

**GENELLEŞTİRİLMİŞ ASİMETRİK MANNING-
ROSEN TİPİ POTANSİYELİNDE SCHRODINGER
PARÇACIĞININ SAÇILMA VE BAĞLI
DURUMLARI**

AHMET TAŞ

**MERSİN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

FİZİK ANA BİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**MERSİN
ARALIK-2012**

**GENELLEŞTİRİLMİŞ ASİMETRİK MANNING-
ROSEN TİPİ POTANSİYELİNDE SCHRODINGER
PARÇACIĞININ SAÇILMA VE BAĞLI
DURUMLARI**

AHMET TAŞ

**MERSİN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

FİZİK ANA BİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

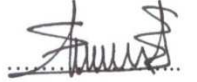
**Danışman
Doç. Dr. Ali HAVARE**

**MERSİN
ARALIK-2012**

Ahmet TAŞ tarafından Doç. Dr. Ali HAVARE danışmanlığında hazırlanan “Genelleştirilmiş Asimetrik Manning-Rosen Tipi Potansiyelinde Schrödinger Parçacığının Saçılma ve Bağlı Durumları” başlıklı bu çalışma aşağıda imzaları bulunan jüri üyeleri tarafından oy birliği ile Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

İmza

Doç. Dr. Ali HAVARE



Doç. Dr. Kenan SÖĞÜT



Doç. Dr. Hanlar REŞİDOĞLU



Yukarıdaki Jüri kararı Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 28.12.2012 tarih ve 2012.24/796 sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof. Dr. A. Murat GİZİR
Enstitü Müdürü



Bu tezde kullanılan özgün bilgiler, şekil, çizelge ve fotoğraflardan kaynak göstermeden alıntı yapmak 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunu hükümlerine tabidir.

GENELLEŞTİRİLMİŞ ASİMETRİK MANNING-ROSEN TİPİ POTANSİYELİNDE SCHRODINGER PARÇACIĞININ SAÇILMA VE BAĞLI DURUMLARI

Ahmet TAŞ

ÖZ

Bu çalışmanın birinci amacı görelî olmayan kuantum mekaniğinde pek çok uygulama alanı olan fiziksel potansiyellerin değişik tiplerini içeren genelleştirilmiş asimetrik Manning-Rosen tipi potansiyeli için bir boyutta Schrödinger denklemini çözerek saçılma ve bağlı durumlarını elde etmektir. Bunun yanı sıra bu çözümleri kullanarak geçme ve yansıma katsayılarının, potansiyelin biçimini belirleyen parametrelere nasıl bağlı olduklarını çizimlerle belirlemektir. Bu çalışmanın ikinci amacı ise ele alınan genel potansiyelin pek çok süreci içerdiğini göstermek ve aynı zamanda, özel durumlarda, daha önce yapılan çalışmalarda elde edilen sonuçlarla uyumlu olduğunu ortaya koymaktır.

Anahtar kelimeler: Genelleştirilmiş asimetrik Manning-Rosen tipi potansiyel, Schrödinger Denklemi, saçılma ve bağlı durumları.

Danışman: Doç. Dr. Ali HAVARE, Fizik Ana Bilim Dalı, Mersin Üniversitesi

THE SCATTERING AND BOUND STATES OF THE SCHRODINGER PARTICLE IN GENERALIZED ASYMMETRIC MANNING-ROSEN POTENTIAL TYPE

Ahmet TAŞ

ABSTRACT

The first aim of this study is to obtain scattering and bound states by solving the Schrödinger equation for the generalized asymmetric Manning-Rosen-type potential including the different types of physical potentials which have many application fields in non-relativistic quantum mechanics. In addition we aimed to determine, by using these solutions, that how the transition and reflection coefficients depend on the parameters which determine shape of the potential. The second aim of this study is to show that the general potential dealt with involves many processes, and also to reveal that the results obtained in this study are compatible with the results obtained in previous studies for special cases.

Keywords: Generalized Asymmetric Manning-Rosen Type potential, Schrödinger equation, scattering and bound states.

Advisor: Assoc. Prof. Dr. Ali HAVARE, Department of Physics, University of Mersin

TEŞEKKÜR

Bu tezin oluşum sürecinde değerli zamanını bana ayıran, benden düşünce, bilgi, deneyim ve desteğini hiçbir zaman esirgemeyen danışman hocam Sayın Doç. Dr. Ali HAVARE' ye, değerli görüş ve bilgilerinden yararlandığım hocalarım Sayın Doç. Dr. Kenan SÖĞÜT' e ve Sayın Dr. Oktay AYDOĞDU'ya sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Tez yazımında benden yardımını esirgemeyen, değerli arkadaşlarım Soner ALPDOĞAN'a ve Hilmi YANAR'a ve yaşamım boyunca maddi ve manevi desteklerini her an yanı başımda duyumsadığım çok sevgili aileme teşekkürü bir borç bilirim.

Ayrıca bu tez çalışmasına maddi destek veren Mersin Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Birimine teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZ.....	i
ABSTRACT.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
İÇİNDEKİLER.....	iv
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	viii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	xvi
1. GİRİŞ.....	1
2. KAYNAK ARAŞTIRMALARI.....	4
2.1. SCHRODINGER DALGA DENKLEMİ.....	4
2.2. MANNİNG-ROSEN POTANSİYELİ.....	4
2.2.1. Manning-Rosen Potansiyeli Kullanılarak Schrödinger Denklemi İçin Yapılan Çalışmalar.....	7
2.3. WOODS-SAXON POTANSİYELİ.....	10
2.3.1. Woods-Saxon Potansiyeli Kullanılarak Schrödinger Denklemi İçin Yapılan Çalışmalar.....	11
2.4. HULTHEN POTANSİYELİ.....	12
2.4.1. Hulthen Potansiyeli Kullanılarak Schrödinger Denklemi İçin Yapılan Çalışmalar.....	13
3. MATERYAL VE YÖNTEM.....	16
3.2. ASİMETRİK HULTHEN POTANSİYELİ İÇİN SCHRODINGER DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ.....	16
3.2.1. Saçılma Durumları.....	19
3.2.2. Bağlı Durumlar.....	25
3.2. GENELLEŞTİRİLMİŞ WOODS-SAXON POTANSİYELİ İÇİN SCHRODINGER DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ.....	29
3.2.1. Saçılma Durumları.....	32
3.2.2. Bağlı Durumları.....	37

4. BULGULAR VE TARTIŞMA	41
4.1. GENELLEŞTİRİLMİŞ ASİMETRİK MANNING-ROSEN TİPİ POTANSİYEL	41
4.2. GENELLEŞTİRİLMİŞ ASİMETRİK MANNING-ROSEN TİPİ POTANSİYEL İÇİN SCHRÖDINGER DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ	49
4.2.1. Saçılma Durum Çözümleri.....	52
4.2.2. Bağlı Durum Çözümleri.....	71
5. SONUÇLAR ve ÖNERİLER	76
KAYNAKLAR	81
ÖZGEÇMİŞ	84

ÇİZELGELER DİZİNİ

Sayfa

Çizelge 2.2.1.	Manning-Rosen Tipi Potansiyeller ile ilgili yapılan çalışmalar ve bu çalışmalarda kullanılan potansiyel biçimleri	9
Çizelge 2.3.1.	Woods-Saxon Tipi Potansiyeller ile ilgili yapılan çalışmalar ve bu çalışmalarda kullanılan potansiyel biçimleri	12
Çizelge 2.4.1.	Hulthen Tipi Potansiyeller ile ilgili yapılan çalışmalar ve bu çalışmalarda kullanılan potansiyel biçimleri	15
Çizelge 3.1.1.1.	Denklem (3.1.1.9) ve Denklem (3.1.1.10)'daki sabitlerin açık biçimleri.....	22
Çizelge 3.1.2.1.	Denklem (3.1.2.16)'daki sabitlerin açık biçimleri	28
Çizelge 3.2.1.1.	Denklem (3.2.1.4) ve Denklem (3.2.1.5)'deki sabitlerin açık biçimleri.....	34
Çizelge 3.2.1.2.	GWS potansiyelinin ters çevrilmesi durumunda geçiş katsayısının aldığı değerlerin sayısal dökümü.....	37
Çizelge 3.2.2.1.	Denklem (3.2.2.14)'deki sabitlerin açık biçimleri.....	40
Çizelge 4.2.1.1.	Denklem (4.2.1.5) ve Denklem (4.2.1.6)'daki sabitlerin açık biçimleri.....	54
Çizelge 4.2.1.2.	p , \tilde{p} , q ve \tilde{q} parametrelerinin geçiş katsayısına etkilerinin sayısal dökümü.....	59
Çizelge 4.2.1.3.	a , b , L , \tilde{L} , A , \tilde{A} , B ve \tilde{B} parametrelerinin geçiş katsayısına etkilerinin sayısal dökümü.....	60
Çizelge 4.2.1.4.	GAMAR tipi potansiyelin ters çevrilmesi durumunda geçiş katsayısının aldığı değerlerin sayısal dökümü.....	65
Çizelge 4.2.2.1.	Denklem (4.2.2.14)'deki sabitlerin açık biçimleri	75

Çizelge 5.1.	Potansiyel fonksiyonundaki parametrelerin geçiş katsayısına etkileri (1).....	78
Çizelge 5.2.	Potansiyel fonksiyonundaki parametrelerin geçiş katsayısına etkileri (2).....	79

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

- Şekil 2.2.1. $\alpha = 1.5$ değeri için bir boyutta Manning-Rosen potansiyelinin, b 'nin farklı iki değerine karşılık gelen konuma göre değişimi (1). 5
- Şekil 2.2.2. $\alpha = 0.75$ değeri için bir boyutta Manning-Rosen potansiyelinin, b 'nin farklı iki değerine karşılık gelen konuma göre değişimi..... 6
- Şekil 2.2.3. $\alpha = 1.5$ değeri için bir boyutta Manning-Rosen potansiyelinin, b 'nin farklı iki değerine karşılık gelen konuma göre değişimi (2). 6
- Şekil 2.3.1. Bir boyutta Woods-Saxon potansiyelinin, r_0 'ın iki farklı değeri için, konuma göre değişimi. (Bu grafik, potansiyelin gerçel kısımları göz önüne alınarak çizilmiştir.) 10
- Şekil 2.3.2. Bir boyutta Woods-Saxon potansiyelinin, a 'ın iki farklı değeri için, konuma göre değişimi. (Bu grafik, potansiyelin gerçel kısımları göz önüne alınarak çizilmiştir.) 11
- Şekil 2.4.1. Hulthen potansiyelinin, a 'nın farklı iki değeri için, konuma göre değişimi..... 13
- Şekil 3.1.1.1. ASH potansiyelinden saçılan Schrödinger parçacığı için birimsellik koşulu: (T) geçiş ve (R) yansıma katsayılarının (E) enerjiye göre değişimi. Burada $a = 0.4$, $b = 0.5$, $q = 0.6$ $\tilde{q} = 0.7$, $m = 1$ ve $V_0 = 2$ 'dir. 23
- Şekil 3.1.1.2. ASH potansiyelinden saçılan Schrödinger parçacığı için geçiş katsayısının enerjiye göre değişimi (1). Burada $a = b = 0.5$; $a = 0.8$, $b = 0.3$; $a = 0.3$, $b = 0.8$; $q = \tilde{q} = 0.7$, $m = 1$ ve $V_0 = 2$ 'dir.. 23
- Şekil 3.1.1.3. ASH potansiyelinden saçılan Schrödinger parçacığı için geçiş katsayısının enerjiye göre değişimi (2). Burada $q = \tilde{q} = 0.5$; $q = 0.6$, $\tilde{q} = 0.4$; $q = 0.4$, $\tilde{q} = 0.6$; $a = b = 0.5$, $m = 1$ ve $V_0 = 2$ 'dir. 24
- Şekil 3.1.1.4. ASH potansiyelinden saçılan Schrödinger parçacığı için geçiş katsayısının V_0 göre değişimi (3). Burada $a = b = q = \tilde{q} = 0.5$, ve $m = 1$ 'dir..... 24
- Şekil 3.1.1.5. ASH potansiyelinden saçılan Schrödinger parçacığı için geçiş katsayısının V_0 'a göre değişimi. Burada $a = b = q = \tilde{q} = 0.5$, ve $m = 1$ 'dir. 25

- Şekil 3.2.1.1. GWS potansiyelinden saçılan Schrödinger parçacığı için birimsellik koşulu; $R + T = 1$. $q = 2$, $\tilde{q} = 1.5$, $a = 10$, $b = 5$, $L = \tilde{L} = 1$, $p = 1.5$, $\tilde{p} = 1.2$, $m = 1$, $V_0 = 4$ için R ve T 'nin enerjiye göre değişimi..... 34
- Şekil 3.2.1.2. GWS potansiyelinden saçılan Schrödinger parçacığı için q ve \tilde{q} parametrelerinin geçiş katsayısına etkisi I. Soldaki şekil, T 'nin enerjiye göre değişimi, sağdaki şekil T 'nin V_0 'a göre değişimi. Burada $a = b = 10$, $L = \tilde{L} = 2$, $p = \tilde{p} = 1$, $m = 1$, $V_0 = 3$ ve $E = 4$ 'dür..... 35
- Şekil 3.2.1.3. GWS potansiyelinden saçılan Schrödinger parçacığı için q ve \tilde{q} parametrelerinin geçiş katsayısına etkisi II. Burada $a = b = 10$, $L = \tilde{L} = 2$, $p = \tilde{p} = 1$, $m = 1$, $V_0 = 3$ 'dür..... 35
- Şekil 3.2.1.4. GWS potansiyelinden saçılan Schrödinger parçacığı için T 'nin enerjiye göre değişiminde p ve \tilde{p} parametrelerinin geçiş katsayısına etkisi gösteren çizimler. Burada $a = b = 10$, $L = \tilde{L} = 2$, $q = \tilde{q} = 1$, $m = 1$, $V_0 = 4$ 'dür..... 35
- Şekil 3.2.1.5. GWS potansiyelinden saçılan Schrödinger parçacığı için T 'nin enerjiye göre değişiminde L ve \tilde{L} parametrelerinin geçiş katsayısına etkisini gösteren çizimler. Burada $a = b = 10$, $p = \tilde{p} = 2$, $q = \tilde{q} = 1$, $m = 1$, $V_0 = 4$ 'dür. 36
- Şekil 3.2.1.6. GWS potansiyelinden saçılan Schrödinger parçacığı için T 'nin enerjiye göre değişiminde a ve b parametrelerinin geçiş katsayısına etkisini gösteren çizimler. Burada $L = \tilde{L} = 1$, $p = \tilde{p} = 1$, $q = \tilde{q} = 1$, 'dür. 36
- Şekil 4.1.1. GAMAR tipi potansiyelin A ve \tilde{A} parametrelerinin farklı değerlerine karşılık gelen konuma göre değişimi (1). Burada $a = b = 2$, $L = \tilde{L} = 1$, $q = \tilde{q} = 1$, $p = \tilde{p} = 1$ ve $B = \tilde{B} = 1$ 'dir.. ... 42
- Şekil 4.1.2. GAMAR tipi potansiyelin B ve \tilde{B} parametrelerinin farklı değerlerine karşılık gelen konuma göre değişimi (1). Burada $a = b = 2$, $L = \tilde{L} = 1$, $q = \tilde{q} = 1$, $p = \tilde{p} = 1$ ve $A = \tilde{A} = 1$ 'dir..... 42

- Şekil 4.1.3. GAMAR tipi potansiyelin B ve \tilde{B} parametrelerinin farklı değerlerine karşılık gelen konuma göre değişimi. Burada $a = b = 2$, $L = \tilde{L} = 1$, $q = \tilde{q} = 1$, $p = \tilde{p} = 1$ ve $A = \tilde{A} = -1$ 'dir..... 43
- Şekil 4.1.4. GAMAR tipi potansiyelin a ve b parametrelerinin farklı değerlerine karşılık gelen konuma göre değişimi. Burada $L = \tilde{L} = 1$, $q = \tilde{q} = 1$, $p = \tilde{p} = 1$, $B = \tilde{B} = 1$ ve $A = \tilde{A} = 1$ 'dir.... 43
- Şekil 4.1.5. GAMAR potansiyelinin L ve \tilde{L} parametrelerinin farklı değerlerine karşılık gelen konuma göre değişimi (1). Burada $a = b = 4$, $q = \tilde{q} = 1$, $p = \tilde{p} = 1$, $B = \tilde{B} = 1$ ve $A = \tilde{A} = 1$ 44
- Şekil 4.1.6. GAMAR tipi potansiyelin q ve \tilde{q} parametrelerinin farklı değerlerine karşılık gelen konuma göre değişimi. Burada $a = b = 2$, $L = \tilde{L} = 1$, $p = \tilde{p} = 1$, $B = \tilde{B} = 1$ ve $A = \tilde{A} = 1$ 'dir.... 44
- Şekil 4.1.7. GAMAR tipi potansiyelin p ve \tilde{p} parametrelerinin farklı değerlerine karşılık gelen konuma göre değişimi (1). Burada $a = b = 2$, $L = \tilde{L} = 1$, $q = \tilde{q} = 1$, $B = \tilde{B} = 1$ ve $A = \tilde{A} = 1$ 'dir..... 45
- Şekil 4.1.8. GAMAR tipi potansiyelin A ve \tilde{A} parametrelerinin farklı iki değerlerine karşılık gelen konuma göre değişimi (2). Burada $a = b = 10$, $L = \tilde{L} = 2$, $q = \tilde{q} = 1$, $p = \tilde{p} = 1$ ve $B = \tilde{B} = 1$ 'dir... 46
- Şekil 4.1.9. GAMAR tipi potansiyelin B ve \tilde{B} parametrelerinin farklı değerlerine karşılık gelen konuma göre değişimi (2). Burada $a = b = 10$, $L = \tilde{L} = 2$, $q = \tilde{q} = 1$, $p = \tilde{p} = 1$ ve $A = \tilde{A} = 1$ 'dir... 46
- Şekil 4.1.10. GAMAR tipi potansiyelin L ve \tilde{L} parametrelerinin farklı değerlerine karşılık gelen konuma göre değişimi (2). Burada $a = b = 10$, $q = \tilde{q} = 1$, $p = \tilde{p} = 1$, $B = \tilde{B} = 1$ ve $A = \tilde{A} = 1$ 'dir... 47
- Şekil 4.1.11. GAMAR tipi potansiyelin q ve \tilde{q} parametrelerinin farklı değerlerine karşılık gelen konuma göre değişimi (2). Burada $a = b = 10$, $L = \tilde{L} = 2$, $p = \tilde{p} = 1$, $B = \tilde{B} = 1$ ve $A = \tilde{A} = 1$ 'dir.. 47
- Şekil 4.1.12. GAMAR tipi potansiyelin p ve \tilde{p} parametrelerinin farklı değerlerine karşılık gelen konuma göre değişimi (2). Burada $a = b = 10$, $L = \tilde{L} = 2$, $q = \tilde{q} = 1$, $B = \tilde{B} = 1$ ve $A = \tilde{A} = 1$ 'dir... 48

- Şekil 4.2.1.1. GAMAR tipi potansiyelden saçılan Schrödinger parçacığı için birimsellik koşulu, geçiş katsayısı ve yansıma katsayısının enerjiye göre değişimi. Burada $a = b = 2$, $L = \tilde{L} = 1$, $q = \tilde{q} = 1$, $p = \tilde{p} = 2$, $A = 4$, $\tilde{A} = 5$, $B = \tilde{B} = 3$ ve $m = 1$ 'dir..... 55
- Şekil 4.2.1.2. GAMAR tipi potansiyelden saçılan Schrödinger parçacığı için geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde p ve \tilde{p} parametrelerinin etkisi (1). Burada $q = \tilde{q} = 1$, $L = \tilde{L} = 1$, $A = \tilde{A} = 1$, $a = b = 2$, $B = \tilde{B} = 1$ ve $m = 1$ 'dir.. 55
- Şekil 4.2.1.3. GAMAR tipi potansiyelden saçılan Schrödinger parçacığı için geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde q ve \tilde{q} parametrelerinin etkisi (1). Burada $a = b = 2$, $A = \tilde{A} = 1$, $L = \tilde{L} = 1$, $p = \tilde{p} = 1$, $B = \tilde{B} = 1$ ve $m = 1$ 'dir.. 56
- Şekil 4.2.1.4. GAMAR tipi potansiyelden saçılan Schrödinger parçacığı için geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde a ve b parametrelerinin etkisi (1). Burada $q = \tilde{q} = 1$, $L = \tilde{L} = 1$, $A = \tilde{A} = 1$, $p = \tilde{p} = 1$, $B = \tilde{B} = 1$ ve $m = 1$ 'dir..... 56
- Şekil 4.2.1.5. GAMAR tipi potansiyelden saçılan Schrödinger parçacığı için geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde L ve \tilde{L} parametrelerinin etkisi (1). Burada $a = b = 1$, $q = \tilde{q} = 1$, $A = \tilde{A} = 1$, $p = \tilde{p} = 1$, $B = \tilde{B} = 1$ ve $m = 1$ 'dir..... 57
- Şekil 4.2.1.6. GAMAR tipi potansiyelden saçılan Schrödinger parçacığı için geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde A ve \tilde{A} parametrelerinin etkisi (1). Burada $a = b = 2$, $q = \tilde{q} = 1$, $L = \tilde{L} = 1$, $p = \tilde{p} = 1$, $B = \tilde{B} = 1$ ve $m = 1$ 'dir.. 57
- Şekil 4.2.1.7. GAMAR tipi potansiyelden saçılan Schrödinger parçacığı için geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde B ve \tilde{B} parametrelerinin etkisi (1). Burada $a = b = 2$, $q = \tilde{q} = 1$, $L = \tilde{L} = 1$, $p = \tilde{p} = 1$, $A = \tilde{A} = 1$ ve $m = 1$ 'dir... 58

- Şekil 4.2.1.8. GAMAR tipi potansiyelden saçılan Schrödinger parçacığı için geçiş katsayısının V_0 'a göre değişimi. Burada $L = \tilde{L} = 0.5$, $a = b = 3$, $q = \tilde{q} = 1$, $p = \tilde{p} = 1$, $A = \tilde{A} = B = \tilde{B} = V_0$ ve $m = 1$ 'dir..... 61
- Şekil 4.2.1.9. GAMAR tipi potansiyelden saçılan Schrödinger parçacığı için geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde p ve \tilde{p} parametrelerinin etkisi (2). Burada $q = \tilde{q} = 1$, $L = 2$, $\tilde{L} = 3$, $A = \tilde{A} = 3$, $a = b = 10$, $B = \tilde{B} = 3$ ve $m = 1$ 'dir..... 62
- Şekil 4.2.1.10. GAMAR tipi potansiyelden saçılan Schrödinger parçacığı için geçiş katsayısının V_0 'a göre değişiminde p ve \tilde{p} parametrelerinin etkisi. Burada $q = \tilde{q} = 1$, $L = 2$, $\tilde{L} = 3$, $a = b = 10$, $A = \tilde{A} = B = \tilde{B} = V_0$, $E = 3$ ve $m = 1$ 'dir.... 62
- Şekil 4.2.1.11. GAMAR tipi potansiyelden saçılan Schrödinger parçacığı için geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde p ve \tilde{p} parametrelerinin etkisi (3). Soldaki çizim için: $q = \tilde{q} = 1$, $L = \tilde{L} = 1$, $A = \tilde{A} = 1$, $a = b = 2$, $B = \tilde{B} = 1$, $m = 1$ ve sağdaki çizim için: $q = \tilde{q} = 1$, $L = \tilde{L} = 2$, $A = \tilde{A} = 2$, $a = b = 10$, $B = \tilde{B} = 2$ ve $m = 1$ 'dir..... 63
- Şekil 4.2.1.12. GAMAR tipi potansiyelden saçılan Schrödinger parçacığı için geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde q ve \tilde{q} parametrelerinin etkisi (2). Soldaki çizim için: $p = \tilde{p} = 1$, $L = \tilde{L} = 1$, $A = \tilde{A} = 1$, $a = b = 2$, $B = \tilde{B} = 1$, $m = 1$ ve sağdaki çizim için: $p = \tilde{p} = 1$, $L = \tilde{L} = 2$, $A = \tilde{A} = 2$, $a = b = 10$, $B = \tilde{B} = 2$ ve $m = 1$ 'dir..... 63
- Şekil 4.2.1.13. GAMAR tipi potansiyelden saçılan Schrödinger parçacığı için geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde a ve b parametrelerinin etkisi (2). Soldaki çizim için: $q = \tilde{q} = 1$, $L = \tilde{L} = 1$, $A = \tilde{A} = 1$, $p = \tilde{p} = 1$, $B = \tilde{B} = 1$, $m = 1$ ve sağdaki çizim için: $q = \tilde{q} = 1$, $L = \tilde{L} = 2$, $A = \tilde{A} = 2$, $p = \tilde{p} = 1$, $B = \tilde{B} = 2$ ve $m = 1$ 'dir..... 64

- Şekil 4.2.1.14. GAMAR tipi potansiyelden saçılan Schrödinger parçacığı için geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde L ve \tilde{L} parametrelerinin etkisi (2). Soldaki çizim için: $q = \tilde{q} = 1$, $p = \tilde{p} = 1$, $A = \tilde{A} = 1$, $a = b = 1$, $B = \tilde{B} = 1$, $m = 1$ ve sağdaki çizim için: $q = \tilde{q} = 1$, $p = \tilde{p} = 1$, $A = \tilde{A} = 2$, $a = b = 10$, $B = \tilde{B} = 2$ ve $m = 1$ 'dir..... 64
- Şekil 4.2.1.15. GAMAR tipi potansiyelden saçılan Schrödinger parçacığı için geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde A ve \tilde{A} parametrelerinin etkisi (2). Soldaki çizim için: $q = \tilde{q} = 1$, $L = \tilde{L} = 1$, $p = \tilde{p} = 1$, $a = b = 2$, $B = \tilde{B} = 1$, $m = 1$ ve sağdaki çizim için: $q = \tilde{q} = 1$, $L = \tilde{L} = 2$, $p = \tilde{p} = 2$, $a = b = 10$, $B = \tilde{B} = 3$ ve $m = 1$ 'dir..... 64
- Şekil 4.2.1.16. GAMAR tipi potansiyelden saçılan Schrödinger parçacığı için geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde B ve \tilde{B} parametrelerinin etkisi (2). Soldaki çizim için: $q = \tilde{q} = 1$, $L = \tilde{L} = 1$, $A = \tilde{A} = 1$, $a = b = 2$, $p = \tilde{p} = 1$, $m = 1$ ve sağdaki çizim için: $q = \tilde{q} = 1$, $L = \tilde{L} = 2$, $A = \tilde{A} = 3$, $a = b = 10$, $p = \tilde{p} = 2$ ve $m = 1$ 'dir..... 65
- Şekil 4.2.1.17. Geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde GAMAR tipi potansiyel ile GWS potansiyelinin karşılaştırılması (1). Sürekli çizgi için: $q = \tilde{q} = 1$, $L = \tilde{L} = 2$, $A = \tilde{A} = 0$, $a = b = 10$, $B = \tilde{B} = V_0 = 3$, $p = \tilde{p} = 1.5$ $m = 1$ ve kesikli çizgi için: $q = \tilde{q} = 1$, $L = \tilde{L} = 2$, $A = \tilde{A} = 3$, $a = b = 10$, $B = \tilde{B} = 3$, $p = \tilde{p} = 1.5$ ve $m = 1$ 'dir..... 66
- Şekil 4.2.1.18. Geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde GAMAR tipi potansiyel ile GWS potansiyelinin karşılaştırılması (2). Sürekli çizgi için: $q = 1.7$, $\tilde{q} = 1.9$, $L = \tilde{L} = 2$, $A = \tilde{A} = 0$, $a = b = 10$, $B = \tilde{B} = V_0 = 4$, $p = \tilde{p} = 1$ $m = 1$ ve kesikli çizgi için: $q = 1.7$, $\tilde{q} = 1.9$, $L = \tilde{L} = 2$, $A = \tilde{A} = 4$, $a = b = 10$, $B = \tilde{B} = 4$, $p = \tilde{p} = 1$ ve $m = 1$ 'dir..... 67

- Şekil 4.2.1.19. Geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde GAMAR tipi potansiyel ile GWS potansiyelinin karşılaştırılması (3). Sürekli çizgi için: $q = \tilde{q} = 1$, $L = \tilde{L} = 1$, $A = \tilde{A} = 0$, $a = 5$, $b = 7$, $B = \tilde{B} = V_0 = 4$, $m = 1$ ve kesikli çizgi için: $q = \tilde{q} = 1$, $L = \tilde{L} = 1$, $A = \tilde{A} = 4$, $a = 5$, $b = 7$, $a = b = 10$, $B = \tilde{B} = 4$ ve $m = 1$ 'dir.....67
- Şekil 4.2.1.20. Geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde GAMAR tipi potansiyel ile GWS potansiyelinin karşılaştırılması (4). Sürekli çizgi için: $q = \tilde{q} = 1$, $L = 2$, $\tilde{L} = 1.5$, $A = \tilde{A} = 0$, $a = b = 10$, $B = \tilde{B} = V_0 = 4$, $p = \tilde{p} = 1$, $m = 1$ ve kesikli çizgi için: $q = \tilde{q} = 1$, $L = 2$, $\tilde{L} = 1.5$, $A = \tilde{A} = 4$, $a = b = 10$, $B = \tilde{B} = 4$, $p = \tilde{p} = 1$ ve $m = 1$ 'dir..... 68
- Şekil 4.2.1.21. Geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde GAMAR tipi potansiyel ile ASC potansiyelinin karşılaştırılması. Sürekli çizgi için: $q = \tilde{q} = 1$, $L = \tilde{L} = 0$, $A = \tilde{A} = 0$, $a = 0.6$, $b = 0.7$, $B = \tilde{B} = V_0 = 3$, $p = \tilde{p} = 0$, $m = 1$ ve kesikli çizgi için: $q = \tilde{q} = 1$, $L = \tilde{L} = 2$, $A = \tilde{A} = 3$, $a = 0.6$, $b = 0.7$, $B = \tilde{B} = 3$, $p = \tilde{p} = 1$ ve $m = 1$ 'dir..... 68
- Şekil 4.2.1.22. Geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde GAMAR tipi potansiyel ile ASH potansiyelinin karşılaştırılması (1). Sürekli çizgi için için: $q = \tilde{q} = 1$, $p = \tilde{p} = -0.5$, $L = \tilde{L} = 0$, $A = \tilde{A} = 0$, $a = b = 0.5$, $B = \tilde{B} = V_0 = 3$, $m = 1$ ve kesikli çizgi için için: $q = \tilde{q} = 1$, $p = \tilde{p} = 0.5$, $L = \tilde{L} = 1$, $A = \tilde{A} = 3$, $a = b = 0.5$, $B = \tilde{B} = 3$ ve $m = 1$ 'dir..... 69
- Şekil 4.2.1.23. Geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde GAMAR tipi potansiyel ile ASH potansiyelinin karşılaştırılması (2). Sürekli çizgi için için: $q = \tilde{q} = 1$, $p = \tilde{p} = -0.5$, $L = \tilde{L} = 0$, $A = \tilde{A} = 0$, $a = b = 0.5$, $B = \tilde{B} = V_0$, $E = 3$, $m = 1$ ve kesikli çizgi için: $q = \tilde{q} = 1$, $p = \tilde{p} = 0.5$, $L = \tilde{L} = 1$, $A = \tilde{A} = 3$, $a = b = 0.5$, $A = \tilde{A} = B = \tilde{B} = V_0$, $E = 3$ ve $m = 1$ 'dir..... 70

Şekil 4.2.1.24. Geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde farklı potansiyellerin karşılaştırılması. Burada, ASH potansiyeli için: $a = 0.5$, $b = 0.8$, $L = \tilde{L} = 0$, $q = \tilde{q} = 1$, $p = \tilde{p} = -0.5$, $A = \tilde{A} = 0$, $B = \tilde{B} = 2$, $m = 1$, GAMAR tipi potansiyel için: $a = 0.5$, $b = 0.8$, $L = \tilde{L} = 0.5$, $q = \tilde{q} = 1$, $p = \tilde{p} = 0.5$, $A = \tilde{A} = 2$, $B = \tilde{B} = 2$, $m = 1$, ASC potansiyeli için: $a = 0.5$, $b = 0.8$, $L = \tilde{L} = 0$, $q = \tilde{q} = 1$, $p = \tilde{p} = 0$, $A = \tilde{A} = 0$, $B = \tilde{B} = 2$ ve $m = 1$, GWS potansiyeli için: $a = 0.5$, $b = 0.8$, $L = \tilde{L} = 0.5$, $q = \tilde{q} = 1$, $p = \tilde{p} = 0.5$, $A = \tilde{A} = 0$, $B = \tilde{B} = 2$ ve $m = 1$ 'dir..... 71

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

\hbar	: Planck sabiti
c	: Işık hızı
m	: Kütle
E	: Enerji
T	: Geçiş olasılık yoğunluğu
R	: Yansıma olasılık yoğunluğu
ψ	: Dalga fonksiyonu
${}_2F_1$: Gauss Hipergeometrik fonksiyonları
GAMAR	: Genelleştirilmiş asimetrik Manning-Rosen
GWS	: Genelleştirilmiş Woods-Saxon
ASH	: Asimetrik Hulthen
ASC	: Asimetrik Cusp

1.GİRİŞ

Fizikte tartışılan en önemli konulardan biri; çekirdek, atom, molekül ve maddesel nesnelere gibi birden fazla parçadan/parçacıktan oluşan yapıları anlayabilmek ve bir fiziksel nesne (parçacık, atom, molekül, alan... v.b) ile bir başka fiziksel nesnenin etkileşimini betimlemek için modellerin oluşturulmasıdır. Bu bağlamda oluşturulan modellerde potansiyel kavramı çok büyük önem taşımaktadır. Bu kavram, bazı problemlerde alanın etkisini betimlemek için kullanılırken başka bazı problemlerde ise etkileşen nesnelere etkileşme biçimini betimleyen bir fiziksel nicelik olarak ortaya konulmaktadır. Fizikte yıllardır tartışılan en önemli problemlerden biri parçacıkların herhangi bir potansiyel engelinden saçılması ve herhangi bir hedef nesne ile çarpışması ya da bir potansiyel kuyusunda oluşan bağlı durumların betimlenmeleri problemidir [1]. Atom altı ve atom üstü yapıların bazı fiziksel özelliklerini açıklayabilmek için saçılma kuramı kullanılmaktadır. Saçılma süreci, iki veya daha fazla parçacığın birbiri ile çarpışması veya saçılması biçiminde olabileceği gibi bir parçacığın herhangi bir potansiyelden saçılması biçiminde de gerçekleşebilir. Saçılma durumları etkileşen parçacığın enerjisine ve potansiyelin biçimine bağlı olarak oluşmaktadır. Şöyle ki parçacığın etkileştiği potansiyelin yapısı engel ise saçılma, kuyu ise bağlı durumlar oluşur. Örneğin; atom içindeki çekirdek ile elektronlar arasındaki etkileşme sonucunda elektronların bağlı durumları oluşmaktadır ve bu etkileşme temel düzeyde Coulomb potansiyeli ile açıklanırken çekirdek içerisindeki nükleonlar arasındaki etkileşmeden oluşan bağlı durumların kaynağını temel düzeyde betimlemek için ise Yukawa potansiyeli önerilmektedir[2]. Bunların dışında çekirdek içi etkileşmeleri, çekirdek-parçacık etkileşmeleri, çift atomlu ve daha çok atomlu molekül yapıları betimlemek için oluşturulan modellerde Hulthen, Woods-Saxon, Cusp, Manning-Rosen, Morse ve Pöschl-Teller gibi potansiyeller tanımlanmıştır [3,4,5,6,7].

