

**GENELLEŞTİRİLMİŞ WOODS-SAXON
POTANSİYELİNDEN VEKTÖR BOZONLARININ
SAÇILMASI**

SONER ALPDOĞAN

**MERSİN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

FİZİK ANA BİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

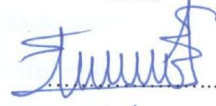
**Danışman
Doç. Dr. Ali HAVARE**

**MERSİN
HAZİRAN-2012**

Soner ALPDOĞAN tarafından Doç. Dr. Ali HAVARE danışmanlığında hazırlanan “Genelleştirilmiş Woods-Saxon Potansiyelinden Vektör Bozonlarının Saçılması” başlıklı bu çalışma aşağıda imzaları bulunan jüri üyeleri tarafından oy birliği ile Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

İmza

Doç. Dr. Ali HAVARE



Doç. Dr. Kenan SÖĞÜT



Doç. Dr. Hanlar REŞİDOĞLU



Doç. Dr. Hamza MENKEN



Yrd. Doç. Dr. Serdar YILMAZ



Yukarıdaki Jüri kararı Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 04./09./2012 tarih ve 2012.16.../470... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof. Dr. A. Murat GİZİR
Enstitü Müdürü



Bu tezde kullanılan özgün bilgiler, şekil, çizelge ve fotoğraflardan kaynak göstermeden alıntı yapmak 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunu hükümlerine tabidir.

GENELLEŞTİRİLMİŞ WOODS-SAXON POTANSİYELİNDEN VEKTÖR BOZONLARININ SAÇILMASI

Soner ALPDOĞAN

ÖZ

Bu çalışmanın amacı, göreli ve göreli olmayan kuantum mekaniğinde pek çok uygulama alanı olan fiziksel potansiyellerin değişik tiplerini içeren genelleştirilmiş Woods-Saxon potansiyeli için kütleli, spin-0, spin-1/2 ve spin-1 parçacıkları betimleyen bir boyutlu denklemleri çözmektir. Bunun yanı sıra bu çözümleri kullanarak her bir parçacık için geçiş rezonanslarının olduğunu göstermektedir. Ayrıca yine aynı çözümleri kullanarak bağlı durumları betimleyen enerji bağıntılarını (enerji özdeğer koşullarını) elde etmektedir.

Anahtar Kelimeler: Genelleştirilmiş Woods-Saxon potansiyeli, göreli ve göreli olmayan denklemler, geçiş rezonansları, bağlı durumlar.

Danışman: Doç. Dr. Ali HAVARE, Mersin Üniversitesi, Fizik Ana Bilim Dalı

SCATTERING OF VECTOR BOSONS BY GENERALIZED WOODS-SAXON POTENTIAL

Soner ALPDOĞAN

ABSTRACT

The aim of this study is to solve one-dimensional equations describing massive, spin-0, spin-1/2 and spin-1 particles for the generalized Woods-Saxon potential that is including the different types of physical potentials which have many application areas in the relativistic and non-relativistic quantum mechanics. In addition, we want to show the existence of transmission resonances for each particle by using these solutions. Also by using the same solutions we aimed to obtain energy eigenvalue conditions (energy relations) that are describing the bound states.

Keywords: Generalized Woods-Saxon potential, relativistic and non-relativistic equations, transmission resonances, bound states.

Advisor: Assoc. Prof. Dr. Ali HAVARE, Department of Physics, University of Mersin

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans eğitimim boyunca akademik anlamda bir hoca ve sosyal anlamda bir baba olarak desteğini esirgemeyen hocam Sayın Ali HAVARE'ye, çalışmamdaki her türlü problemde bana yardımcı olan hocalarım Sayın Oktay AYDOĞDU'ya ve Sayın Kenan SÖĞÜT'e ve arkadaşlarım Ahmet TAŐ'a ve Hilmi YANAR'a ve Fizik Bölümü öğretim üyelerine sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Yaşamım boyunca desteklerini benden esirgemeyen aileme, özellikle üniversite hayatım boyunca maddi ve manevi desteğini bir an olsun benden esirgemeyen sevgili abim Murat ALPDOĞAN'a, lisans ve yüksek lisans eğitimim boyunca sevgi ve desteğini esirgemeyen hocam Sayın Fidel ÇAKMAK'a, dostlarım Mehmet Ali DİKİCİ'ye, Mustafa YILDIZ'a ve bu süreçte bir an olsun sevgisini ve desteğini esirgemeyen sevgili Ayőe TATLI'ya teşekkür etmeyi bir borç bilirim.

Ayrıca bu tez çalışmasına maddi destek veren Mersin Üniversitesi Rektörlüğü adına Bilimsel Araştırma Projeleri Birimine teşekkürlerimi sunmaktan büyük mutluluk duyarım.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZ.....	i
ABSTRACT	ii
TEŞEKKÜR	iii
İÇİNDEKİLER	iv
ÇİZELGELER DİZİNİ	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ	viii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	xiii
1. GİRİŞ	1
2. KAYNAK ARAŞTIRMALARI	3
2.1. PARÇACIK DENKLEMLERİ	3
2.1.1. Schrödinger Denklemi	3
2.1.2. Klein-Gordon Denklemi	3
2.1.3. Dirac Denklemi	4
2.1.4. Duffin-Kemmer-Petiau Denklemi.....	5
2.2. WOODS-SAXON POTANSİYELİ	6
3. MATERYAL VE YÖNTEM.....	9
3.1. WOODS-SAXON POTANSİYELİ İÇİN KLEIN-GORDON DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ	9
3.1.1. Saçılma Durumları	12
3.1.2. Bağlı Durum Enerjisi	16
3.2. WOODS-SAXON POTANSİYELİ İÇİN DIRAC DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ	20
3.2.1. Saçılma Durumları	23
3.2.2. Bağlı Durum Enerjisi	27
3.3. ASİMETRİK HULTHEN POTANSİYELİ İÇİN DUFFIN-KEMMER-PETIAU DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ	29
3.3.1. Saçılma Durumları	34
3.3.2. Bağlı Durum Enerjisi	40
4. BULGULAR VE TARTIŞMA.....	45
4.1. GENELLEŞTİRİLMİŞ WOODS-SAXON POTANSİYELİ	45

4.2. GENELLEŞTİRİLMİŞ WOODS-SAXON POTANSİYELİ İÇİN SCHRÖDINGER DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ	46
4.2.1. Saçılma Durumları	49
4.2.2. Bağlı Durum Enerjisi	54
4.3. GENELLEŞTİRİLMİŞ WOODS-SAXON POTANSİYELİ İÇİN KLEIN- GORDON DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ	57
4.3.1. Saçılma Durumları	59
4.3.2. Bağlı Durum Enerjisi	65
4.4. GENELLEŞTİRİLMİŞ WOODS-SAXON POTANSİYELİ İÇİN DIRAC DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ	68
4.4.1. Saçılma Durumları	70
4.4.2. Bağlı Durum Enerjisi	77
4.5. GENELLEŞTİRİLMİŞ WOODS-SAXON POTANSİYELİ İÇİN DUFFIN- KEMMER-PETIAU DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ	80
4.5.1. Saçılma Durumları	83
4.5.2. Bağlı Durum Enerjisi	93
5. SONUÇLAR ve ÖNERİLER	97
KAYNAKLAR	100
ÖZGEÇMİŞ.....	103

ÇİZELGELER DİZİNİ

Sayfa

Çizelge 3.1.1.1. Denklem (3.1.1.9) ve Denklem (3.1.1.10)'daki sabitlerin açık biçimleri.....	14
Çizelge 3.3.1.1. Denklem (3.2.1.14) ve Denklem (3.2.1.15)'deki sabitlerin açık biçimleri	37
Çizelge 3.3.1.2. Denklem (3.3.1.14) ve Denklem (3.3.1.15)'deki sabitlerin açık biçimleri	38
Çizelge 3.3.2.1. Denklem (3.3.2.16), Denklem (3.3.2.17) ve Denklem (3.2.2.18)'deki sabitlerin açık biçimleri	44
Çizelge 4.2.1.1. Denklem (4.2.1.5) ve Denklem (4.2.1.6)'daki sabitlerin açık biçimleri	51
Çizelge 4.2.1.2. Schrödinger parçacığı için parametrelerin geçiş katsayısına etkisinin sayısal dökümü	54
Çizelge 4.3.1.1. Denklem (4.3.1.5) ve Denklem (4.3.1.6)'daki sabitlerin açık biçimleri	61
Çizelge 4.3.1.2. KG parçacığı için parametrelerin geçiş katsayısına etkisinin sayısal dökümü	65
Çizelge 4.3.2.1. Denklem (4.3.2.14)'deki sabitlerin açık biçimleri	68
Çizelge 4.4.1.1. Denklem (4.4.1.8) ve Denklem (4.4.1.9)'daki sabitlerin açık biçimleri	72
Çizelge 4.4.1.2. Dirac parçacığı için birimsellik koşulunun değişiminin sayısal dökümü	73
Çizelge 4.4.1.3. Dirac parçacığı için p ve \tilde{p} parametrelerinin geçiş katsayısına etkisini veren sayısal döküm.....	75

Çizelge 4.4.1.4.	Dirac parçacığı için L ve \tilde{L} parametrelerinin geçiş katsayısına etkisini veren sayısal döküm.....	76
Çizelge 4.4.1.5.	Dirac parçacığı için a ve b parametrelerinin geçiş katsayısına etkisini veren sayısal döküm.....	77
Çizelge 4.4.2.1.	Denklem (4.4.2.13)'deki sabitlerin açık biçimleri	80
Çizelge 4.5.1.1.	DKP parçacığı için birimsellik koşulunun değişiminin sayısal dökümü	88
Çizelge 4.5.1.2.	DKP parçacığı için p ve \tilde{p} parametrelerinin geçiş katsayısına etkisini veren sayısal döküm.....	89
Çizelge 4.5.1.3.	DKP parçacığı için L ve \tilde{L} parametrelerinin geçiş katsayısına etkisini veren sayısal döküm.....	90
Çizelge 4.5.1.4.	Dirac parçacığı için a ve b parametrelerinin geçiş katsayısına etkisini veren sayısal döküm.....	91
Çizelge 4.5.1.5.	Denklem (4.5.1.13) ve Denklem (4.5.1.14)'deki sabitlerin açık biçimleri	92
Çizelge 4.5.2.1.	Denklem (4.5.2.13) ve Denklem (4.5.2.14) ve Denklem (4.5.2.15)'deki sabitlerin açık biçimleri	96
Çizelge 5.1.	Görelî ve Görelî olmayan parçacıkların geçiş katsayılarının potansiyelin parametrelerine göre değişiminin karşılaştırılması I	98
Çizelge 5.2.	Görelî ve Görelî olmayan parçacıkların geçiş katsayılarının potansiyelin parametrelerine göre değişiminin karşılaştırılması II	99

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

- Şekil 2.2.1. Bir boyutta Woods-Saxon potansiyeli. Potansiyelin gerçel parçasının, r_0 'ın iki farklı değeri için, r 'ye göre değişimi 7
- Şekil 2.2.2. Bir boyutta Woods-Saxon potansiyeli. Potansiyelin gerçel parçasının, a 'nın iki farklı değeri için, r 'ye göre değişimi 8
- Şekil 2.2.3. Göreli Rutherford saçılmasına göre 22-MeV'lik protonların platin çekirdeğinden esnek saçılmaları 8
- Şekil 3.1.1.1. Woods-Saxon potansiyeli için T geçiş katsayısının V_0 göre değişimi. Burada, $a = 4$, $L = 4$, $E = 2$ ve $m = 1$ 'dir 15
- Şekil 3.1.1.2. Woods-Saxon potansiyeli için T geçiş katsayısının E enerjiye göre değişimi I. Burada $a = 4$, $L = 4$, $V_0 = 4$ ve $m = 1$ 'dir 16
- Şekil 3.1.1.3. Woods-Saxon potansiyeli için T geçiş katsayısının E enerjiye göre değişimi II. Burada $a = 10$, $L = 4$, $V_0 = 4$ ve $m = 1$ 'dir 16
- Şekil 3.2.1.1. Woods-Saxon potansiyeli için T geçiş katsayısının V_0 'a göre değişimi. Burada $a = 4$, $L = 2$, $E = 2$ ve $m = 1$ 'dir 26
- Şekil 3.2.1.2. Woods-Saxon potansiyeli için T geçiş katsayısının enerjiye göre değişimi I; burada $a = 4$, $L = 2$, $V_0 = 4$ ve $m = 1$ 'dir 27
- Şekil 3.2.1.3. Woods-Saxon potansiyeli için T geçiş katsayısının enerjiye göre değişimi II; burada $a = 10$, $L = 2$, $V_0 = 4$ ve $m = 1$ 'dir 27
- Şekil 3.3.1.1. Asimetrik Hulthen potansiyeli için geçiş katsayısının enerjiye göre değişimi I; burada $a = b = 0.6$, $m = 1$ ve $V_0 = 4$. Kesiksiz çizgi için $q = \tilde{q} = 0.7$ ve kesikli çizgi için $q = 0.7$, $\tilde{q} = 0.8$ 39
- Şekil 3.3.1.2. Asimetrik Hulthen potansiyeli için geçiş katsayısının enerjiye göre değişimi II; burada $q = \tilde{q} = 0.8$, $m = 1$ ve $V_0 = 4$. Kesiksiz çizgi için $a = 0.7$, $b = 0.5$ ve kesikli çizgi için $a = 0.6$, $b = 0.8$ 39

- Şekil 3.3.1.3. Asimetrik Hulthen potansiyeli için geçiş katsayısının V_0 'a göre değişimi; burada, $q = \tilde{q} = 0.5$, $m = 1$ ve $E = 4$. Kesikli çizgi için $a = b = 0.6$ ve kesiksiz çizgi için $a = 0.6$, $b = 0.8$ 40
- Şekil 3.3.2.1. Potansiyelin ilk bağlı durum enerjisine göre grafiği burada $a = 0.4$, $b = 0.5$, $q = 0.1$ ve $\tilde{q} = 0.15$ dir. 44
- Şekil 4.1.1. Genelleştirilmiş Woods-Saxon potansiyelinin parametrelerinin farklı iki değere karşılık gelen konuma göre değişimi. Burada $a = b = 4$, $L = \tilde{L} = 2$, $V_0 = 1$, $p = \tilde{p} = 1$ (sol çizim) ve $L = \tilde{L} = 2$, $q = \tilde{q} = 1$, $V_0 = 1$, $a = b = 4$ (sağ çizim)..... 46
- Şekil 4.1.2. Genelleştirilmiş Woods-Saxon potansiyelinin parametrelerinin farklı iki değere karşılık gelen konuma göre değişimi. Burada $a = b = 4$, $q = \tilde{q} = 1$, $V_0 = 1$, $p = \tilde{p} = 1$ (sol çizim) ve $L = \tilde{L} = 2$, $q = \tilde{q} = 1$, $V_0 = 1$, $p = \tilde{p} = 1$ (sağ çizim) 46
- Şekil 4.2.1.1. Schrödinger parçacığı için birimsellik koşulu; $R + T = 1$. $q = 2$, $\tilde{q} = 1.5$, $a = 10$, $b = 5$, $L = \tilde{L} = 1$, $p = 1.5$, $\tilde{p} = 1.2$, $m = 1$, $V_0 = 4$ için R ve T 'nin enerjiye göre değişimi 51
- Şekil 4.2.1.2. Schrödinger parçacığı için q ve \tilde{q} parametrelerinin geçiş katsayısına etkisi I. Soldaki şekil, T'nin enerjiye göre değişimi, sağdaki şekil T 'nin V_0 'a göre değişimi. Burada $a = b = 10$, $L = \tilde{L} = 2$, $p = \tilde{p} = 1$, $m = 1$, $V_0 = 3$ ve $E = 4$ 'dür 52
- Şekil 4.2.1.3. Schrödinger parçacığı için q ve \tilde{q} parametrelerinin geçiş katsayısına etkisi II. Burada $a = b = 10$, $L = \tilde{L} = 2$, $p = \tilde{p} = 1$, $m = 1$, $V_0 = 3$ 'dür 52
- Şekil 4.2.1.4. Schrödinger parçacığı için T 'nin enerjiye göre değişiminde p ve \tilde{p} parametrelerinin geçiş katsayısına etkisi gösteren çizimler. Burada $a = b = 10$, $L = \tilde{L} = 2$, $q = \tilde{q} = 1$, $m = 1$, $V_0 = 4$ 'dür 52
- Şekil 4.2.1.5. Schrödinger parçacığı için T 'nin enerjiye göre değişiminde L ve \tilde{L} parametrelerinin geçiş katsayısına etkisini gösteren çizimler. Burada $a = b = 10$, $p = \tilde{p} = 2$, $q = \tilde{q} = 1$, $m = 1$, $V_0 = 4$ 'dür..... 53

- Şekil 4.2.1.6. Schrödinger parçacığı için T 'nin enerjiye göre değişiminde a ve b parametrelerinin geçiş katsayısına etkisini gösteren çizimler. Burada $L = \tilde{L} = 1$, $p = \tilde{p} = 1$, $q = \tilde{q} = 1$, $m = 1, V_0 = 4$ 'dür..... 53
- Şekil 4.3.1.1. KG parçacığı için Birimsellik koşulu; $R + T = 1$. $a = 10$, $b = 8$, $q = 1.2$, $\tilde{q} = 1.1$, $L = 1.3$, $\tilde{L} = 1.4$, $p = 1.5$, $\tilde{p} = 1.2$, $m = 1, V_0 = 4$ için R ve T 'nin enerjiye göre değişimi 62
- Şekil 4.3.1.2. KG parçacığı için q ve \tilde{q} parametresinin geçiş katsayısına etkisi I. Soldaki şekil, T 'nin enerjiye göre değişimi, sağdaki şekil T 'nin V_0 'a göre değişimi. Burada $a = b = 10$, $L = \tilde{L} = 2$, $p = \tilde{p} = 1$, $m = 1$, $V_0 = 3$ ve $E = 2$ 'dir 63
- Şekil 4.3.1.3. Şekil 4.3.1.2. KG parçacığı için T 'nin enerjiye göre değişiminde q ve \tilde{q} parametrelerinin geçiş katsayısına etkisi gösteren çizim II. Burada $a = b = 10$, $L = \tilde{L} = 2$, $p = \tilde{p} = 1$, $m = 1$, $V_0 = 4$ 'dür..... 63
- Şekil 4.3.1.4. Şekil 4.3.1.4. KG parçacığı için T 'nin enerjiye göre değişiminde p ve \tilde{p} parametrelerinin geçiş katsayısına etkisi gösteren çizim. Burada; sürekli çizgi için; $a = b = 10$, $L = \tilde{L} = 1$, $q = \tilde{q} = 1$, $m = 1$, $V_0 = 4$ ve kesikli çizgi için; $L = \tilde{L} = 2$, $a = b = 10$, $q = \tilde{q} = 1$, $m = 1$, $V_0 = 4$ 'dür 63
- Şekil 4.3.1.5. KG parçacığı için T 'nin enerjiye göre değişiminde L ve \tilde{L} parametrelerinin geçiş katsayısına etkisini gösteren çizim. Burada $a = b = 10$, $p = \tilde{p} = 1$, $q = \tilde{q} = 1$, $m = 1$, $V_0 = 4$ 'dür..... 64
- Şekil 4.3.1.6. KG parçacığı için T 'nin enerjiye göre değişiminde a ve b parametrelerinin geçiş katsayısına etkisini gösteren çizim. Burada $L = \tilde{L} = 10$, $p = \tilde{p} = 1$, $q = \tilde{q} = 1$, $m = 1$, $V_0 = 4$ 'dür 64
- Şekil 4.4.1.1. Dirac parçacığı için Birimsellik koşulu; $R + T = 1$. $q = 1$, $\tilde{q} = 1$, $a = 10$, $b = 8$, $L = 2$, $\tilde{L} = 2.5$, $p = 1$, $\tilde{p} = 1$, $m = 1$, $V_0 = 4$ için R ve T 'nin enerjiye göre değişimi 73

- Şekil 4.4.1.2. Dirac parçacığı için q ve \tilde{q} parametrelerinin geçiş katsayısına etkisi. Soldaki şekil, T 'nin enerjiye göre değişimi, sağdaki şekil T 'nin potansiyele göre değişimi. Burada $a = b = 10$, $L = \tilde{L} = 2$, $p = \tilde{p} = 1$, $m = 1$, $V_0 = 3$ ve $E = 2$ 'dir 74
- Şekil 4.4.1.3. Dirac parçacığı için T 'nin enerjiye göre değişiminde q ve \tilde{q} parametrelerinin geçiş katsayısına etkisini gösteren çizim. Burada $a = b = 10$, $L = \tilde{L} = 2$, $p = \tilde{p} = 1$, $m = 1$, $V_0 = 4$ 'dür..... 74
- Şekil 4.4.1.4. Dirac parçacığı için T 'nin enerjiye göre değişiminde p ve \tilde{p} parametrelerinin geçiş katsayısına etkisini gösteren çizimler. Sürekli çizgi için; $a = b = 10$, $L = \tilde{L} = 1$, $q = \tilde{q} = 1$, $m = 1$, $V_0 = 4$ ve kesikli çizgi için; $L = \tilde{L} = 2$, $a = b = 10$, $q = \tilde{q} = 1$, $m = 1$, $V_0 = 4$ 'dür 74
- Şekil 4.4.1.5. Dirac parçacığı için T 'nin enerjiye göre değişiminde L ve \tilde{L} parametrelerinin geçiş katsayısına etkisini gösteren çizimler. Burada $a = b = 10$, $p = \tilde{p} = 1$, $q = \tilde{q} = 1$, $m = 1$, $V_0 = 4$ 'dür 75
- Şekil 4.4.1.6. Dirac parçacığı için T 'nin enerjiye göre değişiminde a ve b parametrelerinin geçiş katsayısına etkisini gösteren çizimler. Sürekli çizgi; $L = \tilde{L} = 10$, $p = \tilde{p} = 1$, $q = \tilde{q} = 1$, $m = 1$, $V_0 = 2$ ve kesikli çizgi; $L = \tilde{L} = 2$, $p = \tilde{p} = 1$, $q = \tilde{q} = 1$, $m = 1$, $V_0 = 2$ 'dir. 76
- Şekil 4.5.1.1. DKP parçacığı için birimsellik koşulu; $R + T = 1$. $q = 1$, $\tilde{q} = 1$, $a = 10$, $b = 8$, $L = 2$, $\tilde{L} = 2.5$, $p = 1$, $\tilde{p} = 1$, $m = 1$, $V_0 = 4$ için R ve T 'nin enerjiye göre değişimi 87
- Şekil 4.5.1.2. DKP parçacığı için q ve \tilde{q} parametrelerinin geçiş katsayısına etkisi I. Soldaki şekil, T 'nin enerjiye göre değişimi, sağdaki şekil T 'nin potansiyele göre değişimi. Burada $a = b = 10$, $L = \tilde{L} = 2$, $p = \tilde{p} = 1$, $m = 1$, $V_0 = 3$ ve $E = 2$ 'dir..... 87
- Şekil 4.5.1.3. DKP parçacığı için T 'nin enerjiye göre değişiminde q ve \tilde{q} parametrelerinin geçiş katsayısına etkisini gösteren çizim II. Burada $a = b = 10$, $L = \tilde{L} = 2$, $p = \tilde{p} = 1$, $m = 1$, $V_0 = 4$ 'dür..... 87

- Şekil 4.5.1.4. Dirac parçacığı için T 'nin enerjiye göre değişiminde p ve \tilde{p} parametrelerinin geçiş katsayısına etkisini gösteren çizimler. Sürekli çizgi için; $a = b = 10$, $L = \tilde{L} = 1$, $q = \tilde{q} = 1$, $m = 1$, $V_0 = 4$ ve kesikli çizgi için; $a = b = 10$, $L = \tilde{L} = 2$, $q = \tilde{q} = 1$, $m = 1$, $V_0 = 4$ 'dür 88
- Şekil 4.5.1.5. DKP parçacığı için T 'nin enerjiye göre değişimi L ve \tilde{L} parametrelerinin geçiş katsayısına etkisini gösteren çizimler. Burada $a = b = 10$, $p = \tilde{p} = 1$, $q = \tilde{q} = 1$, $m = 1$, $V_0 = 4$ 'dür..... 89
- Şekil 4.5.1.6. DKP parçacığı için T 'nin enerjiye göre değişiminde a ve b parametrelerinin geçiş katsayısına etkisini gösteren çizimler. Sürekli çizgi; $L = \tilde{L} = 10$, $p = \tilde{p} = 1$, $q = \tilde{q} = 1$, $m = 1$, $V_0 = 2$ ve kesikli çizgi; $L = \tilde{L} = 2$, $p = \tilde{p} = 1$, $q = \tilde{q} = 1$, $m = 1$, $V_0 = 2$ 'dir. 90

SİMGELER VE KISALTMALAR

\hbar	: Planck sabiti
c	: Işık hızı
m	: Kütle
E	: Enerji
T	: Geçiş olasılık yoğunluğu
R	: Yansıma olasılık yoğunluğu
I	: Birim matris
ψ	: Dalga fonksiyonu
β^μ	: Kemmer matrisleri
γ^μ	: Dirac matrisleri
$g^{\mu\nu}$: Metrik tensörü
σ^μ	: Pauli spin matrisleri
j^μ	: Dörtlü akım yoğunluğu
Ψ_K	: Kemmer dalga fonksiyonu
Ψ_D	: Dirac dalga fonksiyonu
${}_2F_1$: Hipergeometrik fonksiyonlar
DKP	: Duffin-Kemmer-Petiau
KG	: Klein-Gordon
GWSp	: Genelleştirilmiş Woods-Saxon potansiyeli

1.GİRİŞ

20. yüzyıl başlarına kadar klasik fizik kuramlarının tüm fiziksel olayları açıklamakta yeterli olduğu düşünülüyordu: Mekanik olaylar Newton yasaları, elektrik ve optik olaylar Maxwell denklemleri ve termodinamik olaylar istatistik mekanik kuramı kullanılarak açıklanmıştır. Fakat 20. yüzyıl başlarında yapılan bazı deneyler, bu kuramlar kullanılarak açıklanamamıştır. Bu deneysel sonuçların açıklanabilmesi için yeni bir kurama ihtiyaç duyulmuştur. Tüm çalışmaların sonucunda sonradan kuantum mekaniği adını alan yeni bir kuram oluşturulmaya başlanmıştır. Bu yeni kuram, mikroskobik sistemleri (atom, çekirdek vs) matematiksel ifadeler (dalga fonksiyonu) cinsinden tanımlayan ve matematiksel ifadeleri, fiziksel bir içeriğe dönüştürmek için bir dizi kurallar veren bilimsel bir yöntemdir [1]. Kuantum mekaniğindeki en temel düşüncelerden biri parçacıkların dalga fonksiyonu ile temsil edilmesidir. Çünkü bu kuramda herhangi bir parçacık hem dalga hem de parçacık özelliklerine sahiptir. Bu özellikler, parçacığın girdiği etkileşme türüne göre ortaya çıkar.

Kuantum mekaniğinin ortaya çıkışıyla, nükleer fizikte parçacık-atom ya da atom-atom etkileşimlerini anlamak için “potansiyel engel” ya da “potansiyel kuyu” gibi hafif atomları temsil eden modeller ortaya atılmıştır. Ancak bu modeller, bazı ağır çekirdeğe sahip atomların etkileşimlerini anlamak için yeterli olmamıştır. 1954 yılında, Roger D. Woods ve David S. Saxon tarafından protonun alüminyum, nikel veya platin gibi ağır çekirdeğe sahip atomlardan saçılmasına model olması için bir potansiyel önerilmiştir [2]. Daha sonra çekirdek etkileşimlerini açıklamak için birçok model ortaya atılmıştır. Göresiz ve spinsiz parçacıkları temsil eden kuantum mekaniğinin temel denklemi olan Schrödinger denklemi için Woods-Saxon potansiyeli ve diğer birçok potansiyel modeller dikkate alınarak enerji öz değerleri ve saçılma durumları elde edilmiştir [3-4]. 2000'li yılların başlarında görelilik ve spinli parçacıkları temsil eden Dirac denkleminde Woods-Saxon potansiyeli için çözümler elde edilmiş, saçılma ve bağlı durumlar incelenmiştir [5]. Kennedy yaptığı bu çalışmada hangi koşullarda saçılma durumlarının olacağı ve bu saçılma durumlarında ortaya çıkan *Klein Aralığını* [6] ifade etmiştir. Aynı çalışmada limit durumlarında Woods-Saxon potansiyelinin sonuçlarının, kare potansiyel sonuçları ile uyumlu olduğu gösterilmiş ve süper kritik durumda enerji özdeğerleri elde edilmiştir. Bu

çalışmanın ardından, görelili ve spinsiz parçacıkları temsil eden Klein-Gordon (KG) denklemi için bu potansiyel ele alınmış, saçılma ve bağlı durumlar için çözümler elde edilmiştir [7-8]. Son zamanlarda, Dirac ve KG parçacıklarının çeşitli potansiyellerden saçılma ve bağlı durumlarının elde edildiği birçok çalışma yapılmıştır [9-12]. Bununla birlikte, son birkaç yılda kütleli spin-1 vektör ve spin-0 skaler bozonların etkileşimlerini anlamak için ifade edilen Duffin-Kemmer-Petiau (DKP) denklemi için asimetrik cusp ve asimetrik Hulthen potansiyelleri ele alınarak vektör bozonlarının saçılma ve bağlı durumları elde edilmiştir [13-14].

Bu çalışmada ele aldığımız ve adını genelleştirilmiş Woods-Saxon potansiyeli olarak koyduğumuz potansiyelin bu biçimi ilk kez bu tezde betimlenmektedir. Bu potansiyel için görelili olmayan kuantum mekaniğinin temel denklemi olan Schrödinger ve görelili kuantum mekaniğinin KG, Dirac ve DKP denklemleri çözülmüş ve bu denklemlerin betimledikleri parçacıkların bu potansiyel ile etkileşimi sonucunda ortaya çıkan bazı kuantum mekaniksel özellikler tartışılmıştır. Yukarıda sayılanların ilk kez bu tezde yapılmış olması bu tezi özgün kılmaktadır. Ayrıca kaynak kısmına bakıldığında verilen referansların büyük bir miktarı son yıllarda yapılmış çalışmalardan oluştuğu görülecektir. Bu bağlamda tez değerlendirildiğinde ele alınan problemin güncel olduğu ortaya çıkar.

Bu tezin içeriği aşağıda verilen biçimde düzenlenmiştir: Kaynak kısmında, parçacık denklemleri ifade edilmiş, bu parçacık denklemleri için çeşitli potansiyeller kullanılarak yapılan çalışmalara yer verilmiş ve Woods-Saxon potansiyeli hakkında bilgiler verilmiştir. Materyal ve metot kısmında, kullanacağımız yöntem örnekle olması açısından çeşitli potansiyeller için parçacık denklemlerinin çözümlerine yer verilmiş ve bu parçacık denklemlerinin sağladığı parçacıkların saçılma ve bağlı durumları elde edilmiştir. Bulgular ve tartışma kısmında genelleştirilmiş Woods-Saxon potansiyeli (GWSp) ifade edilerek, bu potansiyel için kütleli, değişik spinli, görelili ve göresiz parçacıkların saçılma ve bağlı durumları elde edilmiştir. Bunun yanı sıra geçiş ve yansıma katsayıları bulunmuş ve bu katsayılar potansiyeli betimleyen parametrelere göre değerlendirilerek *Mathematica* yazılım programı kullanılarak çizimleri yapılmış ve yorumlanmıştır. Sonuçlar ve öneriler kısmında ise elde edilen bulgular arasındaki ilişkiler irdelenmiş, birbirleri arasındaki önemli farklar ifade edilmiştir.

2. KAYNAK ARAŞTIRMALARI

2.1. PARÇACIK DENKLEMLERİ

2.1.1. Schrödinger Denklemi

1926 yılında Erwin Schrödinger tarafından ifade edilen Schrödinger denklemi, fiziksel bir sistemdeki kütleli, spini içermeyen göresiz parçacıkların kuantum durumlarını betimler:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = \frac{(-i\hbar \vec{\nabla} - e\vec{A})^2}{2m} \Psi(\vec{r}, t) + V(\vec{r})\Psi(\vec{r}, t). \quad (2.1.1.1)$$

Burada; $\Psi(\vec{r}, t)$, bir bileşenli dalga fonksiyonu; \vec{A} , vektör potansiyeli; $V(\vec{r})$, skaler potansiyeli; m , parçacığın kütlesi; e , parçacığın elektriksel yükü ve \hbar , Planck sabitinin 2π 'ye bölümüdür. Kuantum mekaniğinin temel denklemi olan Schrödinger denklemi, nükleer fizikteki çekirdek, parçacık etkileşimlerini anlamak için oluşturulan Woods-Saxon potansiyeli, Hulthen potansiyeli, cusp potansiyeli, Pöschl-Teller potansiyeli, Morse potansiyeli gibi çeşitli simetrik potansiyeller için çözümler enerji öz değerleri ve saçılma durumları elde edilmiştir [3-4]. Schrödinger denkleminde, bağlı ve saçılma durumlarında, düşük enerji limitinde, potansiyel yarı bağlı bir durumda (ya da sıfır enerji durumunda) tutulursa yansıma olasılık katsayısı 1, geçiş olasılık katsayısı 0 olur veya düşük momentum limitinde, potansiyel bağlı bir durumda tutulursa geçiş olasılık katsayısı 1, yansıma olasılık katsayısı 0 olur [15-17]. Bohm, bu durumu "geçiş rezonansı" olarak adlandırmış ve geçiş rezonans koşulunun, bağlı durum koşulu ile aynı olduğunu göstermiştir [18].

2.1.2. Klein-Gordon Denklemi

Oskar Klein ve Walter Gordon tarafından önerilen KG denklemi kütleli, spini-0 olan görelî parçacıkları betimler. Bu denklem görelî Schrödinger denklemi olarak da adlandırılabilir. Negatif enerjili çözümleri de içeren KG denklemi aşağıdaki biçimde tanımlanır:

$$(P^\mu - eA^\mu)(P_\mu - eA_\mu)\Psi(\vec{r}, t) = m_0^2 c^2 \Psi(\vec{r}, t). \quad (2.1.2.1)$$

Burada; $\Psi(\vec{r}, t)$, bir bileşenli dalga fonksiyonu; P^μ , 4'lü momentum; A^μ , 4'lü vektör potansiyeli; m_0 , parçacığın durgun kütlesi; e , parçacığın elektriksel yükü ve c , ışığın boşluktaki hızıdır. Görelî parçacıklarının saçılma ve bağlı durumları literatürde çokça tartışılmıştır. C. Rojas ve V. M. Villalba, görelî parçacıkların, Woods-Saxon potansiyeli için bağlı durumlarını [8] ve saçılma durumlarını [7], daha sonra cusp potansiyeli için bağlı ve saçılma durumlarını tartışarak, düşük momentum limitinde geçiş rezonans koşullarını elde etmişlerdir [9]. Aynı yıllarda J. Y. Guo ve arkadaşları, görelî parçacıkların Hulthen potansiyelinden saçılma durumlarını tartışmışlardır [11].

2.1.3. Dirac Denklemi

Paul Dirac tarafından 1928 yılında ifade edilen Dirac denklemi, elektronlar gibi spini-1/2 olan temel parçacıkları ve onların karşıt parçacıkları ile birlikte betimler ve kuantum mekaniğinin ilkelerini, varsayımlarını ve özel görelilik kuramının kurallarını sağlar. Dirac denklemi şöyle tanımlanır:

$$(\gamma^\mu \pi_\mu - m)\Psi(\vec{r}, t) = 0. \quad (2.1.3.1)$$

Burada; $\Psi_D(t, \vec{x})$, 4-bileşenli dalga fonksiyonu; m , parçacığın kütlesi; γ^μ , Dirac matrisleri ve π_μ , genelleştirilmiş momentum olup açık olarak

$$\pi_\mu = (P^\mu - eA^\mu) = (P_0 - eA_0, \vec{P} - e\vec{A}) \quad (2.1.3.2)$$

biçiminde verilmektedir. Ayrıca P^μ , 4'lü momentumu; A^μ , 4'lü vektör potansiyeli ve e , parçacığın elektriksel yükünü göstermektedir. 2000'li yılların başlarında Dirac parçacığı için süper kritik ve geçiş rezonans koşulları N. Dombey ve arkadaşları [19] tarafından ifade edilmiş ve Dirac parçacığının Woods-Saxon potansiyelinden saçılma ve bağlı durumları P. Kennedy [5] tarafından tartışılmıştır. Daha sonra P. Kennedy ve N. Dombey, Dirac denklemi için düşük momentum koşulunda saçılma durumlarını ifade etmişlerdir [20]. Son yıllarda cusp potansiyeli [9], asimetrik cusp

potansiyeli [12] ve Hulthen potansiyeli [11] için saçılma ve bağlı durumlar elde edilmiş ve süper kritik koşullar tartışılmıştır.

2.1.4. Duffin-Kemmer-Petiau Denklemleri

DKP denklemi, 1930'lu yılların sonlarına doğru, elektromanyetik alan içerisindeki kütleli vektör (spin-1) ve kütleli skaler (spin-0) bozonları betimlemek için aşağıdaki biçimde tanımlanmıştır [21] ($\hbar = c = 1$):

$$[i\beta^\mu (\partial_\mu + ieA_\mu) - m]\Psi_K(\vec{r}, t) = 0. \quad (2.1.4.1)$$

Burada β^μ , 16×16 'lık Kemmer matrislerini temsil etmektedir. Bu matrislerin sıralama bağıntısını ilk olarak Duffin aşağıdaki biçimde tanımlamıştır [22]:

$$\beta^\mu \beta^\nu \beta^\lambda + \beta^\lambda \beta^\nu \beta^\mu = g^{\mu\nu} \beta^\lambda + g^{\lambda\nu} \beta^\mu. \quad (2.1.4.2)$$

Burada $g^{\mu\nu} = \text{köşegen}(+1, -1, -1, -1)$, Minkowski uzay-zamanındaki metrik tensördür. $\Psi_K(t, \vec{x})$, dalga fonksiyonu 16-bileşenlidir. DKP denkleminin spin-1 parçası, klasik modelin kuantizasyonundan elde edilmiştir [23-24] ve bu klasik modelde beta matrisleri aşağıdaki biçimde tanımlanmıştır:

$$\beta^\mu = \gamma^\mu \otimes I + I \otimes \gamma^\mu. \quad (2.1.4.3)$$

Burada γ^μ , standart Dirac matrisleridir. Bu modelde spin-1 parçacıklı sistem, kütlesi eşit spini-1/2 olan iki parçacıklı bir sistem olarak ele alınır. Bu durumda Ψ_K , dalga fonksiyonu

$$\Psi_K = \Psi_D \otimes \Psi_D \quad (2.1.4.4)$$

biçiminde yazılır. Burada Ψ_K , DKP denkleminin çözümü olan dalga fonksiyonu iken Ψ_D ise Dirac denkleminin çözümü olan dalga fonksiyonudur. (1+1) boyutta Dirac gamma matrisleri, Pauli spin matrisleri ile yer değiştirir [25]:

$$\beta^\mu = \sigma^\mu \otimes I + I \otimes \sigma^\mu \quad (\mu = 0, 1) . \quad (2.1.4.5)$$

Dirac gamma matrisleri, $\gamma^0 = \sigma^z, \gamma^1 = i\sigma^x$ biçiminde seçilir. Bu seçim olası seçimlerden yalnızca bir tanesidir. (1+1) boyutta spin-1 için denklem (2.1.4.1) aşağıdaki biçime indirgenir:

$$[i(\sigma^\mu \otimes I + I \otimes \sigma^\mu)(\partial_\mu + ieA_\mu) - m]\Psi_K = 0. \quad (2.1.4.6)$$

Burada Ψ_K aşağıdaki biçimde verilir:

$$\Psi_K = \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_0 \\ \Psi_{\bar{0}} \\ \Psi_2 \end{pmatrix}. \quad (2.1.4.7)$$

Son yıllarda DKP denkleminde olan ilgi, parçacık ve çekirdek fiziğindeki gelişmeler sonucunda artmaya başlamıştır. Parçacıkların bazı dış potansiyellerden saçılma problemleri literatürde çokça ele alınmıştır [26-30]. Son birkaç yıldır asimetric cusp potansiyeli ile asimetric Hulthen potansiyeli için kütleli spin-1 parçacıklarının bağlı ve saçılma durumları tartışılmıştır [13-14].

