

**SEKİZİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN DÖRTGENLER
BAĞLAMINDA MATEMATİK DİLİ KULLANIMLARI:
SENTAKS VE SEMANTİK BİLEŞENLER**

Demet KULA YEŞİL

(Yüksek Lisans Tezi)

Aralık, 2015

**SEKİZİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN DÖRTGENLER BAĞLAMINDA
MATEMATİK DİLİ KULLANIMLARI: SENTAKS VE SEMANTİK
BİLEŞENLER**

Demet KULA YEŞİL

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Matematik Eğitimi Ana Bilim Dalı

Matematik Eğitimi Yüksek Lisans Programı

Danışman: Doç. Dr. Nilüfer YAVUZSOY KÖSE

ESKİŞEHİR

ANADOLU ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ARALIK, 2015

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI**JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI**

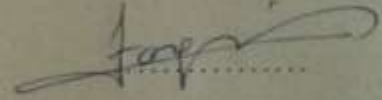
Demet KULA YEŞİL'in "Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Dörtgenler Bağlamında Matematik Dili Kullanımları: Sentaks ve Semantik Bileşenler" başlıklı tezi 29.12.2015 tarihinde, aşağıda belirtilen jüri üyeleri tarafından Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi programı yüksek lisans tezi olarak değerlendirilerek kabul edilmiştir.

Adı-Soyadı**İmza**

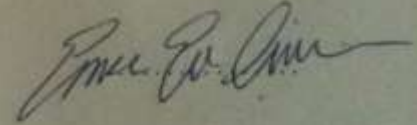
Üye (Tez Danışmanı) : Doç.Dr. Nilüfer KÖSE



Üye : Doç.Dr. Tangül KABAEL



Üye : Yard.Doç.Dr. Emre EV ÇİMEN




Prof.Dr. Esra CEYHAN
Anadolu Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitü Müdürü

ÖZET

SEKİZİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN DÖRTGENLER BAĞLAMINDA MATEMATİK DİLİ KULLANIMLARI: SENTAKS VE SEMANTİK BİLEŞENLER

Demet KULA YEŞİL

Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Yüksek Lisans Programı

Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü

Aralık 2015

Danışman: Doç. Dr. Nilüfer YAVUZSOY KÖSE

Bu araştırmanın genel amacı sekizinci sınıf öğrencilerinin dörtgenler bağlamında matematik dili kullanımlarını sentaks ve semantik bileşenleri açısından incelemektir. Bu amaçla araştırmada nitel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Araştırmanın uygulaması 2014-2015 öğretim yılında Eskişehir il merkezindeki bir ortaokulda sekizinci sınıfa devam etmekte olan sekiz öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın amacı doğrultusunda veriler klinik görüşmeler yoluyla toplanmıştır. Görüşmeler video ile kayıt altına alınmış, ayrıca klinik görüşmelerdeki öğrenci etkinlik yaprakları da veri kaynağı olarak kullanılmıştır. Toplanan verilerin analizi “verilerin işlenmesi”, “verinin görsel hale getirilmesi” ve “sonuç çıkarma ve teyit etme” basamakları dikkate alınarak yapılmıştır.

Araştırmadan elde edilen bulgular sonucunda, başarı düzeyleri ve cinsiyet ayırt etmeksizin öğrencilerin dörtgenlere ilişkin kullandıkları matematik dilinde eksikliklerinin ve yanlışlarının olduğu saptanmıştır. Öğrencilerin, dörtgenlere ilişkin tanımlama yapabildikleri ancak köşegen kavramını gözardı ettikleri için dörtgenlerin özelliklerini eksik ifade ettikleri görülmüştür. Öğrencilerin, tanım ve özellik arasındaki ayrımı yapamadıkları, ilgili dörtgeni tanımlayan özellikler sembolik ifadeler aracılığıyla verildiğinde dörtgeni belirleyebildikleri ancak kapsayıcı tanımlar doğrultusunda dörtgenin ait olduğu sınıfı belirleyemedikleri tespit edilmiştir. Bu nedenle de dörtgeni

tanımlayan sembolik ifadelere dayalı olarak dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkiyi düşünememişlerdir. Dörtgenlere ilişkin verilen sözel kapsayıcı tanımlara dayalı olarak ise öğrencilerin ilgili dörtgen sınıfını belirleyebildikleri dolayısıyla dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkiyi düşünebildikleri, dörtgenlerin tanımlamalarına ait sözel ifadeleri sembolik ifadelere göre semantik açıdan daha iyi algıladıkları saptanmıştır. Matematik dilinin kullanımı açısından ise öğrencilerin yaş grubu itibarıyla van Hiele geometrik düşünme düzeyinden Düzey 2'nin özelliklerini göstermeleri gerekirken Düzey 0 ve Düzey 1'in özelliklerini gösterdikleri de gözlemlenmiştir.

Anahtar sözcükler: Matematik dili, geometri, sentaks, semantik, van Hiele geometrik düşünme düzeyleri

ABSTRACT**EIGHTH GRADE STUDENTS' MATHEMATICAL LANGUAGE USAGE IN THE
CONTEXT OF QUADRILATERALS: SYNTAX AND SEMANTIC COMPONENTS**

Demet KULA YEŞİL

Department of Mathematics Education, Post Graduate Program

Anadolu University Graduate School of Educational Sciences

December 2015

Advisor: Assoc. Prof. Dr. Nilüfer YAVUZSOY KÖSE

The main purpose of this study was to investigate the syntax and semantic components of eighth grade students' mathematical language usage in the context of quadrilaterals. Qualitative research methodology was used for the purpose of this study. This research was conducted with eight, eight-grade students in the 2014-2015 academic year at the middle schools in the center of Eskişehir. Clinical interview was used to explore the purpose of this study. Clinical interviews were video-recorded and students' activity sheets were also used as a data source. To analyze data, the three phases consisting of "data reduction", "data display" and conclusion drawing and verification were considered.

The results revealed that students have insufficient mathematical language and misconceptions about quadrilaterals without noticing the students' achievement levels and gender. It was seen that students were able to define quadrilaterals but they insufficiently describe the properties of the quadrilaterals because of their ignorance of the diagonal. Moreover, results of this study showed that students were not aware of the distinction between definition and properties, they were able to define the quadrilaterals when the symbols were given, however they were not able to define the quadrilateral class. As a result of this, they were not able to describe the hierarchical relationship between quadrilaterals based on the given symbolic statement. On the other hand, they

defined the class of the quadrilaterals based on the verbal inclusive definitions of quadrilaterals; hence it was revealed that they thought the hierarchical relationship between quadrilaterals and they semantically detected the verbal expressions better than the symbolic expressions. Although students should be on Level 2 (analysis) in the van Hiele model of geometric development when their grade levels were considered, it was seen that they have shown Level 0 and Level 1 characteristics in terms of using mathematical language.

Key Words: Mathematical language, geometry, syntax, semantic, van Hiele geometrical thinking levels

ÖN SÖZ

Araştırma sürecim boyunca gerek manevi desteğini, gerekse bilimsel katkılarını esirgemeyen, karşılaştığım olumsuzluklarda bana umut veren ve cesaretlendiren, eleştirel deneyimi ile gelişimime yön veren, çok sevdiğim ve değer verdiğim danışmanım Sayın Doç. Dr. Nilüfer YAVUZSOY KÖSE'ye minnettarım. Ayrıca tez savunma jürimde bulunmasının yanında, yardıma ihtiyacım olduğu zamanlarda beni geri çevirmeyerek görüş ve önerileri ile araştırmama katkı sağlayan değerli hocam Sayın Doç. Dr. Tangül UYGUR KABAEL'e teşekkür ederim. Yine tez savunma jürime katılarak önerileriyle ufkumu açan Sayın Yrd. Doç. Dr. Emre EV ÇİMEN hocama da sonsuz teşekkürler. Benden hiçbir konuda desteğini esirgemeyen her ihtiyacım olduğunda yardımına koşan, bana güç veren, yeri geldiğinde dertlerime ortak olup yeri geldiğinde heyecanımı paylaşan dostlarım Duygu YILDIRIM, Sebiha YARIZ, Sayın Arş. Gör. Emel ERTÜRK MUSTUL ve Sayın Arş. Gör. Dilşad GÜVEN'e teşekkürü bir borç bilirim.

Son olarak, beni yetiştiren, bugünlere gelmemi sağlayan, her koşulda bana güvendiğini ve arkamda olduğunu bildiğim, canım annem Türkan KULA ve babam Kenan KULA'ya, ilk günden son güne kadar daima yanımda olan, sevgisini ve desteğini esirgemeyen biricik eşim Buğra YEŞİL'e çok teşekkür ederim.

Demet KULA YEŞİL

Eskişehir, 2015

ÖZ GEÇMİŞ

Demet KULA YEŞİL
Matematik Eğitimi Anabilim Dalı
Yüksek Lisans

Eğitim

Lisans: 2006-2010 Anadolu Üniversitesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği
Bölümü
Lise: 2002-2006 Yunus Emre Lisesi Y.D.A (Eskişehir)

İş

2015-... MEB, Fahri Günay Ortaokulu (Tepebaşı/Eskişehir)
2013-2015 MEB, Günsazak Yatılı Bölge Ortaokulu (Mihalıççık/Eskişehir)
2011-2013 MEB, Yapraklı Ortaokulu (Yapraklı/Çankırı)

Kişisel Bilgiler

Doğum Yeri ve Yılı : Eskişehir -1988

Cinsiyet : Kadın

Yabancı Dil : İngilizce

İÇİNDEKİLER

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI	iii
ÖZET	iv
ABSTRACT.....	vi
ÖN SÖZ	viii
ÖZ GEÇMİŞ	ix
İÇİNDEKİLER	x
TABLolar LİSTESİ.....	xii
ŞEKİLLER LİSTESİ	xiv
BİRİNCİ BÖLÜM	1
GİRİŞ	1
1.1. Problem Durumu	1
1.2. Kuramsal Çerçeve	6
1.2.1. Dil.....	6
1.2.2. Matematik Dili.....	9
Sembolik Okuma	13
Tanım Okuma	14
1.3. İlgili Araştırmalar	19
1.4. Araştırmanın Önemi	21
1.5. Araştırmanın Amacı	25
İKİNCİ BÖLÜM.....	26
YÖNTEM	26
2.1. Araştırma Ortamı	26
2.2. Araştırmanın Katılımcıları	27
2.3. Veri Toplama Araçları	28
2.3.1. Klinik Görüşme	28
2.4. Veri Analizi	31
2.5. Araştırmanın Geçerlik ve Güvenirliği.....	33
ÜÇÜNCÜ BÖLÜM	35
BULGULAR VE YORUM	35
3.1. Öğrencilerin Dörtgenleri Tanımlamada ve Özelliklerini İfade Etmede Kullandıkları Matematik Dilinin Semantik Bileşenine İlişkin Bulgular.....	35
Dörtgeni Tanıma-Tanımlamaya İlişkin İfadeler.....	35
Dörtgenin Özelliklerine İlişkin İfadeler	40
Yamuğu Tanımlamaya İlişkin İfadeler.....	44
Yamuğun Özelliklerine İlişkin İfadeler.....	45

Paralelkenarı Tanımlamaya İlişkin İfadeler	46
Paralelkenarın Özelliklerine İlişkin İfadeler	48
Dikdörtgeni Tanımlamaya İlişkin İfadeler	49
Dikdörtgenin Özelliklerine İlişkin İfadeler	51
Eşkenar Dörtgeni Tanımlamaya İlişkin İfadeler	53
Eşkenar Dörtgenin Özelliklerine İlişkin İfadeler	55
Kareyi Tanımlamaya İlişkin İfadeler.....	56
Karenin Özelliklerine İlişkin İfadeler.....	58
3.2. Öğrencilerin Verilen Sembolleri ve Şekilleri İfade Etmede Kullandıkları Matematik Dilinin Sentaks ve Semantik Bileşenlerine İlişkin Bulgular	63
Sembolik İfadelerde Sentaks-Semantik Bileşenleri	63
Şekillerde Sentaks-Semantik Bileşenleri.....	71
Sembollerden Şekillere Sentaks-Semantik Bileşenleri	74
3.3. Öğrencilerin Verilen Dörtgen Tanımlarını Anlama ve Bu Dörtgenler Arası İlişki Kurmada Kullandıkları Matematik Dilinin Semantik Bileşenine İlişkin Bulgular.....	81
3.4. Öğrencilerin Matematik Dili Kullanımlarındaki Sentaks ve Semantik Bileşenleri ile van Hiele Düzeylerinin İlişkilendirilmesine Yönelik Bulgular	84
DÖRDÜNCÜ BÖLÜM	92
SONUÇ, TARTIŞMA ve ÖNERİLER.....	92
4.1. SONUÇ	92
Dörtgenleri Tanımlamada ve Özelliklerini İfade Etmede Kullanılan Matematik Dilinin Semantik Bileşenine İlişkin Sonuçlar	92
Verilen Sembolleri ve Şekilleri İfade Etmede Kullanılan Matematik Dilinin Sentaks ve Semantik Bileşenlerine İlişkin Sonuçlar.....	95
Verilen Dörtgen Tanımlarını Anlamada ve Dörtgenler Arası İlişki Kurmada Kullanılan Matematik Dilinin Semantik Bileşenine İlişkin Sonuçlar	96
Kullanılan Matematik Dilinin Sentaks ve Semantik Bileşenleri ile van Hiele Düzeylerinin İlişkilendirilmesine İlişkin Sonuçlar.....	97
4.2. TARTIŞMA	99
4.3. ÖNERİLER.....	104
Uygulamaya Yönelik Öneriler	104
Araştırmacılara Öneriler	105
EKLER.....	106
KAYNAKÇA.....	120

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 1. Tanımda Olması Gereken Özellikler	15
Tablo 2. Dörtgenlere İlişkin Kapsayıcı ve Hariç Tutan Tanımlar	17
Tablo 3. Öğrencilerin Görüşme Süreleri.....	30
Tablo 4. Öğrencilerin Dörtgenleri Tanımlamada Kullandıkları Sözel İfadeler.....	38
Tablo 5. Öğrencilerin Dörtgenin Özelliklerinde Kullandıkları Sözel İfadeler	41
Tablo 6. Öğrencilerin Yamuğu Tanımlamada Kullandıkları Sözel İfadeler	44
Tablo 7. Öğrencilerin Yamuğun Özelliklerinde Kullandıkları Sözel İfadeler.....	46
Tablo 8. Öğrencilerin Paralelkenarı Tanımlamada Kullandıkları Sözel İfadeler	47
Tablo 9. Öğrencilerin Paralelkenarın Özelliklerinde Kullandıkları Sözel İfadeler	48
Tablo 10. Öğrencilerin Dikdörtgeni Tanımlamada Kullandıkları Sözel İfadeler.....	50
Tablo 11. Öğrencilerin Dikdörtgenin Özelliklerinde Kullandıkları Sözel İfadeler	52
Tablo 12. Öğrencilerin Eşkenar Dörtgeni Tanımlamada Kullandıkları Sözel İfadeler	54
Tablo 13. Öğrencilerin Eşkenar Dörtgenin Özelliklerinde Kullandıkları Sözel İfadeler	55
Tablo 14. Öğrencilerin Kareyi Tanımlamada Kullandıkları Sözel İfadeler	57
Tablo 15. Öğrencilerin Karenin Özelliklerinde Kullandıkları Sözel İfadeler	58
Tablo 16. Öğrencilerin Dörtgenleri Tanımlama ve Dörtgenlerin Özelliklerine İlişkin Kullandıkları Sözel İfadelerin Beklenen Yanıtlara Göre Doğrulukları.....	61
Tablo 17. Öğrencilerin “ ” Sembolünü Sentaks Açısından Okumada Kullandıkları Sözel İfadeler	65
Tablo 18. Öğrencilerin “ ^o ” Sembolünü Sentaks Açısından Okumada Kullandıkları Sözel İfadeler	68
Tablo 19. Öğrencilerin “ m” Sembolünü Sentaks Açısından Okumada Kullandıkları Sözel İfadeler	69
Tablo 20. Kullanılan Semboller Yerine Gelebilecek Farklı Semboller	70
Tablo 21. Öğrencilerin Şekilleri Okurken Kullandıkları Sözel İfadeler.....	72
Tablo 22. Öğrencilerin Dörtgenlerin Adlandırılmasına İlişkin Görüşleri	73
Tablo 23. Sembolik Sorulara İlişkin Beklenen Yanıtlar ve Öğrencilerin Yanıtları.....	75
Tablo 24. Dörtgenlerin Tanımlarına İlişkin Sözel İfadeler, Beklenen Yanıtlar ve Öğrencilerin Yanıtları	81

Tablo 25. Öğrencilerin Matematik Dilindeki Sentaks-Semantik Bileşenleri ile van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri Arasındaki İlişki.....	85
Tablo 26. Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programında Dörtgenlere İlişkin Yer Alan Kazanımlar	109

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1. Dilin Bileşenleri	7
Şekil 2. Dilin Bileşenleri.....	7
Şekil 3. Sentaks ve Semantiğe Görsel Bakış	9
Şekil 4. Dörtgenlerin İlişkilendirilmesi	18
Şekil 5. ı Şekli.....	37
Şekil 6. ö Şekli.....	37
Şekil 7. ö, p, r, s Şekilleri.....	39
Şekil 8. D_1 'in Düzgün Olmayan Dörtgene İlişkin Çizimi	40
Şekil 9. \mathcal{C}_1 'in Bütünler Açığına İlişkin Çizimi	42
Şekil 10. \mathcal{C}_2 'nin [] ve Sembollerine İlişkin Yanıtı	68
Şekil 11. \mathcal{C}_1 'in Ürettiği Sembol	71
Şekil 12. Köşeleri Yanlış Adlandırılmış Dörtgen	72
Şekil 13. \mathcal{C}_1 'in Yanıtı.....	73
Şekil 14. a Şekli	83
Şekil 15. i Şekli.....	87
Şekil 16. D_2 'nin Kare ve Eşkenar Dörtgene İlişkin Yanıtı	89

BİRİNCİ BÖLÜM

GİRİŞ

1.1. Problem Durumu

Matematikçiler bir çeşit Frenchmen'dir. Biri onlarla konuştuğu zaman, konuşmayı kendi dillerine çevirirler ve sonrasında o tamamen farklı bir şey olur (Goethe, Stopp ve Hutchinson, 1998).

Matematik eğitimi dille başlar, dil nedeniyle sendeler ya da ilerler (Durkin ve Shire, 1991).

Matematiğin günlük hayattaki önemi ve gerekliliği düşünüldüğünde matematik eğitiminin en genel amacı bireyleri matematik okuryazarı haline getirebilmektir. Matematik okuryazarlığı matematiğin gerçek yaşamda nasıl kullanılabileceğini görme ve gereksinimleri karşılamak için matematikten yararlanma kapasitesidir (MEB, 2005). OECD (Organisation for Economic Cooperation and Development/Ekonomik Kalkınma ve İşbirliği Örgütü) (2010) matematik okuryazarlığını bireyin, olguları tanımlamak, açıklamak ve tahmin etmek için matematiksel akıl yürütmeyi ve matematiksel kavramları, yöntemleri, olguları ve araçları kullanmayı gerektiren, matematiği çeşitli ortamlarda formüle etme, kullanma ve yorumlama kapasitesi olarak tanımlamaktadır. Matematiksel okuryazarlık bireylere matematiğin dünyadaki rolünün farkına varmalarında, gerekçelere dayalı yargılarda bulunmalarında ve bu doğrultuda kararlar almalarında yardımcı olur (Altun, 2014). Ayrıca matematiksel düşünceleri mantıklı bir şekilde açıklamak ve paylaşmak için doğru terminolojiyi ve dili kullanmak, problem çözme süreci içindeki akıl yürütmeleri ifade edebilmek, tahmin ve zihinden işlem yapma becerilerini etkin olarak uygulamak, tümevarım ve tümdengelim ile ilgili çıkarımlar yapabilmek için de matematik okuryazarı olmak bir gerekliliktir (Yılmaz ve diğ., 2011).

Matematiksel açıdan önemli bir kavram olan ve Türkiye'deki matematik dersi öğretim programlarına PISA (Programme for International Student Assessment/Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı) ile giren matematik

okuryazarlığı, öğrencilerin gerçek yaşam ile ilgili ya da bir bağlam içinde sunulmuş problemler ile karşılaşmaları durumundaki matematiksel muhakemelerinin ve çıkarımlarının ortaya çıkarılmasında önemli bir role sahiptir (Doruk, 2012). PISA'daki matematiksel okuryazarlık uzay ve şekil (geometri), değişme ve ilişkiler (cebir), sayılar (aritmetik) ve belirsizlik (olasılık) olmak üzere dört alanda ölçülmektedir. PISA'da bu alanlar ile ilgili ölçme ve değerlendirmeler problemler aracılığıyla yapılmakta ve bu problemler akıl yürütme; iletişim kurma; model geliştirme; problemi ortaya koyma ve çözmeye; *sembolik, formal ve teknik dil* kullanma ile işlem yapma gibi çeşitli becerilerin kullanılmasını gerektirmektedir (Altun, Aydın, Akkaya ve Uzel, 2012). Her ne kadar PISA sorularında sembolik, formal ve teknik dil kullanımı çok ön planda olmasa da matematik dili kullanımı bireylerin matematik okuryazarı olduklarının bir göstergesi olup, “somut model, şekil, resim, grafik, tablo gibi temsil biçimlerini kullanarak matematiksel düşünceleri ifade etme, matematik ve problemler hakkındaki düşüncelerini açık bir şekilde sözlü ve yazılı ifade etme, günlük dili, matematik dil ve sembollerle ilişkilendirme, matematik hakkında konuşma, yazma, tartışma ve okumanın önemini fark etme” gibi alt becerileri içermektedir (Yüzerler ve Doğan, 2012; Özgen ve Kutluca, 2013).

Matematiksel okuryazarlık kapsamındaki beceriler incelendiğinde matematik dilinin ön plana çıktığı söylenebilir. Karşılıklı iletişim dil aracılığıyla gerçekleşir ve matematiğin de kendine has bir dili, ifade şekli, terimleri, sembolleri ve sözcükleri vardır (Toptaş, 2015). Matematik dersi öğretim programında “Matematik, aralarında anlamlı ilişkiler bulunan, kendine özgü sembolleri ve terminolojisi olan evrensel bir dil” (MEB, 2009, s.17) olarak tanımlanmakta, matematiğin “bilgiyi işlemeyi (düzenleme, analiz etme, yorumlama ve paylaşma), üretmeyi, tahminlerde bulunmayı ve bu dili kullanarak problem çözmeyi içeren” (MEB, 2009, s.8) bir dal olduğu ifade edilmektedir. Matematiği anlamak ve anlatmak için dili iyi bilmek ve kullanmak bir gerekliliktir (Aydın ve Yeşilyurt, 2007). Dil iyi kullanıldığında öğrenmeyi destekleyicidir ve matematiği öğrenmek için dil öğrenimine önem verilmelidir (Clements ve Sarama, 2014). Matematiksel ifadeleri anlayabilmede ve kullanabilmede önemi yadsınamayacak kadar büyük olan matematik dilinin edinilmesi, birbirleriyle yakından ilişkili dört sürecin kullanımıyla gelişir. Bu süreçler; *konuşma, dinleme, okuma ve yazmadır* (NWS, tarihsiz). Matematik öğreniminde kritik bir role sahip bu

süreçler matematik dersi öğretim programının da önemli bir parçası sayılmaktadır (NCTM, 1989; Hatisaru, 2013). Okullardaki öğrenmelerin tamamının dile dayalı olması nedeniyle öğretme-öğrenme sürecinde bu dört süreç önemli bir yere sahiptir (Özçelik, 1998). İlkokuldan itibaren kazanılan bu süreçlerin öğrencinin yaşamı boyunca tüm öğrenmelerini olumlu ya da olumsuz yönde etkilediği çeşitli araştırmaların sonuçlarında da belirtilmektedir (Bali, 2002; Tatar ve Soylu, 2006; Yılmaz, 2008; Topuzkanamış ve Maltepe, 2010).

Matematik dilindeki dört süreçten biri olan *okuma*, matematik dili içerisinde yer alan matematiksel semboller ve çizimlerle birlikte, matematiksel fikirlerin formülasyonunda ve ifade edilmesinde önemli bir rol oynar, soyut-somut gösterimler arasında bir köprü görevi görerek matematiği anlamlı hale getirir (Doğan ve Güner, 2012). Matematik, semboller yardımı ile anlamlandırılır. Matematik dilinin önemli bölümü işaret ve sembollerdir (Stadler, 2004). Kendine özgü kavramları, sembolleri ve dilbilgisi (Cirillo, Bruna ve Eisenmann, 2010) olan matematik dilini öğrenciler öğrenmeli ve sembolleri bilerek kullanmalıdırlar (Bali, 2002; 2003). Araştırmalar genel anlamda öğrencilerin sembolleri kullanabildiklerini ancak anlamını bilerek kullanmadıklarını belirtmektedir (Bali, 2002; Orton ve Frobisher, 2005; Aydın ve Yeşilyurt, 2007). Sembolik ifadenin doğru anlamlandırılmasından bahseden Aydın ve Yeşilyurt (2007) sözel ifadesi “dört bölü üç pi r küp” olan $4/3 \pi r^3$ ifadesinin farklı anlamlarını; “4/3, pi sayısı ve r'nin küpünün çarpımı” ve “yarıçapı r olan bir kürenin hacmi” olarak örneklendirmiştir. Ayrıca bu ifadenin “Bir kürenin hacmi, yarıçapının küpüyle doğru orantılıdır”, “Bir kürenin hacmi ile yarıçapının küpü arasındaki oran sabit bir sayıdır ve bu sayı $4/3\pi$ 'dir” gibi başka anlamlara da gelebileceğini belirtmiştir. Görüldüğü üzere matematiksel bir sembole farklı anlamlar yüklenebilmektedir. Dolayısıyla matematikte bir sembolik ifadeye yüklenen matematiksel anlam algılanmadan öğrencinin öğrenme süreci tam olarak gerçekleşmiş olamaz. Bu nedenle matematikte sembolik ifadeyi doğru anlamlandırmak oldukça önemlidir.

Öğrenciler matematik dilini öğrenirken dil becerileri ile matematiksel kavramları aynı anda kazanmaktadırlar (MEB, 2009). Bu işlem için cümleler, cümleler için ise sözcükler kullanılır. Kavramların tanımlanması da sözcüklerin bir araya gelmesiyle olur (Aydın ve Yeşilyurt, 2007). Matematiğin dili; sözdizimsel, mantıksal ve retorik (hitabet) bir yapıdadır ve bu yapı tanım-teorem-ispat şeklinde devam eder (Jamison, 2000).

Matematiğin yapısını oluşturmadaki ilk ve temel parça ise matematiksel tanımlardır. Tanımlar, matematiğin karakteristik aksiyomatik yapısında temel öneme sahiptir (Edwards ve Ward, 2008) ve bu yapı matematik dilinin gelişiminde bir amaç olarak nitelendirilir.

Çakıroğlu (2013) tanımların matematiksel düşüncelerin temel yapı taşları olduğunu belirtmektedir. Matematiksel tanım oluşturulurken kavramın özelliklerini sıralamak yeterli değil, bu özellikler arasından mantıksal çıkarımlar yaparak kavramı belirtebilecek gerek ve yeter özellikleri seçmek esastır (Çakıroğlu, 2013). Matematik dili açısından bakıldığında ise tanımlar, kavramların anlamlarını iletmede ve anlam birliği sağlamada önemli yapı taşlarıdır ve bu yapı taşlarının etkili bir rol oynadığı alanlardan biri de geometridir.

Geometri, yaşadığımız dünyayı yer, yön ve şekilsel olarak anlamamızı kolaylaştıran, birçok şekil ve cisim bilgisi ile ilişkileri içeren, bireylerin akıl yürütme, problem çözme, eleştirel düşünme ve neden-sonuç ilişkisi kurmalarını sağlayan, yüksek düzeyde düşünme becerisi kazandıran bir bilim dalıdır (Türnüklü ve Berkün, 2013). Sherard'e (1981) göre geometri, iletişim kurmada önemli bir yere sahip olan temel bir beceridir. Usiskin'e (1995) göre ise geometri, matematik ile gerçek dünya arasında arabulucuk yapan, görsel yapı ve örneklerle çalışan, fiziksel ya da görsel olarak sunum yapan (grafik vb.) ve bu durumların tamamında matematik dilini kullanarak tutarlılık sağlayan bir bilimdir (Sarama ve Clements, 2009).

Geometri, tanımlı ve tanımsız kavramlar, aksiyomlar ve teoremlerden oluşmaktadır (Küçük ve Demir, 2009; Doğan, 2013). "Nokta", "doğru", "düzlem" ve "uzay" gibi kavramlar geometride yer alan temel tanımsız kavramlardır. Tanımsız kavramlar yardımı ile geometri de tanımlı kavramlar oluşturulur (Doğan, 2013). Ayrıca geometrinin temelindeki kavramlarda şekle ait imge, tanım ve sahip olduğu özellik olmak üzere 3 farklı durum söz konusudur (Türnüklü, Alaylı ve Akkaş, 2013). Geometrik kavramların doğru tanımlanması onların sahip olduğu önemli özellikleri göstermekte ve şekle ait imgenin zihinde canlandırılmasını sağlamakta esastır. Geometrik şekillerin nasıl algılandığı, şekillerin sahip olduğu gösterim ve kavramsal ilişkinin nasıl ve ne şekilde zihinlerde anlamlandırıldığına dair, hemen hemen her yaş gurubunda, çeşitli araştırmalara rastlanmaktadır (Tall ve Vinner, 1981; van Hiele, 1986;

Türnüklü, Alaylı ve Akkaş, 2013). Bu araştırmalar incelendiğinde çalışmaların geometrik şekillerden dörtgenler üzerine yoğunlaştığı dikkat çekmektedir (De Villiers, 1994; Fujita ve Jones, 2007; Aktaş ve Aktaş, 2012a; 2012b; Türnüklü, Alaylı ve Akkaş, 2013; Erşen ve Karakuş, 2013). Bu araştırmalarda dörtgenlerin tanımlanması ve ilişkilendirilmesi üzerine odaklanılmış, öğrencilerin dörtgenlere ilişkin matematik dili kullanımını inceleyen bir çalışma ile karşılaşılamamıştır. Geometri ğretimi-öğrenimi ve dil arasındaki yakın ilişki dikkate alındığında dörtgenlerin tanımlanmasında öğrencilerin kullandıkları matematik dilinin incelenmesi, öğrencilerin sembolleri doğru okuması ve anlaması, tanım için kullanılan özelliklerin ve sembollerin anlamlandırılması var olan birikimlerini açığa çıkarması açısından oldukça önemlidir. Bu önem doğrultusunda bu araştırmada öğrencilerin dörtgenleri tanımlarken ve özelliklerini belirtirken kullandıkları dile odaklanılmıştır. Dörtgenlerin literatürde kapsayıcı ve harici gibi farklı tanımlanış biçimlerinin bulunması araştırma odağının dörtgenler olmasında etkili olmuştur. Kapsayıcı tanımlar ile dörtgenler arası hiyerarşik ilişki ortaya çıkarken, hariç tutan tanımlar ile dörtgenler birbirinden bağımsız olarak tanımlanabilmektedir. Özellikle dörtgenlere ait kapsayıcı tanımlardaki sözel ifadeler, belirttiği dörtgenden daha geniş bir dörtgen sınıfını ya da sınıflarını işaret edebilmektedir. Bu durum öğrencilerin dörtgenleri tanımlamada kavramsal olarak zorlanmalarına neden olabilir. Yapılan alışmalar da (Tall ve Vinner, 1981; De Villiers, 1994; Fujita ve Jones, 2007; Kondratieva ve Radu, 2009; Türnüklü, Alaylı ve Akkaş, 2013) bu durumu destekler niteliktedir. Ayrıca dörtgenlerin tanımlanmasında harici tanımların kullanılmasının dörtgenler arası ilişki kurmayı zorlaştırdığı da araştırmalarda ifade edilmektedir. Bu nedenle dörtgenleri tanımlarken kapsayıcı tanımların kullanımının dörtgenlerin anlaşılmasını kolaylaştırdığı düşünülmektedir (De Villiers, 1994). Bu düşünce doğrultusunda kapsayıcı tanımların öğrenciler tarafından nasıl anlaşıldığı ve kullanıldığı araştırmaya değer bulunmuştur. Matematiği anlamlandırmak için dilsel bileşenler bir gereklilik olduğundan öğrencilerin dörtgenleri tanımlamalarında kullandıkları dili sentaks ve semantik bileşenleri açısından saptamak araştırmanın temelinde bulunmaktadır.

1.2. Kuramsal Çerçeve

“Matematiğin formal tekniklerini bilmeyen kişinin karşılaştığı zorluk, bir yabancı dili öğrenmeden o dilde duygu ve düşüncelerini anlatmaya çalışan birisinin karşılaştığı zorluğa benzer” (Weyl, 2013).

1.2.1. Dil

Toplumda iletişim kurmanın en önemli etmenlerinden biri hiç kuşkusuz dildir. Dilin sınıf içinde sağlanan iletişim ortamında oluşan sosyal bir boyutu vardır (Bali, 2002). Dil gelişimi konusunda araştırmalarıyla bilinen Vygotsky psikoloji ve eğitim alanlarını etkileyen çalışmaları aracılığıyla öğrenmede sosyal etkileşimin ve kültürün önemli bir rolü olduğunu savunmuştur (Uğurel ve Moralı, 2010). Ayrıca Vygotsky (1978) dil gelişiminde toplumsal etkileşimin rolüne dikkat çekerek, eğitim alanında dilin etkisini vurgulamıştır (Bali, 2002). Dil kullanımı, tanıtılan kavramların anlaşılmasında önemli rol oynadığı için dil düşünce ile paralel gelişmektedir (Lansdell, 1999; Dağabakan ve Dağabakan, 2007). Vygotsky (1978), dilin düşünme gelişimine, nedenselliğe, okuma ve yazma üzerine önemli katkılarda bulunduğunu belirtmektedir. Ayrıca eğitimde çocukların kavramlara yüklediği anlamın dil sayesinde nasıl geliştirilebileceğini araştırarak, düşünce ile dil kullanımı arasındaki ilişkinin önemini vurgulamış ve dil kullanımının sadece öğrencinin kazandığı bilgileri ifade etmesi anlamına gelmediğini, düşüncenin şekillenmesinde temel olduğunu belirtmiştir (Ergün ve Özsüer, 2006’ dan akt. Dedeoğlu ve Gökçe, 2013; Toptaş, 2015). Bu nedenle dil elverdiği oranda düşünülür ve kavramsal düşünme yeteneği arttıkça da dil gelişir (Dağabakan ve Dağabakan, 2007). Kısaca dil zihinsel gelişimde önemli rol oynar (Delil ve Güleş, 2007; Robotti, 2012).

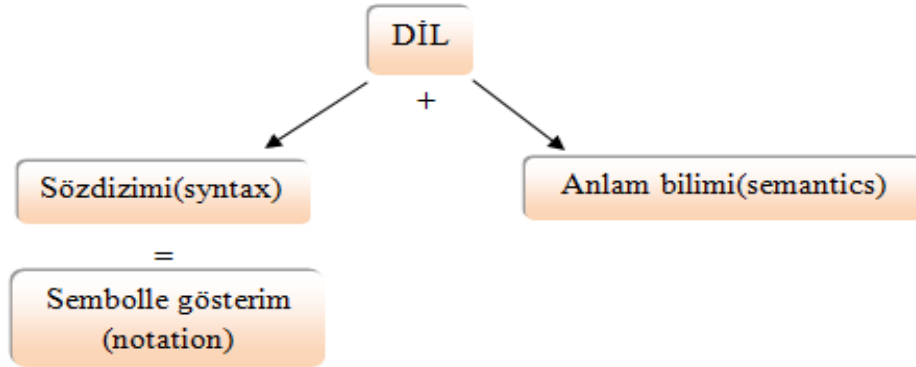
Gray’a (2004) göre ise dilin ana fonksiyonlarından biri anlamları iletme-dir. Öğretme ve öğrenme sürecinde öğrenciler deneyimlerini dil yoluyla kazandıkları için kavramları anlayabilmede ve kullanabilmede dil kritik role sahiptir. Öğrenciler dil ile yaptıklarını ve düşündüklerini tanımlar, yazarlar ve okurlar. Böylece kendilerini ifade etmekle kalmaz, aynı zamanda anlama düzeylerini öğretmene de iletmiş olurlar (NWS, tarihsiz). Eğitim açısından bu denli önemli olan dil, Bloom ve Lahey (1978) tarafından biçim (form), içerik (content) ve kullanım (use) olmak üzere üç bileşene ayrılmıştır.

Bunlardan biçim bileşeni, ses-biçim bilgisi ve sözdizim yapılarını, içerik bileşeni, dilin anlam bilgisini, kullanım bileşeni ise dilin kullanım amacına yönelik işlevlerini içermektedir (Topbaş, 2007). Geleneksel dilbilim ise dil bileşenlerini şu şekilde sınıflandırmıştır;



Şekil 1. Dilin Bileşenleri (Topbaş, 2007)

Harel ve Rumpe (2000) tarafından ise dilin bileşenleri Şekil 2'deki gibi belirtilmiştir;



Şekil 2. Dilin Bileşenleri (Harel ve Rumpe, 2000)

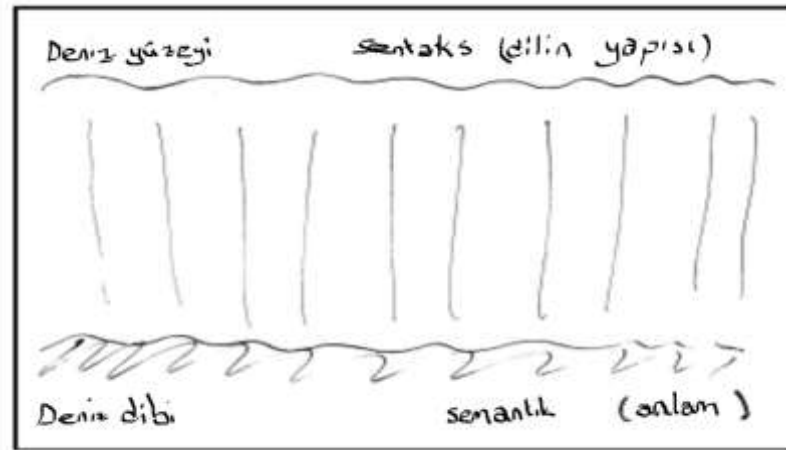
Birbiriyle ilişki halinde olan dil bileşenlerine bakıldığında sentaks/sözdizim ve semantik bileşenlerinin Şekil 1 ve Şekil 2'de ortak olduğu görülmektedir.

Dilin sentaks bileşeni, dilin biçimi ya da yapısıyla ilgili olup sözcük dizilimi ve notasyonlarla ilgilenir (Harel ve Rumpe, 2000; Easdown, 2006; Topbaş, 2007). Sentaks, sözcük sırasına bakarak dilbilgisel açıdan doğru ya da yanlış olduklarını betimler. Bir

başka deyişle sentaks, anlamlar (semantik) ile birlikte iletişimde kullanılabilir elemanların sonsuz bir kümesi olmakla birlikte dilde cümle kurma ilke ve kurallarını inceleyen bilimdir (Harel ve Rumpe, 2000). Her dilin kendine özgü sözdizim (sentaks) kuralları vardır. Örneğin; Türkçe’de tümce yapısı “özne-tümleç-eylem” şeklinde iken İngilizce’de “özne-eylem-tümleç” şeklindedir (Topbaş, 2007). Sentaks, sözcükleri gerek cümle içinde gerekse ifadenin tamamında aldıkları yere göre anlamlandırmayı amaçlamaktadır (Çelik ve Ekşi, 2008). Örneğin, “mavi” sözcüğünün Türkçede bir sıfat olması sentaks ile ilgilidir ve dil sentaks gösterimlerden oluşur (Harel ve Rumpe, 2000). Matematik de kendine özgü bir dile sahip olduğuna göre içerisinde sentaks gösterimler vardır. Örneğin; 2^3 üslü ifadesinin belirli bir kurala göre dizilmesi sentaks bileşeni ile ilgili olup, matematiksel bir gösterimdir. Sentaks matematik dilinin öğretiminde yüzeysel bir yapı olarak görülse de bireyin zihninde derin anlamlar oluşturur ve önemli bir yere sahiptir. Bu nedenle sentaks ile semantik (anlam) bir arada öğretilmelidir (Radford, 2002).

Dilin semantik bileşeni ise, dilin içeriğiyle ilgili olup cümlenin anlam yapısı ile ilgilidir (Topbaş, 2007; Easdown, 2006). Grünberg’e (1970) göre semantik, okuyucu etmenini hiç hesaba katmadan, dilsel ifadeleri sadece anlam açısından inceleyen bilim dalıdır. Örneğin; Türkçede mavi sözcüğünün mavi rengini dile getirmesi semantik ile ilgilidir. Dilin etkili kullanımı belli bir kavrama anlam yükleme kapasitesi ile ilgili olduğundan semantik bileşeni oldukça önemli bir bileşendir ve matematiğin anlamlandırılmasında esastır (Grünberg, 1970). Örneğin; 2^3 üslü ifadesinde tabanın üs kadar kendisi ile çarpımı ifadenin anlamıdır ve semantik ile ilgilidir.

Vergnaud’ya (1991) göre kavramı oluşturmak ve kavramın etkili bir tanımını yapmak için sentaks ve semantik bileşenlerinin büyük rolü vardır (Dedeoğlu ve Gökçe, 2013). Semantik biliminin öncülerinden Frege anlam ile anlaşılan arasında güçlü bir uyum sağlamak için kavramları temsil eden isim, sembol ve benzeri göstergelerin kavramı çağrışım yeterliliklerinin sağlanması gerektiğini ifade etmiştir (Çitil, 2012’den akt. Dedeoğlu ve Gökçe, 2014). Dil üstüne yapılan bazı araştırmalarda da görüldüğü üzere (Morris 1964; Chomsky, 1975; 1976) dilin anlambilimi sözdizime/sentaksa dayanır, anlamı sözdizim belirler (Soykan, 2013). Sentaks ve semantik Şekil 3’deki gibi de gösterilebilir.



Şekil 3. Sentaks ve Semantiğe Görsel Bakış (Easdown, 2006, s.2)

Şekil 3’de görüldüğü üzere sentaks, semantiğin vitrinidir. Örneğin; kimya dersinde, kimyasal bilgilerin kodlanması, kodlamaların önermeler haline getirilmesi ve anlamlandırılması, kimyasal sentaks ve semantik ile ilgilidir. Bu nedenle dilde uygun şekilde formül ve denklem yazma ve yazılanları ifade etme sentaks, bunların olgularla ilişkisini kurma ise semantik bileşeni açısından ele alınır (Sarıtaş ve Tufan, 2013). Buradan anlaşılacağı üzere semantik ve sentaks birbiriyle ilişkili iki bileşendir ve bir ifadenin sentaks yapısı semantik yapısı için alt yapı oluşturur. Aynı zamanda bu iki bileşen her zaman birbiriyle ilişkili olduğundan matematik dilinde ve matematiksel tanım oluşturmada oldukça önemlidir (Durkin ve Shire, 1991).

