SEKİZİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL ARGÜMANLARININ İNCELENMESİ

Yüksek Lisans Tezi

Nuran SADIÇ

Eskişehir 2019

SEKİZİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL ARGÜMANLARININ İNCELENMESİ

Nuran SADIÇ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Matematik Eğitimi Yüksek Lisans Programı

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Dilek TANIŞLI

Eskişehir
Anadolu Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Haziran 2019

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Nuran SADIÇ'ın "Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Argümanlarının İncelenmesi" başlıklı tezi 30.05.2019 tarihinde, aşağıda belirtilen jüri üyeleri tarafından Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Programında, Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

	Unvanı-Adı Soyadı	İmza
Üye (Tez Danışmanı)	: Doç.Dr. Dilek TANIŞLI	.....
Üye	: Prof.Dr. Tangül KABAEL	.....
Üye	: Dr. Öğr. Üyesi Deniz EROĞLU	.....

Prof.Dr. Handan DEVECİ
Anadolu Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Müdür Vekili

ÖZET

SEKİZİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL ARGÜMANLARI DETAYLANDIRMALARININ İNCELENMESİ

Nuran SADIÇ

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Mayıs 2019

Danışman: Doç. Dr. Dilek TANIŞLI

Bu araştırmanın amacı ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin farklı matematiksel görevlere ilişkin ürettikleri yazılı ve sözlü matematiksel argümanları, nasıl detaylandırdıklarının incelenmesidir. Araştırma verilerinin toplanması, analiz edilmesi ve yorumlanmasımda temel nitel araştırma yöntemi benimsenmiştir. Katılımcılar 2017-2018 eğitim öğretim yılında, Eskişehir ilinde bir devlet okulunda öğrenim gören 8.sınıf öğrencileri arasından seçilmiştir. Öğrencilerin seçimi sırasında başarı seviyelerine ve cinsiyetlerine dikkat edilmiştir. Araştırma kapsamında hem yazılı dökümanlar hemde video ve ses kayıtları elde edilmiştir. Öğrencilere beş farklı matematiksel görevin yer aldığı bir çalışma yaprağı verilerek bu görevlere ilişkin iddia ve düşüncelerini içeren matematiksel argümanlarını yazmaları istenmiştir. İncelenen yazılı dökümanlar sonucunda odak öğrenciler ile klinik görüşmeler yapılmıştır. Araştırma sürecinde elde edilen veriler içerik analizi yöntemi ile incelenmiştir. Araştırma sonucunda öğrencilerin verilere göre matematiksel göreve ilişkin oluşturdukları matematiksel argümanları görevde yer alan verileri referans alarak görsel ve sözel temsiller ile ifade etmeye çalıştıkları ancak bu temsiller arasında geçiş yapmakta zorlandıkları görülmüştür. Araştırmada elde edilen diğer bir sonuç ise öğrencilere yöneltilen matematiksel görevlerin yargı ve bağlaç içermesi (çünkü) onları argümantayon sürecine ve sonuç odaklı çözümden ziyade matematiksel argüman üretimiyle, bunları detaylandırmaya yöneltiğidir. Ayrıca öğrencilerin matematiksel argümanları detaylandırmaları sürecinde kavramları nasıl anlamlandırdıkları, yanlış anlamaları, kavram yanılgıları da açığa çıkmıştır.

Anahtar Kelimeler: Matematiksel argümantasyon,Matematiksel argüman, Matematiksel Argüman Yazımı, Detaylandırma.

ABSTRACT

THE INVESTIGATION OF THE MATHEMATICAL ARGUMENTS OF EIGHTE CLASS STUDENTS

Nuran SADIÇ

Department of Mathematics and Science Education

Anadolu University, İnstitute of Educational Sciences, May 2019

Advisor: Assoc. Prof. Dr. Dilek TANIŞLI

The aim of this research is to examine how the eighth grade students in detail elaborate written and oral mathematical arguments for different mathematical tasks. Basic qualitative research method has been adopted in the collection, analysis and interpretation of research data. In the 2017-2018 academic year, participants were selected among 8th grade students studying at a public school in Eskişehir. Attention was paid to the achievement levels and genders during the selection of the students. Within the scope of the research, both written documents and video and audio recordings were obtained. The students were given a worksheet containing five different mathematical tasks and were asked to write their mathematical arguments containing their claims and thoughts about these tasks. Clinical interviews were conducted with the focus students as a result of the written documents examined. The data obtained during the research process was examined by content analysis method. As a result of the research, it was seen that the students tried to express the mathematical arguments that they formed related to the mathematical task with reference to the data in the task with visual and verbal representations, but they had difficulty in switching between these representations. Another result of the study is that mathematical tasks directed to students include judgment and conjunctive (because) they lead them to argumentation process and to elaborate them with mathematical argument generation rather than result oriented solution. In addition, how students make sense of concepts, misunderstandings, misconceptions are revealed during the process of elaborating mathematical arguments.

Keywords: Mathematical Argumentation, Mathematical Argument, Mathematical Argument Writing, Detailig.

TEŞEKKÜR

Bu yüksek lisans tezi, tüm yüksek lisans öğrenimim süresince değerli hocalarımdan edindiğim bilgi, beceri ve oluşturduğum deneyimlerin ışığında ortaya koyduğum emeğin ürünüdür. Tüm öğrenim hayatım sürecinde edindiğim bilgi ve deneyimlerin baş öğreticisi olan, hem araştırma sürecinde hem de tez yazım sürecinde bıkmadan usanmadan kahrımı çeken, verdiği güzel enerjiyle tezimi oluşturmamda hep teşvik edici olan, araştırma ve tez oluşum aşamasında getirdiği eleştiri, öneri ve katkılarıyla akademik gelişimime önemli etkileri olan değerli danışmanım Sayın Doc. Dr. Dilek TANIŞLI'ya,

Tez jürimde yer alarak görüş ve önerileri ile katkıda bulunan değerli hocalarım Sayın Prof. Dr. Tangül KABAEL'e ve Sayın. Dr. Öğr. Üyesi Deniz EROĞLU'na,

Lisans ve yüksek lisans hayatım boyunca desteklerini hiç eksik etmeyen, bu yaşaıma kadar emeklerini ilgilerini, şefkatlerini esirgemeyen, haklarını ödeyemeyeceğimi düşündüğüm ve hayattaki en büyük şansım olan annem Gonca SADIÇ'a, babam Necati SADIÇ'a ve onlarsız bu hayatta eksik olacağımı hissettiğim, varlıklarına hep şükrettiğim, her daim en büyük destekçilerim olan kardeşlerim Yunus ve Kübra SADIÇ'a,

Tez çalışmalarım sürecinde bana hep destek olan, güç ve moral veren değerli meslektaşım Arzu ASLITÜRK'e,

Arkadaşlığın mesafelere rağmen tüm gücüyle devam edebildiğini, ortaokul yıllarının bana kattığı ve mesafelere rağmen desteğini hep hisettiğim dostum Gülçin MERDAN'a

Son olarak da tezimi oluştururken gönüllü katılımlarıyla verileri elde etmemi sağlayan, her daim yanımda olan, yaptığım mesleği daha da sevmemi sağlayan, bana 'İyiki öğretmenim' dedirten sevgili öğrencilerime sonsuz teşekkürlerimi sunarım...

Eskişehir 2019

Nuran SADIÇ

27/06/2019

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Bu tezin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu dahil olmak üzere tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun olarak davrandığımı; bu çalışma kapsamında elde edilen tüm veri ve bilgilere ilişkin kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi; bu çalışmanın Anadolu Üniversitesi tarafından kullanılan "bilimsel intihal tespit programı"yla tarandığını ve hiçbir şekilde "intihal içermediğini" beyan ederim. Herhangi bir zamanda çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçlara razı olduğumu bildiririm.

Nuran SADIÇ

İÇİNDEKİLER

<u>Sayfa</u>

Sayfa

Sayfa

TABLOLAR DİZİNİ

Sayfa

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Sayfa

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

MAY : Matematiksel Argüman Yazımı

NCTM : National Council of Teachers of Mats (Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi)

TDK : Türk Dil Kurum

TIMMS : Trends in International Mathematics and Science Study

EBOB : En Büyük Ortak Bölen

EKOK : En Küçük Ortak Kat

ABD : Amerika Birleşik Devletleri

MEB :Milli Eğitim Bakanlığı

CCSSM : (Common Core State Stantards For Mathematics)Ortak Temel Eyalet Standartları

ATBÖ :Argümantasyon Tabanlı Bilim Öğrenme

MRA : Mathematics Reasoning Approach

1. GİRİŞ

1.1. Problem Durumu

Günümüzde bilgi toplumu insanı; sorgulayan, araştıran, eleştirel düşünebilen, düşüncelerini gerekçeleriyle açıklayabilen ve analiz edebilen bireyler olarak tanımlanmaktadır. Bu becerilere sahip olmak ve bu becerilerin sürdürülebilirliğini sağlamak ancak çağdaş bir eğitimi gerektirmektedir. Bu nedenle sorumluluk sahibi, karar vermede becerikli, eleştirel ve yenilikçi düşünebilen bireyler yetiştirmek ulaşılmak istenilen en önemli eğitim sonuçlarındandır (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2017). Bu bağlamda derslerde öğrencilere düşüncelerini rahatlıkla ifade edebilecekleri, sorgulayabilecekleri, eleştirel düşünebilecekleri etkinlikler oluşturulmalıdır (MEB, 2013).

Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı'nca 2005-2006 eğitim-öğretim yılında yenilenen öğretim programlarında davranışçı yaklaşımın yerini bilişsel ve yapılandırmacı yaklaşım almıştır (MEB, 2005).Yeni öğretim programlarında artık derslerin ezbercilikten uzak işlenilerek bol etkinlik kullanılması, öğrencilerin düşüncelerini rahatlıkla ifade edebildiklerini, bilgiyi hazır olarak almak yerine bilginin inşaasına aktif olarak dahil olmalarını sağlayan nitelikte dersler işlenilmesine dikkat çekildiği görülmektedir. Öğrencilerin derslerde daha aktif katılımını sağlayan ve merkezde olmasını önemseyen yapılandırmacı öğrenme yaklaşımı farklı öğrenme ve öğretme faaliyetlerine yer verildiği sınıf ortamının oluşturulmasını amaçlamaktadır. Yapılandırmacı öğrenme, temelinde öğrencilerin bir problem ya da konuya dair düşüncelerini sorgulamalarını merkeze alan, öğrenmenin kalıcılığını sağlamaya çalışanve üst düzey düşünme becerilerinin oluşturulmasına katkı getirmeye çabalayan bir yaklaşımdır (Duban, 2008). MEB'in yapılandırmacı öğrenme yaklaşımının gerekliliği ve etkileri konusundaki ifadeleri şu şekildedir:

> "Geleneksel matematik öğrenme ve öğretme yaklaşımlarıyla yarının bireylerinin ihtiyaç duyacakları problem çözme, ilişkilendirme, iletişim kurma ve akıl yürütme gibi temel matematiksel becerilerinin geliştirilemeyeceği açıktır. Bu nedenle matematik öğrenme ve öğretme pratiklerimizin modern çağın talepleri doğrultusunda yeniden gözden geçirilmesi ve tanımlanması gerekmektedir. Çünkü bilindiği üzere değişen dünyamızda, matematiği anlayabilen, matematik bilgisini günlük yaşamına aktarabilen ve matematiksel becerileri kullanabilen insan ihtiyacı giderek artmaktadır. Bu yeterliliklere sahip bireylerin geleceği şekillendirmede daha etkin roller alacağı kaçınılmazdır" (MEB, 2011).

Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımının önemli gerekliliklerinden biri öğrencilerin düşüncelerini ifade edebilmeleri ve sorgulayabilmeleridir. Öğrencilerin var olan bilgileri ile yeni bilgiler arasında köprü kurarken, bir problem ya da bir durum karşısında sorgulamalarını sağlanması sorgulamaya dayalı öğrenme yaklaşımıyla mümkün olabilmektedir.

Sorgulamaya dayalı öğrenme yaklaşımında öğrenciler sürece dahil olarak,yaparak ve düşünerek öğrenirler bu sayede öğrencilerin derse olan ilgi ve meraklarının arttırılması da sağlanır (Duban, 2008). Araştırma ve sorgulamaya dayalı öğrenme, araştırmaların yapıldğı, sorgulama sürecine girildiği, bilginin anliz edilerek yorumlandığı ve elde edilen verilerin yararlı bilgilere dönüştürüldüğü bir süreci ifade etmektedir (Perry and Richardson, 2001). Araştırma ve sorgulamaya dayalı yaklaşımlarda öğrenciler öncelikle var olan bir problem ya da görev karşısında düşünme ve sorgulama, çözüme ulaşmak için planlar yapma, planlarını uygulayarak sonuçları veriler üzerinde uygulama ve çeşitli yorumlarda bulunma gibi süreçlere katılmaktadır (Küçük-Demir, 2014).

Günümüzde öğrencilerin yeni öğrendikleri bilgileri var olanlar ile yapılandırmaları ve bunu problem durumlarına entegre etmeleri beklenmektedir. Bu nedenle öğrencilerin var olan bilgilerini ve bu bilgileri nasıl anlamlandırdıklarının ortaya çıkarılması önem teşkil etmektedir (Yahşi, 2006). Öğrencilerin herhangi bir problem ya da bir matematiksel görev karşısındaki bilgileri yoklanmadan, bu bilgiler üzerinde durulmadan öğretmen tarafından bilginin doğrudan aktarıldığı ve kalıplaşmış sınavlar ile öğrencilerin değerlendirildiği bir öğrenme ortamında yetiştirilen öğrencilerin bilgiyi yapılandırma ve anlamlandırma konusunda güçlükler yaşaması kaçınılmaz bir sonuçtur (Dalkıran, Kesercioğlu ve Boyacı, 2005). Bu açıdan düşünüldüğünde derslerde öğretmenin merkezde olmadığı öğrenme ve öğretme yaklaşımları öğrencilerin kendi öğrenmelerini ve var olan bilgilerini sorgulamalarına olanak sağlayacaktır (Günel, Uzoğlu ve Büyükkasap, 2009). Söz konusu sınıf ortamını sağlamak için kullabilecek yöntemlerden birisi, öğrencilerin herhangi bir konu ya da problem karşısında fikirlerini üretme ve ürettikleri fikirleri sorgulayabilme imkanı sağlayan argümantasyona dayalı öğrenme yaklaşımıdır (Küçük-Demir, 2014). Argümantasyona dayalı öğrenme yaklaşımının temelinde öğrencinin araştırma ve sorgulama yapması ile düşünmesine önem vermesi vardır (Hohenshell, 2004). Argümantasyona dayalı öğrenme yaklaşımının uygulandığı sınıf ortamları öğrencilerin bir problem durumu karşısında düşüncelerini rahatlıkla ifade edebilmlerini, bunları tartışarak ve yazma etkinlikleri ile gerçekleştirebilmelerini sağlamaktadır (Hohenshell, 2004). Erduran vd. (2006) öğrencilerin tartışmanın önemi ve yararını kavradıkları zaman kaliteli tartışmalar yaptığını, iddia ile kanıt ve iddia ile gerekçeler arasında ilişkiler kurarak muhakeme yaptıklarını ve bu sayede öğrencilerin kritik düşünmelerinin geliştiğini belirtmiştir. Ayrıca öğrencilerin hem yazma etkinliklerinde hem de sözlü olarak bir konu hakkındaki düşüncelerini tartışarak ifade etmesi öğrencilerin düşüncelerini sorgulamasına ve kavramların anlamları üzerine düşünmesine de olanak sağlamaktadır.

Matematik öğretiminde, derslerde öğrencilerin bir konu üzerinde tartışabilecekleri, iletişim kurabilecekleri fırsatlar ortaya çıkmaktadır. Öğrenciler genellikle bu durumlarda matematiksel işlemler ile yanıt verebilir, bir prosedürdeki adımları listeleyebilir, bir çözüm stratejisini açıklayabilir, iki stratejiyi karşılaştırabilir ya da bir modeli farkedebilirler. Argümantasyon ise bu iletişim türlerinin ötesine geçmektedir. Matematiksel argümantasyon, yeni matematiksel fikirleri keşfetmek ve başkalarını bir iddianın doğru olduğuna ikna etmek için dinamik bir sosyal söylem süreci olarak tanımlanabilir. Bir öğretim ortamında, gerekçeler matematiksel tartışmaların bir parçasıdır çünkü öğrenciler başkalarını iddialarının geçerli olduğuna ikna etmek için düşüncelerini analiz eder ve muhakeme yaparlar. Bazen öğrenciler iddialarını genellemelerine ya da fark ettikleri kalıplara dayandırırlar. Rumsey (2013), matematiksel atgümantasyona dayalı yaptığı etkinler sonucunda ilköğretim seviyesindeki öğrencilerin matematiksel iddialarını geliştirmek, iddialarını haklılaştırmak, eleştirmek ve sorgulamak amacıyla argümanlar oluşturduklarını belirtmiştir. Ayrıca, matematiksel argümanı teşvik eden etkinliklerin öğretime dahil edilmesi, öğrencilerin matematiksel anlayışlarının gelişimini olumlu yönde etkileyebilir (Rumsey 2012).

Kieran (2004), ilkokul düzeyinde geleneksel öğretim ve değerlendirme uygulamalarının yanıt odaklı olmasının öğrencilerin matematiği, prosedürleri uygulamaktan ve kuralları ezberlemekten ibaret görmelerinin en önemli sebebi olarak göstermiştir. Öğrencilerin doğru yanıtlara ulaşması önemli olsa da, yalnızca buna odaklanmak matematiksel kavramların ya da durumların arasındaki ilişkilerin anlaşılmasına engel olmaktadır (Rumsey and Langrall, 2016).

Kilpatrick, Swafford ve Findell (2001), matematiğin özünde ‘yapıyı farketme, düşüncelerini yapılandırma, ifade etme ve haklı çıkarma’ şeklinde olduğunu belirtmişlerdir. Bu ifade öğrencinin bir problem durumunu anlamasını, bilgileriyle ilişkilendirerek yapıyı keşfetmesini, düşüncelerini ifade etmesini ve haklı çıkarmak için tartışmasını içermektedir. Gerçek dünyada problemleri çözmede, gelecekteki matematik derslerinde başarılı olma ve kariyer yollarında ilerleyebilmlerinde üretken düşünme için genç matematikçilerimizi hazırlamanın önemli bir boyutu, onları basit matematik işlemleri yapmak yerine matematik hakkında düşünmeye teşik etmektir.

Thurston (1995) ve Herbest (2002), matematik öğretimide öğrencilerin bitmiş bir ürünü alan ‘pasif alıcı’ yerine ‘bilginin inşaasına ortak’ bir rolde olması gerektiğini ve bunun için öğrencilere uygun sınıf ortamları ve etkinlikler sunulması gerektiğini ifade etmişlerdir.

Söz konusu sınıf ortamlarını oluşturabilmek için öğrencilerin sözlü ve yazılı matematiksel tartışmaya girmelerini sağlamak oldukça önemlidir. Son zamanlarda ABD’de, Ortak Temel Eyalet Standartları (Comon Core State Standarts For Maathematics [CCSSM], öğrencilerin uygulanabilir argümanlar inşa etmelerini ve problem karşısında öne sürdükleri akıl yürütmelerini eleştirmelerini ve sorgulamalarının önemini vurgulamaktadır. Öğrencilerin bu matematiksel uygulamaya dahil etmenin önemli yollarından biri de onların sözlü ve yazılı matematiksel argüman üretebilmeleridir.Ayrıca bir matematiksel görev karşısında fikirlerini ifade etmelerini, analiz etmelerini, etkili tartışmacı, ikna edici ve bilgilendirici matematiksel açıklamalar oluşturmalarını sağlamaktadır.

Matematik dersi öğretim programları da eleştirel, sorgulayan, düşüncelerini ifade edebilen ve tartışabilen, iletişim becerileri gelişmiş öğrenciler yetiştirmeye odaklanmaıştır. Ancak ülkemiz okullarında ders verilen sınıfların kalabalık olması, yetiştirilmesi gereken bir müfredatın varlığı, sınav başarı odaklı düşünen velilerin baskısı, öğrencilerin ortaokul kademesinden sonra girdikleri sınav sonucunda nitelikli bir okula yerleşebilmeleri ve bunun hem öğretmen hem de öğrenci üzerinde oluşturduğu baskılar gibi sebeplerden dolayı öğrencilerin dersleri soru ve sorunun çözümü odaklı işlemelerine sebap olmaktadır. Bu bağlamda eğitim programlarının asıl hedefi olan sorgulayan, eleştirel düşünebilen, fikirlerini ifade edebilen ve tartışabilen bireylerin yetişip yetişemediği tam olarak gözlenememektedir. Sekizinci sınıfa gelmiş öğrencilerin eğitim programlarında hedeflenen bu becerileri kazanmış olması gerekmetedir. Ancak öğrencilerin sınav odaklı yetişmeleri onların bahsedilen becerileri kazanmaları konusunda engel teşkil edebilmektedir. Öte yandan son iki yıldır yapılan merkezi sınavlarda bilgiyi yorumlamaya dayalı soruların olması bu becerilerin kazanılması gerektiğinin önemini arttırmaktadır. Bu nedenle öğrencilerin herhangi bir problem ya da durum karşısında ürettikleri düşünceler ve bunları nasıl, neden oluşturdukları ile nasıl detaylandırdıkları araştırılmaya değer görülmüştür.

Bu bağlamda çalışmada sekizinci sınıf öğrencilerinin farklı matematiksel görevlere ilişkin oluşturdukları yazılı ve sözlü matematiksel argümanlar ve bu argümanları nasıl detaylandırdıkları incelenmiştir.

1.2. Kuramsal Çerçeve

1.2.1. Argüman nedir?

Argümanın kelime anlamı Türk Dil Kurumu (TDK) sözlüğüne göre “kanıt, tez, iddia, sav”; “bir denklem, bir eşitsizlik veya bir gökcisminin hareketine ait değer”; “matematikte bir cetvelde diğer bir sayıyı bulmak için yaralanılan sayı” anlamalarını taşımaktadır (TDK, 2006).

Literatürde yer alan araştırmalarda argüman farklı şekillerde tanımlanmıştır. Argüman bir konu ya da durum hakkında düşünme, düşüncelerini sözlü ya da yazılı biçimde ifade etme, bilimsel bir toplulukta bir tartışma gerçekleştirme etkinliklerinin temel unsurudur (Driver, Newton, Osborne, 2000). Argüman, bir durumu ya da fikri başkalarıyla paylaşma ve onları ikna etmeyi kuvvetlendirme amacıyla kullanılır. Argüman ile bir konu ya da durum ile ilgili iddia, fikir sunulur destekleyen ya da karşıt nedenler ifade edilir. Toulmin (1958) argümanı bir fikri ya da kararı açıklayıcı bir biçimle sonuçlandırmak, model ile ifade etmek ya da desteklemek ya da karşıt fikirler ile çürütmek amacıyla üretilen teori ve kanıtların koordinasyonu olarak ifade etmiştir. Duval (1999) iseargümanı, bir önermeyi doğrulamak ya da çürütmek için geliştirilen ya da kullanılan bir olgu olarak belirtmiştir. Ona göre argüman “bir gerçeğin beyanı, bir deneyin sonucu, bir tanım, bir kural olabilir” ya da “Neden bunu söylüyorsun?”... “Neden buna inanıyorsun?” sorularına verilen yanıttır.Kuhn (1992)’e göre de argümanbireyin bir durum ya da olay için ürettiği öneri ya da öneriyi destekleyen ya da yanlışlayan bir neden oluşturma çabasıdır.Kuhn (1993)’e göre iki çeşit argüman vardır. Bunlar:

Retorik Argüman: Bireyin bir konu ya da duruma ilişkin iddiasını verilerle ve gerekçelendirerek oluşturduğu mantıksal muhakemelerdir.

Diyalojik Argüman: Bir konu ya da durum ile ilgili birden fazla sayıda alternatiflerin üzerinde yapılan tartışmaların yapıldığı süreçtir.

Kuhn (1993) her iki argümanın da kullanılması gerektiğini çünkü bu argümanların özellik bakımından birbirini tamamlar nitelikte olduğunu ifade etmektedir. Retorik argümanda iddia gerekçelendirilirken ve veriler ile desteklenirken alternatiflerden bahsedilmiyorsa eksik kalacaktır. Aynı şekilde diyalojik argüman türünde de alternatiflerin tek başına verilmesi anlmasız ve havada kalacaktır. Bu argümanların da diyalojik argümanlar gibi gerekçe ve veriler ile analiz edilmesi ve değerlendirilmesi gerekmektedir.

Derslerde argümanlar öğretmenin sınıf içinde ya da bireysel olarak öğrencilere bir durum ya da düşünce karşısında açıklama yapmasına olanak sağlayıp, öğrencilerin düşünce ve iddialarına yönelik daha uygun açıklamalar yapmasına yardım etme amacı taşımaktadır(Driver, vd., 2000).

Blair ve Johson (1987)'a göre argümanın üç önemli kriteri vardır. Bu kriterler şu şekildir;

- İlgili olma: Argümanın içeriği ile sonucu arasında yeterli oranda paralellik var mı?
- Yeterli olma: Oluşturulan argümanın yapısı ispatlanmak istenen düşünce ya da iddia için yeterli kanıt oluşturuyor mu?
- Kabul edilebilirlik: Oluşturulan argümanın yapısı doğru bir içeriğe, güvenilir bir kaynağa sahip mi?

Boero (1999) argümanı altı aşamalı bir süreç olarak ifade etmiş ve bu süreçin aşamalarını da şu şekilde belirtmiştir:

- Bir tahmin üretme,
- Bir ifadeyi formüle etme,
- Tahmin edilen durumun geçerliliğinin araştırma,
- Argümanların tutarlı ve teorik bir zincirleme ile ifade etme,

- Verilerin tartışılması, mevcut matematiksel standartlara göre kabul edilebilir bir kanıt haline getirme,
- Resmi bir kanıta yaklaşma,

Derslerde argümana dayalı etkinlikelere yer verilmesi, öğrencilerin bir durum ya da yargı karşısında kritik değerlendirme yapmalarını, düşünce ve iddialarını ifade etme yeteneklerinigeliştirmeyi ayrıca öğrenmelerini günlük yaşamla ilişkilendirmelerinde başarı seviyelerinin artmasını sağlamaktadır(Norris and Philips, 1994).

1.2.2. Argümantasyon (bilimsel tartışma) nedir?

Argümantasyonun (bilimsel tartışma) oluşabilmesi için öncelikle argümanların oluşturulması gerekmektedir. Argümantasyon (bilimsel tartışma), sözlü ya da yazılı iletişimde önemli bir unsurdur. Herhangi bir durum ya da olay karşısında düşünce ve iddiaları haklı göstermek ve kanıtlamak için kullanılır (Van Eemeren, 1995). Argümantasyon iletişim kurma, diyalog oluşturma, üst düzey düşünme becerilerinin bir bileşeni olarak eğitim ve sosya-bilimsel konuları da içeren bir olgudur (Erduran, 2008).

Argümantasyon, bireyin herhangi bir konu hakkındaki düşüncelerini zihninde oluşturma ve organize etme işidir (Binkley, 1995). Argümantasyon öğrencilerin bilimsel bir dil ile düşüncelerini ifade etme şeklidir (Kitcher, 1988).

Argümantasyon terimini araştırmacılar farklı açılardan ele alarak farklı tanımlamalar oluşturmuştur. Billig (1987) göre argümantasyon herhangi bir konudaki düşünceni karşındaki insana inandırmak için yapılan etkinlikler bütünüdür. JimenezAleixandre ve Pereiro-Munoz (2002) argümantasyonu Kuhn (1993)'nun bakış açısına paralel bir şekilde ele almış ve belirli kural ve deneysel verilere yani teorik bilgiler ile temellendirelerek oluşturulan iddiaların değerlendirilme süreci olarak ifade etmiştir. Munneke ve diğerleri (2003) arümantasyon ile ilgili bilgiyi sorgulama, açıklama ve doğrulama çabası içinde herhangi bir konu üzerindeki düşünceyi haklı çıkarmak ya da karşıtını nedenleriyle birlikte açıklamak için yapılan etkinlikler şeklinde belirtmiştir.

Argümantasyon herhangi bir konu ya da durum karşısında okuyucunun oluşturanın fikrini ve bu fikrin temellendiği teorileri anlayabilmesine olanak sağlayan dilsel bir bağlamdır. Bireyin bir konu ya da bir problem durumunu çözümlemek için farklı görüşlere sahip bireylerin iddia ve düşüncelerini ileri sürdüğü, gerekçelerilini ve destekleyicilerini belirttiği dinamik bir süreçtir (Kuhn, 1992, 1993; Kuhn and Udell, 2003). Sözü geçen bu süreç kapsamında birey bilişsel, duyuşsal ve psiko-motor becerilerini de sürece dahil eder (Van Eemeren vd., 1996).

Bireyin herhangi bir konu üzerindeki düşüncelerini kanıtlama, gerekçelendirme ve destekleyerek iddiasına ulaşabilmesi gibi kişinin konu hakkında teori, model ya da açıklamalarını oluşturabilmelerinde argümantasyonun önemli bir rolü vardır (Toulmin, 1958; Siegel, 1995). Argümantasyona derslerde ve öğretimde yer verilmesinin öğrencilere önemli katkıları vardır. Bunlar aşağıdaki gibi sıralanabilir (Dusch and Osborne, 2002; Von Aufschnaiter, Erduran, Osborne and Simon, 2008):

- Matematik okur-yazarlığının gelişmesine olanak sağlar.
- Öğrencilerin karşılaştırma ve muhakeme yeteneğinin geliştirir.
- Analitik düşünme, akıl yürütme ve üst düzey düşünme becerilerini geliştirir.
- Derslerde bilimsel kültürün oluşmasını sağlar.
- Öğrencinin bilimsel süreci modeelemesine olanak tanır.

Argümantasyon bireyin herhangi bir konu ya da duruma ilişkin düşünce ve iddiasını haklı ya da haksız çıkarma çabasına girerek basitçe desteklemek ya da çürütmek değildir (Acar vd.,2016). Argümantasyon bireyin analitik ve muhakemeye dayalı bir bakış açısı geliştirerek, bakış açısını dinleyici tarafında kabul edilebilir hale getirme sürecidir (Van Eemeren and et all., 1996).

Çeşitli araştırmacılar, argümantasyon sürecini sosyal yapılandırmacılık üzerine temellendirmiştir. Örneğin Krummheuer, argümantasyonu genellikle bireysel bir etkinlik olarak görülen ispatlamanın aksine iki ya da daha fazla öğrencinin gerçekleştirebileceği sosyal bir süreç olarak ele almaktadır. Argümantasyonu "müdahale etme" ya da "destekleme" olarak değil daha çok matematik öğrenme için gerekli olarak görmektedir (Reid and Knipping, 2010). Yackel (2001) ise, Krummheuer (1995) tarafından düzenlenen Toulmin' ın argümantasyon şemasının, sınıf içerisindeki öğrenme süreçlerinin nasıl olduğunu göstermek için yöntemsel bir araç olarak kullanılabileceğini dile getirmiştir. Yackel ve Cobb (1996)'da, sosyal etkileşimin, sorgulama temelli yaklaşım ve argümantasyonun, matematik kavramlarını öğrenmede kritik olduğunun altını çizmektedir.

Argüman ve argümantasonun ne olduğuna dair ortaya koyulan tüm açıklamalar sonucunda iki kavramın birbiriyle ilişkili olduğu dikkati çekmektedir. Bu ilişkiyi çeşitli araştırmacıların nasıl ele aldığı, Tablo 1'de özet olarak sunulmaktadır(Reid ve Knipping, 2010).

Tablo 1.1: *Argüman ve argümantasyon ilişkisi*

Yazar	Alıntılanan	Argümantasyon	Argüman
Krummheuer Yackel Cobb	Toulmin	Sosyal bir olgu Bir çözümün nedenlerinin kasıtlı yorumu Bir ifadenin iddiasını saptamak için yöntem ve teknikler Öğrenme için bir ön koşul	Argümantasyonun sonucu
Pedemento	Toulmin	Varsayımda bulunma süreci	
Duval	Perelman	Tümdengelimli olmayan bir tür akıl yürütme Argüman olduğunda ortaya çıkar	Bir ifadeyi haklı göstermek ya da reddetmek için öne sürülen ya da kullanılan herhangi bir şey
Balacheff	Perelman	İkna etmek için kullanılan sosyal bir davranış Matematiksel kanıtların öğrenilmesinde epistemolojik bir engel	
Douek Boero	Toulmin	Belirli bir konu hakkında mantıksal olarak bağlantılı bir söylem üreten süreç (tümdengelimli olmak zorunda değil) Bu süreç üzerinden üretilen bir metin Bir ya da daha fazla mantıksal ilişkili argümanlar	Bir teklif, görüş ya da önleme karşı sunulan sebep ya da sebepler
Wood	Toulmin	Değişime nasıl ve ne zaman katılacağını bildiğin interaktif bir süreç	Belirli düşünce biçimlerini kullanarak katılımcılar arasında başkalarını ikna etmek için söylemsel bir değişim

En genel anlamda argümanınve argümantasyon ilişkisini Reid ve Knipping (2010) ise şu şekilde açıklamaktadır. Argüman:

- Argümantasyonun sebebi olabilir.
- Argümantasyonun sonucu olabilir.
- Argümantasyonun bir parçası olabilir.
- Argümantasyona eş olabilir.

Çalışmada benimsenen argümantasyon ise; bireyin matematiksel görevlere ilişkin düşüncelerini zihninde organize etmesi ve beraberinde düşüncelerini sözlü ya da yazılı biçimde aktardığı bir süreçtir. Argümantasyon süreci, öğrencinin düşüncelerini bireysel olarak tartışması ve önce kendini sonra karşısındaki bireyleri ikna etmesini içermektedir. Öğrenci bu ikna etme sürecinde düşüncelerini temellendirmek için belirli kurallar, işlemler vs. kullanabilmektedir. Bu şekilde düşüncelerinin desteklenmesi ya da çürütülmesine yönelik girişmlerde bulunmaktadır. Argüman ise, argümantasyon sürecinde oluşturulan ürünleri ifade etmektedir. Argümantasyon süreci içinde birden fazla argüman üretilebilir. Oluşturulabilen argüman çeşitleri çalışmanın ilerlenen bölümlerinde ele alınarak açıklanmıştır.

1.2.3. Matematiksel argümantasyon nedir?

Matematik öğretimi sırasında çoğu sınıfta tartışma ve iletişim için birçok fırsat ortaya çıkabilir. Örneğin, öğrenciler matematiksel işlemlerden oluşan bir yanıtı paylaşabilir, bir yanıtaya da görüşe katılmayabilir, matematiksel işlem adımlarını listeleyebilir, bir çözüm stratejisini açıklayabilir, iki stratejiyi karşılaştırabilir ya da bir matematiksel model oluşturabilir (Rumsey and Langrall, 2016). Argümantasyonise bu ifade edilen iletişim yollarının hepsinin önüne geçmektedir.

Rumsey ve Lagrall (2016), matematiksel argümantasyonu yeni matematiksel fikirleri keşfetmek ve başkalarını bir matematiksel iddianın doğru olduğuna ikna etmek için oluşturulan dinamik bir sosyal söylem süreci olarak görmektedir. Benzer şekilde Ducrot'da argümantasyonu söylem etkinliğinin (*activity of discourse*) merkezine oturtur. Perelman ise, argümantasyonu ikna edici (*convincing*) olarak görürken, Toulmin, argümantasyonu inşa süreci olarak ele almaktadır. Onun ortaya koyduğu temel bileşenler topluluk tarafından referans olarak kabul edilmiştir(akt. Reid ve Knipping, 2010).

Bu görüşler matematiksel argümantasyonun anlamına yönelik bir sınıflandırma sunmaktadır(Reid and Knipping, 2010):

- Argümantasyon diğer insanların ikna edildiği bir süreçtir.
- Bir toplulukça kabul edilen mantıklı bir yapıya sahiptir.
- Tüm söylemlerde mevcuttur ve gramatical bileşenler üzerine kuruludur.

Matematiksel argümantasyonun önemli öğelerinden biri ise gerekçelendirmedir. Bir öğretim ortamında, gerekçeler matematiksel tartışmaların bir parçasıdır çünkü öğrenciler başkalarını iddialarının geçerli olduğuna ikna etmek için kanıt sunarlar ve muhakeme yaparlar. Öğrenciler matematiksel argümantasyon kapsamında gerekçeler oluştururken daha önceden inşa ettikleri genellemeler ve örüntüleri kullanırlar. Öğrenciler matematiksel argümantasyon sürecinde bir matematiksel otorite ve ders kitabından hatta öğretmenden bağımsızlaşarak öğrenen yani kendini anlatmaya uğraştığı topluluğa odaklanmaktadır.

Rumsey (2013) ilköğretim öğrencileri ile yaptığı bir çalışmada öğrencilerin matematiksel argümantasyon sırasında matematiksel örüntüler ve genellemler hakkında varsayımlar yapabildiklerini belirtmiştir ve bunları şu şekilde sınıflandırmıştır:

- Matematiksel iddiaları geliştirmek;
- İddiaları haklılaştırmak,
- Eleştirmek ve sorgulamak,
- İddiaları başkalarının geri bildirimlerine dayanarak değiştirmek,

Matematiksel argümantasyonun matematik eğitimine dahil edilmesi, öğrencilerin matematiksel anlayışlarının gelişimini olumlu yönde etkileyebilir (Rumsey 2012).

1.2.4. Matematiksel argümanların detaylandırılması

Matematiksel detaylandırma, bir bireyin herhangi bir matematiksel bağlam ya da görev için verilen bilgileri ifade ettiği ve bu bilgileri bir iddiayı desteklemek için bütünleştirdiği dilsel bir eylemdir (Koko, 2015). Matematiksel detaylandırma matematiksel argümanların dil bilgisi formuna ait kaynağını oluşturmaktadır. Matematiksel detaylandırma matematiksel argümanlarınokuyucu ya da dinleyici tarafından anlaşılırlığını artırmaya hizmet etmektedir. Matematiksel detaylandırma matematiksel argümantasyonunsürecinin bir alt türüdür.

Kosko ve Zimmerman (2015)'a göre, matematiksel detaylandırma, verilen matematiksel bir görev için öğrencilerin matematiksel tanımlamaları üretmek için nominalizasyon kullanmadan düşüncelerini ifade edebildikleri bir alt argümantasyon türüdür. Özünde, herhangi bir görev ya da yargıda bilgi formunda verilen verilerin öğrencilerin referans olarak kullanmaları vardır. Ancak basit referasntan çok daha fazlası ve kapsamlı halidir (Kosko and Zimmerman, 2015).Matematiksel detaylandırmanın temelini verilen görevdeki bilgiler oluşturmaktadır. Öğrencilerin bu bilgileri referans alarak argümantasyon sürecinde matematiksel detaylandırma yaptıklarını gözlemlenmiştir (Kosko and Zimmerman, 2015). Halliday ve Matthiessen (2004) referansın kaynağını dilbilgisi olarak tanımlamaktadır, hangi bilginin bir referans oluşturduğu ve detaylandırmanın neyi içerdiğinin ayırt edilmesinde özellikle matematiksel detaylandırmanın dil bilgisel kaynağından yararlanılarak tespit edilebileceğine vurgu yapmaktadır. Referanslar, dilde çeşitli durumlar, cümleler, önerme ve iddialar arasında bağlantı kurmak için kullanılır.Referanslar, dilde çeşitli ifadeler, maddeler, teklifler ve teklifler arasında bağlantı kurmak için kullanılır. Matematiksel detaylandırma kapsamındaki diğer gramer kaynakları bağlantı kurma rolünde bazı belirli kelimeler kullanılabilir; bağlaçlar (yani, ve, veya, ancak, çünkü) ileoluşturulan tüm maddeler birbirine bağlamaya yardımcı olur.Bununla birlikte, "referans, ögeler arasında bağlantılar oluşturarak bütünlük oluşturur" (Halliday & Matthiessen, 2004). Bir önermeden diğerine geçiş ve unsurlar arasındaki bağlantılar, anlatımlardan ve prosedürel (işlemsel) yazımdan farklı olarak argümantasyon sürecinin alt türü olarak detaylandırılmasında önemli bir özelliktir.

Bağlantıları kurmak ve matematiksel detaylandırma sürecinde dil bilgisel kaynaklar bağlantı kurma görevini üstlenmektedir(yani, ve, ya da, ancak, çünkü…). Bir önerme ya da iddia ile başka bir önerme ya da iddia arasında bağlantılar kurma detaylandırma alt türünün en önemli özelliklerindendir. Matematiksel detaylandırmanın bu özelliği onu açıklayıcı, işlemsel gibi diğer yazım türlerinden ayıran kritik bir özelliktir. Kosko ve Zimmerman (2015), Toulmin'ın (2003) argüman modeli ile birleştirerek matematiksel detaylandırmayı; verilen veriyi bir iddiayla birleştiren özel önermeler olarak tanımlamaktadırlar.

Matematiksel detaylandırmanın argümantasyonun bir alt türü olarak değerlendirilmesi nispeten yeni bir bulgu olmasına karşın, argüman yazımı ve ispat üzerine yapılan çeşitli çalışmalar, verilen bilgilerin ve bu bilgilerin kullanımının önemini vurgulamış ve incelemişlerdir(Herbst and Brach, 2006; Knuth and et all., 2002; Lin, 2005; Stylianides, 2007; Weber, 2001). Herbst ve Brach (2006), lise öğrencileri ile yaptıkları bir çalışmalarında verilen bazı geometri görevlerinde öğrencilerin ispat yapmalarında verilenlerin etkisini incelemişlerdir. Öğrencilerin verilen bir diyagram kümesinden seçim yaparak ispatını sürdürmeleri istenmiştir. Bazı öğrencilerin ispatı sağlamayan diyagramı seçmiş olmalarına karşın başlangıçtaki görevde yer alan yargılarda değişikliğe giderek seçtikleri diyagram ile uyumlu varsayımlarda bulundukları gözlemlenmiştir.Knuth ve ark. (2002), ortaokul öğrencilerinde ispat yaparken aynı tavrın olduğunu ifade etmişlerdir. Knuth ve ark. (2002), ortaokul öğrencilerine dörtgen için geleneksel olmayan bir tanım vererek varsayımsal bir diyagram sunmuşlardır. Bunun dörtgenin doğru diyagramıyla uyum içinde olup olmadığını nedenleriyle açıklamaları istenmiştir. Çalışma sonunda yaşı küçük olan öğrencilerin daha büyük olanlara oranla tanımla ilgili ispatlarında kendi sezgilerini dahil etme olasılıklarının daha yüksek olduğu görülmüştür. Başka bir deyişle, bu öğrenciler önceden var olan bilgi ve deneyimlerine ek olarak verilen görev bağlamına yenilerini eklemişlerdir. Herbst ve Brach (2006) ve Knuth ve ark. (2002) öğrencilerin verilen bilgileri verildiğinden farklı olarak değerlendirdiklerini ve bazı durumlarda sağlanmayan ek bilgileri sürece dahil ettiklerini belirtmektedirler. Bu değerlendirmeler neticesinde öğrencilerin matematiksel işlemlerini, varyans oluşturmalarını, prosedürel sıralamalarını da etkileyebileceği düşünüldüğünden bu konuda gerekli yönlendirmelerin ilkokul yıllarında yapılması gerektiği belirtilmektedir (Stylianides, 2007).

Bu tür araştırmaların öğrencilerin argümanlarındetaylandırmalarınınönemine vurgu yapan sonuçları vardır. Özellikle, farklı eğitim düzeyindeki öğrenciler ile yapılan çalışmalarda öğrencilerin matematiksel bir görevde verilen veriyi tamamlama, çürütme ya da değiştirme eğilimi gösterdikleri ayrıca yazılı ve sözlü argümanlarında oluşturdukları referans zincirleri, verilen bilgileri uygun hale getirmede başarısız olabildikleriya da belirli bir göreve uygun olmayan mantıksal bağlantılar oluşturabildikleri de görülmektedir.

İspat ve tartışma süreci üzerine yapılan çeşitli araştırmalar, verilen bilgiyi dikkate almanın önemini tanımlamıştır (Herbst and Brach, 2006; Knuth and et all, 2002; Lin, 2005; Stylianides, 2007; Weber, 2001). Bununla birlikte, yazılı ve sözlü argümanların detaylandırmanın incelenmesi (ve genel olarak matematiksel iletişim) nispeten yeni olduğundan, bu çalışma, detaylandırmanın farklı matematiksel görevlere dahil olmak suretiyle nasıl ortaya çıktığını incelemeye odaklanmaktadır. Bunu yapabilmek için,bu olguyu araştırmak ve araştırma sorusunu cevaplamak için birincil mercek olarak farklı boyutlarda görevler yöneltilerek öğrencilerin yazılı ve sözlü argümanları ve alt türü olarak matematiksel detaylandırmaları incelenmiştir.

1.2.5. Argümantasyon modelleri

1.2.5.1. Toulmin'in argümantasyon modeli

Toulmin'in tartışmaya yönelik yaklaşımların, günlük yaşamda yer alan tartışmaları açıklamada yeterli olmadığını belirtmiştir (Aldağ, 2006). Toulmin günlük yaşamda yer alan tartışmaları açıklayabilmek için geriye dönük akıl yürütme (retrospective justification) üzerinde durmuştur (Toulmin, 1958). Tolmin geriye dönük akıl yürütme üzerindeki çalışmaları neticesinde günümüzde matematisel tartışmaları analiz etmede, problem çözme ya da karar verme etkinlikleri gibi birçok alanda yararlanılan argümantasyon modeleni inşaa etmiştir.

Toulmin argümantasyona yönelik çıkan sorunlar ile ilgili oluşturduğu argümantasyon modelinin yarar sağlayacağını düşünmektedir. Toulmin'ın argümantasyon (tartışma) ile ilgili görüşleri şu şekilde özetlenebilir (Aldağ, 2006):

a) Argümantasyon bir süreçtir.

b) Argümantasyon etkileşimin olduğu ve durağan olmayan dinamik bir yapıdır.

c) Argümantasyon herhangi bir durum ya da görev karşısında oluşturulan iddialrın desteklerinin bütünüdür.

d) Argümantasyon herhangi bir durum ya da göreve ilişkin düşünce ve iddiaların sorgulanmasını sağlayan bir süreçtir.

e) Argümantasyona ait özellikler her argümantasyon bağlamında belirlenir.

f) Her argümantasyon özel ve sınırlı bir alan altında analiz edilmeli ve incelenmelidir.