Kuantum mekaniğinde, madde ile parçacık ve parçacık ile alan etkileşimlerini betimlemek için genel olarak potansiyel kavramı kullanılmaktadır. Bu durumlarda etkileşmelerde oluşan birden fazla süreci açıklayabilmek için bazı potansiyeller genelleştirilebilmektedir. Bu tezde, daha önce çift atomlu yapıları

anlayabilmek için önerilen Manning-Rosen potansiyeli tipine benzer bir potansiyel, birçok süreci içerecek ve daha çok olguyu açıklayabilecek biçimde genelleştirilerek tanımlanmaktadır ve adına genelleştirilmiş asimetrik Manning-Rosen (GAMAR) tipi potansiyel denilmektedir. Bu tezde, tanımlanan bu potansiyel için bir boyutlu Schrödinger denkleminin fiziksel matematiğin özel fonksiyonlarından Gauss hipergeometrik fonksiyonları cinsinden tam çözümleri elde edilmektedir ve bu çözümlerin asimptotik ifadeleri ve sınır koşulları kullanılarak, GAMAR tipi potansiyelde Schrödinger parçacıklarının saçılma durumları ile birlikte bağlı durumları da tartışılmaktadır

Son yıllarda Çekirdek fiziğinde çekirdeklerin dış potansiyellerden saçılmaları ya da parçacıklarla etkileşmeleri, kimyasal fizikte çok atomlu molekül yapılarının incelenmesi gibi problemlerinin önemi, son zamanlarda parçacık, çekirdek ve kimyasal fizikte oluşan gelişmelere koşut olarak artmıştır. Bu gelişmeler, yeni potansiyel modellerinin tanımlanmasını ve tanımlanan bu potansiyel modelleri için parçacık denklemlerinin tam çözümlerinin araştırılması zorunlu kılmıştır. Bu nedenle bu potansiyellerle etkileşen parçacıkların saçılma ve bağlı durumlarının bulunulması problemleri, günümüzün güncel konularından biri durumuna getirmiştir. Bu bağlamda bu tez ele alındığında özgündür. Çünkü bu tezde; ilk kez, değişik özel potansiyel modellerini içeren ve genel anlamda birden fazla fiziksel süreci barındıran GAMAR tipi potansiyel modeli tanımlanmaktadır ve Schrödinger denklemi çözülmektedir.

Tezin içeriği aşağıdaki biçimde düzenlenmiştir: Kaynak araştırmaları kısmında; Schrödinger denklemi ifade edilmektedir ve bazı özel potansiyel tipleri hakkında bilgi verilerek bu potansiyel tipleri için Schrödinger denkleminin çözüm tekniklerini ve sonuçların çözümlenmelerini içeren çalışmalar tarihi sırasına göre ele alınmaktadır. Materyal ve metot kısmında; tezde kullanılacak yöntem örnek olması açısından bazı potansiyel tipleri için Schrödinger denkleminin çözümlerine yer verilmenin yanı sıra saçılma ve bağlı durumlar elde edilmektedir. Bulgular ve tartışma kısmında ise, GAMAR tipi potansiyel betimlenerek, bu potansiyel için Schrödinger denkleminin çözümlerinden saçılma ve bağlı durumları elde

edilmektedir. Bunun yanı sıra geçiş ve yansıma katsayıları bulunmaktadır ve bu katsayılar potansiyeli betimleyen parametrelere göre değerlendirilip, *Mathematica* yazılım programı kullanılarak çizimleri yapılmakta ve yorumlanmaktadır. Sonuçlar ve öneriler kısmında ise elde edilen bulgular arasındaki ilişkiler irdelenmekte, birbirleri arasındaki önemli farklar ifade edilmektedir. Ayrıca daha önce yapılan çalışmalarda elde edilen sonuçlarla bu çalışmada elde edilen sonuçlar karşılaştırılmaktadır.

2. KAYNAK ARAŞTIRMALARI

2.1. SCHRÖDİNGER DENKLEMİ

1926 yılında Erwin Schrödinger tarafından ifade edilen, fiziksel bir sistemdeki kütleli, spini içermeyen göresiz parçacıkların kuantum durumlarını betimleyen Schrödinger denklemi

$$i\hbar \frac{\partial \psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = \frac{(-i\hbar \vec{\nabla} - e\vec{A})^2}{2m} \psi(\vec{r}, t) + V(\vec{r})\psi(\vec{r}, t) \quad (2.1.1)$$

biçiminde tanımlanır. Burada; $\psi(\vec{r}, t)$, bir bileşenli dalga fonksiyonu; \vec{A} , vektör potansiyeli; $V(\vec{r})$, skaler potansiyeli; m , parçacığın kütlesi; e , parçacığın elektriksel yükü ve \hbar , Planck sabitinin 2π 'ye bölümüdür.

Schrödinger denklemi görelî olmayan kuantum mekaniğinin temel denklemidir. Kuantum mekaniğinin temel problemlerden biri, bu denklemin, değişik potansiyeller için, çözümlerinin elde edilmesi ve tartışılan sistemin bağı ve saçılma durumlarının bulunulmasıdır [8]. Bu fiziksel sistemlerde, düşük enerji değerlerinde, bağı ve saçılma durumlarının tartışılması durumunda yarı-bağı durum veya sıfır-enerji rezonansı gibi ilginç sonuçlar oluşabilmektedir [9–11]. Bağı ve saçılma durumlarında enerjinin düşük değerlerinde yansıma katsayısı “1” ve geçiş katsayısı “0” olarak bulunur. Görelî olmayan kuantum mekaniğinde bir saçılma probleminde, momentumun düşük değerlerinde dış potansiyelin bir bağı durumu desteklemesi halinde yarı bağı bir durum oluşabilmektedir ve geçiş rezonansları görülebilmektedir. Bu durumda yansıma katsayısı “0” ve geçiş katsayısı “1” olmaktadır. Bohm tarafından 1951’de yazılan kitapta bu durumlara “geçiş rezonansları” adı verilmiş ve geçiş rezonanslarının varlığı için koşul elde edilmiştir [12].

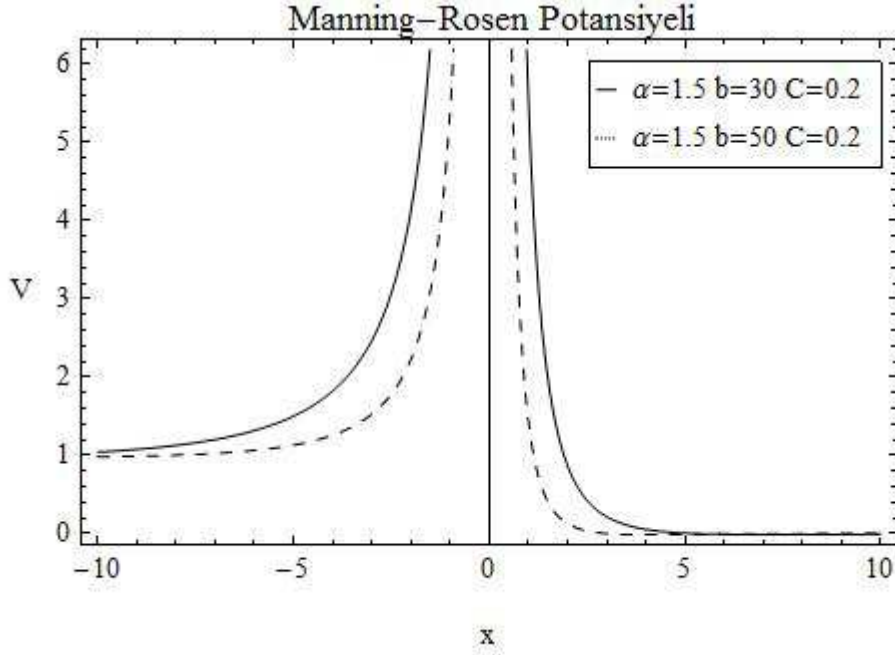
2.2. MANNING-ROSEN POTANSİYELİ

Literatürde bilinen Manning-Rosen potansiyeli, ilk kez Manning ve Rosen tarafından fizikte ve kimyasal fizikte iki atomlu molekül modellerinde titreşimsel

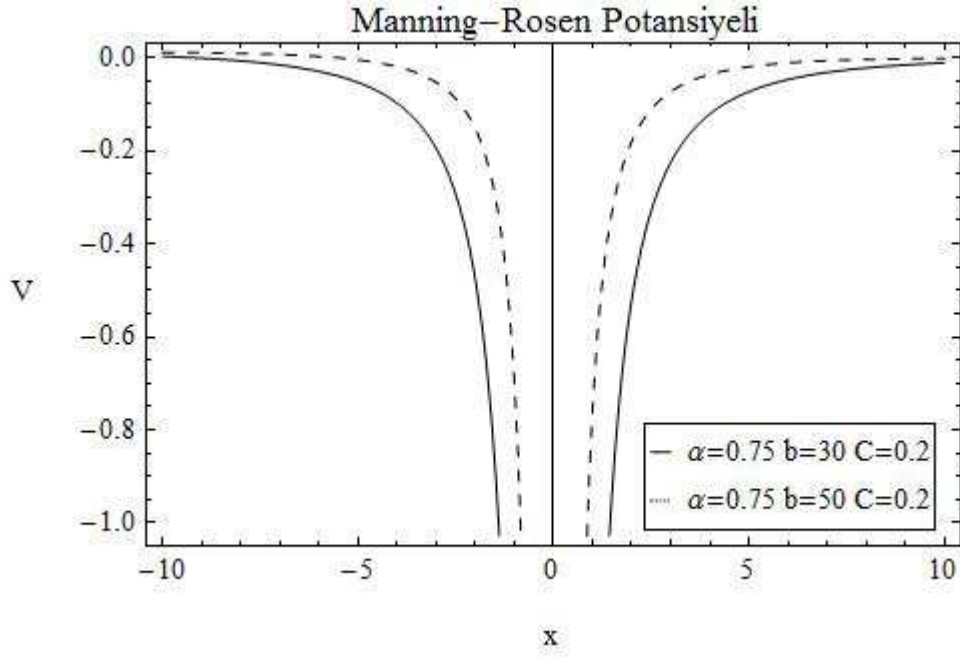
davranışları betimlemek için önerilmiştir [13]. Bu potansiyel, üstel hiperbolik tipi potansiyel olup aşağıdaki biçimde tanımlanmaktadır:

$$V(r) = \frac{\hbar^2}{2mb^2} \left[\frac{\alpha(\alpha-1)e^{-2r/b}}{(1-e^{-r/b})^2} - \frac{Ce^{-r/b}}{1-e^{-r/b}} \right] \quad (2.2.1)$$

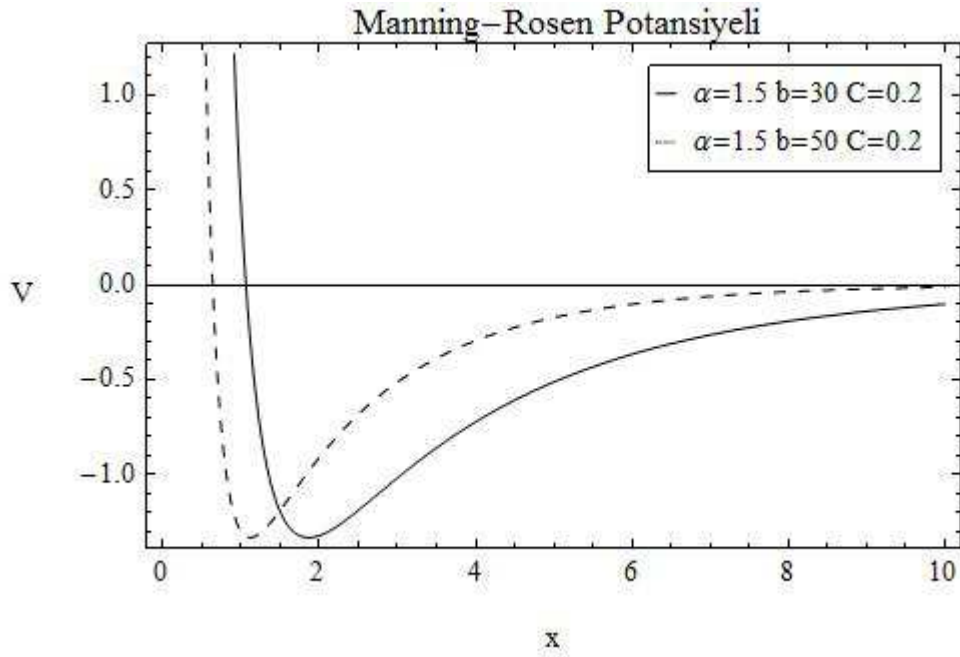
Burada; α ve C boyutsuz parametreler olup potansiyelin biçimini betimlerken b ise uzunluk boyutunda olan perdelenme parametresi olarak tanımlanır. Bu parametrelerin etkileri bir boyutlu potansiyel için Şekil 2.2.1, Şekil 2.2.2 ve Şekil 2.2.3’de görülmektedir. Şekil 2.2.1’de görüldüğü biçimde, $x > 0$ için α ve C parametrelerinin aynı değerlerinde potansiyel, $b = 30$ değeri için $b = 50$ değerine oranla daha yavaş sonsuza gitmektedir. Bu da; α ve C parametrelerin sabit değerler alması koşulu ile, b ’nin artması durumunda buna koşut olarak potansiyelin $x = 0$ noktasında sonsuza gitme hızının arttığı anlamına gelmektedir. Şekil 2.2.2’de görüldüğü biçimde, Şekil 2.2.1’de b ve C değerleri için $\alpha = 0.75$ değerinde potansiyel kuyu olmaktadır ve aynı biçimde davranmaktadır. Şekil 2.2.3’de ise, b ’nin küçük değerlerinde Manning-Rosen potansiyelinin Coulomb potansiyeline benzemeye başladığı görülmektedir.



Şekil 2.2.1. $\alpha = 1.5$ değeri için bir boyutta Manning-Rosen potansiyelinin, b ’nin farklı iki değerine karşılık gelen konuma göre değişimi (1).



Şekil 2.2.2. $\alpha = 0.75$ değeri için bir boyutta Manning-Rosen potansiyelinin, b 'nin farklı iki değerine karşılık gelen konuma göre değişimi (2).



Şekil 2.2.3. $\alpha = 1.5$ değeri için bir boyutta Manning-Rosen potansiyelinin, b 'nin farklı iki değerine karşılık gelen konuma göre değişimi (3).

2.2.1. Manning-Rosen Tipi Potansiyellerle İlgili Yapılan Çalışmalar

Chang-Yuan Chen ve arkadaşları, 2007 yılında standart yöntem kullanarak Manning-Rosen potansiyeli için üç boyutta Schrödinger denkleminin s -dalgalı saçılma durumlarını tam olarak elde etmişlerdir [14].

Wei ve arkadaşları tarafından 2008 yılında yapılan çalışmada, üç-boyutlu Schrödinger denkleminin saçılma durumları, merkezci terimine uygun bir yaklaşım getirilerek, elde edilmiştir. Bu çalışmada ayrıca, l -dalga durumlarının boylandırılmış ışınal dalga fonksiyonları bulunmuş ve faz kaymalarını veren bağıntı türetilmiştir [15].

2008 yılında S. M. Ikhdair ve R. Sever tarafından yapılan çalışmada Nikiforov-Uvarov yöntemi kullanılarak D-boyutta Schrödinger denklemi çözülmüş ve bağlı durumlar için özdeğer koşulları ve özfonksiyonları yaklaşık olarak elde edilmiştir [16]. Aynı yıl ve aynı yazarlar tarafından yapılan başka bir çalışmada Schrödinger denkleminin $l \neq 0$ çözümlerini elde etmek için merkezci terime yeni bir yaklaşım biçimi önerilerek boylandırılmış dalga fonksiyonları Jacobi polinomları cinsinden bulunmuştur. Ayrıca HCL, CH, LiH ve CO gibi çift atomlu molekül yapıları için çeşitli durumlar göz önüne alınarak bağlı durum enerjileri hesaplanmıştır [17].

Qiang ve Dong, 2009 yılında standart yöntem kullanarak Manning-Rosen potansiyeli için Schrödinger denkleminin yaklaşık çözümünü elde etmişler ve bağlı durumlarına karşılık gelen enerji düzeylerini veren bağıntıyı bulmuşlardır [18].

2009 yılında S. Meyur ve S. Debnath tarafından yapılan çalışmada Nikiforov-Uvarov yöntemi kullanılarak Manning-Rosen ve Hulthen potansiyellerinin toplamından oluşan bir potansiyel için bir boyutta Schrödinger denklemi çözülmüş ve her bir potansiyel için enerji özdeğerlerini veren bağıntının yanı sıra boylandırılmamış dalga fonksiyonları elde edilmiştir [19].

2010 yılında A. D. Antia ve arkadaşları, Nikiforov-Uvarov yöntemini kullanarak Manning-Rosen ve halka benzeri bir potansiyelin toplamından oluşan bir potansiyel için Schrödinger denklemini çözmüşler, bağlı durumlara karşılık gelen özfonksiyonları Jacobi polinomları cinsinden ifade etmişler ve bunlara karşılık gelen enerji özdeğerlerini veren bağıntıyı elde etmişlerdir [20].

S. M. Ikhdair 2011 yılında yaptığı bir çalışmada Nikiforov-Uvarov yöntemini kullanarak Manning-Rosen potansiyeli için üç boyutta Schrödinger denkleminin l -dalga bağlı durumları için yaklaşık çözümler elde etmiştir. Ayrıca bu çalışmada enerji özdeğerlerini veren bağıntı bulunmuş ve boylandırılmış dalga fonksiyonlar Jacobi polinomları cinsinden ifade edilmiştir [21].

Yukarıda söz edilen çalışmalarda kullanılan Manning-Rosen potansiyel tipleri çizelge 2.2.1 de verilmektedir.

Çizelge 2.2.1. Manning-Rosen Tipi Potansiyeller ile ilgili yapılan çalışmalar ve bu çalışmalarda kullanılan potansiyel biçimleri

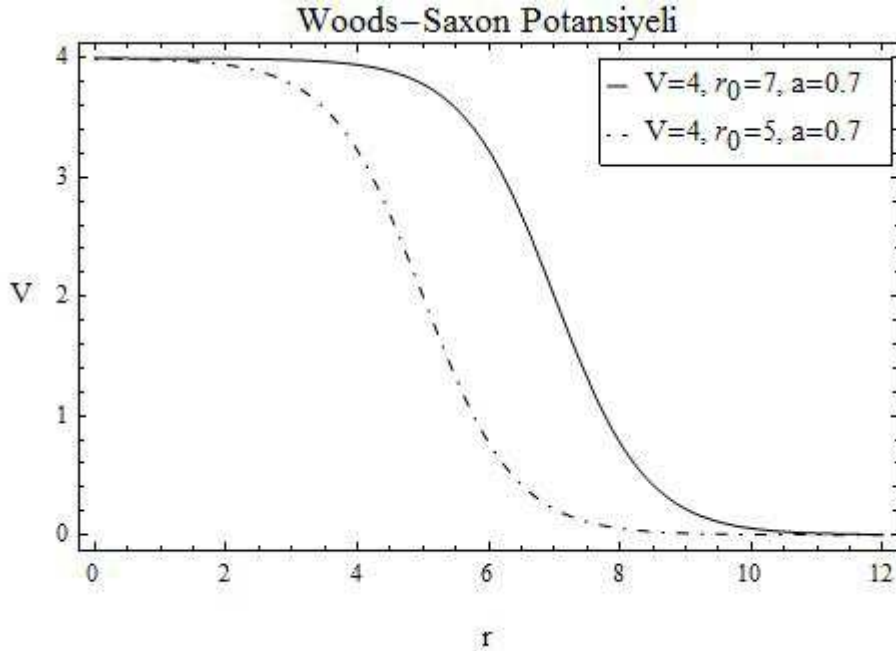
Makale/Kitap Adı	Kullanılan Potansiyel Tipi
Exact Solution of Scattering States for the s -wave Schrödinger with the Manning-Rosen Potential [14]	$V(r) = \frac{1}{\kappa\beta^2} \left[\frac{\alpha(\alpha-1)e^{-2r/\beta}}{(1-e^{-r/\beta})^2} - \frac{Ae^{-r/\beta}}{1-e^{-r/\beta}} \right]$ $\kappa = 2\mu/\hbar^2$
The Scattering of Manning-Rosen Potential With centrifugal term [15].	$V(r) = \frac{1}{\kappa\beta^2} \left[\frac{\alpha(\alpha-1)e^{-2r/\beta}}{(1-e^{-r/\beta})^2} - \frac{Ae^{-r/\beta}}{1-e^{-r/\beta}} \right]$ $\kappa = 2\mu/\hbar^2$
Approximate l -State Solutions of the D-dimensional Schrödinger Equation for Manning-Rosen Potential [16].	$V(r) = V_1 \frac{e^{-2r/b}}{(1-e^{-r/b})^2} - V_0 \frac{Ae^{-r/b}}{1-e^{-r/b}}$ $V_0 = \frac{A}{\kappa b^2}, V_1 = \frac{\alpha(\alpha-1)}{\kappa b^2}, \kappa = 2\mu/\hbar^2$
An improved approximation to l -wave bound states of the Manning-Rosen potential by Nikiforov-Uvarov method [17].	$V(r) = \frac{1}{\kappa\beta^2} \left[\frac{\alpha(\alpha-1)e^{-2r/\beta}}{(1-e^{-r/\beta})^2} - \frac{Ae^{-r/\beta}}{1-e^{-r/\beta}} \right]$ $\kappa = 2\mu/\hbar^2$
The Manning-Rosen Potential Studied by a New Approximate Scheme to the Centrifugal term [18].	$V(r) = \frac{1}{\kappa\beta^2} \left[\frac{\alpha(\alpha-1)e^{-2r/\beta}}{(1-e^{-r/\beta})^2} - \frac{Ae^{-r/\beta}}{1-e^{-r/\beta}} \right]$ $\kappa = 2\mu/\hbar^2$
Solution of the Schrödinger equation with Hulthen plus Manning-Rosen potential [19].	$V(r) = -V_1 \frac{e^{-2ax}}{1-qe^{-2ax}} + V_2 \operatorname{cosech}_q^2(ax)$ $+ V_3 \operatorname{coth}_q(ax)$
Exact Solutions of the Schrödinger Equation with Manning-Rosen Potential Plus a Ring-Shaped Like Potential by Nikiforov-Uvarov Method [20].	$V(r, \theta) = \frac{1}{b^2} \left(\frac{\alpha(\alpha-1)e^{-2r/b}}{(1-qe^{-r/b})^2} - \frac{Ae^{-r/b}}{1-qe^{-r/b}} \right)$ $+ \frac{1}{b^2} \left(\frac{\beta' + \beta \cos \theta}{r^2 \sin^2 \theta} \right)$
Approximated l -states of the Manning-Rosen Potential by Nikiforov-Uvarov Method [21].	$V(r) = \frac{1}{\kappa\beta^2} \left[\frac{\alpha(\alpha-1)e^{-2r/\beta}}{(1-e^{-r/\beta})^2} - \frac{Ae^{-r/\beta}}{1-e^{-r/\beta}} \right]$ $\kappa = 2\mu/\hbar^2$

2.3 WOODS-SAXON POTANSİYELİ

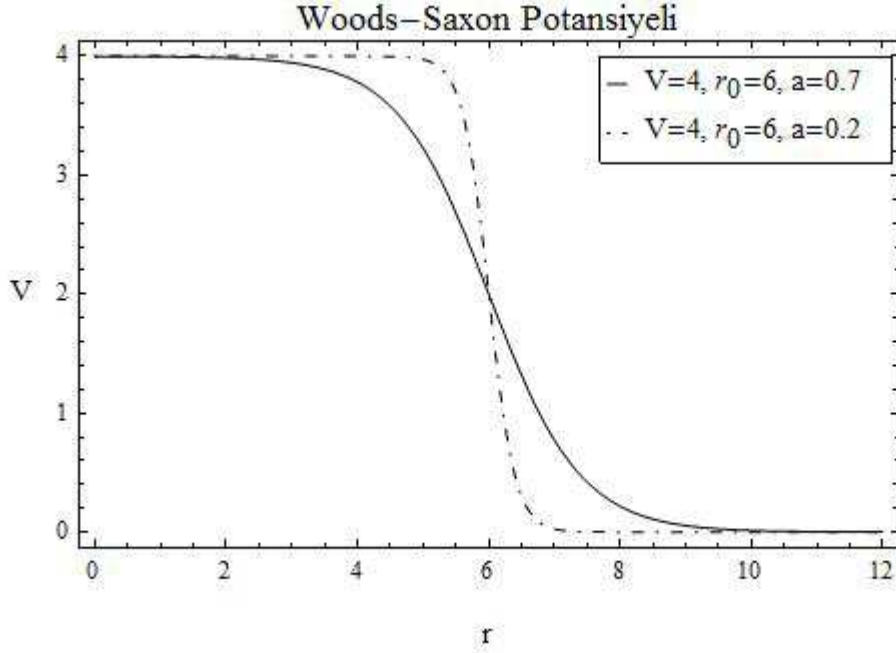
Bir nükleon ile ağır bir çekirdeğin etkileşmesini açıklamak için, 1954’de R . D. Woods ve D. S. Saxon tarafından önerilen ve günümüzde Woods-Saxon potansiyeli olarak bilinen potansiyel aşağıdaki biçimde tanımlanmaktadır [4]:

$$V(r) = \frac{V_0 + iW}{1 + e^{(r-r_0)/a}}. \quad (2.3.1)$$

Burada, a , çekirdeğin yüzey dağılımı, r_0 ise çekirdeğin genişliğini betimlemektedir. Bu iki parametrenin etkisi Şekil 2.3.1 ve Şekil 2.3.2’de açıkça görülmektedir: bu şekillerde r_0 ’ın artması ve diğer parametrelerin sabit tutulması durumunda veya a ’nın azalması ve aynı biçimde diğer parametrelerin sabit tutulması durumunda potansiyelin kare potansiyele dönüşmeye başladığı gözlenmektedir. Hafif çekirdek etkileşimlerinde olumlu fakat ağır çekirdek etkileşmelerinde olumsuz sonuçlar veren kare potansiyeller yerine kullanılan bu potansiyel, çekirdek fiziğindeki bazı ağır çekirdek etkileşimlerinin deneysel sonuçları ile uyumludur. Bu nedenle çekirdek içi etkileşimleri anlayabilmek için Woods-Saxon potansiyeli önerilmektedir.



Şekil 2.3.1. Bir boyutta Woods-Saxon potansiyelinin, r_0 ’ın iki farklı değeri için, konuma göre değişimi (Bu grafik, potansiyelin gerçel kısımları göz önüne alınarak çizilmiştir.) (1).



Şekil 2.3.2. Bir boyutta Woods-Saxon potansiyelinin, a 'nın iki farklı değeri için, konuma göre değişimi (Bu grafik, potansiyelin gerçel kısımları göz önüne alınarak çizilmiştir.) (2).

2.3.1 Woods-Saxon Tipi Potansiyellerle İlgili Yapılan Çalışmalar

1994'de S. Flugge tarafından yazılan kitapta, Woods-Saxon potansiyeli için Schrödinger denklemini ele alınmış, standart yöntem kullanılarak bağlı durumlar için çözümler elde edilmiştir [2].

2008 yılında R. Sever ve arkadaşları tarafından yapılan bir çalışmada Nikiforov-Uvarov yöntemi kullanılarak Schrödinger denklemini çözülmüş bağlı durum enerji özdeğerlerinin yanı sıra özfonksiyonları Jacobi polinomları cinsinden yazılan özfonksiyonları elde edilmiştir [22].

2010 yılında O. Aydoğdu ve arkadaşları tarafından yapılan çalışmada, kütlesi konuma bağlı olan bir parçacığın Woods-Saxon potansiyelinden saçılma problemi standart yöntem kullanarak incelenmiştir [23].

S. M. Ikhdair 2010 yılında yapmış olduğu bir çalışmasında, yeni geliştirilen kuantizasyon kuralını kullanarak Woods-Saxon potansiyeli için D-boyutlu Schrödinger denkleminin bütün l -durumları için çözümünü yapmıştır [24].

S. Alpdoğan 2012 yılında yapmış olduğu yüksek lisans tezi çalışmasında, Genelleştirilmiş Woods-Saxon potansiyeli için Schrödinger denklemini çözerek saçılma ve bağlı durum çözümlerini elde etmiştir. Bu çalışmada elde edilen çözümler

kullanılarak geçiş ve yansıma katsayıları bulunulmuş ve ayrıca Mathematica yazılım paketi kullanılarak bu katsayıların enerji ve potansiyelin değerine göre grafikleri çizdirilmiştir [25].

Yukarıda sözü edilen çalışmalarda kullanılan Woods-Saxon potansiyel tipleri çizelge 2.3.1’de verilmektedir.

Çizelge 2.3.1. Woods-Saxon Tipi Potansiyeller ile ilgili yapılan çalışmalar ve bu çalışmalarda kullanılan potansiyel biçimleri

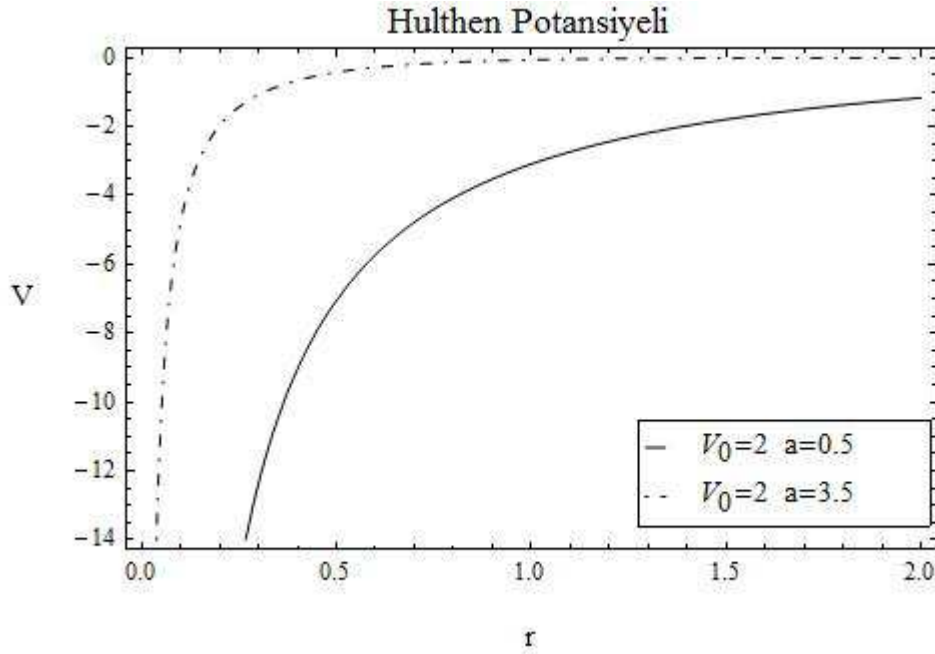
Makale/Kitap Adı	Kullanılan Potansiyel Tipi
Practical Quantum Mechanics [2].	$V(r) = -\frac{V_0}{1 + e^{-\frac{r-R}{a}}}$
Polynomial Solutions of Schrödinger Equation with the Generalized Woods-Saxon Potential [22].	$V(r) = -\frac{V_0}{1 + e^{-\frac{r-R_0}{a}}} - \frac{C e^{-\frac{r-R_0}{a}}}{\left(1 + e^{-\frac{r-R_0}{a}}\right)^2}$
Scattering of Woods-Saxon Potential in Schrödinger Equation [23].	$V(x) = \frac{V_0}{1 + e^{\frac{x}{a}}}$
Any 1-State Solutions of the Woods-Saxon Potential in Arbitrary Dimensions within the New Improved Quantization Rule [24].	$V(r) = -\frac{V_0 e^{-\frac{r-R_0}{a}}}{1 + q e^{-\frac{r-R_0}{a}}} + \frac{\lambda}{r^2}$ $\lambda = \frac{\Lambda^2 - 1}{8\mu}, \quad \Lambda = 2l + D - 2$
Genelleştirilmiş Woods-Saxon potansiyelinden Vektör Bozonlarının Saçılması [25].	$V(x) = V_0 \left[\frac{\theta(-x)}{q + p e^{-a(x+L)}} + \frac{\theta(x)}{\tilde{q} + \tilde{p} e^{b(x+\tilde{L})}} \right]$

2.4. HULTHEN POTANSİYELİ

1942 yılında L. Hulthen tarafından önerilen ve literatürde Hulthen potansiyeli olarak bilinen potansiyel aşağıdaki biçimde tanımlanmaktadır [3].

$$V(r) = -V_0 \frac{e^{-\frac{r}{a}}}{1 - e^{-\frac{r}{a}}} \quad (2.4.1)$$

Hulthen potansiyeli kısa erimli bir potansiyel olup büyük r değerlerinde üstel olarak azalan küçük r değerlerinde ise Coulomb potansiyeli gibi davranan bir potansiyeldir. Bu sonuçlar Şekil 2.4.1’de gösterilmektedir. Bu potansiyelin çekirdek ve parçacık fiziği, atom fiziği, yoğun madde ve kimyasal fizik gibi fiziğin pek çok alanında değişik uygulamaları vardır [26,27,28,29,30] .



Şekil 2.4.1. Hulthen potansiyelinin, a 'nın farklı iki değeri için, konuma göre değişimi.

2.4.1 Hulthen Tipi Potansiyellerle İlgili Yapılan Çalışmalar

1942 yılında L. Hulthen tarafından yapılan çalışmada, Hulthen potansiyeli için üç boyutta Schrödinger denklemi çözülmüş ve ayrıca döteryum için enerji düzeyleri elde edilmiştir [3].

1994’de S. Flugge tarafından yazılan kitapta, standart yöntem kullanılarak Hulthen potansiyeli için Schrödinger denklemi çözülmüş ve enerji özdeğerleri belirlenmiştir [2].

2007 yılında M. R. Setare ve E. Karimi tarafından yapılan çalışmada, Hulthen potansiyeli için üç boyutta Schrödinger denkleminin yaklaşık çözümler elde edilerek, enerji özdeğerleri ve bunlara karşılık gelen özfonksiyonlar bulunmuştur[31].

2008 yılında Qiang ve arkadaşları, tam kuantizasyon kuralını kullanarak Hulthen potansiyeli için l -durumları sıfırdan farklı olan radyal Schrödinger denkleminin yaklaşık çözümlerini yapmışlardır. Ayrıca bu çalışmada bütün bağlı durumların enerji düzeyleri hesaplanmış ve boylandırılmış dalga fonksiyonları elde edilmiştir [32].

2008 yılında, R. Sever ve arkadaşları, Hulthen Potansiyeli için Nikiforov-Uvarov yöntemini kullanarak etkin kütleli Schrödinger denklemini çözerek, enerji özdeğerleri ve bunlara karşılık gelen özfonksiyonları elde etmişlerdir [33].

2009 yılında S. Meyur ve S. Debnath tarafından yapılan çalışmada Nikiforov-Uvarov yöntemi kullanılarak Manning-Rosen ve Hulthen potansiyellerinin toplamından oluşan bir potansiyel için bir boyutta Schrödinger denklemi çözülmüş ve her bir potansiyel için enerji özdeğerlerini veren bağıntının yanı sıra boylandırılmamış dalga fonksiyonları elde edilmiştir [19].

2009 yılında Davids Agboola tarafından yapılan çalışmada genelleştirilmiş Hulthen Potansiyeli için Nikiforov-Uvarov metodu kullanılarak D-boyutlu Schrödinger denkleminin yaklaşık çözümü elde edilmiştir [34].

2011 yılında O Aydoğdu ve arkadaşları, standart yöntem kullanarak genelleştirilmiş asimetrik Hulthen potansiyeli için Schrödinger denklemini çözerek saçılma ve bağlı durum çözümlerini hipergeometrik fonksiyonlar cinsinden elde etmişlerdir. Ayrıca bu çalışmada elde edilen çözümler kullanılarak geçiş ve yansıma katsayıları bulunmuştur ve enerji özdeğerleri veren bağıntı türetilmiştir[35].

Yukarıda söz edilen çalışmalarda kullanılan Hulthen potansiyel tipleri Çizelge 2.4.1' de verilmiştir.

Çizelge 2.4.1. Hulthen Tipi Potansiyeller ile ilgili yapılan çalışmalar ve bu çalışmalarda kullanılan potansiyel biçimleri

Makale/Kitap Adı	Kullanılan Potansiyel Tipi
Über die Eigenlösungen der Schrödingergleichung des Deuterons [3].	$V(r) = -V_0 \frac{e^{-r/a}}{1 - e^{-r/a}}$
Practical Quantum Mechanics [2].	$V(r) = -V_0 \frac{e^{-r/a}}{1 - e^{-r/a}}$
Algebraic Approach to the Hulthen Potential [31].	$V(r) = -V_0 \frac{e^{-r/a}}{1 - e^{-r/a}}$
Arbitrary l-State Approximate Solutions of the Hulthen Potential Through the Exact Quantization Rule [32].	$V(r) = -Ze^2 \delta \frac{e^{-\delta r}}{1 - e^{-\delta r}}$
Exact Solution of Effective Mass Schrödinger Equation for the Hulthen Potential [33].	$V(r) = -V_0 \frac{e^{-\lambda r}}{1 - qe^{-\lambda r}}$
Solution of the Schrödinger Equation with Hulthen plus Manning-Rosen Potential [19].	$V(r) = -V_1 \frac{e^{-2ax}}{1 - qe^{-2ax}} + V_2 \operatorname{cosech}_q^2(ax) + V_3 \operatorname{coth}_q(ax)$
The Schrödinger Equation with the Generalized Hulthen Potential in D-dimensions [34].	$V(r) = -Z\alpha \frac{e^{-\alpha r}}{1 - e^{-\alpha r}}$
Scattering and Bound State Solutions of Asymmetric Hulthen Potential [35].	$V(x) = \left[\theta(-x) \frac{e^{ax}}{1 - qe^{ax}} + \theta(x) \frac{e^{-bx}}{1 - \tilde{q}e^{-bx}} \right]$

3. MATERYAL ve METOT

3.1. ASİMETRİK HULTHEN POTANSİYELİ İÇİN SCHRÖDİNGER DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ

Bu kesim, A. Arda, O. Aydoğdu ve R. Sever tarafından yapılan "Scattering and Bound State Solutions of the Asymmetric Hulthen Potential" adlı makaleye dayanarak yazılmıştır [35].

