ALTINCI SINIF ÖĞRENCİLERİNİN TAHMİNİ ÖĞRENME YOL HARİTASI ÇERÇEVESİNDE TASARLANAN BİR ÖĞRETİM DENEYİNDEKİ MATEMATİKSEL SOYUTLAMA SÜREÇLERİ

Doktora Tezi

Faik CAMCİ

Eskişehir 2018

ALTINCI SINIF ÖĞRENCİLERİNİN TAHMİNİ ÖĞRENME YOL HARİTASI ÇERÇEVESİNDE TASARLANAN BİR ÖĞRETİM DENEYİNDEKİ MATEMATİKSEL SOYUTLAMA SÜREÇLERİ

Faik CAMCİ

DOKTORA TEZİ
Matematik Eğitimi Doktora Programı
Matematik Eğitimi Anabilim Dalı
Danışman: Doç. Dr. Dilek TANIŞLI

Eskişehir
Anadolu Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Ocak 2018

Bu tez çalışması BAP komisyonunca kabul edilen 1506E491 no'lu proje kapsamında desteklenmiştir.

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Faik CAMCİ'nın "Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Tahmini Öğrenme Yol Haritası Çerçevesinde Tasarlanan Bir Öğretim Deneyindeki Matematiksel Soyutlama Süreçleri" başlıklı tezi 26.12.2017 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından değerlendirilerek "Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliği"nin ilgili maddeleri uyarınca Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Programında, Doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

	Unvanı-Adı Soyadı	İmza
Üye (Tez Danışmanı)	: Doç.Dr. Dilek TANIŞLI	....
Üye	: Prof.Dr. Erdinç ÇAKIROĞLU	....
Üye	: Doç.Dr. Nilüfer KÖSE	....
Üye	: Doç.Dr. Melih TURĞUT	....
Üye	: Yard.Doç.Dr. Dilruba KÜRÜM YAPICIOĞLU	....

Prof.Dr. Handan DEVECİ
Anadolu Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Müdürü

ÖZET

ALTINCI SINIF ÖĞRENCİLERİNİN TAHMİNİ ÖĞRENME YOL HARİTASI ÇERÇEVESİNDE TASARLANAN BİR ÖĞRETİM DENEYİNDEKİ MATEMATİKSEL SOYUTLAMA SÜREÇLERİ

Faik CAMCİ

Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ocak 2018

Danışman: Doç. Dr. Dilek TANIŞLI

Bu araştırmanın amacı, tahmini öğrenme yol haritası [TÖYH] çerçevesinde tasarlanan sınıf tabanlı bir öğretim deneyinde altıncı sınıf öğrencilerinin geometri ve ölçme öğrenme alanına ait dikdörtgen prizmaların hacmini ölçme konusuna ilişkin sınıf sosyal ve sosyomatematiksel normlarını dikkate alarak matematiksel soyutlama süreçlerini izlemek ve bu süreç sonunda soyutlama mekanizmalarını ortaya çıkarmaktır. Bu öğretim deneyinde 12 öğrenciden oluşan bir ortaokul altıncı sınıf grubu ile küçük grup ve sınıf tartışmaları şeklinde iki aşamada yürütülen dokuz haftalık sınıf uygulamaları gerçekleştirilmiştir. Küçük gruplar; düşük, orta ve yüksek ders başarı düzeyine sahip üç öğrenciden oluşturulmuş ve bu gruplar içerisinden bir grup ise grup öğrencilerinin matematiksel soyutlama süreçlerini izlemek ve soyutlama mekanizmalarını ortaya çıkarmak için odak olarak belirlenmiştir. Odak öğrencilerinin soyutlama mekanizmalarını ortaya çıkarmak için teorik çerçeve olarak Piaget'in soyutlama teorisi kullanılmıştır. Araştırmada odak öğrencilerle gerçekleştirilen ön, ara ve son klinik görüşmelerin ve öğretim derslerinin video kayıtları, küçük grup tartışmalarındaki etkinliklerde kullanılan çalışma kâğıtları ve yarı yapılandırılmış öğrenci günlükleri veri toplama araçları olarak kullanılmıştır. Araştırmanın bulguları, TÖYH çerçevesinde tasarlanan öğretim deneyi sonunda başta düşük ders başarı düzeyine sahip olan öğrenci olmak üzere odak olan üç öğrencinin de dikdörtgen prizmalarda hacim ölçme konusuna ilişkin derin (düşünmeye dayalı) düzeyde soyutlama yaptıklarını ortaya koymuştur. Bununla birlikte bu süreçte odak öğrencilerin derin soyutlamalarında kendi bireysel eylemlerinin yanı sıra sosyal ve sosyomatematiksel normların destekleyici bir rol oynadığı görülmüştür.

Anahtar Sözcükler: Tahmini öğrenme yol haritası, Matematiksel soyutlama, Sosyal ve sosyomatematiksel normlar, Öğretim deneyi.

ABSTRACT

MATHEMATICAL ABSTRACTION PROCESS OF SIXTH GRADE LEARNERS IN A TEACHING EXPERIMENT DESIGNED WITHIN THE FRAME OF HYPOTHETICAL LEARNING TRAJECTORY

Faik CAMCİ

Department of Mathematics

Anadolu University, Graduate School of Educational Sciences, January 2018

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Dilek TANIŞLI

The aim of this study is to observe mathematical abstraction process of sixth grade students in a classroom-based teaching experiment within the frame of hypothetical learning trajectory [HLT], concerning volume measurement of rectangular prisms in geometry and measurement teaching, considering the social and socio-mathematical norms and to reveal their abstraction mechanisms at the end of this process. In this teaching experiment, classroom practices in a nine-week period were fulfilled with 12 learners of a secondary level sixth grade in two phases in the form small groups and class discussions. Small groups were composed of three learners with one low level, one medium level and one high level and one of these groups was determined as the focus of this study to observe the mathematical abstraction of group learners and to reveal their abstraction mechanisms. Piaget's abstraction mechanism was used as a theoretical frame to reveal the abstraction mechanisms of the learners in the focused group. In this study, video recordings of pre, during and final clinical interviews with focus learners, as well as the teaching sessions, worksheets used in small group discussion activities and semi-structured learner diaries were used as data sources. At the end of the teaching experiment designed within the frame of HLT, the finding of this study revealed that three focus learners, especially the learner with a low-level success, performed reflective abstraction related to volume measurement of rectangular prisms. Besides, it was observed that the social and socio-mathematical norms, along with their own actions, play a supportive role in reflective abstraction of focus learners.

Key Words: Hypothetical learning trajectory, Mathematical abstraction, Social and socio-mathematical norms, Teaching experiment.

TEŞEKKÜR

Bu doktora tez çalışması, beş yılı aşkın süren doktora öğrenim sürecinde değerli hocalarımdan edindiğim bilgi, beceri ve deneyimler ışığında ortaya koyduğum emeğin ürünüdür. Yorucu ancak her aşaması öğretici olan bu süreçte edindiğim birikimin baş mimarı olan, araştırma süreci boyunca bıkmadan usanmadan kahrımı çeken ve araştırma süresince araştırmaya getirdiği eleştiri, öneri ve katkılarla hem tez çalışmama hem de akademik gelişimime önemli katkılar sağlayan değerli danışman hocam Doç. Dr. Dilek TANIŞLI'ya tüm kalbimle teşekkürü bir borç bilirim. Tez izleme komitesinde yer alarak gerçekleştirdiğim araştırmayı yakından takip eden ve her zaman ihtiyaç duyduğumda bana fikirleriyle yön veren değerli hocam Doç. Dr. Nilüfer YAVUZSOY KÖSE'ye; başlangıçta tez izleme komitesinde yer alan daha sonra ise tez izleme komitesinden ayrılan ancak tez izleme komitesinde yer aldığı süreçte aklıma takılan her sorunun yanıtlanmasında bana yol göstererek katkı sunan ve çalışmanın olgunlaşmasına yardımcı olan değerli hocam Prof. Dr. İsmail Özgür ZEMBAT'a; tez izleme komitesine sonradan katılan ve değerli önerileriyle katkı sağlayan değerli hocam Yrd. Doç. Dr. Dilruba KÜRÜM YAPICIOĞLU'na; tez savunma jürime katılan ve değerli fikirleriyle çalışmama katkı sağlayan değerli hocalarım Prof. Dr. Erdinç ÇAKIROĞLU ve Doç. Dr. Melih TURĞUT'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca araştırmada matematiksel öğrenmenin analizi için oluşturulan yorumlayıcı çerçeveye ilişkin olarak bizimle değerli görüşlerini paylaşan değerli matematik araştırmacısı Prof. Dr. Paul COBB'a teşekkür ederim.

Doktora sürecinin başından itibaren bilgi ve birikimlerini bizimle paylaşan Anadolu Üniversitesi Matematik Eğitimi Anabilim dalında görev yapan tüm hocalarıma ve bu süreçte her zaman desteklerini yanımda hissettiğim başta Dr. Deniz EROĞLU, Gözde AYBER ve Osman BAĞDAT olmak üzere tüm arkadaşlarıma teşekkür ederim.

Tez araştırmam kapsamında uygulamamı gerçekleştirdiğim okulumda bana her konuda kolaylık gösteren değerli okul yöneticilerine ve çalışmayı birlikte gerçekleştirdiğimiz sevgili öğrencilerime sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Sevgili öğrencilerim sizleri hiçbir zaman unutmayacağımı bilmenizi isterim.

Doktora öğrenim sürecinde danışmanımın yürütücülüğündeki proje kapsamında tezime teknik destek sağlayan Anadolu Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Komisyonu'na teşekkürü borç bilirim.

Doktora süresince yaşadığımız zorluklara karşın hiçbir zaman sitem etmeyerek desteğini benden esirgemeyen ve gücünü her zaman arkamda hissettiğim sevgili eşim Nafiye CAMCİ'ye ve bu süreçte gözlerimin önünde büyüyen ancak kendisine yeterince zaman ayıramadığım sevgili kızım Helin Sarya CAMCİ'ye hem teşekkür ederim hem de tatlı aileme yaşattığım zor günler için eşimden ve kızımdan özür dilerim.

Son olarak bugünlere gelmem için beni zor koşullarda geçen çocukluk günlerimde okutmak için çaba gösteren sevgili annem Selvi CAMCİ' ye sonsuz teşekkür eder ve verdiği emeğin karşılığı olmamakla birlikte bu tez çalışmamı sevgili anneme ithaf ederim.

Faik CAMCİ

Eskişehir 2018

22/01/2018

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Bu tezin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; bu çalışma kapsamında elde edilemeyen tüm veri ve bilgilere ilişkin kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi; bu çalışmanın Anadolu Üniversitesi tarafından kullanılan "bilimsel intihal tespit programı"yla tarandığını ve hiçbir şekilde "intihal içermediğini" beyan ederim. Herhangi bir zamanda çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçlara razı olduğumu bildiririm.

Faik CAMCİ

İÇİNDEKİLER

Sayfa

Sayfa

Sayfa

Sayfa

TABLOLAR DİZİNİ

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Sayfa

GÖRSELLER DİZİNİ

Sayfa

Sayfa

Sayfa

Sayfa

Sayfa

Sayfa

Sayfa

Sayfa

Sayfa

Sayfa

Sayfa

Sayfa

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

EP	: Emergent Perspective
GBA	: Gelişen Bakış Açısı
HLT	: Hypothetical Learning Trajectory
MEB	: Milli Eğitim Bakanlığı
MTC	: Mathematics Teaching Cycle
MÖD	: Matematik Öğretim Döngüsü
NCTM	: National Council of Teachers of Mathematics
TIMSS	: Trends in International Mathematics and Science Study
TÖYH	: Tahmini Öğrenme Yol Haritası
PISA	: The Programme for İnternational Student Assessment

1. GİRİŞ

1.1. Problem Durumu

Matematik, diğer bilimlere kaynaklık eden ancak diğer bilimlerden beslenmeyen kendisini yine kendisinden türeten bir bilimdir. Dolayısıyla yapısı itibariyle diğer bilimlerden farklıdır (Altun, 2005). Bununla birlikte matematik, insan tarafından zihinsel olarak yaratılan bir sistem olup soyut nesneleri ve bu nesneler arasındaki ilişkileri incelemektedir (Baykul, 1997). Bu nedenle öğrencilerin çoğu tarafından sıkıcı bir ders olarak görülmekte (Aksu, 1985), aynı zamanda en çok zorlanılan derslerin başında gelmektedir (Umay, 1996). Nitekim Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (Programme for International Student Assessment-PISA) ve Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri (Trends in International Mathematics and Science Study-TIMSS) gibi uluslararası araştırma sonuçları birçok ülke öğrencisinin matematik dersinde ne kadar zorlandıklarını ve başarısız olduklarını ortaya koymaktadır. Bu araştırmaların matematik alanında genellikle son sıralarda yer alarak başarısız olan ülkelerden birisi de ne yazık ki Türkiye'dir (Anıl, Özkan ve Demir, 2015; Taş, vd., 2016; Yıldırım, vd., 2013a; Yıldırım, vd., 2013b).

Matematikte öğrencilerin bu kadar zorlanmalarında ve başarısız olmalarında matematiğin yapısı kadar matematik öğretiminin de sorunlu olduğu düşünülerek pek çok ülkede köklü reform hareketleri başlatılmıştır. Dünyada matematik eğitimine yönelik reform hareketleri 1980'li yıllarda başlarken (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 1980; 1989) Türkiye'de 2005 yılında Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] tarafından radikal reform hareketleri başlatılarak farklı bir yaklaşım çerçevesinde yeni matematik dersi öğretim programları hazırlanmıştır (MEB, 2005a; 2005b; 2005c). Daha sonra bu reform hareketlerinin devamı olarak 2013 yılında okul kademelerinin dörder yıl olmasıyla birlikte MEB, matematik öğretim programlarını benzer bir yaklaşımla tekrar ele almıştır. MEB, bu süreçte konu içeriklerinde çeşitli sadeleştirmeler gerçekleştirmekle birlikte matematik öğretim programlarını değerler eğitimi ile zenginleştiren yenilikler gerçekleştirmiştir (MEB, 2013; 2017).

Hazırlanan matematik dersi öğretim programları; öğretmenin ve öğrencinin rolü, konu alanlarındaki değişim, ölçme-değerlendirmedeki değişim, öğrenme ve öğretme anlayışı, matematiğin günlük hayatla ilişkilendirilmesi ve teknoloji kullanımı bakımından (Koç, Işıksal ve Bulut, 2007) daha önce var olan programlardan (MEB, 1998) oldukça farklıdır. Önceki programların yapılandırılması, tümüyle doğrudan bilgi aktarımının benimsendiği davranışçılık yaklaşımı çerçevesinde oluşturulmuş olup konu içerikleri, hedef ve davranışlarla betimlenmekte iken (MEB, 1998) yeni programlarda bu yaklaşım bir kenara bırakılarak eğitimde yapılandırmacı yaklaşım benimsenmiş; davranış yerine kazanıma, bilişsel gelişime ve kavramsal öğrenmeye vurgu yapılmıştır (Baki ve Gökçek, 2005; MEB, 2005). Yapılandırmacı ile davranışçı yaklaşımlar arasındaki en büyük fark, iki ekolün öğrenmeye olan bakış açıları ve öğrenmenin gerçekleşmesine yönelik olarak ortaya koydukları önerilerdir. Davranışçı yaklaşım, öğrenmenin öğrenciye doğrudan bilgi aktarımı ile gerçekleşebileceğini iddia ederken, (Zembat, 2007) yapılandırmacı yaklaşım bu düşünceye karşı çıkarak öğrencilerin kendi eylemleri ve sonuçları üzerine düşünerek, bunların bir koordinasyonunu sağlayarak ve kendi gerçekliklerini oluşturarak gerçekleşebileceğini iddia etmektedir (Clements ve Battista, 1990; Zembat, 2007). Yapılandırmacı yaklaşımın savunucusu olan Piaget, bilginin pasif olarak alınamayacağını aksine bilginin sahibi tarafından yapılandırılabileceğini belirtmektedir (Von Glasersfeld, 1995). Başka bir deyişle yapılandırmacı yaklaşımda birey; öğrenme sürecine etkin olarak katılır, sorgular, araştırır ve elde edeceği bilgileri geçmiş deneyimleri ile ilişkilendirerek, kendine özgü bir yapı haline getirir (Schunk, 2012).

Yapılandırmacı yaklaşım, 1970'lerin başlarında Amerika Birleşik Devletleri'nde popüler olmuş ve Piaget'in yapılandırmacı anlayışına odaklanılmıştır (Von Glasersfeld, 1995) ve birçok alanda olduğu gibi matematik eğitiminde de onun yaklaşımı öncü olmuştur. Piaget, genetik epistemoloji olarak isimlendirdiği teorisinde öğrenmede sosyal etkileşimin de önemli olduğunu vurgulamasına karşın ağırlıklı olarak öğrenmenin bilişsel yönüne odaklanmıştır (Gallagher ve Reid, 1981; Von Glasersfeld, 1995; Simon, 1995). Bu nedenle Piaget'in öğrenme teorisinin alan yazında radikal, psikolojik ya da bilişsel yapılandırmacılık gibi farklı şekillerde isimlendirildiği görülmektedir. Bilişsel, psikolojik ya da radikal yapılandırmacılıkta öğrenme, kavramsal gelişim süreci olarak görülmekte (Greeno, Collins ve Resnick, 1996), başka bir deyişle bu yaklaşım; öğrencinin anlama, düşünme, yorumlama gibi etkinliklerini organize ettiği yollar üzerinde durmaktadır (Cobb ve Yackel, 1996). Son yıllarda ülkemizde hazırlanan matematik programlarında programın temel aldığı yaklaşım açıkça ifade edilmemesine karşın ağırlıklı olarak yapılandırmacılığın bilişsel boyutunun dikkate alındığı söylenebilir. Nitekim programlarda sıklıkla öğrencilerin matematiksel anlamlar oluşturma, problem çözme, eleştirel düşünme, yaratıcı düşünme, akıl yürütme, ilişkilendirme becerileri üzerine vurgu yapılarak öğrencilerin öğrenme süreçlerinin öznesi olmaları gerektiği yönünde önerilerde bulunulduğu görülmektedir. Öğrenme ortamlarının da öğrencileri merkeze alacak şekilde ve bahsedilen becerileri öğrencilere kazandıracak şekilde oluşturulması gerektiği vurgulanmaktadır. Dolayısıyla bu anlayışa uygun olarak yeni programlarda öğrencilerden kendi öğrenmelerinin sorumluluğunu alan, bilimsel ve teknolojik kavram dağarcıklarını geliştiren, soru soran ve sorgulayan, kendi problemlerini kuran ve çözen, tartışan ve öğrenme olanaklarını değerlendiren kişi olması beklenmektedir (MEB, 2005; 2013).

Piaget, öğrenmenin bilişsel yönüne ağırlık vermesinin sonucunda öğrenmeyi analiz eden, sınıflandıran ve soyutlama (abstraction) olarak isimlendirilen bir teori geliştirmiştir (Von Glasersfeld, 1995). Soyutlama teorisinin alan yazında matematik araştırmacıları tarafından (Simon, vd., 2004) soyutlama mekanizması olarak da kullanıldığı görülmektedir. Soyutlama mekanizması, çocuklarda yeni matematiksel kavramların oluşumunu açıklamak için önemli olarak görülmektedir (Simon, vd., 2004). Başka bir deyişle Piaget'in ortaya koyduğu soyutlama mekanizması, bir çocuğun matematiksel bilgisini oluşturduğu süreci daha ayrıntılı olarak anlamamıza katkı sağlamaktadır. Öğrenmenin henüz tam anlamıyla nasıl gerçekleştiği bilinememekle beraber Piaget'in açtığı bu çıkış yolu sayesinde içsel sürecin nasıl ilerlediğine ilişkin çıkarımlarda bulunulabilmektedir (Zembat, 2016a). Nitekim son hazırlanan ortaokul matematik dersi öğretim programlarında da öğrencilerin soyutlama yapmalarının önemsenmesi gerektiğine vurgu yapılmıştır (Baki ve Gökçek, 2005; MEB, 2005; 2013). Ayrıca soyutlama mekanizması, bir ders tasarımı olmamak ve sunmamakla (Goodson-Espy, 2005) beraber soyutlama mekanizmasının iyi anlaşılmasının başarılı bir ders tasarımı ile ilgili daha sistemli yaklaşımlar sağlayabileceği belirtilmektedir (Simon, vd., 2004).

Piaget'in öğrenmenin bilişsel yönünü öncelikli gören teorisi matematik eğitiminde çığır açmasına karşın pek çok eleştiri de almıştır. Eleştirilerin odağını Piaget'in öğrenmenin sosyal boyutunu ihmal etiği iddiası oluşturmuştur (Ernest, 1991). Çünkü öğrenmenin sosyal boyutu; kültürel faktörleri ve dil faktörünü, kişiler arası etkileşimi, öğretimin ve öğretmenin rolünü içermektedir. Radikal yapılandırmacılığın ihmal ettiği bu noktalara bir yaklaşım sunması bakımından sosyal yapılandırmacılık teorisi önerilmiştir (Ernest, 1994). Sosyal yapılandırmacılık perspektifini benimseyenler, öğrenmenin psikolojik boyutunu reddetmemektedirler. Nitekim sosyal yapılandırmacılığın en büyük temsilcilerinin başında gelen Vygotsky, Piaget gibi bireyleri deneyimlerinin aktif düzenleyicisi olarak görmektedir (Coob, Wood ve Yackel, 1990). Ancak sosyal yapılandırmacılığı benimseyenler, öğrenmenin sosyal boyutunun daha önemli olduğunu düşünmüş, dolayısıyla da öncelikli olarak öğrenmenin sosyal boyutuna odaklanmışlardır (Vygotsky, 1978'den aktaran Palincsar, 1998). Bu düşünceyle Vygotsky, öğrenmeyi içinde olunan kültürün içselleştirilmesi olarak ifade etmiştir (Wilson, 2009). Başka bir ifade ile Vygotsky, zihnin sosyal ve etkileşimci olduğunu iddia etmiş (Ernest, 1994) ve dolayısıyla bu yaklaşımda öğrenme, sosyal bir süreç olarak ele alınmıştır (Bruner, 1986'dan aktaran Clements ve Battista, 1990). Clements ve Battista (1990), Matematiksel düşünmenin bu sosyal etkileşimlerle giderek daha soyut ve güçlü hale dönüştüğünü ifade etmişlerdir.

Cobb ve Yackel (1996), uzun süreçli sınıf tabanlı araştırmalarının sonucunda sosyal yapılandırmacılığa ve matematik öğrenmeye farklı bir bakış açısı kazandırarak "Emergent Perspective [EP] (Gelişen Bakış Açısı [GBA])" olarak isimlendirdikleri bir öğrenme teorisi geliştirmişlerdir. GBA, yapılandırmacılığın sosyal perspektifi ile bilişsel perspektifini koordine eden, kaynaştıran ya da eşgüdümlü ele alan teorik bir çerçevedir (Cobb ve Yackel, 1996; Mcclain ve Cobb, 2001). Sosyal ve bilişsel perspektiflerin koordinasyonu, bireysel olarak öğrencilerin ve sınıfın ayrı olarak görülemeyeceği fikrine dayanmaktadır. Başka bir deyişle öğrenmenin sosyal perspektifi ile bilişsel perspektifi arasında karşılıklı güçlü bir ilişki söz konusudur (Cobb, 1999). Dolayısıyla bu bakış açısında matematiksel öğrenme, hem aktif bireysel yapılandırma hem de kültürleşme süreci olarak görülmektedir. Yani öğrenmede bireylerin birbirleriyle olan etkileşimleri ve bireysel eylemleri birlikte önemlidir (Cobb, 1989; Cobb, 1990; Cobb, vd., 1991; Cobb ve Yackel, 1996; Wood, Cobb ve Yackel, 1995). Bununla birlikte GBA'nın sınıf içinde bilişsel gelişimi yani bilgi gelişimini anlamak için de güçlü bir teori olduğu iddia edilmektedir (Yackel ve Cobb, 1996).

Matematiksel öğrenmede hem bilişsel hem de sosyal perspektifin önemli olduğuna dikkat çekilmesiyle beraber sosyal etkileşimleri teşvik eden zengin sınıf ortamlarının oluşturulması gerektiği vurgulanmaktadır (Cobb, Yackel ve Wood, 1992). Dolayısıyla GBA'nın sosyal perspektifinde sosyolojik yapılar olarak yer alan sosyal ve sosyomatematiksel normlar, öğrenciler ve öğretmen tarafından kurulan sınıf mikro kültürünün önemli bir parçası olarak öne çıkmaktadır (Cobb ve Yackel, 1996; Cobb, 1999; Yackel ve Cobb, 1996). Normlar, genel anlamda sınıf mikro kültüründe öğretmen ve öğrenciler tarafından birlikte oluşturulan ve onların genel davranış biçimlerine ve etkileşimlerine yön veren yazılı olmayan kurallardır (Cobb, 1999; Toluk-Uçar, 2016). Normlar, öğrencilerin matematiksel tartışma ya da etkileşim düzeylerini arttırmaktadır

(Cobb ve Yackel, 1996). Sınıf sosyal etkileşiminin ise öğrencilerin matematiksel anlamlarını, öğrenmelerini ve muhakemelerini etkilediği vurgulanmaktadır (Bauersfeld, 1980, 1988; Cobb, vd., 1997 ve Yackel, Cobb ve Wood, 1991). Bununla birlikte "Cobb ve Yackel, öğrenci ile öğrenci ya da öğrenci ile öğretmen arasındaki sosyal etkileşimleri öğrencilerin bilişsel gelişimlerinde önemli bir araç olarak değerlendirmişlerdir." (Toluk-Uçar, 2016, s. 607). Dolayısıyla etkileşimin ilişkili olduğu sosyal normlar (Yackel, Cobb ve Wood, 1993) ile öğrencilerin kavramsal öğrenmeleri arasında güçlü bir ilişki olduğu ve normların öğrenme olanağı oluşturduğu düşünülmektedir (Yackel ve Cobb, 1996).

Özetle yapılandırmacı yaklaşım, günümüz matematik eğitimindeki birçok deneysel ve teorik çalışmanın odak noktasını oluşturmakta, matematik eğitimindeki reform hareketlerinin şekillendirilmesine katkı sağlamakta, öğrenmenin ve öğrencilerin daha iyi anlaşılmasında matematik eğitimcilerine kullanışlı yollar sunmaktadır (Simon, 1995). Bununla birlikte matematiğin nasıl öğretileceğine yönelik yönlendirici genel bir çerçeve sunmaktadır. Ancak yapılandırmacı yaklaşım, matematiğin öğretimine dönük olarak pedagojik özel bir öğretim yolu ortaya koymamaktadır (diSessa ve Cobb, 2004; Simon, 1995). Başka bir deyişle, belirlenen konular ve beceriler için ortaya konulan standartlar ya da kazanımlar, öğrencilerin öğrenmesini garanti etmemektedir (Daro, Mosher ve Corcoran, 2011). Bu nedenle alan yazında yapılandırmacı yaklaşıma dayalı ve öğrencilerin matematiksel düşünmelerine karşı duyarlı öğretim modellerine duyulan ihtiyaç vurgulanmaktadır (Simon, 1995). Nitekim son zamanlarda matematik eğitiminde öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanmanın ve matematiksel düşünmelerini teşvik etmenin önemi etrafında genel bir uzlaşma olduğu görülmektedir (Simon, 2006). Öğrenci düşünmelerini dikkate alan yapılandırmacı matematik öğretim modellerinden biri de tahmini öğrenme yol haritası [TÖYH] (hypothetical learning trajectory [HLT]) olarak isimlendirilen teorik çerçevedir. Çünkü TÖYH, matematiksel bir kavrama yönelik öğrencilerin kavram yanılgılarını, stratejilerini, düşünme ve öğrenme yollarını anlamak için etkili bir araç olarak görülmektedir (Simon, 1995; Simon, vd., 2010). TÖYH, ilk kez Simon (1995) tarafından Matematik Öğretim Döngüsünün [MÖD] (Mathematics Teaching Cycle's [MTC]) önemli bir parçası olarak ortaya atılmıştır. Simon, TÖYH'yi belirli bir amaç doğrultusunda öğretmenin öğrenmenin ilerleyebileceği yolları tahmin etmesi olarak kullandığını ifade etmiştir.

Hem bilişsel hem de sosyal perspektif bakış açısıyla ele alabileceğimiz TÖYH çerçevesinde yürütülen öğretim sürecinin gerçekleştirilmesinde ilk adım öğretmenin öğrencinin bir kavramı öğrenmesine ilişkin amacıdır. Takip eden süreçte ise öğrenimi destekleyecek etkinlikler ve öğrenmenin nasıl gerçekleşeceğine ilişkin hipotezler gelmektedir (Simon, 1995). Bu araştırmada ise TÖYH çerçevesinde bir öğretim deneyinin gerçekleştirilmesi planlandığından öğrenme amacı olarak dikdörtgen prizmalarda hacim ölçme konusu belirlenmiştir.

Ölçme, matematikte üzerinde önemle durulması gereken öğrenme alanlarından biridir. Çünkü ölçme doğası gereği günlük deneyimlerden kaynaklanan (Lehrer, 2003; NCTM, 2000) ve matematiksel pek çok kavramla (kesirler, cebir, veri, orantısal akıl yürütme, geometri ve sayılarla işlemler gibi) ilişkili bir öğrenme alanıdır (Lehrer, 2003; Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2012). Bununla birlikte NCTM'ye (2006) göre ölçme, matematik öğrenme için temel olan öğrenme alanlarından biridir. Okul matematiğinde geometrik ölçme, bir nesnenin bir niteliğine sayısal bir değer atamak olarak tanımlanır. Ölçme standartlarının ana amacı da öğrencilerin ölçülebilecek niteliklerin ve bu nitelikleri ölçmek için kullanılacak birim tiplerinin neler olduğunu anlamalarını sağlamaktır (NCTM, 2000).

Matematikteki önemli ölçme kavramlarından birisi de hacim ölçmedir. Hacim, geometrik kavramlar için çok önemli olarak görülmektedir (French, 2004). Pek çok geometri uzmanı, temel uzay kavramlarının öğretiminin hacim kavramıyla başladığını iddia etmektedir. Çünkü hacim yani üç boyut, daha az soyut olarak kabul edilmekte ve günlük deneyimlerde üç boyut ile bir ya da iki boyuttan daha fazla karşılaşılmaktadır (Piaget, Inhelder ve Szeminka, 1960). Bu nedenle hacim ölçme, okul matematiğinin önemli bir parçası olarak görülmektedir. Hacim ölçmenin okul matematiğinde ve günlük yaşamda olan öneminden dolayı öğrencilerin bu konuda sahip oldukları zorlukların yanı sıra bu konuyla ilgili anlayışlarını nasıl geliştirdiklerini ve nasıl düşündüklerini anlamanın önemli olduğu vurgulanmaktadır (Kim, 2016). Bununla birlikte ulusal ve uluslararası alanda yapılan çalışmalarda hacim ölçme ile ilgili öğrencilerde yaygın kavram yanılgılarının ve zorlukların olduğuna ilişkin birbirine benzer birçok sonuç ortaya konulmuştur (Battista ve Clements, 1996; Ben-Chaim, Lappan ve Houang, 1985; Hirstein, 1981; Olkun, 2003; Tan-Şişman ve Aksu, 2016; Zembat, 2009).

Hirstein (1981), farklı yaşlardaki öğrencilerin prizmalar içerisindeki birim küpleri bulurken yüzeylerdeki birim kareleri ve görünen birim küpleri sayma gibi hatalar yaptıklarını dolayısıyla da bu yapılarda birim küp sayılarını bulmakta güçlükler yaşadıklarını göstermiştir. Benzer şekilde Olkun (2003), yedinci sınıfa gelen birçok öğrencinin dahi dikdörtgen prizmalarda küp sayısını bulmakta zorluklar yaşadıklarını ortaya koymuştur. Ben-Chaim, Lappan ve Houang (1985) ise aynı konularda öğrencilerin yüzlerdeki birim kareleri ve birim küpleri saydıklarını ya da buldukları sonucun iki katını aldıklarını, prizmanın kenar ve köşelerindeki birim küpleri birden fazla sayıda saydıklarını ve çizim olarak sunulan prizmaları görselleştiremediklerini belirtmişlerdir. Battista ve Clements (1996), hacim ölçmede kullanılan birim küplü üç boyutlu yapılarda ortaya konan benzer sonuçlara alışılmış ezberin bir sonucu olan formül kullanmayı eklemiş ve öğrenci hatalarının yetersiz uzamsal yapılandırmadan kaynaklandığını iddia etmişlerdir. Zembat (2009) da paralel olarak öğretmen adayları dâhil olmak üzere öğrencilerin hacim ölçme ile ilgili sadece "En x boy x yükseklik" formülüne bağlı kaldıklarını ifade etmiştir. Bu nedenle de öğrencilerin kavramsal olarak hacim ölçmede yanlış genellemeler ve hatalar yaptıklarını vurgulamıştır. Tan-Şişman ve Aksu (2016) ise ek olarak öğrencilerin resimde verilen birim küplerin yüzlerini sayıp üç boyuttan dolayı buldukları sonucu üçle çarptıklarını belirtmişlerdir. Bununla birlikte öğrencilerin hacim ölçme için alan ölçme bağıntısını kullandıklarını ve hacim ölçme bağıntısını ise farklı biçimlerde hatalı olarak kullandıklarını ortaya koymuşlardır.

Battista (2007), hacim kavramının öğretimi sırasında matematiksel kavramların anlamlandırılmasının ve içselleştirilmesinin önemine vurgu yapmıştır. Bu noktada Zembat (2009), "En x boy x yükseklik" formülünün ardındaki prensiplerin iyi kavranmadan ezbere dayalı geliştirilmesinin öğrencileri matematiksel yapıdan uzaklaştırdığını belirtmektedir. Buna paralel olarak Battista ve Clements (1996), hacim yapısının öncelikli olarak doğrudan verilen formüllerle anlamlandırılmasının öğrenciler için zorluk yarattığını ve bunun ezberden başka bir şey ifade etmeyeceğini belirtmişlerdir. Bu nedenle hacim kavramının anlaşılması için hacim ölçme, sadece belli prosedürlerin izlendiği hatırlanması gereken bir sonuç olarak ele alınmamalıdır (French, 2004). Öğrencilere hacim ölçme ile ilgili formül ve kuralları kendilerinin bulmasına ve temel kavramları kendilerinin oluşturabilmesine olanak sağlayacak etkinliklerle matematik öğretimi gerçekleştirilmelidir. Bunun için öğrencilerin üç boyutluluk algısını geliştirmek için birim küplerden yapılmış yapılarla ilgili deneyimlerinin arttırılması ve etkinliklerin farklı öğrenme hızlarına sahip öğrencilerin yararlanabilmesine olanak verecek şekilde hem bireysel hem de grup etkinlikleri şeklinde planlanması önerilmektedir (Olkun, 2003).

Türkiye'de 2005'ten bu yana yeni anlayışla hazırlanan matematik dersi öğretim programları uygulanmasına karşın henüz matematik eğitiminde istenen ilerlemenin sağlanamadığı söylenebilir. Nitekim PISA matematik okuryazarlığı alanındaki ortalama puanlar yıllara göre incelendiğinde Türkiye'deki öğrencilerin PISA 2015 performanslarının PISA 2009 ve 2012'ye göre daha düşük olduğu görülmektedir (Taş, vd., 2016). Dolayısıyla uygulanan programlar ile istenen verimin alınamamasında iki noktada boşluk olduğu göze çarpmaktadır. Bunlardan ilki derslerde öğrenme ile öğretme arasında başka bir deyişle teori ile uygulama arasında köprü kurma konusundaki eksikliktir. İkinci nokta ise yapılandırmacılık yaklaşımının benimsendiği matematik öğretiminde öğrenmenin bilişsel boyutunun daha çok ön plana alınarak sosyal boyutunun yeterince dikkate alınmamasıdır. Bu doğrultuda sınıf tabanlı öğretim deneyi olan bu araştırmada öğrenme ile öğretme arasında köprü olan TÖYH çerçevesinde tasarlanan bir öğretim deneyinin gerçekleştirilmesi, öğretim deneyinin ise geometri ve ölçme öğrenme alanına ait dikdörtgen prizmalarda hacim ölçme konusu üzerine olması düşünülmüştür. Yukarıda değinildiği gibi gerek ulusal gerekse de uluslararası alanda yapılan çalışmalar, bu konuda öğrencilerin desteklenmesi gerektiğini göstermektedir. Bu gereklilikten yola çıkılarak araştırmada sınıftan odak olarak belirlenen üç öğrencinin matematiksel soyutlama süreçlerinin izlenerek soyutlama mekanizmalarının ortaya çıkarılması amaçlanmıştır. Bu öğrencilerin dikdörtgen prizmalarda hacim ölçme konusuna ilişkin matematiksel soyutlama mekanizmalarını ortaya çıkarmak için Piaget'in geliştirdiği soyutlama teorisinin kullanılması planlanmıştır. Ancak matematiksel soyutlamalarında yapılandırmacığın sosyal boyutunun önemli olduğu düşünülerek sınıf uygulamalarında GBA doğrultusunda yapılandırmacılığın bilişsel ve sosyal perspektiflerinin birlikte ele alınması hedeflenmiştir. Bu noktada sınıf uygulamalarında yapılandırmacılığın sosyal perspektifi içerisinde yer alan sosyal ve sosyomatematiksel normların öğrenmeyi destekleyici bir öğe olarak göz önünde bulundurulması planlanmıştır.

1.2. Teorik Çerçeve

Bu araştırmada, TÖYH çerçevesinde tasarlanan bir öğretim deneyinde sınıfın sosyal ve bilişsel boyutları dikkate alınarak odak olarak belirlenen öğrencilerin matematiksel soyutlama süreçlerinin izlenmesi ve bu süreç sonunda soyutlama mekanizmalarının ortaya çıkarılması amaçlanmıştır. Bu bağlamda araştırmanın kuramsal çerçevesi, matematik öğrenme ve matematik öğretimi şeklinde iki bölümde tasarlanmıştır.

1.2.1. Matematik öğrenme

Matematik öğrenmenin çok boyutlu ve karmaşık bir süreç olduğu belirtilmektedir (Empson, 2011). Dolayısıyla günümüzde matematik eğitimi araştırmacıları, matematik öğrenmeye bakış açısı bakımından temel olarak en az üç gruba ayrılmışlardır. Bazı araştırmacılar öğrenmeyi yapılandırmacılığın bilişsel perspektifine, bazıları da sosyal perspektifine bağlı kalarak ele alırken, bazıları ise bilişsel ve sosyal perspektifi koordine eden GBA'ya bağlı kalarak ele almaktadır (Simon, 2006). Öğrenmeyi bilişsel perspektife bağlı kalarak ele alan araştırmacılar, bireyin bireysel eylemlerini içeren noktalara daha fazla odaklanırken sosyal perspektife bağlı kalarak ele alan araştırmacılar, sosyal süreçlere daha fazla odaklanmışlardır. GBA'ya bağlı kalarak ele alan araştırmacılar ise öğrenmeyi hem bilişsel hem de sosyal perspektife odaklanarak ele almışlardır. Bu araştırmanın sınıf tabanlı bir öğretim deneyi olmasından dolayı araştırmada matematik öğrenme için araştırmanın doğasına uygun olacak biçimde GBA'ya bağlı kalınmıştır.

Cobb ve çalışma ekibi, başlangıçta araştırmalarında radikal yapılandırmacı olarak sadece bilişsel bakış açısıyla öğrencilerin öğrenmesi üzerine odaklanmışlardır (Cobb, Yackel ve Wood, 1992). Ancak öğrencilerle gerçekleştirdikleri öğretim deneylerinde öğrenmede sosyal perspektifin önemli olduğunu anlamaya başlamışlardır (Cobb, Yackel ve Wood, 1989). Bu nedenle Cobb (1989), bilişsel ve sosyokültürel perspektiflerin her birinin matematiksel öğrenmeyi anlama bakımından alanda önemli ilerlemelere yol açtığını, ancak sınıflarda kavramsal bilgi gelişimini ve öğrenmeyi anlamak için aralarında ilişki bulunduğunu düşündüğü bilişsel ve sosyolojik analizlerin kaynaştırılmasının yararlı olacağına dikkat çekmiştir. Daha sonra Cobb, Yackel ve Wood, Avrupalı matematik eğitimcileri Bauerfeld, Krummheuer ve Voight ile yürüttükleri işbirlikli proje çalışmalarında sınıflarda öğrencilerin arkadaşları ve öğretmen ile etkileşimlerinin öğrencilerin yapıları üzerinde doğal bir etkiye sahip olduğunu daha derin olarak fark etmişlerdir. Böylece bu işbirliği sayesinde Cobb ve arkadaşları, öğrenmenin sosyal yönüne olan bakış açılarını daha fazla geliştirmişlerdir (Cobb, 1995). Bu doğrultuda Cobb ve Yackel (1996), ilkokul çocuklarıyla uzun süreçli sınıf tabanlı öğretim deneyleri ve bunların detaylı analizleri sonucunda sosyal yapılandırmacılığa ve matematik öğrenmeye farklı bir bakış açısı getirdikleri bir teorik çerçeve geliştirmişlerdir. EP (GBA) olarak isimlendirdikleri bu teorik çerçeveyi sosyal yapılandırmacılığın bir versiyonu olarak ifade etmişlerdir. Ancak GBA ile sosyokültürel perspektif arasında birçok ortak nokta bulunmasına karşın farklılıklarda söz konusudur. Örneğin iki perspektif de öğrenmenin sosyal ve kültürel etkinlik olduğunu kabul etmekle beraber ikisi de sosyal etkileşimin sadece özerk zihinsel gelişim için katalizör görevi gördüğü görüşüne (Cobb,1995) karşı çıkmaktadır. Bununla birlikte GBA, psikolojik perspektifi kendi içinde önemli bir boyut olarak içerirken sosyokültürel perspektif, bireysel olarak öğrencilerin etkinliklerine odaklanan bilişsel perspektiflere alternatif bir öğrenme yaklaşımı oluşturmaktadır (Cobb ve Yackel, 1996).

Cobb ve Yackel (1996), GBA'da ana fikrin psikolojik ve sosyolojik açıdan sınıf süreçlerinin analizlerini koordine etmek olduğunu ifade etmişlerdir. GBA'nın sosyal boyutu etkileşimcilik perpektifine, bilişsel boyutu ise bilişsel yapılandırmacılığa dayanmaktadır. Etkileşimcilik perspektifi, Bauersfeld ve ekibi tarafından geliştirilmiş ve bilişsel perspektif ile uyumlu ve bilişsel perspektifin tamamlayıcısı olarak görülmektedir. Etkileşimcilikteki fikirlerin kaynağını sembolik etkileşimcilik, etnometodoloji gibi yapılandırmacı sosyolojik teoriler oluşturmaktadır (Bauersfeld, Krummheuer ve Voight, 1988). Bilişsel yapılandırmacılığa dayanan bilişsel perspektif ise öğretmenin ve öğrencilerin bireysel olarak matematiksel yorumlarını ve eylemlerini içermektedir. Bu bağlamda bilişsel ve sosyolojik analizler, birbirinin tamamlayıcısı olarak görülmektedir (Cobb, vd., 1992). Dolayısıyla GBA yaklaşımında matematik öğrenme, hem bilişsel bir etkinlik hem de sosyal ve kültürel bir süreç olarak görülmektedir (Wood, Cobb ve Yackel, 1995). Süreç, sınıf mikrokültüründe sınıfın matematiksel uygulamalarının ve uygulamalara katılan öğrencilerin bir bütün olarak düşünülmesi gerektiğini ifade etmektedir (Cobb ve Yackel, 1996).

Sınıf mikrokültürü; sınıf içindeki ortak davranışlar ve etkileşim desenleri, bilişsel yapılar ve sosyal bağlam içerisinde öğrenilen duyuşsal kavrayışlardan oluşmaktadır (Toluk-Uçar, 2016). Cobb ve Yackel (1996), sınıf mikrokültüründe meydana gelen bireysel yorum ve eylem, yüz yüze etkileşim ve söylem gibi süreçlerdeki açıklamaların formüle edilebileceğini göstermeyi amaçlamışlardır. Bu nedenle de sınıf mikrokültüründe gerçekleşen bireysel ve kollektif öğrenmeyi analiz etmek için aşağıda Tablo 1.1'de gösterilen yorumlayıcı çerçeveyi geliştirmişlerdir.

Tablo 1.1. *Sınıf düzeyinde bireysel ve kollektif etkinliklerin analizi için geliştirilen yorumlayıcı bir çerçeve*

Sosyal Perspektif	Psikolojik Perspektif
Sınıf sosyal normları	Öğrencinin kendi rolü, diğerlerinin rolü ve okulda matematiksel etkinliğin doğasına ilişkin inançları
Sosyomatematiksel normlar	Matematiksel inançlar ve değerler
Sınıf matematiksel uygulamaları	Matematiksel kavrayışlar ve etkinlikler

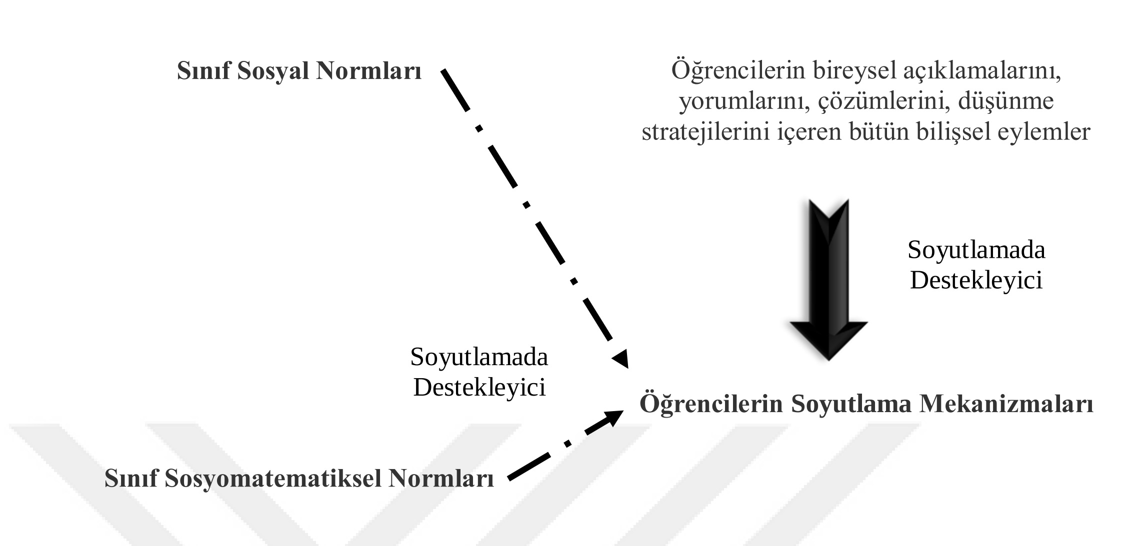
Kaynak: *Cobb ve Yackel (1996, s 177).*

Yorumlayıcı çerçevedeki sosyal perspektif; sınıf sosyal normlar, sosyomatematiksel normlar ve matematiksel uygulamalar gibi sosyolojik yapıların analizine olanak sağlarken psikolojik perspektif; öğrencilerin ve öğretmenin kendi rollerine ve matematiksel etkinliğin genel doğasına ilişkin inançları, matematiksel inançlar ve değerler, öğrencilerin matematiksel kavrayışları ve etkinlikleri gibi psikolojik yapıların analizine olanak sağlamaktadır (Cobb ve Yackel, 1996). Başka bir deyişle sosyal perspektif bir sınıf topluluğunda normal olan davranış, muhakeme ve tartışma yolları ile ilgiliyken, psikolojik perspektif kollektif etkinliklere katılan öğrencilerin bireysel muhakemelerinin doğası ile ilgilidir (Cobb, vd., 2001). Bununla birlikte yorumlayıcı çerçevede sosyal perspektifte yer alan yapılarla psikolojik perspektifte yer alan yapılar arasında karşılıklı bir ilişki olduğu varsayılmaktadır (Cobb ve Yackel, 1996; Yackel, Rasmussen ve King, 2000).

Bu araştırmada ise GBA’ya bağlı kalarak çalışmanın doğasına uygun biçimde matematiksel öğrenmenin analizi için farklı bir yorumlayıcı çerçeve oluşturulmuş ve GBA’yı geliştiren değerli matematik araştırmacılarından biri olan Paul Cobb’tan da bu çerçeve ile ilgili görüşü alınmıştır. Değerli matematik araştırmacısı Cobb, sınıf etkinliklerine katılan öğrencilerin soyutlama yapabileceklerini ve sınıf uygulamalarındaki belirli tartışma ve etkileşim tiplerinin bireysel soyutlamada destekleyici olduğunu ifade ederek oluşturduğumuz çerçeveye ilişkin olumlu görüşlerini sunmuştur. Araştırma için oluşturulan yorumlayıcı çerçeve, Tablo 1.2’de sunulmuştur.

Tablo 1.2. *Araştırmada matematiksel öğrenmenin analizi için oluşturulan yorumlayıcı çerçeve*

Sosyal Perspektif	Psikolojik Perspektif



Yorumlayıcı çerçevenin sosyal boyutunda sosyal ve sosyomatematiksel normlar, yer alırken, psikolojik boyutunda öğrencilerin bireysel olan bilişsel eylemleri ve soyutlama mekanizmaları yer almaktadır. Bu araştırmada sınıftan odak olarak belirlenen üç öğrencinin matematiksel soyutlama süreçlerinin izlenmesi ve bu süreç sonunda soyutlama mekanizmalarının ortaya çıkarılması amaçlanmıştır. Bu bağlamda öğrencilerin soyutlama mekanizmalarını ortaya çıkarmak için de Piaget'in geliştirdiği soyutlama teorisi kullanılmıştır. Bununla birlikte öncelikli olarak odaklanılan öğrencinin zihinsel yapısı olsa dahi sosyolojik analizlerin gerekli olduğu belirtilmektedir (Cobb, vd., 1992). Bu nedenle öğrencilerin matematiksel soyutlamalarında destekleyici olan bireysel bilişsel eylemlerinin yanı sıra sosyolojik faktörlerin analizi için sınıf sosyal ve sosyomatematiksel normları da göz önünde bulundurulmuştur. Aşağıda soyutlama teorisi ve sınıf sosyal ve sosyomatematiksel normları ile ilgili açıklamalar üzerinde durulmuştur.

1.2.1.1. Piaget'in soyutlama teorisi

Piaget, bireyde bilgi gelişiminin ya da öğrenmenin bireyin bilişsel yapılarının en basit formu olan zihinsel düzenekleri (schemes) aracılığıyla özümseme ve uyarlama arasında kurduğu denge mekanizması ile gerçekleştiğini açıklamaktadır (Piaget, 1985; Von Glasersfeld, 1995; Piaget, 2001; Zembat, 2016b). Aynı zamanda Piaget, bireyde bilgi gelişiminin ya da öğrenmenin belli ilkelere bağlı olarak gerçekleştiğini de belirtmektedir. Gallagher ve Reid (1981) tarafından, Piaget'in belirttiği öğrenme ilkeleri aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

1. Piaget'ye göre öğrenme içsel bir yapılandırma sürecidir. Bu ilkeye göre birey, kendi bilişsel mekanizması yardımıyla deneyimlerinden yararlanarak kendi gerçekliğini oluşturmaktadır.
2. Öğrenme için yeterlik, ön şart olarak kabul edilmektedir. Öğrenmenin gerçekleşebilmesi için öğrencinin gereken düzeyde gelişim düzeyine ya da kavrama kapasitesine sahip olması gerekir.
3. Bireyde bilgi gelişimi; sorgulamalar, çelişkiler ve bunlar sonucunda zihinde yapılan yeni düzenlemelerden oluşan bir geri bildirim süreci sayesinde gerçekleşmektedir. Bu yeni düzenlemeler, genellikle sosyal etkileşimle harekete geçirilmektedir. Piaget, düşünülenin aksine sosyal etkileşimin de öğrenmede önemli bir faktör olduğunu düşünmekte, ancak ağırlıklı olarak öğrenmenin bilişsel yönüne odaklanarak bu yönü öncelikli olarak ele almaktadır.
4. Bireyin kural ve ilkeleri yapılandırırken kullandığı eylemleri daha üst bir zihinsel düzeyde düzenlemesi, öğrenmeyi sağlayan önemli etkenlerden biri olarak kabul edilmektedir.

Bununla birlikte Piaget'e göre bireylerde öğrenme farklı düzeylerde gerçekleşmektedir. Bu durumu ise Piaget geliştirdiği soyutlama teorisiyle açıklamış ve soyutlama teorisini deneysel (empirical) ve derin (düşünmeye dayalı-reflective) olmak üzere iki ana gruba ayırarak (Cobb, 1994; Zembat, 2016a) bu iki soyutlama çeşidinin her gelişim düzeyinde var olduğunu belirtmiştir (Piaget, 2001). Derin soyutlamayı ise artan soyutlama kademeleri ile üç gruba ayırmıştır (Piaget, 2001; Zembat, 2016a).

Deneysel soyutlama, nesnelerin doğrudan gözlemlenebilen özelliklerine dayanmakta iken derin soyutlama, bireyin eylemleri ve bu eylemlerin koordinasyonuna yönelik olarak kurduğu zihinsel ilişkilere dayanmaktadır. Başka bir deyişle, deneysel soyutlamanın kaynağını fiziksel bilgi oluştururken derin soyutlamanın kaynağını mantıksal-matematiksel bilgi oluşturmaktadır (Von Glasersfeld, 1995; Piaget, 2001; Zembat, 2016a). Bununla birlikte Piaget (2001), deneysel ile derin soyutlama arasındaki başka bir farkı da şöyle açıklamaktadır: Deneysel soyutlama, zihinde çelişkilere yol açabilir, ancak derin soyutlama böyle bir olasılığı dışlamaktadır. Öğrenmenin nasıl gerçekleştiğini analiz etmede ve öğrenmeyi kademelendirmede soyutlama çeşitlerini bilmenin yararlı olduğu vurgulanmaktadır (Zembat, 2016a). Özellikle derin soyutlama, bilişsel gelişim için temel olarak görülmektedir. Bununla birlikte derin soyutlamanın ileri düzeyde matematiksel düşünmeler için güçlü bir araç olabileceği belirtilmektedir (Dubinsky, 1991; Simon, 1995). Bu nedenle matematik eğitiminde öğrencilerin derin soyutlama yapmaları istenmektedir. Dolayısıyla öğretim derslerinin öğrencilerin derin soyutlama yapabilecekleri şekilde tasarlanması gerektiği vurgulanmaktadır (Zembat, 2007).

1.2.1.2. Sınıf sosyal ve sosyomatematiksel normları

Matematik eğitiminde öğrenme ve sosyal süreçler üzerinde araştırmacıların artan ilgisi, etkileşim kalıplarının nasıl olduğu üzerine incelemelere yol açmıştır. Farklı perspektiflerden birçok araştırmacı, bu konu üzerinde yapılan çalışmalara katkıda bulunmuştur. Dolayısıyla öğrenmeyi bilişsel, sosyal ve GBA gibi farklı perspektiflerden ele alan kuramlar, norm kavramına farklı biçimlerde yaklaşmışlardır (Partanen, 2011).

GBA perspektifinde normlar, sınıf tabanlı öğretim deneylerinde sınıf mikrokültüründe meydana gelen öğrencilerin matematiksel gelişimlerini açıklamak için analiz edilmiştir (Cobb ve Yackel, 1996). Etkileşim ürünü sosyolojik yapılar olarak görülen sosyal ve sosyomatematiksel normlar, sınıf mikrokültüründe öğretmen ve öğrenci tarafından birlikte oluşturulan, sürekli geliştirilen ve bir sınıftan diğerine farklılık gösterebilen önemli kavramlardır (Cobb ve Yackel, 1996; Cobb, 1999). Normlar, kollektif sınıf tartışmalarında düzenliliği sağlayan bir araç olarak görülmekte ve öğrencilerin matematiksel tartışmalarını yükseltme, matematiksel fikirlerini destekleme ve matematiksel muhakeme gerekçelerini sorgulayan bir matematiksel sınıf ortamı tasarlama bakımından önemlidir (Cobb ve Yackel, 1996; Yackel ve Cobb, 1996).

Sosyal normlar, herhangi bir alana özgü etkileşimlerle ilgili iken sosyomatematiksel normlar, sadece matematiğe özgü etkileşimlerle ilgilidir (Cobb vd., 2001; Yackel ve Cobb, 1996). Sosyal normlar; çözüm stratejilerini açıklama ve gerekçelendirme, diğer öğrencinin stratejilerini anlama, yanlış anlamalar meydana geldiğinde diğer öğrencilerin çözüm stratejilerini sorgulama, diğer öğrencilerle mutabık ya da onlara karşı olma gibi durumları içermektedir (Cobb, Yackel ve Wood, 1989). Mcclain ve Cobb (2001, s. 45) ise kendi çalışmalarında sınıf tartışmalarında analiz ettikleri sınıf sosyal normlarını şöyle betimlemişlerdir:

1. Öğrencilerin muhakemelerini gerekçelendirmeleri ve açıklamaları
2. Bir öğrencinin düşüncesinin geçersiz olduğunu göstermeleri için sınıfın zorlanması
3. Öğrencilerden diğer öğrencilerin açıklamalarını dinlemelerini ve anlamaları bekleme
4. Öğrencilerden anlaşılmayan noktaları göstermeleri ve mümkünse problemi açıklayan öğrenciye açıklayıcı sorular sormalarını bekleme
5. Öğrencilerden geçersiz olduğunu düşündüğü açıklamaları neden kabul etmediğini açıklamasını bekleme

Sınıfta sosyal normların oluşması, sosyomatematiksel normları da teşvik etmektedir. Öğrencilerden sadece çözümlerini ve çözüm süreçlerini açıklamaları değil aynı zamanda kendi çözümlerini ve başkalarının çözümlerini matematiksel muhakeme bakımından da analiz etmeleri beklenmektedir (Cobb ve Yackel, 1996). Bu nedenle Yackel ve Cobb (1996), sosyal normlarla ilişkili ancak sadece matematik alanına özgü olması bakımından sosyomatematiksel norm kavramını ortaya atmışlardır. İlkokul öğretmenleri ile işbirlikli olarak gerçekleştirdikleri sınıf tabanlı proje çalışmalarında sınıf mikrokültüründe oluşturulan ve geliştirilen sosyomatematiksel norm örnekleri şunlardır:

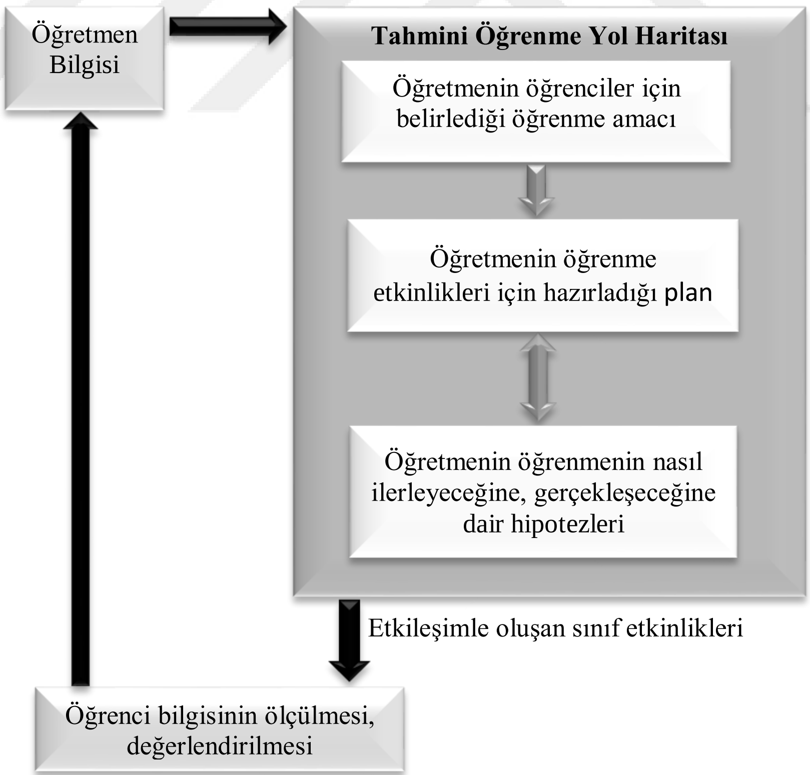
1. Kabul edilebilir bir matematiksel açıklama ve gerekçelendirme
2. Farklı bir matematiksel çözüm
3. Karmaşık bir çözüm
4. Etkili bir çözüm

Birçok araştırmacı, sosyal ve sosyomatematiksel norm kavramlarınının sınıf mikrokültürünü anlamada ve geliştirmede yardımcı olduğunu belirtmektedir (Cobb ve Yackel, 1996). Bununla birlikte Avrupa Matematik Komitesi (European Mathematics Society) [AMK], sosyomatematiksel normları matematik eğitiminde çığır açan bir bulgu olarak tanımlamıştır. Komite, sosyomatematiksel norm kavramının sınıfta gerçekleşen öğrenmeyi anlamada sağlam ve geçerli araçlar sunduğunu belirtmiştir (AMK, 2013'ten aktaran Toluk-Uçar, 2016).

Bu araştırmada ise normlar, GBA perspektifi doğrultusunda Cobb ve çalışma ekibinin pek çok çalışmada (Cobb, Yackel and Wood, 1989; Cobb ve Yackel, 1996; Mcclain ve Cobb, 2001; Yackel ve Cobb, 1996) etkileşim bağlamlarında oluşturdukları, geliştirdikleri ve alan yazına kazandırdıkları şekliyle ele alınmıştır. Sosyal ve sosyomatematiksel normlar, öğrencilerin matematiksel gelişimlerini nasıl desteklediğini açıklamak için kullanılmıştır. Başka bir deyişle bu araştırmada normlar, nasıl geliştiklerinden ve geliştirilme amacından ziyade odak öğrencilerin matematiksel soyutlamalarında öğrenmeyi destekleyen sosyolojik faktörler olarak ele alınmıştır. Öte yandan bir davranış biçiminin sosyal ya da sosyomatematiksel norm olarak kabul edilmesi için sınıf üyelerinin çoğu tarafından benimsenmiş olması ve sınıf içi diyaloglarda sıklıkla ortaya konması gerektiği belirtilmektedir (Akyüz, 2014). Bu doğrultuda araştırmada öğrenciler tarafından benimsenen, diyaloglarda sıklıkla görülen ve öğrencilerin zihinsel eylemlerinde önemli değişiklikler oluşturduğu gözlenen durumlara odaklanılmış ve bunlar norm olarak kabul edilmiştir.

1.2.2. Matematik öğretimi ve tahmini öğrenme yol haritası

Matematik öğretimi ile öğreniminin nasıl birbirleriyle etkileşimli olduğunu modelleyen Simon (1995), bir teorik çatı oluşturmuş ve bunu Matematik Öğretim Döngüsü [MÖD] olarak isimlendirmiştir. MÖD, Şekil 1.1'de verilmiştir.



Şekil 1.1. *Matematik Öğretim Döngüsü*
Kaynak: *Simon, 1995, s.136*

MÖD; en sade haliyle "Öğrenci bilgisini değerlendirme, Öğretmen bilgisi ve Tahmini Öğrenme Yol Haritası [TÖYH]" olmak üzere üç bileşenden oluşmaktadır. Simon, TÖYH'yi MÖD'nin ana bileşeni olarak ele almıştır. Çünkü TÖYH, öğrenme ile öğretme arasında köprü kuran yapılandırmacı öğretim modellerinden biri olarak görülmektedir (Simon, 1995; 2014).

Simon (1995, s.135), TÖYH'yi "öğrenmenin ilerleyebileceği yola ilişkin öğretmenin tahmini" olarak ifade etmiştir. Öğretmen, öğrenme sürecinin nasıl gerçekleşeceğini tam olarak bilemeyeceğinden dolayı 'tahmini' ifadesi kullanılmıştır. Başka bir deyişle gerçek yol haritasının daha önceden bilinmesi mümkün değildir.

TÖYH; öğretmenin öğrenciler için belirlediği öğrenme amacı ya da hedefi, öğrenmeyi destekleyecek etkinlik ya da plan ve öğretmenin öğrenmenin nasıl ilerleyeceğine ilişkin hipotezleri olmak üzere üç ana bileşenden oluşmaktadır. TÖYH'nin ilk bileşeni olan öğrenme hedefi; TÖYH'ye bir yol, istikamet sağlamaktadır. Simon, öğrenme hedefini ya da ders tasarımını belirlemeyi birbiriyle ilişkili olan şu iki faktöre dayandırmaktadır: Öğretmenlerin matematiksel bilgisi ve öğretmenin öğrencinin bilgisi ile ilgili tahmini. Başka bir ifade ile öğretmen, öğrenme hedefini belirlerken belirlediği konunun arkasında yatan matematiksel bilgiye sahip olmalıdır. Aynı zamanda öğretmenin belirlediği öğrenme hedefinin öğrencilerin yeterlik düzeylerine ve ön bilgilerine uygun olması gerekmektedir (Zembat, 2016c). Bununla birlikte TÖYH, öğretmenin daima tek bir hedefi takip etmesi ya da tek bir yol haritasını düşünmesi anlamına gelmemektedir. Aksine TÖYH'de hedefler dolayısıyla da TÖYH sürekli revize edilebilmektedir. Burada TÖYH'de bir hedefe ve öğretim kararlarında bir gerekçeye sahip olmanın önemli olduğu vurgulanmaktadır. TÖYH'nin ikinci bileşeni olan matematiksel etkinlikler, matematik öğretiminin etkililiğinde anahtar bir rol oynamaktadır (Simon ve Tzur, 2004). Simon (1995), tahmini öğrenme sürecinin gelişimi ile öğrenme etkinliklerinin gelişiminin karşılıklı ortak bir ilişkiye sahip olduğunu belirtmiştir. Öğrenme etkinlikleri için fikirlerin oluşumunu öğretmenin öğrencilerin düşünme ve öğrenmelerinin gelişimi hakkındaki varsayımlarına bağlamıştır. Simon, TÖYH'nin üçüncü bileşenini ise öğretmenlerin öğrencilerin düşünmelerinin ve anlayışlarının etkinlikler bağlamında nasıl değişeceğine yönelik varsayımları olarak ifade etmiştir. Bu bağlamda öğretmen, dersi planlarken öğretilmek istenen konuları öğrencilerin nasıl öğrenebileceğine ve bu esnada ne tür sorunlar çıkabileceğine dair hipotezler kurması gerekmektedir (Zembat, 2016c).

Simon (2014, s.273), TÖYH'nin bu bileşenlerini göz önünde bulundurarak bir takım sonuçlar çıkarmıştır. Bu sonuçlardan bazılarını aşağıdaki gibi ifade etmiştir:

1. İyi bir pedagoji, açık olarak ifade edilmiş kavramsal amaçla başlamaktadır.
2. Öğrenciler, kendine özgü yollarla öğrenmelerine karşın öğrencilerin öğrenme yollarında öğretimlere temel oluşturabilecek ortak yönler vardır. Dolayısıyla öğrenci öğrenmeleri hakkında yararlı tahminler olabilir.
3. Öğretimi planlama, olası öğrenci öğrenme süreçlerine yönelik bilinçli bir tahmini gerektirir.
4. Öğrencilerin öğrenme süreçlerine yönelik tahminlere dayalı olarak öğretim, öğrenmeyi desteklemesi için tasarlanmaktadır.
5. Öğrencilerin öğrenme yol haritası, kullanılan öğretimsel müdahaleden bağımsız değildir. Öğrencilerin öğrenmesi, matematik derslerinin yapısı ve içeriği tarafından sağlanan olanak ve kısıtlamalardan önemli derecede etkilenir.

Bu araştırmada matematik öğretimi için farklı yaklaşımlardan biri olan TÖYH, Simon'ın (1995) alana kazandırdığı biçimde ele alınmıştır. Başka bir deyişle TÖYH, yapılandırmacılığa uygun bir öğretim süreci gerçekleştirilmesinde pedagojik bir yol sağlaması amacıyla ders tasarım aracı olarak kullanılmıştır. Bu bağlamda önce öğrenciler için öğrenme amacı olarak dikdörtgen prizmaların hacmini ölçme konusu belirlenmiştir. Bu amaç doğrultusunda konuyla ilgili öğrencilerin yeterli derecede gelişmiş olması gereken noktalar belirlenerek ön klinik görüşme soruları hazırlanmıştır. Odak öğrencilerin yeterliklerini ve ön bilgilerini belirlemek için onlarla ön klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin yeterlikleri ve ön bilgileri tespit edilerek buna yönelik ders planları hazırlanmıştır. İlk dört hafta öğrencilerin ön bilgilerindeki eksiklikler giderilmeye ve yeterlikleri sağlanmaya çalışılmış ve dikdörtgen prizmaların hacmini ölçmeye yönelik etkinlikler, öğrenmenin nasıl gerçekleşeceğine ilişkin hipotezlere uygun biçimde hazırlanmıştır. Öğrenmenin nasıl gerçekleşeceği ile ilgili de aşağıdaki hipotezler kurulmuştur:

1. Öğrencileri derin soyutlamaya sevk edecek biçimde öğrencilerin hacim kavramını anlamlandırarak dikdörtgen prizmalarda hacim ölçme bağıntılarının altında yatan zihinsel ilişkileri keşfetmeleri
2. Öğrencilerin derin (düşünmeye dayalı) soyutlama yaparak dikdörtgen prizmalarda hacim ölçme bağıntılarını oluşturmaları

Bu hipotezler oluşturulurken alanyazında hacim ölçme bağıntılarının ezbere oluşturulduğu vurgusu göz önünde bulundurulmuş, bu nedenle de bağıntıların altında yatan ilkelerin kazandırılması ve etkinliklerle öğrencilerin derin düşünmeye sevk edilmesi gerektiği önerileri dikkate alınmıştır.

1.3. Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı, TÖYH çerçevesinde tasarlanan sınıf tabanlı bir öğretim deneyinde ortaokul altıncı sınıf öğrencileri içerisinden seçilen üç odak öğrencinin geometri ve ölçme öğrenme alanına ait dikdörtgen prizmaların hacmini ölçme konusuna ilişkin sınıf sosyal ve sosyomatematiksel normlarını dikkate alarak matematiksel soyutlama süreçlerini izlemek ve bu süreç sonundaki soyutlama mekanizmalarını ortaya çıkarmaktır.

1.3.1. Araştırma problemleri

Araştırmanın amacı doğrultusunda aşağıdaki araştırma soruları yanıtlanmaya çalışılmıştır:

1. Odak öğrencilerin TÖYH çerçevesinde tasarlanan öğretim deneyi süreci sonunda dikdörtgen prizmaların hacmini ölçme konusuna ilişkin ortaya çıkarılan soyutlama mekanizmaları nasıldır?
2. TÖYH çerçevesinde tasarlanan öğretim deneyi sürecinde odak öğrencilerin matematiksel soyutlamaları üzerinde öğrencilerin bireysel eylemleri ile birlikte sınıf sosyal ve sosyomatematiksel normlarının destekleyici rolü nasıldır?

1.4. Araştırmanın Önemi

Yapılandırmacı yaklaşımla birlikte öğrenme ile öğretme arasında köprü olabilecek ve öğrencilerin matematiksel düşünmelerine karşı duyarlı olan öğretim modellerine gereksinim duyulmaktadır. Türkiye'de yeni hazırlanan matematik dersi öğretim programlarında da öğrencilerin soyutlamaları ön plana çıkarılmıştır (Baki ve Gökçek, 2005; MEB, 2005; 2013). TÖYH'nin de yapılandırmacılığa dayalı, öğrenme ile öğretme arasında köprü olan ve öğrencilerin düşünmelerini dikkate alan (Simon, 1995) bir öğretim aracı olduğu göz önüne alındığında araştırmada pedagojik bir öğretim aracı olarak kullanıldığı şekliyle TÖYH'nin bu konuda en çok sıkıntı yaşayan başta öğretmenler olmak üzere, matematik dersi öğretim programı ve ders kitabı hazırlayan tüm eğitim kurumlarına katkı sağlayabileceği düşünülmektedir. Ayrıca TÖYH, Türkiye'de yeni çalışılan bir alan olduğundan dolayı bu çalışma, alana katkı getirmesi bakımından da önemlidir.

Türkiye'de 2005'ten bu yana yapılandırmacı yaklaşımı temel alan yeni matematik dersi öğretim programları uygulanmaktadır. Programlarda yapılandırmacılığın bilişsel boyutunun çok daha fazla ön planda olduğu görülmektedir. Programlarda etkileşimli ortamların oluşturulmasının öğrencilerin bireysel bilişsel gelişimlerini sağlaması bakımından ele alındığı görülmüştür (MEB, 2005; 2013). Hâlbuki sınıfta gerçekleştirilen öğretimde öğrenmenin sosyal yönlerini dikkate almak başarıyı sağlayan en önemli unsurlardan biri olarak kabul edilmektedir (Toluk-Uçar, 2016). Bu araştırmada odak öğrencilerin matematiksel soyutlamalarının ortaya çıkarılması amaçlanmış olmakla birlikte öğretim sürecinde öğrencilerin soyutlamalarında destekleyici olan sınıf sosyal ve sosyomatematiksel normlar dikkate alınmış ve bu sosyolojik yapıların destekleyici rolleri öğrenme sürecinde kullanılmıştır. Bu bağlamda bu araştırmada sınıf sosyal ve sosyomatematiksel normların dikkate alınması bakımından araştırmanın sınıflarda öğretmenlere katkı sağlayabileceği düşünülmektedir. Ayrıca Türkiye'de belli aralıklarla matematik dersi öğretim programlarının reform hareketlerine tabi tutulduğu görülmektedir (MEB, 2005; 2013; 2017). Bu araştırmanın sınıfta gerçekleşen öğrenmeyi hem bilişsel hem de sosyal yönü ile ele almasından dolayı sosyal ve sosyomatematiksel normların öğrenmedeki destekleyici rolü bakımından programlarda gerçekleştirilen reform hareketlerine katkı sağlayabileceği düşünülmektedir.

Gerek ulusal gerekse de uluslararası alanda yapılan çalışmalar, dikdörtgen prizmaların hacmini ölçme konusunda öğrencilerin çok fazla zorluk yaşadıklarını ortaya koymaktadır (Battista ve Clements, 1996; Ben-Chaim, Lappan ve Houang, 1985; Hirstein, 1981; Olkun, 2003; Tan-Şişman ve Aksu, 2016; Zembat, 2009). Bu çalışmada öğrencilerin dikdörtgen prizmanın hacmini ölçme konusunda hangi ön bilgilerden geçtikleri, yaşadıkları zorluklar, kavram yanılgıları, bu zorluklar karşısında öğretmen uygulamaları ve öğrencilerin tüm öğretim sürecinde keşfettikleri ve sergiledikleri eylemler ayrıntılı olarak analiz edilmiş ve açıklanmıştır. Bu bakımdan bu çalışmanın dikdörtgen prizmalarda hacim ölçme konusuna ilişkin zorluklar ve bu zorlukların giderilmesi konusunda yine öğretmenlere yardımcı olabilir. Bununla birlikte matematik öğretim dersi programında yer alan dikdörtgen prizmaların hacmini ölçme konusu ile ilgili kazanımların şekillendirilmesine de katkı sağlayabilir.

1.5. İlgili Alan Yazın

Bu bölümde TÖYH, soyutlama, sosyal ve sosyomatematiksel normlar ve üç boyutlu yapılarda hacim ölçme ile ilgili yapılmış olan bazı çalışmalar ele alınmıştır. Bu çalışmaların birçoğunda söz konusu olan konular birlikte ele alındığından dolayı araştırmalar tek bir başlık altında sunulmuştur.

Simon ve Tzur (2004), çalışmalarında TÖYH yapısının öğrenci öğrenmesini desteklemek için kullanılabilecek matematiksel etkinlikleri ve öğrencilerin öğrenme süreçleri ile ilgili hipotezleri içermesine karşın TÖYH'nin öğrenme süreçlerinde düşünme ve matematiksel etkinlik seçimi için herhangi bir çerçeve sağlamadığını belirtmişlerdir. Böyle bir çerçevenin olmasının yararlı bir TÖYH'nin oluşumuna önemli derecede katkıda bulunabileceğini ifade etmişlerdir. Bu doğrultuda çalışmalarında denk kesirler bağlamında etkinlik-etki ilişkileri üzerine ayrıntılı olarak hazırlanmış Piaget'in derin soyutlama mekanizmasının böyle bir çerçeve sağlayabildiğini ve böylece TÖYH yapısının teorik bir özenle hazırlanabildiğini göstermişlerdir. Başka bir deyişle kavramsal öğrenme ile matematiksel etkinlikler arasındaki ilişkiyi açıklayan derin soyutlama mekanizmasının bir TÖYH'nın oluşturulmasına nasıl çerçeve sağladığını ortaya koymuşlardır. Belirtilen derin soyutlama mekanizmasının öğrenenlerin amaçlı yönlendirilmiş bir etkinliğe yönelik eylemlerinin öğrenenlerde yeni ve daha sofistike kavramların nasıl oluştuğuna ilişkin bir açıklama sağladığını belirtmişlerdir.

Simon ve diğerleri (2010), genel olarak alanyazında öğrencilerin kavramsal adımlarının birinden diğerine geçiş sürecini inceleyen araştırmaların eksik olduğunu belirtmişlerdir. Bu doğrultuda öğrencinin kendi matematiksel etkinlikleri yoluyla yeni kavramların gelişimine katkıda bulunduğu bu süreci incelemişlerdir. Araştırmacılar, uygun biçimde seçilen ve sıralanan matematiksel görevlerle öğrencilerin uğraşması sonucunda önemli derecede matematiksel öğrenme oluşabildiğini varsaymışlardır. Kesirlerde bölme ile ilgili matematiksel görevler de kullanarak bireysel olarak bir öğrenci ile öğretim deneyi gerçekleştirmiş ve öğrencinin kavramsal ilerleyişini açıklamak için Piaget'in derin soyutlama mekanizmasını kullanmışlardır. Piaget'in mekanizmasından kendi araştırmalarına yön veren üç ilke almışlardır. Bu ilkeleri; öğrenme sürecinde öğrenenin etkinliğinin önemi, öğrenme sürecinde öğrenenin derin düşünmesinin önemi ve deneysel öğrenme süreci ile derin soyutlama arasındaki ayrım olarak ifade etmişlerdir. Bu üç ilke, araştırmacıların odaklandığı matematiksel öğrenmeyi tanımlamıştır. Öğretim deneyinde özel hazırlanmış matematiksel görevler bağlamında öğrencinin kendi matematiksel etkinlikleri sonucunda öğrencide önemli derecede öğrenme gerçekleştiğini ifade etmişlerdir.

Cobb ve diğerleri (1997), 18 birinci sınıf öğrencisi ile gerçekleştirdikleri öğretim deneyinde sınıf söylemleri ile matematiksel gelişim arasındaki ilişkiye odaklanmışlardır. Araştırmacılar, sosyolojik yapı olan yansıtıcı söylem (reflective discourse) ile bireysel psikolojik derin soyutlama arasındaki ilişkinin çok güçlü olduğunu iddia etmişlerdir. Sınıf tartışmalarında bu tartışmaların belirli tiplerinin bireysel soyutlamayı desteklediğini belirtmişlerdir. Başka bir deyişle öğrencilerin sınıf sosyal süreçlerine katıldıklarında matematiksel anlayışlarını aktif olarak yapılandırdıklarını ifade etmişlerdir. Bununla birlikte öğrencilerin sınıf sosyal süreçlerine katıldıklarında bireysel soyutlamanın yanı sıra kollektif olarak da soyutlamanın gerçekleşebileceğini vurgulamışlardır.

Stephan ve Akyüz (2012), yedinci sınıf öğrencileri ile onların tamsayılarda toplama ve çıkarma konusu ile ilgili anlamalarını destekleyen bir öğretim deneyi gerçekleştirmişlerdir. Araştırmacılar, tam sayılarda toplama ve çıkarma ile ilgili potansiyel bir öğretimsel teori önermek için bir TÖYH'yi test ve revize etmeyi amaçlamışlardır. Araştırmada kuramsal çerçeve olarak EP'yi kullanmışlardır. Dolayısıyla beş hafta ve 19 ders periyodunca süren öğretim deneyinde tüm sınıfın katıldığı tartışmalar gerçekleştirmiş ve kollektif sınıf matematik uygulamalarını analiz etmişlerdir. Finansal bağlama dayalı öğretim dizisini de Gerçekçi Matematik Eğitimi [GME] teorisini kullanarak tasarlamışlardır. Öğrencilerin bu bağlamda oluşturulan matematiksel uygulamalarda tamsayılarda toplama ve çıkarma için anlam oluşturan alacak, borç ve net değer gibi deneyimlerini başarılı bir şekilde kullandıklarını görmüşlerdir. Bununla birlikte dikey sayı doğrusu ile finansal bağlamın birleşiminin öğrencilerin tamsayı çalışmalarında büyük bir potansiyel sağladığını belirtmişlerdir.

Lopez ve Allal (2007), araştırmalarında kırsal bölgede olan iki farklı okulun birer tane ilkokul üçüncü sınıfını gözlemlemişlerdir. Bu sınıflar orta ve düşük sosyoekonomik düzeye sahip olan ve aynı dili konuşan öğrencilerden oluşmuştur. Araştırmacılar, iki tane üçüncü sınıf öğretmeninin sınıfını problem çözme etkinlikleri ile ilgili olarak her iki haftada bir ders olmak üzere toplam 21 ders gözlemlemişlerdir. Bu 21 dersin 10 dersi bir öğretmenin sınıfına ait iken 11 ders diğer öğretmenin sınıfına aittir. İki sınıftaki öğretim dizisi, aynı matematiksel görevler ve materyallerle gerçekleştirilmiştir. Araştırmacılar, bu araştırmada iki ana amaç belirlemişlerdir. Bunlardan birincisi, iki sınıfta ortaya çıkan sosyomatematiksel normları sunmaktır. İkinci amaçları ise tüm sınıf tartışmaları sırasında sosyomatematiksel normların nasıl müzakere edildiğini ve sosyomatematiksel normların öğrencilerin problem çözme etkinliklerinin düzenliliği açısından nasıl sonuçlar oluşturduğunu incelemektir. İki sınıf mikro kültüründe aynı normların yanı sıra farklı normlarında ortaya çıktığı görülmüştür. Ortaya çıkan aynı normlardan biri öğrencilerin problem çözme süreçlerini diğer arkadaşlarına açıklaması diğeri ise bu norm ile ilişkili olan önceki çözümlerinden farklı olan çözüm önerileri sunmalarıdır. Farklı olarak ortaya çıktığı ifade edilen normlar ise tüm sınıf tartışmaları sırasında öğrencilerin diğer öğrencilerin önerilerini dikkate alması ve öğretmenlerin farklı tutumlarından kaynaklanan durumlardır. Ayrıca araştırmacılar, sosyomatematiksel normların tüm sınıf tartışmalarında öğrencilerin matematiksel etkinliklerinin düzenine katkıda bulunduğunu bir öğretmenin sınıfında göstermişlerdir.

Levenson, Tirosh ve Tsamir (2009), araştırmaları için iki tane orta düzey sosyoekonomik düzeye sahip okulun birer beşinci sınıfını öğretmenleri ile birlikte seçmişlerdir. Bu sınıfları, önceden yaptıkarı gözlemlere ve anketlere dayalı olarak belirlemişlerdir. İki sınıfta da ülkenin ulusal matematik öğretim programının kullanıldığı gözlenmiştir. Bir sınıftaki öğretmen ve öğrencilerin ortaya koyduğu normlar, öğretmenin benimsediği normlar ile tutarlı iken diğerinde tutarsız olduğu görülmüştür. Araştırmacılar, bu iki sınıfta da öğrencilerin algıladığı normları incelemişlerdir. Buna bağlı olarak çalışmalarında sosyomatematiksel normların üç özelliğini dikkate alan bir bakış açısı sunmayı amaçlamışlardır. Bu üç özelliği; öğretmenlerin benimsediği normlar, öğretmen ve öğrencilerin ortaya koyduğu normlar ve öğrencilerin algıladığı normlar olarak ifade etmişlerdir. Araştırmacılar, öğretmen ve öğrencilerden eşitlik ve denk kesirlerle ilgili sorulardan oluşan iki anketi doldurmalarını istemişlerdir. Öğretmen ve öğrencilerin ortaya koydukları sosyomatematiksel normları anlamak için her bir sınıf dokuz kez gözlenmiş ve sınıf videoları kaydedilmiştir. Her bir sınıftan 10 öğrenciyle sınıflarında algıladıkları sosyomatematiksel normları değerlendirmek için bireysel olarak görüşülmüştür. Ayrıca her bir öğretmen ile okul yılının sonunda görüşme yapılmıştır. Elde edilen bu verilerin sonucunda öğretmenlerin benimsediği normlar, öğretmen ve öğrencilerin ortaya koyduğu normlar ve öğrencilerin algıladığı normlar arasında ilişki olduğu belirtilmiştir. Bununla birlikte öğretmen ve öğrenciler tarafından ortaya koyulan sosyomatematiksel normlar, öğretmenlerin benimsediği normlar ile uyumlu olsa dahi öğrencilerin bu aynı normları algılamadığını göstermiştir. Bu nedenle sosyomatematiksel normları incelerken öğrencilerin bakış açısını dikkate almaya olan gereksinim vurgulanmıştır.

Akyüz (2014), bir devlet üniversitesinde öğrenim gören üçüncü ve dördüncü sınıf 10 ilköğretim matematik öğretmeni adayıyla yaptığı çalışmasında dinamik geometri yazılımları teknolojisini kullanarak sorgulama tabanlı bir sınıf ortamında gelişen sosyomatematiksel normların neler olduğunu tespit etmeyi amaçlamıştır. Araştırmacı, GME' ye göre 16 tane problem tabanlı matematiksel etkinlik hazırlamıştır. Araştırmanın verileri, çember konusuna ilişkin haftada dört saat olmak üzere beş haftalık öğrenci-öğretmen diyalogları, sınıf içi etkileşimleri ve öğretmen adaylarının konuya ilişkin yaptıkları ev ödevlerinden elde edilmiştir. Ders sırasındaki iletişimler yazılı hale getirilerek tekrar eden açıklama, yorumlama, kanıtlama ve tartışma türleri ortaya çıkarılmış, bu tartışma türlerinden hangilerinin sosyomatematiksel norm olarak kabul edilebileceği belli teorik çerçeveler ışığında değerlendirilmiştir. Sonuç olarak araştırmacı, sınıf ortamında ortaya çıkan teknoloji ile ilişkili üç normu aşağıdaki gibi ifade etmiştir.

1. Soruda ya da çözümde yapılacak bir değişikliğin etkilerini sorgulamak.
2. Dinamik yazılımdaki araçların özelliğini kullanarak sonuç çıkarmak.
3. Yapılan bir çözümü veya hipotezi dinamik olarak doğrulamak.

Araştırmacı, teknoloji ile ilişkili olan bu üç normun ilk defa ortaya koyulduğunu öne sürmüş ve bu normların teknoloji içeren matematik derslerinde 'tekno-sosyomatematiksel' normlar gibi yeni bir kategori oluşturabileceğini belirtmiştir.

Hershkowitz ve Schwarz (1999), bilgisayar destekli matematik projesi ile zengin öğrenme ortamlarında GBA kuramsal çerçevesinin uygulama alanını lise alt sınıflarına taşımaya çalışmışlardır. Bilgisayar destekli matematik projesi, lise alt sınıf öğrencileri için hazırlanmış geniş ölçekli bir eğitim programıdır. Bu proje, erken cebir, cebir, istatistik, geometri ve fonksiyon konularını kapsamaktadır. Araştırmacılar, zengin öğrenme ortamlarında sınıflarda gelişen bazı sosyal yapıları incelemeyi amaçlamışlardır. Küçük lise sınıfı düzeyinde sosyomatematiksel normları incelemiş ve sınıfta bilgisayarlı araçları kullanan öğrencilerin etkinliklerini gözlemişlerdir. Araştırmacılar, aynı zamanda sözlü ve sözsüz etkileşim yoluyla araçların kullanımına ve etkinlikler sırasında nesne ve eylemlerin dönüşümüne dikkat etmişlerdir. Zengin öğrenme ortamlarını ise aşağıdaki karakteristik özelliklerle açıklamışlardır:

1. Matematiksel görevler, açık uçlu problem durumlarından oluşmaktadır.

2. Matematiksel görevler etrafında etkinliklerin tasarımı çok aşamalıdır (küçük grup problem çözme, kaydetme ve yansıtma).
3. Bilgisayarlı araçların kullanımı

Bilgisayar destekli matematik derslerinde öğrenciler, çoğu problemli olan açık uçlu üç örnek matematiksel görev üzerinde önce küçük gruplar halinde çalışmış sonra öğrenci grupları, tüm sınıfla çözümlerini tartışmıştır. Bu araştırmanın bulguları, sosyomatematiksel normların sadece sözlü etkileşimden kaynaklanmadığını aynı zamanda iletişimsel olmayan sözsüz eylemler olarak bilgisayar manipülatiflerinden de kaynaklanabileceğini göstermiştir. Araştırmada öğrenci ile öğretmen ve öğrenciler arasındaki sözlü etkileşime ek olarak öğrenciler ile araçlar ve öğrenci ile çok aşamalı etkinlikler arasında sözsüz etkileşimler olduğu vurgulanmıştır.

Tatsis (2007), 40 lisans öğrencisi ile yaptığı çalışmada müşterek problem çözme süreci sırasında sosyal ve sosyomatematiksel normların nasıl oluştuğunu incelemiştir. Öğrenciler ikişer kişilik gruplara ayrılmış, her bir çift için her biri bir saat olan üç oturum yürütülmüş ve her bir oturumda bir problem verilmiştir. Öğrencilerin gerçekleştirdiği oturumlar video ile kayıt altına alınmıştır. Veriler, iki düzeyde analiz edilmiştir. Birincisi etkileşimler sırasında müzakere edilen ve oluşturulan matematiksel kavramların nasıl oluşturulduğu ile ilgili tematik analizdir. İkincisi belirli sosyal ve sosyomatematiksel normlarla ilgili tutumlarda katılımcılar tarafından kullanılan dil ile ilgili olan etkileşimsel analizdir. Bu analizler sonucunda üç tanesi sosyal, altı tanesi de sosyomatematiksel olan dokuz norm ortaya çıkmıştır. Bu normlar; işbirliği, gerekçelendirme, tehditten kaçınma, belirsizlik, üçüncü kişinin anlaması, matematiksel gerkçelendirme, matematiksel farklılık, geçerlilik, uygunluk olarak ifade edilmiştir. Ayrıca normların matematik eğitiminde yararlı bir araç olduğu vurgulanmıştır.

Ben-Haim, Lappan ve Houang (1985), sosyoekonomik düzeyi farklı üç bölgede beşinci sınıftan sekizinci sınıfa kadar olan ortaokul öğrencileriyle bir çalışma gerçekleştirmişlerdir. Öğrencilere her biri beş seçenekli 32 maddeden oluşan bir uzamsal görselleştirme testini öğretimden önce uygulamışlardır. Testteki bütün temel figürler, küçük küplerden oluşmuştur. Test, yapıların düz ya da köşe görünümlerini bulma, küpleri ekleme ya da çıkarma iki yapıyı birleştirme, yapıların taban görünümlerini içeren maddelerden oluşmuştur. Test, pilot çalışmaya dayalı olarak oluşturulmuştur. Pilot çalışmada öğrencilere küçük küplerden inşa edilmiş dikdörtgen prizma yapısında kaç tane birim küp olduğuna ilişkin sorulan sorularda öğrencilerin hatalı stratejileri kullandıklarını ve çizim olarak verilen yapıları görselleştiremediklerini analiz etmişlerdir. Analizler sonucunda aşağıdaki bulgulara ulaşılmıştır:

1. Görünen yüzleri sayma
2. Görünen yüzleri sayma ve bunun iki katını alma
3. Görünen küçük küpleri sayma
4. Görünen küçük küpleri sayma ve bunun iki katını alma

Araştırmacılar, bu noktada iki amaç belirlemişlerdir: Bunlardan biri uzamsal görselleştirme etkinliklerinde öğretimle öğrencilerin performansının etkilenip etkilenmeyeceğini cinsiyet ve sınıfa göre farklılık gösterip göstermeyeceğini belirlemek, diğeri ise maddeleri yanıtlamada öğrencilerin kullandıkları stratejileri ortaya koymaktır. Ön testten sonra üç haftalık 12 ile 15 ders süresince öğretim ünitesi gerçekleştirilmiştir. Öğretim ünitesi, dikkatlice hazırlanmış 10 sıralı etkinlik içermektedir. Bu etkinlikler; iki boyutlu çizimle üç boyutlu nesneleri temsil etmeyi ve iki boyutlu temsillerden bloklarla üç boyutlu nesneleri inşa etmeyi içermektedir. Öğretim sonrasında öğrencilere son test uygulanmıştır. Araştırmada şu sonuçlara ulaşılmıştır:

1. Bölge ve sınıf düzeyi fark etmeksizin üç haftalık uzamsal görselleştirme öğretim programından sonra öğrencilerin performanslarının önemli ölçüde geliştiği görülmüştür.
2. Bu çalışma, daha önceki bazı çalışmalardan farklı olarak uzamsal görselleştirme yeteneğinin eğitim yoluyla gelişebileceğini ortaya koymuştur.
3. Uzamsal görselleştirme yeteneğinin cinsiyet bakımından erkeklerin lehine olduğu görülmüştür.
4. Çocuklara küplerle somut temsiller yapma fırsatı verildiğinde izometrik olarak resmedilen yapıların küp sayılarını doğru hesaplama yeteneklerini geliştirebildiği gözlenmiştir.

Battista ve Clements (1996); üçüncü, dördüncü ve beşinci sınıf öğrencilerinin üç boyutlu dikdörtgen prizma yapılarında küpleri nasıl saydıklarını ve kavramsallaştrdıklarını incelemişlerdir. Bunun için çeşitli problem sorularıyla dikdörtgen prizmaları oluşturmak için gereksinim duyulan birim küp sayısını öğrencilere sormuşlardır. Araştırmacılar, birim küpleri sayma görevlerinde öğrencilerin kullandığı stratejileri, beş temel grupta sınıflandırmışlardır. Bununla birlikte her bir grubun içerisinde farklı stratejiler bulunmaktadır. Bu kategoriler, aşağıda verilmiştir:

1. **A kategorisi**: Küp dizisini katmanlarla düzenlenmiş dikdörtgensel yapı olarak yapılandırma
2. **B kategorisi:** Küp dizisini katları kullanmadan boşluğu doldurma olarak yapılandırma
3. **C kategorisi:** Küp dizisini yüzlerini dikkate alma bakımından yapılandırma
4. **D kategorisi**: Uzunluk x Genişlik x Yükseklik bağıntısını kullanma
5. **E kategorisi:** Bunların dışında kalan diğer stratejiler

D ve E dışındaki kategoriler hiyerarşik ve C'den A'ya doğru gelişmektedir. E kategorisi, formülün yanlış bir uygulaması, D kategorisi ise alışılmış ezberin bir sonucu olduğu gözlenmiştir. Araştırmacılar, daha sonra orta düzeyde bir öğrenci ile üç hafta süren yaklaşık 50 dakikalık yedi oturumda bir öğretim deneyi gerçekleştirmişlerdir. En son olarak ise üç boyutlu küp yapılarını nasıl yapılandırdıklarını anlamak için 15 öğrenciye farklı sorular sormuşlardır. Araştırmacılar, öğrencilerle gerçekleştirdikleri görüşmeler ve öğretim deneyinden sonra öğrencilerin üç boyutlu yapılarda küp sayısını anlamlı bir şekilde hesaplayabilmelerinde uzamsal yapılandırmanın temel kavram olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca öğrencilerin kullandığı stratejileri gelişim evrelerine göre üç farklı şekilde kavramsallaştırmışlardır. Bunların ilki ve en düşük düzeyi yüzeyleri dikkate alan 'küme yüzeyi' diğeri birim küpleri dikkate alan 'küp kümesi' sonuncusu ve ileri düzeyi 'organize küpler' olarak ifade edilmiştir. Uzamsal yapılandırma; birimleri tanıma, birimler arasında ilişki kurma ve oluşturulan bu yeni bileşik birimleri uygun şekilde öteleyerek tüm yapıyı oluşturmayı içermektedir. Bununla birlikte üç boyutlu yapıları yapılandırmada bilişsel kilometre taşları belirlemişlerdir. Bu önemli dönüm noktalarını aşağıdaki gibi ifade etmişlerdir:

1. **Medley of views:** Öğrencinin prizmanın sadece bir yüzünde görünen küpleri organize etmesi (C kategorisi).
2. **Composite unites:** Prizmanın bir ya da daha fazla yüzünü iki boyutlu küp dizilerinden oluşan bir bileşik olarak kavramsallaştırma.
3. **Coordination:** Üç boyutlu yapıların farklı görünümlerinin birbiriyle olan ilişkisini tanıma ve buna göre koordine etme.
4. **İntegration:** Tutarlı bir zihinsel model oluşturma ve prizmanın ortogonal görünümlerini koordine etme.

Sonuç olarak araştırmacılar, pekçok öğrencinin üç boyutlu yapılarda küpleri saymakta başarısız olduğunu belirtmişlerdir. Bunun nedenini ise öğrencilerin yapıları uzamsal yapılandırmada yaptıkları hatalara bağlamışlardır. Bununla birlikte araştırmada üç boyutlu yapılarda küp sayısını belirlemede öğrencilere bir formül ya da bir dizi prosedürle öğretimler yapıldığı tespit edilmiştir.

Battista (1999), sorgulamaya dayalı problem merkezli bir matematik sınıfında öğrencilerin üç boyutlu küp yapılarını saymada öğrencilerin bilişsel yapılarının nasıl değiştiği ve geliştiği ile ilgili detaylı bir analiz elde etmek için yapılandırmacı yaklaşımın psikolojik ve sosyokültürel bileşenlerini içeren GBA kuramsal çerçevesini kullanmıştır. Araştırmacı, öğretmen önerisiyle beşinci sınıf öğrencisi ikişer kişiden oluşan üç grubu belirlemiş ve onlarla ön klinik görüşme gerçekleştirmiştir. Gruplardan biri yüksek düzeyli ikisi ise düşük düzeyli öğrencilerden oluşturulmuştur. Bu klinik görüşmeler, biri standart ikisi ise farklı olan birim küp sayma etkinliği üzerinden yürütülmüştür. Ön görüşmelerde üç soruda altı öğrencinin yaptığı 18 çözümün sadece birinde kat stratejisinin doğru kullanıldığı görülmüştür. Tümü yanlış olan 12 çözümde öğrenciler yapının birim kare yüzlerini saymışlardır. Öğrenciler çözümlerin beşinde ise her bir küpü görselleştirerek hesaplamaya çalışmışlardır. Çözümler incelendiğinde ise sadece birinin doğru olduğu görülmüştür. Daha sonra bir öğretmen tarafından öğrencilerle haftada iki kez birer saat olmak üzere dört hafta öğretimler gerçekleştirilmiştir. Ancak öğretmen öğretimde çiftlerle iletişimler kurarak onların anlamalarına yardımcı olmak ve çiftler arası işbirliğini ve iletişimi sağlamak gibi bir rehber konum üstlenmiştir. Öğretim süreci sonunda ise ön görüşmelerdeki gibi sayma etkinliği üzerine öğrencilerle son klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Bütün görüşmeler ve ders oturumları kayıt altına alınmış, dökümü yapılmış ve analiz edilmiştir. Çalışma sonunda altı öğrenci de üç boyutlu küp yapılarda birim küpleri doğru bir şekilde sayabilmiş ve yapılandırabilmiştir. Son görüşmede sadece bir öğrenci bir problemde bütün küpleri saymış diğer tüm problemlerde öğrenciler kat stratejisini doğru kullanabilmişlerdir. Sonuç olarak araştırmada çiftler arasındaki yüz yüze sosyal etkileşimin zihinsel süreçlerde ve anlamlı ve güçlü öğrenmenin gerçekleşmesinde önemli rol oynadığı vurgulanmıştır. Bu süreçte öğrenciler, iş birliği yaptıkça kendi fikirlerini açıklamış, incelemiş ve revize etmişlerdir. Bununla birlikte grup arkadaşlarının fikirlerindeki hatalara işaret etmişler, onların fikirlerini kendi fikirleri ile tamamlamışlar ve dikkatlerini çeken yorumlarda bulunmuşlardır.

2. YÖNTEM

Bu araştırmanın amacı, TÖYH çerçevesinde tasarlanan sınıf tabanlı bir öğretim deneyinde ortaokul altıncı sınıf öğrencileri içerisinden seçilen üç odak öğrencinin geometri ve ölçme öğrenme alanına ait dikdörtgen prizmaların hacmini ölçme konusuna ilişkin sınıf sosyal ve sosyomatematiksel normlarını dikkate alarak matematiksel soyutlama süreçlerini izlemek ve bu süreç sonundaki soyutlama mekanizmalarını ortaya çıkarmaktır. Bu süreçte karmaşık ve derinlemesine bilgilerin elde edilmesi (Creswell, 2007) ayrıca gerçekçi ve bütüncül bir şekilde doğal ortamda ortaya konulan algı ve olayların izlenmesi hedeflenmiştir (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Bu bağlamda araştırmanın deseni, araştırmacının rolü, katılımcılar, verilerin toplanması ve analizi ile geçerlik ve güvenirlik süreçlerinde nitel araştırma yaklaşımları benimsenmiştir.

2.1. Araştırma Deseni

Araştırmanın amacı doğrultusunda derinlikli ve nitelikli veri elde edebilmek için öğrencilerin kendi arasında ve öğretmen ile öğrenciler arasında etkileşimler gerçekleşmiştir. Bu bağlamda araştırmada yorumlayıcı yaklaşıma dayalı olarak nitel araştırma paradigması içerisinde yer alan (Wood, Cobb ve Yackel, 1990) ve matematik eğitiminde sıklıkla kullanılan öğretim deneyi (teaching experiment) desen olarak kullanılmıştır.

2.1.1. Öğretim deneyi

Öğretim deneyi; araştırmacıların kendi etkinliklerini organize ettiği, Piaget'in klinik görüşmelerinden üretilen ve yapılandırmacı yaklaşıma dayanan (Steffe, 1991; Simon, 1995; Steffe ve Thompson, 2000) kavramsal bir araç olarak kabul edilmektedir. Ancak öğretim deneyi, öğrencilerin matematiksel bilgilerini çeşitli yollarla etkileme amacı taşıdığından klinik görüşmelerden daha kapsamlıdır. Klinik görüşmeler, öğrencinin mevcut bilgisini anlamayı amaçlarken, öğretim deneyi geniş zaman diliminde öğrencinin yaptıklarını anlamaya yönelmektedir (Steffe ve Thompson, 2000). Başka bir deyişle öğretim deneyi, temel olarak öğrencilerin matematiğini (öğrencilerin söylediklerini ve yaptıklarını) anlamayı (Steffe ve Thompson, 2000) ve öğrenmeyi kolaylaştırabilecek yollar ve araçlar bulmayı (Steffe, 1991) amaçlamaktadır. Dolayısıyla öğrencilerin matematiksel gerçeklerini anlamaya teşebbüs etmek ve öğrencilerin söyledikleri ve yaptıkları şeylerin arkasına bakmak öğretim deneyinin önemli bir parçası olarak görülmektedir (Steffe ve Thompson, 2000). Bu bağlamda Steffe ve Thompson (2000), öğretim deneyinde iki kavramdan bahsetmektedirler. Bu kavramlardan biri, öğrencilerin matematiksel bir etkinliğe katıldıklarında söylediklerini ve yaptıklarını, yani eylemlerini (students' matmematics), diğeri ise öğrencilerin bu etkinlikler sırasındaki eylemlerinin araştırmacı tarafından yorumlanması sonucu ortaya çıkan modeli (mathematics of students) ifade etmektedir. Öğretim yoluyla öğrencilerin matematiksel düşüncelerinin modellerini inşa etmek, öğretim deneyinin en önemli özelliklerinden biri olarak öne çıkmaktadır (Cobb ve Steffe, 1983; Tunç-Pekkan, 2008). Bu modeller, öğrencilerin işlem yollarındaki değişim süreçlerini içermektedir. Ayrıca öğrencilerin düşünmesinde meydana gelecek dengesizlik işaretleri, araştırmacıya model oluşturmak için kritik bir alan sunmaktadır (Elstak, 2007). Modelleme sürecinde araştırmanın merkezindeki kavramlar kullanılmakta ve bu kavramlar, öğrencilerin matematiksel etkinliklerinin somut açıklamaları ve özel formlarında ortaya çıkmaktadır. Öte yandan öğretim deneyinin diğer bir amacı da araştırmacıların öğrencilerin matematiksel öğrenme ve muhakemelerini ilk elden deneyim etmeleridir. Böyle bir deneyim olmadan öğrencilerin güçlü matematiksel kavram ve işlemleri nasıl oluşturduklarını anlamanın mümkün olmayacağı belirtilmektedir (Steffe ve Thompson, 2000).

Öğretim deneyinin başka bir önemli unsuru da geliştirilen varsayımlardır. Öğretim deneyi, varsayımları test etmek için yapılmasının yanı sıra öğretim sırasında varsayımlar üretilebilmekte ve süreç içerisinde bu varsayımlar test edilebilmektedir. Araştırma varsayımları, bir öğretim deneyinden önce biçimlendirici bir işlev görmekte ve araştırmacının genel amaçlarına rehberlik etmektedir (Steffe ve Thompson, 2000). Başka bir deyişle öğretim deneyinde ele alınan varsayımlar, matematik eğitiminde bir takım matematiksel konuların içeriğine ve pedagojisine yaklaşımda bulunmak için oluşturulan yolların yeniden kavramsallaştırılmasında bir araç olmaktadır (Confrey ve Lachance, 2000). Bu bağlamda Confrey ve Lachance (2000), öğretim deneyinde ortaya koyulan varsayımların, iki boyuta sahip olması gerektiğini belirtmektedirler. Bu boyutlardan birisi matematiksel içerik yani ne öğretilmesi ile ilgiliyken, diğeri öğretilen içerikle bağlantılı pedagojik boyut yani konunun nasıl öğretilmesi gerektiği ile ilgilidir. Pedagojik boyut; sınıfın nasıl organize edileceği, öğrencilere hangi görevlerin verileceği konusunda araştırmacıya rehberlik etmektedir. Bununla birlikte öğretim deneyinde ele alınan varsayımların ispatlanma ya da reddedilme gibi durumları söz konusu olmamasından dolayı öğretim deneyindeki varsayımlar, nicel deneysel araştırmalardaki hipotezlerden ayrılmaktadır (Cobb ve Steffe, 1983).

Öğretim deneyinde araştırmacı, aynı zamanda öğretmendir ve araştırmacı-öğretmen ile katılımcılar arasında uzun süreli bir etkileşim söz konusudur (Cobb ve Steffe, 1983). Araştırmacı-öğretmen, katılımcı ya da katılımcıların yaptığı işleri ve kullandığı dili yorumlayarak ortamlar oluşturmak, kritik sorular sormak ve öğrenmeyi cesaretlendirmek için çeşitli kararlar almaktadır. Bununla birlikte araştırmacı, elde edilen bilgiyi analiz eden kişidir (Steffe, 1991). Öte yandan öğrencilerin düşünme süreçlerinde oluşan hatalar, araştırmacı için hem bir sınırlılık hem de problemleri için temel kaynaklardır. Araştırmacının öğretim sırasında karşılaşılan bu sınırlamaları dolayısıyla da öğrencilerin düşünce şemalarını değiştirirken karşılaştıkları zorlukları ortadan kaldırması gerekmektedir. Bir öğrenci tamamen yanlış ya da rasyonel olmayan bir bilgiye sahipse araştırmacı-öğretmenin öğrencinin yapabileceği şeyi anlamaya çalışmalı ve akılcı bir çerçeve oluşturması gerekmektedir. Burada araştırmacı-öğretmenin duyarlı ve sezgisel bir şekilde öğrencilerle etkileşerek öğrencilerin muhakemesini keşfetmesi, öğrencilerin neyi nasıl öğrenebileceklerini ve zihinsel işlemler imgelerini biçimlendirmesi beklenmektedir (Steffe ve Thompson, 2000).

Bir öğretim deneyinin aşağıdaki bileşenlerden oluştuğu belirtilmektedir (Cobb ve Steffe, 1983; Confrey ve Lachance, 2000):

1. Öğretim bölümleri

2. Bireysel görüşmeler

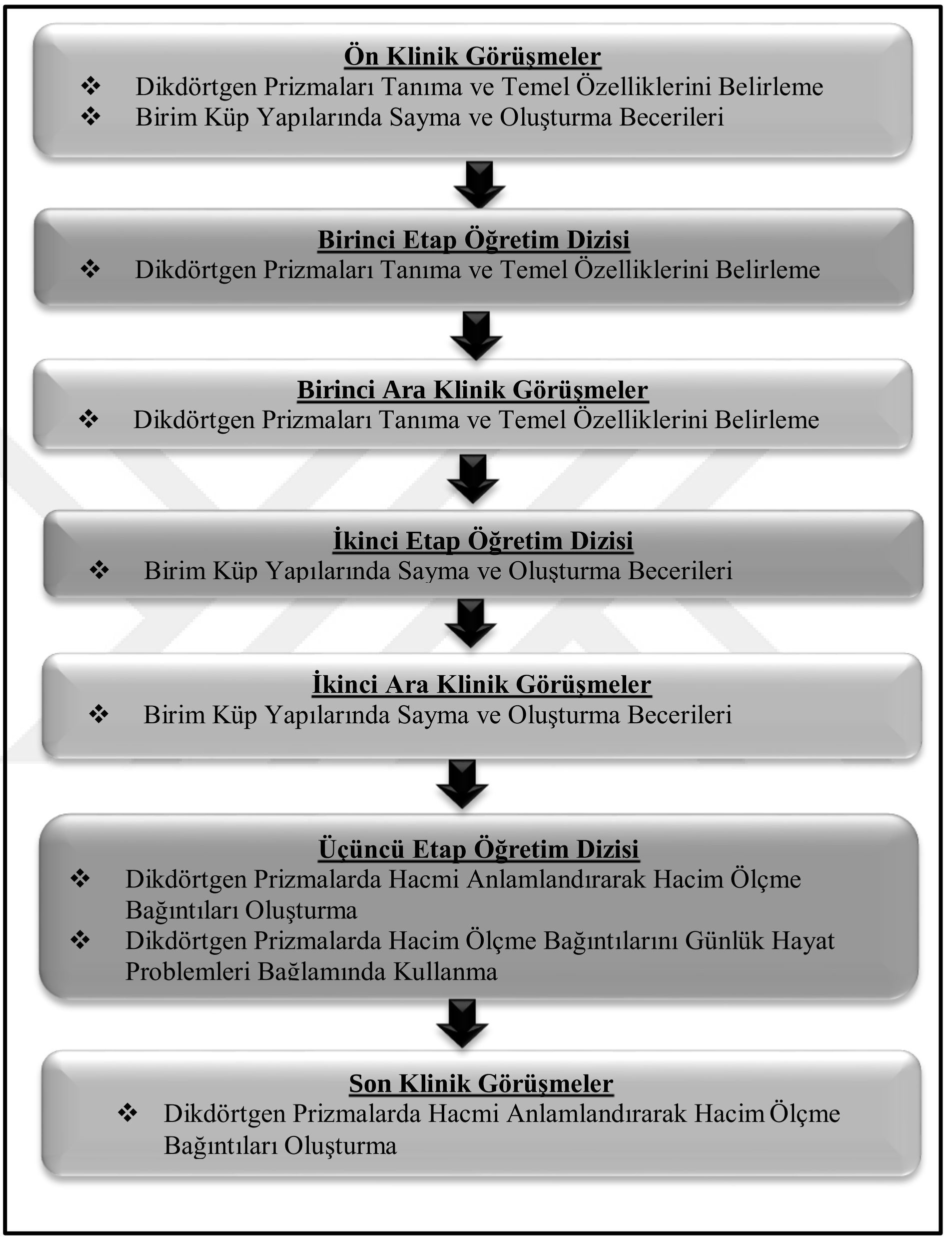
3. Birkaç hafta ya da yıla kadar uzanabilen zaman periyodu

Her bir öğretim bölümünde öğretici, katılımcı ya da katılımcılar ve araştırmacıya yardımcı olacak bir gözlemci ve her bir öğretim bölümünü kaydeden bir kayıt cihazı bulunmakta ve öğrenci sayısı bir kişiden bir sınıfa kadar değişebilmektedir (Steffe ve Thompson, 2000).

2.1.2. Araştırmada benimsenen öğretim deneyi bağlamı

Bu araştırmada kullanılan öğretim deneyinde GBA kuramsal çerçevesi doğrultusunda yapılandırmacı yaklaşım ilkeleri benimsenmiştir. Öğretim deneyi, öğrencilerin dikdörtgen prizmalarda hacim ölçme konusuna ilişkin matematiksel soyutlamalarını sağlamak ve öğretim deneyi sonunda soyutlama mekanizmalarını ortaya çıkarmak amacıyla kullanılmıştır. Bu bağlamda öğretim deneyi sürecinde öğrenciler, oluşturdukları matematiksel anlam ve bilgileri ön bilgilerinin oluşturduğu zihinsel düzeneklere dayalı olarak etkin biçimde yapılandırmışlardır. Öğretim deneyinde TÖYH çerçevesinde tasarlanan öğretim sürecinde yapılandırmacı yaklaşımın önerdiği doğrultuda öğrencilerin dikdörtgen prizmalarda derin soyutlama sonucu hacim ölçme bağıntılarının altında yatan zihinsel ilişkileri keşfederek bu bağıntıları oluşturmaları hipotez olarak kurulmuştur. Kurulan bu hipotezlerle birlikte öğretim deneyi sürecinde öğrencilerin oluşturabilecekleri bilgiler, öğretmenlerin sahip olduğu bilgilerden farklı olabileceğinden dolayı araştırmacı-öğretmen; kendi sahip olduğu bilgilerin, bu bilgilere ulaşma yollarının ve bilgileri kullanma biçimlerinin öğrencilere dayatılmaması gerektiğinin farkında olarak öğrencilerin kendi bilgilerine kendi yollarıyla ulaşmalarını teşvik etmeye çalışmıştır.

Öğretim deneyi uygulama süreci; Şekil 2.1.'de sunulduğu gibi odak öğrencilerle gerçekleştirilen ön, ara ve son klinik görüşmeler ve tüm sınıfla gerçekleştirilen öğretim dizileri aşamalarından oluşmuştur. Sürecin başında ön klinik görüşmeler, Piaget'in öğrenme ilkelerine ve TÖYH'nin öğrenme amacına uygun olarak öğrencilerin ön bilgileri ve dolayısıyla yeterliklerini belirlemek için dikdörtgen prizmaları tanıma, prizmaların temel özelliklerini belirleme ve birim küp yapılarında sayma ve oluşturma becerilerine yönelik olarak odak öğrencilerle gerçekleştirilmiştir. Ön klinik görüşmelerde elde edilen verilerin analizi doğrultusunda bu noktalarda öğrencilerin ön bilgilerindeki eksikliklerin giderilerek yeterliklerini sağlamak amacıyla TÖYH'de dikdörtgen prizmaları tanıma ve prizmaların temel özelliklerini belirlemeye yönelik üç hafta süren birinci etap öğretim dizisi planlanmış ve yürütülmüştür. Birinci öğretim dizisinden sonra odak öğrencilerin bu konularda ön bilgilerinde eksik olan noktaları nasıl yapılandırdıklarını daha ayrıntılı olarak anlamak için odak öğrencilerle birinci ara klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Birinci ara klinik görüşmelerden sonra birim küp yapılarında sayma ve oluşturma becerilerine yönelik bir haftalık ikinci etap öğretim dizisi planlanmış ve yürütülmüştür. İkinci etap öğretim dizisinden sonra bu konularda odak öğrencilerin ön bilgilerinde eksik olan noktaları nasıl yapılandırdıklarını daha ayrıntılı olarak anlamak için odak öğrencilerle ikinci ara klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. İkinci ara klinik görüşmelerden sonra da TÖYH'de temel öğrenme amacı olarak belirlenen dikdörtgen prizmaların hacimlerini ölçmeye yönelik beş hafta süren üçüncü etap öğretim dizisi planlanmış ve yürütülmüştür. Üçüncü etap öğretim dizisi sonunda ise dikdörtgen prizmalarda hacmi anlamlandırarak hacim ölçme ile ilgili bağıntılarını odak öğrencilerin nasıl yapılandırdıklarını daha ayrıntılı olarak anlamak için odak öğrencilerle son klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir.



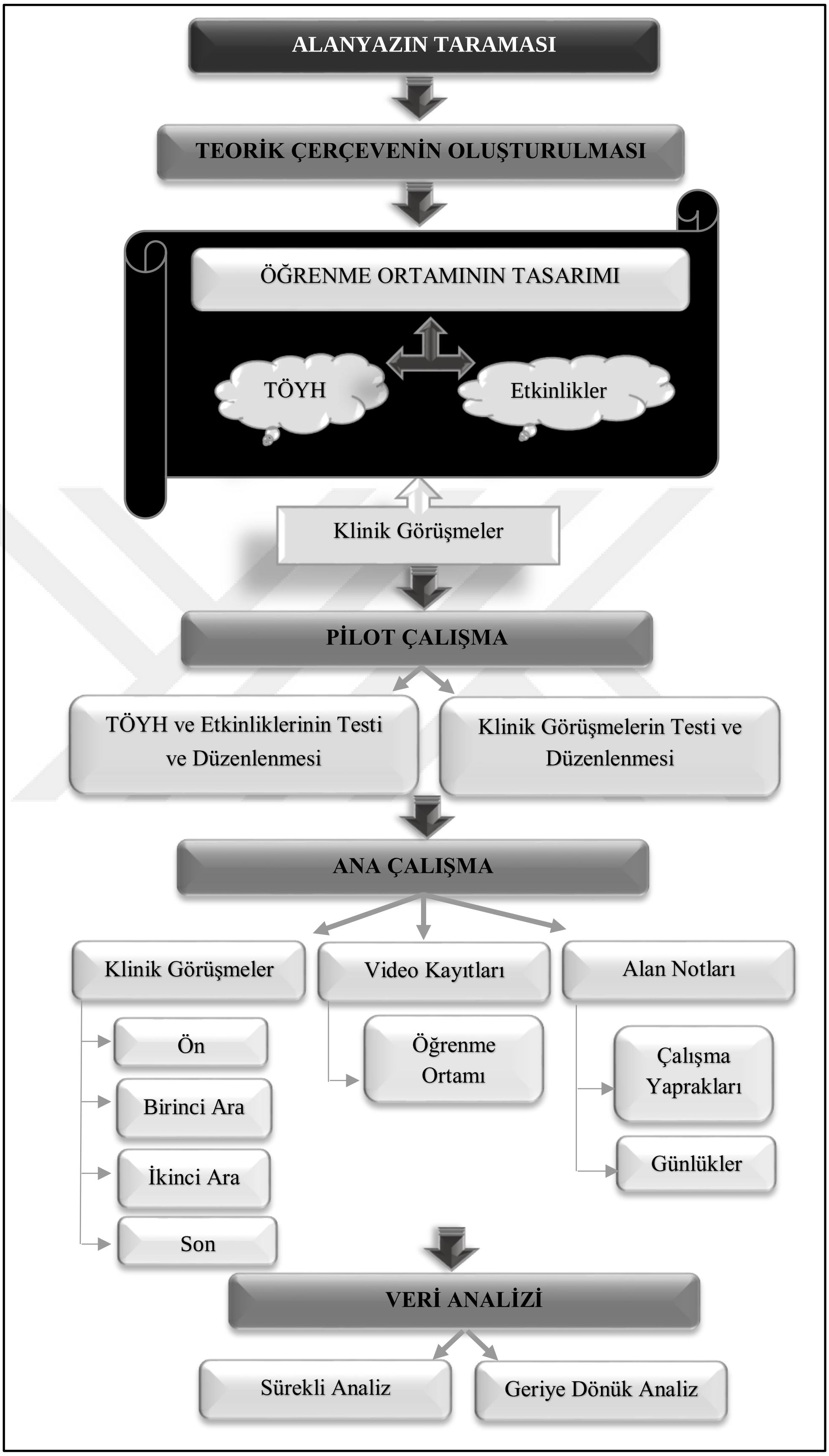
Şekil 2.1. *Öğretim Deneyinin Uygulama Süreci*

2.1.3. Araştırmacının rolü

Araştırmacı, uygulama okulunda öğretmen olarak görev yapmaktadır ve sekiz yıllık mesleki deneyime sahiptir. Dolayısıyla öğretim deneyinde araştırmacı, hem araştırmacı hem de öğretmen olmak üzere iki farklı rol üstlenmiştir. Araştırmacı olarak akademik ve mesleki geçmişe sahip uzman bir matematik eğitimcisi ile birlikte klinik görüşmeler ve öğretim sürecinden oluşan öğretim deneyini planlamanın yanında odak öğrencilerin matematiksel düşünmelerini ve öğrenme süreçlerini analiz ederek onların soyutlama mekanizmalarını ortaya çıkarmıştır. Öğretmen olarak ise öğretim dersleri esnasında öğrencileri dinleyen, tartışmaları yönlendiren, öğrenciler arasındaki etkileşimleri kolaylaştıran ve onlara gereksinim duyduklarında rehberlik eden bir rol üstlenmiş ve planlanan öğretim deneyinin uygulama sürecini yürütmüştür. Öte yandan araştırmacı, katılımcıları beşinci sınıftan itibaren okutmakta ve öğrencilerini iyi tanımaktadır. Aynı zamanda matematik eğitimi araştırmalarını takip ettiğinden normların öğrenmeyi destekleyici rolünün farkındadır ve matematik derslerini yürütürken normları dikkate almaktadır. Dolayısıyla sınıf uygulamalarında katılımcılar matematiksel çözüm süreçlerini açıklayan, gerekçelendiren, tartışmalarda arkadaşlarını dinleyen, sorgulayan, birbirlerine saygılı davranışları genel olarak öğretim sürecine başlamadan önce kazanmışlardır. Başka bir ifadeyle katılımcıların araştırmada ele alınan normlar bağlamında oluşturulan bir sınıf kültürüne alışkın oldukları söylenebilir. Bununla birlikte öğretmen, öğretim süreci içerisinde de katılımcı öğrencilerden alışık oldukları bu normları küçük grup tartışmalarında sergilemelerini istemiş ve bu normları sınıf tartışmalarında kendisi de sıklıkla sergileyerek normların kullanılmasını teşvik etmiştir.

