



T.C.  
EGE ÜNİVERSİTESİ  
Eğitim Bilimleri Enstitüsü



**BİLİŞSEL TANI MODELLERİNDE HATA Q MATRİSİ  
YÖNTEMİ İLE ÖĞRENCİLERİN HATA PROFİLLERİNİN  
BELİRLENMESİ**

Yüksek Lisans Tezi

DUYGU BAYKAL YETİMLER

Eğitim Bilimleri Anabilim Dalı

İzmir  
2020

T.C.  
EGE ÜNİVERSİTESİ  
Eğitim Bilimleri Enstitüsü

**BİLİŞSEL TANI MODELLERİNDE HATA Q MATRİSİ  
YÖNTEMİ İLE ÖĞRENCİLERİN HATA PROFİLLERİNİN  
BELİRLENMESİ**

DUYGU BAYKAL YETİMLER

Danışman: Doç. Dr. Tahsin Oğuz BAŞOKÇU

Eğitim Bilimleri Anabilim Dalı Adı  
Eğitim Programları ve Öğretimi

İzmir  
2020

**T.C.**  
**EGE ÜNİVERSİTESİ**  
**Eğitim Bilimleri Enstitüsü**

**BİLİŞSEL TANI MODELLERİNDE HATA Q MATRİSİ YÖNTEMİ  
İLE ÖĞRENCİLERİN HATA PROFİLLERİNİN BELİRLENMESİ**

**DUYGU BAYKAL YETİMLER**  
**YÜKSEK LİSANS TEZİ**  
**EĞİTİM BİLİMLERİ ANABİLİM DALI**

Tez Danışmanı  
Doç. Dr. Tahsin Oğuz BAŞOKÇU

**EGE ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**  
**ETİK KURALLARA UYGUNLUK BEYANI**

EÜ Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliğinin ilgili hükümleri uyarınca Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum “Bilişsel Tanı Modellerinde Hata Q Matrisi Yöntemi İle Öğrencilerin Hata Profillerinin Belirlenmesi” başlıklı bu tezin kendi çalışmam olduğunu, sunduğum tüm sonuç, doküman, bilgi ve belgeleri bizzat ve bu tez çalışması kapsamında elde ettiğimi, bu tez çalışmasıyla elde edilmeyen bütün bilgi ve yorumlara atıf yaptığımı ve bunları kaynaklar listesinde usulüne uygun olarak verdiğimi, tez çalışması ve yazımı sırasında patent ve telif haklarını ihlal edici bir davranışımın olmadığını, bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversite veya diğer bir üniversite başka bir tez çalışması içinde sunmadığımı, bu tezin planlanmasında yazımına kadar bütün safhalarda bilimsel etik kurallarına uygun olarak davrandığımı ve aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul edeceğimi beyan ederim.



Duygu BAYKAL YETİMLER



**EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**  
**TEZ SAVUNMA SINAV TUTANAĞI**

Duygu BAYKAL YETİMLER'in "Bilişsel Tanı Modellerinde Hata Q Matrisi Yöntemi ile Öğrencilerin Hata Profillerinin Belirlenmesi" başlıklı tezi 25/12/2019 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından değerlendirilerek "Ege Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliği"nin ilgili maddeleri uyarınca, Eğitim Bilimleri Anabilim Dalında Yüksek Lisans tezi olarak oy birliğiyle kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Tuncay ÖĞRETMEN

Jüri Başkanı

Doç. Dr. Tahsin Oğuz BAŞOKÇU

Üye

Dr. Öğr. Üyesi Burak KARABEY

Üye

T.C  
YÜKSEKÖĞRETİM KURULU  
ULUSAL TEZ MERKEZİ

TEZ VERİ GİRİŞ FORMU

Referans No	10329513
Yazar Adı / Soyadı	DUYGU YETİMLER
T.C.Kimlik No	68581145862
Telefon	5063516314
E-Posta	duygubaykalyetimler@gmail.com
Tezin Dili	Türkçe
Tezin Özgün Adı	BİLİŞSEL TANI MODELLERİNDE HATA Q MATRİSİ YÖNTEMİ İLE ÖĞRENCİLERİN HATA PROFİLLERİNİN BELİRLENMESİ
Tezin Tercümesi	DETERMINATION OF STUDENTS' MISTAKE PROFILES THROUGH ERROR Q MATRIX METHOD IN COGNITIVE DIAGNOSTIC MODELS
Konu	Eğitim ve Öğretim = Education and Training
Üniversite	Ege Üniversitesi
Enstitü / Hastane	Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Anabilim Dalı	Eğitim Programları ve Öğretimi Anabilim Dalı
Bilim Dalı	
Tez Türü	Yüksek Lisans
Yılı	2020
Sayfa	63
Tez Danışmanları	DOÇ. DR. TAHSİN OĞUZ BAŞOKÇU
Dizin Terimleri	
Önerilen Dizin Terimleri	

27.02.2020

İmza: 

## TEŞEKKÜR

Tez çalışmam boyunca vermiş olduğu özverili ve profesyonel desteği, bana güç veren sözleriyle enerjisini benim için sonuna kadar harcayan, beni her zaman anlayışla karşılayan, yapıcı eleştirileriyle geliştiren değerli hocam yol göstericim, danışmanım olmasından gurur duyduğum hayatım boyunca onun gibi bir hocayla çalışmaktan mutluluk duyacağım Doç. Dr. Tahsin Oğuz BAŞOKÇU'ya teşekkürlerimi sunarım.

Her şeyden önce yüksek lisans programına katılmama vesile olan rahmetli dedem İsa Şirin ve rahmetli anneannem Azime Şirin'e; ders aşamasında ve tezimin hazırlık aşamasında bana desteklerini esirgemeyen canım annem Ayşe Baykal ve babam Sebahattin Baykal'a, kız kardeşim Buket'e; çok uzaklardan bile bana yardımcı olan maddi manevi desteğini esirgemeyen bana güç veren sevgili eşim yol arkadaşım Emrah Yetimler'e; tez hazırlık aşamasında yorgun ve üzgün olduğum zamanlarda yüzümü güldüren, huzur ve mutluluk sebeplerim yaşama olan inancım, oğullarım Poyraz ve Yaman'a sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum.

Öncelikle yüksek lisansa başvurmamda beni ikna eden sevgili arkadaşım Doç. Dr. Deniz ÖZEN'e, yüksek lisans eğitimi yıllarında ve tez aşamasında hem akademik hem de manevi desteğini benden hiç esirgemeyen Doç. Dr. Onur Dönmez'e, Arş. Gör. Dr. Beril Ceylan'a teşekkürü borç bilirim.

Beni yetiştiren bugünlere getiren tüm öğretmenlerime, üniversite hocalarıma ve değerli Ege Üniversitesi öğretim üyelerine katkılarından dolayı sonsuz minnet ve şükranlarımı sunarım.

**ÖZGEÇMİŞ**  
**DUYGU BAYKAL YETİMLER**

**Eğitim Bilgileri**

*Lisans:* Dokuz Eylül Üniversitesi

*Fakülte:* Eğitim Fakültesi

*Lisans Programı:* İlköğretim Matematik Öğretmenliği

*Mezuniyet Tarihi:* Haziran 2007

*Lise:* Bornova Anadolu Lisesi

*Mezuniyet Tarihi:* Haziran 2002

*Ortaokul:* Eskişehir Anadolu Lisesi

**İş Deneyimleri**

*Görev Tarihi:* 2007-2008

*Kurum:* İzmir / Kemalpaşa / Armutlu İlköğretim Okulu

*Görev Tarihi:* 2008 -2009

*Kurum:* İzmir / Bornova / Tülay Aktaş İşitme Engelliler İlköğretim Okulu

*Görev Tarihi:* 2009-2011

*Kurum:* Manisa / Kırkağaç / Cumhuriyet Rıza Nebahat Dolman Orta Okulu

*Görev Tarihi:* 2011-2016

*Kurum:* İstanbul / Beyoğlu / Muallim Cevdet Orta Okulu

*Görev Tarihi:* 2016-...

*Kurum:* İzmir / Bayraklı / Necip Fazıl Kısakürek Orta Okulu



## İÇİNDEKİLER

<b>TABLO LİSTESİ</b> .....	<b>vi</b>
<b>ŞEKİL LİSTESİ</b> .....	<b>vii</b>
<b>DENKLEM LİSTESİ</b> .....	<b>viii</b>
<b>KISALTMALAR LİSTESİ</b> .....	<b>ix</b>
<b>ÖZET</b> .....	<b>1</b>
<b>EXTENDED ABSTRACT</b> .....	<b>2</b>
<b>BÖLÜM I</b> .....	<b>4</b>
<b>GİRİŞ</b> .....	<b>4</b>
1.1. Problem Durumu .....	4
1.1.1. Bilişsel Tanı Modelleri .....	4
1.1.1.1. Q Matris .....	5
1.1.1.2. DINA Model.....	6
1.1.2. Eğitim Programlarında Değerlendirme ve Geribildirim .....	8
1.1.2.1. Değerlendirme .....	8
1.1.2.1.1. Tanıma ve yerleştirmeye yönelik değerlendirme.....	9
1.1.2.1.2. Biçimlendirmeye yönelik değerlendirme. ....	10
1.1.2.1.3. Değer biçmeye yönelik değerlendirme. ....	10
1.1.2.2. Geribildirim .....	11
1.1.2.2.1. Geribildirim sınıflandırılması. ....	12
1.1.2.2.2. Geribildirim uygulama biçimleri. ....	14
1.1.2.3. Değerlendirmede Geribildirim Yeri.....	14
1.1.3. Matematiksel Hata Kaynakları.....	16
1.1.4.1. Matematiksel Durumu Anlama Güçlüğü .....	21

1.1.4.2. Dönüştürme Güçlüğü .....	24
1.1.4.3. İşlem Güçlüğü .....	25
1.2. Amaç ve Önem.....	27
1.3. Problem Cümlesi.....	28
1.3.1. Alt Problemler .....	28
1.4. Denenceler, Sınırlılık ve Sayıtlar .....	29
<b>BÖLÜM II.....</b>	<b>30</b>
<b>İLGİLİ YAYIN VE ARAŞTIRMALAR.....</b>	<b>30</b>
<b>BÖLÜM III .....</b>	<b>34</b>
<b>YÖNTEM.....</b>	<b>34</b>
3.1. Araştırma Modeli .....	34
3.2. Evren ve Örneklem.....	34
3.3. Veri Toplama Araçları.....	37
3.3.1. Testin Geliştirilmesi .....	37
3.3.1.1. Matematiksel Hata Matrislerinin Belirlenmesi .....	37
3.3.1.2. İzleme-4 Testi Pilot Uygulaması .....	39
3.3.2. İzleme-4 Testi Gerçek Uygulaması .....	40
3.4. Prosedür.....	41
3.5. Veri Çözümleme Teknikleri .....	41
<b>BÖLÜM IV .....</b>	<b>43</b>
<b>BULGULAR .....</b>	<b>43</b>
4.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular .....	43
4.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular .....	44
4.3. Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular .....	45
4.4. Dördüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular .....	46

4.5. Beşinci Alt Probleme İlişkin Bulgular .....	47
4.6. Altıncı Alt Probleme İlişkin Bulgular .....	48
<b>BÖLÜM V .....</b>	<b>49</b>
<b>SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER .....</b>	<b>49</b>
<b>KAYNAKÇA.....</b>	<b>55</b>



## TABLO LİSTESİ

Table 1. Spearman Correlations .....	3
Tablo 2. Örnek Q Matrisi .....	5
Tablo 3. Tunstall ve Gsipp (1996) Geribildirim Sınıflandırması.....	12
Tablo 4. Araştırma Örneklemini Oluşturan İlçeler ve Öğrenci Sayıları .....	34
Tablo 5. Araştırma Örneklemini Deney ve Kontrol Grupları .....	36
Tablo 6. Matematiksel Hatalar ve Kodları .....	37
Tablo 7. Matematiksel Hata Matrisi .....	38
Tablo 8. Matematiksel Yeterlikler Matrisi .....	38
Tablo 9. Matematiksel Kazanımlar Matrisi.....	39
Tablo 10. İzleme-4 Testi Pilot Uygulaması Madde Parametreleri .....	39
Tablo 11. İzleme-4 Testi Betimsel İstatistikleri .....	40
Tablo 12. İzleme-4 Testi Madde Parametreleri .....	40
Tablo 13. Hata Matrisi ile DINA Model Madde Parametreleri.....	43
Tablo 14. Hata Matrisi ile Sonsal Olasılıklar .....	43
Tablo 15. Öğrencilerin Matematiksel Hatalara Sahip Olma Yaygınlıkları .....	44
Tablo 16. Yeterlik Q Matrisi ile DINA Model Madde Parametreleri .....	44
Tablo 17. Yeterlik Q Matrisi ile Sonsal Olasılıklar .....	44
Tablo 18. Öğrencilerin Yeterliklere Sahip Olma Yaygınlıkları .....	45
Tablo 19. Kazanım Matrisi ile DINA Model Madde Parametreleri.....	45
Tablo 20. Kazanım Matrisi ile Sonsal Olasılıklar .....	46
Tablo 21. Öğrencilerin Kazanımlara Sahip Olma Yaygınlıkları.....	46
Tablo 22. Tek Faktörlü ANOVA Sonuçları .....	47
Tablo 23. Dunnett C Testi Sonuçları .....	47

## ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 1. Değerlendirme Türleri (Doğan, 2019) ..... 9



## DENKLEM LİSTESİ

Denklem 1. DINA Model Madde Parametreleri .....	6
Denklem 2. DINA Model Madde-Tepki Fonksiyonu.....	7
Denklem 3. ANOVA için Hipotezler.....	46



## KISALTMALAR LİSTESİ

BTM: Bilişsel Tanı Modelleri

MTK: Madde Tepki Kuramı

DINA: *Deterministic* *inputs,* *noisy* “*and*” *gate*



## ÖZET

# BİLİŞSEL TANI MODELLERİNDE HATA Q MATRİSİ YÖNTEMİ İLE ÖĞRENCİLERİN HATA PROFİLLERİNİN BELİRLENMESİ

BAYKAL YETİMLER, Duygu

Yüksek Lisans Tezi, Eğitim Programları ve Öğretimi

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Tahsin Oğuz Başokçu

Kasım, 2019

Bu tezde, “Uluslararası Geniş Ölçekli Sınavlarda Türkiye'nin Matematik Başarısını Arttırabilmek İçin Bir Model Önerisi: Bilişsel Tanıya Dayalı İzleme Modelinin Etkililiği.” 115K531 numaralı TÜBİTAK projesi kapsamında geliştirilen izleme testi, Q matrisler ve veri seti kullanılmıştır.

Araştırma örneklemini tesadüfi yöntemle seçilen 10 farklı ilçenin 20 okulundan toplam 4592 öğrenciye yapılan bir ön test uygulaması sonrası seçilen 7 ilçe 13 okuldan 2914 öğrenci oluşturmaktadır. Tezde kullanılan İzleme-4 testine katılan ve veri setine dâhil edilebilen geçerli öğrenci sayısı 2834 kişidir.

Bilişsel Tanı Modelleri ile geliştirilmiş ve analiz edilmiş bir testte, toplam puan yerine testi alan her bireyin testte bulunan becerilerden hangilerine sahip olduğu ve hangilerine sahip olmadığı konusunda bir ölçme yapılabilmektedir. Bu özelliği ile Bilişsel Tanı Modelleriyle geliştirilmiş testler öğrenci ihtiyaçlarının belirlenmesinde ve buna göre geribildirim verilmesinde de etkilidir.

Tezde, Bilişsel Tanı Modelleri analizleri için kullanılan Q matrisin hata profilleri için uyarlanması üzerinden bir çalışma yürütülmüştür. Yöntemde öğrenci cevapları için bir zıt (*reverse*) veri kullanılarak hata matrisi ile birlikte analiz edilmiştir.

Yapılan analizler sonucunda öğrenci puanlarının hata profillerine göre farklılaştığına ( $F = 1649,5; P < 0,01$ ), hata profilleri ile bilişsel profiller ( $r_s = -0,767; P < 0,01$ ) ve kazanım profilleri ( $r_s = -0,846; P < 0,01$ ) arasında uyum olduğuna karar verilmiştir.



## **EXTENDED ABSTRACT**

### **DETERMINATION OF STUDENTS' MISTAKE PROFILES THROUGH ERROR Q MATRIX METHOD IN COGNITIVE DIAGNOSTIC MODELS**

BAYKAL YETİMLER, Duygu

MS, Department of Education Programs and Instruction

Advisor: Assoc. Prof. Dr. Tahsin Oğuz Başokçu

#### **INTRODUCTION**

As an important element of the evaluation process, feedback plays an active role in improving performance and learning. In the feedbacks, information about the abilities of the student can be given as well as the aspects that he / she needs to develop. This type of feedback allows students to correct their mistakes and improve the quality of instruction. However, only superficial correction of errors in this step doesn't provide sufficient instruction for the student. Unless the cause of the error is found and corrected, only correcting the errors constitutes an temporary solution.

In a test developed and analyzed with Cognitive Diagnostic Models, instead of the total score, it is possible to measure which individuals have and don't have the skills in the test. With this feature, tests developed with Cognitive Diagnostic Models are effective in determining the needs of students and giving feedback accordingly.

In this thesis, follow up test, Q matrices and data set developed within the scope of "A Recommended Model to Increase Success Level of Turkey in Mathematics in International Wide Scale Exams. Effectiveness of the Cognitive Diagnosis Based Tracking Model." TUBITAK number 115K531 project, were used.

#### **METHODOLOGY**

The sample of the study consisted of 2914 students from 7 districts and 13 schools, selected after a pre-test application to 4592 students from 20 schools of 10 different districts randomly selected. The number of valid students who participated in the follow up-4 test used in the thesis was 2834.

In the thesis, a study was carried out on the adaptation of the Q matrix, used for Cognitive Diagnostic Models analysis, for error profiles. In the method, a reverse data was used for student responses and analyzed together with the error matrix.

## FINDINGS

As a result of the analysis, it was found out that student scores differed according to error profiles ( $F = 1649,5$ ;  $P < 0,01$ ); It was concluded that there was a correlation between error profiles and cognitive profiles ( $r_s = -0,767$ ;  $P < 0,01$ ) and objective profiles ( $r_s = -0,846$ ;  $P < 0,01$ ).

Table 1. Spearman Correlations

	Test Total Score	Cognitive***	Objective****
Error**	-0,802*	-0,767*	-0,846*

\* $p < 0,01$

\*\*how many kinds of errors are in the error latent class

\*\*\*how many kinds of competencies are in the cognitive latent class

\*\*\*\*how many kinds of objectives are in the objective latent class

## CONCLUSIONS

As a result of the analyzes and comparisons, it was seen that in addition to the cognitive profiles of the students, error profiles could be formed in the tests prepared in accordance with CDMs. It was concluded that these error profiles were consistent with cognitive profiles, objective profiles and test total scores.

For these reasons, it is thought to be useful to add information obtained from student error profiles to mathematical feedback. In theory, adding further information obtained from the error profiles to the feedback will increase the student performance more than giving feedback only from the information obtained from the cognitive profiles. Based on all these, it was concluded that the use of error matrices in CDMs should also be considered.

## BÖLÜM I

### GİRİŞ

#### 1.1. Problem Durumu

##### 1.1.1. Bilişsel Tanı Modelleri

Bilişsel Tanı Modelleri (BTM) literatürde; bilişsel psikometrik modeller (Rupp ve Mislevy, 2007), bilişsel tanı modelleri (Tatsuoka, 1995) sınırlandırılmış örtük sınıf modelleri (Haertel, 1989), çoklu sınıflandırma modelleri veya yapısal madde tepki kuramı modelleri (Rupp ve Mislevy, 2007) gibi farklı isimler ile de anılan modellerdir.

Her bir tanımlama, modellerin belirli özelliklerine çağrışımları yapmaktadır. Bazı tanımlamalarda modellerin istatistiksel özellikleri, bazılarında teorik alt yapıları, bazılarında ise modellerin kendine özgü amaçları dikkate alınmıştır.

