



T.C.
EGE ÜNİVERSİTESİ
Eğitim Bilimleri Enstitüsü



ÖRNEKLEM BÜYÜKLÜĞÜ VE ÖLÇÜM SAYISININ ÖRTÜK GELİŞME MODELLERİ ÜZERİNDEKİ ETKİSİ

Yüksek Lisans Tezi

Gürkan CÜVİTOĞLU

Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme Anabilim Dalı

İZMİR

2019

T.C.
EGE ÜNİVERSİTESİ
Eğitim Bilimleri Enstitüsü

**ÖRNEKLEM BÜYÜKLÜĞÜ VE ÖLÇÜM SAYISININ
ÖRTÜK GELİŞME MODELLERİ ÜZERİNDEKİ ETKİSİ**

Yüksek Lisans Tezi

Gürkan CÜVİTOĞLU

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Hakan ATILGAN

Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme Anabilim Dalı
Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme Yüksek Lisans Programı

EGE ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
ETİK KURALLARA UYGUNLUK BEYANI

EÜ Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliğinin ilgili hükümleri uyarınca Yüksek Lisans/Doktora Tezi olarak sunduğum “Örnekleme Büyüklüğü ve Ölçüm Sayısının Örtük Gelişme Modelleri Üzerindeki Etkisi” başlıklı bu tezin kendi çalışmam olduğunu, sunduğum tüm sonuç, doküman, bilgi ve belgeleri bizzat ve bu tez çalışması kapsamında elde ettiğimi, bu tez çalışmasıyla elde edilmeyen bütün bilgi ve yorumlara atıf yaptığımı ve bunları kaynaklar listesinde usulüne uygun olarak verdiğimi, tez çalışması ve yazımı sırasında patent ve telif haklarını ihlal edici bir davranışımın olmadığını, bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversite veya diğer bir üniversite başka bir tez çalışması içinde sunmadığımı, bu tezin planlanmasında yazımına kadar bütün safhalarda bilimsel etik kurallarına uygun olarak davrandığımı ve aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul edeceğimi beyan ederim.


Gürkan CUVİTOĞLU

YÜKSEK LİSANS TEZ SAVUNMA SINAVI JÜRİ TUTANAĞI

Ege Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Eğitim Bilimleri Anabilim Dalı'nda Doç. Dr. Hakan ATILGAN danışmanlığında Gürkan CÜVİTOĞLU tarafından hazırlanan "Örneklem Büyüklüğü ve Ölçüm Sayısının Örtük Gelişme Modelleri Üzerindeki Etkisi" adlı yüksek lisans tezini değerlendirmek ve adayı tez savunmasına tabi tutmak üzere, Eğitim Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nca oluşturulan jüri 22/11/2019 tarihinde saat 15:30'da Eğitim Bilimleri Anabilim Dalı'nda Prof. Dr. Tuncay ÖĞRETMEN başkanlığında toplanmıştır.

Jüri üyeleri tarafından hazırlanan ve ekte sunulan kişisel raporlar ayrıntılı şekilde tartışılmış, intihal yazılım programında belirlenen benzerlik oranları incelenmiş ve aday tez savunma sınavına alınmıştır. Sonuçta tez oybirliği ile **başarılı bulunarak kabul edilmiştir**.



Jüri Başkanı (*)
Prof. Dr. Tuncay ÖĞRETMEN



Üye
Doç. Dr. Hakan ATILGAN (Danışman)



Üye
Dr. Öğr. Üyesi Sungur GÜREL

* Lisansüstü tez savunma sınavlarında danışman öğretim üyesi jüri başkanı olabileceği gibi jürinin kendi arasında seçeceği bir üye de başkan olabilir.

ÖNSÖZ

Uzun olduğu kadar, yoğun ve kalabalık bir beş yıl sürdü bu çalışma. Her türlü zorluğa rağmen, her zaman aklımın bir köşesinde, bir gün bu çalışmayı bitirmek vardı. İnsan hayatı ve bu tezin konusu benim bakış açım da birebir örtüşüyor. Hayatımızı bir “model” gibi kurmaya çalışırız. Nihai amaç hayatımızda tutunabileceğimiz sağlam “yapılar”, ilişkiler kurmak, “kabul edilebilir uyumu” yakalamak, mutlu olmak ve “gelişerek” kendini gerçekleştirmek. Hayatımızı şekillendiren, yapılandıran birçok “yol” var. Kimi katkı sağlar, kimi sadece vardır, kimi yanlış yere çıkarır. Bu yüzden kararlar alırız, değiştiririz, önemseriz, ihmal ederiz, edilirdiz. Bu yol bazen bir insan oluyor, bazen bir yer oluyor, bazen bir sınıf oluyor, bazen hayatımıza girip çıkan, bazen var olduklarının farkında olmadığımız, bazen de artık hayatımızda olmayan/olmayacak her şey.

Başta tez danışmanım Doç. Dr. Hakan ATILGAN’a ve tez jürimde bulunup önerilerini sunan Prof. Dr. Tuncay ÖĞRETMEN ve Dr. Öğr. Üyesi Sungur GÜREL’e teşekkür ederim.

Annem, babam ve kardeşlerime her zaman yanımda oldukları/olacaklarını hissettirdikleri ve eve giden yolun ışığını hep açık tuttıkları için teşekkür ederim.

Arkadaşlarıma zor zamanlarımda yalnız olmadığımı hissettirdikleri için teşekkür ederim.

Çalıştığım okuldaki öğretmen arkadaşlarıma ve idarecilerime sundukları destek ve yardımları için teşekkür ederim.

Hayatıma yol olan, gelişmeye katkıda bulunan, bir şey öğreten ve öğrettiğim herkese teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ	iii
TABLolar LİSTESİ.....	vi
ŞEKİLLER LİSTESİ	viii
ÖZET	ix
ABSTRACT	x
BÖLÜM I.....	1
GİRİŞ	1
ÖRTÜK GELİŞME MODELLERİ (ÖGM).....	4
1.1. Örtük Gelişme Modelleri Hangi Koşullarda Kullanılabilir?	5
1.2. Örtük Gelişme Modellerinin Kavramsallaştırılması	7
1.3. Örtük Gelişme Modellerinin Formüleştirelmesi	11
1.4. Örtük Gelişme Modellerine Yapısal Eşitlik Yaklaşımı.....	12
1.5. Model Tahmin Yöntemi	15
1.6. Model-Veri Uyumunun Değerlendirilmesi	16
1.7. Model Sonuçlarının Yorumlanması	22
1.8. Ölçme Eşdeğerliği / Değişmezliği	23
1.9. Örtük Gelişme Modellerinin Sınıflandırılması	24
1.10. Örneklem Büyüklüğü Ve İstatistiksel Güç	31
1.11. Problem.....	33
1.12. Sınırlılıklar	34
1.13. Araştırmanın Amacı ve Önemi	34
BÖLÜM II.....	35
YÖNTEM.....	35
2.1. Araştırma Türü.....	35
2.2. Araştırmanın Deseni.....	35
2.3. Veri Seti ve Veri Setine Ait Betimsel İstatistikler	36
2.4. Verilerin Analizinde Uygulanan İşlem Yolu.....	43
BÖLÜM III	44
BULGULAR VE YORUM.....	44
3.1. 3 Ölçüm için Doğrusal Gelişme.....	44
3.2. 4 Ölçüm için Karesel Gelişme	47
3.3. 5 Ölçüm için Karesel Gelişme	49
3.4. Yakınsama Oranı.....	50

3.5. Uyum İndeksleri Bağlamında Model – Veri Uyumu.....	53
3.6. Model Veri Uyumunun Model Bileşenleri / Parametre Tahminleri Bağlamında Değerlendirilmesi	54
BÖLÜM IV	67
SONUÇ VE ÖNERİLER	67
KAYNAKLAR.....	72
EKLER.....	81
EK-1: 3 Ölçümlü Doğrusal Gelişme Modeli için R Kodu.....	81
EK-2: 4 Ölçümlü Karesel Gelişme Modeli İçin R Kodu	85
EK-3: 5 Ölçümlü Karesel Gelişme Modeli için R Kodu	87

TABLolar LİSTESİ

Tablo 1: Beş Öğrenciye Dört Dönem Sonunda Uygulanan Temel Matematik Becerileri Test Puanları.....	7
Tablo 2: Hu ve Bentler'in İkili İndeks Stratejisi (1999).....	20
Tablo 3: Araştırma Deseni	35
Tablo 4: Veri Setine Ait Betimsel İstatistikler Tablosu	37
Tablo 5: ECLS-K veri seti çok değişkenli ve tek değişkenli normallik testleri.....	40
Tablo 6: Analiz edilecek modellere ait sabit zaman noktaları	41
Tablo 7: Tam Veri ve 3 Ölçüm için Doğrusal Gelişme Modeli için MLR Parametre Tahminleri ve Uyum İndeksleri.....	45
Tablo 8: Tam Veri ve 4 Ölçüm için Karesel Gelişme Modeli için MLR Parametre Tahminleri ve Uyum İndeksleri.....	48
Tablo 9: Tam Veri ve 5 Ölçüm için Karesel Gelişme Modeli için MLR Parametre Tahminleri ve Uyum İndeksleri.....	50
Tablo 10: Tam ve Yanlış MLR çözümlerinin model ve örneklem büyüklüğüne göre dağılımı	51
Tablo 11: 5K-ÖGM Test İstatistiği ve Uyum İndeksleri	53
Tablo 12: 5K-ÖGM Test İstatistiği ve Uyum İndeksleri	54
Tablo 13: 4K-ÖGM Ortalama Yapı Tahmin İstatistikleri	55
Tablo 14: 5K-ÖGM Ortalama Yapı Tahmin İstatistikleri	55
Tablo 15: 4K-ÖGM Gelişme Faktörleri Varyanslarına Ait İstatistikler.....	56
Tablo 16: 5K-ÖGM Gelişme Faktörleri Varyanslarına Ait İstatistikler.....	57
Tablo 17 : 4K-ÖGM Gelişme Faktörleri Kovaryanslarına Ait İstatistikler.....	58
Tablo 18: 5K-ÖGM Gelişme Faktörleri Kovaryanslarına Ait İstatistikler.....	58
Tablo 19: 5K-ÖGM Modeli Ortalama ve Kovaryans Yapı Parametre Tahmin Yanlılığı	60
Tablo 20: 5K-ÖGM Modeli Ortalama ve Kovaryans Yapı Standart Hata Tahmin Yanlılığı	60
Tablo 21: 4K-ÖGM Modeli Ortalama ve Kovaryans Yapı Parametre Tahmin Yanlılığı	61

Tablo 22: 4K-ÖGM Modeli Ortalama ve Kovaryans Yapı Standart Hata Tahmin Yanlılığı	61
Tablo 23: 4K-ÖGM Hata Varyans Tahminlerine Ait İstatistikler.....	63
Tablo 24: 4K-ÖGM Hata Varyans Tahmin ve Standart Hata Tahmin Yanlılığı	63
Tablo 25: 5K-ÖGM Modeli Hata Varyans Tahminlerine Ait İstatistikler.....	64
Tablo 26: 5K-ÖGM Hata Varyansları Parametre ve Standart Hata Tahmin Yanlılığı...	65
Tablo 27: Gözlenen Değişkenlerde Açıklanan Varyans Miktarı (Ortalama).....	66



ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1: 1 numaralı öğrencinin dört farklı zaman noktasındaki gözlenen ve yordanan test puanları.....	8
Şekil 2: Beş öğrencinin dört farklı zaman noktasındaki gözlenen ve yordanan Temel Matematik Beceri test puanları.....	9
Şekil 3: Beş Öğrenci için Tahminlenen Ortalama Gelişim Çizgisi.....	10
Şekil 4: Dört zaman noktasında alınan tekrarlı ölçümlere ait doğrusal örtük gelişme modeli (Şekil: Dural, 2010).....	13
Şekil 5: Karesel örtük gelişme modeli (Şekil: Bollen ve Curran, 2006).....	27
Şekil 6: Üç farklı zaman noktasında üç gösterge için alınan ölçümler için çok göstergeli örtük gelişme modeli ya da gelişim faktörleri eğrisi modeli.....	29
Şekil 7: İlişkisel (Associative) Örtük Gelişme Modeli.....	30
Şekil 8: Koşullu örtük gelişme modeli (Dural, 2010).....	31
Şekil 9: ECLS-K (7809 kişi) Veri Seti için Tek Değişkenli Uç Değerler.....	38
Şekil 10: ECLS-K veri setinden rasgele seçilen 5000 kişilik alt örneklem için çok değişkenli uç değerler.....	39
Şekil 11: ECLS-K veri seti 7809 kişi için Matematik Puanları Grafiği.....	42
Şekil 12: t1, t2 ve t3 gözlenen değişkenlerine ait 3 ölçümlü doğrusal gelişme modeli.	44
Şekil 13: t2, t4, t5 ve t6 gözlenen değişkenlerine ait 4 ölçümlü karesel gelişme modeli (4K-ÖGM).....	47
Şekil 14: t1, t2, t4, t5 ve t6 gözlenen değişkenlerine ait 5 ölçümlü karesel gelişme modeli (5K-ÖGM).....	49

ÖZET

Boylamsal veriler kesitsel verilerden daha çok bilgi taşımalarından dolayı, nedensellik barındırdığı için ve dinamik olduğu için ayrıca uzun yıllar biriken veri miktarının çok olmasından dolayı son 40-50 yıldır daha çok ön planda durmaktadır. Bu tür verilerle oluşturulabilecek çok sayıda model türü ve bu verilerin test edilebileceği çok sayıda analitik yöntem (Hiyerarşik Lineer modelleme, Özbağlanımlı Modeller gibi) bulunmaktadır. Fakat son 30-40 yılda en fazla ön plana çıkan yöntem yapısal eşitlik modellemesidir. Yapısal eşitlik modellemenin bu derece ilgi görmesinin nedeni regresyon ve doğrulayıcı faktör analizini aynı potada eritebiliyor olması ve bu sayede kullanıcıya çok geniş modelleme alanı sunabiliyor olmasıdır. Yapısal eşitlik modellemenin bir diğer önemli özelliği doğrudan ölçülemeyen fakat göstergeler yoluyla yapısını oraya koyabildiğimiz altta yatan süreçleri modelleyebiliyor olmasıdır. Bu yapılara örtük yapılar denilmektedir. Aynı örtük yapıyı ölçtüğü düşünülen bir özellik farklı zaman dilimlerinde ölçüldüğünde bu örtük yapıdaki zamana bağlı değişim geleneksel yöntemlerle (t testi, ANOVA gibi) ölçülebilmekte ancak açıklanamayan varyans hata olarak kabul edilmektedir. Bu noktada örtük değişkenlerle yapısal eşitlik modellemeleri hem altta yatan yapının ikiden fazla zaman noktasında ölçülmesini sağlarken hem de modele eklenebilen zamana bağlı değişebilen ve değişmeyen yordayıcı değişkenler sayesinde geleneksel yöntemlerin hata olarak kabul ettiği varyansı açıklayabilmektedir. Çok değişkenli çoğu yöntem gibi sınırlılıkları ve varsayımları olan Örtük Gelişme Modellerinin doğru sonuçlar verebilmeleri için örneklem büyüklüğü büyük önem taşımaktadır. Aynı zamanda bu seçtiğimiz örneklem ne kadar sürede bir ölçülmeli ve kaç defa ölçülmeli gibi önemli ayrıntılar halen çalışılmaktadır. Bu çalışmanın amacı da gerçek verilerle yapılacak bir örtük gelişme araştırması için gerekli örneklem büyüklüğü ve ölçüm sayısı konusunda bir fikir oluşturabilmektir.

Anahtar Kelimeler: Örtük Gelişme Modelleri, ECLS-K, Yapısal Eşitlik Modelleme, Örneklem Büyüklüğü, Boylamsal Veri

ABSTRACT

Effect of Sample Size and Number Of Measurement on Latent Growth Models

Longitudinal data has been in the forefront of the last 40-50 years because of the fact that they carry more information than cross-sectional data, because it contains causality and is dynamic, and also because of the large amount of data accumulated over many years. There are many types of models that can be formulated with this kind of data, and there are many analytical methods (as Hierarchical Linear Modeling, Autocorrelated Models etc.) where these data can be tested. However, the most prominent method in the last 30 - 40 years is structural equation modeling. The reason why structural equation modeling has attracted so much interest is that it can melt the regression and confirmatory factor analysis in the same pot and thus offer a wide range of modeling opportunities to the user. Another important feature of structural equation modeling is that it can model the underlying processes that cannot be measured directly but with indicators, structures are shown to be the underlying effect. These structures are called latent structures. When a measure of indicators of the same latent structure is measured in different time periods, the change across time in this latent structure can be measured by conventional methods (such as t-test, ANOVA), but the unexplained variance is accepted as error. At this point, structural equation modeling with latent variables both allows the underlying structure to be measured at more than two time points, and can also explain the variance that traditional methods accept as errors thanks to time-varying and time-invariant predictor variables that can be added to the model. Like most multivariate methods, latent growth models have limitations and assumptions are of great importance in order to give accurate results. At the same time, important details such as how long and how many times a sample should be measured are still being studied. The aim of this study is to provide an idea about the sample size and the number of measurements required for a latent growth modeling research with real data.

Keywords: Latent Growth Models, ECLS-K, Structural Equation Modeling, Sample Size, Longitudinal Data

BÖLÜM I

GİRİŞ

Geçmişten beri araştırmacılar belirli bir andaki bir durumu ölçmeye odaklanmışlardır. Burada amaç var olan durumu saptamaya çalışmaktır. Bu amaçla kullandığımız veriler “kesitsel verilerdir” (*cross-sectional data*) ve ölçülen özelliğin gelişimi için bir bilgi vermez. Oysaki sosyal bilimlerinin temel gözlemlerinden biri insanların değiştiği gerçeğidir. Bu durumu “Değişmeyen tek şey değişimin kendisidir” sözüyle belirten Heraklitos, Efes’te M.Ö. 535 yılında doğmuştur. Burada değişim kavramı felsefi zeminde tartışılmış olsa da insanlık ölçmeye konu olan özelliklerin gelişimini izlemeye yönelik çalışmaları aradan geçen 2000 yılı aşkın süredir sürdürmüştür.

Zamana bağlı değişim (change over time) çok eski tarihlerden beri ilgi odağı olmakla birlikte, bu alandaki en büyük gelişmeler son 40-50 yılda olmuştur. Ölçmeye konu özelliğe ait ölçümlerin farklı zaman dilimlerinde toplanması ile “boylamsal veriler” (*longitudinal – panel – survey Data*) elde edilir. Boylamsal verilerin süreç içerisinde elde edilmesi verilerin birikmesine neden olmuş ve bu büyüklükte verilerin analiz edilebilmesi için yeni analitik yöntemler geliştirilmesini gerektirmiştir. Bildiklerimiz her geçen gün artıyor ve artan veriyi en etkin şekilde analiz edebilmek yeni yöntemlerin geliştirilmesini gerektiriyor (Bollen, 2007).

Boylamsal verilerin analizine yönelik yöntemlerin 19. yüzyılın başlarında geliştirilmeye başlandığı görülmektedir. Bu dönemdeki çalışmalar bireylerdeki değişim yerine sadece grup düzeyindeki değişime odaklanmaktaydı. 1820 yılında Gompertz ölüm oranlarının zamana bağlı değişimini matematiksel olarak ifade etmek için ölüm oranı fonksiyonu tanımlamaya çalıştı. Bu fonksiyonun görüntüsünün polinomiyal eğriler şeklinde olacağını göstermeye çalıştı. Bu çalışma zamana bağlı değişim alanında “Eğri (gelişim çizgisi) Analizi” (*Trajectory Analysis*) olarak nitelendirilebilecek ilk çalışmadır (Bollen ve Curran, 2006).

Gompertz’e yakın tarihlerde ise Vershult (1845, 1847) zamana bağlı nüfus artışının matematiksel formunu belirlemeye çalışıyordu. Ve nüfus artışının görüntüsünü verecek en uygun eğrinin logaritmik eğri olacağını düşünüyordu. Fakat Vershult da bireylerle değil grubun tamamı ile ilgileniyordu.

Quetelet (1835) insan vücudunun gelişimi ile ilgilendi. Kendinden önceki teorisyenlerden farklı olarak gelişimi etkileyen faktörlere (cinsiyet, sosyoekonomik durum vb.) odaklanmaktaydı (açıklayıcı -explaratory/covarite/predictor- değişkenler). Fakat Quetelet de bireyiçi (intraindividual) değişimdeki bireylerarası (interindividual) farklılıklarla ilgilenmiyordu (bir birey neden diğer bireylerden fazla ya da az bir değişim gösteriyor).

20. yüzyılın başlarında yapılan çalışmalar da bireyler yerine incelemeye konu olan grubun *toplam gelişmesini (aggregate growth)* merkeze alıyordu ve çoğu çalışmada karmaşık gelişim fonksiyonları ve eğrileri (polinom fonksiyonlar, lojistik eğriler, üssel eğriler vb.) çalışılıyordu. Robertson (1908) lojistik eğrilerle beyaz tavşanların gelişimini modelledikten sonra, bu modeller yardımıyla insan vücudunun gelişimini araştırdı. Robertson yaptığı çalışmalar sonucu insan vücudunun gelişim modeli için birden çok lojistik eğrinin üst üste eklenmesi gerektiği sonucuna vardı. Önceki teorisyenlerden farklı olarak Robertson, gelişimi açıklamak için altta yatan bir yapının (örtük yapı, underlying law of growth) keşfedilmesi gerektiğini düşünüyordu.

Reed, Pearl ve çalışma arkadaşları (Reed, 1921; Pearl, 1924, 1925; Reed ve Pearl, 1927; Reed ve Love, 1932) gelişim sürecinin matematiksel eşitliklerle özetlenmesinin tahmin etkinliğini arttırdığını fakat matematiksel modellerin gelişimi düzenleyen faktörleri ve nedenleri anlamaya yardımcı olamadığına inanıyorlardı. 20. yüzyılın ilk 30 yılında yapılan çalışmalar sonucunda birçok gelişim eğrisi ve fonksiyonu elde edildi. Fakat yapılan tüm çalışmalar halen bir grubun tamamının gelişimini açıklamaya çalışan tek bir eğriye odaklanıyordu (akt. Bollen ve Curran, 2006).

1930'larda grup içerisindeki her bir birey için bir eğri (gelişim çizgisi, trajectory) tahmin edilmeye başlandı. Üstelik bu eğriler diğer açıklayıcı değişkenlerin bir fonksiyonu olarak yazılıyordu. Bu çalışmalar arasında kilit öneme sahip olanı domuzların ağırlık gelişim eğrilerini hesaplayan Wishart'ın 1938 yılında yaptığı çalışmadır. Bu çalışmada deneysel desen kullanılarak, rastgele seçilen domuzlara düşük, orta ve yüksek düzeyde protein içeren yemler verilmiş ve domuzların ağırlık eğrisi, ölçülmek istenen bağımlı değişken olarak belirlenmiştir. 16 haftalık süreç sonunda Wishart her bir domuzun ağırlığı için ayrı bir parabolik uyum verecek eğriler hesaplamıştır. Her bir domuz için hesapladığı gelişme eğrileri bağımlı değişken olacak

şekilde deneyde kullandığı deneysel koşulları ve cinsiyeti kullanarak “*gelişme (değişme) oranını*” (*rate of growth/change*) tahmin edecek bir ANOVA modeli kullanmıştır. Bu çalışmanın araştırmaya konu tüm grubun yanında bireylerin de gelişim eğrilerinin incelendiği ilk çalışma olarak bilinmektedir. Yaklaşık 20 yıl sonra Griliches (1957) Amerika Birleşik Devletleri'nin çeşitli bölgelerinde melez mısırların gelişimlerini ve elde edilen kazancı hesaplamak için S şeklinde eğriler (lojistik eğriler, s-curve) kullanarak her bir bölge için başlangıç, eğim ve tepe değerleri hesaplamıştır.

1950'lerin neredeyse sonlarına kadar gelişme modelleri (eğrileri) ANOVA, ANCOVA ve MANOVA tipi analitik yaklaşımlar yardımıyla elle hesaplanıyor ve eğri ortalamaları arasındaki farklara bakılıyordu. 1954' te Baker yörünge (trajectory) modelleme amacıyla örtük değişkenlerin (latent variables) faktör analitik çerçevede (factor analytic framework) kullanmıştır. Bu yöntem gelişme sürecinin direkt ölçülen değişkenlerin değil tekrarlı ölçümlerin sonucu olduğu düşüncesiyle kullanılmıştır. Bu durumda altta yatan bir sürecin olduğu ve modellenmesi gerekenin bu süreç olduğu düşüncesi vardır. Baker bu yaklaşımı gösterebilmek için 7 günlük bir süreçte 75 şeftalinin gelişmelerini 20 tekrarlı ölçüm yaparak faktör analizini yapmıştır. Buradan 4 altta yatan örtük faktör (underlying latent factor) saptadı. Her bir faktörün büyüme mevsimi boyunca farklı büyüme aşamalarını temsil ettiği sonucuna varmıştır. Bir sonraki aşamada faktör analizinin karmaşık tekrarlı ölçümleri daha az sayıda faktöre indirgeyerek değişim örüntülerini daha iyi anlamada kullanılabileceği sonucuna varmıştır (akt. Bollen ve Curran, 2006).

Baker sınırlandırılmamış faktör analitik model (unrestricted factorial analytic model) kullanmıştır. 20 tekrarlı ölçümü kullanarak 4 faktör ortaya koyup oluşan faktör yüklerini yorumlamıştır. Fakat Tucker (1958) örtük değişkenli faktör analizini belirli bir değişim fonksiyonu kullanarak zamana bağlı alt bileşenleri (individual parts, gruptan bireye gibi düşünülebilir) ortaya çıkarmaya çalıştı. Yani örtük faktörleri kullanarak zamanı tekrarlı ölçümlerle ilişkilendiren, bilinen fonksiyon formları (eğrileri) kestirmeye çalışan bir yöntem önerdi. Genel amacı doğrusal olmayan fonksiyonlarla tutarlı ilişkiler kestiren faktöriyel bir model oluşturmaktı (Tucker, 1958).

Benzer şekilde Rao (1958) geleneksel gelişme modelleri, faktör analizi ve temel bileşenler analizi arasındaki ilişkiyi belirtmiştir. Gelişme eğrileri, gruplar arasındaki

farklılıklar üzerinde durmaktaydı fakat faktör analizinin gelişme modellerini ileriye taşıyabileceğini belirtmiştir (Rao, 1958).

Baker (1954) tekrarlı ölçümler kullanılarak örtük faktörlerin nasıl çıkarılacağını, Tucker (1958) ve Rao (1958) bu örtük faktörlerin belirli bir gelişim fonksiyonunu kestirecek biçimde nasıl parametrelendirilmesi gerektiğini ortaya koydu. Meredith ve Tisak (1984,1990) ise bu eğri modellerinin açımlayıcı örtük değişken yapı içine yerleştirilmesini önerdi. Çok çeşitli örtük eğri modellerinin kestirimi ve test edilmesinde “*Yapısal Eşitlik Modelleme*” (*Structural Equational Models*) nin gücünden yararlanılmıştır. Bu yöntemin temel ilkesi altta yatan, doğrudan gözlemlenemeyen örtük faktörlerin, gözlenen değişkenlerin (gösterge/observed indicators) kovaryanslarını ve ortalamalarını belirlediği şeklindedir. Meredith ve Tisak bu Genel Örtük Değişken Yaklaşımının Boylamsal Eğrilere (Longitudinal Trajectory) nasıl uygulanacağını göstermişlerdir (Aktaran: Bollen ve Curran, 2006).

ÖRTÜK GELİŞME MODELLERİ (ÖGM)

Ölçmeye konu olan özelliğin zamana bağlı gelişiminin izlenebilmesi (change over time) için aynı özelliğin farklı zaman dilimlerinde ölçülmesi gerekmektedir (*repeated measures – tekrarlı ölçümler*). Elde edilen boylamsal verilerin analizinde kullanılan geleneksel yöntemlerin (ilişkili örneklem için t testi, tekrarlı ölçümler için ANOVA) yanı sıra son yıllarda hızla gelişim gösteren “*Örtük Gelişme Modelleri*” (*Latent Growth Models, Latent Curve Models, Latent Growth Curve Models*) de bulunmaktadır.

Yapısal Eşitlik Modellemeye dayalı bir yöntem olan Örtük Gelişme Modelleri, boylamsal olarak ölçülmüş örtük değişkenlerdeki değişimin doğrulayıcı faktör analitik yapı içerisinde incelenebildiği çok düzeyli bir analizdir (Multilevel Analysis) (Willett ve Sayer, 1994).

Genel olarak bir ÖGM, bireyiçi model ve bireylerlerarası model olmak üzere iki düzeyden oluşur (Willett ve Sayer, 1994). *Bireyiçi model (Düzye 1 Model)*, zamana bağlı olarak her bir bireyin *ilk durumunu (initial status)* ve *değişim oranını (rate of change)* betimlemede kullanılır. Modelde ilk durum, model fonksiyonunda sabit (intercept) değerine; değişim oranı ise eğim (slope) değerine karşılık gelmektedir.

Düzyey 1'de zamana ilişkin değişimi temsil eden eğrinin bireyler açısından aynı fonksiyonel şekle sahip olduğu varsayılırken; bireysel parametreler farklı değerler alabilir. Başka bir deyişle, her birey farklı bir ilk durum ve/veya değişim oranı gösterebilir (Farrell ve diğerleri, 2005); ancak, değişim modelinde kullanılan fonksiyonun bütün bireyler arasında aynı olduğu varsayılır. Bireysel gelişim parametreleri ile değişimin tahminlendiği fonksiyon arasındaki ilişki ise *bireylerarası modelde (Düzyey 2 Model)* tanımlanır (Willett ve Sayer, 1994).

Örtük gelişme modellerine 1. düzyey model ile zamana bağlı bireyiçi değişim, 2. düzyey model ile değişimdeki bireylerarası farklılıklar ölçülebilmektedir. Ayrıca değişimdeki bu farklılıkları yordayan açıklayıcı değişkenlerin kullanılmasına olanak sağlamaktadır (Kline, 2005).

1.1. Örtük Gelişme Modelleri Hangi Koşullarda Kullanılabilir?