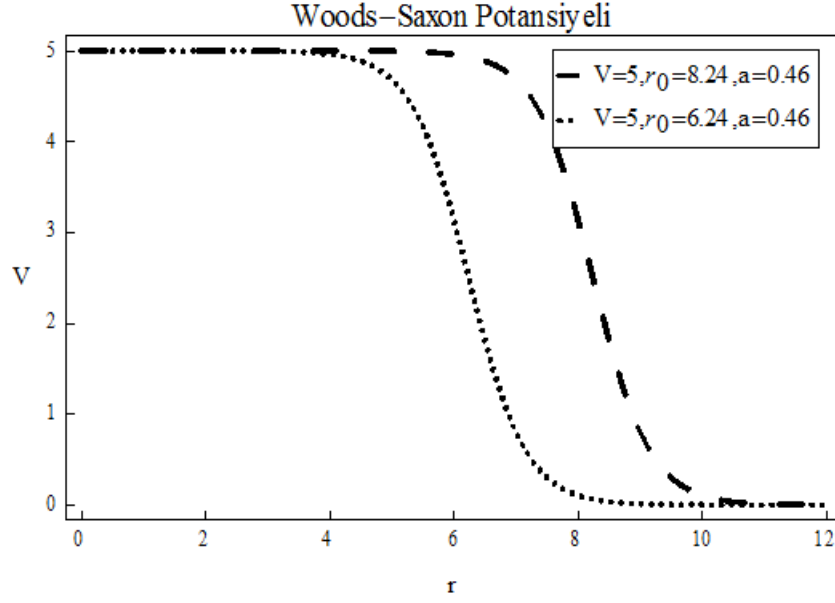
2.2. WOODS-SAXON POTANSİYELİ

Bu potansiyel, bir nükleon ile ağır bir çekirdeğin etkileşmesini açıklamak için ilk olarak Woods ve Saxon tarafından ortaya konulmuştur [2]. Woods ve Saxon tarafından önerilen potansiyel aşağıdaki biçimdedir:

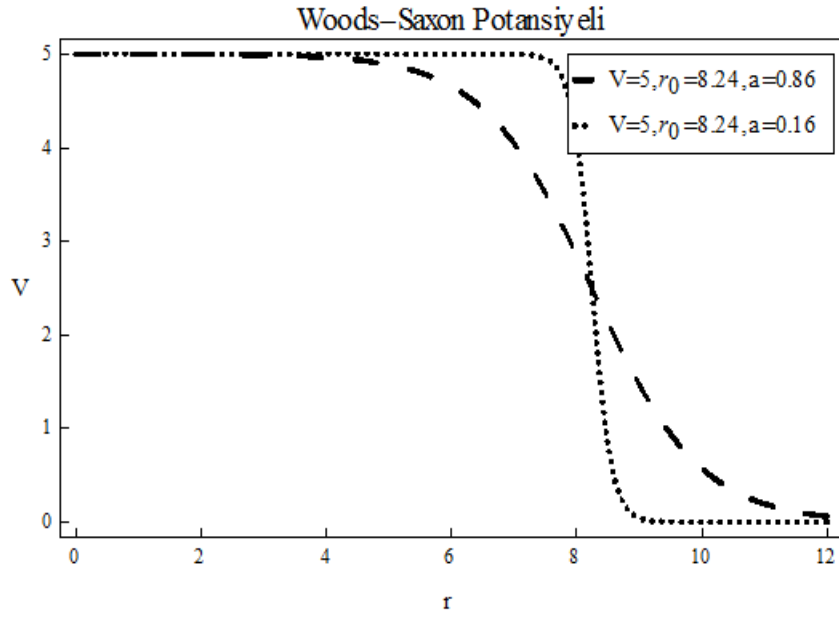
$$V(r) = \frac{V_0 + iW}{1 + e^{(r-r_0)/a}}. \quad (2.2.1)$$

Burada a , çekirdeğin yüzey dağılımı, r_0 ise çekirdeğin genişliğini temsil etmektedir. Bu iki parametrenin potansiyele etkisi Şekil 2.2.1 ve Şekil 2.2.2'de açıkça

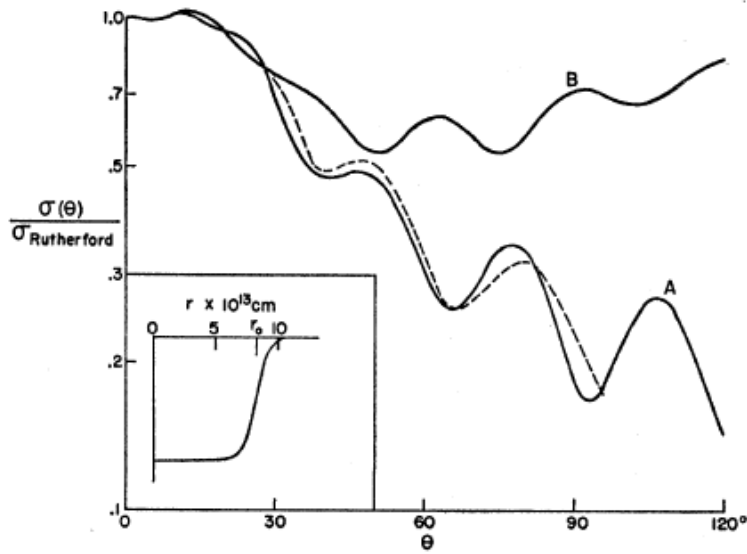
görülmektedir. Bu potansiyel, nükleer fizikteki bazı ağır çekirdek etkileşimlerinin deneysel sonuçları ile uyumlu olup, hafif çekirdek etkileşimlerinde olumlu sonuçlar veren fakat ağır çekirdek etkileşmelerinde olumlu sonuçlar vermeyen kare potansiyeller yerine kullanılmaktadır [2]. Bu sonuçlar Şekil 2.2.3'de çizimlerle verilmektedir.



Şekil 2.2.1. Bir boyutta Woods-Saxon potansiyeli. Potansiyelin gerçel parçasının, r_0 'ın iki farklı değeri için, r 'ye göre değışimi.



Şekil 2.2.2. Bir boyutta Woods-Saxon potansiyeli. Potansiyelin gerçel parçasının, a 'nın iki farklı değeri için, r 'ye göre değişimi.



Şekil 2.2.3 Görelî Rutherford saçılmasına göre 22-MeV'lik protonların platin çekirdeğinden esnek saçılmaları: Kesikli eğri, deneysel sonuçlar; A eğrisi, Woods-Saxon potansiyeli ve B eğrisi ise kare potansiyel dikkate alınarak hesaplanmış verilere karşılık gelmektedirler [2].

3. MATERYAL ve METOT

3.1. WOODS-SAXON POTANSİYELİ İÇİN KLEIN-GORDON DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ

Bu kesim, Rojas C. ve Villalba V. M. tarafından yapılan "Scattering of a Klein-Gordon particle by a Woods-Saxon potential" adlı makaleden alınmıştır [7].

Bir boyutlu uzaysal KG denklemi, ($\hbar = c = 1$)

$$\frac{d^2 \phi(x)}{dx^2} + \{[E - V(x)]^2 - m^2\} \phi(x) = 0 \quad (3.1.1)$$

biçiminde verilmektedir. Bir boyutlu Woods-Saxon potansiyeli ise

$$V(x) = V_0 \left[\frac{\theta(-x)}{1 + e^{-a(x+L)}} + \frac{\theta(x)}{1 + e^{a(x-L)}} \right] \quad (3.1.2)$$

olarak tanımlanır. Burada, $\theta(x)$ basamak fonksiyonudur ve V_0 , sabit, pozitif ve negatif değerler alır. α ve L ise potansiyelin biçimini belirleyen parametrelerdir.

Kütleli, sıfır spinli parçacıkların bu potansiyel ile etkileşimi sonucunda oluşan saçılma ve bağlı durumların belirlenebilmesi için KG denklemini $x < 0$ ve $x > 0$ bölgelerinde ayrı ayrı çözmek gerekmektedir.

$x < 0$ bölgesinde ve $E > 0$ değerleri için, Denklem (3.1.1)

$$\frac{d^2 \phi(x)}{dx^2} + \left\{ \left[E - \frac{V_0}{1 + e^{-a(x+L)}} \right]^2 - m^2 \right\} \phi(x) = 0 \quad (3.1.3)$$

olur. Bu denklemde

$$y = -e^{-a(x+L)} \quad (3.1.4)$$

değişken değiştirmesi yapılır ve dalga fonksiyonu

$$\phi(y) = y^\mu (1 - y)^{-\lambda_1} h(y) \quad (3.1.5)$$

olarak yeniden tanımlanırsa Denklem (3.1.3) aşağıdaki denkleme dönüşür:

$$y(1-y) \frac{d^2 h(y)}{dy^2} + [(1+2\mu) - (2\mu - 2\lambda_1 + 1)y] \frac{dh(y)}{dy} - (\mu - \lambda_1 + \nu)(\mu - \lambda_1 - \nu)h(y) = 0. \quad (3.1.6)$$

Bu denklem aşağıda verilen Gauss hipergeometrik denklemine benzemektedir [3]:

$$t(t-1) \frac{d^2 u(t)}{dt^2} + [c - (a+b+1)t] \frac{du(t)}{dt} - abu(t) = 0. \quad (3.1.7)$$

Bu Gauss hipergeometrik denklemin çözümü, hipergeometrik fonksiyonlar cinsinden aşağıdaki biçimde verilir:

$$u(t) = C_1 {}_2F_1(a, b, c; t) + C_2 z^{1-c} {}_2F_1(a+1-c, b+1-c, 2-c; t). \quad (3.1.8)$$

Denklem (3.1.7) ve Denklem (3.1.8), Denklem (3.1.6)'nın çözümüne uyarlandığında aranan çözüm, hipergeometrik fonksiyonlar cinsinden,

$$h(y) = D_1 {}_2F_1(\mu + \nu - \lambda_1, \mu - \nu - \lambda_1, 1 + 2\mu; y) + D_2 y^{-2\mu} {}_2F_1(-\mu + \nu - \lambda_1, -\mu - \nu - \lambda_1, 1 - 2\mu; y) \quad (3.1.9)$$

olur. Burada fonksiyonlar içindeki parametreler

$$\nu = \frac{ik}{a}, \quad k = \sqrt{E^2 - m^2}, \quad \mu = \frac{\sqrt{m^2 - (E - V_0)^2}}{a}, \quad (3.1.10)$$

$$\lambda = \frac{\sqrt{a^2 - 4V_0^2}}{2a}, \quad \lambda_1 = -\frac{1}{2} + \lambda$$

biçiminde tanımlanır. Denklem (3.1.9)'daki çözüm, $\phi(y) = y^\mu (1-y)^{-\lambda_1} h(y)$ dalga fonksiyonunda yerine yazılır ve $x < 0$ bölgesi için çözüm “sol” sözcüğü ile

etiketlenirse, genel çözüm aşağıdaki biçimde elde edilir:

$$\begin{aligned} \phi_{sol}(y) = & D_1 y^\mu (1-y)^{-\lambda_1} {}_2F_1(\mu + \nu - \lambda_1, \mu - \nu - \lambda_1, 1 + 2\mu; y) \\ & + D_2 y^{-\mu} (1-y)^{-\lambda_1} {}_2F_1(-\mu + \nu - \lambda_1, -\mu - \nu - \lambda_1, 1 - 2\mu; y). \end{aligned} \quad (3.1.11)$$

$x > 0$ bölgesinde ve $E > 0$ değerleri için Denklem (3.1.1)

$$\frac{d^2 \phi(x)}{dx^2} + \left\{ \left[E - \frac{V_0}{1 + e^{a(x-L)}} \right]^2 - m \right\} \phi(x) = 0 \quad (3.1.12)$$

olur. Bu denklem için yeniden

$$z^{-1} = 1 + e^{a(x-L)} \quad (3.1.13)$$

biçiminde bir değişken ve dalga fonksiyonu

$$\phi(z) = z^{-\nu} (1-z)^{-\mu} g(z) \quad (3.1.14)$$

olarak yeniden tanımlanırsa Denklem (3.1.12) aşağıdaki denkleme dönüşür:

$$\begin{aligned} z(1-z) \frac{d^2 g(z)}{dz^2} + [(1-2\nu) - (-\mu - \nu + 1)z] \frac{dg(z)}{dz} \\ - \left(\frac{1}{2} - \nu - \mu - \lambda \right) \left(\frac{1}{2} - \nu - \mu + \lambda \right) g(z) = 0. \end{aligned} \quad (3.1.15)$$

Bu denklem Gauss hipergeometrik denkleme benzemektedir ve bu yüzden çözüm

$$\begin{aligned} g(z) = & d_1 {}_2F_1\left(\frac{1}{2} - \nu - \mu - \lambda_1, \frac{1}{2} - \nu - \mu + \lambda_1, 1 - 2\nu; z\right) \\ & + d_2 z^{2\nu} {}_2F_1\left(\frac{1}{2} + \nu - \mu - \lambda_1, \frac{1}{2} + \nu - \mu + \lambda_1, 1 + 2\nu; z\right) \end{aligned} \quad (3.1.16)$$

olur. Burada simgeler aşağıdaki biçiminde tanımlanırlar:

$$\nu = \frac{ik}{a}, \quad k = \sqrt{E^2 - m^2}, \quad \mu = \frac{\sqrt{m^2 - (E - V_0)^2}}{a}, \quad (3.1.17)$$

$$\lambda = \frac{\sqrt{a^2 - 4V_0^2}}{2a}, \quad \lambda_1 = -\frac{1}{2} + \lambda.$$

Denklem (3.1.16)'daki çözüm, $\phi(z) = z^{-\nu}(1-z)^{-\mu}g(z)$ dalga fonksiyonunda yerine yazılır ve bu bölgedeki çözüm “sağ” sözcüğü ile etiketlenirse, genel çözüm

$$\begin{aligned} \phi_{sağ}(z) = & d_1 z^{-\nu}(1-z)^{-\mu} {}_2F_1\left(\frac{1}{2} - \nu - \mu - \lambda_1, \frac{1}{2} - \nu - \mu + \lambda_1, 1 - 2\nu; z\right) \\ & + d_2 z^{\nu}(1-z)^{-\mu} {}_2F_1\left(\frac{1}{2} + \nu - \mu - \lambda_1, \frac{1}{2} + \nu - \mu + \lambda_1, 1 + 2\nu; z\right) \end{aligned} \quad (3.1.18)$$

biçimini alır.

3.1.1. Saçılma Durumları

Bu kesim, Rojas C. ve Villalba V. M. tarafından yapılan ”Scattering of a Klein-Gordon particle by a Woods-Saxon potential” adlı makaleden alınmıştır [7].

Saçılma durumlarını elde edebilmek için Kesim 3.1'de elde edilen çözümlerin asimptotik davranışlarına bakılması gerekmektedir.

$x < 0$ bölgesindeki çözüm için, $x \rightarrow -\infty$ iken $y \rightarrow -\infty$ 'a gider ve buna göre Gauss hipergeometrik fonksiyonların asimptotik davranışları aşağıdaki biçimde yazılır [3]:

$${}_2F_1(a, b, c; t) = \frac{\Gamma(c)\Gamma(b-a)}{\Gamma(b)\Gamma(c-a)} (y)^{-a} + \frac{\Gamma(b)\Gamma(a-b)}{\Gamma(a)\Gamma(c-b)} (y)^{-b}. \quad (3.1.1.1)$$

Ayrıca $(-y)^{\mp\nu} \rightarrow e^{\pm ik(x+L)}$ olur. Bu durumda asimptotik çözüm

$$\phi_{sol}(x) \rightarrow Ae^{ik(x+L)} + Be^{-ik(x+L)} \quad (3.1.1.2)$$

olarak bulunur. Buradaki A ve B katsayıları D_1 ve D_2 cinsinden aşağıdaki biçimde yazılır:

$$A = \frac{(D_1)\Gamma(1+2\mu)\Gamma(-2\nu)(-1)^\mu}{\Gamma(\mu-\nu-\lambda_1)\Gamma(1+\mu-\nu+\lambda_1)} + \frac{(D_2)\Gamma(1-2\mu)\Gamma(-2\nu)(-1)^{-\mu}}{\Gamma(-\mu-\nu-\lambda_1)\Gamma(1-\mu-\nu+\lambda_1)} \quad (3.1.1.3)$$

$$B = \frac{(D_1)\Gamma(1+2\mu)\Gamma(2\nu)(-1)^\mu}{\Gamma(\mu+\nu-\lambda_1)\Gamma(1+\mu+\nu+\lambda_1)} + \frac{(D_2)\Gamma(1-2\mu)\Gamma(2\nu)(-1)^{-\mu}}{\Gamma(-\mu+\nu-\lambda_1)\Gamma(1-\mu+\nu+\lambda_1)}. \quad (3.1.1.4)$$

$x > 0$ bölgesindeki çözüm için, $x \rightarrow \infty$ iken $z \rightarrow 0$ olur ve $z^{-1} \rightarrow e^{a(x-L)}$ değerine yaklaşır. Bu durumda asimptotik çözüm

$$\phi_{sağ}(x) \rightarrow d_1 e^{ik(x-L)} \quad (3.1.1.5)$$

olarak bulunur.

Olasılık akısı yoğunluğu

$$\vec{j} = \frac{\hbar}{2im} (\phi \vec{\nabla} \phi^* - \phi^* \vec{\nabla} \phi) \quad (3.1.1.6)$$

biçiminde tanımlanır. Bu bağıntı kullanılırsa, $x \rightarrow -\infty$ iken, olasılık akısı, $j_{sol} = j_{gelen} - j_{yan}$ olur. Burada j_{gelen} , gelen akıyı ve j_{yan} , yansıyan akıyı ifade etmektedir. Benzer biçimde $x \rightarrow \infty$ 'a giderken, olasılık akısı, $j_{sağ} = j_{geçiş}$ biçiminde yazılır. Burada $j_{geçiş}$ ise geçen akıyı betimlemektedir. Gelen (j_{gel}), yansıyan (j_{yan}) ve geçen ($j_{geçiş}$) akı ifadelerini kullanarak yansıma olasılık akısı katsayısı (R) ve geçiş olasılık katsayısı (T)'yi aşağıdaki biçimde buluruz:

$$R = \left| \frac{j_{yan}}{j_{gel}} \right| = \left| \frac{B}{A} \right|^2 \quad (3.1.1.7)$$

$$T = \left| \frac{j_{geçiş}}{j_{gel}} \right| = \left| \frac{d_1}{A} \right|^2. \quad (3.1.1.8)$$

Aynı zamanda bu iki ifade $R + T = 1$ koşulunu sağlamaktadır. R ve T ifadelerine baktığımızda A , B ve d_1 katsayılarının değerleri bilinmemektedir. Bu katsayıları bulmak için, süreklilik koşulları olarak bilinen dalga fonksiyonlarının $x = 0$ 'da kendilerinin ve birinci türevlerinin eşit olma koşulları kullanılırsa,

$$\frac{D_1}{d_1} = \frac{[(C_4 + C_5)F_1 + C_6 C_7 F_4]C_3 F_3 - [(C_{12} + C_{13})F_3 + C_{14} C_{15} F_6]C_1 F_1}{[(C_8 + C_9)F_2 + C_{10} C_{11} F_5]C_3 F_3 - [(C_{12} + C_{13})F_3 + C_{14} C_{15} F_6]C_2 F_2} \quad (3.1.1.9)$$

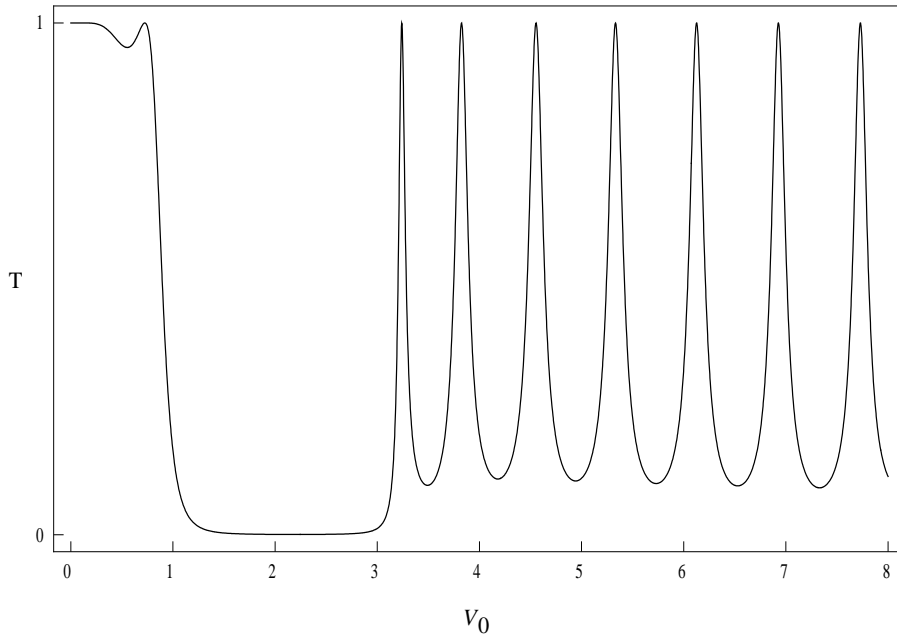
$$\frac{D_2}{d_1} = \frac{[(C_4 + C_5)F_1 + C_6 C_7 F_4]C_2 F_2 - [(C_8 + C_9)F_2 + C_{10} C_{11} F_5]C_1 F_1}{[(C_{12} + C_{13})F_3 + C_{14} C_{15} F_6]C_2 F_2 - [(C_8 + C_9)F_2 + C_{10} C_{11} F_5]C_3 F_3} \quad (3.1.1.10)$$

ifadeleri elde edilir. Buradaki katsayıların açık biçimleri Çizelge 3.1.1.1'de verilmektedir.

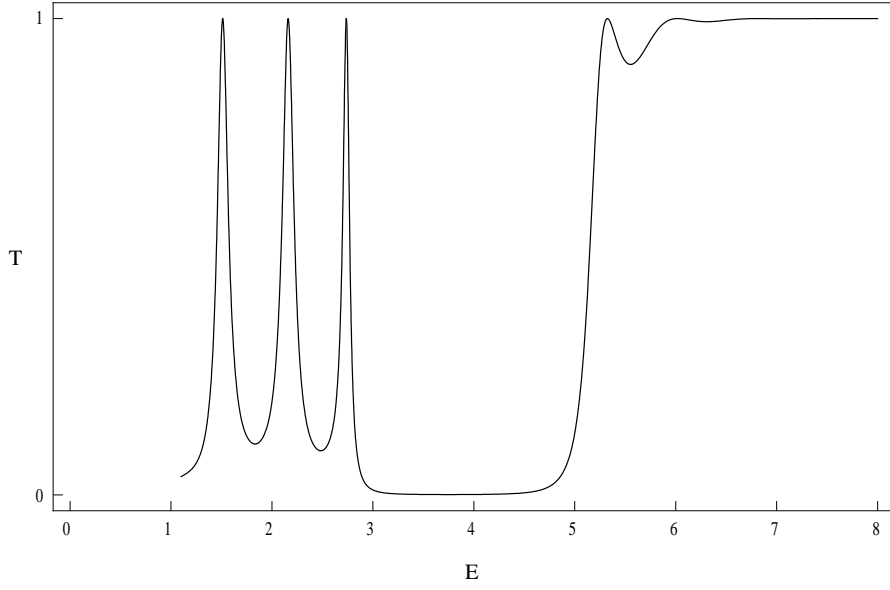
Çizelge 3.1.1.1. Denklem (3.1.1.9) ve Denklem (3.1.1.10)'daki sabitlerin açık biçimleri.

$q = 1 + e^{-aL}$	$C_{11} = \frac{(\mu + \nu + 1)(\mu + \nu)}{1 + 2\mu}$
$C_1 = (q)^\mu (1 - q^{-1})^{-\nu}$	$C_{12} = (-a\mu)(q)^\mu (1 - q^{-1})^{\nu+1}$
$C_2 = (q)^{-\mu} (1 - q^{-1})^\nu$	$C_{13} = (-a\nu)(q)^{\mu-1} (1 - q^{-1})^\nu$
$C_3 = (q)^\mu (1 - q^{-1})^\nu$	$C_{14} = a(q)^{\mu-1} (1 - q^{-1})^{\nu+1}$
$C_4 = a\mu(q)^\mu (1 - q^{-1})^{-\nu}$	$C_{15} = \frac{(-\mu + \nu + 1)(-\mu + \nu)}{1 - 2\mu}$
$C_5 = (-a\nu)(q)^\mu (1 - q^{-1})^{-\nu}$	$F_1 = {}_2F_1(-\mu - \nu + 1, -\mu - \nu, 1 - 2\mu; q^{-1})$
$C_6 = (-a)(q)^{\mu-1} (1 - q^{-1})^{-\nu+1}$	$F_2 = {}_2F_1(\mu + \nu + 1, \mu + \nu, 1 + 2\mu; q^{-1})$
$C_7 = \frac{(-\mu - \nu + 1)(-\mu - \nu)}{1 - 2\mu}$	$F_3 = {}_2F_1(-\mu + \nu + 1, -\mu + \nu, 1 - 2\mu; q^{-1})$
$C_8 = a\mu(q)^{-\mu} (1 - q^{-1})^{\nu+1}$	$F_4 = {}_2F_1(-\mu - \nu + 2, -\mu - \nu + 1, 2 - 2\mu; q^{-1})$
$C_9 = (-a\nu)(q)^{-\mu-1} (1 - q^{-1})^\nu$	$F_5 = {}_2F_1(\mu + \nu + 2, \mu + \nu + 1, 2 + 2\mu; q^{-1})$
$C_{10} = a(q)^{-\mu-1} (1 - q^{-1})^{\nu+1}$	$F_6 = {}_2F_1(-\mu + \nu + 2, -\mu + \nu + 1, 2 - 2\mu; q^{-1})$

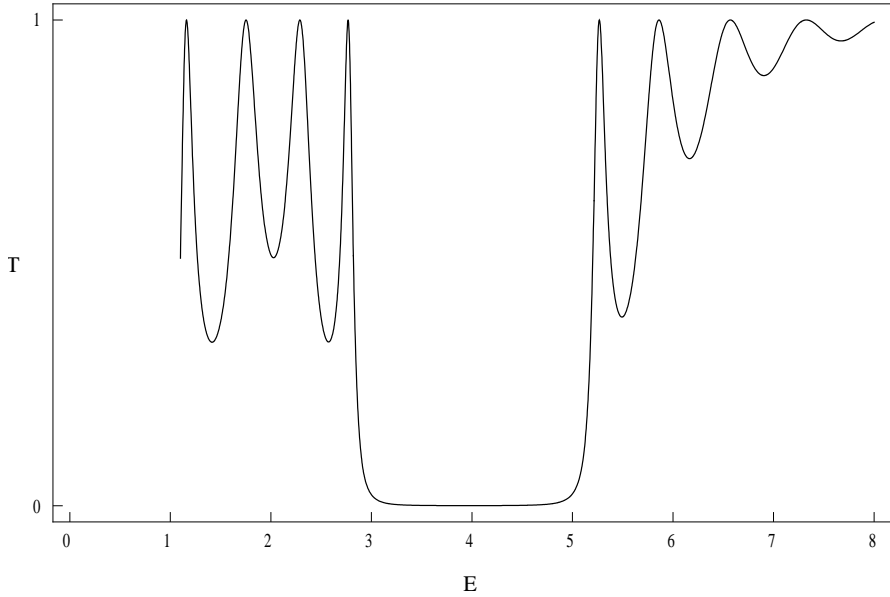
$p^2 = (E - V_0)^2 - m^2$, göreli momentum ifadesinin pozitif ve gerçel olması gerekmektedir. Enerjinin $V_0 - m < E < V_0 + m$ değerleri arasında olması durumunda momentum sanal olur. Bu durum momentumun gerçel ve pozitif olma koşuluna aykırıdır. Şekil 3.1.1.2'de ve Şekil 3.1.1.3'de enerjinin bu değerleri arasında geçiş olasılığı katsayısı sıfır olmaktadır. Aynı zamanda, Şekil 3.1.1.2 ve Şekil 3.1.1.3'de görüldüğü gibi, a parametresinin artması geçiş rezonans değerlerinin enerji aralığını değiştirmektedir. Benzer biçimde diğer parametrelerin değişik değerlerinde geçiş rezonans değerlerinin enerji aralığında değişme olduğu gözlenir. Potansiyelin maksimum değerini belirleyen V_0 , $E - m < V_0 < E + m$ değerleri arasında olması durumunda da momentum sanal olur. Şekil 3.1.1.1'de görüldüğü gibi V_0 'ın bu değerlerinde geçiş olasılığı katsayısı sıfır olmaktadır. Ancak $V_0 > E + m$ durumunda geçiş rezonansları gözlenmektedir.



Şekil 3.1.1.1. Woods-Saxon potansiyeli için T geçiş katsayısının V_0 göre değişimi. Burada $a = 4$, $L = 4$, $E = 2$ ve $m = 1$ 'dir.



Şekil 3.1.1.2 Woods-Saxon potansiyeli için T geçiş katsayısının E enerjiye göre değişimi I. Burada $a = 4$, $L = 4$, $V_0 = 4$ ve $m = 1$ 'dir.



Şekil 3.1.1.3 Woods-Saxon potansiyeli için T geçiş katsayısının E enerjiye göre değişimi II. Burada $a = 10$, $L = 4$, $V_0 = 4$ ve $m = 1$ 'dir.

3.1.2. Bağlı Durum Enerjisi

Bu kesim, Rojas C. ve Villalba V. M. tarafından yapılan “Bound states of the Klein-Gordon equation in the presence of short range potential” adlı makaleden alınmıştır [8].

Enerjinin $|E| < m$ değerleri için bağlı durumlar oluşur. Denklem

(3.1.2)'de verilen Woods-Saxon potansiyelindeki V_0 yerine $-V_0$ konularak potansiyel, kuyu biçimine dönüştürülür ve aşağıdaki biçimini alır:

$$V(x) = -V_0 \left[\frac{\theta(-x)}{1 + e^{-a(x+L)}} + \frac{\theta(x)}{1 + e^{a(x-L)}} \right]. \quad (3.1.2.1)$$

$x < 0$ bölgesi için, Denklem (3.1.1)

$$\frac{d^2 \phi(x)}{dx^2} + \left\{ \left[E + \frac{V_0}{1 + e^{-a(x+L)}} \right]^2 - m^2 \right\} \phi(x) = 0 \quad (3.1.2.2)$$

olur. Bu denklemde

$$y^{-1} = 1 + e^{-a(x+L)} \quad (3.1.2.3)$$

değişken değiştirilmesi yapılır ve dalga fonksiyonu

$$\phi(y) = y^\sigma (1-y)^\gamma h(y) \quad (3.1.2.4)$$

olarak yeniden tanımlanırsa Denklem (3.1.2.2) aşağıdaki denkleme dönüşür:

$$y(1-y) \frac{d^2 h(y)}{dy^2} + [(1+2\sigma) - 2(\sigma - \gamma + 1)y] \frac{dh(y)}{dy} - \left(\frac{1}{2} + \sigma + \gamma + \lambda \right) \left(\frac{1}{2} + \sigma + \gamma - \lambda \right) h(y) = 0. \quad (3.1.2.5)$$

Bu denklem Gauss hipergeometrik denkleme benzediği için çözüm

$$h(y) = a_1 {}_2F_1 \left(\frac{1}{2} + \sigma + \gamma - \lambda, \frac{1}{2} + \sigma + \gamma + \lambda, 1 + 2\sigma; y \right) + a_2 y^{-2\sigma} {}_2F_1 \left(\frac{1}{2} - \sigma + \gamma - \lambda, \frac{1}{2} - \sigma + \gamma - \lambda, 1 - 2\sigma; y \right) \quad (3.1.2.6)$$

biçimini alır. Burada

$$\mu = \frac{\sqrt{m^2 - (E + V_0)^2}}{a}, \quad \lambda = \frac{\sqrt{a^2 - 4V_0^2}}{2a}, \quad \sigma = \frac{\sqrt{m^2 - E^2}}{a} \quad (3.1.2.7)$$

olarak tanımlanır. Denklem (3.1.2.6)'daki çözüm, $\phi(y) = y^\sigma (1-y)^\gamma h(y)$ dalga fonksiyonunda yerine yazılırsa genel çözüm

$$\begin{aligned} \phi_{sol}(y) = & a_1 y^\sigma (1-y)^\gamma {}_2F_1\left(\frac{1}{2} + \sigma + \gamma - \lambda, \frac{1}{2} + \sigma + \gamma + \lambda, 1 + 2\sigma; y\right) \\ & + a_2 y^{-\sigma} (1-y)^\gamma {}_2F_1\left(\frac{1}{2} - \sigma + \gamma - \lambda, \frac{1}{2} - \sigma + \gamma - \lambda, 1 - 2\sigma; y\right) \end{aligned} \quad (3.1.2.8)$$

biçiminde yazılır.

$x > 0$ bölgesinde ve $E > 0$ değerleri için Denklem (3.1.1)

$$\frac{d^2 \phi(x)}{dx^2} + \left\{ \left[E + \frac{V_0}{1 + e^{a(x-L)}} \right]^2 - m \right\} \phi(x) = 0 \quad (3.1.2.9)$$

olur. Bu denklemde, yeni değişken

$$z^{-1} = 1 + e^{a(x-L)} \quad (3.1.2.10)$$

ve dalga fonksiyonu da

$$\phi(z) = z^\sigma (1-z)^{-\gamma} g(z) \quad (3.1.2.11)$$

olarak yeniden tanımlanırsa Denklem (3.1.2.9) aşağıdaki denkleme dönüşür:

$$\begin{aligned} z(1-z) \frac{d^2 g(z)}{dz^2} + [(1+2\sigma) - 2(\sigma - \gamma + 1)z] \frac{dg(z)}{dz} \\ - \left(\frac{1}{2} + \sigma - \gamma + \lambda\right) \left(\frac{1}{2} + \sigma - \gamma - \lambda\right) g(z) = 0. \end{aligned} \quad (3.1.2.12)$$

Bu denklem Gauss hipergeometrik denkleme benzediği için çözüm

$$g(z) = b_1 {}_2F_1\left(\frac{1}{2} + \sigma - \gamma - \lambda, \frac{1}{2} + \sigma - \gamma + \lambda, 1 + 2\sigma; z\right) + b_2 z^{-2\sigma} {}_2F_1\left(\frac{1}{2} - \sigma - \gamma - \lambda, \frac{1}{2} - \sigma - \gamma + \lambda, 1 - 2\sigma; z\right) \quad (3.1.2.13)$$

biçimini alır. Denklem (3.1.2.13)'deki çözüm, Denklem (3.1.2.11)'de yerine konulursa genel çözüm aşağıdaki biçimde yazılır:

$$\phi_{sağ}(z) = b_1 z^\sigma (1-z)^{-\gamma} {}_2F_1\left(\frac{1}{2} + \sigma - \gamma - \lambda, \frac{1}{2} + \sigma - \gamma + \lambda, 1 + 2\sigma; z\right) + b_2 y^{-\sigma} (1-y)^{-\gamma} {}_2F_1\left(\frac{1}{2} - \sigma - \gamma - \lambda, \frac{1}{2} - \sigma - \gamma + \lambda, 1 - 2\sigma; z\right). \quad (3.1.2.14)$$

$x \rightarrow -\infty$ ve $x \rightarrow \infty$ limitlerine bakıldığında düzenli çözümler aşağıdaki biçiminde elde edilir:

$$\phi_{sol}(y) = a_1 y^\sigma (1-y)^\gamma {}_2F_1\left(\frac{1}{2} + \sigma + \gamma - \lambda, \frac{1}{2} + \sigma + \gamma + \lambda, 1 + 2\sigma; y\right) \quad (3.1.2.15)$$

$$\phi_{sağ}(z) = b_1 z^\sigma (1-z)^{-\gamma} {}_2F_1\left(\frac{1}{2} + \sigma - \gamma - \lambda, \frac{1}{2} + \sigma - \gamma + \lambda, 1 + 2\sigma; z\right). \quad (3.1.2.16)$$

Bağlı durum enerjileri ile ilgili bilgiyi içeren bağıntıyı bulmak için süreklilik koşulları olan dalga fonksiyonlarının $x=0$ 'da kendilerinin ve birinci türevlerinin eşit olma koşulları kullanılır. Gerekli işlemler yapıldıktan sonra özdeğer koşulu aşağıdaki biçimde elde edilir:

$$\frac{1}{1+2\sigma} \left[\left(\frac{1}{2} + \gamma + \sigma - \lambda\right) \left(\frac{1}{2} + \gamma + \sigma - \lambda\right) \frac{{}_2F_1\left(\frac{3}{2} + \gamma + \sigma - \lambda, \frac{3}{2} + \gamma + \sigma + \lambda, 2 + 2\sigma; (1 + e^{-aL})^{-1}\right)}{{}_2F_1\left(\frac{1}{2} + \gamma + \sigma - \lambda, \frac{1}{2} + \gamma + \sigma + \lambda, 1 + 2\sigma; (1 + e^{-aL})^{-1}\right)} + \left(\frac{1}{2} - \gamma + \sigma - \lambda\right) \left(\frac{1}{2} - \gamma + \sigma + \lambda\right) \frac{{}_2F_1\left(\frac{3}{2} - \gamma + \sigma - \lambda, \frac{3}{2} - \gamma + \sigma + \lambda, 2 + 2\sigma; (1 + e^{-aL})^{-1}\right)}{{}_2F_1\left(\frac{1}{2} - \gamma + \sigma - \lambda, \frac{1}{2} - \gamma + \sigma + \lambda, 1 + 2\sigma; (1 + e^{-aL})^{-1}\right)} \right] + 2\sigma(1 + e^{-aL}) = 0. \quad (3.1.2.17)$$

3.2. WOODS-SAXON POTANSİYELİ İÇİN DIRAC DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ

Bu kesim, Kennedy P. tarafından yapılan “The Woods-Saxon potential in the Dirac equation” adlı makaleden alınmıştır [5].

Serbest parçacık için Dirac denklemi ($\hbar = c = 1$)

$$(i\gamma^\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu} - m)\Psi = 0 \quad (3.2.1)$$

olur. Herhangi bir dış potansiyel, $V(x)$ olması durumunda ve γ_0, γ_x gamma matrislerinin, $i\sigma_x, \sigma_z$ Pauli matrislerine indirgenmesiyle bir boyutlu Dirac denklemi

$$\left\{ \sigma_x \frac{d}{dx} - [E - V(x)]\sigma_z + I m \right\} \Psi(x) = 0 \quad (3.2.2)$$

biçimini alır. Buradaki I , birim matristir. Bir boyutlu Dirac denklemindeki $\Psi(x)$, dalga fonksiyonu iki bileşenlidir:

$$\Psi(x) = \begin{pmatrix} U_1(x) \\ U_2(x) \end{pmatrix}. \quad (3.2.3)$$

Bu dalga fonksiyonun Denklem (3.2.2)'de yerine konulmasıyla çiftlenimli denklemler elde edilir:

$$\frac{dU_1(x)}{dx} = -[m + E - V(x)] U_2(x) \quad (3.2.4)$$

$$\frac{dU_2(x)}{dx} = -[m - E + V(x)] U_1(x).$$

Bu iki denklemi çözebilmek için aşağıdaki iki eşitlik kullanılır [3]:

$$\phi(x) = U_1(x) + iU_2(x), \quad \chi(x) = U_1(x) - iU_2(x). \quad (3.2.5)$$

Bu eşitlikler Denklem (3.2.4)'de yerlerine konulduğunda

$$\frac{d\phi(x)}{dx} = -im\chi(x) + i[E - V(x)]\phi(x) \quad (3.2.6)$$

$$\frac{d\chi(x)}{dx} = im\phi(x) - i[E - V(x)]\chi(x)$$

denklemleri elde edilir. Bu iki eşitlikten $\phi(x)$ ve $\chi(x)$ için aşağıdaki biçimde birbirinden bağımsız ikinci dereceden diferansiyel denklemler bulunur:

$$\frac{d^2\phi(x)}{dx^2} + \left\{ [E - V(x)]^2 - m^2 + i \frac{dV(x)}{dx} \right\} \phi(x) = 0 \quad (3.2.7)$$

$$\frac{d^2\chi(x)}{dx^2} + \left\{ [E - V(x)]^2 - m^2 - i \frac{dV(x)}{dx} \right\} \chi(x) = 0.$$

Bu denklemlerden bir tanesinin çözülmesi yeterlidir. Örneğin $\phi(x)$ 'in sağladığı denklem çözülür ve bu çözüm Denklem (2.3.6)'da yerine konularak $\chi(x)$ elde edilir. Buna göre; Denklem (3.2.7)'deki birinci eşitlik, $x < 0$ bölgesinde ve $E > 0$ değerleri için,

$$\frac{d^2\phi(x)}{dx^2} + \left\{ \left[E - \frac{V_0}{1 + e^{-a(x+L)}} \right]^2 - m^2 + i \frac{d}{dx} \left[\frac{V_0}{1 + e^{-a(x+L)}} \right] \right\} \phi(x) = 0 \quad (3.2.8)$$

biçiminde yazılır. Bu denklemde

$$y = -e^{-a(x+L)} \quad (3.2.9)$$

değişken değiştirilmesi yapılır ve dalga fonksiyonu

$$\phi(y) = y^\mu (1 - y)^{-\lambda} f(y) \quad (3.2.10)$$

olarak yeniden tanımlanırsa Denklem (3.2.8) aşağıdaki denkleme dönüşür:

$$y(1-y) \frac{d^2 f(y)}{dy^2} + [(1+2\mu) - (2\mu - 2\lambda + 1)y] \frac{df(y)}{dy} - (\mu + \nu - \lambda)(\mu - \nu - \lambda)f(y) = 0. \quad (3.2.11)$$

Bu denklem Gauss Hipergeometrik denkleme benzediği için çözüm

$$f(y) = D_1 y^{-2\mu} {}_2F_1(-\mu + \nu - \lambda, -\mu - \nu - \lambda, 1 - 2\mu; y) + D_2 {}_2F_1(\mu + \nu - \lambda, \mu - \nu - \lambda, 1 + 2\mu; y) \quad (3.2.12)$$

olur. Bu ifade $\phi(y) = y^\mu (1-y)^{-\lambda} f(y)$ dalga fonksiyonunda yerine yazılırsa o zaman genel çözüm

$$\phi_{sol}(y) = D_1 y^{-\mu} (1-y)^{-\lambda} {}_2F_1(-\mu + \nu - \lambda, -\mu - \nu - \lambda, 1 - 2\mu; y) + D_2 y^\mu (1-y)^{-\lambda} {}_2F_1(\mu + \nu - \lambda, \mu - \nu - \lambda, 1 + 2\mu; y) \quad (3.2.13)$$

olarak yazılır. Burada

$$\mu = \frac{ip}{a}, \quad \nu = \frac{ik}{a}, \quad p^2 = (E - V_0)^2 - m^2, \quad \lambda = \frac{iV_0}{a}, \quad k^2 = E^2 - m^2 \quad (3.2.14)$$

biçiminde tanımlanır.

