

**RELATİVİSTİK TRANSPORT YAKLAŞIMINDA  
NÜKLEER TABAN DURUM**

**ÖZLEM ERTEM**

**Mersin Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü**

**Fizik Anabilim Dalı**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Tez Danışmanı**

**Yrd. Doç. Dr. Serbülent YILDIRIM**

**MERSİN**

**Haziran-2007**

Bu tezin gerek bilimsel içerik, gerekse elde edilen sonuçlar açısından tüm gerekleri sağladığı kanaatine ulaşan aşağıda imzaları bulunan biz jüri üyeleri, sunulan tezi oy birliği ile Yüksek Lisans Tezi olarak kabul ediyoruz.

Tez Danışmanı  
Yrd. Doç. Dr. Serbülent YILDIRIM

Jüri Üyesi  
Doç. Dr. Khanlar MAMMADOV

Jüri Üyesi  
Yrd. Doç. Dr. Ümit Oktay YILMAZ

Bu tezin Fen Bilimleri Enstitüsü yazım kurallarına uygun olarak yazıldığı Enstitü Yönetim Kurulu'nun ..... / ..... / ..... tarih ve ..... / ..... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof. Dr. Mahir TURHAN  
Enstitü Müdürü

Not: Bu tezde kullanılan özgün bilgiler, şekil, çizelge ve fotoğraflardan kaynak göstermeden alıntı yapmak 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunu Hükümlerine tabidir.

## ÖZ

Bu çalışmada küresel  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{90}\text{Zr}$  ve  $^{208}\text{Pb}$  çekirdeklerinin taban durum enerjileri, skaler yoğunluk ve baryon yoğunluklarının yarıçapa göre dağılımları literatürde bulunan farklı çiftlenim parametreleri kullanılarak Görelî Vlasov Modelinde Ortalama Alan Teorisi kullanılarak hesaplanmıştır. Ele alınan çekirdeklerin hesaplanan taban durum enerjileri, literatürdeki sonuçlarla karşılaştırıldığında farkın ağır çekirdeklerde yaklaşık olarak %16 iken hafif çekirdeklerde %40'lara ulaştığı görülmüştür. Nükleer yoğunluklar analitik Thomas-Fermi yoğunluk dağılımlarıyla karşılaştırılmıştır. Bu çalışmanın temelinde sonlu nükleer sistemlerin incelenmesi için görelî Vlasov denkleminin uygulanabilirliği araştırılmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** Nükleer Transport Model, Ortalama Alan Teoremi, Vlasov Metod, Simetrik-Asimetrik Nükleer Madde.

## ABSTRACT

In this work, the scalar density distribution, the baryon density distribution and the energy of the ground state in spherical  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{90}\text{Zr}$  and  $^{208}\text{Pb}$  nuclei are calculated using a Relativistic Vlasov Method in the Relativistic Mean Field Theory for different coupling parameters. The results are comparable to literature up to 16% for heavy and 40% for light nuclei. The baryon densities are compared with those of Thomas-Fermi densities. The motivation behind this work is to investigate the usefulness of the Relativistic Vlasov Equation in the examine of finite nuclear systems.

**Keywords:** Nuklear Transport Model, Mean Field Theory, Vlasov Metod, Symmetric-Asymmetric Nuclear Matter.

## TEŞEKKÜR

Bu tezin hazırlanmasında emeği geğen değerli tez danıőmanım Yrd. Doç. Dr. Serbülent Yıldırım' a teőekkürlerimi sunarım.

Her zaman yanımda olan ve yardımlarımı esirgemeyen çalıőma arkadaşlarım Selma Erat ve Meral Bağcı'ya çok teşekkür ederim.

BAP-FBE FB 2006-1 YL nolu proje kapsamında gerçekleőtirilen bu çalıőma için Mersin Üniversitesi'ne teőekkürlerimi sunarım.

Ayrıca, bütün eğitim hayatım boyunca maddi ve manevi desteklerini hiğbir zaman esirgemeyen sevgili aileme ve eőime teőekkürü bir borç bilirim.

Haziran-2007

ÖZLEM ERTEM

## İÇİNDEKİLER

ÖZ . . . . .	i
ABSTRACT . . . . .	ii
TEŞEKKÜR . . . . .	iii
İÇİNDEKİLER . . . . .	iv
ÇİZELGELER DİZİNİ . . . . .	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ . . . . .	vii
1. GİRİŞ . . . . .	1
2. KAYNAK ARAŞTIRMALARI . . . . .	4
3. MATERYAL VE METOT . . . . .	6
3.1. GÖRELİ ORTALAMA ALAN TEORİSİ . . . . .	8
3.2. GÖRELİ VLASOV DENKLEMİ . . . . .	19
3.2.1. Konum Uzayında Gaussian Fonksiyon Dağılımı . . . . .	23
3.2.2. Momentum Uzayında Gaussian Fonksiyon Dağılımı . . . . .	25
3.3. YOĞUNLUK HESABI . . . . .	26
4. BULGULAR ve TARTIŞMASI . . . . .	28
5. SONUÇLAR ve ÖNERİLER . . . . .	34

KAYNAKLAR . . . . . 35

## ÇİZELGELER DİZİNİ

ÇİZELGE	SAYFA
Çizelge 3.1 Literatürde sıkça kullanılan doğrusal olmayan parametre setleri. Burada $i = \sigma, \omega, \rho$ mezonları için $f_i \equiv (g_i/m_i)$ , $A \equiv b_2/g_\sigma^3$ ve $B \equiv b_3/g_\sigma^4$ dir. $b_2$ ve $b_3$ skaler doğrusal olmayan potansiyelde çiftlenim parametreleridir. . . . .	16
Çizelge 3.2 Kullanılan parametre setleri için nükleer madde özellikleri. . . . .	21
Çizelge 4.1 $^{40}\text{Ca}$ çekirdeğinin NL3 parametre seti kullanılarak farklı iterasyonlar sonucu elde edilen doğrusal-doğrusal olmayan $\sigma$ , $\omega$ , $\rho$ mezonları ve baryonlar için enerji değerleri. . . . .	29
Çizelge 4.2 $^{90}\text{Zr}$ çekirdeğinin NL3 parametre seti kullanılarak farklı iterasyonlar sonucu elde edilen doğrusal-doğrusal olmayan $\sigma$ , $\omega$ , $\rho$ mezonları ve baryonlar için enerji değerleri. . . . .	30
Çizelge 4.3 $^{208}\text{Pb}$ çekirdeğinin NL3 parametre seti kullanılarak farklı iterasyonlar sonucu elde edilen doğrusal-doğrusal olmayan $\sigma$ , $\omega$ , $\rho$ mezonları ve baryonlar için enerji değerleri. . . . .	31
Çizelge 5.1 $^{40}\text{Ca}$ , $^{90}\text{Zr}$ ve $^{208}\text{Pb}$ çekirdekleri için hesaplanan bağlanma enerjileri, literatürde yer alan teorik veriler ve oransal karşılaştırması. . . . .	34



## ŞEKİLLER DİZİNİ

ŞEKİL	SAYFA
Şekil 3.1 NL3 parametre seti kullanılarak elde edilen nükleer madde ve nötron maddesi için enerji yoğunluğunun $k_F$ 'ye bağlı grafiği. . . .	17
Şekil 3.2 Basınç yoğunluğunun $k_F$ 'ye bağlılığı. . . . .	18
Şekil 3.3 Etkin kütlelerin serbest kütleyle oranının Fermi momentumuna göre değişimi. . . . .	19
Şekil 4.1 Farklı iterasyon sayıları için NL3 parametre seti kullanılarak $^{40}\text{Ca}$ çekirdeği için baryon yoğunluğunun yarı çapa bağlı değişimi.	28
Şekil 4.2 $^{90}\text{Zr}$ çekirdeğinin NL3 parametre seti kullanılarak değişik döngü sayıları için yoğunluk dağılımları ve Thomas-Fermi dağılımı. . . .	33
Şekil 4.3 Farklı iterasyon sayıları için NL3 parametre seti kullanılarak $^{208}\text{Pb}$ çekirdeği için baryon yoğunluğunun yarı çapa bağlı değişimi.	33

## 1. GİRİŞ

Nükleonların çekirdeğe bağlanma enerjisi, çekirdek enerji düzeyleri arasındaki geçiş olasılıkları, çekirdek dönme ve titreşimleri ile çekirdek taban durum enerjisi gibi çekirdek fiziğinin temel statik ve dinamik problemleri kabuk modeli [1], kollektif model [2], etkileşen bozon modeli [3], görelî olmayan [4] ve görelî [5] ortalama alan modelleri şeklinde adlandırılan çeşitli modeller yardımıyla açıklanmaya çalışılmaktadır. Bu modeller uygulandıkları bir kısım problemlerde oldukça iyi sonuçlar verirken (örneğin kabuk modeli sihirli sayılar diye de bilinen bazı çok kararlı çekirdeklerin nükleon sayılarını doğru vermektedir) diğer bir kısım problemin çözümünde (örneğin kabuk modeli nükleer dönmeleri açıklayamamaktadır) yetersiz kalmaktadırlar. Yirminci yüzyılın ilk çeyreğinden beri bilim insanlarının deneysel ve teorik çalışmaları bu gibi problemlerin tamamına çözüm getirecek tek bir modelin geliştirilmesine yetmemiştir.

Örneğin temel göresiz kuantum mekaniksel yaklaşımla Schrödinger denklemi en basit nükleer yapı olan ve bir protonla bir nötronun biraraya getirdiği Döteronun yapısı hakkında temel bilgileri doğru şekilde vermesine rağmen nükleon sayısı arttıkça problem daha karmaşık hale gelmektedir. Bu yaklaşımda en temel nükleer potansiyelin yazımında zorluklar karşımıza çıkmaktadır. Deneyler iki serbest nükleon arasındaki etkileşme ile çekirdekteki iki nükleon arasındaki etkileşmenin de farklı olduğunu göstermektedir [2].

Çekirdek birçok parçacığın oluşturduğu bağlı bir sistem olduğundan, nükleonlar bazen, kendi dışındaki nükleonların etkileşmesi sonucu oluşan ortalama bir alanda hareket ediyormuş gibi ele alınır. Ortalama alan yaklaşımı diye de adlandırılan bu yaklaşım çok parçacıklı sistemlerin çözümünü kolaylaştırmıştır [2]. Özellikle Walecka tarafından 1974 yılında ortaya atılan ve detaylarından bu tezde daha sonra söz edilecek olan görelî ortalama alan kuramı sayısal hesaplamaların gelişmesi ve bilgisayarların kapasitelerindeki artmaya paralel olarak son yıllarda çok daha fazla nükleer fizik problemine başarıyla uygulanabilmektedir [6].

Nükleer taban durumun görelî hesabı için literatürde kullanılan genel yöntem

de Walecka modeli olup, birinci kuantum hidrodinamik modeli(KHD-I) diye de adlandırılan Lagrangian yoğunluk dağılımından elde edilen hareket denklemlerinin ele alınan çekirdeğin kabuk yapısı için seçilen bir baz kümesinde (çoğunlukla harmonik salıncı bazları) gevşeme yöntemi veya sonlu eleman yöntemi ile çözülmüştür [7]. Bu yöntem temel ilkesi gereği sadece konum uzayında çalışmakta olup atom çekirdeği gibi fermionik kuantum sistemler için önemli derecede bilgi içeren momentum uzayı bilgisini doğrudan vermemektedir. Ayrıca, uygulanan yöntemler nümerik zorluklar içermekte olup çoğu kez kendinden tutarlı çözümler belirli yakınsaklık limitinde elle kesilmektedir [8].

Kuantum mekaniğinin formülasyonunda konum-momentum gösterimini aynı anda taşıyan ve klasik fizikteki faz uzayı kavramının kuantum mekaniksel versiyonu olan faz uzayında kuantum mekaniği Wigner tarafından 1932 yılında formüle edilmiştir [9]. Wigner fonksiyonu olarak bilinen konum ve momentum bağımlı fonksiyon kuantum mekaniksel sistemlerin incelenmesinde yeni açılımlar getirmiştir [10].

