 katlı binanın her katında 20 tane pencere vardır. Bu binada toplam kaç pencere vardır?	Çarpma	15x20=? 15x20=300
4.	Ahmet 4 kere bakkala gitmiştir. Her defasında 2 lira harcamıştır. Ahmet toplam kaç lira harcamıştır?	Çarpma	4x2=? 4x2=8
6.	Seda'nın 4 eteği 3 de ceketi vardır. Seda kaç değişik şekilde giyinebilir?	Çarpma	4x3=? 4x3=12
7.	Her gün 9 tavuk eksilen bir çiftlikten bir ayda kaç tavuk eksilir?	Çarpma	9x30=? 9x30=270

Öğrencilerin bu sorulara vermiş olduğu cevaplar doğru, yanlış ve boş olma durumlarına göre gruplanmış ve Tablo 4.34'de gösterilmiştir.

Tablo 4.34’de görülebildiği gibi 3. sınıf öğrencilerinin büyük bir çoğunluğu (% 70) çarpma işlemi gerektiren sorulara hatalı cevap verirken, % 14’ü doğru cevap bildirmiştir, öğrencilerin % 16’sı ise sorulara herhangi bir cevap verememiştir. 4. soru en fazla doğru oranına (% 19) sahip soru olurken, en fazla hata yapılan soru 3. soru olmuştur (% 86).

Tablo 4.34. İlköğretim 3. sınıf öğrencilerinin çarpma işlemi gerektiren sorulara vermiş olduğu cevapların doğru, yanlış ve boş oranları

	Soru 3		Soru4		Soru 6		Soru 7		Toplam (Ortalama)	
	f	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**
Doğru	4	11	7	19	6	17	2	6	5	14
Yanlış	31	86	25	70	22	61	22	61	25	70
Boş	1	3	4	11	8	22	12	33	6	16

İlköğretim 3. sınıf öğrencilerinin çarpma işlemi gerektiren sorulara vermiş olduğu cevaplar Tablo 4.35’de gösterilmiştir.

Tablo 4.35. İlköğretim 3. sınıf öğrencilerinin çarpma işlemi gerektiren sorulara vermiş olduğu cevaplar

Öğrencini Kodu	Öğrencinin Verdiği Cevap				Hata Kodu	Öğrencinin Kodu	Öğrencinin Verdiği Cevap				Hata Kodu
	3.	4.	6.	7.			3.	4.	6.	7.	
C1	15 x20 100 +20 300 300 +15 315	4 2 -2 +4 2 6		30 - 9 21	M3	C19	20 +15 30	4 x2 6	4 +3 7	9 x2 11	M1, M3
C2	20 +15 35	4 -2 2		30 - 9 21	M3	C20	20 +15 35	4 | 2 -4 | 2 0	4 | 3 -3 | 1 1		M3
C3	20 x15 100 +20 300	4 x2 8	3	9 x2 18	M1, M4	C21	15 x20 15	4 x2 2	4 x3 9		M1
C4	20 +15 35	4 +2 6	4 - 3 1	30 | 9 - 27 | 3 03	M3	C22	20 +15 35	4 +2 6	4 x3 9		M1, M3
C5	20 x15 100 +20 300	4 -2 2	3	30 - 9 21	M3	C23					
C6	20 +15 35	4 -2 2	4 +3 7	30 - 9 21	M3	C24	15 +20 30	4 | 2 | 4			M3
C7	15 x20 100 +20 300 300 +20 320	4 2 -2 +4 2 6		30 - 9 21	M3	C25	20 +15 35	4 x2 8	4 +3 7	30 - 9 3	M3
C8	20 x15 100 +20 300	4 | 2 -4 | 2 0	4 x3 12	30 x 9 270	M3	C26	20 +15 36	4 x2 6	4 x3 7		M1, M3
C9	20 +15 35	4 +2 6	4 x3 12	30 - 9 21	M3	C27	20 +15 35	4 x2 8	4 - 3 1	0	M3
C10	20 +15 35	4 x2 8	4 x3 12	9 x7 63 9 - 7 2	M3	C28	15 +20 75	4 +2 4	4 | 3 -3 | 1 1	9 - 5 5	M3
C11	20 +15 35	4 +2 6	4 x3 12	30 - 9 39	M3	C29	15 - 20 10	4 -2 2	4 - 3 4		M3
C12	15 +20 30	4 +2 6	4 +3 7	9 - 1 8	M3	C30	20 +15 36	4 +2 6	4 +3 7	9 +2 7	M3
C13	20 x15 100 +20 300	4 x2 8	4 x3 12	30 - 9 21	M3	C31	20 +15 35	4 -2 2	4 +3 7	9 9 +9 -17 17 87	M3
C14	20 +15 35	4 x2 6	4 +3 7 4 - 3 1		M1, M3	C32	15 x20 20 +15 30	4 x2 8 +4 12	4 | 3 -3 | 1 1 +2 3		M1, M3
C15	20 +15 35	4 x2 8	4 x3 12	30 x 9 270	M3	C33	20 +15 35	4 x2 6	4 +3 7	30 - 9 39	M1, M3
C16	15 | 20 15 | 3 00	4 +2 6	4 +3 7		M3	C34	20 +15 35			30 x 9 39	M1, M3
C17	20 +15 35	4 x2 8	4 +3 7	31 - 9 22	M3	C35	15 x20 100 +02 102	4 -2 2	4 +3 7	9 x7 60	M1, M3
C18	20 +15 35				M3	C36	20 +15 35				M3

Öğrencilerin vermiş olduğu yanlış cevaplar hata türlerine göre gruplanmış ve Tablo 4.36'da gösterilmiştir.

İlköğretim 3.sınıf öğrencilerinin çarpma işlemi gerektiren soru türlerinde en çok tekrar ettiği hata türü M3 türünde olmuştur. Bu öğrencilerin % 80'i hem işlem seçimini hem de sonucu hatalı bulurken (M3), % 16'sı işlem seçimini doğru yapmasına rağmen sonucu hatalı bulmuştur (M1). Herhangi bir işlem yapmadan hatalı cevap veren (M4) öğrenciler % 4'lük bir oran oluştururken, işlem tercihini yanlış belirlemesine rağmen doğru cevap veren (M2) öğrenciye rastlanmamıştır

Tablo 4.36. İlköğretim 3. sınıfların çarpma işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu hatalı cevapların hata türlerine göre sunulması

	Soru 3		Soru 4		Soru 6		Soru 7		Toplam (Ortalama)	
Hata Kodu	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**
M1	3	10	6	24	3	14	4	18	4	16
M2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
M3	28	90	19	76	17	77	17	77	20	80
M4	0	0	0	0	2	9	1	5	1	4
Toplam	31	100	25	100	22	100	22	100	25	100

Araştırma kapsamında yer alan 3. sınıf öğrencilerinin, çarpma işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu hatalı cevaplara ilişkin örnekler aşağıda sunulmuştur.

İşlem tercihi doğru, sonucu hatalı olanlar (Hata Kodu: M1)

Örnek 83: (Soru, 3; Öğrenci kodu, C21)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C21: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C21:15 ile 20'yi çarpacağım

Y:Neden?

C21:……….

Y:Peki yapalım.

C21:5'den 0 çıkarsa 5 kalır. 1'den 2 çıkmaz, 1'i aşağıya alıyoruz. Sonuç 15 (15x20=15)

Örnek 84: (Soru, 3; Öğrenci kodu, C32)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C32: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C32: 15 ile 20'yi çarpacağız. Her katında 20 pencere var. Bu binada toplam kaç pencere vardır.

Y:Peki yap.

C32:0 kere 5, 0. 2 kere 1, 2. 20'nin altına tekrar 15yazıyorum ve topluyorum. 0, 5 daha 0. 2, 1 daha 3. Sonuç 30 (15 x 20 = 30)

Y:20'nin altına neden tekrar niye 15 yazıp topladın?

C32:Çünkü biz çarpmaların altına her zaman toplama yapıyoruz.

Örnek 85: (Soru, 3; Öğrenci kodu, C35)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C35: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C35:Çarpacağız.

Y:Neden?

C35:…………….

Y:Peki yap.

C35: 0 kere 5, 0. 2 kere 5, 10. 0 kere 1, 0. 2 kere 1, 2. Topluyoruz sonuç 102 (15x20=102)

Örnek 86: (Soru, 4; Öğrenci kodu, C32)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C32: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

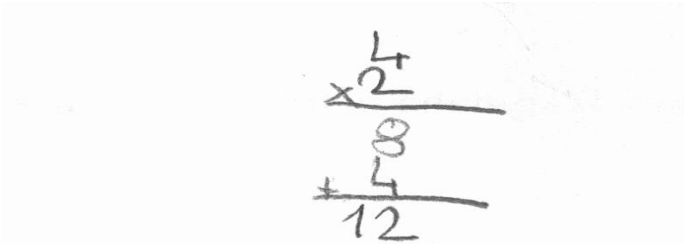
C32:Çarpıcağız.

Y:Neden?

C32:Çünkü kere demiş.

Y:Peki yap.

C32:4 kere 2, 8. 8'in altına 4'ü yazıp topluyoruz. Sonuç 12 (4x2=12)



Örnek 87: (Soru, 6; Öğrenci kodu, C26)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C26: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C26:Çarpacağız. 4, 3 daha 7.

Örnek 88: (Soru, 7; Öğrenci kodu, C19)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C19: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C19:1 ay 2 gündür, o nedenle 9 ile 2'yi çarpacağım.

Y:1 ayın 2 gün olduğunu kim söyledi?

C19:Kimse söylemedi, ben biliyorum.

Y:Peki sonuç kaç

C19:Sonuç 11 (9x2=11).

Örnek 89: (Soru, 7; Öğrenci kodu, C34)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C34: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C34:1 ay 30 gündür bu nedenle 30 ile 9'u çarpacağım.

Y:Peki yap.

C34:0 çarpı 9 0'dır.3'ü de aşağıya alıyoruz. Sonuç 39 (30x9=39)

Örnek 90: (Soru, 7; Öğrenci kodu, C3)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C3: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C3:Tavuğun 2 ayağı olduğuna göre, 9 ile 2'yi çarpacağız.

Y:Peki yap.

C3:9x2=18

<u>*İşlem tercihinde yapılan hatalar:*</u>

3.sınıf öğrencilerinin % 70'i çarpma işlemi gerektiren soru türlerine hatalı cevap vermiştir. Hatalı cevap veren öğrencilerin % 16'sı M1 türünde hata yapmıştır ve M1 türünde en çok hata yapılan soru % 24'lük hata oranıyla 4. soru olmuştur.

M1 türünde hata yapan öğrencilerin vermiş olduğu cevaplar incelendiği zaman bu öğrencilerin çarpma işlemini tercih ettikleri ancak niçin çarpma işlemini tercih ettiklerini ifade edemedikleri görülmektedir. C21 ve C35 kodlu öğrenciler 1. soruda, C26 kodlu öğrenci 6. soruda niçin çarpma işlemi yaptığını bilmediğini ifade etmiştir. Buna karşılık C32 kodlu öğrenci 4. soruda niçin çarpma yaptığını *çünkü kere demiş* şeklinde açıklamıştır. Bu öğrencinin problemin çözümünde anahtar sözcükleri dikkate aldığı ve *eğer bir problemde kere sözcüğü geçerse çarpma işlemi yapılır* şeklinde bir kavram yanılgısına sahip olduğu söylenebilir. C3 kodlu öğrenin ise 7. soruda *tavuğun iki ayağı olduğuna göre 9 ile 2'yi çarpacağız* ifadesinden bu öğrencinin sorudaki verilenleri ve istenenleri dikkate almadığı söylenebilir veya bu öğrenci *1 tavuğun iki ayağı varsa 3 tavuğun kaç ayağı vardır?* şeklinde ki problemlerle çok karşılaşmış olabilir ve 7. soru öğrenciye bu tarzda bir problemi hatırlatmış olabilir.

C32, C19 ve C34 kodlu öğrenciler sorunun mantığını anlamalarına rağmen, C19 kodlu öğrencinin 1 ayın kaç gün olduğunu bilmemesinden dolayı 9 ile 2'yi çarptığı görülmektedir. Öğrenci 1 ayın 2 gün olduğunu ve bu bilgiyi kimseden öğrenmediğini, kendisinin zaten bildiğini ifade etmiştir.

<u>*İşlem sırasında yapılan hatalar:*</u>

İlköğretim 3.sınıf öğrencilerinin çarpma işlemi yaparken M1 türünde en çok tekrar ettiği hatalardan biri çarpma yerine çıkartma yapma davranışıdır. Örneğin C21 kodlu öğrenci 1. soruda 15 ile 20'yi nasıl çarptığını *5'den 0 çıkarsa 5 kalır, 1'den 2 çıkmaz, 1'i aşağıya alıyoruz* şeklinde açıklamıştır. Bu ifadeden anlaşılacağı üzere bu öğrenci çarpma işlemi yerine çıkartma işlemi yapmaktadır. Ayrıca bu öğrencinin *1'den 2 çıkmaz, 1'i aşağıya alıyoruz* ifadesinden yola çıkarak *küçük sayıdan büyük sayı çıkmaz, o halde sonuç küçük sayının kendisidir* şeklinde bir kavram yanılgısına sahip olduğu söylenebilir (Örnek 83'e bakın).

İlköğretim 3.sınıfların çarpma işleminde en çok tekrar ettiği hatalardan bir diğeride her basamağı kendi arasında çarpma davranışıdır. Örneğin C32 kodlu öğrenci 3. soruda nasıl çarpma işlemi yaptığını *0 kere 5, 0. 2 kere 1, 2. 20'nin altına tekrar 15 yazıyorum ve topluyorum. 0, 5 daha 0. 2, 1 daha 3. sonuç 30* şeklinde ifade etmiştir. Bu ifadeden de anlaşıldığı gibi öğrenci toplama ve çıkartma da olduğu gibi birler basamağı ile birler basamağı arasında, onlar basamağı arasında işlem yapmaktadır. Öğrenci toplama ve çıkartma işlemlerinde olduğu gibi birler basamağı ile onlar basamağından elde ettiği sonucu yan yana yazmaktadır. Öğrencinin yaptığı bir başka hata ise 1. çarpanı getirip bulduğu sonucun altına yazıp toplamasıdır. Öğrenci bu durumu ise *çünkü biz çarpmaların altına her zaman toplama yapıyoruz* şeklinde açıklamıştır. Bu öğrenci, çarpma işlemi yapılırken 2. çarpanın birler basamağı ile 1. çarpanın birler ve onlar basamağının çarpımından elde ettiği sonucun altına, 2. çarpanın onlar basamağı ile 1. çarpanın birler ve onlar basamağının çarpımı sonucunda elde edilen sayıyı bir basamak kaydırması gerektiğini bilmediği söylenebilir. Öğrencinin *çarpma işlemi yapılırken, mutlaka toplama işlemi de yapılır* şeklinde bir kavram yanılgısına sahip olduğu söylenebilir. Aynı öğrencinin 4. soruda 4 ile 2'yi çarpıp, bulduğu sonuç ile 1. çarpanı (4) toplaması bu ihtimali desteklemektedir. Ayrıca öğrencinin *0, 5 daha 0* ifadesinden de öğrencinin 0'ı çarpma işleminde olduğu gibi, toplama işleminde de yutan eleman olarak kabul ettiği söylenebilir (Örnek 84 ve 86'ya bakın)

C35 kodlu öğrenci 3. soruda çarpma işlemi yaparken, 2. çarpanın onlar basamağı ile 1. çarpanın birler ve onlar basamağının çarpımı sonucundan elde ettiği sonucu toplama ve çıkartma işleminde olduğu gibi sağa dayalı olarak yazdığı görülmektedir. Bu bulgudan hareketle ilköğretim 3. sınıf öğrencilerinin çarpma işleminde yaptığı bir başka hatanın iki basamaklı sayılarla çarpma işleminde basamak kaydırma sırasında ortaya çıktığı söylenebilir (Örnek 85'e bakın).

Çarpma işleminde görülen en yaygın hatanın çarpma yerine toplama yapma davranışı olduğu söylenebilir. C26 kodlu öğrenci 6. soruda 4 ile 3'ü çarpıp 7, C19 ve C34 kodlu öğrenciler 7. soruda sırasıyla *9x2=11, 30x9=39* sonuçlarını elde etmişlerdir. Böyle bir hatanın nedeni, çarpmanın sadece toplamanın kısa yolu olarak gösterilmesi sonucunda öğrencinin *9+2* ile *9x2*'nin aynı sonucu vereceğini düşünmesi olabilir.

Son yıllarda yapılan çalışmalar göstermektedir ki öğrenciler okulun ilk yılında çarpma ve bölme fikrini geliştirebilir. Çocukların matematiksel potansiyelleri pratikte çarpma ve bölme problemlerini çözmeye yeterli olmasa da, çocuklar çarpma ve bölme içeren problemleri çözebilir. Çarpmanın anlaşılması ileriki yıllarda oran-orantı, alan ve hacim, olasılık ve veri analizi gibi konularının da iyi bir şekilde öğrenilebilmesi için gereklidir. Okulun ilk yıllarında matematiksel anlamda başarısız olan çocukların ileriki yıllarda cebir, fonksiyonlar ve grafikleri kullanma konusunda zorluk yaşayacakları açıktır. Eğer 1. sınıfta öğrencide görülen hata, 2. sınıfta ve ileriki yıllarda da devam ediyorsa ya öğretmen konuyu iyi bir şekilde anlatamamıştır veya konu öğrenciler tarafından iyi bir şekilde anlaşılmamıştır (Mulligan, 1998).

Küçük çocukların çarpma ve bölme işlemlerini çözmede ki gelişimlerini araştıran çalışmalar, küçük çocukların erken yaşlarda bölme, gruplama, parçalara ayırma etkinliklerinin çocukların çarpma ve bölme fikirlerinin gelişimine katkı sağladığını göstermiştir (Mulligan, 1998).

İşlem seçimi ve sonucu hatalı olanlar (Hata Kodu:M3)

Örnek 91: (Soru, 3; Öğrenci kodu, C7)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C7: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C7:15 katlı dediği için ilk önce çarpacağım, toplam dediği içinde sonra da toplayacağım.

Y:Peki yap.

C7:15 ile 20'yi çarpıyorum 300 çıktı, sonra da 300 ile 20'yi topluyorum sonuç 320 (15x20=300, 300+20=320)

Örnek 92: (Soru, 3; Öğrenci kodu, C16)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C16*: (Soruyu sesli bir şekilde okur)*

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C16:Pencere vardır demiş o nedenle böleceğiz.

Y:Kim söyledi?

C16:Ben düşündüm. Pencereler hani dikdörtgen, kare olduğu için.

Y:Peki yapalım.

C16:1 kere 2, 3 yapar. 15'in altına tekrar 15'in aynısını yazıyoruz. Çıkarıyoruz Sonuç 0 (15÷20=0)

Y:Peki 0 kere1 kaçtır?

C16:1'dir.

Y:0, 1 daha kaç yapar?

C16:0 yapar.

Y:1'den 0 çıkarsa kaç kalır?

C16:2 kalır.

Örnek 93: (Soru, 3; Öğrenci kodu, C26)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C26: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C26:Toplama yapacağım

Y:Neden?

C26:Bilmiyorum

Y:Çıkartma yapsaydık olur muydu?

C26:Olurdu.

Y: O zaman niye çıkartma yapmadın?

C26:…………..

Y:Hangi işlem doğru?

C26:Toplama.

Y:Peki yap.

C26: 2, 1 daha 3. 5, 0 daha 6 (15+20=36)

Örnek 94: (Soru, 3; Öğrenci kodu, C29)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C29: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C29:Çıkartacağız.

Y:Niye?

C29:……………..

Y:Peki yap

C29:5'den 0 çıktı, 0 kaldı. 1'den 2 çıktı, 1 kaldı (15-20=10)

Örnek 95: (Soru, 3; Öğrenci kodu, C30)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C30: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C30:Çarpacağız.

Y:Niye çarpıyoruz?

C30:…………….

Y:Peki yapalım.

C30:5, 0 daha 5, 6 eder. 2, 1 daha 3 eder (15+20=36)

Örnek 96: (Soru, 4; Öğrenci kodu, C7)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C7: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C7:Çarpacağız, çünkü katı demiş.

Y:Hani nerde katı yazıyor?

C7:Hayır çıkartacağım, çünkü para harcamış. Sonrada toplam dediği için toplayacağım

Y:Harcamış denince her zaman çıkartıyor muyuz?

C7:Evet

Y:Kim dedi?

C7:Öğretmenimiz.

Y:Peki yapalım.

C7:4'den 2 çıkarsa 2 kalır. 2 ile de 4'ü toplarsam 6 yapar. Sonuç 6 (4-2=2, 2+4=6)

Örnek 97: (Soru, 4; Öğrenci kodu, C6)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C6: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C6: Harcamıştır dediği için çıkartacağım.

Y::Peki yap

C6:4'den 2 çıkarsa 2 kalır. Sonuç 2 (4-2=2)

Örnek 98: (Soru, 4; Öğrenci kodu, C11)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C11: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C11: Toplam dediği için topluyorum.

Y:Toplam deyince her zaman toplar mısın?

C11:Fazla deseydi de toplardım. Çıkan deseydi çıkartırdım, katı deseydi çarpardım.

Y:Kim söyledi?

C11:Annemden öğrendim.

Y:Peki yapalım.

C11: 4+2=6

Örnek 99: (Soru, 6; Öğrenci kodu, C32)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

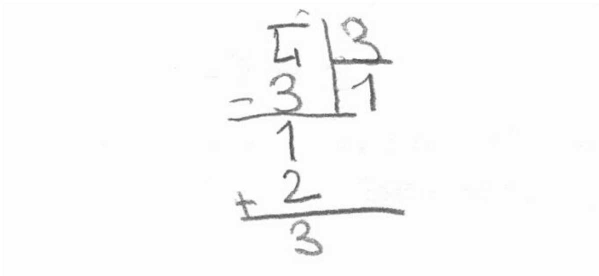
C32: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C32:Kaç değişik şekilde giyinilir dediği için böleceğiz.

Y:Peki yap.

C32:4'ün için de 3, 1 kere vardır. 3'ün içinde 1, 2 kere vardır. 1, 2 daha 3. Sonuç 3 (4÷3=3)



Örnek 100: (Soru, 7; Öğrenci kodu, C10)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C10: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C10: Bir ay 7 gün olduğu için, 7 ile 9'u çarpacağız.

Y:Çıkartma yapabilir miydik?

C10:Evet çıkartma yapacağız, çünkü eksilir diyor. 9-7=2

İşlem tercihinde yapılan hatalar:

C6, C7, C10, C11 ve C16 kodlu öğrenciler sorunun çözümünde anahtar sözcüklere yoğunlaşırken, C26, C29, C30 ve C32 kodlu öğrenciler sorudaki işlem tercihlerini niçin seçtiklerini ifade edememişlerdir. 4. soruda C6 kodlu öğrenci *harcamıştır dediği için çıkartacağım* derken, C11 kodlu öğrenci *toplam dediği için toplayacağım* ifadesini kullanmıştır. Yine C11 kodlu öğrencinin *fazlası deseydi yine toplardım, çıkan deseydi çıkartırdım, katı deseydi çarpardım* ifadesinden de bu öğrencilerin sorunun çözümünde anahtar sözcükleri dikkate aldıkları anlaşılabilir. C7 kodlu öğrenci ise *harcamış dediği için ilk önce çıkartma yapacağını, toplam dediği için de sonra da toplayacağını* söylemiştir. C7 kodlu öğrencinin 3. soruda da aynı mantıkla hareket ettiği *15 katlı dediği için ilk önce çarpacağım, toplam dediği için sonra da toplayacağım* ifadesinden anlaşılmaktadır. Bu öğrencilerin bir problemde *toplam ve fazla sözcükleri geçiyorsa toplama, çıkan ve eksilme sözcüğü geçerse çıkartma, katı* *derse çarpma işlemi* yapılır şeklinde bir kavram yanılgısına sahip oldukları söylenebilir. Bu kavram yanılgılarının da daha çok pedagojik sebeplerden kaynaklandığı söylenebilir.