Bilişsel Tanı Modellerinde (BTM) amaç, dikatomik yeterliklerin kombinasyonuna dayanan örtük kategorilere göre öğrencileri sınıflamaktır. Bahsedilen yeterlikler; vasıf, görev, nitelik, bilişsel süreç veya beceri olarak tanımlanabilir (Tatsuoka, 1995). BTM kullanılarak geliştirilmiş bir teste, bir sürekli test toplam puanı yerine, sınavı alan her bireyin sınav ile ölçülmeye çalışan becerilerden hangilerine sahip olduğu ve hangilerine sahip olmadığı konusunda bir ölçüm yapılır. Bu sebepten, Bilişsel Tanı Modelleriyle geliştirilmiş testler, her bir öğrencinin eğitim gereksinimlerini belirleme konusuna da hizmet eder (Cheng ve Chang, 2007).

Bilişsel Tanı Modelleri ve örtük özellik kuramı, Madde Tepki Kuramı (MTK) ile ilişkili modellerdir. BTM’de, MTK fonksiyonları kullanılarak geliştirilmiş birçok parametre kestirimi bulunmasına rağmen BTM çok boyutlu yapısı dolayısıyla MTK’dan farklılaşmaktadır. MTK modelleri bireylerin maddelere verdikleri tepkileri kullanarak örtük özelliklerini kestirmek konusunda oldukça başarılıdır. MTK, madde ve yetenek parametrelerini sürekli ölçek üzerinde kestirirken, “*a*” ayırt edicilik, “*b*” güçlük ve “*c*” tahmin parametrelerini hesaplamaktadır. Fakat MTK madde güçlüğü’nün nasıl oluştuğu konusunu aydınlatmaz. Pratikte MTK’nın sunabileceklerinin ötesinde BTM, öğrencinin ölçülen özelliği çözerken kullandığı becerinin altında yatan yapıyı analiz edebilmeye odaklanarak öğrencinin maddeyi çözerken kullandığı bilişsel süreçleri dikkate alıp

öğrencinin çok boyutlu profilini çıkarır (Başokçu, 2014; Yan, Almond, ve Mislevy, 2004).

Bilişsel Tanı Modelleri, öğrencilerin yetenek düzeylerine odaklanmaz, her bir yeterlik için öğrenci performansını ve öğrencinin bu yeterliğe sahip olma olasılığını belirler. Elde edilen olasılıklar öğrencinin beceri profiline dönüştürülür. Olasılıkların elde edilebilmesi için analizden önce örtük değişken ile maddeler arasındaki ilişkilerin belirtilmesi gerekmektedir. Bu ilişki, Q matris olarak tanımlanan madde-özellik matrisiyle belirtilir.

#### 1.1.1.1. Q Matris

Q matris, bir test için yeterliklerin sütunlarda, maddelerin ise satırlarda temsil edildiği bir örüntüdür. Yeterlikler, uzmanlarca belirlenen özellikler, prosedürler, stratejiler, beceriler, nitelikler ve başka bilgi bileşenleri olabilir. Q matriste 1-0 şeklinde kodlama yapılarak yeterliğin maddede bulunup bulunmadığını gösterilir. Bu kodlama ilk önce Fischer (1973) tarafından “ağırlıklandırılma” şeklinde tanımlanmış ve bir  $k$  niteliğinin bir  $j$  maddesinde bulunduğu durumda 1, bulunmadığında ise 0 şeklinde kodlandığı belirtilmiştir.

Tablo 1’de 3 nitelik ve 5 madde için hazırlanmış örnek bir Q matris verilmiştir.

Tablo 2. Örnek Q Matris

Maddeler	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$
1	1	0	0
2	1	1	0
3	1	1	1
4	0	1	1
5	0	0	1

Yukarıdaki Q matris, madde 1’in doğru cevaplanması için sadece  $\alpha_1$ ’e sahip olmanın yeterli olduğunu, madde 2’yi doğru cevaplanması için ise hem  $\alpha_1$  hem de  $\alpha_2$ ’ye sahip olunması gerektiğini göstermektedir. Örnek Q matrise göre yapılan analiz sonucunda cevaplayıcılar üç özelliğinden dolayı  $2^3$  örtük sınıfa yerleştirilir. Bu örtük sınıflar (000), (100), (010), (001), (110), (101), (011) ve (111) şeklindedir. Örtük sınıflar öğrencilerin sahip oldukları özellikleri gösterir. Yukarıdaki örnekte belirlenen örtük sınıflardan (000)’a dâhil olan öğrenciler hiçbir özelliğe sahip

değildir. Benzer şekilde (001) örtük sınıfında sadece  $\alpha_3$ 'e sahip olan öğrenciler yer alırken, (101) sınıfında ise  $\alpha_2$ 'ye sahip olmayıp  $\alpha_1$  ve  $\alpha_3$ 'e sahip olan öğrenciler bulunmaktadır. Bu durum BTM'nin tanı işlevini açıklamaktadır.

#### 1.1.1.2. DINA Model

Haertel (1989) tarafından geliştirilen DINA model, Madde Tepki Kuramının (MTK) bir uzantısıdır. Madde Tepki Kuramında öğrencilerin sürekli bir dağılım gösteren yetenekleri olduğunu varsayılırken, DINA modelde öğrenciler önceden belirlenmiş az sayıda farklı örtük sınıflara ayrılmaktadır.

DINA model, öğrencinin örtük özelliğini ortaya çıkarmayı planladığından, örtük özellikle gözlenen yetenek arasındaki ilişkiyi olasılıkla temellendirmekte ve her madde için iki madde parametresi sağlamaktadır. Bunlar  $s$  “kaydırma” (slip) ve  $g$  “tahmin” (guess) parametreleridir.

Denklem 1. DINA Model Madde Parametreleri

$$s_j = P[Y_{ij} = 0 | \eta_{ij} = 1] \text{ ve } g_j = P[Y_{ij} = 1 | \eta_{ij} = 0]$$

$Y$ : Birey tepkisi

$\eta$ : Nitelik,  $\alpha$  tarafından belirlenen örtük cevaplama

Yukarıdaki formülde  $s$ , örtük özelliğe sahip cevaplayıcının maddeye yanlış cevap verme olasılığını (yanlış pozitif olasılık) ve  $g$ , örtük özelliğe sahip olmayan cevaplayıcının maddeye doğru cevap verme olasılığını (doğru pozitif olasılık) ifade eder. İstenen özelliklere sahip olan cevaplayıcıların doğru cevap verme olasılıklarının artması için  $s$  parametresinin düşük olması gerekmektedir (de la Torre, 2009).

$g_j$  parametresine alanyazıda tahmin parametresi de denilmektedir. Maris (1999), bu parametreyi aynı zamanda “zihinsel tahmin yeteneğini başarılı kullanma” olarak da açıklar.  $g$  parametresi, MTK'daki  $c$  parametresinden farklı bir yapıdadır.  $g$  parametresi, maddeyi doğru cevaplamak için gerekli olan özelliğe sahip olmayan öğrencinin maddeyi doğru cevaplama anlamının yani sıra, öğrencinin, maddeyi doğru cevaplamak için gerekli olan özellikler dışında başka özellikleri kullanması sayesinde maddeyi doğru cevaplama anlamına da gelmektedir. Bu durum,  $Q$  matriste tanımlanmamış olan özelliklerin de maddenin doğru cevaplanması için yeterli olabileceğini gösterir. Yani bir madde için 1'e yakın çıkan bir  $g$

parametresinin iki yorumu olabilir; özelliğe sahip olmayan bireylerin maddeyi doğru cevapladığı ve maddeyi cevaplayabilmek için gereken özelliklerin eksik belirlendiği.

DINA modelde madde-tepki fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

Denklem 2. DINA Model Madde-Tepki Fonksiyonu

$$P(\alpha_{ij}^*) = \begin{cases} g_j \\ 1 - s_j \end{cases}$$

Eğer  $\alpha_{ij}^* < 1_{K_j^*}$  ise tam tersi.

Fonksiyonda  $K_j^*$  uzunluğunda,  $1_{K_j^*}$ 'nin bir kişinin vektörü olduğu durumda  $g_j$ ,  $j$  maddesi için gerekli olan özelliklerden en az birine sahip olmamasına rağmen doğru

tahminde bulunan öğrencilerin olasılığını vermektedir.  $1 - s_j$  ise madde için gerekli bütün özelliklere sahip olmaları ve kaydırma yapmamaları halde maddeyi yanlış cevaplayan öğrencilerin olasılığını ifade etmektedir (de la Torre, Hong ve Deng, 2010).

DINA model öğrencileri yokluk sınıfı ve tam sınıf olmak üzere her özellik için iki boyutta sınıflar. Yokluk sınıfı özelliğe sahip olmayanların, tam sınıf ise özelliğe sahip olanların oluşturduğu sınıftır. Anlaşılacağı üzere DINA model, özellik parametresini sürekli değil, kategorik bir değişken olarak alır ve bunun sonucu olarak  $2^k$  tane örtük sınıf oluşturur. Belirtilen  $k$ , Q matristeki özellik/yeterlik sayısını ifade eder. Analizlerde her özellik için öğrencinin özelliğe sahip olup olmadığı kestirilir ve alfa parametreleri oluşturulur.

DINA modelin diğer Bilişsel Tanı Modellerinden en önemli farkı, çoklu yetenek gerektiren testlerde, madde için gerekli olan özelliklerden sadece birine bile sahip olmayan öğrenciyi yokluk sınıfında gören “katı” bir model olmasıdır. Yani maddeyi doğru cevaplamak için gereken özelliklerin hepsine sahip olan bir öğrencinin maddeyi doğru cevaplama olasılığı 1, bir özelliğe bile sahip olmayan öğrencinin doğru cevaplama olasılığı 0 olmaktadır.

DINA modelde, öğrencilerin özelliğe sahip olup olmamasını belirlemek olasılık temellidir. Öğrencinin özellik bakımından 0 (yokluk) mı yoksa 1 sınıfında (tam sınıf) mı olacağı bir aslında olasılık değeridir. Bu değerlerin belirlenmesi için genellikle 0,50 kesme değeri kullanılır. Öğrenci, özelliğe sahip olma olasılığı

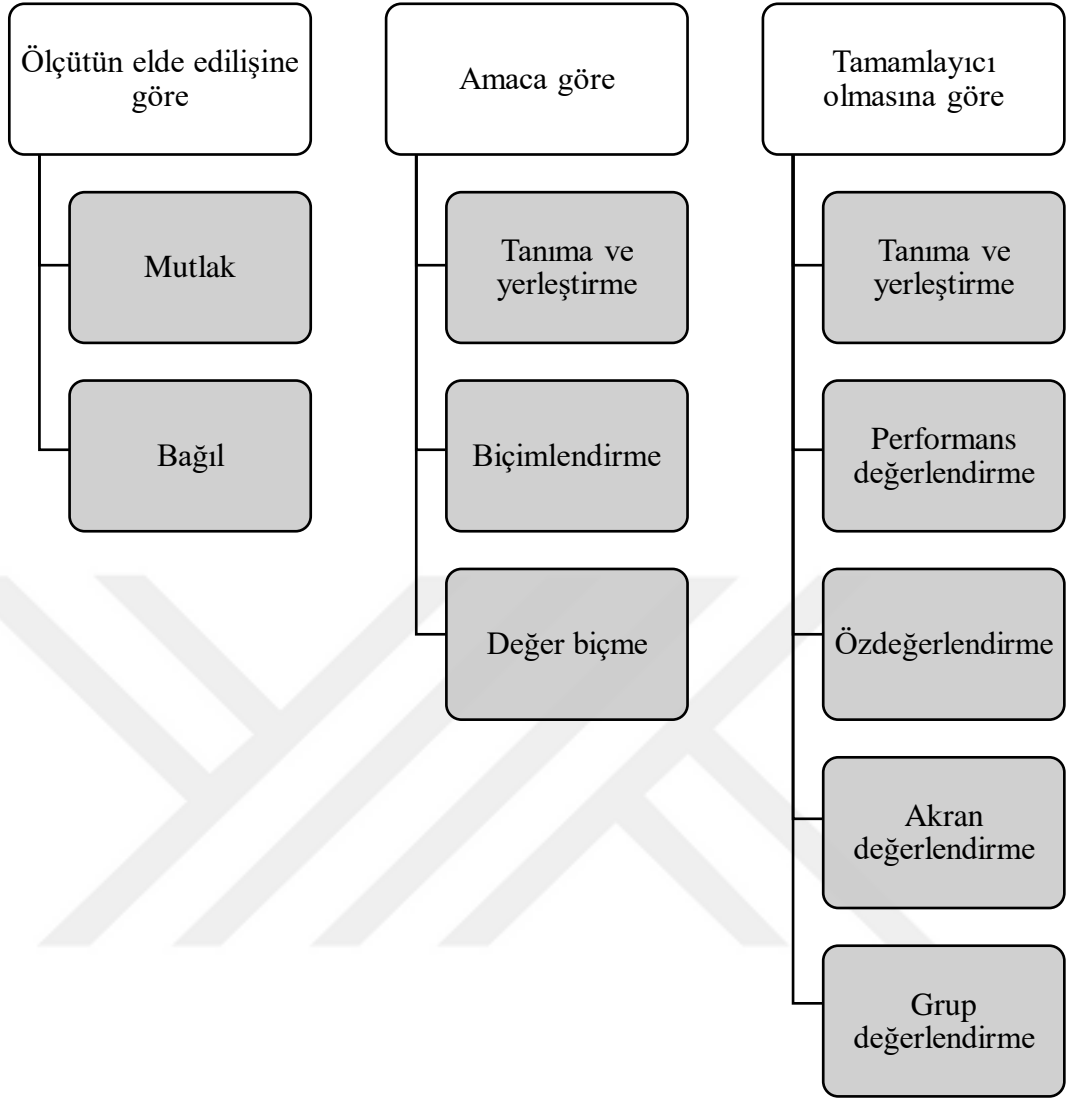
0,50'nin altındaysa 0, eşitse veya üstündeyse 1 sınıfına dâhil edilir. DINA modelde öğrencinin özelliğe sahip olma olasılığı özelliği ölçen maddelerin güçleriyle ilgilidir (de la Torre, 2008).

DINA modelde  $s$  ve  $g$  parametreleri, her maddenin örneklemini iki sınıfa bölmesi ile madde düzeyinde ortaya çıkmaktadır. Aynı sınıfa düşen öğrencilerin o maddeye doğru cevap verme olasılıkları 0 ya da 1 olmak üzere eşittir. Öğrencilerin performansları test ile ölçülen özelliğin tam bir göstergesi değildir. Bu nedenle olasılık temelinde bir model ancak  $s$  ve  $g$ 'nin olasılığını görmeye izin verir. Model belirlenirken  $s$  ve  $g$  parametrelerinin alt görev düzeyinde mi yoksa madde düzeyinde mi ortaya çıktığına karar verilmelidir çünkü kaydırma durumu öğrencinin özelliğe sahip olduğu halde alt görevleri doğru cevaplamadığı ya da maddeyi doğru cevaplamadığı; tahmin durumu ise öğrencinin bazı özelliklere sahip olmamasına rağmen alt görevleri yapması ya da maddeyi doğru cevaplaması olarak yorumlanır (Başokçu, 2014).

### *1.1.2. Eğitim Programlarında Değerlendirme ve Geribildirim*

#### *1.1.2.1. Değerlendirme*

Değerlendirme yorum, yargı ya da karar ifadelerini içeren, ölçme sonuçlarının anlamlı hale getirildiği bir süreçtir. Değerlendirme, ölçme kavramını da içine alan geniş bir kapsamdadır (Ebel, 1965). Değerlendirme, ölçme sonuçlarının önceden belirlenen ölçütlerle karşılaştırılarak yargıya varılması süreci olarak tanımlanabilir. Ölçüt, amaca göre mutlak ya da bağıl olabilen; geçerli, güvenilir ve kullanışlı olması gereken; karar vermek için belirlenen karşılaştırma değeri veya karar vermek için belirlenen minimum değer olarak tanımlanabilir (Doğan, 2019).



Şekil 1. Değerlendirme Türleri (Doğan, 2019)

#### 1.1.2.1.1. Tanıma ve yerleştirmeye yönelik değerlendirme.

Öğrencilerin, bir ders ya da kursa başlamadan önce, öğretim ile kazandırılması planlanan davranışları kazanmak için gerekli önkoşul niteliğindeki giriş davranışlarından ne kadarına sahip olduğunu belirlemek amacıyla yapılan hedef-davranış dayanaklı değerlendirmelerdir. Amaç not vermek değildir, bireylerde eksik olan önkoşul davranışları saptayarak telafi eğitimiyle eksikleri gidermek istenir (Doğan, 2019; Tekin, 2017).

Öğrencilerin öğrenmelerini en üst düzeye çıkarmak için öğrencilerin potansiyellerini en iyi duruma getirecek öğretim ortamlarına yerleştirilmeleri gerekir. Bu sınıfta, okulda veya sistemde herhangi bir seviyede olabilir. Sınıf seviyesinde yerleştirme kararları, öğrencinin atanması gereken bir okuma grubunun



belirlenmesini içerebilir. Okul veya sistem düzeyinde ise, bir çocuğun üstün zekâlılar sınıfına girmesi gerekip gerekmediği veya bir öğrenme güçlüğünden dolayı kaynaştırma öğrencisi olup olmaması gerektiği konusunda kararlar verilebilir (Cunningham, 2005).

#### *1.1.2.1.2. Biçimlendirmeye yönelik değerlendirme.*

Öğrencilerin ders ya da kurs sürecinde yaşadıkları öğrenme eksikliklerini ve yanlışlarını belirlemek amacıyla yapılan hedef-davranışlı dayanıklı değerlendirmelerdir. Hangi davranışların öğrenilmediğini belirleyebilmek için mümkünse ünite ya da konu kapsamındaki tüm davranışlar ölçülmelidir. Amaç not vermek değil eğitimin kalitesini yükseltmektir. Formatif değerlendirmeler olarak da adlandırılır. (Doğan, 2019; Tekin, 2017).

Biçimlendirici öğretim kararları, bir öğretmenin dersten derse ya da günden güne alması gereken kararları içerir. Bu kararlar genellikle değerlendirme sürecinin bir parçası olarak düşünülme de öyledir. Bu kararlar bir boşlukta alınmamakta, ancak öğretmen tarafından toplanan verilere veya bilgilere dayanmaktadır. Biçimlendirici kararlar ayrıca planlama ve süreç kararlarına olarak iki kola ayrılabilir. Planlama kararları öğretimden önce alınır ve gözlemler ve informal değerlendirmelere dayalı olarak bir dersin öğretiminde değişiklikler içerir. Süreç kararları öğretim sırasında nasıl veya ne öğretildiği konusunda değişiklik yapıldığında ortaya çıkar (Cunningham, 2005).

#### *1.1.2.1.3. Değer biçmeye yönelik değerlendirme.*

Öğrencilerin genel başarısının değerlendirilmesidir. Tüm davranışlar tek sınavda ölçülemeyeceğinden sadece kritik davranışlar yoklanır. Amaç, ders ya da kurs bitiminde, öğrencilerin planlanan davranışlardan ne kadarını kazandıklarını belirleme ve bu davranışlara sahip olma düzeylerine uygun not vermektir. (Doğan, 2019).

Bir öğrenciye verilecek notun belirlenmesi veya bir öğrencinin yerleştirilmesinde yapılacak değişiklikler gibi değer biçmeye yönelik kararlar genellikle formal değerlendirme prosedürlerine dayanır. Bu kategoriye, öğretim programlarının etkililiği ve akranlarının gerisinde kalan öğrencilerin tespiti ile ilgili kararlar da dâhildir (Cunningham, 2005).