Toulmin'inargümantasyon modelinde öğrencilerin muhakeme yapma, nedensel düşünme, muhakeme becerileri ve stratejileri konularına yoğunlaşmıştır (Demirel, 2015). Tolumin'in oluşturduğu argümantasyon modelinin üç temel, üç yardımcı unsuru vardır. Tolumin'in argümantasyon modelinin temel unsurları şu şekildedir(Toulmin, Reike and Janik, 1984):

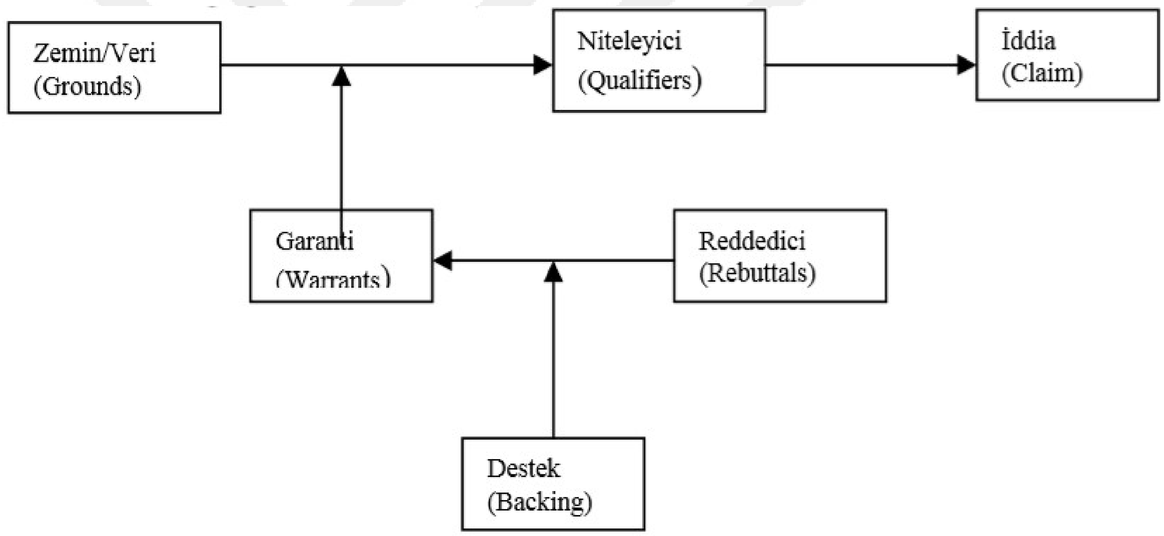
- İddia (Claim)
- Veri (Data)
- Varyans/Garanti (Warrant)

Tolmin'in argümantasyon modelinde temel öğelere yardımcı olan öğeler ise şu şekildedir (Toulmin, Reike and Janik, 1984):

- Destek (Backing)
- Niteleyici (Qualifier)
- Reddedici (Rebuttal)

Tolmin'in modelinde yer alan yardımcı öğelere gerek duyulduğu takdirde ekleme, çıkarma ya da değişiklikler yapılabilmektedir. Bu model henüz oluşmamış tartışmaları yapılandırırken ya da hâlihazırda oluşmuş tartışmaları analiz etmek için kullanılabilir (Aldağ,2006).

Toulmin'in argümantasyon modeli aşağıdaki Şekil 1.1'de gösterilmektedir (Toulmin, 1958, p. 103).



Şekil 1.1:15. *Toulmin'in argümantasyon modeli (Toulmin, 1958)*

Toulmin'in argümantayon modelinde yer alan kavramların açıklamaları şu şekildedir (Toulmin, 1958):

İddia (Claim): Herhangi bir konu ya da duruma ilişkin bireyin sahip olduğu düşücesini, bakış açısını ifade ederek kendi görüşlerini belirtmesidir.

Veri (Data): Durum ya da konu kapsamında yer alan kanıtları ve akıl yürütmeleri içeren yapıdır.

Varyans/Garanti (Warrants): Bireyin oluşturduğu iddiası ile konuya dair veriler arasında oluşturduğu köprü ve bağlantıların tamamı varyans/garanti niteliğindedir.

Varyanslar bireyin verileri kullanarak iddiayı nasıl oluşturduğu anlaşılmaktadır(vanEemeren and et all, 1996; Driver and et all, 2000). Varyanslar bireyin argüman üretiminde elinde var olan ispatların gerçekten ispat niteliği taşıyıp taşımadığı konusunda kullanılan temel ölçütlerdir,varyanstaki ifadeler verileri iddiayı oluşturmak için geçerli bir dayanak olduğunu göstermede kullanılır (Aldağ, 2016).

Destek (Backing): Varyansı güçlendiren ve geçerliliğini arttıran genel koşullardır (Russell, 1983, p.31). Destek varynsların zayıf kaldığı ya da geçerli kabul edilmediği durumlarda gereklidir (van Eemeren and et all, 1996, p.141). Yani argümantasyon sürecinde yer alan iddia ve verileri doğrultusunda oluşturulan varyansların geçerliliği düşük olduğu durumlarda bunu durumu değiştirmek ve varyansları kuvvetlendirmek için devreye destek girmektedir. Eğer bireyin oluşturduğu varyanslar okuyucu ya da dinleyici arafından anlaşılmıyor ise destekelemek gereklidir (Secor, 1987, p. 339). Oluşturulan iddia ve varyansı kuvvetlendirecek her şey destek niteliği taşımaktadır.

Niteleyici (Qualifier): Oluşturulan iddianın geçerli olduğu durumları ifade etme halidir. Niteleyici argümantasyonda oluşturulan iddianın güçlülüğünü ve kabul edilebilirlik derecesini ifade eden söylemlerdir. Niteleyiciler genellikle, sıklıkla, yüksek olsalıkla, kesinlikle, nadiren gibi ifadeler içeririr. Bu ifadeler ile iddianın geçerliliği konusunda okuyucuya bilgi verir.

Reddedici (Rebuttal): Niteleyicnin aksine iddianın kabul edilmediği durumları belirtir. Yani reddedici varyanslar ile ifade edilen durumların dışında kalan durumları ifade eder. Reddedici varyasnların hangi durum ve koşullar altında kabul edilmeyeceğini ve geçerliliğini yitireceğini anlatır.

Toulmin'in argümantasyon şemasını örnekleyen cümle yapısı aşağıdaki gibidir:

"Çünkü……….......................…*veri*..……………………..mademki……………*gerek* ………yüzünden…………..…*destekleyici*………….............Bu yüzden………*sonuç*…………….“

Argümantasyon modeli öğrencilerin muhakeme ve tartışma becerilerinin gelişmesine olanak sağlar. Öğrenciler argümantasyon modeli ile bir durum karşısında düşüncelerini ifade eder ve bunları sorgulayarak tartışma içerisine girerler.

Toulmin’in argümantasyon modeli birçok araştırmanın analizinde kullanılmıştır. Kosko ve Zimmerman (2015) ilkokul üçüncü sınıf öğrencilerinin matematiksel argüman yazımlarının matematiksel bilgi tabanlarındaki gelişimi nasıl etkilediğini araştırdıkları çalışmalarında Sistemik Fonksiyonel Dilbilim (SFL: Halliday and Matthiessen, 2004) ile birleştirilen Toulmin'in argümantasyon şemasını (Toulmin, 2003) kullanmışlardır. Kosko ve Zimmerman (2015), öğrencilerin verilen matematiksel görevler karşısında ortaya koydukları MAY’larını analiz etmiştir. Kosko ve Zimmerman (2015), Toulmin'in (2003) argümantasyon şemasının altı ana öğesinden dördüne odaklanmıştır: İddia, Varyans, Gerekçeler (Destek), Veri(len)ler. Kosmo ve Zimmerman Tablo 1.2’deki gibi bu öğeler çerçevesinde çalışmalarında yer alan öğrenci yazımlarını analiz etmiştir.

Tablo 1.2: *Toulmin’in argümantasyon şemasındaki unsurlar ile kosmo ve zimmerman’nın analiz şeması*

Matematiksel Durum: *“Bu kahverengi çubuk büyük”.* İddia: *“Kahverengi çubuk büyüktür”.* Matematiksel Prosedür (İşlem): *“Çünkü kahverengi çubuk üzerine sekiz beyaz çubuk koyabilirim ve sonra sekiz çubuk oldu ve sekiz olduğunu biliyorum”.* İddia:*Sekiz olduğu.* Varyanslar: *1) Kahverenginin üzerine sekiz koyabilirim.* *2) Sekiz tane saydım.* Matematiksel Açıklama: *“4 kırmızı çubuk bir kahverengi çubuğa eşittir ve bir kırmızı iki, dört kırmızı sekizdir”.* İddia: *“4 kırmızı çubuk sekizdir”.* Varyans: *“4 kırmızı çubuk bir kahverengi çubuk kadardır”.* Verilenler: “*Bir kırmızı ikiye eşittir”.*	Matematiksel Anlatım: *“Kırmızı çubuktan daha uzun, üzerine beyaz küpler koydum”.* İddia: “*Kırmızı çubuktan daha uzun”.* Varyans: *“Üzerine beyaz küpler koydum”.* Matematiksel Detaylandırma: *“Kırmızı çubukları kullandım. Kahverengi çubukların yanına koydum. 4 tane kullandım. Ama iki tane olduğu için iki katına çıkardım 8 tane oldu..”* İddia: *“8 tane var”.* Varyanslar: *1) 4 tane kullandım.* *2) İki katını aldım.* Verilenler: *“İki tane kırmızı çubuk var”.* Matematiksel Açıklama: *“İmkansız çünkü iki kırmızı çubuk bir sarı çubuk bile değil. 2(kırmızı)=4+1=5 (sarı)”.* İddia: *“İmkansız”.* Varyanslar: 1) *2 (kırmızı) + 2 (kırmızı)=4* 2)*4+1=5 (sarı)* Verilenler: *“Kırmızı çubuğun uzunluğu iki”.* Destekleyici: *“İki kırmızı çubuk bir sarı çubuğa bile eşit değil”.*

Kosko ve Zimmerman Toulmin’in argümantasyon şemasında odaklandıkları dört öğeyi yeniden tanımlamışlardır. İddia, argümanın doğru kabul edilmiş gerçeği sağlamaya çalıştığı önermeleri oluşturmaktadır. Gerekçeler/veriler, bir iddianın ortaya konması için verilen bir argümanda ifade edilen bilgileri ifade etmektedir. Varyanslar, iddianın açıklanması ya da gerekçesi olarak sunulan önermelerdir ve gerekçeleri iddia ile bağdaştırmaya da hizmet etmektedir. Varyanslar, matematiksel alanda kabul gören kural, tanım, teoriye vb. desteklenerek bir itiraz oluşturabilmek ve gerekçelendirmektir. Kosko ve Zimmerman(2015)’a ek olarak, çeşitli matematik eğitimi araştırmacıları, Toulmin'in matematiksel argümanlardaki ve ispatlarındaki şemasını belirleme aracı olarak kullanılmışlardır (Aaron, 2011; González and Herbst, 2013; Pimm, 2009).

1.2.5.2. Stylianides’in argümantasyon modeli

Tolumin gibi argümantasyona ilişkin modeller oluşturan araştıracılar da vardır. Bu araştırmacılardan Stylianides (2007)’in argümantasyonın temel düzeyde bir ispat olup olmadığı ile ilgilenmiştir. Stylianides (2007) argümantasyonu dört öğe ile ele almıştır: Temel, Formülasyon, Temsil ve Sosyal Boyut. Stylianides bu dört öğeyi aşağıdaki Tablo 1.3’teki gibi özetlemiştir:

Tablo 1.3: *Stylianides’in argümantasyon öğelerinin tanımı*

Argümantasyon Öğeleri	Tanımı
Temel	Tanımlar, aksiyonlar gibi argümanı inşa eden unsurlardır.
Formülasyon	Argüman inşa etmenin bir yoludur (örneğin, mantıksal bir sonuç çıkarmak ya da özel durumdan genellemeye varmak gibi).
Temsil	Bir argümanın sunulduğu özel yoldur (örneğin cebirsel ifadeler gibi).
Sosyal Boyut	Bir argümanın yaratıldığı topluluğun tepkisidir.

Stylianides (2007) modelini formal matematiksel ispatların geliştirilmesine yönelik gözlemlerine dayanarak geliştirmiştir. Stylianides'e göre, sağlam bir temel oluşturmak için tanımlar kullanılarak ispatlar geliştirilir. Daha sonra, mantıksal argümanlar oluşturulur ve argümanlar matematiksel bir dil kullanılarak temsil edilir. Son olarak, bu şekilde kabul edilen bir ispat matematik topluluğunun görüşlerine dayanır.

Bu çalışmada ise Toulmin’in argümantasyon şeması benimsenmiş ve Kosko ile Zimmerman (2015)’ın çalışmalarında kullandıkları argümantasyon analiz şemasında yer alan unsurlardan yararlanılmıştır. Ancak bu unsurların yanı sıra farklı unsurlarda (iddiayı doğrulama/yanlışlama, değer verme, matematiksel işlemler, görsel ve sözel temsiller, içsel sorgulama gibi) çalışmada kullanılan argümantasyon şemasına eklenmiştir.

1.3. İlgili Alan-Yazın

Ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin farklı matematiksel görevler karşısında verilenlerden yararlanarak oluşturdukları yazılı ve sözlü matematiksel argümanları nasıl detaylandırdıklarının araştırıldığı bu çalışmada ilgili alan-yazında yer alan çalışmalar bu bölümünde ele alınmıştır. İlgili alan-yazın argümantasyon tabanlı öğrenme üzerine yapılan çalışmalar, argüman üretmelerini teşvik eden ve bu argümanları inceleyen çalışmalar ve argümantasyonun özel bir hali olarak matematiksel yazmayı inceleyen çalışmalar şeklinde gruplanarak incelenmiştir.

Küçük-Demir(2014), Argümantasyon Tabanlı Bilim Öğrenme (ATBÖ) yaklaşımının ortaöğretim dokuzuncu sınıf öğrencilerinin yaratıcı düşünme becerisine ve matematik başarısına olan etkisini araştırmıştır. Bu amaç kapsamında Bayburt'ta yer alan bir lisede bir dönem boyunca matematik dersleri bu yaklaşımla işlenmiş ve yaklaşımın yaratıcı düşünmeye ve bu yaklaşım kapsamında yer alan ders içi etkinliklerin öğrencilerin matematik başarısına etkisini incelemiştir. Araştırma sonucunda ATBÖ yaklaşımının öğrencilerin hem yaratıcı düşünme becerilerinin ve matematik öğrenmeleri ile başarılarını olumlu yönde etkilediği görülmüştür. Ayrıca uygulama sonucunda öğrenciler ile mülakatlar yapılmış ve öğrencilerin ATBÖ yaklaşımının matematik dersinde kullanılmasının kendilerine faydalı olduğu yönünde görüş belirttikleri ifade edilmiştir. Öğrencilerin süreç içindeki etkinler sonucunda fikirlerini ifade etme becerilerinin de geliştiği belirtilmiştir.

Rumsey ve Langrall (2016), Matematiksel Uygulama Standartları (SMP), Ortak Çekirdek Devlet Matematiği Standartları'na (CCSSM) (CCSSI 2010) dayanarak matematik derslerinde öğrencilerin geliştirmeleri gereken davranışların önemli bileşenlerinden birinin öğrencilerin geçerli argümanlar oluşturabilmeleri ve başkalarının akıl yürütmelerini eleştirebilmeleri gerektiğini belirtmişlerdir. Bu durumdan hareketle dördüncü sınıf öğrencileri ile sekiz ders saatini kapsayan argümantasyon içeren etkinliklere yer vermişlerdir. Bu etkinlikler sürecinde 'Öğretmenler matematiksel tartışmayı ilköğretim düzeyindeki derslerine etkili bir şekildenasıldahil ediyor?', 'Derslerde argümantasyon nasıl uygulanıyor ve öğretmenler bu öğretim şekliyle en az deneyimi olan öğrencilerden ne bekleyebilir ?', 'Öğretmenler argümantasyonu stratejik olarak uygun matematiksel içeriğe nasıl yerleştirir?' sorularına yanıt aramışlardır. Matematiksel argümantasyona teşvik eden öğretim yoluyla, öğrencilerin öğrencilerin ders etkili bir şekilde katıldıkları, fikirlerini keşfetme, tahmin etme ve haklı çıkarma fırsatı buldukları belirtilmiştir. Ayrıca bu öğretim yaklaşımıyla öğrencilerin sadece prosedürel bir anlayıştan ziyade aritmetik özelliklerle ilgili kavramsal bir anlayış kazandıkları da ifade edilmiştir.

Doruk, Duran ve Kaplan (2018), argümantasyon tabanlı olasılık öğretiminin sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel üstbiliş farkındalıkları ile olasılıksal muhakeme becerilerine etkisini belirlemek ve öğrencilerin argümantasyon tabanlı olasılık öğretimine yönelik görüşlerini ortaya çıkarmak amacıyla elli bir sekizinci sınıf öğrencisiyle çalışmıştır. Bu öğrencilerden yirmi altısı deney grubunda yirmi beşi ise kontrol grubunda yer almaktadır.Öğretim sürecinde öğrencilerin ürettikleri tüm argümanlar Toulmin modeline göre analiz edilmiş ve matematiksel üstbiliş farkındalık bakımından argümantasyon tabanlı olasılık öğretimi ile mevcut öğretim yöntemi arasında anlamlı bir farklılaşma tespit edilemediği belirtilmiştir. Olasılıksal muhakeme bakımından ise argümantasyon tabanlı olasılık öğretiminin mevcut öğretime göre daha etkili olduğu belirlendiği ifade edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin süreç içerisinde kaliteli argümanlar üretme anlamında geliştikleri gözlemlendiği ve öğrencilerin çoğunun uygulanan öğretim yöntemine yönelik görüşlerinin olumlu olduğu araştırma sonucunda belirtilmiştir.

Argümantasyon tabanlı öğrenme üzerine yapılan çalışmalar incelendiğinde derslerde öğrencilerin argüman üretmelerine yönelik yapılan etkinliklerin öğrencilerin derse olan ilgilerinin artmasını, matematiğe olan prosedürel algının yerini kavramsal bir anlayışın aldığı, süreç içinde düşüncelerini ifade eden ve bu konuda ikna etme çabasına giren öğrencilerin matematiksel gelişimlerinin olumlu etkilendiği görülmüştür.

Argümantasyon tabanlı öğrenme etkinlikleri temelinde öğrencilerin düşüncelerini ifade eden argümanlar üretmelerini, bunları haklı çıkarmak için gerekçeler sunmalarını ve tartışmalarını içermektedir. Yani bu öğrenme yaklaşımına göre öğrencilerin yazılı ve sözlü argümanlar üretmeleri önemli bir unsurdur. Öğrencilerin argüman üretmelerini teşvik eden ve bu argümanları inceleyen çalışmalara aşağıda yer verilmiştir.

Kosko (2015) ilkokul üçüncü sınıf öğrencileriyle matematiksel argüman yazımlarını incelediği bir çalışma yapmıştır. Çalışmanın amacı öğrencilerin verilen göreve ilişkin oluşturdukları matematiksel argüman yazımında görevlerin karmaşıklığının değişmesinin etkilerini incelemektir. Öğrencilerin karmaşıklığı farklılık gösteren görevlerde yer alan bilgileri yazımlarına nasıl dahil ettikleri ve yazımlarının bu bağlamdaki detaylandırmalarını incelenmiştir. Öğrencilere bu amaçla iki görev verilmiştir. Birinci görev daha basit ve karmaşıklıktan uzakken ikinci görev daha karmaşık bir yapıya sahiptir. Göreve ilişkin öğrencilerden düşüncelerini ve düşüncelerini haklı çıkaracak matematiksel argüman yazımlarını oluşturmaları istenmiştir. Kosko, verileri öğrencilerin yazımları ve odak öğrencilerin klinik görüşmeleri ile elde etmiştir. Elde ettiği verileri ise Toulmin'in argümantasyon şemasının özellikle dört maddesine (iddia, varyans, gerkeçeler (destek), veri(len)ler) odaklanarak analiz etmiştir. Çalışmada yer alan bulgulara dayanarak sonuçta daha karmaşık verilen bilgi setlerin ve görevlerde öğrencilerin görevde verilen verileri yazmaya daha çok dahil ettikleri ve daha fazla detaylandırdıkları gözlemlendiği belirtilmiştir. Basit olan görevde öğrencilere göreve ilişkin referans kullanımları az iken karmaşık düzeyde yer alan görev için oluşturdukları yazımlarda ve görüşme sırasındaki söylemlerinde görevde yer alan verilere daha fazla atıfta bulundukları belirtilmiştir. Araştırma sonucunda, verilen bilginin matematiksel detaylandırma yoluyla işlevselleştirilmesinin, verinin karmaşıklığından ve bunun sonucunda genel olarak görevin karmaşıklığından etkilendiği sonucuna varılmıştır.

Cross (2008) dokuzuncu sınıf öğrencileri ve beş öğretmen ile geleneksel öğretimin olduğu bir sınıf ile matematiksel argümanların oluşturulduğu yazma ve tartışma etkinliklerinin yer aldığı iki sınıfın matematiksel başarılarını karşılaştırdıkları bir çalışma yapmıştır. Çalışmada "Matematiksel argüman ve yazma etkinliklerine katılan öğrenciler, yalnızca yazma etkinliklerine katılan öğrencilere göre matematiksel kavramların daha iyi anlaşıldığını gösterecek mi?" "Matematiksel argümantasyon ve yazma etkinliklerine katılan öğrenciler, yalnızca matematiksel argümantasyon yapan öğrencilerden daha matematiksel kavramların daha iyi anlaşıldığını gösterecek mi?" ve "Matematiksel argümantasyon ve yazma etkinliklerine katılan öğrenciler, matematiksel argümantasyon ve yazma ile uğraşmayan öğrencilere göre daha fazla matematiksel kavram anlayışı gösterecek mi?" sorularına yanıt aranmıştır. Bu kapsamda 211 öğrenci ve beş öğretmen ile çalışılmıştır. Çalışmada öğrenciler gruplara ayrılarak gruplara geleneksel öğretim, yalnızca yazma, yalnızca tartışma, tartışma ve yazma etkinlikleri ile öğretim gerçekleştirilmiştir.

Çalışma sonunda yapılan analizler iki önemli sonuç ortaya çıkarmıştır. Birincisi, herhangi bir etkinliğe katılmanın (yazma, tartışma, yazma ve tartışma) hiç etkinlik yapılmamasından daha daha başarılı sonuçlar doğurduğu ve bu etkinlikler sentezlenerek yani bir arada uygulandığında öğrencilerin matematik anlayışlarının artacağı şeklindedir. İkincisi ise birleşik faaliyetlere katılmak (tartışma ve yazma) yalnızca tartışmaya katılmaya oranla önemli ölçüde başarı farkı sağlamıştır. Bununla birlite çalışma sonucunda yazma ile yazma ve tartışma çalışmalarının birlikte yapıldığı gruplar arasında anlamlı br farklılaşma görülmediği belirtilmş buna gerekçe olarak yazmanın öğrenmeyi teşvik edici güçlü bir strateji olduğu öne sürülmüştür. Bireyin diğer konuşmacılardan ipucu alabileceği söyleminin aksine, yazma, bireyin bilgi üretmek için kendi bilişsel kaynaklarını kullanmasını gerektirmesinin bu durumda önemli etkisi olduğu ifade edilmiştir. Ayrıca çalışma sonucunda yazma etkinliklerinin, öğrencilerin farklı kavramlar ve bunların nasıl ilişkili oldukları hakkındaki bilgilerini pekiştirmeleri ve bu fikirleri düzenli ve tutarlı bir yanıt üretmek için sentezlemelerinin iyi bir yolu olduğu belirtilmiştir. Yazma ve tartışma etkinliklerinin başarısı için kritik öneme sahip olan, hem grup etkileşimi hem de yazma görevleri için sınıf sosyal normlarının geliştirilmesinde öğretmenin rolünün önemli olduğu belirtilen sonuçlar arasındadır.

İlgili alan-yazında matematiksel argümantasyonun özel bir hali olarak matematiksel yazmayı inceleyen çalışmalara da rastlanmıştır. Bu çalışmalara aşğıda yer verilmiştir.

Kosko vd. (2009) Virginia'da bir ortaokulda altıncı, yedinci ve sekizinci sınıf öğrencileri ile cebirsel ve aritmetik muhakeme yapmaları ile matematik yazımlarının düzeyleri arasındaki ilişkinin incelendiği bir çalışma yapmıştır. Çalışmanın ana odağı, yazma becerisinin seviyesini öğrencilerin matematiksel akıl yürütme (cebirsel ve aritmetik) düzeyleriyle karşılaştırmaktır. Öğrencilere iki farklı artimetik dizinin nasıl çözüleceği hakkında sorular yöneltilmiştir. Her iki örüntüde de gittikçe artan üst üste bardakların yer aldığı örüntüler seçilmiştir.Her örüntü için öğrencilere yanıt vermeleri için çeşitli takip soruları yöneltilmiştir. Yöneltilen sorulardan dördü öğrencilerin aritmetik örüntüleri nasıl çözdüklerine ilişkin yazmalarını istemektedir. Yanıtlar muhakeme türü (artmetik, orantılı, cebirsel veya diğer) ve matematiksel yazma düzeylerine göre (basit, prosedürel/işlemsel veya açıklayıcı) analiz edilmiştir. Aritmetiksel muhakeme türü öğrencilerin örüntü karşısında tekrarlanan niceliksel ekleme ya da çıkarma algoritmasını ifade etmektedir. Cebirsel muhakeme ise sembolik bir cebirsel ifade olarak yazılabilecek işlemleri ve örüntü için uygulanabilir bir cebirsel ifade oluşturmak şeklinde nitelendirilmiştir. Çalışmada yer alan matematiksel yazma düzeylerinden basit yazma; yalnızca yanıtı içermektedir, işlemselyazma; soruyu çözmek için yapılan adımları ve/veya çözüm stratejilerini kapsamaktadır. Açıklayıcı yazılar ise uygulanan adımların ve işlemlerin nedenlerini içeren ek detayları içine almaktadır.

Çalışmada öğrenci farklılıklarını incelemek için sınıf düzeyine ve cinsiyete göre farklıllılaşmalara bakılmıştır. Öğrencilerin matematiksel yazmaları incelendiğinde sınıf düzeyi ile cinsiyet arasında istatiksel olarak anlamlı bir fark bulunamamıştır. Bununla birlikte, kızlar sürekli olarak erkeklerden daha yüksek düzeyde yazma becerisi göstermişlerdir, ancak fark istatistiksel olarak anlamlı olmamıştır. Çalışmanın sonucunda, cebirsel muhakeme yapan öğrencilerin, matematik hakkında genel olarak aritmetiksel muhakeme yapan öğrencilere göre daha ayrıntılı yazdıklarını göstermektedir. Öğrencilerin cebirsel formülün nasıl oluşturulduğunu açıklayabildikleri ancak formülün neden işe yaradığını ifade etmekte zorlandıkları gözlemlenmiştir. Benzer şekilde, aritmetik dizi için bir kural oluştururken aritmetiksel muhakeme gösteren öğrenciler, art arda eklemenin neden bir yanıt vereceğini açıklamakta zorlanmıştır. Çalışmada matematik öğretimi ile ilgili yer alan çıkarımlar ve öneriler her düzeydeki öğrencilere matematik hakkında derinlemesine düşünme fırsatı sunulması, matematiksel yazma fırsatları oluşturulması şeklindedir.

Shield, Galbraith (1998) sekizinci sınıf öğrencileriyle matematiksel yazımın bölümlerini incelemek ve bir şema oluşturmak amacıyla bir çalışma yapmıştır. Çalışma iki ayrı ortaokulda yer alan yirmi beş sekizinci sınıf öğrencisiyle yapılmıştır. Çalışmanın yürütüldüğü sınıflarda eğitim veren her iki öğretmen de çalışma öncesindeki matematik öğretiminde kısa yazma etkinliklerini kullandıklarını, ancak öğrencilerin matematiksel yazımlarının gelişmesi için bir planlarının olmadığını belirtmiştir. Çalışmada veri toplamak için öğrencilere açıklayıcı yazma görevi verilmiştir. Bu görevler öğrencilerin sınıfta olmayan ve dersi kaçıran bir arkadaşına son öğrenilen konudan bahsetmeleri ve mesela “80’nin %35’i kaçtır?“ sorusunun çözümünda zorlanan ve “*Bunun nasıl yapılacağına dair hiçbir fikrim yok. % Sembolünün ne anlama geldiğini bile bilmiyorum.* “ diyen arkadaşı için yaşadığı zorlukları yenebilmesi için açıklama yapmalarının istenmesi şeklindedir. Çalışmada toplanan ve analiz edilen matematiksel yazımların işlemsel yazım şeklinde olduğu gözlemlenmiştir. Bu durum öğrencilerin matematiği algortimik işmler bütünü şeklinde algıladıklarını göstermektedir. Öğrencilerin yazımlarıda ders kitaplarında yer alan örneklere paralellik olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca öğrencilerin bazen işlemsel yazımlarında genelleştirilmiş bir dil kullandıkları ve önceki bilgileri ile bağlantılar kurdukları ancak prosedürleri neden ve nasıl uygulamak istediklerine dair bir açıklama yer almamaktadır. Çalışma süresince öğrencileryazımlarında daha fazla detaylandırma girişimine teşvik edilmelerine rağmen bu konuda çok az bir gelişme olduğu kaydedilmiştir. Çalışma sonucundaki verilerde öğrencilerin algoritmik yazma tarzlarını geliştirme konusunda yetenekli oldukları görülmüştür.

Çalışmada öğrencilerin matematik öğretimi süresince kulladıkları yazılı materyallerin (ders kitabı, diğer matematik kitapları vb..) yazım dili ile öğretmenlerin matematik öğretimi için ‘anlat, göster,yap’ yaklaşımını benimzemeleri öğrencilerin matematiksel yazımlarının işlemsel yazım şeklinde olmasında neden olarak gösterilmiştir. Öğretmenlerin çalışma süresi (üç ay) öğretim sırasında ayrıntılı olarak tartışma yaklaşımını uygulamalarına karşın öğrencilerin öğretim öncesindeki yazımlarında çok az değişiklik gözlemlendiği belirtilmiştir. Öte yandan çalışmada öğrencilerin matematiksel anlamalarının çalışma sonucunda geliştiği belirtilmiştir. Aynı zamanda öğrencilerin önceki bilgileri ile ilişkilendirme eğilimlerinde artış görüldüğü ifade edilmiştir. Çalışma sonucunda matematik öğreniminde yazma etkinlikleri ile öğrencilerin matematiksel fikirlerinin daha derin şekilde anlaşılmasını teşvik ettiği belirtilmiştir. Matematik öğretmenlerinin, öğrencilerinin matematiksel yazılarının anlamlılıklarını, fikirler hakkında daha fazla düşünmeyi teşvik edecek şekilde arttırmalarını sağlamak, uzun vadeli bir görev olacağı, bu tür bir değişikliğin ancak öğretim uygulamaları ve öğrencilerin okul yaşamları boyunca kullandıkları ders kitaplarında büyük değişiklikler ile sağlanabileceği çalışma sonunda vurgulanmıştır.

Pugalee (2004) matematiksel problem çözme bencerisine yazmanın etkisini araştırmıştır. Çalışma lise dokuzuncu sınıf öğrencilerinin matematisel problem çözme süreçlerinin yazılı ve sözlü açıklamalarının analizini içermektedir. Öğrencilere yaşları ve akademik düzeylerine uygun olarak, kaynak kitaplar ve ders kitaplarını da içeren müfredat kapsamında ders materyallerinden oluşturulan yirmi problem yöneltilmiştir. Öğrencilere yöneltilen açık uçlu problemler öğrencilerin tanımlayıcı problem çözme süreçleri oluşturmaları göz önünde bulundurularak oluşturulmuştur. Problem seviyeleri düşük, orta ve yüksek şeklinde ayarlanmışır. Problemlerin çeşitli zorluk seviyelerinde seçilmesi ile problemin değişen karmaşıklığı ve çeşitliliği karşısında öğrencilerin problem çözme sürecinde düşünme düzeylerini kıysalamak amaçlanmıştır.

Baxter vd. (2005) düşük seviyeli dört yedinci sınıf öğrencisi ile bir çalışma gerçekleştirmiştir. Çalışmanın amacı öğrencilerin matematiksel yazmanın öğrencilerin kavramsal anlayış üzerindeki etkisini, akıl yürütme becerilerinin gelişimine katkısı olup olmadığını ve stratejik yetkinlikleri hakkında neyi ifade ettiğinin araştırılmasıdır. Çalışma bir dönem boyunca sürmektedir. Öğrenciler her hafta günlüklerinde matematiksel yazılar yazmıştır.

Veriler sınıf gözlemlerinden, öğrencilerin günlüklerindeki matematiksel yazılarından ve öğretmen ile yapılan görüşmeler ile toplanmış ve nitel olarak analiz edilmiştir. Çalışma süresince elde edilen verilerden özellikle öğrencilerin matematiksel fikirleri ve muhakemeleri hakkında yazmaya teşvik edildikleri matematiksel etkinlikler üzerinde durulmuştur. Çalışma sonucunda matematiksel tartışmalara aktif olarak katılmayan öğrencilerin matematiksel fikirler hakkında yazmaları istendiğinde olumlu yanıt verdikleri görülmüştür. Çalışma sonuçlarına göre matematikte yazmanın daha fazla öğrencinin matematiğe anlam kazandırması için bir fırsat sağlamaktadır. Başka bir bakış açısı ile de öğretmenler öğrencilerin oluşturdukları matematiksel yazılar sayesinde öğrencilerin matematiksel fikirleri hakkında bilgi sahibi olduklarını, ne yaptıklarını ve anlamadıkları noktaları belirleyebildiklerini ifade etmiştir. Öğrencilerin günlüklerinde yazılar oluştması onların günlük olarak dersi gözden geçirip bir sonraki günü planladıkları daha zengin bir planlama yapmasına olanak sağlamıştır. Çalışmanın sonunda öğretmenin yaptığı yorumların çoğu, yazmanın öğretim için beklenenden çok daha fazla bilgi sunduğunu göstermiştir. Ayrıca günlüklerin öğrencileri teşvik etmenin önemli bir yolu olduğu belirtilmiştir. Öğrenci günlükleri, öğrencilere ne düşündüklerini, farklı bir planlamayı kolaylaştırdığını ve öğrencilere özel olarak iletişim kurmaları için bir araçtır ve sözlü iletişim için önemli bir alternatif oluşturmaktadır.

Matematik eğitim topluluğu, matematik derslerinde muhakeme ile birlikte yazma etkinliklerinin uygulanmasını desteklemeye devam etmektedir (Cross, 2009; Ernest, 1998; NCTM, 2000). Akkuş ve Hand bu durumdan hareketle matematiksel düşünme sezgisini geliştirmiştir ve 2010 yılında bu kapsamda bir lisede üç öğretmen ile matematiksel muhakeme yaklaşımı (mathematics reasoning approach, MRA) adı verilen bir pedagojik modelin uygulanması sırasında öğretim uygulamaları, matematiksel yazmanın problem çözme ve öğrenmeye etkisini incelemişlerdir. Çalışmanın amacı, daha geniş bir ölçekte, öğretmenlerin matematik muhakemesi yaklaşımını kullanarak sınıflarındaki pedagojik uygulamalarını değiştirmelerine yardımcı olmak ve böylece öğrencilerin matematik başarısını arttırmalarını sağlamaktır. Öğretmenler bu pedagojik modeli geleneksel, öğrenci merkezli yaklaşım ve gruplara bölerek öğretimi gözlemleme yaklaşımı şeklinde üç düzeyde uygulamıştır. Öğretmenlerin modeli uygularken daha çok soru sormaya çalıştıkları ancak bazen problem çözme ve diyalog etkileşimi ile birleştiremedikleri görülmüştür. Öğretmenler zaman zaman düşündürücü sorular sorsalar bile etkileşimin yalnızca belirli öğrenciler arasında kaldığı belirtilmiştir. Öğretmenlerin problem çözme sürecinde öğrencilere kendi yöntemleriyle keşfetmeleri için daha fazla fırsat vererek problem çözme aşamasındaki rolüne yardımcı olmaya çalışmış olsalar da öğretmenlerin bu modeli ugulamada zorlandıkları çalışma sonunda görülmüştür. Öğretmenlerin bu pedagojik modeli uygularken zorlanmalarının nedenleri çalışmada iki kategoriye ayırlmıştır: Dış sebepler (örneğin; müfredat, zaman vb.) ve iç sebepler (örneğin; inançlar, pedagojik beceriler vb.). Çalışmanın sonuçları öğretmenlerin müfredatı yetiştirme konusunda endişe duyduklarını göstermektedir. Öğretmenlerin öğrencilere problem çözümlerini tartışırken daha fazla zaman vermemelerinin gerekçesi olarak müfredatı göstedikleri belirtilmiştir. Çalışmanın sonuçlarına göre öğretmenlerin müfredatın yanı sıra derste öğrenilenleri 'denetleyicisi' olmamakta zorlandıkları ifade edilmiştir. Öğretmenler için cevabı söylememek veya öğrencilerin fikirlerini değerlendirmemenin zor olduğu görülmüştür. Öğretmenlerin çalışma sonucunda modeli uygulama seviyeleri birbirinden farklı olsa da, modelin düzeyleri arasındaki değişimler arasında benzerlik görülmüştür. MRA öğretme seviyeleri başlangıçta geleneksel öğretimde eşdeğer iken ikici yaklaşımda bir farklılaşma söz konu olmuştur. Bu farklılaşmanın öğretmenlerin uyguladıkları pedogojik yaklaşım kaynaklı olduğunu göstermektedir. Çalışma sonucunda elde edilen bulgular ile ders içinde öğrencilerin problem çözmelerine teşvik etmek için tartışma ortamı oluşturulmasını sağlamak, öğenncilere sorgulamaya yönlendirecek sorular sormak, sınıf içinde tartışma ortamı oluşturma ve öğretime yazılı etkinlikleri dahil etmenin öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerini geliştirmelerine olanak sağladığı görülmüştür.

İlgili çalışmalar incelendiğinde öğrencilerin argüman üretimini teşvik eden çalışmalar yer almasına karşın öğrencilerin oluşturdukları yazılı ya da sözlü argümanları nasıl detaylandırdıklarını inceleyen bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu çalışma ile hem bu eksiklik giderilmeye hem de yazlı ve sözlü matematiksel argümanların nasıl detaylandırıldığına dair bir bakış açıcı geliştirilmeye çalışılmıştır.

1.4. Amaç

Bu araştırmanın genel amacı, ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin farklı matematiksel görevler karşısında verilenlerden yaralanarak ürettikleri yazılı ve sözlü matematiksel argümanları detaylandırmalarını incelemektir. Bu amaç kapsamında aşağıdaki soruya yanıt aranmıştır:

> Ortaokul sekizinci sınıf öğrencileri onlara verilen farklı matematiksel görevler karşısında verilenlerden yararlanarak yazılı ve sözlü matematiksel argümanları nasıl detaylandırmaktadırlar?

1.5. Araştırmanın Önemi

Eğitimin temel amacı öğrencilerin kendi kendisini değerlendirebilmelerine ve eğitebilmelerine olanak sağlamaktır (Dibello, 2001). Öğrencilerin kendi kendilerini değerlendirebilmeleri ve eğitebilmeleri öz düzenleme ya da üst bilişsel yeterneklerini geliştirmek ile mümkün olabilir.

Öğrencilere matematik derslerinde kazandırılmak istenilen yalnızca işlemsel beceriler değil, aynı zamanda matematiksel işlemler yaparken neyi, neden yaptıklarına karar verme, alternatifleri görme, bilgilerini sorgulayarak kendilerini değerlendirme ve belki de en önemlisi olan farkındalık kazandırma yani bilinçli bir öğrenci haline getirme hedeflerimizin başında yer almaktadır. Tüm bu hedefleri gerçekleştirmek için matematik öğretiminde yazma etkinlikleri güçlü bir araç niteliğindedir (Song, 1997).

Matematik öğretiminde tüm öğrencilerin yeterliliğe ulaşmaları hedeflenmektedir. Ancak ne yazık ki bu hedef birçok öğrenci için ulaşılması zor bir hedef konumundadır (Rand Mathematics Study Panel, 2003). Ulusal Araştırma Konseyi (Kilpatrick, Swafford, and Findell, 2001), matematiksel yeterlilik kavramını birbiriyle ilişkili olan beş kavramdan oluştuğunu belirtmiştir ve bu kavramları şu şekilde ifade etmiştir:

- Kavramsal anlayış
- İşlemsel beceri
- Stratejik beceri, sorunları formüle etme ve temsil etme becerisi
- Mantıksal düşünebilme becerisi, açıklama ve argüman oluşturabilme
- Yaratıcı ve üretken düşünebilme, matematiğin mantıklı ve yararlı olduğu inancı.

Bu bileşenler incelendiğinde öğrencinin matematiksel yeterliliğe ulaşmasında matematiksel argümanüretiminin oldukça önemli bir noktada olduğu görülmektedir. Çünkü matematiksel argümanüretimi ile öğrenciler işlemsel çalışmalar yanında kavramları kullanarak ve açıklayarak işlevsel hale getirmekte, göreve ya da duruma ilişkin yazımlarında mantıksal muhakemler yaparak düşüncelerini açıklamak için sratejik becerilerini kullanarak özgün matematiksel argümanlar üretmektedir.

Matematiksel yeterliliğin geliştirilebilmesi için öğrencilerin matematiksel düşüncelerini ifade edebilmeleri ve iletebilmeleri gerekmektedir. Bu şekilde bilginin oluşum aşamasına aktif olarak dahil olabilirler (Ball, 1993; Cobb, Wood, Yackel, and McNeal, 1992; Lampert, 1990; Lampert and Blunk, 1998; Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi) [NCTM], 2000; O'Connor & Michaels, 1996). Öğrencilerin öğretim sürecinde matematiksel fikirlerini ifade etmeleri, çözüm stratejilerini açıklamaları, matematiksel durumları sorgulamaları ve gerekçelendirmeye çalışmaları matematiksel yeterliliğin gelişiminde kritik öneme sahiptir (Chazan and Ball, 1999; Williams and Baxter, 1996).

Yapılan çalışmalarda, matematik öğretiminde stratejik beceri ve mantıksal düşünebilme becerilerini, açıklama ve argüman üretebilme becerilerinin öğretim sürecine az dahil edildiği buna karşın işlemsel beceri ile algortimaların daha hızlı ve otomatik olarak yürütülmesi temelli öğretime daha fazla vakit ayrıldığı belirtilmiştir (Gonzales anddiğerleri, 2000, TIMSS Video Matematik Araştırma Grubu, 2003). Bu durum öğrencilerde matematiğin kurallar bütünü ve bu kuralların kullanılarak oluşturulan algoritmaların işlemlere dökülmesi olarak algılanmasına sebebiyet vermektedir (Kilpatrick and et all, 2001).

İlgili alan-yazında yer alan çalışmalarda matematik öğrenme sürecinde yazılı ve sözlü iletişimin önemine vurgu yapılmıştır. (Boaler, 1997; Burton and Morgan, 2000). Burton ve Morgan (1998), matematiksel düşünmenin geliştirilmesinin matematiksel söylemlerin yazılı ve sözlü olarak ifade edilmesi ve iletişim halinde bir öğrenme ile mümkün olacağını belirtmiştir.Bununla birlikte, öğrenciler matematiksel fikirlerini ifade etmekte ve açıklamakta zorlandıkları görülmektedir (Ball, 1993). Öğrencilerin herhangi bir matematiksel görev karşısında ikileme düştükleri durumda bilgilerini ve bilgileri dahlindeki çıkarsamalarını ifade etmekte zorlandıkları, yaptığı işlemleri açıklamaktan kaçındıkları gözlenmektedir (Ball, 1993).

Yapılan çalışmalar incelendiğinde matematik öğretim sürecine matematiksel argüman üretiminin dahil edilmesinin önemi görülmektedir. Bu durum bu çalışmayı yapmayı gerekli kılmaktadır. Matematiksel argüman üreten öğrenciler öğrenciler matematiksel fikirlerini ifade ederek fikirlerini sorgulama ve gerekçelendirme girişimde bulunmaktadırlar. Bu nedenle bu çalışmada öğrencilerin verilen belirli matematiksel görevler karşısında oluşturdukları yazılı ve sözlü matematiksel argümanları incelenmiştir. Öğrencilerin verilen görevlerden yararlanarak yazılı ve sözlü argümanları nasıl detaylandırdıkları ve detaylandırma süreçleri analiz edilmiştir.

1.6. Sınırlılıklar

Araştırma, 2017-2018 eğitim-öğretim yılı bahar dönemi, araştırma okulu ve bu okulda sekizinci sınıfa devam eden yetmiş sekiz öğrenci ile sınırlıdır.

1.7. Tanımlar

Argüman: Herhangi bir sonucu açıklamak, modeli veya tahmini desteklemek ya da çürütmek için ortaya atılan teorilerin ve kanıtların bir koordinasyonu olarak tanımlanmaktadır (Toulmin,1958).

Argümantasyon: Herhangi bir söylem argüman kabul olarak kabul edilmez. Bu yazıda ‘argümantasyon’ kelimesi, belirli bir konu hakkında mantıksal olarak konu kapsamında bir söylem üretme süreci olarak ele alınmaktadır. Argümantasyon bir dilsel bağlamdır ve okuyucunun konu kapsamında oluşturanın dşüncesini anlayabilmesini sağlar.

Matematmatiksel Argümantasyon: Matematiksel argümantasyonu yeni matematiksel fikirleri keşfetmek ve başkalarını bir matematiksel iddianın doğru olduğuna ikna etmek için oluşturulan dinamik bir sosyal söylem süreci olarak görmektedir (Rumsey ve W. Lagrall, 2016).

Yazma: Yazma, farklı amaçlar ve hedef kitleler için etkili biçimde hazırlanmış metinler oluşturma becerisi olarak tanımlanabilir (National Institute for Literacy, 2007). Özünde beyinde yapılandırılmış bilgilerin yazıya dökülmesi işlemidir (Güneş, 2007).