Wigner fonksiyonunun ağır iyon çarpışmalarında oluşan, dengeden uzak sistemlerin incelenmesi için kullanılan Boltzmann denklemi uygulamalarına transport modeller denilmektedir [11]. Yapılan son çalışmalarda, çarpışan çekirdeklerin son durumunda oluşturdukları nükleer *çorbanın* (kafa-kafaya çarpışma ile birbirlerine girmiş iki çekirdeğin tekrar parçalanmadan önceki ara hali) çarpışan çekirdeklerin taban durumlarına bağlı olduğu ortaya çıkmıştır [12]. Bu amaçla faz uzayında çekirdek taban durumunu belirlemek için transport modellerde taban durumların daha gerçekçi şekilde elde edilmesi (idealde taban durumların tam bir Wigner fonksiyonunun elde edilmesi) önem kazanmıştır. Ortalama alan etkisini dikkate alan transport denklemlerinin başında Boltzmann-Uehling- Uhlenbeck (BUU) ve bunların relativistik versiyonları olan RBUU denklemi gelmektedir. BUU denklemi konum ve momentum uzayında gaussian şeklindeki kovaryant test parçacıklarını kullanarak ağır iyon çarpışmalarında görelî kinetik denklemlerin çözümü için formüle edilmiş olmasına rağmen, modelde çarpışma terimlerinin ihmal edilmesiyle elde edilen Vlasov denkleminin sonlu nükleer yapıların

taban durum (denge durumu) özelliklerinin hesaplanmasında yardımcı olduğu görülmüştür [13].

Bu tezin amacı, ortalama alan yaklaşımında görelî Vlasov denkleminin kullanılmasıyla test parçacık yönteminde atom çekirdeği için taban durum problemine bir çözüm önermesidir. Bu amaçla modeli temel alan bir simülasyon programı yazılmış, test edilmiş ve çeşitli atom çekirdeklerinin taban durum enerjileri ve madde dağılımları hesaplanarak literatürdeki diğer yöntemlerle elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

Tezin ilk bölümde, kullanılan transport modellerin küçük bir literatür özeti verilmiştir. İkinci bölümde ise problemin tanımı yapılarak, çözümünde ele alınan yöntemden ve uygulanan simülasyon programından söz edilmiştir. Üçüncü bölümde, Görelî Ortalama Alan teorisi açıklanmış ve Lagrangian yoğunluğuna uygulanması gösterilmiştir. Dördüncü bölümde, Vlasov denklemi ve onun konum ve momentum uzayındaki çözümü verilmiştir. Beşinci bölümde ise elde edilen çözümler kullanılarak faz uzay dağılım fonksiyonunun ve ona bağılı olarak skaler ve baryon yoğunluk dağılımlarının çözümü verilmiştir. Daha sonraki bölümde P. Ring'in NL3 parametre seti [7] kullanılarak farklı çekirdekler için farklı iterasyonlarda çalıştırılan simülasyon programından elde edilen yoğunluk dağılımları grafik olarak gösterilmiş ve taban durum enerji hesapları yapılarak tablo halinde verilmiştir. En son bölümde ise aynı çekirdekler için ancak farklı yöntemlerle yapılan taban durum enerji hesapları literatürde yer alan sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Tez sonuçların değerlendirilmesi ve önerilerin sunulması ile son bulmuştur.

## 2. KAYNAK ARAŞTIRMALARI

Ağır iyon tepkimelerinin ve genel nükleer dinamik problemlerin teorik açıdan incelenmesi için geliştirilen mikroskopik transport modellerin ilk örneği *cascade* modelidir [14]. Bu modelde her bir çekirdek belli yarıçaplı bir küre içinde Monte-Carlo yöntemiyle rasgele dağıtılmış noktasal nükleonlardan oluşur. Bu modelde temel amaç parçacıkların nerede ve ne zaman çarpışacaklarının bulunmasıdır. Cascade modelinin geliştirilmesi yönündeki ilk çaba nükleonlara ilk aşamalarında sahip olmaları gereken Fermi momentumlarının ve ortalama alanın verilmesi olmuştur [15, 16]. Hem parçacık çarpışmalarını, hem de ortalama alan etkisini dikkate alan bir transport denklemi Blotzmann-Uehling-Uhlenbeck (BUU) [17] denklemidir. Özünde bu denklemle aynı olan, ama farklı türetme yöntemleri kullanılan veya sayısal simülasyon açısından farklılıklar gösteren bazı diğer denklemler de literatürde yerlerini almıştır: Vlasov-Uehling-Uhlenbeck (VUU) [16, 18], Blotzmann-Nordheim (BN) denklemi [19, 20] ve Landau-Vlasov (LV) [21] denklemi. Bütün bu denklemlerin çok parçacıklı sistemler için yazılan Schrödinger denkleminin Green fonksiyonları veya yoğunluk matrisi hiyerarşisinin belli mertebede kesimi ile elde edilebileceği teorik olarak ispatlanmıştır [22, 23]. Bu ispatlar özellikle BUU denklemindeki niceliklerle, nükleer durum denklemi gibi, nükleer sistemlerin sahip olduğu nicelikler arasında bağ kurulması açısından önemlidir. BUU denkleminin test-parçacık yöntemiyle bir çeşit indirgenmiş halinin elde edilebileceği ve nükleon başına seçilen test-parçacık sayısının limitte sonsuza gitmesi durumunda elde edilen çözümün BUU denkleminin tam çözümü olduğu 1982 yılında Wong tarafından ispatlanmıştır [24]. BUU' ya 1985' in sonlarına doğru Bertsch tarafından [25, 26] Pauli blokajının eklenmesiyle görelî olmayan nükleer dinamik problemde mikroskopik model tamamlanmıştır. 1990 yılına kadar çoğunlukla BUU' nun yarı görelî versiyonları kullanılarak dinamik nükleer problem çalışılmıştır. Bu modellerde hareket denklemleri çarpışmaların zaman sıralaması gözlem çerçevesine bağlı olduğu için tam anlamıyla kovaryant hale getirilememiştir [27]. Kısaca RBUU olarak adlandırılan tam görelî transport modelleri 1990' lı yıllarda Walecka [28] tipi hadron-mezon alan kuramına dayanan Lagrangian yoğunluklarından türetilmiştir [29, 30, 31]. Bu ilk RBUU yaklaşımlarında Walecka modelinin orjinal hali olan doğrusal model için transport denklemleri

leri türetilmiş, konum ve momentum uzayında Dirac delta fonksiyonu ile temsil edilen noktasal test parçacıkları kullanılmıştır. Noktasal test-parçacıklarının kullanılması sonucu elde edilen madde yoğunluğu veya akı yoğunluğu gibi fiziksel niceliklerin uzaysal dağılımı düzgün olmadığından simülasyon sonuçları üzerinde ek düzeltme işlemleri yapılması gerekmiştir [32]. Ayrıca, Walecka modelinin doğrusal halinin kullanılmasının özellikle sonlu nükleer sistemlerin taban durum özelliklerini vermediği ve modelin doğrusal olmayan halinin geliştirilmesi gerektiği anlaşılmıştır [8].

### 3. MATERYAL VE METOT

Bu çalışmada temel amaç görelî ortalama alan teorisinde görelî Vlasov modeli kullanarak doğrusal olmayan modelde küresel  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{90}\text{Zr}$  ve  $^{208}\text{Pb}$  gibi sonlu yapıdaki çekirdeklerin nükleer taban durumdaki enerjilerini, skaler yoğunluk ve baryon yoğunluk dağılımlarını hesaplamaktır. Bu amaçla problemimizin çözümünde, çekirdek yapısını açıklamak için doğrusal olmayan Walecka Modeli [33] temel alınmıştır. Hesaplamalar literatürde çokça kullanıldığı için P.G.Reinhard'ın işaret anlaşması [8] kullanılarak yapılmıştır.

Problemin çözümünde kullanılan yöntem iki aşamadan oluşmaktadır. Birinci aşama detayları bir sonraki alt bölümde verilen görelî ortalama alan teorisi ve ikinci aşama Vlasov denkleminin ele alınan çekirdekler için çözümünden ve çeşitli fiziksel bilgilerin buradan türetilmesinden oluşmaktadır.

Çözüm temelinde görelî ortalama alan teorisinin bize sunduğu ve sanal mezonların değiş-tokuşuna dayanan hareket denklemlerinin konum ve momentum uzayında görelî kovaryant gaussian fonksiyonlarla tanımlanan faz uzay dağılım fonksiyonu ile çözümüne dayanmaktadır. Bu yöntem literatürde ilk olarak dengeden uzak ağır iyon çarpışmalarının fizliğini araştırmak üzere Boltzmann Denklemi tipindeki denklemlerin test-parçacık (pseudo particle) yöntemiyle çözümünü öngören Wong tarafından 1982 yılında önerilmiştir [10]. Wong'un önerisine göre temelde kesikli hale getirilmiş (test parçacıklar) faz uzayında sistemin dinamiği test parçacıkların izlerinin takib edilerek tam anlamıyla belirlenebilir. Ayrıca test parçacıklar ortalama alan içinde hareket eden gerçek parçacıklarla aynı izlere (dolayısıyla aynı hareket denklemleriyle betimlendiğini) sahip olurlar ve bu durum zaman bağımlı kuantum mekaniksel Hartree-Fock yaklaşımına  $\hbar \rightarrow 0$  limitinde özdeş olduğu Wong tarafından ispat edilmiştir.

Her ne kadar ilk uygulamaları ve günümüzdeki pek çok uygulaması dengeden uzak ağır iyon çarpışmalarının fizliğini araştırmak olsa da Wong'un yöntemi tamamen dengede olan çekirdeklerin taban durumlarını araştırmak için de kullanılmaktadır [13]. Transport denkleminde çarpışma teriminin ihmal edilmesi ile

elde edilen Vlasov denklemini çözen uygun faz uzay dağılımını bulmayı amaçlayan bu yöntemde ilk etapta test parçacıkların rasgele dağılımı ile elde edilen faz uzay dağılımının ortalama alan oluştuktan sonra her bir atom çekirdeği için ortalama yarıçap, nükleer madde bağlanma enerjisi ve fermi seviyesi (dolayısıyla nükleer madde yoğunluğunu) verecek şekilde faz uzayında konum ve momentum noktalarında çekirdek merkezinden dışa doğru her iki yönde belli sayıda döngü (iterasyon) içinde kaydırılmaları ile elde edilirler. Modelde nükleonların ve sanal mezonların hareket denklemleri ortalama alan kuramından hesaplanmış olup skaler ve vektörel baryon yoğunluklarıyla çiftlenimlidirler. Prensipde ortalama alan tam oluştuğunda mezon hareket denklemleriyle kaynak terimleri kendi içinde tutarlıdır.

Problemimiz, en temel düzeyde bilinen Walecka modeline  $\rho$  mezonunu ve doğrusal skaler potansiyele doğrusal olmayan terimlerin eklenmesiyle oluşmuştur. Walecka modelinde görelî ortalama alan teorisinden yararlanarak sisteme uygun Lagrangian yoğunluğunu belirtmek gereklidir.

Nötron/proton oranının birbiriyle aynı ya da yakın olduğu simetrik nükleer sistemlerin incelendiği durumlarda etkileşim, Lagrangian yoğunluğuna katılması yeterli olan mezonlar omega ( $\omega$ ), rho ( $\rho$ ), sigma ( $\sigma$ ) ve sigma alanının dördüncü dereceden polinom halini içeren doğrusal olmayan terimlerdir [33]. Lagrangian yoğunluğu,

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} = & \bar{\psi}[\gamma_\mu(i\partial^\mu - g_\omega\omega_\mu - g_\rho\vec{\rho}_\mu\vec{\tau}) - M - g_\sigma\phi]\psi \\
& + \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - U(\phi) + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu \\
& - \frac{1}{4}\vec{R}_{\mu\nu}\vec{R}^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\rho^2\vec{\rho}_\mu\vec{\rho}^\mu - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}
\end{aligned} \tag{3.1}$$

şeklindedir. Burada U, skaler potansiyeli göstermektedir ve

$$U(\phi) = \frac{1}{2}m_\sigma^2\phi^2 + \frac{1}{3}b_2\phi^3 + \frac{1}{4}b_3\phi^4 \tag{3.2}$$



olarak ifade edilir. Burada ise  $b_2$  ve  $b_3$  katsayıları serbest parametrelerdir. Elde edilen Euler hareket denklemleri kullanılarak enerji yoğunluğu, basınç yoğunluğu ve çizgisel olmayan etken kütle ifadesi nümerik yöntemlerle çözülebilir [34].

### 3.1. GÖRELİ ORTALAMA ALAN TEORİSİ

Ağır iyon çarpışmalarının yanı sıra sonlu nükleer yapının ve nükleer maddenin özellikleri, görelî ortalama alan teorisi çerçevesinde başarılı bir şekilde tanımlanmıştır. Ayrıca sınırlandırılmış parametrelerin yardımıyla görelî OAT, kararlı çizgiden uzakta, deforme edilmiş ve küresel çekirdeklerin taban durum özelliklerinin nicel bir tanımını verebilmektedir [6]. Görelî modeller klasik görelî olmayan yaklaşımlarla karşılaştırıldığında, Dirac parçacıkları olarak tanımlanan nükleonlar ve mezonik serbestlik dereceleri içerir. Nükleonlar, sanal mezonların değiş tokuşu yoluyla görelî kovaryant biçiminde etkileşirler. Bu mezonlar; izoskaler-vektör  $\omega$  mezonu, izoskaler-skaler  $\sigma$  mezonu ve izovektör-vektör  $\rho$  mezonudur.