### 1.1.2.2. Geribildirim

Literatürde geribildirimle ilgili birçok tanım bulunmaktadır. Geribildirim, öğrenci performansı ve performans sonucu hakkında, performans boyunca ve sonunda verilebilen, performansın kalitesini belirten bilgilerdir (Black ve Harrison, 2001; Butler ve Winne, 1995). Ramaprasad'ın (1983) tanımı eğitimde yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Ramaprasad, geribildirimi bir parametrenin gerçek düzeyi ile referans düzeyi arasındaki farkı eşitlemek için sağlanmış bilgi olarak tanımlamıştır. Sadler (1989), Ramaprasad'ın tanımını düzenleyerek, geribildirimi istenen ve gerçek performans arasındaki farkı azaltmak için verilen ve bunun sonucunda gelişmeyi sağlayan bilgi olarak tanımlamıştır. Öğrenci performansı ve referans seviyesi arasındaki farkı kapatmak için her öğrenciye özel olarak sağlanan bilgi şeklinde tanımlamıştır. Geribildirimin etkili olabilmesi için öğrencilerin eğitimin standartları veya amaçları hakkında fikirlerinin olması ve bunlarla kendi performansını karşılaştırmaları gerekmektedir. Öğrencinin ulaşmayı hedeflediği standartlara dair düşünceye sahip olması, bu standart ile mevcut performans düzeyini karşılaştırarak aradaki boşluğu kapatmaya çalışması gerekmektedir (Clarke, 2000). Yani bu yaklaşım, öğretmenlerin öğrencileri geribildirimle ilgili olarak bir içerik hazırlamaları gerektiğinin üzerinde durmaktadır (Eraz, 2014).

Ramaprasad (1983) ve Sadler'ın (1989) aksine, Askew ve Lodge (2004) geribildirimin daha geniş bir tanımını sunmuşlardır. Askew ve Lodge, hem formal ortamlarda (okul vs.) hem de informal durumlarda, öğretene ile öğrenen arasındaki her türlü etkileşimi geribildirim olarak tanımlamışlardır. Carlson (1979) tarafından geribildirim, dersin amaçlarını yerine getirmede öğrencilere yardımcı olacak ve eğitim faaliyetlerindeki performanslarını arttıracak, öğretmen tarafından verilen performansla ilgili bilgi şeklinde tanımlanmıştır.

Butler ve Winne (1995) tarafından geribildirim, bireyin kendi öğrenme süreci ve performansıyla alakalı aldığı bilgidir. Buna benzer bir tanım, Hattie ve Timperley (2007) tarafından yapılmıştır. Hattie ve Timperley, geribildirimi performansın bir sonucu olarak öğrenciye verilen ve öğretmen, akran, kitap, ebeveyn gibi değişik kanallar üzerinden sağlanan bilgi olarak yorumlamışlardır. Bu yorumdaki öğretmen ve ebeveyn düzeltici bilgi sağlayıp cesaretlendirebilir, akran alternatif stratejiler sağlayabilir, kitap bir fikrin açıklamasıyla ilgili bilgi sunabilir. Gil (1987) de bu

konudaki tanımını yaparken; geribildirimini değerlendirme süreci ile ilişkilendirmiştir. Geribildirim, eğitimin amacına ulaşıp ulaşılmadığı ve süreçle ilgili bilgiler sağlamalıdır. Geribildirim, öğrencinin ileri öğrenmelerinde yapacağı farklılıklara karar vermesine yardımcı olur (Eraz, 2014).

#### 1.1.2.2.1. Geribildirim sınıflandırılması.

Geribildirim bireye, küçük gruplara ya da sınıfın tamamına verilebilir. Öğretmen geribildirimleriyle ilgili Tunstall ve Gsipp (1996) tarafından geliştirilen ayrıntılı sınıflamanın çerçevesi Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 3. Tunstall ve Gsipp (1996) Geribildirim Sınıflandırması

Değerlendirmeci Geribildirim	Pozitif Geribildirim	A1 Ödüllendirme	B1 Onaylama
	Negatif Geribildirim	A2 Cezalandırma	B2 Onaylamama / Beğenmeme
Betimleyici Geribildirim	Başarıyla ilgili Geribildirim	C1 Başarıyı belirtme	D1 Başarıyla ilgili açıklama
	Gelişmeyle ilgili Geribildirim	C2 İlerleme / Gelişmeyi belirtme	D2 Gelişme yolunu açıklama

Bu sınıflandırma ile öğretmenlerin kullandıkları geribildirimler içerik olarak değerlendirici ve betimleyici olarak ikiye ayrılmıştır. Değerlendirici geribildirim öğrencinin yaptığını ya da söylediği hakkında veri sağlarken betimleyici geribildirim ise öğrencinin ne yaptığı ya da ne söylediği ve nasıl daha iyi olabileceği hakkında veri sağlar. Tablo 2’de görüldüğü üzere öğretmenlerin süreç boyunca öğrencilere verebilecekleri geribildirimler değerlendirici ve betimleyici olarak iki bölüme ayrılmıştır. Daha sonrasında her iki bölüm de negatif ve pozitif dallara ayrılarak; değerlendirici pozitif geribildirimde A1-Ödüllendirme ve B1-Onaylama, değerlendirici negatif geribildirimde A2-Cezalandırma ve B2-Onaylamama, betimleyici pozitif geribildirimde C1-Başarıyı belirtme ve D1-Başarıyla ilgili açıklama, betimleyici negatif geribildirimde C2-Gelişmeyi belirtme ve D2-Gelişme yolunu açıklama alt kodlarını oluşturmaktadır. Değerlendirici ve betimleyici

geribildirim bölümlerinin alt kodları aşağıda açıklanmıştır (Eraz, 2014; Tunstall ve Gsipp, 1996).

**Ödüllendirme (A1):** Bu geribildirim türü değerlendirmeci geribildirimlerin en pozitifidir. Bu geribildirim öğrencilerin davranış veya çalışmalarındaki istekli ve devamlı hallerinden dolayı öğretmenlerin ödüllendirme isteklerini göstermek için kullanılır. Öğretmenler çalışmalarını istekle ve devamlılıkla gerçekleştiren veya belli bir sosyal tutum veya beceri gösterdiğine inandıkları öğrencilere genellikle bu geribildirim vermeye meyillidirler. Bu tip geribildirim belli davranış tiplerini güçlendirmek, öğrencileri cesaretlendirmek ve konuya olan heveslerini arttırmak için kullanılır (Eraz, 2014; Tunstall ve Gsipp, 1996).

**Onaylama (B1):** Bu tür geribildirim değerlendirmeci olup pozitif ve öğrencilerin yaptıklarını veya çalışmalarını öğretmenin onaylamasıyla ilgilidir (Eraz, 2014; Tunstall ve Gsipp, 1996).

**Başarıyı belirtme (C1):** Bu geribildirim betimleyici geribildirim olup ulaşılan başarının belirli taraflarını ifade eder. Bir başka deyişle, bu geribildirim özel bir övgüyle öğrencilerin başarısını destekler (Eraz, 2014; Tunstall ve Gsipp, 1996).

**Başarıyla ilgili açıklama (D1):** Bu geribildirim tipiyle öğretmenin amacı yargılamak veya bir şeyler sağlamak değil, öğrenmenin gerçekleşme sürecini ve adımlarını öğrenci için basitleştirmektir. Öğrencinin bireysel çalışmaları üzerinden başarısını açıklaması ve göstermesi talep edilir. Bir başka deyişle, elde edilen başarılar ve bu başarıların neden veya nasıl gerçekleştiğini belirten diyalogları içerir. Bu tip geribildirim büyük oranda öğrencilerin öz değerlendirme yapmalarına olanak sağlar (Eraz, 2014; Tunstall ve Gsipp, 1996).

**Cezalandırma (A2):** Değerlendirmeci geribildirimler arasında en negatif olan geribildirimdir. Bu geribildirim tipi, bir durumun ya da içeriğin öğretmen tarafından tamamen beğenilmediğini belirtir.

**Onaylamama / Beğenmeme (B):** Negatif değerlendirmeci olan bu geribildirim, öğrenciye çalışmalarının beğenilmediğini hissettiren durumlarla ilgilidir. Öğretmenler genellikle bu bildirim “çalışkan” olarak nitelendikleri öğrencilerinde kullanmazlar (Eraz, 2014; Tunstall ve Gsipp, 1996).

**İlerleme / Gelişmeyi belirtme (C2):** Betimleyici negatif geribildirim olan ilerleme / gelişmeyi belirtme, öğrenilen bilgi ve içeriklerin nasıl düzeltilebileceğini

veya nasıl daha iyisinin yapılabileceğini vurgulamak için kullanılır. Bu tür geribildirimler belli bir amaç ve davranış tarzına özeldir ve hatanın gerçekleştirildiği yere odaklanır (Eraz, 2014; Tunstall ve Gsipp, 1996).

Gelişme yolunu oluşturma (D2): Öğrenci çalışmasının karşılıklı eleştirel değerlendirmesi üzerine yoğunlaşan bu tarz geribildirimler, öğrencilere bireysel çalışmalarını geliştirmeleri konusunda yararlı olacak, uygulayabilecekleri stratejileri sağlar ve bireysel çalışmalarını ölçmek için onları cesaretlendirir (Eraz, 2014; Tunstall ve Gsipp, 1996).

#### *1.1.2.2.2. Geribildirim uygulama biçimleri.*

Geribildirimler çeşitli şekillerde verilebilir. Bireyler farkında olmadan günlük hayatlarında sürekli olarak geribildirim, alır ve verirler. Fakat eğitim için geri bildirim farklı formları ve özellikleri ile uygulamaları bulunmaktadır. Günlük hayatta olduğu gibi eğitimde de geribildirim birçok veriliş şekli bulunmaktadır. Bunlar; pozitif geribildirim, negatif geribildirim, genel geribildirim, özel geribildirim, tanımsal geribildirim ve uygun geribildirim olarak adlandırılırlar (Himberg, Hutchinson ve Rousell, 2003). Silverman ve Ennisb (1996) ise geribildirimi; değerlendirme geribildirimi, düzeltme geribildirimi, uygunluk geribildirimi ve özel geribildirim olmak üzere dört gruba ayırmış ve negatif yerine pozitif geribildirim verilmesine dikkat edilmesini belirtmişlerdir.

#### *1.1.2.3. Değerlendirmede Geribildirimin Yeri*

Eğitim ve öğretim, zaman geçtikçe yapılan yeni çalışmalarla bilginin ilerlemesi ve yenilenmesine bağlı olarak yeni anlamlar kazanır. Bu yeniliklerin eğitim kurumları yardımıyla bireylere kazandırılması hedeflenir. Bunun gerçekleşebilmesi için öğretim programlarının öğrenci merkezli olacak şekilde tasarlanması gereklidir. Bu sayede öğrenciler aktif şekilde dersin içindeyken bu yenilikleri kazanabilirler. Bu amaçla 2005-2006 eğitim-öğretim yılından başlayarak ilköğretim birinci kademesinde yapılandırmacı yaklaşımın benimsendiği bir öğretim programı yürürlüğe girmiştir (Eraz ve Öksüz, 2015). Bu yeni programla birlikte sorgulayan, bu sorulara karşı düşünce-fikir geliştiren ve bunun için araştıran sonrasında da bunları paylaşan ve problemlere gerçekçi çözümler bulabilen bireyler yetiştirmek amaçlanmıştır (Baki, 2008). Yeni yürürlüğe giren bu eğitim-öğretim programıyla kabul edilen yaklaşımda aynı zamanda ölçme ve değerlendirme ile ilgili

değişiklikler de yapılmıştır (Akpınar, 2010; Toptaş, 2011). Yapılandırmacı yaklaşımı benimseyen ölçme ve değerlendirmede öğrencilerin bilgi, beceri ve tutumlarını geliştirebilecekleri alternatif yaklaşımları gerçekleştirmeleri cesaretlendirilmektedir. Çünkü yapılandırmacı yaklaşımda öğrencinin süreç sırasındaki aktif katılımına ve potansiyelini gösterebileceği bir ortam sağlayan alternatif değerlendirme görevlerine önem verilir (Durmus ve Karakirik, 2006).

Değerlendirme, eğitim-öğretimdeki ana unsurlardan biridir. Bu yaklaşımda değerlendirme işlemi öğretim etkinliklerinin betimleyici bir parçasıdır (Harlen, Gipps, Broadfoot, ve Nuttall, 1992). Buna göre yeni programın ortaya koyduğu değerlendirme anlayışı, biçimlendirici değerlendirmedir (Baki, 2008). Biçimlendirici değerlendirmede, öğretmen değerlendirme işlemini, öğrencinin bilgi ve becerisini geliştirmek ve öğrenmesine yarar sağlamak amacıyla tasarlar ve kullanır (Sadler, 1989; Taras, 2005). Biçimlendirici değerlendirmede asıl olan yalnızca not vermek değil, öğrenci performansından sağlanan bilgiyi işleyerek öğrencileri yeteneklerine uygun şekillendirmek ve gelişimlerinin farkında olmalarını sağlamaktır (Tunstall ve Gsipp, 1996). Bunun yanı sıra öğrenci merkezli yaklaşım benimsenerek hazırlanan yeni programda değerlendirme; öğrencinin yeteneklerinin, eksiklerinin ve yanlışlarının sebeplerini belirlemek amacıyla yapılır. Hedef sadece tanı koymak değil aynı zamanda öğrenci performansının artmasına katkı vermektir. Eğer biçimlendirici değerlendirme eksiksiz bir şekilde kullanılabilirse, öğrenci performansında önemli oranda artış sağlanabileceği ifade edilmektedir (Black ve Wiliam, 1998; Crooks, 1988).

Biçimlendirici değerlendirme sürecinde, öğrenciye eksikleri, yanlışları ve kavram yanlışları ile ilgili geribildirimler verilir. Biçimlendirici değerlendirmede, öğrencinin durumunun ölçülüp yorumlanması ve yapılan yorumdan elde edilen verilerin öğretim sürecinde öğrenci performansını arttırması amacıyla kullanılması esastır (Broadfoot ve diğ., 2002; Harlen ve diğ., 1992). Bu sayede öğrencinin süreç bitmeden eksiklerini giderme ve hatalarını düzeltme ihtimali ve fırsatı artar (Baki, 2008). Buna bağlı olarak, biçimlendirici değerlendirmenin asıl bileşenlerinden biri geribildirimdir. Geribildirim öğrenciye kişisel performansı hakkında bilgi verdiği için öğrencilerin gelişiminde büyük öneme sahiptir. (Sadler, 1989). Geribildirimin

amacı gözlenen performans seviyesi ile öğrenme hedefi arasındaki boşluğu bir köprü işleviyle birleştirebilmektir (Lizzio ve Wilson, 2008).

Öğrencilerin, performanslarını iyileştirerek daha etkili öğrenmenin yollarından biri olan yapmaları gerekenler ve bunları gerçekleştirme yollarıyla ilgili daha net bilgiye sahip olmaları gerekmektedir (Rowe ve Wood, 2008). Geribildirim, performansın iyileştirilmesinde ve öğrenmede etkin rol oynamaktadır (Hattie ve Timperley, 2007; Knight, 2003; Li ve Steckelberg, 2004; Sadler, 1989). Bu yüzden öğretmenler geribildirim bu etkisinin bilincinde olmalıdır. Öğretmenler, öğrencilerinin gelişimini değerlendirmeli ve sonraki karar aşamalarında yaptıkları ve değerlendirmeyi kullanmalıdır (Eraz ve Öksüz, 2015).

Öğrencileri kıyaslamaya gitmeden, bireysel olarak güçlü zayıf yönleriyle ilgili dönütler verildiğinde, yani amacı doğrultusunda kullanıldığında, öğrenmenin önemli faktörlerinden biri olan geribildirim, öğrencilerin performanslarını değerlendirmede ve bu değerlendirmelerin kullanımında önemli bir unsurdur (Sadler, 1989). Geribildirim öğrenciye yararlarını sıralayan Butler ve Winne (1995) öğrenmeyi destekleyici olarak geribildirim bazı işlevinden söz etmektedir. Bunlar; öğrencinin öğretimsel amaçları ile tutarlı inanış ve kavramsal anlayışını desteklemek, öğrencilerin hazırbulunuşluklarına eklemeler yaparak bunların gelişmesini ve artmasını sağlamak, yanlış öğrenmeleri ve kavram yanlışlarını düzeltmek, öğrenilen kuralların ve bilgilerin uygulanma koşullarını oluşturabilmektir.

### *1.1.3. Matematiksel Hata Kaynakları*

Eğitimde amaç, bütün öğrencilerin öğrenmeyi en üst düzeyde gerçekleştirmelerini sağlamaktır. Matematik eğitiminde ise öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun zorluk ya da başarısızlık yaşamayı olağan karşılanmaktadır (Tall ve Razali, 1993). Eğitim amaçlarının yerine getirilebilmesi için matematik öğreniminde yaşanan güçlüklerin bir an önce giderilmesi gerekmektedir (Duval, 2006). Çünkü kavramlar arası ilişkilerinin güçlü ve çok olduğu, matematikte bir konuda öğrenme güçlüğü yaşamış bir öğrencinin sonraki konularda güçlük yaşamama ihtimali oldukça düşüktür.

Yetkin (2003), matematik başarısını geliştirmede, öğrencilerin matematikteki öğrenme güçlüklerini ve bu güçlüklerin kaynağını bilmek, onları gidermek için öğretim yöntemi tasarlamak gibi çözümlerle gerçekleştirebileceğini ifade etmiştir. Eğer

öğretmenler tarafından matematik öğrenmedeki olası zorluklar kavranabilirse, öğrencilerine ait matematiksel bilgilerin onlar tarafından nasıl genellendiği ve bu bilgilerin nasıl geliştirilebileceği konusunda da yorumlar yapılabilir (Niss, 1999).

Hatalar, genellikle öğrenmenin iyileştirilmesinde doğru cevaplara göre daha bilgilendiricidir. Öğrencinin matematiksel bir kavramı öğrenme düzeyini değerlendirmek ve geliştirmek için geribildirim vermede öğrenciye daha çok bilgi sunulmasını sağlar. Çünkü basit gibi görünen yeni konularda başarılı öğrenciler bile hatalarının düzeltilmemesi sonucu zorluk yaşayabilir (Hodgen ve Askew, 2010).

Hataları ilk olarak herhangi belirli bir gelişimsel ve kavramsal olay kapsamında ele almamak gerekir. Çocuklar da yetişkinler gibi yanlış okuduklarında, olayları yanlış hatırladıklarında, “aşırı bilişsel yüklemeye” maruz kaldıklarında veya “doğrudan sonuca atladıklarında” hata yapabilirler (Sweller, 1994, 2004; Sweller, van Merriënboer ve Paas, 1998). Bazı çalışmalarda (düşük anksiyete seviyeleri ile şiddetlenen) motivasyon eksikliğinin çocuklarda test performansını olumsuz etkileyebileceği, bunun sebebinin de çok düşük motivasyona sahip olduklarında yaptıkları hatalar olarak ortaya çıkarılmıştır (Petridou ve Williams, 2007). Diğer yandan, yüksek anksiyete seviyelerinin de paniğe ve telaşa, dolayısıyla da tekrar hataya yol açılabileceği fark edilmiştir. Bunlara benzer değerlendirme koşullarından kaynaklanan hatalar öğrenim açısından bilgilendirici olmamakla birlikte herhangi bir gelişimsel amaca da hizmet etmezler. Yani, her ne kadar test puanlarını geliştirmek için önemli olsalar da öğrenim ve öğretim kalitesini arttırmak açısından pek de önemli değildirler (Ryan ve Williams, 2007).

Herhangi bir değerlendirmede yapılan bir hatayı kavramsal bir sorunun göstergesi olarak tanımlamanın kesin bir yargı olmayabileceğini kabul edilmelidir. Yapılan tanımlamanın güvenilirliğinin artması için bireylerin değerlendirme aşamasında kullandıkları mantık ile ilgili tartışmaya cevaplayıcıların kendisini de dâhil etmek gerekmektedir. Çoğu araştırmacı, hataların ve diğer cevapların altında yatan sebepleri bulmak adına yazılı değerlendirmelere verilen ilgi çekici yanıt kategorileri hakkında öğrenci görüşlerine başvurmuştur (Ryan ve Williams, 2002; Williams ve Ryan, 2000). Bu tür analizlerden yola çıkılarak öğrencilerin gelişimsel ihtiyaçlarını belirleyen kavramsal bilgi tabanını yorumlayabilir ve kavramsal



yanlışlarını düzeltmede öğrencilere destek olacak öğretim yöntemlerine dair bilgi sağlanabilir (Ryan ve Williams, 2007).