İşlem sırasında yapılan hatalar:

3.sınıf öğrencilerinin çarpma işlemi gerektiren soru türlerine hatalı cevap verenlerin % 80'i M3 türünde hata yapmışlardır. M3 türünde hata yapan öğrencilerin işlem sırasında en çok tekrar ettiği hatalardan biri bölme işleminde yapılmaktadır. Örneğin C16 kodlu öğrenci 3. sorunun çözümünde bölme işlemini kullanacağını söylemiştir ve 15'i 20'ye bölmüştür. Öğrenci *1 kere 2, 3 yapar. 15'in altına tekrar 15'in aynısını yazıyoruz. Çıkarıyoruz sonuç 0* şeklinde işlemi nasıl yaptığını açıklamıştır. Öğrencinin bölünen sayının birler basamağı ile bölen sayının birler basamağını toplayıp bölüm kısmına yazdığı görülmektedir. Öğrenci bölüm ile bölünen sayıyı çarpmak yerine 15'i tekrar bölünen sayının (15) altına yazıp çıkartmıştır. Öğrencinin bölme işleminde yaptığı bir diğer hatada sonucun bölüm kısmında değil de kalan kısmında aramasıdır. Öğrencinin bölme işlemi konusunda eksik ve hatalı bilgiye sahip olduğu ve toplama, çıkartma ve çarpma işlemi yapılırken uygulanan bazı kuralları (işleme sağdan başlama, birler ile birler basamağı arasında işlem yapma, sonucu kalan kısmında arama gibi) bölme işlemine genellediği söylenebilir (Örnek 92'ye bakın).

Yine C32 kodlu öğrenci 6. soruda nasıl bölme işlemi yaptığını *4'ün için de 3, 1 kere vardır. 3'ün içinde 1, 2 kere vardır. 1, 2 daha 3. Sonuç 3* şeklinde açıklamıştır. Öğrenci 4'ü 3'e bölüp, *4'ün içinde 1 tane 3* olduğunu söylemiştir. Daha sonra *1 kere 3, 3* deyip, 4'den 3'ü çıkartıp, *1* bulmuştur. İşlem buraya kadar doğru gibi görünmesine rağmen, öğrenci bölünen sayının altına yazdığı 3'ü bölüm kısmındaki 1'e bölüp 2 sayısını elde etmiştir. Buradan öğrencinin aslında bölme değil de bölme yerine çıkartma yaptığı söylenebilir. Öğrenci bu kısımdan elde ettiği sonuçları da toplamayı tercih etmiştir. Bu öğrencinin bölme işlemi konusunda eksik ve yanlış bilgiye sahip olduğu, iki veya fazla basamak içeren sayılarla yapılan çarpma işlemlerinde olduğu gibi öğrencinin de bölme işleminde bulduğu sonuçları topladığı söylenebilir (Örnek 99'a bakın). C32 kodlu öğrenci C16 kodlu öğrenci gibi sonucu kalan kısmında aramıştır.

Öğrencilerin anlamakta zorluk yaşadığı kavramlardan biri 0'dır. Örneğin C26 ve C30 kodlu öğrenciler 3. soruda *5, 0 daha 6 eder* ifadesini kullanırken, C29 kodlu öğrenci *5'den 0 çıktı 0 kaldı* ifadesini kullanmıştır. C16 kodlu öğrenci yine 3. soruda araştırmacının kendisine sorduğu sorulara sırasıyla *0 kere 1, 1'dir; 0, 1daha 0 yapar,* *1'den 0 çıkarsa 2 kalır* şeklinde cevap verdiği görülmektedir. Bu sonuçlardan C26 ve C30 kodlu öğrencilerin 0'a anlam yükleyip 1 gibi değer verdiği söylenebilir. C29 kodlu öğrenci ise 0'ı çarpma işleminde olduğu gibi çıkartma işleminde de yutan eleman olarak kabul etmiş olabilir. C16 kodlu öğrenci ise 0'ın toplama, çıkartma ve çarpma işlemlerindeki yeri konularında hatalı ve eksik bilgiye sahip olduğu söylenebilir. Bu hataların genel olarak 0'ın anlamının öğrenciler tarafından tam olarak kavranmamasından veya öğretmenler tarafından yeterince anlatılamamasından kaynaklandığı söylenebilir.

4.2.2.2. Bölme İşlemi Gerektiren Soru Türlerinde Yaşanan Zorluklara İlişkin Bulgular

- **İlköğretim 2. Sınıfların Bölme İşlemi Gerektiren Soru Türlerinde Yaşadığı Zorluklara İlişkin Bulgular**

Tablo 4.37'de görüldüğü gibi 2. sınıfların 1. 2. 6. ve 9. soruları bölme işlemi gerektirmektedir. Tablo 4.38'de öğrencilerin bu sorulara vermiş olduğu cevapların doğru, yanlış ve boş olma durumlarına göre gruplanmış hali sunulmuştur.

Tablo 4.37. İlköğretim 2. sınıf öğrencilerinin bölme işlemi gerektiren soruları

Soru	Problem	İşlem Türü	Cevap
1.	Zeynep'in 20 tane şekeri vardır. Her gün 4 tanesini yemektedir. Zeynep'in şekerleri kaç gün sonra biter?	Bölme	20÷4=? 20÷4=5
2.	Can koşarken her adımda 2 metre ilerlemektedir. Toplamda 10 metre ilerleyebilmesi için kaç adım atması gerekir?	Bölme	2x?=10 10÷2=5
6.	Ahmet'in 15 tane balonu vardır. Her gün 3 balonunu patlatmaktadır. Balonların hepsi kaç gün sonra biter?	Bölme	15÷3=? 15÷3=5
9.	Zeki 12, Yavuz ise 4 kitaba sahiptir. Zeki Yavuzun kaç katı kitaba sahiptir?	Bölme	4x?=12 12÷4=3

Tablo 4.38 incelendiği zaman 2. sınıf öğrencilerinin tamamına yakınının (% 92) bölme işlemi gerektiren sorulara hatalı cevap bildirdiği görülmektedir. Öğrencilerin % 8'i doğru cevap bildirirken, sorulara cevap vermeyen öğrenciye rastlanmamıştır. 1. ve 6. sorular en fazla doğru oranına (% 11) sahip sorular olurken, en fazla hata yapılan soru 2. soru olmuştur (% 94).

Tablo 4.38. İlköğretim 2. sınıf öğrencilerinin bölme işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu cevapların doğru, yanlış ve boş sayıları

	Soru 1		Soru 2		Soru 6		Soru 9		Toplam (Ortalama)	
	f	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**
Doğru	4	11	2	6	4	11	3	8	3	8
Yanlış	30	83	34	94	32	89	33	92	33	92
Boş	2	6	0	0	0	0	0	0	0	0

Tablo 4.39'da öğrencilerin bu sorulara vermiş olduğu cevaplara yer verilmiştir.

Tablo 4.39. İlköğretim 2. sınıfların çarpma işlemi gerektiren sorulara vermiş olduğu cevaplar

<table>
<tr><th rowspan="2">Öğrencin Kodu</th><th colspan="4">Öğrencinin Verdiği Cevap</th><th rowspan="2">Hata Kodu</th><th rowspan="2">Öğrencin Kodu</th><th colspan="4">Öğrencinin Verdiği Cevap</th><th rowspan="2">Hata Kodu</th></tr>
<tr><th>1.</th><th>2.</th><th>6.</th><th>9.</th><th>1.</th><th>2.</th><th>6.</th><th>9.</th></tr>
<tr><td>B1</td><td>20
- 4
24</td><td>10
- 2
12</td><td>15
- 3
12</td><td>12
x4
18</td><td>M3</td><td>B19</td><td>20
- 4
24</td><td>10
+ 2
12</td><td>15
- 3
12</td><td>12
x 4
48</td><td>M3</td></tr>
<tr><td>B2</td><td>20
- 4
16</td><td>10
+ 2
12</td><td>15
- 3
12</td><td>12
x4
18</td><td>M3</td><td>B20</td><td>20
- 4
20</td><td>10
+ 2
12</td><td>15
- 3
2</td><td>12
x4
18</td><td>M3</td></tr>
<tr><td>B3</td><td></td><td>10
+ 2
12</td><td>15 | 1
-3 |
11 |</td><td>12
x4
18</td><td>M3, M1</td><td>B21</td><td>20
- 4
24</td><td>2
-10
12</td><td>15 | 3
-15 | 5
00 |</td><td>12
x 4
48</td><td>M3</td></tr>
<tr><td>B4</td><td>20
X4
24</td><td>10
x2
12</td><td>15
x3
25</td><td>12
x4
18</td><td>M3</td><td>B22</td><td>20
- 4
24</td><td>10
x2
20</td><td>15
- 3
12</td><td>12
-4
12</td><td>M3</td></tr>
<tr><td>B5</td><td>20
- 4
16</td><td>10
x2
12</td><td>15
- 3
12</td><td>12
+4
16</td><td>M3</td><td>B23</td><td>20
- 4
24</td><td>10
- 2
12</td><td>15
- 3
12</td><td>12
x 4
48</td><td>M3</td></tr>
<tr><td>B6</td><td>20 | 4
- |
0 5</td><td>10
x2
10</td><td>15 | 3
– |
1 | 2</td><td>12
x 4
48</td><td>M3, M1</td><td>B24</td><td>20 | 4
- 20 | 5
00 |</td><td>10 | 2
-10 | 5
00 |</td><td>15
- 3
12</td><td>12
x 4
48</td><td>M3</td></tr>
<tr><td>B7</td><td>20
- 4
16</td><td>10
+ 2
12</td><td>15
- 3
12</td><td>12
x 4
48</td><td>M3</td><td>B25</td><td>20
X4
80</td><td>10
– 2
10</td><td>15
- 3
12</td><td>12
x 4
48</td><td>M3</td></tr>
<tr><td>B8</td><td>20
- 4
24</td><td>10
+ 2
12</td><td>15
x3
35</td><td>12
x 4
148</td><td>M3</td><td>B26</td><td>20
- 4
26</td><td>10 | 2
-10 | 5
00 |</td><td>15 | 3
-15 | 5
00 |</td><td>12
x 4
48</td><td>M3</td></tr>
<tr><td>B9</td><td>20
X4
24</td><td>10
+2
10</td><td>15
- 3
12</td><td>12
+4
16</td><td>M3</td><td>B27</td><td>20
- 4
16</td><td>10
x2
20</td><td>15
- 3
12</td><td>12 | 4
-12 | 3
00 |</td><td>M3</td></tr>
<tr><td>B10</td><td>20
X4
80</td><td>10
x2
20</td><td>15
x3
45</td><td>12
x 4
48</td><td>M3</td><td>B28</td><td>20 | 4
- 20 | 20
00 |</td><td>2
x10
30</td><td>15
x3
12</td><td>12
x4
52</td><td>M1, M3</td></tr>
<tr><td>B11</td><td>20 | 4
- 20 | X5
00 | 20</td><td>10
+ 2
12</td><td>15 | 3
-15 | x5
00 | 15</td><td>12
x 4
48</td><td>M1, M3</td><td>B29</td><td>20
- 4
20</td><td>10
+ 2
12</td><td>15
- 3
12</td><td>12
+4
16</td><td>M3</td></tr>
<tr><td>B12</td><td>20
- 4
24</td><td>10
+ 2
12</td><td>15
- 3
12</td><td>12
x 4
46</td><td>M3</td><td>B30</td><td>20 | 4
- 20 | 5
00 |</td><td>10
x2
20</td><td>15 | 3
-15 | 5
00 |</td><td>12
x 4
48</td><td>M3</td></tr>
<tr><td>B13</td><td>20
- 4
14</td><td>10
+ 2
12</td><td>15
- 3
12</td><td>12
x 4
48</td><td>M3</td><td>B31</td><td>20
- 4
80</td><td>10
– 2
20</td><td>15
-3
32</td><td>12
x 4
48</td><td>M3</td></tr>
<tr><td>B14</td><td>20
X4
6</td><td>10
+ 2
12</td><td>15
- 3
12</td><td>12
x 4
16</td><td>M3</td><td>B32</td><td>20
- 4
16</td><td>10
x2
20</td><td>15
- 3
12</td><td>12
x4
52</td><td>M3</td></tr>
<tr><td>B15</td><td></td><td>10
+ 2
12</td><td>15 | 3
-15 | 5
00 |</td><td>12 | 4
-12 | 3
00 |</td><td>M3</td><td>B33</td><td>20
- 4
11</td><td>200
+100
300</td><td>15
- 3
12</td><td>12
+4
16</td><td>M3</td></tr>
<tr><td>B16</td><td>20
- 4
24</td><td>10
+ 2
12</td><td>15
- 3
12</td><td>12
x4
18</td><td>M3</td><td>B34</td><td>20 | 4
- 20 | 5
00 |</td><td>10
x2
20</td><td>15
- 3
12</td><td>12
x 4
48</td><td>M3</td></tr>
<tr><td>B17</td><td>20
- 4
24</td><td>10
+ 2
12</td><td>15
- 3
12</td><td>12
x4
18</td><td>M3</td><td>B35</td><td>20
- 4
16</td><td>10
+ 2
12</td><td>15
- 3
12</td><td>12 | 4
-12 | 3
00 |</td><td>M3</td></tr>
<tr><td>B18</td><td>20 | 4
| 4</td><td>10
- 2
8</td><td>15
- 3
12</td><td>12
x4
18</td><td>M1, M3</td><td>B36</td><td>20
- 4
20</td><td>10
+ 2
12</td><td>15
- 3
12</td><td>12
x 4
48</td><td>M3</td></tr>
</table>

Öğrencilerin verdiği yanlış cevaplar hata türlerine göre gruplanmış ve Tablo 4.40'da gösterilmiştir.

İlköğretim 2.sınıf öğrencilerinin bölme işlemi gerektiren soru türlerinde en çok tekrar ettiği hata türü M3 türünde olmuştur. Bu öğrencilerin % 94'ü hem işlem seçimini hem de sonucu hatalı bulurken (M3), % 6'sı işlem seçimini doğru yapmasına rağmen sonucu hatalı bulmuştur (M1). Herhangi bir işlem yapmadan hatalı cevap veren (M4) ve işlem tercihini yanlış belirlemesine rağmen doğru cevap veren (M2) öğrenciye rastlanmamıştır.

Tablo 4.40. İlköğretim 2. sınıfların bölme işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu hatalı cevapların, hata türlerine göre sunumu

	Soru 1		Soru 2		Soru 6		Soru 9		Toplam (Ortalama)	
Hata Kodu	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**
M1	3	10	0	0	3	9	0	0	2	6
M2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
M3	27	90	34	100	29	91	33	100	31	94
M4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Toplam	30	100	34	100	32	100	33	100	33	100

Araştırma kapsamında yer alan 2. sınıf öğrencilerinin, bölme işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu hatalı cevaplara ilişkin örnekler aşağıda sunulmuştur.

İşlem tercihi doğru, sonucu hatalı olanlar (Hata Kodu: M1)

Örnek 101: (Soru, 1; Öğrenci kodu, B11)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B11: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B11:Burada bölme işlemi yapmamız gerek. Çünkü demiş ki Zeynep'in şekerleri kaç gün sonra biter?

Y:Toplama yapamaz mıydık?

B11:Toplama da yapabilirdim ama ben kısa yoldan yapıyorum. 4'er, 4'er sayacağım. 4, 8, 12, 16, 20, yani 5 tane oluyor. 5 ile de 4'ü çarpıyorum. Buraya 20 yazıyorum.

Y:Sonuç kaç?

B11:20.

Y:Böyle bölme işlemi yapmasını kimden öğrendin?

B11:Abimler söyledi. Ama abim dedi ki toplama ve çıkartma da yapılır. Her gün 4 tane yediği için böleceğiz. Ben evde böyle çalışıyorum.

Örnek 102: (Soru, 1; Öğrenci kodu, B18)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B18: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B18:Bölme yapacağız. Her gün 4 tanesini yediği için. 20, 16, 12, 8, 4. Sonuç 4

Y:Çıkartma yapsaydık olur muydu?

B18:Olmazdı çıkartsaydık 16 olurdu. Ben bunu ablamlardan öğrendim, ablam dedi ki bölme yapacağız.

Örnek 103: (Soru, 1; Öğrenci kodu, B28)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B28: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B28:20 tane şekeri varmış, her gün 4 tanesi yemiş dediği için böleceğiz.

Y:Peki yapalım.

B28:20'yi 4 bölüyorum. Buraya (bölüm) yine 20 yazıyorum, Sonra buraya da (bölünenin altına) 20 yazıyorum ve çıkartıyorum. Sonuç 20 (20÷4=20).

Y:Peki bölüm kısmındaki 20'yi nasıl buldun?

B28:Bölünen kısmındaki 20'nin aynısını yazdım. Öğretmenimiz bize böyle öğretti.

Örnek 104: (Soru, 6; Öğrenci kodu, B6)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B6: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B6:Her gün 3 tanesi patlayacağı için böleceğim

Y:Peki yap.

B6:3'ün birler basamağında bir şey yok. Onlar basamağında sadece 3 var. 5'den 3 çıkarsa 2 kalır (bölüme yazdı). 15'in 1'ini de aşağıya alıyoruz. Sonuç 12 (15÷3=12).

İşlem tercihinde yapılan hatalar:

İlköğretim 2. sınıf öğrencileri bölme işlemi gerektiren soru türlerine % 92 oranında hatalı cevap vermişlerdir ve hatalı cevap verenlerin % 6'sı M1 türünde hata yapmışlardır. Öğrenciler bu hata türünde yedi farklı hatalı cevap vermişlerdir.

İşlem tercihini doğru ancak işlem sonucunu hatalı bulan bu öğrencilerin genel olarak sorudaki verilenleri ve istenenleri doğru anladığı söylenebilir. B11, B18 ve B28 kodlu öğrencilerin *her gün 4 tanesini yemiş, şekerlerin kaç günde bittiğini bulmak için böleceğiz* ifadesi soruyu anladıklarına kanıt olarak gösterilebilir.

İşlem sırasında yapılan hatalar:

2.sınıf öğrencileri işlem tercihlerini doğru belirlemelerine rağmen, işlem sırasında yaptıkları hatalar, sonucu hatalı bulmalarına neden olmuştur. Örneğin B11, B18 ve B28 kodlu öğrenciler 1. soruda 20'yi 4'e bölmüş ve sırasıyla *20, 4, 20* sonuçlarını elde etmişlerdir. Bu sonuçları nasıl elde ettiklerini ise şöyle ifade etmişlerdir:

B11: *4'er, 4'er sayacağım. 4, 8, 12, 16, 20 yani 5 tane oluyor. Sonra da 5 ile 4'ü çarpıyorum. Sonuç 20*

B18: *20, 16, 12, 8, 4. Sonuç 4.*

B28: 20'yi 4 bölüyorum. Buraya (bölüm) yine 20 yazıyorum, Sonra buraya da (bölünenin altına) 20 yazıyorum ve çıkartıyorum. Sonuç 20.

Öğrencilerin verdiği cevaplar incelendiği zaman öğrencilerin genel olarak bölme işlemi konusunda hatalı ve eksik bilgiye sahip olduğu söylenebilir. B11 kodlu öğrenci 4'erli ritmik sayma yöntemini kullanarak 5 doğru cevabını bulmasına rağmen bölüm kısmında yer alan 5 ile bölen kısmında yer alan 4'ü tekrar çarpıp sonucun 20 olduğunu ifade etmiştir. Öğrencinin bu şekilde davranmasının sebebi öğretmenin işlemin doğruluğunu kontrol etmek için bölme işleminden sonra çarpma işlemini kullanması olabilir ya da öğrenci bölme işleminden sonra çarpma işlemi yapılır şeklinde bir kavram yanılgısına sahip olabilir. Ayrıca bu öğrenciye neden toplama işlemi yapmadığı sorulduğu zaman, *toplama da yapabilirdim ama ben kısa yoldan yapıyorum* şeklinde cevap vermesi öğrencinin bölmenin toplamanın kısa yolu olduğu şeklinde bir kavram yanılgısına sahip olduğu söylenebilir. Bu kavram yanılgısının da pedagojik sebeplerden kaynaklandığı ifade edilebilir.

B18 kodlu öğrenci ise 20'den geriye doğru 4'erli ritmik sayma yöntemini kullanmasına rağmen 0'a kadar değil de 4'e kadar sayması sonucu hatalı bulmasına neden olmuştur. Ayrıca öğrenci bölüm ve bölüneni çarpıp, çarpımdan elde ettiği sonucu bölünenin altına yazması gerektiği konusunda da eksik bilgiye sahip olduğu söylenebilir.

B28 kodlu öğrencinin de bölme işlemini şekilsel olarak ezberlediği söylenebilir. Öğrenci hiçbir işlem yapmadan bölünen kısmında ki 20 sayısını aynen bölüm kısmına yazması gerektiğini söylemiştir. Öğrenci bu şekilde bölme işlemi yapmasını öğretmeninden öğrendiğini ifade etmiştir.

B6 kodlu öğrenci ise 6. soruda 15'i 3'e nasıl böldüğünü *3'ün birler basamağında bir şey yok. Onlar basamağında sadece 3 var. 5'den 3 çıkarsa 2 kalır (bölüme yazdı). 15'in 1'ini de aşağıya alıyoruz. Sonuç 12* şeklinde açıklamıştır. B6 kodlu öğrenci bölme işlemi yerine çıkartma işlemi yapma davranışı sergilemektedir. Öğrencinin *3'ün birler basamağında bir şey yok* ifadesinden de bu öğrencinin basamak kavramı konusunda eksik ve hatalı bilgiye sahip olduğu söylenebilir. Öğrenci 5'den 3'ü çıkartıp elde ettiği 2'yi bölüm kısmına yazmıştır. 15'in birler basamağında yer alan 1'i ise aşağıya almıştır. Öğrencinin toplama, çıkartma ve çarpma işleminde olduğu gibi işleme sağ taraftan başladığı görülmektedir. Öğrenci işlemin sonucunu ise kalan kısmına yazdığı 1 ile bölüm kısmına yazdığı 2'yi birleştirip 12 olarak bulmuştur (Örnek 104'e bakın).

Burns (2000; 206-207) bölme kavramının anlaşılması için çocuklara aşağıdaki problemi sunmuştur.

"Bir kadın ailesi için tatile giderken hediye olarak çorap örmeyi düşündü. Bu kadın haftada 1 çorap örebildi ve çorap örmeye 1 Ocak tarihinde başladı ve 15 Aralık tarihine kadar aralıksız ördü. Bu kadının kaç akrabası vardır?"

Yukarıda ki soruya çocukların çoğu 50'yi 2'ye bölüp 25 cevabını vermiştir. Diğer öğrencilerin ise kimi çarpma, kimi toplama ve çıkartmayı kullanmıştır. Bazı öğrenciler 10 insan için, 20 çorap, sonra bir 10 insan için yine 20 çorap daha kullanmıştır. 40 çorap elde etmişlerdir, sonra bir 10 çorap daha 5 insan için kullanıp, 25 sayısına ulaşmışlardır. Bazı çocuklar probleme farklı yaklaşmıştır. Her insan için 2 çorap gereklidir ve 50'nin yarısı 25'tir. Burns'e göre önemli olan öğrencinin bu sorunun bölme işlemi gerektiren bir soru olmasından çok bu problemi anlamasıdır. Ama yine de öğrencinin bu sorunun farklı çözüm yollarını bilmesi önemlidir. Çocuklar hesaplama da farklı işlemler kullanmalarına rağmen, çözüm yolları gayet mantıklı olabilmektedir. Bir çocuk bir problem için farklı çözüm yolları kullanabiliyorsa niçin yaptığını da anlatabilir.