2.2. Araştırmanın Tasarımı ve Yürütülmesi

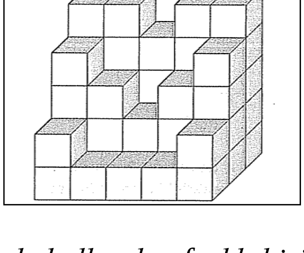
Araştırma sürecinde öncelikle alan yazın taraması yapılmış, teorik çerçeve oluşturulmuş ve buna uygun olarak öğrenme ortamı tasarlanmıştır. TÖYH çerçevesinde tasarlanan bir öğretim deneyi ile öğrencilerin matematiksel soyutlama süreçlerinin izlenerek soyutlama mekanizmalarının ortaya çıkarılması amaçlandığından, öğrenme ortamı; TÖYH, etkinlikler ve klinik görüşmeler etrafında biçimlendirilmiştir. Hazırlanan TÖYH, etkinlik ve klinik görüşmelerin test edilmesi ve düzenlenmesi amacıyla pilot çalışma gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışmadan sonra yürütülen ana çalışmada odak öğrencilerle gerçekleştirilen klinik görüşmeler, öğretim derslerinin video kayıtları ve öğrenci çalışma yaprakları ile günlüklerinin oluşturduğu alan notları aracılığıyla veri toplanmıştır. Toplanan veriler, sürekli ve geriye dönük olmak üzere iki aşamada analiz edilmiştir. Araştırmada izlenen adımlar, Şekil 2.2.'de sunulmuştur:



Şekil 2.2. *Araştırma Sürecinde İzlenen Adımlar*

2.3. Pilot Çalışma

Araştırmacı, 2015-2016 eğitim-öğretim yılının birinci döneminde uygulama okulunun 12 kişilik farklı bir şubesinde TÖYH çerçevesinde tasarlanan öğretim sürecinde hazırlanan öğretim dizisi plan ve etkinliklerinin işlerliğini değerlendirmek ve öğretim deneyi sürecini yönetme konusunda deneyim edinmek amacıyla pilot çalışma gerçekleştirmiştir. Hazırlanan klinik görüşme sorularını test ve revize etmek için ise bu sınıftan matematik ders başarı düzeyleri, düşük, orta ve yüksek olan üç öğrenciyi odak olarak belirlemiştir. Pilot çalışmanın aşamaları, ana çalışmanın çalışmalarıyla aynı biçimde ve dokuz haftalık bir zaman diliminde yürütülmüştür. Öğrencilerle gerçekleştirilen her bir klinik görüşme ve öğretim dersi, video ile kayıt altına alınmış ve uzman bir matematik eğitimcisi ile birlikte sürekli analize tabi tutulmuştur. Araştırmacı ve uzman matematik eğitimcisi, her bir klinik görüşme ve öğretim ders sonrasında ayrı ayrı ve birlikte olmak üzere kaydedilen videoları izleyerek makro analizler gerçekleştirmişlerdir. Yapılan bu makro analizler sonucunda klinik görüşme soruları ve öğretim dizisi etkinlikleri üzerinde gerekli görülen noktalarda değişiklikler yapılmıştır. Örneğin pilot çalışmada odak olarak belirlenen öğrencilere ön klinik görüşmede boş bir kutunun taşıma kapasitesinin tam olarak belirlenebilmesi için kutunun nasıl ve neler ile doldurulabileceği sorulmuştur. Ancak öğrencilerin bu soruyu anlamlandıramadıkları görüldüğünden bu soru ön klinik görüşme sorularından çıkarılmıştır. Başka bir örnek olarak öğretim dizileri sırasında öğrencilerin birim küp sayılarını hesaplarken yapıların görsel temsillerinden kaynaklanan yanılgılara düşebildikleri gözlenmiştir. Örneğin bazı öğrenciler, aşağıda Görsel 2.1.'de verilen yapıda birim küp sayısını hesaplarken yapının arkasında da birim küplerin olabileceğini düşündüklerinden dolayı birim küp sayısını hesaplamakta zorlanmışlardır. Bu nedenle ana çalışmada öğrencilerin bu yanılgılara düşmemeleri için arkaya doğru üç sırayı geçmeyecek şekilde birim küp sayısını hesaplamaları gerektiği yönünde önceden öğrencilere uyarılarda bulunulmuştur.



Görsel 2.1. *Öğretim derslerinde kullanılan farklı birim küp yapılarından bir örnek*

Bununla birlikte klinik görüşme ve öğretim dizisi etkinliklerinde bazı soruların daha açık olarak anlaşılmasına yönelik olarak da cümlelerde değişiklikler yapılmıştır. Ayrıca pilot çalışmada küçük grup tartışmaları sırasında bazı konuşma ve diyalogların sıraya konan ses kayıt cihazında iyi anlaşılmadığı ve dolayısıyla bunun veri kaybına yol açtığı görülmüştür. Bu nedenle ana çalışmada odak öğrencilerin konuşmalarını daha iyi anlamak ve veri kaybını en aza indirmek için önlem olarak her bir odak öğrenciye bir ses kayıt cihazı ve yaka mikrofonu takılmış ve sınıfa konan kamera sayısı arttırılmıştır.

2.4. Katılımcılar

Araştırmaya 2015-2016 eğitim-öğretim yılının ikinci döneminde Eskişehir ilindeki bir devlet okulunda öğrenim görmekte olan 12 altıncı sınıf öğrencisi katılmıştır. Araştırmanın gerçekleştirildiği okul, sosyo-ekonomik durumu orta ve düşük seviyedeki bir bölgede yer almaktadır. Bu öğrencilerin seçiminde amaçlı örnekleme yöntemlerinden biri olan ölçüt örnekleme kullanılmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Geometri ve ölçme öğrenme alanına ait dikdörtgen prizmalarda hacim ölçme konusunun kazanımlarının altıncı sınıfta yer almasından dolayı öğrencilerin altıncı sınıfta öğrenim görmeleri, araştırmada temel ölçüt olarak belirlenmiştir. Öğretim dizileri her bir grupta matematik ders başarı düzeyleri düşük, orta ve yüksek düzeyde olmak üzere üçer kişiden oluşan küçük grup tartışmaları ve sınıf tartışmaları şeklinde iki aşamada gerçekleştirilmiştir. Küçük gruplar oluşturulurken başarı düzeyi ölçütünün yanında öğrencilerin birbirleriyle uyumlu olarak çalışabilmeleri ve birbirleriyle daha rahat şekilde iletişim kurabilmeleri göz önünde bulundurulmuştur. Bu nedenle dört küçük gruptan ikisi kızlardan ikisi ise erkeklerden oluşturulmuştur. Araştırmada dikdörtgen prizmalarda hacim ölçme konusuna ilişkin matematiksel soyutlama süreçlerinin izlenmesi ve bu süreç sonundaki soyutlama mekanizmalarının ortaya çıkarılması amaçlandığından araştırma öncesinde sınıf içerisinden küçük bir grup odak olarak belirlenmiştir. Çalışmanın başında erkeklerden oluşan bir grup ile kızlardan oluşan bir grup olmak üzere iki grup odak olarak belirlenmesine karşın, verilerin çokluğu ve erkeklerden oluşan grup öğrencilerinin tartışmalarında yaşanan diyalogların daha belirgin ve anlaşılır olmasından dolayı odak olarak bu grubun öğrencileri seçilmiştir. Odak olarak belirlenen öğrencilerden düşük ders başarı düzeyine sahip öğrenci için Ali, orta ders başarı düzeyine sahip öğrenci için Emre ve yüksek ders başarı düzeyine sahip öğrenci için ise Murat kod ismi kullanılmıştır. Ali, Emre ve Murat'ın özellikleri Tablo 2.1.'de verilmiştir.

Tablo 2.1. *Odak Öğrencilerin Özellikleri*

Öğrencilerin Kod İsimleri	Doğum Yılı	Sosyo-Ekonomik Durumu	Ders Başarı Düzeyi
Ali	2004	Zayıf	Düşük
Emre	2003	Orta	Orta
Murat	2004	Zayıf	Yüksek

2.5. Verilerin Toplanması

Araştırmada veriler; odak öğrencilerle gerçekleştirilen ön, ara ve son klinik görüşmeler ve öğretim derslerinin video kayıtlarından, küçük grup tartışmalarında etkinliklerde kullanılan çalışma kâğıtlarından ve yarı yapılandırılmış öğrenci günlüklerinden elde edilmiştir. Veri toplama araçlarının herbirine aşağıda ayrıntılı olarak değinilmiştir.

2.5.1. Klinik görüşmeler

Klinik görüşmeler; öğrencilerin temel düşünce yapılarını ve düşüncelerindeki zenginliği keşfetmek, onların temel etkinliklerini yakalamak ve bilişsel becerilerini değerlendirmek amacıyla Piaget tarafından geliştirilmiş esnek bir soru sorma yöntemidir (Ginsburg, 1981). Araştırmada uzman bir matematik eğitimcisi ile birlikte odak öğrencilerle yapılacak görüşmeler için ön, ara klinik görüşme soruları hazırlanmış ve bu sorular için matematik eğitiminde araştırmalar gerçekleştiren ve akademik kariyere sahip olan ayrı iki uzman matematik eğitimcisinden de görüş alınmıştır. Bu bağlamda araştırmacı-öğretmen tarafından biri araştırmanın başında ikisi öğretim esnasında ve biri de öğretim sonunda olmak üzere her bir odak öğrenci ile her biri yaklaşık birer ders saati süren dörder klinik görüşme gerçekleştirilmiş ve tüm klinik görüşmeler, video ile kayıt altına alınmıştır. Öğrencilerle gerçekleştirilen ön, ara ve son klinik görüşme soruları EK-5'te, klinik görüşme sorularının amaç, kapsam ve sayısına ilişkin bilgiler ise Tablo 2.2.'de verilmiştir.

Tablo 2.2. *Klinik Görüşme Sorularının Amaç, Kapsam ve Sayısına İlişkin Bilgiler*

Klinik Görüşmeler	Amaç	Kapsam	Soru sayısı
Ön Klinik Görüşme Soruları	➢ Dikdörtgen Prizmaları Tanıma ve Temel Özelliklerini Belirleme	➢ Görsel Benzetme, Yüzler, Tabanlar, Boyutlar, Birim Küp	6
	➢ Birim Küp Yapılarında Sayma ve Oluşturma Becerileri	➢ Birim Küplerle Oluşturulmuş Farklı Yapılar (3 adet)	2
		➢ Birim Küplerle Oluşturulmuş Dikdörtgen Prizmalar (1 adet)	4
Birinci Ara Klinik Görüşme Soruları	➢ Dikdörtgen Prizmaları Tanıma ve Temel Özelliklerini Belirleme	➢ Görsel Benzetme, Yüzler, Tabanlar, Boyutlar, Birim Küp, Dikdörtgen Prizmaların Dikdörtgen ve Kareden Farkları	7
İkinci Ara Klinik Görüşme Soruları	➢ Birim Küp Yapılarında Sayma ve Oluşturma Becerileri	➢ Birim Küplerle Oluşturulmuş Farklı Yapılar (6 adet)	3
		➢ Birim Küplerle Dikdörtgen Prizma Oluşturma ve Birim Küp Sayısını Hesaplama (1 adet)	1
Son Klinik Görüşme Soruları	➢ Dikdörtgen Prizmaların Hacmini Anlamlandırma ve Ölçme Bağıntıları	➢ Birim Küplerle Oluşturulmuş Dikdörtgen Prizma (1 adet)	1
		➢ Günlük Hayatta Kullanılan Dikdörtgen Prizmaların Görsel ve Somut Temsilleri	2

2.5.2. Öğretim dizileri

Haftada iki saat olmak üzere dokuz hafta süren ve üç etapta yürütülen öğretim dizileri, küçük grup ve sınıf tartışmaları olmak üzere iki bölümde gerçekleştirilmiştir. Birinci etap öğretim dizisi üç hafta, ikinci etap öğretim dizisi bir hafta, üçüncü etap öğretim dizisi beş hafta sürmüştür. Uzman bir matematik eğitimcisi ile birlikte öğretim derslerinde haftalık işlenen konu ile ilgili ders planları ve etkinlikleri hazırlanmış ve bu plan ve etkinlikler ile ilgili aynı iki uzman matematik eğitimcisinden görüş alınmıştır.

Ders planlarındaki etkinlikler, genellikle öğrencilerin günlük yaşamda aşina oldukları bağlamlar üzerinden kurgulanmaya çalışılmıştır. Öğretim dersleri için hazırlanan dikdörtgen prizma hacim ölçme tahmini öğrenme yol haritası ders planları EK-3'te, öğretim derslerinde amaç, kapsam ve kurgulanan bağlamlar ise haftalık olarak Tablo 2.3.'te verilmiştir.

Tablo 2.3. *Öğretim Dizilerindeki Amaç, Kapsam ve Kurgulanan Bağlamlar*

Hafta	Amaç	Kapsam	Kurgulanan Bağlam
Birinci Hafta	➢ Dikdörtgen ve Kareyi Tanıma	➢ Dikdörtgen ve karenin uzunluk, genişlik ve çevre uzunluğunu belirleme ➢ Dikdörtgensel ve karesel yüzleri tanıma ➢ Dikdörtgen ve karenin alanını hesaplama ➢ Dikdörtgen ve kareyi günlük yaşamla İlişkilendirme	➢ Futbol Sahası
İkinci ve Üçüncü Hafta	➢ Dikdörtgen Prizmaları Tanıma ve Temel Özelliklerini Belirleme	➢ Dikdörtgenler prizmaların temel elemanlarını belirleme ➢ Dikdörtgenler prizmaların boyutlarını ve tabanlarını belirleme ➢ Dikdörtgen prizmaları günlük yaşamla ilişkilendirme	➢ Buzdolabı
Dördüncü Hafta	➢ Birim küp yapılarında Sayma ve Oluşturma Becerilerini Geliştirme	➢ Birim küplerle oluşturulan farklı yapılarda birim küp sayısını hesaplama ve bu yapıları birim küpler kullanarak oluşturma ➢ Birim küplerle dikdörtgen prizma oluşturma ve birim küp sayısını hesaplama ➢ Birim küplerle oluşturulan yapıların boşlukta kapladığı yerin hacim olduğunu vurgulama	➢ Birim Küpler

Tablo 2.3. (Devam) *Öğretim Dizilerindeki Amaç, Kapsam ve Kurgulanan Bağlamlar*

Beşinci Hafta	➢ Dikdörtgenler Prizmasının Hacmini Anlamlandırma ve Hacminin Belirlenmesinde Birim Küpler Kullanmanın Gerekliliğini Anlama	➢ Dikdörtgen prizmalarının içlerinin doldurulması (Taşıyabileceği kapasite-Hacim) ➢ Dikdörtgen prizmanın içinin küresel cisimler ile doldurulması ➢ Dikdörtgen prizmanın içinin farklı prizmalar ile doldurulması ➢ Dikdörtgen prizmanın içinin sıvılar ile doldurulması ➢ Dikdörtgen prizmanın içinin birim küpler ile doldurulması	➢ Boş Kutu
Altıncı Hafta	➢ Dikdörtgenler Prizmasının İçine Boşluk Kalmayacak Biçimde Yerleştirilen Birim Küp Sayısının Dikdörtgenler Prizmasının Hacmi Olduğunu Anlama	➢ Birim küplerle oluşturulan dikdörtgen prizmalarda ve farklı yapılarda birim küp sayısını hesaplama becerileri ve birim küpleri dikdörtgen prizma içine yerleştirme	➢ Sabun Kalıpları ve Kamyon Kasası
Yedinci ve Sekizinci Hafta	➢ Dikdörtgen Prizmaların Hacmini Hesaplama ile İlgili Bağntılar Oluşturma	➢ Birim küplerle oluşturulan dikdörtgen prizmalarda hacmi kısa yol kullanmadan sayma stratejileri ➢ Birim küplerle oluşturulan dikdörtgen prizmalarda hacmi hesaplamada farklı stratejiler kullanmaya teşvik etme	➢ Sabun Kalıpları, Birim Küpler ve Kutu
Dokuzuncu Hafta	➢ Dikdörtgen Prizmaların Hacmini Hesaplama ile İlgili Bağıntıları Günlük Hayat Problemleri Bağlamında Kullanabilme	➢ Oluşturulan stratejileri, günlük hayat problemleri bağlamında kullanabilme	➢ Akvaryum, Kap, Hediyelik Paket, Boş Kutu

Öğretim dersleri esnasında haftalık gerçekleştirilen sınıf uygulamalarında yaşanan zorluklar o derste giderilmeye çalışılmıştır. Ancak giderilemediği tespit edilen zorluklar üzerinde bir sonraki hafta durulmuştur. Öte yandan küçük grup ve sınıfta tartışmalarında veri kaybını önlemek amacıyla öğretim dersleri, biri odak öğrencilerin olduğu grubu diğerleri ise sınıfı farklı açılardan gösterecek şekilde dört kamera ile profesyonel bir kameraman tarafından kayıt altına alınmıştır. Öğretim dizileri esnasında kameraların sınıfı gören açıları, Görsel 2.2.'de verilmiştir.

Görsel 2.2. *Öğretim derslerinde kullanılan kameraların sınıfı gören açıları*

2.5.3. Çalışma kâğıtları

Sınıf tartışmalarından önce küçük gruplar, araştırmacı-öğretmen tarafından kendilerine verilen ve ilgili haftanın konusunu içeren etkinliklerin yer aldığı çalışma kâğıtları üzerinde tartışmışlardır. Çalışma kâğıtları, gerçekleştirilen küçük grup tartışmalarından sonra ise öğrencilerden geri alınmıştır. Bu tartışmalarda çalışma kâğıtları üzerinde yapılan açıklama ve çözümleri görmek için odak grubun bulunduğu grubun başına bir kamera konulmuştur. Bununla birlikte tartışma esnasında öğrencilerin seslerini anlamak için çalışma sırasına bir ses kayıt cihazı yerleştirilmiş ve ayrıca her bir odak öğrenciye bir ses kayıt cihazı ve mikrofon takılmıştır. Haftalık etkinlikleri içeren çalışma kâğıtları EK-4'te verilmiştir.

2.5.4. Öğrenci günlükleri

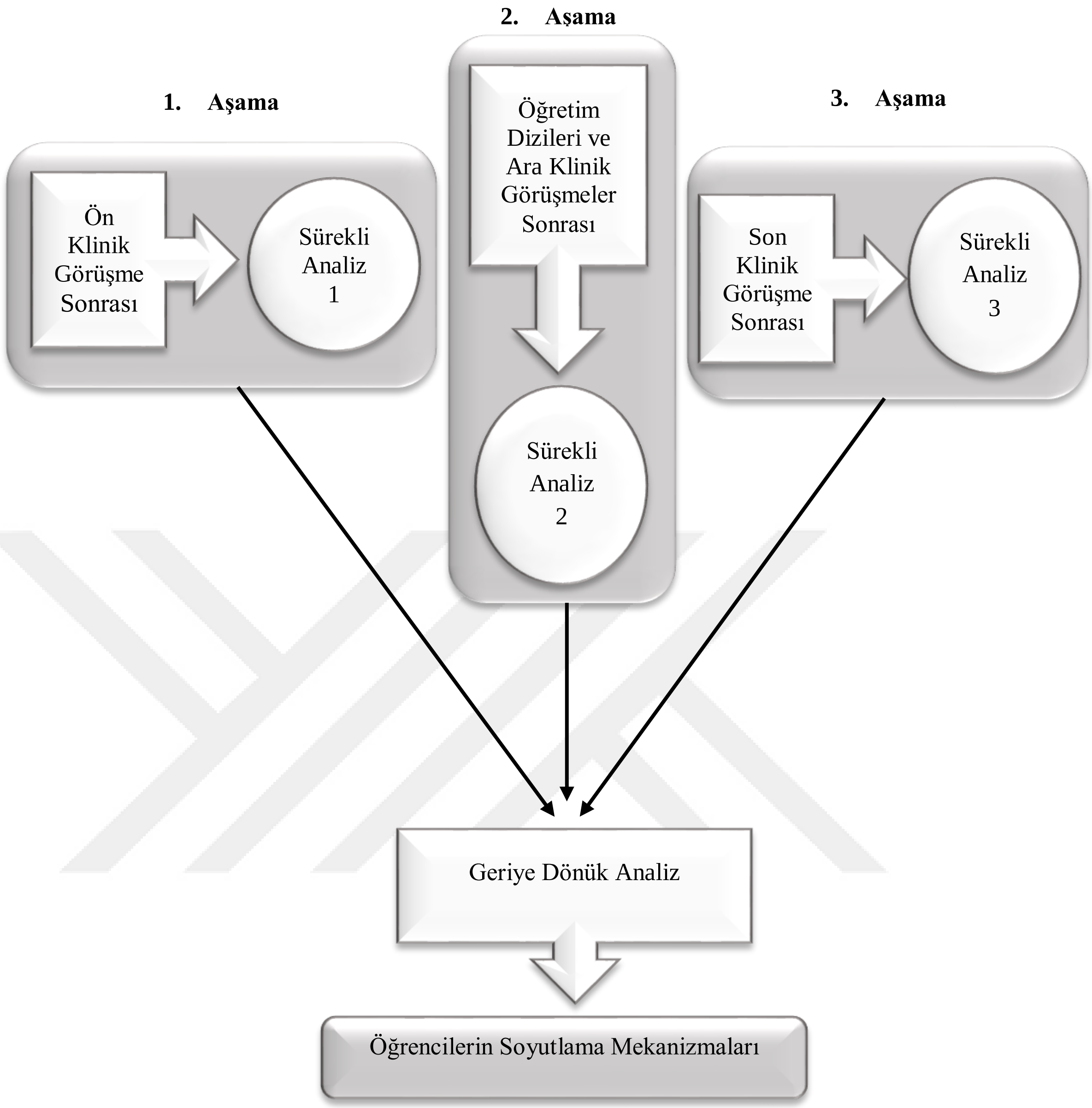
Araştırmada tüm öğrencilere her dersin sonunda o derste yaşananlar ile ilgili yarı yapılandırılmış soruların yer aldığı günlükler dağıtılmıştır. Öğrencilerin sınıf düzeyi bakımından duygu ve düşüncelerini tam olarak ifade etmekte zorlanabilecekleri düşünülerek günlükler, yarı yapılandırılmış biçimde hazırlanmıştır. Yarı yapılandırılmış günlükler; ders esnasında öğrencilerin öğrendikleri ve zorluk yaşadıkları noktaların, küçük grup çalışmalarında birbirleriyle olan uyumlarının ve sınıfta kamera çekimi ile ilgili konularda duygu ve düşüncelerinin öğrenilmesi amacıyla hazırlanmıştır. Her dersin sonunda öğrencilere dağıtılan yarı yapılandırılmış günlük soruları EK-6'da verilmiştir.

2.6. Verilerin Analizi

Öğretim deneyi, sürekli analiz (ongoing analysis) ve geriye dönük analiz (retrospective analysis) olmak üzere iki veri analiz düzeyini içermektedir. Sürekli analiz, öğrencilerle yürütülen öğretim dersleri boyunca gerçekleştirilirken, geriye dönük analiz öğretim süreci sonrasında verilerin tamamı üzerinde gerçekleştirilmektedir.

Sürekli analiz, öğrencilerin gelişimlerini daha fazla desteklemek için öğrencilere yapılan doğaçlama ya da planlı müdahalelerde temeldir. Sürekli analizin anahtar bir boyutu ise öğrencilerin bilgilerine, eylemlerine ve eğilimlerine göre araştırmacının modelini oluşturabilmesi ve düzenleyebilmesidir. Geriye dönük analiz ise analiz için yararlı olduğu düşünülen tüm veri setinin yeniden incelenmesini içermektedir. Bu analiz, öğretim deneyinin ilgili kayıtlarının tamamının dikkatli biçimde incelenmesini gerektirmektedir. Bu analizin amacı, öğrencilerin matematiksel gelişimlerini gösteren açıklayıcı bir model geliştirmektir (Simon, 2000).

Araştırmanın veri analiz sürecinde kullanılan sürekli analiz ve geriye dönük analiz aşamaları Şekil 2.3'te sunulmuştur:



Şekil 2.3. *Veri Analiz Aşamaları*

Şekil 2.3'te görüldüğü gibi, araştırmanın sürekli analiz sürecinde araştırmacı ve uzman bir matematik eğitimcisi, önce birbirinden bağımsız biçimde her bir klinik görüşme ve her dersin sonunda kaydedilen videoları izleyerek ve öğrenci çalışma kâğıtlarını ve günlüklerini inceleyerek Tablo 2.4'te örnek olarak verilen makro analizler gerçekleştirmişlerdir.

Tablo 2.4. *Örnek Makro Analiz*

<table>
<tr><th colspan="2">7. HAFTA SINIF UYGULAMASI MAKRO ANALİZİ</th></tr>
<tr><th colspan="2"><u>Çalışma kâğıdı 6:</u> Sabun Kalıplarına Uygun Kutu Bulalım</th></tr>
<tr><th>Odak Küçük Grup Tartışmaları</th><th>Tüm Sınıf Tartışmaları</th></tr>
<tr><td>1. soruda
Emre, Ali’den 1.katta kaç tane olduğunu açıklamasını istiyor. Ali 1.katta 1 sırada 2 tane var 4 sıra var diyor. Emre araya giriyor kısaca diyor. Ali de 4.2=8 br küp var diyor. Murat neden çarptın diyor. Ali de 1 sırada 2 tane var 4 sıra olduğu için diyor. Murat da 2.katta Ali gibi 2 li 4 sıra olduğu için 4.2=8 diyor. Emre arkada olduğunu nerden anladın diyor. Murat olmasa üsttekiler düşerdi diyor. Emre de 3.katta 4 erli 2 sıra olduğu için 8 diyor. Emre arkadaşlar bunu hesaplamanın kısa yolu var diyor. 1.katta 8 tane yüksekliği 3 olduğu için 8.3=24 br küp olur diyor. Ali, burada 4 ile 2 yi çarptık 8 yükseklik de 3 olduğu için 8 ile 3 ‘ü çarptık 24 oldu diyor. Murat da genişlikle uzunluğu çarptık bulduğumuz sonucu da yükseklikle çarptık diyor. Grupça böyle yazıyorlar. (19.15-24.00 mtlk izle)

2. soruda
Murat, bu sabun kalıplarını bir kutuya boşluk kalmayacak biçimde dolduracağız diyor. Emre o zaman 24 diyor. Murat da evet diyor. Emre, 48 br küp olmaz mı diyor. Bunun gibi 2 tane koyarız diyor. Murat bir kutu diyor. Ali de aynen soruda bir kutu diyor. Emre de tamam diyor.
24.10-25.35 mtlk izle)</td><td>Öğretmen, sınıf tartışmasına başlamadan birim küplerle yapı oluştururken arkaya doğru sıra sayısını geçmeyecek şekilde kesin olanları hesaplamaları istediğini bir kez daha vurguladı. Sonra sınıf tartışmasına geçildi. Şimdi ayrıntılara girelim:
1. soruda
Öğretmen diğer erkek grubu sahneye davet ediyor. İlker, 1.katta uzunluk 4 genişlik 2 4.2=8 tane diyor ve 1.katı oluşturuyor. Mehmet, 2.katta uzunluğu 4 br genişliği 2 br 4.2=8 tane diyor. Şebnem, arkada olduğunu nerden anladın diyor. Mehmet olmasa üsttekileri göstererek bunlar düşerdi diyor. Gökhan, 3.katta uzunluğu 4 br genişliği 2 br 4.2=8 tane diyor. Toplam 24 br küp hesaplıyorlar. Ayşe, birim küpler neyi oluşturuyor diyor. Grup hacmi diyor. Öğretmen, yapı neye benziyor diye soruyor. Gökhan, soruyu yanlış anlayarak karşılıklı kenar ve açılarla açıklamaya çalışıyor. Mehmet, bütün yüzleri dikdörtgensel bölge olduğu için diyor. Reyhan bunda yükseklik var diyor.
(21.45-25.00 mtlk izle)

2. soruda
Reyhan, 24 br küp olan bir kutu gerekir çünkü hiç boşluk kalmaz diyor. Mert, 48 br küp olmaz mı diyor. Öğretmen boşluk kalır o zaman. Gökhan, hacmi 24 br küp olduğu için kutunun da hacmi 24 br küp olmalı diyor. (25- 26.30 izle)</td></tr>
<tr><td>3. soruda
Ali yapının birinci katını oluşturuyor ve 4.2=8 tane var arkadakiler görünmüyor diyor. Emre 2.katı oluşturuyor. Murat 3.katı oluşturuyor. Emre, benim kısa yolum var diyor. Uzunlukla genişliği çarparız 4.2=8 bulduğumuz sonucu da yükseklikle çarparız 8.3=24 olur diyor. Zaten biz de 24 bulduk diyor. Emre bir yol daha var diyor. Genişlikle yüksekliği çarptık 6 diyor ancak devamı gelmiyor. Murat genişlikle yüksekliği çarpılan 6 taneyi gösteriyor ve 6.4=24 diyor. Emre de aynen öyle de olur değil mi diyor. Ali, aynısını yaptık diyor. Murat da farklı yol olur mu farklı farklı olur mu acaba diyor. 1.nci yol olarak uzunluk. Genişlik x yükseklik yazıyorlar. Emre de ben bunun yerlerini değiştiririm diyor. Murat da bunlar bağlantılı diyor.</td><td>3. soruda
Öğretmen, br küplerle doldurursak hacmi verdiğini öğrencilerle birlikte vurguluyor. Dikdörtgen prizma birim küplerle doldurulduğunda kat kat hesaplayabileceklerini ancak dikdörtgen prizma birim küplerden farklı sıvı gibi şeylerle doldurulduğunda farklı kısa yoldan hacim hesaplamasına ihtiyaçları olduğunu vurguluyor. Diğer kız grup birinci yol olarak uzunlukla genişliği çarparız bulduğumuz sonucu yükseklikle çarparız diyor. Gözde tahtada uzunlukla genişliği çarpıyor sonra yükseklikle çarpıyor. 4.2=8 8.3=24 gösteriyor. Öğretmen, formülleştirmesini istiyor. Gözde de uzunluk x genişlik x yükseklik diyor. Diğerleri de katılıyor. Tüm gruplar zaten bu formüle ulaşmışlar.</td></tr>
</table>

Tablo 2.4. (Devam) *Örnek Makro Analiz*

Emre, yükseklikle genişliği çarparsak 3.2=6 uzunlukla 6 yı çarparsak 6.4=24 olur diyor. 2.nci yol olarak yükseklik x genişlik x uzunluk yazıyorlar. Emre, yükseklik ile uzunluğu çarparsak 4.3=12 sonra genişlikle çarparız 12.2=24 olur diyor. 3.ncü yol olarak yükseklik x uzunluk x genişlik yazıyorlar. (25.40-34.00 mtlk izle) Başka yolları deniyorlar ancak bir yol bulamıyorlar. Sonradan Ali, tabanıyla yüksekliği çarparız diyor ve yazıyorlar. (35-40.0 tlk izle)	Öğretmen, Murat'a dikdörtgen prizma şeklinde bir kutu karşımıza çıktığında içini sıvıyla doldurulduğunda hacmi için illa ki sıvının hacmini bilmemize gerek yok olmadığını vurguluyor. Hacmi uzunluk-genişlik ve yüksekliği çarparak bulunabileceğini vurguluyor. Murat da formülün ortaya nasıl ortaya çıktığını açıklıyor. Murat uzunlukla genişliğin çarpımı 1.kattaki br küp sayısını veriyor. Yükseklik de kat sayısını bunları çarparız diyor. Emre de günlük yaşamdan apartman örneğini vererek birinci katta 5 daire varsa diğerlerinde de 5 daire var diyerek böyle bir benzetme yapıyor. -odak grup tabanıyla yüksekliği çarparız diyor. -Öğretmen kız grubu sahneye davet ediyor. Ayşe, önce uzunlukla yüksekliği çarptık sonra bulduğumuz sonucu genişlikle çarptık diyor ve gösteriyor ve yazıyorlar. Öğretmen, bunun birinci formülle aynı olduğunu söylüyor. Öğretmen, sınıfa bu 2 formülün birbirinden farkı var mı diye soruyor. Öğretmen, iki hesaplamanın da sonuçta uzunluk-genişlik ve yüksekliğin çarpımı olduğunu ve farklı bir formül olmadığını vurguluyor. -Kız grubu başka bir yol olarak uzunluk x genişlik=1 katın alanı 1 katın alanı x yükseklik yazıyorlar. Diğer erkek grup bizde tabanıyla yüksekliği çarparız yazdık diyorlar. Öğretmen, tabanın neyi siz yazmamışsınız diyor. Öğretmen, bu yolun doğru olup olmadığını soruyor. Emre nasıl oluyor diyor. Şebnem, uzunlukla genişliği çarparsak 1.katın tabanını buluruz diyor. Öğretmen, tabanın neyi diyor. Şebnem, taban alanını buluruz diyor. Öğretmen de görsel temsil üzerinde vurguluyor. Emre'ye model üzerinde tabanı göster diyor. Emre gösteriyor ve taban alanını hesaplıyor. - Öğretmen, başka bir yol var mı diyor. Murat yine uzunlukla yüksekliği çarparız sonra genişlikle çarparız diyor. Şebnem de genişlikle yüksekliği çarparız sonra uzunlukla çarparız diyor. Öğretmen, bunların hepsinin sonuçta aynı olduğunu bir kez daha vurguluyor. Gökhan, 1.kattaki birim küp sayısını yükseklikle çarparız diyor. Öğretmen de bunu zaten biliyorsunuz bu formüller buradan çıkıyor ama sen gel yine de yaz diyor. Öğretmen bunun dışında var mı diye soruyor. Öğrencilerden yanıt gelmiyor. Öğretmen, Gökhan'ın yazdığı formülün dikdörtgen prizmanın birim küplerle doldurulması halinde geçerli olduğunu diğer formüllerin ise ne ile doldurulursa doldurulsun geçerli olduğunu vurgulayarak dersi bitiriyor. (26.35-51.30 mtlk izle)

Bu süreçte iki araştırmacı birlikte kaydedilen videoları izlemiş, öğrenci çalışma kâğıtlarını ve günlüklerini incelemişlerdir. Bu doğrultuda birbirinden bağımsız olarak yaptıkları makro analizleri de dikkate alarak sonuçları tartışmış ve bu doğrultuda öğrencilerin yaşadıkları zorlukları ve yapılandırdıkları noktaları tespit ederek haftalık öğretim ders plan ve etkinliklerini yeniden biçimlendirmişlerdir.

Araştırmanın geriye dönük analiz sürecinde ise odak öğrencilerle gerçekleştirilen tüm klinik görüşmelerin ve öğretim derslerinin dökümleri yapılmıştır. Her bir klinik görüşme ve öğretim dersinin videoları, odak grup tartışmalarında kullanılan çalışma kâğıtları ve yarı yapılandırılmış öğrenci günlüklerinden elde edilen tüm veri seti, araştırmacılar tarafından önce birbirinden bağımsız olarak mikro analize tabi tutulmuştur. Bu süreçte araştırmacılar, birbirinden bağımsız olarak gerçekleştirdikleri analizler sonucunda odak öğrencilerle gerçekleştirilen her bir klinik görüşmede öğrencilerin gösterdikleri "fiziksel/zihinsel eylemlere" ilişkin tema, alt tema ve kodları belirlemişlerdir. Öğretim dizilerine ilişkin olarak yaptıkları analizler sonucunda ise haftalık olarak küçük grup ve sınıf tartışmalarında öğrencilerin "zorluk yaşadıkları ve yapılandırdıkları zihinsel eylemler", "yaşanan zorluklara karşı öğretmenin gerçekleştirdiği uygulamalar" ve bu esnada ortaya çıkan "sosyal ve sosyomatematiksel norm" temalarını ve bu temalara ilişkin alt tema ve kodları belirlemişlerdir. Daha sonra iki araştırmacı, birlikte tüm veri seti üzerinde birbirinden bağımsız olarak yaptıkları analizleri de dikkate alarak elde ettikleri sonuçları tartışmış ve klinik görüşmeler ile öğretim derslerine ilişkin tema, alt tema ve kodları yeniden biçimlendirmişlerdir. Güvenirliği sağlamak amacıyla da kodlama güvenirliğine gidilmiş ve iki araştırmacının gerçekleştirdiği kodlamalar karşılaştırılarak görüş birliği ve görüş ayrılığı tespit edilerek görüş ayrılığı olan kodlar üzerinde tartışılarak uzlaşmaya varılmıştır. İkinci ara klinik görüşme ve dokuzuncu hafta öğretim dizisinin analizleri sonucunda ortaya çıkan tema, alt tema ve kodlar ile örnek alıntılar Tablo 2.5'te örnek olarak sunulmuştur:

Tablo 2.5. *Analizler sonucunda belirlenen tema, alt tema ve kodlar ile örnek alıntılar*

KLİNİK GÖRÜŞMELER			
Temalar	**Alt temalar**	**Kodlar**	**Örnek alıntılar**
Birim Küp Yapılarında Sayma ve Oluşturma Becerileri	Birim Küp sayısını hesaplama	✓ Görünmeyen birim küpleri dikkate alma ✓ Kat ve sıra stratejisini kullanarak hesaplama ✓ Çarpımsal muhakeme	**Araştırmacı:** Bu yapıda kaç tane birim küp vardır, hesaplar mısın? **Ali:** Birinci katta 5 çarpı 3, 15 tane var. **Araştırmacı:** Nasıl anladın 15 tane olduğunu**?** **Ali**: Burada 5 tane var 3 tane beşli sıra o yüzden 15 tane.
	Yapı oluşturma	✓ Kat ve sıra stratejisi kullanma • En alt katı uzunluk ve genişlik oluşturarak inşa etme, diğer katları ise aynı şekilde, katı tekrar ederek ya da sıra sıra oluşturma	**Araştırmacı**: Bu yapıyı oluşturur musun? **Emre**: Evet hesapladığım gibi kat kat ve sıra sıra oluştururum.
	Birim küp sayısını doğrulama	✓ Hesaplama ile oluşturma arasındaki tutarlılık	**Araştırmacı**: Oluşturduğun bu yapıda kaç tane birim küp vardır? **Murat:** Birinci katta uzunluğu 4, genişliği 3 çarparız 4 tane 3, 12 birim küp var yüksekliği de 5**,** her katta 12 tane var 5 tane 12 nin toplamı kaç eder 60 birim küp kısaca 12 çarpı 5, hesapladığım gibi 60 birim küp olur.

Tablo 2.5. (Devam) *Analizler sonucunda belirlenen tema, alt tema ve kodlar ile örnek alıntılar*

ÖĞRETİM DERSİ VİDEOLARI			
Dikdörtgen Prizmaların Hacim Bağıntılarını Günlük Hayat Problemlerde Kullanma	Zihinsel eylemler	➢ Dikdörtgen prizmaların hacmini ölçmeye ilişkin bağıntıları günlük hayat bağlamındaki problemlerde kullanma	**Soru:** Üstü açık aşağıdaki dikdörtgenler prizmasının hacmi 192 br^3 tür. Bu dikdörtgenler prizmasının yüksekliği 6 br olduğuna göre taban alanı kaç br^2dir?
	Grup Tartışması Sırasında Yapılandırıldığı Gözlenen Zihinsel Eylemler	➢ Uzunluk x Genişlik x Yükseklik ➢ Birinci kattaki birim küp sayısı x Yükseklik ➢ Taban alanı x Yükseklik Hacim ölçme bağıntıları	**Emre:** Ali, Akvaryum ne kadar su alır, hesaplar mısın? **Murat:** Evet Ali, açıkla nasıl hesapladığını? **Ali:** Önce uzunlukla genişliği çarparım 3 çarpı 6, 18. **Emre:** Neyi buldun? **Ali:** Taban alanını buldum (eliyle yüzeyi gösterdi). Sonra da 18 ile 2'yi çarparız 36 dm küp olur. **Murat:** Neden böyle yaptın? **Ali:** Kısa yoldan bulmak için böyle yaptım. **Murat:** Formül nerden geliyor. Bu akvaryumu birim küplerle döşersek bir sıraya 3 tane gelir, 6 sıra var kısa yoldan 6 çarpı 3, 18 olur. Yükseklik de 2 olduğu için iki kat var, 18 çarpı 2, 36 dm küp olur. **Emre:** 3'erli 6 sıra var 6 çarpı 3, 18 olur. Bir katta 18 tane var iki kat olduğu için 36 dm küp. **Ali:** Evet anladım, biliyorum.
	Sosyal Normlar	➢ Fikirlerini ve Çözümlerini Açıklama, Gerekçelendirme ➢ Arkadaşlarının Açıklamalarını Anlamaya Çalışma ve Mutabık ya da Karşı Olma ✓ Arkadaşlarının Düşünmesi İçin Zaman Tanıma ✓ Arkadaşlarının Açıklamasına Olanak Verme ve Onları Dinleme ➢ Birbirlerini Sorgulama	
	Sosyomatematiksel Normlar	➢ Kabul Edilebilir Matematiksel Açıklama, Gerekçelendirme ✓ Farklı Matematiksel Açıklama ➢ Matematiksel Çözümler Yapma ✓ Kolay, Etkili, Alternatif Çözümler	

Yapılan tüm analizler sonucunda en son olarak Ali, Emre ve Murat'ın dikdörtgen prizmaların hacmini ölçme bağıntılarına ilişkin soyutlama mekanizmaları iki araştırmacı tarafından ortaya çıkarılmıştır.

2.7. Geçerlik ve Güvenirlik

Araştırma sonuçlarının inandırıcılığı, bilimsel araştırmaların en önemli ölçütlerinden biri olarak kabul edilmektedir. Bu bağlamda geçerlik ve güvenirlik, araştırmalarda en yaygın olarak kullanılan ölçütlerdir. Nitel araştırmalarda kullanılan geçerlik ve güvenirlik, nicel araştırmalardan farklı ele alındığından dolayı nitel araştırmalarda geçerlik ve güvenirliği sağlamak amacıyla birtakım stratejiler kulanılmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2011).

Nitel araştırmada geçerlik, araştırılan konunun olabildiğince yansız olarak doğru biçimde gözlemlenmesi anlamına gelmektedir (Kirk ve Miller, 1986'dan aktaran Yıldırım ve Şimşek, 2011). Bu bağlamda nitel araştırmalarda geçerli veriler elde etmek için uzun süreli etkileşim, derinlik odaklı veri toplama, çeşitleme, uzman incelemesi, katılımcı teyidi gibi stratejiler önerilmektedir (Lincoln ve Guba, 1985'ten aktaran Yıldırım ve Şimşek, 2011). Merriam (1998) ise bu stratejileri; çeşitleme, üye kontrolleri, uzun süreli gözlem, akran değerlendirmesi, katılımcılarla işbirliği, araştırmacının ön yargılarının açıklanması şeklinde sınıflandırmıştır. Bu doğrultuda araştırmada geçerliği arttırmak amacıyla kullanılan stratejiler aşağıda açıklanmıştır.

1. **Veri Çeşitlemesi:** Araştırmanın odaklandığı bireylerin farklı algılarının ve bakış açılarının bütün zenginliği ile sergilenmesi bakımından çeşitleme, önemli bir strateji olarak kabul edilmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Çeşitlemenin genel amacı, tek bir kaynak, yöntem ya da araştırmacının neden olduğu olumsuzlukları azaltmaktır (Long ve Johnson, 2000). Bu kapsamda klinik görüşme ve öğretim ders videoları, çalışma kâğıtları, günlük gibi farklı veri toplama araçları kullanılarak veri çeşitlemesi sağlanmaya çalışılmıştır.
2. **Uzun Süreli Etkileşim:** Araştırmacının veri kaynakları ile uzun süreli etkileşim içinde olması, veri kaynakları üzerinde kendi varlığından ve öznel yargılarından kaynaklanabilecek etkileri anlama bakımından önemli olarak görülmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Bununla birlikte uzun süreli etkileşim, araştırmanın amacına yönelik kararlar almak için önerilmektedir (Creswell, 2007). Bu doğrultuda bir eğitim-öğretim dönemi boyunca odak öğrencilerle hem sınıf uygulamaları hem de klinik görüşmeler sırasında etkileşim kurulmuştur.
3. **Derinlik Odaklı Veri Toplama:** Öğrenilen durumların araştırma sorusu bakımından anlamlarının, birbiriyle olan ilişkilerinin ve bir bütün olarak sergilenen örüntülerin ortaya çıkarılması beklenmektedir (Yıldırım ve Şimşek,

2011). Bu doğrultuda araştırmacı, uzman bir matematik eğitimi araştırmacısı ile birlikte elde edilen sonuçları, sürekli birbirleriyle karşılaştırarak yorumlamışlardır. Elde edilen sonuçların gerçek olup olmadığını teyit etmek için ek verilerle desteklemeye çalışmışlardır.

4. **Uzman İncelemesi:** Araştırma konusu hakkında bilgiye sahip olan ve nitel araştırma yöntemleri konusunda uzmanlaşmış kişilerin yapılan araştırmayı çeşitli yönlerden incelemeleri, araştırmanın geçerliği için alınabilecek bir önlem olarak görülmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Bu doğrultuda nitel araştırma yöntemleri konusunda uzman beş araştırmacı, araştırmayı inceleyerek araştırmanın deseni, veri toplama araçları, verilerin analizi ve bulguların yazımı konusunda araştırmacıya geri bildirimde bulunmuşlardır.

Ayrıca araştırmanın geçerliğini arttırmak için bu stratejiler dışında odak öğrencilerle gerçekleştirilen klinik görüşmelerden ve tüm öğrencilerle yürütülen sınıf uygulamalarında öğrenci yanıtlarından doğrudan alıntılar yapılmıştır.

Güvenirlik, araştırma sonuçlarının tekrar edilebilirliği ile ilgili bir konudur (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Ancak Merriam (1998), insan davranışlarının genel olarak sabit olmadığını vurgulayarak nitel araştırmalarda bulguların aynısını bulmaktan çok elde edilen verilerden anlamlı sonuçlar çıkarmayla ilgilendiğini belirtmektedir. Bu bağlamda araştırmanın güvenirliğini sağlamak amacıyla araştırmacı ve uzman bir matematik eğitimcisi tarafından gerçekleştirilen analizler karşılaştırılarak görüş birliği sağlanmıştır. Bununla birlikte bu amaç doğrultusunda video kayıtlarının teknik kalitesine ve transkriptlerin nitelikli olmasına dikkat edilmiş; araştırmacının rolü, katılımcılar, verilerin toplanma ve analiz süreci ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

2.8. Etik Konular

Bu araştırmanın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davranılmıştır. Araştırma kapsamında alan yazından yararlanılan tüm veri ve bilgilere ilişkin kaynak gösterilmiş, bu kaynaklara kaynakçada yer verilmiş ve bu araştırma Anadolu Üniversitesi tarafından kullanılan bilimsel intihal tespit programıyla taranmıştır. Öte yandan Eskişehir İl Milli Eğitim Müdürlüğünden uygulama okulunda araştırmanın gerçekleştirilmesi için gerekli izinler EK-1'de sunulduğu gibi alınmıştır. Bununla birlikte araştırmada katılımcı olan öğrencilerin gönüllü olarak çalışmaya katılmalarına dikkat edilmiş ve öğrenci velileri araştırma konusunda bilgilendirilerek onayları EK-2'de sunulan onam formu ile alınmıştır. Ayrıca araştırmanın bulgularında hiçbir öğrencinin gerçek ismi kullanılmamış olup yüzlerinin görünmemesine özen gösterilmiştir.

3. BULGULAR

Bu bölümde araştırma sürecinde çeşitli veri toplama araçlarıyla toplanan verilerin analizi sonucunda elde edilen bulgulara yer verilmiştir. Bulgular; odak öğrencilerle gerçekleştirilen klinik görüşmelerde öğrencilere yöneltilen sorulara karşılık alınan öğrenci açıklamalarından, öğrencilerin küçük grup olarak gerçekleştirdikleri tartışmalardan ve bu tartışmalara bağlı oluşan bilgilerin yer aldığı çalışma yapraklarından, tüm öğrencilerin katıldığı sınıf tartışmalarından ve öğrenci günlüklerinden seçilen doğrudan alıntılarla desteklenmiştir.

3.1. Ön Klinik Görüşmelere İlişkin Bulgular

Piaget'in öğrenme ilkelerine göre, öğrenme için yeterlik önemli bir ön koşuldur. Aynı zamanda TÖYH çerçevesinde tasarlanan bir öğretim sürecinde öğrenciler için öğrenme amacı belirlenirken öğrencilerin ön bilgilerinin dikkate alınması önem kazanmaktadır. Bu nedenlerden dolayı öncelikle odak öğrencilerle ön klinik görüşmeler gerçekleştirilerek öğrencilerin yeterlikleri ve ön bilgileri belirlenmeye çalışılmıştır. Ön klinik görüşmelerden elde edilen verilerin analizi sonucunda elde edilen bulgular**;**

- Dikdörtgen prizmaları tanıma ve temel özelliklerini belirleme
- Birim küp yapılarında sayma ve oluşturma becerileri

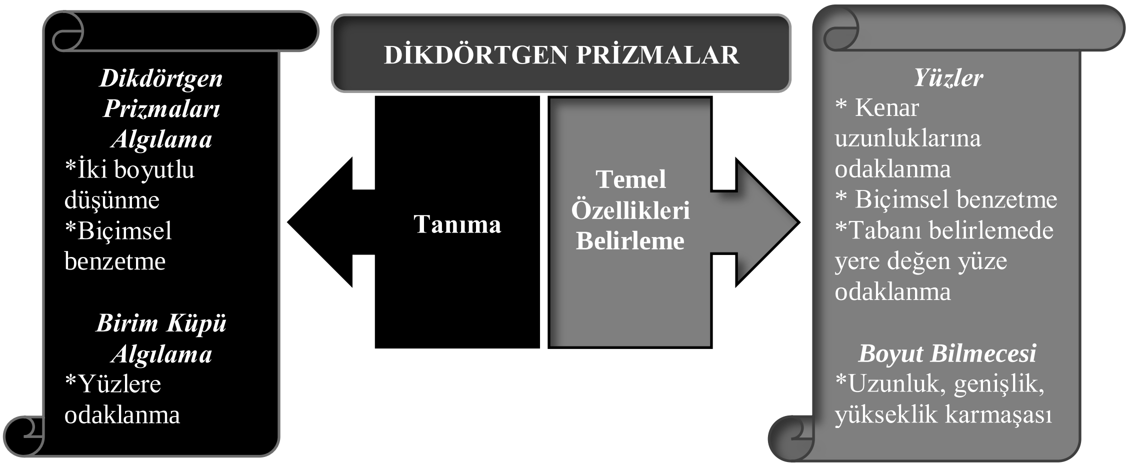
şeklinde iki tema altında Ali, Emre ve Murat'ın yaklaşımlarıyla sunulmuştur.

3.1.1. Dikdörtgen prizmaları tanıma ve temel özelliklerini belirleme

Öğrencilere günlük yaşamda sıklıkla kullanılan dikdörtgen prizmalara benzeyen nesnelerle ilgili önce görsel temsiller sonra da somut temsiller sunularak bu nesneleri hangi geometrik nesnelere benzettikleri sorulmuştur. Daha sonra öğrencilere görsel ve somut temsiller üzerinden dikdörtgen prizmaların yüzlerini hangi geometrik şekle benzettikleri, boyutlarının ve taban yüzlerinin neresi olduğu sorulmuştur (EK-5). Öğrencilerin eylemleri aşağıdaki bölümde ayrıntılı olarak sunulmuştur.

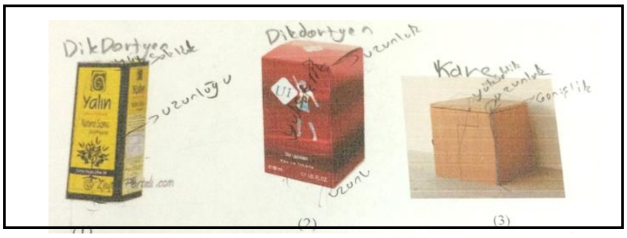
3.1.1.1. Ali'nin fiziksel/zihinsel eylemleri

Ali'nin dikdörtgen prizmaları tanıma ve temel özelliklerini belirlemeye ilişkin fiziksel/zihinsel eylemleri Şekil 3.1.'de verilmiştir.



Şekil 3.1. *Ali'nin Ön Klinik Görüşmede Dikdörtgen Prizmaları Tanıma ve Temel Özelliklerini Belirlemede Kullandığı Eylemler*

Şekil 3.1.'de görüldüğü gibi düşük başarı düzeyine sahip Ali, dikdörtgen prizmaları tanıma ve temel özelliklerini belirlemeye ilişkin çeşitli fiziksel/zihinsel eylemler sergilemiştir. İlk olarak dikdörtgen prizmaları algısal olarak hatalı biçimde kavramış ve dikdörtgen prizmalara benzeyen nesnelerle ilgili önce görsel sonra da somut temsillere odaklanarak, devamında görsel temsiller ile somut temsilleri eşleştirerek temsil edilen nesne ile ilgili bir isimlendirme yapmıştır. Bu süreçte Ali, ilk olarak dikdörtgenler prizmasını ve kare prizmayı dikdörtgen, küpü ise kare olarak iki boyutlu algılamış, dikdörtgenler prizmasının görsel temsilleri ile somut temsillerini birbirleriyle eşleştirmede ise sadece biçimsel olarak bir benzetme yapmıştır. Buna ilişkin olarak aşağıdaki diyalog örnek olarak sunulabilir:



Görsel 3.1. *Ali'nin ön klinik görüşmede görsel temsiller üzerinde dikdörtgen prizmaları neye benzettiğine ilişkin açıklamaları*

Araştırmacı: Birinci görseli hangi geometrik nesneye benzetiyorsun?

Ali: Dikdörtgene.

Araştırmacı: Neden?

Ali: Dikdörtgen şeklini almış yani bir kenarı uzun bir kenarı kısa.

Araştırmacı: Üçüncü görseli neye benzetiyorsun?

Ali: Kareye.

Araştırmacı: Bunu neden kareye benzetiyorsun?

Ali: Bunun her kenarı eşit şekilde o yüzden.

Araştırmacı: Birinci görseli şu somut geometrik nesnelerden hangisine benzetiyorsun?

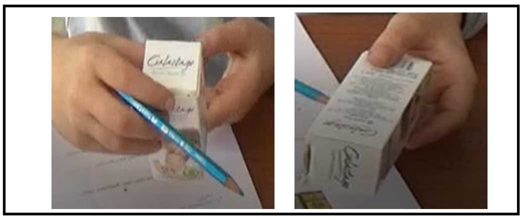
Ali: Birincisini buna (kare prizma modeline benzetti).

Araştırmacı: Neden öyle düşündün?

Ali: Aynı şekli almış.

Hacim kavramını ve bağıntılarını oluşturmada önemli bir yeri olan birim küpü algılamada ise Ali birim küpe ilişkin herhangi bir açıklamada bulunamamış, sadece birim küpün yüzlerinin kare olduğunu ifade etmiştir.

Ali, görsel ve somut temsiller üzerinden dikdörtgen prizmalarının temel özelliklerini belirlemede ise dikdörtgenler prizmasının ve kare prizmanın yan yüzlerini dikdörtgen, küpün yan yüzlerini ise kare olarak, alt ve üst yüzleri dikdörtgen prizmada dikdörtgen, kare prizma ve küpte kare olarak ifade etmiştir. Ali, yan yüzlerin kare ve dikdörtgen olmasının nedenini kenar uzunluklarına bağlı açıklarken, kare prizmada alt ve üst yüzlerin kare olmasının nedenini sadece biçimsel benzetme ile açıklamıştır. Bu süreçte Ali'nin kare ve dikdörtgen ile karesel ve dikdörtgensel yüzlerin eş anlamlı olduğunu düşündüğü gözlenmiştir. Öte yandan Ali, dikdörtgen prizmaların bir tane tabana sahip olduğunu ifade ederek tabanı prizmanın yere değen kısmı olarak düşündüğünü ifade etmiştir. Ali'nin dikdörtgen prizmaların yüzleri ve tabanları ile ilgili açıklaması aşağıda örnek olarak sunulmuştur:



Görsel 3.2. *Ali'nin ön klinik görüşmede dikdörtgen prizmaların temel özelliklerine ilişkin somut temsil üzerindeki eylemleri*

Araştırmacı: Birinci görselde yüzler hangi geometrik şekle benziyor benzettiğin modeli kullanabilirsin?

Ali: Dikdörtgene benziyor (Kare prizma modelinde yan yüzleri gösterdi).

Araştırmacı: Nerden anladın dikdörtgen olduğunu?

Ali: Bir kenarı uzun bir kenarı kısa

Araştırmacı: Bütün yüzler dikdörtgene mi benziyor?

Ali: Hayır.

Araştırmacı: Başka neye benziyor?

Ali: Kareye.

Araştırmacı: Neresi.

Ali: Burası (Kare prizma modelinde üst yüzü gösterdi).

Araştırmacı: Nerden anladın kare olduğunu?

Ali: Kare şeklini almış.

Araştırmacı: Bunların bütünü geometrik nesne olarak isimleri ne?

Ali: Bu dikdörtgen (dikdörtgen prizmayı gösterdi) bu da dikdörtgen (kare prizmayı gösterdi) bu da kare (küpü gösterdi).

Araştırmacı: Bunların her birinin tabanı var mıdır?

Ali: Var.

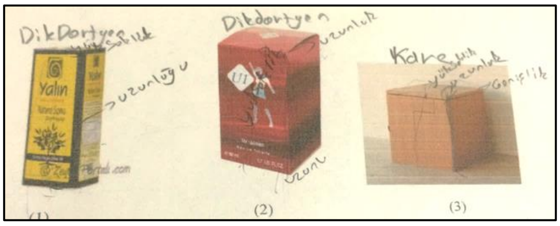
Araştırmacı: Neresi birincisinde gösterir misin?

Ali: Burası (yukarıda görselde görüldüğü gibi kare prizma modelinde yere değen karesel yüzü gösterdi).

Araştırmacı: Böyle koyarsak taban neresi olur? (Yukarıda görselde görüldüğü gibi kare prizma modelinde dikdörtgen yüz yere değecek şekilde koyunca).

Ali: Burası olur (Yukarıda görselde görüldüğü gibi bu kez kare prizma modelinde yere değen dikdörtgensel yüzü gösterdi).

Görsel ve somut temsiller üzerinden dikdörtgen prizmaların temel özelliği olarak boyutlarına ilişkin Ali, yükseklik olan ayrıtı uzunluk olarak ifade ederken, yüksekliği ön yüz üzerinde alt tabandan üst tabana kadar olan kısım olarak ifade etmiştir. Genişliği ise görsel temsil üzerinde açıklayamazken, somut temsil üzerinde üst yüzün çevresi olarak açıklamıştır. Ali, dikdörtgen prizmaların boyutları ile ilgili;



Görsel 3.3. *Ali'nin ön klinik görüşmede dikdörtgen prizma görsel temsilleri üzerinde boyutlarına ilişkin açıklamaları*

Araştırmacı: Bu geometrik nesnelerin her birinin uzunluğu, genişliği, yüksekliği var mıdır?

Ali: Uzunluğu vardır.

Araştırmacı: Neresi?

Ali: Burası (görsellerde yükseklik olan ayrıtı gösterdi).

Araştırmacı: Genişlik neresi?

Ali: Genişliği genişliği gözükmüyor.

Araştırmacı: Burada gösterebilir misin? (Modeller üzerinde).

Ali: Genişliği bu kısım (Model üzerinde üst yüzün çevresini gösterdi).

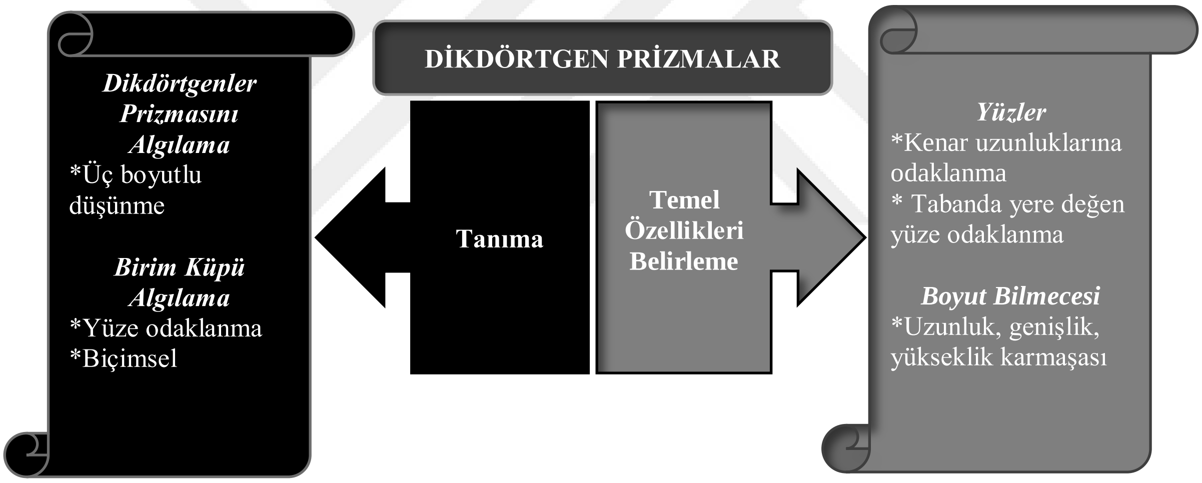
Araştırmacı: Yükseklik neresi?

Ali: Yüksekliği burdan buraya (görseller üzerinde ön yüzde alttan üste çizdi).

şeklinde açıklamalarda bulunmuştur.

3.1.1.2. Emre'nin fiziksel/zihinsel eylemleri

Emre'nin dikdörtgen prizmaları tanıma ve temel özelliklerini belirlemeye ilişkin fiziksel/zihinsel eylemleri Şekil 3.2.'de verilmiştir.



Şekil 3.2. *Emre'nin Ön Klinik Görüşmede Dikdörtgen Prizmaları Tanıma ve Temel Özelliklerini Belirleme Kullandığı Eylemler*

Şekil 3.2.'de görüldüğü gibi orta başarı düzeyine sahip Emre, dikdörtgen prizmaları tanıma ve temel özelliklerini belirlemeye ilişkin çeşitli fiziksel/zihinsel eylemler sergilemiştir. İlk olarak dikdörtgen prizmaları algısal olarak doğru kavramış ve prizmaya benzeyen nesnelerle ilgili önce görsel temsillere sonra da somut temsillere bakarak ve devamında görsel temsiller ile somut temsilleri eşleştirerek kare prizma dışında temsil edilen nesnelerle ile ilgili bir isimlendirme yapmıştır. Bu süreçte Emre dikdörtgenler prizmasını, kare prizmayı ve küpü üç boyutlu olarak algılamıştır. Ancak Emre, kare prizmayı üç boyutlu prizma olarak algılamasına karşın adlandıramamıştır. Öte yandan dikdörtgen prizmaların görsel temsilleri ile somut temsillerini birbirleriyle eşleştirirken nesnelerin yüzlerini dikkate alarak eşleştirme yapmıştır. Emre, birim küpü algılamada ise yüzleri kare olarak ifade etmiş, yüzler dışında birim küple ilgili biçimsel bir açıklama yapmıştır. Bu süreçteki düşüncelerini ise aşağıdaki gibi ifade etmiştir:

Görsel 3.4. *Emre'nin ön klinik görüşmede görsel temsiller üzerinde dikdörtgen prizmaları neye benzettiğine ilişkin açıklamaları*

Araştırmacı: Birinci görseli hangi geometrik nesneye benzetiyorsun?

Emre: Dikdörtgen prizmaya

Araştırmacı: Neden?

Emre: Çünkü köşeleri ve yüzeyleri fazla sayıda

Araştırmacı: Üçüncü görseli neye benzetiyorsun?

Emre: Üçüncüsü küp

Araştırmacı: Bunu neden küpe benzetiyorsun?

Emre: Her yüzeyi kare olduğu için.

Araştırmacı: Bu geometrik nesneyi neye benzetiyorsun? (Kare prizma modelini gösterdi).

Emre: Dikdörtgen kare kare dikdörtgen prizma mıydı bu tam bilmiyorum burası kare altı da kare yanlar dikdörtgen olduğunda.

Araştırmacı: Birinci görseli şu geometrik nesnelerden hangisine benzetiyorsun?

Emre: Birincisine benzeyen bu (Dikdörtgen prizma modelini gösterdi).

Araştırmacı: Niye buna benzettin?

Emre: Çünkü bütün yüzleri dikdörtgen bunun da dikdörtgen.

Araştırmacı: Birim küp için ne düşünüyorsun, nasıl tanımlıyorsun açıklar mısın?

Emre: Şöyle bir şey yani bunun (küp modelinin) küçüğünü düşünelim bunun küçüğü gibi.

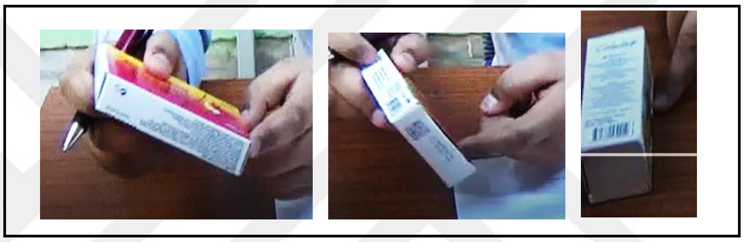
Araştırmacı: Birim küpün yüzleri neye benziyor?

Emre: Kareye.

Araştırmacı: Bunlar nasıl kareler?

Emre: Küçük altı tane kare.

Şekil 3.2.'de görüldüğü gibi, görsel ve somut temsiller üzerinden dikdörtgen prizmaların temel özelliklerine ilişkin olarak Emre, dikdörtgenler prizması ve kare prizmada yan yüzleri dikdörtgen, küpte kare olarak ifade ederken alt ve üst yüzü dikdörtgenler prizmasında dikdörtgen, kare prizma ve küpte kare olarak ifade etmiştir. Emre, tüm dikdörtgen prizmalarda yüzlerin kare ve dikdörtgen olmasının nedenini kenar uzunluklarına bağlı olarak açıklamıştır. Bu süreçte Emre'nin de Ali gibi kare ve dikdörtgen ile karesel ve dikdörtgensel yüzlerin eş anlamlı olduğunu düşündüğü gözlenmiştir. Ayrıca Emre, dikdörtgen prizmaların yere değen kısımlarını taban olarak ifade etmiş ve dikdörtgen prizmalarda tabanın bir tane olduğunu belirtmiştir. Emre, dikdörtgen prizmaların yüzleri ve tabanları ile ilgili olarak,



Görsel 3.5. *Emre'nin ön klinik görüşmede dikdörtgen prizmaların temel özelliklerine ilişkin somut temsil üzerindeki eylemleri*

Araştırmacı: Birinci görselde yüzler hangi geometrik şekle benziyor?

Emre: Dikdörtgene.

Araştırmacı: Bütün yüzleri mi?

Emre: Evet.

Araştırmacı: Nerden anladın dikdörtgen olduğunu?

Emre: Uzun ve kısa kenarları var böyle (Birinci görselde ön ve üst yüzde gösterdi).

Araştırmacı: Bunun tabanı var mıdır, varsa gösterir misin?

Emre: Vardır, bunun burasıdır bunun da burasıdır (Birinci ve ikinci görselde ve modelde yukarıda resimdeki gibi yere değen yüzü gösterdi).

Araştırmacı: Böyle koyduğumuzda taban neresi olur? (Dikdörtgen prizma ve kare prizma modellerini farklı bir biçimde yere koyduğumuzda).

Emre: Burada burası burada da burasıdır (Modellerde yere değen yüzleri gösterdi).

Araştırmacı: Taban değişiyor mu?

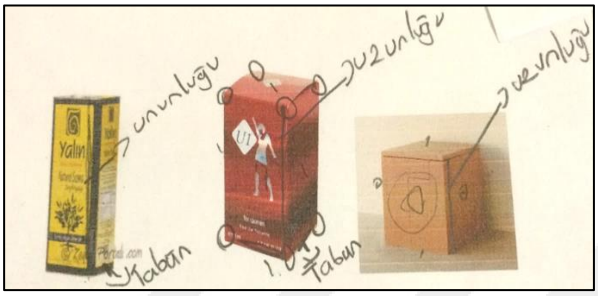
Emre: Evet.

Araştırmacı: Neden değişiyor?

Emre: Çünkü hangisi alta geliyorsa o olur.

şeklinde açıklamalarda bulunmuştur.

Görsel ve somut temsiller üzerinden dikdörtgen prizmaların temel özelliği olarak boyutlarına ilişkin Emre, yükseklik olan ayrıtı uzunluk olarak ifade ederken, yüksekliğin ve genişliğin olduğunu ancak yerlerinin neresi olduğunu bilemediğini ifade etmiştir. Dikdörtgen prizmaların boyutları ile ilgili olarak Emre'nin açıklamaları aşağıda örnek olarak sunulmuştur.



Görsel 3.6. *Emre'nin ön klinik görüşmede dikdörtgen prizma görsel temsilleri üzerinde boyutlarına ilişkin açıklamaları*

Araştırmacı: Bu geometrik nesnelerin her birinin uzunluk genişlik yüksekliği var mıdır?

Emre: Vardır.

Araştırmacı: Birincisinde gösterebilir misin?

Emre: Uzunluk şurası (Yükseklik olan ayrıtı gösterdi).

Araştırmacı: Yükseklik, genişlik neresi?

Emre: Onu bilmiyorum hayır bilmiyorum.

Araştırmacı: Diğerlerinde göster.

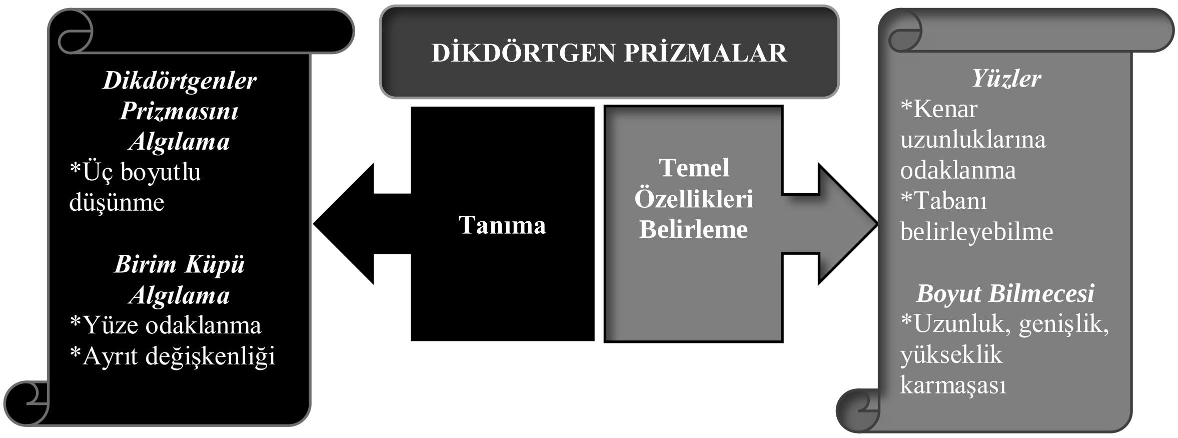
Emre: Diğerlerinde uzunluk yine aynı şekilde burası

Araştırmacı: Yükseklik, genişlik neresi?

Emre: Yükseklik, genişlik için bilmiyorum.

3.1.1.3. Murat'ın fiziksel/zihinsel eylemleri

Murat'ın dikdörtgen prizmaları tanıma ve temel özelliklerini belirlemeye ilişkin fiziksel/zihinsel eylemleri Şekil 3.3.'te verilmiştir.



Şekil 3.3. *Murat'ın Ön Klinik Görüşmede Dikdörtgen Prizmaları Tanıma ve Temel Özelliklerini Belirlemede Kullandığı Eylemler*

Şekil 3.3.'te görüldüğü gibi yüksek başarı düzeyine sahip Murat, dikdörtgen prizmaları tanıma ve temel özelliklerini belirlemeye ilişkin çeşitli fiziksel/zihinsel eylemler sergilemiştir. İlk olarak dikdörtgen prizmaları algısal olarak doğru kavramış ve dikdörtgen prizmaya benzeyen nesnelerle ilgili önce görsel temsillere sonra da somut temsiller bakarak devamında da görsel temsiller ile somut temsilleri eşleştirerek temsil edilen nesne ile ilgili bir isimlendirme yapmıştır. Bu süreçte Murat dikdörtgenler prizmasını, kare prizmayı ve küpü üç boyutlu olarak algılamıştır. Murat, dikdörtgenler prizmasının görsel temsilleri ile somut temsillerini birbirleriyle eşleştirirken ise nesnelerin yüzlerini dikkate alarak eşleştirme yapmıştır. Murat, birim küpü ise diğer küplerden farkı olmayan ve ayrıt uzunluğu değişken olan herhangi bir küp gibi açıklamış ve yüzlerini kare olarak ifade etmiştir. Birim küple ilgili aşağıdaki;

Araştırmacı: Birim küp için ne düşünüyorsun, nasıl tanımlıyorsun açıklar mısın?

Murat: Birim küp … yani bütün küp, cm küp, m küp gibi öyle.

Araştırmacı: Uzunluğu genişliği yüksekliği için ne diyebilirsin?

Murat: Uzunluğu genişliği yüksekliği … bunların hepsi aynı.

Araştırmacı: Hepsi aynı derken mesela biri beş ise hepsi beş midir?

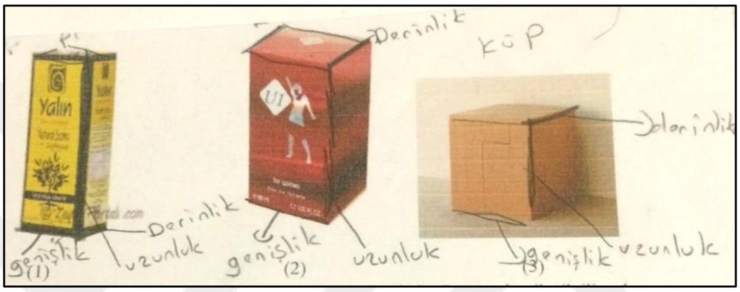
Murat: Evet.

Araştırmacı: Yüzleri ne?

Murat: Kare.

şeklinde açıklamalarda bulunmuştur.

Şekil 3.3.'te görüldüğü gibi, görsel ve somut temsiller üzerinden dikdörtgen prizmaların temel özellikleri ile ilgili olarak Murat, dikdörtgen prizma ve kare prizmada yan yüzleri dikdörtgen, küpte kare olarak ifade ederken alt ve üst yüzü dikdörtgen prizmada dikdörtgen, kare prizma ve küpte kare olarak ifade etmiştir. Murat, dikdörtgen prizmalarda yüzlerin kare ve dikdörtgen olmasının nedenini kenar uzunluklarına bağlı olarak açıklamıştır. Öte yandan diğer iki öğrencide de görüldüğü gibi Murat da kare ve dikdörtgen ile karesel ve dikdörtgensel yüzlerin eş anlamlı olduğunu düşünmektedir. Öğrencinin bu düşünceye ilişkin açıklamaları aşağıda örnek olarak sunulmuştur:



Görsel 3.7. *Murat'ın ön klinik görüşmede dikdörtgen prizmaların temel özelliklerine ilişkin görsel temsil üzerindeki eylemleri*

Araştırmacı: Birinci görselde yüzler hangi geometrik şekle benziyor?

Murat: Dikdörtgen hepsi burası burası burası hepsi.

Araştırmacı: Nerden anladın?

Murat: Karşılıklı kenarları eşit ve paralel olduğu için.

Araştırmacı: İkinci görselde yüzler hangi geometrik şekle benziyor?

Murat: Dikdörtgene benziyor.

Araştırmacı: Bütün yüzler mi dikdörtgene benziyor?

Murat: Yok üst ve alttaki kare.

Araştırmacı: Nasıl anladın onların kare olduğunu?

Murat: Bütün kenarları eşit olduğu için.

Murat, prizmaların tabanlarına ilişkin olarak da diğer iki öğrencinin tersine dikdörtgen prizmaların her durumda tabanının iki tane olduğunu ve kare prizmada her zaman kare olan yüzlerin, dikdörtgenler prizmasında ve küpte ise alta ve üste gelen yüzlerin taban olduğunu ifade etmiştir. Ancak kare prizmada karesel yüzlerin neden taban olduğunu açıklayamamıştır. Örneğin Murat, dikdörtgen prizmaların tabanları ile ilgili olarak,

Araştırmacı: Bunların tabanları var mıdır?

Murat: Evet.

Araştırmacı: Kaç tane?

Murat: İki tane

Araştırmacı: Dikdörtgen prizma modelinde tabanları gösterebilir misin?

Murat: Burası ve burası (Alt ve üste gelen yüzleri gösterdi).

Araştırmacı: Böyle olursa (Modeli farklı biçimde yere koyma durumunda).

Murat: Burası ve burası olur yukarı ve alta gelen**.**

Araştırmacı: Kare prizma modelinde tabanları gösterebilir misin?

Murat: Burası ve burası (Alta ve üste gelen karesel yüzleri gösterdi).

Araştırmacı: Peki böyle koyarsak tabanlar neresi olur?

Murat: Yine buralar olur (Karesel yüzleri gösterdi).

Araştırmacı: Neden?

Murat: Çünkü kare prizmanın özelliği o.

şeklinde açıklama yapmıştır.

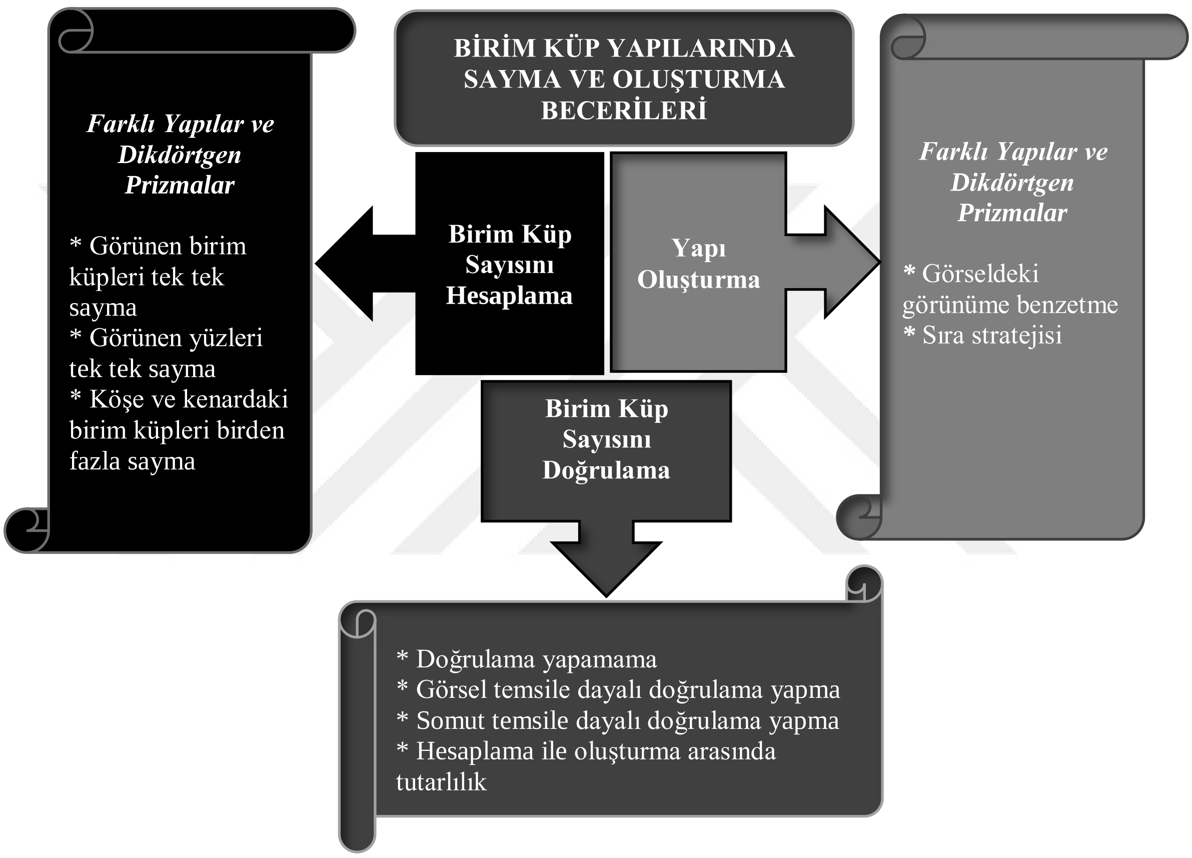
Görsel ve somut temsiller üzerinden dikdörtgen prizmaların boyutlarına ilişkin olarak Murat'ın da diğer iki öğrencide olduğu gibi boyut karmaşası yaşadığı görülmüştür. Yukarıda görselde görüldüğü üzere Murat, "Uzunluk burası (görsel ve somut temsiller üzerinden yükseklik olan ayrıtı gösterdi), burası derinlik (genişlik olan ayrıtı gösterdi), burası da genişlik (uzunluk olan ayrıtı gösterdi)" açıklamasını yaparak dikdörtgen prizmalarda yükseklik olan ayrıtı uzunluk, genişlik olan ayrıtı derinlik, uzunluk olan ayrıtı da genişlik olarak göstermiştir. Bu süreçte Murat'a ayrıt adı yükseklik olarak sorulmasına karşın kendisi yukarıdaki Görsel 3.7.'de görüldüğü gibi yükseklik yerine derinlik adını kullanarak yanıt vermiş ve yüksekliğin derinlikle aynı anlama geldiğini ifade etmiştir.

3.1.2. Birim küp yapılarında sayma ve oluşturma becerileri

Öğrencilere görsel temsiller üzerinde birim küplerle oluşturulmuş biri dikdörtgen prizmanın özel durumlarından olan kare prizma, diğerleri dikdörtgen prizmalardan farklı olan dört yapı sunulmuş ve öğrencilerden bu yapılardaki birim küp sayılarını hesaplamaları istenmiştir. Daha sonra öğrencilere birim küpler verilerek bu yapıların somut temsillerini oluşturmaları, oluşturdukları yapılarda birim küp sayısını hesaplamaları ve hem görsel temsil üzerinde hem de somut temsil üzerinde hesapladıkları birim küp sayılarını karşılaştırarak doğrulamaları istenmiştir (EK-5). Öğrencilerin eylemleri aşağıdaki bölümde ayrıntılı olarak sunulmuştur.

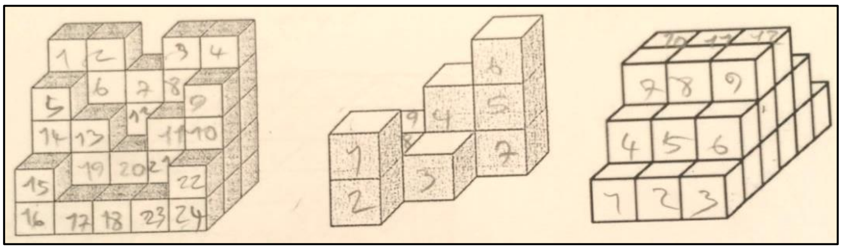
3.1.2.1. Ali'nin fiziksel/zihinsel eylemleri

Birim küp yapılarında sayma ve oluşturma becerileri bağlamında Ali'nin ortaya koyduğu fiziksel/zihinsel eylemler, Şekil 3.4.'te verilmiştir.



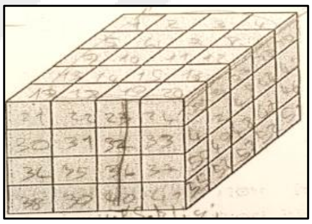
Şekil 3.4. *Ali'nin Ön Klinik Görüşmede Birim Küp Yapılarını Sayma ve Oluşturmada Kullandığı Eylemler*

Şekil 3.4.'te görüldüğü gibi görsel ve somut temsil üzerinde biri kare prizma, diğerleri dikdörtgen prizmalardan farklı olan dört yapıdaki birim küp sayılarını hesaplarken Ali, üç farklı eylem sergilemiştir. Ali verilen yapılarda birim küp sayılarını hesaplarken önce aşağıda verilen üç farklı yapıda gördüğü birim küpleri yazarak tek tek saymış, ancak birinci ve üçüncü yapılarda görünen birim küplerden bazılarını da hesaplamaya dâhil etmemiştir. Öte yandan her üç yapıda da görünmeyen birim küpleri hesaplamaya katmadan saymayı gerçekleştirmiştir. Dolayısıyla üç yapıda da birim küp sayısını doğru hesaplayamamıştır.



Görsel 3.8. *Ali'nin ön klinik görüşmede birim küplü farklı yapılarda birim küp sayısını hesaplamaya yönelik olarak görsel temsiller üzerindeki eylemleri*

Ali, aşağıda şekli verilen kare prizmadaki birim küp sayısını hesaplarken ise, görünen yüzleri tek tek sayma eylemini gerçekleştirmiştir. Bu süreçte sayma işlemine önce üst yüzden başlayarak arkadan öne doğru görünen birim kareleri yazarak saymış, sonra ön yüzde üstten dört birim kare ve devamında sağ yan yüzde üstten beş birim kare ile saymayı devam ettirmiştir. Daha sonra ön yüzdeki birim karelerle sayma işlemini devam ettirmiş, sonrasında ise sağ yan yüzde görünen birim kareleri sayarak toplamda birim küp sayısını 55 tane hesaplamıştır. Ali, bu yapılarda birim küpleri nasıl saydığını ise aşağıda verildiği gibi açıklamıştır.



Görsel 3.9. *Ali'nin ön klinik görüşmede birim küplü kare prizmada birim küp sayısını hesaplamaya yönelik olarak görsel temsil üzerindeki eylemleri*

Araştırmacı: Burada birim küplerle oluşturulmuş yapılar verilmiş. Birinci yapıda kaç tane birim küp vardır, hesaplar mısın?

Ali: 1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12-13-14-15-16-17-18-19-20-21-22-23-24 24 tane (önden bakarak gördüğü birim küpleri tek tek saydı)

Araştırmacı: İkincisinde kaç tane var?

Ali: 1-2-3-4-5-6-7-8-9 dokuz tane (önden bakarak gördüğü birim küpleri tek tek saydı).

Araştırmacı: Üçüncüsünde kaç tane var?

Ali: 1-2-3-4-5-6-7-8-9 (önden bakarak gördüğü birim küpleri tek tek saydı).

Araştırmacı: Dokuz tane mi var?

Ali: Şurada da üç tane var 10-11-12 (üçüncü kattaki arka sıradaki üç birim küpü fark etti).

Araştırmacı: Burada başka sayıda olamaz mı?

Ali: Hayır.

Araştırmacı: Bu yapıda (kare prizmada) kaç tane birim küp var hesaplar mısın?

Ali: 1-2-3-4-5-6-7-8-9-10 ….. 46-47-48-49-50-51-52-53-54-55 tane (görünen yüzleri tek tek saydı).

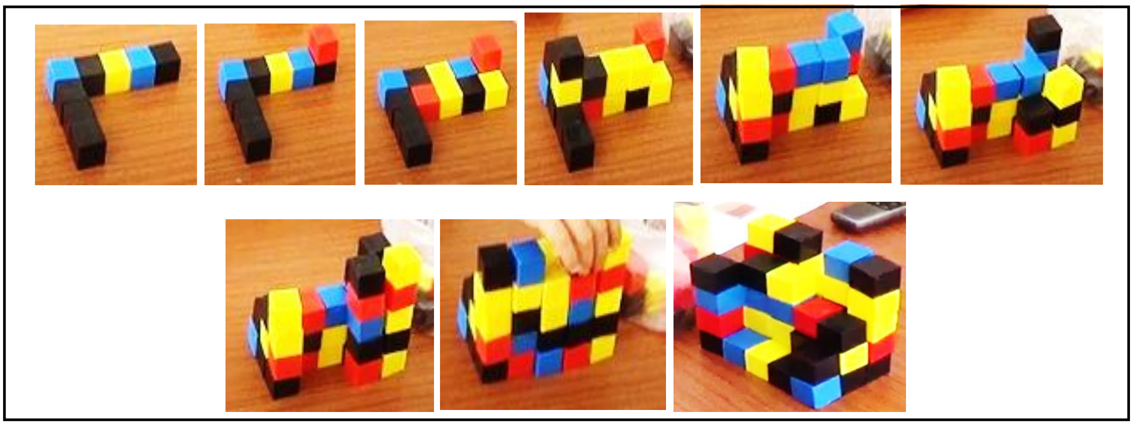
Araştırmacı: Var mı bunlarla ilgili başka ekleyeceğin bir şey?

Ali: Hayır yok.

Yukarıdaki görsellerden ve diyalogdan da anlaşılacağı üzere, Ali birim küplerle oluşturulan farklı yapılarda görebildiği birim küpleri, kare prizma yapıda ise görünen yüzlerdeki birim kareleri tek tek sayarak birim küp sayısını hesaplamıştır. Öte yandan Ali, tüm yapılarda görünmeyen birim küpleri fark edememiştir.

Şekil 3.4.'te görüldüğü gibi, Ali yukarıda görsel temsilleri verilen yapıların somut temsillerinin oluşturulmasında iki, hem görsel hem de somut temsiller üzerinden hesaplanan birim küp sayılarının doğrulanmasında ise dört farklı eylem sergilemiştir. Ali kare prizmayı ve diğer farklı yapıların ikisini görsel temsillerine benzeterek birini de sıra stratejisi ile oluşturmaya çalışmıştır.

Farklı yapılardan birincisinde Ali, 51 tane birim küp kullanarak yapıyı yanlış olarak oluşturmuştur. Oluşturduğu yapıda birim küplerin sayısını hesaplarken de görsel temsilde hesapladığı gibi görünen birim küpleri tek tek saymıştır. Görsel temsilde 24 tane hesapladığı birim küp sayısını da oluşturduğu yapıda 33 olarak bulmuştur. Bu farklı iki sonuçtan hangisinin doğru olduğu konusunda da bir fikir beyan edememiştir. Ali'nin açıklamaları aşağıda örnek olarak sunulmuştur:



Görsel 3.10. *Ali'nin ön klinik görüşmede birim küpler kullanarak farklı yapılardan birincisinin somut temsilini oluşturmaya yönelik eylemleri*

Araştırmacı: Birim küpleri kullanarak bu yapıların birincisini oluşturabilir misin, Nasıl oluşturduğunu da anlat olur mu?

Ali: Öğretmenim önce alt kısmı yaptım sonra böyle bakarak yaptım (Görsel temsile bakarak alt kısımda uzunluğa 5 tane genişliğe 4 tane birim küp koydu sonra fazla olan 1 tane birim küpü çıkardı, içini tam doldurmadı önden arkaya doğru görselde gördüğü gibi doldurdu ihtiyaç duyduğunda görünmeyen alttaki kısmı doldurdu son olarak arka kısmı doldurdu).

Araştırmacı: Sayabilir misin kaç tane?

Ali: 1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12-13-14-15-16-17-18-19-20-21-22-23-24-25-26-27-28-29-30-31-32-33 (Önden başlayarak gördüğü tüm birim küpleri tek tek saydı altta görünmeyen birim küpleri dikkate almadı).

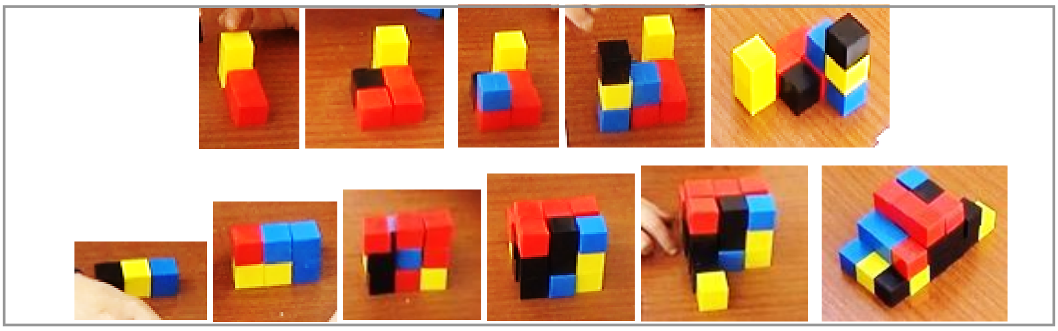
Araştırmacı: Daha önce hesaplarken kaç demiştin?

Ali: 24.

Araştırmacı: Hangisi doğru sence?

Ali: Hangisi doğru …… (Fikir ifade edemedi).

Ali, farklı yapıların ikincisinde yapıyı görseldeki gibi 10 birim küp olarak doğru oluşturmuştur. Ancak oluşturduğu yapıda birim küp sayısını hesaplarken görsel temsil üzerinde yaptığı gibi görünmeyen bir tane birim küpü hesaplamaya dâhil etmemiştir. Bu nedenle birim küp sayısını hem görsel temsil üzerinde hem de oluşturduğu yapı üzerinde dokuz birim küp olarak hesaplamıştır. Ali, farklı yapıların üçüncüsünü ise, birim küpleri sıra sıra dizerek yapıyı yapının doğru oluşumlarından biri olan 30 birim küp olarak oluşturmuştur. Ancak oluşturduğu yapı üzerinde birim küp sayısını önce görsel temsilde hesapladığı gibi 12 tane, sonra yan taraflarda görünen birim küpleri fark edip 29 tane hesaplamıştır. Ali, buradaki sayma sırasında kenar ve köşede yer alan bazı birim küpleri birden fazla sayıda hesaplamıştır. Bununla birlikte Ali, bu yapının farklı bir şekilde oluşturulamayacağını da ifade etmiştir. Ali, farklı yapıların üçüncüsünde birim küp sayısını görsel temsilde 12, oluşturduğu yapıda ise 29 olarak hesaplamıştır. Bu farklı iki sonuçtan önce oluşturduğu yapıdaki birim küp sayısının sonra görsel temsilde hesapladığı birim küp sayısının doğru olduğunu ifade etmiştir. Bu süreçteki eylemleri aşağıda örnek olarak sunulmuştur.



Görsel 3.11. *Ali'nin ön klinik görüşmede birim küpler kullanarak farklı yapılardan ikinci ve üçüncüsünün somut temsilini oluşturmaya yönelik eylemleri*

Araştırmacı: İkincisini anlatarak oluşturur musun?

Ali: 1-2-3-4 3 taneyi koyacağım sonra 5-6-7 bitti öğretmenim (Görsel temsile bakarak gördüğü gibi oluşturdu).

Araştırmacı: Sayabilir misin?

Ali: 1-2-3-4-5-6-7-8-9 (Birim küpleri Tek tek saydı görünmeyen altta kalan bir birim küpü ihmal etti, hesaplarken de onu ihmal etmişti).

Araştırmacı: Üçüncüsünü anlatarak oluşturur musun?

Ali: Burada kat kat gitmiş kat çıkmış. 1-2-3-4-5-6 (Yan yüzde birinci katta arkaya doğru kaç sıra olduğunu saydı. Önden başladı ve yapıyı görsel temsile bakarak sıra sıra oluşturdu önce birinci sıraya 3 tane birim küp onun arkasına da 3 tane birim küp koydu ikinci sıranın üstüne de 3 tane birim küp koydu sonra üçüncü sırayı oluşturdu üst üste 3 katlı 3'er birim küp koydu sonra aynı şekilde dördüncü sırayı oluşturdu). Orada yan taraf (Yanda beşinci ve altıncı sırayı kast etti) 1-2-3-4-5-6 (Oluşturduğu yapının yan tarafını saydı beşinci sıraya yanda görünen 2 birim küpü altıncı sıraya 1 birim küp koydu) bitti.

Araştırmacı: Sayabilir misin?

Ali: 1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12 (Hesaplarken saydığı birim küpleri saydı hiç oluşturduğu stratejiyi kullanmadı görünmeyen birim küpleri ve yan yüzdeki birim küpleri saymadı. Hâlbuki oluştururken sıra stratejisi ile oluşturmuştu ancak sayarken sadece önden gördüğü birim küpleri saydı).

Araştırmacı: Burada toplamda 12 birim küp mü var?

Ali: 1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12-13-14-15-16-17-18-19-20-21-22-23-24-25-26-27-28-29 (Bu kez tüm yönlerden görünenleri tek tek sayarak hesapladı. Burada bazı kenar ve köşe birim küplerini iki kez saydı).

Araştırmacı: Birim küp sayısı daha farklı da olabilir mi?

Ali: Hayır.

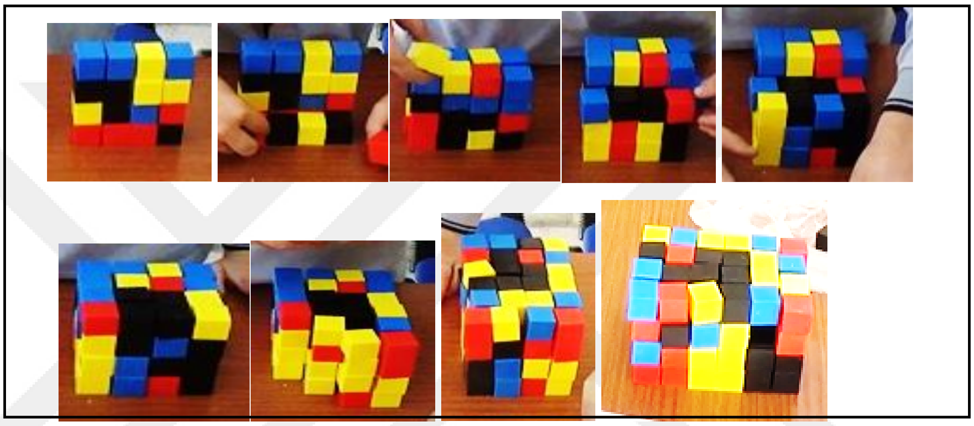
Araştırmacı: Burada şimdi kaç dedin önce hesaplarken ne demiştin?

Ali: Önce 12 burda 29

Araştırmacı: Sence hangisi doğru?

Ali: 29 doğru yok 12 doğru.

Ali, birim küplerle oluşturulmuş kare prizma yapıyı 16 tane olan fazla bir sıra ekleyip 96 birim küp olarak oluşturmuştur. Ali, oluşturduğu yapıda birim küp sayısını hesaplarken sadece görebildiği birim küpleri tek tek sayarak 53 birim küp olarak hesaplamıştır. Ali, buradaki sayma sırasında köşe ve kenardaki bazı birim küpleri birden fazla sayıda hesaplamıştır. Ali, dikdörtgen prizma yapısında birim küp sayısını görsel temsilde 55, oluşturduğu yapıda ise 53 olarak hesaplamıştır. Bu farklı iki sonuçtan oluşturduğu yapıdaki birim küp sayısının doğru olduğunu ifade etmiştir. Örneğin Ali bu süreçte nasıl bir yol izlediği ile ilgili olarak,



Görsel 3.12. *Ali'nin ön klinik görüşmede birim küpler kullanarak kare prizmanın somut temsilini oluşturmaya yönelik eylemleri*

Araştırmacı: Bu yapıyı (kare prizma) anlatarak oluşturur musun?

Ali: Ön tarafını 4 katlı yaptım üstü de üst tarafta 5 birim yapmış oraya da 5 birim koydum yanlar da oldu bitti (Görsel temsile bakarak öndeki sıradan sonra resimdeki gibi 5 sıra oluşturdu).

Araştırmacı: Sayabilir misin?

Ali: 4-8-12-16 (Öndeki birim küpleri 4 erli sıralar sayıyor) 20-24-28-32-36 (Üstteki birim küpleri 4'er 4'er saydı) 37-38-39-40-41-42-43-44-45-46-47-48-49-50-51-52-53 53 tane (Görsel temsilde görünen sağ yan tarafı tek tek saydı bazı köşe ve kenar birim küplerini iki kez saydı).

Araştırmacı: Daha önce hesaplarken kaç demiştin?

Ali: 55.

Araştırmacı: Nerden kaynaklandı bu fark?

Ali: Resimde düzgün sayamadığımdan olabilir.

Araştırmacı: Hangisi doğru sence?

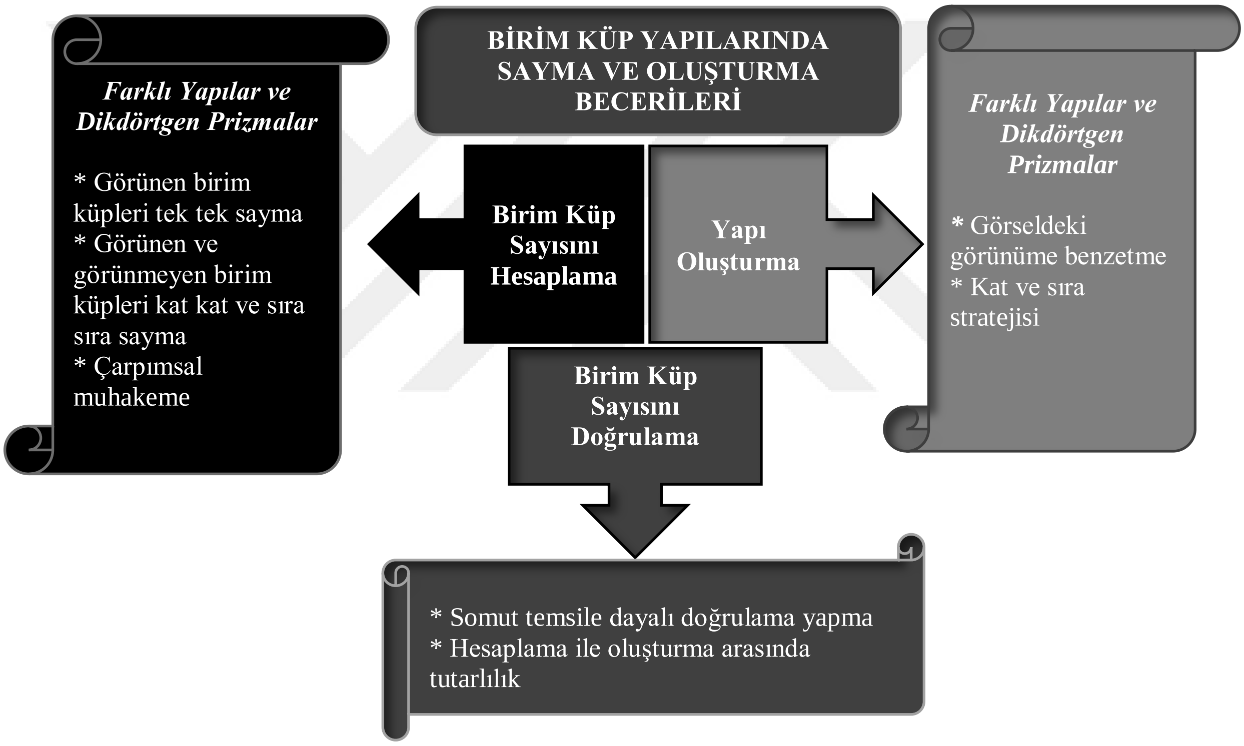
Ali: Yaptığım doğru 53 tane.

şeklinde açıklamalarda bulunmuştur.

Yukarıdaki diyaloglarda da görüldüğü gibi, Ali birim küplerle oluşturulmuş yapıların büyük bir kısmını hem hatalı oluşturmuş, hem de oluşturduğu yapı üzerinde birim küp sayısını yanlış hesaplamıştır. Aynı zamanda tüm yapılarda görünmeyen birim küpleri dikkate almamıştır. Bazı yapılarda da kenar ve köşe birim küplerini birden fazla sayıda hesaplamıştır.

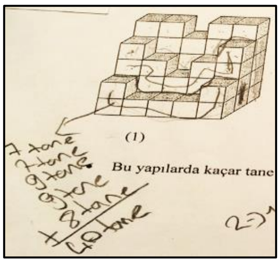
3.1.2.2. Emre'nin fiziksel/zihinsel eylemleri

Birim küp yapılarında sayma ve oluşturma becerileri bağlamında Emre'nin ortaya koyduğu fiziksel/zihinsel eylemler, Şekil 3.5.'te verilmiştir.



Şekil 3.5. *Emre'nin Ön Klinik Görüşmede Birim Küp Yapılarını Sayma ve Oluşturmada Kullandığı Eylemler*

Şekil 3.5.'te görüldüğü gibi, görsel ve somut temsil üzerinden biri kare prizma diğerleri dikdörtgen prizmalardan farklı olan dört yapıdaki birim küp sayılarını hesaplarken Emre, üç farklı eylem sergilemiştir. Görsel temsiller üzerinde yapılardaki birim küp sayısını hesaplarken Emre, önce aşağıda şekilleri verilen üç farklı yapıdan birincisinde birinci, ikinci ve üçüncü sıradaki birim küpleri tek tek sayarak 40 olarak hesaplamıştır. Ancak bazı görünmeyen birim küpleri hesaplamayı ihmal ettiği için yanlış sonuca ulaşmıştır. İzlediği yaklaşım aşağıda örnek olarak sunulmuştur.



Görsel 3.13. *Emre'nin ön klinik görüşmede birim küplü farklı yapılardan birincisinin birim küp sayısını hesaplamaya yönelik olarak görsel temsil üzerindeki eylemleri*

Araştırmacı: Burada birim küplerle oluşturulmuş yapılar verilmiş. Birinci yapıda kaç tane birim küp vardır, hesaplar mısın?

Emre: Şimdi burada bi 7 tane var (En önde görünen birim küpleri gösterdi) 7 tane tane burada 7 tane olduğu için bunun tam kapladığı yerler var şunlar kapladığı yerler var orda da 7 tane var onu da yazalım.

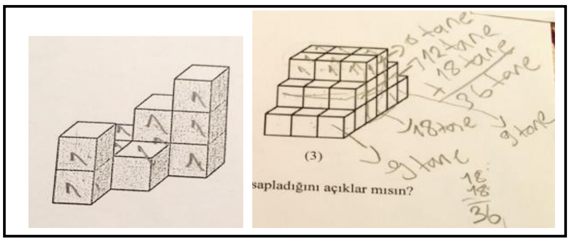
Araştırmacı: Nerede?

Emre: Tam şu tarafları (Öndekilerin arkasındaki birim küpleri gösterdi).

Araştırmacı: Devam et.

Emre: Şunlar 1-2-3-4-5-6-7-8-9 9 tane daha var (İkinci sıradaki görünen birim küpleri saydı). Sonra şurası burada şöyle 9 tane buradan da alırım (İkinci sırada görünen birim küplerin arkasındakileri gösterdi) geriye kalan şunlar 1-2-3-4-5- 6-7-8 tane bunları topladık mı 40 tane (Üçüncü sıradaki görünen birim küpleri saydı).

Emre, ikinci yapıda birim küpleri tek tek sayarak 10 birim küp hesaplamıştır. Üçüncü yapıda ise, her bir katı ayrı ayrı hesaplayarak birim küp sayısını 36 olarak bulmuştur. Emre, bu yapıda her bir kattaki birim küp sayısını hesaplarken ise çarpımsal muhakemeyi kullanmıştır. Emre, bu yapıda birim küp sayısını hesaplarken birinci ve ikinci katlarının beşinci ve altıncı sıralarında görünmeyen kısımlarda kesin olarak birim küp olduğunu düşünerek başka şekilde olamayacağını, ancak bu yapıların görünmeyen arka kısımlarında birim küplerin olmayabileceğini düşünememiştir. Bu süreçte Emre,



Görsel 3.14. *Emre'nin ön klinik görüşmede birim küplü farklı yapılardan ikincisi ve üçüncüsünün birim küp sayılarını hesaplamaya yönelik olarak görsel temsil üzerindeki eylemleri*

Araştırmacı: İkincisinde kaç tane var?

Emre: Şöyle 1-2-3-4-5-6-7-8-9-10 10 tane (Tek tek saydı)

Araştırmacı: Üçüncüsünde kaç tane var?

Emre: 2 ile 3 ü çarparız yani tam şu bölgeyi bulmak için 6 tane birim küp burada (Üçüncü katı hesapladı) aşağıda 1-2-3-4 tane var burada 3 tane var ııı 4 tane 3 12, 12 tane oluyor (İkinci katı hesapladı) bunun altında da 1-2-3-4-5-6 üç 6 yı 3 le çarparız 18 (Birinci katı hesapladı) bunları toplarız 18 ile 18 eder 36 tane.

Araştırmacı: Burada 36 taneden daha farklı olabilir mi?

Emre: Hayır.

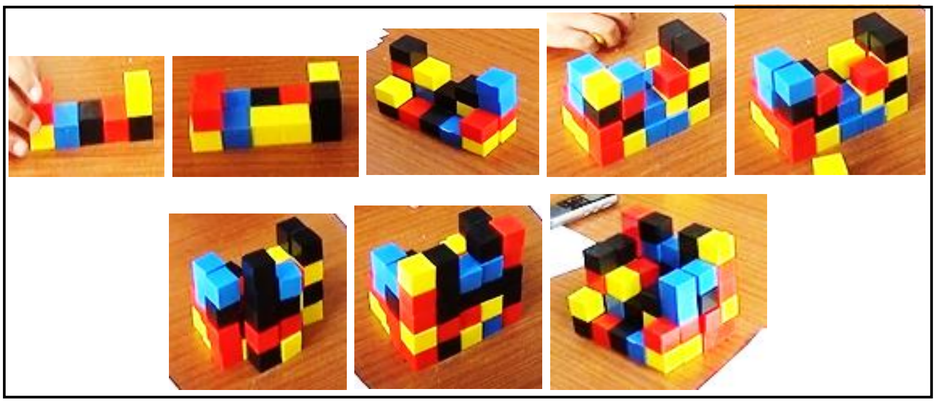
şeklinde açıklamada bulunmuştur.

Emre, birim küplerle oluşturulmuş kare prizmada ise "Şimdi ilk ön yüzü 1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11 4 e 4 16 burada 16 tane küp var. "16 şeyi 1-2-3-4-5 (Yan tarafı saydı) 5 i 16 ile çarparız buluruz 80" diyerek ön sıradaki birim küp sayısıyla sıra sayısını çarparak birim küp sayısını 80 olarak hesaplamış ve bu süreçte çarpımsal muhakemeyi kullanmıştır.

Yukarıdaki diyalogdan da anlaşılacağı üzere, Emre birim küplerle oluşturulmuş farklı yapılarda görünmeyen birim küplerin farkında olmasına karşın kesin var olan birim küp sayısını birinci yapıda eksik, üçüncü yapıda ise fazla sayıda hesaplamıştır. Emre, yapılarda birim küp sayısını hesaplarken, yapıya göre farklı stratejiler kullanarak hesaplamaya çalışmıştır.

Şekil 3.5.'te görüldüğü gibi, Emre yukarıda görsel temsilleri verilen yapıların somut temsillerinin oluşturulmasında ve hem görsel hem de somut temsiller üzerinden hesaplanan birim küp sayılarının doğrulanmasında ikişer eylem sergilemiştir. Emre, öncelikle farklı yapıların ikisini sıra stratejisini kullanarak birini ise görsel temsiline benzeterek oluşturmaya çalışmıştır. Kare prizma yapının somut temsilini oluştururken ise kat stratejisini kullanmıştır.

Emre, farklı yapılardan birincisini görsel temsil görünümüne benzeterek oluştururken, yapının ikinci sırasını iki kez eklediğinden dolayı 63 birim küp olarak oluşturmuştur. Bununla birlikte yanlış oluşturduğu yapıda birim küplerin sayısını hesaplayamamış ve görünmeyen birim küpleri sayamadığını ifade etmiştir. Emre, birim küp sayısını yapıyı bozarak hesapladığında ise görsel temsilde yaptığı hesaplamanın yanlış olduğunu, oluşturduğu yapıdaki birim küp sayısının doğru olduğunu belirtmiştir. Yapının somut temsilini oluşturma, birim küp sayısını hesaplama ve doğrulama sürecinde sergilediği eylemler aşağıda örnek olarak sunulmuştur.



Görsel 3.15. *Emre'nin ön klinik görüşmede birim küpler kullanarak farklı yapılardan birincisinin somut temsilini oluşturmaya yönelik eylemleri*

Araştırmacı: Birim küpleri kullanarak bu yapıların birincisini oluşturabilir misin? Nasıl oluşturduğunu da anlatırsan.

Emre: İlk ön tarafı yapıyorum burada 2 tane çıkmış biz de çıktık yan ortada 3 tane var 3 tane biz de ekledik şimdi 2 tane de böyle ön taraf tamam (Önden başlayarak birinci sırayı 7 tane yaptı). Şimdi arkasını aynı şekilde çizeceğim şimdi burayı çizdik aynı şekil var (Tam 7 tanenin arkasına 7 tane ekledi). ıııı ortasını doldurduk şu 3 taneyi sonra burada bir çıkmış burada 2 çıkmış 2 çıkmış burası düşük olacak burada yine 1 çıkmış burada 2 çıkmış evet ikinciyi de tamamladık (İkinci sırayı 16 tane yaptı). Şimdi bunun aynısını yine arkasına çizeceğiz (16 tanenin tam arkasına 16 tane yaptı). Tamam mı ki evet şimdi bunun arkasından 1 tane yükseliyor yükseldi yükseliyor bi tane daha bunun yanında 1 kat 1 kat daha çıkacak bunun hıı evet evet üst tarafı yaptım şimdi kontrol edim evet 3 tane çıktık evet evet evet hay.. evet tamam bu birincisi (Üçüncü sırada 16 nın üzerine ekleyeceğine dördüncü bir sıra yapıp onların üzerine ekledi, görsele bakarak yapmaya çalıştığı için zihni karıştı).

Araştırmacı: Sayabilir misin?

Emre: 1-2-3-4-5-6-7 bunun arkasında da 7 tane var 14 14 burda 7 tane yine şurda 7 tane olsa şu taraf bunun tam şu eşitlenen buradan baktığımızda 7 tane gözüküyor şu üçü de eklersek dokuz yapar aynen 7 tane daha olur bunun tam arkasında şu üçü de ekleriz 10 olur ya da ben direk sayım 1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12-13-14-15 (sağ yanı saydı) 16-17-18 19-20-21-22-23-24-25……28 (Tek tek saydı ama zihinsel olarak içinden çıkamadı).

Araştırmacı: Böyle sayamıyor musun?

Emre: Hayır şaşırıyorum böyle sayarken tek tek.

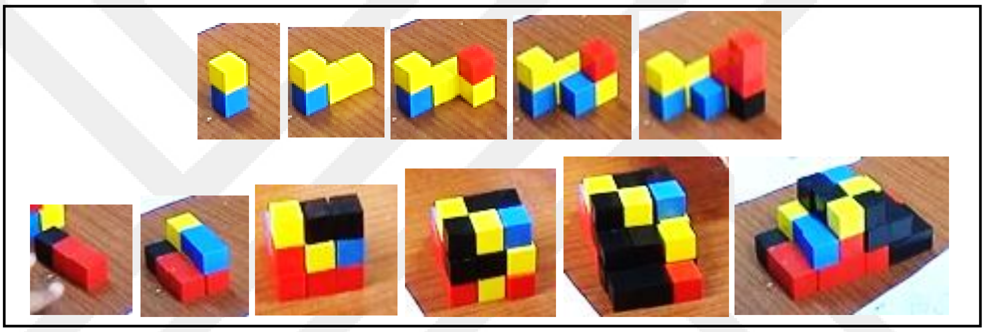
Araştırmacı: Bozarak say bakalım.

Emre: Bozarak 1-3-5-6-7-8-10-13-16-17-19-20-21-22-23-24-26-28-29-30-31-34-37-40-43-47-51-51-55-59-63.

Araştırmacı: Peki hangisi doğru?

Emre: Bu doğru 63.

Emre, farklı yapıların ikincisinde yapıyı görsel temsildeki görünüme bakarak genişliği dikkate alan sıra stratejisi ile 10 birim küp olarak oluşturmuş ve görsel temsil üzerindeki gibi oluşturduğu yapı üzerinde de birim küp sayısını 10 birim küp hesaplamıştır. Emre, farklı yapıların üçüncüsünde ise yapıyı önden arkaya doğru sıra stratejisini kullanarak görselde hesapladığı gibi 36 birim küp olarak oluşturmuş ve görsel temsil üzerindeki gibi oluşturduğu yapı üzerinde de birim küp sayısını 36 birim küp olarak saymıştır. Ayrıca Emre, bu yapının farklı bir biçimde oluşturulamayacağını dolayısıyla da birim küp sayısının bundan farklı olamayacağını ifade etmiştir. Yapıların somut temsillerini oluşturma ve birim küp sayılarını hesaplama sürecinde sergilediği eylemler aşağıda örnek olarak sunulmuştur:



Görsel 3.16. *Emre'nin ön klinik görüşmede birim küpler kullanarak farklı yapılardan ikinci ve üçüncüsünün somut temsillerini oluşturmaya yönelik eylemleri*

Araştırmacı: İkincisini anlatarak oluşturur musun?

Emre: En önde 2 tane var şöyle arkasında 2 tane görüyorsunuz 2 tane hemen yanında 1 hemen onun yanında üstünde 1 tane onun yanında 1 tane onun yanında 1 tane 2 tane çıkmış bu.

Araştırmacı: Kaç tane var sayabilir misin?

Emre: 1-2-3-4-5-6-7-8-9-10 tane.

Araştırmacı: Hesapladığınla uyuşuyor mu?

Emre: Evet.

Araştırmacı: Üçüncüsünü anlatarak oluşturur musun?

Emre: En başta 3 tane gözüküyor 3 taneyi diktim. Sonra bunun arkasında 2 kat çıkmış. 2 kat dikeceğim şöyle bi 2 kat. Sonra bunun arkasında 3 kat çıkmış burada da 3 tane tamam 3 tane çıktık böyle basamak gibi. Şimdi bunun aynısından 1 tane daha yapacağım 3 tane bunu da ekledik. Şimdi bunun aşağısında 2 tane çıkmış 2 tane daha sonra 1 kat. Bakayım doğrudur böyle (Önden başlayarak sıra sıra yapıyor ve hesapladığı gibi 36 tane oluşturdu).

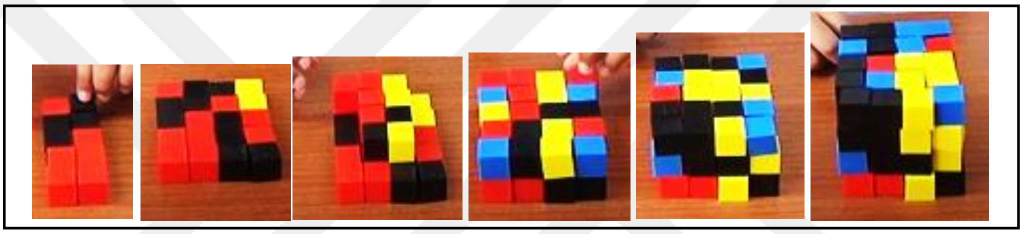
Araştırmacı: Bu yapı daha farklı da oluşturulabilir mi?

Emre: Hayır resme göre böyle.

Araştırmacı: Kaç tane var sayabilir misin?

Emre: 6 şurası 6 bunun tam önü zaten 6 bunla bu eşit olduğu için 6 üçü 3 ü de ekleriz 9 9 burası 9 öğrendik burası da 9, bi tane daha ekleriz sonra 9'dan üç üç üç tane eksilerek inmiş üç tane çıkartırız 6 sonra üç tane daha eksilmiş 3 bunların hepsi 3, 9, 18, 36 doğru zaten 36 demiştim (Önden başlayarak yine sıra sıra hesapladı).

Emre, birim küplerle oluşturulmuş kare prizma yapının somut temsilini ise kat stratejisini kullanarak oluşturmuş ve birim küp sayısını görsel temsil üzerindeki gibi 80 birim küp olarak hesaplamıştır. Emre, birim küp sayısını görsel temsil üzerindeki gibi ön sıradaki birim küp sayısı ile sıra sayısını çarparak hesaplamıştır. Emre yapıyı oluşturma, birim küp sayısını hesaplama ve görsel temsil üzerinde yaptığı hesaplamayı doğrulaması ile ilgili olarak,



Görsel 3.17. *Emre'nin ön klinik görüşmede birim küpler kullanarak kare prizmanın somut temsilini oluşturmaya yönelik eylemleri*

Araştırmacı: Bu yapıyı anlatarak oluşturur musun?

Emre: Bunun sağ tarafı 5 olduğu için 5 tane çizeceğim. 5 tane şerit şerit 4 tane çizeyim beş dört bunun gibi şimdi 1-2-3-4 bir üç tane daha çıkarız böyle üstüne doğru (Sıra stratejisi ile hesapladı ancak oluştururken kat kat oluşturdu).

Araştırmacı: Kaç tane oluyor sayabilir misin?

Emre: Sayarız 1-2-3-4 dört dört 16 ön yüzü 16 tane burada 1-2-3-4-5 (yanda) 5'i yine 16'yla çarparız 80 tane (Görsel temsilde hesapladığı gibi hesapladı).

Araştırmacı: Peki önce kaç demiştin?