Bir $V(x)$ potansiyel alanında hareket eden m kütleli bir parçacık için bir boyutta zamandan bağımsız Schrödinger denklemi, ($\hbar = 1$)

$$\left\{ \frac{d^2}{dx^2} + 2m[E - V(x)] \right\} \psi(x) = 0 \quad (3.1.1)$$

biçiminde verilmektedir. Bir boyutlu asimetrik Hulthen (ASH) potansiyeli ise

$$V(x) = V_0 \left[\theta(-x) \frac{e^{ax}}{1 - qe^{ax}} + \theta(x) \frac{e^{-bx}}{1 - \tilde{q}e^{-bx}} \right] \quad (3.1.2)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Burada $\theta(x)$ Heaviside basamak fonksiyonudur. V_0 , a , b , q ve \tilde{q} potansiyelin biçimini betimleyen pozitif parametrelerdir.

Görelî olmayan parçacıkların Denklem (3.1.2)'de verilen potansiyel ile etkileşimi sonucunda oluşan saçılma ve bağlı durumların belirlenebilmesi için Schrödinger denklemini $x < 0$ ve $x > 0$ bölgelerinde ayrı ayrı çözmek gerekmektedir.

$x < 0$ bölgesinde ve $E > 0$ değerleri için, Denklem (3.1.1)

$$\left\{ \frac{d^2}{dx^2} + 2m \left[E - \frac{V_0}{e^{-ax} - q} \right] \right\} \psi_{sol}(x) = 0 \quad (3.1.3)$$

biçiminde elde edilir. Burada, $x < 0$ bölgesi için ψ dalga fonksiyonu "sol" sözcüğü

ile etiketlenmektedir. Denklem (3.1.3)'de

$$y = qe^{ax} \quad (3.1.4)$$

değişken değiştirmesi yapılır ve dalga fonksiyonu

$$\psi_{sol}(y) = y^\mu (1-y)^\nu f(y) \quad (3.1.5)$$

olarak yeniden tanımlanırsa Denklem (3.1.3) aşağıdaki denkleme dönüşür:

$$y(1-y)f''(y) + [1 + 2\mu - (2\mu + 2\nu + 1)y]f'(y) - (\mu + \nu + \gamma)(\mu + \nu - \gamma)f(y) = 0. \quad (3.1.6)$$

Bu denklem aşağıdaki biçimde tanımlanan Gauss hipergeometrik denklemine benzemektedir [2]:

$$s(s-1)\chi'' + [\xi_3 - (\xi_1 + \xi_2 + 1)s]\chi' - \xi_1\xi_2\chi = 0. \quad (3.1.7)$$

Denklem (3.1.7)'nin çözümü, hipergeometrik fonksiyonlar cinsinden aşağıdaki biçimde verilir:

$$\chi(s) = C_1 {}_2F_1(\xi_1, \xi_2, \xi_3; s) + C_2 s^{1-\xi_3} {}_2F_1(\xi_1 + 1 - \xi_3, \xi_2 + 1 - \xi_3, 2 - \xi_3; s). \quad (3.1.8)$$

Denklem (3.1.7) ve Denklem (3.1.8) kullanılarak, Denklem (3.1.6)'nın çözümü hipergeometrik fonksiyonlar cinsinden,

$$f(y) = A_1 {}_2F_1(\mu + \nu - \gamma, \mu - \nu - \gamma, 1 + 2\mu; y) + A_2 y^{-2\mu} {}_2F_1(-\mu + \nu - \gamma, -\mu - \nu - \gamma, 1 - 2\mu; y) \quad (3.1.9)$$

olur. Burada hipergeometrik fonksiyonlar içindeki parametreler

$$\mu = i \frac{k}{a}, \quad k = \sqrt{2mE}, \quad \nu = 1, \quad \gamma = \frac{i}{a} \sqrt{2m \left(E + \frac{V_0}{q} \right)} \quad (3.1.10)$$

biçiminde tanımlanır. Denklem (3.1.9)'daki çözüm, $\psi_{sol}(y) = y^\mu (1-y)^\nu f(y)$ dalga fonksiyonunda yerine yazılır ve $x < 0$ bölgesi için genel çözüm aşağıdaki biçimde elde edilir:

$$\begin{aligned} \psi_{sol}(y) = & A_1 y^\mu (1-y)^\nu {}_2F_1(\mu + \nu - \gamma, \mu + \nu + \gamma; 1 + 2\mu; y) \\ & - A_2 y^{-\mu} (1-y)^\nu {}_2F_1(-\mu + \nu - \gamma, -\mu + \nu + \gamma; 1 - 2\mu; y). \end{aligned} \quad (3.1.11)$$

$x > 0$ bölgesinde ve $E > 0$ değerleri için, Denklem (3.1.1)

$$\left\{ \frac{d^2}{dx^2} + 2m \left[E - \frac{V_0}{e^{bx} - \tilde{q}} \right] \right\} \psi_{Sağ}(x) = 0 \quad (3.1.12)$$

biçiminde elde edilir. Burada $x > 0$ bölgesi için ψ dalga fonksiyonu “Sağ” sözcüğü ile etiketlenmektedir. Bu denklem için yeniden

$$z = \tilde{q} e^{-bx} \quad (3.1.13)$$

biçiminde bir değişken değiştirmesi yapılır ve dalga fonksiyonu

$$\psi_{Sağ}(z) = z^{\mu_1} (1-z)^{\nu_1} h(z) \quad (3.1.14)$$

olarak yeniden tanımlanırsa Denklem (3.1.12) aşağıdaki denkleme dönüşür:

$$\begin{aligned} z(1-z)h''(z) + [1 + 2\mu_1 - (2\mu_1 + 2\nu_1 + 1)z]h'(z) \\ - (\mu_1 + \nu_1 + \gamma_1)(\mu_1 + \nu_1 - \gamma_1)h(z) = 0. \end{aligned} \quad (3.1.15)$$

Bu denklem Gauss hipergeometrik denkleme benzemektedir ve böylece çözüm

$$h(z) = A_3 z^{\mu_1} {}_2F_1(\mu_1 + \nu_1 - \gamma_1, \mu_1 + \nu_1 + \gamma_1; 1 + 2\mu_1; z) - A_4 z^{-2\mu_1} {}_2F_1(-\mu_1 + \nu_1 - \gamma_1, -\mu_1 + \nu_1 + \gamma_1; 1 - 2\mu_1; z) \quad (3.1.16)$$

olur. Bu denklemdeki fonksiyonlar içindeki parametreler aşağıdaki biçimde tanımlanırlar:

$$\mu_1 = i \frac{k}{b}, \quad k = \sqrt{2mE}, \quad \nu_1 = 1, \quad \gamma_1 = \frac{i}{b} \sqrt{2m \left(E + \frac{V_0}{\tilde{q}} \right)}. \quad (3.1.17)$$

Denklem (3.1.16)'daki çözüm, $\psi_{Sağ}(z) = z^{\mu_1} (1-z)^{\nu_1} h(z)$ dalga fonksiyonunda yerine yazılırsa $x > 0$ bölgesi için genel çözüm

$$\psi_{Sağ}(z) = A_3 z^{\mu_1} (1-z)^{\nu_1} {}_2F_1(\mu_1 + \nu_1 - \gamma_1, \mu_1 + \nu_1 + \gamma_1; 1 + 2\mu_1; z) - A_4 z^{-\mu_1} (1-z)^{\nu_1} {}_2F_1(-\mu_1 + \nu_1 - \gamma_1, -\mu_1 + \nu_1 + \gamma_1; 1 - 2\mu_1; z) \quad (3.1.18)$$

biçimini alır.

3.1.1. Saçılma Durumları

Bu kesim, A. Arda, O. Aydoğdu ve R. Sever tarafından yapılan "Scattering and Bound State Solutions of the Asymmetric Hulthen Potential" adlı makaleye dayanarak yazılmıştır [35].

Saçılma durumlarını elde edebilmek için Kesim 3.1'de elde edilen çözümlerin asimptotik davranışlarına bakılması gerekmektedir.

$x < 0$ bölgesi için; $x \rightarrow -\infty$ 'a giderken $y \rightarrow 0$ 'a ve $(1-y)^{\nu} \rightarrow 1$ 'e gider, bu durumda ${}_2F_1(\xi_1, \xi_2, \xi_3; y) \rightarrow 1$ değerini alır. Buna göre asimptotik çözüm aşağıdaki biçimde olur:

$$\psi_{sol}(x) \rightarrow A_1 q^{ik/a} e^{ikx} + A_2 q^{-ik/a} e^{-ikx} . \quad (3.1.1.1)$$

$x > 0$ bölgesindeki çözüm için, $x \rightarrow \infty$ iken $z \rightarrow 0$ 'a ve $(1-z)^{\nu_1} \rightarrow 1$ değerine yaklaşır. Buna durumda ${}_2F_1(\xi_1, \xi_2, \xi_3; z) \rightarrow 1$ olur. Buna göre asimptotik çözüm

$$\psi_{Sağ}(x) \rightarrow A_4 (\tilde{q})^{-ik/b} e^{ikx} \quad (3.1.1.2)$$

olarak bulunur.

Olasılık akısı yoğunluğu

$$\vec{j} = \frac{\hbar}{2mi} (\psi \vec{\nabla} \psi^* - \psi^* \vec{\nabla} \psi) \quad (3.1.1.3)$$

biçiminde tanımlanır. $x \rightarrow -\infty$ gitmesi durumunda, olasılık akısı

$$j_{sol} = j_{gelen} - j_{yan} \quad (3.1.1.4)$$

biçiminde elde edilir. Burada j_{gelen} , gelen akıyı ve j_{yan} ise yansıyan akıyı ifade etmektedir. Benzer biçimde $x \rightarrow \infty$ 'a gitmesi durumunda ise olasılık akısı

$$j_{sağ} = j_{geçiş} \quad (3.1.1.5)$$

biçimini alır. Burada $j_{geçiş}$ ise geçen akıyı ifade etmektedir.

Denklemler (3.1.1.4) ve Denklem (3.1.1.5) deki ifadeler kullanılarak yansıma olasılık akısı katsayısı (R) ve geçiş olasılık katsayısı (T) aşağıdaki biçimde bulunur:

$$R = \frac{|j_{yan}|}{|j_{gel}|} = \frac{|A_2|^2}{|A_1|^2}, \quad (3.1.1.6)$$

$$T = \left| \frac{j_{geçiş}}{j_{gel}} \right| = \left| \frac{A_4}{A_1} \right|^2. \quad (3.1.1.7)$$

Bu iki ifade aynı zamanda $R + T = 1$ koşulunu sağlamaktadır. R ve T ifadelerinde yer alan A_1 , A_2 ve A_4 katsayılarının değerleri bilinmemektedir. Bu katsayıları bulmak için,

$$\psi_{Sol}(x=0) = \psi_{Sağ}(x=0),$$

$$\left(\frac{d\psi_{Sol}(x)}{dx} \right)_{x=0} = \left(\frac{d\psi_{Sağ}(x)}{dx} \right)_{x=0} \quad (3.1.1.8)$$

biçimde tanımlanan, süreklilik koşulları olarak da bilinen, dalga fonksiyonlarının $x = 0$ 'da kendilerinin ve birinci türevlerinin eşit olma koşulları kullanılırsa,

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{C_1 [b\tilde{q}F_1(D_3F_3 - D_6F_6) - aqF_3(D_1F_1 + D_4F_4)]}{C_2 [aqF_3(D_2F_2 + D_5F_5) - b\tilde{q}F_2(D_3F_3 - D_6F_6)]} \quad (3.1.1.9)$$

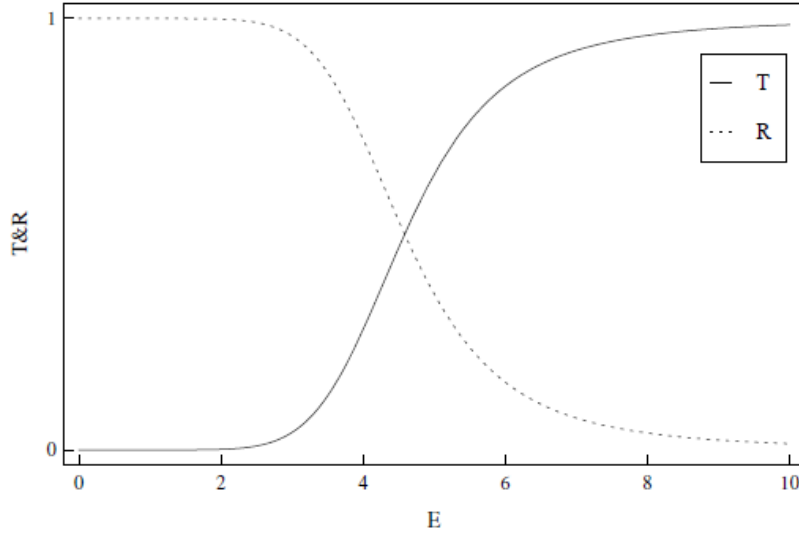
$$\frac{A_4}{A_1} = \frac{aqC_1 [F_1(D_2F_2 + D_5F_5) - F_2(D_1F_1 + D_4F_4)]}{C_3 [aqF_3(D_2F_2 + D_5F_5) - b\tilde{q}F_2(D_3F_3 - D_6F_6)]} \quad (3.1.1.10)$$

ifadeleri elde edilir. Buradaki katsayıların açık biçimleri Çizelge 3.1.1.1'de verilmektedir.

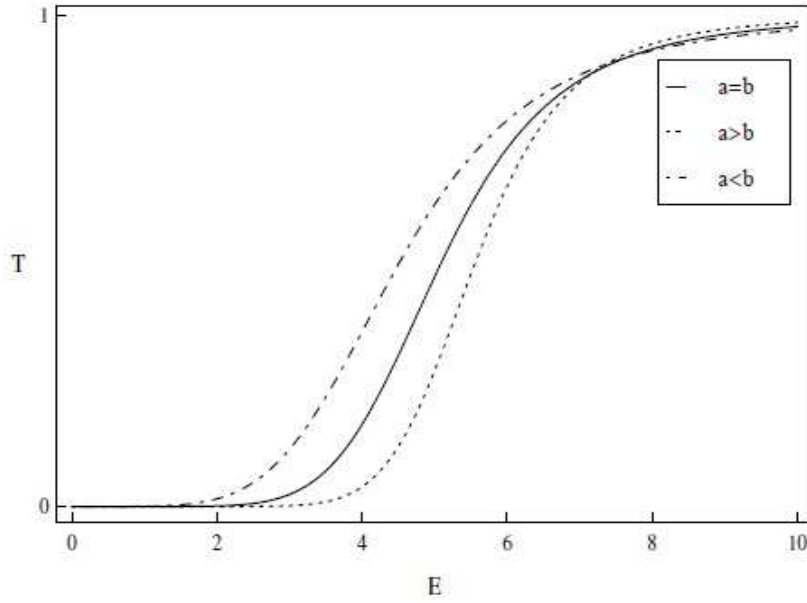
Çizelge 3.1.1.1. Denklem (3.1.1.9) ve Denklem (3.1.1.10)'daki sabitlerin açık biçimleri.

$C_1 = q^\mu (1-q)^\nu$	$D_5 = \frac{(-\mu+\nu-\gamma)(-\mu+\nu+\gamma)}{1-2\mu}$
$C_2 = q^{-\mu} (1-q)^{-\nu}$	$F_1 = {}_2F_1(\mu+\nu-\gamma, \mu+\nu+\gamma; 1+2\mu; q)$
$C_3 = (\tilde{q})^{\mu_1} (1-\tilde{q})^{\nu_1}$	$F_2 = {}_2F_1(-\mu+\nu-\gamma, -\mu+\nu+\gamma; 1-2\mu; q)$
$D_1 = \frac{\mu}{q} - \frac{\nu}{1-q}$	$F_3 = {}_2F_1(-\mu_1+\nu_1-\gamma_1, -\mu_1+\nu_1+\gamma_1; 1-2\mu_1; \tilde{q})$
$D_2 = -\frac{\mu}{q} - \frac{\nu}{1-q}$	$F_4 = {}_2F_1(\mu+\nu-\gamma+1, \mu+\nu+\gamma+1; 2+2\mu; q)$
$D_3 = \frac{\mu_1}{\tilde{q}} + \frac{\nu_1}{1-\tilde{q}}$	$F_5 = {}_2F_1(-\mu+\nu-\gamma+1, -\mu+\nu+\gamma+1; 2-2\mu; q)$
$D_4 = \frac{(\mu+\nu-\gamma)(\mu+\nu+\gamma)}{1+2\mu}$	$F_6 = {}_2F_1(-\mu_1+\nu_1-\gamma_1+1, -\mu_1+\nu_1+\gamma_1+1; 2-2\mu_1; \tilde{q})$
$D_5 = \frac{(-\mu+\nu-\gamma)(-\mu+\nu+\gamma)}{1-2\mu}$	

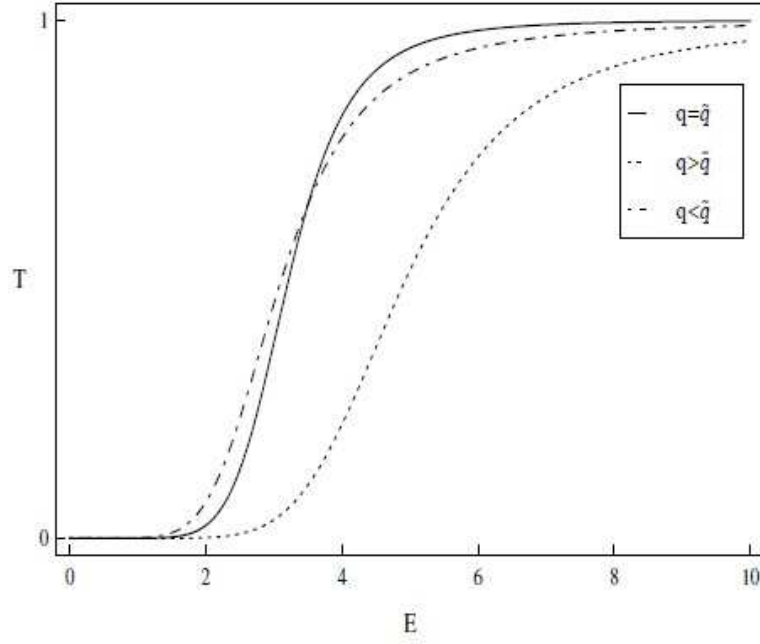
Şekil 3.1.1.1'de birimsellik koşulu $R+T=1$, sağlandığı açıkça görülmektedir. Şekil 3.1.1.2, Şekil 3.1.1.3 ve Şekil 3.1.1.4'deki çizimlerde, potansiyelin parametrelerinin geçiş katsayısına etkileri benzerdir, yani enerjinin yüksek değerlerinde geçiş katsayısı asimptotik olarak 1'e yaklaşırken, enerjinin düşük değerlerinde geçiş katsayısı asimptotik olarak 0'a yaklaşmaktadır. Şekil 3.1.1.5'te potansiyel değerinin geçiş katsayısına etkisi gösterilmiştir. Bu grafikte potansiyelin yüksekliğinin sıfıra gitmesi parçacığın potansiyelden geçiş olasılığını 1 yapmaktadır. Geçiş olasılık yoğunluğu, potansiyelin değerinin artmasıyla sıfıra gitmektedir.



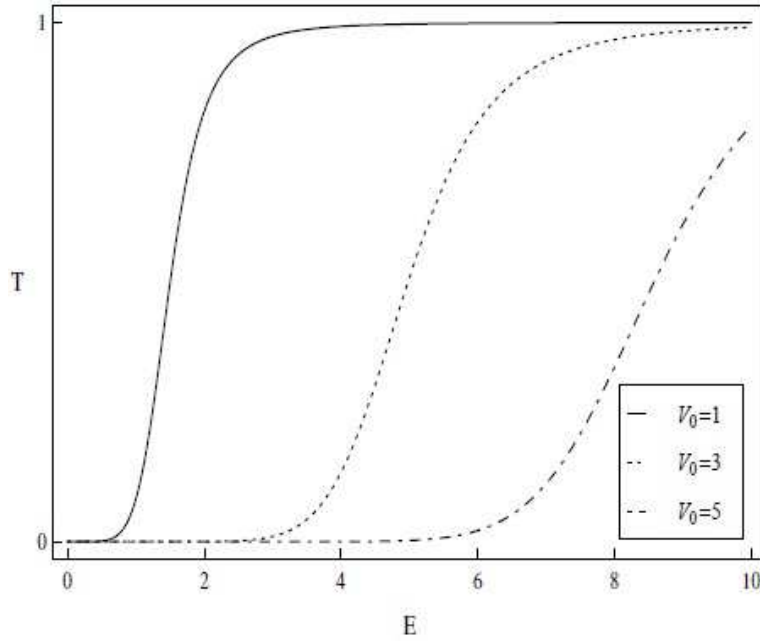
Şekil 3.1.1.1. ASH potansiyelinden saçılan Schrödinger parçacığı için birimsellik koşulu: (T) geçiş ve (R) yansıma katsayılarının E enerjiye göre değişimi. Burada $a = 0.4$, $b = 0.5$, $q = 0.6$, $\tilde{q} = 0.7$, $m = 1$ ve $V_0 = 2$ 'dir.



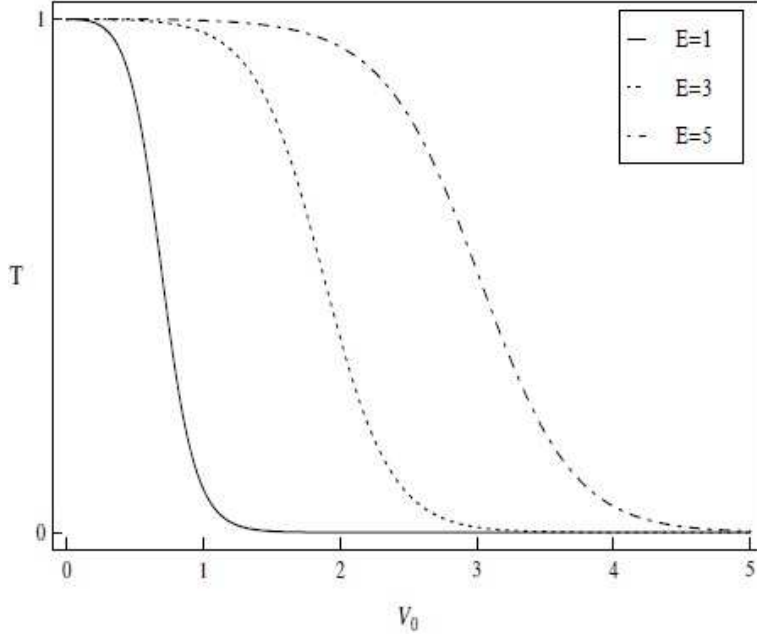
Şekil 3.1.1.2. ASH potansiyelinden saçılan Schrödinger parçacığı için geçiş katsayısının enerjiye göre değişimi (1). Burada $a = b = 0.5$; $a = 0.8$, $b = 0.3$; $a = 0.3$, $b = 0.8$; $q = \tilde{q} = 0.7$, $m = 1$ ve $V_0 = 2$ 'dir.



Şekil 3.1.1.3. ASH potansiyelinden saçılan Schrödinger parçacığı için geçiş katsayısının enerjiye göre değişimi (2). Burada $q = \tilde{q} = 0.5$; $q = 0.6$, $\tilde{q} = 0.4$; $q = 0.4$, $\tilde{q} = 0.6$; $a = b = 0.5$, $m = 1$ ve $V_0 = 2$ 'dir.



Şekil 3.1.1.4. ASH potansiyelinden saçılan Schrödinger parçacığı için geçiş katsayısının enerjiye göre değişimi (3). Burada $a = b = q = \tilde{q} = 0.5$, ve $m = 1$ 'dir.



Şekil 3.1.1.5. ASH potansiyelinden saçılan Schrödinger parçacığı için geçiş katsayısının V_0 'a göre değişimi. Burada $a = b = q = \tilde{q} = 0.5$, ve $m = 1$ 'dir.

3.1.2. Bağlı Durum Enerjisi

Bu kesim, A. Arda, O. Aydoğdu ve R. Sever tarafından yapılan "Scattering and Bound State Solutions of the Asymmetric Hulthen Potential" adlı makaleye dayanarak yazılmıştır [35].

ASH potansiyelinin kuyu biçimini alması durumunda bağlı durumlar oluşur. Denklem (3.1.2)'de verilen potansiyelinde V_0 yerine $-V_0$ konularak potansiyel kuyu biçimine dönüştürülür. Bu durumda Denklem (3.1.2) aşağıdaki biçimini alır:

$$V(x) = -V_0 \left[\theta(-x) \frac{e^{ax}}{1 - qe^{ax}} + \theta(x) \frac{e^{-bx}}{1 - \tilde{q}e^{-bx}} \right]. \quad (3.1.2.1)$$

$x < 0$ bölgesi için, Schrödinger denklemi

$$\left\{ \frac{d^2}{dx^2} + 2m \left[E + \frac{V_0}{e^{-ax} - q} \right] \right\} \psi_{Sol}(x) = 0 \quad (3.1.2.2)$$

olur. Bu denklemde

$$y = qe^{ax} \quad (3.1.2.3)$$

değişken değiştirilmesi yapılır ve dalga fonksiyonu

$$\psi_{sol}(y) = y^{\mu_2} (1-y)^{\nu_2} g(y) \quad (3.1.2.4)$$

olarak yeniden tanımlanıp gerekli işlemler yapıldığında Denklem (3.1.2.2) aşağıdaki denkleme dönüşür:

$$y(1-y) \frac{d^2 g(y)}{dy^2} + [(1+2\mu_2) - (2\mu_2 + 2\nu_2 + 1)y] \frac{dg(y)}{dy} - (\mu_2 + \nu_2 + \gamma_2)(\mu_2 + \nu_2 - \gamma_2)g(y) = 0. \quad (3.1.2.5)$$

Bu denklem Gauss hipergeometrik denkleme benzediği için çözüm

$$g(y) = A_5 {}_2F_1(\mu_2 + \nu_2 - \gamma_2, \mu_2 + \nu_2 + \gamma_2; 1 + 2\mu_2; y) - A_6 y^{-2\mu_2} {}_2F_1(-\mu_2 + \nu_2 - \gamma_2, -\mu_2 + \nu_2 + \gamma_2; 1 - 2\mu_2; y) \quad (3.1.2.6)$$

biçimini alır. Burada fonksiyonlar içindeki parametreler

$$\mu_2 = i \frac{k}{a} = \mu, \quad k = \sqrt{2mE}, \quad \nu = \nu_2 = 1, \quad \gamma_2 = \frac{i}{a} \sqrt{2m \left(E + \frac{V_0}{q} \right)} = \gamma \quad (3.1.2.7)$$

olarak tanımlanır. Denklem (3.1.2.6)'daki çözüm, $\psi_{sol}(y) = y^{\mu_2} (1-y)^{\nu_2} g(y)$ dalga fonksiyonunda yerine yazılırsa genel çözüm aşağıdaki biçimde olur:

$$\psi_{sol}(y) = A_5 y^{\mu_2} (1-y)^{\nu_2} {}_2F_1(\mu_2 + \nu_2 - \gamma_2, \mu_2 + \nu_2 + \gamma_2; 1 + 2\mu_2; y) - A_6 y^{-\mu_2} (1-y)^{\nu_2} {}_2F_1(-\mu_2 + \nu_2 - \gamma_2, -\mu_2 + \nu_2 + \gamma_2; 1 - 2\mu_2; y). \quad (3.1.2.8)$$

$x > 0$ bölgesinde ve $E > 0$ değerleri için Schrödinger denklemi

$$\left\{ \frac{d^2}{dx^2} + 2m \left[E + \frac{V_0}{e^{-bx} - \tilde{q}} \right] \right\} \psi_{Sağ}(x) = 0 \quad (3.1.2.9)$$

olur. Bu denklemde, yeni değişken

$$z = \tilde{q} e^{bx} \quad (3.1.2.10)$$

olarak tanımlanır ve dalga fonksiyonu da

$$\psi_{Sağ}(z) = z^{\mu_3} (1-z)^{\nu_3} w(z) \quad (3.1.2.11)$$

şeklinde yeniden tanımlanırsa, Denklem (3.1.2.9) aşağıdaki denkleme dönüşür:

$$z(1-z) \frac{d^2 w(z)}{dz^2} + [(1+2\mu_3) - (2\mu_3 + 2\nu_3 + 1)z] \frac{dw(z)}{dz} - (\mu_3 + \nu_3 + \gamma_3)(\mu_3 + \nu_3 - \gamma_3)w(z) = 0. \quad (3.1.2.12)$$

Bu denklem Gauss hipergeometrik denkleme benzediği için çözüm

$$w(z) = A_7 {}_2F_1(\mu_3 + \nu_3 - \gamma_3, \mu_3 + \nu_3 + \gamma_3; 1 + 2\mu_3; z) - A_8 z^{-2\mu_3} {}_2F_1(-\mu_3 + \nu_3 - \gamma_3, -\mu_3 + \nu_3 + \gamma_3; 1 - 2\mu_3; z) \quad (3.1.2.13)$$

biçimini alır. Denklem (3.1.2.13)'deki çözüm, Denklem (3.1.2.11)'de yerine konulursa genel çözüm aşağıdaki biçimde yazılır:

$$\psi_{Sağ}(z) = A_7 z^{\mu_3} (1-z)^{\nu_3} {}_2F_1(\mu_3 + \nu_3 - \gamma_3, \mu_3 + \nu_3 + \gamma_3; 1 + 2\mu_3; z) - A_8 z^{-\mu_3} (1-z)^{\nu_3} {}_2F_1(-\mu_3 + \nu_3 - \gamma_3, -\mu_3 + \nu_3 + \gamma_3; 1 - 2\mu_3; z). \quad (3.1.2.14)$$

Dalga fonksiyonlarının, $x \rightarrow -\infty$ ve $x \rightarrow \infty$ limitlerine bakıldığında düzenli çözümler aşağıdaki biçimde elde edilir:

$$\psi_{Sol}(y) = A_5 y^{\mu_2} (1-y)^{\mu_2} {}_2F_1(\mu_2 + \nu_2 - \gamma_2, \mu_2 + \nu_2 + \gamma_2; 1 + 2\mu_2; y),$$

$$\psi_{Sağ}(z) = A_7 z^{\mu_3} (1-z)^{\mu_3} {}_2F_1(\mu_3 + \nu_3 - \gamma_3, \mu_3 + \nu_3 + \gamma_3; 1 + 2\mu_3; z). \quad (3.1.2.15)$$

Dalga fonksiyonlarının $x=0$ 'da kendilerinin ve birinci türevlerinin eşit olma koşulları kullanılıp, gerekli işlemler yapıldığında bağlı durum enerjisi için özdeğer koşulu

$$\begin{aligned} & \left\{ \left(\frac{\mu_2}{q} - \frac{\nu_2}{1-q} - \frac{\mu_3}{\tilde{q}} + \frac{\nu_3}{1-\tilde{q}} \right) q^{\mu_2} (1-q)^{\nu_2} (\tilde{q})^{\mu_3} (1-\tilde{q})^{\nu_3} \right\} F_7 F_8 \\ & + \left\{ q^{\mu_2} (1-q)^{\nu_2} (\tilde{q})^{\mu_3} (1-\tilde{q})^{\nu_3} \left[\frac{(\mu_2 + \nu_2 - \gamma_2)(\mu_2 + \nu_2 + \gamma_2)}{1 + 2\mu_2} \right] \right\} F_8 F_9 \\ & + \left\{ q^{\mu_2} (1-q)^{\nu_2} (\tilde{q})^{\mu_3} (1-\tilde{q})^{\nu_3} \left[\frac{(\mu_3 + \nu_3 - \gamma_3)(\mu_3 + \nu_3 + \gamma_3)}{1 + 2\mu_3} \right] \right\} F_7 F_{10} = 0 \end{aligned} \quad (3.1.2.16)$$

biçimde elde edilir. Bu ifadedeki katsayıların açık biçimleri çizelge 3.1.2.1.'de verilmektedir.

Çizelge 3.1.2.1. Denklem (3.1.2.16)'daki sabitlerin açık biçimleri

$F_7 = {}_2F_1(\mu_2 + \nu_2 - \gamma_2, \mu_2 + \nu_2 + \gamma_2; 1 + 2\mu_2; q)$
$F_8 = {}_2F_1(\mu_3 + \nu_3 - \gamma_3, \mu_3 + \nu_3 + \gamma_3; 1 + 2\mu_3; \tilde{q})$
$F_9 = {}_2F_1(\mu_2 + \nu_2 - \gamma_2 + 1, \mu_2 + \nu_2 + \gamma_2 + 1; 2 + 2\mu_2; q)$
$F_{10} = {}_2F_1(\mu_3 + \nu_3 - \gamma_3 + 1, \mu_3 + \nu_3 + \gamma_3 + 1; 2 + 2\mu_3; \tilde{q})$

3.2. GENELLEŞTİRİLMİŞ WOODS-SAXON POTANSİYELİ İÇİN SCHRÖDINGER DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ

Bu kesim, S. Alpdoğan tarafından yapılan "Genelleştirilmiş Woods-Saxon Potansiyelinden Vektör Bozonlarının saçılması" adlı yüksek lisans tezinden alınmıştır [25].

Bir boyutlu uzaysal Schrödinger denklemi

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + V(x)\psi(x) = E\psi(x) \quad (3.2.1)$$

biçimindedir. Bir boyutta Genelleştirilmiş Woods-Saxon (GWS) potansiyeli ise

$$V(x) = V_0 \left[\frac{\theta(-x)}{q + pe^{-a(x+L)}} + \frac{\theta(x)}{\tilde{q} + \tilde{p}e^{b(x-\tilde{L})}} \right] \quad (3.2.2)$$

biçiminde tanımlanmaktadır.

Kütleli, spinsiz ve görelili olmayan parçacıkların Denklem (3.2.2)'de verilen potansiyel ile etkileşimi sonucunda oluşan saçılma ve bağlı durumların belirlenebilmesi için Schrödinger denklemini $x < 0$ ve $x > 0$ bölgelerinde ayrı ayrı çözmek gerekmektedir.