Bu çalışmanın sonuçları Burns'ün araştırma sonuçlarıyla karşılaştırıldığı zaman B11, B18 ve B28 kodlu öğrencilerin de bölme işlemi gerektiren soruları farklı çözüm yolları kullanarak çözmeye çalıştıkları görülmektedir. Öğrencilerin seçtiği yollar gayet mantıklı olmasına rağmen işlemsel eksiklikler, sayının korunumu, ileri ve geriye doğru sayılırken hangi sayıdan başlanıp, hangi sayıya kadar sayılması konusunda ki bilgi eksikliği gibi nedenlerden dolayı öğrencilerin hatalı sonuçlar elde ettiği söylenebilir.

2'şerli, 3'erli, 4'erli ileri ve geriye doğru ritmik saymayı bilen çocukların bölme ve çarpmada ki eşit gruplar oluşturma veya eşit parçalara ayırma da daha başarılı oldukları görülmektedir (Mulligan, 1998). Steffe (1994) ve Confrey (1994), çocuklara çarpma için alternatif yapıların (tekrar tekrar toplama, 2'şerli, 3'erli, 4'erli ileri ve geriye doğru ritmik sayma gibi) öğretilmesini ve hiçbir problem için tek bir çözüm yolunun kullanılmaması gerektiğini ifade etmişlerdir.

İşlem seçimi ve sonucu hatalı olanlar (Hata Kodu: M3)

Örnek 105: (Soru, 1; Öğrenci kodu, B4)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B4: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B4:Bu 4'erli bir çarpma işlemi.

Y:Peki yapalım.

B4:4 ile 0 çarpılmaz. Çünkü 0 içi boş bir sayıdır. Önce birler basamağından başlanır. 0 kere 4, 4'tür. 2'yi aşağıya alıyoruz.

Y:4 ile 2'yi neden çarpmadın?

B4:4 ile 2 çarpılmaz, çünkü 4 sadece birler basamağı ile çarpılır. Öğretmen tahtaya çarpma işlemiyle ilgili örnek yazıyor. Çarpınca sayı artıyor.

Örnek 106: (Soru, 1; Öğrenci kodu, B22)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B22: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B22:Çıkartacağız.

Y:Neden?

B22:4 tanesini yemektedir dediği için.

Y:Peki çıkartalım o zaman.

B22:20'den 4'ü çıkartacağız. 0'dan 4 çıkarsa 4 kalır. 2'nin altında bir şey yok, o nedenle 2'yi aşağıya alıyoruz.

Y:Peki 0 ne demektir.

B22:0 yutan bir elemandır.

Y:Peki burada 0, 4'ü yuttu mu?

B22:Evet.

Y:Bunu kimden öğrendin?

B22:Babam dedi ki 0 yutan bir elemandır. 0'ın içinde 4 yoktur.

Örnek 107: (Soru, 2; Öğrenci kodu, B23)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B23: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B23:Çıkartacağız. Çünkü demiş ki 10 metre ilerlemiş.

Y:Peki 10'u 2'ye bölseydik olur muydu?

B23:Olmaz, 2'de 4 deseydi, 2 bölü 4 deseydi bölerdim ama burada bölme yok.

Y:Peki yapalım

B23: 2'den 0 çıkarsa 2 kalır, 1'i aşağıya alıyoruz. Sonuç 12 (10-2=12). Bu sorunun aynısını öğretmenimiz tahtaya yazmıştı.

Örnek 108: (Soru, 2; Öğrenci kodu, B4)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B4: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B4:Her adımda 2metre ilerliyormuş, 10 metre ilerleyebilmesi için çarpacağız.

Y:Peki yapalım.

B4: 0 içi boş demektir. 0 ile 2'yi çarptığımız zaman 2 olur. 1'i aşağıya alıyoruz.

Y:Neden 2'yi üstte yazdın?

B4: Soruda ilk önce 2 geçtiği için 2'yi üstte yazıyoruz. Öğretmen bide bize katı olunca çarpın dedi.

Y:Peki toplasaydık veya çıkartsaydık sonucu bulabilir miydik?

B4:Olmazdı, çünkü 0'dan 2 çıkmazdı.

Örnek 109: (Soru, 2; Öğrenci kodu, B6)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B6: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B6:Kısa yoldan çarpabilirim. Her adımda 2 metre ilerleyebiliyormuş, 10 metre ilerleyebilmesi için kaç adım atması gerektiğini bulacağım.

Y:Peki yapalım.

B6:2 kere 0, 0 eder. 1 kere 2, 1 yapar. Sonuç 10 (10x2=10)

Y:Bölme yapsaydık olur muydu?

B6:Metre bide uzunluklar olunca ben çarpma işlemi yapıyorum.

Örnek 110: (Soru, 2; Öğrenci kodu, B9)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B9: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B9: Toplam 10 metre dediği için toplama işlemi yapacağım.

Y:Peki yapalım.

B9:0 ile 2 toplanmaz, 0 içi boş bir kutu demektir. 0 ile 2 toplanırsa yine 0 olur. 1 aşağıya.

Y:Böyle işlem yapmasını kimden öğrendin?

B9:Öğretmenimden öğrendim.

Örnek 111: (Soru, 2; Öğrenci kodu, B28)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B28: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B28:Her adımda 2 metre ilerlemektedir demiş, bu nedenle çarpacağız.

Y:Peki yapalım.

B28:2, 1 daha 3 eder. 0'ın üstünde bir şey yok diye aşağıya indiriyoruz. Sonuç 30 (2x10=30)

Y:Peki böyle işlem yapmasını kimden öğrendin?

B28:Hiç kimseden.

Örnek 112: (Soru, 2; Öğrenci kodu, B31)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B31: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B31:Çıkartma işlemi yapacağız.

Y:Neden?

B31:…………………

Y:Peki yap.

B31:0'dan 2 çıkarsa 0 kalır. 2 kere 1,2. Sonuç 20 (10-2=20)

Örnek 113: (Soru, 2; Öğrenci kodu, B33)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B33: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B33:Toplayacağız. Çünkü diyor ki kaç adım atması gerekir. Bide ablam dedi ki metrelerde toplaman gerekir, eksildiği zamanda çıkartman gerekir.

Y:Peki yapalım.

B33:2 metre 200 cm dir. 10 metre 100 cm dir. İkisini toplarsak 300 cm yapar.

Örnek 114: (Soru, 6; Öğrenci kodu, B4)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B4: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B4:Ahmet'in 15 balonu varmış, her gün 3 tanesini patlatıyormuş, diyor ki balonları kaç gün sonra biter.

Y:Napacağız?

B4:Çarpma işlemi yapacağız. 5 kere 3 15, 15'in 5'i elde var 1, 1'i alıyoruz 1'in üzerine ekliyoruz, etti 2. Sonuç 25 (15x3=25)

Y:Peki 3 ile 1'i niye çarpmadın?

B4:Çünkü küçük sayı ile büyük sayı çarpılmaz.

Y:Nerden öğrendin?

B4:Öğretmenimden.

Örnek 115: (Soru, 9; Öğrenci kodu, B1)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B1: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B1:Katı denildiği için çarpma işlemi yapacağız.

Y:Kim dedi?

B1:Öğretmenimiz dedi ki katı denince çarpma, fazlası denince toplama, eksilen denince çıkartma yapılır.

Y:Peki katı denilince çarpma dışında bir işlem yapılamaz mı?

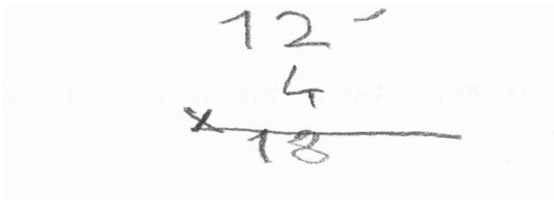
B1:Hayır.

Y:Peki yapalım.

B1:2 kere 4, 8 yapar, 1'in altında hiçbir sayı olmadığı için 1'i de aşağıya alıyoruz.

Y:Peki böyle işlem yapmasını kimden öğrendin?

B1:Ben çarpım tablosundan öğrendim.



Örnek 116: (Soru, 9; Öğrenci kodu, B12)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B12: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B12:Çarpacağız. Çünkü katı kelimesi geçtiği için çarpma işlemi yapacağız.

Y:Kim dedi?

B12:Öğretmenimiz dedi katı kelimesi problemlerde çıkarsa çarpma işlemi yapıyoruz.

Y:Peki yapalım

B12:4 kere 10 40 ediyor, 4 kere 11, 44 eder. 4 kere 12 46 eder.

Y:Peki 4 kere 2 kaç yapar?

B12:Çarparak sonucu bulacağız. 6 yapar.

Y:Peki 3 kere 3 kaçtır?

B12:3 kere 3 9'dur. 3, 3 daha da 9 eder. Çarpma toplamanın kısa yoludur sonuç değişmez. Örneğin 4 ile 4'ü toplarsak 8 ediyor, 4 ile 4'ü çarpsak yine 8 ediyor. Öğretmenimiz bize soruyor bizde cevaplıyoruz.

İşlem tercihinde yapılan hatalar:

İlköğretim 2.sınıf öğrencilerinin bölme işlemi gerektiren soru türlerine hatalı cevap verenlerinin tamamına yakını (% 92) M3 türünde hata yapmışlardır. Öğrenciler bu hata türünde otuz beş farklı hatalı cevap vermişlerdir. B4 kodlu öğrenci 1. soruda çarpma işlemini seçerken, B22 kodlu öğrenci çıkartma işlemini tercih etmiştir. B4 kodlu öğrenci *Bu 4'erli bir çarpma işlemi* diyerek neden çarpma işlemini tercih ettiğini, B22 kodlu öğrenci ise *4 tanesini yemektedir dediği için* de çıkartma işlemini tercih ettiğini ifade etmiştir. Bu öğrencilerden B4 kodlu öğrencinin sorudaki şekerlerin eşit gruplar halinde tüketildiğini anladığı söylenebilir. Çarpımsal yapıların geliştirilmesinde grupların eşit büyüklükte olduğunun fark edilmesinin önemi büyüktür (Mulligan, 1998). B22 kodlu öğrencinin ise soruda ki verilenleri ve istenenleri dikkate almadığı ve yemektedir sözcüğüyle ilgili bir kavram yanılgısına sahip olduğu ifade edilebilir. Öğrenci *yemektedir sözcüğü geçerse her zaman bir eksilme söz konusudur öyleyse her zaman çıkartma işlemi yapılır* şeklinde bir kavram yanılgısına sahip olduğu söylenebilir.

2.soruda B23 ve B31 kodlu öğrenciler çıkartma, B4, B6 ve B28 kodlu öğrenciler çarpma, B9 ve B33 kodlu öğrenciler toplama işlemini tercih etmişlerdir. B23 kodlu öğrenci *çıkartacağız, çünkü demiş ki 10 metre ilerlemiş* diyerek neden çıkartma işlemini tercih ettiğini açıklamıştır. Bu öğrencinin ilerlemek sözcüğüyle ilgili bir kavram yanılgısı yaşadığı veya soruyu anlamadığı söylenebilir. Yine B23 kodlu öğrenciye *Peki 10'u 2'ye bölseydik olur muydu?* diye sorulduğu zaman öğrencinin *olmaz, 2'de 4 deseydi, 2 bölü 4 deseydi bölerdim ama burada bölme yok* şeklinde cevap vermesi öğrencinin sorudaki anahtar sözcüklere göre hareket ettiği görüşünü desteklemektedir. Bu öğrencinin ilerlemek, bölü, bölme sözcükleriyle ilgili kavram yanılgılarına sahip olduğu söylenebilir veya öğrenci bu sözcükleri ezberlemiş olabilir. B31 kodlu öğrenci ise neden çıkartma işlemini seçtiğine dair bir sebep sunamamıştır.

B4, B6 ve B28 kodlu öğrenciler ise sırasıyla 2. soruda neden çarpma işlemini tercih ettiklerini şöyle açıklamışlardır:

B4:*Her adımda 2 metre ilerliyormuş, 10 metre ilerleyebilmesi için çarpacağız*.

B6: *Metre bide uzunluklar olunca ben çarpma işlemi yapıyorum.*

B28: *Her adımda 2 metre ilerlemektedir demiş, bu nedenle çarpacağız.*

Yukarıdaki cevaplar incelendiği zaman B4 kodlu öğrencinin sorudaki verilenleri ve istenenleri dikkate aldığı ancak sorudaki verilenleri ve istenenleri anlamadığı söylenebilir. B28 kodlu öğrenci ise sadece sorudaki verilenlere göre işlem tercihini belirlemiştir. B6 kodlu öğrenci ise sorudaki verilenleri ve istenenleri dikkate almak yerine anahtar sözcüklere göre hareket etmeyi tercih etmiştir. Bu öğrencinin *soruda metre veya herhangi bir uzunluk birimi varsa çarpma işlemi yapılır* şeklinde bir kavram yanılgısına sahip olduğu söylenebilir. Öğrenci 2. sınıfta uzunluk ölçüleri konusunu işlerken birimlerin birbirine çevrilmesi sırasında bir basamak aşağıya inerken sayıyı 10 ile çarpması böyle bir kavram yanılgısı yaşamasında etkili olmuş olabilir (Örneğin; 1 metre=10 dm, 1 metre=100 cm gibi).

B9 ve B33 kodlu öğrenciler neden toplama işlemini tercih ettiklerini şöyle açıklamışlardır:

B9:*Toplam 10 metre dediği için toplayacağız*.

B33:*Ablam dedi ki metrelerde toplaman gerekir, eksildiği zamanda çıkartman gerekir.*

Yukarıdaki ifadelerden yola çıkarak her iki öğrencinin de problemin çözümünde anahtar sözcükleri dikkate aldığı söylenebilir. B9 kodlu öğrenci *toplam sözcüğü geçerse*, B33 kodlu öğrenci *metre veya uzunluk birimlerinin adı geçerse her zaman toplama işlemi yapılır* şeklinde bir kavram yanılgısına sahip olduğu söylenebilir. Bu kavram yanılgılarının da daha çok pedagojik ve psikolojik nedenlerden kaynaklandığı söylenebilir.

6. soruda B4 kodlu öğrenci ile 9. soruda B1 ve B12 kodlu öğrenciler çarpma işlemini tercih etmişlerdir. Öğrenciler neden çarpma işlemi tercih etiklerini şöyle açıklamışlardır:

B4: *Ahmet'in 15 balonu varmış, her gün 3 tanesini patlatıyormuş, diyor ki balonları kaç gün sonra biter, bu nedenle çarpma işlemi yapacağız.*

B1:*Öğretmenimiz dedi ki katı denince çarpma, fazlası denince toplama, eksilen denilince çıkartma yapılır. Katı denildiği için çarpma yapacağım bu soruda.*

B12:*Öğretmenimiz dedi ki katı kelimesi problemlerde çıkarsa çarpma işlemi yapacağız.*

Yukarıdaki ifadelerden B4 kodlu öğrencinin soruyu anlamadığı, B1 ve B12 kodlu öğrencilerin ise sorudaki verilenleri ve istenenleri dikkate almak yerine anahtar sözcüklere göre hareket ettiği söylenebilir. Bu öğrencilerin *katı denilince çarpma, fazlası denilince toplama, eksilen denilince çıkartma yapılır* şeklinde bir kavram yanılgısına sahip olduğu söylenebilir. Bu kavram yanılgılarının da daha çok pedagojik nedenlerden kaynaklandığı söylenebilir.

İşlem sırasında yapılan hatalar:

İlköğretim 2. sınıf öğrencileri tarafından 0 kavramının tam olarak anlaşılmadığı veya yanlış anlaşıldığı söylenebilir. *Çünkü* 2. sınıf öğrencilerine 0 nedir? diye sorulduğu zaman B4 kodlu öğrenci *0 içi boş bir sayıdır*, B22 kodlu öğrenci *0 yutan bir elemandır*, B9 *0 içi boş bir kutu demektir* şeklinde cevap vermişlerdir. Öğrencilerin 0 için kullandığı ifadelerin hepsi doğrudur. Ancak 0 çarpma işleminde yutan eleman, toplama işleminde etkisiz elemandır, öğrencilerin hangi işlem için nasıl bir anlam ifade ettiğini bilmedikleri söylenebilir.

B4 kodlu öğrenci 20 ile 4'ü çarparken, *4 ile 0 çarpılmaz, çünkü 0 içi boş bir sayıdır. 0 kere 4, 4 tür* ifadelerini kullanmıştır. Öğrencinin 0'ı çarpma işleminde toplama işleminde olduğu gibi etkisiz eleman olarak kabul ettiği söylenebilir. Yine B22 kodlu öğrenci *20'den 4'ü çıkartacağım, 0'dan 4 çıkarsa 4 kalır, çünkü 0 yutan elemandır* şeklinde cevap verdiği görülmektedir. B9 kodlu öğrenci 10 ile 2'yi toplarken, *0 ile 2 toplanmaz, toplanırsa yine 0 olur* ifadesini kullanmıştır. Bu öğrencilerin de 0'ın çarpma işlemindeki yutan eleman olma özelliğini diğer işlemlere de genellediği görülmektedir. Genel olarak 2. sınıf öğrencilerinin 0'ın toplamada ki ve çarpma da ki yeri konusunda hatalı ve eksik bilgiye sahip olduğu söylenebilir.

İlköğretim 2. sınıf öğrencilerinin çarpma ile ilgili en çok tekrar ettiği hata, toplama ve çıkartma işlemlerinde olduğu gibi sadece aynı basamaklar arasında işlem yapmaları gösterilebilir. Toplama ve çıkartma işlemlerinde rakamlar aynı hizaya getirilir, birler, onlar ve yüzlerden elde edilen fazla onluklar diğer basamağa aktarılır veya onlar, yüzler basamağından birler basamağına onluk aktarılır. Ama sütunlar toplanırken veya çıkartılırken, aynı sütundaki sayıların toplanmasını veya çıkartılmasını esas alır. B4 kodlu öğrenci 20 ile 4'ü çarparken *4 ile 2 çarpılmaz, çünkü 4 sadece birler basamağı ile çarpılır* ifadesi bu duruma örnek olarak gösterilebilir. Yine B1 kodlu öğrenci 9. soruda 12 ile 4'ü çarparken *2 kere 4 8 yapar, 1'in altında hiçbir şey olmadığı için aşağıya alıyoruz* ifadesini kullanmıştır. Bu öğrencilerin toplama ve çıkartma işleminde ki bazı kuralları çarpma işlemine genelledikleri veya çarpma işlemi konusunda hatalı ve eksik bilgiye sahip oldukları söylenebilir. Fuson ve arkadaşlarına göre (1997), çok basamaklı sayılarda yapılan sistematik hatalar öğrencilerin ezberci yaklaşımlarından kaynaklanmaktadır.

Çarpma işleminde karşılaşılan bir başka zorluk ise çarpma yerine toplama (addition for multiption) yapma davranışıdır. B28 kodlu öğrencinin 2 ile 10'u çarparken kullandığı *2, 1 daha 3 eder, 0'ı aşağıya alıyoruz, sonuç 30* ifadesi örnek olarak gösterilebilir. Ayrıca bu öğrencinin işleme soldan başlaması ve sayıları da sola doğru yaslaması fark edilen bir başka hatadır. B12 kodlu öğrencinin *3 kere 3 9 yapar, 3 3 daha da 9 yapar, çarpma toplamanın kısa yoludur sonuç değişmez* ifadesi konuyu destekleyici bir başka örnektir. Evet çarpma toplamanın kısa yoludur ancak bu öğrencilerin 3x15 ifadesinin 15 tane 3'den veya 3 tane 15'den oluştuğu için 15 tane 3'ü tekrar tekrar toplamak yerine 15 ile 3'ü kısa yoldan çarpmanın arasındaki ilişkiyi anlamadıkları söylenebilir. 15+3 ifadesinin de 15'in üzerine 3 eklemek veya 3'ün üzerine 15 eklemek olduğu konusunda hatalı ve eksik bilgiye sahip oldukları söylenebilir. Çarpma ile ilgili yaşanan bu zorlukların daha çok pedagojik nedenlerden kaynaklandığı söylenebilir.

B6 kodlu öğrencinin ise 1 ile çarpma konusunda zorluk yaşadığı görülmektedir. Bu öğrenci 10 ile 2'yi çarparken, 2 kere 0, 0'dır, 2 kere 1, 1'dir ifadesini kullanmıştır. Bu öğrencinin çarpmada 1'i etkisiz eleman olarak değil de yutan eleman olarak gördüğü söylenebilir. Bu öğrencinin *1 ile hangi sayı çarpılırsa çarpılsın sonuç her zaman 1'dir* şeklinde bir kavram yanılgısına sahip olduğu söylenebilir.

Çıkartma işlemiyle ilgili hatalar incelendiğinde hataların çoğunun, küçük sayıdan büyük sayının çıkarılması anında yapıldığı söylenebilir. Öğrencilerin ödünç alma kavramını ortadan kaldırmak için çeşitli yollara başvurdukları söylenebilir.

B22 kodlu öğrenci 1. soruda 20'den 4'ü çıkartırken *0'dan 4 çıkarsa 4 kalır, 2 aşağıya* ifadesini kullandığı görülmektedir. Bu ifadeden öğrencinin onlar basamağından 1 onluk almak yerine, 0'dan 4'ü çıkarttığı görülmektedir. Öğrencinin bu şekilde davranmasının nedeni *0'dan bir sayı çıkarsa sonuç yine sayının kendisidir* şeklinde bir kavram yanılgısı olabileceği gibi *küçük sayıdan büyük sayı çıkarsa sonuç her zaman büyük sayının kendisidir* şeklinde bir kavram yanılgısı olabilir. Bununla beraber öğrenci çıkartma işlemi konusunda hatalı ve eksik bilgiye sahip olabilir. Yine bu öğrenci çıkartma işlemini değişme özelliğine sahip bir işlem olarak düşünmüş olabilir ya da öğrencinin bu şekilde düşünmesine çıkartma işleminde her zaman büyük sayıdan küçük sayı çıkarılır şeklinde bir kavram yanılgısı da neden olmuş olabilir.

Aynı hatanın 2. soruda B23 kodlu öğrenci tarafından 10'dan 2'nin çıkarılması sırasında tekrar edildiği görülmektedir.

Öğrencilerin yaşadığı bir başka zorluğun, işlem sırasında hangi sayının üste hangi sayının alta yazılacağını bilmedikleri zamanlarda ortaya çıktığı söylenebilir. B4 kodlu öğrenci 2. soruda 2 ile 10'u çarparken, 2'yi onun üstüne yazmıştır. 2'yi neden üstte yazdığı sorulduğu zaman da öğrenci *soruda ilk önce 2 geçtiği için 2'yi üste yazıyoruz* cevabını vermiştir. Bu ifadeden yola çıkarak bu öğrencinin doğal sayılarla işlem yapılırken en büyük sayı her zaman en üste yazılır kuralını dikkate almadığı, *soruda hangi sayı önce gelirse o en üste yazılır* şeklinde bir kavram yanılgısına sahip olduğu söylenebilir.

Yukarıdaki hataların genel olarak psikolojik ve pedagojik nedenlerden kaynaklandığı söylenebilir.

- **İlköğretim 3. Sınıfların Bölme İşlemi Konusunda Yaşadığı Zorluklara İlişkin Bulgular**

Tablo 4.41'de görüldüğü gibi 3. sınıf öğrencilerinin 2. ve 5. soruları bölme işlemi gerektirmektedir.

Tablo 4.41. İlköğretim 3. sınıf öğrencilerinin bölme işlemi gerektiren soruları ve cevapları

Soru	Problem	İşlem Türü	Cevap
2.	Ece'nin 28 lirası vardır. Her ay 4 lirasını harcamaktadır. Ece'nin parası kaç ay sonra biter?	Bölme	28÷4=? 28÷4=7
5.	Seda'nın 120, Sergen'in 4 tane cevizi vardır. Seda Sergen'in kaç katı cevize sahiptir?	Bölme	4x?=120 120÷4=30

Tablo 4.42'de öğrencilerin bölme işlemi gerektiren sorulara verdiği cevaplar doğru, yanlış ve boş olma durumlarına göre sınıflandırılmıştır.