1.2.2. Matematik Dili

Doğal diller ile ilişki halinde olan ve matematiğin anlamlı hale gelmesinde (Kabael ve Özdaş, 2007) anahtar rol üstlenen matematik dili matematik eğitiminde önemli bir beceri olarak görülmekte ve matematiksel terimleri anlamada bir araç olarak kullanılmaktadır (Sarama ve Clements, 2009). İnsanlar ölçme temel duygusu ile doğdukları için matematik dilini kullanmaları oldukça doğaldır (Geary, 1994’ten akt. Sarama ve Clements, 2009). Bu nedenle matematik ve dil arasında dikkat çekici ve göz önünde bulundurulması gereken bir ilişki vardır (Toptaş, 2015). Matematikçilerin ve matematik eğitimcilerinin matematiğe karşı bakış açıları farklı olmasına rağmen matematikteki iletişim süreci hakkındaki görüşleri benzerdir ve ortak noktaları ise dildir (Durkin ve Shire, 1991). Matematikçilerin soyut ve ileri matematik konuları üzerine gerçekleştirdikleri çalışmalarda fikirlerini, formüllerle ve sayılarla açıklarken hatalarını

en aza indirmek için matematik diline önem verdikleri bilinen bir gerçektir. Matematik, kendine özgü sembolleri, kelimeleri, anlamları ve sözdizimsel yapısı olan dildir. Bu nedenle diğer dillerle benzer bir yapıya sahiptir. Dilin yapısı gereği matematikteki kelime, işlem, sembol ya da değerlerin anlamlı bir dizilim oluşturması dil bileşenlerinden sentaksın (sözdizimin) içerisinde yer alır. Matematik, sözdizimsel, özelleşmiş bir dildir ve bilim insanlarının gözlemlerini sayısal olarak ifade etmelerini sağlar. Örneğin, çemberin çevre uzunluğu çeşitli matematiksel formlarla (sentaks) ifade edilir. Örneğin çemberin çevresi (C) = $2\pi r$ eşitliğinde çevre (C), yarıçap (r) ve pi (π) sentaktik olarak matematiksel semboller olup pi (π) aynı zamanda matematiksel bir sabit formundadır. Matematik kendine ait sembolleri kullanan bir dil, terimler ve tanımlar içeren ilişkisel bir settir. Matematiksel semboller kurallarla ilişkilidir ve belirli anlamlar iletir. Bu nedenle de diğer dillerde olduğu gibi semantik bir yapıya sahiptir. Dolayısıyla matematikle ilgili kavram ve bilgileri edinmenin ve matematiksel düşünmeye ulaşmanın yolu, alana ait dilin sentaks ve semantik açıdan doğru kullanımı ile ilgilidir (Toptaş, 2015). Matematik eğitiminde de sentaks ve semantik bileşenler oldukça önemlidir. Matematik eğitimi dille başlar ve dille ilerler, dil sayesinde kendini geliştirir ve sonuçları genelde dil sayesinde değerlendirilir (Durkin ve Shire, 1991). Ancak öğrenciler karşılaştıkları ifadeleri matematik diline dönüştürmekte ya da matematiksel bir dille verilen kavramları anlamlandırmakta zorluk yaşamaktadırlar (Bali, 2002; Gray, 2004; Kabael, 2012; Toptaş, 2015). Matematikte anlamların ve tanımların öğrencilere benzer geldiğini, problemin çözüm yöntemi anlatılırken ya da sayısal ifadeleri sözel ifade haline getirirken öğrencilerin zorluklar yaşadığını ve matematik hakkında bir şey okunurken ya da konuşulurken dinleyicinin kafasının çok çabuk karıştığı belirtilmektedir (Gray, 2004). Konuyla ilgili yetersizlik, sembollere karşılık gelen anlamları tam olarak kavrayamama ya da yanlış yorumlama bu durumun nedenlerinden olabilir (Gray, 2004). Bunların yanı sıra matematikte çok fazla tanım ve bir kavrama ait çeşitli kaynaklarda farklı birden çok tanım ile karşılaşıldığından karışıklık yaşanmaktadır. Bu durum öğretmen ve öğrencilerin farklı durumlar ifade etmelerine neden olmaktadır. Bu sorunun en net yaşandığı yer ise geometridir.

Geometri öğrenme ve öğretme sürecinde matematik dilinin etkin bir rolü olduğu çeşitli araştırmacılar tarafından belirtilmektedir (van Hiele, 1986; Crowley, 1987, Driscoll, 1999; Sarama ve Clements, 2009; Aktaş ve Aktaş, 2012b). Laborde (1982)

geometrinin, biçimsel, doğal ve sembolik dil olmak üzere birbiriyle etkileşimli bileşenlerden oluşan bir dili olduğunu belirtmiştir (Robotti, 2012). Geometri düşünme düzeylerini oluşturan van Hiele de, matematik dilinin doğru kullanımının geometri öğretiminde oldukça önemli olduğunu ifade etmekte, öğretmen ve öğrenci arasındaki düzey farkının öğretime yansıdığını belirtmektedir (Ding ve Jones, 2007). Öğretimde kullanılan dil öğrencinin bulunduğu düzeyden daha yüksek bir düzeyde olduğunda öğretmen ve öğrenci arasında iletişim kopukluğu olacaktır. Bu durumda öğrenci ilişki kurmadan bir işlem ya da kuralı (Örneğin; “Tüm kareler aynı zamanda dikdörtgendir” gibi) ezberleyebilir (van de Walle, Karp ve Bay Williams, 2012). Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ve bu düzeylerde kullanılan matematik dilinin özellikleri aşağıdaki gibi açıklanabilir (Usiskin, 1982; Isoda, 1996; Yılmaz, Turgut ve Kabakçı, 2008; Fidan ve Türnüklü, 2010; Gökbulut ve Ubuz, 2013; Çakmak ve Güler, 2014).

Düzyey 0 (Görsel Dönem): Öğrenci geometrik şekilleri bir bütün olarak algılar, şekilleri görünüşleri itibariyle belirler, isimlendirir. Şekillerin özelliklerini açık bir şekilde belirleyemez, şekiller arası ilişki kuramaz ve şekillerin bir sınıfın parçası olduğunu göremez. Örneğin; kareyi ve dikdörtgeni tanır ancak karenin bir dikdörtgen olduğunu bilemez. Şekilleri benzerliklerine göre sınıflandırır. Şekillerin özellikleri açısından düşünmeye başlamadıkları için özelliklere dayalı sınıflandırma yapamazlar. Ancak bu şekilde düşünmeye başladıklarında kullandıkları dil, fiziksel olarak mevcut olan şekillerden daha fazlasının o grupta olduğunu gösterir (Mary, 2007’den akt. van De Walle, Karp ve Bay Williams, 2012). Bu düzeyde öğrenciler formal ya da günlük dil kullanırlar. Ayrıca tanımlama yaparken şekillerden yararlanırlar (Crowley, 1987).

Düzyey 1 (Analitik Dönem): Öğrenci, şekilleri parçaları ve özellikleri itibariyle karşılaştırır ve açıklar. Şekillerin özelliklerini analiz eder, özelliklerini açıklamak için uygun- doğru terminolojiyi kullanır. Örneğin; paralel, eşlik, açıortay gibi ifadeler öğrenciler tanımlarını yazdıkları sırada netleştirilebilir. Aynı zamanda bu düzeyde “diklik” için \perp ya da “paralellik” için // sembolleri tanıtılabilir. Öğrenci, bu düzeyde şekilleri ya da şekil sınıflarını ilişkilendiremez. Örneğin; karenin bir dikdörtgen olduğu bilinmez. Öğrenci Düzey 0’a göre daha kesin bir dil kullanmakla birlikte şekilleri özellik kullanarak tanımlar. Bu düzeyde öğretmen, hepsi, bazen, bazı zaman, asla gibi kelimeler kullanabilir (Crowley, 1987).

Düzyey 2 (Tümdengelim): Öğrenci, tanımların rolünü ve şekillerin özelliklerini anlar. Ayrıca şekiller arası ilişkileri belirler. Örneğin; karenin bir dikdörtgen ve dolayısıyla bir paralelkenar, hatta yamuk olduğunu bilir. Bu düzeyde öğrenciler kanıt yapamazlar, “Böyle ise böyledir” şeklinde akıl yürütmeler ile şekilleri minimum özelliklerine göre sınıflarlar. Bu düzeydeki öğrenci sembol kullanır ve notasyonlar arası geçiş yapabilir. Bu düzeyde öğretmen, “o ise...” ve “eğer... , o zaman...” gibi cümleler kullanabilir (Crowley,1987).

Düzyey 3 (Tümevarım): Öğrenci, aksiyom, teorem ve tanımlara bağlı olarak yapılan bir kanıtın anlam ve önemini kavrar. Daha önce kanıtlanmış teoremlerden ve aksiyomlardan yararlanarak tümdengelimle başka teoremleri kanıtlar. Özellikler arası ilişki kurarak tanımlama yapar ve uzun sıralı cümleler kurar. Bu düzeyde öğretmen, önerme, teorem, aksiyom vb. ifadeleri kullanabilir (Crowley,1987).

Düzyey 4 (İlişkileri görebilme): Öğrenci soyut çıkarımlar yapar. Değişik aksiyomatik sistemler içerisinde teoremler ortaya atarak bu sistemleri analiz eder ve karşılaştırma yapar. Dördüncü düzeydeki öğrenciler matematiği kendilerine çalışma alanı haline getirmişlerdir. Bu nedenle matematik dilini son derece iyi bilirler ve dil kullanımları oldukça gelişmiştir.

Van Hiele geometri düşünme düzeylerine göre her düzeyin kendi dili ve dil yapısı vardır. Ayrıca geometrik anlayışın gelişimi için de dil oldukça önemlidir (Crowley, 1987; Clements ve Battista, 1992’den akt. Hasegawa, 1997). Kullanılan dil van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ile paralel olarak hiyerarşik bir yapıya sahip olmalıdır (Wang ve Kinzel, 2014). Geometrik düşünme düzeylerinde ilerlemek için kullanılan matematik dilinin anlaşılabilirliği da oldukça önemlidir. Matematiği anlama hem dilsel hem de kavramsal bir durum olmakla birlikte, her iki durum için okuduğunu anlama kritik bir rol oynar (Yang ve Lin, 2008). Matematik dilinde yer alan okuma diğer matematiksel süreçler (konuşma, dinleme ve yazma) kadar önemlidir. Matematik yapmak için okumak gerekir (Eysseric, 2004). Okumada bireylerin çeşitli bilgi ve yeteneklere sahip olmaları gerektiği bilinmektedir. Bu bilgi ve yeteneklerin arasında dil bileşenlerinden sentaks (sözdizim) ve semantik (anlambilim) yer almaktadır (Çaycı ve Demir, 2006). Anlamalı okuma yapmak için dilin sentaks ve semantik özelliklerini kavramak gerekmektedir (Yıldırım, Çetinkaya ve Ateş, 2013). Okuma ile ilgili

tanımlara bakıldığında da, okumanın anlama fonksiyonuna hizmet ettiği görülmektedir. Okuma, okunabilirlik ve anlaşılabilirliği kapsayan bir beceridir. Anlaşılabilirlik daha çok semantik ile ilişkili iken, okunabilirlik sentaks ile ilişkilidir (Baş ve Yıldız, 2015). Bu nedenle sentaktik bir yapının semantik hale gelmesi için okuduğunu anlama oldukça önemlidir.

Matematik öğretiminde oldukça önemli olan okumaya yeteri kadar fırsat verilmemektedir (Bali, 2002). Geometrik bir şeklin tanımlanması ve oluşumunun yapılandırılması için okuma oldukça önemlidir (Eysseric, 2004). Matematiksel anlamaya yönelik olarak okumak, farklı şekillerde yapılabilir. Örneğin; grafikler, semboller, çizimler ve haritalar vb (NWS, tarihsiz). McKim (1941), matematik dilinde okumada kelime okuma, sembolleri okuma, metin (tanım, açıklayıcı paragraf, işlem sürecinin açıklanması vb.) okuma, problemleri okuma ve hesaplamaları okuma olmak üzere beş alanda zorlanıldığından bahsetmiştir (LeDuc, 1971). Bu süreçte matematik öğretmenlerinin özel okuma becerileri ve konunun öğretimi üzerine sorumlulukları vardır. Bu sorumluluklardan bir tanesi matematiksel sembolleri yorumlamak ve yorumlatmaktır. İkincisi ise öğrencilerin sözel problemler ve metin okuma görevlerinde yeterlilik sağlamalarıdır.

Sembolik Okuma

Matematik dilinin kısa bir biçimi terminoloji ve sembollerdir (Dündar, 2015). Matematikçilerin uğraşmaktan zevk aldığı semboller matematiğin en önemli bileşenlerinden biridir (Duru ve İşleyen, 2005). Geometri de, aralarında anlamlı ilişkiler bulunan, kendine özgü sembolleri ve terminolojisi olan bir dil olarak tanımlanabilir (Aktaş ve Aktaş, 2012a). Her sembol sözcüklerle ifade edildiğinde bir çok başka sembol/sözcük gerektiren bilgiyle yüklüdür (NWS, tarihsiz). Tall sembollerin ikili biçimde hem süreç hem de kavram olarak davrandığını ifade etmiştir. Örneğin; $1+3$ sembolü ekleme süreci ve toplama kavramı olarak davranmaktadır (Kabael, 2012). Süreç ve kavram arasındaki boşluk matematik dilinde başarısızlığa neden olmaktadır. Matematikte semboller, soyut ve somut gösterimler arasında bir köprü görevi görmekle birlikte bunları anlama ve ifade etme zordur. Bunun nedeni matematik dilinin genel olmasına rağmen soyut bir kavram olması ve doğal bir dil olmamasıdır. Ayrıca bu dilin

ilk olarak doğal konuşucuları yoktur ve matematikte yorum yapabilmek için ana dilin ek bilgileri gereklidir ve eğitim almadan da matematik dili akıcı olarak konuşulmaz. Kişiler, oluşturmuş oldukları matematik dilindeki sembolleri anlamlı iletiler haline getirirken dilin sentaks ve semantik özelliklerinden faydalanır. Saussure'e (1916'dan akt. Yalçın ve Şengül, 2007) göre, "anlam, ilişkili olduğu yapıdan bağımsız olarak var olamaz". Bu nedenle matematik dilindeki sembolleri anlamlı hale getirmek için dilin özelliklerine uymak bir zorunluluktur (Yalçın ve Şengül, 2007).

Tanım Okuma

Matematiğin birbirleriyle bağlantılı ve hiyerarşik bir düzen içinde olması nedeniyle matematikteki kavramların anlaşılması ve bu kavramların matematik dilindeki anlamlarının doğru şekilde algılanması matematiksel düşünmenin gelişimi için önemlidir (Toptaş, 2015). Jamison (2000) matematiksel kavramların ve kuralların öğrenciler tarafından anlaşılmasının matematik diline bağlı olduğunu belirtmiş, çoğu insanın matematiği okuma, yazma ve konuşmadan uzak görerek sadece biçimsiz sembolleri anlatmak için gizli kuralların topluluğu olarak gördüğünü ifade etmiştir. Oysaki tanımları anlamak ve kullanmak için matematik dilinin kullanımı ve okuma oldukça önemlidir (Adams, 2003).

Tanımlar geometride kritik rol oynar. Çünkü tanımlamadaki kabuller doğrultusunda sahip olunan bilgiler organize edilir ve bu bilgi birikimiyle yeni bilgiler inşa edilir (De Villiers, 1994). Tanımlar genellikle belirli bir kavramı daha iyi anlamaya yönelik bir araç olarak kullanılır. Matematiğin aksiyomatik yapısında da temel öneme sahip olan ve matematiği zenginleştiren tanımlarda olması gereken özellikler van Dormolen ve Zaslavsky tarafından Tablo 1'deki gibi özetlenmiştir (van Dormolen ve Zaslavsky, 2003'ten akt. Edwards ve Ward, 2008).

Tablo 1. Tanımda Olması Gereken Özellikler

Gerekli Özellikler	Tercih Edilen Özellikler
Hiyerarşik ölçüt: Herhangi bir yeni kavram daha genel bir kavramın özel bir durumu olarak tarif edilmelidir. Örneğin; Kare bir dörtgendir (genel kavram), dört kenarı eşit ve bir açısı dik olan (özel durum).	Minimalite ölçütü: Gerekli özellikler en az düzeyde kullanılmalıdır. Örneğin; kare tanımlanırken dört açısı diktir demek yerine bir açısının dik olduğunu belirtmek yeterlidir.
Varoluş ölçütü: Yeni tanımlanan kavramın en az bir özelliği vardır.	Güzellik ölçütü: İki eşdeğer tanım arasından daha az kelime ve sembol kullanan ve hoş gözüken tanım seçilir.
Denklik ölçütü: Aynı kavram için birden fazla tanım verilirse, bunların eşdeğer olduğu kanıtlanmak zorundadır.	Dejenarasyonlar için ölçüt: Bazı tanımlar net ifadelerin dejenere olmasına sebep olur.
Alışma ölçütü: Bir tanım tümdengelsel bir sisteminin parçası olmalıdır.	

Tablo 1’de görüldüğü üzere tanımlama yapılırken belirli ölçütler söz konusudur ve bu ölçütlerle birlikte tanımların oluşumunda ve kullanımında “günlük dil” yerine matematik dili kullanılmalıdır. Birçok öğrenci, örneğin dörtgeni tanımlarken “Dört köşe ve dört kenarlı şekil.” biçiminde tanımlar. Ancak bu öğrencilerden çoğu köşenin ve kenarın ne anlama geldiğini bilmezler. Bunun nedeni kullanılan matematik dilinin yeterince geliştirilmemesidir (Sarama ve Clements, 2009). Yapılan araştırmalarda öğrencilerin, tanımları yorumlamada ve uygun şekilde kullanmada zorlandıkları (Dahlberg ve Housman, 1997; Edwards ve Ward, 2008; Zazkis ve Leikin, 2008), tanımlama yapılırken matematik dilini iyi kullanamadıkları (Gökbulut ve Ubuz, 2013) belirlenmiştir.

Öğrenciler açısından bakıldığında ise onlar tanımlara neden bu kadar yer verildiğini anlamamaktadırlar. Herhangi bir kavramın tanımını bilinmeden o kavramla ilgili sorular yanıtlanamayacağı gibi geometri tanım, teorem ve aksiyomlara dayalı bir düşünme sistemi gerektirir ve tanımlar geometride oldukça önemli bir yere sahiptir. Jamison’a (2000) göre tanım, bir nesnenin ya da kavramın temel özelliklerinin az ve öz ifadeler ile açık bir şekilde anlatılmasıdır. Tanımlar az ve öz olmalı, gereksiz, konu dışı

bilgilerle konu dağıtılmamalıdır. Tanımlardaki temel özellikler; ideal, basit durumlar ve sezgisel yaklaşımlar ile ilgi çekici hale getirilmelidir. Tanıma, anlaşılmasının zor olacağı özellikler gerekli olsa bile eklenmemelidir. Tanım o konuyu tam anlamıyla açıklamalı, ne eksik, ne de fazla olmalıdır. Aşağıda dörtgenlerin içinde yer alan dikdörtgene ilişkin tanım örnekleri verilmiştir;

İyi tanım: Bir dikdörtgen dört açısı da dik açı olan bir dörtgendir.

Bu tanımlamaya göre dörtgen kavramı tanımın esas özelliğini belirtir.

Zayıf tanım: Bir dikdörtgen aynı uzunlukta köşegenlere sahip olan ve açıları dik açı olan paralelkenardır.

Bu tanım doğru olmakla birlikte gereksiz bilgi barındırdığından öz bir tanım değildir. Bir dikdörtgenin aynı uzunlukta köşegenlere sahip olduğunu belirtmek gereksizdir. Bu tanımlamaya göre paralelkenar kavramı tanımın esas özelliğini belirtir.

İkinci zayıf tanım: Bir dikdörtgen karşılıklı kenarları eşit uzunlukta olan bir paralelkenardır.

Bu tanım doğru ve öz olmakla birlikte dikdörtgenin özellikleri açısından betimleyici bir tanım değildir. Bu tanım tanımlamadan ziyade bir teorem olarak kullanılabilir. Matematikte, bu tip iddialar tanımlamadan ziyade karakterize etme olarak kullanılmaktadır.

Kötü tanım: Bir dikdörtgen dik açıları olan bir dörtgendir.

Bu kesin olmayan bir tanımdır ve dörtgenin sahip olduğu dik açı sayısı belirsizdir. (Bir kaç dik açıyla mı? Bütün dik açılarıyla mı?) Karşılıklı açıları dik olup, komşu açıları dik olmayan dörtgenler de mevcuttur ve bu dörtgenler dikdörtgen değildir.

Kabul edilemez tanım: Dikdörtgenin dik açıları vardır.

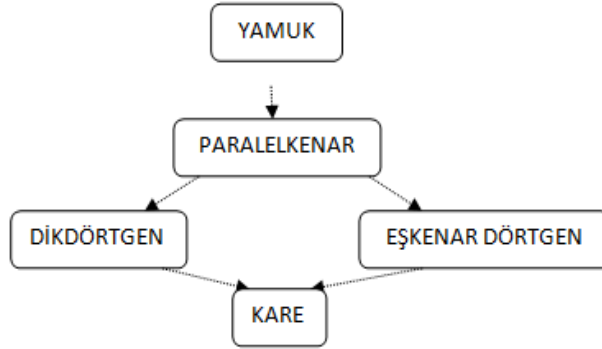
Tanımda dik açıları olan bir şeklin nasıl olacağı belli olmadığından bu tanım kabul edilemez bir tanımdır. Ayrıca kaç tane dik açısı olduğu da belli değildir.

Yukarıda da belirtildiği üzere tanımlama yaparken kullanılan matematik dili oldukça önemlidir. Yapılan çalışmalarda öğrencilerin geometrik şekillere ait doğru tanımlama yapmada ve verilen şekil, sembol ve tanımları anlamlı okumakta zorluklar yaşadıkları belirtilmiştir (De Villiers, 1994; Erez ve Yerushalmy, 2006; Fujita ve Jones, 2007; Okazaki ve Fujita, 2007; Aktaş ve Aktaş, 2012b). Geometri öğretiminin alt amaçlarından bir tanesinin öğrencilerin geometrik şekilleri tanıyabilmesi ve açıklayabilmesi olduğu düşünüldüğünde (MEB, 2009), öğrencilerin dörtgenleri tanıması, tanımlaması ve özelliklerini açıklaması, sembolleri ve tanımlamaları uygun dörtgenler ve dörtgen sınıfları ile ilişkilendirmesi matematiksel düşünme bağlamında bir gerekliliktir. Dörtgenler literatürde dörtgenler arası hiyerarşik ilişkiyi devamında getiren kapsayıcı tanım ve dörtgenleri birbirinden ayıran hariç tutan tanım olmak üzere iki farklı türde tanımlanmaktadır. Çakıroğlu (2013) tarafından dörtgenler, “Kenarları doğru parçası olan ve tüm köşeleri aynı düzlem üzerinde bulunan üç köşesi aynı doğru üzerinde bulunmayan dört kenarlı kapalı şekil.” olarak tanımlanmış ve özel dörtgenlere ait tanımlanmış biçimleri Tablo 2’de belirtilmiştir.

Tablo 2. Dörtgenlere İlişkin Kapsayıcı ve Hariç Tutan Tanımlar

Dörge nler	Kapsayıcı Tanım	Hariç Tutan Tanım
Yamuk	En az karşılıklı bir çift kenarı paralel olan dörtgendir.	Sadece bir çift kenarı paralel olan dörtgendir.
Paralelkenar	Karşılıklı iki çift kenarı paralel olan dörtgendir/yamuktur.	Köşegenleri birbirini ortalayan ancak eşit uzunlukta olmayan ve birbirini dik kesmeyen dörtgendir.
Dikdörtgen	Üç açısının ölçüsü 90° olan yamuktur/paralelkenardır.	Üç açısının ölçüsü 90° olan, köşegenleri dik kesilmeyen dörtgendir.
Eşkenar Dörtgen	Bütün kenarlarının uzunluğu eşit olan yamuktur/paralelkenardır.	Bütün kenar uzunlukları eşit olan ve dik açısı bulunmayan dörtgendir.
Kare	Bütün kenarlarının uzunluğu eşit olan ve bir açısının ölçüsü 90° olan yamuktur/paralelkenardır/dikdörtgendir/eşkenar dörtgendir.	Bütün kenarlarının uzunluğu eşit olan ve bir açısının ölçüsü 90° olan dörtgendir.

Ortaokul matematik dersi öğretim programında da dörtgenler kapsayıcı tanım doğrultusunda tanımlanmakta, dörtgenler arası hiyerarşik ilişki Şekil 4'deki gibi belirtilmektedir.



Şekil 4. Dörtgenlerin İlişkilendirilmesi

Tanımlar matematiksel açıdan oldukça önemli olup matematiğin bel kemiğini oluşturur. Tanım oluşturma süreci problem çözme, ispat ya da matematiksel genellemeler yapma gibi pek çok matematik aktivitesi kadar kritiktir. Bu aktivitelerin temelinde tanımları anlama becerisi yatar (Öztoprakçı ve Çakıroğlu, 2013). Tanımları anlamak için ise dilde büyük bir role sahip olan anlayarak okumayı gerçekleştirmek gerekir. Ayrıca tanımları anlamada sentaks ve semantik bileşenleri oldukça önemlidir. Özellikle temel dilin semantiği tanımların daha çok anlaşılmasına yardımcı olur. Bu nedenle bu araştırmada dörtgenler bağlamında öğrenciler tarafından kullanılan matematik diline sentaks ve semantik bileşenleri açısından tanım, şekil ve sembolleri okuyup anlama boyutunda bakılmak istenmiştir. Ayrıca ortaokul programında dörtgenler konusuna bütün sınıf düzeylerinde yer verilmesi de araştırmanın dörtgenler üzerine yapılmasının bir başka nedenidir. Ortaokul matematik dersi öğretim programında dörtgenlere ilişkin yer alan kazanımların tablosu EK-2'dedir.

1.3. İlgili Araştırmalar

Matematik diline ve dörtgenleri tanımlama ve ilişkilendirme konusuna ilişkin yurtdışında ve yurtiçinde birçok çalışmanın mevcut olduğu görülmüştür. Ancak bu çalışmaların hiçbirinde matematik dili ve geometri bir arada değildir ve çalışmalar genelde ortaöğretim ya da yükseköğretim düzeyindedir. Literatür incelendiğinde yapılan araştırmaya uygun bir araştırma ile karşılaşılammıştır. Bu nedenle burada matematik dili ve dörtgenleri tanımlama ve ilişkilendirme konusuna ilişkin araştırmalardan, yapılan araştırma içeriğine en yakın olanlarına yer verilmiştir.

Toptaş (2015) dünyada ve ülkemizde matematik diliyle ilgili araştırmaları ve literatürü taramış ve matematik diline ilişkin bir sentez çalışması hazırlamıştır. Bu doğrultuda araştırmanın amacı, matematik dersinde öğrencilerin matematiksel kavramları ve terimleri kavrayabilmelerinde kullandıkları matematik dilinin etkilerini genel bir bakış açısından sunmaktır. Yapılan literatür taramasından, matematik dilinin öğretme-öğrenme sürecinin bir ögesi aynı zamanda bir faktörü olduğu ve çocuklarda dil gelişimi olduğu gibi matematik dilinin de gelişimi olduğu, matematiksel bilgi ve kavramlar öğretilirken öğrenciyle matematiksel iletişim kurulmadan yapılan öğretme-öğrenme sürecinin başarılı olmadığı, matematik dersinde öğretmenin matematik dilini kavramsal anlamda bilip öğrencinin matematik dil gelişimini dikkate alarak dersin işlenişini gerçekleştirmesi gerektiği sonuçlarına ulaşılmıştır.

Österholm'un (2006) matematiksel metinlerde okuduğunu anlamının tanımlanması üzerine yaptığı çalışmada, ikisi matematik, birisi tarih ile ilgili olan üç metinde öğrencilerin okuduklarını anlayıp anlamadıklarının karşılaştırılması amaçlanmıştır. İki matematiksel metinden bir tanesinde matematik semboller diğerinde ise doğal dil (günlük dil) kullanılmıştır. Katılımcıların % 95'inin eğitim durumu önlisans ve lisans düzeyindedir. Metinleri okumadan önce katılımcıların matematik ve tarih bilgisi ölçülmüş, her metini okuduktan sonra da okuduklarını anlayıp anlamadıkları test edilmiştir. Matematik sembollerinin olmadığı metin ile tarih metninden elde edilen okuduğunu anlama sonuçları birbirinin benzeri çıkmış, iki matematik metnindeki okuduğunu anlama sonuçları ise birbirinden farklı çıkmıştır. Bu sonuçlar, matematik sembollerinin kullanılmasının okuduğunu anlama becerileriyle ilişkili olduğunu, işin içine semboller girince okuduğunu anlama becerilerinin doğrudan

etkilendiğini göstermektedir. Lisans öğrencileri, önlisans öğrencilerinden daha uzun bir süre matematik eğitimi almış olmasına rağmen, sembollerin olduğu matematik metninden okuduğunu anlama sonuçlarında iki grup arasında çok küçük hatta önemsiz bir fark ortaya çıkmıştır. Dolayısıyla bu bulgular, sembol içeren matematik metinlerini okuma anlamının öğretilmesi üzerinde daha çok durulması gerektiğini açıkça göstermektedir.

Yüzerler ve Doğan'ın (2012) Muğla il merkezinde bulunan ilköğretim altıncı ve yedinci sınıflarında öğrenim gören 118 öğrenci ile yaptığı araştırmada, öğrencilerin matematik dilini kullanabilme becerilerinin düzeylerini belirlemek amaçlanmıştır. Veri toplamak için "performans görev" formları kullanılmıştır. Geliştirilen dereceli puanlama anahtarından faydalanarak elde edilen veriler betimsel istatistik teknikleri kullanılarak analiz edilmiş, cinsiyet ve sınıf düzeyine göre karşılaştırmalar yapılmıştır. Araştırmada öğrencilerin matematiksel düşüncelerini ifade ederken uygun matematik dilini kullanmakta zorluk çektiği, özellikle yenilenen programda kavramsal yaklaşım üzerinde durulmasına rağmen bu uygulamada öğrencilerin çoğunun öğrenme alanına ait kavramları kullanma konusunda yetersiz olduğu saptanmıştır.

Türnüklü ve Özcan'ın (2014) farklı geometrik düşünme düzeyindeki öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçlerini incelemek amacıyla yaptığı çalışmada, geometrik düşünme düzeyleri yüksek ve düşük olan iki tane 7. sınıf öğrencisinin bilgiyi oluşturma süreçleri karşılaştırılmış ve öğrencilerin geometrik olarak daha üst düzeyde olmalarını etkileyen etmenler tartışılmıştır. Araştırma yöntemi olarak örnek olay benimsenmiş, veri toplama aracı olarak açık uçlu problemler ve problem çözme esnasında öğrencilerin düşünsel süreçlerini açığa çıkarmayı amaçlayan gözlem ve görüşme kullanılmıştır. Elde edilen nitel veriler, her bir örnek olay kendi içinde, kendi bağlamında ve diğeri ile benzer ve farklılığı karşılaştırılarak içerik analizi kullanılarak analiz edilmiştir. Araştırmada farklı geometrik düşünme düzeyindeki öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçlerinde bir takım farklılıkların olduğu ve düşük geometrik düşünme düzeyindeki öğrencinin bilgi oluşturmada yavaş ve tahmine dayalı bir yol izlediği gözlemlenmiştir. Van Hiele düzeylerinin genel özellikleri arasında yer alan matematik dilinin kullanımının soyutlama sürecinde önemli bir bileşen olduğu vurgulanmıştır. Her bir geometrik düşünme düzeyinin kendine ait sözcüklerinin

ve sembollerinin olduğu, bu çerçevede uygun terminolojinin doğru kullanımının çok önemli olduğu ve öğrencilerden de buldukları düzeye uygun ifadeler kullanmalarının beklendiği görülmüştür. Ayrıca özellikle düşük geometrik düşünme düzeyindeki öğrencilerin matematik dilini tam ve doğru kullanamadıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Fujita ve Jones (2007) çalışmalarında dörtgenlerin tanımlanması ve sınıflanmasında öğrencilerin neden zorlandıklarını belirlemeye çalışmışlardır. Amacı, matematik araştırmaları içindeki dörtgenler konusunun kavramsal çerçevesi hakkında bilgi sunmak olan çalışmada 263 öğrenci ile çalışılmıştır. Öğrencilere bu kapsamda paralelkenar, kare, dikdörtgen ve yamuğun tanımları sorulmuştur. Sonuçlar incelendiğinde, öğrencilerin tanımlama becerilerinin oldukça düşük olduğu görülmüş, öğrencilerin zorlanmalarının iki nedeni olduğu belirtilmiştir. Bu nedenlerden birincisi, dörtgenlerin farklı özelliklerini analiz etmeyi öğrenmedeki karmaşıklık, ikincisi ise önemli ve önemli olmayan özellikleri birbirinden ayırt etmede yaşanan güçluktur. Bu konunun öğrenilebilmesi için, şekil ile kavram arasında anlamlı bir ilişki kurulmasının yanında mantıksal çıkarımların yapılmasının gerektiği vurgulanmıştır.

1.4. Araştırmanın Önemi

İlk çağlardan itibaren geometri uzunluk, alan ve hacim ölçümlerinde ya da toprak üzerinde sınırların çizilmesinde kullanılmış, diğer bilim dallarının gelişiminde yol gösterici bir rol oynamıştır. Yerleşik hayatın ilk yapılanmalarında araç olarak kullanılan geometri ile insan yaşamında, sosyal yaşamın organizasyonunda ve genel yapılarda da gelişmeler sağlanmıştır. Geçmişten günümüze bu gelişmeler, geometrinin diğer alanlarla bütünleşerek vazgeçilmez bir bilim dalı haline gelmesinde önemli bir rol oynamıştır. Geometrinin görsel, hesaplanabilir, faydacı, uygulanabilir ve hayatımızla içiçe olması, matematik eğitimcilerini geometriye yöneltmiştir. Yeni öğretim teknikleri ve teknolojiler ile birlikte yeni ve eski fikirler bir araya getirilerek geometri giderek büyümekte ve matematiğin diğer konularının öğretiminde ve öğrencilerin yaşadıkları dünyayı daha yakından tanımalarına yardımcı olmaktadır (Baykul, 2009).

Geometri matematiğin günlük hayatta kullanılan önemli bir kısmı olduğundan ilkokuldan hatta okul öncesinden itibaren öğretim programları içerisinde yer almaktadır.

Hayatımızda bu denli önemli bir yere sahip olan matematik ve onun önemli bir dalı olan geometride öğrencilerin ne yazık ki istenilen başarı düzeyinde olmadıkları görülmektedir. Özellikle Türk öğrencilerinin PISA ve TIMMS gibi uluslararası sınavlarda dünya sıralamasında oldukça gerilerde olduğu saptanmıştır. Öğrenci Değerlendirme Programı olan PISA, OECD'nin 2000 yılından itibaren üç senede bir OECD ülkeleri ve diğer katılımcı ülkeler arasında yaptığı bir tarama çalışmasıdır. On beş yaş grubu öğrencilerin kazandıkları bilgi ve becerileri ölçmeyi amaçlayan PISA'da farklı ülkelerdeki öğrencilerin, düşünceleri analiz edebilme, akıl yürütme ve okulda öğrendikleri kavramları kullanarak etkin bir iletişim kurma ve okuryazarlık becerilerine sahip olup olmadıkları ölçülmeye çalışılmaktadır. Ayrıca PISA'da öğrencilerin okuma, fen bilimleri, matematik ve problem çözme alanlarındaki beceri seviyelerinin ölçülmesi ve karşılaştırılması amaçlanmaktadır. PISA sınavlarında 2000 yılındaki uygulamada okuma becerilerine ağırlık verilirken, 2003-2012 yılları arasında yapılan uygulamalarda matematik okuryazarlığı alanına ağırlık verilmiştir (Yıldırım, Yıldırım, Yetişir ve Ceylan, 2013). Zopluoğlu'nun (2014) PISA hakkında yaptığı değerlendirmede, geçtiğimiz 10 sene içerisinde ülkemizde matematik alanında genel PISA başarı puanında yükselme olmasına rağmen matematik başarı ortalamasının OECD ortalamasının 39, AB ortalamasının ise 49 puan altında olduğu görülmektedir. Türkiye katılımcı OECD ülkeleri arasında 2003 yılında 29. (N=30), 2006 yılında 32. (N=34), 2009 yılında 31. (N=33) ve 2012 yılında ise yine 32. (N=34) olmuştur. Ülkemizin sayısal alt boyutundan sonra en çok uzay ve şekil boyutunda, diğer bir deyişle geometri alt boyutunda başarısız olduğu görülmektedir (MEB, 2003; MEB, 2004). PISA'dan elde edilen sonuçlara göre öğrenciler, doğrudan çıkarım yapmaktan başka bir beceriye gerek olmayan durumları tanıyabilmekte, yorumlayabilmekte ve temel algoritmaları, formülleri ve işlem yollarını kullanabilmektedir (Aydın, Sarıer ve Uysal, 2012). Bu durum ise PISA'da yer alan altı düzeyden ikinci düzeye karşılık gelmektedir. Türkiye, PISA değerlendirmesinin de ortaya koyduğu gibi gelişmeye sahip olmakla beraber eğitimde istenilen seviyeye ulaşamamıştır (Zopluoğlu, 2014).

Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması olan TIMSS de PISA gibi ülkelerin fen ve matematik başarılarını birçok değişkeni dikkate alarak sunan uluslararası bir araştırmadır. İlk kez 1995 yılında yapılmış olan TIMMS dört yılda bir yapılmaktadır. Bu kapsamlı araştırmaya Türkiye 1999 ve 2007 yıllarında sekizinci sınıf

düzeyinde katılmış olup, 2011 yılında dördüncü ve sekizinci sınıf düzeylerinde katılmıştır. Türkiye'nin matematik alanında 1999 yılında 31. sırada, 2007 yılında ise 30. sırada yer aldığı görülmektedir. 2011 yılında ise dördüncü sınıflarda 50 ülke arasından 35.sırada, sekizinci sınıflarda ise 42 ülke arasında 24. sıradadır (Uzun, Bütüner ve Yiğit, 2010). 1999 yılından 2011 yılına kadar olan süreçte Türkiye'nin TIMSS matematik başarısında puan artışı olmasına rağmen Türk öğrencilerinin en çok geometri alanında başarısız oldukları görülmüştür. Bu durumu 2011 yılındaki sonuçlar desteklemekle birlikte Türkiye'nin dördüncü sınıf düzeyinde en düşük başarı ortalamasının matematik öğrenme alanındaki geometrik şekiller ve ölçüler olduğu da belirlenen bir diğer sonuçtur (Ubuz, Üstün ve Erbaş, 2009).

TIMSS ve PISA sonuçlarına birlikte bakıldığında bütün öğrenme alanlarında Türkiye'nin dünya ortalamasının altında olduğu, en sorunlu alanı matematik öğrenme alanının oluşturduğu ve “geometrik şekiller ve ölçüler” öğrenme alanlarında en düşük ortalamalara sahip olduğu anlaşılmaktadır. Bu durum ülkemizde matematik öğretim programının özellikle geometri boyutunun ve geometri öğretiminin yeniden gözden geçirilmesi gerektiğini ortaya sermiştir (Yücel, Karadağ ve Turan, 2013). Ancak hazırlanan yeni öğretim programı için gerekli alt yapının yeterli olmaması, öğretmenlerin programın içeriğiyle ilgili yeterli düzeyde bilgi sahibi olmamaları, sınıf mevcutlarının programın uygulanmasına uygun olmaması gibi pek çok nedenden ötürü istenilen düzeyde başarı elde edilememiştir (Eraslan, 2009; Duru ve Korkmaz, 2010; Uzun, Bütüner ve Yiğit, 2010; Çelen, Çelik ve Seferoğlu, 2011).

Araştırmalara bakıldığında Türkiye'nin matematik alanında düşük bir başarı göstermiş olmasının nedenleri arasında Türk Eğitim Sistemi'nin yapısının uluslararası normlara uygun olmadığı, yaşam boyu öğrenmeye gereken önemi vermediği, aşırı merkezîyetçi bir yapıya sahip olduğu yer almaktadır. Ayrıca toplu sınavların eğitim kalitesini düşürdüğü ve en temel eğitsel amaçlar arasında yer alması gereken ve ilgili mevzuatta belirtilen etkin düşünme, algılama, iletişim kurma ve problem çözme yeteneği gelişmiş bireyler yetiştirmekten uzak olduğu görülmektedir (Aydın, Sarier ve Uysal, 2012). Özellikle toplu sınavlar ile birlikte öğrencilerin matematiksel anlamda körelerek sadece işlemsel bilgiye önem verdiği kavramsal bilgiye gerekli değerin verilmediği, bu nedenle tam anlamıyla öğrenmenin olmadığı, matematik okuryazarlığı

içerisinde yer alan sembolik, formal ve teknik dil becerisine yeterince önem verilmediği anlaşılmaktadır (MEB, 2009).

Geometri alanındaki başarısızlığın nedenleri arasında ise geometri öğretiminde dikkate alınması gereken öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin dikkate alınmayarak öğrencilerin düşünsel olarak hazır olmadıkları bir kavramla karşılaşmaları ve güçlük yaşamaları yer almaktadır. Bu nedenle ilkokulun ilk yıllarından itibaren öğrencilere karşılaştıkları kavramları kazandırmak için öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerine dikkat edilmesi ve düzeylerine uygun eğitim verilmesi gerekir (Toptaş, 2015). Bu yapılırken de geometrik kavramların öğrenciye doğrudan verilmesi yerine öğrencinin kendisinin bu kavramları bulması, oluşturması özendirilmelidir (Fidan ve Türnüklü, 2010; Toptaş, 2015). Öğrencinin geometrik düşünme düzeylerine uygun eğitim verilirken etkin iletişimi sağlamak için kullanılan matematik dili oldukça önemlidir. Kullanılan dil ve matematik başarısı arasında oldukça güçlü bir bağ vardır. Matematik öğrenimi gören öğrenciler bu dili öğrenmek zorundadır (Adams, 2003). Matematik dili üzerine yapılan çalışma sayısı oldukça az olmakla birlikte bu çalışmalarda öğrencilerin matematik dilini anlayabilme ve kullanabilmede yetersiz oldukları belirlenmiştir (Jamison, 2000; Keşan, Kaya ve Yetişir, 2008; Doğan ve Güner, 2012; Yüzerler ve Doğan, 2012; Toptaş, 2015). Kullanılan matematik dili geometride de önemli olduğu için bu alandaki başarısızlığın nedenlerinden birinin matematik dili kullanımındaki hatalar olduğu da düşünülebilir (Driscoll, 1999; Toptaş, 2015). Geometride başarısız olunmasının nedenleri arasında kavramların tam olarak öğretilmemesi, anlaşılır ve açık bir şekilde tanımlanmaması ve dilsel açıdan eksik bir şekilde öğretim yapılması olduğundan bu çalışmada diğer matematik dili üzerine yapılan çalışmalardan farklı olarak öğrencilerin geometride kullandıkları matematik diline odaklanılmıştır. Yine bu çalışmada matematik dili üzerine yapılan diğer çalışmalardan farklı olarak söylem analizi yapılmamıştır. Çünkü çalışmada, dil bileşenlerinden sentaks ve semantik bileşenleri üzerine odaklanılmış olup pragmatik (kullanım bilgisi) bileşeni üzerinde durulmamıştır.