Eğer bir araştırmacı,

1. en az üç farklı zaman noktasında ölçülmüş sürekli bir bağımlı değişkene sahipse, (her ne kadar Kline (2005) bu ifadeyi kullanmış olsa da, Muthen ve Muthen tarafından geliştirilen Mplus yazılımı ile tüm veri türlerindeki bağımlı değişkenlerle analiz yapılabilmektedir (Muthén ve Muthen, 2017),
2. farklı zaman noktalarında alınan ölçümlerde aynı yapı ölçülmüş ise (zamana göre ölçüm değişmezliği -ölçmenin eşdeğerliği/measurement invariance- sağlanmış ise)
3. ölçümler bütün bireyler için aynı zaman aralıklarında alındıysa (zamana göre yapılandırılmış) (Kline, 2005), örtük gelişme modelleri geleneksel yöntemlere kıyasla daha avantajlı bir alternatif oluşturmaktadır. Söz konusu modeller temel olarak, bireyiçi değişimdeki sistematik bireylerarası farklılıkların betimlenmesine olanak sağlamaktadır (Sayer ve Cumsille, 2001).

Örtük gelişme modellerinin üstün oldukları bazı durumlar:

1. Hem bireysel hem de grup düzeyinde değişim düzeyleri kestirilmektedir.
2. Bireysel değişimi sadece lineer değil eğrisel bir yörünge de temsil edebilir.
3. Ölçmeler arasındaki zaman eşit bir şekilde aralıklandırılmak zorunda değildir (Yapar, 2014).

Örtük Gelişme modellerinin bu denli hızlı gelişim göstermesinin bazı nedenleri geleneksel yöntemlerin aşağıda listelenen yetersizlikleridir:

1. Gelişimin doğrusal olmadığı süreçlerde sadece iki tekrarlı ölçme uygulaması ile değerlendirme yapmak uygun değildir.
2. Özbağlanımlı modeller (Auto-regressive Models) ve tekrarlı ölçümler için varyans analizi (RM-ANOVA) gibi klasik yöntemlerde, gözlenen değişkenlerin hatadan arınık olduğu varsayılmakta ve gözlenen değişkenlerin altında yatan örtük yapıdaki (latent construct) değişimden çok doğrudan gözlenen verideki değişim modellenmektedir. Buna karşın yapısal eşitlik modellemeleri kapsamında yer alan ölçme modellerinde, doğrudan ölçülemeyen örtük değişkenler modele dâhil edilmekte ve bu şekilde örtük değişkenler tarafından gözlenen değişkenlerdeki açıklanmayan varyans yani hata, modelde yer alan parametrelerin tahminlenmesinde hesaba katılabilmektedir (Dural, 2010).
3. Varyans analizinde değişim örüntüsünün bütün bireyler için aynı olduğu varsayılmak suretiyle gözlenen bireylerarası farklılıklar, hata varyansı olarak ele alınırken (Cheung, 2007); örtük gelişme modellerinde açıklanması gereken bir etki olarak ele alınmakta ve modele eklenen birtakım açıklayıcı değişkenler aracılığıyla yordanabilmektedir (Duncan ve Duncan, 2004). Bu özellik, değişim örüntülerindeki bireylerarası farklılıkları yordamaya imkân vererek araştırmacılar açısından önemli bir avantaj sağlamaktadır.
4. Geleneksel yöntemler, zaman içerisindeki birey-içi değişimin ve değişimdeki bireyler-arası varyasyonun incelenmesine olanak sağlamamaktadır (Welch, 2007; Dural, 2010; Duncan ve Duncan, 2009).

Son yıllarda hızlı bir gelişim gösteren yapısal eşitlik modellemeleri kapsamında yer alan örtük gelişme modellerinin temelleri 1950'lerde atılmış (Rao, 1958; Tucker, 1958) ve yapısal eşitlik modellemeleri kapsamında çalışılmaya başlanması ile (McArdle, 1988) popülerliği artarak devam etmiştir. Ardından eğitim (örneğin, Aşkar ve Yurdugül, 2009; De Fraine, Van Damme ve Onghena, 2007; Ingels ve ark., 1994; Lawrence ve Hancock, 1998; McCoach ve ark., 2006; Muthén, 1991; Shapka, Domene ve Keating, 2006; Shevlin ve Millar, 2006), klinik psikoloji (örneğin, Cacioppo ve ark.,

2006), gerontoloji (örneğin, Jones ve Meredith, 1996; Walker ve ark., 1996), madde kötüye kullanımı (örneğin, Duncan ve Duncan, 1996), gelişim psikolojisi (örneğin, Farrell ve ark., 2005), endüstri ve örgüt psikolojisi (örneğin, Chan ve Schmitt, 2000; Lance, Vandenberg ve Self, 2000; Ployhart ve Hakel, 1998; Vandenberg ve Self, 1993) ve biyometri (örneğin, McArdle ve ark., 1998) gibi birçok farklı disiplinde yaygın bir şekilde kullanılmaya başlanmıştır (Dural, 2010).

1.2. Örtük Gelişme Modellerinin Kavramsallaştırılması

Zamana bağlı olarak belirli bir özellikteki söz konusu değişim, modelde temel analiz birimi olan gelişim çizgileri aracılığıyla incelenmektedir. Bu bölümde tek bir birey için bir gelişim çizgisi eşitliği ve grafiğinden başlayarak tüm grup için gelişim çizgisi eşitliği ve grafiği elde edilerek Örtük gelişme modellerinin kavramsallaştırılması sağlanacaktır.

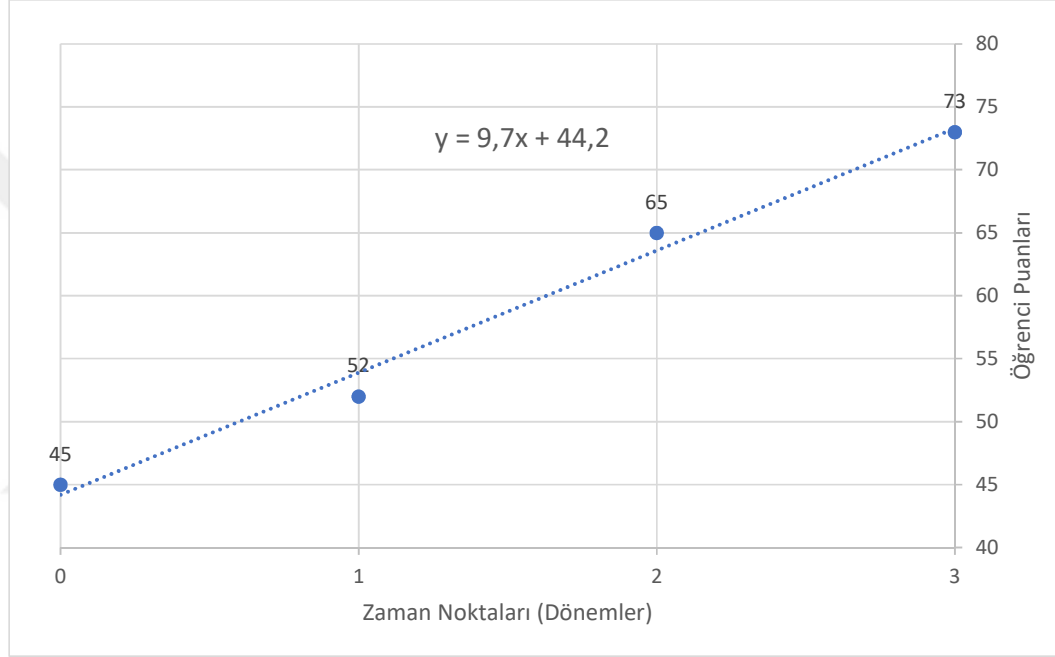
Bollen ve Curran (2006) ile Dural'ın (2010) da kullandığına benzer bir yöntemle kavramsallaştırma, temel matematik becerilerinin gelişiminin izlenmesi amacıyla beş öğrenciye dört dönem boyunca dönem sonlarında (altı ayda bir) aynı özelliği ölçen bir testin uygulandığı hipotetik bir araştırma durumu ile yapılacaktır. Öğrencilere uygulanan test sonucu elde edilen puanlar Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1: Beş Öğrenciye Dört Dönem Sonunda Uygulanan Temel Matematik Becerileri Test Puanları

Öğrenci No	Dönem Sonu Puanları			
	1.Dönem	2.Dönem	3.Dönem	4.Dönem
1	45	52	65	73
2	45	57	52	40
3	60	65	72	80
4	63	55	57	65
5	48	53	50	71

Tablo incelendiğinde 1 numaralı öğrencinin temel matematik becerileri testinden 1. Dönem sonunda 45, 2. Dönem sonunda 52, 3. Dönem sonunda 65 ve 4. Dönem sonunda 73 puan aldığı gözlemlenmiştir. Bu yüzden bu test sonuçlarına

gözlenen puanlar (observed scores) denilmektedir. Bu öğrencinin temel matematik becerisinin zaman içerisindeki değişimini kestirmek için zaman bağımsız değişken ve test puanları bağımlı değişken olacak şekilde dört zaman noktası için öğrencinin yordanan temel matematik beceri puanları Şekil 1'deki regresyon doğrusu yardımıyla hesaplanabilir.

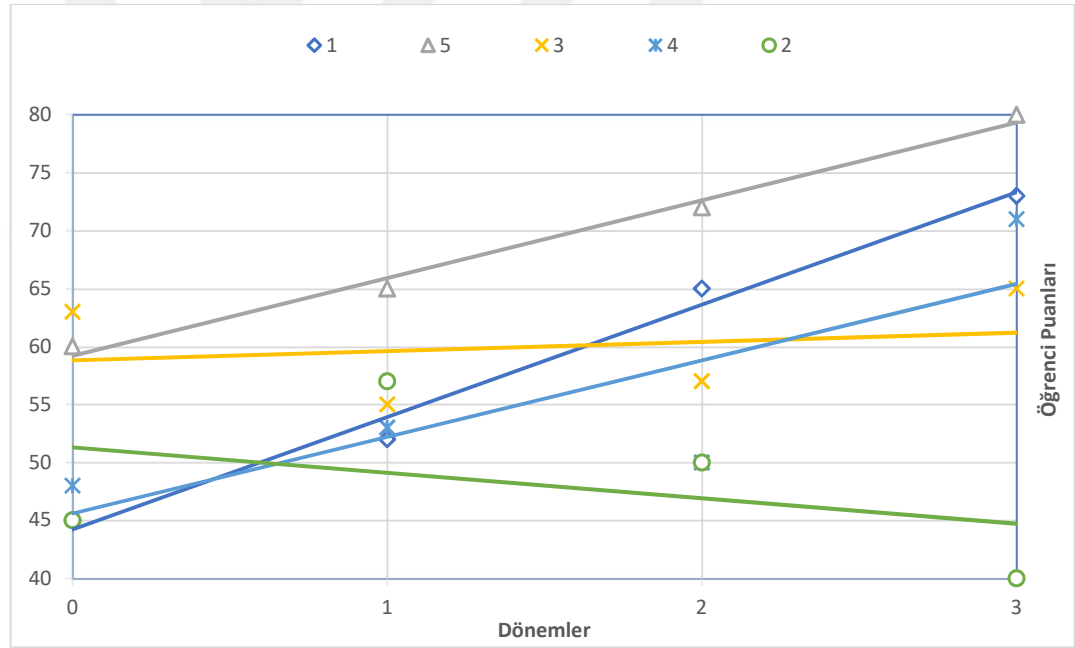


Şekil 1: 1 numaralı öğrencinin dört farklı zaman noktasındaki gözlenen ve yordanan test puanları

Şekil 1'de elde edilen regresyon doğrusu 1 numaralı öğrencinin gelişim çizgisidir. Gelişim çizgilerinin formu her zaman doğrusal (linear) olmak zorunda değildir. Ölçülen özelliğe bağlı olarak değişebilir ve doğrusal olmayan (nonlinear) formlar da (örneğin; parabolik) olabilir (Bollen ve Curran, 2006).

Gelişim çizgileri basit doğrusal regresyonla elde edildiğinden dolayı aynı özellikleri paylaşmaktadırlar. Her gelişim çizgisi için kesim noktası (α , *intercept*) ve eğim (β , *slope*) parametreleri tanımlanmaktadır. Bu örneğimizde kesim noktası 44,2 ve eğim 9,7 olarak bulunduğundan gelişim doğrusunun denklemi $y = 44,2 + 9,7x$ olarak bulunur (x zaman noktası, y test puanı olmak üzere). Dolayısıyla burada bulunan denklem aracılığıyla bir numaralı öğrencinin herhangi bir zaman noktasındaki test puanı kestirilebilir. Bu eşitlik bireyiçi değişimin bir tahmini olarak düşünülebilir (Düzey 1).

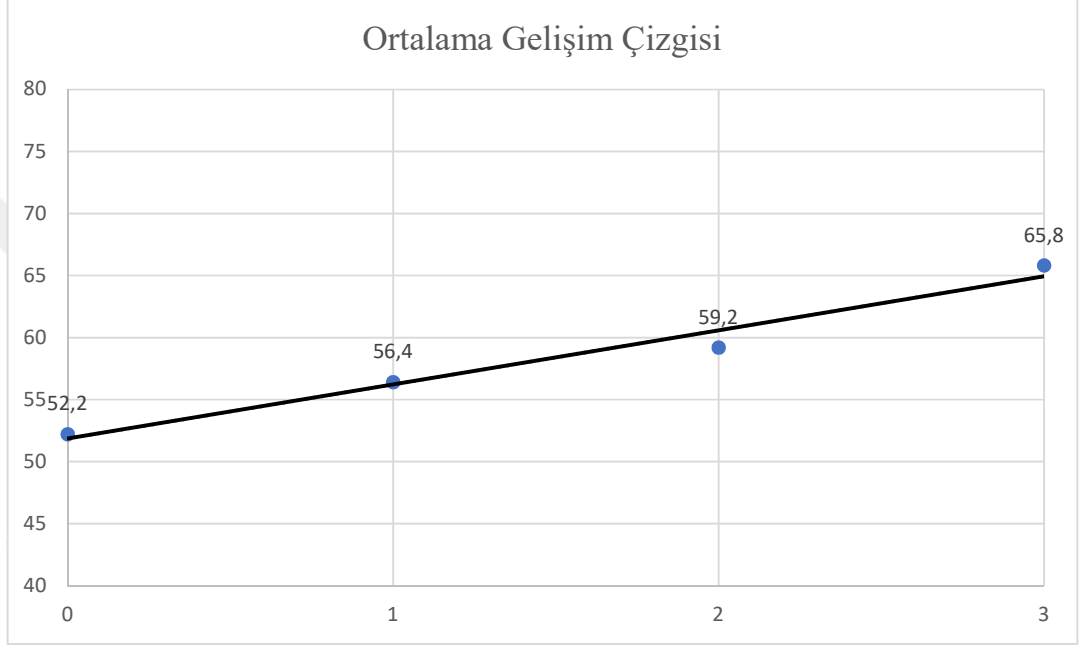
Birey sayısı arttıkça bireyiçi değişim yanında, bireylerarası farklılıklar da gözlemlenebilecektir. Bireyiçi değişimdeki bireylerarası farklılıklar da gelişim çizgileri ile tahminlenebilmektedir (Duncan ve diğerleri, 2009). Şekil 2 incelendiğinde her öğrencinin ayrı bir kesim noktası ve eğimi vardır. Ayrıca her öğrenci için farklı bir gelişim çizgisi vardır. Örneğin; 1 numaralı öğrenci en küçük kesim noktasına sahip iki öğrenciden biri olmasına rağmen zaman içinde sürekli puanını arttırmış ve en yüksek eğime (gelişim oranı, rate of change) sahip olmuştur. 2 numaralı öğrencinin başlangıç puanı 1 ve 4 numaralı öğrencilerden daha yüksek olmasına rağmen zaman ilerledikçe düşmüştür.



Şekil 2: Beş öğrencinin dört farklı zaman noktasındaki gözlenen ve yordanan Temel Matematik Beceri test puanları

Kişi sayısı arttıkça hem kesim noktalarının hem de eğimlerin bir dağılımı olacaktır ve dolayısıyla her iki parametre için ortalama ve varyans değerleri hesaplanabilecektir. Kesim noktalarının ortalaması ile eğimlerin ortalaması kullanılarak, başka bir deyişle tüm bireylere ait gelişim çizgileri birleştirildiğinde ise grubun Temel Matematik Becerilerini tahminleyen tek bir gelişim çizgisi (Şekil 3) elde edilmiş olur. Bu gelişim çizgisine *ortalama gelişim çizgisi* denir. Bu durumda bireylerin gelişim

çizgileri ortalama gelişim çizgisinden sapma miktarına göre yorumlanabilmektedir. Buradan elde edilen varyasyon bireyiçi değişimdeki bireylerarası farklılıkları analiz etmek için kullanılmaktadır (Düzey 2). Modele eklenen açıklayıcı değişkenler yardımı ile de elde edilen farklılıkların nedenleri araştırılmaktadır.



Şekil 3: Beş Öğrenci için Tahminlenen Ortalama Gelişim Çizgisi

Buraya kadar kullandığımız kavramsallaştırma çerçevesi Bollen ve Curran'ın (2006) vaka bazında inceleme (case by case approach) yaklaşımıdır. Bu yaklaşımda en küçük kareler yöntemi ile basit doğrusal regresyon kullanılmaktadır. Bu yöntem kavramsallaştırma açısından ve her bireyi tek tek incelemesi açısından iyi olsa da birçok sınırlılığı vardır. Örtük gelişme modellerinin formülleştirilmesi kısmında ifade edeceğimiz en küçük kareler yönteminin hata varyansları için kısıtlayıcı sayıltıları vardır. Ayrıca oluşturduğumuz ortalama gelişim çizgisinin model veri uyumunu test edecek istatistikler elde edilememektedir. Bu yüzden formülleştirme kısmından sonra örtük gelişme modellerine yapısal eşitlik modelleri yaklaşımını inceleyeceğiz. Yapısal eşitlik modellemesi çoğu katı sınırlılığın üstesinden gelmekte ve model veri uyumu test edilebilmektedir (Bollen ve Curran, 2006).

1.3. Örtük Gelişme Modellerinin Formülleştirilmesi

Hipotetik Temel Matematik Becerileri Test sonuçları kapsamında çizdiğimiz 1 numaralı öğrencinin gelişim çizgisi baz alındığında bu öğrenci için $y = 44,2 + 9,7x$ doğru denklemini bulmuştuk. Testin ilk uygulandığı zaman noktası 0 olduğu için ve bu denklemde zaman noktaları x ile ifade edildiği için x yerine 0 yazıldığında 1 numaralı öğrencinin tahminlenen puanı 44,2 olmaktadır. Öğrencinin gözlenen puanı ile kestirilen puanı arasında 0,8 puan fark vardır. Bu durumda denklemimize hata puanı eklememiz gerekmektedir. Örtük Gelişme Modelinde kesim noktasını α , eğimi β , zaman noktalarını (time trend variable) λ_t ($t=1,2,\dots,T$ ve $T>1$), y_t ilgili zaman noktasında uygulanan test sonucu ve ε_t yi de ilgili zaman noktasındaki seçkisiz hata (bozulma) varyansı (disturbance) olarak aldığımızda gelişim çizgisinin denklemi;

$$y_t = \alpha + \lambda_t \beta + \varepsilon_t \quad (1)$$

olarak bulunur.

Bulunan eşitlik, ölçülen test puanlarının en küçük kareler yöntemi (the ordinary least-squares) uygulanarak elde edilen bir regresyon doğrusunun denklemi olduğu için bazı sayıltıların ortaya konulması gerekmektedir.

Her t için $E(\varepsilon_t) = 0$: Hata varyanslarının ortalaması 0'a eşittir.

$COV(\lambda_t, \varepsilon_t) = 0$: Zaman noktası ile hata varyansının ilişkisiz olduğu varsayılır.

$COV(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+j}) = 0$: Herhangi iki hata varyansı arasında ilişki yoktur.

Eşitlik 1 tüm grup için yazılacak olursa,

$$y_{it} = \alpha_i + \lambda_t \beta_i + \varepsilon_{it} \quad (2)$$

eşitliği elde edilir. Eşitlik 2, Düzey 1 (bireyiçi değişim) eşitliğidir. Bu eşitlikte her birey için kesim noktası, eğim ve hata varyansı seçkisiz (random) ve zaman değişkeni sabit (fixed) katsayıdır. Eşitlik 2 herhangi bir i bireyi için λ_1 zaman noktasında düzenlenecek olursa $y_{i1} = \alpha_i + \varepsilon_{i1}$ olur. Bu durum birinci zaman noktasında ölçülen kesim noktası ile tahminlenen kesim noktasının eşit olmasını sağlar (Bollen ve Curran, 2006).

Zamana bağlı değişim doğrusal olarak incelenmek istendiğinde zaman noktaları eşit zaman aralıklarını temsil etmelidir. Yani ölçümlerin 1'er ay arayla veya 6'şar ay arayla alınması gerekir. Bu durumda zaman değişkenine λ_t eşit aralıklı değerler (1,2,3,...,t) veya (-2,0,2,4,...,2n) atanır. Eğer ölçülecek özelliğin gelişiminin karesel (quadratic) olduğu düşünülüyorsa zaman değişkeni değerleri de karesel (0,1,4,9,...)

olmalıdır (Bollen ve Curran, 2006). Zaman noktalarının ayarlanması (coding of time) çok farklı yöntemlerle belirlenebilmektedir.

Her bir bireye ait kesim noktasının ve eğimin, sırasıyla kesim noktalarının ortalamasından (μ_α) ve eğimlerin ortalamasından (μ_β) sapma miktarlarını ($\zeta_{\alpha i}$, $\zeta_{\beta i}$) (disturbance) veren eşitlik 3 ve eşitlik 4 ise Düzey – 2’yi (Bireyiçi değişimdeki bireylerarası farklılıklar) oluşturmaktadır. (Bollen ve Curran, 2006)

$$\alpha_i = \mu_\alpha + \zeta_{\alpha i} \quad (3)$$

$$\beta_i = \mu_\beta + \zeta_{\beta i} \quad (4)$$

Bu iki eşitlikte dikkat edilmesi gereken durum bireyin kesim noktası ve eğim parametrelerinin tüm grubun sırasıyla kesim değerlerinin ve eğimlerinin ortalaması ile sapma puanlarının bir fonksiyonu olduğudur. 3. ve 4. eşitlikler 2. eşitlikte yerine yazılır ve ardından sabit parametreler ile seçkisiz parametreler ayrı ayrı gruplanırsa eşitlik 5 bulunur:

$$y_{it} = (\mu_\alpha + \lambda_t \mu_\beta) + (\zeta_{\alpha i} + \lambda_t \zeta_{\beta i} + \epsilon_{it}) \quad (5)$$

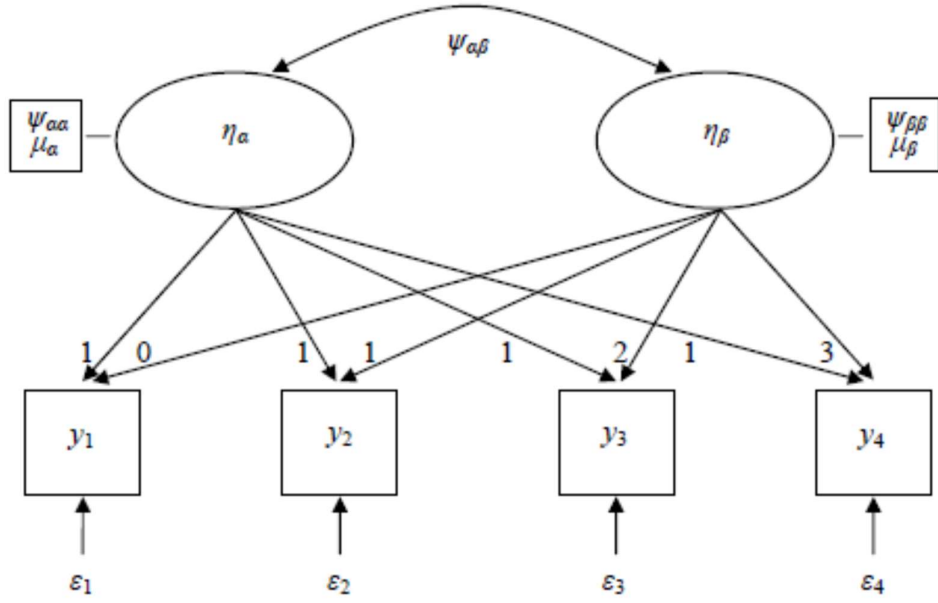
Bu eşitlikteki eğimlerin ortalaması ve kesim noktalarının ortalamasından oluşan ilk parantez tüm bireyler için sabit olduğundan ve kişiden kişiye değişmediği için *sabit etkiler bileşenini* (*fixed-effects component*) ifade eder ve grubun genel özelliklerini belirtir. Her birey için değişebilen kesim noktası ve eğim parametrelerine ait sapma puanları ile birey ve zaman noktasına göre değişebilen hata varyansı *seçkisiz etkiler bileşenini* (*random-effects component*) ifade eder.

1.4. Örtük Gelişme Modellerine Yapısal Eşitlik Yaklaşımı

Gelişme çizgileri modellemesinin amaçlarından biri tekrarlı ölçümlerin oluşma nedeni olan gözlenemeyen bir gelişim çizgisi tahminlemek ve buradan elde edildiği düşünülen tekrarlı ölçümleri test etmek ve kullanmış olmaktır. Buradan yola çıkacak olursak tahminlemeye çalıştığımız gelişim çizgisi örtük bir yapıdır (Latent Construct), yani doğrudan gözlemlenmemektedir fakat tekrarlı ölçümler sayesinde var olduğunu çıkarsamaktayız (Bollen, 2002).

Bu durumda örtük değişkenli yapısal eşitlik modelleme ile gelişim çizgisi modelleme arasında bağlantı kurulabilecektir. Daha önce farklı bireylerden alınan kesim

noktaları ile eğim parametrelerinin bir dağılıma sahip olacağı üzerinde durulmuştur. Bu durumda ortalama kesim noktası ve ortalama eğimin bireylerin bu parametrelerinin altında yatan yapı olduğu düşünülecek olursa ortalama kesim noktası ve ortalama eğim birer örtük yapı olarak düşünülebilir (Muthén ve Khoo, 1998). Dört zaman noktasında ölçülen bir özelliğe ait örtük gelişme modelinin yapısal eşitlik diyagramı aşağıda Şekil 4'deki gibidir.



Şekil 4: Dört zaman noktasında alınan tekrarlı ölçümlere ait doğrusal örtük gelişme modeli (Şekil: Dural, 2010)

Şekil 4'te verilen yol diyagramı aslında daha önce tanımladığımız

$$y_{it} = \eta_{\alpha i} + \lambda_t \eta_{\beta i} + \varepsilon_{it} \quad (\text{Düzey 1})$$

$$\eta_{\alpha i} = \mu_{\alpha} + \zeta_{\alpha i} \quad (\text{Düzey 2})$$

$$\eta_{\beta i} = \mu_{\beta} + \zeta_{\beta i} \quad (\text{Düzey 2})$$

eşitliklerinin bir resmi gibi düşünülebilir.

Şekil 4'deki diyagramda elips ile gösterilen örtük yapılardan birincisi *ilk durum örtük gelişim faktörü* (*initial status latent growth factor*, η_{α}) ve ikinci ise *değişim oranı gelişim faktörü* (*rate of change growth factor*, η_{β}) olarak adlandırılır. η_{α} kesim noktalarını, η_{β} ise eğimleri ifade eden faktörlerdir. Diyagramda bu iki faktörün

göstergeleri (indicators) dikdörtgen/kare şeklindeki kutu içindeki y_t ile gösterilmiştir. Burada y , her i bireyi için her t zaman noktasında elde edilen tekrarlı ölçümlerdir. Göstergeler ve gelişim faktörleri birbirleriyle faktör yükleri matrisi (Λ) ile ilişkilendirilmiştir. Fakat doğrulayıcı faktör analizinden farklı olarak gelişme modellerinde faktör yükleri sabittir. İlk durum gelişme faktöründen göstergelere doğru olan faktör yükleri 1'e sabitlenmiştir. Bu durum ilk durum faktörünün farklı zaman noktalarındaki tekrarlı ölçümleri eşit düzeyde etkilediği şeklinde değerlendirilir. Değişim oranı örtük gelişme faktörünün faktör yükleri λ_t değerleridir ve ölçüldüğü düşünülen yapının gelişim eğrisine göre belirlenir. Daha önce bahsettiğimiz doğrusal ve doğrusal olmayan modellerde farklı seçilebilmektedir. Bu tez çalışmasında doğrusal modeller çalışılacağından dolayı değişim oranı örtük gelişme faktörünün faktör yükleri 0, 1, 2, 3, ... değerlerine sabitlenecektir. $\varepsilon_1 - \varepsilon_4$, gözlenen değişkenlerdeki iki gelişme faktörü tarafından açıklanamayan hata varyanslarıdır. μ_α , bireylerin kesim noktalarının ortalaması ve μ_β ise bireylerin eğimlerinin ortalamasıdır.

Son olarak, ilgili diyagramda üç yeni terim bulunmaktadır. Bunlardan birincisi, ilk durum örtük gelişim faktörünün varyansı olan $\psi_{\alpha\alpha}$ 'dir. Bu değer bireylerden elde edilen kesim noktası parametre değerlerinin varyansına, yani bireysel kesim noktası değerlerinin ortalama kesim noktası parametresinden sapma puanı olan $\zeta_{\alpha i}$ 'lerden elde edilen varyans değerine karşılık gelmektedir. Diyagramda verilen ikinci terim değişim oranı örtük gelişim faktörünün varyansı olan $\psi_{\beta\beta}$ 'dir ve bireylerden elde edilen eğim parametre değerlerinin varyansına, yani bireysel eğim değerlerinin ortalama eğim parametresinden sapma puanı olan $\zeta_{\beta i}$ 'lerden elde edilen varyans değerine karşılık gelmektedir. Diyagramdaki son terim olan $\psi_{\alpha\beta}$ ise ilk durum örtük gelişim faktörü ile değişim oranı örtük gelişim faktörü arasındaki kovaryanstır. Söz konusu parametre, kesim noktası ve eğim parametreleri için bireylerden elde edilen değerler arasındaki kovaryansa, yani bireysel $\zeta_{\alpha i}$ ve $\zeta_{\beta i}$ 'lerden elde edilen kovaryans değerine karşılık gelmektedir (Dural, 2010).