Skemp (1971) matematik eğitiminde birinci seviye-yüzeysel ve ikinci seviye-derin olmak üzere iki hata düzeyi ortaya koymuştur. Birinci seviye görece erişilebilir ve gözlemlenebilir “yüzeysel” davranışla ilgili olup genellikle prosedürleri, görevlere verilen yanıtları vb. kapsamaktadır. (Williams, Ryan, Hadjidemetriou, Misailidou ve Afantiti-Lamprianou'ya (2014) göre bu durum hataların sebeplerden/yanlış anlamalardan doğmasını göstermektedir. İkinci seviye olan “derin” seviye ise kavramsal temel veya mantık kurma yöntemi, bunun tanımlanması ve yorumlanması ile ilgilidir. Yüzeysel seviye, öğrencilerin değerlendirme görevlerinde yaptığı çoğu hatayı bilen ve hatta tahmin edebilen tecrübeli öğretmenlerin hâlihazırda bilgisi dâhilindedir. Her ne kadar herhangi bir açıklayıcı bir teorileri olmasa da, bu öğretmenler hataların bir kısmını fark edebilir ve hatta öngörebilirler (Hadjidemetriou ve Williams, 2002; Ryan ve Williams, 2002; Williams ve diğ., 2014). Bu değerlendirme seviyesi genellikle öğretmenlerin hatayı bulmalarına ve belki de sebebiyle birlikte doğru bir alternatif sunmalarına yardımcı olur. Derin seviye ise deneyimli öğretmenler için bile oldukça güçtür (Ryan ve Williams, 2007).

Bir tanımlamanın, altta yatan kavrama/yanlış kavrama ve mantık yürütme ile bağdaşan veya çatışan ilgili öğretim modeli veya stratejisinin düzenlenebilmesi için bazı teorik kavramların bilinmesini gerekir. Yüzeysel seviyenin esas olarak davranışsal, derin seviyenin ise daha çok açıklayıcı ve söyleme yönelik olduğu unutulmamalıdır. Bulanık bazı hatalar belirlenebilir yanlış kavrama durumları veya kavramsal sınırlarla ilgili değilken, bazıları bunlarla ilgili olmaktadır. Örneğin, çoğu çocuk için baklava şekli (bir köşeye uyacak şekilde düzenlenmiş kare) bir tür kare olarak görülmez. Aynı şekilde, çoğu çocuk için de dikdörtgen bir çeşit paralelkenar olarak görülmez. Bu hatalar, çocukların matematik kavramlarındaki sınırları ile ilgilidir ve kavramsal gelişimlerinin belirli bir dönemindeki çocuklarda sıklıkla görülür. Bu açıdan tanımlamanın öğrenci gelişim aşamasının anlaşılmasını da kapsadığı ve etkili, kavramsal öğretim için oldukça önemli olduğu düşülmektedir. Gelişim aşamasının anlaşılabilmesi başarısız müfredatın sürekli olarak kendini tekrar etmesi gibi bir ihtimale yol açabilir. Bu hataların kavranması pedagoji açısından

büyük farklılıklar yaratabilmekle beraber yine pedagoji açısından değerlendirilmesi gerekir (Ryan ve Williams, 2007).

Öğretimin kalitesini arttırmak için kullanılabilir hatalar ise birçok sebepten oraya çıkabilir. Bunlardan bazıları kavram yanlışları, sembollerin ve metinlerin yanlış yorumlanması, matematiksel konunun karmaşıklığı ya da zorluğu, öğrenilen konu ve kavram hakkında deneyimsizlik, anlama ve bilgi eksikliği, verilen cevabı kontrol etmeme ve dikkatsizliktir. (Burns, 2007; Cockburn ve Kent, 1999; Drews, Dudgeon, Lawton ve Surtees, 2014; Ryan ve Williams, 2007).

Bir öğrenci, matematiksel bir hata yaptığı zaman dikkate alınması gereken olasılıklardan öne çıkanlar şunlardır (Cockburn ve Kent, 1999).

1. Hangi işlemin uygulanacağını biliyor mu?
2. İşlemin nasıl yapılacağını biliyor mu?
3. Yapılacak işlem sürecini sözel dil ve matematiksel açıdan anlıyor mu?

Yukarıda belirtilen olasılıklar sırasıyla “İşlem Güçlüğü”, “Dönüştürme Güçlüğü” ve “Matematiksel Durumu Anlama Güçlüğü” olarak adlandırılabilir.

Matematik öğretiminde önemsenin becerilerden bir tanesi problem çözme becerisidir. Matematik ve de problem çözme becerisinin, bireylerin günlük yaşamlarındaki etki ve yararı oldukça fazladır. Özellikle ilköğretim matematik müfredatında ve amaçlarında, akıl yürütme ve problem çözme en önemli konularından ikisidir. Matematiksel problem çözmenin iki amacı olduğu söylenebilir. Birincisi kavram ve becerilerin gelişimi için, ilgili kavramları içeren problemlerin çözülebilmesini sağlamaktır. İkincisi ise öğrenilmiş kavram, bilgi ve ilkelerin kullanılmasıyla problem çözme becerisinin geliştirilmesidir (Yeşildere, 2006).

Hataların oluşumunu anlayabilmek için problem çözme süreci ele alınabilir. Dewey (1910) problem çözme basamaklarının problemin varlığının fark edilmesi ile başlayıp sırasıyla problemin tanımlanması, önceki deneyim, bilgi, çözüm ve fikirlerin kullanılmasıyla hipotezlerin ve önermelerin kurulması, hipotezlerin ve olası çözümlerin sınanması ile devam edip son olarak da sonuçların değerlendirilmesi ve karara varılmasıyla bittiğini belirlemiştir. Stephen Krulik (1977) de, sözel olarak öğrenciye verilen bir problemin çözülebilmesinde şu basamakların gerektiğini ifade etmiştir. İlk olarak, problemin okunması, anlaşılması ve analiz edilmesi gerekir ve bu aşamada problemde verilenler ve bilinmeyenler nelerdir bulunması gerekir. İkinci

olarak, problemde verilenlerden yola çıkılarak gerekli denklemleri kurmak, problemi sözelden sembolik forma geçirmek gerekir ve yapılan bu işleme matematik dilinin kullanılması denmektedir. Problem sembolik forma dönüştürüldükten sonra, gerekli işlemler yürütülür. Çözüm ulaşıldıktan sonra kalan, sürecin son basamağı ise sonucu kontrol (Aksu, 1984).

Yukarıda anlatılan problem çözme basamakları kısaca; problemin okunması ve anlaşılması, sembolik forma dönüştürülmesi, işlemlerin gerçekleştirilmesi ve sonucun kontrol edilmesi şeklinde özetlenebilir. Öğrenciler, bu basamakların herhangi birinde çeşitli nedenlerle çeşitli hatalar sergileyebilir. Öğretmenlerin, problem çözme sürecinde zorlanan öğrencilere yardımcı olabilmesi için bu basamakları tanınması, öğrencilerin yaşadıkları zorlukların hangi basamaklarda olduğunu bulması ve nedenlerini ayrıntılı olmasa da ortaya çıkarması ve bunları çözebilecek teknikleri biliyor olmaları gerekmektedir. (Aksu, 1984).

Bir başka çalışmada ise matematikteki öğrenme güçlükleri; uygulanan matematik öğretimindeki eksiklik, konuların soyutluluğu (soyut oluşuna karşın öğrencilerin yeterince soyut düşünememeleri), sözel ifadeleri yorumlayamama ve öğrencilerin hazırbulunuşluk düzeylerindeki yetersizlik şeklinde dört temel başlıkta ele alınmıştır (Tatar ve Dikici, 2014).

Güçlükleri giderme ile ilgili araştırmaların, güçlükleri saptamaya yönelik araştırmalardan oldukça az olduğu gözlenmiştir. Bu araştırmalarda da güçlükleri gidermeye yönelik olarak; bilgisayar programları, görselleştirme, uygun materyal kullanımı ve öğrenme güçlükleri doğrultusunda öğretimi yeniden tasarlamının gibi tekniklerin kullanıldığı belirlenmiştir (Tatar ve Dikici, 2014). Öğrenme güçlüğü doğrultusunda öğretimi yeniden tasarlayabilmek için ilk önce güçlüğün tespit edilebilmesi gerekmektedir. Bu çalışmada güçlüklerin belirlenmesinde Bilişsel Tanı Modellerine göre hazırlanan testlerde hata analizi yapılmasının işlevsel olacağı düşünülmüştür.

Hata analizi iki açıdan önemlidir. Birincisi, akademik uygulamaların gerekliliğine göre öğrenme zorluklarını saptamak, öğrencilerin farkındalıklarını, performans ve anlayışlarını arttırmak için eğitimde farklı yöntemlerin geliştirilmesini sağlayabileceğidir. İkincisi de, hata analizinin matematik öğrenmedeki bazı temel sorunları açığa kavuşturmak için önemli bir araştırma stratejisi olarak

düşünülmesinden dolayı süreç üzerinde bir başlangıç noktası olarak görülmesidir. (Radatz, 1979).

#### *1.1.4.1. Matematiksel Durumu Anlama Güçlüğü*

Problem çözme sürecinin ilk basamağı, problemin okunması ve kavranmasıdır. Okuma ve kavrama güçlüğü çeşitli kaynaklardan doğuyor olabilir. Bunlar arasında kelime haznesi zayıflığı, kötü okuma alışkanlıkları, detaylar üzerine yoğunlaşamama, bilinenleri bilinmeyenlerden ayırt edememe ve doğurguları çıkaramama sayılabilir (Aksu, 1984).

Matematiksel kavramlar, soyut oldukları için yanlış anlaşılması ve yanlış öğrenilmesi kolay kavramlardır. Öğrencilerin bu kavram yanlışlarını belirlemek ve gidermek oldukça önemlidir. Matematik kümülatif bir bilim dalı olduğundan öğrenilen her bir kavram sonraki kavram(lar) için basamak görevi alacaktır. Bu nedenle herhangi bir kavramın öğrenilmesindeki güçlük ya da kavram yanlışlığı, daha sonra öğrenilecek ilişkili kavramlarda yeni güçlükler ve yeni kavram yanlışlarına neden olabilir (Duatepe Paksu, 2010).

Eğitimde düzeltmenin oldukça zor olduğu konusunda hemfikir olunan kavram yanlışlarını ile sıklıkla karşılaşmakta ve bazıları öğrencinin doğası gereği, bazıları ise öğretim tekniği sonucu oluşmaktadır. Bu nedenle öğretmenlerin, bu sonradan düzeltilmesi zor olan kavram yanlışları oluşmadan, öğrenciler için olası kavram yanlışlarının nedenlerinin bilincinden olmaları gerekmektedir (Sadi, 2007).

Kimi zaman bir problemin veya görevin bağlamının çocuk tarafından yanlış anlaşıldığı veya ifade edildiği görülmektedir. Böyle bir durum çocuğun, öğretmenin veya değerlendirmeyi yapan kişinin istediği şekilde veya “matematiksel şekilde” değil, başka bir bağlamda kavradığını işaret etmektedir. “Modelleme” kavramı matematiğin günlük gerçek hayatla olan bağlantısı, matematik ile ifade edilen günlük yaşama karşılık gelmektedir. Bir çocuğun “modelleme hatası” yapmasının aslında çocuğun duruma ilişkin kendi modelinin olmasından kaynaklandığı da söylenebilmektedir. Bu durum da okulda akademik anlamda istenen “matematiksel model” çelişmektedir (Ryan ve Williams, 2007).

Gayrı resmi ve bağlamsal matematik dilinden, resmi matematik diline geçiş dikkat isteyen önemli bir iştir. Gayrı resmi matematik dilinin ne zaman benimseneceği ve resmi matematik dilinin ne zaman verileceğine karar vermek

pedagojik bir yargı işidir. Genel olarak, günlük bağlamlar matematik eğitimi için oldukça önemli bir kaynak sağlar. Örnek olarak kesirler konusunda, bir pastayı eşit parçalara bölme modelini kullanmak çok yaygın bir davranıştır çünkü çocuğun pasta paylaşma bilgisini sınıfa taşıyacağını öğretmenler tarafından bilinmektedir. Çocuk, hâlihazırda pastanın iki, dört veya daha fazla kişi arasında paylaşım üzere nasıl kesileceğini bilir. Ancak, kaç tane yarım kekin 6 tam kek yaptığı veya 6 kekin 12 kişiye nasıl bölüştürüleceği gibi sorularda, çocuklar 12 sayısını elde etmek için 6 tam keki “yarım ile” fiziksel anlamda bölemez. Bu açıdan, keklerin bölüştürülmesi kesirler için faydalı bir giriş noktası sağlar ancak bağlamı tam olarak veremez (Ryan ve Williams, 2007).

Matematiğin herhangi bir dalında ilerleme sağlamak için neredeyse hiçbir model, bağlam veya temsil tam anlamıyla tatmin edici veya yeterli değildir. Genellikle birden fazla bağlam, model veya temsile ihtiyaç duyulur ve bunlar arasında esnek bir şekilde dolaşılması ve bağlantı kurulması gerekir. Örnek olarak kesirlerin öğreniminde paralar, tüm rakamlar iki ondalığa sahipse yararlıdır; uzunluk ölçüleri ondalıklar ve birim arasında esneklik için iyi bir bağlam sağlar; kareli bir alanda belirli alanları taramak kesrin farklı basamaklarının göreceli büyüklüğünü göstermede kullanışlıdır; sayı doğrusu ise kesirlerin sırasını belirtme konusunda yararlıdır. Çoğu araştırmacı, çocuklarda matematik öğrenimini geliştirmek için çocukların modelleri kullanma şekillerini incelemiş ve bu modellerin öğrenimde oynadığı önemli rolü ortaya çıkarmıştır. Özellikle de sayı doğrusu etrafında analiz edilmiş ve önemi deneysel ve teorik olarak kanıtlanmıştır (Anghileri, 2001; Beishuizen, 1999). Lakoff ve Núñez (2000), sayı doğrusunu metaforik ve gömülü biliş (*embedded cognition*) açısından incelemiş ve öğrencinin kendini matematikte güçlü bir şekilde bedensel ve mekânsal olarak konumlandırmasına olanak sağladığını ifade etmiştir. Genel olarak, bu tür modeller öğrencinin kelimelerin yanı sıra eylem ve mimikleri de kullanarak iletişim kurmasını ve ifadede bulunmasını teşvik etmektedir (Ryan ve Williams, 2007).

Wartosfsky ve Black'e göre bu tür temsillerin kullanımı (buna metaforlar, bağlamlar ve modeller dâhildir) matematik ve hâlihazırda sezgisel olarak bilinenler arasında bağlantı kurarak matematiğe anlam katmaktadır (akt. Ryan ve Williams, 2007). Kareli alan, fonksiyon makinesi, sayı doğrusu, kek dilimleri, ondalıkta

para/uzunluk bağlamları veya kartezyen sistemi olmasaydı, matematik oldukça resmi olup ve insanların matematiği öğrenmede veya kullanmada güçlük çekmesine yol açabilirdi. Fakat matematiğin bu şekilde somutlaştırılması beraberinde kısıtlamalar da getirmektedir. Bir bağlam veya modelin matematiğin tam ve hatasız karşılığı olması, o bağlam veya modelin hemen hemen matematiğin kendisi olması demektir. Böyle bir durum olmadığı için, hatalar ve yanılgılar çoğu zaman çocuğun model, bağlam veya metafor kullanımı ile hedeflenen matematik arasında bir farklılık olduğunu göstermektedir. Bu sebeple, bunlar pedagojinin mesai harcaması gereken bir öğrenme alanı ortaya koyarlar (Ryan ve Williams, 2007).

Bununla birlikte, öğrencilerin matematik oyunları ile sosyalleştirilmesi sorunuyla ilgili olarak, Cooper ve Dunne tarafından gerçekleştirilen araştırma ile Bernstein geleneğini izleyen araştırmacıların çalışmaları, bazı çocukların ‘bağlamsallaştırılmış matematikte’ bilhassa zorluk yaşadığını göstermiştir (akt. Ryan ve Williams, 2007). Matematiğin uygulamalı olarak kullanılmasını isteyen görevler verildiğinde çoğu çocuk görevi aşırı uygulamalı şekilde yorumlayabilmekte, görevde verilmeyen veya öğretmenin istemediği her türlü uygulama bilgisinden yararlanabilmektedir. Örneğin, sıkça görülen bir test sorusunda bir asansör 14 kişi taşıyabilmektedir ve 269 kişinin asansörle üst kata çıkması gerekir ve soru ‘Herkesi yukarı çıkarmak için asansörün kaç sefer yapması gerekir?’ şeklindedir. Bu soruya uygulama yoluyla verilecek cevaplarda insanların beklemekten sıkılıp merdivenleri kullanması gibi durumlar ortaya çıkacaktır. Ancak, okul matematiğinde “oyunun nasıl işlediğini sezinleyen” bir öğrenci burada matematiksel bir yapının var olduğunu, yalnızca tek bir cevap olduğunu ve bir testte istenen tüm bilgilerin sorunun içinde bulunduğunu bilir. Fakat görünüşe göre tüm çocuklar bu tür oyunlarda doğuştan, yetiştirilme şeklinden vb. ötürü bu “sezgiyi” çözebilecek eğilime sahip değildir (Bourdieu, 1997). Bernstein’e göre çoğu öğretmen oyuna yönelik bu sezginin zaten var olduğunu kabul ettiğinden dolayı da kurallar ‘gizli’ kalmaktadır (akt. Ryan ve Williams, 2007). Belki de bazı çocukların başarısızlığı bundan kaynaklanmaktadır. Bu da, pedagojinin oyun kurallarını belirtmesi, görünür kılması gerektiğini göstermektedir. Aslında, matematik açısından gelişkin bir pedagoji, belki de matematiğin kendine ait kuralları, dili, gelenekleri vb. olan özel bir oyun olduğunu belirtmesi gerekir (Ryan ve Williams, 2007).

Matematik, bir konuda eksik veya yanlış öğrenme gerçekleştiği zaman sonraki öğrenmelerde de olumsuzluklar ve güçlükler yaşanması olası bir alandır. Öğrencilerdeki bu eksik veya yanlış öğrenmeler, olumsuzluklar giderilmediği zaman kavram yanlışlarına dönüşmektedir (Yenilmez ve Yılmaz, 2008).

Brissenden (1998) matematik öğrenmede kavramların anlaşılması ile ilgili olarak öğrencilerin ne işe yaradığını bilmeden kuralları uygulaması yerine kuralların ne işe yaradığını bilmeleri ve bunları bir başkasına açıklayabilmelerinin hedeflenmesi gerektiğini vurgulamıştır (akt. Lovell, 2002). Bir öğrencinin kavramları anlaması kavramsal tanımları, gösterimleri ve ilişkileri içeren durumlarda düşünme ve akıl yürütme kabiliyetidir. Kavramsal anlamının tam anlamıyla gerçekleşmesi, matematiksel problemleri çözmeye öğrencilerin kullandıkları yöntemlere gerekli kısıtlamaları getirme, eğer işlem hatası yapılmışsa yapılan bu işlem hatasının ortaya çıkarılmasına olanak sağlama ve problem çözme adımlarını gösterme yönlerinden fayda sağlamaktadır (akt. Yeşildere, 2006). Öğrenciler; kavramları tanımlayıp örnekler verdikleri zaman, şemaları, modelleri ve kavramları kullanarak düşünceleriyle ilişkilendirebildiklerinde, bilgileri ve tanımları bilinçli olarak uyguladıklarında, birbiriyle ilişkisi olan kavram ve ilkeleri görüp karşılaştırabildiklerinde, kavramların ifadesi için kullanılan sembollerin, işaretlerin ve terimlerin tanınıp kullanıldığı ve yorumlandığı gözlemlendiğinde kavramsal anlamaya gerçekten ulaşıldığı söylenebilir (NAEP, 2002).