Dildeki sentaks ve semantik bileşenlerinin öğrenimindeki zorluklar matematiksel yapıların anlaşılmasını zorlaştırmaktadır (Radford, 2002). Geometrik yapıların öğretiminde de semboller, sözdizimleri bunlara yüklenen anlamlar, şekiller ve tanımlar geniş yer tuttuğundan dolayı dilin sentaks ve semantik bileşenleri geometri

açısından da oldukça önemlidir. Geometri öğrenme alanları içerisinde yer alan dörtgenler konusunda, sembol, şekil, tanım ve özellik bir arada bulunduğundan sentaks ve semantik bileşenleri geniş yer tutmaktadır. Öğrenciler, özellikle dörtgenler konusuyla okula başlamadan çok önce tanışır ve günlük hayatta yoğun bir şekilde karşılaşır. Dörtgenler üzerine yapılan birçok çalışma olmakla birlikte bu çalışmaların çoğu dörtgen kavramını tanımlama (Tall ve Vinner, 1981; Okumuş, 2011; Türnüklü, Alaylı ve Aktaş, 2013; Erşen ve Karakuş, 2013) ve dörtgenleri hiyerarşik sınıflandırma (Usiskin, 1982; De Villers, 1994; Fujita ve Jones, 2007; Obazaki ve Fujita, 2007; Aktaş ve Aktaş, 2012a) üzerinedir. Bu çalışmada da dörtgenler konusu üzerine odaklanılmıştır. Ancak bu çalışma diğer çalışmalardan farklı olarak öğrencilerin, dörtgenleri tanımlarken, dörtgenlerin özelliklerini belirtirken, tanımlamaları sözel ve sembolik ifadeler aracılığıyla verilen dörtgenleri belirlerken ve sembollerini ifade ederken kullandıkları matematik dili üzerinedir.

1.5. Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın genel amacı sekizinci sınıf öğrencilerinin dörtgenler bağlamında matematik dili kullanımlarını sentaks ve semantik bileşenleri açısından incelemektir. Bu amaç doğrultusunda aşağıdaki sorulara yanıt aranmıştır.

Sekizinci sınıf öğrencilerinin;

- 1) Dörtgenleri tanımlamada ve özelliklerini ifade etmede kullandıkları matematik dilinin semantik bileşeni nasıldır?
- 2) Verilen sembollerini ve şekillerini ifade etmede kullandıkları matematik dilinin sentaks-semantik bileşenleri nasıldır?
- 3) Sözel ve sembolik verilen ifadelerin hangi dörtgene ya da dörtgen sınıfına ait olduğunu belirlemede ve dörtgenler arası ilişki kurmada kullandıkları matematik dilinin semantik bileşeni nasıldır?
- 4) Kullandıkları matematik dilinin sentaks ve semantik bileşenleri ile van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin ilişkilendirilmesi nasıldır?

İKİNCİ BÖLÜM

YÖNTEM

Nitel araştırma, eğitim ortamlarına uyarlanan, sosyoloji ve antropoloji gibi disiplinlerden gelen bir yöntem olup yorumlayıcı araştırma ya da alan araştırması olarak da adlandırılır (Tanışlı, 2008). Nitel araştırma, sosyal yaşamı ve insanla ilgili problemleri kendine özgü metotlarla sorgulayarak anlamlandırma süreci olduğundan (Creswell, 1998), üründen ziyade sürece odaklanır ve olguların anlamını açıklamaya ve anlamaya yardım eden, insanların duyguları, davranışları, düşünceleri ve dünyayı anlamlandırmalarını ortaya koymaya çalışır. Bu sürecin veri kaynağı ise hiç şüphesiz doğal ortamlardır (Tanışlı, 2008).

Nitel araştırma sürecinde araştırmacı bütüncül bir araştırma tablosu ortaya koyar ve gözlem, görüşme ve dokümanlardan yola çıkarak kavramları, anlamları ve ilişkileri açıklamaya çalışır (Merriam, 1998'den akt. Karadağ, 2009). Bu doğrultuda sekizinci sınıf öğrencilerinin dörtgenler bağlamında matematik dili kullanımlarını sentaks ve semantik bileşenleri açısından incelemeyi amaçlayan bu çalışmada içeriğin ayrıntılı olarak anlaşılması, elde edilen verilerin bütüncül bir yaklaşımla incelenmesi ve analiz edilmesi, varolan durumun derinlemesine yorumlanması gerektiğinden verilerin toplanması, çözümlenmesi ve yorumlanmasında nitel araştırma yöntemi benimsenmiştir.

2.1. Araştırma Ortamı

Araştırmanın uygulaması, Milli Eğitim Bakanlığı'ndan izin alınarak (EK-1) Eskişehir il merkezinde yer alan bir devlet ortaokulunda, 2014-2015 öğretim yılı bahar döneminde gerçekleştirilmiştir. Okul sosyo-ekonomik düzeyleri orta olan ailelerin çocuklarına tam gün eğitim-öğretim veren, Milli Eğitim Bakanlığı'na bağlı bir kurumdur. Bu okulun seçilmesinin nedeni, öğrencilerin yaklaşık aynı sosyo-ekonomik koşullara sahip olmaları ve okulda klinik görüşmelerin gerçekleştirilmesi için uygun ortamların yer almasıdır. Araştırma sürecinde klinik görüşmeler, öğrencilerin kendilerini rahat hissettikleri, sessiz bir ortam olan okulun kütüphanesinde yapılmıştır. Görüşmeler

sırasında kullanılan video kameranın yerleştirilmesinde kameranın öğrencileri, öğrencilerin çalışma kâğıtlarını ve araştırmacıyı görebilmesine dikkat edilmiş, ayrıca öğrencilerin dikkatini dağıtmayacak şekilde konumlandırılmaya çalışılmıştır. Görüşmeler sırasında, görüşmecinin öğrenci ile yüz yüze gelebildiği ve aynı zamanda öğrencinin yaptıklarını rahat görebildiği bir oturma düzeni de oluşturulmuştur.

2.2. Araştırmanın Katılımcıları

Araştırmanın katılımcıları, 2014-2015 eğitim-öğretim yılı Eskişehir ilinde bulunan bir devlet ortaokulunda öğrenim gören sekiz sekizinci sınıf öğrencileridir. Dörtgenler konusu, ilkokuldan itibaren üzerinde durulan bir konu olmakla birlikte özellikle ortaokul beşinci sınıftan itibaren özel dörtgenler üzerinde durulup tanımlamalara yoğunlaşmakta, bu konu en ayrıntılı şekilde yedinci sınıfın ikinci döneminde gösterilmektedir. Araştırmada sekizinci sınıf öğrencileri ile çalışılmasının nedeni hem öğrencilerin yedinci sınıfta daha kapsamlı bilgi edinmesi, hem de bu öğrencilerden daha ayrıntılı bilgi elde edilebileceğinin düşünülmesidir. Özellikle dörtgenlerin tanımlanması konusunda sekizinci sınıf öğrencileri diğer ortaokul düzeyi öğrencilerine göre daha kapsamlı bilgiye sahiptir.

Araştırma konusunun derinlemesine incelenebilmesi, tüm ayrıntıların keşfedilmesi ve bunların açıklanabilmesi istendiğinden araştırmada örnekleme yöntemlerinden amaçlı örnekleme yöntemi benimsenmiştir. Amaçlı örnekleme, zengin bilgiye sahip olduğu düşünülen durumların derinlemesine çalışılmasına olanak veren örnekleme yöntemidir. Amaçlı örneklem kendi içinde pek çok örnekleme yöntemlerinden oluşur. Bu yöntemlerden biri maksimum çeşitlilik örnekleme yöntemidir. Bu araştırmada katılımcıların belirlenmesinde benimsenen maksimum çeşitlilik örnekleme yöntemi, küçük bir örneklem oluşturmak ve bu örnekleme çalışılan probleme taraf olabilecek bireylerin çeşitliliğini maksimum derecede yansıtmayı amaçlayan örnekleme türüdür (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Bu bağlamda matematik öğretmenin öğrenciler hakkındaki görüşleri alınarak dört kız-dört erkek olmak üzere sekiz öğrenci seçilmiştir. Bu öğrencilerin seçiminde özellikle ifade becerisi iyi öğrencilerin seçilmesine dikkat edilmiştir. Dört kız-dört erkek öğrenci arasından ise düşük-orta-yüksek-çok yüksek başarı düzeylerine uygun öğrenciler seçilmiştir. Düşük-

orta-yüksek-çok yüksek başarı düzeylerine uygun öğrenciler seçilirken her düzeye ait bir kız bir erkek öğrenci seçilmesine dikkat edilmiştir. Öğrenciler gösterilirken erkek öğrencilere bir, kız öğrencilere iki numaralı indisler verilmiştir. Ayrıca başarı düzeyi çok yüksek olan öğrenciler $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2$; yüksek olan öğrenciler Y_1, Y_2 ; orta olan öğrenciler O_1, O_2 ; düşük olan öğrenciler ise D_1, D_2 ile gösterilmiştir. Katılımcıların seçiminde öğrencilerin de gönüllü olmasına dikkat edilmiştir.

2.3. Veri Toplama Araçları

Nitel araştırmalarda, görüşme, gözlem ve doküman incelemesi aracılığıyla toplanan veriler, çevreyle ilgili veriler, süreçle ilgili veriler ve algılara ilişkin veriler olmak üzere üç türdür (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Bu araştırmada veri toplama aracı olarak matematik eğitiminde sıklıkla kullanılan ve öğrencilerin düşünme yapılarını, bilişsel süreçlerini derinlemesine anlamaya yardımcı olabilen (Ginsburg, 1981; Clement, 2000) görüşme tekniğinin bir çeşidi olan klinik görüşme tekniği kullanılmıştır.

2.3.1. Klinik Görüşme

Piaget'nin öncülük ettiği klinik görüşme tekniği, bilgi yapısının biçimini ve akıl yürütme sürecini araştırmak için kullanılır (Clement, 2000, s. 547). Bu teknik, öğrencilerin düşünce doğası ile ilgili önemli bilgiler veren ve aynı zamanda öğrencilerin kendi dünyalarını nasıl oluşturduklarını, nasıl düşündüklerini, bilişsel süreçlerinin nasıl işlediklerini ve zihinlerini nasıl çalıştırdıklarını anlamaya yardımcı olan kısaca öğrencilerin düşüncelerini derinlemesine incelemek amacıyla öğrenciyle karşılıklı yapılan görüşmeleri içerir (Ginsburg, 1981'den akt. Tanışlı, 2008).

Klinik görüşme tekniği matematik eğitiminde ve öğrencilerin düşüncelerini araştırmada oldukça önemlidir (Karataş ve Güven, 2003). Bu nedenle bu araştırmada öğrencilerin dörtgenleri tanıma ve tanımlama, dörtgenlerin özelliklerini ifade etme, verilen sembolleri okuma-anlama, ayrıca dörtgenlere ilişkin verilen sözel tanımları okuma ve anlama üzerine sorular sorularak öğrencilerin matematik dili kullanımlarının sentaks ve semantik bileşenlerini belirlemek ve derinlemesine bilgi toplamak amacıyla klinik görüşme tekniği kullanılmıştır.

Klinik görüşmelerde veriler video kamera, ses kayıt cihazı, gözlemci notu ve öğrenci çalışmaları ile toplanır. Ayrıca araştırmacının görüşme sürecinde yönlendirdiği keşfedici sorular, ipuçları, birbirini izleyen ilişkili problemler, geriye dönük sorular ya da doğaçlama gelişen müdahaleler ile görüşmede daha açık veriler elde edilir. Klinik görüşmelerde önemli olan öğrencinin soruyu doğru olarak yanıtlamasından çok süreç içerisindeki görevleri yerine getirme kapasitesinin belirlenmesidir. Böylece elde edilmek istenen matematiksel bilgiler ve ilişkiler daha derinlemesine incelenebilir. Klinik görüşme planlanırken; görevler, görüşme soruları, sonda sorular, öğrencilerin seçimi, görüşme ortamı, materyallerin hazırlanması gibi birçok değişken kontrol edilebilir ya da kısmen kontrol edilebilir. Klinik görüşmeler gelişigüzel planlanırsa, elde edilen bilgilerin geçerliliği şüphe uyandırır. Bu nedenle değişkenler güzelce belirlenip kontrol altına alınmalıdır (Goldin, 2000).

Klinik görüşme, deneme, gözleme ve çözüm yolunun istenmesi olmak üzere üç temel teknik içerir (Ginsburg, 1981, s.175). Bu araştırmada, hazırlanan sorular dikkatli bir şekilde uygulanarak deneme tekniği; görüşmeci tarafından öğrencinin görüşme sürecindeki davranışları dikkatli bir şekilde incelenerek gözleme tekniği; çözümü nasıl yaptığına dair sorular sorularak da çözüm yolunun istenmesi tekniği kullanılmıştır.

Klinik görüşmelerin planlanması elde edilen sonuçların geçerliliğini sağlamak açısından oldukça önemlidir. Bu nedenle görevler, görüşme soruları, sonda sorular, öğrencilerin seçimi, görüşme ortamı, materyallerin hazırlanması gibi pek çok değişken kontrol altına alınıp iyi bir planlama yapılması gereklidir. Goldin'e (2000) göre klinik görüşmelerin planlanması ve yapılandırılmasında 10 ilkeye dikkat edilmelidir. Bu ilkeler; araştırma ve klinik görüşme sorularının hazırlanması, pilot çalışma, öğrenciler için uygun görevler seçme, zengin temsil yapılarını kapsayan görevler seçme, tanımlanan görüşmeleri detaylı bir şekilde açıklama, dış öğrenme çevresiyle maksimum iletişim, neyin kayıt edileceğine karar vermek ve mümkün olduğunca çok kayıt etmek, yeni ya da tahmin edilemeyen durumlar için uyanık olma, öğrenciyi özgür problem çözmeye cesaretlendirme, uygun olduğunda uzlaşma şeklindedir. Bu araştırma sürecinde ise, klinik görüşmelerin planlanması ve yürütülmesinde yukarıda ifade edilen ilkeler göz önüne alınmıştır. Öncelikle araştırmanın genel amacı ve alt amaçları belirlenmiş, daha sonra bunlar dikkate alınarak sorular hazırlanmış ve soruların çözümü

sırasında düşünme süreçlerini ortaya çıkaracak klinik görüşme soruları hazırlanmıştır. Bu çalışmada görüşme soruları hazırlanırken, araştırmanın amaçları, alanyazın taramasından elde edilen veriler, ilköğretim matematik dersi öğretim programında belirtilen kazanımlar, öğrenci etkinlik kitapları, yerli ve yabancı kitaplar ve dörtgenlere ve matematik diline yönelik yapılmış araştırmalar dikkate alınmıştır. Sorular dört bölümden oluşmaktadır. Hazırlanan klinik görüşme soruları öğrencilere yönlendirilmeden önce iki öğretim üyesi ve ortaokulda görev yapan iki matematik öğretmeni olmak üzere matematik eğitimi alanında uzman dört kişiye sunulmuş ve gelen görüşler doğrultusunda sorulara son şekli verilmiştir. Böylece araştırmanın kapsam geçerliliği sağlanmıştır.

Pilot çalışma yapılarak, görüşme sorularının net anlaşılabilirliğinin ve benzer biçimde diğer öğrenciler tarafından tekrarlanabilirliğinin belirlenmesi amaçlanmış, dil kullanımındaki olası yanlışlıklar, matematiksel yanlış anlamalar, belirsizlikler ve beklenmedik durumlar ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır (Goldin, 2000'den akt. Tanışlı, 2008). Hazırlanan klinik görüşme soruları, çalışmada yer alan katılımcılara benzer iki öğrenciye uygulanarak pilot çalışma yapılmıştır. Pilot uygulama sonucunda bazı soruların ifadelerinde düzeltmeler yapılmış ve sonda sorular hazırlanmıştır. Klinik görüşme soruları EK-3'te verilmiştir.

Araştırmanın verileri, 16.02.2015-02.03.2015 tarihleri arasında toplanmıştır. Öğrencilerle haftada bir gün görüşülmüş ve her görüşmede öğrencilere klinik görüşme soruları yöneltilmiştir. Görüşmeler sırasında sorular çözülmüş öğrencilere mümkün olduğunca yeterli süre tanınmış ve öğrenciler rahat olmaları konusunda cesaretlendirilmiştir. Katılımcıların soruları yanıtlama süreleri Tablo 3'teki gibidir;

Tablo 3. Öğrencilerin Görüşme Süreleri

Öğrenci	Ç ₁	Ç ₂	Y ₁	Y ₂	O ₁	O ₂	D ₁	D ₂
Süre	77'4"	38'55"	99' 9"	88'57"	127'	75'	46' 9"	54'26"

Ayrıca amaç doğrultusunda hazırlanan sorularda “Ben senin düşünce tarzını öğrenmeye çalışıyorum. O yüzden bu soruyu çözerken yüksek sesle düşüncelerini benimle paylaşır mısın?”, “Ne yaptığını yüksek sesle söyler misin?”, “Bunu nasıl düşündüğünü söyler misin?”, “Nasıl çözdüğünü açıklayabilir misin?”, “Nasıl biliyorsun? ”, “Nasıl karar verdin?”, “Niçin?”, “Bulduğun sonucun doğruluğunu nasıl

kontrol edersin?”, “Emin misin?” şeklinde soru biçimleri kullanılmıştır. Soruların tam olarak anlaşılmasına olasılığına karşın ise, “Tekrar açıklar mısın?” gibi alternatif ve sonda sorular da sorulmuştur (Clement, 2000, s.572). Yine yönlendirme yapmaksızın “çok güzel”, “aferin”, “tamam”, "devam et" gibi cesaretlendirici sözel pekiştireçler de kullanılmıştır.

Klinik görüşmelere başlanmadan önce, görüşme yapılacak öğrencilerin velilerinden izin alınmıştır. Bunun için öğrencilere görüşmelerin nasıl yapılacağını içeren görüşme onay formu verilmiş ve öğrencilerden velilere imzalatmaları istenmiştir. Veli izin belgeleri EK-4’te verilmiştir. Araştırmacı, görüşmeler için izin aldıktan sonra görüşmeye geçmeden, öğrencileri sözlü olarak sorular hakkında bilgilendirmiştir. Daha sonra öğrencilere doğru ya da yanlış bir yanıt vermelerinin önemli olmadığı, o yanıtın nasıl ulaştıklarının daha önemli olduğu açıklanmıştır. Bu açıklama, öğrenciye ve araştırmacıya daha derin bilginin toplanabileceği rahat bir ortam sağlamıştır. Görüşmeler sırasında video kamera ve kamera ayaklığı kullanılarak kayıt yapılmıştır. Görüşmelerin hepsinde, öğrencilere sorular ayrı sayfalarda yazılı olarak sunulmuştur. Öğrencilerden verilen soruları yanıtlarken sesli düşünceleri ve çözümlerini açıklamaları istenmiştir. Ayrıca araştırmacı görüşmeler sırasında öğrencilerle ilgili küçük notlar almıştır.

2.4. Veri Analizi

Araştırmada toplanan veriler analiz edilmeden önce, klinik görüşmelerle elde edilen verilerin dökümü ve kontrolü yapılmıştır. Döküm sırasında, her bir konuşma olduğu gibi hiçbir düzeltme yapılmadan, görüşmeci-öğrenci sırasıyla, araştırmacı tarafından hazırlanan bir forma yazılmıştır. Klinik görüşmelerle elde edilen verilerin dökümü sonrasında ise döküm sürecindeki güvenilirlik çalışması yapılmıştır (Kvale, 1996). Bunun için görüşme kayıtlarından yansız olarak seçilen kayıtlar, bir alan uzmanına dinletirilerek dökümlerin doğruluğunun kontrolü sağlanmıştır.

Araştırmada verilerin analizinde nitel analiz yöntemlerinde biri olan tematik analiz yöntemi kullanılmıştır. Tematik analizde yer alan temalar, araştırma verilerinden ortaya çıkartılan kavramlardır (Bogdan ve Biklen, 1998; Karadağ, 2009). Temalar,

katılımcının görüşme sırasında kullandığı ifadelerden meydana gelebileceği gibi araştırmacının, alandaki bilgi yeterliliğine dayanarak verilerde var olan bilgilere isimler vermesiyle de oluşturulabilir (Patton, 1990). Tematik analiz veri içindeki tema ve örüntüleri belirlemede kullanılan bir yöntemdir. İki adımda gerçekleştirilen bu yöntemde öncelikle görüşme verilerinin dökümleri birkaç kez okunur ve katılımcılar tarafından ifade edilen düşünceler anlamlandırılmaya çalışılır. İkinci adımda ise kodlamaya geçilir. Kodlama aşamasında kendi içinde ve birbiriyle anlamlı olan kısımlar bir araya getirilerek önce geçici temalar belirlenir. Bu aşamada her tema toplanan tüm veri seti ile ilişkilendirilir. Daha sonra geliştirilen ilk temalar tekrar düzenlenerek tüm veri seti üzerinden çıkarılan kodlar ile çalışılan temalar ilişkilendirilir. Oluşturulan temalar adlandırılır ve tanımlanır (Ersoy, 2013). Son olarak ortaya çıkarılan temalar ve temalar arası ilişkiler yorumlanıp karşılaştırılır. Veriler görsel hale getirilirken tema, alt temalar ve alt temalar altında yer alan kategoriler ve bunlar arası ilişkiler diyagram ve tablolar kullanarak görsel hale getirilir (Tanışlı ve Özdaş, 2009; Tanışlı ve Köse, 2011).

Bu araştırmada da, araştırmacı ve alan uzmanı bağımsız çalışarak önce dökümleri bir kaç kez okumuşlar ve verileri kodlamışlardır. Veriler kodlanırken, araştırmacı tarafından daha önce alan-yazın taraması yapılarak hazırlanmış olan kavramsal çatı dikkate alınmıştır. Kodlama yapılırken araştırmacı ve alan yazın uzmanının uzlaşma sağladığı görülmüştür. Daha sonra veriler üzerinde araştırmacı ve alan uzmanı bağımsız çalışarak, temaları ve alt temaları oluşturmuşlardır. Araştırmada veriler bir araya getirilerek incelenmiş ve ortak yönleri bulunmaya çalışılmıştır. Ortak yönleri olan veriler birer alt başlık altında gruplanmıştır. Bu alt başlıklar ise araştırmacının alt temalarını oluşturmuştur. Bu alt temalar uygun şekilde başlıklandırılmıştır. Daha sonra alt temalar bir araya getirilerek temalar oluşturulmuştur. Elde edilen tema ve alt temalar birbiriyle ilişkili ve anlamlı bir bütün oluşturacak şekilde tablolar kullanarak görsel hale getirilmiş ve düzenlenmiştir.

2.5. Araştırmanın Geçerlik ve Güvenirliği

Araştırmanın geçerliliği ve güvenirliliği, araştırma sürecinin ve verilerin açık ve ayrıntılı tanımlanması ile doğru bilgiye ulaşma konusunda gereken önlemlerin alınmasını gerektirir. Yıldırım ve Şimşek'e (2005) göre nitel araştırmada geçerlik ve güvenirlilik kavramları; inandırıcılık (iç geçerlilik), aktarılabirlik (dış geçerlilik), tutarlık (iç güvenirlilik) ve teyit edilebilirlik (dış güvenirlilik) kavramları ile ifade edilmektedir.

İnandırıcılık, bireyin bilişsel yapısı ve düşünme süreçlerinin ve gözlemlenen olayların doğru bir şekilde açıklanmasıdır (Clement, 2000; Miles ve Huberman, 1994). Bu nedenle araştırmacının verilerin nesnel bir yaklaşımla toplandığına, elde ettiği bulguların gerçekliğine, benzer ortamlarda sonuçların geçerliliğine, süreçlerin birbiri ile tutarlı olmasına ve yine nesnel bir yaklaşımla sonuçlar ortaya koyduğuna ilişkin kanıtlar sunması gereklidir. Bu araştırmada da, inandırıcılık kapsamında; araştırmacı farklı özelliklere sahip katılımcılar ile etkili bir iletişim içinde olmaya çalışmış ve olay, olgu, durum ve yorumları katılımcıların bakış açısıyla ortaya koymuştur. Bu şekilde derinlemesine veri toplayarak elde ettiği sonuçları birbiriyle sürekli karşılaştırmış, yorumlamış ve kavramsallaştırmıştır.

Aktarılabirlik; araştırma sonuçlarının genellenebilirliğidir. Nitel araştırmalarda araştırma sonuçları doğrudan benzer ortamlara ve durumlara genellenemez ancak bu tür ortamlara sonuçların uygulanabilirliğine ilişkin geçici yargılara ulaşılması mümkündür. Erlandson ve diğerleri (1993) araştırma sonuçlarının aktarılabirliğini artırmak için ayrıntılı betimleme ve amaçlı örnekleme yöntemlerini önermektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Bu araştırmada da aktarılabirlik kapsamında; amaçlı örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Ayrıca veriler aktarılırken doğrudan alıntılar yapılarak ortaya çıkan kavram ve temalara yorum katılmamış ve verinin doğasına sadık kalınarak veriler ayrıntılı olarak aktarılmıştır.

Tutarlılık; araştırma yaklaşımının ve araştırmacının veri toplama, analiz gibi aşamalarında yapılan kontrollerin açık bir biçimde tanımlanmasıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2005). İyi bir nitel çalışma verinin nasıl toplandığı ve analiz edildiğinin detaylı açıklanmasıyla sağlanır. Bu araştırmada araştırma sürecinde veriler video ile kayıt edilerek veri toplama ve analizi ile ilgili tüm aşamalar ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır.

Teyit edilebilirlik; ulaşılan sonuçların toplanan verilerle sürekli olarak teyit edilerek araştırmacının nesnel bir yaklaşımla verileri ortaya koymasıdır (Miles ve Huberman, 1994; Yıldırım ve Şimşek, 2005). Bu araştırmada da nesnel davranılmaya çalışılarak verilerin tanımlanması ve yorumlanması sağlanmıştır. Ayrıca verilerin ve sonuçların doğruluğu için farklı araştırmacılar kullanılmıştır.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

BULGULAR VE YORUM

Bu bölümde verilerin analizi sonucunda, elde edilen bulgulara ve yorumlarına yer verilmiştir. Bulgular; klinik görüşmelerde öğrencilere yöneltilen sorulara karşılık alınan öğrenci açıklamaları ile bu açıklamalara paralel bilgilerin yer aldığı öğrenci çalışma yapraklarından seçilen doğrudan alıntılarla desteklenmiştir.

Alıntılar yapılırken öğrenciler düşük: D, orta: O, yüksek: Y, çok yüksek: Ç şeklinde düzeylendirilmiş olup cinsiyetler bir ve iki şeklinde numaralandırılmıştır. Erkek öğrencilere bir, kız öğrencilere iki numaralı indisler verilmiştir. (Örneğin; O₁: orta düzey erkek öğrenci, Y₂: yüksek düzey kız öğrenci)

3.1. Öğrencilerin Dörtgenleri Tanımlamada ve Özelliklerini İfade Etmede Kullandıkları Matematik Dilinin Semantik Bileşenine İlişkin Bulgular

Öğrencilerin sekizinci sınıfa kadar öğrendikleri dörtgen ve dörtgen çeşitlerini nasıl tanıdıkları ve sözel olarak nasıl tanımladıkları ile dörtgen ve dörtgen çeşitlerinin özelliklerini sözel olarak nasıl ifade ettikleri matematik dilinin semantik bileşeni doğrultusunda belirlenmeye çalışılmıştır.

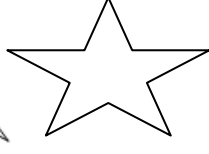
Dörtgeni Tanıma-Tanımlamaya İlişkin İfadeler

Sekizinci sınıf öğrencilerine ilk olarak dörtgenleri tanımaya yönelik olarak birinci sorunun yer aldığı çalışma kâğıdı verilmiştir. İkinci olarak ise “Dörtgen deyince aklına hangi şekiller gelir?” sorusu sorulmuştur. O₁ ve D₁ dışında diğer bütün öğrenciler ilk olarak “kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenar, yamuk” yanıtını vermişlerdir. O₁ ve D₁ ise başta “eşkenar dörtgeni” söylemeyi unutmuşlar, ancak daha sonraki sorularla karşılaştıkça eşkenar dörtgeni hatırlamışlardır. Böylece görüşme yapılan bütün öğrencilerin özel dörtgenleri tanıdıkları saptanmıştır. Birinci sorunun yer aldığı çalışma kâğıdı şu şekildedir;

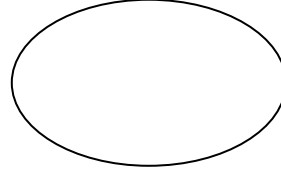
1) Aşağıdaki şekillerden hangileri dörtgendir? Dörtgen olduğunu düşündüğünüz şekillere "X" işareti koyunuz.



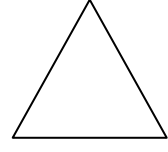
a



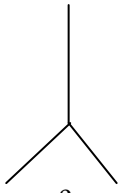
b



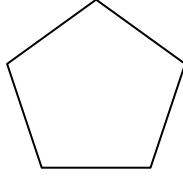
c



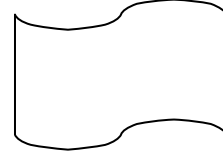
d



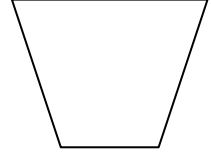
e



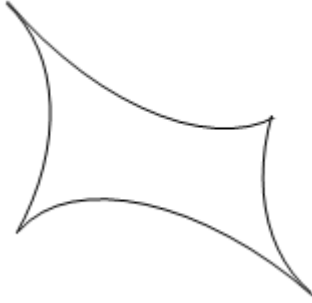
f



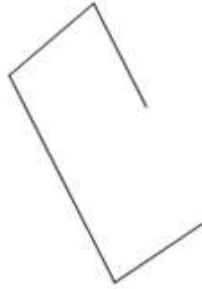
g



h



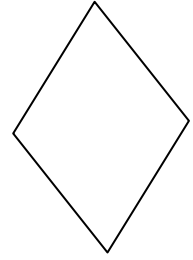
i



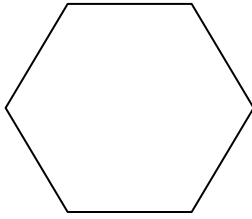
j



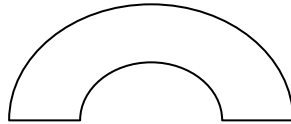
k



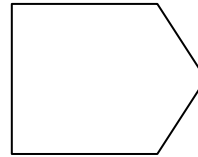
l



m



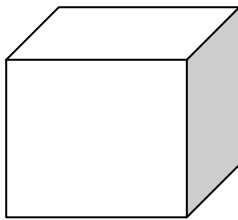
n



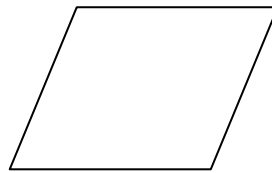
o



p



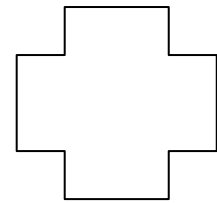
q



r

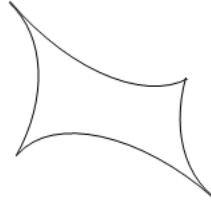


s



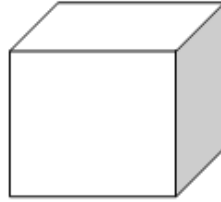
t

Öğrencilere bu soru kapsamında dörtgen ve dörtgen olmayan şekiller verilerek onlardan belirledikleri dörtgenleri işaretlemeleri istenmiştir. Öğrencilerin tamamı çalışma kâğıdındaki dörtgenleri doğru belirlemiştir. Ancak Y_1 ve D_2 dörtgen olan şekillerin yanı sıra dörtgen olmayan şekilleri de dörtgen olarak belirlemiştir. Bunun nedeni öğrencilerin dörtgenlere ilişkin bazı özellikleri semantik açıdan yanlış anlamaları olabilir.



Şekil 5. 1 Şekli

- G : *Buna neden dörtgen demiştin?*
 D_2 : *Çünkü buna dörtgen dememin sebebi bunun (eşkenar dörtgen) daha çektirilmiş hali gibi olması ve dört tane kenarı olması, dört tane açısı, dört tane köşesi olması.*



Şekil 6. ö Şekli

- Y_1 : *... yine aynı şekilde bir dörtgen küp yüzleri dörtgen sonuç olarak üç boyutlu bir dörtgen.*
 G : *Neden dörtgen?*
 Y_1 : *Küpü çizerken veya bir şekilde üç boyutlu forma sokarken kâğıt üzerinde de olsa üç boyutlu olarak geçer, dörtgenlerden oluşur. Karelerden oluştuğu için o şekilde düşündüm. Küp üç boyutlu zaten iki boyutlu şekillerden oluşması bir bakıma ona dörtgen dememi sağlıyor.*

Y_1 dörtgenlerin iki boyutlu ve küpün üç boyutlu olduğunu bilmekte, ancak küpün yüzlerinin dörtgenlerden oluşması nedeniyle küpün bir dörtgen olduğunu söylemektedir. Küpün açınıminin iki boyutlu olması nedeniyle öğrenci böyle düşünüyor olabilir.

Öğrencilerin dörtgeni tanımlamaya ilişkin sözel ifadeleri Tablo 4’te sunulmuştur. Öğrencilerin dörtgen tanımına ilişkin beklenen yanıtları; “Dört kenarı, dört açısı ve dört köşesi olan kapalı şekillere dörtgen denir.” ya da “Dört kenarlı bir çokgene dörtgen denir.” şeklindedir.

Tablo 4. Öğrencilerin Dörtgenleri Tanımlamada Kullandıkları Sözel İfadeler

Öğrenci	Tanımlamada kullanılan sözel ifadeler
Ç ₁	<i>Dört köşesi olan aynı zamanda dört kenarı olan <u>iki boyutlu cisim</u>.</i>
Ç ₂	<i>Dört kenarı dört köşesi olan <u>çokgenlere</u> dörtgen denir. Dörtgenlerin iç açıları toplamı üç yüz altmış derecedir.</i>
Y ₁	<i>Dört açısı ve dört kenarı olan <u>kapalı şekil</u>.</i>
Y ₂	<i>Dört kenar ve dört köşeli <u>geometrik şekiller</u>.</i>
O ₁	<i>Dört kenarı ve dört köşesi olan <u>şekillerdir</u>. <u>Kapalı bir şekildir</u>.</i>
O ₂	<i>Dört kenarı ve dört köşesi olan <u>kapalı bir şekle</u> denir.</i>
D ₁	<i>Dört köşesi olan <u>kapalı şekillere</u> denir. Düzgün olması gerekmez. Köşegenleri vardır. Açıları vardır.</i>
D ₂	<i>Dört kenarı, dört açısı olan <u>kapalı şekle</u> denir.</i>

Öğrencilerin dörtgen tanımlarına bakıldığında beşinin (Ç₂, Y₁, O₁, O₂, D₂) beklenen tanıma anlamsal (semantik) olarak yaklaştıkları görülmüştür. Öğrencilerden Ç₂ tanımlamada “çokgen” ifadesini kullanan tek öğrenci olup beklenen tanıma yakın bir yanıt vermiştir. Beklenen tanım doğrultusunda Tablo 4 incelendiğinde öğrencilerden yedisinin (Ç₁, Ç₂, Y₁, Y₂, O₁, O₂, D₂) tanımlama yaparken kenar kavramını, altısının (Ç₁, Ç₂, Y₂, O₁, O₂, D₁) köşe kavramını, ikisinin (D₁, Y₁) ise açı kavramını kullandıkları görülmüştür.

Öğrencilerden beşinin (Y₁, O₁, O₂, D₁, D₂) dörtgeni tanımlarken dörtgenin “kapalı şekil” olduğunu ifade ettikleri belirlenmiştir. Y₂ ise dörtgenleri tanımlamada “kapalı şekil” ya da “çokgen” ifadesi kullanmak yerine “geometrik şekiller” ifadesini kullanmıştır. Y₂’nin birinci soruya verdiği yanıtta dörtgenlerin “kapalı şekil” olması gerektiğini belirtmek için dörtgen olmayan açık bir şekle “tamamlanmamış” ifadesini kullandığı görülmüştür.

\mathcal{C}_1 ise tanımlamada “kapalı şekil” ya da “çokgen” ifadesi yerine dörtgenlere “iki boyutlu cisim” demektedir. Ancak \mathcal{C}_1 'in birinci soruya verdiği yanıtta dörtgenlerin kapalı şekiller olması gerektiğinin farkında olduğu anlaşılmaktadır. \mathcal{C}_1 'in birinci soruya verdiği yanıt aşağıdaki gibidir (i şekli için);

\mathcal{C}_1 : *Bu dörtgen değil. Çünkü şekil tam tamamlanmamış.*

\mathcal{C}_1 'in “iki boyutlu cisim” ifadesi düşündürücüdür. Öğrenci dörtgenlerin iki boyutlu olması konusunda doğru düşünse de “cisim” diyerek yanlış bir ifade kullanmıştır;

G : *Evet, iki boyutlu cisim derken ne demek istedin?*

\mathcal{C}_1 : *İki boyutlu cisim derken, üç boyutlu dörtgen olamayacağına göre yani; bir boyutlu şeklide yok. O zaman iki boyutlu cisim oluyor mantiken.*

Öğrencinin bu şekilde düşünmesinin nedeni “boyut” kavramını semantik açıdan bilmeden kullanması olabilir. Çünkü öğrenci birinci soruda ok şeklinin iki boyutlu olduğunu ifade etmiştir;

\mathcal{C}_1 : *Aşağıdaki şekillerden hangileri dörtgendir. Dörtgen olduklarını düşündüğün şekillere x işareti koyunuz.*



Şekil 7. ö, p, r, s Şekilleri

\mathcal{C}_1 : *Hmm, komple. Bu üç boyutlu [küp] bir şekil oradan kaybediyor. Bu dörtgen paralelkenar. Bu [ok şekli] iki boyutlu bir boyutlu yok bu iki boyutlu bir şekil ama sade ok ışın şeklinde. Bu da [onikigen] dikdörtgen değil sekizgen. Sekiz mi, bir iki dört sekiz on on iki. Onikigenmiş.*

Öğrencilerden D_1 'in tanımına (*Dört köşesi olan kapalı şekillere denir.*) semantik açıdan bakıldığında ise tanımın tam olarak bir dörtgen ifade etmediği saptanmıştır. Bu tanımda dörtgenin kenarlarının birer doğru parçası olduğu gözardı edilmiştir.

Genel anlamda dörtgenleri tanımlamaya ilişkin verilere bakıldığında Y_1 , D_2 ile O_1 , O_2 nin dörtgeni benzer şekilde tanımladıkları görülmüştür. Bunun dışında \mathcal{C}_2 ve D_1 tanımlama yaparken özelliklere değinmişlerdir. Tanımlama yaparken D_1 'in belirttiği özellikler ve Şekil 8'deki çizimi aşağıdaki gibidir;

- D_1 :Dört köşesi olan kapalı şekillere denir. Düzgün olması gerekmez.
 G :Düzgün olması gerekmezden kastın ne?
 D_1 :Bir düzgün dörtgenler falan var. Ama düzgün dörtgen yazmadığı için fark etmez.
 G :Bir tane örnek verebilir misin düzgün dörtgene?
 D_1 :Mesela düzgün olması gereken kare mesela hepsi birbirine eşit. Ama düzgün olmayana mesela dört tane herhangi bir nokta çizerim mesela böyle (çiziyor-Şekil 8) bunları birleştirince düzgün olmayan dörtgen olur.



Şekil 8. D_1 'in Düzgün Olmayan Dörtgene İlişkin Çizimi

Şekil 8'deki noktalar birleştirildiğinde D_1 'in düzgün olmayan dörtgenlere konkav dörtgenleri örnek verdiği görülmektedir.

Dörtgenin Özelliklerine İlişkin İfadeler

Dörtgeni genel olarak tanıyan ve tanımlayan öğrencilerin dörtgenlerin özelliklerine yönelik sözel ifadeleri Tablo 5'te sunulmuştur. Dörtgenin özelliklerine ilişkin beklenen yanıt; "Dört köşesinin, kenarının ve açısının olması, iki köşegene sahip olması, kapalı bir şekil olup iç açılarının ölçüleri toplamının 360° olmasıdır."

Tablo 5. Öğrencilerin Dörtgenin Özelliklerinde Kullandıkları Sözel İfadeler

Öğrenci	Özelliklerde kullanılan sözel ifadeler
Ç ₁	<i>Dört kenar ve dört köşedir, alt ve üst kenarlar bütünlerdir. 180° tamamlarlar, iç açıları toplamı 360, iki köşegen, komşu açılar bütünlerdir.</i>
Ç ₂	<i>Dört kenarları vardır, dört köşeleri vardır, iç açıları toplamı 360°'dir.</i>
Y ₁	<i>İç açıları toplamı 360°'dir, dört açısı vardır, dört kenarı vardır, karşılıklı kenarları paraleldir.</i>
Y ₂	<i>Dört kenarlı ve dört köşeli.</i>
O ₁	<i>Dört kenarı vardır, dört köşesi vardır, iki köşegeni vardır, kapalı bir şekildir.</i>
O ₂	<i>Adından da belli olduğu gibi dört köşesi vardır, dört kenarı vardır. Kapalı bir şekildir. Açılarının toplamı 360°'dir. Bazı dörtgenlerde açılarının ölçüsü birbirine eşittir. Örneğin; kare, dikdörtgen. Bazılarının karşılıklı açıları birbirine eşittir. Örnek; paralelkenar, eşkenar dörtgen. Karenin kenar uzunlukları birbirine eşittir.</i>
D ₁	<i>Dört köşesi ve dört kenarı vardır, iç açılarının toplamı 360°'dir, düzgün dörtgenlerin simetri eksenleri vardır, köşegenler iki üçgen oluşturur.</i>
D ₂	<i>Dört kenarı olması, dört açısı olması, iç açılarının toplamı 360° olması, kapalı bir şekildir.</i>

Tablo 5'te sunulan öğrencilerin dörtgenin özelliklerine ilişkin doğru yanıtları koyu renkte belirtilmiş olup tablo incelendiğinde hiçbir öğrencinin semantik olarak beklenen yanıtı tam olarak ifade edemediği ancak O₁, O₂, D₁ ve D₂'nin daha fazla sayıda özellik belirttikleri için beklenen yanıtta daha çok yaklaştıkları görülmüştür. Öğrencilerin tamamının dörtgenin dört kenarı olması gerektiğini belirttikleri saptanmıştır. Dörtgenin özelliklerine ilişkin öğrencilerin altısı (Ç₁, Ç₂, Y₂, O₁, O₂, D₁) dörtgenin dört köşesi olduğunu, ikisi (Y₁, D₂) ise dört açısı olduğunu belirtmişlerdir. Öğrencilerden üçü ise (O₁, O₂, D₂) dörtgenin kapalı şekil olduğunu ifade etmişlerdir.

Dörtgenin iç açılarının ölçüleri toplamının 360° olduğunu söyleyen beş öğrenci (Ç₁, Ç₂, Y₁, D₁, D₂) bulunmaktadır. Bu öğrencilerden D₁'in yanıtı şu şekildedir;

D_1 :Dört köşesi ve dört kenarı vardır. Karşılıklı iki açısı birbirini 90'a tamamlar mı? Yok. Paralelkenar. Dört kenarı var.

G :Başka özellikler nelerdir?

D_1 :İç açıları toplamı üç yüz altmış derecedir.

Dörtgenin iki köşegeni olması gerektiğini söyleyen üç (\mathcal{C}_1 , O_1 , D_1) öğrenci vardır. Bu öğrencilerden D_1 özelliklerde simetri eksenini kavramını kullanan tek öğrenci olmasına rağmen simetri eksenini kavramının sadece düzgün dörtgenlerde olduğunu belirtmektedir. Öğrenci dörtgeni tanımlamaya ilişkin soruda düzgün dörtgene kareyi örnek vermesine rağmen dikdörtgeni de düzgün dörtgen olarak düşünmektedir. Bunun nedeni öğrencinin düzgün dörtgen kavramını semantik açıdan yanlış bilmesi ya da daha önce gördüğü özel dörtgenlerin (kare, dikdörtgen, paralelkenar, eşkenar dörtgen, yamuk) hepsini düzgün dörtgen olarak algılaması olabilir. Üstelik paralelkenar simetrik bir şekil olmadığından tüm dörtgen özellikleri için "simetri ekseninin" kullanımı doğru değildir. D_1 'in yanıtı şu şekildedir;

G :Simetri eksenini derken ne demek istiyorsun?