Düzyey 1 ve Düzyey 2'yi belirten eşitlikler diyagram ile gösterilebileceği gibi yapısal eşitlik modelleme kapsamında matris eşitlikleri şeklinde de gösterilebilir. Örneğin; eşitlik 2 matris terminolojisi ile

$$y = \Lambda\eta + \varepsilon \quad (6)$$

şeklinde yazılmaktadır (Bollen ve Curran, 2006).

y: tekrarlı ölçümlerin sütun vektörü

Λ : faktör yükleri matrisi

η : örtük gelişim faktörlerini sütun vektörü

ε : model tarafından açıklanamayan varyansların sütun vektörü

olmak üzere eşitlik 6'nın oluşturmuş olduğumuz hipotetik örneğimiz ve/veya diyagramda gösterdiğimiz modelin matris elemanları ile gösterimi aşağıdaki gibidir (Bollen ve Curran, 2006):

$$\begin{pmatrix} y_{i1} \\ y_{i2} \\ y_{i3} \\ y_{i4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{i1} \\ \varepsilon_{i2} \\ \varepsilon_{i3} \\ \varepsilon_{i4} \end{pmatrix} \quad (7)$$

Benzer şekilde Düzyey 2 eşitlikleri, eşitlik 3 ve 4 matris eşitliği ve matris elemanları ile aşağıdaki gibi gösterilir.

$$\eta = \mu_\eta + \zeta \quad (8)$$

$$\begin{pmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu_\alpha \\ \mu_\beta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \zeta_{\alpha i} \\ \zeta_{\beta i} \end{pmatrix} \quad (9)$$

1.5. Model Tahmin Yöntemi

Yapısal eşitlik modellerinden farklı olarak örtük gelişme modellerinde kovaryans yapısına (covariance structure) ek olarak değişkenlerin ortalama yapısı (mean structure) da modele dâhil edilmektedir. Bu nedenle örtük gelişme modellerinde model veri uyumu incelenirken gözlenen ve yeniden üretilen kovaryans matrislerinin yanında gözlenen ortalamalar ile model tarafından üretilen popülasyon ortalamaları da karşılaştırılmaktadır (Muthén ve Khoo, 1998; Bollen, 2006).

Örtük gelişme modellerinin model tahmini, yapısal eşitlik modellerinde en çok kullanılan, *maksimum olabilirlik tahminleme yöntemi (maximum likelihood estimation method)* ile yapılmaktadır. Maksimum olabilirlik yöntemi, veri ile üretilen ortalama ve kovaryans matrisi ile model tarafından yeniden üretilen ortalama ve kovaryans

matrisinin yakınsama olasılığını maksimize eden bir tahminleme yöntemidir. Fakat kayıp verinin olduğu, normal dağılımın sağlanmadığı veya gösterge değişkenlerin kategorik olduğu durumlarda farklı model tahminleme yöntemlerinin kullanılması daha doğru sonuçlar verebilmektedir (Muthén ve Khoo, 1998).

Normal dağılıma sahip sürekli değişkenli veri için maksimum olabilirlik (ML); normal dağılımın olmadığı sürekli değişkenli veri için MLR/MLM (ML robust to non-normality and standart errors, MLM sadece kayıp veri olmadığında kullanılır); çok düzeyli (Kümelenmiş, Yuvalanmış, Clustered Data) veri için Quasi-ML (MUML) ve kategorik değişkenlerden oluşan veri için ağırlıklandırılmış en küçük kareler yöntemi (WLS) tahminleme yöntemleri kullanılabilir (Muthén&Muthén, 2017). Fakat bu yöntemler her yapısal eşitlik modelleme yazılımında bulunmadığı gibi her yazılımda da birebir aynı sonuçları vermeyebilmektedir (Rossee; Bayram, 2010).

Bu çalışmanın analizinde R programında çalışan lavaan (Yves Rossee, 2012) paketi ve lavaan ile tahminlenen modelleri kullanan semTools (Jorgensen ve arkadaşları, 2018) ve semPlot (Epskamp, 2015) paketleri kullanılacaktır. Lavaan paketi ile literatürde bilinen çoğu tahminleme yöntemi kullanılabilir. Analiz edilecek veri çok değişkenli normallik varsayımlarını karşılamadığı ve kayıp veri barındırdığı için MLR tahminleyicisi kullanılacaktır. lavaan paketinde MLR tahminleyicisi kullanıldığında test istatistiğine Yuan-Bentler düzeltmesi (MPLUS varyantı) uygulanarak, ML varsayımlarına karşı dirençli bir tahminleme yapılmaktadır. Standart hata tahminlemede ise dirençli standart hata tahmini yapan Huber-White yöntemi kullanılmaktadır. Kayıp verinin olduğu durumlarda model tahmini komut satırına missing= “ML” yazılmalıdır. Aksi takdirde kayıp veriler liste bazında silinip sadece tam veri ile işleme devam edilmektedir. missing = “ML” durumunda lavaan kayıp verideki örüntüleri tespit edip (MCAR (tamamen seçkisiz kayıp) veya MAR (seçkisiz kayıp)) tam bilgi (full information) maksimum olabilirlik uygulamaktadır.

1.6. Model-Veri Uyumunun Değerlendirilmesi

Örtük gelişme modellemede, yapısal eşitlik modellemede olduğu gibi model tahminleme süreci gözlenen değişkenlere ait varyans/kovaryans matrisi ile model tarafından üretilen varyans/kovaryans matrisleri arasındaki farkın minimize edilmesiyle sağlanır. Bu süreç sonunda matrisler arasında elde edilen en küçük fark $F_{(min)}$ örneklem

büyüklüğü ile çarpılarak χ^2 test istatistiği ve model bileşenlerinin/parametrelerinin tahminleri elde edilir. Model veri uyumu parametre tahminlerinin anlamlılığı ve/veya χ^2 istatistiği ile bu istatistiği kullanarak oluşturulan indeksler aracılığı ile incelenmektedir. Çok sayıda indeks üretilmesine rağmen indekslerin kritik kesim noktaları, kullanılabilecekleri modeller/uygulamalar veya hangilerinin kullanılmasının daha etkili olduğu gibi konular halen tartışma konusudur (Lai ve Green, 2016; Hooper ve diğerleri, 2007).

Model veri uyumu bağlamında bu çalışmada için ki-kare (χ^2 test statistics) test istatistiği, CFI, RMSEA ve SRMR indeksleri incelenecektir. Değerlendirmede kullanılan indekslerin seçilme nedenleri aşağıda incelenmiştir.

χ^2 Test İstatistiği: Ki-kare testi model uyumunun değerlendirilmesinde kullanılan temel ölçüttür. Uyum indekslerinin çoğu ki-kare ve serbestlik derecesi kullanılarak oluşturulmuştur. Ki-kare testinin p değeri anlamlı değilse ($p > .05$) model-veri uyumu iyidir sonucuna ulaşılmaktadır (Kline, 2005; Hu ve Bentler, 1999). Bu nedenle “uyum kötülüğü” olarak da isimlendirilir (Kline, 2005). Uyum indekslerinin temeli ve uyumun temel göstergesi olduğu için ki-kare test istatistiği, serbestlik derecesi ve p anlamlılık değeri ile birlikte yapısal eşitlik sonuçları arasında her zaman raporlanmaktadır. Fakat ki-kare aşağıdaki nedenlerden dolayı araştırmacılar tarafından kullanışlı bulunmamaktadır:

1. Ki-kare değeri örneklem büyüdükçe çok şiddetli şekilde büyümekte, diğer taraftan küçük örneklemelere sahip kötü modellerde iyi uyum verebilmektedir (tip II hata) (Hu ve Bentler, 1999; Anderson ve Gerbing, 1984). Çok iyi tanımlanmış olsa dahi, büyük örneklemeye sahip modeller neredeyse her zaman ret edilmektedir (Hooper ve arkadaşları, 2008). Newsom’a (2018) göre neredeyse 200 kişiden büyük örneklemeye sahip her model ret edilmektedir.
2. Modeldeki değişken sayısı arttıkça ki-kare değeri büyüdüğü için anlamlı çıkmaktadır.
3. Modeldeki değişkenlerin dağılımından etkilenmektedir. Basıklığı ve çarpıklığı yüksek olan değişkenler ki-kare değerini büyütmektedir. (Newsom, 2018).

CFI ve TLI: Değerleri basit modellerin yanlış tanımlanmasına orta düzeyde hassasken daha karmaşık modellerin yanlış tanımlanmasına karşı aşırı hassas olduğu belirtilmiştir. TLI verinin dağılımından ve örneklem büyüklüğünden daha az etkilenir (Bollen, 1990). Örneklem büyüklüğünden en az etkilenen indekslerden biri olduğu için CFI, yapısal eşitlik modelleme çalışmalarında en fazla kullanılan indekslerden biri olmuştur (Fan ve arkadaşları, 1999). Ayrıca CFI, örneklem büyüklüğünün 250'den küçük olduğu durumlarda daha iyi sonuçlar vermektedir. CFI ve TLI için 0.95 ve üstündeki değerler model veri uyumunun iyi olduğunu göstermektedir (Hu ve Bentler, 1999). Aşağıdaki verilen CFI formülünde m; test edilen modeli, b; ise bağımsız modeli ifade etmektedir (Bayram, 2010).

$$CFI = 1 - \frac{\chi_m^2 - sd_m}{\chi_b^2 - sd_b}$$

SRMR (standardize edilmiş kalıntıların ortalama kare kökü): Gözlenen ve tahminlenen korelasyon değerlerinin kalıntıları arasındaki fark standardize edilerek hesaplanan uyum ölçüsüdür. Diğer indekslerden farklı olarak ki-kare istatistiği temelli olmadığı için ki-karenin dezavantajlarını taşımamaktadır (Newsom, 2018). Hu ve Bentler'e (1999) göre küçük örneklem ve serbestlik derecesinde olumlu anlamda etkilenir ve değeri yanlıdır. Çalışılan tüm indeksler arasında basit model tanımlama hatalarına karşı en hassas olan indeks olmuştur. Karmaşık modellerin tanımlama hatalarına orta düzeyde hassas olarak değerlendirilmiştir. Veri dağılımı ve örneklem büyüklüğüne daha az hassas olarak belirtilmiştir. Özellikle ML bazlı tahminleme yöntemlerinde 250 den küçük örneklemelerde daha iyi sonuçlar vermektedir. 0.08 den küçük SRMR değerleri iyi uyum olarak değerlendirilir (Hu ve Bentler, 1999; Hu ve Bentler, 1998). Aşağıda verilen SRMR formülünde; s_{ij} gözlenen kovaryans matrisinin bir elemanı, σ_{ij} modele ilişkin tahmini kovaryans matrisinin bir elemanı, p gözlenen değişken sayısıdır (Bayram, 2010).

$$SRMR = \sqrt{\frac{2}{p(p+1)} \sum_{i \leq j} \frac{[s_{ij} - \sigma_{ij}(\theta)]^2}{s_{ii} \cdot s_{jj}}}$$

İndekslerin Değerlendirilmesi Konusunda Bazı Görüşler: Bir modele yeni değişkenler eklendiğinde RMSEA değerinin daha iyi uyum verecek şekilde gelişirken,

her zaman geçerli olmasa da CFI ve TLI indekslerinin değeri düşmektedir. Bir anlamda değişken sayısı arttıkça model veri uyumu, indeksler bağlamında kötüleşmektedir. (Kenny ve McCoach, 2003). Fakat Hu ve Bentler (1998) CFI indeksinin örneklem büyüklüğünden etkilenmediğini ifade etmişlerdir. Brosseau-Liard ve Savalei (2014) yapısal eşitlik modellemede model veri uyumunun değerlendirilmesinde kullanılan CFI ve TLI gibi bağımsız modele dayanan indekslerin (incremental fit indices) verinin normallik koşullarını sağlamadığı durumlarda yanıltıcı olabileceğini belirtmişlerdir. Normallik varsayımının karşılanmadığı durumlarda bu indekslere Satorra-Bentler düzeltilmesi uygulanmasının gerektiğini belirtmişlerdir. Oysa paket programlar Satorra-Bentler düzeltilmesini veriye uygulayıp buradan elde edilen test sonuçlarına göre index üretmektedir. Örneğin, MPLUS normallik koşullarını sağlamayan veri setleri için tahminleyici olarak MLR ya da MLM (maximum likelihood parameter estimates with standard errors and a chi-square test statistic that are robust to non-normality and non-independence of observations) kullanılmasını önermektedir (Muthén ve Muthen, 2017). MLM tam veriler için uygunken, MLR kayıp veri analizlerinde kullanılmaktadır (Kelloway, 2015).

Literatürde uyum indeksleri için kullanılması gereken kritik değerler ile ilgili birçok çalışma vardır. Uyum indekslerinin kesim noktaları ile ilgili genel kabul gören çalışmalardan biri Hu ve Bentler tarafından 1999 yılında yayınlanan çalışmadır. Bu çalışmaya göre tek bir indeks rapor etmek yerine ikili indeks stratejisi uygulamanın daha doğru olduğu üzerinde durulmuştur. Bazı indekslerin beraber kullanılmasının araştırılan modelin Tip I ve/veya Tip II hata oranları yüksek olmasına rağmen kabul edilmesine ya da basit düzeyde hatalı tanımlanmış veya karmaşık modellerin de ret edilmesine neden olduğunu göstermişlerdir. Hu ve Bentler'in (1998) diğer bir çalışması kovaryans yapılarla örneklem büyüklüğü, verinin normallik koşulları, modellerin yanlış tanımlanması (misspecification), modellerin karmaşıklık düzeyleri ve taminleme yöntemi göz önünde bulundurarak birçok indeks üzerinde yaptıkları çalışmadır. Bu iki çalışmada uyum indeksleri ile ilgili elde ettikleri bulgular sonucu Hu ve Bentler (1999), araştırmacıların tek indeks yerine iki indeks kullanmalarının daha doğru sonuçlar verebileceğini belirtmişlerdir. Bunların arasında SRMR'nin kesinlikle olması gerektiğini SRMR yanında TLI, CFI, RMSEA ve MFI dan birinin seçilebileceğini

belirtmişlerdir. Kline (2005) ise ki-kare istatistiği, RMSEA, CFI ve SRMR'nin kullanılması gerektiğini belirtmiştir. Newsom (2018), örtük gelişme modeli örneğini anlattığı bir web notunda (http://web.pdx.edu/~newsomj/semclass/ho_growth%20example%201.pdf) ki-kare ile beraber sadece CFI ve SRMR indekslerini raporlamıştır.

Tablo 2: Hu ve Bentler'in İkili İndeks Stratejisi (1999)

Uyum İndeks Kombinasyonu	Kombinasyon Kesim Kuralları
TLI ve SRMR	$SRMR \leq 0.09$ ve $TLI \geq 0.96$
RMSEA ve SRMR	$SRMR \leq 0.09$ ve $RMSEA \leq 0.06$
CFI ve SRMR	$SRMR \leq 0.09$ ve $CFI \geq 0.96$

Sonuç olarak yukarıda verilen bilgiler ışığında bu çalışma kapsamında analiz edilecek modellerin serbestlik derecelerinin küçük olması (sd: 1 ve 6) ve 100 ile 1500 kişilik örneklem test edileceği için RMSEA değerinin görece büyük olacağı yani uyum vermeyeceği düşünülmektedir. Model veri uyumu değerlendirilirken ki-kare istatistiği ile birlikte SRMR ve CFI raporlanacaktır.

Model Bileşenleri ve Parametre Tahminleri Bağlamında Modelin Değerlendirilmesi: İndeksler açısından bir modelin iyi bir uyum veriyor olması iyi bir model olduğu anlamına gelmemektedir. Dolayısıyla test edilen modelin bileşenlerinin/parametrelerinin (components of fit) anlamlılık düzeylerine bakılmalıdır. Maksimum olabilirlik tahminleyicisi, bir örtük gelişme modeli için gelişme faktörleri için varyans, kovaryans ve ortalamalar ile gözlenen değişkenlere ait hata varyanslarını tahminlemektedir (Bollen ve Curran, 2006). Model değerlendirilirken bu bileşenlerinin anlamlılığı incelenip, parametre tahmin yanlılığı (relative parameter bias) ve standar hata yanlılığı (Relative Standart Error Bias) hesaplanacaktır (Hoogland ve Boomsma, 1998; Muthen, Kaplan ve Hollis, 1987).

Yakınsama Oranı (Convergence Rate): Tahminlenen tüm varyans ve kovaryansların matrisi pozitif tanımlı olmadığı (tekil matris ise tersi alınamamakta) zaman çoğu yapısal eşitlik yazılımı “non-positive definite matrix” hatası vermekte ve tahminleme işlemini yapılamamaktadır. Veriden elde edilen matris ve model tarafından

yeniden üretilen matris arasındaki fark iterasyonlarla minimize edilmektedir. Bazı yazılımlar maksimum iterasyon sayısına ulaşıldığında matrisler arasındaki farkı minimize edememiş ise çözümü sonlandırmakta, çözüm bulunamadı hatası vermektedir. Burada bahsedilen durumlar yakınsama sorununu (nonconvergence) oluşturmaktadır. Bu sorunlar modelin yanlış olması ya da eksik tanımlanmış (under-identified) olmasından kaynaklanabileceği gibi, veri setindeki ciddi sorunlardan (örneğin, örnekleme hataları (Anderson ve Gerbing, 1984) ya da yazılımın veriyi okuyamamasından da kaynaklanabilir (Improper Solutions in SEM, Newsom, 2018).

Popülasyonda negatif varyans elde etmek imkânsız da olsa tahminleme sonucu bu durum oluşabilmektedir (Heywood Cases) ve bu durum tahminleme açısından *yanlış (improper solution) çözümdür*. Yanlış çözümlerin örnekleme dalganlıkları (Anderson ve Gerbing, 1984), uç değerler, kayıp veri (dengesiz veri, unbalanced data), modelin tam tanımlanmış (just-identified), örnekleme hataları (Anderson ve Gerbing, 1984) ve gözlenen değişkenlerdeki değişen varyans (heteroscedasticity) gibi nedenleri olabilir (Bollen ve Curran, 2006; Improper Solutions in SEM, Newsom, 2018). Bu çalışmada yanlış çözüm için iki farklı durum incelenecektir:

1. “Örtük faktörlerden (intercept (i), slope (s), quadratic (q)) bir veya birkaçının varyansları negatif mi?”
2. “Gözlenen değişkenlerin hata varyansları negatif mi?” veya “korelasyon değerleri birden büyük mü?” (Lance ve Fan, 2016)

Analiz işlemlerinde kullanılan lavaan paketi (R) bu iki durumda tahminleme işlemine devam edip analiz sonunda uyarı vermektedir. MLR tahminleyicisi model parametre tahminleri yapıyor olsa da bu tahminleme yetersiz olabilmektedir (Not Positive Definite Matrices--Causes and Cures, 06.08.2019, Erişim adresi: <http://www2.gsu.edu/~mkteer/npdmatri.html>).

Tam örneklemden her bir alt örneklem büyüklüğü için 100 alt örneklem çekilecektir. Herhangi bir alt örnekleme yakınsama sorunu olması durumunda R’da lavaan yazılımı hata verip analizi durdurmaktadır. Buradan elde edilen veriler “*Yakınsama Oranı*” (Convergence Rate) hesaplamalarında kullanılacaktır.

$R^2_{y_t}$ (R-squared) Oranları: Her gözlenen değişken (zaman noktasında puanlar) için $R^2_{y_t}$ (R-squared) değerleri hesaplanmaktadır. Bu değeri gözlenen değişkendeki örtük

faktörler tarafından açıklanan varyansı vermektedir. Düşük değerler gelişim çizgilerinin panel veri üzerindeki etkisinin düşük olduğunu gösterir. Gözlenen değişkenlere ait hata varyanslarının negatif çıkması ilgili faktörün gözlenen değişkendeki varyansın %100 ünden fazlasını açıkladığı anlamına gelir (Preacher, 2010). Bu durum anlamlı değildir ve bu gözlenen değişken için $R_{y_t}^2$ hesaplanmayabilir. 0.20'den küçük $R_{y_t}^2$ değerleri ilgili gözlenen değişkenin çok fazla hata barındırdığını göstermektedir (Hooper ve diğerleri, 2008).

1.7. Model Sonuçlarının Yorumlanması

Model tahmini yapıp, model-veri uyumu incelendikten sonra analiz sonucu oluşan μ_α , μ_β , $\psi_{\alpha\alpha}$, $\psi_{\beta\beta}$ ve $\psi_{\alpha\beta}$ parametrelerine göre model sonuçları (gelişme) yorumlanır.

μ_α : İlk durum örtük gelişme faktörü için tahminlenen ortalama değeridir. Ölçülen özellik açısından grubun tamamı göz önünde bulundurulduğunda başlangıç düzeyini temsil eder.

μ_β : Değişim oranı örtük gelişme faktörü için tahminlenen ortalama değerdir. Bu parametrenin pozitif olması ölçülen özelliğin zamana bağlı olarak arttığını, negatif olması ise azaldığını gösterir.

$\psi_{\alpha\alpha}$: İlk Durum örtük gelişme faktörü için tahminlenen varyans değeridir. Başlangıçta grup içerisindeki bireylerin düzeylerinin farklılıkları hakkında bilgi verir. Bu parametrenin büyük olması başlangıçta bireyler arasında ölçülen özellik bakımında farklılıkların fazla olduğunu (grup heterojen), küçük olması ise farklılıkların az olduğunu (grup homojen) gösterir.

$\psi_{\beta\beta}$: Değişim oranı örtük gelişme faktörü için tahminlenen varyans değeridir. Bu parametre değerinin büyük olması bazı bireylerin diğerlerinden daha hızlı değişim gösterdiğini, küçük olması ise tüm grubun yaklaşık oranlarda değiştiğini gösterir

$\psi_{\alpha\beta}$: İlk durum ve değişim oranı örtük gelişim faktörleri için tahminlenen kovaryans değeridir. Pozitif ve yüksek değerli kovaryans başlangıç düzeyleri yüksek bireylerin düşük olan bireylere göre ölçülen özellik bakımından daha hızlı gelişim (artış) gösterdiğini, negatif ve yüksek değerli kovaryans ise başlangıç düzeyleri düşük bireylerin yüksek bireylere göre ölçülen özellik bakımından daha hızlı (gelişim) artış

gösterdiğini ifade eder. Düşük kovaryans değeri ise gelişim hızının başlangıç düzeyleriyle ilişkili olmadığı şeklinde yorumlanır (Hancock, Kuo ve Lawrence, 2001; Duncan, Duncan ve Strycker, 2006).

1.8. Ölçme Eşdeğerliği / Değişmezliği

Bir örtük gelişme modeli oluşturmak için gerekli koşullar kısmında bahsedildiği üzere tekrarlı ölçümlerin aynı yapıyı ölçme koşulunun sağlanması gerekmektedir. Gözlenen değişkenlerin altında yatan bir örtük yapı olduğu varsayıldığına göre bu yapının değişmediği sadece geliştiği düşünülmektedir. Dolayısıyla zamana bağlı ortaya çıkacak farklılıkların ölçme yanlılığından mı yoksa yapının gelişmesinden mi kaynaklandığının tespit edilebilmesi için ölçüm değişmezliğinin sağlanması gerekmektedir.

Ölçmenin değişmezliğinin tanımı, bir bireyin ölçülen özelliği sonucu elde edilen gözlenen puanının hangi grupta yer aldığından bağımsız olma durumudur, şeklinde yapılabilir (Meredith, 1993). Fakat bu tanım boylamsal çalışmalarda ölçmenin eşdeğerliğini (değişmezliğini) tam olarak tanımlamadığı için farklı çalışmalar yapılmıştır. Boylamsal çalışmalarda ölçülen özelliğin de değişiminden kaynaklı ölçüm için uygulanacak olan ölçme aracının da değişmesi gerekebilmektedir. Matematik becerisi ölçülen bir öğrenciye 5 yıl boyunca aynı testin uygulanması ölçmeye daha çok hata karışmasına neden olabilir. Dolayısıyla burada test edilecek olan ölçme eşdeğerliği gruba değil zamana bağlı eşdeğerlik (temporal measurement invariance) olmalıdır (Wu, Liu, Gadermann ve Zumbo, 2010).

Her zaman noktasında sadece tek bir bağımlı değişkenin ölçüldüğü örtük gelişme modellerinde (1. Dereceden örtük gelişme modelleri) ölçme değişmezliği sağlandığı varsayılmakta ve test edilememektedir. Fakat çok göstergeli (2. Dereceden örtük gelişme modelleri) örtük gelişme modellerinde gözlenen değişkenlerin altında yatan örtük özellik de modele dâhil edildiği için ölçme değişmezliği doğrudan test edilebilmektedir (Ferrer, Balluerka ve Widaman, 2008; Widaman, Ferrer ve Conger, 2010; Leite, 2007).

Yukarıdaki bilgiler çerçevesinde bu çalışmada tek göstergeli örtük gelişme modelleri test edileceği için ölçme değişmezliğinin sağlandığı varsayılacak ve test edilemeyecektir.

1.9. Örtük Gelişme Modellerinin Sınıflandırılması

Örtük gelişme modelleri halen çok fazla gelişmeye açık bir yapısal eşitlik modelleme yaklaşımı olduğu için farklı sınıflandırmalar mevcuttur. Bollen ve Curran (2006) bu ayrımı gözlenen değişkenin modele dâhil edilme şekline göre yapmaktadır. Duncan ve diğerleri (2006) ve Muthén ve Muthen (2017) kendi çalışmalarında bu modelleri farklı şekillerde adlandırmaktadır. Muthén ve Muthen (2017), ikili (binary) veri setleri, kategorik değişkenler, zamandan bağımsız açıklayıcı değişkenlerin (time invariant covariate, zamandan bağımsız olarak bireyden bireye farklılık gösterir) ve zamana bağlı açıklayıcı değişkenlerin de (time varying covariate, hem bireye hem zamana göre farklılık gösterir) olduğu birçok veri tipiyle çalışılabilecek genel bir örtük değişken analiz çerçevesi oluşturmuştur. Bu sınıflandırma çok ayrıntılı ve farklı bir terminolojiye sahip olduğu için Bollen ve Curran (2006) sınıflandırması kullanılacak olup ilgili model sonunda Duncan ve arkadaşlarının (2006) adlandırması da verilecektir.

Tek Göstergeli Örtük Gelişme Modelleri (*Latent Growth Models With Single Repeated Measure*): Farklı zaman noktalarında tek değişkenden alınan ölçümler doğrudan gözlenen değişken olarak modele dâhil edilmektedir (göstergeler doğrudan gelişme faktörlerine bağlı). Bu modeller McArdle (1988), Meredith ve Tisak (1990) ve Duncan ve diğerleri (2006) tarafından 1. dereceden örtük gelişme modelleri (first-order latent growth models) olarak sınıflandırılmıştır. Gelişim çizgisinin formuna göre tek göstergeli örtük gelişme modelleri doğrusal (linear) ve doğrusal olmayan (nonlinear) modeller olarak ele alınabilir. Doğrusal olmayan modeller polinomial, üssel (exponential) ve parametrik fonksiyonlar olabilir. Polinomial modellerde gelişim çizgileri *karesel (quadratic)*, *kübik (cubic)* veya başka bir formda bulunabilmektedir. Ayrıca doğrusal olmayan bir gelişim eğrisinin iki doğru ile ifade edilecek şekilde iki parçaya ayrılmasıyla tanımlanabilen *Parçalı Örtük Gelişme Modelleri (Piecewise Growth Model)* bulunmaktadır (Bollen ve Curran, 2006).

Örtük gelişme modellerine yapısal eşitlik yaklaşımı başlığı altında dört ölçümlü doğrusal gelişme modeli tanıtılmıştı. Burada benzer şekilde karesel örtük gelişme modeli tanıtılacaktır. Karesel model, doğrusal model düzey 1 eşitliğine karesel terim eklenerek elde edilir.

$$y_{it} = \alpha_i + \lambda_t \beta_{1i} + \lambda_t^2 \beta_{2i} + \epsilon_{it} \quad (10)$$

Eşitlik 10’da, λ_t^2 zaman noktaları değerlerinin (faktör yüklerinin) kareleri ve β_{2i} , tahminlenen eğrinin karesel bileşenine ait bireysel değişim değeridir. Bu durumda α_i kesim noktası, β_{1i} doğrusal eğim ve β_{2i} eğrilik (*curvature, doğrusal gelişimden sapma veya bir doğrudaki eğrilme derecesi*) bileşenleri toplanarak her i bireyinin t noktasındaki ölçümü olan y elde edilir. Daha önce tanımladığımız doğrusal modelde olduğu gibi bu üç bileşen seçkisiz değişkenlerdir ve aşağıdaki eşitliklerdeki gibi tanımlanmaktadır (Bollen ve Curran, 2006).

$$\alpha_i = \mu_\alpha + \zeta_{\alpha i} \quad (11)$$

$$\beta_{1i} = \mu_{\beta 1} + \zeta_{\beta 1i} \quad (12)$$

$$\beta_{2i} = \mu_{\beta 2} + \zeta_{\beta 2i} \quad (13)$$

Doğrusal model ile karesel model arasındaki temel farklılık $\lambda_t^2 \beta_{2i}$ teriminin eklenmiş olmasıdır. Bu terim tekrarlı ölçümlere ait gelişim çizgisinin doğrusal olmayan kısmını ifade eder. Eşitlik 11-12-13, eşitlik 10 de yerine yazılarak eşitlik 14, ardından yapılan basit düzenlemelerle eşitlik 15 elde edilebilir (Bollen ve Curran, 2006).

$$y_{it} = (\mu_\alpha + \zeta_{\alpha i}) + (\mu_{\beta 1} + \zeta_{\beta 1i})\lambda_t + (\mu_{\beta 2} + \zeta_{\beta 2i})\lambda_t^2 + \epsilon_{it} \quad (14)$$

$$y_{it} = (\mu_\alpha + \mu_{\beta 1}\lambda_t + \mu_{\beta 2}\lambda_t^2) + (\zeta_{\alpha i} + \zeta_{\beta 1i}\lambda_t + \zeta_{\beta 2i}\lambda_t^2 + \epsilon_{it}) \quad (15)$$

Eşitlik 15’de ilk parantez sabit etkiler, ikinci parantez ise seçkisiz etkiler bileşenleridir. Bu modelde de merkezi eğilimi ve değişkenliği tanımlayan parametrelerin tahminleri yapılmaktadır.