Tablo 4.42'de görülebildiği gibi ilköğretim 3. sınıf öğrencilerinin büyük bir çoğunluğu (% 84) bölme işlemi gerektiren sorulara hatalı cevap verirken, doğru cevap veren öğrenciler ile hiç cevap vermeyen öğrencilerin aynı orana (% 8) sahip olduğu görülmektedir. 5. soru en fazla doğru oranına (% 8) sahip soru olurken, en fazla hata yapılan soru 5. soru olmuştur (% 89).

Tablo 4.42. İlköğretim 3. sınıf öğrencilerinin bölme işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu cevapların doğru, yanlış ve boş sayıları

	Soru 2		Soru 5		Toplam (Ortalama)	
	f	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**
Doğru	2	6	3	8	3	8
Yanlış	29	81	32	89	30	84
Boş	5	13	1	3	3	8

Tablo 4.43. İlköğretim 3. sınıf öğrencilerinin bölme işlemi gerektiren sorulara vermiş olduğu cevaplar

Öğrencini Kodu	Öğrencinin Verdiği Cevap		Hata Kodu	Öğrencini Kodu	Öğrencinin Verdiği Cevap		Hata Kodu
	2.	5.			2.	5.	
C1	28 23 - 4 x4 23 92	120 | 4 30 -12 | 30 x4 000 120 - 0 000	M3	C19	28 | 13 +4	120 | 2 4	M1
C2		120 x 4 480	M3	C20	28 | 4 -28 | 5 00	120 x 4 480	M1, M3
C3	28 | 4 30 -28 | 7 -7 00 23	120 | 4 -12 | 30 000 – 0 000	M3	C21	28 x4 24	120 x 4 124	M3
C4	28 | 4 -28 | 7 00	120 | 4 -12 | 30 00		C22	28 -4 24	120 – 4 124	M3
C5	28 | 4 -28 | 7 00	120 x 4 480	M3	C23		120 x 4 480	M3
C6	28 -4 25	120 x 4 484	M3	C24	28 | 4 8	120 x 4 520	M1, M3
C7	28 -4 24	120 x 4 480	M3	C25	28 -4 24	120 | 4 -12 | 4 000	M1, M3
C8	28 -4 24	120 | 4 -12 | 30 000 – 0 000	M3	C26	28 -4 22	120 -4 80	M3
C9	28 -4 24	120 x 4 480	M3	C27	28 -4 24	120 x 4 124	M3
C10	28 -4 24 28 | 24 -28 | 10 04 -00 04	120 x 4 480	M3	C28	28 | 4 42	120 | 4 044	M1
C11	28 -4 24	120 x 4 480	M3	C29	28 +4 2	120 x4 120	M3
C12	28 -4 24	120 + 4 120	M3	C30	28 x4 69	120 + 4 565	M3
C13	30 4 -28 x2 02 8	120 x 4 480	M3	C31	28 -4 22	120 +4 520	M3
C14	28 +4 32	120 x 4 180	M3	C32	28 x4 3599 +28 6999	120 + 4 120 x 4 480	M3
C15	28 x4 112	120 + 4 124	M3	C33	28 -4 24	120 + 4 124	M3
C16	28 -4 24	120 -4 4	M3	C34	28 +4 21	120 x 4 180	M3
C17		120 x 4 484	M3	C35	28 -4 24	120 x 4 480	M3
C18		120 x 4 480	M3	C36			

Öğrencilerin vermiş olduğu yanlış cevaplar hata türlerine göre gruplanmış ve Tablo 4.44'de gösterilmiştir.

İlköğretim 3.sınıf öğrencilerinin bölme işlemi gerektiren soru türlerinde en çok tekrar ettiği hata türü M3 türünde olmuştur. Bu öğrencilerin % 90'ı hem işlem seçimini hem de sonucu hatalı bulurken (M3), % 10'u işlem seçimini doğru yapmasına rağmen sonucu hatalı bulmuştur (M1). Herhangi bir işlem yapmadan hatalı cevap veren (M4) ve işlem tercihini yanlış belirlemesine rağmen doğru cevap veren (M2) öğrenciye rastlanmamıştır.

Tablo 4.44. İlköğretim 3. sınıfların bölme işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu hatalı cevapların, hata türlerine göre sunulması

	Soru 2		Soru 5		Toplam (Ortalama)	
Hata Kodu	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**
M1	4	14	3	9	3	10
M2	0	0	0	0	0	0
M3	25	86	29	91	27	90
M4	0	0	0	0	0	0
Toplam	29	100	32	100	30	100

Araştırma kapsamında yer alan 3. sınıf öğrencilerinin, bölme işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu hatalı cevaplara ilişkin örnekler aşağıda sunulmuştur.

İşlem tercihi doğru, sonucu hatalı olanlar (Hata Kodu: M1)

Örnek 117: (Soru, 2; Öğrenci kodu, C28)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C28: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C28: Ece'nin 28 lirası varmış. Her ay 4 lirasını harcamış, bu nedenle böleceğiz.

Y:Peki toplasak olur mu?

C28:Olmaz çünkü toplam dememiş.

Y:Peki yapalım.

C28:2'nin içinde 4, 4 kere vardır. 8'in içinde 4, 2 kere vardır. Sonuç 42 (28÷4=42).

Y:Peki böyle işlem yapmasını kimden öğrendin?

C28:Ben kendim öğrendim.

Örnek 118: (Soru, 5; Öğrenci kodu, C28)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C28: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C28:Kaç katı cevize sahiptir dediği için bölme yapacağım.

Y:Kaç katı cevize sahiptir denilince her zaman bölme mi yaparsın?

C28:Hayır çarpma yapıyorum ama burada bölme yapacağım.

Y:Peki yap.

C28:0'ın içinde 4, 0 kere. 2'nin içinde 4, 4 kere. 1'in içinde 4, 4 kere. Sonuç 044 (120÷4=044).

Örnek 119: (Soru, 5; Öğrenci kodu, C25)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C25: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C25:Böleceğiz çünkü bize 120'nin içinde kaç tane 4 olduğunu soruyor bize.

Y:Peki yap o zaman.

C25:0'ın içinde 4 yoktur. 2'nin içinde 4 yoktur. 12'nin içinde 4 4 kere vardır. 4 kere 4 12. Sonuç 0 (120÷4=0)

İşlem tercihinde yapılan hatalar:

3.sınıf öğrencileri bölme işlemi gerektiren sorulara % 90 oranında hatalı cevap vermişlerdir ve hatalı cevap verenlerin % 10'u M1 türünde hata yapmışlardır. M1 türünde hata yapan öğrenciler bölme işlemi gerektiren sorulara yedi farklı cevap vermişlerdir. Öğrencilerin neden bölme işlemini tercih ettikleri sorulduğunda C25 kodlu öğrenci 5. soru için *böleceğiz çünkü bize 120'nin içinde kaç tane 4 olduğunu soruyor* şeklinde cevap vermiştir. Bu ifadeden bu öğrencinin sorudaki verilenleri ve istenenleri anladığı söylenebilir. C28 kodlu öğrenci ise işlem tercihini doğru belirlemesine rağmen *toplam deseydi toplardım, katı denilince çarpıyorum* ifadelerinden bu öğrencinin toplam ve katı sözcükleriyle ilgili kavram yanılgısı yaşadığı söylenebilir. Bu kavram yanılgılarının da daha çok psikolojik kaynaklı olduğu söylenebilir.

İşlem sırasında yapılan hatalar:

İlköğretim 3.sınıfların bölme işlemiyle ilgili en çok tekrar ettiği hatanın toplama, çıkartma ve çarpma işleminde olduğu gibi işleme sağ taraftan başlamak olduğu söylenebilir. C28 kodlu öğrenci 120'yi 4'e nasıl böldüğünü *0'ın içinde 4, 0 kere. 2'nin içinde 4, 4 kere. 1'in içinde 4, 4 kere. Sonuç 044* şeklinde ifade ettiği görülmektedir. C25 kodlu öğrenci ise *0'ın içinde 4 yoktur. 2'nin içinde 4 yoktur. 12'nin içinde 4, 4 kere vardır. 4 kere 4 12. Sonuç 0* diyerek yaptığı bölme işlemini anlatmıştır. Her iki öğrencinin de işleme sağ taraftan başladığı görülmektedir. Bu öğrencinin toplama, çıkartma ve çarpma işlemlerinde ki bazı kuralları bölmeye genellediği veya bölme işlemi konusunda hatalı ve eksik bilgiye sahip olduğu söylenebilir.

Bölme işlemiyle ilgili yaşanan bir başka zorluk ise küçük sayıyla büyük sayının bölünmesi sırasında ortaya çıkmaktadır. C25 kodlu öğrenci 2. soruda 28'i 4'e bölerken, *2'nin içinde 4, 4 kere vardır* ifadesi ve C28 kodlu öğrenci 120'yi 4'e bölerken *2'nin içinde 4, 4 kere. 1'in içinde 4, 4 kere vardır* ifadesi örnek olarak gösterilebilir. Bu ifadelerden bu öğrencilerin *küçük sayı, büyük sayıya bölünmez o halde sonuç büyük sayının kendisidir* şeklinde bir kavram yanılgısına sahip olduğu söylenebilir. Böyle bir hata çıkartma işleminde ki küçük sayıdan büyük sayı çıkmaz o halde sonuç büyük sayının kendisidir şeklinde bir kavram yanılgısının devamı olabilir.

Öğrencilerin bölüm ile bölen sayıları çarpıp, bölünen sayıdan çıkartılması işlemini yapmadıkları görülmektedir. Ayrıca öğrenci bölme işleminde sonuç kısmını bölümde değil de kalan kısmında araması fark edilen bir başka hatadır. C25 kodlu öğrencinin *0'ın içinde 4 yoktur. 2'nin içinde 4 yoktur. 12'nin içinde 4, 4 kere vardır. 4 kere 4 12. 12'den 12 çıkarsa 0. Sonuç 0* ifadesi bu durumu örneklemektedir. 3. sınıf öğrencilerinin bölme işleminde yaşadığı zorlukların çoğunlukla toplama, çıkartma ve çarpma işleminde ki kuralları bölme işlemine genellemesinden kaynaklandığı ifade edilebilir. Bu hataların ise daha çok psikolojik nedenlerden kaynaklandığı söylenebilir.

İşlem seçimi ve sonucu hatalı olanlar (Hata Kodu: M3)

Örnek 120: (Soru, 2; Öğrenci kodu, C10)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C10: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C10:Kaç ay sonra biter dediği için çıkartma işlemi yapacağız. Daha sonra da bölme işlemi yapacağız.

Y:Neden sonra bölme yapıyorsun?

C10:Bilmiyorum

Y:Peki yapalım.

C10: Sonuç 24. Şimdi de 28'i 24'e böleceğiz. 1 kere 24, 24 eder. 28'den 24 çıkarsa 4 kalır. 4 ün içinde 24 yoktur, öyleyse buraya bir 0 atacağız. 0 kere 24, 0 yapar. Sonuç 10 (28-4=24, 28÷24=10)

Örnek 121: (Soru, 2; Öğrenci kodu, C11)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C11: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C11:4 lirasını harcamaktadır dediği için çıkartma işlemi yapacağız.

Y:Peki yapalım.

C11:28-4=24

Örnek 122: (Soru, 2; Öğrenci kodu, C16)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C16: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C16:28 lirası varmış, 4 lirasını harcamıştır dediği için çıkartacağız.

Y:Kim söyledi?

C16:Annem bana öğretti, çıkartma yapacağım.

Y:Peki yapalım.

C16:8'den çıkarsa 4 kalır, elde var 1. Sonuç 4 (28-4=4)

Y:2'ye ne oldu?

C16:2 orda kalıyor.

Örnek 123: (Soru, 2; Öğrenci kodu, C21)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C21: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C21:Çarpma işlemi yapacağım.

Y:Peki çıkartma işlemi yapsaydık bulabilir miydik?

C21:Evet bulabilirdik.

Y:Çarpma ile çıkartma birbirinin aynı mıdır?

C21:Evet, çarpma da yapsak, çıkartma da yapsak aynı sonuca ulaşırız.

Y:Peki yapalım.

C21:2'yi aşağıya alıyoruz. 8 kere 4, 4 yapar. Sonuç 24 (28x4=24)

Y:Böyle işlem yapmasını kimden öğrendin?

C21:Ben kendim öğrendim abim bana anlatıyor.

C22:28-4=24

Örnek 124: (Soru, 2; Öğrenci kodu, C32)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C32: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C32:28 ile 4'ü çarpıyoruz.

Y:Neden?

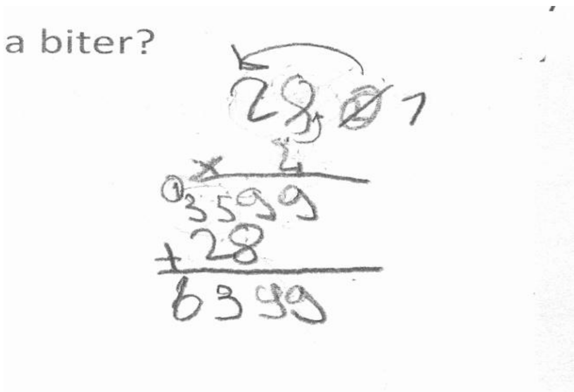
C32:Çünkü parası kaç ay sonra biter dediği için.

Y:Peki yapalım.

C32:4 kere 8 29. 29'un 9'u elde var 2. Bu 2'yi 28'in onlar basamağında yer alan 2'nin üzerine ekliyoruz. Burası etti 4. 4 kere 4, 19 yapar. 19'un 9'u elde var 1. Bu biri 4'ün üzerine (2.çarpan) ekledik burası oldu 5. 5 ile de 28'i çarparsak olur 35. Daha sonra da altına 28 yazıp topluyorum. Sonuç 28x4=6399

Y:Böyle işlem yapmasını kimden öğrendin?

C32:Öğretmenimiz bize çarpmayı bu şekilde anlattı.



Örnek 125: (Soru, 5; Öğrenci kodu, C1)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C1: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz

C1:Soruda ceviz dediği için böleceğiz, daha sonra da kaç katı dediği için çarpacağız.

Y:Peki yapalım.

C1:120'yi 4'e bölersek 30 buluruz, 30 ile de 4'ü çarparsam 120 olur.

Örnek 126: (Soru, 5; Öğrenci kodu, C2)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C2: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C2:Katı dediği için 120 ile 4'ü çarpmamız lazım

Y:Kim söyledi?

C2:Öğretmenimiz anlatıyordu. Yani 1. sınıftan beri aklımda kalmış.

Y:Peki bölme yapsak olur muydu?

C2:Soruda bölme ile ilgili cümle geçmemiş ki bölme yapayım. Kaç katı diyor, kaç bölüm demiyor ki.

Y:Peki çöz bakalım.

C2:120x4=480

Örnek 127: (Soru, 5; Öğrenci kodu, C6)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C6: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C6:Katı denince çarpıyorduk o nedenle çarpacağım. 4 kere 0, 4 eder. 4 kere 2, 8 eder. 4 kere1 de 4 eder. Sonuç 484 (120x4=484)

Örnek 128: (Soru, 5; Öğrenci kodu, C9)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C9: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C9:Katı dediği için çarpacağım.

Y:Peki bölsek olur muydu?

C9:Bölsek de olur. Çünkü bölme çarpmanın tersidir.

Y:Peki bir böl bakalım.

C9:120'yi 4'e bölersem 3 bulurum.

Y:Peki bide çarp bakalım.

C9:120x4=480 olur.

Y:Peki hangisi doğru.

C9:Çarpma doğru. Çünkü annem dedi ki katı denince her zaman çarpma yapılır.

Örnek 129: (Soru, 5; Öğrenci kodu, C12)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C12: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C12:Toplamamız lazım. Çünkü Seda'nın 120 cevizi var, Sergen'in ise 4 cevizi var. Toplarsak toplam ceviz sayısını bulabiliriz.

Y:Çıkartsak olur muydu?

C12:Olmaz o zaman farklı sayı çıkardı.

Y:0, 4 daha 0 eder. 12'yi aşağıya alıyoruz. Sonuç 124 (120+4=120)

Örnek 130: (Soru, 5; Öğrenci kodu, C14)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C14: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C14:Katı dediği için çarpıyoruz.

Y:Peki yap.

C14:4 kere 0, 0'dır. 4 kere 2, 8'dir. 4 kere 1, 1'dir. Sonuç 180 (120x4=180).

Örnek 131: (Soru, 5; Öğrenci kodu, C16)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C16: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C16:Çıkartma işlemi yapacağız. Çünkü cevizleri çok fazla, çok olunca çıkartma yapacağız.

Y:Peki yap.

C16:1kere 4, 4'tür. Sonuç 4 (120-4=4)

Y:Peki 1'den 4 çıkarsa kaç kalır?

C16:4 kalır.

Örnek 132: (Soru, 5; Öğrenci kodu, C22)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C22: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C22:Çıkartacağız ki kaç tane fazla olduğunu bulalım.

Y:Peki yap.

C22:0'dan 4 çıkmaz, 4'ü aşağıya alıyoruz. 1'i ve 2'yi de aşağıya alıyoruz. Sonuç 124 (120-4=124)

Y:4'ü 0'ın altına niye yazdın?

C22:Bilmiyorum, bir yerden görmüştüm.

Örnek 133: (Soru, 5; Öğrenci kodu, C30)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C30: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C30:Toplama yapacağız.

Y:Neden?

C30:…………………….

Y:Peki yap.

C30:4+0=5 yapar, 4+2=6 yapar, 4+1=5 yapar. Sonuç 120+4=565

Örnek 134: (Soru, 5; Öğrenci kodu, C31)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C31: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C31:Toplayıp Seda'nın kaç cevizi olduğunu bulacağız. 4, 1 daha 5 yapar. 2 ve 0'ı aşağıya alıyoruz. 120+4=520.

Y:520'nin birler basamağı kaçtır?

C31:Birler basamağı, 5; onlar basamağı, 0; yüzler basamağı 2.

Örnek 135: (Soru, 5; Öğrenci kodu, C32)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C32: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

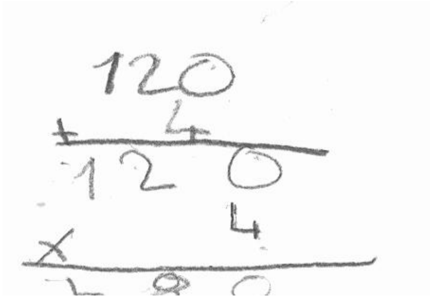
C32:120 ile 4'ü toplayacağım.

Y:Neden?

C32:………………….

Y:Peki yapalım.

C32:0, 4 daha 0. 2 ve 1 aşağıya. Şimdi de çıkan sonucu 4 ile çarpacağım. Sonuç 480 (120+4=480).



<u>*İşlem tercihinde yapılan hatalar:*</u>

İlköğretim 3. sınıf öğrencilerinin bölme işlemi gerektiren soru türlerine hatalı cevap veren öğrencilerin % 90'ı M3 türünde hata yapmışlardır. Öğrenciler bu hata türünde otuz bir farklı hatalı cevap vermişlerdir.

C2, C6, C9, C14, C21 ve C32 kodlu öğrenciler bölme işlemi gerektiren sorularda çarpma işlemi yapacağını söylerken, C1 kodlu öğrenci hem bölmeyi hem de çarpmayı problemin çözümünde kullanmıştır. C12, C30, C31, C32 kodlu öğrenciler ise işlem tercihlerini toplamadan yana kullanmışlardır. C11, C16, C22 kodlu öğrenciler sadece çıkartma işlemini tercih ederken, C10 kodlu öğrenci hem çıkartmayı hem de bölmeyi kullanacağını ifade etmiştir. Öğrencilerin bölme işlemini değil de toplama, çıkartma ve çarpmayı tercih etme sebeplerine bakıldığı zaman, 3. sınıf öğrencilerinin sorudaki verilenleri ve istenenleri dikkate almadığı, daha çok anahtar sözcüklere göre hareket ettikleri söylenebilir. Örneğin, 2. soruda çıkartma işlemini tercih eden C11 kodlu öğrencinin *4 lirasını harcamaktadır dediği için çıkartma işlemi yapacağız* ifadesi, C16 kodlu öğrencinin *28 lirası varmış, 4 lirasını harcamıştır dediği için çıkartacağız* demesi ve C10 kodlu öğrencinin *kaç ay sonra biter dediği için çıkartma işlemi yapacağız* sözü örnek olarak gösterilebilir. Bu öğrencilerin *bir problemde eğer bitmek ve harcamak sözcükleri geçiyorsa her zaman çıkartma işlemi yapılır* şeklinde bir kavram yanılgısına sahip olduğu söylenebilir.

Yine 5. soruda C1 kodlu öğrencinin *soruda ceviz dediği için böleceğiz, daha sonra da kaç katı dediği için çarpacağız,* C2 kodlu öğrencinin *katı dediği için 120 ile 4'ü çarpmamız lazım,* C6, C9, C14 kodlu öğrencilerin *katı denince çarpıyorduk o nedenle çarpacağım* şeklindeki ifadeleri yine 3. sınıf öğrencilerinin anahtar sözcüklere göre işlem tercihlerini belirlediklerine örnek olarak gösterilebilir. Bu öğrenciler *katı sözcüğü geçerse her zaman çarpma yapılır* şeklinde bir kavram yanılgısı yaşıyor olabilir. Bu kavram yanılgılarının da daha çok pedagojik sebeplerden kaynaklandığı söylenebilir.

C12 kodlu öğrenci 5. soruda toplama işlemini tercih etmiştir. Toplama işlemini neden tercih ettiğini ise *toplamamız lazım, çünkü Seda'nın 120 cevizi var, Sergen'in ise*

4 cevizi var, toplarsak toplam ceviz sayısını bulabiliriz şeklinde açıklamıştır. Bu öğrencinin sorudaki verilenleri anladığı ancak isteneni anlamadığı söylenebilir veya öğrenci kaç katı kelimesinin anlamı konusunda hatalı ve eksik bilgiye sahip olmuş olabilir. Yine C31 kodlu öğrencinin *toplayıp Seda'nın kaç cevizi olduğunu bulacağız* ifadesinden bu öğrencinin sorudaki verilenleri ve istenenleri anlamadığı söylenebilir. C30 ve C32 kodlu öğrenciler ise işlem tercihlerini niçin seçtiklerini açıklayamamışlardır.

İşlem sırasında yapılan hatalar:

İlköğretim 3. sınıfların işlem sırasında yaptığı hatalardan biri çıkartma işlemi sırasında yaşanmıştır. Örneğin, C16 kodlu öğrenci 2. soruda 28'den 4'ü çıkartıp 4 sonucunu elde etmiştir. Öğrenci işlemi nasıl yaptığını *8'den 4 çıkarsa 4 kalır, elde var 1. Sonuç 4* şeklinde açıklamıştır. Bu öğrencinin çıkartma işlemi yapmasına rağmen *elde 1 var* ifadesinden hareketle, öğrencinin elde kavramı konusunda hatalı ve eksik bilgiye sahip olduğu söylenebilir. Ayrıca öğrenci 28'in onlar basamağında yer alan 2'yi işleme dahil etmediği görülmektedir. Öğrenci bu durumu *2 orda kalıyor* şeklinde açıklamıştır. Bu öğrencinin *eğer bir sayının altında başka bir sayı yoksa o sayı işleme dahil edilmez* şeklinde bir kavram yanılgısı geliştirmiş olabilir. Öğrenci aynı durumu 5. soruda 120'den 4'ü çıkartırken tekrar etmektedir. Öğrenci *1kere 4, 4'tür. Sonuç 4* ifadesini kullanmıştır. Bu öğrencinin çıkartma yerine çarpma yaptığı görülmektedir. Bunun yanında öğrenci 120'nin onlar basamağında yer alan 2'yi ve birler basamağında ki 1'i işleme dahil etmemiştir. Bu durumun yukarıdaki ihtimali desteklediği söylenebilir. Öğrencinin yaptığı bir başka hata ise işleme soldan başlamak ve sayıları sola doğru yaslayarak yazmaktır.