$x < 0$ ve $E > 0$ değerleri için, Denklem (3.2.1)

$$\frac{d^2\psi_{Sol}(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left[E - \frac{V_0}{q + pe^{-a(x+L)}} \right] \psi_{Sol}(x) = 0 \quad (3.2.3)$$

olur. Bu denklemde

$$y = -\frac{q}{p} e^{a(x+L)} \quad (3.2.4)$$

değişken değiştirilmesi yapılır ve dalga fonksiyonu

$$\psi_{sol}(y) = y^\mu (1-y)^\nu h(y) \quad (3.2.5)$$

olarak yeniden tanımlanırsa, Denklem (3.2.3) aşağıdaki denkleme dönüşür:

$$y(1-y) \frac{d^2 h(y)}{dy^2} + [(1+2\mu) - (2\mu+2\nu+1)y] \frac{dh(y)}{dy} - (\mu+\nu+\delta)(\mu+\nu-\delta)h(y) = 0. \quad (3.2.6)$$

Bu denklem, Denklem (3.1.7)'de verilen Gauss hipergeometrik denklemin çözümü dikkate alındığında aşağıdaki biçimde bulunur:

$$h(y) = A {}_2F_1(\mu+\nu+\delta, \mu+\nu-\delta, 1+2\mu; y) + B y^{-2\mu} {}_2F_1(-\mu+\nu+\delta, -\mu-\nu-\delta, 1-2\mu; y). \quad (3.2.7)$$

Bu ifade, $\psi_{sol}(y) = y^\mu (1-y)^\nu h(y)$ dalga fonksiyonunda yerine yazılırsa genel çözüm

$$\psi_{sol}(y) = A y^\mu (1-y)^\nu {}_2F_1(\mu+\nu+\delta, \mu+\nu-\delta, 1+2\mu; y) + B y^{-\mu} (1-y)^\nu {}_2F_1(-\mu+\nu+\delta, -\mu-\nu-\delta, 1-2\mu; y) \quad (3.2.8)$$

biçiminde elde edilir. Burada

$$\mu = i\varepsilon, \quad \nu = 0,1, \quad \delta = \sqrt{\frac{2mV_0}{qa^2\hbar^2} - \frac{2mE}{a^2\hbar^2}}, \quad \varepsilon^2 = \frac{2mE}{a^2\hbar^2} \quad (3.2.9)$$

olarak tanımlanmaktadır.

$$x > 0 \text{ ve } E > 0 \text{ değerleri için Denklem (3.2.1)}$$

$$\frac{d^2 \psi_{sağ}(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left[E - \frac{V_0}{\tilde{q} + \tilde{p}e^{b(x-\tilde{L})}} \right] \psi_{sağ}(x) = 0 \quad (3.2.10)$$

olur. Bu denklemde

$$z = -\frac{\tilde{q}}{\tilde{p}} e^{-b(x-\tilde{L})} \quad (3.2.11)$$

değişken değiştirilmesi yapılır ve dalga fonksiyonu

$$\psi_{Sağ}(z) = z^{\tilde{\mu}} (1-z)^{-\tilde{\nu}} g(z) \quad (3.2.12)$$

olarak yeniden tanımlanırsa, Denklem (3.2.10) aşağıdaki denkleme dönüşür:

$$z(1-z) \frac{d^2 g(z)}{dz^2} + [(1+2\tilde{\mu}) - (2\tilde{\mu} - 2\tilde{\nu} + 1)z] \frac{dg(z)}{dz} - (\tilde{\mu} - \tilde{\nu} + \tilde{\delta})(\tilde{\mu} - \tilde{\nu} - \tilde{\delta})g(z) = 0. \quad (3.2.13)$$

Bu denklem Gauss hipergeometrik denkleme benzediği için çözüm

$$g(z) = C {}_2F_1(\tilde{\mu} - \tilde{\nu} + \tilde{\delta}, \tilde{\mu} - \tilde{\nu} - \tilde{\delta}, 1 + 2\tilde{\mu}; z) + D z^{-2\tilde{\mu}} {}_2F_1(-\tilde{\mu} - \tilde{\nu} + \tilde{\delta}, -\tilde{\mu} - \tilde{\nu} - \tilde{\delta}, 1 - 2\tilde{\mu}; z) \quad (3.2.14)$$

olur. Bu ifade, $\psi_{Sağ}(z) = z^{\tilde{\mu}} (1-z)^{-\tilde{\nu}} g(z)$ dalga fonksiyonunda yerine yazılırsa genel çözüm

$$\psi_{sağ}(z) = C z^{\tilde{\mu}} (1-z)^{-\tilde{\nu}} {}_2F_1(\tilde{\mu} - \tilde{\nu} + \tilde{\delta}, \tilde{\mu} - \tilde{\nu} - \tilde{\delta}, 1 + 2\tilde{\mu}; z) + D z^{-\tilde{\mu}} (1-z)^{-\tilde{\nu}} {}_2F_1(-\tilde{\mu} - \tilde{\nu} + \tilde{\delta}, -\tilde{\mu} - \tilde{\nu} - \tilde{\delta}, 1 - 2\tilde{\mu}; z) \quad (3.2.15)$$

olarak elde edilir. Burada çözümde yer alan semboller aşağıdaki biçimde verilmektedir:

$$\tilde{\mu} = i\tilde{\epsilon} \quad , \quad \tilde{\nu} = 0,1 \quad , \quad \tilde{\delta} = \sqrt{\frac{2mV_0}{\tilde{q}b^2\hbar^2} - \frac{2mE}{b^2\hbar^2}} \quad , \quad \tilde{\epsilon}^2 = \frac{2mE}{b^2\hbar^2}. \quad (3.2.16)$$

3.2.1. Saçılma Durumları

Bu kesim, S. Alpdoğan tarafından yapılan "Genelleştirilmiş Woods-Saxon Potansiyelinden Vektör Bozonlarının saçılması" adlı yüksek lisans tezinden alınmıştır [25].

Saçılma durumlarını elde edebilmek için Kesim 3.2'de elde edilen çözümlerin asimptotik davranışlarına bakılması gerekmektedir.

$x < 0$ bölgesi için; $x \rightarrow -\infty$ 'a giderken $y \rightarrow 0$ 'a gider, bu durumda ${}_2F_1(\xi_1, \xi_2, \xi_3; y) \rightarrow 1$ değerini alır. Buna göre çözüm

$$\psi_{sol}(x) \rightarrow A \left(-\frac{q}{p} \right)^{i\varepsilon} e^{ia\varepsilon(x+L)} + B \left(-\frac{q}{p} \right)^{-i\varepsilon} e^{-ia\varepsilon(x+L)} \quad (3.2.1.1)$$

olur.

$x > 0$ değerleri için; $x \rightarrow \infty$ 'a giderken $z \rightarrow 0$ ve ${}_2F_1(\xi_1, \xi_2, \xi_3; z) \rightarrow 1$ 'e gider. Bu durumda çözüm

$$\psi_{sağ}(x) \rightarrow D \left(-\frac{\tilde{q}}{\tilde{p}} \right)^{-i\tilde{\varepsilon}} e^{ib\tilde{\varepsilon}(x-\tilde{L})} \quad (3.2.1.2)$$

biçiminde olur.

Kesim 3.1.1. de olasılık akısı için verilen Denklem (3.1.1.3), Denklem (3.1.1.4) ve Denklem (3.1.1.5) kullanılırsa, yansıma (R) ve geçiş (T) katsayıları, aşağıdaki biçimde elde edilir:

$$R = \frac{j_{yan}}{j_{gel}} = \left| \frac{B}{A} \right|^2 e^{4\pi\varepsilon},$$
$$T = \frac{j_{geçiş}}{j_{gel}} = \left| \frac{D}{A} \right|^2 e^{2\pi(\varepsilon+\tilde{\varepsilon})}. \quad (3.2.1.3)$$

Burada A, B ve D katsayıları bilinmemektedir. Bu katsayıları bulmak için, süreklilik koşulları olarak bilinen dalga fonksiyonlarının $x = 0$ 'da kendilerinin ve birinci türevlerinin eşit olma koşulları kullanılır. Bu iki koşul kullanılırsa,

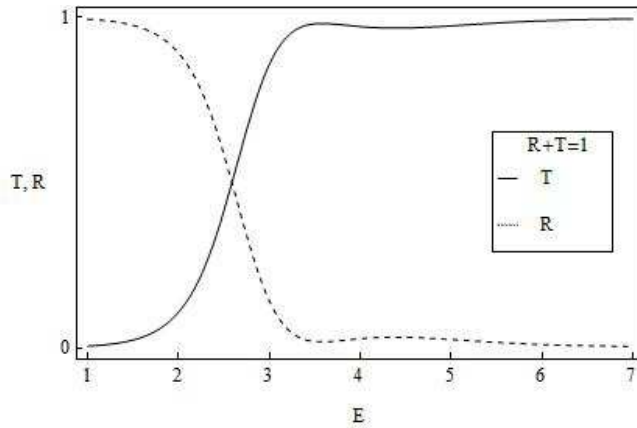
$$\frac{B}{A} = \frac{[(C_4 + C_5)F_1 + C_6F_4]C_2F_2 - [(C_7 + C_8)F_2 + C_9F_5]C_1F_1}{[(C_{10} + C_{11})F_3 + C_{12}F_6]C_1F_1 - [(C_4 + C_5)F_1 + C_6F_4]C_3F_3} \quad (3.2.1.4)$$

$$\frac{D}{A} = \frac{[(C_7 + C_8)F_2 + C_9F_5]C_3F_3 - [(C_{10} + C_{11})F_3 + C_{12}F_6]C_2F_2}{[(C_4 + C_5)F_1 + C_6F_4]C_3F_3 - [(C_{10} + C_{11})F_3 + C_{12}F_6]C_1F_1} \quad (3.2.1.5)$$

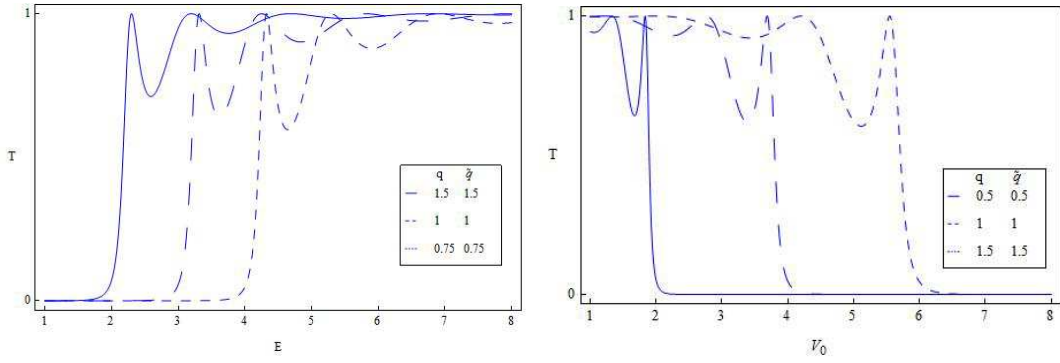
ifadeleri elde edilir. Buradaki katsayıların açık biçimleri Çizelge 3.2.1.1'de verilmiştir. Şekil 3.2.1.1'de görüldüğü gibi potansiyelin parametrelerinin farklı değerleri için $R + T = 1$, birimsellik koşulu sağlanmaktadır. Şekil 3.2.1.2'de q ve \tilde{q} parametrelerinin önemli bir katkısı olduğu anlaşılmaktadır: soldaki grafiğe bakıldığında q ve \tilde{q} 'nin değişmesiyle geçiş katsayısının enerjiye göre bire ulaşma noktaları $E \rightarrow \frac{V_0}{q}$ koşuluna uymaktadır. Aynı biçimde sağdaki grafiğe bakıldığında geçiş katsayısının V_0 'a göre değişimi de $V_0 \rightarrow qE$ koşuluna uymaktadır. Şekil 3.2.1.3'deki grafiklerde de önemli bir sonuç çıkmaktadır: q ve \tilde{q} parametrelerinin $q < \tilde{q}$ ya da $q > \tilde{q}$ değerlerinde geçiş katsayısı, iki durumda da aynı biçimde oluşmaktadır. Potansiyelin ters çevrilmesi, geçiş katsayısını her iki durumda da değiştirmemektedir. Bu durum diğer tüm parametreler için geçerlidir. Bu, Çizelge 3.2.1.2, Şekil 3.2.1.4, Şekil 3.2.1.5 ve Şekil 3.2.1.6'da açıkça görülmektedir. Aynı zamanda her bir parametrenin değişmesiyle geçiş katsayısının değeri değişmektedir.

Çizelge 3.2.1.1. Denklem (3.2.1.4) ve Denklem (3.2.1.5)'deki sabitlerin açık biçimleri.

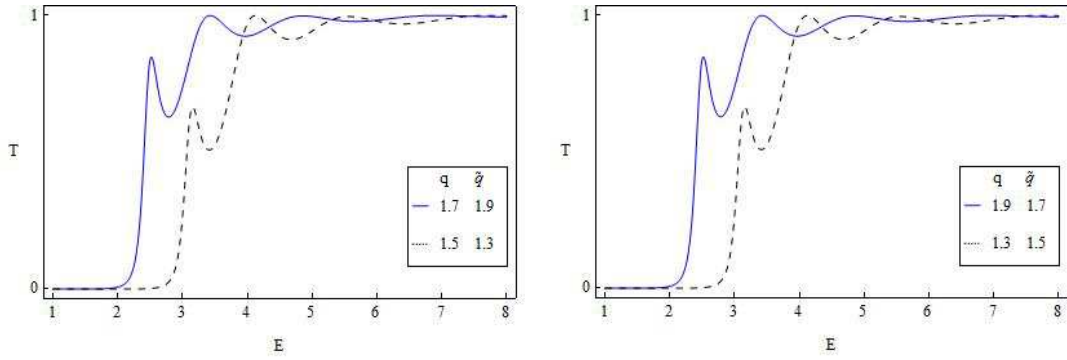
$\sigma = -\frac{q}{p} \quad \tilde{\sigma} = -\frac{\tilde{q}}{\tilde{p}}$	$C_6 = (-b)(\tilde{\sigma})^{-\tilde{\mu}+1} e^{-b\tilde{L}(\tilde{\mu}-1)} (1-\tilde{\sigma}e^{b\tilde{L}})^{-\tilde{\nu}} \frac{(-\tilde{\mu}-\tilde{\nu}+\tilde{\delta})(-\tilde{\mu}-\tilde{\nu}-\tilde{\delta})}{1-2\tilde{\mu}}$
$C_1 = (\tilde{\sigma})^{-\tilde{\mu}} e^{-b\tilde{\mu}\tilde{L}} (1-\tilde{\sigma}e^{b\tilde{L}})^{-\tilde{\nu}}$	$C_9 = a(\sigma)^{\mu+1} e^{aL(\mu+1)} (1-\sigma e^{aL})^{\nu} \frac{(\mu+\nu+\delta)(\mu+\nu-\delta)}{1+2\mu}$
$C_2 = (\sigma)^{\mu} e^{a\mu L} (1-\sigma e^{aL})^{\nu}$	$C_{12} = a(\sigma)^{-\mu+1} e^{-aL(\mu-1)} (1-\sigma e^{aL})^{\nu} \frac{(-\mu+\nu+\delta)(-\mu+\nu-\delta)}{1-2\mu}$
$C_3 = (\sigma)^{-\mu} e^{-a\mu L} (1-\sigma e^{aL})^{\nu}$	$F_1 = {}_2F_1(-\tilde{\mu}-\tilde{\nu}+\tilde{\delta}, -\tilde{\mu}-\tilde{\nu}-\tilde{\delta}, 1-2\tilde{\mu}; \tilde{\sigma}e^{b\tilde{L}})$
$C_4 = \tilde{\mu}b(\tilde{\sigma})^{-\tilde{\mu}} e^{-b\tilde{\mu}\tilde{L}} (1-\tilde{\sigma}e^{b\tilde{L}})^{-\tilde{\nu}}$	$F_2 = {}_2F_1(\mu+\nu+\delta, \mu+\nu-\delta, 1+2\mu; \sigma e^{aL})$
$C_5 = (-b\tilde{\nu})(\tilde{\sigma})^{-\tilde{\mu}+1} e^{-b\tilde{L}(\tilde{\mu}-1)} (1-\tilde{\sigma}e^{b\tilde{L}})^{-\tilde{\nu}-1}$	$F_3 = {}_2F_1(-\mu+\nu+\delta, -\mu+\nu-\delta, 1-2\mu; \sigma e^{aL})$
$C_7 = \mu a(\sigma)^{\mu} e^{a\mu L} (1-\sigma e^{aL})^{\nu}$	$F_4 = {}_2F_1(-\tilde{\mu}-\tilde{\nu}+\tilde{\delta}+1, -\tilde{\mu}-\tilde{\nu}-\tilde{\delta}+1, 2-2\tilde{\mu}; \tilde{\sigma}e^{b\tilde{L}})$
$C_8 = (-\nu a)(\sigma)^{\mu+1} e^{aL(\mu+1)} (1-\sigma e^{aL})^{\nu-1}$	$F_5 = {}_2F_1(\mu+\nu+\delta+1, \mu+\nu-\delta+1, 2+2\mu; \sigma e^{aL})$
$C_{10} = (-\mu a)(\sigma)^{-\mu} e^{-a\mu L} (1-\sigma e^{aL})^{\nu}$	$F_6 = {}_2F_1(-\mu+\nu+\delta+1, -\mu+\nu-\delta+1, 2-2\mu; \sigma e^{aL})$
$C_{11} = (-\nu a)(\sigma)^{-\mu+1} e^{-aL(\mu-1)} (1-\sigma e^{aL})^{\nu-1}$	



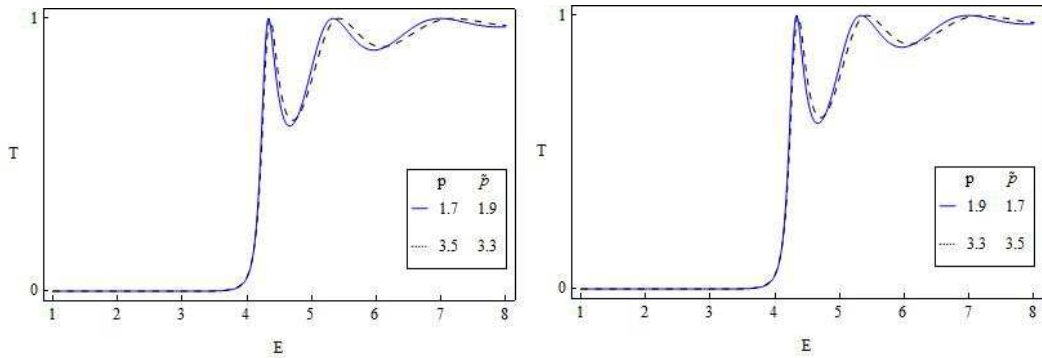
Şekil 3.2.1.1. GWS potansiyelinden saçılan Schrödinger parçacığı için birimsellik koşulu; $R+T=1$. $q=2$, $\tilde{q}=1.5$, $a=10$, $b=5$, $L=\tilde{L}=1$, $p=1.5$, $\tilde{p}=1.2$, $m=1$, $V_0=4$ için R ve T 'nin enerjiye göre değişimi.



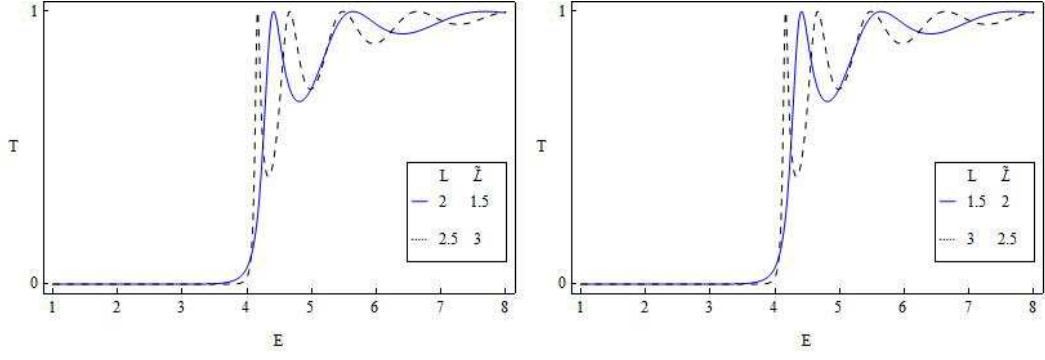
Şekil 3.2.1.2. GWS potansiyelinden saçılan Schrödinger parçacığı için q ve \tilde{q} parametrelerinin geçiş katsayısına etkisi I. Soldaki şekil, T 'nin enerjiye göre değişimi, sağdaki şekil T 'nin V_0 'a göre değişimi. Burada $a = b = 10$, $L = \tilde{L} = 2$, $p = \tilde{p} = 1$, $m = 1$, $V_0 = 3$ ve $E = 4$ 'dür.



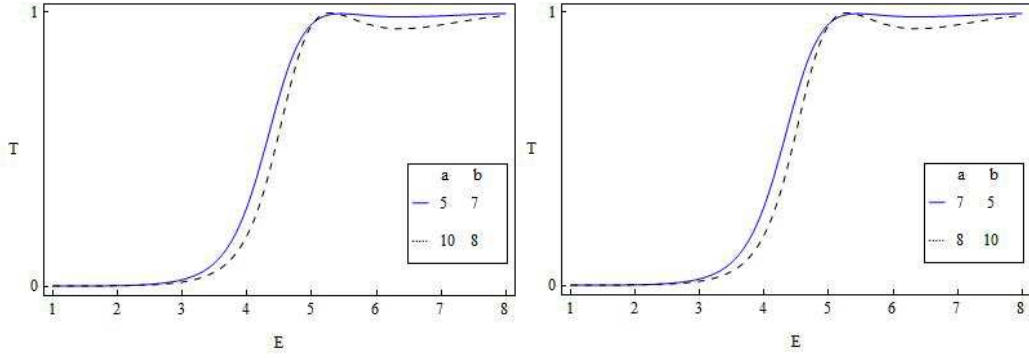
Şekil 3.2.1.3. GWS potansiyelinden saçılan Schrödinger parçacığı için q ve \tilde{q} parametrelerinin geçiş katsayısına etkisi II. Burada $a = b = 10$, $L = \tilde{L} = 2$, $p = \tilde{p} = 1$, $m = 1$, $V_0 = 3$ 'dür.



Şekil 3.2.1.4. GWS potansiyelinden saçılan Schrödinger parçacığı için T 'nin enerjiye göre değişiminde p ve \tilde{p} parametrelerinin geçiş katsayısına etkisi gösteren çizimler. Burada $a = b = 10$, $L = \tilde{L} = 2$, $q = \tilde{q} = 1$, $m = 1$, $V_0 = 4$ 'dür.



Şekil 3.2.1.5. GWS potansiyelinden saçılan Schrödinger parçacığı için T 'nin enerjiye göre değişiminde L ve \tilde{L} parametrelerinin geçiş katsayısına etkisini gösteren çizimler. Burada $a = b = 10$, $p = \tilde{p} = 2$, $q = \tilde{q} = 1$, $m = 1$, $V_0 = 4$ 'dür.



Şekil 3.2.1.6. GWS potansiyelinden saçılan Schrödinger parçacığı için T 'nin enerjiye göre değişiminde a ve b parametrelerinin geçiş katsayısına etkisini gösteren çizimler. Burada $L = \tilde{L} = 1$, $p = \tilde{p} = 1$, $q = \tilde{q} = 1$, $m = 1$, $V_0 = 4$ 'dür.

Çizelge 3.2.1.2. GWS potansiyelinin ters çevrilmesi durumunda geçiş katsayının aldığı değerlerin sayısal dökümü.

Table[{{p = 1.7; \tilde{p} = 1.9; m = 1; q = 2; \tilde{q} = 1.5; a = 5; b = 7; L = 1.5; \tilde{L} = 2; v = 4}; T],
{G, 1, 7, 0.05}]

Table[{{p = 1.9; \tilde{p} = 1.7; m = 1; q = 1.5; \tilde{q} = 2; a = 7; b = 5; L = 2; \tilde{L} = 1.5; v = 4}; T],
{G, 1, 7, 0.05}]

{0.0000422448}, {0.0000545485}, {0.0000704348}, {0.0000909757}, {0.000117578},
{0.000152093}, {0.000196968}, {0.000255448}, {0.000331849}, {0.000431944}, {0.000563477},
{0.00073689}, {0.000966326}, {0.00127104}, {0.00167737}, {0.00222154}, {0.00295364},
{0.00394326}, {0.00528758}, {0.00712288}, {0.00964092}, {0.013112}, {0.0179166},
{0.0245882}, {0.0338658}, {0.0467519}, {0.0645559}, {0.0888804}, {0.121468}, {0.163803},
{0.216406}, {0.277986}, {0.344974}, {0.412101}, {0.474069}, {0.527354}, {0.570986},
{0.606078}, {0.63478}, {0.659372}, {0.681764}, {0.703333}, {0.724948}, {0.747059},
{0.769799}, {0.793068}, {0.816605}, {0.840042}, {0.862957}, {0.884915}, {0.905504},
{0.924368}, {0.941228}, {0.955898}, {0.968289}, {0.978404}, {0.98633}, {0.992222},
{0.996282}, {0.998745}, {0.999859}, {0.999873}, {0.999023}, {0.997529}, {0.995585},
{0.993362}, {0.991003}, {0.988624}, {0.986319}, {0.98416}, {0.9822}, {0.980475},
{0.979006}, {0.977806}, {0.976876}, {0.976209}, {0.975793}, {0.975612}, {0.975648},
{0.975877}, {0.976279}, {0.976829}, {0.977506}, {0.978286}, {0.979149}, {0.980075},
{0.981046}, {0.982045}, {0.983057}, {0.98407}, {0.985071}, {0.986052}, {0.987005},
{0.987922}, {0.988801}, {0.989635}, {0.990425}, {0.991167}, {0.991861}, {0.992509},
{0.99311}, {0.993666}, {0.994179}, {0.994652}, {0.995086}, {0.995485}, {0.99585},
{0.996185}, {0.996493}, {0.996774}, {0.997033}, {0.997272}, {0.997492}, {0.997695},
{0.997883}, {0.998058}, {0.998221}, {0.998374}, {0.998516}, {0.99865}, {0.998776}

{0.0000422448}, {0.0000545485}, {0.0000704348}, {0.0000909757}, {0.000117578},
{0.000152093}, {0.000196968}, {0.000255448}, {0.000331849}, {0.000431944}, {0.000563477},
{0.00073689}, {0.000966326}, {0.00127104}, {0.00167737}, {0.00222154}, {0.00295364},
{0.00394326}, {0.00528758}, {0.00712288}, {0.00964092}, {0.013112}, {0.0179166},
{0.0245882}, {0.0338658}, {0.0467519}, {0.0645559}, {0.0888804}, {0.121468}, {0.163803},
{0.216406}, {0.277986}, {0.344974}, {0.412101}, {0.474069}, {0.527354}, {0.570986},
{0.606078}, {0.63478}, {0.659372}, {0.681764}, {0.703333}, {0.724948}, {0.747059},
{0.769799}, {0.793068}, {0.816605}, {0.840042}, {0.862957}, {0.884915}, {0.905504},
{0.924368}, {0.941228}, {0.955898}, {0.968289}, {0.978404}, {0.98633}, {0.992222},
{0.996282}, {0.998745}, {0.999859}, {0.999873}, {0.999023}, {0.997529}, {0.995585},
{0.993362}, {0.991003}, {0.988624}, {0.986319}, {0.98416}, {0.9822}, {0.980475},
{0.979006}, {0.977806}, {0.976876}, {0.976209}, {0.975793}, {0.975612}, {0.975648},
{0.975877}, {0.976279}, {0.976829}, {0.977506}, {0.978286}, {0.979149}, {0.980075},
{0.981046}, {0.982045}, {0.983057}, {0.98407}, {0.985071}, {0.986052}, {0.987005},
{0.987922}, {0.988801}, {0.989635}, {0.990425}, {0.991167}, {0.991861}, {0.992509},
{0.99311}, {0.993666}, {0.994179}, {0.994652}, {0.995086}, {0.995485}, {0.99585},
{0.996185}, {0.996493}, {0.996774}, {0.997033}, {0.997272}, {0.997492}, {0.997695},
{0.997883}, {0.998058}, {0.998221}, {0.998374}, {0.998516}, {0.99865}, {0.998776}

3.2.2. Bağlı Durum Enerjisi

Bu kesim, S. Alpdoğan tarafından yapılan "Genelleştirilmiş Woods-Saxon Potansiyelinden Vektör Bozonlarının saçılması" adlı yüksek lisans tezinden alınmıştır [25]

Potansiyelin kuyu biçimini alması, yani $V_0 \rightarrow -V_0$ olması durumunda bağlı durumlar oluşur. Denklem (3.2.2)'de verilen GWS potansiyelindeki V_0 yerine $-V_0$ konularak potansiyel, kuyu biçimine dönüştürülür ve aşağıdaki biçimini alır:

$$V(x) = -V_0 \left[\frac{\theta(-x)}{q + pe^{-a(x+L)}} + \frac{\theta(x)}{\tilde{q} + \tilde{p}e^{b(x-\tilde{L})}} \right]. \quad (3.2.2.1)$$

$x < 0$ bölgesi için, Denklem (3.2.1)

$$\frac{d^2\psi_{Sol}(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left[E + \frac{V_0}{q + pe^{-a(x+L)}} \right] \psi_{Sol}(x) = 0 \quad (3.2.2.2)$$

olur. Bu denklemde

$$y = -\frac{q}{p} e^{a(x+L)} \quad (3.2.2.3)$$

değişken değiştirilmesi yapılır ve dalga fonksiyonu

$$\psi_{Sol}(y) = y^{\mu_1} (1-y)^{\nu_1} f(y) \quad (3.2.2.4)$$

olarak yeniden tanımlanırsa, Denklem (3.2.2.2)'nin çözümü aşağıdaki biçimde olur:

$$\begin{aligned} \psi_{Sol}(y) = & A_1 y^{\mu_1} (1-y)^{\nu_1} {}_2F_1(\mu_1 + \nu_1 + \delta_1, \mu_1 + \nu_1 - \delta_1, 1 + 2\mu_1; y) \\ & + A_3 y^{-\mu_1} (1-y)^{\nu_1} {}_2F_1(-\mu_1 + \nu_1 + \delta_1, -\mu_1 - \nu_1 - \delta_1, 1 - 2\mu_1; y). \end{aligned} \quad (3.2.2.5)$$

Burada

$$\mu_1 = \varepsilon_1, \quad \nu_1 = 0,1, \quad \delta_1 = i \sqrt{\frac{2mV_0}{qa^2\hbar^2} + \frac{2mE}{a^2\hbar^2}}, \quad \varepsilon_1^2 = -\frac{2mE}{a^2\hbar^2} \quad (3.2.2.6)$$

olarak tanımlanmaktadır.

$x > 0$ bölgesinde ve $E > 0$ değerleri için Denklem (3.2.1)

$$\frac{d^2\psi_{Sağ}(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left[E + \frac{V_0}{\tilde{q} + \tilde{p}e^{b(x-\tilde{L})}} \right] \psi_{Sağ}(x) = 0 \quad (3.2.2.7)$$

olur. Bu denklemde yeni değişken

$$z = -\frac{\tilde{q}}{\tilde{p}} e^{-b(x-\tilde{L})} \quad (3.2.2.8)$$

ve dalga fonksiyonu

$$\psi_{sağ}(z) = z^{\tilde{\mu}_1} (1-z)^{-\tilde{\nu}_1} h(z) \quad (3.2.2.9)$$

olmak üzere, Denklem (3.2.2.7)'nin çözümü

$$\begin{aligned} \psi_{sağ}(z) = & A_2 z^{\tilde{\mu}_1} (1-z)^{-\tilde{\nu}_1} {}_2F_1(\tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 + \tilde{\delta}_1, \tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 - \tilde{\delta}_1, 1 + 2\tilde{\mu}_1; z) \\ & + A_4 z^{-\tilde{\mu}_1} (1-z)^{-\tilde{\nu}_1} {}_2F_1(-\tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 + \tilde{\delta}_1, -\tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 - \tilde{\delta}_1, 1 - 2\tilde{\mu}_1; z) \end{aligned} \quad (3.2.2.10)$$

biçiminde elde edilir. Bu fonksiyonda yer alan parametreler açık biçimleri

$$\tilde{\mu}_1 = \tilde{\epsilon}_1, \quad \tilde{\nu}_1 = 0, -1, \quad \tilde{\delta}_1 = i \sqrt{\frac{2mV_0}{\tilde{q}b^2\hbar^2} + \frac{2mE}{b^2\hbar^2}}, \quad \tilde{\epsilon}_1^2 = -\frac{2mE}{b^2\hbar^2} \quad (3.2.2.11)$$

olarak verilmektedir.

$x \rightarrow -\infty$ ve $x \rightarrow \infty$ limitlerine bakıldığında düzenli çözümler aşağıdaki biçiminde elde edilir:

$$\psi_{sol}(y) = A_1 y^{\mu_1} (1-y)^{\nu_1} {}_2F_1(\mu_1 + \nu_1 + \delta_1, \mu_1 + \nu_1 - \delta_1, 1 + 2\mu_1; y), \quad (3.2.2.12)$$

$$\psi_{sağ}(z) = A_2 z^{\tilde{\mu}_1} (1-z)^{-\tilde{\nu}_1} {}_2F_1(\tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 + \tilde{\delta}_1, \tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 - \tilde{\delta}_1, 1 + 2\tilde{\mu}_1; z). \quad (3.2.2.13)$$

Bağlı durum enerjileri ile ilgili bilgiyi içeren bağıntıyı bulmak için süreklilik koşulları olan dalga fonksiyonlarının $x = 0$ 'da kendilerinin ve birinci türevlerinin eşit olma koşulları kullanılır. Gerekli işlemler yapıldıktan sonra öz değer koşulu

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \left[(-b\tilde{\mu}_1)\tilde{\sigma}_1^{\tilde{\mu}_1} e^{b\tilde{L}\tilde{\mu}_1} (1-\tilde{\sigma}_1 e^{b\tilde{L}})^{-\tilde{\nu}_1} + (-b\tilde{\nu}_1)\tilde{\sigma}_1^{\tilde{\mu}_1+1} e^{b\tilde{L}(\tilde{\mu}_1+1)} (1-\tilde{\sigma}_1 e^{b\tilde{L}})^{-\tilde{\nu}_1-1} \right] F_7 \right. \\
 & - b\tilde{\sigma}_1^{\tilde{\mu}_1+1} e^{b\tilde{L}(\tilde{\mu}_1+1)} (1-\tilde{\sigma}_1 e^{b\tilde{L}})^{-\tilde{\nu}_1} \frac{(\tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 + \tilde{\delta}_1)(\tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 - \tilde{\delta}_1)}{1+2\tilde{\mu}_1} F_9 \left. \right\} \sigma^{\mu_1} e^{aL\mu_1} (1-\sigma_1 e^{aL})^{\nu_1} F_8 \\
 & - \left\{ \left[(a\mu_1)\sigma_1^{\mu_1} e^{aL\mu_1} (1-\sigma_1 e^{aL})^{\nu_1} + (-a\nu_1)\sigma_1^{\mu_1+1} e^{aL(\mu_1+1)} (1-\sigma_1 e^{aL})^{\nu_1-1} \right] F_8 \right. \\
 & \left. + a\mu_1\sigma_1^{\mu_1+1} e^{aL(\mu_1+1)} (1-\sigma_1 e^{aL})^{\nu_1} \frac{(\mu_1 + \nu_1 + \delta_1)(\mu_1 + \nu_1 - \delta_1)}{1+2\mu_1} F_{10} \right\} \tilde{\sigma}_1^{\tilde{\mu}_1} e^{b\tilde{L}\tilde{\mu}_1} (1-\tilde{\sigma}_1 e^{b\tilde{L}})^{-\tilde{\nu}_1} F_7 = 0
 \end{aligned}
 \tag{3.2.2.14}$$

olarak bulunur. Buradaki katsayıların açık biçimleri Çizelge 3.2.2.1'de verilmektedir.

Çizelge 3.2.2.1. Denklem (3.2.2.14)'deki sabitlerin açık biçimleri.