$x > 0$ bölgesinde ve $E > 0$ değerleri için Denklem (3.2.7)'deki birinci eşitlik

$$\frac{d^2 \phi(x)}{dx^2} + \left\{ \left[E - \frac{V_0}{1 + e^{a(x-L)}} \right]^2 - m^2 + i \frac{d}{dx} \left[\frac{V_0}{1 + e^{a(x-L)}} \right] \right\} \phi(x) = 0 \quad (3.2.15)$$

olur. Bu denklem, yeni değişken

$$z^{-1} = 1 + e^{a(x-L)} \quad (3.2.16)$$

ve dalga fonksiyonu

$$\phi(z) = z^{-\nu} (1-z)^{-\mu} h(z) \quad (3.2.17)$$

olmak üzere, aşağıdaki denkleme dönüşür:

$$z(1-z)\frac{d^2h(z)}{dz^2} + [(1-2\nu) - (2\mu - 2\lambda + 2)z]\frac{dh(z)}{dz} - (1 - \mu - \nu - \lambda)(-\mu - \nu + \lambda)h(z) = 0. \quad (3.2.18)$$

Bu denklem Gauss hipergeometrik denkleme benzediği için çözüm

$$h(z) = d_1 {}_2F_1(1 - \mu - \nu - \lambda, -\mu - \nu + \lambda, 1 - 2\mu; z) + d_2 z^{2\nu} {}_2F_1(1 - \mu + \nu - \lambda, \mu + \nu + \lambda, 1 + 2\mu; z) \quad (3.2.19)$$

olur. Bu ifade $\phi(z) = z^{-\nu}(1-z)^{-\mu}h(z)$ 'de yerine konulması durumunda genel çözüm

$$\phi_{sağ}(z) = d_1 z^{-\nu}(1-z)^{-\mu} {}_2F_1(1 - \mu - \nu - \lambda, -\mu - \nu + \lambda, 1 - 2\mu; z) + d_2 z^{\nu}(1-z)^{-\mu} {}_2F_1(1 - \mu + \nu - \lambda, \mu + \nu + \lambda, 1 + 2\mu; z) \quad (3.2.20)$$

biçimini alır. Bu fonksiyonda yer alan semboller

$$\mu = \frac{ip}{a}, \quad \nu = \frac{ik}{a}, \quad p^2 = (E - V_0)^2 - m^2, \quad \lambda = \frac{iV_0}{a} \quad (3.2.21)$$

olarak tanımlanırlar.

3.2.1. Saçılma Durumları

Bu kesim, Kennedy P. tarafından yapılan “The Woods-Saxon potential in the Dirac equation” adlı makaleden alınmıştır [5].

Saçılma durumlarını elde edebilmek için Kesim 3.2'de elde edilen çözümlerin asimptotik davranışlarına bakılması gerekmektedir. $x < 0$ bölgesindeki çözüm için; $x \rightarrow -\infty$ 'a giderken $y \rightarrow -\infty$ 'a gider. Bu durumda Gauss Hipergeometrik fonksiyonlarının asimptotik davranışı aşağıdaki biçimi alır:

$${}_2F_1(a, b, c; t) = \frac{\Gamma(c)\Gamma(b-a)}{\Gamma(b)\Gamma(c-a)}(y)^{-a} + \frac{\Gamma(b)\Gamma(a-b)}{\Gamma(a)\Gamma(c-b)}(y)^{-b}. \quad (3.2.1.1)$$

Ayrıca $x \rightarrow -\infty$ 'a giderken, $y \rightarrow -\infty$ 'a gider ve $(-y)^{\mp\nu} \rightarrow e^{\pm ik(x+L)}$ olur. Bu durumda $\phi_{sol}(x)$, çözümü

$$\phi_{sol}(x) \rightarrow Ae^{ik(x+L)} + Be^{-ik(x+L)} \quad (3.2.1.2)$$

olarak yazılır. Denklem (3.2.6)'dan $\chi_{sol}(x)$ aşağıdaki biçimde elde edilir:

$$\chi_{sol}(x) \rightarrow A\left(\frac{E-k}{m}\right)e^{ik(x+L)} + B\left(\frac{E+k}{m}\right)e^{-ik(x+L)}. \quad (3.2.1.3)$$

Buradaki A ve B katsayıları D_1 ve D_2 cinsinden aşağıdaki biçimde ifade edilirler:

$$A = \frac{(D_1)\Gamma(1-2\mu)\Gamma(-2\nu)(e)^{-i\pi\mu}}{\Gamma(-\mu-\nu-\lambda)\Gamma(1-\mu-\nu+\lambda)} + \frac{(D_2)\Gamma(1+2\mu)\Gamma(-2\nu)(e)^{i\pi\mu}}{\Gamma(\mu-\nu-\lambda)\Gamma(1+\mu-\nu+\lambda)} \quad (3.2.1.4)$$

$$B = \frac{(D_1)\Gamma(1-2\mu)\Gamma(2\nu)(e)^{-i\pi\mu}}{\Gamma(-\mu+\nu-\lambda)\Gamma(1-\mu+\nu+\lambda)} + \frac{(D_2)\Gamma(1+2\mu)\Gamma(2\nu)(e)^{i\pi\mu}}{\Gamma(\mu+\nu-\lambda)\Gamma(1+\mu+\nu+\lambda)}. \quad (3.2.1.5)$$

$x>0$ bölgesi için, $x \rightarrow \infty$ iken, $z \rightarrow 0$ 'a gider ve $z^{-\nu} \rightarrow e^{ik(x-L)}$ olur. Bu durumda $\phi_{sağ}(x)$, çözümü

$$\phi_{sağ}(x) \rightarrow d_1 e^{ik(x-L)} \quad (3.2.1.6)$$

olarak yazılır. Denklem (3.2.6)'dan $\chi_{sağ}(x)$:

$$\chi_{sağ}(x) \rightarrow d_1 \left(\frac{E-k}{m}\right)e^{ik(x+L)} \quad (3.2.1.7)$$

olur. Bir boyutlu Dirac olasılık akısı yoğunluğu

$$j_x = \bar{\Psi}\gamma_x\Psi = \frac{1}{2}\left(|\phi(x)|^2 - |\chi(x)|^2\right) \quad (3.2.1.8)$$

kullanılırsa, R, yansımaya katsayısı ve T, geçiş katsayısı, sırasıyla,

$$R = \frac{j_{yan}}{j_{gel}} = \frac{|B|^2}{|A|^2} \left(\frac{E+k}{E-k} \right) \quad (3.2.1.9)$$

$$T = \frac{j_{geçiş}}{j_{gel}} = \frac{|d_1|^2}{|A|^2} \quad (3.2.1.10)$$

olarak elde edilir.

R ve T 'deki A, B ve d_1 katsayılarının değerleri bilinmemektedir. Bu katsayıları bulmak için dalga fonksiyonlarının $x=0$ 'da kendilerinin ve birinci türevlerinin sürekli olma koşulları kullanılır. Bu koşullar kullanılıp gerekli işlemler yapıldıktan sonra

$$\frac{D_2}{D_1} = \frac{e^{-2i\pi\mu} e^{4aL\mu} \Gamma(2\mu)\Gamma(1-\mu-\nu-\lambda)\Gamma(-\mu-\nu+\lambda)}{\Gamma(-2\mu)\Gamma(1+\mu-\nu-\lambda)\Gamma(\mu-\nu+\lambda)} \quad (3.2.1.11)$$

$$\frac{d_1}{D_1} = \frac{e^{-i\pi\mu} e^{2aL\mu}\Gamma(1-\mu-\nu-\lambda)\Gamma(-\mu-\nu+\lambda)}{\Gamma(-2\mu)\Gamma(1-2\nu)} \quad (3.2.1.12)$$

ifadeleri bulunur.

Saçılma durumları ile ilgilenildiği için, $k^2 = E^2 - m^2$ bağıntısına göre k 'nın pozitif ve gerçel olması gerekmektedir. Bunun sonucu olarak enerji, $|E| > m$, değerini alır. Şekil 3.2.1.2 ve Şekil 3.2.1.3'de, geçiş olasılığının, $|E| > m$ değerinden başladığı da açıkça görülmektedir. $p^2 = (E - V_0)^2 - m^2$, göreli momentum ifadesinin pozitif ve gerçel olabilmesi için enerjinin $m < E < V_0 - m$ değerleri arasında olması gerekmektedir. *Klein aralığı* adı verilen bu aralıkta enerjinin değeri potansiyelin değerinden küçük olduğu halde geçiş rezonansları gözlenmektedir, buna Klein tünelleme adı verilmektedir. Enerjinin $V_0 - m < E < V_0 + m$ değerleri arasında olması durumunda momentum sanal olur ve bu durum, momentumun gerçel ve pozitif olma koşuluna aykırıdır. Enerjinin bu değerleri arasında geçiş katsayısı sıfır değerini almaktadır. Aynı zamanda Şekil 3.2.1.2 ve Şekil 3.2.1.3'de görüldüğü gibi, a parametresinin artması geçiş rezonanslarının olduğu enerji değerleri değişmektedir.

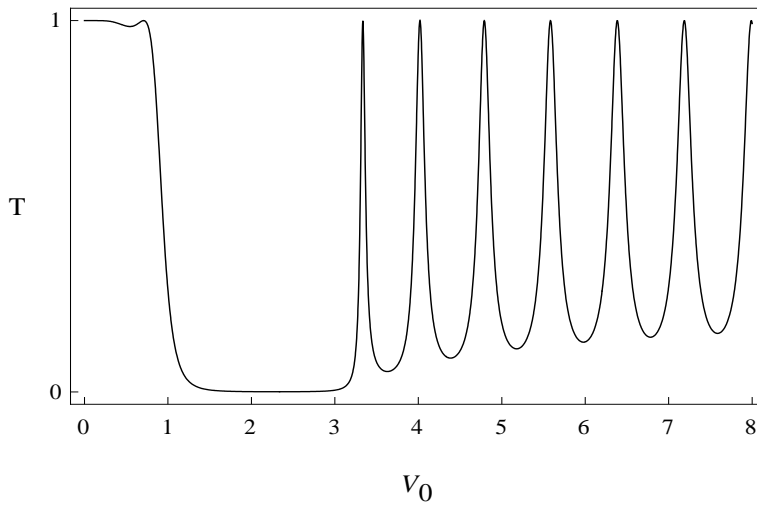
Geçiş katsayısı Potansiyelin maksimum değeri olan V_0 'a göre değişimi Şekil 3.2.1.1'de görülmektedir. Burada görüldüğü gibi V_0 'ın, $E - m < V_0 < E + m$ değerleri arasında olması durumunda da momentum sanal olduğu ve aralıkta geçiş katsayısının sıfır değerini aldığı gözlenmektedir. Ancak V_0 'ın, $V_0 > E + m$ değerinden daha büyük değerlerde olması durumunda geçiş rezonansları gözlenmektedir. Geçiş katsayısının gerek enerjiye gerekse V_0 'a göre değişimini veren Şekil 3.2.1.1, Şekil 3.2.1.2 ve Şekil 3.2.1.3'de görüldüğü gibi, geçiş rezonansların olduğu değerlerde geçiş katsayısı '1' değerini alırken yansıma katsayısı '0' değerini almaktadır. Bu iki koşulun kullanılması durumunda geçiş rezonansları için gerekli olan koşulu veren eşitlik aşağıdaki biçimde yazılır:

$$1 - e^{4ipL} \frac{B(2\mu, -\mu - \nu + \lambda)B(2\mu, -\mu + \nu + \lambda)}{B(-2\mu, \mu + \nu - \lambda)B(-2\mu, \mu - \nu - \lambda)} = 0. \quad (3.2.1.13)$$

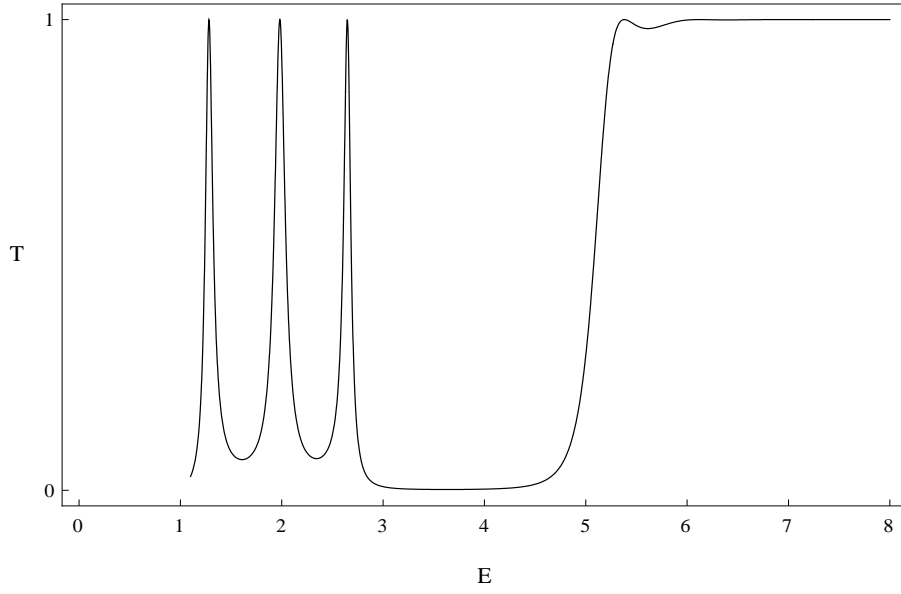
Burada

$$B(a, b) = \frac{\Gamma(a)\Gamma(b)}{\Gamma(a + b)} \quad (3.2.1.14)$$

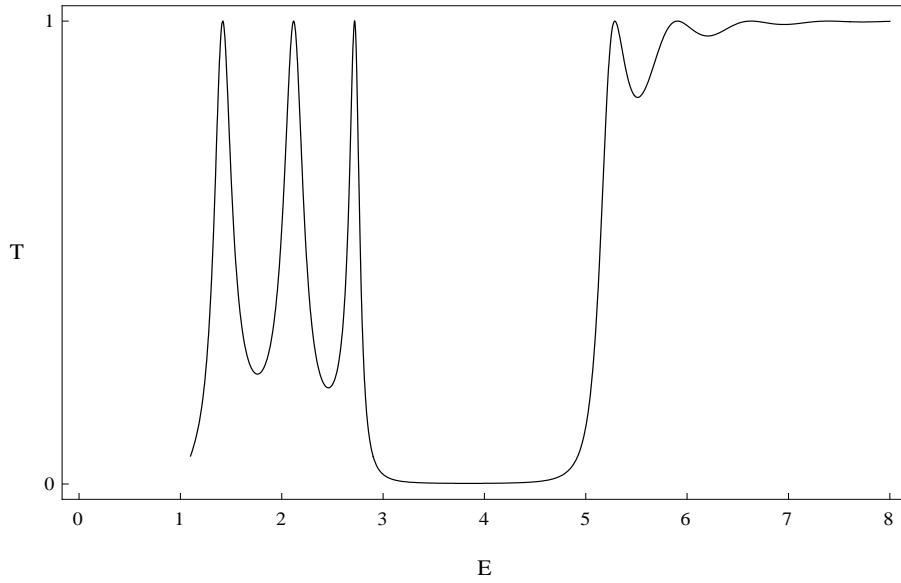
biçiminde tanımlanan Beta fonksiyonudur.



Şekil 3.2.1.1. Woods-Saxon potansiyeli için T geçiş katsayısının V_0 'a göre değişimi. Burada $a = 4$, $L = 2$, $E = 2$ ve $m = 1$ 'dir.



Şekil 3.2.1.2 Woods-Saxon potansiyeli için T geçiş katsayısının enerjiye göre değişimi I; burada $a = 4$, $L = 2$, $V_0 = 4$ ve $m = 1$ 'dir.



Şekil 3.2.1.3 Woods-Saxon potansiyeli için T geçiş katsayısının enerjiye göre değişimi II; burada $a = 10$, $L = 2$, $V_0 = 4$ ve $m = 1$ 'dir.

3.2.2. Bağlı Durum Enerjisi

Bu kesim, Kennedy P. tarafından yapılan “The Woods-Saxon potential in the Dirac equation” adlı makaleden alınmıştır [5].

Bağlı durum enerjisini ($|E| < m$) elde etmek için Denklem (3.1.2)'de

verilen Woods-Saxon potansiyeli için $x < 0$ değerlerinde Denklem (3.2.7)'deki ilk ifade

$$y^{-1} = 1 + e^{-a(x+L)} \quad (3.2.2.1)$$

değişken değiştirmesi ve

$$\phi(y) = y^\sigma (1-y)^\gamma h(y) \quad (3.2.2.2)$$

dalga fonksiyonunun yeniden tanımlanmasıyla

$$y(1-y) \frac{d^2 h(y)}{dy^2} + [(1+2\sigma) - (2+2\sigma+2\gamma)y] \frac{dh(y)}{dy} - [(1+\sigma+\gamma-\lambda)(1+\sigma+\gamma+\lambda)]h(y) = 0 \quad (3.2.2.3)$$

biçiminde elde edilir. Buradaki

$$\kappa = m^2 - E^2, \quad \sigma = \frac{\kappa}{a}, \quad p'^2 = (E + V_0)^2 - m^2, \quad \gamma = \frac{ip'}{a} \quad (3.2.2.4)$$

biçiminde tanımlanır. Denklem (3.2.2.3), Gauss hipergeometrik denkleme benzediği için çözüm

$$h(y) = A' {}_2F_1(1+\sigma+\gamma-\lambda, \sigma+\gamma+\lambda, 1+2\sigma; y) + C' y^{-2\sigma} {}_2F_1(\mu+\nu-\lambda, \mu-\nu-\lambda, 1+2\mu; y) \quad (3.2.2.5)$$

olur. Bu ifade $\phi(y) = y^\sigma (1-y)^\gamma h(y)$ dalga fonksiyonunda yerine yazılırsa genel çözüm

$$\phi_{sol}(y) = A' y^\sigma (1-y)^\gamma {}_2F_1(1+\sigma+\gamma-\lambda, \sigma+\gamma+\lambda, 1+2\sigma; y) + C' y^{-\sigma} (1-y)^\gamma {}_2F_1(1-\sigma+\gamma-\lambda, -\sigma+\gamma+\lambda, 1-2\sigma; y) \quad (3.2.2.6)$$

biçiminde yazılır.

$x > 0$ değerleri için çözüm, saçılma durumlarındaki çözümlerden doğrudan yazılabilir; $V_0 \rightarrow -V_0$ 'a giderse $\lambda \rightarrow -\lambda$ 'ya ve $\mu \rightarrow \gamma$ 'ya gider, aynı zamanda $k \rightarrow i\kappa$ 'ya giderse $\nu \rightarrow -\sigma$ 'ya gider. Bu durumda çözüm

$$\begin{aligned} \phi_{sağ}(z) = & B'z^\sigma(1-z)^{-\gamma} {}_2F_1(1+\sigma-\gamma+\lambda, \sigma-\gamma-\lambda, 1+2\sigma; z) \\ & + D'z^{-\sigma}(1-z)^{-\gamma} {}_2F_1(1-\sigma-\gamma+\lambda, -\sigma-\gamma-\lambda, 1-2\sigma; z) \end{aligned} \quad (3.2.2.7)$$

olur.

$x \rightarrow -\infty$ ve $x \rightarrow \infty$ limit durumlarına bakıldığında düzenli çözümler aşağıdaki biçimde yazılır:

$$\phi_{sol}(y) = A'y^\sigma(1-y)^\gamma {}_2F_1(1+\sigma+\gamma-\lambda, \sigma+\gamma+\lambda, 1+2\sigma; y) \quad (3.2.2.8)$$

$$\phi_{sağ}(z) = B'z^\sigma(1-z)^{-\gamma} {}_2F_1(1+\sigma-\gamma+\lambda, \sigma-\gamma-\lambda, 1+2\sigma; z). \quad (3.2.2.9)$$

Bağlı durum enerjilerini betimleyen bağıntıyı bulabilmek için dalga fonksiyonlarının $x = 0$ 'da kendilerinin ve birinci türevlerinin süreklilik olma koşulu kullanılırsa özdeğer koşulu Beta fonksiyonları cinsinden aşağıdaki biçimde elde edilir:

$$\frac{B(-2\gamma, \gamma + \sigma - \lambda)^2}{B(2\gamma, -\gamma + \sigma + \lambda)^2} - e^{4\gamma aL} \frac{(\sigma - \gamma)^2 - \lambda^2}{(\sigma + \gamma)^2 - \lambda^2} = 0. \quad (3.2.2.10)$$

3.3. ASİMETRİK HULTHEN POTANSİYELİ İÇİN DUFFIN-KEMMER-PETIAU DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ

Bu kesim, Sogut K. ve Havare A. tarafından yapılan “Scattering of vector bosons by an asymmetric Hulthen potential” adlı makaleden alınmıştır [13].

Bir dış elektromanyetik alan içindeki DKP parçacığı için DKP denklemi ($\hbar = c = 1$)

$$[i\beta^\mu(\partial_\mu + ieA_\mu) - m]\Psi_K(t, \vec{x}) = 0 \quad (3.3.1)$$

biçiminde verilmektedir. Kaynak bölümünde, (1+1) boyutta DKP denklemi için aşağıdaki denklem verilmiştir:

$$[i(\sigma^\mu \otimes I + I \otimes \sigma^\mu)(\partial_\mu + ieA_\mu) - m]\Psi_K = 0. \quad (3.3.2)$$

Burada

$$\Psi_K = \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_0 \\ \Psi_{\bar{0}} \\ \Psi_2 \end{pmatrix} \quad (3.3.3)$$

biçimindedir. Dirac gamma matrislerinin, Pauli matrisleri cinsinden $\gamma^0 = \sigma^z$, $\gamma^1 = i\sigma^x$ biçimde seçilmesi durumunda Denklem (3.3.2), aşağıda verilen dört bağımlı denklem dizgesine indirgenir:

$$\begin{aligned} [2(\partial_0 + ieA_0) + im]\Psi_1 + i(\partial_1 + ieA_1)(\Psi_0 + \Psi_{\bar{0}}) &= 0 \\ (\partial_1 + ieA_1)(\Psi_1 + \Psi_2) + m\Psi_0 &= 0 \\ (\partial_1 + ieA_1)(\Psi_1 + \Psi_2) + m\Psi_{\bar{0}} &= 0 \\ [-2(\partial_0 + ieA_0) + im]\Psi_2 + i(\partial_1 + ieA_1)(\Psi_0 + \Psi_{\bar{0}}) &= 0. \end{aligned} \quad (3.3.4)$$

Bu denklemlere bakıldığında, $\Psi_0 = \Psi_{\bar{0}}$ olduğu görülmektedir. Aşağıdaki eşitlikler kullanıldığında

$$\tilde{m} = \frac{m}{2}, \quad \Psi(t, x) = e^{-iEt} \chi(x), \quad \chi = \begin{pmatrix} \chi_1 \\ \chi_0 \\ \chi_{\bar{0}} \\ \chi_2 \end{pmatrix} \quad (3.3.5)$$

ve gerekli işlem yapıldığında Denklem (3.3.4)'de verilen denklem dizgesinden ikinci dereceden bir diferansiyel denklem elde edilir:

$$[(\partial_1 + ieA_1)^2 - (-iE + ieA_0)^2 - \tilde{m}^2](\chi_1 + \chi_2) = 0. \quad (3.3.6)$$

Bir boyutta asimetric Hulthen potansiyeli aşağıdaki biçimde tanımlanır:

$$eA_0 = V(x) = V_0[\theta(-x)\frac{1}{e^{-ax} - q} + \theta(x)\frac{1}{e^{bx} - \tilde{q}}]. \quad (3.3.7)$$

$x < 0$ değerleri için Denklem (3.3.7)'de verilen asimetric Hulthen potansiyeli, Denklem (3.3.6)'da yerine konularak ve

$$y = qe^{ax} \quad (3.3.8)$$

değişken değiştirmesi yapılarak aşağıdaki denklem elde edilir:

$$[y^2 \frac{d^2}{dy^2} + y \frac{d}{dy} + (\frac{V_0}{aq})^2 (\frac{y}{1-y})^2 + \frac{E^2 - \tilde{m}^2}{a^2} - \frac{2V_0E}{a^2q} (\frac{y}{1-y})](\chi_1 + \chi_2) = 0. \quad (3.3.9)$$

Burada

$$\chi_1(y) + \chi_2(y) = y^\mu (1-y)^\varepsilon f(y) \quad (3.3.10)$$

biçiminde dalga fonksiyonunun yeniden tanımlanması durumunda Denklem (3.3.9) aşağıdaki denkleme dönüşür:

$$y(1-y) \frac{d^2 f(y)}{dy^2} + [(1+2\mu) - (2\mu+2\varepsilon+1)y] \frac{df(y)}{dy} - [(\mu+\varepsilon+\beta)(\mu+\varepsilon-\beta)]f(y) = 0. \quad (3.3.11)$$

Bu denklemde yer alan parametreler aşağıdaki biçimde verilmektedir:

$$\mu = \frac{i\sqrt{E^2 - \tilde{m}^2}}{a}, \quad \varepsilon = \frac{1 + \sqrt{1 - 4\left(\frac{V_0}{aq}\right)^2}}{2}, \quad \beta = \frac{\sqrt{\tilde{m}^2 - \left(E + \frac{V_0}{q}\right)^2}}{a}. \quad (3.3.12)$$

Denklem (3.3.11), Gauss hipergeometrik denkleme benzediği için, bu denklemin çözümü

$$f(y) = A {}_2F_1(\mu + \varepsilon - \beta, \mu + \varepsilon + \beta, 1 + 2\mu; y) + B y^{-2\mu} {}_2F_1(-\mu + \varepsilon - \beta, -\mu + \varepsilon + \beta, 1 - 2\mu; y) \quad (3.3.13)$$

olur. Bu çözüm, Denklem (3.3.10)'da verilen ifadede yerine konulursa genel çözüm

$$(\chi_1 + \chi_2)_{sol} = A y^\mu (1-y)^\varepsilon {}_2F_1(\mu + \varepsilon - \beta, \mu + \varepsilon + \beta, 1 + 2\mu; y) + B y^{-\mu} (1-y)^\varepsilon {}_2F_1(-\mu + \varepsilon - \beta, -\mu + \varepsilon + \beta, 1 - 2\mu; y) \quad (3.3.14)$$

biçiminde yazılır.

$x > 0$ değerleri için Denklem (3.3.6)'dan sonra yapılan çözümleme ile birlikte

$$z = \tilde{q} e^{-bx} \quad (3.3.15)$$

değişken değiştirmesi de kullanılarak aşağıdaki denklem elde edilir:

$$\left[z^2 \frac{d^2}{dz^2} + z \frac{d}{dz} + \left(\frac{V_0}{b\tilde{q}}\right)^2 \left(\frac{z}{1-z}\right)^2 + \frac{E^2 - \tilde{m}^2}{b^2} - \frac{2V_0 E}{b^2 \tilde{q}} \left(\frac{z}{1-z}\right) \right] (\chi_1 + \chi_2) = 0. \quad (3.3.16)$$

Burada

$$\chi_1(y) + \chi_2(y) = z^{\tilde{\mu}} (1-z)^{-\tilde{\varepsilon}} g(z) \quad (3.3.17)$$

biçiminde dalga fonksiyonunun yeniden tanımlanmasıyla Denklem (3.3.16)

$$z(1-z)\frac{d^2g(z)}{dz^2} + [(1+2\tilde{\mu}) - (2\tilde{\mu} + 2\tilde{\varepsilon} + 1)z]\frac{dg(z)}{dz} - [(\tilde{\mu} + \tilde{\varepsilon} + \tilde{\beta})(\tilde{\mu} + \tilde{\varepsilon} - \tilde{\beta})]g(z) = 0 \quad (3.3.18)$$

olur. Burada denklemde yer alan parametreler

$$\tilde{\mu} = \frac{i\sqrt{E^2 - \tilde{m}^2}}{b}, \quad \tilde{\varepsilon} = \frac{1 + \sqrt{1 - 4\left(\frac{V_0}{b\tilde{q}}\right)^2}}{2}, \quad \tilde{\beta} = \frac{\sqrt{\tilde{m}^2 - \left(E + \frac{V_0}{\tilde{q}}\right)^2}}{b} \quad (3.3.19)$$

olarak tanımlanır. Denklem (3.3.18), Gauss hipergeometrik denkleme benzediği için, bu denklemin genel çözümü

$$g(z) = C_2 F_1(\tilde{\mu} + \tilde{\varepsilon} - \tilde{\beta}, \tilde{\mu} + \tilde{\varepsilon} + \tilde{\beta}, 1 + 2\tilde{\mu}; z) + Dz^{-2\tilde{\mu}} {}_2F_1(-\tilde{\mu} + \tilde{\varepsilon} - \tilde{\beta}, -\tilde{\mu} + \tilde{\varepsilon} + \tilde{\beta}, 1 - 2\tilde{\mu}; z) \quad (3.3.20)$$

olur. Bu ifade Denklem (3.3.17)'de yerine konularak aşağıdaki genel çözüm yazılır:

$$(\chi_1 + \chi_2)_{sağ} = Cz^{\tilde{\mu}}(1-z)^{-\tilde{\varepsilon}} {}_2F_1(\tilde{\mu} + \tilde{\varepsilon} - \tilde{\beta}, \tilde{\mu} + \tilde{\varepsilon} + \tilde{\beta}, 1 + 2\tilde{\mu}; z) + Dz^{-\tilde{\mu}}(1-z)^{-\tilde{\varepsilon}} {}_2F_1(-\tilde{\mu} + \tilde{\varepsilon} - \tilde{\beta}, -\tilde{\mu} + \tilde{\varepsilon} + \tilde{\beta}, 1 - 2\tilde{\mu}; z). \quad (3.3.21)$$

Elde edilen bu çözümler, dalga fonksiyonunun ilk ve son bileşenlerinin çizgisel bir birleşimidir. Diğer bileşenler, aşağıda ifadeler yardımıyla elde edilir:

$$\Psi_0 = -\frac{1}{m}(\partial_1 + ieA_1)(\Psi_1 + \Psi_2) \quad (3.3.22)$$

$$(\Psi_1 - \Psi_2) = \frac{2i}{m}(\partial_0 + ieA_0)(\Psi_1 + \Psi_2) \quad (3.3.23)$$

$$\frac{d {}_2F_1(a, b, c; x)}{dx} = \frac{ab}{c} {}_2F_1(a+1, b+1, c+1; x). \quad (3.3.24)$$

3.3.1. Saçılma Durumları

Bu kesim, Sogut K. ve Havare A. tarafından yapılan “Scattering of vector bosons by an asymmetric Hulthen potential” adlı makaleden alınmıştır [13].

Saçılma durumlarına elde edebilmek için Kesim 3.3'de elde edilen çözümlerin asimptotik davranışlarına bakılması gerekmektedir.

$x < 0$ değerleri için $x \rightarrow -\infty$ 'a giderken $y \rightarrow 0$ 'a gider, bu durumda Gauss hipergeometrik fonksiyonlarının asimptotik davranışı aşağıdaki biçimi alır:

$${}_2F_1(a, b, c; t) \rightarrow 1 \quad ; \quad t \rightarrow 0. \quad (3.3.1.1)$$

Gelen dalgayı betimleyen dalga fonksiyonu aşağıdaki biçimde yazılır:

$$\Psi_{gel} = y^\mu (1-y)^\varepsilon \times \begin{bmatrix} \left\{ \frac{1}{m} \left[E - \frac{V_0}{q} \left(\frac{y}{1-y} \right) \right] + \frac{1}{2} \right\} F_{gel} \\ \frac{a}{m} \left\{ \left[\frac{-\mu + y(\mu + \varepsilon)}{1-y} \right] F_{gel} + \left[\frac{\beta^2 - (\mu + \varepsilon)^2}{1+2\mu} \right] y \tilde{F}_{gel} \right\} \\ \frac{a}{m} \left\{ \left[\frac{-\mu + y(\mu + \varepsilon)}{1-y} \right] F_{gel} + \left[\frac{\beta^2 - (\mu + \varepsilon)^2}{1+2\mu} \right] y \tilde{F}_{gel} \right\} \\ \left\{ \frac{-1}{m} \left[E - \frac{V_0}{q} \left(\frac{y}{1-y} \right) \right] + \frac{1}{2} \right\} F_{gel} \end{bmatrix}. \quad (3.3.1.2)$$

Bu fonksiyonun asimptotik davranışı ise

$$\Psi_{gel} \rightarrow q^{ik/a} e^{ikx} \begin{bmatrix} \left(\frac{E}{m} + \frac{1}{2} \right) \\ \frac{-ik}{m} \\ \frac{-ik}{m} \\ \left(\frac{-E}{m} + \frac{1}{2} \right) \end{bmatrix} \quad (3.3.1.3)$$

olur. Burada, şu tanımlamalar kullanılmıştır:

$$\begin{aligned}
 F_{gel} &= {}_2F_1(\mu + \varepsilon - \beta, \mu + \varepsilon + \beta; 1 + 2\mu; y) \\
 \tilde{F}_{gel} &= {}_2F_1(\mu + \varepsilon - \beta + 1, \mu + \varepsilon + \beta + 1; 2 + 2\mu; y) \\
 k &= \sqrt{E^2 - \tilde{m}^2}.
 \end{aligned} \tag{3.3.1.4}$$

Bunun yanı sıra yansıyan dalgayı betimleyen dalga fonksiyonu

$$\Psi_{yan} = y^{-\mu} (1-y)^\varepsilon \begin{bmatrix} \left\{ \frac{1}{m} \left[E - \frac{V_0}{q} \left(\frac{y}{1-y} \right) \right] + \frac{1}{2} \right\} F_{yan} \\ \frac{a}{m} \left\{ \left[\frac{\mu + y(-\mu + \varepsilon)}{1-y} \right] F_{yan} + \left[\frac{\beta^2 - (-\mu + \varepsilon)^2}{1-2\mu} \right] y \tilde{F}_{yan} \right\} \\ \frac{a}{m} \left\{ \left[\frac{\mu + y(-\mu + \varepsilon)}{1-y} \right] F_{yan} + \left[\frac{\beta^2 - (-\mu + \varepsilon)^2}{1-2\mu} \right] y \tilde{F}_{yan} \right\} \\ \left\{ \frac{-1}{m} \left[E - \frac{V_0}{q} \left(\frac{y}{1-y} \right) \right] + \frac{1}{2} \right\} F_{yan} \end{bmatrix} \tag{3.3.1.5}$$

ve bunun asimptotik davranışı

$$\Psi_{yan} \rightarrow q^{-ik/a} e^{-ikx} \begin{bmatrix} \left(\frac{E}{m} + \frac{1}{2} \right) \\ \frac{ik}{m} \\ \frac{ik}{m} \\ \left(\frac{-E}{m} + \frac{1}{2} \right) \end{bmatrix} \tag{3.3.1.6}$$

olarak yazılır. Burada kullanılan kısaltmalar aşağıdaki biçimdedir:

$$\begin{aligned}
 F_{yan} &= {}_2F_1(-\mu + \varepsilon - \beta, -\mu + \varepsilon + \beta; 1 - 2\mu; y) \\
 \tilde{F}_{yan} &= {}_2F_1(-\mu + \varepsilon - \beta + 1, -\mu + \varepsilon + \beta + 1; 2 - 2\mu; y).
 \end{aligned} \tag{3.3.1.7}$$

Ayrıca geçen dalgayı betimleyen dalga fonksiyonu ise aşağıdaki biçimde yazılır:

$$\Psi_{geç} = z^{\tilde{\mu}}(1-z)^{-\tilde{\varepsilon}} \left[\begin{array}{c} \left\{ \frac{1}{m} \left[E - \frac{V_0}{\tilde{q}} \left(\frac{z}{1-z} \right) \right] + \frac{1}{2} \right\} F_{geç} \\ \frac{b}{m} \left\{ \left[\frac{-\tilde{\mu} + z(\tilde{\mu} + \tilde{\varepsilon})}{1-z} \right] F_{geç} + \left[\frac{-\tilde{\beta}^2 + (\tilde{\mu} + \tilde{\varepsilon})^2}{1-2\tilde{\mu}} \right] z\tilde{F}_{geç} \right\} \\ \frac{b}{m} \left\{ \left[\frac{-\tilde{\mu} + z(\tilde{\mu} + \tilde{\varepsilon})}{1-z} \right] F_{geç} + \left[\frac{-\tilde{\beta}^2 + (\tilde{\mu} + \tilde{\varepsilon})^2}{1-2\tilde{\mu}} \right] z\tilde{F}_{geç} \right\} \\ \left\{ \frac{-1}{m} \left[E - \frac{V_0}{\tilde{q}} \left(\frac{z}{1-z} \right) \right] + \frac{1}{2} \right\} F_{geç} \end{array} \right]. \quad (3.3.1.8)$$

Bu ifadenin asimptotik biçimi

$$\Psi_{geç} \rightarrow \tilde{q}^{-ik/b} e^{ikx} \left[\begin{array}{c} \left(\frac{E}{m} + \frac{1}{2} \right) \\ -ik \\ m \\ -ik \\ m \\ \left(\frac{-E}{m} + \frac{1}{2} \right) \end{array} \right] \quad (3.3.1.9)$$

olarak elde edilir. Burada

$$\begin{aligned} F_{geç} &= {}_2F_1(-\tilde{\mu} - \tilde{\varepsilon} - \tilde{\beta}, -\tilde{\mu} - \tilde{\varepsilon} + \tilde{\beta}; 1 - 2\tilde{\mu}; z) \\ \tilde{F}_{geç} &= {}_2F_1(-\tilde{\mu} - \tilde{\varepsilon} - \tilde{\beta} + 1, -\tilde{\mu} - \tilde{\varepsilon} + \tilde{\beta} + 1; 2 - 2\tilde{\mu}; z) \end{aligned} \quad (3.3.1.10)$$

biçiminde kısaltmalar yapılmıştır.

DKP dörtlü akım yoğunluğu

$$j^\mu = \bar{\Psi} \beta^\mu \Psi \quad ; \quad \bar{\Psi} = (\Psi^*)^T (\gamma^0 \otimes \gamma^0) \quad (3.3.1.11)$$

biçiminde tanımlanır. Bu dörtlü akım yoğunluğu ve dalga fonksiyonlarının $x = 0$ noktasındaki süreklilik koşulundan elde edilen

$$N_1 \Psi_{gel}(x=0) + N_2 \Psi_{yan}(x=0) = N_3 \Psi_{geç}(x=0) \quad (3.3.1.12)$$

eşitlik kullanıldığında geçiş ve yansıma katsayıları

$$T = \frac{|j_{geç}|}{|j_{gel}|} = \frac{|N_3|}{|N_1|}, \quad (3.3.1.13)$$

$$R = \frac{|j_{yan}|}{|j_{gel}|} = \frac{|N_2|}{|N_1|}$$

biçiminde elde edilir. Buradaki katsayılar, aşağıdaki biçimdedir:

$$\frac{N_3}{N_1} = \frac{q^\mu (1-q)^\varepsilon}{\tilde{q}^{-\tilde{\mu}} (1-\tilde{q})^{-\tilde{\varepsilon}}} \times \left\{ \frac{F_{gel}(q)[\gamma_0 F_{yan}(q) + \tilde{\gamma}_0 \tilde{F}_{yan}(q)] - F_{yan}(q)[\alpha_0 F_{gel}(q) + \tilde{\alpha}_0 \tilde{F}_{yan}(q)]}{\frac{\beta_1}{\alpha_1} F_{geç}(\tilde{q})[\gamma_0 F_{yan}(q) + \tilde{\gamma}_0 \tilde{F}_{yan}(q)] - F_{yan}(q)[\beta_0 F_{gel}(\tilde{q}) + \tilde{\beta}_0 \tilde{F}_{yan}(\tilde{q})]} \right\}, \quad (3.3.1.14)$$

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{q^{2\mu}}{F_{yan}(q)} \left[\frac{N_3}{N_1} \frac{\tilde{q}^{-\tilde{\mu}} (1-\tilde{q})^{-\tilde{\varepsilon}}}{q^\mu (1-q)^\varepsilon} \frac{\beta_2}{\alpha_2} F_{geç}(\tilde{q}) - F_{yan}(q) \right]. \quad (3.3.1.15)$$

Çizelge 3.3.1.1. Denklem (3.3.1.14) ve Denklem (3.3.1.15)'deki sabitlerin açık biçimleri I.