D_1 :İki eş parçaya bölüyor. Katlandığında birbirini tamamlıyor. Düzgün dörtgen.

Bunların dışında öğrencilerin dörtgenin özelliklerini ifade ederken genellikle açı ve kenar özelliklerine değindiği belirlenmiştir. Dörtgenin özelliklerine ilişkin \mathcal{C}_1 'in verdiği yanıt aşağıdaki gibidir;

\mathcal{C}_1 :Dörtgenin kesin özellikleri dört kenar, dört köşedir. Ek olarak açıları yan yana açıları birbirini doksana tamamlar. Yanyana mıydı? Bütünler açıları yüz seksene mi tamamlıyordu? Öyle bir şey olması lazım. Şimdi yamuğu baz alsak alt ve üst kenarlardaki açılar yüz seksene tamamlıyor. Dikdörtgen, eşkenar dörtgen hepsinde oluyor. Iuu (yazıyor). Bütünlerdir.

G :Bütünlerden kastın?

\mathcal{C}_1 :Bütünler birbirini 90 dereceye tamamlıyor ama ayy 180.



Şekil 9. \mathcal{C}_1 'in Bütünler Açığa İlişkin Çizimi

Ayrıca öğrenci dörtgen deyince herhangi bir dörtgenden ziyade özel dörtgenleri düşünmektedir. Yukarıda görüldüğü üzere Ç_1 özel dörtgenlerde paralel kenarlar arasında kalan açılar bütünler olması gerektiğinin farkındadır.

Dörtgenin özelliklerine ilişkin Y_1 'in verdiği yanıt ise aşağıdaki gibidir;

Y_1 : Genel anlamda dörtgenin özellikleri nelerdir? İç açılarının toplamı üç yüz altmış derecedir. Dörtgen ne demektir? Dört kenarı ve dört açısı vardır. Genel olarak dörtgen bence bu kadar. Karşılıklı kenarları birbirine paraleldir.

G : Paralel derken?

Y_1 : Kesişmezler yani.

Y_1 özellikleri ifade ederken “karşılıklı kenarlarının birbirine paralel” olduğunu söyleyerek özel dörtgenlere ilişkin özellikleri herhangi bir dörtgen kapsamında ele almıştır. Dörtgenin özelliklerine ilişkin O_2 'nin verdiği yanıt ise aşağıdaki gibidir;

G : Peki dörtgenlerin genel anlamda özellikleri nelerdir?

O_2 : Adından da belli olduğu gibi dört köşesi vardır, dört kenarı vardır. Kapalı bir şekildir. Açılarının toplamı üç yüz altmış derecedir. Bazı dörtgenlerde açılarının ölçüsü birbirine eşittir.

G : Ne gibi mesela?

O_2 : Örneğin; kare, dikdörtgen başka da paralelkenar değil, eşkenar dörtgen değil. Bu ikisi hepsi eşit doksan derecedir.

G : Başka var mı özellik?

O_2 : Bazılarının karşılıklı açıları birbirine eşittir. Örnek; paralelkenar, eşkenar dörtgen eşitti sanırım.

O_2 dörtgenin genel özelliklerini ifade etmenin yanı sıra örnek vererek özel dörtgenlerin özelliklerini belirtmiştir.

Ç_1 , Y_1 ve O_2 'nin dörtgenin özelliklerinde özel dörtgenleri düşünmelerinin nedenleri, matematik dersi öğretim programlarında daha ağırlıklı olarak bu dörtgenlerin yer alması ve öğrencilerin bu dörtgenlerle daha çok karşılaşmaları ya da özel dörtgenleri semantik olarak daha iyi bilmeleri olabilir.

Genel olarak dörtgene ilişkin ifade edilen tanım ve özelliklere bakıldığında Ç_2 ve Y_2 'nin tanım ve özellik arasındaki ayrımı yapamadıkları ve tanım ile özellik için aynı ifadeleri yazdıkları görülmüştür. Diğer öğrencilerin ise tanımda kullandıkları ifadelerin yanına bir kaç ifade ekleyerek özelliklere yazdığı belirlenmiştir.

Yamuğu Tanımlamaya İlişkin İfadeler

Öğrencilerin yamuğu tanımlamaya ilişkin sözel ifadeleri Tablo 6’da sunulmuştur. Öğrencilerden yamuk tanımına ilişkin beklenen yanıt; “En az bir çift karşılıklı kenarı paralel olan dörtgendir.” şeklindedir.

Tablo 6. Öğrencilerin Yamuğu Tanımlamada Kullandıkları Sözel İfadeler

Öğrenci	Tanımlamada kullanılan sözel ifadeler
Ç ₁	<i>Karşılıklı kenarları paralel, komşu açıları birbirlerini bütünler, iç açıları üç yüz altmış derecedir, yandaki kenarlar paralel değil.</i>
Ç ₂	<i>Alt tabanı ve üst tabanı birbirine paraleldir.</i>
Y ₁	<i>Dik yamuk: İki açısı dik açı olan bir yamuk, karşılıklı kenarları paralel. [BC] ⊥ [AB], [BC] ⊥ [DC].</i>
Y ₂	<i>Dik yamuk: İç açılarından biri doksan derece olduğu için adı dik yamuk. Karşılıklı kenarları paralel olduğu için bir açısı daha doksan derece. Kenarları birbirine eşit değil. Yamuk: Karşılıklı iki kenarı birbirine paralel, hiçbir kenarı eşit değil.</i>
O ₁	<i>Dört köşesi olan, dört kenarı olan, en az iki kenarları paralel olan bir dörtgen.</i>
O ₂	<i>Açıların ölçüsünün toplamı üç yüz altmış derecedir. Yamukta iki kenar birbirine paraleldir. Matematikte veya günlük hayatımızda bazı yerlerde kullanabiliriz. Örüntü oluştururken kullanabiliriz.</i>
D ₁	<i>İç açıları toplamı üç yüz altmış, aynı kenar üzerindeki açılar yüz seksen, tabanla üst kenar birbirine paralel.</i>
D ₂	<i>Dört kenar, dört açısı, dört köşe.</i>

Öğrencilerin yamuk tanımlarına bakıldığında yedisinin (Ç₁, Ç₂, Y₁, Y₂, O₁, O₂, D₁) yamuğun karşılıklı iki kenarının paralel olduğunu ifade ederek beklenen tanıma yaklaştıkları görülmüştür. Bu öğrencilerden O₁ “en az iki kenarları paralel olan bir dörtgen” ifadesini kullanarak beklenen tanıma semantik açıdan en çok yaklaşan öğrencidir. Bunun nedeni öğrencinin yamuğun genel anlamda diğer dörtgenleri kapsayan bir role sahip olduğunun farkında olması olabilir.

Ç₁ ve D₁ yamuğu tanımlarken paralel kenarlar arasındaki açıların bütünler olduğunu belirtmişlerdir.

Ç₁ :*Karşılıklı alt kenarları birbirine paralel. Sonra karşılıklı kenarları daha doğrusu komşu kenarları, aynı komşu açıları birbirini bütünler. İç açıları toplamı bunun da dörtgen olduğu için mecburen bütünler.*

D_1 :...Yamuğun özelliğinde taban, alt tabanıyla üst kenarı birbirine paraleldir. Yine aynı kenar üzerindeki açılar birbirini yüz seksen dereceye tamamlar.

\mathcal{C}_1 , O_2 ve D_1 yamuğu tanımlarken iç açılarının ölçüleri toplamının 360° olduğundan bahsetmişlerdir.

Öğrencilerden D_2 “Yine aynı şekilde dört kenar, dört açı ve dört köşesi var yamukta da...” biçiminde tanımlama yaparak dörtgen kavramına atıfta bulunmuş, hatalı bir tanımlama yapmıştır. Y_2 önce yamuğun bir çeşidi olan dik yamuğu sonra yamuğu tanımlamıştır. Ayrıca Y_2 görüşme süresince yamuk deyince aklına ikizkenar yamuk geldiğini belirtmiştir. Y_1 ise yamuğun bir çeşidi olan dik yamuğu tanımlamıştır.

G :Yamuk deyince aklına neler geliyor?
 Y_1 :İki açısı dik açı, paralel bir yamuk geliyor karşılıklı.

Y_1 ve Y_2 'nin yamuğun çeşitlerine odaklanmalarının nedeni öğrencilerin dik yamukla daha çok karşılaşmaları olabilir.

Yamuğun Özelliklerine İlişkin İfadeler

Öğrencilerin yamuğun özelliklerine ilişkin sözel ifadeleri Tablo 7’de sunulmuştur. Öğrencilerden yamuğun özelliklerine ilişkin beklenen yanıt; “En az bir çift karşılıklı kenarı paraleldir, karşılıklı açılar birbirini 180° ’ye tamamlar.” şeklindedir.

Tablo 7’de sunulan öğrencilerin yamuğun özelliklerine ilişkin doğru yanıtları koyu renkte belirtilmiş olup tablo incelendiğinde \mathcal{C}_1 , \mathcal{C}_2 , Y_2 ve D_1 ’in semantik olarak beklenen yanıtla yaklaştıkları görülmüştür.

Tablo 7. Öğrencilerin Yamuğun Özelliklerinde Kullandıkları Sözel İfadeler

Öğrenci	Özelliklerde kullanılan sözel ifadeler
Ç ₁	<i>Alt ve üst kenarları paralel, iç açıları üç yüz altmış derecedir, komşu açıları bütünler.</i>
Ç ₂	<i>Alt tabanı ve üst tabanı birbirine paralel. Şu iki açının toplamı yüz seksen derece oluyor.</i>
Y ₁	<i>$m(B)=90^\circ$, $m(C)=90^\circ$. Şu iki açının toplamı yüz seksen derece oluyor.</i>
Y ₂	<i>Dik yamuk: Bir açısı doksan derece ve karşılıklı iki kenarı paralel olduğu için bu açıda doksan derece oluyor. Hiçbir kenarı eşit değil ve bunlar paralel. Yamuk: Karşılıklı iki kenarı birbirine paralel ama hiçbir kenarı eşit değil ve yüz seksen dereceye tamamlıyor bu açıyla bu açı, bu açıyla da bu açı.</i>
O ₁	<i>İki köşegeni olan.</i>
O ₂	<i>Dört kenarı dört köşesi vardır. Yamukta karşılıklı iki kenar birbirine paraleldir. Açılarının ölçüsünün üç yüz altmış derecedir. Çeşit olarak ikizkenar yamuk vardır. Yamuğun alanı alt taban artı üst taban çarpı yükseklik bölü iki'den bulunabilir.</i>
D ₁	<i>Alt tabanıyla üst kenarı birbirine paraleldir. Yine aynı kenar üzerindeki açılar birbirini yüz seksen dereceye tamamlar.</i>
D ₂	<i>Dört kenar, dört açı, dört köşe.</i>

Ç₁, D₁ ve D₂'nin tanımlama yaparken kullandıkları ifadeleri özellik için de kullandıkları görülmüştür. O₁'in ise özellikleri ifade ederken tanımda kullandığı ifadelerden farklı olarak sadece “İki köşegeni olan” ifadesini kullandığı belirlenmiştir.

D₁ ve O₂ yamuğun özelliklerini en kapsamlı şekilde belirten öğrenciler olup özellikleri belirtmek için kullandıkları ifadelerin tanımlama için kullandıkları ifadelerden daha geniş olduğu görülmüştür. Ayrıca O₂ diğer öğrencilerden farklı olarak yamuğun özellikleri kapsamında alan formülünden de bahsetmiştir.

Paralelkenarı Tanımlamaya İlişkin İfadeler

Öğrencilerin paralelkenarın tanımlanmasında kullandıkları sözel ifadeler Tablo 8’de sunulmuştur. Paralelkenar tanımına ilişkin öğrencilerden beklenen yanıt; “Karşılıklı kenarları paralel olan dörtgendir.” şeklindedir.

Tablo 8. Öğrencilerin Paralelkenarı Tanımlamada Kullandıkları Sözel İfadeler

Öğrenci	Tanımlamada kullanılan sözel ifadeler
Ç ₁	<i>Karşılıklı kenarlar paralel. Karşılıklı açılar eşit. Karşılıklı kenarlar eşit.</i>
Ç ₂	<i>Karşılıklı açıları birbirine eşit olan bir dörtgendir.</i>
Y ₁	<i>Karşılıklı kenarları paraleldir.</i>
Y ₂	<i>Karşılıklı kenarları paralel, eşit. İç açıları toplamı 360. Karşılıklı açılar birbirine eşit.</i>
O ₁	<i>Dört kenarı ve dört köşesi vardır. Karşılıklı kenarları birbirine paraleldir. Karşılıklı açıları birbirine eşittir.</i>
O ₂	<i>Paralelkenar diğer dörtgenlere göre kendine ait özellikleri vardır. Karşılıklı kenarları iki karşılıklı kenarları paralel imm karşılıklı açıları eşit. Özellik açısından dediğim gibi eşkenar dörtgenede benzer.</i>
D ₁	<i>Karşılıklı kenarlar ve açılar eşit, aynı kenar üzerindeki açılar birbirine 180°'ye tamamlar, iki köşegeni var.</i>
D ₂	<i>Karşılıklı kenarları ve açıları eşit, 4 köşeli kapalı şekillere denir.</i>

Paralelkenar tanımlarına bakıldığında öğrencilerden altısının (Ç₁, Y₁, D₁, Y₂, O₁, O₂) paralelkenarın karşılıklı kenarlarının paralel olduğunu ifade ederek beklenen tanıma semantik olarak yaklaştıkları görülmüştür. Bu öğrenciler arasında O₂, karşılıklı iki kenarının paralel olduğunu aşağıdaki gibi belirtmiştir;

O₂ :*Dörtgenin adı paralelkenardır. Eşkenar dörtgen de olabilir özellik açısından. Diğer dörtgenlere göre kendine ait özellikleri vardır. Karşılıklı kenarları iki karşılıklı kenarları paralel imm karşılıklı açıları eşit. Özellik açısından dediğim gibi eşkenar dörtgene de benzer.*

Öğrencilerden altısının (Ç₁, Ç₂, Y₂, O₁, D₁, D₂) tanımda karşılıklı açılarının ölçülerinin eşit olduğunu ifade ettikleri belirlenmiştir. Bu öğrenciler arasında D₁'in cevabı aşağıdaki gibidir;

D₁ :*... karşılıklı kenarları eş, kenarlar ve açılar eş, aynı kenar üzerindeki açılar birbirini 180°'ye tamamlar, iki köşegen var.*

D₁, tanımda karşılıklı açılarının ölçülerinin eşit olduğu ifadesini kullanan öğrencilerden farklı olarak yukarıda da görüldüğü üzere aynı kenar üzerindeki açılarının birbirini 180°'ye tamamladığını da belirtmiştir. Y₂ ise tanımda paralelkenarın iç açıları toplamının 360° olduğunu ifade etmiştir.

Öğrencilerden \mathcal{C}_1 , D_1 ve D_2 tanımlama yaparken karşılıklı kenarların uzunluklarının eşit olması gerektiğinden bahsetmişlerdir. Bu öğrenciler arasında D_2 'nin yanıtı şu şekildedir;

D_2 :*Karşılıklı kenarları eşit üç dört köşeli kapalı şekle denir. Kenarları u evet kenarları ve karşılıklı açıları yani çapraz olarak açıları okla göstereyim.*

Paralelkenarın Özelliklerine İlişkin İfadeler

Öğrencilerin paralelkenarın özelliklerini ifade ederken kullandıkları sözel ifadeler Tablo 9'da sunulmuştur. Öğrencilerden paralelkenarın özelliklerine ilişkin beklenen yanıt; "Karşılıklı kenarlar birbirine paraleldir, karşılıklı kenarlar birbirine eşit/karşılıklı kenar uzunlukları eşittir, köşegenler birbirini ortalar, karşılıklı açıları birbirine eşit/karşılıklı açı ölçümleri eşittir." şeklindedir. Tablo 9'da sunulan öğrencilerin yamuğun özelliklerine ilişkin doğru yanıtları koyu renkte belirtilmiştir.

Tablo 9. Öğrencilerin Paralelkenarın Özelliklerinde Kullandıkları Sözel İfadeler

Öğrenci	Özelliklerde kullanılan sözel ifadeler
\mathcal{C}_1	<i>Karşılıklı kenarlar paralel. Karşılıklı açıları eşit. Karşılıklı kenarlar eşit. Komşu açıları bütünler. İç açıları toplamı 360°.</i>
\mathcal{C}_2	<i>Karşılıklı kenarları birbirine eşittir. Karşılıklı açıları birbirine eşittir. İç açıları toplamı 360°'dir.</i>
Y_1	<i>Karşılıklı kenarları paraleldir. Şu iki açının toplamı 180° oluyor.</i>
Y_2	<i>Karşılıklı kenarları paralel ve yine iç açıları ve karşılıklı kenarları birbirine eşit ve iç açıları toplamı da 360°.</i>
O_1	<i>İki köşegenleri var.</i>
O_2	<i>Karşılıklı açıların ölçüsü birbirine eşittir. Karşılıklı kenarların uzunlukları birbirine eşittir ve birbirine paraleldir. Alanı, taban kenarının uzunluğu ve o kenara ait yüksekliğin çarpımıyla bulunur.</i>
D_1	<i>Karşılıklı kenarları paraleldir. Şu iki açının toplamı 180 derece oluyor. İç açıları toplamı 360°'dir. Karşılıklı açıları da eşit.</i>
D_2	<i>Açıların toplamı 360°, dört kenar, dört köşe ve dört açığına sahip.</i>

Paralelkenarın özellikleri kapsamında bir tek O_1 'in “köşegen” ifadesini kullandığı görülmüştür. Öğrencinin görüşmesinden örnek sunulabilir:

- G : *Tanım deyince, özellik deyince aklına aynı şeyler mi geliyor?*
 O_1 : *Dörtgenin özelliklerini tanımladığım için yani aynı geliyor.*
 G : *İki köşegeni var.*

O_1 'in verdiği yanıtta görüldüğü üzere tanım ile özelliği aynı olarak algılamaktadır. Y_1 , Y_2 ve D_1 'in paralelkenarın tanım ve özelliklerine yazdıkları ifadelerin birbirine çok yakın olduğu görülmüştür.

$\Ç_1$, $\Ç_2$, D_2 ve O_2 paralelkenarın özelliklerini söylerken tanımda kullandıkları ifadeler ek olarak farklı ifadeler de kullanmışlardır. $\Ç_1$, $\Ç_2$ ve D_2 'nin kullandıkları ortak ifade ise iç açılarının ölçüleri toplamının 360° olmasıdır. O_2 ise bütün öğrencilerden farklı olarak paralelkenarın alan formülünden bahsetmiştir.

Özetle öğrencilerin çoğu paralelkenarı tanımlayabilmiştir. Ancak bazı öğrenciler özellik ile tanım arasındaki ayrımı yapamamışlar, çoğu zaman aynı söylemlerde bulunmuşlardır. Ayrıca öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun paralelkenara ait tanımlamalarda ve özelliklerde “eşlik” kavramı yerine “eşitlik” kavramını kullandıkları da belirlenmiştir.

Dikdörtgeni Tanımlamaya İlişkin İfadeler

Öğrencilerin dikdörtgenin tanımlanmasında kullandıkları sözel ifadeler Tablo 10'da sunulmuştur. Dikdörtgen tanımına ilişkin öğrencilerden beklenen yanıtlar; “Üç açısı 90° olan dörtgendir.” ya da “Karşılıklı kenarları paralel ve bir açısının ölçüsü 90° olan dörtgendir/yamuktur.” şeklindedir.

Tablo 10. Öğrencilerin Dikdörtgeni Tanımlamada Kullandıkları Sözel İfadeler

Öğrenci	Tanımlamada kullanılan sözel ifadeler
Ç ₁	<i>Karşılıklı kenarları eşit. Tüm açıları 90°. Karşılıklı kenarları paralel.</i>
Ç ₂	<i>Bütün açıları 90° olan, karşılıklı kenarları eşit olan bir dörtgendir.</i>
Y ₁	<i>İç açılarından en az bir tanesi dik açı olan bir dörtgendir. İç açılarının her birinin dik açı olması.</i>
Y ₂	<i>Dört kenarı, dört köşesi var. Adı dikdörtgen. Açıları var.</i>
O ₁	<i>Dört köşesi vardır. Dört kenarı vardır.</i>
O ₂	<i>Kendine ait özellikleri vardır. Dört kenarı ve dört köşesi olan belirli özelliklere sahip kapalı bir dörtgen.</i>
D ₁	<i>Dört köşesi var, bütün açıları dik, iki köşegeni var, karşılıklı kenarları eş, aynı kenar üzerindeki açıları birbirini 180 dereceye tamamlar.</i>
D ₂	-

D₂ dikdörtgeni tanımlamamıştır. Bunun nedeni öğrencinin dikdörtgeni tanımlaması, semantik olarak bilmemesi olabilir. Öğrencilerin dikdörtgen tanımlarına bakıldığında üçünün (Ç₁, Ç₂, D₁) dikdörtgenin açılarının ölçüsünün 90° olduğunu ifade ederek beklenen tanıma semantik olarak yaklaştıkları görülmüştür. Öğrenciler arasından Y₁'in yanıtı örnek olarak sunulabilir:

- Y₁ :Söylediğin dörtgeni tanımlar mısın? (okuyor)
G :Dikdörtgen deyince aklına ne geliyor, dikdörtgen deyince nasıl tanımlardın?
Y₁ :Karşılıklı kenarları paralel daha doğrusu dikdörtgen deyince dik açısı olan dörtgendir ilk olarak.
G :Yaz aklına ne geliyorsa, yazalım.
Y₁ :İç açılarından her biri dik açı olan dörtgendir.

Öğrenci, “İç açılarından her biri dik açı olan dörtgendir.” ifadesi ile dikdörtgeni tanımlamış gibi gözükse de ilk olarak “dik açısı olan dörtgen” ifadesini kullanarak dikdörtgen ve kare dışında başka dörtgenleri de kapsayan bir tanım yapmıştır. Öğrencinin dikdörtgene ilişkin tanımı karışıktır.

Öğrencilerden üçü (Ç₁, Ç₂, D₁) tanımlama yaparken karşılıklı kenarların paralelliği yerine karşılıklı kenar uzunluklarının eşit olması gerektiğini ifade etmiştir. Sadece Ç₁ karşılıklı kenarların paralel olduğunu belirtmiştir. Bu öğrencilerden D₁ dikdörtgenin tanımını şu şekilde açıklamıştır;

- G* : Tanımla dersem, şuraya yazalım. Bir dikdörtgeni nasıl tanımlarsın?
D₁ : Dört köşesi vardır. Karşılıklı kenarları birbirine eşittir. Başka?
G : Şu an dikdörtgeni tanımlıyorsun.
D₁ : Hı hı. Bu kadar.
G : Var mı ekleyebileceğin şeyler? Düşün istersen.
D₁ : Bütün açıları birbirine eşit.

Öğrencilerden *D₁*'in “dört köşesi vardır” dediği belirlenmiştir. *Y₂*, *O₁* ve *O₂*'nin ise tanımlama yaparken “dört köşesi, dört kenarı vardır” şeklinde genel ifadeler kullandıkları ve eksik tanımlama yaptıkları görülmüştür. *O₂* dikdörtgeni aşağıdaki şekilde tanımlamıştır;

- O₂* : ...Söylediğim dörtgen tanımını kendine ait özellikleri vardır.
 (düşünüyor.)
G : Dikdörtgen deyince aklına neler geliyor? Sesli düşünelim.
O₂ : Dört kenarı dört köşesi olan belirli özelliklere sahip kapalı bir şekildir, dörtgendir.

Dikdörtgenin Özelliklerine İlişkin İfadeler

Öğrencilerin dikdörtgenin özelliklerinde kullandıkları sözel ifadeler Tablo 11’de sunulmuştur. Öğrencilerden dikdörtgenin özelliklerine ilişkin beklenen yanıt; “Karşılıklı kenarları paraleldir, karşılıklı kenarları eşit/ karşılıklı kenar uzunlukları eşittir, karşılıklı açıları birbirine eşit/karşılıklı açı ölçümleri eşittir, bütün açılar dik açıdır, köşegenler birbirine eşit ve birbirini ortalar” şeklindedir.

Tablo 11. Öğrencilerin Dikdörtgenin Özelliklerinde Kullandıkları Sözel İfadeler

Öğrenci	Özelliklerde kullanılan sözel ifadeler
Ç ₁	<i>Karşılıklı kenarları eşit. Karşılıklı kenarları paralel. Tüm açıları 90°. İç açıları toplamı 360°. Komşu açıları bütünler.</i>
Ç ₂	<i>Bütün açıları eşittir ve 90°'dir. Karşılıklı kenarları birbirine eşittir. Kenarları birbirini dik keser. Karşılıklı kenarları birbirine paraleldir.</i>
Y ₁	<i>Karşılıklı kenarları paralel, bütün açıların ölçüsü eşit ve hepsinin 90 dereceye eşit, birbirine dik olan iki kenardaki ölçülerin toplamı 180 derece, karşılıklı kenarları yani kenar uzunluklarını birbirine eşit.</i>
Y ₂	<i>Karşılıklı kenarları paralel ve eşit, bütün iç açıları 90°, iç açıları toplamı 360°'dir. Kenarları birbirini dik kesiyor.</i>
O ₁	<i>İki köşegeni vardır. Dört açısı vardır. Karşılıklı kenarları birbirine paraleldir. Karşılıklı kenarları birbirine eşittir. Karşılıklı açıları birbirine eşittir. Tüm açıları eşit ve 90°'dir.</i>
O ₂	<i>Karşılıklı kenar uzunluklarının ölçüsü birbirine eşittir ve karşılıklı kenarları birbirine paraleldir. Bütün açıları 90° ve birbirine eşittir.</i>
D ₁	<i>Dört köşesi var. Bütün açıları dik, iki köşegeni var. Dikdörtgenin karşılıklı kenarları eş. Aynı kenar üzerindeki açıları birbirini 180°'ye tamamlar.</i>
D ₂	-

Tablo 11'de sunulan öğrencilerin dikdörtgenin özelliklerine ilişkin doğru yanıtları koyu renkte belirtilmiş olup tablo incelendiğinde hiçbir öğrencinin semantik olarak beklenen yanıtı tam olarak ifade edemediği görülmüştür. D₂ dışında, öğrencilerin birbirlerine çok yakın yanıtlar verdiği de saptanmıştır. Y₁'in yanıtı şu şekildedir;

- Y₁ :*Karşılıklı kenarların paralel olduğunu, bütün açıların ölçüsünün eşit olduğunu ve hepsinin 90 dereceye eşit olduğunu birbirine dik olan iki kenardaki ölçülerin toplamının 180 derece olduğunu anlarım.*
- G :*Onlar dışında?*
- Y₁ :*Karşılıklı kenarların yani kenar uzunluklarının birbirine eşit olduğunu.*

Öğrencilerden Ç₁, Ç₂ ve D₁ dikdörtgenin özelliklerini ifade ederken tanımda kullandıkları ifadeler ek olarak farklı ifadeler kullanmışlardır. Öğrencilerden Ç₁'in yanıtı aşağıdaki gibidir;

- \mathcal{C}_1 : Kenarları eşit, tüm açıları 90, karşılıklı kenarlar paralel, komşu açılar bütünler, iç açıları toplamı 360.
- G : Var mı eklemek istediğin?
- \mathcal{C}_1 : Burada eklemek istediğim bu kadarlık
- G : Tanımla özelliklere aynı şeyleri yazmıştın şimdi farklı yazdın. Neden?
- \mathcal{C}_1 : Farklı yazdım şimdi 360 derece tanımda tanıma girebilir de çok uzatmak istemedim şahsen. İkisi eşit olsun çok istemedim. Ama 360 derece ve bütünler olması komşu açıların tanıma girebilir o da.

Yukarıda görüldüğü üzere \mathcal{C}_1, Y_2 gibi özelliklerde dikdörtgenin iç açılarının ölçüsünün toplamının 360° olması gerektiğini söylemiştir.

Öğrencilerden Y_2, O_1 ve O_2 özellikleri tanımdan farklı olarak yazmışlardır. Diğer öğrencilere göre özellikleri daha kapsamlı belirten O_1 'in yanıtı ise aşağıdaki gibidir;

- O_1 : İki köşegeni vardır. Dört açısı vardır. Karşılıklı kenarları birbirine paraleldir. Karşılıklı kenarları birbirine eşittir. Karşılıklı açıları birbirine eşittir. Tüm açıları birbirine eşittir. Tüm kenarları birbirine eşittir. Tüm açıları doksan derecedir.

O_1 ve D_1 dikdörtgenin özelliklerinde “iki köşegen vardır” diyerek köşegen kavramından bahseden öğrencilerdir. Ancak öğrencilerin köşegene ait özelliklere yer vermemeleri dikdörtgenin özelliklerine eksik yanıtlar vermelerine neden olmuştur.

Özetle öğrencilerin dikdörtgenin özellikleriyle tanımları arasındaki ayrımı bu soruda diğer sorulara göre daha iyi yaptıkları görülmüştür. Bunun nedeni dikdörtgenle daha çok karşılaşmaları ve semantik açıdan dikdörtgeni daha iyi tanımları olabilir. Ayrıca üç öğrenci (Y_1, O_2, D_1) dışındaki öğrencilerin dikdörtgene ait tanımlamalarda ve özelliklerde “eşlik” kavramı yerine “eşitlik” kavramını kullandıkları da belirlenmiştir.

Eşkenar Dörtgeni Tanımlamaya İlişkin İfadeler

Öğrencilerin eşkenar dörtgenin tanımlanmasında kullandıkları sözel ifadeler Tablo 12’de sunulmuştur. Eşkenar dörtgenin tanımına ilişkin öğrencilerden beklenen yanıt; “Bütün kenarlarının uzunluğu eşit olan dörtgendir.” şeklindedir. ilişkin doğru yanıtları koyu renkte belirtilmiştir

Tablo 12. Öğrencilerin Eşkenar Dörtgeni Tanımlamada Kullandıkları Sözel İfadeler

Öğrenci	Tanımlamada kullanılan sözel ifadeler
Ç ₁	<i>Karşılıklı açıları eşit. Komşu açılar bütünlerdir. Karşılıklı kenarları eşit.</i>
Ç ₂	<i>Bütün kenarları birbirine eşit olan, karşılıklı açıları eşit olan bir dörtgendir.</i>
Y ₁	<i>Karşılıklı açıların ölçüleri birbirine eşit. Bütün kenarlarının uzunlukları birbirine eşit. Aynı kenar üzerinde bulunan açıların ölçüleri toplamı 180°'dir.</i>
Y ₂	<i>Bütün kenarlarının uzunlukları eşit, karşılıklı kenarlar paralel, karşılıklı açıları eşit, iç açıları toplamı 360°.</i>
O ₁	<i>Dört kenarı var, dört açısı var, dört köşesi var.</i>
O ₂	<i>Belirli özelliklere sahip bir dörtgen. Kapalı bir dörtgen. Dört kenarı ve dört köşesi vardır.</i>
D ₁	<i>Dört köşeleri var, iki köşegenleri var. Eşkenar dörtgenin karşılıklı açıları eş. Aynı kenar üzerindeki açıları birbirini 180°'ye tamamlar. Bütün kenarları birbirine eş.</i>
D ₂	<i>4 kenarı, 4 açısı olan bütün açıları ve bütün kenarları birbirine eşit kapalı şekil.</i>

Öğrencilerin eşkenar dörtgen tanımlarına bakıldığında beşinin (Ç₂, Y₁, Y₂, D₁, D₂) eşkenar dörtgenin bütün kenar uzunluklarının eşit olduğunu ifade ederek beklenen tanıma semantik olarak yaklaştıkları görülmüştür. Bu öğrenciler arasından Y₂'nin yanıtı örnek olarak verilebilir:

Y₂ : *Eşkenar dörtgeni de yazayım bütün kenarlarının uzunluğu eşit yine evet ve ama imm burada dik kesmiyor ve karşılıklı kenarlar paralel. Başka şu açıyla şu açı eşit mi oluyordu? Evet karşılıklı açıları eşit oluyor olabilir (karşılıklı açıları gösteriyor).*

Ç₁, tanımda bütün kenar uzunluklarının eşit olduğunu söyleyen öğrencilerden farklı olarak Tablo 11'de görüldüğü üzere "karşılıklı kenarları eşit" ifadesini de kullanmıştır. Bu ifade eşkenar dörtgeni kapsıyor olsa da semantik olarak daha çok paralelkenar ve dikdörtgeni içine almaktadır. Bu durum yapılan tanımı hatalı hale getirmiştir.

Öğrencilerden O₁ ve O₂'nin tanımlama yaparken "dört köşesi, dört kenarı vardır" şeklinde genel ifadeler kullandıkları görülmüştür. Ayrıca O₁'in bu ifadelere ek olarak "dört açısı var" dediği belirlenmiştir.

Eşkenar Dörtgenin Özelliklerine İlişkin İfadeler

Öğrencilerin eşkenar dörtgenin özelliklerinde kullandıkları sözel ifadeler Tablo 13'te sunulmuştur. Öğrencilerden eşkenar dörtgenin özelliklerine ilişkin beklenen yanıt; "Bütün kenar uzunlukları eşittir/bütün kenarlar eşit, karşılıklı kenarları paraleldir, karşılıklı açıları eşit/karşılıklı açı ölçümleri eşittir, köşegenler birbirini dik ortalar." şeklindedir.

Tablo 13. Öğrencilerin Eşkenar Dörtgenin Özelliklerinde Kullandıkları Sözel İfadeler

Öğrenci	Özelliklerde kullanılan sözel ifadeler
Ç ₁	<i>Karşılıklı açıları eşit, komşu açılar bütünlerdir, karşılıklı kenarları eşit, 360° iç açıları toplamı.</i>
Ç ₂	<i>Kenarları birbirine eşittir, karşılıklı kenarları birbirine paraleldir.</i>
Y ₁	<i>Karşılıklı açıların ölçüleri birbirine eşit, bütün kenar uzunlukları eşit, karşılıklı kenarları paralel, aynı kenar üzerinde bulunan açıları ölçüleri 180 derece.</i>
Y ₂	<i>Bütün kenarlarının uzunluğu, karşılıklı kenarlar paralel, karşılıklı açıları eşit, iç açıları toplamı 360 derece.</i>
O ₁	<i>Karşılıklı açıları birbirine eşit, karşılıklı kenarları birbirine eşit, iki köşegeni vardır, toplam açıları 360°'dir, köşelerinin adları aynıdır.</i>
O ₂	<i>Karşılıklı açıların ölçüsü birbirine eşittir. Bütün kenarlarının uzunlukları birbirine eşittir.</i>
D ₁	<i>Dört köşeleri var, iki köşegenleri var, karşılıklı açıları eş, aynı kenar üzerindeki açılar 180°'e tamamlıyor, bütün kenarları eş.</i>
D ₂	<i>Bütün açılar-kenarlar eşit, Açılar 90°, Toplam açısı 360°.</i>

Tablo 13'te sunulan öğrencilerin eşkenar dörtgenin özelliklerine ilişkin doğru yanıtları koyu renkte belirtilmiş olup tablo incelendiğinde hiçbir öğrencinin semantik olarak beklenen yanıtı tam olarak ifade edemediği görülmüştür. Beklenen yanıtta en çok yaklaşan öğrenci D₁'dir. Öğrencilerden Y₁, Y₂ ve D₁'in eşkenar dörtgenin özelliklerini tanım ile aynı olacağını belirttikleri görülmüştür. Öğrencilerden Ç₁ ve Ç₂ eşkenar dörtgenin özelliklerini ifade ederken tanımla yakın ifadeler kullanmışlardır.

Öğrencilerden Ç₂'nin yanıtı aşağıdaki gibidir;

- G : *Söylediğin dörtgeni tanımlar mısın?*
 Ç₂ : *Bütün kenarları birbirine eşit olan ve karşılıklı açıları eşit olan bir dörtgendir. Bu dediğim dörtgenin özelliklerini söyleyeyim. Kenarları birbirine eşittir. Karşılıklı açıları birbirine eşittir. Karşılıklı kenarları birbirine paraleldir. Aklıma gelenler bunlar, bu kadar.*

Öğrencilerden O_1 , O_2 ve D_2 eşkenar dörtgenin özelliklerini tanımından farklı olarak yazmaya çalışmışlardır. Bu öğrencilerden D_2 'nin yanıtı aşağıdaki gibidir;

- G : *Evet onu da aynı şekilde yazalım, tanımlayalım, özelliklerini söyleyelim.*
 D_2 : *Bunun da adını yazayım mı? Eşkenar dörtgen. Tanımlayayım bunu da dört kenarı dört açısı olan bütün açıları ve bütün kenarları birbirine eşit kapalı şekil. Yine aynısını yazacağım buraya da açılar, kenarlar eşit, açıları 90 derece, açıları toplamı 360 derece.*

O_1 ve D_1 eşkenar dörtgenin özelliklerinde “iki köşegen vardır” diyerek köşegen kavramından bahseden öğrencilerdir. Ancak köşegene ait özelliklere yer vermemeleri eşkenar dörtgenin özelliklerine eksik yanıt vermelerine neden olmuştur.

Özetle öğrencilerin çoğu eşkenar dörtgeni tanımlayabilmişlerdir. Ancak bazı öğrenciler özellik ile tanım arasındaki ayrımı yapamamışlar çoğu zaman aynı şeyleri söylemişlerdir. Bunun nedeni öğrencilerin eşkenar dörtgene ilişkin semantik bilgilerinin eksik olması olabilir. Ayrıca üç öğrenci (Y_1 , O_2 , D_1) dışındaki öğrencilerin eşkenar dörtgene ait tanımlamalarda ve özelliklerde “eşlik” kavramı yerine “eşitlik” kavramını kullandıkları da belirlenmiştir.

Kareyi Tanımlamaya İlişkin İfadeler

Öğrencilerin karenin tanımlanmasında kullandıkları sözel ifadeler Tablo 14’te sunulmuştur. Karenin tanımına ilişkin öğrencilerden beklenen yanıt; “Karşılıklı kenarları paralel, bütün kenarlarının uzunluğu eşit/bütün kenarlar eş ve bir açısının ölçüsü 90° olan dörtgendir/ paralelkenardır/yamuktur/dikdörtgendir/eşkenar dörtgendir” şeklindedir.

Tablo 14. Öğrencilerin Kareyi Tanımlamada Kullandıkları Sözel İfadeler

Öğrenci	Tanımlamada kullanılan sözel ifadeler
Ç ₁	<i>Tüm kenarları ve açıları eşit. Karşılıklı kenarlar paralel.</i>
Ç ₂	<i>Bütün kenarları birbirine eşit olan ve açıları 90° olan bir dörtgendir.</i>
Y ₁	<i>Özel bir dikdörtgendir.</i>
Y ₂	<i>Karşılıklı kenarları birbirine paralel, bütün kenarlarının uzunlukları eşit, bütün iç açıları eşit ve 90°, kenarları birbirini dik kesiyor, iç açıları toplamı 360°, köşegenleri eşit.</i>
O ₁	<i>Dört kenarı vardır. Dört açısı vardır. Dört köşesi vardır.</i>
O ₂	<i>Belirli özelliklere sahip bir dörtgen. Kapalı bir dörtgen. Dört kenarı ve dört köşesi vardır.</i>
D ₁	<i>Dört köşesi iki köşegenleri var. Bütün kenarları ve açıları birbirine eşit. Aynı kenar üzerindeki açıları birbirini 180°'ye tamamlar.</i>
D ₂	<i>4 kenarı ve açıları eşit, toplam açısı 360° olan kapalı şekil.</i>

Öğrencilerin kare tanımlarına bakıldığında beşinin (Ç₁, Ç₂, Y₂, D₁, D₂) karenin tanımında bütün kenarların uzunluğunun ve açıların ölçüsünün eşit olması gerektiğini ifade ederek beklenen tanıma semantik olarak yaklaştıkları görülmüştür. Bu öğrenciler arasından D₂'nin yanıtı aşağıdaki gibidir;

- D₂ : *Toplam açısı yani bütün açılarının toplamı 360 derece eşkenar dörtgen de aynı şekilde 4 kenarı 4 açısı eşit toplam açıları 360 derece olan kapalı şekle denir. İkinin de aynı aslında. Bence karenin biraz daha dönmüş halidir eşkenar dörtgen. Söylediğin dörtgenin özelliklerini söyler misin? Tabi bütün kenarları bütün açıları eşit toplam açısı 360 derece olan şekiller aslında bu ikisi için de geçerli.*
- G : *İkisi için de mi geçerli?*
- D₂ : *Evet ikisi için de geçerli.*

D₂ eşkenar dörtgen ve kareyi aynı şekiller olarak düşündüğü için kare ve eşkenar dörtgenin tanımını aynı şekilde yapmaktadır. Öğrenci, eşkenar dörtgeni özel bir kare olarak düşünmesinden dolayı yaptığı açıklamalar yanlıştır.

Öğrencilerden Y₁ kareyi “özel bir dikdörtgendir” şeklinde tanımlamıştır. Bunun nedeni öğrencinin dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkiyi semantik olarak bilmesi olabillir. Y₁'in yanıtı aşağıdaki şekildedir;

- G : *Evet bu dörtgeni tanımlayalım.*
- Y₁ : *Özel bir dikdörtgendir. Dikdörtgen deyince genellikle akla 2 uzun kenarı 2 kısa kenarı eşit gelir o yüzden özel bir dikdörtgendir bütün kenarları eşit.*

Öğrencilerden O_1 ve O_2 'nin tanımlama yaparken “dört köşesi, dört kenarı vardır” şeklinde genel ifadeler kullandıkları görülmüştür. Ayrıca O_1 'in bu ifadelere ek olarak “dört açısı var” dediği belirlenmiştir.

Karenin Özelliklerine İlişkin İfadeler

Öğrencilerin karenin özelliklerinde kullandıkları sözel ifadeler Tablo 15’te sunulmuştur. Öğrencilerden karenin özelliklerine ilişkin beklenen yanıt; “Karşılıklı kenarları paraleldir, bütün kenarlar ve açılar birbirine eşit/bütün kenar uzunlukları ve açı ölçümleri eşittir, bütün açıları dik açıdır, köşegenler birbirine eşit ve birbirini dik ortalar.” şeklindedir.