C22 kodlu öğrenci ise 12'den 4'ü çıkartıp 124 bulmuştur. Öğrenci 0'dan 4 çıkmaz, 4'ü aşağıya alıyoruz ifadesini kullanmıştır. Öğrenci *çıkartma yerine toplama yapma davranışı* sergiliyor olabilir veya öğrenci *küçük sayıdan büyük sayı çıkmaz o halde sonuç büyük sayının kendisidir* şeklinde bir kavram yanılgısına da sahip olmuş olabilir. Öğrenci *çıkartma işlemini değişme özelliğine sahip bir işlem olarak* düşünüyor olabilir ya da *0'ı toplama işleminde olduğu gibi etkisiz eleman olarak* düşünüyor olabilir. Öğrenciye 4'ü neden 0'ın altına yazdığı sorulduğu zaman öğrencinin *bilmem bir yerden görmüştüm* şeklinde cevap vermesi basamak ve gruplama kavramları konusunda hatalı veya eksik bilgiye sahip olduğunu ve öğrencinin bu işi bilinçli bir şekilde yapmadığını göstermektedir.

Toplama işlemi sırasında yapılan hatalar incelendiği zaman C12 kodlu öğrencinin 120 ile 4'ü toplayıp 120 sonucunu elde ettiği görülmüştür. Öğrenci *0, 4 daha 0 eder* ifadesini kullanmıştır. Aynı ifade C32 kodlu öğrencinin de kullandığı görülmektedir. Bu öğrencilerin 0'ı çarpma işleminde olduğu gibi toplama işleminde de yutan elaman olarak gördüğü söylenebilir.

Toplama işlemiyle ilgili tekrar edilen bir başka hata ise çarpma işlemi gibi birlerle birler, birlerle onlar, birlerle yüzler vb. arasında işlem yapılmasıdır. C30 kodlu öğrenci 5. soruda 120 ile 4'ü toplayıp 565 sonucunu elde etmesi bu konuya örnek olarak gösterilebilir. Öğrenci işlemi nasıl yaptığını *4+0=5 yapar, 4+2=6 yapar, 4+1=5 yapar* şeklinde açıklamıştır. Burada öğrencinin fark edilen bir başka hatası 0'a 1 gibi değer vermesidir. Öğrencinin 0'ın toplama işlemine olan etkisi konusunda hatalı ve eksik bilgiye sahip olduğu söylenebilir.

Aynı soruda C31 kodlu öğrenci 120 ile 4'ü toplayıp 520 sonucunu elde etmiştir. Öğrencinin 4 ile 120'nin yüzler basamağında yer alan 1'i toplaması yine konuya örnek olarak gösterilebilir. Bu öğrenciye 520 sayısının birler basamağı hangisidir sorusu sorulduğu zaman *birler basamağı, 5; onlar basamağı, 0; yüzler basamağı 2'dir* şeklinde cevap vermesinden yola çıkarak, öğrencinin basamak ve gruplama kavramları konusunda da hatalı ve eksik bilgiye sahip olduğu söylenebilir.

Çarpma işleminde karşılan hatalardan biri çarpma yerine çıkartma yapma davranışıdır. C21 kodlu öğrencinin 2. soruda 28 ile 4'ü çarpıp 24 sonucunu elde etmesi konuya örnek olarak gösterilebilir. Burada yapılan bir başka hata ise toplama ve çıkartma işleminde olduğu gibi sadece birler basamağı ile, birler, onlar basamağı ile onlar basamağı vb. arasında işlem yapılmasıdır. Bu öğrencinin toplama ve çıkartma işlemindeki bazı kuralları çarpma işlemine genellediği söylenebilir.

Çarpma işleminde öğrencilerin zorluk yaşadığı bir başka konu ise 1 ve 0 ile çarpma sırasında yaşanmaktadır. Örneğin C14 kodlu öğrenci 120 ile 4'ü çarparken *4 kere 1, 1'dir* ifadesini kullanmıştır. Öğrenci *1 ile hangi sayı çarpılırsa çarpılsın sonuç o sayının kendisidir* kuralını *1 ile hangi sayı çarpılırsa çarpılsın sonuç yine 1'in kendisidir* şeklinde algılamış olabilir. Öğrenci çarpma işleminde 1'i etkisiz eleman olarak değil de yutan eleman olarak kabul ettiği söylenebilir.

C6 kodlu öğrenci ise 120 ile 4'ü çarparken, *4 kere 0, 4'dür* ifadesini kullanmıştır. Bu öğrencinin de çarpma işleminde sıfırı yutan eleman olarak değil de toplama işleminde olduğu gibi etkisiz elaman olarak gördüğü söylenebilir.

İlköğretim 3.sınıf öğrencilerinin çarpma işleminde yaşadığı zorluklardan biri de iki basamaklı sayılarla çarpma işlemi yapmaktır. Toplama ve çıkarma işleminde birler basamağı veya onlar, yüzler basamaklarından elde edilen sonuçlar, sayı kaç basamaklı olursa olsun yan yana yazılmaktadır. Ancak çarpma işlemine gelindiğinde 2. çarpanın onlar basamağındaki sayı ile 1. çarpanın çarpımından elde ettiği sonuç, 2. çarpanın birler basamağı ile 1. çarpanın çarpımından elde edilen sayının altına bir basamak kaydırılarak yazılır. 3. sınıf öğrencilerinin bu konuyu tam olarak anlamadığı söylenebilir.

4.2.2.3. II. Aşamadan Elde Edilen Bulgulara Genel Bakış

Bu aşamada klinik görüşme yönteminden elde edilen verilerle genel bir çerçeve çizmek amaçlanmaktadır.

4.2.2.3.1. İşlem tercihi sırasında Yaşanan Zorluklara İlişkin Bulgular

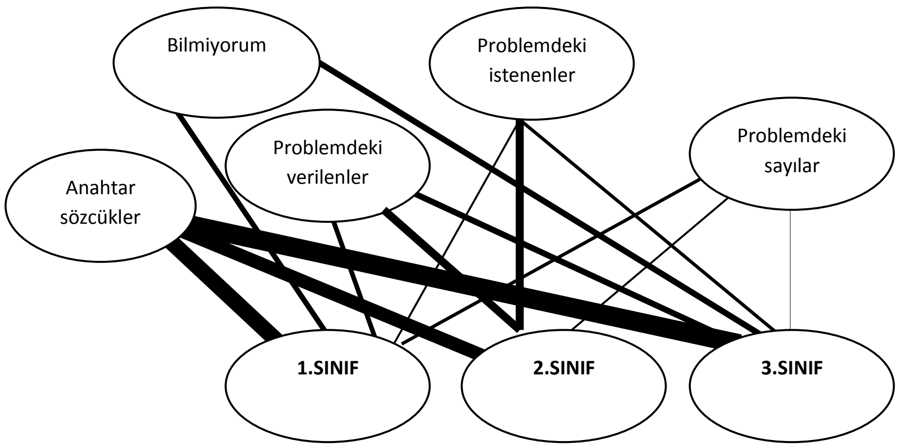
İlköğretim 1., 2. ve 3. sınıf öğrencilerinin matematikte dört işlem problemlerinde işlem türlerini belirlerken neleri dikkate aldıkları Şekil 4.5'de gösterilmiştir. Kalın çubuklar öğrenciler tarafından en çok tercih edilen unsurları, ince çubuklar öğrenciler tarafından en az tercih edilen öğeleri göstermektedir.

Şekil 4.5'e göre 1. sınıf öğrencilerinin işlem türlerini belirleme de kullandığı ilk ölçütün soruda geçen anahtar sözcükler olduğu görülmüştür. Öğrencilerin işlem türlerini belirleme de kullandığı ikinci ölçüt soruda ki verilenlerdir, üçüncü ölçüt ise soruda kullanılan sayılardır. Bulgular incelendiği zaman 1. sınıf öğrencilerinin işlem türünü tercih etmede en az göz önünde bulundurdukları nokta soruda ki istenenlerin olduğu söylenebilir.

İlköğretim 2. sınıf öğrencileri de 1. sınıf öğrencileri gibi matematikte dört işlem problemlerinde işlem türlerini belirlerken ilk önce anahtar sözcüklere yoğunlaşmaktadırlar. Sorudaki verilenleri ve istenenleri hemen hemen aynı oranda dikkate alan 2. sınıf öğrencilerinin en az dikkate aldıkları nokte soruda geçen sayılar olmuştur.

İlköğretim 3.sınıf öğrencileri de aynı şekilde işlem türünü belirlerken daha çok soruda geçen anahtar sözcükleri dikkate almıştır. 3. sınıf öğrencilerinin büyük bir çoğunluğu seçtiği işlemi hangi gerekçeyle seçtiğini açıklayamamıştır. Öğrencilerin işlem tercihini belirlerken dikkate aldığı ikinci husus soruda ki verilenler, üçüncü husus ise soruda ki istenenlerdir. Bulgular incelendiği zaman 3. sınıf öğrencilerinin işlem türünü tercih etmede en az dikkate aldığı nokta soruda kullanılan sayılar olmuştur.

Şekil 4.5. İşlem Türünü Belirlemede İlköğretim 1., 2. ve 3. Sınıf Öğrencilerinin Dikkate Aldığı Öğeler



Bu sonuçlardan genel olarak 1., 2. ve 3. sınıf öğrencilerinin soruya çözüm yolu geliştirirken sorunun bütününe yoğunlaşmak yerine soruda geçen anahtar sözcüklere, sorudaki verilenlere, soruda ki istenenlere yada soruda ki sayılara yoğunlaştıkları görülmüştür. Bu durumun öğrencilerin toplama, çıkartma, çarpma ve bölme problem türlerinde zorluk yaşamalarında etkili olduğu söylenebilir.

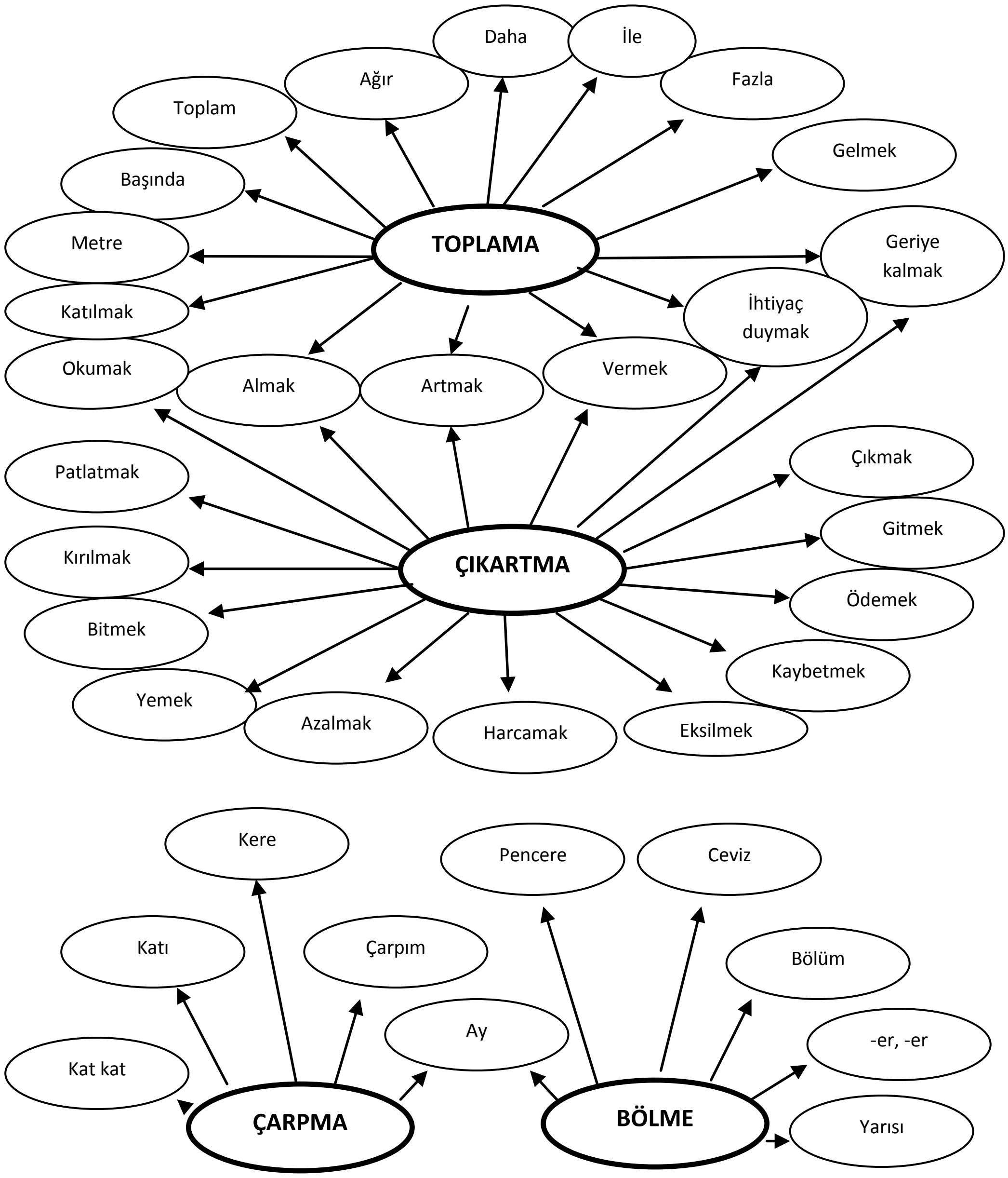
Burns'e (2000) göre çocuklar problemde ki anahtar sözcüklere göre çözüm yollarını belirlemektedir.

Öğrencilerin anahtar sözcüklere göre hareket etmesi bu anahtar sözcüklerle ilgili belli başlı kavram yanılgılarına sahip olduklarını veya bu kelimeleri ezberlediklerini göstermektedir. 1., 2. ve 3. sınıf öğrencilerinin matematikte dört işlem konusunda kavram yanılgısı yaşadığı anahtar sözcükler Şekil 4.6'da ki kavram haritasında sunulmuştur.

Bu kavram haritasında da görülebildiği gibi *toplam, ağır, fazla, daha, başında, gelmek, metre, ile, katılmak* sözcükleri 1., 2. ve 3. sınıf öğrencilerine toplama işlemini hatırlatırken, *harcamak, ödemek, gitmek, eksilmek, yemek, bitmek, çıkmak, azalmak, kırılmak, patlatmak, kaybetmek* sözcükleri öğrencilere çıkartma işlemini hatırlatmaktadır. *Okumak, almak, artmak, geriye kalmak, vermek, ihtiyaç duymak* sözcükleri de bazı öğrencilere çıkartma işlemini hatırlatırken, bazı öğrencilere toplama işlemini hatırlatmaktadır.

İlköğretim 1., 2. ve 3. sınıf öğrencileri *kat kat, katı, kere, çarpım* sözcükleriyle karşılaştıkları zaman her zaman çarpma işlemini tercih ettiklerini ifade ederlerken, *pencere, ceviz, bölüm, -er –er, yarısı* sözcüklerini gördükleri zaman da her zaman bölme işlemi yapılması gerektiğini ifade etmişlerdir. *Ay* sözcüğü ise bazı öğrencilere çarpma işlemini hatırlatırken, bazı öğrencilere bölme işlemini hatırlatmaktadır.

Şekil 4.6. İlköğretim 1., 2. ve 3. Sınıf öğrencilerinin Matematikte Dört İşlem Konusunda Kavram Yanılgısı Yaşadığı Sözcükler



4.2.2.3.1. İşlem Sırasında Yaşanan Zorluklara İlişkin Bulgular

4.2.2.3.2. İşlem Sırasında Yaşanan Zorluklara İlişkin Bulgular

İlköğretim 1., 2. ve 3. sınıf öğrencilerinin matematikte dört işlem konusundayaşadığı kavram yanılgıları ve zoruklar şunlardır.

- **Toplama İşlemi Sırasında Yaşanan Zorluklar**

✓ Toplama yerine çıkartma yapma (Örneğin; 15 + 7 = 8)

✓ Çıkartma işleminde ki kuralların toplama işlemine genellenmesi (Doğal sayılarla çıkartma işlemi yapılırken küçük sayıdan büyük sayı çıkmaz kuralını toplama da küçük sayı ile büyük sayı toplanmaz kuralına dönüştürme ve yandan 1 onluk alma)

✓ En az iki basamaklı sayılarla toplama işlemi yapılırken, onlar basamağında ki sayıyı işleme dahil etmeme (Örneğin; 15 + 7 = 12)

✓ En az iki basamaklı sayılarla toplama işlemi yapılırken, toplama sütunlarını birbirinden bağımsız düşünme (Örneğin; 15 + 7 = 112)

✓ En az iki basamaklı sayılarla toplama işlemi yapılırken, birler basamağındaki sayılar toplandıktan sonra fazla olan onlukları onlar basamağına aktarmama (Örneğin; 25 + 7 = 22)

✓ En az iki basamaklı sayılarla toplama işlemi yapılırken, birler basamağındaki sayılar toplandıktan sonra fazla olan onlukları onlar basamağına aktarırken, sonuç kısmındaki sayının onlar basamağını değil de birler basamağını elde olarak aktarma (Örneğin; 18 + 4 = 31)

✓ En az iki basamaklı sayılarla toplama işlemi yapılırken, iki basamaklı sayılarla çarpma işleminde olduğu gibi onlar basamağının toplamından elde edilen sonuçlar birler basamağının toplamından elde edilen sonuçların altına bir basamak kaydırarak yazma.

✓ İşleme sol taraftan başlama

✓ Üç basamaklı sayılarla toplama işlemi yapılırken, birler ve onlar basamağında ki eldeleri yüzler basamağına aktarma (Örneğin; 384 + 128 = 502)

✓ Toplama işleminin değişme özelliğine sahip bir işlem olduğunu bilmeme (Örneğin; 8 + 4 = 12, 4 + 8 = 13)

✓ Toplama işleminde 0’ı çarpmada ki gibi yutan eleman olarak kabul etme (Örneğin; 10 + 4 = 10)

- ✓ Toplama işleminde 0'a 1 gibi değer verme (Örneğin; 4 + 0 = 5)
- ✓ Eksi işaretini görünce her zaman toplama yapma (Örneğin; 20 - ? = 5, ? = 25)

- **Çıkartma İşlemi Sırasında Yaşanan Zorluklar**

- ✓ Çıkartma yerine toplama yapma (Örneğin; 15 – 7 = 22)
- ✓ Her zaman büyük sayıdan küçük sayıyı çıkartma (Örneğin; 15 – 7 = 12)
- ✓ Küçük sayıdan büyük sayı çıkmaz o halde sonuç küçük sayının kendisidir diyerek onlar basamağından 1 onluk alma kuralını ortadan kaldırma (Örneğin; 15 – 7 = 15)
- ✓ Küçük sayıdan büyük sayı çıkmaz o halde sonuç büyük sayının kendisidir diyerek onlar basamağından 1 onluk alma kuralını ortadan kaldırma (Örneğin; 15 – 7 = 17)
- ✓ Küçük sayıdan büyük sayı çıkmaz o halde sonuç 0'dır diyerek onlar basamağından 1 onluk alma kuralını ortadan kaldırma (Örneğin; 15 – 7 = 10)
- ✓ Çıkartma işleminin değişme özelliğine sahip bir işlem olduğunu düşünme (Örneğin; 7 – 5 = 2, 5 – 7 = 2)
- ✓ Onlar basamağından bir onluk alırken, birler basamağında ki sayıyı işleme dahil etmeme, sadece onlar basamağından alınan 10'u işleme dahil etme (Örneğin; 15 – 7 = 3)
- ✓ Toplama işleminin kurallarını çıkartmaya genelleme (Örneğin; çıkartma işlemi yapılmasına rağmen elde 1 var deyip onlar basamağına onluk aktarma)
- ✓ Çıkartma işleminde 0'ı çarpma işleminde olduğu gibi yutan eleman olarak kullanma (Örneğin; 24 – 10 =10)
- ✓ İki basamaklı sayılarla çıkartma yapılırken her zaman onlar basamağından 1 onluk eksiltme (Örneğin; 24 – 12 = 2)
- ✓ İki basamaklı sayılarla çıkartma yapılırken onlar basamağından 1 onluk alınmasına rağmen, onlar basamağından 1 onluk eksiltmeme (Örneğin; 32 – 14 = 28)
- ✓ Çıkartma yerine çarpma yapma (Örneğin; 32 – 14 = 38)
- ✓ Çarpmada ki kuralları çıkartmaya genelleme; çıkan sayıyı eksilen sayının hem birler hem de onlar basamağı ile ayrı ayrı çıkartma (Örneğin; 23 – 8 = 65)
- ✓ Onluk alma işlemini soldan sağa doğru değilde sağdan sola doğru yapma

- **Çarpma İşlemi Sırasında Yaşanan Zorluklar**

✓ Çarpma yerine toplama yapma (Örneğin; 8 x 5 = 13)

✓ Çarpma yerine çıkartma yapma (Örneğin; 8 x 5 = 3)

✓ Toplama ve çıkartmada ki kuralları çarpmaya genelleme (Örneğin; toplama ve çıkartma işlemlerinde olduğu gibi çarpma işleminde de birlerle birler, onlarla onlar vb. basamağı arasında işlem yapma)

✓ Doğal sayılarla çıkartma işlemi yapılırken küçük sayıdan büyük sayı çıkmaz kuralını çarpma işlemine genelleyerek, küçük sayı ile büyük sayı çarpılmaz kuralına dönüştürme

✓ İki basamaklı sayılarla çarpma işlemi yaparken 2. çarpanın birler basamağı ile 1. çarpanın çarpımının sonucu ile 2. çarpanın onlar basamağı ile 1. çarpanın çarpımının sonucunu yan yana yazma (Örneğin; 21 x 15 = 21105)

✓ İki basamaklı sayılarla çarpma işlemi yapılırken basamak kaydırmama.

✓ Çarpma toplamanın kısa yoludur ifadesini iki sayıyı toplamak ile iki sayıyı çarpmanın aynı sonucu vereceği şeklinde anlama (Örneğin; 2 + 3 = 5, 2 x 3 = 5)

✓ Çarpma işlemininin değişme özelliğine sahip bir işlem olduğunu bilmeme

✓ Çarpma işleminde 0'ı toplama işleminde olduğu gibi etkisiz eleman olarak kabul etme (Örneğin; 5 x 0 = 5)

✓ Çarpma işleminde herhangi bir sayı 1 ile çarpılırsa sonucun her zaman 1 çıkacağını düşünme (Örneğin; 5 x 1 = 1)

✓ Çarpma işleminin altına her zaman toplama işlemi yapıldığını düşünme (Örneğin; 4 x 3 = 12 + 4 = 16)

- **Bölme İşlemi Sırasında Yaşanan Zorluklar**

✓ Bölme yerine çarpma yapma (Örneğin; 8 ÷ 2 = 16)

✓ Toplama, çıkartma ve çarpma işleminde olduğu gibi işleme sağ taraftan başlama (Örneğin; 24 ÷ 2 = 21)

✓ Toplama, çıkartma işleminde olduğu gibi birlerle birler, onlarla onlar vb. basamağı arasında işlem yapma (Örneğin; 24 ÷ 12 = 22)

✓ Bölme yerine çıkartma yapma (Örneğin; 8 ÷ 2 = 6)

✓ Sonucu bölüm kısmında değil de kalan kısmında arama

✓ Bölen kısmında yer alan sayıyı bir bütün halinde değilde basamak basamak işleme dahil etme (Örneğin; 24 ÷ 12 = 2412)

- ✓ Bölünen sayı bölen sayıdan küçük ise bölüm 0'dır şeklinde düşünme (Örneğin; 14 ÷ 2 = 02)
- ✓ Bölünen sayı bölen sayıdan küçük ise bölüm bölünenin kendisidir şeklinde düşünme (Örneğin; 14 ÷ 2 = 12)
- ✓ Bölme işleminden sonra her zaman çarpma işlemi yapma

- **Diğer Zorluklar**
  - ✓ İleriye doğru ritmik sayma yaparken hangi sayıdan başlayacağını bilmeme
  - ✓ Geriye doğru ritmik sayma yaparken hangi sayıdan başlayacağını bilmeme
  - ✓ İki mesafenin arasında ki uzaklığı nasıl hesaplayacağını bilmeme
  - ✓ Sayının korunumunu bilmeme
  - ✓ İşlemlerde sadece 10 parmağını kullanma
  - ✓ Soruda ilk geçen sayı üste, daha sonra gelen sayı ise alta yazılır şeklinde düşünme
  - ✓ Büyük sayı başta olursa çıkartma, küçük sayı başta olursa toplama yapılır şeklinde düşünme

BEŞİNCİ BÖLÜM

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu bölümde; araştırma sonucunda elde edilen bulguların, alan-yazın taraması sonucu ilköğretim 1., 2. ve 3. sınıf öğrencilerinin matematikte dört işlem konusunda yaşadığı zorluklar konusunda bulunan araştırma sonuçları ile karşılaştırarak tartışılmasına, tartışma sonucunda elde edilen sonuçlara, araştırmadan elde edilen sonuçlara bağlı olarak uygulamaya ve araştırmaya yönelik önerilere yer verilmiştir.