$\sigma = \frac{q}{p}, \quad \tilde{\sigma} = \frac{\tilde{q}}{\tilde{p}}$
$F_7 = {}_2F_1(\tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 + \tilde{\delta}_1, \tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 - \tilde{\delta}_1, 1 + 2\tilde{\mu}_1; \tilde{\sigma} e^{b\tilde{L}})$
$F_8 = {}_2F_1(\mu_1 + \nu_1 + \delta_1, \mu_1 + \nu_1 - \delta_1, 1 + 2\mu_1; \sigma e^{aL})$
$F_9 = {}_2F_1(\tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 + \tilde{\delta}_1 + 1, \tilde{\mu}_1 - \tilde{\nu}_1 - \tilde{\delta}_1 + 1, 2 + 2\tilde{\mu}_1; \tilde{\sigma} e^{b\tilde{L}})$
$F_{10} = {}_2F_1(\mu_1 + \nu_1 + \delta_1 + 1, \mu_1 + \nu_1 - \delta_1 + 1, 2 + 2\mu_1; \sigma e^{aL})$

4. BULGULAR VE TARTIŞMA

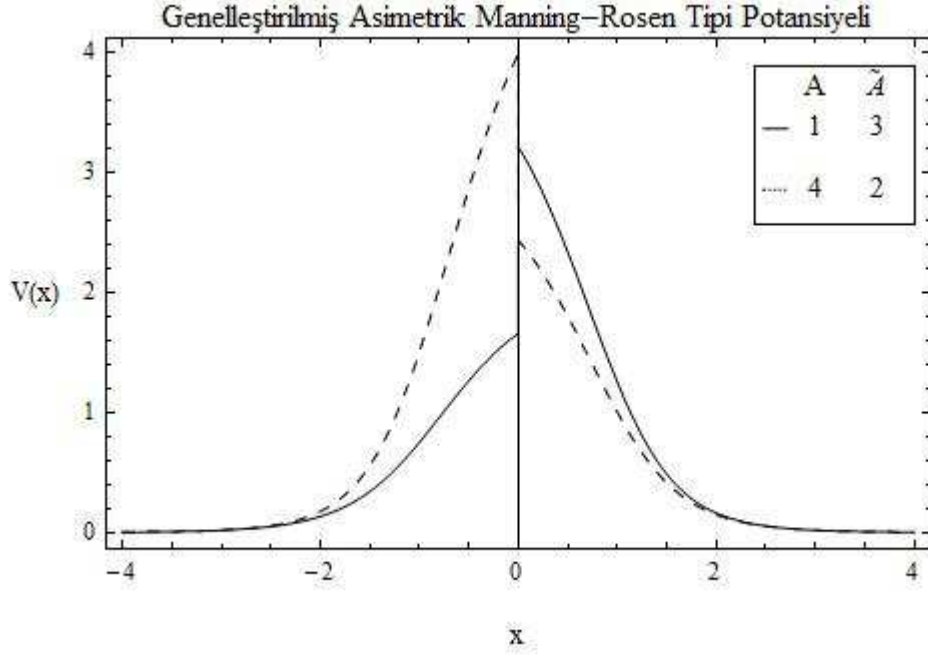
4.1. GENELLEŞTİRİLMİŞ ASİMETRİK MANNING-ROSEN TİPİ POTANSİYELİ

Genelleştirilmiş asimetrik Manning-Rosen (GAMAR) tipi potansiyel

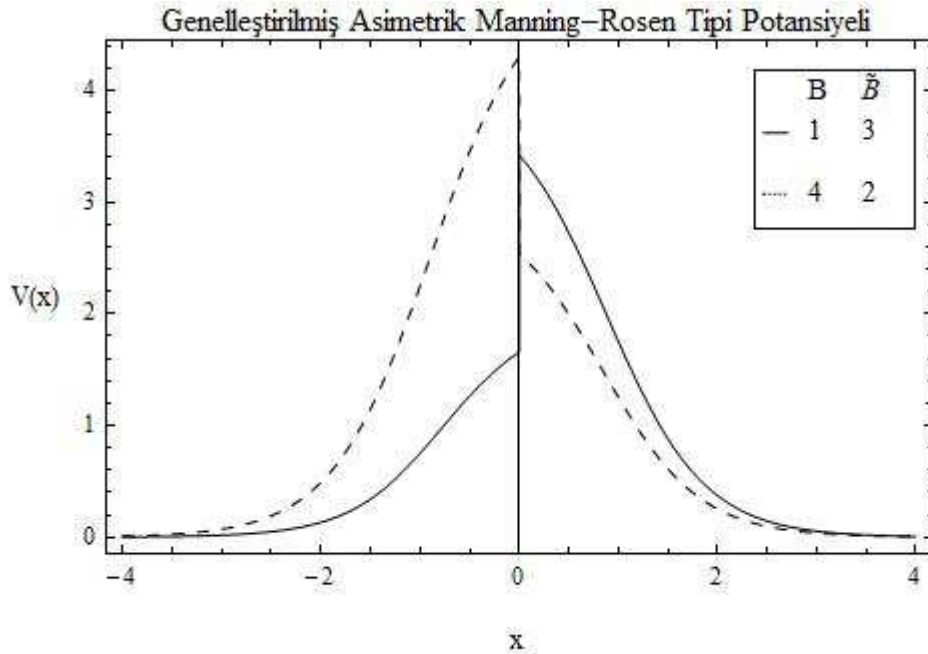
$$V(x) = \left\{ \theta(-x) \left[\frac{Ae^{2a(x+L)}}{(q + pe^{a(x+L)})^2} + \frac{Be^{a(x+L)}}{q + pe^{a(x+L)}} \right] + \theta(x) \left[\frac{\tilde{A}e^{-2b(x-\tilde{L})}}{(\tilde{q} + \tilde{p}e^{-b(x-\tilde{L})})^2} + \frac{\tilde{B}e^{-b(x-\tilde{L})}}{\tilde{q} + \tilde{p}e^{-b(x-\tilde{L})}} \right] \right\} \quad (4.1.1)$$

biçiminde tanımlanır. Burada $\theta(x)$, Heaviside basamak fonksiyonu; A , \tilde{A} , B ve \tilde{B} pozitif ve negatif değerler ve a , b , L , \tilde{L} , p , \tilde{p} , q ve \tilde{q} ise yalnızca pozitif değerler alan potansiyelin biçimini betimleyen parametrelerdir. Ancak potansiyelin içinde yer alan p , \tilde{p} , q ve \tilde{q} parametreleri negatif değer almaları durumunda potansiyelin tekil noktaları oluşur. Bu potansiyeli özel potansiyellere indirgeyebilmek için bu parametrelere negatif değerler verilebilir. GAMAR tipi potansiyel A , \tilde{A} , B ve \tilde{B} parametrelerinin aldığı değerlere bağlı olarak engel ya da kuyu biçiminde olabilir. A , \tilde{A} , B ve \tilde{B} parametreleri pozitif değerler aldığında potansiyelin yapısı engel, negatif değerler aldığında ise potansiyelin yapısı kuyu biçiminde olur. Ayrıca bu parametrelerin bir kısmı pozitif, kalanlar negatif olmaları durumunda da, alacakları değerlere bağlı olarak potansiyel kuyu veya engel olabilmektedir. Bunlar, potansiyel engelinin yüksekliğini ya da potansiyel kuyusunun derinliğini doğru orantılı bir biçimde değiştiren parametrelerdir. A , \tilde{A} , B ve \tilde{B} parametrelerinin potansiyelin biçimini nasıl değiştirdiği Şekil 4.1.1, Şekil 4.1.2 ve Şekil 4.1.3'te açıkça görülmektedir. Ayrıca p ve \tilde{p} , potansiyel engelinin yüksekliğini ya da potansiyel kuyusunun derinliğini değiştiren parametrelerdir. Bu parametrelere verilen değerler arttırıldığında potansiyel engelinin yüksekliği azalırken, verilen değerler azaltıldığında ise potansiyel engelinin yüksekliği artmaktadır. a , b , q , \tilde{q} , L ve \tilde{L} parametreleri ise Denklem (4.1.1)'de paydanın ikinci teriminde çarpan olarak yer aldıkları için birbirleriyle bağlantılı olup alacakları değerlere bağlı olarak potansiyelin biçimini betimlerler. Bu

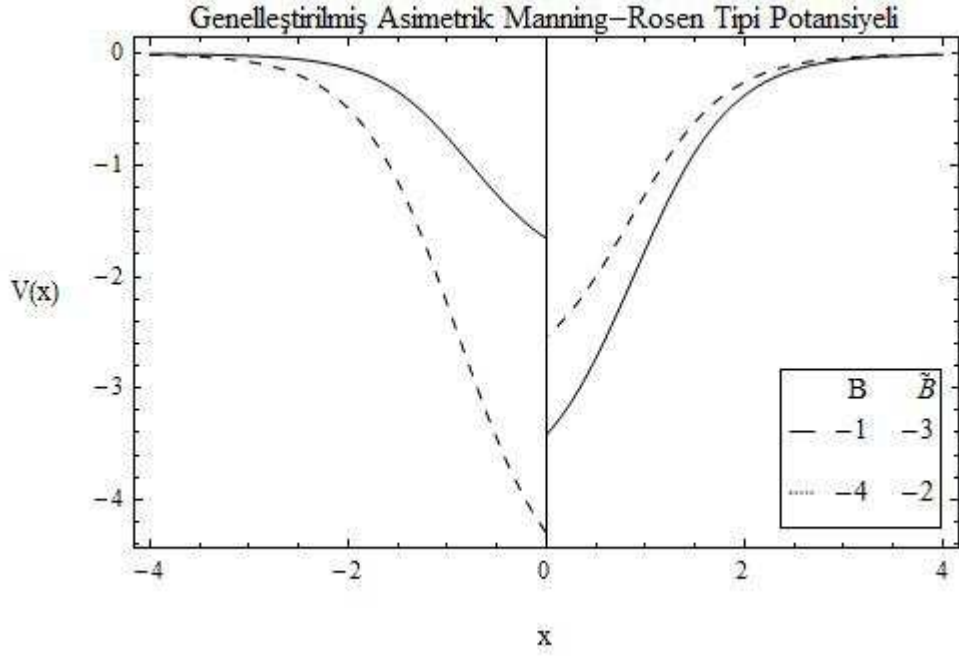
parametrelerinin potansiyelin biçimini nasıl değiştirdiği Şekil 4.1.4, Şekil 4.1.5, Şekil 4.1.6 ve Şekil 4.1.7’de açıkça görülmektedir.



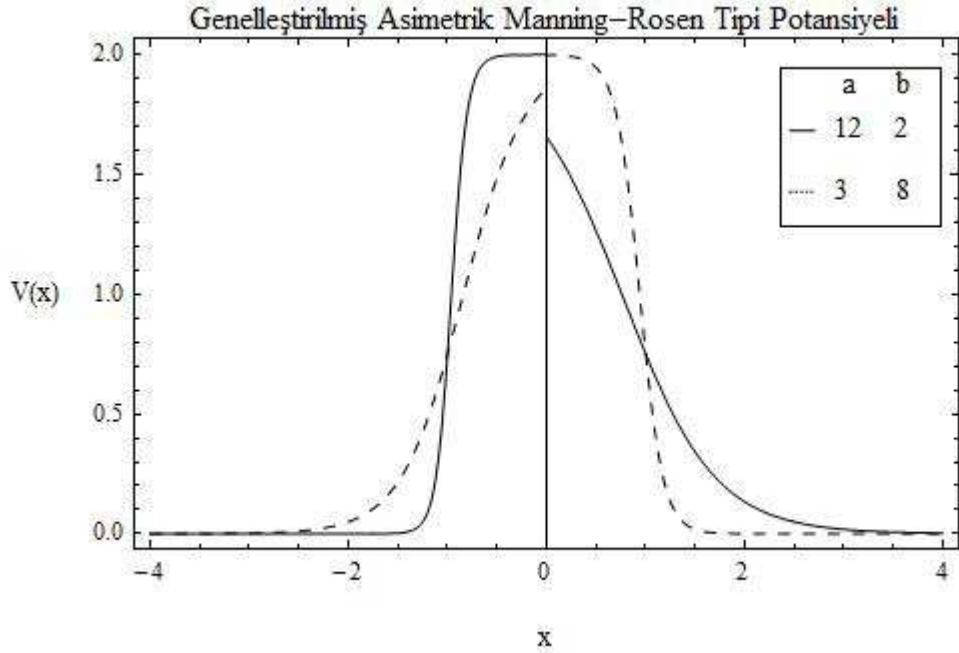
Şekil 4.1.1. GAMAR tipi potansiyelin A ve \tilde{A} parametrelerinin farklı değerlerine karşılık gelen konuma göre değişimi (1). Burada $a = b = 2$, $L = \tilde{L} = 1$, $q = \tilde{q} = 1$, $p = \tilde{p} = 1$ ve $B = \tilde{B} = 1$ ’dir.



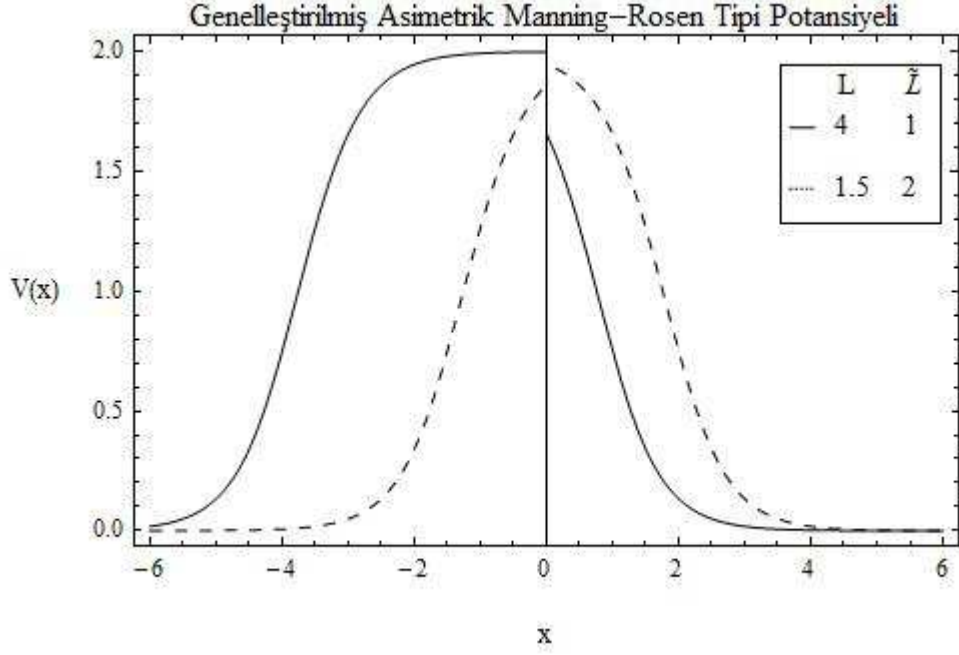
Şekil 4.1.2. GAMAR tipi potansiyelin B ve \tilde{B} parametrelerinin farklı değerlerine karşılık gelen konuma göre değişimi (1). Burada $a = b = 2$, $L = \tilde{L} = 1$, $q = \tilde{q} = 1$, $p = \tilde{p} = 1$ ve $A = \tilde{A} = 1$ ’dir.



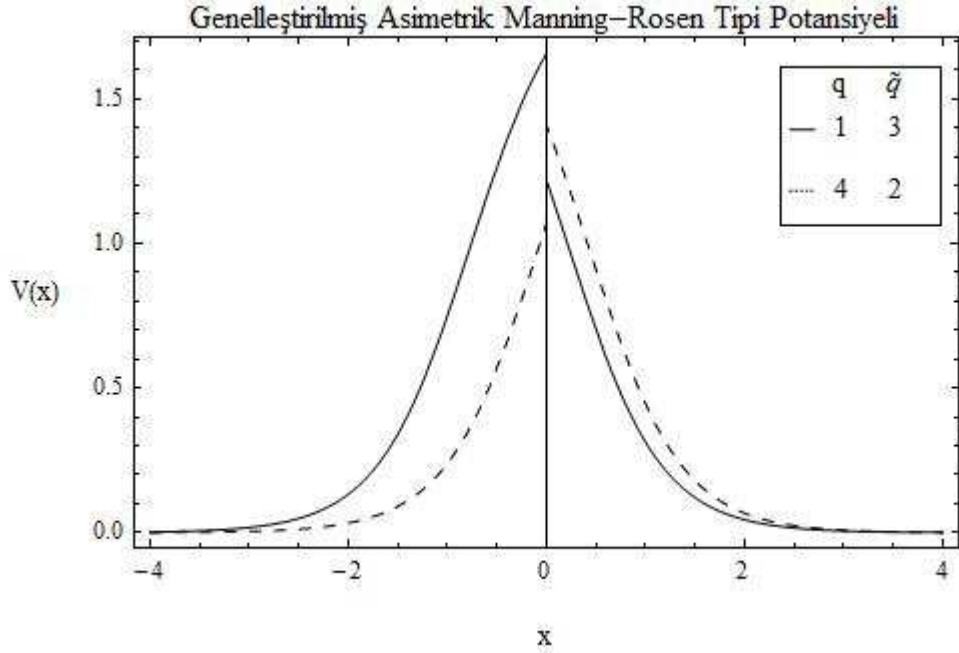
Şekil 4.1.3. GAMAR tipi potansiyelin B ve \tilde{B} parametrelerinin farklı değerlerine karşılık gelen konuma göre değişimi (2). Burada $a = b = 2$, $L = \tilde{L} = 1$, $q = \tilde{q} = 1$, $p = \tilde{p} = 1$ ve $A = \tilde{A} = -1$ 'dir.



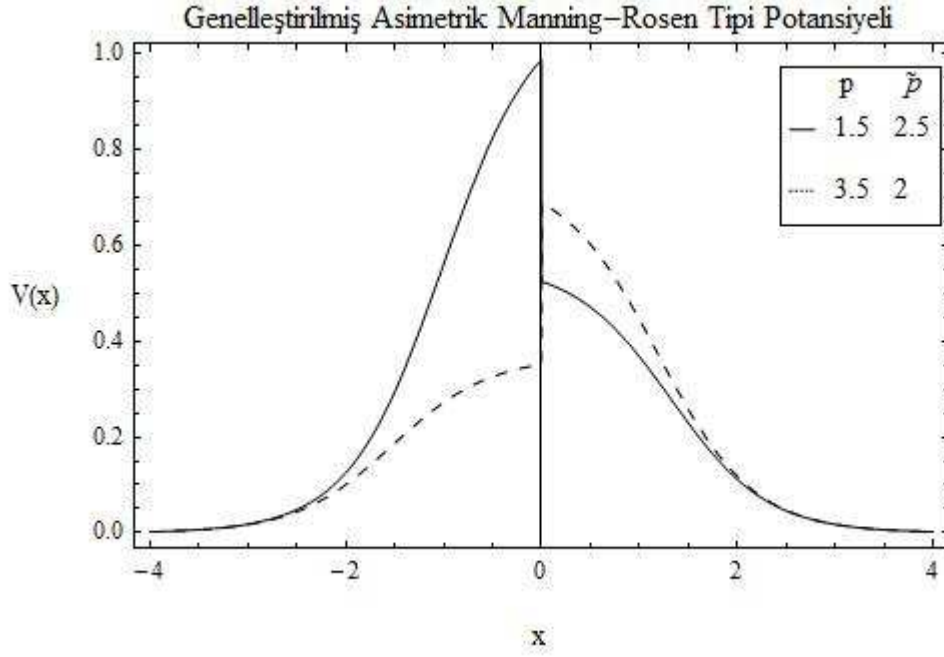
Şekil 4.1.4. GAMAR tipi potansiyelin a ve b parametrelerinin farklı değerlerine karşılık gelen konuma göre değişimi. Burada $L = \tilde{L} = 1$, $q = \tilde{q} = 1$, $p = \tilde{p} = 1$, $B = \tilde{B} = 1$ ve $A = \tilde{A} = 1$ 'dir.



Şekil 4.1.5. GAMAR tipi potansiyelin L ve \tilde{L} parametrelerinin farklı değerlerine karşılık gelen konuma göre değişimi (1). Burada $a = b = 4$, $q = \tilde{q} = 1$, $p = \tilde{p} = 1$, $B = \tilde{B} = 1$ ve $A = \tilde{A} = 1$ 'dir.

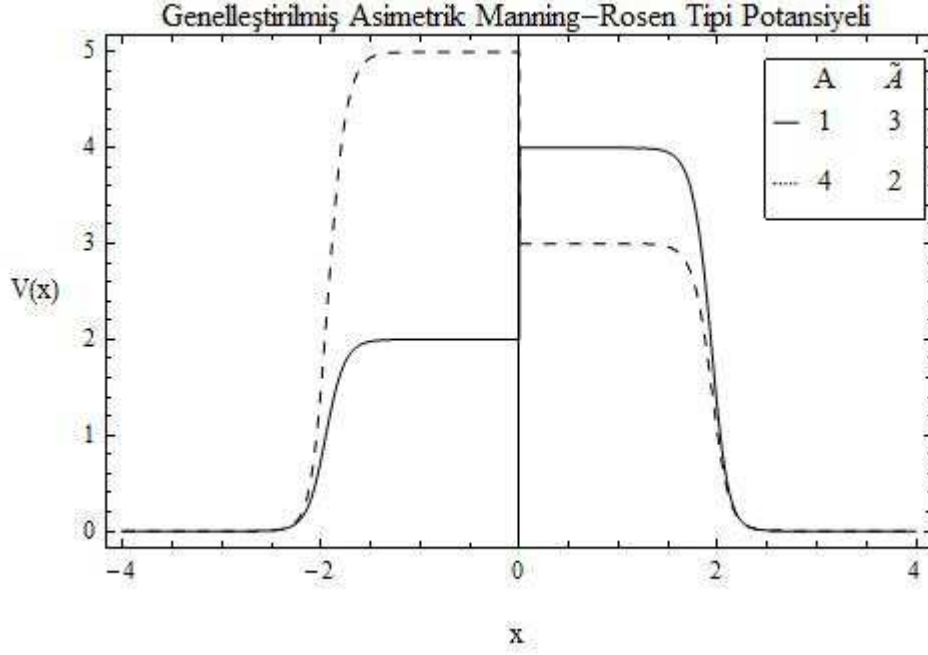


Şekil 4.1.6. GAMAR tipi potansiyelin q ve \tilde{q} parametrelerinin farklı değerlerine karşılık gelen konuma göre değişimi (1). Burada $a = b = 2$, $L = \tilde{L} = 1$, $p = \tilde{p} = 1$, $B = \tilde{B} = 1$ ve $A = \tilde{A} = 1$ 'dir.

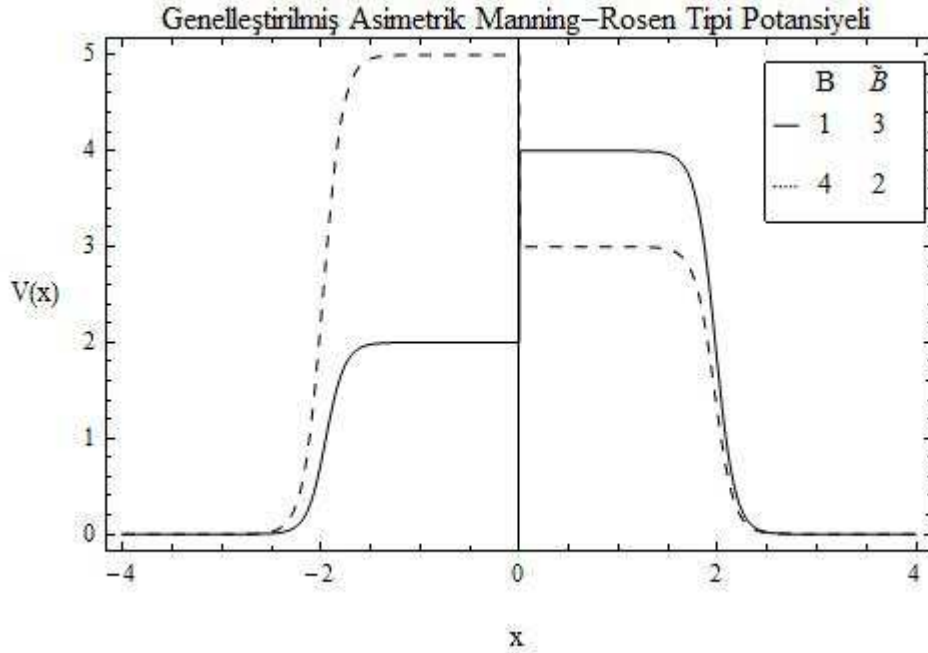


Şekil 4.1.7. GAMAR tipi potansiyelin p ve \tilde{p} parametrelerinin farklı değerlerine karşılık gelen konuma göre değişimi (1). Burada $a = b = 2$, $L = \tilde{L} = 1$, $q = \tilde{q} = 1$, $B = \tilde{B} = 1$ ve $A = \tilde{A} = 1$ 'dir.

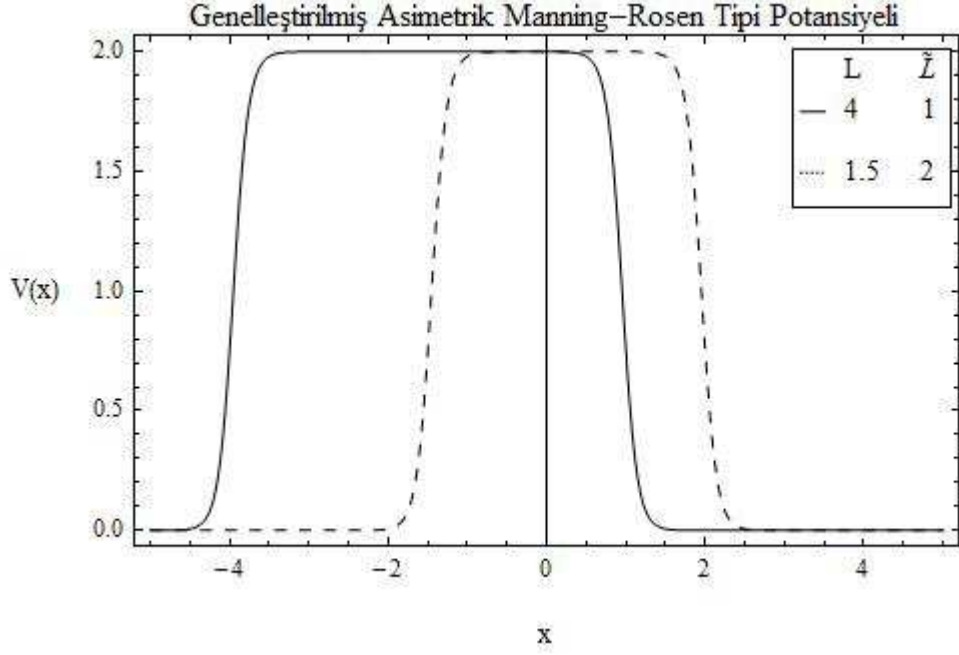
Şekil 4.1.4 de önemli bir sonuç ortaya çıkmaktadır: $-\infty < x < 0$ aralığı için $a.L$ ya da $0 < x < +\infty$ aralığı için $b.\tilde{L}$ çarpımlarının sayısal değerlerinin artması durumunda, diğer parametrelerin değerleri sabit tutulması koşuluyla, potansiyelin biçimi giderek kareye dönüşmektedir. Bu, Şekil 4.1.8, Şekil 4.1.9, Şekil 4.1.10, Şekil 4.1.11 ve Şekil 4.1.12'de açıkça görülmektedir. Bu şekillerde a ve b parametrelerinin dışında kalan parametreler potansiyelin yüksekliğini ya da genişliğini değiştirmektedir.



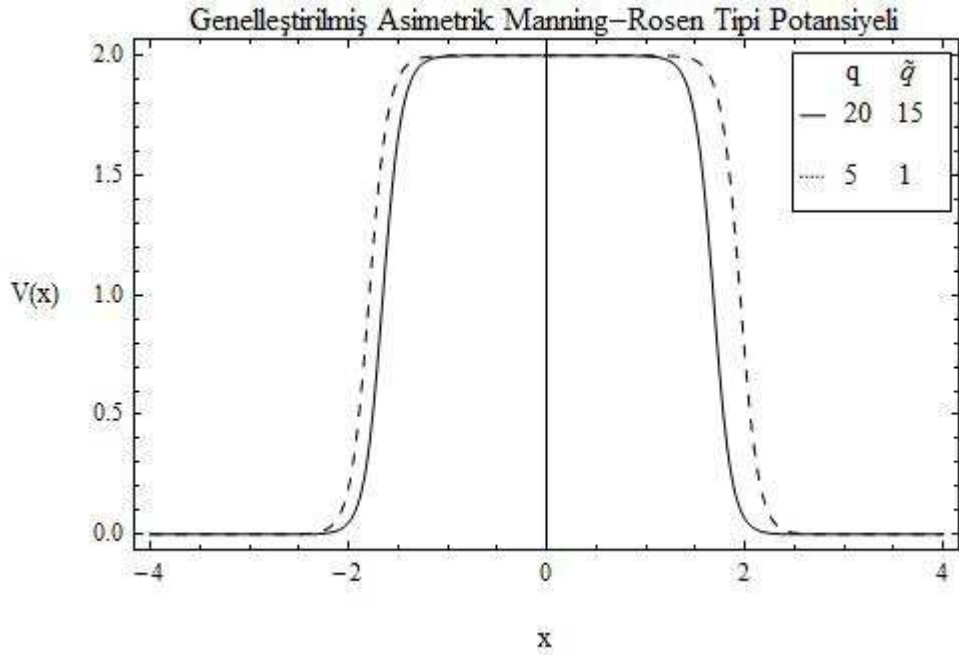
Şekil 4.1.8. GAMAR tipi potansiyelin A ve \tilde{A} parametrelerinin farklı iki değerlerine karşılık gelen konuma göre değişimi (2). Burada $a = b = 10$, $L = \tilde{L} = 2$, $q = \tilde{q} = 1$, $p = \tilde{p} = 1$ ve $B = \tilde{B} = 1$ 'dir.



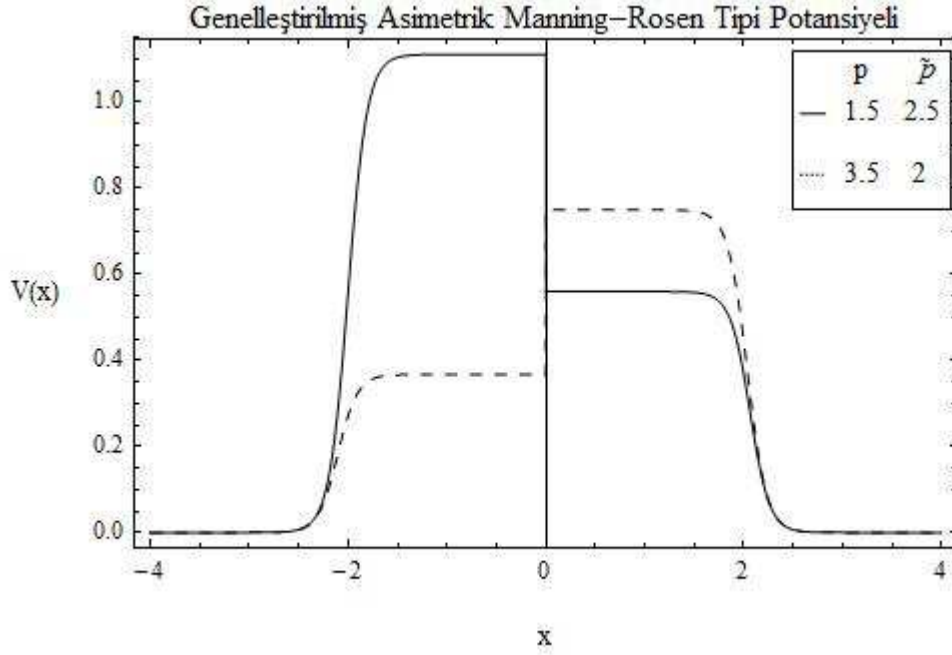
Şekil 4.1.9. GAMAR tipi potansiyelin B ve \tilde{B} parametrelerinin farklı değerlerine karşılık gelen konuma göre değişimi (3). Burada $a = b = 10$, $L = \tilde{L} = 2$, $q = \tilde{q} = 1$, $p = \tilde{p} = 1$ ve $A = \tilde{A} = 1$ 'dir.



Şekil 4.1.10. GAMAR tipi potansiyelin L ve \tilde{L} parametrelerinin farklı değerlerine karşılık gelen konuma göre değişimi (2). Burada $a = b = 10$, $q = \tilde{q} = 1$, $p = \tilde{p} = 1$, $B = \tilde{B} = 1$ ve $A = \tilde{A} = 1$ 'dir.



Şekil 4.1.11. GAMAR tipi potansiyelin q ve \tilde{q} parametrelerinin farklı değerlerine karşılık gelen konuma göre değişimi (2). Burada $a = b = 10$, $L = \tilde{L} = 2$, $p = \tilde{p} = 1$, $B = \tilde{B} = 1$ ve $A = \tilde{A} = 1$ 'dir.



Şekil 4.1.12. GAMAR tipi potansiyelin p ve \tilde{p} parametrelerinin farklı değerlerine karşılık gelen konuma göre değişimi (2). Burada $a = b = 10$, $L = \tilde{L} = 2$, $q = \tilde{q} = 1$, $B = \tilde{B} = 1$ ve $A = \tilde{A} = 1$ 'dir.

GAMAR tipi potansiyel kuantum mekaniğinin bazı uygulamalarında yer alan potansiyellere belli koşullar altında indirgenebilmektedir. Bu potansiyellerden bazıları şöyledir: $A = 0$, $B = 0$, $\tilde{A} = \alpha(\alpha - 1)$, $\tilde{B} = C$, $a = b = \beta$, $L = \tilde{L} = 0$, $p = \tilde{p} = -1$, $q = \tilde{q} = 1$, $0 < x < \infty$ olması durumunda kesim 3'de Denklem (2.2.1) ile verilen Manning-Rosen potansiyeline indirgenmektedir. Eğer $A = \tilde{A} = 0$, $B = \tilde{B} = V_0$, $a = b = \alpha$, $L = \tilde{L} = l$, $p = \tilde{p} = 1$, $q = \tilde{q} = 1$ alınırsa,

$$V(x) = V_0 \left\{ \frac{\theta(-x)}{1 + e^{-\alpha(x+l)}} + \frac{\theta(x)}{1 + e^{\alpha(x-l)}} \right\} \quad (4.1.2)$$

biçiminde verilen standart Woods-Saxon potansiyeline dönüşür. Bu potansiyel $A = \tilde{A} = 0$, $B = \tilde{B} = V_0$, $L = \tilde{L} = 0$, $p = -r$, $\tilde{p} = -\tilde{r}$, $q = \tilde{q} = 1$ koşulları altında aşağıdaki biçimde tanımlanan Hulthen potansiyeli elde edilir:

$$V(x) = V_0 \left\{ \frac{\theta(-x)}{e^{-\alpha x} - r} + \frac{\theta(x)}{e^{\alpha x} - r} \right\}. \quad (4.1.3)$$

Ayrıca $A = \tilde{A} = 0$, $B = \tilde{B} = V_0$, $L = \tilde{L} = 0$, $p = \tilde{p} = 0$, $q = \tilde{q} = 1$ değerleri için

$$V(x) = V_0 \left\{ \theta(-x) e^{ax} + \theta(-x) e^{-bx} \right\} \quad (4.1.4)$$

biçiminde yazılan asimetrik Cusp (ASC) potansiyeline indirgenir. Yalnızca $A = \tilde{A} = V_0$, $B = \tilde{B} = 0$ koşulları kullanılırsa asimetrik Woods-Saxon tipi potansiyeli elde edilir:

$$V(x) = V_0 \left\{ \theta(-x) \left[\frac{e^{a(x+L)}}{q + p e^{a(x+L)}} \right]^2 + \theta(x) \left[\frac{e^{-b(x-\tilde{L})}}{\tilde{q} + \tilde{p} e^{-b(x-\tilde{L})}} \right]^2 \right\}. \quad (4.1.5)$$

4.2. GENELLEŞTİRİLMİŞ ASİMETRİK MANNING-ROSEN POTANSİYELİ İÇİN SCHRÖDINGER DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ

Görelili olmayan, spinsiz ve m kütleli parçacıkları betimleyen bir dış potansiyel alanındaki bir boyutta zamandan bağımsız Schrödinger denklemi, ($\hbar = 1$)

$$\left\{ \frac{d^2}{dx^2} + 2m[E - V(x)] \right\} \psi(x) = 0 \quad (4.2.1)$$

biçiminde tanımlanmaktadır.

Parçacıkların Denklem (4.1.1)'de verilen potansiyel ile etkileşimi sonucunda oluşan saçılma ve bağlı durumların belirlenebilmesi için Schrödinger denklemini $x < 0$ ve $x > 0$ bölgelerinde çözmek gerekmektedir.

$x < 0$ ve $E > 0$ değerleri için, Denklem (4.2.1)

$$\left\{ \frac{d^2}{dx^2} + 2m \left[E - \frac{Ae^{2a(x+L)}}{(q + pe^{a(x+L)})^2} - \frac{Be^{a(x+L)}}{q + pe^{a(x+L)}} \right] \right\} \psi_{sol}(x) = 0 \quad (4.2.3)$$

biçiminde yazılır. Burada $x < 0$ bölgesi için ψ dalga fonksiyonu “Sol” sözcüğü ile etiketlenir. Bu denklemde

$$y = -\frac{P}{q} e^{a(x+L)} \quad (4.2.4)$$

değişken değiştirmesi yapılır ve dalga fonksiyonu

$$\psi_{sol}(y) = y^\mu (1-y)^\nu f(y) \quad (4.2.5)$$

olarak yeniden tanımlanırsa, Denklem (4.2.3) aşağıdaki denkleme dönüşür:

$$y(1-y) \frac{d^2 f(y)}{dy^2} + [(1+2\mu) - (2\mu+2\nu+1)y] \frac{df(y)}{dy} - (\mu+\nu+\gamma)(\mu+\nu-\gamma)f(y) = 0. \quad (4.2.5)$$

Bu denklem, Denklem (3.1.7)’de tanımlanan Gauss hipergeometrik denkleminin çözümü dikkate alındığında aşağıdaki biçimde bulunur:

$$f(y) = A_1 {}_2F_1(\mu+\nu-\gamma, \mu+\nu+\gamma, 1+2\mu; y) + A_2 y^{-2\mu} {}_2F_1(-\mu+\nu-\gamma, -\mu+\nu+\gamma, 1-2\mu; y). \quad (4.2.6)$$

Bu ifade, $\psi_{sol}(y) = y^\mu (1-y)^\nu f(y)$ dalga fonksiyonunda yerine yazılırsa genel çözüm

$$\psi_{sol}(y) = A_1 y^\mu (1-y)^\nu {}_2F_1(\mu+\nu-\gamma, \mu+\nu+\gamma, 1+2\mu; y) + A_2 y^{-\mu} (1-y)^\nu {}_2F_1(-\mu+\nu-\gamma, -\mu+\nu+\gamma, 1-2\mu; y) \quad (4.2.7)$$

biçiminde elde edilir. Burada fonksiyonlar içindeki parametreler

$$\mu = i\frac{k}{a}, \quad \nu = \frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{8mA}{a^2 p^2}}\right),$$

$$\gamma = i\sqrt{\frac{2m}{a^2}\left(E - \frac{A}{p^2} - \frac{B}{p}\right)}, \quad k = \sqrt{2mE}, \quad (4.2.8)$$

olarak tanımlanmaktadır.