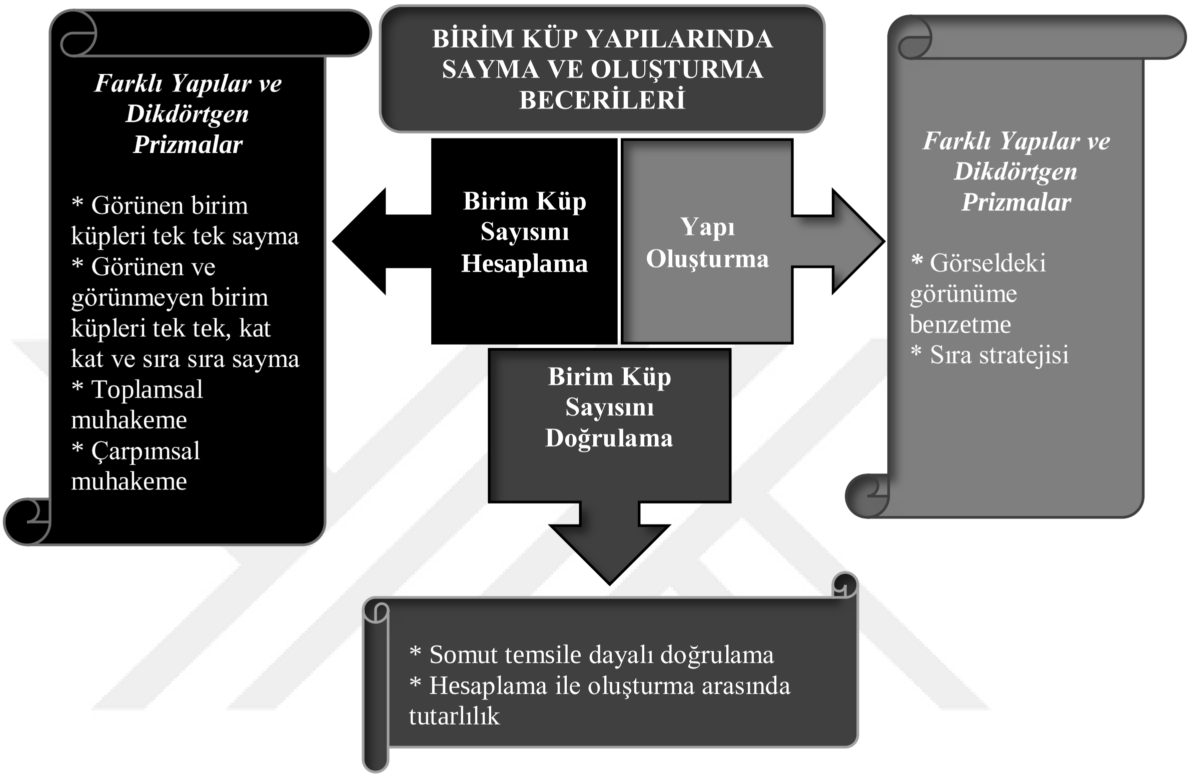
Emre: Orada 80 demiştim burada da yine 80 tane.

şeklinde açıklamada bulunmuştur.

Yukarıdaki diyaloglarda da görüldüğü gibi Emre, birinci yapıyı hatalı oluşturmuş ve oluşturduğu yapı üzerinde birim küp sayısını hesaplayamamıştır. Emre, birim küplerle oluşturulmuş farklı yapılardan üçüncüsünde yapının doğru oluşumlarından bir tanesini oluşturmuş, ancak bu yapının başka oluşumunun olamayacağını ifade etmiştir. Emre, dikdörtgen prizmayı ise kat kat oluşturmuş, ancak birim küp sayısını ön sıradaki birim küp sayısıyla sıra sayısını çarparak hesaplamıştır.

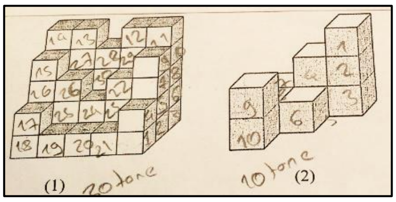
3.1.2.3. Murat'ın fiziksel/zihinsel eylemleri

Birim küp yapılarında sayma ve oluşturma becerileri bağlamında Murat'ın ortaya koyduğu fiziksel/zihinsel eylemler Şekil 3.6.'da verilmiştir.



Şekil 3.6. *Murat'ın Ön Klinik Görüşmede Birim Küp Yapılarını Sayma ve Oluşturmada Kullandığı Eylemler*

Şekil 3.6.'da görüldüğü gibi, görsel ve somut temsil üzerinden biri kare prizma diğerleri dikdörtgen prizmalardan farklı olan dört yapıdaki birim küp sayılarını hesaplarken Murat üç farklı eylem sergilemiştir. Görsel temsil üzerinde yapılardaki birim küp sayısını hesaplarken aşağıda şekli verilen birim küplerle oluşturulmuş farklı yapıların birincisinde sadece görünen birim küpleri dikkate alıp birim küp sayısını tek tek sayarak 30 hesaplarken, ikinci yapıda görünen ve görünmeyen birim küpleri dikkate alıp birim küp sayısını tek tek sayarak 10 olarak hesaplamıştır. Murat, yapılardaki birim küp sayısını nasıl hesapladığına ilişkin olarak aşağıdaki açıklamayı yapmıştır.



Görsel 3.18. *Murat'ın ön klinik görüşmede birim küplü farklı yapılardan birinci ve ikincisinin birim küp sayılarını hesaplamaya yönelik olarak görsel temsil üzerindeki eylemleri*

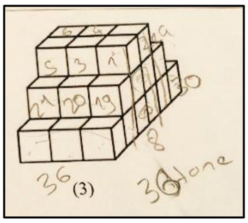
Araştırmacı: Burada birim küplerle oluşturulmuş yapılar verilmiş. Birinci yapıda kaç tane birim küp vardır, hesaplar mısın?

Murat: 1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12-12-13-14-15-16-17-18-18-19-20-21-22 yok 21- (Köşedeki birim küpü iki kez saydığını fark etti). 22-23-24-25-26-27-28-29 ve 30 tane var 30 tane (Görünen birim küpleri tek tek saydı).

Araştırmacı: İkincisinde kaç tane var?

Murat: İkincisinde 1-2-3-4 bunun arkasında bir tane olacak 5-6-7-8-9 ve 10 tane (Tüm birim küpleri tek tek saydı).

Murat, üçüncü yapıda ise her bir kattaki birim küp sayısını ayrı ayrı hesaplayıp 36 olarak bulmuştur. Murat da Emre gibi bu yapının birinci ve ikinci katlarının beşinci ve altıncı sıralarında görünmeyen kısımlarda birim küplerin kesin olarak olduğunu varsayarak birim küp sayısını hesaplamıştır. Murat, bu yapının görünmeyen arka kısımlarında birim küplerin olmayabileceğini fark etmiş, ancak görünmeyen tüm birim küplerin olmadığını varsaymıştır. Bu düşüncesi doğrultusunda hesaplama yaptığında sadece görünen birim küpleri dikkate alıp görünmeyen, ancak kesin olarak var olan birim küpleri de dikkate almadığı görülmüştür. Bu sürece ilişkin açıklamaları aşağıda örnek olarak sunulmuştur.



Görsel 3.19. *Murat'ın ön klinik görüşmede birim küplü farklı yapılardan üçüncüsünün birim küp sayısını hesaplamaya yönelik olarak görsel temsil üzerindeki eylemleri*

Araştırmacı: Üçüncüsünde kaç tane var?

Murat: Burada 6 tane var (Üçüncü katı gösterdi) ıı direk aşağı inersek yine burada da 6 şar tane olur şu hizada yine 18 (Üçüncü katın altındaki birim küpleri gösterdi) 3 burda 3 burda var (İkinci katın ön ve arka sırasındaki birim küpleri gösterdi) 6 burda 6 tane de burda var 36 tane olur (Birinci katın ön ve arkadaki ilk iki sırayı gösterdi)

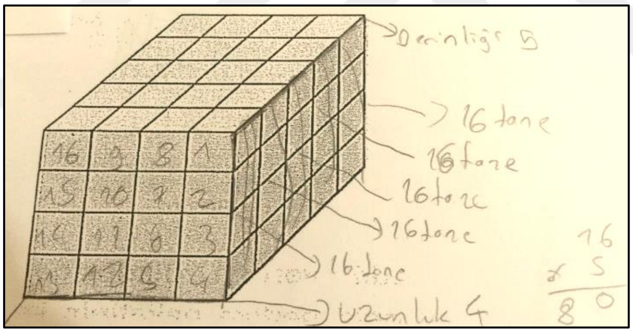
Araştırmacı: Burada 36 dan daha farklı sayıda birim küp olabilir mi?

Murat: Görmediğimiz arkada yani onları var olarak saydım olmaya da bilir

Araştırmacı: Olmazsa kaç olur?

Murat: Burada hepsi arkasında da varsa 36 tane yoksa 3-6-9-12-12-13-14-15-16-17-18-19 ve 20 tane olur yani arkasında yoksa (Sadece görünenleri saydı).

Murat, aşağıda şekli verilen birim küplerle oluşturulmuş dikdörtgen prizmada ise hem çarpımsal hem de toplamsal muhakeme kullanarak birim küp sayısını 80 olarak hesaplamıştır. Birim küplerle oluşturulmuş kare prizmadaki birim küp sayısını hesaplama ile ilgili olarak "Burada 16 tane var yani 16 tane 16 taneden 5 tane var yani 16 tane burada 16 tane burada 16 tane burada16 tane burada16 tane de burada (Ön sıradan başlayarak sıra sıra hesapladı)" şeklinde bir açıklamada bulunmuştur.

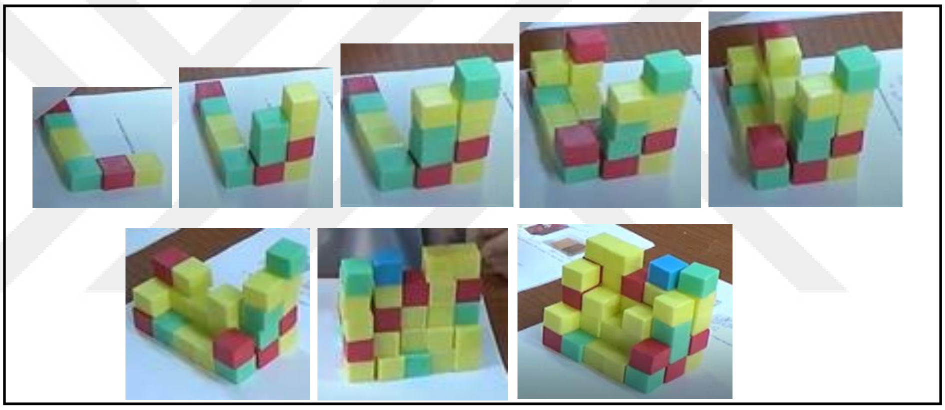


Görsel 3.20. *Murat'ın ön klinik görüşmede birim küplü kare prizmanın birim küp sayısını hesaplamaya yönelik olarak görsel temsil üzerindeki eylemleri*

Yukarıda verilen diyalogda görüldüğü gibi, Murat birim küplerle oluşturulan farklı yapıların birincisinde görünmeyen birim küpleri hesaplamada dikkate almazken diğerlerinde almıştır. Murat üçüncü yapıda ise yapının arka kısımlarında birim küplerin olmayabileceğini fark etmiş, ancak varlığı kesin olup görünmeyen birim küpler ile varlığı kesin olmayan birim küpleri ayırt edememiştir. Öte yandan Murat, birim küplerle oluşturulmuş kare prizmada birim küp sayısını hesaplarken çarpımsal ve toplamsal muhakeme yaparak sonuca ulaşmıştır.

Şekil 3.6.'da görüldüğü gibi, Murat yukarıda görsel temsilleri verilen yapıların somut temsillerinin oluşturulmasında ve hem görsel hem de somut temsiller üzerinden hesaplanan birim küp sayılarının doğrulanmasında ikişer eylem sergilemiştir. Murat, kare prizmayı ve farklı yapıların üçüncüsünü sıra sıra oluştururken ve farklı yapıların birinci ve ikincisini görsel temsile bakarak oluşturmuştur.

Murat, farklı yapılardan birincisini görsel temsildeki gibi 47 birim küp olarak doğru oluşturmuş ve yapıda birim küpleri tek tek sayarak 47 birim küp hesaplamıştır. Murat, bu yapıdaki birim küp sayısını görsel temsilde 30 hesaplarken, oluşturduğu yapıda 47 hesaplamıştır. Bu farklı iki sonuçtan oluşturduğu yapıdaki birim küp sayısının doğru olduğunu ifade etmiş, farklı iki sonucun nedenini de görsel temsilde arkada görünmeyen küpleri sayamadığından kaynaklandığını ifade etmiştir. Yapının somut temsilini oluşturma, birim küp sayısını hesaplama ve doğrulama ile ilgili eylemleri aşağıda örnek olarak sunulmuştur:



Görsel 3.21. *Murat'ın ön klinik görüşmede birim küpler kullanarak farklı yapılardan birincisinin somut temsilini oluşturmaya yönelik eylemleri*

Araştırmacı: Birim küpleri kullanarak bu yapıların birincisini oluşturabilir misin? Nasıl oluşturduğunu da anlat.

Murat: Ön tarafta … 5 tane var ben de 5 tane koydum … yanlarında 2 tane daha üste doğru çıkmış bir dört tane de üste çıkmış 2-3-4 (sağ arka taraf) buradan üç tane çıkmış … üç tane (sağ yan orta sıra) başka oldu burada da yok burada var arkasında gözüktüğüne göre orda da var arkadakilerini yaparsam buradan böyle olması gerekiyor (Yapıyı doğru oluşturdu).

Araştırmacı: Yaparken nasıl yaptın?

Murat: Yaparken oraya bakarak kaç tane gitmiş kaç tane var onlara göre yaptım.

Araştırmacı: Sayabilir misin?

Murat: 1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11 (Sağ yanı saydı) 11-12-13-14-15-1617-18-19-20-21-22-23-24-25-26-27-28-29-30 (En arkayı saydı) 30-31-32-33-34 dört 35-36 (Sol yanı saydı) 39-40-41-42-43-44-45-46-47 (İç tarafı saydı doğru saydı).

Araştırmacı: Hesaplarken kaç demiştin?

Murat: Hesaplarken 30 tane.

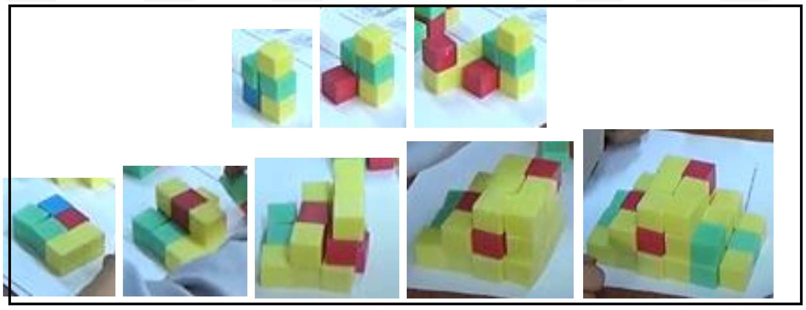
Araştırmacı: Sence hangisi doğru?

Murat: 47 doğru.

Araştırmacı: Hesaplamada hata nerden kaynaklandı sence?

Murat: Arkasındakileri şey hesaplayamadım.

Murat, farklı yapıların ikincisinde yapıyı görsel temsildeki gibi 10 birim küp olarak doğru oluşturmuş ve görsel temsil üzerindeki gibi oluşturduğu yapı üzerinde de birim küp sayısını tek tek sayıp 10 birim küp olarak hesaplamıştır. Murat, farklı yapıların üçüncüsünde ise, yapıyı sıra sıra yaparak görselde hesapladığı gibi 36 birim küp oluşturmuş ve görsel temsil üzerindeki gibi oluşturduğu yapı üzerinde de birim küp sayısını tek tek ve sıra sıra sayıp 36 birim küp olarak hesaplamıştır. Ayrıca Murat, görsel temsilde belirttiği gibi bu yapının arka taraflarında birim küplerin olmayabileceğini bu durumda da yapının 20 birim küpten oluşacağını ifade etmiştir. Murat, oluşturduğu yapı üzerinde de sadece görünen birim küpleri hesaba katmıştır. Yapıların somut temsillerini oluşturma ve birim küp sayılarını hesaplama sürecinde sergilediği eylemler, aşağıda örnek olarak sunulmuştur:



Görsel 3.22. *Murat'ın ön klinik görüşmede birim küpler kullanarak farklı yapılardan ikinci ve üçüncüsünün somut temsillerini oluşturmaya yönelik eylemleri*

Araştırmacı: İkincisini anlatarak oluşturur musun?

Murat: 3 tane burada var 3 tane buraya koydum ıı arkasında 2 tane var 1 tane de önde burada 1 tane burada var şöyle burada da 1 tane var 1 burada.

Araştırmacı: Sayar mısın?

Murat: 1-2-3-4-5-6-7-8-9 ve 10 tane.

Araştırmacı: Daha önce kaç demiştin?

Murat: 10 tane aynı.

Araştırmacı: Üçüncüsünü anlatarak oluşturur musun?

Murat: 3 tane önde koydum 3 tane yine burada 3 tane koydum üstüne de 3 tane buralar altlarında yine ııı burada 3 tane olabilir diye düşündüm 3 tane de buraya koydum yine 3 tane de buraya koydum böyle olabilir diye düşündüm (Önden başlayarak sıra sıra oluşturdu).

Araştırmacı: Kaç tane olur say bakalım?

Murat: 1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12-13-14-15-16-17-18-19-20-21-22-23-24-25-26-27-28-29-30 (önden başlayarak düzen içinde tek tek saydı ancak güçlük yaşadı). Bi dakika 3 burda 3 burda 6-9 ııı 12-15-15 burda üç 3-6-9 ııı 10-11-12-13-14-15-15-18-21-24-27-27 ııı 30-33 ve 36 tane (önden başlayarak arkaya doğru 3 erli saydı).

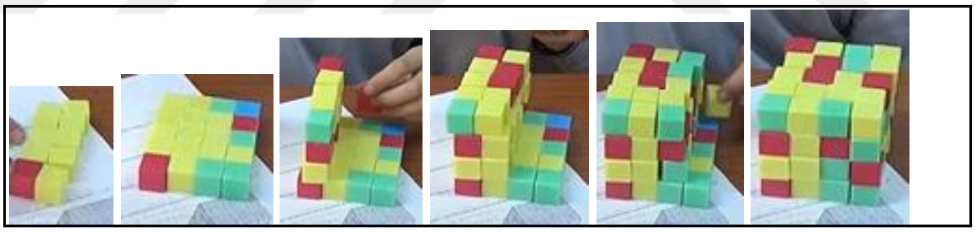
Araştırmacı: Bu yapıda daha farklı sayıda birim küp olabilir mi?

Murat: Resimde görmediğimiz taraflar olmaya da bilir.

Araştırmacı: O zaman kaç olur?

Murat: 1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12-13-14-15-16-17-18-19-20 20 tane (Sadece görünen birim küpleri saydı) arkada varsa 36 tane yoksa 20 tane olur.

Murat, birim küplerle oluşturulmuş kare prizmayı da sıra sıra oluşturmuş ve birim küp sayısını görsel temsil üzerindeki gibi 80 birim küp olarak hesaplamıştır. Ancak Murat, birim küp sayısını görsel temsil üzerinde hesapladığından farklı biçimde her bir sıradaki birim küpleri tek tek sayarak hesaplamıştır. Murat, yapının somut temsilini oluşturma ve birim küp sayısını hesaplamaya ilişkin;



Görsel 3.23. *Murat'ın ön klinik görüşmede birim küpler kullanarak kare prizmanın somut temsilini oluşturmaya yönelik eylemleri*

Araştırmacı: Bu yapıyı anlatarak oluşturur musun?

Murat: Burası şey 4 tane olduğu için 4 tane olacak hepsi derinliği 5 tane 5 tane yaptım (Birinci katı sıra sıra oluşturduktan sonra birinci sıranın üstündeki sıraları önden arkaya doğru beşerli biçimde oluşturdu)

Araştırmacı: Kaç olur sayabilir misin?

Murat: 1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12-13-14-15-16 16 tane burada (Hesapladığı gibi ön sırayı saydı) … 17-18-19-20-21 ııı 22-23-24-25 … 26-27-28- 29-30-31-32 (İkinci sıradakileri tek tek saydı). ııı 32-33-34-35-36 … 37 … 37-38-39-40-41 … 41-42-43-44 ıı 44-45-46-47-48 (Üçüncü sıradakileri tek tek saydı). 48-49-50-51-52-53-54-55-56-57-58-59-60-61-62-63-64 (Dördüncü sıradakileri tek tek saydı) … 65-66-67-68-69-69 …70-71-72-73-74-75-76-77-78-79-80 tane (En arka sıradakileri tek tek saydı)

Araştırmacı: Daha önce kaç demiştin?

Murat: Daha önce de 80 demiştim burada da 80

şeklinde eylemlerde bulunmuştur.

Yukarıdaki diyalogda da görüldüğü gibi, Murat birim küplerle oluşturulmuş farklı yapılardan birincisini belirli bir strateji kullanmadan oluşturmasına karşın yapıyı doğru oluşturmuş ve oluşturduğu yapı üzerinde birim küp sayısını da doğru hesaplamıştır. Öte yandan Murat, birim küplerle oluşturulmuş farklı yapıların üçüncüsünde farklı oluşumunun olabileceğini fark etmiş, ancak birim küp sayısını hesaplarken, var olduğu kesin olan ancak görünmeyen birim küpleri hesaplama dışında bırakmıştır.

3.2. Birinci Etap Öğretim Dizisine İlişkin Bulgular

Bu bölümde birinci ara klinik görüşmelere kadar devam eden ve üç hafta süren öğretim dizilerinden elde edilen bulgulara yer verilmiş, öğretim dizileri haftalık olarak sunulmuştur. Öğretim sürecinde gerçekleştirilen sınıf içi uygulamalar ise ders başarı düzeyleri düşük, orta ve yüksek olmak üzere üç kişiden oluşan küçük grup tartışmaları ve bu çalışmaların sonucunda grupların ulaştıkları sonuçları, izledikleri yolları sınıfa sundukları sınıf tartışmaları şeklinde iki adımda gerçekleştirilmiştir. Dolayısıyla haftalık öğretim dizilerine ilişkin bulgular, küçük grup tartışmaları ve sınıf tartışmaları olmak üzere iki başlık altında sunulmuştur.

3.2.1. Birinci hafta öğretim dizisine ilişkin bulgular

Ön klinik görüşmelerden elde edilen veriler doğrultusunda odak öğrencilerin yeterlikleri ve ön bilgileri belirlenmiştir. Bu bağlamda eksik oldukları, zorlandıkları ya da kavram yanılgısına sahip oldukları noktalar tespit edilmiş ve ayrıca araştırma konusu bağlamında ele alınması gereken kavramlarda dikkate alınarak birinci hafta öğretim etkinliği düzenlenmiştir. İlk haftaki etkinlikte dikdörtgen prizmanın yüzlerinin hangi şekiller olduğu incelenmek istendiğinden dikdörtgeni ve kareyi tanıma amaçlanmıştır.

3.2.1.1. Birinci hafta küçük grup tartışmalarına ilişkin bulgular

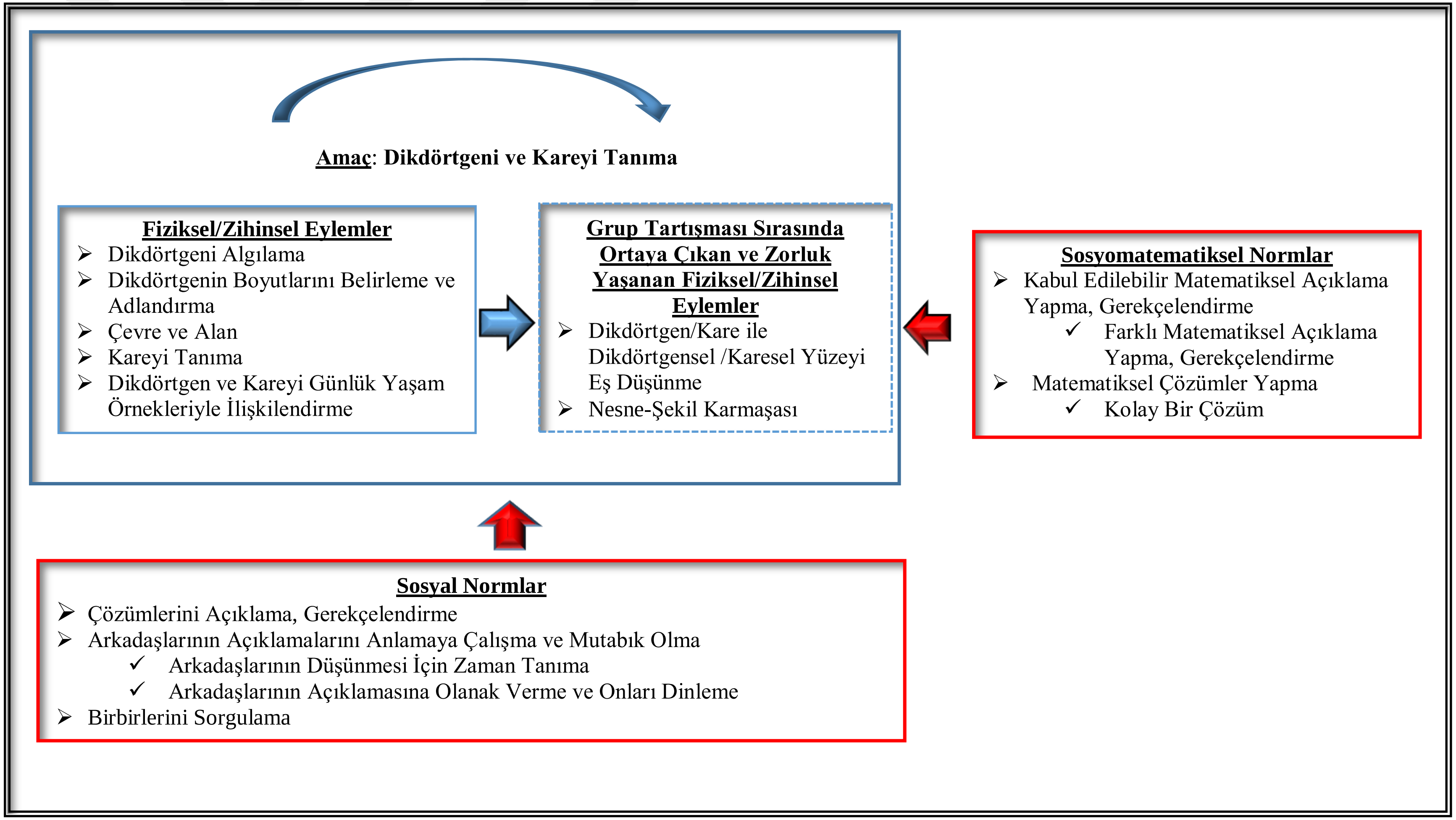
Öğrenciler, ilk olarak dört gruba ayrılmış ve her bir gruba dikdörtgen ve kareyi tanımanın amaçlandığı etkinlik (EK-4) dağıtılmıştır. Dikdörtgen ve kareyi tanıma etkinliğinde öğrencilerin ilgi ve dikkatlerini çekmek amacıyla günlük yaşamda bildikleri futbol sahası bağlamı üzerine bir kurgu hazırlanmış ve sorular bu bağlam üzerinden sorulmuştur. Bu etkinlik üzerinde tüm grupların kendi aralarında tartışmaları sağlanmıştır. Küçük grup tartışmalarında tartışılması ön görülen fiziksel/zihinsel eylemler, bu tartışmalar sırasında odak grubu öğrencilerinin kendi aralarında gerçekleştirdikleri tartışmalar sırasında ortaya çıkan ve zorluk yaşanan farklı fiziksel/zihinsel eylemler ve bu sırada ortaya konan grup içi sosyal ve sosyomatematiksel normlar Şekil 3.7.'de sunulmuştur.

Şekil 3.7.'de görüldüğü gibi, küçük grup tartışmaları sırasında odak öğrencilerde dikdörtgeni algılama, dikdörtgenin boyutlarını belirleme ve adlandırma, çevre ve alan, kareyi tanıma, dikdörtgen ve kareyi günlük yaşam örnekleriyle ilişkilendirme şeklinde fiziksel/zihinsel eylemlerin tartışılması ön görülmüştür. Buna karşın tartışması sürecinde odak öğrencilerde ön klinik görüşmelerde de belirlenen dikdörtgen ve kare ile dikdörtgensel ve karesel yüzü eş düşünme ve ayrıca nesne-şekil karmaşası şeklinde iki fiziksel/zihinsel eylem ortaya çıktığı ve bu eylemlerin yapılandırılmasında zorluk yaşandığı gözlenmiştir. Tartışmalar sırasında grup üyelerinin zihinsel eylemlerini yönlendiren çözümlerini açıklama ve gerekçelendirme, arkadaşlarının açıklamalarını anlamaya çalışma ve mutabık olma, bu süreçte onlara düşünmeleri için zaman verme, dinleme ve sorgulama gibi sosyal normlar ve bu normlarla ilişkili ve doğal olarak matematiğe özgü normlarda ortaya konmuştur. Sosyomatematiksel normlar olarak adlandırılan bu normlar kabul edilebilir matematiksel açıklama yapma-gerekçelendirme, farklı matematiksel açıklama yapma-gerekçelendirme ve kolay matematiksel çözüm yapma şeklinde tanımlanmıştır.

Birinci soruda Ali, Emre ve Murat; futbol sahasını görsel algılayarak ve dikdörtgen ve kare ile dikdörtgensel ve karesel yüzü eş düşünerek dikdörtgene benzettiklerini ifade etmişlerdir. Bu soruda Murat ve Emre, futbol sahasının karşılıklı kenar uzunluklarının eşit ve birbirlerine paralel olduğunu belirten bir matematiksel açıklama ve gerekçe sunmuşlardır. Ali, Murat ve Emre'nin sunduğu bu gerekçeye katılmış ve grupça bu yanıt etrafında mutabık olmuşlardır.

İkinci soruda Murat, futbol sahasında iki kale arası uzaklığa uzunluk ya da boy demiş, Ali ve Emre de Murat'a katıldıklarını ifade etmişlerdir.

Üçüncü soruda Murat, kale direklerinin üzerinde yer aldığı çizgiyi futbol sahasının genişliği ya da eni olarak ifade ederken, Emre ise çizgiyi kısa kenar olarak ifade etmiştir. Grupça genişlik ya da en olarak ifade etmenin daha doğru olacağını düşünerek Murat'ın yanıtında mutabık olmuşlardır.



Şekil 3.7. *Birinci Hafta Küçük Grup Tartışmaları*

Dördüncü soruda Murat, kendisi sorunun doğru yanıtını bildiği halde arkadaşlarının düşünmesine olanak vererek onlardan soruyu düşünmelerini istemiştir. Ali ve Emre bir süre düşündükten sonra Emre, futbol sahasını çevreleyen çizgilerin dikdörtgeni oluşturduğunu ifade ederken, Murat buna karşı çıkarak futbol sahasının çevresini oluşturduğunu ifade etmiştir. Murat, grup arkadaşlarına "Burada bu çizgilerin dikdörtgenin yani futbol sahasının nesini oluşturduğunu soruyor." diyerek yanıtın çevre olması gerektiğini açıklamış ve grupça "Çevre uzunluğu" yanıtında mutabık olmuşlardır.

Beşinci soruda Ali, futbol sahasının çevresini hesaplamada "Futbol sahasının bir kenarını hesaplarız ve onu 2 ile çarparız" şeklinde bir matematiksel çözümde bulunurken Murat, "Uzunluk ve genişliğini 2 ile çarparak buluruz" şeklinde bir çözümle çevre uzunluğunun hesaplanabileceğini belirtmiştir. Emre ise futbol sahasının kenarlarına tam sayı değerleri vererek çevresini hesaplamıştır. Murat, Emre'ye kenar uzunluklarının verilmediğini bu nedenle de kenarların herhangi bir değer alabileceğini ifade etmiş ve grupça Murat'ın açıklamasında mutabık olmuşlardır.

Altıncı soruda Ali, futbol sahasının içine hiç boşluk kalmadan çim ekilerek kaplanmasının futbol sahasının alanını oluşturduğunu ifade ederek kabul edilebilir bir matematiksel açıklamada bulunmuş ve Emre ile Murat da iç bölgenin alan olduğunu belirterek Ali'ye katıldıklarını ifade etmişlerdir.

Yedinci soruda, Emre futbol sahasının kenar uzunluklarına tam sayı değerleri verip uzun kenar ile kısa kenarın çarpılarak alanının bulunabileceğini ifade eden bir matematiksel açıklama ve çözüm sunmuştur. Murat ise futbol sahasının kenar uzunluklarının belli olmadığını, kenar uzunluğu ne olursa olsun uzunlukla genişliğin çarpılarak kolay bir çözümle alanın bulunabileceğini belirtmiş ve grupça uzun kenar ile kısa kenarın çarpılarak futbol sahasının alanının bulunabileceği konusunda uzlaşmışlardır.

Sekizinci soruda; futbol sahasının çimle kaplanan bölgesinin adına grupça "Alan" diyerek bu yanıt etrafında mutabık olmuşlardır.

Dokuzuncu soruda, Ali, "Futbol sahası kare şeklinde olsaydı bütün kenarları eşit olurdu." şeklinde kabul edilebilir bir matematiksel açıklama yaparken Emre ve Murat da Ali'ye katıldıklarını ifade etmişlerdir.

10. soruda, Emre ve Ali, önce dikdörtgen ve kareye günlük yaşamdan nesneleri örnek gösterirken Murat, nesnelerin yüzlerini örnek göstermiştir. Ali ve Emre, sonra

Murat’a katılıp nesnelerin yüzlerini örnek göstermeye başlamışlardır. Örneğin, grup içinde bununla ilgili;

Emre: Dikdörtgene bir örnek ver cisim olarak örnek ver Ali.
Ali: Cisim olarak **s**ıra.
Emre: Evet sıra.
Murat: Daha net bir şey yazalım.
Emre: Aynen daha net bir şey söyleyelim.
Murat: Kâğıdın yüzeyi yazabiliriz ama kâğıt kare de olabilir başka bir şey verelim.
Emre: Kapı.
Murat: Kapının yüzeyi.
Ali: Camın yüzeyi**.**
Murat: Kareye de verelim.
Emre: Fayans.
Murat: Fayansın yüzeyi.
Emre: Fayansın yüzeyi.
Murat: Fayans dikdörtgen de olabilir o yüzden kare fayansın yüzeyi diyelim.

şeklinde açıklamalarda bulunmuşlardır.

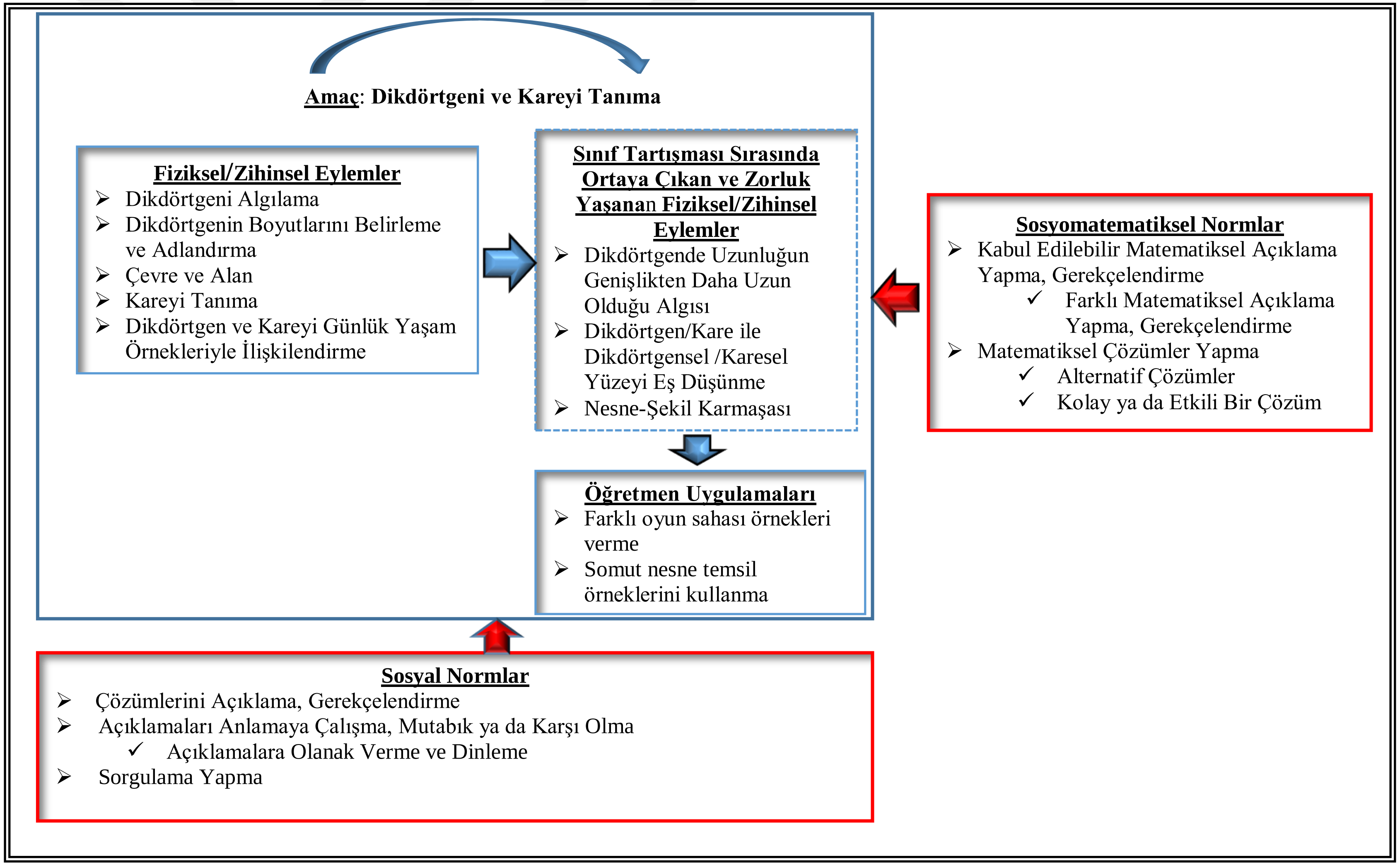
Grupça soruları bitirdikten sonra yanıtlarını tekrar kontrol etmişlerdir. Bu tekrarlar sırasında soruları birbirlerine yeniden sorarak birbirlerini sorgulamışlardır. Özellikle Emre, Ali’nin anlayıp anlamadığını görmek için sıklıkla Ali’ye sorular sormuş ve Ali’den açıklama ve gerekçelendirmeler yapmasını istemiştir.

Yukarıda da görüldüğü gibi, birinci hafta küçük grup tartışmalarında öğrenciler sorulara yanıtlar ararken, tartışmalara başarı düzeylerine paralel bir katılım göstermişlerdir. Küçük grup tartışmalarında soruları yanıtlamada Murat’ın en aktif Ali’nin ise en pasif olduğu, Emre’nin de kısmen aktif olduğu görülmüştür. Ali ve Emre, çoğunlukla Murat’ın yanıtlarına ve açıklamalarına iştirak etmişlerdir. Murat, dikdörtgenin çevre uzunluğunu ve alanını hesaplamada kenar uzunluklarından bağımsız düşünürken, Emre kenar uzunluklarına tam sayı değerleri vermiştir. Ayrıca Ali ve Emre, dikdörtgen ve kareyi nesne olarak algılarken, Murat nesnelerin yüzleri olarak algılamıştır. Öte yandan küçük grup tartışmalarında öğrencilerin birbirlerinin yanıtlarını dinledikleri, birbirlerini anlamaya çalıştıkları ve birbirlerine sorular sordukları gözlemlenmiştir.

3.2.1.2. Birinci hafta sınıf tartışmalarına ilişkin bulgular

Küçük grup tartışmalarından sonra tüm öğrencilerin katıldığı sınıf tartışması gerçekleştirilmiştir. Sınıf tartışmasında tüm gruplardan ne düşündüklerini sınıfla paylaşmaları istenmiş, bu doğrultuda öğrencilerin kendi arasında ve öğretmen ile öğrenciler arasında çeşitli tartışmalar gerçekleşmiştir. Odak öğrenciler merkezde olmak üzere tüm sınıfla birlikte gerçekleştirilen tartışmalar aşağıda sunulmuştur. Sınıf tartışmaları sırasında tartışılması ön görülen fiziksel/zihinsel eylemler, bu tartışmalar sırasında öğrencilerde ortaya çıkan ve zorluk yaşanan farklı fiziksel/zihinsel eylemler, bu zorluklar karşısında öğretmenin gerçekleştirdiği uygulamalar ve bu esnada ortaya konan sınıf içi sosyal ve sosyomatematiksel normlar Şekil 3.8.'de sunulmuştur.

Şekil 3.8.'de görüldüğü gibi sınıf tartışmaları sırasında dikdörtgeni algılama, dikdörtgenin boyutlarını belirleme ve adlandırma, çevre ve alan, kareyi tanıma, dikdörtgen ve kareyi günlük yaşam örnekleriyle ilişkilendirme şeklinde fiziksel/zihinsel eylemlerin tartışılması ön görülmüştür. Buna karşın tartışma sürecinde odak öğrencilerle birlikte diğer öğrencilerin dikdörtgende uzunluğun genişlikten daha uzun olduğu algısı, dikdörtgen ve kare ile dikdörtgensel ve karesel yüzü eş düşünme, nesne-şekil karmaşası şeklinde üç farklı fiziksel/zihinsel eylemde zorluk yaşadıkları gözlenmiştir. Öğretmen bu zorlukları aşmak için farklı oyun sahası ve somut nesne temsil örneklerini kullanmıştır. Tartışmalar sırasında öğrencilerin zihinsel eylemlerini yönlendiren çözümlerini açıklama ve gerekçelendirme, arkadaşlarının açıklamalarını anlamaya çalışma ve mutabık olma ya da karşı olma bu süreçte onlara düşünmeleri için zaman verme, onları dinleme ve sorgulama gibi sosyal normlar ve bu normlarla ilişkili ve matematiğe özgü normlarda ortaya konmuştur. Sosyomatematiksel normlar olarak adlandırılan bu normlar kabul edilebilir matematiksel açıklama yapma ve gerekçelendirme, farklı matematiksel açıklama yapma ve gerekçelendirme, alternatif, kolay ya da etkili matematiksel çözümler yapma şeklinde tanımlanmıştır.



Şekil 3.8. *Birinci Hafta Sınıf Tartışmaları*

Sınıf tartışmaları sırasında öğretmen, öğrencilerin küçük grup tartışmalarında üzerinde çalıştıkları çalışma kâğıdını akıllı tahtaya yansıtmıştır. Daha sonra her bir soruda tüm grupların fikirlerini açıklamalarını istemiş ve bu fikirlerin tüm öğrenciler tarafından tartışılmasını sağlamaya çalışmıştır.

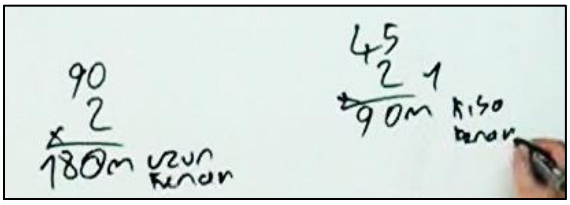
Birinci soruyu odak grup öğrencilerinden Ali grubu adına "Futbol sahası dikdörtgendir. Çünkü karşılıklı kenarları eşit ve paraleldir" şeklinde bir matematiksel gerekçelendirme ile açıklamış ve akıllı tahta üzerinde karşılıklı kenarları göstermiştir. Oysaki Ali, grup tartışmasında bu konuya ilişkin bir gerekçe sunamamış ve arkadaşlarının sunduğu gerekçeye sadece katılmıştı. Buna karşın Ali grubun benimsediği bu gerekçeyi sınıf tartışmasına yansıtabilmiştir. Öğretmen, sınıfa "Ali'nin düşüncesine katılıyor musunuz?" diye sormuş ve tüm öğrenciler de Ali'ye katıldıklarını ifade etmişlerdir. Öğretmen eksik açıklanan gerekçelendirmeyi fark ettirmek için bir paralelkenar şekli beyaz tahtaya çizip "Bu şeklin adı nedir?" diye sormuş, öğrenciler de sınıfça paralelkenar yanıtını vermişlerdir. Öğretmen, "Peki neden?" diye sorunca bir öğrenci "Bunun da karşılıklı kenarları eşit ve paralel" yanıtını vermiştir. Öğretmen, "O halde dikdörtgen ile paralelkenar aynı mı, arasında ne fark var?" diye sorunca Murat, "Dikdörtgende açılar 90 derecedir" yanıtını vermiştir. Tüm sınıf, Murat'a katıldıklarını, ancak bunu zaten bildiklerini sadece söylemeyi unuttuklarını ifade etmişlerdir. Böylece tüm sınıf "Futbol sahasının karşılıklı kenarları eşit, paralel ve açıları 90 derece olduğu için dikdörtgene benziyor." açıklaması etrafında mutabık olmuşlardır.

İkinci soruda, iki grup iki kale arası uzaklığa "Futbol sahasının boyu" yanıtını verirken, odak grubun içinde olduğu diğer iki grup da "Futbol sahasının uzunluğu" yanıtını vermişlerdir. Öğretmen, uzunluk ile boyun eş anlamlı olarak kullanıldığını vurgulamış ve öğrencilere görsel temsil üzerinde futbol sahasında iki kale arası uzaklığa eşit olan uzunlukların başka nereler olabileceğini sormuştur. Murat, akıllı tahta üzerinde dikdörtgenin iki uzun kenarını uzunluk olarak göstermiş ve tüm sınıf Murat'a katılmıştır. Öğretmen, tüm sınıfın uzlaştığı noktaları tekrar etmiş ve öğrencilere başka eklemek istedikleri bir şey olup olmadığını sormuştur. Öğrenciler de ekleyecekleri bir şeyin olmadığını ifade etmişlerdir.

Üçüncü soruda üç grup, kale direklerinin yer aldığı çizgiye "Futbol sahasının genişliği" yanıtını verirken bir grupta fikirlerinin olmadığını ifade etmiştir. Öğretmen, "Genişliğin diğer adı nedir?" diye sormuş ve Emre, "Eni" yanıtını vermiştir. Öğretmen, futbol sahasının uzunluğu 90 metre, genişliği 45 metre gibi ifadelerin günlük yaşamda sıklıkla kullanıldığına dikkat çekerek bu kavramları pekiştirmeye çalışmıştır. Öğretmen, küçük grup tartışmalarında öğrenciler dikdörtgenin boyutlarını tartışırken "Yükseklik" kavramını duyduğu için bunu dile getirmiş ve öğrencilere uzunluk ve genişlik dışında başka fikirlerinin olup olmadığını sormuş, ancak bu fikre sahip çıkan öğrenci olmamıştır.

Dördüncü soruda, Emre akıllı tahta üzerinde futbol sahasını çevreleyen çizgileri gösterip soruda iç bölgenin sorulduğunu düşünerek "Alan" yanıtını vermiştir. Diğer öğrenciler, bu fikre karşı çıkıp "Çevre uzunluğu" yanıtını vermişlerdir. Öğretmen, Emre'ye neden "Alan" yanıtını verdiğini açıklamasını istemiştir. Emre de iç bölgenin sorulduğunu zannettiğini, bu yüzden "Alan" dediğini ifade etmiştir. Öğretmen de futbol sahasının etrafını ip ya da tel ile çevirme gibi bağlamlarla "Çevre uzunluğu" fikrini pekiştirmeye çalışmıştır.

Beşinci soruda, bir grubun öğrencileri çevre uzunluğu hesabı ile alan hesabı arasında bir karmaşa yaşamışlardır. Bu öğrenciler, çevre uzunluğunun hesabı için kenar uzunluklarını ölçüp uzunluk ile genişliği çarpmak gerektiğini ifade etmişlerdir. Diğer öğrenciler, bu gruba katılmadıklarını çevre uzunluğunun hesaplanması için kenar uzunluklarının toplanması gerektiğini ifade etmişlerdir. Öğretmen de bu gruba "Futbol sahasının etrafını iple çevirirsek kenarları saran bu ipin uzunluğunu nasıl hesaplarsınız?" diye sorarak öğrencilerin verdikleri yanıtın yanlış olduğunu fark ettirmeye çalışmıştır. Öğretmen, sınıfa "Farklı bir şekilde çevre uzunluğunu hesaplayan var mı?" diye sorarak, alternatif matematiksel çözümleri tartışmaya açmaya çalışmıştır. Emre, "Uzunlukla genişliği 2 ile çaparız sonra bu sonuçları toplarız" şeklinde bir matematiksel çözümde bulunurken, başka gruptan bir öğrenci de "Uzunlukla genişliği toplarız bulduğumuz sonucu 2 ile çarparız" şeklinde farklı bir matematiksel çözümde bulunmuştur. Emre'nin, grup tartışmasında eksik olarak verdikleri yanıtı burada tamamlayarak verdiği görülmüştür. Öğrenciler, bu soruda çevre uzunluğu hesabı için sözel cebirsel açıklamalarla alternatif matematiksel çözümler ortaya koymuşlardır. Öğretmen, öğrencilerin bu çözümlerini daha anlaşılır kılmak ve pekiştirmek için futbol sahasının kenar uzunluklarına 90 metre ve 45 metre tam sayı değerlerini vererek öğrencilerin çevre uzunluğunu farklı yollarla hesaplamalarını ve bu çözümlerin sonuçlarını karşılaştırmalarını istemiştir. Ali, 90 metre ve 45 metreyi 2 ile çarpıp bulduğu sonuçları toplamıştır. Ali, grup tartışmasında tartışılana benzeyen, ancak eksik olan bir çözümü burada eksikliği gidererek aşağıda resimde görüldüğü gibi ortaya koymuştur.

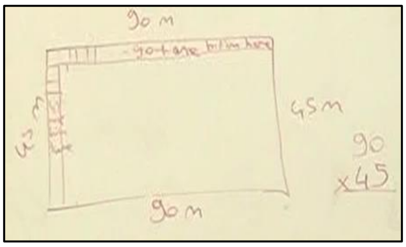


Görsel 3.24. *Ali'nin sınıf tartışmasında futbol sahasının çevre uzunluğunu hesaplama stratejisi*

Bununla birlikte Ali'nin, 90 ile 90'nın toplamının, 90 ile 2'nin çarpımına eşit olduğunun farkında olduğu yani, çarpımsal muhakeme ile toplamsal muhakeme arasında ilişki kurabildiği görülmüştür. Ancak Ali, uzunlukların toplamını "Uzun kenarlar", genişlikler toplamını "Kısa kenarlar" olarak ifade etmiştir. Öğretmen, burada öğrencinin "Uzunluk daima uzun kenar, genişlik daima kısa kenar" şeklinde yapılandırdığını fark edememiştir. Başka bir öğrenci bütün uzunlukları toplayarak, diğer bir öğrenci de 90 ile 45'i toplayıp bulduğu sonucu 2 ile çarparak çevre uzunluğunu hesaplamıştır. Öğretmen, bu çözümleri tekrar ederek üç farklı çözümde de sonuçların aynı olduğuna ve farklı yollardan çevre uzunluğunun hesaplanabileceğine dikkat çekmiştir.

Altıncı soruda, tüm gruplar "Alan" yanıtını vermişlerdir. Öğretmen de Beşiktaş takımının stadının şu sıralarda yapıldığını ve henüz futbol sahasının çimlerinin kaplanmadığını belirtip, Beşiktaş takımının stadında futbol sahasına çim ekilebilmesi için futbol oynanacak olan yerin alanının bilinmesi gerektiğine güncel bir örnek vererek öğrencilerin dikkatini çekmeye çalışmıştır.

Yedinci soruda, bir grup futbol sahasının alanının adımlarla hesaplanabileceğini ifade ederek alan ile çevre karmaşası yaşamışlardır. Diğer bir grup ise "Uzun kenar ile kısa kenarı çarparız" şeklinde çok basit bir matematiksel çözümle hesaplanabileceğini belirtmiştir. Öğretmen ve diğer öğrenciler, bu gruptan neden böyle bir çözümde bulunduklarını açıklamalarını istemişlerdir. Bu gruptan bir öğrenci, aşağıda resimde görüldüğü gibi beyaz tahta üzerinde temsili bir dikdörtgen çizip kenar uzunluklarına tam sayı değerleri vermiş ve iç bölgeyi birim karelerle kaplayarak her bir sıradaki birim kare sayısıyla sıra sayısını çarpıldığında alanın bulunabileceğini gerekçelendirerek açıklamıştır.



Görsel 3.25. *Şebnem'in sınıf tartışmasında futbol sahasının alanını hesaplama stratejisi*

Bu esnada bir öğrenci "Dikdörtgen ile kaplayabilir miyiz?" şeklinde bir soru sorarak bir tartışma başlatmıştır. Diğer öğrenciler, futbol sahasının dikdörtgen ile her zaman tam olarak kaplanmayacağını ifade etmişlerdir. Öğretmen de bu soruyu soran öğrenciden uzunluk ve genişliği tam sayı olan bir dikdörtgen örneği vermesini isteyerek öğrencinin her dikdörtgen ile tam olarak kaplanamayacağını fark etmesini sağlamaya çalışmıştır. Bu öğrenci uzunluğu 15 metre, genişliği 20 metre olan bir dikdörtgen örneği vermiştir. Öğretmen, öğrenciye bu dikdörtgenle nasıl kaplanabileceğini sormuş ve öğrenci de kaplanamadığını diğer öğrencilerle tartışarak fark etmiştir. Odak öğrencilerden Murat da boşluk kalmadan kaplanabilen bir dikdörtgen örneği vermiştir. Öğretmen de her dikdörtgen ile kaplanamayacağını hiç boşluk kalmadan kesin olarak kaplanabilmesi için de birim kare ile kaplanması gerektiğini tekrar etmiştir. Öğrenci uzunluğu 15 metre, genişliği 20 metre olan dikdörtgen örneği verdiği sırada odak öğrencilerden Ali, "Genişliği, uzunluktan daha küçük olmalı." şeklinde bir ifadede bulunmuştur. Öğretmen, Ali'nin bu ifadesini sınıf ortamında fark edemediği için burada da Ali'nin yanlış yapılandırmasını tartışmaya açamamıştır.

Sekizinci soruda, tüm gruplar çimle kaplanan bölgenin adına "Alan" yanıtını vermişlerdir. Öğrenciler, alanın oluştuğu bölgenin adının sorulduğuna dikkat etmemişlerdir. Öğretmen de tahta yüzeyini göstererek adını tekrar sormuş ve öğrenciler de "Yüzey" yanıtını vermişlerdir. Öğretmen de bu bölgeye "Yüz, yüzey" gibi isimlerin dendiğini vurgulamıştır.

Dokuzuncu soruda, bir grup "Bütün kenarları birbirine eşit olurdu ve küçülürdü." şeklinde bir matematiksel açıklamada bulunmuştur. Diğer öğrenciler buna karşı çıkıp "Büyüye de bilir" şeklinde bir açıklamada bulunup "Bütün kenar uzunlukları eşit olurdu." yanıtında uzlaşmışlardır. Öğretmen, Ali'nin daha önce dile getirdiği "Bir dikdörtgen de uzunluk daima genişlikten daha uzundur." düşüncesini burada fark edip tartışmaya açmıştır. Bununla ilgili öğretmen ve öğrenciler arasında geçen diyalog aşağıda örnek olarak sunulmuştur:

Öğretmen: Dikdörtgen de uzunluk genişlikten daima uzun mudur?

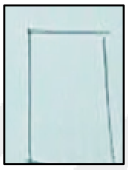
Emre: Evet.

Öğretmen: Hiç genişliği daha büyük olan bir dikdörtgen olamaz mı?

Emre: Olmaz.

Ali: Olmaz.

Murat: Olmaz.



Görsel 3.26. *Öğretmenin sınıf tartışmasında genişliğin uzunluktan daha uzun olduğuna ilişkin tahtaya çizdiği oyun sahası örneği*

Öğretmen: Böyle bir oyun sahası olmaz mı? (Genişliği daha büyük olan dikdörtgen).

Emre: Olur ama yine uzun olan taraf uzunluktur.

Murat: Yandan bakarsak uzun olan yine uzunluk olur.

Şebnem: O zaman futbol sahasında maçı kale arkasında izleyen kişi için genişlik daha büyük mü olur?

Öğretmen: Şebnem'in düşüncesi için siz ne diyorsunuz?

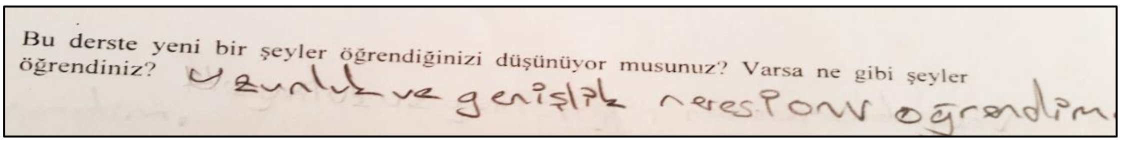
Murat: O zaman kale arkasından baktığı zaman kale direklerinin yer aldığı çizgi uzunluk olur.

Öğretmen: O zaman uzunluk ve genişlik birbirinden büyük ya da küçük olabilir.

10. soruda gruplar dikdörtgen ve kareye günlük yaşamdan genellikle ya nesneleri ya da nesnelerin yüzeylerini örnek göstermişlerdir. Öğrenciler, dikdörtgen ve kare ile ilgili günlük yaşamdan kapı, kapı yüzeyi, sıra, kutu, parke, fayans yüzeyi, cam, cam yüzeyi gibi örnekler vermişlerdir. Burada kimi öğrencilerin nesne ile şekli birbirine karıştırdığı kimi öğrencinin ise dikdörtgen ve kare ile dikdörtgensel yüz ve karesel yüzü eş düşündüğü görülmüştür. Öğretmen, günlük yaşamdan öğrencilerin verdiği bu örnekler ve trafik levhaları gibi ek örnekler üzerinden dikdörtgenin, karenin, dikdörtgensel ve karesel yüzlerin neresi olduğunu vurgulamaya çalışmıştır. Örneğin beyaz yazı tahtasının çerçeve çizgilerinin dikdörtgen, içine monte edilen kısmın yüzünün dikdörtgensel yüzey ve beyaz tahtanın bütününün nesne olduğunu şekil olmadığını vurgulamıştır. Öğretmen,

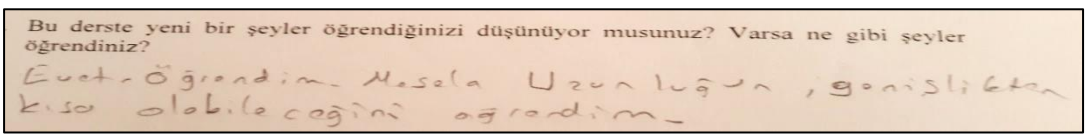
bu açıklamalardan sonra Ali'den sınıf askısı üzerinde dikdörtgeni göstermesini istemiştir. Ali, askı üzerinde dikdörtgeni doğru bir biçimde göstermiş ve diğer öğrenciler de Ali'ye katılmışlardır.

Yukarıda da ifade edildiği gibi, sınıf tartışmasında tartışılması ön görülen fiziksel/zihinsel eylemlerde bir grupta çevre-alan karmaşası yaşamanın dışında diğer sorularda genel anlamda grupların bir problem yaşamadıkları görülmüştür. Ancak bu fiziksel/zihinsel eylemlerin dışında kendilerinin sınıf ortamında dile getirdikleri ve yanlış yapılandırdıkları fiziksel/zihinsel eylemler ortaya çıkmıştır. Tüm gruplar; bir dikdörtgenin uzunluğunun genişlikten her zaman daha uzun olduğunu ve dikdörtgen ve kareyi nesne ya da nesne yüzeyi olarak düşünmüşlerdir. Nitekim odak öğrencilerin grup tartışması sırasında da dikdörtgen ve kareyi, nesne ya da nesne yüzeyi olarak düşündükleri görülmüştü. Sınıf tartışması sırasında bu yanlış yapılandırma düzeltilmeye çalışılmakla birlikte bu durumların sınıfın bazı öğrencilerinde hemen bu dersten sonra bazı öğrencilerde ise ilerleyen haftalarda doğru yapılandığı gözlemlenmiştir. Odak öğrencilerden Ali, dikdörtgeni sınıf tartışmasının sonlarında sınıfın askısı üzerinde göstermesine karşın Emre ve Murat'a göre sınıf tartışması sırasında ortaya çıkan zihinsel eylemleri daha geç yapılandırmıştır. Öte yandan sınıf içi normlar bağlamında sınıf tartışması sırasında öğrencilerin birbirlerini dinledikleri, anlamaya çalıştıkları, birbirlerine karşı çıktıkları, sorular sordukları, birbirleriyle ve öğretmen ile tartıştıkları görülmüştür. Emre, bu derste yeni öğrendiği durumları günlüğüne;


Bu derste yeni bir şeyler öğrendiğinizi düşünüyor musunuz? Varsa ne gibi şeyler öğrendiniz? Uzunluk ve genişlik neresi onu öğrendim.

Görsel 3.27. *Emre'nin birinci hafta öğrendiklerine ilişkin günlüğüne yansıttıkları*

şeklinde yansıtırken Murat,


Bu derste yeni bir şeyler öğrendiğinizi düşünüyor musunuz? Varsa ne gibi şeyler öğrendiniz?
Evet. Öğrendim. Mesela Uzunluğun, genişlikten kısa olabileceğini öğrendim.

Görsel 3.28. *Murat'ın birinci hafta öğrendiklerine ilişkin günlüğüne yansıttıkları*

şeklinde yansıtmıştır.

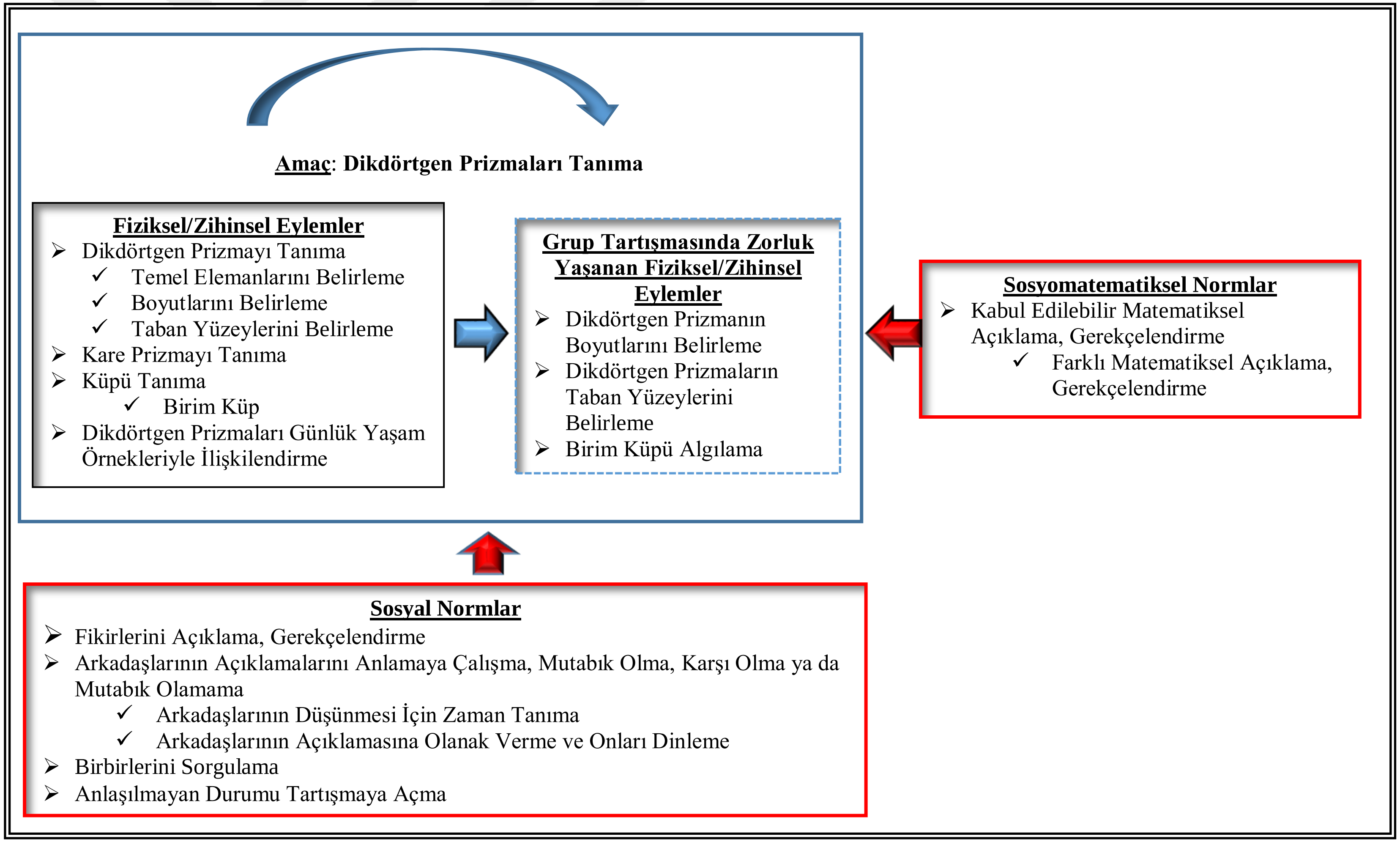
3.2.2. İkinci hafta öğretim dizisine ilişkin bulgular

Araştırma konusu olan dikdörtgen prizmaların hacim ölçme bağıntılarının oluşturulabilmesinde boyutlarının ve tabanlarının belirlenebilmesi önemlidir. Bu nedenle ikinci haftanın etkinliği için odak öğrencilerle gerçekleştirilen ön klinik görüşmelerden elde edilen veriler doğrultusunda dikdörtgen prizmaları tanıma amaçlanmıştır. Etkinlik planlanırken öğrencilerin eksik oldukları, zorlandıkları ya da kavram yanılgısına sahip oldukları noktalar göz önünde bulundurulmuştur.

3.2.2.1. İkinci hafta küçük grup tartışmalarına ilişkin bulgular

Öğrenciler öncelikle üçer kişilik dört gruba ayrılmış ve her bir gruba dikdörtgen prizmaları tanımanın amaçlandığı etkinlik (EK-4) dağıtılmıştır. Dikdörtgen prizmaları tanıma etkinliğinde ilk olarak öğrencilerin ilgi ve dikkatlerini çekmek amacıyla günlük yaşamda aşina oldukları ‘buzdolabı’ bağlamı üzerine bir kurgu hazırlanmış ve sorular bu bağlam üzerinden sorulmuştur. Bununla birlikte tüm gruplara günlük yaşamda çok sık kullanılan somut dikdörtgen prizma, kare prizma ve küp modelleri verilmiştir. Soruları yanıtlarken bu modellerden yararlanabilmeleri ve etkinlik üzerinde tüm grupların kendi aralarında tartışmaları sağlanmıştır. Küçük grup tartışmalarında tartışılması ön görülen zihinsel eylemler, bu tartışmalar sırasında odak grubu öğrencilerinin zorluk yaşadıkları zihinsel eylemler ve bu sırada ortaya konan grup içi sosyal ve sosyomatematiksel normlar Şekil 3.9.’da sunulmuştur.

Şekil 3.9.’da görüldüğü gibi küçük grup tartışmaları sırasında tartışılması ön görülen fiziksel/zihinsel eylemler; dikdörtgen prizmaları tanıma ve günlük yaşam örnekleriyle ilişkilendirme şeklinde belirlenmiştir. Küçük grup tartışması sürecinde dikdörtgen prizmaların boyutları, taban yüzeyleri ve birim küpü algılama fiziksel/zihinsel eylemlerinde zorluk yaşandığı gözlenmiştir. Tartışmalar sırasında grup üyelerinin zihinsel eylemlerini yönlendiren fikirlerini açıklama, gerekçelendirme, arkadaşlarının açıklamalarını anlamaya çalışma, mutabık ya da karşı olma, mutabık olamama, düşünmeleri için birbirlerine zaman verme, birbirlerini dinleme, sorgulama ve anlaşılmayan durumu tartışmaya açma gibi sosyal normlar ve bu normlarla ilişkili matematiğe özgü normlarda ortaya konmuştur. Sosyomatematiksel normlar ise kabul edilebilir matematiksel açıklama yapma, gerekçelendirme ve farklı matematiksel açıklama yapma, gerekçelendirme şeklinde tanımlanmıştır.



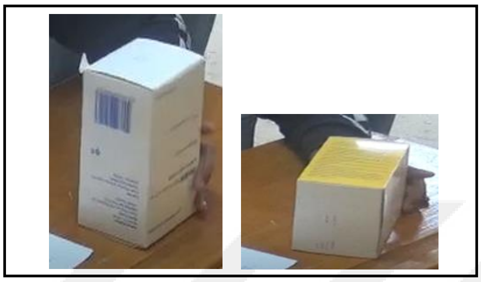
Şekil 3.9. *İkinci Hafta Küçük Grup Tartışmaları*

Birinci soruda Ali, kare prizma modelini eline alıp buzdolabı görselini kare prizmaya benzettiğini ifade etmiştir. Ali'nin burada biçimsel bir benzetme yaptığı gözlenmiştir. Ali ve Emre, Murat'a "Sen ne düşünüyorsun?" diye sormuş ve Murat da dikdörtgen prizma modelini eline alarak "Bence buzdolabı buna benziyor. Çünkü altı dikdörtgensel bölge" şeklinde bir matematiksel açıklama ve gerekçelendirme yapmıştır. Emre, "Bence buzdolabı ikisi de olabilir. Altı tam belli değil. Tabanı kare olsaydı kare prizma derdik dikdörtgen olsaydı dikdörtgen prizma derdik" şeklinde bir matematiksel açıklamada bulunmuştur. Ali, Emre'ye katıldığını belirtirken Murat, Ali ve Emre'ye aynı fikirde olmadığını belirtip tabanın uzun ve kısa kenarlara sahip olduğunu bu nedenle de dikdörtgen olduğunu ifade etmiştir. Dolayısıyla grupça bu soruda ortak bir yanıt üzerinde mutabık olunamamıştır.

İkinci soruda grup olarak "Temel eleman" kavramına takılıp öğretmene temel elemanın neyi kast ettiği sorulmuş ve öğretmen temel eleman kavramını prizmanın somut ve görsel temsilleri üzerinde görebildikleri şeyler olduğunu belirterek onlara açıklamaya çalışmıştır. Öğretmenin açıklamasından sonra Ali, dikdörtgen prizma modelinde yüzeyleri eliyle göstererek altı yüzey olduğunu ifade etmiş, ancak Murat sadece yüzey yazmanın yeterli olacağını belirtmiştir. Emre, arkadaşlarına başka eleman olup olmadığını sormuş ve kendisi köşelerden bahsederek somut model temsili üzerinde göstermiş, Murat ise ayrıtları kast ederek kenarları olduğunu da ifade etmiştir. Bu soruda yüzey, kenar ve köşe yanıtlarında grupça mutabık olunmuştur.

Üçüncü soruda Emre ve Murat, Ali'den dikdörtgen prizma modeli üzerinde uzunluk, genişlik ve yüksekliği göstermesini istemişler, ancak Ali boyutları göstermekte başarılı olamamıştır. Murat bu noktada araya girerek dikdörtgen prizma modeline baktığı konumu dikkate aldığını belirtmiş ve model üzerinde uzunluk, genişlik ve yüksekliği doğru göstermiştir. Emre ise bu düşüncede Murat'a katılmış ve Ali'den prizmanın görsel temsili üzerinden uzunluk, genişlik ve yüksekliği tekrar göstermesini istemiştir. Ali, görsel temsil üzerinde uzunluk ve yüksekliği göstermiş, ancak genişliği göstermekte yine güçlük yaşamıştır. Murat, bu kez hem görsel temsil hem de somut nesne modeli üzerinde Ali'ye genişliği göstererek Ali'nin fark etmesini sağlamaya çalışmıştır. Emre, Ali'den model üzerinde tekrar genişliği göstermesini istemiş ve Ali bu kez dikdörtgen prizmanın uzunluk, genişlik ve yüksekliğini doğru gösterebilmiştir. Bu soruda grupça boyutları belirlemede mutabık kalınmasına karşın dikdörtgen prizmanın dörder tane eş uzunluk, genişlik ve yüksekliğe sahip olduğu ile ilgili aralarında herhangi bir tartışma yaşanmamıştır. Dolayısıyla her seferinde görsel temsil ve somut nesne modeli üzerinde sadece birer tane uzunluk, genişlik ve yükseklik gösterilmiştir.

Dördüncü soruda Ali ve Emre, dikdörtgen prizma modelini farklı biçimlerde yere koyup "Taban her zaman yere gelen yüzdür." şeklinde bir matematiksel açıklama yapmışlardır. Ön klinik görüşmelerde de benzer bir açıklama yapan bu öğrencilerin hatalı düşüncelerinin hala devam ettiği görülmüştür.



Görsel 3.29. *Odak öğrencilerin küçük grup tartışmasında dikdörtgen prizmanın tabanına yönelik tartışmalarda somut temsil üzerindeki eylemleri*

Açıklamanın devamında ise Emre, Murat'a "Sen ne düşünüyorsun?" diye sorgulayarak düşüncesini açıklamasını istemiştir. Murat ise somut nesne modelini kullanarak "Nasıl yere koyarsak koyalım alta ve üste gelen karşılıklı iki yüz de taban olur. Taban iki tanedir." şeklinde kabul edilebilir bir matematiksel açıklama yapmış ve onlara katılmadığını ifade etmiştir. Ali ve Emre ise Murat'ın bu açıklamasına karşı çıkarak alta gelen yüzün taban olduğunu belirtmişlerdir. Murat'ın tabanın altta ve üstte olmak üzere iki tane olduğu ile ilgili ısrarlı açıklamaları karşısında Ali, ikna olduğunu ifade ederek Murat'a katıldığını belirtmiş, ancak Emre bu konuyu sınıf tartışmasına bırakmıştır. Dolayısıyla bu soruda Murat'ın yanıtını grubun yanıtı olarak çalışma kağıdına yazmalarına karşın aralarında tam bir mutabakat sağlanamamıştır.

Beşinci soruda Emre, Ali'ye "Kare prizma modeli burada hangisi, nedeniyle açıklar mısın?" diye sormuş ve Ali de kare prizma modelini doğru gösterip "Tabanları kare olduğu için bu." şeklinde kabul edilebilir bir matematiksel gerekçe sunmuştur. Ali, kare prizmanın tabanlarını kare olarak ifade ederken, kare prizmayı karesel yüz yere gelecek şekilde yere koymuştur. Emre ve Murat da Ali'ye katılarak buzdolabının kare prizma olması durumunda tabanlarının karesel yüz olacağını diğer yüzlerin de değişmeyeceğini ifade etmişlerdir. Bu soruda buzdolabı kare prizma şeklinde olma durumu sorulduğundan grupça değişen yüzlere odaklanılmış ve dikdörtgensel yan yüzler tartışılmamıştır.

Bununla birlikte Emre ve Murat, dikdörtgen prizma ve kare prizmanın yüzeylerini dikdörtgensel ve karesel yüz olarak ifade ederken, Ali bazen kare ve dikdörtgen bazen de karesel ve dikdörtgensel olarak ifade etmektedir. Emre ve Murat'ın dikdörtgen ve kare ile dikdörtgensel ve karesel yüz arasındaki ayrımı yapabildiği, ancak Ali'nin bu konuda yaşadığı bu zorluğu tamamen aşamadığı gözlenmiştir.

Altıncı soruda; beşinci soruda da tabanı tartıştıkları için Ali, önce kare prizma modelini karesel yüz yerde olacak şekilde yere koyup karesel yüzlerin kare prizmanın tabanları olduğunu ifade etmiştir. Ali, tabanı önce alta gelen bir yüz olarak yapılandırmışken, Murat'ın açıklamalarından sonra alta ve üste gelen iki yüz olarak yapılandırdığı gözlenmiştir. Emre ise tabanları belirlemede anlamadığı bir durumu bu noktada tartışmaya açmıştır. Grup arasında tabanlar ile ilgili;

Görsel 3.30. *Odak öğrencilerin küçük grup tartışmasında kare prizmanın tabanına yönelik tartışmalarda somut temsil üzerindeki eylemleri*

Emre: Kare prizmanın tabanları neresi Ali?

Ali: Tabanları kare (Kare prizma modelinde karesel yüz yerde olacak biçimde gösterdi).

Emre: Murat, sen biraz önce dikdörtgen prizmada böyle yere koyduğunda alt ve üste gelen yüzler taban dedin. Kare prizmayı böyle yere koyduğumuzda neden dikdörtgensel yüzler taban olmuyor (Dikdörtgensel yüz yerde olacak biçimde gösterdi).

Murat: Çünkü kare prizmanın özelliği o. İki kare var nasıl yere koyarsan koy karesel yüzler taban olur bence yani.

Ali: Böyle olsaydı buraları taban olurdu (Kare prizma modelinde karesel yüz yerde olacak biçimde karesel yüzleri gösterdi). Böyle olsaydı buraları taban olurdu (Kare prizma modelinde dikdörtgensel yüz yerde olacak biçimde dikdörtgensel yüzleri taban olarak gösterdi).

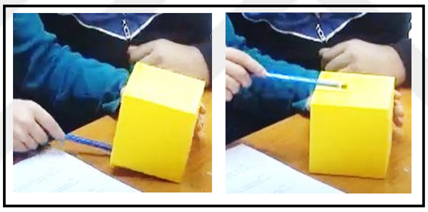
Murat: Böyle olsaydı karesel bölgeler taban olurdu (Kare prizma modelinde karesel yüz yerde olacak biçimde karesel yüzleri gösterdi). Böyle olsaydı yine karesel bölgeler taban olurdu (Kare prizma modelinde dikdörtgensel yüz yerde olacak biçimde karesel yüzleri taban olarak gösterdi). Çünkü kare prizmanın özelliği o.

Emre: Tamam o zaman öyle yazalım.

şeklinde bir diyalog yaşanmıştır. Murat, kare prizmanın tabanlarını ön klinik görüşmedeki gibi doğru belirleyebilmesine karşın grup arkadaşlarını yeterince ikna edici bir açıklamada bulunamamıştır. Bu nedenle Ali ve Emre de son durumda sözlü olarak Murat'a katıldıklarını ifade etmelerine karşın, dikdörtgen prizma ve kare prizmanın tabanlarını belirlemede yeterince ikna olmadıkları ve tabanları doğru yapılandırmakta zorlandıkları gözlenmiştir.

Yedinci soruda Emre ve Murat, Ali'den küp modeli üzerinde yüzlerin ne olduğunu açıklamasını istemişler; Ali de küpün yüzlerinin kare olduğunu ifade etmiştir. Emre ve Murat da Ali'nin düşüncesini onaylayarak buzdolabının küp şeklinde olması durumunda bütün yüzeylerin karesel olacağını vurgulamışlardır ve böylece grupça bu soruda mutabık olmuşlardır.

Sekizinci soruda Emre, Murat ve Ali'den küpün tabanlarını göstermelerini ve ne düşündüklerini açıklamalarını istemiştir. Ali de küpü farklı biçimlerde yere koyarak alt ve üst yüze gelen yüzlerin taban olduğunu model üzerinde Görsel 3.31'deki gibi göstermiştir.



Görsel 3.31. *Odak öğrencilerin küçük grup tartışmasında küpün tabanına yönelik tartışmalarda somut temsil üzerindeki eylemleri*

Murat da Ali'ye katıldığını belirtmiş ancak Emre, kare prizmanın tabanlarında tartışmaya açtığı ve anlamadığı durumu burda tekrar gündeme getirmiştir. Bununla ilgili aralarında;

Murat: Ali'nin dediği gibi küpü nasıl yere koyarsak koyalım taban alta ve üste gelen yüzler

Görsel 3.32. *Odak öğrencilerin küçük grup tartışmasında dikdörtgen prizmaların tabanlarına yönelik tartışmalarda somut temsil üzerindeki eylemleri*

Emre: Ama demin kare prizmada böyle koyduğumuzda da böyle koyduğumuzda da (Kare prizma modelini yukarıdaki biçimlerde gösterdi) taban karesel yüzler oluyordu. Küpte niye taban hep alta ve üste gelen yüzler oluyor da kare prizmada olmuyor.

Murat: Çünkü kare prizmanın özelliği o nasıl koyarsak koyalım karesel yüzler taban olur.

Emre: Tamam peki dikdörtgen prizmada nasıl olur?

Murat: Burada da küp gibi olur.

Ali: O zaman dikdörtgen prizmada ve küpte bütün yüzler taban olabilir

şeklinde bir diyalog yaşanmıştır. Diyalogdan da anlaşılacağı üzere Emre, daha önceki sorulardaki gibi burada da dikdörtgen prizmaların tabanını doğru yapılandırmaya çalışmış ancak Murat'ın yeterince açıklayıcı bir gerekçe sunamamasından dolayı tabanları doğru yapılandırmakta zorluk yaşamıştır. Ayrıca Ali'nin ise bu tartışma esnasında dikdörtgen prizma ve küpte bütün yüzlerin taban olabileceğini fark ettiği gözlenmiştir.

Dokuzuncu soruda Murat, Ali'den birim küp modeli üzerinde uzunluğu, genişliği ve yüksekliği göstermesini istemiş ve Ali de boyutları doğru göstermiştir. Bu noktada Ali'nin üçüncü soruda dikdörtgen prizmanın boyutlarını gösteremezken grup tartışması sürecinde boyutları yapılandırdığı görülmüştür. Öte yandan buzdolabının birim küp şeklinde olması durumu sorgulandığında ise grubun buzdolabının uzunluk, genişlik ve yüksekliğinin kısalacağı yüzey alanlarının ise küçüleceği konusunda mutabık oldukları gözlenmiştir. Dolayısıyla grup üyelerinin ön klinik görüşmede de görüldüğü gibi birim küpü "küçük" olarak yapılandırmışlardır.

10. soruda Emre ve Murat, Ali'den sıradaki dikdörtgen prizma modeline bakarak günlük hayatta ona benzeyen bir örnek vermesini istemişler; Ali de biraz düşündükten sonra sıranın üzerinde yer alan ses kayıt cihazını işaret etmiştir. Emre ise ses kayıt cihazının köşelerinin belirgin olmadığını ifade etmiş ve buna karşı çıkarak dikdörtgen prizma için köşeli silgi örneğini vermiş diğerleri de ona katılmıştır. Ali, kare prizma için sıra üzerinde yer alan kare prizma modelini gösterip şurup kutusu örneğini vermiş, diğerleri de ona katılmıştır. Murat ise küp için çamaşır ve bulaşık makinesi örneklerini vermiş, diğerleri de ona katılmıştır.

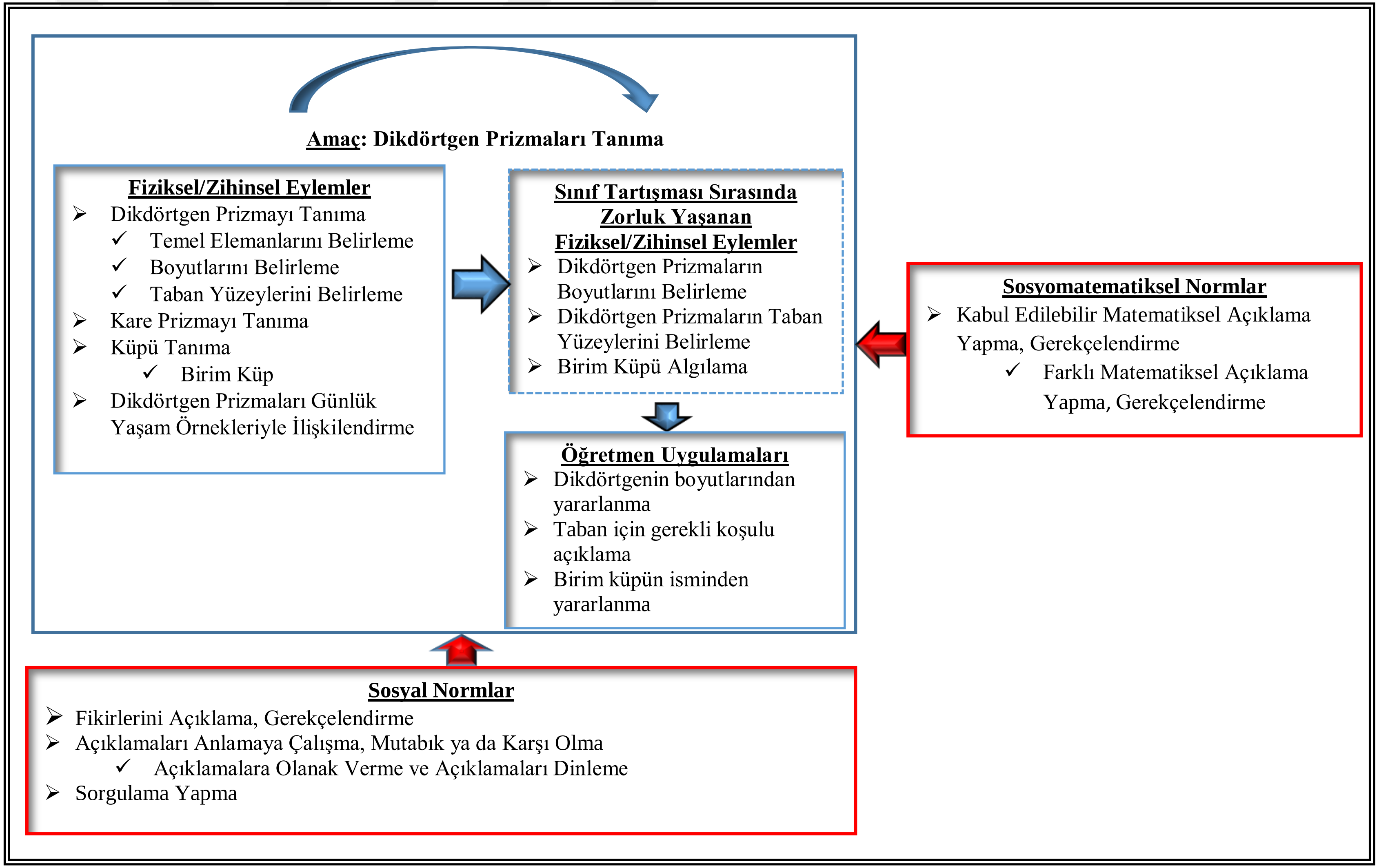
Grup, soruları yanıtlamayı bitirdikten sonra yanıtlarını tekrar kontrol etmiş ve bu süreçte birbirlerini sorgulamışlardır. Özellikle Emre ve Murat, Ali'nin tartışılan noktaları anlayıp anlamadığını görebilmek için Ali'ye soruları tekrar yöneltmişlerdir. Bu süreçte Ali'nin kare prizmanın tabanında yine alt ve üst yüze gelen yüzleri taban olarak gösterirken Emre, kare prizmanın tabanının her zaman karesel olan yüzler olduğunu ifade etmiş, ancak nedenini sadece Murat'ın açıklamaları ile ifade edebilmiştir.

Sonuç olarak küçük grup tartışmaları süreci sonunda iki önemli zihinsel eylemin yapılandırılmasında sıkıntı olduğu ön plana çıkmıştır. Birincisi, Ali ve Emre'de gözlenen taban belirlemedeki zorluk, ikincisi ise üç öğrencide de gözlenen birim küpün küçük olması algısıdır. Öte yandan grup içi normlar bağlamında ise öğrencilerin soruları yanıtlarken birinci haftaya oranla başta Ali olmak üzere daha fazla katılım gösterdikleri, birbirlerinin yanıtlarını dinledikleri, birbirlerini anlamaya çalıştıkları ve birbirlerine sorular sordukları gözlenmiştir.

3.2.2.2. İkinci hafta sınıf tartışmalarına ilişkin bulgular

Küçük grup tartışmalarından sonra tüm öğrencilerin katıldığı sınıf tartışmasına geçilmiştir. Sınıf tartışmasında tüm gruplardan ne düşündüklerini sınıfla paylaşmaları istenmiş, bu doğrultuda öğrencilerin kendi aralarında ve öğretmen ile öğrenciler arasında çeşitli tartışmalar gerçekleşmiştir. Odak öğrenciler merkezde olmak üzere tüm sınıfla birlikte gerçekleştirilen tartışmalar aşağıda sunulmuştur. Sınıf tartışmaları sırasında tartışılması ön görülen fiziksel/zihinsel eylemler, bu tartışmalar sırasında zorluk yaşanan fiziksel/zihinsel eylemler, bu zorluklar karşısında öğretmen uygulamaları ile bu esnada ortaya konan sınıf içi sosyal ve sosyomatematiksel normlar Şekil 3.10.’da sunulmuştur.

Şekil 3.10.’da görüldüğü gibi sınıf tartışmaları sırasında tartışılması ön görülen fiziksel/zihinsel eylemler, dikdörtgen prizmaları tanıma ve günlük yaşam örnekleriyle ilişkilendirme şeklinde belirlenmiştir. Sınıf tartışması sürecinde dikdörtgen prizmaların boyutlarını ve taban yüzeylerini belirlemede ve birim küpü algılamada zorluk yaşandığı gözlenmiştir. Öğretmen, bu zorlukları aşmak için dikdörtgenin boyutlarından ve birim küpün isminden yararlanmış ve taban için gerekli koşulu açıklamıştır. Tartışmalar sırasında öğrencilerin zihinsel eylemlerini yönlendiren fikirlerini açıklama, gerekçelendirme, arkadaşlarının açıklamalarını anlamaya çalışma, mutabık ya da karşı olma, açıklamalara olanak verme, birbirlerini dinleme ve sorgulama yapma gibi sosyal normlar ve bu normlarla ilişkili matematiğe özgü sosyomatematiksel normlarda ortaya konmuştur. Sosyomatematiksel normlar ise kabul edilebilir matematiksel açıklama yapma-gerekçelendirme ve farklı matematiksel açıklama yapma-gerekçelendirme şeklinde tanımlanmıştır.



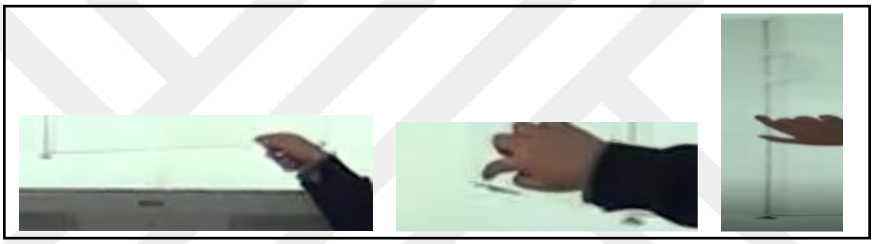
Şekil 3.10. *İkinci Hafta Sınıf Tartışmaları*

Sınıf tartışmaları başlamadan önce öğretmen, öğrencilerin küçük grup tartışmalarında üzerinde çalıştıkları çalışma kâğıdını akıllı tahtaya yansıtmıştır. Daha sonra her bir soruda tüm grupların fikirlerini açıklamalarını istemiş ve bu fikirlerin tüm öğrenciler tarafından tartışılmasını sağlamaya çalışmıştır.

Birinci soruda tüm gruplar, buzdolabı görselini dikdörtgen prizmaya benzettiklerini ifade etmişlerdir. Bir öğrenci kendi gruplarının dikdörtgen prizmaya benzetmelerini "Buzdolabının karşılıklı yüzeyleri aynıdır." şeklinde bir matematiksel gerekçe ile açıklamış ancak diğer öğrenciler bu gerekçeye karşı çıkmışlardır. Odak öğrencilerden Murat, "Buzdolabının karşılıklı yüzeyleri aynı ve bütün yüzeyleri dikdörtgensel bölge olduğu için dikdörtgen prizmaya benziyor." şeklinde kabul edilebilir bir matematiksel gerekçe sunmuş ve diğer öğrencilerde bu gerekçeye katıldıklarını belirtip bu gerekçe üzerinde mutabık olmuşlardır. Öğretmen, bu noktada Murat'a "Yüzeylerin dikdörtgensel bölge olduğunu nasıl anladın?" diye sormuş; Murat da akıllı tahta üzerinde buzdolabı görselinin yüzleri üzerinde karşılıklı kenarların eşit olduğunu göstermiştir. Öğretmen, "Yüzeylerin dikdörtgensel bölge olması için bu gerekçe yeterli mi?" diye soru yöneltince Murat da "Karşılıklı kenarları eşit ve açıları dik olmalı" şeklinde kabul edilebilir bir matematiksel gerekçelendirme ile yanıtını yeniden düzenlemiştir. Öğretmen, tüm gruplara küçük grup tartışmasında kullanmaları için verdiği somut prizma modelleri içinden dikdörtgen prizma olan modeli göstermelerini istemiş ve somut modeller üzerinden Murat'ın yanıtını tartışmaya açmıştır. Öğrenciler, kendilerinde olan somut modeller içerisinden dikdörtgen prizma modelini göstermiş ve Murat'ın açıklamalarının doğru olduğunu belirtip Murat'a katıldıklarını ifade etmişlerdir. Öğretmen de Murat'ın sunduğu gerekçeyi görsel ve somut model temsilleri üzerinde tekrar etmiştir. Böylece tüm öğrenciler bu soruda mutabık olmuşlardır. Öte yandan birkaç öğrenci dışında, buzdolabı görselinde yüzeylerden sürekli dikdörtgensel yüzey olarak bahsetmişlerdir. Dolayısıyla öğrencilerin çoğunluğu birinci hafta sınıf tartışmasında farkında olmadıkları dikdörtgen ile dikdörtgensel yüzey arasındaki ayrımı yapılandırdıkları görülmüştür.

İkinci soruda öğretmen öncelikle, dikdörtgen prizmalarda temel elemanın ne demek olduğunu sınıfa açıklamıştır. Çünkü bazı gruplar, küçük grup tartışmalarında temel elemanın ne olduğunu anlamamış ve öğretmene sormuşlardır. Öğretmen, öğrencilerden görsel buzdolabı ve somut dikdörtgen prizma model temsilleri üzerinde temel elemanları göstermelerini istemiştir. Bir öğrenci dikdörtgen prizmanın köşeleri olduğunu ifade etmiş, görsel ve somut model temsilleri üzerinde sekiz köşeyi göstermiştir. Diğer bir öğrenci, dikdörtgen prizmanın ayrıtlarını kenar olarak ifade edip somut model temsili üzerinde 12 tane ayrıtı göstermiş ve diğer öğrencilerde bu öğrenciye katıldıklarını belirtmişlerdir. Öğretmen de dikdörtgen prizmalarda yüzeydeki kenarların yüzleri birbirinden ayırt etmeyi sağladığını, bu nedenle de dikdörtgen prizmalarda yüzeydeki kenarlara "Ayrıt" denildiğini vurgulamıştır. Odak öğrencilerden Emre de dikdörtgen prizmanın yüzeyleri olduğunu ifade ederek görsel ve somut model temsilleri üzerinde altı yüzeyi göstermiş, öğretmen de yüzeye yüz de denebileceğini vurgulamıştır. Bu soruda ayrıt, köşe ve yüz yanıtları üzerinde tüm öğrenciler uzlaşmışlardır.

Üçüncü soruda, bir öğrenci buzdolabının görsel temsili üzerinde görsel temsile bakılan konumu dikkate alarak uzunluk, genişlik ve yüksekliği Görsel 3.33'deki gibi doğru göstermiştir.



Görsel 3.33. *Sınıf tartışmasında buzdolabının görsel temsili üzerinde bir öğrencinin boyutları göstermesi*

Sınıftan iki öğrenci, somut model temsili üzerinde dikdörtgen prizmanın uzunluk, genişlik ve yüksekliğini göstermekte zorluk yaşamıştır. Bu öğrencilerden biri yükseklik ayrıtını uzunluk olarak gösterip diğer boyutları gösterememiştir. Diğer öğrenci ise sadece dikdörtgen prizmanın uzunluğunu doğru gösterip diğer boyutları gösterememiştir. Öğretmen de bazı öğrencilerin yaşadıkları bu zorluk karşısında birinci hafta sınıf uygulamasında futbol sahası etkinliği üzerinde tartışılan uzunluk ve genişliği tekrar tartışmaya açıp öğrendikleri iki boyutu dikdörtgen prizmaya transfer etmelerini sağlamaya çalışmıştır. Futbol sahasında uzunluk ve genişliğin tekrar tartışılmasından sonra, bir öğrenci uzunluk ve genişlik bilgisini dikdörtgen prizmaya taşımış ve somut temsil üzerinde uzunluk ve genişliği göstermiştir. Öğretmen, dikdörtgen prizmada olup futbol sahasında olmayan yükseklik boyutuna somut model temsili üzerinde Görsel 3.34'te görüldüğü gibi dikkat çekmiştir. Öğretmen, bununla birlikte uzunluk, genişlik ve yüksekliğe sahip olan yapıların "Geometrik cisim" uzunluk ve genişliğe sahip olan yapıların ise "Geometrik şekil" olarak isimlendirildiğini vurgulamıştır.

Görsel 3.34. *Öğretmenin sınıf tartışmasında dikdörtgen prizmanın somut temsili üzerinde yükseklik boyutuna dikkat çekmesi*

Bu tartışmalardan sonra bir öğrenci, somut model temsili üzerinde dikdörtgen prizmayı farklı biçimlerde konumlandırarak her durumda uzunlukları, genişlikleri ve yükseklikleri doğru göstermiştir. Bu öğrenci, dikdörtgen prizmanın konumlanma biçiminin ve dikdörtgen prizmaya bakılan konumun dikdörtgen prizmanın boyutlarını belirlemede önemli olduğunu ifade etmiştir. Daha önce dikdörtgen prizmanın boyutlarını yanlış gösteren iki öğrenci, bu tartışmalardan sonra somut model temsili üzerinde bu kez dikdörtgen prizmanın boyutlarını doğru gösterebilmişlerdir.

Dördüncü soruda odak öğrencilerden Emre, buzdolabının tabanları için görsel temsil üzerinde "Grupça tabanları alt ve üst yüzey olarak düşündük." şeklinde bir matematiksel açıklamada bulunmuştur. Emre, somut temsiller üzerinde de dikdörtgen prizmayı farklı biçimlerde konumlandırıp her durumda alt ve üst yüze gelen yüzlerin dikdörtgen prizmanın tabanları olduğunu ifade etmiştir. Bir öğrenci Emre'ye neden böyle düşündüğünü sorunca ise Emre ve diğer öğrenciler kaydadeğer bir açıklamada bulunamamışlardır. Emre, küçük grup tartışmasında tabanı yere değen tek bir yüz olarak düşünmüş, ancak grup tartışmasında Murat'ın dikdörtgen prizmada tabanların alt ve üst yüze gelen yüzler olduğunu belirten açıklamalarını burada tekrar etmiştir. Çünkü küçük küçük grup tartışmasında da açıklandığı gibi, Emre her ne kadar Murat'ın bu açıklamasını grubun yanıtı olarak kabul etmiş görünse de dikdörtgen prizmalardaki taban yüzeyi algısını iyi yapılandıramamıştır. Dolayısıyla da sınıfa tatmin edici bir açıklamada bulunamamış ve sadece Murat'ın düşüncesini dile getirmiştir. Öğrencilerin dikdörtgen prizmada alt ve üst yüzeylerin neden dikdörtgen prizmanın tabanları olduğunu açıklayamamaları karşısında öğretmen, öğrencilere dikdörtgen prizmalarda taban için iki tane eş yüzeyin gerekli olduğunu ifade ederek öğrencilerden buna göre yeniden düşünmelerini istemiş ve dikdörtgen prizmanın tabanlarını tekrar tartışmaya açmıştır. Bir öğrenci, dikdörtgen prizmada her bir yüzün aynısından iki tane olduğunu ifade etmiştir. Dolayısıyla dikdörtgen prizmanın konumlandırılma biçimine göre alt ve üst yüze gelen yüzlerin dikdörtgen prizmanın tabanları olduğunu ve bütün yüzlerin de dikdörtgen prizmanın tabanları olabileceğini belirtmiş; diğer öğrencilerde bu öğrenciye katılmışlardır. Öğretmen, bu noktada dikdörtgen prizmanın somut model temsilini farklı biçimlerde konumlandırıp boyutları tekrar tartışmaya açmıştır. Odak öğrencilerden Emre, boyutları Görsel 3.35'teki gibi doğru göstermiş, diğer öğrenciler de Emre'ye katılmışlardır.

Görsel 3.35. *Emre'nin sınıf tartışmasında dikdörtgen prizmanın somut temsili üzerinde boyutları göstermesi*

Diğer gruplardan birer öğrenci de dikdörtgen prizmanın somut model temsilini kullanarak farklı konumlanmış biçimleri üzerinde boyutları doğru göstermiş ve diğer öğrencilerde bu öğrencilerin düşüncelerine katılmışlardır.

Beşinci soruda, öğretmen her bir gruptan bir öğrencinin kare prizma modelini alıp akıllı tahtanın önüne çıkmasını istemiştir. Öğretmen, bir öğrenciye "Somut kare prizma modeline bakarak buzdolabı bunun gibi olsaydı buzdolabının yüzleri neye benzerdi?" diye sormuş; öğrenci de somut kare prizma modeli üzerinde iki yüzün karesel dört yüzünde dikdörtgensel olacağını ifade etmiştir. Odak öğrencilerden Emre ise iki karesel, dört dikdörtgensel yüzün eş olduklarını ifade etmiş ve diğer öğrenciler de Emre'ye katıldıklarını belirtmişlerdir.

Altıncı soruda, kare prizmanın tabanları üzerine sınıfta yaşanan tartışma aşağıda sunulmuştur:

Öğretmen: Buzdolabı kare prizma biçiminde olsaydı hangi yüzler taban olurdu?

Şebnem: Karesel yüzler taban olurdu.

Öğretmen: Neden?

Şebnem: Çünkü taban için iki tane aynı yüzeyin olması gerekiyordu. Kare prizmada iki tane karesel yüz dört tane de dikdörtgensel yüz var.

Öğretmen: Gazi kare prizmayı dikdörtgensel yüz yerde olacak şekilde koyarsan hangi yüzler taban olur?

Gazi: Şurası ve şurası (Aşağıdaki gibi dikdörtgensel yüzleri gösterdi).

Görsel 3.36. *Gazi'nin sınıf tartışmasında kare prizmanın somut temsili üzerinde tabanları hatalı göstermesi*

Ali: Hayır katılmıyorum karesel yüzler taban olur. İki tane karesel yüz var (Aşağıdaki gibi karesel yüzleri gösterdi).

Görsel 3.37. *Ali'nin sınıf tartışmasında kare prizmanın somut temsili üzerinde tabanları göstermesi*

Emre: Evet. Ali'nin dediği gibi karesel yüzler taban olurdu.

Ali ve Emre, küçük grup tartışmasında kare prizmanın tabanlarını yapılandırmada zorluk yaşamalarına karşın bu noktada kabul edilebilir matematiksel gerekçelendirme ile Gazi'nin yanlış yanıtını düzeltmişlerdir. Ali ve Emre'nin dikdörtgen prizma ve kare prizmanın tabanlarını sınıf tartışması sürecinde doğru yapılandırdıkları görülmüştür. Kare prizmanın tabanlarını belirleme ile ilgili yapılan tartışmadan sonra öğretmen, kare prizmanın boyutlarını tartışmaya açmıştır. Emre, kare prizmayı karesel yüz yere değecek şekilde konumlandırmış ve boyutları aşağıda görselde görüldüğü gibi doğru göstermiş, diğer öğrencilerde Emre'ye katılmışlardır. Ayrıca Emre, kare prizmada tabanların karesel olmasından dolayı uzunlukla genişliğin birbirine eşit olduğunu ifade etmiştir. Öğretmen ise dikdörtgen prizmalarda boyutların tabana göre belirlendiğine vurgu yapmıştır.

Görsel 3.38. *Öğretmenin sınıf tartışmasında kare prizmanın somut temsili üzerinde boyutların tabana göre belirlendiğini göstermesi*

Yedinci soruda bir öğrenci, somut küp modeli üzerinde "Buzdolabı küp şeklinde olsaydı yüzleri kare olurdu." şeklinde bir matematiksel açıklamada bulunmuştur. Ancak tüm öğrenciler birlikte "Hayır kare değil karesel yüz olurdu." şeklinde bir düzeltme yapmışlardır. Öğretmen de bu noktada kare ile karesel yüz arasındaki ayrımı bir kez daha vurgulamıştır.

Sekizinci soruda Murat "Buzdolabı küp şeklinde olsaydı alta ve üste gelen yüzler taban olurdu. Çünkü taban için bize iki tane aynı yüz lazım. Küpte bütün yüzler eşit o yüzden." şeklinde kabul edilebilir bir matematiksel açıklama ve gerekçelendirmede bulunmuş ve somut küp modeli üzerinde tabanları aşağıda görselde görüldüğü gibi göstermiştir:

Görsel 3.39. *Murat'ın sınıf tartışmasında küpün somut temsili üzerinde tabanları göstermesi*

Bununla birlikte Murat ve iki öğrenci, küpün boyutlarını somut küp modeli üzerinde doğru göstermişler; diğer öğrenciler de Murat'a ve iki öğrenciye katılmışlardır. Murat, küçük grup tartışmasında dikdörtgen prizmaların taban yüzeylerini doğru belirleyebilmesine karşın taban yüzeyleri ile ilgili kabul edilebilir bir matematiksel gerekçelendirmede bulunamamıştı. Burada ise Murat'ın taban olan yüzeylerini gerekçelendirerek açıkladığı görülmüştür. Dikdörtgen prizmaların taban yüzeylerinin gerekçesini Murat'ın sınıf tartışması sırasında yapılandırdığı gözlenmiştir. Emre de küpün bütün yüzlerinin karesel olmasından dolayı küpün boyutlarının birbirine eşit olduğuna dikkat çekmiştir.

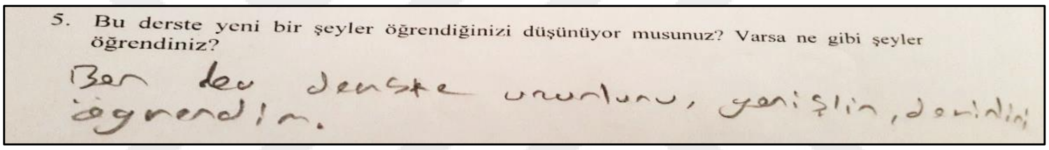
Dokuzuncu soruda Ali, somut birim küp modelini farklı biçimlerde konumlandırıp birim küpün boyutlarını doğru göstermiştir. Ali, küçük grup tartışmasının başında dikdörtgen prizmaların boyutlarını doğru gösteremezken, tartışma sürecinin sonunda boyutları yapılandırdığı gözlenmişti. Ali'nin bu yapılandırmasını sınıf tartışmasında da yansıttığı görülmüştür. Öte yandan Ali, buzdolabının birim küp olması durumunda boyutlarının kısalacağını ve yüzeylerinin küçüleceğini ifade etmiştir. Ali, bu konuda da küçük grup tartışmasında mutabık kaldıkları yanıtı sınıf tartışmasına yansıtmıştır. Bazı öğrenciler Ali’ye katılırken bazıları karşı çıkmıştır. Ancak Ali’ye karşı çıkan öğrenciler, birim küpün boyutları ve yüzleri ile ilgili sınıfı ikna edici açıklamalarda bulunamamışlardır. Ali’ye karşı çıkan bir öğrenci buzdolabının birim küp olması durumunda yüzlerin karesel olacağını belirtmiş, ancak bu karesel yüzlerin birim kare olabileceğini düşünememiştir. Aynı zamanda bu öğrenci, buzdolabının birim küp olması durumunda boyutlarının nasıl olacağı ile ilgili de bir açıklama yapamamıştır. Ali’ye karşı çıkan başka bir öğrenci ise buzdolabının birim küp olması durumunda boyutlarının uzayıp kısalabileceğini ifade etmiştir. Bir öğrenci de “Küp, birim küplerle doldurulur.” şeklinde bir açıklamada bulunmuştur. Öğrenci düşüncelerine bakıldığında bir öğrenci dışında diğer öğrencilerin genel anlamda birim küpü “küçük” olarak algıladıkları görülmüştür. Öğretmen, öğrencilerin bu yanıtları karşısında aklıllı tahta üzerinde birim küpün boyutlarının bir birim olduğuna aşağıda resimde görüldüğü gibi dikkat çekmiştir:

Görsel 3.40. *Öğretmenin sınıf tartışmasında birim küpün boyutlarının uzunluklarına dikkat çekmesi*

Öğretmen, birim küpte uzunluk, genişlik ve yüksekliğin bir birim olduğuna dikkat çektikten sonra boyutlarının bir birim olmasının ne anlama geldiğini tartışmaya açmıştır. Murat başta olmak üzere diğer öğrenciler bir birimin bir milimetre, bir santimetre, bir desimetre, bir metre, bir dekametre, bir hektametre ve bir kilometre olabileceğini belirten uzunluk birimlerini sıralamışlardır. Öğretmen de bu noktada birim küpün herhangi bir küpten farkının ne olduğuna vurgu yapmıştır. Bu tartışmadan sonra bir öğrenci, “Çamaşır makinelerinin uzunluğu, genişliği ve yüksekliği bir metre olabilir. O zaman çamaşır makineleri birim küp olabilir.” şeklinde matematiksel açıklamalarla birim küpe günlük yaşamdan bir örnek sunmuştur. Öğretmen de birim küp şeklinde derin dondurucuların olabileceğine dikkat çekmiştir. Emre de birim küpün yüzleri ile ilgili “Uzunluğu ve genişliği bir birim olduğu için birim kare olur.” şeklinde bir kabul edilebilir bir matematiksel gerekçelendirmede bulunmuş ve diğer öğrencilerde Emre’nin düşüncesine katılmışlardır.

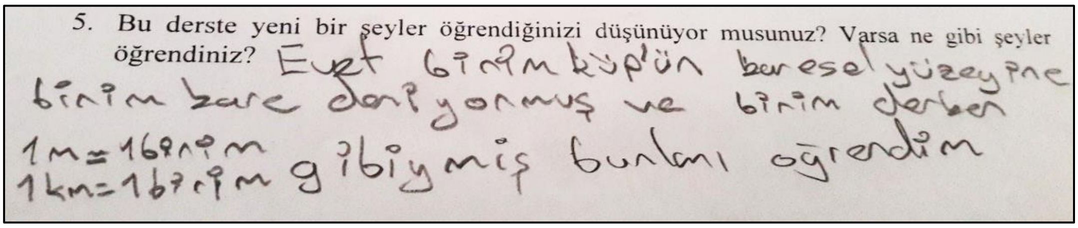
10. soruda tüm gruplar dikdörtgen prizmalara ilişkin günlük hayattan birbirine benzer örnekler vermişlerdir. İlaç kutuları, zil kutusu, karton kutu, derin dondurucu, küp şeker, köşeli silgi bu örneklerden bazılarıdır.

Yukarıda da görüldüğü gibi öğrencilerin sınıf tartışmasında tartışılması ön görülen fiziksel/zihinsel eylemlerden dikdörtgen prizmaların boyutlarını ve taban yüzeylerini belirlemede ve birim küpü algılamada zorluk yaşadıkları görülmüştür. Sınıf tartışması sırasında bu zorluklar giderilmeye çalışılmakla birlikte, bu durumların sınıfın bazı öğrencilerinde hemen bu dersin sonunda bazı öğrencilerde ise ilerleyen haftalarda doğru bir biçimde yapılandığı gözlemlenmiştir. Öte yandan sınıf içi normlar bağlamında sınıf tartışması sırasında öğrencilerin birbirlerini dinledikleri, anlamaya çalıştıkları, birbirlerine sorular sordukları, birbirleriyle ve öğretmen ile tartıştıkları görülmüştür. Odak öğrencilerden Ali, bu derste yeni öğrendiği durumları günlüğüne,


5. Bu derste yeni bir şeyler öğrendiğinizi düşünüyor musunuz? Varsa ne gibi şeyler öğrendiniz?
Ben bu derste uzunluğu, genişliği, derinliği öğrendim.

Görsel 3.41. *Ali'nin ikinci hafta öğrendiklerine ilişkin günlüğüne yansıttıkları*

şeklinde yansıtmış, Emre ise aşağıdaki gibi bir açıklamada bulunmuştur.


5. Bu derste yeni bir şeyler öğrendiğinizi düşünüyor musunuz? Varsa ne gibi şeyler öğrendiniz? Evet birim küpün karesel yüzeyine birim kare deniyormuş ve birim derken
1m=10dm
1km=10hm gibiymiş bunları öğrendim

Görsel 3.42. *Emre'nin ikinci hafta öğrendiklerine ilişkin günlüğüne yansıttıkları*

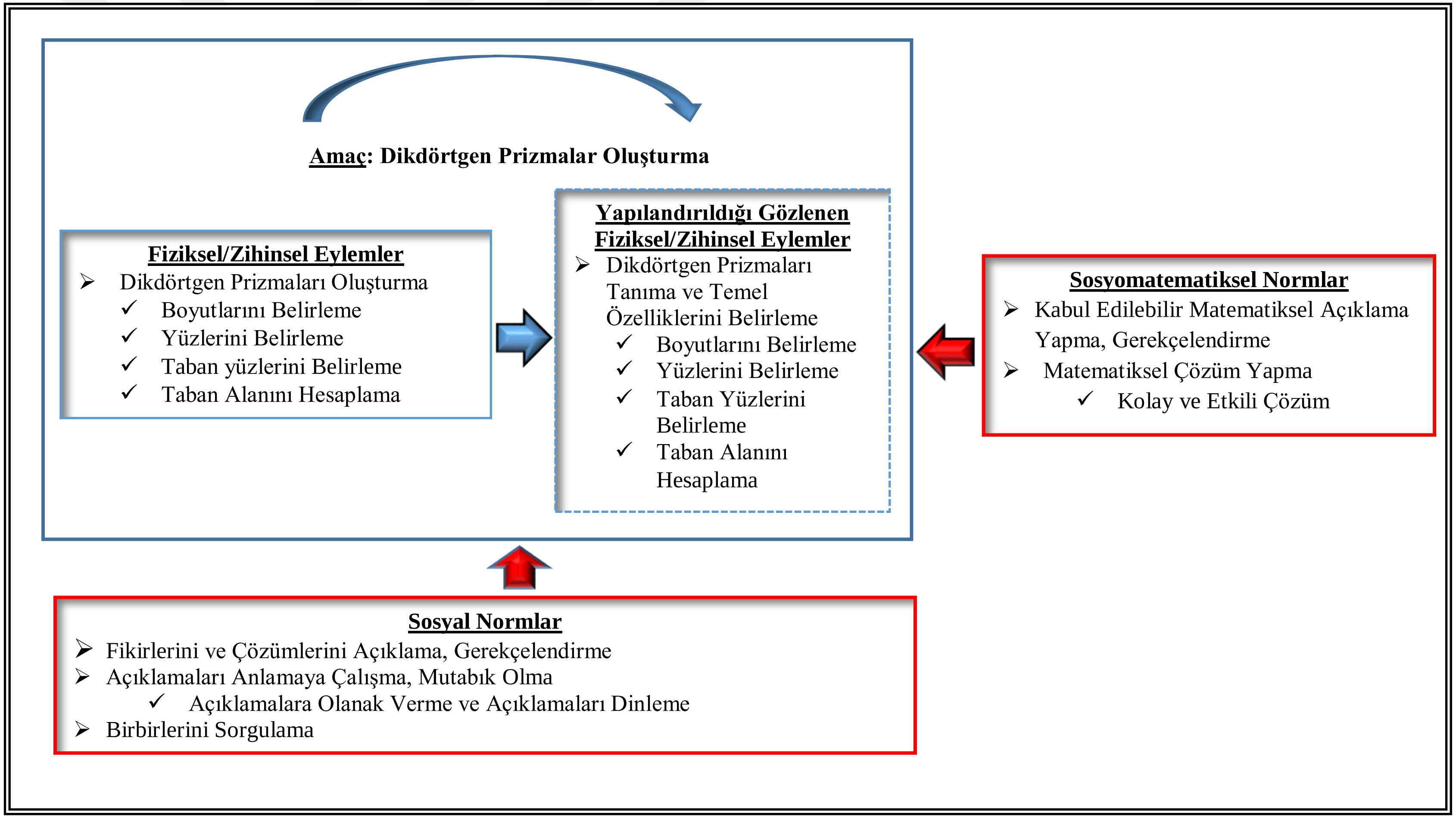
3.2.3. Üçüncü hafta öğretim dizisine ilişkin bulgular

Üçüncü hafta etkinliğinde üç boyutluluk algısını geliştirmek ve pekiştirmek için öğretim materyali olarak geomag çubuk ve mıknatıslarının kullanılması tasarlanmıştır. Öğrencilerin geomag çubuk ve mıknatıslarını kullanarak dikdörtgen prizmaları oluşturmaları ve oluşturdukları dikdörtgen prizmalar üzerinde ikinci hafta öğrendikleri noktaları tartışmaları amaçlanmıştır. Geomag çubuklarında dikdörtgen prizmaların yüzlerinin oluşturulması öğrencilere zor gelebileceği ve zaman alabileceği düşüncesiyle bu etkinlik, yüzlerin olmadığı dikdörtgen prizmalar oluşturma şeklinde tasarlanmıştır. Öğrencilerin oluşturacakları dikdörtgen prizmaların yüzleri ile ilgili tartışmalarda öğrencilere dikdörtgen prizmaların yüzleri varmış gibi düşünmeleri gerektiği ifade edilmiştir. Ayrıca öğretmen, öğrencilerin geomag çubuklarının her birinin uzunluğunu ise bir birim olarak düşünmeleri gerektiğini de öğrencilere açıklamıştır.

3.2.3.1. Üçüncü hafta küçük grup tartışmalarına ilişkin bulgular

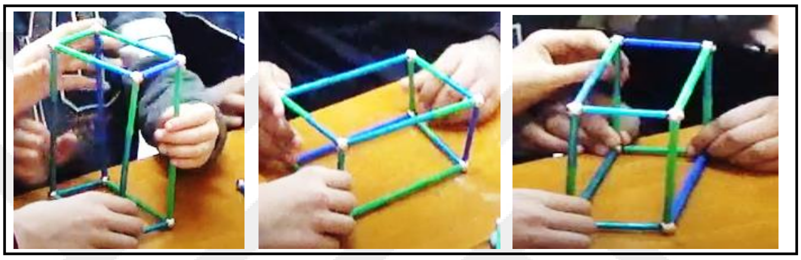
Öğrenciler, ilk olarak üçer kişilik dört gruba ayrılmış ve her bir gruba yeterli sayıda geomag çubuk ve mıknatısları dağıtılmıştır. Bu etkinlikte tüm grupların kendi aralarında çalışmaları sağlanmıştır. Küçük grup tartışmalarında tartışılması ön görülen fiziksel/zihinsel eylemler, bu tartışmalar sırasında odak grubu öğrencilerinin yapılandırdıkları gözlenen fiziksel/zihinsel eylemler ve bu sırada ortaya konan grup içi sosyal ve sosyomatematiksel normlar Şekil 3.11.'de sunulmuştur.

Şekil 3.11.'de görüldüğü gibi, küçük grup tartışmaları sırasında tartışılması ön görülen fiziksel/zihinsel eylemler; dikdörtgen prizmaları oluşturma, dikdörtgen prizmaların boyutlarını, yüzlerini, taban yüzlerini belirleme ve taban alanını hesaplama olarak belirlenmiştir. Küçük grup tartışmalarında odak grubu öğrencilerinin dikdörtgen prizmaları oluşturdukları ve oluşturdukları dikdörtgen prizmaların boyutlarını, yüzlerini, taban yüzlerini ve taban alanlarını doğru yapılandırdıkları gözlenmiştir. Tartışmalar sırasında grup üyelerinin zihinsel eylemlerini yönlendiren fikirlerini ve çözümlerini açıklama, gerekçelendirme, arkadaşlarının açıklamalarını anlamaya çalışma, mutabık olma, açıklamalara olanak verme, birbirlerini dinleme ve sorgulama gibi sosyal normlar ve bu normlarla ilişkili matematiğe özgü normlarda ortaya konmuştur. Sosyomatematiksel normlar ise kabul edilebilir matematiksel açıklama yapma, gerekçelendirme ve matematiksel çözüm yapma şeklinde tanımlanmıştır.



Şekil 3.11. *Üçüncü Hafta Küçük Grup Tartışmaları*

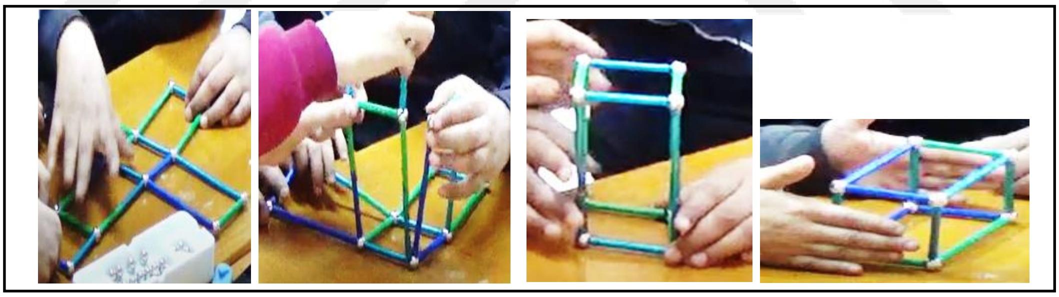
Grup olarak önce bir dikdörtgen prizma oluşturmaya karar vermişlerdir. Murat, "Dikdörtgen prizmada bütün yüzler dikdörtgenseldir ve her bir yüzün aynısından iki tane vardır ve oluştururken bu noktalara dikkat etmeliyiz." şeklinde kabul edilebilir bir matematiksel açıklamada bulunmuştur. Ali ve Emre, önce alt tabanı oluşturmanın gerektiğini belirtmişler ve alt tabanı uzunluğu bir birim, genişliği iki birim olacak şekilde oluşturmuşlardır. Emre, yüksekliğin üç birim olması yönünde bir fikir beyan etmiş ve grupça yüksekliği üç birim olan dikdörtgen prizmasını Görsel 3.43.'te görüldüğü gibi inşa etmişler ve oluşturdukları dikdörtgen prizmayı farklı biçimlerde konumlandırarak bu dikdörtgen prizma üzerine tartışmalar gerçekleştirmişlerdir.