Matematiksel Yazma: Bireyin matematiksel bir bağlam veya görev karşısında yaptığı akıl yürütmelerinin, kurduğu bağlantı veya çıkarsamalarının, işlemlerinin, tanımlamalarının vb. yazıyla ifade edilmesidir. Matematiksel yazma, akıl yürütme, iletişim ve bağlantıların geliştirilmesinin sürdürülmesinde tamamlayıcı olarak tanımlanmıştır (Connolly and Vilardi, 1989; Countryman, 1992; Sierpinska, 1998).

Matematmatiksel Argümantasyon: Matematiksel argümantasyonu yeni matematiksel fikirleri keşfetmek ve başkalarını bir matematiksel iddianın doğru olduğuna ikna etmek için oluşturulan dinamik bir sosyal söylem süreci olarak görmektedir (Rumsey ve W. Lagrall, 2016).

Matematiksel Argüman Yazımı (MAY): Herhangi bir matematiksel durum veya görev karşısında başkalarını ikna etmek amacıyla kabul edilebilir matematiksel iddialar oluşturmak için yazılmış olan yazılardır (Kosko, 2015).

Matematiksel Detaylandırma: Matematiksel detaylandırma, bir bireyin matematiksel bir bağlam veya görev için verilen bilgileri ifade ettiği ve bu bilgileri bir iddiayı desteklemek için bütünleştirdiği dilsel bir eylemdir (Kosko, 2015).

2. YÖNTEM

Ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin farklı matematiksel görevler karşısında verilenlerden yaralanarak ürettikleri yazılı ve sözlü matematiksel argümanları detaylandırmalarını incelemek amacıyla yapılan bu çalışmada öğrencilerin argüman yazımları ve verilenlerden argümanları detaylandırmak için nasıl yararlandıklarını derinlemesine incelemek için verilerin toplanması, analiz edilmesi ve yorumlanmasında temel nitel araştırma yöntemi benimsenmiştir.

Nitel araştırma insanların yaşam biçimlerini, hikayelerini, sergiledikleri davranışlarını, örgütsel yapıları ve gerçekleşen toplumsal değişmeyi anlamaya yönelik olarak gerçekleştirilen bir bilgi üretme sürecidir (Strauss and Corbin, 1990).Storey (2007)'e göre nitel araştırma ile insanların herhangi bir olaya ilişkin öznel bakış açılarını keşfedilebilir ve bu yönüyle de nitel araştırma yöntemi nicel araştırma yönteminden üstündür. Nicel araştırmalar sayısal verilere odaklanılan gerçekliğin insandan bağımsız şekilde oluştuğunu ve nesel bir olgu olduğu varsayımına dayanırken nitel araştırmalar tam tersine gerçekliğin araştırmacının yorumu ile oluşturulduğu ve araştırmacının öznel değerlendirmeleri ile kavranabileceği varsayımlarına dayanmaktadır (Creswell,1994).

Temel nitel araştırma yöntemi, bireyin herhangi bir olayı algılayışı, duygu ve düşüncelerini anlamaya çalışan bir araştırma yöntemidir. Eğitim bireylerin düşüncelerini anlamaya ve bu algılardan yola çıkarak eğitimi şekillenirmeye, bazı sonuçlara ulaşmaya çalışan sosyal bir olgu olduğu için araştırmada temel nitel araştırma yöntemi benimsenmiştir (Merriam, 2009).

Nitel araştırmalarda genellikle üç şekilde bilgi toplanır: çevresel bilgi, süreçle ilgili bilgiler ve algılar (LeCompte and Goetz, 1984). Çevresel bilgi, araştırmanın yapıldığı sosyal ortam, kültürel yapı ve fiziksel özelliklere ilişkindir. Süreç ile ilgili bilgiler, araştırma sürecinde olup bitenler ve bu olaylarınaraştırma grubuna nasıl yandığıyla ilgilidir. Algılara ilişkin bilgiler ise katılımcıların süreç içinde nasıl anlayıp neler düşündüklerini ortaya koymaktadır. Bu üç tür bilginin toplanabilmesi için görüşme, gözlem ya da yazılı dökümanların analizi yapılmaktadır. Bu yöntemlerde katılımcıya yöneltilecek soruların belirlenen odak noktalar ve kurulan ilişkiler kuramsal çerçeve bağlamında oluşturumalıdır (Merriam, 2009; Merriam, 1998'den akt. Tanışlı, 2008). Algıların ve gerçekleşen olayları doğal ortamında ve bütüncül olarak ortaya koyma çabasında olan temel nitel araştırma bir olguyu ya da durumu kendi ortamından bağımsız olmayacak şekilde derinlemesine anlama ve incelemeyi amaçlamaktadır. Bu nedenle temel nitel araştırma yöntemi ile elde edilen bulguların bütüne genellenmesi güçtür.

2.1. Katılımcılar

Araştırmada pilot ve ana çalışmasında yer alacak katılımcılar Eskişehir il merkezindeki orta sosyo-ekonomik düzeye sahip bir ortaokulda öğrenim gören sekizinci sınıf öğrencilerinden oluşmaktadır. Araştırmada çalışılan konuyu derinlemesine ve tüm olası ayrıntıları ile incelemek amaçlandığından katılımcıların belirlenmesinde amaçlı örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Amaçlı örnekleme, zengin bilgiye sahip olduğu düşünülen durumların derinlemesine çalışılmasına, olgu ve olayların keşfedilmesine ve açıklanmasına olanak vermektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Amaçlı örneklem kendi içinde pek çok örnekleme yönteminden oluşur. Bu yöntemlerden biri de ölçüt örnekleme yöntemidir. Ölçüt örnekleme önceden belirlenmiş bir dizi ölçütü karşılayan bir durum çalışmasıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Araştırmada katılımcıların belirlenmesinde bu yöntemin kullanılması benimsenmiş ve bu bağlamda şu ölçütler ile belirlenmiştir:

Katılımcıların sınıf düzeyi: Yaş ve sınıf düzeyi gereği tümdengelimsel düşünebilme, eleştirel ve sorgulayıcı olma, matematiksel birikimlerinin diğer ortaokul kademelerine göre daha fazla olması nedeniyle ilişkisel düşünme ve düşüncelerini tartışabilme becerilerine sahip olma sekizinci sınıf öğrencilerinden beklenilen becerilerdir. Tüm bu sebepler ve aynı zamanda matematiksel argümanlarının incelendiği çalışmalara bakıldığında ortaokul öğrencileriyle yürütülen çalımaya rastlanılmamasından dolayı bu çalışmanın sekizinci sınıf öğrencileriyle yapılması tercih edilmiştir.

Katılımcıların seçimi: Araştırma öncelikle çalışmanın yürütüldüğü okulda yer alan yetmiş sekiz sekizinci sınıf öğrencisi ile yapılmış, sonrasında ise öğrencilerin çalışmada ürettikleri yazılı dökümanlar incelenerek odak öğrenciler seçilmiştir. Öğrencilerin yazılı döküman analizlerinin beraberinde öğrencilerin başarı düzeyleri ve cinsiyetleri de seçimde rol oynamıştır. Yapılan araştırma için başarı düzeyi yüksek olan bir kız, bir erkek öğrenci; orta olan bir kız, bir erkek öğrenci ve başarı düzeyi düşük olan bir kız ve bir erkek öğrenci olmak üzere toplam altı odak öğrenci seçilmiştir.

Öğrenci başarı düzeyleri sınıf öğretmenlerinin öğrenciler ile ilgili görüşleri ile 2017-2018 güz dönemi matematik karne notları ölçütlerine göre belirlenmiştir. Ayrıca seçilen öğrencilerin gönüllü olması dikkate alınarak katılımları gerçekleşmiştir.

2.2. Araştırma Ortamı

Araştırmanın uygulaması, Eskişehir il merkezinde yer alan Toki Şehit Emre Bolat Ortaokulu'nda, 2017-2018 öğretim yılı bahar döneminde gerçekleştirilmiştir. Okul sosyo-ekonomik düzeyleri genellikle düşük ve orta olan ailelerin çocuklarına tam gün eğitim-öğretim veren, Milli Eğitim Bakanlığı'na bağlı bir kurumdur. Bu okulun seçilmesinde, öğrencilerin; araştırmacının kendi öğrencileri olması, yaklaşık aynı sosyo-ekonomik koşullara sahip olmaları ve okulda klinik görüşmelerin gerçekleştirilmesi için uygun mekânların yer alması düşüncesi etkili olmuştur. Araştırma sürecinde klinik görüşmeler, öğrencilerin kendilerini rahat hissedecekleri, sessiz bir ortamda yapılmıştır.

2.3. Veri Toplama Arçalarının Hazırlanması, Geçerlilik ve Güvenirlik Çalışmaları

Araştırmada birlikte çalışacak öğrencileri seçebilmek için araştırmacı tarafından hazırlanan ve Ek 4'te örneği verilen çalışma kağıdı kullanılmıştır. Toplam beş matematiksel görevden oluşan çalışma kağıdındayer alan matematiksel görevler hazırlanırken öğrencilerin verilenlerden yararlanarak matematikselargümanlar oluşturabilmelerine olanak sağlayacak nitelikte olmalarına özen gösterilmiştir. Matematiksel görevlerin öğrencilerin sınıf düzeylerine uygun olmasına dikkat edilmiştir. Ayrıca matematiksel görevler içince daha önceden bilgi sahibi oldukları konuları kapsayan görevlerin yanı sıra daha önce öğrenmedikleri konuyu içeren matematiksel görev de yer almaktadır. Bu seçimin nedeni öğrencilerin halihazırda var olan bilgilerini yeni bir konuda nasıl kullandıklarını ve eski bilgileri yeni problem durumunda nasıl işlevselleştirdiklerini inceleyebilmektir.

Hazırlanan çalışma kağıdı iki alan uzmanının ve bir ortaokul matematik öğretmenin görüşüne sunulmuştur. Bu şekilde çalışma kağıdının güvenirliği arttırılmıştır. Aynı zamanda çalışma kağıdının güvenirliğini arttırmak için araştırma kapsamında yer alan öğrencilerle benzer nitelikere sahip ortaokul sekizinci sınıf öğrencileri ile pilot çalışma yapılmıştır.

Klinik görüşmede kullanılan görüşme soruları; öğrencilerin çalışma kağıdında yer alan matematiksel görevlere ilişkin yanıtlarını detaylandırmalarına yönelik hazırlanmıştır. Öğrencilerin nasıl ve neden öyle düşündüklerini, düşüncelerinin temelini neye dayandırdıklarını varsa yanlış öğrenmeleri vs. tespit etmeyi kolaylaştıracak nitelikte sorular oluşturulmaya çalışılmıştır. Görüşme sırasında sorulan soruların matematiksel görevler kapsamında ve öğrenilerin seviyesine uygunluğuna da dikkat edilmiştir.

Pilot çalışma

Hazırlanan matematiksel argüman oluşturma çalışma kağıdında yer alan matematiksel görevlerin ve klnik görüşme sorularının denenmesi amacıyla 2017-2018 eğitim-öğretim yılında Eskişehir ilinde merkeze bağlı bir devlet okulunda bir grup sekizinci sınıf öğrencisi ile pilot çalışma yapılmıştır. Pilot uygulamanın yapılmasındaki amaç, oluşturulan çalışma yaprağındaki görevlerin ve görüşme sürecinde öğrencilere yönlendirilecek soruların yapılandırılması ve sürekliliğinin sağlanabilmesidir (Goldin, 2000; akt. Tanışlı, 2008). Ayrıca matematiksel görevlerin ve görüşme sorularının öğrencilerin verilenlerden yaralanarak matematiksel argümanlarına detaylandırmalarına olanak sağlayacak nitelikte olup olmadığı da incelenmiştir.

Araştırma sürecinde yapılan pilot çalışma sonucunda herhangi bir aksaklık ile karşılaşılmamıştır. Bu nedenle çalışma yaprağının ve görüşme sorularının olduğu gibi uygulanması uygun görülmüştür.

2.4. Verilerin Toplanması

Araştırma kapsamında gerekli veriler öğrencilerin matematiksel argüman yazımlarını içeren çalışma yaprakları ve odak öğrenciler ile gerçekleştirilen klinik görüşmeler ile elde edilmiştir.

2.4.1. Yazılı Dökümanlar

Yetmiş sekiz sekizinci sınıf öğrencisinebeş matematiksel görevin yer aldığı bir çalışma kağıdı verilerek iki ders saati (80 dakika) süresinde görevlere ilişkin görüşlerini içeren matematiksel argümanları yazmaları istenmiştir. Elde edilen yazılı belgeler araştırma süresince değerlendirilerek derinlemesine analiz edilmiştir.

2.4.2. Klinik görüşmelerin video kayıtları

Klinik görüşme, öğrencilerin düşünce sistemi ile ilgiliönemli ipuçları veren, öğrencilerin kavramsallştırmalarının nasıl oluştuğunu, nasıldüşündüklerini, bilişsel süreçlerini nasıl yapılandırdıklarını anlamaya olanak sağlayan bir veri toplama tekniğidir (Ginsburg, 1981; akt: Tanışlı, 2008). Araştırmada katılımcıların matematiksel görevlere ilişkin MAY ve MAY'larında verilenlerden yararlanarak yaptıkları detaylandırmalar incelendiği için amaç matematiksel argüman üretme süreçleri ve verilenleri kullanarak detaylandırmalarını nasıl yaptıklarının derinlemesine analiz edilmesi öğrencilerin bunları oluştururkenki düşünce biçimlerini orataya çıkarmak, detaylandırma sürecinde yaptıkları işlem ve oluşturdukları argümanların neden ve nasılını açığa çıkarmaktır. Araştırmada, öğrencilerin matematiksel görevler karşısındaki argüman oluşturma süreçlerinin detaylı ve derinlemesine incelenmesi öğrencilerin düşünce biçimlerini ortaya çıkarabilmek için olanak sağlayan klinik görüşme tekniği kullanılmıştır.

Ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin MAY'larının derinlemesine incelenebilmesi açısından başarı düzeyi ve cinsiyetlerine göre seçilen altı odak öğrenci ile klinik görüşme yapılmıştır. Klinik görüşmeler öğrencilerin kendilerini rahat ifade edebilmeleri için sessiz ve yalnızca araştırmacı ile katılımcının olduğu bir ortamda gerçekleştirilmiştir. Klinik görüşmelerde öğrencilere herhangi bir süre sınırlaması getirilmemiştir. Bunda amaç öğrencilerin düşünce sistemlerini ve göreve dair argümanlarını detaylıca ve özgürce ifade edebilmelerini sağlamaktır. Öğrencilere klinik görüşme sürecinde düşüncelerinin daha detaylı ve derinlemesine öğrenilmesi amacıyla 'ne düşünüyorsun?', 'nasıl yaptın?', 'neden böyle bir ifadede bulundun?', 'burda tam olarak ne demek istedin?', 'göreve ilişkin başka nasıl bir bakış açısı geliştirebilirsin?' gibi sorular yöneltilmiştir. Klinik görüşmeler sonucunda elde edilen kayıtlar alan uzmanı ile araştırmacı tarafından birlikte değerlendirilmiştir.

2.5. Verilerin Analizi

Araştırma verilerinin çözümlenmesinde nitel veri analizi kullanılmıştır. Nitel veri analizi; araştırmacı tarafından verilerin düzenlenere birimlere ayrıldığı, birimler arasın sentezlemelerin yapıldığı, araştırma verilerinde yer alan önemli değişkenlerin ortaya çıkarılarak raporlaştırıldığı bir süreçtir (Bogdan and Biklen, 1992). Nitel analiz yapan bir araştırmacı ilgili alanda yer alan bilgilerden hareketle araştırma verilerinde saklı olan bilgiyi keşfetme ve açığa çıkarmayı amaçlamaktadır (Özdemir, 2010). Bu araştırmada verilerin çözümlenmesindenitel araştırma analizlerinden biri olan içerik analizi benimsenmiştir.

İçerikanalizi,yazılı ve görsel verilerin analiz edilmesinde kullanılan bir yöntemdir (Özdemir, 2010). İçerik analizi kapsamında veriler anliz edilirken tümdengelimci bir yol takip edilmiştir.

Analizin ilk aşamasında aratırmacı ve matematik eğitiminde uzman bir araştırmacı ile birlikte araştırma kapsamında elde ettiği verileri kodlayarak sürece başlamıştır. Kodlamalar için yapığı incelemeler sonucunda kodları anlamlı bölümlere ayırmıştır. Araştırmacı ayırdığı her bir bölümün kavramsal olarak neyi ifade ettiğini belirlemiş ve bunun doğrultusunda aşağıdaki Şekil 2.1'de yer alan kategorileri ve temaları oluşturmuştur.

Çalışmada öğrencilere birbirinden farklı beş matematiksel görev yöneltilmiştir. Öğrencilerin bu görevlere ilişkin oluşturdukları matematiksel yazımlar ve görüşme sırasında belirttikleri söylemler Toulmin'in argümantasyon şeması temel alınarak incelenmiştir. Toulmin'in argümantasyon şemasında yer alan dört öğeye odaklanılmıştır. Bunlar: İddia, Varyans, Veri(len)ler, Destek. Bu dört öğenin yanı sıra Kosko ve Zimmerman (2015)'ın çalışmalarında kullandıkları argümantasyon şemasından da baz alınarak yeni bir sınıflandırma oluşturulmuş ve bu öğeler ile oluşturulan sınıflandırmalar içerisinde yer verilmiştir. Yapılan sınıflandırma Tablo 2.1.'de sunulmuştur.

Tablo 2.1: *Çalışmada kullanılan argümantasyon şeması*

Matematiksel Durum
a. İddia b. İddiayı Doğrulama/Yanlışlama
Matematiksel Anlatım
a. Varyans (Nitel)
Matematiksel Prosedür
a. Değer Verme b. Matematiksel İşlemler
Matematiksel Detaylandırma
a. Verilenlerden Referans Kullanımı b. Gerekçelendirilmiş Detaylandırma

c. Verilenleri Reddetme
d. Eksik Detaylandırma
Matematiksel Tanımlama
a. Nominalleştirme
Matematiksel Açıklama
a. Destekleyiciler
-Görsel Temsiller
✓ Yapılandırılmış Görsel Temsiller
✓ Yapılandırılmamış Görsel Temsiller
-Sözel Temsiller
b. Matematiksel Kurallardan Yararlanma
İçsel Sorgulama

Tablo 2.1’de görüldüğü gibi, matematiksel durum bir matematiksel göreve ilişkin yanıt niteliği taşımaktadır. Matematiksel durum iddiayı ve iddiayı doğrulama/yanlışlamayı içermektedir. İddia ise, öğrencilerin göreve ilişkin düşüncelerini ifade ettikleri söylemelerdir.Öğrencilerin oluşdurdukları iddialardan örnekler şu şekildedir; *“Bence doğru bir yargı.”, “En az 40 tane döşenebilir diye düşündüm. Bu yargı yanlış.”*. İddiayı yanlışlama/doğrulama öğrencilerin oluşturdukları matematiksel argümanlar neticesinde iddiasını doğrulayan ya da yanlışlayan yazım ve söylemleridir.Bu söylemlerden örnekler; *“Bu yargı yanlış çünkü en az 26 değil 24tanesiyle bir küp oluşturulabilir.”*, *“Sonuç olarak bu yargının doğru olduğunu düşünüyorum.”* şeklindedir.

Matematiksel anlatım bir matematik görevinde yer alanları yeniden boyutlandırmadır. Bu kapsamda öğrencilerin ifade ettikleri göreve ilişkin oluşturdukları nitel varyanslar ele alınmaktadır. Nitel varyan örnekler; *“Ben burada ebob yöntemini kullandım”*, *“Bir üçgen her geometrik şeklin olduğu gibi bir doğru parçası üzerindedir”* şeklindedir.

Matematiksel prosedür de bir iddiayı desteklemek için kullanılan nicelik bilgisine sahip varyanslar dizisinden oluşmaktadır. Matematiksel prosedür bağlamında öğrencilerin göreve ilişkin niceliksel değerler vererek oluşturduğu argümanlar ile yaptıkları matematiksel işlemler yer almaktadır. Matematiksel prosedür kapsamında yer alan değer verme argümanlarına örnekler şu şekildedir; *“..diyelim ki burası 120 oldu.. ”*, *“Mesela bu açısı 110 olsun diğer açıları da 35’er derece oldun.. 91 versek bile*

180'nden 91'i çıkaralım 89 oldu. Diğer açılara da 44 ve 45 vereyim 89'a tamamlamak için.". Öğrenciler kimi zaman görevde yer alan sayısal verileri kullanarak kimi zaman da verdikleri sayısal değerleri kullanarak matematiksel işlemler yapmışlarıdr. Öğrencilerin yaptıkları matematiksel işlemlere örnekler; *"Sonra EBOB'larını 40 olarak buldum. 240'ı 40'a böldüm 6 buldum. 200'ü de 40'a böldüm ve 5 olarak buldum. Sonra bu sayıları topladım 11 buldum. Ve son olarak ikiyle çarpıp 22 olarak buldum.", "Küpün hacmini 12x12x12'den 1728 buldum. Bir tane dikdörtgenler prizmasının hacmini de 3x4x6'dan 72 buldum.küpün hacmini dikdörtgenler prizmasının hacmine böldüm ve 24 buldum."* şeklindedir.

Matematiksel detaylandırma ise, verilen bir matematiksel görevde yer alan bilgileri bir iddiayı desteklemek amacıyla bir dizi varyansları referanslar ile operasonelhale getirmeyi içermektedir. Matematiksel detaylandırma kapsamında öğrenciler daha önceden oluşturdukları iddia ve matematiksel argümanları nasıl detaylandırdıkları yer almaktadır. Öğrenciler detaylandırmalarını yaparken görevde yer alan bilgilere atıfta bulunabilir yani verilenleri referans olarak alabilir, göreve ilişkin oluşturdukları iddia ve matematiksel argümanları gerekçelendirerek detaylandırabilirler. Verilenleri referans alarak üretilen matematiksel argüman örnekler şu şekildedir; *"Uzunluğu 200 genişliği 240 diyor, bunların ilk EBOB'unu alıyoruz çünkü kare tüm kenarları eşit olduğu için bu iki sayının en büyük ortak bölenine sahip olması lazım bir kenarının.... En az 30 tane diyor..","Çünkü 3,4 ve 6 cm olan dikdörtgenler prizması şeklindeki kutulardan en az 26 tanesiyle bir küp oluşturulabilir demiş. En az kaçtanesiyle diye soruyor."*. Verilenleri reddetme kapsamında öğrenciler görevde yer alan yargıyı çürüten nitelikte argümanlar oluşturarak verilenleri reddedebilirler. Öğrencilerin argümantasyon sürecinde oluşturdukları matematiksel argümanları gerekçelendirmeye çalışmışlardır. Öğrencilerin gerekçelendirilmiş detaylandırma örnekleri şu şekildedir; *"...karelerin tüm kenarları eşit ve bunların en küçük ortak katlarını almamız lazım bir ayrıtının eşit olması için. Bunları birleştirerek bir küp oluşturmak lazım ama bunların hiçbiri eşit değil birbirine.Küpün bir kenarı eşit olması lazım bir ayrıtının uzunluğu. Kareden oluştuğu için karenin dört kenarı var ve birbirlerine eşit bunları birleştirdiğimizde tüm ayrıtların eşit olması lazım.Birleştirdiğimiz için eşit olması lazım. Bir ayrıtıyla öbür ayrıtının.. Yani 12 bir ayrıtı oluyor küpün."*, *"Olmuyor 360'ı geçiyor 364 ediyor en küçük geniş açıyı almış olmamıza rağmen. Dörtgenin iç açıları toplamının 360 derece olması gerekiyordu. O yüzden bir açıyı dar almamız gerekiyor mecburen."*. Öğrenciler matematiksel argümanlarını detaylandırmaları sırasında kavram yanılgıları, yanlış bağlantılar kurma, yargı kapsamında olmayan ifadelerde bulunmuşlar ya da göreve ilişkin düşüncelerini detaylandırmalarını yarım bırakmışlardır. Bu tür argümanlar eksik detaylandırma kapsamında ele alınmıştır. Öğrencilerin eksik detaylandırma örnekleri; *"...karenin uzun kenarıyla kısa kenarına ..."*, *"Hepsini birleştirmeye çalıştım.26 tane dikdörtgenler prizmasını ama birleştiremedim. 6cm uzun kenarı olsa dedim bunlar birleşip küpün bir kenarını oluşturacak. O da 24 cm olsun diye düşündüm."*.

Matematiksel tanımlamada ise nominalleştirmeleryer almaktadır. Nominalleştirme, matematiksel göreve ilişkin oluşturulan iddia ve argümanları açıklamak için bir olguyu diğeri cinsinden ifade etme işidir. Nominalleştirme bilinmeyen bir çokluk ile bilinen bir çokluğu karşılaştırarak, bilinmeyen hakkında yorum yapabilmeyi veya bilinen iki çokluğu kıyaslayarak yorum yapabilmeyi içermektedir. Öğrencilerden nominalleştirme içeren matematiksel argümanlarından örnekler; *"Sonra hepsini birleştirdim. Ön yüzüne 6,6 iki tane yan yana koydum 12 oldu. Sonra 4 tane üst üste koydum (dikey ayrıtı göstererek) burası da 12 oldu. Sonra buraya 3 tane 4 koydum(alt taban ayrıtlardan arkaya doğru olanı göstererek) burası da 12 oldu."* , *"karenin bir kenarı 40cm idi. 240'a(uzun kenarı göstererek) kaç tane geleceğini bulmak için 40'a böldüm. Buraya 6 tane kare sığabilirmiş. ..sonra 200'ü böldüm 40'a buraya da (kısa kenarı göstererek) 5 tane sığıyor."*şeklindedir.

Matematiksel açıklama, göreve ilişkin oluşturulan matematiksel argümanlarıkuvvetlendirmek için destekleri içerir. Matematiksel açıklama bağlamında destekleyiciler ve matematiksel kurallardan yararlanmalara yer verilmektedir. Destekleyiciler görsel ve sözel temsillerden oluşur.Öğrencilerin iddiasını ve oluşturduğu matematiksel argümanları ifade eden çizimler görsel temsiller, yapılandırılmış ve yapılandırılmamış görsel temsilleri içermektedir. Görevde yer alan verileri dikkate alarak ölçekli oluşturulan görsel temsiller yapılandırılmış iken rastgele çizilmiş, ölçeksiz yani temsili oluşturulan görsel temsiler ise yapılandırılmamış görsel temsillerdir.Göreve ilişkin sözel olarak oluşturduğu görevi temsilen oluştrduğu matematiksel argümanlar ise sözel temsil olarak nitelendirilmektedir. Öğrencilerin oluşturdukları sözel temsil içeren matematiksel argümanlarına örnekler; *"Bir dikdörtgen çizdi. İçine rastgele sayıda kare çizip) mesela bu şekilde 40 tane kare döşenebileceğini düşünüyorum."* ,*"boyutları 3, 4 ve 6 cm olan bu ayrıtların uzunlukları* *dikdörtgenler prizmasının küp oluşturması için küpün karelerden oluşuyor olması lazım... Dikdörtgenler prizmasından bir küp elde ettik."* şeklindedir.

Ayrıca öğrencilermatematiksel açıklama kapsamında göreve ilişkin oluşturdukları matematiksel argümanları açıklamak için matematiksel kurallardan yararlanma yoluna başvurmuştur. Matematiksel kurallar kapsamında öğrencilerin genel geçer olarak kabul gören matematik kurallarını kullanmaları ve kendi zihinlerinde temellendirdikleri dayanakları olan matematiksel kurallar yer almaktadır. Öğrencilerin argümantasyon sürecinde oluşturdukları matematiksel kurallar içeren matematiksel argüman örnekler şu şekildedir; *"EBOB en az iki sayının ortak bölenlerinin en büyüğünü almaktır... karenin alanını bulmak için iki kenarının uzunuluğu çarpılır."*, *"Bu soru EBOK-EKOK problemidir. Ben burda ekok kullanacağım küçük dikdörtgenler prizmaları birleşip küp oluşturacak. Bu tarz durumlarda EKOK kullanılır."*.

Öğrenciler argümantasyon sürecinde oluşturdukları iddialarını ve matematiksel argümanlarını sorgulayarak göreve ilişkin mutlak bir karar oluşturma ya da başlangıçtaki iddialarını yeniden gözden geçirme eğilimde olmuşlardır. Düşüncelerini yaptıkları açıklama ve işlemler ile sorgulayan öğrenciler bazen kararlarını değiştirerek düşüncelerinin ve iddialarının yanlış olduğunu ifade etmişlerdir. Bu süreç çalışmada içsel sorgulama olarak adlandırılmaktadır. İçsel sorgulama neticesinde argümantasyonun gidişatı değişmiştir. Örneğin; sürecin başında görevin doğru olduğunu belirten bir öğrenci süreç içinde oluşturduğu matematiksel argümanlar ve sorgulamalar sonucunda içsel sorgulama sürecine girmiş ve fikrini değiştirerek görevin yanlış olduğunu ifade etmiştir. Öğrencilerin içsel sorgulama içeren matematiksel argüman örnekleri; *"Aaa ama bu sefer buraya dar açı kalıyor (dış açıyı göstererek). Bu yüzden bu üçgende olmuyor ama diğer üçgende oluyor diye düşünüyorum..", "Bu açılara sahip dörtgen çizmeye çalışınca beşgen oldu. Ama bence ben çizemedim yani çizim hatası olduğu için böyle oldu. Düzgün çizebilseydim olması gerekirdi bence."*şeklindedir.

Araştırmacı ve alan uzmanı tarafından oluşturulan temaların güvenirliğinin kontrolü için de Miles ve Huberman'ın (1994, p. 64) önerdiği Güvenirlik = (Görüş Birliği) / [(Görüş Birliği) + (Görüş Ayrılığı)]uyuşum yüzdesi kontrolü yapılmıştır.

Araştırmacı ile alan uzmanının belirledikleri tema için yukarıda yer alan kontrol testi yapılmış ve %90 olarak hesaplanmıştır.

2.6. Araştırmacının Rolü

Araştırma sürecinde araştırmacının aktif olarak rol oynaması nitel araştırmanın önemli bir yanıdır. Araştırmacı araştırma süresince katılımcılar ile doğrudan ilişkiler kurar ve gerektiği yerlerde katılımcıların yaşantılarını deneyimler. Araştırmacı analiz sürecinde ilgili alanda var olan bilgilerini kullanarak deneyimlerini sürece yansıtır (Yıldırım ve Şimşek, 2006).

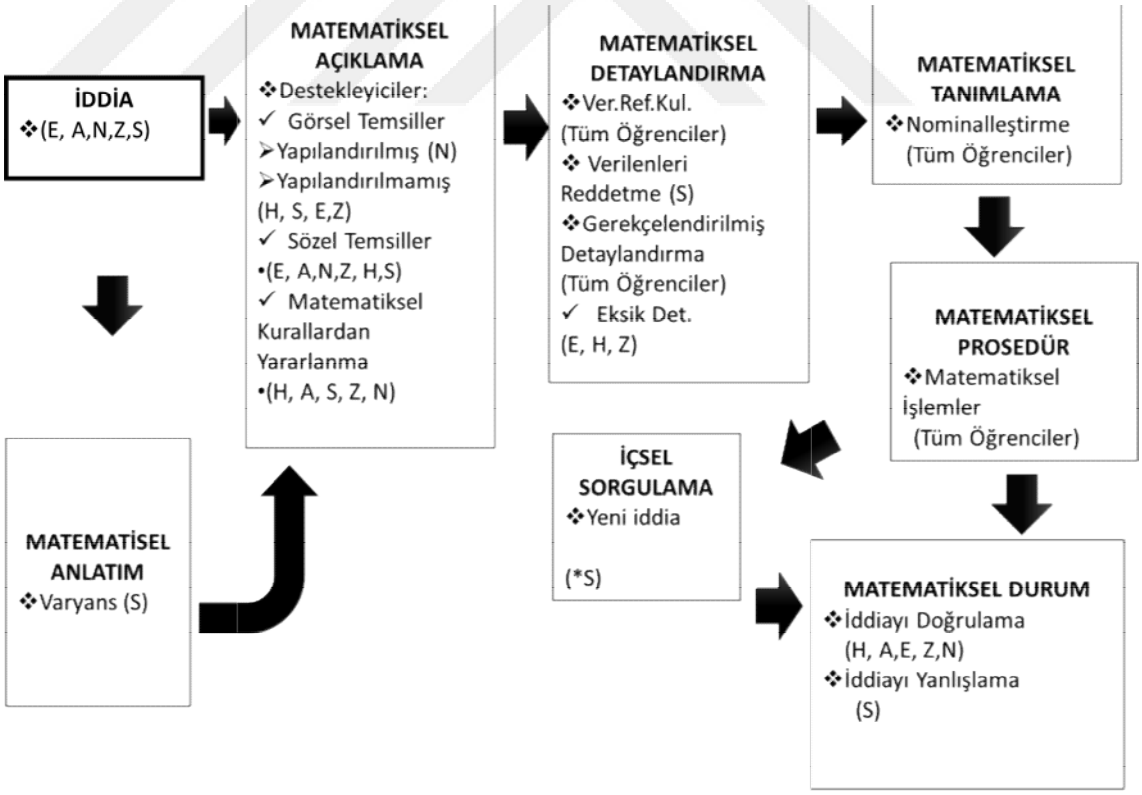
Araştırma süresince araştırmacı tarafsızlığını korumuştur. Öncelikle tarafsız ve objektif bir şekilde katılımcıları belirlemiş, görüşme sürecinde öğrencilere matematiksel argümanlarını detaylandırmaya teşvik edecek sorular yöneltmiştir. Klinik görüşmeler sırasında elde ettiği verileri tarafsız bir şekilde yazıya dökmüş ve derinlemesine incelemeye çalışmıştır. Araştırmacı araştırma sürsinde elde ettiği bulguları tarafsız bir şekilde okuyucuya sunmaya ve derinlemesine analiz ederek düşünce biçimlerini ortaya çıkarmaya çalışmıştır. Araştırmacının halihazırda devam eden öğretmenlik görevi ile yüksek lisans kapsamında aldığı Sosyal Bilimlerde Araştırma Yöntemleri, Bilim Etiği ve Eğitimde İstatistiksel Yöntemler dersleri araştırmacın veri toplama ve analiz sürecinde daha yetkin olmasına olanak sağlamıştır.

3. BULGULAR VE YORUM

Ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin onlara verilen farklı matematiksel görevler karşısında verilenlerden yararlanarak oluşturdukları matematiksel argümanları nasıl detaylandırdıklarının incelendiği bu çalışmada bulgular; çalışma yapraklarında yer alan ve odak öğrencilerle gerçekleştirilen klinik görüşmelerdeki herbir matematiksel görev bazında sunulmuştur.

3.1. Birinci Göreve İlişkin Üretilen Matematiksel Argümanları Detaylandırma Süreci

Öğrencilere sunulan çalışma yaprağında ve odak öğrencilerle yapılan görüşmelerde öğrencilere yöneltilen görevlerden ilki *'Uzunluğu 200cm genişliği 240cm olan dikdörtgen şeklindeki bir mutfağın tabanına birbirine eş kare şeklinde fayanslardan en az 30 tane döşenebilir çünkü………… (düşüncenizi yazarak ve çizerek destekleyiniz.).'* şeklindedir.Öğrencilerin bu göreve verdikleri yanıtların detaylı analizleri sonucunda Şekil 3.1'de sunulan akış oluşturulmuştur.



Şekil 3.1: *Birinci göreve ilişkin matematiksel argümanlar ve detaylandırma süreci*

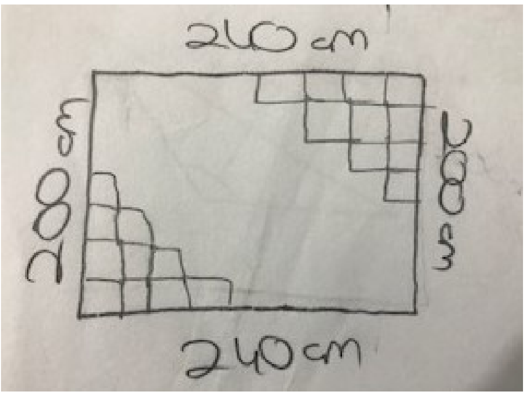
Öğrencilerin hem çalışma yaprağında yer alan yazılı dökümanları hem de klinik görüşmeler sürecinde oluşturdukları argümanlar birlikte analiz edilmiştir. Öğrencilerin çalışma yaprağında birinci göreve ilişkin oluşturdukları matematiksel argümanların yüzeysel ve detaylandırmadan uzak olduğu ancak görüşmeler sırasında detaylandırmalarını arttırdıkları görülmüştür. Şekil3.1'de görüldüğü gibi öğrencilerin sürece başlamaları iddialarını belirterek olmuştur. Öğrencilerden bazılarının iddialarından örnekler şu şekildedir:

Hamza: ' Bence doğru bir yargı.'

Erkin: 'Bu görevdeki yargı doğru bence.'

Zeynep: 'Doğru diye düşünüyorum.'

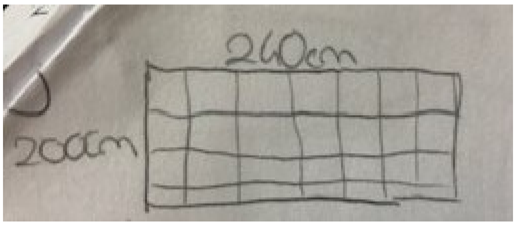
Ortaya atılan iddialardan sonra Şekil 3.1'de görüldüğü gibi, Hamza, Anıl, Erkin, Zeynep ve Nazlı sürece matematiksel açıklama ile devam ederken, Sıla süreci önce matematiksel anlatım, ardından matematiksel açıklama ile sürdürmüştür. Sıla süreç içinde diğer öğrencilerden farklı bir argüman dizilimi izlediği için Sıla'nın birinci göreve ilişkin argümanlarının analizi ayrıca yapılmıştır. İddialarını öne süren öğrenciler sürece matematiksel açıklama kapsamında destekleyicilere yer vererek sözel temsil, görsel temsil kullanmışlar ve matematiksel kurallardan yararlanmışlardır. Sözel temsil tüm öğrenciler tarafından, görsel temsil ise Hamza, Sıla, Erkin, Zeynep, Nazlı tarafından kullanılmıştır. Öğrencilerin tamamı iddialarını kuvvetlendirmek için sözel temsilleri kullanmış, Anıl haricindeki diğer öğrenciler ise sözel temsillerini destekleyecek görseller de çizmişlerdir. Öğrencilerden yalnızca Nazlı yapılandırılmış göresel temsil oluşturmuştur. Örneğin Hamza *'...sorunun çözümünde EBOB kullanılır. Hem kısa hem uzun kenara karenin bir kenarı denk geliyor..'*ifadesine ilişkin olarak Şekil 3.2'de verilen görseli çizmiştir.



Şekil 3.2: *Hamza'nın birinci görev için oluşturduğu görsel temsil*

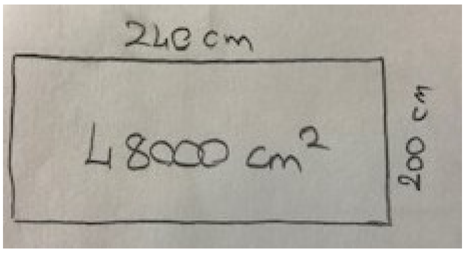
Şekil 3.2'de görüldüğü gibi Hamza'nın kenar uzunlukları verilen dikdörtgeni çizerek içine eş kareler yerleştirileceğini düşündüğü görülmektedir.

Erkin ise *'ilk önce şekil çizdim soruyu daha rahat anlayabilmek için. Kısa kenarı 200 uzun kenarı 240 olan bir dikdörtgen çizip içini karelerle doldurdum'*şeklinde açıklamasını destekleyen Şekil 3.3'te görülen görseli çizmiştir.



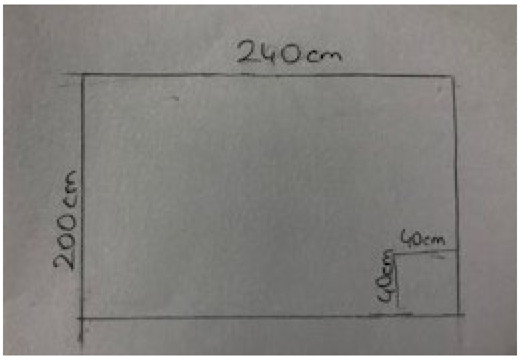
Şekil 3.3: *Erkin'in birinci göreve ilişkin oluşturduğu görsel temsil*

Şekil 3.3'te görüldüğü gibi Erkin görevde verilen dikdörtgenin kenar uzunluklarını dikkate almış ancak dikdörtgenin içine yerleştirdiği kareleri rastgele oluşturmuştur. Zeynep de benzer şekilde Şekil 3.4'tegörüldüğü gibi kenar uzunlukları ifade edilmiş dikdörtgen görselini çizmiş ve *'..kenarları 200 ve 240 cm olan bir dikdörtgen zemin var '*ifadesini kullanmıştır. Zeynep'in ayrıca dikdörtgenin alanını hesapladığı da görülmektedir.



Şekil 3.4: *Zeynep'in birinci göreve ilişkin oluşturduğu görsel temsil*

Nazlı ise diğer öğrencilerden farklı olarak kenar uzunlukları verilen dikdörtgenin içine yerleştirilecek karelerin kenar uzunluklarını da belirten bir görsel çizmiş yani yapılandırılmış bir görsel temsil oluşturmuştur ve *'Ben önce bir dikdörtgen çizdim buraya 200*(kısa kenarı göstererek) *buraya da* (uzun kenarı göstererek) *240 dedim'*açıklamasında bulunmuştur. Nazlı'nın görselinden karenin bir kenar uzunluğunun dikdörtgenin iki kenar uzunluğuna tam bölünebildiği dikkati çekmektedir.



Şekil 3.5: *Nazlı'nın birinci görev için oluşturduğu görsel temsil*

Anıl ise görsel temsil kullanmadan *'..uzunluğun ve genişliğin en büyük ortak katını almamız lazım..'* açıklamasını yaparak sözel temsil kullanmıştır. Anıl'ın yaptığı açıklamadan problemi anlayamadığı izlenimi edinilmektedir.

Matematiksel açıklama kapsamında matematiksel kurallardan yararlanarak iddialarını destekleyen öğrenciler de olmuştur. Bu öğrenciler argümanlarını oluştururken EBOB ve EKOK kavramlarını kullanmışlar ve bu kavramların ne anlama geldiğini kendilerince ifade etmişlerdir. Örneğin Hamza *'..EBOB demek en az iki sayının en büyük ortak böleni anlamına gelir..',* Zeynep *'Ortak bölenleri, bir sayıyı hangi sayıya bölersek yani her her iki sayınında aynı sayıya bölünebilmesi demek'* şeklinde EBOB kavramını açıklamaya çalışmışlardır. Nazlı ise aşağıdaki doğrudan alıntıda görüldüğü gibi diğer öğrencilerden daha fazla ayrıntıya girerek çözüm yöntemini açıklamış ve bu süreçte EKOK ve EBOB kavramlarının hangi amaçla kullanılabileceğini ifade etmiştir.

> **Nazlı:** 'Çünkü büyük bir şekilden küçük bir şekil istemiş. Küçük bir şekil verseydi ne kadar koyabiliriz deseydi EKOK'u kullanırdım.... Büyük parçadan küçük parçalar elde ettiğim için EBOB kullandım. Sonra kenar uzunluklarını EBOB'a böldüm. Bir tane kenara gelecek olanı buldum. Sonra bunları çarparak tamamını buldum. Fayans sayısını.'

Anıl ise EBOB kavramını *'... en az iki sayının ortak bölenlerinin en büyüğünü almaktır..."* şeklinde ifade ederken dikdörtgen yüzeyini kaplayacak en az sayıda kare sayısı hakkındaki argümanını"*…karenin alanını bulmak için iki kenarının uzunluğu çarpılır'* şeklinde karenin alanına ilişkin kuralı ifade ederek açıklamıştır.

Matematiksel açıklamadan sonra Şekil 3.1'de görüldüğü gibi, öğrencilerin tamamı sürece matematiksel detaylandırma ile devam etmiştir. Öğrencilerin hepsi bu süreç kapsamında gerekçelendirilmiş detaylandırma ve verilenlerden referans kullanımına yer vermişlerdir. Öte yandan öğrencilerden Sıla, Erkin ve Hamza'nın bu süreç kapsamındaki argümanlarında eksik detaylandırmalarının olduğu gözlemlenmiştir.

Öğrencilerin matematiksel detaylandırma sürecinde verilenlerden referans kullanımına örnekleri şu şekildedir:

> **Hamza:** 'Burada da 200 ile 240'ın EBOB'unu buluyoruz... Eş kare şeklinde olduğu için...'
>
> **Anıl:** 'Uzunluğu 200 genişliği 240 diyor, bunların ilk EBOB'unu alıyoruz çünkü kare tüm kenarları eşit olduğu için bu iki sayının en büyük ortak bölenine sahip olması lazım bir kenarının.... En az 30 tane diyor ya'
>
> **Erkin:** '240'la 200'ün EBOB'unu bulduğumuzda.... 40,40 ya (yan yana dikdörtgenin içine çizdiği kareleri göstererek) eşit olsun diye. Kare olduğu için...'
>
> **Zeynep:** 'Karenin her kenarı eşit olduğu için.' (Yapmış olduğu işlemleri kağıt üzerinde göstermeye başladı) (Uzun kenarı gösterdi) burası daha uzun olduğu için bir tarafta daha fazla diğer tarafta (kısa kenarı gösterdi) daha az kare olabilecek.'
>
> **Nazlı:** '..dikdörtgenin bir kenarı 200 bir kenarı 240 bu yüzden.. içine döşeyeceğim fayanslar kare şeklinde olduğu için ...'

Örneklerde de görüldüğü gibi, öğrencilerin tamamı görevde yer alan dikdörtgenin uzunluklarını ve içine yerleştirilen fayansların geometrik şekline atıfta bulunmuş ve referans doğrultusunda süreci devam ettirerek matematiksel argüman üretimine bu referansları katmışlardır. Öte yandan bu öğrenciler matematiksel detaylandırma kapsamında önceki süreçlerde oluşturdukları ifadelerini ve iddialarını güçlendirmek için de gerekçelendirilmiş detaylandırmalar yapmıştır. Örneğin Zeynep'in odak görüşme sırasında ifade ettiği gerekçelendirilmiş detaylandırma örneği şu şekildedir:

> **Araştırmacı:** Neden iki sayıyı da aynı sayıya bölme ihtiyacı duydun?
>
> **Zeynep:** Karenin her kenarı eşit olduğu için (yapmış olduğu işlemleri kağıt üzerinde göstermeye başladı). Burası (uzun kenarı gösterdi) daha uzun olduğu için bir tarafta daha fazla diğer tarafta (kısa kenarı gösterdi) daha az kare olabilecek. Bu yüzden her yerin aynı cm olabilmesi için EBOB'larını aldım, en fazla kaça bölünebileceğini bulabilmek için.