$x > 0$ ve $E > 0$ değerleri için: Denklem (4.2.1)

$$\left\{ \frac{d^2}{dx^2} + 2m \left[E - \frac{\tilde{A}e^{-2b(x-\tilde{L})}}{(\tilde{q} + \tilde{p}e^{-b(x-\tilde{L})})^2} - \frac{\tilde{B}e^{-b(x-\tilde{L})}}{\tilde{q} + \tilde{p}e^{-b(x-\tilde{L})}} \right] \right\} \psi_{Sağ}(x) = 0 \quad (4.2.9)$$

biçiminde olur. Burada $x > 0$ bölgesi için ψ dalga fonksiyonu “Sağ” sözcüğü ile etiketlenir. Bu denklemde

$$z = -\frac{\tilde{p}}{\tilde{q}} e^{-b(x-\tilde{L})} \quad (4.2.10)$$

değişken değiştirmesi yapılır ve dalga fonksiyonu

$$\psi_{Sağ}(z) = z^{\mu_1} (1-z)^{\nu_1} h(z) \quad (4.2.11)$$

olarak yeniden tanımlanırsa, Denklem (4.2.9) aşağıdaki denkleme dönüşür:

$$z(1-z)\frac{d^2 h(z)}{dz^2} + [(1+2\mu_1) - (2\mu_1 + 2\nu_1 + 1)z] \frac{dh(z)}{dz} - (\mu_1 + \nu_1 + \gamma_1)(\mu_1 + \nu_1 - \gamma_1)h(z) = 0. \quad (4.2.12)$$

Bu denklem Gauss hipergeometrik denkleme benzediği için çözüm

$$h(z) = A_3 F_1(\mu_1 + \nu_1 - \gamma_1, \mu_1 + \nu_1 + \gamma_1, 1 + 2\mu_1; z) + A_4 z^{-2\tilde{\mu}} {}_2F_1(-\mu_1 + \nu_1 - \gamma_1, -\mu_1 + \nu_1 + \gamma_1, 1 - 2\mu_1; z) \quad (4.2.13)$$

olur. Bu ifade, $\psi_{sağ}(z) = z^{\mu_1} (1-z)^{\nu_1} h(z)$ dalga fonksiyonunda yerine yazılırsa genel çözüm

$$\psi_{sağ}(z) = A_3 z^{\mu_1} (1-z)^{\nu_1} {}_2F_1(\mu_1 + \nu_1 - \gamma_1, \mu_1 + \nu_1 + \gamma_1, 1 + 2\mu_1; z) + A_4 z^{-\mu_1} (1-z)^{\nu_1} {}_2F_1(-\mu_1 + \nu_1 - \gamma_1, -\mu_1 + \nu_1 + \gamma_1, 1 - 2\mu_1; z) \quad (4.2.14)$$

olarak elde edilir. Burada fonksiyonlar içinde yer alan parametreler aşağıdaki biçimde verilmektedir:

$$\mu_1 = i \frac{k}{b}, \quad \nu_1 = \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{8m\tilde{A}}{b^2\tilde{p}^2}} \right) \\ \gamma_1 = i \sqrt{\frac{2m}{b^2} \left(E - \frac{\tilde{A}}{\tilde{p}^2} - \frac{\tilde{B}}{\tilde{p}} \right)}, \quad k = \sqrt{2mE} \quad (4.2.15)$$

4.2.1. Saçılma Durumları

Saçılma durumlarını elde edebilmek için Denklem (4.2.7) ve Denklem (4.2.14)'de elde edilen çözümlerin asimptotik davranışlarına bakılması gerekmektedir.

$x < 0$ bölgesi için; $x \rightarrow -\infty$ 'a giderken $y \rightarrow 0$ 'a gider, bu durumda ${}_2F_1(\xi_1, \xi_2, \xi_3; y) \rightarrow 1$ değerini alır. Buna göre çözüm

$$\psi_{sol}(x) \rightarrow A_1 \left(-\frac{p}{q} \right)^{i \frac{k}{a}} e^{ik(x+L)} + A_2 \left(-\frac{p}{q} \right)^{-i \frac{k}{a}} e^{-ik(x+L)} \quad (4.2.1.1)$$

olur.

$x > 0$ değerleri için; $x \rightarrow \infty$ 'a giderken $z \rightarrow 0$ ve ${}_2F_1(\xi_1, \xi_2, \xi_3; z) \rightarrow 1$ 'e gider. Bu durumda çözüm

$$\psi_{sağ}(x) \rightarrow A_4 \left(-\frac{\tilde{p}}{\tilde{q}} \right)^{-i\frac{k}{b}} e^{ik(x-\tilde{L})} \quad (4.2.1.2)$$

biçiminde olur. Böylece genel çözüm aşağıdaki biçimde elde edilir:

$$\psi(x) = \begin{cases} A_1 \left(-\frac{p}{q} \right)^{i\frac{k}{a}} e^{ik(x+L)} + A_2 \left(-\frac{p}{q} \right)^{-i\frac{k}{a}} e^{-ik(x+L)}, & x \rightarrow -\infty \\ A_4 \left(-\frac{\tilde{p}}{\tilde{q}} \right)^{-i\frac{k}{b}} e^{ik(x-\tilde{L})}, & x \rightarrow +\infty. \end{cases} \quad (4.2.1.3)$$

Kesim 3.1.1. de olasılık akısı için verilen Denklem (3.1.1.3), Denklem (3.1.1.4) ve Denklem (3.1.1.5) kullanılırsa, yansıma (R) ve geçiş (T) katsayıları, aşağıdaki biçimde elde edilir:

$$R = \frac{j_{yan}}{j_{gel}} = e^{\frac{4\pi k}{a}} \left| \frac{A_2}{A_1} \right|^2, \quad T = \frac{j_{geçiş}}{j_{gel}} = e^{2\pi k \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)} \left| \frac{A_4}{A_1} \right|^2. \quad (4.2.1.4)$$

Burada A_1 , A_2 ve A_4 katsayıları bilinmemektedir. Bu katsayıları bulmak için kesim 3.1.1'de tanımlanan Denklem (3.1.1.8)'deki süreklilik koşulları kullanılırsa

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{[(C_{10} + C_{11})F_3 + C_{12}F_6]C_1F_1 - [(C_4 + C_5)F_1 + C_6F_4]C_3F_3}{[(C_7 + C_8)F_2 + C_9F_8]C_3F_3 - [(C_{10} + C_{11})F_3 + C_{12}F_6]C_2F_2} \quad (4.2.1.5)$$

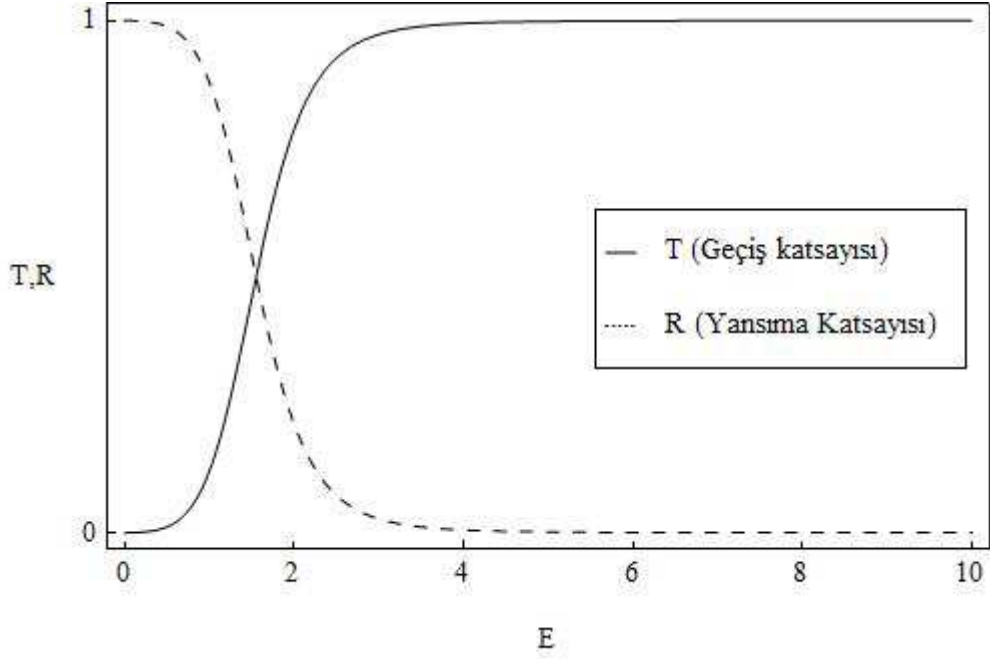
$$\frac{A_4}{A_1} = \frac{[(C_7 + C_8)F_2 + C_9F_5]C_1F_1 - [(C_4 + C_5)F_1 + C_6F_4]C_2F_2}{[(C_7 + C_8)F_2 + C_9F_8]C_3F_3 - [(C_{10} + C_{11})F_3 + C_{12}F_6]C_2F_2} \quad (4.2.1.6)$$

bağıntıları bulunur. Bu ifadelerdeki katsayıların açık biçimleri Çizelge 4.2.1.1'de verilmektedir.

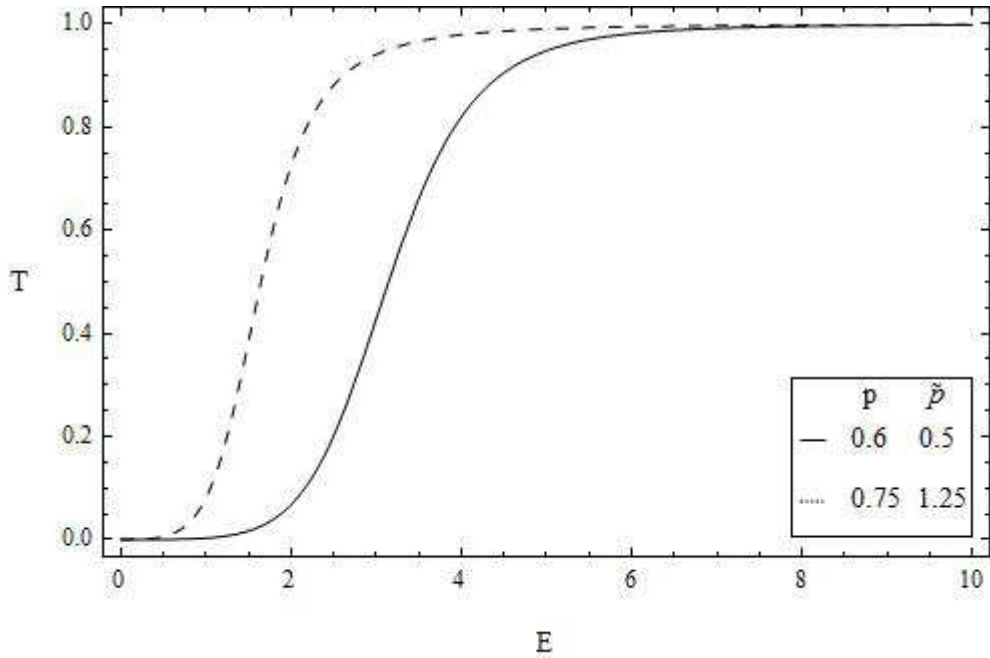
Çizelge 4.2.1.1. Denklem (4.2.1.5) ve Denklem (4.2.1.6)'daki sabitlerin açık biçimleri.

$\sigma = -\frac{p}{q}$, $\tilde{\sigma} = -\frac{\tilde{p}}{\tilde{q}}$, $C_1 = \sigma^\mu e^{a\mu L} (1 - \sigma e^{aL})^\nu$
$C_2 = \sigma^{-\mu} e^{-a\mu L} (1 - \sigma e^{aL})^\nu$, $C_3 = \tilde{\sigma}^{-\mu_1} e^{-b\mu_1 \tilde{L}} (1 - \tilde{\sigma} e^{b\tilde{L}})^{\nu_1}$
$C_4 = \sigma^\mu (a\mu) e^{a\mu L} (1 - \sigma e^{aL})^\nu$ $C_5 = \sigma^\mu e^{a(\mu+1)L} (-a\nu\sigma) (1 - \sigma e^{aL})^{\nu-1}$
$C_6 = \sigma^\mu e^{a(\mu+1)L} (a\sigma) \left[\frac{(\mu + \nu - \gamma)(\mu + \nu + \gamma)}{1 + 2\mu} \right] (1 - \sigma e^{aL})^\nu$
$C_7 = \sigma^{-\mu} (-a\mu) e^{-a\mu L} (1 - \sigma e^{aL})^\nu$, $C_8 = \sigma^{-\mu} e^{-a(\mu+1)L} (-a\nu\sigma) (1 - \sigma e^{aL})^{\nu-1}$
$C_9 = \sigma^{-\mu} e^{-a(\mu+1)L} (a\sigma) \left[\frac{(-\mu + \nu - \gamma)(-\mu + \nu + \gamma)}{1 - 2\mu} \right] (1 - \sigma e^{aL})^\nu$
$C_{10} = \tilde{\sigma}^{-\mu_1} (b\mu_1) e^{-b\mu_1 \tilde{L}} (1 - \tilde{\sigma} e^{b\tilde{L}})^{\nu_1}$, $C_{11} = \tilde{\sigma}^{-\mu_1} (b\nu_1 \tilde{\sigma}) e^{-b(\mu_1-1)\tilde{L}} (1 - \tilde{\sigma} e^{b\tilde{L}})^{\nu_1-1}$
$C_{12} = \tilde{\sigma}^{-\mu_1} (-b\tilde{\sigma}) e^{-b(\mu_1-1)\tilde{L}} \left[\frac{(-\mu_1 + \nu_1 - \gamma_1)(-\mu_1 + \nu_1 + \gamma_1)}{1 + 2\mu_1} \right] (1 - \tilde{\sigma} e^{b\tilde{L}})^{\nu_1}$
$F_1 = {}_2F_1(\mu + \nu - \gamma, \mu + \nu + \gamma, 1 + 2\mu; \sigma e^{aL})$
$F_2 = {}_2F_1(-\mu + \nu - \gamma, -\mu + \nu + \gamma, 1 - 2\mu; \sigma e^{aL})$
$F_3 = {}_2F_1(-\mu_1 + \nu_1 - \gamma_1, -\mu_1 + \nu_1 + \gamma_1, 1 - 2\mu_1; \tilde{\sigma} e^{b\tilde{L}})$
$F_4 = {}_2F_1(\mu + \nu - \gamma + 1, \mu + \nu + \gamma + 1, 2 + 2\mu; \sigma e^{aL})$
$F_5 = {}_2F_1(-\mu + \nu - \gamma + 1, -\mu + \nu + \gamma + 1, 2 - 2\mu; \sigma e^{aL})$
$F_6 = {}_2F_1(-\mu_1 + \nu_1 - \gamma_1 + 1, -\mu_1 + \nu_1 - \gamma_1 + 1, 2 - 2\mu_1; \tilde{\sigma} e^{b\tilde{L}})$

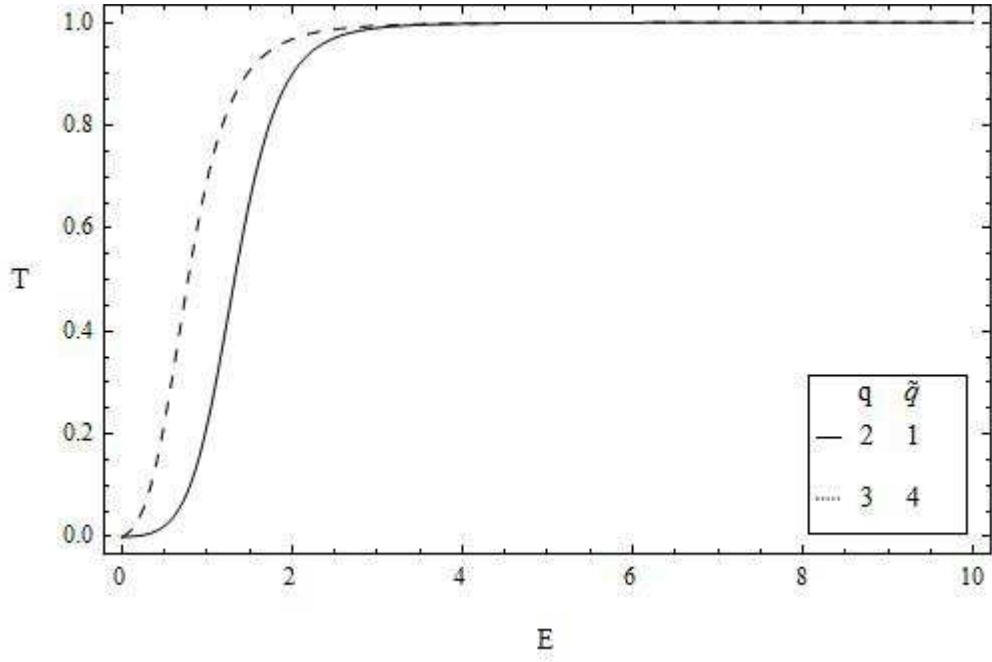
Şekil 4.2.1.1'de görüldüğü gibi, potansiyelin parametrelerinin farklı değerleri için $R + T = 1$, birimsellik koşulu sağlanmaktadır. Şekil 4.2.1.1'de enerjinin artması durumunda yasıma katsayısı asimptotik olarak 0'a, geçiş katsayısı ise asimptotik olarak 1'e yaklaşmaktadır. Ayrıca potansiyelin biçimini betimleyen p , \tilde{p} , q , \tilde{q} , a , b , L , \tilde{L} , A , \tilde{A} , B ve \tilde{B} parametrelerinin geçiş katsayısını nasıl etkiledikleri Şekil 4.2.1.2, Şekil 4.2.1.3, Şekil 4.2.1.4, Şekil 4.2.1.5, Şekil 4.2.1.6, Çizelge 4.2.1.2 ve Çizelge 4.2.1.3'de gösterilmektedir. Çizimlerde görüldüğü biçimde; p , \tilde{p} , q ve \tilde{q} parametrelerinin sayısal değerlerinin artması durumunda geçiş katsayısının değeri artarken a , b , L , \tilde{L} , A , \tilde{A} , B ve \tilde{B} parametrelerinin sayısal değerlerinin artması durumunda ise geçiş katsayısının değeri azalmaktadır.



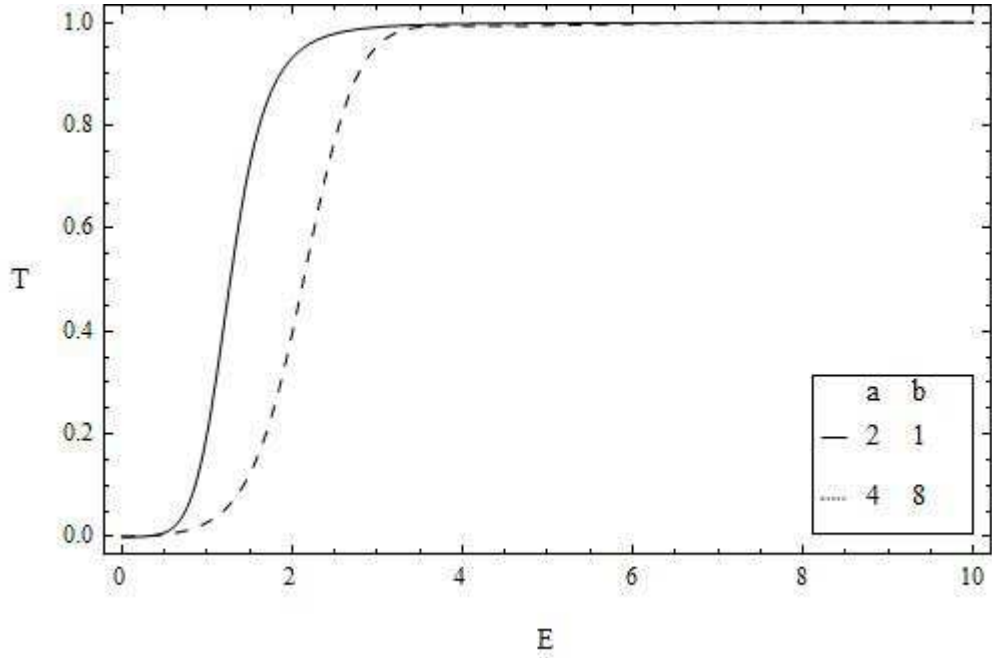
Şekil 4.2.1.1. GAMAR tipi potansiyelden saçılan Schrödinger parçacığı için birimsellik koşulu, geçiş katsayısı ve yansımaya katsayısının enerjiye göre değişimi. Burada $a=b=2$, $L=\tilde{L}=1$, $q=\tilde{q}=1$, $p=\tilde{p}=2$, $A=4$, $\tilde{A}=5$, $B=\tilde{B}=3$ ve $m=1$ 'dir.



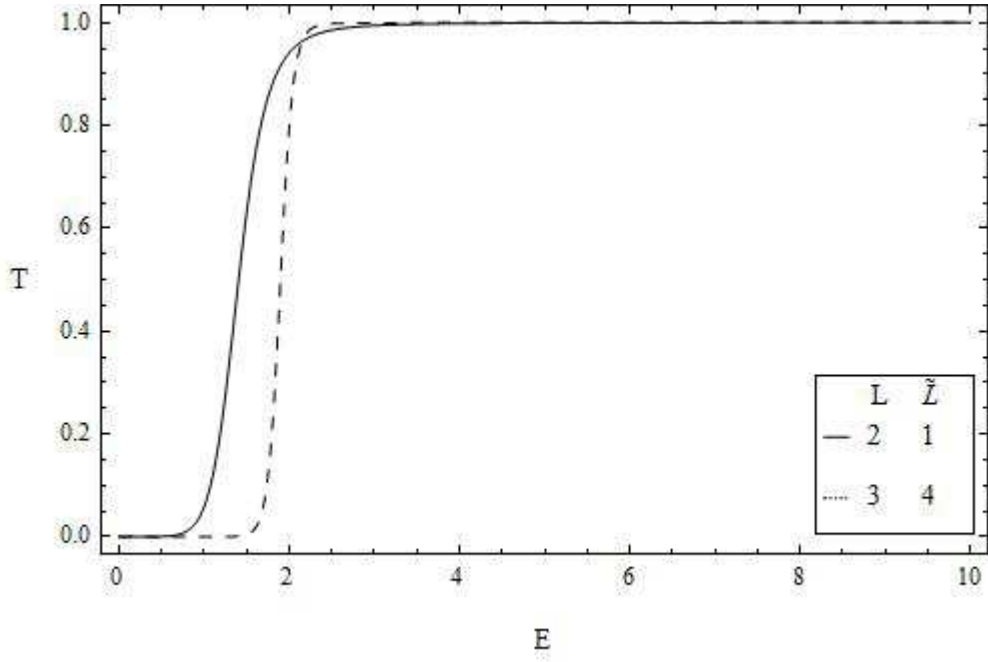
Şekil 4.2.1.2. GAMAR tipi potansiyelden saçılan Schrödinger parçacığı için geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde p ve \tilde{p} parametrelerinin etkisi (1). Burada $q=\tilde{q}=1$, $L=\tilde{L}=1$, $A=\tilde{A}=1$, $a=b=2$, $B=\tilde{B}=1$ ve $m=1$ 'dir.



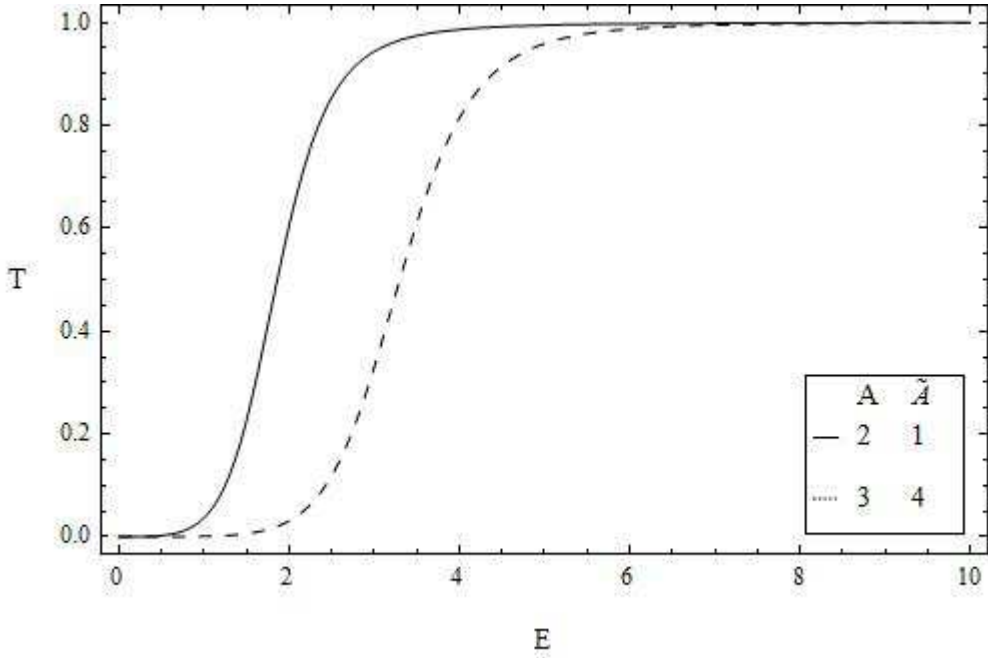
Şekil 4.2.1.3. GAMAR tipi potansiyelden saçılan Schrödinger parçacığı için geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde q ve \tilde{q} parametrelerinin etkisi (1). Burada $a = b = 2$, $A = \tilde{A} = 1$, $L = \tilde{L} = 1$, $p = \tilde{p} = 1$, $B = \tilde{B} = 1$ ve $m = 1$ 'dir.



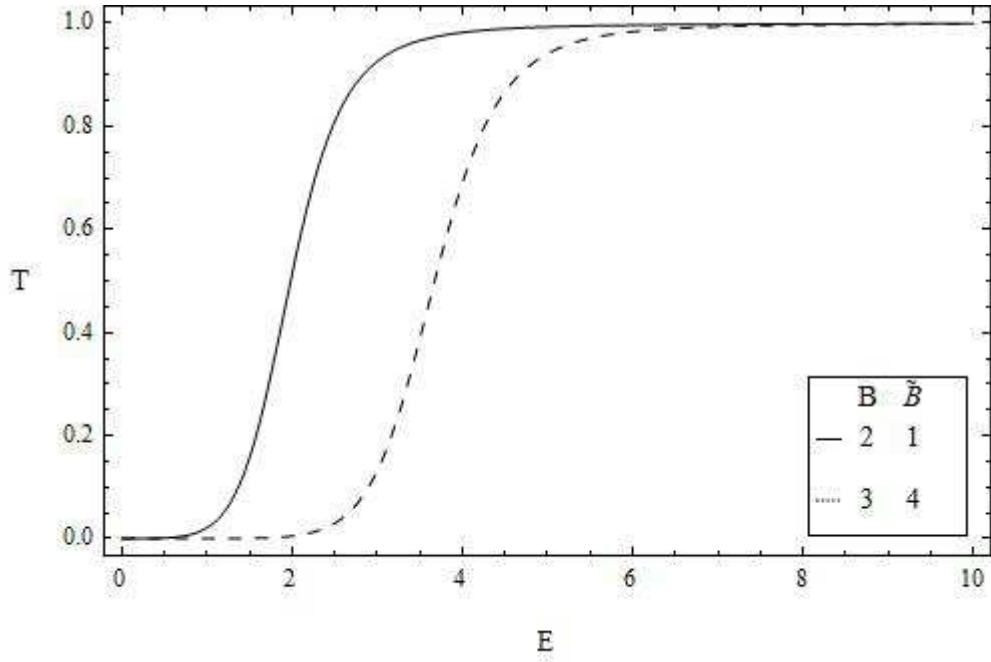
Şekil 4.2.1.4. GAMAR tipi potansiyelden saçılan Schrödinger parçacığı için geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde a ve b parametrelerinin etkisi (1). Burada $q = \tilde{q} = 1$, $L = \tilde{L} = 1$, $A = \tilde{A} = 1$, $p = \tilde{p} = 1$, $B = \tilde{B} = 1$ ve $m = 1$ 'dir.



Şekil 4.2.1.5. GAMAR tipi potansiyelden saçılan Schrödinger parçacığı için geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde L ve \tilde{L} parametrelerinin etkisi (1). Burada $a = b = 1$, $q = \tilde{q} = 1$, $A = \tilde{A} = 1$, $p = \tilde{p} = 1$, $B = \tilde{B} = 1$ ve $m = 1$ 'dir.



Şekil 4.2.1.6. GAMAR tipi potansiyelden saçılan Schrödinger parçacığı için geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde A ve \tilde{A} parametrelerinin etkisi (1). Burada $a = b = 2$, $q = \tilde{q} = 1$, $L = \tilde{L} = 1$, $p = \tilde{p} = 1$, $B = \tilde{B} = 1$ ve $m = 1$ 'dir.



Şekil 4.2.1.7. GAMAR tipi potansiyelden saçılan Schrödinger parçacığı için geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde B ve \tilde{B} parametrelerinin etkisi (1). Burada $a = b = 2$, $q = \tilde{q} = 1$, $L = \tilde{L} = 1$, $p = \tilde{p} = 1$, $A = \tilde{A} = 1$ ve $m = 1$ 'dir.

Çizelge 4.2.1.2. p , \tilde{p} , q ve \tilde{q} parametrelerinin geçiş katsayısına etkilerinin sayısal dökümü.

Table[{{a = 2; b = 2; L = 1; \tilde{L} = 2; q = 1; \tilde{q} = 1; p = 1; \tilde{p} = 1; A = 1; \tilde{A} = 1; B = 1; \tilde{B} = 1; m = 1}; T],
{G, 1.1, 5, 0.05}]

Table[{{a = 2; b = 2; L = 1; \tilde{L} = 2; q = 2; \tilde{q} = 2; p = 2; \tilde{p} = 2; A = 1; \tilde{A} = 1; B = 1; \tilde{B} = 1; m = 1}; T],
{G, 1.1, 5, 0.05}]

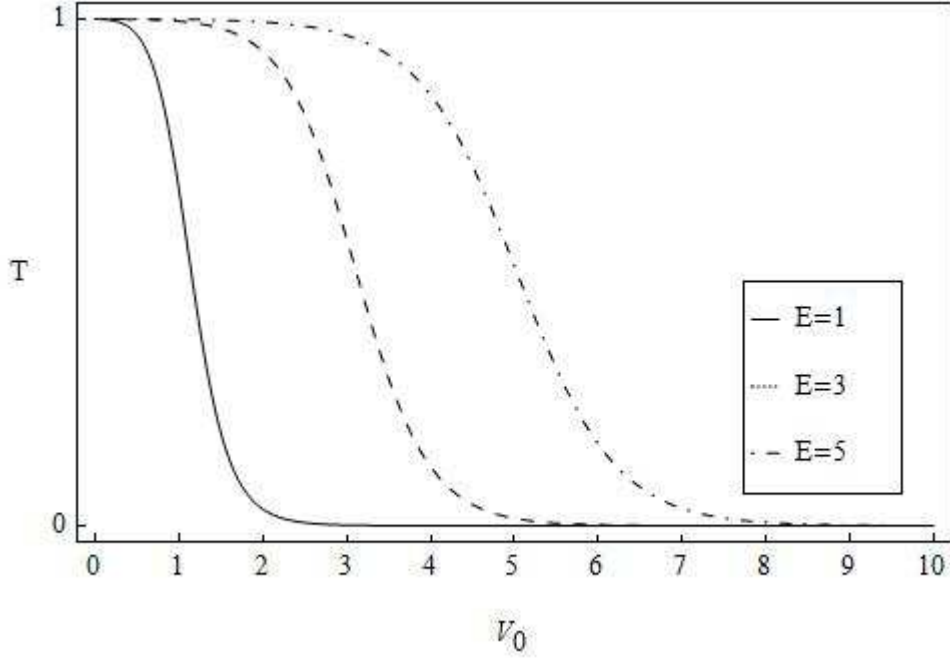
{0.167102}, {0.201227}, {0.239492}, {0.281604}, {0.327046}, {0.37509}, {0.424837}, {0.475288},
{0.525416}, {0.574252}, {0.62095}, {0.664842}, {0.705451}, {0.742501}, {0.775886}, {0.805651},
{0.831947}, {0.855002}, {0.875089}, {0.892501}, {0.907532}, {0.920469}, {0.931577}, {0.941098},
{0.949251}, {0.956228}, {0.962197}, {0.967305}, {0.971679}, {0.975425}, {0.978638}, {0.981396},
{0.983766}, {0.985806}, {0.987564}, {0.989082}, {0.990393}, {0.991529}, {0.992514}, {0.99337},
{0.994116}, {0.994765}, {0.995333}, {0.99583}, {0.996265}, {0.996648}, {0.996985}, {0.997282},
{0.997544}, {0.997776}, {0.997982}, {0.998165}, {0.998327}, {0.998473}, {0.998602},
{0.998718}, {0.998822}, {0.998916}, {0.999}, {0.999076}, {0.999144}, {0.999206}, {0.999263},
{0.999314}, {0.99936}, {0.999402}, {0.999441}, {0.999476}, {0.999509}, {0.999538}, {0.999565},
{0.99959}, {0.999614}, {0.999635}, {0.999655}, {0.999673}, {0.99969}, {0.999705}, {0.99972}}

{0.96846}, {0.975217}, {0.980449}, {0.984511}, {0.987676}, {0.99015}, {0.992092}, {0.993622},
{0.994832}, {0.995793}, {0.99656}, {0.997173}, {0.997666}, {0.998064}, {0.998387}, {0.998649},
{0.998864}, {0.999039}, {0.999184}, {0.999304}, {0.999403}, {0.999486}, {0.999555},
{0.999613}, {0.999662}, {0.999703}, {0.999738}, {0.999768}, {0.999794}, {0.999816}, {0.999835},
{0.999851}, {0.999865}, {0.999878}, {0.999889}, {0.999898}, {0.999907}, {0.999914}, {0.999921},
{0.999927}, {0.999932}, {0.999937}, {0.999941}, {0.999945}, {0.999948}, {0.999951}, {0.999954},
{0.999957}, {0.999959}, {0.999961}, {0.999963}, {0.999965}, {0.999967}, {0.999968}, {0.99997},
{0.999971}, {0.999972}, {0.999973}, {0.999975}, {0.999976}, {0.999977}, {0.999977}, {0.999978},
{0.999979}, {0.99998}, {0.999981}, {0.999981}, {0.999982}, {0.999983}, {0.999983}, {0.999984},
{0.999984}, {0.999985}, {0.999985}, {0.999986}, {0.999986}, {0.999987}, {0.999987}, {0.999987}}

Çizelge 4.2.1.3. a , b , L , \tilde{L} , A , \tilde{A} , B ve \tilde{B} parametrelerinin geçiş katsayısına etkilerinin sayısal dökümü.