Görelî ortalama alan teorisinin başlangıç noktası Lagrangian yoğunluğu tanımlamaktır.

Lagrangian yoğunluğu [35] ;

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\psi}[\gamma_\mu(i\partial^\mu - g_\omega\omega_\mu - g_\rho\vec{\rho}_\mu\vec{\tau}) - M - g_\sigma\phi]\psi \\ & + \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - U(\phi) + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu \\ & - \frac{1}{4}\vec{R}_{\mu\nu}\vec{R}^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\rho^2\vec{\rho}_\mu\vec{\rho}^\mu - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Burada,

$$-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu, \quad (3.4)$$

serbest izoskaler-vektör  $\omega$  mezon terimini,

$$\frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - U(\phi), \quad (3.5)$$

serbest izoskaler-skaler  $\sigma$  mezon terimini ve,

$$-\frac{1}{4}\vec{R}_{\mu\nu}\vec{R}^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\rho^2\vec{\rho}_\mu\vec{\rho}^\mu, \quad (3.6)$$

serbest izovektör-vektör  $\rho$  mezon terimini ifade etmektedir. Ayrıca

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu\omega^\nu - \partial^\nu\omega^\mu \quad (3.7)$$

$$\vec{R}^{\mu\nu} = \partial^\mu\vec{\rho}^\nu - \partial^\nu\vec{\rho}^\mu \quad (3.8)$$

şeklinde ifade edilen bağıntılar ise kuvvet-alan tensörleridir.

Aynı şekilde  $\omega$ ,  $\sigma$ ,  $\rho$  mezonları için etkileşim terimleri sırasıyla yazılırsa,

$$-\bar{\psi}\gamma_\mu g_\omega\omega\psi \quad (3.9)$$

$$-\bar{\psi}g_\sigma\phi\psi \quad (3.10)$$

$$-g_\rho\bar{\psi}\gamma_\mu\cdot\vec{\rho}_\mu\vec{\tau}\psi \quad (3.11)$$

olarak verilir. Bu bağıntıda  $M$ ; çekirdeğin kütlesi,  $m_\omega$ ;  $\omega$  mezonunun kütlesi,  $m_\sigma$ ;  $\sigma$  mezonunun kütlesi,  $m_\rho$ ;  $\rho$  mezonunun kütlesi ve  $g_\omega$ ,  $g_\sigma$ ,  $g_\rho$  ilgili mezonların çiftlenim sabitlerini göstermektedir. Çekirdeğin yüzey özelliklerinin yaklaşık tanımı için gerekli olan  $U(\phi)$  skaler potansiyel doğrusal olmayan terimlerin eklenmesiyle,

$$U(\phi) = \frac{1}{2}m_\sigma^2\phi^2 + \frac{1}{3}b_2\phi^3 + \frac{1}{4}b_3\phi^4 \quad (3.12)$$

olarak ifade edilir. Burada ise  $b_2$  ve  $b_3$  çiftlenim sabitleridir.

Lagrangian yoğunluğunun Euler hareket denklemlerini vermesi gerekmektedir. Euler hareket denklemleri ise,

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu} \left[ \frac{\partial L}{\partial(\partial q_i / \partial x^\mu)} \right] - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \quad (3.13)$$

ile formüle edilir. Burada  $q_i$ , genelleştirilmiş koordinatları temsil etmektedir.  $q_i = \bar{\psi}$  için Euler denkleminin çözümünden elde edilen sonuç;

$$[\gamma_\mu (i\partial^\mu - g_\omega \omega - g_\rho \vec{\rho}_\mu \vec{\tau}) - M - g_\sigma \phi] \psi = 0 \quad (3.14)$$

olarak gösterilen Dirac denklemdir. Dirac denkleminin çözümünü sağlayan dalga denklemi [33] ,

$$\psi = \psi(\vec{k}, \lambda) e^{i\vec{k} \cdot \vec{x} - i\varepsilon(k)t} \quad (3.15)$$

şeklinde ifade edilir. Burada  $\psi(\vec{k}, \lambda)$  dört bileşenli Dirac spinörüdür.

Benzer şekilde genelleştirilmiş koordinat yerine  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$  mezon terimleri yazılırsa;

$$\{-\Delta + m_\sigma^2\} \phi(\vec{x}) = -g_\sigma \bar{\psi} \psi - b_2 \phi^2(\vec{x}) - b_3 \phi^3(\vec{x}) \quad (3.16)$$

$$\{-\Delta + m_\omega^2\} \omega(\vec{x}) = g_\omega \psi^\dagger \psi \quad (3.17)$$

$$\{-\Delta + m_\rho^2\} \rho(\vec{x}) = g_\rho \psi^\dagger \vec{\tau} \psi \quad (3.18)$$

zamandan bağımsız, homojen olmayan mezon alanları için Klein Gordon denklemleri elde edilir.

Denklem (3.14) ve (3.16)'e bakıldığında bu denklemlerin çözümünün oldukça zor olduğu görülmektedir. Bu aşamadan sonra bize göreli OAT yol gösterecektir.

Görelî OAT' ne göre mezon alanlarının tüm kuantum dalgalanmaları mezonların beklenen değeri kullanılarak ortadan kaldırılabilir. Bu yaklaşımla skaler alan, klasik alanın beklenen değeriyle yer değiştirerek;

$$\phi \rightarrow \langle \phi \rangle \equiv \phi_0$$

$\phi_0$  gibi bir sabit ile sembolize edilir. Benzer şekilde vektörel alanlar da klasik alanın beklenen değeriyle yer değiştirerek;

$$\begin{aligned}\omega_\mu &\rightarrow \langle \omega_\mu \rangle \equiv \delta_{\mu 0} \omega_0 \\ \rho_\mu &\rightarrow \langle \rho_\mu \rangle \equiv \delta_{\mu 0} \vec{\tau} \rho_0\end{aligned}$$

olarak gösterilen  $\omega_0$  ve  $\rho_0$  gibi sabitlerle ifade edilir ve böylece konumdan bağımsız hareket edilmiş olunur. Burada  $\vec{\tau}$  izospin uzayında proton-nötron ayrımını yapmaktadır. Sonuç olarak mezon alan denklemleri (3.14) ve (3.16)  $\phi_0$ ,  $V_0$  ve  $\rho_0$  sabitleri kullanılarak doğrudan çözümlenebilir. Görelî ortalama alan teorisi kullanılarak Lagrangian yoğunluğu,

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{OAT} &= \bar{\psi}[\gamma_\mu i \partial^\mu - g_\omega \gamma_0 \omega_0 - g_\rho \frac{1}{2} \vec{\tau} \gamma_0 \vec{\tau} \rho_0 - M - g_\sigma \phi_0] \psi \\ &\quad - U(\phi_0) + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_0^2\end{aligned}\tag{3.19}$$

şeklinde tekrar yazılabilir. Kullanılan  $\phi_0$ ,  $V_0$  ve  $\rho_0$  alan sabitleri,

$$\phi_0 = \frac{g_s}{m_s^2} \langle \bar{\psi} \psi \rangle \equiv \frac{g_s}{m_s^2} \rho_s\tag{3.20}$$

$$\omega_0 = \frac{g_v}{m_v^2} \langle \psi^\dagger \psi \rangle \equiv \frac{g_v}{m_v^2} \rho_B\tag{3.21}$$

$$\rho_0 = \frac{g_\rho}{2m_\rho^2} \langle \psi^\dagger \tau \psi \rangle \equiv \frac{g_\rho}{2m_\rho^2} \rho_3\tag{3.22}$$

olarak tanımlanır.

Nükleer madde ve nötron maddesinin enerji ve basınç hesaplarına bakmak için enerji-momentum tensöründen yararlanılır.

Sürekli mekanikte enerji-momentum tensörü,

$$\mathcal{T}_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu}\mathcal{L} + \frac{\partial q_i}{\partial x^\nu} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial q_i/\partial x_\mu)} \quad (3.23)$$

şeklinde ifade edilirken ortalama alan yaklaşımında ise,

$$(\mathcal{T}_{\mu\nu})_{\mathcal{OAT}} = -g_{\mu\nu}\mathcal{L}_{\mathcal{OAT}} + \frac{\partial \psi}{\partial x^\nu} \frac{\partial \mathcal{L}_{\mathcal{OAT}}}{\partial(\partial \psi/\partial x_\mu)} \quad (3.24)$$

olarak gösterilir. Enerji ve basınç birbirinden bağımsız iki nicelik olduğundan, bu iki nicelik,

$$p = \frac{1}{3}\langle \mathcal{T}_{ii} \rangle \quad (3.25)$$

$$\varepsilon = \langle \mathcal{T}_{00} \rangle \quad (3.26)$$

şeklinde tanımlanır.

Basınç ve enerji yoğunluklarını hesaplamak için Lagrangian yoğunluğunu enerji-momentum tensör bağıntısında yerine yazıldığında,

$$(\mathcal{T}_{\mu\nu})_{\mathcal{OAT}} = -g_{\mu\nu}[\frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 + \frac{1}{2}m_\rho^2\rho_0^2 - U(\phi_0)] + i\bar{\psi}\gamma_\mu\partial_\nu\psi \quad (3.27)$$

ifadesi elde edilir. Enerji-momentum tensörü bilindiğine göre denklem (3.25)'de yerine yazılarak basınç yoğunluğu,

$$p = \frac{1}{3}\psi^\dagger(-i\vec{\alpha}\cdot\vec{\nabla})\psi + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 + \frac{1}{2}m_\rho^2\rho_0^2 - U(\phi_0) \quad (3.28)$$

şeklinde hesaplanmış olur. Enerji-momentum tensör ifadesi bu kez de denklem (3.26)'da yerine yazılırsa,

$$\varepsilon = \bar{\psi}i\gamma_0\partial_0\psi - \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 + \frac{1}{2}m_\rho^2\rho_0^2 - U(\phi_0) \quad (3.29)$$

olarak enerji yoğunluğu elde edilir. Göreli ortalama alan teorisi kullanılarak Dirac denklemi,

$$[\gamma_\mu i\partial^\mu - g_\omega\gamma_0\omega_0 - g_\rho\frac{1}{2}\vec{\tau}\gamma_0\vec{\tau}\rho_0 - M - g_\sigma\phi_0]\psi(t, \mathbf{x}) = 0 \quad (3.30)$$

şeklinde tekrar yazılabilir. Enerji yoğunluğunu veren bağıntı, Dirac denkleminde ve

$$\beta = \gamma_0, \quad \beta\vec{\gamma} = \vec{\alpha}, \quad \beta^2 = \alpha^2 = 1$$

dönüşümlerinden yararlanılarak ,

$$\begin{aligned} \varepsilon = & \psi^\dagger[-i\vec{\alpha}\cdot\vec{\nabla} + \beta M^* + g_\omega\omega_0 + g_\rho\vec{\rho}_0\vec{\tau}]\psi \\ & -[\frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 + \frac{1}{2}m_\rho^2\rho_0^2 - U(\phi_0)] \end{aligned} \quad (3.31)$$

şekilde daha açık olarak ifade edilir. Burada  $\bar{\psi} \equiv \psi^\dagger\gamma^0$  denkliği kullanılmıştır, ayrıca  $M^*$  etkin kütleli ifade etmektedir ve

$$M^* = M + g_\sigma\phi \quad (3.32)$$

şeklinde tanımlanır.

Ortalama alan teorisinde Dirac denkleminin çözümünü sağlayan alan denklemi ise,

$$\begin{aligned}\psi(\mathbf{x}, t) &= \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{k\lambda} [A_{k\lambda} U(\vec{k}, \lambda) e^{i\vec{k}\cdot\vec{x} - i\varepsilon^{(+)}(k)t} \\ &\quad + B_{k\lambda}^\dagger V(\lambda) e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x} - i\varepsilon^{(-)}(k)t}] \end{aligned} \quad (3.33)$$

olarak verilir. Buna bağılı olarak,

$$\begin{aligned}\psi^\dagger(\mathbf{x}, t) &= \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{k\lambda} [A_{k\lambda}^\dagger U^\dagger(\vec{k}, \lambda) e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x} + i\varepsilon^{(+)}(k)t} \\ &\quad + B_{k\lambda} V^\dagger(\vec{k}, \lambda) e^{i\vec{k}\cdot\vec{x} + i\varepsilon^{(-)}(k)t}] \end{aligned} \quad (3.34)$$

şeklinde dalga fonksiyonunun eşleniği yazılabilir.