Nazlı'nın da matematiksel detaylandırma kapsamında oluşturduğu gerekçelendirilmiş detaylandırma örnekleri aşağıda sunulmuştur:

> **Araştırmacı:** Peki bu soruda neden EBOB kullandın? EBOB ne demek?
>
> **Nazlı:** Çünkü kare şeklindeki fayanslardan kullanacaksam hem 240'a hem de 200'e bölünebilen bir sayı bulmam gerekiyor.

Araştırmacı: Bulduğun EBOB problemde neyi ifade ediyor? Neyi bulmuş oluyorsun?

Nazlı: Karenin (fayansı kastediyor) bir kenarının uzunluğunu.

Anıl'ın ise bu görev kapsamında oluşturduğu gerekçelendirilmiş detaylandırma örneği aşağıdaki gibidir:

Anıl: Uzunluğu 200 genişliği 240 diyor, bunların ilk EBOB'unualıyoruz çünkü kare tüm kenarları eşit olduğu için bu iki sayının en büyük ortak bölenine sahip olması lazım bir kenarının.

Araştırmacı: Nasıl yani?

Anıl: Mesela 200 ile 240 ı en büyük hangi sayı bölebilir onu buluyoruz. O da en az olması için bir kenarın en büyük olması lazım kenarın. En az olması için bir kenarının en büyük olması lazım.

Üç öğrencinin ifadeleri incelendiğinde, dikdörtgensel bölgeyi kaplayacak fayansların sayısını hesaplarken karenin kenar uzunluğuna odaklandıkları ve bu uzunluğun 200 ile 240'ın en büyük ortak böleni olması gerektiğini düşündükleri anlaşılmaktadır. Öte yandan öğrencilerden Hamza, Sıla ve Erkin'de her ne kadar iddialarına ilişkin gerekçelendirilmiş detaylandırma yapmış olsalar da ifadelerinde açık olmayan noktalar yer almış ve eksik detaylandırma yapmışlardır. Buna ilişkin Hamza'nın örneği aşağıda sunulmuştur:

Hamza: Çünkü önce 240 ile 200'ünEBOB'unu bulmamızı istemiş.

Araştırmacı: Görevde mi bu istenmiş?

Hamza: Yani sorunun cevabını böyle buldum.

Araştırmacı: Peki neden EBOB? EBOB nedir?

Hamza: En büyük ortak bölen.

Araştırmacı: Anladım. Peki neden bu sayıların en büyük ortak bölenini buldun?

Hamza: Eş kare şeklinde olduğu için.

Araştırmacı: Yani biraz daha açabilir misin?

Hamza: Bir kenarına kaç tane kare sığabileceğini bulmak için.

Araştırmacı: Nasıl yani? Neden bir kenara kaç tane sığabileceğinin bulmak için neden diğer kenarın uzunluğuyla EBOB'unu buldun?

Hamza: Çünkü kare olduğu için ikisinin de eşit olması lazım.

Araştırmacı: İkisi derken, o ikisi neresi?

Hamza: Uzun kenarıyla kısa kenarı.

Araştırmacı: (dikdörtgenin kısa ve uzun kenarını göstererek) Uzun kenarıyla kısa kenarının mı eşit olması gerekiyor?

Hamza: Hayır karenin. İçine koyacağımız karenin.

Araştırmacı: Karenin uzun ve kısa kenarları mı var?

Hamza: Hayır. Kenarlarının eşit.

Erkin'nin de eksik detaylandırma içeren ifadeleri aşağıda sunulmuştur:

Araştırmacı: Neden EBOB kullandın?

Erkin: Çünkü en fazla kaç tane kare döşenebileceğini bulmak için.

Araştırmacı: 200'le 240'ın neden EBOB'unu aldın?

Erkin: Çünkü 40,40 ya (yan yana dikdörtgenin içine çizdiği kareleri göstererek) eşit olsun diye. Kare olduğu için.

Araştırmacı: Nasıl yani eşit olsun diye?

Erkin: (Dikdörtgenin içine çizdiği karelerden köşedekinin dikey ve yatayını göstererek) Şu kenarları mesela eşit olsun diye kare olduğu için.

Araştırmacı: Bu ikisinin (200,240) ortak bölenine fayansın bir kenar uzunluğu dedin sanırım?

Erkin: Evet.

Araştırmacı: Peki bunu neden dedin?

Erkin: İkisinin de ortak böleni olduğu için bir kare oluşturması gerektiği için 40 olacak.

Araştırmacı: Yani bu iki sayının bölenlerinin en büyüğü müydü? (dikdörtgenin içine çizdiği karelerden birinin kenarını göstererek)

Erkin: Evet.

Araştırmacı: 40 yerine daha farklı bir sayı yerleştirsen daha az mı kare yerleştirildi?

Erkin: Evet daha az olurdu. Mesela 10 olsun bir kenarı karenin. 10 yaptığımızda (200cm uzunluğunda kenarı göstererek) bu sefer buraya 20 tane geliyor daha fazla oluyor (bir duraksayıp düşünüyor). ..

Erkin'in karenin bir kenarının uzunluğunu belirlerken bir kararsızlık yaşadığı ve uzunluğun bulduğu EBOB'dan daha küçük bir sayı alınması durumunda daha az kare yerleştirilebileceğini düşündüğü görülmektedir.

Şekil 2.2'de görüldüğü gibi, öğrencilerin tamamı sürece matematiksel tanımlama ile devam etmiştir. Bu bağlamda öğrencilerin hepsi nominalleştirmeye başvurmuştur.

Nominalleştirme bir değişkeni diğeri türünden ifade edebilmektir. Tüm öğrencilerin nominalleştirme örnekleri aşağıda sunulmuştur:

Hamza: 'Karenin bir kenarının uzunluğu 40 bulduktan sonra buna göre yan yana ve alt alta kaç tane kare geleceğine baktım.'

Anıl: 'İçine yerleştireceğimiz için bölmemiz lazım... İçine yerleştireceğimiz için böleceğim alanına. Büyük dikdörtgenin alanını kareye böleceğim, karenin alanına.'

Erkin: '..sonra 200 olan kenara 5 tane gelmesi lazım 240 olan kenara da 6 tane gelmeli 40cm uzunluğundaki fayanslardan. Çünkü 6,6,6…(aşağıdan yukarıya satırları gösteriyor.). 6 tane kare var bir satırda. 5 tane de sütun var.'

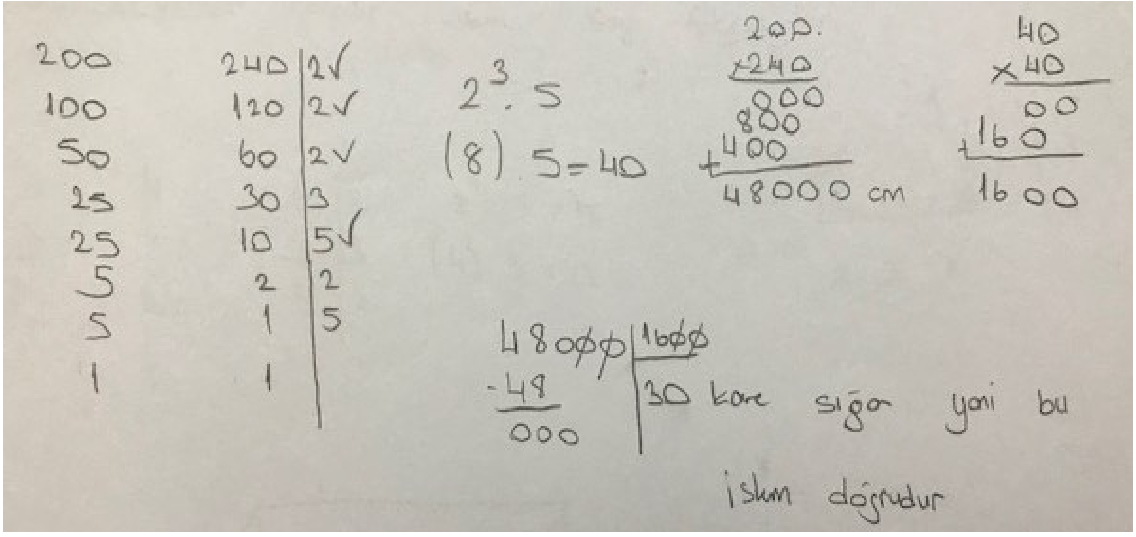
Zeynep: '240 ı 40 a böldüm (uzun kenarı gösterdi) 5 tane 40 cm lik kare gelecek kenarlarına. 200 ü de 40 a böldükten sonra burada da(kısa kenarı gösterdi) 6 tane kare sığabileceğini öğrendim. (Uzun kenarı gösterdi) buraya 6 , (kısa kenarı gösterdi) buraya da 5 tane'

Nazlı: 'karenin bir kenarı 40cm idi. 240'a(uzun kenarı göstererek) kaç tane geleceğini bulmak için 40'a böldüm. Buraya 6 tane kare sığabilirmiş. ..sonra 200'ü böldüm 40'a buraya da (kısa kenarı göstererek) 5 tane sığıyor.'

Matematiksel tanımlama sürecinin ardından öğrenciler matematiksel prosedür ile matematiksel argüman üretimine devam etmiştir. Bu bağlamda öğrencilerin tamamı görevde verilen yargıda geçen sayısal verileri kullanarak matematiksel işlemler yapmıştır. Öğrencilerin yaptığı matematiksel işlemlerin örnekleri aşağıda verilmiştir.

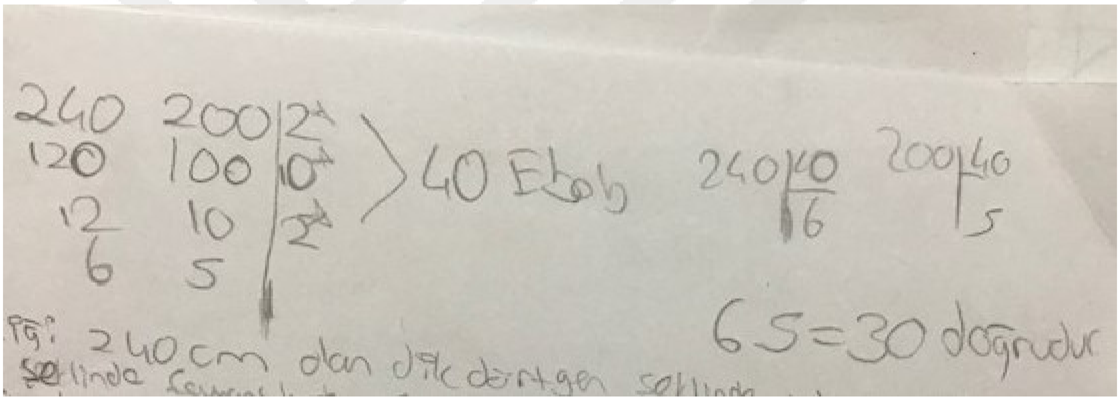
Hamza: EBOB (200,240)=40, 200:40=5, 240:40=6, 6.5=30

Anıl: '200 ile 240'ın EBOB'unu aldım. EBOB'u 40 çıktı. EBOB'u 40 çıktığı için içine yerleşecek bir karenin bir kenarının uzunluğu da 40cm'dir. Karenin alanını bulmak için iki kenarının uzunluğu çarpılır. Çarpınca 1600 buluruz. 200 ile 240 çarpılınca da 4800 bulunur.(200 ile 240'ı alanı bulmak için çarptık.) 48000/1600 yaptığımızda içine 30 tane kare yerleşebileceğini buluruz.**'**



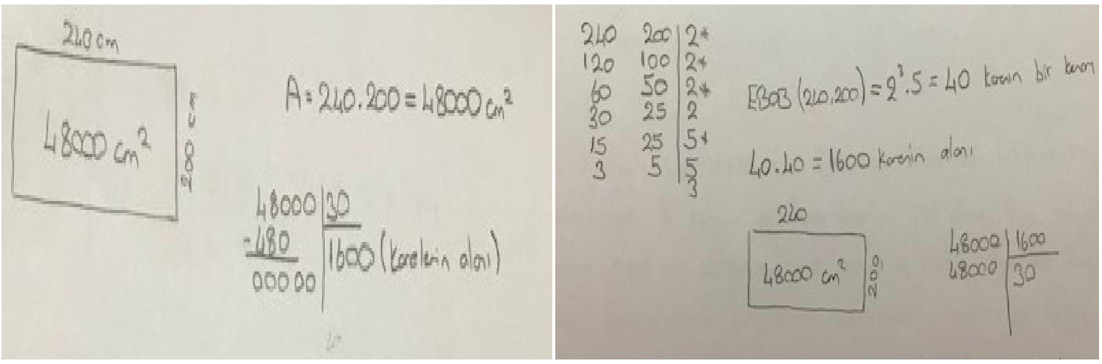
Şekil 3.6: *Anıl'ın birinci görev kapsamında oluşturduğu matematiksel işlemler*

Erkin: **'**EBOB(200,240)=40   200/40=5   240/40=6   6.5=30**'**



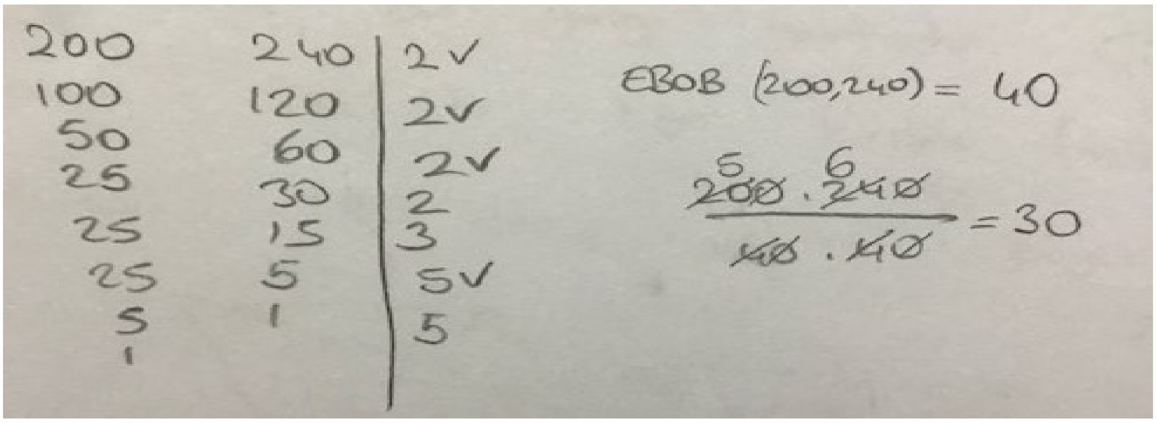
Şekil 3.7: *Erkin'nin birinci görev kapsamında oluşturduğu matematiksel işlemler*

Zeynep: **'**Eboblarını aldığım zaman sonuç 40 çıktı.240 ı 40 a böldüm... 200 ü de 40 a böldükten sonra... toplam yeri bulmak için 6 ile 5 i çarpıp 30 buldum.**'**



Şekil 3.8: *Zeynep'in birinci görev kapsamında oluşturduğu matematiksel işlemler*

Nazlı: **'**Sonra EBOBU'u 40 olarak buldum.Sonra 240'ı 40'a böldüm 6 olarak budum. 200'ü de 40'a böldüm ve 5 olarak buldum. Karenin bir kenarı 40cm idi. 240'a(uzun kenarı göstererek) kaç tane geleceğini bulmak için 40’a böldüm. Buraya 6 tane kare sığabilirmiş. Sonra 200’ü böldüm 40’a buraya da (kısa kenarı göstererek) 5 tane sığıyor. 240.240) /40.40 yaptım ve 30 buldum’



Şekil 3.9: *Nazlı’nın birinci görev kapsamında oluşturduğu matematiksel işlemler*

Matematiksel prosedür sürecinden sonra öğrenciler bir karara varma içerisine girerek en başta oluşturdukları iddialarını doğrulama ya da yanlışlama yoluna girmişlerdir. Sıla hariç tüm öğrenciler baştaki iddialarının doğru olduğunu ifade eden söylem ve yazılara yer vermiştir. Bu ifadelerden örnekler aşağıda sunulmuştur.

Hamza: ‘Sonuç olarak dikdörtgen şeklindeki bir mutfağın tabanına eş kare şeklindeki fayanslardan en az 30 tane döşenebilir.’

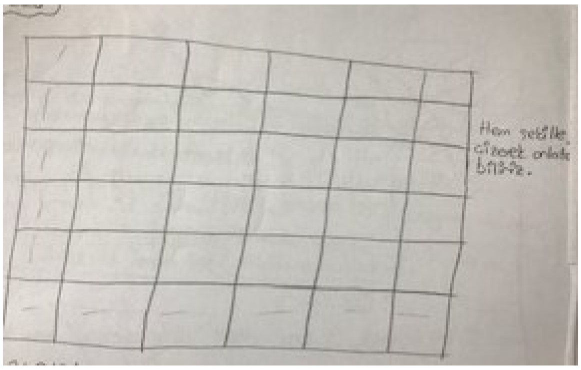
Anıl: ‘Bu da görevin doğru olduğunu kanıtlar.’

Erkin: ‘6.5 ten de 30. Yani doğrudur.’

Nazlı: ‘O zaman 6.5 ten 30 oluyor. Bu yüzden bu görev doğru bence.’

Sıla birinci görevde yer alan yargının yanlış olduğunu ifade eden iddiasını belirterek sürece başlamıştır. Sıla’nın birinci göreve ilişkin iddiası *‘En az 40 tane döşenebilir diye düşündüm. Bu yargı yanlış. ’* şeklindedir. Sıla iddiasını ifade ettikten sonra matematiksel anlatım kapsamında *‘Ben burada EBOB yöntemini kullandım.. İkisinin de ortak böleni o çünkü..’* şeklinde nitel varyanslara yer vermiştir. Sürece matematiksel açıklama kapsamında argümanlar üreterek devam eden Sıla bu kısımda iddiasını kuvvetlendirecek sözel ve görsel temsiller ile matematiksel kurallar yer vermiştir. Sıla’nın oluşturduğu sözel ve temsil ve paralelinde oluşturduğu görsel temsile aşağıda yer verilmiştir.

Sıla da *‘..bir bütünü eş parçalara ayıracağız’* diyerek Şekil 3.10’da verilen dikdörtgeni çizmiş*‘..mesela bu şekilde 40 tane kare döşenebileceğini düşünüyorum’* ifadesini kullanarak dikdörtgenin içine 36 tane kare yerleştirmiştir. Şekil 3.10’da Sıla’nın görevde verilen dikdörtgenin kenar uzunluklarını dikkate almadığı görülmektedir.



Şekil 10: *Sıla'nın birinci göreve ilişkin oluşturduğu görsel temsil*

Sıla EBOB'un anlamını ve görevle olan ilişkisini açıklayarak matematiksel kurallara yer vermiş ve şu şekilde ifade etmiştir:

> **Sıla:** 'EBOB yöntemi bir bütünün parçalara ayrılarak parçalanması gibi. En büyük ortak bölen. Yani bölenlerin en büyüğü diyebilirim'

Sıla sürece önceki aşamalarda ürettiği argümanları detaylandırarak devam etmiştir. Bu bağlamda görevde yer alan verileri kullanmış ve '*200 ve 240'ın EBOB'unu buldum. Dikdörtgenin uzun ve kısa kenarı...Eş parçalara ayrılmak isteniyor..'* şeklinde bir ifadeye yer vermiştir. Sıla'nın ifadesinden görevde yer alan mutfağın tabanının geometrik şekline, boyutlarına ve zemine yerleşecek olan fayansların geometrik şekline atıfta bulunduğuu görülmektedir.

Matematiksel detaylandırma kapsamında düşüncelerini gerekçelendirerek detaylandırmaya çalışan Sıla detalandırması sırasında eksik detaylandırma yapmış ve '*Çünkü bir bütün eş parçalara ayrılmak istendiğinde EBOB kullanılır... İkisinin de ortak böleni o çünkü. Zemin o kadar sayıya bölünebilir. ...'. şeklinde bir ifadede bulunmuştur.* Sıla bu görev kapsamında dikdörtgenin uzun ve kısa kenarları olan 240 ile 200 cm'nin EBOB'unu 40 cm bulmuştur. Ancak bu 40 cm'nin görevde ifade ettiği şeyi yanlış anlamlandırmış ve devamında da eksik detaylandırma yapmıştır. Eksik detaylandırmasını içeren diyalog şu şekildedir:

> **Araştırmacı:** Bu 40 sana neyi ifade ediyor?
>
> **Sıla:** Bu 40 bize uzunlukları böyle olan bir dikdörtgenin içine en az ne kadar eş kare şeklindeki fayanslardan döşeyebileceğimizi anlatıyor.

Sıla sürecin devamında matematiksel tanımlama kapsamında nominalleştirme içeren *'Karenin bir kenarının uzunluğunu bulduktan sonrazeminin dikey ve yatay kısmına kaç tane sığacağı bulunabilir.'* ifadeye yer vermiştir. Karenin bir kenarının uzunluğunu bulduktan sonra zeminin dikey ve yatay kenarlarının uzunlukları ile kıyaslayarak kaç tane sığacağını bulmaya çalışmıştır.

Sıla sürecin devamında görevde yer alan sayısal verileri kullanarak matematiksel işlemler yapmıştır. Sılanın bu kapsamda yaptığı matematiksel işlemlere aşağıda yer verilmiştir.

Sıla: **'**EBOB (200 ve 240)=40, 240/40 yapmalıyım. O da 6 çıkar. 200.240=48000, 40.40 1600eder Karenin alanı 1600. Sonra zeminin alanını kareninkine bölerim. En az 30 tane döşenebilir**'**

Son aşamada Sıla süreç boyunca oluşturduğu argümanları gözden geçirmiş ve içsel sorgulamaya giremiştir. Bu sorgulama sonucunda başlangıçta görevin yanlış olduğunu ifade ederken süreç sonunda görevin doğru olduğunu belirtmiştir. Sıla'nın bu bağlamda araştırmacı ile arasında geçen diyaloğa aşağıda yer verilmiştir.

Araştırmacı: Peki hangi sayıların EBOB'unu buldun burada?

Sıla: 200 ve 240.

Araştırmacı: Kaç çıktı?

Sıla: 40.

Araştırmacı: Bu 40 sana neyi ifade ediyor?

Sıla: Bu 40 bize uzunlukları böyle olan bir dikdörtgenin içine en az ne kadar eş kare şeklindeki fayanslardan döşeyebileceğimizi anlatıyor.

Araştırmacı: Bu cevap mı peki. Yani en az 40 tane fayans mı döşenebilir sence?

Sıla: En az 40 bence.

Araştırmacı: Bu yargı yanlış yani sana göre?

Sıla: Evet yanlış.

Araştırmacı: Peki şekil çizerek yapmak istersen yapabilir miydin?

Sıla:(Bir dikdörtgen çizdi. İçine rastgele sayıda kare çizdi) Mesela bu şekilde 40 tane kare döşenebileceğini düşünüyorum. Eş kare.

Araştırmacı: EBOB'larını buldun 40 çıktı bu nedenle de 40 tane olduğunu düşünüyorsun değil mi?

Sıla: 40 değil de en az 40 diye düşünüyorum.İkisinin de ortak böleni o çünkü. Zemin o kadar sayıya bölünebilir. 40 tane de kare olur.

Araştırmacı: Peki sadece uzun kenarın olduğu kısma (240cm olan kenarın paralelin göstererek) kaç tane sığabileceğini sorsam nasıl yaparsın?

Sıla: 240/40 yapsak olmaz. Ya da olur.240/40 yapmalıyım. O da 6 çıkar.

Araştırmacı: Peki bu eş karelerin boyutları konusunda bir fikrin var mı?

Sıla: Hepsi eş olacağı için hepsinin aynıdır.

Araştırmacı: İçine sığabilecek en büyük kare midir peki bu ya da o nasıl bulur?

Sıla: Bunun için önce dikdörtgenin alanını bulurum (200, 240 yaptı). 48000 zeminin alanı. Sonra bir şeride (uzun kenarın paralelinde göstererek) kaç tane sığabileceğini bulurum. Bunun içinde az önceki gibi 240'ı 40'a bölerim.

Araştırmacı: Neden?

Sıla: Bir kenara kaç tane gelebileceğini bulmak için.

Araştırmacı: Peki oradaki 40 sana neyi ifade ediyor?

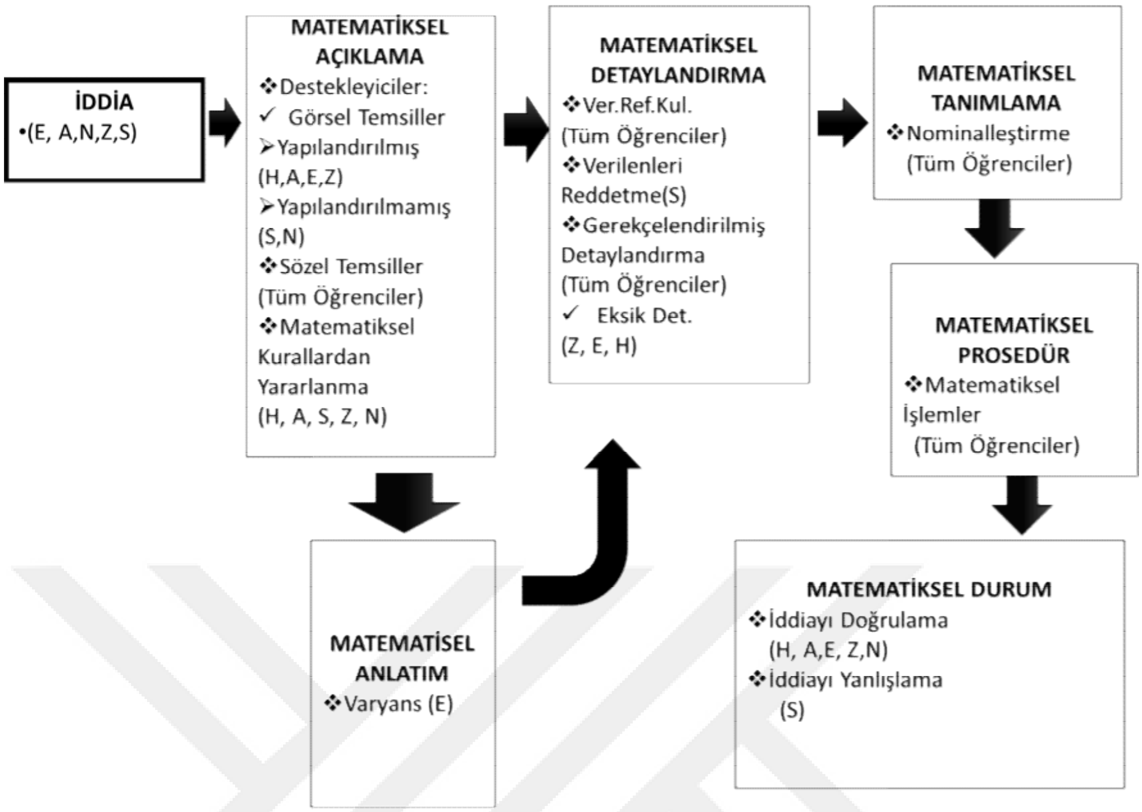
Sıla: (Düşünüyor, çizimlerine tekrar bakıyor). Sanırım karenin bir kenarı.Eş kare olacağından da diğerlerinin uzunlukları da aynı. Şimdi 40 karenin bir kenarının uzunluğu.Bundan alanı 48000 olan zemine kaç tane bu karelerden sığar. Bunun içinde alanı 40'a bölerim.Yok çok büyük çıktı. Zaten alanı kenara bölmüş oldum. Karenin de alanını bulmam lazım 40.40 1600 eder. Karenin alanı 1600. Sonra zeminin alanını kareninkine bölerim. En az 30 tane döşenebilir.

Araştırmacı: Yani bu yargıyla ilgili son görüşün nedir?

Sıla: Karenin bir kenarının uzunluğunu bulduktan sonra tüm zeminin alanına karenin alanını bölünce 30 çıkıyor.Bu nedenle bu yargının doğru olduğunu düşünüyorum.

3.2. İkinci Göreve İlişkin Üretilen Matematiksel Argümanları Detaylandırma Süreci

Öğrencilere sunulan çalışma yaprağında ve odak öğrencilerle yapılan klinik görüşmelerde öğrencilere yöneltilen görevlerden ikincisi *'Boyutları 3cm, 4cm ve 6cm olan dikdörtgenler prizması şeklindeki kutulardan en az 26 tanesiyle bir küp oluşturulabilir çünkü……………….(düşüncenizi yazarak ve çizerek destekleyiniz.).'*şeklindedir. Öğrencilerin bu göreve karşılık çalışma yaprağında verdikleri cevaplar ile odak öğrencilerin yapılan klinik görüşmeler sırasında ürettikleri matematiksel argümanların detaylı incelemeleri yapılmıştır. Bu incelemeler sonucunda Şekil 3.11'de verilen akış oluşturulmuştur.



Şekil 3.11: *İkinci göreve ilişkin matematiksel argümanlar ve detaylandırma süreci*

Şekil 3.11'de görüldüğü gibi öğrencilerden Erkin, Anıl, Nazlı, Zeynep ve Sıla sürece başlamaları iddialarını belirterek olmuştur. Sürece iddialarını belirterek başlayan öğrencilerin tamamı bu görevin yanlış olduğunu ifade etmişlerdir. Öğrencilerin tamamının ikinci göreve ilişkin oluşturduğu iddialarından örnekler şu şekildedir:

Sıla: 'Cevap yanlıştır.'

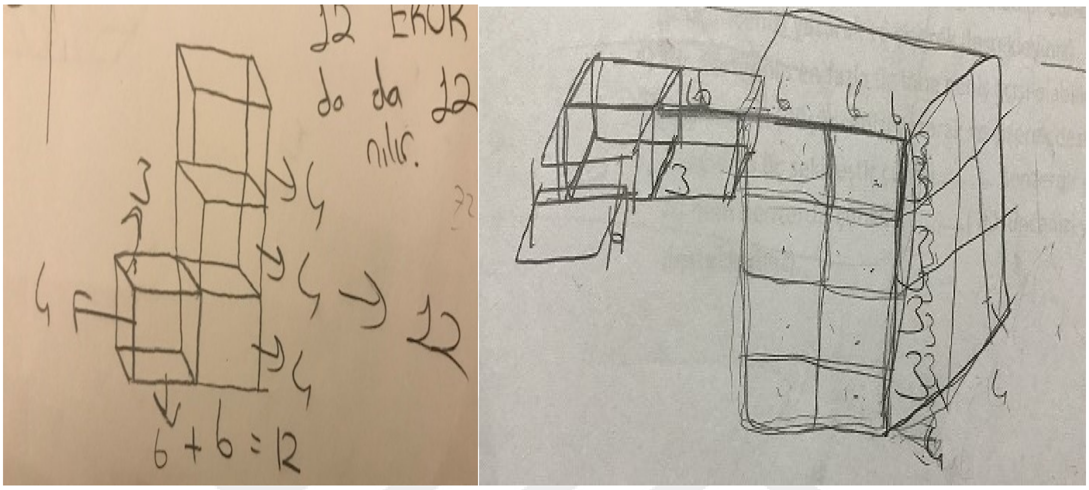
Anıl: 'Hayır oluşturulamaz'

Zeynep: '26 tanesiyle küp oluşturulamaz.'

Erkin: 'Yanlış diye düşündüm.'

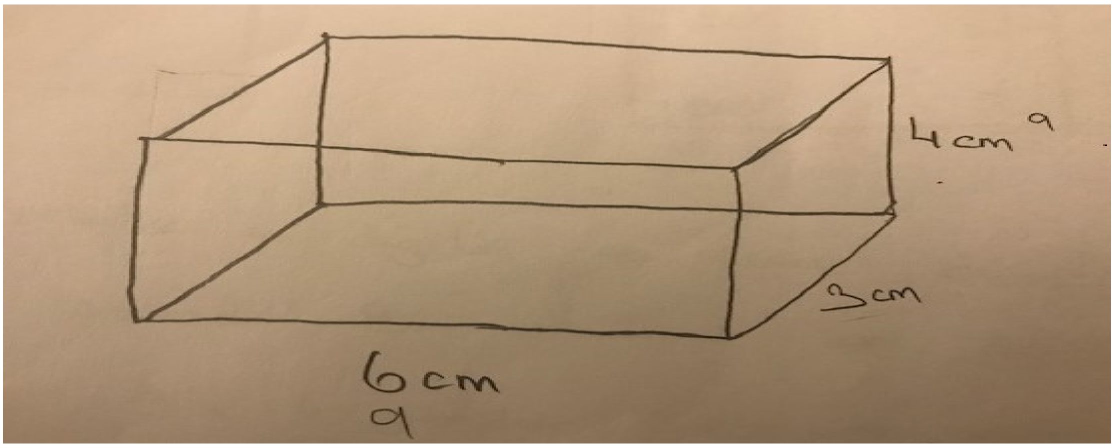
Zeynep Nazlı: 'Ben bu göreve yanlış dedim.'

Şekil 3.11'de görüldüğü gibi öğrencilerden yalnızca Hamza sürece iddia ile başlamamıştır. Hamza sürece diğer öğrencilerden farklı olarak matematiksel açıklama ile başlamıştır ve bu bağlamda görsel ve sözel temsiller ile matematiksel kurallardan faydalanarak matematiksel argümanlar oluşturmuştur. İkinci göreve ilişkin iddialarını sunan öğrenciler ise Şekil 3.11'de de görüldüğü gibi bu aşamada ortaya atılan iddialarını desteklemek amacıyla sözel temsiller, görsel temsiller ve matematiksel kurallardan faydalanarak matematiksel argümanlar oluşturmuştur. Öğrencilerin tamamı bu süreçte sözel temsillerle, görsel temsillerle ve matematiksel kurallar kullanarak oluşturdukları matematiksel argümanlarla düşüncelerini kuvvetlendirmeye çalışmıştır. Örneğin Hamza *'Boyutları3.4.6 olan dikdörtgenler prizması var.'* ifadesine ilişkin olarak Şekil 3.12'de verilen yapılandırılmış görsel temsili çizmiştir.



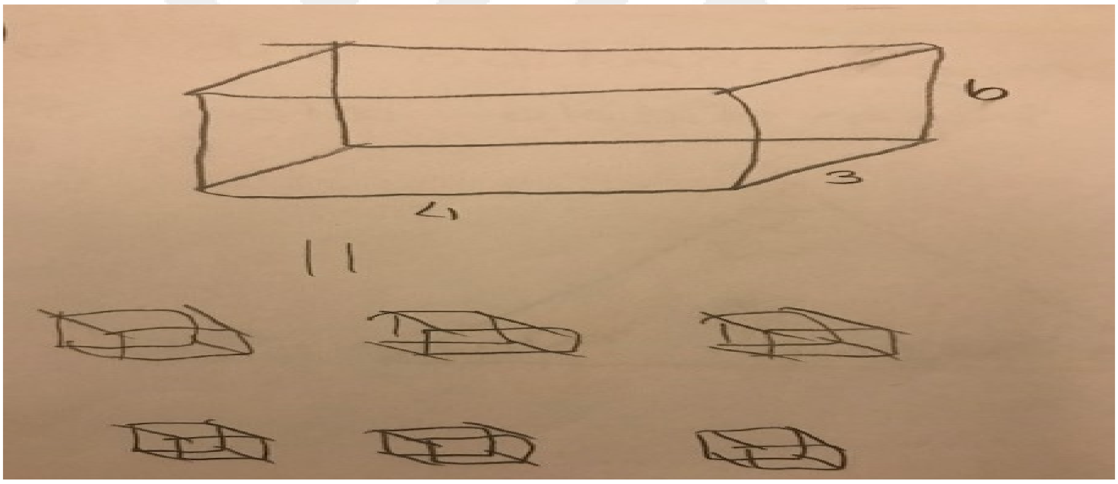
Şekil 3.12: *Hamza'nın ikinci görev için oluşturduğu görsel temsil*

Şekil 3.12'de görüldüğü gibi Hamza'nın ayrıt uzunlukları verilen dikdörtgenler prizmasını çizerek aynı uzunluğa sahip ayrıtların bitişik konulması gerektiğini düşündüğü görülmektedir. Bu şekilde bir şekil oluşturarak küpü oluşturmaya çalıştığı çizdiği görsel temsilde görülmektedir. Benzer şekilde Anıl da *'Boyutları 3, 4 ve 6 cm olan bu ayrıtların uzunlukları dikdörtgenler prizmasının küp oluşturması için küpün karelerden oluşuyor olması lazım... Dikdörtgenler prizmasından bir küp elde ettik. '* ifadesini kullanarak Şekil 3.13'te görüldüğü gibi bu boyutlara sahip dikdörtgenler prizması çizmiş ve yapılandırılmış görsel temsili oluşturmuştur.



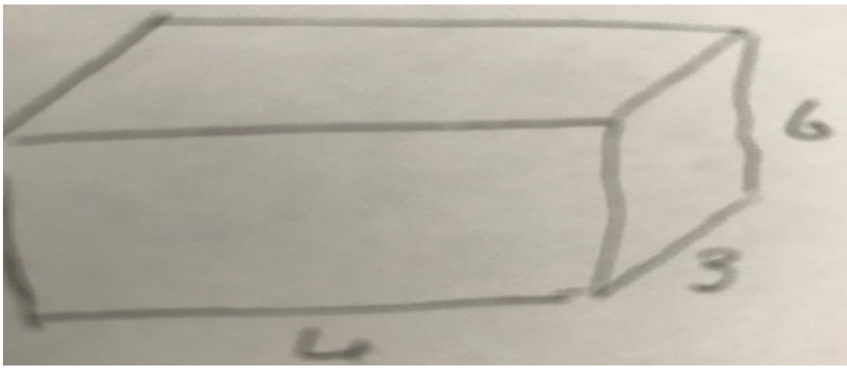
Şekil 3.13: *Anıl'ın ikinci görev için oluşturduğu görsel temsil*

Anıl gibi Sıla da *'Küçük dikdörtgenler prizmaları birleşerek bir küp oluşturacak..'*şeklindeki açıklamasını destekleyen Şekil 3.14'te görülen yapılandırılmamış görseltemsili çizmiştir.



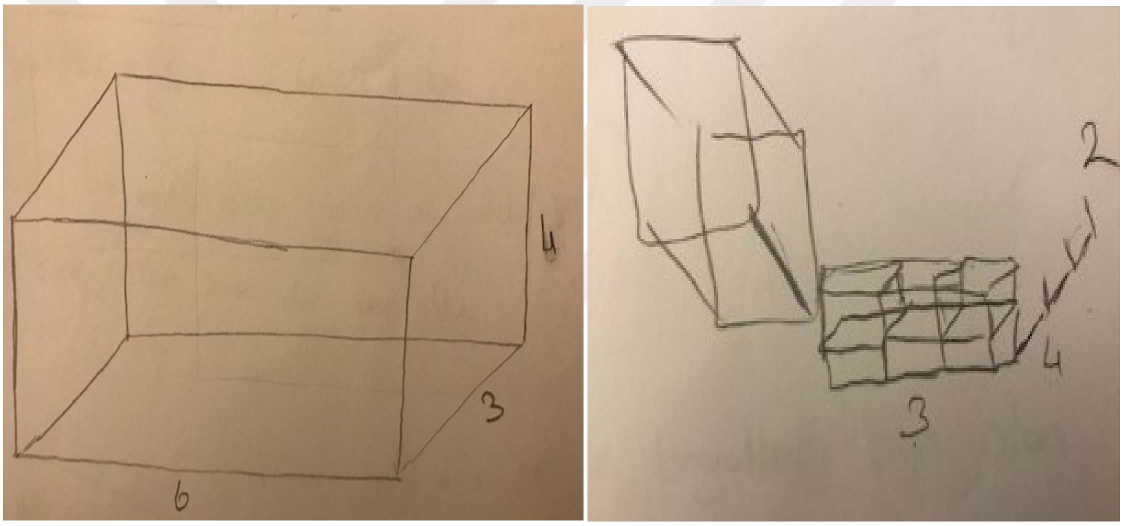
Şekil 3.14: *Sıla'nın ikinci görev için oluşturduğu görsel temsil*

Şekil 3.14'te görüldüğü gibi Sıla'nın ayrıt boyutlarını dikkate almadan küçük dikdörtgenler prizması oluşturarak bu prizmalar ile de boyuları 3,4 ve 6 olan bir dikdörtgenler prizması oluşturacağı anlaşılmaktadır. Öğrencinin göreve ilişkin kafasında bir karmaşa olduğu sözel ve görsel temsili arasında da bir çelişkiyedüştüğü gözlemlenmiştir. Erkin'de benzer şekilde *' ..çizdim. (çizdiği dikdörtgenler prizmasını göstererek) 3cm burası yani yüksekliği, 4 cm burası (yatay arıtı göstererek), 6cm de burası yani ayrıtı.'*ifadesini kullanmış ve Şekil 3.15'te görüldüğü gibi ayrıtları sözel temsilinde belirttiği uzunluklara sahip bir dikdörtgenler prizması çizerek yapılandırılmış görsel temsili oluşturmuştur.



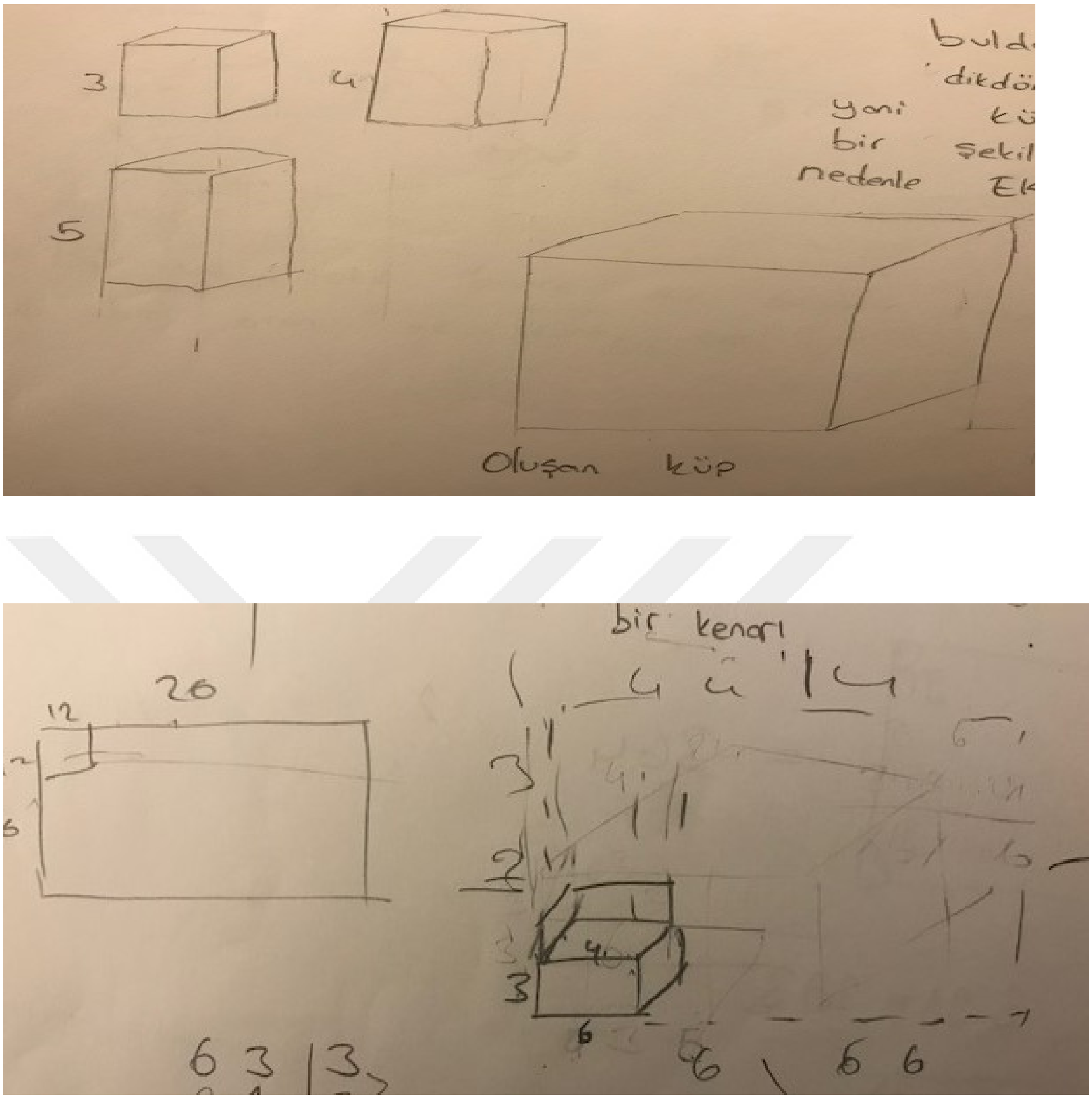
Şekil 3.15: *Erkin'nin'nın ikinci görev için oluşturduğu görsel temsil*

Zeynep ise '*Dikdörtgen prizmalarını kullanarak küp oluşturuyor.'* ifadesini kullanarak Şekil 3.16'da yer alan yapılandırılmış görsel temsili oluşturmuştur.



Şekil 3.16: *Zeynep'in ikinci görev için oluşturduğu görsel temsil*

Zeynep'in Şekil 3.16'da görüldüğü gibi bir diködörtgenler prizması ve bir küp oluşturduğu ve sözel temsilinde de ifade ettiği gibi küçük dikdörtgenler prizmalarını kullanarak küpü oluşturmaya çalıştığı görülmüştür. Nazlı'da diğer öğrencilere paralel şekilde *'Dikdörtgenler prizmasından bir küp oluşturulacağı için yan yana ve üst üste konulacak (şekilde de göstererek).'*açıklamasını yapmıştır. Bu açıklamayı destekleyecek aşağıdaki yapılandırılmamış görsel temsilleri oluşturmuştur.