#### *1.1.4.2. Dönüştürme Güçlüğü*

Problem çözmeye öğrencilerin karşılaşılabileceği ikinci güçlük tipi olan dönüştürme güçlüğü, problemin formunun sözelden sembolige dönüştürülmesinde hatalara sebep olabilir. Yapı güçlüğü olarak da bahsedilen bu güçlüğüün kaynakları; problemdeki önemli ve alakasız verileri ayırt edememe, temel ilişkileri ve işlemleri tanıyamama, sistematik işlem yapamama ve kötü çalışma alışkanlıkları olabilir (Aksu, 1984).

Bireyler kavramları öğrenseler bile matematiksel olarak, yani matematiğin tanımladığı şekilde öğrenmeye eğilimli değildir. Görünen o ki, insanlar daha çok “prototipik” bir kavram geliştirme yöntemi izlemektedir (Lakoff ve Núñez, 2000). Bir kavram için prototip derken asıl kastedilen kültürel açıdan kavramın “tipik örneğidir”. Örneğin, yetişkinler için bir dikdörtgen prototipik olarak uzun kenarı kısa

kenarının üç katı uzunluğunda olan ve yatay olan bir şekildir. Prototipik açıdan düşünülürse, bir kare genellikle kimse tarafından dikdörtgen örneği olarak gösterilmez. Buradan hareketle, çocuklar bir kareyi veya dikdörtgeni yalnızca tabanı yatay olacak biçimde “düz” bir şekilde uzanmışsa kare veya dikdörtgen olarak almakta, bir ileri seviyede de karenin bir dikdörtgen olduğunu veya tüm dikdörtgenlerin birer paralelkenar olduğunu reddetmektedirler. Böylece matematikte kendini gösteren hatalarla karşılaşmaktadır çünkü insanlar doğal olarak kavramları gayri resmi şekilde ve sezgisel olarak “matematiksiz olmayan” prototipik yollardan geliştirmektedir. Bir kavramın matematiksiz tanımını genellikle bir dizi örnek ve tanımlayıcı ilişki ile belirler. Hiçbir şekilde prototipik düşünce biçimini takip etmez. Prototipik düşüncenin doğal ve sezgisel olduğunun farkına varıldıktan sonra daha pek çok hatanın da prototipik özelliğe sahip olduğunu görüşebilir (Ryan ve Williams, 2007).

Dönüştürme güçlüğünün gözlemlendiği durumlarda öğrenciye problemde verilenlerle ilgili sorular sorulabilir, temel ilişkilerin, ilgili formüllerin, soru içinde gizli ayrıntıların ve önemli doğruların ayırt edilmesinde, ilgili grafiklerin ve şekillerin oluşturulması ve adlandırılmasında öğrenciye rehberlik edilmelidir. Öğrencilerin verileri kullanarak sözel problemler oluşturmaları, sözel ifadeleri matematiksiz sembollere ve tersi duruma çevirmeleri gibi alıştırmalar yapmalarına olanak sağlanmalıdır (Aksu, 1984).

#### *1.1.4.3. İşlem Güçlüğü*

Son güçlük tipi işlem güçlüğüdür. Öğrencilerin temel ilkeleri, kanunları, formülleri ve işlem yollarını iyi kavrayamamış olması ve işlem yapmada dikkatsiz oluşu işlem güçlüğünden kaynaklanan hatalara neden olabilir. İşlem güçlüğünü yenebilmek için; temel ilke ve kanunların tekrar edilmesi, çözüm yolları ve formüllerinin analizi ile işlem teknikleri üzerinde alıştırmalar yapılabilir (Aksu, 1984).

Öğrenci işlem ve kural bilgisini kazandığı zaman izlenmesi gereken işlemlerin nasıl yapıldığına ek olarak neden yapıldığı bilgisini de elde etmiş olur. Bu bilgi tipinin kazanılmamasıyla ortaya çıkabilecek olan işlem güçlüğü, işlemler ile soyut kavramlar arasındaki ilişkinin ve modellerin kurulamaması ile işlemlerin hangi durumlarda kullanılması gerektiğine karar verilememesine sebep olur. İşlemleri



sadece ezberlenmesi gereken kurallar olarak öğrenen ve matematiksel kavramlar ile ilişkiyi kuramayan bir öğrencide, ilgili kavramlar öğrenilmesi ile ilgili bir güçlük yaşanmış olabilir (Baykul, 2005).

İşlemsel bilgi uygun kuralları kullanmanın yanı sıra, öğrencilerin grafikler okuma, oluşturma ve kullanma, tahmin etme-yuvarlama gibi hesaba dayalı olmayan nicel işlemleri yapmalarında ve verilen ifadede doğru işlemlerin kullanılıp kullanılmadığına ilişkin akıl yürütmeye de kullanılmaktadır. Öğrenciler doğru işlemleri seçip uyguladıklarında, kullandıkları işlemleri açıklayabildiklerinde ve bir problemi çözmek için işlemlerde duruma göre değişiklik yapabildiklerinde işlemsel bilgiye sahip olduklarını söylenebilmektedir (NAEP, 2002).

Öğrenci hataları genellikle rastgele hatalar yerine sistematik hatalardır ve kurallara dayanır (Ben-Zeev, 1996). Öğrencinin yaratıcılığına ek olarak, bu hatalar çözüm yolu ezberleme odaklı öğretimlerden de kaynaklanabilir. Öğrenciler prosedürleri, çözülmüş örneklerdeki basamakları takip ederek özetler ya da geneller, ama bilgileri düz ezber ya da yetersiz olduğunda kural ve prosedürleri gereğinden fazla genelleyebilir ya da özelleştirebilirler (Ben-Zeev, 1996; VanLehn, 1986). Örneğin, eğer sadece büyük sayıdan küçük sayının çıkarılması öğretiliyse, öğrenciler tek basamaklı çıkarma işlemlerinde büyük olandan küçük olanı çıkarma kuralını çok basamaklı çıkarma işlemlerine doğru aşırı genelleyebilir. Benzer şekilde, eğer öğrenciler sadece iki basamaklı sayılarda çıkarmada üst basamaktan ödünç almayı gördülerse, bu işlemi çok basamaklı çıkarma işlemleri için aşırı özelleştirebilirler (VanLehn, 1986).

Bu tür zorlukları azaltmanın bir yolu, öğrencilerin kavramsal ve işlemsel bilgi arasında bağlantı kurmalarına yardımcı olmaktır. Kavramsal bilginin oluşturulması, kavramların özelliklerini tanımlamayı, kavramlar arasındaki benzerlik ve farklılıkları bu özelliklere göre tanımlamayı ve aralarındaki ilişkileri inşa etmeyi gerektirir. Öte yandan işlemsel bilgi sonlandırılması gereken yetenek, strateji ya da algoritmaların yapılandırılmasını gerektirir (Byrnes ve Wasik, 1991). Örneğin, ondalıklı kesirlerde toplama veya çıkarma işlemleri yaparken ondalıkları hizalamayan öğrenciler, muhtemelen algoritmayı, ondalıkların pozisyon değerleri ve ondalıkları sıralama arasındaki bağlantıyı kurmadan kullanıyordur (Hiebert ve Lefevre, 1986). Benzer değerleri toplamak gibi daha karmaşık bağlantılar, ondalıklı kesirleri toplamak için

ondalığı hizalama ya da ortak paydalar arama gibi bilgi parçalarını genellemeyi ve yansıtmayı gerektirir. Bu tür bağlantılar yetişkinler için oldukça açık olsa da, bunları oluşturmak öğrenciler için zor olabilir (Yetkin, 2003).

Belki de buradan çıkarılması gereken en önemli sonuç, verilen durumlar dizisinin yanlış şekilde genişletilmesi (veya sınırlanması) nedeniyle “tüm genellemelerin aşırı genellemeler olduğu veya muhtemelen olacağıdır”. Böylece, aşırı genelleme nedeniyle ortaya çıkan hataların matematiğe özgü ve büyük oranda genelleme konusu ile ilgili olduğu ortaya çıkmaktadır (Ryan ve Williams, 2007).

Problem çözülüp sonuç bulduktan sonra, bu sonucun kontrol etme aşaması birçok öğrenci tarafından önemsenmemek ve direk atlanmaktadır. Öğrencilerin sonuç kontrol tekniklerine yatkın olmamaları, doğru tahminler yapamamaları, verilerin oluşturduğu sınırları teşhis edememe ve yorumlayamamaları bu basamakta güçlükler sebeptir. Bu güçlükleri gidermek üzere, problemlerdeki gerekli ve yeterli koşullar arasındaki farkın ve tahmin etme tekniklerinin öğretilmesi ile sonucu kontrol etme alışkanlıklarının kazandırılması sıralanabilir.

Modelleme, prototipleme, aşırı genelleme ve süreç-hedef bağlantısı nedeniyle ileri gelen hataların bazı ortak özellikleri bulunmaktadır. Birincisi, bu hatalar (bir nebze) çocuğun bilgi durumunu belirler; ikincisi, bunlar bağlantıları, genellemeleri ve kavram oluşumlarını içinde barındıran mantığa dayalı matematik gelişiminin doğal neticeleridir; üçüncüsü ise bunların bir öğrenme imkânı veya bölgesi işaret etmeleri ve dolayısıyla da gelişim potansiyeli vaat etmesidir (Ryan ve Williams, 2007).

Öğrencilerde genel olarak hedefin öğretimde gösterilmesi ve ele alınması gerektiği gibi bir düşünce (örneğin, algılar veya yanılgılar) olduğunu görülmektedir. Hatanın kendisi ise yalnızca yüzeysel bir durum, bir göreve verilen görünürdeki davranışsal tepkidir. Açıkça görülmektedir ki, hatanın yalnızca düzeltilmesi çocuk için yeterli bir öğretim sağlamamaktadır. Öğrenci neden öyle olduğunu görmediği sürece, bu düzeltme faydadan çok zarar vermekte, çocuğun matematiği anlamsız ve esrarlı bir etkinlik gibi görmesine neden olmaktadır (Ryan ve Williams, 2007).

## **1.2. Amaç ve Önem**

Araştırmanın amacı Bilişsel Tanı Modelleri kullanarak testi alan öğrencilerin sadece bilişsel profillerini değil, eş zamanlı olarak hata profillerini de belirleyebilecek bir yöntem geliştirmektir. Eğitim alanında ölçme ve ölçme

sonuçlarına dayalı istatistiksel yöntemler geliştikçe bir test ile ilgili çok yönlü bilgi alma ve sonucunda öğrenciye daha geniş ve detaylı geri bildirim vermeye yönelik arayışlar da hızlanmıştır. Tek başına Bilişsel Tanı Modelleri analizi bu konuda oldukça çok yönlü ve zengin bir içerik sunma çabası taşımaktadır. Bununla birlikte bu çalışmada maddeyi doğru cevaplayan öğrencilerin hangi bilgiler ve bilişsel becerileri kullandığı geri bildiriminin yanında maddeyi yanlış cevaplayan öğrencilerin hangi öğrenme eksikliği ve yanlışı etkisi ile maddeyi yanlış cevapladığı da ortaya koyulabilmektedir.

Örneklemin küçük olduğu ve testteki madde sayısının oluşacak örtük sınıf sayısından az olduğu durumlarda parametre kestirimlerinin iyileştirilmesinin ciddi şekilde zayıflamaktadır (Kunina-Habenicht, Rupp ve Wilhelm, 2012). Rupp (2007), öğrencileri sınıflama doğruluğunun örneklem büyüklüğü ile birlikte arttığını belirtmiştir. Bir başka çalışmada, uygun Bilişsel Tanı Modelleri ve Q matrisi seçiminde fit indeksleri incelenmiş ve örneklem boyutunun fit indeksleri üzerinde önemli bir etkisi olduğuna karar verilmiştir (Lei ve Li, 2016). Örneklem büyüklüğünün, model uyumu ve sınıflama doğruluğuna etkisi söz konusu olduğunda geniş bir örneklem oldukça yararlı olabilmektedir (Ravand ve Robitzsch, 2018), ve tezde kullanılan araştırma örneklemini bu konuda yeterli büyüklükte bir örnekleme sahiptir.

### **1.3. Problem Cümlesi**

Uygulanan bir testte öğrencilerin hata profilleri, Bilişsel Tanı Modelleri ve hata Q matrisleri kullanılarak belirlenebilir mi?

#### *1.3.1. Alt Problemler*

1. Matematiksel hata matrisi kullanılarak DINA model parametreleri ve örtük sınıf sonsal kestirimleri nasıldır?
2. Matematiksel yeterlik matrisi kullanılarak DINA model parametreleri ve örtük sınıf sonsal kestirimleri nasıldır?
3. Matematiksel kazanım matrisi kullanılarak DINA model parametreleri ve örtük sınıf sonsal kestirimleri nasıldır?
4. Öğrenci hatalarından elde edilen örtük sınıflar ile test toplam puanları uyumlu mudur?

5. Öğrenci hatalarından elde edilen örtük sınıflar ile yeterliklerinden elde edilen örtük sınıflar farklılaşmakta mıdır?
6. Öğrenci hatalarından elde edilen örtük sınıflar ile kazanımlardan elde edilen örtük sınıflar farklılaşmakta mıdır?

#### **1.4. Denenceler, Sınırlılık ve Sayıtlar**

Araştırmada öğrencilerin hata profillerinin belirlenebileceği ve bilişsel profilleri ile anlamlı bir ilişki içinde olması beklenmiş, kullanılan her Q matris geçerliği için uzman görüşlerinin yeterli olduğu kabul edilmiştir. Ayrıca araştırma, DINA modelin istatistiksel yapısı, kullanılan örneklemin sadece 6. sınıf öğrencilerinden oluşması, sadece matematiksel hataların ele alınması ile sınırlıdır.

## BÖLÜM II

### İLGİLİ YAYIN VE ARAŞTIRMALAR

Fyfe, Rittle-Johnson ve DeCaro'nun (2012) çalışmasında, farklı düzeylerde hazırbulunuşluklara sahip çocuklar için keşifsel matematik problemi çözme sırasında bir rehberlik formu olan geri bildirim etkileri incelenmiştir. İki deneyde, ikinci ve üçüncü sınıf öğrencileri, 12 yeni matematiksel denklik problemini çözmüş ve ardından kısa bir kavramsal eğitim almıştır. Her problem çözüldükten öğrenciler ya geribildirim almamış, ya sonuç geribildirimi almış ya da strateji geribildirimi almışlardır. Deney-1 için Tennessee'deki bir okuldaki 115 ikinci ve üçüncü sınıf öğrencisinden araştırmaya dâhil edilmek üzere izin alınmıştır. Bu öğrencilerden 93'ü kavramsal ve işlemsel bilgi öntestinde %80'in altında puan aldığı için araştırma kriterlerine uygun bulunmuştur. Deney-2, Deney-1'deki durum manipülasyonunu güçlendirmek ve sonuçları örneklemden bağımsız olarak doğrulamak için tasarlanmıştır. Her iki deneyde de, hazırbulunuşluk düzeyleri, geribildirim öğrenme üzerindeki etkilerini belirlemiştir. Doğru çözüm stratejileri hakkında hazırbulunuşluğu olmayan çocuklar, keşif sırasında geribildirimden olumlu yararlanmış; ancak, doğru çözüm stratejisi hakkında biraz hazırbulunuşluğu olan çocuklar, geri bildirim almadan araştırmaktan daha fazla faydalanmıştır. Bu sonuçlar, öğrenme teorilerinin, hazırbulunuşluğun rolünü içermesi gerektiğini ve geribildirim sağlamanın her durumda en uygun işlem olamayacağını göstermiştir.

Sarwadi ve Shahrill'in (2014) çalışmasında, 11. sınıfı tekrar eden öğrenciler tarafından matematiğin ne kadar anlaşıldığı ve hatırlandığı ile hatalar ve kavram yanlışlarının nedenleri araştırılmıştır. Araştırmaya toplam 74 11. sınıfı tekrar eden öğrenci ve dokuz 11. sınıf matematik öğretmeni katılmıştır. Veriler, öğrenci test performansları ile öğrenci ve öğretmen anketlerinden toplanmıştır. Öğrencilerin kavram yanlışlarının testteki ilerlemeleri ve başarıları üzerinde önemli bir etkisi olduğu görülmüştür. Bulgular ayrıca öğrencilerin hatalarının ve kavram yanlışlarının çeşitlendiğini, ancak bunun da farklı nedenlerinin bulunduğunu göstermiştir. Veriler, matematik müfredatındaki çeşitli konuları kapsayacak şekilde tasarlanan 13 soruluk yazılı bir test aracılığıyla toplanmıştır ve bu sebeple hata ve kavram yanlışları çok

geniş kapsamda elde edilmiştir. Yazılı testlerde çok çeşitli hata türleri ve nedenler bulunmuştur.



Örneğin, öğrencilerin kesirlerde çıkarma ya da ondalıklı çarpma işlemlerini gerçekleştirememeleri, öğrencileri sayıları anlamlandıramamaları ve tahmin yapmamalarından kaynaklanmaktadır.

Veloo, Krishnasamy ve Wan Abdullah'ın (2015) çalışmasında, matematikteki sembol, grafik ve problem çözme başarısındaki zorluk, ayırt edicilik ve hataların belirlenmesi amaçlanmıştır. Katılımcılar, Malezya'nın Kedah eyaletinde bulunan sekiz ortaokuldan rastgele seçilen 315 10. sınıf öğrencisinden oluşmaktadır. Matematik yazılı sınavı, sembol, grafik ve problem çözme için beşer maddeden içeren toplam 15 açık uçlu sorudan oluşmakta ve tüm maddeler güçlük ve ayırt edicilik indeksi kullanılarak analiz edilmiştir. Matematikte yaptıkları hataları belirlemek için seçilen 20 öğrenci ile yarı-yapılandırılmış klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. İçerik analizinde tanımlayıcı kod anahtarı, kavramsal hatalar, dikkatsizlik, problem çözme hataları ve değer hatalarını tanımlamak için kullanılmıştır. İçerik analizi öğrencilerin %57'sinin kavramsal hatalar, %24'ünün dikkatsizlik, %13'ünün problem çözme hataları ve %6'sının değer hataları yaptığını göstermiştir. Yapılan hatalar için verilen başlıca sebepler, anlamada eksiklik, unutulmuş prosedürler, sorudan bilgi aktarımında ihmal, dikkatsizlik ve tahminde yürütme olmuştur.

Choi, Lee ve Park'ın (2015) çalışmasında, TIMSS 2003 8. sınıf matematik değerlendirmesi, katılımcılar hakkında faydalı bilgiler sağlamak için bir BTM yaklaşımı uygulanarak yeniden analiz edilmiş ve ABD ile Kore sınıf örnekleri arasındaki TIMSS matematik değerlendirmesinin performansını karşılaştırmak için BTM yaklaşımının faydası incelemiştir. Öğrencilerin matematik problemlerini cevaplamak için gereken temel beceriler ve bilişsel süreçler konusunda ne kadar iyi performans gösterdikleri hakkında daha değerli tanı bilgileri sağlamak için özel olarak DINA modeli kullanılmıştır. Sonuçlar, DINA ayırt edicilik endeksini kullanmanın yorumlanabilir faydalarının ABD ile Kore arasındaki karşılaştırmalı farklar hakkında ek bilgi sağladığını göstermiştir. Ana fikir, öğrencilerin araştırma Q matrisinde kullanılan matematiksel niteliklerinin gücünü ve zayıflığını tespit etmektir. Çalışmada Q matrisi oluşturmak için kullanılan nitelikler, matematikte çok önemli öğrenme noktalarını belirten 2000 yılında yayınlanan *NCTM Okul Matematiği İlkeleri ve Standartları*'ndan alınmıştır. Bir ülkenin öğrencilerinin uluslararası değerlendirmelerden aldığı yüksek

performansıyla tanınmasına rağmen, BTM sayesinde hala daha iyi olmak çalışmalar yapılabileceği tespit edilmiştir.





## BÖLÜM III

### YÖNTEM

#### 3.1. Araştırma Modeli

Bu araştırma, Bilişsel Tanı Modellerinde hata matrisleri ile öğrenci hata profillerinin incelendiği bir temel araştırmadır.