Görsel 3.43. *Odak öğrencilerin küçük grup tartışmasında geomag çubukları ile oluşturdukları dikdörtgen prizmaya ilişkin eylemleri*

Murat ve Emre, Ali'den oluşturdukları dikdörtgen prizmanın tabanlarını göstermesini istemişlerdir. Ali, dikdörtgen prizmayı farklı biçimlerde konumlandırıp "Tabanlar alttaki ve üstteki dikdörtgenlerdir ve bütün yüzleri taban olabilir." şeklinde kabul edilebilir matematiksel açıklamalar yapmış, Emre ve Murat da Ali'ye katılmışlardır. Murat ve Emre, oluşturdukları dikdörtgen prizmayı farklı konumlarda biçimlendirmiş ve uzunluk, genişlik ve yükseklikle ilgili Ali'yi sorgulamışlardır. Ali, her durumda dikdörtgen prizmanın uzunluk, genişlik ve yüksekliklerini doğru göstermiştir. Emre ve Murat da dikdörtgen prizmaya bakılan konumu dikkate aldıklarını belirterek dikdörtgen prizmanın uzunluk, genişlik ve yüksekliklerini doğru göstermişlerdir. Ali, Emre'den oluşturdukları dikdörtgen prizmanın taban alanını hesaplamasını istemiştir. Emre de dikdörtgen prizmayı ikinci görseldeki gibi konumlandırmış ve basit bir matematiksel çözümle üç birim ile iki birimi çarparak taban alanını altı birim hesaplanabileceğini belirtmiştir. Murat, Emre'ye "Peki bunu çevirdiğimiz zaman taban alanı nasıl olur?" diye sormuş; Emre de dikdörtgen prizmayı üçüncü görseldeki gibi konumlandırmış ve üç birim ile bir birimin çarpılarak taban alanının üç birim olarak bulunabileceğini ifade etmiştir. Emre, dikdörtgen prizmayı yukarıda birinci görseldeki gibi konumlandırarak Ali'den taban alanını hesaplamasını istemiştir. Ali de iki birim ile bir birimi çarparak taban alanını iki birim olarak hesaplamıştır. Dikdörtgen prizma ile ilgili tartışmalarda grupça birbirlerinin yanıtları üzerinde mutabık olmuşlardır.

Dikdörtgen prizmayı oluşturduktan sonra grupça kare prizma oluşturmaya başlamışlardır. Ali ve Emre, "Kare prizmanın tabanları kareseldir. Bu nedenle de önce kare tabanları oluşturmalıyız." şeklinde kabul edilebilir bir matematiksel açıklamada bulunmuşlardır. Murat da Ali ve Emre'ye katıldığını belirterek kare prizmada iki tane karesel dört tane de dikdörtgensel yüz olduğunu bu nedenle de iki tane eş kare, dört tane de eş dikdörtgen oluşturmaları gerektiğini ifade etmiştir. Grupça önce kare prizmanın ayrı ayrı her bir yüzünü oluşturmuş, ancak fazla sayıda oluşturdukları köşe ve ayrıtların çakışmasından dolayı kare prizmanın kapanmadığını fark etmişlerdir. Daha sonra grupça dikdörtgen prizmayı oluşturdukları gibi kare prizmada da önce alt tabanı sonra yükseklikleri ve son olarak da üst tabanı oluşturmuşlardır. Uzunluğu ve genişliği bir birim yüksekliği iki birim olan bir kare prizmayı Görsel 3.44.'te görüldüğü gibi inşa etmişler ve oluşturdukları kare prizmayı farklı biçimlerde konumlandırarak kare prizma üzerine tartışmalar gerçekleştirmişlerdir.



Görsel 3.44. *Odak öğrencilerin küçük grup tartışmasında geomag çubukları ile oluşturdukları kare prizmaya ilişkin eylemleri*

Oluşturdukları kare prizmaya ilişkin grup arasında;

Emre: Bunu niye böyle yaptık sizce?

Murat: Kare prizmada dört tane dikdörtgensel bölge ve iki tane de karesel bölge olması gerekir o yüzden böyle olmalı.

Murat: Bunun tabanları neresi olabilir?

Ali: Tabanları her zaman karesel yüzler olur, burası ve burası değişmez. Çünkü aynı yüzden iki tane olduğu için (dördüncü görselde görüldüğü gibi kare yüzleri gösterdi).

Emre: Evet, aynen Ali'ye katılıyorum. Hiçbir şekilde değişmez.

Murat: Peki neden?

Emre: Çünkü dikdörtgen olan burada dört tane olmaz. İki tane aynı yüzey olması gerekiyor.

Ali: Evet ben de dedim

Murat: Ben de katılıyorum

Emre: Uzunluğu, genişliği, yüksekliği neresidir?

Ali: Ben gösterebilirim. Uzunluk burası, genişlik burası yükseklik de burası (üçüncü görselde doğru gösterdi).

Murat: Katılıyorum

Emre: Ben de katılıyorum. Ali, bunun taban alanı kaç olur?

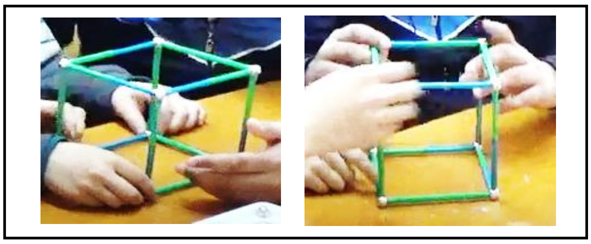
Ali: Bir birim ile bir birimi çarparım taban alanı bir birim eder.

Murat: Katılıyorum sana

Emre: Ben de katılıyorum

şeklinde bir diyalog yaşanmıştır.

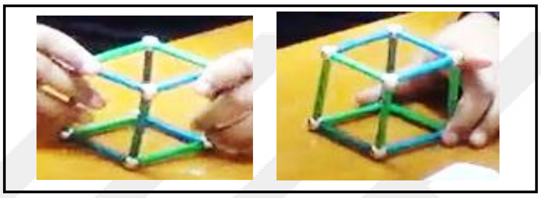
Kare prizmayı oluşturduktan sonra grupça küpü oluşturmaya başlamışlardır. Emre, Ali'ye küpü nasıl oluşturmaları gerektiğini sormuş; Ali de "Tüm yüzler karesel ve kenarların birimleri eşit olmalı." şeklinde kabul edilebilir bir matematiksel açıklamada bulunmuştur. Emre ve Murat, Ali'ye katılmış ve grupça boyutları iki birim olan küpü Görsel 3.45.'te görüldüğü gibi inşa etmişler ve oluşturdukları küpü farklı biçimlerde konumlandırarak oluşturdukları küp üzerine tartışmalar gerçekleştirmişlerdir.



Görsel 3.45. *Odak öğrencilerin küçük grup tartışmasında geomag çubukları ile oluşturdukları küpe ilişkin eylemleri*

Emre, Ali'den oluşturdukları küpün uzunluk, genişlik ve yüksekliklerini göstermesini istemiştir. Ali de küpü yukarıda görselde görüldüğü gibi farklı biçimlerde konumlandırarak küpün uzunluk, genişlik ve yüksekliklerini doğru göstermiştir. Bu kez Murat, Ali'den küpün tabanlarını göstermesini istemiş, Ali de oluşturdukları küpü farklı biçimlerde konumlandırarak her durumda alt ve üstteki kareleri taban olarak göstermiş ve bütün yüzlerin taban olabileceğini belirtmiştir. Emre, Ali'den taban alanını hesaplamasını istemiş, Ali de basit bir matematiksel çözümle iki birim ile iki birimi çarparak taban alanını dört birim olarak hesapladığını belirtmiştir. Emre ve Murat da “Küpte bütün yüzler aynı kare olduğu için tüm yüzlerin alanı dört birimdir.” şeklinde bir matematiksel açıklama ve gerekçelendirmede bulunmuşlardır. Oluşturdukları küp ile ilgili tartışmalarda grup olarak birbirlerinin yanıtları üzerinde mutabık olmuşlardır.

Küpü oluşturduktan sonra birim küpü oluşturmaya başlamışlardır. Ali, Emre ve Murat, birim küp için “Tüm yüzler birim karedir. Bu nedenle de ayrıtları bir birim olmalı.” şeklinde kabul edilebilir bir matematiksel açıklamada bulunmuşlardır. Grupça birim küpü Görsel 3.46.’da görüldüğü gibi inşa etmişler ve oluşturdukları birim küpü farklı biçimlerde konumlandırarak birim küp üzerine tartışmalar gerçekleştirmişlerdir.



Görsel 3.46. *Odak öğrencilerin küçük grup tartışmasında geomag çubukları ile oluşturdukları birim küpe ilişkin eylemleri*

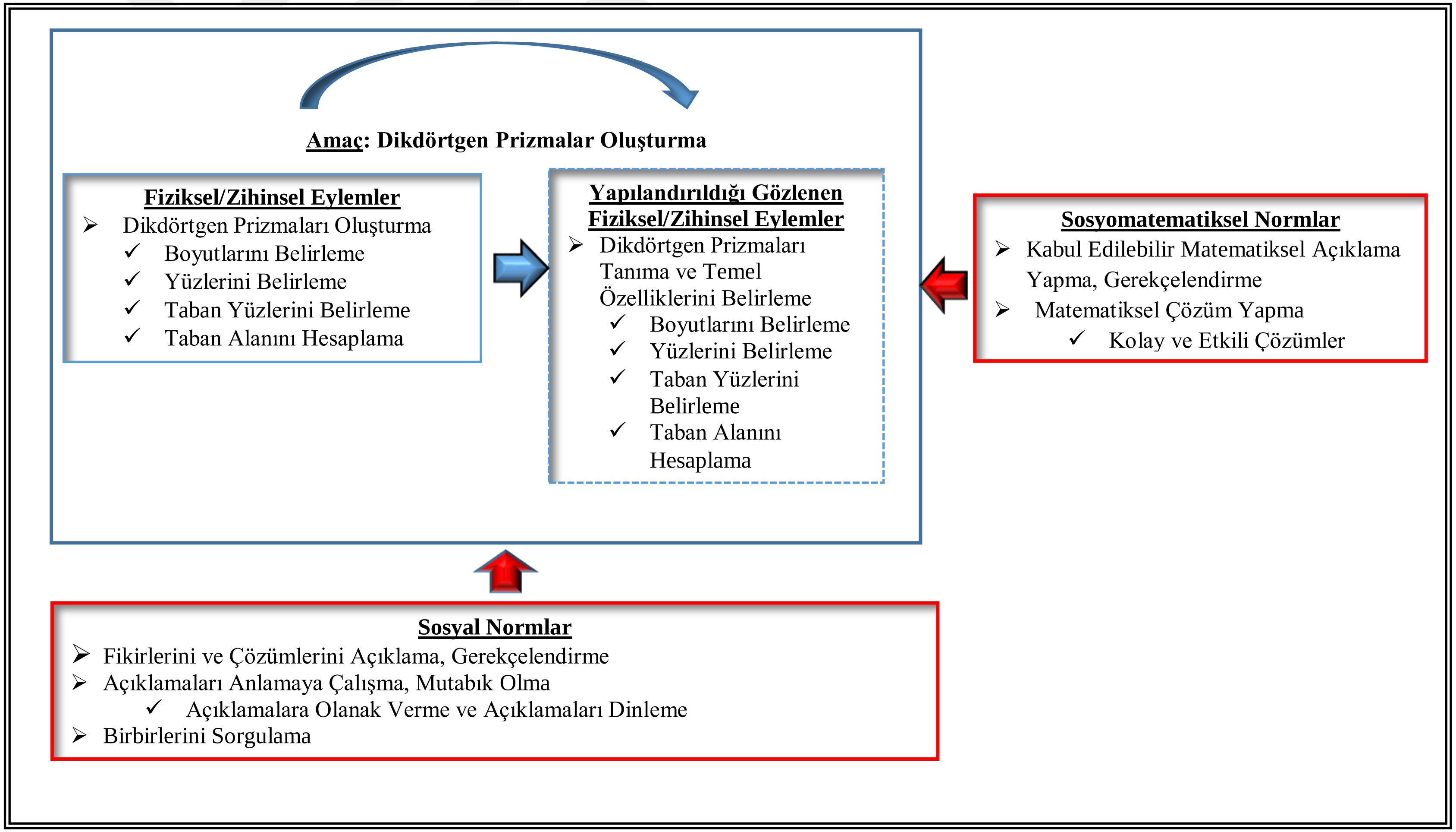
Emre, Görsel 3.46.’da görüldüğü gibi birim küpü farklı biçimlerde konumlandırarak tabanların her durumda alt ve üstteki kareler olduğunu ifade etmiştir. Ali ise “Yani birim küpte bütün yüzler taban olabilir.” şeklinde kabul edilebilir bir matematiksel açıklamada bulunmuştur. Emre, Ali’den birim küpün uzunluk, genişlik ve yüksekliğini göstermesini istemiş; Ali de birim küpü farklı biçimlerde konumlandırarak birim küpün uzunluk, genişlik ve yüksekliğini doğru göstermiştir. Murat da Ali ve Emre’nin açıklamalarına katıldığını ifade etmiş, Ali ve Emre’nin açıklamalarına ek olarak bir birimin bir desimetre, bir kilometre, bir santimetre olabileceğini vurgulamıştır. Emre, Ali’den oluşturdukları birim küpün taban alanını hesaplamasını istemiştir. Ali de birim küpü farklı biçimlerde konumlandırmış ve basit bir matematiksel çözümle bir birim ile bir birimi çarparak taban alanını bir birim hesaplamıştır. Oluşturdukları birim küp ile ilgili tartışmalarda grupça birbirlerinin yanıtları üzerinde mutabık olmuşlardır.

İkinci hafta etkinliğinin sonunda Ali, Emre ve Murat’ın dikdörtgen prizmaların boyutlarını, yüzlerini ve taban yüzlerini doğru yapılandırdıkları gözlenmişti. Üçüncü hafta ise küçük grup tartışmalarında Ali, Emre ve Murat’ın bunların yanı sıra birim küpü algılama ve taban alanını ölçme zihinsel eylemlerini de doğru yapılandırdıkları gözlenmiştir. Emre ve Murat’ın daha önce dikdörtgen ve kare ile dikdörtgensel ve karesel yüz ayrımını yapabildiği, ancak Ali'nin bu konuda halen zorluk yaşadığı gözlenmişti. Ali'nin yaşadığı bu zorluğun bu hafta tamamen aşıldığı görülmüştür. Ayrıca odak öğrencilerin oluşturdukları dikdörtgen prizmalarda taban alanını hesaplarken basit olarak nitelendirdikleri çözümler aynı zamanda etkili çözümlerdir. Çünkü öğrenciler, bu basit çözümleri yüzeyin birim karelerle kaplanması sonucu ortaya çıkan pratik yol olarak düşündüklerini ifade etmişlerdir. Bununla birlikte grupça tüm dikdörtgen prizmalarda taban alanlarını hesaplarken alan ölçme birimini birim kare yerine birim olarak ifade etmişlerdir. Öte yandan grup içi normlar bağlamında Ali'nin bu haftaki etkinlikte ilk iki haftaya oranla grup içerisinde daha fazla katılımcı olduğu ve Emre ve Murat'ın sorularına yanıt vermekte çok istekli olduğu gözlenmiştir.

3.2.3.2. Üçüncü hafta sınıf tartışmalarına ilişkin bulgular

Küçük grup tartışmalarından sonra tüm öğrencilerin katıldığı sınıf tartışmasına geçilmiştir. Sınıf tartışmasında sırasıyla tüm gruplardan geomag çubuk ve mıknatıslarını kullanarak dikdörtgen prizmalardan herhangi belli bir tanesini oluşturmaları ve nasıl oluşturduklarını sınıfla paylaşmaları istenmiştir. Bu esnada diğer öğrenciler ve öğretmen, grup öğrencilerini sorgulamış ve aralarında çeşitli tartışmalar yaşanmıştır. Sınıfta tartışılması ön görülen fiziksel/zihinsel eylemler, bu tartışmalar sırasında öğrencilerin genel olarak yapılandırdıkları gözlenen fiziksel/zihinsel eylemler ve bu sırada ortaya konan sınıf içi sosyal ve sosyomatematiksel normlar Şekil 3.12.'de sunulmuştur.

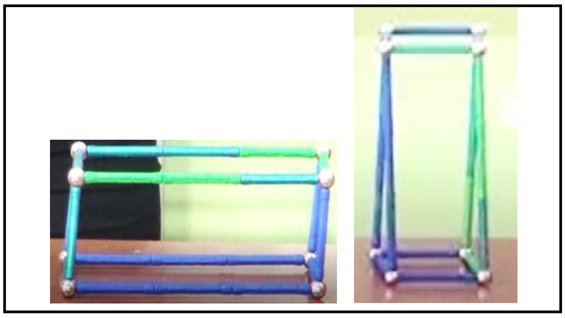
Şekil 3.12.'de görüldüğü gibi sınıf tartışmaları sırasında tartışılması ön görülen fiziksel/zihinsel eylemler; dikdörtgen prizmaları oluşturma, dikdörtgen prizmaların boyutlarını, yüzlerini, taban yüzlerini belirleme ve taban alanını hesaplama olarak belirlenmiştir. Sınıf tartışmasında öğrencilerin genel olarak dikdörtgen prizmaları oluşturdukları ve oluşturdukları dikdörtgen prizmaların boyutlarını, yüzlerini, taban yüzlerini belirleme ve taban alanlarını hesaplama zihinsel eylemlerini doğru yapılandırdıkları gözlenmiştir. Tartışmalar sırasında öğrencilerin zihinsel eylemlerini yönlendiren fikirlerini ve çözümlerini açıklama, gerekçelendirme, arkadaşlarının açıklamalarını anlamaya çalışma, mutabık olma, açıklamalara olanak verme, birbirlerini dinleme ve sorgulama gibi sınıf içi sosyal normlar ve bu normlarla ilişkili matematiğe özgü normlarda ortaya konmuştur. Sosyomatematiksel normlar ise kabul edilebilir matematiksel açıklama yapma, gerekçelendirme ve matematiksel çözüm yapma şeklinde tanımlanmıştır.



Şekil 3.12. *Üçüncü Hafta Sınıf Tartışmaları*

Öğretmen, sınıfta tüm öğrencilerin görebilecekleri şekilde akıllı tahtanın önüne bir masa yerleştirmiş ve masanın üzerine de öğrencilerin dikdörtgen prizmaları oluşturmaları için yeterli sayıda geomag çubuk ve mıknatısı koymuştur. Öğretmen, gruplardan sırasıyla sınıf önünde geomag çubuk ve mıknatıslarını kullanarak dikdörtgen prizmalar oluşturmalarını ve bu prizmaları nasıl oluşturduklarını sınıfa açıklamalarını istemiş ve bu süreçte diğer öğrencilerin de grup öğrencilerini sorgulamalarını istemiştir. Bununla birlikte öğretmen sınıfın önüne çıkan grubun dikdörtgen prizmalardan hangisini oluşturacağını kendisi belirlemiş ve oluşturulan prizma ile ilgili grup öğrencilerine ve diğer öğrencilere sorular yöneltmiştir.

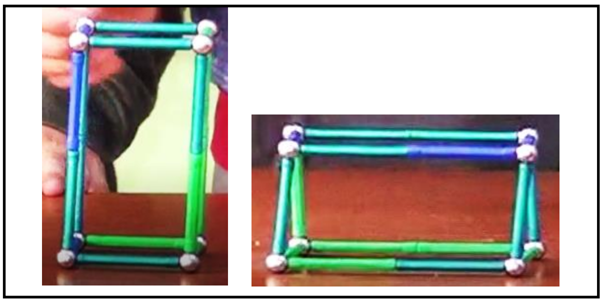
Öğretmen, bir gruptan geomag çubuk ve mıknatıslarını kullanarak bir dikdörtgen prizma oluşturmalarını ve nasıl oluşturduklarını sınıfa açıklamalarını istemiştir. Gruptan bir öğrenci "Önce karşılıklı kenarları eşit olacak şekilde tabanlarını dikdörtgen yapacağız." şeklinde kabul edilebilir bir matematiksel açıklamada bulunmuştur. Diğer bir grup öğrencisi de tabanı inşa ederken uzunluğu üç birim, genişliği ise iki birim olarak kabul edeceklerini ifade etmiştir. Grupça tabanı inşa ettikten sonra yüksekliği bir birim kabul edip sırasıyla yükseklikleri ve üst tabanı oluşturmuşlardır. Grubun inşa ettiği dikdörtgen prizma ve farklı konumlanmış biçimi Görsel 3.47.'de sunulmuş olup bu dikdörtgen prizma üzerine sınıfta çeşitli tartışmalar yaşanmıştır.



Görsel 3.47. *Bir grubun öğrencilerinin sınıf tartışmasında geomag çubukları ile oluşturdukları dikdörtgen prizmaya ilişkin eylemleri*

Öğretmen, sınıfa "Bu yapının dikdörtgen prizma olduğunu nasıl anladınız?" diye sormuş ve odak öğrencilerden Emre de tüm yüzlerin dikdörtgen olmasından dolayı oluşturulan yapının dikdörtgen prizma olduğunu ifade etmiştir. Öğretmen, "Yüzlerin dikdörtgen olduğunu nasıl anladın?" diye tekrar sormuş ve Emre de "Tüm yüzlerde karşılıklı kenarlar eşit ve açılar 90 derece olduğu için." yanıtını vermiş ve diğer öğrencilerde bu açıklamalara katıldıklarını belirtmişlerdir. Öğretmen, bir öğrenciden birinci görseldeki konumunda dikdörtgen prizmanın uzunluk, genişlik ve yüksekliklerini göstermesini istemiştir. Öğrenci, baktığı konumu dikkate alarak dikdörtgen prizmanın uzunluk, genişlik ve yüksekliklerini doğru göstermiş ve diğer öğrencilerde öğrenciye katıldıklarını ifade etmişlerdir. Öğretmen, dikdörtgen prizmayı oluşturan grup öğrencilerinin birinden tabanları göstermesini istemiştir. Bu öğrenci de “Her bir yüzeyden iki tane olduğu için alt ve üst yüze gelenler taban olur.” şeklinde kabul edilebilir bir matematiksel gerekçelendirmede bulunmuş, dikdörtgen prizmayı farklı biçimlerde konumlandırarak tabanları göstermiş ve diğer öğrencilerde bu düşünceye katılmışlardır. Odak öğrencilerden Ali de farklı biçimlerde konumlandırılan bu dikdörtgen prizmada baktığı konumu dikkate alarak uzunluk, genişlik ve yükseklikleri doğru göstermiş, diğer öğrencilerde Ali’ye katıldıklarını belirtmişlerdir. Öğretmen, “Bu prizmada yüzey olması durumunda taban alanı kaç olurdu?” diye sormuştur. Dikdörtgen prizmayı inşa eden gruptan bir öğrenci basit bir matematiksel çözümle uzunluk ile genişliği çarparak taban alanının bulunabileceğini ifade etmiş ve birinci görseldeki konumda üç birim ile iki birimi çarparak taban alanını altı birim kare hesaplamıştır. Odak öğrencilerden Murat ise “Dikdörtgen prizma uzunluğu bir birim genişliği iki birim olacak şekilde konumlandırıldığında taban alanı iki birim kare olur. Çünkü uzunluk ile genişliği çarparız.” şeklinde kabul edilebilir matematiksel açıklama, gerekçelendirme ve çözümde bulunmuştur. Tüm sınıf öğrencileri bu açıklamalar etrafında mutabık olmuşlardır.

Öğretmen, odak grup öğrencilerinden geomag çubuk ve mıknatıslarını kullanarak bir kare prizma oluşturmalarını ve nasıl oluşturduklarını sınıfa açıklamalarını istemiştir. Ali, ilk önce alt tabanı sonra yükseklikleri en son ise üst tabanı inşa edeceklerini ifade ederken, Emre de tabanın bütün kenar uzunluklarının eşit olması gerektiğini belirtmiş ve diğer öğrenciler de bu açıklamalara katıldıklarını ifade etmişlerdir. Küçük grup tartışmasında oluşturdukları gibi uzunluğu ve genişliği bir birim yüksekliği iki birim olan bir kare prizma inşa etmişlerdir. Odak grup öğrencilerinin inşa ettiği kare prizma ve farklı konumlanmış biçimi Görsel 3.48.’de sunulmuş olup, bu kare prizma üzerine sınıfta çeşitli tartışmalar yaşanmıştır.



Görsel 3.48. *Odak grup öğrencilerinin sınıf tartışmasında geomag çubukları ile oluşturdukları kare prizmaya ilişkin eylemleri*

Oluşturulan kare prizma ve farklı konumlanma biçimiyle ile ilgili sınıfta;

Öğretmen: Bu oluşturduğunuz neden kare prizmadır?

Murat: Çünkü kare prizmada iki kare dört dikdörtgen olması lazımdı biz de öyle yaptık.

Öğretmen: Ali önden bakıldığında uzunluk, genişlik, yükseklik neresidir ve kaçar birimdir?

Ali: Uzunlukları buralar bir birim, genişlikler buralar bir birim, yükseklikleri buralar iki birim

Sınıf: Katılıyoruz

Öğretmen: Emre tabanlar neresi?

Emre: Tabanları nasıl koyarsak koyalım (görsellerdeki gibi konumlandırdı) tabanlar karedir.

Gökhan: Neden?

Emre: Çünkü taban için iki tane aynı yüzey lazım. Gerçi bunun yüzeyi yok bu kare ama biz olduğunu var saydığımız için.

Şebnem: Uzunluk, genişlik ve yüksekliği tabana göre belirleriz.

Öğretmen: Murat taban alanı kaç olur?

Murat: Uzunlukla genişliği çarparız bir birim ile bir birimi çarparız bir birim kare olur.

Sınıf: Katılıyoruz.

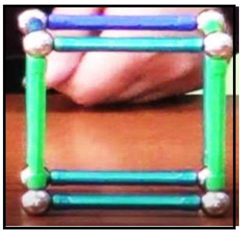
şeklinde bir diyalog yaşanmıştır. Sınıfın tüm öğrencileri bu açıklamalar etrafında mutabık olmuşlardır.

Öğretmen, başka bir gruptan geomag çubuk ve mıknatıslarını kullanarak bir küp oluşturmalarını ve nasıl oluşturduklarını sınıfa açıklamalarını istemiştir. Gruptan bir öğrenci “Küpte bütün yüzler kareseldir. Bu nedenle biz yüzleri kare yapacağız.” şeklinde kabul edilebilir bir matematiksel açıklamada bulunmuştur. Sınıfın diğer öğrencileri bu açıklamalara katılmışlardır. Grupça önce alt tabanı sonra yükseklikleri en son ise üst tabanı oluşturarak uzunluğu, genişliği ve yüksekliği iki birim olan küpü aşağıda görselde görüldüğü gibi inşa etmişlerdir. Grubun inşa ettiği küp Görsel 3.49.'da sunulmuş olup bu küp üzerine sınıfta çeşitli tartışmalar yaşanmıştır.

Görsel 3.49. *Bir grubun öğrencilerinin sınıf tartışmasında geomag çubukları ile oluşturdukları küpe ilişkin eylemleri*

Sınıftan bir öğrenci, grup öğrencilerinin birinden oluşturdukları küpün uzunluk, genişlik ve yüksekliklerini göstermelerini istemiş ve bu öğrenci de baktığı konumu dikkate alarak küpün uzunluk, genişlik ve yüksekliklerini doğru göstermiştir. Odak öğrencilerden Emre, grup öğrencilerinin birinden oluşturdukları küpün tabanlarını göstermelerini istemiş ve bu öğrenci de "Taban için iki tane aynı yüzün olması gerekiyor. Burada bütün yüzler aynı. O yüzden nasıl yere koyarsak alt ve üst yüzler taban olur." şeklinde kabul edilebilir bir matematiksel açıklama ve gerekçelendirmede bulunmuştur. Sınıftan bir öğrenci de küpte her yüzeyin taban olabileceğini ifade etmiştir. Öğretmen, grup öğrencilerinin birinden taban alanını hesaplamasını istemiş ve bu öğrenci de basit bir yolla iki birim ile iki birimi çarparak taban alanının dört birim kare olduğunu ifade etmiştir. Sınıfın tüm öğrencileri bu açıklamalar etrafında mutabık olmuşlardır.

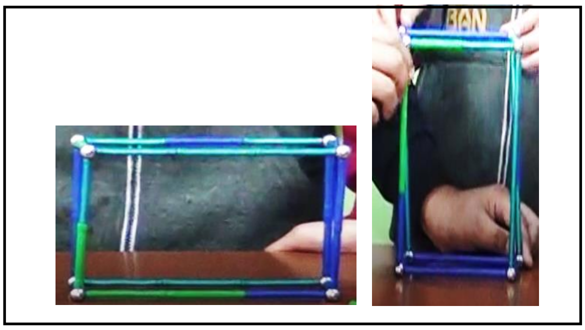
Öğretmen, başka bir gruptan geomag çubuk ve mıknatıslarını kullanarak birim küp oluşturmalarını ve nasıl oluşturduklarını sınıfa açıklamalarını istemiştir. Sınıftan bir öğrenci; grup öğrencilerinin birine birim küpün uzunluk, genişlik ve yüksekliğini kaç birim oluşturacaklarını sormuş ve bu öğrenci de birim küp olduğu için uzunluk, genişlik ve yüksekliği bir birim oluşturacaklarını ifade etmiştir. Grupça önce alt tabanı sonra yükseklikleri ve son olarak da üst tabanı oluşturmuşlardır. Grubun inşa ettiği birim küp Görsel 3.50.'de sunulmuş olup bu birim küp üzerine sınıfta çeşitli tartışmalar yaşanmıştır.



Görsel 3.50. *Bir grubun öğrencilerinin sınıf tartışmasında geomag çubukları ile oluşturdukları küpe ilişkin eylemleri*

Odak öğrencilerden Emre, “Birim küpte yüzeylerin adı nedir?” diye sormuş, sınıftan bir öğrenci birim kare olduğunu ifade etmiştir. Sınıftan bir öğrenci, grup öğrencilerinin birinden inşa ettikleri birim küpün uzunluk, genişlik ve yüksekliklerini göstermesini istemiş ve bu öğrenci de uzunluk, genişlik ve yükseklikleri doğru göstermiştir. Sınıftan başka bir öğrenci, grup öğrencilerinin birinden “Birim küpün bütün yüzeyleri taban olabilir mi?” diye sormuş ve bu öğrenci “Bütün yüzleri taban olabilir. Bizim taban için iki tane aynı yüzeye ihtiyacımız var. Birim küpte bütün yüzler aynı. O yüzden nasıl koyarsak alt ve üst yüz taban olur.” şeklinde kabul edilebilir bir matematiksel açıklama ve gerekçelendirmede bulunmuştur. Sınıftan başka bir öğrenci de grup öğrencilerinin birinden oluşturdukları birim küpün taban alanını hesaplamasını istemiş, bu öğrenci basit bir matematiksel çözümle uzunlukla genişliği çarparak taban alanını bir birim kare olarak hesaplamıştır. Öğretmen de yüzeylerin birim kare ile kaplandığını hatırlatarak alan ölçme biriminin birim kare olduğunu vurgulamış ve sınıfın tüm öğrencileri bu açıklamalar etrafında mutabık olmuşlardır.

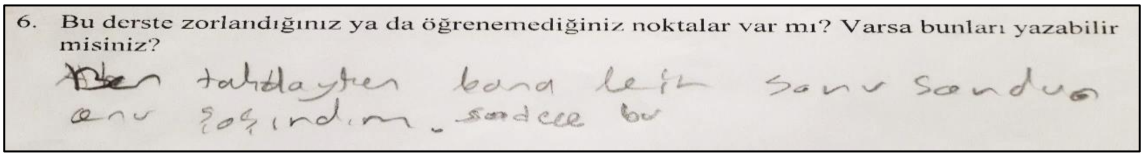
Öğretmen, odak grup öğrencilerinden bu kez geomag çubuk ve mıknatıslarını kullanarak bir dikdörtgen prizma oluşturmalarını ve nasıl oluşturduklarını sınıfa açıklamalarını istemiştir. Grupça ilk önce alt tabanı sonra yükseklikleri en son ise üst tabanı inşa edeceklerini ve bütün yüzlerin dikdörtgen olacağını ifade etmişlerdir. Grupça önce alt tabanı sonra yükseklikleri ve son olarak da üst tabanı oluşturmuşlardır. Odak grubun inşa ettiği dikdörtgen prizma ve farklı konumlanmış biçimi Görsel 3.51.’de sunulmuş olup bu dikdörtgen prizma üzerine sınıfta çeşitli tartışmalar yaşanmıştır.



Görsel 3.51. *Odak grup öğrencilerinin sınıf tartışmasında geomag çubukları ile oluşturdukları dikdörtgen prizmaya ilişkin eylemleri*

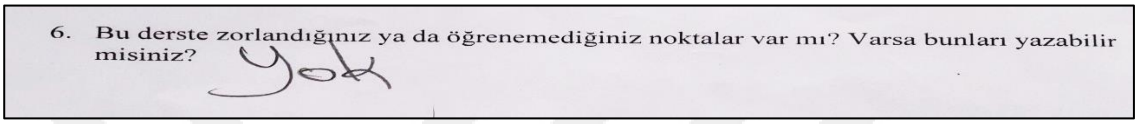
Sınıftan bir öğrenci, Ali'den oluşturdukları dikdörtgen prizmanın tabanlarını göstermesini istemiş ve Ali de "Dikdörtgen prizmayı nasıl koyarsak alta ve üste gelen yüzler taban olur. Çünkü taban için iki tane aynı yüzey lazım." şeklinde kabul edilebilir matematiksel açıklama ve gerekçelendirmelerde bulunarak tabanları göstermiştir. Sınıftan başka bir öğrenci ise Ali'ye taban alanının nasıl hesaplandığını sormuş ve Ali de uzunlukla genişliğin çarpılarak taban alanının hesaplandığını ifade etmiş ve dikdörtgen prizmayı uzunluk iki birim ve genişlik bir birim olacak şekilde konumlandırıp taban alanını iki birim kare hesaplamıştır. Sınıftan başka bir öğrenci, Murat'tan oluşturdukları dikdörtgen prizmanın uzunluk, genişlik ve yüksekliklerini göstermesini istemiş ve Murat da dikdörtgen prizmaya bakılan konumu dikkate alarak dikdörtgen prizmanın uzunluk, genişlik ve yüksekliklerini doğru göstermiştir. Ali de uzunluğun üç birim, genişliğin bir birim ve yüksekliğin iki birim olduğunu ifade etmiştir. Öğretmen, Emre'ye "Dikdörtgen prizmayı farklı bir biçimde konumlandırdığında uzunluk, genişlik ve yükseklik değişir mi değişiyorsa neden?" diye sormuş ve Emre de "Tabanlar değiştiği için değişiyor." şeklinde kabul edilebilir bir matematiksel gerekçelendirmede bulunmuştur. Sınıfın tüm öğrencileri bu açıklamalar etrafında mutabık olmuşlardır.

Yukarıda da görüldüğü gibi, sınıf tartışmasında öğrencilerin dikdörtgen prizmaların boyutlarını, yüzlerini, taban yüzlerini belirlemede ve taban alanlarını hesaplama zihinsel eylemlerinde bir zorluk yaşamadıkları ve genel olarak bu zihinsel eylemleri doğru yapılandırdıkları gözlenmiştir. Odak öğrencilerin küçük grup tartışmasında taban alanını hesaplarken alan ölçme birimini birim kare yerine birim olarak ifade ettikleri görülmüştü. Bu öğrenciler, sınıf tartışmasında ise taban alanını hesaplarken alan ölçme birimini birim olarak dile getirmemiş ve birim kare olarak ifade etmişlerdir. Öte yandan sınıf içi normlar bağlamında sınıf tartışması sırasında öğrencilerin birbirlerini dinledikleri, anlamaya çalıştıkları, birbirlerine sorular sordukları, birbirleriyle ve öğretmen ile tartıştıkları görülmüştür. Odak öğrencilerden Ali, bu haftaki derste zorluk yaşamadığını günlüğüne;


6. Bu derste zorlandığınız ya da öğrenemediğiniz noktalar var mı? Varsa bunları yazabilir misiniz?
~~A~~ Ben tahtadayken bana [illegible] sonu sorduğu onu çözemedim. sadece bu

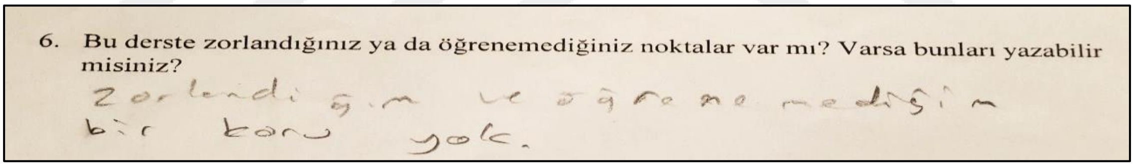
Görsel 3.52. *Ali'nin üçüncü hafta öğrendiklerine ilişkin günlüğüne yansıttıkları*

şeklinde yansıtırken Emre,


6. Bu derste zorlandığınız ya da öğrenemediğiniz noktalar var mı? Varsa bunları yazabilir misiniz?
Yok

Görsel 3.53. *Emre'nin üçüncü hafta öğrendiklerine ilişkin günlüğüne yansıttıkları*

şeklinde yansıtmıştır. Murat ise bu haftaki derste herhangi bir zorluk yaşamadığını günlüğüne,


6. Bu derste zorlandığınız ya da öğrenemediğiniz noktalar var mı? Varsa bunları yazabilir misiniz?
zorlandığım ve öğrenemediğim bir konu yok.

Görsel 3.54. *Murat'ın üçüncü hafta öğrendiklerine ilişkin günlüğüne yansıttıkları*

şeklinde yansıtmıştır.

3.3. Birinci Ara Klinik Görüşmelere İlişkin Bulgular

Üç hafta süren birinci etap öğretim dizisinden sonra odak öğrencilerin bu süreçte tartışılan noktaları nasıl yapılandırdıklarını daha ayrıntılı anlamak ve buna uygun olarak TÖYH öğretim sürecine devam etmek için odak öğrencilerle birinci ara klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Birinci ara klinik görüşmelerden elde edilen verilerin analizi sonucunda elde edilen bulgular**,**

- Dikdörtgen prizmaları tanıma ve temel özelliklerini belirleme

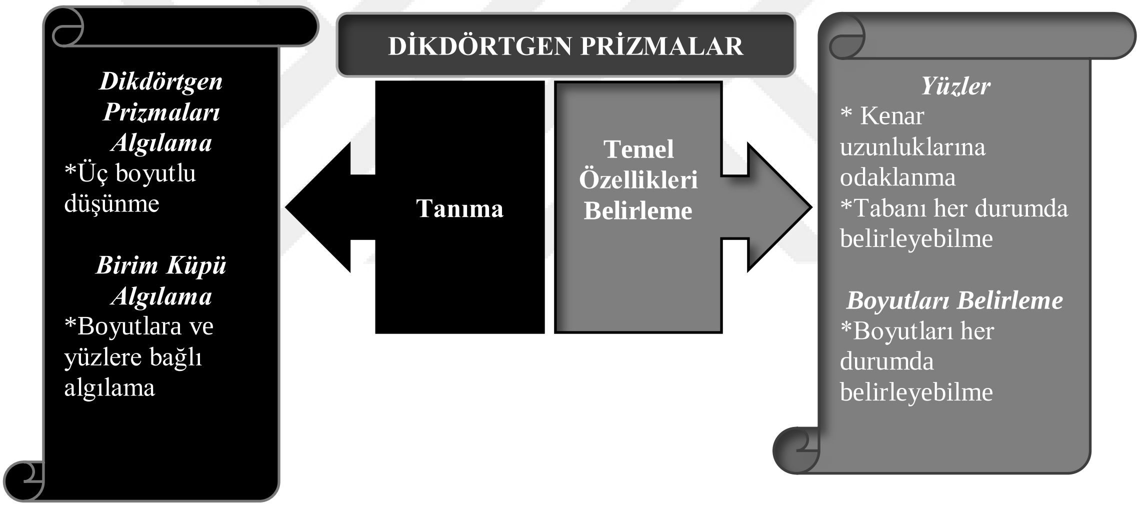
teması altında Ali, Emre ve Murat'ın yaklaşımlarıyla sunulmuştur.

3.3.1. Dikdörtgen prizmaları tanıma ve temel özelliklerini belirleme

Öğrencilere günlük yaşamda sıklıkla kullanılan dikdörtgen prizmalara benzeyen nesnelerle ilgili önce görsel temsiller sonra da somut temsiller sunularak bu nesneleri hangi geometrik nesnelere benzettikleri sorulmuştur. Daha sonra öğrencilere görsel ve somut temsiller üzerinden dikdörtgen prizmaların yüzlerini hangi geometrik şekle benzettikleri, boyutlarının ve taban yüzlerinin neresi olduğu sorulmuştur (EK-5). Öğrencilerin eylemleri aşağıdaki bölümde ayrıntılı olarak sunulmuştur.

3.3.1.1. Ali'nin fiziksel/zihinsel eylemleri

Ali'nin dikdörtgen prizmaları tanıma ve temel özelliklerini belirlemeye ilişkin fiziksel/zihinsel eylemleri Şekil 3.13'te verilmiştir.



Şekil 3.13. *Ali'nin Birinci Ara Klinik Görüşmede Dikdörtgen Prizmaları Tanıma ve Temel Özelliklerini Belirlemede Kullandığı Eylemler*

Şekil 3.13'te görüldüğü gibi; düşük başarı düzeyine sahip Ali, dikdörtgen prizmaları tanıma ve temel özelliklerini belirlemeye yönelik çeşitli fiziksel/zihinsel eylemler sergilemiştir. Ali, ön klinik görüşmenin aksine dikdörtgen prizmaları üç boyutlu olarak algılamış ve prizmalara benzeyen eşyalarla ilgili önce görsel temsillere bakarak, sonra görsel temsiller ile somut temsilleri eşleştirerek temsil edilen nesne ile ilgili isimlendirmeleri, eşleştirmeleri doğru yapmış ve matematiksel olarak doğru gerekçelendirmiştir. Buna ilişkin olarak aşağıdaki diyalog örnek olarak sunulabilir:

Araştırmacı: Birinci görseli hangi geometrik nesneye benzetiyorsun?

Ali: Dikdörtgen prizmaya.

Araştırmacı: Neden**?**

Ali: Bütün yüzleri dikdörtgensel yüzey olduğu için, her yüzeyden iki tane var.

Araştırmacı: Nerden anladın dikdörtgensel yüzey olduğunu?

Ali: Karşılıklı ayrıtları eşit, açıları 90 derece olduğu için.

Araştırmacı: Birinci görseli şu somut geometrik nesnelerden hangisine benzetiyorsun?

Ali: Buna (Dikdörtgen prizma modeline benzetti).

Araştırmacı: Neden öyle düşündün?

Ali: Bütün yüzeyleri bunun da dikdörtgensel.

Araştırmacı: İkinci görseli hangi geometrik nesneye benzetiyorsun?

Ali: Küp.

Araştırmacı: Neden?

Ali: Bütün yüzleri eşit karesel yüzey.

Araştırmacı: Şu modellerden hangisine benzetiyorsun?

Ali: Buna (Küp modelini gösterdi).

Araştırmacı: Yüzlerin karesel olduğunu nerden anladın?

Ali: Bütün kenarları eşit ve açıları 90 derece bu modelde de öyle.

Araştırmacı: Üçüncü görseli hangi geometrik nesneye benzetiyorsun?

Ali: Kare prizma.

Araştırmacı: Neden?

Ali: Neden dört tane dikdörtgensel yüzey iki tane de karesel yüzey olduğu için.

Araştırmacı: Şu modellerden hangisine benzetiyorsun, alabilir misin?

Ali: Aldım bu (Kare prizma modelini aldı).

Araştırmacı: Bu dikdörtgensel ve karesel yüzler eş mi?

Ali: Evet iki tane eş karesel yüz var, dört tane de eş dikdörtgensel yüz var.

Hacim kavramını ve bağıntısını oluşturmada önemli bir yeri ve küpün özel bir hali olan birim küp ile ilgili ise Ali, ön klinik görüşmenin aksine birim küpü üç boyutlu algılamış ve matematiksel olarak açıklamıştır. Ali, birim küple ilgili, "Birim küpün uzunluğu, genişliği, yüksekliği bir birim ve yüzleri de birim karedir. Bir birim dediğim bir metre, hektometre, santimetre olabilir." şeklinde bir açıklamada bulunmuştur.

Ali, görsel ve somut temsiller üzerinden dikdörtgen prizmalarının yüzlerini doğru göstermiş ve ifade etmiştir. Aynı zamanda dikdörtgen prizmanın yüzlerini dikdörtgensel, küpün yüzlerini karesel, kare prizmanın ise yan yüzlerini dikdörtgensel, alt ve üst yüzlerini karesel yüz olarak tanımlamıştır. Ali, yüzleri karesel ve dikdörtgensel yüz olarak ifade etmesinin nedenini de kenar uzunluklarına bağlı açıklamıştır. Ali'nin aynı zamanda ön klinik görüşmede yapamadığı dikdörtgen ve kare ile dikdörtgensel ve karesel yüz ayrımını da yapabildiği gözlenmiştir.

Ali, ön klinik görüşmenin aksine dikdörtgen prizmaların iki tane tabana sahip olduğunu ifade ederek tabanları her durumda doğru belirleyebilmiştir. Ali'nin, dikdörtgen prizmaların tabanları ile ilgili açıklamaları ve kare prizma modelinde tabanları gösterimi aşağıda örnek olarak sunulmuştur:

Görsel 3.55. *Ali'nin birinci ara klinik görüşmede kare prizma modeli üzerinde tabanlarına ilişkin eylemleri*

Araştırmacı: Birinci görselde taban neresi, model üzerinde de gösterebilirsin?

Ali: Taban bütün yüzler olabilir, nasıl koyarsak koyalım alttaki ve üsttekiler taban olur (Dikdörtgen prizma modelini farklı biçimlerde konumlandırıp tabanları gösterdi).

Araştırmacı: Neden öyle oluyor?

Ali: Taban için iki tane eş aynı yüzey gerekiyor. Dikdörtgen prizmada hepsinden iki tane var

Araştırmacı: İkinci görselde taban neresi, modeli de kullanabilirsin?

Ali: Burada da bütün yüzler taban olabilir, nasıl koyarsak koyalım alttaki ve üsttekiler taban olur (Küp modelini farklı biçimlerde konumlandırıp tabanları gösterdi).

Araştırmacı: Neden?

Ali: Çünkü bütün yüzler aynıdır, kareseldir.

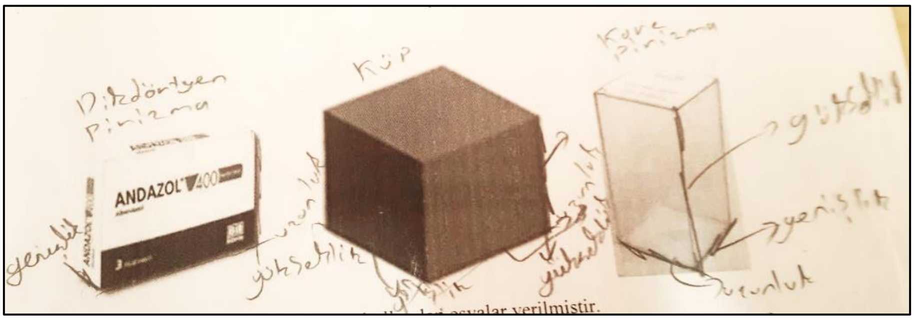
Araştırmacı: Üçüncü görselde tabanlar neresi, yine modeli kullanabilirsin?

Ali: Tabanlar her zaman karesel yüzlerdir böyle olursa burası ve burası böyle olursa yine burası burası (Yukarıda görselde görüldüğü gibi gösterdi).

Araştırmacı: Neden hep karesel yüzler taban olur?

Ali: Çünkü taban için iki tane aynı yüzey olmalı. Burada iki tane karesel, dört tane de dikdörtgensel yüzey var onun için.

Ali, ön klinik görüşmenin aksine dikdörtgen prizmaların boyutlarını görsel ve somut temsiller üzerinden dikdörtgenler prizmasına baktığı konumu dikkate alarak her durumda doğru belirlemiştir. Örneğin Ali, dikdörtgen prizmaların boyutları ile ilgili;



Görsel 3.56. *Ali'nin birinci ara klinik görüşmede dikdörtgen prizmaların görsel temsilleri üzerinde boyutlarına ilişkin eylemleri*

Araştırmacı: Bu geometrik nesnelerin her birinin uzunluk, genişlik, yükseklikleri var mıdır?

Ali: Vardır.

Araştırmacı: Birincisinden başlayarak önce görselde sonra modelde göstermeni istiyorum.

Ali: Uzunluklar buralar, genişlikler buralar, yükseklikler de buralar modelde de uzunluklar buralar, genişlikler buralar, yükseklikler buralar (Birinci görselde ve dikdörtgen prizma modelinde yukarıda görüldüğü gibi gösterdi) .

Araştırmacı: Böyle olursa (Dikdörtgen prizmayı farklı biçimde konumlandırdı).

Ali: Böyle olursa uzunluklar buralar, genişlikler buralar, yükseklikler de buralar modelde de uzunluklar buralar, genişlikler buralar, yükseklikler buralar (Farklı konumda da aynı şekilde gösterdi).

Araştırmacı: Neden değişti?

Ali: Tabanlar değiştiği için değişti.

Araştırmacı: İkincisinde göster.

Ali: Burdan bakıyorum uzunluklar buralar, genişlikler buralar, yükseklikler de buralar modelde de uzunluklar buralar, genişlikler buralar, yükseklikler buralar (İkinci görselde ve küp modelinde yukarıda görüldüğü gibi gösterdi).

Araştırmacı: Üçüncüsünde nereler?

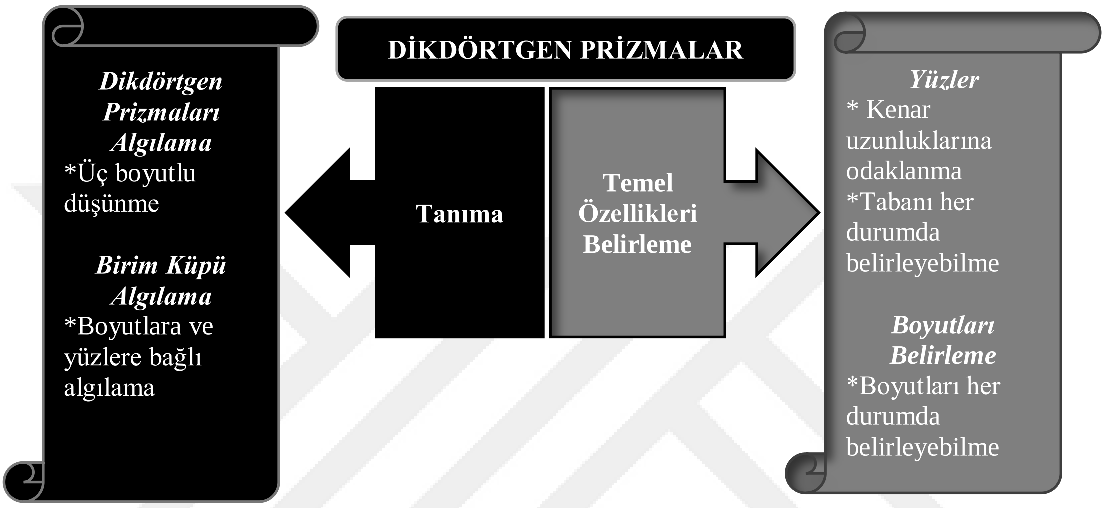
Ali: Bunda da buradan bakarsak yine aynı şekilde uzunluklar buralar, genişlikler buralar, yükseklikler de buralar modelde de uzunluklar buralar, genişlikler buralar, yükseklikler buralar (Üçüncü görselde ve kare prizma modelinde yukarıda görüldüğü gibi gösterdi).

şeklinde açıklamalarda bulunmuştur.

Ali, dikdörtgen prizmaları tanıma ve temel özelliklerini belirleme konularında ön klinik görüşmede düzeyine paralel olarak neredeyse bütün sorulara ya yanıt verememiş ya da yanlış yanıtlar verdiği görülmüştü. Dolayısıyla buna bağlı olarak Ali'nin yapılandıramadığı ya da yanlış yapılandırdığı birçok zihinsel eylem gözlenmişti. Yukarıda anlatıldığı gibi Ali'nin birinci ara klinik görüşmede ise dikdörtgen prizmaları tanıma ve temel özelliklerini belirleme konularını ön klinik görüşmeden tamamen farklı biçimde yapılandırdığı görülmüştür.

3.3.1.2. Emre'nin fiziksel/zihinsel eylemleri

Emre'nin dikdörtgen prizmaları tanıma ve temel özelliklerini belirlemeye ilişkin fiziksel/zihinsel eylemleri Şekil 3.14'te verilmiştir.



Şekil 3.14. *Emre'nin Birinci Ara Klinik Görüşmede Dikdörtgen Prizmaları Tanıma ve Temel Özelliklerini Belirlemede Kullandığı Eylemler*

Şekil 3.14'te görüldüğü gibi; orta başarı düzeyine sahip Emre, dikdörtgen prizmaları tanıma ve temel özelliklerini belirlemeye yönelik çeşitli fiziksel/zihinsel eylemler sergilemiştir. Emre, ön klinik görüşmedeki gibi dikdörtgen prizmaları üç boyutlu olarak algılamış ve prizmalara benzeyen nesnelerle ilgili önce görsel temsillere bakarak, sonra görsel temsiller ile somut temsilleri eşleştirerek temsil edilen nesne ile ilgili eşleştirmeleri doğru yapmış ve matematiksel olarak doğru gerekçelendirmiştir. Emre, ön klinik görüşmede isimlendiremediği kare prizmayı da burada isimlendirmiştir. Bu süreçteki düşüncelerini ise aşağıdaki gibi ifade etmiştir:

Araştırmacı: Birinci görseli hangi geometrik nesneye benzetiyorsun?

Emre: Dikdörtgen prizmaya.

Araştırmacı: Neden?

Emre: Bütün yüzeyleri dikdörtgensel yüzey olacak, her yüzeyin aynısından da iki tane.

Araştırmacı: Birinci görseli şu somut geometrik nesnelerden hangisine benzetiyorsun?

Emre: Buna (Dikdörtgen prizma modeline benzetti).

Araştırmacı: Neden öyle düşündün?

Emre: Hepsi dikdörtgensel yüzey olacak eş, aynı yüzeyden ikişer tane bu da öyle.

Araştırmacı: İkinci görseli hangi geometrik nesneye benzetiyorsun?

Emre: Küpe benzettim.

Araştırmacı: Neden?

Emre: Bütün yüzleri eşit aynı ve karesel yüzey.

Araştırmacı: Şu modellerden hangisine benzetiyorsun?

Emre: Buna (Küp modelini gösterdi).

Araştırmacı: Üçüncü görseli hangi geometrik nesneye benzetiyorsun?

Emre: Kare prizma.

Araştırmacı: Neden?

Emre: İki tane karesel yüzey, dört tane de dikdörtgensel yüzey olduğu için.

Araştırmacı: Şu modellerden hangisine benzetiyorsun?

Emre: Buna (Kare prizma modelini gösterdi).

Araştırmacı: Neden?

Emre: Bunda da iki tane aynı karesel yüz var, dört tane de aynı dikdörtgensel yüz var.

Emre, ön klinik görüşmenin aksine birim küpü boyutlara ve yüzeylere bağlı olarak açıklamıştır. Emre, birim küple ilgili, "Birim küpün ayrıtları yani uzunluğu, genişliği, yüksekliği eşit ve bir birim, yüzleri de birim karedir. Bir birim dediğim bir metre, hektometre, kilometre olabilir." şeklinde bir açıklamada bulunmuştur.

Emre, görsel ve somut temsiller üzerinden dikdörtgen prizmalarının yüzlerini doğru göstermiş ve ifade etmiştir. Bununla birlikte dikdörtgen prizmanın yüzlerini dikdörtgensel, küpün yüzlerini karesel, kare prizmanın ise yan yüzlerini dikdörtgensel, alt ve üst yüzlerini karesel yüz olarak tanımlamıştır. Emre yüzleri karesel ve dikdörtgensel yüz olarak ifade etmesinin nedenini de kenar uzunluklarına bağlı olarak açıklamıştır. Emre'nin aynı zamanda ön klinik görüşmede yapamadığı dikdörtgen ve kare ile dikdörtgensel ve karesel yüz ayrımını yapabildiği gözlenmiştir.

Emre, ön klinik görüşmenin aksine dikdörtgen prizmaların iki tane tabana sahip olduğunu ifade ederek tabanları her durumda doğru belirleyebilmiştir. Emre'nin, dikdörtgen prizmaların tabanları ile ilgili açıklamaları ve kare prizma modelinde tabanları gösterimi aşağıda örnek olarak sunulmuştur.

Görsel 3.57. *Emre'nin birinci ara klinik görüşmede kare prizma modeli üzerinde tabanlarına ilişkin eylemleri*

Araştırmacı: Birinci görselde taban neresi, model üzerinde de gösterebilirsin?

Emre: Taban bütün yüzler olabilir, nasıl koyarsak koyalım alttaki ve üsttekiler taban olur (Dikdörtgen prizma modelini farklı biçimlerde konumlandırıp tabanları gösterdi).

Araştırmacı: Neden öyle oluyor?

Emre: Taban için iki tane eş, aynı yüzey gerekiyor. Dikdörtgen prizmada da her birinden iki tane olduğu için.

Araştırmacı: İkinci görselde taban neresi, modeli de kullanabilirsin?

Emre: Burada da bütün yüzler taban olabilir, nasıl koyarsak koyalım alttaki ve üsttekiler taban olur (Küp modelini farklı biçimlerde konumlandırıp tabanları gösterdi).

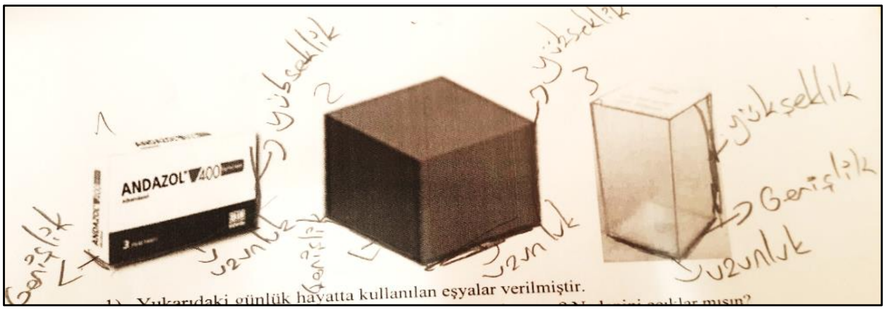
Araştırmacı: Neden?

Emre: Bize taban için iki tane aynı yüzey lazım küpte hepsi aynı o yüzden.

Araştırmacı: Üçüncü görselde tabanlar neresi, yine modeli kullanabilirsin?

Emre: İki tane karesel yüzey olduğu için tabanlar her zaman karesel yüzlerdir böyle olursa burası ve burası böyle olursa yine burası burası (Yukarıda görselde görüldüğü gibi gösterdi).

Emre, ön klinik görüşmenin aksine dikdörtgen prizmaların boyutlarını görsel ve somut temsiller üzerinden dikdörtgenler prizmasına baktığı konumu dikkate alarak her durumda doğru belirlemiştir. Örneğin Emre, dikdörtgen prizmaların boyutları ile ilgili;



Görsel 3.58. *Emre'nin birinci ara klinik görüşmede dikdörtgen prizmaların görsel temsilleri üzerinde boyutlarına ilişkin eylemleri*

Araştırmacı: Bu geometrik nesnelerin her birinin uzunluk, genişlik, yükseklikleri var mıdır?

Emre: Vardır.

Araştırmacı: Birincisinden başlayarak önce görselde sonra modelde göstermeni istiyorum.

Emre: Karşıdan bakarsak uzunluklar buralar, genişlikler buralar, yükseklikler de buralar modelde de uzunluklar buralar, genişlikler buralar, yükseklikler buralar (Birinci görselde ve dikdörtgen prizma modelinde yukarıda görüldüğü gibi gösterdi).

Araştırmacı: Böyle olursa (Dikdörtgen prizmayı farklı biçimde konumlandırdı).

Emre: Böyle olursa uzunluklar buralar, genişlikler buralar, yükseklikler de buralar modelde de uzunluklar buralar, genişlikler buralar, yükseklikler buralar (Farklı konumda da aynı şekilde gösterdi).

Araştırmacı: Neden değişti?

Emre: Tabanları yer değiştirdiği için değişti.

Araştırmacı: İkincisinde göster.

Emre: Buradan bakarsak uzunluklar buralar, genişlikler buralar, yükseklikler de buralar modelde de uzunluklar buralar, genişlikler buralar, yükseklikler buralar (İkinci görselde ve küp modelinde yukarıda görüldüğü gibi gösterdi).

Araştırmacı: Üçüncüsünde nereler?

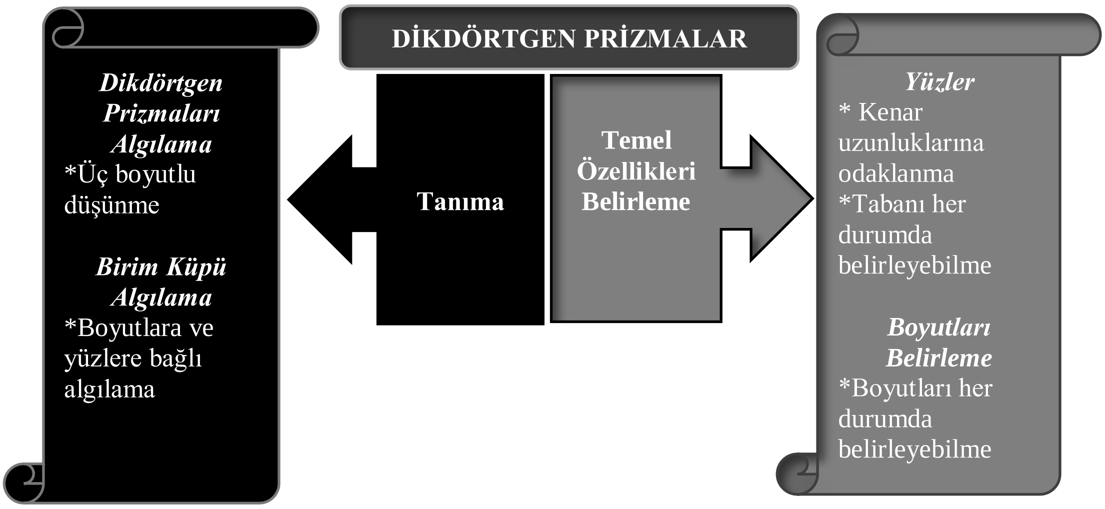
Emre: Bunda da buradan bakarsak uzunluklar buralar, genişlikler buralar, yükseklikler de buralar modelde de uzunluklar buralar, genişlikler buralar, yükseklikler buralar (Üçüncü görselde ve kare prizma modelinde yukarıda görüldüğü gibi gösterdi).

şeklinde açıklamalarda bulunmuştur.

Emre, dikdörtgen prizmaları tanıma ve temel özelliklerini belirleme konularında ön klinik görüşmede sorulara Ali'ye göre nispeten daha doğru yanıtlar vermesine karşın, Emre'nin de yapılandıramadığı ya da yanlış yapılandırdığı birçok zihinsel eylem gözlenmişti. Yukarıda anlatıldığı gibi Emre'nin birinci ara klinik görüşmede ise dikdörtgen prizmaları tanıma ve temel özelliklerini belirleme konularını ön klinik görüşmeden farklı biçimde daha doğru yapılandırdığı görülmüştür.

3.3.1.3. Murat'ın fiziksel/zihinsel eylemleri

Murat'ın dikdörtgen prizmaları tanıma ve temel özelliklerini belirlemeye yönelik fiziksel/zihinsel eylemleri Şekil 3.15'te verilmiştir.



Şekil 3.15. *Murat'ın Birinci Ara Klinik Görüşmede Dikdörtgen Prizmaları Tanıma ve Temel Özelliklerini Belirlemede Kullandığı Eylemler*

Şekil 3.15'te görüldüğü gibi yüksek başarı düzeyine sahip Murat, dikdörtgen prizmaları tanıma ve temel özelliklerini belirlemeye yönelik çeşitli fiziksel/zihinsel eylemler sergilemiştir. Murat, ön klinik görüşmedeki gibi dikdörtgen prizmaları üç boyutlu olarak algılamış ve prizmalara benzeyen nesnelerle ilgili önce görsel temsillere bakarak, sonra görsel temsiller ile somut temsilleri eşleştirerek temsil edilen nesne ile ilgili isimlendirmeleri, eşleştirmeleri doğru yapmış ve matematiksel olarak doğru gerekçelendirmiştir. Ancak Murat, ön klinik görüşmede birim küpü, diğer küplerden farkı olmayan herhangi bir küp gibi açıklamıştı. Bu görüşmede ise ön klinik görüşmenin aksine birim küple ilgili;

Araştırmacı: Birim küp için ne düşünüyorsun açıklar mısın?
Murat: Birim küp, yüzeyleri birim karelerden oluşur.
Araştırmacı: Başka ne diyebilirsin?
Murat: Ayrıtları bir birimdir**.**
Araştırmacı: Ayrıt derken, bir birim derken ne kast ediyorsun?
Murat: Ayrıt uzunluğu, genişliği ve yüksekliği demek, bir birim santimetre, metre gibi.
Araştırmacı: Başka var mı söyleyeceğin bir şey?
Murat: Hayır.

şeklinde açıklamalarda bulunmuştur.

Murat, görsel ve somut temsiller üzerinden dikdörtgen prizmalarının yüzlerini doğru göstermiş ve ifade etmiştir. Aynı zamanda dikdörtgen prizmanın yüzlerini dikdörtgensel, küpün yüzlerini karesel, kare prizmanın ise yan yüzlerini dikdörtgensel, alt ve üst yüzlerini karesel yüz olarak tanımlamıştır. Murat, dikdörtgen prizmanın yüzlerini ön klinik görüşmenin aksine sürekli karesel ve dikdörtgensel yüz olarak ifade etmiştir. Dolayısıyla Murat'ın ön klinik görüşmede yapamadığı dikdörtgen ve kare ile dikdörtgensel ve karesel yüz ayrımını da yapabildiği gözlenmiştir. Murat, yüzleri karesel ve dikdörtgensel yüz olarak ifade etmesinin nedenini de kenar uzunluklarına bağlı olarak açıklamıştır.

Murat, ön klinik görüşmedeki gibi dikdörtgen prizmaların iki tane tabana sahip olduğunu ifade ederek tabanları her durumda doğru belirleyebilmiştir. Ancak Murat, ön klinik görüşmede tabanları doğru belirlemesine karşın taban olan yüzlerin neden taban olduğunu gerekçelendirememişti. Murat, bu görüşmede ise tabanları doğru belirlemesinin yanında taban yüzlerinin neden taban olduklarını gerekçelendirebilmiştir. Murat'ın dikdörtgen prizmaların tabanları ile ilgili açıklamaları ve kare prizma modelinde tabanları gösterimi aşağıda örnek olarak sunulmuştur.

Görsel 3.59. *Murat'ın birinci ara klinik görüşmede kare prizma modeli üzerinde tabanlarına ilişkin eylemleri*

Araştırmacı: Birinci görselde taban neresi, model üzerinde de gösterebilirsin?

Murat: Nasıl koyarsak koyalım alttaki ve üstteki yüzler taban olur (Dikdörtgen prizma modelini farklı biçimlerde konumlandırıp tabanları gösterdi).

Araştırmacı: Neden?

Murat: Taban için iki tane eş yüzey gerekiyor. Burada da her birinden iki tane yüzey var.

Araştırmacı: Bütün yüzler taban olabilir mi?

Murat: Evet.

Araştırmacı: İkinci görselde taban neresi, modeli de kullanabilirsin?

Murat: Yine nasıl koyarsak koyalım alttaki ve üstteki yüzler taban olur. Burada da bütün yüzler taban olabilir (Küp modelini farklı biçimlerde konumlandırıp tabanları gösterdi).

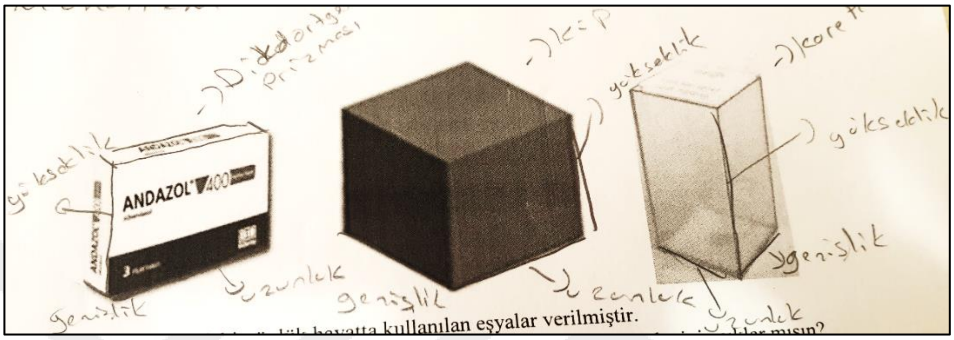
Araştırmacı: Neden?

Murat: Bize taban için iki tane aynı yüzey lazım burada bütün yüzeyleri aynı o yüzden hepsi taban olabilir.

Araştırmacı: Üçüncü görselde tabanlar neresi, yine modeli kullanabilirsin?

Murat: Tabanlar her zaman karesel yüzlerdir böyle olursa burası ve burası böyle olursa yine burası burası. Çünkü burada iki tane karesel yüzey var. Taban için iki tane aynı eş yüzey olmalı (Yukarıda görselde görüldüğü gibi gösterdi).

Murat, ön klinik görüşmenin aksine dikdörtgen prizmaların boyutlarını görsel ve somut temsiller üzerinden dikdörtgenler prizmasına baktığı konumu dikkate alarak her durumda doğru belirlemiştir. Örneğin Murat, dikdörtgen prizmaların boyutları ile ilgili;



Görsel 3.60. *Murat'ın birinci ara klinik görüşmede dikdörtgen prizmaların görsel temsilleri üzerinde boyutlarına ilişkin eylemleri*

Araştırmacı: Bu geometrik nesnelerin her birinin uzunluk, genişlik, yükseklikleri var mıdır?

Murat: Vardır.

Araştırmacı: Birincisinden başlayarak önce görselde sonra modelde göstermeni istiyorum.

Murat: Buradan mı bakacağız?

Araştırmacı: Karşıdan bakacak şekilde.

Murat: Karşıdan bakarsak uzunluklar buralar, genişlikler buralar, yükseklikler de buralar modelde de uzunluklar buralar, genişlikler buralar, yükseklikler buralar (Birinci görselde ve dikdörtgen prizma modelinde yukarıda görüldüğü gibi gösterdi).

Araştırmacı: Böyle olursa (Dikdörtgen prizmayı farklı biçimde konumlandırdı).

Murat: Böyle olursa uzunluklar buralar, genişlikler buralar, yükseklikler de buralar modelde de uzunluklar buralar, genişlikler buralar, yükseklikler buralar (Farklı konumda da aynı şekilde gösterdi).

Araştırmacı: Neden değişti?

Murat: Tabanları değiştiği için.

Araştırmacı: İkincisinde gösterir misin?

Murat: Yine karşıdan bakarsak uzunluklar buralar, genişlikler buralar, yükseklikler de buralar modelde de uzunluklar buralar, genişlikler buralar, yükseklikler buralar (İkinci görselde ve küp modelinde yukarıda görüldüğü gibi gösterdi).

Araştırmacı: Üçüncüsünde?

Murat: Bunda da buradan bakarsak uzunluklar buralar, genişlikler buralar, yükseklikler de buralar modelde de uzunluklar buralar, genişlikler buralar, yükseklikler buralar (Üçüncü görselde ve kare prizma modelinde yukarıda görüldüğü gibi gösterdi).

şeklinde açıklamalarda bulunmuştur.

Murat, dikdörtgen prizmaları tanıma ve temel özelliklerini belirleme konularında ön klinik görüşmede Ali ve Emre'ye göre daha doğru yanıtlar vermesine karşın Murat'ın da yapılandıramadığı ve yanlış yapılandırdığı birçok zihinsel eylem gözlenmişti. Yukarıda anlatıldığı gibi Murat'ın da dikdörtgen prizmaları tanıma ve temel özelliklerini belirleme konularını birinci ara klinik görüşmede ön klinik görüşmelerden farklı biçimde daha doğru yapılandırdığı görülmüştür.

Ali, Emre ve Murat'ın dikdörtgen prizmaları tanıma ve temel özelliklerini belirleme konularında eksikliklerini giderdikleri ve bu konularda yeterliklerinin sağlandığı gözlendiğinden ikinci etap öğretim dizisine geçilmesine karar verilmiştir.

3.4. İkinci Etap Öğretim Dizisine İlişkin Bulgular

Bu bölümde, dikdörtgen prizmaların hacmini ölçme ile ilgili formüller oluşturmada temel bir öneme sahip olan birim küp yapılarında sayma ve oluşturma becerilerine yönelik gerçekleştirilen bir haftalık öğretimden elde edilen bulgulara yer verilmiştir. Öğretim sürecinde gerçekleştirilen sınıf içi uygulamalar ise yine üç kişiden oluşan küçük grup tartışmaları ve bu çalışmaların sonucunda grupların ulaştıkları sonuçları, izledikleri yolları sınıfa sundukları sınıf tartışmaları şeklinde iki adımda gerçekleştirilmiştir.

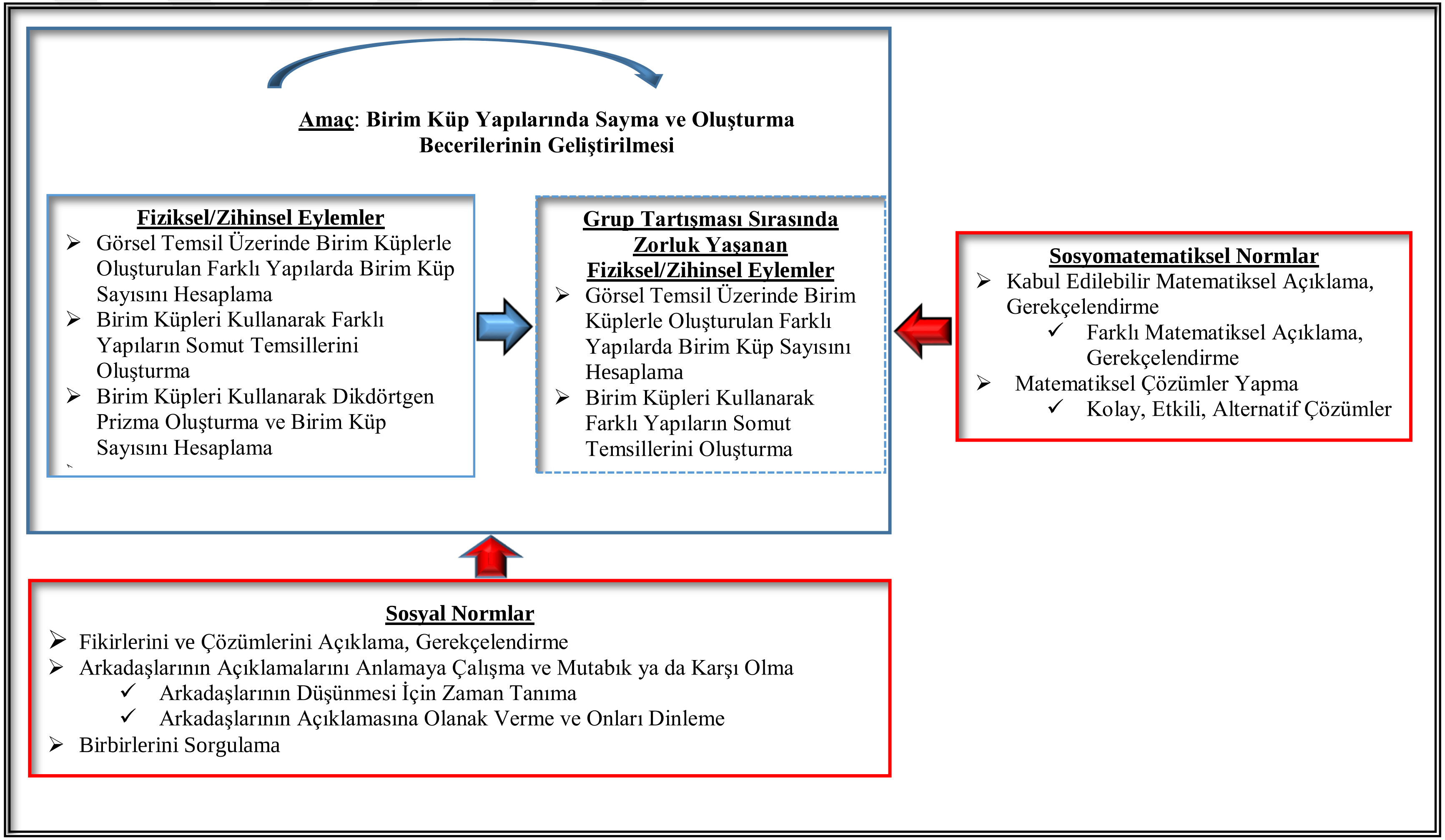
3.4.1. Dördüncü hafta öğretim dizisine ilişkin bulgular

Ön klinik görüşmelerden elde edilen veriler doğrultusunda birim küp yapılarında sayma ve oluşturma becerileri konusunda öğrencilerin ön bilgileri dolayısıyla da yeterlikleri belirlenmiş ve bu bağlamda eksik oldukları, zorlandıkları ya da kavram yanılgısına sahip oldukları noktalar tespit edilerek dördüncü hafta öğretim etkinliği düzenlenmiştir. Dördüncü hafta etkinliğinde öğrencilerin birim küp yapılarında sayma ve oluşturma becerilerinin geliştirilmesi amaçlanmıştır. Bununla birlikte, birim küp yapılarında sayma ve oluşturma becerilerinin geliştirilmesi sürecinde hacmin anlamlandırılması üzerine sınıfta tartışmalar yürütülmesi de planlanmış ve gerçekleştirilmiştir.

3.4.1.1. Dördüncü hafta küçük grup tartışmalarına ilişkin bulgular

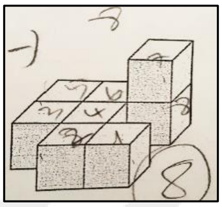
Öğrenciler, üçer kişilik dört gruba ayrılmış ve her bir gruba birim küp yapılarında sayma ve oluşturma becerilerinin geliştirilmesinin amaçlandığı etkinlik (EK-4) dağıtılmıştır. Aynı zamanda tüm gruplara etkinlikteki yapıların somut temsillerini oluşturmaları için yeterli sayıda birim küp verilmiştir. Birim küp yapılarında sayma ve oluşturma becerilerinin geliştirilmesi etkinliğinde öğrencilerin ilgi ve dikkatlerini çekmek amacıyla günlük yaşamda bildikleri ve derslerde kullandıkları birim küpler üzerine bir kurgu hazırlanmış ve sorular bu bağlam üzerinden sorulmuştur. Bu etkinlik üzerinde tüm grupların kendi aralarında tartışmaları sağlanmıştır. Küçük grup tartışmalarında tartışılması öngörülen fiziksel/zihinsel eylemler, bu tartışmalar sırasında odak grubu öğrencilerinin zorluk yaşadıkları fiziksel/zihinsel eylemler ve bu sırada ortaya konan grup içi sosyal ve sosyomatematiksel normlar Şekil 3.16.' da sunulmuştur.

Şekil 3.16.' da görüldüğü gibi, küçük grup tartışmaları sırasında görsel temsil üzerinde birim küplerle oluşturulan farklı yapılarda birim küp sayısını hesaplama, birim küpleri kullanarak farklı yapıların somut temsillerini oluşturma, dikdörtgen prizmanın somut temsilini oluşturma ve birim küp sayısını hesaplama şeklinde fiziksel/zihinsel eylemlerin tartışılması ön görülmüştür. Odak grup öğrencilerinde tartışma sürecinde görsel temsil üzerinde birim küplerle oluşturulan farklı yapılarda birim küp sayısını hesaplama ve birim küpleri kullanarak farklı yapıların somut temsillerini oluşturma ile ilgili çeşitli zorluklar yaşandığı gözlenmiştir. Tartışmalar sırasında grup üyelerinin zihinsel eylemlerini yönlendiren fikirlerini ve çözümlerini açıklama, gerekçelendirme, arkadaşlarının açıklamalarını anlamaya çalışma, mutabık ya da karşı olma, bu süreçte onlara düşünmeleri için zaman verme, birbirlerini dinleme ve sorgulama gibi sosyal normlar ve bu normlarla ilişkili ve doğal olarak matematiğe özgü normlarda ortaya konmuştur. Sosyomatematiksel normlar olarak adlandırılan bu normlar kabul edilebilir matematiksel açıklama yapma-gerekçelendirme, farklı matematiksel açıklama yapma-gerekçelendirme ve matematiksel çözümler yapma şeklinde tanımlanmıştır.



Şekil 3.16. *Dördüncü Hafta Küçük Grup Tartışmaları*

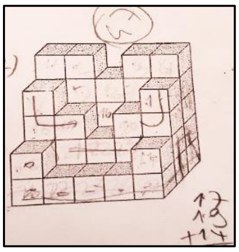
Odak grup öğrencilerine dağıtılan etkinlikte birinci soruda birim küplerle oluşturulmuş beş farklı görsel yapı sunulmuş ve öğrencilerden görsel temsiller üzerinde bu yapılardaki birim küp sayısını hesaplamaları istenmiştir. Birinci yapıda Emre ve Murat, Ali'den birim küp sayısını hesaplamasını istemişlerdir. Görsel 3.61.'de görüldüğü gibi Ali, tümü görünen birim küpleri tek tek sayarak birim küp sayısını sekiz birim küp hesaplamıştır.



Görsel 3.61. *Ali'nin küçük grup tartışmasında birinci yapının görsel temsili üzerinde birim küp sayısını hesaplamaya yönelik eylemleri*

Emre ve Murat da Ali'ye katılmış ve grupça Ali'nin yanıtı üzerinde mutabık olmuşlardır.

İkinci yapıda; Emre ve Murat, önce yine Ali'nin birim küp sayısını hesaplamasını istemişlerdir. Ali, bu yapıda ön klinik görüşmede yaptığı gibi görünmeyen birim küpleri dikkate almamış ve sadece görünen birim küpleri tek tek sayarak birim küp sayısını hesaplamaya çalışmıştır. Bununla birlikte köşedeki bazı birim küpleri birden fazla sayıda hesaplamıştır. Emre, Ali'ye karşı çıkarak görünmeyen birim küpleri hesaplamadığını belirtmiştir. Daha sonra Emre, kendisi görünen ve görünmeyen birim küpleri dikkate alarak birim küp sayısını hesaplamaya çalışmıştır. Ancak Emre de ön klinik görüşmede yaptığı gibi birim küpleri gruplayarak hesaplamaya çalışmış ve bazı görünmeyen birim küpleri olduğundan daha fazla sayıda hesaplamıştır. Bu nedenle Emre de birim küp sayısını doğru hesaplamakta zorluk yaşamıştır. Murat ise Ali ve Emre'ye katılmamış ve bu yapı için ön klinik görüşmede birim küp sayısını görünen ve görünmeyen birim küpleri tek tek sayarak hesaplamasına karşın burada etkili ve alternatif bir çözümle kat stratejisini kullanarak birim küp sayısını doğru hesaplamıştır. Daha sonra grup olarak birim küp sayısını Murat'ın kullandığı kat stratejisini kullanarak tekrar hesaplamışlar ve Murat'ın yanıtı üzerinde mutabık olmuşlardır. İkinci yapıda birim küp sayısını hesaplama ile ilgili aralarında;



Görsel 3.62. *Odak öğrencilerin küçük grup tartışmasında ikinci yapının görsel temsili üzerinde birim küp sayısını hesaplamaya yönelik eylemleri*

Emre: Ali, burada kaç tane birim küp var hesaplar mısın?

Murat: Evet, hesaplar mısın?

Ali: 1-2-3-4-5-6-7-8 ….

Emre: Ben katılmıyorum.

Ali: Neden?

Emre: Böyle sayarsan yanlış çıkabilir.

Murat: Bırak saysın yanlışsa sen konuş.

Emre: Ali, 1-2-3-4-5-6-7 diye sayıyorsun ya bunların arkasında yok mu hiç niye saymadın.

Ali: Arkasında var tamam onları da sayayım 8-9 (aynı birim küpü iki kez saydı).

Emre: Hayır onu saydın.

Ali: Tamam orası olmaz 8-9-10-11-12-13-14-15-16 (aynı birim küpü iki kez saydı).

Emre: Hayır burayı saydın ya.

Ali: Tamam doğru 15-16-17-18-19-20 burayı hesaplamıştık (bu kez aynı hatayı yapmadı) 21-22-23-24-25-26-27-28-29-30 30 tane.

Emre: Ben katılmıyorum.

Ali: Neden?

Emre: Nedeni arkadaki birim küpleri saymadın. Bir de ben sayabilir miyim? Ben alttan başlamak istiyorum çünkü daha pratik oluyor. 1-2-3-4-5-6-7 7 tane var (en önde görünen birim küpleri saydı). Arkasında da 7 tane var 14 oldu 3 tane şurda var (ikinci kat ikinci sıra ortadaki üç birim küpü gösterdi) etti 17. Burada 6 tane arkasında da 6 tane var 12 (üçüncü ve dördüncü kat görünen birim küpleri ve arkasındakileri kast etti) 7 tane burda var (ilk saydığı yedi tane birim küpün en arkasını kast etti) 19 oldu. 6 tane bunların arkasında (ilk saydığı altı tane birim küpün arkasını kast etti) 6-7-8-9-10-11-12-13-14 tane (üçüncü, dördüncü ve beşinci kattaki görünen birim küpleri tek tek saydı) toplam 50 tane.

Ali: Bir de Murat hesaplasın.

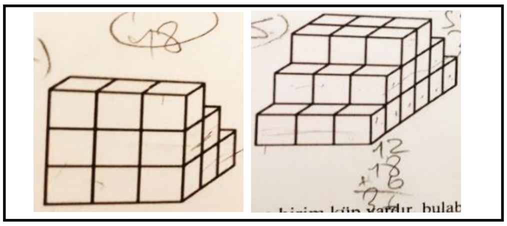
Murat: Şimdi burada üç sıra var bir sırada beş tane var üç kere beş 15 (birinci katı hesapladı). Şurada iki sıra var beş kere iki 10 iki de burada 12 (ikinci katı hesapladı) 27 oldu. İki sırada burada var (üçüncü katı saydı) 37-38-39-40-41-42-43 (dördüncü katı saydı) 44-45-46-47 tane (beşinci katı saydı).

Emre: Bir daha hesaplayalım burada üç kere beş 15, beş kere iki 10 iki daha 12 oldu 27 Murat'ın dediği pratik şimdi benim yaptığım gibi yapsak 12 de burada (üçüncü ve dördüncü kat görünen birim küpleri ve arkasındakileri kast etti). 8 tane de burada (üçüncü, dördüncü ve beşinci kattaki görünen diğer birim küpleri tek tek saydı) 47 oluyor. Murat'ın dediği doğru.

şeklinde bir diyalog yaşanmıştır.

Üçüncü yapıda; Ali, ikinci yapıda dikkate almadığı görünmeyen birim küpleri bu kez dikkate almış ve birim küp sayısını 13 olarak hesaplamıştır. Emre ve Murat da aynı şekilde görünmeyen iki tane birim küpü dikkate alarak birim küp sayısını 13 birim küp hesaplamış ve grup olarak bu yanıt üzerinde mutabık olmuşlardır.

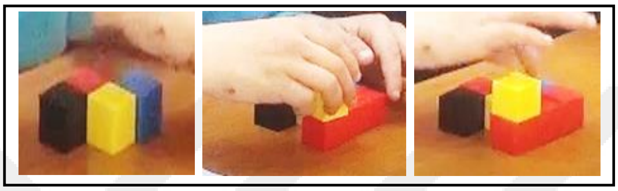
Dördüncü ve beşinci yapılarda Ali, ikinci yapıda Murat'tan öğrendiği kat stratejisini kullanarak birim küp sayısını hesaplamaya çalışmıştır. Ali, dördüncü yapıda "En altta burada 3 tane var burada da 3 tane var 3 kere 3, 9. Sonra üstte üç kere iki altı ve burada da 3 tane var toplam 18 olur." şeklinde bir matematiksel açıklama ve çözümde bulunmuştur. Emre, "Nerden anladınız şurada (birinci kat ikinci ve üçüncü sırayı kast etti) altı tane olduğunu?" şeklinde Ali ve Murat'ı sorgulamış, Murat da "Çünkü mesela burada iki tane üçlü sıra var üç üç daha 6, 3 kere 2 de 6." şeklinde bir matematiksel açıklama ve gerekçelendirmede bulunmuştur. Emre de Murat'a "Aynen senin hesaplaman çok pratik." şeklinde bir yanıt vermiş ve kendisi de aynı şekilde birim küp sayısını 18 olarak hesaplamıştır. Beşinci yapıda ise Ali, "Burada üç sıra var burada altı sıra var 6 çarpı 3, 18 (birinci kattaki birim küp sayısını hesapladı). Burada üç sıra var burada dört sıra var 3 çarpı 4, 12 (ikinci kattaki birim küp sayısını hesapladı). Burada 3 artı 3, 6 tane yani 3 çarpı 2, 6 tane var. Topladık mı 36 eder." şeklinde bir matematiksel açıklama ve çözümde bulunmuştur. Ali, Emre ve Murat iki yapıda da bu açıklamalar etrafında mutabık olmuşlardır.



Görsel 3.63. *Odak öğrencilerin küçük grup tartışmasında dördüncü ve beşinci yapıların görsel temsilleri üzerinde birim küp sayısını hesaplamaya yönelik eylemleri*

Emre ve Murat, bu yapılarda ön klinik görüşmelerdeki gibi yapıların görünmeyen kısımlarında varlığı kesin olan birim küplerle varlığı kesin olmayan birim küpleri ayırt edememişlerdir. Bu yapılarda birim küp sayısını hesaplarken yapının görünmeyen kısımlarında birim küplerin kesin olarak olduğunu düşünmüş ve birim küp olmama durumunu dikkate almamışlardır.

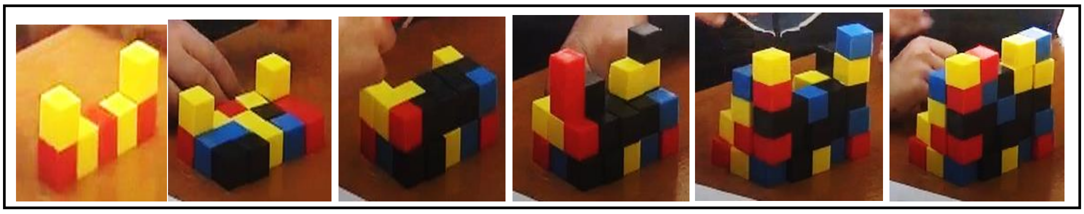
Odak grup öğrencilerine dağıtılan etkinlikte ikinci soruda öğrencilerden birim küpleri kullanarak görselde verilen beş farklı yapının somut temsillerini oluşturmaları istenmiştir. Odak öğrenciler, beşinci yapı hariç yapıların somut temsillerini görsel temsillerin görüntülerine benzeterek inşa etmişlerdir. Beşinci yapının somut temsilini ise kat stratejisini kullanarak oluşturmuşlardır. Emre ve Murat, birinci yapıyı Ali'den oluşturmasını istemişlerdir. Ali, birinci yapının somut temsilini Görsel.3.64'te görüldüğü gibi inşa etmiş, birim küpleri tek tek sayarak sekiz birim küp hesaplamış ve görsel temsil üzerinde hesapladıkları yanıtı doğrulamıştır.



Görsel 3.64. *Ali'nin küçük grup tartışmasında birinci yapının somut temsilini oluşturmaya yönelik eylemleri*

Emre ve Murat da Ali'ye katıldıklarını ifade etmiş ve grupça Ali'nin eylemleri üzerinde mutabık olmuşlardır.

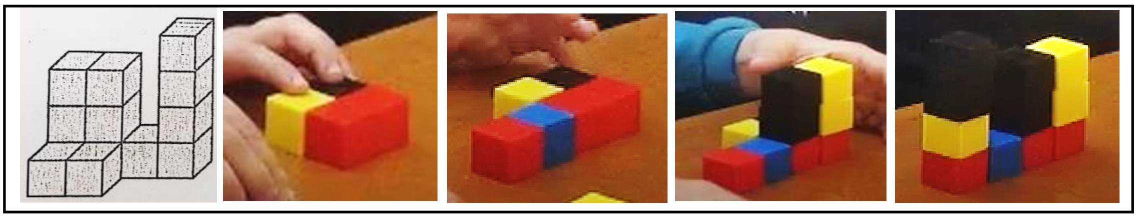
Grupça, ikinci yapının somut temsilini Görsel.3.65'te görüldüğü gibi inşa etmişlerdir.



Görsel 3.65. *Odak öğrencilerinin küçük grup tartışmasında ikinci yapının somut temsilini oluşturmaya yönelik eylemleri*

Ali, Emre ve Murat, somut temsilini oluşturduktan sonra ise birim küp sayısını görsel temsil üzerinde hesapladıkları gibi kat stratejisini kullanarak 47 birim küp hesaplamış ve görsel temsil üzerinde hesapladıkları yanıtı doğrulamışlardır. Bu yanıttan emin olmak için de yapının somut temsilini bozarak birim küpleri tek tek saymışlardır.

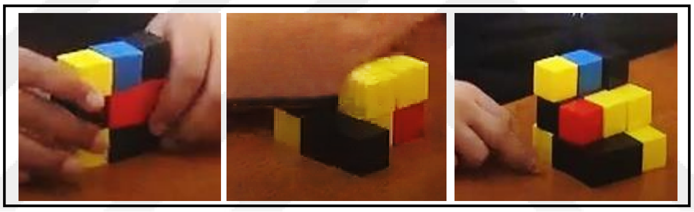
Ali, üçüncü yapının somut temsilini Görsel.3.66'da görüldüğü gibi inşa etmiştir.



Görsel 3.66. *Ali'nin küçük grup tartışmasında üçüncü yapının somut temsilini oluşturmaya yönelik eylemleri*

Ali, daha sonra birim küpleri yukarıda görselde oluşturduğu gibi gruplayarak birim küp sayısını 13 birim küp hesaplamıştır ve görsel temsil üzerinde hesapladıkları yanıtı doğrulamıştır. Emre ve Murat da Ali'ye katıldıklarını ifade etmiş ve grupça Ali'nin eylemleri üzerinde mutabık olmuşlardır.

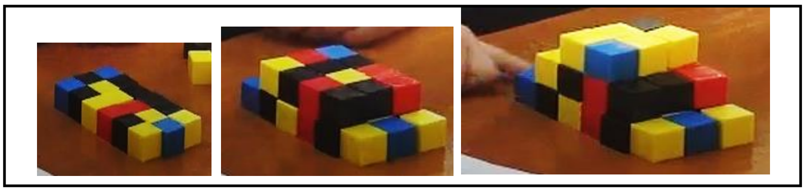
Grupça, dördüncü yapının somut temsilini Görsel.3.67'de görüldüğü gibi inşa etmişlerdir.



Görsel 3.67. *Odak öğrencilerin küçük grup tartışmasında dördüncü yapının somut temsilini oluşturmaya yönelik eylemleri*

Ali, Emre ve Murat, bu yapının somut temsilini oluşturduktan sonra ise ikinci yapıdaki eylemleri tekrarlayarak birim küp sayısını 18 birim küp hesaplamış ve görsel temsil üzerindeki hesaplamalarını doğrulamışlardır. Ancak görsel temsil üzerinde yaptıkları hatayı, somut temsil oluştururken de yapmışlardır. Grupça, yapının somut temsilini oluştururken yapının görünmeyen kısımlarında birim küplerin kesin olarak var olduğunu düşünmüş ve yapının doğru oluşumlarından sadece birini inşa etmişlerdir.

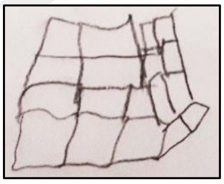
Grupça, beşinci yapının somut temsilini oluştururken ise kat stratejisini kullanmış ve yapının somut temsilini Görsel.3.68'de görüldüğü gibi inşa etmişlerdir.



Görsel 3.68. *Odak öğrencilerin küçük grup tartışmasında beşinci yapının somut temsilini oluşturmaya yönelik eylemleri*

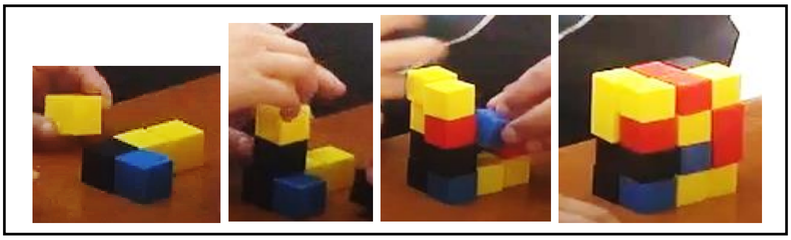
Ali, Emre ve Murat, bu yapının somut temsilini oluşturduktan sonra ise ikinci ve dördüncü yapıdaki eylemleri tekrarlayarak birim küp sayısını hesaplamış ve görsel temsil üzerindeki hesaplamalarını doğrulamışlardır. Ancak bu yapının somut temsilini oluştururken de dördüncü yapının somut temsilini oluşturmada yaptıkları hatayı yapmış ve yine yapının doğru oluşumlarından sadece birini oluşturmuşlardır.

Odak grup öğrencilerine dağıtılan etkinlikte üçüncü soruda öğrencilerden birim küpleri kullanarak uzunluğu 3 birim, genişliği 2 birim ve yüksekliği 4 birim olan bir dikdörtgen prizma inşa etmeleri istenmiştir. Ali ve Emre, önce istenen dikdörtgen prizmanın bir perspektif kesitini çalışma kâğıdına Görsel.3.69'da görüldüğü gibi çizmişlerdir.



Görsel 3.69. *Odak öğrencilerin küçük grup tartışmasında boyutları verilen dikdörtgen prizmanın görsel temsilini çizme eylemleri*

Daha sonra grupça Görsel.3.70'de görüldüğü gibi önce uzunluğu, genişliği ve yüksekliği inşa etmiş, sonra da diğer kısımları tamamlayıp dikdörtgen prizmayı oluşturmuşlardır.



Görsel 3.70. *Odak öğrencilerin küçük grup tartışmasında boyutları verilen dikdörtgen prizmanın somut temsilini oluşturmaya yönelik eylemleri*

Dikdörtgen prizmayı inşa ettikten sonra Emre, Ali'den dikdörtgen prizmanın birim küp sayısını hesaplamasını istemiş, Ali de birim küp sayısını yine kat stratejisini kullanarak hesaplamıştır. Ali inşa ettikleri dikdörtgen prizmada birim küp sayısı ile ilgili, "Uzunluğu 3 birim, genişliği 2 birim çarparsak 3 kere 2 altı, yükseklik 4 birim, 4 kere 6, 24 birim küp eder." şeklinde kabul edilebilir bir matematiksel açıklama ve çözümde bulunmuştur. Ali, sonra da yanıtından emin olmak için diğer yapılarda yaptığı gibi dikdörtgen prizmanın somut temsilini bozarak birim küpleri tek tek saymış ve yanıtını doğrulamıştır. Emre ve Murat da Ali'ye katılmış ve grupça Ali'nin eylemleri üzerinde mutabık olmuşlardır.

Yukarıda anlatıldığı üzere küçük grup tartışmalarının başında Ali'nin birim küplerle oluşturulmuş farklı yapılarda birim küp sayısını hesaplarken görünmeyen birim küpleri dikkate almadan sadece görünen birim küpleri tek tek saydığı gözlenmiştir. Bununla birlikte Ali'nin bazı köşe birim küplerini birden fazla sayıda hesapladığı görülmüştür. Emre ise yapılarda görünmeyen birim küplerin farkında olmasına karşın karmaşık görünen yapılarda birim küp sayısını hesaplamakta zorluklar yaşamıştır. Ali ve Emre'nin Murat'ın katkılarıyla küçük grup tartışması sürecinde, bu zorlukları aştıkları ve yapılarda birim küp sayısını kat stratejisini kullanarak hesaplamaya başladıkları görülmüştür. Bununla birlikte bu süreçte, üç öğrenci de birim küp sayısının değişkenlik gösterdiği dördüncü ve beşinci yapılarda birim küp sayısını sabit olarak hesaplama ve bu yapıları tek tip inşa etme konularında yaşadıkları zorluğu aşamamışlardır. Öte yandan birim küpleri kullanarak dikdörtgen prizma oluşturmada ise Ali başta olmak üzere grupça dikdörtgen prizmanın önce boyutlarını inşa etmişler ve oluşturdukları dikdörtgen prizmada farkında olmadan informal olarak hacim ölçme bağıntısı ürettikleri gözlenmiştir. Grup içi normlar bağlamında ise öğrencilerin kendi fikirlerini ve çözümlerini açıkladıkları, birbirlerinin yanıtlarını dinledikleri, birbirlerini anlamaya çalıştıkları ve birbirlerini sorguladıkları gözlenmiştir.

3.4.1.2. Dördüncü hafta sınıf tartışmalarına ilişkin bulgular

Küçük grup tartışmalarından sonra tüm öğrencilerin katıldığı sınıf tartışmasına geçilmiştir. Sınıf tartışmasında sırasıyla tüm gruplara söz hakkı verilerek ilgili soruda düşündüklerini sınıfla paylaşmaları istenmiştir. Bu esnada öğrencilerin kendi arasında ve öğrenciler ile öğretmen arasında çeşitli tartışmalar yaşanmıştır. Odak öğrenciler merkezde olmak üzere tüm sınıfla birlikte gerçekleştirilen tartışmalar aşağıda sunulmuştur. Sınıfta tartışılması ön görülen fiziksel/zihinsel eylemler, bu tartışmalar sırasında öğrencilerin zorluk yaşadıkları fiziksel/zihinsel eylemler, bu zorluklar karşısında öğretmenin gerçekleştirdiği uygulamalar ve bu sırada ortaya konan sınıf içi sosyal ve sosyomatematiksel normlar Şekil 3.17.'de sunulmuştur.

Şekil 3.17.'de görüldüğü gibi, sınıf tartışmaları sırasında görsel temsil üzerinde birim küplerle oluşturulan farklı yapılarda birim küp sayısını hesaplama, birim küpleri kullanarak farklı yapıların somut temsillerini oluşturma, dikdörtgen prizmanın somut temsilini oluşturma ve birim küp sayısını hesaplama ve hacmi anlamlandırma şeklinde fiziksel/zihinsel eylemlerin tartışılması ön görülmüştür. Öğrencilerin tartışma sürecinde genel olarak görsel temsil üzerinde birim küplerle oluşturulan farklı yapılarda birim küp sayısını hesaplama ve birim küpleri kullanarak farklı yapıların somut temsillerini oluşturma ile ilgili çeşitli zorluklar yaşadıkları gözlenmiştir. Öğretmen, bu zorlukların aşılması için birim küpleri kullanarak yapıları inşa etme uygulamaları gerçekleştirmiştir. Tartışmalar sırasında öğrencilerin zihinsel eylemlerini yönlendiren fikirlerini ve çözümlerini açıklama, gerekçelendirme, açıklamaları anlamaya çalışma, mutabık ya da karşı olma, birbirlerini dinleme ve sorgulama yapma gibi sosyal normlar ve bu normlarla ilişkili ve doğal olarak matematiğe özgü normlarda ortaya konmuştur. Sosyomatematiksel normlar olarak adlandırılan bu normlar kabul edilebilir matematiksel açıklama yapma-gerekçelendirme, farklı matematiksel açıklama yapma-gerekçelendirme ve matematiksel çözümler yapma şeklinde tanımlanmıştır.

Öğretmen, sınıf tartışmasının başında küçük grup tartışmasında öğrencilerin üzerinde tartıştıkları etkinliği akıllı tahtaya yansıtmış ve öğrencilerin yapıların somut temsillerini inşa etmeleri için akıllı tahtanın önüne bir masa ve masa üzerine de yeterli sayıda birim küp yerleştirmiştir. Birinci yapıda tüm gruplar, görünen birim küpleri tek tek sayarak birim küp sayısını sekiz birim küp hesapladıklarını ifade etmişlerdir. Öğretmen, yapının somut temsilini inşa etmeleri için bir grubu sahneye davet etmiş, grup öğrencilerinden yapının somut temsilini oluşturmalarını ve oluştururken nasıl düşündüklerini açıklamalarını istemiştir.

Amaç: Birim Küp Yapılarında Sayma ve Oluşturma Becerilerinin Geliştirilmesi ve Hacmi Anlamlandırma

Fiziksel/Zihinsel Eylemler
- Görsel Temsil Üzerinde Birim Küplerle Oluşturulan Farklı Yapılarda Birim Küp Sayısını Hesaplama
- Birim Küpleri Kullanarak Farklı Yapıların Somut Temsillerini Oluşturma
- Birim Küpleri Kullanarak Dikdörtgen Prizma Oluşturma ve Birim Küp Sayısını Hesaplama
- Hacmi Anlamlandırma

Sınıf Tartışması Sırasında Zorluk Yaşanan Fiziksel/Zihinsel Eylemler
- Görsel Temsil Üzerinde Birim Küplerle Oluşturulan Farklı Yapılarda Birim Küp Sayısını Hesaplama
- Birim Küpleri Kullanarak Farklı Yapıların Somut Temsillerini Oluşturma

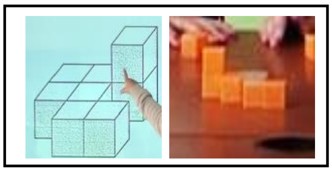
Öğretmen Uygulamaları
- Birim Küplerle Yapıları İnşa Etme Uygulamaları

Sosyomatematiksel Normlar
- Kabul Edilebilir Matematiksel Açıklama, Gerekçelendirme
  - ✓ Farklı Matematiksel Açıklama, Gerekçelendirme
- Matematiksel Çözümler Yapma
  - ✓ Kolay, Etkili, Alternatif Çözümler

Sosyal Normlar
- Fikirlerini ve Çözümlerini Açıklama, Gerekçelendirme
- Açıklamaları Anlamaya Çalışma ve Mutabık ya da Karşı Olma
  - ✓ Arkadaşlarının Açıklamasına Olanak Verme ve Onları Dinleme
- Sorgulama Yapma

Şekil 3.17. *Dördüncü Hafta Sınıf Tartışmaları*

Grup öğrencileri, yapının somut temsilini bir strateji kullanmaksızın görselin görüntüsüne benzeterek Görsel 3.71.'de görüldüğü gibi hatalı inşa etmişlerdir.



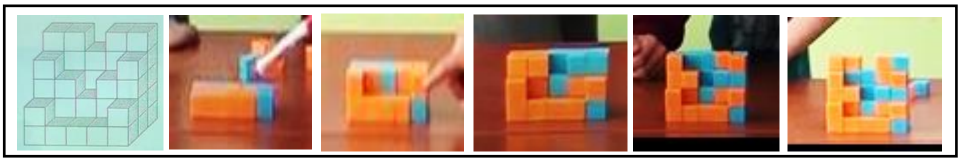
Görsel 3.71. *Bir grubun öğrencilerinin sınıf tartışmasında birinci yapının somut temsilini oluşturmaya yönelik eylemleri*

Diğer öğrenciler, grup öğrencilerine karşı çıkarak yapının doğru inşa edilmediğini belirtmişlerdir. Sınıftan bir öğrenci, söz alarak sol tarafa konulan üst üste iki birim küpün sağ tarafa konulması gerektiğini ifade etmiş ve yapının somut temsilini aşağıda Görsel 3.72.'de görüldüğü gibi düzeltmiştir.

Görsel 3.72. *Bir öğrencinin sınıf tartışmasında birinci yapının somut temsilini düzeltmeye yönelik eylemleri*

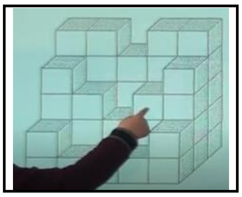
Öğretmen, bu noktada öğrencilere yapıların somut temsillerini rasgele inşa etmemeleri, stratejiler kullanarak oluşturmaları gerektiğini belirtmiştir. Sonra da öğrencilere "Sizce nasıl stratejiler kullanılabilir?" diye sormuş ve odak öğrencilerden Murat, kat ve sıra stratejisinin kullanılabileceğini belirtmiştir. Murat, birinci katı ön sıradan başlayarak arkaya doğru inşa edilmesinin hata yapmayı engelleyeceğini ifade etmiş, öğretmen de Murat'ın açıklamasını vurgulamıştır. Daha sonra da sınıftan ve sahnedeki gruptan birer öğrenci, kat ve sıra stratejilerine bağlı olarak birim küp sayısını görsel ve somut temsil üzerinde bir kez daha hesaplamışlardır. Tüm öğrenciler, bu açıklamalar ve eylemler etrafında mutabık olmuşlardır.

İkinci yapıda birim küp sayısını odak grubun ve diğer başka bir grubun öğrencileri 47 birim küp, bir grubun öğrencileri 48 birim küp, bir grubun öğrencileri de 53 birim küp hesapladıklarını ifade etmişlerdir. Yapının somut temsilini inşa etmek için odak grup öğrencileri sahneye çıkmıştır. Ali, Emre ve Murat küçük grup tartışmalarının aksine kat ve sıra stratejilerini kullanarak yapının somut temsilini Görsel 3.73.'te görüldüğü gibi inşa etmişlerdir.



Görsel 3.73. *Odak grup öğrencilerinin sınıf tartışmasında ikinci yapının somut temsilini oluşturmaya yönelik eylemleri*

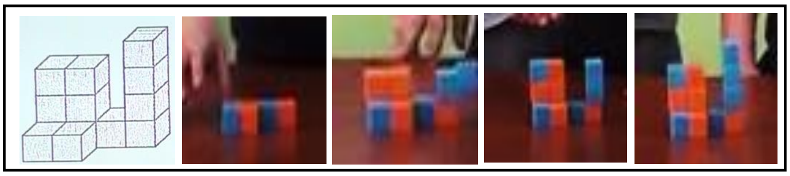
Murat ve Emre, birinci katın beşerli üç sıradan oluştuğunu ifade etmiş ve sınıftan bir öğrenci de birinci katta 15 tane birim küp olduğunu çarpımsal muhakeme ile hesaplamıştır. Bu noktada öğretmen, birim küpün yüzlerinin birim kare olduğunu bu nedenle de birim küp sayısını hesaplarken yüzlerin sayılmaması gerektiğini vurgulamıştır. Daha sonra "İlk sıranın arkasında görsel temsilde görünmeyen birim küplerin var olduğunu nasıl anladınız?" şeklinde öğrencileri sorgulamıştır. Sınıftan bir öğrenci, "Üstteki birim küpleri koymak için alta da koymalıyız." şeklinde, Murat ise "Alltakiler olmazsa üsttekiler düşer." şeklinde kabul edilebilir matematiksel gerekçelendirmelerde bulunmuşlardır. Ali, yapının ikinci katındaki birim küp sayısı ile ilgili "Beşerli iki sıra var 5 kere 2, 10 eder 2 de burada 12." şeklinde basit bir matematiksel çözümde bulunmuştur. Murat, yapının üçüncü katında en arka sırada beş tane olduğunu ve olmaması durumunda üst katlardaki birim küplerin bu şekilde duramayacağını ifade etmiştir. Murat, arkadaki 5 birim küpün önündeki sırada ise 4 tane birim küp olduğunu dolayısıyla da üçüncü katta toplam 9 tane birim küp olduğunu belirtmiştir. Öğretmen, bu esnada sınıftan farklı bir öğrenciden de üçüncü kattaki birim küp sayısını hesaplamasını istemiş ancak bu öğrenci kat ve sıra kavramlarında zorluk yaşamış ve birim küp sayısını hesaplayamamıştır. Öğretmen, öğrencinin yaşadığı bu zorluk karşısında yapının somut temsili üzerinde kat ve sıra kavramları üzerinde durmuştur. Sonra sınıftan başka bir öğrenci, görsel temsil üzerinde üçüncü kattaki birim küpleri sıra stratejisi kullanarak Görsel 3.74.'te görüldüğü gibi göstermiş ve hesaplamıştır.



Görsel 3.74. *Bir öğrencinin sınıf tartışmasında ikinci yapının görsel temsili üzerinde üçüncü kattaki birim küp sayısını hesaplamaya yönelik eylemleri*

Sınıftan iki öğrenci, dördüncü katta arka sırada 5 tane birim küp ve bu birim küplerin önündeki sırada ise 2 birim küp olmak üzere toplamda 7 tane birim küp olduğunu göstermiştir. Sınıftan başka bir öğrenci de beşinci katta 4 tane birim küp olduğunu ifade etmiştir. Ali, her bir kattaki birim küp sayısını beyaz tahtaya yazmış ve birim küp sayısının 47 olduğunu belirtmiştir. Öğretmen, bu noktada sınıfa birim küp sayısının sıra stratejisi ile de hesaplanabileceğini vurgulamış ve sırasıyla ön, orta ve arka sıradaki birim küp sayısının toplamının 47 birim küp olduğunu göstermiştir. Daha sonra ise sınıfa “Bu yapılar gördüğünüz gibi boşlukta yer kaplıyor. Bu yapıların boşlukta kapladığı yere sizce ne denir?” şeklinde bir soru sormuştur. Bir öğrenci, alan yanıtını verirken Murat ise hacim yanıtını vermiştir. Öğretmen, beyaz tahta üzerinde alanın yüzeyde yer kapladığını ancak hacmin boşlukta yer kapladığını açıklamış ve birinci yapının boşlukta 8 birim küp, ikinci yapının ise 47 birim küp kapladığını göstermiştir. Tüm öğrenciler, bu açıklamalar ve eylemler etrafında mutabık olmuşlardır.

Üçüncü yapıda tüm gruplar, birim küp sayısını 13 birim küp hesapladıklarını ifade etmişlerdir. Yapının somut temsilini inşa etmek için başka bir grubun öğrencileri tahta önüne çıkmış, kat ve sıra stratejilerini kullanarak yapının somut temsilini Görsel 3.75.’te görüldüğü gibi inşa etmişlerdir.

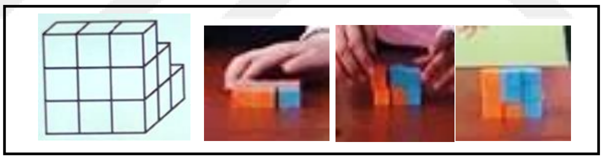


Görsel 3.75. *Bir grubun öğrencilerinin sınıf tartışmasında üçüncü yapının somut temsilini oluşturmaya yönelik eylemleri*

Grubun bir öğrencisi, “En alt kattan başlayarak her kattaki birim küpleri sıra sıra oluşturduk. Birinci katta 6 tane, ikinci ve üçüncü katta 3’er tane dördüncü katta da 1 tane olmak üzere bu yapıda toplam 13 tane birim küp var.” şeklinde kabul edilebilir bir matematiksel açıklama ve çözümde bulunmuştur. Emre, bu noktada grup öğrencilerini

“Görünmeyen birim küplerin olduğunu nasıl anladınız?” şeklinde sorgulamış, grubun başka bir öğrencisi de Emre’ye “Şu altta 2 tane olmasaydı bu üstteki 4 tane böyle duramazdı.” şeklinde bir yanıt vermiş ve yapının somut temsili üzerinde göstermiştir. Sınıftan başka bir öğrenci ise grup öğrencilerine “Bu yapının hacmi kaç birim küptür?” diye bir soru sormuş, grubun diğer bir öğrencisi de yapının hacminin 13 birim küp olduğunu ifade etmiştir. Tüm öğrenciler, bu açıklamalar ve eylemler etrafında mutabık olmuşlardır.

Dördüncü yapıda; birim küp sayısını üç grup 18 birim küp, bir grup ise en az 12, en fazla 18 birim küp olarak hesapladıklarını ifade etmişlerdir. Bir grubun öğrencileri dışında genel olarak öğrencilerin bu yapıda birim küp sayısının değişkenlik gösterdiğini fark edememişlerdir. Başka bir grubun öğrencileri, tahta önüne çıkmış ve birim küp sayısı ile ilgili, “Birinci katta uzunluğu ve genişliği 3 birim, çarparsak 9 tane, ikinci katta 3 kere 2, 6 tane, üçüncü katta ise 3 tane olmak üzere 18 tane birim küp hesapladık.” şeklinde basit ve etkili bir çözümde bulunarak sonuca ulaştıklarını belirtmişlerdir. Yapının somut temsilini ise Görsel 3.76.’da görüldüğü gibi kat ve sıra stratejilerini kullanarak inşa etmişlerdir.

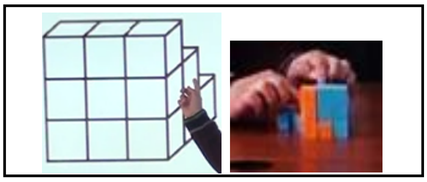


Görsel 3.76. *Bir grubun öğrencilerinin sınıf tartışmasında dördüncü yapının somut temsilini oluşturmaya yönelik eylemleri*

Öğretmen, Görsel 3.77.’de görüldüğü gibi, grubun öğrencilerini görsel temsilde görünmeyen birinci katta inşa ettikleri 4 tane birim küp ile ilgili, “Şu 4 tane birim küpün yapıda var olduğunu nerden anladınız?” şeklinde sorgulamış ancak bu öğrenciler herhangi bir açıklamada bulunamamışlardır.

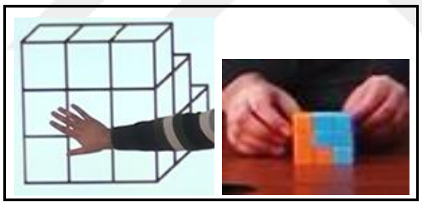
Görsel 3.77. *Öğretmenin sınıf tartışmasında görsel temsil üzerinde dördüncü yapının birinci katında görünmeyen birim küpleri sorgulamaya yönelik eylemleri*

Bu noktada birim küp sayısının değişkenlik gösterdiğinin farkında olan grubun bir öğrencisi, "Arkada olup olmadığını bilmiyoruz. Arkada 6 birim küp daha olabilir. Eğer arkada olursa 18 birim küp, olmazsa 12 birim küp olur." şeklinde bir açıklamada bulunmuş, görsel ve somut temsil üzerinde Görsel 3.78.'de görüldüğü gibi göstermiştir.



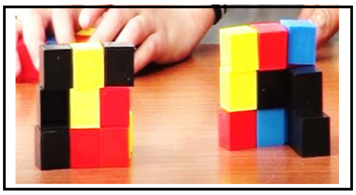
Görsel 3.78. *Bir öğrencinin sınıf tartışmasında dördüncü yapının görsel ve somut temsilleri üzerinde birim küp sayısının değişkenlik gösterdiğini göstermeye yönelik eylemleri*

Ancak bu öğrenci de yapıya iki birim küp daha eklenebileceğini fark edememiştir. Öğretmen, bu durum karşısında görsel ve somut temsil üzerinde yapının görsel temsildeki görüntüsünü bozmayacak şekilde yapının görünmeyen kısmına 8 birim küp eklenebileceğini görsel ve somut temsil üzerinde göstermiştir.



Görsel 3.79. *Öğretmenin sınıf tartışmasında dördüncü yapının görsel ve somut temsilleri üzerinde birim küp sayısının değişkenlik gösterdiğini göstermeye yönelik eylemleri*

Öğretmen, daha sonra odak grup öğrencilerinden yapının önden ve arkadan görüntüsünü birlikte oluşturarak yapının arkada görünmeyen kısmına tek tek birim küp eklemelerini istemiştir. Odak grup öğrencileri de Görsel 3.80.'de görüldüğü gibi yapıları inşa etmişlerdir.



Görsel 3.80. *Odak grup öğrencilerinin sınıf tartışmasında dördüncü yapının somut temsilini önden ve arkadan görünümleriyle birlikte oluşturmaya yönelik eylemleri*

Odak grup öğrencileri, yapının görünmeyen kısmına iki somut temsilde de 8'er tane birim küp eklendiğinde görsel temsildeki görüntüsünün değişmeyeceğini göstermişlerdir. Öğretmen, bu noktada yapının arka kısımlarına görsel temsildeki görüntüsünü bozmayacak şekilde başka birim küp eklenip eklenemeyeceğini tartışmaya açmıştır. Öğrenciler de arkaya doğru üç sırayı geçmemesi durumunda yapıya başka birim küp eklenemeyeceğini ifade etmişler ve öğretmen de bu yapıda 12 birim küpün kesin olarak var olduğunu ancak birim küp sayısının 20'ye kadar çıkabileceğini bir kez daha vurgulamış ve göstermiştir. Daha sonra ise öğrencilerin yaşadıkları bu zorluğu tamamen aşmaları için sırasıyla her bir gruptan bu eylemi gerçekleştirmelerini istemiştir. Bu tartışmalar ve eylemler sonucunda tüm öğrenciler mutabık olmuşlardır.