5.1. Sonuçlar ve Yorumlar

Bu çalışmaya katılan öğrencilerin % 43'ü ilköğretim 1. sınıf, % 33'ü 2. sınıf, % 24'ü de 3. sınıfta eğitim görmektedir.

Araştırma iki aşamadan oluşmaktadır: Birinci aşamadan elde edilen bulgular doküman analizi yöntemiyle elde edilmiştir ve çalışmaya 468 öğrenci katılmıştır. İkinci aşamadan elde edilen bulgular ise klinik görüşme yöntemiyle elde edilmiştir ve görüşmelere 108 öğrenci katılmıştır.

Birinci aşamada öğrencilerin hangi işlem türünde daha çok zorluk yaşadıkları araştırılmıştır.

Araştırma sonucunda 1., 2. ve 3. sınıf öğrencilerinin toplama işlemine göre çıkartma işleminde daha çok zorluk yaşadığı sonucuna ulaşılmıştır. Araştırma bulguları okulların başarı durumlarına göre ayrı ayrı ele alındığında başarılı okulda eğitim gören çocuklarla, başarısız okulda eğitim gören çocuklar arasında, zorluk yaşadığı işlem türü bakımından anlamlı bir farklılık görülmemiştir. Çalışmanın sonuçları bu bakımdan daha önce yapılmış çalışmalarla paralellik göstermektedir (Kamii, 2000; Carpenter & Moser, 1982; İbarra & Lindvall, 1982; Piaget, 1980; Gibb, 1956).

Çarpma ve bölme işlemi gerektiren sorularda ise ilköğretim 2. sınıfta okuyan öğrenciler en çok bölme işleminde zorlanırken, 3. sınıflar çarpma işleminde daha çok zorluk yaşamışlardır. Araştırma bulguları okulların başarı durumlarına göre ayrı ayrı ele alındığında başarılı okulda eğitim gören 2. sınıfların çarpma ve bölme işleminde yaşadığı zorluklar konusunda çok belirgin bir fark görülmese de, en başarısız okulda eğitim gören 2. sınıflar çarpma işlemine göre bölme işlemi gerektiren sorularda daha çok zorluk yaşamıştır. Aynı şekilde en başarılı okulda eğitim gören 3. sınıflar çarpma işleminde daha çok zorlanırken, en başarısız okulda eğitim gören 3. sınıfların bölme işleminde daha çok zorluk yaşadığı görülmektedir. Çalışmanın sonuçları bu bakımdan daha önce yapılmış çalışmalarla kısmen paralellik göstermektedir (Kamii, 2000; Clark & Kamii, 1996; Carpenter vd., 1993; Steffe, 1992; Piaget, 1987)

Araştırmanın ikinci aşamasında ise öğrencilerin bu işlem türlerinde ne gibi zorluklar yaşadıkları ve nedenleri belirlenmeye çalışılmıştır.

Klinik görüşmeler sırasında toplama işlemi gerektiren sorulara ilköğretim 1. sınıf öğrencilerinin % 41'i doğru cevap verirken, 2. sınıf öğrencileri % 67 oranında doğru cevap vermiştir. 3. sınıf öğrencileri ise % 47 oranında doğru cevap vermişlerdir. Bu bulgulardan hareketle toplama işleminde en çok zorluk yaşayanların 1. sınıflar, daha sonra 3. sınıflar olduğu söylenebilir.

İlköğretim 1. sınıf öğrencilerinden toplama işlemi gerektiren sorularda hata yapan öğrencilerin (% 56) ve 3. sınıf öğrencilerinden toplama işlemi gerektiren sorularda hata yapan öğrencilerin (% 42) en çok tekrar ettiği hata, hem işlem seçimini hem de işlemi hatalı yaparak M3 (% 55- % 60) türünde olmuştur. 2. sınıf öğrencilerinden hata yapan öğrencilerin (% 33) en çok tekrar ettiği hata ise, işlem tercihini doğru yapmasına rağmen işlem sırasında hata yaparak sonucu hatalı bularak M1 (% 67) türünde olmuştur.

Çıkartma işlemi gerektiren sorulara ilköğretim 1. sınıf öğrencileri % 31 oranında doğru cevap verirken, 2. sınıf öğrencileri % 19 oranında doğru cevap vermiştir. 3. sınıf öğrencileri ise % 14 oranında doğru cevap vermişlerdir. Bu bulgulardan hareketle çıkartma işleminde en çok zorluk yaşayanların 3. sınıflar, daha sonra 2. sınıflar olduğu söylenebilir.

1., 2. ve 3. sınıf öğrencilerinin çıkartma işlemi gerektiren soru türlerinde hata yapan öğrencilerin en çok tekrar ettiği hata hem işlem seçimini hem de işlemi hatalı yaparak M3 (% 79) türünde olmuştur.

Çarpma işlemi gerektiren sorulara 2. sınıf öğrencilerinin % 78'i doğru olarak cevap verirken, 3. sınıf öğrencilerinin % 14'ü doğru olarak cevaplandırmıştır. Bu bulgulardan hareketle çarpma işleminde en çok zorluk yaşayanların 3. sınıflar olduğu söylenebilir.

İlköğretim 2.sınıf öğrencilerinden çarpma işlemi gerektiren sorularda hata yapan öğrencilerin (% 22) ve 3. sınıf öğrencilerinden çarpma işlemi gerektiren sorularda hata yapan öğrencilerin (% 70) en çok tekrar ettiği hata hem işlem seçimini hem de işlemi hatalı yaparak M3 (% 75- % 80) türünde olmuştur.

İlköğretim 2. sınıf öğrencilerinin de, 3. sınıf öğrencilerinin de % 8'i bölme işlemi gerektiren sorulara doğru cevap vermiştir. Bu bulgudan hareketle 2. ve 3. sınıf öğrencilerinin bölme işlemi gerektiren sorularda aynı oranda zorluk yaşadığı söylenebilir.

Çarpma işlemi gerektiren sorularda hata yapan 2.sınıf öğrencilerinin (% 92) ve 3. sınıf öğrencilerinden çarpma işlemi gerektiren sorularda hata yapan öğrencilerin (% 84) en çok tekrar ettiği hata hem işlem seçimini hem de işlemi hatalı yaparak M3 (% 94 - % 90) türünde olmuştur.

Bölme işlemi ile ilgili yapılan hataların ve yaşanan kavram yanılgılarının toplama, çıkartma ve çarpma işlemine göre daha kısıtlı olduğu görülmüştür.

İki veya daha çok basamaklı sayılarla yapılan hatalar ve yaşanan kavram yanılgıları, tek basamaklı sayılarla yapılan hatalardan ve yaşanan kavram yanılgılarından daha fazla olduğu görülmüştür.

Bu sonuçlardan hareketle I. ve II. aşamadan elde edilen bulguların zorluk yaşanan işlem türü bakımından birbiriyle kısmen paralellik gösterdiği ve II. aşamadan elde edilen bulguların daha önce yapılmış çalışmaları daha çok destekleyici olduğu söylenebilir.

İlköğretim 1., 2. ve 3. sınıfların en çok tekrar ettiği hata hem işlem seçimini hem de işlemi hatalı yaparak M3 türünde olmuştur. Bu durumun öğrencilerin problem çözme sürecinde ta en baştan hatalı davranmaya başladıklarını gösterdiği söylenebilir.

Bu araştırmada ilköğretim 1., 2. ve 3. sınıfta okuyan öğrencilerin problem çözme sürecinde kullanacakları işlemleri, en çok problemde geçen anahtar sözcüklere göre belirledikleri görülmüştür. Problemde ki verilenler, istenenler, problemde kullanılan sayıların veriliş sırası öğrencilerin çözüm yolları geliştirirken dikkate aldıkları diğer öğeler olmuştur.

Öğrencilerin sebep-sonuç ilişkisi kurarak problemin mantığını anlamaya çalışmak yerine, başvurdukları bu yollar, ya işlem tercihlerini hatalı belirlemelerine ya da işlem sırasında hata yapmalarına sebebiyet vermiştir. Bu sonuçlardan hareketle öğrencilerin hatalı cevap vermelerinin altında yatan en önemli nedenin problemin mantığını anlayamama ve bu anahtar sözcüklerle ilgili yaşadıkları kavram yanılgıları gösterilebilir.

Dikkat çeken bir başka husus ise bu kavram yanılgılarının ve hataların sınıf seviyesine ve okulların başarı durumuna göre önemli bir farklılık göstermemesidir. Yani her sınıf seviyesinde ve her iki okulda da aynı anahtar sözcüklere benzer tepkiler verildiği görülmüştür. Bu da kavram yanılgılarının önlenmezse sistematik bir şekilde devam ettiğini ve çocukların benzer şekilde mantık yürüttüğünü göstermesi açısından önemlidir.

Kavram yanılgıları rastgele yapılan hatalardan farklı özellikler göstermektedir. Kişi rastgele yaptığı bir hatayı düzeltebilemektedir ancak belirli bir kavram yanılgısına sahip bir birey bu sebepten dolayı hata yaptığı zaman ve birisi tarafından uyarıldığında önce kendini savunmaya geçmektedir. Görüşme sırasında araştırmacı ile öğrenci arasında geçen diyaloglar incelendiği zaman öğrencilerin verdikleri cevapları savundukları görülmektedir.

Kavram yanılgısına sahip olan bir kişi ikna edilemediği sürece bildiğinden vazgeçmez, çünkü kavram yanılgılarının çocuklara göre mantıklı tarafları vardır (Cankoy, 2009). Bu araştırmaya katılan öğrencilerin de verdikleri cevaplara, belirli gerekçeler sundukları görülmüştür, bu da bu sözcükler hakkında önceden belirli bir düşünceye sahip olduklarını göstermektedir.

Bu araştırmada öğrencilerin toplama işleminin kurallarını çıkartma, çarpma ve bölme işlemlerine, aynı şekilde çıkartma işleminin kurallarını toplama, çarpma ve bölme işlemlerine, çarpma işleminin kurallarını toplama, çıkartma ve bölme işlemlerine ve bölme işleminin kurallarını da toplama, çıkartma ve çarpmaya genelledikleri görülmüştür. Kavram yanılgıları öğrencilerin yeni deneyimlerini yorumlamaya ve adlandırmaya çalıştıkları zamanlarda öğrenmeye sekte vurmaktadır. Öğrenciler bu yanılgıları kendi algı biçimlerine göre kişisel olarak geliştirdikleri için bu kavram yanılgılarını ortadan kaldırmak çok zordur. Kavram yanılgıları genellikle iki sebepten dolayı problem yaratır: İlk olarak özellikle öğrencilerin bunları kullanarak yeni deneyimleri yorumlamaya ve anlamlandırmaya çalıştıkları zamanlarda sorun olmakta ve öğrenmeye sekte vurmaktadır. İkinci olarak genellikle kavram yanılgılarını öğrenciler kendi algı biçimlerine göre kişisel olarak geliştirdikleri için, bunları ortadan kaldırmak çok zor olmakta ve büyük çaba gerektirmektedir (Cankoy, 2009)

Fisher (1985) kavram yanılgılarının genetik sebepler, yaşam deneyimleri ve okul ortamlarında ki öğretimden kaynaklanabileceğini ifade etmiştir. Bu araştırmada da öğrencilere problemlerde işlem seçimini yaptıktan sonra anahtar sözcüğü nereden veya kimden öğrendikleri sorulduğunda öğretmenlerinden, ders ve çalışma kitaplarından ve aile bireylerinden öğrendiklerini dile getirmişlerdir. Öğrencilerin bir kısmı da hiç kimseden öğrenmediklerini kendilerinin karar verdiklerini ifade etmişlerdir.

Bu sonuçlardan hareketle ilköğretim 1., 2. ve 3. sınıfta okuyan öğrencilerin matematikte dört işlem konusunda yaşadıkları olası kavram yanılgılarının daha çok pedagojik ve psikolojik nedenlerden kaynaklandığı söylenebilir. Bu araştırmada epistemolojik nedenlerden kaynaklanan bir kavram yanılgısına rastlanmamıştır. Anne, baba, abi, abla gibi büyükler, özellikle de öğretmenler öğrencilerin problemleri bir an önce çözmelerini sağlamak için onlara pratiklik sağlamaya çalışmış dolayısıyla da anlatımlarında sıklıkla anahtar sözcük kullanımına yer vermiş olabilirler. Oysa sözel problemlerin çözümü için anahtar sözcükler her zaman yeterli olmayabilir. Öğrencilerin konuları bir an önce öğrenebilmeleri için gerek velilerin gerek okul yönetiminin öğretmenlere yaptığı baskılar ve öğretmenlerin konuları yetiştirmede zorlanması gibi nedenlerden dolayı öğretmenler bu tarz yollara başvurmuş olabilir.

Bu araştırmada *toplam, ağır, fazla, daha, başında, gelmek, metre, ile, katılmak* sözcükleri 1., 2. ve 3. sınıf öğrencilerine toplama işlemini hatırlatırken, *harcamak, ödemek, gitmek, eksilmek, yemek, bitmek, çıkmak, azalmak, kırılmak, patlatmak, kaybetmek* sözcükleri öğrencilere çıkartma işlemini hatırlatmaktadır.

Okumak, almak, artmak, geriye kalmak, vermek, ihtiyaç duymak sözcükleri de bazı öğrencilere çıkartma işlemini hatırlatırken, bazı öğrencilere toplama işlemini hatırlatmaktadır.

İlköğretim 1., 2. ve 3. sınıf öğrencileri *kat kat, katı, kere, çarpım* sözcükleriyle karşılaştıkları zaman her zaman çarpma işlemini tercih ettiklerini ifade ederlerken, *pencere, ceviz, bölüm, -er –er, yarısı* sözcüklerini gördükleri zaman da her zaman bölme işlemi yapılması gerektiğini ifade etmişlerdir. *Ay* sözcüğü ise bazı öğrencilere çarpma işlemini hatırlatırken, bazı öğrencilere bölme işlemini hatırlatmaktadır.

Türkiye'de Milli Eğitim Bakanlığının 1998 yılında hazırlamış olduğu matematik eğitimi programında sözel problemlerde öğrencilerin işlem seçimi için anahtar sözcükler verilmiştir. Programda "*ve, ile, daha, toplam, artı*" sözcükleri toplama, "*eksi, eksildi, kaldı, çıktı*" sözcükleri de çıkarma içeren sözel problemler için belirlenmiştir. Öğrencilerin bu anahtar sözcüklere göre problemler de işlem seçimi yapmaları beklenmektedir. Oysa bir sözel problemi çözmek için anahtar sözcükler her zaman yeterli olmamaktadır. Çünkü bir anahtar sözcükle farklı yapılarda sözel problemler oluşturmanın yanı sıra anahtar sözcük içermeyen sözel problemlerde oluşturmak mümkündür (İskenderoğlu, Akbaba Altun & Olkun, 2004; 127). Carpenter ve arkadaşlarına göre (1999), çocuklar her problem türü için bir strateji öğrenmek zorunda değildir. Bu stratejilerin çoğu çocukların bu problemleri anlaması için kritik bir öneme sahip değildir. Öğrenciler kendi stratejileri ile okul öncesinde problemleri çözebilmektedirler. Fakat öğrencilere anahtar sözcükler verilip ezberletilmesi öğrencilerin kendi zihinsel yapılarının oluşumunu ve problemlerin çözümü için stratejilerinin gelişimini engelleyebilmektedir. Programda verilen anahtar sözcükler ise öğrencilerin düşünmesini engelleyerek ezbere yönlendirebilmektedir. Çünkü anahtar sözcük yaklaşımının, ders ve test kitaplarının amacı öğrencinin düşünmesinden ve anlamasından ziyade doğru cevabı bulmasıdır. Bu kitaplar öğrenciden doğru cevap alır almaz öğrencinin ne düşündüğünü umursamazlar.

Nesher (1988) yaptığı bir çalışmada farklı anlamsal yapılar içeren sözel problemlerin çözümünde yaşanan zorluklar arasında büyük farklılıklar bulmuştur. Bu araştırmadaki sorular Nesher'ın yaptığı çalışmanın sonuçları göz önünde bulundurularak hazırlanmıştır. Örneğin; *Ebru ile Hakan oyun parkına gitmişlerdir. Ebru'nun 12 tane bileti vardır. Ebru'nun biletleri Hakan'ın biletlerinden 8 tane daha fazladır. Hakan'ın kaç bileti vardır?* sorusuna, ilköğretim 2. sınıf öğrencileri % 83 oranında hatalı cevap vermişlerdir. Bu soru *Ebru'nun 12 tane bileti vardır. Hakan'ın biletleri Ebru'nun biletlerinden 8 eksiktir. Hakan'ın kaç bileti vardır?* şeklinde sorulmuş olsaydık biz muhtemelen büyük oranda doğru cevap alabilirdik.

Öğrencilerin matematikte dört işlem konusunda zorluk yaşamalarının en büyük nedenlerinden bir diğeri de toplama, çıkartma, çarpma ve bölme işlemine ait kuralları birbirine karıştırmaları veya bu kuralları yanlış ezberlemeleri sonucunda ortaya çıktığı görülmüştür.

Çocukların işlem sırasında yaşadığı zorlukların en önemli nedenlerinden biri de basamak ve gruplama kavramları konusunun bilinmemesi veya eksik bilinmesidir. Basamak kavramı aritmetiğin en önemli özelliklerinden ve yine en soyut kavramlarından biridir. Basamak kavramının temeli gruplamaya dayanmaktadır. Piaget somut işlemler dönemindeki çocukların sayı korunumunu doğru biçimde gruplama ve yeniden gruplama yoluyla gösterdiğini belirtmektedir. Sayı ve işlem öğretimi sırasında basamak değer kavramı çocukların o ana kadar karşılaştıkları en önemli zorluklardan biridir. Bu kavramın öğrenilmesi bu kavramla ilişkili olan diğer kavramlarında öğrenilmesini güçleştirmektedir. Çünkü işlem tekniğinin kavratılmasında basamak değer kavramının önemi büyüktür (Artut & Tarım, 2006; 26-36).

5.2. Öneriler

Öğretmen ve Velilere Öneriler

1. Her öğrencinin matematiği anlama yeteneği aynı düzeyde değildir. Matematik öğretmeni öğrenciler arasında ki bireysel farklılıkları göz önünde bulundurmalıdır.
2. Öğrencilere düşünmeleri ve öğrenmiş oldukları matematik kavramlarına duyarlı olabilmeleri için yeterli zaman verilmelidir.
3. Öğretmene düşen ilk görev çocuklara formel çıkartma, toplama, çarpma ve bölme işlemlerini öğretmeden önce çocuğa nasıl ekleme yapacağını, nasıl ayıracağını ve grupları nasıl birleştireceğini öğretmek olmalıdır. Ayrıca çocuklar sayının anlamını kazanmadan önce sayma, eşleme, gruplama ve karşılaştırma davranışlarını yapabilmeleri gereklidir.
4. Toplama ve çıkartma işlemlerine geçmeden çocukların sayı korunumunu kazandıklarından emin olunmalıdır. Öğretmenler sayı korunumu ile ilgili öğrencilere çeşitli etkinlikler sunabilmeli ve öğrencilerin tecrübe kazanmaları sağlanabilmelidir. Toplama ve çıkartma işlemine başlayabilmek için, sıfırdan başlayıp ileriye doğru ritmik sayabilmeli, herhangi bir sayıdan başlayıp ileri ve geri ritmik sayabilmeli, sıfırın anlamını bilmeli ve 0 sembolünü tanımlayabilmeli, sayılar ile nesneleri eşleştirebilmeli ve son nesneye denk gelen sayının toplam nesne sayısını ifade ettiğini fark edebilmelidir.
5. Öğrencilere sunulan etkinliklerde somut nesnelerin kullanılmasına önem verilmelidir.
6. Aritmetiğin temelini oluşturan sayı ve işlem kavramları aslında soyuttur. Çocuğun soyut olan bu kavramları anlayabilmesi için somut nesne ve araçlarla öğretim desteklenmelidir. Bu nedenle somuttan soyuta ilkesi aritmetik öğretiminde büyük önem arz etmektedir.
7. Öğrencilerin sözel problemleri çözerken anahtar sözcüklerle değilde problemde verilen veri ile hangi işlemi yapacaklarına zihinsel yapılarıyla karar verebilmeleri sağlanmalıdır.

8. Çocuklar kendi kendilerine bir problemin çözümü için gerekli olan stratejileri kurabilmeleri için cesaretlendirilmelidir.

9. Öğrenciler için seçilen problemler rastgele değil özellikle çocukların konuyu anlayıp anlamadığını varsa kavram yanılgılarını ve hatalarını ortaya çıkartacak nitelikte organize edilmelidir.

10. Öğrencilerin olası kavram yanılgılarını ortaya çıkartmak için bilişsel zıtlık sağlanmalıdır. Bilişsel zıtlık farklı şekillerde oluşturabilir

- ✓ Kişinin beklentilerine ya da tahminlerine uymayan bir sonuç yaratılabilir,
- ✓ Çocukta problem çözme isteği yaratılabilir,
- ✓ Kişinin kavram repertuvarında boşluklar ve eksiklikler olduğu hissi uyandırılabilir,
- ✓ Kişi mevcut bilgileriyle çözmeyeceği ve dengesizlik, tutarsızlık yaşayacağı bir duruma sokulabilir (Cankoy, 2009).

11. Her dersin sonunda öğrencilerin o konu hakkındaki olası kavram yanılgıları ve hatalarını ortaya çıkartacak sorular sorulabilir. Matematik aşamalı bir disiplin olduğu için bir konun hatalı öğrenilmesi diğer konularında hatalı bir şekilde öğrenilmesine yol açacaktır.

12. Öğretmenler verilen soruların doğru cevaplanmasıyla öğrencilerin öğrendiklerini kabul ederler. Burada öğretimin ilk amacı neyi niçin yaptığından ziyade öğrencinin ne yaptığıdır. SBS, ÖSS ve birçok seviye belirleme sınavlarının test olduğu düşünülerek öğretmenler öğrencilere test tekniğini alıştırmak zorunda olduklarını düşünmekte ve çocuklar bu tarz sınavlara hazırlanmaktadırlar. Bu aşamada öğretmenler öğrencilere iki aşamalı test tekniğini uygulayabilir veya yapılan sınavlar içinde alta bir boşluk bırakıp hangi seçeneği niçin işaretlediğini öğrencilerden anlatmalarını isteyebilir.

13. Öğretmenler bildiklerini olduğu gibi öğretirler. Öğretmen doğru olarak anlatamadığında ya da öğrenci tarafından doğru olarak anlaşılmadığı zaman iyi bir öğrenme gerçekleşmeyebilir. Çocuk konuyu hatalı bir şekilde öğrenirse doğrusunu anlaması daha zor olabilir. Öğretmen bir konuyu anlatırken sadece kendi bildiğini ve tecrübelerini anlatır ve öğrencilere eğer benim nasıl yaptığımı izlersen sende yapabilirsin der. Aksine öğretmenlerin ne yaptıkları kadar niçin yaptıklarını da öğretmeleri gereklidir. Matematikte işlemler arasındaki ilişkileri çocukların fark etmelerini sağlamak oldukça önemlidir. Bu ilişkiler öğrencilere ileride öğrenecekleri konularda yol gösterebilir (6x3=18, 3x6=18, 18 3=6, 18 6=3). Toplama ile çıkartmanın, çarpma ile bölmenin, toplama ile çarpmanın ve çıkartma ile bölmenin arasında ki ilişkilerin anlaşılması çocukların matematikte dört işlem konusunu derinlemesine anlamalarına yardımcı olabilir.