#### 3.2. Evren ve Örneklem

Araştırma evrenini İzmir İl Milli Eğitim Müdürlüğüne bağlı 30 ilçesindeki 448 devlet okulu oluşturmaktadır. Bu okullardaki 6. sınıflarda 1822 şube ve toplam 45069 öğrenci yer almaktadır. Güven düzeyi %99 ve güven aralığı  $t=2$  olarak belirlendiğinde 45069 kişilik evren için örneklem büyüklüğü  $n=3809$  olarak belirlenmiştir (Oulte, 2011; S. K. Thompson, 2012).

Daha sonraki aşamada örneklem büyüklüğü göz önüne alınarak tabakalı yöntemle tesadüfi küme örneklem yöntemi ile okul ve şubeler belirlenmiştir. Tabakalama yönteminde göz önüne alınan ölçütler; “Okulların 2015-2016 Kasım - Nisan TEOG genel başarı ortalamaları”, “Okulların 2015-2016 Kasım - Nisan TEOG matematik ortalamaları”, “Okulların 6. Sınıflarda şubeye düşen öğrenci sayıları”, “İlçelere düşen okul, şube ve öğrenci sayıları” şeklindedir. Bu ölçütler göz önüne alınarak tesadüfi yöntemle 10 ilçeden 20 okul araştırma örneklemini oluşturmuştur. Araştırma örneklemini oluşturan ilçeler, şube ve öğrenci sayıları aşağıdaki Tablo 3’te verilmiştir.

Tablo 4. Araştırma Örneklemini Oluşturan İlçeler ve Öğrenci Sayıları

İlçe	Şube Sayısı	Öğrenci Sayısı	İlçe	Şube Sayısı	Öğrenci Sayısı
Aliağa	4	107	Karabağlar	12	406
Bayraklı	10	282	Karşıyaka	14	472
Bornova	26	774	Konak	32	955
Buca	26	939	Balçova	4	129
Gaziemir	16	400	Bornova	7	249
Çiğli	4	128	Toplam	148	4592

Tablo 3’te görüldüğü gibi İzmir İli içerisinde okullardan araştırma örneklemini için toplam 148 şube ve 4592 öğrenci dâhil edilmiştir. Örneklem büyüklüğünün

artmasının sebebi okullarda bulunan 6. sınıf şubeleri arasında ayırım yapılmamasıdır.  
Böylelikle hem



örneklemin evreni temsil etme gücü artmış hem de okullarda bazı şubelerin mahrum kalması ve okul içi eşitliğin bozulması durumu önüne geçilmiştir.

Örneklemin dışında evren parametreleri ortalamalarına en yakın düzeyde bulunan ve örneklem büyüklüğü açısından yeterli görünen bir ortaokul, pilot uygulama okulu olarak belirlenmiştir. Belirlenen pilot okul, hazırlanan her testi önceden alarak tasarım ve uygulama hata ve eksikliklerinin ortaya çıkartılmasında yardımcı olmuştur.

Yapılan bir ön test sonuçlarına göre araştırma örneklemini oluşturan 20 okul, öğrenci ve şube sayılarına göre deney ve kontrol grupları olarak belirlenmiştir. Bu aşamada öğrencilerin ön test puan ortalamalarına göre okul başarı sıralamaları oluşturulmuş ve buna göre Deney-1, Deney-2 ve Kontrol grupları belirlenmiştir. Grup oluşturma aşamasında okullar küme örneklem olarak alınmıştır. Bunun öncelikli sebebi aynı okulda yer alan farklı şubelere farklı uygulama yapılmamasıdır. Araştırma örnekleminde yer alan 20 okul, belirtilen ölçütler göz önüne alınarak Tablo 4'te şube ve öğrenci sayıları ile ifade edilerek gruplara ayrılmıştır.

*Tablo 5. Araştırma Örneklemini Deney ve Kontrol Grupları*

Grup	Okul Kodu	İlçe	Şube	N
Deney-1	28	Balçova	4	129
	3	Bornova	5	182
	18	Gazimir	6	160
	5	Buca	4	182
	6	Gazimir	10	240
	16	Bornova	6	169
	20	Konak	7	186
	22	Bornova	9	233
			Toplam	51
Deney-2	7	Karşıyaka	7	272
	19	Karabağlar	7	214
	27	Buca	14	465
	23	Bornova	6	190
	17	Buca	8	292
			Toplam	42
Kontrol	14	Çiğli	4	128
	10	Konak	18	596
	15	Aliağa	4	107
	21	Bayraklı	10	282

13	Karşiyaka	7	200
24	Karabağlar	5	192
25	Konak	7	173
Toplam		55	1678

Araştırma örneklemini oluşturan toplam 2914 öğrenciden oluşan Deney-1 ve Deney-2 gruplarına izleme testlerinin uygulanmasına karar verilmiş ve Kontrol grubu bu test uygulamalarının dışında bırakılmıştır.

### 3.3. Veri Toplama Araçları

Bu tezde, proje kapsamında yürütülen, Deney-1 ve Deney-2 grubuna uygulanan 9 maddelik İzleme-4 testi verileri ile araştırmanın Q matrisleri kullanılmıştır.

#### 3.3.1. Testin Geliştirilmesi

##### 3.3.1.1. Matematiksel Hata Matrislerinin Belirlenmesi

115K531 numaralı TÜBİTAK projesinde matematik alanında yaygın olarak gözlenen hatalar; problem durumunu anlayamama, matematiksel durumu anlama güçlüğü, kavramsal bilgi yetersizliği, işlemsel bilgi yetersizliği, dikkat eksikliği, matematiksel dile dönüştürememe, işlemsel bilgiyi kullanamama olarak belirlenmiştir.

Pilot uygulama analizleri sonucunda proje kapsamında uygulanan izleme testlerinin geri bildirim sisteminde kullanılabilir 3 temel matematiksel hata türüne göre Q matrisler hazırlanmıştır. Belirlenen bu yeterlikler ve proje analiz kodları aşağıda Tablo 5'te verilmiştir.

Tablo 6. Matematiksel Hatalar ve Kodları

Kod	Yeterlik
E1	Matematiksel Durumu Anlama Güçlüğü
E2	Dönüştürme Güçlüğü
E3	İşlem Güçlüğü

Matematiksel Durumu Anlama Güçlüğü (E1): Öğrencinin bu hatayı gösterme oranı kendisine yöneltilen soruları yanıtlarken kavramsal bilgi yetersizliği, kavram yanlılığı, detayları görememe ve bilinenlerle bilinmeyenleri ayırt edememe düzeylerini göstermektedir (Basokcu, 2019).

Dönüştürme Güçlüğü (E2): Öğrencinin bu hatayı gösterme oranı kendisine yöneltilen soruları yanıtlarken matematiksel dile dönüştürememe, temel ilişkileri görememe, işlemsel bilgi yetersizliği düzeylerini göstermektedir (Basokcu, 2019).

İşlem Güçlüğü (E3): Öğrencinin bu hatayı gösterme oranı kendisine yöneltilen soruları yanıtlarken uygun çözüm yolunu seçememe ve dikkate dayalı işlemlerde yetersizlik düzeylerini göstermektedir (Basokcu, 2019).

Yukarıda bahsi geçen matematiksel hataların kullanıldığı İzleme-4 testinin 9 sorusu için hazırlanan Q matris Tablo 6'daki gibidir.

*Tablo 7. Matematiksel Hata Matrisi*

Madde	E1	E2	E3
5017_A	0	1	0
5017_B	0	1	1
5036_A	1	1	0
5036_B	1	1	0
5036_C	1	0	0
5058_A	1	0	0
5058_B	1	1	0
5059	0	0	1
5057	1	0	0

Q matristeki her bir hücre, ait olduğu sorunun doğru yanıtlanmadığı durumda öğrencinin hangi matematiksel hataları sergilemiş olabileceğini ifade etmektedir. İzleme-4 testi için hazırlanan diğer Q matrisler Tablo 7 ve 8'de verilmiştir.

*Tablo 8. Matematiksel Yeterlikler Matrisi*

Madde	M1	M2	M3	M4
5017_A	1	0	0	1
5017_B	0	0	1	1
5036_A	0	0	1	1
5036_B	0	1	1	0
5036_C	0	1	1	0
5058_A	0	0	1	0
5058_B	0	0	1	0
5059	0	1	0	0
5057	0	0	1	1

Tablo 7’de M1, M2, M3 ve M4 olarak isimlendirilen matematiksel yeterlikler sırasıyla “İletişim ve İlişkilendirme”, “Matematikleştirme”, “Akıl Yürütme ve Strateji Geliştirme” ve “Sembolik ve Teknik Dil Kullanımı” şeklindedir.

*Tablo 9. Matematiksel Kazanımlar Matrisi*

Madde	K1	K2	K3	K4	K5
5017_A	1	1	0	0	0
5017_B	1	0	0	0	0
5036_A	0	1	0	0	0
5036_B	0	1	0	0	0
5036_C	0	1	0	0	0
5058_A	0	0	0	0	1
5058_B	0	0	1	0	1
5059	0	0	0	1	0
5057	0	0	0	0	1

Tablo 8’de K1, K2, K3, K4 ve K5 olarak isimlendirilen kazanımlar sırasıyla “Cebirsel İfade oluşturma”, “Alan bilgisi uygulama”, “Hacim bilgisi uygulama”, “Kavramsal Oran Bilgisi” ve “Hacim bilgisi uygulama” şeklindedir.

### 3.3.1.2. İzleme-4 Testi Pilot Uygulaması

İzleme-4 testi için 219 öğrenci ile gerçekleştirilen pilot uygulamada dönem kazanımlarına yönelik hazırlanan 9 madde kullanılmıştır. Pilot uygulamada kullanılan her bir maddenin kodu için ‘P’ ön eki kullanılmıştır. Uygulanan bu 9 maddelik testin her maddesine ait madde güçlük ve madde ayırt edicilik değerleri Tablo 9’da verilmiştir.

*Tablo 10. İzleme-4 Testi Pilot Uygulaması Madde Parametreleri*

Soru Kodu	Madde Güçlüğü ( $P_j$ )	Madde Ayırt Ediciliği ( $r_{bis}$ )	Soru Kodu	Madde Güçlüğü ( $P_j$ )	Madde Ayırt Ediciliği ( $r_{bis}$ )
P5017_A	0,32	0,45	P5058_A	0,78	0,53
P5017_B	0,04	0,12	P5058_B	0,62	0,64
P5036_A	0,39	0,65	P5059	0,34	0,43
P5036_B	0,23	0,27	P5057	0,78	0,54
P5036_C	0,17	0,32	Ortalama	0,41	0,44

Tablo 9’a bakıldığında İzleme-4 testi pilot uygulaması için kullanılan maddelerin madde güçlük değerlerinin 0,04 ile 0,78 arasında ve madde ayırt edicilik

değerlerinin ise 0,12 ile 0,65 arasında değiştiği görülmektedir. Testin ortalama madde güçlük değeri 0,41 ve ortalama madde ayırt edicilik değeri 0,44 olarak hesaplanmıştır.

### 3.3.2. İzleme-4 Testi Gerçek Uygulaması

İzleme-4 testi pilot uygulamasında kullanılan 9 madde, düzenlenerek Deney-1 ve Deney-2 gruplarına uygulanmıştır. İzleme-4 testinin gerçek uygulamasına 2834 öğrenci katılmıştır. Yapılan analizler sonucunda İzleme-4 testine ait betimsel istatistikler Tablo 10'da verilmiştir.

Tablo 11. İzleme-4 Testi Betimsel İstatistikleri

Soru sayısı	9
Ortalama	3,34
Medyan	3
Standart Sapma	1,57
Varyans	2,48
Çarpıklık	0,29
Basıklık	-0,01

Tablo 10'da görüldüğü gibi testin ortalama puanı 3,34 ve medyan değeri 3 olarak hesaplanmıştır. Teste ait standart sapma değerinin 1,57 ve varyans değerinin 2,48 olduğu görülmektedir. Çarpıklık ve basıklık değerleri sırasıyla 0,29 ve -0,01 olarak saptanmıştır.

İzleme-4 testine ait maddelerin madde güçlük ve madde ayırt edicilik değerleri Tablo 11'de gösterilmektedir.

Tablo 12. İzleme-4 Testi Madde Parametreleri

No	Soru Kodu	Madde Güçlüğü ( $P_j$ )	Madde Ayırt Ediciliği ( $r_{bis}$ )
1	5017_A	0,3	0,42
2	5017_B	0,02	0,23
3	5036_A	0,42	0,54
4	5036_B	0,25	0,37
5	5036_C	0,14	0,26
6	5058_A	0,74	0,5
7	5058_B	0,53	0,52
8	5059	0,22	0,42
9	5057	0,74	0,44
Ortalama		0,37	0,41

Tablo 11’den da açıkça görüldüğü gibi İzleme-4 testine ait parametrelerden madde güçlüğü değerleri 0,02 ile 0,74 arasında ve madde ayırt edicilik değerleri de 0,23 ile 0,54 değerleri arasında değişiklik göstermektedir. Bu teste ait ortalama madde güçlük değeri 0,37 ve ortalama madde ayırt edicilik değeri 0,41 olarak hesaplanmıştır. Bu parametre değerlerine bakılarak testin grubun büyük bir çoğunluğuna zor geldiği söylenebilir. Ayrıca üst grup ( $n=1229$ ) için en düşük puan 4 ve alt grup ( $n=852$ ) için en yüksek puan ise 2’dir.

### 3.4. Prosedür

Hata matrisi, öğrencinin doğru yanıt vermediği sorularda hangi hata türünün devreye girmiş olabileceğini saptamak için kullanılmıştır. Bu bilginin elde edilebilmesi için veri setinde öğrencilerin doğru yaptıkları ve yapmadıkları sorular ters çevrilmiş, 1 olarak kodlanan doğru yanıtlar 0’a yani “hata yok”a, 0 olarak kodlanan yanlış yanıtlar da 1’e yani “hata var”a dönüştürülerek zıt (*reverse*) veri seti elde edilmiştir. Elde edilen bu yeni veri seti ve oluşturulmuş hata matrisinin kullanılmasıyla analiz, öğrencilerin öğrenme eksiklikleri ve yetersizlikleri konusunda bir çıktı verebilmiştir.

### 3.5. Veri Çözümleme Teknikleri

Bu araştırmada elde edilen veriler, belirlenen alt problemlere yanıt verecek şekilde aşağıdaki istatistiksel yöntemler kullanılarak analiz edilmiştir.

1. Birinci alt problem olan “Matematiksel hata matrisi kullanılarak DINA model parametreleri ve örtük sınıf sonsal kestirimleri nasıldır?” sorusunun çözümü için araştırma için hazırlanan hata matrisi ile birlikte OxEdit 8 (Jurgen A. Doornik, 2018) programında DINA 1110 modülü kullanılmıştır.
2. İkinci alt problem olan “Matematiksel yeterlik matrisi kullanılarak DINA model parametreleri ve örtük sınıf sonsal kestirimleri nasıldır?” sorusunun çözümü için araştırma için hazırlanan Q matrisi ile birlikte OxEdit 8 (Jurgen A. Doornik, 2018) programında DINA 1110 modülü kullanılmıştır.
3. Üçüncü alt problem olan “Matematiksel kazanım matrisi kullanılarak DINA model parametreleri ve örtük sınıf sonsal kestirimleri nasıldır?” sorusunun çözümü için araştırma için hazırlanan kazanım matrisi ile birlikte OxEdit 8 (Jurgen A. Doornik, 2018) programında DINA 1110 modülü kullanılmıştır.



4. Dördüncü alt problem olan “Öğrenci hatalarından elde edilen örtük sınıflar ile test toplam puanları uyumlu mudur?” sorusunun çözümü için IBM SPSS 23 paket programında tek faktörlü varyans analizi (*Oneway ANOVA*) gerçekleştirilmiştir.
5. Beşinci alt problem olan “Öğrenci hatalarından elde edilen örtük sınıflar ile yeterliklerden elde edilen örtük sınıflar farklılaşmakta mıdır?” sorusunun çözümü için IBM SPSS 23 paket programında Spearman Sıra Farkları Korelasyonu uygulanmıştır.
6. Altıncı alt problem olan “Öğrenci hatalarından elde edilen örtük sınıflar ile kazanımlardan elde edilen örtük sınıflar farklılaşmakta mıdır?” sorusunun çözümü için IBM SPSS 23 paket programında Spearman Sıra Farkları Korelasyonu uygulanmıştır.

## BÖLÜM IV

### BULGULAR

#### 4.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

*Matematiksel hata matrisi kullanılarak DINA model parametreleri ve örtük sınıf sonsal kestirimleri nasıldır?*

*Tablo 13. Hata Matrisi ile DINA Model Madde Parametreleri*

Madde	$g$	SE ( $g$ )	$s$	SE ( $s$ )
5017_A	0,590	0,027	0,189	0,025
5017_B	0,980	0,004	0,000	0,015
5036_A	0,482	0,013	0,139	0,025
5036_B	0,722	0,012	0,156	0,022
5036_C	0,844	0,013	0,122	0,012
5058_A	0,028	0,019	0,505	0,022
5058_B	0,342	0,014	0,173	0,030
5059	0,562	0,234	0,000	0,233
5057	0,120	0,015	0,604	0,018

Tablo 12'ye göre  $g$  ve  $s$  parametrelerinin büyük çoğunluğu yeterince düşük değerlerde gözlenmiştir. En yüksek  $g$  parametresi 0,98 değeri ile 5017\_B maddesine, en düşük  $g$  parametresi 0,028 değeri ile 5058\_A maddesine, en yüksek  $s$  parametresi 0,505 değeri ile 5058\_A maddesine ve en düşük  $s$  parametresi 0 değeri ile 5017\_B maddesine aittir.

*Tablo 14. Hata Matrisi ile Sonsal Olasılıklar*

Sınıf	Olasılık	Sınıf	Olasılık
"000"	0,133	"110"	0,122
"100"	0,118	"101"	0,122
"010"	0,126	"011"	0,119
"001"	0,119	"111"	0,142

Tablo 13'e göre bütün hata örtük sınıflarının sonsal olasılıkları yakın değerler göstermektedir. En yüksek olasılık 0,133 değeri ile 000 sınıfına aitken, en düşük olasılık 0,118 değeri ile 100 sınıfına aittir.

Tablo 15. Öğrencilerin Matematiksel Hatalara Sahip Olma Yaygınlıkları

	Olasılık
E1	0,504
E2	0,509
E3	0,501

Tablo 14'e göre her matematiksel hatanın örneklem içinde yer alma olasılığı birbirine çok yakın olasılıklar göstermektedir.

#### 4.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Matematiksel yeterlik matrisi kullanılarak DINA model parametreleri ve örtük sınıf sonsal kestirimleri nasıldır?

Tablo 16. Yeterlik Q Matrisi ile DINA Model Madde Parametreleri

Madde	$g$	SE ( $g$ )	$s$	SE ( $s$ )
5017_A	0,171	0,023	0,329	0,068
5017_B	0,000	0,002	0,941	0,010
5036_A	0,275	0,013	0,168	0,029
5036_B	0,196	0,012	0,611	0,029
5036_C	0,121	0,009	0,810	0,022
5058_A	0,544	0,018	0,069	0,014
5058_B	0,298	0,019	0,235	0,019
5059	0,033	0,051	0,596	0,053
5057	0,673	0,012	0,061	0,017

Tablo 15'e göre  $g$  ve  $s$  parametrelerinin büyük çoğunluğu yeterince düşük değerlerde gözlenmiştir. En yüksek  $g$  parametresi 0,544 değeri ile 5058\_A maddesine, en düşük  $g$  parametresi 0 değeri ile 5017\_B maddesine, en yüksek  $s$  parametresi 0,941 değeri ile 5017\_B maddesine ve en düşük  $s$  parametresi 0,061 değeri ile 5057 maddesine aittir.