Beşinci yapıda küçük grup tartışmalarında birim küp sayısını üç grup 36 birim küp, bir grup ise 42 birim küp olarak hesapladıklarını ifade etmişlerdir. Öğretmen, birim küp sayısını 42 birim küp olarak ifade eden gruptan nasıl hesapladıklarını açıklamalarını istemiştir. Bu grubun öğrencileri bununla ilgili, "Üçüncü katta 6 tane birim küp var. İkinci katta üçüncü katın iki katı 12 tane, birinci katta da ikinci katın iki katı 24 tane olduğunu düşündük bunları topladık 42 oldu." şeklinde bir matematiksel açıklama ve çözümde bulunmuş ancak birinci katta 18 yerine 24 hesaplayarak yanlış yaptıklarını burada fark etmişlerdir. Dördüncü yapıda birim küp sayısının değişken olduğunu fark eden grup, bu yapıda ise birim küp sayısını sabit olarak 36 birim küp hesaplamıştır. Dördüncü yapıda gerçekleştirilen tartışmalardan sonra öğrencilerin çoğu, bu yapıda da birim küp sayısının değişken olduğunu anlamışlardır. Sadece iki öğrenci, birim küp sayısını görsel temsil üzerinde birinci katta 18, ikinci katta 12 ve üçüncü katta 6 tane olmak üzere 36 birim küp olarak sabit sayıda hesaplamış ve birim küp sayısının değişken olma durumunu yapılandırmakta zorluk yaşamışlardır. Bu noktada odak öğrencilerden Ali ve Emre, bu öğrencilere karşı çıkarak bununla ilgili, "Bu yapıda birim küp sayısı, 38'e kadar çıkabilir." şeklinde bir matematiksel çözümde bulunmuşlardır. Odak grup öğrencileri, beşinci yapının somut temsilini inşa etmek için sahneye çıkmış, kat ve sıra stratejilerini kullanarak Görsel 3.81.'de görüldüğü gibi önce 38 birim küp olacak biçimde inşa etmişler ve sonra da arkada görünmeyen birim küpleri yapıdan çıkarmışlardır.

Görsel 3.81. *Odak grup öğrencilerinin sınıf tartışmasında beşinci yapının somut temsilini oluşturmaya yönelik eylemleri*

Murat, bu yapıda 30 birim küpün kesin olarak var olduğunu ancak 38'e kadar çıkabileceğini ifade etmiş, öğretmen de bu durumu yukarıdaki görsel ve somut temsiller üzerinde bir kez daha vurgulamıştır. Tüm öğrenciler, bu açıklamalar ve eylemler etrafında mutabık olmuşlardır.

Üçüncü soruda tüm gruplar, oluşturdukları dikdörtgen prizmada birim küp sayısını 24 birim küp olarak hesapladıklarını ifade etmişlerdir. Öğretmen, bir gruptan uzunluğu 3 birim, genişliği 2 birim ve yüksekliği 4 birim olan bir dikdörtgen prizma inşa etmelerini ve bu dikdörtgen prizmada birim küp sayısını hesaplamalarını istemiştir. Bu öğrenciler, yine kat ve sıra stratejilerini kullanarak dikdörtgen prizmayı Görsel 3.82.'de görüldüğü gibi inşa etmişlerdir.

Görsel 3.82. *Bir grubun öğrencilerinin sınıf tartışmasında boyutları verilen dikdörtgen prizmanın somut temsilini oluşturmaya yönelik eylemleri*

Daha sonra da gruptan bir öğrenci, oluşturdukları dikdörtgen prizmanın birim küp sayısı ile ilgili, "Uzunluğu 3 birim, genişliği 2 birim çarparsak 6, yükseklik de 4 birim 6 kere 4, 24 birim küp olur." şeklinde basit ve etkili bir matematiksel çözümde bulunmuştur. Grubun diğer bir öğrencisi ise "Her katta 6 birim küp var o yüzden çarpıyoruz." şeklinde kabul edilebilir bir matematiksel gerekçelendirme yapmıştır. Öğretmen, sınıfa "O halde bu dikdörtgen prizmanın hacmi kaç birim küptür?" şeklinde bir soru sormuş, öğrenciler de 24 birim küp olduğunu ifade etmişlerdir. Tüm öğrenciler, bu açıklamalar ve eylemler etrafında mutabık olmuşlardır.

Yukarıda anlatıldığı üzere; sınıf tartışmalarında birim küplerle oluşturulmuş farklı yapılarda görsel temsil üzerinde birim küp sayısını hesaplama ve yapıların somut temsillerini oluşturma konularında çeşitli zorluklar yaşadıkları görülmüştür. Bununla birlikte süreç içerisinde öğrencilerin genel olarak bu zorlukları aşma yönünde belirtiler gösterdikleri görülmüştür. Nitekim ilk yapının somut temsilini oluşturduktan sonra tüm gruplar, yapıları kat ve sıra stratejileri ile oluşturmuş ve birim küp sayısını bu stratejileri kullanarak hesaplamışlardır. Ancak birkaç öğrencinin dördüncü ve beşinci yapılarda yapıların görünmeyen kısımlarında birim küplerin olmama durumunu yapılandırmakta zorluklar yaşadıkları gözlenmiştir. Öte yandan birim küpleri kullanarak dikdörtgen prizma oluşturmada ise tüm grupların farkında olmadan informal olarak hacim ölçme bağıntısı ürettikleri gözlenmiştir. Sınıf içi normlar bağlamında ise öğrencilerin kendi fikirlerini ve çözümlerini açıkladıkları, birbirlerinin yanıtlarını dinledikleri, birbirlerini anlamaya çalıştıkları, birbirlerini sorguladıkları, birbirleriyle ve öğretmen ile tartıştıkları görülmüştür.

3.5. İkinci Ara Klinik Görüşmelere İlişkin Bulgular

Birim küp yapılarında sayma ve oluşturma becerilerine yönelik gerçekleştirilen bir haftalık öğretimden sonra odak öğrencilerin bu noktaları nasıl yapılandırdığını daha ayrıntılı olarak ortaya koymak ve buna uygun bir yol haritası belirlemek için odak öğrencilerle ikinci ara klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. İkinci ara klinik görüşmelerden elde edilen verilerin analizi sonucunda elde edilen bulgular,

- Birim küp yapılarında sayma ve oluşturma becerileri

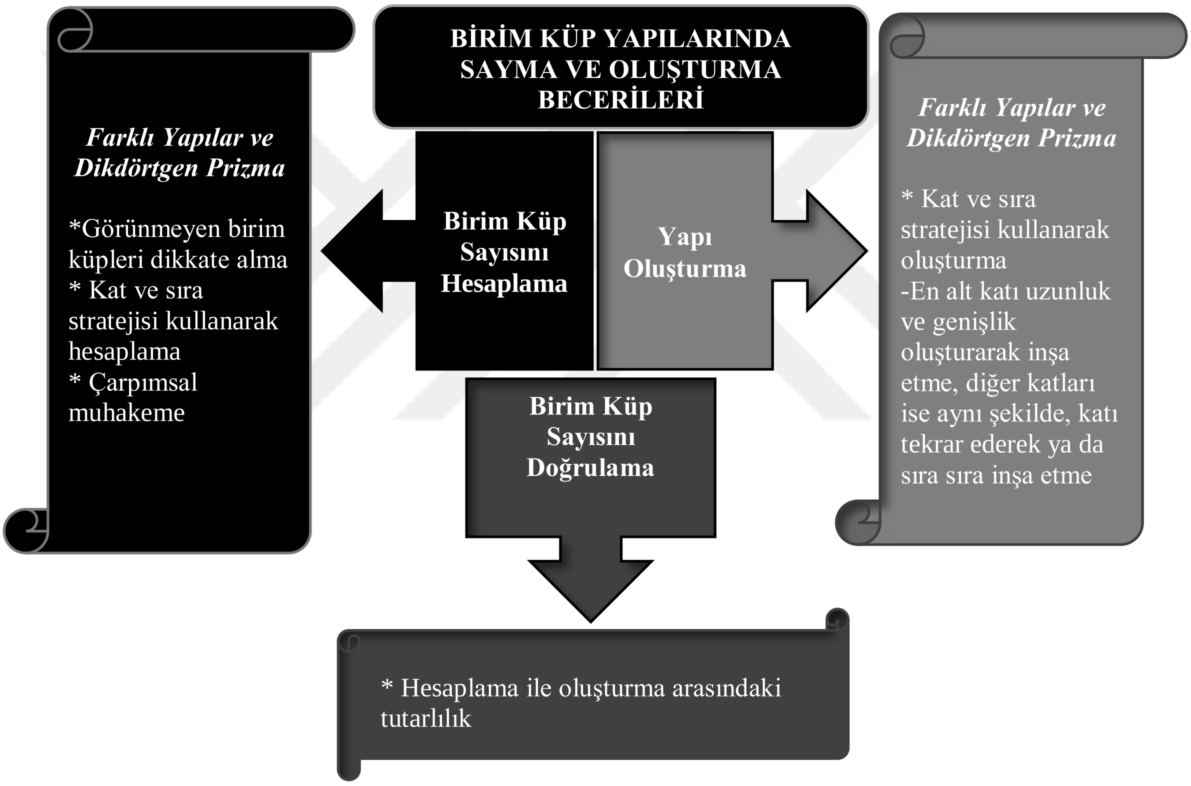
teması altında Ali, Emre ve Murat'ın yaklaşımlarıyla sunulmuştur.

3.5.1. Birim küp yapılarında sayma ve oluşturma becerileri

Odak öğrencilere birim küplerle oluşturulmuş birbirinden farklı olan altı yapı görsel olarak sunulmuştur. Bu altı yapıdan üçü sınıf uygulamalarında tartışılan yapılar içerisinden seçilirken diğer üçü ise sınıf uygulamalarında tartışılan yapılardan farklı olarak seçilmiştir. Öğrencilerden önce görsel temsiller üzerinde bu yapılardaki birim küp sayılarını hesaplamaları istenmiştir. Sonra birim küpler verilerek öğrencilerden bu yapıların somut temsillerini oluşturmaları, oluşturdukları yapılarda birim küp sayısını hesaplamaları ve hem görsel temsil üzerinde hem de somut temsil üzerinde hesapladıkları birim küp sayılarını karşılaştırarak doğrulama yapmaları beklenmiştir. Daha sonra ise öğrencilerin birim küpleri kullanarak boyutları verilen bir dikdörtgen prizma nasıl inşa ettikleri ve oluşturdukları dikdörtgen prizmada birim küp sayısını nasıl hesapladıkları sorgulanmıştır. Bununla birlikte odak öğrencilere birim küp sayısının bu yapılarda hangi niteliği temsil ettiği sorulmuştur (EK-5). Öte yandan her bir öğrenciye görüşmenin başında yapılarda birim küp sayılarını hesaplarken ve yapıların somut temsillerini oluştururken arkaya doğru sıra sayısını geçmeyecek şekilde düşünmesi gerektiği açıklanmıştır. Öğrencilerin yaklaşımları aşağıdaki bölümde ayrıntılı olarak sunulmuştur.

3.5.1.1. Ali'nin fiziksel/zihinsel eylemleri

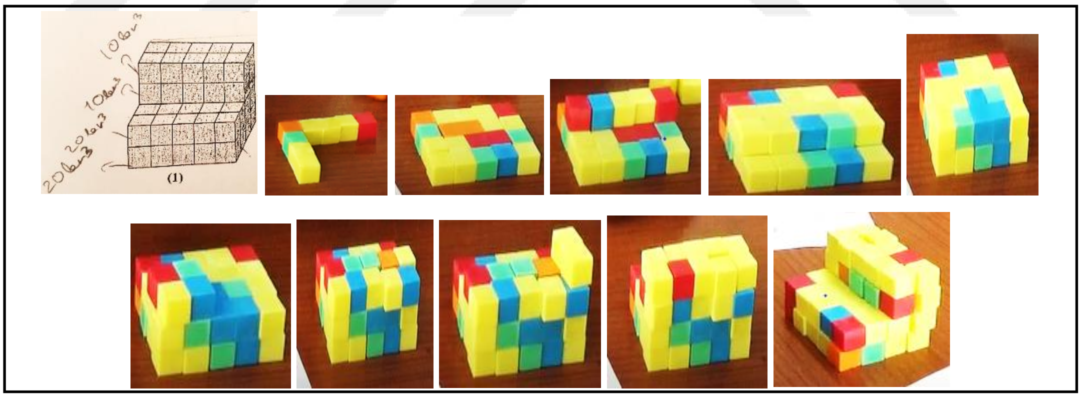
Birim küp yapılarında sayma ve oluşturma becerileri bağlamında Ali'nin ortaya koyduğu fiziksel/zihinsel eylemler, Şekil 3.18.'de verilmiştir.



Şekil 3.18. *Ali'nin İkinci Ara Klinik Görüşmede Birim küp Yapılarını Sayma ve Oluşturmada Kullandığı Eylemler*

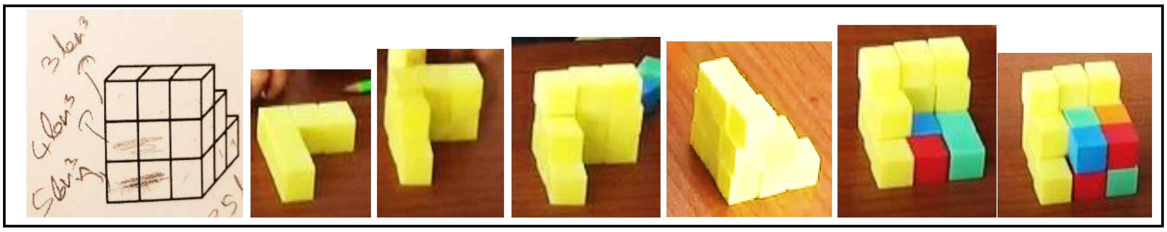
Şekil 3.18.'de görüldüğü gibi Ali, görsel temsil üzerinde yapıların birim küp sayılarını hesaplarken ve somut temsillerini oluştururken ön klinik görüşmede bir yapının somut temsilini oluşturma dışında hiç kullanmadığı kat ve sıra stratejilerini kullanmıştır. Görsel temsil üzerinde yapıların birim küp sayılarını hesaplarken ve somut temsillerini oluştururken en alt kattan başlamıştır. Ali, farklı yapılarda her bir kattaki dikdörtgen prizmada ise her bir kattaki ve tüm yapıdaki birim küp sayısını hesaplarken çarpımsal muhakeme kullanmıştır. Yapıların somut temsillerini oluştururken tüm yapılarda önce en alt katta uzunluk ve genişliği inşa etmiş sonra da katı tamamlamıştır. Diğer katları ise ya en alt katta oluşturduğu şekilde ya katı tekrar ederek ya da sıra sıra inşa etmiştir. Bu stratejilerin etkisiyle Ali, tüm yapılarda ön klinik görüşmenin aksine görünmeyen birim küpleri de dikkate alarak görsel temsil üzerinde birim küp sayılarını doğru hesaplamış ve yapıların somut temsillerini oluşturabilmiştir. Görünmeyen birim küplerin var olduğunu nasıl anladığına ilişkin de "Eğer arkada ve altta birim küpler olmasaydı üsttekiler düşerdi." şeklinde bir açıklamada bulunmuştur. Ayrıca bu yapılarda birim küplerin boşlukta yer kapladığını dolayısıyla da bu yapıların hacimleri oluğunu ifade etmiştir. Öte yandan Ali, küçük grup tartışmasında olduğu gibi oluşturduğu dikdörtgen prizmada birim küp sayısını hesaplarken farkında olmadan informal olarak hacim formülü üretebilmiştir. Ancak küçük grup tartışmasında dikdörtgen prizmayı inşa etmede önce boyutları inşa edip sonra diğer kısımları tamamlarken burada kat ve sıra stratejilerini kullanmıştır.

Ali, yukarıda belirtilen fiziksel/zihinsel eylemler ışığında birinci yapıda birim küp sayısını Görsel 3.83.'te görüldüğü 60 birim küp olarak hesaplamış, yapının somut temsilini inşa etmiş ve birim küp sayısının 60 birim küp olduğunu doğrulamıştır.



Görsel 3.83. *Ali'nin ikinci ara klinik görüşmede birinci yapıda birim küp sayısını hesaplamaya ve yapının somut temsilini oluşturmaya yönelik eylemleri*

Ali, ikinci yapıda birim küp sayısının en az 12 olduğunu, en fazla ise 20 birim küp olabileceğini belirterek birim küp sayısını değişken olarak hesaplamış, yapının somut temsilini inşa etmiş ve birim küp sayısını doğrulamıştır. Ali'nin bu yapıya ilişkin açıklamaları ve eylemleri aşağıda örnek olarak sunulmuştur.



Görsel 3.84. *Ali'nin ikinci ara klinik görüşmede ikinci yapıda birim küp sayısını hesaplamaya ve yapının somut temsilini oluşturmaya yönelik eylemleri*

Araştırmacı: Bu yapıda kaç tane birim küp vardır?

Ali: Birinci katta 5 tane kesin var ama arkada görmediğimiz olabilir.

Araştırmacı: Sen önce kesin olanları hesapla.

Ali: İkinci katta 4 tane üçüncü katta ise 3 tane toplam 12 tane kesin birim küp var.

Araştırmacı: Peki arkada görmediğimiz kısımda kaç tane olabilir?

Ali: Bu 4 tanenin arkasına 4'er tane koyabiliriz (Görsel temsilde karalayarak gösterdi).

Araştırmacı: Peki birim küplerle oluşturup gösterir misin?

Ali: Evet kesin olan 12 taneyi böyle kat kat yaptım (Yukarıda görseldeki gibi oluşturdu). Birinci ve ikinci katta şuralara 4'er tane koyabiliriz önden baktığımızda bunlar görünmez. O yüzden en fazla 20 tane birim küp olur (Yukarıda görseldeki gibi ekledi).

Araştırmacı: Başka birim küp eklenebilir mi?

Ali: Hayır. Çünkü başka nereye koyarsak görünür.

Araştırmacı: 13-14-15 tane olabilir mi?

Ali: Evet olabilir kesin olan 12 tane en fazla da 20 tanedir.

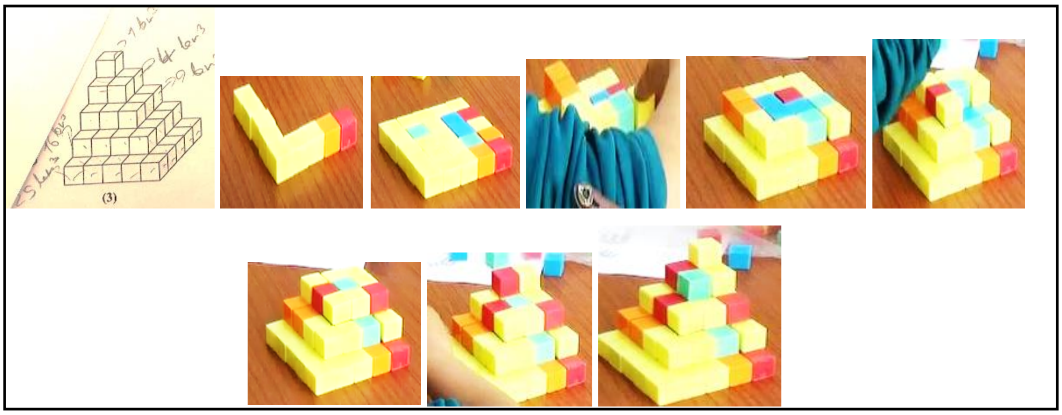
Araştırmacı: Birim küp sayısı bu yapının neyidir?

Ali: Hacmidir.

Araştırmacı: Neden**?**

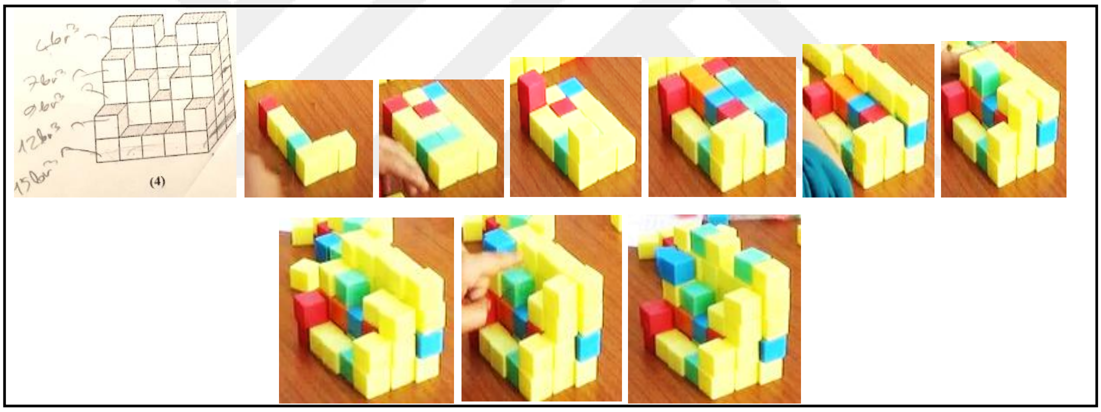
Ali: Çünkü boşlukta yer kaplıyor.

Ali, üçüncü yapıda birim küp sayısını Görsel 3.85.'te görüldüğü 55 birim küp olarak hesaplamış, yapının somut temsilini inşa etmiş ve birim küp sayısının 55 birim küp olduğunu doğrulamıştır.



Görsel 3.85. *Ali'nin ikinci ara klinik görüşmede üçüncü yapıda birim küp sayısını hesaplamaya ve yapının somut temsilini oluşturmaya yönelik eylemleri*

Ali, dördüncü yapıda birim küp sayısını 47 birim küp olarak hesaplamış, yapının somut temsilini inşa etmiş ve birim küp sayısının 47 birim küp olduğunu doğrulamıştır. Ali'nin bu yapıya ilişkin açıklamaları ve eylemleri aşağıda örnek olarak sunulmuştur.



Görsel 3.86. *Ali'nin ikinci ara klinik görüşmede dördüncü yapıda birim küp sayısını hesaplamaya ve yapının somut temsilini oluşturmaya yönelik eylemleri*

Araştırmacı: Bu yapıda kaç tane birim küp vardır, hesaplar mısın?

Ali: Birinci katta 5 çarpı 3, 15 tane var.

Araştırmacı: Nasıl anladın 15 tane olduğunu**?**

Ali: Burada 5 tane var 3 tane beşli sıra o yüzden 15 tane.

Araştırmacı: Görünmeyen birim küplerin var olduğunu nerden anladın?

Ali: Altta olmasaydı şu üsttekiler düşerdi.

Araştırmacı: Devam edebilirsin.

Ali: İkinci katta 5 kere 2, 10 olur 2 de önde var 12 tane olur. Üçüncü katta 5 tane arka sırada 4 tane önünde 9 tane, dördüncü katta 5 tane arkada 2 de önde 7 tane, beşinci katta da 4 tane topladık mı 47 birim küp olur.

Araştırmacı: Yapıyı birim küplerle oluşturur musun?

Ali: Oluştururum hesapladığım gibi (Yukarıda görselde görüldüğü gibi inşa etti).

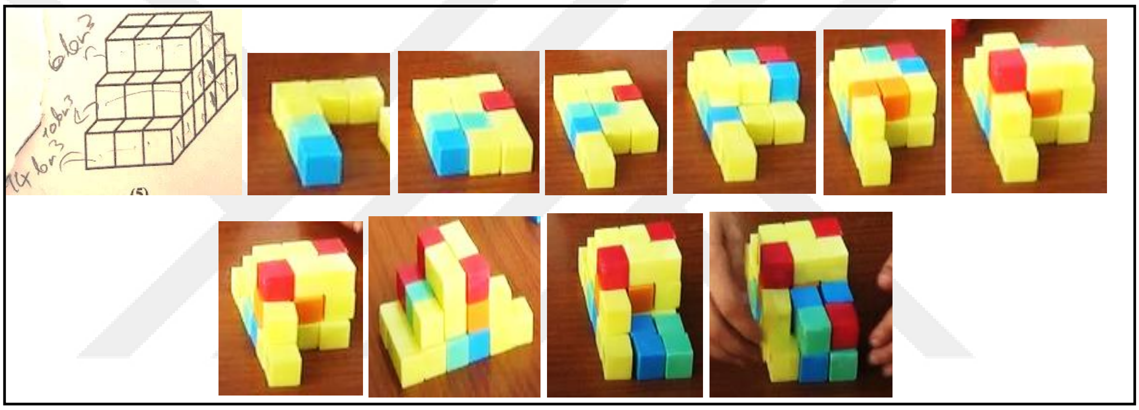
Araştırmacı: Bu yapının hacmi kaç birim küptür?

Ali: 47

Araştırmacı: Neden?

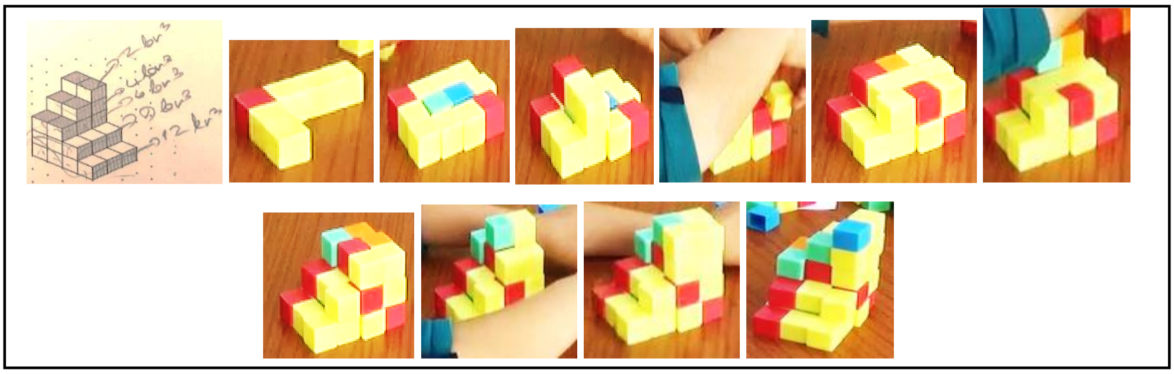
Ali: 47 birim küplük yer kapladığı için.

Ali, beşinci yapıda ikinci yapıdaki gibi birim küp sayısını değişken olarak hesaplamıştır. Görsel 3.87.'de görüldüğü gibi birim küp sayısının en az 30 olduğunu, en fazla ise 38 birim küp olabileceğini belirterek yapının somut temsilini inşa etmiş ve birim küp sayısını doğrulamıştır.



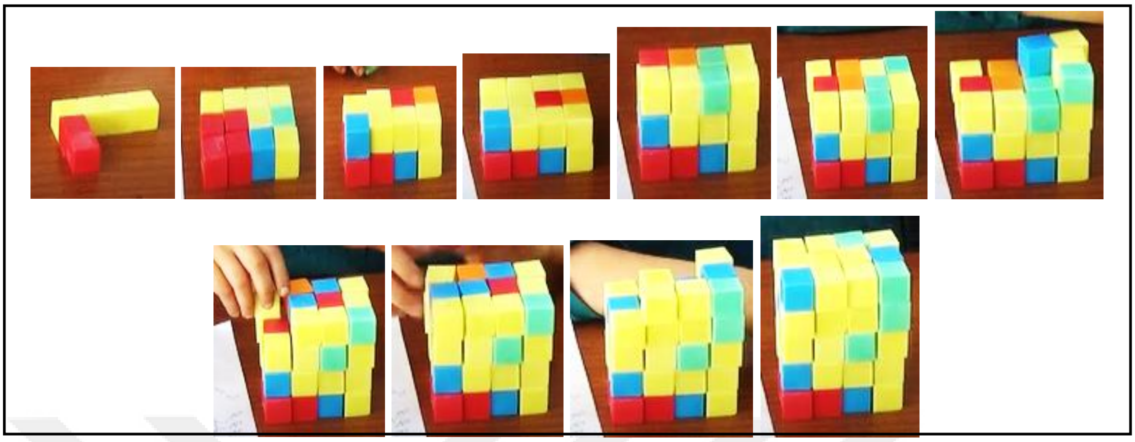
Görsel 3.87. *Ali'nin ikinci ara klinik görüşmede beşinci yapıda birim küp sayısını hesaplamaya ve yapının somut temsilini oluşturmaya yönelik eylemleri*

Ali, altıncı yapıda birim küp sayısını Görsel 3.88.'de görüldüğü 33 birim küp olarak hesaplamış, yapının somut temsilini inşa etmiş ve birim küp sayısının 33 birim küp olduğunu doğrulamıştır.



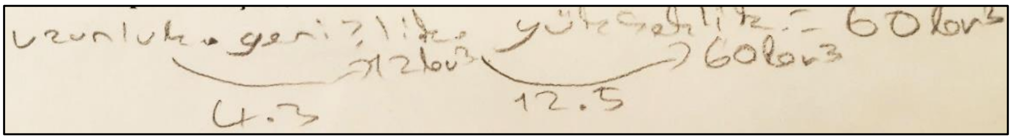
Görsel 3.88. *Ali'nin ikinci ara klinik görüşmede altıncı yapıda birim küp sayısını hesaplamaya ve yapının somut temsilini oluşturmaya yönelik eylemleri*

Ali uzunluğu 4 birim, genişliği 3 birim, yüksekliği 5 birim olan dikdörtgen prizmanın somut temsilini ise Görsel 3.89.'da görüldüğü gibi inşa etmiştir.



Görsel 3.89. *Ali'nin ikinci ara klinik görüşmede boyutları verilen dikdörtgen prizmanın somut temsilini oluşturmaya yönelik eylemleri*

Oluşturduğu dikdörtgen prizmada birim küp sayısını, Görsel 3.90.'da görüldüğü gibi dikdörtgen prizmanın uzunluğunu, genişliğini ve yüksekliğini çarparak 60 birim küp hesaplamıştır.



Görsel 3.90. *Ali'nin ikinci ara klinik görüşmede boyutları verilen dikdörtgen prizmada birim küp sayısını hesaplamaya yönelik eylemleri*

Ali, birim küp sayısını nasıl hesapladığına ilişkin;

Araştırmacı: Bu yapıda kaç tane birim küp vardır?

Ali: Birinci katta uzunlukla genişliği çarparız 4 kere 3, 12 birim küp var.

Araştırmacı: Nasıl anladın 12 tane olduğunu?

Ali: Bu sırada 4 tane var 3 de sıra var çarptım 12 tane oldu. Yükseklik de 5 olduğu için 12 ile 5 i çarparız 60 birim küp olur.

Araştırmacı: Neden çarptın?

Ali: Her katta 12 tane var. 12 çarpı 5 olur.

Araştırmacı: 60 birim küp bu dikdörtgen prizmanın neyi olur?

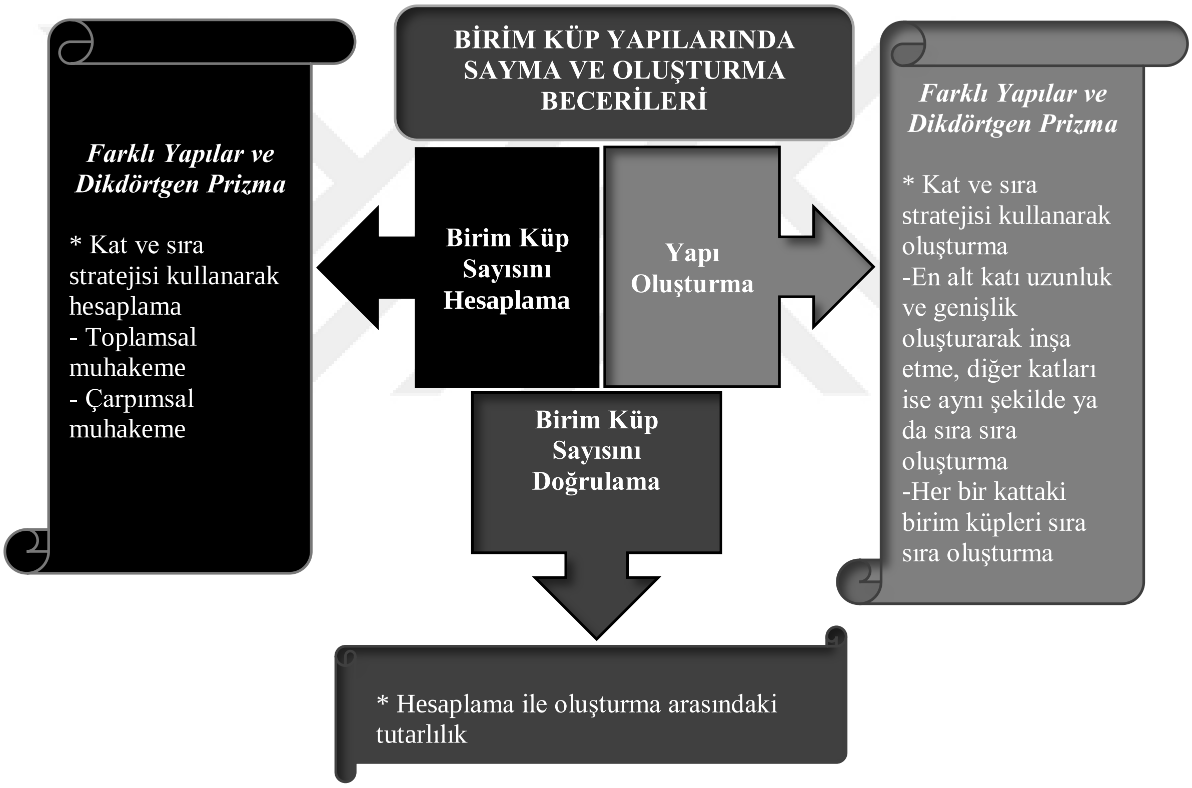
Ali: Kapladığı yer yani hacmi olur.

şeklinde bir açıklamada bulunmuştur.

Ali'nin birim küp yapılarında sayma ve oluşturma becerileri konusunda ön klinik görüşmede yapılandıramadığı ya da yanlış yapılandırdığı birçok zihinsel eylem gözlenmişti. Yukarıda gösterildiği üzere, bu konuları ön klinik görüşmeden tamamen farklı biçimde yapılandırdığı ikinci ara klinik görüşmede görülmüştür.

3.5.1.2. Emre'nin fiziksel/zihinsel eylemleri

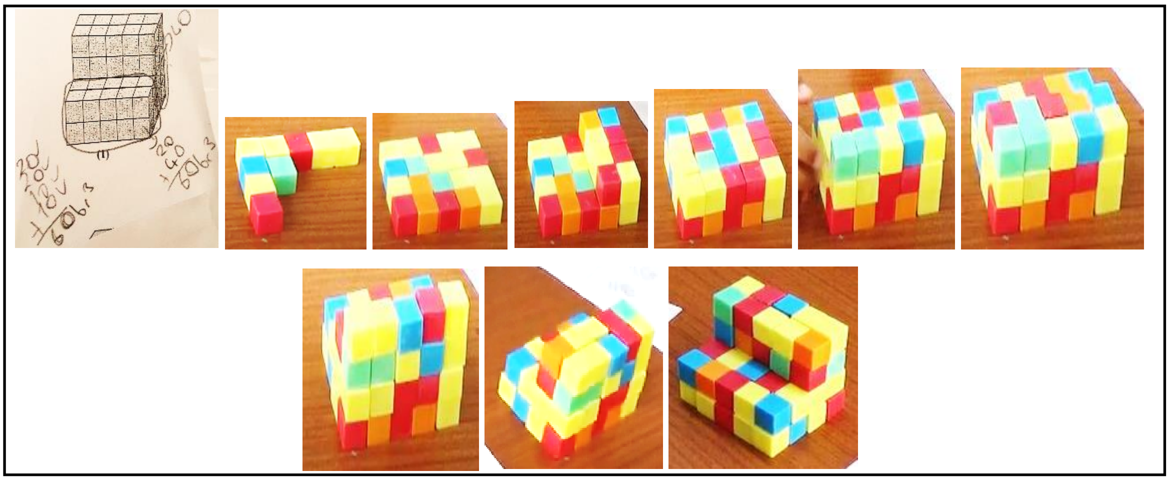
Birim küp yapılarında sayma ve oluşturma becerileri bağlamında Emre'nin ortaya koyduğu fiziksel/zihinsel eylemler, Şekil 3.19'da verilmiştir.



Şekil 3.19. *Emre'nin İkinci Ara Klinik Görüşmede Birim küp Yapılarını Sayma ve Oluşturmada Kullandığı Eylemler*

Şekil 3.19'da görüldüğü gibi Emre, görsel temsil üzerinde yapıların birim küp sayılarını hesaplarken ve somut temsillerini oluştururken kat ve sıra stratejilerini kullanmıştır. Emre de Ali gibi görsel temsil üzerinde yapıların birim küp sayılarını hesaplarken ve somut temsillerini oluştururken en alt kattan başlamıştır. Yapılarda birim küp sayısını hesaplarken ise toplamsal ve çarpımsal muhakeme yapmıştır. Bununla birlikte yapıların somut temsillerini oluştururken yapılarda çoğunlukla en alt katta önce uzunluk ve genişliği inşa etmiş sonra katı tamamlamıştır. Diğer katları ise ya en alt katta oluşturduğu şekilde ya da sıra sıra inşa etmiştir. Bazı yapılarda ise her bir kattaki birim küpleri sıra sıra oluşturmuştur. Emre'nin kat ve sıra stratejilerini kullanması ve çarpımsal muhakeme ile hesaplama yapması ön klinik görüşmede belli yapılarla sınırlı iken bu görüşmede bu noktaları tüm yapılara taşıdığı görülmüştür. Emre, ön klinik görüşmede yapılarda görünmeyen birim küplerin farkında olmasına karşın bazı yapılarda birim küplerin sayısını hesaplamakta ve yapıların somut temsillerini oluşturmakta zorluk yaşamıştı. Ancak bu görüşmede yapılandırdığı bu stratejileri sistematik kullanarak tüm yapılarda birim küp sayılarını doğru hesaplamış ve yapıların somut temsillerini inşa edebilmiştir. Öte yandan Emre, yapıların hacmi ve informal hacim formülü oluşturma ile ilgili de Ali'ye paralel açıklama ve eylemlerde bulunmuştur.

Emre, birinci yapıda iki farklı yolla birim küp sayısını 60 birim küp olarak hesaplamış, yapının somut temsilini inşa etmiş ve birim küp sayısının 60 birim küp olduğunu doğrulamıştır. Emre, birinci çözümde önce ön çıkıntı kısımdaki sonra arka kısımdaki birim küp sayılarını, ikinci yolda ise alttan başlayarak her bir kattaki birim küp sayılarını hesaplayarak bulduğu birim küp sayılarını toplamıştır. Emre'nin bu yapıya ilişkin açıklamaları ve eylemleri aşağıda örnek olarak sunulmuştur.



Görsel 3.91. *Emre'nin ikinci ara klinik görüşmede birinci yapıda birim küp sayısını hesaplamaya ve yapının somut temsilini oluşturmaya yönelik eylemleri*

Araştırmacı: Bu yapıda kaç tane birim küp vardır?

Emre: İki şekilde hesaplayabilirim.

Araştırmacı: Ne kadar yol biliyorsan hesaplayabilirsin.

Emre: Birincisinde şu ön çıkıntının alt katında 5 çarpı 2, 10 tane birim küp var üstünde de

10 tane var 20 olur. Arka kısımda da birinci katta yine 5 çarpı 2, 10 tane dört kat var 40 olur bunları toplarız 60 birim küp (Yukarıda görselde görüldüğü gibi hesapladı).

Araştırmacı: Neden çarpıyorsun mesela 5 ile 2'yi, 10 ile 4'ü?

Emre: 5''le 2'yi bir sırada 5 tane var iki sıra olduğu için, 10'la 4'ü de her katta 10 tane olduğu için çarptım.

Araştırmacı: Arkada görünmeyen kısımlarda birim küp olduğunu nasıl anladın?

Emre: Eğer altta olmasaydı üsttekiler böyle durmaz, düşerdi.

Araştırmacı: Başka nasıl hesaplarsın?

Emre: Bir de ön kısım arka kısım diye ayırmam. Birinci katta 5 çarpı 4, 20 tane ikinci katta da 20 tane üçüncü katta 5 çarpı 2, 10 tane dördüncü katta da 10 tane toplarsak yine 60 tane olur (Yukarıda görselde görüldüğü gibi hesapladı).

Araştırmacı: Bu yapıyı oluşturur musun?

Emre: Evet hesapladığım gibi kat kat ve sıra sıra oluştururum (Yukarıda görselde görüldüğü gibi oluşturdu).

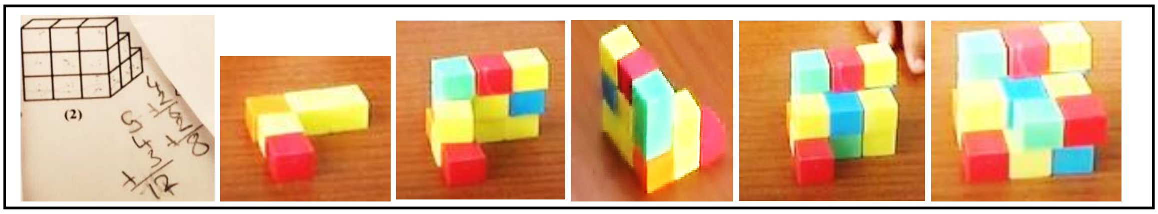
Araştırmacı: Birim küp sayısı bu yapının neyi olur?

Emre: Hacmi

Araştırmacı: Neden?

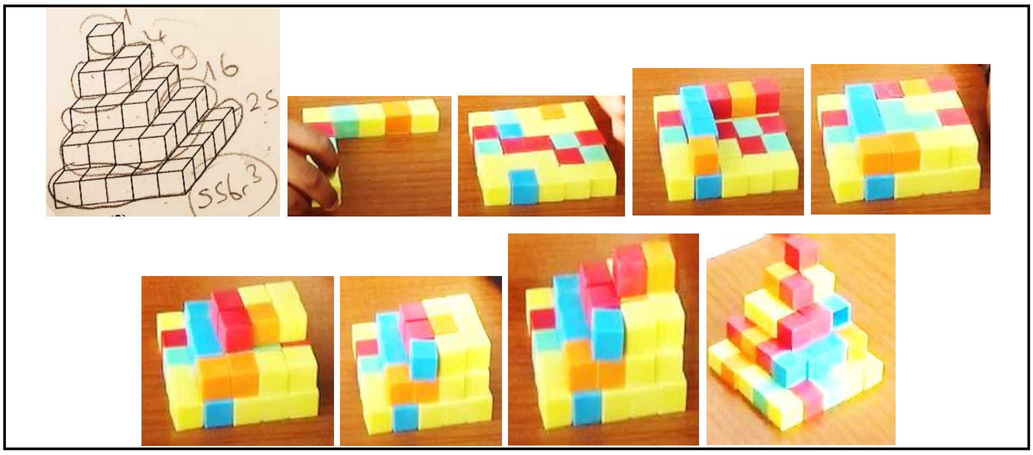
Emre: Burası önce boştu şimdi doldu yani yer kapladı o yüzden.

Emre, ikinci yapıda Görsel 3.92.'de görüldüğü gibi birim küp sayısının en az 12 olduğunu, ancak yapının arka kısımlarına sekiz tane birim küp eklenerek 20'ye kadar çıkabileceğini belirtmiş, yapının somut temsilini inşa etmiş ve birim küp sayısını doğrulamıştır.



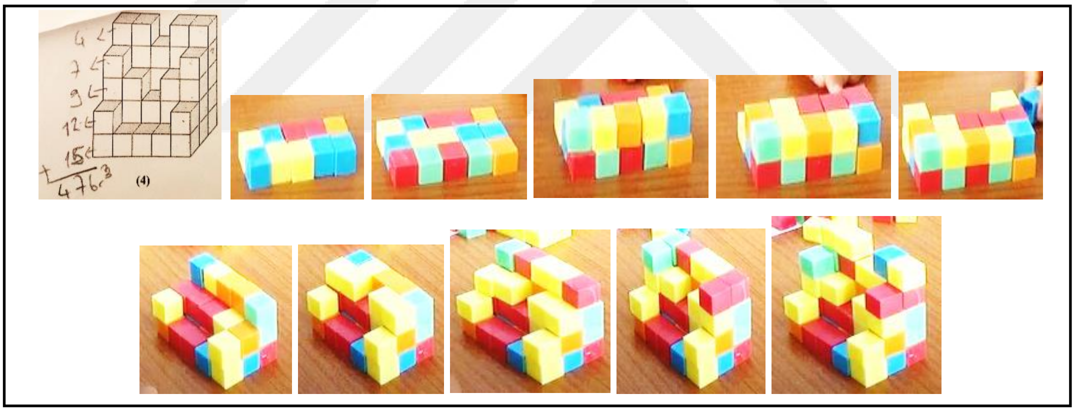
Görsel 3.92. *Emre'nin ikinci ara klinik görüşmede ikinci yapıda birim küp sayısını hesaplamaya ve yapının somut temsilini oluşturmaya yönelik eylemleri*

Emre, üçüncü yapıda birim küp sayısını Görsel 3.93.'te görüldüğü 55 birim küp olarak hesaplamış, yapının somut temsilini inşa etmiş ve birim küp sayısının 55 birim küp olduğunu doğrulamıştır.



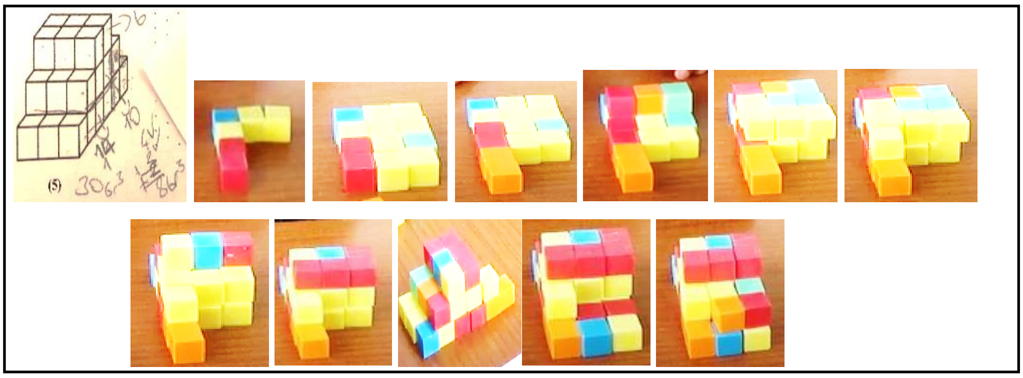
Görsel 3.93. *Emre'nin ikinci ara klinik görüşmede üçüncü yapıda birim küp sayısını hesaplamaya ve yapının somut temsilini oluşturmaya yönelik eylemleri*

Emre, dördüncü yapıda birim küp sayısını Görsel 3.94.'te görüldüğü 47 birim küp olarak hesaplamış, yapının somut temsilini inşa etmiş ve birim küp sayısının 47 birim küp olduğunu doğrulamıştır.



Görsel 3.94. *Emre'nin ikinci ara klinik görüşmede dördüncü yapıda birim küp sayısını hesaplamaya ve yapının somut temsilini oluşturmaya yönelik eylemleri*

Emre, beşinci yapıda ikinci yapıdaki gibi birim küp sayısını değişken olarak hesaplamıştır. Emre, birim küp sayısının en az 30 olduğunu ve yapının arka kısımlarına sekiz tane birim küp eklenebileceğini dolayısıyla da yapıda en fazla 38 birim küp olabileceğini belirtmiş, yapının somut temsilini inşa etmiş ve birim küp sayısını doğrulamıştır. Emre'nin bu yapıya ilişkin açıklamaları ve eylemleri aşağıda örnek olarak sunulmuştur.



Görsel 3.95. *Emre'nin ikinci ara klinik görüşmede beşinci yapıda birim küp sayısını hesaplamaya ve yapının somut temsilini oluşturmaya yönelik eylemleri*

Araştırmacı: Bu yapıda kaç tane birim küp var hesaplar mısın?

Emre: Burada birinci katta şu kısımda 4 çarpı 3, 12 tane var 2 tane de şurada 14 tane olur şu 2 tanenin yanında ola da bilir olmaya da bilir (Yukarıda görselde oluşturduğu gibi).

Araştırmacı: Neden çarptın?

Emre: Çünkü 4 tane 3'lü sıra var.

Araştırmacı: Nerden anladın şu 4 tane 3'lü sıranın altta olduğunu?

Emre: Çünkü bunlar olmasaydı üsttekiler düşerdi ama şu 2 tanenin yanında olsa da olmasa da bir şey olmaz.

Araştırmacı: Devam edebilirsin.

Emre: İkinci katta da 3 kere 3, 9 tane 1 tane de yanda 10 tane, üçüncü katta da 3 kere 2 zaten hepsi görünüyor 6 tane toplarsak 30 olur kesin olan 30 tane.

Araştırmacı: Peki arkada olsa kaç tane eklenebilir?

Emre: Şu 2 tanenin yanına 2'şer tane eklenebilir birinci kata 4 tane ikinci kata da 4 tane 8 tane eklenebilir (Yukarıda görselde oluşturduğu birim küpleri gösterdi).

Araştırmacı: Birim küplerle bu yapıyı oluşturur musun?

Emre: Evet oluştururum birinci katta önce 4'e 3 gitmiş 12 tane olur iki tane de buraya koyarız 14 tane, ikinci katta 10 tane üçüncü katta da 6 tane işte böyle (Yukarıda görselde görüldüğü gibi oluşturdu).

Araştırmacı: Arkada nerelere kaç tane ekleyebilirsin?

Emre: Şuralara 8 tane ekleyebiliriz

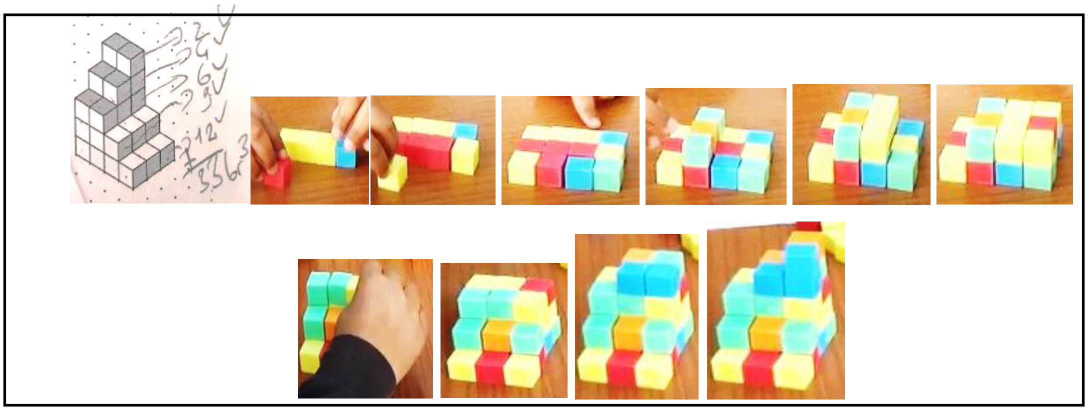
Araştırmacı: Başka yere ekleyebilir misin?

Emre: Hayır başka yere eklersek resimdeki görüntüyü bozar.

Araştırmacı: Hacmi kaç birim küp olabilir?

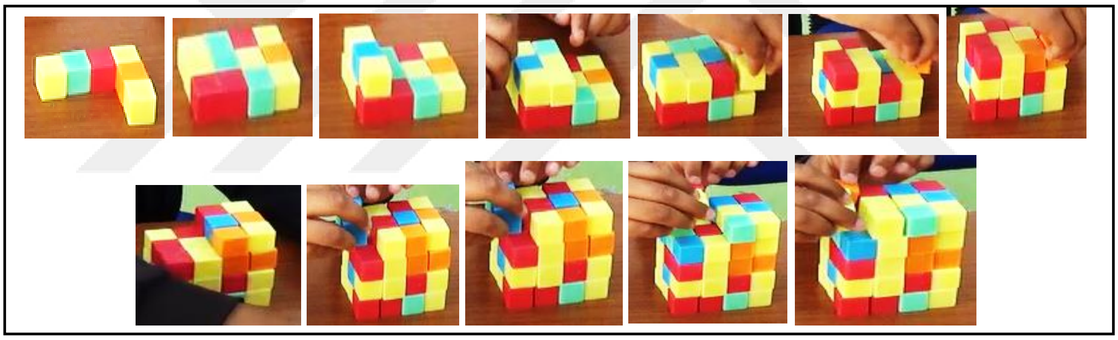
Emre: En az 30 en fazla da 38 birim küp olur.

Emre, altıncı yapıda birim küp sayısını Görsel 3.96.'da görüldüğü 33 birim küp olarak hesaplamış, yapının somut temsilini inşa etmiş ve birim küp sayısının 33 birim küp olduğunu doğrulamıştır.



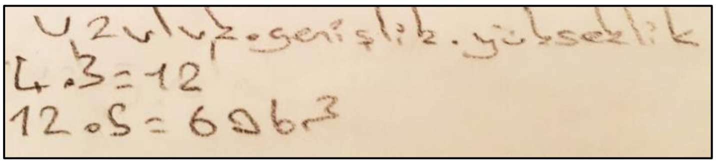
Görsel 3.96. *Emre'nin ikinci ara klinik görüşmede altıncı yapıda birim küp sayısını hesaplamaya ve yapının somut temsilini oluşturmaya yönelik eylemleri*

Emre uzunluğu 4 birim, genişliği 3 birim yüksekliği 5 birim olan dikdörtgen prizmanın somut temsilini ise yine benzer eylemlerde bulunarak Görsel 3.97.'de görüldüğü gibi inşa etmiştir.



Görsel 3.97. *Emre'nin ikinci ara klinik görüşmede boyutları verilen dikdörtgen prizmanın somut temsilini oluşturmaya yönelik eylemleri*

İnşa ettiği dikdörtgen prizmada birim küp sayısını Görsel 3.98.'de görüldüğü gibi dikdörtgen prizmanın uzunluğunu, genişliğini ve yüksekliğini çarparak 60 birim küp hesaplamıştır.



Görsel 3.98. *Emre'nin ikinci ara klinik görüşmede boyutları verilen dikdörtgen prizmada birim küp sayısını hesaplamaya yönelik eylemleri*

Emre, birim küp sayısını nasıl hesapladığına ilişkin;

Araştırmacı: Oluşturduğun bu yapıda kaç tane birim küp vardır?

Emre: Birinci katta uzunlukla genişliği çarparız 4 kere 3, 12 birim küp var bir de kat sayısıyla çarparız 12 çarpı 5, 60 birim küp olur.

Araştırmacı: Neden çarptın?

Emre: Bu sırada 4 tane var 3 de sıra var çarptım 12 tane oldu. Yükseklik de yani kat sayısı 5 olduğu için 12 ile 5 i çarparız 60 birim küp olur.

Araştırmacı: Hacmi kaç bu yapının?

Emre: 60 birim küp boşlukta 60 birim küp yer kapladığı için.

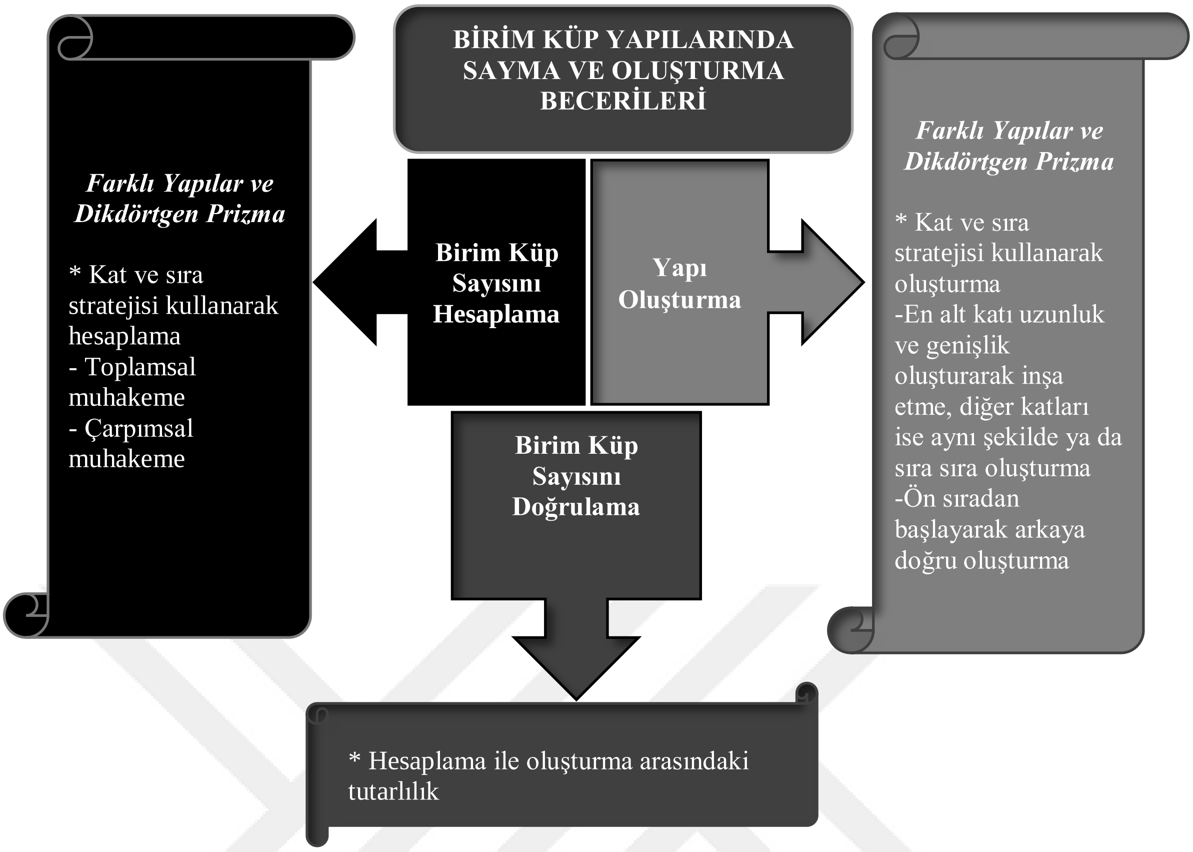
şeklinde bir açıklamada bulunmuştur.

Emre'nin birim küp yapılarında sayma ve oluşturma becerileri konusunda ön klinik görüşmede belli noktalarda zorluklar yaşadığı gözlenmişti. Yukarıda anlatıldığı üzere; Emre'nin birim küp yapılarında sayma ve oluşturma becerileri konularını ön klinik görüşmeden daha iyi bir biçimde yapılandırdığı ikinci ara klinik görüşmede görülmüştür.

3.5.1.3. Murat'ın fiziksel/zihinsel eylemleri

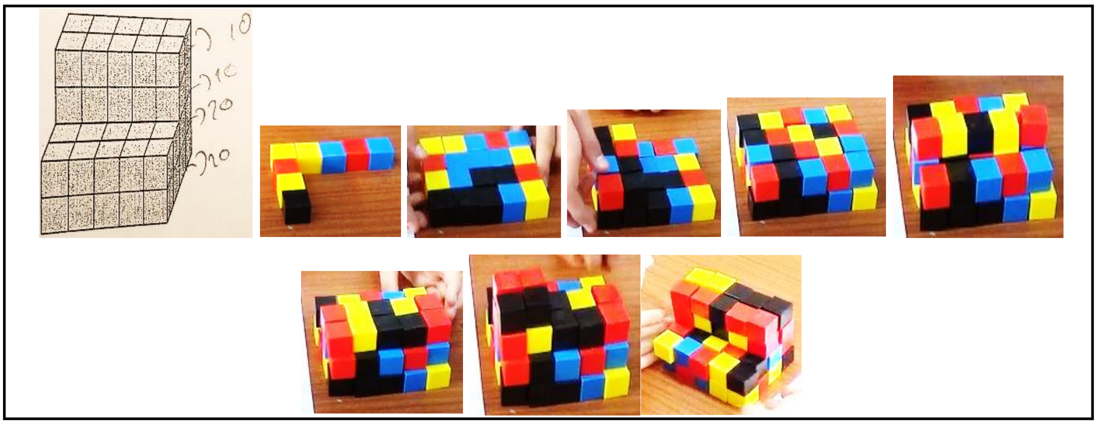
Birim küp yapılarında sayma ve oluşturma becerileri bağlamında Murat'ın ortaya koyduğu fiziksel/zihinsel eylemler, Şekil 3.20.'de verilmiştir.

Şekil 3.20.'de görüldüğü gibi Murat da, görsel temsil üzerinde yapıların birim küp sayılarını hesaplarken ve somut temsillerini oluştururken kat ve sıra stratejilerini kullanmıştır. Bununla birlikte yapılarda birim küp sayısını hesaplarken çarpımsal ve toplamsal muhakeme kullanmıştır. Murat, bir yapı dışında kalan yapıların tümünde somut temsilleri oluştururken en alt katta önce uzunluk ve genişliği inşa etmiş sonra da katı tamamlamıştır. Diğer katları ise ya en alt katta oluşturduğu şekilde ya da sıra sıra inşa etmiştir. İkinci yapıyı ise önden başlayarak arkaya doğru sıra sıra oluşturmuştur. Murat'ın da Emre gibi ön klinik görüşmede bazı yapılarda birim küp sayısını hesaplamakta ve somut temsil oluşturmakta zorluk yaşadığı görülmüştü. Murat'ın kat ve sıra stratejilerini kullanması, toplamsal ve çarpımsal muhakeme ile hesaplama yapması ön klinik görüşmede sadece belli yapılarda gözlenirken bu görüşmede bu noktalar tüm yapılarda gözlenmiştir. Ayrıca yapıların hacmi ile ilgili Emre ve Ali'ye paralel açıklamalarda bulunmuş ve informal olarak hacim bağıntısı oluşturabilmiştir.



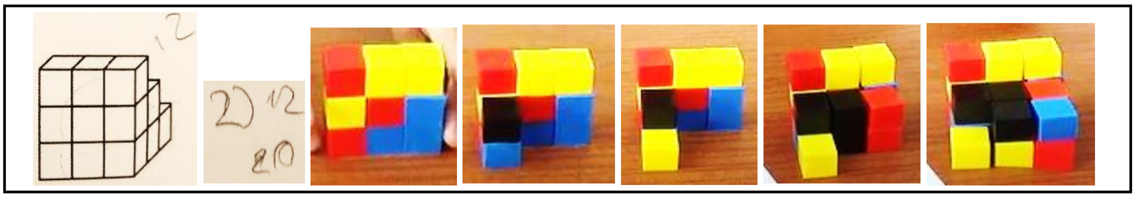
Şekil 3.20. *Murat'ın İkinci Ara Klinik Görüşmede Birim küp Yapılarını Sayma ve Oluşturmada Kullandığı Eylemler*

Murat, birinci yapıda birim küp sayısını Görsel 3.99.'da görüldüğü 60 birim küp olarak hesaplamış, yapının somut temsilini inşa etmiş ve birim küp sayısının 60 birim küp olduğunu doğrulamıştır.



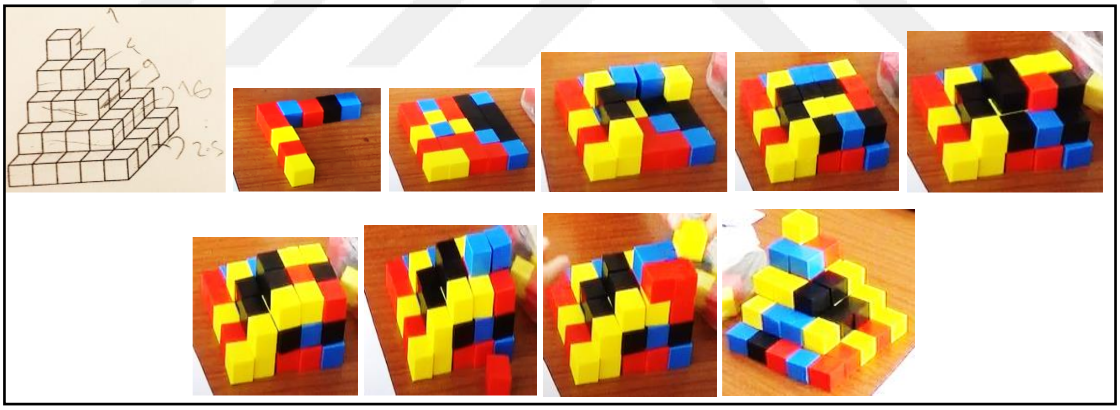
Görsel 3.99. *Murat'ın ikinci ara klinik görüşmede birinci yapıda birim küp sayısını hesaplamaya ve yapının somut temsilini oluşturmaya yönelik eylemleri*

Murat, ikinci yapıda Görsel 3.100.'de görüldüğü gibi kesin olarak var olan birim küp sayısının 12 olduğunu, ancak yapının arka kısımlarına sekiz tane birim küp eklenerek 20'ye kadar çıkabileceğini ifade etmiştir. Bununla birlikte yapının somut temsilini aşağıda görselde görüldüğü gibi önden arkaya doğru sıra sıra inşa ederek bu durumu göstermiş ve birim küp sayısını doğrulamıştır.



Görsel 3.100. *Murat'ın ikinci ara klinik görüşmede ikinci yapıda birim küp sayısını hesaplamaya ve yapının somut temsilini oluşturmaya yönelik eylemleri*

Murat, üçüncü yapıda birim küp sayısını 55 birim küp olarak hesaplamış, yapının somut temsilini inşa etmiş ve birim küp sayısının 55 birim küp olduğunu doğrulamıştır. Murat'ın bu yapıya ilişkin açıklamaları ve eylemleri aşağıda örnek olarak sunulmuştur.



Görsel 3.101. *Murat'ın ikinci ara klinik görüşmede üçüncü yapıda birim küp sayısını hesaplamaya ve yapının somut temsilini oluşturmaya yönelik eylemleri*

Araştırmacı: Bu yapıda kaç tane birim küp vardır, hesaplar mısın?

Murat: Birinci katta arkaya doğru 5 sıra var her bir sırada 5 tane var 5 kere 5, 25 olur.

Araştırmacı: Her bir sırada 5 tane olduğunu nasıl anladın?

Murat: Eğer şu altta olmasaydı üsttekiler böyle durmazdı, düşerdi.

Araştırmacı: Devam edebilirsin.

Murat: İkinci katta aynı şekilde 4 kere 4, 16 tane var üçüncü katta 3 kere 3, 9 tane var. Dördüncü katta 2 kere 2, 4 tane var beşinci katta da 1 tane var topladığımızda 55 tane olur.

Araştırmacı: Yapıyı oluşturur musun?

Murat: Evet işte böyle kat kat oluşturdum (Yukarıda görselde görüldüğü gibi inşa etti).

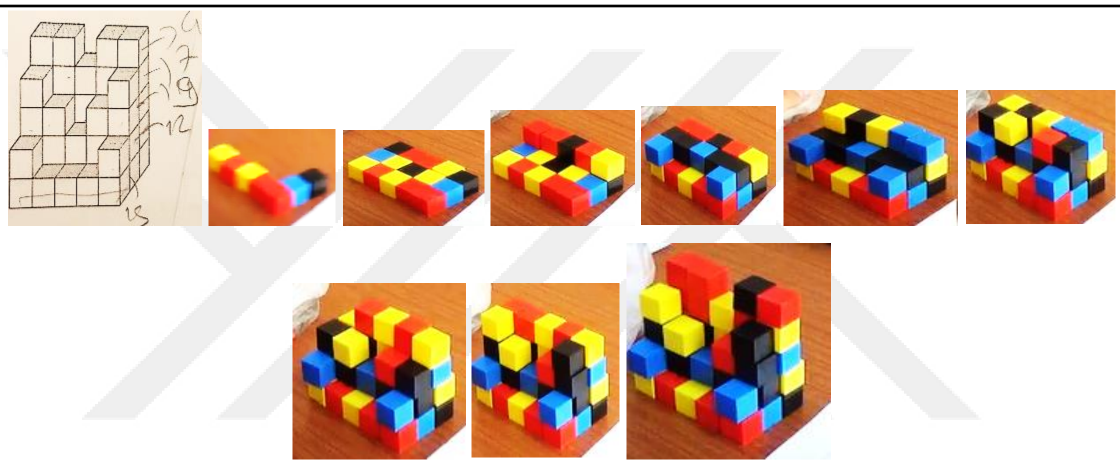
Araştırmacı: Birim küp sayıları bu yapının neyi olur?

Murat: Hacmi olur.

Araştırmacı: Neden?

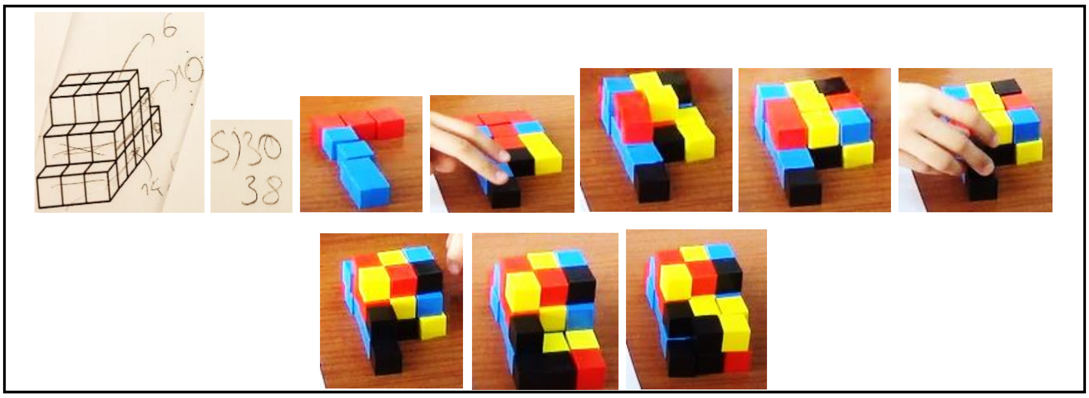
Murat: Çünkü boşlukta yer kaplıyor. Burada yapmadan önce bir şey yoktu. Şimdi yaptım 55 birim küp oldu.

Murat, dördüncü yapıda birim küp sayısını Görsel 3.102.'de görüldüğü 47 birim küp olarak hesaplamış, yapının somut temsilini inşa etmiş ve birim küp sayısının 47 birim küp olduğunu doğrulamıştır.



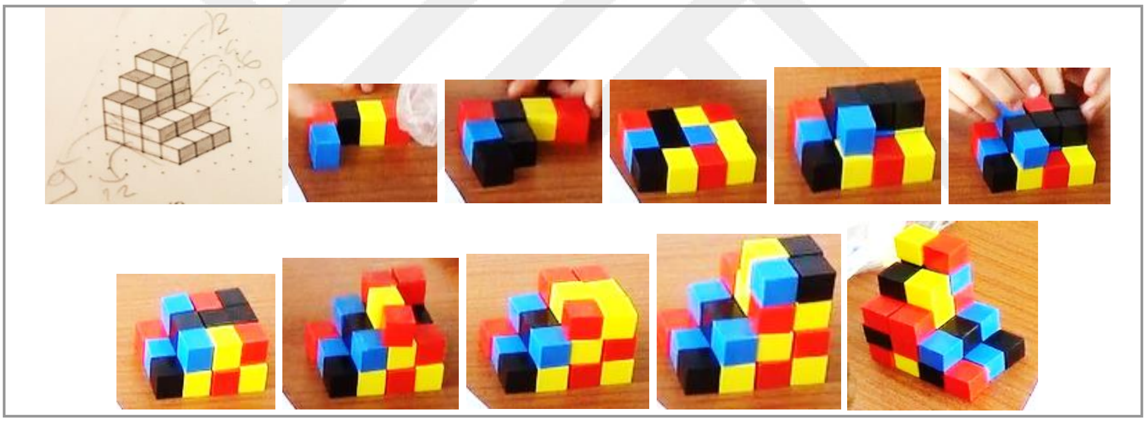
Görsel 3.102. *Murat'ın ikinci ara klinik görüşmede dördüncü yapıda birim küp sayısını hesaplamaya ve yapının somut temsilini oluşturmaya yönelik eylemleri*

Murat, Görsel 3.103.'te görüldüğü üzere beşinci yapıda Emre ve Ali gibi birim küp sayısının en az 30 olduğunu ve yapının arka kısımlarına sekiz tane birim küp eklenebileceğini dolayısıyla da yapıda en fazla 38 birim küp olabileceğini belirtmiş, yapının somut temsilinde bu durumu göstermiş ve birim küp sayısını doğrulamıştır.



Görsel 3.103. *Murat'ın ikinci ara klinik görüşmede beşinci yapıda birim küp sayısını hesaplamaya ve yapının somut temsilini oluşturmaya yönelik eylemleri*

Murat, altıncı yapıda birim küp sayısını 33 birim küp olarak hesaplamış, yapının somut temsilini inşa etmiş ve birim küp sayısının 33 birim küp olduğunu doğrulamıştır. Murat'ın bu yapıya ilişkin açıklamaları ve eylemleri aşağıda örnek olarak sunulmuştur.



Görsel 3.104. *Murat'ın ikinci ara klinik görüşmede altıncı yapıda birim küp sayısını hesaplamaya ve yapının somut temsilini oluşturmaya yönelik eylemleri*

Araştırmacı: Bu yapıda kaç tane birim küp vardır, hesaplar mısın?

Murat: Birinci katta burada 4 tane 3 sıra var 4 kere 3, 12 olur. Şu alttakilerin olduğunu nasıl anladım. Onlar olmasaydı üsttekiler göçerdi. Aynı şekilde ikinci katta 3 kere 3, 9 tane, üçüncü katta 3 kere 2, 6 tane dördüncü katta 2 kere 2, 4 tane beşinci katta da 2 tane var topladığım zaman 33 tane oluyor.

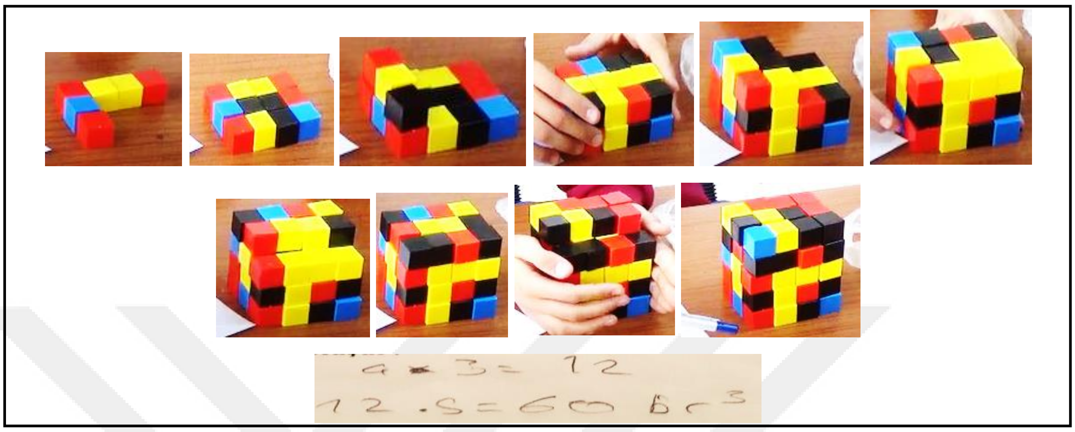
Araştırmacı: Yapıyı oluşturur musun?

Murat: Evet hesapladığım gibi oluştururum (Yukarıda görselde görüldüğü gibi inşa etti).

Araştırmacı: Birim küp sayıları bu yapının neyini oluşturuyor bir kez daha açıklar mısın?

Murat: Hacmidir. Çünkü burada bir şey yoktu. Şimdi ben yaptım 33 birim küp yer kapladı.

Murat uzunluğu 4 birim, genişliği 3 birim, yüksekliği 5 birim olan dikdörtgen prizmanın somut temsilini ise benzer eylemlerde bulunarak inşa etmiş ve oluşturduğu dikdörtgen prizmada birim küp sayısını 60 birim küp hesaplamıştır. Murat'ın dikdörtgen prizmaya ilişkin açıklamaları ve eylemleri aşağıda örnek olarak sunulmuştur.



Görsel 3.105. *Murat'ın ikinci ara klinik görüşmede boyutları verilen dikdörtgen prizmanın somut temsilini oluşturmaya ve yapıda birim küp sayısını hesaplamaya yönelik eylemleri*

Araştırmacı: Oluşturduğun bu yapıda kaç tane birim küp vardır?

Murat: Birinci katta uzunluğu 4, genişliği 3 çarparız 4 tane 3, 12 birim küp var yüksekliği de 5**,** her katta 12 tane var 5 tane 12 nin toplamı kaç eder 60 birim küp kısaca 12 çarpı 5, 60 birim küp olur.

Araştırmacı: Birim küp sayısı bu yapının neyini oluşturur?

Murat: Hacmini oluşturur.

Araştırmacı: O zaman bu yapının hacmi kaç birim küptür?

Murat: 60 birim küp.

Araştırmacı: Neden?

Murat: Çünkü boşlukta 60 birim küp yer kaplıyor.

Murat, ön klinik görüşmede Emre ve Ali kadar zorluk yaşamamasına karşın birim küp yapılarında sayma ve oluşturma becerileri konusunda belli noktalarda zorluklar yaşamıştı. Yukarıda anlatıldığı üzere, Murat'ın ikinci ara klinik görüşmede birim küp yapılarında sayma ve oluşturma becerileri konularını ön klinik görüşmeye göre daha iyi bir biçimde yapılandırdığı görülmüştür.

Ali, Emre ve Murat'ın Birim küp yapılarında sayma ve oluşturma becerileri konularında eksikliklerini giderdikleri ve yeterliklerinin sağlandığı gözlendiğinden üçüncü etap öğretim dizisine geçilmiştir.

3.6. Üçüncü Etap Öğretim Dizisine İlişkin Bulgular

Bu bölümde, dikdörtgen prizmaların hacmini anlamlandırma, hacmini ölçme ile ilgili bağıntılar oluşturma ve bu bağıntıları günlük hayat bağlamındaki problemlerde kullanmaya yönelik gerçekleştirilen beş haftalık öğretimden elde edilen bulgulara yer verilmiştir. Öğretim sürecinde gerçekleştirilen sınıf içi uygulamalar ise yine üç kişiden oluşan küçük grup tartışmaları ve bu çalışmaların sonucunda grupların ulaştıkları sonuçları, izledikleri yolları sınıfa sundukları sınıf tartışmaları şeklinde iki adımda gerçekleştirilmiştir.

3.6.1. Beşinci hafta öğretim dizisine ilişkin bulgular

Birim küp yapılarında sayma ve oluşturma becerilerinin geliştirilmesi etkinliğinde hacim kavramı boşlukta kaplanan yer bağlamında sınıfta tartışılmıştı. Bu hafta ise yine kaplanan yer bağlamında olmak üzere dikdörtgen prizmanın hacmini anlamlandırmaya ve hacminin tam olarak belirlenebilmesi için birim küpler kullanmanın gerekliliğini anlamaya yönelik bir öğretim etkinliği düzenlenmiş ve gerçekleştirilmiştir.

3.6.1.1. Beşinci hafta küçük grup tartışmalarına ilişkin bulgular

Öğrenciler, üçer kişilik dört gruba ayrılmış ve her bir gruba dikdörtgen prizmanın hacmini anlamlandırmanın ve hacminin belirlenmesinde birim küpler kullanmanın gerekliliğini anlamanın amaçlandığı etkinlik (EK-4) dağıtılmıştır. Bu etkinlikte öğrencilerin ilgi ve dikkatlerini çekmek amacıyla günlük yaşamda aşina oldukları boş bir kutunun taşıma kapasitesi üzerine bir kurgu hazırlanmış ve sorular bu bağlam üzerinden sorulmuştur. Etkinlik üzerinde tüm grupların kendi aralarında tartışmaları sağlanmıştır. Küçük grup tartışmalarında tartışılması ön görülen fiziksel/zihinsel eylemler, bu tartışmalar sırasında odak grupta zorluk yaşanan fiziksel/zihinsel eylemler ve bu sırada ortaya konan grup içi sosyal ve sosyomatematiksel normlar Şekil 3.21.'de sunulmuştur.

Şekil 3.21.'de görüldüğü gibi; dikdörtgen prizmanın içinin küresel cisimlerle, farklı prizmalarla ve sıvılarla doldurulması ve dikdörtgen prizmanın içinin başka neler ile doldurulabileceği şeklinde fiziksel/zihinsel eylemlerin tartışılması ön görülmüştür. Odak grup tartışma sürecinde, dikdörtgen prizmanın içinin farklı prizmalarla doldurulduğunda kesin olarak dolmayabileceği dolayısıyla da hacminin kesin olarak belirlenemeyeceğini anlama ve dikdörtgen prizmanın hacminin kesin olarak belirlenebilmesi için içinin birim küplerle doldurulması gerektiği konularında zorluk yaşandığı gözlenmiştir. Tartışmalar sırasında grup üyelerinin zihinsel eylemlerini yönlendiren fikirlerini açıklama ve gerekçelendirme, arkadaşlarının açıklamalarını anlamaya çalışma, mutabık ya da karşı olma, bu süreçte onlara düşünmeleri için zaman verme, birbirlerini dinleme ve sorgulama gibi sosyal normlar ve bu normlarla ilişkili ve doğal olarak matematiğe özgü normlarda ortaya konmuştur. Sosyomatematiksel normlar olarak adlandırılan bu normlar kabul edilebilir ve farklı matematiksel açıklama yapma, gerekçelendirme şeklinde tanımlanmıştır.

Birinci soruda Emre ve Murat, Ali'den düşüncesini açıklamasını istemişler, Ali de "Kutu tenis toplarıyla doldurulduğunda dikdörtgen prizma şeklindeki kutu tam olarak dolmaz. Bu nedenle kutunun hacmi tam olarak belirlenemez." şeklinde kabul edilebilir bir matematiksel açıklama ve gerekçelendirmede bulunmuştur. Emre ve Murat da kutunun tenis toplarıyla doldurulduğunda kutunun içinde boşluklar kalacağını belirterek Ali'ye katılmışlar ve grupça bu yanıt etrafında mutabık olmuşlardır.

İkinci soruda Ali, önce kutunun doldurulmasında görselde verilen biri büyük biri küçük prizmaların ikisinin de kullanılacağını düşünerek kutunun tam olarak dolmayacağını ifade etmiştir. Emre ve Murat da Ali'ye soruyu açıklamaya çalışarak kutunun farklı dikdörtgen prizmalarla doldurulduğunda tam dola da bileceğini boşluk da kalabileceğini belirtmiş ve hacminin belirlenebilmesinin kutunun tam olarak dolup dolmayacağına bağlı olduğunu açıklamışlardır. Ancak kutunun hacminin kesin olarak belirlenebilmesinde farklı prizmaların kullanılamayacağını düşünememişlerdir. Bu konuyla ilgili aralarında;

Ali: Bu dikdörtgen prizmalar, biri büyük biri küçük o yüzden kutu bunlarla tam dolmaz.

Murat: Hayır öyle değil bunların herhangi biriyle ya da herhangi bir dikdörtgen prizmayla doldurulduğunda tam olarak dolar mı diyor. Kutu herhangi bir dikdörtgen prizmayla dola da bilir dolmaya da bilir. Bir tanesiyle dolarken başka bir tanesiyle dolmayabilir. Kutunun hacminin belirlenmesi kutunun tam dolup dolmamasına bağlıdır.

Emre: Aynen katılıyorum mesela bu kutunun uzunluğu 20 cm, genişliği 10 cm olsun bu prizmanın da uzunluğu 10 cm, genişliği 5 cm olsa alttan başlayarak kutuyu boşluk kalmadan doldurur ama bunlar farklı olsa kutu tam dolmayabilir.

Ali: Anladım kenarlara bağlı. Tam olarak kutunun tam olarak dolup dolmadığını anlamamız için kenarların santimini vermesi gerek.

şeklinde bir diyalog yaşanmıştır.

Amaç: Dikdörtgenler Prizmasının Hacmini Anlamlandırma ve Hacminin Belirlenmesinde Birim Küpler Kullanmanın Gerekliliğini Anlama

Fiziksel/Zihinsel Eylemler

- Dikdörtgen prizmanın içinin küresel cisimlerle doldurulması
- Dikdörtgen prizmanın içinin farklı prizmalarla doldurulması
- Dikdörtgen prizmanın içinin sıvılarla doldurulması
- Dikdörtgen prizmanın içinin başka neler ile doldurulabileceği

Grup Tartışması Sırasında Zorluk Yaşanan Fiziksel/Zihinsel Eylemler

- Dikdörtgen prizmanın hacminin tam olarak belirlenebilmesi için içinin birim küplerle doldurulabileceği
- Dikdörtgen prizmanın içinin farklı prizmalarla doldurulması

Sosyomatematiksel Normlar

- Kabul Edilebilir Matematiksel Açıklama, Gerekçelendirme
  - ✓ Farklı Matematiksel Açıklama, Gerekçelendirme

Sosyal Normlar

- Fikirlerini Açıklama, Gerekçelendirme
- Arkadaşlarının Açıklamalarını Anlamaya Çalışma ve Mutabık ya da Karşı Olma
  - ✓ Arkadaşlarının Düşünmesi İçin Zaman Tanıma
  - ✓ Arkadaşlarının Açıklamasına Olanak Verme ve Onları Dinleme
- Birbirlerini Sorgulama

Şekil 3.21. *Beşinci Hafta Küçük Grup Tartışmaları*

Üçüncü soruda Ali, "Kutu, sıvı ile doldurulduğunda kutunun hacmi tam olarak belirlenemez. Çünkü sıvının hacmi belli değil." şeklinde bir matematiksel açıklama ve gerekçelendirmede bulunmuştur. Emre, Ali'ye karşı çıkarak "Neden belli olmasın sıvının hacmini önce litrelik bir şişeyle ölçeriz sonra kutuya boşaltırız." şeklinde bir açıklama yapmıştır. Murat da kutunun hacminin birim küplerle ölçüldüğünü belirterek bazı kaplarda hacmin kaç birim küp olduğu belirtildiği için bu kaplar kullanılarak kutunun hacminin belirlenebileceğini ifade etmiştir. Emre, kutunun hacmini belirlemede sıvı ölçme birimi olan litreden yararlanarak düşünürken Murat, sıvının hacmini birim küp olarak düşünmüştür. Grupça sıvının hacminin ölçülerek belirlenebileceğini belirterek kutunun hacminin belirlenebileceği konusunda mutabık olmuşlardır.

Dördüncü soruda Murat, Ali ve Emre'yi "Biz hacmi ne ile ölçüyoruz?" şeklinde sorgulamıştır. Murat, Ali ve Emre'den yanıt alamayınca birim küplerle oluşturulmuş yapıları hatırlatarak kutunun hacminin belirlenmesi için birim küplerin kullanılabileceğini belirtmiştir. Ancak birim küplerin dikdörtgen prizmanın içini boşluk kalmadan nasıl kapladığını yeterince açıklamadığı için Ali, arkadaşlarına katılmasına karşın bu durumun nasıl olduğunu yeterince anlayamamıştır. Nitekim Emre, Ali'yi "Kutu küple doldurulabilir mi?" şeklinde sorgulamış, Ali de "Evet, Çünkü küpün yüzeyleri ve ayrıtları aynı." şeklinde bir yanıt vermiştir. Ali'nin bu soruda kutunun içi doldurulurken nesneler arasında boş kalmaması gerektiği fikrine sahip olduğu ancak herhangi bir küple tam olarak kaplanamayabileceğini düşünemediği görülmüştür. Dolayısıyla kutunun birim küple boşluk kalmadan nasıl doldurulabileceğini anlama konusunda zorluk yaşamıştır.

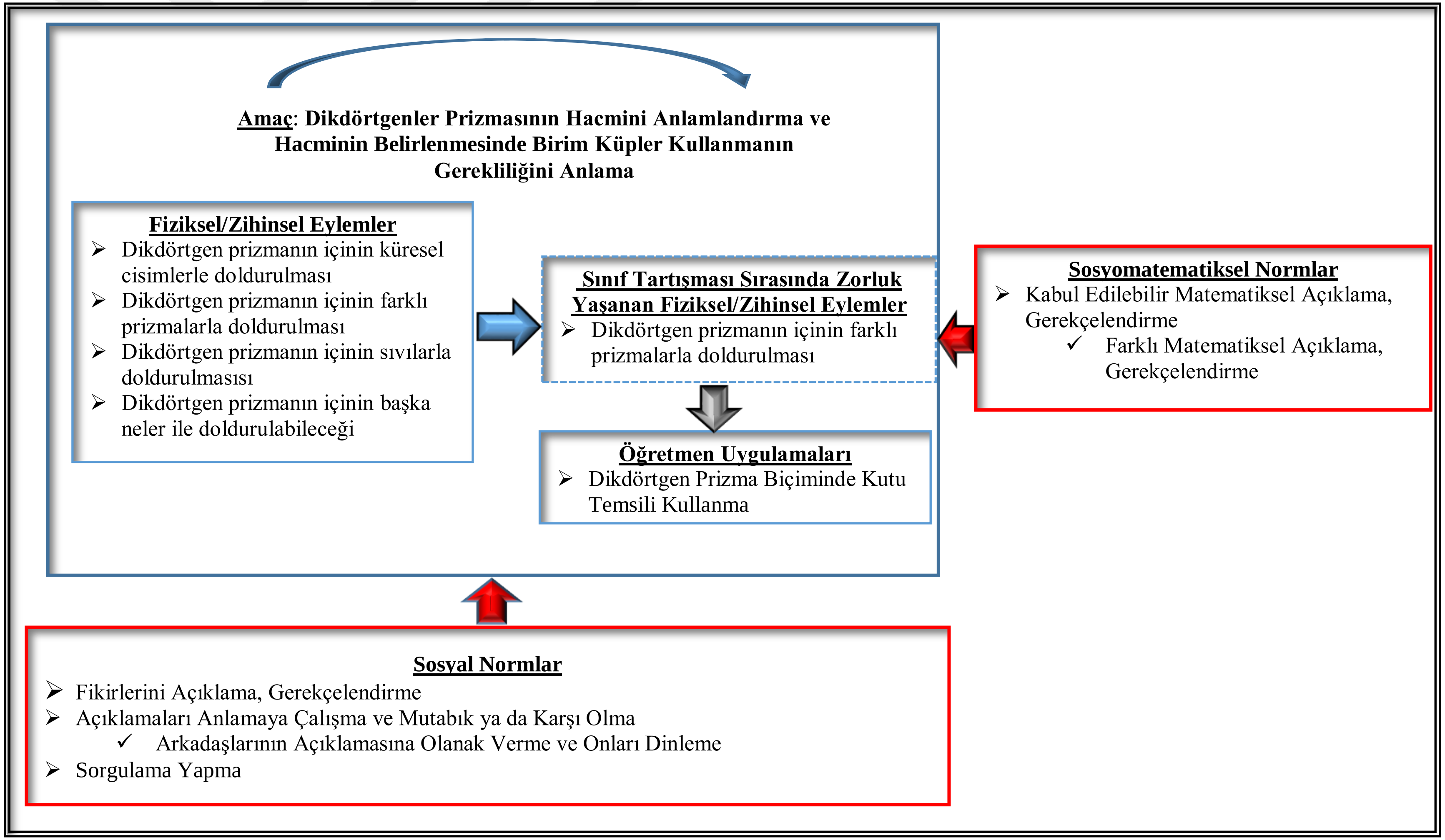
Yukarıda anlatıldığı üzere, küçük grup tartışması sürecinde odak öğrencilerin dikdörtgen prizmanın hacminin tam olarak belirlenebilmesi için içinde boşluk kalmaması gerektiğini yapılandırdıkları gözlenmiştir. Ancak Ali, kutunun hacminin belirlenebilmesi için neden birim küplerin kullanılması gerektiğini tam olarak yapılandırmadığı görülmüştür. Bununla birlikte Ali, Emre ve Murat'ın kutunun hacminin tam olarak belirlenebilmesinde farklı prizmaların her durumda kullanışlı olmadığını anlamış ancak kutunun hacminin kesin olarak belirlenebilmesinde farklı prizmaların kullanılmaması gerektiğini anlamakta zorluk yaşadıkları gözlenmiştir. Öte yandan daha önce birim küplerle dikdörtgen prizma inşa ederken hacim bağıntısı oluşturmalarına karşın bu durumu buraya transfer edememişlerdir. Grup içi normlar bağlamında ise öğrencilerin kendi fikirlerini ve çözümlerini açıkladıkları, birbirlerinin yanıtlarını dinledikleri, birbirlerini anlamaya çalıştıkları ve birbirlerini sorguladıkları gözlenmiştir.

3.6.1.2. Beşinci hafta sınıf tartışmalarına ilişkin bulgular

Küçük grup tartışmalarından sonra tüm öğrencilerin katıldığı sınıf tartışmasına geçilmiştir. Sınıf tartışmasında sırasıyla tüm gruplara söz hakkı verilerek ilgili soruda düşündüklerini sınıfla paylaşmaları istenmiştir. Bu esnada öğrencilerin kendi arasında ve öğrenciler ile öğretmen arasında çeşitli tartışmalar yaşanmıştır. Odak öğrenciler merkezde olmak üzere tüm sınıfla birlikte gerçekleştirilen tartışmalar, aşağıda sunulmuştur. Sınıfta tartışılması ön görülen fiziksel/zihinsel eylemler, bu tartışmalar sırasında öğrencilerin zorluk yaşadıkları fiziksel/zihinsel eylemler, bu zorluklar karşısında öğretmenin gerçekleştirdiği uygulamalar ve bu sırada ortaya konan sınıf içi sosyal ve sosyomatematiksel normlar Şekil 3.22.'de sunulmuştur.

Şekil 3.22.'de görüldüğü gibi; dikdörtgen prizmanın içinin küresel cisimlerle, farklı prizmalarla ve sıvılarla doldurulması ve dikdörtgen prizmanın içinin başka neler ile doldurulabileceği şeklinde fiziksel/zihinsel eylemlerin tartışılması ön görülmüştür. Sınıf tartışma sürecinde dikdörtgen prizmanın içinin farklı prizmalarla doldurulduğunda kesin olarak dolmayabileceği dolayısıyla da hacminin kesin olarak belirlenemeyeceğini anlama noktasında zorluk yaşandığı gözlenmiştir. Bu zorluk karşısında öğretmen, dikdörtgen prizma şeklinde somut bir kutu temsili kullanmıştır. Tartışmalar sırasında öğrencilerin zihinsel eylemlerini yönlendiren fikirlerini açıklama ve gerekçelendirme, açıklamaları anlamaya çalışma, mutabık ya da karşı olma ve sorgulama yapma gibi sosyal normlar ve bu normlarla ilişkili ve doğal olarak matematiğe özgü normlarda ortaya çıkmıştır. Sosyomatematiksel normlar olarak adlandırılan bu normlar kabul edilebilir ve farklı matematiksel açıklama yapma ve gerekçelendirme şeklinde tanımlanmıştır.

Öğretmen, sınıf tartışmasının başında küçük grup tartışmasında öğrencilerin üzerinde tartıştıkları etkinliği akıllı tahtaya yansıtmıştır. Birinci soruda; tüm gruplar, kutunun tenis toplarıyla dolduğunda hacminin tam olarak belirlenemeyeceğini ifade etmişlerdir. Öğretmen, bir grubun öğrencilerinden kutu tenis toplarıyla doldurulduğunda kutunun hacminin neden belirlenemeyeceğini açıklamalarını istemiştir. Bu grubun öğrencileri de "Kutunun hacmini tam olarak belirlemek için kutunun içinde hiç boşluk kalmaması gerekir. Ama tenis toplarıyla doldurursak aralarda boşluk kalır." şeklinde kabul edilebilir bir matematiksel açıklama ve gerekçelendirmede bulunmuş ve diğer öğrencilerde bu açıklamaya katılmışlardır. Öğretmen de bu duruma tekrar vurgu yapmış ve tüm öğrenciler bu yanıt etrafında mutabık olmuştur.



Şekil 3.22. *Beşinci Hafta Sınıf Tartışmaları*

İkinci soruda iki grubun öğrencileri, “Prizmalar bir hacme sahip olduklarından dolayı kutu farklı prizmalarla boşluk kalmadan doldurulabilir.” şeklinde bir açıklamada bulunurken, bir gruptaki öğrenciler de “Kutunun hacminin belirlenebilmesi için prizmaların hacminin belirlenmesi gerekir.” şeklinde bir açıklamada bulunmuştur. Odak gruptaki öğrenciler ise “Kutu bir prizmayla dolarken başka bir prizmayla dolmaz. Bu nedenle kutunun hacminin belirlenmesi, kutunun tam olarak dolup dolmamasına bağlıdır.” şeklinde bir açıklama yapmışlardır. Dolayısıyla tüm grupların bu soruda zorluk yaşadıkları görülmüştür. Öğretmen, tüm grupların yaşadığı bu zorluk karşısında odak grup öğrencilerinden Emre’den Görsel 3.106.’da görülen dikdörtgen prizma şeklinde somut dikdörtgen prizma temsili üzerinde kutunun dikdörtgen prizma modelleriyle dolmayabileceğini göstermesini istemiştir. Emre de kutunun ve kutunun içini dolduracağı dikdörtgen prizmaların uzunluğuna, genişliğine ve yüksekliğine sayı değerleri vererek kutunun tam olarak hem dolabileceğini hem de dolmayabileceğini göstermiştir. Emre, bununla ilgili, “Diyelim kutunun uzunluğu 20 cm, genişliği 10 cm, yüksekliği de 50 cm olsun. İçine koyacağımız prizmanın da uzunluğu 10 cm, genişliği 5 cm, yüksekliği de 25 cm olsun. Uzunluğa ve genişliğe boşluk kalmayacak şekilde ikişer tane koyarız. Bir kat daha yaparız olur ama farklı sayılar da olursa boşluk kalabilir. Mesela kutunun uzunluğu 23 cm olursa kutu tam dolmaz.” şeklinde bir açıklamada bulunmuştur.

Görsel 3.106. *Emre’nin sınıf tartışmasında dikdörtgen prizma modeli üzerinde kutunun herhangi bir dikdörtgen prizma ile doldurulup doldurulamayacağını göstermesi*

Öğretmen, bu noktada “Peki biz hacmi kesin olarak belirlemek istiyoruz. O zaman kutuyu prizmalarla doldurmak doğru olur mu sizce?” şeklinde sınıfı sorgulamıştır. Öğrenciler de kutunun hacminin belirlenebileceğini ancak kesin olarak belirlenmesinin mümkün olmadığını ifade ederek bu yanıt etrafında mutabık olmuşlardır.

Üçüncü soruda üç grup, kutu herhangi bir sıvı ile doldurulduğunda kutunun hacminin belirlenebileceğini ifade ederken bir grup, kutunun hacminin belirlenemeyeceğini ifade etmiştir. Bununla birlikte tüm gruplar, kutunun herhangi bir sıvı ile doldurulduğunda kutunun içinde boşluk kalmayacağını belirtmişlerdir. Öğretmen, kutunun hacminin belirlenemeyeceğini belirten gruptan neden böyle düşündüklerini sınıfa açıklamalarını istemiştir. Gruptan bir öğrenci, “Grup olarak kutu sıvı ile doldurulduğunda kutunun hacmini belirleyemeyiz diye düşündük. Çünkü kutuyu dolduracağımız sıvının hacmi belli değil.” şeklinde bir açıklama ve gerekçelendirmede bulunmuştur. Diğer öğrenciler, bu grubun düşüncesine karşı çıkmışlardır. Emre ve Murat, söz alarak “Sıvının hacmini kutuya koymadan önce belirleriz öyle kutuya boşaltırız. Mesela litrelik şişeler kullanabiliriz?” şeklinde bir açıklamada bulunmuşlardır. Diğer öğrenciler, bu düşünceye katılmışlardır. Öğretmen, bu noktada sınıfa “Diyelim ki arkadaşınızın dediği gibi sıvının hacmini bilmiyoruz. Mesela kutuyu götürdük musluğun önünde suyla doldurduk bu durumda kutunun hacmini nasıl belirleyebiliriz?” şeklinde bir soru sormuştur. Tüm öğrenciler, sıvının hacminin bilinmemesi durumunda kutunun hacminin belirlenemeyeceğini ifade etmişlerdir. Sonuç olarak tüm öğrenciler, sıvının hacminin bilinmesi durumunda kutunun hacminin belirlenebileceği, sıvının hacminin bilinmemesi durumunda ise kutunun hacminin belirlenemeyeceği konusunda mutabık olmuşlardır.

Dördüncü soruda tüm gruplar, kutunun hacminin tam olarak belirlenebilmesi için birim küplerle doldurulabileceğini ifade etmişlerdir. Bir grubun öğrencileri, birim küplerin yanında farklı küplerle de doldurulabileceğini ifade etmişlerdir. Öğretmen, ikinci sorudaki tartışmayı tekrar açmış ve kutu bazı farklı küplerle doldurulduğunda boşluk kalabileceğini dikdörtgen prizma şeklindeki somut kutu modeli üzerinde göstermiştir. Daha sonra bu soru ile ilgili sınıfta;

Görsel 3.107. *Murat'ın sınıf tartışmasında dikdörtgen prizma modeli üzerinde kutunun birim küp ile boşluk kalmadan doldurulabildiğini göstermesi*

Öğretmen: Neden birim küplerle doldurulduğunda kutunun hacmi kesin belirlenebilir?

Gaye: Çünkü boşluk kalmaz.

Öğretmen: Neden boşluk kalmaz?

Murat: Çünkü birim küpün uzunluğu, genişliği ve yüksekliği 1 birimdir. Mesela kutunun uzunluğu 20 cm, yüksekliği 10 cm, genişliği 5 cm olsun. 1 santimetrelik küpleri uzunluğa 20'şer tane genişliğe 5'er, yüksekliğe 10'ar tane koyarız hiç boşluk kalmaz. Hacmi belirlenebilir (Yukarıda görselde görüldüğü gibi somut temsil üzerinde gösterdi).

şeklinde bir diyalog yaşanmıştır. Daha sonra öğretmen, bu duruma tekrar vurgu yaparak birim küplerin kutunun hacmini belirlemede kullanılabileceğini göstermiş ve tüm öğrenciler, bu tartışmalar etrafında mutabık olmuşlardır.

Yukarıda anlatıldığı üzere, sınıf tartışmaları sürecinde öğrencilerin genel olarak dikdörtgen prizmanın hacminin tam olarak belirlenebilmesi için içinde boşluk kalmaması gerektiğini dolayısıyla da kutunun sıvılarla ya da birim küplerle doldurulabileceğini yapılandırdıkları gözlenmiştir. Bununla birlikte öğrenciler, daha önce birim küplerle dikdörtgen prizma inşa ederken hacim bağıntısı oluşturmalarına ve Murat, son soruda kutunun birim küplerle boşluk kalmadan doldurulabildiğini göstermesine karşın kutu sıvı ile doldurulduğunda kutunun hacminin belirlenebilmesinin ancak sıvının hacminin belirlenebilmesine bağlı olduğunu ifade etmişlerdir. Öğrenciler, oluşturdukları hacim ölçme bağıntısını birim küp yapılarına özgü olarak düşünmüş ve buraya transfer edememişlerdir. Dolayısıyla oluşturdukları bağıntının dikdörtgen prizmanın hacim bağıntısı olduğunu fark etmemişlerdir. Sınıf içi normlar bağlamında ise öğrencilerin kendi fikirlerini ve çözümlerini açıkladıkları, birbirlerinin yanıtlarını dinledikleri, birbirlerini anlamaya çalıştıkları gözlenmiştir.

3.6.2. Altıncı hafta öğretim dizisine ilişkin bulgular

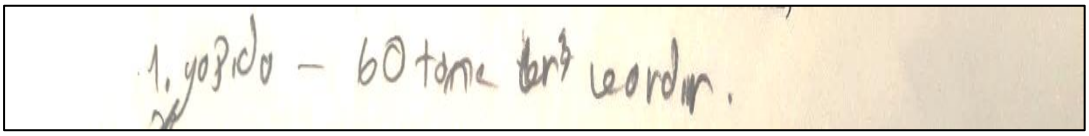
Bu hafta; dikdörtgen prizmanın içine boşluk kalmayacak biçimde yerleştirilen birim küp sayısının dikdörtgen prizmanın hacmi olduğunu anlamaya yönelik bir öğretim etkinliği düzenlenmiş ve gerçekleştirilmiştir.

3.6.2.1. Altıncı hafta küçük grup tartışmalarına ilişkin bulgular

Öğrenciler, üçer kişilik dört gruba ayrılmış ve her bir gruba dikdörtgenler prizmasının içine boşluk kalmayacak biçimde yerleştirilen birim küp sayısının dikdörtgen prizmanın hacmi olduğunu anlamanın amaçlandığı etkinlik (EK-4) dağıtılmıştır. Öğrencilerin ilgi ve dikkatlerini çekmek amacıyla günlük yaşamda aşina oldukları sabun kalıpları ve kamyon kasası üzerine bir kurgu hazırlanmış ve sorular bu bağlam üzerinden sorulmuştur. Öğretmen, küçük grup tartışmalarının başında ikinci yapıda birim küp şeklinde dizilmiş sabun kalıplarının düşmemesi için birbirine dıştan bağlı olduğunu düşünerek ve varlığı kesin olan birim küplerin sayısını hesaplayarak sorulara yanıt aramaları gerektiğini öğrencilere açıklamıştır. Etkinlik üzerinde tüm grupların kendi aralarında tartışmaları sağlanmıştır. Küçük grup tartışmalarında tartışılması ön görülen zihinsel eylemler, bu tartışmalar sırasında odak grup öğrencileri tarafından yapılandırıldığı gözlenen zihinsel eylemler ve bu sırada ortaya konan grup içi sosyal ve sosyomatematiksel normlar Şekil 3.23.’te sunulmuştur.

Şekil 3.23.’te görüldüğü gibi birim küplerle oluşturulmuş dikdörtgen prizmada ve farklı yapılarda birim küp sayısını hesaplama ve dikdörtgen prizmanın içine boşluk kalmayacak biçimde yerleştirilen birim küp sayısının dikdörtgen prizmanın hacmi olduğunu anlama zihinsel eylemlerinin tartışılması ön görülmüştür. Odak grup tartışması sürecinde, herhangi bir zorlukla karşılaşılmamıştır. Bununla birlikte tartışılması ön görülen zihinsel eylemlerin odak öğrenciler tarafından yapılandırıldığı görülmüştür. Tartışmalar sırasında grup üyelerinin zihinsel eylemlerini yönlendiren fikirlerini ve çözümlerini açıklama ve gerekçelendirme, arkadaşlarının açıklamalarını anlamaya çalışma, mutabık olma, bu süreçte onlara düşünmeleri için zaman verme, birbirlerini dinleme ve sorgulama gibi sosyal normlar ve bu normlarla ilişkili ve doğal olarak matematiğe özgü normlarda ortaya konmuştur. Sosyomatematiksel normlar olarak adlandırılan bu normlar kabul edilebilir matematiksel açıklama yapma ve gerekçelendirme, matematiksel çözümler yapma şeklinde tanımlanmıştır.

Birinci soruda Emre ve Murat, Ali’den birinci yapıdaki birim küp sayısını hesaplamasını istemişler, Ali de kat ve sıra stratejilerini kullanarak ve çarpımsal muhakeme yaparak birim küp sayısını 60 birim küp olarak hesaplamış, grupça bu yanıt üzerinde mutabık olmuş ve Görsel 3.108.’de görüldüğü gibi çalışma kâğıdına yansıtmışlardır.



Görsel 3.108. *Odak grup öğrencilerinin küçük grup tartışmasında birinci yapıda hesapladıkları birim küp sayısını çalışma kâğıdına yansıtmaları*

Amaç: Dikdörtgenler Prizmasının İçine Boşluk Kalmayacak Biçimde Yerleştirilen Birim Küp Sayısının Dikdörtgenler Prizmasının Hacmi Olduğunu Anlama

Zihinsel Eylemler

- Birim küplerle oluşturulmuş dikdörtgen prizmada ve farklı yapılarda birim küp sayısını hesaplama
- Dikdörtgen prizmanın içine boşluk kalmayacak biçimde yerleştirilen birim küp sayısının dikdörtgen prizmanın hacmi olduğunu anlama

Grup Tartışması Sırasında Yapılandırıldığı Gözlenen Zihinsel Eylemler

- Birim küplerle oluşturulmuş dikdörtgen prizmada ve farklı yapılarda birim küp sayısını hesaplama
- Dikdörtgen prizmanın içine boşluk kalmayacak biçimde yerleştirilen birim küp sayısının dikdörtgen prizmanın hacmi olduğunu anlama

Sosyomatematiksel Normlar

- Kabul Edilebilir Matematiksel Açıklama, Gerekçelendirme
- Matematiksel Çözümler Yapma
  - ✓ Kolay, Etkili Çözümler

Sosyal Normlar

- Fikirlerini ve Çözümlerini Açıklama, Gerekçelendirme
- Arkadaşlarının Açıklamalarını Anlamaya Çalışma, Mutabık Olma
  - ✓ Arkadaşlarının Düşünmesi İçin Zaman Tanıma
  - ✓ Arkadaşlarının Açıklamasına Olanak Verme ve Onları Dinleme
- Birbirlerini Sorgulama

Şekil 3.23. *Altıncı Hafta Küçük Grup Tartışmaları*

Bu soruyla ilgili aralarında;

Emre: Kaç tane birim küp var burada?

Ali: Burada birinci katta bu sırada 3 tane burada 4 tane var. 4 kere 3, 12 tane olur.

Murat: 12 tane olduğunu nasıl anladın?

Ali: Şimdi ön sırada 3 tane var, bu sıranın arkasında da üçerli sıralar var. 4 tane 3,12 olur.

Emre: Peki arkada görünmeyenlerin olduğunu nasıl anladın?

Ali: Eğer arkada olmasaydı üsttekiler düşerdi. Diğer katlarda da 12 tane var kısaca 12 kere 5, 60 tane olur.

Murat: Sana katılıyorum

Emre: Ben de katılıyorum

şeklinde bir diyalog yaşanmıştır.

İkinci soruda Ali, "Birinci ve ikinci katta 4 kere 2, 8'er tane var." şeklinde bir matematiksel çözümde bulunmuştur. Emre, "Üçüncü katta şu arkada olsa 4 kere 6, 24 tane olurdu." şeklinde kabul edilebilir bir matematiksel açıklama ve çözümde bulunmuştur. Bu esnada Ali, beşinci ve altıncı sıralarda iki tane birim küpün yanında birim küplerin hem olabileceğini hem de olmayabileceğini ifade etmiştir. Emre, Ali'ye katılmış ve önce dörderli dört sırada 16 tane birim küpü çarpımsal muhakeme ile hesaplamış, sonra beşinci ve altıncı sıradaki iki birim küpü ekleyerek varlığı kesin olan birim küp sayısının 18 tane olduğunu belirtmiştir. Ali ve Emre, dördüncü kattaki birim küp sayısını Murat'tan hesaplamasını istemişler, Murat da dördüncü kattaki birim küp sayısını Emre'nin üçüncü katta hesapladığı şekilde hesaplamış ve 18 tane olduğunu göstermiştir. Ali ise beşinci kattaki birim küplerin tümünün göründüğünü ve sekiz tane olduğunu açıklamıştır. Dolayısıyla tüm katlardaki birim küp sayılarını toplayarak ikinci yapıda birim küp sayısını 60 birim küp olarak hesaplamışlar, bu yanıt ve açıklamalar etrafında mutabık olmuşlardır.

Üçüncü soruda Murat, Ali'den ne düşündüğünü açıklamasını istemiş, Ali de kamyon kasasının dikdörtgen prizmaya benzediğini ifade etmiştir. Emre ve Murat, Ali'yi "Neden böyle düşündün?" diye sorgulamışlar, Ali de "Altı yüzü de dikdörtgensel yüzey olduğu için." şeklinde kabul edilebilir bir matematiksel gerekçelendirmede bulunmuştur. Emre, bu kez Ali'yi "Yüzlerin dikdörtgensel olduğunu nasıl anladın, kaçar tane eş yüz var, tabanlar neresi bunları söyler misin?" şeklinde sorgulamış, Ali de bu sorulara "Dikdörtgenin karşılıklı kenarları aynı ve açıları 90 derecedir. Karşılıklı ikişer yüz aynıdır. Bütün yüzler taban olabilir." şeklinde kabul edilebilir matematiksel açıklama ve gerekçelendirmelerle yanıt vermiş ve grup olarak bu açıklamalar etrafında mutabık olmuşlardır.

Dördüncü soruda Emre, soruyu anlamadığını belirtmiştir. Bu nedenle Ali ve Murat, "Birinci ve ikinci yapıda hesapladığımız birim küpler, kamyon kasasını tam dolduruyormuş, hiç boşluk kalmıyormuş, bize kamyon kasasının hacmini sormuş." şeklinde Emre'ye soruyu açıklamışlardır. Emre de "O zaman çok basit 120 birim küp olur kamyon kasasının hacmi." şeklinde bir matematiksel çözümde bulunmuş ve bu yanıt ve açıklamalar etrafında mutabık olmuşlardır.

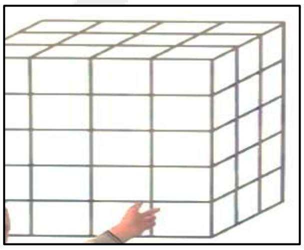
Yukarıda anlatıldığı üzere, küçük grup tartışması sürecinde odak öğrencilerin amaçlanan zihinsel eylemleri yapılandırdıkları görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin birim küp yapılarında sayma ve oluşturma becerilerini yapılandırdıkları bir kez daha gözlenmiştir. Öte yandan grup içi normlar bağlamında ise öğrencilerin kendi fikirlerini ve çözümlerini açıkladıkları, birbirlerinin yanıtlarını dinledikleri, birbirlerini anlamaya çalıştıkları ve birbirlerini sorguladıkları görülmüştür.

3.6.2.2. Altıncı hafta sınıf tartışmalarına ilişkin bulgular

Küçük grup tartışmalarından sonra tüm öğrencilerin katıldığı sınıf tartışmasına geçilmiştir. Sınıf tartışmasında sırasıyla tüm gruplara söz hakkı verilerek ilgili soruda düşündüklerini sınıfla paylaşmaları istenmiştir. Bu esnada öğrencilerin kendi arasında ve öğrenciler ile öğretmen arasında çeşitli tartışmalar yaşanmıştır. Odak öğrenciler merkezde olmak üzere tüm sınıfla birlikte gerçekleştirilen tartışmalar aşağıda sunulmuştur. Sınıf tartışmalarında tartışılması ön görülen zihinsel eylemler, bu tartışmalar sırasında genel olarak öğrenciler tarafından yapılandırıldığı gözlenen zihinsel eylemler ve bu sırada ortaya konan sınıf içi sosyal ve sosyomatematiksel normlar Şekil 3.24.'te sunulmuştur.

Şekil 3.24.'te görüldüğü gibi birim küplerle oluşturulmuş dikdörtgen prizmada ve farklı yapılarda birim küp sayısını hesaplama ve dikdörtgen prizmanın içine boşluk kalmayacak biçimde yerleştirilen birim küp sayısının dikdörtgen prizmanın hacmi olduğunu anlama zihinsel eylemlerinin tartışılması ön görülmüştür. Sınıf tartışması sürecinde de herhangi bir zorlukla karşılaşılmamıştır. Aynı zamanda sınıfta tartışılması ön görülen zihinsel eylemlerin genel olarak öğrenciler tarafından yapılandırıldığı da görülmüştür. Tartışmalar sırasında öğrencilerin zihinsel eylemlerini yönlendiren fikirlerini ve çözümlerini açıklama ve gerekçelendirme, yapılan açıklamaları anlamaya çalışma, mutabık olma, birbirlerini dinleme ve sorgulama yapma gibi sosyal normlar ve bu normlarla ilişkili ve doğal olarak matematiğe özgü normlarda ortaya konmuştur. Sosyomatematiksel normlar olarak adlandırılan bu normlar kabul edilebilir matematiksel açıklama yapma ve gerekçelendirme, matematiksel çözümler yapma şeklinde tanımlanmıştır.

Öğretmen, sınıf tartışmasının başında küçük grup tartışmalarında öğrencilerin üzerinde tartıştıkları etkinliği akıllı tahtaya yansıtmış ve ihtiyaç duyulduğu takdirde kullanmaları için sınıfın önüne bir masa yerleştirmiş ve masanın üzerine de yeterli sayıda birim küp koymuştur. Ayrıca yapılarda varlığı kesin olan birim küplerin sayısını hesaplamaları gerektiğini öğrencilere tekrar hatırlatmıştır. Birinci soruda tüm gruplar, birinci yapıda varlığı kesin olan 60 birim küp olduğunu ifade etmişlerdir. Öğretmen, odak grubun öğrencilerinden nasıl 60 birim küp bulduklarını sınıfla paylaşmaları için tahta önüne davet etmiş ve diğer öğrenciler ise soruda Ali'den açıklama yapmasını istemişlerdir. Ali de Görsel 3.109.'da görüldüğü gibi görsel temsil üzerinde "Birinci katta üçerli dört sıra olduğu için dört çarpı üç 12 tane birim küp olur. Arkada olmasaydı üsttekiler düşerdi." şeklinde kolay ve etkili bir çözümde bulunmuştur.



Görsel 3.109. *Ali'nin sınıf tartışmasında birinci yapının birinci katında birim küp sayısını hesaplamaya yönelik eylemleri*

Bu esnada öğretmen, sınıftan başka bir öğrenciye "Siz grup olarak nasıl düşündünüz?" sorusunu yöneltmiştir. Bu öğrenci de kendilerinin aynı sonuca dikdörtgen prizmanın uzunluğu ile genişliğini çarparak alternatif bir çözümde bulunmuş ve bu durumu Görsel 3.110.'da görüldüğü gibi birim küplerle üçerli dört sıra oluşturarak inşa ettiği yapı üzerinde de tekrar açıklamıştır. Bu öğrenci, birinci kattaki birim küp sayısının üçerli dört sıra olduğundan dolayı kısaca uzunlukla genişliğin çarpılarak hesaplanabileceğini ifade etmiştir.

Amaç: **Dikdörtgenler Prizmasının İçine Boşluk Kalmayacak Biçimde Yerleştirilen Birim Küp Sayısının Dikdörtgenler Prizmasının Hacmi Olduğunu Anlama**

Zihinsel Eylemler

- Birim küplerle oluşturulmuş dikdörtgen prizmada ve farklı yapılarda birim küp sayısını hesaplama
- Dikdörtgen prizmanın içine boşluk kalmayacak biçimde yerleştirilen birim küp sayısının dikdörtgen prizmanın hacmi olduğunu anlama

Sınıf Tartışması Sırasında Yapılandırıldığı Gözlenen Zihinsel Eylemler

- Birim küplerle oluşturulmuş dikdörtgen prizmada ve farklı yapılarda birim küp sayısını hesaplama
- Dikdörtgen prizmanın içine boşluk kalmayacak biçimde yerleştirilen birim küp sayısının dikdörtgen prizmanın hacmi olduğunu anlama

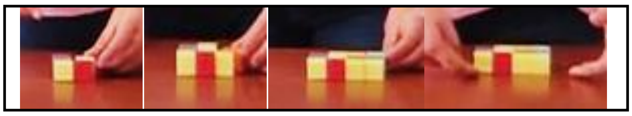
Sosyomatematiksel Normlar

- Kabul Edilebilir Matematiksel Açıklama, Gerekçelendirme
- Matematiksel Çözümler Yapma
  - ✓ Kolay, Etkili, Alternatif Çözümler

Sosyal Normlar

- Fikirlerini ve Çözümlerini Açıklama, Gerekçelendirme
- Açıklamaları Anlamaya Çalışma ve Mutabık Olma
  - ✓ Açıklamalara Olanak Verme ve Onları Dinleme
- Sorgulama Yapma

Şekil 3.24. *Altıncı Hafta Sınıf Tartışmaları*

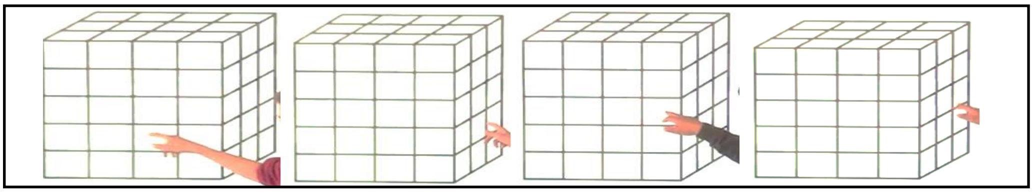


Görsel 3.110. *Bir öğrencinin sınıf tartışmasında birinci yapının somut temsilini oluşturarak birinci kattaki birim küp sayısını hesaplamaya yönelik eylemleri*

Öğretmen de Görsel 3.111.'de görüldüğü gibi görsel temsil üzerinde dörderli üç sıradan ya da üçerli dört sıradan dolayı uzunlukla genişliğin çarpıldığına tekrar vurgu yapmıştır.

Görsel 3.111. *Öğretmenin sınıf tartışmasında birinci yapının somut temsili üzerinde birinci kattaki birim küp sayısını vurgulamaya yönelik eylemleri*

Murat ve Emre, Görsel 3.112.'de görüldüğü gibi görsel temsil üzerinde ikinci ve üçüncü katta dörderli üç sıra olduğu için uzunlukla genişliği çarptıklarını belirterek her bir katta 12 tane birim küp olduğunu ifade etmişlerdir.