14. Bir doktor hastasına verdiği ilacın faydalarının yanında, yan etkilerini de çok iyi bilmek zorundadır, çünkü hastasının bir şikayetini ortadan kaldırırken başka bir uzvunun rahatsız olmasına neden olabilir. Aynı şekilde öğretmenlerde öğrencilerine sunduğu bilgileri o kadar iyi bir şekilde sunabilmelidir ki bir konunun öğretimi için kullandığı bir ifade ileriki konuların öğretimine sekte vurmasın.

15. Öğretmen dört işlemle alakalı bir kural öğretirken, bu kuralın ileride işlenecek konular içinde geçerli olması gerektiğini unutmamalıdır. Aksi takdirde öğretmenin çocukların daha pratik hareket etmesi için sunduğu bu kurallar (büyük sayıdan küçük sayıyı çıkartma gibi) çocuğu hatalı bir duruma sevk edebilir.

16. Konuya başlanmadan önce çocuklara o konu hakkında ne düşündüklerini yazmaları istenebilir ve konunun sonunda da aynı şekilde tekrar edilmelidir

17. Çocuklara ilk önce toplama ile ilgili aktiviteler sunulmalı eğer başarırsa çıkartma ile ilgili aktivitelere geçilmelidir. Aynı şekilde ilk önce çarpma sonra bölme ile ilgili aktivitelere yer verilmelidir.

18. Genellikle dört işlem sıkıcı olarak görülür. Bu nedenle daha aktif öğrenme ortamları oluşturulmalı ve çocukların günlük tecrübelerinde de toplama, çıkartma, çarpma ve bölmeyi kullanmalarına fırsat verilmelidir. Örneğin somut nesneleri bölme, gruplama, parçalara ayırma etkinliklerinin çocukların çarpma ve bölme fikirlerinin gelişimine katkı sağladığı söylenebilir.

19. Çocuklara ilk önce 9÷3 gibi bir örnek verip ve çocuklardan cevabını şekil çizerek anlatmaları istenebilir. Çocuklar işlemi doğru çözse bile nasıl yaptıklarını anlatmaları mutlaka istenmelidir. Bunun yanında 9÷3 işlemini gerektiren dört farklı problem geliştirilmelidir. Örneğin; (1). 9 keki 3 çocuk arasında paylaştırın; (2). 9 balonu 3 çocuk arasında paylaştırın; (3). 9 lirayı 3 çocuk arasında paylaştırın. (4). 9 bilyeyi 3 çocuk arasında paylaştırın gibi.

20. Her problem en az iki farklı yoldan çözülebilmeli ve çözümleri niçin yaptığı açıklanmalıdır. Her çocuk ………. alır, çünkü……….. gibi.

21. Tek bir problem tipi üzerinde durulmamalıdır. Tek tip problem üzerinde durulması öğrencileri karşılaştıkları yeni bir durum karşısında benzer stratejileri kullanmaya yöneltmektedir ve buda aşırı genelleme kavram yanılgılarının ortaya çıkmasına neden olmaktadır. Aynı durum kullanılan anahtar sözcükler içinde geçerlidir. Örneğin ceviz kelimesinin sadece bölme işlemi gerektiren problemlerde kullanılması, öğrencilerin belli bir süre sonra her ceviz geçen problemi bölme işlemi sanmasına yol açabilir. Bu nedenle her anahtar sözcük farklı işlem gerektiren problemler içinde kullanılmalıdır.

22. Öte yandan öğrencilere sunulan bir problemle bile birçok matematiksel sembol tekrar tekrar deneme fırsatı sunulabilir. Örneğin Pat Hutchins tarafından yazılan The Doorbell Rong öğrencilere çoğu bölme problemi hakkında düşünme imkanı sağlar. Bu kitaptaki hikaye 2 çocukla başlar. *2 çocuk bir sınıfta oturmaktadırlar ve önlerinde, içinde 12 adet kek bulunan bir tabak bulunmaktadır. Her çocuk kaç kek yiyebilir? Çocuklar keki yemeden tenefüs zili çalar ve 2 çocuk daha içeriye girer. Her çocuk kaç kek yiyebilir? 4 çocuk yemeğe başlamadan önce tekrar zil çalar ve 2 çocuk daha içeriye girer. Her çocuk kaç kek yiyebilir?.....* Öğrenciler bu soru sayesinde 12÷2, 12÷4, 12÷6 işlemlerini aynı anda tecrübe edebilir ve bu hikaye sayesinde çocuklar bölme işleminin sıkıcılığından kurtulabilir.

23. Yeni bir konuya geçerken örneğin bugün çarpma işlemini işleyeceğiz demek yerine ilk önce çarpma işlemi gerektiren ancak küçük sayı içeren problemler yazılabilir ve bunlar tekrar tekrar toplama yoluyla çözülmelidir. Daha sonra toplama işlemi ile çözümün zorlaştığı büyük sayı içeren sorulara geçilip çarpma ile toplama arasında ki ilişkiye vurgu yapılabilir.

24. Çocuklar matematiğin mantığını iyi bir şekilde kavrarlarsa bu soruları rahatlıkla çözebilirler. Bu nedenle çocuklara matematiğin mantığı kavratılmaya çalışılmalıdır. Kuralların ve formüllerin öğretilmesi matematikte birçok hatanın ortaya çıkmasına neden olmaktadır.

25. Problem anlatılırken sadece kurallar ezberletilmek zorunda değildir. Mutlaka ezberletilmesi gereken kurallar varsa da her konu için farklı kurallar öğretilebilir. Örneğin *her zaman büyük sayıdan küçük sayı çıkarılır* kuralı sadece doğal sayılar için geçerli olduğu söylenmelidir.

26. Sunulan bu kurallardan daha da önemlisi çocuklar karşılaştıkları yeni ve farklı durumlarda da bu kurallara başvurabilmeli ve bu kurallar çocukların matematiksel anlayışlarının gelişmesine katkıda bulunabilmelidir.

27. Birçok öğrenci ve veli için yazı stillerini geliştirmek ve öğrenmek kadar, aritmetiklerini geliştirmek gerekli ve önemli değildir. Bu nedenle velilerin okulun ilk yıllarında çocukların ilk okuma yazmayı öğrenmelerine karşı göstermiş olduğu hassasiyeti çocukların matematiksel kavramların öğretimi sürecinde de göstermeleri gerekir.

28. Basamak değer kavramı ayrı bir etkinlik olarak ele alınmadan (onluk sayı blokları vs. kullanılmaksızın) iki basamaklı toplama işlemine geçilmelidir

29. İki basamaklı toplama işlemi için herhangi bir işlem ya da algoritma öğretilmeksizin çocukların kendi kendilerine pek çok farklı yolları keşfetmeleri için desteklenmelidir

30. Sınıf içinde konu ile ilgili tartışmalar sırasında ortaya atılan fikirlere katılma veya karşı çıkma konusunda çocukların cesaretlendirilmesi ve bu yolla elde edilen bu fikirlerin içselleştirilmesini sağlanmalıdır.

Eğitim Sistemine Öneriler

1. İngiltere gibi gelişmiş ülkelerde matematik programlarında çocukların karşılaşabilecekleri güçlüklere ve bu güçlüklerin nasıl aşılabileceği konularına yer verilerek öğretmenlere bu konuda destek olunmaktadır. Ancak bizim ülkemizde böyle bir dökümanın olmadığı görülmektedir ve öğretmenler bu tarz problemlerle kendi kendilerine başa çıkmaları beklenmektedir. Bu konuda öğretmenlere, öğrencilerin olası kavram yanılgılarını ve hatalarını ortadan kaldırmaya yardımcı stratejiler içeren ek bir kılavuz verilebilir.

2. Hizmetiçi eğitim yoluyla da öğretmenler matematik eğitimi konusunda bilgilendirilmelidirler.

3. Bunun yanında İngiliz matematik eğitim programlarında toplama ve çıkartma işlemi arasında ki ilişki okulöncesi dönemde verilmeye başlanmaktadır. Çocuklar ilköğretim 1. sınıfa belirli kazanımlarla gelmektedirler. Ancak bizim ülkemizde bu kazanımlar ancak 1. sınıfın sonlarına doğru öğrencilere verilmektedir. Bu açıdan bu kavramların öğretimine okulöncesinde ağırlık verilmeli ve öğrencilerin ilkokula belirli donanımlarla gelmeleri sağlanmalıdır.

4. Sınıf öğretmeni yetiştiren kurumlarında öğretmen adaylarına, matematik eğitimi konusunda araştırma ve uygulama yapabilecekleri ortamlar sağlamalıdır.

KAYNAKÇA

Açıkgöz, K. Ü. (2000), Etkili Öğrenme ve Öğretme, İzmir: Kanyılmaz Matbaası

Altun, M. (2010), Matematik Öğretimi: Eğitim Fakülteleri ve Sınıf Öğretmenleri İçin, Bursa, Alfa Yayınları

Anderson, L. R. (1990), Cognitive Psychology and İts İmplications, New York: Freeman

Ashcraft, M. (1989), Human Memory and Cognition, Glenview, IL:Scott, Frosmen

Arsenault, C. & Lemoyne, G. (2000), Une introduction non classique aux algorithmes d'additon et de soustraction. Educational Studies in Mathematics, 42, 269-296

Arslan, S. & Ubuz, B. (2009), Sayılarda basamak değeri kavrama ve öğrencilerin yaşadığı zorluklar, E. Bingölbali ve M. F. Özmantar (Editörler), Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri, Ankara, Pegem A Yayıncılık

Ausubel, D. P. (1963), The Psychology of Meaningful Verbal Learning, New York: Grune & Stratton.

Ausubel, D. P. (1968), Educational Psychology: A Cognitive View, New York: Holt, Rinehart and Winston

Bachelard, G. (1938), La formation de l'esprit scientifique, Paris, Libraire Philosophique J.Vrin

Baroody, A. J. (1987), Children's mathematical thinking: A developmental framework for preschool, primary and special education teachers, New York: Teachers College Press

Baroody, A. J. (1999), Childrens' relational knowledge of addition and subtraction, Cognition and İnstruction, 17 (2), 137-175.

Baykul, Y. (2009), İlköğretimde Matematik Öğretimi (1-5. Sınıflar), Pegem A Yayıncılık, Ankara.

Ben-Hur, M. (2006), Concept-rich Mathematics İnstruction: Building a Strong Foundation for Reasoning and Problem Solving, Alexandra, VA, USA: Association for Supervision & Curriculum Development

Bayazıt, İ & Aksoy, Y.(2009), Simetri Kavramının Öğrenim ve Öğretiminde Karşılaşılan Zorlukların Analitik Bir Yaklaşımla İncelenmesi, E. Bingölbali & M. F. Özmantar (Editörler), İlköğretimde Karşılaşılan Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri, Ankara, Pegem A Yayıncılık, syf. 187

Bilen, M. (1993), Plandan Uygulamaya Öğretim, Ankara, Sistem Ofset

Bingölbali & Özmantar, (2009), İlköğretimde Karşılaşılan Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri, Ankara, Pegem Akademi, syf.32

Blando, J. A., Kelly, A. E., Schneider, B. R. & Sleeman, D. (1989), Analyzing and modeling arithmetic errors, Journal for Research in Mathematics Education, 20 (8), 301-308

Booth, L. R. (1988), Children's difficulties in beginning algebra. İn A. Coxford (Ed.), The ideas of algebra, k-12, Reston, VA: National Council of Techers of Mathematics

Borasi, R. (1994), Capitalizing on errors as "springboards for inquiry": A teaching experiment, Journal for Research in Mathematics Education, 25, pp.166-208

Bramald, R. & Thompson, I. (2002), An Investigation of the Relationship Between Young Children's Understanding of the Concept of Place Value and their Competence at Mental Addition (Report for the Nuffield Foundation). Newcastle upon

Tyne: University of Newcastle upon Tyne.

Brousseau, G. (2002), Theory of Didactical Situations in Mathematics 1970-1990, Dordrecht, Boston: Kluwer Academic publishers

Brown, J. S. & Burton, R. R. (1978), Diagnostic Models for Procedural Bugs in Basic Mathematics Skills, Reports-research. Cambridge, MA: Beranek & Newman

Brown, M. (1981), Place Value and Decimals. İn K. M. Hart (Ed.), Children's Understanding of Mathematics (11-16, pp.48-65), John Murray: London

Brun, J., Conne, F., Lemoyne, G. & Portugais, J. (1994), La Notion de scheme dans l'interpretation des erreurs des eleves a des algorithmes de calcul ecrits, Cahiers de la recherche en education, 1(1), 117-132

Burns, M. (2000), About Teaching Mathematics, New York, pp. 9-210

Cankoy, O. (2009), Kavram Yanılgısı Nedir, Erişim Tarihi 23 Aralık 2011

https://docs.google.com/viewer?a=v&q=cache:7DljxpYNQbIJ:www.aoa.edu.tr/cankoy/Kavram%2520Yan%25C4%25B1lg%25C4%25B1s%25C4%25B1%2520Nedir.doc+osman+cankoy+kavram+yan%C4%B1lg%C4%B1lar%C4%B1&hl=tr&gl=tr&pid=bl&srcid=ADGEESjkjCS7aJzJcENRDiRgqpUiWuGAdkxWyWKr0m4pFJZKuVSlt-W05QIeGYV8PX4jkTbmb5b2SVXmYvFq9ewTV7f5QjAEXwIG8EzR-

wmtSdMAS2t_NrbjExKmkgs65r8LdPxagqlu&sig=AHIEtbRakpGmlxBb_2COMIqq8TlxA6OYJQ

Clement, J. (1982), Student proconceptions in introductory mechanics, American Journal of Physics, 50, 66-71

Carpenter, T. P. & Moser J.M. (1979), An investigation of the learning of addition and subtraction, Modision, WI: Winconsin Research and Development Center for İndividualized Schooling.

Carpenter, T. P. & Moser J.M. (1982), The development of addition and subtraction problem- solving skills, İn T. P. Carpenter, J.M. Moser & T. A. Romberg (Eds.), addition and subtraction: A cognitive perspective, pp.9-24, Hillsdale, NJ:Erlbaum.

Carpenter, T. P. & Moser J.M. (1984), The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three, , Journal for Research in Mathematics Education, 15, 179-202

Carpenter, T. P., Ansell, E., Franke, M. L., Fennema, E. & Weisbeck, L. (1993), Models of problem solving: A study of kindergarten children’s problem solving process, Journal for Research in Mathematics Education, 24 (5), pp. 428-441

Carpenter, T. P., Fennema, E., Franke, M. L., Levi, L. & Empson, S. B. (1999), Children’s Mathematics: Cognitively Guided İnstruction, Porstmouth, Heinemann

Clark, F. & Kamii, C. (1996), İdentification of multiplicative thinking in children in grades 1-5, Journal for Research in Mathematics Education, 27, pp. 41-51

Clements, M. A. (1980). Analysing children's errors on written mathematical tasks, Educational Studies in Mathematics, 11(1), pp.1-21.

Clement, M. A. (2000), Analysis of clinical interviews: foundations and model viability. Editor: Kelly, Anthony E. & Richard A Lesh. Handbook of research design in mathematics and science education. London: Lawrence Erlbaum Asssociates Publishers.

Conne, F. & Brun, J. (1991), Une Analyse des brouillons de calcul d’eleves confrontes a des items de division ecrites, Proceedings of the 15th İnternational Conference for the Group of Psychology of Mathematics Education, Assisi, İtaly, pp.239-246

Cornu, B. (1991), Limits, İn D. Tall (Ed.), Advanced Mathematical Thinking, Boston, Kluwer

Davis, R. B. (1983), Complex Mathematical Cognition, H. P. Ginsburg (Ed.), The Development of Mathematical Thinking (pp. 254-290), Academic Press, Orlando

Davis, R. B. (1984), Learning Mathematics: The Cognitive Science Approach to Mathematics Education, London: Croom Helm Publisher

Davis, R. B. (1986), Learning mathematics. The cognitive science approach to mathematics education. New Jersey: Ablex Publishing Corporation.

Dickson, L., Brown, M.& Gibson, O.(1984), Students learning mathematics a teacher guide to recent research, Eastbourne: Holt, Rinehart & Winston

Dinç Artut, P. & Tarım, K. (2006), İlköğretim öğrencilerinin Basamak kavramını anlama düzeyleri, Eğitimde kuram ve uygulama, 2(1), syf.26-36

Erdoğan, A. ve Özdemir Erdoğan, E. (2009), Toplama ve Çıkarma Kavramlarının Öğretimi ve Öğrenci Güçlükleri, E. Bingölbali ve M. F. Özmantar (Editörler), İlköğretimde Karşılaşılan Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri, Ankara, Pegem A Yayıncılık, syf. 31-58

Fischbein, E. (2001), Tacit models and infinity, Educational Studies in Mathematics, 48, pp. 309-329

Fisher, B. (1995), Thinking and learning together, Porstmouth, NH: Heinemann.

Fuson, K. C. (1986), Roles of representation and verbalization in the teaching of multi-digit addition and subtraction, European Journal of Psychology of Education, 1 (2), pp.35-56

Fuson, K. C. & Briars, D. J. (1990), Base ten blocks as a first and second grade learning approach for multidigit addition and subtraction and piace-value concepts, Journal for Research in Mathematics Education, 21, pp.180-206

Gay, L.R. (2006). Educational research: Competencies for analysis and applications. 8th edition. Upper Saddle River, N.J. : Pearson Merrill Prentice Hall.

Gibb, E. G. (1956), Childrens thinking in the process of subtraction, Journal of Expericent

Ginsburg, H. P., Klein, A. & Starkey, P. (1998), The development of children's mathematical thinking: Connecting research with practice, İn İ. E. Sigel & K. A. Renninger (Eds.), Handbook of Child Psychology: Child Psychology in Practice, New York: Wiley, pp.401-476

Goldin, G. (1998) .Observing mathematical problem solving through task based

interviews. İn Anne Teppo (Ed.). Qualitative research methods in mathematics Education. NCTM.

Goldin, G. (2002). Representation in mathematical learning and problem solving. İn Lyn D. English (Ed.). Handbook of international research in mathematics education. Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Graeber, A. & Johnson, M. (1991), İnsights İnto Secondary Scholl Students' Understanding of Mathematics, College Park, University of Maryland, MD.

Graeber, A. O. & Baker, K. M. (1992), Little in to big is the way it always is, Arithmetic Teacher

Graeber, A. O. & Campbell, P. F. (1993), Misconceptions about multiplication and division, Arithmetic Teacher, pp. 408-411

Graeber, A. O. (1993), Minconceptions about multiplication and division, İn D. L.Chambers (Ed.), Putting Research into Practice in the Elementary Grades, Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, pp.97-100

Hammer, D. (1996), More than misconceptions: Multiple perspectives on student knowledge and reasoning and an appropriate role for education research, American Journal of Physics, 64, pp.1316-1325

Hewson, P. W. & Hewson, M. A. G. (1984), The role of conceptual conflict in conceptual change and the design of science instruction, İnstructional Science, 13, pp. 1-13

Hill, W. F. (1990), Learning: A survey of psychological interpretations.

Hudson, T. (1983), Correspondences and numerical differences between disjoint sets, Child Development, 54 (1), pp. 84-90.

Hunting, R. P. (1997). Clinical interview methods in mathematics education research and practice. Journal of Mathematical Behavior.16 (2), pp.145-165.

İbarra, C. G. & Lindvall, C. M. (1982), Factors associated with the ability of kindergarten children to solve simple arithmetic story problems, Journal of Educational Research, 75, pp.149-155

İskenderoğlu, T., Akbaba Altun, S. & Olkun, S. (2004), İlköğretim 3., 4. ve 5. Sınıf Öğrencilerinin Standart Sözel Problemlerde İşlem Seçimleri, Hacettepe Eğitim Fakültesi Dergisi, 27, syf. 126- 134

Kamii, C. (2000), Young Children Reinvent Arithmetic, New York & London, pp.66-130

Kamii, C. & Lewis, B. A. (1991), Achievement test in primary mathematics: Perpetuating lower-order thinking, Arithmetic Teacher, 38(9), pp.4-8

Kılıç, Ç. (2009), İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin matematiksel problemlerin çözümlerinde kullandıkları temsiller, Doktora Tezi, Eskişehir

Luria, A. F. (1969), On the Pathology of Computational Operations, İn J. Kilpatrick & I. Winszup (Eds.), Soviet Studies in the Psychology of Learning and Teaching Mathematics, The Learning Mathematics concepts, School Mathematics Study Group. Stanford University and Survey of Recent East European Mathematics Literature, Chicago: University of Chicago

Mack, N. K. (1995), Critical ideas, informal knowledge and understanding fractions, İn J. T. Sowder (Ed.), Providing a Fundation for Teaching Mathematic in the Middle Grades, Albany, NY: State University of New Yok Press, pp. 67-84

Mamolo, A. (2007), İnfinite magnitude vs. infinite representation: İntutions of ‘İnfinite Numbers’, Electronic proceedings fort he 10th Special İnterest Group of the Mathematical Association of American on Research in Undergraduate Mathematics Education, Erişim Tarihi 22 Aralık 2010

http://cresmet.asu.edu/crume2007/papers/mamolo.pdf

McCloskey, M. (1983), Naive theories of motion, İn D. Gentner & A. Stevens (Eds.), Mental Models, NJ: Lawrence Erlbaum, Hillsdale, pp.299-324

MEB (2005). Yeni ilköğretim matematik dersi (1-5 sınıflar) öğretim programı. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü.

Mercier, A. (1995), Ce que nous pouvons apprendre de l’observation biographique des eleves, Actes de XXV Colleque Inter, IREM des formateurs et professeurs de mathematiques charges de la formation des maitres, IREM de Brest

Miles, M. B. & Huberman, A. M. (1994). An expended sourcebook qualitative data analysis. Second Edition. California: Sage Publications.

Movshovitz-Hadar, N., Zaslavsky, O., & Inbar, S. (1987). An empirical classification model for errors in high school mathematics, Journal for Research in Mathematics Education, 18, pp. 3-14.

NCTM, (2000), Principles and Standarts for School Mathematics, Reston, VA: Nesher, P. (1987), Towards an in instructional theory: the role of student's minconceptions, Fort The Learning of Mathematics,7, pp.33-40

Nunes, T. & Bryant, P. (1996), Children Doing Mathematics, Cambridge, MA: Blackwell Publishers

Oliver, A. (1989), Handling Pupils' minconceptions. Presidential adres delivered at the Thirteenth National Convention on Mathematics, Physical Science and Biology Education, Pretoria, pp.3-7, Erişim Tarihi 12 Aralık 2010

http://academic.sun.ac.za/mathed/Malati/Minconceptions.htm

Olkun, S.& Toluk Uçar, Z. (2009), İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi, Ankara, Maya Akademi, , syf 133.