Tablo 17. Yeterlik Q Matrisi ile Sonsal Olasılıklar

Sınıf	Olasılık	Sınıf	Olasılık
"0000"	0,067	"0110"	0,059
"1000"	0,067	"0101"	0,061
"0100"	0,061	"0011"	0,058
"0010"	0,061	"1110"	0,059
"0001"	0,067	"1101"	0,058
"1100"	0,061	"1011"	0,057

"1010"	0,061	"0111"	0,067
"1001"	0,062	"1111"	0,075

Tablo 16'ya göre bütün hata örtük sınıflarının sonsal olasılıkları yakın değerler göstermektedir. En yüksek olasılık 0,075 değeri ile 1111 sınıfına aitken, en düşük olasılık 0,057 değeri ile 1011 sınıfına aittir.

*Tablo 18. Öğrencilerin Yeterliklere Sahip Olma Yaygınlıkları*

	Olasılık
A1	0,4997
A2	0,5001
A3	0,4976
A4	0,5043

Tablo 17'ye göre her matematiksel yeterliğin örneklem içinde yer alma olasılığı birbirine çok yakın olasılıklar göstermektedir.

### 4.3. Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular

*Matematiksel kazanım matrisi kullanılarak DINA model parametreleri ve örtük sınıf sonsal kestirimleri nasıldır?*

*Tablo 19. Kazanım Matrisi ile DINA Model Madde Parametreleri*

Madde	$g$	SE ( $g$ )	$s$	SE ( $s$ )
5017_A	0,192	0,018	0,389	0,051
5017_B	0,000	0,008	0,970	0,008
5036_A	0,203	0,031	0,366	0,031
5036_B	0,152	0,018	0,660	0,019
5036_C	0,118	0,014	0,841	0,014
5058_A	0,480	0,023	0,008	0,019
5058_B	0,371	0,017	0,001	0,045
5059	0,000	0,515	0,563	0,515
5057	0,619	0,017	0,138	0,014

Tablo 15'e göre  $g$  ve  $s$  parametrelerinin büyük çoğunluğu yeterince düşük değerlerde gözlenmiştir. En yüksek  $g$  parametresi 0,619 değeri ile 5057 maddesine, en düşük  $g$  parametresi 0 değeri ile 5017\_B maddesine, en yüksek  $s$  parametresi 0,970 değeri ile 5017\_B maddesine ve en düşük  $s$  parametresi 0,001 değeri ile 5058\_B maddesine aittir.

Tablo 20. Kazanım Matrisi ile Sonsal Olasılıklar

Sınıf	Olasılık	Sınıf	Olasılık	Sınıf	Olasılık	Sınıf	Olasılık
"00000"	0,036	"11100"	0,028	"10010"	0,031	"01011"	0,032
"10000"	0,035	"11010"	0,028	"10001"	0,031	"00111"	0,028
"01000"	0,031	"11001"	0,030	"01100"	0,031	"11110"	0,028
"00100"	0,036	"10110"	0,031	"01010"	0,029	"11101"	0,031
"00010"	0,032	"10101"	0,028	"01001"	0,031	"11011"	0,034
"00001"	0,032	"10011"	0,030	"00110"	0,032	"10111"	0,028
"11000"	0,028	"01110"	0,029	"00101"	0,028	"01111"	0,036
"10100"	0,035	"01101"	0,031	"00011"	0,030	"11111"	0,044

Tablo 19'a göre bütün hata örtük sınıflarının sonsal olasılıkları yakın değerler göstermektedir. En yüksek olasılık 0,044 değeri ile 11111 sınıfına aitken, en düşük olasılık 0,028 değeri ile 11000, 11100, 11010, 10101, 00101, 00111, 11110 ve 10111 sınıflarına aittir.

Tablo 21. Öğrencilerin Kazanımlara Sahip Olma Yaygınlıkları

	Olasılık
T1	0,499
T2	0,499
T3	0,502
T4	0,500
T5	0,502

Tablo 20'ye göre her matematiksel kazanımın örneklem içinde yer alma olasılığı birbirine çok yakın olasılıklar göstermektedir.

#### 4.4. Dördüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular

*Öğrenci hatalarından elde edilen örtük sınıflar ile test toplam puanları uyumlu mudur?*

Öğrencilerin test toplam puanları ile sahip oldukları hata örtük sınıflarında kaç çeşit hata olduğu arasında Spearman sıra farkları korelasyonuna bakmıştır ve iki değişken arasında negatif yüksek ilişki olduğuna karar verilmiştir,  $r_s = -0,802$ ;  $P < 0,01$ .

Tek Faktörlü ANOVA'nın sonuçlarının yorumlanabilmesi için aşağıda verilen hipotezler kurulmuş ve analiz sonuçları Tablo 21'de verilmiştir.

Denklem 3. ANOVA için Hipotezler

$$H_0: \sigma_0^2 = \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2$$

$H_1$ : Hata sınıfı sayılarına göre varyans çiflerinden en az birisi farklıdır.

Tablo 22. Tek Faktörlü ANOVA Sonuçları

Varyans Kaynağı	Kareler Toplamı	Serbestlik Derecesi	Kareler Ortalaması (Varyans)	F
Gruplar Arası	4482,09633	3	1494,032	
Gruplar İçi	2563,26712	2830	0,905748	1649,5**
Toplam	7045,36344	2833		

\*\*p<0,01

Yapılan Tek Faktörlü ANOVA sonucunda  $F$  değeri 1649,5 bulunmuştur. Bulunan  $F$  değeri gruplar arası için 3, gruplar içi için 2830 serbestlik derecelerinde test edildiğinde %99 güven düzeyinde anlamlı bir fark olduğu bulunmuştur. Yapılan devam analizlerinde hangi gruplar arasındaki farkın anlamlı olduğu Dunnett C testi kullanılarak belirlenmiştir. Sonuçlar Tablo 22’de verilmiştir.

Tablo 23. Dunnett C Testi Sonuçları

	3	2	1
0	4,414**	2,711**	1,405**
1	3,008**	1,305**	
2	1,703**		

\*\*p<0,01

Yapılan ikili karşılaştırmalar sonucunda 0, 1, 2 ve 3 farklı çeşit hata sayısı içeren örtük sınıflar arasında bir fark vardır ve bu fark 000 hata örtük sınıfı lehinedir. 1, 2 ve 3 farklı çeşit hata sayısı içeren örtük sınıflar arasında bir fark vardır ve bu fark 100, 010 ve 001 hata örtük sınıfları lehinedir. 2 ve 3 farklı çeşit hata sayısı içeren örtük sınıflar arasında bir fark vardır ve bu fark 110, 101 ve 011 hata örtük sınıfları lehinedir.

#### 4.5. Beşinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

*Öğrenci hatalarından elde edilen örtük sınıflar ile yeterliklerinden elde edilen örtük sınıflar farklılaşmakta mıdır?*

Öğrencilerin sahip oldukları hata örtük sınıflarında kaç çeşit hata olduğu ve sahip oldukları yeterlik örtük sınıflarında kaç çeşit yeterlik olduğu arasında Spearman

sıra farkları korelasyonuna bakmıştır ve iki değişken arasında negatif yüksek ilişki olduğuna karar verilmiştir,  $r_s = -0,767$ ;  $P < 0,01$ .

#### **4.6. Altıncı Alt Probleme İlişkin Bulgular**

*Öğrenci hatalarından elde edilen örtük sınıflar ile kazanımlardan elde edilen örtük sınıflar farklılaşmakta mıdır?*

Öğrencilerin sahip oldukları hata örtük sınıflarında kaç çeşit hata olduğu ve sahip oldukları kazanım örtük sınıflarında kaç çeşit kazanım olduğu arasında Spearman sıra farkları korelasyonuna bakmıştır ve iki değişken arasında negatif yüksek ilişki olduğuna karar verilmiştir,  $r_s = -0,846$ ;  $P < 0,01$ .

## BÖLÜM V

### SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Yapılan analizler ve karşılaştırmalar sonucunda, Bilişsel Tanı Modellerine uygun olarak hazırlanmış testlerde öğrencilerin bilişsel profillerine ek olarak hata profillerinin de oluşturulabileceği görülmüştür. Oluşturulan bu hata profillerinin bilişsel profiller, kazanım profilleri ve test toplam puanları ile uyumlu olduğu sonucu çıkarılmıştır.

Bu sebeplerden dolayı, matematiksel geribildirimlere öğrenci hata profillerinden elde edilen bilgilerin de eklenmesinin yararlı olacağı düşünülmüştür. Teorikte geribildirim hata profillerinden elde edilen bilgilerin de eklenmesinin öğrenci için daha fazla ve çeşitte bilgi sunmak, öğrenci performansını yalnız bilişsel profillerden elde edilen bilgilere göre geribildirim vermektten daha çok arttıracaktır. Tüm bunlara dayanarak Bilişsel Tanı Modellerinde hata matrislerinin kullanımının da göz önünde bulundurulması gerektiği sonucuna varılmıştır.

Eğitim ortamlarında ölçme faaliyetlerin zorlukları ve geliştirilme aşamalarının maliyeti göz önüne alındığında bir uygulama sonucu ile öğrenci hakkında çok yönlü bilgi almak ve bu bilgileri işleyerek daha etkili geri bildirim verebilmek yönünde çok sayıda çalışma yapılmaktadır. Bu araştırma hem eğitim alanına yeni bir istatistiksel yaklaşım sunan BTM için hem de öğrenciye yönelik çok yönlü bilgi elde etmeyi hedefleyen yaklaşımlar için yeni bir perspektif sunma amacı taşımaktadır. Araştırmanın görece karmaşık yapısı ve modellerin uygulama alanında çok fazla örneğinin bulunmaması nedeniyle ulaşılan sonuçların kesin bulgulardan çok gelecek araştırmalar için fikir verici bir niteliği olduğunun göz önünde bulundurulmasında yarar vardır. Bu anlamda gerçekleştirilen araştırma sonuçları ölçme uygulamaları için sonuçlar üzerinde yapılacak kapsamlı analizler kadar test geliştirme sürecinde ölçülen özelliğin yapısına ilişkin çalışmalarında önemini vurgulama amacı taşımaktadır. Test geliştirilirken soruları doğru cevaplayanların hangi becerilere sahip olduğunun belirlenmesi kadar yanlış cevaplayanların da hangi eksikliklerden dolayı başarısız olduklarının belirlenmesinin de sürece dâhil edilmesinin önemli olduğu düşünülmektedir. Bu



yöntemle planlanan ve geliştirilen ölçme araçlarının testi alan bireyler hakkında çok yönlü ve derinlikli geri



bildirimler üretebilmesinin ve bu bilgilerin istatistiksel olarak denetlenebilmesinin mümkün olabileceği düşünülmektedir.

Matematiksel hata matrisi ile yapılan DINA model analizi sonucu madde parametrelerinden  $g$  parametrelerine bakıldığında, çoğu madde için yeterince düşük olduğu, ortalamalarının 0,519 olduğu;  $s$  parametrelerine bakıldığında, tekrar çoğu madde için yeterince düşük olduğu ve ortalamasının 0,21 olduğu görülmüştür.

Matematiksel yeterlikler matrisi ile yapılan DINA model analizi sonucu madde parametrelerinden  $g$  parametrelerine bakıldığında, çoğu madde için yeterince düşük olduğu, ortalamalarının 0,257 olduğu;  $s$  parametrelerine bakıldığında, tekrar çoğu madde için yeterince düşük olduğu ve ortalamasının 0,424 olduğu görülmüştür.

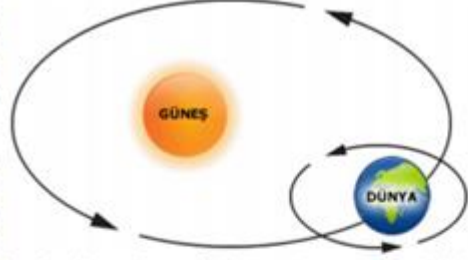
Matematiksel kazanım matrisi ile yapılan DINA model analizi sonucu madde parametrelerinden  $g$  parametrelerine bakıldığında, çoğu madde için yeterince düşük olduğu, ortalamalarının 0,237 olduğu;  $s$  parametrelerine bakıldığında, tekrar çoğu madde için yeterince düşük olduğu ve ortalamasının 0,437 olduğu görülmüştür.

Öğrencilerin İzleme-4 testinden aldıkları toplam puan ile hata profillerinde kaç çeşit hata yaptıkları arasında negatif yüksek ilişki  $r_s = -0,802$ ;  $P < 0,01$  ve hata profilleri ile bilişsel profillerde kaç çeşit hata ve yeterlik gösterdikleri arasında negatif yüksek ilişki  $r_s = -0,767$ ;  $P < 0,01$  ve hata profilleri ile kazanım profillerinde kaç çeşit hata ve kazanım gösterdikleri arasında negatif yüksek ilişki  $r_s = -0,846$ ;  $P < 0,01$  bulunmuştur. Elde edilen bulgular sonucunda hata profillerinin tutarlı olduklarına karar verilmiştir.

Öğrenci test toplam puanlarının, hata profillerinde kaç çeşit hata yaptıklarına göre farklılaştığı ve bu farkın daha az sayıda hata göstermenin lehine olduğu gözlenmiştir,  $F = 1649,5$ ;  $P < 0,01$ .

### DÜNYA YAVAŞLIYOR!

Dünya'nın kendi etrafında attığı her tura bir gün denir. Dünya'nın Güneş etrafında attığı tura 1 yıl denir. Biliminsanları Dünya'nın Güneş etrafında attığı turun süresinin değişmediğini görmekte birlikte Dünya'nın kendi etrafında attığı tur sayısının değişim gösterdiğini keşfetmişlerdir. Bu keşif tıpkı ağaç kütüklerinin halkalarının yılları temsil etmesi gibi fosillerdeki bantların da günleri gösterdiğinin bulunmasıyla gerçekleştirilmiştir. Keşifle Dünya'nın oluşumundan beri kendi etrafında attığı turun, yani bir günün süresinin değiştiğini kanıtlamıştır. Dünya'nın dönme hızını belirleyen temel etkenin Dünya'nın ağırlığı ve enerjisi olduğunu fark eden biliminsanları Dünya'nın günümüzde kendi etrafında geçmişe göre daha yavaş döndüğünü bulmuşlardır. Örneğin Buzul Çağlarında Dünya'nın ağırlığı arttığı için enerjisi azalmış ve günlerin süresi uzamıştır. Biliminsanları aşağıdaki tabloyu bu bilgilere dayanarak elde etmişlerdir.



Dönemin Adı	Zaman Dilimi	Yıldaki Gün Sayısı	1 Günü Süresi
Günümüz	Şuan	365	24 saat
Üst Kretase	70 milyon yıl önce	370	
Pensilvaniyen	290 milyon yıl önce	383	
Misisipiyen	340 milyon yıl önce	398	
Orta Devoniyen	395 milyon yıl önce	405	
Alt Siluriyen	440 milyon yıl önce	421	
Üst Ordovisyen	450 milyon yıl önce	414	
Orta Kambriyen	510 milyon yıl önce	424	
Edikara	600 milyon yıl önce	417	

#### SORU 3.

BU SORUNUN DOĞRU SEÇENEĞİNİ OPTİK FORMDA İŞARETLEYİNİZ

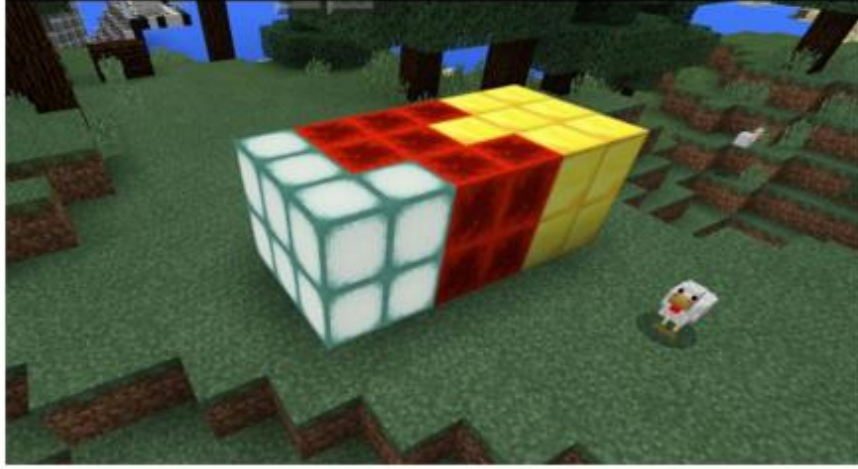
P5036\_A

Aşağıdaki metnin altı çizili kısmında belirtilen sayısal değerleri elde etmek için gerekli eşitlik hangisidir?

"600 milyon yıl önceki Edikara Döneminde bir yıldaki gün sayısının günümüzden 52 gün fazla olduğu söylenebilir."

- A)  $52 = 365 \times a$     B)  $417 = a \times 365$     C)  $a = 600 - 417$     D)  $a = 417 - 365$

Yukarıda verilen 5036\_A maddesi, akıl yürütme ve strateji geliştirme ile sembolik ve teknik dil kullanımı yeterliklerini ve alan bilgisi uygulama kazanımını ölçmektedir. Bu maddeye doğru cevap vermeyen öğrencilerin göstermiş oldukları olası hata türleri dönüştürme ve işlem güçlüğüdür. Sorunun doğru cevabı D seçeneği olmakla birlikte madde güçlüğü 0,42 ve madde ayırt ediciliği 0,54'tür. Görüldüğü üzere, soru Q matrislerde belirtilmiş olan yeterlik ve hatalarla tutarlı bir içeriğe sahiptir ve hatalar için  $g = 0,482$  ve  $s = 0,139$ ; yeterlikler için  $g = 0,275$  ve  $s = 0,168$  olarak bulunan değerler de bu savı desteklemektedir.



Yukarıda Minecraft oyununda aynı boyut ve renkteki birim küpler üst üste koyularak oluşturulmuş bir dikdörtgenler prizması şekli bulunmaktadır.

Beyaz küplerin hacminin sarı küplerin hacmine oranını hesaplayınız?

A)  $\frac{4}{14}$

B)  $\frac{4}{7}$

C)  $\frac{2}{3}$

D)  $\frac{1}{3}$

Yukarıda verilen 5058\_B maddesi, akıl yürütme ve strateji geliştirme yeterliğini ve hacim bilgisi uygulama, kavramsal oran bilgisi kazanımlarını ölçmektedir. Bu maddeye doğru cevap vermeyen öğrencilerin göstermiş oldukları olası hata türleri dönüştürme ve işlem güçlüğüdür. Sorunun doğru cevabı B seçeneği olmakla birlikte madde güçlüğü 0,53 ve madde ayırt ediciliği 0,52'dir. Görüldüğü üzere, soru Q matrislerde belirtilmiş olan yeterlik ve hatalarla tutarlı bir içeriğe sahiptir ve hatalar için  $g = 0,342$  ve  $s = 0,173$ ; yeterlikler için  $g = 0,298$  ve  $s = 0,235$  olarak bulunan değerler de bu savı desteklemektedir.

Bilişsel Tanı Modelleri örneklem sayısına duyarlı olan ve geniş örneklem isteyen modellerdir. Bu tezde kullanılan geniş örneklem, hata profillerinin belirlenmesinde kolaylık sağlamış ve hata matrisini tutarlı kılan etmenlerden olmuştur. Bu bağlamda, Bilişsel Tanı Modellerinde öğrenci hata profillerinin belirlenmesi ile ilgilenen araştırmacıların, farklı boyuttaki örneklerle ve madde sayısının değiştiği durumlarda benzer çalışmalar yapmaları alanyazına önemli katkı sunabilir.

Proje kapsamında sadece matematik alanıyla ilgilenildiği için bu tezde sadece öğrencilerin matematik sorularına verdikleri yanıtlar ve matematiksel hata matrisleri üzerinden çalışılabilme imkânı bulunmuştur. İleride yapılacak araştırmalarda matematik dışında diğer alanlarla ilgili çalışmalarda hata profillerinin yeniden incelenmesi söz konusu olabilir.