Tablo 15. Öğrencilerin Karenin Özelliklerinde Kullandıkları Sözel İfadeler

Öğrenci	Özelliklerde kullanılan sözel ifadeler
\mathcal{C}_1	<i>360° iç açıları toplamı. Tüm kenarları eşit. Tüm açıları 90°. Karşılıklı kenarlar paralel.</i>
\mathcal{C}_2	<i>Bütün açıları eşit ve 90°’dir. Bütün kenarları birbirine eşittir. Karşılıklı kenarları birbirine paraleldir. Kenarları birbirini dik keser. Köşegenleri açıortaydır.</i>
Y_1	<i>Köşegen uzunlukları birbirine eşittir. Köşegeni açıortaydır.</i>
Y_2	<i>4 köşesi 4 kenarı var bütün kenarlarının uzunlukları eşit bütün açıları 90 derece, karşılıklı kenarları birbirine paralel ve kenarları birbirini dik kesiyor.</i>
O_1	<i>İki köşegeni vardır. Bütün kenarları birbirine eşittir. Bütün açıları birbirine eşittir. Dörtgendir.</i>
O_2	<i>Karşılıklı açılarının ölçüsü birbirine eşittir. Bütün kenarlarının uzunlukları birbirine eşittir.</i>
D_1	<i>Dört köşesi, iki köşegeni var, bütün açıları ve karşılıklı kenarları birbirine eşit, aynı kenar üzerindeki iki açıları birbirini 180°’e tamamlar. Karşılıklı açıları eşit.</i>
D_2	<i>Bütün açıları-kenarlar eşit. Toplam açısı 360° olan kapalı şekiller.</i>

Tablo 15’te sunulan öğrencilerin karenin özelliklerine ilişkin doğru yanıtları koyu renkte belirtilmiş olup tablo incelendiğinde hiçbir öğrencinin semantik olarak beklenen yanıtı tam olarak ifade edemediği görülmüştür. Beklenen yanıtı en çok yaklaşan öğrenciler Ç_2 ve Y_2 ’dir. Öğrencilerden Ç_2 ’nin yanıtı aşağıdaki gibidir;

- G : *Söylediğin dörtgenin tanımlayıp özelliklerini söyleyebilir misin?*
 Ç_2 : *Bütün açıları eşittir ve 90 derecedir. Bütün kenarları birbirine eşittir. Ama tanımlar mısın demiş ben özelliklerini yazmışım.*
 G : *Olsun şöyle ok koyalım belirtelim tanımında aşağıya yazarsın.*
 Ç_2 : *Karşılıklı kenarları birbirine paraleldir. Kenarları birbirini dik keser. Köşegenleri açıortaydır.*

Ç_2 yanıtında görüldüğü üzere karenin köşegenlerinin açıortay olduğunu belirtmiştir. Y_1 de Ç_2 gibi karenin köşegenlerinin açıortay olduğunu ifade etmiştir. Ayrıca Y_1 ve Y_2 köşegen uzunluklarının birbirine eşit olduğundan bahsetmişlerdir. Y_1 ’in yanıtı şekildeki gibidir;

- Y_1 : *Yok, özelliklerine bütün kenarları birbirine eşit ve bütün açıları birbirine eşit. Ve belirli bir diklik olduğu için bir açısı dik açı oluyor bütün açıları birbirine eşit olduğu için hepsi dik açı oluyor, karşılıklı kenarları birbirine paralel.*
 G : *Evet.*
 Y_1 : *Köşegen uzunlukları birbirine eşit.*

Öğrencilerden Y_2 , D_1 ve D_2 ’nin karenin özelliklerinin tanımı ile aynı ifadeler olacağını belirttikleri görülmüştür. Öğrencilerden Ç_1 ’in ise karenin özelliklerini ifade ederken tanıma yakın ifadeler kullandığı görülmüştür.

Öğrencilerden O_1 ve O_2 ’nin tanımlama yaparken “dört köşesi, dört kenarı vardır” şeklinde genel ifadeler kullandıkları görülmüştür. Ayrıca O_1 bu ifadeler ek olarak “dört açısı var” dediği belirlenmiştir. Öğrencilerden O_1 ’in yanıtı aşağıdaki gibidir;

- O_1 : *Hmm. İki köşegeni vardır. Bütün kenarları birbirine eşittir, bütün açıları birbirine eşittir. Hmm.*
 G : *Başka?*
 O_1 : *Dörtgendir.*

Özetle öğrencilerin çoğu kareyi tanımlayabilmiştir. Ancak bazı öğrenciler özellik ile tanım arasındaki ayrımı yapamamış çoğu zaman aynı şeyleri söylemişlerdir. Bunun nedeni öğrencilerin kareye ilişkin semantik bilgilerinin eksik olması olabilir.

Ayrıca üç öğrenci (Y_1 , Y_2 , O_2) dışındaki öğrencilerin kareye ait tanımlamalarda ve özelliklerde “eşlik” kavramı yerine “eşitlik” kavramını kullandıkları da belirlenmiştir.

Öğrencilerin dörtgenlere ilişkin kullandıkları tanım ve özelliklerdeki sözel ifadelerin beklenen yanıtlara göre doğruluk kapsamaları incelenmiş ve Tablo 16 oluşturulmuştur.

Tablo 16. Öğrencilerin Dörtgenleri Tanımlama ve Dörtgenlerin Özelliklerine İlişkin Kullandıkları Sözel İfadelerin Beklenen Yanıtlara Göre Doğrulukları

Öğrenciler	Dörtgenleri Tanımlama		Dörtgenlerin Özellikleri		Tanım ve Özellik Arasındaki Ayrım
Ç ₁	Dörtgen	X	Dörtgen	X	Öğrencinin dörtgen ve eşkenar dörtgen hariç diğer dörtgenleri tanımladığı saptanmıştır. Ancak köşegen kavramını gözardı ettiği için yamuk hariç dörtgenlerin özelliklerini eksik ifade ettiği görülmüştür. Öğrenci tanım ve özellik arasındaki ayrımı tam olarak yapamamakla birlikte özellikle tanıma göre daha çok özellik kullanmıştır.
	Yamuk	✓	Yamuk	✓	
	Paralelkenar	✓	Paralelkenar	X	
	Dikdörtgen	✓	Dikdörtgen	X	
	Eşkenar Dörtgen	X	Eşkenar Dörtgen	X	
	Kare	✓	Kare	X	
Ç ₂	Dörtgen	✓	Dörtgen	X	Öğrencinin paralelkenar hariç diğer dörtgenleri tanımladığı saptanmıştır. Ancak köşegen kavramını gözardı ettiği için yamuk hariç dörtgenlerin özelliklerini eksik ifade ettiği görülmüştür. Öğrenci tanım ve özellik arasındaki ayrımı bazı sorularda yapıp bazı sorularda yapamamaktadır.
	Yamuk	✓	Yamuk	✓	
	Paralelkenar	X	Paralelkenar	X	
	Dikdörtgen	✓	Dikdörtgen	X	
	Eşkenar Dörtgen	✓	Eşkenar Dörtgen	X	
	Kare	✓	Kare	X	
Y ₁	Dörtgen	✓	Dörtgen	X	Öğrencinin dikdörtgen hariç diğer dörtgenleri tanımladığı saptanmıştır. Ancak köşegen kavramını gözardı ettiği için dörtgenlerin özelliklerini eksik ifade ettiği görülmüştür. Öğrenci tanım ve özellik arasındaki ayrımı bazı sorularda yapıp bazı sorularda yapamamaktadır.
	Yamuk	✓	Yamuk	X	
	Paralelkenar	✓	Paralelkenar	X	
	Dikdörtgen	✓	Dikdörtgen	X	
	Eşkenar Dörtgen	✓	Eşkenar Dörtgen	X	
	Kare	✓	Kare	X	
Y ₂	Dörtgen	X	Dörtgen	X	Öğrencinin dörtgen ve dikdörtgen hariç diğer dörtgenleri tanımladığı saptanmıştır. Ancak köşegen kavramını gözardı ettiği için yamuk hariç dörtgenlerin özelliklerini eksik ifade ettiği görülmüştür. Öğrenci tanım ve özellik arasındaki ayrımı bazı sorularda yapıp bazı sorularda yapamamaktadır.
	Yamuk	✓	Yamuk	✓	
	Paralelkenar	✓	Paralelkenar	X	
	Dikdörtgen	X	Dikdörtgen	X	
	Eşkenar Dörtgen	✓	Eşkenar Dörtgen	X	
	Kare	✓	Kare	X	

O₁	Dörtgen	✓	Dörtgen	X	Öğrencinin dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve kare hariç diğer dörtgenleri tanımladığı saptanmıştır. Ancak köşegen kavramını gözardı ettiği için dörtgenlerin özelliklerini eksik ifade ettiği görülmüştür. Öğrenci tanım ve özellik arasındaki ayrımı yapmaktadır ancak doğru olarak ifade edememektedir. Dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve karenin tanımlarına aynı ifadeleri kullanarak özellikleri tanıma göre daha kapsamlı yazmaya çalışmıştır.
	Yamuk	✓	Yamuk	X	
	Paralelkenar	✓	Paralelkenar	X	
	Dikdörtgen	X	Dikdörtgen	X	
	Eşkenar Dörtgen	X	Eşkenar Dörtgen	X	
	Kare	X	Kare	X	
O₂	Dörtgen	✓	Dörtgen	X	Öğrencinin dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve kare hariç diğer dörtgenleri tanımladığı saptanmıştır. Ancak köşegen kavramını gözardı ettiği için dörtgenlerin özelliklerini eksik ifade ettiği görülmüştür. Öğrenci tanım ve özellik arasındaki ayrımı bazı sorularda yapıp bazı sorularda yapamamaktadır.
	Yamuk	✓	Yamuk	X	
	Paralelkenar	✓	Paralelkenar	X	
	Dikdörtgen	X	Dikdörtgen	X	
	Eşkenar Dörtgen	X	Eşkenar Dörtgen	X	
	Kare	X	Kare	X	
D₁	Dörtgen	X	Dörtgen	X	Öğrencinin dörtgen hariç diğer dörtgenleri tanımladığı saptanmıştır. Ancak köşegen kavramını gözardı ettiği için yamuk hariç dörtgenlerin özelliklerini eksik ifade ettiği görülmüştür. Öğrenci tanım ve özellik arasındaki ayrımı bazı sorularda yapıp bazı sorularda yapamamaktadır.
	Yamuk	✓	Yamuk	✓	
	Paralelkenar	✓	Paralelkenar	X	
	Dikdörtgen	✓	Dikdörtgen	X	
	Eşkenar Dörtgen	✓	Eşkenar Dörtgen	X	
	Kare	✓	Kare	X	
D₂	Dörtgen	✓	Dörtgen	X	Öğrencinin yamuk, paralelkenar ve dikdörtgen hariç diğer dörtgenleri tanımladığı saptanmıştır. Ancak köşegen kavramını gözardı ettiği için dörtgenlerin özelliklerini eksik ifade ettiği görülmüştür. Öğrenci tanım ve özellik arasındaki ayrımı bazı sorularda yapıp bazı sorularda yapamamaktadır. Bu sorularda genelde aynı yanıtları vermiştir.
	Yamuk	X	Yamuk	X	
	Paralelkenar	X	Paralelkenar	X	
	Dikdörtgen	X	Dikdörtgen	X	
	Eşkenar Dörtgen	X	Eşkenar Dörtgen	X	
	Kare	✓	Kare	X	

Tablo 16’da görüldüğü üzere öğrenciler semantik açıdan dörtgenleri tam olarak ifade edememişlerdir. Öğrencilerin dörtgenleri tanımlamada ve dörtgenlerin özelliklerini sözel olarak ifade etmede düzey ve cinsiyet ayırt etmeksizin eksikliklerinin ve yanlışlarının olduğu saptanmıştır. Ayrıca öğrencilerin başarı düzeyleri ve cinsiyetleri arasında herhangi bir ilişki belirlenmemiştir. Beklenen yanıtlara en çok yaklaşan öğrenciler Ç₂ ve D₁’dir. Öğrencilerin tanım ve özelliğe genel olarak aynı ifadeleri kullandıkları görülmüştür. Bunun nedeni tanım ve özellik arasındaki farkı semantik olarak bilmemeleri olabilir. Tanım ve özellik arasındaki farkı sözel olarak ifade eden öğrencilerden D₁’in yanıtı aşağıdaki gibidir;

- D₁ :Özellikle tanım aynı ya*
G : İki arasında fark yok mu?
D₁ :Tanımı nasıl anlatcam özellikleriyle. Tanımı zaten bahsettiğim dörtgeni nasıl anlatcağım konusunda şey yazmam gerekiyor. Ama özelliklerde bunun matematiksel işine geliyor daha çok. Özelliklerde açılardan falan köşeleri kenarları söz edilebilir. Ama tanımda mesela kabaca nasıl anlatacağıma dair.

O₂ dışındaki öğrencilerin özel dörtgenlerin özelliklerini belirtirken “eşlik” kavramı yerine “eşitlik” kavramını kullandıkları belirlenmiştir.

3.2. Öğrencilerin Verilen Sembolleri ve Şekilleri İfade Etmede Kullandıkları Matematik Dilinin Sentaks ve Semantik Bileşenlerine İlişkin Bulgular

Bu temada öğrencilerin verilen bazı sembolik ifadeleri ve şekilleri okuyup tanımda matematik dili kullanımları sentaks ve semantik bileşenleri doğrultusunda incelenmiştir.

Sembolik İfadelerde Sentaks-Semantik Bileşenleri

Yapılan görüşmelerde öğrencilerin “//”, “⊥”, “=”, “≠”, “[]” ve “^” sembollerini sentaks açıdan doğru okudukları saptanmıştır. Ancak “=” sembolünü öğrencilerin süreç içinde hatalı kullandıkları tespit edilmiştir. Bu durum öğrencilerin sentaks açıdan sembolleri tanırsalar da semantik açıdan yanlış anlamlandırmalarından kaynaklanabilir. Öğrencilerden Ç₂’nin yanıtı şu şekildedir;

\mathcal{C}_2 :*Özellikleri, karşılıklı kenarları birbirine eşittir. Karşılıklı açıları birbirine eşittir.*

Yukarıda görüldüğü üzere \mathcal{C}_2 eş ve eşit kavramlarını karıştırmaktadır.

Öğrencilerin “kenar uzunlukları” ya da “açılarının ölçüleri” ifadelerindeki uzunluk ve ölçü kavramlarını kullanmamaları eş-eşit kavramlarının karışmasına neden olmuş olabilir.

“ \neq ” sembolünü bütün öğrencilerin sentaks açıdan doğru okudukları, ancak sembolü O_1 , D_1 ve D_2 'nin semantik açıdan tam olarak ifade edemedikleri belirlenmiştir. O_1 'in yanıtı şu şekildedir;

O_1 : *Dikdörtgendir. Karşılıklı kenarları birbirine eşit. AB, DC (Çiziyor.) AB, DC'ye eşit değil. BC hmm... Eşit değil. Peki şey, bunun buna eşit olmaması bunun da buna eşit olmaması gösterir mi ki?*
 G : *Bilmiyorum. Şimdi hangi dörtgen olduğunu düşündün?*
 O_1 : *Dikdörtgen.*
 G : *Neden?*
 O_1 : *Çünkü bu sıra eşit olmadığı AB'nin de CD'ye eşit olmadığını gösterir mi acaba? AB BC'ye eşit olmazsa şöyle bir şey oluyor. Bu buna eşit değil, bu da buna eşit değil.*

O_1 , “ $|AB|\neq|BC|\neq|CD|\neq|DA|$ ” ifadesindeki “eşit değildir” sembolünü semantik açıdan anlamlandıramamasından dolayı hatalı bir söylemde bulunmuştur. Öğrenci bu ifadeden dörtgenin tüm kenar uzunluklarının birbirinden farklı olması gerektiğini anlamak yerine ifadeyi ikişerli olarak düşünüp karşılıklı kenarlarının uzunluklarının eşit olmaması gerektiğini belirtmiştir. D_1 ve D_2 'nin yanıtları da O_1 ile benzer şekildedir.

Öğrencilerin tamamı doğru parçası sembolünü (“[]”) doğru okumuş, ancak öğrencilerden \mathcal{C}_1 , \mathcal{C}_2 , Y_1 , O_2 , D_2 doğru parçası sembolünü bazı sorularda “kenar” olarak okumuşlardır. Bir dörtgende kenarlar doğru parçası olduğundan bu ifade de doğru kabul edilebilir. Öğrencilerden \mathcal{C}_1 'in yanıtı aşağıdaki gibidir;

G : *Evet peki şu ([]) ne anlama gelir?*
 \mathcal{C}_1 : *AB bu doğru parçası.*

\mathcal{C}_1 ilk defa doğru parçası sembolü ile karşılaştığında doğru okumuş, ancak daha sonra sembolü aşağıdaki gibi doğru parçası ya da kenar olarak okumuştur;

- G* : Bu ([])?
Ç₁ : Kenar şey bu doğru parçası.
G : Okurken bazı yerlerde AY kenarı dedin bazı yerlerde doğru parçası dedin ikisinin anlamı aynı mı?
Ç₁ : İkiyi yani kenarla doğru parçası aynı ya.

Öğrenciler “^” sembolünü sentaks açıdan doğru okumuşlardır. O₁ ise doğru okumuş, ancak diğer öğrencilerden farklı olarak aç sembolü gösterilerek ne olduğu sorulduğunda aşağıdaki şekilde yanıt vermiştir;

- G* : Bu (^) nedir?
O₁ : Açının A açısı olduğunu gösteriyor.

Tablo 17. Öğrencilerin “||” Sembolünü Sentaks Açıdan Okumada Kullandıkları Sözel İfadeler

	<i>Ç₁</i>	<i>Ç₂</i>	<i>Y₁</i>	<i>Y₂</i>	<i>O₁</i>	<i>O₂</i>	<i>D₁</i>	<i>D₂</i>
	<i>Doğru parçası</i>	<i>Kenar uzunluğu</i>	<i>Doğru parçası /Kenar/ Doğru parçasının uzunluğu/ Kenar uzunluğu</i>	<i>Doğru parçası / Kenar Kenar uzunluğu</i>	<i>Doğru parçası/ Paralel</i>	<i>Doğru parçasının uzunluğu</i>	<i>Uzunluk/ Doğru parçası</i>	<i>Uzunluk/ Kenar uzunluğu</i>

Tablo 17’de görüldüğü üzere doğru parçasının uzunluğu ya da kenar uzunluğu olarak isimlendirilen “||” sembolünü *Ç₂*, *Y₁*, *Y₂*, *O₂*, *D₁* ve *D₂* sentaks açıdan doğru, *Ç₁* ve *O₁* ise hatalı okumuşlardır. Hatalı okuyan öğrencilerden *Ç₁* ve *O₁*’in bu şekilde okumasının nedeni doğru parçası sembolü “[]” ile doğru parçasının uzunluğu “||” sembolü arasında okurken herhangi bir farkın olmadığını düşünmeleri ya da bu sembollerini semantik açıdan bilmemeleri olabilir. Yanlış okuyan öğrencilerden *O₁*’in yanıtı şu şekildedir;

- G* : (||) şununla ([]) şunun arasında anlamsal olarak bir fark var mı?
O₁ : Hmm... Var.
G : Nedir?
O₁ : Bu (||) AB uzunluk açısından sağladığı ifade olarak birbirine eşit. Burada ([]) AB sayı belirtmeden özellik açısından paralel.

O₁ “||” sembolünün semantik açıdan doğru parçasının uzunluğunu temsil ettiğini bilmekte ancak sentaks açıdan doğru parçası olarak okumaktadır. Bunun nedeni “||” sembolünün okunuşunu bilmemesi olabilir.

Öğrencilerden Y₁, Y₂ ve D₁ ise “||” sembolünü sentaks açıdan okurken doğru yanıtın yanı sıra hatalı yanıt da vermişlerdir. Bu öğrencilerden D₁'in yanıtı örnek olarak sunulabilir:

- G : *Bu ne anlama gelir? (||)*
 D₁ : *Uzunluk. İki birden AB nin uzunluğu ya da doğru parçası.*
 G : *Buna da ([]) doğru parçası demiştin. Bununla bu aynı mı o zaman?*
 D₁ : *Aynı.*

D₁ “||” sembolünü sentaks açıdan doğru okusa da bazı yerlerde hatalı okumaktadır. Bunun nedeni sembolü semantik açıdan tam olarak bilmemesi ya da doğru parçasına ilişkin kavram yanlışlığı olabilir.

Öğrencilerden Y₁'in yanıtı ise şu şekildedir;

- G : *...Bu ne demek? (||)*
 Y₁ : *AB kenarı*
 G : *Bunada kenar demiştin ([])*
 Y₁ : *Daha doğrusu doğru parçası*
 G : *Hmm böyle bir şey (|AB|≠|BC|≠|CD|≠|DA|) görünce senin aklına ne geliyor?*
 Y₁ : *Hiçbir kenarı birbirine eşit olmayan bir şekil geliyor.*
 G : *Birbirine eşit olmamasından kastın ne?*
 Y₁ : *Yani kenar uzunluklarının kenar uzunlukları farklı yani biri 5 diğeri 4*
 G : *Ne anlama geliyor bu (||) ?*
 Y₁ : *AB kenarının uzunluğu daha doğrusu doğru parçasının uzunluğu test çözerken insanın beyininde değişebiliyor bunlar.*

Y₁ “||” sembolünü sentaks açıdan farklı şekillerde okusa bile semantik açıdan doğru parçasının uzunluğu olduğunu bilmektedir. Farklı şekillerde okumasının nedeni sembolün sentaks açıdan nasıl okunacağını tam olarak bilmemesi olabilir.

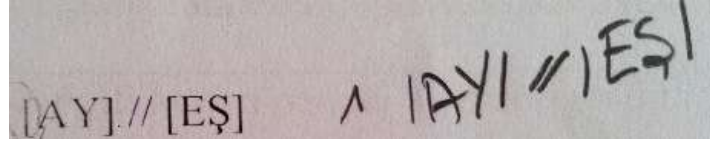
Öğrencilerden Y₂ de doğru parçası ile doğru parçasının uzunluğu arasındaki semantik farkı bilmekte ancak sentaks olarak okurken doğru parçası ya da kenar olarak okumaktadır:

- G : (||)?
 Y₂ : O da AB doğru parçası.
 G : Anlamları aynı mı bunla ([]) bunun (||)?
 Y₂ : Hayır değil ya değil ama nasıl çünkü yoksa bunu da böyle koyarlardı.
 ...
 G : (||)?
 Y₂ : Kenar olduğunu gösteriyor.
 G : Bu ifadeyi görünce ne anlıyorsun (|KA|=|AR|=|RS|=|SK|)?
 Y₂ : Bütün kenarlarının uzunlukları eşitmiş.
 G : Yani şu sembolle ([]) şu sembol (||) arasındaki?
 Y₂ : Ya bu doğru parçası buda kenar diye düşünüyorum bence öyle.
 G : Bağlantı var mı aralarında?
 Y₂ : Evet çünkü yani doğru parçasıyla kenar oluşturuyorsun.
 ...
 G : Daha önce bu sembolü (||) hep kenar diye okumuştun.
 Y₂ : Yine kenar diye okumadım mı? Hmm kenarın uzunluğu bazen kenarın uzunluğu ama bazen kısaltınca kenar diye okuyorum ama kenarın uzunluğu.

Görüldüğü üzere Y₂ sembolün semantik olarak farkını bilmekte ancak sentaks olarak doğru okumakta zorlanmaktadır. Bunun nedeni matematik dilinde sentaks bileşenine yeteri kadar önem verilmemesi ve öğrencinin sembolü nasıl okuyacağına dikkat etmemesi olabilir.

Öğrencilerden Ç₂ “||” sembolünü sentaks açıdan doğru okumuştur. Ancak “[]” sembolü ile “||” sembolünün kullanım yerlerine ilişkin yanıtı aşağıdaki şekildedir;

- G : Bunun ne anlamı vardı? ([]) sembolü gösterilerek)
 Ç₂ : Doğru parçası.
 G : Başka şekilde gösterebilir miyiz bunu? Farklı gösterimi var mıdır?
 Ç₂ : Yani tam olarak emin değilim ama “||” bu şekilde de göstersek olur.
 G : Aşağıda zaten bu şekilde vermiş şunla şu arasındaki fark nedir? ([]) ve | | sembolleri gösterilerek)
 Ç₂ : Burada aynı zamanda AY kenarının uzunluğundan bahsediliyor. ([AY] yerine |AY|’ nin olabileceği) Bence olabilir.
 G : Peki bunu (|AY| yerine [AY] gösterilerek) bu şekilde gösterebilir miyiz?
 Ç₂ : Uzunluğundan bahsederken mi? Hayır gösteremeyiz.
 G : Peki ([AY] gösterilerek) bunu şunun yerine ([AY]’ nin yerine) gösterebilir miyiz?
 Ç₂ : Hehe gösterebiliriz.



Şekil 10. Ç₂'nin [] ve || Sembollerine İlişkin Yanıtı

Görüldüğü üzere Ç₂ “[]” sembolü yerine “||” sembolünün kullanılabileceğini ifade etmektedir. Bunun nedeni sembollerini semantik açıdan tam olarak anlamlandırılmaması olabilir.

Tablo 18. Öğrencilerin “°” Sembolünü Sentaks Açıdan Okumada Kullandıkları Sözel İfadeler

	Ç ₁	Ç ₂	Y ₁	Y ₂	O ₁	O ₂	D ₁	D ₂
°	Derece	Derece	Derece	Derece	Açının birim sembolü /Açı olduğunu gösteren sembol / Derece	Derece	Derece	Açı/ Derece

Tablo 18’de görüldüğü üzere derece sembolünü öğrencilerin tamamı sentaks açıdan doğru okumuştur. Ancak öğrencilerden O₁ ve D₂ sembolü önce farklı okumuşlar daha sonra derece olarak düzeltmişlerdir. D₂'nin yanıtı şu şekildedir;

G : Şu nedir?(°)

D₂ : O da açı.

...

D₂ : Dörtgen kare olamaz bence çünkü bütün kenarları eşit değil bence dikdörtgende olamaz çünkü bütün açıları 90 derece ve karşılıklı kenarları eşit.

D₂'ye derece sembolü gösterilerek ne olduğu sorulunca hatalı yanıt verse de sembolü sentaks açıdan okurken ve konuşurken doğru kullanmıştır. Ardından ne olduğu sorulduğunda da doğru yanıt verebilmiştir. O₁ de D₂ gibi önce yanlış yanıtlamıştır daha sonra düzeltmiştir.

Tablo 19. Öğrencilerin “ m” Sembolünü Sentaks Açısından Okumada Kullandıkları Sözel İfadeler

	Ç ₁	Ç ₂	Y ₁	Y ₂	O ₁	O ₂	D ₁	D ₂
m	<i>Açının derecesi/ Açının ölçüsü/ Açının sayısı/ Açının miktarı</i>	<i>Ölçü</i>	<i>Ölçü</i>	<i>Açı olduğunu kanıtlar/ Açı olduğunu gösteriyor</i>	<i>Açının birim sembolü/Açı olduğunu gösterir/Açı belirtir</i>	<i>Ölçü</i>	<i>Ölçü</i>	<i>Açı/Ölçü</i>

Tablo 19’da görüldüğü üzere Ç₂, Y₁, O₂, D₁ ve D₂ “m” sembolünü sentaks açıdan doğru okumuşlardır. Y₁ ve D₂ başta sembolü tanımamışlar daha sonra görüşme sırasında doğru okumuşlardır. Ç₁ “m” sembolüne “açının ölçüsü” demiş ancak verdiği yanıtta emin olamamış, her soruda farklı ifadeler kullanmıştır. Bunun nedeni “m” sembolünü semantik açıdan tam olarak bilmemesi olabilir. Öğrencilerden Y₂’nin yanıtı şu şekildedir;

$$m(\hat{K}) + m(\hat{N}) = 180^\circ$$

$$m(\hat{L}) + m(\hat{M}) = 180^\circ$$

$$m(\hat{K}) = m(\hat{L}) = m(\hat{M}) = m(\hat{N})$$

Y₂ : ...K açısı ile N açısının toplamı 180. L açısı ile M açısının toplamı 180 ve K açısı L açısı M açısı N açısı eşit yani bütün açılar eşit.

Yukarıda görüldüğü üzere Y₂ “m” sembolünü okumamıştır. Bunun nedeni sentaks açıdan nasıl okunacağını bilmemesi olabilir. “m” sembolünün ne demek olduğu sorulduğunda ise Y₂’nin verdiği yanıt aşağıdaki gibidir;

G : Bu ne demektir? [m]

Y₂ : Ya o ya o da bence bunlar birşey yani o da açı olduğunu gösteriyor ya evet evet.

Başka bir soruda ise aşağıdaki yanıtı vermiştir;

Y₂ : Açı açığı belli etmiyor mu? O da açığı çünkü öyle gördüm çünkü açı olduğunu kanıtlıyor evet öyle birşeyler

Y_2 “m” sembolünü semantik olarak bilmediği içinde okuyamamış olabilir. O_1 de Y_2 gibi “m” sembolünü sentaks olarak okuyamamış ve semantik açıdan doğru ifade edememiştir. O_1 ’in yanıtı şu şekildedir;

G : *Bu ne demektir? [m]*
 O_1 : *Hmm. Aç, açının birim sembolü.*
 ...
 O_1 : *Ee bu A’nın bir aç olduğunu gösteriyor.*

Genel olarak öğrencilerin sembolleri sentaks açıdan okumalarına ve semantik olarak bilgilerine bakıldığında en çok hata yapılan sembollerin “[]” ve “m” olduğu saptanmıştır. Bunun nedeni bu sembollere yeteri kadar odaklanılmaması ya da diğer sembollerle farkının yeteri kadar ifade edilmemesi olabilir.

Öğrencilere sembollerin verilen sembollerin yerine farklı semboller gelip gelebileceği de sorulmuştur. Öğrencilerden beklenen yanıtlar Tablo 20’de belirttiği gibidir;

Tablo 20. Kullanılan Semboller Yerine Gelebilecek Farklı Semboller

Kullanılan Semboller	Yerine Gelebilecek Semboller
$[AB]$	\overline{AB}
\hat{A}	$\angle A$
$m(\hat{A})$	$s(\hat{A})$

\check{C}_1 , \check{C}_2 , Y_1 , O_1 , D_2 yukarıdaki sembollerden “m” sembolü yerine “s” sembolünün gelebileceğini ifade etmişlerdir. D_1 ise “^” sembolü yerine “<” sembolünün gelebileceğini belirtmiştir. Y_2 ve O_2 farklı sembollerden hiçbirini belirtmemişlerdir. Bu öğrencilerin yanıtları aşağıdaki gibidir;

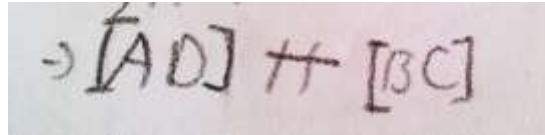
G : *Buradaki sembollerin yerini tutabilecek aynı anlama gelen farklı semboller var mı?*
 Y_2 : *Ya çok gördüm ama şu an hiç aklıma gelmiyor. Burada hep böyle gösteriliyor ([]) bu da (\perp) dik olarak yok galiba. Hiç gelmiyor aklıma yok.*

Görülüşü üzere Y_2 , matematiksel sembollerin yerine farklı semboller kullanılabileceğinin farkında olmakla birlikte görüşme sırasında aklına gelmediğini ifade etmektedir. Bunun nedeni sembollerin sentaks açıdan farklı gösterimlerine yeterince odaklanılmaması olabilir.

- G : *Sence bu semboller yerine aynı anlama gelen farklı semboller var mıdır?*
- O_2 : *Farklı semboller yani aslında çok düşünülünce bulunabilir. Sonuçta bunlar birden ortaya çıkmadı.*
- G : *Yok matematikte buradaki sembollerle aynı anlamı ifade eden farklı semboller kullanılabilir miydik? Gördün mü daha önce?*
- O_2 : *Gene eşittir olacak ama farklı bir sembol.*
- G : *Aynen öyle.*
- O_2 : *Bence kullanamayabilirdik yani kullanamazdık bir düşününce.*
- G : *Bu sembollerin yerine semboller görüp görmediğini soruyorum.*
- O_2 : *Görmedim.*

Yukarıda görüldüğü üzere O_2 verilen sembollerin yerine farklı semboller görmediğini belirtmektedir. Bunun nedeni sentaks olarak farklı sembollere yeteri kadar vurgu yapılmaması ya da ders kitaplarında ve yardımcı kitaplarda çoğunlukla tek tip gösterimlere yer verilmesi olabilir.

\mathcal{C}_1 matematikte kullanılan sembollerden farklı olarak bir sembol üretmiş ve sembolü kullanmıştır. Öğrencinin “paralel değildir” ifadesini belirtmek için kullandığı sembol ile daha önce karşılaşmadığından dolayı bu durum öğrencinin sentaks-semantik bileşenler arasında ilişki kurmasından dolayı önemlidir.



Şekil 11. \mathcal{C}_1 'in Ürettiği Sembol

- G : *Bu ne sembolü?*
- \mathcal{C}_1 : *O paralel değildir oldu gibi ama.*

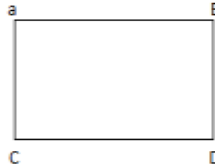
Şekillerde Sentaks-Semantik Bileşenleri

Öğrencilerden verilen sembollere karşılık olarak çizdikleri dörtgenleri sentaks olarak okumaları istenmiş ve öğrencilere okurken nelere dikkat ettikleri sorulmuştur. Öğrencilerin şekilleri okurken kullandıkları sözel ifadeler Tablo 21'deki gibidir;

Tablo 21. Öğrencilerin Şekilleri Okurken Kullandıkları Sözel İfadeler

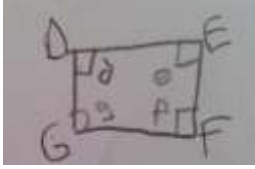
Öğrenci	Şekilleri okuma	Okurken nelere dikkat edilir
Ç ₁	ABCD yamuğu/ ADCB yamuğu	Okurken sıralı köşeleri okurum.
Ç ₂	ABCD yamuğu	Sırasına dikkat ediyorum
Y ₁	ABCD yamuğu dik yamuğu, CDAB de olur	Köşe noktalarının sırasıyla gitmesine dikkat ediyorum. D'den B'ye geçemez
Y ₂	ABCD	Okurken yani buraya göre okuyorum yani harflerine göre ama mesela ADCB desem de olur ama ona göre bir şeyler yapmak zorundayım.
O ₁	LMNK, MLKN, KNML	Okurken birbiri ardına gelmesine dikkat ediyorum.
O ₂	ABCD, ADCB, ADBC	Okurken özel bir şeye dikkat etmiyorum. Ancak ACBD şeklinde okunmaz.
D ₁	ABCD yamuğu, ACBD yamuğu	Şekilleri okurken herhangi bir şeye dikkat etmiyorum.
D ₂	ABCD, ABDC	Şekilleri okurken bir kurala dikkat etmiyorum. Sıra önemli değil.

Tablo 21’de görüldüğü üzere Ç₁, Ç₂ ve Y₁ şekilleri sentaks olarak okurken köşelerdeki harflerin sırasına dikkat ettiklerini belirtmişlerdir. O₁ ise köşelerdeki harflerin birbiri ardına gelmesi gerektiğini ifade ederek harflerin sırasına dikkat edileceğini belirtmek istemiş olabilir. Y₂ şekilleri sentaks açıdan doğru şekilde okumuş ancak nedenini ifade edememiştir. Öğrencilerden O₂, D₁ ve D₂ ise okurken herhangi bir kurala dikkat etmediklerini belirterek şekilleri sentaks olarak yanlış okumuşlardır. Genel olarak bakıldığında başarısı yüksek öğrencilerin şekilleri sentaks olarak doğru okudukları saptanmıştır.

**Şekil 12.** Köşeleri Yanlış Adlandırılmış Dörtgen

Öğrencilere Şekil 12’de sunulduğu gibi köşeleri yanlış adlandırılmış bir dörtgen verilerek “Bir dörtgen bu şekilde adlandırılabilir mi? Neden?” biçiminde bir soru yöneltilmiş, gelen yanıtlar Tablo 22’de sunulmuştur.

Tablo 22. Öğrencilerin Dörtgenlerin Adlandırılmasına İlişkin Görüşleri

Öğrenciler	Görüşler
Ç ₁	<i>İı bu önemli bir mesele şimdi adlandırmada küçük harf kullanamıyoruz. Küçük harfi mesela mesela naparız şu a açısıdır. Adlandırmada büyük harf kullanıyoruz. Yani bu bir kural kural olduğu için öyle.</i>
	
Şekil 13. Ç ₁ 'in Yanıtı	
Ç ₂	<i>Küçük harflerle adlandırmayız. Çünkü kenarları küçük harflerle adlandırabiliriz ama köşeler büyük harflerle adlandırılmak zorunda.</i>
Y ₁	<i>Hayır. Çünkü nokta büyük harfle olur. Şu köşenin olduğu nokta büyük harfle, kenar doğru parçası demiştik doğru parçası kenar olduğu için orada iki nokta arasında kalan uzunluğa doğru parçası diyoruz o yüzden.</i>
Y ₂	<i>Küçük harf olamaz. İmm köşe hatlarında büyük harf kullanılır ama buraya a kenarı diyebiliriz. (AB kenarını göstererek) Böyle olmaz sonuçta bunlar bir köşe ve köşeye ad veriyorsun ve köşede büyük harfle olmak zorunda o yüzden.</i>
O ₁	<i>Hayır küçük harfler kenar ismi olabilir köşe ismi olmaz. Hocamız öyle dedi.</i>
O ₂	<i>Hayır. Noktaya küçük harf gelmez. Bir nokta küçük harfle gösterilmez.</i>
D ₁	<i>Hayır. Ya hepsi birden küçük olur yok hepsi birden küçük olmaz hepsi büyük olması gerekir. Çünkü büyük kullandık çünkü küçük nokta, nokta isimlendirirken kullanılır. Küçük harf genelde noktayı isimlendirirken oluyor. ... Birini küçük harf kullandığımız zaman ya diğerlerini de küçük kullanırız ya da hepsini büyük kullanmamız gerekir. Birini küçük birini büyük kullanamayız.</i>
D ₂	<i>A' nın büyük olması gerekir. Çünkü nokta bunlar bir noktadır noktaları isimlendiririz nokta büyük harfle adlandırılır.</i>

Tablo 22'de görüldüğü üzere D₁ hariç diğer öğrencilerin tamamı soruyu doğru yanıtlamış ve şekildeki a'nın büyük harf olması gerektiğini ifade etmiştir. Doğru yanıtlayan bu öğrencilerden Y₁, O₂ ve D₂ neden büyük harfle adlandırılması gerektiğini "Köşeler birer nokta ve noktaları küçük harfle adlandıramayız." şeklinde belirterek doğru yanıt vermişlerdir. Diğer doğru yanıtlayan öğrencilerden Ç₁, Ç₂, Y₂ ve O₁ ise nedenini ifade edememişlerdir.

Yanlış yanıt veren öğrenci D₁ ise adlandırma yaparken harflerin ya hepsinin küçük ya da hepsinin büyük olması gerektiğini belirtmiştir. Bunun nedeni noktanın sembolik olarak gösterimine ilişkin bilgi eksikliği ve sembollerin öğretimine sentaks ve semantik olarak gerekli önemin verilmemesi olabilir.

Doğru yanıt veren öğrencilerden Ç_2 , Y_1 ve Y_2 küçük harfin kenarların gösteriminde kullanıldığını ifade etmişlerdir. Bunun nedeni sorularda kenar uzunluğunun cebirsel olarak küçük harfle gösterilmesi ve öğrencilerin bu duruma sık sık rastlamaları olabilir. Doğru yanıt veren öğrencilerden Ç_1 ise küçük harfin açılı adlandırmada kullanılacağını belirtmiştir.

Genel olarak bakıldığında öğrencilerin şekilleri okurken doğru okudukları ancak nedenlerini tam olarak bilmedikleri tespit edilmiştir. Bunun nedenleri derslerde ezberle dayalı bir eğitim yapılıp matematik diline semantik olarak az önem verilmesi, öğretmenlerin isimlendirmeleri kurala uygun yapmamaları ya da öğrenci yanlış isimlendirdiğinde öğrenciyi uyarmamaları olabilir.

Sembollerden Şekillere Sentaks-Semantik Bileşenleri

Bu tema kapsamında öğrencilerin dörtgenlerin özelliklerine ilişkin verilen sembolik ifadeleri sentaks olarak okumaları ve semantik olarak verilen sembolik ifadelerin hangi dörtgeni temsil ettiğini ya da tanımladığını belirlemeleri ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Sembolik ifadeler, bu ifadelere karşılık gelen dörtgenler ve öğrenci yanıtları Tablo 23'te verilmiştir. Tablodaki beşinci soru hariç diğer sorularda öğrencilerden dörtgenler arası hiyerarşik ilişkiyi de dikkate almaları beklenmektedir. Beşinci sorunun bu ilişki dışında bırakılmasının nedeni " \neq " sembolünün sentaks-semantik açıdan ne ifade ettiğinin belirlenmeye çalışılmasıdır. " \neq " sembolü yamuğun kapsayıcı özelliğini devre dışı bırakmıştır.

Tablo 23. Sembolik Sorulara İlişkin Beklenen Yanıtlar ve Öğrencilerin Yanıtları

Sorular	Beklenen Yanıt	Öğrencilerin Yanıtları			
5) [AB] // [DC] $m(\hat{A}) + m(\hat{D}) = 180^\circ$ $m(\hat{B}) + m(\hat{C}) = 180^\circ$ $ AB \neq BC \neq CD \neq DA $	Yamuk	Ç ₁	Yamuk	O ₁	Dikdörtgen Paralelkenar Yamuk
		Ç ₂	Yamuk	O ₂	Yamuk
		Y ₁	Yamuk Dik Yamuk	D ₁	Dikdörtgen Paralelkenar, Yamuk
		Y ₂	Yamuk, Dik yamuk	D ₂	Paralelkenar, Yamuk
6) [AB] // [DC] [AD] // [BC] $m(\hat{A}) + m(\hat{D}) = 180^\circ$ $m(\hat{B}) + m(\hat{C}) = 180^\circ$ $m(\hat{B}) = m(\hat{D})$ $m(\hat{A}) = m(\hat{C})$ $ AB = CD , BC = DA $	Paralelkenar, Dikdörtgen, Eşkenar Dörtgen, Kare	Ç ₁	Paralelkenar	O ₁	Paralelkenar Dikdörtgen Kare
		Ç ₂	Paralelkenar	O ₂	Paralelkenar Eşkenar Dörtgen
		Y ₁	Dikdörtgen Paralelkenar	D ₁	Kare Dikdörtgen Paralelkenar Eşkenar Dörtgen
		Y ₂	Dikdörtgen Paralelkenar	D ₂	Paralelkenar
7) [KL] // [NM] [KN] // [LM] [KN] ⊥ [NM] $m(\hat{K}) + m(\hat{N}) = 180^\circ$ $m(\hat{L}) + m(\hat{M}) = 180^\circ$ $m(\hat{K}) = m(\hat{L}) = m(\hat{M}) = m(\hat{N})$ $ KL = NM , KN = LM $	Dikdörtgen, Kare	Ç ₁	Dikdörtgen	O ₁	Kare Dikdörtgen
		Ç ₂	Dikdörtgen	O ₂	Dikdörtgen
		Y ₁	Dikdörtgen	D ₁	Kare Dikdörtgen
		Y ₂	Dikdörtgen	D ₂	Kare
8) [KA] // [SR] [KS] // [AR] $m(\hat{K}) + m(\hat{A}) = 180^\circ$ $m(\hat{S}) + m(\hat{R}) = 180^\circ$ $m(\hat{K}) = m(\hat{R})$ $m(\hat{A}) = m(\hat{S})$ $ KA = AR = RS = SK $	Eşkenar Dörtgen, Kare	Ç ₁	Eşkenar Dörtgen	O ₁	Kare Eşkenar Dörtgen
		Ç ₂	Eşkenar Dörtgen	O ₂	Eşkenar Dörtgen
		Y ₁	Eşkenar Dörtgen	D ₁	Kare Eşkenar Dörtgen
		Y ₂	Kare Eşkenar Dörtgen	D ₂	Kare Eşkenar Dörtgen
9) [AY] // [EŞ] [AE] // [YŞ] [AE] ⊥ [EŞ] $m(\hat{EAY}) = m(\hat{AYŞ}) = m(\hat{YŞE}) = n$ $ AY = YŞ = ŞE = EA $	Kare	Ç ₁	Kare	O ₁	Kare
		Ç ₂	Kare	O ₂	Kare
		Y ₁	Kare	D ₁	Kare
		Y ₂	Kare	D ₂	Kare Eşkenar Dörtgen

Tablo 23 incelendiğinde öğrencilerin tamamının dörtgenlerin özelliklerini içeren sembolik ifadelerisentak açıdan doğru okudukları ve temsil edilen dörtgeni belirleyerek semantiğe doğru geçiş yaptıkları görülmüştür. Öğrencilerden Y_1 ve Y_2 'nin yamuk için beklenen yanıtın dışında yamuğun bir çeşidi olan dik yamuğu da ifade ettikleri belirlenmiştir. Y_2 'nin yanıtı aşağıdaki gibidir;

- G : Çizdiğin şeklin adı nedir?
 Y_2 : Bunun adı yok bence birazcık yamuğa benzedi ama yamuk değil çünkü bunlar birbirine eşit değil (yan kenarlar).
 G : Yamukta nasıl oluyor?
 Y_2 : Ama gerçi yamuk olabilir çünkü dik yamuk olabilir mesela hiç dike benzemiyor ama.