Baryon ve mezonlardan oluşan sistemin enerjisi alan teorisinde tanımlanan Hamiltonyen operatörüyle elde edilebilir. Kuantum Hadrodinamik'in belirgin mezonik serbestlik dereceleri, görelî kovaryantla uyum ve antiparçacıklar için Hamiltonyen denklemi,

$$H = \int d^3x \mathcal{T}_{00} = \int d^3x \varepsilon \quad (3.35)$$

şeklinde ifade edilir. Ortalama alan teorisinin de kullanılmasıyla [33],

$$\hat{H} - \langle 0 | \hat{H} | 0 \rangle \equiv \hat{H}_{OAT} + \delta H \quad (3.36)$$

$$\begin{aligned}\hat{H}_{OAT} &= \sum_{\mathbf{k}\lambda} (\mathbf{k}^2 + M^{*2})^{1/2} (A_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger A_{\mathbf{k}\lambda} + B_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger B_{\mathbf{k}\lambda}) + g_v V_0 \hat{B} + g_\rho \frac{1}{2} \vec{\tau} \rho_0 \hat{B} \\ &\quad + \left( \frac{1}{2} m_s^2 \phi_0^2 + \frac{1}{3} b_2 \phi_0^3 + \frac{1}{4} b_3 \phi_0^4 - \frac{1}{2} m_v^2 V_0^2 - \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_0^2 \right) V \end{aligned} \quad (3.37)$$

$$\delta H = - \sum_{\mathbf{k}\lambda} [(\mathbf{k}^2 + M^{*2})^{1/2} - (\mathbf{k}^2 + M^2)^{1/2}] \quad (3.38)$$

olarak gösterilir. Burada  $A_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger$ ,  $B_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger$ ,  $A_{\mathbf{k}\lambda}$  ve  $B_{\mathbf{k}\lambda}$  baryonlar ve antibaryonlar için yaratma ve yok etme operatörleridir.  $\hat{B}$  ise baryon sayısını vermektedir ve

$$\hat{B} = \int d^3x \bar{\psi} \gamma^0 \psi = \int d^3x \psi^\dagger \psi \quad (3.39)$$

şeklinde tanımlanır. Yaratma ve yok etme operatörleri kullanılarak,

$$\hat{B} = \sum_{\mathbf{k}\lambda} (A_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger A_{\mathbf{k}\lambda} - B_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger B_{\mathbf{k}\lambda}) \quad (3.40)$$

şeklinde gösterilir. Burada  $\hat{H}_{OAT}$  ve  $\hat{B}$  operatörleri köşegen oldukları için bunlar birbirleri ile komutatiftir. Bu nedenle baryon sayı operatörü hareket sabiti olarak ifade edilebilir. Çekirdeğin hacmi de sabit olduğundan baryon sayı operatörünü baryon yoğunluğu olarak tanımlayabiliriz. Baryon yoğunluğu ise,

$$\rho_B = \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} d^3k = \frac{\gamma}{6\pi^2} k_F^3 \quad (3.41)$$

olarak gösterilir. Burada  $\gamma$  dejenere olma katsayısıdır ve simetrik nükleer maddeler için 4, zayıf nötron maddeleri içinse 2 değerini alır.

Artık Hamiltonyen operatörü bilindiğine göre enerji yoğunluğu,

$$\mathcal{E} = \frac{1}{V} \langle \psi | \hat{H}_{OAT} | \psi \rangle \quad (3.42)$$

bağıntısından yararlanarak,

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= \frac{g_\omega^2}{2m_\omega^2} \rho_B^2 + \frac{1}{2} \frac{m_\sigma^2}{2g_\sigma^2} (M^* - M)^2 + \frac{1}{6} \frac{b_2}{g_\sigma^3} (M^* - M)^3 \\ &+ \frac{1}{24} \frac{b_3}{g_\sigma^4} (M^* - M)^4 + \frac{g_\rho^2}{8m_\rho^2} \rho_3^2 \\ &+ \frac{2}{(2\pi)^3} \left[ \int_0^{k_{Fp}} d^3k (\mathbf{k}^2 + M^{*2})^{1/2} + \int_0^{k_{Fn}} d^3k (\mathbf{k}^2 + M^{*2})^{1/2} \right] \end{aligned} \quad (3.43)$$



Çizelge 3.1: Literatürde sıkça kullanılan doğrusal olmayan parametre setleri. Burada  $i = \sigma, \omega, \rho$  mezonları için  $f_i \equiv (g_i/m_i)$ ,  $A \equiv b_2/g_\sigma^3$  ve  $B \equiv b_3/g_\sigma^4$  dir.  $b_2$  ve  $b_3$  skaler doğrusal olmayan potansiyelde çiftlenim parametreleridir.

<i>Set</i>	$f_\sigma(\text{fm})$	$f_\omega(\text{fm})$	$f_\rho(\text{fm})$	$A(\text{fm}^{-1})$	B	Ref.
L-W	3.355	2.959	0.0	0.0	0.0	[28]
NL-B1	3.749	2.959	1.914	-0.011	-0.0028	[36]
NL-B2	3.946	3.157	1.815	-0.010	-0.0031	[37]
NL1	4.143	3.552	2.565	-0.012	-0.0034	[38]
NL2	3.552	2.959	2.763	-0.003	0.0020	[38]
NL-Z	4.144	3.157	2.565	-0.013	-0.0039	[8]
NL-VT	3.946	3.157	2.368	-0.014	-0.0041	[8]
NL1G	2.479	1.900	1.095	-0.123	0.169	[39]
NL2G	3.049	1.900	1.105	0.082	-0.0012	[39]
NL3	3.967	3.245	1.157	-0.01	-0.003	[7]
LiuA	3.214	2.328	0.975	0.033	-0.0048	[34]
LiuB	3.214	2.328	1.775	0.033	-0.0048	[34]

olarak hesaplanır.

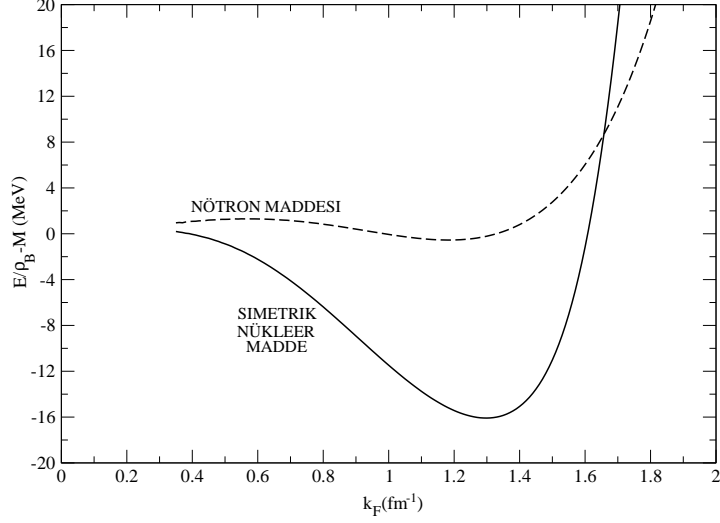
Şekil 3.1’de eşit oranda proton ve nötron içeren simetrik nükleer maddenin nükleon başına enerji yoğunluğu ve nötron maddesi için nükleon başına enerji yoğunluğu Fermi momentumunun fonksiyonu olarak çizelgede verilen (Çizelge 3.1) parametre setlerinden NL3 kullanılarak hesaplanmıştır. Simetrik nükleer madde  $k_F = 1.3 \text{fm}^{-1}$  civarında  $-16 \text{MeV}$  mertebesinde bağlanma verirken, nötron maddesinin bağıl durumu bulunmamaktadır.

Benzer şekilde basınç yoğunluğuna bakıldığında ise,

$$p = \int d^3k p \quad (3.44)$$

$$\mathcal{P} = \frac{1}{V} \langle \psi | p | \psi \rangle \quad (3.45)$$

bağıntıları kullanılarak,



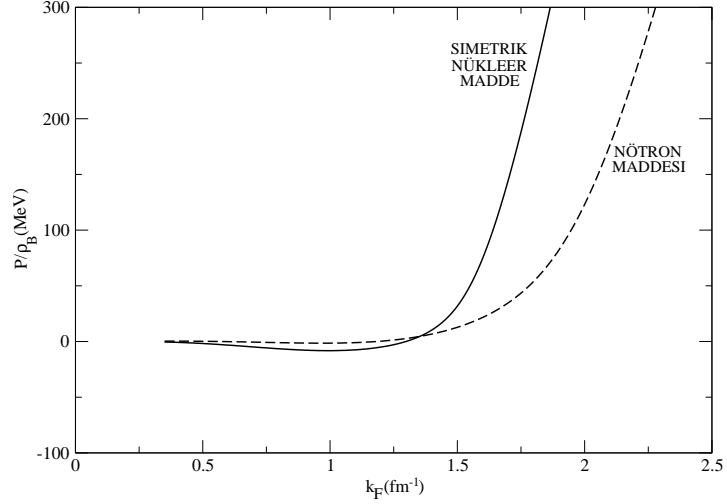
Şekil 3.1: NL3 parametre seti kullanılarak elde edilen nükleer madde ve nötron maddesi için enerji yoğunluğunun  $k_F$  'ye bağlı grafiği.

$$\begin{aligned}
\mathcal{P} = & \frac{g_\omega^2}{2m_\omega^2} \rho_B^2 - \frac{1}{2} \frac{m_\sigma^2}{2g_\sigma^2} (M^* - M)^2 - \frac{1}{6} \frac{b_2}{g_\sigma^3} (M^* - M)^3 \\
& - \frac{1}{24} \frac{b_3}{g_\sigma^4} (M^* - M)^4 + \frac{1}{8} \frac{g_\rho^2}{m_\rho^2} \rho_3^2 \\
& + \frac{1}{3} \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \left[ \int_0^{k_{Fp}} d^3k \frac{\mathbf{k}^2}{(\mathbf{k}^2 + M^{*2})^{1/2}} + \int_0^{k_{Fn}} d^3k \frac{\mathbf{k}^2}{(\mathbf{k}^2 + M^{*2})^{1/2}} \right] \quad (3.46)
\end{aligned}$$

şeklinde elde edilir.

Şekil 3.2'de simetrik nükleer maddenin ve nötron maddesinin nükleon başına basınç yoğunluğu Fermi momentumunun fonksiyonu olarak çizelgede verilen parametre setlerinden NL3 kullanılarak hesaplanmıştır. Simetrik nükleer maddenin bağlı olduğu  $k_F = 1.3 \text{ fm}^{-1}$  değerinde basınç yoğunluğu sıfıra gitmektedir. Nötron maddesinin bağlı durumu oluşturmadığından sürekli pozitif basınca sahiptir.

Denklem (3.43) ve (3.46)'ya bakıldığında, bu denklemlerin ilk beş terimi klasik mezon alanlarını, son terimleri ise kütlesi  $m^*$  olan baryonları ifade etmektedir.



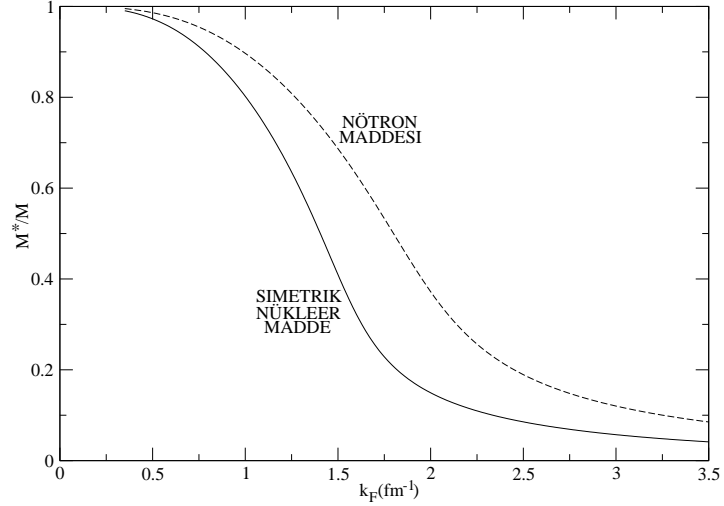
Şekil 3.2: Basınç yoğunluğunun  $k_F$  'ye bağlılığı.