Şekil 3.17: *Nazlı'nın ikinci görev için oluşturduğu görsel temsil*

Nazlı Şekil 3.17'de de görüldüğü gibi dikdörtgenler prizmasının ayrıtlarını her biri farklı prizmaya ait olacak şekilde üç ayrı dikdörtgenler prizması çizmiştir. Bu öğrencinin görevi anlamadığını göstermektedir. Ancak sonrasında oluşturduğu ikinci görsel temsilde dikdörtgenler prizmalarını birleştirerek küp oluşturmaya çalışmıştır ve bunu yaparken üç farklı ayrıta sahip olan görevde verilen dikdörtgenler prizmasını oluşturmuştur.

Şekil 3.11'de yer alan akışta da görüldüğü gibi öğrencilerin tamamı matematiksel açıklama kapsamında matematiksel kurallardan faydalanarak matematiksel argümanlar oluşturmuştur. Öğrencilerin bu matematiksel argümanları oluştururken görevde yer alan verilerden de faydalandıkları görülmektedir. Öğrenciler argümanları oluştururken EBOB ve EKOK kavramlarını kullanmışlar ve bu kavramların ne anlama geldiğini ifade etmişlerdir. Örneğin Hamza*‘Bu soruyu çözmek için EKOK kullanılır. EKOK demek en az iki sayının en küçük ortak katı anlamına gelir... Küp de karelerden oluşuyor.’*, Anıl *‘Ayrıtların en küçük ortak katını almamız lazım. Yani EKOK almamız lazım. En Küçük Ortak Kat (EKOK) en az iki sayının en küçük katını almaya denir. Bu işlem sayıların çarpanlarına veya bölenlerine ayırarak yapılır. Bu işlemde tüm çarpanlar çarpılır çıkan sayı EKOK’tur.’* şeklinde EKOK kavramını açıklamaya çalışmışlardır. Bazı öğrencilerin göreve ilşkin bir kural oluşturdukları ve bu nedenle görev ile ilgili işlmlerinde EKOK kavramını kullandıkları görülmüştür. Örneğin Sıla ‘*Bu soru EBOK-EKOK problemidir. Ben burda EKOK kullanacağım küçük dikdörtgenler prizmaları birleşip küp oluşturacak. Bu tarz durumlarda EKOK kullanılır.’* şeklinde bir açıklama yaparak küçük dikdörtgenler prizmasının birleşmeleri sonucu küp oluşturulacağı için EKOK kullandığını ifade etmiştir. Benzer şekilde Zeynep ve Nazlı da aşağıdaki doğrudan alıntılarda da görüldüğü gibi EKOK kavramını ve küçük parçaların birleşmesi ile bir büyük parça elde edilmesine bağlı olarak EKOK kullandıklarını ifade etmiştir.

> **Zeynep:** ‘..bu küpü bulurken dikdörtgen prizmalarını birleştireceğim. Yani küçük şekillerden büyük bir şekil oluşturacağım. Bu nedenle EKOK bulacağım. Ekok sayıların en küçük ortak katları. Birlikte oluşturdukları aynı sayı.’

> **Nazlı:** ‘Küçük paraçalardan büyük bir parça oluşturacağım için EKOK buldum. Bu EKOK sorusudur.’

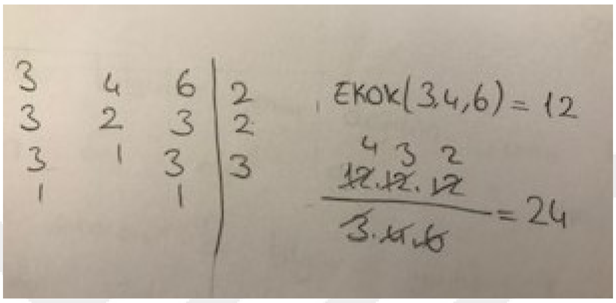
Öğrencilerden Erkin ise *‘En az demiş ve katlı bir soru.Bu nedenle üç boyutun EKOK’unu buluyoruz’* şeklinde bir argüman oluşturarak EKOK kullanma sebebini görevde geçen ‘en az’ ibaresineden kaynaklı olduğunu ifade etmiştir.

Öğrencilerden yalnızca Erkin matematiksel açıklamalarının ardından matematiksel anlatım kapsamında nitel varyanslar oluşturmuştur.Erkin*‘Yani bunlardan (dikdörtgenler prizmasını göstererek) bir kaç tane daha yan yana ya da üst üste koymamız lazım’* şeklinde matematiksel tanımlama bağlamında yer alan nitel varyans oluşturmuştur.

Şekil 3.11’de görüldüğü gibi öğrencilerden Nazlı ise matematiksel açıklama sonrasında sürece matematiksel prosedür ile devam etmiştir. Nazlı matematiksel prosedür bağlamında matematiksel işlemler yapmıştır. Nazlı matematiksel prosedürbağlamında görevde yer alan sayısal verileri kullanarak matematiksel işlemleri şu şekilde ifade etmiştir:

> **Nazlı:** '3,4 ve 6'nın EKOK'unu buldum. Bu da 12 çıktı. Yani küpün bir kenarının uzunluğu 12. Küpün hacmini hesapladım 12x12x12 şeklinde. Daha sonra da dikdörtgenler prizmasının hacmini hesapladım 3x4x6 şeklinde.'

Öğrencinin yaptığı işlemlere ait çalışma yaprağından görsel aşağıda Şekil 3.18'de sunulmuştur.



Şekil 3.18: *Nazlı'nın ikinci görev kapsamında oluşturduğu matematiksel işlemler*

Öğrencinin ifadesi ve yaptığı işlemlere ait Şekil 3.18'de görüldüğü gibi öğrenci dikdörtgenler prizmasının ayrıt uzunluklarının EKOK'unu hesaplamıştır. Sonrasında ise EKOK'u oluşturulacak olan küpün bir ayrıt uzunluğuna eşit olduğunu düşündüğü izlenimi alınmıştır. Öğrencinin matematiksel işlemlerin devamında küpün hacmini bir dikdörtgenler prizmasının hacmine böldüğü görülmektedir.

Hamza, Anıl, Sıla ve Zeynep matematiksel açıklama kısmından sonra Nazlı matematiksel prosedür, Erkin ise matematiksel anlatım aşamalarından sonra Şekil 3.11'deki akışta da görüldüğü gibi sürece bu kısma kadar oluşturdukları matematiksel argümaları detaylandırdıkları matematiksel detaylandırma kısmıyla devam etmiştir. Matematiksel detaylandırma bağlamında öğrencilerin tamamı verilenlerden referans kullanarak matematiksel argümanlarını detaylandırmıştır. Matematiksel argümanlarını detaylandırmak isteyen öğrencilerin tamamı Matematiksel detaylandırma kapsamında gerekçelendirilmiş detaylandırmalara başvurmuştur. Öğrencilerin çalışma yaprağında yer alan matematiksel argümanları ile görüşme sürecinde oluşturdukları matematiksel argümanları karşılaştırıldığında öğrencilerin görüşmeler sırasında detaylandırmalarının arttığı görülmüştür. Matematiksel detaylandırma kapsamında öğrencilerin oluşturduğu argümanlar incelendiğinde öğrencilerden Hamza, Anıl ve Nazlı'nın eksik detaylandırma yaptığı gözlenmektedir.

Matematiksel Detaylandırma kapsamında yer alan verilenlerden referansları içeren matematiksel argümanları incelendiğinde, görevde verilen dikdörtgenler prizması ve oluşturulacak küpe atıfta bulundukları görülmektedir. Aynı zamanda görevde yer alan ‘en az’ ibaresi de öğrencilerin atıfta bulnduğu noktalardan biridir. Öğrencilerin matematiksel detaylandırma sürecinde verilenlerden referans kullanımına örnekleri şu şekildedir:

Hamza: ‘Aytırları 3,4 ve 6 olan dikdörtgenler prizmalarından bir küp oluşturacağız.’

Anıl: ‘Boyutları 3, 4 ve 6 cm olan bu ayrıtların uzunlukları dikdörtgenler prizmasının küp oluşturması için küpün karelerden oluşuyor ve karelerin tüm kenarları eşit ve bunların en küçük ortak katlarını almamız lazım bir ayrıtının eşit olması için.’

Sıla: ‘Görevde en az dediği için. 3,4 ve 6’nın EKOK’unu 12 buldum. Bu 12 küpün bir ayrıtı.’

Erkin: ‘Çünkü 3,4 ve 6 cm olan dikdörtgenler prizması şeklindeki kutulardan en az 26 tanesiyle bir küp oluşturulabilir demiş. En az kaç tanesiyle diye soruyor.’

Zeynep: ‘Önce şöyle düşündüm; 26 tanesinin hacmini bulup küpün her ayrıtının ölçüsü aynı olduğu için mesela a küp eşittir 72 çarpı 26 olabilir mi diye düşündüm.’

Nazlı: ‘Dikdörtgenler prizmasından bir küp oluşturulacağı için yan yana ve üst üste konulacak (şekilde de göstererek) Sonra dikdörtgenler prizmasının her kenarı birleşerek küpün bir kenarını oluşturacağı için küpün bir kenarı 3,4ve 6’nın katı olmalı ..En az dediği için de en küçük katlarını aldım.’

Matematiksel Detaylandırma kapsamında öğrencilerin tamamı oluşturdukları matematiksel argümanlarını gerekçelendirmiştir. Bu bağlamda matematiksel argümanlarını hem detaylandırmış hem de gerekçelendirerek matematiksel argümanlarını güçlendirmeye çalışmışlardır. Örneğin Anıl’ın çalışma yaprağında ve görüşme sırasında oluşturduğu matematiksel argümanlarında yer alan gerekçelendirilmiş detaylandırmaları aşağıda yer alan doğrudan alıntılar ile sunulmuştur.

Anıl: ‘..karelerin tüm kenarları eşit ve bunların en küçük ortak katlarını almamız lazım bir ayrıtının eşit olması için.

Bunları birleştirerek bir küp oluşturmak lazım ama bunların hiçbiri eşit değil birbirine. Küpün bir kenarı eşit olması lazım bir ayrıtının uzunluğu. Kareden oluştuğu için karenin dört kenarı var ve birbirlerine eşit bunları birleştirdiğimizde tüm ayrıtların eşit olması lazım.

Birleştirdiğimiz için eşit olması lazım. Bir ayrıtıyla öbür ayrıtının.. Yani 12 bir ayrıtı oluyor küpün.

... Birleştirdiğimiz için bunları bölmemiz lazım.

.. 12 dedim bir ayrıtın uzunluğuna. Birleştirip oluşturduğumuz için bunları 12 olduğu için küpün hacmini buldum, sonra dikdörtgenin hacmini buldum

En az kaçtane dikdörtgenler prizması kullanarak bir küp oluşturuyoruzu bulmak.

Çünkü bu dikdörtgenler prizmasını birleştirerek oluşturduğum için küpü, küpün hacmini dikdörtgenler prizmasının hacmine böldüm"

Erkin'in odak görüşme sırasında ifade ettiği gerekçelendirilmiş detaylandırma örneği şu şekildedir:

Araştırmacı: Neden EKOK'unu buldun?

Erkin: En azı bulmak için en küçük ortak katlarını bulmam lazım.

Araştırmacı: İçinde her en az geçen soruda EKOK'un mu bulunması gerekir?

Erkin: Hayır ama bu soru ekokla ilgili.

Araştırmacı: Nasıl yani?

Erkin: En az demiş ve katlı bir soru.

Araştırmacı: Nasıl katlı?

Erkin: Yani 4'ün bir katı olması lazım aynı şekilde 3'ün ve 6'nında. Yani 3,4 ve 6'nın en küçük ortak katı olması lazım küp yapılabilmesi için.

Benzer şekilde Zeynep'in de matematiksel detaylandırma kapsamında oluşturduğu gerekçelendirilmiş detaylandırma örnekleri aşağıda sunulmuştur:

Araştırmacı: Neden sen EKOK'a yöneldin?

....

Zeynep: 3 cm lik olan yerin küpün bir ayrıtını oluştaracak 3 ün katları, 4 ve 6 da bunlardan birleştiği için bunların katlarınada eşit olacak bu yüzden ekoka yönlendim. Çünkü soruda en az 26 tane demiş, en küçüğü oluşturmak için de EKOK buldum.

Araştırmacı: Yani oluşturduğun şeyin mi hacmi mi 24?

Zeynep: Evet

Araştırmacı: Peki burada hacim demiyor en az 24 tane diyor bu bir hacim ölçme birimi mi burada ki 26 ? Ya da senin orda bulduğun 24.

Zeynep: Bir tane küpün içi dikdörtgenlerle doldurulacağı için içte hacim içine alabileceği miktarı belirtiyor bu yüzden ben de hacme yöneldim.

Nazlı'nın bu görev kapsamında oluşturduğu gerekçelendirilmiş detaylandırma örneği aşağıdaki gibidir:

Araştırmacı: Neden EKOK buldun?

Nazlı: Çünkü küçük parçadan büyük parçayı bulacağım.

Araştırmacı: Mantığı ne yani sence?

Nazlı: Bunun devamını getirebilirim bu sonsuza kadar gidebilirdi. Ama görevde en az demiş bu nedenle en küçük ortak katı buldum.

Hamza ve Sıla'nın matematiksel detaylandırma kapsamına giren gerekçelendirlmiş detaylandrıma örnekleri ise şu şekildedir:

Hamza: 'Bu kenarlar 3'ler 6'lar ve 4'ler birleşip herbiri küpüm bir kenarını oluşturacak. Bu yüzden EKOK'unu aldım bunların.'

Sıla: 'Parçalardan bir bütün oluşturabilmek için. 3ler 4ler ve 6lar birleşip küpün kenarını oluşturucak bu yüzden bunların en küçük ortak katlarını buldum.'

Öğrencilerin ifadeleri incelendiğinde görevde yer alan dikdörtgenler prizmasının ayrıtlarına odaklandıları ve bu prizmalar ile bir küp oluşabilmesi için bu ayrıtların uzunluklarının en küçük ortak katını alma gerekçelerini ifade ettikleri görülmektedir. Ayrıca öğrencilerin bu prizmadan birçok küp oluşabileceğini ancak görevdeki 'en az' ifadesinin onları sınırlamaya ve en küçük ortak kat bulmaya yönlendirdikleri ifadelerinden anlaşılmaktadır. Öğrencilerden Hamza, Anıl ve Zeynep Nazlı'nın iddialarını güçlendirecek detaylandırmaları yaparken eksik detaylandırmalarda bulundukları görülmektedir. Örneğin öğrencilerden Hamza ve Anıl'ın yaptıkları eksik detaylandırmalara aşağıda yer verilmiştir.

Hamza:'Hepsini birleştirmeye çalıştım. 26 tane dikdörtgenler prizmasını ama birleştiremedim. 6cm uzun kenarı olsa dedim bunlar birleşip küpün bir kenarını oluşturacak. O da 24 cm olsun diye düşündüm.'

Anıl: 'Bunları en küçük bölen bir sayı lazım bize. Ortak en küçük bölen. Yok çok saçma bir şey oldu. 12 dedim bir ayrıtın uzunluğuna. Birleştirip oluşturduğumuz için bunları 12 olduğu için küpün hacmini buldum, sonra dikdörtgenin hacmini buldum'

Öğrencilerin ifadeleri incelendiğinde görevde yer alan verilerden yararlanarak oluşturdukları matematiksel argümanları detaylandırmaya çalıştıkları ancak açık olmayan ya da eksik kalan ifadeler olduğu görülmektedir. Benzer şekilde Zeynep de gerekçelendirlmiş detaylandırma sırasında hacim kavramının anlamına yönelik bir karmaşa yaşamıştır. Öğrencinin yaptığı eksik detaylandırma aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı: Peki burada hacim demiyor en az 24 tane diyor bu bir hacim ölçme birimi mi burada ki 26?

Zeynep Bir tane küpün içi dikdörtgenlerle doldurulacağı için içte hacim içine alabileceği miktarı belirtiyor bu yüzden ben de hacme yöneldim.

Araştırmacı: Tamam peki bu 24 hacim mi? Yani bu oluşan şeyin hacmi mi 24? 24 tam olarak neyi ifade ediyor?

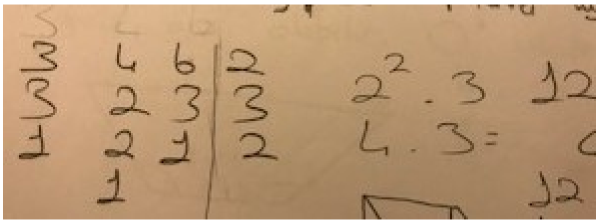
Zeynep Küpün içine girecek dikdörtgenler prizma sayısı.

Araştırmacı: Hacimle ilgisi ne bu miktarın?

Zeynep Dikdörtgenler prizmasının hacmi küpün hacmine eşit oluyor içini doldurduğu için bu yüzden 24 aynı zamanda da 24 tane dikdörtgenler prizmasının da hacmi oluyor.

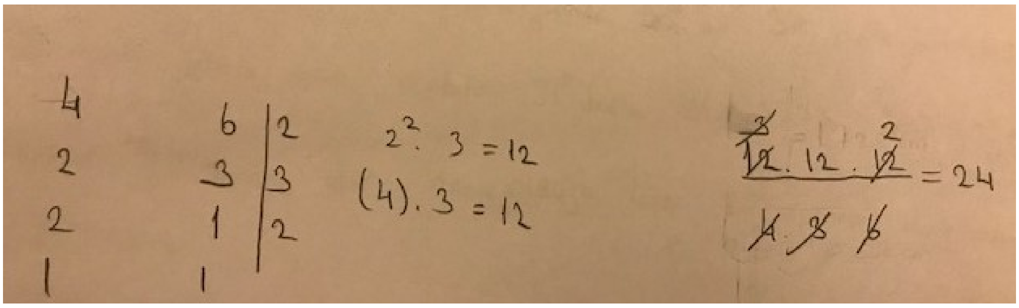
Matematiksel detaylandırma süreci sonrasında Şekil 3.11'de görüldüğü gibi öğrencilerden Hamza, Anıl, Sıla, Erkin ve Zeynep matematiksel prosedür aşamasına geçmiştir. Bu aşamada öğrencilerin tamamı görevde yer alan sayısal verileri kullanarak matematiksel işlemler yapmıştır. Öğrencilerin matematiksel prosedür kapsamında ürettikleri matematiksel argümanlar aşağıda sunulmuştur.

Hamza: 'Ben en küçük ortak katını buldum 3,4 ve 6'nın. Şimdi önde 2x4'ten 8 tane dikdörtgenler prizması koymuş oldum. Arkaya doğruda 3 tane koymuştum. 8'le de 3'ü çarpınca 24 buldum.'



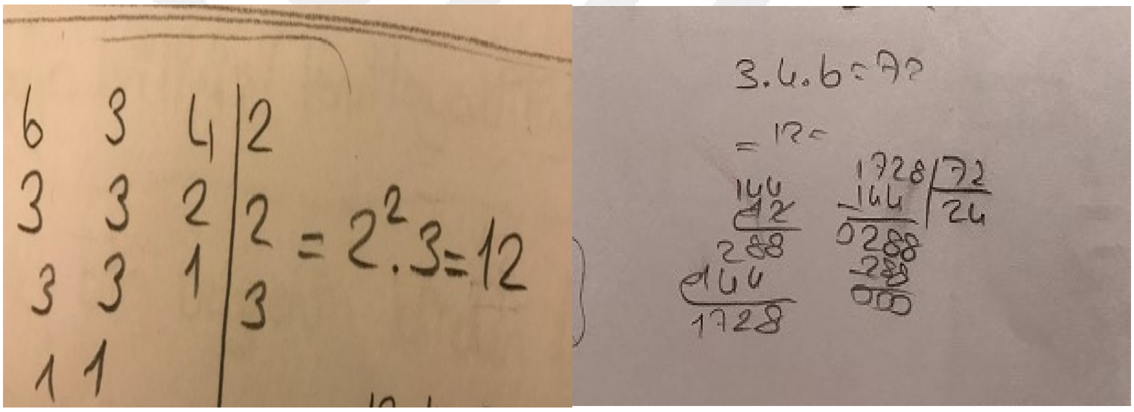
Şekil 3.19: *Hamza'nın ikinci görev kapsamında oluşturduğu matematiksel işlemler*

Anıl: '3,4 ve 6 nınekokunu aldım. 12 buldum İlkten oluşturduğumuz küpün hacmini buldum. Bir ayrıtı 12 olan küpün hacmini buldum. Sonra dikdörtgenler prizmasının hacmini buldum. Birleştirdiğimiz için bunları bölmemiz lazım.'

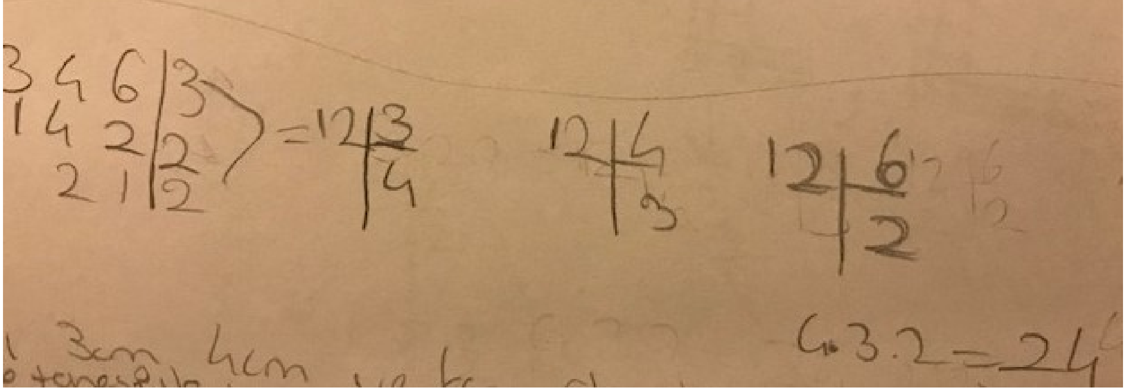


Şekil 3.20: *Anıl'ın ikinci görev kapsamında oluşturduğu matematiksel işlemler*

Sıla:'3,4 ve 6'nın ekokunu buldum. Hangi sayıda birleştiklerini buldum Sonra dikdörtgenler prizmasının hacmini ve küpün hacmini bulacağım. Küpün hacmini dikdörtgenler prizmasının hacmine bölerek de ne kadar yan yana ve üst üste getirmem gerektiğini bulabilirim.Küpün hacmini 12x12x12'den 1728 buldum. Bir tane dikdörtgenler prizmasının hacmini de 3x4x6'dan 72 buldum. Küpün hacmini dikdörtgenler prizmasının hacmine böldüm ve 24 buldum.'

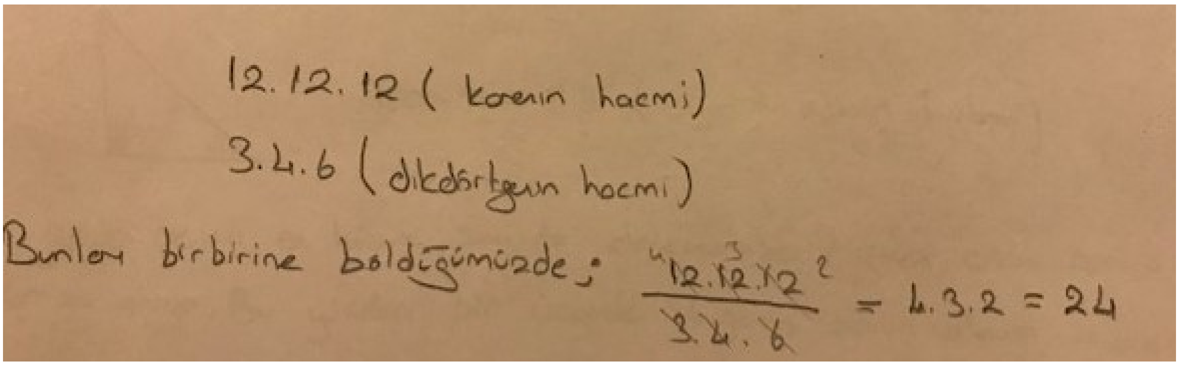


Şekil 3.21: *Sıla'nın ikinci görev kapsamında oluşturduğu matematiksel işlemler*



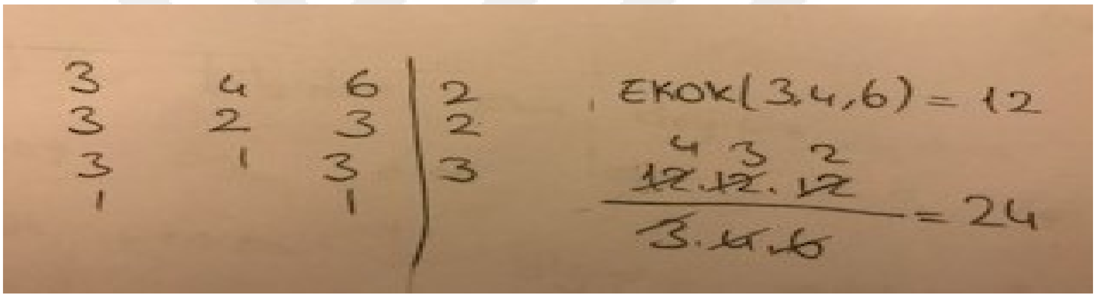
Şekil 3.22: *Erkin'in ikinci görev kapsamında oluşturduğu matematiksel işlemler*

Zeynep:'3,4 ve 'nın EKOK'unu buldum. Küpün bir kenarının uzunluğu 12cm. Küpün hacmini dikdörtgen prizmasının hacmine böldüm.'



Şekil 3.23: *Zeynep'in ikinci görev kapsamında oluşturduğu matematiksel işlemler*

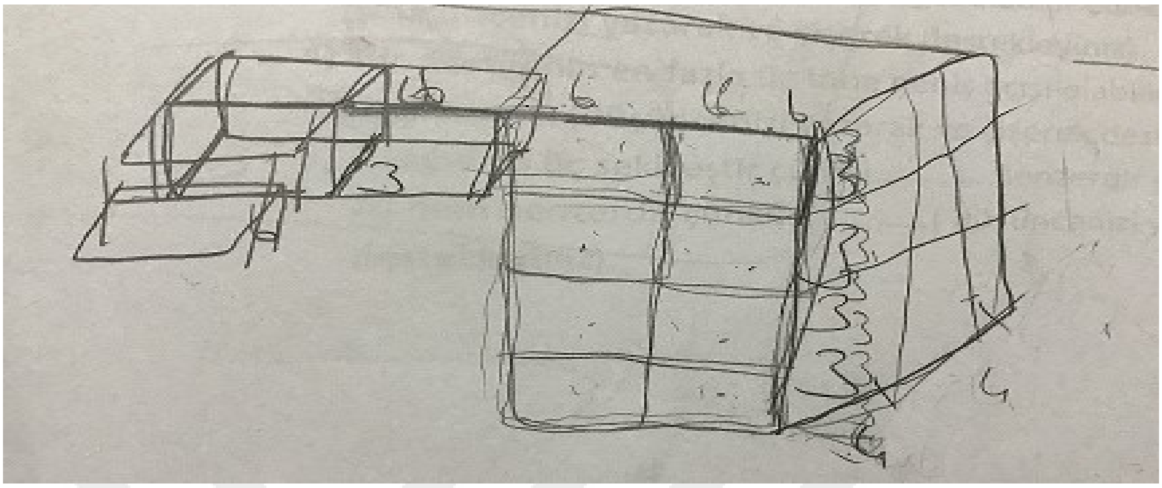
Nazlı: '3,4 ve 6'nın ekokunu buldum. Bu da 12 çıktı. Yani küpün bir kenarının uzunluğu 12. Küpün hacmini hesapladım 12x12x12 şeklinde. Daha sonra da dikdörtgenler prizmasının hacmini hesapladım 3x4x6 şeklinde..'



Şekil 3.24: *Nazlı'nın ikinci görev kapsamında oluşturduğu matematiksel işlemler*

Şekil 3.11'de görüldüğü gibi matematiksel posedür süreci kapsamında yer alan matematiksel işlemleri matematiksel detaylandırma aşamasından önce yapan Nazlı matematiksel detaylandırmadan sonra matematiksel tanımlama ile süreci devam ettirmiştir. Hamza, Anıl, Sıla, Erkin ve Zeynep de matematiksel prosedür kapsamında oluşturdukları matematiksel argümanlar sonrasında matemataiksel tanımlama kısmına geçmiştir. Tüm öğrenciler matematiksel tanımlama kısmında norminalleştirme yapmıştır. Nominalleştirme çokluklardan birini diğeri cinsinden ifade etme veya bilinmeyeni bilinen ile kıyaslayarak yorum yapabilmektir. Öğrenciler de bu görev de kaç tane dikdörtgenler prizması kullanmaları gerektiği konusunda yorum yapabilmek için norminalleştirme içeren matematiksel argümanlar üretmiştir. Öğrencilerin bu görev bağlamında oluşturdukları norminalleştirme örnekleri aşağıdaki gibidir:

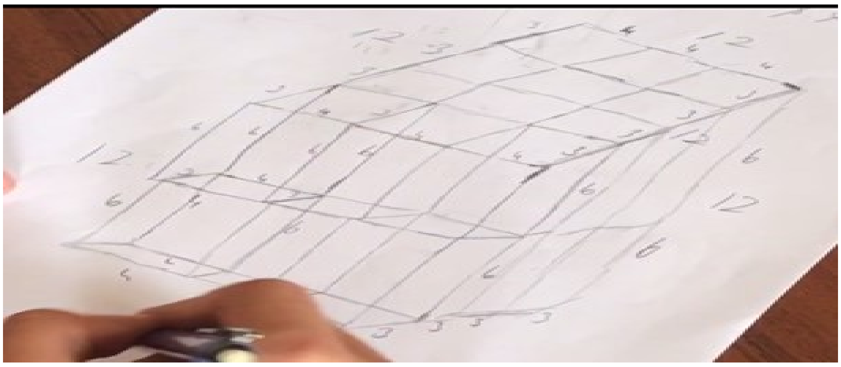
Hamza:‘Sonra hepsini birleştirdim. Ön yüzüne 6,6 iki tane yan yana koydum 12 oldu. Sonra 4 tane üst üste koydum (dikey ayrıtı göstererek) burası da 12 oldu. Sonra buraya 3 tane 4 koydum(alt taban ayrıtlardan arkaya doğru olanı göstererek) burası da 12 oldu.’



Şekil 3.25: *Hamza’nın ikinci görev kapsamında oluşturduğu nominalleştirme içeren çizimi*

Hamza’nın dikdörtgenler przimasından küp oluşturabilmek için dikdörtgenler prizmalarını yan yana ve üst üste koyarak küpü oluşturmaya çalışmıştır. Bu şekilde bildiği bir çoklutan bilmediği bir boyutun uzunluğunu ve kaç tane dikdörtgenler prizmasından küp oluşturalabileceğini bulmaya çalışmıştır.

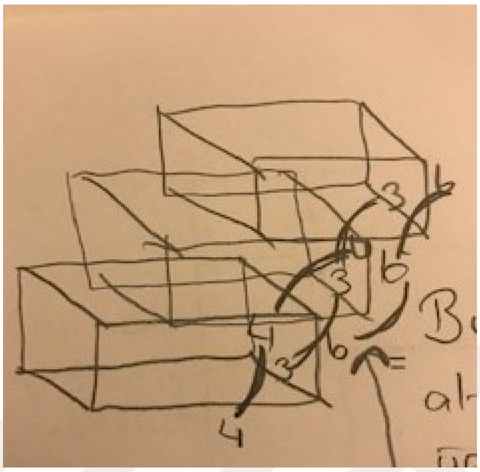
Anıl: ‘Dikdörtgenler prizmasının boyutları 3, 4 ve 6. Taban dörtgenin 3 ve 4 bunları birleştirdiğimizde burası 12 oldu, burasıda 12 oldu, yükseklikte 12 burasıda 12 arkaya kalan yüzde 12 oldu.’



Şekil 3.26:*Anıl’ın ikinci görev kapsamında oluşturduğu nominalleştirme içeren çizimi*

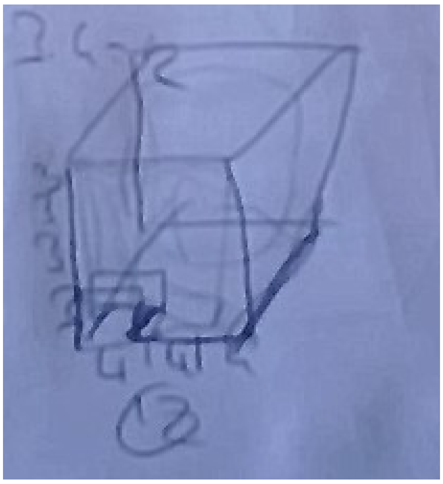
Anıl’ın açıklaması ve çizimi incelendiğinde Hamza’ya benzer şekilde boyutlarını bildiği dikdörtgenler prizmalarını aynı uzunluktaki boyutlarından birleştirerek küp oluşturmaya çalıştığı ve bu şekilde küpün bir ayrıtının uzunluğunu bulmaya çalıştığı görülmektedir.

Sıla:'Bunlardan üst üste koyduğumuzda altılarla altılar üst üste, dörtlerle dörtler üst üste, üçlerle de üçler üst üstedir. Bu yüzden dört tane üç birleşerek, üç tane dört birleşerek ve iki tane altı birleşerek küpün bir kenarını yani on ikiyi oluşturur.'



Şekil 3.27: *Sıla'nın ikinci görev kapsamında oluşturduğu nominalleştirme içeren çizimi*

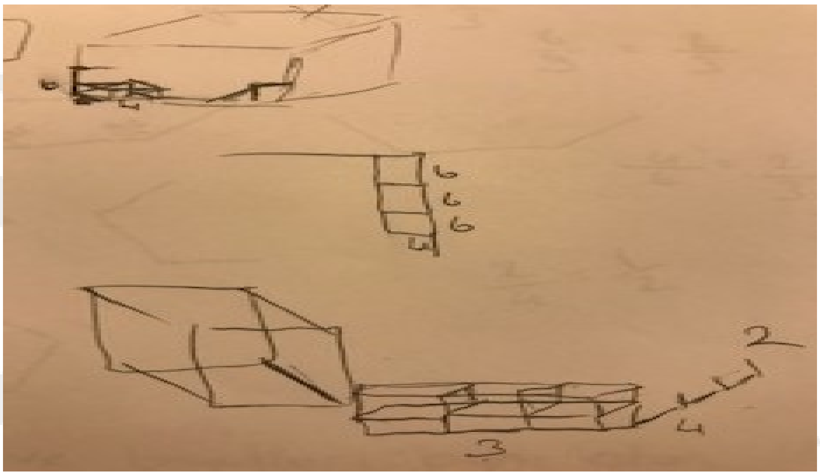
Erkin: *'Küpün bir kenarının uzunluğu 12cm olacak. O yüzden de katlı oluyo. Yani 4'ün 3 katı, 6'nın 2 katı, 3'ünde 4 katı oluyor. Yani hepsinin en küçük ortak katı 12 oluyor. Şimdi (dikdörtgenler prizmasını göstererek) tüm kenarları 12 olacak şekilde tamamlayacağız. Yan yana 3 tane çizince 4+4+4 12 oluyor. Yukarıya doğru da 4 tane dikdörtgen prizmakoymalız üst üste uzunluğu 12 olması için. 6'yı 12 ye tamamlamak içinde 2 tane koyulmalı arkaya doğru. Sonra tüm boşlukları doldurdum küp oluşturabilmek için. Şimdi toplam kaç tane olduğunu bulacağım.'*



Şekil 3.28: *Erkin'nin ikinci görev kapsamında oluşturduğu nominalleştirme içeren çizimi*

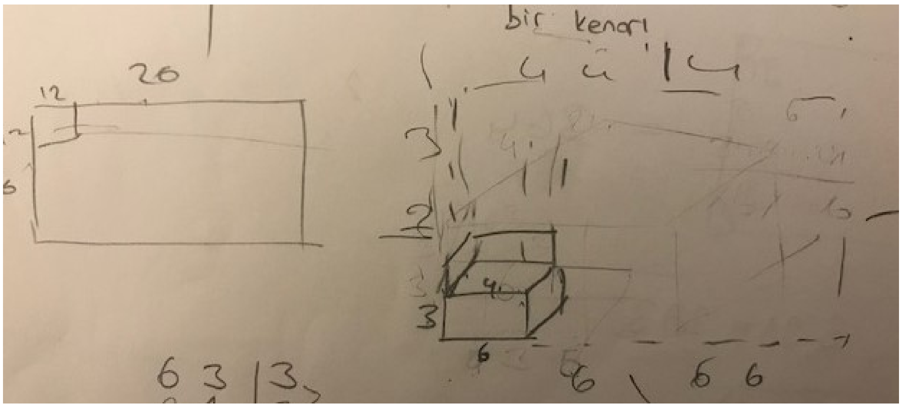
Erkin’in nominalleştirme kapsamındaki açıklamaları ve çizimi inclendiğinde Erkin’in önceki argümanlarında küpün bir ayrıtının uzunluğunu bularak içine dikdörtgenler prizmalarını yerleştirmeye çalıştığı görülmektedir. Öğrencinin nominalleştirme sürecinde bildiği iki çokluğu karşılatırarak görev kapsamında yorum yapmaya çalıştığı görülmektedir.

Zeynep: ‘Tabanda 3 tane dikdörtgen olur. Yani şey dikdörtgenler prizmasını yerleştirip küp oluşturuyor ya tabanda 3 tanesi olur. Yükseklik olarak da iki tane dikdörtgenler prizmasından oluşuyor. Bu üç tane olan kısımda da 4 tane oluyor Yüksekliğinde iki tane tabanında da 4 tane, şurada da 3. 4 kere 12’



Şekil 3.29: *Zeynep’in ikinci görev kapsamında oluşturduğu nominalleştirme içeren çizimi*

Nazlı: ‘Küpün hacmini bir tane dikdörtgenler prizmasının hacmine böldüm içinde kaç tane olduğunu bulabilmek için.’



Şekil 3.30: *Nazlı’nın ikinci görev kapsamında oluşturduğu nominalleştirme içeren çizmi*

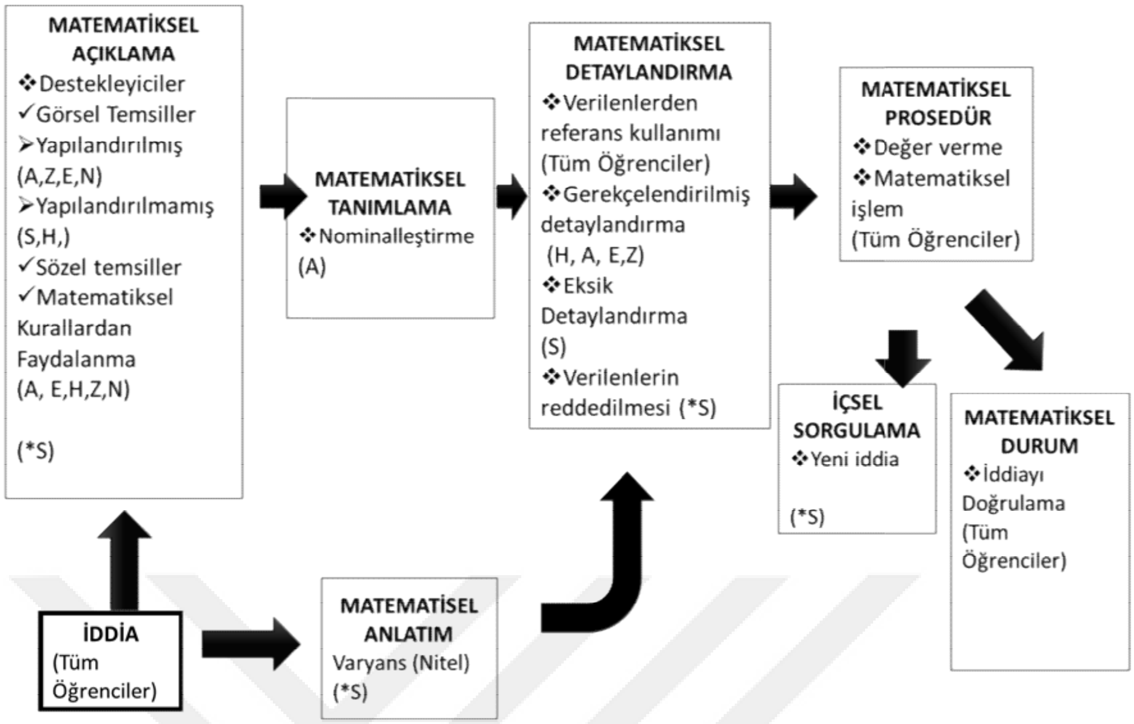
Matematiksel tanımlama kısmından sonra öğrencilerden Sıla, Anıl, Zeynep, Erkin ve Nazlı bir matematiksel durum kapsamında karara varma içerisine girerek en başta oluşturdukları iddialarını doğrulama ya da yanlışlama yoluna girmişlerdir. Öğrencilerin tamamı başlangıçta oluşturdukları iddialarını doğrulamıştır. Öğrenciler baştaki iddialarının doğru olduğunu ifade eden söylem ve yazılara yer vermiştir. Bu ifadelerden örnekler aşağıda sunulmuştur.

> **Anıl:** 'En az 24 tane dikdörtgenler prizması birleştirerek bir küp oluşturabiliriz bu boyutlarda. Bu görev yanlış.'
>
> **Sıla:** 'Bu yargı yanlış çünkü en az 26 değil 24 tanesiyle bir küp oluşturulabilir.'
>
> **Erkin:** 'Yani ben en 24 tanesiyle bir küp oluşturulabilir diyorum. Bu nedenle de görev yanlış bence.'
>
> **Zeynep:** 'Ben cevabın yanlış olduğunu düşünüyorum.'
>
> **Nazlı:** '24 çıktı ama görevde en az 26 demiş. Bu yüzden bu görev yanlış.'

Başlangıçta iddia oluşturmayan Hamza ise Matematiksel Tanımlama sürci sonrasında ürettiği tüm argümanlar sonucunda görev ile ilgili iddiasını öne sürmüştür. Hamza başlangıçta iddia ile sürece başlamayıp Matematiksel Açıklama ile matematiksel argüman üretimine başlamış ve diğer öğrencilerden farklı olarak *'..8'le de 3'ü çarpınca 24 buldum. Bu yüzden yargı yanlış bence.'* şeklinde oluşturduğu iddiası ile süreci sonlandırmıştır.

3.3. Üçüncü Göreve İlişkin Üretilen Matematiksel Argümanları Detaylandırma Süreci

Öğrencilere sunulan çalışma yaprağında ve odak öğrencilerle yapılan görüşmelerde öğrencilere yöneltilen görevlerden üçüncüsü*"Bir üçgenin birden fazla geniş açısı olabilir çünkü……..……….(düşüncenizi yazarak ve çizerek destekleyiniz.)."*şeklinde yargı içeren bir durum sorulmuş ve öğrencilerin bu soruya ilişkin ürettikleri matematiksel argümanları detaylandırma süreçleri incelenmiştir. Öğrencilerin görevler ve sorular karşısında ürettikleri matematiksel argümanlar ve detaylandırmaları analiz edilerek aşağıdaki Şekil 3.31'de sunulan akış oluşturulmuştur.



Şekil 3.31: *Üçüncü göreve ilişkin matematiksel argümanlar ve detaylandırma süreci*

Şekil 3.31'de görüldüğü gibi öğrencilerden Sıla'nın göreve yönelik oluşturduğu argümanların dizilimi farklı olduğu için ürettiği argümanlarının analizi ayrıca ele alınacaktır. Öğrencilerin tamamı görevi okuduktan sonra sürecin başlangıcında göreve yönelik düşüncelerini içeren iddialarını oluşturmuştur. Bu öğrencilerden Anıl, Erkin, Hamza, Zeynep, Nazlı matematiksel yargının yanlış olduğunu iddia etmiştir.Öğrencilerin üçüncü görev kapsamında oluşturdukları iddiaları aşağıda sunulmuştur.

Hamza: 'Bir üçgenin birden fazla geniş açısı olamaz.'

Anıl: 'Olamaz. Üçgenin sadece bir tane geniş açısı olabilir.'

Sıla: 'Bir üçgenin birden fazla geniş açısı olabilir bence.'

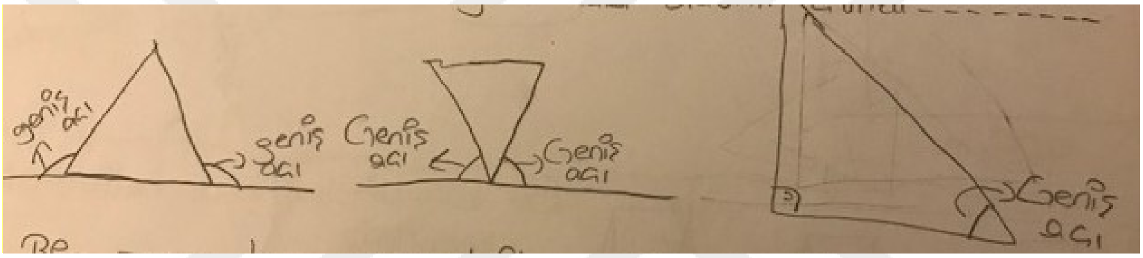
Erkin: 'Doğru bir yargı değil bence.'

Zeynep: 'Ben olamaz diye düşündüm.'

Nazlı: 'Bence olamaz.'

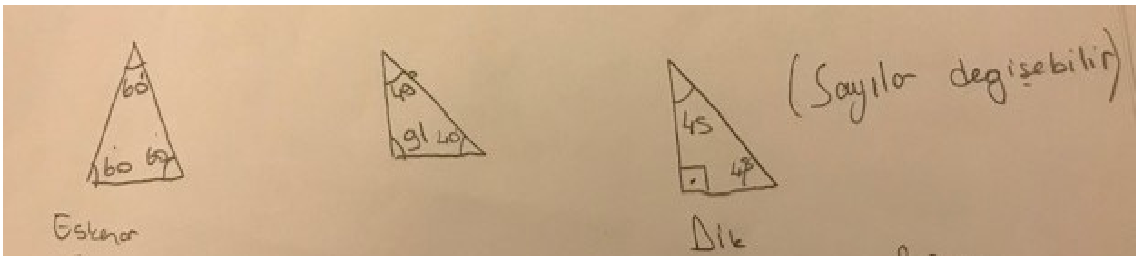
Şekil 3.31'de görüldüğü gibi diğer öğrenciler gibi sürece görev karşısındaki iddiasını oluşturarak başlayan Sıla devamında nitel varyanslara yer verdiği matematiksel anlatım ile devam etmiştir. Matematiksel anlatım bağlamında*"Bir üçgen* *her geometrik şeklin olduğu gibi bir doğru parçası üzerindedir…"* şeklinde nitel varyans oluşturmuştur.