μ_α : Kesim noktalarının ortalaması

$\mu_{\beta 1}$: Doğrusal gelişim faktörü ortalaması

$\mu_{\beta 2}$: Karesel gelişim faktörü ortalaması

$\psi_{\alpha\alpha}$: Kesim noktalarının varyansı

$\psi_{\beta 1\beta 1}$: Doğrusal gelişim faktörü varyansı

$\psi_{\beta 2\beta 2}$: Karesel gelişim faktörü varyansı

$\text{VAR}(\epsilon_t)$: Zamana bağlı değişim gösterebilen seçkisiz etki

Yukarıda tanımladığımız model denklemleri yapısal eşitlik modelleme terminolojisine göre yazılacak olursa;

Düzey 1 denkleminin matris gösterimi aşağıdaki gibi olacaktır.

$$\mathbf{y} = \mathbf{\Lambda}\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\epsilon} \quad (16)$$

$$\begin{pmatrix} y_{i1} \\ y_{i2} \\ y_{i3} \\ \vdots \\ y_{iT} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & T-1 & (T-1)^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_i \\ \beta_{1i} \\ \beta_{2i} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \epsilon_{i1} \\ \epsilon_{i2} \\ \epsilon_{i3} \\ \vdots \\ \epsilon_{iT} \end{pmatrix} \quad (17)$$

y: Tekrarlı ölçümlerin olduğu Tx1 boyutlarındaki bir vektör,

Λ: Txm boyutundaki faktör yükleri matrisi

η: mx1 boyutunda örtük faktörler matrisi

ε: Tx1 boyutunda hata varyansları matrisi

Düzye 2 denkleminin matris gösterimi,

$$\boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{\mu}_\eta + \boldsymbol{\zeta} \quad (18)$$

$$\begin{pmatrix} \alpha_i \\ \beta_{1i} \\ \beta_{2i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu_\alpha \\ \mu_{\beta 1} \\ \mu_{\beta 2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \zeta_{\alpha i} \\ \zeta_{\beta 1 i} \\ \zeta_{\beta 2 i} \end{pmatrix} \quad (19)$$

şeklinde. Son olarak düzye 2 denklemleri, düzye 1 denkleminde yerine yazılırsa aşğıdaki matris eşitliği elde edilir.

$$\mathbf{y} = \mathbf{\Lambda}\boldsymbol{\mu}_\eta + (\mathbf{\Lambda}\boldsymbol{\zeta} + \boldsymbol{\epsilon}) \quad (20)$$

Bu eşitlikte,

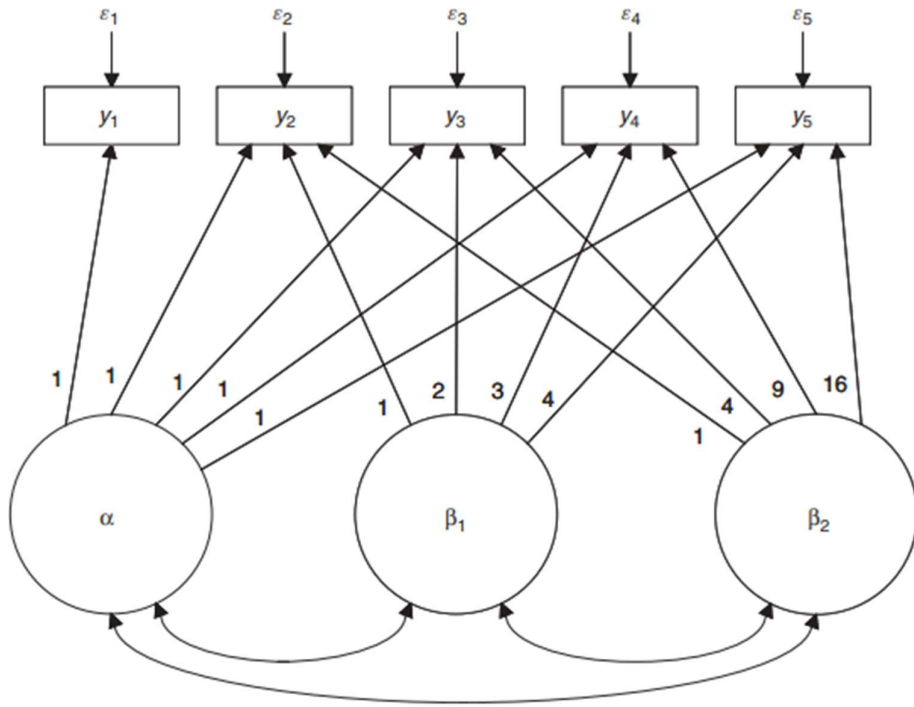
μ_η: mx1 boyutundaki faktör ortalamaları vektörü

ζ: mx1 boyutundaki sapma varyansları vektörüdür.

Doğrusal model ve yukarıda tanımladığımız karesel modele ait parametre ve bileşenlere ek olarak karesel gelişim faktörün, ilk durum faktörü ve doğrusal gelişim faktörü arasındaki kovaryans yapılar sırasıyla $\psi_{\alpha\beta 1}$ ve $\psi_{\beta 1\beta 2}$ şeklinde gösterilir. Bu durumda karesel bir örtük gelişme modelinin tanımlanabilmesi 3 ortalama, 3 varyans, 3 kovaryans ve T hata varyansı olmak üzere toplam 9+T model parametre tahminlemesi yapılmalıdır. 3 farklı zaman noktası için bir karesel model için gözlenen değişkenlerden tahminlenebilecek parametre sayısı $(3).(4)/2 + 3 = 9$ iken tahminlenmesi gereken

parametre sayısı $9+3=12$ olmaktadır. Bu durumda 3 tekrarlı ölçüm için karesel bir model tanımlayabilmek için modelde bazı kısıtlamalar yapılmalıdır. Hata varyanslarının ölçümlerden bağımsız olmadığı düşünülecek olsa bile tahminlenmesi gereken parametre sayısı 10 olmaktadır. Bu nedenle karesel model tanımlayabilmek için en az 4 tekrarlı bir veri seti kullanılmalıdır (Bollen ve Curran, 2006).

Karesel örtük gelişme modeli için çizilebilecek yol diyagramı şekil 5'teki gibidir.



Şekil 5: Karesel örtük gelişme modeli (Şekil: Bollen ve Curran, 2006)

Karesel bir örtük gelişme modelinde, doğrusal bir modelden farklı olarak yorumlanması gereken parametreler aşağıdaki gibidir (Diğer parametre ve bileşenlerin yorumlanması doğrusal modeldeki ile aynıdır):

μ_{β_1} (Doğrusal Gelişim Faktörü Ortalama Değeri): Doğrusal Eğitim Faktörünün (Linear Slope Factor) ortalama değeri, karesel model yorumlanırken anlık değişim hızı olarak ele alınır. Tahminlenen gelişim eğrisinin ilk ölçüm zaman noktasındaki teğetinin eğimidir.

$\mu_{\beta 2}$ (Karesel Gelişim Faktörü Ortalama Değeri): Zamandaki bir birimlik ($t=0$ 'dan $t=1$ 'e) artış, gelişim eğrisinin teğetinin eğiminde bir değişim yaratacaktır ki; birim zamandaki bu değişim oranı gelişim eğrisinin karesel bileşenine yansiyacaktır. Bir anlamda değişimdeki ivmelenme gibi düşünülebilir.

Bu durumda her iki ortalama değeri beraber yorumlanacak olursa; doğrusal bileşen ortalamasının ($\mu_{\beta 1}$) daha büyük değerleri ilk zaman noktasında daha dik (steeper) bir eğrilik yansıtır ve karesel bileşen ortalamasının ($\mu_{\beta 2}$) daha büyük değerleri ise birim zamanda eğrilikte daha hızlı bir değişimi yansıtır. Karesel bileşen tüm bireyler için sıfır ise gelişim eğrisinin değişim oranında bir değişim olmadığı anlamına gelir ki bu durumda eğri aslında bir doğru tanımlamaktadır.

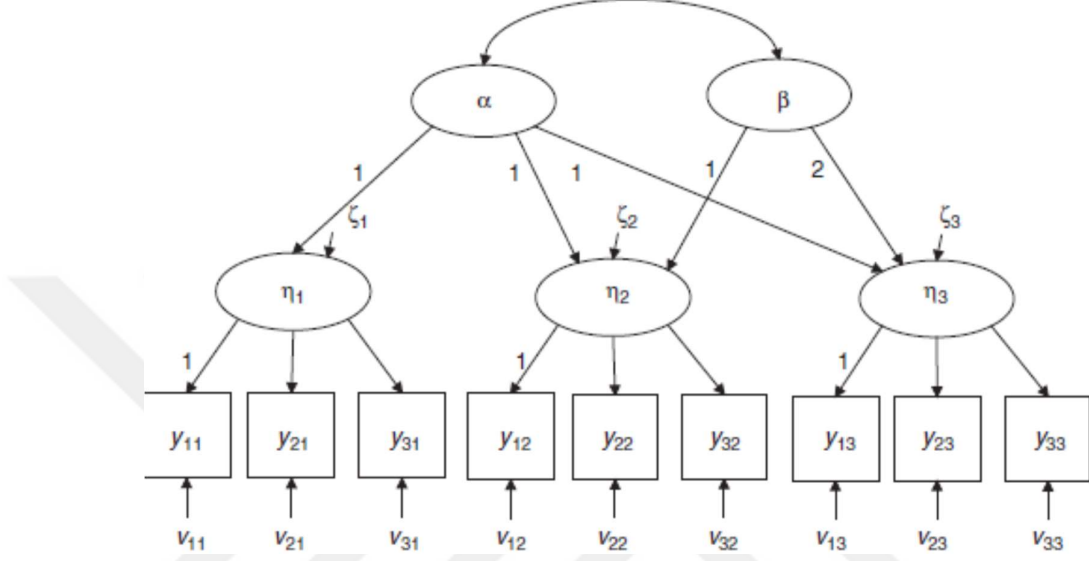
$\psi_{\beta 1\beta 1}$ (Doğrusal Gelişim Faktörü Varyansı): Bireysel gelişim çizgilerinin ilgili zaman noktasındaki teğet eğimlerinin, ortalama teğet eğiminden sapma miktarıdır. Bu değer büyük olması anlık değişim hızının bireyler arası varyasyonunun fazla olduğu anlamına gelir.

$\psi_{\beta 2\beta 2}$ (Karesel Gelişim Faktörü Varyansı): Bireysel gelişim çizgilerindeki eğrilerin değişim oranının ortalama gelişim çizgisi eğriliğinden sapma miktarıdır. Değişim hızındaki farklılaşma oranını gösterir (Bollen ve Curran, 2006).

Çok Göstergeli Örtük Gelişme Modelleri (*Latent Growth Models With Multiple Indicators*): Farklı zaman noktalarında alınan ölçümler bir örtük değişken tanımlayacak şekilde modellendikten sonra örtük değişkenler örtük gelişme faktörlerine bağlanmaktadır. Dolayısıyla İlk durum ve değişim oranı örtük gelişim faktörleri göstergelerin altında yatan örtük faktörlerden tahminlenmektedir. Bu modeller McArdle (1988), Meredith ve Tisak (1990) ile Duncan ve arkadaşları (2006) tarafından 2. Dereceden Örtük Gelişme Modelleri (Second-Order Latent Growth Models), Hiyerarşik Örtük Gelişme Modelleri (Higher Order Latent Growth Models) Ya Da Gelişim Faktörleri Eğrisi (Curves-Of-Factors) olarak sınıflandırılmıştır.

Dural (2010) çalışmasında tanımladığı hipotetik bir diyet programı çok göstergeli örtük gelişme modeline (Şekil 6) örnek olarak verilebilir. Bireylerden birer ay arayla toplam 3 defa alınan bel çevresinin uzunluğu (y_1), kalça çevresinin uzunluğu (y_2) ve vücut ağırlığı (y_3) ölçümleri η örtük değişkeninin göstergeleri; üç farklı zaman

noktasındaki η örtük değişkeni (η_1 , η_2 ve η_3) ise ilk durum ve değişim oranı örtük gelişim faktörlerinin göstergeleri olmaktadır.

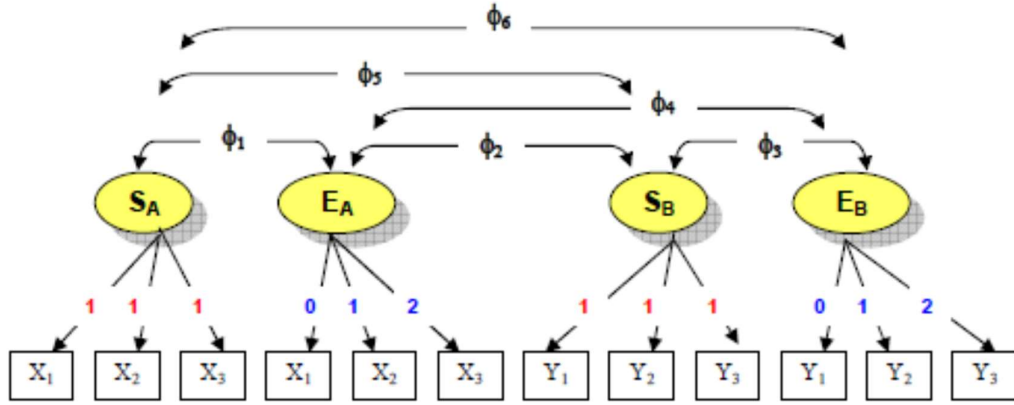


Şekil 6: Üç farklı zaman noktasında üç gösterge için alınan ölçümler için çok göstergeli örtük gelişme modeli ya da gelişim faktörleri eğrisi modeli.

Çok göstergeli örtük gelişme modellerinde gelişim faktörleri eğrisi modeli dışında gelişim eğriler faktörü modeli de (factor of curves) tanımlanmıştır (Duncan ve diğerleri, 2006).

Bu modeller dışında literatürde tanımlanmış birçok model olmasına rağmen bu çalışmanın kapsamı dışında olmalarından dolayı sadece daha sık görülen bir diğer model ilişkisel örtük gelişme modeli tanıtılacaktır.

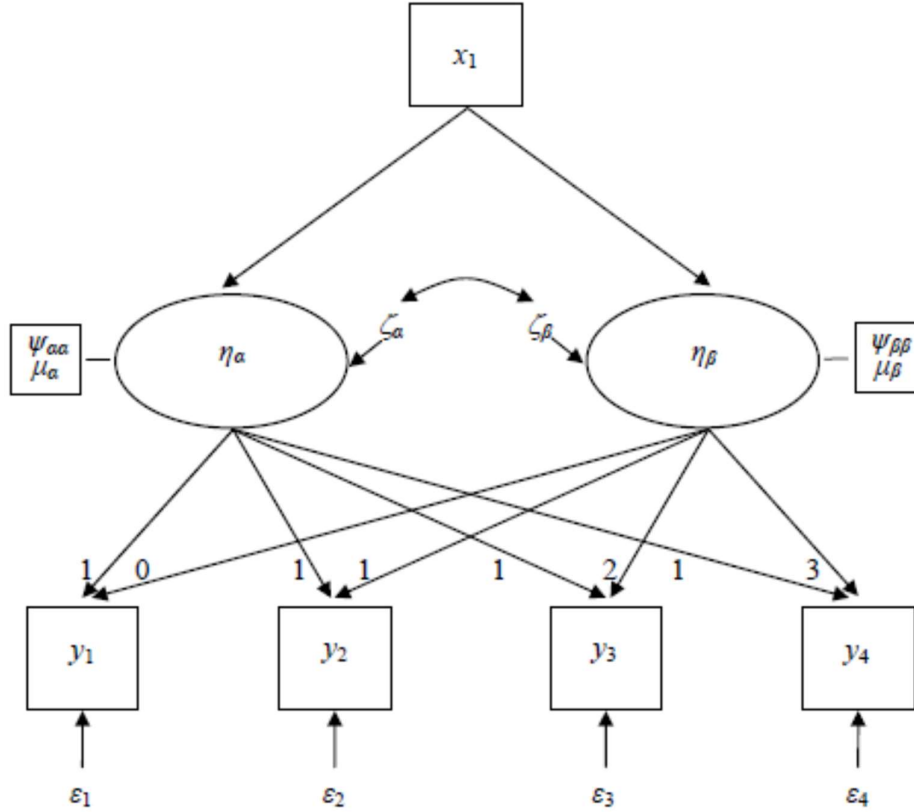
İlişkisel Örtük Gelişme Modelleri (Associative Latent Growth Model) : Birden fazla tek göstergeli örtük gelişme modelinin, ilk durum ve değişim oranı örtük gelişme faktörleri arasındaki ilişkilerin belirlenmesi ve anlamlılıklarının tek bir model altında sınanması ilişkisel örtük gelişme modelleri ile mümkündür (Aşkar ve Yurdugül, 2009; Duncan ve diğerleri, 2006). Aşkar ve Yurdugül (2009) yaptıkları çalışmada öğrencilerin Türkçe dersindeki ilk durum başarılarının matematik becerileri ile ilişkili olduğu bir modeli Şekil 7'deki gibi kurmuşlardır. Şekil 7'de görüldüğü üzere iki farklı örtük gelişme modeli bulunmaktadır ve örtük gelişme modelleri arasındaki ilişkiler test edilmektedir.



Şekil 7: İlişkisel (Associative) Örtük Gelişme Modeli

Tüm örtük gelişme modellerine bireylerarası farklılıkların yordanabilmesi amacıyla açıklayıcı değişkenler (covariates) eklenebildiğine daha önce değinmiştik. Açıklayıcı değişkenlerin bulunduğu modellere *koşullu (conditional)* örtük gelişme modeller bulunmadığı modellere *koşulsuz (unconditional)* örtük gelişme modeller denilmektedir (Bollen ve Curran, 2006).

Şekil 4'teki modele açıklayıcı değişken (x_1) eklendiği zaman diyagram Şekil 8'deki gibi olmaktadır. Temel matematik becerilerinin gelişiminin izlendiği hipotetik araştırmamız için düşünecek olursak x_1 ailenin sosyo-ekonomik durumu olarak düşünülebilir.



Şekil 8: Koşullu örtük gelişme modeli (Dural, 2010)

Şekil 4’deki örtük gelişme faktörleri yapısal eşitlik modelleme terminolojisine göre dışsal (exogenous) örtük değişkenler iken açıklayıcı değişkenin eklenmesi ile Şekil 7’de içsel (endogenous) örtük değişkenler haline gelmişlerdir. Bu durumda her iki gelişim faktörünün yordayıcı (açıklayıcı) değişen tarafından açıklanamayan ζ_α ve ζ_β hata varyansları da model tarafından tahminlenmektedir. Örtük gelişme faktörleri için tahminlenen hata varyanslarının ilişkili olduğu varsayıldığı için kovaryansları hesaplanabilmektedir (Duncan ve diğerleri, 2006; Dural, 2010).

1.10. Örneklem Büyüklüğü Ve İstatistiksel Güç

Çıkarımsal istatistiğin çoğu uygulamasında olduğu gibi örtük gelişme modellerinde de istatistiksel güç (power analysis) önemlidir. Cohen (1977) istatistiksel gücü, yanlış olan bir sıfır/yokluk (null) hipotezinin ret edilme olasılığı olarak tanımlamıştır. İstatistiksel güç $1-\beta$ olarak tanımlandığı için bu durumda istatistiksel gücün artması için ikinci tip hata (β) yapma olasılığının azalması gerekir. İstatistiksel

gücün artması yapılan çalışmanın gerçek etkiyi ortaya çıkarma olasılığını artırır ve çalışmanın güvenilirliği artar. İstatistiksel gücü, anlamlılık seviyesi α , örneklem büyüklüğü n ve etki büyüklüğü belirlemektedir. İstatistiksel güç ile bu parametreler arasında doğrusal bir ilişki vardır (Cohen, 1977).

Örtük gelişme modelleri bağlamında yokluk hipotezi araştırmacının modelidir. Bu durumda örtük gelişme modellerinde istatistiksel güç bir anlamda popülasyonda doğrulanamayan bir örtük gelişme modelinin reddedilme ihtimali ile ilişkilidir. Örtük gelişme modellerinin popülasyonda tam olarak neredeyse hiçbir zaman doğrulanamayacağı göz önüne alındığında bir model mükemmel olmadığı sürece reddedilecektir. Uygulamada iyi bir modelin istatistiksel güç bakımından reddedilmesi istenen bir durum değildir. Hertzog ve diğerleri (2006) örtük gelişme modelleri bağlamında yaptıkları çalışmada istatistiksel gücün, Cohen'in (1977) belirttiği faktörlere ek olarak, tekrarlı ölçüm sayısı (eğim gelişme faktörünün varyansını etkilemektedir) ile yakından ilgili olduğunu belirtmişlerdir. Bu yüzden istatistiksel güç yanında farklı istatistikler de değerlendirmeye alınmalıdır (Preacher, Wichman, MacCallum ve Briggs, 2008).

Yapısal eşitlik modelleme büyük örneklem yöntemidir. Küçük örneklerle çalışmak yakınsama hataları, yanlış çözümler, düşük parametre tahminlemeleri, uygun olmayan model uyum indeksleri, yanlış tahminler ve düşük istatistiksel güç gibi birçok önemli sorun yaratabilir (Wang ve Wang, 2012).

Kullanılması gereken örneklem büyüklüğünün etkileyen birçok faktör vardır: örnekleme yöntemi, kayıp veri durumu, verinin normallik koşulu, kullanılacak tahmin yöntemi, verinin yapısı, model büyüklüğü ve karmaşıklığı ile faktör yüklerinin gücü. Wolf ve diğerleri (2013) bu koşulları sıklıkla kullanılan yapısal eşitlik modelleri ile test edip araştırmacılara geniş bir perspektif sunmayı amaçlamışlardır. Örtük değişken barındıran modellerde modelden modele gerekli örneklem büyüklükleri arasında büyük farklılıklar tespit etmişlerdir. Ayrıca göstergelerdeki ortalama kayıp veri oranınının %20 olduğu durumlarda yanlış tahminlerin oluşmasını engellemek için örneklem büyüklüğünü ortalama %50 artırmak gerektiği sonucuna varmışlardır.

Yukarıda verilen bilgiler böz önüne alındığında yapılacak bir araştırmaya başlamadan önce gerekli örneklem büyüklüğünün belirlenmesinin büyük bir önemi vardır. Fakat örneklem büyüklüğünü artırmak maliyet ve iş yükünü artıracığından, istediğimiz sonuçları elde edebileceğimiz büyüklükte bir örneklemin belirlenmesi önemlidir. Sahip olmamız gereken örneklem büyüklüğü kullanacağımız yöntemle de ilişkilidir. Yapısal eşitlik modellerini üstün kılan modelleme esnekliği, kayıp veri ile başa çıkma yöntemleri, güçlü tahminleyiciler, çok farklı veri türleri ile analiz yapılabiliyor olması ve açıklayıcı değişkenlerin modellere dâhil edilebilmesi aynı zamanda bu yöntemin sınırlayıcı özelliklerdir. Bir model içerisindeki karmaşık ilişkiler (model complexity) arttıkça modelin test edilebilmesi için gerekli örneklem büyüklüğü artmaktadır (MacCallum, Widaman, Zhang ve Hong, 1999). Örneklem büyüklüğü planlamaya dair kabul görmüş (rule of thumb) bazı yaklaşımlar mevcuttur. Bu yaklaşımlar; Boomsma (1982) en az 200 gözlem, Bentler ve diğerleri (1987) ve Bollen (1989) kestirilecek her parametre için 5 ya da 10 gözlem, Nunnally (1994) her değişken için 10 gözlem şeklindedir. Her şeye rağmen söz konusu örtük gelişme modelleri olduğunda - özellikle kullandıkları alanların genişliği göz önüne alındığında - bu genel yaklaşımlara rağmen örneklem genişliği çalışılması gereken bir alan olarak durmaktadır (Preacher ve arkadaşları, 2008).

1.11. Problem

Örtük gelişme modellerinin istatistiksel güç analizi ve gerekli örneklem büyüklüğünün tespiti genelde simülasyon çalışmaları ile yapılmaktadır (Wolf, Harrington, Clark ve Miller, 2013). Bu simülasyon çalışmalarında veri setinin çoğu istatistiksel özelliği (örtük faktör ortalama ve varyansları, verinin dağılımı, basıklık, çarpıklık gibi) desenlenerek analizler yapılarak yorumlanmaktadır. Gerçek bir popülasyondan toplanmış veriler ile yapılan çok fazla çalışma bulunmamaktadır. Bu çalışmanın problemi “gerçek bir popülasyondan toplanan veri setiyle kurulan bir örtük gelişme modelinin veri ile uyumu tekrarlı ölçüm sayısı ve örneklem büyüklüğüne göre nasıldır?”.

1.12. Sınırlılıklar

Bu çalışmada kullanılan verinin çok değişkenli normallik koşullarını sağlamadığı, son ölçüm (5. sınıf) ortalamasının yeterince yüksek olmaması ve özellikle uç değerlerin olması göz önüne alındığında veri seti yapısının sonuçları etkilediği düşünülmektedir. Veri setinde 3. Sınıf düzeyinde %16, 5. Sınıf düzeyinde %34 civarında kayıp veri olması dalgalanmalara neden olmuş olabilir. 5 ölçümlü karesel modelde t6 değişkeninin tam veri ile yapılan analizde negatif hata varyansı üretmiş olması bir diğer sınırlılık olarak değerlendirilebilir. Bu nedenle ölçüm sayısının model veri uyumu üzerindeki etkisi sağlıklı bir şekilde incelenememiş olabilir. Tüm bu koşullar göz önüne alındığında modele bazı açıklayıcı değişkenlerin eklenmesinin faydalı olabileceği düşünülmektedir.

1.13. Araştırmanın Amacı ve Önemi

Örtük gelişme modelleri boylamsal analizler olduğu için veri toplama süreci bazen onlarca yıl sürebilmektedir(Bakınız Miller, 2016; ECLS-K, 2006). Çok fazla zaman ve emek gerektirmektedir. Bu bağlamda bir araştırmaya başlanırken elde edilmek istenen etki, gerekli olan istatistiksel güç ve kullanılacak modele göre bir örnekleme yöntemi ve örneklem büyüklüğü planlanmalıdır. Bu bağlamda araştırmanın amacı, örneklem büyüklüğü ve ölçüm sayısı birlikte değerlendirildiğinde gerçek veri kullanılarak örtük gelişme modellerinin etkinliği için değerlendirme sunmaktır. Gerçek veri üzerinde yapılacak araştırmalara, koşullar, veri yapısı ve model göz önünde bulundurularak seçilecek örneklem büyüklüğünün model uyumu ve parametreleri üzerindeki etkisi incelenecektir.

BÖLÜM II

YÖNTEM

2.1. Araştırma Türü

Bu araştırmada Örtük Gelişme Modellerinin etkinliği için gerekli örneklem büyüklüğü ve ölçüm sayısı araştırılacaktır. Bu doğrultuda, araştırma Örtük Gelişme Modellerini test etme amacını taşımasından dolayı temel araştırma niteliğindedir.

2.2. Araştırmanın Deseni

Anderson ve Gerbing (1984, 1987) faktör analizi çalışmaları için örneklem büyüklüklerini seçerken literatürde küçük, orta ve büyük örneklemelerin analizlere dâhil edilmesinin gerektiğini ifade etmişlerdir. Ding, Velicier ve Harlow (1995) 50 kişilik örneklem için zayıf, 100 kişilik örneklem için vasat, 200 için iyi ve 500 için mükemmel tabirini kullanmışlardır. Hamilton, Gagne ve Hancock (2003) örtük gelişme modellerinin gelişme faktörlerinin varyans büyüklüklerini de dahil ettikleri çalışmalarında en az 100 kişilik örneklem kullanılması gerektiğini belirtmişlerdir. Bu bilgiler göz önünde bulundurularak ve tüm veri seti analiz edildiğinde elde edilen sonuçlar baz alınarak çalışılacak örneklem büyüklükleri belirlenmiştir.

Araştırma deseninde tekrarlı ölçüm sayısının 4 ve 5 olduğu durumlar ile örneklem büyüklüğünün 100, 250, 500, 750, 1000 ve 1500 olduğu durumlar olmak üzere tekrarlı ölçüm sayısı (zaman noktaları) ve örneklem büyüklüğü olmak üzere iki bağımsız değişken yer almaktadır. Bağımsız değişkenlerin, yakınsama oranı, model uyumu, model bileşenleri, parametre tahmin yanlılığı, standart hata yanlılığı ve açıklanan varyans bağımlı değişkenleri üzerindeki etkileri incelenmiştir.

Tablo 3: Araştırma Deseni

Örtük Gelişme Modelinin Adı	Tanımlanan Gelişim Eğrisi	Örneklem Büyüklüğü					
		100	250	500	750	1000	1500
3-ÖGM	Doğrusal	Sadece tüm veri seti için test edilmiştir.					
4-ÖGM	Karesel						
5-ÖGM	Karesel						

2.3. Veri Seti ve Veri Setine Ait Betimsel İstatistikler

Çalışmada National Center for Educational Statistics (NCES)'in 1998-2004 yılları arasında ABD çapında ülkeyi temsil edecek şekilde anaokuluna giden öğrencilerin 5. Sınıfa kadar takip edildiği boylamsal veri seti (Early Childhood Longitudinal Study Kindergarten Cohort – ECLS-K) kullanılmıştır. Çalışmaya katılan çocuklar devlet ve özel okullardan seçilmiştir. Orijinal veri seti 1280 okuldan yaklaşık 3500 sınıftan 17.565 öğrenciyi kapsamaktadır. Veri 1998 sonbahar, 1999 ilkbahar, 2000 ilkbahar (sadece alt örneklem için), 2002 ilkbahar ve 2004 ilkbahar aylarında toplanmıştır. Veri toplama dönemleri anaokul öğrencileri için ilkbahar ve sonbahar olmak üzere 1, 3 ve 5. Sınıflar için ilkbahar aylarıdır. Bu çalışmada öğrencilerin bilişsel ve davranışsal gelişimleri ile 5. Sınıfa kadarki öğrenme süreçleri izlenmiştir (NCES, 2006).

Örtük gelişme modelleri kapsamında bu çalışmada öğrencilerin matematik kavramlarına hâkimiyeti ve problem çözme becerilerinin ölçüldüğü alt veri seti kullanılacaktır. Matematik puanları IRT yöntemleri ile ölçeklendirilmiştir. IRT kullanılmış olması karşılaştırılabilir puanlar sağlaması açısından avantaj sağlamaktadır. Bu bağlamda öğrencilerin zamana bağlı başarı artışı boylamsal olarak incelenebilmektedir (Aydın, 2010).

Morgan ve diğerleri (2009) ECLS-K veri setini çalışmalarında anaokulu seviyesinde matematik puanı ya da öğrenci ile ilgili açıklayıcı değişkenlerin herhangi birinde kayıp veri bulunan tüm öğrencileri veri setinden çıkarmıştır. Tam örnekleme temsil ettiğini ifade ettikleri son veri seti 7892 öğrenciden oluşmaktadır. Aydın (2010) yüksek lisans tezinde benzer bir metod uygulayarak elde ettiği 7935 kişilik örneklem ile Mplus yazılımı ile MLR tahminleyicisini kullanarak yaptığı analizleri temel alarak yaptığı düzenlemelerle en son 7809 kişilik bir veri seti elde etmiştir. Bu çalışmada 7809 kişilik veri seti kullanılacaktır.