$F_{yan} = {}_2F_1(-\mu + \varepsilon - \beta, -\mu + \varepsilon + \beta; 1 - 2\mu; q)$
$\tilde{F}_{yan} = {}_2F_1(-\mu + \varepsilon - \beta + 1, -\mu + \varepsilon + \beta + 1; 2 - 2\mu; q)$
$F_{gel} = {}_2F_1(\mu + \varepsilon - \beta, -\mu + \varepsilon + \beta; 1 + 2\mu; y)$
$\tilde{F}_{gel} = {}_2F_1(\mu + \varepsilon - \beta + 1, \mu + \varepsilon + \beta + 1; 2 + 2\mu; q)$
$F_{geç} = {}_2F_1(-\tilde{\mu} - \tilde{\varepsilon} - \tilde{\beta}, -\tilde{\mu} - \tilde{\varepsilon} + \tilde{\beta}; 1 - 2\tilde{\mu}; \tilde{q})$
$\tilde{F}_{geç} = {}_2F_1(-\tilde{\mu} - \tilde{\varepsilon} - \tilde{\beta} + 1, -\tilde{\mu} - \tilde{\varepsilon} + \tilde{\beta} + 1; 2 - 2\tilde{\mu}; \tilde{q})$

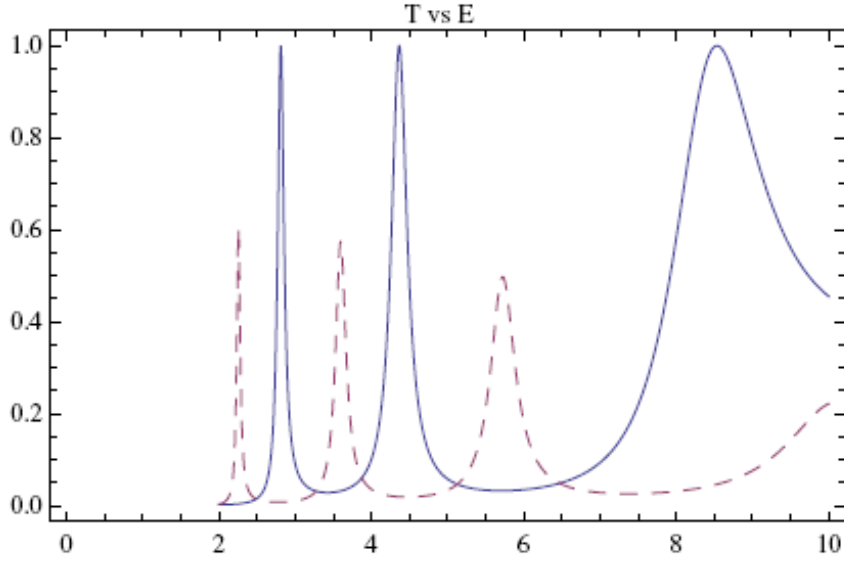
Çizelge 3.3.1.2. Denklem (3.3.1.14) ve Denklem (3.3.1.15)'deki sabitlerin açık biçimleri II.

$\alpha_1 = \frac{1}{m} \left[E - \frac{V_0}{1-q} \right] + \frac{1}{2}$	$\alpha_0 = \frac{a}{m} \left[\frac{-\mu + q(\mu + \varepsilon)}{1-q} \right]$
$\tilde{\alpha}_0 = \frac{aq}{m} \left[\frac{\beta^2 - (\mu + \varepsilon)^2}{1+2\mu} \right]$	$\alpha_2 = \frac{-1}{m} \left[E - \frac{V_0}{1-q} \right] + \frac{1}{2}$
$\gamma_0 = \frac{a}{m} \left[\frac{\mu + q(-\mu + \varepsilon)}{1-q} \right]$	$\tilde{\gamma}_0 = \frac{aq}{m} \left[\frac{\beta^2 - (-\mu + \varepsilon)^2}{1-2\mu} \right]$
$\beta_1 = \frac{1}{m} \left[E - \frac{V_0}{1-\tilde{q}} \right] + \frac{1}{2}$	$\beta_0 = \frac{b}{m} \left[\frac{-\tilde{\mu} + \tilde{q}(\tilde{\mu} + \tilde{\varepsilon})}{1-\tilde{q}} \right]$
$\tilde{\beta}_0 = \frac{b\tilde{q}}{m} \left[\frac{\tilde{\beta}^2 - (\tilde{\mu} + \tilde{\varepsilon})^2}{1-2\tilde{\mu}} \right]$	$\beta_1 = \frac{-1}{m} \left[E - \frac{V_0}{1-\tilde{q}} \right] + \frac{1}{2}$

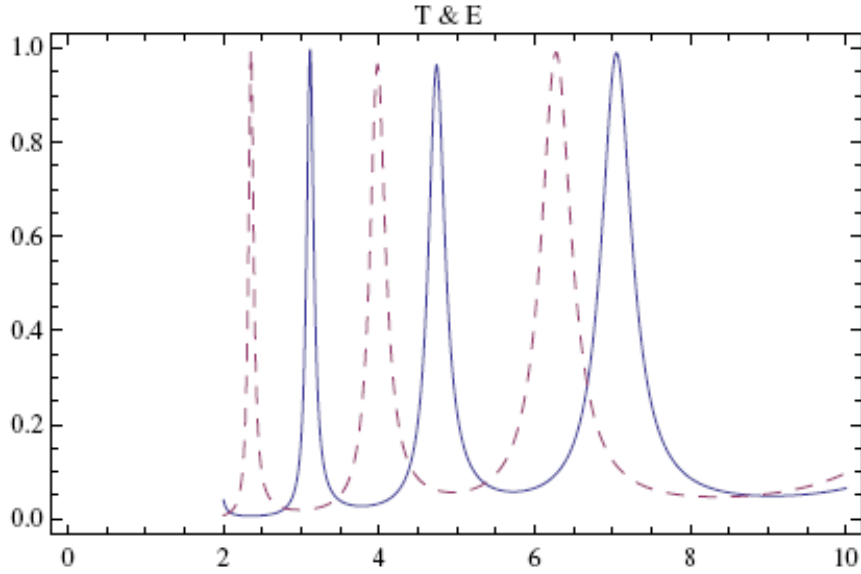
Geçiş rezonansları için gerekli olan eşitliğin elde edilebilmesi için yansıma katsayısı '0' olmalıdır. Bu durumda rezonans durumları için koşul aşağıdaki biçimde olur:

$$\begin{aligned}
 & F_{gel}(q)F_{geç}(\tilde{q})F_{yan}(q) \left[\left(\frac{\beta_2}{\alpha_2} - \frac{\beta_1}{\alpha_1} \right) \gamma_0 - \frac{\beta_2}{\alpha_2} \alpha_0 \right] \\
 & + F_{gel}(q)F_{geç}(\tilde{q})\tilde{F}_{yan}(q) \left(\frac{\beta_2}{\alpha_2} - \frac{\beta_1}{\alpha_1} \right) \tilde{\gamma}_0 \\
 & - \tilde{F}_{gel}(q)F_{geç}(\tilde{q})F_{yan}(q) \frac{\beta_2}{\alpha_2} \tilde{\alpha}_0 + F_{gel}(q)\tilde{F}_{geç}(\tilde{q})F_{yan}(q)\tilde{\beta}_0 = 0.
 \end{aligned} \tag{3.3.1.16}$$

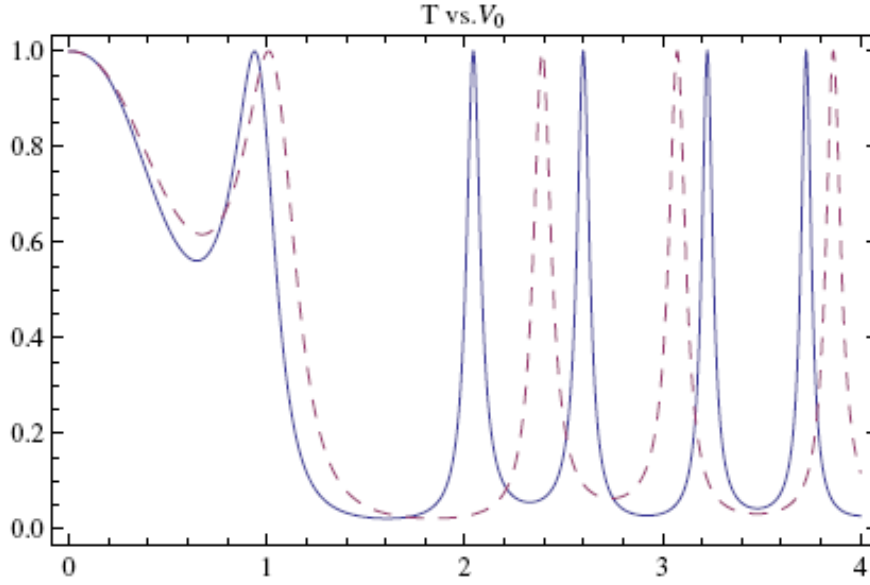
Şekil 3.3.1.1'de görüldüğü gibi geçiş rezonans tepeleri, q ve \tilde{q} birbirinden farklı olduğunda yerleri değişmektedir ve bu tepelerin yüksekliği azalmaktadır. Şekil 3.3.1.2'de potansiyelin biçimini belirleyen a ve b parametrelerinin değerlerinin değişmesiyle geçiş rezonans tepelerinin enerji aralıkları değişmektedir. Şekil 3.3.1.3'de ise geçiş rezonans katsayısının, potansiyele göre değişimi verilmektedir; burada a ve b 'nin değişmesiyle geçiş rezonans tepelerinin aralığı değişmektedir. a ve b 'nin farklı değerler alması durumunda periyodiklik değişmezken, q ve \tilde{q} 'nin farklı olması durumunda periyodikliğin bozulduğu gözlenmektedir.



Şekil 3.3.1.1. Asimetrik Hulthen potansiyeli için geçiş katsayısının enerjiye göre değişimi I; burada $a = b = 0.6$, $m = 1$ ve $V_0 = 4$. Kesiksiz çizgi için $q = \tilde{q} = 0.7$ ve kesikli çizgi için $q = 0.7$, $\tilde{q} = 0.8$.



Şekil 3.3.1.2. Asimetrik Hulthen potansiyeli için geçiş katsayısının enerjiye göre değişimi II; burada $q = \tilde{q} = 0.8$, $m = 1$ ve $V_0 = 4$. Kesiksiz çizgi için $a = 0.7$, $b = 0.5$ ve kesikli çizgi için $a = 0.6$, $b = 0.8$.



Şekil 3.3.1.3. Asimetrik Hulthen potansiyeli için geçiş katsayısının V_0 'a göre değişimi; burada, $q = \tilde{q} = 0.5$, $m = 1$ ve $E = 4$. Kesikli çizgi için $a = b = 0.6$ ve kesiksiz çizgi için $a = 0.6$, $b = 0.8$.

3.3.2. Bağlı Durum Enerjisi

Bu kesim, Sogut K. ve Havare A. tarafından yapılan “Scattering of vector bosons by an asymmetric Hulthen potential” adlı makaleden alınmıştır [13].

Bağlı durum enerjisini ($|E| < m$) elde etmek için Denklem (3.3.7)'de verilen asimetrik Hulthen potansiyeli şu biçimde yazılır:

$$eA_0 = V(x) = -V_0 \left[\theta(-x) \frac{1}{e^{-ax} - q} + \theta(x) \frac{1}{e^{bx} - \tilde{q}} \right]. \quad (3.3.2.1)$$

$x < 0$ değerlerinde Denklem (3.3.6)

$$y = q e^{ax} \quad (3.3.2.2)$$

değişken değiştirmesi ile aşağıdaki biçimini alır:

$$\left[y^2 \frac{d^2}{dy^2} + y \frac{d}{dy} + \left(\frac{-V_0}{aq} \right)^2 \left(\frac{y}{1-y} \right)^2 + \frac{E^2 - \tilde{m}^2}{a^2} + \frac{2V_0 E}{a^2 q} \left(\frac{y}{1-y} \right) \right] (\chi_1 + \chi_2) = 0. \quad (3.3.2.3)$$

Dalga fonksiyonu ise

$$\chi_1(y) + \chi_2(y) = y^\xi (1-y)^\varepsilon w(y) \quad (3.3.2.4)$$

biçiminde yeniden tanımlanmasıyla Denklem (3.3.2.3) aşağıdaki biçime dönüşür:

$$y(1-y) \frac{d^2 w(y)}{dy^2} + [(1+2\xi) - (2\xi + 2\varepsilon + 1)y] \frac{dw(y)}{dy} - [(\xi + \varepsilon + \nu)(\xi + \varepsilon - \nu)]w(y) = 0. \quad (3.3.2.5)$$

Buradaki parametreler

$$\xi = \frac{\sqrt{\tilde{m}^2 - E^2}}{a}, \quad \varepsilon = \frac{1 + \sqrt{1 - 4\left(\frac{V_0}{aq}\right)^2}}{2}, \quad \nu = \frac{\sqrt{\tilde{m}^2 - \left(E - \frac{V_0}{q}\right)^2}}{a} \quad (3.3.2.6)$$

olarak tanımlanır. Denklem (3.3.2.5), Gauss hipergeometrik denkleme benzediği için çözüm

$$w(y) = C_{12} F_1(\xi + \varepsilon - \nu, \xi + \varepsilon + \nu, 1 + 2\xi; y) + C_2 y^{-2\xi} {}_2F_1(-\xi + \varepsilon - \nu, -\xi + \varepsilon + \nu, 1 + 2\xi; y) \quad (3.3.2.7)$$

olur ve bu çözüm Denklem (3.3.2.4)'de yerine konulursa genel çözüm

$$(\chi_1 + \chi_2)_{sol} = C_1 y^\xi (1-y)^\varepsilon F_1(\xi + \varepsilon - \nu, \xi + \varepsilon + \nu, 1 + 2\xi; y) + C_2 y^{-\xi} (1-y)^\varepsilon F_1(-\xi + \varepsilon - \nu, -\xi + \varepsilon + \nu, 1 + 2\xi; y) \quad (3.3.2.8)$$

biçimini alır.

$x > 0$ değerleri için Denklem (3.3.6)

$$z = \tilde{q} e^{-bx} \quad (3.3.2.9)$$

değişken değiştirmesi ile

$$\left[z^2 \frac{d^2}{dz^2} + z \frac{d}{dz} + \left(\frac{-V_0}{b\tilde{q}} \right)^2 \left(\frac{z}{1-z} \right)^2 + \frac{E^2 - \tilde{m}^2}{b^2} + \frac{2V_0 E}{b^2 \tilde{q}} \left(\frac{z}{1-z} \right) \right] (\chi_1 + \chi_2) = 0 \quad (3.3.2.10)$$

olur ve dalga fonksiyonunun

$$\chi_1(y) + \chi_2(y) = z^{\tilde{\xi}} (1-z)^{-\tilde{\varepsilon}} s(z) \quad (3.3.2.11)$$

yeniden tanımlanmasıyla

$$\begin{aligned} z(1-z) \frac{d^2 s(z)}{dz^2} + [(1+2\tilde{\xi}) - (2\tilde{\xi} - 2\tilde{\varepsilon} + 1)z] \frac{ds(z)}{dz} \\ - [(\tilde{\xi} + \tilde{\varepsilon} + \tilde{\nu})(\tilde{\xi} + \tilde{\varepsilon} - \tilde{\nu})] s(z) = 0 \end{aligned} \quad (3.3.2.12)$$

biçiminde elde edilir. Buradaki parametreler aşağıdaki biçimde tanımlanmıştır:

$$\tilde{\xi} = \frac{i\sqrt{E^2 - \tilde{m}^2}}{b}, \quad \tilde{\varepsilon} = \frac{1 + \sqrt{1 - 4\left(\frac{V_0}{b\tilde{q}}\right)^2}}{2}, \quad \tilde{\nu} = \frac{\sqrt{\tilde{m}^2 - \left(E - \frac{V_0}{\tilde{q}}\right)^2}}{b}. \quad (3.3.2.13)$$

Denklem (3.3.2.12), Gauss Hipergeometrik denkleme benzediği için çözüm

$$\begin{aligned} s(z) = & C_3 F_1(\tilde{\xi} + \tilde{\varepsilon} - \tilde{\nu}, \tilde{\xi} + \tilde{\varepsilon} + \tilde{\nu}, 1 + 2\tilde{\xi}; z) \\ & + C_4 z^{-2\tilde{\xi}} {}_2F_1(-\tilde{\xi} + \tilde{\varepsilon} - \tilde{\nu}, -\tilde{\xi} + \tilde{\varepsilon} + \tilde{\nu}, 1 - 2\tilde{\xi}; z) \end{aligned} \quad (3.3.2.14)$$

olur ve bu çözüm Denklem (3.3.2.11)'de yerine konulursa genel çözüm aşağıdaki biçimde yazılır:

$$\begin{aligned} (\chi_1 + \chi_2)_{sağ} = & C_3 z^{\tilde{\xi}} (1-z)^{-\tilde{\varepsilon}} F_1(\tilde{\xi} + \tilde{\varepsilon} - \tilde{\nu}, \tilde{\xi} + \tilde{\varepsilon} + \tilde{\nu}, 1 + 2\tilde{\xi}; z) \\ & + C_4 z^{-\tilde{\xi}} (1-z)^{-\tilde{\varepsilon}} F_1(-\tilde{\xi} + \tilde{\varepsilon} - \tilde{\nu}, -\tilde{\xi} + \tilde{\varepsilon} + \tilde{\nu}, 1 + 2\tilde{\xi}; z). \end{aligned} \quad (3.3.2.15)$$

$x \rightarrow -\infty$ 'a yaklaşımında düzenli çözüm

$$\Psi_{sol} = y^\xi (1-y)^\varepsilon \left[\begin{array}{c} \left\{ \frac{1}{m} \left[E + \frac{V_0}{q} \left(\frac{y}{1-y} \right) \right] + \frac{1}{2} \right\} F_{sol} \\ \frac{a}{m} \left\{ \left[\frac{-\xi + y(\xi + \varepsilon)}{1-y} \right] F_{sol} + \left[\frac{v^2 - (\xi + \varepsilon)^2}{1-2\xi} \right] y \tilde{F}_{sol} \right\} \\ \frac{a}{m} \left\{ \left[\frac{-\xi + y(\xi + \varepsilon)}{1-y} \right] F_{sol} + \left[\frac{v^2 - (\xi + \varepsilon)^2}{1-2\xi} \right] y \tilde{F}_{sol} \right\} \\ \left\{ \frac{-1}{m} \left[E + \frac{V_0}{q} \left(\frac{y}{1-y} \right) \right] + \frac{1}{2} \right\} F_{sol} \end{array} \right] \quad (3.3.2.16)$$

iken $x \rightarrow \infty$ limitindeki düzenli çözüm

$$\Psi_{sağ} = z^{\tilde{\xi}} (1-z)^{-\tilde{\varepsilon}} \left[\begin{array}{c} \left\{ \frac{1}{m} \left[E + \frac{V_0}{\tilde{q}} \left(\frac{z}{1-z} \right) \right] + \frac{1}{2} \right\} F_{sağ} \\ \frac{b}{m} \left\{ \left[\frac{-\tilde{\xi} + z(\tilde{\xi} + \tilde{\varepsilon})}{1-z} \right] F_{sağ} + \left[\frac{-\tilde{v}^2 + (\tilde{\xi} + \tilde{\varepsilon})^2}{1-2\tilde{\xi}} \right] z \tilde{F}_{sağ} \right\} \\ \frac{b}{m} \left\{ \left[\frac{-\tilde{\xi} + z(\tilde{\xi} + \tilde{\varepsilon})}{1-z} \right] F_{sağ} + \left[\frac{-\tilde{v}^2 + (\tilde{\xi} + \tilde{\varepsilon})^2}{1-2\tilde{\xi}} \right] z \tilde{F}_{sağ} \right\} \\ \left\{ \frac{-1}{m} \left[E - \frac{V_0}{\tilde{q}} \left(\frac{z}{1-z} \right) \right] + \frac{1}{2} \right\} F_{geç} \end{array} \right] \quad (3.3.2.17)$$

olur.

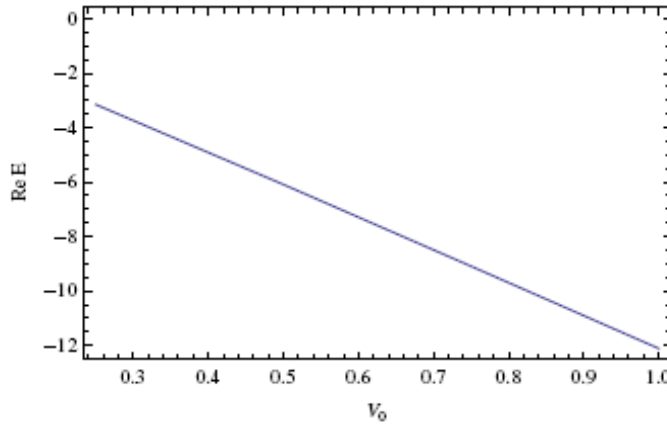
Dalga fonksiyonlarının $x=0$ 'da kendilerinin ve birinci türevlerinin süreklilik koşulları kullanılırsa bağlı durumları betimleyen enerji özdeğer koşulu aşağıdaki biçimde elde edilir:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1}{m} \left(E + \frac{V_0}{1-\tilde{q}} \right) + \frac{1}{2} \right] F_{sağ} \left[\frac{a}{m} \left(\frac{-\xi + q(\xi + \varepsilon)}{1-q} \right) F_{sol}(q) \right. \\ & + \frac{aq}{m} \left(\frac{v^2 - (\xi + \varepsilon)^2}{1-2\xi} \right) \tilde{F}_{sol}(q) \left. \right] - \left[\frac{1}{m} \left(E + \frac{V_0}{1-q} \right) + \frac{1}{2} \right] F_{sol}(q) \\ & \times \left[\frac{b}{m} \left(\frac{-\tilde{\xi} + \tilde{q}(\tilde{\xi} + \tilde{\varepsilon})}{1-\tilde{q}} \right) F_{sağ}(\tilde{q}) + \frac{b\tilde{q}}{m} \left(\frac{-\tilde{v}^2 - (\tilde{\xi} + \tilde{\varepsilon})^2}{1-2\tilde{\xi}} \right) \tilde{F}_{sağ}(\tilde{q}) \right] = 0. \end{aligned} \quad (3.3.2.18)$$

Bu denklem kullanılarak bağlı durum enerjileri sayısal olarak hesaplanabilir. Şekil 3.3.2.1’de, enerjinin potansiyele bağlı olarak değişimi gösterilmektedir. Potansiyel kuyusunun büyüklüğü arttırılırsa, sistemin bağlı durum enerjisi azalır ve bu bağlı durum enerjisi, parçacığın negatif kütesine eşit olduğunda, bağlı durumlar negatif enerji sürekliliği ile birleşir. Bu durumda potansiyel kritik değere sahip olur ve bu değere *süperkritik potansiyel* adı verilir. Süperkritik potansiyelin değeri, Denklem (3.3.2.18)’de $\xi \rightarrow 0, \tilde{\xi} \rightarrow 0$ ve $E \rightarrow -m$ ifadelerinin yazılmasıyla $V = V_0 = 0.268019$ olarak bulunur.

Çizelge 3.3.2.1. Denklem (3.3.2.16), Denklem (3.3.2.17) ve Denklem (3.3.2.18)’deki sabitlerin açık biçimleri.

$F_{sol} = {}_2F_1(\xi + \varepsilon - \nu, \xi + \varepsilon + \nu; 1 + 2\xi; y)$
$\tilde{F}_{sol} = {}_2F_1(\xi + \varepsilon - \nu + 1, \xi + \varepsilon + \nu + 1; 2 + 2\xi; y)$
$F_{sol}(q) = {}_2F_1(\xi + \varepsilon - \nu, \xi + \varepsilon + \nu; 1 + 2\xi; q)$
$\tilde{F}_{sol}(q) = {}_2F_1(\xi + \varepsilon - \nu + 1, \xi + \varepsilon + \nu + 1; 2 + 2\xi; q)$
$F_{sağ} = {}_2F_1(-\tilde{\xi} - \tilde{\varepsilon} - \tilde{\nu}, -\tilde{\xi} - \tilde{\varepsilon} + \tilde{\nu}; 1 - 2\tilde{\xi}; z)$
$\tilde{F}_{sağ} = {}_2F_1(-\tilde{\xi} - \tilde{\varepsilon} - \tilde{\nu} + 1, -\tilde{\xi} - \tilde{\varepsilon} + \tilde{\nu} + 1; 2 - 2\tilde{\xi}; z)$
$F_{sağ}(\tilde{q}) = {}_2F_1(-\tilde{\xi} - \tilde{\varepsilon} - \tilde{\nu}, -\tilde{\xi} - \tilde{\varepsilon} + \tilde{\nu}; 1 - 2\tilde{\xi}; \tilde{q})$
$\tilde{F}_{sağ}(\tilde{q}) = {}_2F_1(-\tilde{\xi} - \tilde{\varepsilon} - \tilde{\nu} + 1, -\tilde{\xi} - \tilde{\varepsilon} + \tilde{\nu} + 1; 2 - 2\tilde{\xi}; \tilde{q})$



Şekil 3.3.2.1. Potansiyelin ilk bağlı durum enerjisine göre grafiği; burada $a = 0.4$, $b = 0.5$, $q = 0.1$ ve $\tilde{q} = 0.15$ dir.

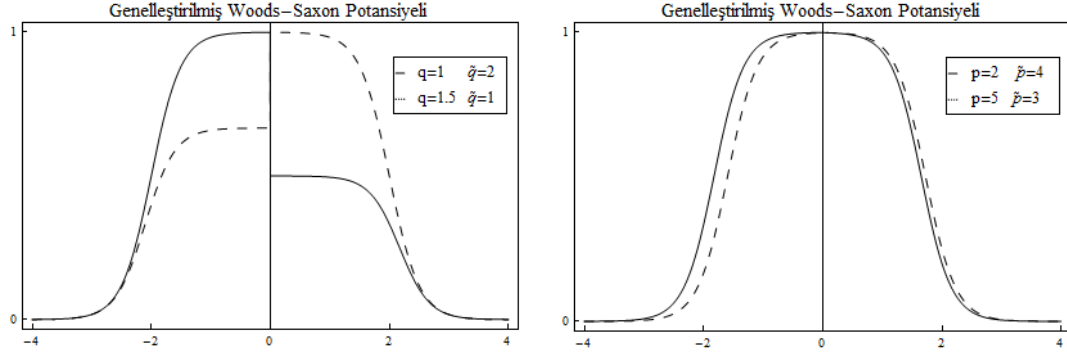
4. BULGULAR VE TARTIŞMA

4.1. GENELLEŞTİRİLMİŞ WOODS-SAXON POTANSİYELİ

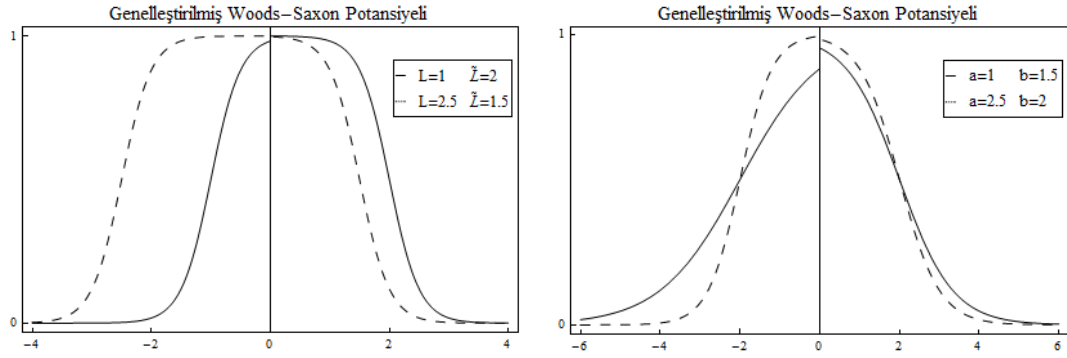
Genelleştirilmiş Woods-Saxon potansiyeli (GWSp) aşağıdaki biçimde tanımlanır:

$$V(x) = V_0 \left[\frac{\theta(-x)}{q + pe^{-a(x+L)}} + \frac{\theta(x)}{\tilde{q} + \tilde{p}e^{b(x-\tilde{L})}} \right]. \quad (4.1.1)$$

Burada $a, b, q, \tilde{q}, L, \tilde{L}, p$ ve \tilde{p} gerçel ve pozitif parametrelerdir; a, b, L, \tilde{L}, p ve \tilde{p} parametreleri potansiyelde paydanın ikinci teriminde çarpan olarak yer aldıkları için birbirleriyle bağlantılı olup alacakları değerlere bağlı olarak potansiyelin biçimini belirler. Ayrıca q ve \tilde{q} , potansiyel engel ise potansiyelin yüksekliğini, potansiyel kuyu ise potansiyelin derinliğini değiştirir. Bu parametrelerin potansiyelin biçimini nasıl değiştirdiği Şekil 4.1.1 ve Şekil 4.1.2'de açıkça görülmektedir. Buradaki V_0 , gerçel olup engel potansiyel için pozitif, kuyu potansiyeli için negatif değerler alır. $\theta(x)$ ise Heaviside basamak fonksiyonudur. Bu potansiyel, özel durumlarda, görel ve görel olmayan kuantum mekaniğinin bazı uygulamalarında yer alan potansiyellere indirgenebilir. Bu potansiyellerden bazıları aşağıda verilen özel koşulları sağlarlar. $a = b$, $L = \tilde{L}$, $q = \tilde{q} = 1$ ve $p = \tilde{p} = 1$ ise bu potansiyel genel Woods-Saxon potansiyeline indirgenir. Eğer $a \neq b$, $L = \tilde{L} = 0$, $q = -\bar{q}$ (\bar{q} , pozitif), $\tilde{q} = -\tilde{\bar{q}}$ ($\tilde{\bar{q}}$, pozitif) ve $p = \tilde{p} = 1$ ise bu potansiyel asimetrik Hulthen potansiyeline dönüşür. $a = b$, $q = \tilde{q} = -\bar{q}$, $L = \tilde{L} = 0$ ve $p = \tilde{p} = 1$ koşulu sağlanırsa genel Hulthen potansiyelini verir. Yukarıda verilen potansiyelde ayrıca $a \neq b$, $L = \tilde{L} = 0$, $q = \tilde{q} = 0$ ve $p = \tilde{p} = 1$ koşullar yerine konulursa asimetrik Cusp potansiyeli $a = b$, $L = \tilde{L} = 0$, $q = \tilde{q} = 0$ ve $p = \tilde{p} = 1$ koşullar yerine konulması durumunda ise simetrik Cusp potansiyeli elde edilir.



Şekil 4.1.1. Genelleştirilmiş Woods-Saxon potansiyelinin parametrelerinin farklı iki değere karşılık gelen konuma göre değişimi. Burada $a = b = 4$, $L = \tilde{L} = 2$, $V_0 = 1$, $p = \tilde{p} = 1$ (sol çizim) ve $L = \tilde{L} = 2$, $q = \tilde{q} = 1$, $V_0 = 1$, $a = b = 4$ (sağ çizim).



Şekil 4.1.2. Genelleştirilmiş Woods-Saxon potansiyelinin parametrelerinin farklı iki değere karşılık gelen konuma göre değişimi. Burada $a = b = 4$, $q = \tilde{q} = 1$, $V_0 = 1$, $p = \tilde{p} = 1$ (sol çizim) ve $L = \tilde{L} = 2$, $q = \tilde{q} = 1$, $V_0 = 1$, $p = \tilde{p} = 1$ (sağ çizim).

4.2. GENELLEŞTİRİLMİŞ WOODS-SAXON POTANSİYELİ İÇİN SCHRÖDINGER DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ

Bir boyutlu uzaysal Schrödinger denklemi

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi(x)}{dx^2} + V(x)\Psi(x) = E\Psi(x) \quad (4.2.1)$$

biçimindedir.

Kütleli, spinsiz ve görelili olmayan parçacıkların Denklem (4.1.1)'de verilen potansiyel ile etkileşimi sonucunda oluşan saçılma ve bağlı durumların belirlenebilmesi için Schrödinger denklemini $x < 0$ ve $x > 0$ bölgelerinde ayrı ayrı çözmek gerekmektedir.

$x < 0$ ve $E > 0$ değerleri için, Denklem (4.2.1)

$$\frac{d^2\Psi(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left[E - \frac{V_0}{q + pe^{-a(x+L)}} \right] \Psi(x) = 0 \quad (4.2.3)$$

olur. Bu denklemde

$$y = -\frac{q}{p} e^{a(x+L)} \quad (4.2.4)$$

değişken değiştirmesi yapılır ve dalga fonksiyonu

$$\Psi(y) = y^\mu (1-y)^\nu h(y) \quad (4.2.5)$$

olarak yeniden tanımlanırsa, Denklem (4.2.3) aşağıdaki denkleme dönüşür:

$$y(1-y) \frac{d^2h(y)}{dy^2} + [(1+2\mu) - (2\mu+2\nu+1)y] \frac{dh(y)}{dy} - (\mu+\nu+\delta)(\mu+\nu-\delta)h(y) = 0. \quad (4.2.6)$$

Bu denklem, Denklem (3.1.7) verilen Gauss hipergeometrik denklemin çözümü dikkate alındığında aşağıdaki biçimde bulunur:

$$h(y) = A {}_2F_1(\mu+\nu+\delta, \mu+\nu-\delta, 1+2\mu; y) + B y^{-2\mu} {}_2F_1(-\mu+\nu+\delta, -\mu-\nu-\delta, 1-2\mu; y). \quad (4.2.7)$$

Bu ifade, $\Psi(y) = y^\mu (1-y)^\nu h(y)$ dalga fonksiyonunda yerine yazılırsa genel çözüm

$$\Psi_{sol}(y) = A y^\mu (1-y)^\nu {}_2F_1(\mu+\nu+\delta, \mu+\nu-\delta, 1+2\mu; y) + B y^{-\mu} (1-y)^\nu {}_2F_1(-\mu+\nu+\delta, -\mu-\nu-\delta, 1-2\mu; y) \quad (4.2.8)$$

biçiminde elde edilir. Burada

$$\mu = i\varepsilon, \quad \nu = 0,1, \quad \delta = \sqrt{\frac{2mV_0}{qa^2\hbar^2} - \frac{2mE}{a^2\hbar^2}}, \quad \varepsilon^2 = \frac{2mE}{a^2\hbar^2} \quad (4.2.9)$$

olarak tanımlanmaktadır.

$x > 0$ ve $E > 0$ değerleri için Denklem (4.2.1)

$$\frac{d^2\Psi(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left[E - \frac{V_0}{\tilde{q} + \tilde{p}e^{b(x-\tilde{L})}} \right] \Psi(x) = 0 \quad (4.2.10)$$

olur. Bu denklemde

$$z = -\frac{\tilde{q}}{\tilde{p}} e^{-b(x-\tilde{L})} \quad (4.2.11)$$

değişken değiştirmesi yapılır ve dalga fonksiyonu

$$\Psi(z) = z^{\tilde{\mu}} (1-z)^{-\tilde{\nu}} g(z) \quad (4.2.12)$$

olarak yeniden tanımlanırsa, Denklem (4.2.10) aşağıdaki denkleme dönüşür:

$$z(1-z) \frac{d^2g(z)}{dz^2} + [(1+2\tilde{\mu}) - (2\tilde{\mu} - 2\tilde{\nu} + 1)z] \frac{dg(z)}{dz} - (\tilde{\mu} - \tilde{\nu} + \tilde{\delta})(\tilde{\mu} - \tilde{\nu} - \tilde{\delta})g(z) = 0. \quad (4.2.13)$$

Bu denklem Gauss hipergeometrik denkleme benzediği için çözüm

$$g(z) = C {}_2F_1(\tilde{\mu} - \tilde{\nu} + \tilde{\delta}, \tilde{\mu} - \tilde{\nu} - \tilde{\delta}, 1 + 2\tilde{\mu}; z) + D z^{-2\tilde{\mu}} {}_2F_1(-\tilde{\mu} - \tilde{\nu} + \tilde{\delta}, -\tilde{\mu} - \tilde{\nu} - \tilde{\delta}, 1 - 2\tilde{\mu}; z) \quad (4.2.14)$$

olur. Bu ifade, $\Psi(z) = z^{\tilde{\mu}} (1-z)^{-\tilde{\nu}} g(z)$ dalga fonksiyonunda yerine yazılırsa genel çözüm

$$\begin{aligned} \Psi_{sağ}(z) = & C z^{\tilde{\mu}} (1-z)^{-\tilde{\nu}} {}_2F_1(\tilde{\mu} - \tilde{\nu} + \tilde{\delta}, \tilde{\mu} - \tilde{\nu} - \tilde{\delta}, 1 + 2\tilde{\mu}; z) \\ & + D z^{-\tilde{\mu}} (1-z)^{-\tilde{\nu}} {}_2F_1(-\tilde{\mu} - \tilde{\nu} + \tilde{\delta}, -\tilde{\mu} - \tilde{\nu} - \tilde{\delta}, 1 - 2\tilde{\mu}; z) \end{aligned} \quad (4.2.15)$$

olarak elde edilir. Burada çözümde yer alan semboller aşağıdaki biçimde verilmektedir:

$$\tilde{\mu} = i\tilde{\varepsilon} \quad , \quad \tilde{\nu} = 0,1 \quad , \quad \tilde{\delta} = \sqrt{\frac{2mV_0}{\tilde{q}b^2\hbar^2} - \frac{2mE}{b^2\hbar^2}} \quad , \quad \tilde{\varepsilon}^2 = \frac{2mE}{b^2\hbar^2} . \quad (4.2.16)$$

4.2.1. Saçılma Durumları

Saçılma durumlarını elde edebilmek için Kesim 4.2’de elde edilen çözümlerin asimptotik davranışlarına bakılması gerekmektedir.

$x < 0$ bölgesi için; $x \rightarrow -\infty$ ’a giderken $y \rightarrow 0$ ’a gider, bu durumda ${}_2F_1(a, b, c; y) \rightarrow 1$ değerini alır. Buna göre çözüm

$$\Psi_{sol}(x) \rightarrow A \left(-\frac{q}{p} \right)^{i\varepsilon} e^{ia\varepsilon(x+L)} + B \left(-\frac{q}{p} \right)^{-i\varepsilon} e^{-ia\varepsilon(x+L)} \quad (4.2.1.1)$$

olur.

$x > 0$ değerleri için; $x \rightarrow \infty$ ’a giderken $z \rightarrow 0$ ve ${}_2F_1(a, b, c; y) \rightarrow 1$ ’e gider. Bu durumda çözüm

$$\Psi_{sağ}(x) \rightarrow D \left(-\frac{\tilde{q}}{\tilde{p}} \right)^{-i\tilde{\varepsilon}} e^{ib\tilde{\varepsilon}(x-\tilde{L})} \quad (4.2.1.2)$$

biçiminde olur.

Olasılık akısı yoğunluğu

$$\vec{j} = \frac{\hbar}{2im} (\Psi \vec{\nabla} \Psi^* - \Psi^* \vec{\nabla} \Psi) \quad (4.2.1.3)$$

kullanılırsa yansımaya (R) ve geçiş (T) katsayıları, aşağıdaki biçimde elde edilir:

$$R = \frac{j_{yan}}{j_{gel}} = \left| \frac{B}{A} \right|^2 e^{4\pi\epsilon},$$

$$T = \frac{j_{geçiş}}{j_{gel}} = \left| \frac{D}{A} \right|^2 e^{2\pi(\epsilon + \tilde{\epsilon})}. \quad (4.2.1.4)$$

Burada A, B ve D katsayıları bilinmemektedir. Bu katsayıları bulmak için, süreklilik koşulları olarak bilinen dalga fonksiyonlarının $x = 0$ 'da kendilerinin ve birinci türevlerinin eşit olma koşulları kullanılır. Bu iki koşul kullanılırsa,

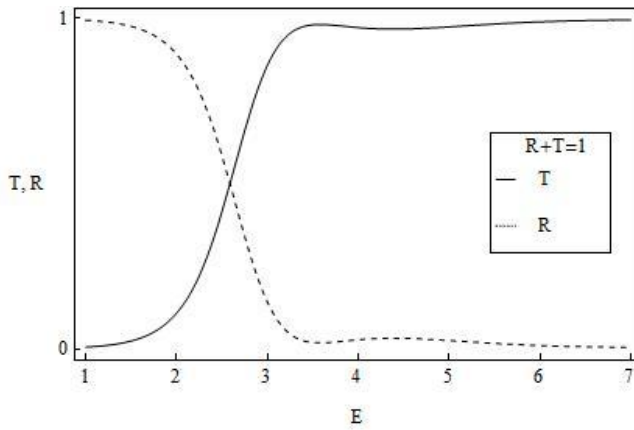
$$\frac{B}{A} = \frac{[(C_4 + C_5)F_1 + C_6F_4]C_2F_2 - [(C_7 + C_8)F_2 + C_9F_5]C_1F_1}{[(C_{10} + C_{11})F_3 + C_{12}F_6]C_1F_1 - [(C_4 + C_5)F_1 + C_6F_4]C_3F_3} \quad (4.2.1.5)$$

$$\frac{D}{A} = \frac{[(C_7 + C_8)F_2 + C_9F_5]C_3F_3 - [(C_{10} + C_{11})F_3 + C_{12}F_6]C_2F_2}{[(C_4 + C_5)F_1 + C_6F_4]C_3F_3 - [(C_{10} + C_{11})F_3 + C_{12}F_6]C_1F_1} \quad (4.2.1.6)$$

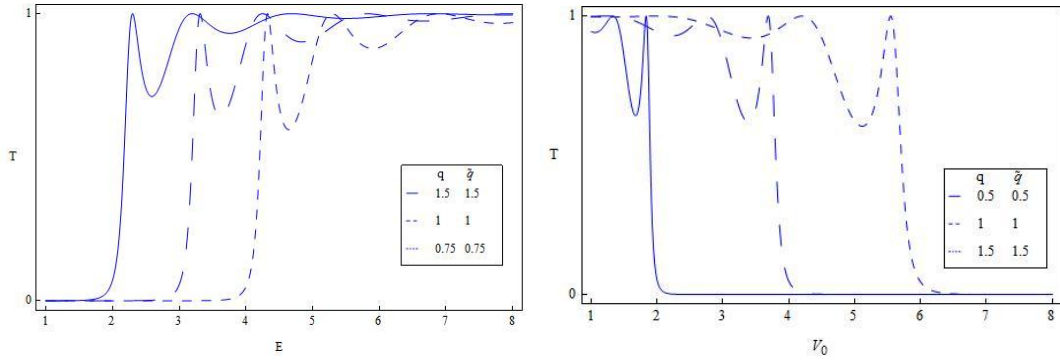
ifadeleri elde edilir. Buradaki katsayıların açık biçimleri Çizelge 4.2.1.1'de verilmiştir. Şekil 4.2.1.1'de görüldüğü gibi potansiyelin parametrelerinin farklı değerleri için $R + T = 1$, birimsellik koşulu sağlanmaktadır. Şekil 4.2.1.2'de q ve \tilde{q} parametrelerinin önemli bir katkısı olduğu anlaşılmaktadır: soldaki grafiğe bakıldığında q ve \tilde{q} 'nın değişmesiyle geçiş katsayısının enerjiye göre bire ulaşma noktaları $E \rightarrow \frac{V_0}{q}$ koşuluna uymaktadır. Aynı biçimde sağdaki grafiğe bakıldığında geçiş katsayısının V_0 'a göre değişimi de $V_0 \rightarrow qE$ koşuluna uymaktadır. Şekil 4.2.1.3'deki grafiklerde de önemli bir sonuç çıkmaktadır: q ve \tilde{q} parametrelerinin $q < \tilde{q}$ ya da $q > \tilde{q}$ değerlerinde geçiş katsayısı, iki durumda da aynı biçimde oluşmaktadır. Potansiyelin ters çevrilmesi, geçiş katsayısını her iki durumda da değiştirmemektedir. Bu durum diğer tüm parametreler için geçerlidir. Bu, Çizelge 4.2.1.2, Şekil 4.2.1.4, Şekil 4.2.1.5 ve Şekil 4.2.1.6'da açıkça görülmektedir. Aynı zamanda her bir parametrenin değişmesiyle geçiş katsayısının değeri değişmektedir.