Özmantar, M. F. ve Yeşildere, S. (2008), Limit ve süreklilik konularında kavram yanılgıları ve çözüm arayışları, M. F. Özmantar, E. Bingölbali ve H. Akkoç (Editörler),Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm önerileri, Ankara, Pegem A yayıncılık, syf.151-180

Özmantar, M. F. (2008), Sonsuzluk kavramı: Tarihsel gelişimi, öğrenci zorlukları ve çözüm önerileri, M. F. Özmantar, E. Bingölbali ve H. Akkoç (Editörler),Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm önerileri, Ankara, Pegem A yayıncılık, syf.151-180

Özmantar, M. F., Bingölbali, E. (2009), Matematiksel Kavram Yanılgıları: Sebepleri ve Çözüm Arayışları, İlköğretimde Karşılaşılan Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri, Ankara, Pegem A Yayıncılık

Peterson, D. (2003), Using Addition and Subtraction to Check Answers, Erişim Tarihi 26 Eylül 2011

http://mathforum.org/library/drmath/view/62275.html

Piaget, J. (1980), Experiments in contradiction, Chicago: University of Chicago Press

Piaget, J. (1987), Possibility and necessity, Minneapolis: Universty of Minnesota Press

Pimm, D. (1987), Pupils' written mathematical records, İn D. Pimm (Ed.), Speaking Mathematically, London & New York, Routledge & Kegan Paul

Post, T. (1992), Some notes on the natura of mathematical learning, İn T. R. Post (Ed.) pp.1-22, Teaching matchematics in Grades K-8, Research Based Methods: Needham Hides

Polya, G. (1957). How to solve it: A new aspect of mathematical method. Second Edition. Princeton University Press.

Radatz, H. (1979), Error analysis in mathematics education, Journal for Research in Mathematics Education, 10 (3), pp.163-173

Resnick, L. B. & Ford, W. W. (1981), The Psychology of Mathematics for İnstruction, Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, İnc

Resnick, L. B. (1983), Mathematics and science learning: Anew conception, Science, 220, pp. 477-478

Resnick, L. B. (1992), From protoquantities to operators: Building mathematical competence on a foundation of everyday knowledge, G. Leinhardt, R. Putnam & R. A. Hattrup (Eds.), Analyses of Arithmetic for Mathematics Teaching (pp.373-429), NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale

Riley, M. S., Greeno, J. G. & Heller, J. I. (1983), Development of Children's problem-solving ability in arithmetic, İn H. P. Ginsburg (Ed.), The Development of Mathematical Thinking, New York, NY:Academic Press, pp.153-196

Ryan, J. (2007), Childrens' Mathematics 4-15, Buckingham, GBR: Open University Press

Sadi, A. (2007), Minconceptions in Numbers, UGRU Journal, 5, pp.1-7

Senemoğlu, N. (2011), Gelişim Öğrenme ve Öğretim, Ankara, Pegem A yayıncılık

Sharma, M. C. (1993), Place value concept: How children learn it and how to teach it, Math Notebook, 10(1-2), pp.1-26

Siegler, R. S., (1987), Strategy choices in substraction, J. Sloboda & D. Rogers (Eds.), Cognitive Process in Mathematics (pp. 81-109), Oxford, England

Simon, M., Tzur, R., Heinz, K. & Kinzel, M. (2004), Toward a theory of mathematics pedagogy: Explicating a mechanism for conceptual learning and its implications for teaching, Journal for Research in Mathematics Education, 35, 305-329

Singer, M. & Voica, C. (2003), Perception of infinity: Does it really help in problem solving? Proceedings of the international conference The Decidable and The Undecidable in Mathematics Education, Borno, Czech Republic

Simith, J. P., John, P., Disessa, A. A. & Roschelle, J. (1993), Misconceptions reconceived: A constructivist analysis of knowledge in transition, The Journal of Learning Sciences, 3 (2), pp.115-163

http://www.smartfirstgraders.com/subtraction-facts.html

Starkey, P. & Gelman, R. (1982), The Development of addition and subtraction abilities prior to formal schooling in arithmetic, İn T. P. Carpenter, J. M. Moser & T. A. Romberg (Eds.), Addition and Subtraction: A Cognitive Perspective, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale

Steffe (1992), Schemes of action and operation involving composite units learning and individual differences, 4, pp. 259-309

Swan, M. (2001), Dealing with Minconceptions in Mathematics, İn Gates, P. (Ed.), İssues in Matehematics Teaching, Routledge Palmer, London

Şener, K. (2001), İlköğretim Öğrencilerinin Çalışma Alışkanlıklarının Matematikteki Başarılarına Etkileri, Yüksek Lisans Tezi, Elazığ: Fırat Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü

Tanner, H. (2000), Becoming a Succesful Teacher of Mathematics, London, UK: Routledge Falmer

Taylor, S. J. & Bogdan, R. (1984). Introduction to qualitative research methods.

2. Canada: John Wiley&Sons Inc.

Tezcan, C. (2003), İlköğretim 8. Sınıf Öğrencilerinin Rasyonel Sayı Kavramını Algılamasında Karşılaştıkları Güçlüklerin Belirlenmesi ve Çözüm Önerileri, Yüksek Lisans Tezi, İzmir: Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Thompson, I. (2003), Putting place value in its place, Mathematics Teaching, 184, pp.14-15

Tirosh, D., Even, R. & Robinson, N. (1998), Simplifying algebraic expressions: Teacher awareness and teaching approaches, Educational Studies in Mathematics, 35, pp.51-64

Van de Walle, J. A. (1998), Elemantry School Matehematics: Teaching Developmentaly, Second Education, New York

Van Lehn, K. (1982), Bugs are not enough: Empirical studies of bugs, impasses and repairs in procedural skills, Journal of Mathematical Behaviour, 3, pp.3-71

Vergnaud, G. (1982), A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems, İn T. P. Carpenter, J. M. Moser & T. A. Romberg (Eds.), Addition and Subtraction: A Cognitive Perspective, Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, pp.39-59

Vergnaud, G. (1991), La Theorie des champs conceptuels, Recherches en Didactique des Mathematiques, 10 (2), pp.133-170.

Watson, L. (1980), Investigating errors of beginning mathematicians, Educational Studies in Mathematics,11 (3), pp.319-329

Wood, D. (1988), How Children Think and Learn, Blacwell: Oxford

Yackel, E. & Cobb, P. (1996), Sociomathematical Norms, Argumentation and Autonomy in Mathematics, Journal for Research in Mathematics Education, 27, pp.458-477

Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2008), Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri, Ankara, Seçkin Basım Evi

Zbrodoff, J. N. (1995), Why is 9 + 7 harder than 2 + 3? Strength and interference as explanations of the problem-size effect, Urbana, 23 (6), pp.689-700

Zembat, İ. Ö. (2008), Kavram yanılgısı nedir?, M. F. Özmantar, E. Bingölbali ve H. Akkoç (Editörler), Matematiksel kavram yanılgıları ve çözüm önerileri, Ankara, Pegem A yayıncılık.

EKLER

EK-1. Araştırma İzni

T.C.
ELAZIĞ VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : B.08.4.MEM.4.23.00-605.01- 6472 01 Mart 2011

Konu : Araştırma izni (Anket)

VALİLİK MAKAMINA

İlgi : a) Milli Eğitim Bakanlığı' na bağlı Okul ve Kurumlarda Yapılacak Araştırma ve Araştırma Desteğine Yönelik İzin ve Uygulama Yönergesi
b) Fırat Üniversitesi Rektörlüğü' nün 11/02/2011 tarih ve 044-154-3311 sayılı yazısı.

Fırat Üniversitesi Sosyal Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı Yüksek lisans öğrencisi Yasemin KUBANÇ' ın **"İlköğretim 1. 2. ve 3. Sınıf öğrencilerinin Matematikte Dört İşlem Konusunda Karşılaştığı Zorluklar ve Çözüm Önerileri"** konulu tezi ile ilgili olarak geliştirdiği nitel çalışmasını , 01/03/2011-31/05/2011 tarihleri arasında İlimiz Mezre ve Ulukent İlköğretim Okulları 1.,2. ve 3. sınıf öğrencilerine uygulamak için izin isteği, ilgi (b) yazı ile bildirilmiştir.

Konu ile ilgili olarak Müdürlüğümüz AR-GE Biriminde İlgi a) yönerge çerçevesinde oluşturulmuş olan Bilimsel Araştırma İzni Değerlendirme Komisyonu 28/02/2011 tarihinde Müdürlüğümüz AR-GE Biriminde toplanarak başvuru hakkında gerekli incelemeyi yapmış olup söz konusu çalışmanın, 01/03/2011-31/05/2011 tarihleri arasında İlimiz Mezre ve Ulukent İlköğretim Okulları 1.,2. ve 3. sınıf öğrencilerine yönelik olarak uygulanması Müdürlüğümüzce uygun görülmüştür.

Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde olurlarınıza arz ederim.

A. Turan YILMAZ
Milli Eğitim Müdürü a.
Şube Müdürü

OLUR
../ 02 / 2011

Nihat BÜYÜKBAŞ
Vali a.
Milli Eğitim Müdürü

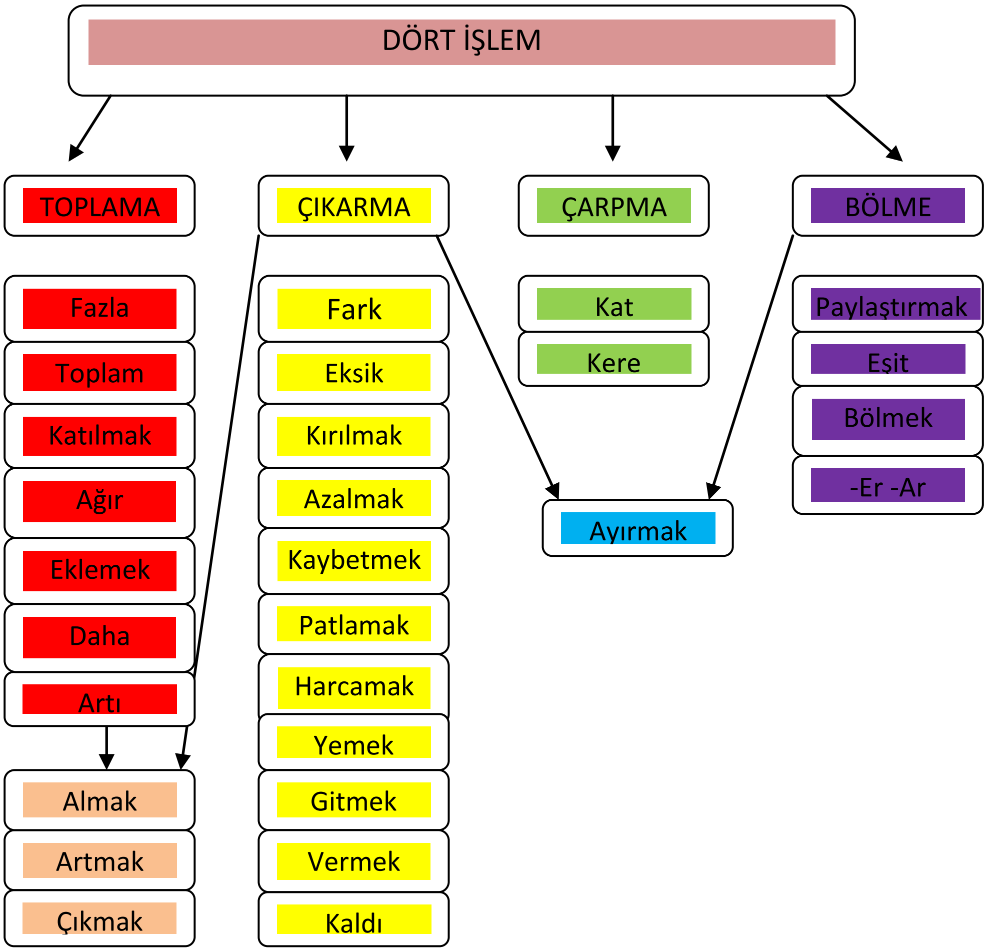
Zübeyde Hanım C. Hükümet Konağı Kat : 5
23100-ELAZIĞ
Tel: 0 424 2385024-25-26-27-28
Fax: 0 424 2333670
elazigmem@meb.gov.tr / elazig.meb.gov.tr

EK-2. 2010 Sbs Puanlarını Gösterir Belge

ELAZIĞ ARGE BİRİMİMERKEZE BAĞLI DEVLET OKULLARI

Sıra No	Okul	6.sınıf	7.sınıf	8.sınıf
1	Mezre İlköğretim Okulu	382,005	362,937	370,084
84	Mehmet ve İfakat İlköğretim Okulu	258,623	236,688	240,753

EK-3. Kavram Haritası



EK-4. Etik Kurul Başkanlığı

T.C.
İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ
TIP FAKÜLTESİ DEKANLIĞI
Etik Kurul Başkanlığı

Sayı : 49
Konu :

06 / 04/2011

Sayın ;
Yrd.Doç.Dr.Filiz VAROL
Fırat Üniversitesi Eğitim Fakültesi

“ İlköğretim 1, 2 ve 3. sınıf öğrencilerinin matematik öğretiminde toplama, çıkarma, çarpma ve bölme kavramlarının öğretilmesi sürecinde yaşamış oldukları zorluklar ve çözüm önerileri ” isimli çalışmanız beden ve ruh sağlığına ilişkin bir çalışma olmadığı için Etik Kurulun değerlendirme alanına girmemektedir.

Esasen bu çalışma için Etik onay gerekmediği kanaatindeyiz.

Prof.Dr. Metin GENÇ
Etik Kurul Başkanı

EK-5. Bilgilendirilmiş Gönüllü Olur Formu

Araştırmanın genel amacı, "ilköğretim 1, 2 ve 3. sınıflarda matematik öğretiminde toplama, çıkarma, çarpma ve bölme kavramlarının öğretilmesi sürecinde öğrencilerin yaşadığı zorlukların neler olduğunu belirlemek ve çözüm yolları üretmektir.''

Bu genel amaca dayalı alt amaçlar bulunmaktadır:

1. İlköğretim 1, 2 ve 3. sınıfta okuyan öğrenciler toplama, çıkarma, çarpma ve bölme kavramlarını zihinlerinde yapılandırırken hangi stratejileri kullanmaktadırlar?
2. İlköğretim 1, 2 ve 3. sınıfta okuyan öğrencilerin sayılar arasındaki ilişkileri kullanabilme yetenekleri ne düzeydedir?
3. İlköğretim 1, 2 ve 3. sınıfta okuyan öğrencilerin toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemi içeren problemlerde öğrenciler anahtar sözcükleri nasıl kullanmaktadır?
4. Anahtar sözcük içermeyen problemleri öğrenciler nasıl çözmektedir?
5. Öğrenciler işlem seçimi yaparken neleri göz önünde bulundurmaktadır?
6. Öğrencilerin matematikte dört işlem konusunda yapmış oldukları temel hatalar nelerdir?
7. Matematikte dört işlem konusunda farklı sınıf seviyelerindeki öğrencilerin hataları karşılaştırıldığı zaman elde edilen sonuçlar nelerdir?
8. Öğrencilerin matematikte dört işlem konusunda olası kavram yanılgıları nelerdir ve bu kavram yanılgıları nasıl giderilebilir?

Vereceğiniz onayla sizin de bu çalışmaya katılımınızı öneriyoruz. Çalışmaya onay verip vermemekte özgürsünüz. Çalışmayla ilgili size sunacağımız bilgileri aldıktan sonra çalışmaya katılmak isterseniz formu imzalayınız.

Yeterli bir matematik eğitimi için matematik kavramlarının ilköğretim sürecinde tam ve doğru olarak öğretilmesi son derece önemlidir. Matematik, yığılmalı bir disiplindir. Dolayısıyla bireyin eğitiminin ilk yıllarında matematik öğretimi sağlam temellere oturtulamazsa, ileriki yıllarda o bireyden matematik öğrenimi alanında başarı beklenememektedir. Sizin bu çalışmaya katılımınızı istememizin nedeni problemleri nasıl çözdüğünüz hakkında fikir sahibi olmak ve olası kavram yanılgılarını ve temel hataları belirleyip çözüm önerileri geliştirmektir. Katılımınız çalışmanın başarısı için önemlidir. Eğer çalışmaya katılmayı kabul ederseniz Arş. Gör. Yasemin Kubanç çalışma sırasında çözmüş olduğunuz sorular hakkında size birkaç açık uçlu soru yönlendirecektir. Bu görüşme anı kamera ile sesli ve görüntülü olarak kaydedilecektir. Bu bulgular bilimsel yayınlarda isminiz belirtilmeden kullanılacaktır.

Bu çalışmaya katılmanız halinde sizden herhangi bir ücret istenmeyeceği gibi, çalışmaya katıldığınız içinde size ek bir ödemede yapılmayacaktır.

Katılımcının Beyanı

Arş. Gör. Yasemin Kubanç tarafından bir çalışma yapılacağı bildirilerek yukarıdaki bilgiler aktarılmıştır. Çalışmaya katılımcı olarak davet edildim ve çalışma sonuçlarının bilimsel amaçlarla kullanımı sırasında kişisel bilgilerimin özenle korunması konusunda yeterli güven bana verilmiştir. Çalışmanın yürütülmesi sırasında herhangi bir sebep göstermeden çalışmadan çekilebilirim.

Çalışma için yapılacak harcamalarda herhangi bir parasal zorunluluk altına girmiyorum. Bana da bir ödeme yapılmayacaktır. Çalışmaya katılım konusunda zorlayıcı bir davranışla karşılaşmış değilim ve bana yapılan tüm açıklamaları anladım. Özgür irademle adı geçen çalışma da katılımcı olmayı kabul ediyorum.

Katılımcının Adı Soyadı:	Araştırmacının Adı Soyadı:
Tel :	Tel:
İmza:	İmza:

EK-6. Öğrencilere Çözdürülen Sorular

AD SOYAD: SINIF:

1.SINIF

1) Bir grup çocuk saklambaç oynamaktadır. Saklambaç oynayan çocukların 5 tanesi oyundan çıktığında geriye 13 kişi kalmıştır. Oyunun başındayken kaç çocuk vardı?
2) Ebru ile Hakan oyun parkına gitmişlerdir. Ebru'nun 12 tane bileti vardır. Ebru'nun biletleri Hakan'ın biletlerinden 8 tane daha fazladır. Hakan'ın kaç bileti vardır?
3) Ayşe'nin 25 tane tokası vardır. Ayşe'nin tokaları 8 tane artınca kaç tane olur
4) Fatih'in 20 tane bilyesi vardır. Kardeşi bilyelerinin bir miktarını almıştır ve Fatih'in 5 tane bilyesi kalmıştır. Kardeşi Fatih'in kaç bilyesini almıştır?
5) Tuba'nın bir miktar parası vardır. Tuba'nın parasının 13 lira eksiği Ali'nin parasına eşittir. Ali'nin 10 lirası olduğuna göre Tuba'nın kaç lirası vardır?
6) Bay ve bayan fareler kışlık yiyecek ihtiyaçlarını hesaplamak istemektedirler. Ellerinde 12 parça peynir bulunmaktadır. Kış için toplam 19 parça peynire ihtiyaç duymaktadırlar. Daha ne kadar peynir bulmaları gerekmektedir?
7) Onur ayakkabı ve kazak almış ve 12 lira ödemiştir. Kazak 8 lira ise ayakkabı kaç liradır?
8) Bir kitabın 11 sayfasını okuduğumda geriye 17 sayfası kalıyor, okuduğum kitap kaç sayfadır?
9) Yağmur partiye gelen arkadaşları için 12 adet kurabiye yapmıştır. Parti sonunda kurabiyelerin 8 tanesi arttığına göre, kaç kurabiye yenmiştir?
10) .Hasan'ın 14 bilyesi vardı, babası bugün 18 bilye daha aldı. Hasan'ın kaç bilyesi oldu?

2. SINIF

1) Zeynep'in 20 tane şekeri vardır. Her gün 4 tanesini yemektedir. Zeynep'in şekerleri kaç gün sonra biter?
2) Can koşarken her adımda 2 metre ilerlemektedir. Toplamda 10 metre ilerleyebilmesi için kaç adım atması gerekir?
3) Yağmur partiye gelen arkadaşları için 32 adet kurabiye yapmıştır. Parti sonunda kurabiyelerin 14 tanesi arttığına göre kaç kurabiye yenmiştir?
4) Bir grup arkadaş oyun oynamaktadır. Oyuna 8 kişi daha katılırsa 23 kişi olacaklardır. Oyunun başında grupta kaç kişi vardı?

5) Bir haftada 7 gün varsa iki haftada kaç gün vardır?
6) Ahmet'in 15 tane balonu vardır. Her gün 3 balonunu patlatmaktadır. Balonların hepsi kaç gün sonra biter?
7) Yusuf'un 24 tane şekeri vardır. Annesi Yusuf'a 17 tane daha şeker aldığına göre Yusuf'un kaç şekeri olmuştur?
8) Musa'nın 32 tane cevizi vardır. Ali Musa'ya kendi cevizlerini de verince Musa'nın ceviz sayısı 40'a çıkmaktadır. Ali Musa'ya kaç ceviz vermiştir?
9) Zeki 12, Yavuz ise 4 kitaba sahiptir. Zeki Yavuzun kaç katı kitaba sahiptir?
10) Dedem her gün bir önceki günden 18 dakika daha fazla yürüyüş yapmaktadır. Dedem ikinci gün 64 dakika yürüdüğüne göre birinci gün kaç dakika yürümüştür?

3. SINIF

1) Okulumuzun bahçesinde 285 tane kavak ağacı ve 127 tane çam ağacı vardır. Kavak ağaçlarının sayısı çam ağaçlarının sayısından kaç fazladır?
2) Ece'nin 28 lirası vardır. Her ay 4 lirasını harcamaktadır. Ece'nin parası kaç ay sonra biter?
3) 15katlı binanın her katında 20 tane pencere vardır. Bu binada toplam kaç pencere vardır?
4) Ahmet 4 kere bakkala gitmiştir. Her defasında 2 lira harcamıştır. Ahmet toplam kaç lira harcamıştır?
5) Seda'nın 120, Sergen'in 4 tane cevizi vardır. Seda Sergen'in kaç katı cevize sahiptir?
6) Seda'nın 4 eteği 3 de ceketi vardır. Seda kaç değişik şekilde giyinebilir?
7) Her gün 9 tavuk eksilen bir çiftlikten bir ayda kaç tavuk eksilir?
8) Yusuf'un 384 tane misketi vardır. Annesi Yusuf'a 148 tane daha aldığına göre Yusuf'un kaç misketi olmuştur?
9) Yağmur partiye gelen arkadaşları için 63 adet kurabiye yapmıştır. Parti sonunda kurabiyelerin 28 tanesi arttığına göre, kaç kurabiye yenmiştir?
10) Oğuz 44kg ağırlığındadır. Oğuz Ayşenur'dan 17 kg daha ağırdır. Ayşenur kaç kg dır?

3.SINIF C-32

1)Okulumuzun bahçesinde 285 tane kavak ağacı ve 127 tane çam ağacı vardır. Çam ağaçlarının sayısı kavak ağaçlarının sayısından kaç fazladır?

285
+127
412
×285
4952

2)Ece'nin 28 lirası vardır. Her ay 4 lirasını harcamaktadır. Ece'nin parası kaç ay sonra biter?

28 ~~0~~ 7
×4
3599
+28
6399

3)15katlı binanın her katında 20 tane pencere vardır. Bu binada toplam kaç pencere vardır?

15
×20
20
15
+
30

4)Ahmet 4 kere bakkala gitmiştir. Her defasında 2 lira harcamıştır. Ahmet toplam kaç lira harcamıştır?

4
×2
8
+4
12

5)Seda'nın 120, Sergen'in 4 tane cevizi vardır. Seda Sergen'in kaç katı cevize sahiptir?

120
+4
120
×4
480

ÖZGEÇMİŞ

Yasemin KUBANÇ

Fırat Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü Sınıf Öğretmenliği Bilim Dalı

Kişisel Bilgiler

Doğum yeri: Elazığ

Doğum Tarihi: 1989

Eğitim

Yüksek Lisans 2010 Fırat Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü Sınıf Öğretmenliği Bilim Dalı

Lisans 2005 Fırat Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü Sınıf Öğretmenliği Bilim Dalı

Lise 2001 Elazığ Korgeneral Hulusi Sayın Lisesi

İş

2009- Fırat Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü Sınıf Öğretmenliği ABD

Yayınlar

Uluslararası Bilimsel Dergiler

Varol, F. & Kubanç, Y. (2012), İlköğretim okullarına ait web sitelerinin kullanılabilirliğinin ve içeriğinin ölçülmesi, Elazığ, NWSA: Education Sciences, Cilt 7, Sayı 1, 410-418