Tablo 4: Veri Setine Ait Betimsel İstatistikler Tablosu

İstatistikler	Anaokulu		1. Sınıf	3. Sınıf	5.Sınıf
	Güz (t1)	Bahar (t2)	Bahar (t4)	Bahar (t5)	Bahar (t6)
Ortalama	24.33	34.94	59.98	95.28	116.79
Std. Sapma	9.02	11.63	17.03	20.96	20.26
Min.	7.65	8.76	11.17	33.60	7.08
Max.	88.67	102.59	120.50	146.59	150.94
Medyan	22.74	33.59	58.15	97.31	120.72
Kayıp Veri	—	—	—	1261	2635
Basıklık	3.34	1.79	0.13	- 0.56	0.29
Çarpıklık	1.29	0.95	0.42	- 0.32	- 0.84

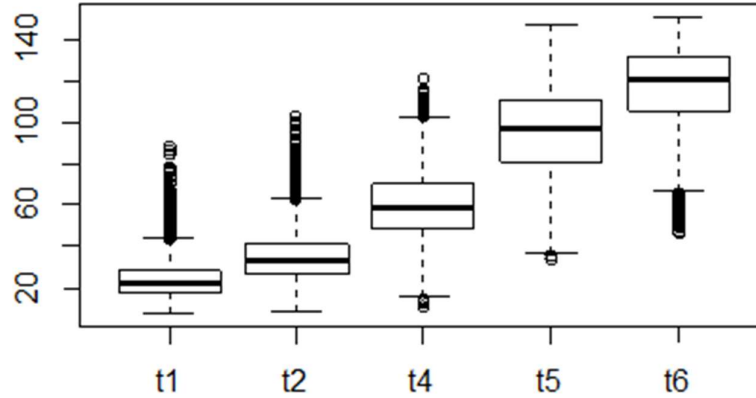
Tablo 4 incelendiğinde matematik puanlarının ortalaması zamanla artmaktadır. Bireyler arası farklılıkların ortaya çıkabilmesi için gözlenen değişken varyanslarının zamana bağlı olarak artması (düşmemesi gerektiğini) gerekmektedir. Tablo incelendiğinde son ölçüm hariç tüm ölçümlerin zamana bağlı olarak standart sapması artmıştır. Buradan yola çıkarak öğrencilerin matematik becerilerinin zamanla arttığı ve öğrencilerin birbirinden ayrıştığı yani varyasyonun olduğu söylenebilir. İlk ölçümden itibaren ölçümlerin ortalamaları arasındaki puan artış miktarları yaklaşık olarak 10, 25, 35 ve 21 olmuştur. Ardışık ölçümler arası puan farkları son ölçüm hariç sert yükselmiştir. İlk üç ölçüm noktasında kayıp veri olmadığı fakat 3. Sınıfta alınan ölçümlerde %16, 5. Sınıfta alınan ölçümlerde ise %34 kayıp veri olduğu görülmektedir.

Gerçek verilerde kayıp veri durumu çoğu zaman vardır. Tam veriye sahip çok az (tüm bireyler için tüm ölçümler) çalışmada vardır. Özellikle yıllar süren boylamsal çalışmalarda, bireyler çalışmayı bırakabilmekte veya herhangi bir nedenden dolayı bazı zamanlarda testlere katılmamaktadır. Bu durum çalışmanın genellenebilirlik gücünü azaltmaktadır. Yeterince büyük olmayan örneklerle ve fazla eksik verinin olduğu çalışmalarda çalışılan gelişme modellerinden ilk durum ve eğitimlerinin ortalama ve varyans tahminleri çok aşırı yanlı çıkabilmektedir (Preacher, 2010).

Yukarıda özetlenen bilgiler göz önüne alındığında veri setinin karesel bir örtük gelişme modeline uyum vereceği düşünülmüştür. Fakat son ölçümün en küçük, en büyük, ortalama ve standart sapma değerlerinin yeterince yüksek olmadığı, ayrıca bu değişkende kayıp verinin %34 civarında olmasından dolayıyla bu ölçüme ait hata varyansının anlamlı çıkmama ihtimali ya da sonuçlarda tutarsızlıklara neden olabileceği düşünülmektedir.

Çok değişkenli analiz yöntemlerinin çoğunda olduğu gibi örtük gelişme modellerinde çok değişkenli normallik koşulunun sağlanması gerekir. Ayrıca uç değerler tahminleme sürecini olumsuz etkileyebilmektedir. R’da MVN paketi (Korkmaz, Goksuluk ve Zararsız, 2014) çok değişkenli normallik ve uç değerler test edilmiş olup, veri setinin her iki koşulu da sağlamadığı ayrıca ölçümlerin tek değişkenli normalliği de sağlamadığı belirlenmiştir.

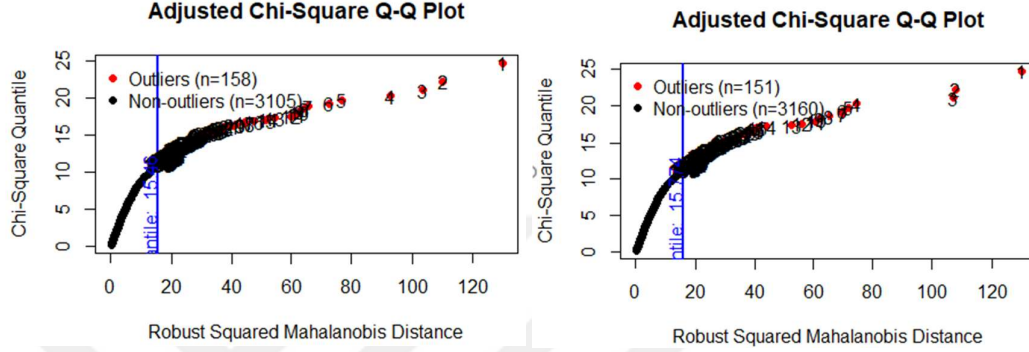
Tek değişkenli uç değerlerin saptanması amacıyla R yardımıyla hazırlanan grafik Şekil 9’da görüldüğü üzere tüm gözlenen ölçünler uç değerlere sahiptir. Tek değişkenli uç değerler önce sadece t6 için veri setinden çıkarılmıştır. Model-veri hem parametre tahminleri hem de uyum indeksleri bağlamında kötüleşmiştir. Tüm değişkenlerdeki uç değerler veri setinden çıkarılıp analiz tekrarlandığında da sonuç değişmemiştir.



Şekil 9: ECLS-K (7809 kişi) Veri Seti için Tek Değişkenli Uç Değerler

Çok değişkenli uç değerlerin tespiti için R’da MVN (Korkmaz, Goksuluk ve Zararsız, 2014) kullanılmıştır. MVN paketi 5000 kişiden büyük örneklem için

normallik ve uç değer analizi yapamadığından dolayı rasgele 5000 kişilik örneklem çekilip test edilmiştir (Şekil 10).



Şekil 10: ECLS-K veri setinden rasgele seçilen 5000 kişilik alt örneklem için çok değişkenli uç değerler

5000 kişilik örneklem çekilmiş olmasına rağmen uç değer olan ve olmayan veriye sahip kişi sayısı 3250-3320 arası çıkmıştır. MVN paketi herhangi bir ölçümde kayıp veri olması durumunda satır bazında silme işlemi uygulamakta ve uç değerler veri setinden çıkarıldığında ise MVN paketinin oluşturduğu yeni veri setinden bu satırları da silmektedir. Elde edilen veri seti ile analizler tekrarlandığında model-veri uyumunun çok kötü olduğu görülmüştür. Bu nedenle uç değerler veri setinden çıkarılmadan analizlere devam edilmiştir.

Joreskog ve Sörbom (1981) çok değişkenli normallik gibi sayıtların pratikte nadiren elde edilebildiğini belirtmişlerdir. Yıllarca süren, birçok hata kaynağından etkilenebilen boylamsal çalışmalarda elde edilen verilerde çok değişkenli normallığın sağlanmasının kolay olamadığı düşünülmektedir. MVN paketi beş farklı normallik testi hesaplamaktadır. Herhangi bir yöntem seçilmediği takdirde Mardia yöntemi, tek değişkenli normallik için ise Shapiro-wilk yöntemi kullanılmaktadır. Normallik testlerinin sonuçları Tablo 5’de verilmiştir.

Tablo 5: ECLS-K veri seti çok değişkenli ve tek değişkenli normallik testleri

Test	İstatistik	p	Sonuç
Mardia Skewness	3356.51	0	NO
Mardia Kurtosis	42.78	0	NO
MVN	<NA>	<NA>	NO
t1 Shapiro-Wilk	0.9292	<0.001	NO
t2 Shapiro-Wilk	0.9567	<0.001	NO
t4 Shapiro-Wilk	0.9875	<0.001	NO
t5 Shapiro-Wilk	0.9838	<0.001	NO
t6 Shapiro-Wilk	0.9457	<0.001	NO

Tablodan görüldüğü üzere ECLS-K veri seti ne tek değişkenli normalliği ne de çok değişkenli normalliği sağlamaktadır. Bu nedenle veriye uygulanacak olan en çok olabilirlik yönteminin normallik varsayımının karşılanmaması durumunda hem kayıp veri durumuna hem standart hataların tahminlenmesinde dirençli (robust) olan MLR (Mplus varyantı Yuan-Bentler düzeltmesi ve FIML - Tam Bilgi En Çok Olabilirlik Tahminleme ile beraber) olmasına karar verilmiştir.

Örtük Gelişme Faktörlerinin Sabit Zaman Noktalarının Ayarlanması

Örtük gelişme modellerinde ölçümler eşit zaman aralıklarında alınmış ve doğrusal bir model tanımlanıyorsa zaman noktaları (eğim faktörün yükleri) 0, 1, 2, 3, ..., t şeklinde kodlanmalıdır. Eğer model karesel bir model ise zaman karesel faktöre ait zaman noktaları doğrusal faktörün yüklerinin karesi (0, 1, 4, 9, ...) olacak şekilde belirlenmelidir. Ölçümler eşit zaman aralıklarında alınmamış ise aradan geçen zamana göre zaman noktaları ayarlanmalıdır. Aydın (2010), ECLS-K verisindeki her bir ölçümün alındığı günleri kullanarak aradan geçen süreyi gün bazında hesaplayıp buna göre uygun zaman noktalarını test etmiştir. Bu çalışmada ölçümler arasındaki az sayıdaki gün farklılıklarının örtük gelişme sonuçlarını etkilemediği sonucuna varılmıştır.

Bu çalışma kapsamında, ECLS-K'daki veri ilkbahar ve sonbahar aylarında elde edildiği için ölçümlerin alındığı noktalar arasındaki birim uzaklık 6 ay olarak ayarlanmıştır. 1. sütun ilgili sınıf düzeyi için gözlenen matematik puanları için değişken

adlarını içermektedir. Değişkenlere ait ölçümlerin alındığı zaman aralıkları 3D-ÖGM ve 5K-ÖGM için 6 aylık, 4K-ÖGM için 12 aylık birimler halinde düşünüldüğünde her model için hesaplanan sabit zaman zaman noktaları Tablo 6’da verilmiştir.

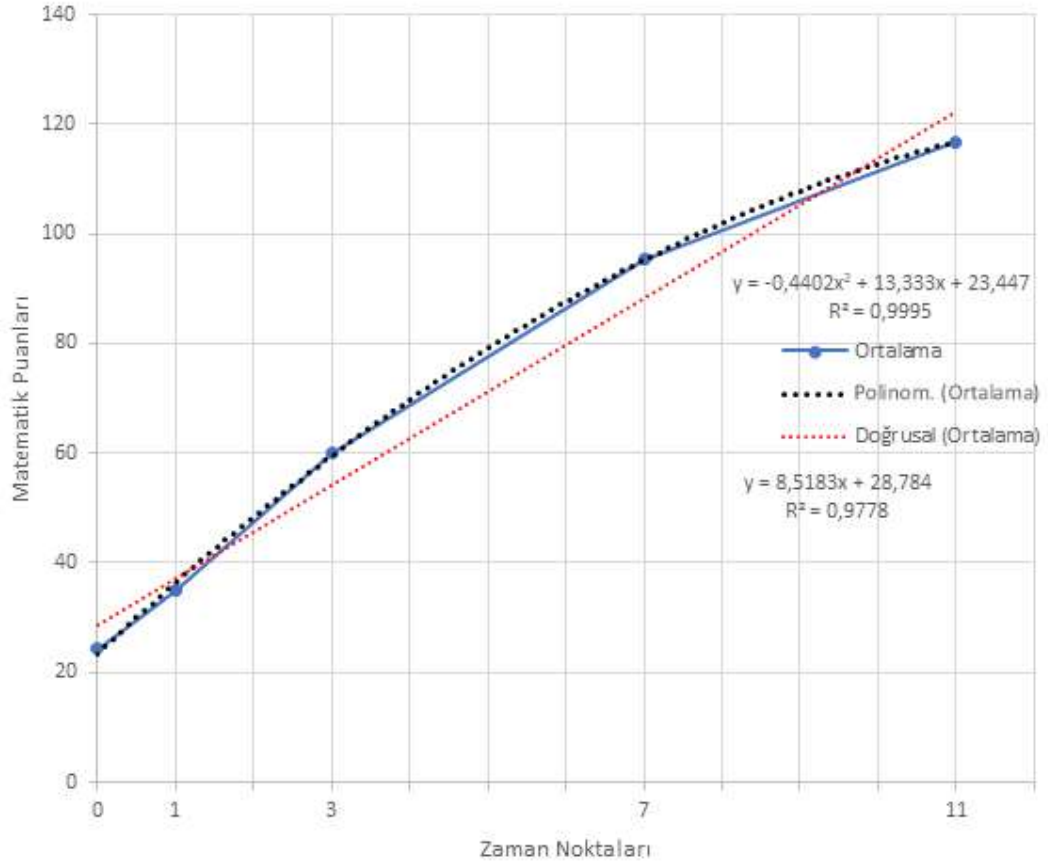
Tablo 6: Analiz edilecek modellere ait sabit zaman noktaları

Değişken	Sınıf Düzeyi	Yıl		4K-ÖGM		5K-ÖGM	
		- İlk Ölçümden İtibaren Geçen Süre (Ay)	3D-ÖGM Doğrusal	Doğrusal	Karesel	Doğrusal	Karesel
t1	Anaokul	1998-0	0	-	-	0	0
t2	Anaokul	1999-6	1	0	0	1	1
t4	1.Sınıf	2000-18	3	1	1	3	9
t5	3.Sınıf	2002-42	-	3	9	7	49
t6	5.Sınıf	2004-66	-	5	25	11	121

Tablo 4’teki betimsel istatistikler ile Tablo 6’daki sabit zaman noktaları kullanılarak tüm veri seti için çizilen grafik (Şekil 11) matematik puanlarında ilk üç zaman noktasında doğrusal bir artış göstermesine rağmen tüm zaman noktaları temel alındığında puanlarda karesel bir artış gözlenmektedir. Düz ve mavi renkli çizgi ilgili zaman noktalarındaki gözlenen puanların ortalama değerlerinin birleştirilmesi ile elde edilmiştir. Noktalı ve siyah renkli olan eğri ise MS Excel ile tahminlenen polinomiyal eğrisel gelişimi, noktalı ve kırmızı renkli MS Excel ile tahminlenen doğrusal gelişimi göstermektedir. Açıklanan varyans değerleri her iki tahmin için de yüksek olmasına rağmen karesel eğri için açıklanan varyans neredeyse %100 (Grafik üzerindeki R^2 değerleri sadece ortalamalar kullanılarak MS Excel ile eğri tahminlemesi sonucu elde edilmiştir. Bu nedenle sadece ön bilgi amaçlı kullanılmıştır) olarak hesaplanmıştır. Bu bilgiler göz önüne alınarak veri seti önce 3, 4 ve 5 ölçümlü doğrusal modeller ardından 4 ve 5 ölçümlü karesel modeller analiz edilmiştir. Doğrusal model sadece 3 ölçüm için uyum vermiştir. Bu nedenle 4 ve 5 ölçüm için doğrusal modeller analiz dışında bırakılmıştır. 4 ölçümlü 2 model test edilmiştir. Modellerden biri t1, t2, t4 ve t5 diğeri ise t2, t4, t5 ve t6 zaman noktalarında tanımlanmıştır. İlk model veriye uyum vermediği

için analiz dışında bırakılmıştır. Model veri uyumu iyi olan 4 ve 5 ölçümlü modeller için belirlenen örneklem büyüklüklerine göre 100'er alt örneklem çekilerek analiz edilmiştir. Doğrusal model ile karesel modelleri ölçüm sayısı ve örneklem büyüklüğü bağlamında kıyaslamak önemli bir bilgi sunmayacağından dolayı 3 ölçümlü doğrusal model için örneklem büyüklüklerine göre alt örneklemler incelenmemiş olup sadece tam veri seti ile analiz edilmiş ve sonuçları tablolaştırılmıştır.

Karesel bir ÖGM'de tahminlenen eğrinin biçimi doğrusal ve karesel etkilerin bir fonksiyonu olacaktır (Newsom, 2015). Grafik üzerindeki tahminlenen denklem karesel ve doğrusal etkileri göstermektedir.



Şekil 11: ECLS-K veri seti 7809 kişi için Matematik Puanları Grafiği

Şekil 11'de ilk üç ölçüm noktası boyunca öğrencilerin doğrusal bir gelişim izlediği gözlemlendiği için üç ölçümlü doğrusal ÖGM analiz edilmiştir. Ardından dört ölçümlü model tanımlanmış olup 4K-ÖGM anaokulu sonbaharında alınan ölçümü

başlangıç noktası olarak kabul etmektedir. Şekil 11’de de görüleceği üzere grubun tamamı için var olan karesel gelişmenin veri ile uyum verdiği görülmüştür. Son olarak tüm ölçümlerin kullanıldığı beş ölçümlü karesel 5K-ÖGM tanımlanmıştır. Karesel modellerde 3 örtük gelişme faktörü bulunmaktadır. “İlk Durum Gelişme Faktörü”nün tüm ölçümleri aynı oranda etkilediği düşünüldüğü için faktör yükleri 1’e sabitlenmektedir. Diğer faktörler “Doğrusal Gelişme Faktörü” ile “Karesel Gelişme Faktörü”nün yükleri ise aradan geçen zaman doğrultusunda belirlenmiştir (Tablo 6).

2.4. Verilerin Analizinde Uygulanan İşlem Yolu

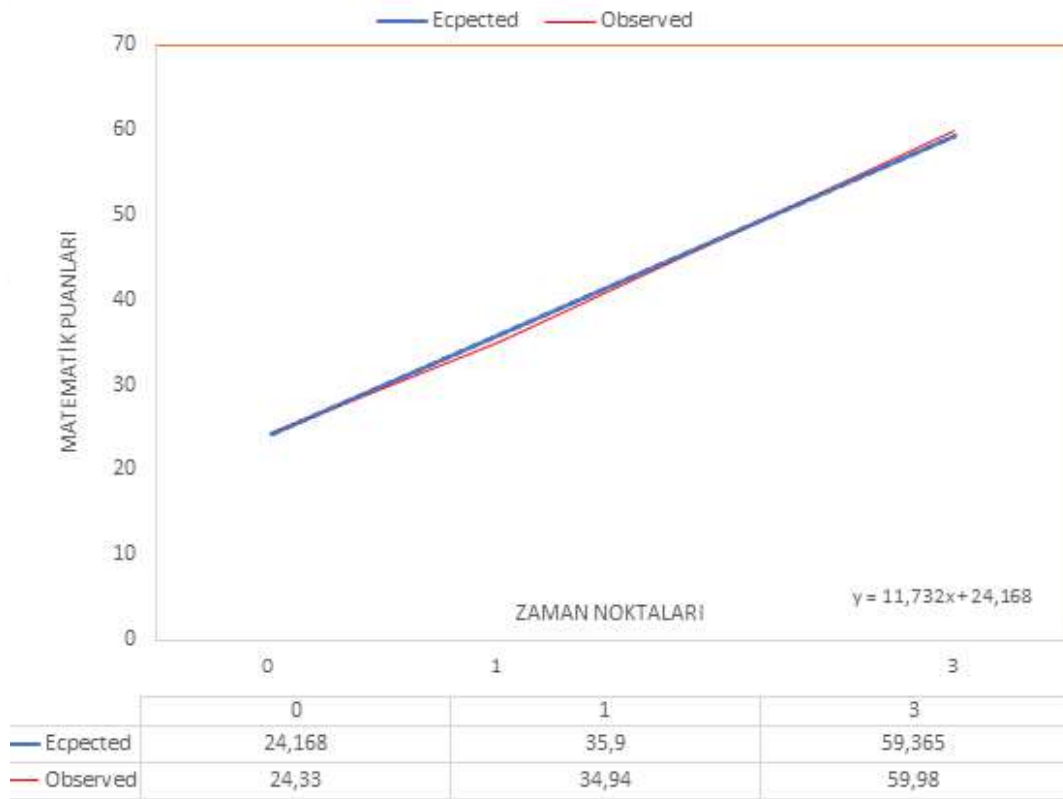
1. Tablo 3’teki araştırma deseni tablosundaki her hücre için 7809 kişilik veri setinden 100 replikasyon üretildi.
2. Tablo 3’teki gibi 3 ölçüm için doğrusal model, 4 ölçüm için karesel ve 5 ölçüm için karesel model olmak üzere 3 ayrı model ve 6 farklı örneklem büyüklüğü için toplam 13 hücre için R Studio yazılımı lavaan paketi ile analiz edildi. Elde edilen analiz sonuçları, parametre taminleri, psi, theta ve gözlenen değişkenlere ait varyans ve kovaryans matrislerinin işaretleri, istatistiksel güç, uyum indeksleri, açıklanan varyans ve rasgele çekilen örneklem her hücre için ayrı bir excel dosyasına yazdırıldı.
3. Verilerin analizinde kullanılan R kodu (EK-1, EK-2, EK-3) her desen hücresi için küçük değişikliklerle kullanılmıştır.

BÖLÜM III

BULGULAR VE YORUM

ECLS-K veri setinden rasgele örneklemeler çekilmeye başlanmadan önce Tablo 6'da verilen zaman noktalarına uygun modeller test edilmiştir. Birçok model test edilmiştir. Bunların arasında en iyi uyumu veren üç modele ait parametre tahminleri, uyum iyiliği ve gözlenen değişkenlere ait gözlenen puanların ortalamaları ile model tarafından tahminlenen ortalama değerleri kullanılarak elde edilen grafikler verilmiştir.

3.1.3 Ölçüm için Doğrusal Gelişme



Şekil 12: t_1 , t_2 ve t_3 gözlenen değişkenlerine ait 3 ölçümlü doğrusal gelişme modeli

Şekil 12'de gözlenen ve tahmin edilen ortalamaların birbirine çok yakın olması modelin veriyi yeniden üretebildiği şeklinde düşünülebilir. LAVAAN ile yapılan 3 ölçümlü doğrusal gelişme modeli için analiz sonuçları Tablo 7'de verilmiştir. Tablo incelendiğinde gerek parametre tahminleri bakımından gerekse uyum indeksleri bakımından modelin veriyi iyi uyum gösterdiği görülmektedir.

Bir örtük gelişme modelinin tanımlanıp test edilmesinin nedeni boylamsal olarak takip edilmiş özelliğin zamana bağlı değişimini incelemektir. Model tahminleme süreci sona erdiğinde örtük gelişme modeline ait ilk durum ve eğim örtük gelişme faktörlerine ait ortalamalar, varyanslar ve aralarındaki kovaryans tahminlenmektedir. Bu parametreler bağlamında 3 ölçümlü doğrusal gelişme modelinin parametreleri için aşağıdaki yorumlar yapılabilir.

Tablo 7: Tam Veri ve 3 Ölçüm için Doğrusal Gelişme Modeli için MLR Parametre Tahminleri ve Uyum İndeksleri

<i>Değişkenler</i>	<i>Tahmin</i>	<i>SE</i>	<i>z</i>	<i>p</i>
<i>Ortalama Yapı</i>				
i	24.17	0.106	227.48	0.000
s	11.73	0.048	244.98	0.000
<i>Kovaryans Yapı</i>				
<i>Varyanslar</i>				
i	74.18	2.45	30.24	0.000
s	10.09	0.65	15.43	0.000
<i>Kovaryans</i>				
i ~ s	11.81	0.68	17.36	0.000
<i>Hata Varyansları</i>				
.t1	7.16	1.40	5.093	0.000
.t2	28.17	1.24	22.55	0.000
.t4	54.44	4.73	11.48	0.000
	<i>N</i>	<i>CFI</i>	<i>SRMR</i>	<i>RMSEA(90 CI)</i>
$\chi^2(sd) = 345.75(1)$	7809	0.98	0.03	0.21 (0.19,0.22)

İlk Durum Gelişme Faktörü (i): Matematik puanları aracılığıyla açıklamak gerekirse; ilk durum gelişme faktörüne ait ortalama bireylerin sürecin başında ilk ölçüm alındağında model tarafından tahminlenen ortalama başlangıç düzeyleridir. İlk durum gelişme faktörüne ait varyans ise bu ortalama başlangıç matematik puanından sapmaların düzeyini gösterir. Varyans sıfır olduğunda herkes aynı seviyeden başlamıştır yorumu yapılır. Varyans büyüdükçe bu ortalamanın üstünde ve altında olan kişiler ve sapma miktarları artmaktadır, yani grubun heterojen olduğu yorumu yapılır. Bu bilgiler bağlamından 3 ölçümlü doğrusal modele göre öğrenciler anaokuluna

ortalama olarak 24.17 puanla başlamış olmalarına rağmen başlangıçta öğrenciler arasında anlamlı bir farklılık ve varyasyon (74.18) da bulunmaktadır.

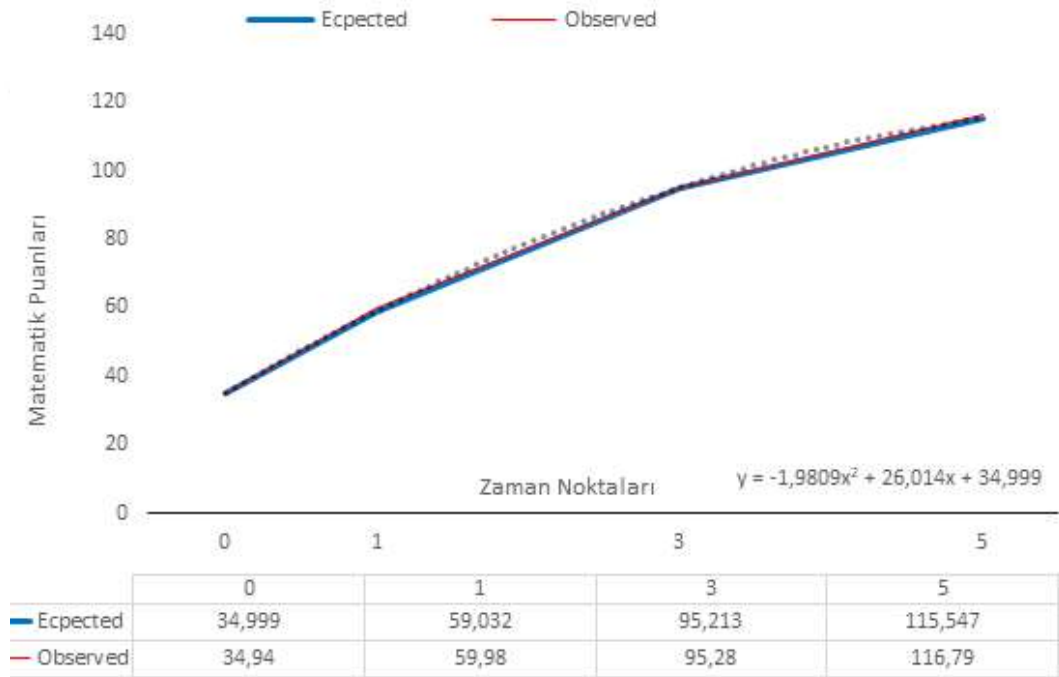
Eğim Gelişme Faktörü (s): Eğitim gelişme faktörünün ortalaması ise süreç boyunca tüm grubun puanlarının ortalama artış oranıdır. Bu gruptaki öğrencilerin matematik puanları her yıl ortalama (11.73) puan artmaktadır denilebilir. Eğitim gelişme faktörüne ait varyans ise gelişimde herkesin birbirinden ne kadar farklılaştığını gösterir. Eğitim gelişme faktörüne ait varyans değerinin 10.09 ve anlamlı olması öğrencilerin hepsinin sabit bir hızla gelişmediğini göstermektedir. Varyans sıfır ise herkes aynı oranda gelişmektedir sonucu çıkar. Bu örtük gelişme modellerinde tercih edilmeyen bir durumdur. Modelin güvenilirliğinin düşük olduğu sonucuna varılır. Tüm bireylere ait eğitimlerin korelasyonu etki büyüklüğü ve güvenilirlik hesaplamalarında kullanılmaktadır.

İlk Durum ve Eğitim Gelişme Faktörlerini Kovaryans Değeri (i~s): Matematik puanları bakımından bir grup öğrenci ortalamasının altında, bir grup öğrenci ortalama civarında başka bir grup ise ortalamasının üstünde başlayacaktır. Eğer ortalamasının altında başlayan grubun matematik puanlarının artış oranı diğer gruplardan daha yüksek olursa negatif bir ilişki elde edilmiş olur ve kovaryans değeri negatif bir değer olarak tahminlenir. Kovaryans değeri ne kadar büyükse ilişki o kadar güçlüdür, yani çok düşük puanla başlayanlar çok daha fazla puan yükseltmişler yorumu yapılır. Aynı örnek bağlamında yüksek puanlarla başlayanlar daha hızlı bir gelişim kaydetmiş ise bu defa pozitif bir ilişki vardır ve kovaryans değeri pozitif bir değer alır. Örneğimizde gelişme faktörlerine ait kovaryans değeri 11.81 ve anlamlı olduğu için yüksek puanla başlayan öğrencilerin zamanla gelişim hızlarını koruduğu ve ortalamasının üstünde başlayan öğrencilerin ortalamasının üstünde geliştiği şeklinde yorumlanabilir. Eğer yüksek ya da düşük puanla başlamış olmanın matematik puanlarının artış hızına bir etkisi yok ise kovaryans değeri sıfıra yakın bir değer olmaktadır.

Gözlenen Puanlara Ait Hata Varyansları(ϵ): Her bir zaman noktasında gözlenen puanlar örtük gelişme faktörlerinin göstergeleridir. Başka bir deyişle örtük faktörleri direkt gözlemleyemesek de öğrenci puanlarının farklılaşmasını sağlayan şey örtük gelişme faktörleridir. Yani örtük gelişme faktörleri gözlenen puanları etkilemektedir. Bu durumda gözlenen değişkenlerde oluşan varyans örtük değişkenlerden

kaynaklanmaktadır. Fakat ölçme süreci, hazırlanan ölçme araçları, uygulama süreci, verilerin düzenlenme ve işlenmesi, öğrencilerin hazırbulunuşluk düzeyleri, araştırmacının modelinin doğru tanımlanması gibi birçok hata kaynağından ölçmeye hata karışmaktadır. Dolayısıyla iyi tanımlanmış bir model dahi tüm varyansı açıklayamayabilir. Açıklanamayan varyansa hata varyansı denilmektedir. Örtük gelişme modelleri tahminleme aşamasında hata varyansları da tahminlenmektedir. Model hata varyansları incelendiğinde hata varyans tahminlerinin anlamlı olduğu görülmektedir. Bu durumda modelin tahminleme yapabilecek kadar varyansı açıkladığı şeklinde yorumlanabilir. İlaan ile model için hesaplanan R-squared değerleri ($t_1=0.91$, $t_2=0.79$, $t_3=0.81$) örtük faktörlerin gözlenen değişkenlerde varyansı iyi açıkladığını göstermektedir.