Y_2 yamuk için verilen sembolik ifadelerden yani sentakstan semantiğe geçiş yaparak dik yamuğu çizmektedir. Öğrencinin yamuğun bir çeşidi olan dik yamuğu belirtmesinin nedeni sorularda yamuğun çeşitleriyle daha çok karşılaşması olabilir. Öğrenci başta şeklin yamuk olduğunu düşünmemekte, ancak daha sonra yamuk çizmektedir. Ayrıca Y_2 , kenar uzunlukları için “bunlar birbirine eşit değil” şeklinde ifade kullanmıştır. Bunun nedeni başta aklına ikizkenar yamuğun gelmesi ve paralel doğrular arasında kalan kenar uzunluklarının eşit olması gerektiğini düşünmesi olabilir.

Öğrencilerden O_1 ve D_1 yamuğun özelliklerini tanımlayan sembolik ifadelere karşılık yamuğun yanı sıra paralelkenarı ve dikdörtgeni de belirlemişlerdir. Bunun nedeni “ \neq ” sembolünü sentaks açıdan bilmelerine rağmen semantik açıdan bilmemeleridir. Öğrenciler $|AB| \neq |BC| \neq |CD| \neq |DA|$ ifadesinden dörtgenin tüm kenar uzunluklarının birbirine eşit olmadığını değil karşılıklı kenar uzunluklarının birbirine eşit olmadığını algılamışlardır. D_1 'in yanıtı örnek olarak sunulabilir:

- G : Burada ne demek istiyor?
 D_1 : Karşılıklı kenarları birbirine eşit dikdörtgende. Uzun kenar kısa kenara eşit olmucak.

D_2 ise benzer şekilde yamuk ve paralelkenar çizmiş, sembolik ifadeleri dikdörtgen olarak anlamlandırmamıştır. D_2 'nin yanıtı şu şekildedir;

- D_2 : Dörtgen kare olamaz bence çünkü bütün kenarları eşit bence dikdörtgende olamaz çünkü bütün açıları 90 derece ve karşılıklı kenarları eşit. Yamuk olabilir aslında yamuğunda karşılıklı kenarları eşit yani şu karşı olanlar. Paralelkenar olabilir...

Yukarıda görüldüğü üzere D_2 'de O_1 ve D_1 gibi düşünmekte ancak dikdörtgenin açılarının 90° olmasını temel alarak komşu açılarının toplamının 180° olmasının ne olduğunu anlamlandıramamış ve dolayısıyla dikdörtgen çizmemiştir.

Tablo 23'te verilen altıncı soruya bakıldığında öğrencilerin tamamının verilen sembolik ifadelerin paralelkenarı temsil ettiğini belirledikleri ancak sadece D_1 'in verilen sembollere ilişkin paralelkenar için tam bir hiyerarşik ilişki kurabildiği ve özel bir paralelkenar olan dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve kareyi de belirttiği saptanmıştır. Bunun yanı sıra verilen sembolik ifadelerle ilişkin O_1 , O_2 , Y_1 ve Y_2 de bazı özel paralelkenarları dikkate almışlardır. Örneğin; öğrencilerden Y_1 ve Y_2 paralelkenarın yanı sıra dikdörtgeni de çizmişlerdir. Öğrencilerden Y_1 'in yanıtı şu şekildedir;

- Y_1 : *Direk paralelkenar geldi bu sefer paralelliklerin artması*
 G : *Neden paralelkenar olduğunu düşündün?*
 Y_1 : *Paralelkenarın özelliklerini taşıyor bir bakıma, belki biri paralelkenarın özellikleri nedir sorunca aklıma gelmiyor ama bunları yazınca paralelkenar olduğu aklıma geliyor.*
 G : *Peki hangi özellikler özellikle paralelkenar olduğunu çağrıştırdı?*
 Y_1 : *Şöyle B açısının ölçüsününün D açısına eşit olması ve her iki kenarın eşit olması. Yani ve A açısıyla D açısının ölçüsününün 180 derece olması aklıma direk paralelkenarı getirdi.*
 G : *Söylediğin dörtgenlerden herhangi biri de olabilir mi?*
 Y_1 : *Olabilir. Dikdörtgen, bu özellikler dışında tüm kenarları eşit yaparsak karede olabilir aynı şekilde. Buradaki özellikleri taşıyor olarak çizebiliriz ama bunların dışında ekstradan. Karede zaten özel bir dikdörtgen olduğu için çizilebilir AB kenarının uzunluğu CD kenarının uzunluğu eşittir. Tüm kenarların uzunluğu eşit olduğunda çizilebilir.*

Görüldüğü üzere Y_1 karenin özel bir dikdörtgen olduğunun farkında ancak karenin çizilebilmesi için bütün kenar uzunluklarının eşit olarak verilmesi gerektiğini belirtmektedir. Bunun nedeni $|AB|=|CD|$, $|BC|=|DA|$ ifadesini sentaks açıdan doğru okusa da semantik açıdan bilmemesi olabilir. Öğrencilerden O_2 verilen sembolik ifadelerden paralelkenarın yanı sıra eşkenar dörtgeni de çizmiştir. O_2 'nin yanıtı aşağıdaki gibidir;

- G : *Başka bir dörtgen olabilir mi?*
 O_2 : *Başka bir dörtgen düşünmüyorum başka bir dörtgen şimdi kare falan desem karenin bütün açıları birbirine eşit kenarları da öyle. Paralelde ama açılardan dolayı olmuyor. Dikdörtgen desem dikdörtgeninde bütün açıları 90 derece yine bu uymuyor. Yamukta*

zaten uymuyor onunda karşılıklı açıları eşit değil. Bence paralelkenar veya eşkenar dörtgen olabilir.

Görüldüğü üzere O_2 kare ve dikdörtgenin iç açıları ölçüleri 90° olduğu için çizmemiştir. Eğer öğrenci sorudaki açı sembollerine karşılık sentakstan semantiğe doğru bir geçiş yapabilseydi bu iki dörtgeni de çizebilirdi. Diğer öğrencilerden \mathcal{C}_1 , \mathcal{C}_2 ve D_2 'nin sadece paralelkenar çizdikleri görülmüştür. \mathcal{C}_1 'in yanıtı aşağıdaki gibidir;

\mathcal{C}_1 : *Şimdi bu özelliklere baktığımız zaman ilk akla gelen şekil paralelkenar oluyor. Şimdi burada önemli bir şey vermiş. Burada karşılıklı yani çapraz köşegen açıları eşit demiş. Komşu kenarlar eşit değil demiş.*

Görüldüğü üzere \mathcal{C}_1 sembolik ifadelerden semantik olarak karşılıklı açılardan ölçüsünün eşit olması gerektiğini çıkarmıştır. Bu özelliğin dikdörtgen ve karede olmadığını düşündüğünden yanıt olarak kare, eşkenar dörtgen ve dikdörtgeni belirtmemiştir. \mathcal{C}_1 , \mathcal{C}_2 ve D_2 dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkiyi bilmemelerinden dolayı sembollere karşılık gelebilecek tüm paralelkenar ailesini doğru olarak belirtememişlerdir.

Tablo 23'te verilen yedinci soruya bakıldığında bir öğrenci hariç öğrencilerin yedisinin de verilen sembolik ifadelerin dikdörtgeni temsil ettiğini belirledikleri saptanmıştır. Öğrencilerden O_1 ve D_1 'in verilen sembollerin dikdörtgenin yanı sıra kareyi de temsil ettiğini ifade ettikleri görülmüştür. \mathcal{C}_1 , \mathcal{C}_2 , Y_1 , Y_2 ve O_2 'nin dikdörtgen için verilen sembollere karşılık özel bir dikdörtgen olan kareyi düşünmedikleri, kare için hiyerarşik bir ilişkinin farkında olmadıkları görülmüştür. Öğrencilerden Y_1 'in verilen sembolik ifadelerin neden kareyi temsil etmediğine ilişkin yanıtı şu şekildedir;

G : *En başta söylediğin dörtgenlerden buda uyar dediğin farklı bir dörtgen var mı?*

Y_1 : *Şimdi burada ya olmaz sanırım çünkü paralelkenar olmaz dik değil, kare desen kare olabilir mi yok kare olamaz çünkü o zaman ya da olur. Yok o zaman KL KN ye eşit derdi diye düşünüyorum kare olsaydı.*

G : *Ne olur diye düşünüyorsun*

Y_1 : *KN KL ye ya da hepsi birbirine eşit derdi diye düşündüm. Sonra eşkenar dörtgen de olmaz çünkü paralel paralel mi ama sonuçta dik kesmiyor o yüzden eşkenar dörtgende olmaz yamukta olmaz.*

Görüldüğü üzere Y_1 verilen sembollerde sentaks açıdan bütün kenar uzunluklarının eşit olduğu belirtilmediği için kare konusunda kararsız kalmıştır. Öğrencilerden D_2 ise verilen sembollere karşılık sadece kare çizmiştir. D_2 'nin yanıtı aşağıdaki gibidir;

- D_2 : *KL NM KN NM ye dikmiş ve bütün kenarları eşitmiş. K ile N nin toplamı 180 derece evet. M hepsi bütün açıları birbirine eşit 90 derece bence bu kare.*
- G : *Bütün kenarları eşit dedin az önce onu nerden anladın?*
- D_2 : *Çünkü bütün açıları eşit bence bütün kenarlarında oradan eşit olur.*
- G : *Peki daha önce söylediğin dörtgenlerden var mı buraya uyan?*
- D_2 : *Yok.*

D_1 yedinci sorudaki $|KL|=|NM|$, $|KN|=|LM|$ sembollerinden başta semantik olarak bütün kenarların uzunluklarının eşit olması gerektiğinin çıkarımında bulunmuştur. Bu çıkarım semantik olarak hatalı olmamakla birlikte eksiktir. Ayrıca öğrenci bütün açıların ölçüleri eşit olduğundan kenar uzunluklarının da eşit olduğunu belirtmiştir. Bunun nedeni öğrencinin açı-kenar arasındaki ilişkiyi semantik açıdan yanlış bilmesinden olabilir.

Tablo 23'te verilen sekizinci soruya bakıldığında öğrencilerin tamamının verilen sembolik ifadelerin eşkenar dörtgeni temsil ettiğini belirledikleri ancak öğrencilerden Y_2 , O_1 , D_1 ve D_2 'nin karenin de bir eşkenar dörtgen olduğunu ifade ettikleri belirlenmiştir. D_2 eşkenar dörtgeni karenin dönmüş hali olarak düşünmüş, \mathcal{C}_1 , \mathcal{C}_2 , Y_1 ve O_2 ise verilen sembollere karşılık hiyerarşik ilişkiyi dikkate almayarak, eksik semantik çıkarımlar yaparak sadece eşkenar dörtgen çizmişlerdir. Bunun nedeni ise sembollerde sentaks açıdan bütün açı ölçülerinin eşit olarak verilmemesi olabilir. \mathcal{C}_1 'in yanıtı şu şekildedir;

- \mathcal{C}_1 : *Dörtgenin adı eşkenar dörtgen. Hee özelliklerini tanımlayalım. Karşılıklı açılar eşit şimdi eşkenar dörtgende karşılıklı kenarlarda eşit olabiliyor. Ama bunda sadece tüm kenarlar eşit olmuş eşkenar dörtgende kesin olması gereken özellik karşılıklı açıların eşit olması. O olmazsa eşkenar dörtgen olmuyor kareye geçiyor.*
- G : *Bir karede de karşılıklı açıları eşit diyemez miyiz?*
- \mathcal{C}_1 : *Karşılıklı açıları eşit deriz ama karenin aynı zamanda tüm açıları da eşittir. Bunun karşılıklı açıları eşit sadece tamam karşılıklı açıları eşit. Tüm kenarlar bu işte değişebiliyor duruma göre karşılıklı kenarları eşittir bunun. Her zaman eşit olurlar karşılıklı kenarlar.*

O_2 'nin yanıtı ise şu şekildedir;

- G : Peki eşkenar dörtgen olduğunu nasıl anladın?*
O₂ : Çünkü burada bize bütün açılarının ölçülerinin eşit olduğunu belirtmemiş sadece K ve R açısıyla A ve S açısının birbirine eşit olduğunu belirtmiş. Belki bu da olabilir ama yani tam olarak bir bilgi yok yani burdan çıkartabiliriz 180 dereceden falan ama düşüncem bu eşkenar dörtgen. Tam olarak kesin bir bilgi yok yani bir diklik verse 90 derece söylerim ama belki ikisinin toplamı 90 derece yani belki bitanesi 80 derece bitanesi 100 derece. Yani dikliği vermemiş onu bilemeyiz.

Görüldüğü üzere öğrenciler kare olması için sembollerde sentaks bakımından açı ölçülerinin tamamının birbirine eşit olarak verilmesi gerektiğini ifade etmektedirler. Öğrenciler “karşılıklı açılarının ölçülerinin eşit olması” olarak verilen sembollerini semantik olarak doğru anlamlandıramamışlar ve dörtgenler arası hiyerarşik ilişkiyi de dikkate almamışlardır.

Tablo 23'te verilen dokuzuncu soruya bakıldığında bütün öğrencilerin sentakstan semantiğe doğru geçiş yaparak beklenen kare yanıtını verdikleri görülmüştür. Ancak D_2 karenin yanında eşkenar dörtgen de çizmiştir. Bunun nedeni öğrencinin eşkenar dörtgeni semantik olarak yanlış tanıması olabilir. D_2 'nin yanıtı aşağıdaki gibidir;

- G : Daha önce söylediğin dörtgenlerden sence herhangi biri olabilir mi?*
D₂ : Olabilir yine eşkenar dörtgen olabilir aslında bunu düşünmemin sebebi eşkenar dörtgen dedikleri için bütün açıları eşit bütün kenarları da eşit oyüzden adı aklımda bunlarda birbirlerine dik bütün kenarları eşit.

Genel olarak bakıldığında öğrencilerin verilen sembollere karşılık doğru dörtgeni belirleyebildikleri ancak o dörtgene ait dörtgen sınıfını tam olarak belirleyemedikleri bu nedenle D_1 dışındaki öğrencilerin dörtgenler arası hiyerarşik ilişkiyi düşünemedikleri görülmüştür. Bu durumun nedeni öğrencilerin verilen sembollerini dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisi bağlamında değerlendirememeleri olabilir. Öğrenci seviyelerine bakıldığında \mathcal{C}_1 ve \mathcal{C}_2 'nin bütün sorularda ve Y_1 ve Y_2 'nin ise sekizinci soru hariç diğer sorularda aynı yanıtları verdikleri görülmüştür. O_1 ve O_2 'nin dokuzuncu soru hariç ve D_1 ve D_2 'nin ise hiçbir soruya aynı yanıtları vermedikleri tespit edilmiştir. Öğrencilerden O_1 ve D_1 'in ise beklenen yanıtı en çok yaklaşan öğrenciler oldukları belirlenmiştir.

3.3. Öğrencilerin Verilen Dörtgen Tanımlarını Anlama ve Bu Dörtgenler Arası İlişki Kurmada Kullandıkları Matematik Dilinin Semantik Bileşenine İlişkin Bulgular

Bu temada sekizinci sınıf öğrencilerinin sözel ifade olarak verilen dörtgen tanımlarını semantik olarak anlamlandırmaları ve hiyerarşik yapı bağlamında nasıl ilişkilendirdikleri üzerinde durulmuştur. Bu nedenle öğrencilere Tablo 24’te yer alan tanımlar verilmiştir. Bu tanımlara ilişkin beklenen yanıtlar ve öğrencilerin yanıtları tabloda sunulmuştur.

Tablo 24. Dörtgenlerin Tanımlarına İlişkin Sözel İfadeler, Beklenen Yanıtlar ve Öğrencilerin Yanıtları

Sözel İfadeler	Beklenen Yanıt	Öğrencilerin Yanıtları			
a) En az bir çift karşılıklı kenarı paralel olan dörtgendir.	Yamuk, Paralelkenar, Dikdörtgen, Eşkenar Dörtgen, Kare	Ç ₁	Yamuk, Paralelkenar, Dikdörtgen, Kare, Eşkenar Dörtgen	O ₁	Yamuk, Paralelkenar, Dikdörtgen, Kare
		Ç ₂	Yamuk, Paralelkenar, Dikdörtgen, Kare Eşkenar Dörtgen	O ₂	Yamuk, Paralelkenar, Dikdörtgen, Kare, Eşkenar Dörtgen
		Y ₁	Yamuk, Paralelkenar, Dikdörtgen, Kare	D ₁	Yamuk, Paralelkenar, Dikdörtgen, Kare, Eşkenar Dörtgen
		Y ₂	Kare, Dikdörtgen, Yamuk, Dik yamuk, Paralelkenar, Eşkenar Dörtgen	D ₂	Yamuk
b) İki çift karşılıklı kenarı paralel olan dörtgendir.	Paralelkenar, Dikdörtgen, Eşkenar Dörtgen, Kare	Ç ₁	Paralelkenar, Dikdörtgen, Kare Eşkenar Dörtgen	O ₁	Paralelkenar, Dikdörtgen, Kare
		Ç ₂	Paralelkenar, Dikdörtgen, Kare Eşkenar Dörtgen	O ₂	Paralelkenar, Kare, Dikdörtgen, Eşkenar Dörtgen
		Y ₁	Paralelkenar Dikdörtgen Kare	D ₁	Kare, Dikdörtgen Paralelkenar Eşkenar Dörtgen
		Y ₂	Kare, Dikdörtgen, Eşkenar Dörtgen, Paralelkenar	D ₂	Kare, Dikdörtgen Paralelkenar Eşkenar Dörtgen
c) Üç açısının ölçüsü 90° olan dörtgendir.	Dikdörtgen Kare	Ç ₁	Dikdörtgen, Kare	O ₁	Dikdörtgen, Kare
		Ç ₂	Dikdörtgen, Kare	O ₂	Dikdörtgen, Kare
		Y ₁	Dikdörtgen, Kare	D ₁	-
		Y ₂	Dikdörtgen, Kare	D ₂	Kare, Dikdörtgen, Eşkenar Dörtgen
d) Bütün kenarlarının uzunluğu eşit olan dörtgendir.	Eşkenar Dörtgen Kare	Ç ₁	Eşkenar Dörtgen, Kare	O ₁	Eşkenar Dörtgen, Kare
		Ç ₂	Eşkenar Dörtgen, Kare	O ₂	Eşkenar Dörtgen, Kare
		Y ₁	Eşkenar Dörtgen, Kare	D ₁	Eşkenar Dörtgen, Kare
		Y ₂	Eşkenar Dörtgen, Kare	D ₂	Eşkenar Dörtgen, Kare
e) Bütün kenarlarının uzunluğu eşit olan ve bir açısının ölçüsü 90° olan dörtgendir.	Kare	Ç ₁	Kare	O ₁	Kare
		Ç ₂	Kare	O ₂	Kare
		Y ₁	Kare	D ₁	-
		Y ₂	Kare	D ₂	Kare, Eşkenar Dörtgen

“En az bir çift karşılıklı kenarı paralel olan dörtgendir.” tanımına bakıldığında \mathcal{C}_1 , \mathcal{C}_2 , Y_2 , O_2 ve D_1 ’in verilen sözel ifadeyi semantik açıdan kavrayıp yamuk ailesini hiyerarşik olarak doğru belirledikleri görülmüştür. Ayrıca öğrencilerden Y_2 beklenen yanıtın dışında yamuğun bir çeşidi olan dik yamuğu da ifade etmiştir. Bu soru kapsamında öğrencilerden Y_1 ve O_1 eşkenar dörtgeni belirlememiştir. D_2 ise sadece yamuğu belirlemiştir. D_2 ’nin yanıtı örnek olarak sunulabilir;

D_2 : Aşağıdaki tanımlar doğrultusunda uygun şekli çiziniz. Çizdiğiniz şekli adlandırınız. En az bir çift kenarı paralel olan dörtgendir. Yamuk dörtgenimiz birden fazla olabilir mi?

G : Tabiki.

D_2 : Bunu geçsem şuna baksam olur mu?

G : Düşünebilirsin.

D_2 : Düşünüyüm birazcık. Karenin tüm kenarları paralel dikdörtgeninde karşılıklı kenarları paralel yamuğu diyorum.

Yukarıda görüldüğü üzere D_2 verilen tanımı semantik açıdan eksik algılamış, tanımdaki “en az” ifadesini anlamlandıramamıştır.

“İki çift karşılıklı kenarı paralel olan dörtgendir.” tanımına bakıldığında \mathcal{C}_1 , \mathcal{C}_2 , Y_2 , O_2 , D_1 ve D_2 ’nin verilen sözel ifadeyi semantik açıdan kavradıkları ve paralelkenar ailesini hiyerarşik olarak doğru belirledikleri görülmüştür. Ancak öğrencilerden Y_1 ve O_1 eşkenar dörtgeni belirlememiştir. Bunun nedeni eşkenar dörtgenin tanımına ilişkin semantik açıdan yanlış algıları ya da dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkiyi tam olarak bilmemeleri olabilir.

“Üç açısının ölçüsü 90° olan dörtgendir.” tanımına bakıldığında \mathcal{C}_1 , \mathcal{C}_2 , Y_1 , Y_2 , O_1 ve O_2 ’nin verilen sözel ifadeyi semantik açıdan kavradıkları ve dikdörtgeni ve özel bir dikdörtgen olan kareyi belirledikleri görülmüştür. Bu öğrencilerden O_1 başta tanımı semantik olarak algılayamamış ancak daha sonra doğru yanıt vermiştir. O_1 ’in yanıtı aşağıdaki şekildedir;

O_1 : Üç açısının ölçüsü doksan derecedir. Dikdörtgen ikisi 90 derece.

G : İkisi 90 derece derken?

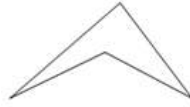
O_1 : Yani ikisi 90 derece üç açısının ölçüsü 90 derece olanı diyo üç açısı 90 derece olmaz. Üçgen olur ama üçgende olmaz üçgen de olmuyorsa dikdörtgende nasıl olacak? Üçgenin bile üç açısı 180 derece dörtgenin nasıl olacak? Üçgen dörtgenden daha küçük.

G : Dörtgenin iç açıları toplamını söylemiştin az önce.

O_1 : 360 .

- G* : Burda ne yazıyo üç açısının ölçüsü 90 derece olan dörtgendir diyor.
- O₁* : İmm olmaz öyle şey.
- G* : Üç açısının ölçüsü 90 derece diyo sende mesela daha önce söylemiştin açılarını toplamları 360 derece diye.
- O₁* : Şimdi üç açısının ölçüsü 90 derece 360'dan doksanı çıkarırsak 270 o en baştaki şekildeki yıldız bümü ki o zaman? O zaman bunu köşe olarak saymış burası köşe olsa (konkav). Bu olabilir başka olamaz.
- G* : Şimdi üç açısı ölçüsü 90 derece diyor bir dörtgende sen topmaları 360 derece dedin şimdi 3 açısında biliyorsun 3 açısında kaç derecedir 90 derecedir buraya göre.
- O₁* : İuu budur yani başka olamaz çiziyorum.

O₁ yukarıda görüldüğü üzere “Üç açısının ölçüsü 90° olan dörtgendir” ifadesindeki dörtgenin ilk olarak aşağıdaki konkav dörtgenin olacağını düşünmüştür.



Şekil 14. a Şekli

Öğrenci daha sonra soruyu dikkatlice okuyup semantik açıdan algılayarak doğru şekilleri belirlemiştir. Öğrencilerden *D₁* soruyu boş bırakmıştır. *D₁*'in yanıtı aşağıdaki gibidir;

- D₁* : Üç açısının ölçücü 90 derece olan dörtgendir. Sadece 3 açısı mı yoksa 3'ten fazla mı?
- G* : Ne anladıysan onu söyle.
- D₁* : Hiç yok bence. Bence yok. Karenin 4 tane 90'ı var. Dikdörtgeninde 4 tane 90'ı var. Yamuğun yok 90 derece, paralel kenarında yok, eşkenar dörtgeninde yok yamuk yani 90 derece.

Görüldüğü üzere *D₁* tanımı semantik açıdan algılayamamıştır. Dörtgenlerin iç açıları ölçülerinin toplamının 360° olduğunu bildiği halde dördüncü açının 90° olması gerektiğini çıkartamamıştır. Öğrencilerden *D₂* ise sorunun doğru yanıtı olan kare ve dikdörtgeni belirlemiş, ancak yanı sıra eşkenar dörtgen de çizmiştir. *D₂*'nin yanıtı şekildeki gibidir;

- D₂* : Dörtgenlerin iç açılarının toplamı 360 derece 3 açısı 90 olunca 90' la 3 ü çarpıp 360'dan çıkardığımızda dördüncü açıda 90 derece olmak zorunda kalıyor. Kare bütün açıları 90 derecedir. Onunda BLMG karesi, dikdörtgen SLÖR dikdörtgeni yine bunun da 90 derece imm başka paralelkenar olmaz bide eşkenar dörtgen var bütün açıları 90 derece SMRG eşkenar dörtgen.

Yukarıda görüldüğü üzere D_2 eşkenar dörtgenin iç açılarının 90° olduğunu ifade etmektedir. Bunun nedeni eşkenar dörtgene ilişkin semantik açıdan yanlış algısı ve eşkenar dörtgeni karenin özel bir hali olarak düşünmesi olabilir.

“Bütün kenarlarının uzunluğu eşit olan dörtgendir.” tanımına bakıldığında bütün öğrencilerin verilen sözel ifadeyi semantik açıdan kavradıkları ve eşkenar dörtgen ve özel bir eşkenar dörtgen olan kareyi belirledikleri görülmüştür.

“Bütün kenarlarının uzunluğu eşit olan ve bir açısının ölçüsü 90° olan dörtgendir.” tanımına bakıldığında ise \checkmark_1 , \checkmark_2 , Y_1 , Y_2 , O_1 ve O_2 'nin sözel ifadeyi semantik açıdan kavradıkları ve kareyi belirledikleri, D_1 'in ise soruyu yanıtlamadığı saptanmıştır;

D_1 : Bütün kenarlarının uzunluğu eşit olan ve bir açısının ölçüsü 90° derece olan dörtgendir. Bu da yok çünkü bütün kenarları eşit olan kare ve eşkenar dörtgen var. Bir açısının ölçüsü 90° derece olan da yok. Eşkenar dörtgenin 90° derece olan açısı yok. Kareninde 4 tane açısı 90° derecedir. Bu yüzden bu da yok.

Görüldüğü üzere D_1 tanımı semantik olarak algılamadığı ve karenin özelliklerini tam olarak bilmediği için soruyu yapamamış olabilir. Öğrencilerden D_2 sorunun doğru yanıtı olan kareyi belirlemiş ancak bunun yanı sıra eşkenar dörtgeni de eklemiştir. D_2 eşkenar dörtgene ilişkin semantik açıdan yanlış algısı nedeniyle eşkenar dörtgeni karenin özel bir hali olarak düşünmüş ve soruyu yanlış yanıtlamıştır.

Genel olarak bakıldığında öğrencilerin sözel ifadeleri semantik açıdan algılamada sembolik ifadelere göre daha başarılı oldukları saptanmıştır. Bunun nedeni öğrencilerin bu sözel ifadeler ile daha çok karşılaşması olabilir.

3.4. Öğrencilerin Matematik Dili Kullanımlarındaki Sentaks ve Semantik Bileşenleri ile van Hiele Düzeylerinin İlişkilendirilmesine Yönelik Bulgular

Bu temada öğrencilerin dörtgenleri tanıma-tanımlamada ve dörtgenlerin özelliklerini belirlemede, sembol ve şekilleri ifade etmede, sözel olarak verilen dörtgen tanımlarını anlamada ve bu dörtgenler arası ilişki kurmada matematik dili kullanımlarının sentaks ve semantik bileşenleri ile van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin ilişkilendirilmesine yönelik bulgular yer almaktadır. Öğrencilerin her bir düzeye ilişkin ifadeleri Tablo 25'te sunulmuştur.

Tablo 25. Öğrencilerin Matematik Dilindeki Sentaks-Semantik Bileşenleri ile van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri Arasındaki İlişki

Öğrenci	Düzye	Düzye 0	Düzye 1	Düzye 2	Düzye 3 ve 4
Ç ₁		<ul style="list-style-type: none"> Formal dil Günlük dil <ul style="list-style-type: none"> Kapalı şekil 2 boyutlu cisim “ ” sembolünü tanımama Eşlik ve eşitlik kavramlarının hatalı kullanımı 	<ul style="list-style-type: none"> Paralel, eşlik, aç, köşegen, dik gibi doğru terminolojinin kullanımı Sembollerini tanıma Özelliklerde özel dörtgenlere odaklanma Sembollerden dörtgenler arası hiyerarşiye geçememe Neden köşe noktalar büyük harf? 	<ul style="list-style-type: none"> Dörtgenler arası hiyerarşik ilişkileri saptama “m” yerine “s” Sembol üretme 	-
Ç ₂		<ul style="list-style-type: none"> Formal dil Günlük dil <ul style="list-style-type: none"> Bütünler aç kavramı Paralel kavramı Eşlik ve eşitlik kavramlarının hatalı kullanımı 	<ul style="list-style-type: none"> Paralel, eşlik, aç, köşegen, dik gibi doğru terminolojinin kullanımı Sembollerini tanıma Sembollerden dörtgenler arası hiyerarşiye geçememe Neden köşe noktalar büyük harf? 	<ul style="list-style-type: none"> Dörtgenler arası hiyerarşik ilişkileri saptama “m” yerine “s” 	-
Y ₁		<ul style="list-style-type: none"> Formal dil Günlük dil Dörtgenel şekillerini tanımama (ı ve ö şekillerini) Eşlik ve eşitlik kavramlarının hatalı kullanımı 	<ul style="list-style-type: none"> Paralel, eşlik, aç, köşegen, dik gibi doğru terminolojinin kullanımı Sembollerini tanıma Özelliklerde özel dörtgenlere odaklanma <ul style="list-style-type: none"> Özel yamuk (Dik yamuk) Sembollerden dörtgenler arası hiyerarşiye geçememe 	<ul style="list-style-type: none"> Dörtgenler arası hiyerarşik ilişkileri saptama Sembol kullanma “m” yerine “s” 	-
Y ₂		<ul style="list-style-type: none"> Formal dil Günlük dil <ul style="list-style-type: none"> Kapalı şekil Geometrik şekil “m” sembolünü tanımama Eşlik ve eşitlik kavramlarının hatalı kullanımı 	<ul style="list-style-type: none"> Paralel, eşlik, aç, köşegen, dik gibi doğru terminolojinin kullanımı Sembollerini tanıma Özel yamuk (Dik yamuk) Sembollerden dörtgenler arası hiyerarşiye geçememe Neden köşe noktalar büyük harf? 	<ul style="list-style-type: none"> Dörtgenler arası hiyerarşik ilişkileri saptama 	-

O₁	<ul style="list-style-type: none"> • Formal dil • Günlük dil • “m” sembolünü tanımama • Eşlik ve eşitlik kavramlarının hatalı kullanımı 	<ul style="list-style-type: none"> • Paralel, eşlik, aç, köşegen, dik gibi doğru terminolojinin kullanımı • Sembolleri tanıma <ul style="list-style-type: none"> ➤ “≠” anlamını bilememe ➤ “ ” okumayamama • Neden köşe noktalar büyük harf? 	<ul style="list-style-type: none"> • Dörtgenler arası hiyerarşik ilişkileri saptama • Sembollerden dörtgenler arası hiyerarşiye geçme • “m” yerine “s” 	-
O₂	<ul style="list-style-type: none"> • Formal dil • Günlük dil • Köşe noktaları verilen dörtgenleri okuyamama 	<ul style="list-style-type: none"> • Paralel, eşlik, aç, köşegen, dik gibi doğru terminolojinin kullanımı • Sembolleri tanıma • Özelliklerde özel dörtgenlere odaklanma • Sembollerden dörtgenler arası hiyerarşiye geçememe • Neden köşe noktalar büyük harf? • Eşlik ve eşitlik kavramlarının kullanımı 	<ul style="list-style-type: none"> • Dörtgenler arası hiyerarşik ilişkileri saptama 	-
D₁	<ul style="list-style-type: none"> • Formal dil • Günlük dil • Düzgün dörtgen • Sözel ifadeyi anlamama (Dikdörtgen ve kare) • Köşe noktaları verilen dörtgenleri okuyamama • Köşe noktalarının büyük harf olması • Eşlik ve eşitlik kavramlarının hatalı kullanımı 	<ul style="list-style-type: none"> • Paralel, eşlik, aç, köşegen, dik gibi doğru terminolojinin kullanımı • Sembolleri tanıma • “≠” anlamını bilememe 	<ul style="list-style-type: none"> • Sembollerden dörtgenler arası hiyerarşiye geçme • “^” yerine “<” 	-
D₂	<ul style="list-style-type: none"> • Formal dil • Günlük dil <ul style="list-style-type: none"> ➤ Eşkenar dörtgen: karenin dönmüş hali • Dörtgensel şekilleri tanımama (ı şekli) • Dikdörtgeni tanımlamama • Köşe noktaları verilen dörtgenleri okuyamama • Eşlik ve eşitlik kavramlarının hatalı kullanımı 	<ul style="list-style-type: none"> • Sembolleri tanıma • Dikdörtgenin özelliklerini belirtememe • “≠” anlamını bilememe • Sembollerden dörtgenler arası hiyerarşiye geçememe • Dörtgenler arası hiyerarşik ilişkileri saptayamama 	<ul style="list-style-type: none"> • “m” yerine “s” 	-

Bütün öğrenciler tanımlama yaparken formal ve günlük dili bir arada kullanmışlardır. Ancak bazı öğrencilerin formal ve günlük dili bir arada kullanmalarına karşın dörtgenleri tanıma-tanımlamaya ve sembol kullanımına ilişkin tam olarak beklenen yanıtları veremedikleri görülmüştür. Bu durumlar öğrencilerin **Düzyey 0**'ın özelliklerini gösterdiklerini ortaya koymaktadır. Çünkü Düzyey 0'da öğrenci geometrik şekilleri bir bütün olarak algılar, şekillerin görünüşleri itibariyle belirler, isimlendirir. Şekillerin özelliklerini açık bir şekilde belirleyemez, şekiller arası ilişki kuramaz ve bir sınıfın parçası olduğunu göremezler. Bu düzeyde öğrenciler formal ya da günlük dil kullanırlar. Ayrıca tanımlama yaparken şekillerden yararlanırlar (Crowley, 1987).

Öğrencilerin Düzyey 0'ın özelliklerini gösterdikleri bazı durumlar ise boyut ve şekil kavramlarına ilişkin kullandıkları dil ile ilgilidir. Ç₁, dörtgeni tanımlarken “2 boyutlu cisim” ifadesi kullanmıştır. Kullandığı dil formal olsa da “boyut” kavramına yönelik bilgisi hatalıdır. Öğrenci doğru parçasının uzunluğuna ilişkin (||) sembolünü tanımamıştır. Ç₁ ve Y₂ kullandıkları günlük dil kapsamında dörtgenlerin “kapalı şekil” olması gerektiğini belirtmek için dörtgen olmayan “i” şekline “tamamlanmamış” ifadesini kullanmışlardır. Y₂'nin yanıtı şu şekildedir;



Şekil 15. i Şekli

- G : *Peki buna neden dörtgen değil demiştin?*
 Y₂ : *Bu çünkü bu bir şekil değil tamamlanmamış bir şey olduğu için.*

Y₂'nin yanıtındaki “...bu bir şekil değil” ifadesi ile şekil kavramına ilişkin semantik açıdan yanlış algısı olduğu ortaya çıkmıştır. Y₂, dörtgeni tanımlarken formal dil kapsamında “geometrik şekil” ifadesini kullanmıştır. Bu ifade dörtgeni tam olarak betimlememektedir. Ayrıca Y₂ ve O₁ “m” sembolünün açı ölçüsünü ifade ettiğini anlamayarak, sembolü tanımamıştır.

\mathcal{C}_2 'nin “Dört kenarı dört köşesi olan çokgenlere dörtgen denir. Dörtgenlerin iç açıları toplamı 360° 'dir” biçimindeki dörtgen tanımında formal bir dil kullandığı ve beklenen yanıtta en yakın tanımı yaptığı da belirlenmiştir. Ayrıca \mathcal{C}_2 kullandığı günlük dil kapsamında “bütünler açı” ve “paralel” kavramlarını matematiksel olarak ifade etmekte zorlanmıştır. \mathcal{C}_2 'nin yanıtı aşağıdaki gibidir;

\mathcal{C}_2 : Alt tabanı ve üst tabanı birbirine paralel. Bunu nasıl ifade edeceğimi bilmiyorum ama şu böyle olunca şu iki açının toplamı 180 derece oluyor (alt ve üst tabanın birbirine paralel olduğunu göstererek). Ama bunu nasıl ifade edeceğim.

Y_1 , dörtgen olmayan “ı” ve “ö” şekillerini dörtgen olarak belirtmiştir. D_2 'de Y_1 gibi dörtgen olmayan “ı” şeklini dörtgen olarak ifade etmiştir. Ayrıca D_2 dikdörtgen, semboller ile ifade edildiğinde tanımamıştır. D_2 'nin yanıtı şu şekildedir;

$$\begin{aligned}
 &7) [KL] // [NM] \\
 &[KN] // [LM] \\
 &[KN] \perp [NM] \\
 &m(\hat{K}) + m(\hat{N}) = 180^\circ \\
 &m(\hat{L}) + m(\hat{M}) = 180^\circ \\
 &m(\hat{K}) = m(\hat{L}) = m(\hat{M}) = m(\hat{N}) \\
 &|KL| = |NM|, \quad |KN| = |LM|
 \end{aligned}$$

D_2 : $KL NM KN NM$ 'ye dikmiş ve bütün kenarları eşitmiş. K ile N 'nin toplamı 180 derece evet. M hepsi bütün açıları birbirine eşit 90 derece bence bu kare.

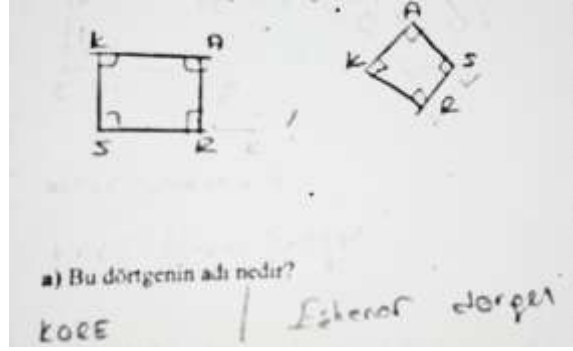
G : Bütün kenarları eşit dedin az önce onu nerden anladın?

D_2 : Çünkü bütün açıları eşit bence bütün kenarları da oradan eşit olur.

Yukarıda görüldüğü üzere D_2 bir dörtgende açı ölçüleri eşitse kenar uzunluklarını da eşit olarak düşünmektedir. Bu durum öğrencinin, dörtgenlerdeki açı ve kenarlara ilişkin kavram yanılgısı olduğunu ve dörtgenler arası ilişkiyi bilmediğini göstermektedir. Üstelik öğrenci eşkenar dörtgeni şu şekilde ifade etmiştir;

G : Eşkenar dörtgenin kareden farkı nedir o zaman?

D_2 : uu fark yok sanki biraz daha karenin dönmüş hali sanki özellikleri değişmiyor.



Şekil 16. D₂'nin Kare ve Eşkenar Dörtgene İlişkin Yanıtı

Yukarıdaki yanıtta görüldüğü üzere D₂, eşkenar dörtgen ve kare arasında bir fark olmadığını belirtmiş ve eşkenar dörtgene görüşme süresince “karenin dönmüş hali” diyerek günlük dil kullanmıştır.

O₂ dışındaki öğrencilerin özel dörtgenlerin özelliklerini belirtirken “eşlik” kavramı yerine “eşitlik” kavramını kullanarak kavram hatası yaptıkları görülmüştür.

Öğrencilerden O₂, D₁ ve D₂ köşe noktaları verilen dörtgensel şekilleri doğru okuyamamışlardır. D₁, düzgün dörtgen kavramını hem kare hem dikdörtgen için kullanarak yanlış olarak belirtmiştir. Sözel olarak verilen dikdörtgen ve kare tanımlarını anlayamamıştır. Dörtgensel şekillerin köşe noktalarının büyük harfle gösterilmesi gerektiğini bilememiştir.

Öğrencilerin dörtgenlerin özelliklerini ifade ederken kavramlara ilişkin paralel, açı, köşegen, dik gibi doğru terminolojiyi kullandıkları belirlenmiştir. Ancak D₂ diğer öğrencilere göre daha az terminoloji kullanmıştır. O₁ dışındaki diğer öğrenciler tanım ve özellik arasındaki ayrımı bazı sorularda yapıp bazı sorularda yapamamışlardır.

Öğrencilerin hepsi genel olarak verilen sembollerini tanımıştır. O₁ ve D₁ dışındaki öğrenciler dörtgenlerin özellikleri semboller şeklinde verildiği zaman hiyerarşik ilişkiyi gözardı etmişlerdir. Bu durumlar öğrencilerin **Düzey 1**'e ait özellikleri gösterdiklerini ortaya koymaktadır. Bunun nedeni Düzey 1'de öğrencilerin şekilleri parçalarına ve özelliklerine göre karşılaştırmaları ve açıklamalarıdır. Öğrenciler şekillerin özelliklerini analiz ederler, özelliklerini açıklamak için uygun-doğru terminolojiyi kullanırlar.

Örneğin; paralel, eşlik, açıortay, eşitlik gibi ifadeler öğrenciler tanımlarını yazdıkları sırada netleştirilebilir. Aynı zamanda bu düzeyde “diklik” için “⊥” ya da “paralellik” için “//” sembolleri tanıtılabilir. Öğrenci, bu düzeyde şekilleri ya da şekil sınıflarını ilişkilendiremez. Örneğin; karenin bir dikdörtgen olduğu bilinmez. Öğrenci Düzey 0'a

göre daha kesin bir dil kullanmakla birlikte şekilleri özellik kullanarak tanımlar. Bu düzeyde öğretmen, hepsi, bazen, bazı zaman, asla gibi kelimeler kullanabilir (Crowley, 1987). Öğrencilerin Düzey 1'e ait özellikleri gösterdikleri diğer durumlar ise dörtgen özellikleri ile ilgilidir. Ç_1 , Y_1 ve O_2 herhangi bir dörtgenin özelliklerini ifade ederken aslında özel dörtgenlerin özelliklerini belirtmiştir. Ç_1 'in yanıtı aşağıdaki gibidir;

Ç_1 : Dört kenar ve dört köşedir. Alt ve üst kenarlar bütünlüdür. 180° 'ye tamamlarlar. İç açıları toplamı 360, 2 köşegen. Komşu açılar bütünlüdür.