Çizelge 4.2.1.1. Denklem (4.2.1.5) ve Denklem (4.2.1.6)'daki sabitlerin açık biçimleri.

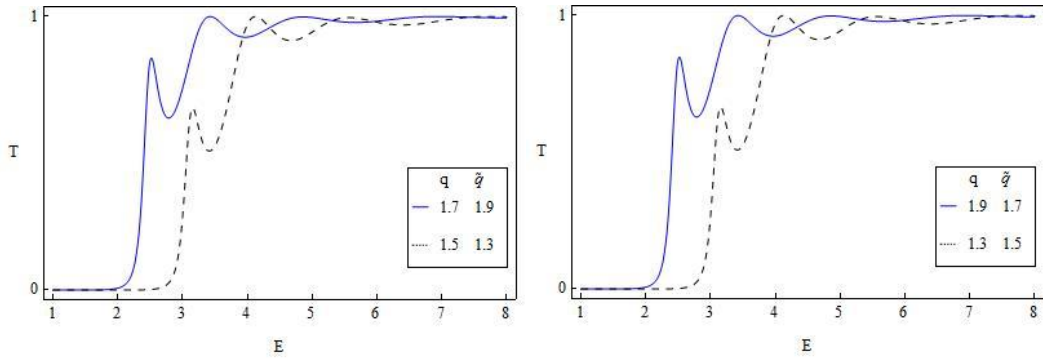
$\sigma = -\frac{q}{p} \quad \tilde{\sigma} = -\frac{\tilde{q}}{\tilde{p}}$	$C_6 = (-b)(\tilde{\sigma})^{-\tilde{\mu}+1} e^{-b\tilde{L}(\tilde{\mu}-1)} (1-\tilde{\sigma}e^{b\tilde{L}})^{-\tilde{\nu}} \frac{(-\tilde{\mu}-\tilde{\nu}+\tilde{\delta})(-\tilde{\mu}-\tilde{\nu}-\tilde{\delta})}{1-2\tilde{\mu}}$
$C_1 = (\tilde{\sigma})^{-\tilde{\mu}} e^{-b\tilde{\mu}\tilde{L}} (1-\tilde{\sigma}e^{b\tilde{L}})^{-\tilde{\nu}}$	$C_9 = a(\sigma)^{\mu+1} e^{aL(\mu+1)} (1-\sigma e^{aL})^{\nu} \frac{(\mu+\nu+\delta)(\mu+\nu-\delta)}{1+2\mu}$
$C_2 = (\sigma)^{\mu} e^{a\mu L} (1-\sigma e^{aL})^{\nu}$	$C_{12} = a(\sigma)^{-\mu+1} e^{-aL(\mu-1)} (1-\sigma e^{aL})^{\nu} \frac{(-\mu+\nu+\delta)(-\mu+\nu-\delta)}{1-2\mu}$
$C_3 = (\sigma)^{-\mu} e^{-a\mu L} (1-\sigma e^{aL})^{\nu}$	$F_1 = {}_2F_1(-\tilde{\mu}-\tilde{\nu}+\tilde{\delta}, -\tilde{\mu}-\tilde{\nu}-\tilde{\delta}, 1-2\tilde{\mu}; \tilde{\sigma}e^{b\tilde{L}})$
$C_4 = \tilde{\mu}b(\tilde{\sigma})^{-\tilde{\mu}} e^{-b\tilde{\mu}\tilde{L}} (1-\tilde{\sigma}e^{b\tilde{L}})^{-\tilde{\nu}}$	$F_2 = {}_2F_1(\mu+\nu+\delta, \mu+\nu-\delta, 1+2\mu; \sigma e^{aL})$
$C_5 = (-b\tilde{\nu})(\tilde{\sigma})^{-\tilde{\mu}+1} e^{-b\tilde{L}(\tilde{\mu}-1)} (1-\tilde{\sigma}e^{b\tilde{L}})^{-\tilde{\nu}-1}$	$F_3 = {}_2F_1(-\mu+\nu+\delta, -\mu+\nu-\delta, 1-2\mu; \sigma e^{aL})$
$C_7 = \mu a(\sigma)^{\mu} e^{a\mu L} (1-\sigma e^{aL})^{\nu}$	$F_4 = {}_2F_1(-\tilde{\mu}-\tilde{\nu}+\tilde{\delta}+1, -\tilde{\mu}-\tilde{\nu}-\tilde{\delta}+1, 2-2\tilde{\mu}; \tilde{\sigma}e^{b\tilde{L}})$
$C_8 = (-\nu a)(\sigma)^{\mu+1} e^{aL(\mu+1)} (1-\sigma e^{aL})^{\nu-1}$	$F_5 = {}_2F_1(\mu+\nu+\delta+1, \mu+\nu-\delta+1, 2+2\mu; \sigma e^{aL})$
$C_{10} = (-\mu a)(\sigma)^{-\mu} e^{-a\mu L} (1-\sigma e^{aL})^{\nu}$	$F_6 = {}_2F_1(-\mu+\nu+\delta+1, -\mu+\nu-\delta+1, 2-2\mu; \sigma e^{aL})$
$C_{11} = (-\nu a)(\sigma)^{-\mu+1} e^{-aL(\mu-1)} (1-\sigma e^{aL})^{\nu-1}$	



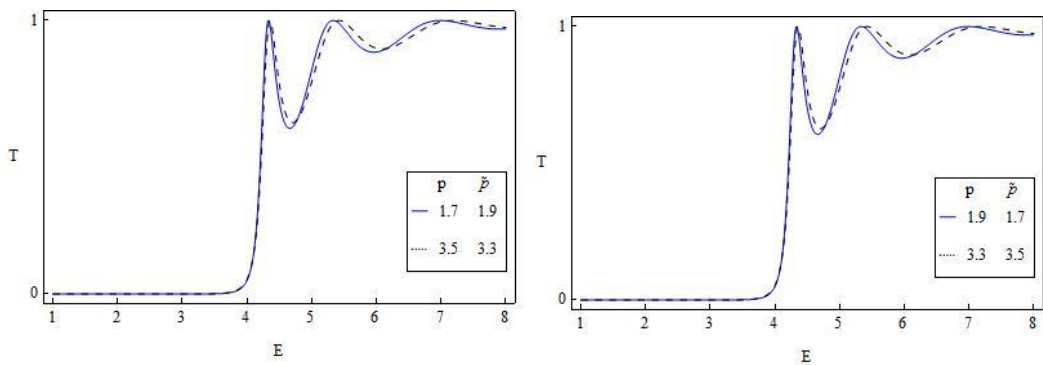
Şekil 4.2.1.1. Schrödinger parçacığı için birimsellik koşulu; $R+T=1$. $q=2$, $\tilde{q}=1.5$, $a=10$, $b=5$, $L=\tilde{L}=1$, $p=1.5$, $\tilde{p}=1.2$, $m=1$, $V_0=4$ için R ve T 'nin enerjiye göre değişimi.



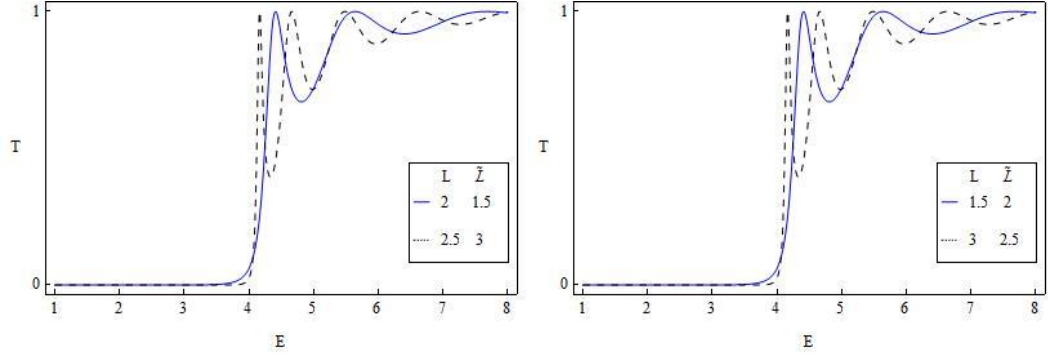
Şekil 4.2.1.2. Schrödinger parçacığı için q ve \tilde{q} parametrelerinin geçiş katsayısına etkisi I. Soldaki şekil, T 'nin enerjiye göre değişimi, sağdaki şekil T 'nin V_0 'a göre değişimi. Burada $a=b=10$, $L=\tilde{L}=2$, $p=\tilde{p}=1$, $m=1$, $V_0=3$ ve $E=4$ 'dür.



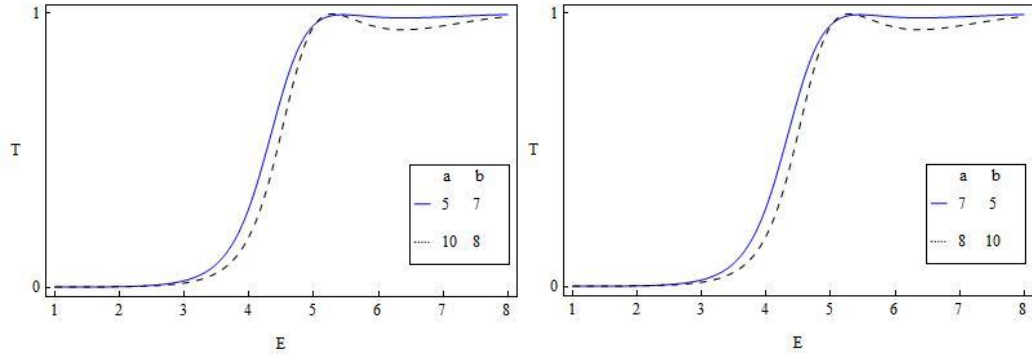
Şekil 4.2.1.3. Schrödinger parçacığı için q ve \tilde{q} parametrelerinin geçiş katsayısına etkisi II. Burada $a=b=10$, $L=\tilde{L}=2$, $p=\tilde{p}=1$, $m=1$, $V_0=3$ 'dür.



Şekil 4.2.1.4. Schrödinger parçacığı için T 'nin enerjiye göre değişiminde p ve \tilde{p} parametrelerinin geçiş katsayısına etkisi gösteren çizimler. Burada $a=b=10$, $L=\tilde{L}=2$, $q=\tilde{q}=1$, $m=1$, $V_0=4$ 'dür.



Şekil 4.2.1.5. Schrödinger parçacığı için T 'nin enerjiye göre değişiminde L ve \tilde{L} parametrelerinin geçiş katsayısına etkisini gösteren çizimler. Burada $a = b = 10, p = \tilde{p} = 2, q = \tilde{q} = 1, m = 1, V_0 = 4$ 'dür.



Şekil 4.2.1.6. Schrödinger parçacığı için T 'nin enerjiye göre değişiminde a ve b parametrelerinin geçiş katsayısına etkisini gösteren çizimler. Burada $L = \tilde{L} = 1, p = \tilde{p} = 1, q = \tilde{q} = 1, m = 1, V_0 = 4$ 'dür.

Çizelge 4.2.1.2. Schrödinger parçacığı için parametrelerin geçiş katsayısına etkisinin sayısal dökümü.

Table[{{p = 1.7; p̄ = 1.9; m = 1; q = 2; q̄ = 1.5; a = 5; b = 7; L = 1.5; L̄ = 2; V = 4}; T},
{G, 1, 7, 0.05}]

Table[{{p = 1.9; p̄ = 1.7; m = 1; q = 1.5; q̄ = 2; a = 7; b = 5; L = 2; L̄ = 1.5; V = 4}; T},
{G, 1, 7, 0.05}]

{0.0000422448}, {0.0000545485}, {0.0000704348}, {0.0000909757}, {0.000117578},
{0.000152093}, {0.000196968}, {0.000255448}, {0.000331849}, {0.000431944}, {0.000563477},
{0.00073689}, {0.000966326}, {0.00127104}, {0.00167737}, {0.00222154}, {0.00295364},
{0.00394326}, {0.00528758}, {0.00712288}, {0.00964092}, {0.013112}, {0.0179166},
{0.0245882}, {0.0338658}, {0.0467519}, {0.0645559}, {0.0888804}, {0.121468}, {0.163803},
{0.216406}, {0.277986}, {0.344974}, {0.412101}, {0.474069}, {0.527354}, {0.570986},
{0.606078}, {0.63478}, {0.659372}, {0.681764}, {0.703333}, {0.724948}, {0.747059},
{0.769799}, {0.793068}, {0.816605}, {0.840042}, {0.862957}, {0.884915}, {0.905504},
{0.924368}, {0.941228}, {0.955898}, {0.968289}, {0.978404}, {0.98633}, {0.992222},
{0.996282}, {0.998745}, {0.999859}, {0.999873}, {0.999023}, {0.997529}, {0.995585},
{0.993362}, {0.991003}, {0.988624}, {0.986319}, {0.98416}, {0.9822}, {0.980475},
{0.979006}, {0.977806}, {0.976876}, {0.976209}, {0.975793}, {0.975612}, {0.975648},
{0.975877}, {0.976279}, {0.976829}, {0.977506}, {0.978286}, {0.979149}, {0.980075},
{0.981046}, {0.982045}, {0.983057}, {0.98407}, {0.985071}, {0.986052}, {0.987005},
{0.987922}, {0.988801}, {0.989635}, {0.990425}, {0.991167}, {0.991861}, {0.992509},
{0.99311}, {0.993666}, {0.994179}, {0.994652}, {0.995086}, {0.995485}, {0.99585},
{0.996185}, {0.996493}, {0.996774}, {0.997033}, {0.997272}, {0.997492}, {0.997695},
{0.997883}, {0.998058}, {0.998221}, {0.998374}, {0.998516}, {0.99865}, {0.998776}

{0.0000422448}, {0.0000545485}, {0.0000704348}, {0.0000909757}, {0.000117578},
{0.000152093}, {0.000196968}, {0.000255448}, {0.000331849}, {0.000431944}, {0.000563477},
{0.00073689}, {0.000966326}, {0.00127104}, {0.00167737}, {0.00222154}, {0.00295364},
{0.00394326}, {0.00528758}, {0.00712288}, {0.00964092}, {0.013112}, {0.0179166},
{0.0245882}, {0.0338658}, {0.0467519}, {0.0645559}, {0.0888804}, {0.121468}, {0.163803},
{0.216406}, {0.277986}, {0.344974}, {0.412101}, {0.474069}, {0.527354}, {0.570986},
{0.606078}, {0.63478}, {0.659372}, {0.681764}, {0.703333}, {0.724948}, {0.747059},
{0.769799}, {0.793068}, {0.816605}, {0.840042}, {0.862957}, {0.884915}, {0.905504},
{0.924368}, {0.941228}, {0.955898}, {0.968289}, {0.978404}, {0.98633}, {0.992222},
{0.996282}, {0.998745}, {0.999859}, {0.999873}, {0.999023}, {0.997529}, {0.995585},
{0.993362}, {0.991003}, {0.988624}, {0.986319}, {0.98416}, {0.9822}, {0.980475},
{0.979006}, {0.977806}, {0.976876}, {0.976209}, {0.975793}, {0.975612}, {0.975648},
{0.975877}, {0.976279}, {0.976829}, {0.977506}, {0.978286}, {0.979149}, {0.980075},
{0.981046}, {0.982045}, {0.983057}, {0.98407}, {0.985071}, {0.986052}, {0.987005},
{0.987922}, {0.988801}, {0.989635}, {0.990425}, {0.991167}, {0.991861}, {0.992509},
{0.987922}, {0.988801}, {0.989635}, {0.990425}, {0.991167}, {0.991861}, {0.992509},

4.2.2. Bağlı Durum Enerjisi

Potansiyelin kuyu biçimini alması, yani $V_0 \rightarrow -V_0$ olması durumunda bağlı durumlar oluşur. Denklem (4.2.2)'de verilen GWS potansiyelindeki V_0 yerine $-V_0$ konularak potansiyel, kuyu biçimine dönüştürülür ve aşağıdaki biçimini alır:

$$V(x) = -V_0 \left[\frac{\theta(-x)}{q + pe^{-a(x+L)}} + \frac{\theta(x)}{\tilde{q} + \tilde{p}e^{b(x-\tilde{L})}} \right] \quad (4.2.2.1)$$

$x < 0$ bölgesi için, Denklem (4.2.1)

$$\frac{d^2\Psi(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left[E + \frac{V_0}{q + pe^{-a(x+L)}} \right] \Psi(x) = 0 \quad (4.2.2.2)$$

olur. Bu denklemde

$$y = -\frac{q}{p} e^{a(x+L)} \quad (4.2.2.3)$$

değişken değiştirmesi yapılır ve dalga fonksiyonu

$$\Psi(y) = y^{\mu_1} (1-y)^{\nu_1} f(y) \quad (4.2.2.4)$$

olarak yeniden tanımlanırsa Denklem (4.2.2.2)'nin çözümü aşağıdaki biçimde olur:

$$\Psi_{sol}(y) = A_1 y^{\mu_1} (1-y)^{\nu_1} {}_2F_1(\mu_1 + \nu_1 + \delta_1, \mu_1 + \nu_1 - \delta_1, 1 + 2\mu_1; y) + A_3 y^{-\mu_1} (1-y)^{\nu_1} {}_2F_1(-\mu_1 + \nu_1 + \delta_1, -\mu_1 - \nu_1 - \delta_1, 1 - 2\mu_1; y). \quad (4.2.2.5)$$

Burada

$$\mu_1 = \varepsilon_1, \quad \nu_1 = 0, 1, \quad \delta_1 = i \sqrt{\frac{2mV_0}{qa^2\hbar^2} + \frac{2mE}{a^2\hbar^2}}, \quad \varepsilon_1^2 = -\frac{2mE}{a^2\hbar^2} \quad (4.2.2.6)$$

olarak tanımlanmaktadır.

$x > 0$ bölgesinde ve $E > 0$ değerleri için Denklem (4.2.1)

$$\frac{d^2\Psi(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left[E + \frac{V_0}{\tilde{q} + \tilde{p}e^{b(x-\tilde{L})}} \right] \Psi(x) = 0 \quad (4.2.2.7)$$

olur. Bu denklemde yeni değişken

$$z = -\frac{\tilde{q}}{\tilde{p}} e^{-b(x-\tilde{L})} \quad (4.2.2.8)$$

ve dalga fonksiyonu

$$\Psi(z) = z^{\tilde{\mu}_1} (1-z)^{-\tilde{\nu}_1} h(z) \quad (4.2.2.9)$$

olmak üzere, Denklem (4.2.2.7)'nin çözümü

$$\begin{aligned} \Psi_{sağ}(z) = & A_2 z^{\tilde{\mu}_1} (1-z)^{-\tilde{\nu}_1} {}_2F_1(\tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 + \tilde{\delta}_1, \tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 - \tilde{\delta}_1, 1 + 2\tilde{\mu}_1; z) \\ & + A_4 z^{-\tilde{\mu}_1} (1-z)^{-\tilde{\nu}_1} {}_2F_1(-\tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 + \tilde{\delta}_1, -\tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 - \tilde{\delta}_1, 1 - 2\tilde{\mu}_1; z) \end{aligned} \quad (4.2.2.10)$$

biçiminde elde edilir. Bu fonksiyonda yer alan parametreler açık biçimleri

$$\tilde{\mu}_1 = \tilde{\varepsilon}_1, \quad \tilde{\nu}_1 = 0, -1, \quad \tilde{\delta}_1 = i \sqrt{\frac{2mV_0}{\tilde{q}b^2\hbar^2} + \frac{2mE}{b^2\hbar^2}}, \quad \tilde{\varepsilon}_1^2 = -\frac{2mE}{b^2\hbar^2} \quad (4.2.2.11)$$

olarak verilmektedir.

$x \rightarrow -\infty$ ve $x \rightarrow \infty$ limitlerine bakıldığında düzenli çözümler aşağıdaki biçiminde elde edilir:

$$\Psi_{sol}(y) = A_1 y^{\mu_1} (1-y)^{\nu_1} {}_2F_1(\mu_1 + \nu_1 + \delta_1, \mu_1 + \nu_1 - \delta_1, 1 + 2\mu_1; y) \quad (4.2.2.12)$$

$$\Psi_{sağ}(z) = A_2 z^{\tilde{\mu}_1} (1-z)^{-\tilde{\nu}_1} {}_2F_1(\tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 + \tilde{\delta}_1, \tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 - \tilde{\delta}_1, 1 + 2\tilde{\mu}_1; z). \quad (4.2.2.13)$$

Bağlı durum enerjileri ile ilgili bilgiyi içeren bağıntıyı bulmak için süreklilik koşulları olan dalga fonksiyonlarının $x=0$ 'da kendilerinin ve birinci türevlerinin eşit olma koşulları kullanılır. Gerekli işlemler yapıldıktan sonra öz değer koşulu

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \left[(-b\tilde{\mu}_1)\tilde{\sigma}_1^{\tilde{\mu}_1} e^{b\tilde{L}\tilde{\mu}_1} (1-\tilde{\sigma}_1 e^{b\tilde{L}})^{-\tilde{\nu}_1} + (-b\tilde{\nu}_1)\tilde{\sigma}_1^{\tilde{\mu}_1+1} e^{b\tilde{L}(\tilde{\mu}_1+1)} (1-\tilde{\sigma}_1 e^{b\tilde{L}})^{-\tilde{\nu}_1-1} \right] F_7 \right. \\
 & - b\tilde{\sigma}_1^{\tilde{\mu}_1+1} e^{b\tilde{L}(\tilde{\mu}_1+1)} (1-\tilde{\sigma}_1 e^{b\tilde{L}})^{-\tilde{\nu}_1} \frac{(\tilde{\mu}_1-\tilde{\nu}_1+\tilde{\delta}_1)(\tilde{\mu}_1-\tilde{\nu}_1-\tilde{\delta}_1)}{1+2\tilde{\mu}_1} F_9 \left. \right\} \sigma^{\mu_1} e^{aL\mu_1} (1-\sigma_1 e^{aL})^{\nu_1} F_8 \\
 & - \left\{ \left[(a\mu_1)\sigma_1^{\mu_1} e^{aL\mu_1} (1-\sigma_1 e^{aL})^{\nu_1} + (-a\nu_1)\sigma_1^{\mu_1+1} e^{aL(\mu_1+1)} (1-\sigma_1 e^{aL})^{\nu_1-1} \right] F_8 \right. \\
 & \left. + a\mu_1\sigma_1^{\mu_1+1} e^{aL(\mu_1+1)} (1-\sigma_1 e^{aL})^{\nu_1} \frac{(\mu_1+\nu_1+\delta_1)(\mu_1+\nu_1-\delta_1)}{1+2\mu_1} F_{10} \right\} \tilde{\sigma}_1^{\tilde{\mu}_1} e^{b\tilde{L}\tilde{\mu}_1} (1-\tilde{\sigma}_1 e^{b\tilde{L}})^{-\tilde{\nu}_1} F_7 = 0.
 \end{aligned} \tag{4.2.2.14}$$

olarak bulunur. Buradaki katsayıların açık biçimleri Çizelge 4.2.2.1'de verilmektedir.

Çizelge 4.2.2.1. Denklem (4.2.2.14)'deki sabitlerin açık biçimleri.

$\sigma = \frac{q}{p}, \quad \tilde{\sigma} = \frac{\tilde{q}}{\tilde{p}}$
$F_7 = {}_2F_1(\tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 + \tilde{\delta}_1, \tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 - \tilde{\delta}_1, 1 + 2\tilde{\mu}_1; \tilde{\sigma} e^{b\tilde{L}})$
$F_8 = {}_2F_1(\mu_1 + \nu_1 + \delta_1, \mu_1 + \nu_1 - \delta_1, 1 + 2\mu_1; \sigma e^{aL})$
$F_9 = {}_2F_1(\tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 + \tilde{\delta}_1 + 1, \tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 - \tilde{\delta}_1 + 1, 2 + 2\tilde{\mu}_1; \tilde{\sigma} e^{b\tilde{L}})$
$F_{10} = {}_2F_1(\mu_1 + \nu_1 + \delta_1 + 1, \mu_1 + \nu_1 - \delta_1 + 1, 2 + 2\mu_1; \sigma e^{aL})$

4.3. GENELLEŞTİRİLMİŞ WOODS-SAXON POTANSİYELİ İÇİN KLEIN-GORDON DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ

Bir boyutlu uzaysal KG denklemi ($\hbar = c = 1$)

$$\frac{d^2\phi(x)}{dx^2} + \{[E - V(x)]^2 - m^2\}\phi(x) = 0 \tag{4.3.1}$$

biçiminde verilir. Kütleli, görelî ve sıfır spinli parçacıkların GWSp ile etkileşimi sonucunda oluşan saçılma ve bağlı durumların belirlenebilmesi için KG denklemini $x < 0$ ve $x > 0$ bölgelerinde ayrı ayrı çözmek gerekmektedir.

$x < 0$ bölgesinde ve $E > 0$ değerleri için, Denklem (4.3.1)

$$\frac{d^2 \phi(x)}{dx^2} + \left\{ \left[E - \frac{V_0}{q + p e^{-a(x+L)}} \right]^2 - m^2 \right\} \phi(x) = 0 \quad (4.3.2)$$

olarak yazılır. Bu denklem için yeni değişken

$$y = -\frac{q}{p} e^{a(x+L)} \quad (4.3.3)$$

ve dalga fonksiyonu

$$\phi(y) = y^\mu (1-y)^\nu h(y) \quad (4.3.4)$$

biçimde verilmek üzere, Denklem (4.3.2)'nin çözümü aşağıdaki biçimde elde edilir:

$$\begin{aligned} \phi_{sol}(y) = & A y^\mu (1-y)^\nu {}_2F_1(\mu + \nu + \delta, \mu + \nu - \delta, 1 + 2\mu; y) \\ & + B y^{-\mu} (1-y)^\nu {}_2F_1(-\mu + \nu + \delta, -\mu - \nu - \delta, 1 - 2\mu; y). \end{aligned} \quad (4.3.5)$$

Burada parametreler

$$\mu = i \frac{k}{a}, \quad \nu = \frac{1 + \sqrt{1 - \left(\frac{2V_0}{qa} \right)^2}}{2}, \quad \delta = \frac{ip'}{a}, \quad (4.3.6)$$

$$k^2 = E^2 - m^2, \quad p'^2 = \left(E - \frac{V_0}{q} \right)^2 - m^2$$

olarak tanımlanmaktadır.

$x > 0$ bölgesinde ve $E > 0$ değerleri için Denklem (4.3.2)

$$\frac{d^2 \phi(x)}{dx^2} + \left\{ \left[E - \frac{V_0}{\tilde{q} + \tilde{p} e^{b(x-\tilde{L})}} \right]^2 - m^2 \right\} \phi(x) = 0 \quad (4.3.7)$$

olur. Bu denklemde

$$z = -\frac{\tilde{q}}{\tilde{p}} e^{-b(x-\tilde{L})} \quad (4.3.8)$$

değişken değiştirilmesi yapılır ve dalga fonksiyonu

$$\phi(z) = z^{\tilde{\mu}} (1-z)^{-\tilde{\nu}} g(z) \quad (4.3.9)$$

olarak yeniden tanımlanırsa, Denklem (4.3.7) çözümü aşağıdaki biçimde elde edilir:

$$\begin{aligned} \phi_{sağ}(z) = & C z^{\tilde{\mu}} (1-z)^{-\tilde{\nu}} {}_2F_1(\tilde{\mu}-\tilde{\nu}+\tilde{\delta}, \tilde{\mu}-\tilde{\nu}-\tilde{\delta}, 1+2\tilde{\mu}; z) \\ & + D z^{-\tilde{\mu}} (1-z)^{-\tilde{\nu}} {}_2F_1(-\tilde{\mu}-\tilde{\nu}+\tilde{\delta}, -\tilde{\mu}-\tilde{\nu}-\tilde{\delta}, 1-2\tilde{\mu}; z). \end{aligned} \quad (4.3.10)$$

Buradaki parametreler aşağıdaki biçimde tanımlanmaktadır:

$$\tilde{\mu} = i\frac{k}{b}, \quad \nu = \frac{-1 + \sqrt{1 - \left(\frac{2V_0}{\tilde{q}b}\right)^2}}{2}, \quad \tilde{\delta} = \frac{i\tilde{p}'}{b}, \quad (4.3.11)$$

$$k^2 = E^2 - m^2, \quad \tilde{p}'^2 = \left(E - \frac{V_0}{\tilde{q}}\right)^2 - m^2.$$

4.3.1. Saçılma Durumları

Saçılma durumlarını elde edebilmek için Kesim 4.3'de elde edilen çözümlerin asimptotik davranışlarına bakılması gerekmektedir.

$x < 0$ bölgesindeki çözüm için; $x \rightarrow -\infty$ 'a giderken $y \rightarrow 0$ 'a gider, buna göre ${}_2F_1(a, b, c; y) \rightarrow 1$ değerini alır. Bu durumda asimptotik çözüm

$$\phi_{sol}(x) \rightarrow A \left(-\frac{q}{p}\right)^{\frac{k}{a}} e^{ik(x+L)} + B \left(-\frac{q}{p}\right)^{-\frac{k}{a}} e^{-ik(x+L)} \quad (4.3.1.1)$$

olur.

$x > 0$ bölgesindeki çözüm için; $x \rightarrow \infty$ iken, $z \rightarrow 0$ olur ve ${}_2F_1(a, b, c; y) \rightarrow 1$ değerini alır. Bu durumda asimptotik çözüm

$$\phi_{sağ}(x) \rightarrow D \left(-\frac{\tilde{q}}{\tilde{p}} \right)^{-i\frac{k}{b}} e^{ik(x-\tilde{L})} \quad (4.3.1.2)$$

biçimini alır.

Olasılık akısı yoğunluğu

$$\vec{j} = \frac{\hbar}{2im} (\Psi \vec{\nabla} \Psi^* - \Psi^* \vec{\nabla} \Psi) \quad (4.3.1.3)$$

kullanılırsa, yansıma (R) ve geçiş (T) katsayıları aşağıdaki biçimde elde edilir:

$$R = \frac{j_{yan}}{j_{gel}} = \left| \frac{B}{A} \right|^2 e^{4\pi\frac{k}{a}}, \quad (4.3.1.4)$$

$$T = \frac{j_{geçiş}}{j_{gel}} = \left| \frac{D}{A} \right|^2 e^{2\pi k \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)}.$$

Burada A, B ve D katsayıları bilinmemektedir. Bu katsayıları bulmak için, süreklilik koşulları olarak bilinen dalga fonksiyonlarının $x=0$ 'da kendilerinin ve birinci türevlerinin eşit olma koşulları kullanılır. Bu iki koşul kullanılırsa,

$$\frac{B}{A} = \frac{[(C_4 + C_5)F_1 + C_6F_4]C_2F_2 - [(C_7 + C_8)F_2 + C_9F_5]C_1F_1}{[(C_{10} + C_{11})F_3 + C_{12}F_6]C_1F_1 - [(C_4 + C_5)F_1 + C_6F_4]C_3F_3} \quad (4.3.1.5)$$

$$\frac{D}{A} = \frac{[(C_7 + C_8)F_2 + C_9F_5]C_3F_3 - [(C_{10} + C_{11})F_3 + C_{12}F_6]C_2F_2}{[(C_4 + C_5)F_1 + C_6F_4]C_3F_3 - [(C_{10} + C_{11})F_3 + C_{12}F_6]C_1F_1} \quad (4.3.1.6)$$

eşitlikleri bulunur. Buradaki katsayıların açık biçimleri Çizelge 4.3.1.1'de verilmektedir.

Çizelge 4.3.1.1. Denklem (4.3.1.5) ve Denklem (4.3.1.6)'daki sabitlerin açık biçimleri.

$\sigma = -\frac{q}{p} \quad \tilde{\sigma} = -\frac{\tilde{q}}{\tilde{p}}$	$C_6 = (-b)(\tilde{\sigma})^{-\tilde{\mu}+1} e^{-b\tilde{L}(\tilde{\mu}-1)} (1-\tilde{\sigma}e^{b\tilde{L}})^{-\tilde{\nu}} \frac{(-\tilde{\mu}-\tilde{\nu}+\tilde{\delta})(-\tilde{\mu}-\tilde{\nu}-\tilde{\delta})}{1-2\tilde{\mu}}$
$C_1 = (\tilde{\sigma})^{-\tilde{\mu}} e^{-b\tilde{\mu}\tilde{L}} (1-\tilde{\sigma}e^{b\tilde{L}})^{-\tilde{\nu}}$	$C_9 = a(\sigma)^{\mu+1} e^{aL(\mu+1)} (1-\sigma e^{aL})^{\nu} \frac{(\mu+\nu+\delta)(\mu+\nu-\delta)}{1+2\mu}$
$C_2 = (\sigma)^{\mu} e^{a\mu L} (1-\sigma e^{aL})^{\nu}$	$C_{12} = a(\sigma)^{-\mu+1} e^{-aL(\mu-1)} (1-\sigma e^{aL})^{\nu} \frac{(-\mu+\nu+\delta)(-\mu+\nu-\delta)}{1-2\mu}$
$C_3 = (\sigma)^{-\mu} e^{-a\mu L} (1-\sigma e^{aL})^{\nu}$	$F_1 = {}_2F_1(-\tilde{\mu}-\tilde{\nu}+\tilde{\delta}, -\tilde{\mu}-\tilde{\nu}-\tilde{\delta}, 1-2\tilde{\mu}; \tilde{\sigma}e^{b\tilde{L}})$
$C_4 = \tilde{\mu}b(\tilde{\sigma})^{-\tilde{\mu}} e^{-b\tilde{\mu}\tilde{L}} (1-\tilde{\sigma}e^{b\tilde{L}})^{-\tilde{\nu}}$	$F_2 = {}_2F_1(\mu+\nu+\delta, \mu+\nu-\delta, 1+2\mu; \sigma e^{aL})$
$C_5 = (-b\tilde{\nu})(\tilde{\sigma})^{-\tilde{\mu}+1} e^{-b\tilde{L}(\tilde{\mu}-1)} (1-\tilde{\sigma}e^{b\tilde{L}})^{-\tilde{\nu}-1}$	$F_3 = {}_2F_1(-\mu+\nu+\delta, -\mu+\nu-\delta, 1-2\mu; \sigma e^{aL})$
$C_7 = \mu a(\sigma)^{\mu} e^{a\mu L} (1-\sigma e^{aL})^{\nu}$	$F_4 = {}_2F_1(-\tilde{\mu}-\tilde{\nu}+\tilde{\delta}+1, -\tilde{\mu}-\tilde{\nu}-\tilde{\delta}+1, 2-2\tilde{\mu}; \tilde{\sigma}e^{b\tilde{L}})$
$C_8 = (-\nu a)(\sigma)^{\mu+1} e^{aL(\mu+1)} (1-\sigma e^{aL})^{\nu-1}$	$F_5 = {}_2F_1(\mu+\nu+\delta+1, \mu+\nu-\delta+1, 2+2\mu; \sigma e^{aL})$
$C_{10} = (-\mu a)(\sigma)^{-\mu} e^{-a\mu L} (1-\sigma e^{aL})^{\nu}$	$F_6 = {}_2F_1(-\mu+\nu+\delta+1, -\mu+\nu-\delta+1, 2-2\mu; \sigma e^{aL})$
$C_{11} = (-\nu a)(\sigma)^{-\mu+1} e^{-aL(\mu-1)} (1-\sigma e^{aL})^{\nu-1}$	

Şekil 4.3.1.1'de görüldüğü gibi potansiyelin parametrelerinin farklı değerleri için $R+T=1$, birimsellik koşulu sağlanmaktadır. Saçılma durumlarının oluşabilmesi için denklem 4.3.6'daki k 'nin pozitif ve gerçel olması gerekmektedir.

Bu durumda $|E| > m$, olmak zorundadır. $p^2 = (E - \frac{V_0}{q})^2 - m^2$, göreli momentum

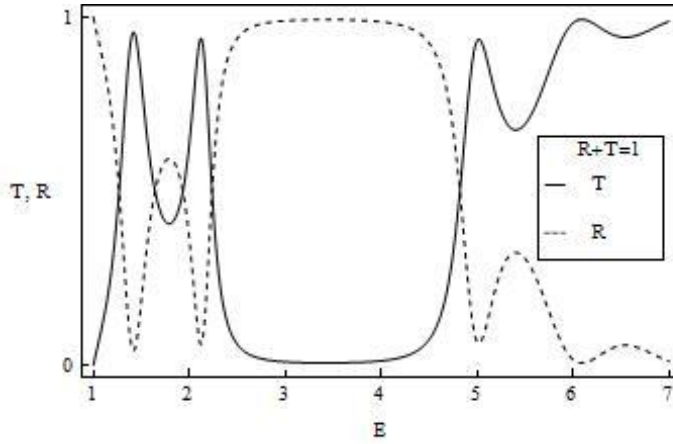
ifadesinin pozitif ve gerçel olabilmesi için enerjinin $m < E < \frac{V_0}{q} - m$ değerleri

arasında olması gerekmektedir. Şekil 4.3.1.2 ve Şekil 4.3.1.3'de *Klein Aralığı* adı verilen bu aralıkta enerjinin değeri potansiyelin değerinden küçük olması durumunda

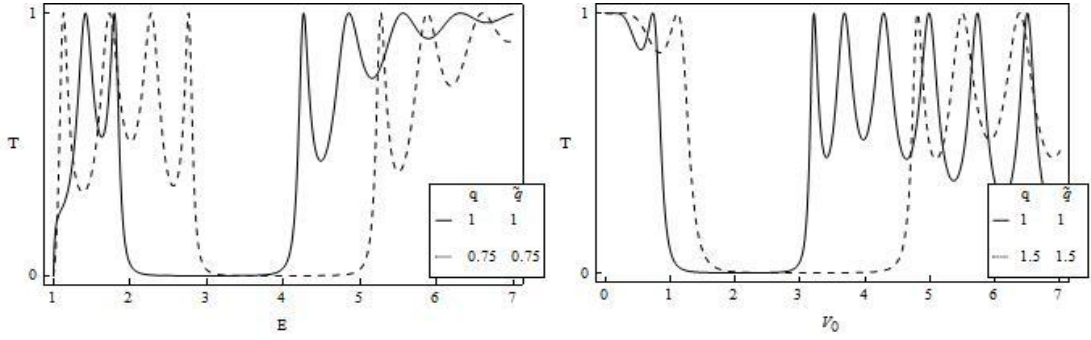
bile geçiş rezonansları olduğu görülmektedir. Enerji, $\frac{V_0}{q} - m < E < \frac{V_0}{q} + m$ değerleri

arasında olması durumunda momentum sanal olur. Bu, momentumun gerçel ve pozitif olma koşuluna aykırıdır. Şekil 4.3.1.2 ve Şekil 4.3.1.3'de enerjinin bu

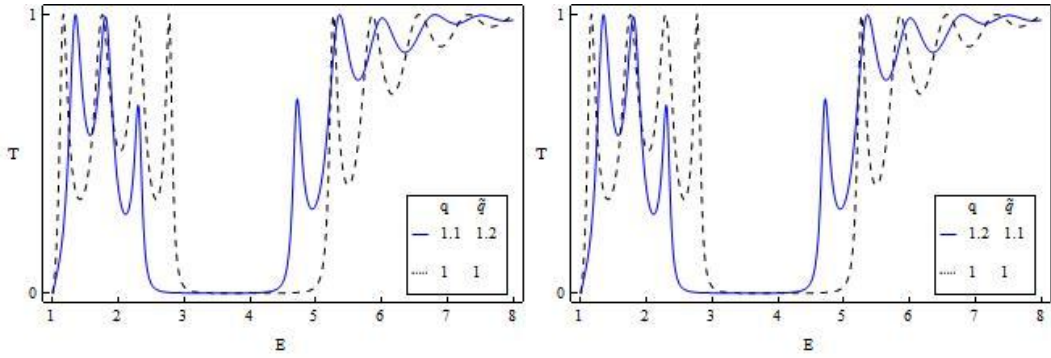
değerleri arasında geçiş katsayısının değeri sıfır olmaktadır. $V_0 > E + m$ durumunda geçiş rezonansları oluşmaya başlamaktadır. Şekil 4.3.1.2'de q ve \tilde{q} parametrelerinin önemli bir katkısı olduğu anlaşılmaktadır: soldaki grafiğe bakıldığında q ve \tilde{q} değişmesiyle geçiş olasılığının enerjiye göre bire ulaşma noktaları, $\frac{V_0 - m}{q} < E < \frac{V_0 + m}{q}$ koşuluna uymaktadır. Aynı biçimde sağdaki grafiğe bakıldığında geçiş katsayısının V_0 'a göre değişimi de, $q(E - m) < V_0 < q(E + m)$ koşulunu sağlamaktadır. Şekil 4.3.1.3'deki grafiklerde de önemli bir sonuç çıkmaktadır: q ve \tilde{q} parametrelerinin $q < \tilde{q}$ ya da $q > \tilde{q}$ değerlerinde geçiş katsayısı, iki durumda da aynı biçimde oluşmaktadır. Potansiyelin ters çevrilmesi durumunda, geçiş katsayısının değeri değiştirmemektedir. Bu sonuç diğer tüm parametreler içinde geçerlidir. Bu sonuçlar, Çizelge 4.3.1.2, Şekil 4.2.1.4, Şekil 4.2.1.5 ve Şekil 4.2.1.6'da açıkça görülmektedir. Bütün çizimler incelendiğinde her bir parametrenin değişmesiyle geçiş katsayısının değerinin de değiştiği gözlenir.