3.2. 4 Ölçüm için Karesel Gelişme



Şekil 13: t_2 , t_4 , t_5 ve t_6 gözlenen değişkenlerine ait 4 ölçümlü karesel gelişme modeli (4K-ÖGM)

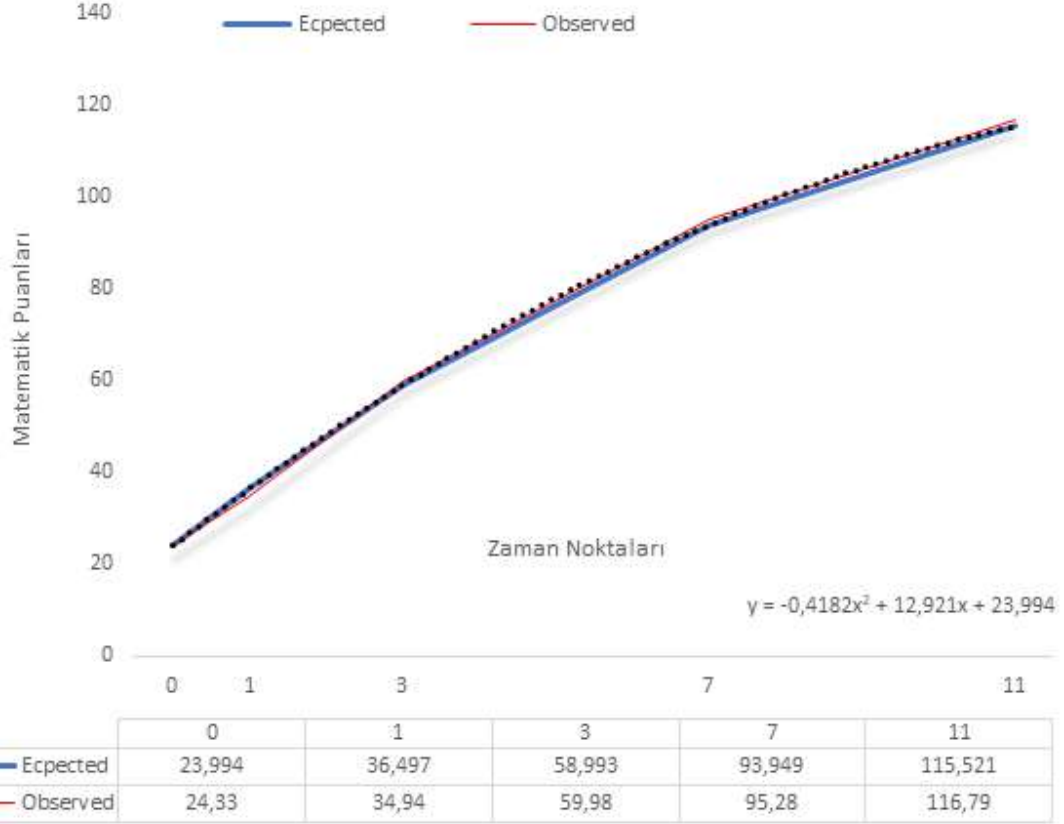
Şekil 13'te 4 zaman noktası için MS Excel ile elde edilen karesel gelişme modeline ait grafik incelendiğinde gözlenen ortalama puanlar ile model ile tahminlenen ortalama puanların neredeyse aynı olduğu görülmektedir. Tablo 8 incelendiğinde model

parametrelerinin tümünün anlamlı olduğu ve uyum indekleri bakımından verinin modele uyumunun iyi olduğu görülmektedir. t6 değişkenine ait hata varyans tahmini anlamlı değildir (est=17.06, p=0.17).

Tablo 8: Tam Veri ve 4 Ölçüm için Karesel Gelişme Modeli için MLR Parametre Tahminleri ve Uyum İndeksleri

Değişkenler	Tahmin	SE	z	p
Ortalama Yapı				
i	34.99	0.13	260.72	0.00
s	26.01	0.11	246.31	0.00
q	-1.98	0.02	-105.15	0.00
Kovaryans Yapı				
<i>Varyanslar</i>				
i	126.51	3.75	33.78	0.00
s	48.16	2.44	19.72	0.00
q	1.06	0.07	14.35	0.00
<i>Kovaryans</i>				
i ~ s	30.58	2.15	14.23	0.00
i ~ q	-4.82	0.34	-14.37	0.00
s ~ q	-6.61	0.37	-17.90	0.00
Hata Varyansları				
.t2	8.66	2.84	3.05	0.02
.t4	76.87	2.63	29.27	0.00
.t5	52.41	3.88	13.50	0.00
.t6	17.06	12.44	1.37	0.17
<i>N</i>				
$\chi^2(sd) = 137.08(1)$	7809	<i>CFI</i>	<i>SRMR</i>	<i>RMSEA(90 CI)</i>
		0.99	0.017	0.13 (0.11,0.15)

3.3. 5 Ölçüm için Karesel Gelişme



Şekil 14: t_1 , t_2 , t_4 , t_5 ve t_6 gözlenen değişkenlerine ait 5 ölçümlü karesel gelişme modeli (5K-ÖGM)

Son olarak 5 ölçüm için karesel 5K-ÖGM modeli test edilmiş olup gözlenen puan ortalamaları ile tahminlenen ortalamaların bu modelde de çok yakın olduğu gözlenmiştir (Şekil 14). Ayrıca hem uyum indeksleri bakımından hem de model parametre tahminleri bakımından modelin veriye iyi uyum sağladığı görülmektedir. t_6 değişkeni için negatif hata varyansı tahminlenmiştir.

Tablo 9: Tam Veri ve 5 Ölçüm için Karesel Gelişme Modeli için MLR Parametre Tahminleri ve Uyum İndeksleri

<i>Değişkenler</i>	<i>Tahmin</i>	<i>SE</i>	<i>z</i>	<i>p</i>
<i>Ortalama Yapı</i>				
i	23.99	0.10	239.75	0.00
s	12.92	0.05	253.99	0.00
q	-0.42	0.00	-102.24	0.00
<i>Kovaryans Yapı</i>				
<i>Varyanslar</i>				
i	71.74	2.23	32.19	0.00
s	11.25	0.33	34.06	0.00
q	0.06	0.00	24.55	0.00
<i>Kovaryans</i>				
i ~ s	15.39	0.50	30.99	0.00
i ~ q	-1.05	0.04	-27.11	0.00
s ~ q	-0.74	0.03	-27.96	0.00
<i>Hata Varyansları</i>				
.t1	9.59	0.93	10.32	0.00
.t2	28.17	0.87	34.03	0.00
.t4	70.30	2.10	33.43	0.00
.t5	71.46	2.41	29.69	0.00
.t6	-36.58	6.45	-5.67	0.00
	<i>N</i>	<i>CFI</i>	<i>SRMR</i>	<i>RMSEA(90 CI)</i>
$\chi^2(sd) = 1015.66(6)$	7809	0.97	0.038	0.14 (0.13,0.15)

3.4. Yakınsama Oranı

Model test edilirken kullanılan tahminleme yöntemleri gözlenen veri matrisi ile model tarafından üretilen matrisinin birbirine yakınsamasını sağlar. Bazı yöntemler ise artıkları (residuals) kullanarak tahminleme yapar. Bu tahminleme süreci model kovaryans matrisinin tekil olması durumunda sonlandırılır (Yakınsama Sorunu). Gözlenen değişkenler için kestirililen hata varyansları matrisi (theta), örtük değişkenlerin varyans ve kovaryans matrisi (psi) veya gözlenen değişkenlerin varyans-kovaryans matrisi pozitif tanımlı değilse, ya da bazı varyans değerleri negatif ise çoğu yazılım tahminleme işlemini bitirdikten sonra uyarı verir (Yanlış Çözüm). Tablo 3'teki araştırma deseninin 12 hücresi için veri setinden rastgele 100 örneklem çekilip test edildi. Yakınsama oranı, yani modelin veri setini yeniden üretebilmesi ve matrisler arasındaki farkı minimize etmesi, tüm modeller ve örneklem büyüklükleri için %100

olmuştur. Tüm hücreler için uyum indeksleri, ki-kare istatistiği ve parametre tahminleri elde edilmiştir.

Yanlış Çözümler (Improper Solutions): Yakınsamanın gerçekleşmiş olması bir çözüm bulunduğu anlamına gelse de bu çözüm, gerçek hayatta imkânsız olan negatif varyans değerleri üretmiş ise çok sağlıklı tahminleme elde edilememiş olabilir. Bu nedenle tahminlenen parametrelerin tahmin yanlılığının kontrol edilmesi gerekmektedir.

Tablo 10: Tam ve Yanlış MLR çözümlerinin model ve örneklem büyüklüğüne göre dağılımı

Modeller	Varyans Tahminleri	Örneklem Büyüklüğü					
		100	250	500	750	1000	1500
4K-ÖGM	η negatif	53	32	15	6	10	0
	ϵ negatif	63	60	57	52	48	27
	η ve ϵ negatif	31	21	7	3	7	0
	Tam Çözüm	15	29	35	45	49	73
5K-ÖGM	η negatif	8	0	0	0	0	0
	ϵ negatif	74	82	97	97	95	99
	η ve ϵ negatif	3	0	0	0	0	0
	Tam Çözüm	21	18	3	3	5	1

η : Örtük Faktör ϵ : Hata Varyansı

Anderson ve Gerbing (1987) örnekleme sorunlarından dolayı doğrulayıcı faktör analizinde en çok olabilirlik tahmin yöntemi kullanıldığında oluşan yanlış çözümlerin yorumlanabilirliğini araştırmışlardır. Bu araştırmada yanlış çözümler ile normal çözümler arasına GFI ve AGFI uyum indeksleri açısından anlamlı bir farklılık bulunmamıştır. RMR uyum indeksi için ise virgülden sonra 3. Basamakta farklılaşma görülmüştür (CFI, RMSEA gibi indeksler henüz bulunmamış olduğu için değerlendirilememiştir). Fakat yanlış çözümle tahminlenen parametrelerin yanlış olduğunu bulmuşlardır. Ding, Velicier ve Harlow (1995) yaptıkları çalışmada yanlış çözümlerin faktör başına düşen gösterge sayısı, örneklem büyüklüğü ve faktör yüklerinin büyüklüğü ile birlikte değerlendirildiğinde altı farklı uyum indeksi üzerindeki etkilerini incelemişlerdir. Yanlış ve normal çözümler ile elde edilen uyum

indeksleri arasında anlamlı farklılık bulunmamıştır. Diğer taraftan Ghisletta ve arkadaşları (2019) çalışmalarında “Kabul Edilebilir Çözüm” (*Acceptable Solutions*) kısmında bu çözümleri “(a) tahminleme bir çözüme yakınsadı ise ve (b) çözüm, istatistiksel olarak uygun olan parametre tahminleri içeriyor ise, özellikle değişim bileşeninin tahminlenen varyansı (σ_c^2 , eğim gelişme faktörünü) negatif olmamalı” şeklinde tanımlanmışlardır. Bu bilgilere dayanarak çalışmanın devamında örtük faktör varyanslarının negatif tahminlendiği örneklemelere ait analiz sonuçları değerlendirme dışı bırakılmıştır. Geriye kalan alt örneklem sayısı çalışmanın devamında “Kabul Edilebilir Çözüm Sayısı, (k)” olarak kullanılmıştır.

Ölçüm sayısı sabit tutulduğunda örneklem büyüklüğü arttıkça;

- Negatif hata varyansları 4K-ÖGM için azalırken, 5K-ÖGM için artmaktadır. Bir anlamda modeller örneklem büyüdükçe tam veri ile yapılan analiz sonuçlarındaki değerleri üretmeye daha çok yaklaşmaktadır. Bu da beklenen bir durumdur.
- Negatif örtük faktör varyansları her iki model için azalmaktadır. (4K-ÖGM için 1500 kişilik, 5K-ÖGM için 250 kişilik örneklemde negatif örtük faktör varyans sayısı sıfır olmaktadır)
- Tam çözüm sayısı 4K-ÖGM için artarken, 5K-ÖGM için azalmaktadır. 5 ölçüm için tam veri ile yapılan analiz sonucunda t_6 değişkenine ait hata varyansının negatif çıkması ve örneklem büyüdükçe modelin tam veri ile elde edilen sonuçları üretmeye daha çok yaklaşması sonucu bu durumun elde edilmesi beklenen bir durumdur. (Analiz sürecinde hiçbir hata veya uyarı alınmadan tamamlanan replikasyonlar “Tam Çözüm” olarak değerlendirilmiştir.)

Benzer şekilde örneklem büyüklüğü sabit tutulduğunda ölçüm sayısı arttıkça elde edilen negatif örtük faktör varyans sayısında önemli bir azalma olmaktadır. Örtük faktör varyansının negatif olmadığı durumlar kabul edilebilir çözüm olarak düşünülecek olursa hem örneklem büyüklüğünün artması hem de ölçüm sayısının artması modelin çözüme ulaşma olasılığını arttırmaktadır.

3.5. Uyum İndeksleri Bağlamında Model – Veri Uyumu

Ding, Velicier ve Harlow (1995), genelleştirilmiş en küçük kareler yöntemi ile en çok olabilirlik yöntemleri, farklı örneklem büyüklüğü ve farklı faktör yükü büyüklükleri koşulları sonucu elde edilen uyum indeksleri arasında farklılıkları incelemek için bir indeksin tüm replikasyonları için ortalama ve standart sapmasını kullanarak %95 güven aralığı hesaplamışlardır. Bu çalışmada da benzer bir yöntem izlenerek, her bir örneklem büyüklüğü için çekilen 100 örneklem, benzer şekilde ortalama ve standart sapmalarla beraber %95 güven aralığı hesaplanarak değerlendirilmiştir. Aynı model için 7809 kişilik veri ile elde edilen uyum istatistiğinin bu aralıkta olup olmadığına bakılmıştır. Bu işlem Ding, Velicier ve Harlow (1995) ile Anderson ve Gerbing (1984, 1987)'in de izlediği yöntemler göz önüne alınarak yanlış çözümler de dâhil edilerek yapılmıştır.

Her model örneklem büyüklüğü için kabul edilebilir çözümler için ki-kare test istatistiği, CFI ve SRMR uyum indeksleri ile bu indeklere ait %95 güven aralığı sonuçları Tablo 11 ve Tablo 12'de verilmiştir.

Tablo 11: 5K-ÖGM Test İstatistiği ve Uyum İndeksleri

	n	k	χ^2		CFI			SRMR			ÜST
			sd (6)	%95	ORT	STD.S	%95	ALT	ORT	STD.S.	
	7809	MODEL	1016	ALT	0,967		ÜST		0,038		
5K-ÖGM	100	92	19	0,96	0,97	0,02	0,97	0,05	0,05	0,01	0,05
	250	100	38,4	0,96	0,97	0,01	0,97	0,04	0,04	0,01	0,05
	500	100	72,6	0,96	0,97	0,01	0,97	0,04	0,04	0,01	0,04
	750	100	105	0,96	0,97	0,01	0,97	0,04	0,04	0,01	0,04
	1000	100	139	0,96	0,97	0,01	0,97	0,04	0,04	0	0,04
	1500	100	199	0,97	0,97	0	0,97	0,04	0,04	0	0,04

n: Örneklem Büyüklüğü k: Kabul Edilebilir Çözüm Sayısı sd: Serbestlik Derecesi

-7809 kişilik tam verinin analizinden elde edilen CFI/SRMR uyum indekslerini

İçeren %95 güven aralığı alt ve üst sınırları gri renk dolgu ile gösterilmiştir.

χ^2 test istatistiği örneklem büyüklüğü arttıkça çok büyüdüğü için model veri uyumu değerlendirilirken CFI ve SRMR uyum indeksleri göz önünde bulundurulmuştur. Bu indeksler bağlamında 5K-ÖGM model veri uyumu tüm örneklem büyüklüklerinde çok

iyidir. Tüm veri seti için elde edilen CFI, tüm örneklem büyüklüğü için güven aralığı içerisinde iken SRMR için sadece 1500 kişilik örneklem için güven aralığı içerisinde.

Tablo 12: 5K-ÖGM Test İstatistiği ve Uyum İndeksleri

	n	k	χ^2		CFI			SRMR			
			sd (1)	%95	ORT	STD.S	%95	ALT	ORT	STD.S.	ÜST
	7809	MODEL	137,01	ALT	0,99	ÜST		0,02			
4K-ÖGM	100	47	2,09	0,99	0,99	0,01	1	0,01	0,02	0,01	0,02
	250	68	4,92	0,99	0,99	0,00	0,99	0,02	0,02	0,01	0,02
	500	85	9,61	0,99	0,99	0,00	0,99	0,02	0,02	0,01	0,02
	750	94	12,6	0,99	0,99	0,00	0,99	0,02	0,02	0,00	0,02
	1000	90	17,4	0,99	0,99	0,00	0,99	0,02	0,02	0,00	0,02
	1500	100	26,7	0,99	0,99	0,00	0,99	0,02	0,02	0,00	0,02

n: Örneklem Büyüklüğü k: Kabul Edilebilir Çözüm Sayısı sd: Serbestlik Derecesi

-7809 kişilik tam verinin analizinden elde edilen CFI/SRMR uyum indekslerini içeren %95güven aralığı alt ve üst sınırları gri renk dolgu ile gösterilmiştir.

4K-ÖGM model veri uyumu, tüm örneklem büyüklüklerine göre CFI ve SRMR bağlamında çok iyi uyum vermektedir denilebilir.

Uyum indeksleri bağlamında model ve veri uyumludur.

3.6. Model Veri Uyumunun Model Bileşenleri / Parametre Tahminleri Bağlamında Değerlendirilmesi

4K-ÖGM ortalama yapı bileşenleri incelendiğinde, tüm örneklem büyüklüklerinde elde edilen kabul edilebilir çözümlerin tamamında ilk durum, doğrusal gelişme ve karesel gelişme faktörlerine ait ortalama değerlerinin tüm veri seti ile hesaplanan model ortalama değerlerine çok yakın olduğu ve tahminlenen ortalamaların anlamlı olduğu görülmektedir (Tablo 13).

Tablo 13: 4K-ÖGM Ortalama Yapı Tahmin İstatistikleri

	Örneklem Büyüklüğü	k	Ortalama Yapı								
			μ_i			μ_s			μ_q		
			ort	ss	% p	ort	ss	% p	ort	ss	% p
4K-ÖGM	100	47	34,8	1,27	100	26,1	0,757	100	-2	0,13	100
	250	68	35,2	0,63	100	26	0,529	100	-2	0,1	100
	500	85	35,1	0,51	100	26	0,436	100	-2	0,07	100
	750	94	35	0,48	100	26,1	0,329	100	-2	0,06	100
	1000	90	35	0,35	100	26	0,259	100	-2	0,05	100
	1500	100	35	0,27	100	26	0,2	100	-2	0,03	100
Tam Model			34,99			26,01			-1,98		

5K-ÖGM de ortalama yapı için tüm veri seti ile elde edilen değerlere çok yakın değerleri üretmiştir. Her üç gelişme faktörünün tüm örneklem büyüklükleri için tahminlenen ortalama değerleri anlamlı çıkmıştır (Tablo 14).

Tablo 14: 5K-ÖGM Ortalama Yapı Tahmin İstatistikleri

	Örneklem Büyüklüğü	k	Ortalama Yapı								
			μ_i			μ_s			μ_q		
			ort	ss	% p	ort	ss	% p	ort	ss	% p
5K-ÖGM	100	92	24,1	0,95	100	12,9	0,51	100	-0,42	0,04	100
	250	100	23,9	0,52	100	12,9	0,3	100	-0,42	0,02	100
	500	100	24	0,42	100	12,9	0,2	100	-0,42	0,01	100
	750	100	24	0,31	100	13	0,16	100	-0,42	0,01	100
	1000	100	24	0,23	100	12,9	0,13	100	-0,42	0,01	100
	1500	100	24	0,23	100	12,9	0,1	100	-0,42	0,01	100
Tam Model			23,99			12,92			-0,42		

Örneklem ve model büyüklüğünden bağımsız olarak ortalama yapı çok iyi tahminlenmiştir. Diğer bileşenlerin ortalama yapı etrafındaki varyasyonun gelişmeyi yorumladığı düşünüldüğünde bu istenen ve beklenen bir durumdur. Bu durum modelin iyi tanımlandığının bir göstergesidir.

4 ölçümlü karesel gelişme modelinin tüm örneklem büyüklükleri için ilk durum gelişme faktör varyans tahminleri anlamlı çıkmış olup varyans değerleri tüm veri seti ile tahminlenen değerlere çok yakın tahminlenmiştir (Tablo 15).

Doğrusal gelişme faktörüne ait varyans değerleri ise 500 ve daha büyük örneklem için %100 anlamlı ve tam modele çok yakın tahminlenmiştir. 250 kişilik örneklem için %99'u ve 100 kişilik örneklem için %81'i anlamlı çıkmış olup tam model tahminlerinden görece sapmalar mevcuttur. Karesel gelişme faktörü için varyans değerleri 750 kişilik ve daha büyük örneklemde tam modele %100 uyum göstermiştir. 500 kişilik örneklem için varyans tahmini tam modele göre görece sapma göstermiş olsa da %99 anlamlılık yüzdesine sahiptir.

Tablo 15: 4K-ÖGM Gelişme Faktörleri Varyanslarına Ait İstatistikler

	Örneklem Büyüküğü	Replikasyon Sayısı	Örtük Gelişme Faktör Varyansları								
			ψ_{ii}			ψ_{ss}			ψ_{qq}		
			ort	ss	% p	ort	ss	% p	ort	ss	% p
4K-ÖGM	100	47	119,46	21,58	100	50,17	15,92	81	1,36	0,47	57
	250	68	130,40	18,18	100	47,04	10,50	99	1,14	0,34	81
	500	85	126,74	13,60	100	48,21	8,86	100	1,16	0,28	99
	750	94	126,31	11,55	100	47,68	6,50	100	1,09	0,21	100
	1000	90	125,81	10,65	100	46,31	6,42	100	1,04	0,21	100
	1500	100	126,83	7,41	100	48,09	4,18	100	1,05	0,13	100
	Tam Model		126,51			48,16			1,05		

5K-ÖGM, 100 kişilik örneklem doğrusal ve karesel gelişme faktörü varyansı dışındaki tüm örtük gelişme faktörlerinin tüm örneklem büyüklüklerinde %100 anlamlı tahminlenmiştir. Tahminlenen değerler tam model değerlerine çok yakın ve hatta

karesel gelişme faktörü için virgülden sonra üçüncü basamağa kadar aynıdır (Tablo 16).

Tablo 16: 5K-ÖGM Gelişme Faktörleri Varyanslarına Ait İstatistikler

	Örneklem Büylüğü	Replikasyon Sayısı	Varyanslar								
			ψ_{ii}			ψ_{ss}			ψ_{qq}		
			ort	ss	% p	ort	ss	% p	ort	ss	% p
5K-ÖGM	100	92	76,4	21,8	100	11,6	2,6	97	0,07	0,02	93
	250	100	68,9	9,9	100	10,9	1,61	100	0,06	0,01	100
	500	100	70,3	8,57	100	10,8	1,26	100	0,06	0,01	100
	750	100	72	6,5	100	11,3	0,96	100	0,06	0,01	100
	1000	100	71,1	5,53	100	11,3	0,84	100	0,06	0,01	100
	1500	100	71,5	4,81	100	11,2	0,65	100	0,06	0,01	100
Tam Model			71,74			11,25			0,06		

Hem örneklem büyüklüğünün hem ölçüm sayısının artması örtük faktörlerin varyans tahminlerini olumlu etkilemiştir. Fakat 5K-ÖGM'nin 100 kişilik örnekleme dahi en düşük anlamlılık oranının %93 olması modele eklenen her bir değişkenin örtük faktörlere ait varyans değerlerinin olumlu yönde daha çok etkilediği şeklinde yorumlanabilir.

Tablo 17 : 4K-ÖGM Gelişme Faktörleri Kovaryanslarına Ait İstatistikler

	Örneklem Büyüküğü	Replikasyon Sayısı	Gelişme Faktörleri Kovaryansları								
			ψ_{is}			ψ_{iq}			ψ_{qs}		
			ort	ss	% p	ort	ss	% p	ort	ss	% p
4K-ÖGM	100	47	30,32	15,72	45	-4,67	2,61	45	-7,41	2,57	79
	250	68	30,99	10,38	76	-4,88	1,69	76	-6,64	1,66	97
	500	85	31,59	7,23	99	-5,04	1,07	100	-6,84	1,41	100
	750	94	30,87	6,30	100	-4,85	0,98	100	-6,64	1,00	100
	1000	90	31,24	5,98	100	-4,90	0,91	100	-6,36	1,01	100
	1500	100	30,98	3,70	100	-4,86	0,59	100	-6,59	0,67	100
Tam Model			30,58			-4,82			-6,61		

4K-ÖGM için 500 kişilik ve üstündeki örneklem büyüklüklerinde üç faktörü arasındaki kovaryans tahminleri tam modelle tutarlı ve %100 anlamlı çıkmıştır (Tablo 17). 250 kişilik örneklem büyüklüğü için ise her üç kovaryans tahmini tam modelle uyumlu olmasına rağmen kovaryans anlamlılık oranları %76, %76 ve %97'dir.

Tablo 18: 5K-ÖGM Gelişme Faktörleri Kovaryanslarına Ait İstatistikler

	Örneklem Büyüküğü	Replikasyon Sayısı	Kovaryanslar								
			ψ_{is}			ψ_{iq}			ψ_{qs}		
			ort	ss	% p	ort	ss	% p	ort	ss	% p
5K-ÖGM	100	92	14,8	4,2	91	-1,01	0,32	85	-0,78	0,2	96
	250	100	15,3	2,82	100	-1,03	0,22	100	-0,72	0,13	100
	500	100	15,4	1,93	100	-1,04	0,14	100	-0,71	0,1	100
	750	100	15,3	1,52	100	-1,04	0,12	100	-0,75	0,08	100
	1000	100	15,1	1,47	100	-1,02	0,11	100	-0,74	0,07	100
	1500	100	15,2	0,99	100	-1,03	0,08	100	-0,74	0,05	100
Tam Model			15,39			-1,05			-0,74		

5 ölçümlü modelde 100 kişilik örneklem için en düşük örtük faktör kovaryans tahmini anlamlılık oranı %91 ile ilk durum ve doğrusal gelişme örtük faktörleri arasındadır. Diğer tüm örneklem büyüklüklerinde tahminlenen kovaryans değerleri tam model ile turalı ve tahmin anlamlılık oranları %100'dür (Tablo 18).

Varyans tahminlerinde belirtildiği üzere kovaryans tahminlerinin tutarlılığı ve anlamlılığı hem örneklem büyüklüğü ama özellikle modeldeki gözlenen değişken sayısı arttıkça artmaktadır.

Ortalama ve kovaryans yapıları ait parametre tahminleri 4 ölçümlü modelde örneklem büyüdükçe fakat genel anlamda modeldeki gözlenen değişken sayısı arttıkça iyileşmektedir. Fakat 5 ölçümlü modelin tam veri ile test edildiğinde dahi t6 değişkeni için negatif varyans üretmiş olması bu anlamda genelleme yapmayı zorlaştırmaktadır. Burada tahminlenen parametreler her ne kadar tam modele yakın, standart sapma değerleri küçük ve anlamlı çıkmış olsalar da tahminlerin pozitif ya da negatif yönde yanlı olma olasılığı vardır. Anderson ve Gerbing (1987) örnekleme sorunlarından dolayı doğrulayıcı faktör analizinde yanlış çözümlerle tahminlenen parametrelerin yanlı olduğunu bulmuşlardır. Bu nedenle farklı modellerin her örneklem büyüklüğü için tahmin edilen parametreler için parametre tahmin yanlılığı ile parametreye ait standart hata tahmin yanlılığı hesaplanmıştır.

Parametre Tahmin Yanlılığı (Relative Parameter Estimates Bias) ve Standart Hata Tahmin Yanlılığı (Relative Standart Errros Bias), Hoogland ve Boomsma (1998) ile Muthen, Kaplan ve Hollis (1987)'in kullandığı eşitlikler kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$\text{Parametre Tahmin Yanlılığı} = (\text{TPO} - \text{PPD})/\text{PPD}$$

TPO: Tahminlenen Parametre Ortalaması

PPD: Popülasyon Parametre Değeri

$$\text{Standart Hata Tahmin Yanlılığı} = (\text{TSHO} - \text{DSS})/\text{DSS}$$

TSHO: Tahminlenen Standart Hataların Ortalaması

DSS: Deneysel Standart Sapma

Hoogland ve Boomsma (1998), ± 0.05 aralığındaki parametre tahmin yanlılığı ile ± 0.1 aralığındaki standart hata yanlılığının kabul edilebilir olduğunu belirtmiştir. Aşağıda Tablo 19-20-21-22’de kabul edilebilir değerler arasındaki parametre tahminleri ile standart hata tahminleri gri renkli dolgu ile işaretlenmiştir.

5K-ÖGM için elde edilen parametre tahmin yanlılık değerleri $-0,04$ ile $0,06$ arasında, standart hata tahmin yanlılık değerleri $-0,13$ ile $0,17$ arasında değişmiştir. 250 ve üstü kişilik örneklemelerin tüm parametre tahminleri kabul edilebilir aralıktadır. Burada dikkat çekici durum standart hata tahminlerinin, parametre tahminlerinden daha yanlı olmasıdır (Tablo 19 - 20).