Ç_1 , Ç_2 , Y_2 ve O_1 dörtgenel şekillerin köşelerinin büyük harfle gösterilmesi gerektiğini bildikleri halde nedeninin köşelerin birer noktayı temsil etmesi olduğunu bilememişlerdir. O_2 , özel dörtgenlerin özelliklerini belirtirken “eşlik” ve “eşitlik” kavramlarını karıştırmayan tek öğrencidir.

Ç_2 , verilen sembolleri doğru olarak tanısa da doğru parçasına ilişkin sembol (“[]”) ile doğru parçasının uzunluğuna ilişkin sembolün (“||”) kullanım yerlerini karıştırmaktadır. O_1 , D_1 ve D_2 eşit değildir sembolünü (“≠”) doğru okumuşlar ancak anlamını ifade edememişlerdir. Ayrıca O_1 , doğru parçasının uzunluğuna ilişkin sembolü (“||”) yanlış okumuştur ancak anlamını bilmiştir. D_2 , dikdörtgenin özelliklerini belirtememiştir. Ayrıca sözel olarak verilen ifadelerden yararlanarak dörtgenler arası ilişkileri doğru saptayamamıştır.

D_2 dışındaki bütün öğrenciler sözel olarak verilen dörtgen tanımlarına göre dörtgenler arası hiyerarşik ilişkiyi doğru saptamışlardır. D_1 ise sözel olarak verilen dörtgen tanımlarına göre dörtgenler arası ilişkileri sadece bazı sorularda doğru saptamıştır. Ayrıca O_1 ve D_1 , dörtgenlerin özellikleri semboller şeklinde verildiği zaman hiyerarşik ilişkiyi tam olarak belirtememiş olsa da doğru yanıtı yaklaşmışlardır. Y_1 , kareyi tanımlarken “özel bir dikdörtgendir” şeklinde tanımlayarak dörtgenler arası hiyerarşik ilişkiyi belirtmiştir. Bu durumlar öğrencilerin **Düzey 2**'ye ait özellikleri gösterdiklerini ortaya koymaktadır. Bunun nedeni Düzey 2'deki öğrencinin tanımların rolünü ve şekillerin özelliklerini anlaması, şekiller arası ilişkileri belirleyebilmesidir. Örneğin; öğrenci karenin bir dikdörtgen olduğunu bu düzeyde bilir ancak kanıtlama yapamaz. “Böyle ise böyledir.” şeklinde akıl yürütmeler yapar ve şekilleri minimum özelliklerine göre sınıflar. Bu düzeydeki öğrenci sembol kullanır ve notasyonlar arası geçiş yapabilir. Bu düzeyde öğretmen, “o ise...” ve “eğer..., o zaman...” gibi cümleler

kullanabilir (Crowley, 1987). Öğrencilerin Düzey 2'ye ait özellikleri gösterdikleri diğer durumlar aynı sembol için farklı sembol kullanımı ve sembol üretme ile ilgilidir.

Öğrencilerden Ç₁, Ç₂, Y₁, O₁ ve D₂ verilen açı ölçüsü sembolü “m” yerine “s” sembolünü kullanacaklarını, D₁ ise verilen açı sembolü “^” yerine “<” sembolünü kullanacağını bilmektedir. Ç₁ ve Y₁ soruları yanıtlarken sembol kullanmışlardır. Ayrıca Ç₁ matematikte yer almayan Şekil 11'deki sembolü üretmiştir.

Genel olarak van Hiele geometrik düşünme düzeylerine bakıldığında öğrencilerin yaş grubu itibarıyla Düzey 2'nin özelliklerini göstermeleri gerekirken Düzey 0 ve Düzey 1'in özelliklerini gösterdikleri belirlenmiştir. Bunun nedeni matematik derslerinde öğrencilerin kullanmaları gereken matematik diline geometrik düşünme düzeyleri doğrultusunda yeteri kadar odaklanılmaması olabilir.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

SONUÇ, TARTIŞMA ve ÖNERİLER

Bu bölümde; araştırma kapsamında elde edilen bulguların ilgili araştırmalar ile tartışılmasına, çıkarılan sonuçlara ve ileride yapılabilecek benzer nitelikteki araştırmalara yönelik önerilere yer verilmiştir

4.1. SONUÇ

Sekizinci sınıf öğrencilerinin dörtgenler bağlamında matematik dili kullanımlarını sentaks ve semantik bileşenleri açısından inceleyen araştırmanın sonuçları bulgular doğrultusunda; *“Dörtgenleri tanımlamada ve özelliklerini ifade etmede kullanılan matematik dilinin semantik bileşenine ilişkin sonuçlar”*, *“Verilen sembolleri ve şekilleri ifade etmede kullanılan matematik dilinin sentaks ve semantik bileşenlerine ilişkin sonuçlar”*, *“Verilen dörtgen tanımlarını anlamada ve bu dörtgenler arası ilişki kurmada kullanılan matematik dilinin semantik bileşenine ilişkin sonuçlar”*, *“Kullanılan matematik dilinin sentaks ve semantik bileşenleri ile van Hiele düzeylerinin ilişkilendirilmesine ilişkin sonuçlar”* olmak üzere dört başlık altında toplanmıştır.

Dörtgenleri Tanımlamada ve Özelliklerini İfade Etmede Kullanılan Matematik Dilinin Semantik Bileşenine İlişkin Sonuçlar

- Bütün öğrenciler verilen dörtgenleri doğru belirlemekle birlikte Y_1 ve D_2 dörtgen olan şekillerin yanı sıra dörtgen olmayan şekilleri de dörtgen olarak belirtmişlerdir. Dörtgenleri yanlış tanıyan öğrencilerin dörtgenlerin kenarlarının birer doğru parçası olması gerektiğinin farkında olmadıkları, ayrıca Y_1 'in geometrik cisimlerden prizmaların yüzlerinin dörtgenlerden oluşmasından dolayı prizmaları dörtgen olarak düşündüğü tespit edilmiştir.
- $\Ç_1$, Y_2 ve D_1 dışındaki diğer öğrencilerin dörtgeni anlamsal (semantik) açıdan doğru tanımladıkları belirlenmiştir. Dörtgeni doğru tanımlayan öğrencilerden Y_1 ile D_2 ve O_1 ile O_2 'nin dörtgeni aynı şekilde tanımladıkları görülmüştür. Buradan öğrencilerin cinsiyetleri ile dörtgeni tanımlamaları arasında herhangi

bir ilişki olmadığı sonucu ortaya çıkmıştır. Dörtgeni doğru tanımlayan öğrencilerden sadece Ç₂ hiyerarşik bir ilişkilendirme ile dörtgen için “çokgen” kavramını kullanmıştır. Ç₂ ve D₁ tanımlama yaparken özelliklere de değinmişlerdir. Dörtgeni tanımlayamayan öğrencilerden Ç₁ ve Y₂'nin yaptıkları tanımlarda “kapalı şekil” ifadesini kullanmadıkları, ayrıca Ç₁'in “2 boyutlu cisim” biçiminde hatalı bir ifade kullandığı görülmüştür.

- Öğrencilerden hiçbirinin dörtgenin özelliklerini doğru olarak ifade edemediği ve öğrencilerden Ç₁, Y₁ ve O₂'nin herhangi bir dörtgenin özellikleri yerine özel dörtgenlerin özelliklerini belirttikleri görülmüştür. D₁ özelliklerde simetri eksen kavramını kullanan tek öğrenci olmasına karşın simetri eksen kavramının sadece düzgün dörtgenlerde olduğunu belirterek semantik açıdan hatalı bir ifade kullanmıştır. Ayrıca aynı öğrencinin düzgün dörtgen kavramını da semantik açıdan bilmediği tespit edilmiştir. Dörtgenin tanım ve özelliklerini belirten öğrencilerden Ç₂ ve Y₂'nin tanım ve özellik arasındaki ayrımı yapamadıkları, tanım ve özelliğe aynı ifadeler kullandıkları diğer öğrencilerin ise tanımda kullandıkları ifadelerin yanı sıra bir kaç ifade ekleyerek özellikleri belirledikleri saptanmıştır.
- D₂ dışındaki bütün öğrencilerin yamuğu semantik açıdan doğru tanımladığı ancak öğrencilerden Ç₂ hariç diğer öğrencilerin tanımlama yaparken özelliklere de yer verdiği saptanmıştır. Öğrencilerden Ç₁, Ç₂, Y₂ ve D₁ yamuğun özelliklerini semantik açıdan doğru ifade etmişlerdir. Ç₁, D₁ ve D₂'nin tanımlama yaparken kullandıkları ifadeleri özellikte de kullandıkları, ayrıca O₁'in özellikleri ifade ederken tanımda kullandığı ifadelerden farklı olarak sadece “iki köşegeni olan” ifadesini kullandığı görülmüştür. Öğrenciler yamuğun özellikleri ile tanımı arasındaki ayrımı yapamamışlar, çoğu zaman tanım ve özellikler için aynı ifadeleri kullanmışlardır.
- Ç₂ ve D₂ dışındaki bütün öğrencilerin paralelkenarı anlamsal (semantik) açıdan doğru tanımladıkları görülmüş, öğrencilerin tamamının tanımlama yaparken özelliklere de yer verdikleri saptanmıştır. Öğrencilerin paralelkenarın özelliklerine ilişkin yanıtlarına bakıldığında ise hiçbir öğrencinin tam olarak doğru yanıt vermediği görülmüştür. Özellikle “köşegenler birbirini ortalar” özelliğini hiçbir öğrencinin belirtmediği tespit edilmiştir. Öğrencilerden O₁'in

tanım ile özelliği aynı biçimde anlamlandırdığı, Y_1 , Y_2 ve D_1 'in ise paralelkenarın tanım ve özelliklerine yazdığı ifadelerin birbirine çok yakın olduğu görülmüştür. Öğrenciler paralelkenarın özellikleri ile tanımı arasındaki ayrımı yapamamışlar, çoğu zaman aynı söylemlerde bulunmuşlardır.

- $\Ç_1$, $\Ç_2$, Y_1 ve D_1 dışındaki öğrencilerin dikdörtgeni semantik olarak tanımlayamadıkları ayrıca öğrencilerden hiçbirinin dikdörtgenin özelliklerini tam olarak ifade edemedikleri görülmüştür. Özellikle “*köşegenleri birbirine eştir, köşegenler birbirini ortalar*” özelliklerini hiçbir öğrencinin belirtmediği tespit edilmiştir. Öğrencilerin dikdörtgenin özellikleri ile tanımı arasındaki ayrımı yapamamış ve paralelkenara göre daha iyi yaptıkları saptanmıştır.
- $\Ç_1$, O_1 , O_2 ve D_2 dışındaki öğrencilerin eşkenar dörtgeni semantik açıdan doğru tanımladıkları görülmüş, öğrencilerden hiçbirinin eşkenar dörtgenin özelliklerini tam olarak ifade edemedikleri saptanmıştır. Özellikle “*köşegenler birbirini dik ortalar*” özelliğini hiçbir öğrencinin belirtmediği tespit edilmiştir. D_2 'nin ise eşkenar dörtgeni özel bir kare olarak düşündüğü gözlemlenmiştir. Öğrencilerden Y_1 , Y_2 ve D_1 'in eşkenar dörtgenin özelliklerini tanım ile aynı olacağını belirttikleri ayrıca öğrencilerden $\Ç_1$ ve $\Ç_2$ 'nin eşkenar dörtgenin özelliklerini ifade ederken tanımla yakın ifadeler kullandıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin eşkenar dörtgenin özellikleri ile tanımı arasındaki ayrımı yapamadıkları, çoğu zaman aynı şeyleri ifade ettikleri dikkat çekmiştir.
- O_1 ve O_2 dışındaki öğrencilerin kareyi semantik açıdan doğru tanımladıkları görülmüş, öğrencilerden hiçbirinin karenin özelliklerini tam olarak ifade edemedikleri saptanmıştır. Özellikle “*köşegenler birbirine eştir ve köşegenler birbirini dik ortalar*” özelliklerini hiçbir öğrencinin belirtmediği tespit edilmiştir. Diğer öğrencilerin yaptığı tanımlardan farklı olarak Y_1 kareyi “*özel bir dikdörtgendir*” biçiminde tanımlamış, hiyerarşik ilişkiyi dikkate almıştır. Öğrencilerin karenin özellikleri ile tanımı arasındaki ayrımı yapamadıkları, çoğu zaman aynı şeyleri ifade ettikleri dikkat çekmiştir.
- Öğrencilerin dörtgenleri tanımlamada ve özelliklerini ifade etmede kullandıkları matematik dilinin semantik bileşenine ilişkin sonuçlarına genel olarak bakıldığında, başarı düzeyleri ve cinsiyet ayırt etmeksizin öğrencilerin eksikliklerinin ve kavram yanlışlarının olduğu saptanmıştır. Öğrencilerin

tanımlama yaparken semantik açıdan hatalar yaptıkları, özellikleri belirtirken eksik ifadeler kullandıkları (Bu eksikliğin çoğunlukla köşegen kavramına ilişkin özelliklerde olduğu görülmüştür.), tanım ve özellik arasındaki ayrımı semantik olarak yapamadıkları sonucu ortaya çıkmış, öğrencilerden üçünün özel dörtgenlere odaklandıkları tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin başarı düzeyleri ve cinsiyetleri arasında herhangi bir ilişki olmadığı da belirlenmiştir. Öğrencilerin çoğunun eşlik ve eşitlik kavramlarını karıştırarak “eşlik” kavramı yerine “eşitlik” kavramını kullandıkları saptanmıştır.

Verilen Sembolleri ve Şekilleri İfade Etmede Kullanılan Matematik Dilinin Sentaks ve Semantik Bileşenlerine İlişkin Sonuçlar

- “//”, “ \perp ”, “=”, “ \neq ”, “[]” ve “ \wedge ” sembollerini bütün öğrencilerin, “||” sembolünü $\Ç_1$ ve O_1 dışındaki öğrencilerin, “m” sembolünü ise $\Ç_1$, Y_2 ve O_1 dışındaki öğrencilerin sentaks açısından tanıyarak doğru okudukları saptanmıştır. Ayrıca O_1 , D_1 ve D_2 'nin “ \neq ” sembolünü sentaks açıdan tanıyalar bile semantik açıdan hatalı kullandıkları belirlenmiştir.
- $\Ç_1$, $\Ç_2$, Y_1 , O_1 , D_2 'nin verilen sembollerden “m” sembolü yerine “s” sembolünü kullanabileceklerinin farkında oldukları ve D_1 'in ise “ \wedge ” sembolü yerine “ $<$ ” sembolünü kullanabileceğinin farkında olduğu belirlenmiştir. $\Ç_1$ 'in matematikte kullanılan sembollerden farklı olarak “*paralel değildir*” sembolünü ürettiği gözlemlenmiştir.
- Öğrencilerden $\Ç_1$, $\Ç_2$, Y_1 ve O_1 'in köşe noktaları verilen dörtgenleri sentaks açısından doğru okudukları saptanmıştır. Y_2 'nin şekilleri sentaks açıdan doğru okuduğu ancak nedenini ifade edemediği, O_2 , D_1 ve D_2 'nin ise şekilleri okurken herhangi bir kurala dikkat etmedikleri belirlenmiştir. Sonuç olarak başarısı yüksek öğrencilerin şekilleri sentaks olarak doğru okudukları tespit edilmiştir.
- D_1 hariç bütün öğrencilerin dörtgenlerin köşelerinin büyük harf olması gerektiğinin farkında oldukları belirlenmiştir. Ancak öğrencilerden $\Ç_1$, $\Ç_2$, Y_2 ve O_1 'in bu durumun nedenini bilmedikleri saptanmıştır.
- Öğrencilerin dörtgenlere ilişkin verilen sembolik ifadelerin hangi dörtgenlere ait olduklarını belirlemeleri istendiğinde, çoğunun sembolleri sentaks açıdan doğru

tanıyıp okudukları ve sembolik ifadeleri temsil eden ilgili dörtgeni belirleyebildikleri görülmüştür. Ancak öğrencilerin ilgili dörtgen sınıfını belirleyemedikleri bu nedenle dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkiyi düşünemedikleri saptanmıştır. Verilen sembolik ifadelerin hangi dörtgenlere ait olduklarını belirlemek için yöneltilen soruların tamamına öğrencilerden $\Ç_1$ ve $\Ç_2$ 'nin aynı yanıtları verdikleri ve Y_1 ve Y_2 'nin ise bir soru hariç aynı yanıtları verdikleri görülmüştür. Bununla birlikte O_1 ve O_2 'nin bir soru hariç ve D_1 ve D_2 'nin ise hiçbir soruya aynı yanıtları vermedikleri tespit edilmiştir. Buradan yüksek düzeyli öğrencilerin yanıtları arasında ilişki olduğu sonucuna ulaşılabılır.

- Öğrencilerin verilen sembolleri ve şekilleri ifade etmede kullandıkları matematik dilinin sentaks ve semantik bileşenlerine ilişkin sonuçlarına genel olarak bakıldığında, öğrencilerden çoğunun sembolleri ve şekilleri sentaks açıdan doğru okuyup tanıdıkları ancak şekilleri okurken bazı öğrencilerin nedenini bilmeden ezbere okudukları, sembolik ifadelere dayalı verilen dörtgen tanımlamalarında ise dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkiyi düşünemedikleri gözlemlenmiştir.

Verilen Dörtgen Tanımlarını Anlamada ve Dörtgenler Arası İlişki Kurmada Kullanılan Matematik Dilinin Semantik Bileşenine İlişkin Sonuçlar

- Yamuğa ilişkin kapsayıcı tanım verildiğinde öğrencilerden $\Ç_1$, $\Ç_2$, Y_2 , O_2 ve D_1 'in sözel ifadeyi semantik açıdan doğru kavrayarak yamuk, paralelkenar, dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve kareyi belirledikleri görülmüştür. Öğrencilerden Y_2 'nin yamuğun bir çeşidi olan dik yamuğu da belirttiği dikkat çekmiştir.
- Paralelkenara ilişkin kapsayıcı tanım verildiğinde öğrencilerden $\Ç_1$, $\Ç_2$, Y_2 , O_2 , D_1 ve D_2 'nin sözel ifadeyi semantik açıdan doğru kavrayarak paralelkenar, dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve kareyi belirledikleri görülmüştür. Ancak öğrencilerden Y_1 ve O_1 yamuğa ilişkin kapsayıcı tanımda olduğu gibi burada da eşkenar dörtgeni belirlememişlerdir.
- Dikdörtgene ilişkin kapsayıcı tanım verildiğinde öğrencilerden $\Ç_1$, $\Ç_2$, Y_1 , Y_2 , O_1 ve O_2 'nin verilen sözel ifadeyi semantik açıdan doğru kavrayarak dikdörtgen

ve kareyi belirledikleri görülmüştür. Öğrencilerden D_2 'nin verilen tanımı semantik olarak kavrayıp dikdörtgen ve kareyi belirlediği, yanı sıra eşkenar dörtgeni de belirlediği saptanmıştır.

- Eşkenar dörtgene ilişkin kapsayıcı tanım verildiğinde öğrencilerin tamamının verilen sözel ifadeyi semantik açıdan doğru kavrayarak eşkenar dörtgen ve kareyi belirledikleri görülmüştür.
- Kareye ilişkin kapsayıcı tanım verildiğinde ise öğrencilerden $\Ç_1$, $\Ç_2$, Y_1 , Y_2 , O_1 ve O_2 'nin verilen sözel ifadeyi semantik açıdan doğru kavrayarak kareyi belirledikleri görülmüştür. Öğrencilerden D_2 'nin verilen tanımı semantik olarak kavrayıp kareyi belirlediği, yanı sıra eşkenar dörtgeni de belirlediği saptanmıştır.
- Öğrencilerin verilen dörtgen tanımlarını anlamada ve bu dörtgenler arası ilişki kurmada kullandıkları matematik dilinin semantik bileşenine ilişkin sonuçlarına genel olarak bakıldığında, başarı düzeyleri yüksek öğrencilerin sözel ifadeleri semantik açıdan algılamada daha başarılı oldukları saptanmıştır. Öğrencilerden D_1 'in dikdörtgen ve kareye ilişkin verilen tanımları semantik açıdan algılamadığı, D_2 'nin ise eşkenar dörtgeni semantik olarak yanlış bilmesinden dolayı dikdörtgen ve kareye ilişkin tanımları hatalı algıladığı tespit edilmiştir. Öğrencilerin sözel ifadeleri semantik açıdan algılamada sembolik ifadelere göre daha başarılı oldukları belirlenmiştir.

Kullanılan Matematik Dilinin Sentaks ve Semantik Bileşenleri ile van Hiele Düzeylerinin İlişkilendirilmesine İlişkin Sonuçlar

- Öğrencilerin tamamının dörtgenleri tanımlarken formal ve günlük dili bir arada kullandıkları, dörtgenlerin özelliklerini tam anlamıyla ifade edemedikleri ve bazı sembolleri tanımadıkları görülmüştür. Ayrıca $\Ç_1$ 'in “boyut”, Y_2 'nin “şekil”, D_2 'nin ise “eşkenar dörtgen” kavramına ilişkin semantik açıdan yanılgıları olduğu saptanmıştır. Bu durumlardan öğrencilerin kullandıkları dil bağlamında *Düzyey 0*'ın özelliklerini gösterdikleri sonucu ortaya çıkmıştır.
- Öğrencilerin dörtgenlerin özelliklerini ifade ederken kavramlara ilişkin paralel, açı, köşegen, dik gibi doğru terminolojiyi kullandıkları, verilen sembolleri tanıdıkları, tanım ve özellik arasındaki ayrımı yapamadıkları, dörtgenlerin

tanımlamaları sembolik ifadelere dayalı verildiği zaman hiyerarşik ilişkiyi gözardı ettikleri saptanmıştır. Ç_1 , Y_1 ve O_2 'nin dörtgenin özelliklerini ifade ederken özel dörtgenlerin özelliklerini belirttikleri dikkat çekmiştir. Bu durumlardan öğrencilerin *Düzye 1*'in bazı özelliklerini gösterdikleri sonucu ortaya çıkmıştır.

- D_2 dışındaki bütün öğrencilerin sözel olarak verilen dörtgen tanımlarına göre dörtgenler arası hiyerarşik ilişkiyi genel olarak doğru belirledikleri saptanmıştır. O_1 ve D_1 'in dörtgenlerin tanımlamaları sembolik ifadelere dayalı verildiği zaman hiyerarşik ilişkiyi tam olarak belirtememiş olsalar da doğru yanıtı yaklaştıkları, Y_1 'in kareyi tanımlarken “*özel bir dikdörtgendir*” şeklinde tanımlayarak dörtgenler arası hiyerarşik ilişkiyi ifade ettiği belirlenmiştir. Ç_1 , Ç_2 , Y_1 , O_1 , D_1 ve D_2 'nin verilen “m” ve “^” sembolleri yerine farklı sembolleri bildikleri, Ç_1 ve Y_1 'in sembol kullandığı ve Ç_1 'in sembol ürettiği belirlenmiştir. Bu durumlardan öğrencilerin *Düzye 2*'nin bazı özelliklerini gösterdikleri sonucu ortaya çıkmıştır.
- Öğrencilerin kullandığı matematik dilinin sentaks ve semantik bileşenleri ile van Hiele düzeylerinin ilişkilendirilmesine ilişkin sonuçlara genel olarak bakıldığında, öğrencilerin yaş grubu itibarıyla *Düzye 2*'nin özelliklerini göstermeleri gerekirken *Düzye 0* ve *Düzye 1*'in özelliklerini gösterdikleri belirlenmiştir.

4.2. TARTIŞMA

Dörtgenler bağlamında matematik dili kullanımını sentaks ve semantik bileşenleri açısından inceleyen bu araştırmada sekizinci sınıf öğrencilerinin verdiği yanıtlar ilgili araştırmalara dayalı olarak tartışılacaktır.

Araştırmadan elde edilen sonuçların ilki öğrencilerden bazılarının dörtgenleri yanlış tanınması, okuması ve tanımlamasıdır. Tanımlamada öğrencilerin bazılarının dörtgenlerin kenarlarının birer doğru parçası olması gerektiğinin farkında olmadıkları ve dörtgeni “dört köşeli kapalı bir şekil” biçiminde tanımladıkları, bazılarının ise dörtgenlerin kapalı bir şekil olduğuna vurgu yapmadıkları görülmüştür. Üstelik bir öğrenci de küpün açınının iki boyutlu olması ile dörtgen kavramını ilişkilendirerek bir tanımda bulunmuştur. Öğrencilerden dörtgenin özelliklerini belirtmeleri istendiğinde ise hiçbir öğrencinin dörtgen özelliklerini tam olarak ifade edemediği dikkat çekmiştir. Öğrencilerden üçü herhangi bir dörtgenin özellikleri yerine özel dörtgenlerin özelliklerini ele almış, karşılıklı kenarların paralelliği, karşılıklı açılarının eşliği ve komşu açılarının 180° 'ye tamamlanması gibi özellikleri herhangi bir dörtgen için de ifade etmişlerdir. Bu durum, matematik programlarında daha çok özel dörtgenlerin yer alması ve öğrencilerin bu dörtgenlerle daha çok karşılaşmaları ya da özel dörtgenleri semantik olarak daha iyi bilmelerinden kaynaklanıyor olabilir.

Öğrencilerden özel dörtgenleri (yamuk, paralelkenar, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, kare) tanımlamaları istendiğinde genel olarak öğrencilerin çoğunluğunun (yedi öğrenci) öncelikle yamuğu, ardından altı öğrencinin paralelkenar ve kareyi, son olarak ise öğrencilerin yarısının (dört öğrenci) dikdörtgen ve eşkenar dörtgeni anlamsal (semantik) açıdan doğru tanımladıkları görülmüştür. Özellikle yamuğun tanımları incelendiğinde bir öğrencinin “en az iki kenarları paralel olan dörtgen” biçiminde kapsayıcı, altı öğrencinin ise yamuğun kapsayıcı olmayan/harici tanımını yaptıkları söylenebilir. Paralelkenar ve kare tanımları incelendiğinde ise altı öğrencinin semantik açıdan doğru tanımlama yaptıkları, paralelkenar ile ilgili iki öğrencinin paralellikten ziyade karşılıklı açılarının eşliğine dayalı tanımlamada bulunduğu, kare ile ilgili ise iki öğrencinin dörtgen tanımını ele aldığı saptanmıştır. Öğrencilerin tanımlama yapmada zorlandıklarını gösteren çalışmalar (De Villiers, 1994; Erez ve Yerushalmy, 2006;

Fujita ve Jones, 2007; Okazaki ve Fujita, 2007) bulunmakla birlikte bu araştırmada öğrencilerin yarısından çoğunun semantik olarak doğru tanımlamalar yaptıkları ve hatta bir öğrencinin kareyi “özel bir dikdörtgendir” biçiminde tanımlayarak hiyerarşik ilişkiyi dikkate aldığı belirlenmiştir. Buna karşın bir öğrencinin görüşme süresince eşkenar dörtgeni “özel bir kare” olarak düşündüğü de gözlemlenmiştir. Bu durum öğrencinin eşkenar dörtgene ilişkin semantik açıdan yanlış algısından ve dörtgenler arası hiyerarşik ilişkiyi karıştırmasından kaynaklanıyor olabilir.

Yamuk dışında özel dörtgenlerin özelliklerini hiçbir öğrencinin tam olarak ifade edememesi de elde edilen diğer önemli bir sonuçtur. Ayrıca bazı öğrenciler özellik ile tanım arasındaki ayrımı yapamamışlar, çoğu zaman tanım ve özellikler için aynı ifadeleri kullanmışlardır. Bu araştırmada öğrencilerin “tanımlama” kelimesinden, şekil ile ilgili bütün bilinen özellikleri yazma anlamı çıkardıkları görülmektedir. Öğrencilerin dörtgen ve özel dörtgenlerle küçük yaştan itibaren karşılaştıkları halde zorluk yaşamalarının nedeni tanım ile özellik arasındaki ayrımı semantik olarak yapamamaları olabilir. Ergün’ün (2010) öğrencilerin tanımlama yaparken akıllarına gelen tüm özellikleri sıralayarak, tanımlarda bulunması gereken koşulların farkında olmadıklarını ve ekonomik olmayan tanımlar yaptıklarını belirten çalışması da aynı noktayı işaret etmektedir. Bu doğrultuda öğrencilerin dörtgenlerin özelliklerini ifade etmede sıkıntı yaşamasının nedeni matematik dilini doğru olarak kullanmamaları olabilir. Bu durum özellikle köşegen kavramında kendini göstermiş, öğrencilerin tamamının dörtgenlerin özelliklerini ifade ederken köşegen ile ilgili özellikleri söyleyememelerine neden olmuştur. Bu sonuç, Duatepe Paksu, İymen ve Pakmak (2013) tarafından yapılan çalışmanın köşegenleri içeren sorularda öğrencilerin muhakemede bulunamamaları sonucu ve Gutierrez, Pegg ve Lawrie (2004) tarafından yapılan çalışmanın 12-17 yaş grubu öğrencilerinin köşegen kavramını içeren ifadelerde yetersiz olduğu sonucu ile örtüşmektedir. Bu durum geometri öğretim sürecinde hatalı terminoloji kullanımından (Ural, 2011) ya da öğrencilerin dörtgenlere ilişkin bazı özellikleri semantik açıdan algılayamamasından olabilir. Çünkü öğrencilerin matematiksel bilgiyi matematik dilini kullanarak ifade etmede zorlandıkları (Rudd, Lambert, Satterwhite ve Zaier 2008; Woods, 2009; Dur, 2010; Korhonen, Linnanmäki ve Aunio, 2011; Çakmak, Baş ve Bekdemir, 2014) bilinmektedir.

Simetri kavramına dayalı dörtgenler arası ilişkilendirme yapmak ve dörtgenleri farklı özelliklerine göre sıralamak mümkündür. Dörtgenlerin köşegenlerine ya da kenarların orta noktalarını birleştiren doğrulara göre bir, iki ya da dört simetri eksenine dayalı bir sınıflandırma yapılabileceği gibi dönel simetrik şekillere dayalı da bir sınıflandırma yapılabilir. Böylesi sınıflandırmalar matematiksel düşünmenin öğrenilmesi için de etkili bir yoldur (Graumann, 2005). Sadece bir öğrenci tarafından simetri eksenine dayalı bir tanım kullanılmasına karşın ne yazık ki kavram semantik olarak hatalı bir biçimde, simetri ekseni kavramının sadece düzgün dörtgenlerde olduğu belirtilerek kullanılmıştır. Bu sonuç geometrik kavramlara yönelik yapılan araştırma (Duatpe Paksu, 2000; Duatpe Paksu, 2013; Duatpe Paksu, İymen ve Pakmak, 2013; Hacısalihoğlu Karadeniz, Baran, Bozkuş ve Gündüz, 2015) sonuçlarıyla paralellik göstermektedir. Ayrıca aynı öğrencinin düzgün dörtgen kavramını da semantik açıdan bilmediği tespit edilmiştir. Bu durumların nedeni çoğu zaman tanımlama yapılırken matematik dili kullanımından uzak olunması olabilir.

Araştırmadan elde edilen diğer bir önemli sonuç öğrencilerin genel olarak sembollerini sentaks açısından tanıyarak doğru okumaları, ancak “||”, “m” ve “≠” sembollerinde semantik açıdan sıkıntılar yaşamalarıdır. Bunun en öncelikli nedeni matematik derslerinde sembollerin anlamları üzerine yeterince odaklanılmaması olabilir. Öğrencilerin çoğunluğunun dörtgenlere ilişkin ifadelerinde “kenar uzunlukları” ya da “açılarının ölçülerini” eş olarak almaları ve eş-eşit kavramlarını karıştırdıkları da dikkat çekmiştir. Bu durum öğrencilerin eşit sembolü ve kavramına ilişkin yanlış algılarından kaynaklanabilir (Yaman, Toluk ve Olkun, 2003).

Araştırmadan elde edilen en önemli sonuçlardan bir diğeri dörtgenlere ilişkin verilen sembolik ve sözel ifadelerin hangi dörtgeni temsil ettiğinin öğrenciler tarafından belirlenmesi ile ilgilidir. Öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun dörtgenlere ilişkin sembolik ifadeler ya da sözel tanımlar aracılığıyla ilgili dörtgeni doğru belirledikleri saptanmıştır. Bununla birlikte bu tanımlamalarda en dikkat çekici durum tanımların ifadelerinin sembolik ya da sözel olarak verilmesi durumunda öğrencilerin dörtgenler arası hiyerarşik ilişkiyi belirleme durumlarının değişmesidir. Diğer bir deyişle dörtgeni tanımlayan özellikler sembolik ifadelere dayalı verildiğinde öğrencilerin büyük bir çoğunluğu hiyerarşik ilişkiyi belirleyememişlerdir. Örneğin; paralelkenara ilişkin

verilen sembolik ifadelerde bir öğrenci (D_1) dışında tüm öğrenciler verilen özelliklerin dikdörtgen, kare ve eşkenar dörtgen için de geçerli olduğunu göz ardı etmişler, paralelkenarın kapsadığı dörtgenleri düşünmemişler, hiyerarşik ilişkiyi tam olarak belirtmemişlerdir. Bununla birlikte iki öğrencinin paralelkenar ailesi olarak dikdörtgen ve paralelkenarı, bir öğrencinin dikdörtgen, paralelkenar ve kareyi, bir öğrencinin ise paralelkenar ve eşkenar dörtgeni ifade ettiği belirlenmiştir. Bu sonuç öğrencilerin dörtgenlerin hiyerarşik ilişkilendirmesinde birtakım sıkıntılar yaşadıklarını işaret eden çalışmaların (Monaghan, 2000; Erez ve Yerushalmy, 2006; Akuysal, 2007; Ergün, 2010; Aktaş ve Aktaş, 2011) sonuçları ile örtüşmektedir. Dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkilerin öğrenciler tarafından bilinmesi ve özümsemesi, öğrencilerin karşılaştıkları sorularda farklı bir bakış açısıyla yorum yapabilmelerinde, geometrik akıl yürütme, düşünme ve problem çözme durumlarında oldukça önemlidir (Aktaş ve Aktaş, 2012a). Bu çalışmada da özel dörtgenlerin tanımları sözel olarak verildiğinde öğrencilerin dörtgenler arasında hiyerarşik ilişki kurmada daha başarılı oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Bunun nedeni öğrencilerin bu tanımlarla daha çok karşılaşması ve tanımları semantik açıdan daha iyi anlamaları olabilir. Sonuç olarak öğrenciler dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisini sembolik ifadelere dayalı olarak belirleyemezken sözel tanım şeklinde verilen ifadelerden belirleyebilmektedir. Bu durum Çakmak, Baş ve Bekdemir'in (2014) çalışmasıyla paralellik göstermektedir. Bu durumun nedeni öğrencilerin matematik dilinde yer alan sembollerini semantik açıdan anlamamasından ve sembolik dil kullanımında sözel dil kullanımına göre daha çok sıkıntı yaşamalarından kaynaklanabilir.

Araştırmadan elde edilen sonuçlar doğrultusunda sekizinci sınıf öğrencilerinin yaş grubu itibarıyla van Hiele geometrik düşünme düzeylerinden Düzey 2'nin özelliklerini göstermesi gerekirken matematik dili açısından genel olarak Düzey 0 ve Düzey 1'in nadir olarak ise Düzey 2'nin özelliklerini gösterdikleri belirlenmiştir. Bunun nedeni matematik derslerinde öğrencilerin kullanmaları gereken matematik diline geometrik düşünme düzeyleri doğrultusunda yeteri kadar odaklanılmaması olabilir. Bu durum Türnüklü ve Özcan'ın (2014) çalışmasındaki düşük geometrik düşünme düzeyindeki öğrencide matematik dilinin tam ve doğru olarak kullanılmadığı sonucuyla örtüşmektedir. Öğrencilerin dörtgenlere ilişkin tanımlama yaparken formal ve günlük dili bir arada kullandıkları ve doğru tanımları yapmada zorluklar yaşadıkları

bu nedenle de Düzey 0'ın özelliğini gösterdikleri tespit edilmiştir. Bu tespit tanımlamanın van Hiele düzeyleri içindeki yerini her bir düzey için belirten Jaime ve Gutiérrez'in (1994) bulgularıyla benzetmektedir. Çünkü Jaime ve Gutiérrez düzey artıkça tanımlamanın da değiştiği, sıfır düzeyinde düzgün olmayan tanımlama ile başlayarak üç düzeyinde kavramların düzgün tanımının yapılabildiği maksimum seviyesine ulaştığı bir süreç geçirildiğini belirtmektedir. Öğrenciler dörtgenlerin özellikleri semboller şeklinde verildiği zaman hiyerarşik ilişkiyi belirleyememişlerdir. Bu durum van Hiele'nin düzeyleri ile ilişkilendirilecek olunursa, öğrencilerin Düzey 0 ya da Düzey 1'in özelliklerini gösterdikleri söylenebilir. Öğrencilerden Ç₁'in "paralel değildir" sembolünü üreterek diğer öğrencilere göre daha üst düzeyde olduğu ve Düzey 2'nin özelliğini gösterdiği saptanmıştır. Bunun nedeni öğrencinin semantik açıdan sembolleri doğru olarak algılaması ve sembolleri diğer öğrencilere göre daha çok kullanması olabilir.

Araştırmadan elde edilen sonuç öğrencilerin, dörtgenlere ilişkin tanımlama yapabilmeleri ancak köşegen kavramını göz ardı ettikleri için dörtgenlerin özelliklerini eksik ifade etmeleridir. Öğrenciler, tanım ve özellik arasındaki ayrımı yapamamışlar, dörtgeni tanımlayan özellikler sembolik ifadeler aracılığıyla verildiğinde ilgili dörtgeni belirleyebilmiş ancak bu dörtgenin kapsadığı diğer dörtgenleri belirleyememişlerdir. Bu nedenle de sembolik ifadelere dayalı olarak dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkiyi düşünememişlerdir. Bununla birlikte dörtgenlere ilişkin verilen sözel tanımlara dayalı olarak öğrencilerin dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkiyi düşünebildikleri, sözel ifadeleri sembolik ifadelere göre semantik açıdan daha iyi algıladıkları belirlenmiştir. Matematik dilinin kullanımını açısından ise öğrencilerin yaş grubu itibarıyla van Hiele geometrik düşünme düzeyinden Düzey 2'nin özelliklerini göstermeleri gerekirken Düzey 0 ve Düzey 1'in özelliklerini gösterdikleri de ulaşılan bir diğer sonuçtur.

4.3. ÖNERİLER

Araştırma sonuçlarına dayalı olarak geliştirilen öneriler “Uygulamaya Yönelik Öneriler” ve “Yapılacak Araştırmalara Yönelik Öneriler” olmak üzere iki başlık altında toplanmıştır.

Uygulamaya Yönelik Öneriler

- Öğretmenlere, öğretmen adaylarına ve öğrencilere matematiğin bir dili olduğu, bu dilin anlaşılması ve doğru kullanılmasının öğrenilecek ve öğretilecek olan konuların anlaşılmasını kolaylaştıracağı ifade edilmelidir. Bu konuda öğretmenlere hizmetiçi eğitim verilebilir. Ayrıca Eğitim Fakültelerinde matematik dili dersi yaygınlaştırılabilir. Dolayısıyla Eğitim Fakültelerinin Matematik Öğretmenliği Programlarında matematik dilini geliştirmeye yönelik seçmeli derslerin açılması önerilmektedir.
- Öğretmenler, dörtgenleri tanımlarken, dörtgenlerin özelliklerini ifade ederken ve tanım ve özellik arasındaki ayrımı yaparken doğru terminoloji ve dili kullanmalı, öğrencilerinde bu duruma özen göstermesini sağlamalıdır. Bunu sağlamak için öğretmenler dörtgenlere yönelik okuma, yazma, konuşma ve dinleme süreçlerini bir arada içeren etkinliklere yer verebilir.
- Öğrencilerin köşegen kavramına yönelik semantik algısını artırmak için bu kavrama yönelik küçük sınıflardan itibaren matematik öğretim programına kazanımlar eklenmelidir. Ayrıca öğretmenler bu kavrama yönelik etkinlikler düzenlemelidir. Bu etkinlikler hangi şekillerin köşegene sahip olduğunu bulmaya, özel dörtgenlerde çizilen köşegenlerin özelliklerini öğrencilerin kendilerinin belirlemesine yönelik olabilir.
- Öğretmenler, kavram gelişiminde önce ana dilin en son sembolik dilin geliştiğini göz önünde bulundurarak matematiksel sembollerin öğretimine dikkat çekmeli ve öğrencilere sembollerin okunuşları, doğru kullanım yerleri ve anlamları ile birlikte vermelidir.
- Öğretmenlerin matematik derslerinde matematik dili kullanım düzeylerinin öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeylerine uygun olması bir gerekliliktir. Bu nedenle öğretmenlere van Hiele geometrik düşünme

düzeylelerinde geometrik dilin önemi belirtilmeli, hizmetiçi eğitimler ile örnek diyaloglar üzerinde tartışılmalıdır.

Araştırmacılara Öneriler

- Matematik dilinin doğru kullanımı geometride çok önemlidir. Ancak matematik dili üzerine yapılan çalışmalara bakıldığında geometri ile ilgili bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu araştırma bu hususta bir ilk olacaktır. Bu nedenle geometri ile ilgili araştırmaların artırılması önerilmektedir. Öğretmenlerle akademisyenler arasında işbirliği yapılarak öğrencilerin geometride kullandıkları matematik diline yönelik araştırmalar desenlenebilir.
- Dörtgenler bağlamında matematik dili kullanımına odaklanan araştırma geometrideki farklı konular üzerine de geliştirilebilir. Öğrencilerin tanım ve özellik arasındaki ayrımı yapamamalarının altında yatan sebepler araştırılabilir.
- Araştırmada öğrenciler sözel ifadeleri sembolik ifadelere göre daha iyi algılamışlardır. Bu durumun sebeplerini belirlemeye yönelik farklı araştırmalar yapılabilir.
- Sekizinci sınıf öğrencilerinin dörtgenler bağlamında matematik dili kullanımlarına odaklanan bu araştırma, farklı sınıf düzeylerinde desenlenebilir.
- Araştırmada dil bileşenlerinden sentaks ve semantik bileşenlerine odaklanılmıştır. Matematik dilinin gelişimini sağlamak için dilin diğer bileşenlerini (pragmatik, fonoloji ve morfoloji) destekleyecek özellikle de sınıf içi gözlem yapılarak pragmatik (kullanım bilgisi) bileşenine yönelik yeni araştırmalar tasarlanabilir. Böylece öğrencilerin matematik diline ilişkin bilgileri daha derinlemesine incelenmiş olur.
- Öğretmenlerin ve öğrencilerin matematik dili gelişimini desteklemek amacıyla, Türkçe kaynak sıkıntısı göz önüne alınarak, matematik dilini temel alan etkinlikleri içeren kaynak kitap, iyi uygulama örneklerinin yer aldığı bir web sitesi ve çeşitli materyaller hazırlanabilir.

EKLER

Ek 1. Eskişehir Milli Eğitim Müdürlüğü'nden Alınan İzin Belgesi

Ek 2. Dörtgenlere İlişkin Kazanım Tablosu

Ek 3. Görüşme Soruları

Ek 4. Veli Bilgilendirme ve İzin Belgesi

Ek 1. Eskişehir Milli Eğitim Müdürlüğü'nden Alınan İzin Belgesi



T.C.
ESKİŞEHİR VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü



Sayı : 42815220/005.01/2346026 / 277
Konu: Araştırma İzin Talebi

09/06/2014

ANADOLU ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE
(Genel Sekreterlik)

İlgili : a) 28.05.2014 tarih ve 273 - 6089 sayılı yazınız.
b) 08.06.2014 tarih ve 2322537 sayılı Valilik Oluru.