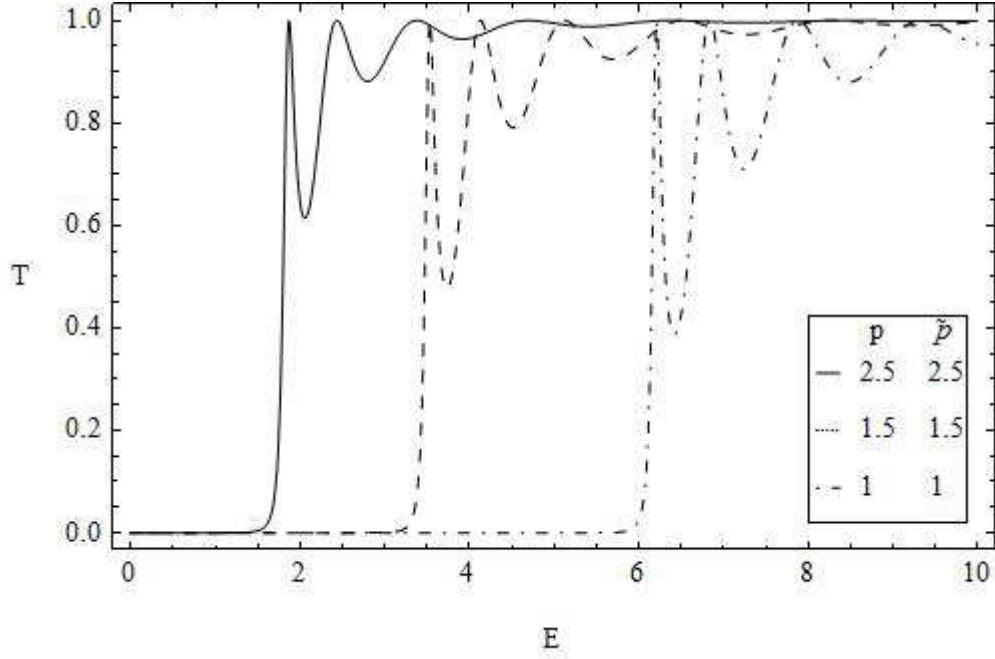
```
Table[{{a = 1; b = 1; L = 1;  $\tilde{L}$  = 1; q = 1;  $\tilde{q}$  = 1; p = 1;  $\tilde{p}$  = 2; A = 1;  $\tilde{A}$  = 1; B = 1;  $\tilde{B}$  = 1; m = 1}; T],
{G, 1.1, 5, 0.05}]
Table[{{a = 2; b = 2; L = 2;  $\tilde{L}$  = 2; q = 1;  $\tilde{q}$  = 1; p = 1;  $\tilde{p}$  = 2; A = 2;  $\tilde{A}$  = 2; B = 2;  $\tilde{B}$  = 2; m = 1}; T],
{G, 1.1, 5, 0.05}]
{{0.784971}, {0.816727}, {0.84305}, {0.864899}, {0.883087}, {0.898288}, {0.911051},
{0.92182}, {0.930951}, {0.938732}, {0.945396}, {0.951129}, {0.956085}, {0.960388}, {0.96414},
{0.967425}, {0.970312}, {0.972859}, {0.975114}, {0.977118}, {0.978904}, {0.980501}, {0.981933},
{0.983222}, {0.984384}, {0.985435}, {0.986388}, {0.987255}, {0.988044}, {0.988765}, {0.989426},
{0.990031}, {0.990587}, {0.9911}, {0.991573}, {0.99201}, {0.992415}, {0.99279}, {0.993139},
{0.993463}, {0.993766}, {0.994048}, {0.994312}, {0.994559}, {0.99479}, {0.995008}, {0.995212},
{0.995404}, {0.995584}, {0.995755}, {0.995915}, {0.996067}, {0.996211}, {0.996347}, {0.996476},
{0.996598}, {0.996714}, {0.996824}, {0.996929}, {0.997028}, {0.997123}, {0.997214}, {0.9973},
{0.997382}, {0.997461}, {0.997536}, {0.997608}, {0.997677}, {0.997743}, {0.997806}, {0.997866},
{0.997924}, {0.99798}, {0.998034}, {0.998085}, {0.998134}, {0.998182}, {0.998228}, {0.998272}}
{{0.0000267104}, {0.0000393141}, {0.0000576524}, {0.0000842145}, {0.000122484}, {0.000177272},
{0.0002551}, {0.00036462}, {0.000516989}, {0.000726101}, {0.00100853}, {0.00138304},
{0.00186962}, {0.00248809}, {0.00325666}, {0.0041908}, {0.00530296}, {0.00660333},
{0.00810138}, {0.00980789}, {0.0117369}, {0.0139071}, {0.0163431}, {0.0190755}, {0.0221413},
{0.0255836}, {0.0294517}, {0.0338007}, {0.0386913}, {0.0441896}, {0.0503666}, {0.0572978},
{0.0650623}, {0.0737421}, {0.0834205}, {0.0941806}, {0.106103}, {0.119265}, {0.133733},
{0.149567}, {0.166811}, {0.18549}, {0.205611}, {0.227156}, {0.25008}, {0.27431}, {0.299746},
{0.326257}, {0.353687}, {0.381858}, {0.410571}, {0.439616}, {0.468776}, {0.497831}, {0.52657},
{0.554794}, {0.582321}, {0.608989}, {0.634662}, {0.65923}, {0.682609}, {0.704741}, {0.72559},
{0.745146}, {0.763413}, {0.780417}, {0.796192}, {0.810786}, {0.824255}, {0.836657}, {0.848058},
{0.858522}, {0.868115}, {0.876901}, {0.884944}, {0.892303}, {0.899036}, {0.905197}, {0.910835}}
```

Potansiyelde $A = \tilde{A} = B = \tilde{B} = V_0$ tanımı yapılması durumunda geçiş katsayısının V_0 'a göre değişimi Şekil 4.2.1.8'de verilmektedir. Burada V_0 , potansiyel engelinin yüksekliğini değiştiren parametredir. Şekil 4.2.1.8'de görüldüğü biçimde, potansiyel engelinin yüksekliğinin sıfıra gitmesi durumunda, geçiş katsayısının değeri 1'e, potansiyel engelinin yüksekliğinin artması durumunda ise geçiş katsayısının değeri 0'a yaklaşmaktadır. Ayrıca enerji değerlerinin artması durumunda geçiş katsayısının değeri de artmaktadır.

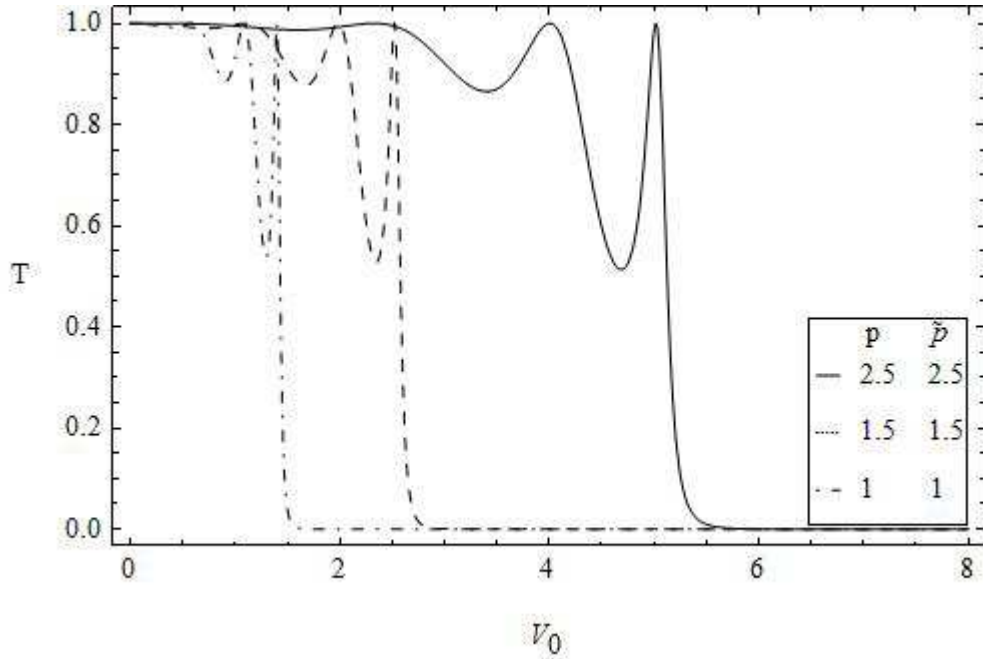


Şekil 4.2.1.8. GAMAR tipi potansiyelden saçılan Schrödinger parçacığı için geçiş katsayısının V_0 'a göre değişimi. Burada $a = b = 3$, $L = \tilde{L} = 0.5$, $q = \tilde{q} = 1$, $p = \tilde{p} = 1$, $A = \tilde{A} = B = \tilde{B} = V_0$ ve $m = 1$ 'dir.

Potansiyelde paydalarda yer alan $a.L$ ve $b.\tilde{L}$ çarpımlarının sayısal değerlerinin arttırılması ve diğer parametrelerin değerleri sabit tutulması durumunda potansiyel giderek kare biçimine dönüşmektedir. Potansiyelin kare biçimine dönüşmesi durumunda, geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde parametrelerle ilgili önemli bir sonuç ortaya çıkmaktadır. Şekil 4.2.1.9'da görüldüğü biçimde $A = \tilde{A}$, $B = \tilde{B}$ ve $p = \tilde{p}$ olması durumunda p parametresinin değişmesiyle geçiş katsayısının enerjiye göre 1'e ulaşma noktaları $E \rightarrow [(A + Bp) / p^2]$ koşuluna uymaktadır. Bu ifadede tanımlanan E değeri, parçacığın potansiyel engelini geçebilmesi için sahip olması gereken minimum enerji değeridir. Parçacık bu enerji değerinde potansiyel engelinden geçmeye başlar. Benzer biçimde parametrelerde $A = \tilde{A} = B = \tilde{B} = V_0$ ve $p = \tilde{p}$ tanımı yapıldığında Şekil 4.2.1.10'da görüldüğü biçimde geçiş katsayısının V_0 'a göre değişimi, $V_0 \rightarrow [p^2 / (p + 1)]E$ koşuluna uymaktadır.

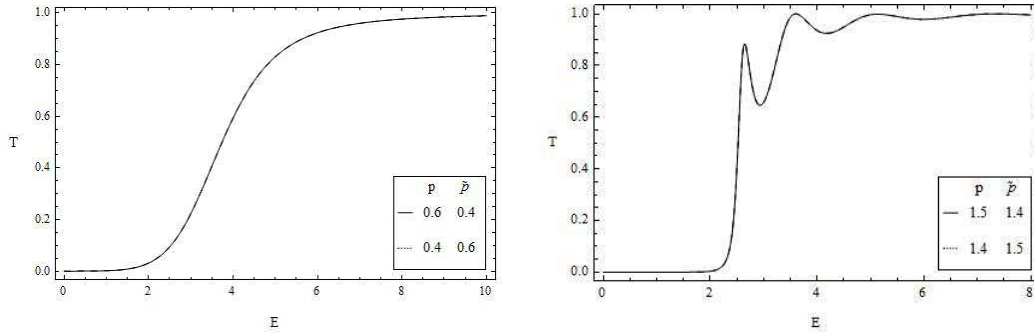


Şekil 4.2.1.9. GAMAR tipi potansiyelden saçılan Schrödinger parçacığı için geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde p ve \tilde{p} parametrelerinin etkisi (2). Burada $q = \tilde{q} = 1$, $L = 2$, $\tilde{L} = 3$, $A = \tilde{A} = 3$, $a = b = 10$, $B = \tilde{B} = 3$ ve $m = 1$ 'dir.

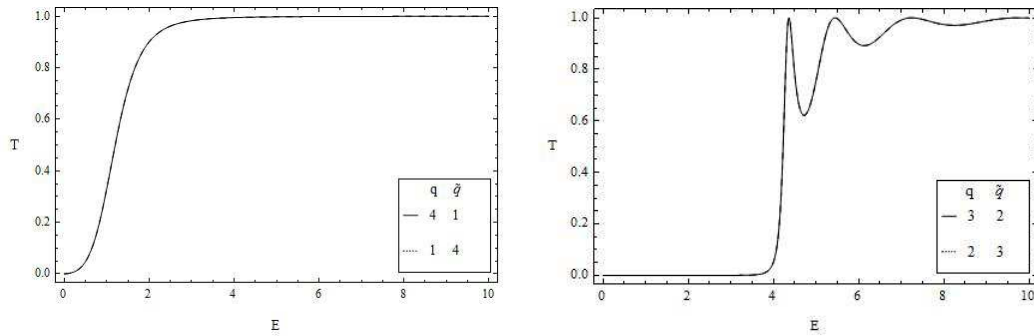


Şekil 4.2.1.10. GAMAR tipi potansiyelden saçılan Schrödinger parçacığı için geçiş katsayısının V_0 'a göre değişiminde p ve \tilde{p} parametrelerinin etkisi. Burada $q = \tilde{q} = 1$, $L = 2$, $\tilde{L} = 3$, $a = b = 10$, $A = \tilde{A} = B = \tilde{B} = V_0$, $E = 3$ ve $m = 1$ 'dir.

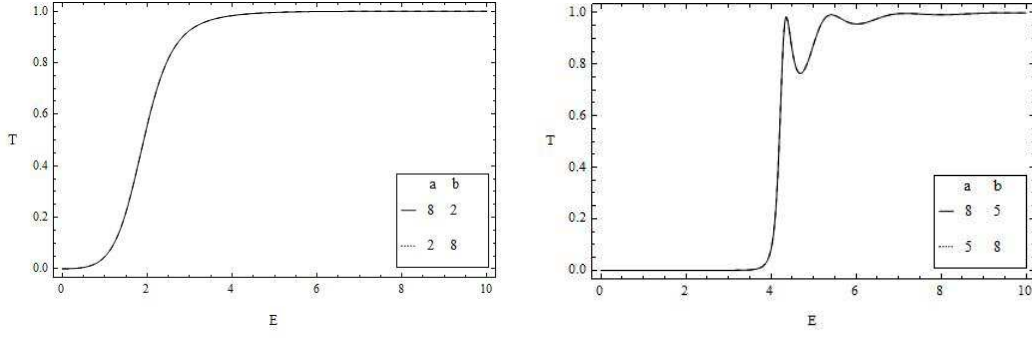
Şekil 4.2.1.11'deki çizimlerde görüldüğü biçimde p ve \tilde{p} parametrelerinin $p < \tilde{p}$ ya da $p > \tilde{p}$ değerlerinde geçiş katsayısı, her iki durumda da değişmemektedir. Bu da Potansiyelin ters çevrilmesi durumunda geçiş katsayısının değişmediğini göstermektedir. Bu durum tüm parametreler için de geçerlidir. Bu, Şekil 4.2.1.12, Şekil 4.2.1.13, Şekil 4.2.1.14, Şekil 4.2.1.15, Şekil 4.2.1.16 ve Çizelge 4.2.1.4'de açıkça görülmektedir.



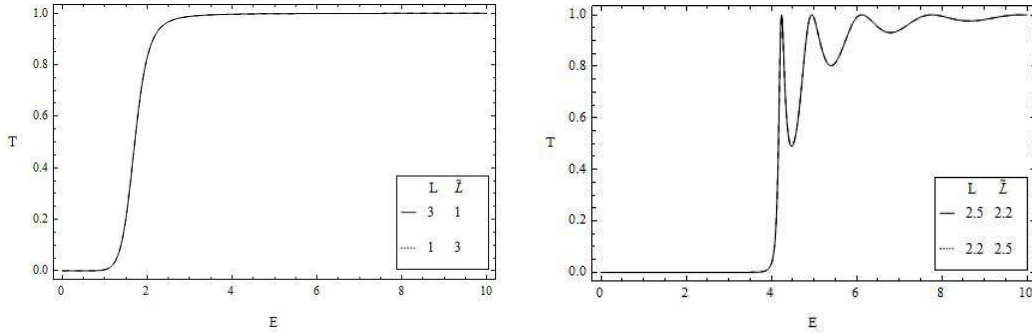
Şekil 4.2.1.11. GAMAR tipi potansiyelden saçılan Schrödinger parçacığı için geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde p ve \tilde{p} parametrelerinin etkisi (3). Soldaki çizim için: $q = \tilde{q} = 1$, $L = \tilde{L} = 1$, $A = \tilde{A} = 1$, $a = b = 2$, $B = \tilde{B} = 1$, $m = 1$ ve sağdaki çizim için: $q = \tilde{q} = 1$, $L = \tilde{L} = 2$, $A = \tilde{A} = 2$, $a = b = 10$, $B = \tilde{B} = 2$ ve $m = 1$ 'dir.



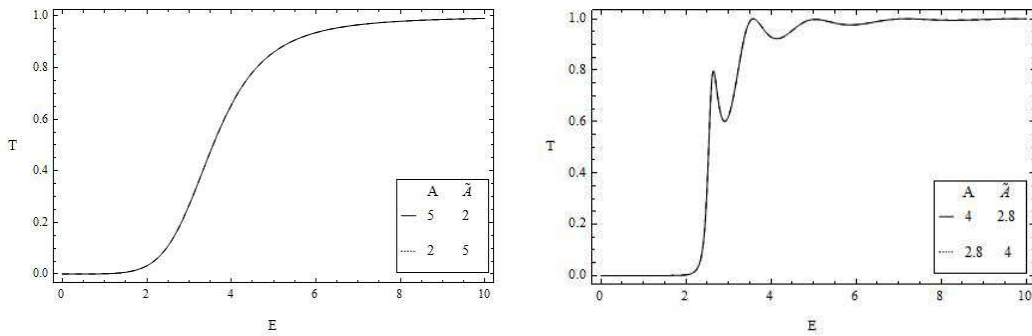
Şekil 4.2.1.12. GAMAR tipi potansiyelden saçılan Schrödinger parçacığı için geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde q ve \tilde{q} parametrelerinin etkisi (2). Soldaki çizim için: $p = \tilde{p} = 1$, $L = \tilde{L} = 1$, $A = \tilde{A} = 1$, $a = b = 2$, $B = \tilde{B} = 1$, $m = 1$ ve sağdaki çizim için: $p = \tilde{p} = 1$, $L = \tilde{L} = 2$, $A = \tilde{A} = 2$, $a = b = 10$, $B = \tilde{B} = 2$ ve $m = 1$ 'dir.



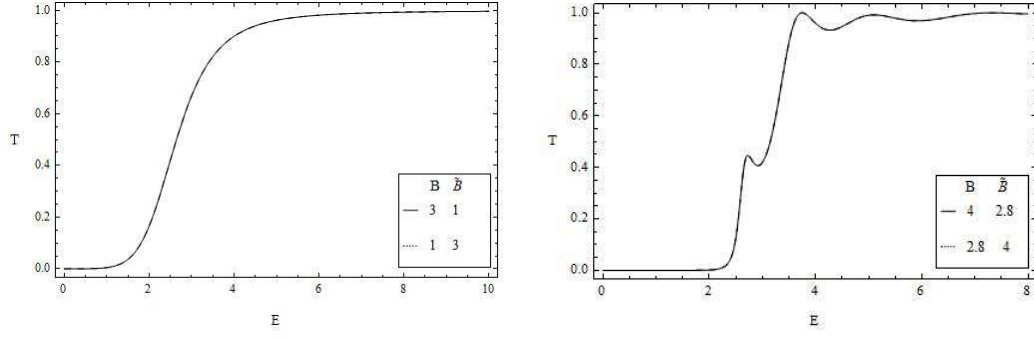
Şekil 4.2.1.13. GAMAR tipi potansiyelden saçılan Schrödinger parçacığı için geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde a ve b parametrelerinin etkisi (2). Soldaki çizim için: $q = \tilde{q} = 1$, $L = \tilde{L} = 1$, $A = \tilde{A} = 1$, $p = \tilde{p} = 1$, $B = \tilde{B} = 1$, $m = 1$ ve sağdaki çizim için: $q = \tilde{q} = 1$, $L = \tilde{L} = 2$, $A = \tilde{A} = 2$, $p = \tilde{p} = 1$, $B = \tilde{B} = 2$ ve $m = 1$ 'dir.



Şekil 4.2.1.14. GAMAR tipi potansiyelden saçılan Schrödinger parçacığı için geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde L ve \tilde{L} parametrelerinin etkisi (2). Soldaki çizim için: $q = \tilde{q} = 1$, $p = \tilde{p} = 1$, $A = \tilde{A} = 1$, $a = b = 1$, $B = \tilde{B} = 1$, $m = 1$ ve sağdaki çizim için: $q = \tilde{q} = 1$, $p = \tilde{p} = 1$, $A = \tilde{A} = 2$, $a = b = 10$, $B = \tilde{B} = 2$ ve $m = 1$ 'dir.



Şekil 4.2.1.15. GAMAR tipi potansiyelden saçılan Schrödinger parçacığı için geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde A ve \tilde{A} parametrelerinin etkisi (2). Soldaki çizim için: $q = \tilde{q} = 1$, $L = \tilde{L} = 1$, $p = \tilde{p} = 1$, $a = b = 2$, $B = \tilde{B} = 1$, $m = 1$ ve sağdaki çizim için: $q = \tilde{q} = 1$, $L = \tilde{L} = 2$, $p = \tilde{p} = 2$, $a = b = 10$, $B = \tilde{B} = 3$ ve $m = 1$ 'dir.



Şekil 4.2.1.16. GAMAR tipi potansiyelden saçılan Schrödinger parçacığı için geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde B ve \tilde{B} parametrelerinin etkisi (2). Soldaki çizim için: $q = \tilde{q} = 1$, $L = \tilde{L} = 1$, $A = \tilde{A} = 1$, $a = b = 2$, $p = \tilde{p} = 1$, $m = 1$ ve sağdaki çizim için: $q = \tilde{q} = 1$, $L = \tilde{L} = 2$, $A = \tilde{A} = 3$, $a = b = 10$, $p = \tilde{p} = 2$ ve $m = 1$ 'dir.

Çizelge 4.2.1.4. GAMAR tipi potansiyelin ters çevrilmesi durumunda geçiş katsayısının aldığı değerlerin sayısal dökümü.

Table[{{a = 3; b = 4; L = 0.5; L-tilde = 0.7; q = 1; q-tilde = 2; p = 1.5; p-tilde = 2.5; A = 4; A-tilde = 5; B = 3; B-tilde = 4.5; m = 1}; T}, {G, 1.1, 5, 0.05}]

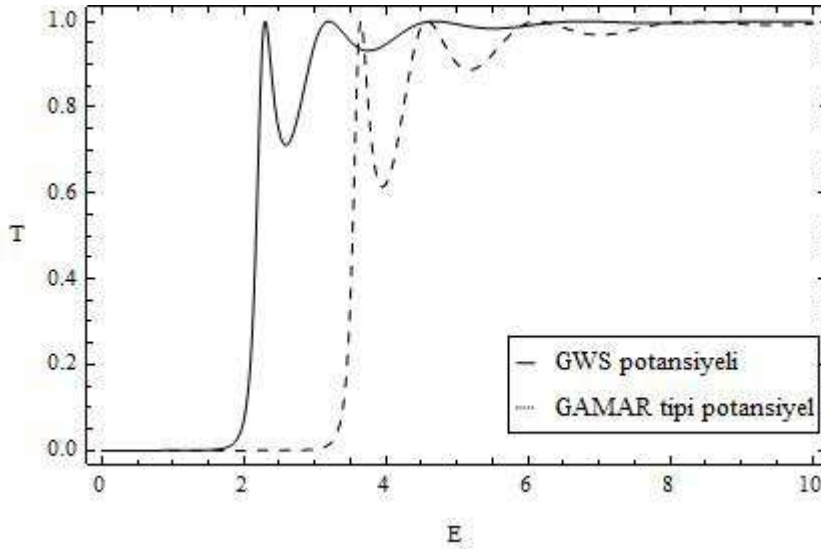
Table[{{a = 4; b = 3; L = 0.7; L-tilde = 0.5; q = 2; q-tilde = 1; p = 2.5; p-tilde = 1.5; A = 5; A-tilde = 4; B = 4.5; B-tilde = 3; m = 1}; T}, {G, 1.1, 5, 0.05}]

```
{0.0312894}, {0.0360151}, {0.0413185}, {0.0472528}, {0.0538732}, {0.0612369}, {0.0694016},
{0.0784252}, {0.088365}, {0.0992759}, {0.11121}, {0.124213}, {0.138325}, {0.15358}, {0.169997},
{0.187587}, {0.206347}, {0.226256}, {0.247282}, {0.26937}, {0.292452}, {0.316442}, {0.341236},
{0.366717}, {0.392754}, {0.419206}, {0.445926}, {0.472762}, {0.49956}, {0.526171}, {0.552451},
{0.578265}, {0.603489}, {0.628014}, {0.651744}, {0.674598}, {0.696513}, {0.717441}, {0.737347},
{0.756211}, {0.774029}, {0.790803}, {0.806548}, {0.821287}, {0.83505}, {0.847872}, {0.859792},
{0.870852}, {0.881097}, {0.890572}, {0.899322}, {0.907393}, {0.914829}, {0.921674}, {0.927968},
{0.933752}, {0.939063}, {0.943938}, {0.94841}, {0.95251}, {0.956269}, {0.959713}, {0.962869},
{0.96576}, {0.968408}, {0.970834}, {0.973056}, {0.975091}, {0.976955}, {0.978664}, {0.980229},
{0.981663}, {0.982979}, {0.984185}, {0.985291}, {0.986305}, {0.987237}, {0.988092}, {0.988878}
```

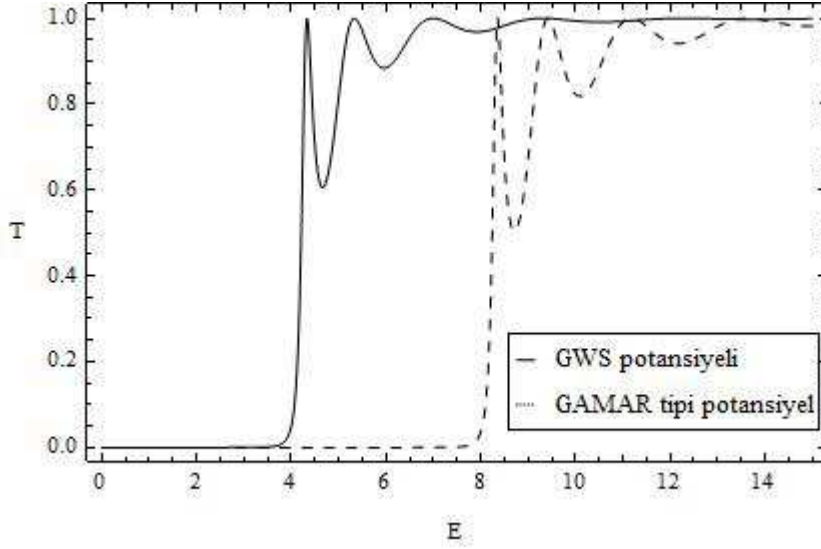
```
{0.0312894}, {0.0360151}, {0.0413185}, {0.0472528}, {0.0538732}, {0.0612369}, {0.0694016},
{0.0784252}, {0.088365}, {0.0992759}, {0.11121}, {0.124213}, {0.138325}, {0.15358}, {0.169997},
{0.187587}, {0.206347}, {0.226256}, {0.247282}, {0.26937}, {0.292452}, {0.316442}, {0.341236},
{0.366717}, {0.392754}, {0.419206}, {0.445926}, {0.472762}, {0.49956}, {0.526171}, {0.552451},
{0.578265}, {0.603489}, {0.628014}, {0.651744}, {0.674598}, {0.696513}, {0.717441}, {0.737347},
{0.756211}, {0.774029}, {0.790803}, {0.806548}, {0.821287}, {0.83505}, {0.847872}, {0.859792},
{0.870852}, {0.881097}, {0.890572}, {0.899322}, {0.907393}, {0.914829}, {0.921674}, {0.927968},
{0.933752}, {0.939063}, {0.943938}, {0.94841}, {0.95251}, {0.956269}, {0.959713}, {0.962869},
{0.96576}, {0.968408}, {0.970834}, {0.973056}, {0.975091}, {0.976955}, {0.978664}, {0.980229},
{0.981663}, {0.982979}, {0.984185}, {0.985291}, {0.986305}, {0.987237}, {0.988092}, {0.988878}
```

GAMAR tipi potansiyel, Kesim 4.2.1'de belirtildiği gibi, belirli koşullar altında bazı özel potansiyellere indirgenmektedir. Bu potansiyellerden bazıları; GWS

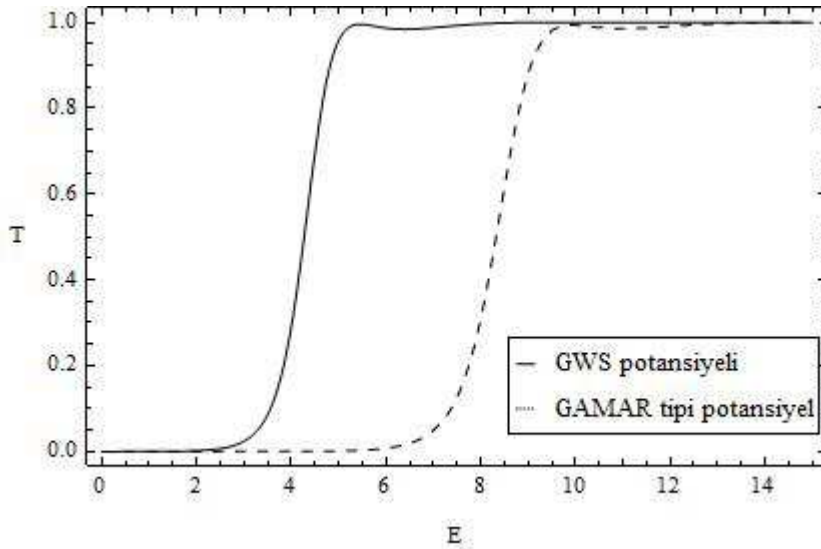
potansiyeli, ASH potansiyeli ve ASC potansiyelidir. GAMAR tipi potansiyel $A = \tilde{A} = 0$ ve $B = \tilde{B} = V_0$ olması durumunda GWS potansiyeline indirgenmektedir. Şekil 4.2.1.17, Şekil 4.2.1.18, Şekil 4.2.1.19 ve Şekil 4.2.1.20’de GAMAR tipi potansiyel ile bu potansiyel kullanılarak elde edilen GWS potansiyelinden saçılan parçacık için geçiş katsayısının enerjiye göre değişimi gösterilmektedir. Çizimlerde görüldüğü biçimde parametrelere aynı değerler verildiğinde, GAMAR tipi potansiyelin GWS potansiyeline indirgenmesi durumunda parçacığın geçiş katsayısının 1’e ulaşma noktaları daha düşük enerji değerlerinde gerçekleşmektedir. $A = \tilde{A} = 0$, $B = \tilde{B} = V_0$, $L = \tilde{L} = 0$, $p = \tilde{p} = 0$ ve $q = \tilde{q} = 1$ olması durumunda ise GAMAR tipi potansiyel, ASC potansiyeline indirgenmektedir. Şekil 4.2.1.20’de GAMAR tipi potansiyel ile bu potansiyel kullanılarak elde edilen ASC potansiyeli için geçiş katsayısının enerjiye göre değişimi verilmektedir. Şekil 4.2.1.21’e bakıldığında parçacığın ASC potansiyel engelinden geçme olasılık yoğunluğu, GAMAR tipi potansiyel engeline oranla daha düşük enerji değerinde gerçekleşmektedir.



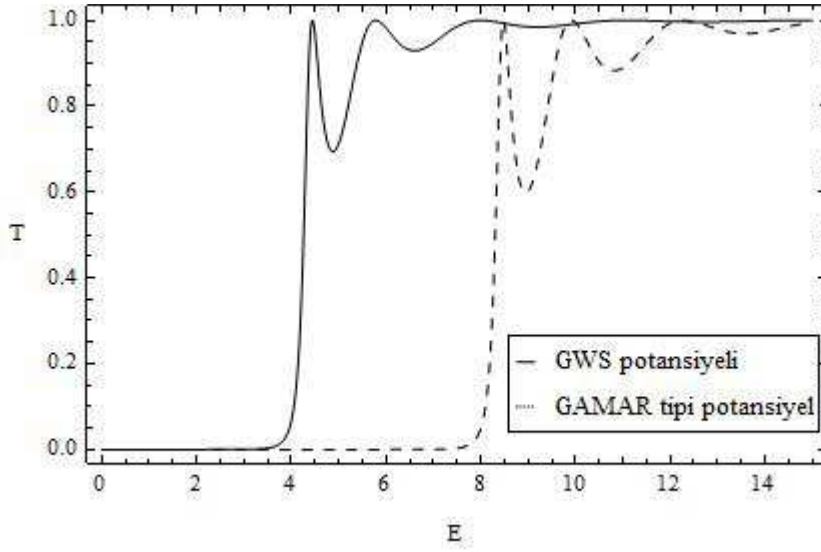
Şekil 4.2.1.17. Geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde GAMAR tipi potansiyel ile GWS potansiyelinin karşılaştırılması (1). Sürekli çizgi için: $q = \tilde{q} = 1$, $L = \tilde{L} = 2$, $A = \tilde{A} = 0$, $a = b = 10$, $B = \tilde{B} = V_0 = 3$, $p = \tilde{p} = 1.5$ $m = 1$ ve kesikli çizgi için: $q = \tilde{q} = 1$, $L = \tilde{L} = 2$, $A = \tilde{A} = 3$, $a = b = 10$, $B = \tilde{B} = 3$, $p = \tilde{p} = 1.5$ ve $m = 1$ 'dir.



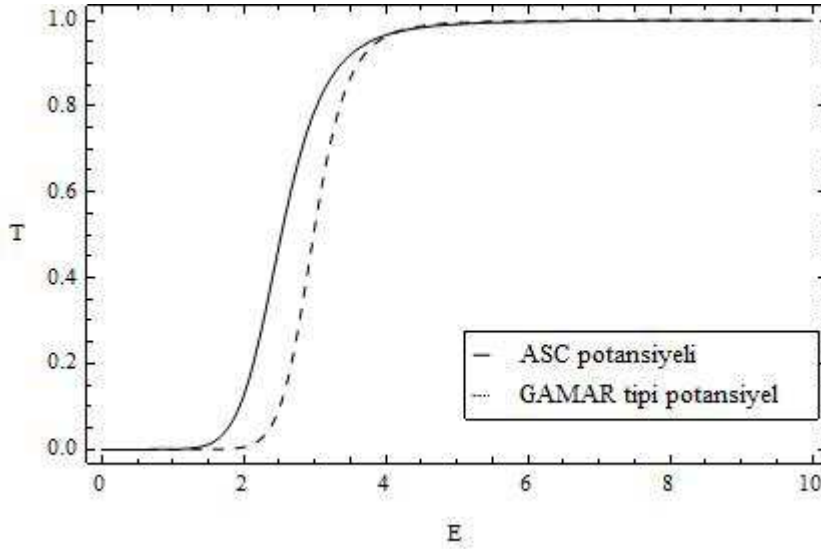
Şekil 4.2.1.18. Geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde GAMAR tipi potansiyel ile GWS potansiyelinin karşılaştırılması (2). Sürekli çizgi için: $q = 1.7$, $\tilde{q} = 1.9$, $L = \tilde{L} = 2$, $A = \tilde{A} = 0$, $a = b = 10$, $B = \tilde{B} = V_0 = 4$, $p = \tilde{p} = 1$ $m = 1$ ve kesikli çizgi için: $q = 1.7$, $\tilde{q} = 1.9$, $L = \tilde{L} = 1$, $A = \tilde{A} = 4$, $a = b = 10$, $B = \tilde{B} = 4$, $p = \tilde{p} = 1$ ve $m = 1$ 'dir.



Şekil 4.2.1.19. Geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde GAMAR tipi potansiyel ile GWS potansiyelinin karşılaştırılması (3). Sürekli çizgi için: $q = \tilde{q} = 1$, $L = \tilde{L} = 1$, $A = \tilde{A} = 0$, $a = 5$, $b = 7$, $B = \tilde{B} = V_0 = 4$, $m = 1$ ve kesikli çizgi için: $q = \tilde{q} = 1$, $L = \tilde{L} = 1$, $A = \tilde{A} = 4$, $a = 5$, $b = 7$, $a = b = 10$, $B = \tilde{B} = 4$ ve $m = 1$ 'dir.