Enerjiyi minimum yapan sabit skaler alanı ( $\phi_0$ ) bulmak için denklem (3.43)'ün  $\phi_0$  göre türevi alınır ve ifade sifıra eşitlenir. Skaler alan etkin kütle ( $m^*$ ) ile doğru orantılı olduğundan türev skaler alana ya da etkin kütleyle göre alınabilir. Enerji yoğunluğunun etkin kütleyle göre türevi alınıp sifıra eşitlenirse,

$$M^* = M - \frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2} \rho_s + \frac{b_2}{2g_\sigma m_\sigma^2} (M^* - M)^2 + \frac{b_3}{6g_\sigma^2 m_\sigma^2} (M^* - M)^3 \quad (3.47)$$

olarak etkin kütle ifadesi elde edilmiş olunur.

Şekil 3.3'de simetrik nükleer madde için etkin nükleon kütesinin serbest nükleon kütesine oranı Fermi momentumunun fonksiyonu olarak NL3 seti kullanılarak hesaplanmıştır. Simetrik nükleer maddede baryon yoğunluğunun sifıra gittiği ( $k_F \rightarrow 0$ ) durumda etkin kütle serbest kütleyle eşit olmaktadır.  $k_F \rightarrow \infty$  limitinde nükleer madde tamamen mezon maddesi içine gömülmektedir. Nötron maddesi daha düşük yoğunlukla benzer davranış göstermektedir.



Şekil 3.3: Etkin kütlelerin serbest kütleyle oranının Fermi momentumuna göre değişimi.

### 3.2. GÖRELİ VLASOV DENKLEMİ

Goreli Vlasov denklemi( $i=p,n$ );

$$[p_i^{*\mu} \partial_\mu + (p_{\nu i}^* F_i^{\mu\nu} + m_i^* \partial^\mu m_i^*) \partial_\mu^{p^*}] f_i(x, p^*) = 0 \quad (3.48)$$

şeklinde ifade edilir. Bu bağıntıda yer alan  $p^{*\mu}$ ; kinetik momentumu,  $m^*$ ; etkin kütle,  $f(x, p^*)$ ; faz uzay dağılım fonksiyonunu ve  $F_i^{\mu\nu} \equiv \partial^\mu \sum_i^\nu - \partial^\nu \sum_i^\mu$  ile gösterilen kuvvet alan tensörünü ifade etmektedir. Burada,

$$\sum_i^\mu = g_\omega \omega^\mu(x) \pm g_\rho \rho^\mu(x) \begin{cases} + & proton(i = p) \\ - & notron(i = n) \end{cases}$$

$$\sum_{si} = g_\sigma \phi(x)$$

olarak gösterilir. Bu modelde parçacıklar mass-shell koşulu denilen ve

$$p_i^{*\mu} p_{i\mu}^* - m_i^{*2} = 0 \quad (3.49)$$

şeklinde ifade edilen bağıntıya uyarlar. Ayrıca modelde nükleonlar  $\phi$  skaler,  $\omega$  ve  $\rho$  vektörel mezon alanlarıyla etkileşirler. Daha önce de ifade edildiği gibi, skaler  $\phi$  mezonunun kütlede meydana getirmiş olduğu değişime etkin kütle denir ve

$$m^* = M + g_s \phi(x) \quad (3.50)$$

bağıntısıyla gösterilir. Benzer şekilde  $\omega$  vektörel mezon alanının kinetik momentumda meydana getirdiği değişim de etkin kinetik momentum olarak tanımlanır ve

$$p_\mu^* = p_\mu + g_v \omega_\mu(x) \quad (3.51)$$

şeklinde ifade edilir.

Doğrusal olmayan terimlerin eklenmesiyle elde edilen skaler alan denklemi ise,

$$m_\sigma^2 \phi(x) + b_2 \phi^2(x) + b_3 \phi^3(x) = g_\sigma \rho_s(x) \quad (3.52)$$

olarak gösterilir. Etkin kütle hesaplamak için denklem (3.50) ve (3.52)'nin çözümlerini beraber aramak gerekir. Bunun için Çizelge-3.1'de yer alan farklı doğrusal olmayan parametre setlerinden yararlanarak ve  $\rho_s$ 'ye farklı değerler vererek Cardan yöntemi yardımıyla denklem (3.52)'nin çözümüyle bulunan  $\phi$  skaler mezon alan değeri denklem (3.50)'de yerine yazıldığında etkin kütle değeri hesaplanır. Burada dikkat edilmesi gereken nokta etkin kütle değerinin pozitif olması gerektiğidir. Bu yüzden de etkin kütle pozitif yapan  $\phi$  değerinin belirlenmesinde  $\rho_s$ 'ye, üçüncü dereceden skaler alan denkleminin çözümlerini veren ve bu köklerden en az birinin etkin kütle pozitif yapan maksimum değerini vermesi gerekmektedir.

Çizelge 3.2: Kullanılan parametre setleri için nükleer madde özellikleri.

<i>Set</i>	$\frac{E}{A}$ (MeV)	$\rho_{nm}$ ( $fm^{-3}$ )	$K$ (MeV)	$\frac{m_B^*}{m_B}$	$a_4$ (MeV)
L-W	-15.75	0.194	544.6	0.56	22.1
NL-B1	-15.74	0.162	280.0	0.62	33.0
NL-B2	-15.73	0.162	245.1	0.56	33.0
NL1	-16.42	0.152	211.7	0.57	43.5
NL2	-17.03	0.146	399.2	0.67	43.9
NL-Z	-16.19	0.151	173.5	0.58	41.8
NL-VT	-16.14	0.154	136.9	0.62	41.7
NL1G	-16	0.145	380	0.83	30.62
NL2G	-16	0.145	210	0.83	30.62
NL3	-16.29	0.148	271.8	0.60	37.4
LiuA	-16	0.160	240	0.75	30.50
LiuB	-16	0.153	240	0.55	33.40

Çizelge-3.2’de farklı parametre setleri kullanılarak hesaplanan simetrik nükleer madde özellikleri verilmiştir. Bunlar simetrik nükleer maddenin bağıl olduğu  $k_F$  Fermi momentumunda (doyum noktası) sahip oldukları nükleon başına bağlanma enerjileri ( $E/A$ ), baryon yoğunlukları, doyum noktasındaki sıkıştırılabilirliği ( $K$ ), doyum noktasında etkin kütlelerin serbest kütleyle oranı ( $M^*/M$ ) ve nükleer asimetri enerjisi ( $a_4$ )’tür. Tablo incelendiğinde tüm parametre setlerinin bağlanma enerjisi ve baryon yoğunluklarının yakın değerler verdiğini ancak diğer nükleer özellikler için değerlerin farklılaştığı görülür.

Yerel yoğunluk yaklaşımında ise mezon alanları karşılık gelen kendi yoğunlukları ile ifade edilir yani; izoskaler-skaler sigma ( $\sigma$ ) mezon alanı  $\rho_s$  skaler yoğunluğuyla, izoskaler-vektör omega ( $\omega$ ) mezon alanı  $j_\mu$  izoskaler baryon akı yoğunluğuyla ve izovektör-vektör rho ( $\rho$ ) mezon alanı  $j_{3\mu}$  izovektör baryon akı yoğunluğuyla gösterilir. Bu mezon alan denklemleri ise,

$$m_\sigma^2 \phi(x) + b_2 \phi^2(x) + b_3 \phi^3(x) = g_\sigma \rho_s(x) \equiv g_\sigma \int d^4 p^* m^* f(x, p^*) \quad (3.53)$$

$$\omega_\mu(x) = \frac{g_\omega}{m_\omega^2} j_\mu(x) \equiv \frac{g_\omega}{m_\omega^2} \int d^4 p^* p_\mu^* f(x, p^*) \quad (3.54)$$

$$b_\mu(x) = \frac{g_\rho}{4m_\rho^2} j_{3\mu}(x) \equiv \frac{g_\rho}{4m_\rho^2} \int d^4 p^* p_\mu^* f_3(x, p^*) \quad (3.55)$$

olarak ifade edilir ve burada  $f_3 \equiv f_p - f_n$  şeklinde tanımlanır.

Görüldüğü gibi skaler yoğunluk ve baryon akı yoğunluğunun hesaplanması için faz uzay dağılım fonksiyonunun bilinmesi gerekmektedir. Faz uzay dağılım fonksiyonu belirlemek aslında Wigner dönüşümü yapmaktır. Bu dönüşüm spin-izospin uzayında bir matris şeklini alır ve,

$$\begin{aligned} F_{\alpha\beta}(x, p) &= \langle \hat{F}_{\alpha\beta}(x, p) \rangle \\ &= \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4 R e^{-ip_\mu R^\mu} \langle \bar{\psi}_\beta(x + \frac{1}{2}R) \psi_\alpha(x - \frac{1}{2}R) \rangle \end{aligned} \quad (3.56)$$

olarak gösterilir. Wigner matrisini kullanmak için sistemin dalga fonksiyonunun bilinmesi gerekmektedir. Ancak dalga fonksiyonu tam olarak bilinmediği için yaygın olarak kullanılan bir metod olan test parçacık yönteminden yararlanılmıştır. Bu metotta faz uzay dağılımı  $f(x, p)$  en basit şekilde delta fonksiyonlarının toplamı ile temsil edilir ve

$$f(x, p) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N.A} \delta(x - x_i(t)) \delta(p - p_i(t)) \quad (3.57)$$

şeklinde gösterilir. Test parçacıklar, görelî bir skaler ve vektör potansiyelde parçacıkların yörüngelerini izler. Böyle bir parçacık dağılımını iyi ifade eden iki tür fonksiyon dağılımı vardır. Bunlar Dirac-delta fonksiyon dağılımı ve Gaussian fonksiyon dağılımıdır. Dirac-delta fonksiyon dağılımı özellikle çekirdek yüzey yoğunluğunu ifade etmekte yetersiz kaldığından dolayı Gaussian fonksiyon dağılımı tercih edilir [32]. Gaussian fonksiyon dağılımının konum ve momentum uzayındaki çözümleri ise faz uzay dağılım fonksiyonunun çözümünü verecektir.

### 3.2.1. Konum Uzayında Gaussian Fonksiyon Dağılımı

Dört boyutlu Minkowski uzayında kovaryant Gaussian fonksiyonu,

$$\begin{aligned}\mathcal{G}(\chi;\zeta) &= \int_{-\infty}^{\infty} d\tau g(x - x_i(\tau)) \\ &= \alpha \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \exp((x - x_i(\tau))^2/\sigma^2) \delta[(x_\mu - x_{i\mu}(\tau))U_i^\mu(\tau)]\end{aligned}\quad (3.58)$$

şeklinde gösterilir [32]. Burada  $\zeta_i$  i. parçacığın dünya çizgisi,  $\tau$  parçacığın öz zamanı ve  $\alpha$  normalizasyon sabitidir.

Verilen Gaussian fonksiyon dağılımını bu haliyle çözmek neredeyse imkansızdır. Çünkü parçacığın hareketi tüm öz zaman boyunca bilinmemektedir. Bu nedenle denklemi çözümlemek için her bir zaman aralığındaki hız değişiminin parçacığın ilk andaki hızına göre küçük olduğu varsayılırsa, her bir parçacığın dünya çizgisi yerel olarak düz çizgiler gibi düşünülebilir. Böylece parçacığın izini bir  $\hat{\tau}$  öz zaman civarında seriye açarsak;

$$x_{i\mu}(\tau) = x_{i\mu}(\hat{\tau}) + U_{i\mu}(\hat{\tau})(\tau - \hat{\tau}) + \frac{1}{2} \frac{dU_{i\mu}}{d\tau}(\hat{\tau})(\tau - \hat{\tau})^2 + \dots \quad (3.59)$$

İkinci ve daha yüksek dereceli terimlerin ihmal edilmesiyle  $\delta$  fonksiyonu;

$$\begin{aligned}\delta[(x_\mu - x_{i\mu}(\tau))U_i^\mu(\tau)] &= \delta[(x_\mu - (x_{i\mu}(\hat{\tau}) + U_{i\mu}(\hat{\tau})(\tau - \hat{\tau})))U_i^\mu(\hat{\tau})] \\ &= \delta[(x_\mu - x_{i\mu}(\hat{\tau}) - U_{i\mu}(\hat{\tau})(\tau - \hat{\tau}))U_i^\mu(\hat{\tau})] \\ &= \delta[x_\mu U_i^\mu(\hat{\tau}) - x_{i\mu}(\hat{\tau})U_i^\mu(\hat{\tau}) - U_{i\mu}(\hat{\tau})U_i^\mu(\hat{\tau})(\tau - \hat{\tau})] \\ &= \delta[(x_\mu - x_{i\mu}(\hat{\tau}))U_i^\mu(\hat{\tau}) - \tau + \hat{\tau}] \\ &= \delta[\tau - ((x_\mu - x_{i\mu}(\hat{\tau}))U_i^\mu(\hat{\tau}) + \hat{\tau})]\end{aligned}\quad (3.60)$$