Ortaya atılan iddialardan sonra ve Sıla nitel varyans oluşturduğu matematiksel anlatım sonrasında Şekil 3.31'de görüldüğü gibi öğrencilerin tamamı matematiksel argüman üretimine matematiksel açıklamayla devam etmiştir.İddialarını öne süren öğrenciler sonrasında iddialarını güçlendirmek amacıyla matematiksel açıklama kapsamında üçüncü göreve yönelik sözel temsiller oluşturmuştur. Oluşturdukları sözel temsilleri desteklemek amacıyla da görsel temsillere başvurmuştur. Örneğin Sıla *'Bir üçgenler geometrik şeklin olduğu gibi bir doğru parçası üzerindedir.'*ifadesine ilişkin Şekil 3.32'de verilen yapılandırılmamış görsel temsili oluşturmuştur.



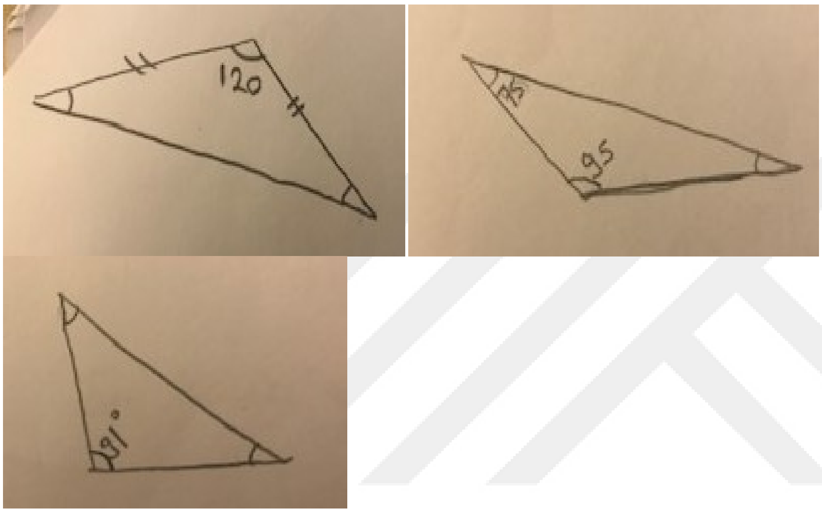
Şekil 3.32: *Sıla'nın üçüncü görev için oluşturduğu görsel temsil*

Şekil 3.32'de görüldüğü gibi Sıla tüm geometrik şekillerin bir zemin üzerinde durduğunu düşünmüş ve bunu çizdiği görsel ile ifade etmiştir. Öğrencinin bu ifadesi ve çizminden geometrik şekilleri soyutlaştıramadığı ve geometrik şekiller ve açıları kavramında bir karmaşa yaşadğı anlaşılmaktadır. Sıla'nın geometrik şekiller ile ilgili bu ifadesi aynı zamanda bir eksik detaylandırma örneğidir ve bu Şekil 3.31'de yer alan diyagramda da gösterilmiştir.Örneğin Anıl *'Açılarına göre üçgenlere baktığımda geniş açı sayısı en fazla bir oluyor.'*şeklinde bir açıklama yapmıştır ve bu ifadesine yönelik aşağıdaki yapılandırılmış görsel temsili oluşturmuştur.



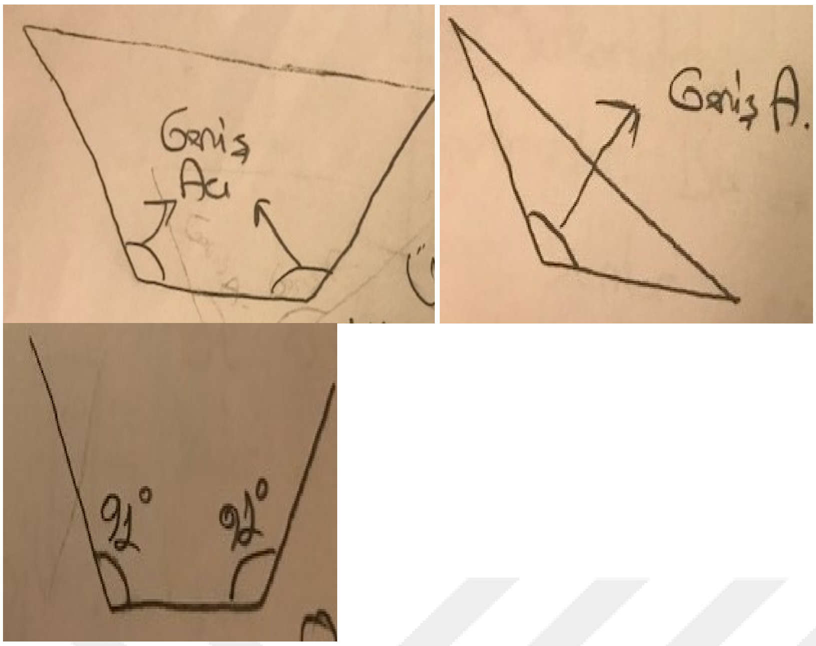
Şekil 3.33: *Anıl'ın üçüncü görev için oluşturduğu görsel temsil*

Şekil 3.33'te görüldüğü gibi Anıl'ın üçgenin iç açılarına farklı ölçüler vererek deneme yanılma yoluna gittiği anlaşılmaktadır. Ayrıca öğrencinin çizdiği üçgenler incelendiğinde zihnindeki üçgen şemalarının belirli özelliklere sahip özel üçgenler (eşkenar üçgen, dik üçgen) olduğu ve bunlarla durumu örneklendirmeye çalıştığı görülmektedir. Benzer şekilde Zeynep de '*Üçgene farklı geniş açı değerleri vererek oluşturulduğunda diğer iki açılar dar açı oluyor.*'şeklinde ifade ederek farklı açılara sahip üçgenler çizmiştir. Zeynep'in ifadesine yönelik oluşturduğu yapılandırılmış görsel temsil Şekil 3.33'te sunulmuştur.



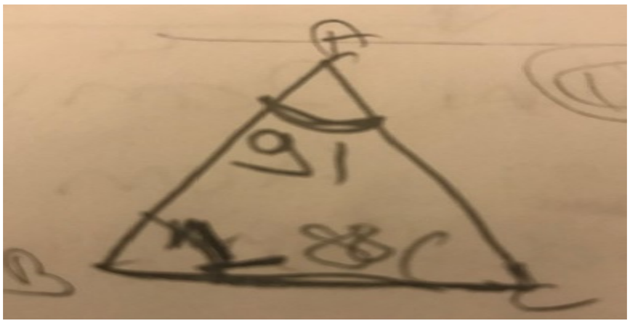
Şekil 3.34: *Zeynep'in üçüncü görev için oluşturduğu görsel temsil*

Hamza ise *'Birden fazla geniş açısı olan bir üçgen çizmeye çalışırsak bu bir dörtgene dönüşür.'*ifadesini kullanarak ifadesiyle paralel olarak aşağıdaki yapılandırılmamış görsel temsili oluşturmuştur.



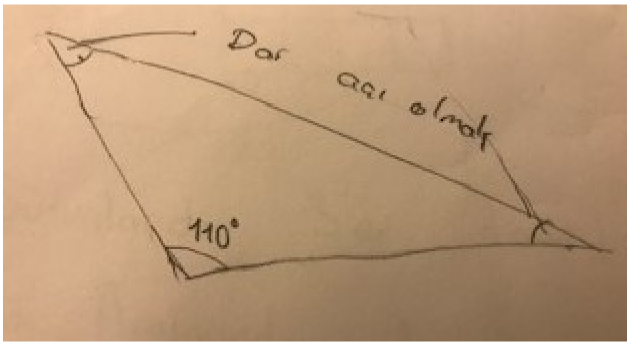
Şekil 3.35: *Hamza'nın üçüncü görev için oluşturduğu görsel temsil*

Hamza'nın ifadesi ve Şekil 3.35'te yer alan çizmi incelendiğinde birden fazla geniş açıya sahip olan bir dörtgen oluşturulabileceği ama üçgen içinde bir geniş açının yer alabileceğini düşündüğü anlaşılmaktadır. Erkin ise *'En küçük geniş açı vererek oluşturulan üçgende bile diğer açılar dar oluyor.'* şeklindeki açıklamasını destekleyen Şekil 3.36'da görülen yapılandırılmış görsel temsili çizmiştir.



Şekil 3.36: *Erkin'nin üçüncü görev için oluşturduğu görsel temsil*

Şekil 3.36'da görüldüğü gibi Erkin'in görevde verilen geniş açı kavramını dikkate alarak en küçük tam sayı geniş açıyı üçgenin açılarından birine vererek diğer açıları bu bağlamda oluşturduğu görülmektedir. Nazlı ise '*Diyelim ki burası 110 oldu (çizdiği üçgenin bir tane açısını göstererek) diğer açılar dar açı oluyor.'*ifadesini kullanmıştır. Nazlı bu ifadesi paralelinde bir açısı 110 derece olan aşağıdaki Şekil 3.37'de görülen yapılandırılmış görsel temsili oluşturmuştur.



Şekil 3.37: *Nazlı'nın üçüncü görev için oluşturduğu görsel temsil*

Öğrencilerin tamamı matematiksel açıklama kapsamında iddialarını destekleyecek matematiksel kurallara yer vermiştir. Öğrenciler bu argümanları oluştururken geniş açı ve üçgenin iç açıları toplamı gibi kavramları kullanmışlardır. Öğrenciler geniş açının 90 dereceden büyük olması gerektiğini ve üçgenin iç açıları toplamının 180 derece olduğunu belirttikleri görülmektedir. Öğrencilerin matematiksel kurallardan yararlanarak ifade ettikleri matematiksel argümanlar aşağıda sunulmuştur.

Hamza: 'Geniş açı 90 dereceden büyüktür. ..ama üçgenin iç açıları toplamı 180 derece. '

Anıl: 'Çünkü en küçük geniş açı 91, üç açısı var üçgenin iç açılar toplamı 180 derecedir.'

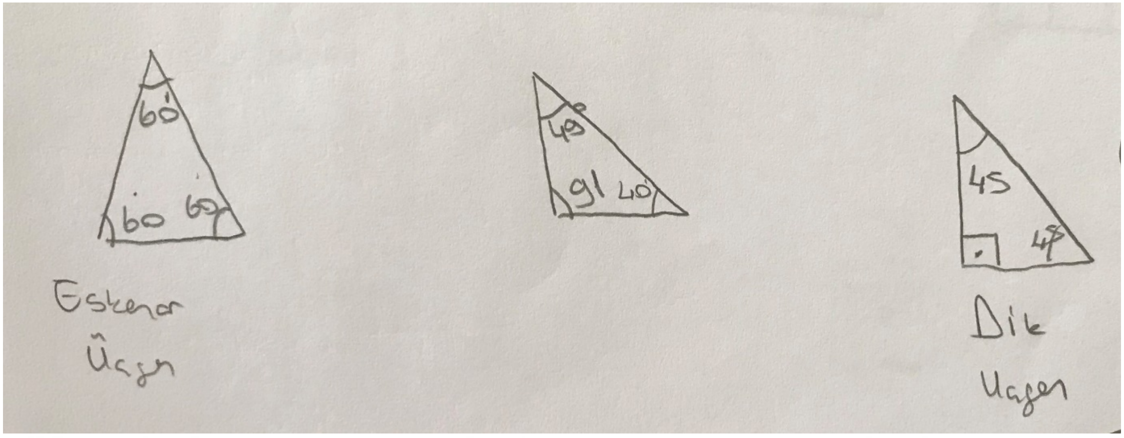
Sıla: 'Üçgenin açıları toplamı 180 derece olduğundan 180'e tamamlamak için...'

Erkin: 'Bir üçgenin iç açılarının toplamı 180 derecedir. Geniş açıda 90 dereceden büyük olduğu için geniş açıya 91 derece verdim.'

Zeynep: 'Üçgenin iç açıları toplamı 180 derecedir... Burada geniş açı olabilmesi için en küçük geniş açıyı denedim o da 91 oluyor.'

Nazlı: '..üçgenin iç açıları toplamı 180 derece.'

Şekil 3.31'deki akışta da görüldüğü gibi öğrencilerden yalnızca Anıl üçüncü göreve ilişkin argüman üretimi sürecine matematiksel açıklama sonrasında nominalleştirmeye yer verdiği matematiksel tanımlama ile devam etmiştir. Anıl matematiksel tanımlama bağlamında nominalleştirmeye başvurmuştur. Bu süreçte Anıl Şekil 3.38'de görüldüğü gibi ikizkenar dik üçgen, eşkenar üçgen ve çeşitkenar üçgen çizerek açılarını örneklemiştir. Daha sonra da bu üçgenlerin açılarını kıyaslama yoluna gitmiştir. Anıl bu kapsamda bildiği üçgenlerin açılarının ölçülerinden yola çıkarak bir kıyaslamaya yapmıştır. Dik üçgenin açılarına bakmış ve dik, dar, dar şeklinde belirtmiştir. Aynı şekilde geniş açılı üçgende bir açı geniş iken diğer iki açının dar olması gerektiğini ifade etmiştir. Eşkenar üçgende ise tüm açıların dar açı olduğunu belirten Anıl tüm üçgen çeşitlerinde birden fazla geniş açı olmadığını bu nedenle de hiç bir üçgen de birden fazla geniş açı olamayacağını ifade etmiştir.



Şekil 3.38: *Anıl'ın üçüncü görev kapsamında oluşturduğu nominalleştirme içren çizimi*

Şekil 3.31'de görüldüğü gibi öğrencilerin tamamı sürecin devamında matematiksel detaylandırma ile devam etmiştir. Öğrenciler matematiksel detaylandırma süreci kapsamında oluşturdukları iddialarını ve göreve dair düşüncelerini detaylandırmak amacıyla verilenlerden referans kullanarak matematiksel argümanlar oluşturmuştur ve gerekçelendirilmiş detaylandırmalara yer vermiştir. Öğrencilerin Üçüncü görev kapsamında hem çalışma yaprakları hem de klinik görüşmeler sırasında oluştukları matematiksel argümanlar incelendiğinde argümanlarını detaylandırmaları ve gerekçelendirmelerinin görüşmede daha fazla olduğu görülmüştür.Öğrencilerintamamı matematiksel detaylandırma bağlamında verilenlerden referans kullanımına yer vermişlerdir. Öğrencilerin görevde yer alan bilgileri referans alarak oluşturdukları matematiksel argüman örnekleri aşağıda sunulmuştur.

Hamza: 'Üçgenin üç açısı var, birden fazla geniş açısı olabilirse'

Anıl: 'Üçgenin sadece bir geniş açısı olursa.....üçgenin birden fazla geniş açısı olabilirse...'

Sıla: '...birden fazla geniş açısı olabilirse'

Erkin: 'Geniş açılı bir üçgen oluşturalım..'

Zeynep: 'Geniş açısı olan üçgenleri deneyerek baktım.'

Nazlı: 'İki tane geniş açısı olan üçgen oluşturmayı denedim.'

Örneklerde de görüldüğü gibi, öğrencilerin tamamı görevde yer alan üçgen kavramı ve üçgenin birden fazla açısının geniş olması durumuna atıfta bulunmuş ve bu durumu referans alarak süreç içinde matematiksel argümanlar üretmişlerdir. Öte yandan öğrencilerden Hamza, Erkin, Zeynep ve Anıl matematiksel detaylandırma bağlamında daha önceki süreçlerde oluşturdukları argümanları gerekçelendirerek detaylandırmışlardır. Öğrencilerin görüşme sırasında yer alan ifadeleri ve çalışma yaprağındaki MAY'ları arasında yer alan gerekçelendirilmiş detaylandırma örnekleri aşağıda sunulmuştur.

> **Anıl:**"……ama bu iki açının toplamı olmalı ve 89 geniş açı olmuyor bu yüzden tek bir geniş açısı olur."
>
> **Erkin:**"……çünkü en küçük geniş açı yani 91 verdiğimizde diğer açı en fazla 88 derece oluyor bu da bir geniş açı değil."
>
> **Zeynep:**"..en küçük geniş açı da dahi iki geniş açı olmuyorsa kesinlik bir üçgenin iki adet geniş açısı olamayacağını düşündüm."
>
> **Hamza:**"Birden fazla geniş açısı olursa dörtgen olur, üçgen diye bir şey kalmaz. Çünkü iç açıları toplamı 180'i geçer.".

Dört öğrencinin ifadeleri incelendiğinde, iddialarını güçlendirmek için kullandıkları matematiksel kurallar ile denemelerive işlemlerini gerekçe olarak gösterdikleri görülmektedir. Öte yandan öğrencilerden Sıla matematiksel detaylandırma kapsamında verilenleri reddeden matematiksel argüman oluşturmuştur. Sıla bu kapsamda *'Üçgenin birden fazla geniş açısı olamaz'* şeklinde bir ifadeye yer vererek yargıda yer alan bilgiyi reddetmiştir.

Şekil 3.31'de görülüğü gibi öğrencilerin tamamı matematiksel detaylandırma sonrasında matematiksel argüman üretimine matematiksel prosedür ile devam etmiştir. Tüm öğrenciler bu kapsamda göreve ilişkin olarak oluşturdukları üçgenin açılarına değerler vererek verdikleri değerler doğrultusunda matematiksel işlemler yapmıştır. Matematiksel prosedür kapsamında öğrencilerin tamamı göreve ilişkin düşünce ve iddialarını ifade etmek için değer verme yoluna gitmiştir. Değer verme işleminin devamında da öğrencilerin yine tamamı verdikleri değer üzerinden matematiksel işlemlerini sürdürmüşlerdir. Örneğin Nazlı çizdiği bir üçgenin açısını göstererek *"….Diyelim ki burası 110 oldu…"* şeklinde bir değer verme yoluna gitmiştir. Sonrasında ise *"180'den 180 çıkarsam 70 kalır…"* şeklinde işlem yapmış ve bu işlemler sonucunda bulduğu sayılar üzerinden çıkarsama yapmaya çalışmıştır.

Erkin ise *"….geniş açıya 91 derece verdim….180'den çıkarınca da 89 ediyor…."* ifadesine yer vermiştir. Daha sonrada yine matematiksel işlemlerine devam etmiş ve bu işlemler sonucuna göre yorum yapma şeklinde bir sıralamayı takip etmiştir. Benzer şekilde Zeynep de *"Üçgenin bir açısı 95 derece olsun mesela. Diğer açısı da 75 derece olsun…"* şeklinde önce açılara değerler vermiş, Devamında ise *"95+75=170, 180-170=10"*şeklinde matematiksel işlemler gerçekleştirmiştir.

Hamza ise *'En az geniş açı olabilmesi için de 91 desek bu açılara 91'le 91'i toplayınca 182 çıkıyor'*şeklinde üçgenin bir açısına değer vererek işlemlerini bu açı üzerinden devam ettirmiştir. Anıl ise*'Bir geniş açının en küçük değeri 91'dir. Bir açının değeri 91 olduğunda 180-91=89 diğer açılar mecburen dar olmalıdır.'* şeklinde matematiksel argümanını oluşturmuştur. Üçgenin bir geniş açısına en küçük geniş açı değerini vererek diğer açılar konusunda bu değer üzerinden yaptığı işlemler sonucunda yorum yapmıştır.

Sıla *'Mesela bu açısı 110 olsun diğer açıları da 35'er derece olsun... 91 versek bile 180'nden 91'i çıkaralım 89 oldu. Diğer açılara da 44 ve 45 vereyim 89'a tamamlamak için.'* İfadelerine yer vermiştir. Sıla üçgenin açılarına birden fazla farklı değerler vermiş ve bu değerleri kullanarak matematiksel işlemler yapmıştır.

Şekil 3.31'de görüldüğü gibi Sıla bu aşama sonrasında içsel sorgulamaya girmiştir. İçsel sorgulama sonucunda da yeni bir iddia oluşturmuştur. Sıla böylece süreci yeniden başlatmıştır. Oluşturduğu iddiayı destekleyen matematiksel argümanlar içeren matematiksel açıklama süreci sonrasında da matematiksel prosedür ile devam etmiştir. Matematiksel prosedür sürecinde değer vererek verdiği değere ilişkin matematiksel işlemler yapmıştır. Bu işlemler sonrasında da oluşturduğu yeni iddiasını doğrulayan ifadelere yer vermiştir.

Matematiksel argüman yazım sürecine bir iddia ile başlayan öğrenciler sürecin sonunda başlangıçta oluşturdukları iddialarını destekleyen ifadeler ile süreci sonlandırmışlardır. Öğrencilerin tamamı son kısımda kendilerine yöneltilen matematiksel görevi doğrulama içeren ifadelere yer vermişlerdir. Bu ifadelerden bazı örnekler şu şekildedir:

Zeynep: '…bu yüzden üçgende iki geniş açının olması imkânsız.'

Anıl: '…bu da bir üçgenin sadece bir tane geniş açısı olduğunu kanıtlar.

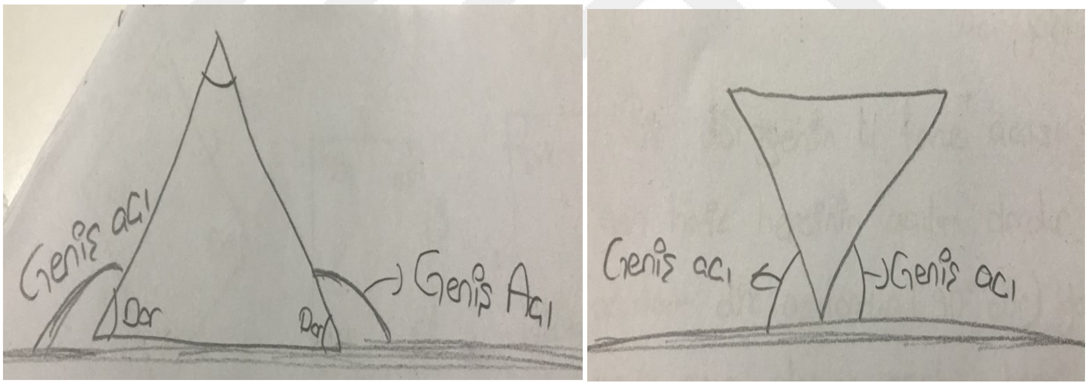
Erkin: ' …bu yüzden olamaz. En fazla bir tane olabilir.'

Hamza: '. Bu yüzden olamaz. En fazla bir tane olabilir.**'**

Sıla: 'Sonuç olarak bu yargı doğrudur.'

Nazlı: 'En küçükte bile böyle olduğu için bir üçgenin birden fazla geniş açısı olamaz.'

Şekil 3.31'de görüldüğü gibi, odak görüşme yapılan öğrencilerden Sıla bu görevde diğer öğrencilerden farklı bir sıralama izlemiştir. Sıla da diğer öğrenciler gibi bir iddiayla sürece başlamıştır. Ancak Sıla bu görevin doğru olduğunu ifade etmiş, sonrasında ise matematiksel anlatım ile devam etmiştir. Matematiksel anlatım bağlamında*"Bir üçgen her geometrik şeklin olduğu gibi bir doğru parçası üzerindedir…"* şeklinde nitel varyanslara yer vermiştir. Sürece ise matematiksel detaylandırma ile devam etmiştir. Matematiksel detaylandırma bağlamında diğer öğrencilerde de görülen benzerlikte verilenlerden referans kullanımı yapmıştır. Sıla geniş açı sayısını değerlendirirken iç ve dış açıları toplu bir şekilde değerlendirmiştir.Bu süreçte Şekil 3.39'da görüldüğü gibi görsel ve sözel temsillere yer vermiştir.

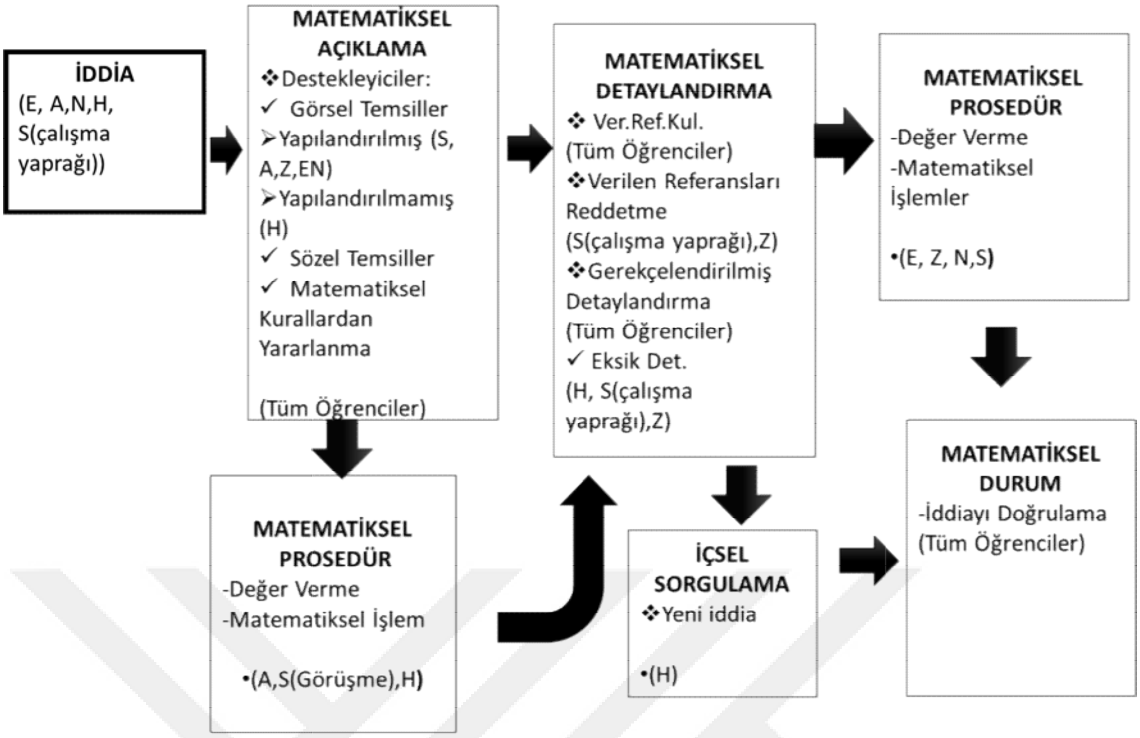


Şekil 3.39: *Sıla'nın üçüncü görev için oluşturduğu görsel temsili*

Sıla'da diğer öğrenciler gibi matematiksel prosedür ile matematiksel argüman yazımına devam etmiş, bu süreçte açılara değer verme yoluna gitmiştir. Örneğin *"Mesela bu açısı 110 olsun diğer açıları da 35'er derece olsun…"* gibi ifadelere yer vermiştir. Sonrasında ise *"Üçgenin açıları toplamı 180 derece olduğundan…"* gibi matematiksel kurallardan yararlanarak açıklamalarını güçlendirecek destekleyicilere yer vermiştir. Açılara verdiği değerleri kullanarak üçgenin diğer açılarını bulmak için matematiksel prosedür kapsamında matematiksel işlemler yapmıştır. Bu işlemler sonucunda baştaki iddiasını desteklemeyen sonuçlara ulaşmış ve şu ifadeyi kullanmıştır: *"Aaa ama bu sefer buraya dar açı kalıyor (dış açıyı göstererek). Bu yüzden bu üçgende* *olmuyor ama diğer üçgende oluyor diye düşünüyorum..”.* Bu durum sonucunda Sıla içsel sorgulama yaparak iddiasını gözden geçirmiş ve iddiasını bu içsel sorgulama sonucunda değiştirmeye karar vermiştir. Yeni iddia oluşturarak süreci yeniden başlatmıştır. Sonrasında matematiksel açıklama bağlamında *“Geniş açı 90 dereceden büyüktür.., Üçgenin iç açıları toplamı 180 derecedir..”* şeklinde destekleyicilere yer vermiştir. Geniş açıya değer vererek matematiksel prosedür sürecine girmiş ve yine verdiği değer ile matematiksel işlemler yapmıştır. Bu işlemler sonucunda da yeni iddiasının doğruluğunu ifade etmiştir.

3.4. Dördüncü Göreve İlişkin Üretilen Matematiksel Argümanları Detaylandırma Süreci

Öğrencilere sunulan çalışma yaprağında ve odak öğrencilerle yapılan klinik görüşmelerde öğrencilere yöneltilen görevlerden dördüncüsü *‘Bir dörtgenin en fazla üç tane geniş açısı olabilir çünkü ………………. (düşüncenizi yazarak ve çizerek destekleyiniz).’* şeklindedir. Öğrencilerin bu göreve verdikleri yanıtlar ve çalışma yaprağında yer alan matematiksel argüman yazımlarının detaylı incelemeleri yapılmış sonucunda Şekil 3.40’ta sunulan akış oluşturulmuştur.



Şekil 3.40: *Dördüncü göreve ilişkin matematiksel argümanlar ve detaylandırma süreci*

Şekil 3.40'ta görüldüğü gibi öğrencilerden Hamza, Anıl, Nazlı, Erkin ve Sıla sürece iddialarını belirterek başlamıştır. Öğrencilerden yalnızca Sıla görevin yanlış olduğunu ifade ederken diğerleri görevin doğru olduğunu düşünmüştür. Öğrencilerin göreve ilişkin oluşturdukları iddialarından örnekler şu şekildedir:

Anıl: 'Evet olabilir'

Erkin: 'Bence bu doğru. En fazla üç tane olabiliyor.'

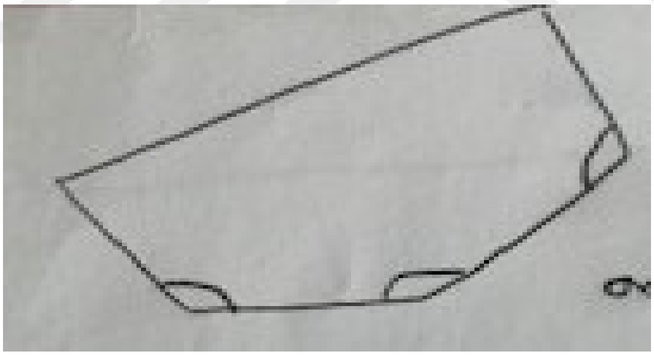
Hamza: 'Bu doğru.'

Nazlı: 'Ben bu görevin doğru olduğunu düşünüyorum'

Sıla (çalışma yaprağı): 'Hiçbir dörtgende üç tane geniş açı yoktur (iç açılarını sayarasak).'

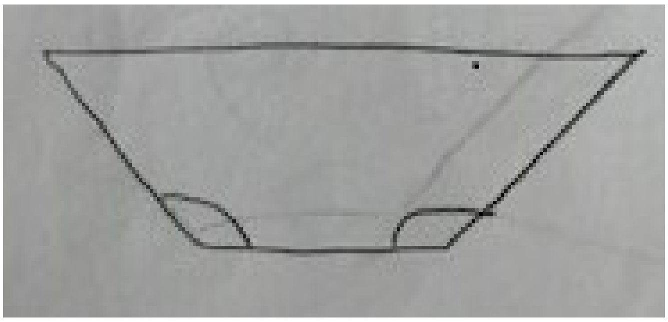
Yukarıdaki Şekil 3.40'ta yer alan akışta da görüldüğü gibiSıla çalışma yaprağında yer alan matematiksel argüman yazımına iddia ile başlarken klinik görüşme sırasında matematiksel açıklama ile başlamış ve sürecin devamı çalışma yaprağı ile klinik görüşmede farklı ilerlediği için akışta Sıla'nın görüşme ve çalışma yaprağında oluşturduğu matematiksel argüman dizilimi ayrı ayrı ele alınmıştır. Bu farklılık Şekil 3.40'ta yer alan akışta da belirtilmiştir.

Zeynep ise hem çalışma yaprağında hem de görüşme sırasında görev ile ilgili bir iddiada bulunmaksızın matematiksel açıklama sürecine girmiştir. Şekil 3.40'ta görüldüğü gibi iddialarını oluşturan öğrenciler de matematiksel açıklama aşaması ile sürece devam etmiştir. Matematiksel açıklama bağlamında öğrencilerin tamamı iddialarını destekleyecek görsel ve sözel temsillere yer vermiştir. Yine öğrencilerin tamamı iddialarını kuvvetlendirebilmek adına matematiksel kurallardan yararlanarak matematiksel argümanlar oluşturmuştur. Öğrencilerin tamamı dördüncü göreve ilişkin oluşturdukları iddialarını kuvvetlendirmek ya da göreve ilişkin düşüncelerini ifade etmek adına sözel temsiller kullanmış ve bunu görsel temsil ile güçlendirmişlerdir. Öğrencilerden yalnızca Hamza yapılandırılmamış görsel temsil oluştururken diğer öğrenciler açı ölçülerini dikkate alarak çizimler yapmış ve yapılandırılmış görsel temsiller oluşturmuştur. Örneğin Hamza *'Bir dörtgenin eğer üç geniş açısı olursa bu dörtgen, dörtgen olmaktan çıkar en az beşgen olur. Yandaki şekilde olduğu gibi.'*ifadesinde bulunmuştur. Şekil 3.41'de görüldüğü gibi Hamza'nın üç geniş açıya sahip bir dörtgen çizimi yapılamayacağını ifade ederek çizminide aşağıdaki gibi yapmıştır.



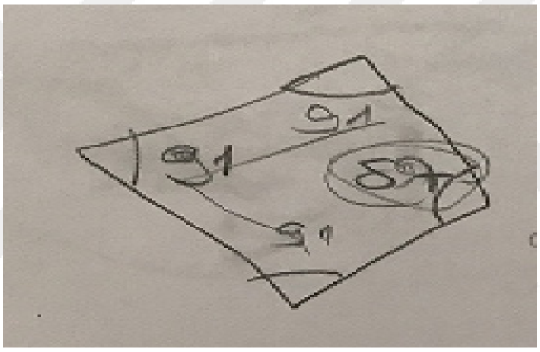
Şekil 3.41: *Hamza'nın dördüncü görev için oluşturduğu görsel temsil 1*

Hamza'nın Şekil 3.41'de yer alan çiziminden Hamza'nın üç geniş açıya sahip bir dörtgen çizemedği için iki geniş açıya sahip bir dörtgen oluşturmaya çalıştığı anlaşılmaktadır.



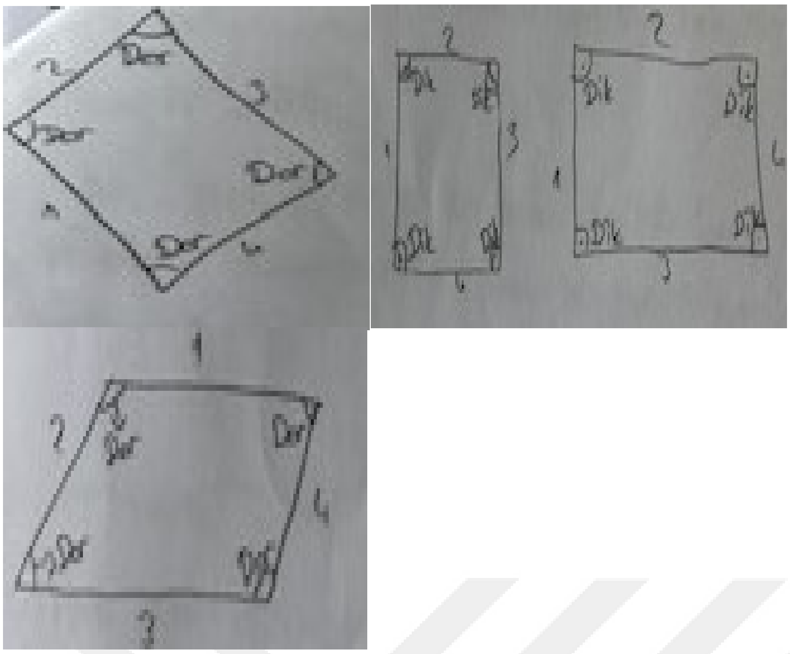
Şekil 3.42: *Hamza'nın dördüncü görev için oluşturduğu görsel temsil 2*

Öte yandan Sıla (görüşme),*'şöyle bir denesek (rastgele bir dörtgen çiziyor). Geniş açının 90 dereceden büyük olması gerektiğinden 91 desem açılarına..'* ifadesini kullanarak aşağıdaki gibi bir çizim yapmış ve oluşturduğu görsel temsil ile iddiasını desteklemiştir.



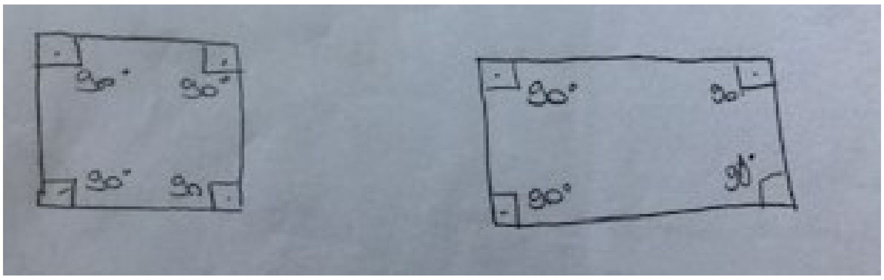
Şekil 3.43: *Sıla (görüşme)'nın dördüncü görev için oluşturduğu görsel temsil*

Şekil 3.43'te görüldüğü gibi Sıla'nın üç açısı 91, bir açısı da 87 derece olan bir dörtgen oluşturduğu görülmektedir. Sıla çalışma yaprağında ise *' Eşkenar dörtgen, kare,dikdörtgen ve paralelkenarda üç tane geniş açı yoktur. Üç geniş açı ile bu şekiller oluşturulamıyor.'*ifadesinde bulunmuştur. Bu ifadeye yönelik de aşağıdaki görsel temsilleri oluşturmuştur.



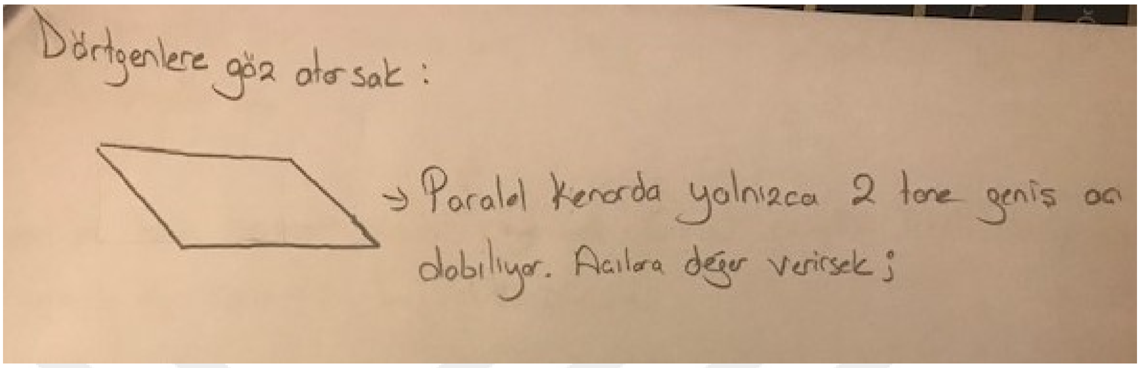
Şekil 3.44: *Sıla (çalışma yaprağı)'nın dördüncü görev için oluşturduğu görsel temsil*

Sıla (çalışma yaprağı)'nın Şekil 3.44'teki görseli ve ifadesi incelendiğinde dörtgenleri matematik derslerinde öğrendiği özel dörtgenler ile düşündüğü ve sınırlandırdığı görülmektedir. Bu özel dörtgenlerin açılarının ölçüsüne göre görevi değerlendirdiği ve görsel temsillerini de bu doğrultuda oluşturduğu gözlemlenmiştir. Benzer şekilde Anıl'ında başlangıçtaki iddiasını desteklemek amacıyla kullandığı sözel temsil*'dörtgenin açıları 90 derece (dik), dar (90 dereceden küçük) veya geniş (91'den 179'a kadar) açılar olabilir....Ama kare ve dikdörtgenin tüm açıları dik olmalıdır...'* şeklindedir. Sonrasında ise bu ifadelerini destekleyen Şekil 3.45'teki gibi bir görsel temsil kullanmıştır.



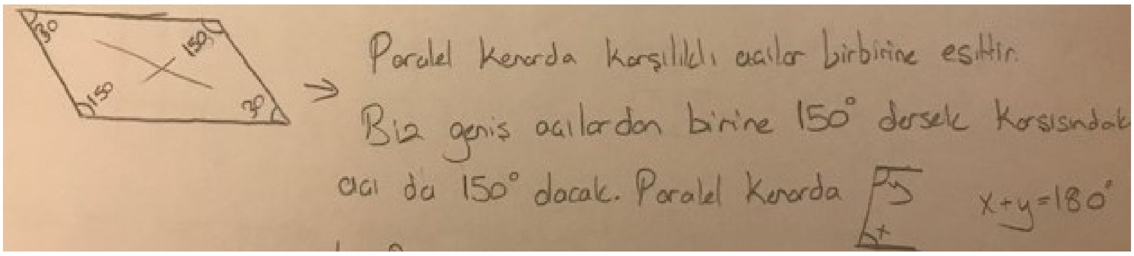
Şekil 3.45: *Anıl'ın dördüncü görev için oluşturduğu görsel temsil*

Anıl'ın Şekil 3.45'te yer alan görsel temsili ile yukarıda belirtilen sözel temsiline bakıldığında dörtgenleri özel dörtgenler ile sınırlandırmadığı ve farklı açı ölçülerine sahip dörtgenlerin olabileceğini ancak görsel temsilde yalnızca özel dörtgenlerden yalnızca dikdörtgeni ve dikörtgenin özel hali olan kareyi çizdği görülmektedir. Benzer şekilde Zeynep de öncelikle dörtgenin özel formlarından biri olan paralelkenardan yol çıkmıştır ve paralelkenarın üzerinde denemeler yaparak bunu sözel olarak ve beraberinde görsel temsiller ile aşağıdaki gibi ifade etmiştir.



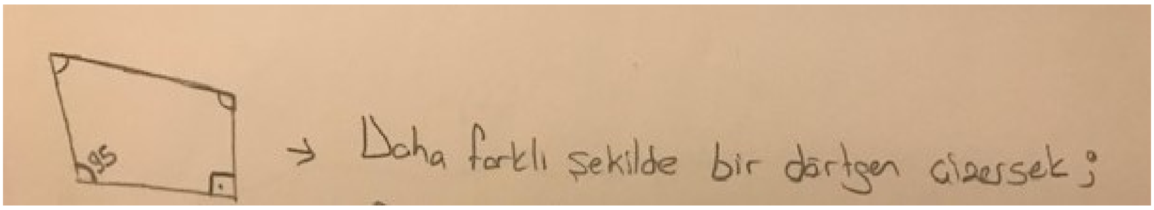
Şekil 3.46: *Zeynep'in dördüncü görev için oluşturduğu görsel temsil1*

Şekil 3.46'da da görüldüğü gibi Zeynep görev ile ilgili mateamtiksel argüman oluşumuna bildiği bir dörtgen formu olan paralelkenardan başlamıştır. Başlangıçta açılara değer vermeyerek sadece şekli oluşturmuş ve paralelkenarın özellikleri konusundaki bilgisi dâhilinde görsel temsili oluşturmuştur. Zeynep sürecin devamında paralelkenar ile ilgili bildiği genel bir matematiksel kuralı ifade etmiş ve bunu şekline yansıtarak Şekil 3.47'deki görsel temsili oluşturmuştur.



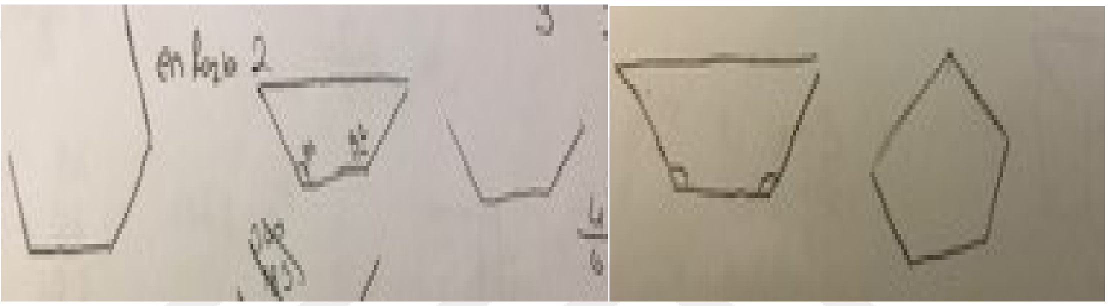
Şekil 3.47: *Zeynep'in dördüncü görev için oluşturduğu görsel temsil2*

Aşağıdaki Şekil 3.47'de görüldüğü gibi Zeynep sürecin devamında bildiği dörtgen formunun dışına çıkarak verdiği değerlere sahip bir dörtgen oluşturmaya çalışmış ve bunu görsel olarak aşağıdaki Şekil 3.48'de olduğu gibi oluşturmuştur.



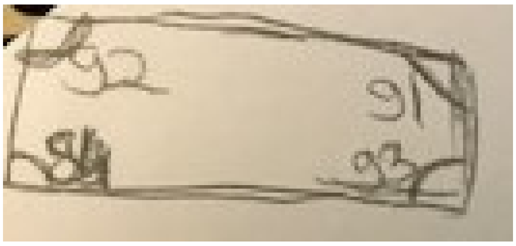
Şekil 3.48: *Zeynep'in dördüncü görev için oluşturduğu görsel temsil3*

Zeynep görüşme sırasında da *'....bunların bir tane açısı 90 derece oluyor bir tanesini büyüttüm 91 yaptım diğerini de aynı şekilde yaptımBunu çizerek yaptığım da ikisi de geniş açı olursa bir tane yamuk olabilir diye düşündüm .'*şeklinde bir sözel temsil ile beraberinde aşağıdaki Şekil 3.49'daki gibi görsel temsillere yer vermiştir.