Tablo 19: 5K-ÖGM Modeli Ortalama ve Kovaryans Yapı Parametre Tahmin Yanlılığı

Parametre Tahmin Yanlılığı	Kovaryans Yapı						Ortalama Yapı		
	ψ_{ii}	ψ_{ss}	ψ_{qq}	ψ_{is}	ψ_{iq}	ψ_{qs}	μ_i	μ_s	μ_q
100	0,06	0,03	0,05	-0,04	-0,03	0,05	0,00	0,00	0,00
250	-0,04	-0,03	-0,03	-0,01	-0,02	-0,03	0,00	0,00	0,00
500	-0,02	-0,04	-0,03	0,00	-0,01	-0,04	0,00	0,00	0,00
750	0,00	0,01	0,02	-0,01	0,00	0,01	0,00	0,00	0,01
1000	-0,01	0,00	-0,01	-0,02	-0,02	0,00	0,00	0,00	0,00
1500	0,00	0,00	0,00	-0,01	-0,01	0,00	0,00	0,00	0,00

Tablo 20: 5K-ÖGM Modeli Ortalama ve Kovaryans Yapı Standart Hata Tahmin Yanlılığı

Standart Hata Tahmin Yanlılığı	Kovaryans Yapı						Ortalama Yapı		
	ψ_{ii}	ψ_{ss}	ψ_{qq}	ψ_{is}	ψ_{iq}	ψ_{qs}	μ_i	μ_s	μ_q
100	-0,13	0,11	0,20	0,07	0,08	0,16	-0,02	-0,13	-0,13
250	0,12	0,13	0,03	-0,04	-0,05	0,10	0,08	-0,06	-0,07
500	-0,02	0,00	0,12	-0,01	0,05	0,05	-0,02	-0,02	0,07
750	0,09	0,11	0,04	0,05	0,06	0,06	0,09	0,03	0,11
1000	0,11	0,10	0,07	-0,06	-0,01	0,10	0,26	0,12	0,17
1500	0,04	0,15	0,06	0,14	0,13	0,13	0,05	0,16	0,10

5K-ÖGM için uyum indekslerinin iyiliği, parametre tahmin ortalamalarının tam veri setinin analizi ile elde edilen parametre tahminlerine yakın ve anlamlılık yüzdelerinin yüksek olması göz önüne alındığında ayrıca parametre ve standart hata tahmin yanlılık değerlerinin bazılarının da kabul edilebilir sınıra yakın yerlerde kalmış olması model bileşenlerinin veriye iyi uyum uyum gösterdiği şeklinde yorumlanabilir.

Tablo 21: 4K-ÖGM Modeli Ortalama ve Kovaryans Yapı Parametre Tahmin Yanlılığı

Parametre Tahmin Yanlılığı	Kovaryans Yapı						Ortalama Yapı		
	ψ_{ii}	ψ_{ss}	ψ_{qq}	ψ_{is}	ψ_{iq}	ψ_{qs}	μ_i	μ_s	μ_q
100	-0,06	0,04	0,29	-0,01	-0,03	0,12	-0,01	0,00	0,01
250	0,03	-0,02	0,08	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	-0,01
500	0,00	0,00	0,10	0,03	0,05	0,03	0,00	0,00	0,00
750	0,00	-0,01	0,03	0,01	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00
1000	-0,01	-0,04	-0,02	0,02	0,02	-0,04	0,00	0,00	0,00
1500	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00

Tablo 22: 4K-ÖGM Modeli Ortalama ve Kovaryans Yapı Standart Hata Tahmin Yanlılığı

Standart Hata Tahmin Yanlılığı	Kovaryans Yapı						Ortalama Yapı		
	ψ_{ii}	ψ_{ss}	ψ_{qq}	ψ_{is}	ψ_{iq}	ψ_{qs}	μ_i	μ_s	μ_q
100	0,34	0,21	0,33	0,09	0,03	0,16	-0,11	0,23	0,24
250	0,15	0,29	0,16	0,17	0,12	0,22	0,21	0,11	0,05
500	0,08	0,08	0,04	0,16	0,22	0,04	0,04	-0,04	0,04
750	0,05	0,22	0,15	0,11	0,12	0,20	-0,10	0,04	0,09
1000	-0,02	0,06	-0,05	0,00	0,02	0,02	0,06	0,13	0,07
1500	0,15	0,33	0,26	0,33	0,30	0,25	0,12	0,21	0,24

Tablo 21 incelendiğinde, 4K-ÖGM parametre tahminlerinin, 5K-ÖGM parametre tahminlerinden daha yansız olduğu görülmektedir. Parametre tahmin yanlılık değerleri -0,06 ile 0,29 arasında değişmekle birlikte, kabul edilebilir aralık dışında kalan sadece 5 parametre tahmini vardır. 750 kişilik ve daha büyük örneklerde tüm parametreler yansız tahminlenmiştir. Fakat standart hata tahminlerinin görece pozitif yönde ve 5K-ÖGM ile kıyasla daha yanlı olduğu

görülmektedir (Tablo 22). 5 ölçümlü modele benzer şekilde örneklem büyüklüğü 1500 iken tüm standart hatalar yanlı tahminlenmiştir. En iyi standart hata tahmin yanlılık değerleri 500, 750 ve 1000 kişilik örneklem için hesaplanmış olup, değerler -0,11 ile 0,34 arasındadır.

Gözlenen Değişkenlerin Hata Varyans Tahminleri: Gözlenen değişkenlerdeki hata varyansları gözlenen değişkenlerde gelişim faktörleri tarafından açıklanamayan varyanstır. Hata varyanslarının düşük olması önemlidir. Yüksek hata varyansı modelde ölçülüp açıklanamayan bir varyasyonun olduğunu gösterir bu nedenle örtük gelişim faktörlerine açıklayıcı/yordayıcı değişkenler eklenmelidir (örneğin, öğrencinin matematik dersine karşı tutumu, ailenin sosyo-ekonomik durumu, anne babanın eğitim durumu, öğrencinin matematik dersine çalışmak için ayırdığı zaman gibi). Bu durumda matematik başarılarının neden düşük veya yüksek olduğu yorumlanmış olmakta, dolayısıyla matematik notlarında gelişim faktörleri tarafından açıklanamayan varyansın bir kısmı açıklanmış olmaktadır.

4K-ÖGM gözlenen değişkenlere ait modelin tahminlediği hata varyanslarının anlamlılık oranları ve yanlılık değerleri aşağıda Tablo 23 ve Tablo 24’de verilmiştir. t4 ve t5 değişkenlerinin hata varyans tahminlerinin tam modelle daha uyumlu ve anlamlılık yüzdelerinin daha yüksek olduğu görülmektedir. t6 değişkeni tam modelle en kötü uyumu gösteren değişken olup, t6 için 100 ve 250 kişilik örneklem için model negatif varyans tahminlemiştir.

Tablo 23: 4K-ÖGM Hata Varyans Tahminlerine Ait İstatistikler

Örneklem Büyüklüğü	Kabul Edilebilir Çözüm Sayısı	Gözlenen Değişkenler											
		t2			t4			t5			t6		
		ort	ss	% p	ort	ss	% p	ort	ss	% p	ort	ss	% p
100	47	6,08	15,36	0	67,95	16,00	100	54,71	21,43	40	-22,5	58,84	0
250	68	9,61	12,47	4	75,04	13,46	100	56,59	16,80	82	-5,75	54,32	1
500	85	9,75	9,01	8	74,82	9,58	100	54,27	13,27	98	1,04	39,37	0
750	94	9,33	8,85	14	77,05	8,58	100	54,85	9,29	100	11,01	32,21	1
1000	90	9,56	7,46	19	76,35	6,42	100	54,76	10,00	100	10,85	33,33	4
1500	100	9,14	4,71	25	76,04	5,29	100	52,60	6,41	100	16,09	18,28	1
Tam Model		8,66			76,87			52,41			17,06		

Tablo 24: 4K-ÖGM Hata Varyans Tahmin ve Standart Hata Tahmin Yanlılığı

Örneklem Büyüklüğü	Hata Varyanslarına ait Tahmin Yanlılığı								
	Parametre				Standart Hata				
	t2	t4	t5	t6	t2	t4	t5	t6	
4K-ÖGM	100	-0,30	-0,12	0,04	-2,32	0,38	0,24	0,47	0,76
	250	0,11	-0,02	0,08	-1,34	0,27	0,06	0,30	0,27
	500	0,13	-0,03	0,04	-0,94	0,22	0,05	0,13	0,23
	750	0,08	0,00	0,05	-0,36	0,04	-0,01	0,36	0,25
	1000	0,10	-0,01	0,04	-0,36	0,06	0,15	0,08	0,04
	1500	0,06	-0,01	0,00	-0,06	0,37	0,11	0,38	0,55

Tablo 25: 5K-ÖGM Modeli Hata Varyans Tahminlerine Ait İstatistikler

	Örnekleme Büyüklüğü	Kabul Edilebilir Çözüm Sayısı	Gözlenen Değişkenler														
			t1			t2			t4			t5			t6		
			ort	ss	% p	ort	ss	% p	ort	ss	% p	ort	ss	% p	ort	ss	% p
5K-ÖGM	100	92	10,20	8,81	26	30,07	8,50	100	72,22	19,07	100	67,46	21,64	96	-38,44	49,97	11
	250	100	10,2	6,23	56	29,1	4,49	100	70,4	11,5	100	71,9	15,2	100	-34,7	39	19
	500	100	9,79	3,47	86	29,3	3,24	100	70,1	8,14	100	71,3	8,68	100	-39,2	21,9	28
	750	100	9,61	2,86	96	30	2,59	100	70,4	6,5	100	70,4	7,69	100	-36,3	19,1	46
	1000	100	9,31	2,37	99	29,6	2,05	100	71	5,56	100	70,8	6,73	100	-32,8	19,6	48
	1500	100	9,47	1,37	100	29,3	1,74	100	70,5	4,3	100	70,7	5,05	100	-37	14,3	74
Tam Model			9,59			29,55			70,30			71,46			-36,58		

Tablo 26: 5K-ÖGM Hata Varyansları Parametre ve Standart Hata Tahmin Yanlılığı

Örneklem Büyüküğü	Hata Varyanslarına ait Tahmin Yanlılığı										
	Parametre					Standart Hata					
	t1	t2	t4	t5	t6	t1	t2	t4	t5	t6	
5K-ÖGM	100	0,06	0,02	0,03	-0,06	0,05	-0,12	-0,17	-0,05	-0,07	0,09
	250	0,07	-0,02	0,00	0,01	-0,05	-0,24	0,03	-0,01	-0,13	-0,08
	500	0,02	-0,01	0,00	0,00	0,07	-0,01	0,02	-0,02	0,08	0,16
	750	0,00	0,02	0,00	-0,01	-0,01	0,03	0,07	0,03	0,00	0,08
	1000	-0,03	0,00	0,01	-0,01	-0,10	0,04	0,18	0,07	0,01	-0,08
	1500	-0,01	-0,01	0,00	-0,01	0,01	0,46	0,12	0,12	0,07	0,02

5K-ÖGM gözlenen değişkenlere ait modelin tahminlediği hata varyanslarının anlamlılık oranları ve tahmin yanlılık değerleri aşağıda Tablo 25 ve Tablo 26'da verilmiştir. t2, t4 ve t5 değişkenlerinin hata varyans tahminlerinin tam modelle daha uyumlu ve anlamlılık yüzdelerinin neredeyse tamamı %100 bulunmuştur. t6 değişkeni 4 ölçümlü modelde olduğundan daha iyi olmasına rapmen tam modelle en kötü uyumu gösteren değişken olup, t6 için tüm örneklem için model negatif varyans tahminlemiştir. 5K-ÖGM, tüm veri ile analiz edildiğinde de t6 için negatif hata varyansı üretmekte ve bu negatif varyans anlamlı çıkmakta iken alt örneklemi için de durum benzerdir. 750 kişilik örneklem için tahminlenen tüm hata varyans tahminleri ile standart hata tahminleri kabul edilebilir aralıkta yanlılık göstermiştir. 1500 kişilik örneklem ise tüm ölçümlerin hata varyansları ve standart hataları için yanlı sonuçlar üretmiştir. 1000 ve 500 kişilik örneklem için tahminlenen hata varyansları ve standart hatalar diğer örneklem büyüklüklerine oranla daha az yanlı tahminlenmiştir.

Gerek örneklem büyüklüğü gerekse ölçüm sayısı arttıkça 4K-ÖGM'deki t6 dışındaki tüm gözlenen değişkenlere ait hata varyanslarının anlamlılık oranlarının arttığı gözlemlenmiştir. 4K-ÖGM'deki t6 hata varyansı tüm veri ile yapılan analizde de anlamlı çıkmamaktadır. Bu bağlamda 4K-ÖGM alt örneklem ile benzer sonuçlar üretmiştir denilebilir.

Chen ve diğeri (2001) araştırmacının gözlenen değişkenlere ait varyansları sıfıra sabitlemeden önce modelin doğru tanımlandığından emin olması gerektiğini belirtmişlerdir. Eğer model doğru tanımlanmış olmasına rağmen negatif varyans elde ediliyorsa veri setinde uç değerler veya örnekleme hataları olup olmadığı kontrol edilmelidir. Bu durumda güven aralığı hesaplanabilir. Eğer negatif varyans tahmini sıfıra ne kadar yakın ise diğer parametre tahminleri o kadar sağlıklıdır. Bu bakış açısı ile bakıldığında negatif hata varyanslarının bazılarının sıfıra yakın olduğu görülmektedir. Ayrıca tam modellerde de benzer sorunların olduğu, uyum indekslerinin iyiliği ve diğer parametre tahminlerinin yanlılıklarını az olması göz önünde bulundurulduğunda hata varyanslarının örneklemin normallik varsayımını karşılamıyor ve uç değerler barındırıyor olması nedeniyle hata varyansları sıfıra eşitlenerek yeniden analiz edilebilir. Bazı yazılımlar kullanıcı tercihinden bağımsız olarak varyans değerleri için alt sınır kısıtı (EQS gibi) barındırdığı için modellerin iyi tanımlandığı ve veri setinin modele uyum gösterdiği düşünölmektedir. Tablo 27'deki gözlenen değişkenlerdeki örtük faktörlerce açıklanma oranları olan R-squared değerleri birbirine yakın, tutarlı ve yüksek olması da bunun bir göstergesi gibi düşünölebilir.

Tablo 27: Gözlenen Değişkenlerde Açıklanan Varyans Miktarı (Ortalama)

Gözlenen Değişkenlerin R-Squared Değerleri						
Değişkenler	Örnekleme	t1	t2	t4	t5	t6
5K-ÖGM	100	0,87	0,79	0,75	0,85	0,94
	250	0,87	0,79	0,75	0,84	0,96
	500	0,88	0,79	0,75	0,84	0,97
	750	0,88	0,79	0,75	0,84	0,96
	1000	0,88	0,79	0,75	0,84	0,99
	1500	0,88	0,79	0,75	0,84	0,99
4K-ÖGM	100	-	0,88	0,75	0,87	0,93
	250	-	0,9	0,74	0,87	0,92
	500	-	0,91	0,74	0,88	0,92
	750	-	0,92	0,74	0,87	0,92
	1000	-	0,92	0,74	0,87	0,93
	1500	-	0,93	0,74	0,88	0,94

BÖLÜM IV

SONUÇ VE ÖNERİLER

Sonuçlar bulgular üzerinden madde madde değerlendirilecektir.

Yakınsama Oranları: Veri setinin çok değişkenli normalliği sağlamıyor olmasına, dengeciliklere neden olabilecek uç değerler barındırmasına, son iki değişkende (t6 için %34) kayıp veri bulunduruyor olmasına rağmen yakınsama oranları her iki model için %100 olmuştur.

Yakınsama sorunu veri ile ilgili özellikler dışında öncelikle modelin iyi tanımlanmamış olması ve örneklemin küçük olmasından da kaynaklanabilmektedir. 100 kişilik bir örneklem yakınsama için yeterli olabilmektedir. Her faktördeki gösterge sayısı arttığında yakınsama olasılığı artmaktadır (Anderson ve Gerbing, 1984). 100 kişilik örnekleme herhangi bir yakınsama sorunu yaşanmamış olması literatür ile uyum göstermektedir ve modelin veriye uyum gösterdiği yönünde değerlendirilebilir.

Fakat tam çözümler (proper) için gerekli olan örneklem büyüklüğü 100 veya 150'den büyük olmalıdır. 150 kişilik örneklem ile tam çözümler elde edilmek isteniyorsa faktör başına gösterge sayısının artırılması gerekmektedir (Anderson ve Gerbing, 1984). Bulgular kısmında belirtildiği üzere sadece ölçüm sayısının 4'ten 5'e yükselmesi 100 kişilik örnekleme negatif örtük varyans sayısını 53'ten 8'e düşürmüştür. Bu durum gene literatür ile uyum göstermektedir.

van Driel (1978), faktörler arası yüksek korelasyonun tam çözüm sayısını arttıracakını belirtmiştir. Bu çalışmadaki kovaryans tahminlerinin çok yüksek oranda anlamlı çıkması bu bilgi ile tutarlı sonuçlar elde edildiğini göstermektedir. Ayrıca tüm veri seti ile yapılan analizlerde elde edilen kovaryans matrisinin korelasyon matrisine dönüştürülmesi ile elde edilen örtük doğrusal ve karesel gelişme faktörler arası korelasyon değerleri, 4K-ÖGM için $r_{sq} = 0,70$ ve 5K-ÖGM için $r_{sq} = -0,89$ bulunmuştur. Veri seti özellikleri göz önüne alındığında korelasyonların yüksek olması çözüm kalitesini arttırmıştır şeklinde yorumlanabilir.

Veri seti özelliklerine rağmen tahminlemenin sağlıklı ilerlemiş olmasının kullanılan MLR (Yuan-Bentler düzeltmesi ve kayıp veride kullanılan FIML) yönteminin olumlu etkisi olduğu düşünülmektedir.

İstatistiksel Güç: Hertzog ve diğerleri (2006) örtük gelişme modelleri bağlamında yaptıkları çalışmada istatistiksel gücün, Cohen'in (1977) belirttiği faktörlere ek olarak, tekrarlı ölçüm sayısı (eğim gelişme faktörünün varyansını etkilemektedir) ile yakından ilgili olduğunu belirtmişlerdir. Bu yüzden istatistiksel güç yanında farklı istatistikler de değerlendirmeye alınmalıdır (Preacher, Wichman, MacCallum ve Briggs, 2008). Bu çalışmada örneklem ve ölçüm sayısının popülasyonu örnekleme gücü olarak MacCallum ve arkadaşlarının (1996) RMSEA'yı kullanan istatistiksel güç yöntemi kullanılmıştır. Fakat RMSEA değerleri tüm örneklem büyüklüklerinde ve her iki modelde de tüm veri ile elde edilen RMSEA değerleriyle uyumlu fakat anlamlı olmayan yani iyi uyum vermeyen değerler üretmiştir. Welch (2007), ECLS-K veri seti ile doğrusal olmayan farklı ÖGM modellerini karşılaştırdığı çalışmasında da benzer RMSEA değerleri elde etmiştir. Buna rağmen R betiğinin hesapladığı istatistiksel güç değerleri, örneklemin popülasyonda temsil edilme gücü bağlamında yaklaşık 0,98 - 1.00 aralığında olmuştur. Yukarıda bahsedilen nedenlerle istatistiksel güç sonuçları ayrıca değerlendirilmemiştir. Fakat çalışmada varyans ve kovaryans değerlerinin yüksek ve anlamlı çıkması, modelin gruptaki gelişimi ve bireyiçi gelişimdeki bireyler arası farklılıkları ortaya çıkardığı anlamına gelmektedir (Ghisletta, 2019).

Uyum İndeksleri: Bir modelin veriye mükemmel uyum göstermiş olması (uyum indeksleri bağlamında) o modelin mükemmel olduğu anlamına gelmediği gibi, kötü uyum göstermiş olması da kötü olduğunu göstermez (Kenny, 2015). Hu ve Bentler (1999) in çalışmasında belirttikleri üzere örneklem büyüklüğü, tahminleme yöntemi, verinin dağılımı, modelin karmaşıklığı gibi çoğu faktör hem χ^2 istatistiğini ve dolayısıyla uyum indekslerini etkilemektedir.

Ding, Velicier ve Harlow (1995), Anderson ve Gerbing (1984, 1987) ile Hoogland ve Boomsma'nın (1998) çalışmaların üzerinde durduğu üzere yanlış çözümlerin olmasının uyum indeksleri üzerinde olumsuz bir etkisi olmamıştır. 4 ölçümlü model için CFI 0,99 ve SRMR 0,02; 5 ölçümlü model için CFI 0,96 ve SRMR 0,04 olacak şekilde bulunmuştur. Ayrıca tüm veri seti kullanılarak analiz edilen modellere ait CFI ve SRMR değerleri örneklemlerden elde edilen %95 güven aralıkları içinde yer almıştır. Uyum indeksleri bağlamında da literatür ile uyumlu sonuçlar elde edilmiştir.

Model Bileşenleri / Parametre Tahminleri: Parametre tahminleri için ortalama, standart sapma ve anlamlılık yüzdeleri yanında yanlılık ve standart hata yanlılığı test edilmiştir.

Ortalama Yapı Bileşenleri: Her iki model ve tüm örneklem büyüklükleri açısından ortalama yapı için tahminlenen parametreler hem veri setinin bütününden elde edilen parametre değerleriyle uyumlu ve yansız hem de anlamlı çıkmıştır.

Kovaryans Yapı Bileşenleri: Varyans ve kovaryans parametreleri 500 kişi üstündeki örneklemelerin tamamında her iki model için %100 anlamlı çıkmıştır. 5 ölçümlü modelde ise 250 kişilik örneklem için de hem varyans hem de kovaryans değerleri %100 anlamlı ve yansız çıkmıştır.

Ayrıca 1500 kişilik örneklem için bazı parametre tahminleri yanlı iken standart hata tahminlerinin yansız olduğu olduğu tespit edilmiştir. Bu durumun MLR ile kullanılan standart hatalara karşı dirençli Huber-White yönteminin etkisi olabileceği tahmin edilmektedir. Ayrıca tüm veriden çekilen kişi sayısı arttıkça (1500) t6 değişkenindeki kayıp verilerin de artması ve ayrıca t6 değişkenindeki uç değerlerin düşük puan tarafında olması nedeniyle tahminlerin yanlı oluşmuş olabileceği düşünülmektedir. Diğer değişkenlerde uç değerlerin yüksek puan tarafında olmasının da etkisiyle örnekleme hataları oluşmuş olabileceği bu durumun da alt örneklemelerde dalgalanmalara neden olmuş olabileceği şeklinde yorumlanmıştır. Bu durumu Anderson ve Gerbing (1984), örnekleme hataları nedeniyle popülasyonda aralarında pozitif korelasyon bulunan iki değişken arasında model doğru tanımlanmış olsa dahi negatif bir korelasyon elde edilebilir, şeklinde açıklamıştır.

Varyans ve kovaryans değerlerinin her iki model için anlamlı ve yansız / kabul edilebilir sınırların komşuluğunda tahminlenmiş olması örtük gelişme modellerinde araştırılan bireyler arası farklılıkların ve birey içi değişimdeki bireyler arası farklılıkların tespit edilebildiği şeklinde yorumlanabilir. Küçük örneklemeler ile yapılacak araştırmalar bu etkinin ortaya çıkması için ölçüm sayısının ya da bir faktöre bağlı gösterge sayısının (çok göstergeli örtük gelişme modelleri) artırılması yerinde olacaktır.

Gözlenen Değişkenlerin Hata Varyansları: Yukarıda veri setinin yapısına yönelik yapılan yorumların en çok etkisini gösterdiği parametre grubunun hata

varyansları olduğu görülmektedir. 5 ölçümlü model için 500 kişilik örneklem büyüklüğü ve sonrasında hata varyans tahminlerinin yansız olduğu tespit edilmiştir (Sadece 500 ve 1000 kişilik örneklemelerde t6 değişkeni hata varyansları yanı çıkmıştır). Diğer parametreler gözönüne alındığında yansız tahmin için gerekli örneklem büyüklüğü 2 katına çıkmıştır. Bu durumun giderilmesi için daha önce de bahsedildiği üzere hata varyanslarının sifira sabitlenmesi dışında hata varyanslarının birbirine eşitlenmesi de düşünülebilir. Fakat analiz edilen modellerde açıklayıcı değişkenlerin kullanılmadığı da düşünülecek olursa modele eklenecek açıklayıcı değişkenlerin açıklanamayan varyansı yorumlamada olumlu etkisi olabileceği düşünülmektedir.

Varyans ve kovaryans tahminlerinin yorumlandığı yukarıdaki bölümde de ifade edildiği üzere negatif varyans tahmininin nedenlerinin t6 değişkenindeki %34 oranındaki kayıp veri ile uç değerlerin varlığı olabileceği düşünülmektedir. 4 ölçümlü model için örneklem büyüklüğünün 500'den büyük olması negatif varyans durumunu ortadan kaldırmıştır. Bu durum Savalei ve Bentler'in (2005) MLR'nin sürekli değişkenlerin kullanıldığı normal dağılımın sağlanmadığı ve kayıp veri içeren analizlerde örneklem büyüklüğünün 400'den büyük olması gerektiği ifadesi ile uyumlu bir sonuçtur.

Örneklem Büyüklüğü: Hamilton, Gagne ve Hancock (2003) örtük gelişme modellerinin gelişme faktörlerinin varyans büyüklüklerini de dâhil ettikleri çalışmalarında en az 100 kişilik örneklem kullanılması gerektiğini belirtmişlerdir. Fakat bu çalışmada doğrusal model analiz edilmiştir. Tahminlenecek gelişim eğrisinin formu kullanılması gereken minimum değişken sayısını ve örneklem büyüklüğünü etkileyen faktörlerdir.

Örneklem büyüklüğü ile ilgili verilen çoğu kural veya tavsiye sadece bazı modellerin, belli birkaç basitleştirilmiş koşul altında ve simülasyonlar yardımıyla elde edilmektedir (Minimum Sample Size Recommendations, Newsom, 2018, http://web.pdx.edu/~newsomj/semclass/ho_sample%20size.pdf). Oysa gerçek veri ile bu koşulların elde edilmesi gerçekçi olamayabilmektedir. Bu neden bu çalışmalarda verilen bilgiler tanımlayıcı ve kesin kurallar değildir.

Bu çalışmada kullanılan veri seti özelliklerine benzer özellikler barındıran veri seti ile modellenecek karesel gelişme modelleri için 4 ölçüm için 500 kişilik örneklem, 5 ölçüm için 250 kişilik örneklem iyi olmakla beraber, 250 den büyük örneklem kullanılabileceği sonucu ortaya konulabilir.

Modele eklenen her gösterge (tekrarlı ölçüm) tahminleme sürecini kolaylaştırmakta ve tahminlerin kalitesini arttırmakta ve gerekli örneklem büyüklüğünü düşürmektedir. Buradan yola çıkarak örtük gelişme modellerinin tahminleme sürecinde örneklem büyüklüğünden çok ölçüm sayısının daha etkili olduğu düşünülmektedir.

İstatistikçi Box'ın (1976) "tüm modeller yanlıştır fakat bazıları kullanışlıdır" ifadesinden yola çıkarak modelin doğru tanımlanması veri ile uyumunu arttırmakta ve kullanılabilirliğini arttırmaktadır. Doğru kurulmuş bir modele başka değişkenler eklenerek etkileri test edilebilir.

KAYNAKLAR

- Anderson, J.C., & Gerbing, D.W. *Psychometrika* (1984) 49: 155.
- Aşkar, P., & Yurdugül, H. (2009). Örtük büyüme modellerinin eğitim araştırmalarında kullanımı. 8(2), 534-555.
- Aydın, B. (2010). Comparison of latent growth models with different time coding strategies in the presence of inter-individually varying time points of measurement. Yüksek Lisans Tezi. University of Florida.
- Bayram, N. (2010). Yapısal eşitlik modellemesine giriş amos uygulamaları: Ezgi Kitabevi.
- Bentler, P. M. ve diğerleri (1987). "Practical issues in structural modeling." 16(1): 78-117.
- Bentler, P. M. (1972). A lower-bound method for the dimension-free measurement of internal consistency. *Social Science Research*, 1(4), 343–357.
- Bollen, K. A. (1989). *Structural equations with latent variables*.
- Bollen, K.A. (1990). Overall fit in covariance structure models: Two types of sample size effects. *Psychological Bulletin*, 107, 256-259.
- Bollen, K. A. (2002). *Latent Variables in Psychology and the Social Sciences*. 53(1), 605-634.
- Bollen, K. A. (2007). On the origins of latent curve models. In *Factor analysis at 100: Historical developments and future directions*. (pp. 79-97). Mahwah, NJ, US: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- Bollen, K. A. (1980). Issues in the comparative measurement of political democracy. *American Sociological Review*, 45(3), 370–390.
- Bollen, K. A. ve Curran, P. J. (2006). *Latent curve models: A structural equation approach*. Hoboken, NJ: Wiley.
- Boomsma, A. (1982). Robustness of LISREL against small sample sizes in factor analysis models. In: Joreskog KG, Wold H, editors. *Systems under indirection observation: Causality, structure, prediction (Part I)*. In: North Holland, Amsterdam, Netherlands.

- Box, G. E. P. (1979). "Robustness in the strategy of scientific model building", in Launer, R. L.; Wilkinson, G. N., *Robustness in Statistics*, Academic Press, pp. 201–236.
- George E. P. Box. (1976). Science and Statistics. *Journal of the American Statistical Association*, 71(356), 791-799.
- Brandmaier, A. M. ve diğerleri (2018). "Precision, reliability, and effect size of slope variance in latent growth curve models: Implications for statistical power analysis." 9: 294.
- Brosseau-Liard, P. ve V. Savalei (2014). "Adjusting Incremental Fit Indices for Nonnormality." *Multivariate Behavioral Research* 49: 460-470.
- Chen, F., Bollen, K. A., Paxton, P., Curran, P. J., & Kirby, J. B. (2001). Improper solutions in structural equation models: Causes, consequences, and strategies. *Sociological Methods & Research*, 29(4), 468-508.
- Cheung, M. W. L. (2007). Comparison of the methods of handling missing time-invariant covariates in latent growth models under the assumption of missing completely at random. *Organizational Research Methods*, 10, 609-634.
- Cohen, J. (1977). *Statistical power analysis for the behavioral sciences* (Rev. ed.). Hillsdale, NJ, US: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Cohen, J. (1992). *Statistical Power Analysis*. *Current Directions in Psychological Science*, 1(3), 98-101. Retrieved from <http://www.jstor.org/stable/20182143>
- Cohen, J. (1988). *Statistical Power Analysis for the Behavioral Sciences*. New York: Routledge.
- Cudeck, R., du Toit, S., & Sörbom, D. (2001). *Structural equation models: Present and Future. A Festschrift in honor of Karl Jöreskog*. Chicago: Scientific Software International.
- Ding, L., Velicer, W., & Harlow, L. (1995). Effects of Estimation Methods, Number of Indicators Per Factor, and Improper Solutions on Structural Equation Modeling Fit Indices. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*. 2. 119-143.