Üniversitemiz Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Matematik doktora programı öğrencisi Demet KULA'nın, 2014 - 2015 eğitim öğretim yılında, Müdürlüğümüz bağlı ek listede adı geçen okullarda öğrenim gören 8. Sınıf öğrencilerine yönelik tez çalışması yapabilmeye ait ilgi (b) Valilik Oluru ile müdürlüğümüzce tasdik edilen tez çalışmalarının bir örneği yazınız ekinde gönderilmiştir.

Bilgilerinize arz ederim.

11.06.2014

Necmi ÜZEN

İl Millî Eğitim Müdürü

Demet Kula
11.06.2014
2014

Eğit. Bil. Enst. Md.
T. İ. Md.

EKLER:
1: Valilik Oluru (1 sayfa)
2: Anket Çalışması ve Ekleri (5 sayfa)
3: Okul Listesi (1 sayfa)

Anadolu Üniversitesi Rektörlüğü
Evrak Kayıt Servisi

K. TARİHİ: 11 Hazir 2014
K. NOBİLİ: 5678

Aşağıda Anadolularda
0978 Sayılı Yasa ile
okullarda okuyan
öğrencilerin
14 Hazir 2014

Necmi ÜZEN
Müdür

Bu belge, 2009 sayılı Elektronik İzin Kanunu'nun 5. maddesi gereğince görevli elektronik imzalı ile imzalanmıştır.
İzlenmek için: http://www.meb.gov.tr adresindeki 7052-015-3961-9756-9461 kodu ile yapılabilir.


Başlıca: Mh. Atalık Bld. No:147 ESKİŞEHİR
Elektronik Ad: http://eskisehir.meb.gov.tr
E-posta: Anadolularda@eskisehir.gov.tr

Araştırma İzin Belgesi
Tel: 0318 222 234 72 00
Faks: 0318 222 234 72 22

Ek 1 devam. Eskişehir Milli Eğitim Müdürlüğü'nden Alınan İzin Belgesi



T.C.
ESKİŞEHİR VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü



Sayı : 42815220/605.01/2322537
Konu: Araştırma İzin Talebi.

08/06/2014

VALİLİK MAKAMINA

İlgi :Anadolu Üniversitesi Rektörlüğü'nün 28.05.2014 tarih ve 573 - 6089 sayılı yazısı.

Anadolu Üniversitesi Rektörlüğü'nden alınan ilgi yazı ile Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Doktora programı öğrencisi Demet KULA'nın, "Ortaokul Öğrencilerinin Dörtgenleri Tanımlamada ve İlişkilendirmede Kullandıkları Matematik dilî Becerileri" başlıklı tez çalışması yapmak için, 2014 - 2015 Eğitim Öğretim yılında, Müdürlüğümüze bağlı ek listede adı geçen ortaokullarda öğrenim gören 8. sınıf öğrencilere yönelik anket uygulaması yapmak için izin talebinde bulunulmuş olup, Anadolu Üniversitesince de kabul edilen tez çalışması "Sosyal Etkinlik İzinleri Değerlendirme Komisyonu" tarafından da konu incelenmiş ve söz konusu çalışmasını, okul ismi ve kişi adı soyadı belirtilmemek kaydıyla uygulanmasında sakınca görülmediği tespit edilmiştir.

Anadolu Üniversitesi Rektörlüğü, Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Doktora programı öğrencisi Demet KULA'nın, Müdürlüğümüz tarafından da tasdik edilen tez çalışmasını, 2014 - 2015 Eğitim Öğretim yılında, Müdürlüğümüze bağlı ek listede adı geçen ortaokullarda öğrenim gören 8. sınıf öğrencilere, okul müdürleri' nin uygun göreceği saatlerde gerçekleştirmesi uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde takdirlerinize arz ederim.

Mehmet ŞENKUL
Şube Müdürü

OLUR.
...../06/2014

Necmi ÖZEN
Vali a.
İl Milli Eğitim Müdürü

Bu belge, 5670 sayılı Elektronik İmza Kanununun 5 inci maddesi gereğince güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.
Büyükdere Mh. Atatürk Bld. No:247 ESKİŞEHİR
Elektronik Aç: <http://eskişehir.meb.gov.tr>

Ayrıntılı bilgi için: SERDİL
Tel : (0 222) 239 72 00
Faks : (0 222) 239 39 22

Ek 2. Dörtgenlere İlişkin Kazanım Tablosu

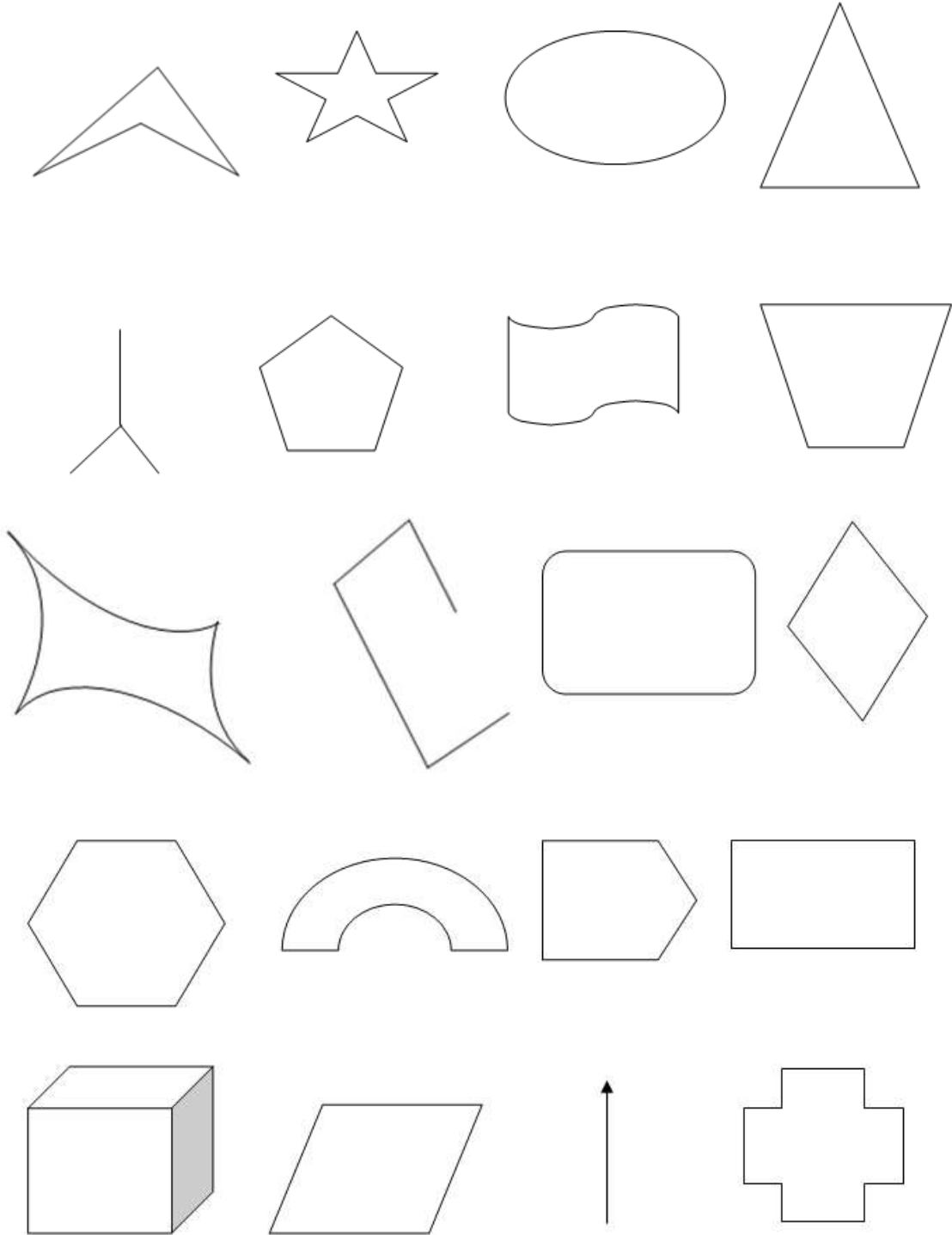
Tablo 26. Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programında Dörtgenlere İlişkin Yer Alan Kazanımlar

Sınıf Düzeyi	Öğrenme Alanı	Alt Öğrenme Alanı	İlgili Kazanım
5.sınıf	Geometri ve Ölçme	Üçgen ve Dörtgenler Alan Ölçme Geometrik Cisimler	Dikdörtgen, paralelkenar, eşkenar dörtgen ve yamuğun temel özelliklerini anlar. Dikdörtgen, paralelkenar, eşkenar dörtgen ve yamuğu kareli veya noktalı kâğıt üzerinde çizer; oluşturulanların hangi şekil olduğunu belirler. Bu sınıftaki diğer kazanımlar dörtgenlerin alanları ve geometrik cisimler üzerinedir.
6.sınıf	Geometri ve Ölçme	Alan Ölçme Geometrik Cisimler ve Hacim Ölçme	Bu sınıftaki kazanımlar dörtgenlerin alanları ve geometrik cisimlerin hacim bağıntıları üzerinedir.
7.sınıf	Geometri ve Ölçme	Çokgenler	Dikdörtgen, paralelkenar, yamuk ve eşkenar dörtgeni tanır; açı özelliklerini belirler. Bu sınıftaki diğer kazanımlar dörtgenlerin alanları üzerinedir.
8.sınıf	Geometri ve Ölçme	Geometrik Cisimler Geometrik Cisimlerin Yüzey Alanları Geometrik Cisimlerin Hacimleri	Bu sınıftaki kazanımlar geometrik cisimler, geometrik cisimlerin yüzey alanları ve hacimleri üzerinedir.

Ek 3. Görüşme Soruları

TANIMLAMA

1) Aşağıdaki şekillerden hangileri dörtgendir? Dörtgen olduğunu düşündüğünüz şekillere "X" işareti koyunuz. Neden?



Ek 3 devam. Görüşme Soruları

2) Dörtgen ne demektir? Emin misin?

3) Dörtgen deyince aklına hangi şekiller gelir? Neden? Emin misin?

4) Genel anlamda dörtgenin özellikleri nelerdir? Emin misin?

Ek 3 devam. Görüşme Soruları

ÖZELLİKTEN ŞEKLE TANIMAYA VE TANIMLAMAYA

5) $[AB] \parallel [DC]$

$$m(\hat{A}) + m(\hat{D}) = 180^\circ$$

$$m(\hat{B}) + m(\hat{C}) = 180^\circ$$

$$|AB| \neq |BC| \neq |CD| \neq |DA|$$

özelliklerine sahip bir dörtgen çizer misin? Emin misin?

a) Bu dörtgenin adı nedir? Neden? Emin misin?

b) Söylediğin dörtgeni tanımlar mısın? Emin misin?

c) Söylediğin dörtgenin özelliklerini söyler misin? Emin misin?

Ek 3 devam. Görüşme Soruları**6) [AB] // [DC]**

[AD] // [BC]

$$m(\hat{A}) + m(\hat{D}) = 180^\circ$$

$$m(\hat{B}) + m(\hat{C}) = 180^\circ$$

$$m(\hat{B}) = m(\hat{D})$$

$$m(\hat{A}) = m(\hat{C})$$

$$|AB| = |CD|, \quad |BC| = |DA|$$

özelliklerine sahip bir dörtgen çizer misin? Emin misin?

a) Bu dörtgenin adı nedir? Neden? Emin misin?

b) Söylediğin dörtgeni tanımlar mısın? Emin misin?

c) Söylediğin dörtgenin özelliklerini söyler misin? Emin misin?

Ek 3 devam. Görüşme Soruları

7) [KL] // [NM]

[KN] // [LM]

[KN] \perp [NM]

$$m(\hat{K}) + m(\hat{N}) = 180^\circ$$

$$m(\hat{L}) + m(\hat{M}) = 180^\circ$$

$$m(\hat{K}) = m(\hat{L}) = m(\hat{M}) = m(\hat{N})$$

$$|KL| = |NM|, \quad |KN| = |LM|$$

özelliklerine sahip bir dörtgen çizer misin? Emin misin?

a) Bu dörtgenin adı nedir? Neden? Emin misin?

b) Söylediğin dörtgeni tanımlar mısın? Emin misin?

c) Söylediğin dörtgenin özelliklerini söyler misin? Emin misin?

Ek 3 devam. Görüşme Soruları**8) [KA] // [SR]**

[KS] // [AR]

$$m(\hat{K}) + m(\hat{A}) = 180^\circ$$

$$m(\hat{S}) + m(\hat{R}) = 180^\circ$$

$$m(\hat{K}) = m(\hat{R})$$

$$m(\hat{A}) = m(\hat{S})$$

$$|KA| = |AR| = |RS| = |SK|$$

özelliklerine sahip bir dörtgen çizer misin? Emin misin?

a) Bu dörtgenin adı nedir? Neden? Emin misin?

b) Söylediğin dörtgeni tanımlar mısın? Emin misin?

c) Söylediğin dörtgenin özelliklerini söyler misin? Emin misin?

Ek 3 devam. Görüşme Soruları

9) [AY] // [EŞ]

[AE] // [YŞ]

[AE] \perp [EŞ]

$$m(\widehat{EAY}) = m(\widehat{AYS}) = m(\widehat{YSE}) = m(\widehat{SEA})$$

$$|AY| = |YS| = |SE| = |EA|$$

özelliklerine sahip bir dörtgen çizer misin? Emin misin?

a) Bu dörtgenin adı nedir? Neden? Emin misin?

b) Söylediğin dörtgeni tanımlar mısın? Emin misin?

c) Söylediğin dörtgenin özelliklerini söyler misin? Emin misin?

Ek 3 devam. Görüşme Soruları

TANIMDAN ŞEKLE

10) Aşağıdaki tanımlar doğrultusunda uygun şekli çiziniz. Çizdiğiniz şekli adlandırınız.

<p>a)En az bir çift karşılıklı kenarı paralel olan dörtgendir.</p>	
<p>b)İki çift karşılıklı kenarı paralel olan dörtgendir.</p>	
<p>c)Üç açısının ölçüsü 90° olan dörtgendir.</p>	
<p>d) Bütün kenarlarının uzunluğu eşit olan dörtgendir.</p>	
<p>e) Bütün kenarlarının uzunluğu eşit olan ve bir açısının ölçüsü 90° olan dörtgendir.</p>	

Ek 4. Veli Bilgilendirme ve İzin Belgesi

Veli Bilgilendirme

Sayın Veli,

Öncelikle yapacağım bu çalışmada bana ayırdığınız zaman için teşekkür ederim. Bu araştırma Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Programı'nda yürütmekte olduğum yüksek lisans tezimin çalışmasıdır. Araştırmada ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin dörtgenler bağlamında matematik dili kullanımlarına sentaks ve semantik bileşenleri açısından bakılması amaçlanmaktadır.

Velisi bulunduğunuz öğrencinin araştırmama gönüllü olarak katılması ve araştırmada dile getireceği görüşler çalışma için oldukça önemlidir. Görüşme sırasında ortaya çıkabilecek olası kesintileri önleyebilmek ve araştırmamın geçerlik ve güvenilirliğini sağlamak amacıyla görüşmeleri video kamera ile kaydetmek istiyorum. Kayda alınacak bu görüşme, yalnızca araştırmayı analiz etme ve raporlaştırma aşamasında kullanılacaktır. Video kayıtları, araştırma kapsamı dışında hiçbir kişiyle ya da kurumla kesinlikle paylaşılmayacak olup öğrencinizin ya da sizin isteğiniz doğrultusunda veriler yazıldıktan sonra silinebilecek ya da size teslim edilecektir. Ayrıca izniniz olmadığı takdirde, öğrencinizin ismi bu araştırmada kullanılmayacak, yerine takma bir isim kullanılabilir.

Bu sözleşmeyi okuyup, bu araştırmaya velisi bulunduğunuz öğrencinin gönüllü olarak katıldığına ve araştırma kapsamında benim size verdiğim güvenceye ilişkin olarak aşağıdaki izin belgesini doldurup imzalamanızı rica ediyorum. Bu sözleşmeyi okuyarak imzaladığınız için teşekkür ederim.

Demet KULA YEŞİL

Anadolu Üniversitesi Eğitim Fakültesi
İlköğretim Bölümü Matematik Eğitimi

ABD

Ek 4 devam. Veli Bilgilendirme ve İzin Belgesi**İzin Belgesi**

Yukarıda açıklanan araştırma kapsamında velisi olduğum
..... 'in araştırmanın gereklilikleri doğrultusunda etkinliklere
katılmasına izin veriyorum.

Ayrıca araştırma kapsamında gerçekleştirilecek uygulamaların ve derslerin video
kamera ile kayıt altına alınmasında sakınca yoktur.

Demet KULA YEŞİL

Matematik Öğretmeni

KAYNAKÇA

- Adams, T. L. (2003). Reading mathematics: More than words can say. *The Reading Teacher*, 56(8), 786-795.
- Akuysal, N. (2007). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin 7. sınıf ünitelerindeki geometrik kavramlardaki yanlışları*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Selçuk Üniversitesi, Konya.
- Aktaş, M.C. ve Aktaş, D.Y. (2011). *8. Sınıf Öğrencilerinin Dörtgenleri Köşegen Özelliklerinden Yararlanarak Tanıma Sürecinin İncelenmesi* [Bildiri]. 10. Matematik Sempozyumu, Işık Üniversitesi, İstanbul.
- Aktaş, M. ve Aktaş, D.Y. (2012a). İlköğretim 7. sınıf matematik öğretim programı, ders ve öğrenci çalışma kitaplarında dörtgenler arasındaki ilişkilerin anlatımının incelenmesi. *e-Journal of New World Sciences Academy*, 7(2), 848-858.
- Aktaş, M. ve Aktaş, D.Y. (2012b). Öğrencilerin dörtgenleri anlamaları: Paralelkenar örneği. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, 1(2), 319-329.
- Altun, M. (2014). *Ortaokullarda (5, 6, 7 ve 8. sınıflarda) matematik öğretimi*. (10.Baskı). Bursa: Aktüel Yayınları.
- Altun, M., Aydın, N., Akkaya, R. ve Uzel, D. (2012). *PISA perspektifinden ilköğretim 8. Sınıf öğrencilerinin matematik başarı düzeyinin tahlili*. 29 Aralık 2015 tarihinde <http://doktora2012.files.wordpress.com/2012/10/zpisa-kuyeb.doc> adresinden erişilmiştir.
- Aydın, A. (2011). Fen bilgisi öğretmenliği öğrencilerinin bazı matematik kavramlarına yönelik hatalarının ve bilgi eksiklerinin tespit edilmesi. *Balikesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 13(1), 78-87.
- Aydın, A., Sarier, Y. ve Uysal, Ş. (2012). Sosyoekonomik ve sosyokültürel değişkenler açısından PISA matematik sonuçlarının karşılaştırılması. *Eğitim ve Bilim Dergisi*, 37(164), 20-30.
- Aydın, S. ve Yeşilyurt, M. (2007). Matematik öğretiminde kullanılan dile ilişkin öğrenci görüşleri. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi*, 6(22), 90-100.
- Avusturalya NSW Eyaleti Eğitim Bakanlığı. (t.y.). *Matematik ve dil (Özeti)*. 04.04.2014 tarihinde <http://www.beyaznokta.org.tr/cms/images/derlemeler%20MATEMATIK%20VE%20DIL.pdf> adresinden erişilmiştir.
- Bali, G. Ç. (2002). Matematik öğretiminde dil. *Retrieved March, 10, 2005*.

- Bali, Ç. G. (2003). Matematik öğretmen adaylarının matematik öğretiminde dile ilişkin görüşleri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25(25), 19- 25.
- Baş, B. ve Yıldız, F. İ. (2015). 2. Sınıf Türkçe ders kitabındaki metinlerin okunabilirlik açısından incelenmesi. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11(1), 52-61.
- Baykul, Y. (2009). *İlköğretimde matematik öğretimi 6-8. sınıflar* (2.Baskı). Ankara: Pegem Akademi Yayınları.
- Bogdan, R. C. ve Biklen, S. K. (1998). *Qualitative research for education: An introduction theory and methods* (3. Baskı). Boston: Allyn and Bacon.
- Chomsky, N. (1975). *Syntactic structures*. The Hague: Mouton.
- Chomsky, N. (1976). *Aspects of the theory of syntax*. Cambridge: The MIT Press.
- Clements, D. H. ve Sarama, J. (2014). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. New York: Routledge.
- Clement, J. (2000). Analysis of clinical interviews: Foundations and model viability. A.E. Kelly ve R.A. Lesh (Eds.). *Handbook of research design in mathematics and science education* (s. 547-589). London: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Cirillo, M., Bruna, K. R. ve Eisenmann, B. H. (2010). Acquisition of mathematical language: Suggestions and activities for English language learners. *Multicultural Perspectives*, 12(1), 34-41.
- Creswell, J. W. (1998). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five traditions*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications
- Crowley, M. (1987). The van Hiele model of the development of geometric thought. M.M. Lindquist ve A.P. Shulte (Eds.). *Learning and teaching geometry, K-12, National Council Of Teachers of Mathematics*. (s. 1-16). Reston Va.: National Council of Teachers of Mathematics.
- Çakıroğlu, E. (2013). Matematik kavramlarının tanımlanması. İ. Zembat, M.F. Özmantar, E. Bingölbali, H. Şandır ve A. Delice (Eds.). *Tanımları ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar* (1. Baskı). (s. 2-12). Ankara: Pegem Akademi Yayınları.

- Çakmak, D. ve Güler, H. K. (2014). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının geometrik düşünme düzeylerinin belirlenmesi. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 12(1), 1-16
- Çakmak, Z., Baş, F. ve Bekdemir, M. (2014). İlköğretim matematik öğretmenliği öğrencilerinin örüntüler konusundaki matematiksel dil becerileri. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 16(1), 204-223.
- Çaycı, B. ve Demir, M. K. (2006). Okuma ve anlama sorunu olan öğrenciler üzerine karşılaştırmalı bir çalışma. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 4(4), 437-456.
- Çelen, F. K., Çelik, A. ve Seferoğlu, S. S. (2011). Türk eğitim sistemi ve PISA sonuçları. *XIII. Akademik Bilişim Konferansı*, 2-4.
- Çelik, H. ve Ekşi, H. (2008). Söylem analizi. *Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 27, 99-117.
- Dağabakan, F. Ö. ve Dağabakan, D. (2007). *Dil ve çocukta dil gelişim kuramları*. 24.10.2015 tarihinde <http://www.anaokullu.com/aa-belge/okul-oncesi-makale-dil-gelisimi.pdf> adresinden erişilmiştir.
- Dahlberg, R. P. ve Housman, D. L. (1997). Facilitating learning events through example generation. *Educational Studies in Mathematics*, 33(3), 283-299.
- Dedeoğlu, N. Ç. ve Gökçe, Z. (2013). *Ortaokul matematik terimlerinin semantik açıdan incelenmesi*. 12. Matematik Sempozyumu, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Delil, A. ve Güleş, S. (2007). Yeni ilköğretim 6. sınıf matematik programındaki geometri ve ölçme öğrenme alanlarının yapılandırmacı öğrenme yaklaşımı açısından değerlendirilmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 20(1), 35-48.
- De Villiers, M. (1994). The role and function of a hierarchical classification of quadrilaterals. *For the Learning of Mathematics*, 14, 11-18.
- Ding, L. ve Jones, K. (2007). Using the van Hiele theory to analyse the teaching of geometrical proof at grade 8 in Shanghai, China. *European Research in Mathematics Education V*, 612-621.
- Doğan, A., Özkan, K., Çakır, N.K., Baysal, D. ve Gün, P. (2012). İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin yamuk kavramına ait yanılgıları ve bu yanılgıların sınıf seviyelerine göre değişimi. *Uşak Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 5(1), 104-116.

- Doğan, M. ve Güner, P. (2012). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematik dilini anlama ve kullanma becerilerinin incelenmesi. *Niğde Üniversitesi X. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi: 27-30 Haziran 2012 - Niğde: Bildiriler* (s. 380). Ankara: Pegem Akademi.
- Doğan, M. (2013). Nokta, doğru, doğru parçası, ışın, düzlem ve uzay kavramları. İ. Zembat, M.F. Özmantar, E. Bingölbali, H. Şandır ve A. Delice (Eds.). *Tanımları ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar* (s. 197-220). Ankara: Pegem Akademi Yayınları.
- Doruk, B.K. (2012). Değerler eğitimi için kullanışlı bir araç olarak matematiksel modelleme etkinlikleri. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 12(2), 1653-1672.
- Driscoll, M. (1999). *Fostering algebraic thinking: A guide for teachers grades 6-10*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Duatepe-Paksu, A. (2000). *An investigation on the relationship between van Hiele geometric level of thinking and demographic variables for preservice elementary school teachers*. Yayınlanmamış doktora tezi. Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Duatepe-Paksu, A. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının geometric yapılara ilişkin çizim becerilerinin incelenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 21(3), 827-840.
- Duatepe-Paksu, A., İymen, E. ve Pakmak, G. S. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının dörtgenlerin köşegenleri konusundaki kavram görüntüleri. *Eğitim ve Bilim*, 38(167), 162-178.
- Dur, Z. (2010). *Öğrencilerin matematiksel dili hikâye yazma yoluyla iletişimde kullanabilme becerilerinin farklı değişkenlere göre incelenmesi*. Yayınlanmamış doktora tezi. Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Durkin, K. ve Shire, B. (1991). *Language in mathematical education: Research and practice*. Buckingham: Open University Press.
- Duru, A. ve İşleyen, T. (2005). Matematik ve sanat. *Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11, 479-491.
- Duru, A. ve Korkmaz, H. (2010). Öğretmenlerin yeni matematik programı hakkındaki görüşleri ve program değişim sürecinde karşılaşılan zorluklar. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 38(38), 67-81.

- Dündar, S. (2015). Matematik öğretmeni adaylarının eğitim kavramına ilişkin bilgileri. *Eğitimde Kuram ve Uygulama*, 11(2), 673-693.
- Easdown, D. (2006). *Teaching mathematics: The gulf between semantics (meaning) and syntax (form)* [Bildiri]. Proceedings of the 3rd International Conference on the Teaching of Mathematics at the Undergraduate Level, İstanbul.
- Edwards, B. ve Ward, M. (2008). The role of mathematical definitions in mathematics and in undergraduate mathematics courses. In M. Carlson ve C. Rasmussen (Eds.). *Making the connection: Research and teaching in undergraduate mathematics*. (s. 221-230). Washington, DC: Mathematical Association of America.
- Eraslan, A. (2009). Finlandiya'nın PISA'daki başarısının nedenleri: Türkiye için alınacak dersler. *Necatibey Eğitim Fakültesi elektronik Dergisi Fen ve Matematik Eğitim Dergisi (EFMED)*, 3(2), 238-248.
- Erez, M. ve Yerushalmy, M. (2006). "If you can turn a rectangle into a square, you can turn a square into a rectangle..." Young Students Experience the Dragging Tool. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 11(3), 271-299.
- Ergün, S. (2010). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin çokgenleri algılama, tanımlama ve sınıflama biçimleri*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Ersoy, A. (2013). Türk öğretmen adaylarının kültürlerarası deneyimlerinde karşılaştıkları sorunlar: Erasmus değişim programı örneği. *Eğitim ve Bilim*, 38(168), 154-166.
- Erşen, Z.B. ve Karakuş, F. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının dörtgenlere yönelik kavram imajlarının değerlendirilmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 4(2), 124-146.
- Eysseric, P. (2004). Mathématiques et langage: quelques pistes de travail. Cinquièmes rencontres de didactique des mathématiques à l'école (14 Janvier 2004). France: AIX en Provence, 3-14
- Fidan, Y. ve Türnüklü, E. (2010). İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerinin bazı değişkenler açısından incelenmesi1. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 27(27), 185-197.

- Fujita, T. ve Jones, K. (2007). Learners' understanding of the definitions and hierarchical classification of quadrilaterals: Towards a theoretical framing. *Research in Mathematics Education*, 9 (1-2), 3-20.
- Ginsburg, H.P. (1981). The clinical interview in psychological research on mathematical thinking: Aims, rationales, techniques. *For The Learning of Mathematics*, 1(3), 4-11.
- Goethe, J., Stopp, E. ve Hutchinson, P. (1998). *Maxims and reflections*. London: Penguin.
- Gökbulut, Y. ve Ubuz, B. (2013). Prospective primary teachers' knowledge on prism: Generating definitions and examples. *Elementary Education Online*, 12(2), 401-412.
- Goldin, G. A. (2000). A scientific perspective on structured, task-based interviews in mathematics education research. A.E. Kelly ve R.A. Lesh (Eds.). *Handbook of research design in mathematics and science education* (s. 517-545). London: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Graumann, G. (2005). Investigating and ordering quadrilaterals and their analogies in space-problem fields with various aspects, *ZDM*, 37 (3), 190-198.
- Gray, V. (2004). *The language of mathematics: A functional definition and the development of an instrument of measure teacher perceived self-efficacy*. Doktora tezi. Oregon State Üniversitesi, Corvallis, Oregon.
- Grünberg, T. (1970). Anlam kavramı üzerine bir deneme. *İstanbul Üniversitesi Felsefe Arkivi Dergisi*, (15), 117-163.
- Gutierrez, A., Pegg, J. ve Lawrie, C. (2004). Characterization of students' reasoning and proof abilities in 3-Dimensional Geometry. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 511-518.
- Hacısalıhoğlu Karadeniz, M. H., Baran, T., Bozkuş, F. & Gündüz, N. (2015). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının yansıma simetrisi ile ilgili yaşadıkları zorluklar. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 6(1), 117-138.
- Hasan, A. (2009). Mustafa Kutlu'nun "eşik" adlı hikâyesini yeniden okumak. *International Periodical For The Languages, Literature and History of Turkish or Turkic*, 4(8), 322-339.

- Hasegawa, J. (1997). Concept formation of triangles and quadrilaterals in the second grade. *Educational Studies in Mathematics*, 32(2), 157-179.
- Harel, D. ve Rumpe, B. (2000). Modeling languages: Syntax, semantics and all that stuff part 1: The basic stuff. 24.11.2015 tarihinde <http://www4.in.tum.de/publ/papers/HR00.pdf> adresinden erişilmiştir.
- Hatisaru, V. (2013). İlköğretim öğrencilerinin matematik dersi dinleme temelli test performansları ile okuma temelli test performanslarının karşılaştırılması. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 21(2013), 107-119.
- Hunting, R. P. (1997). Clinical interview methods in mathematics education research and practice. *Journal of Mathematical Behavior*, 16(2), 145-165.
- Isoda, M. (1996). The development of language about function: An application of van Hiele's levels. *Document resume*, 112.
- Jaime, A. ve Gutiérrez, A. (1994). A model of test design to assess the van Hiele levels. J. P. Da Ponte ve J.F. Matos (Eds.). *Proceedings of the 18th International Conference of the International Group for Psychology of Mathematics Education* (s. 41-48). Lisboa: Portugal.
- Jamison, R.E. (2000). Learning the language of mathematics. *Language and Learning Across the Disciplines*, 4(1), 45-54.
- Kabael, T. ve Özdaş, A. (2007). Mathematics language skills of second year analysis students. *Proceedings of the Ninth International Conference - The Mathematics Education into the 21st Century Project: 7 Temmuz 2007 – North Carolina, USA: Bildiriler* (s. 338-341). North Carolina, USA: The Mathematics Education into the 21st Century Project.
- Kabael, T. (2012). Graduate student middle school mathematics teachers' communication abilities in the language of mathematics. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 55(2012), 809-815.
- Karadağ, E. (2009). Eğitim bilimleri alanında yapılmış doktora tezlerinin tematik açıdan incelemesi. *Journal of Kirsehir Education Faculty*, 10(3), 75-87.
- Karadeniz, M. H., Baran, T., Bozkuş, F. ve Gündüz, N. (2015). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının yansıma simetrisi ile ilgili yaşadıkları zorluklar1. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 6(1), 117-138.

- Karataş, İ. ve Güven, B. (2003). Problem çözme davranışlarının değerlendirilmesinde kullanılan yöntemler: Klinik mülakatın potansiyeli. *İlköğretim Online*, 2(2), 10-18.
- Keşan, C., Kaya, D. ve Yetişir, Ş. (2008). A research on the impact of the students success resulting from the coordination of Turkish- mathematics lessons. *Bilim, Eğitim ve Düşünce Dergisi*, 8(2). 20.03.2015 tarihinde [http://www.beyaznokta.org.tr/paylasilan_belgeler.php?q=matematik ve dil](http://www.beyaznokta.org.tr/paylasilan_belgeler.php?q=matematik+ve+dil) adresinden erişilmiştir.
- Kondratieva, M. F. ve Radu, O. G. (2009). Fostering connections between the verbal, algebraic, and geometric representations of basic planar curves for student's success in the study of mathematics. *Bharath Sriraman, The University of Montana*, 6(1-2), 213-238.
- Korhonen, J., Linnanmäki, K. ve Aunio, P. (2011). Language and mathematical performance: A comparison of lower secondary school students with different level of mathematical skills. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 1-12.
- Kuzniak, A. ve Rauscher, J. C. (2005). On the geometrical thinking of pre-service school teachers. *Research on Geometrical Thinking*, 738-747.
- Küçük, A. ve Demir, B. (2009). İlköğretim 6-8. sınıflarda matematik öğretiminde karşılaşılan bazı kavram yanlışları üzerine bir çalışma. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 13(2009), 97-112.
- Kvale, S. (1996). *Interviews: An introduction to qualitative research interviewing*. California: Sage Pub.
- Lansdell, J. M. (1999). Introducing young children to mathematical concepts: Problems with new terminology. *Educational Studies*, 25(3), 327-333.
- LeDuc, J. W. (1971). *A measure of ability to read concise mathematics language*. Doctoral dissertation. University of Illinois, Urbana, Champaign.
- Miles M. ve Huberman, M. (1994). *An expanded sourcebook qualitative data analysis*. Second Edition. California: Sage Publications.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2003). *İlköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim programı ve kılavuzu*. Ankara: TTK Başkanlığı.

- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2004). *İlköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim programı ve kılavuzu*. Ankara: TTK Başkanlığı.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2005). *İlköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim programı*. Ankara: Milli Eğitim Basımevi.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2009). *İlköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim programı*. Ankara: Milli Eğitim Basımevi.
- Monaghan, F. (2000). What difference does it make? Children's views of the differences between some quadrilaterals. *Educational Studies in Mathematics*, 42(2), 179-196.
- Morris, C. W. (1964). *Foundations of the theory of signs*. Toronto: The University of Toronto Press.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Okazaki, M. ve Fujita, T. (2007). Prototype phenomena and common cognitive paths in the understanding of the inclusion relations between quadrilaterals in Japan and Scotland. *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 41-48.
- OECD (2010), *PISA 2009 Results: What Students Know and Can Do: Student Performance in Reading, Mathematics and Science (Volume I)*, OECD, Paris.
- Okumuş, S. (2011). *Dinamik geometri ortamlarının 7. Sınıf öğrencilerinin dörtgenleri tanımlama ve sınıflandırma becerilerine etkilerinin incelenmesi*. Yüksek Lisans tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Orton, A. ve Frobisher, L. (2005). *Insights into teaching mathematics* [Elektronik Sürüm]. London: Continuum.
- Österholm, M. (2006). Characterizing reading comprehension of mathematical texts. *Educational Studies in Mathematics*, 63(3), 325-346.
- Özçelik, D. A. (1998). *Eğitim programları ve öğretim: Genel öğretim yöntemi*. Ankara: ÖSYM Eğitim Yayını.
- Özgen, K. ve Kutluca, T. (2013). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematik okuryazarlığına yönelik görüşlerinin incelenmesi. *Dicle Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 5(10), 1-22.

- Öztoprakçı, S. ve Çakıroğlu, E. (2013). Dörtgenler. İ. Zembat, M.F. Özmantar, E. Bingölbalı, H. Şandır ve A. Delice (Eds.). *Tanımları ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar* (1. Baskı). (s. 249-272). Ankara: Pegem Akademi Yayınları.
- Patton, M. Q. (1990). *Qualitative evaluation and research methods* (2. Baskı). London: Sage Publications.
- Radford, L. (2002). Algebra as tekhne. Artefacts, symbols and equations in the classroom. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 1(1), 31-56.
- Robotti, E. (2012). Natural language as a tool for analyzing the proving process: The case of plane geometry proof. *Educational Studies in Mathematics*, 80(3), 433-450.
- Rudd, L. C., Lambert, M. C., Satterwhite, M. ve Zaier, A. (2008). Mathematical language in early childhood settings: What really counts? *Early Childhood Education Journal*, 36(1), 75-80.
- Sarama, J. ve Clements, D. H. (2009). *Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children*. New York: Routledge.
- Sarıtaş, D. ve Tufan, Y. (2013). İndirgemecilik açısından kimya öğretiminde makro ve mikro bilgi seviyeleri. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 33(2), 165-192.
- Sherard, W.H. (1981). Why is geometry a basic skill? *The Mathematics Teacher*. 74(1), 19-60.
- Soykan, Ö. N. (2013). Sözdizim ile anlambilim arasındaki bağıntıya Türkçe açısından bir bakış. *Uludağ Üniversitesi Felsefe Degisi Kaygı*, 20, 139-152.
- Stadler, E. (2004). Language and understanding of mathematical concepts. *Nordic pre-conference to ICME*, 10, 1-6.
- Tall, D. ve Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151-16.
- Tanışlı, D. (2008). *İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin örüntülere ilişkin anlama ve kavrama biçimlerinin belirlenmesi*. Doktora tezi. Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.

- Tanırlı, D. ve Özdaş, A. (2009). İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin örüntüleri genellemede kullandıkları stratejiler. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 9(3), 1453-1497.
- Tanırlı, D. ve Köse, N. (2011). Lineer şekil örüntülerine ilişkin genelleme stratejileri: Görsel ve sayısal ipuçlarının etkisi. *Eğitim ve Bilim*, 36(160), 184-198.
- Tatar, E. ve Soylu, Y. (2006). Okuma-anlamadaki başarının matematik başarısına etkisinin belirlenmesi üzerine bir çalışma. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 14(2), 503-508.
- Topbaş, S. (Ed.). (2007). *Dil ve kavram gelişimi*. Ankara: Kök Yayıncılık.
- Toptaş, V. (2015). Matematiksel dile genel bir bakış. *International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education (IJTASE)*, 4(1), 18-22.
- Topuzkanamış, E. ve Maltepe, S. (2010). Öğretmen adaylarının okuduğunu anlama ve okuma stratejilerini kullanma düzeyleri. *Türklük Bilimi Araştırmaları Dergisi*, 15(27), 655-677.
- Türnüklü, E., Alaylı, F. ve Akkaş, E.N. (2013). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının dörtgenlere ilişkin algıları ve imgelerinin incelenmesi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 13(2), 1213-1232.
- Türnüklü, E. ve Berkün, M. (2013). İlköğretim 5 ve 7. sınıf öğrencilerinin çokgenleri sınıflandırma stratejileri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 21(1), 337-356.
- Türnüklü, E. ve Özcan, B. N. (2014). Öğrencilerin geometride bilgiyi oluşturma süreci ile van Hiele geometrik düşünme düzeyleri arasındaki ilişki: Örnek olay. *Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 11(27), 296-316.
- Ubuz, B., Üstün, I. ve Erbaş, A. K. (2009). Effect of dynamic geometry environment on immediate and retention level achievements of seventh grade students. *Eurasian Journal of Educational Research*, 9(35), 147-164.
- Uğurel, I. ve Moralı, S. (2010). Ortaöğretim öğrencilerinin kümeler konusundaki öğrenmelerinin değerlendirilmesi-I. *Akademik Bakış, Uluslararası Hakemli Sosyal Bilimler Dergisi*, 22(4), 1-25.
- Ural, A. (2011). Matematik öğretmen adaylarının boyut ölçütleri. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(30), 13-25.
- Usiskin, Z. (1982). Van Hiele levels and achievement in secondary school geometry. CDASSG Projesi. Washington: National Inst. of Education.

- Uzun, S., Bütüner, S. Ö. ve Yiğit, N. (2010). 1999-2007 TIMSS fen bilimleri ve matematik sonuçlarının karşılaştırılması: Sınavda en başarılı ilk beş ülke-Türkiye örneği. *İlköğretim Online*, 9(3), 1174-1188.
- Van De Walle, J. A., Karp, K. S. ve Bay-Williams, J. M. (2012). *İlkokul ve ortaokul matematiği: Gelişimsel yaklaşımla öğretim* (Çev. S. Durmuş). Ankara: Nobel Yayıncılık.
- Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and insight: A theory of mathematics education*. Orlando, Florida: Academic Press.
- Vygotsky, L. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. London: Harvard University Press.
- Wang, S. ve Kinzel, M. (2014). How do they know it is a parallelogram? Analysing geometric discourse at van Hiele Level 3. *Research in Mathematics Education*, 16(3), 288-305.
- Weyl, H. (2013). *Space-time-matter* [Elektronik Sürüm]. New York: Project Gutenberg.
- Woods, G. (2009). An investigation into the relationship between the understanding and use of mathematical language and achievement in mathematics at the foundation stage. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 1(1), 2191-2196.
- Yalçın, K. S. ve Şengül, M. (2007). Dilin iletişim süreci içerisindeki rolü ve işlevleri [The role and function of the language in the process of communication]. *Turkish Studies-International Periodical for the Languages, Literature and History of Turkish or Turkic*, 2(2), 749-769.
- Yaman, H., Toluk, Z. ve Olkun, S. (2003). İlköğretim öğrencileri eşit işaretini nasıl algılamaktadırlar?. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(24), 142-151.
- Yang, K. L. ve Lin, F. L. (2008). A model of reading comprehension of geometry proof. *Educational Studies in Mathematics*, 67(1), 59-76.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2005). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (5. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yıldırım, H. H., Yıldırım, S., Yetişir, M. İ. ve Ceylan, E. (2013). *PISA 2012 ulusal ön raporu*. Ankara: MEB Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü.
- Yıldırım, K., Çetinkaya, Ç. ve Ateş, S. (2013). Akıcı okumaya yönelik öğretmen bilgisi. *Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 10(22), 263-281.

- Yılmaz, H. B., Aztekin, S., Umurhan, H., Aydın, H., Akıncı, B., Fındık, L.Y. ve diğerleri. (2011). *PISA Türkiye*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Yayını. 24.10.2015 tarihinde <http://pisa.meb.gov.tr/wp-content/uploads/2013/07/PISA-kitab%C4%B1.pdf> adresinden erişilmiştir.
- Yılmaz, M. (2008). Türkçede okuduğunu anlama becerilerini geliştirme yolları. *Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 5(9), 131-139.
- Yılmaz, S., Turgut, M., ve Kabakçı, D. A. (2008). Ortaöğretim öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerinin incelenmesi: Erdek ve Buca örneği. *Bilim, Eğitim ve Düşünce Dergisi*, 8(1). 19.10.2015 tarihinde <http://www.universite-toplum.org/text.php3?id=354> adresinden erişilmiştir.
- Yücel, C., Karadağ, E. ve Turan, S. (2013). TIMSS 2011 Ulusal ön değerlendirme raporu. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Fakültesi, Eğitimde Politika Analizi Raporlar Serisi I. Eskişehir*.
- Yüzerler, S. ve Doğan, M. (2012). 6. ve 7. öğrencilerinin matematiksel dili kullanabilme becerileri. *Niğde Üniversitesi X. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi: 27-30 Haziran 2012 – Niğde: Bildiriler* (s. 399). Ankara: Pegem Akademi.
- Zopluoğlu, C. (2014). Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (PISA) 2012 Türkiye Değerlendirmesi: Matematik.
- Zazkis, R. ve Leikin, R. (2008). Exemplifying definitions: A case of a square. *Educational Studies in Mathematics*, 69(2), 131-148.