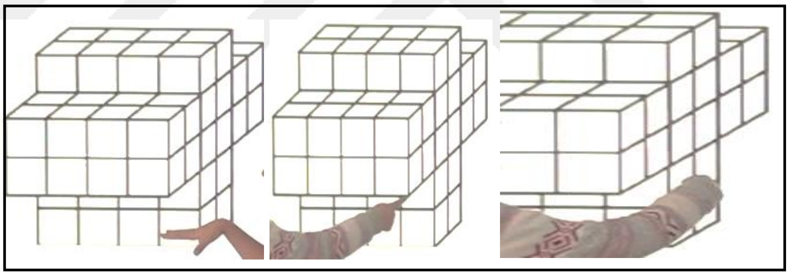


Görsel 3.112. *Murat ve Emre'nin sınıf tartışmasında birinci yapının görsel temsili üzerinde ikinci ve üçüncü katlardaki birim küp sayısını hesaplamaya yönelik eylemleri*

Öğretmen, odak grubun dışında iki öğrenciden diğer katlardaki birim küp sayılarını hesaplamalarını istemiştir. Bu iki öğrenci de aynı şekilde hesaplayarak dördüncü ve beşinci katlarda da 12'şer birim küp olduğunu göstermişlerdir. Öğretmen, "Toplam kaç tane birim küp vardır?" diye sınıfa sormuştur. Emre, "Kısaca dikdörtgen prizmanın uzunluğu ile genişliğini çarparız sonra da bulduğumuz sonucu yükseklikle çarparız.", sınıftan başka bir öğrenci de "Önce dikdörtgen prizmanın uzunluğu ile yüksekliğini çarparız sonra bulduğumuz sonucu genişlikle çarparız." şeklinde kabul edilebilir matematiksel açıklamalar ve alternatif çözümlerde bulunmuşlardır. Öğrencilerin toplam birim küp sayısını yine informal hacim formülleri üreterek hesapladıkları görülmüştür.

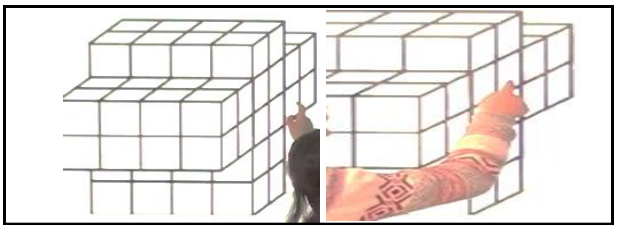
Öğretmen de hacim formülüne vurgu yapmadan ön sırada 20 tane birim küp olduğunu ve arkaya doğru üç sıra olduğunu belirterek toplamsal muhakeme ve çarpımsal muhakeme ile yapıda 60 birim küp olduğunu göstermiştir. Bu esnada birim küp sayısını hesaplarken önce uzunlukla yüksekliği çarpıp sonra da bulduğu sonucu genişlikle çarpan grubun öğrencileri, öğretmene önden başlayarak arkaya doğru kullandığı sıra stratejisinin kendi buldukları kısa yolla aynı strateji olduğunu belirtmişlerdir. Tüm öğrenciler, bu açıklamalar ve çözümler etrafında mutabık olmuşlardır.

İkinci soruda öğretmen, ikinci yapıda birim küp şeklindeki sabun kalıplarının düşmemesi için birbirine dıştan bağlı olduğunu tekrar hatırlatmıştır. Tüm gruplar, ikinci yapıda da varlığı kesin olan 60 birim küp olduğunu ifade etmişlerdir. Öğretmen, bir grubun öğrencilerinden nasıl 60 birim küp bulduklarını sınıfla paylaşmaları için tahtanın önüne davet etmiştir. Gruptan birer öğrenci, birinci ve ikinci katta Görsel 3.113.'te görüldüğü gibi uzunlukla genişliği çarparak kısaca her birinde sekizer birim küp olduğunu belirtmişlerdir.



Görsel 3.113. *Bir grubun öğrencilerinin sınıf tartışmasında ikinci yapının görsel temsili üzerinde birinci ve ikinci katlardaki birim küp sayısını hesaplamaya yönelik eylemleri*

Öğretmen ve sınıfın diğer öğrencileri, bu öğrencilere "Arkada olduğunu nasıl anladınız?" diye sormuşlar, bu grubun öğrencileri de "Arkada altta olmasaydı üsttekiler düşerdi?" şeklinde yanıt vermişlerdir. Grubun iki öğrencisi, Görsel 3.114.'te görüldüğü gibi üçüncü ve dördüncü katların beşinci ve altıncı sıralarında arka kısımda birim küplerin hem olabileceğini hem de olmayabileceğini göstermiştir. Dolayısıyla da üçüncü ve dördüncü katlarda dörderli dört sırada 16 birim küp ve 2 birim küpün de beşinci ve altıncı sıralarda olduğunu belirterek varlığı kesin olan 18'er birim küp olduğunu açıklamışlardır.



Görsel 3.114. *Bir grubun öğrencilerinin sınıf tartışmasında ikinci yapının görsel temsili üzerinde üçüncü ve dördüncü katlardaki birim küp sayısını hesaplamaya yönelik eylemleri*

Öğretmen, grubun öğrencilerinden birim küpleri kullanarak yapının sadece üçüncü katını inşa etmelerini istemiştir. Öğrenciler de Görsel 3.115.'te görüldüğü gibi önce yapının uzunluk ve genişliğini sonra da diğer kısımlarını oluşturarak inşa etmişler ve öğretmen de görsel temsil üzerinde bu duruma tekrar vurgu yapmıştır. Bu esnada grubun bir öğrencisi, üçüncü ve dördüncü kattaki 18 birim küp sonucuna farklı bir şekilde de ulaşabileceğini belirtmiştir. Bu öğrenci, bununla ilgili, "Arkada olduğunu varsayarsak altı kere dört, 24 tane olur, sonra arkada 6 tane olmayabilir 24'ten 6 çıkarırsak 18 olur." şeklinde kabul edilebilir bir matematiksel açıklama ve alternatif çözümde bulunmuştur.

Görsel 3.115. *Bir grubun öğrencilerinin sınıf tartışmasında ikinci yapıda üçüncü katın somut temsilini oluşturmaya ve birim küp sayısını hesaplamaya yönelik eylemleri*

Daha sonra grubun öğrencileri, beşinci katta da dörderli iki sıradan sekiz tane birim küp olduğunu ifade ederek yapıda toplam 60 birim küp olduğunu belirtmişlerdir. Bu esnada gruptan bir öğrenci, "Şöyle de birim küp sayısını hesaplayabiliriz. Önce ön kısmı hesaplarız. 8 kere 2, 16 tane sonra orta kısmı hesaplarız. Bir katta 4 kere 2, 8 sonra 5 ile çarparız 8 kere 5, 40 tane olur. Sonra da arka kısımda 4 tane toplam 60 tane olur." şeklinde kabul edilebilir bir matematiksel açıklama ve alternatif çözümde bulunmuştur. Tüm öğrenciler, bu açıklamalar ve çözümler etrafında mutabık olmuşlardır.

Üçüncü soruda tüm gruplar, kamyon kasasını dikdörtgen prizmaya benzettiklerini ifade etmişlerdir. Öğretmen, öğrencilere "Neden?" diye sormuş, öğrenciler de kamyon kasasının yüzlerinin dikdörtgensel yüzeye benzediğini belirterek yanıtlamışlardır. Tüm öğrenciler, bu yanıt ve açıklama etrafında mutabık olmuşlardır.

Dördüncü soruda tüm gruplar, kamyon kasasının hacminin 120 birim küp olduğunu belirtmişlerdir. Öğretmen, bir grubun öğrencilerinden nasıl 120 birim küp bulduklarını sınıfa açıklamalarını istemiştir. Grubun öğrencileri, "Birinci ve ikinci yapıdaki birim küpler kamyon kasasını doldurduğuna göre ikisini toplarız 120 birim küp olur." şeklinde kabul edilebilir bir matematiksel açıklama ve çözümde bulunmuşlardır. Öğretmen de dikdörtgen prizmanın içine boşluk kalmayacak biçimde yerleştirilen birim küp sayısının dikdörtgen prizmanın hacmi olduğunu tekrar vurgulamıştır. Tüm öğrenciler, bu açıklamalar ve çözümler etrafında mutabık olmuşlardır.

Yukarıda anlatıldığı üzere; sınıf tartışması sürecinde genel olarak öğrencilerin tartışılan zihinsel eylemleri yapılandırdıkları görülmüştür. Öte yandan sınıf içi normlar bağlamında ise öğrencilerin kendi fikirlerini ve çözümlerini açıkladıkları, açıklamaları dinledikleri, anlamaya çalıştıkları ve birbirlerini sorguladıkları gözlenmiştir.

3.6.3. Yedinci hafta öğretim dizisine ilişkin bulgular

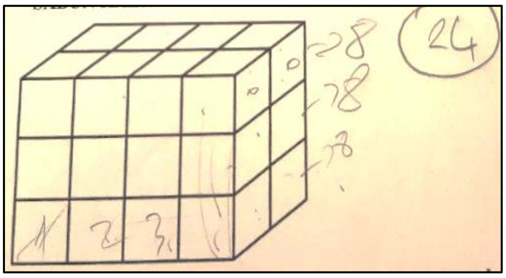
Tüm bu sürecin sonunda dikdörtgen prizmaların hacmini ölçme bağıntılarını oluşturmaya yönelik öğretimlere bu hafta başlanmıştır. Dolayısıyla bu haftaki etkinlikte; dikdörtgen prizmanın hacmini ölçmeye ilişkin bağıntılar oluşturma ile ilgili bir öğretim etkinliği düzenlenmiş ve gerçekleştirilmiştir.

3.6.3.1. Yedinci hafta küçük grup tartışmalarına ilişkin bulgular

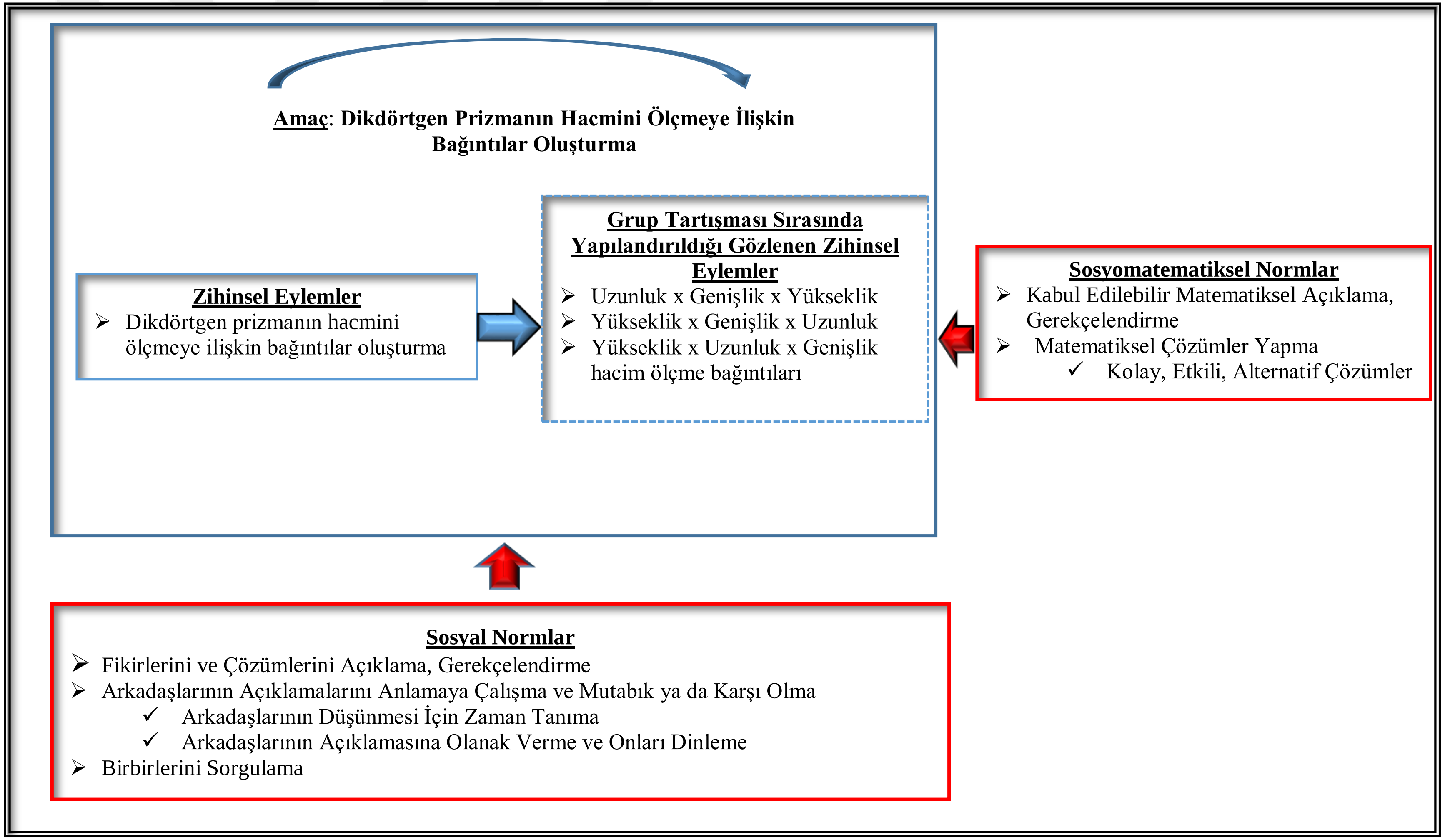
Öğrenciler, üçer kişilik dört gruba ayrılmış; her bir gruba dikdörtgen prizmanın hacmini ölçmeye ilişkin bağıntılar oluşturmanın amaçlandığı etkinlik (EK-4) ve görsel temsilde verilen dikdörtgen prizmanın somut temsilini inşa ederek dikdörtgen prizmanın hacmini ölçmeye ilişkin bağıntılar üretebilmelerini kolaylaştırmak için yeterli sayıda birim küp dağıtılmıştır. Öğrencilerin ilgi ve dikkatlerini çekmek amacıyla günlük yaşamda aşina oldukları sabun kalıpları ve boş bir kutu üzerine bir kurgu hazırlanmış ve sorular bu bağlam üzerinden sorulmuştur. Etkinlik üzerinde tüm grupların kendi aralarında tartışmaları sağlanmıştır. Küçük grup tartışmalarında tartışılması ön görülen zihinsel eylemler, bu tartışmalar sırasında odak grup öğrencileri tarafından yapılandırıldığı gözlenen zihinsel eylemler ve bu sırada ortaya konan grup içi sosyal ve sosyomatematiksel normlar Şekil 3.25.'te sunulmuştur.

Şekil 3.25.'te görüldüğü gibi; dikdörtgen prizmanın hacmini ölçmeye ilişkin bağıntılar oluşturmanın tartışılması ön görülmüştür. Odak grup tartışması sürecinde öğrenciler, hacim ölçme bağıntılarından “Uzunluk x genişlik x yükseklik” bağıntısını yapılandırdıkları gözlenmiştir. Tartışmalar sırasında grup üyelerinin zihinsel eylemlerini yönlendiren fikirlerini ve çözümlerini açıklama-gerekçelendirme, arkadaşlarının açıklamalarını anlamaya çalışma, mutabık ya da karşı olma, bu süreçte onlara düşünmeleri için zaman verme, birbirlerini dinleme ve sorgulama gibi sosyal normlar ve bu normlarla ilişkili ve doğal olarak matematiğe özgü normlarda ortaya konmuştur. Sosyomatematiksel normlar olarak adlandırılan bu normlar kabul edilebilir matematiksel açıklama yapma-gerekçelendirme, matematiksel çözümler yapma şeklinde tanımlanmıştır.

Birinci soruda Emre, Ali’den birinci kattaki birim küp şeklindeki sabun kalıplarının sayısını hesaplamasını istemiş; Ali de “Bir sırada şöyle arkaya doğru iki tane var, dört de sıra var. Kısaca 4 kere 2, 8 birim küp olur.” şeklinde kabul edilebilir matematiksel açıklama ile basit ve etkili bir çözümde bulunmuştur. Ali, çarpımsal muhakeme yapmasının nedenini açıklamasına karşın Murat, tekrar Emre ve Ali’yi “Neden çarptın?” diye sorgulamış, Ali ve Emre de “Bir sırada iki tane sabun kalıbı var. Dört de sıra var, onun için çarptım.” şeklinde kabul edilebilir bir matematiksel gerekçelendirme ile yanıt vermişlerdir. Murat, ikinci kattaki sabun kalıplarının sayısını Ali’nin hesapladığı şekilde hesaplamış ve 8 birim küp olduğunu ifade etmiştir. Emre, Murat’ı “Arkada olduğunu nerden anladın?” şeklinde sorgulamış; Murat da “Arkada olmasaydı üsttekiler düşerdi.” şeklinde kabul edilebilir bir matematiksel gerekçelendirmede bulunmuştur. Emre de üçüncü kattaki sabun kalıplarının sayısını aynı şekilde hesaplamış ve grup olarak Görsel 3.116.’da görüldüğü gibi her bir kattaki sabun kalıplarının sayısını görsel temsil üzerinde göstermiş ve toplamsal muhakeme ile sabun kalıplarının sayısını 24 olarak hesaplamışlardır.

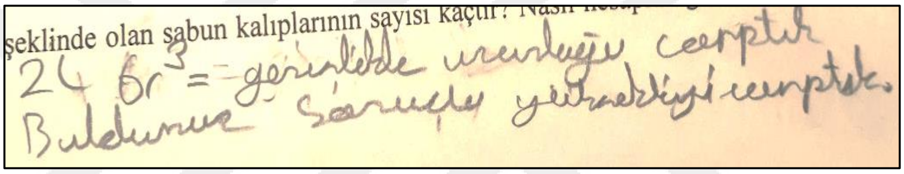


Görsel 3.116. *Odak grup öğrencilerinin küçük grup tartışmasında birim küplerle oluşturulmuş dikdörtgen prizma görsel temsili üzerinde birim küp sayısını hesaplamaya yönelik eylemleri*



Şekil 3.25. *Yedinci Hafta Küçük Grup Tartışmaları*

Daha sonra Emre, grup arkadaşlarına "Sabun kalıplarının sayısını hesaplamanın kolay bir yolu var. Birinci katta 8 tane var, yükseklik de 3 olduğu için 8 ile 3'ü çarparız. 24 olur." şeklinde bir matematiksel çözümde bulunmuştur. Ali ve Murat da Emre'ye katılarak "Uzunlukla genişliği çarparız 4 kere 2, 8 olur. 8'le de 3'ü çarparız 24 birim küp olur." şeklinde kabul edilebilir bir matematiksel açıklama ve alternatif bir çözümde bulunmuşlardır. Grup olarak, bu soruda sabun kalıplarının sayısını hem kat ve sıra stratejisi ile hem de hacim ölçme bağıntısı kullanarak hesaplamışlardır. Daha önceki etkinliklerde de hacim ölçme bağıntısını birim küp yapılarına özgü olarak oluşturdukları görülmüştü. Sabun kalıplarının sayısını, dikdörtgen prizmanın boyutlarını kullanarak hesaplama durumunu da Görsel 3.117.'de görüldüğü gibi çalışma kâğıdına yansıtmış ve grup olarak bu açıklamalar ve çözümler etrafında mutabık olmuşlardır.



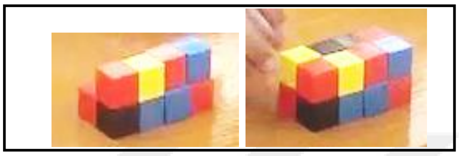
Görsel 3.117. *Odak grup öğrencilerinin küçük grup tartışmasında birim küplerle oluşturulmuş dikdörtgen prizma görsel temsili üzerinde birim küp sayısını bağıntı kullanarak hesaplamaya yönelik eylemleri*

İkinci soruda Murat, "Bu sabun kalıplarını bir kutuya boşluk kalmayacak şekilde koyuyormuş. Kutunun hacmini soruyor bize." şeklinde grup arkadaşlarına sorunun anlaşılması için açıklamıştır. Emre de "O zaman kutunun hacmi 24 birim küp olur." şeklinde bir açıklamada bulunmuş ve grupça bu yanıt üzerinde mutabık olmuşlardır. Odak öğrencilerin bir dikdörtgen prizmayı boşluk kalmayacak şekilde dolduran birim küp sayısının dikdörtgen prizmanın hacmi olduğunu yapılandırdıkları bir kez daha görülmüştür.

Üçüncü soruda Ali, birim küplerle dikdörtgen prizma biçimindeki yapının birinci katını Görsel 3.118.'de görüldüğü üzere görsel temsil üzerinde hesapladığı gibi inşa etmiş ancak bu kez somut temsil üzerinde uzunluk ile genişliği çarparak birim küp sayısını sekiz birim küp olarak hesaplamıştır.

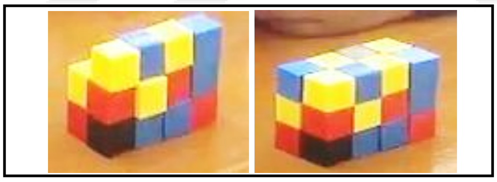
Görsel 3.118. *Ali'nin küçük grup tartışmasında birim küplerle oluşturulmuş dikdörtgen prizmanın birinci katını birim küpler kullanarak oluşturmaya yönelik eylemleri*

Emre de yapının ikinci katını Görsel 3.119.'da görüldüğü gibi dörderli iki sıra halinde inşa etmiştir.



Görsel 3.119. *Emre'nin küçük grup tartışmasında birim küplerle oluşturulmuş dikdörtgen prizmanın ikinci katını birim küpler kullanarak oluşturmaya yönelik eylemleri*

Murat ise yapının üçüncü katını Emre'nin oluşturduğu şekilde Görsel 3.120.'de görüldüğü gibi inşa etmiştir.

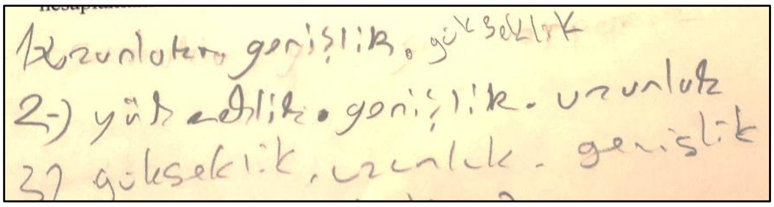


Görsel 3.120. *Murat'ın küçük grup tartışmasında birim küplerle oluşturulmuş dikdörtgen prizmanın üçüncü katını birim küpler kullanarak oluşturmaya yönelik eylemleri*

Daha sonra Ali ve Emre, birim küp şeklinde olan sabun kalıplarının sayısının birinci soruda ürettikleri bağıntıyla kısa yoldan bulunabileceğini ifade etmişlerdir. Ali ve Emre, bununla ilgili "Önce uzunlukla genişliği çarparız 4 kere 2, 8 sonra da bulduğumuz sonuçla yüksekliği çarparız 8 kere 3, 24 biz de 24 bulmuştuk böyle bulunabilir." şeklinde kabul edilebilir açıklamalarda bulunmuşlardır. Murat da önce dikdörtgen prizmanın yüksekliği ile genişliğini çarpmış ve Görsel 3.121.'de görüldüğü gibi somut temsil üzerinde bu birim küpleri yapıdan ayırarak göstermiştir.

Görsel 3.121. *Odak grup öğrencilerinin küçük grup tartışmasında birim küplerle oluşturulmuş dikdörtgen prizma somut temsili üzerinde birim küp sayısını bağıntı kullanarak hesaplamaya yönelik eylemleri*

Murat, bununla ilgili "Yükseklikle genişliği çarp 3 kere 2, 6 sonra uzunlukla çarp 4 kere 6, 24 olur. Ama acaba bu, farklı bir yol olur mu?" şeklinde açıklamalarda bulunmuştur. Ali, Murat'ın bulduğu kısa yolun ilk buldukları yolla aynı olduğunu ifade ederken Emre, Ali'ye karşı çıkarak farklı bir yol olduğunu ifade etmiştir. Daha sonra Emre, Murat'ın keşfettiği bağıntıdan yararlanarak " O zaman önce uzunlukla yüksekliği çarparız 4 kere 3, 12 sonra da bulduğumuz sonucu genişlikle çarparız 12 kere 2, 24 olur bu da olur." şeklinde bir yol daha bulduğunu belirtmiştir. Dikdörtgen prizmanın hacmi ile ilgili ürettikleri bu bağıntıların birbirinden farklı olup olmadığı ile ilgili aralarında tam bir mutabakat olmamasına karşın bu yolların tümünü Görsel 3.122.'de görüldüğü gibi çalışma kâğıdına yansıtmışlardır.



Görsel 3.122. *Odak grup öğrencilerinin küçük grup tartışmasında birim küplerle oluşturulmuş dikdörtgen prizmanın hacmini hesaplamaya yönelik oluşturdukları bağıntılar*

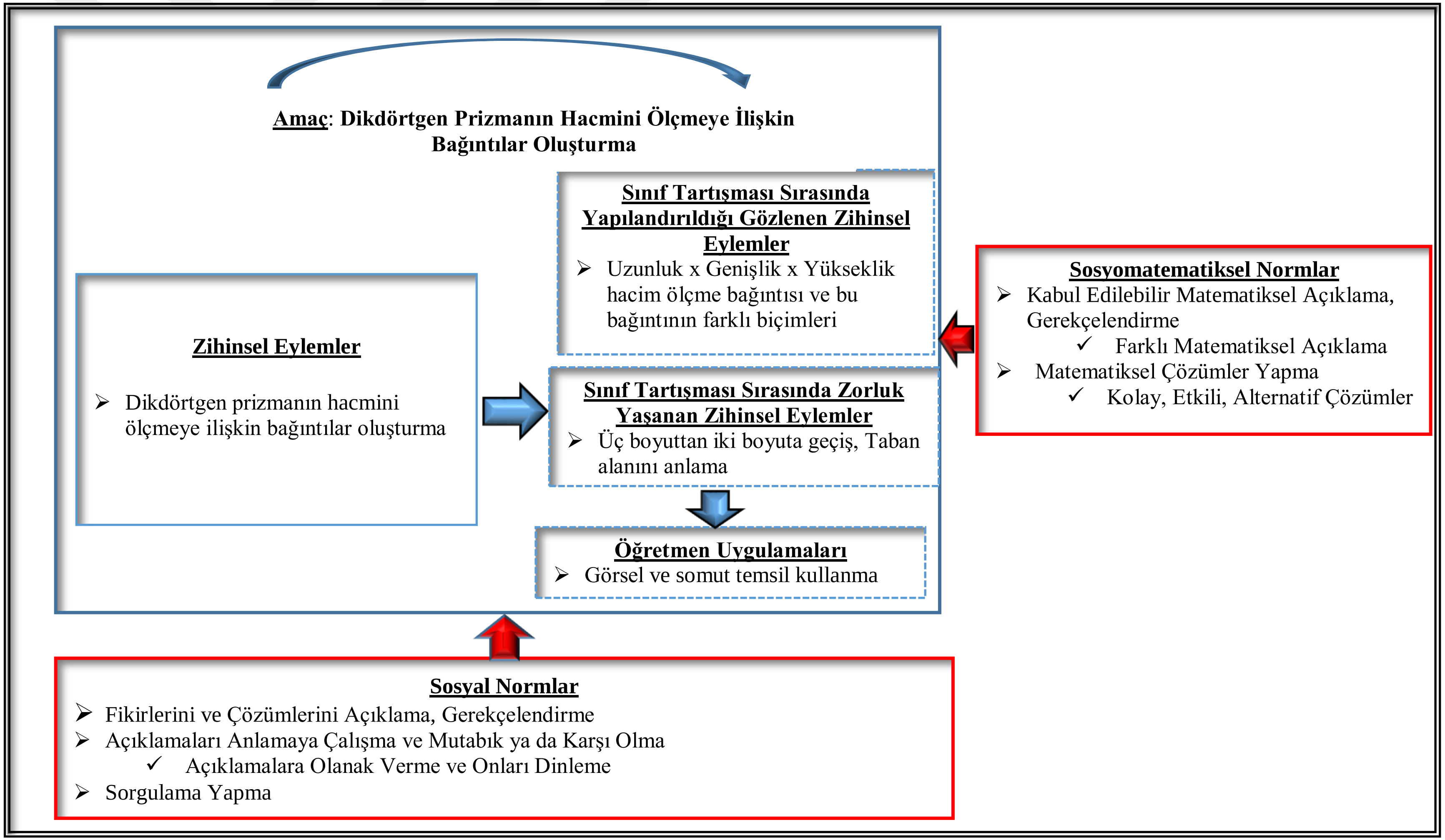
Grup olarak dikdörtgen prizmanın hacmini ölçmede ürettikleri bu bağıntılar dışında farklı bağıntılar bulmak için çabalamalarına karşın herhangi bir bağıntı üretememişlerdir.

Yukarıda anlatıldığı üzere, küçük grup tartışması sürecinde odak öğrencilerin dikdörtgen prizmanın hacmini ölçme ile ilgili "Uzunluk x genişlik x yükseklik" bağıntısının farklı biçimlerini yapılandırdıkları görülmüştür. Ancak bu bağıntının buradaki yapılandırılma biçimi, dikdörtgen prizmanın boyutlarında yer alan birim küp sayıları ile yakından ilişkili olduğu görülmüştür. Dikdörtgen prizmanın boyutlarının birim uzunlukları, birim küp sayıları ile iç içe geçerek kullanılmıştır. Boyutlar, bazen birim bazen de birim küp olarak düşünülmüş ve ifade edilmiştir. Öte yandan grup içi normlar bağlamında ise öğrencilerin kendi fikirlerini ve çözümlerini açıkladıkları, birbirlerinin yanıtlarını dinledikleri, birbirlerini anlamaya çalıştıkları ve birbirlerini sorguladıkları görülmüştür.

3.6.3.2. Yedinci hafta sınıf tartışmalarına ilişkin bulgular

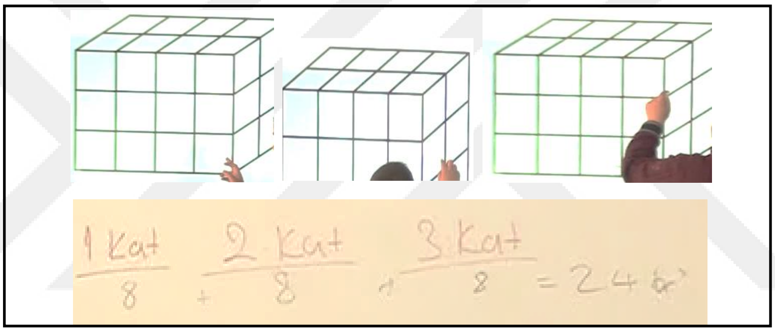
Küçük grup tartışmalarından sonra tüm öğrencilerin katıldığı sınıf tartışmasına geçilmiştir. Sınıf tartışmasında sırasıyla tüm gruplara söz hakkı verilerek ilgili soruda düşündüklerini sınıfla paylaşmaları istenmiştir. Bu esnada öğrencilerin kendi arasında ve öğrenciler ile öğretmen arasında çeşitli tartışmalar yaşanmıştır. Odak öğrenciler merkezde olmak üzere tüm sınıfla birlikte gerçekleştirilen tartışmalar aşağıda sunulmuştur. Sınıf tartışmalarında tartışılması ön görülen zihinsel eylemler, bu tartışmalar sırasında genel olarak öğrenciler tarafından yapılandırıldığı gözlenen ve zorluk yaşanan zihinsel eylemler, yaşanan zorluk karşısında öğretmen uygulamaları ve bu sırada ortaya konan sınıf içi sosyal ve sosyomatematiksel normlar Şekil 3.26.'da sunulmuştur.

Şekil 3.26.'da görüldüğü gibi, dikdörtgen prizmanın hacmini ölçmeye ilişkin bağıntılar oluşturmanın tartışılması ön görülmüştür. Sınıf tartışması sürecinde öğrencilerin genel olarak hacim ölçme bağıntılarından "Uzunluk x Genişlik x Yükseklik" bağıntısını yapılandırdıkları gözlenmiştir. Ancak bunun yanında taban alanını anlama konusunda zorluklar yaşadıkları görülmüştür. Bu zorluğu aşmak için öğretmen, görsel ve somut temsiller kullanmıştır. Tartışmalarda öğrencilerin zihinsel eylemlerini yönlendiren fikirlerini ve çözümlerini açıklama-gerekçelendirme, açıklamaları anlamaya çalışma, mutabık ya da karşı olma, birbirlerini dinleme ve sorgulama yapma gibi sosyal normlar ve bu normlarla ilişkili ve doğal olarak matematiğe özgü normlarda ortaya konmuştur. Sosyomatematiksel normlar olarak adlandırılan bu normlar kabul edilebilir matematiksel açıklama yapma ve gerekçelendirme, matematiksel çözümler yapma şeklinde tanımlanmıştır.



Şekil 3.26. *Yedinci Hafta Sınıf Tartışmaları*

Öğretmen, sınıf tartışmasının başında küçük grup tartışmalarında öğrencilerin üzerinde tartıştıkları etkinliği akıllı tahtaya yansıtmış ve yapının somut temsilini inşa etmede kullanmaları için sınıfın önüne bir masa yerleştirmiş ve masanın üzerine de yeterli sayıda birim küp koymuştur. Birinci soruda tüm gruplar, sabun kalıplarından oluşan dikdörtgen prizma biçimindeki yapıda sabun kalıplarının sayısının 24 birim küp olduğunu hem kat ve sıra stratejisi kullanarak hem de dikdörtgen prizmanın boyutlarını çarparak hesaplamış ve çalışma kâğıtlarına yansıtmışlardır. Öğretmen, bir grubun öğrencilerinden bu sonucu nasıl bulduklarını sınıfla paylaşmaları için tahta önüne davet etmiştir. Grubun öğrencileri, dikdörtgen prizmanın uzunluğu ile genişliğini çarparak her bir katta sekizer ve toplamda 24 birim küp sabun kalıbı olduğunu görsel temsil üzerinde Görsel 3.123.'te görüldüğü gibi göstermişlerdir.



Görsel 3.123. *Bir grubun öğrencilerinin sınıf tartışmasında birim küplerle oluşturulmuş dikdörtgen prizma görsel temsili üzerinde birim küp sayısını hesaplamaya yönelik eylemleri*

Ancak bu öğrenciler, uzunluk ve genişliği belirlerken uzunluk ve genişliğin birim uzunluklarını saymaktan ziyade birim küpleri saymalarına karşın uzunluk ve genişlik için dört birim ve iki birim ifadelerini kullanmışlardır. Burada da dikdörtgen prizmanın boyutlarının birim küp sayıları ile ilişkili olarak yapılandırıldığı, kullanıldığı ve iç içe geçtiği görülmüştür. Sınıfın diğer öğrencileri, grubun öğrencilerine "Neden uzunlukla genişliği çarptınız, arkada olduğunu nasıl anladınız, bu birim küpler neyi oluşturur?" şeklinde sorular yöneltmiş, bu öğrenciler de "Burada her bir sırada 2 tane var, 4 de sıra var. 4 kere 2, 8 birim küp sabun olur. Arkada olmasaydı üsttekiler düşerdi. Birim küpler hacmi oluşturur." şeklinde kabul edilebilir matematiksel açıklama ve gerekçelendirmeler ile yanıtlamışlardır. Daha sonra grubun öğrencileri, birim küpleri kullanarak yapının somut temsilini kat ve sıra stratejisi ile Görsel 3.124.'te görüldüğü gibi inşa etmişlerdir.

Görsel 3.124. *Bir grubun öğrencilerinin sınıf tartışmasında birim küplerle oluşturulmuş dikdörtgen prizmanın somut temsilini oluşturmaya yönelik eylemleri*

Bu esnada öğretmen, grubun öğrencilerini "Yapı neye benziyor, nedeniyle açıklar mısınız?" şeklinde sorgulamış, grubun bir öğrencisi "Dikdörtgen prizmaya benziyor, çünkü yüzeyleri dikdörtgensel bölge olduğu için." şeklinde kabul edilebilir bir matematiksel gerekçelendirmede bulunmuştur. Tüm öğrenciler, bu açıklamalar ve çözümler etrafında mutabık olmuşlardır.

İkinci soruda tüm gruplar, hacmi 24 birim küp olan bir kutuya ihtiyaç olduğunu ifade etmişlerdir. Bununla ilgili bir grubun öğrencisi, "Kutuda boşluk kalmaması için hacmi 24 birim küp olmalı." şeklinde kabul edilebilir bir açıklamada bulunurken başka bir grubun öğrencisi de "Bu yapının hacmi 24 birim küp ise kutunun hacmi de 24 birim küp olmalı." şeklinde kabul edilebilir bir açıklamada bulunmuştur. Tüm öğrenciler, bu yanıt ve açıklamalar etrafında mutabık olmuşlardır.

Üçüncü soruda tüm grupların dikdörtgen prizmanın hacmini kısa yoldan hesaplama sonucu "Uzunluk x Genişlik x Yükseklik" bağıntısını ve bu bağıntının farklı biçimlerini üretebildikleri görülmüştür. Ayrıca bir grubun öğrencileri "Birinci katın alanı x Yükseklik" diye bir bağıntı üretirken başka bir grubun öğrencileri de "Birinci kattaki birim küp sayısı x Yükseklik" diye bir bağıntı üretmişlerdir. Öğretmen, tartışmaya başlamadan önce sınıfa, "Dikdörtgen prizma, birim küplerle doldurulduğunda birim küp sayısını hesaplayarak hacmini belirleyebilirsiniz. Ancak daha önceki derslerden biliyorsunuz ki dikdörtgen prizmalar sıvılarla da boşluk kalmadan doldurulabilir. Dolayısıyla dikdörtgen prizmaların hacmini hesaplamak için her zaman birim küp kullanılmayabilir. Bu nedenle dikdörtgen prizmanın hacminin hesaplanmasında kısa yollara ihtiyacımız var. Bizim kısa yollar bulup bulduğumuz kısa yolları tüm dikdörtgen prizmaların hacmini hesaplamada kullanmalıyız. Bu kısa yolları bulmada ise birim küplerle oluşturulmuş bu yapıdan yararlanacağız." şeklinde açıklamalarla dikdörtgen prizmanın hacmini ölçmede neden bağıntılara ihtiyaç duyulduğunu açıklamaya çalışmıştır. Daha sonra ise Görsel 3.125.'te görüldüğü gibi geçen haftaki etkinlikte de yararlanılan dikdörtgen prizma modelini sınıfa getirerek "Mesela bu kutunun hacmini nasıl hesaplarız?" şeklinde bir soruyla tartışmayı başlatmıştır.

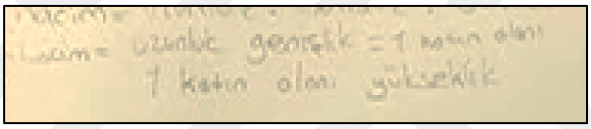
Görsel 3.125. *Öğretmenin sınıf tartışmasında dikdörtgen prizmanın hacminin kısa yoldan hesaplanabilmesine yönelik olarak kullandığı somut dikdörtgen prizma temsili*

Öğretmen, bir grubu ürettikleri bağıntıyı sınıfla paylaşmaları için tahtaya davet etmiştir. Bu grubun öğrencileri, "Uzunlukla genişliği çarparız 4 kere 2, 8 sonra bulduğumuz sonucu da yükseklikle çarparız 8 kere 3, 24 birim küp olur." şeklinde bir açıklamada bulunmuşlar ve Görsel 3.126.'da görüldüğü gibi beyaz tahtada formülleştirmişlerdir.

Görsel 3.126. *Bir grubun öğrencilerinin sınıf tartışmasında dikdörtgen prizmanın hacminin kısa yoldan hesaplanabilmesine yönelik olarak oluşturdukları bağıntı*

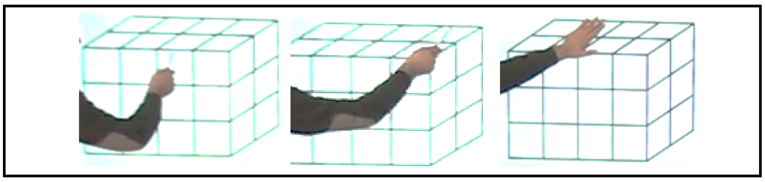
Tüm öğrenciler, bu bağıntıya ulaştıklarından dolayı bu bağıntı etrafında mutabık olmuşlardır. Öğretmen de dikdörtgen prizmanın somut temsili üzerinde odak grup öğrencilerine başta olmak üzere tüm öğrencilere "Dikdörtgen prizmalar sıvı ile doldurulduğunda da içindeki sıvının ya da dikdörtgen prizmanın hacmi, sıvının hacminin bilinmesine gerek kalmadan bu formül, bağıntı kullanılarak hesaplanabilir." şeklinde bu durumu vurgulamıştır. Öğretmen, odak öğrencilerden Murat'tan bu formüle kendilerinin nasıl ulaştıklarını açıklamasını istemiştir. Murat da birim küplerle oluşturulmuş dikdörtgen prizma üzerinde "Uzunlukla genişliği çarptığımız zaman birinci kattaki birim küp sayısını buluruz sonra da üç tane kat var kat sayısıyla çarparız buluruz." şeklinde kabul edilebilir bir açıklama ve gerekçelendirmede bulunmuş, öğretmen de kat sayısının dikdörtgen prizmanın yüksekliği olduğuna dikkat çekmiştir. Daha sonra öğrenciler, "Uzunluk x Yükseklik x Genişlik ve Yükseklik x Genişlik x Uzunluk" şeklinde alternatif çözümlerle yukarıdaki bağıntının farklı biçimlerini dile getirmişler ve bu yollarla da 24 birim küp sonucuna ulaştıklarını göstermişlerdir. Ancak öğretmen, farklı şekillerde 24 birim küp sonucuna ulaşılsa da bu yolların hepsinin doğru olmakla birlikte sonuçta bu bağıntıların farklı bağıntılar olarak kabul edilmediğini bu bağıntıların bir bağıntı sayıldığını açıklamaya çalışmıştır. Öğretmen, sınıfa bu bağıntının farklı biçimleri dışında bir yol olup olmadığını sormuştur. Emre, “Tabanıyla yüksekliği çarparız.” şeklinde bir yanıt verirken başka bir grubun öğrencileri, “Birinci kattaki birim küp sayısı çarpı yükseklik” yanıtını vermişlerdir. Emre, “Taban” ifadesinden bu grubun öğrencilerinin dile getirdiği birinci kattaki birim küp sayısını kast etmiştir. Öğretmen, bu bağıntının sadece dikdörtgen prizmanın birim küplerle doldurulması durumunda kullanılabileceğini sıvılarla doldurulduğunda kullanılamayacağını vurgulamıştır.

Daha sonra öğretmen, farklı bir bağıntı bulduğunu söyleyen bir grubu tahtaya davet etmiştir. Bu grubun bir öğrencisi, “Uzunlukla genişliği çarptık birinci katın alanını bulduk, birinci katın alanıyla da yüksekliği çarptık hacmi bulduk.” şeklinde bir açıklama ve çözümde bulunmuş ve tahtaya Görsel 3.127.’de görüldüğü gibi yansıtmıştır.



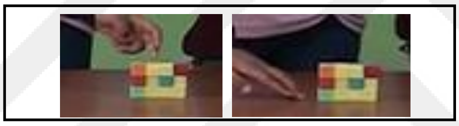
Görsel 3.127. *Bir grubun öğrencilerinin sınıf tartışmasında dikdörtgen prizmanın hacminin kısa yoldan hesaplanabilmesine yönelik olarak oluşturdukları başka bir bağıntı*

Dikdörtgen prizmanın uzunluğu ile genişliğinin çarpımı, birinci kattaki birim küp sayısına eşit olduğundan genel olarak öğrencilerin uzunluk ile genişliğin çarpımını sadece birinci kattaki birim küp sayısıyla ilişkilendirebildikleri ancak taban alanı ile ilişkilendiremedikleri gözlenmiştir. Dolayısıyla bazı öğrenciler, taban ifadesinden birinci kattaki birim küpleri anlamış ve bu grubun öğrencileri de taban alanı yerine birinci katın alanı ifadesini kullanmışlardır. Bu nedenle genel olarak öğrencilerin uzunluk ile genişliğin çarpımının aynı zamanda birinci katta taban alanına da eşit olduğunu yapılandırmakta zorluk yaşamışlardır. Öğretmen de bu zorluk karşısında Görsel 3.128.’de görüldüğü gibi görsel temsil üzerinde uzunluk ile genişlik çarpımının aynı zamanda taban yüzünün alanına eşit olduğunu göstermiştir.



Görsel 3.128. *Öğretmenin sınıf tartışmasında dikdörtgen prizma görsel temsili üzerinde taban alanını yapılandırmada yaşanan zorluğu aşmaya yönelik eylemleri*

Bununla birlikte öğretmen, öğrencilere ilk haftadaki futbol sahası etkinliğini hatırlatarak futbol sahasının uzunluğu ile genişliğinin çarpılarak futbol sahasının yüzey alanının bulunduğuna dikkat çekerek bu yapıda da alt ve üst tabanların dikdörtgensel yüzey olduğunu belirtmiştir. Daha sonra da Emre'den yapının birim küplerle inşa edilmiş somut temsili üzerinde tabanları göstermesini istemiş, Emre de Görsel 3.129.'da görüldüğü gibi somut temsil üzerinde alt ve üst tabanları göstererek taban alanının uzunluk ile genişliğin çarpılarak bulunacağını ifade etmiştir.



Görsel 3.129. *Emre'nin sınıf tartışmasında dikdörtgen prizma somut temsili üzerinde taban alanını göstermeye yönelik eylemleri*

Öğretmen daha sonra uzunluk ile genişliğin çarpımının 8 birim kare ve yüksekliğin üç birim olduğunu dolayısıyla da hacmin 24 birim küp olduğunu görsel temsil üzerinde göstermiş ve grubun öğrencilerinin beyaz tahtaya yazdıkları formüldeki yanlış ifadeleri Görsel 3.130.'da görüldüğü gibi yeniden düzenlemiştir.

Görsel 3.130. *Öğretmenin sınıf tartışmasında bir grubun öğrencilerinin dikdörtgen prizmanın hacminin kısa yoldan hesaplanabilmesine yönelik olarak oluşturdukları bağıntıdaki hatalı ifadeleri düzeltmesi*

Öğretmen, özellikle dikdörtgen prizmanın hacmini ölçme ile ilgili günlük hayat bağlamında sorulan problemlerde bu bağıntının sıklıkla kullanıldığını ve ilerleyen haftalarda bu problemler üzerinde tartışmalar yürüteceklerini belirtmiştir. Öğretmen, sınıfa “Dikdörtgen prizmanın hacmini hesaplamada başka bir yol, formül, kural, bağıntı bulan var mı?” şeklinde sormuş ancak öğrenciler, bu etkinlikte başka bir hacim ölçme bağıntısı üretememişlerdir.

Yukarıda anlatıldığı üzere, sınıf tartışması sürecinde genel olarak öğrencilerin dikdörtgen prizmanın hacmini ölçme ile ilgili “Uzunluk x genişlik x yükseklik” bağıntısını ve farklı biçimlerini yapılandırdıkları görülmüştür. Ancak “Taban alanı x Yükseklik” bağıntısının yapılandırılmasında zorluklar yaşamışlardır. Bu zorluklar, aşılmaya çalışılmasına karşın, önümüzdeki haftada bu durumun üzerinde durulmasına karar verilmiştir. Öte yandan sınıf içi normlar bağlamında ise öğrencilerin kendi fikirlerini ve çözümlerini açıkladıkları, açıklamaları dinledikleri, anlamaya çalıştıkları ve birbirlerini sorguladıkları gözlenmiştir.

3.6.4. Sekizinci hafta öğretim dizisine ilişkin bulgular

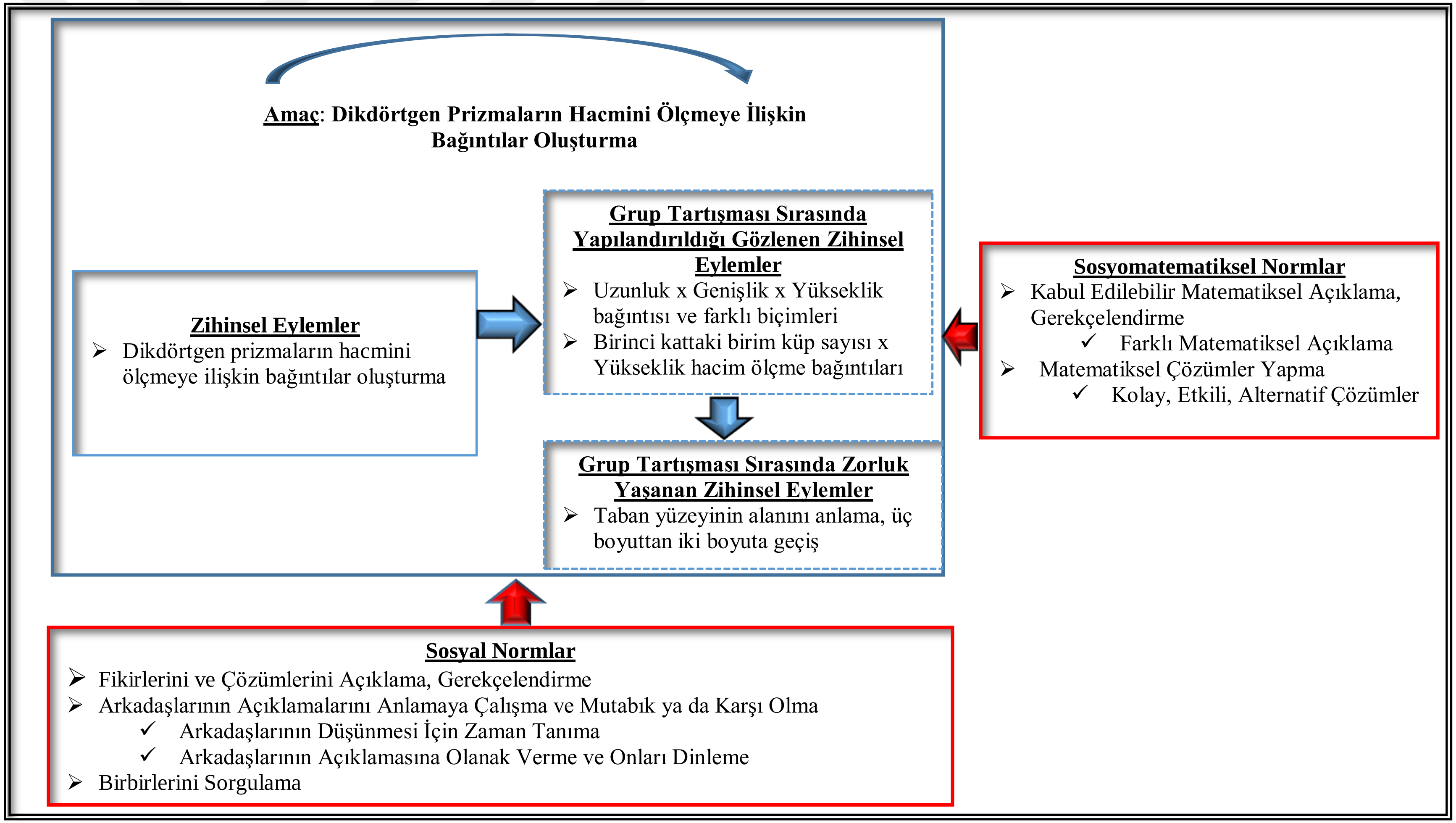
Bu haftaki etkinliklerde, yedinci hafta üzerinde durulan dikdörtgen prizmanın hacmini ölçmeye ilişkin bağıntılar oluşturma konusuna konu tüm dikdörtgen prizmalara genişletilerek devam edilmiştir. Öğrencilerin hem ürettikleri bağıntıları pekiştirmelerini hem yaşadıkları zorlukları tamamen aşabilmelerini sağlamak hem de yeni bağıntılar üretebilmelerini teşvik etmek için birbirinden farklı iki öğretim etkinliği düzenlenmiş ve gerçekleştirilmiştir.

3.6.4.1. Sekizinci küçük grup tartışmalarına ilişkin bulgular

Öğrenciler, üçer kişilik dört gruba ayrılmış; her bir gruba dikdörtgen prizmaların hacmini ölçmeye ilişkin bağıntılar oluşturmanın amaçlandığı etkinlikler (EK-4) ve görsel temsilde verilen dikdörtgen prizmanın somut temsilini inşa ederek dikdörtgen prizmanın hacmini ölçmeye ilişkin bağıntılar üretebilmelerini kolaylaştırmak için yeterli sayıda birim küp dağıtılmıştır. Öğrencilerin ilgi ve dikkatlerini çekmek amacıyla günlük yaşamda aşina oldukları birim küpler, dikdörtgen prizma ve kare prizma biçimindeki kutular üzerine iki kurgu hazırlanmış ve sorular bu bağlamlar üzerinden sorulmuştur. Etkinlikler üzerinde tüm grupların kendi aralarında tartışmaları sağlanmıştır. Küçük grup tartışmalarında tartışılması ön görülen zihinsel eylemler, bu tartışmalar sırasında odak grup öğrencileri tarafından yapılandırıldığı ve zorluk yaşandığı gözlenen zihinsel eylemler ve bu sırada ortaya konan grup içi sosyal ve sosyomatematiksel normlar, Şekil 3.27.’de sunulmuştur.

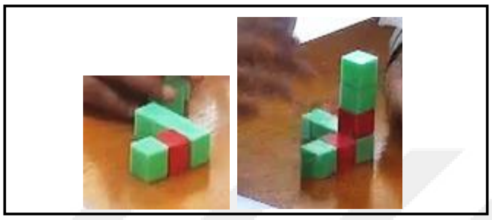
Şekil 3.27.’de görüldüğü gibi, dikdörtgen prizmaların hacmini ölçmeye ilişkin bağıntılar oluşturmanın tartışılması ön görülmüştür. Odak grup tartışması sürecinde öğrenciler, geçen hafta üzerinde durulan hacim ölçme bağıntılarından “Uzunluk x Genişlik x Yükseklik ve Birinci kattaki birim küp sayısı x Yükseklik” bağıntılarını yapılandırdıkları bir kez daha gözlenmiştir. Ancak taban yüzeyinin alanını anlamada başka bir deyişle üç boyuttan iki boyuta geçişte yine zorluk yaşadıkları görülmüştür. Tartışmalarda grup üyelerinin zihinsel eylemlerini yönlendiren fikirlerini ve çözümlerini açıklama-gerekçelendirme, arkadaşlarının açıklamalarını anlamaya çalışma, mutabık ya da karşı olma, bu süreçte onlara düşünmeleri için zaman verme, birbirlerini dinleme ve sorgulama gibi sosyal normlar ve bu normlarla ilişkili ve doğal olarak matematiğe özgü normlarda ortaya konmuştur. Sosyomatematiksel normlar olarak adlandırılan bu normlar kabul edilebilir matematiksel açıklama yapma-gerekçelendirme, matematiksel çözümler yapma şeklinde tanımlanmıştır.

Birinci etkinlikte, kare prizma biçimindeki bir kutunun içine prizmanın boyutlarını gösteren birim küpler yerleştirilmiş ve öğrencilerden bir bağlam içerisinde sorulara yanıtlar bulmaları istenmiştir. Birinci soruda Emre ve Murat, Ali’den kutunun hangi geometrik cisme benzediğini açıklamasını istemişler, Ali de kutunun kare prizmaya benzediğini ifade etmiş ancak kutunun kare prizma olmasının nedenini açıklamak yerine yüzlerin karesel ve dikdörtgensel olmasının nedenini açıklamıştır. Emre ve Murat ise Ali’ye karşı çıkarak kutunun kare prizma olmasının nedenini açıklarken boyutlara vurgu yapmışlardır. Taban kenar uzunluklarının üçer birim, yüksekliğin dört birim olduğunu bu nedenle tabanların karesel yüz, diğer yüzlerin de dikdörtgensel yüz olduğunu ve dolayısıyla kutunun kare prizma olduğunu ifade etmişlerdir. Grup olarak, bu yanıt ve açıklamalar etrafında mutabık olmuşlardır.



Şekil 3.27. *Sekizinci Hafta Küçük Grup Tartışmaları*

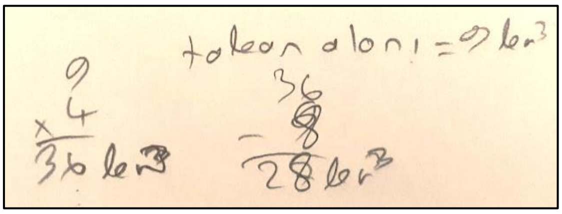
İkinci soruda Emre, yapının birinci katında uzunluk ve genişliğin üçer birim olduğunu, Ali ise birinci katta altta görünmeyen bir birim küp olduğunu dolayısıyla da yüksekliğin dört birim olduğunu ifade etmiştir. Emre, Ali'yi "Nerden anladın orada bir tane olduğunu?" şeklinde sorgulamış, Ali de "Çünkü altta olmasaydı üsttekiler düşerdi." şeklinde bir gerekçe ile yanıt vermiştir. Grup olarak görsel temsil üzerindeki yapıyı Görsel 3.131.'de görüldüğü gibi inşa etmişler ve inşa ettikleri bu yapıda mutabık olmuşlardır.



Görsel 3.131. *Odak grup öğrencilerinin küçük grup tartışmasında boyutları gösterilen dikdörtgen prizmanın somut temsilini birim küpler kullanarak oluşturmaya yönelik eylemleri*

Üçüncü soruda Emre ve Murat, Ali'den oluşturdukları yapıdaki birim küp sayısını hesaplamasını istemişler, Ali de birinci katta görünmeyen birim küple birlikte beş birim küp, diğer katlarda ise birer birim dolayısıyla da yapıda toplam sekiz birim küp hesaplamış ve grup olarak bu yanıtda mutabık olmuşlardır.

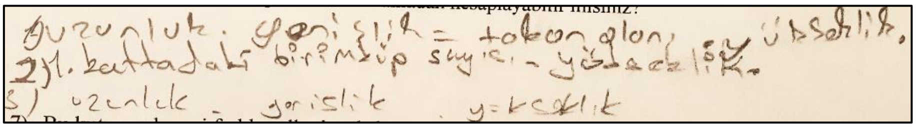
Dördüncü ve beşinci sorularda Murat, Ali ve Emre'den kısa yoldan kare prizmanın alabileceği birim küp sayısını hesaplamalarını istemiştir. Ali, bununla ilgili "Uzunlukla genişliği çarparım taban alanını bulurum sonra taban alanı ile yüksekliği çarparım. Uzunluk ve genişlik 3 birim çarparım 9 birim küp olur. Sonra da yükseklik 4 birim yükseklikle çarparız 9 çarpı 4, 36 birim küp olur. 36 birim küpten 8 çıkarırsak 28 birim küp olur." şeklinde bir matematiksel açıklamada ve çözümde bulunmuştur. Emre de "Taban alanı 9 birim küp, 4 kat çıkmış yüksekliği de 4. 9 kere 4, 36 kutunun hacmi 36 birim küp olur." şeklinde bir açıklama ve çözümde bulunmuştur. Grup olarak, bu çözüm ve bağıntı etrafında mutabık olmuş ve çalışma kâğıdına Görsel 3.132.'de görüldüğü gibi yansıtmışlardır.



Görsel 3.132. *Odak grup öğrencilerinin küçük grup tartışmasında boyutları gösterilen dikdörtgen prizmanın hacmini hesaplamaya yönelik eylemleri*

Ali, Emre ve Murat'ın dikdörtgen prizmanın uzunluk, genişlik ve yüksekliğini belirlerken daha önce birim küp sayısını bazen birim bazen de birim küp olarak düşünerek birim küp sayısıyla iç içe geçmiş olarak kullandıkları gözlenmişti. Burada ise artık uzunluk, genişlik ve yükseklik için birim küp ifadesini kullanmadıkları görülmüştür. Ancak Ali ve Emre'nin taban alanını hesaplarken elleriyle yüzeyi kast etmelerine karşın Görsel 3.132.'de görüldüğü gibi birinci kattaki birim küp sayısıyla eş ve iç içe geçmiş olarak kullandıkları sadece Murat'ın taban alanını birim kare olarak kullandığı ve yapılandırdığı gözlenmiştir. Sonuç olarak Ali ve Emre, "Taban alanı x Yükseklik" hacim ölçme bağıntısını biçimsel ve işlemsel olarak doğru kullanmalarına karşın taban yüzeyinin alanını anlamada başka bir deyişle üç boyuttan iki boyuta geçişte yaşadıkları zorluğun devam ettiği gözlenmiştir.

Altıncı soruda Emre, Murat'a "Başka bir yoldan da hesaplanabilir mi?" şeklinde bir soru sormuş, Murat da "Uzunluk, genişlik ve yüksekliği çarparım. Uzunluk ve genişlik 3'er birim, yükseklik 4 birim çarparsak 36 birim küp olur." şeklinde kabul edilebilir bir matematiksel açıklama ve etkili bir çözüm ile hacim ölçme bağıntısını doğrulamıştır. Emre, Ali'ye "Yükseklik çarpı genişlik çarpı uzunluk olabilir mi?" şeklinde bir soru sormuş, Ali de "Evet olabilir bunlar hepsi birbiriyle bağlantılı sadece yer değiştirmiş oluyoruz." şeklinde yanıtlamıştır. Emre de "Birinci kattaki birim küp sayısı çarpı yükseklik, 3 kere 3, birinci katta 9 birim küp var yükseklik de 4, 9 kere 4, 36 birim küp olur." şeklinde kabul edilebilir bir matematiksel açıklama ve alternatif çözüm ile hacim ölçme bağıntısını açıklamıştır. Ali ise dördüncü soruda yaptığı açıklamalara benzer biçimde açıklamalar yaparak "Taban alanı x Yükseklik" hacim ölçme bağıntısını dile getirmiş ve kare prizmanın hacmini hesaplamada kullanmıştır. Grup olarak mutabık kaldıkları hacim ölçme bağıntılarını, Görsel 3.133.'de görüldüğü gibi etkinlik kâğıdına yansıtmışlardır.



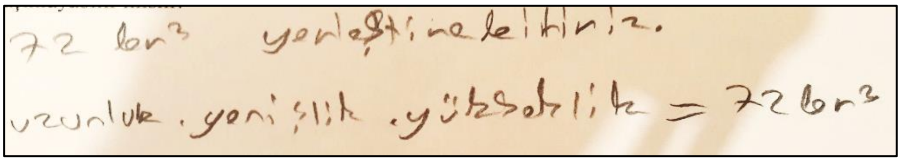
Görsel 3.133. *Odak grup öğrencilerinin küçük grup tartışmasında boyutları gösterilen dikdörtgen prizmanın hacmini kısa yoldan hesaplamaya yönelik oluşturdukları bağıntılar*

Yedinci soruda grup olarak, çaba göstermelerine karşın yukarıdaki hacim ölçme bağıntılarından farklı bir hacim bağıntısı üretememişler ve bu soruya daha sonra dönmek üzere ikinci etkinliğe geçmişlerdir.

İkinci etkinlikte, üst yüzü olmayan, diğer yüzleri de birim karelerle kaplanmış bir dikdörtgen prizmanın açık ve kapalı hali verilmiş ve öğrencilerden bir bağlam içerisinde sorulan sorulara yanıtlamaları istenmiştir. Birinci soruda Ali, Emre'ye "Senin tarafından bakarsak uzunluk 4 birim, genişlik 6 birim, yükseklik de 3 birim olur." şeklinde kabul edilebilir bir matematiksel açıklamada bulunmuştur. Ali, Görsel 3.134.'te görüldüğü gibi etkinlikte birim kare yüzlere sahip dikdörtgen prizma üzerinde boyutları göstermiş, etkinlik kâğıdına yansıtmış ve grup olarak bu yanıtda mutabık olmuşlardır.

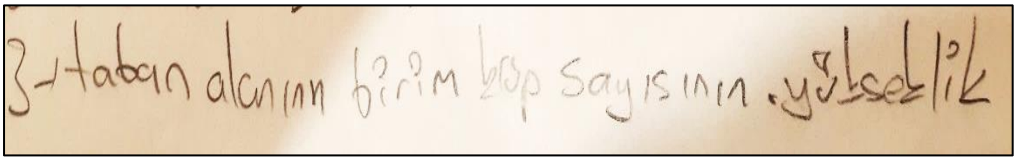
Görsel 3.134. *Odak grup öğrencilerinin küçük grup tartışmasında dikdörtgen prizma temsili üzerinde boyutları göstermeye yönelik eylemleri*

İkinci soruda Emre ve Murat, Ali'den dikdörtgen prizmanın içine yerleştirilebilecek birim küp sayısını hesaplamasını ve nasıl hesapladığını açıklamasını istemişlerdir. Ali de "Uzunlukla genişliği çarparım 6 çarpı 4, 24 sonra da yükseklik 3 kat, 3 birim olduğu için 3 ile çarparım 24 çarpı 3, 72 birim küp yerleştirebiliriz." şeklinde kabul edilebilir bir matematiksel açıklama ve çözüm de bulunmuştur. Grup olarak bu açıklama ve çözüm etrafında mutabık olmuş ve etkinlik kâğıdına Görsel 3.135.'te görüldüğü gibi yansıtmışlardır.



Görsel 3.135. *Odak grup öğrencilerinin küçük grup tartışmasında dikdörtgen prizma temsili üzerinde prizmaya yerleştirilebilecek birim küp sayısını hesaplama stratejileri*

Üçüncü soruda Ali, bir kısa yolu söylemek istediğini belirtmiş ve "Uzunlukla genişliği çarparız taban alanı olur. Taban alanı ile yüksekliği çarparız hacmi buluruz. Uzunluk 4 birim, genişlik 6 birim çarptık mı 24 olur birinci katın taban alanı 24, sonra da yükseklikle çarparım 72 birim küp olur." şeklinde bir matematiksel açıklama ve çözümde bulunurken Emre, başka bir yola ilişkin "Taban alanının birim küp sayısı çarpı yükseklik. Taban alanının birim küp sayısı 24 ile 3 çarparız 72 birim küp olur." bir matematiksel açıklama ve çözümde bulunmuştur. Bu açıklamalarda da görüldüğü üzere, Ali ve Emre, taban alanını önceki etkinlikte de bahsedildiği gibi yine birinci kattaki birim küp sayısı ile eş düşünmüşler ve üç boyuttan iki boyuta geçiş yapamamışlardır. Ali ve Emre, birinci etkinlikte çalışma kâğıdına yansıttıkları "Birinci kattaki birim küp sayısı x Yükseklik" bağıntısına eş ifadeyi ikinci etkinlikte ise Görsel 3.136.'da görüldüğü gibi yansıtmışlardır.



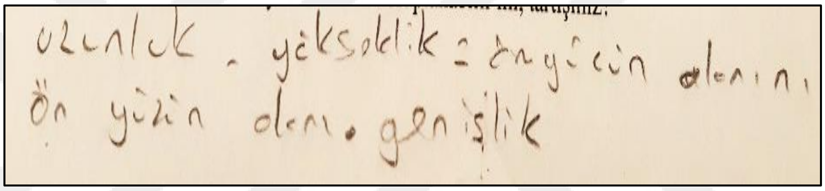
Görsel 3.136. *Ali ve Emre'nin küçük grup tartışmasında taban alanına ilişkin yaşadıkları zorluk*

Ancak Murat, Ali ve Emre'den farklı yapılandırmasına karşın Ali ve Emre'nin bu yanlış zihinsel eylemlerini düzeltme yönünde bir eylemde bulunmamıştır. Daha sonra Emre, Ali ve Murat'a "Başka kısa yol var mı, formül üretebilir miyiz?" diye sormuş, Ali de "Uzunluk, genişlik ve yüksekliği çarparız." şeklinde daha önce yapılandırdıkları bağıntıyı tekrar etmiş ve bağıntıyı ikinci soruda yaptığı işlemi yaparak doğrulamıştır. Murat ise üç boyuttan iki boyuta geçiş yapabildiğinden dolayı Görsel 3.137.'de görüldüğü gibi yüzleri birim karelerle kaplanmış kutuyu göstererek Ali ve Emre'ye "Uzunluk ve yüksekliğin çarpımı ön yüzün alanı olur. Ön yüzün alanı ile genişliğin çarpımı da hacmi verir."

şeklinde kabul edilebilir bir açıklama ve alternatif bir çözümde bulunarak farklı bir hacim ölçme bağıntısı üretebilmiştir.

Görsel 3.137. *Murat'ın küçük grup tartışmasında görsel temsil üzerinde dikdörtgen prizmanın hacmini farklı bir strateji ile hesaplamaya yönelik eylemleri*

Daha sonra Murat, bulduğu bu bağıntıyı birinci etkinlikteki yedinci soruya da Görsel 3.138.'deki gibi yansıtmıştır.



Görsel 3.138. *Murat'ın küçük grup tartışmasında görsel temsil üzerinde dikdörtgen prizmanın hacmine yönelik oluşturduğu farklı bir bağıntı*

Ali ve Emre, Murat'ın ürettiği bağıntıya katılmalarına karşın aralarında bağıntı ile ilgili bir tartışma gerçekleşmediğinden dolayı bu bağıntıyı nasıl yapılandırdıklarını anlayabilecek kadar bir veri elde edilememiştir.

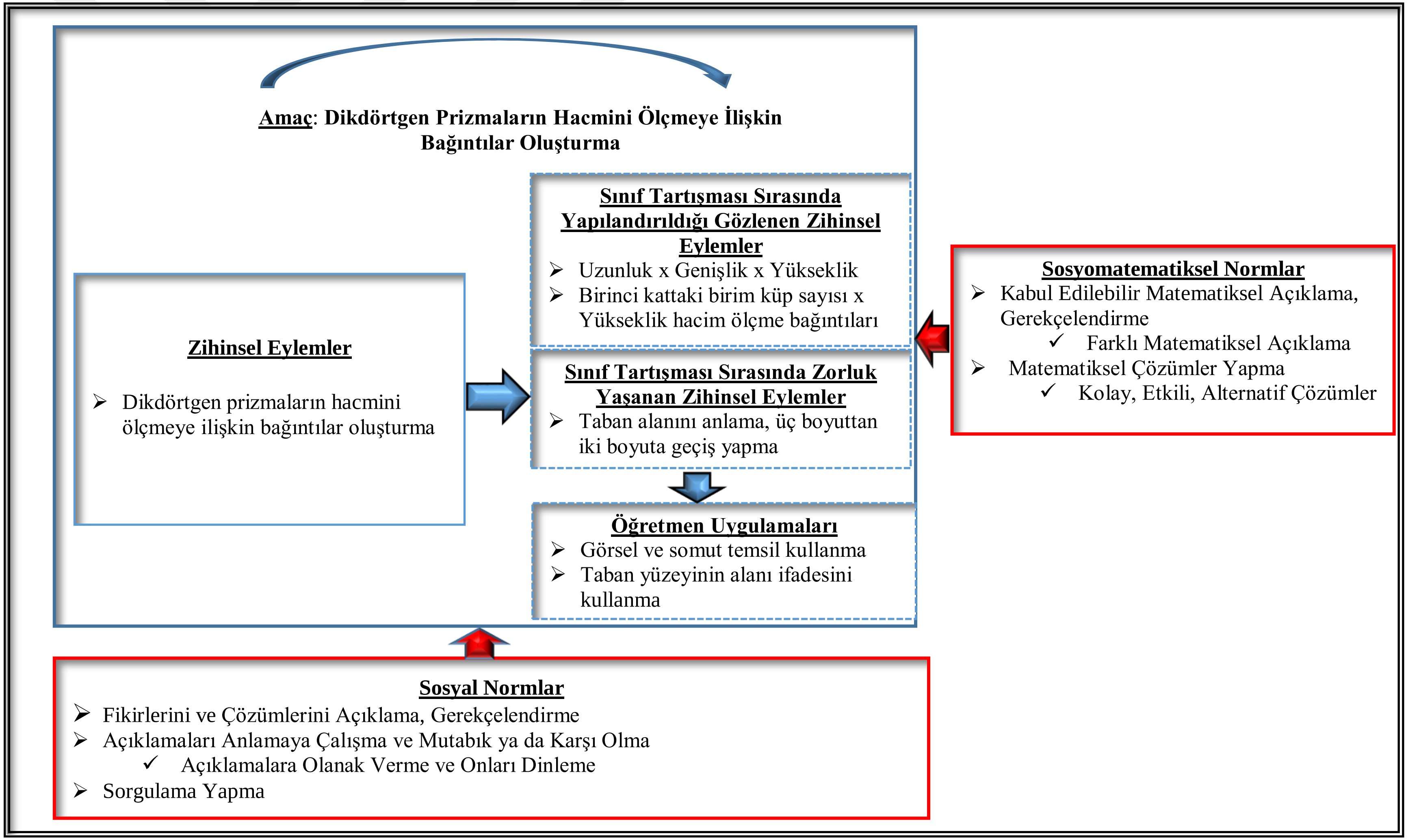
Yukarıda anlatıldığı üzere, küçük grup tartışması sürecinde odak öğrencilerin dikdörtgen prizmanın hacmini ölçme ile ilgili "Uzunluk x genişlik x yükseklik" bağıntısını artık birim küp yapılarından bağımsız olarak yapılandırdıkları görülmüştür. Dikdörtgen prizmaların boyutlarının birim uzunlukları, birim küp sayılarından ayırt edilerek bağımsız biçimde kullanılmıştır. Ancak Ali ve Emre, taban yüzeyinin alanını anlamada yani üç boyuttan iki boyuta geçiş yapmakta yaşadıkları zorluğu bu süreçte aşamamışlardır. Murat ise üç boyuttan iki boyuta geçiş yapabildiği için "Ön yüzün alanı x Genişlik" biçiminde farklı bir hacim bağıntısı oluşturabilmiştir. Öte yandan grup içi normlar bağlamında ise öğrencilerin kendi fikirlerini ve çözümlerini açıkladıkları, birbirlerinin yanıtlarını dinledikleri, birbirlerini anlamaya çalıştıkları ve birbirlerini sorguladıkları görülmüştür.

3.6.4.2. Sekizinci hafta sınıf tartışmalarına ilişkin bulgular

Küçük grup tartışmalarından sonra tüm öğrencilerin katıldığı sınıf tartışmasına geçilmiştir. Sınıf tartışmasında sırasıyla tüm gruplara söz hakkı verilerek ilgili soruda düşündüklerini sınıfla paylaşmaları istenmiştir. Bu esnada öğrencilerin kendi arasında ve öğrenciler ile öğretmen arasında çeşitli tartışmalar yaşanmıştır. Odak öğrenciler merkezde olmak üzere tüm sınıfla birlikte gerçekleştirilen tartışmalar aşağıda sunulmuştur. Sınıf tartışmalarında tartışılması ön görülen zihinsel eylemler, bu tartışmalar sırasında genel olarak öğrenciler tarafından yapılandırıldığı gözlenen ve zorluk yaşanan zihinsel eylemler, yaşanan zorluklar karşısında öğretmen uygulamaları ve bu sırada ortaya çıkan sınıf içi sosyal ve sosyomatematiksel normlar Şekil 3.28.'de sunulmuştur.

Şekil 3.28.'de görüldüğü gibi, dikdörtgen prizmaların hacmini ölçmeye ilişkin bağıntılar oluşturmanın tartışılması ön görülmüştür. Sınıf tartışmasında öğrencilerin genel olarak hacim ölçme bağıntılarından "Uzunluk x Genişlik x Yükseklik" ve "Birinci kattaki birim küp sayısı x Yükseklik" bağıntılarını yapılandırdıkları gözlenmiştir. Ancak taban yüzeyinin alanını anlama başka bir deyişle üç boyuttan iki boyuta geçiş yapma konusunda yaşadıkları zorlukların devam ettiği görülmüştür. Bu zorluğu aşmak için öğretmen bu kez görsel ve somut temsilleri kullanmanın yanı sıra bu temsiller üzerinde "Taban alanı" ifadesi yerine "Taban yüzeyinin alanı" ifadesini kullanmıştır. Tartışmalar sırasında öğrencilerin zihinsel eylemlerini yönlendiren fikirlerini ve çözümlerini açıklama-gerekçelendirme, açıklamaları anlamaya çalışma, mutabık ya da karşı olma, birbirlerini dinleme ve sorgulama yapma gibi sosyal normlar ve bu normlarla ilişkili ve doğal olarak matematiğe özgü normlarda ortaya çıkmıştır. Sosyomatematiksel normlar olarak adlandırılan bu normlar kabul edilebilir matematiksel açıklama yapma-gerekçelendirme, matematiksel çözümler yapma şeklinde tanımlanmıştır.

Öğretmen, sınıf tartışmasının başında küçük grup tartışmalarında öğrencilerin üzerinde tartıştıkları etkinliği akıllı tahtaya yansıtmış ve yapıların somut temsillerini inşa etmede kullanmaları için sınıfın önüne bir masa yerleştirmiş ve masanın üzerine de yeterli sayıda birim küp koymuştur. Birinci etkinlikte ilk soruda tüm gruplar, kutunun kare prizma olduğunu ifade etmişlerdir.



Şekil 3.28. *Sekizinci Hafta Sınıf Tartışmaları*

Birinci soruda, öğretmen ile öğrenciler arasında;

Öğretmen: Neden kare prizma?

Mehmet: İki tane aynı karesel, dört tane de aynı dikdörtgensel yüz olduğu için.

Öğretmen: Karesel yüzlerin karesel olduğunu nasıl anladınız?

Ravza: Tüm kenarlar eşit. Çünkü uzunluk ve genişlik 3'er birim.

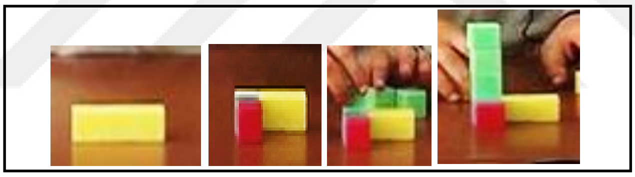
Öğretmen: Peki ben altıncı soruda dikdörtgen prizma demişim yanlış mı demişim?

Murat: Hayır olabilir kare prizma, dikdörtgen prizmanın özel halidir. O yüzden dikdörtgen prizma da söylenebilir.

Şebnem: Evet doğru Murat'ın dediği gibi kare prizma, dikdörtgen prizmanın özel halidir.

şeklinde bir diyalog yaşanmıştır. Tüm öğrenciler, bu yanıt ve açıklamalar etrafında mutabık olmuşlardır.

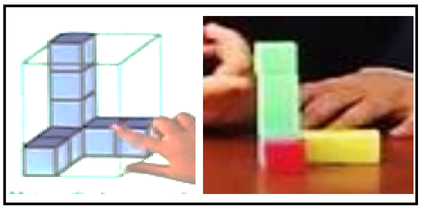
İkinci soruda öğretmen, Ali'yi yapıyı inşa etmesi için tahta önüne davet etmiştir. Ali de kat ve sıra stratejilerini kullanarak yapının somut temsilini Görsel.3.139.'da görüldüğü gibi inşa etmiştir.



Görsel 3.139. *Ali'nin sınıf tartışmasında boyutları gösterilen kare prizmanın boyutlarını birim küpler kullanarak oluşturmaya yönelik eylemleri*

Ancak Ali, yapının somut temsilini inşa ederken "Önce tabanını yapacağım. Sonra diğer katları." şeklinde bir açıklamada bulunmuştur. Ali, grup tartışmasında birinci kattaki birim küp sayısı ile tabanı ve taban alanını eş düşünme durumunu sınıf tartışmasına da yansıtmıştır. Öğretmen, burada "Birinci kat, taban değildir. Bu nedenle birinci katın alanı diye bir şey kullanmamalısınız, birinci kat için taban alanı dememelisiniz. Taban alanı yüzeyleri kaplayan birim karelerdir." şeklinde bir açıklama yapmıştır. Daha sonra öğretmen, "Bu yapıda kare prizmanın nesi oluşturulmuştur?" şeklinde bir soru sormuş, sınıftan bir öğrenci de "Uzunluğu, genişliği ve yüksekliği oluşturulmuş." şeklinde kabul edilebilir bir yanıt vermiştir. Tüm öğrenciler, bu yapının inşa edilen somut temsili üzerinde mutabık olmuşlardır.

Üçüncü soruda tüm gruplar, yapıda sekiz birim küp olduğunu ifade etmişlerdir. Öğretmen sınıftan bir öğrenciyi çözümlerini sınıfla paylaşması için tahta önüne davet etmiştir. Bu öğrenci, Görsel 3.140.'ta görüldüğü gibi görsel ve somut temsil üzerinde birinci katta beş birim küp, diğer katlarda ise birer birim küp olmak üzere yapıda toplam sekiz birim küp olduğunu ifade etmiştir.



Görsel 3.140. *Bir öğrencinin sınıf tartışmasında yapının görsel ve somut temsilleri üzerinde birim küp sayısını hesaplamaya yönelik eylemleri*

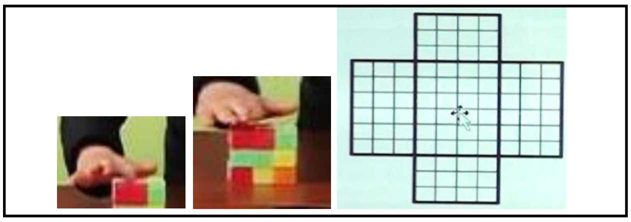
Murat, bu öğrenciye "Birinci katta beş tane birim küp olduğunu nasıl anladın?" şeklinde bir soru sormuş, öğrenci de "Şu altta görünmeyen bir tane birim küp var. Eğer olmasaydı üsttekiler düşerdi?" şeklinde kabul edilebilir bir matematiksel gerekçelendirme ile yanıt vermiştir. Tüm öğrenciler, yapılan bu matematiksel açıklamalar ve çözüm etrafında mutabık olmuşlardır.

Dördüncü soruda tüm gruplar, yapının tamamen dolması için 28 birim küpe ihtiyaç olduğunu ifade etmişlerdir. Öğretmen Emre'yi çözümlerini sınıfla paylaşması için tahta önüne davet etmiştir. Emre, "Uzunluk ve genişlik 3'er birim çarptık mı birinci katta 9 birim küp, 4 kat çıkmış yükseklik 4 birim, 4 ile 9'u çarparız 36 birim küp olur. Tamamen dolması için 28 birim küp lazım." şeklinde kabul edilebilir bir matematiksel açıklama ve çözümde bulunmuştur. Sınıftan başka bir öğrenci, "36'dan 8'i çıkartırız 28 birim küp olur." şeklinde alternatif bir matematiksel çözümde bulunmuştur. Başka bir öğrenci ise "Uzunluk ve genişlik 3 birim çarparsak 9 birim küp. Her katta 9 birim küp olmalı. Birinci katta 5 tane koymuş 4 taneye ihtiyaç var diğer katlarda birer tane koymuş 8'er taneye ihtiyaç var. Toplam 28 tane birim küpe ihtiyaç var." şeklinde kabul edilebilir bir matematiksel açıklama ve alternatif bir çözümde bulunmuştur. Öğretmen de bu hesaplama yollarının hepsinin kullanılabileceğini vurgulamış ve tüm öğrenciler, bu matematiksel açıklamalar ve alternatif çözümler etrafında mutabık olmuşlardır.

Beşinci soruda tüm gruplar, kutunun hacminin 36 birim küp olduğunu ifade etmişlerdir. Öğretmen, sınıfa "Hacim ne anlama geliyor?" şeklinde bir soru sormuş, öğrenciler de boşlukta kaplanan yer olduğunu ifade etmişlerdir. Tüm öğrenciler, bu yanıt ve matematiksel açıklamalar etrafında mutabık olmuşlardır.

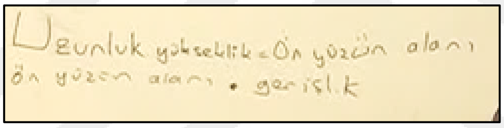
Altıncı soruda sınıftan bir öğrenci, "Uzunlukla genişliği çarparız, bulduğumuz sonuçla da yüksekliği çarparız. Kare prizmanın hacmi 36 birim küp olur." şeklinde bir açıklama ile hacim bağıntısını doğrulamıştır. Aynı gruptan başka bir öğrenci de boyutların farklı sıralarla çarpılarak hacmin bulunabileceğini ifade etmiş, öğretmen de bu durumu tekrar vurgulamıştır. Bu bağıntıda genel olarak öğrencilerin daha önce boyut uzunluklarını birim küple iç içe geçmiş olarak kullandıkları gözlenmişti. Ancak genel olarak öğrencilerin burada artık boyut uzunluklarını birim küpten bağımsız düşünebildikleri görülmüştür.

Yedinci soruda öğretmen, sınıfa "Bu kutunun hacmi, altıncı soruda kullandığınız uzunluk çarpı genişlik çarpı yükseklik formülünden daha farklı yollardan da hesaplanabilir mi?" şeklinde bir soru sormuş ve bir grubu düşüncelerini sınıfla paylaşmaları için tahta önüne davet etmiştir. Bu grubun öğrencileri, "Taban alanı x Yükseklik ve Birinci kattaki birim küp sayısı x Yükseklik" bağıntılarını ifade etmişlerdir. Ancak bağıntılarda yüksekliğin kat sayısını belirtiğini ifade etmelerine ve "Taban alanı x Yükseklik" bağıntısını biçimsel ve işlemsel olarak doğru kullanmalarına karşın taban alanını doğru yapılandıramadıkları bir kez daha görülmüştür. Bu durum diğer öğrencilerin çoğunluğunda da gözlenmiştir. Öğrenciler, yine tabanı ve taban alanını birinci kattaki birim küp sayısı ile eş olarak düşünmüşlerdir. Bu zorluğu aşmak için öğretmen bu kez, geçen hafta kullandığı görsel ve somut temsilleri tekrar kullanmış ve ayrıca bu temsiller üzerinde "Taban alanı" ifadesi yerine "Taban yüzeyinin alanı" ifadesini kullanmıştır. Prizmaların uzunluğu ile genişliğinin çarpımının hem birinci kattaki birim küp sayısına hem de taban yüzeylerinin alanlarına eşit olduğunu göstermeye çalışmıştır. Kullanılan etkinliklerde yüzeylerin birim karelerle kaplı olmasından dolayı öğrencileri de süreçte aktif kılarak etkinlikler üzerinde Görsel 3.141.'de görüldüğü gibi sürekli bu durumlara vurgu yapmıştır.



Görsel 3.141. *Öğretmenin sınıf tartışmasında görsel ve somut temsiller üzerinde taban alanını vurgulaması*

Ayrıca "Birinci kattaki birim küp sayısı x Yükseklik" bağıntısının sadece dikdörtgen prizmaların birim küplerle doldurulması durumunda kullanılabileceğini tekrar belirtmiştir. Daha sonra odak grup öğrencileri, farklı bir hacim ölçme bağıntısı ürettiklerini ifade etmişlerdir. Öğretmen, odak grup öğrencilerini ürettikleri bağıntıyı sınıfla paylaşmaları için tahtaya davet etmiş, odak öğrencilerden Murat, Görsel 3.142.'de görüldüğü gibi ürettikleri bağıntıyı beyaz tahtaya yansıtmış ve bağıntı ile kare prizmanın hacminin 36 birim küp olduğunu göstermişlerdir.



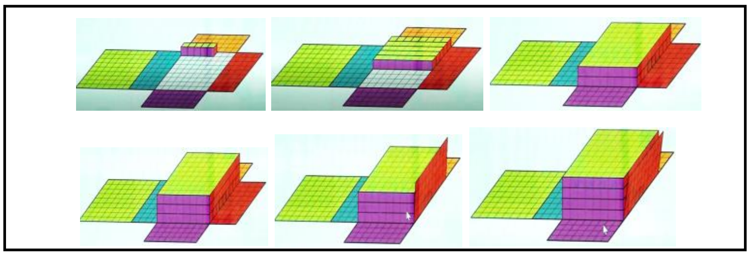
Görsel 3.142. *Murat'ın küçük grup tartışmasında dikdörtgen prizmanın hacmini hesaplamaya yönelik oluşturduğu bağıntıyı sınıf tartışmasına yansıtması*

Öğretmen, öğrencilere üretilen bu bağıntının hacim ölçmede kullanılabileceğini belirtmekle birlikte derste böyle bir bağıntının üretileceğini beklemediğinden ve ders kaynaklarında böyle bir hacim ölçme bağıntısı bulunmadığından dolayı "Uzunluk x Genişlik x Yükseklik" bağıntısından çok farklı bir bağıntı kabul edilip edilmeyeceği konusunda önce tereddüt etmiştir. Daha sonra ise bu bağıntının "Taban alanı x Yükseklik" bağıntısında olduğu gibi farklı bir bağıntı olarak kabul edilebileceğini sınıfa açıklamıştır. Tüm öğrenciler, bu bağıntılar etrafında mutabık olmuşlardır. Öğretmen de bu bağıntıların dikdörtgen prizma ve kare prizmada geçerli olduğunu vurgulayıp küpte geçerli olup olmadığını tartışmaya açmak için bir grubu tahtaya davet etmiştir. Grup öğrencilerinden birim küplerle bir küp inşa ederek bu bağıntıların küpte geçerli olup olmadığını göstermelerini istemiştir. Grup öğrencileri de uzunluğu, genişliği ve yüksekliği üçer birim olan bir küpü kat ve sıra stratejilerini kullanarak Görsel 3.143.'te görüldüğü gibi inşa etmişlerdir.

Görsel 3.143. *Odak grup öğrencilerinin oluşturulan bağıntıların küp içinde geçerli olduğunu göstermeye yönelik birim küplerle oluşturdukları küp temsili*

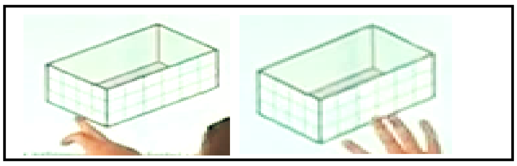
Grup öğrencileri, "Uzunluk ve genişlik 3 birim, çarparsak her katta 9 tane birim küp var. Üç kat olduğu için 27 birim küp var." şeklinde bir matematiksel çözümde bulunmuştur. Ali, grup öğrencilerine "Her katta 9 tane olduğunu nasıl anladınız?" şeklinde bir soru sormuş, grup öğrencileri de "Altlarda olmazsa üsttekiler düşer." şeklinde bir yanıt vermişlerdir. Diğer öğrenciler de bu öğrenciye karşı çıkarak her bir katta üçer sıra ve her bir sırada da üçer birim küp olduğunu belirtmişlerdir. Daha sonra öğretmen, sınıfa "Ürettiğiniz bu bağıntılar, küp için de geçerli midir?" şeklinde bir soru sormuştur. Öğrenciler de üretilen tüm bağıntılar ile 27 birim küp hacme ulaşıldığını göstermiş ve üretilen tüm bağıntıların küp için de geçerli olduğunu ifade etmişlerdir. Öğretmen de üretilen bağıntıların tüm dikdörtgen prizmaların hacmini ölçmede kullanılması gerektiğini vurgulamıştır.

İkinci etkinlikte öğretmen, sınıf tartışmasına başlamadan önce etkinliğe benzer olan ve NCTM'de yer alan interaktif bir etkinliği Görsel 3.144.'te görüldüğü gibi öğrencilerle gerçekleştirmiştir.



Görsel 3.144. *Öğretmenin ikinci etkinliğe geçmeden önce gerçekleştirdiği interaktif etkinlik*

Öğretmen, öğrencilere ikinci etkinlikte de bu şekilde düşünülmesi gerektiğini belirterek etkinlikle ilgili sınıf tartışmasına geçmiştir. Birinci soruda tüm gruplar, dikdörtgen prizmaya baktıkları tarafı göz önünde bulundurarak uzunluk, genişlik ve yüksekliğin birim uzunluklarını doğru hesaplamışlardır. Dikdörtgen prizmaya baktıkları yöne bağlı olarak bazı gruplar uzunluğu altı birim, genişliği dört birim, yüksekliği üç birim hesaplarken bazı gruplar da uzunluğu dört birim, genişliği altı birim, yüksekliği üç birim olarak hesaplamışlardır. Bir grubun öğrencileri, Görsel 3.145.'te görüldüğü gibi görsel temsil üzerinde dikdörtgen prizmanın uzunluk, genişlik ve yüksekliğini göstermişlerdir.

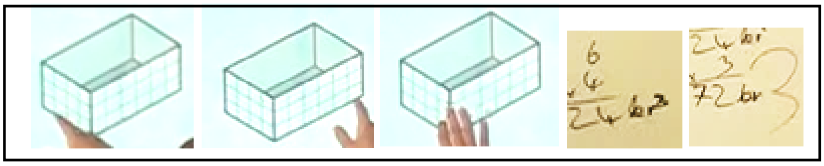


Görsel 3.145. *Bir grubun öğrencilerinin sınıf tartışmasında görsel temsil üzerinde boyutları göstermeleri*

Öğrencilerin boyutları, birim küpten bağımsız düşünebildikleri burada bir kez daha görülmüştür. Tüm öğrenciler, bu yanıtlar etrafında mutabık olmuşlardır.

İkinci soruda tüm gruplar, dikdörtgen prizmaya 72 tane birim küpün yerleştirilebileceğini ifade etmişlerdir. Öğretmen, üretilen bağıntıların üçüncü soruda tartışılacağını belirtip öğrencilerden ürettikleri hacim ölçme bağıntılarını kullanmadan dikdörtgen prizmaya yerleştirilebilecek birim küp sayısını interaktif gerçekleştirilen etkinlikteki gibi yerleştirerek hesaplamalarını istemiştir. Daha sonra bir grubun öğrencilerini tahtaya davet etmiş, bu grubun öğrencileri de "Kat kat doldururuz." şeklinde bir açıklamada bulunmuşlardır. Diğer öğrenciler de grup öğrencilerine "Nasıl açıklar mısınız?" şeklinde bir soru sormuşlar, Grubun bir öğrencisi de "Birinci katta her bir sırada 4 tane olmak üzere 6 sıra olduğu için 6 kere 4, 24 tane birim küp yerleşir. İkinci ve üçüncü katta da 24 tane olur. Toplam 72 tane birim küp yerleştirilir." şeklinde kabul edilebilir bir matematiksel açıklama ve çözümde bulunmuşlardır. Tüm öğrenciler, bu matematiksel açıklama ve çözüm etrafında mutabık olmuşlardır.

Üçüncü soruda öğretmen, dikdörtgen prizmaya birim küp yerleştirmeden hacim bağıntılarını kullanarak dikdörtgen prizmanın hacmini hesaplamaları için odak grubu tahtaya davet etmiştir. Diğer öğrenciler, ilk önce Ali'den nasıl hesapladığını açıklamasını istemişlerdir. Ali de dikdörtgen prizmanın hacmini ölçme ile ilgili, "Uzunluk ile genişliği çarparım taban alanını bulurum. Taban alanı ile de yüksekliği çarparım. 4 çarpı 6, 24 birim küp olur. 24 ile de 3 ü çarparım 72 birim küp olur." şeklinde bir açıklamada bulunmuştur. Daha sonra Görsel 3.146.'da görüldüğü gibi görsel temsil üzerinde uzunluk, genişlik ve yüksekliği göstermiş, taban alanını ve hacmi nasıl hesapladığını beyaz tahtaya yansıtmıştır.



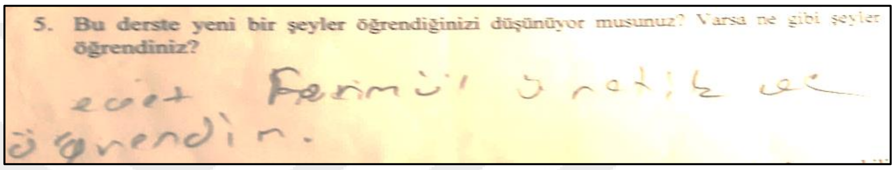
Görsel 3.146. *Ali'nin sınıf tartışmasında dikdörtgen prizmaya yerleştirilebilecek birim küp sayısını hesaplamaya yönelik eylemleri*

Ali'nin boyutları birim küplerden ayırt ederek bağımsız bir biçimde kullandığı burada bir kez daha gözlenmiştir. Ancak Ali, bu bağıntıyı biçimsel ve işlemsel olarak yine doğru kullanmasına karşın Ali'nin halen taban alanını birinci kattaki birim küp sayısı ile eş düşündüğü görülmüştür. Bu durum karşısında öğretmen, Ali'den taban alanını dikdörtgen prizmanın içine yerleştirilebilecek olan yapının somut temsili üzerinde göstermesini istemiş, Ali bu kez eliyle Görsel 3.147.'de görüldüğü gibi yüzeyi göstermiştir.

Görsel 3.147. *Ali'nin sınıf tartışmasında dikdörtgen prizmanın somut temsili üzerinde taban alanını göstermesi*

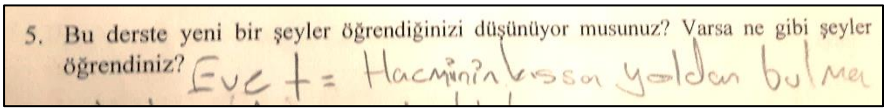
Öğretmen de görsel temsil üzerinde yüzeylerin birim karelerle kaplı olduğuna bir kez daha vurgu yaparak taban alanının birim küpten ziyade birim kare olması gerektiğini tekrar belirtmiştir. Daha sonra Emre, "Birinci kattaki birim küp sayısı x Yükseklik" hacim ölçme bağıntısını, Murat ise "Uzunluk x Genişlik x Yükseklik" hacim ölçme bağıntısını kullanarak dikdörtgen prizmaya yerleştirilecek birim küp sayısının 72 birim küp olduğunu göstermiş ve bağıntıları doğrulamışlardır. Öğretmen, sınıfa "Peki dikdörtgen prizmanın hacmini bulmak için arkadaşlarınızın bu ders bulduğu ön yüzün alanı çarpı yükseklik formülünü kullanabilir misiniz?" şeklinde bir soru sormuştur. Öğrenciler, kullanılabileceğini ifade etmişler, öğretmen de bağıntıyı üreten Murat'tan bağıntının geçerli olduğunu sınıfa göstermesini istemiştir. Murat, bununla ilgili "Uzunlukla yüksekliği çarparız ön yüzün alanını buluruz 3 kere 4, 12 birim kare olur ön yüzün alanı. Ön yüzün alanı ile de genişliği çarparız genişlik 6 birim. 12 ile 6'yı çarparız 72 birim küp olur." şeklinde kabul edilebilir bir matematiksel açıklama ve çözümde bulunarak bağıntıyı doğrulamıştır. Daha sonra öğretmen, bu bağıntıların artık tüm dikdörtgen prizmaların hacmini ölçme ile ilgili problemlerde kullanılması gerektiğini vurgulamıştır.

Yukarıda anlatıldığı üzere, sınıf tartışması sürecinde genel olarak öğrencilerin dikdörtgen prizmanın hacmini ölçme ile ilgili "Uzunluk x Genişlik x Yükseklik ve Birinci kattaki birim küp sayısı x Yükseklik" hacim ölçme bağıntılarını yapılandırdıkları söylenebilir. Ancak "Taban alanı x Yükseklik" bağıntısının yapılandırılmasında taban alanını anlamakta başka bir deyişle üç boyuttan iki boyuta geçiş yapmakta zorluklar yaşamışlardır. Bu zorluklar, aşılmaya çalışılmasına karşın öğrencilerin bu durumu nasıl yapılandırdıkları ile ilgili veriler önümüzdeki süreçte daha net olarak ortaya çıktığından dolayı daha sonra değinilmiştir. Odak öğrencilerden Ali, bu iki haftalık süreç sonunda öğrendiği durumları günlüğüne;


5. Bu derste yeni bir şeyler öğrendiğinizi düşünüyor musunuz? Varsa ne gibi şeyler öğrendiniz?
evet Formülü [illegible] ve öğrendim.

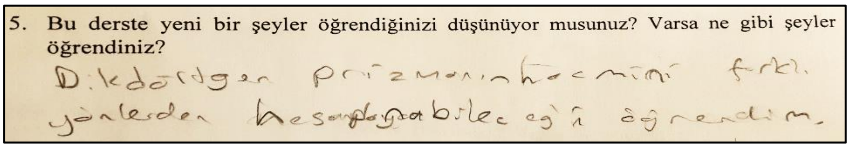
Görsel 3.148. *Ali'nin öğrendiği durumları günlüğüne yansıtması*

şeklinde yansıtırken Emre;


5. Bu derste yeni bir şeyler öğrendiğinizi düşünüyor musunuz? Varsa ne gibi şeyler öğrendiniz? Evet = Hacminin kısa yoldan bulma

Görsel 3.149. *Emre'nin öğrendiği durumları günlüğüne yansıtması*

şeklinde yansıtmıştır. Murat ise,


5. Bu derste yeni bir şeyler öğrendiğinizi düşünüyor musunuz? Varsa ne gibi şeyler öğrendiniz?
Dikdörtgen prizmanın hacmini farklı yönlerden hesaplayabileceğini öğrendim.

Görsel 3.150. *Murat'ın öğrendiği durumları günlüğüne yansıtması*

şeklinde yansıtmıştır. Öte yandan sınıf içi normlar bağlamında ise öğrencilerin kendi fikirlerini ve çözümlerini açıkladıkları, açıklamaları dinledikleri, anlamaya çalıştıkları ve birbirlerini sorguladıkları gözlenmiştir.

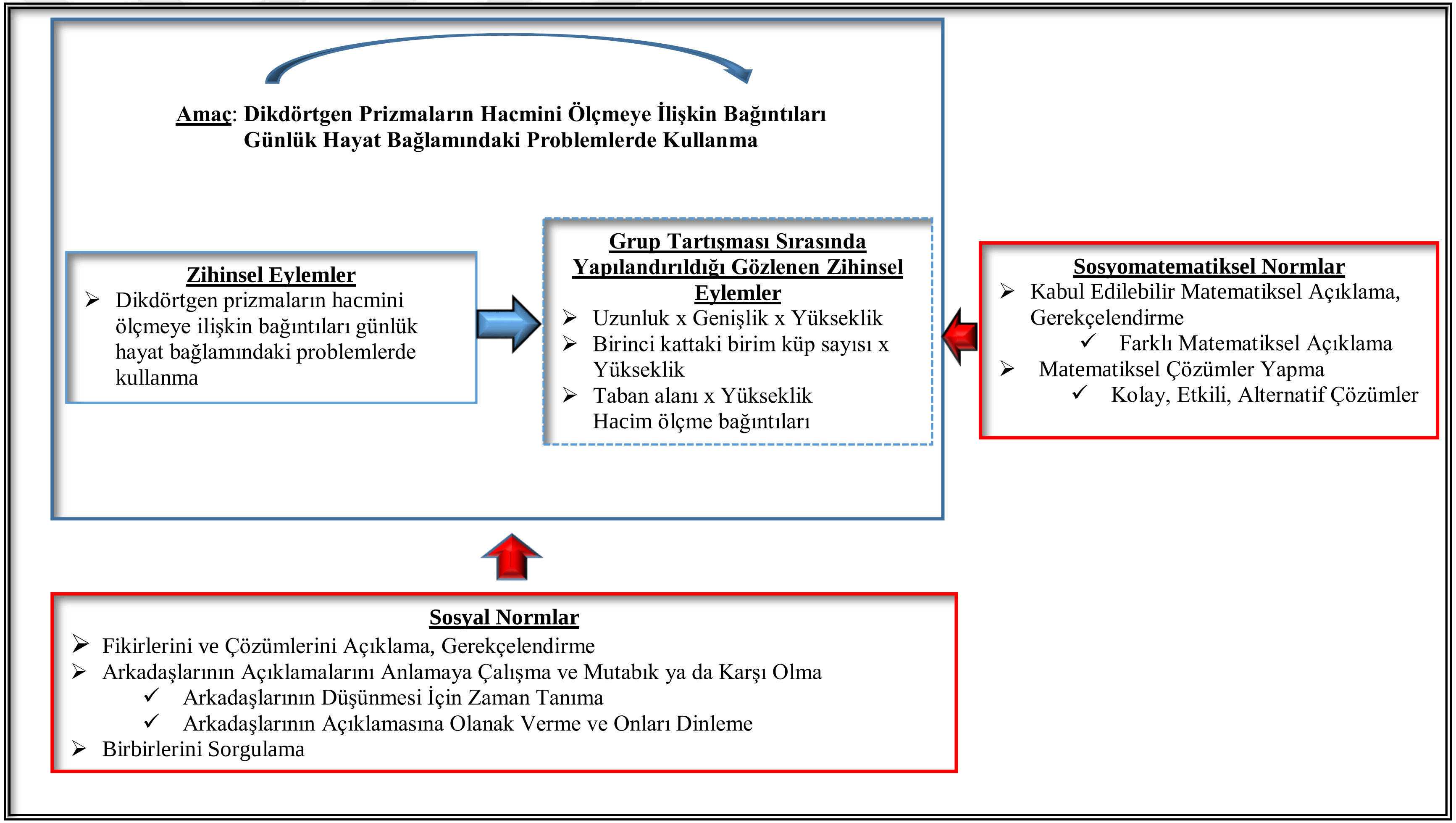
3.6.5. Dokuzuncu hafta öğretim dizisine ilişkin bulgular

Bu haftaki etkinlikte dikdörtgen prizmaların hacmini ölçmeye ilişkin oluşturulan bağıntıları, günlük hayat bağlamındaki problemlerde kullanmaya yönelik bir öğretim etkinliği düzenlenmiş ve gerçekleştirilmiştir.

3.6.5.1. Dokuzuncu hafta küçük grup tartışmalarına ilişkin bulgular

Öğrenciler, üçer kişilik dört gruba ayrılmış; her bir gruba dikdörtgen prizmaların hacmini ölçmeye ilişkin oluşturulan bağıntıları, günlük hayat bağlamındaki problemlerde kullanmanın amaçlandığı etkinlik (EK-4) dağıtılmıştır. Etkinlik üzerinde tüm grupların kendi aralarında tartışmaları sağlanmıştır. Küçük grup tartışmalarında tartışılması ön görülen zihinsel eylemler, bu tartışmalar sırasında odak grup öğrencileri tarafından yapılandırıldığı gözlenen zihinsel eylemler ve bu sırada ortaya konan grup içi sosyal ve sosyomatematiksel normlar Şekil 3.29.'da sunulmuştur.

Şekil 3.29.'da görüldüğü gibi, dikdörtgen prizmaların hacmini ölçmeye ilişkin oluşturulan bağıntıları, günlük hayat bağlamındaki problemlerde kullanılmasının tartışılması ön görülmüştür. Odak grup tartışması sürecinde öğrencilerin hacim ölçme bağıntılarını yapılandırdıkları ve bu bağıntıları bir soru dışında günlük hayat bağlamındaki problemlerde kullanabildikleri gözlenmiştir. Öte yandan tartışmalar sırasında grup üyelerinin zihinsel eylemlerini yönlendiren fikirlerini ve çözümlerini açıklama-gerekçelendirme, arkadaşlarının açıklamalarını anlamaya çalışma, mutabık ya da karşı olma, bu süreçte onlara düşünmeleri için zaman verme, birbirlerini dinleme ve sorgulama gibi sosyal normlar ve bu normlarla ilişkili ve doğal olarak matematiğe özgü normlarda ortaya konmuştur. Sosyomatematiksel normlar olarak adlandırılan bu normlar kabul edilebilir matematiksel açıklama yapma-gerekçelendirme, matematiksel çözümler yapma şeklinde tanımlanmıştır.



Şekil 3.29. *Dokuzuncu Hafta Küçük Grup Tartışmaları*

Birinci soruda Ali, Emre ve Murat arasında;

Emre: Ali, Akvaryum ne kadar su alır hesaplar mısın?

Murat: Evet Ali, açıkla nasıl hesapladığını?

Ali: Önce uzunlukla genişliği çarparım 3 çarpı 6, 18.

Emre: Neyi buldun?

Ali: Taban alanını buldum (eliyle yüzeyi gösterdi). Sonra da 18 ile 2'yi çarparız 36 dm küp olur.

Murat: Neden böyle yaptın?

Ali: Kısa yoldan bulmak için böyle yaptım.

Murat: Formül nerden geliyor. Bu akvaryumu birim küplerle döşersek bir sıraya 3 tane gelir, 6 sıra var kısa yoldan 6 çarpı 3, 18 olur. Yükseklik de 2 olduğu için iki kat var, 18 çarpı 2, 36 dm küp olur.

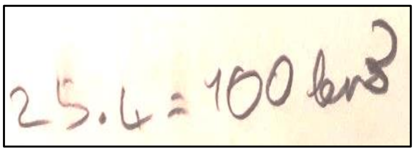
Emre: 3'erli 6 sıra var 6 çarpı 3, 18 olur. Bir katta 18 tane var iki kat olduğu için 36 dm küp.

Ali: Evet anladım, biliyorum.

şeklinde bir diyalog yaşanmış ve çözümlerini Görsel 3.151.'de görüldüğü gibi etkinlik kağıdına yansıtarak bu çözüm ve açıklamalar etrafında mutabık olmuşlardır.

Görsel 3.151. *Odak grup öğrencilerinin küçük grup tartışmasında dikdörtgen prizmaların hacmine yönelik olarak hazırlanan günlük hayat problemlerinin birincisinde yaptıkları çözüm*

İkinci soruda Emre, Ali'den taban yüzeyini göstermesini ve kare prizmanın içindeki yağın hacmini hesaplamasını istemiş; Ali de taban yüzeyini göstermiş ve daha sonra da kare prizmanın içindeki yağın hacmini bulmak için taban alanı ile yüksekliğin yarısını çarpmıştır. Ali, yaptığı matematiksel çözümü Görsel 3.152'de görüldüğü gibi etkinlik kâğıdına yansıtmış ve grup olarak bu çözüm ve açıklamalar etrafında mutabık olmuşlardır.



Görsel 3.152. *Odak grup öğrencilerinin küçük grup tartışmasında dikdörtgen prizmaların hacmine yönelik olarak hazırlanan günlük hayat problemlerinin ikincisinde yaptıkları çözüm*

Üçüncü soruda; Ali, Emre ve Murat arasında;

Emre: Küpte bütün ayrıtlar yani uzunluk, genişlik ve yükseklik birbirine eşittir.

Murat: 12 ayrıtı var. Ayrıtlar toplamı 36 ise bir ayrıtı bulmak için 36’yı 12’ye böleriz 3 cm.

Emre: Ali, bir ayrıtı 3 cm ise taban alanı ne olur?

Ali: Uzunlukla genişliği çarparız 3 çarpı 3, 9 cm kare olur.

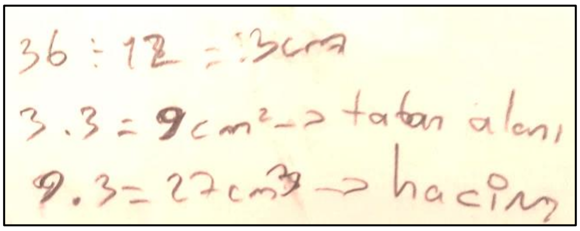
Murat: Ali, hacmi nasıl buluruz?

Ali: Taban alanı ile yüksekliği çarparız taban alanı 9, yükseklik de 3, çarptık mı 9 kere 3, 27 cm küp olur.

Murat: Sana katılıyorum.

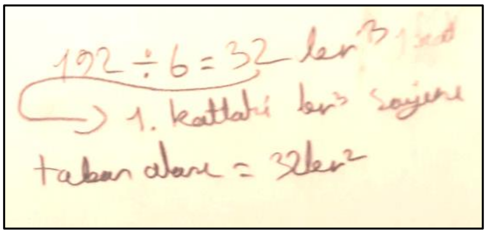
Emre: Ben de katılıyorum.

şeklinde bir diyalog yaşanmış, çözümlerini Görsel 3.153.’te görüldüğü gibi etkinlik kağıdına yansıtarak bu çözüm ve açıklamalar etrafında mutabık olmuşlardır.



Görsel 3.153. *Odak grup öğrencilerinin küçük grup tartışmasında dikdörtgen prizmaların hacmine yönelik olarak hazırlanan günlük hayat problemlerinin üçüncüsünde yaptıkları çözüm*

Dördüncü soruda Murat, “Yüksekliği 6 birim vermişse bu 6 katlıdır. Bir kattaki birim küp sayısını bulmak için 192 ‘yi kat sayısına yani 6’ya böleriz birinci katta 32 birim küp olur. Bize taban yüzeyinin alanını sormuş, birinci katın alt yüzeyi taban alanını verir. Taban alanı için yüzeye bakılır, yüzeyi de birim kare ile ölçeriz. Bu yüzden cevap 32 birim kare olur.” şeklinde kabul edilebilir matematiksel açıklamalar ve çözümde bulunmuştur. Daha sonra ise çözümlerini Görsel 3.154.'te görüldüğü gibi etkinlik kâğıdına yansıtmış, bu çözüm ve açıklamalar etrafında mutabık olmuşlardır.



Görsel 3.154. *Odak grup öğrencilerinin küçük grup tartışmasında dikdörtgen prizmaların hacmine yönelik olarak hazırlanan günlük hayat problemlerinin dördüncüsünde yaptıkları çözüm*

Beşinci soruda Ali, Emre ve Murat arasında;

Murat: 4 katına çıkmaz mı?

Emre: Ayrıta değer verelim. 1 verirsek 12 çarpı 1, 12

Ali: Neden çarptın?

Murat: Yanlış yaptın bir ayrıta 2 birim dersek 2 çarpı 2, 4 olur 4 le de 2'yi çarparız 8 birim küp olur hacmi. Sen ayrıtların toplamını buldun.

Emre: Doğru senin dediğin gibi olacak ben dikkat etmedim.

Murat: 2 katına çıkarırsak bir ayrıt 4 birim olur hacmi de 4 çarpı 4, 16 olur. 16 çarpı 4 de 64 birim küp olur.

Emre: 64 'ü 8'e bölersek 8 katı olur.

Murat: Neden böldün?

Murat: Önce 8'di sonra 64 oldu. Kaç katına çıktığını bulmak için böldük. Ayrıta ne değer verirsek verelim 8 katına çıkar.

Ali: Tamam.

Emre: Bir ayrıta 3 birim versek de aynı sonuç çıkar mı? 8 kat çıkıyor. Önce 3 çarpı 3, 9 olur. 9 çarpı 3, 27 birim küp.

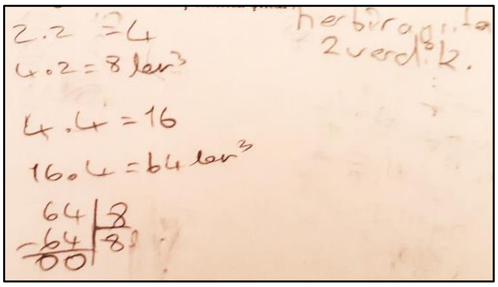
Ali: Ayrıt 2 katına çıkarsa 6 çarpı 6, 36 olur. 36 çarpı 6, 216 birim küp olur.

Murat: 27 çarpı 8, 216'dır. Yine 8 katı olur.

Emre: Evet doğru.

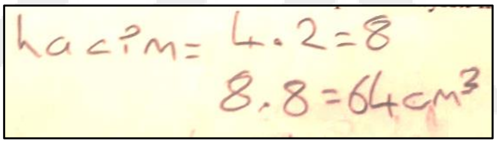
Ali: Evet ben de katılıyorum.

şeklinde bir diyalog yaşanmış, çözümlerini Görsel 3.155.'te görüldüğü gibi etkinlik kağıdına yansıtarak bu çözüm ve açıklamalar etrafında mutabık olmuşlardır.



Görsel 3.155. *Odak grup öğrencilerinin küçük grup tartışmasında dikdörtgen prizmaların hacmine yönelik olarak hazırlanan günlük hayat problemlerinin beşincisinde yaptıkları çözüm*

Altıncı soruda Murat, Ali'ye "Dikdörtgenler prizmasının ayrıtlarını vermiş. Hacmini nasıl buluruz?" şeklinde bir soru sormuştur. Ali de "Dikdörtgen prizmanın hacmi, 4 çarpı 2, 8; 8 çarpı 8, 64 cm küp olur." şeklinde ayrıtları çarparak matematiksel çözümde bulunmuştur. Emre ve Murat da Ali'ye katılmışlar ve Görsel 3.156.'da görüldüğü gibi çalışma kâğıdına yansıtmışlardır.



Görsel 3.156. *Odak grup öğrencilerinin küçük grup tartışmasında dikdörtgen prizmaların hacmine yönelik olarak hazırlanan günlük hayat problemlerinin altıncısında yaptıkları eksik çözüm*

Ancak dikdörtgen prizmanın hacmini hesaplamalarına karşın küpün bir ayrıtının kaç cm olması gerektiğini bulamamışlardır. Grup olarak beşinci soruda, küpün bir ayrıtını dört birim kabul edip hacmi 64 birim küp hesaplarken bu soruda hacmi 64 cm küp olan küpün bir ayrıtının 4 cm olduğuna dikkat etmemişlerdir. Öğrenciler, bu soruda genellikle 64 cm küp hacmi, ayrıt sayısına ya da boyut sayısına bölme gibi alternatif çözümlerle küpün bir ayrıtını bulmaya çalışmışlardır. Daha sonra Murat, küpün bir ayrıtına değer vererek bulmak istemiş, ancak ayrıta 4 cm değerini vereceği esnada Emre, Murat'a müdahalede bulunmuş ve yine doğru yanıta ulaşamamışlardır. Bununla ilgili aralarında;

Murat: Dikdörtgen prizmanın hacmi küpün hacmine eşittir. Küpün bir ayrıtını sormuş.

Emre: 64'ü 12'ye böleceğiz?

Murat: Sana katılıyorum.

Ali: Neden?

Murat: Bir ayrıtı bulmak için. Ama yanlış oluyor. Sonuç tam çıkmıyor.

Emre: Burada uzunluk, yükseklik ve genişlik var. O yüzden 64'ü 3'e böleceğiz.

Murat: Evet burada üç tane sayıyla çarptık burada da üç tane sayıya böleceğiz, bir ayrıt 18.

Ali: 18 olmuyor (Ali'yi dinlemeyip ayrıtı 18 cm aldılar).

Emre: Biz yanlış yaptık. Bir ayrıt 18 cm olursa 18 çarpı 18 ooo… çok çıkar.

Murat: Doğru. Zaten 64'ü 3'e bölersek 18 de olmaz ben yanlış bölmüşüm. O zaman ayrıta değer verelim. 1 cm olsa 1 çarpı 1 çarpı 1, 1 cm küp olur, 2 cm olsa 2 çarpı 2 çarpı 2, 8 cm küp olur, 3 cm olsa 3 çarpı 3 çarpı 3, 27 cm küp olur…

Emre: Acaba başka yol mu denesek, taban alanından falan mı yola çıksak.

Murat: Yine olmaz.

şeklinde bir diyalog yaşanmıştır.

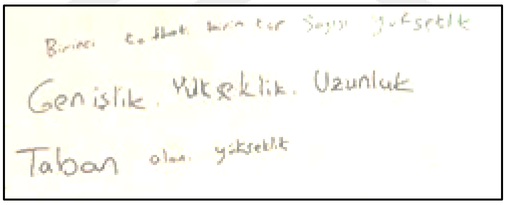
Yukarıda anlatıldığı üzere, küçük grup tartışması sürecinde odak öğrencilerin dikdörtgen prizmaların hacmini ölçme ile ilgili bağıntıları yapılandırdıkları ve altıncı sorunun bir kısmı dışında günlük hayat bağlamındaki problemlerde kullanabildikleri görülmüştür. Ayrıca Ali ve Emre, problemleri çözerken taban alanını anlamada yani üç boyuttan iki boyuta geçiş yapmakta yaşadıkları zorluğu aşma yönünde belirgin belirtiler göstermişlerdir. Öte yandan grup içi normlar bağlamında ise öğrencilerin kendi fikirlerini ve çözümlerini açıkladıkları, birbirlerinin yanıtlarını dinledikleri, birbirlerini anlamaya çalıştıkları ve birbirlerini sorguladıkları görülmüştür.

3.6.5.2. Dokuzuncu hafta sınıf tartışmalarına ilişkin bulgular

Küçük grup tartışmalarından sonra tüm öğrencilerin katıldığı sınıf tartışmasına geçilmiştir. Sınıf tartışmasında sırasıyla tüm gruplara söz hakkı verilerek ilgili soruda düşündüklerini sınıfla paylaşmaları istenmiştir. Bu esnada öğrencilerin kendi arasında ve öğrenciler ile öğretmen arasında çeşitli tartışmalar yaşanmıştır. Odak öğrenciler merkezde olmak üzere tüm sınıfla birlikte gerçekleştirilen tartışmalar aşağıda sunulmuştur. Sınıf tartışmalarında tartışılması ön görülen zihinsel eylemler, bu tartışmalar sırasında genel olarak öğrenciler tarafından yapılandırıldığı gözlenen zihinsel eylemler ve bu sırada ortaya konan sınıf içi sosyal ve sosyomatematiksel normlar Şekil 3.30.'da sunulmuştur.