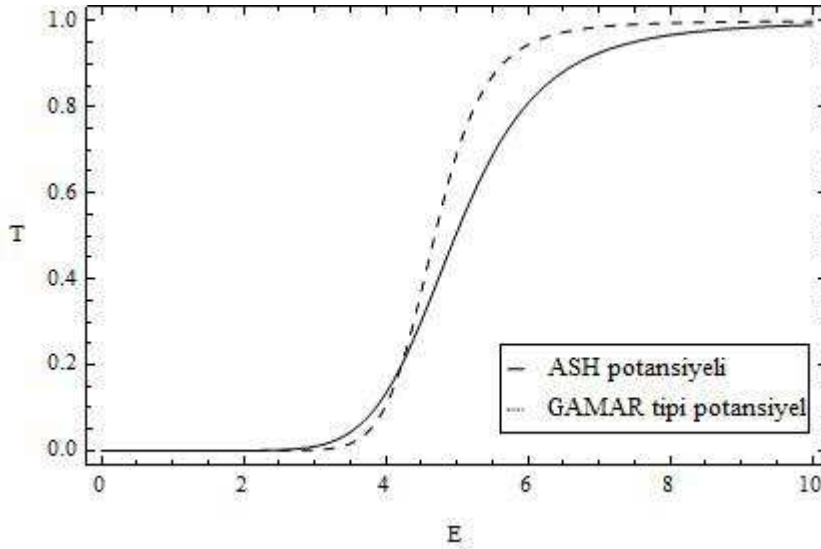


Şekil 4.2.1.20. Geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde GAMAR tipi potansiyel ile GWS potansiyelinin karşılaştırılması (4). Sürekli çizgi için: $q = \tilde{q} = 1$, $L = 2$, $\tilde{L} = 1.5$, $A = \tilde{A} = 0$, $a = b = 10$, $B = \tilde{B} = V_0 = 4$, $p = \tilde{p} = 1$, $m = 1$ ve kesikli çizgi için: $q = \tilde{q} = 1$, $L = 2$, $\tilde{L} = 1.5$, $A = \tilde{A} = 4$, $a = b = 10$, $B = \tilde{B} = 4$, $p = \tilde{p} = 1$ ve $m = 1$ 'dir

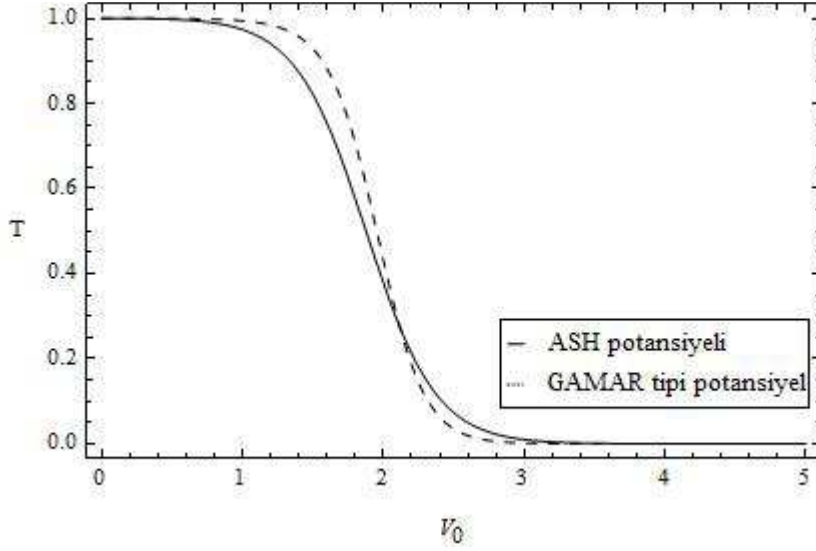


Şekil 4.2.1.21. Geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde GAMAR tipi potansiyel ile ASC potansiyelinin karşılaştırılması. Sürekli çizgi için: $q = \tilde{q} = 1$, $L = \tilde{L} = 0$, $A = \tilde{A} = 0$, $a = 0.6$, $b = 0.7$, $B = \tilde{B} = V_0 = 3$, $p = \tilde{p} = 0$, $m = 1$ ve kesikli çizgi için: $q = \tilde{q} = 1$, $L = \tilde{L} = 2$, $A = \tilde{A} = 3$, $a = 0.6$, $b = 0.7$, $B = \tilde{B} = 3$, $p = \tilde{p} = 1$ ve $m = 1$ 'dir.

$A = \tilde{A} = 0$, $B = \tilde{B} = V_0$, $L = \tilde{L} = 0$, $q = \tilde{q} = 1$, $p \rightarrow -p$ ve $\tilde{p} \rightarrow -\tilde{p}$ olması durumunda GAMAR tipi potansiyel, ASH potansiyeline indirgenmektedir. Şekil 4.2.1.22'de GAMAR tipi potansiyel ile bu potansiyel kullanılarak elde edilen ASH potansiyelinden saçılan parçacık için geçiş katsayısının enerjiye göre değişimi çizilmektedir. Ayrıca aynı değerler kullanılarak Şekil 4.2.1.22'de geçiş katsayısının V_0 'a göre değişimi gösterilmektedir. Çizimlerde görüldüğü biçimde, parametrelere aynı değerler verilmesi halinde GAMAR tipi potansiyelin indirgenmesi durumunda birbirine yakın sonuçlar elde edilmektedir.

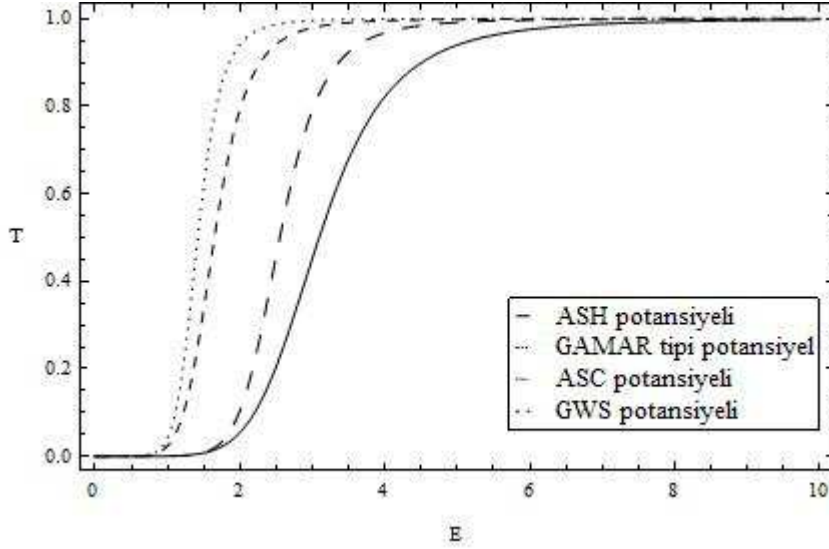


Şekil 4.2.1.22. Geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde GAMAR tipi potansiyel ile ASH potansiyelinin karşılaştırılması. Sürekli çizgi için için: $q = \tilde{q} = 1$, $p = \tilde{p} = -0.5$, $L = \tilde{L} = 0$, $A = \tilde{A} = 0$, $a = b = 0.5$, $B = \tilde{B} = V_0 = 3$, $m = 1$ ve kesikli çizgi için için: $q = \tilde{q} = 1$, $p = \tilde{p} = 0.5$, $L = \tilde{L} = 1$, $A = \tilde{A} = 3$, $a = b = 0.5$, $B = \tilde{B} = 3$ ve $m = 1$ 'dir.



Şekil 4.2.1.23. Geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde GAMAR tipi potansiyel ile ASH potansiyelinin karşılaştırılması. Sürekli çizgi için için: $q = \tilde{q} = 1$, $p = \tilde{p} = -0.5$, $L = \tilde{L} = 0$, $A = \tilde{A} = 0$, $a = b = 0.5$, $B = \tilde{B} = V_0$, $E = 3$, $m = 1$ ve kesikli çizgi için: $q = \tilde{q} = 1$, $p = \tilde{p} = 0.5$, $L = \tilde{L} = 1$, $A = \tilde{A} = 3$, $a = b = 0.5$, $A = \tilde{A} = B = \tilde{B} = V_0$, $E = 3$ ve $m = 1$ 'dir.

Şekil 4.2.1.24'de bir parçacığın farklı potansiyellerden saçılması durumunda geçiş katsayısının enerjiye göre değişimi gösterilmektedir. Şekilde görüldüğü biçimde, geçiş katsayısının 1'e ulaşma noktaları ASH potansiyeli ile GAMAR tipi potansiyel için aynı enerji değerinde gerçekleşmektedir. GWS ve ASC potansiyeli için de aynı enerji değerinde fakat ASH ve GAMAR tipi potansiyeline oranla daha düşük bir değerde gerçekleşmektedir.



Şekil 4.2.1.24. Geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminde farklı potansiyellerin karşılaştırılması. Burada, ASH potansiyeli için: $a = 0.5$, $b = 0.8$, $L = \tilde{L} = 0$, $q = \tilde{q} = 1$, $p = \tilde{p} = -0.5$, $A = \tilde{A} = 0$, $B = \tilde{B} = 2$, $m = 1$, GAMAR tipi potansiyel için: $a = 0.5$, $b = 0.8$, $L = \tilde{L} = 0.5$, $q = \tilde{q} = 1$, $p = \tilde{p} = 0.5$, $A = \tilde{A} = 2$, $B = \tilde{B} = 2$, $m = 1$, ASC potansiyeli için: $a = 0.5$, $b = 0.8$, $L = \tilde{L} = 0$, $q = \tilde{q} = 1$, $p = \tilde{p} = 0$, $A = \tilde{A} = 0$, $B = \tilde{B} = 2$ ve $m = 1$, GWS potansiyeli için: $a = 0.5$, $b = 0.8$, $L = \tilde{L} = 0.5$, $q = \tilde{q} = 1$, $p = \tilde{p} = 0.5$, $A = \tilde{A} = 0$, $B = \tilde{B} = 2$ ve $m = 1$ 'dir.

4.2.2. Bağlı Durum Enerjisi

Potansiyelin kuyu biçimini alması durumunda bağlı durumlar oluşur. Potansiyelde, parametrelerin aşağıdaki seçeneklerden herhangi birinin seçilmesi durumunda

- (i) $A \rightarrow -A$, $\tilde{A} \rightarrow -\tilde{A}$, $B \rightarrow -B$ ve $\tilde{B} \rightarrow -\tilde{B}$,
- (ii) $A > 0$, $|B| \geq A$ olmak üzere $B \rightarrow -B$ ve $\tilde{B} \rightarrow -\tilde{B}$,
- (iii) $B > 0$, $|A| \gg B$ olmak üzere $A \rightarrow -A$ ve $\tilde{A} \rightarrow -\tilde{A}$,
- (iv) $B > 0$, $B > A$ olmak üzere $p \rightarrow -p$, $\tilde{p} \rightarrow -\tilde{p}$, $q \rightarrow -q$ ve $\tilde{q} \rightarrow -\tilde{q}$,

Denklem (4.2.1)'de verilen GAMAR tipi potansiyel kuyu biçimini alır. Potansiyel, yukarıda verilen ilk koşula göre yeniden düzenlenirse aşağıdaki biçime dönüşür:

$$V(x) = - \left\{ \theta(-x) \left[\frac{Ae^{2a(x+L)}}{(q + pe^{a(x+L)})^2} + \frac{Be^{a(x+L)}}{q + pe^{a(x+L)}} \right] + \theta(x) \left[\frac{\tilde{A}e^{-2b(x-\tilde{L})}}{(\tilde{q} + \tilde{p}e^{-b(x-\tilde{L})})^2} + \frac{\tilde{B}e^{-b(x-\tilde{L})}}{\tilde{q} + \tilde{p}e^{-b(x-\tilde{L})}} \right] \right\}. \quad (4.2.2.1)$$

Bağlı durum çözümlerini elde edebilmek için zamandan bağımsız Schrödinger denklemini $x < 0$ ve $x > 0$ bölgeleri için ayrı ayrı çözmemiz gerekir.

$x < 0$ bölgesi için, Denklem (4.2.1)

$$\left\{ \frac{d^2}{dx^2} + 2m \left[E + \frac{Ae^{2a(x+L)}}{(q + pe^{a(x+L)})^2} + \frac{Be^{a(x+L)}}{q + pe^{a(x+L)}} \right] \right\} \psi_{sol}(x) = 0 \quad (4.2.2.2)$$

olur. Bu denklemde

$$y = -\frac{p}{q} e^{a(x+L)} \quad (4.2.2.3)$$

değişken değiştirilmesi yapılır ve dalga fonksiyonu

$$\psi_{sol}(y) = y^{\mu_2} (1-y)^{\nu_2} g(y) \quad (4.2.2.4)$$

olarak yeniden tanımlanırsa, Denklem (4.2.2.2)'nin çözümü aşağıdaki biçimde olur:

$$\begin{aligned} \psi_{sol}(y) = & A_5 y^{\mu_2} (1-y)^{\nu_2} {}_2F_1(\mu_2 + \nu_2 - \gamma_2, \mu_2 + \nu_2 + \gamma_2, 1 + 2\mu_2; y) \\ & + A_6 y^{-\mu_2} (1-y)^{\nu_2} {}_2F_1(-\mu_2 + \nu_2 - \gamma_2, -\mu_2 + \nu_2 + \gamma_2, 1 - 2\mu_2; y) \end{aligned} \quad (4.2.2.5)$$

Bu ifadede yer alan parametreler

$$\mu_2 = i \frac{k}{a}, \quad \nu_2 = \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{8mA}{a^2 p^2}} \right)$$

$$\gamma_2 = i \sqrt{\frac{2m}{a^2} \left(E + \frac{A}{p^2} + \frac{B}{p} \right)}, \quad k = \sqrt{2mE} \quad (4.2.2.6)$$

olarak tanımlanmaktadır.

$x > 0$ bölgesinde ve değerleri için Denklem (4.2.1)

$$\left\{ \frac{d^2}{dx^2} + 2m \left[E + \frac{\tilde{A}e^{-2b(x-\tilde{L})}}{(\tilde{q} + \tilde{p}e^{-b(x-\tilde{L})})^2} + \frac{\tilde{B}e^{-b(x-\tilde{L})}}{\tilde{q} + \tilde{p}e^{-b(x-\tilde{L})}} \right] \right\} \psi_{Sağ}(x) = 0 \quad (4.2.2.7)$$

olur. Bu denklemde yeni değişken

$$z = -\frac{\tilde{p}}{\tilde{q}} e^{-b(x-\tilde{L})} \quad (4.2.2.8)$$

ve dalga fonksiyonu

$$\psi_{Sağ}(z) = z^{\mu_1} (1-z)^{\nu_1} w(z) \quad (4.2.2.9)$$

olmak üzere, Denklem (4.2.2.7)'nin çözümü

$$\begin{aligned} \psi_{sağ}(z) = & A_7 z^{\mu_3} (1-z)^{\nu_3} {}_2F_1(\mu_3 + \nu_3 - \gamma_3, \mu_3 + \nu_3 + \gamma_3, 1 + 2\mu_3; z) \\ & + A_8 z^{-\mu_3} (1-z)^{\nu_3} {}_2F_1(-\mu_3 + \nu_3 - \gamma_3, -\mu_3 + \nu_3 - \gamma_3, 1 - 2\mu_3; z) \end{aligned} \quad (4.2.2.10)$$

biçiminde elde edilir. Denklem (4.2.2.10)'da yer alan parametrelerin açık biçimleri

$$\mu_3 = i \frac{k}{b}, \quad \nu_3 = \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{8m\tilde{A}}{b^2 \tilde{p}^2}} \right)$$

$$\gamma_3 = i \sqrt{\frac{2m}{b^2} \left(E + \frac{\tilde{A}}{\tilde{p}^2} + \frac{\tilde{B}}{\tilde{p}} \right)}, \quad k = \sqrt{2mE} \quad (4.2.2.11)$$

olarak verilmektedir.

Denklem (4.2.2.5) ve Denklem (4.2.2.10)'da elde edilen çözümlerin $x \rightarrow \mp\infty$ limitlerine bakıldığında düzenli çözümler aşağıdaki biçimde elde edilir:

$$\psi_{sol}(y) = A_5 y^{\mu_2} (1-y)^{\nu_2} {}_2F_1(\mu_2 + \nu_2 - \gamma_2, \mu_2 + \nu_2 + \gamma_2, 1 + 2\mu_2; y), \quad (4.2.2.12)$$

$$\psi_{sağ}(z) = A_7 z^{\mu_3} (1-z)^{\nu_3} {}_2F_1(\mu_3 + \nu_3 - \gamma_3, \mu_3 + \nu_3 + \gamma_3, 1 + 2\mu_3; z). \quad (4.2.2.13)$$

Dalga fonksiyonlarının $x=0$ 'da kendilerinin ve birinci türevlerinin eşit olma koşulları kullanılıp, gerekli işlemler yapıldığında bağlı durum enerjisi için özdeğer koşulu

$$\{[(D_6 + D_7)D_1 - (D_3 + D_4)D_2]F_8 + D_1 D_8 F_{10}\}F_7 - D_2 D_5 F_8 F_9 = 0 \quad (4.2.2.14)$$

olarak bulunur. Buradaki katsayıların açık biçimleri Çizelge 4.2.2.1'de verilmektedir.

Çizelge 4.2.2.1. Denklem (4.2.2.14)'deki sabitlerin açık biçimleri.

$\sigma = -\frac{p}{q}, \quad \tilde{\sigma} = -\frac{\tilde{p}}{\tilde{q}}$
$D_1 = \sigma^{\mu_2} e^{a\mu_2 L} (1 - \sigma e^{aL})^{\nu_2}$
$D_2 = \tilde{\sigma}^{\mu_3} e^{b\mu_3 \tilde{L}} (1 - \tilde{\sigma} e^{b\tilde{L}})^{\nu_3}$
$D_3 = \sigma^{\mu_2} (a\mu_2) e^{a\mu_2 L} (1 - \sigma e^{aL})^{\nu_2}$
$D_4 = \sigma^{\mu_2+1} (-a\nu_2) e^{a(\mu_2+1)L} (1 - \sigma e^{aL})^{\nu_2-1}$
$D_5 = \sigma^{\mu_2+1} (a) e^{a(\mu_2+1)L} (1 - \sigma e^{aL})^{\nu_2} \left[\frac{(\mu_2 + \nu_2 - \gamma_2)(\mu_2 + \nu_2 + \gamma_2)}{1 + 2\mu_2} \right]$
$D_6 = \tilde{\sigma}^{\mu_3} (-b\mu_3) e^{b\mu_3 \tilde{L}} (1 - \tilde{\sigma} e^{b\tilde{L}})^{\nu_3}$
$D_7 = \tilde{\sigma}^{\mu_3+1} (b\nu_3) e^{b(\mu_3+1)\tilde{L}} (1 - \tilde{\sigma} e^{b\tilde{L}})^{\nu_3-1}$
$D_8 = \tilde{\sigma}^{\mu_3+1} (-b) e^{b(\mu_3+1)\tilde{L}} (1 - \tilde{\sigma} e^{b\tilde{L}})^{\nu_3} \left[\frac{(\mu_3 + \nu_3 - \gamma_3)(\mu_3 + \nu_3 + \gamma_3)}{1 + 2\mu_3} \right]$
$F_7 = {}_2F_1(\mu_2 + \nu_2 - \gamma_2, \mu_2 + \nu_2 + \gamma_2, 1 + 2\mu_2; \sigma e^{aL})$
$F_8 = {}_2F_1(\mu_3 + \nu_3 - \gamma_3, \mu_3 + \nu_3 + \gamma_3, 1 + 2\mu_3; \tilde{\sigma} e^{b\tilde{L}})$
$F_9 = {}_2F_1(\mu_2 + \nu_2 - \gamma_2 + 1, \mu_2 + \nu_2 + \gamma_2 + 1, 2 + 2\mu_2; \sigma e^{aL})$
$F_{10} = {}_2F_1(\mu_3 + \nu_3 - \gamma_3 + 1, \mu_3 + \nu_3 + \gamma_3 + 1, 2 + 2\mu_3; \tilde{\sigma} e^{b\tilde{L}})$

5. SONUÇ ve ÖNERİLER

Bu çalışmada; GAMAR tipi potansiyel için, ikinci mertebeden değişken katsayılı diferansiyel denklemin fizikte çok sıkça kullanılan özel fonksiyonlardan hipergeometrik fonksiyonların sağladığı diferansiyel denkleme benzetme tekniği kullanılarak bir boyutta görelî olmayan kuantum mekaniğinin temel denklemi olan Schrödinger denklemi çözümlenerek saçılma ve bağlı durumları betimleyen dalga fonksiyonları elde edilmiştir. Saçılma durumu için dalga fonksiyonunun asimptotik davranışı ve bunun yanı sıra kendinin ve birinci türevinin sürekli olma koşulu kullanılarak geçme ve yansıma katsayıları bulunmuştur. Ayrıca aynı süreklilik koşulları kullanılarak bağlı durumlar için enerji özdeğerlerini betimleyen enerji özdeğer koşulu olarak tanımlanan bir bağıntı çıkarılmıştır. GAMAR tipi potansiyelde bulunan parametrelerin geçme katsayısına etkileri Mathematica yazılım programı kullanılarak çizimlerle gösterilmiştir. Bu çizimlerden elde edilen sonuçlar Çizelge 5.1 ve Çizelge 5.2.de verilmektedir.

Bu tezde ele alınan GAMAR tipi potansiyel, belirli koşullar altında bazı özel potansiyellere indirgenmektedir. Bu potansiyellerden bazıları; GWS, ASH ve ASC potansiyelleridir. GAMAR tipi potansiyelin GWS, ASH ve ASC potansiyellerine indirgenmesi durumunda aşağıda belirtilen sonuçlar elde edilmiştir:

- Şekil 4.2.1.17, Şekil 4.2.1.18, Şekil 4.2.1.19 ve Şekil 4.2.1.20’de görüldüğü biçimde, GAMAR tipi potansiyelin GWS potansiyeline indirgenmesi durumunda parçacığın geçiş katsayısının 1’e ulaşma noktaları daha düşük enerji değerinde gerçekleşmektedir. Ayrıca bu çizimlerde elde edilen verilerle S. Alpdoğan tarafından yapılan ”genelleştirilmiş Woods-Saxon potansiyelinden vektör Bozonlarının Saçılması” [25] adlı tez çalışmasında elde edilen veriler karşılaştırılmış ve sonuçların uyumlu oldukları görülmüştür.
- Şekil 4.2.1.22’de görüldüğü biçimde GAMAR tipi potansiyelin ASH potansiyeline indirgenmesi durumunda parçacığın geçme olasılık yoğunluğu birbirine yakın enerji değerlerinde gerçekleşmektedir. Bunun yanı sıra, her iki

potansiyel için Şekil 4.2.1.23’de geçiş katsayısının V_0 ’a göre değişimi gösterilmektedir. Şekil 4.2.1.22 ve Şekil 4.2.1.23’deki çizimlerden elde edilen verilerle, A. Arda, O. Aydogdu ve R. Sever tarafından yapılan “Scattering and Bound State Solutions of Asymmetric Hulthen Potential” [35] adlı çalışmada elde edilen veriler karşılaştırılmış ve aynı sonuçların elde edildiği görülmüştür.

- Şekil 4.2.1.21’de görüldüğü gibi GAMAR tipi potansiyelin ASC potansiyeline indirgenmesi durumunda parçacığın geçme olasılık yoğunluğu daha düşük enerji değerinde gerçekleşmiştir.
- Şekil 4.2.1.24’de görüldüğü gibi bir parçacığın, GAMAR tipi potansiyelden ve bu potansiyel kullanılarak elde edilen GWS, ASH ve ASC potansiyellerinden saçılması durumu aynı grafikte gösterilmiştir. Bu çizimde görüldüğü biçimde, geçiş katsayısının 1’e ulaşma noktaları ASH ve GAMAR tipi potansiyel için aynı enerji değerinde gerçekleşmiştir. GWS ve ASC potansiyeli için de aynı enerji değerinde fakat ASH ve GAMAR tipi potansiyele oranla daha düşük bir değerde gerçekleşmiştir.

Çizelge 5.1. Potansiyel fonksiyonundaki parametrelerin geçiş katsayısına etkileri (1).

	$a.L$ ya da $b.\tilde{L}$ 'nin küçük değerleri için (Diğer parametreler sabit tutularak)	$a.L$ ya da $b.\tilde{L}$ 'nin büyük değerleri için (Diğer parametreler sabit tutularak)
p ve \tilde{p}	Şekil 4.2.1.2 ve Çizelge 4.2.1.2'de görüldüğü gibi bu parametrelerinin artması durumunda Schrödinger parçacığının potansiyel engelinden geçmesi için sahip olması gereken minimum enerji değeri azalmaktadır. Şekil 4.2.1.11'in sol çiziminde ve Çizelge 4.2.1.4'te ise $p < \tilde{p}$ ya da $p > \tilde{p}$ olması durumunda geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminin aynı kaldığı görülmektedir.	Şekil 4.2.1.9 'da görüldüğü gibi $A = \tilde{A}$, $B = \tilde{B}$ ve $p = \tilde{p}$ olması durumunda geçiş katsayısının bire ulaşma noktaları $E \rightarrow [(A + Bp) / p^2]$ koşuluna uymaktadır, bunun yanı sıra parametrelerde $A = \tilde{A} = B = \tilde{B} = V_0$ ve $p = \tilde{p}$ olması durumunda geçiş katsayısının 0'a ulaşma noktaları $V_0 \rightarrow [p^2 / (p + 1)]E$ koşuluna uyduğu Şekil 4.2.1.10'da görülmektedir. . Ayrıca Şekil 4.2.1.11'deki sağ çizimde görüldüğü biçimde $p < \tilde{p}$ ya da $p > \tilde{p}$ olması durumunda geçiş katsayısının enerjiye göre değişimi aynı kalmaktadır.
q ve \tilde{q}	Şekil 4.2.1.3 ve Çizelge 4.2.1.2'de görüldüğü gibi bu parametrelerinin artması durumunda Schrödinger parçacığının potansiyel engelinden geçmesi için sahip olması gereken minimum enerji değeri azalmaktadır. Şekil 4.2.1.12'nin sol çiziminde ve Çizelge 4.2.1.4'te ise $q < \tilde{q}$ ya da $q > \tilde{q}$ olması durumunda geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminin aynı kaldığı görülmektedir.	Şekil 4.2.1.12'nin sağ çiziminde $q < \tilde{q}$ ya da $q > \tilde{q}$ olması durumunda geçiş katsayısının enerjiye göre değişimi aynı kalmaktadır.
a ve b	Şekil 4.2.1.4 ve Çizelge 4.2.1.3'de görüldüğü gibi bu parametrelerinin artması durumunda Schrödinger parçacığının potansiyel engelinden geçmesi için sahip olması gereken minimum enerji değeri artmaktadır. Şekil 4.2.1.13'ün sol çiziminde ve Çizelge 4.2.1.4'te ise $a < b$ ya da $a > b$ olması durumunda geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminin aynı kaldığı görülmektedir.	Şekil 4.2.1.13'ün sağ çiziminde $a < b$ ya da $a > b$ olması durumunda geçiş katsayısının enerjiye göre değişimi aynı kalmaktadır.

Çizelge 5.2. Potansiyel fonksiyonundaki parametrelerin geçiş katsayısına etkileri (2).

	$a.L$ ya da $b.\tilde{L}$ 'nin küçük değerleri için (Diğer parametreler sabit tutularak)	$a.L$ ya da $b.\tilde{L}$ 'nin büyük değerleri için (Diğer parametreler sabit tutularak)
L ve \tilde{L}	Şekil 4.2.1.5 ve Çizelge 4.2.1.3'de görüldüğü gibi bu parametrelerinin artması durumunda Schrödinger parçacığının potansiyel engelinden geçmesi için sahip olması gereken enerji değeri artmaktadır. Şekil 4.2.1.14'ün sol çiziminde ve Çizelge 4.2.1.4'te ise $L < \tilde{L}$ ya da $L > \tilde{L}$ olması durumunda geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminin aynı kaldığı görülmektedir.	Şekil 4.2.1.14'ün sağ çiziminde $L < \tilde{L}$ ya da $L > \tilde{L}$ olması durumunda geçiş katsayısının enerjiye göre değişimi aynı kalmaktadır.
A ve \tilde{A}	Şekil 4.2.1.6 ve Çizelge 4.2.1.3'de görüldüğü gibi bu parametrelerinin artması durumunda Schrödinger parçacığının potansiyel engelinden geçmesi için sahip olması gereken minimum enerji değeri artmaktadır. Şekil 4.2.1.15'in sol çiziminde ve Çizelge 4.2.1.4'te ise $A < \tilde{A}$ ya da $A > \tilde{A}$ olması durumunda geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminin aynı kaldığı görülmektedir.	Şekil 4.2.1.15'in sağ çiziminde $A < \tilde{A}$ ya da $A > \tilde{A}$ olması durumunda geçiş katsayısının enerjiye göre değişimi aynı kalmaktadır.
B ve \tilde{B}	Şekil 4.2.1.6 ve Çizelge 4.2.1.3'de görüldüğü gibi bu parametrelerinin artması durumunda Schrödinger parçacığının potansiyel engelinden geçmesi için sahip olması gereken minimum enerji artmaktadır. Şekil 4.2.1.16'nın sol çiziminde ve Çizelge 4.2.1.4'te ise $B < \tilde{B}$ ya da $B > \tilde{B}$ olması durumunda geçiş katsayısının enerjiye göre değişiminin aynı kaldığı görülmektedir.	Şekil 4.2.1.16'nın sağ çiziminde $B < \tilde{B}$ ya da $B > \tilde{B}$ olması durumunda geçiş katsayısının enerjiye göre değişimi kalmaktadır.

Bu tezin bitiminde daha nelerin yapılabileceği konusu ele alındığında, fizikte daha gerçekçi problemlerin üç boyutta tanımlanan problemler olduğu gerçeğinden yola çıkılarak aşağıdaki önerilerin yapılmasının uygun olacağı sonucuna varıldı: Bu çalışmada tanımlanan potansiyelin üç boyutlu biçimi için üç boyutlu Schrödinger denklemi çözülebilir ve üç boyutlu problemin fiziksel özellikleri

tartışılabilir ve buradan elde edilecek sonuçlar daha önce bu potansiyelin indirgendiği potansiyeller için yapılan çalışmalarda elde edilen sonuçlarla karşılaştırılabilir. Ayrıca daha gerçekçi problemler için sayısal hesaplamalar yapılabilir.

KAYNAKLAR

- [1] Jasprit Singh, “Quantum Mechanics Fundamentals and Applications to Technology”, John Wiley&Sons, Inc, USA, 379s., (1997).
- [2] Flugge, S. “Practical Quantum Mechanics, 2nd ed.”, Springer-Verlag, Berlin, (162s., 175s., 189s., 262s.), (1994).
- [3] L. Hulthen, “Über die Eigenlösungen der Schrödingergleichung des Deuterons”, Ark. Mat. Astron. Fys. A, 28: 1-12, (1942).
- [4] Woods R D and Saxon D S., "Diffuse Surface Optical Model for Nucleon-Nuclei Scattering", Phys. Rev. 95: 577, (1954).
- [5] Villalba V. M. and Greiner W., “Transmission Resonances and Supercritical States in a one-dimensional Cusp potential”, Phys. Rev. A, 67: 052707, (2003).
- [6] P.M. Morse. “Diatomic Molecules According to the Wave Mechanics. II. Vibrational Levels”, Physical Review, 34: 57, (1929).
- [7] N. Rosen and Philip M. Morse. “On the Vibrations of Polyatomic Molecules”, Physical Review, 42: 210, (1932).
- [8] Newton R. G., “Scattering Theory of Waves and Particles 2nd ed.”, Springer, New York, (1982).
- [9] Senn P., “Threshold anomalies in one-dimensional Scattering”, Am. J. Phys., 56: 916–921, (1988).
- [10] Bianchi M. S., “Levinson’s Theorem, zero Energy Resonances and time delay in one dimensional Scattering Systems”, J. Math. Phys., 35: 2719–2733, (1994).
- [11] Ballentine L. E., “Quantum Mechanics: A Modern Development”, Singapore (1998).
- [12] Bohm D., “Quantum Mechanics”, 2nd ed., New York, Prentice-Hall, 245p, (1951).
- [13] M. F. Manning and Rosen N., “Potential Functions for Vibration of Diatomic Molecules”, Phys. Rev. 44,953, (1933).
- [14] Chang-Yuan Chen, Fa-Lin Lu and Dong-Sheng Sun, “Exact Solution of Scattering States for the s -wave Schrödinger with the Manning-Rosen Potential”, Phys. Scr. 76 428–430, (2007).

- [15] Gao-Feng Wei, Chao-Yun Long and Shi-Hai Dong, “The Scattering of Manning-Rosen Potential With Centrifugal Term”, *Phys. Lett. A* 372 2592-2596, (2008).
- [16] Sameer M. Ikhdair and Ramazan Sever, “Approximate l-State Solutions of the D-Dimensional Schrödinger Equation for Manning-Rosen Potential” *Annalen der Physik* Volume 17, Issue 11, 897–910, (2008).
- [17] Sameer M. Ikhdair and Ramazan Sever, “An Improved Approximation to l-wave Bound States of the Manning-Rosen Potential by Nikiforov-Uvarov Method”, *Arxiv*, <http://arxiv.org/pdf/0807.2085v1.pdf> , (2008).
- [18] Wen-Chao Qiang and Shi-Hai Dong, “The Manning–Rosen Potential Studied by a New Approximate Scheme to the Centrifugal Term”, *Phys. Scr.* 79 045004 (5pp), (2009).
- [19] Sanjib Meyur, S Debnath, “Solution of the Schrödinger Equation with Hulthen plus Manning-Rosen Potential”, *Lat. Am. J. Phys. Educ.* Vol. 3, No. 2 ,(2009).
- [20] A. D. Antia, A. N. Ikot and L. E. Akpabio, “Exact Solutions of the Schrödinger Equation with Manning-Rosen Potential Plus a Ring-Shaped Like Potential by Nikiforov-Uvarov Method”, *Eur. J.* Vol.46, No.1, pp.107-118, (2010).
- [21] Sameer M. Ikhdair, “Approximated l-States of the Manning-Rosen Potential by Nikiforov-Uvarov Method”, *ISRN-Math. Phys.*, 201525-20, (2011).
- [22] Cuneyt Berkdemir, Ayse Berkdemir and Ramazan Sever, “Polynomial Solutions of Schrödinger Equation with the Generalized Woods–Saxon Potential”, *Phys. Rev. C* 72 027001, (2008).
- [23] A. Arda, O. Aydoğdu and R. Sever, “Scattering of Woods-Saxon Potential in Schrödinger Equation”, *J. Phys. A: Math. Theor.* 43 425204, (2010).
- [24] Sameer M. Ikhdair, “Any l-State Solutions of the Woods-Saxon Potential in Arbitrary Dimensions within the New Improved Quantization Rule” , *Int. J. Mod. Phys. A* 25 3941, (2010) .
- [25] S. Alpdoğan, “Genelleştirilmiş Woods-Saxon potansiyelinden Vektör Bozonlarının Saçılması”, *Mersin Üniversitesi Yüksek Lisans Tezi*, (2012).
- [26] T. Tietz, “Negative Hydrogen Ion”, *J. Chem. Phys.* 35, 1917, (1961)

- [27] C. S. Lam and Y. P. Varshni, “Energies of s Eigenstates in a Static Screened Coulomb Potential”, *Phys. Rev. A* 4, 1875, (1971).
- [28] L. Hulthen, M. Sugawara and S. Flugge (ed.), “Handbuch der Physik”, (Springer-Verlag, Berlin), (1957).
- [29] A. A. Berezin, “Theory of positron trapping by F- and F'-colour centres in alkali halides”, *Phys. Status. Solidi(b)* 50, 71, (1972).
- [30] P. Pyykko and J. Jokisaari, “Spectral Density analysis of Nuclear spin-spin Coupling: 1. A Hulthen potential LCAO model for J_{x+1} in hydrides XH_4 ”, *Chem. Phys.* 10, 293, (1975).
- [31] Mohammad R. Setare and Ebrahim Karimi, “Algebraic Approach to the Hulthen Potential”, *Int. J. Theor. Phys. Vol. 46 Number 5*, (2007).
- [32] Wen-Chao Qiang, Yang Gao and Run-Suo Zhou “Arbitrary l-State Approximate Solutions of the Hulthen Potential Through the Exact Quantization Rule”, *Cent. Eur. J. Phys.* 6(2), 356-362, (2008).
- [33] Ramazan Sever, Cevdet Tezcan, Özlem Yeşiltaş and Mahmut Bucurgat, “Exact Solution of Effective Mass Schrödinger Equation for the Hulthen Potential”, *Int. J. Theor. Phys. Vol. 47 Number 9*, (2008).
- [34] Davids Agboola, “The Schrödinger Equation with the Generalized Hulthen Potential in D-Dimensions”, *Phys. Scr.* 80 065304, (2009).
- [35] A. Arda, O. Aydogdu and R. Sever, “Scattering and Bound State Solutions of Asymmetric Hulthen Potential”, *Phys. Scr.* 84 025004 (6pp), (2011).

ÖZGEÇMİŞ VE ESERLER LİSTESİ

Adı Soyadı: Ahmet TAŞ

Doğum Tarihi: 10/10/1984

Öğrenim Durumu: Yüksek Lisans

Derece	Bölüm/Program	Üniversite	Yıl
Lise	Fen Sınıfı		1998-2002
Lisans	Fizik Bölümü	Mersin Üniversitesi	2005-2010
Yüksek Lisans	Fizik Bölümü	Mersin Üniversitesi	2010-