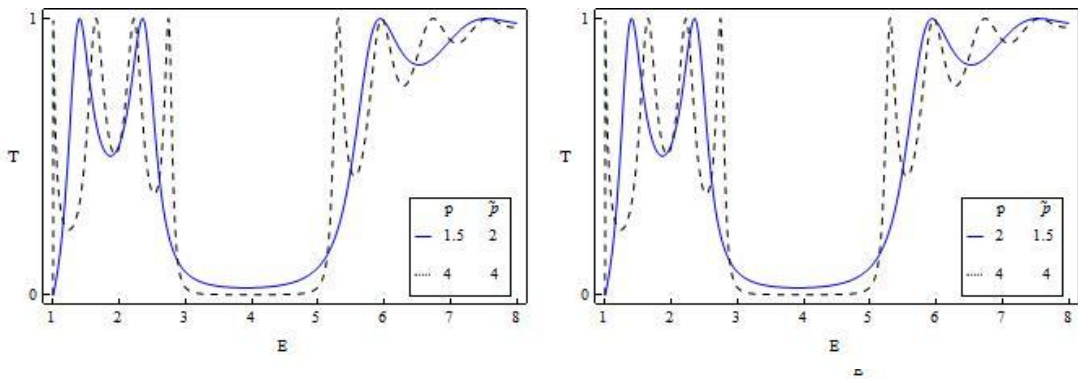
Şekil 4.3.1.1. KG parçacığı için Birimsellik koşulu; $R+T=1$. $a=10$, $b=8$, $q=1.2$, $\tilde{q}=1.1$, $L=1.3$, $\tilde{L}=1.4$, $p=1.5$, $\tilde{p}=1.2$, $m=1$, $V_0=4$ için R ve T 'nin enerjiye göre değişimi.



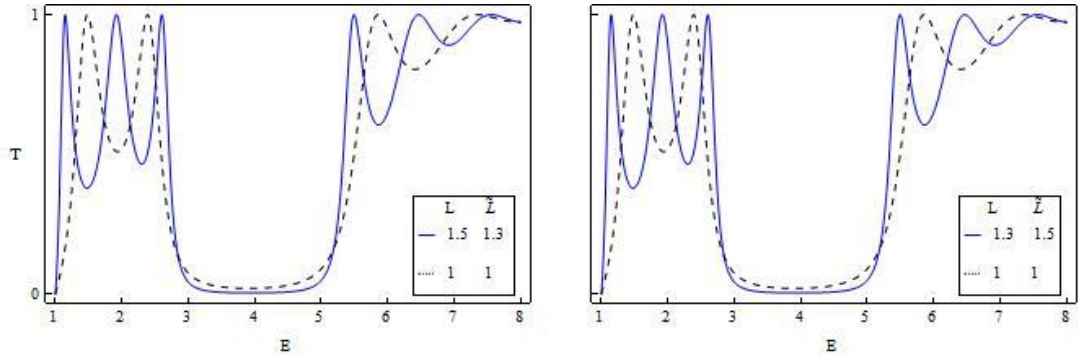
Şekil 4.3.1.2. KG parçacığı için q ve \tilde{q} parametresinin geçiş katsayısına etkisi I. Soldaki şekil, T 'nin enerjiye göre değişimi, sağdaki şekil T 'nin V_0 'a göre değişimi. Burada $a=b=10$, $L=\tilde{L}=2$, $p=\tilde{p}=1$, $m=1$, $V_0=3$ ve $E=2$ 'dir.



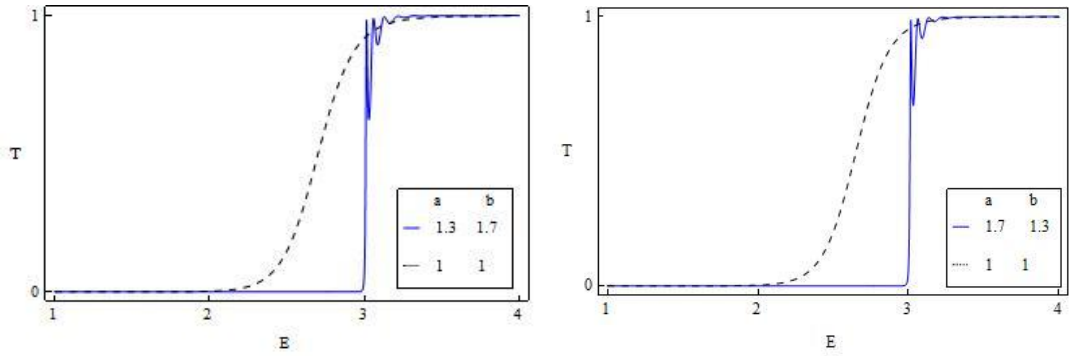
Şekil 4.3.1.3. Şekil 4.3.1.2. KG parçacığı için T 'nin enerjiye göre değişiminde q ve \tilde{q} parametrelerinin geçiş katsayısına etkisi gösteren çizim II. Burada $a=b=10$, $L=\tilde{L}=2$, $p=\tilde{p}=1$, $m=1$, $V_0=4$ 'dür.



Şekil 4.3.1.4. KG parçacığı için T 'nin enerjiye göre değişiminde p ve \tilde{p} parametrelerinin geçiş katsayısına etkisi gösteren çizim. Burada; sürekli çizgi için; $a=b=10$, $L=\tilde{L}=1$, $q=\tilde{q}=1$, $m=1$, $V_0=4$ ve kesikli çizgi için; $L=\tilde{L}=2$, $a=b=10$, $q=\tilde{q}=1$, $m=1$, $V_0=4$ 'dür.



Şekil 4.3.1.5. KG parçacığı için T 'nin enerjiye göre değişiminde L ve \tilde{L} parametrelerinin geçiş katsayısına etkisini gösteren çizim. Burada $a = b = 10$, $p = \tilde{p} = 1$, $q = \tilde{q} = 1$, $m = 1$, $V_0 = 4$ 'dür.



Şekil 4.3.1.6. KG parçacığı için T 'nin enerjiye göre değişiminde a ve b parametrelerinin geçiş katsayısına etkisini gösteren çizim. Burada $L = \tilde{L} = 10$, $p = \tilde{p} = 1$, $q = \tilde{q} = 1$, $m = 1$, $V_0 = 4$ 'dür.

Çizelge 4.3.1.2. KG parçacığı için parametrelerin geçiş katsayısına etkisinin sayısal dökümü.

```
In[30]= Table[{{q = 1.2; q̄ = 1.1; a = 1.3; b = 1.7; L = 1.3; L̄ = 1.5; p = 1.5; p̄ = 2; m = 1; V = 4}; T},
{G, 1, 8, 0.05}]

Out[30]= {{Indeterminate}, {0.000230136}, {0.000734426}, {0.00189859}, {0.00498961}, {0.0158806},
{0.0906245}, {0.589182}, {0.0707309}, {0.0269196}, {0.0155602}, {0.0109132}, {0.00855253},
{0.00720457}, {0.00638706}, {0.00588341}, {0.00558469}, {0.00543188}, {0.00539167},
{0.00544524}, {0.00558256}, {0.00579955}, {0.00609641}, {0.00647679}, {0.00694747},
{0.00751817}, {0.00820173}, {0.00901432}, {0.00997594}, {0.0111109}, {0.0124486}, {0.0140243},
{0.0158803}, {0.018067}, {0.0206443}, {0.0236833}, {0.0272679}, {0.0314968}, {0.0364853},
{0.0423672}, {0.0492968}, {0.0574493}, {0.0670219}, {0.0782322}, {0.0913151}, {0.106517},
{0.124088}, {0.144265}, {0.167261}, {0.193235}, {0.222277}, {0.254375}, {0.289401}, {0.327089},
{0.367036}, {0.408709}, {0.451475}, {0.494633}, {0.537466}, {0.579292}, {0.619499}, {0.657589},
{0.693188}, {0.726056}, {0.756074}, {0.783234}, {0.807611}, {0.829345}, {0.848619}, {0.865639},
{0.88062}, {0.893777}, {0.905316}, {0.915428}, {0.924288}, {0.932055}, {0.938869}, {0.944853},
{0.950117}, {0.954756}, {0.95885}, {0.962472}, {0.965683}, {0.968535}, {0.971075}, {0.973341},
{0.975369}, {0.977187}, {0.97882}, {0.980292}, {0.98162}, {0.982823}, {0.983913}, {0.984904},
{0.985807}, {0.986631}, {0.987385}, {0.988076}, {0.988711}, {0.989296}, {0.989835}, {0.990333},
{0.990794}, {0.991221}, {0.991618}, {0.991988}, {0.992332}, {0.992654}, {0.992955}, {0.993237},
{0.993501}, {0.99375}, {0.993983}, {0.994203}, {0.994411}, {0.994607}, {0.994792}, {0.994967},
{0.995133}, {0.995291}, {0.995441}, {0.995583}, {0.995718}, {0.995847}, {0.99597}, {0.996087},
{0.996199}, {0.996306}, {0.996409}, {0.996506}, {0.9966}, {0.99669}, {0.996776}, {0.996859},
{0.996938}, {0.997015}, {0.997088}, {0.997159}, {0.997227}, {0.997292}, {0.997355}}
```

```
In[31]= Table[{{q = 1.1; q̄ = 1.2; a = 1.7; b = 1.3; L = 1.5; L̄ = 1.3; p = 2; p̄ = 1.5; m = 1; V = 4}; T},
{G, 1, 8, 0.05}]

Out[31]= {{Indeterminate}, {0.000230136}, {0.000734426}, {0.00189859}, {0.00498961}, {0.0158806},
{0.0906245}, {0.589182}, {0.0707309}, {0.0269196}, {0.0155602}, {0.0109132}, {0.00855253},
{0.00720457}, {0.00638706}, {0.00588341}, {0.00558469}, {0.00543188}, {0.00539167},
{0.00544524}, {0.00558256}, {0.00579955}, {0.00609641}, {0.00647679}, {0.00694747},
{0.00751817}, {0.00820173}, {0.00901432}, {0.00997594}, {0.0111109}, {0.0124486}, {0.0140243},
{0.0158803}, {0.018067}, {0.0206443}, {0.0236833}, {0.0272679}, {0.0314968}, {0.0364853},
{0.0423672}, {0.0492968}, {0.0574493}, {0.0670219}, {0.0782322}, {0.0913151}, {0.106517},
{0.124088}, {0.144265}, {0.167261}, {0.193235}, {0.222277}, {0.254375}, {0.289401}, {0.327089},
{0.367036}, {0.408709}, {0.451475}, {0.494633}, {0.537466}, {0.579292}, {0.619499}, {0.657589},
{0.693188}, {0.726056}, {0.756074}, {0.783234}, {0.807611}, {0.829345}, {0.848619}, {0.865639},
{0.88062}, {0.893777}, {0.905316}, {0.915428}, {0.924288}, {0.932055}, {0.938869}, {0.944853},
{0.950117}, {0.954756}, {0.95885}, {0.962472}, {0.965683}, {0.968535}, {0.971075}, {0.973341},
{0.975369}, {0.977187}, {0.97882}, {0.980292}, {0.98162}, {0.982823}, {0.983913}, {0.984904},
{0.985807}, {0.986631}, {0.987385}, {0.988076}, {0.988711}, {0.989296}, {0.989835}, {0.990333},
{0.990794}, {0.991221}, {0.991618}, {0.991988}, {0.992332}, {0.992654}, {0.992955}, {0.993237},
{0.993501}, {0.99375}, {0.993983}, {0.994203}, {0.994411}, {0.994607}, {0.994792}, {0.994967},
```

4.3.2. Bağlı Durum Enerjisi

Enerjinin $|E| < m$ değerleri için bağlı durumlar oluşur. Denklem (4.2.2.1)'de verilen GWS kuyusu, $x < 0$ bölgesi için dikkate alınır, Denklem (4.2.1)

$$\frac{d^2\phi(x)}{dx^2} + \left\{ [E + \frac{V_0}{q + pe^{a(x-L)}}] - m^2 \right\} \phi(x) = 0 \quad (4.3.2.1)$$

biçiminde olur. Bu denklemde

$$y = -\frac{q}{p} e^{a(x+L)} \quad (4.3.2.2)$$

değişken değiştirilmesi yapılır ve dalga fonksiyonu

$$\phi(y) = y^{\mu_1} (1-y)^{\nu_1} f(y) \quad (4.3.2.3)$$

olarak yeniden tanımlanırsa, Denklem (4.3.2.1)'nin çözümü aşağıdaki biçimde olur:

$$\begin{aligned} \phi_{sol}(y) = & A_1 y^{\mu_1} (1-y)^{\nu_1} {}_2F_1(\mu_1 + \nu_1 + \delta_1, \mu_1 + \nu_1 - \delta_1, 1 + 2\mu_1; y) \\ & + A_3 y^{-\mu_1} (1-y)^{\nu_1} {}_2F_1(-\mu_1 + \nu_1 + \delta_1, -\mu_1 - \nu_1 - \delta_1, 1 - 2\mu_1; y). \end{aligned} \quad (4.3.2.4)$$

Burada

$$\mu_1 = \frac{k_1}{a}, \quad \nu_1 = \frac{1 + \sqrt{1 - \left(\frac{2V_0}{aq}\right)^2}}{2}, \quad \delta_1 = i \frac{p_1}{a}, \quad (4.3.2.5)$$

$$k_1^2 = m^2 - E^2, \quad p_1^2 = \left(E + \frac{V_0}{q}\right)^2 - m^2$$

olarak tanımlanmaktadır.

$x > 0$ bölgesinde ve $E > 0$ değerleri için Denklem (4.3.2.1)

$$\frac{d^2 \phi(x)}{dx^2} + \left\{ \left[E + \frac{V_0}{\tilde{q} + \tilde{p} e^{b(x-\tilde{L})}} \right]^2 - m^2 \right\} \phi(x) = 0 \quad (4.3.2.6)$$

biçimini alır. Bu denklemde yeniden değişkeni

$$z = -\frac{\tilde{q}}{\tilde{p}} e^{-b(x-\tilde{L})} \quad (4.3.2.7)$$

ve dalga fonksiyonunu

$$\phi(z) = z^{\tilde{\mu}_1} (1-z)^{-\tilde{\nu}_1} h(z) \quad (4.3.2.8)$$

olarak tanımlanırsa, Denklem (4.3.2.6)'nın çözüm aşağıdaki biçimde elde edilir:

$$\begin{aligned} \phi_{sağ}(z) = & A_2 z^{\tilde{\mu}_1} (1-z)^{-\tilde{\nu}_1} {}_2F_1(\tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 + \tilde{\delta}_1, \tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 - \tilde{\delta}_1, 1 + 2\tilde{\mu}_1; z) \\ & + A_4 z^{-\tilde{\mu}_1} (1-z)^{-\tilde{\nu}_1} {}_2F_1(-\tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 + \tilde{\delta}_1, -\tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 - \tilde{\delta}_1, 1 - 2\tilde{\mu}_1; z). \end{aligned} \quad (4.3.2.9)$$

Burada parametreler

$$\tilde{\mu}_1 = \frac{k_1}{b}, \quad \tilde{\nu}_1 = \frac{1 + \sqrt{1 - \left(\frac{2V_0}{b\tilde{q}}\right)^2}}{2}, \quad \tilde{\delta}_1 = i\frac{\tilde{p}_1}{b}, \quad \tilde{p}_1^2 = \left(E + \frac{V_0}{\tilde{q}}\right)^2 - m^2 \quad (4.3.2.10)$$

biçiminde tanımlanmaktadır.

$x \rightarrow -\infty$ ve $x \rightarrow \infty$ limitlerine bakıldığında düzenli çözümler aşağıdaki biçimde elde edilir:

$$\phi_{sol}(y) = A_1 y^{\mu_1} (1-y)^{\nu_1} {}_2F_1(\mu_1 + \nu_1 + \delta_1, \mu_1 + \nu_1 - \delta_1, 1 + 2\mu_1; y) \quad (4.3.2.11)$$

$$\phi_{sağ}(z) = A_2 z^{\tilde{\mu}_1} (1-z)^{-\tilde{\nu}_1} {}_2F_1(\tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 + \tilde{\delta}_1, \tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 - \tilde{\delta}_1, 1 + 2\tilde{\mu}_1; z). \quad (4.3.2.12)$$

Bağlı durum enerjileri ile ilgili bilgiyi içeren bağıntıyı bulmak için süreklilik koşulları olan dalga fonksiyonlarının $x=0$ 'da kendilerinin ve birinci türevlerinin eşit olma koşulları kullanılır. Gerekli işlemler yapıldıktan sonra öz değer koşulu aşağıdaki biçimde bulunur:

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \left[(-b\tilde{\mu}_1)\tilde{\sigma}^{\tilde{\mu}_1} e^{b\tilde{L}\tilde{\mu}_1} (1-\tilde{\sigma}e^{b\tilde{L}})^{-\tilde{v}_1} + (-b\tilde{v}_1)\tilde{\sigma}^{\tilde{\mu}_1+1} e^{b\tilde{L}(\tilde{\mu}_1+1)} (1-\tilde{\sigma}e^{b\tilde{L}})^{-\tilde{v}_1-1} \right] F_7 \right. \\
 & - b\tilde{\sigma}^{\tilde{\mu}_1+1} e^{b\tilde{L}(\tilde{\mu}_1+1)} (1-\tilde{\sigma}e^{b\tilde{L}})^{-\tilde{v}_1} \frac{(\tilde{\mu}_1-\tilde{v}_1+\tilde{\delta}_1)(\tilde{\mu}_1-\tilde{v}_1-\tilde{\delta}_1)}{1+2\tilde{\mu}_1} F_9 \left. \right\} \sigma^{\mu_1} e^{aL\mu_1} (1-\sigma e^{aL})^{v_1} F_8 \\
 & - \left\{ \left[(a\mu_1)\sigma^{\mu_1} e^{aL\mu_1} (1-\sigma e^{aL})^{v_1} + (-a v_1)\sigma^{\mu_1+1} e^{aL(\mu_1+1)} (1-\sigma e^{aL})^{v_1-1} \right] F_8 \right. \\
 & + a\mu_1\sigma^{\mu_1+1} e^{aL(\mu_1+1)} (1-\sigma e^{aL})^{v_1} \frac{(\mu_1+v_1+\delta_1)(\mu_1+v_1-\delta_1)}{1+2\mu_1} F_{10} \left. \right\} \tilde{\sigma}^{\tilde{\mu}_1} e^{b\tilde{L}\tilde{\mu}_1} (1-\tilde{\sigma}e^{b\tilde{L}})^{-\tilde{v}_1} F_7 = 0.
 \end{aligned} \tag{4.3.2.13}$$

Çizelge 4.3.2.1. Denklem (4.3.2.13)'deki sabitlerin açık biçimleri.

$\sigma = \frac{q}{p}, \quad \tilde{\sigma} = \frac{\tilde{q}}{\tilde{p}}$
$F_7 = {}_2F_1(\tilde{\mu}_1 - \tilde{v}_1 + \tilde{\delta}_1, \tilde{\mu}_1 - \tilde{v}_1 - \tilde{\delta}_1, 1 + 2\tilde{\mu}_1; \tilde{\sigma}e^{b\tilde{L}})$
$F_8 = {}_2F_1(\mu_1 + v_1 + \delta_1, \mu_1 + v_1 - \delta_1, 1 + 2\mu_1; \sigma e^{aL})$
$F_9 = {}_2F_1(\tilde{\mu}_1 - \tilde{v}_1 + \tilde{\delta}_1 + 1, \tilde{\mu}_1 - \tilde{v}_1 - \tilde{\delta}_1 + 1, 2 + 2\tilde{\mu}_1; \tilde{\sigma}e^{b\tilde{L}})$
$F_{10} = {}_2F_1(\mu_1 + v_1 + \delta_1 + 1, \mu_1 + v_1 - \delta_1 + 1, 2 + 2\mu_1; \sigma e^{aL})$

4.4. GENELLEŞTİRİLMİŞ WOODS-SAXON POTANSİYELİ İÇİN DIRAC DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ

Denklem (3.2.7)'de elde edilen çiftlenimli iki denklemden birincisi, GWS potansiyeli dikkate alındığında aşağıdaki biçimde yazılır:

$$\frac{d^2\phi(x)}{dx^2} + \left\{ \left[E - \frac{V_0}{q + pe^{-a(x+L)}} \right]^2 - m^2 + i \frac{d}{dx} \left[\frac{V_0}{q + pe^{-a(x+L)}} \right] \right\} \phi(x) = 0. \tag{4.4.1}$$

Bu denklemde

$$y = -\frac{q}{p} e^{a(x+L)} \tag{4.4.2}$$

değişken değiştirilmesi yapılır ve dalga fonksiyonu

$$\phi(y) = y^\mu (1-y)^\nu h(y) \quad (4.4.3)$$

olarak yeniden tanımlanırsa, Denklem (4.4.1)'in çözümü aşağıdaki biçimde olur:

$$\begin{aligned} \phi_{sol}(y) = & A y^\mu (1-y)^\nu {}_2F_1(\mu + \nu + \delta, \mu + \nu - \delta, 1 + 2\mu; y) \\ & + B y^{-\mu} (1-y)^\nu {}_2F_1(-\mu + \nu + \delta, -\mu - \nu - \delta, 1 - 2\mu; y). \end{aligned} \quad (4.4.4)$$

Burada parametreler aşağıdaki biçimde tanımlanır:

$$\mu = i\frac{k}{a}, \quad \nu = -\frac{iV_0}{aq}, \quad \delta = \frac{ip'}{a}, \quad (4.4.5)$$

$$k^2 = E^2 - m^2, \quad p'^2 = \left(E - \frac{V_0}{q}\right)^2 - m^2.$$

$x > 0$ bölgesinde ve $E > 0$ değerleri için Denklem (3.2.7)'deki birinci eşitlik

$$\frac{d^2\phi(x)}{dx^2} + \left\{ \left[E - \frac{V_0}{\tilde{q} + \tilde{p}e^{b(x-\tilde{L})}} \right]^2 - m^2 + i \frac{d}{dx} \left[\frac{V_0}{\tilde{q} + \tilde{p}e^{b(x-\tilde{L})}} \right] \right\} \phi(x) = 0 \quad (4.4.6)$$

olur. Bu denklemde yeni değişken

$$z = -\frac{\tilde{q}}{\tilde{p}} e^{-b(x-\tilde{L})} \quad (4.4.7)$$

ve dalga fonksiyonu

$$\phi(z) = z^{\tilde{\mu}} (1-z)^{-\tilde{\nu}} g(z) \quad (4.4.8)$$

olarak yeniden tanımlanırsa, Denklem (4.4.6)'nın çözümü aşağıdaki biçimde elde edilir:

$$\begin{aligned} \phi_{sağ}(z) = & C z^{\tilde{\mu}} (1-z)^{-\tilde{\nu}} {}_2F_1(\tilde{\mu} - \tilde{\nu} + \tilde{\delta}, \tilde{\mu} - \tilde{\nu} - \tilde{\delta}, 1 + 2\tilde{\mu}; z) \\ & + D z^{-\tilde{\mu}} (1-z)^{-\tilde{\nu}} {}_2F_1(-\tilde{\mu} - \tilde{\nu} + \tilde{\delta}, -\tilde{\mu} - \tilde{\nu} - \tilde{\delta}, 1 - 2\tilde{\mu}; z). \end{aligned} \quad (4.4.9)$$

Buradaki parametreler aşağıdaki biçimde tanımlanmaktadır:

$$\tilde{\mu} = i\frac{k}{b}, \quad \tilde{\nu} = -\frac{iV_0}{b\tilde{q}}, \quad \tilde{\delta} = \frac{i\tilde{p}'}{b}, \quad \tilde{p}'^2 = \left(E - \frac{V_0}{\tilde{q}} \right)^2 - m^2. \quad (4.4.10)$$

4.4.1. Saçılma Durumları

Saçılma durumlarına elde edebilmek için Kesim 4.4'de elde edilen çözümlerin asimptotik davranışlarına bakılması gerekmektedir. $x < 0$ bölgesindeki çözüm için; $x \rightarrow -\infty$ 'a giderken $y \rightarrow 0$ 'a gider, bu durumda ${}_2F_1(a, b, c; y) \rightarrow 1$ değerini alır. O zaman çözüm

$$\phi_{sol}(x) \rightarrow A e^{-\pi\frac{k}{a}\left(\frac{q}{p}\right)^{\frac{k}{a}}} e^{ik(x+L)} + B e^{\pi\frac{k}{a}\left(-\frac{q}{p}\right)^{-\frac{k}{a}}} e^{-ik(x+L)} \quad (4.4.1.1)$$

olur. Denklem 3.2.6'dan $\chi_{sol}(x)$, aşağıdaki biçimde elde edilir:

$$\chi_{sol}(x) \rightarrow A e^{-\pi\frac{k}{a}\left(\frac{q}{p}\right)^{\frac{k}{a}}\left(\frac{E-k}{m}\right)} e^{ik(x+L)} + B e^{-\pi\frac{k}{a}\left(\frac{q}{p}\right)^{-\frac{k}{a}}\left(\frac{E+k}{m}\right)} e^{-ik(x+L)}. \quad (4.4.1.2)$$

$x > 0$ bölgesi için $x \rightarrow \infty$ 'a giderken, $z \rightarrow 0$ ve ${}_2F_1(a, b, c; y) \rightarrow 1$ 'e gider.

Bu durumda çözüm

$$\phi_{sağ}(x) \rightarrow D e^{\pi\frac{k}{b}\left(\frac{\tilde{q}}{\tilde{p}}\right)^{-\frac{k}{b}}} e^{ik(x+\tilde{L})} \quad (4.4.1.3)$$

biçiminde olur. Denklem (3.2.6)'dan $\chi_{sağ}(x)$:

$$\chi_{sağ}(x) \rightarrow D e^{\pi \frac{k}{b} \left(\frac{\tilde{q}}{\tilde{p}} \right)^{-i \frac{k}{b}} \left(\frac{E-k}{m} \right)} e^{ik(x+L)} \quad (4.4.1.4)$$

elde edilir. Bir boyutlu Dirac olasılık akısı yoğunluğu

$$j_x = \bar{\Psi} \gamma_x \Psi = \frac{1}{2} \left(|\phi(x)|^2 - |\chi(x)|^2 \right) \quad (4.4.1.5)$$

kullanılırsa, yansıma (R) ve geçiş (T) katsayıları, sırasıyla,

$$R = \frac{j_{yan}}{j_{gel}} = \left| \frac{B}{A} \right|^2 \left(\frac{E+k}{E-k} \right) e^{\pi \frac{4k}{a}} \quad (4.4.1.6)$$

$$T = \frac{j_{geçiş}}{j_{gel}} = \left| \frac{D}{A} \right|^2 e^{2\pi k \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)} \quad (4.4.1.7)$$

olarak elde edilir.

Burada A, B ve D katsayıları bilinmemektedir. Bu katsayıları bulmak için, süreklilik koşulları olarak bilinen dalga fonksiyonlarının $x = 0$ 'da kendilerinin ve birinci türevlerinin eşit olma koşulları kullanılır. Bu iki koşul kullanılırsa,

$$\frac{B}{A} = \frac{[(C_4 + C_5)F_1 + C_6F_4]C_2F_2 - [(C_7 + C_8)F_2 + C_9F_5]C_1F_1}{[(C_{10} + C_{11})F_3 + C_{12}F_6]C_1F_1 - [(C_4 + C_5)F_1 + C_6F_4]C_3F_3} \quad (4.4.1.8)$$

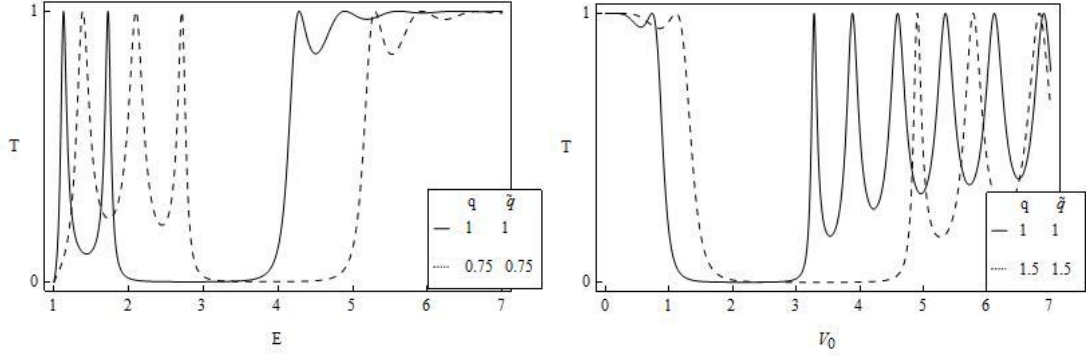
$$\frac{D}{A} = \frac{[(C_7 + C_8)F_2 + C_9F_5]C_3F_3 - [(C_{10} + C_{11})F_3 + C_{12}F_6]C_2F_2}{[(C_4 + C_5)F_1 + C_6F_4]C_3F_3 - [(C_{10} + C_{11})F_3 + C_{12}F_6]C_1F_1} \quad (4.4.1.9)$$

eşitlikleri elde edilir. Buradaki sabitlerin açık biçimleri Çizelge 4.4.1.1' de verilmektedir. Şekil 4.4.1.1, Şekil 4.4.1.3 ve Çizelge 4.4.1.2 incelendiğinde $R+T=1$, birimsellik koşulu her durumda sağlanmadığı açıkça görülmektedir. q ve \tilde{q} parametrelerinin farklı olması birimsellik koşulunun sağlanmamasına neden olmaktadır. Aynı zamanda q ve \tilde{q} parametrelerinin farklı olması geçiş katsayısının farklı olmasına neden olmaktadır. Şekil 4.4.1.2'ye bakıldığında aynı parametreler için

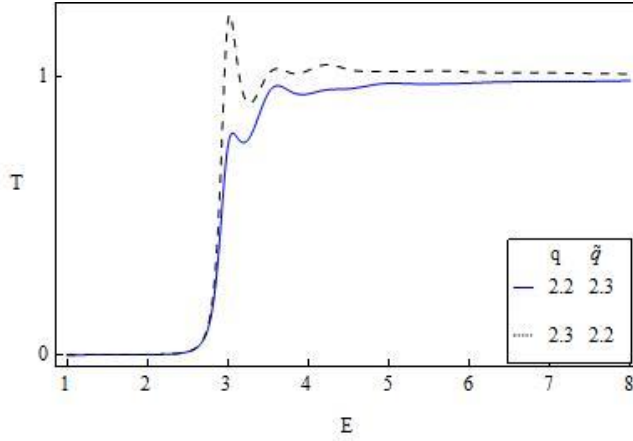
Dirac parçacığının geçiş rezonanslarının sayısı, Kesim 4.3.1'de tartıştığımız KG parçacığının geçiş rezonanslarının sayısından daha az olduğu görülmektedir. Şekil 4.4.1.4 incelendiğinde p ve \tilde{p} parametrelerinin, $p < \tilde{p}$ ya da $p > \tilde{p}$ koşulunda geçiş rezonanslarının aynı olduğu görülmektedir. Fakat Çizelge 4.4.1.3'deki geçiş rezonanslarının sayısal verilerine bakıldığında virgülden sonra 5. basamağında değişimler görülmektedir. Oysa bu durum Schrödinger ve KG parçacıkları için aynıydı. p ve \tilde{p} için oluşan bu durum diğer L, \tilde{L} ve a, b parametreleri için de geçerlidir.

Çizelge 4.4.1.1. Denklem (4.4.1.8) ve Denklem (4.4.1.9)'daki sabitlerin açık biçimleri.

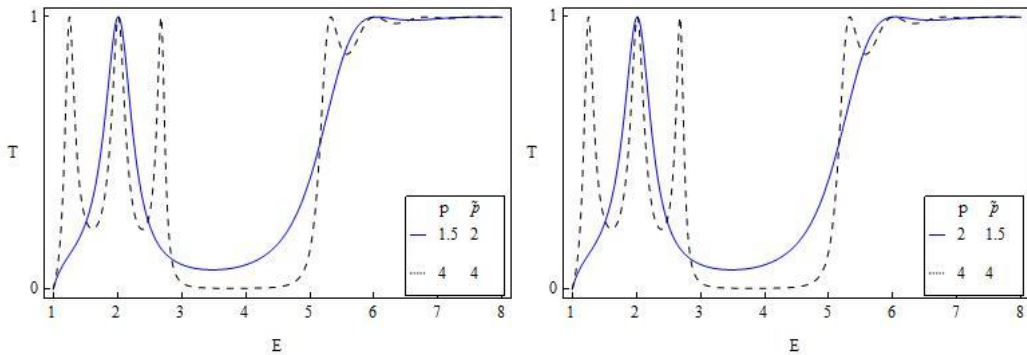
$\sigma = -\frac{q}{p} \quad \tilde{\sigma} = -\frac{\tilde{q}}{\tilde{p}}$	$C_6 = (-b)(\tilde{\sigma})^{-\tilde{\mu}+1} e^{-b\tilde{L}(\tilde{\mu}-1)} (1-\tilde{\sigma}e^{b\tilde{L}})^{-\tilde{\nu}} \frac{(-\tilde{\mu}-\tilde{\nu}+\tilde{\delta})(-\tilde{\mu}-\tilde{\nu}-\tilde{\delta})}{1-2\tilde{\mu}}$
$C_1 = (\tilde{\sigma})^{-\tilde{\mu}} e^{-b\tilde{\mu}\tilde{L}} (1-\tilde{\sigma}e^{b\tilde{L}})^{-\tilde{\nu}}$	$C_9 = a(\sigma)^{\mu+1} e^{aL(\mu+1)} (1-\sigma e^{aL})^{\nu} \frac{(\mu+\nu+\delta)(\mu+\nu-\delta)}{1+2\mu}$
$C_2 = (\sigma)^{\mu} e^{a\mu L} (1-\sigma e^{aL})^{\nu}$	$C_{12} = a(\sigma)^{-\mu+1} e^{-aL(\mu-1)} (1-\sigma e^{aL})^{\nu} \frac{(-\mu+\nu+\delta)(-\mu+\nu-\delta)}{1-2\mu}$
$C_3 = (\sigma)^{-\mu} e^{-a\mu L} (1-\sigma e^{aL})^{\nu}$	$F_{1=2}F_1(-\tilde{\mu}-\tilde{\nu}+\tilde{\delta}, -\tilde{\mu}-\tilde{\nu}-\tilde{\delta}, 1-2\tilde{\mu}; \tilde{\sigma}e^{b\tilde{L}})$
$C_4 = \tilde{\mu}b(\tilde{\sigma})^{-\tilde{\mu}} e^{-b\tilde{\mu}\tilde{L}} (1-\tilde{\sigma}e^{b\tilde{L}})^{-\tilde{\nu}}$	$F_{2=2}F_1(\mu+\nu+\delta, \mu+\nu-\delta, 1+2\mu; \sigma e^{aL})$
$C_5 = (-b\tilde{\nu})(\tilde{\sigma})^{-\tilde{\mu}+1} e^{-b\tilde{L}(\tilde{\mu}-1)} (1-\tilde{\sigma}e^{b\tilde{L}})^{-\tilde{\nu}-1}$	$F_{3=2}F_1(-\mu+\nu+\delta, -\mu+\nu-\delta, 1-2\mu; \sigma e^{aL})$
$C_7 = \mu a(\sigma)^{\mu} e^{a\mu L} (1-\sigma e^{aL})^{\nu}$	$F_{4=2}F_1(-\tilde{\mu}-\tilde{\nu}+\tilde{\delta}+1, -\tilde{\mu}-\tilde{\nu}-\tilde{\delta}+1, 2-2\tilde{\mu}; \tilde{\sigma}e^{b\tilde{L}})$
$C_8 = (-\nu a)(\sigma)^{\mu+1} e^{aL(\mu+1)} (1-\sigma e^{aL})^{\nu-1}$	$F_{5=2}F_1(\mu+\nu+\delta+1, \mu+\nu-\delta+1, 2+2\mu; \sigma e^{aL})$
$C_{10} = (-\mu a)(\sigma)^{-\mu} e^{-a\mu L} (1-\sigma e^{aL})^{\nu}$	$F_{6=2}F_1(-\mu+\nu+\delta+1, -\mu+\nu-\delta+1, 2-2\mu; \sigma e^{aL})$
$C_{11} = (-\nu a)(\sigma)^{-\mu+1} e^{-aL(\mu-1)} (1-\sigma e^{aL})^{\nu-1}$	



Şekil 4.4.1.2. Dirac parçacığı için q ve \tilde{q} parametrelerinin geçiş katsayısına etkisi. Soldaki şekil, T 'nin enerjiye göre değişimi, sağdaki şekil T 'nin potansiyele göre değişimi. Burada $a = b = 10$, $L = \tilde{L} = 2$, $p = \tilde{p} = 1$, $m = 1$, $V_0 = 3$ ve $E = 2$ 'dir.



Şekil 4.4.1.3. Dirac parçacığı için T 'nin enerjiye göre değişiminde q ve \tilde{q} parametrelerinin geçiş katsayısına etkisini gösteren çizim. Burada $a = b = 10$, $L = \tilde{L} = 2$, $p = \tilde{p} = 1$, $m = 1$, $V_0 = 4$ 'dür.



Şekil 4.4.1.4. Dirac parçacığı için T 'nin enerjiye göre değişiminde p ve \tilde{p} parametrelerinin geçiş katsayısına etkisini gösteren çizimler. Sürekli çizgi için; $a = b = 10$, $L = \tilde{L} = 1$, $q = \tilde{q} = 1$, $m = 1$, $V_0 = 4$ ve kesikli çizgi için; $L = \tilde{L} = 2$, $a = b = 10$, $q = \tilde{q} = 1$, $m = 1$, $V_0 = 4$ 'dür.

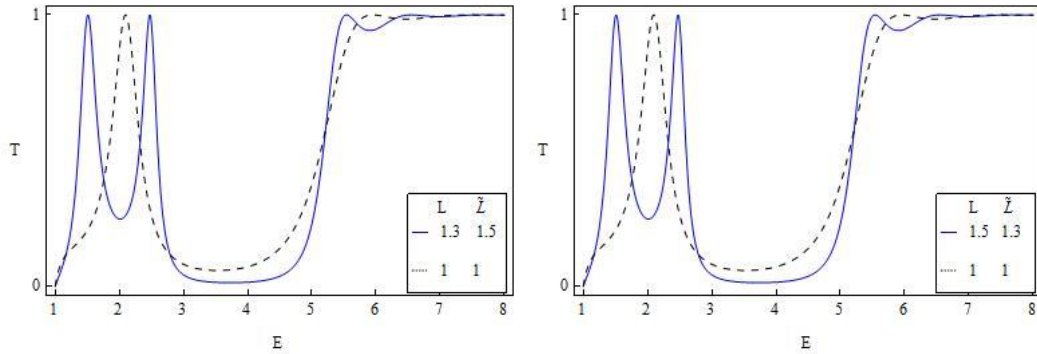
Çizelge 4.4.1.3. Dirac parçacığı için $pve\tilde{p}$ parametrelerinin geçiş katsayısına etkisini veren sayısal döküm.