şeklinde yazılır. Yapılan açılım Gaussian fonksiyon dağılımında yerine yazılırsa;



$$\begin{aligned}
\mathcal{G}(\chi;\xi) &= \alpha \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \exp[(x_\mu - x_{i\mu}(\hat{\tau}) - U_{i\mu}(\hat{\tau})(\tau - \hat{\tau})) \\
&\quad (x^\mu - x_i^\mu(\hat{\tau}) - U_i^\mu(\hat{\tau})(\tau - \hat{\tau}))/\sigma^2] \\
&\quad \times \delta[\tau - ((x_\mu - x_{i\mu}(\hat{\tau}))U_i^\mu(\hat{\tau}) + \hat{\tau})] \tag{3.61}
\end{aligned}$$

olarak ifade edilir. Artık  $\hat{\tau}$  öz zamanına göre integral parça parça alınırsa,

$$\begin{aligned}
x_\mu - x_{i\mu}(\hat{\tau}) - U_{i\mu}(\hat{\tau})(\tau - \hat{\tau}) &= x_\mu - x_{i\mu}(\hat{\tau}) - U_{i\mu}(\hat{\tau})((x_\nu - x_{i\nu}(\hat{\tau}))U_i^\nu(\hat{\tau}) + \hat{\tau} - \hat{\tau}) \\
&= x_\mu - x_{i\mu}(\hat{\tau}) - (x_\nu - x_{i\nu}(\hat{\tau}))U_i^\nu(\hat{\tau})U_{i\mu}(\hat{\tau}) \\
&= x_\mu - x_{i\mu}(\hat{\tau}) - (x_\nu - x_{i\nu}(\hat{\tau}))\delta_\nu^\mu U_i^\nu(\hat{\tau})U_{i\mu}(\hat{\tau}) \\
&= x_\mu - x_{i\mu}(\hat{\tau}) - (x_\nu - x_{i\nu}(\hat{\tau}))g_{\nu\alpha}g^{\alpha\mu}U_i^\nu(\hat{\tau})U_{i\mu}(\hat{\tau}) \\
&= x_\mu - x_{i\mu}(\hat{\tau}) - (x^\alpha - x_i^\alpha(\hat{\tau}))U_{i\alpha}(\hat{\tau})U_{i\mu}(\hat{\tau}) \\
&= x_\mu - x_{i\mu}(\hat{\tau}) - (x^\alpha - x_i^\alpha(\hat{\tau}))\delta_\alpha^\mu U_{i\alpha}(\hat{\tau})U_{i\mu}(\hat{\tau}) \tag{3.62}
\end{aligned}$$

$\alpha = \nu$  için  $\delta_\alpha^\nu = 1$  alınır. Ayrıca  $g_{\mu\nu}x^\nu = x_\mu$  dönüşümünden de yararlanılarak elde edilen ifade tekrar yazıldığında,

$$\begin{aligned}
x_\mu - x_{i\mu}(\hat{\tau}) - U_{i\mu}(\hat{\tau})(\tau - \hat{\tau}) &= x_\mu - x_{i\mu}(\hat{\tau}) - (x^\nu - x_i^\nu(\hat{\tau}))U_{i\nu}(\hat{\tau})U_{i\mu}(\hat{\tau}) \\
&= g_{\mu\nu}x^\nu - g_{\mu\nu}x_i^\nu(\hat{\tau}) - (x^\nu - x_i^\nu(\hat{\tau}))U_{i\nu}(\hat{\tau})U_{i\mu}(\hat{\tau}) \\
&= g_{\mu\nu}(x^\nu - x_i^\nu(\hat{\tau})) - (x^\nu - x_i^\nu(\hat{\tau}))U_{i\nu}(\hat{\tau})U_{i\mu}(\hat{\tau}) \\
&= (g_{\mu\nu} - U_{i\nu}(\hat{\tau})U_{i\mu}(\hat{\tau}))(x^\nu - x_i^\nu(\hat{\tau})) \\
&= \Delta_{i\mu\nu}(\hat{\tau})(x^\nu - x_i^\nu(\hat{\tau})) \\
&= R_{i\mu}(x) \tag{3.63}
\end{aligned}$$

sonucu elde edilir. Benzer şekilde,

$$\begin{aligned}
x^\mu - x_i^\mu(\hat{\tau}) - U_i^\mu(\hat{\tau})(\tau - \hat{\tau}) &= x^\mu - x_i^\mu(\hat{\tau}) - u_i^\mu(\hat{\tau})((x_\nu - x_{i\nu}(\hat{\tau}))U_i^\nu(\hat{\tau}) + \hat{\tau} - \tau) \\
&= x^\mu - x_i^\mu(\hat{\tau}) - (x_\nu - x_{i\nu}(\hat{\tau}))U_i^\nu(\hat{\tau})U_i^\mu(\hat{\tau}) \\
&= g^{\mu\nu}x_\nu - g^{\mu\nu}x_{i\nu}(\hat{\tau}) - (x_\nu - x_{i\nu}(\hat{\tau}))U_i^\nu(\hat{\tau})U_i^\mu(\hat{\tau}) \\
&= (g^{\mu\nu} - U_i^\nu(\hat{\tau})U_i^\mu(\hat{\tau}))(x_\nu - x_{i\nu}(\hat{\tau})) \\
&= \Delta_i^{\mu\nu}(\hat{\tau})(x_\nu - x_{i\nu}(\hat{\tau})) \\
&= R_i^\mu(x)
\end{aligned} \tag{3.64}$$

olarak hesaplanır. Elde edilen bağıntılar konum uzayında kovaryant Gaussian fonksiyonunda yerine yazılırsa;

$$\mathcal{G}(\chi; \xi) = \alpha \exp(R_{i\mu}(x)R_i^\mu(x)/\sigma^2) \tag{3.65}$$

ifadesi elde edilir.

### 3.2.2. Momentum Uzayında Gaussian Fonksiyon Dağılımı

Dört boyutlu momentum uzayında bir test parçacığının Gaussian fonksiyonu [32];

$$g(p^* - p_i^*(\tau)) = \alpha_p \exp((p^* - p_i^*(\tau))^2/\sigma_p^2) \delta[p_\mu^* p_i^{*\mu}(\tau) - m_i^{*2}] \tag{3.66}$$

şeklinde gösterilir. Burada,  $p_{i\mu}^* = m_i^* U_{i\mu}$  parçacığın serbest momentumunu,  $m_i^* = m^*(x_i(\tau))$  etkin kütleini temsil etmektedir. Ayrıca  $\tau = 0$  öz zamanında parçacığın momentumunun etkin kütleyle eşit olduğu belirten  $p_i^*(\tau) = (m_i^*, 0)$  bağıntısından yararlanarak  $\delta$  fonksiyonu,

$$\begin{aligned}
\delta[p_\mu^* p_i^{*\mu}(\tau) - m_i^{*2}] &= \delta[p_0^* p_i^{*0}(\tau=0) - \vec{p} \cdot \vec{p}_i - m_i^{*2}] \\
&= \delta[p_0^* m_i^* - m_i^{*2}] \\
&= \delta[(p_0^* - m_i^*) m_i^*] \\
&= \frac{1}{m_i^*} \delta[p_0^* - m_i^*]
\end{aligned} \tag{3.67}$$

olarak ifade edilir.  $\delta$  fonksiyonu Gaussian fonksiyon dağılımında yerine yazılıp tüm uzay üzerinden integre edildiğinde,

$$\begin{aligned}
\int d^4 p^* g(p^* - p_i^*(\tau)) &= \alpha_p \int \frac{d^4 p^*}{m_i^*} \exp((p^* - p_i^*(\tau))^2 / \sigma_p^2) \delta[p_0^* - m_i^*] \\
&= \alpha_p \int \frac{d^4 p^*}{m_i^*} \exp[((p_0^* - m_i^*)^2 - \vec{p}^* \cdot \vec{p}^*) / \sigma_p^2] \delta(p_0^* - m_i^*) \\
&= \alpha_p \int \frac{d^3 p^*}{m_i^*} \exp(-\vec{p}^* \cdot \vec{p}^* / \sigma_p^2) \\
&= \frac{\alpha_p}{m_i^*} (\sqrt{\pi} \sigma_p)^3
\end{aligned} \tag{3.68}$$

sonucu elde edilir. Burada  $\sigma_p$ , momentum uzayında test parçacık genişliğidir. Bulunan ifade  $1/m_i^*$ 'a normalize edildiğinde,  $\alpha_p = (\sqrt{\pi} \sigma_p)^{-3}$  olarak tanımlanır. Böylece dört boyutlu momentum uzayında kovaryant Gaussian fonksiyon dağılımı elde edilir.

### 3.3. YOĞUNLUK HESABI

Problemimiz temelde  $\rho_s$  skaler yoğunluk ve  $j_\mu$  izoskaler baryon yoğunluğunun bulunmasına dayanmaktadır. Bunun için konum ve momentum uzayında kovaryant Gaussian fonksiyon dağılımlarının çözümlerinden yararlanarak faz uzay dağılım fonksiyonu [32],

$$\begin{aligned}
f(x, p^*) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{A.N} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau g(x - x_i(\tau)) g(p^* - p_i^*(\tau)) \\
&= \frac{1}{N(\pi\sigma\sigma_p)^3} \sum_{i=1}^{A.N} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \exp((x - x_i(\tau))^2/\sigma^2) \\
&\quad \times \exp((p^* - p_i^*(\tau))^2/\sigma_p^2) \\
&\quad \times \delta[(x_\mu - x_{i\mu}(\tau))U_i^\mu(\tau)] \delta[p_\mu^* p_i^{*\mu}(\tau) - m_i^{*2}] \quad (3.69)
\end{aligned}$$

olarak ifade edilir. Burada N, her bir baryon başına düşen test parçacık sayısıdır. Faz uzay dağılım fonksiyonu belirlendiğine göre skaler yoğunluk ve izoskaler baryon yoğunluk ifadeleri hesaplanabilir. Bulunan faz uzay dağılım fonksiyonu denklem (3.53) ve (3.54)'de yerine yazıldığında,

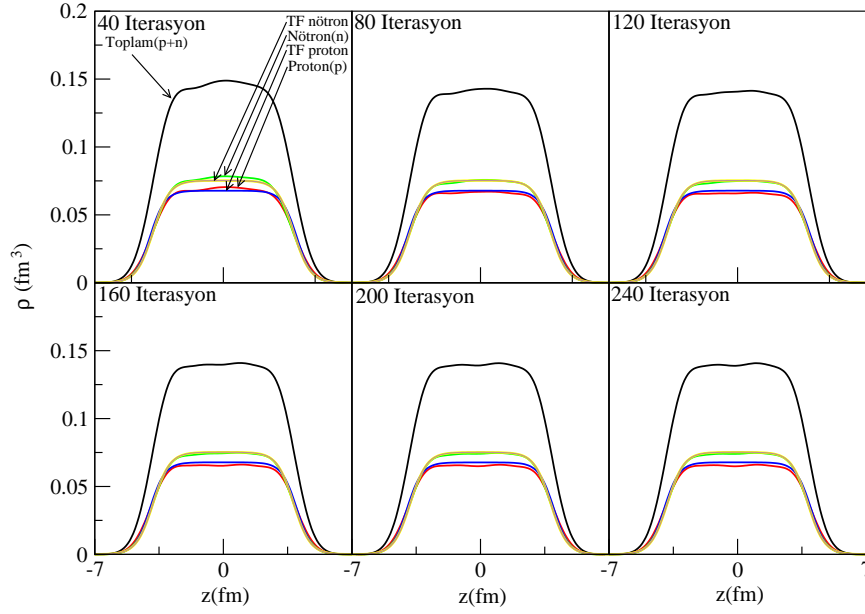
$$\begin{aligned}
\rho_s(x) &= \int d^4 p^* m^* f(x, p^*) \\
&= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{A.N} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \frac{m^*(x)}{m^*(x_i(\tau))} g(x - x_i(\tau)) \quad (3.70)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
J_\mu(x) &= \int d^4 p^* p_\mu^* f(x, p^*) \\
&= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{A.N} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau g(x - x_i(\tau)) U_{i\mu}(\tau) \quad (3.71)
\end{aligned}$$

şeklinde skaler yoğunluk ve izoskaler baryon akı yoğunluk ifadeleri elde edilir.