- Duncan, T. E., Duncan, S. C., & Strycker, L. A. (2006). An introduction to latent variable growth curve modeling: Concepts, issues, and applications, 2nd ed. Mahwah, NJ, US: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- Duncan, T.E., & Duncan, S.C. (2009). The ABC's of LGM: An Introductory Guide to Latent Variable Growth Curve Modeling. *Social and personality psychology compass*, 3 6, 979-991 .
- Duncan, T. E. ve Duncan, S. C. (2004). An introduction to latent growth curve modeling. *Behavior Therapy*, 35, 333-363.
- Dural, S. (2010). Farklı kayıp veri tekniklerinin çok göstergeli örtük gelişme modelleri üzerindeki etkisi. Doktora tezi, Ege üniversitesi, İzmir.
- Dural, S., Somer O., Korkmaz, M., Can, S. ve Öğretmen, T. (2010). Zamana bağlı değişimin incelenmesi: Örtük gelişme modelleri. *Türk Psikoloji Dergisi*, 25, 1-13.
- Epskamp, S. (2015). "semPlot: Unified visualizations of structural equation models." *Structural Equation Modeling* 22(3): 474-483.
- Fan, X., Thompson, B., ve Wang, L. (1999), "Effects of Sample Size, Estimation Methods, and Model Specification on Structural Equation Modeling Fit Indexes," *Structural Equation Modeling*, 6 (1), 56-83.
- Ferrer, E., Balluerka, N., & Widaman, K. F. (2008). Factorial invariance and the specification of second-order latent growth models. *Methodology: European Journal of Research Methods for the Behavioral and Social Sciences*, 4(1), 22-36.
- Fornell, Larcker, D.F. (1981)“Evaluating structural equation models with unobservable variables and measurement error,” *Journal of marketing research*, pp. 39-50.
- Gerbing, D.W. & Anderson, J.C. (1987). *Psychometrika* (1987) 52: 99.
- Gerbing, D. W., & Anderson, J. (1985). The Effects of Sampling Error and Model Characteristics on Parameter Estimation for Maximum Likelihood Confirmatory Factor Analysis. *Multivariate Behavioral Research*, 20(3), 255-271.
- Ghisletta, P., Mason, F., von Oertzen, T., Hertzog, C., Nilsson, L. - G., & Lindenberger, U. (2019). On the use of growth models to study normal cognitive aging. *International Journal of Behavioral Development*.

- Hancock, G. R., Kuo, W.L., & Lawrence, F. R. (2001). An illustration of second-order latent growth models. *Structural Equation Modeling*, 8(3), 470-489.
- Hamilton, J., Gagne, P.E., & Hancock, G.R. (2003). The Effect of Sample Size on Latent Growth Models.
- Hoogland, J. J. ve Boomsma, A. (1998). Robustness studies in covariance structure modelling: An overview and a meta-analysis. *Sociological Methods & Research*, 26, 3, 329-367.
- Hooper, D. ve diğerleri (2007). "Structural Equation Modeling: Guidelines for Determining Model Fit." *The Electronic Journal of Business Research Methods* 6.
- Hooper, D., Coughlan, J. and Mullen, M. R. (2008). "Structural Equation Modelling: Guidelines for Determining Model Fit." *The Electronic Journal of Business Research Methods* Volume 6 Issue 1, pp. 53 - 60.
- Hu, L. T. & Bentler, P. M. (1999). Cutoff criteria for fit indexes in covariance structure analysis: Conventional criteria versus new alternatives, *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 6:1,1-55.
- Hu, L. T., & Bentler, P. M. (1998). Fit indices in covariance structure modeling: Sensitivity to underparameterized model misspecification. *Psychological methods*, 3(4), 424
- Joreskog, K. G., & Sorbom, D. (1981). LISREL: Analysis of linear structural relationships by the method of maximum likelihood (Version V). Chicago: National Educational Resources, Inc.
- Jorgensen, T. D., Pornprasertmanit, S., Schoemann, A. M., & Rosseel, Y. (2018). semTools: Useful tools for structural equation modeling. R package version 0.5-1. Erişim adresi: <https://CRAN.R-project.org/package=semTools>
- Kaplan, D. (2008). *Structural equation modeling: Foundations and extensions* (Vol. 10): Sage Publications.
- Kaplan, D., & George, R. (1998). Evaluating Latent Variable Growth Models Through Ex Post Simulation. *Journal of Educational and Behavioral Statistics*, 23(3), 216-235.

- E. Kevin, K. (2015). Using mplus for structural equation modeling. Thousand Oaks, CA: SAGE Publications, Inc.
- Kenny, D. ve diğerleri (2014). The Performance of RMSEA in Models With Small Degrees of Freedom.
- Kenny, D. (2015). Measuring Model Fit. Erişim adresi: <http://davidakenny.net/cm/fit.htm#null>
- Kenny, D. A. ve D. B. McCoach (2003). "Effect of the number of variables on measures of fit in structural equation modeling." *Structural Equation Modeling* 10(3): 333-351.
- Andreas G. Klein, & Muthén, B. (2006). Modeling Heterogeneity of Latent Growth Depending on Initial Status. *Journal of Educational and Behavioral Statistics*, 31(4), 357-375.
- Kline, R. B. (2005). Principles and practice of structural equation modeling. New York: The Guilford Press.
- Kline, R. B. (2010). Principles and Practice of Structural Equation Modeling, 3rd edn Guilford Press. New York, USA.
- Korkmaz S, Goksuluk D, Zararsiz G. (2014) MVN: An R Package for Assessing Multivariate Normality. *The R Journal*. 6(2):151-162.
- Lai, K. and S. B. Green (2016). "The Problem with Having Two Watches: Assessment of Fit When RMSEA and CFI Disagree." *Multivariate Behav Res* 51(2-3): 220-239.
- Lance, C. E., & Fan, Y. (2016). Convergence, Admissibility, and Fit of Alternative Confirmatory Factor Analysis Models for MTMM Data. *Educational and psychological measurement*, 76(3), 487–507.
- Leite, W. L. (2007). A Comparison of Latent Growth Models for Constructs Measured by Multiple Items. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 14(4), 581-610.
- MacCallum, R. C., Browne, M. W., & Sugawara, H. M. (1996). Power analysis and determination of sample size for covariance structure modeling. *Psychological Methods*, 1(2), 130-149.

- MacCallum, R. C., Widaman, K. F., Zhang, S., & Hong, S. J. P. (1999). Sample size in factor analysis. *4*(1), 84.
- Marsh, H. W., Balla, J. R., & McDonald, R. P. (1988). Goodness-of-fit indexes in confirmatory factor analysis: The effect of sample size. *Psychological Bulletin*, *103*(3), 391-410.
- McArdle, J. J. (1988). Dynamic but structural equation modeling of repeated measures data. In *Handbook of multivariate experimental psychology*, 2nd ed. (pp. 561-614). New York, NY, US: Plenum Press.
- McDonald, R. P. (1989). An index of goodness-of-fit based on noncentrality. *Journal of Classification*, *6*(1), 97-103.
- McDonald, R. P. (1999). *Test theory: A unified treatment*. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Meredith, W. (1993). Measurement invariance, factor analysis and factorial invariance. *Psychometrika*, *58*(4), 525-543.
- Meredith, W., & Tisak, J. (1990). Latent curve analysis. *Psychometrika*, *55*(1), 107-122.
- Miller, J. D. (2016). *Longitudinal Study of American Youth, 1987-1994, 2007-2011*.
- Muthén, B. (1997). Latent Variable Modeling of Longitudinal and Multilevel Data. *Sociological Methodology*, *27*, 453-480.
- Muthén, B., Kaplan, D. & Hollis, M. *Psychometrika* (1987) *52*: 431.
- Muthén, B. (2004). Latent variable analysis. *345*(368), 106-109.
- Muthén, B. O., & Khoo, S.T. (1998). Longitudinal studies of achievement growth using latent variable modeling. *Learning and Individual Differences*, *10*(2), 73-101.
- Muthén, L. K., & Muthen, B. (2017). *Mplus user's guide: Statistical analysis with latent variables, user's guide: Muthén & Muthén*.
- Muthén, L. K., & Muthén, B. O. (2002). How to use a Monte Carlo study to decide on sample size and determine power. *Structural Equation Modeling*, *9*(4), 599-620.
- National Center for Education Statistics. (2006). *Combined user's manual for the ECLS-K fifth grade data files and electronic codebook (NCES 2006-032)*. Washington, DC: U.S. Department of Education.
- Newsom, J. T. (2015). *Multivariate applications series. Longitudinal structural equation modeling: A comprehensive introduction*. New York, NY, US: Routledge/Taylor & Francis Group.

- Newsom, J. T. (2018). Some Clarifications and Recommendations on Fit Indices, 2018.
Erişim adresi: http://web.pdx.edu/~newsomj/semclass/ho_fit.pdf, Erişim zamanı:
31.10.2019
- Newsom, T. T. (2018). Latent Growth Curve Example. Erişim adresi:
http://web.pdx.edu/~newsomj/semclass/ho_growth%20example%201.pdf
Erişim zamanı: 01.11.2019
- Newsom, J.T. (2018). Improper Solutions in SEM. Erişim adresi:
http://web.pdx.edu/~newsomj/semclass/ho_improper.pdf Erişim zamanı:
02.11.2019
- Nunnally, J. C. (1994). Psychometric theory 3E: Tata McGraw-Hill Education.
- Preacher, K. J. ve diğerleri (2007). "Alternatives to traditional model comparison strategies for covariance structure models." Modeling contextual effects in longitudinal studies.
- Preacher, K. J., Wichman, A. L., MacCallum, R. C., & Briggs, N. E. (2008). Latent Growth Curve Modeling: SAGE Publications.
- Preacher, K. J. (2010). Latent growth curve models. The reviewer's guide to quantitative methods in the social sciences, 1, 185-198.
- Preacher, K. J., & Coffman, D. L. (2006). Computing power and minimum sample size for RMSEA [Computer software].
- Power Analysis for SEM, 2019. Erişim adresi:
http://web.pdx.edu/~newsomj/semclass/ho_power.pdf
- Raykov, T. (2000). On the large-sample bias, variance, and mean squared error of the conventional noncentrality parameter estimator of covariance structure models. Structural Equation Modeling, 7, 431-441.
- Raykov, T. (2005). Bias-corrected estimation of noncentrality parameters of covariance structure models. Structural Equation Modeling, 12, 120-129
- Satorra, A., & Saris, W. E. (1985). Power of the likelihood ratio test in covariance structure analysis. Psychometrika, 50(1), 83-90.
- Sayer, A. G. ve Cumsille, P. E. (2001). Second-order latent growth models. In L. M. Collins ve A. G. Sayer (Eds.), New methods for the analysis of change (1st ed., pp. 179-200). Washington, DC: American Psychological Association.

- Taasoobshirazi, G. & Wang, S. (2016). The performance of the SRMR, RMSEA, CFI and TLI: An examination of sample size, path size and degrees of freedom. *Journal of Applied Quantitative Methods*, 11(3), 31-39.
- Tucker, L. R. (1958). Determination of parameters of a functional relation by factor analysis. *Psychometrika*, 23, 19–23.
- Wang, J., & Wang, X. (2012). *Structural Equation Modeling: Applications Using Mplus*.
- van Driel, O. P. (1978). On various causes of improper solutions of maximum likelihood factor analysis. *Psychometrika*, 43, 225–243.
- Welch, Greg. (2007). *Model Fit and Interpretation of Non-Linear Latent Growth Curve Models*. Yüksek Lisans Tezi. University of Pittsburgh.
- Widaman, K. F., Ferrer, E., & Conger, R. D. (2010). Factorial Invariance within Longitudinal Structural Equation Models: Measuring the Same Construct across Time. *Child development perspectives*, 4(1), 10-18.
- Wolf, E. J., Harrington, K. M., Clark, S. L., & Miller, M. W. (2013). Sample Size Requirements for Structural Equation Models: An Evaluation of Power, Bias, and Solution Propriety. *Educational and Psychological Measurement*, 76(6), 913-934.
- Wu, A. D., Liu, Y., Gadermann, A. M., & Zumbo, B. D. (2010). Multiple-Indicator Multilevel Growth Model: A Solution to Multiple Methodological Challenges in Longitudinal Studies. *Social Indicators Research*, 97(2), 123-142.
- Willett, J. B. (1989). "Some results on reliability for the longitudinal measurement of change: Implications for the design of studies of individual growth." *Educational and Psychological Measurement* 49(3): 587-602.
- Willett, J. B. ve Sayer, A. G. (1994). Using covariance structure analysis to detect correlates and predictors of individual change over time. *Psychological Bulletin*, 116, 363-381.
- Yapar, T. (2014). İngilizce okuma becerisindeki gelişimin madde tepki kuramı ve örtük büyüme modellenmesiyle incelenmesi. Doktora tezi, Hacettepe üniversitesi, Ankara.

Yves Rosseel (2012). lavaan: An R Package for Structural Equation Modeling. Journal of Statistical Software, 48(2), 1-36.



EKLER

EK-1: 3 Ölçümlü Doğrusal Gelişme Modeli için R Kodu

```
rm(list = ls())
setwd("C:/Users/gurkan/Desktop/Pilot/ECLS/100")
library(data.table)
library(jpeg)
library(latticeExtra)
library(lavaan)
library(reshape2)
library(rJava)
library(rjson)
library(semTools)
library(XLConnect)
library(semPlot)
library(haven)

#Cohort2 excel dosyasınının 1. sayfası okunup x listesine atanıyor
ecls <- read_sav("C:/Users/gurkan/Desktop/Pilot/TEZ/ecls.sav")
ecls[ecls== -99]<-NA

# x listesi aynı zamanda y matrisi olarak kaydediliyor
y<-as.matrix(ecls)

# y matrisinden random çekilecek örneklem ve örnekleme ait analiz
# sonuçlarının kaydedileceği 2 excel dosyası oluşturuluyor
SMPLS<-loadWorkbook(filename="100SAMPLES.xlsx", create = TRUE)
SONUC<-loadWorkbook(filename="100SONUC.xlsx", create = TRUE)

# SONUC excel dosyasında örneklem excel sayfası aç
createSheet(SONUC, name = "100sonuclari")

# sonuçlar excel sayfasına yazdırılırken bir sonraki sütuna geçmek için j değişkenine
# 1 başlangıç değeri atanıyor
j<-1

# Random çekilecek örneklemelerin analizi için döngü
for (i in 1:100)
{
# Random çekilecek her örneklem için SMPLS dosyasında ayrı sayfa oluştur (her
döngüde)
wsname<-paste0("100",i)
createSheet(SMPLS, name = wsname)

# y matrisinin ilk 4 sütunu (4 zaman noktasındaki ölçümler) için
# 30 kişilik örneklem çek ve dfy ye kaydet.

dfy<-y[sample(nrow(y), 100),1:3]

# SMPLS dosyasınının yeni açılan wsname isimli sayfasına dfy deki örnekleme kaydet
writeWorksheet(SMPLS, dfy, sheet = wsname , startRow = 1, startCol = 1)

# 4 zaman noktasında ölçülen örneklem için doğrusal ögm
model <- '
i =~ 1*t1 + 1*t2 + 1*t4
s =~ 0*t1 + 1*t2 + 3*t4'
```

```

# Modeli test edip fit nesnesine aktar
fit <- growth(model, data=dfy, estimator= "MLR", missing= "ML")

# j yi 1 arttır ve SONUC dosyasının 2. satır j. sütununa uyum indekslerini yazdır
j<-j+1

# Uyum indekslerini a ya ata.
n<-summary(fit,fit.measures=T)

a<-as.double(n$FIT[c("chisq", "df", "pvalue","rmsea","rmsea.ci.lower",
"rmsea.ci.upper","rmsea.pvalue" ,"srmr", "cfi", "tli", "ntotal")])

writeWorksheet(SONUC, a, sheet = "100sonuclari" , startRow = 2, startCol = j)

# Model tahminleme eğer başarılı değilse programın verdiği hataları tespit etmek
# ve convergence rate (yakınsama oranını) hesaplamak için
# Model psi, theta ve gözlenen puanlar matrisinin determinantını hesapla det
değişkenine ata
# SONUC dosyasının j. sütununun 46., 48. ve 51. satırına determinant işaretleri
yazdır

writeWorksheet(SONUC, determinant(inspect(fit,"est")$psi)$sign, sheet =
"100sonuclari" , startRow = 15, startCol = j)

writeWorksheet(SONUC, determinant(inspect(fit,"est")$theta)$sign, sheet =
"100sonuclari" , startRow =17, startCol = j)

writeWorksheet(SONUC, determinant(lavInspect(fit, "cov.ov"))$sign, sheet =
"100sonuclari" , startRow = 19, startCol = j)

# summary(fit) ile tahminlenen model parametrelerini
# excel SONUC dosyasına yazdır

m<-summary(fit)
n<-1
for (k in 7:12)
{
b<-as.vector(m$PE[k,5:8])
c<-as.double(b)
n<-n+5
writeWorksheet(SONUC, c, sheet = "100sonuclari" , startRow = 15+n, startCol = j)
}

for (k in 16:17)
{
b<-as.vector(m$PE[k,5:8])
c<-as.double(b)
n<-n+5
writeWorksheet(SONUC, c, sheet = "100sonuclari" , startRow = 15+n, startCol = j)
}

# CFI, TLI, and other incremental fit indices may not be very informative because the
baseline model's RMSEA < 0.158 (Kenny, Kaniskan, & McCoach, 2015).
# NullRMSEA<0.158 ise CFI ve TLI vereceği bilgi yetersizdir.

```

```

# nullRMSEA yani Baseline modele ait RMSEA yı hesapla
#http://documentation.statsoft.com/STATISTICAHelp.aspx?path=power/PowerAnalysis/Dialogs/Structural/StructuralEquationModelingSampleSizeParametersQuickTab

NULLRMSEA<-nullRMSEA(fit)

n<-n+5
writeWorksheet(SONUC, NULLRMSEA, sheet = "100sonuclari" , startRow = 15+n, startCol =
j)

# Post Hoc Güç Analizi için ... tarafından geliştirilen yöntem NULL RMSEA ve ALT
RMSEA (Hesaplanan modele ait RMSEA) yı kullanıyor
# Özellikle örneklemin küçük olduğu durumlar için daha uygundur
# http://www.quantpsy.org/rmsear/rmsear.htm
# http://www.quantpsy.org/pubs/preacher_cai_maccallum_2007.pdf
# http://www.quantpsy.org/rmsear/rmsearplot.htm
power<-findRMSEApower(rmsear0 = NULLRMSEA, rmsearA =
fitmeasures(fit,"rmsear.robust"), alpha=0.05, n= fitmeasures(fit,"ntotal"),
df=fitmeasures(fit,"df"))

n<-n+3

writeWorksheet(SONUC, power, sheet = "100sonuclari" , startRow = 15+n, startCol = j)

# semtools ile güvenilirlik hesaplama i, s ve toplam için

for (k in 1:3)
{
n<-n+5
writeWorksheet(SONUC, reliability(fit)[ ,k], sheet = "100sonuclari" , startRow =
15+n, startCol = j)
}

n<-n+6
writeWorksheet(SONUC, inspect(fit,"r2"), sheet = "100sonuclari" , startRow = 15+n,
startCol = j)

}
# Döngü sonu
# Oluşturulan Excel Dosyalarını kaydet
saveWorkbook(SMPLS)
saveWorkbook(SONUC)

# 4 zaman noktası için tahminlenen ortalamaları al,
# data.frame e yaz ve long formata dönüştür
fit.ort<-fitted(fit)$mean
tt.ort<- data.frame(puan = fit.ort, zaman = c("t1", "t2", "t3"))
t.ort.long<-melt(tt.ort)

# gözlenen verileri long formata dönüştür
dfy.long<-melt(dfy)

# tahminlenen ortalama, gözlenen ortalama ve bireysel gelişim çizgilerini çiz.
my_plot = xyplot(value ~ Var2, data = dfy.long, group = Var1, type = 'l',
panel=function(... )
{

panel.xyplot(...)
panel.average(...,fun=mean,horizontal=FALSE,col='black',lwd=5)
}

```

```
panel.lines(t.ort.long$value ~ t.ort.long$zaman, data = t.ort.long, type = 'b', lwd=
5)
})
```

```
print(my_plot)
dev.copy(jpeg, filename = paste(i, ".jpeg", sep=""))
dev.off()
```

```
#hepsi çalıştıktan sonra manuel yapıştır ve çalıştır
my_plot=semPaths(fit, what = "paths", style = "lisrel", intercepts = TRUE, whatLabels
= "par", residuals = TRUE, edge.color = "black", thresholdColor = "black",
curvePivotShape= 0.25, asize=2, label.cex=2, edge.label.cex= 1.2, esize= 1, pastel =
TRUE )
print(my_plot)
dev.copy(jpeg, filename = paste(i+1, ".jpeg", sep=""))
dev.off()
```


EK-2: 4 Ölçümlü Karesel Gelişme Modeli İçin R Kodu

```
rm(list = ls())
setwd("C:/Users/gurkan/Desktop/Pilot/ECLS/Q100")
library(data.table)
library(jpeg)
library(latticeExtra)
library(lavaan)
library(reshape2)
library(rJava)
library(rjson)
library(semTools)
library(XLConnect)
library(semPlot)
library(haven)

ecls <- read_sav("C:/Users/gurkan/Desktop/Pilot/TEZ/ecls.sav")
ecls[ecls==99]<-NA
y<-as.matrix(ecls)
SMPLS<-loadWorkbook(filename="100SAMPLES.xlsx", create = TRUE)
SONUC<-loadWorkbook(filename="100SONUC.xlsx", create = TRUE)
createSheet(SONUC, name = "100sonuclari")

j<-1
for (i in 1:100)
{
  wsname<-paste0("100",i)
  createSheet(SMPLS, name = wsname)
  dfy<-y[sample(nrow(y), 100),2:5]
  writeWorksheet(SMPLS, dfy, sheet = wsname , startRow = 1, startCol = 1)

  model <- '
  i =~ 1*t2 + 1*t4 + 1*t5 + 1*t6
  s =~ 0*t2 + 1*t4 + 3*t5 + 5*t6
  q =~ 0*t2 + 1*t4 + 9*t5 + 25*t6'

  fit <- growth(model, data=dfy, estimator= "MLR", missing= "ML")

  j<-j+1

  n<-summary(fit,fit.measures=T)
  a<-as.double(n$FIT[c("chisq", "df",
"pvalue","rmsea","rmsea.ci.lower","rmsea.ci.upper","rmsea.pvalue" ,"srmr", "cfi",
"tli", "ntotal")])

  writeWorksheet(SONUC, a, sheet = "100sonuclari" , startRow = 2, startCol = j)
  writeWorksheet(SONUC, determinant(inspect(fit,"est")$psi)$sign, sheet =
"100sonuclari" , startRow = 15, startCol = j)
  writeWorksheet(SONUC, determinant(inspect(fit,"est")$theta)$sign, sheet =
"100sonuclari" , startRow =17, startCol = j)
  writeWorksheet(SONUC, determinant(lavInspect(fit, "cov.ov"))$sign, sheet =
"100sonuclari" , startRow = 19, startCol = j)

  m<-summary(fit)
  n<-1

  for (k in 13:22)
  {
    b<-as.vector(m$PE[k,5:8])
    c<-as.double(b)
```

```

        n<-n+5
        writeWorksheet(SONUC, c, sheet = "100sonuclari" , startRow = 15+n, startCol = j)
    }

for (k in 27:29)
{
    b<-as.vector(m$PE[k,5:8])
    c<-as.double(b)
    n<-n+5
    writeWorksheet(SONUC, c, sheet = "100sonuclari" , startRow = 15+n, startCol = j)
}

NULLRMSEA<-nullRMSEA(fit)
n<-n+5

writeWorksheet(SONUC, NULLRMSEA, sheet = "100sonuclari" , startRow = 15+n, startCol =
j)

power<-findRMSEApower(rmseao = NULLRMSEA, rmseaA = fitmeasures(fit,"rmsea.robust"),
alpha=0.05, n= fitmeasures(fit,"ntotal"), df= fitmeasures(fit,"df"))
n<-n+3

writeWorksheet(SONUC, power, sheet = "100sonuclari" , startRow = 15+n, startCol = j)

for (k in 1:4)
{
    n<-n+5
    writeWorksheet(SONUC, reliability(fit)[ ,k], sheet = "100sonuclari" , startRow =
15+n, startCol = j)
}

n<-n+6
writeWorksheet(SONUC, inspect(fit,"r2"), sheet = "100sonuclari" , startRow = 15+n,
startCol = j)
}
saveWorkbook(SMPLS)
saveWorkbook(SONUC)

fit.ort<-fitted(fit)$mean
tt.ort<- data.frame(puan = fit.ort, zaman = c("t2", "t4", "t5", "t6"))
t.ort.long<-melt(tt.ort)
dfy.long<-melt(dfy)
my_plot = xyplot(value ~ Var2, data = dfy.long, group = Var1, type = 'l',
panel=function(...)
{
    panel.xyplot(...)
    panel.average(...,fun=mean,horizontal=FALSE,col='black',lwd=5)
    panel.lines(t.ort.long$value ~ t.ort.long$zaman, data = t.ort.long, type = 'b', lwd=
5)
})

print(my_plot)
dev.copy(jpeg, filename = paste(i, ".jpeg", sep=""))
dev.off()
my_plot=semPaths(fit, what = "paths", style = "lisrel", intercepts = TRUE, whatLabels
= "par", residuals = TRUE, edge.color = "black", thresholdColor = "black",
curvePivotShape= 0.25, asize=2, label.cex=2, edge.label.cex= 1.2, esize= 1, pastel =
TRUE )
print(my_plot)
dev.copy(jpeg, filename = paste(i+1, ".jpeg", sep=""))
dev.off()

```

EK-3: 5 Ölçümlü Karesel Gelişme Modeli için R Kodu

```
rm(list = ls())
setwd("C:/Users/gurkan/Desktop/Pilot/ECLS/100")
library(data.table)
library(jpeg)
library(latticeExtra)
library(lavaan)
library(reshape2)
library(rJava)
library(rjson)
library(semTools)
library(XLConnect)
library(semPlot)
library(haven)

#Cohort2 excel dosyasınının 1. sayfası okunup x listesine atanıyor
ecls <- read_sav("C:/Users/gurkan/Desktop/Pilot/TEZ/ecls.sav")
ecls[ecls=="-99"]<-NA

y<-as.matrix(ecls)

SMPLS<-loadWorkbook(filename="100SAMPLES.xlsx", create = TRUE)
SONUC<-loadWorkbook(filename="100SONUC.xlsx", create = TRUE)

createSheet(SONUC, name = "100sonuclari")

j<-1

for (i in 1:100)
{

  wsname<-paste0("100",i)
  createSheet(SMPLS, name = wsname)

  dfy<-y[sample(nrow(y), 100),1:5]

  writeWorksheet(SMPLS, dfy, sheet = wsname , startRow = 1, startCol = 1)

  model <- '
i =~ 1*t1 + 1*t2 + 1*t4 + 1*t5 + 1*t6
s =~ 0*t1 + 1*t2 + 3*t4 + 7*t5 + 11*t6
q =~ 0*t1 + 1*t2 + 9*t4 + 49*t5 + 121*t6'

  fit <- growth(model, data=dfy, estimator= "MLR", missing= "ML")
  j<-j+1
  n<-summary(fit,fit.measures=T)

a<-as.double(n$FIT[c("chisq", "df",
"pvalue","rmsea","rmsea.ci.lower", "rmsea.ci.upper", "rmsea.pvalue" ,"srmr", "cfi",
"tli", "ntotal")])
```

```

writeWorksheet(SONUC, a, sheet = "100sonuclari" , startRow = 2, startCol = j)

writeWorksheet(SONUC, determinant(inspect(fit,"est")$psi)$sign, sheet =
"100sonuclari" , startRow = 15, startCol = j)

writeWorksheet(SONUC, determinant(inspect(fit,"est")$theta)$sign, sheet =
"100sonuclari" , startRow =17, startCol = j)

writeWorksheet(SONUC, determinant(lavInspect(fit, "cov.ov"))$sign, sheet =
"100sonuclari" , startRow = 19, startCol = j)

      m<-summary(fit)
      n<-1

      for (k in 16:26)
      {
        b<-as.vector(m$PE[k,5:8])
        c<-as.double(b)
        n<-n+5
        writeWorksheet(SONUC, c, sheet = "100sonuclari" , startRow = 15+n,
startCol = j)
      }

      for (k in 32:34)
      {
        b<-as.vector(m$PE[k,5:8])
        c<-as.double(b)
        n<-n+5
        writeWorksheet(SONUC, c, sheet = "100sonuclari" , startRow = 15+n,
startCol = j)
      }

      NULLRMSEA<-nullRMSEA(fit)
      n<-n+5
      writeWorksheet(SONUC, NULLRMSEA, sheet = "100sonuclari" , startRow =
15+n, startCol = j)

      power<-findRMSEApower(rmseath = NULLRMSEA, rmseaA =
fitmeasures(fit,"rmsea.robust"), alpha=0.05, n= fitmeasures(fit,"ntotal"), df=
fitmeasures(fit,"df"))
      n<-n+3
      writeWorksheet(SONUC, power, sheet = "100sonuclari" , startRow = 15+n,
startCol = j)

      for (k in 1:4)
      {
        n<-n+5
        writeWorksheet(SONUC, reliability(fit)[ ,k], sheet =
"100sonuclari" , startRow = 15+n, startCol = j)
      }

      n<-n+6
      writeWorksheet(SONUC, inspect(fit,"r2"), sheet = "100sonuclari" ,
startRow = 15+n, startCol = j)

      print(i)

    }
  saveWorkbook(SMPLS)
  saveWorkbook(SONUC)

```

```

fit.ort<-fitted(fit)$mean
tt.ort<- data.frame(puan = fit.ort, zaman = c("t1", "t2", "t4", "t5",
"t6"))
t.ort.long<-melt(tt.ort)

dfylong<-melt(dfy)

my_plot = xyplot(value ~ Var2, data = na.omit(dfylong), group = Var1,
type = 'l',
  panel=function(...)
  {
    panel.xyplot(...)
    panel.average(...,fun=mean , horizontal=FALSE,col='black',lwd=7)
    panel.lines(t.ort.long$value ~ t.ort.long$zaman, data =
t.ort.long,type = 'l', lwd= 4)
  })

print(my_plot)
dev.copy(jpeg, filename = paste(i, ".jpeg", sep=""))
dev.off()

print(my_plot)
dev.copy(jpeg, filename = paste(i, ".jpeg", sep=""))
dev.off()

my_plot=semPaths(fit, what = "paths", style = "lisrel", intercepts = TRUE, whatLabels
= "par", residuals = TRUE, edge.color = "black", thresholdColor = "black",
curvePivotShape= 0.25, asize=2, label.cex=2, edge.label.cex= 1.2, esize= 1, pastel =
TRUE )
print(my_plot)
dev.copy(jpeg, filename = paste(i+1, ".jpeg", sep=""))
dev.off()

```