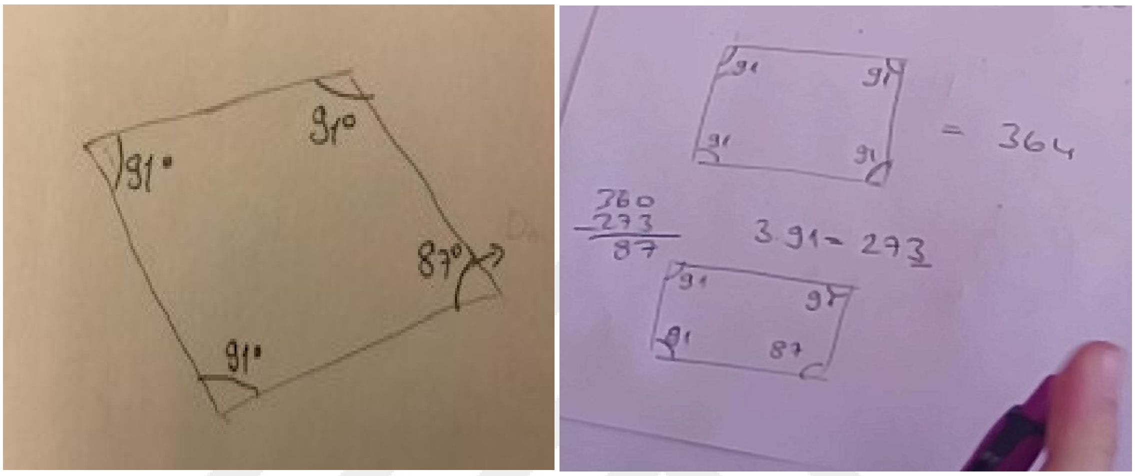
Şekil 3.49: *Zeynep'in dördüncü görev için oluşturduğu görsel temsil4*

Şekil 3.49'da görüldüğü gibi Zeynep'in görüşme sırasında bildiği dörtgenlerin dışına çıkarak daha detaylı bir yaklaşım sergilediği ve farklı dörtgenler oluşturduğu görülmektedir. Öte yandan Erkin diğer öğrencilerden farklı olarak *'...Dikdörtgen ve kareyi hiç almadım. Zaten onların tüm açıları 90 derece. Kendim bir tane dörtgen oluşturdum. Geniş açının 90 dereceden büyük olması gerektiği için açılara bu şekilde değer verdim.'*şeklinde iddiasını destekleyen sözel temsillere yer vermiştir ve devamında bunları destekleyen aşağıdaki gibi bir görsel temsil oluşturmuştur.



Şekil 3.50: *Erkin'in dördüncü görev için oluşturduğu görsel temsil*

Şekil 3.50'de görüldüğü gibi Erkin diğer öğrencilerden farklı olarak özel dörtgen formlarından farklı bir dörtgen oluşturduğu gözlemlenmiştir. Erkin'in görsel temsili ve ifadesi incelendiğinde her ne kadar farklı bir dörtgen oluşturmak istediğini ve açı ölçülerini farklı vermek istediğini belirtse de oluşturduğu dörtgen formunun dikdörtgen formunda olduğu görülmektedir. Öte yandan Nazlı ise *'..bu bilgiden emin değilim ama kontrol etmek için en küçük geniş açı olan 91 dereceye sahip üç açısı olan bir dörtgen denemek istiyorum...'*şeklinde bir sözel ifade ile beraberinde aşağıdaki gibi bir görsel temsillere yer vermiştir.



Şekil 3.51: *Nazlı'nın dördüncü görev için oluşturduğu görsel temsil*

Nazlı'nın sözel temsili ve Şekil 3.51'de görüldüğü gibi görsel temsilleri incelendiğinde iddiasının doğruluğundan emin olmak ve doğruluğunu desteklemek amacıyla verdiği açı değerlerini deneyerek dörtgenler oluşturduğu görülmektedir.

Öğrencilerin tamamı matematiksel açıklama kapsamında matematiksel kurallardan yararlanarak iddialarını desteklemiştir. Öğrenciler argümanlarını oluştururken geniş açı kavramı ve dörtgenlerin iç açıları toplamı kurallarını ifade etmeye çalışmışlardır. Örneğin Anıl *'...en küçük geniş açı 91'dır. Bir dörtgenin iç açılarının toplamı 360 derecedir.'*, Erkin *'En küçük geniş açı 91 derecedir ve daha sonra en küçükler ardışık şekilde gider..'*, Nazlı*'...çünkü dörtgenlerin iç açıları toplamı 360 derece oluyor.'* , Hamza *'..en küçük geniş açı 91 olduğundan...'* ve *'dörtgenin iç açıları toplamı 360 derece olduğundan..'* şeklinde kuralları ifade etmişlerdir. Sıla ve Zeynep ise aşağıdaki doğrudan alıntılarda da görüldüğü gibi dörtgenlerin özel formlarına ait belirli kurallardan yararlanarak matematiksel argümanlar oluşturmuşlardır.

Sıla: 'Kare ve dikdörtgen olamaz zaten onların tüm açıları dik açıdır.'

Zeynep: ‘Paralelkenarda karşılıklı açılar birbirine eşit olur.....Dörtgenin iç açıları toplamı 360 derecedir.’

Matematiksel açıklamadan sonra Şekil 3.40’ta yer alan akışta da görüldüğü gibi Anıl, Sıla (görüşme) ve Hamza sürece matematiksel prosedür ile devam etmiştir. Hamza, Anıl ve Sıla (görüşme) bu süreçte açılara farklı değerler vererek bu değerleri kullanarak matematiksel işlemler yapmıştır. Öğrencilerin matematiksel prosedür bağlamında oluşturdukları matematiksel argümanlar aşağıda sunulmuştur.

Hamza: ‘.....91 derece versem ben 3 tane açısına 91’le 3’ü çarpınca 273 buldum.’

Anıl: ‘...3 tanesine 91 desek dört tane açısı var. 91. 3 = 273 tür. 360 dan 273 ü çıkarttığımızda 87 oluyor. Yine Mesela bir tanesine 95 verelim, bir tanesine 100 verelim bir tanesi yine 91 olsun bunları toplayınca 286 oluyor, bunu 360 dan çıkarttığımızda sonuç 84’

Sıla (görüşme): ‘91 desek açılarına 91.4’ten 364 ediyor....... 91.3=273 ediyor 360’dan çıkarınca geriye 87 kalıyor.’

Öğrencilerin matematiksel prosedür kapsamında ürettikleri argümanlar incelendiğinde açılara en küçük geniş açı olan 91 dereceyi vererek dörtgenin iç açıları toplamı kuralından faydalanarak dördüncü açıyı buldukları görülmektedir.

Şekil 3.40’ta görüldüğü gibi Erkin, Zeynep, Sıla (çalışma yaprağı) ve Nazlı ise matematiksel açıklama aşamasından sonra süreci matematiksel detaylandırma ile devam ettirmiştir. Anıl, Sıla (görüşme) ve Hamza matematiksel prosedür kapsamında ürettikleri matematiksel argümanların devamında matematiksel detaylandırma aşamasına geçmiştir. Öğrenciler matematiksel detaylandırma kapsamında gerekçelendirilmiş detaylandırma yapmış, verilenleri referans olarak kullanarak matematiksel argümanlar oluşturmuş ve verilen referansları reddetme yoluna giderek kendi iddialarına yönelik oluşturdukları matematiksel argümanları detaylandırmıştır. Öğrenciler bu kapsamda oluşturdukları matematiksel argümanları detaylandırırken eksik detaylandırmalar da yapmıştır. Öğrencilerin tamamı gerekçelendirilmiş detaylandırma yapmış ve verilenleri referans olarak kullanmıştır. Öğrencilerden Zeynep ve Sıla (çalışma yaprağı) görevde verilen bilgileri reddeden içeriğe sahip matematiksel argümanlar oluşturmuştur. Hamza, Zeynep ve Sıla (çalışma yaprağı)’nın bu bağlamda oluşturdukları matematiksel argümanlarda eksik detaylandırmalar gözlenmiştir.

Öğrencilerin bu görev bağlamında oluşturdukları matematiksel argümanlar incelendiğinde dörtgen çizimi ve geniş açı oluşurmak için yargıda verilen bilgilerden yararlandıkları gözlemlenmiştir. Aşağıda bazı öğrencilerin verilenleri referans olarak kullandıkları matematiksel argüman örneklerine yer verilmiştir.

Erkin: ‘Üç tane geniş açı dediği için buna uyan dörtgen çiziyorum...’

Anıl: ‘....en fazla 3 tane diyor onun için.’

Nazlı: ‘ En fazla geniş açıyı sorduğu için dörtgenin açılarına en az geniş açıyı verdim.’,

Sıla: ‘...şöyle bir denesek rastgele bir dörtgen çizsem geniş açı dediği için (açıları göstererek) bu kenaraları bu şekilde çizmem gerekiyor.’

Hamza: ‘Görevde verildiği gibi bir dörtgenin üç geniş açısı olursa bu şekil bir dörtgen olmaktan çıkar.’

Öğrencilerin tamamı bu süreçte düşüncelerini ve iddialarını detaylandırmak için gerekçelendirilmiş detaylandırmaya başvurmuştur. Yalnızca Sıla çalışma yaprağında gerekçelendirilmiş detaylandırmaya başvurmamıştır ancak görüşme sırasında başvurmuştur. Öğrencilerin matematiksel detaylandırma kapsamında yar alan gerekçelendirilmiş detaylandırma örnekleri şu şekildedir:

Sıla (çalışma yaprağı): ‘Olmuyor 360’ı geçiyor 364 ediyor en küçük geniş açıyı almış olamıza rağmen. Dörtgenin iç açıları toplamının 360 derece olması gerekiyordu. O yüzden bir açıyı dar almamız gerekiyor mecburen.’

Zeynep: ‘Sayısal olarak çıksa da şekille desteklemediği için olamayacağını düşünüyorum.’, ‘...komşu açıların toplamı 180 derece olduğu için birini geniş yaparsak diğerinin geniş olma ihtimali yoktur..’

Anıl: ‘Dörtgenin en fazla üç geniş açısı olabilir çünkü toplamları 360 dereceyi geçmiyor.’

Erkin: ‘....üç geniş açı sonucunda diğer açıya mecburen dar açı kalıyor 360’ı geçmemesi için..’

Hamza: ‘Eğer dört tane geniş açısı olsaydı bu dörtgenin açıları toplamı en az 364 derece olurdu. Bu durumda da dörtgenlikten çıkar. Çünkü dörtgenin iç açıları toplamı 360 derecedir.’

Nazlı: ‘En küçük geniş açı 91 derece olduğu için dörtgenin açılarına 91 derece verdim’

Öğrencilerin gerekçelendirilmiş detaylandırma örneklerinde de görüldüğü gibi öğrencilerin dörtgenlerin iç açıları toplamı kuralına odaklanarak üç açının geniş olması durumunda diğer açının dar olması gerektiğini ifade ettikleri bununda kurala uyduğunu belirttikleri gözlemlenmiştir.

Matematiksel detaylandırma sürecinde düşünce ve iddialarını detaylandırmak isteyen öğrencilerden Zeynep, Hamza ve Sıla (çalışma yaprağı) detaylandırma sırasında eksik detaylandırmalar yapmıştır. Örneğin Zeynep *'Dörtgenler dikdörtgen,küp diye şey yapıyoruz bunların hepsi dik açı..'* şeklinde bir ifade ile eksik bir detaylandırma yapmıştır. Zeynep'in küpü de bir dörtgen olarak nitelendirdiği anlaşılmaktadır. Hamzanın yaptığı eksik detaylandırma ise şu şekildedir: *'...işlemleri yaptığımda olabilir bence ama şeklini çizmeye çalıştığımda olmadı. Bu yüzden olmaz.'.* Hamza'nın başlangıçta oluşturduğu iddiasında süreç içinde ürettiği argümanlar sonucunda çelişkiye düştüğü yaptığı detaylandırmada görülmektedir. Başlangıçta iddiasında görevi doğrulayan Hamza süreç içinde yaptığı matematiksel prosedür sonucunda iddiasını destekleyen sonuçlar bulurken oluşturduğu görsel temsilde ise iddiası ile zıt bir sonuç elde ettiği görülmektedir. Sıla'nın eksik detaylandırması ise şu şekildedir: Sıla (çalışma yaprağı) *'...kare ve dikdörtgen hariç hepsinin açıları dardır.'.* Sıla'nın ifadesinden dörtgenlerin açılarını yanlış sınıflandırdığı görülmektedir.

Şekil 3.40'da görüldüğü gibi öğrencilerden Zeynep ve Sıla (çalışma yaprağı) görevde verilen bilgileri reddeden matematiksel argümanlar oluşturmuştur. Öğrencilerin bu bağlamda oluşturdukları matematiksel argüman örnekleri aşağıda sunulmuştur.

> **Zeynep: '**İki tane geniş açı çizdim bir tane daha çizdiğimde birleştirmek için bir ayrıta daha ihtiyacım olduğunu fark ettim.. Ya da daha fazla kenarı olur.'

> **Sıla (çalışma yaprağı):** '...bu dörtgenlerin hiçbirinde üç tane geniş açı yoktur. Aslında hiçbir dörtgende üç tane geniş açı yoktur.'

Matematiksel detaylandırma süreci sonrasında Şekil 3.40'ta görüldüğü gibi Erkin, Sıla (görüşme), Zeynep ve Nazlı matematiksel prosedür ile matematiksel argüman üretimine devam etmiştir. Bu süreçte öğrencilerin dördü de değerler vererek bu değeri baz alan matematiksel işlemler yapma yolunu seçmişlerdir. Öğrenciler bu süreçte dörtgenin açılarına geniş açı olacak şekilde değerler vermiş ve dörtgenin iç açıları toplamının üç yüz altmış derece olduğu kuralını kullanarak işlemler yapmıştır. Öğrencilerin bu aşamada ürettiği matematiksel argümanlar şu şekildedir:

> **Erkin:** 'Şimdi bu dörtgenin 3 tane açısının toplamı 91+91+91 den 273. 360'dan 273'ü çıkardığımda diğer açı 83 oluyor.'

> **Sıla (görüşme):** ' 91x3=273 ediyor 360'dan çıkarınca geriye 87 kalıyor.'

> **Zeynep:** '..geniş açılar vererek mesela birine 120 vererek diğerine 100 deriz bu şekilde verdiğimiz de.. 120 artı 100 220 360 dan çıkarttığımızda 240 oluyor ikiye böldüğümüzde 70..',

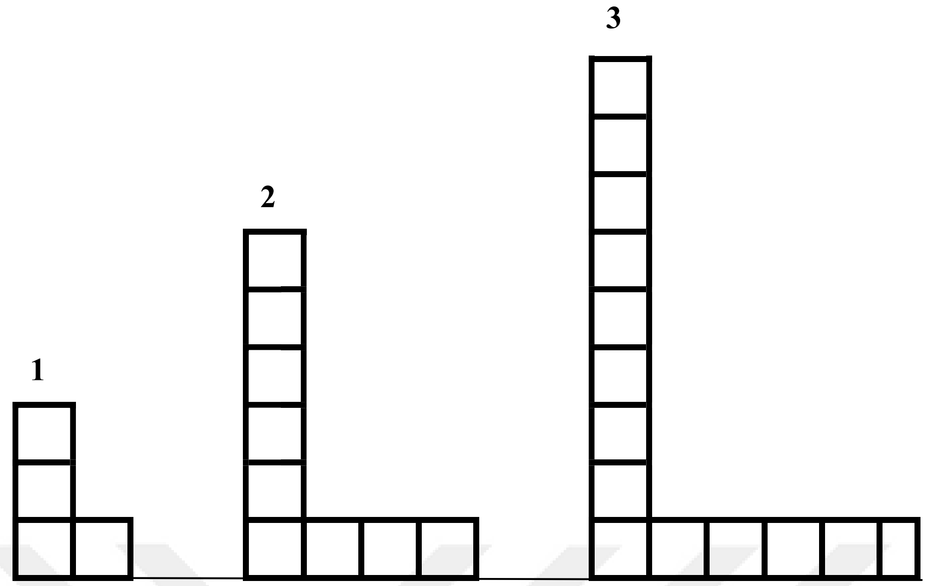
Nazlı: '..yani 91 olsun dedim. Sonra bunu 4'le çarptım. Sonuç 364 oldu.. Ama 3 tane 91 olsa olurdu. 91x3=273 çıkar. 360'dan 273'ü çıkarınca da dördüncü açıya 87 derece kalıyor..'

Şekil 3.40'ta görüldüğü gibi matematiksel detaylandırma kapsamında oluşturduğu matematiksel argümanlar Hamza'yı içsel sorgulama yapmaya itmiştir. Öğrenci içsel sorgulama ile yaptığı matematiksel işlem ile oluşturduğu dörtgen çizimi arasında bir çelişki olduğu kararına varmıştır ve bunu şu şekilde ifade etmiştir: *'..Bu açılara sahip dörtgen çizmeye çalışınca beşgen oldu. Ama bence ben çizemedim yani çizim hatası olduğu için böyle oldu. Düzgün çizebilseydim olması gerekirdi bence..'*. Öğrenci bu içsel sorgulaması sonrasında yine de başlangıçta oluşturduğu iddiasının doğru olduğunu düşünerek sürecin sonunda iddiasını doğrulayan ifadelere yer vermiştir.

Sürecin son aşamasında tüm öğrenciler görev bağlamında en başta ürettikleri iddialarını doğrulayan ifadelere yer vermiştir. Öğrencilerden Erkin, Anıl, Nazlı görevin doğru olduğuna dair düşüncelerini belirtmişlerdir. Zeynep ise görevin yanlış olduğu yönündeki iddiasını yinelemektedir son süreçte. Öğrencilerden Hamza ve Sıla(çalışma yaprağı) da bu görevde yer alan yargının yanlış olduğunu ifade ederken görüşme sırasında doğru olduğunu belirtmiştir. Ancak sonuç olarak tüm öğrenciler başlangıçtaki iddialarını destekleyen ve aynı doğrultuda matematiksel argümanlar oluşturmuştur.

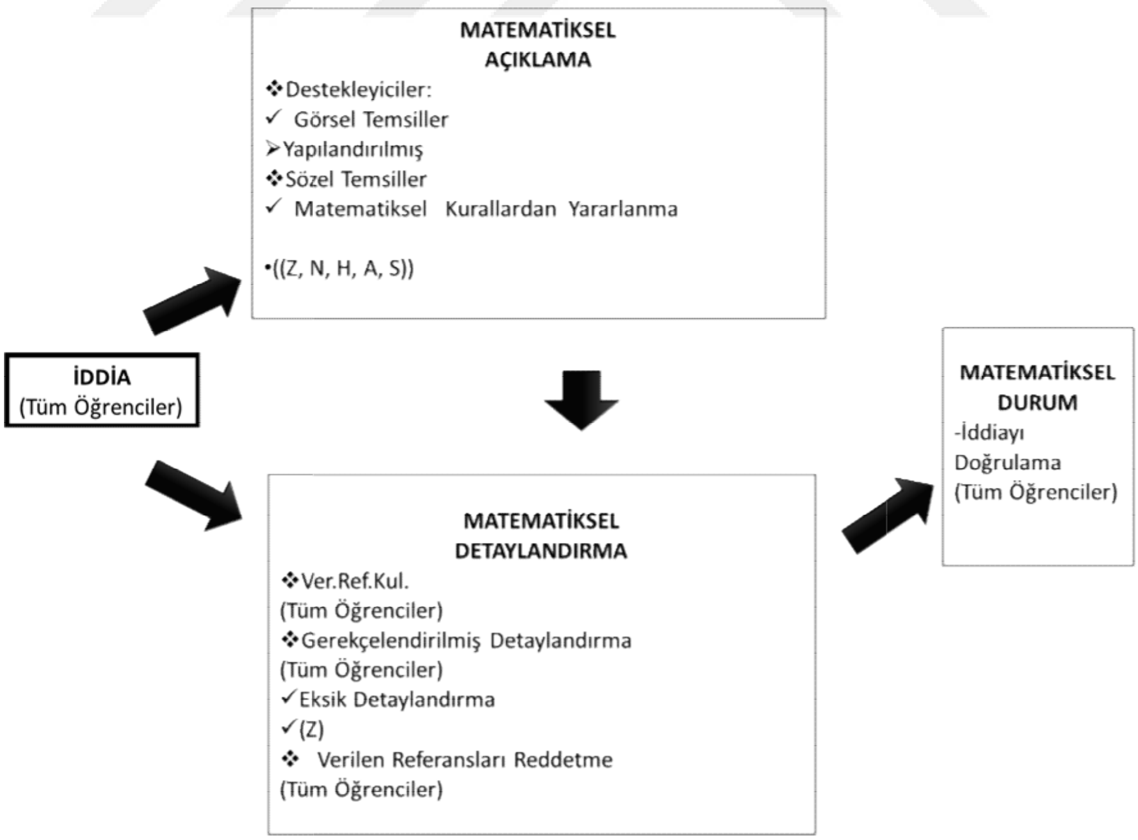
3.5. Beşinci Göreve İlişkin Üretilen Matematiksel Argümanları Detaylandırma Süreci

Öğrencilere sunulan çalışma yaprağında ve odak öğrencilerle yapılan klinik görüşmelerde öğrencilere yöneltilen görevlerden beşincisi '*Aşağıdaki üç şekil eştir çünkü………… Benzerdir çünkü……… Hem eş hem benzerdir çünkü……………(düşüncenizi yazarak ve çizerek destekleyiniz).'* şeklindedir.Öğrencilerin görevler ve sorular karşısında ürettikleri matematiksel argümanlargörevde yer alan herbir boşluk için ayrı ayrı incelenmiştir.



Şekil 3.52: *Beşinci görevin içerdiği şekil*

Beinci görevin birinci boşluğu için öğrencilerin çalışma yaprağında yer alan yazılı argümanları ve görüşmelerdeki sözlü argümanları incelenerek Şekil 3.53'te yer alan diyagram oluşturulmuştur.



Şekil 3.53: *Beşinci görevin birinci boşluğuna ilişkin matematiksel argümanlar ve detaylandırma süreci*

Şekil 3.53'te yer aldığı gibi öğrenciler beşinci görev karşısında iddialarını belirterek sürece başlamıştır. Öğrencilerin tamamı hem çalışma kâğıdında görevi okuduktan sonra hem de klinik görüşmeler sırasında görev kendilerine yöneltildiğinde bir iddia öne sürmüştür. Öğrencilerin bu göreve ilişkin iddiaları aşağıda sunulmuştur.

Hamza: 'Bu şekiller eş değildir.'

Anıl: 'Bu üç şekil eş değil bence.'

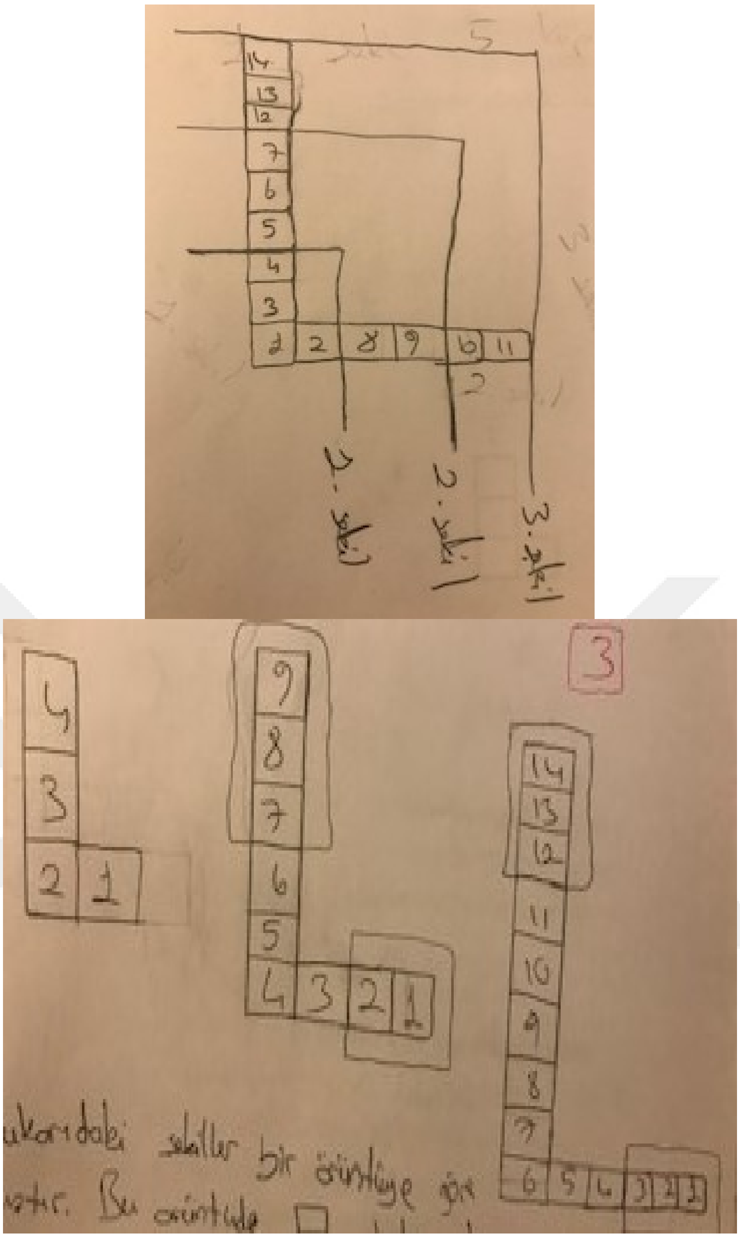
Erkin: 'Bu üç şekil eştir yargısı yanlış bence.'

Zeynep: 'Bu üç şekil eştir diyor görevde ama bence eş olamaz.'

Sıla: 'Bu şekiller eş değil '

Nazlı: 'Ben bu şekillerin eş olmadığını düşünüyorum.'

Şekil 3.53'te görüldüğü gibi görev ile ilgili düşüncelerini ifade eden iddialarını öne süren öğrencilerden Anıl, Sıla, Hamza, Zeynep ve Nazlı sürece matematiksel açıklama ile devam etmiştir. Öğrenciler matematiksel açıklama kapsamında iddialarını destekeleyecek sözel ve görsel temsillerden yararlanmışlardır. Öğrencilerin tamamı beşinci görevin ilk kısmıyla ilgili görsel temsillerini yapılandırılmış biçimde oluşturmuşlardır. Aynı zamanda göreve ilişkin düşünce iddialarını daha da kuvvetlendirmek amacıyla matematiksel kurallardan yararlanarak matematiksel argümanlar oluşturdukları görülmekedir. Örneğin Hamza: *'Yukarıdaki şekilleri bir örüntüye göre yapılmıştır. Bu örüntüde şekildeki gibi artış vardır.'*ifadesine ilişkin olarak Şekil 3.54'te verilen görseli çizmiştir.

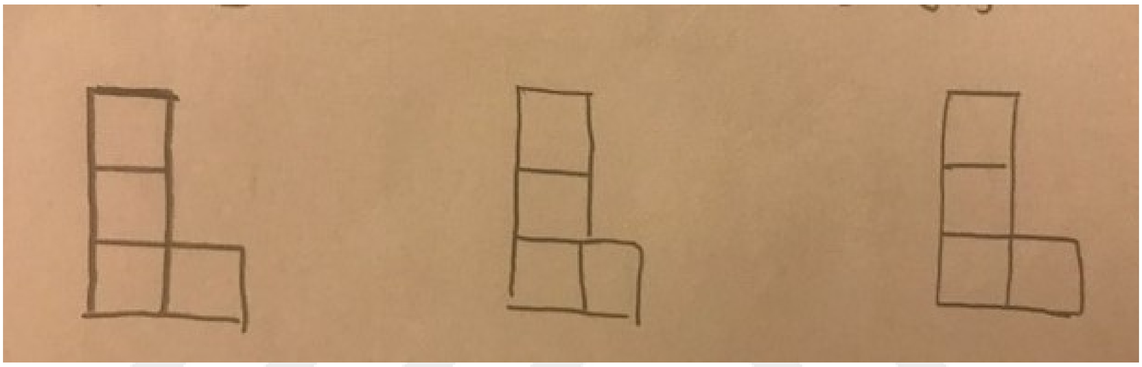


Şekil 3.54: *Hamza'nın beşinci görevin birinci boşluğu için oluşturduğu görsel temsil*

Şekil 3.54'te görüldüğü gibi Hamza'nın şekiller arasında bir örüntü olduğunu ve her bir şekildeki artışı çiziminde gösterdiği görülmektedir. Anıl ise *'Eş olması için şekillerin aşağıdaki yatay ve dikeyi aynı olmalıydı.'* ifadesini kullanarak sözel temsiline paralel doğrultuda olan ve eş olduğunu düşündüğü aşağıdaki Şekil3.55'deki görsel temsili oluşturmuştur.

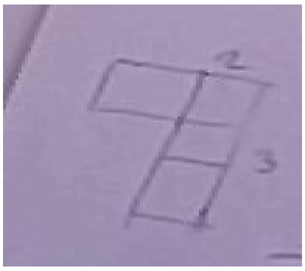
Şekil 3.55: *Anıl'ın beşinci görevin birinci boşluğu için oluşturduğu görsel temsil*

Anıl gibi Zeynep de *'Eğer şekillerin boyutları aşağıdaki gibi olsaydı eş olabilirdi.'* şeklinde açıklamasını destekleyen Şeki 3.56'da görülen görseli çizmiştir.



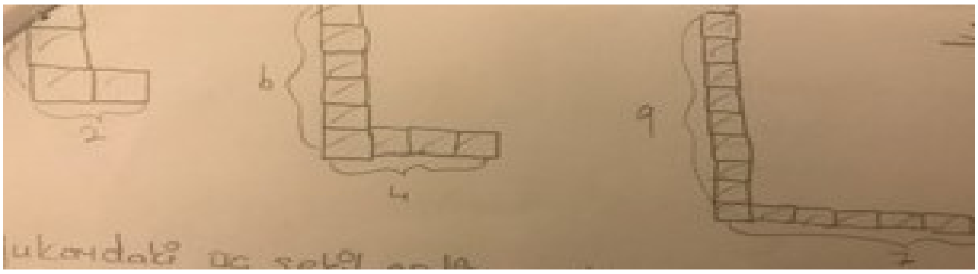
Şekil 3.56: *Zeynep'in beşinci görevin birinci boşluğu için oluşturduğu görsel temsil*

Şekil 3.56'da görüldüğü gibi Zeynep eş olduğunu düşündüğü şekilleri oluşturmuştur. Öğrencinin oluşturduğu çizimler incelendiğinde eş şekiller için birebir aynı olan çizimler yaptığı görülmüştür. Nazlı da benzer şekilde *'Eş olması için mesela bu ilk şekli çevirerek yeni bir şekil oluşturabilirdi.'* ifadesini kullanmıştır.



Şekil 3.57: *Nazlı'nın beşinci görevin birinci boşluğu için oluşturduğu görsel temsil*

Nazlı'nın oluşturudğu Şekil 3.57'de görülen görselinde öğrencinin şeklin konumunun değişmesi sonucu eş şekiller elde edilebileceğini düşündüğü anlaşılmaktadır. Sıla ise *'Bu üç şekil eşit karelerden oluşmamıştır.'* şeklinde bir açıklama yapmış ve paralelinde aşağıdaki görseli çizmiştir.



Şekil 3.58: *Sıla'ın beşinci görevin birinci boşluğu için oluşturduğu görsel temsil*

Şekil 3.58'de görülen çizim incelendiğinde Sıla'nın kare sayılarını sayarak farklı olmasından dolayı bu şekillerin eş olmadığına karar verdiği görülmektedir.

Matematiksel açıklama kapsamında sözel ve görsel temsil oluşturan öğrenciler aynı zamanda matematiksel kurallardan yararlanarak iddialarını desteklemişlerdir. Öğrencilerin matematiksel kurallardan yararlanarak oluşturdukları argümanlara örnekler aşağıda sunulmuştur.

Hamza: 'Eş olabilmesi için şekillerin aynı olması gerekir.'

Anıl: 'Şekillerin eş olabilmesi için boyutlarının da eşit olması gerekir.'

Sıla: 'Şekilleri eş olabilmesi için boyutlarının birebir aynı olması gerekir.'

Zeynep: 'Eş şekillerin boyutları aynı olur.'

Nazlı:'Boyutlarının aynı olması gerekir eş olabilmesi için.'

Öğrencilerin oluşturdukları matematiksel argümanlar incelendiğinde eş şekiller için boyutlarının aynı olmasını kurallaştırdıkları ve eşlik kavramını bu şekilde açıkladıkları görülmektedir.

Şekil 3.53'te yer alan diyagramda görüldüğü gibi öğrencilerden Erkin beşinci göreve ilişkin iddiasını belirttikten sonra matematiksel detaylandırma kapsamında olan matematiksel argümanlara yer vermiştir. Erkin'nin bu göreve ilişkin görüşme sırasında oluşturduğu matematiksel argümanlarda çalışma yaprağında oluşturduğu MAY'lara oranla daha detaylı olduğu görülmüştür.Erkin iddiasını kuvvetlendirmek amacıyla gerekçelendirilmiş detaylandırmalar yapmıştır. Görevde yer alan bilgileri reddettiğini ifade eden matematiksel argümanlar da oluşturmuştur. Erkin matematiksel detaylandırma kapsamında öne sürdüğü iddiasını detaylandırma yoluna gitmiştir. Anıl, Sıla, Hamza, Zeynep ve Nazlı ise Şekil 3.53'te görüldüğü gibi matematiksel açıklama sonrasında sürece matematiksel detaylandırma kapsamında yer alan argümanüretimleriyle devam etmiştir. Öğrencilerin tamamı bu süreçte görevde yer alan verileri referans olarak kullanarak matematiksel argümanlar oluşturmuştur. Öğrencilerin oluşturdukları verilenleri referans alarak oluşturdukları matematiksel argüman örnekleri aşağıda sunulmuştur.

Hamza: 'Eş olsa hepsi aynı olurdu. Mesela ilk şekilde 4 tane kare var ya ikincisi ve üçüncüsünde de aynı şekilde 4 tane kare olması gerekirdi. Şekli de aynı olmalıydı ama hem kare sayısı hem de biçimi.'

Anıl: '1.dikeyde 3 tane kare var, yatayında 2. İkincisinde 6 tane var dikeyde, yatayda 4 tane var. 3 cü de dikeyde 9 tane yatayda 6 tane var. Bunların eş olması için bu 3 e 2 ya diğerlerinde de 3 e 2 olması lazım.'

Sıla: 'Şekillerin bir tanesinin tabanında 2 kare, bir tanesinin tabanında 4 kare ve bir tanesinin tabanında 6 kare vardır. Ayrıca uzunlukları da eşit değildir.'

Erkin: 'Mesela burda yükseklik olarak baktığımızda 3 tane kare var (1.şeklin dikey boyutunu göstererek), ikinci şekilde 6 tane, üçüncüsünde ise 9 tane var. Yataydaki kare sayıları da farklı. Birinci şekilde iki tane kare var yatayda, sırasıyla 4 ve 6 tane kare var diğer şekillerin yataylarında. Burda da farklı.'

Zeynep: 'Birinci şeklin içinde 3 tane kare var, ikincisinde 6 tane var, burada da 9 tane var.'

Nazlı: 'Eş olsaydı mesela 1.şekile eş olabilmesi için diğer şekillerinde 3'e 2 ya da 2'ye 3 olması gerekirdi.'

Örneklerde de görüldüğü gibi öğrencilerin tamamı görevde yer alan şekillerdeki birim kareleri saymış ve oluşturdukları matematiksel argümanlara şekillerde yer alan birim kare sayılarına atıfta bulunmuşlardır. Öte yandan öğrencilerin tamamı matematiksel detaylandırma kapsamında önceki süreçlerde oluşturdukları ifadelerini ve iddialarını güçlendirmek için gerekçelendirilmiş detaylandırmalarda yapmıştır. Öğrencilerin gerekçelendirilmiş detaylandırma içeren matematiksel argüman örnekleri aşağıda sunulmuştur.

Hamza: 'Şekiller arasında sabit bir artma olduğundan eş olamazalar.'

Anıl: 'Şekillerin tabanı ve dikey uzunluğu aynı olması lazımdı eş olması için ama bu şekillerde aynı değildir. Boyutları ebatları aynı olması lazım eş olmaları için. Dikeyde 3 varsa diğerinde de 3 olması lazım. Birinde 6 varsa hepsinde 6 olması lazım. Yani Tıpatıp aynı olmaları gerekiyor.'

Sıla: 'Boyutları aynı olmadıından bu şekiller eş olamazlar. Boyutlarının aynı olması aynı uzunlukta olmaları demek yani.'

Erkin: 'Boyutları eşit olmadığından eş olamazlar. Eş olabilmesi için hepsinin eit sayıda karalere sahip olması gerektiğini düşündüğüm için eş değildir. Yataydaki ve dikeydeki kare sayıları da farklı. Bu yüzden hem dikey hem de yatay kısımları eşit olmadığından şekiller eş değil.'

Zeynep: 'Eş olsalardı eğer hepsinin boyutları sayıları aynı olurdu.Bu yüzden eş olamaz'

Nazlı: '..bu şekilde olsaydı eş olabilirlerdi. Ama şu an değiller. Çünkü görevde verilen şekillerdeki kareler artarak gitmiş.'

Örneklerde de görüldüğü gibi öğrencilerin tamamı şeklin boyutuna odaklandıkları ve şekiller birim karelerden oluştuğu için birim karelerin sayılarının farklı olduklarını gerekçe olarak gösterdikleri görülmektedir. Öte yandan öğrencilerden Zeynep her ne kadar iddialarına ilişkin gerekçelendirilmiş detaylandırma yapmış olsa da ifadelerinde açık olmayan noktalar yer almış ve eksik detaylandırma yapmıştır. Zeynep *'1 şeklin içinde 3 tane kare var, ikincisinde 6 tane var, burada da 9 tane var yani hep 3 katına çıkarak artmış aynı oranda yükselmiş. Oran bir sayının aynı sayı kadar artması olarak düşünüyorum.'* şeklide bir ifade ile eksik detaylandırma yapmıştır. Zeynep'in burada oran kavramı ile ilgili bir kavram yanılgısı olduğu bu nedenle de eksik detaylandırma yaptığı gözlemlenmiştir.

Şekil 3.53'te görüldüğü gibi öğrencilerin tamamı görevde yer alan yargıyı reddeden ifadelere yer vermiştir. Bunu gerek sürecin başlangıcında öne sürdükleri iddialarında gerek de sürecin ilerleyen aşamalarındaki matematikselargümanlarına yansıtmışlardır. Öğrencilerin önceki aşamalarda yer alan oluşturdukları matematisel argüman örnekleri de bu doğrultudadır. Öğrencilerden Erkin'in *'Kare sayılarına baktım ve farklı çıktı. Hatta kare sayıları değil doğrudan boyutlarına da bakabilirdim. Yani büyüklük küçüklüğüne. Mesela bu (3.şekli göstererek) çok büyük bir şekil, ikincisi ondan biraz daha küçük, birincisi ikisinden de küçük yani en küçüğü bu.'*şeklideki ifadesinde de görevde yer alan yargıya atıfta bulunularak reddedildiği görülmektedir.

Şekil 3.53'te görüldüğü gibi öğrencilerin tamamı matematiksel detaylandırma süreci sonunda beşinci göreve ilişkin sürecin başında öne sürdükleri iddialarını destekleyen matematiksel argümanlar oluşturarak iddialarını doğrulamıştır. Öğrencilerin son aşamada yer alan iddialarını doğrulayan ifadeleri aşağıda sunulmuştur.

Hamza: *'Yani sabit artış nedeniyle bu üç şekil eş olamaz.'*

Anıl: *'Bunlar eş değildir. Bu da yanlış olduğunu kanıtlar.'*

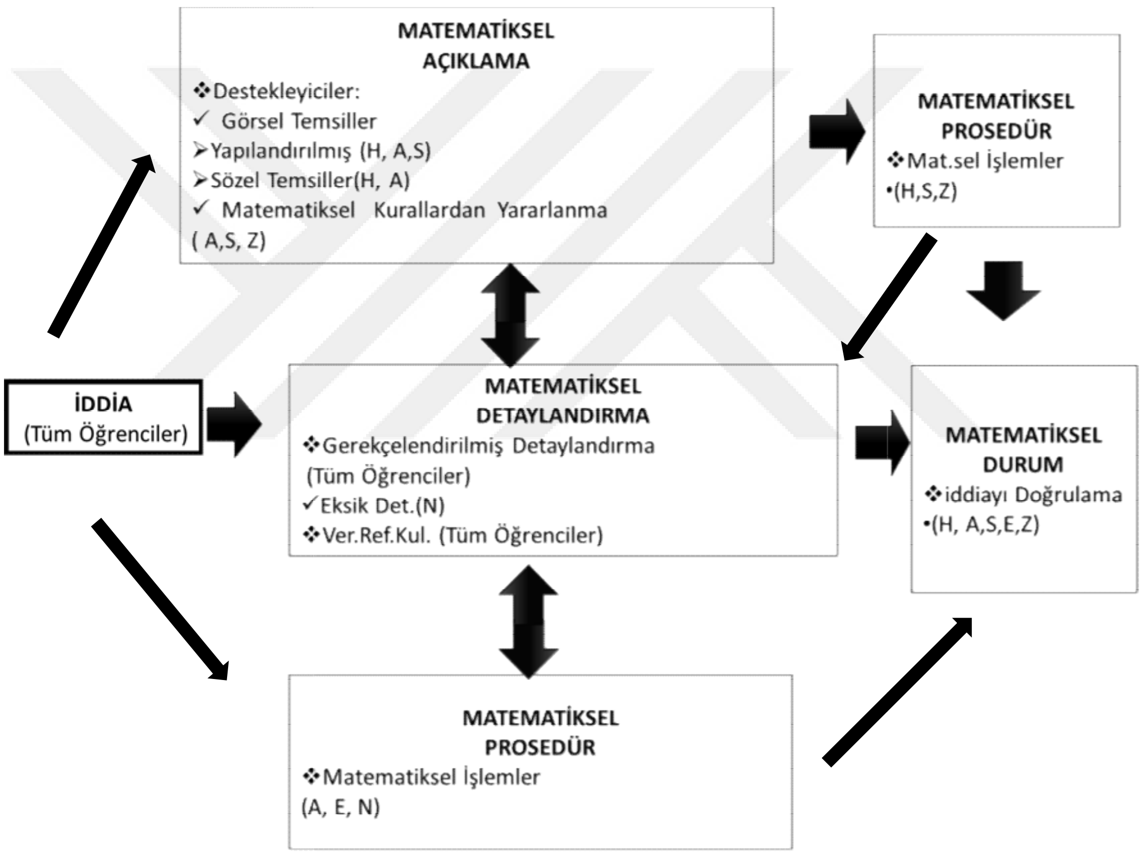
Sıla: *'Yani bu üç şeklin kare sayıları eşit olmadığından eş değildir.'*

Erkin: *'..yine eş olmuyor aynı boyutlarda olmadığından.'*

Zeynep: *'Kısaca şekiller eş değildir.'*

Nazlı: *'Bu da şekillerin eş olmadığını gösteriyor.'*

Öğrencilerin beşinci görevin ikinci boşluğu olan '*Benzerdir çünkü……….*'kısmı için çalışma yaprağındaki MAY'ları ve klinik görüşme sırasındaki matematiksel argümanları detaylı olarak incelenmiştir. Yapılan incelemeler ve analizler sonucunda aşağıda Şekil 3.59'da sunulan diyagram oluşturulmuştur.



Şekil 3.59: *Beşinci görevin ikinci boşluğuna ilişkin matematiksel argümanlarve detaylandırma süreci*

Şekil 3.59'da görüldüğü gibi öğrencilerin sürece başlamaları iddialarını belirterek olmuştur. Öğrenciler görevin ikinci boşluğu için belirtilen yargının doğru olduğunu ifade etmişlerdir. Öğrencilerin beşinci görevin ikinci boşluğuna ilişkin oluşturdukları iddialar aşağıda sunulmuştur.

Hamza: 'Benzerdir dedim ben.'

Anıl: 'Bu üç şekil benzerdir.'

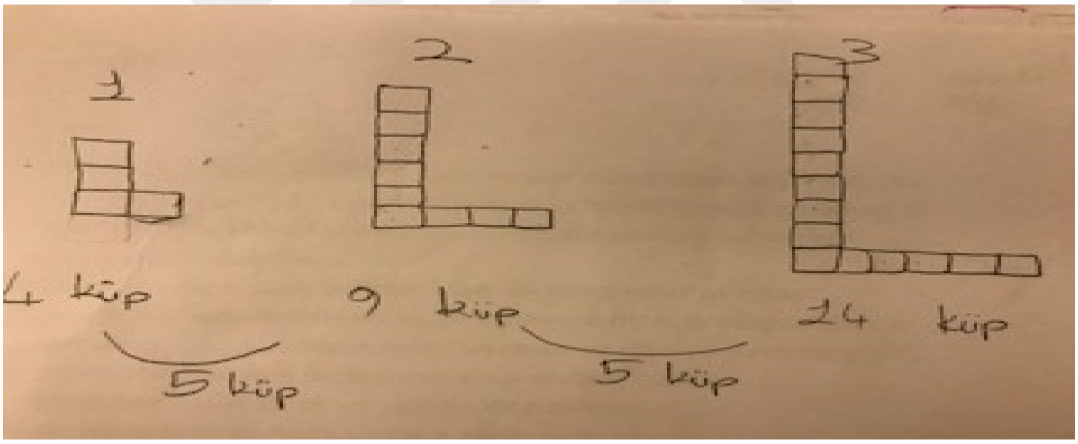
Sıla: ‘Bu şekiller benzerdir bence.’

Erkin: ‘Benzerdir dedim.’

Zeynep: ‘Benzerdirler diye düşünüyorum.’

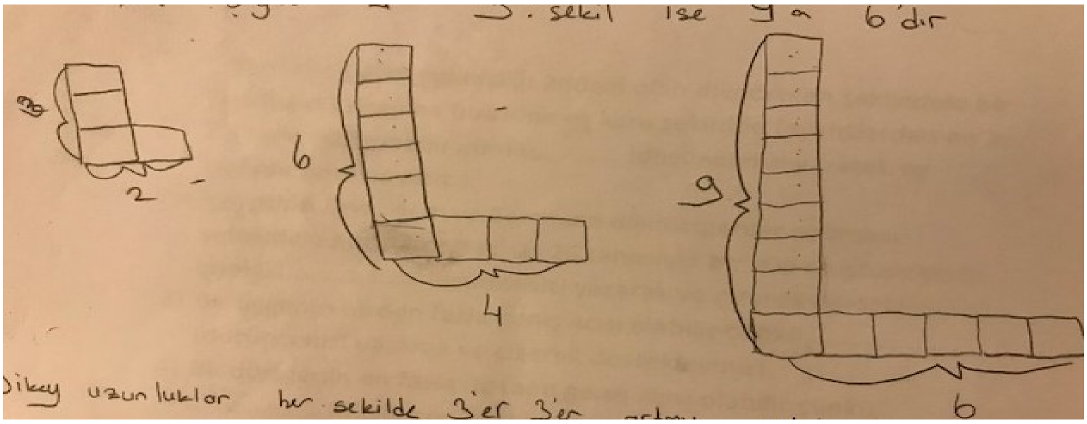
Nazlı: ‘Şekillerin benzer olduğunu düşünüyorum.’