Bu tez kapsamında hata profillerinin belirlenmesi için DINA model kullanılmıştır. Bu konuda çalışmayı düşünen diğer araştırmacıların Bilişsel Tanı Modellerinde bulunan GDINA, Fusion, NIDA gibi diğer modelleri kullanarak hata profillerini çıkarmaya çalışmalarının alanyazı için önemli katkı sunacağı düşünülmektedir.

Yapılan araştırmada, elde edilen hata profillerinin kullanılmasının öğrenci geribildirimlerinde önemli fark yaratacağı sonucuna varılmıştır. Bununla ilgili olarak ileri araştırmalarda sadece bu profillerin belirlenmesiyle kalınmayıp öğrencilere bu kapsamda geribildirim verilen araştırma desenlerinin oluşturulması ve pratikte de hataların geribildirimde kullanılmasının etkisine bakılması söz konusu olabilir.

## KAYNAKÇA

- Akpınar, B. (2010). Yapılandırmacı yaklaşımda öğretmen, öğrencinin ve velinin rolü. *Eğitime Bakış Eğitim-Öğretim ve Bilim Araştırma Dergisi*, 16–20.
- Aksu, M. (1984). Matematiksel Problemleri Çözmede Öğrenci Güçlükleri. *Eğitim ve Bilim*, 8(48), 32–36.
- Anghileri, J. (2001). *Principles and practices in arithmetic teaching: Innovative approaches for the primary classroom*. Open University Press. <https://books.google.com.tr/books?id=ev41AQAAIAAJ> adresinden erişildi.
- Askew, S. ve Lodge, C. (2004). Gifts, ping-pong and loops – linking feedback and learning. In S. Askew (Ed.), *Feedback For Learning*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203017678>
- Baki, A. (2008). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi* (3. ed.). Ankara: Harf Eğitim Yayıncılık.
- Basokcu, T. O. (2019). *A Recommended Model to Increase Success Level of Turkey in Mathematics in International Wide Scale Exams. Effectiveness of the Cognitive Diagnosis Based Tracking Model*. Izmir: TUBITAK 115K531.
- Başokçu, T. O. (2014). The Cognitive Diagnostic Models for Estimating Students' Ability and Their Applications. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14(1), 1–32. <https://doi.org/10.17240/aibuefd.2014.14.1-5000091500>
- Baykul, Y. (2005). *İlköğretimde matematik öğretimi (1-5. sınıflar)*. Ankara: Pegem Akademi.
- Beishuizen, M. (1999). The Empty Number Line. In I. Thompson (Ed.), *Issues in teaching numeracy in primary schools* (Second ed., pp. 174–187). Open University Press. <https://epdf.pub/issues-in-teaching-numeracy-in-primary-schools.html> adresinden erişildi.
- Ben-Zeev, T. (1996). When erroneous mathematical thinking is just as “correct”: The oxymoron of rational errors. In *The nature of mathematical thinking*. (pp. 55–79). Hillsdale, NJ, US: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Black, P. ve Harrison, C. (2001). Feedback in Questioning and Marking: The Science Teacher's Role in Formative Assessment. *School Science Review*, 82(301), 55–61.
- Black, P. ve Wiliam, D. (1998). Assessment and Classroom Learning. *Assessment in*

- Education: Principles, Policy & Practice*, 5(1), 7–74.  
<https://doi.org/10.1080/0969595980050102>
- Bourdieu, P. (1997). The Forms of Capital. In A. H. Halsey, H. Lauder, P. Brown, & A. Stuart Wells (Eds.), *Education: Culture, economy, and society*. Oxford University Press. <https://books.google.com.tr/books?id=j6lqngEACAAJ> adresinden erişildi.
- Broadfoot, P., Daugherty, R., Gardner, J., Harlen, W., James, M. ve Stobart, G. (2002). *Assessment for Learning: 10 Principles*. Nuffield Foundation and University of Cambridge.  
[http://assessmentreformgroup.files.wordpress.com/2012/01/10principles\\_english.pdf](http://assessmentreformgroup.files.wordpress.com/2012/01/10principles_english.pdf) adresinden erişildi.
- Burns, M. (2007). *About teaching mathematics: A K-8 resource*. Math Solutions Publications.
- Butler, D. L. ve Winne, P. H. (1995). Feedback and Self-Regulated Learning: A Theoretical Synthesis. *Review of Educational Research*, 65(3), 245–281.  
<https://doi.org/10.3102/00346543065003245>
- Byrnes, J. P. ve Wasik, B. A. (1991). Role of conceptual knowledge in mathematical procedural learning. *Developmental Psychology*, 27(5), 777–786.  
<https://doi.org/10.1037/0012-1649.27.5.777>
- Carlson, C. R. (1979). *Feedback for learning. On College Training*. San Francisco, CA: Jossey-Bass.
- Cheng, Y. ve Chang, H. (2007). The modified maximum global discrimination index method for cognitive diagnostic computerized adaptive testing. *CAT and Cognitive Structure Paper Session, June, 7*.
- Choi, K. M., Lee, Y.-S. ve Park, Y. S. (2015). What CDM Can Tell About What Students Have Learned: An Analysis of TIMSS Eighth Grade Mathematics. *EURASIA Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 11(6), 1563–1577. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2015.1421a>
- Clarke, S. (2000). Closing the gap through feedback in formative assessment: Effective distance marking in elementary schools in England. In *AERA annual meeting*. New Orleans, LA.
- Cockburn, A. D. ve Kent, P. (1999). *Teaching mathematics with insight: The*

*identification, diagnosis and remediation of young children's mathematical errors.*  
Falmer Press.

Crooks, T. J. (1988). The Impact of Classroom Evaluation Practices on Students. *Review of Educational Research*, 58(4), 438–481. <https://doi.org/10.3102/00346543058004438>

Cunningham, G. K. (2005). *Assessment in the classroom: Constructing and interpreting texts* (e-book ed.). Taylor & Francis e-Library: The Falmer Press.

de la Torre, J. (2008). An Empirically Based Method of Q-Matrix Validation for the DINA Model: Development and Applications. *Journal of Educational Measurement*, 45(4), 343–362. <https://doi.org/10.1111/j.1745-3984.2008.00069.x>

de la Torre, J. (2009). A Cognitive Diagnosis Model for Cognitively Based Multiple-Choice Options. *Applied Psychological Measurement*, 33(3), 163–183. <https://doi.org/10.1177/0146621608320523>

de la Torre, J., Hong, Y. ve Deng, W. (2010). Factors Affecting the Item Parameter Estimation and Classification Accuracy of the DINA Model. *Journal of Educational Measurement*, 47(2), 227–249. <https://doi.org/10.1111/j.1745-3984.2010.00110.x>

Dewey, J. (1910). *How We Think*. D.C. Heath & Company.

Doğan, N. (2019). Temel Kavramlar. In N. Doğan (Ed.), *Eğitimde ölçme ve değerlendirme* (1. Baskı, pp. 2–32). Ankara: Pegem Akademi.

Drews, D., Dudgeon, J., Lawton, F. ve Surtees, L. (2014). *Children's errors in mathematics*. (A. Hansen, Ed.) (3rd ed.). SAGE Publications.

Duatepe Paksu, A. (2010). Üslü ve Köklü Sayılar Konularındaki Öğrenme Güçlükleri. In E. Bingölbali & M. F. Özmantar (Eds.), *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri*. Ankara: Pegem Akademi.

Durmus, S. ve Karakirik, E. (2006). Virtual Manipulatives in Mathematics Education: A Theoretical Framework. *Turkish Online Journal of Educational Technology-TOJET*, 5(1), 117–123.

Duval, R. (2006). A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1), 103–131. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z>



- Ebel, R. L. (1965). *Measuring educational achievement*. Prentice-Hall. <https://books.google.com.tr/books?id=L4VJAAAAMAAJ> adresinden erişildi.
- Eraz, G. (2014). *Sınıf öğretmenlerinin öğrencilerin ders dışı matematik etkinliklerine ilişkin uyguladıkları geribildirimlerin akademik başarı ve tutuma etkisi*. Adnan Menderes Üniversitesi. <http://hdl.handle.net/11607/1604> adresinden erişildi.
- Eraz, G. ve Öksüz, C. (2015). Sınıf Öğretmenlerinin Öğrencilerin Ders Dışı Matematik Etkinliklerine İlişkin Uyguladıkları Geribildirimlerin Etkisi. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 1(36), 105–119.
- Fischer, G. H. (1973). The linear logistic test model as an instrument in educational research. *Acta Psychologica*, 37(6), 359–374. [https://doi.org/10.1016/0001-6918\(73\)90003-6](https://doi.org/10.1016/0001-6918(73)90003-6)
- Fyfe, E. R., Rittle-Johnson, B. ve DeCaro, M. S. (2012). The effects of feedback during exploratory mathematics problem solving: Prior knowledge matters. *Journal of Educational Psychology*, 104(4), 1094–1108. <https://doi.org/10.1037/a0028389>
- Gil, D. H. (1987). Instructional Evaluation as a Feedback Process. *New Directions for Teaching and Learning, (Techniques for Evaluating and Improving Instruction)*, (31), 57–64.
- Hadjidemetriou, C. ve Williams, J. (2002). Teachers' pedagogical content knowledge: Graphs from a cognitivist to a situated perspective. In *Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 3–57).
- Haertel, E. H. (1989). Using Restricted Latent Class Models to Map the Skill Structure of Achievement Items. *Journal of Educational Measurement*, 26(4), 301–321. <https://doi.org/10.1111/j.1745-3984.1989.tb00336.x>
- Harlen, W., Gipps, C., Broadfoot, P. ve Nuttall, D. (1992). Assessment and the improvement of education. *The Curriculum Journal*, 3(3), 215–230.
- Hattie, J. ve Timperley, H. (2007). The Power of Feedback. *Review of Educational Research*, 77(1), 81–112. <https://doi.org/10.3102/003465430298487>
- Hiebert, J. ve Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics*. (pp. 1–27). Hillsdale, NJ, US: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

- Himberg, C., Hutchinson, G. E. ve Rousell, J. M. (2003). *Teaching Secondary Physical Education: Preparing Adolescents to Be Active for Life*. Champaign, IL: Human Kinetics Publishers. <https://books.google.com.tr/books?id=XkduPwAACAAJ> adresinden erişildi.
- Hodgen, J. ve Askew, M. (2010). Assessment for learning: What is all the fuss about? In I. Thompson (Ed.), *Issues in teaching numeracy in primary schools* (Second ed., pp. 133–145). New York, USA: Open University Press. <https://epdf.pub/issues-in-teaching-numeracy-in-primary-schools.html> adresinden erişildi.
- Knight, N. (2003). Teacher feedback to students in numeracy lessons: Are students getting good value. *SET Research Information for Teachers*, (3).
- Krulik, S. (1977). Problem Solving: Some Considerations. *Arithmetic Teacher*, 25(3), 51–52.
- Kunina-Habenicht, O., Rupp, A. A. ve Wilhelm, O. (2012). The Impact of Model Misspecification on Parameter Estimation and Item-Fit Assessment in Log-Linear Diagnostic Classification Models. *Journal of Educational Measurement*, 49(1), 59–81. <https://doi.org/10.1111/j.1745-3984.2011.00160.x>
- Lakoff, G. ve Núñez, R. E. (2000). *Where mathematics comes from: How the embodied mind brings mathematics into being*. Basic Books. <https://books.google.com.tr/books?id=K4PwAAAAMAAJ> adresinden erişildi.
- Lei, P. ve Li, H. (2016). Performance of Fit Indices in Choosing Correct Cognitive Diagnostic Models and Q-Matrices. *Applied Psychological Measurement*, 40(6), 405–417. <https://doi.org/10.1177/0146621616647954>
- Li, L. ve Steckelberg, A. (2004). Using Peer Feedback to Enhance Student Meaningful Learning. In *Association for Educational Communications and Technology* (pp. 19–24). Chicago, IL.
- Lizzio, A. ve Wilson, K. (2008). Feedback on assessment: students' perceptions of quality and effectiveness. *Assessment & Evaluation in Higher Education*, 33(3), 263–275. <https://doi.org/10.1080/02602930701292548>
- Lovell, E. (2002). Mathematical Discussion in the Classroom. *Philosophy of Mathematics Education Journal*, 16.
- Maris, E. (1999). Estimating multiple classification latent class models. *Psychometrika*,

64(2), 187–212. <https://doi.org/10.1007/bf02294535>

- NAEP. (2002). *Mathematics Framework for the 2003 National Assessment of Educational Progress*. New York, NY. <https://eric.ed.gov/?id=ED470533> adresinden erişildi.
- Niss, M. (1999). Aspects of the Nature and State of Research in Mathematics Education. *Educational Studies in Mathematics*, 40(1), 1–24. <https://doi.org/10.1023/A:1003715913784>
- Oulte, D. (2011). *Sampling Methods*. GRIN Verlag.
- Petridou, A. ve Williams, J. (2007). Accounting for Aberrant Test Response Patterns Using Multilevel Models. *Journal of Educational Measurement*, 44(3), 227–247. <https://doi.org/10.1111/j.1745-3984.2007.00036.x>
- Radatz, H. (1979). Error Analysis in Mathematics Education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 10(3), 163–172. <https://doi.org/10.2307/748804>
- Ramaprasad, A. (1983). On the definition of feedback. *Behavioral Science*, 28(1), 4–13. <https://doi.org/10.1002/bs.3830280103>
- Ravand, H. ve Robitzsch, A. (2018). Cognitive Diagnostic Model of Best Choice: A Study of Reading Comprehension. *Educational Psychology*, 38(10), 1255–1277. <https://doi.org/10.1080/01443410.2018.1489524>
- Rowe, A. D. ve Wood, L. N. (2008). Student Perceptions and Preferences for Feedback. *Asian Social Science*, 4(3), 78–88. <https://doi.org/10.5539/ass.v4n3p78>
- Rupp, A. A. ve Mislevy, R. J. (2007). Cognitive psychology as it applies to diagnostic assessment. In J. P. Leighton & M. J. Gierl (Eds.), *Cognitive diagnostic assessment in education: Theory and practice*. New York, NY, US: Cambridge University Press. <https://doi.org/http://dx.doi.org/10.1017/CBO9780511611186>
- Rupp, A. A. (2007). The Answer is in the Question: A Guide for Describing and Investigating the Conceptual Foundations and Statistical Properties of Cognitive Psychometric Models. *International Journal of Testing*, 7(2), 95–125. <https://doi.org/10.1080/15305050701193454>
- Ryan, J. ve Williams, J. (2002). Charting argumentation space in conceptual locales: Tools at the boundary between research and practice. *Research in Mathematics Education*, 4(1), 89–111. <https://doi.org/10.1080/14794800008520104>

- Ryan, J. ve Williams, J. (2007). *Children's mathematics 4-15: Learning from errors and misconceptions*. McGraw-Hill Education. <https://books.google.com.tr/books?id=Lvhj4mjOFLAC> adresinden erişildi.
- Sadi, A. (2007). Misconceptions in numbers. *UGRU Journal*, 5, 1–7.
- Sadler, D. R. (1989). Formative assessment and the design of instructional systems. *Instructional Science*, 18(2), 119–144. <https://doi.org/10.1007/BF00117714>
- Sarwadi, H. R. H. ve Shahrill, M. (2014). Understanding Students' Mathematical Errors and Misconceptions: The Case of Year 11 Repeating Students. *Mathematics Education Trends and Research*, 2014(2014), 1–10. <https://doi.org/10.5899/2014/metr-00051>
- Silverman, S. J. ve Ennis, C. D. (1996). *Student Learning in Physical Education: Applying Research to Enhance Instruction*. Human Kinetics. <https://books.google.com.tr/books?id=cCmCAAAMAAJ> adresinden erişildi.
- Skemp, R. R. (1971). *The psychology of learning mathematics*. Penguin Books. <https://books.google.com.tr/books?id=0y84AAAAMAAJ> adresinden erişildi.
- Sweller, J. (1994). Cognitive load theory, learning difficulty, and instructional design. *Learning and Instruction*, 4(4), 295–312. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0959-4752\(94\)90003-5](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0959-4752(94)90003-5)
- Sweller, J. (2004). Instructional Design Consequences of an Analogy between Evolution by Natural Selection and Human Cognitive Architecture. *Instructional Science*, 32(1), 9–31. <https://doi.org/10.1023/B:TRUC.0000021808.72598.4d>
- Sweller, J., van Merriënboer, J. J. G. ve Paas, F. G. W. C. (1998). Cognitive Architecture and Instructional Design. *Educational Psychology Review*, 10(3), 251–296. <https://doi.org/10.1023/A:1022193728205>
- Tall, D. ve Razali, M. R. (1993). Diagnosing students' difficulties in learning mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 24(2), 209–222. <https://doi.org/10.1080/0020739930240206>
- Taras, H. (2005). Physical Activity and Student Performance at School. *Journal of School Health*, 75(6), 214–218. <https://doi.org/10.1111/j.1746-1561.2005.tb06675.x>
- Tatar, E. ve Dikici, R. (2014). Matematik Eğitiminde Öğrenme Güçlükleri. *Mustafa*

*Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 5(9), 183–193.

- Tatsuoka, K. K. (1995). Architecture of Knowledge Structures and Cognitive. In R. L. B. Paul D. Nichols, Susan F. Chipman (Ed.), *Cognitively Diagnostic Assessment*. L. Erlbaum.
- Tekin, H. (2017). *Eğitimde ölçme ve değerlendirme* (25. Baskı). Ankara: Yargı Yayınevi.
- Thompson, S. K. (2012). *Sampling*. Wiley.
- Toptaş, V. (2011). Sınıf öğretmenlerinin matematik dersinde alternatif ölçme ve değerlendirme yöntemlerinin kullanımı ile ilgili algıları. *Eğitim ve Bilim*, 36(159).
- Tunstall, P. ve Gipps, C. (1996). Teacher Feedback to Young Children in Formative Assessment: A typology. *British Educational Research Journal*, 22(4), 389–404. <https://doi.org/10.1080/0141192960220402>
- VanLehn, K. (1986). Arithmetic procedures are induced from examples. In *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics*. (pp. 133–179). Hillsdale, NJ, US: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Veloo, A., Krishnasamy, H. N. ve Wan Abdullah, W. S. (2015). Types of Student Errors in Mathematical Symbols, Graphs and Problem-Solving. *Asian Social Science*, 11(15), 324. <https://doi.org/10.5539/ass.v11n15p324>
- Williams, J. ve Ryan, J. (2000). National Testing and the Improvement of Classroom Teaching: Can they coexist? *British Educational Research Journal*, 26(1), 49–73. <https://doi.org/10.1080/014119200109516>
- Williams, J., Ryan, J., Hadjidemetriou, C., Misailidou, C. ve Afantiti-Lamprianou, T. (2014). Credible Tools for Formative Assessment: Measurement AND Qualitative Research Needed for Practice. [https://www.researchgate.net/profile/Christina\\_Misailidou/publication/265046584\\_Credible\\_Tools\\_for\\_Formative\\_Assessment\\_Measurement\\_AND\\_Qualitative\\_Research\\_Needed\\_for\\_Practice/links/5715758f08ae16479d8acc6d.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Christina_Misailidou/publication/265046584_Credible_Tools_for_Formative_Assessment_Measurement_AND_Qualitative_Research_Needed_for_Practice/links/5715758f08ae16479d8acc6d.pdf) adresinden erişildi.
- Yan, D., Almond, R. ve Mislevy, R. (2004). *A Comprasion of Two Models for cognitive diagnosis*. NJ: ETS.
- Yenilmez, K. ve Yılmaz, S. (2008). İlköğretim İkinci Kademe Öğrencilerinin Problem

Çözmedeki Kavram Yanılgıları. *Sakarya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, (15), 75–97.

Yeşildere, S. (2006). *Farklı matematiksel güce sahip ilköğretim 6,7 ve 8 sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi*. Dokuz Eylül Üniversitesi. <http://hdl.handle.net/20.500.12397/6915> adresinden erişildi.

Yetkin, E. (2003). *Student Difficulties in Learning Elementary Mathematics*. *ERIC Digest*. Columbus OH.: ERIC Clearinghouse for Science Mathematics and Environmental Education. <https://eric.ed.gov/?id=ED482727> adresinden erişildi.