#### 4. BULGULAR ve TARTIŞMASI

Bu çalışmada çeşitli parametre setleri kullanılarak  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{90}\text{Zr}$  ve  $^{208}\text{Pb}$  çekirdekleri için nükleer taban durumdaki enerjileri, skaler yoğunluk ve baryon akı yoğunluk dağılımları hesaplanmıştır. NL3 parametre seti kullanılarak yapılan simülasyon programında çeşitli sayılardaki iterasyonlar için veriler elde edilmiş ve bu



Şekil 4.1: Farklı iterasyon sayıları için NL3 parametre seti kullanılarak  $^{40}\text{Ca}$  çekirdeği için baryon yoğunluğunun yarı çapa bağlı değişimi.

Şekil-4.1'de  $^{40}\text{Ca}$  çekirdeği için nötron, proton ve toplam baryon yoğunluğunun 40 ile 240 arası çeşitli döngülerde simülasyon sonuçları ve bunların analitik Thomas-Fermi dağılımıyla karşılaştırması verilmiştir. Yaklaşık 120 döngü civarında taban durum oluşmakta olup sonrasındaki döngülerde merkez baryon yoğunluğunda bir azalmayla birlikte dışarıda artış görülmektedir.

Bu döngüler sırasında nükleon başına enerjinin değişimi Çizelge-4.1'de verilmiş ve çizelgede bağlanma enerjisine katkı veren doğrusal sigma ( $\sigma$ ), doğrusal olmayan sigma (NL), omega ( $\omega$ ) ve rho ( $\rho$ ) mezonlarının katkısı ayrı ayrı gösterilmiştir. Sonuç bağlanma enerjisine Coulomb enerjisi de dahil edilmiştir. Coulomb

Çizelge 4.1:  $^{40}\text{Ca}$  çekirdeğinin NL3 parametre seti kullanılarak farklı iterasyonlar sonucu elde edilen doğrusal-doğrusal olmayan  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$  mezonları ve baryonlar için enerji değerleri.

Iterasyon S.	$E_\sigma(L)$	$E_\sigma(NL)$	$E_\omega$	$E_\rho$	$E_B$	$E/A$
40	-778.310	-919.788	-819.537	-937.934	-306.893	-8.742
80	-778.697	-919.826	-820.276	-937.935	-306.249	-9.266
120	-778.929	-919.832	-820.092	-937.935	-306.442	-9.521
160	-779.059	-919.839	-819.916	-937.935	-306.617	-9.657
200	-779.137	-919.853	-819.800	-937.935	-306.732	-9.736
240	-779.186	-919.874	-819.724	-937.935	-306.807	-9.787

enerjisiyle ilgili bir tartışma bölüm sonunda verilmiştir. 120 döngü sonucunda elde edilen nükleon başına bağlanma enerjisi  $-9.521\text{MeV}$  ve 240 döngü sonucu elde edilen bağlanma enerjisi ise  $-9.787\text{MeV}$ 'dir. Bu sonuçların literatürde bulunan  $-8.551\text{MeV}$  [40] ile yapılan karşılaştırmasında 120 döngü sonucunda %11.34 oranında ve 240 döngü sonucu için %14.5 oranında büyük olduğu görülür. Farkın olası nedeniyle ilgili tartışma ve diğer katkılar bölüm sonunda verilmiştir.

$^{90}\text{Zr}$  çekirdeği için nötron, proton ve toplam baryon yoğunluğunun 40 ile 240 arası çeşitli döngülerde simülasyon sonuçları ve bunların analitik Thomas-Fermi dağılımıyla karşılaştırması Şekil-4.2'de verilmiştir.  $^{90}\text{Zr}$  için de yaklaşık 120 döngü civarında taban durum oluşmaktadır. Sonraki döngülerde merkezi yoğunlukta küçük bir düşüş görülmektedir.

$^{90}\text{Zr}$  için döngüler sırasında nükleon başına enerjinin değişimi Çizelge-4.2'de verilmiştir. Çizelgede bağlanma enerjisine katkı mezon alanları Çizelge-3.2 ile aynıdır. Elde edilen bağlanma enerjisine Coulomb enerjisi dahil edilmiştir. Taban durumun olduğu 120 döngüde nükleon başına bağlanma enerjisi  $-7.767\text{MeV}$  ve 240 döngü sonucunda elde edilen nükleon başına bağlanma enerjisi ise  $-7.991\text{MeV}$ 'dir. Bu sonuçların literatürde bulunan  $-8.710\text{MeV}$  [40] ile karşılaştırmasında 120 döngü sonucu için %10.8 oranında ve 240 döngü sonucu için %8.25 oranında küçük olduğu görülür.  $^{90}\text{Zr}$  için farkın işaret değiştirmesi ilginçtir. Farkın olası nedenleri ile ilgili tartışma da bölüm sonunda verilmiştir.

Çizelge 4.2:  $^{90}\text{Zr}$  çekirdeğinin NL3 parametre seti kullanılarak farklı iterasyonlar sonucu elde edilen doğrusal-doğrusal olmayan  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$  mezonları ve baryonlar için enerji değerleri.

Iterasyon S.	$E_\sigma(L)$	$E_\sigma(NL)$	$E_\omega$	$E_\rho$	$E_B$	$E/A$
40	-771.441	-918.356	-802.670	-937.637	-331.316	-7.029
80	-771.729	-918.396	-803.985	-937.637	-330.181	-7.547
120	-771.886	-918.433	-804.091	-937.638	-330.129	-7.767
160	-771.978	-918.453	-804.019	-937.638	-330.218	-7.881
200	-772.037	-918.453	-803.940	-937.639	-330.304	-7.948
240	-772.072	-918.453	-803.884	-937.639	-330.368	-7.991

Şekil-4.3'de  $^{208}\text{Pb}$  çekirdeği için nötron, proton ve toplam baryon yoğunluğunun 40 ile 240 arası çeşitli döngülerde simülasyon sonuçları ve bunların analitik Thomas-Fermi dağılımıyla karşılaştırması verilmiştir. Yaklaşık 160 döngü civarında taban durum oluşmakta olup sonrasındaki değişim azdır.

Bu döngüler sırasında nükleon başına enerji değişimi Çizelge-4.1'de verilmiştir. Çizelgede bağlanma enerjisine katkı veren mezonlarla birlikte Coulomb enerjisi de dahil edilmiştir. 160 döngü sonucunda nükleon başına bağlanma enerjisi  $-9.270\text{MeV}$  ve 240 döngü sonucunda elde edilen nükleon başına bağlanma enerjisi  $-9.364\text{MeV}$ 'dir. Bu sonuçların literatürde bulunan  $-7.868\text{MeV}$  [40] ile yapılan karşılaştırmasında 160 döngü için %17.82 ve 240 döngü ile karşılaştırmasında %19 oranında büyük olduğu görülür.

Ortalama alan teorisine dayanan hesaplamalarda nükleon hareket denklemleriyle sanal aracı parçacıkların hareket denklemleri kendi içinde tutarlı şekilde çözülmektedir. Ancak her modelde olduğu gibi transport modellerinde de bir takım düzeltmeler bulunmaktadır. Burada bunlar ve sonuçlara olan etkileri kısaca tartışılmıştır.

Atom çekirdeklerinin taban durumlarına göreli modellerde proton ve nötronlarla aracı mezonlardan katkı gelmektedir. Burada problemin formülasyonunda bahsedilmeyen ve protonların elektrik yüklü olmalarından dolayı gelen Coulomb enerjisi bulunmaktadır. İdeal bir hesaplamada nükleer yoğunluklar yükler için

Çizelge 4.3:  $^{208}\text{Pb}$  çekirdeğinin NL3 parametre seti kullanılarak farklı iterasyonlar sonucu elde edilen doğrusal-doğrusal olmayan  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$  mezonları ve baryonlar için enerji değerleri.

Iterasyon S.	$E_\sigma(L)$	$E_\sigma(NL)$	$E_\omega$	$E_\rho$	$E_B$	$E/A$
40	-777.713	-919.159	-802.103	-937.861	-327.336	-8.521
80	-777.931	-919.228	-803.799	-937.862	-325.836	-8.984
120	-778.018	-919.242	-804.296	-937.859	-325.426	-9.173
160	-778.065	-919.273	-804.437	-937.855	-325.323	-9.270
200	-778.091	-919.307	-804.463	-937.847	-325.317	-9.328
240	-778.119	-919.316	-804.452	-937.839	-325.339	-9.364

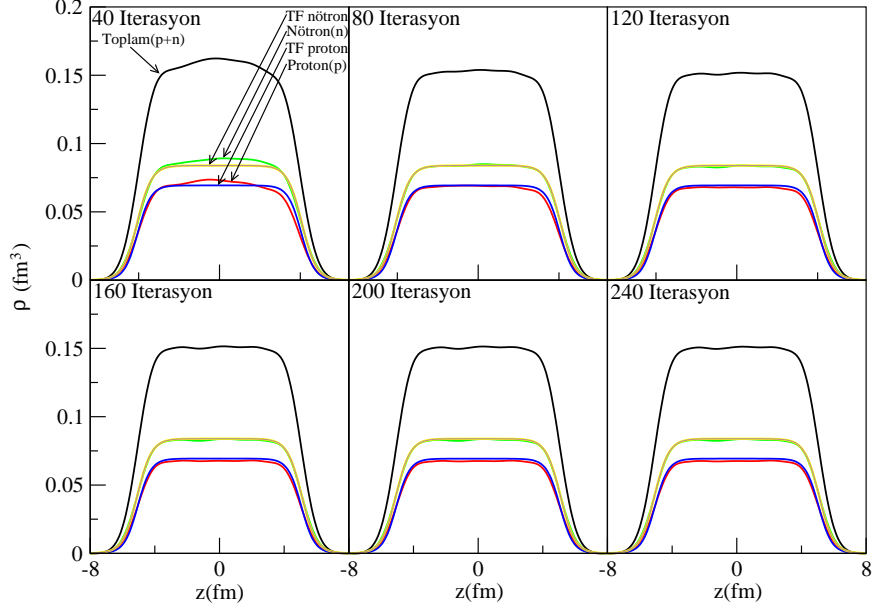
Poisson denklemiyle birlikte tutarlı biçimde çözülmelidir. Ancak, Coulomb teriminin küresel simetriye sahip kararlı çekirdeklerin taban durumlarında düzgün yük dağılımına sahip bir kürenin elektromanyetik enerjisinin hesaplanması şeklinde doğrudan elle eklenmesi tercih edilmiştir. Daha doğru bir yöntemle son durumdaki nükleer dağılımda bulunan protonların Coulomb enerjisi her bir protonun sonsuzdan bulunduğu noktaya getirilmesi için diğer protonlar varlığında oluşturdukları elektrik alana karşı yapmış oldukları işlerin toplamından da nümerik olarak hesaplanabilir. Bu çalışmada oluşacak farkın düşük olduğu varsayılarak doğrudan ekleme yapılmıştır. Coulomb enerjisi düzgün dağılım için proton sayısı ve kütle numarasının fonksiyonu olarak basitçe  $E_{Cl} = 0.71Z^2/A^{1/3}MeV$  şeklinde verilir [41]. Çizelgelerde Coulomb enerjisi nükleon başına  $^{40}\text{Ca}$  için  $2.076MeV$ ,  $^{90}\text{Zr}$  için  $2.817MeV$  ve  $^{208}\text{Pb}$  için  $3.873MeV$  şeklindeki katkı vermektedir.