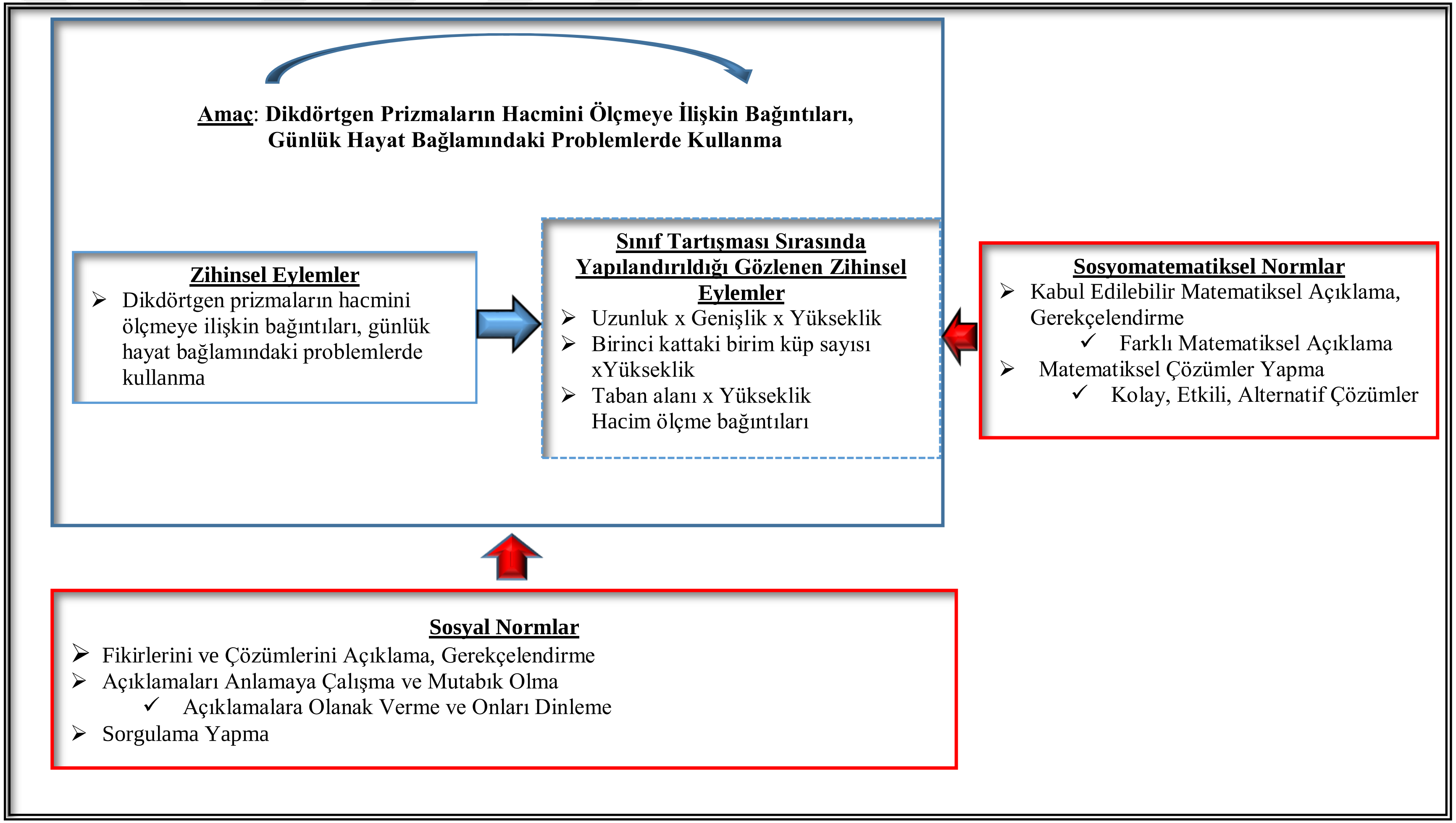
Şekil 3.30.'da görüldüğü gibi, dikdörtgen prizmaların hacmini ölçmeye ilişkin oluşturulan bağıntıları, günlük hayat bağlamındaki problemlerde kullanılmasının tartışılması ön görülmüştür. Sınıf tartışması sürecinde genel olarak öğrencilerin hacim ölçme bağıntılarını yapılandırdıkları ve günlük hayat bağlamındaki problemlerde kullanabildikleri gözlenmiştir. Öte yandan tartışmalar sırasında öğrencilerin zihinsel eylemlerini yönlendiren fikirlerini ve çözümlerini açıklama-gerekçelendirme, açıklamaları anlamaya çalışma, mutabık olma, birbirlerini dinleme ve sorgulama yapma gibi sosyal normlar ve bu normlarla ilişkili ve doğal olarak matematiğe özgü normlarda ortaya çıkmıştır. Sosyomatematiksel normlar olarak adlandırılan bu normlar kabul edilebilir ve farklı matematiksel açıklama yapma-gerekçelendirme, matematiksel çözümler yapma şeklinde tanımlanmıştır.

Öğretmen, sınıf tartışmasının başında küçük grup tartışmalarında öğrencilerin üzerinde tartıştıkları etkinliği akıllı tahtaya yansıtmıştır. Öğretmen, dersin başında problemlerin çözümlerine geçmeden önce öğrencilerden dikdörtgen prizmalarda hacim ölçme ile ilgili bağıntıları ve bu bağıntıların nasıl oluştuğunu tekrar açıklamalarını istemiştir. Öğrenciler, bu bağıntıların dikdörtgen prizmaların içinin birim küplerle boşluk kalmadan doldurulmasına bağlı olarak oluştuğunu açıklamış ve bu bağıntıları Görsel 3.157.'de görüldüğü gibi beyaz tahtaya yansıtmışlardır.

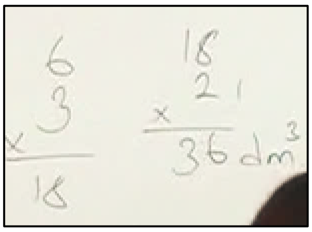


Görsel 3.157. *Öğrencilerin sınıf tartışmasında dikdörtgen prizmaların hacmini hesaplamaya yönelik oluşturduğu bağıntıları dersin başında tekrar yansıtmaları*

Birinci soruda tüm gruplar, akvaryumun en fazla 36 dm^3 su alabileceğini ifade etmişlerdir. Öğretmen, sınıfa "Akvaryumu tam doldurursanız içindeki su, akvaryumunun nesi olur?" şeklinde bir soru sormuş, öğrenciler de "Hacmi" yanıtını vermişlerdir. Öğretmen, bir grubun öğrencilerini çözümlerini sınıfla paylaşmaları için tahta önüne davet etmiş; bu grubun öğrencileri de "Uzunluk x Genişlik x Yükseklik" formülünü kullanarak problemi çözmüşlerdir. Bununla ilgili, "Biz 6 dm'nin önünden baktık. Uzunluk 6 dm, genişlik 3 dm, yükseklik 2 dm'dir. Önce uzunlukla genişliği çarparız 6 çarpı 3, 18 bulduğumuz sonuçla da yüksekliği çarparız 18 çarpı 2, 36 dm^3 olur." şeklinde kabul edilebilir matematiksel açıklama ve çözümde bulunmuşlar ve çözümlerini Görsel 3.158.'de görüldüğü gibi beyaz tahtaya yansıtmışlardır.



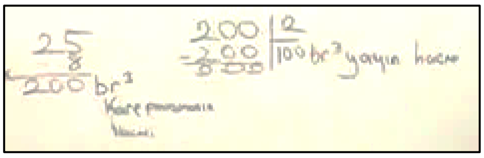
Şekil 3.30. *Dokuzuncu Hafta Sınıf Tartışmaları*



Görsel 3.158. *Bir grubun öğrencilerinin sınıf tartışmasında dikdörtgen prizmaların hacmine yönelik olarak hazırlanan günlük hayat problemlerinin birincisinde yaptıkları çözüm*

Bu esnada sınıftan bir öğrenci, grup öğrencilerine "Hacim ne demek?" şeklinde bir soru sormuş, gruptan bir öğrenci de "Boşlukta kaplanan yer" şeklinde yanıtlamıştır. Öğretmen, daha sonra hacim biriminin birim küp, yüzey alanı biriminin ise birim kare olduğunu somut temsil üzerinde bir kez daha vurgulamış ve tüm öğrenciler, bu çözüm ve açıklamalar etrafında mutabık olmuşlardır.

İkinci soruda tüm gruplar, kare prizma biçimindeki kabın içindeki yağın hacminin 100 birim küp olduğunu ifade etmişlerdir. Öğretmen, bir grubun öğrencilerini çözümlerini sınıfla paylaşmaları için tahta önüne davet etmiştir. Bu grubun öğrencileri de "Taban alanını yükseklikle çarptık 25 ile 8'i çarptık 200 tüm hacmi bulduk sonra da yarısı dediği için bulduğumuz sonucu 2'ye böldük 100 birim küp olur." şeklinde kabul edilebilir bir matematiksel açıklama ve çözümde bulunmuşlar ve çözümlerini Görsel 3.159.'da görüldüğü gibi beyaz tahtaya yansıtmışlardır.



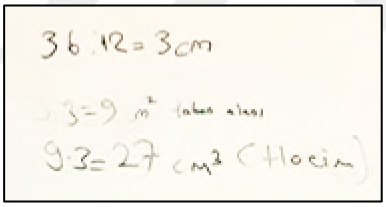
Görsel 3.159. *Bir grubun öğrencilerinin sınıf tartışmasında dikdörtgen prizmaların hacmine yönelik olarak hazırlanan günlük hayat problemlerinin ikincisinde yaptıkları çözüm*

Öğretmen, sınıfa "Farklı bir şekilde yağın hacmi hesaplanabilir mi?" şeklinde sınıfa bir soru sormuş; odak öğrencilerden Murat da "Taban alanını 8 ile değil de 4 ile çarparız. 25 çarpı 4, 100 birim küp olur." şeklinde alternatif bir çözümde bulunmuştur. Tüm öğrenciler, bu açıklamalar ve çözümler etrafında mutabık olmuşlardır.

Üçüncü soruda tüm gruplar, küp biçimindeki hediye paketinin taban alanının 9 cm^2, hacminin 27 cm^3 olduğunu ifade etmişlerdir. Öğretmen, bir grubun öğrencilerini çözümlerini sınıfla paylaşmaları için tahta önüne davet etmiştir. Bu grubun öğrencileri, Görsel 3.160.’da görüldüğü gibi somut model üzerinde küpün ayrıtlarını ve taban yüzeyini göstermişlerdir.

Görsel 3.160. *Bir grubun öğrencilerinin sınıf tartışmasında somut küp modeli üzerinde ayrıtları ve taban yüzeyini göstermeye yönelik eylemleri*

Daha sonra ise “Küpte 12 ayrıt var ve bu ayrıtlar birbirine eşittir. 36’yı 12’ye bölersek her bir ayrıt 3 cm olur. Taban yüzeyinin alanı 3 çarpı 3, 9 cm^2 dir. Hacmi de yükseklik 3 olduğu için taban alanı ile yüksekliği çarparız 9 çarpı 3, 27 cm^3 olur.” şeklinde kabul edilebilir matematiksel açıklama ve çözümde bulunmuş ve çözümlerini Görsel 3.161.’de görüldüğü gibi beyaz tahtaya yansıtmışlardır.

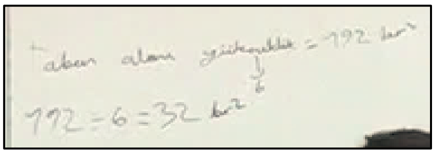


Görsel 3.161. *Bir grubun öğrencilerinin sınıf tartışmasında dikdörtgen prizmaların hacmine yönelik olarak hazırlanan günlük hayat problemlerinin üçüncüsünde yaptıkları çözüm*

Öğretmen, daha sonra “Hacmi başka nasıl bulunabilir?” şeklinde sorgulamış, öğrenciler de “Uzunluk, genişlik ve yüksekliği çarpabiliriz. 3 çarpı 3 çarpı 3, yine 27 cm küp olur.” şeklinde alternatif bir çözümde bulunmuşlardır. Tüm öğrenciler, bu açıklamalar ve çözümler üzerinde mutabık olmuşlardır.

Dördüncü soruda tüm gruplar, dikdörtgenler prizmasının taban alanının 32 birim kare olduğunu ifade etmişlerdir. Öğretmen, odak grubun öğrencilerini çözümlerini sınıfla paylaşmaları için tahta önüne davet etmiştir. Murat, “dikdörtgen prizmanın içini doldurduk. Toplam 192 birim küp var. Yükseklik 6 olduğu için 6 kat var. 6’ya böldüğümüzde birinci katta 32 birim küp olur ve onun tabanı da 32 birim kare olur.”

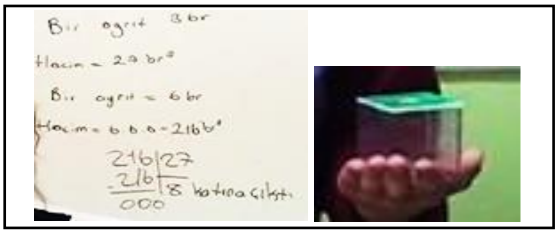
şeklinde küçük grup tartışmasındaki çözümlerini sınıf tartışmasına da yansıtarak kabul edilebilir bir matematiksel açıklama ve çözümde bulunmuşlardır. Öğretmen ise hacim bağıntılarından "Taban alanı x Yükseklik" bağıntısını kullanarak problemi çözmelerini istemiştir. Ali de Görsel 3.162.'de görüldüğü gibi bağıntıyı kullanarak "192'yi 6'ya bölersek 32 birim kare buluruz." şeklinde alternatif bir çözümde bulunmuş ve beyaz tahtaya yansıtmıştır.



Görsel 3.162. *Ali'nin sınıf tartışmasında dikdörtgen prizmaların hacmine yönelik olarak hazırlanan günlük hayat problemlerinin dördüncüsünde yaptığı çözüm*

Bu esnada sınıftan bir öğrenci, Ali'ye "192'yi 6'ya böldüğünde neyi bulmuş oldun?" şeklinde bir soru sormuş, Ali de "Taban yüzeyinin alanını buldum." şeklinde bir yanıt vermiştir. Öğretmen de taban alanının yüzeydeki birim kare sayısı olduğunu tekrar vurgulamış ve tüm öğrenciler, bu açıklamalar ve çözümler etrafında mutabık olmuşlardır.

Beşinci soruda üç grubun öğrencileri, küpün ayrıt uzunluğuna tam sayı değerleri vererek problemde doğru sonuca ulaşırken, bir grubun öğrencileri de problemde herhangi bir sonuç bulamadıklarını ifade etmişlerdir. Öğretmen, bir grubun öğrencilerini çözümlerini sınıfla paylaşmaları için tahta önüne davet etmiştir. Bu grubun öğrencileri, küpün ayrıt uzunluğuna tam sayı değeri vererek problemi çözdüklerini belirtmişlerdir. Bununla ilgili; grup öğrencileri, diğer öğrenciler ve öğretmen arasında;



Görsel 3.163. *Bir grubun öğrencilerinin sınıf tartışmasında dikdörtgen prizmaların hacmine yönelik olarak hazırlanan günlük hayat problemlerinin beşincisinde yaptıkları çözüm*

Ayşe: Bir ayrıtı 3 birim aldık. Hacmi 27 birim küp bulduk. Ayrıtı iki katına çıkarmadan önce.

Murat: 27'yi nasıl buldunuz?

Ayşe: Uzunlukla genişliği çarptık 3 kere 3, 9 sonra da yükseklikle çarptık 9 kere 3, 27 olur. Ayrıtı iki katına çıkarırsak 6 birim olur.

Öğretmen: Bir ayrıtı 6 birim olursa hacmi kaç olur?

Gökhan: Taban alanı 36 çarpı 6, 216 birim küp olur.

Öğretmen: Hacim önce 27'ydi sonra ise 216 birim küp. O halde hacmi kaç katına çıkmıştır?

Şebnem: 216'yı 27'ye böleriz 8 katına çıkar (Yukarıdaki gibi beyaz tahtaya yansıttılar).

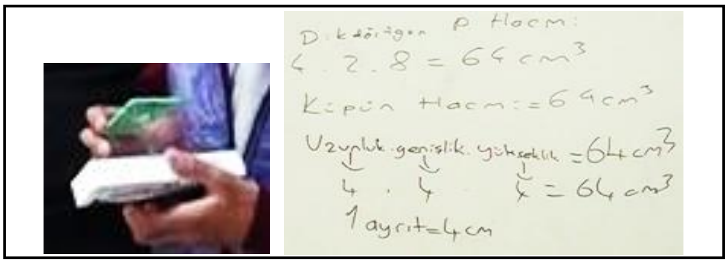
Emre: Biz de bir ayrıta hem 2 hem de 3 verdik, bulduk.

Murat: Ben başka bir yoldan buldum. Bu birim küp 1 tane (yukarıda görseldeki birim küp modeli) bunun bir ayrıtının 2 katına çıkması için bu modelin yanında 1 tane ve arkasında iki tane olmalı, bir katta 2 tane 2, 4 tane olmak üzere 2 kat olur. Yani 8 tane olur. O yüzden hacmi de 8 katına çıkar.

Öğretmen: Evet arkadaşınızın yoluyla da çözülebilir. Güzel bir yol arkadaşınızı tebrik edelim. Farklı yollar kullanılabilir ancak değer vermek bazen zaman alabilir.

şeklinde bir diyalog yaşanmış ve tüm öğrenciler, bu açıklamalar ve çözümler etrafında mutabık olmuşlardır.

Altıncı soruda tüm gruplar, dikdörtgenler prizmasının hacmini 64 cm küp bulmalarına karşın, bir grup dışında hiçbir grup küpün bir ayrıtının uzunluğunu bulamamışlardır. Öğretmen, odak grubun öğrencilerinden birer dikdörtgen prizma ve küp alarak tahta önüne gelmelerini istemiştir. Bununla ilgili; grup öğrencileri, diğer öğrenciler ve öğretmen arasında;



Görsel 3.164. *Odak grup öğrencilerinin sınıf tartışmasında dikdörtgen prizmaların hacmine yönelik olarak hazırlanan günlük hayat problemlerinin altıncısında yaptıkları çözüm*

Öğretmen: Burada ayrıtların hangisinin uzunluk, hangisinin genişlik, hangisinin yükseklik olduğunu bilmiyoruz. Dolayısıyla taban alanını bulamazsınız. Hepsi taban yüzeyi olabilir. Peki, hacmi bulmak için ayrıtların hangisinin uzunluk, hangisinin genişlik, hangisinin yükseklik olduğunu bilmemize gerek var mı?

Gökhan: Hayır sonuçta onların hepsini çarpıyoruz.

Öğretmen: Dikdörtgen prizmanın hacmi kaç olur?

Murat: Dikdörtgen prizmanın hacmini bulmak için ayrıtları çarparız. 4 çarpı 2 çarpı 8, 64 cm küp olur. Küpün hacmi de 64 cm küp olur.

Öğretmen: Emre, küpün hacmi nasıl bulunur?

Emre: Uzunluk çarpı genişlik çarpı yükseklikle bulunur. O zaman uzunluk çarpı genişlik çarpı yükseklik 64 cm küp olacak.

Öğretmen: Mehmet, küpte uzunluk, genişlik ve yükseklik eşit midir?

Mehmet: Eşittir.

Öğretmen: O halde küpte bir ayrıt yani uzunluk, genişlik ve yükseklik kaç birim olur?

Emre: O zaman bir ayrıt 4 cm olur (yukarıdaki gibi beyaz tahtaya yansıttılar).

Öğretmen: O halde neden grup tartışmasında 64'ü sürekli ayrıt sayısına 12'ye, 3'e falan böldünüz?

Emre: Biz uzunluk, genişlik ve yükseklik üç tane olduğu için 3'e böldük. Yanlış yaptığımızı sonradan fark ettik.

Murat: Beşinci soruda aslında bir ayrıtı 4 birim aldık ve hacmi 64 bulduk ama burada ona dikkat etmedik.

Öğretmen: Ali, bir de sen açıkla çözümü?

Ali: Ayrıtları çarptık dikdörtgen prizmanın hacmini bulduk 64 cm küp. Küpün hacmi de 64 cm küp. Küpün bir ayrıtı yani uzunluğu, genişliği ve yüksekliği 4 çarpı 4 16, 16 çarpı 4, 64 olduğu için 4'er cm olur.

şeklinde bir diyalog yaşanmış ve tüm öğrenciler, bu açıklamalar ve çözüm etrafında mutabık olmuşlardır.

Yukarıda anlatıldığı üzere, sınıf tartışması sürecinde genel olarak öğrencilerin dikdörtgen prizmaların hacmini ölçme ile ilgili bağıntıları yapılandırdıkları ve günlük hayat bağlamındaki problemlerde kullanabildikleri görülmüştür. Ayrıca problemleri çözerken genel olarak öğrencilerin taban yüzeyinin alanını anlamada yani üç boyuttan iki boyuta geçiş yapmakta yaşadıkları zorluğu aşma yönünde güçlü belirtiler göstermişlerdir. Öte yandan sınıf içi normlar bağlamında ise öğrencilerin kendi fikirlerini ve çözümlerini açıkladıkları, açıklamaları dinledikleri, anlamaya çalıştıkları ve birbirlerini sorguladıkları, birbirleriyle ve öğretmen ile tartıştıkları gözlenmiştir.

3.7. Son Klinik Görüşmelere İlişkin Bulgular

Dikdörtgen prizmaların hacmini ölçmeye yönelik gerçekleştirilen öğretimlerden sonra odak öğrencilerin bu noktaları nasıl yapılandırdığını ve buna uygun olarak her bir öğrencinin öğrenme süreci sonunda dikdörtgen prizmalarda hacim ölçmeye ilişkin matematiksel soyutlamalarını gösteren mekanizmaları ortaya çıkarmak amacıyla odak öğrencilerle son klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Son klinik görüşmelerden elde edilen verilerin analizi sonucunda elde edilen bulgular**,**

- Dikdörtgen prizmaların hacmini ölçme

teması altında Ali, Emre ve Murat'ın eylemleriyle sunulmuştur.

3.7.1. Dikdörtgen prizmaların hacmini ölçme

Odak öğrencilere günlük hayatta sıklıkla kullanılan birer dikdörtgen prizma, kare prizma ve küp temsili görsel ve somut olarak sunulmuştur. Öğrencilerden bu dikdörtgen prizmaların hacimlerinin tam olarak belirlenebilmesi için içlerinin nasıl doldurulmaları gerektiğini, neler ile doldurulabileceğini ve hacimlerinin nasıl hesaplanabileceğini açıklamaları istenmiştir (EK-5). Öğrencilerin kullanacakları hacim ölçme bağıntılarını açıklamalarında ihtiyaç duyduklarında kullanmaları için ise öğrencilere birim küplerle inşa edilmiş bir dikdörtgen prizma görsel temsili ve somut birim küpler verilmiştir. Öğrencilerin eylemleri, aşağıdaki bölümde ayrıntılı olarak sunulmuştur.

3.7.1.1. Ali'nin fiziksel/zihinsel eylemleri

Dikdörtgen prizmaların hacmini ölçme bağlamında Ali'nin ortaya koyduğu fiziksel/zihinsel eylemler, Şekil 3.31.'de verilmiştir.

Şekil 3.31.'de görüldüğü gibi Ali, dikdörtgen prizmaların hacimlerini ölçmede öğretim derslerinde ortaya çıkan tüm hacim ölçme bağıntılarını kullanmıştır. Bu bağıntıları, nasıl yapılandırdığını ise birim küplerle oluşturulmuş dikdörtgen prizma görsel temsili ve birim küplerle oluşturduğu üç boyutlu yapı üzerinde açıklamıştır. Bununla birlikte birim küplerle inşa edilmiş dikdörtgen prizma görsel temsilinin hacmini, hem hacim ölçme bağıntılarını kullanarak hem de hacim ölçme bağıntılarından bağımsız şekilde kat ve sıra stratejilerini kullanarak hesaplamıştır. Öte yandan Ali, dikdörtgen prizmaların hacimlerinin belirlenebilmesi için prizmaların içinde boşluk kalmaması gerektiğinin dolayısıyla da birim küplerle ya da sıvılarla doldurulduklarında kesin olarak boşluk kalmadığını açıklamıştır.

DİKDÖRTGEN PRİZMALARIN HACMİNİ ÖLÇME

Birim Küplerle İnşa Edilmiş Dikdörtgen Prizma

* Kat ve sıra stratejisi kullanarak hesaplama
*Uzunluk x Genişlik xYükseklik
*Birinci kattaki birim küp sayısı x Yükseklik
*Taban alanı x Yükseklik
*Önyüzün alanı x Genişlik
Hacim ölçme bağıntılarını kullanarak hesaplama

Günlük Hayatta Kullanılan Dikdörtgen Prizmalar

*Uzunluk x Genişlik xYükseklik

*Taban alanı x Yükseklik

*Önyüzün alanı x Genişlik

Hacim ölçme bağıntılarını kullanarak hesaplama

Şekil 3.31. *Ali'nin Son Klinik Görüşmede Dikdörtgen Prizmaların Hacmini Ölçmeye İlişkin Eylemleri*

Ali'nin bu konulara ilişkin eylemleri aşağıda örnek olarak sunulmuştur.

Görsel 3.165. *Ali'nin görsel ve somut temsiller üzerinde dikdörtgen prizmanın hacmini ölçmeye yönelik eylemleri*

Araştırmacı: Bu resimlerde gösterilen ve burada modelleri de olan dikdörtgen prizmaların hacimlerini tam olarak belirlemek için içlerini nasıl ve neler ile doldurursun?

Ali: Boşluk kalmayacak şekilde doldururuz. Birim küplerle ya da sıvılarla doldurabiliriz.

Araştırmacı: Neden birim küple dolduruyorsun?

Ali: Çünkü diyelim bunun uzunluk ve genişliği 10 cm, yüksekliği 20 cm. Bir birim bir birim doldururuz. Uzunluk ve genişliğe 10 tane, yüksekliğe 20 tane koyarız hiç boşluk kalmaz (kare prizma modeli üzerinde yukarıda görseldeki gibi boyutları göstererek açıkladı).

Araştırmacı: Dikdörtgen prizma, küp ve kare prizma olarak adlandırdığın bu prizmaların hacimlerini nasıl hesaplarsın?

Ali: Uzunlukla genişliği çarparım sonra da bulduğum sonuçla yüksekliği çarparım (yukarıda görselde görüldüğü gibi kare prizma modelinde boyutları gösterdi).

Araştırmacı: Neden, nasıl açıklıyorsun bu formülü?

Ali: Bu prizmaları birim küplerle doldurursak mesela bu resimde yaptığı gibi bir sırada 3 tane birim küp var 4 de sıra var her bir sırada 3 tane olduğu için uzunlukla genişliği çarparım 12, her katta aynı sayıda olduğu için bulduğum sonuçla da yüksekliği yani 5 birimi çarparım 60 birim küp olur.

Araştırmacı: Niye yükseklikle çarptın?

Ali: Yükseklikle kat sayısı olduğu için çarptım (yukarıda görselde görüldüğü birim küple oluşturulmuş yapıda hacmi kat ve sıra stratejilerini kullanarak hesapladı ve birim küplerle yapının boyutlarını inşa ederek bağıntıyı açıkladı).

Araştırmacı: Başka nasıl hesaplanabilir?

Ali: Uzunlukla genişliği çarparız taban alanını bulurum. Taban alanıyla da yüksekliği çarparım.

Araştırmacı: Nasıl olur açıklar mısın?

Ali: Burada mesela uzunlukla genişliği çarparız birinci kattaki birim küp sayısını buluruz, mesela burada yaptığım gibi 12 birim küp, birinci katın altı yüzeyi de 12 birim kare olur sonra da yükseklik kat sayısı olduğu için yükseklikle çarparız yine 60 birim küp olur (görsel resimdeki dikdörtgen prizmanın tabanını yukarıda görselde görüldüğü gibi somut model ve birim küplerle oluşturulmuş dikdörtgen prizma görsel temsili üzerinde gösterdi ve bağıntıyı açıkladı).

Araştırmacı: Başka yol var mı?

Ali: Var bu prizmalar birim küple doldurulursa birinci kattaki birim küp sayısı ile yüksekliği çarparız, hacmi buluruz mesela yine bu resimde birinci katta 12 tane var yükseklikle kat sayısıyla 5'le çarparsak yine hacmi 60 birim küp olur. Çünkü her katta aynı sayıda birim küp olur.

Araştırmacı: Birim küple doldurulmazsa eğer.

Ali: O zaman bu formül olmaz.

Araştırmacı: Başka bildiğin var mı?

Ali: Başka bir de uzunlukla yüksekliği çarparız ön yüzün alanını buluruz sonra da genişlikle çarparız yine aynı sonucu verir mesela burada uzunluk 4 birim, yükseklik 5 birim çarparsak ön yüzün alanı 20 birim kare olur sonra da genişlik 3 birimle çarparsak 60 birim küp olur (yukarıda görselde görüldüğü gibi dikdörtgen prizma modeli üzerinde uzunluk, yükseklik ve ön yüzü gösterdi, bağıntıyı açıkladı ve tüm hacim ölçme bağıntılarını çalışma kağıdına yansıttı).

Araştırmacı: Başka var mı?

Ali: Hayır bu kadar biliyorum.

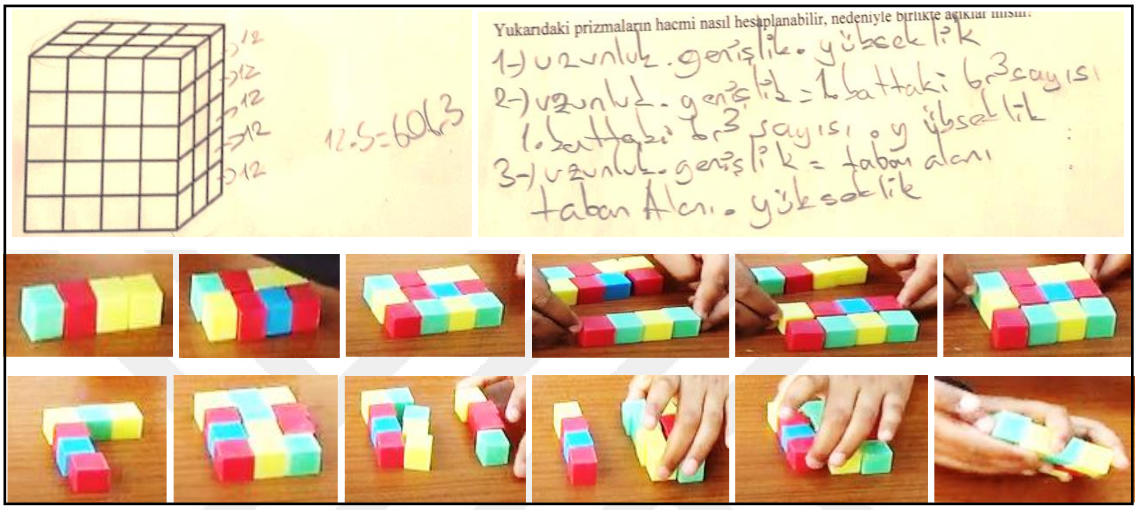
Yukarıda görüldüğü üzere, Ali'nin öğretim sürecinde zorluk yaşadığı ancak sürecin sonunda aştığı güçlü belirtiler gözlenmişti. Birim küp yapılarına bağlı olarak düşündüğü dikdörtgen prizmaların boyutları ve taban yüzeyinin alanı durumlarını artık birim küplerden bağımsız olarak yapılandırdığı burada bir kez daha görülmüştür. Dolayısıyla da buna bağlı olarak dikdörtgen prizmalarda hacmi ölçmeye ilişkin yapılandırdığı tüm bağıntıları nasıl yapılandırdığını birim küplü görsel ve somut temsiller üzerinde gerekçeleri ile açıklayabilmiştir.

3.7.1.2. Emre'nin fiziksel/zihinsel eylemleri

Dikdörtgen prizmaların hacmini ölçme bağlamında Emre'nin ortaya koyduğu fiziksel/zihinsel eylemler, Şekil 3.32.'de verilmiştir.

Şekil 3.32. *Emre'nin Son Klinik Görüşmede Dikdörtgen Prizmaların Hacmini Ölçmeye İlişkin Eylemleri*

Şekil 3.32.'de görüldüğü gibi Emre, dikdörtgen prizmaların hacimlerini ölçmede öğretim derslerinde ortaya çıkan hacim ölçme bağıntılarından "Ön yüzün alanı x Yükseklik" bağıntısı dışındaki bağıntıları kullanmıştır. Bu bağıntıları, nasıl yapılandırdığını ise birim küplerle oluşturulmuş dikdörtgen prizma görsel temsili ve birim küplerle oluşturduğu yapılar üzerinde açıklamıştır. Bununla birlikte Emre de Ali gibi, birim küplerle inşa edilmiş dikdörtgen prizmanın hacmini hem hacim ölçme bağıntılarını kullanarak hem de hacim ölçme bağıntılarından bağımsız şekilde kat ve sıra stratejilerini kullanarak hesaplamıştır. Ayrıca dikdörtgen prizmaların hacimlerinin belirlenebilmesi için prizmaların içinde boşluk kalmaması gerektiğinin dolayısıyla da birim küplerle ya da sıvılarla doldurulduklarında kesin olarak boşluk kalmadığını açıklamıştır. Emre’nin bu konulara ilişkin eylemleri aşağıda örnek olarak sunulmuştur.



Görsel 3.166. *Emre’nin görsel ve somut temsiller üzerinde dikdörtgen prizmanın hacmini ölçmeye yönelik eylemleri*

Araştırmacı: Bu resimdeki prizmaların hacmini tam olarak belirlemek için içleri nasıl ve neler ile doldurulabilir?

Emre: Boşluk kalmayacak biçimde doldururum. Sıvıyla ya da birim küple doldururum. Çünkü birim küpün ayrıtı bir birim olduğu için bir bir gider boşluk kalmaz.

Araştırmacı: Bu prizmaların hacmi nasıl hesaplanır üç prizma için de geçerli bir yol olsun?

Emre: Uzunluk çarpı genişlik çarpı yükseklikle hesaplanır.

Araştırmacı: Nerden geldi bu formül, nasıl düşündün?

Emre: Bu prizmaları birim küple doldurursak mesela uzunluğu 3 birim, genişliği 4 birim olsun bu resimdeki gibi (birim küplerle oluşturulmuş dikdörtgen prizma görsel temsilini gösterdi ve yukarıda görselde görüldüğü gibi birim küplerle farklı biçimlerde yapının birinci katını oluşturdu). Neden uzunlukla genişliği çarptım. Burada mesela 3 tane 4’lük sıra var bu birinci 4, bu ikinci 4, 8 oldu bu üçüncü 4, 12 oldu o yüzden 4 kere 3, 12 olur.

Araştırmacı: Niye yükseklikle çarptın?

Emre: Yükseklik bize kat sayısını veriyor. Kaç olsun mesela burada 5 kat var ve her katta 12 tane var çarparız 60 birim küp olur (birim küplerle inşa edilmiş görsel temsil üzerinde bağıntıyı açıkladı ve bu yapının hacmini yukarıda görselde görüldüğü bağıntı kullanmadan da hesapladı).

Araştırmacı: Bunun dışında başka bir yol var mı?

Emre: Uzunlukla genişliği çarparım birinci kattaki birim küp sayısını bulurum biraz önce

4’erli 3 sıra yaptığım gibi sonra da her katta eşit sayıda olduğu için yükseklikle çarparım. Mesela burada uzunlukla genişliği çarptım 12 birim küp sonra da yükseklik kat sayısı 5 ile çarparım yine 60 birim küp olur (birim küplerle inşa edilmiş dikdörtgen prizma görsel temsili üzerinde bağıntıyı açıkladı).

Araştırmacı: Prizmaları birim küple doldurmazsan mesela sıvıyla doldurursan bu formülü kullanabilir misin?

Emre: Hayır sıvıyla doldurursak kullanamayız ben buradaki birim küplü dikdörtgen prizma üzerinde söyledim.

Araştırmacı: Söyleyebileceğin başka bir formül, yol var mı?

Emre: Var yine uzunluk çarpı genişlikten geliyor. Uzunluk çarpı genişlik taban yüzeyinin alanını verir. Sonra da taban alanı ile yüksekliği çarparız.

Araştırmacı: Taban alanı neresidir?

Emre: Taban alanı yüzeyi böyle Mesela burada 4 kere 3, 12 birim kare olur. Yükseklik de yani kat sayısı da 5 ile çarparız yine 60 birim küp olur (yukarıda görselde görüldüğü gibi birim küple oluşturduğu yapı ve birim küple oluşturulmuş görsel üzerinde taban yüzeyini gösterdi ve bağıntıyı açıkladı).

Araştırmacı: Taban alanının birimi nedir?

Emre: Birim karedir. Çünkü yüzeyleri birim kare.

Araştırmacı: Başka formül var mı?

Emre: Hayır bu kadar yeter (yukarıda görselde görüldüğü bütün bağıntıları çalışma kâğıdına yansıttı).

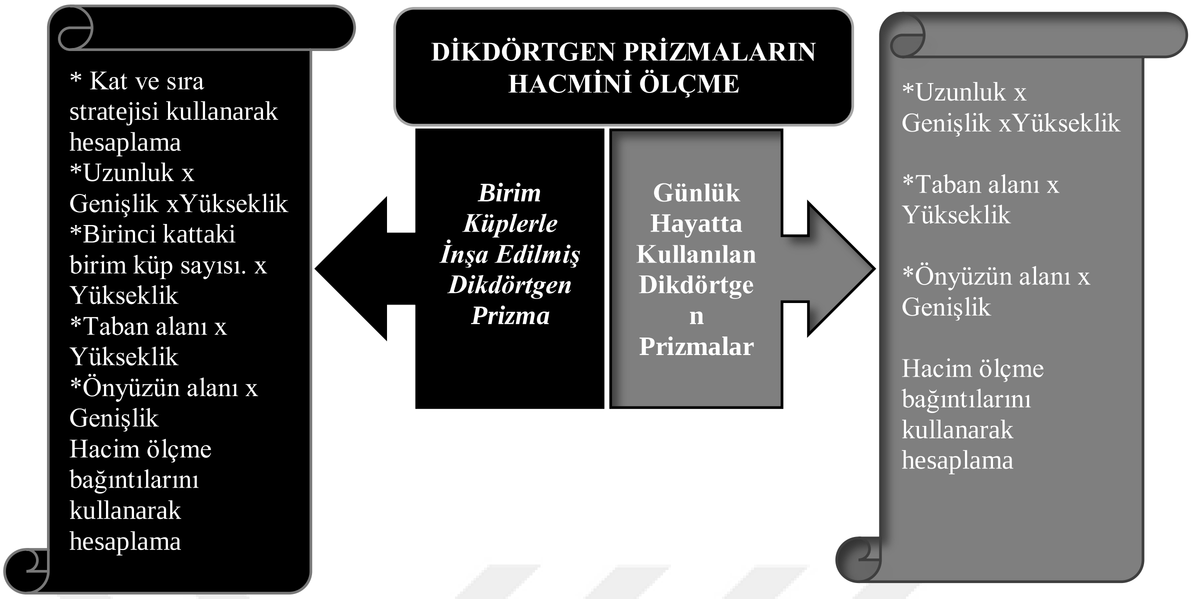
Araştırmacı: Peki bulduğun bu formüller bütün dikdörtgen prizmalar için her zaman geçerli midir?

Emre: Evet her zaman böyle birim küple doldurduğumuzda bu formülleri kullanabiliriz?

Yukarıda görüldüğü üzere, Emre’nin de Ali gibi öğretim sürecinde yaşadığı zorlukları aştığı bir kez daha görülmüş ve buna bağlı olarak dikdörtgen prizmalarda hacmi ölçmeye ilişkin yapılandırdığı tüm bağıntıları nasıl yapılandırdığını birim küplü görsel ve somut temsiller üzerinde gerekçeleri ile açıklayabilmiştir.

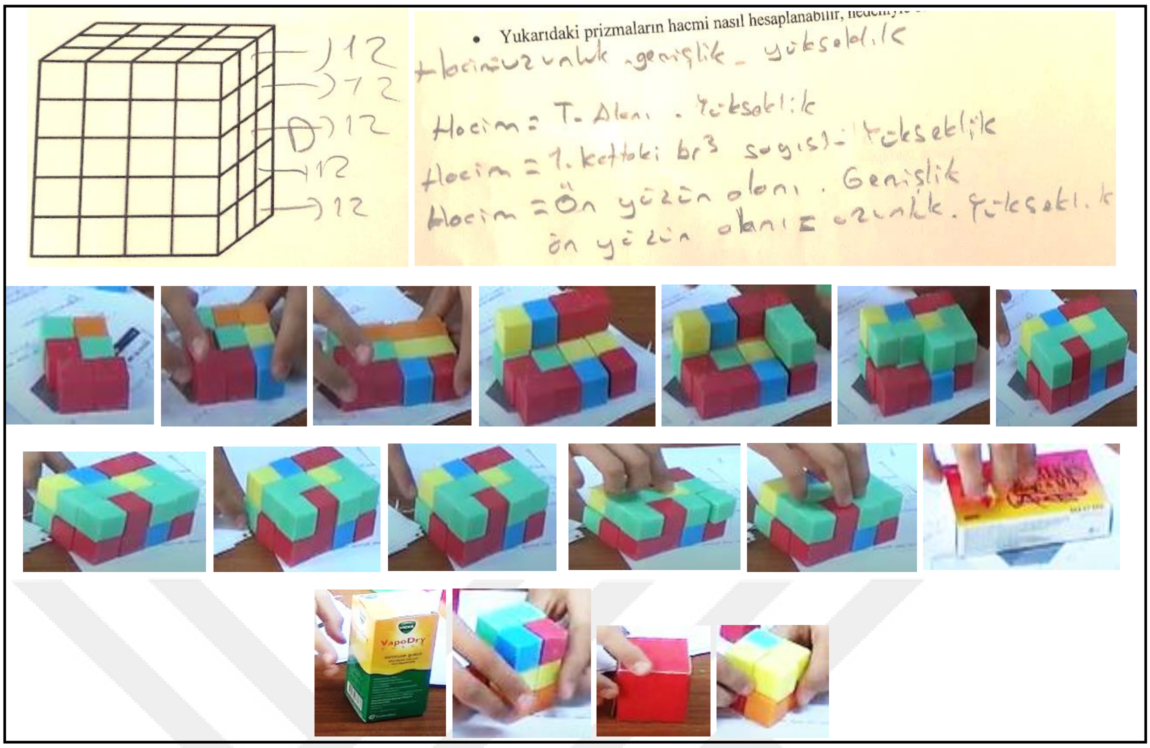
3.7.1.3. Murat’ın fiziksel/zihinsel eylemleri

Dikdörtgen prizmaların hacmini ölçme bağlamında Murat’ın ortaya koyduğu fiziksel/zihinsel eylemler, Şekil 3.33’te verilmiştir.



Şekil 3.33. *Murat'ın Son Klinik Görüşmede Dikdörtgen Prizmaların Hacmini Ölçmeye İlişkin Eylemleri*

Murat'ın öğretim derslerinde hacim ölçme bağıntılarını odak öğrenciler içerisinde en erken yapılandıran öğrenci olduğu gözlenmişti. Bununla birlikte "Ön yüzün alanı x Yükseklik" bağıntısını keşfetmiş ve sınıfa sunmuştur. Şekil 3.33.'te görüldüğü gibi; Murat son klinik görüşmede de dikdörtgen prizmaların hacimlerini ölçmede öğretim derslerinde ortaya çıkan tüm hacim ölçme bağıntılarını kullanmıştır. Bu bağıntıları, nasıl yapılandırdığını birim küplerle oluşturulmuş dikdörtgen prizma görsel temsili ve birim küplerle oluşturduğu yapılar üzerinde açıklamıştır. Bununla birlikte Ali ve Emre gibi, birim küplerle inşa edilmiş dikdörtgen prizmanın hacmini hem hacim ölçme bağıntılarını kullanarak hem de hacim ölçme bağıntılarından bağımsız şekilde kat ve sıra stratejilerini kullanarak hesaplamıştır. Ayrıca dikdörtgen prizmaların hacimlerinin belirlenebilmesi için prizmaların içinde boşluk kalmaması gerektiğinin dolayısıyla da birim küplerle ya da sıvılarla doldurulduklarında kesin olarak boşluk kalmadığını açıklamıştır. Murat'ın bu konulara ilişkin eylemleri aşağıda örnek olarak sunulmuştur.



Görsel 3.167. *Murat'ın görsel ve somut temsiller üzerinde dikdörtgen prizmanın hacmini ölçmeye yönelik eylemleri*

Araştırmacı: Bu resimdeki prizmaların hacmini tam olarak belirlemek için içleri nasıl ve neler ile doldurulabilir?

Murat: Hiç boşluk kalmayacak şekilde doldururum. Birim küp ve sıvıyla boşluk kalmadan kesin dolar ama başka şeylerle prizmalarla dolabilir de dolmaya bilir de.

Araştırmacı: Bu dikdörtgen prizmaların hacmi nasıl hesaplanır?

Murat: Uzunluk, genişlik ve yüksekliğini çarparım.

Araştırmacı: Nerden geldi bu formül, nasıl düşündün?

Murat: Nerden geldi, birim küpleri kullanabilir miyim?

Araştırmacı: Birim küple doldurarak mı açıklayacaksın?

Murat: Evet ama sıvıyla da doldurulabilir ama ben birim küple doldurup açıklayacağım. Mesela uzunluğu 4 birim, genişliği 3 birim, yüksekliği 2 birim olan bir dikdörtgen prizma inşa ettim Burada bir sırada 3 tane birim küp var, 4 tane de sıra var, 4 kere 3, 12 birim küp olur. Uzunlukla genişliği çarptığım zaman birinci kattaki birim küp sayısını 12 bulurum, bir de yükseklik kat sayısı 2 olduğu için 12 ile 2'yi çarparım. Hacmi 24 birim küp olur (yukarıda görselde görüldüğü gibi kat ve sıra stratejileri kullanarak birim küplerle bir dikdörtgen prizma inşa etti, yapı üzerinde uzunluk, genişlik ve yüksekliği gösterdi ve bağıntıyı açıkladı).

Araştırmacı: Şu birim küplerle oluşturulmuş görsel üzerinde de açıklar mısın?

Murat: Burada da bir sırada 3 tane birim küp var 4 de sıra var 4 kere 3, 12 birim küp bu uzunlukla genişliğin çarpımı her katta 12 birim küp var kat sayısı yani yükseklikle çarparız 12 çarpı 5, hacmi 60 birim küp olur. (Birim küplerle oluşturulmuş dikdörtgen prizma görseli üzerinde bağıntıyı açıkladı ve yukarıda görselde görüldüğü gibi bağıntı kullanmadan da hacmi hesapladı).

Araştırmacı: Başka bir yol var mı?

Murat: Başka taban alanı ile yüksekliği çarparım.

Araştırmacı: Nasıl düşündün açıklar mısın?

Murat: Şimdi uzunlukla genişliği çarparsam biraz önce dediğim gibi birinci kattaki birim küp sayısını buluruz birinci katın alt yüzeyi de taban alanı olur taban alanını bulmuş oluruz, yine yükseklik kat sayısı olduğu için yükseklikle çarparız. Burada 3 çarpı 4 taban alanı 12 birim kare, 2 de katımız var yükseklik 2 birim, 12 çarpı 2, 24 birim küp olur zaten önce de hacmini 24 birim küp hesaplamıştık (birim küplerle inşa ettiği dikdörtgen prizma üzerinde bağıntıyı açıkladı).

Araştırmacı: Taban alanı derken neresini kast ediyorsun, gösterir misin?

Murat: Şu üst ve alt yüzeyler, yüzeyleri birim kare olur birimi de birim kare (yukarıda görselde görüldüğü gibi birim küplerle inşa edilmiş dikdörtgen prizma görsel temsili, birim küplerle oluşturduğu dikdörtgen prizma somut temsili ve somut model temsili üzerinde konumlandırma biçimine göre taban yüzeylerini gösterdi).

Araştırmacı: Başka nasıl hesaplayabilirsin?

Murat: Başka eğer bunları birim küple doldurursak birinci kattaki birim küp sayısı çarpı yükseklikle hesaplarız ama sıvıyla doldurursak bu formül kullanılmaz. Burada birinci kattaki birim küp sayısını bulmak için biraz önceki gibi uzunlukla genişliği çarparız 4 çarpı 3, 12 birim küp, yükseklik de yine katımız 2, 12 ile 2'yi çarptığım zaman yine hacmi 24 birim küp olur (birim küplerle inşa ettiği dikdörtgen prizma somut temsili üzerinde bağıntıyı açıkladı).

Araştırmacı: Başka bildiğin var mı?

Murat: Bir de ön yüzün alanı ile genişliği çarparsak hacmi buluruz.

Araştırmacı: Bunu nasıl düşündün?

Murat: Uzunlukla yüksekliği çarparsam ön yüzün alanını buluruz (Yukarıda görselde görüldüğü gibi inşa ettiği yapı üzerinde ön yüzün alanını gösterdi). Sonra da bulduğumuz sonucu genişlikle çarparız. Mesela burada 4 ile 2'yi çarparım ön yüzün alanı 8 birim kare olur, sonra da 8 ile 3'ü çarparım hacmi 24 birim küp olur. Resimdeki dikdörtgen prizmada da 4 ile 5'i çarparım ön yüzün alanı 20 birim kare olur sonra da 3 ile çarparız yine hacmi 60 birim küp olur. (Birim küplerle oluşturulmuş dikdörtgen prizma görsel temsili ve birim küplerle inşa ettiği dikdörtgen prizma somut temsili üzerinde bağıntıyı açıkladı ve bütün bağıntıları yukarıdaki gibi çalışma kâğıdına yansıttı).

Araştırmacı: Başka var mı?

Murat: yok.

Araştırmacı: Peki bu formüllerin hepsi kare prizma ve küp içinde geçerli mi?

Murat: Evet mesela bir kare prizma ve küp oluşturayım, göstereyim. Uzunluğu ve genişliği 2'şer birim, yüksekliği de 3 birim olan bir kare prizma oluşturdum böyle hacmi her katta 4'er birim küp var hacmi 12 birim küp olur, bu formülleri kullanırsak da 12 birim küp olur. Küpün de uzunluk, genişlik ve yüksekliği 2'şer birim olsun hacmi de her katta 4 birim küp ve 2 kat olduğu için 8 birim küp olur. Bu formülleri kullanırsak da hacmi yine 8 birim küp olur. O yüzden bu formüller tüm dikdörtgen prizmalarda geçerlidir (Yukarıda görselde görüldüğü gibi birim küplerle birer kare prizma ve küp inşa ederek bağıntıları doğruladı).

Yukarıda görüldüğü üzere Murat da, Emre ve Ali gibi dikdörtgen prizmalarda hacmi ölçmeye ilişkin yapılandırdığı tüm bağıntıları nasıl yapılandırdığını birim küplü görsel ve somut temsiller üzerinde gerekçeleri ile açıklayabilmiştir.

3.8. Odak Öğrencilerin Soyutlama Mekanizmaları

Piaget, öğrenme için yeterliği ön şart olarak kabul etmektedir. Bu ilkeden hareketle öğrencilerin dikdörtgen prizmalarda hacim ölçme bağıntılarını oluşturabilmeleri için dikdörtgen prizmaları tanıma, dikdörtgen ve karenin alanı, birim küp yapılarında sayma ve oluşturma becerileri konularında yeterli derecede gelişmiş olmaları gerektiği düşünülmüştür. Bu nedenle odak öğrencilerle ön klinik görüşmeler yapılarak bu noktalardaki yeterlikleri ve eksiklikleri belirlenmeye çalışılmıştır. Öğrencilerde tespit edilen eksikliklerden dolayı TÖYH çerçevesinde buna yönelik ders planları düzenlenmiş ve ilk dört hafta öğrencilerin bu konularda yeterliklerinin sağlanmasına çalışılmıştır.

Piaget'e göre, öğrenme içsel bir yapılandırma sürecidir. Bu öğretim sürecinde de hacim ölçme bağıntılarına yönelik etkinlikler ve bu etkinliklerdeki eylemler, içsel sürecin ilerleyişi düşünülerek oluşturulmaya çalışılmıştır. Dikdörtgen prizmalarda hacim bağıntısı oluşturma etkinlikleri; önce tüm birim küplerin inşa edildiği, sonra sadece boyutlarının inşa edildiği daha sonra ise yüzeyleri birim kare olan dikdörtgen prizma temsilleri olarak kurgulanmıştır. Bu etkinliklerde, öğrencilerden hacimleri önce bağıntılar kullanmadan hesaplamaya çalışmaları ve birim küpler kullanarak bu yapıları inşa etmeleri istenmiştir. Burada öğrencilerin bağıntı oluşturabilmeleri için önce deneyimlerinin ve farkındalıklarının arttırılması amaçlanmıştır. Bu deneyimlerden sonra ise öğrencilerden prizmaların hacmi için bağıntılar keşfetmeleri istenmiştir.

Piaget'e göre, bireyin kendi içsel yapılandırması sonucu oluşturduğu bilgi faaldir. Bu faal bilgiler, bireyin öğrenme mekanizmasının çalışması ile oluşturulan bilişsel yapılardan meydana gelmektedir. Bu çalışmada da odak öğrenciler, sınıfta gerçekleşen etkinlikler sonucu bilişsel yapılarından oluşan faal bilgilerini son klinik görüşmelerde ortaya koymuşlardır. Bununla birlikte odak ve diğer öğrenciler, bu faal bilgileri günlük hayat problemleri bağlamındaki etkinlikte de kullanabilmişlerdir. Odak öğrencilerin bu faal bilgileri, derin soyutlama düzeyinde yapılandırdıkları aşağıda soyutlama mekanizmalarında gösterilmiştir. Piaget, derin soyutlamayı üç düzeyde kademelendirmesine karşın bu çalışmada odak öğrencilerin matematiksel soyutlamalarını göstermek için soyutlama kademelendirmeleri kullanılmamıştır.

Piaget'e göre öğrenme; sorgulamalar, çelişkiler ve bunlar sonucunda zihinde yapılan yeni düzenlemelerden oluşan bir geri bildirim süreci sayesinde gerçekleşir. Sorular, çelişkiler ve bunların sonucunda fikirlerin yeniden düzenlenmesi genellikle sosyal etkileşimle harekete geçirilmektedir. Piaget, sosyal etkileşimin de öğrenmede önemli bir faktör olduğunu düşünmüş ancak ağırlıklı olarak öğrenmenin bilişsel boyutuna odaklanmış ve bu boyutu öncelikli olarak ele almıştır. Bu çalışmada ise öğrenmenin bilişsel boyutuyla birlikte sosyal boyutuna da ağırlık verilmeye çalışılmıştır. Bu çalışmada odak öğrencilerin bilgiyi matematiksel olarak nasıl soyutladıkları ile birlikte bu soyutlamalarında destekleyici olan sosyal faktörler birlikte ele alınmıştır. Nitekim bu noktada odak öğrencilerin öğretim sürecinde matematiksel soyutlamalarında odak öğrencilerin bireysel olan eylemleri ile birlikte sosyal ve sosyomatematiksel normların destekleyici olduğu analiz edilmiş ve bu destekleyici rol araştırmanın bulgular kısmında ayrıntılı olarak ortaya konulmuştur.

Piaget'e göre bireyin kullandığı eylemleri daha üst bir düzeyde düzenlemesi, öğrenmeyi sağlayan önemli bir etkendir. Bu noktada odak öğrencilerin "Uzunluk x Genişlik x Yükseklik" bağıntısını keşfettikten sonra "Uzunluk x Genişlik" bağıntısının "Taban Yüzeyinin Alanı" ifadesine eşit olduğu sonucundan "Taban Yüzeyinin Alanı x Yükseklik" bağıntısına ulaşmaları eylemlerini daha üst bir düzeyde düzenlediklerini göstermektedir. Aynı şekilde odak öğrencilerden Ali ve Murat'ın "Uzunluk x Yükseklik" bağıntısının "Ön Yüzün Alanı" ifadesine eşit olduğu sonucundan "Ön Yüzün Alanı x Genişlik" bağıntısına ulaşmaları da bu durumu ortaya koymaktadır.

Sınıf uygulamalarında dikdörtgen prizmalarda hacim ölçme amacına yönelik olarak ardışık üç farklı etkinlik ve ardından odak öğrencilerle son klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Son klinik görüşmeler ile sona eren öğretim deneyi süreci sonunda dikdörtgen prizmalarda hacim ölçmeye ilişkin odak öğrencilerin ortaya çıkarılan soyutlama mekanizmaları, her bir öğrenci için ayrı ayrı olmak üzere aşağıda sunulmuştur.

3.8.1. Ali'nin soyutlama mekanizması

Ali'nin soyutlama mekanizması, aşağıda Şekil 3.34.'te verilmektedir.

Amaç: **Dikdörtgen Prizmalarda Hacim Ölçme**

Fiziksel/Zihinsel Eylemler

- Birim küplerle oluşturulmuş dikdörtgen prizmanın hacmini önce kısa yol-formül kullanmadan hesapla daha sonra ise farklı kısa yollar keşfet
- Birim küplerle uzunluk, genişlik ve yüksekliği inşa edilmiş kare prizmanın içini birim küplerle doldurarak hacmini hesapla ve içini doldurmadan farklı kısa yollar keşfet
- Yüzleri birim karelerle kaplanmış dikdörtgen prizmanın hacmini kısa yol-formül kullanmadan hesapla ve farklı kısa yollar keşfet

Zihinsel İlişkiler

- Uzunluk, genişlik ve yüksekliği birim küplerden ayırt ederek belirleme. Üç boyuttan bir boyuta geçiş yapma
- Kat ve sıra stratejisi yoluyla dikdörtgen prizmaların uzunluğu ile genişliğinin çarpımının hem her bir kattaki birim küp sayısını hem de taban yüzeylerinin alanını ifade ettiğini keşfetme
- Dikdörtgen prizmaların yüksekliğinin birim küplerle doldurulmuş prizmaların kat sayısını ifade ettiğini keşfetme
- Taban ve ön yüzleri birim küplerden ayrıt ederek belirleme ve alanlarını birim kare olarak hesaplama. Üç boyuttan iki boyuta geçiş yapma

Derin Soyutlama

Mantıksal-Matematiksel Faal Bilgiler

- Uzunluk x Genişlik x Yükseklik
- Birinci kattaki birim küp sayısı x Yükseklik
- Taban yüzeyinin alanı x Yükseklik
- Ön yüzün alanı x Genişlik

Hacim ölçme bağıntıları

Şekil 3.34. *Ali'nin Soyutlama Mekanizması*

Şekil 3.34.'te görüldüğü gibi, Ali sınıf uygulamalarında keşfedilen tüm hacim ölçme bağıntılarını mantıksal-matematiksel faal bilgi olarak yapılandırmıştır. Ali, son klinik görüşmede ilk olarak "Uzunluk x Genişlik x Yükseklik" bağıntısını ifade etmiştir. Bu bağıntıyı nasıl oluşturduğunu ise birim küplerle inşa edilmiş dikdörtgen prizma görsel inşa ettiği somut temsiller üzerinde kat ve sıra stratejisi kullanarak açıklamıştır. Ali, bununla ilgili her katın her bir sırasındaki birim küp sayısı ile sıra sayısının çarpımının her bir kattaki birim küp sayısına, yüksekliğin ise kat sayısına eşit olduğunu belirten zihinsel ilişkileri kurmuştur. Bununla birlikte dikdörtgen prizmaların uzunluk, genişlik ve yüksekliklerini birim küplerden ayırt ederek üç boyuttan bir boyuta geçiş yapabilmiştir. Öte yandan "Birinci kattaki birim küp sayısı x Yükseklik" bağıntısı için de aynı zihinsel ilişkileri kurmuştur. Ali, daha sonra "Taban alanı x Yükseklik" hacim ölçme bağıntısını mantıksal-matematiksel faal bilgi olarak ifade etmiştir. Ali, bu bağıntıyla ilgili prizmaların uzunluğu ile genişliğinin çarpımının her bir kattaki birim küp sayısı ile birlikte taban yüzeylerinin alanlarına eşit olduğunu belirten zihinsel ilişkileri kurmuştur. Aynı şekilde dikdörtgen prizmaların uzunluğu ile yüksekliğinin çarpımının ön yüzün alanına eşit olduğunu belirten zihinsel ilişkiden yararlanarak "Ön yüzün alanı x Genişlik" hacim ölçme bağıntısını mantıksal-matematiksel faal bilgi olarak oluşturmuştur. Bununla birlikte Ali, yüzey alanlarını birim küplerden ayırt ederek birim kare olarak yapılandırmış ve üç boyuttan iki boyuta geçiş yapabilmiştir.

Sonuç olarak Ali, dikdörtgen prizmalara ilişkin öğretim sürecinde keşfedilen tüm hacim ölçme bağıntılarını çeşitli zihinsel ilişkiler kurarak derin (düşünmeye dayalı) olarak soyutlamıştır.

3.8.2. Emre'nin soyutlama mekanizması

Emre'nin soyutlama mekanizması, aşağıda Şekil 3.35.'te verilmektedir.

Amaç: Dikdörtgen Prizmalarda Hacim Ölçme

Fiziksel/Zihinsel Eylemler

- Birim küplerle oluşturulmuş dikdörtgen prizmanın hacmini önce kısa yol-formül kullanmadan hesapla daha sonra ise farklı kısa yollar keşfet
- Birim küplerle uzunluk, genişlik ve yüksekliği inşa edilmiş kare prizmanın içini birim küplerle doldurarak hacmini hesapla ve içini doldurmadan farklı kısa yollar keşfet
- Yüzleri birim karelerle kaplanmış dikdörtgen prizmanın hacmini kısa yol-formül kullanmadan hesapla ve farklı kısa yollar keşfet

Zihinsel İlişkiler

- Uzunluk, genişlik ve yüksekliği birim küplerden ayırt ederek belirleme, Üç boyuttan bir boyuta geçiş yapma
- Kat ve sıra stratejisi yoluyla dikdörtgen prizmaların uzunluğu ile genişliğinin çarpımının hem her bir kattaki birim küp sayısını hem de taban yüzeylerinin alanını ifade ettiğini keşfetme
- Dikdörtgen prizmaların yüksekliğinin birim küplerle doldurulmuş prizmaların kat sayısını ifade ettiğini keşfetme
- Taban yüzlerini birim küplerden ayrıt ederek belirleme ve alanlarını birim kare olarak hesaplama. Üç boyuttan iki boyuta geçiş yapma

Derin Soyutlama

Matematiksel-Mantıksal Faal Bilgiler

- Uzunluk x Genişlik x Yükseklik
- Birinci kattaki birim küp sayısı x Yükseklik
- Taban yüzeyinin alanı x Yükseklik

Hacim ölçme bağıntıları

Şekil 3.35. *Emre'nin Soyutlama Mekanizması*

Şekil 3.35.'te görüldüğü gibi, Emre sınıf uygulamalarında keşfedilen "Ön yüzün alanı x Genişlik" dışındaki tüm hacim ölçme bağıntılarını mantıksal-matematiksel faal bilgi olarak yapılandırmıştır. Emre, son klinik görüşmede ilk olarak "Uzunluk x Genişlik x Yükseklik ve Birinci kattaki birim küp sayısı x Yükseklik" bağıntılarını daha sonra ise "Taban alanı x Yükseklik" bağıntısını ifade etmiştir. Emre, bu bağıntıları nasıl oluşturduğuna ilişkin ise Ali'nin kurduğu zihinsel ilişkilere benzer zihinsel ilişkiler kurarak açıklamıştır.

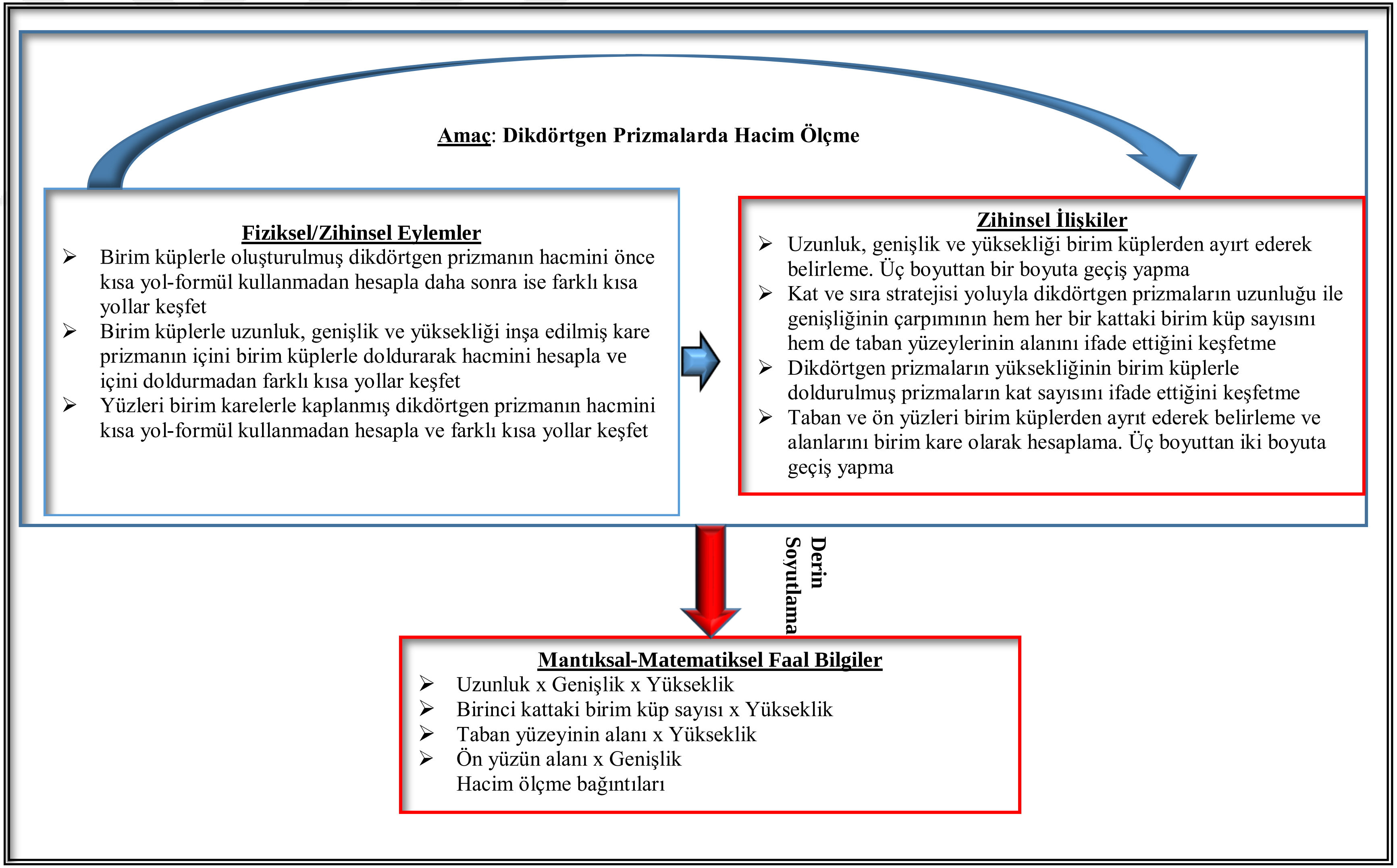
Sonuç olarak Emre, dikdörtgen prizmalara ilişkin öğretim sürecinde keşfedilen "Ön yüzün alanı x Genişlik" dışındaki tüm hacim ölçme bağıntılarını çeşitli zihinsel ilişkiler kurarak derin (düşünmeye dayalı) olarak soyutlamıştır.

3.8.3. Murat'ın soyutlama mekanizması

Murat'ın soyutlama mekanizması, aşağıda Şekil 3.36.'da verilmektedir.

Şekil 3.36.'da görüldüğü gibi Murat da, Ali gibi sınıf uygulamalarında keşfedilen tüm hacim ölçme bağıntılarını mantıksal-matematiksel faal bilgi olarak yapılandırmıştır. Murat da Ali ve Emre gibi son klinik görüşmede ilk olarak "Uzunluk x Genişlik x Yükseklik" bağıntısını daha sonra ise diğer hacim ölçme bağıntılarını ifade etmiştir. Öğretim sürecinde de Murat, "Ön yüzün alanı x Genişlik" hacim ölçme bağıntısını küçük grup tartışmasında keşfetmiş ve sınıf tartışmasında bağıntıyı nasıl oluşturduğunu açıklamıştı. Murat, aynı zamanda tüm bu bağıntıları odak öğrenciler içerisinde en erken yapılandıran öğrenci olmuştur. Murat, bu bağıntıları nasıl oluşturduğuna ilişkin ise Ali ve Emre'nin kurduğu zihinsel ilişkilere benzer zihinsel ilişkiler kurarak açıklamıştır.

Sonuç olarak Murat, dikdörtgen prizmalara ilişkin öğretim sürecinde keşfedilen tüm hacim ölçme bağıntılarını derin (düşünmeye dayalı) olarak soyutlamıştır.



Şekil 3.36. *Murat'ın Soyutlama Mekanizması*

4. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu bölümde araştırmadan elde edilen sonuçlar açıklanmış, araştırmanın sonuçları alan yazın taramasına bağlı olarak tartışılmış ve araştırmanın sonuçlarına ve gelecek araştırmalara yönelik önerilerde bulunulmuştur.

4.1. Sonuç

Araştırmadan elde edilen sonuçlar, beş başlıkta sunulmuştur. Bu beş başlık;

1. Ön klinik görüşmelere ilişkin sonuçlar
2. Birinci ara klinik görüşmelere ilişkin sonuçlar
3. İkinci ara klinik görüşmelere ilişkin sonuçlar
4. Son klinik görüşmelere ilişkin sonuçlar
5. Odak öğrencilerin soyutlama mekanizmalarına ilişkin sonuçlar

şeklinde belirlenmiştir.

4.1.1. Ön klinik görüşmelere ilişkin sonuçlar

Düşük, orta ve yüksek başarı düzeyine sahip odak üç öğrenci ile gerçekleştirilen ön klinik görüşmeler sonucunda aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır.

1. Düşük başarı düzeyine sahip olan Ali, dikdörtgen prizmaları dikdörtgen ve kare biçiminde iki boyut olarak algılamış ve dikdörtgen prizmaların görsel ve somut temsillerini eşleştirirken biçimsel benzetme yapmıştır.
2. Ali'nin ve orta başarı düzeyine sahip olan Emre'nin dikdörtgen prizmaların taban yüzlerine ilişkin hatalı bir yapılandırmaya sahip oldukları gözlenmiştir.
3. Yüksek başarı düzeyine sahip olan Murat dâhil olmak üzere üç öğrenci de dikdörtgen prizmaların boyutlarını belirlemede zorluk yaşamışlardır.
4. Her üç öğrencinin de birim küpü algılamada sadece yüzlere odaklandıkları ve birim küpe ilişkin doğru açıklamalar yapamadıkları görülmüştür.
5. Her üç öğrenci de birim küplerle oluşturulmuş yapılarda ortak ve farklı zihinsel eylemlere sahip olmakla birlikte birim küp yapılarını sayma ve oluşturma konusunda çeşitli zorluklar yaşamışlardır.
6. Ali'nin birim küp yapılarında birim küp sayılarını hesaplarken görünmeyen birim küpleri dikkate almadığı, bazı birim küpleri birden fazla saydığı, bazı yapılarda ise yapıların sadece görünen yüzlerini dikkate aldığı görülmüştür.

4.1.2. Birinci ara klinik görüşmelere ilişkin sonuçlar

Odak öğrencilerle gerçekleştirilen birinci ara klinik görüşmeler sonucunda aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır.

1. Ali'nin ön klinik görüşmenin aksine dikdörtgen prizmaları üç boyutlu olarak algıladığı ve dikdörtgen prizmaların görsel ve somut temsillerini eşleştirirken prizmaların temel özelliklerini dikkate aldığı görülmüştür.
2. Ali ve Emre'nin ön klinik görüşmelerin aksine dikdörtgen prizmaların taban yüzeylerini her durumda doğru belirleyebildikleri ve her üç öğrencinin de taban yüzeylerini belirlemede doğru gerekçelendirmeler yapabildikleri gözlenmiştir.
3. Ön klinik görüşmelerin aksine üç öğrenci de her durumda dikdörtgen prizmaların boyutlarını doğru belirleyebilmişlerdir.
4. Ön klinik görüşmelerin aksine üç öğrenci de birim küpü doğru biçimde algılamış ve birim küpün özellikleri ile ilgili doğru açıklamalarda bulunmuşlardır.

4.1.3. İkinci ara klinik görüşmelere ilişkin sonuçlar

Odak öğrencilerle gerçekleştirilen ikinci ara klinik görüşmeler sonucunda aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır.

1. Ön klinik görüşmenin aksine Ali'nin birim küp yapılarında birim küp sayılarını hesaplarken görünmeyen birim küpleri dikkate aldığı, birim küpleri birden fazla saymadığı ve yapıların sadece görünen yüzlerini dikkate almadığı görülmüştür.
2. Ön klinik görüşmenin aksine Ali'nin birim küp yapılarında yapıların her bir katındaki birim küp sayısını hesaplarken çarpımsal muhakeme kullandığı görülmüştür.
3. Ön klinik görüşmenin aksine üç öğrenci de birim küp yapılarını sayma ve oluşturmada kat ve sıra stratejilerini daha anlamlı ve tutarlı biçimde kullanmışlardır.
4. Üç öğrencinin de birim küp yapılarının görsel temsilleri üzerinde birim küp sayısını kat ve sıra stratejilerini kullanarak hesaplayabildiği gözlenmiştir.
5. Üç öğrencinin de birim küp yapılarının somut temsillerini kat ve sıra stratejilerini kullanarak oluşturabildiği ve oluşturdukları yapı üzerinde yine aynı stratejileri kullanarak birim küp sayısını hesaplayabildiği görülmüştür.

4.1.4. Son klinik görüşmelere ilişkin sonuçlar

Odak öğrencilerle gerçekleştirilen son klinik görüşmeler sonucunda aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır.

1. Ali ve Murat'ın sınıf uygulamalarında ortaya konan tüm hacim ölçme bağıntılarını yapılandırdıkları, Emre'nin ise "Ön yüzün alanı x Genişlik" dışında kalan tüm hacim ölçme bağıntılarını yapılandırdığı görülmüştür.
2. Her üç öğrenci de dikdörtgen prizmalarda hacmi anlamlandırarak hacim ölçme bağıntılarının altında yatan prensipleri, zihinsel ilişkiler kurarak açıklayabilmişlerdir.

4.1.5. Odak öğrencilerin soyutlama mekanizmalarına ilişkin sonuçlar

Odak öğrencilerin soyutlama mekanizmalarına ilişkin aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır.

1. Dikdörtgen prizmaların hacimlerini ölçmede Ali, Emre ve Murat'ın sınıf uygulamalarında ortaya konan tüm hacim ölçme bağıntılarını, Emre'nin ise "Ön yüzün alanı x Genişlik" dışındaki hacim öçme bağıntılarını derin (düşünmeye dayalı) olarak soyutladıkları görülmüştür.
2. Ali, Emre ve Murat'ın hacim ölçme bağıntılarını derin düzeyde soyutlamalarında kendi bireysel eylemleri ile birlikte küçük grup ve sınıf tartışmalarında ortaya konan sosyal ve sosyomatematiksel normlar, destekleyici bir rol oynamıştır.
3. Piaget'in soyutlama mekanizması, TÖYH çerçevesinde tasarlanan öğretim deneyine öğrenmenin nasıl gerçekleşeceğine ilişkin hipotezlerin oluşturulması bakımından kavramsal bir çerçeve sağlayarak öğretim sürecinin başarılı biçimde gerçekleştirilmesine önemli ölçüde katkıda bulunmuştur.

Bu araştırmanın genel olarak sınıfta yapılandırmacılığa dayalı bir ders planlamakta ve yürütmekte kendini sınıfta çaresiz hisseden öğretmenlere teori ile uygulama arasında köprü kurma konusunda bir destek sağlayabileceği düşünülmektedir. Bununla birlikte bu araştırma, iyi bir ders planlaması yapıldığında öğrencilerin beklenmedik biçimde farklı şeyler keşfedebildiklerini ve düşük başarı düzeyine sahip öğrencilerin dahi iyi bir biçimde öğrenebildiklerini ortaya koymuştur.

4.2. Tartışma

Araştırmanın bu bölümünde araştırmadan elde edilen bulgular, alan yazın taraması ile desteklenerek beş başlıkta tartışılmıştır. Bu beş başlık;

1. Ön klinik görüşmelere ilişkin tartışma
2. Birinci ve ikinci etap öğretim dizilerine ve öğretim dizilerine yönelik gerçekleştirilen ara klinik görüşmelere ilişkin tartışma
3. Üçüncü etap öğretim dizisine ve son klinik görüşmelere ilişkin tartışma
4. Sosyal ve sosyomatematiksel normlara ilişkin tartışma
5. Odak öğrencilerin soyutlama mekanizmalarına ilişkin tartışma

şeklinde belirlenmiştir.

4.2.1. Ön klinik görüşmelere ilişkin tartışma

Öğrenme sürecinde herhangi bir konuya ilişkin ön bilgiler, o konuya ilişkin yeni bilginin ediniminde ve yapılandırılmasında önemli bir etkendir. Nitekim Piaget, öğrencilerin bir konuya ilişkin ön bilgileri kullanabilecek gelişimsel düzeyde olmalarının öğrenmede önemli bir rol oynadığını ifade etmiştir. Başka bir deyişle, öğrencilerin belirli bir konuyu öğrenebilmelerinde gereken düzeyde olgunlaşma düzeyine ya da kavrama kapasitesine sahip olma yeterliklerinin önemli bir koşul olduğunu belirtmiştir (Gallagher ve Reid, 1981). Bununla birlikte araştırmanın odak noktalarından biri olan TÖYH'de de öğrenme amacının öğrencilerin ön bilgilerine bağlı olarak belirlenmesi gerekmektedir (Simon, 1995; Zembat 2016c). Dolayısıyla bu araştırmada temel öğrenme amacı olarak belirlenen dikdörtgen prizmalarda hacim ölçme konusunda ön bilgi olarak yeterli derecede gelişmiş olmaları gerektiği düşünülen dikdörtgen prizmaları tanıma, dikdörtgen prizmaların temel özelliklerini belirleme ve birim küp yapılarında sayma ve oluşturma konuları üzerine odak öğrencilerle ön klinik görüşmeler gerçekleştirilerek öğrencilerin ön bilgileri dolayısıyla da yeterlikleri belirlenmiştir.

Düşük, orta ve yüksek başarı düzeyine sahip odak üç öğrenci ile gerçekleştirilen ön klinik görüşmeler sonucunda düşük başarı düzeyine sahip olan Ali, dikdörtgen prizmaları tanıma sürecinde zorluk yaşamıştır. Bu süreçte Ali, dikdörtgen prizmaları dikdörtgen ve kare biçiminde iki boyutlu olarak algılamıştır. Ali'nin dikdörtgen prizmaların yüzlerini kare ve dikdörtgen olarak algılaması aynı zamanda geometrik nesnelerin bütününü de kare ve dikdörtgen olarak algılaması dikkat çekici bir durumdur. Bununla birlikte dikdörtgen prizmaların görsel ve somut temsillerini eşleştirirken de biçimsel bir benzetme yapmıştır. Ali'nin üç boyutlu nesneleri algılamada, iki ve üç boyutlu nesneleri ilişkilendirmede zorlandığı düşünülmüştür. Uzamsal yetenek; ilişkileri görsel olarak anlama, kullanabilme, yeniden düzenleyebilme ve yorumlama ile ilişkili olan zihinsel beceriler olarak tanımlandığından (Tartre, 1990) bu durum Ali'nin uzamsal becerisinin zayıf olduğunun bir göstergesi olabilir. Uzamsal ve geometrik düşünme gelişiminde somut modellerin önemi dikkate alındığında (Clements ve McMillen, 1996) bu öğrencinin sınıf içi uygulamalarda somut modellere ya da gerçek hayatta kullanılan nesnelere uzak kalması da bu sonucun bir nedeni olabilir.

Ali ve orta başarı düzeyine sahip olan Emre dikdörtgen prizmaların taban yüzlerine ilişkin hatalı bir yapılandırmaya sahiptir. Aynı zamanda yüksek başarı düzeyine sahip olan Murat dâhil olmak üzere üç öğrenci de dikdörtgen prizmaların boyutlarını belirlemede zorluk yaşamışlardır. Ali ve Emre'nin prizmaların tabanını "yere değen kısım" olarak algılamaları, onların günlük hayatta sıklıkla kullanılan "tavan ve taban" kavramlarını prizmanın tabanı ile ilişkilendirmelerinin bir sonucu olabilir. Murat ise dikdörtgen prizmaların tabanlarını her durumda doğru belirleyebilmesine karşın, nedenine ilişkin doğru bir açıklamada bulunamamıştır. Örneğin Murat kare prizmanın tabanına ilişkin "Kare prizmanın tabanları karedir. Çünkü kare prizmanın özelliği o." şeklinde bir açıklamada bulunmuştur. Diğer yandan dikdörtgen prizmaların boyutlarını belirlemede özellikle de yüksekliğin uzunluk olarak algılanmasında üç öğrencinin de zorluk yaşaması, benzer şekilde günlük hayatta "bir insanın boyunun uzunluğu" gibi hatalı benzetmelerden kaynaklanmış olabileceğini düşündürmüştür. Aynı zamanda iki boyutlu şekillerdeki uzunluk ve genişliğin üç boyutlu nesnelere transferinde zorluk yaşanması da bu sonucun doğmasına yol açmış olabilir. Her ne kadar araştırmanın katılımcıları ile benzer düzeyde olmasa da alan yazında öğretmen adayı ya da öğretmenler üzerinde yapılan çalışmalar sonucunda da burada elde edilen sonuçlara paralel bulgulara ulaşılmıştır. Örneğin Bozkurt ve Koç (2012), öğretmen adaylarının prizmaları tanımlamada zorlandıklarını ve kavramı tanımlamada matematik dilini yeterince kullanamadıklarını ortaya koymuşlardır. Benzer bir çalışmada Gökkurt ve Soylu (2016), ortaokul matematik öğretmenlerinin prizma kavramını tanımlamada ve temel elemanlarını belirlemede sıkıntı yaşadıklarını tespit etmişlerdir.

Birim küpü algılama ile ilgili sonuçlar, her üç öğrencinin de birim küpün sadece yüzlerine odaklandıklarını, birim küpü "küçük" olarak tanımladıklarını ve birim küpe ilişkin doğru açıklamalar yapamadıklarını göstermiştir. Öğrencilerin birim küpü böyle yapılandırmaları, sınıf ortamlarında birim küpü temsil eden somut nesne modellerinin kullanılmalarından kaynaklanmış olabilir. Öte yandan her üç öğrenci de birim küplerle oluşturulmuş yapılarda ortak ve farklı fiziksel/zihinsel eylemlere sahip olmakla birlikte, birim küp yapılarını sayma ve oluşturma konusunda çeşitli zorluklar yaşamışlardır. Ali görsel temsil üzerinde birim küp yapılarında birim küp sayılarını hesaplarken görünmeyen birim küpleri dikkate almamış, bazı birim küpleri birden fazla saymış, birim küplerle inşa edilmiş kare prizmada ise yapının sadece görünen yüzlerindeki birim kareleri dikkate almıştır. Farklı yapılarda birim küplerin, kare prizma yapıdaki birim küplerden daha net fark edilmesi Ali'nin farklı sayma eylemleri gerçekleştirmesinin bir nedeni olabilir. Öte yandan Ali, birim küplerle oluşturulmuş yapıların büyük bir kısmını hem hatalı oluşturmuş hem de oluşturduğu yapı üzerinde birim küp sayısını görsel temsilde üzerinde olduğu gibi yanlış hesaplamıştır. Ali'nin sergilediği bu eylemler, yukarıda bahsedildiği gibi uzamsal becerisinin zayıf olabileceği düşüncesini desteklediği söylenebilir.

Emre, görsel temsil üzerinde birim küplerle oluşturulmuş farklı yapılarda birim küp sayılarını hesaplarken görünmeyen birim küplerin farkında olmasına karşın, kesin var olan birim küp sayısını bir yapıda eksik bir yapıda ise fazla sayıda hesaplamıştır. Emre, özellikle farklı oluşumlara sahip olabilen yapıyı tek tip bir yapı olarak düşünmüş, somut temsilini bu şekilde oluşturmuş ve birim küp sayısını görsel ve somut temsil üzerinde tek bir durumu düşünerek hesaplamıştır. Birim küplerle oluşturulmuş farklı oluşumlara sahip yapılar ile deneyiminin yetersiz olması buna yol açmış olabilir. Bu süreçte Emre, birim küplerle oluşturulmuş yapılarda birim küp sayısını hesaplarken ve oluştururken genellikle kendisine kolay gelen stratejiyi kullanma eğilimi göstermiştir. Bu durum, öğrencinin farklı yapılarda kendisini doğru sonuca götürecek tutarlı stratejilere sahip olmamasından kaynaklandığını akla getirmiştir. Öte yandan Emre, birim küplerle oluşturulmuş farklı yapıların birinde ve kare prizmada birim küp sayısını hesaplarken çarpımsal muhakeme kullanmıştır. Emre'nin bu yapılarda her bir kattaki birim küp sayısını hesaplarken çarpımsal muhakeme kullanması, muhakeme becerisinin gelişmiş olmasından kaynaklanmış olabilir.

Murat ise birim küp sayılarını hesaplarken birim küplerle oluşturulan farklı yapıların birinde görünmeyen birim küpleri dikkate almazken diğerlerinde almıştır. Yapıların birbirinden farklı olmasının bu duruma neden olduğu düşünülebilir. Ayrıca Murat farklı oluşumlara sahip olabilen yapıda yapının arka kısımlarında birim küplerin olmayabileceğini fark etmiş, ancak varlığı kesin olup görünmeyen birim küpler ile varlığı kesin olmayan birim küpleri ayırt edememiştir. Emre de belirtildiği gibi Murat'ın da birim küplerle oluşturulmuş bu tip birden fazla oluşuma sahip yapılarla deneyiminin yetersiz olmasının bu duruma yol açtığını düşündürmüştür. Murat birim küplerle oluşturulmuş farklı yapılardan birinin somut temsilini herhangi bir strateji kullanmadan oluşturmasına karşın yapıyı doğru oluşturmuş ve oluşturduğu yapı üzerinde birim küp sayısını da doğru hesaplamıştır. Bu durum ise Murat'ın uzamsal becerisinin gelişmiş olmasından kaynaklanmış olabileceğini akla getirmiştir. Öte yandan birim küplerle oluşturulmuş kare prizmada birim küp sayısını hesaplarken Murat, hem çarpımsal hem de toplamsal muhakeme yapmıştır. Bu durum da Murat'ın muhakeme becerilerinin gelişmiş olduğunun bir göstergesi olabilir.

Birim küp yapılarında birim küp sayısını hesaplama konusunda alan yazında da bu araştırmanın bulgularına benzer şekilde farklı sınıf düzeylerinde olan öğrencilerin çeşitli zorluklar yaşadıkları birbirinden farklı araştırmalarla ortaya konmuştur. Örneğin Hirstein (1981), farklı yaşlardaki öğrencilerin prizmalar içerisindeki birim küpleri bulurken yüzeylerdeki birim kareleri ve görünen birim küpleri sayma gibi hatalar yaptıklarını göstermiştir. Benzer şekilde Olkun (2003) da farklı sınıf düzeylerinde olan birçok öğrencinin dikdörtgen prizmalarda küp sayısını hesaplayamadıklarını ortaya koymuştur. Ben-Chaim, Lappan ve Houang (1985), aynı konularda öğrencilerin yüzeylerdeki birim kareleri ve birim küpleri sayma ve bunların iki katını almanın yanında prizmanın kenar ve köşelerindeki birim küpleri birden fazla sayıda saydıklarını ve çizim olarak sunulan prizmaları görselleştiremediklerini belirtmişlerdir. Tan-Şişman ve Aksu (2015) ise bahsedilen hatalara ek olarak öğrencilerin resimde verilen birim küplerin yüzlerini sayıp üç boyuttan dolayı buldukları sonucu üçle çarptıklarını belirtmişlerdir.

4.2.2. Birinci ve ikinci etap öğretim dizilerine ve öğretim dizilerine yönelik gerçekleştirilen ara klinik görüşmelere ilişkin tartışma

TÖYH çerçevesinde yürütülen birinci ve ikinci etap öğretim dizileri, odak öğrencilerle gerçekleştirilen ön klinik görüşmeler sonucu ön bilgilerinde eksik oldukları tespit edilen noktalar göz önünde bulundurularak planlanmıştır. Bu öğretim dizilerinde öğrencilerin dikdörtgen prizmalarda hacim ölçmede önemli olduğu düşünülen ve ön klinik görüşmede eksik oldukları gözlenen konularda gelişimleri sağlanarak yeterlikleri sağlanmaya çalışılmıştır. Öğretim dizileri arasında ise odak öğrencilerle iki ara klinik görüşme gerçekleştirilmiştir. Birinci ara klinik görüşme dikdörtgen prizmaları tanıma ve temel özelliklerini belirlemeye yönelik gerçekleştirilirken, ikinci ara klinik görüşme birim küp yapılarında sayma ve oluşturma becerilerine yönelik gerçekleştirilmiştir. Olkun (2003), öğretim etkinliklerinin farklı öğrenme hızlarına sahip öğrencilerin yararlanabilmesine olanak verecek şekilde hem bireysel hem de grup etkinlikleri şeklinde planlanması gerektiğini belirtmiştir. Bu bağlamda araştırmada öğretim dizileri, küçük grup ve sınıf tartışması şeklinde iki aşamada gerçekleştirilmiştir.

Üç hafta süren birinci etap öğretim dizisinde ilk hafta dikdörtgen ve kareyi tanıma, ikinci hafta dikdörtgen prizmaları tanıma ve temel özelliklerini belirleme, üçüncü hafta ise geomag çubuk ve mıknatıslarını kullanarak dikdörtgen prizmaları oluşturma ve oluşturulan prizmalar üzerinde prizmaların temel özelliklerini belirleme amaçlanmıştır.

Birinci hafta etkinliğinde öğrencilerin günlük yaşamda aşina oldukları futbol sahası bağlamı üzerine bir senaryo hazırlanmıştır. Küçük grup tartışmasında Murat, dikdörtgenin çevre uzunluğunu ve alanını hesaplamada kenar uzunluklarından bağımsız düşünürken, Emre kenar uzunluklarına tam sayı değerleri vermiştir. Bu durum Murat’ın cebirsel düşünme becerisinin daha gelişmiş olmasından kaynaklanmış olabilir. Bu etkinlik sürecinde küçük grup ve sınıf tartışmalarında öğrenciler genel olarak nesne-şekil karmaşası yaşamış, dikdörtgen ve kare ile dikdörtgensel ve karesel yüzlerin ise eş anlamlı olduğunu düşünmüşlerdir. Öğrencilerin bu şekilde düşünmelerinde geçmiş deneyimlerinde kare ve dikdörtgene ilişkin hatalı olarak kapı, pencere gibi somut nesne örneklerinin verilmiş olabileceği varsayılabilir. Özellikle küçük grup tartışmalarında odak öğrencilerden Ali ve Emre dikdörtgen ve kareye günlük yaşamdan kapı, pencere gibi nesneleri örnek gösterirken Murat ise bu nesnelerin yüzeylerini örnek göstermiştir. Grup tartışması sürecinde Murat’ın açıklamalarıyla diğer iki öğrencinin düşüncesi nesneden nesnenin yüzeyine doğru bir değişim göstermiştir. Bununla birlikte sınıf tartışmalarında öğrencilerin tümü dikdörtgende uzunluğun daima genişlikten daha uzun olduğunu düşünmüşlerdir. Öğretmen sınıf uygulamalarında ise genişlik ve uzunluğa yönelik yaşanan hatalı düşünceyi düzeltmek için genişliğin uzunluktan daha uzun olduğu görsel temsil örneklerini kullanmıştır. Öte yandan nesne-şekil karmaşası, dikdörtgen ve kare ile dikdörtgensel ve karesel yüzün eş anlamlı olduğunu düşünen öğrencilerin hatalı düşüncelerini değiştirmek için de somut nesne temsillerinden yararlanmıştır. Öğrencilerin genel olarak sınıf tartışmalarında bu zorlukları aşma yönünde önemli ilerlemeler sağladıkları görülmekle birlikte, ilerleyen haftalarda belirtilen zorlukları tamamen aştıkları daha açık olarak gözlenmiştir. Bu süreçte hatalı düşüncelerin giderilmesinde öğretmenin sorgulamaları da etkili olmuştur.

İkinci hafta etkinliğinde öğrencilerin günlük yaşamda aşina oldukları buzdolabı bağlamı üzerine bir senaryo hazırlanmıştır. Bununla birlikte günlük yaşamda kullanılan dikdörtgen prizma temsillerinden de yararlanılmıştır. Bu etkinlikte küçük grup tartışmasında Ali dikdörtgen prizmanın görsel ve somut temsillerini biçimsel olarak eşleştirmiş ancak grup tartışma sürecinde Emre ve Murat'ın prizmanın özelliklerine yönelik açıklamalarıyla bu hatalı düşüncesini değiştirmiştir. Diğer taraftan Ali dikdörtgen prizmanın boyutlarını gösterememiş, Emre ve Murat'ın sorgulamaları ve açıklamaları sonucu prizmanın boyutlarını yapılandırmıştır. Murat, ön klinik görüşmede dikdörtgen prizmanın boyutlarını yanlış yapılandırdığı gözlenmişti. Murat'ın muhtemelen birinci hafta sınıf uygulamasında dikdörtgenin boyutlarını belirlemede bakılan konumun önemli olduğu ve bu konumdan hareket ederek uzunluk ve genişliğin belirlendiği sınıf tartışmasını yapılandırdığı ve bu zihinsel eylemini dikdörtgen prizmaya transfer ettiği düşünülmektedir. Ali ve Emre dikdörtgen prizmaların tabanını ise yere gelen bir yüz olarak ifade ederken, Murat tabanın iki yüz olduğunu ifade ederek tabanı her durumda doğru göstermiştir. Ancak Murat taban yüzlerini doğru göstermesine karşın nedenine ilişkin Emre'nin "Kare prizmada nasıl koyarsak koyalım karesel yüzler taban ama dikdörtgen prizma ve küpte hep altta ve üstte gelen yüzler taban diyorsun neden?" şeklindeki sorgulamasına ikna edici bir açıklama yapamadığından Ali ve Emre prizmaların taban yüzlerini yapılandıramamışlardır. Bunların yanısıra küçük grup tartışmaları sürecinde üç öğrenci de ön klinik görüşmelerdeki gibi birim küpü "küçük" şeklinde biçimsel olarak algılamış ve birim küple ilgili yüzlerinin karesel olması dışında doğru açıklamalarda bulunamamışlardır. Benzer şekilde sınıf tartışmalarında da genel olarak öğrenciler, dikdörtgen prizmaların boyutlarını ve taban yüzeylerini belirlemede ve birim küpü algılama konularında zorlanmışlardır. Öğretmen sınıf uygulamalarında zorlukları aşmak için boyutları belirlemede dikdörtgenin boyutlarından yararlanmış, taban yüzeylerini belirlemede taban için gerekli koşulu açıklamış ve birim küp ile ilgili ise birim küpün isminden yararlanmıştır. Bu süreçte öğretmenin açıklamaları, öğrencileri sorgulaması ve öğrencilerin de ortaya koyduğu sorgulama, karşı çıkma, gerekçelendirme, düçüncelerini açıklama gibi normların desteği sonucu Ali ve Emre başta olmak üzere öğrencilerin genel olarak yaşamış oldukları zorluklar aşılmıştır.

Üçüncü hafta etkinliğinde üç boyutluluk algısını daha da geliştirmek ve pekiştirmek için öğretim materyali olarak geomag çubuk ve mıknatısları kullanılmıştır. Küçük grup ve sınıf tartışmalarında genel olarak öğrenciler geomag çubuk ve mıknatıslarını kullanarak dikdörtgen prizmaları oluşturmuşlar ve oluşturdukları prizmalar üzerinde temel özelliklerini belirleyebilmişlerdir. Öğrenciler, tüm dikdörtgen prizmalarda taban alanlarını hesaplarken alan ölçme birimini birim kare yerine birim olarak ifade etmişlerdir. Bu durum alan ölçme birimlerini bilmemelerinden ya da alan hesaplamalarında yüzeylerin birim karelerle kaplandığına dikkat etmemelerinden kaynaklanmış olabilir. Bununla birlikte Ali'nin dikdörtgen ve kare ile dikdörtgensel ve karesel yüz ayrımını yapabildiği, bu konuda yaşadığı zorluğu bu hafta tamamen aştığı görülmüştür. Öte yandan bu etkinlik sürecinde küçük grup ve sınıf tartışmalarında normların çok yoğun bir biçimde ortaya konduğu dikkati çekmiştir. İkinci hafta etkinliğinde dikdörtgen prizmaları tanıma ve temel özelliklerin öğrencilerin geneli tarafından yapılandırılması, bu normların yoğun bir biçimde kullanılmasını sağladığı söylenebilir. Özellikle Ali'nin bu haftaki etkinlikte ilk iki haftaya oranla grup içerisinde daha fazla katılımcı olduğu ve Emre ve Murat'ın sorularına yanıt vermekte çok istekli olduğu gözlenmiştir.

Birinci etap öğretim dizisi sonunda odak öğrencilerin bu noktaları nasıl yapılandırdıklarını daha ayrıntılı olarak anlamak ve buna uygun olarak TÖYH öğretim sürecine devam etmek için odak öğrencilerle birinci ara klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Birinci ara klinik görüşmelerde üç odak öğrencinin de üç hafta süren birinci etap öğretim dizisi sürecinde dikdörtgen prizmaları tanıma ve temel özelliklerini belirleme konularını ön klinik görüşmeden farklı biçimde yapılandırdıkları söylenebilir. Birinci etap öğretim dizisi ve buna ilişkin ara klinik görüşmeler sonunda dikdörtgen prizmaları tanıma ve temel özelliklerini belirleme konusunda odak öğrencilerde ön klinik görüşmelerde görülen eksiklikler giderilerek Piaget'in belirli bir konuyu öğrenebilmelerinde temel ilke olarak belirttiği yeterlikleri bu konularda sağlanmıştır.

Olkun (2003), öğrencilerin üç boyutluluk algısını geliştirmek için birim küplerden yapılmış yapılarla ilgili deneyimlerinin arttırılması gerektiğini belirtmiştir. Bu doğrultuda birim küp yapılarında sayma ve oluşturma becerilerinin geliştirilmesinin amaçlandığı bir haftalık ikinci etap öğretim dizisi gerçekleştirilmiştir. Birim küp yapılarını sayma ve oluşturma becerileri ile ilgili özel olarak bir haftalık bir öğretim süreci planlanmasına karşın araştırmanın temel amacı olan dikdörtgen prizmaların hacmini ölçme konusu ile ilgili etkinliklerde bu konunun kullanımı sıklıkla devam etmiştir. Dördüncü hafta etkinliğinde öğrencilerin günlük yaşamda aşina oldukları birim küpler bağlamı üzerine bir senaryo hazırlanmıştır. Küçük grup tartışması sürecinde birim küpler ile oluşturulan karmaşık görünen bir yapıda birim küp sayısını hesaplama sırasında Ali görsel temsil üzerinde gördüğü birim küpleri tek tek, Emre önden arkaya doğru gruplandırarak, Murat ise en alttan başlayarak kat ve sıra stratejileri ile saymıştır. Bu süreçte Emre Ali'nin stratejisine görünmeyen birim küpleri saymadığını ifade ederek karşı çıkmış ve Ali'nin bu noktada görünmeyen birim küplerin farkında olmasını sağlamıştır. Murat'ın ise sonuca daha kolay götüren stratejisi diğer öğrencilerde farkındalık yaratmış ve bu strateji iki öğrenci tarafından benimsenerek daha sonraki farklı yapılarda da kullanmalarına yol açmıştır. Diğer yandan grup olarak dikdörtgen prizmayı birim küplerle oluştururken öğrenciler önce boyutları inşa etmeleri sonrasında kalan kısımları tamamlamaları göze çarpmıştır. Bu noktada öğrencilerin prizmaların boyutlarını yapılandırdıkları ve bu yapılara dönük uzamsal düşünebildiklerini desteklediği söylenebilir. Aynı zamanda öğrencilerin inşa ettikleri dikdörtgen prizmada birim küp sayısını hesaplarken uzunluk x genişlik x yükseklik stratejisini kullanmaları dikkat çekmiştir. Ancak bu strateji sadece birim küp sayısını hesaplamaya dönük olduğundan dikdörtgen prizmanın hacim ölçme bağıntısı bakımından bu süreçte informal olarak sayılmıştır. Nitekim beşinci hafta etkinliğinde odak öğrencilerin grup ve sınıf tartışmaları sırasında "bir dikdörtgen prizma sıvı ile doldurulduğunda sıvının hacmi bilinmediğinde prizmanın hacminin hesaplanamayacağı" şeklindeki görüşleri bu stratejinin öğrenciler tarafından hacim ölçme bağıntısı olarak yapılandırılmadığına işaret etmiştir. Sınıf tartışmaları sürecinde ise öğrenciler genel olarak görsel temsil üzerinde birim küplerle oluşturulan farklı yapılarda birim küp sayısını hesaplama ve birim küpleri kullanarak farklı yapıların somut temsillerini oluşturma konularında zorluk yaşamışlardır. Öğretmen sınıf uygulamalarında öğrencilerin görsel ve somut temsiller üzerinde birim küp sayılarını hesaplayabilmelerinde farklı stratejiler keşfetmeleri için birim küpler kullanarak yapıları inşa etme uygulamaları gerçekleştirmiştir. Öğrenciler genel olarak sınıf tartışmalarında bu zorlukları aşma yönünde belirtiler göstermekle birlikte birkaç öğrenci özellikle farklı oluşumlara sahip olabilen yapılarda yaşadıkları zorlukları aşamamıştır. Sınıf tartışması sürecinde öğretmen açıklamaları, sorgulaması ve Murat başta olmak üzere diğer öğrencilerin birim küp sayısını hesaplamaya dönük stratejilerini açıklamaları ve bu stratejilerin diğer öğrenciler tarafından tartışılması, kat ve sıra stratejileri gibi stratejilerin keşfedilmesine ve yaşanılan zorlukların aşılmasına katkı sağlamıştır.

İkinci etap öğretim dizisi sonunda odak öğrencilerin bu noktaları nasıl yapılandırdıklarını daha ayrıntılı olarak anlamak ve buna uygun olarak TÖYH öğretim sürecine devam etmek için odak öğrencilerle ikinci ara klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. İkinci ara klinik görüşmelerde üç odak öğrencinin de bir haftalık ikinci etap öğretim dizisi sürecinde birim küp yapılarını sayma ve oluşturma konularını ön klinik görüşmeden farklı biçimde yapılandırdıkları söylenebilir. İkinci etap öğretim dizisi ve ara klinik görüşmeler sonunda ise birim küp yapılarını sayma ve oluşturma becerileri konusunda odak öğrencilerde ön klinik görüşmelerde görülen eksiklikler giderilerek benzer şekilde yeterlikleri sağlanmıştır.

4.2.3. Üçüncü etap öğretim dizisine ve son klinik görüşmelere ilişkin tartışma

Zembat (2009), "En x boy x yükseklik" formülünün ardındaki prensiplerin iyi kavranmadan ezbere dayalı geliştirilmesinin öğrencileri matematiksel yapıdan uzaklaştırdığını belirtmektedir. Buna paralel olarak Battista ve Clements (1996), hacim yapısının öncelikli olarak doğrudan verilen formüllerle anlamlandırılmasının öğrenciler için zorluk yarattığını ve bunun ezberden başka bir şey ifade etmeyeceğini belirtmişlerdir. Bu noktada Battista (2007), hacim kavramının öğretimi sırasında matematiksel kavramların anlamlandırılmasının ve içselleştirilmesinin önemine vurgu yapmıştır. Dolayısıyla öğrencilere hacim ölçme ile ilgili formül ve kuralları kendilerinin bulmasına ve temel kavramları kendilerinin oluşturabilmesine olanak sağlayacak etkinliklerle matematik öğretiminin gerçekleştirilmesi (Olkun, 2003) ve öğretim derslerinin öğrencilerin derin soyutlama yapabilecekleri şekilde tasarlanması gerektiği önerilmektedir (Zembat, 2007). Bu doğrultuda üçüncü etap öğretim dizisi etkinlikleri, öğrencilerin kendilerinin hacim ölçme bağıntıları oluşturabilmelerine ve derin soyutlama yapabilmeleri hipotezine yönelik olarak planlanmış ve gerçekleştirilmiştir. Ayrıca Piaget'e göre, öğrenme içsel bir yapılandırma sürecidir (Gallagher ve Reid,1981). Bu bağlamda öğretim dizisi etkinlikleri, içsel ilerleyiş düşünülerek tasarlanmaya çalışılmıştır. Üçüncü etap öğretim dizisi, yine küçük grup ve sınıf tartışması şeklinde iki aşamada gerçekleştirilmiş ve öğretim dizisi sonunda odak öğrencilerle dikdörtgen prizmalarda hacim ölçmeye yönelik son klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir.

Beş hafta süren üçüncü etap öğretim dizisinde beşinci hafta dikdörtgen prizmaların hacmini anlamlandırma ve hacminin tam olarak belirlenebilmesi için birim küp kullanmanın gerekliliğini anlama, altıncı hafta dikdörtgen prizmanın içine boşluk kalmayacak biçimde yerleştirilen birim küp sayısının dikdörtgen prizmanın hacmi olduğunu anlama, yedinci ve sekizinci hafta dikdörtgen prizmalarda hacim ölçme bağıntıları oluşturma ve dokuzuncu hafta oluşturulan bağıntıları, günlük hayat problemleri bağlamında kullanma amaçlanmıştır.

Beşinci hafta etkinliğinde boş bir kutunun taşıma kapasitesi bağlamı üzerine bir senaryo hazırlanmıştır. Küçük grup tartışmalarında dikdörtgen prizmaların hacminin tam olarak belirlenebilmesi için birim küp kullanmanın gerekliliğini anlama konusunda Ali zorluk yaşamıştır. Bununla birlikte küçük grup ve sınıf tartışmalarında bazı öğrenciler de, dikdörtgen prizmanın içinin farklı prizmalarla doldurulmasında zorlanmışlardır. Öğretmen sınıf uygulamalarında bu zorlukları aşmak için somut bir dikdörtgen prizma temsili kullanmış, uygulamalar sonunda ise genel olarak öğrenciler bu zorlukları aşmışlardır. Bu etkinlik sürecinde başta Murat olmak üzere birkaç öğrencinin düşüncelerini açıklamaları ve bunların sınıfta tartışılması, zorlukların aşılmasına katkı sağlamıştır.

Altıncı hafta etkinliğinde öğrencilerin günlük yaşamda aşina oldukları sabun kalıpları ve kamyon kasası üzerine bir senaryo hazırlanmıştır. Etkinlikte küçük grup ve sınıf tartışmalarında öğrencilerin yaşadıkları bir zorlukla karşılaşılmamasıyla birlikte genel olarak öğrencilerin birim küplerle oluşturulmuş dikdörtgen prizma ve farklı yapılarda birim küp sayısını hesaplamayı yapılandırdıkları bir kez daha görülmüştür. Bununla birlikte dikdörtgen prizmanın içine boşluk kalmayacak biçimde yerleştirilen birim küp sayısının dikdörtgen prizmanın hacmi olduğunu da yapılandırmışlardır.

Yedinci hafta etkinliğinde öğrencilerin günlük yaşamda aşina oldukları sabun kalıpları ve boş kutu üzerine bir senaryo hazırlanmıştır. Etkinlikte küçük grup tartışmasında ilk olarak Emre "Uzunluk x genişlik x yükseklik" hacim ölçme bağıntısını oluşturmuştur. Bu bağıntıyı oluştururken de birim küpleri en alt kattan başlayarak sayma stratejisini kullanmıştır. Murat ise "Yükseklik x genişlik x uzunluk" hacim ölçme bağıntısını oluşturmuş ve bu bağıntıyı oluştururken de birim küpleri yan taraftan sayma stratejisini kullanmıştır. Murat'ın bağıntıyı bu şekilde keşfetmesi gerçekten dikkat çekici bir bulgudur. Öğrenciler çoğunlukla alttan başlayarak birim küpleri sayma eğilimi gösterirken, Murat birim küpleri yan taraftan sayma eğilimi göstermiş ve bağıntıyı farklı bir biçimde ifade etmiştir. Murat'ın birim küplerle inşa ettikleri dikdörtgen prizmanın somut temsilinde yan taraftaki birim küpleri somut ve açık bir biçimde önünde görmesi sonucu yapıyla kurmuş olduğu bireysel zihinsel eylemlerinin bu bağıntının keşfedilmesine katkı sağladığını düşündürmüştür. Bu bağıntıların keşfinden sonra, Emre bu kez birim küpleri ön sıradan arkaya doğru sayarak "Yükseklik x uzunluk x genişlik" bağıntısını keşfetmiştir. Murat'ın oluşturduğu bağıntının Emre'nin zihninde çağrışım yarattığı ve Emre'nin bağıntıyı bu şekilde keşfetmesine destek sağladığı gözlenmiştir. Çünkü Emre, Murat'ın "Genişlik x yükseklik x uzunluk" bağıntısını keşfinden sonra "O zaman önce uzunlukla yüksekliği çarparız 4 kere 3, 12 sonra da bulduğumuz sonucu genişlikle çarparız, 12 kere 2, 24 olur bu da olur." şeklinde bir açıklama ile kendi bağıntısını oluşturmuştur. Dolayısıyla bu bağıntıları keşfetmeden önce grup olarak öğrencilerin birim küplerle oluşturulmuş dikdörtgen prizmanın hacmini kat ve sıra stratejileri ile görsel temsil üzerinde hesaplama ve somut temsilini birim küplerle inşa etme deneyimleri ve bunun üzerinde gerçekleştirdikleri tartışmalar, öğrencilerin bu bağıntıları keşfetmelerine ve yapılandırmalarına yardımcı olduğu söylenebilir. Bununla birlikte öğrenciler bu bağıntılardaki uzunluk ile genişlik çarpımının birinci kattaki birim küp sayısını, genişlik ile yükseklik çarpımının yan tarafın son sırasındaki birim küp sayısını, yükseklik ile uzunluk çarpımının ön sıradaki birim küp sayısını oluşturduğunu fark etmişlerdir. Benzer biçimde sınıf tartışmalarında genel olarak öğrenciler, "Uzunluk x Genişlik x Yükseklik" hacim ölçme bağıntısının farklı biçimlerini dikdörtgen prizmanın boyutlarında yer alan birim küp sayıları ile yakından ilişkili olarak oluşturmuşlardır. Öğrenciler, ilerleyen süreç içerisinde üç boyuttan bir boyuta geçiş yaparak bu bağıntıyı daha doğru biçimde yapılandırmışlardır. Bu süreçte başka bir grubun öğrencileri "Uzunluk x Genişlik = Birinci katın alanı ve Birinci katın alanı x Yükseklik" biçiminde bir hacim ölçme bağıntısı oluşturmuşlardır. Bu grubun öğrencilerinin taban alanını taban yüzündeki birim karelerden ziyade birinci kattaki birim küp sayısı ile ilişkilendirmeleri önemli bir bulgu olarak göze çarpmıştır. Bu düşünce benzer biçimde Murat başta olmak üzere birkaç öğrenci dışında diğer öğrencilerde de görülmüştür. Dolayısıyla sınıf tartışmalarında genel olarak öğrenciler, üç boyuttan iki boyuta geçiş yapmakta, bu nedenle de "Taban alanı x Yükseklik" hacim ölçme bağıntısını yapılandırmakta zorlanmışlardır. Öğrencilerin yaşadıkları bu zorluğu aşmak için öğretmen, birim küplerle oluşturulmuş dikdörtgen prizmanın görsel ve somut temsillerini kullanmasına karşın bu zorluk aşılamamıştır.

Sekizinci hafta etkinliklerinde öğrencilerin günlük yaşamda aşina oldukları birim küpler, kare prizma ve dikdörtgen prizma üzerine iki senaryo hazırlanmıştır. Etkinliklerde küçük grup tartışmalarında odak öğrenciler, "Uzunluk x Genişlik x Yükseklik" ve bu bağıntının farklı biçimlerini ve "Birinci kattaki birim küp sayısı x Yükseklik" hacim ölçme bağıntılarını yapılandırdıkları görülmüştür. Bununla birlikte üç boyuttan iki boyuta geçiş yapmakta, dolayısıyla da "Taban alanı x Yükseklik" bağıntısını yapılandırmada, Murat dışındaki odak öğrencilerde bu zorluk devam etmiştir. Ali ve Emre'nin halen taban alanını, birinci kattaki birim küp sayısı ile ilişkilendirdikleri görülmüştür. Öte yandan Murat, "Taban alanı x Yükseklik" bağıntısını yapılandırdığından dolayı "Ön yüzün alanı x Genişlik" şeklinde dikkat çekici farklı bir hacim ölçme bağıntısı oluşturmuştur. Murat, bu bağıntıyı yüzleri birim kare olan dikdörtgen prizma biçiminde kutu üzerinde keşfetmiştir. Murat, bu bağıntıyı grup tartışmasının sonlarında keşfettiği için Ali ve Emre'nin bu bağıntıyı nasıl yapılandırdıklarına ilişkin hiçbir veri bu esnada elde edilememiştir. Ancak Ali ve Emre'nin taban alanını birinci kattaki birim küp sayısı ile eş olarak düşünmelerinden yola çıkarak ön yüzün alanını da tüm katların ön sırasındaki birim küp sayılarının toplamı ile eş olarak düşünmüş olabilecekleri söylenebilir. Murat'ın keşfettiği bu bağıntı Ali tarafından yapılandırılarak son klinik görüşmelerde ortaya konurken, Emre tarafından ortaya konmamıştır. Sınıf tartışmalarında da benzer biçimde genel olarak öğrencilerin "Uzunluk x Genişlik x Yükseklik" ve bu bağıntının farklı biçimlerini ve "Birinci kattaki birim küp sayısı x Yükseklik" hacim ölçme bağıntılarını yapılandırdıkları bir kez daha görülmüştür. Bununla birlikte öğrencilerin birçoğunda "Taban alanı x Yükseklik" hacim ölçme bağıntısında yaşanan zorluk da devam etmiştir. Öğretmen bu kez farklı etkinlikler üzerinde görsel ve somut temsil kullanmanın yanında "Taban alanı" ifadesi yerine "Taban yüzeyinin alanı" ifadesini daha sık kullanmıştır. İlerleyen süreç içerisinde öğretmenin açıklamaları ve etkinliklerde başlattığı tartışmalar sonucu ortaya konan normların desteğiyle öğrenciler, genel olarak bu zorluğu aşmışlardır. Öte yandan araştırma konusu olmamakla birlikte bu hafta kullanılan kare prizma etkinliğinde sınıf tartışması sürecinde Murat başta olmak üzere birkaç öğrencinin kare prizmanın dikdörtgen prizmanın özel bir durumu olduğunu ifade etmeleri göze çarpan bir bulgu olmuştur. Bu öğrencilerin, bu durumu yapılandırmış olmaları geometrik düşünme düzeylerinin gelişmiş olduğunun bir göstergesi olabilir.

Dokuzuncu hafta etkinliğinde öğrencilere oluşturulan hacim ölçme bağıntılarını kullanabilecekleri altı tane günlük yaşam problemi hazırlanmıştır. Etkinlikte küçük grup ve sınıf tartışmalarında genel olarak odak ve diğer öğrenciler, “Uzunluk x Genişlik x Yükseklik, “Birinci kattaki birim küp sayısı x Yükseklik” ve “Taban alanı x Yükseklik” hacim ölçme bağıntılarını yapılandırdıkları ve bu bağıntıları günlük hayat problemleri bağlamında kullanabildikleri görülmüştür. Dolayısıyla öğrenciler, üç boyuttan iki boyuta geçiş yapmakta yaşadıkları zorluğu aşma yönünde belirtiler göstermişlerdir. Bu süreçte Ali ve Emre başta olmak üzere genel olarak öğrenciler, taban alanına ilişkin sorularda sıklıkla yüzeyi gösterip yüzey alanını birim küplerden ziyade birim karelerle ilişkilendirmişlerdir. Bu etkinlikte küpün bir ayrıtının iki katına çıkarılması durumunda hacminin kaç katına çıkacağına ilişkin problemde Murat’ın çözüm stratejisi çok dikkati çekmiştir. Murat, sınıf tartışmasında önce bir birim küp almış ve sonrasında her ayrıtı iki katına çıkacak şekilde bir ayrıtı iki birim olan küp oluşturmak için her katta dört olmak üzere iki katlı sekiz tane birim küpe ihtiyaç olduğunu dolayısıyla da hacmin sekiz katına çıkacağını ifade etmiştir. Murat’ın bu çözüm stratejisi, hacmi derin düzeyde soyutladığını ve uzamsal becerilerinin gelişmiş olduğunu destekler niteliktedir. Bununla birlikte Murat’ın küçük grup ve sınıf tartışmalarında hacmi 192 birim küp ve yüksekliği 6 birim verilen problemde “Yüksekliği 6 birim vermişse bu 6 katlıdır. Bir kattaki birim küp sayısını bulmak için 192 ‘yi kat sayısına yani 6’ya böleriz birinci katta 32 birim küp olur. Bize taban yüzeyinin alanını sormuş, birinci katın alt yüzeyi taban alanını verir. Taban alanı için yüzeye bakılır, yüzeyi de birim kare ile ölçeriz. Bu yüzden cevap 32 birim kare olur.” şeklindeki matematiksel açıklama ve çözümleri, önemli bir bulgu olarak göze çarpmıştır. Bu durum Murat’ın dikdörtgen prizmaların hacmini ölçmeye ilişkin derin düzeyde soyutlama yaptığının başka bir göstergesidir. Öte yandan dikdörtgen prizma ile küpün hacmini ilişkilendiren problemi sadece bir grubun öğrencileri çözebilmiştir. Bu problemde odak ve diğer öğrenciler dikdörtgen prizmanın hacmini bulduktan sonra hacmi dikdörtgen prizmanın hacmine eşit olan küpün ayrıt uzunluğunu bulmak için hacmi, ayrıt ya da boyut sayısına bölmeye çalışmaları kayda değer önemli bir bulgu olmuştur. Öğrencilerin bu problemde doğru yanıta ulaşamamalarında “Eşitlik ve denklem” konusunu bilmemelerinin ve kullanmamalarının etkisinin olabileceği düşünülmüştür. Bir ayrıtı, a cm olan bir küp için “64= a x a x a” eşitliğinin yazılması, öğrencileri daha kolay sonuca ulaştırabileceği söylenebilir.

Üçüncü etap öğretim dizisi sonunda ise odak öğrencilerin dikdörtgen prizmalarda hacmi ve hacim ölçmeyi nasıl yapılandırdıklarını daha ayrıntılı olarak ortaya koymak için öğrencilerle son klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Son klinik görüşmelerde odak öğrencilerin yapılandırdıkları hacim ölçme bağıntılarını nasıl yapılandırdıklarını alan yazında vurgulandığı gibi (Battista, 2007; Zembat, 2009), gerekçeleri ile açıklayabilmişlerdir. Odak öğrenciler yapılandırdıkları hacim ölçme bağıntılarını görsel ve inşa ettikleri somut temsiller üzerinde kat ve sıra stratejilerini kullanarak açıklamışlardır. Son klinik görüşmeler esnasında bağıntılara ilişkin gerekçelerini açıklamak için Ali'nin dikdörtgen prizmanın boyutlarını inşa etmesi ise dikkati çeken bir durum olmuştur. Dördüncü hafta küçük grup tartışmasında da grup olarak dikdörtgen prizmanın boyutlarını inşa ettikleri görülmüştü. Bu durum Ali'nin bu süreçte dikdörtgen prizmalara yönelik uzamsal becerilerinin geliştiğinin bir göstergesi olduğunu akla getirmiştir.

Yukarıda tartışıldığı üzere, bu araştırmada dikdörtgen prizmaları tanıma, temel özellikleri, birim küplerle oluşturulmuş yapılar ve dikdörtgen prizmaların hacmine ilişkin çok önemli olduğu düşünülen bulgular elde edilmiştir. Bu bulguların hem derslerde öğretim gerçekleştiren öğretmenlere hem de alan yazında bu konulara ilişkin yürütülecek çalışmalara önemli katkılar sunacağı düşünülmektedir.

4.2.4. Sosyal ve sosyomatematiksel normlara ilişkin tartışma

Partanen (2011), öğrenmeyi farklı perspektiflerden ele alan kuramların norm kavramına farklı biçimlerde yaklaştıklarını belirtmiştir. Bu araştırmada öğrenme GBA perspektifinden ele alındığından dolayı norm kavramı, Cobb ve çalışma ekibinin birçok çalışmada ortaya koydukları şekliyle ele alınmıştır. Bu bağlamda bir davranış biçiminin sosyal ya da sosyomatematiksel norm olarak kabul edilmesi için sınıf üyelerinin çoğu tarafından benimsenmiş olması ve sınıf içi diyaloglarda sıklıkla ortaya konması gerektiği belirtilmektedir (Akyüz, 2014). Bu doğrultuda bu araştırmada öğrenciler tarafından benimsenen, sıklıkla ortaya konan ve öğrencilerin zihinsel eylemlerinde önemli değişiklikler oluşturduğu gözlenen durumlar norm olarak kabul edilmiştir. Öte yandan alan yazında sınıf sosyal etkileşimlerinin öğrenmeyi desteklediğini vurgulayan araştırmalar bulunmaktadır (Bauersfeld, 1980; Cobb ve Yackel, 1996; Cobb, vd., 1997; Yackel, Cobb ve Wood, 1991;1993; Yackel ve Cobb, 1996). Bu nedenle araştırmada birinci, ikinci ve üçüncü etap öğretim dizileri boyunca öğrencilerin, küçük grup ve sınıf tartışmalarında birbirleriyle ve öğretmen ile sosyal etkileşimlerde bulunabilecekleri bir ortam oluşturulmuş; dolayısıyla bu süreçte öğrencilerin benimsedikleri gözlenen çeşitli sosyal ve sosyomatematiksel normlar ortaya konulmuştur. Diğer yandan katılımcılar, araştırmacının bir önceki sınıf düzeyindeki öğrencileri olduklarından çeşitli sosyal ve sosyo matematiksel normları sergilemeye alışkınlardır. Dolayısıyla bu araştırmada da fikirlerini ve çözümlerini açıklama ve gerekçelendirme, mutabık ya da karşı olma, birbirlerini dinleme, anlamaya çalışma ve sorgulama, kabul edilebilir matematiksel açıklama ve gerekçelendirmede bulunma ve matematiksel çözümler yapma gibi benimsedikleri normları sıklıkla sergilemişlerdir. Odak grup öğrencileri, özellikle Emre ve Murat'ın Ali'yi sorgulaması başta olmak üzere sürekli olarak birbirlerini sorgulamışlardır. Ali, Emre ve Murat, küçük grup tartışmalarında birbirlerinden fikirlerini açıklamalarını, matematiksel çözümler yapmalarını ve yaptıkları çözümleri gerekçelendirmelerini istemişlerdir. Aynı şekilde sınıf tartışmasında da öğretmen böyle bir yönlendirici rol oynayarak tüm öğrencilerden fikirlerini açıklamalarını, matematiksel çözümler yapmalarını, yaptıkları çözümleri gerekçelendirmelerini, arkadaşlarına katılmadıkları durumlarda birbirlerine karşı çıkmalarını ve soru sormalarını, anlamadıkları noktaları dile getirmelerini sürekli olarak istemiştir. Özellikle Ali başta olmak üzere odak öğrenciler, öğretim sürecinde giderek artan bir düzeyde etkinliklere katılarak önemli bir gelişim göstermişlerdir. Dolayısıyla Ali başta olmak üzere Emre ve Murat'ın matematiksel soyutlamalarında kendi bireysel eylemleri ile birlikte küçük grup ve sınıf tartışmalarında ortaya konan bu normlar, destekleyici bir rol oynamıştır. Nitekim alan yazında da öğrencilerin öğrenmelerinde bireysel bilişsel eylemlerinin yanı sıra sosyal etkileşimlerin de önemli bir araç olduğunu belirterek bu durumu destekleyen araştırmalar bulunmaktadır (Cobb, 1989; Cobb, 1990; Cobb, vd., 1991; Cobb ve Yackel, 1996; Wood, Cobb ve Yackel, 1995; Yackel ve Cobb, 1996).