Table[{{q=1; q̃=1; a=10; b=10; L=1; L̃=1; p=1.5; p̃=2; m=1; V=4}; T}, {0, 1, 7, 0.05}]

```
{
  {2.20086×10-32}, {0.0375135}, {0.0652438}, {0.0875327}, {0.106948}, {0.125181}, {0.143485}, {0.162916}, {0.184484},
  {0.209271}, {0.238525}, {0.273764}, {0.316865}, {0.370116}, {0.436153}, {0.51755}, {0.615678}, {0.72818}, {0.84487},
  {0.944238}, {0.997157}, {0.98283}, {0.905406}, {0.790861}, {0.66805}, {0.555474}, {0.460424}, {0.383416}, {0.322142},
  {0.273632}, {0.235151}, {0.204451}, {0.179778}, {0.159795}, {0.143486}, {0.130081}, {0.118995}, {0.109781},
  {0.102093}, {0.0956626}, {0.0902806}, {0.0857824}, {0.0820378}, {0.0789436}, {0.0764178}, {0.0743955}, {0.0728254},
  {0.0716673}, {0.0708906}, {0.0704724}, {0.0703967}, {0.0706536}, {0.0712387}, {0.0721527}, {0.0734012}, {0.0749947},
  {0.0769484}, {0.0792828}, {0.0820235}, {0.0852019}, {0.0888554}, {0.0930284}, {0.0977725}, {0.103148}, {0.109223},
  {0.116078}, {0.123803}, {0.132501}, {0.142288}, {0.153295}, {0.165666}, {0.179562}, {0.195159}, {0.212645},
  {0.232216}, {0.254077}, {0.278425}, {0.305445}, {0.335291}, {0.368068}, {0.403805}, {0.442434}, {0.483758},
  {0.527429}, {0.572932}, {0.619588}, {0.666566}, {0.712927}, {0.757686}, {0.799889}, {0.838691}, {0.873426},
  {0.903655}, {0.929189}, {0.950073}, {0.966556}, {0.979042}, {0.988033}, {0.994079}, {0.997733}, {0.999519},
  {0.999911}, {0.999322}, {0.998096}, {0.996516}, {0.994801}, {0.993117}, {0.991585}, {0.990283}, {0.989261}, {0.98854},
  {0.988123}, {0.987994}, {0.98813}, {0.988497}, {0.989058}, {0.989774}, {0.990604}, {0.991511}, {0.99246}, {0.993417}
}
```

Table[{{q=1; q̃=1; a=10; b=10; L=1; L̃=1; p=2; p̃=1.5; m=1; V=4}; T}, {0, 1, 7, 0.05}]

```
{
  {0.}, {0.0375136}, {0.0652437}, {0.0875321}, {0.106946}, {0.125178}, {0.14348}, {0.162909}, {0.184474}, {0.209256},
  {0.238504}, {0.273735}, {0.316823}, {0.370055}, {0.436063}, {0.517418}, {0.615484}, {0.727898}, {0.844479},
  {0.943737}, {0.996585}, {0.982264}, {0.904919}, {0.790486}, {0.667781}, {0.555287}, {0.460296}, {0.383327},
  {0.32208}, {0.273588}, {0.235118}, {0.204427}, {0.17976}, {0.159781}, {0.143475}, {0.130072}, {0.118988}, {0.109775},
  {0.102088}, {0.0956586}, {0.0902773}, {0.0857796}, {0.0820353}, {0.0789414}, {0.076416}, {0.0743939}, {0.072824},
  {0.0716661}, {0.0708896}, {0.0704715}, {0.0703959}, {0.070653}, {0.0712382}, {0.0721523}, {0.073401}, {0.0749945},
  {0.0769484}, {0.079283}, {0.0820238}, {0.0852024}, {0.0888561}, {0.0930293}, {0.0977737}, {0.103149}, {0.109225},
  {0.116081}, {0.123806}, {0.132505}, {0.142292}, {0.1533}, {0.165672}, {0.17957}, {0.195169}, {0.212656}, {0.23223},
  {0.254093}, {0.278445}, {0.30547}, {0.335321}, {0.368104}, {0.403849}, {0.442486}, {0.483819}, {0.527501},
  {0.573017}, {0.619685}, {0.666676}, {0.71305}, {0.757822}, {0.800037}, {0.83885}, {0.873593}, {0.903829}, {0.929367},
  {0.950252}, {0.966736}, {0.97922}, {0.988207}, {0.994249}, {0.997897}, {0.999676}, {1.00006}, {0.999465},
  {0.998233}, {0.996646}, {0.994924}, {0.993234}, {0.991695}, {0.990388}, {0.989361}, {0.988635}, {0.988213},
  {0.988079}, {0.988211}, {0.988574}, {0.989132}, {0.989844}, {0.990671}, {0.991576}, {0.992521}, {0.993476}
}
```



Şekil 4.4.1.5. Dirac parçacığı için T 'nin enerjiye göre değişiminde $Lve\tilde{L}$ parametrelerinin geçiş katsayısına etkisini gösteren çizimler. Burada $a=b=10$, $p=\tilde{p}=1$, $q=\tilde{q}=1$, $m=1$, $V_0=4$ 'dür.

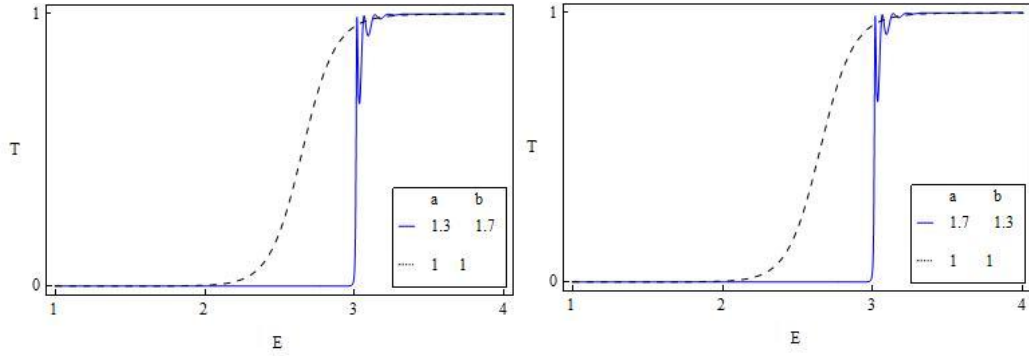
Çizelge 4.4.1.4. Dirac parçacığı için $Lve\tilde{L}$ parametrelerinin geçiş katsayısına etkisini gösteren sayısal döküm.

Table[{{p=1; \tilde{p} =1; m=1; q=1; \tilde{q} =1; a=10; b=10; L=1.5; \tilde{L} =1.3; v=4}; T], {G, 1, 7, 0.05}

```
{0.}, {0.0315019}, {0.0640846}, {0.10208}, {0.150898}, {0.218316}, {0.315847}, {0.458352},
{0.654085}, {0.869481}, {0.995624}, {0.947255}, {0.788671}, {0.623756}, {0.494787},
{0.403259}, {0.34042}, {0.298115}, {0.270676}, {0.254588}, {0.247946}, {0.250106},
{0.261594}, {0.28428}, {0.321901}, {0.381014}, {0.472209}, {0.609358}, {0.795654},
{0.96936}, {0.967485}, {0.752168}, {0.504735}, {0.328613}, {0.219359}, {0.152467},
{0.110387}, {0.0829282}, {0.0643507}, {0.0513672}, {0.0420334}, {0.0351594}, {0.0299927},
{0.0260429}, {0.0229816}, {0.0205836}, {0.0186916}, {0.0171932}, {0.0160073}, {0.0150748},
{0.0143521}, {0.0138073}, {0.0134171}, {0.0131648}, {0.0130394}, {0.0130342}, {0.0131464},
{0.0133769}, {0.0137302}, {0.0142145}, {0.014842}, {0.0156293}, {0.0165985}, {0.0177783},
{0.0192052}, {0.0209258}, {0.0229995}, {0.0255021}, {0.0285305}, {0.0322094}, {0.0367002},
{0.0422124}, {0.0490199}, {0.0574821}, {0.0680726}, {0.0814163}, {0.0983365}, {0.119911},
{0.147532}, {0.182946}, {0.228235}, {0.285662}, {0.357221}, {0.443778}, {0.543763},
{0.651856}, {0.758752}, {0.853146}, {0.925655}, {0.97229}, {0.995061}, {0.999827},
{0.99342}, {0.981702}, {0.96886}, {0.957489}, {0.948957}, {0.943796}, {0.941999}, {0.94323},
{0.946959}, {0.952559}, {0.959371}, {0.966753}, {0.974127}, {0.981005}, {0.987022},
{0.991937}, {0.995642}, {0.998141}, {0.999536}, {0.999995}, {0.999726}, {0.998952},
{0.997887}, {0.996721}, {0.995612}, {0.994677}, {0.993993}, {0.993601}, {0.993507}
```

Table[{{p=1; \tilde{p} =1; m=1; q=1; \tilde{q} =1; a=10; b=10; L=1.3; \tilde{L} =1.5; v=4}; T], {G, 1, 7, 0.05}

```
{6.38375e-32}, {0.0315019}, {0.0640846}, {0.10208}, {0.150898}, {0.218317}, {0.315848},
{0.458355}, {0.654092}, {0.869493}, {0.995639}, {0.947268}, {0.78868}, {0.623761},
{0.494789}, {0.40326}, {0.34042}, {0.298115}, {0.270675}, {0.254587}, {0.247945},
{0.250105}, {0.261592}, {0.284277}, {0.321897}, {0.381008}, {0.472197}, {0.609337},
{0.795614}, {0.969296}, {0.967418}, {0.752125}, {0.504714}, {0.328604}, {0.219355},
{0.152464}, {0.110386}, {0.0829276}, {0.0643503}, {0.051367}, {0.0420332}, {0.0351593},
{0.0299926}, {0.0260428}, {0.0229815}, {0.0205836}, {0.0186915}, {0.0171931}, {0.0160073},
{0.0150748}, {0.0143521}, {0.0138073}, {0.0134171}, {0.0131648}, {0.0130394}, {0.0130342},
{0.0131464}, {0.0133769}, {0.0137302}, {0.0142145}, {0.014842}, {0.0156293}, {0.0165985},
{0.0177783}, {0.0192052}, {0.0209258}, {0.0229996}, {0.0255021}, {0.0285305}, {0.0322095},
{0.0367003}, {0.0422125}, {0.04902}, {0.0574823}, {0.0680728}, {0.0814166}, {0.098337},
{0.119912}, {0.147533}, {0.182947}, {0.228238}, {0.285665}, {0.357226}, {0.443786},
{0.543774}, {0.651872}, {0.758772}, {0.853169}, {0.92568}, {0.972316}, {0.995086},
```



Şekil 4.4.1.6. Dirac parçacığı için T 'nin enerjiye göre değişiminde a ve b parametrelerinin geçiş katsayısına etkisini gösteren çizimler. Sürekli çizgi; $L=\tilde{L}=10$, $p=\tilde{p}=1$, $q=\tilde{q}=1$, $m=1$, $V_0=2$ ve kesikli çizgi; $L=\tilde{L}=2$, $p=\tilde{p}=1$, $q=\tilde{q}=1$, $m=1$, $V_0=2$ 'dir.

değişken değiştirilmesi yapılır ve dalga fonksiyonu

$$\phi(y) = y^{\mu_1} (1-y)^{\nu_1} f(y) \quad (4.4.2.3)$$

olarak yeniden tanımlanırsa, Denklem (4.4.2.1)'nin çözümü aşağıdaki biçimde olur:

$$\begin{aligned} \phi_{sol}(y) = & A_1 y^{\mu_1} (1-y)^{\nu_1} {}_2F_1(\mu_1 + \nu_1 + \delta_1, \mu_1 + \nu_1 - \delta_1, 1 + 2\mu_1; y) \\ & + A_3 y^{-\mu_1} (1-y)^{\nu_1} {}_2F_1(-\mu_1 + \nu_1 + \delta_1, -\mu_1 - \nu_1 - \delta_1, 1 - 2\mu_1; y). \end{aligned} \quad (4.4.2.4)$$

Burada

$$\mu_1 = \frac{k_1}{a}, \quad \nu_1 = \frac{iV_0}{aq}, \quad \delta_1 = \frac{ip_1}{a}, \quad (4.4.2.5)$$

$$k_1^2 = m^2 - E^2, \quad p_1^2 = \left(E + \frac{V_0}{q} \right)^2 - m^2$$

biçiminde tanımlanmaktadır.

$x > 0$ değerleri için Denklem (3.2.7)'deki birinci denklem

$$\frac{d^2\phi(x)}{dx^2} + \left\{ \left[E + \frac{V_0}{\tilde{q} + \tilde{p}e^{b(x-\tilde{L})}} \right]^2 - m^2 - i \frac{d}{dx} \left[\frac{V_0}{\tilde{q} + \tilde{p}e^{b(x-\tilde{L})}} \right] \right\} \phi(x) = 0 \quad (4.4.2.6)$$

olur. Bu denklemde yeni değişken

$$z = -\frac{\tilde{q}}{\tilde{p}} e^{-b(x-\tilde{L})} \quad (4.4.2.7)$$

ve dalga fonksiyonu

$$\phi(z) = z^{\tilde{\mu}_1} (1-z)^{-\tilde{\nu}_1} h(z) \quad (4.4.2.8)$$

olarak yeniden tanımlanırsa, Denklem (4.4.2.6)'nın çözümü aşağıdaki biçimde elde edilir:

$$\begin{aligned} \phi_{sağ}(z) = & A_2 z^{\tilde{\mu}_1} (1-z)^{-\tilde{\nu}_1} {}_2F_1(\tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 + \tilde{\delta}_1, \tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 - \tilde{\delta}_1, 1 + 2\tilde{\mu}_1; z) \\ & + A_4 z^{-\tilde{\mu}_1} (1-z)^{-\tilde{\nu}_1} {}_2F_1(-\tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 + \tilde{\delta}_1, -\tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 - \tilde{\delta}_1, 1 - 2\tilde{\mu}_1; z). \end{aligned} \quad (4.4.2.9)$$

Burada fonksiyonda yer alan parametreler

$$\tilde{\mu}_1 = i \frac{k_1}{b}, \quad \tilde{\nu}_1 = \frac{iV_0}{b\tilde{q}}, \quad \tilde{\delta} = \frac{i\tilde{p}_1}{b}, \quad \tilde{p}_1^2 = \left(E + \frac{V_0}{\tilde{q}} \right)^2 - m^2 \quad (4.4.2.10)$$

olarak tanımlanmaktadır.

$x \rightarrow -\infty$ ve $x \rightarrow \infty$ limitindeki durumlara bakıldığında düzenli çözümler aşağıdaki biçimde elde edilir:

$$\phi_{sol}(y) = A_1 y^{\mu_1} (1-y)^{\nu_1} {}_2F_1(\mu_1 + \nu_1 + \delta_1, \mu_1 + \nu_1 - \delta_1, 1 + 2\mu_1; y) \quad (4.4.2.11)$$

$$\phi_{sağ}(z) = A_2 z^{\tilde{\mu}_1} (1-z)^{-\tilde{\nu}_1} {}_2F_1(\tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 + \tilde{\delta}_1, \tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 - \tilde{\delta}_1, 1 + 2\tilde{\mu}_1; z). \quad (4.4.2.12)$$

Dalga fonksiyonlarının $x=0$ 'da kendilerinin ve birinci türevlerinin süreklilik koşulları kullanılırsa bağlı durumları betimleyen enerji özdeğer koşulu aşağıdaki biçimde bulunur:

$$\begin{aligned} & \left\{ \left[(-b\tilde{\mu}_1) \tilde{\sigma}^{\tilde{\mu}_1} e^{b\tilde{L}\tilde{\mu}_1} (1 - \tilde{\sigma} e^{b\tilde{L}})^{-\tilde{\nu}_1} + (-b\tilde{\nu}_1) \tilde{\sigma}^{\tilde{\mu}_1+1} e^{b\tilde{L}(\tilde{\mu}_1+1)} (1 - \tilde{\sigma} e^{b\tilde{L}})^{-\tilde{\nu}_1-1} \right] F_7 \right. \\ & \left. - b \tilde{\sigma}^{\tilde{\mu}_1+1} e^{b\tilde{L}(\tilde{\mu}_1+1)} (1 - \tilde{\sigma} e^{b\tilde{L}})^{-\tilde{\nu}_1} \frac{(\tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 + \tilde{\delta}_1)(\tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 - \tilde{\delta}_1)}{1 + 2\tilde{\mu}_1} F_9 \right\} \sigma^{\mu_1} e^{aL\mu_1} (1 - \sigma e^{aL})^{\nu_1} F_8 \\ & - \left\{ \left[(a\mu_1) \sigma^{\mu_1} e^{aL\mu_1} (1 - \sigma e^{aL})^{\nu_1} + (-a\nu_1) \sigma^{\mu_1+1} e^{aL(\mu_1+1)} (1 - \sigma e^{aL})^{\nu_1-1} \right] F_8 \right. \\ & \left. + a\mu_1 \sigma^{\mu_1+1} e^{aL(\mu_1+1)} (1 - \sigma e^{aL})^{\nu_1} \frac{(\mu_1 + \nu_1 + \delta_1)(\mu_1 + \nu_1 - \delta_1)}{1 + 2\mu_1} F_{10} \right\} \tilde{\sigma}^{\tilde{\mu}_1} e^{b\tilde{L}\tilde{\mu}_1} (1 - \tilde{\sigma} e^{b\tilde{L}})^{-\tilde{\nu}_1} F_7 = 0. \end{aligned} \quad (4.4.2.13)$$

Çizelge 4.4.2.1 Denklem (4.4.2.13)'deki sabitlerin açık biçimleri.

$\sigma = \frac{q}{p}, \quad \tilde{\sigma} = \frac{\tilde{q}}{\tilde{p}}$
$F_7 = {}_2F_1(\tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 + \tilde{\delta}_1, \tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 - \tilde{\delta}_1, 1 + 2\tilde{\mu}_1; \tilde{\sigma} e^{b\tilde{L}})$
$F_8 = {}_2F_1(\mu_1 + \nu_1 + \delta_1, \mu_1 + \nu_1 - \delta_1, 1 + 2\mu_1; \sigma e^{aL})$
$F_9 = {}_2F_1(\tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 + \tilde{\delta}_1 + 1, \tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 - \tilde{\delta}_1 + 1, 2 + 2\tilde{\mu}_1; \tilde{\sigma} e^{b\tilde{L}})$
$F_{10} = {}_2F_1(\mu_1 + \nu_1 + \delta_1 + 1, \mu_1 + \nu_1 - \delta_1 + 1, 2 + 2\mu_1; \sigma e^{aL})$

4.5. GENELLEŞTİRİLMİŞ WOODS-SAXON POTANSİYELİ İÇİN DUFFIN-KEMMER-PETIAU DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ

Kesim 3.3'de verilen (1+1) boyutta DKP denklemi dört bağımlı denklem olarak aşağıdaki biçimdedir:

$$\begin{aligned}
 [2(\partial_0 + ieA_0) + im]\Psi_1 + i(\partial_1 + ieA_1)(\Psi_0 + \Psi_{\tilde{0}}) &= 0 \\
 (\partial_1 + ieA_1)(\Psi_1 + \Psi_2) + m\Psi_0 &= 0 \\
 (\partial_1 + ieA_1)(\Psi_1 + \Psi_2) + m\Psi_{\tilde{0}} &= 0 \\
 [-2(\partial_0 + ieA_0) + im]\Psi_2 + i(\partial_1 + ieA_1)(\Psi_0 + \Psi_{\tilde{0}}) &= 0.
 \end{aligned} \tag{4.5.1}$$

Bu denklemlere bakıldığında, $\Psi_0 = \Psi_{\tilde{0}}$ olduğu görülmektedir. Aşağıdaki eşitlikler kullanıldığında

$$\tilde{m} = \frac{m}{2}, \quad \Psi(t, x) = e^{-iEt} \phi(x), \quad \phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_0 \\ \phi_{\tilde{0}} \\ \phi_2 \end{pmatrix} \tag{4.5.2}$$

ve gerekli işlemler yapıldığında Denklem (4.5.1) 'de verilen denklem dizgesinden ikinci dereceden bir diferansiyel denklem elde edilir:

$$[(\partial_1 + ieA_1)^2 - (-iE + ieA_0)^2 - \tilde{m}^2](\phi_1 + \phi_2) = 0. \quad (4.5.3)$$

Bir boyutta GWS potansiyeli için bu denklem, $x < 0$ değerleri için dikkate alındığında

$$\left[\frac{d^2}{dx^2} - \left(-iE + \frac{V_0}{q + pe^{-a(x+L)}} \right)^2 - \tilde{m}^2 \right] (\phi_1 + \phi_2) = 0 \quad (4.5.4)$$

biçiminde yazılır. Bu denklemde

$$y = -\frac{q}{p} e^{a(x+L)} \quad (4.5.5)$$

değişken değiştirilmesi yapılır ve dalga fonksiyonu

$$\phi_1(y) + \phi_2(y) = y^\mu (1-y)^\nu h(y) \quad (4.5.6)$$

olarak yeniden tanımlanırsa, Denklem (4.5.4)'ün çözümü aşağıdaki biçimde olur:

$$\begin{aligned} (\phi_1 + \phi_2)_{sol} = & A y^\mu (1-y)^\nu {}_2F_1(\mu + \nu + \delta, \mu + \nu - \delta, 1 + 2\mu; y) \\ & + B y^{-\mu} (1-y)^\nu {}_2F_1(-\mu + \nu + \delta, -\mu - \nu - \delta, 1 - 2\mu; y). \end{aligned} \quad (4.5.7)$$

Burada

$$\mu = i\frac{k}{a}, \quad \nu = \frac{1 + \sqrt{1 - \left(\frac{2V_0}{qa}\right)^2}}{2}, \quad \delta = \frac{ip'}{a}, \quad (4.5.8)$$

$$k^2 = E^2 - \tilde{m}^2, \quad p'^2 = \left(E - \frac{V_0}{q} \right)^2 - \tilde{m}^2$$

biçimde tanımlanmıştır.

$x > 0$ değerleri için Denklem (4.5.4)

$$\left[\frac{d^2}{dx^2} - \left(-iE + \frac{V_0}{\tilde{q} + \tilde{p}e^{b(x+\tilde{L})}} \right)^2 - \tilde{m}^2 \right] (\phi_1 + \phi_2) = 0 \quad (4.5.9)$$

biçiminde elde edilir. Bu denklemde, yeni değişken

$$z = -\frac{\tilde{q}}{\tilde{p}} e^{-b(x+\tilde{L})} \quad (4.5.10)$$

ve dalga fonksiyonu

$$\phi_1(z) + \phi_2(z) = z^{\tilde{\mu}} (1-z)^{-\tilde{\nu}} f(z) \quad (4.5.11)$$

olmak üzere, Denklem (4.5.9)'un çözümü aşağıdaki biçimde olur:

$$\begin{aligned} (\phi_1 + \phi_2)_{\text{sağ}}(z) = & C z^{\tilde{\mu}} (1-z)^{-\tilde{\nu}} {}_2F_1(\tilde{\mu} - \tilde{\nu} + \tilde{\delta}, \tilde{\mu} - \tilde{\nu} - \tilde{\delta}, 1 + 2\tilde{\mu}; z) \\ & + D z^{-\tilde{\mu}} (1-z)^{-\tilde{\nu}} {}_2F_1(-\tilde{\mu} - \tilde{\nu} + \tilde{\delta}, -\tilde{\mu} - \tilde{\nu} - \tilde{\delta}, 1 - 2\tilde{\mu}; z). \end{aligned} \quad (4.5.12)$$

Burada fonksiyonda yer alan sembollerin açık biçimleri aşağıdaki biçimdedir:

$$\tilde{\mu} = i\frac{k}{b}, \quad \tilde{\nu} = \frac{-1 + \sqrt{1 - \left(\frac{2V_0}{\tilde{q}b}\right)^2}}{2}, \quad \tilde{\delta} = \frac{i\tilde{p}'}{b}, \quad \tilde{p}'^2 = \left(E - \frac{V_0}{\tilde{q}}\right)^2 - \tilde{m}^2. \quad (4.5.13)$$

Elde edilen bu çözümler, dalga fonksiyonunun ilk ve son bileşenlerinin çizgisel bir birleşimidir. Diğer bileşenler, aşağıda ifadeler yardımıyla elde edilir:

$$\Psi_0 = -\frac{1}{m} (\partial_1 + ieA_1)(\Psi_1 + \Psi_2) \quad (4.5.14)$$

$$(\Psi_1 - \Psi_2) = \frac{2i}{m} (\partial_0 + ieA_0)(\Psi_1 + \Psi_2) \quad (4.5.15)$$

$$\frac{d {}_2F_1(a, b, c; x)}{dx} = \frac{ab}{c} {}_2F_1(a+1, b+1, c+1; x). \quad (4.5.16)$$

4.5.1. Saçılma Durumları

Saçılma durumlarına elde edebilmek için Kesim 4.5’de elde edilen çözümlerin asimptotik davranışlarına bakılması gerekmektedir.

$x \rightarrow -\infty$ ’a giderken $y \rightarrow 0$ ’a gider, bu durumda ${}_2F_1(a, b, c; y) \rightarrow 1$ değerini alır. Bu durumda sol çözümler için gelen dalga fonksiyonu şu şekilde yazılır:

$$\Psi_{gel} = A y^\mu (1-y)^\nu \times \left[\begin{array}{c} \left\{ \frac{1}{m} \left[E + \frac{V_0}{q} \left(\frac{y}{1-y} \right) \right] + \frac{1}{2} \right\} F_{gel} \\ - \frac{a}{m} \left\{ \left[\mu - \nu \frac{y}{1-y} \right] F_{gel} + y \left[\frac{(\mu + \nu + \delta)(\mu + \nu - \delta)}{1 + 2\mu} \right] \tilde{F}_{gel} \right\} \\ - \frac{a}{m} \left\{ \left[\mu - \nu \frac{y}{1-y} \right] F_{gel} + y \left[\frac{(\mu + \nu + \delta)(\mu + \nu - \delta)}{1 + 2\mu} \right] \tilde{F}_{gel} \right\} \\ \left\{ \frac{-1}{m} \left[E + \frac{V_0}{q} \left(\frac{y}{1-y} \right) \right] + \frac{1}{2} \right\} F_{gel} \end{array} \right]. \quad (4.5.1.1)$$

Bu fonksiyonun asimptotik davranışı aşağıdaki biçimde olur:

$$\Psi_{gel} \rightarrow e^{-\pi \frac{k}{a}} \left(\frac{q}{p} \right)^{\frac{k}{a}} e^{ikx} \left[\begin{array}{c} \left(\frac{E}{m} + \frac{1}{2} \right) \\ \frac{-ik}{m} \\ \frac{-ik}{m} \\ \left(\frac{-E}{m} + \frac{1}{2} \right) \end{array} \right]. \quad (4.5.1.2)$$

Burada, şu tanımlamalar kullanılmıştır:

$$\begin{aligned}
 F_{gel} &= {}_2F_1(\mu + \nu + \delta, \mu + \nu - \delta; 1 + 2\mu; y) \\
 \tilde{F}_{gel} &= {}_2F_1(\mu + \nu + \delta + 1, \mu + \nu - \delta + 1; 2 + 2\mu; y) \\
 k &= \sqrt{E^2 - \tilde{m}^2}.
 \end{aligned} \tag{4.5.1.3}$$

Yansıyan dalgayı betimleyen dalga fonksiyonu ise

$$\Psi_{yan} = B y^{-\mu} (1-y)^\nu \times \begin{bmatrix} \left\{ \frac{1}{m} \left[E + \frac{V_0}{q} \left(\frac{y}{1-y} \right) \right] + \frac{1}{2} \right\} F_{gel} \\ -\frac{a}{m} \left\{ \left[-\mu - \nu - \frac{y}{1-y} \right] F_{gel} + y \left[\frac{(-\mu + \nu + \delta)(-\mu + \nu - \delta)}{1 - 2\mu} \right] \tilde{F}_{gel} \right\} \\ -\frac{a}{m} \left\{ \left[-\mu - \nu - \frac{y}{1-y} \right] F_{gel} + y \left[\frac{(-\mu + \nu + \delta)(-\mu + \nu - \delta)}{1 - 2\mu} \right] \tilde{F}_{gel} \right\} \\ \left\{ \frac{-1}{m} \left[E + \frac{V_0}{q} \left(\frac{y}{1-y} \right) \right] + \frac{1}{2} \right\} F_{gel} \end{bmatrix} \tag{4.5.1.4}$$

ve bunun asimptotik davranışı

$$\Psi_{yan} \rightarrow e^{\frac{\pi k}{a}} \left(\frac{q}{p} \right)^{-\frac{k}{a}} e^{-ikx} \begin{bmatrix} \left(\frac{E}{m} + \frac{1}{2} \right) \\ \frac{ik}{m} \\ \frac{ik}{m} \\ \left(\frac{-E}{m} + \frac{1}{2} \right) \end{bmatrix} \tag{4.5.1.5}$$

biçiminde yazılır. Burada, aşağıdaki kısaltmalar yer almaktadır:

$$\begin{aligned}
 F_{yan} &= {}_2F_1(-\mu + \nu + \delta, -\mu + \nu - \delta; 1 - 2\mu; y) \\
 \tilde{F}_{yan} &= {}_2F_1(-\mu + \nu + \delta + 1, -\mu + \nu - \delta + 1; 2 - 2\mu; y).
 \end{aligned} \tag{4.5.1.6}$$

Geçen dalgayı betimleyen dalga fonksiyonu aşağıdaki biçimde yazılır:

$$\Psi_{ge\check{c}} = D z^{-\tilde{\mu}} (1-z)^{-\tilde{\nu}} \times \begin{bmatrix} \left\{ \frac{1}{m} \left[E + \frac{V_0}{\tilde{q}} \left(\frac{z}{1-z} \right) \right] + \frac{1}{2} \right\} F_{ge\check{c}} \\ \frac{b}{m} \left\{ \left[-\tilde{\mu} - \tilde{\nu} \frac{z}{1-z} \right] F_{ge\check{c}} + z \left[\frac{(-\tilde{\mu} - \tilde{\nu} + \tilde{\delta})(-\tilde{\mu} - \tilde{\nu} - \tilde{\delta})}{1-2\tilde{\mu}} \right] \tilde{F}_{ge\check{c}} \right\} \\ \frac{b}{m} \left\{ \left[-\tilde{\mu} - \tilde{\nu} \frac{z}{1-z} \right] F_{ge\check{c}} + z \left[\frac{(-\tilde{\mu} - \tilde{\nu} + \tilde{\delta})(-\tilde{\mu} - \tilde{\nu} - \tilde{\delta})}{1-2\tilde{\mu}} \right] \tilde{F}_{ge\check{c}} \right\} \\ \left\{ \frac{-1}{m} \left[E + \frac{V_0}{\tilde{q}} \left(\frac{z}{1-z} \right) \right] + \frac{1}{2} \right\} F_{ge\check{c}} \end{bmatrix}. \quad (4.5.1.7)$$

Bu ifadenin asimptotik biçimi

$$\Psi_{ge\check{c}} \rightarrow e^{\pi \frac{k}{b}} \left(\frac{\tilde{q}}{\tilde{p}} \right)^{-i \frac{k}{b}} e^{ikx} \begin{bmatrix} \left(\frac{E}{m} + \frac{1}{2} \right) \\ -\frac{ik}{m} \\ -\frac{ik}{m} \\ \left(\frac{-E}{m} + \frac{1}{2} \right) \end{bmatrix} \quad (4.5.1.8)$$

olarak elde edilir. Burada

$$\begin{aligned} F_{ge\check{c}} &= {}_2F_1(-\tilde{\mu} - \tilde{\nu} + \tilde{\delta}, -\tilde{\mu} - \tilde{\nu} - \tilde{\delta}; 1 - 2\tilde{\mu}; z) \\ \tilde{F}_{ge\check{c}} &= {}_2F_1(-\tilde{\mu} - \tilde{\nu} + \tilde{\delta} + 1, -\tilde{\mu} - \tilde{\nu} - \tilde{\delta} + 1; 2 - 2\tilde{\mu}; y) \end{aligned} \quad (4.5.1.9)$$

kısaltmaları yer almaktadır.

DKP denklemini için dörtlü akım yoğunluğu kullanılırsa geçiş ve yansıma katsayıları aşağıdaki biçimde elde edilir:

$$R = \frac{j_{yan}}{j_{gel}} = \left| \frac{B}{A} \right|^2 e^{4\pi \frac{k}{a}} \quad (4.5.1.10)$$

$$T = \frac{j_{geçiş}}{j_{gel}} = \left| \frac{D}{A} \right|^2 e^{2\pi k \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)}. \quad (4.5.1.11)$$

Dalga fonksiyonlarının $x = 0$ 'da noktasındaki süreklilik koşulu kullanılırsa

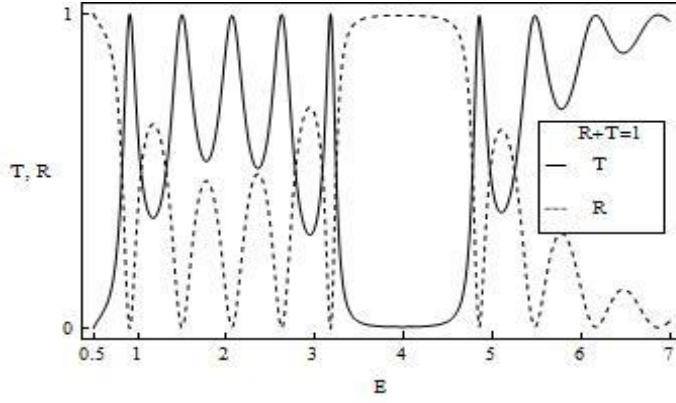
$$A\Psi_{gel}(x=0) + B\Psi_{yan}(x=0) = D\Psi_{geç}(x=0) \quad (4.5.1.12)$$

eşitliği yazılır. Burada yer alan A, B ve D katsayıları birbiri cinsinden

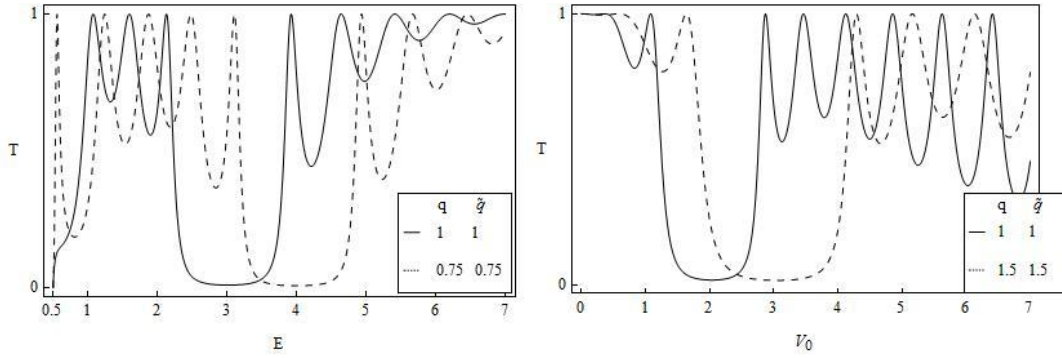
$$\frac{B}{A} = \frac{(C_4F_1 - C_5F_4)C_3F_3 - (C_8F_3 + C_9F_6)C_1F_1}{(C_8F_3 + C_9F_6)C_2F_2 - (C_6F_2 - C_7F_5)C_3F_3} \quad (4.5.1.13)$$

$$\frac{D}{A} = \frac{(C_4F_1 - C_5F_4)C_2F_2 - (C_6F_2 - C_7F_5)C_1F_1}{(C_8F_3 + C_9F_6)C_2F_2 - (C_6F_2 - C_7F_5)C_3F_3} \quad (4.5.1.14)$$

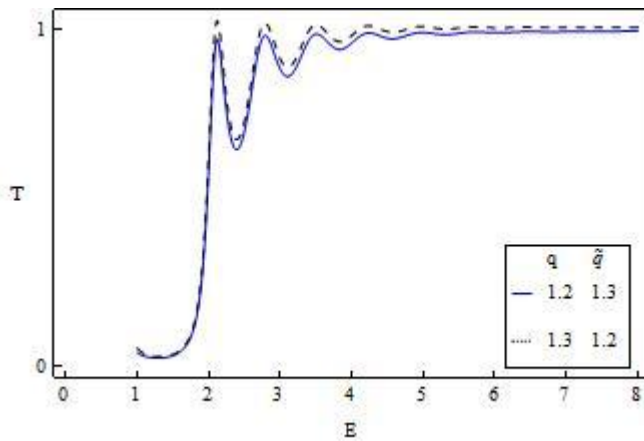
olarak bulunur. Buradaki katsayıların değerleri Çizelge 4.5.1.5'de verilmektedir. Kesim 4.3.1'de tartışılan KG parçacığının ve Kesim 4.4.1'deki Dirac parçacığının saçılma durumları, DKP parçacığının saçılma durumları ile benzerlik göstermektedir. Denklem (4.3.6) ve Denklem (4.5.8)'deki katsayılarla bakıldığında tek fark DKP parçacığında, kütle, $m \rightarrow \tilde{m}$ gitmektedir. Bu da parçacığın geçiş olasılığındaki *Klein Aralığını*, enerjideki aralığını ve potansiyel aralığını değiştirmektedir. Saçılma durumları, $\tilde{m} = \frac{m}{2}$ değerinden sonra görülmektedir. Bu sonuç aşağıdaki tüm şekillerde açıkça görülmektedir. Parametrelerin simetrik olmaması durumunda Dirac parçacığında olduğu gibi, DKP parçacığında da geçiş katsayısının değeri ve birimsellik koşulu bozulmaktadır. Şekil 4.5.1.2'ye bakıldığında KG ve Dirac parçacığına göre *Klein Aralığında* geçiş rezonanslarının sayısı en fazla olan parçacık DKP parçacığıdır.



Şekil 4.5.1.1. DKP parçacığı için birimsellik koşulu; $R+T=1$. $q=1$, $\tilde{q}=1$, $a=10$, $b=8$, $L=2$, $\tilde{L}=2.5$, $p=1$, $\tilde{p}=1$, $m=1$, $V_0=4$ için R ve T 'nin enerjiye göre değişimi.



Şekil 4.5.1.2. DKP parçacığı için q ve \tilde{q} parametrelerinin geçiş katsayısına etkisi I. Soldaki şekil, T 'nin enerjiye göre değişimi, sağdaki şekil T 'nin potansiyele göre değişimi. Burada $a=b=10$, $L=\tilde{L}=2$, $p=\tilde{p}=1$, $m=1$, $V_0=3$ ve $E=2$ 'dir.



Şekil 4.5.1.3. DKP parçacığı için T 'nin enerjiye göre değişiminde q ve \tilde{q} parametrelerinin geçiş katsayısına etkisini gösteren çizim II. Burada $a=b=10$, $L=\tilde{L}=2$, $p=\tilde{p}=1$, $m=1$, $V_0=4$ 'dür.

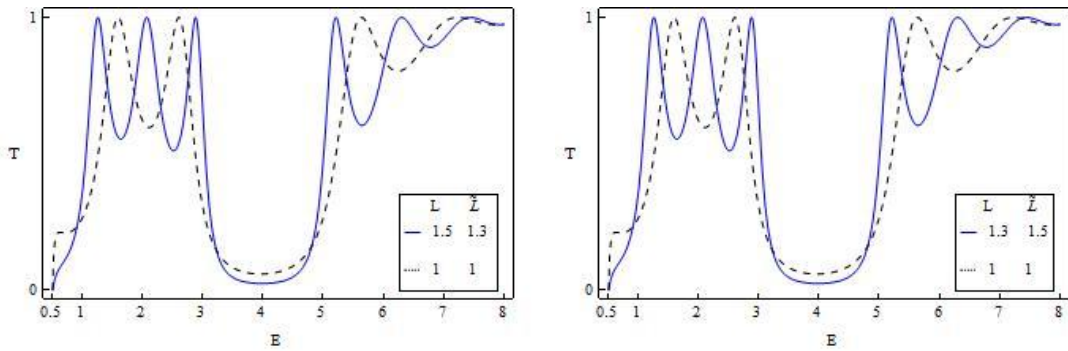
Çizelge 4.5.1.2. DKP parçacığı için p ve \tilde{p} parametrelerinin geçiş katsayısına etkisini veren sayısal döküm.