Sonlu çekirdeklere diğer bir önemli etki de yüzey etkileridir. Atom çekirdeklerinde baryon yoğunluğu merkezden yüzeye doğru düşmektedir ve yüzeyde bulunan nükleonlar merkeze yakın olanlara oranla daha az sayıda komşu nükleonla çevrelendiklerinden dolayı nükleon başına bağlanma enerjisi yüzeyde merkeze oranla daha büyüktür. Bu durum yüzeydeki nükleonların birbirlerine daha sıkı bağlanmalarına neden olmaktadır. Yüzey teriminin toplam taban durum enerjisine olan katkısı göresiz modellerde dahil edilebilmektedir [8]. Görelî modeller ortalama alan yaklaşımında formüle edildikleri ve yüksek yoğunluktaki sistemleri daha doğru bir şekilde açıklayabilecekleri varsayımıyla formüle edildiklerinden yüzeydeki fiziksel yapıyı doğrudan kapsamazlar. Yarı-deneysel kütle formülü

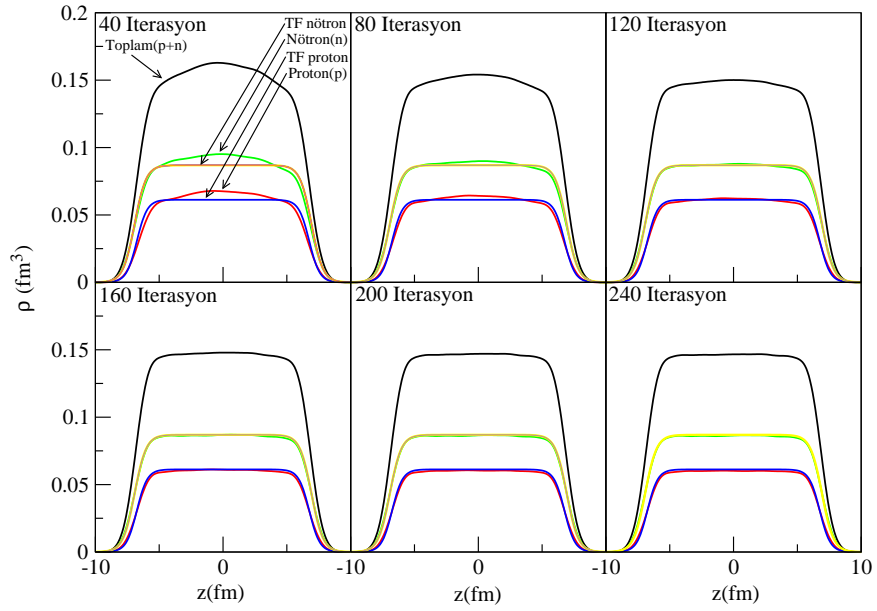


kullanılarak yüzey teriminin kütle numarasına bağıllığının yaklaşık olarak  $E_s = 16.8A^{2/3}MeV$  olduğu gösterilebilir [41]. Bu ifadeden nükleon başına  $^{40}Ca$  için  $4.91MeV$ ,  $^{90}Zr$  için  $3.75MeV$  ve  $^{208}Pb$  için  $2.84MeV$  civarında düzeltme içermektedir. Yüzey terimi genel bağlanma enerjisinden çıkarıldığı için bu çalışmadaki fazla çıkan bağlanma enerjilerini düşürücü yöndedir.

Sonlu nükleer hesaplamalarda diğer bir düzeltme terimi de kütle merkezi düzeltmesidir. Genel olarak taban durum ortalama alanlarından yazılan dalga fonksiyonlarının çok parçacık Hamiltonyen'inde bulunan simetrisi kırmasından kaynaklanan düzeltme terimleri kütle numarasına  $E_{km} \simeq -17.2A^{-0.2}MeV$  şeklinde bağlı olduğu gösterilmiştir [42]. Bu yaklaşımla nükleon başına  $^{40}Ca$  için  $-0.20MeV$ ,  $^{90}Zr$  için  $-0.77MeV$  ve  $^{208}Pb$  için  $-0.03MeV$  civarında düzeltme içermektedir. Kütle merkezi düzeltmeleri ters işaretli olduğundan toplam bağlanma enerjisine eklenmelidir.



Şekil 4.2:  $^{90}\text{Zr}$  çekirdeğinin NL3 parametre seti kullanılarak değişik döngü sayıları için yoğunluk dağılımları ve Thomas-Fermi dağılımı.



Şekil 4.3: Farklı iterasyon sayıları için NL3 parametre seti kullanılarak  $^{208}\text{Pb}$  çekirdeği için baryon yoğunluğunun yarı çapa bağlı değişimi.

## 5. SONUÇLAR ve ÖNERİLER

Çizelge 5.1:  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{90}\text{Zr}$  ve  $^{208}\text{Pb}$  çekirdekleri için hesaplanan bağlanma enerjileri, literatürde yer alan teorik veriler ve oransal karşılaştırması.

Çekirdek	$E/A(\text{MeV})$	$E/A(\text{MeV})$	<i>Ref.</i> [42]	<i>%Fark</i>
$^{40}\text{Ca}$	-4.81	-8.551		40.6
$^{90}\text{Zr}$	-5.011	-8.770		42.9
$^{208}\text{Pb}$	-6.554	-7.868		16.7

Bu tezde  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{90}\text{Zr}$  ve  $^{208}\text{Pb}$  çekirdekleri için taban durum enerjileri ile proton ve nötron baryon yoğunlukları göreceli ortalama alan teorisinde Vlasov denkleminin test parçacık yöntemiyle çözülmüştür.

Ele alınan çekirdeklerin taban durumları  $^{40}\text{Ca}$  ve  $^{90}\text{Zr}$  için 120 döngü  $^{208}\text{Pb}$  için 160 döngüde ulaşılmıştır. Taban durum enerjileri ve bunların literatürdeki diğer sonuçlarla karşılaştırması, düzeltme terimlerinin de dikkate alınmasıyla Çizelge 5-1'de verilmiştir.

Çizelgeden de görüldüğü gibi taban durum enerjileri ile literatürdeki sonuçlar arasındaki farklar özellikle hafif çekirdeklerde %40'lara ulaşmaktadır. Bu farkın ana nedeni yüzey düzeltme teriminden gelmektedir. Konuda da belirtildiği üzere yüzey terimi özellikle hafif çekirdeklerde önemli olmaktadır.

Sonuçların iyileştirilmesi için transport modellerde yüzey terimlerin etkisinin düzeltme şeklinde değil doğrudan hesaplamaya dahil edilmesi gerekir. Bu tezde detayları tartışılmayan momentum uzay dağılımında sonlu sistemlerdeki Fermi dağılımına uygunluğunun incelenmesi gerekmektedir. Ayrıca Coulomb enerjisi de kendi içinde tutarlı bir şekilde modele dahil edilebilir.

## KAYNAKLAR

- [1] Mayer,M.G., "On Closed Shells in Nuclei. II " *Phys. Rev.* **75**, (1949).
- [2] Ring,P. ve Schuck,P., The Nuclear Many Body Problem, Springer, Berlin (1980).
- [3] Iachello,F. ve Arima,A., The Interacting Boson Model, Cambridge University press, Cambridge (1987).
- [4] Skyrme,T.H.R., "A Unified Field Theory of Mesons and Baryons" *Proc. Roy. Soc.* **260**: 127, London, (1961) ve *Nucl. Phys.* **31**: 556, (1962).
- [5] Serot,B.D ve Walecka,J.D., "The Relativistic Nuclear Many Body Problem" *Adv. Nucl. Phys.* **16**: 1-327, (1986).
- [6] Vretenar,D., Afanasjev,A.V., Lalazissis,G.A., Ring,P., "Relativistic Hartree-Bogoliubov theory: static and dynamic aspects of exotic nuclear structure " *Phys. Rep.* **409**: 101-259, (2005).
- [7] Lalazissis,G.A., König,J., Ring,P., "New parametrization for the Lagrangian density of relativistic mean field theory" *Phys. Rev. C* **55**: 540-543, (1997).
- [8] Reinhard,P.G., "The relativistic mean-field description of nuclei and nuclear dynamics " *Rep. Prog. Phys.* **52**: 439-514, (1989).
- [9] Wigner,E.P., "On the Quantum Correction For Thermodynamic Equilibrium" *Phys.Rev.* **40**: 749, (1932).
- [10] Wong,C.Y., "Explicit solution of the time evolution of the Wigner function" *J. Optics* **B5**: 420-428, (2003).
- [11] Bertsch,G.F., Das Gupta,S., "A Guide to microscopic models for intermediate-energy heavy ion collisions" *Phys. Rep.***160**: 189-233, (1988).
- [12] Blaettel,B., Koch,V., Cassing,W., Mosel,U., "Covariant Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck approach for heavy-ion collisions" *Phys. Rev. C* **38**: 1767, (1988).
- [13] Bonasera,A., Maruyama,T., Papa,M., Chiba,S., "Vlasov calculations of nuclear ground states" *arXiv:nucl-th/0110068*, (2001).
- [14] Cugnon,J., Mizutani,T., Vandermeulen,J., "Equilibration in relativistic nuclear collisions. A Monte Carlo calculation" *Nucl. Phys. A* **352**: 505-534, (1981).

- [15] Kitazoe, Y., et al., "Cascade-model analysis of collective motion in relativistic nuclear reactions" *Phys. Rev. C* **29**: 828-836, (1984).
- [16] Kruse, H., et al., "Microscopic Theory of Pion Production and Sideways Flow in Heavy-Ion Collisions" *Phys. Rev. Lett.* **54**: 289-292, (1985).
- [17] Uehling, E.A., Uhlenbeck, G.E., "Transport Phenomena in Einstein-Bose and Fermi-Dirac Gases. I" *Phys. Rev.* **43**: 552, (1933).
- [18] Stöcker H., Greiner W., "Microscopic Theory of Pion Production and Sideways Flow in Heavy-Ion Collisions" *Phys. Rep.* **137**: 277-392, (1986).
- [19] Nordheim, L.W., "On the Kinetic Method in the New Statistics and Its Application in the Electron Theory of Conductivity" *Proc. Roy. Soc. (London)* **A 119** 689, (1928).
- [20] Lenk R.J., et al., "Accuracy of the Vlasov-Nordheim approximation in the classical limit" *Phys. Rev. C* **42**: 372-385, (1990).
- [21] Gregoire, C., et al., "Semi-classical dynamics of heavy-ion reactions" *Nucl. Phys. A* **465**: 317-338, (1987).
- [22] Danielewicz P., "Quantum theory of nonequilibrium processes, I" *Ann. Phys. (N.Y.)* **152**: 239-304, (1984).
- [23] Cassing et al., "V. Transport approach based on time-dependent G-matrix theory" *J. Z. Phys. A* **331**: 439, (1985).
- [24] Wong, C.Y., "Dynamics of nuclear fluid. VIII. Time-dependent Hartree-Fock approximation from a classical point of view" *Phys. Rev. C* **25**: 1460, (1982).
- [25] Bertsch, G.F., Kruse, H., Das Gupta, S., "Boltzmann equation for heavy ion collisions" *Phys. Rev. C* **29** 673, (1984).
- [26] Bertsch, G.F., "Frontories of Nuclear Dynamics", Plenum Press, London, 170s., (1985).
- [27] Kodama, T., et al., "Causality and relativistic effects in intranuclear cascade calculations" *Phys. Rev. C* **29** 2146, (1984).
- [28] Walecka, J.D., "A theory of highly condensed matter" *Ann. Phys. (N.Y.)* **83**: 491-529, (1974).
- [29] Blattel, B., et al., "Covariant Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck approach for heavy-ion collisions" *Phys. Rev. C* **38**: 1767, (1988).
- [30] Li, Q., et al., "Relativistic Vlasov-Uehling-Uhlenbeck equation for nucleus-nucleus collisions" *Phys. Rev. C* **39**: 849-852, (1989).
- [31] Botermans, W., Malfliet, R., "Quantum transport theory of nuclear matter" *Phys. Rep.* **198**: 115-194, (1990).

- [32] Fusch,C., Wolter,H.H.,”The relativistic Landau-Vlasov method in heavy-ion collisions” Nucl. Phys. **A 589** 732-756, (1995).
- [33] Negele J. W., Vogt E. ”Advances in Nuclear Physics”, Plenum Press, New York-London, 327 s., (1968).
- [34] Liu,B., et al.,”Asymmetric nuclear matter: The role of the isovector scalar channel” Phys. Rev. **C 65**: 45201, (2002).
- [35] Gaitanos,T., et al.,”On the Lorentz structure of the symmetry energy ” Nucl. Phys. **A 732**: 24-48, (2004).
- [36] Bouyssy,A., Marcos,S. and Mathiot,J.F.,”Single-particle magnetic moments in a relativistic shell model” Nucl. Phys. **A 415**: 497-519, (1984).
- [37] Bouyssy,A., Marcos,S. and van Thieu,P.,”Systematics of nuclear matter and finite nuclei properties in a non-linear relativistic mean field approach ” Nucl. Phys.**A 422**: 541-581, (1984).
- [38] Reinhard,P.G., Rufa,M., Maruhn,J., Greiner,W. and Freidrich,J.,”Nuclear ground-state properties in a relativistic Meson-Field theory” Z. Phys. **A 323**: 13, (1986).
- [39] Yildirim,S., Gaitanos,T., Di Toro,M. ve Greco,V.,”Relativistic transport approach to collective nuclear dynamics” Phys. Rev. **C 72**: 064317, (2005).
- [40] Finelli,P., Kaisev,N., Vretenar,D., Weise,W., ”Relativistic nuclear energy density functional constrained by low-energy QCD” Poschl, Nucl. Phys. **A 770**: 1-13, (2006).
- [41] Krane K. S., Introductory Nuclear Physics, John WileySons, New York-Toronto, 402 s., (1988).
- [42] Bender,M., Rutz,K., Reinhard,P.G., Maruhn,J.A.,”Pairing gaps from nuclear mean-field models” Eur. Phys. J. **A 8**: 467-478, (2000).