4.2.5. Odak öğrencilerin soyutlama mekanizmalarına ilişkin tartışma

Soyutlama mekanizması, bir çocuğun matematiksel bilgisini oluşturduğu süreci ayrıntılı ortaya koymakta önemli bir araç olarak kabul edilmektedir (Zembat, 2016a). Piaget, soyutlama mekanizmasını deneysel ve derin (düşünmeye dayalı) düzeyde olmak üzere ikiye ayırmakta ve deneysel soyutlamanın kaynağını fiziksel bilginin, derin soyutlamanın kaynağını ise zihinsel ilişkilere dayanan mantıksal-matematiksel bilginin oluşturduğunu belirtmektedir (Von Glasersfeld, 1995; Piaget, 2001; Zembat, 2016a). Derin soyutlama, bilişsel gelişim için temel olarak görülmekle birlikte, derin soyutlamanın ileri düzeyde matematiksel düşünmeler için güçlü bir araç olabileceği belirtilmektedir (Dubinsky, 1991; Simon, 1995). Öte yandan soyutlama mekanizmasının

TÖYH'ye kavramsal bir çerçeve sağladığı (Simon ve Tzur, 2004) ve soyutlama mekanizmasının iyi anlaşılmasının başarılı bir ders tasarımı ile ilgili daha sistemli yaklaşımlar sağlayabileceği de vurgulanmaktadır (Simon, vd., 2004). Bu bağlamda odak öğrencilerin dikdörtgen prizmalarda hacim ölçme bağıntılarına yönelik olarak soyutlama mekanizmaları, Piaget'in öğrenme ilkeleri doğrultusunda her bir öğrenci için ayrı ayrı ortaya konulmuş ve araştırmanın bulgular kısmında sunulmuştur. Bu bağlamda Ali, Emre ve Murat, "Uzunluk x Genişlik x Yükseklik ve Birinci kattaki birim küp sayısı x Yükseklik" hacim ölçme bağıntıları için her bir kattaki ve tüm yapıdaki birim küp sayısını çarpımsal muhakeme yoluyla hesaplama ve üç boyuttan bir boyuta geçiş yapabilme, "Taban alanı x Yükseklik" bağıntısı için ise yine her bir kattaki birim küp sayısını çarpımsal muhakeme yoluyla hesaplama ve üç boyuttan iki boyuta geçebilme ve yüksekliğin kat sayısı olduğunu anlama zihinsel ilişkilerini kurabilmişlerdir. Ali ve Murat ise "Ön yüzün alanı x Genişlik" bağıntısı için her bir sıradaki birim küpü ve tüm yapıdaki birim küp sayısını çarpımsal muhakeme yoluyla hesaplama ve üç boyuttan iki boyuta geçebilme zihinsel ilişkilerini kurabilmişlerdir. Alan yazında hacim öğretiminde matematiksel kavramların içselleştirilmesinin (Battista, 2007) ve hacim ölçme bağıntılarının ezbere dayalı olarak geliştirilmeden bağıntıların ardındaki prensiplerin iyi kavranmasının gerektiği vurgulanmaktadır (Zembat, 2009). Bu doğrultuda bu araştırmada her üç odak öğrenci de dikdörtgen prizmalarda hacmi anlamlandırarak hacim ölçme bağıntılarının altında yatan prensipleri, zihinsel ilişkiler kurarak derin düzeyde soyutlamışlardır. Bu süreçte üç öğrenci de belirgin biçimde gelişim göstermesine karşın en çarpıcı gelişimi gösteren öğrenci düşük başarı düzeyine sahip Ali olmuştur. Ali, ön klinik görüşmelerde temel ön bilgilerde dahi çok yetersiz olduğu gözlenmesine karşın, öğretim süreci sonunda hacim ölçme bağıntılarını zihinsel ilişkiler kurarak derin olarak soyutlaması çok dikkati çeken bir durum olmuştur.

4.3. Öneriler

Bu bölümde bu araştırmadan elde edilen sonuçlara ve gelecekte yapılabilecek benzer araştırmalara yönelik olarak çeşitli önerilerde bulunulmuştur.

4.3.1. Araştırmanın sonuçlarına yönelik öneriler

1. TÖYH çerçevesinde yürütülen öğretim sürecinin teorik yapılandırmacı yaklaşıma pratik bir uygulama kazandırmada kullanışlı olduğu görülmüştür. Bu

bağlamda TÖYH'nın öğretimlerde pedagojik bir araç olarak kullanılabileceğine ilişkin matematik öğretmenlerine hizmet içi eğitimler verilebilir ve TÖYH bir öğretim aracı olarak matematik dersi öğretim programlarına yansıtılabilir.

2. Bu araştırmada soyutlama mekanizmasının TÖYH'ye kavramsal bir çerçeve sağladığı ve öğrencilerin matematiksel soyutlamalarını ortaya koymada önemli bir araç olduğu görülmüştür. Bu bağlamda soyutlama mekanizmasının matematik eğitiminde nasıl etkili bir araç olarak kullanılabileceğine yönelik öğretmenlere hizmet içi eğitimler verilebilir ve soyutlama mekanizması, daha açıklayıcı ve kullanışlı bir biçimde matematik dersi öğretim programlarına yansıtılabilir.
3. Bu araştırmada öğrencilerin bireysel eylemleriyle birlikte sosyal ve sosyomatematiksel normların odak öğrencilerin matematiksel soyutlamalarında destekleyici bir rol oynadığı görülmüştür. Bu bağlamda sosyal ve soyomatematiksel normların matematik derslerinde kullanımına yönelik öğretmenlere hizmet içi eğitimler verilebilir ve normlar etkin bir biçimde matematik öğretim programlarına yansıtılabilir.
4. Bu araştırmada odak öğrencilerin matematiksel soyutlamalarında bilişsel faktörlerin yanı sıra sosyolojik faktörlerin önemli olduğu görülmüştür. Bu bağlamda matematik dersi öğretim programlarında matematik öğrenme, GBA bakış açısıyla ele alınabilir.
5. Bu araştırmada küçük ve sınıf tartışması olarak iki aşamada tasarlanan öğrenme ortamının farklı düzeylerde olan öğrencilerin iş birliği içerisinde olması, akranlarından öğrenebilmeleri ve düşük başarı düzeyine sahip öğrencinin gelişimi bakımından yararlı olduğu görülmüştür. Bu bağlamda öğretmenler, sınıf etkinliklerinde hem bireysel çalışmalar hem de grup çalışmaları tasarlayabilirler.
6. Bu araştırmada her bir haftanın planı tasarlanırken farklı materyaller kullanılarak etkinlikler tasarlanmıştır. Geomag mıknatıs ve çubukları, günlük yaşamdan görsel ve somut dikdörtgen prizma temsilleri, birim küp takımları, teknoloji kullanımı gibi materyaller kullanılarak tasarlanan etkinliklerin öğrencilerin öğrenmeleri için kolaylaştırıcı ve destekleyici araçlar sundukları görülmüştür. Bu nedenle öğretmenler, derslerde farklı öğrenme hızlarına sahip öğrencilerin öğrenebilmelerini kolaylaştıracak şekilde farklı materyallerin kullanımı ile desteklenen etkinlikler tasarlayabilirler.

4.3.2. Gelecek araştırmalara yönelik öneriler

1. Sınıf tabanlı öğretim deneyi olan bu araştırma, öğrenme konusu bakımından dikdörtgen prizmalarda hacim ölçme konusu ile sınırlıdır. Bu nedenle diğer öğrenme konularına yönelik benzer araştırmalar gerçekleştirilebilir.
2. Bu araştırma, sınıf düzeyi bakımından altıncı sınıf öğrencileri ile sınırlıdır. Dolayısıyla farklı sınıf düzeylerinde de benzer çalışmalar gerçekleştirilebilir.
3. Bu çalışmada dikdörtgen prizmalarda hacim ölçme konusuna ilişkin TÖYH çerçevesinde tasarlanan bir öğretim deneyi gerçekleştirilmesine karşın hacim ölçmeye yönelik bir TÖYH'nin ortaya konması amaçlanmamıştır. Bu nedenle başka bir çalışmada dikdörtgen prizmalarda hacim ölçmeye yönelik TÖYH'nin ortaya konması alana katkı olarak tasarlanabilir.

KAYNAKÇA

Aksu, M. (1985). Ortaöğretim Kurumlarında Matematik Öğretimi ve Sorunları. *T.E.D.Yay***.** *Öğretim Dizisi No:3,* Yorum-Basın Ltd. Şti, Ankara.

Akyüz, D. (2014). Çember Özelliklerini Öğretmeyi Amaçlayan Teknoloji ve Sorgulama Tabanlı bir Sınıfta Oluşan Sosyomatematiksel Normların İncelenmesi. *Eğitim ve Bilim*, 39 (175), 58-72.

Altun, M. (2005). *İlköğretim İkinci Kademede (6, 7 ve 8. Sınıflarda) Matematik Öğretimi*. Aktüel Alfa Yayınevi, Bursa.

Anıl, D., Özkan, Y. ve Demir, E. (2015). *PISA 2012 Ulusal nihai raporu.* Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) Ölçme, değerlendirme ve sınav hizmetleri genel Müdürlüğü, Ankara.

Baki, A. and Gökçek, T. (2005). Comparison of the Development of Elementary Mathematics Curriculum Studies in Turkey and The U.S.A. *Educational Sciences: Theory and Practice*, 5 (2), 579-588.

Battista, M.T. and Clements, D.H. (1996). Students' understanding of three-dimensional rectangular arrays of cubes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27, 258–292.

Battista, M.T. (1999). Fifth graders' enumeration of cubes in 3D arrays: Conceptual progress in an inquiry-based classroom. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30, 417–48.

Battista, M.T. (2007). The development of geometric and spatial thinking. F. K. Lester, Jr. (Ed.) *In Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (s. 843-908), Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Bauersfeld, H. (1980). Hidden dimensions in the so-called reality of a mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 11(1), 23–41.

Bauersfled, H. (1988). Interaction, Construction, and Knowledge: Alternative perspectives for mathematics education. In D. A. Grouws, T.J. Cooney and D. Jones (eds.) *Perspectives on Research on Effective Mathematics Teaching.*

Reston, Virginia: Lawrence Erlbaum Associates and National Council of Teachers of Mathematics, 27 –46.

Bauersfeld, H., Krummheuer, G. and Voigt, J. (1988). Interactional theory of learning and teaching mathematics and related microethnographical studies. In H. G.Steiner and A.Vermandel (eds.) *Foundations and methodology of the dicipline of mathematics education. Antwerpen, Belgium: Proceedings of the TME Conference*, 174-188.

Baykul, Y. (1997). *İlköğretimde Matematik Öğretimi.* Ankara: Anı Yayıncılık.

Ben-Chaim, D., Lappan, G. and Houang, R.T. (1985). Visualizing rectangular solids made of small cubes: Analyzing and effecting students' performance. *Educational Studies in Mathematics*, 16, 389-409.

Bozkurt, A. and Koç, Y. (2012). Investigating first year elementary mathematics teacher education students' knowledge of prism. *Educational Sciences: Theory and Practice*, 12(4), 2949-2952.

Cobb, P. and Steffe, L.P. (1983). The constructivist Researcher as Teacher and Model Builder. *Journal for Research in Mathematics Education,* 14 (2), 83-94.

Cobb, P. (1989). Experiential, cognitive, and anthropological perspectives in mathematics education. *For the Learning of Mathematics,* 9(2), 32-42.

Cobb, P., Yackel, E. and Wood, T. (1989). Young children's emotional acts while doing mathematical problem solving. In D. B. McLeod and V. M. Adams (Eds.), *Affect and mathematical problem solving: A new perspective* (pp. 117-148). New York: Springer-Verlag.

Cobb, P., Wood, T. and Yackel, E. (1990). Classrooms as learning environments for teachers and researchers. In R. B. Davis, C. A. Mayer, and N. Noddings (Eds.), *Constructivist views on the teaching and learning of mathematics* (pp. 125–146). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Cobb, P. (1990). Multiple perspectives. In L.P. Steffe & T. Wood (Eds.), *Transforming children's mathematics education. International perspectives* (pp. 200-215). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Cobb, P., Wood, T., Yackel, E., Nicholls, J., Wheatley, G., Trigatti, B. and Perlwitz, M. (1991). Assessment of a problem-centered second-grade mathematics project. *Journal for Research in Mathematics Education,* 22, 3-9.

Cobb, P., Yackel, E. and Wood, T. (1992). Interaction and learning in mathematics classroom situations. *Educational Studies in Mathematics*, 23:99-122.

Cobb, P., Wood, T., Yackel, E. and McNeal, B. (1992). Characteristics of classroom mathematics traditions: An interactional analysis. *American Educational Research Journal*, 29(3), 573–604.

Cobb, P. (1994). Where is the mind? Constructivist and sociocultural perspectives on mathematical development. *Educational Researcher*, 23(7), 13-19.

Cobb, P. (1995). Mathematical Learning and Small-Group Interaction: Four Case Studies. In P. Cobb and H. Bauersfeld (eds.) *The emergence of mathematical meaning. Interaction in classroom cultures* (pp. 25-129). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Cobb, P. and Yackel, E. (1996). Constructivist, emergent, and sociocultural perspectives in the context of developmental research. *Educational Psychologist,* 31, 175–190.

Cobb, P., Boufi, A., McClain, K. and Whitenack, J. (1997). Reflective discourse and collective reflection. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(3), 258-277.

Cobb, P. (1999). Individual and collective mathematical development: The case of statistical data analysis. *Mathematical Thinking and Learning,* 1(1), 5–43.

Cobb, P., Stephan, M., McClain, K. and Gravemeijer, K. (2001). Participating in classroom mathematical practices. *Journal of the Learning Sciences,* 10, 113–164.

Confrey, J. and Lachance, A. (2000). Transformative Teaching Experiments through Conjecture Driven Research Design. In A. E. Kelly and R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education* (pp.231-266), Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Clements, D.H. and Battista, M.T. (1990). Constructivist learning and teaching. *Arithmetic Teacher*, 38 (1), 34-35.

Clements, D.H. and Mcmillen, S. (1996). Rethinking “concrete” manipulatives. *Teaching Children Mathematics*, 2 (5), 270-279.

Creswell, J.W. (2007). *Qualitative İnquiry & Research Design: Choosing among Five Approaches* (2nd ed.*).* Thousand Oaks, CA: Sage.

Daro, P., Mosher, F. and Corcoran, T. (2011). *Learning Trajectories in Mathematics: A Foundation for Standards, Curriculum, Assessment and İnstruction.* Philadelphia, PA: Consortium for Policy Research in Education.

diSessa, A. and Cobb, P. (2004). Ontological innovation and the role of theory in design experiments. *The Journal of the Learning Sciences*, 13, 77–103.

Dubinsky, E. (1991). Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. In: D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 95–123). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Elstak, I.R. (2007). *College Students' Understanding of Rational Exponents: A Teaching Experiment,* PhD Dissertation, The Ohio State University, (Unpublished).

Empson, S.B. (2011). On the idea of learning trajectories: promises and pitfalls. *The Mathematics Enthusiast*, 8(3), 571–598.

Ernest, P. (1991). Constructivism, the psychology of learning, and the nature of mathematics: Some critical issues, *in Proceedings of PME-15 (Italy*), 2, pp. 25-32. *Reprinted in Science and Education*, 2, 2, 1993, pp. 87-93.

Ernest, P. (1994). Constructing Mathematical Knowledge: Epistemology and Mathematics Education. *Studies in Mathematics Education Series: 4. Chapter 6 Social Constructivism and the Psychology of Mathematics Education*, 62-72.

French, D. (2004). *Perimeter, area and volume chapter 6.* Teaching and learning geometry. London: Continuum.

Gallagher, J.M. and Reid, D.K. (1981). *The learning theory of Piaget and Inhelder*. Monterey, CA: Brooks/Cole Publishing Compony.

Ginsburg, H.P. (1981). The Clinical İnterview in Psychological Research on Mathematical Thinking: Aims, Rationales, Technigues. *For the Learning of Mathematics*, 1(3), 4-11.

Goodson-Epsy, T. (2005). The roles of reification and reflective abstraction in the development of abstract thought: Transitions from arithmetic to algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 36, 219–245.

Gökkurt, B. ve Soylu, Y. (2016). Matematik öğretmenlerinin matematiksel alan bilgilerinin incelenmesi: Prizma örneği. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 16 (2), 451-482.

Greeno, J.G., Collins, A. M. and Resnick, L.B. (1996). Cognition and learning. In D. Berliner and R. Calfee (Eds.), *Handbook of educational psychology* (pp. 15-46). New York: Macmillan.

Hershkowitz, R. and Schwarz, B. (1999). The emergent perspective in rich learning environments: Some roles of tools and activities in the construction of sociomathematical norms. *Educational Studies in Mathematics*, 39, 149-166.

Hirstein, J.J. (1981). The second national assessment in mathematics: Area and volume. *Mathematics Teacher*, 74, 704-708.

Kim, E.M. (2016). *Preservıce teachers' understandıngs of volume and ıts measurement ın everyday and school contexts. A* Dıssertatıon Submitted to Michigan State University in partial fulfillment of the requirements for the degree of Mathematics Education—Doctor of Philosophy.

Koç, Y., Işıksal, M. and Bulut, S. (2007). Elementary School Curriculum Reform in Turkey. *International Education Journal*, 8(1), 30-39.

Lehrer, R. (2003). Developing understanding of measurement. In J. Kilpatrick, G. Martin, and D. Schifter (Eds.), *Research companion to principles and standards for school mathematics* (s. 179-192). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Levenson, E., Tirosh, D. and Tsamir, P. (2009). Students' perceived sociomathematical norms: The missing paradigm. *Journal of Mathematical Behavior*, 28, 171-187.

Long, T. and Johnson, M. (2000). Rigour, reliability and validity in qualitative research. *Clinical Effectiveness in Nursing*, 4, 30-37.

Lopez, L.M. and Allal, L. (2007). Sociomathematical norms and the regulation of problem solving in classroom microcultures. *International Journal of Educational Research*, 6, 252-265.

McClain, K. and Cobb, P. (2001). Supporting students' ability to reason about data. *Educational Studies in Mathematics,* 45(1-3), 103-129.

Merriam, S.B. (1998). *Qualitative research and case study applications in education*. San Francisco: Jossey-Bass Publishers.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (1998). *İlköğretim Okulu Matematik Dersi Öğretim Programı: 1.- 8. Sınıflar,* İstanbul: Milli Eğitim Basımevi.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2005a). *İlköğretim matematik dersi öğretim programı ve kılavuzu.* Devlet Kitapları, Müdürlüğü, Ankara.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2005b). *İlköğretim 1-5 sınıf programları tanıtım el kitabı.* Devlet Kitapları Müdürlüğü Basımevi, Ankara.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2005c). *Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, İlköğretim Matematik Dersi (1-5.Sınıflar) Öğretim Programı.* Devlet Kitapları Müdürlüğü Basımevi, Ankara.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2013). *Ortaokul matematik dersi 5-8.sınıflar öğretim programı.* Devlet Kitapları Müdürlüğü, Ankara.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2017). *İlkokul ve ortaokul matematik dersi 1-8.sınıflar öğretim programı*, Ankara.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1980). *An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics of the 1980s,* Reston, Virginia: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics,* Reston, Virginia: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for the school Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2006). *Curriculum focal points for prekindergarten through grade 8 mathematics. Aquest for coherence*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Olkun, S. (2003). Öğrencilere Hacim Formülü Ne Zaman Anlamlı Gelir? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi,* 25, 160-165.

Palincsar, A.S. (1998). Social constructivist perspectives on teaching and learning. *Annual Review of Psychology*, 45, 345–375.

Partanen, A.M. (2011). *Challenging the school mathematics culture: An investigative small-group approach. Ethnographic teacher research on social and sociomathematical norms.* Doctoral dissertation, University of Lapland, Rovaniemi, Finland**.**

Piaget, J., Inhelder, B. and Szeminska, A. (1960). *The child's conception of geometry* (Çev: E. A. Lunzer). New York: W. W. Norton and Company.

Piaget, J. (1985). *The Equilibration of Cognitive Structures*. Chicago: University of Chicago Press.

Piaget, J. (2001). *Studies in reflecting abstraction.* Sussex, England: Psychology Press.

Schunk, D.H. (2012). *Learning theories: An educational perspective (6th. ed.).* Pearson Education, Inc., publishing as Allyn and Bacon, 501 Boylston Street, Boston.

Simon, M.A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal Research Mathematics Education*, 26, 114–145.

Simon, M.A. (2000). Research on the Development of Mathematics Teachers: The Teacher Development Experiment. In A. E. Kelly and R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education* (pp.335-359). London: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Simon, M.A. and Tzur, R. (2004). Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: An elaboration of the hypothetical learning trajectory. *Mathematical Thinking and Learning,* 6 (2), 91-104.

Simon, M.A., Tzur, R., Heinz, K. and Kinzel, M. (2004). Explicating a mechanism for conceptual learning: Elaborating the construct of reflective abstraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 35, 305-329.

Simon, M.A. (2006). Key developmental understandings in mathematics: A direction for investigating and establishing learning goals. *Mathematical Thinking and Learning*, 8(4), 359–371.

Simon, M.A., Saldanha, L., McClintock, E., Akar, G.K., Watanabe, T. and Zembat, I.O. (2010). A developing approach to studying students' learning through their mathematical activity. *Cognition and Instruction*, 28(1), 70–112.

Simon, M.A. (2014). Hypothetical learning trajectories in mathematics education. *In S. Lerman (Ed.), Encyclopedia of Mathematics Education*, 272-275. Dordrecht, Netherlands: Springer.

Steffe, L.P. (1991). The Constructivist Teaching Experiment: Illustrations and İmplications, E. Von Glasersfeld (ed.), *Radical Constructivism in Mathematics Education*, s. 177-194.

Steffe, L.P. and Thompson, P.W. (2000). Teaching Experiment Methodology: Underlying Principles and Essential elements. In R. Lesh and A. E. Kelly (Eds.), *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education.* (pp. 267-307) Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Stephan, M. and Akyüz, D. (2012). A proposed instructional theory for integer addition and subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 43(4), 428-464.

Tan-Sisman, G. and Aksu, M. (2016). A Study on Sixth Grade Students' Misconceptions and Errors in Spatial Measurement: Length, Area, and Volume. *International Journal of Science and Mathematics Education*. 14: 1293–1319.

Tartre, L.A. (1990). Spatial orientation skill and mathematical problem solving. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21, 216-229.

Taş, U.E., Arıcı, Ö., Ozarkan, H.B. ve Özgürlük. B. (2016). *PISA 2015 Ulusal raporu.* Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) Ölçme, değerlendirme ve sınav hizmetleri genel Müdürlüğü., Ankara.

Tatsis, K. (2007). Investigating the Influence of Social and Sociomathematical Norms in Collaborative Problem Solving. *Paper presented at the The Fifth Conference of the European Society for Research in Mathematics Education*.

Toluk-Uçar, Z. (2016). Sosyomatematiksel normlar. (Ed.) Bingölbali, E., Arslan, S. ve Zembat, İ.Ö. *Matematik eğitiminde teoriler içinde bölüm 36*, s 605-627. Pegem Akademi, Ankara.

Tunç-Pekkan, Z. (2008). *Modeling grade eight students' construction of fraction multiplying schemes and algebraic operations* (Unpublished doctoral dissertation). The University of Georgia, Athens.

Umay, A. (1996). Matematik Eğitimi ve Ölçülmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, sayı:12.

Wilson, P.H. (2009). *Teacher's uses of a learning trajectory for equipartitioning* (Unpublished doctoral dissertation). North Carolina State University, Raleigh, NC.

Wood, T., Cobb, P. and Yackel, E. (1990). The contextual nature of teaching: Mathematics and reading instruction in one second-grade classroom. *JSTOR: The Elementary School Journal*, 90(5), 497-513.

Wood, T., Cobb, P. and Yackel, E. (1995). Reflections on learning and teaching mathematics in elemantary school. In L. Steffe and Gale (Eds.), *Constructivism in education* (ss. 401-422). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Van De Walle, J., Karp, K.S. and Bay-Williams, J.M. (2012). *İlkokul ve Ortaokul Matematiği Gelişimsel Yaklaşımla Öğretim,* Çeviri Editörü Soner Durmuş, 7. Basımdan Çeviri, Nobel Akademik Yayıncılık, Ankara.

Von Glasersfeld, E. (1995). *Radical constructivism: A way of knowing and learning.* Washington, DC: Falmer.

Yackel, E., Cobb, P. and Wood, T. (1991). Small-group interactions as a source of learning opportunities in second-grade mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(5), 390–408.

Yackel, E., Cobb, P. and Wood, T. (1993). The relationship o f individual children's mathematical conceptual development to small-group interactions. *Journal for Research in Mathematics Education*. 6, 45-54.

Yackel, E. and Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education,* 27(4), 458-477.

Yackel, E., Rasmussen, C. and King, K. (2000). Social and sociomathematical norms in an advanced undergraduate mathematics course. *Journal of Mathematical Behavior,* 19, 275-287.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2011). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. Sekizinci Baskı Ankara: Seçkin Matbaacılık.

Yıldırım, H.H., Yıldırım, S., Ceylan, E. ve Yetişir, M.İ. (2013a). *PISA 2012 Ulusal Ön Raporu*. Milli Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü, Ankara.

Yıldırım, H.H., Yıldırım, S., Ceylan, E. ve Yetişir, M.İ. (2013b). *Türkiye Perspektifinden TIMSS 2011 Sonuçları.* Türk Eğitim Derneği Tedmem Analiz Dizisi I, Ankara.

Zembat, İ.Ö. (2007). Yansıma dönüşümü, doğrudan öğretim ve yapılandırmacılığın temel bileşenleri. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 27(1),195-213.

Zembat, İ.Ö. (2009). Ölçme, temel bileşenleri ve sık karşılaşılan kavram yanılgıları. (Ed.) Bingölbali, E. ve Özmantar, M.F. *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve kavram yanılgıları ve çözüm önerileri içinde bölüm:5*. Ankara: Pegem akademi.

Zembat, İ.Ö. (2016a). Piaget'ye göre soyutlama ve çeşitleri. (Ed.) Bingölbali, E., Arslan, S. ve Zembat, İ.Ö. *Matematik eğitiminde teoriler içinde bölüm 27,* s 448-458. Pegem Akademi, Ankara.

Zembat, İ.Ö. (2016b). Piaget'nin merceğinden yapılandırmacılık ve zihinsel düzenekler. (Ed.) Bingölbali, E., Arslan, S. ve Zembat, İ.Ö. *Matematik eğitiminde teoriler içinde bölüm 29,* s 475-487. Pegem Akademi, Ankara.

Zembat, İ.Ö. (2016c). Matematik öğretim döngüsü ve Tahmini öğrenme yol haritaları. (Ed.) Bingölbali, E., Arslan, S. ve Zembat, İ.Ö. *Matematik eğitiminde teoriler içinde bölüm 31,* s 509-518. Pegem Akademi, Ankara.

EK-1: Eskişehir Milli Eğitim Müdürlüğünden Alınan İzin Belgesi

T.C.
ESKİŞEHİR VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

ESKİŞEHİR

Sayı : 88074293/605.01/3522990 01/04/2015
Konu : Araştırma Projesi

VALİLİK MAKAMINA

İlgi: Eskişehir Anadolu Üniversitesi Genel Sekreterliği' nin 12/03/2015 tarih ve 1867 sayılı yazısı.

İlgi yazı ile; Eskişehir Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Doktora Programı öğrencisi Faik CAMCI' nin "Öğrenme Yol Haritasına Dayalı Yürütülen Bir Öğretim Sürecinde Ortaokul 6. Sınıf Öğrencilerinin Bilişsel Düşünme Yapılarındaki Gelişmelerinin İzlenmesi" başlıklı araştırma uygulaması Araştırma İzin Komisyonu tarafından incelenmiş ve komisyon tarafından sakınca görülmediği tespit edilmiş olup, komisyon tarafından belirtilen okullarda yukarıda adı geçen projenin gerçekleştirilmesi uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde takdirlerinize arz ederim.

Barış HANCI
Milli Eğitim Müdür Yardımcısı

OLUR
.../03/2015

Necmi ÖZEN
Vali a.
İl Milli Eğitim Müdürü

EK-1: (Devam) Eskişehir Milli Eğitim Müdürlüğünden Alınan İzin Belgesi

Eğitim Bil. Enst

T.C.
ESKİŞEHİR VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

ESKİŞEHİR
İL MİLLİ EĞİTİM MÜDÜRLÜĞÜ

Sayı : 88074293/605.01/3691886 06/04/2015
Konu: Araştırma Projesi

ANADOLU ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
(Genel Sekreterlik)

İlgi : a) 01/04/2015 tarih ve 3522990 sayılı olur.
b) Anadolu Üniversitesi Rektörlüğü Genel Sekreterliği' nin 12/03/2015 tarih ve 1867 sayılı yazısı.

İlgi (b) yazı ile istemiş olduğunuz "Araştırma Projesi" incelenmiş ve uygun görülmüş olup, ilgi (a) Olur ekte sunulmuştur.

Bilgilerinize rica ederim.

Necmi ÖZEN
Vali a.
İl Milli Eğitim Müdürü

GELEN EVRAK
Kayıt Tarihi : 13.04.2015
Kayıt Numarası : 814

EKLER :
1-İlgi (a) Olur (1 sayfa)
2-Araştırma Değerlendirme Formu (1 sayfa)

Danışman
Öğrenci
EA

Yazı İş Md
Eğt. B. Enst. Md

Adres :
Anadolu Üniversitesi
Yunusemre Kampüsü
26470/ESKİŞEHİR

Anadolu Üniversitesi Rektörlüğü
Evrak Kayıt Servisi
K. TARİHİ: 10 Nisan 2015
K. NOSU: 4081

Aslı ile Aynıdır
5070 Sayılı Yasa ile elektronik olarak imzalanmıştır.
07 Nisan 2015
Remzi ERÇELİK
Memur

Büyükdere Mah.Atatürk Blv. No:247 ESKİŞEHİR

EK-2: Öğrenci Velisini Bilgilendirme ve Onam Formu

ÖĞRENCİ VELİSİNİ BİLGİLENDİRME ve ONAM FORMU

Sayın Veli,

Ortaokul altıncı sınıf öğrencileri ile MEB onaylı Anadolu Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projesi kapsamında bir çalışma yürütülecektir. Öncelikle yapacağımız bu çalışmaya gösterdiğiniz ilgi ve bize ayırdığınız zaman için teşekkür ederiz. Bu form, projenin amacını ve öğrencinin bir katılımcı olarak haklarını tanımlamayı amaçlamaktadır.

Bu projenin amacı, altıncı sınıf öğrencilerinin tahmini öğrenme yol haritası çerçevesinde tasarlanan bir öğretim deneyindeki matematiksel soyutlama süreçlerini izlemektir.

Velisi bulunduğunuz öğrencinin projeye gönüllü olarak katılımının bu çalışmaya ışık tutacağına inanıyoruz. Proje kapsamında öğrencilerin öğrenmelerini daha iyi anlayabilmek amacıyla sınıf uygulamaları ve üç öğrenciyle klinik görüşmeler gerçekleştirilecektir. Öğrencilerin matematiksel soyutlama süreçlerini izlemek için sınıflarda yapılacak uygulamalar ve öğrencilerle yapılacak klinik görüşmeler videoya çekilecek. Öğrencinizin görüntüleri istemediğiniz takdirde yayımlanmayacak ya da görüntüler gölgelendirilecektir.

Bu sözleşmeyi okuyup, projeye velisi bulunduğunuz öğrencinin gönüllü olarak katıldığına ve proje kapsamında size verdiğimiz güvenceye ilişkin olarak bu formu imzalamanızı rica ediyoruz.

Bu sözleşmeyi okuyarak imzaladığınız için teşekkür ederiz.

Proje Yürütücüsü
Doç. Dr. Dilek TANIŞLI
Anadolu. Üniversitesi/ Eğitim Fakültesi/ İlköğretim Bölümü
26470 Eskişehir Tel: 0222.3350580/3407
E-posta: dtanisli@anadolu.edu.tr

Tarih: İsim ve İmza

EK-3:Dikdörtgenler Prizması Hacim Ölçme Tahmini Öğrenme Yol Haritası Ders Planları

<table>
<tr><td colspan="4" align="center"><u>DİKDÖRTGENLER PRİZMASI HACİM ÖLÇME TAHMİNİ ÖĞRENME YOL HARİTASI</u></td></tr>
<tr><td colspan="4" align="center">Dikdörtgen ve Kareyi Tanıma Ders Planı (1)</td></tr>
<tr><td colspan="4">Konu: Dikdörtgenler Prizmasının Hacmini Ölçme
Sınıf / Süre: 6. Sınıf / 2 Ders Saati</td></tr>
<tr><td colspan="4">Amaç: Dikdörtgen ve kareyi tanır. (Üç boyuta geçmeden önce öğrencilerdeki iki boyuta yönelik ön bilgilerini hatırlatma)</td></tr>
<tr><td colspan="4">Alt Amaçlar:
Dikdörtgen ve karenin uzunluk ve genişliğini belirleme
Dikdörtgen ve karenin çevre uzunluğunu belirleme
Dikdörtgensel ve karesel yüzleri tanıma
Dikdörtgen ve karenin alanını hesaplama
Dikdörtgen ve kareyi günlük yaşamla İlişkilendirme</td></tr>
<tr><td colspan="4">Öğretim Materyali: Görsel Temsil</td></tr>
<tr><td colspan="4">Öğrenme Ortamı Tasarımı: Küçük Grup ve Sınıf tartışmaları.</td></tr>
<tr><th>Bağlam</th><th>Tartışma Soruları</th><th>Gerekçeler</th><th>Öğrencilerin Yanıtlarına İlişkin Tahminler</th></tr>
<tr><td rowspan="5">EZELİ REKABET


Türkiye’nin ezeli rakipleri Galatasaray ile Fenerbahçe futbol takımları şekilde gösterilen İstanbul Türk Telekom Arena stadında geçen hafta sonu karşılaşmışlardır. İki iyi arkadaş olan Ali ve Ayşe, birlikte bu maçı izlemeye gitmişler.

Ayşe, Ali’ye şöyle bir teklifte bulunuyor: Ali, maç başlayana kadar futbol sahası ile ilgili sorular oluşturalım ve birbirimize soralım. Kim daha çok soruyu doğru cevaplarsa o kazansın. Kim kaybederse o diğerini pastaneye tatlı yemeye götürsün. İlk soruyu da sen sor. Ali, bu teklifi kabul ediyor.’’

Bizde Ali ve Ayşe’nin birbirlerine sordukları sorulara bakalım bu soruları cevaplamaya çalışalım mı?</td>
<td>1. Ali: Ayşe, futbol sahasının şekli hangi geometrik şekle benziyor nedeniyle birlikte açıklar mısın?</td><td>-Dikdörtgen şeklini görsel olarak tanıması</td><td>-Dikdörtgen, Kare, Dörtgen yanıtları gelebilir</td></tr>
<tr><td>2. Ayşe: Ali, iki kale arası uzaklığa bu futbol sahasının nesi diyebiliriz?</td><td rowspan="2">-Dikdörtgenin uzunluk ve genişliğini belirleyerek iki boyutlu olduğunu hissettirmek, üçüncü boyuta geçişi kolaylaştırmak</td><td rowspan="2">-Futbol sahasının uzunluk ve genişliğini gösterebilir, uzunluk ve genişlik karıştırılabilir</td></tr>
<tr><td>3. Ali: Ayşe, kale direklerinin yer aldığı çizgiye futbol sahasının nesi diyebiliriz?</td></tr>
<tr><td>4. Ayşe: Ali, futbol sahasını çevreleyen çizgileri gösterebilir misin? Bu çizgiler futbol sahasının nesini oluşturur?</td><td>-Dikdörtgenin çevresini belirleyebilme</td><td>-Futbol sahasının çevresini belirleyebilir, alan cevabı da gelebilir</td></tr>
<tr><td>5. Ali: Ayşe, futbol sahasının çevresini nasıl hesaplayabilirsin?</td><td>-Dikdörtgenin çevre uzunluğunu hesaplayabilme</td><td>-Futbol sahasının çevre</td></tr>
</table>

			uzunluğunu hesaplayabilir
	6. Ayşe: Ali, futbol sahasının içine hiç boşluk kalmadan çim ekilerek kaplanması futbol sahasının nesini oluşturur?	-Dikdörtgenin alanını hissettirme	-Futbol sahasının alanını hisseder
	7. Ali: Ayşe, futbol sahasının alanını nasıl hesaplayabilirsin?	- Dikdörtgenin alanını hesaplayabilme	-Futbol sahasının alanını hesaplar, çevre hesabı ile karıştırılabilir
	8. Ayşe: Ali, çimle kaplanan bölgesinin adı nedir?	-Dikdörtgenin yüzeyini hissettirme	-Futbol sahasının yüzeyini hisseder, iç bölge yanıtı da gelebilir
	9. Ali: Ayşe, bu futbol sahası kare şeklinde olsaydı nasıl değişiklikler olurdu?	-Dikdörtgeni-kare ilişkilendirmesini yapma	-Karenin uzunluk ve genişliğinin eşit uzunlukta olduğunu anlar
	10. Ayşe: Ali, dikdörtgen ve kareye günlük hayattan başka örnekler verebilir misin?	-Dikdörtgen ve kare algısını günlük hayattaki diğer örneklere transfer etme	-Dikdörtgen ve kareyi nesnelerle temsil edebilirler

PLANIN UYGULANMASI

- Öğrenciler ders başarı düzeyleri düşük, orta ve yüksek olan üçer kişilik gruplara ayrılacak. Ders, küçük grup tartışması ve sınıf tartışması olarak iki aşamada gerçekleştirilecektir. Önce öğretim etkinliğinin yer aldığı çalışma kâğıtları üzerinde küçük grupların kendi arasında tartışarak sorulara yanıtlar aramaları daha sonra ise küçük grup tartışmasında buldukları yanıtları tüm sınıfla paylaşacakları sınıf tartışmasının yürütülmesi planlanmaktadır. Öğretmen, küçük grup tartışması bölümünde öğrencilere herhangi bir öğretici müdahalede bulunmayacak sadece öğrencilerin anlamadıkları noktalarda onlara yardımcı olacaktır. Öğretmen, sınıf tartışmasında ise öğrencilerin buldukları yanıtları paylaşabilecekleri ortamı düzenleyerek onların hem kendisiyle hem de birbirleriyle tartışmalarını yönlendirmeye çalışacaktır. Sınıf tartışması sürecinde onları gerektiğinde sorgulayarak ve onları bir öğrenme durumuyla baş başa bırakarak öğrencilerin zorluk yaşadıkları noktaları ve hatalı düşüncelerini aşmaya çalışacaktır. Öğrencilerin yaşadığı ancak öngörülmeyen bir zorluk durumunda ise öncelikle ders içerisinde bu zorluk giderilmeye çalışılacaktır. Ancak bu zorluğun aşılamaması durumunda önümüzdeki ders bu durum üzerinde tekrar durulacaktır.

ÖLÇME-DEĞERLENDİRME

- Ders sonrasında öğrencilerin küçük grup tartışmasında üzerinde çalıştıkları çalışma kâğıtları ve ders sonunda öğrencilere dağıtılan günlükler incelenecektir. Bununla birlikte uzman bir matematik eğitimcisi ile birlikte odak grup öğrencilerinin küçük grup tartışması ve tüm sınıfın katıldığı sınıf tartışması ders videoları izlenecektir. Böylece öğrencilerin derste öğrendikleri, zorluk yaşadıkları ve zorluğu aşamadıkları durumlar belirlenecek ve önümüzdeki dersin planına bu durumlar yansıtılacaktır. Odak öğrencilerin bu durumları nasıl yapılandırdıklarını daha ayrıntılı olarak anlamak için öğrencilerle birinci ara klinik görüşmeler gerçekleştirilecektir.

EK-3: (Devam) Dikdörtgenler Prizması Hacim Ölçme Tahmini Öğrenme Yol Haritası Ders Planları

<table>
<tr><td colspan="4"><u>DİKDÖRTGENLER PRİZMASI HACİM ÖLÇME TAHMİNİ ÖĞRENME YOL HARİTASI</u></td></tr>
<tr><td colspan="4">Dikdörtgen Prizmaları Tanıma Ders Planı (2)</td></tr>
<tr><td colspan="4">Konu: Dikdörtgenler Prizmasının Hacmini Ölçme
Sınıf/ Süre: 6. Sınıf/ 4 ders Saati</td></tr>
<tr><td colspan="4">Amaç: Dikdörtgen prizmaları tanır</td></tr>
<tr><td colspan="4">Alt Amaçlar:
• Dikdörtgenler prizmaların temel elemanlarını belirleme
• Dikdörtgenler prizmaların boyutlarını ve tabanlarını belirleme
• Dikdörtgen prizmaları günlük yaşamla ilişkilendirme</td></tr>
<tr><td colspan="4">Öğretim Materyali: Dikdörtgen prizmaların Somut ve Görsel Temsilleri, Geomag Çubuk ve mıknatısları.</td></tr>
<tr><td colspan="4">Öğrenme Ortamı Tasarımı: Küçük Grup ve Sınıf tartışmaları.</td></tr>
<tr><th>Bağlam</th><th>Tartışma Soruları</th><th>Gerekçeler</th><th>Öğrencilerin Yanıtlarına İlişkin Tahminler</th></tr>
<tr><td rowspan="4"><u>1. Etkinlik (2 ders Saati)</u>

GIDA DEPOLARIMIZ: BUZDOLABI

Beşinci sınıf öğrencisi Ahmet ve annesi, evlerine yeni bir buzdolabı almışlar. Buzdolabı eve geldikten sonra buzdolabını paketinden çıkarıp evlerinin mutfağına koymuşlar.

Buzdolabını gören Ahmet, annesine ‘aaaa.. anne bugün okulda matematik dersinde öğretmenimiz bize buzdolabına benzer eşya resimleri gösterdi ve bunlarla ile ilgili tüm sınıf birlikte konuştuk’’ diyor.

Annesi de Ahmet’e ‘öyle mi Ahmet ne güzel o zaman gel biz de aldığımız buzdolabı ile ilgili seninle konuşalım. Ben sana bazı sorular sorayım. Bakalım bu eşyaları ne kadar tanıyorsun olur mu?’ diyor. Ahmet de annesine ‘tamam anne’ diyor.</td><td>1.Ahmet, buzdolabımızı hangi geometrik nesneye (cisme) benzetiyorsunuz, neden?</td><td>-Dikdörtgenler prizmasını tanıma</td><td>-Dikdörtgenler Prizması, Dikdörtgen (yüzlere odaklanma)</td></tr>
<tr><td>2.Anne: Ahmet, buzdolabımızı benzettiğin geometrik nesnede ne gibi elemanlar olduğunu söyleyebilir misin?</td><td>-Dikdörtgenler prizmasının köşe, ayrıt, yüz gibi temel elemanlarını hissettirme</td><td>-Köşe, yüz, Uzunluk, genişlik, derinlik (Ayrıt demeyebilir) yanıtları gelebilir</td></tr>
<tr><td>3.Anne: Ahmet, buzdolabımızın uzunluğu, genişliği ve yüksekliği var mıdır, varsa gösterebilir misin?</td><td>-Dikdörtgenler prizmasının boyutlarını belirleyebilme</td><td>-Dikdörtgenler prizmasının uzunluk, genişlik ve yüksekliğini belirlemekte zorluk yaşayabilir, yüksekliğini uzunluk olarak ifade edebilir.</td></tr>
<tr><td>4.Anne: Ahmet, buzdolabımızın tabanlarının hangi yüzler olduğu</td><td>- Dikdörtgenler prizmasının tabanlarını belirleyebilme</td><td>-Dikdörtgen prizmasının tabanlarını alt ve üst yüz olarak ifade edebilir</td></tr>
</table>

Haydi… Ahmet'in annesinin Ahmet'e sorduğu sorulara Ahmet'in hangi cevapları vermesi gerektiğini önce siz grup arkadaşlarınızla birlikte düşünün sonra sınıfça hep birlikte tartışalım olur mu? **<u>2.Etkinlik (2 ders Saati)</u>** Geomag çubuk ve mıknatıslarını kullanarak öğrencilerden dikdörtgen prizmaları oluşturma etkinlikleri gerçekleştirilecektir.	belli midir, neden?		
	5.Anne: Ahmet, buzdolabımız kare prizma şeklinde olsaydı buzdolabımızın yüzleri neye benzerdi?	-Kare prizmanın yüzlerini tanıma	-Karesel ve dikdörtgensel yanıtının gelmesi beklenir, kare ve dikdörtgen yanıtı da gelebilir
	6.Anne: Ahmet, buzdolabımız kare prizma şeklinde olsaydı buzdolabımızın tabanlarının hangi yüzler olduğu belli olur muydu neden?	-Kare prizmanın tabanlarını belirleme	-Kare yüzlerin taban olduğunu belirleyebilir, dikdörtgen yüzler yere oturtulduğunda dikdörtgen yüzleri de taban olarak ifade edebilir
	7.Anne: Ahmet, buzdolabımız küp şeklinde olsaydı buzdolabımızın yüzleri neye benzerdi?	-Küpün yüzlerini tanıma	-Küpün yüzlerini tanıyabilir
	8.Anne: Ahmet; buzdolabımız küp şeklinde olsaydı buzdolabımızın tabanlarının hangi yüzler olduğu belli olur muydu, neden?	-Küpün tabanlarını belirleme	-Bütün yüzler kare olduğu için bütün yüzlerin taban olabileceğini ifade edebilir
	9. Anne: Ahmet, buzdolabımız birim küp şeklinde olsaydı buzdolabımızın uzunluğu, genişliği, yüksekliği ve yüzleri nasıl olurdu?	-Birim küpün uzunluk, genişlik, yükseklik ve yüzlerini belirleme	-Uzunluk, genişlik, yüksekliği belirleyebilir ve uzunluk, genişlik, yüksekliği eşit ve yüzleri karesel olarak ifade edebilir
	10. Anne: Ahmet, dikdörtgenler prizmasına, kare prizmaya, küpe ve birim küpe benzeyen günlük hayatta kullandığımız başka nesneler söyleyebilir misin?	- Dikdörtgen prizma, kare prizma ve küp algısını günlük hayat modelleri ile ilişkilendirerek pekiştirmek	-Dikdörtgen prizma, kare prizma ve küpe günlük hayattan örnekler verebilir

PLANIN UYGULANMASI

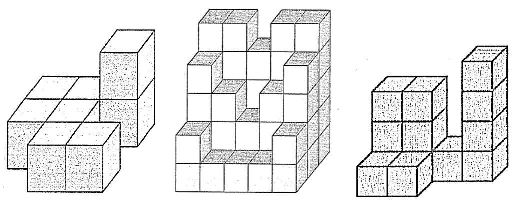
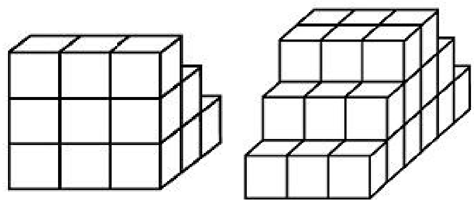
- Öğrenciler; ders başarı düzeyleri düşük, orta ve yüksek olan üçer kişilik gruplara ayrılacak. Dersler iki etkinlikte de küçük grup tartışması ve sınıf tartışması olarak iki aşamada gerçekleştirilecektir. Birinci etkinlikte önce somut dikdörtgen prizma modellerinden de yararlanarak öğretim etkinliğinin yer aldığı çalışma kâğıtları üzerinde küçük grupların kendi arasında tartışarak sorulara yanıtlar aramaları daha sonra ise küçük grup tartışmasında buldukları yanıtları tüm sınıfla paylaşacakları sınıf tartışmasının yürütülmesi planlanmaktadır. İkinci etkinlikte ise geomag çubuk ve mıknatıslarını kullanarak küçük grup ve sınıf tartışmalarında yüzleri olmayan dikdörtgen prizma modelleri oluşturma etkinlikleri gerçekleştirilecektir. Öğretmen, küçük grup tartışması bölümünde öğrencilere herhangi bir öğretici müdahalede bulunmayacak sadece öğrencilerin anlamadıkları noktalarda onlara yardımcı olacaktır. Öğretmen, sınıf tartışmasında ise öğrencilerin buldukları yanıtları paylaşabilecekleri ortamı düzenleyerek onların hem kendisiyle hem de birbirleriyle tartışmalarını yönlendirmeye çalışacaktır. Sınıf tartışması sürecinde onları gerektiğinde sorgulayarak ve onları bir öğrenme durumuyla baş başa bırakarak öğrencilerin zorluk yaşadıkları noktaları ve hatalı düşüncelerini aşmaya çalışacaktır. Öğrencilerin yaşadığı ancak öngörülmeyen bir zorluk durumunda ise öncelikle ders içerisinde bu zorluğun giderilmeye çalışılacaktır. Ancak bu zorluğun aşılamaması durumunda önümüzdeki ders bu durum üzerinde tekrar durulacaktır.

ÖLÇME-DEĞERLENDİRME

- Ders sonrasında öğrencilerin küçük grup tartışmasında üzerinde çalıştıkları çalışma kâğıtları ve ders sonunda öğrencilere dağıtılan günlükler incelenecektir. Bununla birlikte uzman bir matematik eğitimcisi ile birlikte odak grup öğrencilerinin küçük grup tartışması ve tüm sınıfın katıldığı sınıf tartışması ders videoları izlenecektir. Böylece öğrencilerin derste öğrendikleri, zorluk yaşadıkları ve zorluğu aşamadıkları durumlar belirlenecek ve önümüzdeki dersin planına bu durumlar yansıtılacaktır. Odak öğrencilerin bu durumları nasıl yapılandırdıklarını daha ayrıntılı olarak anlamak için öğrencilerle birinci ara klinik görüşmeler gerçekleştirilecektir.

EK-3: (Devam) Dikdörtgenler Prizması Hacim Ölçme Tahmini Öğrenme Yol Haritası Ders Planları

<table>
<tr><td colspan="4"><u>DİKDÖRTGENLER PRİZMASI HACİM ÖLÇME TAHMİNİ ÖĞRENME YOL HARİTASI</u></td></tr>
<tr><td colspan="4">Birim Küp Yapılarında Sayma ve Oluşturma Becerilerini Geliştirme Ders Planı (3)</td></tr>
<tr><td colspan="4">Konu: Dikdörtgenler Prizmasının Hacmini Ölçme
Sınıf/Süre: 6. Sınıf/2 Ders Saati</td></tr>
<tr><td colspan="4">Amaç: Birim küp yapılarında sayma ve oluşturma becerilerini geliştirir ve hacmi anlamlandırır</td></tr>
<tr><td colspan="4">Alt Amaçlar:
• Birim küplerle oluşturulan farklı yapılarda birim küp sayısını hesaplama ve bu yapıları birim küpler kullanarak oluşturma
• Birim küplerle dikdörtgen prizma oluşturma ve birim küp sayısını hesaplama
• Birim küplerle oluşturulan yapıların boşlukta kapladığı yerin hacim olduğunu vurgulama</td></tr>
<tr><td colspan="4">Öğretim Materyali: Görsel Temsiller, Birim Küpler Takımı</td></tr>
<tr><td colspan="4">Öğrenme Ortamı Tasarımı: Küçük Grup ve Sınıf tartışmaları.</td></tr>
<tr><td>Bağlamlar</td><td>Tartışma Soruları</td><td>Gerekçeler</td><td>Öğrencilerin Yanıtlarına İlişkin Tahminler</td></tr>
<tr><td rowspan="3">BİRİM KÜP YAPILARI

12 yaşındaki Ali, birim küplerle oynarken rastgele aşağıdaki yapıları oluşturmuştur. Ali’nin oluşturduğu Bu yapılar ile ilgili babası ona bazı sorular soruyor. Siz de grup arkadaşlarınızla bu sorulara cevaplar arar mısınız? Cevaplarınızı sonra tüm sınıfla paylaşır mısınız?

</td><td>1. Ali, bu yapılarda kaçar tane birim küp vardır, bulabilir misin?</td><td>-Birim küpleri saymada ne tür stratejiler kullanıldığını ve sayma becerilerini görmek</td><td>-Birim küpler yerine birim kareler sayılabilir, görünmeyen birim küpleri saymada zorluk yaşanabilir. Birim küpleri saymada farklı yollar ortaya çıkabilir</td></tr>
<tr><td>2. Ali, birim küpleri kullanarak bu yapıları oluşturabilir misin?</td><td>-Sayma ve oluşturma becerilerinin geliştirilmesi</td><td>-Görünmeyen birim küpleri oluşturmada zorluk yaşanabilir.</td></tr>
<tr><td>3. Ali, birim küpleri kullanarak uzunluğu 3 birim, genişliği 2 birim, yüksekliği 4 birim olan bir dikdörtgenler prizması</td><td>-Birim küpleri kullanarak dikdörtgenler prizması oluşturmak, sayma ve oluşturma becerilerinin geliştirilmesi
-Dikdörtgen prizmanın</td><td>-Birim küpleri kullanarak dikdörtgenler prizması oluşturabilir, sayma ve oluşturma becerilerinin gelişmesine katkı sunabilir.</td></tr>
</table>

	oluşturabilir misin?	hacim bağıntılarına ön adım atılabilir.	-Dikdörtgen prizmanın hacim formüllerine ön adım atılabilir.

PLANIN UYGULANMASI

- Öğrenciler; ders başarı düzeyleri düşük, orta ve yüksek olan üçer kişilik gruplara ayrılacak. Ders, küçük grup tartışması ve sınıf tartışması olarak iki aşamada gerçekleştirilecektir. Önce birim küplerden yararlanarak öğretim etkinliğinin yer aldığı çalışma kâğıtları üzerinde küçük grupların kendi arasında tartışarak sorulara yanıtlar aramaları daha sonra ise küçük grup tartışmasında buldukları yanıtları tüm sınıfla paylaşacakları sınıf tartışmasının yürütülmesi planlanmaktadır. Öğretmen, küçük grup tartışması bölümünde öğrencilere herhangi bir öğretici müdahalede bulunmayacak sadece öğrencilerin anlamadıkları noktalarda onlara yardımcı olacaktır. Öğretmen, sınıf tartışmasında ise öğrencilerin buldukları yanıtları paylaşabilecekleri ortamı düzenleyerek onların hem kendisiyle hem de birbirleriyle tartışmalarını yönlendirmeye çalışacaktır. Sınıf tartışması sürecinde onları gerektiğinde sorgulayarak ve onları bir öğrenme durumuyla baş başa bırakarak öğrencilerin zorluk yaşadıkları noktaları ve hatalı düşüncelerini aşmaya çalışacaktır. Öğrencilerin yaşadığı ancak öngörülmeyen bir zorluk durumunda ise öncelikle ders içerisinde bu zorluğun giderilmeye çalışılacaktır. Ancak bu zorluğun aşılamaması durumunda önümüzdeki ders bu durum üzerinde tekrar durulacaktır. Bununla birlikte birim küplerle oluşturulan yapıların boşlukta yer kapladığı ve bu nedenle birim küp sayılarının bu yapıların hacmi olduğu vurgulanarak hacim kavramının anlamlandırılması planlanmıştır.

ÖLÇME-DEĞERLENDİRME

- Ders sonrasında öğrencilerin küçük grup tartışmasında üzerinde çalıştıkları çalışma kâğıtları ve ders sonunda öğrencilere dağıtılan günlükler incelenecektir. Bununla birlikte uzman bir matematik eğitimcisi ile birlikte odak grup öğrencilerinin küçük grup tartışması ve tüm sınıfın katıldığı sınıf tartışması ders videoları izlenecektir. Böylece öğrencilerin derste öğrendikleri, zorluk yaşadıkları ve zorluğu aşamadıkları durumlar belirlenecek ve önümüzdeki dersin planına bu durumlar yansıtılacaktır. Odak öğrencilerin bu durumları nasıl yapılandırdıklarını daha ayrıntılı olarak anlamak için öğrencilerle ikinci ara klinik görüşmeler gerçekleştirilecektir.

EK-3: (Devam) Dikdörtgenler Prizması Hacim Ölçme Tahmini Öğrenme Yol Haritası Ders Planları

DİKDÖRTGENLER PRİZMASI HACİM ÖLÇME TAHMİNİ ÖĞRENME YOL HARİTASI
Dikdörtgenler Prizmasının Hacmini Anlamlandırma ve Hacminin Belirlenmesinde Birim Küpler Kullanmanın Gerekliliğini Anlama Ders Planı (4)
Konu: Dikdörtgenler Prizmasının Hacmini Ölçme **Sınıf/Süre: 6. Sınıf/2 Ders Saati**
Amaç: Dikdörtgenler prizmasının hacmini anlamlandırır ve hacminin hesaplanmasında birim küpler kullanmanın gerekliliğini anlar
Alt Amaçlar: • Dikdörtgen prizmalarının içlerinin doldurulması (Taşıyabileceği kapasite-Hacim) • Dikdörtgen prizmanın içinin küresel cisimler ile doldurulması • Dikdörtgen prizmanın içinin farklı prizmalar ile doldurulması • Dikdörtgen prizmanın içinin sıvılar ile doldurulması • Dikdörtgen prizmanın içinin birim küpler ile doldurulması
Öğretim Materyali: Slayt Gösterimi, Somut modeller, Birim Küpler Takımı
Öğrenme Ortamı Tasarımı: Küçük Grup ve Sınıf tartışmaları.

Bağlam	Tartışma Soruları	Gerekçeler	Öğrencinin İlerleyişine İlişkin Tahminler
BOŞ KUTU NASIL VE NELER İLE DOLDURULMALI  Altıncı sınıf öğrencisi Ahmet, yukarıda gösterilen boş kutunun taşıma kapasitesinin yani hacminin ne kadar olduğunu tam olarak belirlemek istiyor. Ahmet'in matematik öğretmeni de Ahmet'e bu konuda yardımcı olmak için Ahmet'e aşağıdaki soruları soruyor. Sizce Ahmet, bu sorulara nasıl cevap vermelidir? Grup arkadaşlarınızla tartışın ve bizimle paylaşın! Olur mu?	1. Ahmet, kutu aşağıdaki tenis toplarıyla doldurulduğunda kutunun hacmini tam olarak belirleyebilir misin, nedeniyle birlikte açıklayabilir misin? 	-Kutunun içinde boşluk kaldığı için hacminin tam olarak belirlenemeyeceği fikrinin oluşması	-Kutunun içinde boşluk kaldığı için hacminin tam olarak belirlenemeyeceği fikrinin oluşması beklenir
	2. Ahmet, kutu aşağıdaki dikdörtgenler prizmalar ile doldurulduğunda kutunun hacmini tam olarak belirleyebilir misin, nedeniyle birlikte açıklayabilir misin?  	-Kutunun prizmalarla doldurulması sağlanarak kutunun içinde boşluk kalabileceği için kutunun hacminin tam olarak belirlenebilmesinin kesin olmadığı fikrinin oluşması	-Kutunun içinde boşluk kalmayabileceği için kutunun hacmi belirlenebilir fikrinin oluşabilmesinin yanında kutunun içinde boşluk kalabileceği için kutunun hacminin tam olarak belirlenebilmesinin kesin olmadığı fikri de oluşabilir

	3. Ahmet, kutu herhangi bir sıvı ile doldurduğunda kutunun hacmini tam olarak belirleyebilir misin, nedeniyle birlikte açıklayabilir misin?	- Kutunun içinde boşluk olmayacağı fikrinin oluşabilir ancak hacmin nasıl belirleneceğini n bilinemeyeceğ i fikrinin oluşması	-Sıvıyı önce litreli ölçeklerle ölçüp sonra kutuya boşaltalım fikri gelişebilir, hacmin nasıl belirleneceğinin bilinemeyeceği fikri oluşabilir
	4. Peki, Ahmet, sence kutunun hacmini tam olarak belirlemek için kutuyu başka ne ile doldurulabilirsin? **Ek soru**: Birim küplerle doldurabilir misin?	-Kesin olarak kutunun boşluk kalmadan birim küplerle doldurulabilec eği fikrinin oluşması	- Kutunun birim küplerle boşluk kalmadan doldurulabilece ği fikrinin oluşması beklenir

PLANIN UYGULANMASI

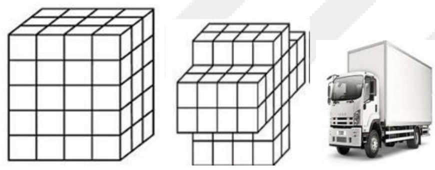
- Öğrenciler; ders başarı düzeyleri düşük, orta ve yüksek olan üçer kişilik gruplara ayrılacak. Ders, küçük grup tartışması ve sınıf tartışması olarak iki aşamada gerçekleştirilecektir. Önce öğretim etkinliğinin yer aldığı çalışma kâğıtları üzerinde küçük grupların kendi arasında tartışarak sorulara yanıtlar aramaları daha sonra ise küçük grup tartışmasında buldukları yanıtları tüm sınıfla paylaşacakları sınıf tartışmasının yürütülmesi planlanmaktadır. Öğretmen, küçük grup tartışması bölümünde öğrencilere herhangi bir öğretici müdahalede bulunmayacak sadece öğrencilerin anlamadıkları noktalarda onlara yardımcı olacaktır. Öğretmen, sınıf tartışmasında ise öğrencilerin buldukları yanıtları paylaşabilecekleri ortamı düzenleyerek onların hem kendisiyle hem de birbirleriyle tartışmalarını yönlendirmeye çalışacaktır. Sınıf tartışması sürecinde onları gerektiğinde sorgulayarak ve onları bir öğrenme durumuyla baş başa bırakarak öğrencilerin zorluk yaşadıkları noktaları ve hatalı düşüncelerini aşmaya çalışacaktır. Öğrencilerin yaşadığı ancak öngörülmeyen bir zorluk durumunda ise öncelikle ders içerisinde bu zorluğun giderilmeye çalışılacaktır. Ancak bu zorluğun aşılamaması durumunda önümüzdeki ders bu durum üzerinde tekrar durulacaktır.

ÖLÇME-DEĞERLENDİRME

- Ders sonrasında öğrencilerin küçük grup tartışmasında üzerinde çalıştıkları çalışma kâğıtları ve ders sonunda öğrencilere dağıtılan günlükler incelenecektir. Bununla birlikte uzman bir matematik eğitimcisi ile birlikte odak grup öğrencilerinin küçük grup tartışması ve tüm sınıfın katıldığı sınıf tartışması ders videoları izlenecektir. Böylece öğrencilerin derste öğrendikleri, zorluk yaşadıkları ve zorluğu aşamadıkları durumlar belirlenecek ve önümüzdeki dersin planına bu durumlar yansıtılacaktır. Odak öğrencilerin bu durumları nasıl yapılandırdıklarını daha ayrıntılı olarak anlamak için öğrencilerle son klinik görüşmeler gerçekleştirilecektir.

EK-3: (Devam) Dikdörtgenler Prizması Hacim Ölçme Tahmini Öğrenme Yol Haritası Ders Planları

DİKDÖRTGENLER PRİZMASI HACİM ÖLÇME TAHMİNİ ÖĞRENME YOL HARİTASI
Dikdörtgenler Prizmasının İçine Boşluk Kalmayacak Biçimde Yerleştirilen Birim Küp Sayısının Dikdörtgenler Prizmasının Hacmi Olduğunu Anlama Ders Planı (5)
Konu: Dikdörtgenler Prizmasının Hacmini Ölçme **Sınıf/Süre: 6. Sınıf/2 Ders Saati**
Amaç: Dikdörtgenler prizmasının içine boşluk kalmayacak biçimde yerleştirilen birim küp sayısının dikdörtgenler prizmasının hacmi olduğunu anlar.
Alt Amaçlar: • Birim küplerle oluşturulan dikdörtgen prizmalarda ve farklı yapılarda birim küp sayısını hesaplama becerilerini geliştirme
Öğretim Materyali: Slayt Gösterimi, Birim Küpler Takımı
Öğrenme Ortamı Tasarımı: Küçük Grup ve Sınıf tartışmaları.

Bağlam	Tartışma Soruları	Gerekçeler	Öğrencinin İlerleyişine İlişkin Tahminler
SABUN KALIPLARIYLA KAMYON KASASINI DOLDURALIM!  (1) (2) Ali ve Ahmet, yukarıda birim küp şeklinde dizilmiş olan sabun kalıplarını kamyon kasasına taşıyacaklardır. Ali ve Ahmet, sabun kalıplarını kamyon kasasına sabun kalıpları arasında boşluk kalmadan yerleştirmek istiyorlar. Ali, Ahmet'e ' Ahmet, benim merak ettiğim bazı sorular var. Bana yardımcı olabilir misin?' diyor. Ahmet de Ali'ye tabii ki olurum diyor. Ali'nin Ahmet'e sorduğu sorular aşağıda verilmiştir. Sizde Ali'ye yardımcı olur musunuz? Hadi bakalım….	1)1.yapıda birim küp şeklinde olan sabun kalıplarından kaç tane vardır? Nasıl hesapladığınızı tartışır mısınız? (Birim küpleri kullanabilirsiniz)	-Birim küp sayısını hesaplama becerilerini geliştirme -Dikdörtgenler prizmasının hacim formüllerini keşfetmeye ön adım atmak	-Görünmeyen birim küplerden veya birim küp yerine birim küplerin yüzlerinin sayılmasından dolayı birim küpler eksik sayılabilir, dikdörtgenler prizmasının hacim formüllerini keşfetmeye adım atılabilir
	2) 2.yapıda birim küp şeklinde olan sabun kalıplarından kaç tane vardır? Nasıl hesapladığınızı tartışır mısınız?	-Birim küp sayısını hesaplama becerilerini geliştirme	- Görünmeyen birim küplerden veya birim küp yerine birim küplerin yüzlerinin sayılmasından dolayı birim küpler eksik sayılabilir
	3) Kamyon kasası hangi geometrik cisme benzemektedir?	-Dikdörtgenler prizması algısını günlük hayat örneğiyle pekiştirmek	-Dikdörtgenler prizması algısı pekişmesi beklenir
	4) 1.yapı ve 2.yapıdaki birim küp sabun kalıplarının tamamı	-Dikdörtgenler prizmasının içinin birim küplerle boşluk	-Dikdörtgenler prizmasının içinin birim küplerle boşluk

	kamyon kasasını tam olarak doldurduğuna göre kamyon kasasının hacmi kaç birim küp sabundan oluşur?	kalmadan doldurulmasının prizmanın hacmi olduğu fikrinin anlaşılması ve pekişmesi	kalmadan doldurulmasının prizmanın hacmi olduğu fikrinin anlaşılması ve pekişmesi beklenir

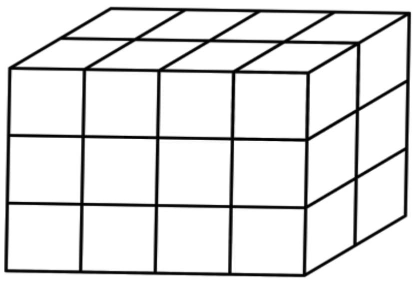
PLANIN UYGULANMASI

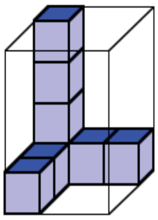
- Öğrenciler; ders başarı düzeyleri düşük, orta ve yüksek olan üçer kişilik gruplara ayrılacak. Ders, küçük grup tartışması ve sınıf tartışması olarak iki aşamada gerçekleştirilecektir. Önce birim küplerden yararlanarak öğretim etkinliğinin yer aldığı çalışma kâğıtları üzerinde küçük grupların kendi arasında tartışarak sorulara yanıtlar aramaları daha sonra ise küçük grup tartışmasında buldukları yanıtları tüm sınıfla paylaşacakları sınıf tartışmasının yürütülmesi planlanmaktadır. Öğretmen, küçük grup tartışması bölümünde öğrencilere herhangi bir öğretici müdahalede bulunmayacak sadece öğrencilerin anlamadıkları noktalarda onlara yardımcı olacaktır. Öğretmen, sınıf tartışmasında ise öğrencilerin buldukları yanıtları paylaşabilecekleri ortamı düzenleyerek onların hem kendisiyle hem de birbirleriyle tartışmalarını yönlendirmeye çalışacaktır. Sınıf tartışması sürecinde onları gerektiğinde sorgulayarak ve onları bir öğrenme durumuyla baş başa bırakarak öğrencilerin zorluk yaşadıkları noktaları ve hatalı düşüncelerini aşmaya çalışacaktır. Öğrencilerin yaşadığı ancak öngörülmeyen bir zorluk durumunda ise öncelikle ders içerisinde bu zorluğun giderilmeye çalışılacaktır. Ancak bu zorluğun aşılamaması durumunda önümüzdeki ders bu durum üzerinde tekrar durulacaktır.

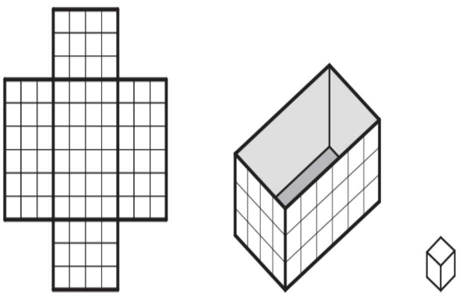
ÖLÇME-DEĞERLENDİRME

- Ders sonrasında öğrencilerin küçük grup tartışmasında üzerinde çalıştıkları çalışma kâğıtları ve ders sonunda öğrencilere dağıtılan günlükler incelenecektir. Bununla birlikte uzman bir matematik eğitimcisi ile birlikte odak grup öğrencilerinin küçük grup tartışması ve tüm sınıfın katıldığı sınıf tartışması ders videoları izlenecektir. Böylece öğrencilerin derste öğrendikleri, zorluk yaşadıkları ve zorluğu aşamadıkları durumlar belirlenecek ve önümüzdeki dersin planına bu durumlar yansıtılacaktır. Odak öğrencilerin bu durumları nasıl yapılandırdıklarını daha ayrıntılı olarak anlamak için öğrencilerle son klinik görüşmeler gerçekleştirilecektir.

EK-3: (Devam) Dikdörtgenler Prizması Hacim Ölçme Tahmini Öğrenme Yol Haritası Ders Planları

<table>
<tr><td colspan="4"><u>DİKDÖRTGENLER PRİZMASI HACİM ÖLÇME TAHMİNİ ÖĞRENME YOL HARİTASI</u></td></tr>
<tr><td colspan="4">Dikdörtgenler Prizmasının Hacmini Hesaplama ile İlgili Bağıntıları Oluşturma Ders Planı (6)</td></tr>
<tr><td colspan="4">Konu: Dikdörtgenler Prizmasının Hacmini Ölçme
Sınıf/Süre: 6. Sınıf/6 Ders Saati</td></tr>
<tr><td colspan="4">Amaç: Dikdörtgenler prizmasının hacmini hesaplama ile ilgili formülleri oluşturur ve günlük hayat problemleri bağlamında kullanır.</td></tr>
<tr><td colspan="4">Alt Amaçlar:
• Birim küplerle oluşturulan dikdörtgen prizmalarda birim küpleri doğrudan sayma
• Birim küplerle oluşturulan dikdörtgen prizmalarda birim küp sayısını hesaplamada farklı stratejiler kullanmaya teşvik etme
• Oluşturulan stratejileri günlük hayat problemleri bağlamında kullanabilme</td></tr>
<tr><td colspan="4">Öğretim Materyali: Slayt Gösterimi, Birim Küpler Takımı, Teknoloji Kullanımı</td></tr>
<tr><td colspan="4">Öğrenme Ortamı Tasarımı: Küçük Grup ve Sınıf tartışmaları.</td></tr>
<tr><td>Bağlamlar</td><td>Tartışma Soruları</td><td>Gerekçeler</td><td>Öğrencinin İlerleyişine İlişkin Tahminler</td></tr>
<tr><td rowspan="3">1.ETKİNLİK: SABUN KALIPLARINA UYGUN KUTU BULALIM

Mustafa, birim küp sabun kalıplarını yukarıdaki gibi dikdörtgenler prizması biçiminde dizmiştir. Mustafa, bu sabun kalıplarını şekildeki görüldüğü gibi boş bir kutunun içine boşluk bırakmadan yerleştirip eve götürmek istiyor. Ancak Mustafa kaç birim küp sabun alabilecek hacimde bir kutuya ihtiyaç duyduğunu belirleyememiştir. Mustafa, bu konuda sınıf aşağıdaki soruları hazırlayarak arkadaşlarından yardım istemiştir.
Mustafa'ya yardımcı olmak ister misiniz? Hadi bakalım grup arkadaşlarınızla beraber Mustafa'ya yardımcı olun!</td><td>1.Etkinlik
1) Birim küp şeklinde olan sabun kalıplarının sayısı kaçtır? Nasıl hesapladığınızı açıklar mısınız?</td><td>-Birim küp sayısını hesaplama becerilerini geliştirme
-Birim küp sayısını hesaplama yollarını anlama</td><td>-Birim küpleri tek tek sayarak hesaplayabilir
-Birim küp sayısını kat stratejisi ile ya da uzunluk (boy)-genişlik (en)ve yüksekliği (derinliği) kullanarak farklı yollarla hesaplayabilir</td></tr>
<tr><td>2. Hacmi kaç birim küp sabun olan dikdörtgen prizma şeklinde bir kutu bulmalıyım?</td><td>-Birim küp sayısının dikdörtgen prizmanın hacmi olduğunu pekiştirmek</td><td>-Birim küp sayısını dikdörtgen prizmasının hacmi olduğunu pekiştirir</td></tr>
<tr><td>3. Birim küpleri kullanarak yukarıdaki dikdörtgenler prizmasını oluşturunuz?
Birim küplerle oluşturduğunuz dikdörtgen prizma üzerinde birim küp şeklinde olan sabun kalıplarının</td><td>-Dikdörtgenler prizmasının hacmini hesaplama ile ilgili farklı stratejiler geliştirmek
-Uzunluk (boy)-genişlik (en) ve yüksekliğin (derinliğin) çarpımının dikdörtgen prizmanın hacmini</td><td>-Dikdörtgenler prizmasının hacmini hesaplama ile ilgili farklı stratejiler ortaya çıkabilir
-Uzunluk (boy)-genişlik (en) ve yüksekliğin (derinliğin) çarpımının dikdörtgen prizmanın</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td rowspan="7">
2.ETKİNLİK: DİKDÖRTGEN PRİZMAKUTUYU TAMAMLAYALIM

Matematik öğretmeni Faik hoca, öğrencilerinin yukarıdaki gibi birim küpleri bir kutunun içine yerleştirerek kutunun hacmini belirlemelerini istiyor. Bunun için öğrencilerine aşağıdaki soruları hazırlamıştır.
Faik hocanın bu sorularını grup arkadaşlarınızla tartışın sonra da tüm sınıf arkadaşlarınızla paylaşın! Var mısınız?

3.ETKİNLİK: BİRİM KARELİ KUTUYA BİRİM KÜPLERİ YERLEŞTİRELİM
NOT: Önce NCTM İlluminations Resources for Teaching Math sitesindeki‘Cubes’ adlı birim küp etkinliği sonra da aşağıdaki etkinlik yapılmıştır.

Şevval, üst kapağı olmayan bir dikdörtgen prizmasının yüzeylerini şekilde görüldüğü gibi birim karelere ayırarak dikdörtgenler prizmasını kapalı hale getirmiştir. Şevval, daha sonra yandaki birim küpleri kutuya yerleştirmek istiyor. Şevval’in öğretmeni bu konuda Şevval’e aşağıdaki sorularla yardımcı olmak istiyor.
Siz de Şevval’e yardımcı olmak ister misiniz?
</td>
<td>sayısını yani dikdörtgen prizmanın hacmini kısa yoldan hesaplamanın sizce farklı yolları var mıdır, tartışınız?</td>
<td>verdiğini keşfettirmek
-Uzunluk ve genişliğin çarpımının taban alanını vermesinden hareketle hacmin taban alanı x yükseklik olduğunu keşfettirmek</td>
<td>hacmini verdiğini keşfedebilir
- Taban alanı ile yüksekliğin çarpımının dikdörtgen prizmanın hacmi olduğunu keşfedebilir</td>
</tr>
<tr>
<td>2.Etkinlik
1. Birim küplerin yerleştirildiği kutu hangi geometrik cisme benziyor, neden?</td>
<td>-Kare prizmanın hacmini hesaplayacakları için kutunun kare prizma olduğunu fark ettirmek</td>
<td>-Kare prizma olduğunu anlar, açıklar ve sonrasında kare prizmanın hacmini hesapladığını fark eder</td>
</tr>
<tr>
<td>2. Birim küpleri kullanarak yukarıdaki yapıyı oluşturunuz?</td>
<td>-Yapı oluşturma becerilerini geliştirme</td>
<td>- Yapı ile ilgili oluşturma becerileri gelişebilir</td>
</tr>
<tr>
<td>3. Faik hocanın kutuya yerleştirdiği birim küplerin sayısı kaçtır?</td>
<td>-Dikdörtgenler prizmasının uzunluk (boy), genişlik (en) ve yüksekliğini (derinliğini) ifade eden birim küp sayılarını hesaplama</td>
<td>-Yapıdaki birim küp sayısını hesaplayabilir</td>
</tr>
<tr>
<td>4. Faik hoca, kutuyu tamamen doldurması için kaç tane daha birim küpe ihtiyacı vardır?</td>
<td>-Dikdörtgenler prizmasının hacmi için kutuyu gerekli şekilde birim küplerle doldurma</td>
<td>-Dikdörtgenler prizmasını gerekli şekilde birim küplerle doldurabilir ve birim küpleri sayabilir</td>
</tr>
<tr>
<td>5. Kutu tamamen dolduğunda kutunun hacmi kaç birim küpten oluşur?</td>
<td>-Birim küp sayısını kutunun hacmi ile ilişkilendirme</td>
<td>- Birim küp sayısını kutunun hacmi ile ilişkilendirir</td>
</tr>
<tr>
<td>6. Bu kutunun hacmini resimde görüldüğü gibi olduğunda yani birim küplerle tamamlamadan</td>
<td>- Dikdörtgenler prizmasının (kare prizmanın) hacminin prizmanın uzunluk (boy), genişlik (en) ve yüksekliğinin</td>
<td>- Dikdörtgenler prizmasının (kare prizmanın) hacminin prizmanın uzunluk (boy), genişlik (en) ve yüksekliğinin</td>
</tr>
</table>

NOT: Bu etkinliklerden sonra oluşturulan bağıntıları ve stratejileri farklı problem bağlamlarında kullanmaya dönük bu planda dördüncü etkinlik olarak uygulama yapılacaktır. Uygulama problemleri çalışma kâğıdı 9'da verilmiştir.	hesaplayabilir misiniz?	(derinliğinin) çarpımı ile hesaplanabilece ğini keşfettirmek	(derinliğinin) çarpımı ile hesaplanabileceği ni keşfedebilir
	7. Bu kutunun hacmi farklı yollardan da hesaplanabilir mi, tartışınız?	-Uzunluk (boy) ile genişliğin (en) çarpımının taban alanı olduğundan hareketle hacmin taban alanı ile yüksekliğin (derinlik) çarpımı olduğunu keşfettirmek, pekiştirmek	-Uzunluk (boy) ile genişliğin (en) çarpımının taban alanı olduğundan hareketle hacmin taban alanı ile yüksekliğin (derinlik) çarpımı olduğunu keşfedebilir pekiştirebilir
	3. Etkinlik 1. Şevval, kutunun uzunluk (boy), genişlik (en) ve yüksekliği (derinliği) kaç birimdir?	-Dikdörtgenler prizmasının uzunluk (boy), genişlik (en) ve yüksekliğine (derinliğine) kaçar birim küp yerleştirilebilece ğini hissettirmek	-Dikdörtgenler prizmasının uzunluk (boy), genişlik (en) ve yüksekliğine (derinliğine) kaçar birim küp yerleştirilebileceğ ini hisseder
	2. Şevval, kutuya kaç tane birim küp yerleştirebilirsin, kaç tane yerleştirilebilece ğin açıklayabilir misin?	-Dikdörtgenler prizmasına birim küpleri yerleştirerek birim küp sayısını hissettirmek, birim küp sayısını hesaplama yollarını görmek	- Dikdörtgenler prizmasına birim küpleri yerleştirerek birim küp sayısını farklı yollarla hesaplayabilir
	3. Şevval, birim küpleri yerleştirmeden kutunun alabileceği birim küp sayısını hesaplamanın kısa yolları olabilir mi, tartışınız?	-Dikdörtgenler prizmasının hacminin hesaplanmasınd a uzunluk (boy), genişlik (en) ve yüksekliğin (derinliğin) çarpımı ya da taban alanı ile yüksekliğin çarpımı gibi farklı yollar kullanma ve bu hacim ölçme bağıntılarını pekiştirmek	-Dikdörtgenler prizmasının hacminin hesaplanmasında uzunluk (boy), genişlik (en) ve yüksekliğin (derinliğin) çarpımı ya da taban alanı ile yüksekliğin çarpımı gibi farklı yollar kullanır ve bu hacim ölçme bağıntılarını pekiştirir

PLANIN UYGULANMASI

- Öğrenciler; ders başarı düzeyleri düşük, orta ve yüksek olan üçer kişilik gruplara ayrılacak. Dersler, dört etkinlikte de küçük grup tartışması ve sınıf tartışması olarak iki aşamada gerçekleştirilecektir. Birinci ve ikinci etkinliklerde önce birim küplerden de yararlanarak öğretim etkinliğinin yer aldığı çalışma kâğıtları üzerinde küçük grupların kendi arasında tartışarak sorulara yanıtlar aramaları daha sonra ise küçük grup tartışmasında buldukları yanıtları tüm sınıfla paylaşacakları sınıf tartışmasının yürütülmesi planlanmıştır. Üçüncü etkinlikte önce "NCTM İllumінations Resources For Teaching Math Sitesindeki Cubes" adlı interaktif birim küp etkinliği gerçekleştirilecektir. Sonra da öğretim etkinliğinin yer aldığı çalışma kâğıtları üzerinde küçük grupların kendi arasında tartışarak sorulara yanıtlar aramaları daha sonra ise küçük grup tartışmasında buldukları yanıtları tüm sınıfla paylaşacakları sınıf tartışmasının yürütülmesi planlanmıştır. Öğretmen, küçük grup tartışması bölümünde öğrencilere herhangi bir öğretici müdahalede bulunmayacak sadece öğrencilerin anlamadıkları noktalarda onlara yardımcı olacaktır. Öğretmen, sınıf tartışmasında ise öğrencilerin buldukları yanıtları paylaşabilecekleri ortamı düzenleyerek onların hem kendisiyle hem de birbirleriyle tartışmalarını yönlendirmeye çalışacaktır. Sınıf tartışması sürecinde onları gerektiğinde sorgulayarak ve onları bir öğrenme durumuyla baş başa bırakarak öğrencilerin zorluk yaşadıkları noktaları ve hatalı düşüncelerini aşmaya çalışacaktır. Öğrencilerin yaşadığı ancak öngörülmeyen bir zorluk durumunda ise öncelikle ders içerisinde bu zorluğun giderilmeye çalışılacaktır. Ancak bu zorluğun aşılamaması durumunda önümüzdeki ders bu durum üzerinde tekrar durulacaktır. Dördüncü etkinlikte ise oluşturulan bağıntıları ve stratejileri, farklı problem bağlamlarında nasıl kullandıklarını anlamaya dönük bir uygulama gerçekleştirilecektir.

ÖLÇME-DEĞERLENDİRME

- Ders sonrasında öğrencilerin küçük grup tartışmasında üzerinde çalıştıkları çalışma kâğıtları ve ders sonunda öğrencilere dağıtılan günlükler incelenecektir. Bununla birlikte uzman bir matematik eğitimcisi ile birlikte odak grup öğrencilerinin küçük grup tartışması ve tüm sınıfın katıldığı sınıf tartışması ders videoları izlenecektir. Böylece öğrencilerin derste öğrendikleri, zorluk yaşadıkları ve zorluğu aşamadıkları durumlar belirlenecek ve ilerleyen süreçteki dersin planına bu durumlar yansıtılacaktır. Odak öğrencilerin bu durumları nasıl yapılandırdıklarını daha ayrıntılı olarak anlamak için öğrencilerle son klinik görüşmeler gerçekleştirilecektir.

EK-4: Küçük Grup Tartışmalarında Küçük Gruplara Dağıtılan Çalışma Kâğıtları

Çalışma Kâğıdı 1 (Birinci Hafta)

EZELİ REKABET

Türkiye'nin ezeli rakipleri Galatasaray ile Fenerbahçe futbol takımları şekilde gösterilen İstanbul Türk Telekom Arena stadında geçen hafta sonu karşılaşmışlardır. İki iyi arkadaş olan Ali ve Ayşe, birlikte bu maçı izlemeye gitmişler.

Ayşe, Ali'ye şöyle bir teklifte bulunuyor: ''Ali, maç başlayana kadar futbol sahası ile ilgili sorular oluşturalım ve birbirimize soralım. Kim daha çok soruyu doğru cevaplarsa o kazansın. Kim kaybederse o diğerini pastaneye tatlı yemeye götürsün. İlk soruyu da sen sor. Ali, bu teklifi kabul ediyor.''

Bizde Ali ve Ayşe'nin birbirlerine sordukları sorulara bakalım bu soruları cevaplamaya çalışalım mı?

1. Ali: Ayşe, futbol sahasının şekli hangi geometrik şekle benziyor, nedeniyle birlikte açıklar mısın?
   Ayşe: ……………………………………………………………….

2. Ayşe: Ali, iki kale arası uzaklığa bu futbol sahasının nesi diyebiliriz?
   Ali: ……………………………………………………………………..

3. Ali: Ayşe, kale direklerinin yer aldığı çizgiye futbol sahasının nesi diyebiliriz?
   Ayşe: ……………………………………………………………….

EK-4: (Devam) Küçük Grup Tartışmalarında Küçük Gruplara Dağıtılan Çalışma Kâğıtları

4. Ayşe: Ali, futbol sahasını çevreleyen çizgileri gösterebilir misin? Bu çizgiler futbol sahasının nesini oluşturur?
   Ali: ……………………………………………………………………..

5. Ali: Ayşe, futbol sahasının çevresini nasıl hesaplayabilirsin?
   Ayşe: ……………………………………………………………………..

6. Ayşe: Ali, futbol sahasının içine hiç boşluk kalmadan çim ekilerek kaplanması futbol sahasının nesini oluşturur?
   Ali: …………………………………………………………………..

7. Ali: Ayşe, futbol sahasının alanını nasıl hesaplayabilirsin?
   Ayşe: ……………………………………………………………………..

8. Ayşe: Ali, futbol sahasının çimle kaplanan bölgesinin adı nedir?
   Ali: …………………………………………………………………..

9. Ali: Ayşe, bu futbol sahası kare şeklinde olsaydı kenarlarda nasıl değişiklikler olurdu?
   Ayşe: ……………………………………………………………………..

10. Ayşe: Ali, dikdörtgen ve kareye günlük hayattan başka örnekler verebilir misin?
    Ali: ………………………………………………………………………

EK-4: (Devam) Küçük Grup Tartışmalarında Küçük Gruplara Dağıtılan Çalışma Kâğıtları

Çalışma Kâğıdı 2 (İkinci Hafta)

GIDA DEPOLARIMIZ: BUZDOLABI

Beşinci sınıf öğrencisi Ahmet ve annesi, evlerine yeni bir buzdolabı almışlar. Buzdolabı eve geldikten sonra buzdolabını paketinden çıkarıp evlerinin mutfağına koymuşlar.

Buzdolabını gören Ahmet, annesine ‘aaaa.. anne bugün okulda matematik dersinde öğretmenimiz bize buzdolabına benzer eşya resimleri gösterdi ve bunlar ile ilgili tüm sınıf birlikte konuştuk’’ diyor.

Annesi de Ahmet’e ‘öyle mi Ahmet ne güzel o zaman gel biz de aldığımız buzdolabı ile ilgili konuşalım. Ben sana bazı sorular sorayım. Bakalım bu eşyaları ne kadar tanıyorsun olur mu?’ diyor. Ahmet de annesine tamam diyor.

Haydi … Ahmet’in annesinin Ahmet’e sorduğu sorulara Ahmet’in hangi cevapları vermesi gerektiğini önce siz grup arkadaşlarınızla birlikte düşünün sonra sınıfça hep birlikte tartışalım olur mu?

1. Anne: Ahmet, buzdolabımızı hangi geometrik nesneye (cisme) benzetiyorsun, neden?

   Ahmet: ………………………………………………………

2. Anne: Ahmet, buzdolabımızı benzettiğin geometrik nesnede ne gibi elemanlar olduğunu söyleyebilir misin?

   Ahmet: ………………………………………………………

EK-4: (Devam) Küçük Grup Tartışmalarında Küçük Gruplara Dağıtılan Çalışma Kâğıtları

3. Anne: Ahmet; buzdolabımızın uzunluğu, genişliği ve yüksekliği var mıdır, varsa gösterebilir misin?
   Ahmet: ……………………………………………………………

4. Anne: Ahmet, buzdolabımızın tabanlarının hangi yüzler olduğu belli midir, neden?
   Ahmet: ……………………………………………………………

5. Anne: Ahmet, buzdolabımız kare prizma şeklinde olsaydı buzdolabımızın yüzleri neye benzerdi?
   Ahmet: ……………………………………………………………

6. Anne: Ahmet, buzdolabımız kare prizma şeklinde olsaydı buzdolabımızın tabanlarının hangi yüzler olduğu belli olur muydu neden?
   Ahmet: ……………………………………………………………

7. Anne: Ahmet, buzdolabımız küp şeklinde olsaydı buzdolabımızın yüzleri neye benzerdi?
   Ahmet: ……………………………………………………………

8. Anne: Ahmet, buzdolabımız küp şeklinde olsaydı buzdolabımızın tabanlarının hangi yüzler olduğu belli olur muydu, neden?
   Ahmet: ……………………………………………………………

9. Anne: Ahmet, buzdolabımız birim küp şeklinde olsaydı buzdolabımızın uzunluğu, genişliği, yüksekliği ve yüzleri nasıl olurdu?
   Ahmet: ……………………………………………………………

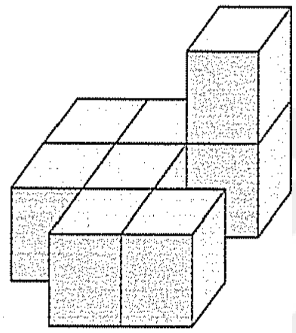
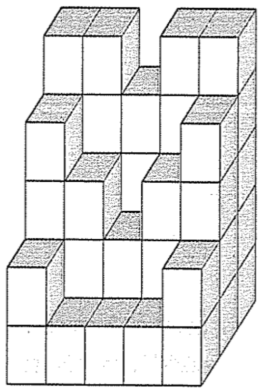
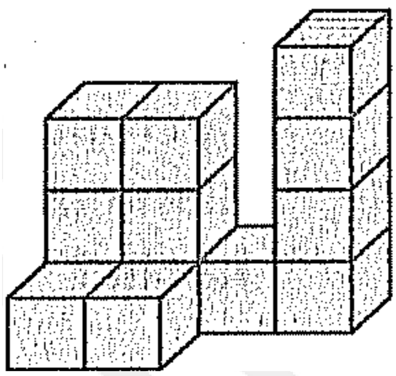
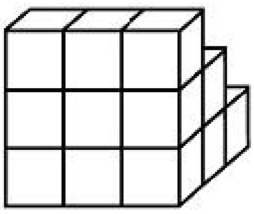
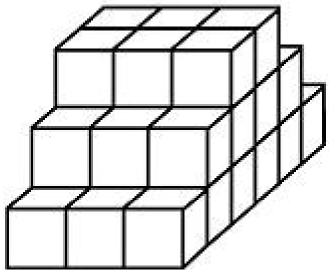
10. Anne: Ahmet; dikdörtgenler prizmasına, kare prizmaya, küpe ve birim küpe benzeyen günlük hayatta kullandığımız başka nesneler söyleyebilir misin?
    Ahmet: ……………………………………………………………

EK-4: (Devam) Küçük Grup Tartışmalarında Küçük Gruplara Dağıtılan Çalışma Kâğıtları

Çalışma Kâğıdı 3 (Dördüncü Hafta)

BİRİM KÜP YAPILARI

12 yaşındaki Ali, birim küplerle oynarken rastgele aşağıdaki yapıları oluşturmuştur. Ali'nin oluşturduğu Bu yapılar ile ilgili babası ona bazı sorular soruyor. Siz de grup arkadaşlarınızla bu sorulara cevaplar arar mısınız?.. Cevaplarınızı sonra tüm sınıfla paylaşır mısınız?

1) Ali, bu yapılarda kaçar tane birim küp vardır, bulabilir misin?

2) Ali, birim küpleri kullanarak bu yapıları oluşturabilir misin?

3) Ali, birim küpleri kullanarak uzunluğu 3 birim, genişliği 2 birim, yüksekliği 4 birim olan bir dikdörtgenler prizması oluşturabilir misin?

EK-4: (Devam) Küçük Grup Tartışmalarında Küçük Gruplara Dağıtılan Çalışma Kâğıtları

Çalışma Kâğıdı 4 (Beşinci Hafta)

BOŞ KUTU NASIL VE NE İLE DOLDURULMALI

6.sınıf öğrencisi Ahmet, yukarıda gösterilen boş kutunun taşıma kapasitesinin yani hacminin ne kadar olduğunu tam olarak belirlemek istiyor. Ahmet'in matematik öğretmeni de Ahmet'e bu konuda yardımcı olmak için Ahmet'e aşağıdaki soruları soruyor. Sizce Ahmet, bu sorulara nasıl cevap vermelidir? Grup arkadaşlarınızla tartışın ve bizimle paylaşın! Olur mu?...

1) Ahmet, kutu aşağıdaki tenis toplarıyla doldurulduğunda kutunun hacmini tam olarak belirleyebilir misin, nedeniyle birlikte açıklayabilir misin?

2) Ahmet, kutu aşağıdaki dikdörtgenler prizmalar ile doldurulduğunda kutunun hacmini tam olarak belirleyebilir misin, nedeniyle birlikte açıklayabilir misin?

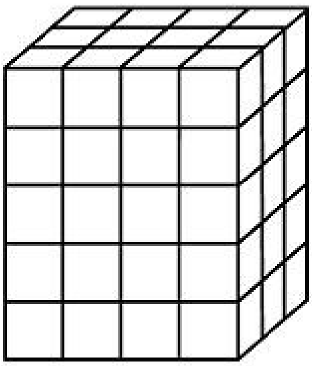
3) Ahmet, kutu herhangi bir sıvı ile doldurulduğunda kutunun hacmini tam olarak belirleyebilir misin, nedeniyle birlikte açıklayabilir misin?

4) Peki, Ahmet, sence kutunun hacmini tam olarak belirlemek için kutu başka ne ile doldurulabilir?

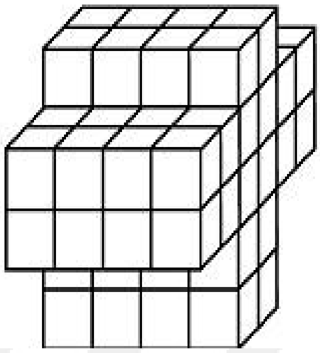
EK-4: (Devam) Küçük Grup Tartışmalarında Küçük Gruplara Dağıtılan Çalışma Kâğıtları

Çalışma Kâğıdı 5 (Altıncı Hafta)

SABUN KALIPLARIYLA KAMYON KASASINI DOLDURALIM!



(1)



(2)

Ali ve Ahmet, yukarıda birim küp şeklinde dizilmiş olan sabun kalıplarını kamyon kasasına taşıyacaklardır. Ali ve Ahmet, sabun kalıplarını kamyon kasasına sabun kalıpları arasında boşluk kalmadan yerleştirmek istiyorlar. Ali, Ahmet'e ' Ahmet, benim merak ettiğim bazı sorular var. Bana yardımcı olabilir misin?' diyor. Ahmet de Ali'ye tabii ki olurum diyor. Ali'nin Ahmet'e sorduğu sorular aşağıda verilmiştir.
Sizde Ali'ye yardımcı olur musunuz? Hadi bakalım …

1) 1.yapıda birim küp şeklinde olan sabun kalıplarından kaç tane vardır? Nasıl hesapladığınızı tartışır mısınız? (Birim küpleri kullanabilirsiniz)

2) 2.yapıda birim küp şeklinde olan sabun kalıplarından kaç tane vardır? Nasıl hesapladığınızı tartışır mısınız?

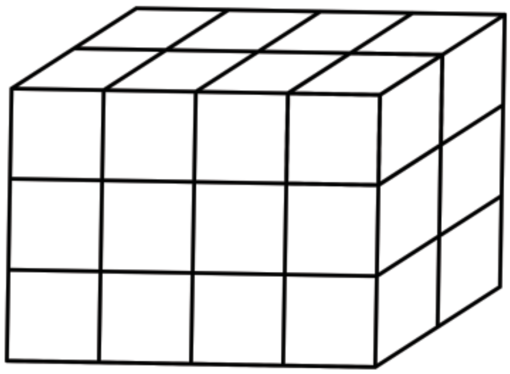
3) Kamyon kasası hangi geometrik cisme benzemektedir?

4) 1.yapı ve 2.yapıdaki birim küp sabun kalıplarının tamamı kamyon kasasını tam olarak doldurduğuna göre kamyon kasasının hacmi kaç birim küp sabundan oluşur?

EK-4: (Devam) Küçük Grup Tartışmalarında Küçük Gruplara Dağıtılan Çalışma Kâğıtları

Çalışma Kâğıdı 6 (Yedinci Hafta)

SABUN KALIPLARINA UYGUN KUTU BULALIM



Mustafa, birim küp şeklinde olan sabun kalıplarını yukarıdaki gibi dikdörtgenler prizması biçiminde dizmiştir. Mustafa, bu sabun kalıplarını boş bir kutunun içine boşluk bırakmadan yerleştirip eve götürmek istiyor. Ancak Mustafa kaç birim küp sabun alabilecek hacimde bir kutuya ihtiyaç duyduğunu belirleyememiştir. Mustafa, bu konuda sınıf aşağıdaki soruları hazırlayarak arkadaşlarından yardım istemiştir.

Mustafa'ya yardımcı olmak ister misiniz? Hadi bakalım grup arkadaşlarınızla beraber Mustafa'ya yardımcı olun!..

1) Birim küp şeklinde olan sabun kalıplarının sayısı kaçtır? Nasıl hesapladığınızı açıklar mısınız? (Kısa yol, formül kullanmadan hesaplayın)

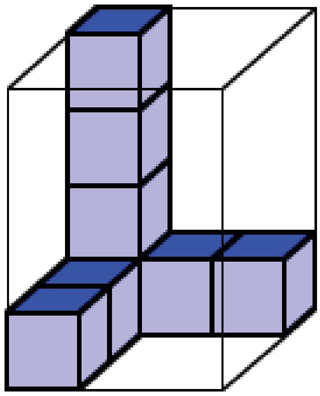
2) Hacmi kaç birim küp sabun olan bir dikdörtgen prizma şeklinde bir kutu bulmalıyım?

3) Birim küpleri kullanarak yukarıdaki dikdörtgenler prizmasını oluşturunuz?
Birim küplerle oluşturduğunuz dikdörtgen prizma üzerinde birim küp şeklinde olan sabun kalıplarının sayısını yani dikdörtgen prizmanın hacmini kısa yoldan hesaplamanın sizce farklı yolları var mıdır, tartışınız?

EK-4: (Devam) Küçük Grup Tartışmalarında Küçük Gruplara Dağıtılan Çalışma Kâğıtları

Çalışma Kâğıdı 7 (Sekizinci Hafta)

BİRİM KÜPLERLE KUTUYU TAMAMLAYALIM



Matematik öğretmeni Faik hoca, öğrencilerinin yukarıdaki gibi birim küpleri bir kutunun içine yerleştirerek kutunun hacmini belirlemelerini istiyor. Bunun için öğrencilerine aşağıdaki soruları hazırlamıştır.

Faik hocanın bu sorularını önce grup arkadaşlarınızla tartışın sonra da tüm sınıf arkadaşlarınızla paylaşın! Var mısınız?

1) Birim küplerin yerleştirildiği kutu hangi geometrik cisme benziyor, neden?

2) Birim küpleri kullanarak yukarıdaki yapıyı oluşturunuz?

3) Faik hocanın kutuya yerleştirdiği birim küplerin sayısı kaçtır?

4) Faik hoca, kutuyu tamamen doldurması için kaç tane daha birim küpe ihtiyaç vardır?

5) Kutu tamamen dolduğunda kutunun hacmi kaç birim küpten oluşur?

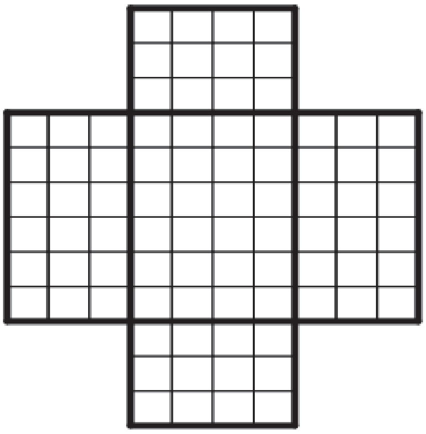
6) Bu dikdörtgenler prizması şeklindeki kutunun hacmini resimde görüldüğü gibi olduğunda yani birim küplerle tamamlamadan hesaplayabilir misiniz?

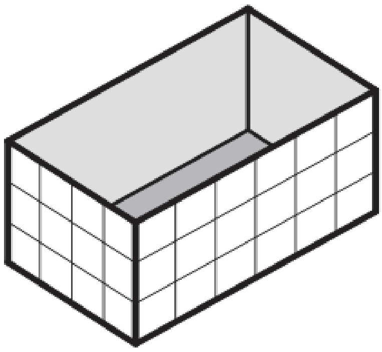
7) Bu kutunun hacmi farklı yollardan da hesaplanabilir mi, tartışınız?

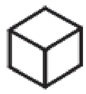
EK-4: (Devam) Küçük Grup Tartışmalarında Küçük Gruplara Dağıtılan Çalışma Kâğıtları

Çalışma Kâğıdı 8 (Sekizinci Hafta)

BİRİM KARELİ KUTUYA BİRİM KÜPLERİ YERLEŞTİRELİM







Şevval, üst kapağı olmayan bir dikdörtgen prizmasının yüzeylerini şekilde görüldüğü gibi birim karelere ayırarak dikdörtgenler prizmasını kapalı hale getirmiştir. Şevval, daha sonra yandaki birim küpleri kutuya yerleştirmek istiyor. Şevval'in öğretmeni Şevval'e aşağıdaki sorularla yardımcı olmak istiyor.
Siz de Şevval'e yardımcı olmak ister misiniz?

1) Şevval, kutunun uzunluğu (boyu), genişliği (eni) ve yüksekliği (derinliği) kaç birimdir?

2) Şevval, kutuya kaç tane birim küp yerleştirebilirsin, kaç tane yerleştirilebileceğini açıklayabilir misin? (Kısa yol, formül kullanmadan hesapla)

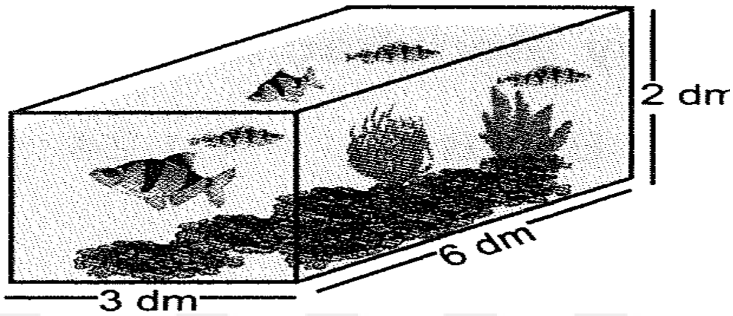
3) Şevval, birim küpleri yerleştirmeden kutunun alabileceği birim küp sayısını yani kutunun hacmini hesaplamanın kısa yolları olabilir mi?

EK-4: (Devam) Küçük Grup Tartışmalarında Küçük Gruplara Dağıtılan Çalışma Kâğıtları

Çalışma Kâğıdı 9 (Dokuzuncu Hafta)

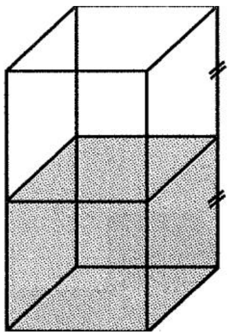
HACİM FORMÜLLERİNİ FARKLI PROBLEMLERDE KULLANALIM MI?

1)



Yukarıdaki dikdörtgen prizma biçimindeki akvaryuma su konulmuştur. Bu akvaryum en fazla ne kadar su alır?

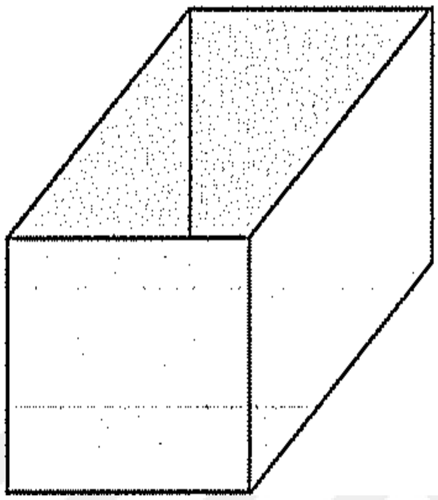
2) Taban alanı 25 br^2, yüksekliği 8 br olan kare prizma biçimindeki kap yarısına kadar yağ ile dolduruluyor. Buna göre kabın içindeki yağın hacmini hesaplayınız?



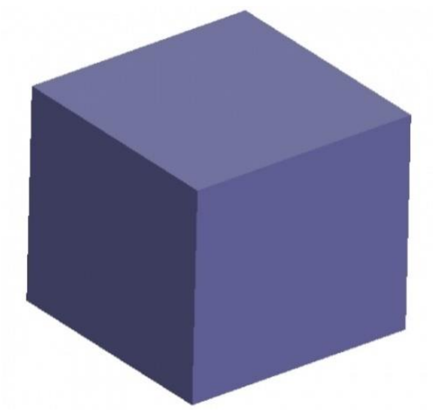
3) Tüm ayrıtları toplamı 36 cm olan küp biçimindeki hediye paketinin taban alanını ve hacmini hesaplayınız?

EK-4: (Devam) Küçük Grup Tartışmalarında Küçük Gruplara Dağıtılan Çalışma Kâğıtları

4) Üstü açık aşağıdaki dikdörtgenler prizmasının hacmi 192 br^3 tür. Bu dikdörtgenler prizmasının yüksekliği 6 br olduğuna göre taban alanı kaç br^2dir?



5) Aşağıdaki küpün bir ayrıtı iki katına çıkarıldığında hacmi kaç katına çıkar?



6) Ayrıtları 4 cm, 2 cm ve 8 cm olan bir dikdörtgen prizmanın hacmi bir küpün hacmine eşittir. Buna göre küpün bir ayrıtı kaç cm'dir?

EK-5: Odak Öğrencilerle Gerçekleştirilen Klinik Görüşme Soruları

Ön Klinik Görüşme Soruları

1)

(1)

(2)

(3)

- Yukarıdaki günlük hayatta kullanılan eşyalar verilmiştir. Bu eşyalar ile ilgili neler söylemek istersin?

- Bu eşyaları hangi geometrik nesnelere benzetiyorsun? Nedenini açıklar mısın?

- Bu eşyaların her birinin uzunluk, genişlik ve derinliği var mıdır, varsa gösterebilir misin?

- Bu eşyaların her birinin kaç yüzü vardır, gösterebilir misin?

    - Bu yüzler hangi geometrik şekle benziyor?

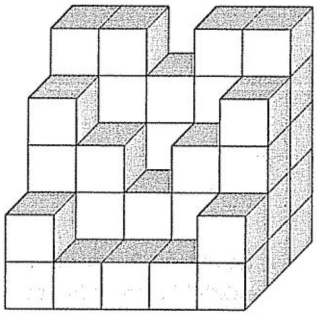
- Bu eşyaların her birinin tabanları var mıdır, gösterebilir misin?

- Birim küpü nasıl tanımlıyorsun, açıklayabilir misin?

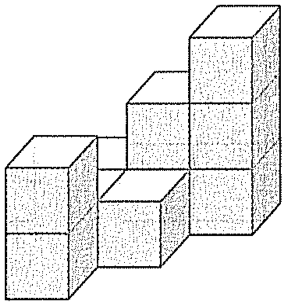
    - Birim küplerin uzunluğu, genişliği ve yüksekliği için ne diyebilirsin?
    - Birim küplerin yüzleri hangi geometrik şekle benziyor?

EK-5: (Devam) Odak Öğrencilerle Gerçekleştirilen Klinik Görüşme Soruları

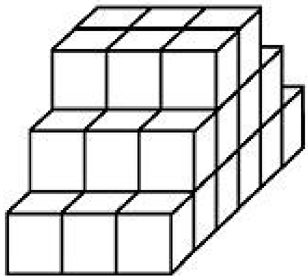
2)



(1)



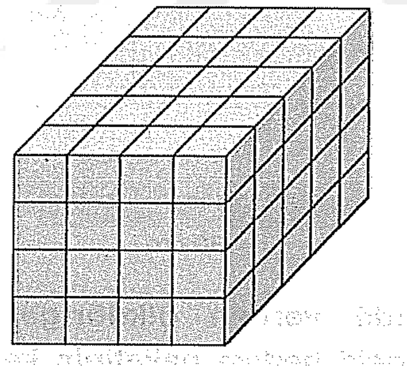
(2)



(3)

- Bu yapılarda kaçar tane birim küp vardır? Nasıl hesapladığını açıklar mısın?
- Birim küpleri kullanarak bu yapıları oluşturur musun?

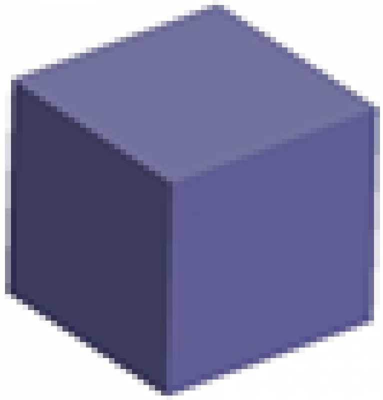
3)



- Yukarıdaki figür hangi geometrik cisme benzemektedir, neden?
- Yukarıdaki figürün uzunluğu, genişliği ve yüksekliği kaçar birimdir, gösterebilir misin?
- Yukarıdaki figür kaç birim küpten oluşturulmuştur? Nasıl hesapladığını açıklar mısın?
- Birim küpleri kullanarak yukarıdaki figürü oluşturabilir misin?

EK-5: (Devam) Odak Öğrencilerle Gerçekleştirilen Klinik Görüşme Soruları

Birinci Ara Klinik Görüşme Soruları

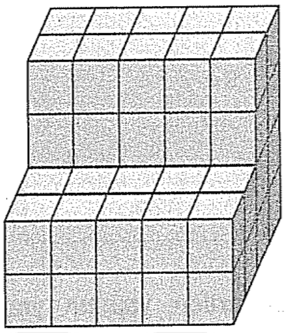


Yukarıdaki günlük hayatta kullanılan eşyalar verilmiştir. Aşağıda verilen soruları size verilen somut modellerden yararlanarak yanıtlayınız.

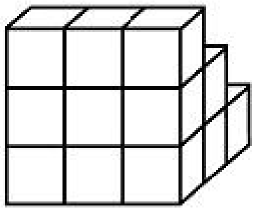
- Bu eşyaları hangi geometrik nesnelere benzetiyorsun? Nedenini açıklar mısın?
- Bu eşyaların her birinin uzunluk, genişlik ve derinliği (yüksekliği) var mıdır, varsa gösterebilir misin?
- Bu eşyaların her birinin kaç yüzü vardır, gösterebilir misin?
- Bu yüzler hangi geometrik şekle benziyor?
- Bu eşyaların her birinin tabanları var mıdır, gösterebilir misin?
- Bu eşyaların kare ve dikdörtgenden ne gibi farkları vardır?
- Birim küpü nasıl tanımlıyorsun, açıklayabilir misin?
    - Birim küplerin yüzleri hangi geometrik şekle benziyor?

EK-5: (Devam) Odak Öğrencilerle Gerçekleştirilen Klinik Görüşme Soruları

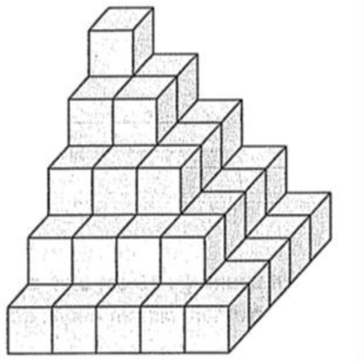
İkinci Ara Klinik Görüşme Soruları



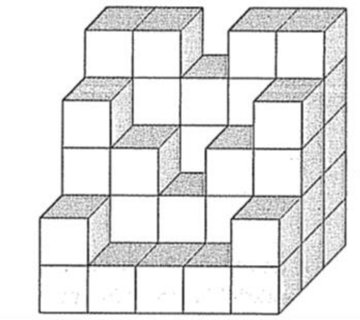
(1)



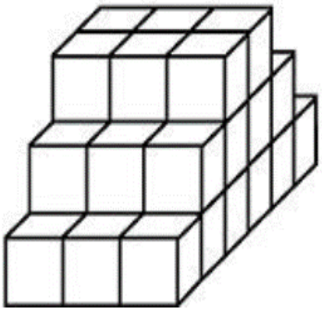
(2)



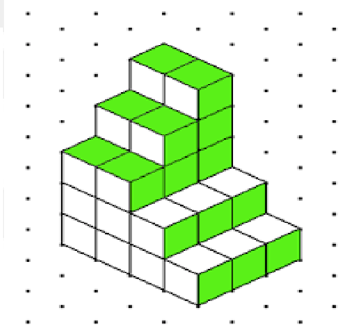
(3)



(4)



(5)



(6)

- Yukarıda, birim küplerle oluşturulmuş farklı yapılar verilmiştir. Bu yapılarda kaçar tane birim küp vardır? Nasıl hesapladığını açıklar mısın?

- Birim küpleri kullanarak bu yapıları oluşturur musun?

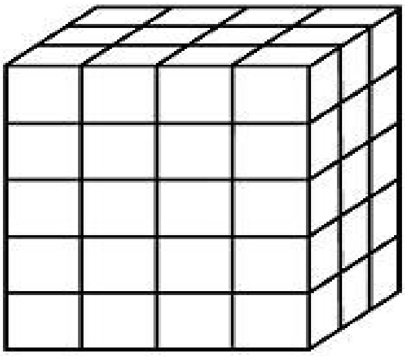
- Birim küp sayıları bu yapıların neyini oluşturur, Nedeni ile birlikte açıklar mısın?

- Uzunluğu (boyu) 4 birim, genişliği (eni) 3 birim, yüksekliği (derinliği) 5 birim olan bir dikdörtgenler prizması oluşturur musun? Bu dikdörtgenler prizması kaç tane birim küpten oluşur?

EK-5: (Devam) Odak Öğrencilerle Gerçekleştirilen Klinik Görüşme Soruları

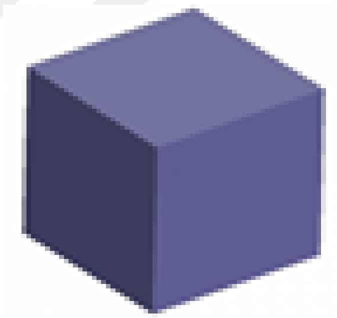
Son Klinik Görüşme Soruları

1)



- Yukarıdaki yapıda kaç tane birim küp vardır, nasıl hesapladığınızı açıklar mısın?

2)



- Yukarıdaki prizmaların hacmini tam olarak belirlemek için prizmalar nasıl doldurulmalıdır?
    - Prizmalar neler ile doldurulabilir?
- Yukarıdaki prizmaların hacmi nasıl hesaplanabilir, nedeniyle birlikte açıklar mısın?

EK-6: Yarı Yapılandırılmış Günlük Soruları

Sevgili Öğrenciler,

Proje çalışmamızın daha verimli olması için aşağıdaki sorulara samimi cevaplar vermeniz gerekmektedir. Cevaplarınızı ne düşünüyorsanız açık ve geniş olarak yazınız. Cevaplarınızı diğer arkadaşlarınız görmeyecektir.

1. Grup çalışması sırasında kendi performansınızı nasıl değerlendiriyorsunuz?

2. Grup çalışması sırasında grup arkadaşlarınızın performansınızı nasıl değerlendiriyorsunuz?

3. Sınıfta çekimin yapılması sizin derslere katılımınızı nasıl etkiledi?

4. Bu hafta işlediğimiz dersin diğer işlediğimiz derslerden farklı yönleri sizce var mı, varsa nelerdir?

5. Bu derste yeni bir şeyler öğrendiğinizi düşünüyor musunuz? Varsa ne gibi şeyler öğrendiniz?

6. Bu derste zorlandığınız ya da öğrenemediğiniz noktalar var mı? Varsa bunları yazabilir misiniz?

7. Sınıf tartışması sırasında kendi performansınızı nasıl değerlendiriyorsunuz?

ÖZGEÇMİŞ

Ad-Soyadı	: Faik CAMCİ
Yabancı Dil	: İngilizce
Doğum Yeri ve Yılı	: Adıyaman / 10.09.1981
E-Posta Adresi	: faikcamci02@hotmail.com.tr faikcamci02@gmail.com

Eğitim Geçmişi

- Doktora : 2012-2018. Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı. Tez adı: Altıncı sınıf öğrencilerinin tahmini öğrenme yol haritası çerçevesinde tasarlanan bir öğretim deneyindeki matematiksel soyutlama süreçleri. Tez Danışmanı: Doç. Dr. Dilek TANIŞLI
- Yüksek Lisans : 2010-2012. Adıyaman Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı. Tez adı: Aktif öğrenmeye dayalı etkinlik temelli öğretimin öğrencilerin akademik becerilerine ve öğrenme sürecine etkisi. Tez Danışmanı: Yrd. Doç. Dr. Önder KÖKLÜ
- Lisans : 2004-2007. İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi, İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı.

Mesleki Geçmişi:

- 2013-…… Öğretmen, MEB, Eskişehir İl Milli Eğitim Müdürlüğü’ne bağlı bir devlet okulu.
- 2012-2013. Öğretmen, MEB, Kırklareli İl Milli Eğitim Müdürlüğü’ne bağlı bir devlet okulu.
- 2007-2012. Öğretmen, MEB, Adıyaman İl Milli Eğitim Müdürlüğü’ne bağlı bir devlet okulu.

Akademik Yayınları:

- Tanışlı, D., Yavuzsoy Köse, N. ve Camci, F. (2017). Matematik öğretmen adaylarının örüntüler bağlamında genelleme ve doğrulama bilgileri. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi,* 5(3), 195-222.
- Camci, F., Eroğlu, D. ve Tanışlı, D. (2017). Dikdörtgen prizmaların yüzey açınımlarına yönelik tahmini öğrenme yol haritalarına dayalı yürütülen öğretimlerde öğrencilerin bilişsel yapılarındaki gelişimleri. *IV. th İnternational Eurasian Educational Research Congress (EJER)' de sunulan bildiri.*
- Camci, F., Eroğlu, D. ve Tanışlı, D. (2017). Designing A Hypothetical Learning Trajectory On The Nets Of Rectangular Prisms. *26.th İnternational Conference on Educational Sciences'de sunulan bildiri.*
- Camci, F. ve Tanışlı, D. (2016). Tahmini öğrenme yol haritasına dayalı yürütülen bir öğretim sürecini planlamak için dikdörtgenler prizmasına ilişkin öğrenci bilgisinin belirlenmesi. *XVIII. İnternational Congress of AMSE-AMCE-WAER Teaching and Training for Tomorrow'de sunulan bildiri.*
- Eroğlu, D., Camci, F. ve Tanışlı, D. (2014). Öğrenme yol haritalarına dayalı yürütülen matematik derslerinde 6.sınıf öğrencilerinin öğrenme gelişimlerinin izlenmesi. *11. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi'nde sunulan bildiri.*
- TÜBİTAK 1001-Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Projelerini Destekleme Programı. *Öğrenme Yörüngeleri Yoluyla Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Profesyonel Gelişimlerinin Web Tabanlı Sistemle Desteklenmesi* adlı projede bursiyer araştırmacı.
- Eroğlu, D., Camci, F. ve Tanışlı, D. (2014). Öğrenme yol haritalarına dayalı yürütülen matematik derslerinde 6.sınıf öğrencilerinin öğrenme gelişimlerinin izlenmesi: Bir Eylem Araştırması. *Anadolu Üniversitesi 1404E24 nolu BAP projesinde araştırmacı.*