Table[{{q = 1; \tilde{q} = 1; a = 10; b = 10; L = 1; \tilde{L} = 1; p = 1.5; \tilde{p} = 2; m = 1; V = 4}; T], (G, 0.5, 7, 0.05)]

```
{
  {8.07541 × 10-33}, {0.0534284}, {0.0845959}, {0.106742}, {0.125354}, {0.143232}, {0.162134},
  {0.183417}, {0.208355}, {0.238306}, {0.274832}, {0.319744}, {0.375071}, {0.442826}, {0.524427},
  {0.619522}, {0.724194}, {0.829147}, {0.919728}, {0.979993}, {1.00004}, {0.981176}, {0.934203},
  {0.873046}, {0.809349}, {0.750546}, {0.700419}, {0.660392}, {0.630664}, {0.61095}, {0.600894},
  {0.600283}, {0.609133}, {0.627699}, {0.656403}, {0.695643}, {0.745391}, {0.804443}, {0.869191},
  {0.932108}, {0.980862}, {1.00009}, {0.977458}, {0.911282}, {0.812882}, {0.700416}, {0.590101},
  {0.491668}, {0.408711}, {0.34102}, {0.286677}, {0.243322}, {0.208741}, {0.181068}, {0.158814},
  {0.140815}, {0.126177}, {0.114215}, {0.104409}, {0.0963927}, {0.0660248}, {0.0838984},
  {0.0794686}, {0.0758263}, {0.0728958}, {0.0705959}, {0.0688606}, {0.0676398}, {0.0668966},
  {0.0666066}, {0.0667559}, {0.0673407}, {0.0683666}, {0.0698489}, {0.0718126}, {0.0742935},
  {0.0773388}, {0.0810091}, {0.0853802}, {0.0905457}, {0.0966204}, {0.103744}, {0.112087},
  {0.121854}, {0.133296}, {0.14671}, {0.162458}, {0.180966}, {0.202737}, {0.228355}, {0.258478},
  {0.293817}, {0.335097}, {0.382967}, {0.437862}, {0.499806}, {0.568147}, {0.641289}, {0.716512},
  {0.790028}, {0.857397}, {0.914301}, {0.957465}, {0.985364}, {0.998415}, {0.998637}, {0.988974},
  {0.972606}, {0.952445}, {0.930865}, {0.909645}, {0.890016}, {0.872764}, {0.858346}, {0.84698},
  {0.83872}, {0.833513}, {0.831232}, {0.8317}, {0.834707}, {0.840013}, {0.847357}, {0.856455},
  {0.867005}, {0.878687}, {0.891167}, {0.904104}, {0.917157}, {0.929994}, {0.942303}, {0.953803}
}
```

Table[{{q = 1; \tilde{q} = 1; a = 10; b = 10; L = 1; \tilde{L} = 1; p = 2; \tilde{p} = 1.5; m = 1; V = 4}; T], (G, 0.5, 7, 0.05)]

```
{
  {4.17489 × 10-53}, {0.0534251}, {0.0845906}, {0.106735}, {0.125345}, {0.143223}, {0.162123},
  {0.183405}, {0.20834}, {0.238289}, {0.274812}, {0.319721}, {0.375042}, {0.442792}, {0.524386},
  {0.619472}, {0.724134}, {0.829077}, {0.919649}, {0.979906}, {0.99995}, {0.981085}, {0.934113},
  {0.872961}, {0.809267}, {0.750468}, {0.700344}, {0.660319}, {0.630593}, {0.610878}, {0.600821},
  {0.600208}, {0.609054}, {0.627615}, {0.656311}, {0.695541}, {0.745279}, {0.804315}, {0.869047},
  {0.931947}, {0.980684}, {0.999903}, {0.977261}, {0.911087}, {0.812698}, {0.700246}, {0.589948},
  {0.49153}, {0.408587}, {0.340907}, {0.286573}, {0.243224}, {0.208646}, {0.180974}, {0.158718},
  {0.140713}, {0.126062}, {0.114077}, {0.104219}, {0.0960411}, {0.117372}, {0.0842017},
  {0.0796125}, {0.0759179}, {0.0729619}, {0.0706471}, {0.0689023}, {0.0676748}, {0.066927},
  {0.0666335}, {0.0667802}, {0.0673629}, {0.0683873}, {0.0698684}, {0.0718313}, {0.0743115},
  {0.0773564}, {0.0810264}, {0.0853974}, {0.090563}, {0.096638}, {0.103762}, {0.112105},
  {0.121874}, {0.133316}, {0.146732}, {0.162481}, {0.18099}, {0.202764}, {0.228384}, {0.258509},
  {0.293852}, {0.335135}, {0.383009}, {0.437909}, {0.499858}, {0.568204}, {0.641352}, {0.71658},
  {0.790101}, {0.857475}, {0.914382}, {0.957548}, {0.985447}, {0.998498}, {0.998718}, {0.989052},
  {0.972681}, {0.952517}, {0.930934}, {0.909711}, {0.890079}, {0.872825}, {0.858405}, {0.847037},
  {0.838776}, {0.833567}, {0.831285}, {0.831752}, {0.834758}, {0.840064}, {0.847407}, {0.856505},
  {0.867055}, {0.878737}, {0.891217}, {0.904154}, {0.917207}, {0.930044}, {0.942352}, {0.953853}
}
```



Şekil 4.5.1.5. DKP parçacığı için T 'nin enerjiye göre değişimi L ve \tilde{L} parametrelerinin geçiş katsayısına etkisini gösteren çizimler. Burada $a = b = 10$, $p = \tilde{p} = 1$, $q = \tilde{q} = 1$, $m = 1$, $V_0 = 4$ 'dür.

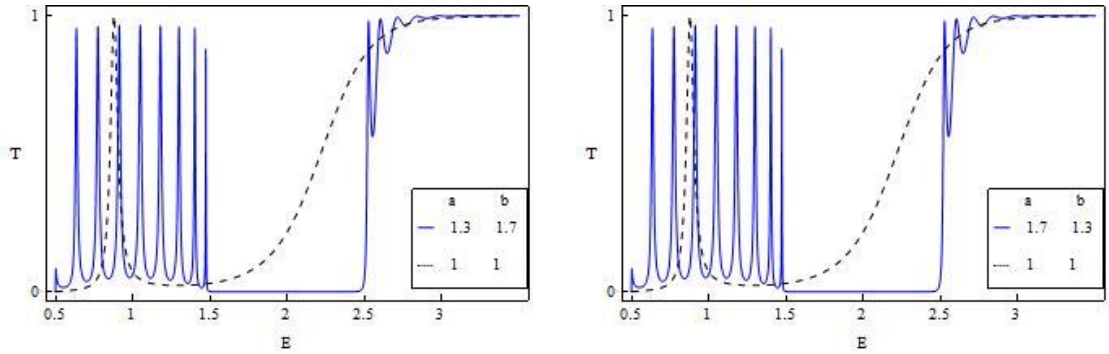
Çizelge 4.5.1.3. DKP parçacığı için L ve \tilde{L} parametrelerinin geçiş katsayısına etkisini veren sayısal döküm.

Table[{{p = 1; \tilde{p} = 1; m = 1; q = 1; \tilde{q} = 1; a = 10; b = 10; L = 1.5; \tilde{L} = 1.3; V = 4}; T], {G, 0.5, 7, 0.05}

{5.20925 × 10⁻³⁴}, {0.0493538}, {0.0741111}, {0.0918441}, {0.108687}, {0.127845}, {0.151885},
 {0.183677}, {0.22703}, {0.287225}, {0.37125}, {0.486593}, {0.635764}, {0.803246}, {0.943135},
 {0.999837}, {0.961847}, {0.869538}, {0.768577}, {0.683156}, {0.620198}, {0.579235}, {0.558041},
 {0.554791}, {0.568637}, {0.599642}, {0.648304}, {0.714476}, {0.795262}, {0.881813}, {0.956791},
 {0.997393}, {0.987353}, {0.929326}, {0.842908}, {0.750733}, {0.668164}, {0.60213}, {0.55431},
 {0.52428}, {0.511416}, {0.515892}, {0.539198}, {0.584396}, {0.655722}, {0.755896}, {0.876728},
 {0.97914}, {0.98656}, {0.855599}, {0.650419}, {0.461541}, {0.322977}, {0.229577}, {0.167712},
 {0.126283}, {0.0979387}, {0.0780785}, {0.0638412}, {0.0534255}, {0.00286511}, {0.039796},
 {0.0353316}, {0.0319067}, {0.0292812}, {0.0272858}, {0.0258011}, {0.0247433}, {0.0240552},
 {0.0236999}, {0.0236571}, {0.0239212}, {0.0245006}, {0.0254178}, {0.0267113}, {0.0284389},
 {0.0306822}, {0.0335546}, {0.037212}, {0.0418693}, {0.0478243}, {0.0554944}, {0.0654711},
 {0.0786035}, {0.0961254}, {0.119847}, {0.152436}, {0.197787}, {0.261382}, {0.35021}, {0.470941},
 {0.623793}, {0.790951}, {0.930172}, {0.996709}, {0.982156}, {0.916339}, {0.834944}, {0.759708},
 {0.699099}, {0.654576}, {0.624982}, {0.608581}, {0.603819}, {0.609491}, {0.624696}, {0.648696},
 {0.680727}, {0.719778}, {0.764363}, {0.812327}, {0.860788}, {0.906298}, {0.945303}, {0.974811},
 {0.993061}, {0.999891}, {0.996657}, {0.985766}, {0.970049}, {0.95223}, {0.934586}, {0.918824},
 {0.906093}, {0.897066}, {0.892038}, {0.891016}, {0.89378}, {0.899933}, {0.908931}, {0.920109}

Table[{{p = 1; \tilde{p} = 1; m = 1; q = 1; \tilde{q} = 1; a = 10; b = 10; L = 1.3; \tilde{L} = 1.5; V = 4}; T], {G, 0.5, 7, 0.05}

{7.05985 × 10⁻³⁴}, {0.0493535}, {0.0741107}, {0.0918436}, {0.108686}, {0.127844}, {0.151884},
 {0.183676}, {0.227029}, {0.287224}, {0.371248}, {0.48659}, {0.63576}, {0.803241}, {0.943129},
 {0.99983}, {0.96184}, {0.869532}, {0.768572}, {0.683151}, {0.620193}, {0.57923}, {0.558036},
 {0.554787}, {0.568632}, {0.599637}, {0.648298}, {0.714469}, {0.795254}, {0.881804}, {0.956781},
 {0.997382}, {0.987342}, {0.929315}, {0.842898}, {0.750723}, {0.668155}, {0.602122}, {0.554303},
 {0.524272}, {0.511408}, {0.515883}, {0.539189}, {0.584385}, {0.65571}, {0.75588}, {0.876708},
 {0.979117}, {0.986534}, {0.855575}, {0.650399}, {0.461525}, {0.322965}, {0.229567}, {0.167704},
 {0.126275}, {0.097931}, {0.0780704}, {0.0638312}, {0.0534088}, {0.156429}, {0.0398085},
 {0.0353371}, {0.03191}, {0.0292835}, {0.0272875}, {0.0258025}, {0.0247445}, {0.0240562},
 {0.0237007}, {0.0236578}, {0.0239219}, {0.0245013}, {0.0254184}, {0.0267119}, {0.0284395},
 {0.0306828}, {0.0335552}, {0.0372127}, {0.0418699}, {0.047825}, {0.0554952}, {0.065472},
 {0.0786046}, {0.0961267}, {0.119849}, {0.152438}, {0.197789}, {0.261385}, {0.350214}, {0.470945},
 {0.623799}, {0.790959}, {0.930181}, {0.996718}, {0.982164}, {0.916347}, {0.834952}, {0.759715},
 {0.699104}, {0.654582}, {0.624986}, {0.608586}, {0.603824}, {0.609495}, {0.6247}, {0.6487},
 {0.680731}, {0.719783}, {0.764367}, {0.812332}, {0.860793}, {0.906304}, {0.945308}, {0.974817},
 {0.993066}, {0.999896}, {0.996662}, {0.985771}, {0.970054}, {0.952235}, {0.934591}, {0.918829},
 {0.906098}, {0.897071}, {0.892043}, {0.89102}, {0.893784}, {0.899937}, {0.908935}, {0.920113}



Şekil 4.5.1.6. DKP parçacığı için T 'nin enerjiye göre değişiminde a ve b parametrelerinin geçiş katsayısına etkisini gösteren çizimler. Sürekli çizgi; $L = \tilde{L} = 10$, $p = \tilde{p} = 1$, $q = \tilde{q} = 1$, $m = 1$, $V_0 = 2$ ve kesikli çizgi; $L = \tilde{L} = 2$, $p = \tilde{p} = 1$, $q = \tilde{q} = 1$, $m = 1$, $V_0 = 2$ 'dir.

Çizelge 4.5.1.5. Denklem (4.5.1.13) ve Denklem (4.5.1.14)'deki sabitlerin açık biçimleri.

$\sigma = \frac{q}{p}, \quad \tilde{\sigma} = \frac{\tilde{q}}{\tilde{p}}$
$C_1 = \sigma^\mu e^{a\mu L} (1 - \sigma e^{aL})^\nu \left[\frac{1}{m} \left(E + \frac{V_0}{q} \frac{\sigma e^{aL}}{1 - \sigma e^{aL}} \right) + \frac{1}{2} \right]$
$C_2 = \sigma^{-\mu} e^{-a\mu L} (1 - \sigma e^{aL})^\nu \left[\frac{1}{m} \left(E + \frac{V_0}{q} \frac{\sigma e^{aL}}{1 - \sigma e^{aL}} \right) + \frac{1}{2} \right]$
$C_3 = \tilde{\sigma}^{-\tilde{\mu}} e^{-b\tilde{\mu}\tilde{L}} (1 - \tilde{\sigma} e^{b\tilde{L}})^{-\tilde{\nu}} \left[\frac{1}{m} \left(E + \frac{V_0}{\tilde{q}} \frac{\tilde{\sigma} e^{b\tilde{L}}}{1 - \tilde{\sigma} e^{b\tilde{L}}} \right) + \frac{1}{2} \right]$
$C_4 = \sigma^\mu e^{a\mu L} (1 - \sigma e^{aL})^\nu \frac{a}{m} \left(-\mu + \nu \frac{\sigma e^{aL}}{1 - \sigma e^{aL}} \right)$
$C_5 = \sigma^{\mu+1} e^{aL(\mu+1)} (1 - \sigma e^{aL})^\nu \frac{a}{m} \frac{(\mu + \nu + \delta)(\mu + \nu - \delta)}{1 + 2\mu}$
$C_6 = \sigma^{-\mu} e^{-a\mu L} (1 - \sigma e^{aL})^\nu \frac{a}{m} \left(\mu + \nu \frac{\sigma e^{aL}}{1 - \sigma e^{aL}} \right)$
$C_7 = \sigma^{-\mu+1} e^{-aL(\mu-1)} (1 - \sigma e^{aL})^\nu \frac{a}{m} \frac{(-\mu + \nu + \delta)(-\mu + \nu - \delta)}{1 - 2\mu}$
$C_8 = \tilde{\sigma}^{-\tilde{\mu}} e^{-b\tilde{\mu}\tilde{L}} (1 - \tilde{\sigma} e^{b\tilde{L}})^{-\tilde{\nu}} \frac{b}{m} \left(\tilde{\mu} + \tilde{\nu} \frac{\tilde{\sigma} e^{b\tilde{L}}}{1 - \tilde{\sigma} e^{b\tilde{L}}} \right)$
$C_9 = \tilde{\sigma}^{-\tilde{\mu}+1} e^{-b\tilde{L}(\tilde{\mu}-1)} (1 - \tilde{\sigma} e^{b\tilde{L}})^{-\tilde{\nu}} \frac{b}{m} \frac{(-\tilde{\mu} - \tilde{\nu} + \delta)(-\tilde{\mu} - \tilde{\nu} - \delta)}{1 - 2\tilde{\mu}}$
$F_1 = {}_2F_1(\mu + \nu + \delta, \mu + \nu - \delta, 1 + 2\mu; \sigma e^{aL})$
$F_2 = {}_2F_1(-\mu + \nu + \delta, -\mu + \nu - \delta, 1 - 2\mu; \sigma e^{aL})$
$F_3 = {}_2F_1(\tilde{\mu} - \tilde{\nu} + \delta, \tilde{\mu} - \tilde{\nu} - \delta, 1 + 2\tilde{\mu}; \tilde{\sigma} e^{b\tilde{L}})$
$F_4 = {}_2F_1(\mu + \nu + \delta + 1, \mu + \nu - \delta + 1, 2 + 2\mu; \sigma e^{aL})$
$F_5 = {}_2F_1(-\mu + \nu + \delta + 1, -\mu + \nu - \delta + 1, 2 - 2\mu; \sigma e^{aL})$
$F_6 = {}_2F_1(\tilde{\mu} - \tilde{\nu} + \delta + 1, \tilde{\mu} - \tilde{\nu} - \delta + 1, 2 + 2\tilde{\mu}; \tilde{\sigma} e^{b\tilde{L}})$

4.5.2. Bağlı Durum Enerjisi

Bağlı durum enerjisini ($|E| < m$) elde etmek için Denklem (4.2.2.1)'de verilen GWS kuyusu, $x < 0$ değerleri için dikkate alınır, Denklem (4.5.3)

$$\left[\frac{d^2}{dx^2} - \left(-iE - \frac{V_0}{q + pe^{-a(x+L)}} \right)^2 - \tilde{m}^2 \right] (\phi_1 + \phi_2) = 0 \quad (4.5.2.1)$$

olur. Bu denklemde

$$y = -\frac{q}{p} e^{a(x+L)} \quad (4.5.2.2)$$

değişken değiştirilmesi yapılır ve dalga fonksiyonu

$$\phi(y) = y^{\mu_1} (1-y)^{\nu_1} f(y) \quad (4.5.2.3)$$

olarak yeniden tanımlanır, Denklem (4.5.2.1)'in çözümü aşağıdaki biçimde olur:

$$\begin{aligned} (\phi_1 + \phi_2)_{sol}(y) = & A_1 y^{\mu_1} (1-y)^{\nu_1} {}_2F_1(\mu_1 + \nu_1 + \delta_1, \mu_1 + \nu_1 - \delta_1, 1 + 2\mu_1; y) \\ & + A_3 y^{-\mu_1} (1-y)^{\nu_1} {}_2F_1(-\mu_1 + \nu_1 + \delta_1, -\mu_1 - \nu_1 - \delta_1, 1 - 2\mu_1; y). \end{aligned} \quad (4.5.2.4)$$

Burada

$$\mu_1 = \frac{k_1}{a}, \quad \nu_1 = \frac{1 + \sqrt{1 - \left(\frac{2V_0}{aq} \right)^2}}{2}, \quad \delta_1 = \frac{ip_1}{a}, \quad (4.5.2.5)$$

$$k_1^2 = \tilde{m}^2 - E^2, \quad p_1^2 = \left(E + \frac{V_0}{q} \right)^2 - \tilde{m}^2$$

biçiminde tanımlanmaktadır.

$x > 0$ değerleri için Denklem (4.5.3)

$$\left[\frac{d^2}{dx^2} - \left(-iE - \frac{V_0}{\tilde{q} + \tilde{p}e^{b(x+\tilde{L})}} \right)^2 - \tilde{m}^2 \right] (\phi_1 + \phi_2) = 0 \quad (4.5.2.6)$$

olur. Bu denklemde yeni değişken

$$z = -\frac{\tilde{q}}{\tilde{p}} e^{-b(x+\tilde{L})} \quad (4.5.2.7)$$

ve dalga fonksiyonu

$$\phi(z) = z^{\tilde{\mu}_1} (1-z)^{-\tilde{\nu}_1} h(z) \quad (4.5.2.8)$$

olmak üzere, Denklem (4.5.2.6)'nın çözümü

$$\begin{aligned} (\phi_1 + \phi_2)_{\text{sağ}}(z) &= A_2 z^{\tilde{\mu}_1} (1-z)^{-\tilde{\nu}_1} {}_2F_1(\tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 + \tilde{\delta}_1, \tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 - \tilde{\delta}_1, 1 + 2\tilde{\mu}_1; z) \\ &+ A_4 z^{-\tilde{\mu}_1} (1-z)^{-\tilde{\nu}_1} {}_2F_1(-\tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 + \tilde{\delta}_1, -\tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 - \tilde{\delta}_1, 1 - 2\tilde{\mu}_1; z) \end{aligned} \quad (4.5.2.9)$$

biçiminde elde edilir. Burada fonksiyonda yer alan sembollerin açık biçimleri

$$\tilde{\mu}_1 = \frac{i\sqrt{E^2 - \tilde{m}^2}}{b}, \quad \tilde{\nu}_1 = \frac{-1 + \sqrt{1 - \left(\frac{2V_0}{b\tilde{q}}\right)^2}}{2}, \quad \tilde{\delta}_1 = \frac{i\tilde{p}_1}{b} \quad (4.4.2.10)$$

$$k_1^2 = \tilde{m}^2 - E^2, \quad \tilde{p}_1^2 = \left(E + \frac{V_0}{\tilde{q}} \right)^2 - \tilde{m}^2$$

olarak verilmektedir.

$x \rightarrow -\infty$ ve $x \rightarrow \infty$ durumlarına bakıldığında düzenli çözümler şöyle

elde edilir:

$$(\phi_1 + \phi_2)_{sol}(y) = A_1 y^{\mu_1} (1-y)^{\nu_1} {}_2F_1(\mu_1 + \nu_1 + \delta_1, \mu_1 + \nu_1 - \delta_1, 1 + 2\mu_1; y) \quad (4.5.2.11)$$

$$(\phi_1 + \phi_2)_{sağ}(z) = A_2 z^{\tilde{\mu}_1} (1-z)^{-\tilde{\nu}_1} {}_2F_1(\tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 + \tilde{\delta}_1, \tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 - \tilde{\delta}_1, 1 + 2\tilde{\mu}_1; z). \quad (4.5.2.12)$$

Dalga fonksiyonları, Denklem (4.5.14), Denklem (4.5.15) ve Denklem (4.5.16) kullanılarak aşağıdaki biçimde elde edilir:

$$\Psi_{sol} = A y^{\mu_1} (1-y)^{\nu_1} \times \left[\begin{array}{c} \left\{ \frac{1}{m} \left[E - \frac{V_0}{q} \left(\frac{y}{1-y} \right) \right] + \frac{1}{2} \right\} F_{sol} \\ - \frac{a}{m} \left\{ [\mu_1 - \nu_1 \frac{y}{1-y}] F_{sol} + y \left[\frac{(\mu_1 + \nu_1 + \delta_1)(\mu_1 + \nu_1 - \delta_1)}{1 + 2\mu_1} \right] \tilde{F}_{sol} \right\} \\ - \frac{a}{m} \left\{ [\mu_1 - \nu_1 \frac{y}{1-y}] F_{sol} + y \left[\frac{(\mu_1 + \nu_1 + \delta_1)(\mu_1 + \nu_1 - \delta_1)}{1 + 2\mu_1} \right] \tilde{F}_{sol} \right\} \\ \left\{ \frac{-1}{m} \left[E + \frac{V_0}{q} \left(\frac{y}{1-y} \right) \right] + \frac{1}{2} \right\} F_{sol} \end{array} \right] \quad (4.5.2.13)$$

$$\Psi_{sağ} = D z^{-\tilde{\mu}_1} (1-z)^{-\tilde{\nu}_1} \times \left[\begin{array}{c} \left\{ \frac{1}{m} \left[E - \frac{V_0}{\tilde{q}} \left(\frac{z}{1-z} \right) \right] + \frac{1}{2} \right\} F_{sağ} \\ \frac{b}{m} \left\{ [\tilde{\mu}_1 + \tilde{\nu}_1 \frac{z}{1-z}] F_{sağ} + z \left[\frac{(-\tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 + \tilde{\delta}_1)(-\tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 - \tilde{\delta}_1)}{1 - 2\tilde{\mu}_1} \right] \tilde{F}_{sağ} \right\} \\ \frac{b}{m} \left\{ [\tilde{\mu}_1 + \tilde{\nu}_1 \frac{z}{1-z}] F_{sağ} + z \left[\frac{(-\tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 + \tilde{\delta}_1)(-\tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 - \tilde{\delta}_1)}{1 - 2\tilde{\mu}_1} \right] \tilde{F}_{sağ} \right\} \\ \left\{ \frac{-1}{m} \left[E - \frac{V_0}{\tilde{q}} \left(\frac{z}{1-z} \right) \right] + \frac{1}{2} \right\} F_{sağ} \end{array} \right]. \quad (4.5.2.14)$$

Dalga fonksiyonlarının $x=0$ 'da kendilerinin ve birinci türevlerinin süreklilik koşulları kullanılırsa bağlı durumları betimleyen enerji özdeğer koşulu aşağıdaki biçimde elde edilir:

$$\begin{aligned}
 & \left[\frac{1}{m} \left(E - \frac{V_0}{q} \frac{\sigma e^{aL}}{1 - \sigma e^{aL}} \right) + \frac{1}{2} \right] F_{sol}(\sigma) \frac{b}{m} \left[(\tilde{\mu}_1 + \tilde{\nu}_1 \frac{\tilde{\sigma} e^{b\tilde{L}}}{1 - \tilde{\sigma} e^{b\tilde{L}}}) F_{sağ}(\tilde{\sigma}) \right. \\
 & + \tilde{\sigma} e^{b\tilde{L}} \frac{(\tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 + \tilde{\delta}_1)(\tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 - \tilde{\delta}_1)}{1 + 2\tilde{\mu}_1} \tilde{F}_{sağ}(\tilde{\sigma}) \left. \right] + \left[\frac{1}{m} \left(E - \frac{V_0}{\tilde{q}} \frac{\tilde{\sigma} e^{b\tilde{L}}}{1 - \tilde{\sigma} e^{b\tilde{L}}} \right) \right. \\
 & \left. + \frac{1}{2} \right] F_{sağ}(\tilde{\sigma}) \frac{a}{m} \left[(\mu_1 - \nu_1 \frac{\sigma e^{aL}}{1 - \sigma e^{aL}}) F_{sol}(\sigma) + \sigma e^{aL} \frac{(\mu_1 + \nu_1 + \delta_1)(\mu_1 + \nu_1 - \delta_1)}{1 + 2\mu_1} \tilde{F}_{sol}(\sigma) \right] = 0.
 \end{aligned}
 \tag{4.5.2.15}$$

Çizelge 4.5.2.1 Denklem (4.5.2.13) , Denklem (4.5.2.14) ve Denklem (4.5.2.15)'deki sabitlerin açık biçimleri.

$F_{sol} = {}_2F_1(\mu_1 + \nu_1 + \delta_1, \mu_1 + \nu_1 - \delta_1, 1 + 2\mu_1; y)$
$F_{sağ} = {}_2F_1(\tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 + \tilde{\delta}_1, \tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 - \tilde{\delta}_1, 1 + 2\tilde{\mu}_1; z)$
$\tilde{F}_{sol} = {}_2F_1(\mu_1 + \nu_1 + \delta_1 + 1, \mu_1 + \nu_1 - \delta_1 + 1, 2 + 2\mu_1; y)$
$\tilde{F}_{sağ} = {}_2F_1(\tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 + \tilde{\delta}_1 + 1, \tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 - \tilde{\delta}_1 + 1, 2 + 2\tilde{\mu}_1; z)$
$F_{sol}(\sigma) = {}_2F_1(\mu_1 + \nu_1 + \delta_1, \mu_1 + \nu_1 - \delta_1, 1 + 2\mu_1; \sigma e^{aL})$
$F_{sağ}(\tilde{\sigma}) = {}_2F_1(\tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 + \tilde{\delta}_1, \tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 - \tilde{\delta}_1, 1 + 2\tilde{\mu}_1; \tilde{\sigma} e^{b\tilde{L}})$
$\tilde{F}_{sol}(\sigma) = {}_2F_1(\mu_1 + \nu_1 + \delta_1 + 1, \mu_1 + \nu_1 - \delta_1 + 1, 2 + 2\mu_1; \sigma e^{aL})$
$\tilde{F}_{sağ}(\tilde{\sigma}) = {}_2F_1(\tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 + \tilde{\delta}_1 + 1, \tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 - \tilde{\delta}_1 + 1, 2 + 2\tilde{\mu}_1; \tilde{\sigma} e^{b\tilde{L}})$

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada ele aldığımız ve adını genelleştirilmiş Woods-Saxon potansiyeli diye koyduğumuz potansiyel için görelı olmayan kuantum mekaniğinin temel denklemleri olan Schrödinger ve görelı kuantum mekaniğinin KG, Dirac ve DKP denklemleri çözülmüş ve bu denklemlerin betimledikleri parçacıkların bu potansiyel ile etkileşiminde bağlı ve saçılma durumlarını betimleyen dalga fonksiyonları Gauss hipergeometrik fonksiyonlar cinsinden elde edilmiştir. Bu fonksiyonların hem kendilerinin hem de birinci türevlerinin süreklilik koşullarının yanı sıra asimptotik ifadeler kullanılarak saçılma durumları için geçme ve yansıma katsayıları bulunmuştur. Ayrıca aynı süreklilik koşulları kullanılarak bağlı durumlar için enerji özdeğerlerini betimleyen özdeğer koşulları elde edilmiştir. Elde edilen geçme katsayıları, potansiyelin biçimini betimleyen parametrelere göre belli sayısal değerler için *Mathematica* yazılım programı kullanılarak çizimler yapılmış ve bu çizimler, Çizelge 5.1 ve Çizelge 5.2'de karşılaştırılarak yorumlanmıştır.

Bu tezde ele alınan potansiyel için elde edilen Klein-Gordon denkleminin çözümleri kullanılarak hesaplanan T ve R katsayıları, genel Woods-Saxon potansiyeli için Rojas C. ve Villalba V. M. tarafından yapılan "Scattering of a Klein-Gordon particle by a Woods-Saxon potential" [7] adlı çalışmada elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmış ve uyumlu sonuçlar elde edilmiştir. Benzer biçimde tezde elde edilen Dirac denkleminin çözümleri kullanılarak bulunan T ve R katsayıları, genel Woods-Saxon potansiyeli için Kennedy P. tarafından yapılan "The Woods-Saxon potential in the Dirac equation" [5] adlı makalede elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmış ve uyumlu sonuçlar bulunmuştur.

Tezin Bulgular ve Tartışma bölümünde Schrödinger ve DKP denklemleri için elde edilen sonuçların, daha önce genel Woods-Saxon potansiyeli için çalışmalar yapılmadığından karşılaştırma yapma olanağı olmamıştır.

Çizelge 5.1. Göreli ve Göreli olmayan parçacıkların geçiş katsayılarının potansiyelin parametrelerine göre değişiminin karşılaştırılması I.

	Birimsellik Koşulu	Geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde q ve \tilde{q} parametrelerinin etkisi	Geçiş katsayısının V_0 'a göre değişiminde q ve \tilde{q} parametrelerinin etkisi
SCHRÖDİNGER DENKLEMİ	Şekil 4.2.1.1'de GWSp'nin simetrik ya da asimetric olması durumunda $R+T=1$ koşulunu sağlanmaktadır.	Şekil 4.2.1.2'de görüldüğü gibi, geçiş katsayısının bire ulaşma noktaları $E \rightarrow V_0/q$ koşuluna uymaktadır ve Şekil 4.2.1.3'de $q < \tilde{q}$ ya da $q > \tilde{q}$ olması durumunda geçiş katsayısının enerjiye göre değişim grafiği aynı kalmaktadır.	Şekil 4.2.1.2'de görüldüğü gibi, geçiş katsayısının sifira ulaşma noktaları $V_0 \rightarrow qE$ koşuluna uymaktadır.
KG DENKLEMİ	Şekil 4.3.1.1'de GWSp'nin simetrik ya da asimetric olması durumunda $R+T=1$ koşulunu sağlanmaktadır.	Şekil 4.3.1.2'de görüldüğü gibi geçiş katsayısının sifira olma aralığı $\frac{V_0}{q} - m < E < \frac{V_0}{q} + m$ koşuluna uymaktadır ve Şekil 4.3.1.3'de $q < \tilde{q}$ ya da $q > \tilde{q}$ olması durumunda geçiş katsayısının enerjiye göre değişim grafiği aynı kalmaktadır. Aynı zamanda enerjinin değeri V_0 'ın değerinden küçük olduğu $m < E < \frac{V_0}{q} - m$ aralığında rezonans oluşmaktadır.	Şekil 4.3.1.2'de görüldüğü gibi geçiş katsayısının sifira olma aralığı $q(E - m) < V_0 < q(E + m)$ koşuluna uymaktadır.
DİRAC DENKLEMİ	Şekil 4.4.1.1'de GWSp'nin simetrik olması durumunda $R+T=1$ koşulu korunurken, potansiyelin parametrelerini bağlı olarak simetriğin bozulması durumunda birimsellik koşulu sağlanamamaktadır.	Şekil 4.4.1.2'de görüldüğü gibi geçiş katsayısının sifira olma aralığı $\frac{V_0}{q} - m < E < \frac{V_0}{q} + m$ koşuluna uymaktadır ve Şekil 4.4.1.3'de $q < \tilde{q}$ ya da $q > \tilde{q}$ olması durumunda geçiş katsayısının değişim grafiği değişmektedir. Aynı zamanda enerjinin değeri V_0 'ın değerinden küçük olduğu $m < E < \frac{V_0}{q} - m$ aralığında rezonans oluşmaktadır. Bu aralıkta rezonans noktalarının sayıları KG parçacığınıninkine göre daha azdır.	Şekil 4.4.1.2'de görüldüğü gibi geçiş katsayısının sifira olma aralığı $q(E - m) < V_0 < q(E + m)$ koşuluna uymaktadır.
DKP DENKLEMİ	Şekil 4.5.1.1'de GWSp'nin simetrik olması durumunda $R+T=1$ koşulu korunurken, potansiyelin parametrelerini bağlı olarak simetriğin bozulması durumunda birimsellik koşulu sağlanamamaktadır.	Şekil 4.5.1.2'de görüldüğü gibi geçiş katsayısının sifira olma aralığı $\frac{V_0}{q} - \frac{m}{2} < E < \frac{V_0}{q} + \frac{m}{2}$ koşuluna uymaktadır ve Şekil 4.5.1.3'de $q < \tilde{q}$ ya da $q > \tilde{q}$ olması durumunda geçiş katsayısının değişim grafiği değişmektedir. Aynı zamanda enerjinin değeri V_0 'ın değerinden küçük olduğu $\frac{m}{2} < E < \frac{V_0}{q} - \frac{m}{2}$ aralığında rezonans oluşmaktadır. Bu aralıkta rezonans noktalarının sayıları Dirac ve KG parçacıklarının rezonans noktaları sayılarına göre daha fazladır.	Şekil 4.4.1.2'de görüldüğü gibi geçiş katsayısının sifira olma aralığı $q(E - \frac{m}{2}) < V_0 < q(E + \frac{m}{2})$ koşuluna uymaktadır.

Çizelge 5.2. Görel ve Görel olmayan parçacıkların geçiş katsayılarının potansiyelin parametrelerine göre değişiminin karşılaştırılması I.

	Geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde a ve b parametrelerinin etkisi	Geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde L ve \tilde{L} parametrelerinin etkisi	Geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde p ve \tilde{p} parametrelerinin etkisi
SCHRÖDİNGER DENKLEMİ	Şekil 4.2.1.6'da $a < b$ ya da $a > b$ olması durumunda geçiş katsayısının değeri aynı kalmaktadır.	Şekil 4.2.1.5'de $L < \tilde{L}$ ya da $L > \tilde{L}$ olması durumunda geçiş katsayısının değeri aynı kalmaktadır.	Şekil 4.2.1.4'de $p < \tilde{p}$ ya da $p > \tilde{p}$ olması durumunda geçiş katsayısının değeri aynı kalmaktadır.
KG DENKLEMİ	Şekil 4.3.1.6'da $a < b$ ya da $a > b$ olması durumunda geçiş katsayısının değeri aynı kalmaktadır.	Şekil 4.3.1.5'de $L < \tilde{L}$ ya da $L > \tilde{L}$ olması durumunda geçiş katsayısının değeri aynı kalmaktadır.	Şekil 4.3.1.4'de $p < \tilde{p}$ ya da $p > \tilde{p}$ olması durumunda geçiş katsayısının değeri aynı kalmaktadır.
DİRAC DENKLEMİ	Çizelge 4.4.1.5'de $a < b$ ya da $a > b$ olması durumunda geçiş katsayısının değeri 10^{-5} basamağından sonra değişim görülmektedir.	Çizelge 4.4.1.4'de $L < \tilde{L}$ ya da $L > \tilde{L}$ olması durumunda geçiş katsayısının değeri 10^{-6} basamağından sonra değişim görülmektedir.	Çizelge 4.4.1.3'de $p < \tilde{p}$ ya da $p > \tilde{p}$ olması durumunda geçiş katsayısının değeri 10^{-7} basamağından sonra değişim görülmektedir..
DKP DENKLEMİ	Çizelge 4.5.1.4'de $a < b$ ya da $a > b$ olması durumunda geçiş katsayısının değeri 10^{-7} basamağından sonra değişim görülmektedir.	Çizelge 4.5.1.3'de $L < \tilde{L}$ ya da $L > \tilde{L}$ olması durumunda geçiş katsayısının değeri 10^{-6} basamağından sonra değişim görülmektedir.	Çizelge 4.5.1.2'de $p < \tilde{p}$ ya da $p > \tilde{p}$ olması durumunda geçiş katsayısının değeri 10^{-6} basamağından sonra değişim görülmektedir.

Bu çalışma daha gerçekçi kuantum mekaniksel problemleri içeren üç boyutlu Schrödinger, KG ve Dirac denklemlerine genelleştirilebilir. Bu denklemler çözülerek Schrödinger, KG ve Dirac parçacıklarının GWSp ile etkileşiminde oluşan kuantum mekaniksel süreçleri anlamak olanaklı olacaktır.

KAYNAKLAR

- [1] Karaoğlu B., “Kuantum Mekaniğine Giriş”, 6. Baskı, Seçkin, Ankara, 9 s., (2008).
- [2] Woods R. D. and Saxon D.S., “Diffuse Surface Optical Model for Nucleon-Nuclei Scattering”, *Phys. Rev.*, 95: 577, (1954).
- [3] Flügge S., “Practical Quantum Mechanics”, Reprint of the 1994 Edition, Springer, Verlag, 25-252 s., (1971).
- [4] Newton R. G., “Scattering Theory of Waves and Particles 2nd ed.”, Springer, New York, (1982).
- [5] Kennedy P., “The Woods-Saxon potential in the Dirac equation”, *J. Phys. A: Math. Gen.*, 35: 689–698, (2002).
- [6] Dombey N. and Calogeracos A., “Seventy years of Klein paradox”, *Physics Reports*, 315: 41-58 , (1999).
- [7] Rojas C. and Villalba V. M., ”Scattering of a Klein-Gordon particle by a Woods-Saxon potential”, *Phys. Rev. A* 71: 052101, (2005).
- [8] Villalba V. M. and Rojas C., “Bound states of the Klein-Gordon equation in the presence of short range potential”, *Int. J. Mod. Phys. A* 21: 313–325, (2006).
- [9] Villalba V. M. and Greiner W., “Transmission resonances and supercritical states in a one-dimensional cusp potential”, *Phys. Rev. A*, 67: 052707, (2003).
- [10] Villalba V. M. and Rojas C., ” Scattering of a relativistic scalar particle by a cusp potential”, *Phys. Lett. A* 362: 21–25, (2007).
- [11] Guo J. Y., Yu Y. and Jin S. W., “Transmission resonance for a Dirac particle in a one-dimensional Hulthen potential”, *Cent. Eur. J. Phys.* 7: 168–174, (2009).
- [12] Jiang Y., Dong S., Antillon A. and Cassou M. L., “Low momentum scattering of the Dirac particle with an asymmetric cusp potential”, *Eur. Phys. J. C* 45: 525–528, (2006).
- [13] Sogut K. and Havare A., “Scattering of vector bosons by an asymmetric Hulthen potential”, *J.Phys. A: Math. Theor.* 43: 225204, (2010).

- [14] Sogut K. and Havare A., “Transmission resonances in the Duffin–Kemmer–Petiau equation in (1+ 1) dimensions for an asymmetric cusp potential”, *Physica Scripta*, 82: 045013, (2010).
- [15] Senn P., “Threshold anomalies in one-dimensional scattering”, *Am. J. Phys.*, 56: 916–921, (1988).
- [16] Bianchi M. S., “Levinson’s theorem, zero energy resonances and time delay in one dimensional scattering systems”, *J. Math. Phys.*, 35: 2719–2733, (1994).
- [17] Morse P. M. and Feshbach H., “Methods of Theoretical Physics Part II”, 2nd ed., New York, McGraw-Hill, 640p, (1953).
- [18] Bohm D., “Quantum Mechanics”, 2nd ed., New York, Prentice-Hall, 245p, (1951).
- [19] Dombey N., Kennedy P. and Calogeracos A., “Phase shifts and resonance in the Dirac equation”, *Phys. Rev. Lett.*, 85: 1787–1790, (2003).
- [20] Kennedy P. and Dombey N., “Low momentum scattering in the Dirac equation”, *J. Phys. A: Math. Gen.*, 35: 6645–6657, (2002).
- [21] Kalbermann G., “Kemmer-Duffin-Petiau equation from two-body Dirac equations”, *Phys. Rev. C*, 37:25-27, (1988).
- [22] Duffin R. J., “On the Characteristic matrices of covariant systems”, *Phys. Rev.*, 54: 1114, (1938).
- [23] Barut A. O., “Excited states of zitterbewegung”, *Phys. Letter B*, 237: 436-439, (1990).
- [24] Unal N., “Path integral quantization of a spinning particle”, *Found. Phys.*, 28: 755-762, (1998).
- [25] Unal N., “Duffin-Kemmer-Petiau equation, Proca equation and Maxwells equation in 1+1 D ”, *Concepts of Phys.* 2: 273-282, (2005).
- [26] Sogut K., Havare A. and Acikgoz I., “Energy levels and wave functions of vector bosons in a homogeneous magnetic field”, *J. Math. Phys.* 43: 3952, (2002).

- [27] Kozack R. E., Clark B. C., Hama S., Mishra V. K., Mercer R. L. and Ray L., “Spin-one Kemmer-Duffin-Petiau equations and intermediate-energy deuteron-nucleus scattering” *Phys. Rev. C* 40: 2181, (1989).
- [28] Yasuk F., Berkdemir C., Berkdemir A. and Onem C., “Exact Solutions of the Duffin–Kemmer–Petiau Equation for the Deformed Hulthen Potential”, *Phys. Scr.* 71: 340–343, (2005).
- [29] Merad M., “DKP Equation with Smooth Potential and Position-Dependent Mass”, *Int. J. Theor. Phys.* 46: 2105, (2007).
- [30] Boumali A., “Solutions of the Duffin-Kemmer-Petiau equation for a pseudoscalar potential step in (1+1) dimensions”, *Can. J. Phys.* 86: 1233, (2008).

ÖZGEÇMİŞ VE ESERLER LİSTESİ

Adı Soyadı: Soner ALPDOĞAN

Doğum Tarihi: 11/06/1983

Öğrenim Durumu:

Derece	Bölüm/Program	Üniversite	Yıl
Lise	Fen Sınıfı	Gaziantep Cumhuriyet Lisesi	1997-2000
Lisans	Fizik Bölümü	Mersin Üniversitesi	2004-2009
Yüksek Lisans	Fizik Bölümü	Mersin Üniversitesi	2009-

(Varsa) Görevler:

Görev Unvanı	Görev Yeri	Yıl
Arş. Gör	ME.Ü. Fen-Edebiyat Fakültesi Fizik Bölümü	2010-

ESERLER (Makaleler ve Bildiriler)

1. Soner ALPDOĞAN, Ali HAVARE, "Görelî ve Görelî olmayan parçacıkların genelleştirilmiş Woods-Saxon potansiyelinden saçılma durumları", (Sözlü Bildiri), (388-389 syf.) Türk Fizik Derneği 28. Uluslararası Fizik Kongresi, Bodrum, Muğla, 2011.