Şekil 3.59‘da görüldüğü gibi Hamza ve Anıl oluşturdukları iddia sonrasında sürece Matematiksel Açıklama kapsamında matematiksel argümanlar üreterek devam etmiştir. Hamza ve Anıl iddialarını bu kapsamda iddialarını kuvvetlendirecek destekleyicilere başvurmuştur. Hamza sözel temsiller ile düşüncelerini ifade ederek bunu görsel temsiller ile kuvvetlendirmiştir. Anıl da Hamza gibi sözel ve temsiller ile iddiasını desteklemiş aynı zamanda matematiksel kurallardan faydalanarak matematiksel argümanlar oluşturmuştur. Sıla ise yalnızca görsel temsil oluşturmuştur. Örneğin Hamza *‘Şekli inceledim önce. Toplam kare sayılarına baktım.’*ifadesine ilişkin olarak Şekil 3.60’ta verilen yapılandırılmış görsel temsili çizmiştir.



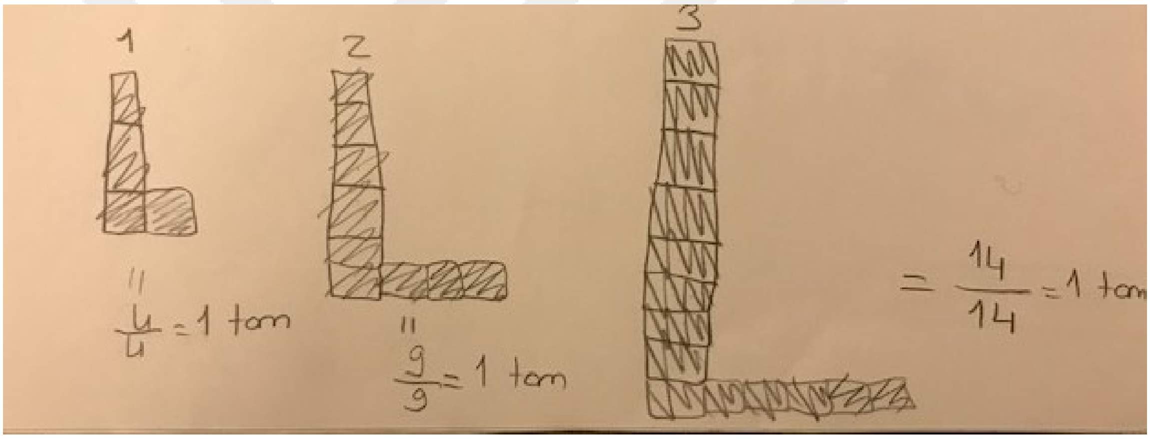
Şekil 3.60: *Hamza’nın beşinci görevin ikinci boşluğu için oluşturduğu görsel temsil*

Şekil 3.60’taki görsel incelendiğinde öğrencinin şekillerde yer alan toplam birim kareleri bulup aralarındaki farka baktığı anlaşılmaktadır. Benzer şekilde Anıl da*‘Birinci şeklin yatayında 2 dikeyinde 3 kare vardır. İkinci şeklin dikeyi 6 yatayı 4’tür. Üçüncü şeklin de dikeyi 9 yatayı 6’dır.’*ifadesini kullanarak karelerin sayılarını yazarak oluşturduğu aşağıdaki yapılandırılmış görsel temsili çizmiştir.



Şekil 3.61: *Anıl'ın beşinci görevin ikinci boşluğu için oluşturduğu görsel temsil*

Öğrencilerden Sıla ise sözel temsil oluşturmaksızın aşağıdaki yapılandırılmış görsel temsili oluşturmuştur.



Şekil 3.62: *Sıla'nın beşinci görevin ikinci boşluğu için oluşturduğu görsel temsil*

Sıla'nın yaptığı çizim incelendiğinde öğrencinin şekillerdeki birim kareleri saydığı görülmektedir. Sonrasında tüm birim kareleri tarayarak kesir ile ifade ederek bir tam oluşturduğunu ifade ettiği anlaşılmaktadır.

Matematiksel açıklama kapsamında matematiksel kurallardan yararlanarak iddialarını destekleyen öğrenciler de olmuştur. Bu öğrenciler argümanlarını oluştururken benzer kavramının ne anlama geldiğini ve şekillerin benzer olması için gereken koşulu kendilerince ifade etmişlerdir. Örneğin Anıl *'Şekillerin benzer olabilmesi için orantılı büyümeleri gerekir.'*, Sıla *'Benzer şekiller belirli bir oranda büyür ve küçülür.'*, Zeynep '*Benzerlik ya aynı olup ya da belli bir oranda aynı şekilde artması ya da aynı kalması demektir. Şekillerin benzer olabilmesi için oranlarının* *birbirlerine eşit olması lazım. '*şeklinde benzer kavramını ve şekillerin benzer olabilmesi için gerekli koşulu açıklamaya çalışmışlardır.

Şekil 3.59'da görüldüğü gibi öğrencilerden Sıla, Erkin ve Zeynep göreve ilişkin iddialarını belirttikten sonra sürece matematiksel detaylandırma ile devam etmiştir. Öğrenciler bu kapsamda gerekçelendirilmiş detaylandırma ve görevde yer alan verileri kullanarak matematiksel argümanlar oluşturmuştur. Öğrencilerin gerekçelendirilmiş detaylandırma içeren argümanlarına örnekler aşağıda sunulmuştur.

> **Sıla:** 'Çünkü eşit sayıda ve orantılı olarak artış göstermiştir. Yani aynı oranda artıyor yani aynı miktarda ve ardışık olarak artıyor.'
>
> **Erkin:** 'çünkü şekiller belirli bir oranda artmış. Oranları eş olduğu için de benzer oluyor.'
>
> **Zeynep:** 'çünkü aynı oranda artarak devam etmiş aynı oranda arttıkları içinde 3, 5, 9 şeklinde'

Öğrencilerin yukarıda yer alan ifadeleri incelendiğinde şekiller arasındaki birim karelerin değişim oranın aynı olmasından dolayı şekillerin benzer olduğunu düşündükleri görülmektedir. Öte yandan Anıl ise matematiksel açıklama sürecinden sonra Matematiksel detaylandırma kapsamındaki argümanlar oluşturmuştur. Anıl bu kapsamda düşünce ve iddiasını gerekçelendirecek detaylandırmalar yapmış ve görevde yer alan bilgileri referans alarak matematiksel argümanlar oluşturmuştur. Anıl da benzer şekilde **'***Dikey uzunlukları her şekilde üçer üçer artmış alt tabanlar ise ikişer ikişer artmıştır. Alt tabanlar ve dikey uzunluklar orantılı artmıştır.'*açıklamasını yapmıştır. Anıl'ın açıklamasından şekillerin dikey ve yataylarındaki birim kare sayıları arasındaki değişimi dikkate aldığı anlaşılmaktadır.

Şekil 3.59'da görüldüğü gibi Nazlı oluşturduğu iddiası sonrasında sürece matematiksel prosedür ile devam etmiştir. Matematiksel prosedür kapsamında matematiksel işlemler yapmıştır. Hamza ise matematiksel açıklama kapsamında olan matematiksel argümanları sonucunda süreci matematiksel prosedür ile devam ettirmiştir. Bu kapsamda matemtiksel işlemler yapmıştır. Erkin de matematiksel detaylandırma sonrasında sürece matematiksel prosedür ile devam etmiş ve bu aşamada matematiksel işlemler yapmıştır. Anıl matematiksel detaylandırma aşamasından sonra matematiksel prosedür ile devam ettirmiştir. Öğrencilerin yaptıkları matematiksel işlemlerin örnekleri aşağıda sunulmuştur.

Hamza: 'çünkü bir orana göre büyüyor. Bu şekilde de ilk şekilden başlayıp her şeklin üstüne 3 sağ alt kenarına 2 kare eklersek. Birbirine benzer olur.'

Nazlı: 'Aslında üçüne aynı anda bakıyorum ama 2. Şeklin dikeyi 1.nin katı 6 3^ün 2 katı ama 3.şeklinki 2.ninkinn değil. Yani 9'la 6 arasında öyle bir bağıntı bulamadım. Mesela 6 nın 2 katı yani 12 olsaydı o zaman olabilirdi.'

Erkin: '1. Şekilde 3 dikeyde 2 yatayda kare var. Dikeyin yataya oranı 3/2 oluyor. İkinsi şekile baktığımızda da 6 dikeyde 4 yatayda kare var. 6/4 oluyor oranı. 6/4'ü de sadeleştirdiğimizde 3/2 oluyor yine. İkiyle sadeleştirdim. 3.şekilde de 9 dikey 6 yatay oranı. 9/6. Bunu da 3'le sadeleştirdiğimizde yine oran 3/2 oluyor. Tüm şekillerin dikey/yatay oranları 3/2.'

Anıl: 'Benzerdir çünkü bunun dikey yatay oranları 3 bölü 2. İkinci şeklin dikey bölü yatayı 6 bölü 4 bunu sadeleştirdiğimde 3 bölü 2 oluyor. 3. Şekilde 9 bölü 6 bunu da sadeleştirdiğimde 3 bölü 2 oluyor ve benzer oluyorlar. Benzerlik oranı 3 bölü 2 oluyor.'

Nazlı ve Hamza matematiksel prosedür kapsamında yer alan matematiksel işlemlerinden sonra matematiksel detaylandırma kapsamında olan argümanlar oluşturmuştur. Bu aşamada Nazlı ve Hamza oluşturduğu matematiksel argümanları gerekçelendirerek detaylandırmış ve görevde verilen bilgileri referans alarak matematiksel argümanlar oluşturmuştur. Örneğin Nazlı *'Aslında üçüne aynı anda bakıyorum ama 2. şeklin dikeyi 1.nin katı 6 3'ün 2 katı ama 3.şeklinki 2. şeklinkinin değil. Yani 9'la 6 arasında öyle bir bağıntı bulamadım. Mesela 6 nın 2 katı yani 12 olsaydı o zaman olabilirdi.'* şeklinde bir ifadede bulunmuştur. Nazlı'nın açıklaması incelendiğinde şekilleri ikişer ikişer incelediği ve her ikili arasında aynı oranı aradığı ancak yakalayamadığı görülmektedir. Hamza ise *'...çünkü bir orana göre büyüyor. Bu şekilde de ilk şekilden başlayıp her şeklin üstüne 3 sağ alt kenarına 2 kare eklersek birbirine benzer olur.'*şeklinde argümanoluşturmuşur. Hamza'nın farklı olarak şekiller arasında bir ardışıklık olduğunu düşündüğünü ve şekillerin dikey ve yatayında yer alan birim karelerin belirli sayılarla eklemeler ile ilerlediğini düşündüğü anlaşılmaktadır.

Nazlı'nın matematiksel detaylandırma sürecindeki matematiksel argümanları incelendiğinde eksik detaylandırma yaptığı görülmektedir. Nazlı'nın beşinci görev ikinci boşluk için ürettiği matematiksel argümanları arasında yer alan eksik detaylandırma örneği şu şekildedir: *'Bence 2 ve 3. şekiller benzer değil çünkü 6/4 ile 9/6 arasında bir oran yok. Bu yüzden üçü benzer değildir sadece kendi içlerin 1 ve 2, 1ve 3 benzerdir.'*. Öğrencinin burada oran ve benzerlik oranı kavramlarında bir karmaşa olduğu bu nedenle de eksik detaylandırma yaptığı görülmektedir.

Anıl matematiksel detaylandırma aşamasından sonra, Sıla ve Zeynep Matematiksel Açıklama aşamasından sonra süreci matematiksel prosedür ile devam ettirmiştir. Öğrenciler bu kapsamda matematiksel işlemler yapmıştır. Öğrencilerin yaptıkları matematiksel işlemlerin örnekleri aşağıda sunulmuştur.

Zeynep: 'Birinci şeklin yatayını dikeyine oranlarsak 2 bölü 3 oluyor. İkinci şekilde de yatayı dikeye oranlarsak 4 bölü 6 dan yine 2 bölü 3 oluyor. Yine üçüncü şekli de oranlarsak 6 bölü 9 dan 2 bölü 3 oluyor.'

Nazlı: '2.şeklin dikeyi yani 6 3'ün 2 katı, yatayı da yani 4 de 2'nin 2 katı. Sonra bir de 1 ve 3. Şekilleri aynı şekilde inceledim. 3.şeklin dikeyi yani 9 1.şeklin dikeyinin 3 katı, yatayı da yani 6 da 2'nin 3 katı.'

Şekil 3.59'da görüldüğü gibi öğrencilerin tamamı matematiksel detaylandırma kapsamında görevde yer alan bilgileri referans alarak matematiksel argüman oluşturmuştur. Öğrencileri verilenleri referans kullanarak ürettikleri matematiksel argüman örnekleri aşağıdaki gibidir:

Hamza: 'Yani mesela dikey kenardan üçer üçer artıyor yatay kenardan da ikişer ikişer artıyor. Dikey 3-6-9 diye gidiyor aralarında 3 var, 3 artmış yani. Yatayda 2-4-6 diye gidiyor bu da 2,2 artmış yani.'

Sıla: 'çünkü 4'tten 9'a 5 rtmış 9'dan 14'e de yine 5 artmış yani aynı miktarda artmış Aynı şekilde yatayına baksak ilk şekilde yatayda 2 kare var ikincisinde 4 kare var 2 artmış, sonra üçüncüsünün yatayında 6 kare var o da ikinsinde göre 2 artmış yani yine aynı mikarda artmış'

Erkin: 'Hepsinin dikey ve yatay uzunlukarı eş ama oranları eş kedileri eş değil yani.'

Zeynep: 'Şekilleri incelediğimde yatay ve dikeyleri arasındaki değişim mitarı aynı oluyor. Dikey üçer üçer yatay ikişer ikişer artıyor.'

Şekil 3.59'da yer alan diyagramda görüldüğü gibi Hamza matematiksel detaylandırma kapsamında oluşturduğu matematiksel argümanlar sonrasında; Anıl, Sıla, Erkin ve Zeynep ise matematiksel Prosedür sonrasında başlangıçta oluşturdukları iddialarını destekleyen ifadelere yer vermiş ve iddialarını doğrulayarak süreci sonlandırmıştır. Öğrencilerin iddialarını doğrulayan ifadelerine aşağıda yer verilmiştir.

Hamza: 'Artışlar hep aynı şekilde ileriyor. Bu yüzden de bu üç şekil benzerdir.'

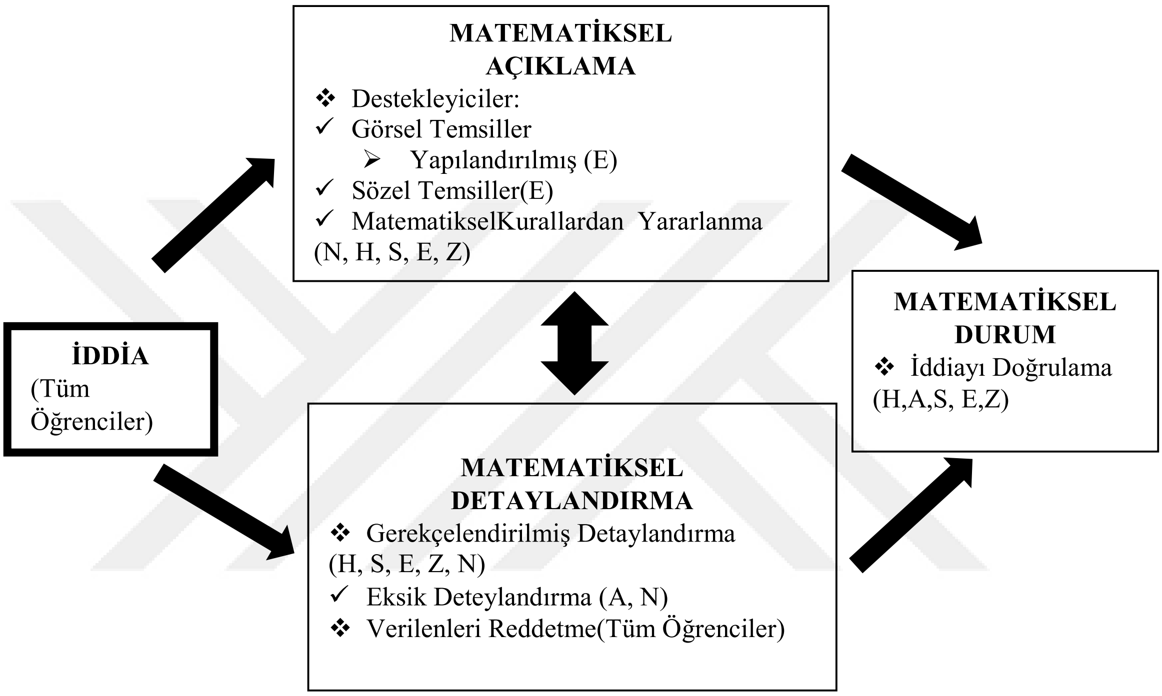
Anıl: '..buda benzer olduğunu kanıtlar.'

Sıla: '..Bu yüzden bu üç şekil benzerdir bence.'

Erkin: 'Bu yüzden oranları eş olduğu için benzer diye düşündüm.'

Zeynep: 'Yatay dikey oranları da aynı çıktı. Bu üç şekil benzerdir.'

Öğrencilerin beşinci görevin üçüncü boşluğu olan *'Hem eş hem benzerdir çünkü……………'* kısmı için çalışma yaprağındaki MAY'ları ve klinik görüşme sırasındaki matematiksel argümanları detaylı olarak incelenmiştir. Yapılan incelemeler ve analizler sonucunda aşağıdaki Şekil 3.63'te sunulan akış oluşturulmuştur.



Şekil 3.63: *Beşinci görevin üçüncü boşluğunaa ilişkin matematiksel argümanlar ve detaylandırma süreci*

Öğrencilerin tamamı beşinci görevin üçüncü boşluğunu okuduktan ve görüşme sırasında kendilerine bu görev yöneltildikten sonra sürece bir iddia ile başlamıştır. Öğrenciler görevin bu bölümünde yer alan yargının yanlış olduğunu iddia etmiştir. Öğrencilerin bu göreve ilişkin oluşturdukları iddialardan örnekler aşağıda sunulmuştur.

Hamza: 'Bu üç şekil hem eş hem benzer değildir bence.'

Anıl: 'Bu şekiller hem eş hem benzer olamaz.'

Sıla: 'Hem eş hem benzer değillerdir bence.'

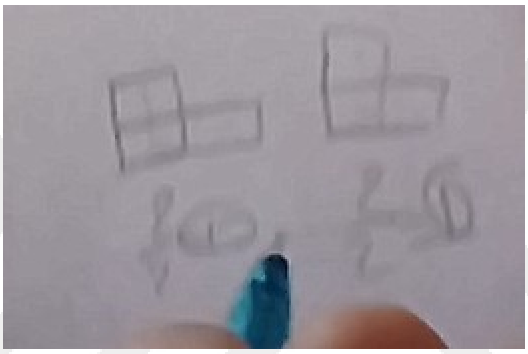
Erkin: 'Hem eş hem benzerdir demiş bence yanlış'

Zeynep: 'Hem eş hem benzerdir diyor bence buda yanlış.'

Nazlı: ‘Bence eş şekiller aynı zamanda benzerdir.’

Ortaya atılan iddialardan sonra Şekil 3.63’te görüldüğü gibi, Hamza, Erkin ve Nazlı sürece matematiksel açıklama ile devam etmiştir. Bu aşamada öğrencilerden Erkin iddiasını destkeleyen sözel ve görsel temsillere yer vermiştir.

Erkin *‘Mesela aşağıdaki şekil gibi iki şekil olursa iki şekilde dikey bölü yatay oranı 2/2’ den 1 oluyor. . Bu nedenle bunlar benzer oluyor. Oranları aynı olduğu için. Bu oran 1 olduğu içinde benzer oluyor. Zaten görevin ilk kısmına doğru deseydik yani eş olsaydı benzer de olurdu.’* şeklinde açıklama yapmış ve paralelinde aşağıdaki yapılandırılmış görsel temsili çizmiştir.



Şekil 3.64: *Erkin’nin beşinci görevin üçüncü boşluğu için oluşturduğu görsel temsil*

Öğrencinin şeklin dikey ve yatayındaki birim karelerin sayılarını oranlayarak şekilleri karşılaştırdığı anlaşılmaktadır. Ayrıca Hamza, Erkin ve Nazlı iddialarını kuvvetlendirmek amacıyla matematiksel kurallardan faydalanarak matematiksel argümanlar oluşturmuştur.

Hamza: ‘Hem eş hem benzer olabilmesi için şekillerin aralarındaki oranın 1 olması gerekir.’

Nazlı: ‘Çünkü eş şekillerin aralrındaki benzerlik oranı 1’dir. Bu yüzden eş olan şekiller aynı zamanda benzerdir.’

Erkin: ‘Eş olan şekiller aynı zamanda benzerdir.’

Öğrencilerin açıklamaları incelendiğinde eş ve benzerliğin aynı anda sağlanabilmesi için gerekli koşulu açıklamaya çalıştıkları görülmektedir. Öte yandan iddialarını belirten Anıl, Sıla ve Zeynep sürece matematiksel detaylandırma ile devam etmiştir. Zeynep ve Sıla bu süreçte matematiksel argümanlarını gerekçelendirerek detaylandırmıştır. Örneğin Zeynep *‘Eş olsalardı eğer hepsinin boyutları, sayıları aynı olurdu.Bu yüzden eş olamaz’*, Sıla *‘Çünkü bu şekiller sadece benzerdir eş* *değildir.'*şeklinde ifadelerde bulunmuşlardır. Öğrencilerin ifadelerinden eş ve benzer olmamalarına gerekçe olarak şekillerin eş olmamalarını gösterdikler anlaşılmaktadır. Anıl ise iddia ve düşüncelerini detaylandırırken eksik detaylandırma da yapmıştır. Anıl '*Bir şekil grubu hem eş hem de benzer olamaz. Hem boyutları eş olup hem de doğru orantılı olmaz. '*şeklinde bir açıklama yapmış olması Anıl'ın eş ve doğru orantılı olmak arasında bağlantıyı yanlış kurduğu bu nedenle eksik detaylandırma yaptığı görülmektedir.

Şekil 3.63'te yer alan diyagramda görüldüğü gibi Hamza, Erkin ve Zeynep Nazlı matematiksel açıklama sonrasında sürece matematiksel detaylandırma ile devam etmiştir. Bu kapsamda öğrenciler gerekçelendirilmiş detaylandırma ile düşünce ve iddialarını detaylandırma yoluna başvurmuştur. Öğrencilerin daha önceki aşamada yer verilen diğer öğrenciler gibi eş ve benzer olmamasının gerekçesi olarak şekillerin eş olmaması olarak gösterdikleri anlaşılmaktadır. Öğrencilerin gerekçelendirilmiş detaylandırma örnekleri aşağıda sunulmuştur.

> **Hamza:** 'Çünkü şekiller eş değildir.Eş değilse hem eş hem benzer olamaz. Mesela bu şekillerin kare sayılarının oranı. Yani birbirine bölümü. Eğer bu karelerin sayılarının ya da uzunlukları da olabilir bunların oranı 1 olsaydı bu şekiller eş olurlardı. Eş şekiller aynı zamanda benzer olduğu için o zaman benzer de derdik. '

> **Erkin:** 'Çünkü bu şekiller eş değil. Bu yüzden hem eş hem benzer olmuyor. Eş olursa zaten benzer de olurdu. Çünkü şekiller arasındaki oran 1 olurdu eş olsaydı. Hepsinin oranı 1 olduğunda aynı zamanda da benzer olurdu.'

> **Zeynep Nazlı:** 'Hem eş hem benzer değildir. Çünkü eş de değildir.'

Nazlı'nın bu kapsamda eksik detaylandırma yaptığı da gözlenmeiştir. Nazlı *'Çünkü eş de değildir benzer de değildir.'*şeklinde bir ifadede bulunmuştur. Öğrencinin daha öncede benzer olarak belirttiği şekiller için bu aşamada benzer olmadıklarını ifade etmesi eksik detaylandırmaya sebebiyet vermektedir. Nazlı'nın şekillerin benzerliği konusunda bir kafa karışıklığı yaşadığı anlaşılmaktadır.

Şekil 3.63'te görüldüğü gibi Sıla ve Zeynep matematiksel detaylandırma kapsamındaki argümanlarından sonra sürece matematiksel açıklama kapsamında yer alan matematiksel argümanlar oluşturarak devam etmiştir. Sıla ve Zeynep bu kapsamda matematiksel kurallardan faydalanarak matematiksel argümanlar ile iddialarını desteklemişlerdir. Öğrencilerin bu matematiksel argümanlarına aşağıda yer verilmiştir.

Sıla: 'Eş olabilmesi için hepsinin aynı sayıda kare bulundurması gerekirdi.'

Zeynep: '..eş olan şekillere hem eş hem benzer diyebiliriz. Çünkü aynılar sonuçta, aynı oldukları içinde birbirlerine benziyorlar.Artış oranları yok ama birbirlerinin aynıları. Eşlikte ise her zaman aynı olmak zorundalar.'

Öğrencilerin açıklamaları incelendiğinde Sıla ve Zeynep'in de diğer öğrencilere benzer olarak eş ve benzer olabililme koşulunu açıklamaya çalıştıkları görülmektedir. Zeynep'in tüm eş şekillerin aynı zamanda benzer olması kuralından faydalandığı anlaşılmaktadır.

Şekil 3.63'te görüldüğü gibi öğrencilerden tamamı görevin üçüncü boşluğu için verilen yargıdaki bilgileri reddeden ifadelerde bulunmuşlardır. Bu şekillerin hem eş hem benzer olmadığını verilen yargının yanlış olduğunu ifade eden yazım ve söylemlerde bulunmuşlardır. Bu da öğrencilerin görevde yer alan verilenleri reddettiğini göstermektedir.

Şekil 3.63'te yer alan akış diyagramında görüldüğü gibi Hamza,Anıl, Sıla, Erkin ve Zeynep sürecin başında ifade ettikleri iddialarını detsekleyen nitelikte ifadeler ile iddialarını doğrulayarak süreci sonlandırmıştır. Öğrencilerin iddialarını doğrulayan ifadelerine aşağıda yer verilmiştir.

Hamza: 'Yani hem eş hem benzer olamıyor bu üç şekil.'

Anıl: 'Bu da üçüncü yargının yanlış olduğunu kanıtlar. Ya benzer olması gerekir ya da eş olması gerekir.'

Sıla: 'Buradakiler sadece benzerdir eş değildir bu yüznden hem eş hem benzer değildir bu şekiller.'

Erkin: 'Sonuç olarak bu şekiller hem eş hem benzer olmuyor.'

Zeynep: 'Şekiller eş ve benzer değildir.'

4. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu bölümde araştırma sonucunda elde edilen bulgular doğrultusunda ulaşılan sonuçlara ve bu bu sonuçlar ile ilgili alan yazında yer alan araştırmaların ilişkilerinin tartışılmasına, gelecekte yapılabilecek olan araştırmalara yönelik önerilere yer verilmiştir.

4.1. Sonuç

- Araştırmada elde edilen bulgular incelendiğinde öğrencilerin genellikle argümantasyon sürecine iddialarını öne sürerek başlamışlardır.Öğrenciler genellikle iddialarını desteklemek için argümantasyon sürecine matematiksel açıklama kapsamında yer alan matematiksel argümanlar ile devam etmiştir. Bu süreçte başalangıçta oluşturdukları iddialarını destekleyecek görsel ya da sözel temsillere yer vermişlerdir.
- Öğrencilerin görsel ve sözel temsiller arasında bir geçiş yapmaya diğer bir değişle sözel olarak ifade ettiklerini çizerek görsel temsil ile ya da görsel temsille anlatmak istediklerini sözel temsil ile ifade etmeye çalışmışlardır. Ancak sözel temsil ile başlayan öğrenciler sözel olarak ifade ettiklerini görsele dökmekte zorlanmışlardır. Sözel ifadelerini tam olarak görsel olarak belirtemeyen öğrenciler yapılandırılmamış görsel temsiller oluşturmuştur. Yanı sıra öğrencilerin göreve ilişkin oluşturdukları görsel temsiller ne yazık ki görevin çözümüne katkı sağlayamamıştır. Nitekim iddialarını desteklemek isteyen ancak bunu oluşturdukları görsel temsiller ile başaramayan öğrenciler genellikle matematiksel kurallardan yararlanmışlardır.
- Düşüncelerini detaylandırmak isteyen öğrenciler bu süreçte görev bağlamında verilen referansları (örneğin; en az, en çok, geniş açı, dar açı, eşlik, benzerlik, kare, dikdörtgenler prizması gibi...) kullanmışlardır. Bu süreçte bazı öğrenciler referanslarından yola çıkarak kullandıkları matematiksel kuralları anlamlandırmıştır. Bazıları ise soru kalıbından yola çıkarak kuralları ezbere kullanmış ve matematiksel kuralları anlamlandıramamıştır. Mateatiksel kuralları anlamlandıramayan öğrenciler ise daha çok kuralı kullanarak matematiksel prosedür kapsamında yer alan matematiksel işlemleri yapmışlar ve göreve ilişkin yorumlarını bu doğrultuda gerçekleştirmişlerdir.

- Göreve ilişkin kullandıkları matematiksel görevleri anlamlandıramayan öğrenciler ise argümantasyon süreci içerisinde oluşturdukları matematiksel argümanların görevdeki yerini açıklayamamışlar ve bu durum onların eksik detaylandırma yapmalarına yol açmıştır.
- Matematisel detaylandırma kapsamında ya da genellikle de matematiksel detaylandırmadaki matematiksel argümanlara paralel olarak oluşturulan matematiksel argümanlar sonrasında öğrenciler göreve ilişkin öne sürdükleri iddialarını yeniden sorgulamış ve bunun sonucunda bazı öğrenciler içsel sorgulama sürecine girmiştir. Öne sürdükleri iddiaları ve bu kapsamda oluşturdukları matematiksel argümanlar ile kendisini ikna etmeye çalışan öğrenciler içsel sorgulamada başlangıçtaki iddialarıyla süreç içinde oluşturdukları argümanlar arasında mantıklı bir bağ oluşturmaya çalışmışlardır. İçsel sorgulama süreci sonunda ise bazı öğrenciler daha önce öne sürdükleri iddialarını kabul etmiş ya da reddederek ilgili göreve ilişkin yeni bir iddia oluşturmuşlardır. Diğer yandan detaylandırma sürecinde oluşturulan matematiksel argümanlar, öğrencilerin düşüncelerini sorgulamalarına teşvik etmiştir. Bunların yanı sıra matematiksel argümanları detaylandırma sürecinde öğrenciler kavram yanılgıları içeren matematiksel argümanlar (örneğin; “Dörtgenlerde dikdörtgen ,küp farketmez bunların hepsi dik açılıdır.”), prototip çizimler ve görevde yer alan yargı kapsamında olmayan ifadelere de yer vermişlerdir.
- Nominalleştirme içeren matematiksel argümanlar üreten öğrenciler genellikle matematiksel prosedür kapsamında oluşturdukları matematiksel işlemleri temel almışlardır. Yani nominalleştirmelerini (iki çokluğu kıyaslama ya da birini diğeri cinsinden ifade etme) matematiksel işlemler temelinde yapmışlardır.
- Orta başarı düzeyinde olan sadece bir öğrenci argümantasyon sürecinde göreve ilşkin yorum getirebilmek için zihinsel sürecini açığa çıkaracak nitel varyanslar oluşturmuştur.
- Görev hakkında karar vermeye çalışan öğrenciler sözel olarak açıklamalarının yeterli olmadığını düşünüp örnek verme yoluna gitmişlerdir. Bu bağlamda öğrenciler sayısal değerler vererek bu paralelde çizimler ya da matematiksel işlemler yapmışlardır.

- Öğrenciler, görevlere ilişkin argümatasyon sürecinde genellikle tümdengelimsel düşünmemişler, özel durum ya da örneklerden yola çıkarak karar vermeye çalışmışlardır. Örneğin göreve ilişkin matematiksel kuralı bilen ve bunu açıklayan bir öğrenci mutlaka kural doğrultusunda özel bir örnek oluşturmuş ve bunun sonucunda bir karara varmıştır.
- Geleneksel matematik derslerinde öğretmen ve öğrenci arasındaki ilişkide öğrenci düşünceleri ya da yanıtları karşısında öğretmenden olumlu ya da olumsuz bir yanıt almaktadır. Bu alışkanlık argümantasyon sürecinde de öğrenciyi sürecin son aşamasında araştırmacıdan bir geri bildirim bekleme eğiliminde olmaya yöneltmiştir. Ancak süreç içerisinde objektif olan araştırmacının geri bildirim vermemesi öğrenciyi kendini ikna etmeye teşvik etmiştir. Bu bağlamda öğrenciler argümantasyon sürecinin son aşamasında iddialarını doğrulama/yanlışlama içeren ifadelere yer vermişlerdir.
- Çalışma kapsamında öğrencilere sunulan matematiksel görevlerin yargı içeren ifadeler olması ve bağlaç içermesi (çünkü) argümantasyon sürecinde özellikle MAY'da öğrencilerin matematiksel argümanlarını detaylandırmalarına teşvik etmiştir.

- Araştırmada elde edilen bulgulara göre başarı düzeyi ile öğrencilerin matematiksel argümanlarını detaylandırmaları arasında doğrudan bir ilişkiye rastalanmamıştır. Genellenmesi doğru olamayan ancak çalışmada rastalanan sonuç başarılı düzeyi yüksek öğrencilerin argümanları detaylandırmakta zorlamadıkları ve detaylandırmaya daha istekli oldukları yönündedir. Aynı zamanda başarı düzeyi arttıkça öğrencilerin kavramlar arası kurdukları ilişkiler ve gerekçelendirmelerin de arttığı gözlenmiştir.
- Öğrencilerin cinsiyetleri ile matematiksel argümanları detaylandırmaları arasında net bir anlamlı farklılık görülmemekle birlite kızların genellikle deha detaylı ve açıklayıcı ifadelere yer vediği araştırmada elde edilmiştir

4.2. Tartışma

Ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel argümanlarını incelendiği bu çalışmada öğrencileroluşturdukları argümanları detaylandırma süreçlerindegenelliklesözel ve görsel temsiller kullanmışlardır. Düşüncelerini tam olarak çizimleriyle ifade edemeyen öğrenciler yapılandırılmamış görsel temsiller oluştururken bazı öğrenciler ise görevde yer alan ölçüleri ve bilgileri dikkate alarak görev bağlamında yapılandırılmış görsel temsiller oluşturmuşlardır. Yapılandırılmış görsel temsiller oluşturan öğrenciler ise yapılandırılmamış görsel temsiller oluşturan öğrencilere kıyasla daha fazlamatematiksel argümanlar üretmişler ve bu argümanlarını daha doğru detaylandırmışlardır. Bu sonuca paralel çalışmalar da söz konusudur. Örneğin Huang ve Cai (2007) temsil kullanımının öğrencilerin kavramları ilişkilendirmelerinde ve problem çözme süreçlerini açıklamalarında öğrencilere yardımcı olduğunu belirtirlerken,Türnüklü ve Gündoğdu Alaylı (2014) ise problem çözümlerinde görsel temsillerinanlamlı kullanımının öğrencilerin matematiksel kavramları oluşturmalarına ve anlamladırmalarına önemli bir temel oluşturduğunu ifade etmektedirler.

Araştırma sonuçları argümantasyon sürecinde bazı öğrencilerin temsiller arası geçiş yapmada özellikle de sözel temsilden görsel temsile geçişte zorlandıklarını göstermiştir. Öğretmenler, öğretmen adayları ve öğrenciler üzerine yapılan çalışmalar da bu konuda yaşanılan zorluklara dikkat çekmektedir (Eroğlu ve Tanışlı, 2015; İpek ve Okumuş, 2012). Oysa ki öğrencilerin temsiller arası geçiş becerilerionların derin ve etkili anlamalarını sağlayabildiği yönündedir (Cramer ve diğer., 2002; Niemi, 2002).

Araştırmadan elde edilen bir sonuçta bazı öğrencilerin matematiksel görev bağlamında verilen referansları (örneğin EBOB ve EKOK problemlerinde en az, en çok vb.) kullanarak kavramları anlamlandırmadan kuralları ezbere kullanarak çözüm yapmalarıdır. Bu durum öğretmenin öğretim uygulamasının bir sonucu da olabilir.Öğretmenlerin öğretim uygulamalarını şekillendirmelerinde en büyük etken ise merkezi sınavlar olarak söylenebilir. Bu bağlamda düşünüldüğünde araştırma kapsamında çalışılansekizinci sınıf öğrencilerininsınav odaklı yapılan öğretim çalışmaları sonucunda pratik ve hızlı çözümler üretmeleye odaklandıkları söylenebilir. Çetin ve Ünsal (2018), öğretmenlerin sınav odaklı amaç, içerik belirledikleri, yöntem ve teknik (anlatım/test çözme) uyguladıkları, çoktan seçmeli sınavlarla ölçme ve değerlendirme yaptıklarını belirtmişlerdir. Yıldırım (2011) sınavlarda çoktan seçmeli sorular sorulduğundan öğretmenler; araştırmaya, sorgulamaya, yaratıcı ve eleştirel düşünmeye dönük öğrenme ve öğretme süreçlerini göz ardı ederek ve genellikle sınav odaklı anlatımlara, soru çözme, hız ve test becerilerini geliştirme gibi teknik boyutlara yöneldiklerini ifade etmiştir.

Argümantasyon sürecinde geri bildirim almaksızın kendi düşüncelerini ifade eden öğrenciler son aşamada göreve ilişkin doğrulama/yanlışlama girişiminde olmuşlardır. Derslerin geleneksel anlatımla işlenmesi, ders içi etkinliklerde probleme yönelik öğrenci yanıtlarının doğru/yanlış şeklinde değerlendirilmesi, anlatım sonunda yapılan değerlendirme sınavlarında da benzer şekildeöğrencilerden yalnızca sorunun doğru yanıtına ulaşmalarının beklenilmesiöğrencileri argümantasyon sürecinin son aşamasında göreve ilişkin düşüncelerine dair bir geri bildirim beklemeye yöneltmiş olabilir.Öğrencilerin son aşamada yer alan doğrulma/yanlışlamaya dair matematiksel argümanlarını önceki aşamalarda yaptıkları matematiksel işlemlere dayandırmaları bunun en önemli kanıtıdır.

Öğrencilerin matematiği semboller ve işlemler bütünü olan sıkıcı ve zor bir ders olarak görmemeleri ancak onların kendilerini ifade edebilecekleri, herhangi bir konu ya da durum karşısındaki düşünceleri belirtmelerine olanak sağlamak ile mümkün olabilir. Öğrencilerin düşüncelerini ifade etmelerini teşvik etmek amacıyla onlara yöneltilen soruların dilinin önemiyadsınamaz. Çalışmada bir yargı içeren matematiksel görev ve bu yargıya ilişkin öğrencilerin düşüncelerini, nedenleriyle açıklamaları istenmiştir. Bu da öğrencileri yalnızca yargı içeren matematiksel görevi klasik bir matematik problemi olmaktan çıkarmıştır çünkü klasik matematik problemleri gibi bir soru cümlesi değil bir yargı içermekte ve bu yargıyı eleştirmeleri beklenmektedir. Öğrenciler klasik bir matematik probleminde yalnızca sorunun çözümüne odaklanırken bu matematiksel görev için yazılı ve sözlü matematiksel argümanlar üreterek düşüncelerinin, nedenini ve nasıl bağlantılar kurduğunu detaylıca açıklamışlardır. Yani çalışmada öğrencilere yöneltilen matematiksel görevlerin bir yargı içerip bu yargıya dair düşüncelerinin sorulması öğrencileri bir argümantasyon sürecine yöneltmiştir. Bu bağlamda öğrencilere yöneltilen sorularının dilin önemli olduğu sonucuna varılmaktadır.Polya (1973) öğrencilere yöneltilen problemlerin dilinin, öğrencileri farklı stratejiler kullanmaya yönlendirdiğini, akıl yürütme çalışmalarını ise önemli ölçüde etkilediğini belirtmiştir. Diğer yandan Artut ve Tarım (2006) da alışılmış, soru-yanıt şeklindeki matmatiksel görevler ya da problemlerile uzun süreli çalışılmasının öğrencilerin problemleri yüzeysel olarak ele alıp rutin çözümler üretmelerine neden olduğunu ifade etmektedir.Benzer şekilde Shield ve Gabraith (1998) de öğrencilerin düşüncelerini kanıtlamaya ve başkasına düşüncesini haklı çıkarmaya çalışması konusundaki etkinliklerin öğrencilerin düşüncelerini sorgulamalarını ve detaylandırmalarını sağladığını belirtmektedir.

Öğrencilerin görevlere ilişkin oluşturdukları matematiksel argümanları detaylandırmaları sürecinde kavramları nasıl anlamlandırdıkları, yanlış anlamaları, kavram yanılgıları da açığa çıkmıştır. Bu sonuç alan yazında yer alan bazı çalışma sonuçlarıyla paralellik göstermektedir. Örneğin Powel ve Lopez (1989) yaptıkları çalışmada matematiksel argümaniçeren çalışmalar sonucunda yazılı ya da sözlü matematiksel argümanüretimine teşvik eden etkinliklerin öğrencilerin yanlış anlamaları ve bilgi eksikliklerinin daha net görülmesine olanak sağladığını ifade etmişlerdir.

4.3. Öneriler

4.3.1. Araştırma Sonuçlarına Yönelik Öneriler

- Argümantasyon süreci öğrencilerin muhakeme,akıl yürütme becerilerini önemli ölçüde etkilemektedir. Aynı zamanda argüman kuran bir öğrencinin geçtiği aşamaları bilen bir öğretmen ders notlarını, materyallerini hatta sınavlarını bile buna göre ayarlayabilir. Dolayısıyla matematik derslerinde argümantasyon süreçlerini içeren etkinliklere yer verilmelidir.
- Araştırma sonuçlarına göre matematiksel argüman oluşturma etkinliklerinin öğrencilerin kavramsal anlayışlarını görmede, kavram yanılgılarını belirlemede, düşünce sistemlerini anlamada önemli bir rol oynadığı görülmüştür. Bu bağlamda derslerde öğretmenlerin tüm bunları tespit etmek ve öğretimlerini bu paralelde şekillendirebilmeleri açısından yazılı ya dda sözlü argümantasyon etkinliklerini arttırmalıdır.
- Öğretmenin öğrencilere yönelttikleri sorular aldıkları yanıtın niletiğini ve içeriğini etkilemektedir. Çalışmada yer alan matematiksel görevlerde olduğu gibi öğretmenlerde öğrencilerineçünkü, ancak gibi bağlaçlar içeren sorular yöneltmelidir. Bu durum öğrencileri düşüncelerini detaylandırmaya ve sorgulamaya sevk edecektir.

4.3.2. Gelecek Araştırmalara Yönelik Öneriler

- Matematiksel argümanlarındetaylandırılmasının incelendiği bu çalışma ortaokul sekizinci sınıf öğrencileri ile yapılmıştır. Konu uygunluğuna dikkat edilerek benzer çalışmalar ilköğretime ve ortaöğretimin farklı sınıf seviyeleri ile de yapılabilir.

- Araştırma kapsamında altı odak öğrenci ile çalışmalar yürütülmüştür. Odak öğrenci sayıları arttırılarak araştırmanın kapsamı genişletilebilir.
- Öğrencilerin matemtiksel argümanları detaylandırmalarında yazma, tartışma ve bireysel görüşmeler arasındaki farklar ile bu stratejilerin üstün ve zayıf yönleri karşılaştırılabilir.
- Argümantasyon sürecinin işletildiği öğrenciler üzerinde öğretim deneyleri ya da öğretmenlerin mesleki gelişimlerine yönelik eylem araştırmaları ya da ders imeceleri desenlenebilir.

KAYNAKÇA

Aaron, W. R. (2011). *The position of the student in geometry instruction: A study from three perspectives* (Doktora Tezi). Ann Arbor, MI: University ofMichigan.

Acar, Ö., Tola, Z., Karaçam, S. ve Bilgin, A. (2016). Argümantasyon destekli fen öğretiminin 6. sınıf öğrencilerinin kavramsal anlamalarına, bilimsel düşünme becerilerine ve bilimin doğası anlayışlarına olan etkisi. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 16(3), 730–749.

Allen, B.R. (1991). *A Study of Metacognitive Skill as Influenced by Expressive Writing in College Introductory Algebra Classes* (Yayınlanmamış doktora tezi). Louisiana State University and Agricultural And Mechanical College. Erişim adresi https://digitalcommons.lsu.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=6219&context=gradschool_disstheses. (Erişim Tarihi: 27.02.2019)

Alvermann, D. E. (2002). Effective literacy instruction for adolescents. *Journal of Literacy Research*, 34(2), 189-208.

Aldağ, (2006). Toulmin Tartışma Modeli. *Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 15(1),13-34 .

Applebee, A.N. (1981). Writing in the Secondary School, *National Council of Teachers of English*, Urbana, IL. Erişim adresi https://eric.ed.gov/?id=ED428947. (Erişim Tarihi: 27.02.2019)

Artz, A.F. and Armour-Thomas, E.(1992). Development of a cognitive-metacognitive framework for protocol analysis of mathematical problem solving in small groups.*Cognition and Instruction*, 9(2), 137–175.

Artut, Y. ve Tarım, Y . (2006). İlköğretim Öğrencilerinin Rutin Olmayan Sözel Problemleri Çözme Düzeylerinin Çözüm Stratejilerinin ve Hata Türlerinin incelenmesi. *Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 15 (2), 39-50.

Aspinwall, L. and Miller, L. D. (2001). Diagnosing conflict factors in calculus through students' writings: One teacher's reflections.*Journal of MathematicalBehavior*, 20, 89–107.

Australian Education Council. (1991). A National Statement on Mathematics for Australian Schools. *Curriculum Corporation*, Carlton, Victoria.

Baroody, A. and Ginsburg, H.(1990). Children's mathematical learning: A cognitive view Constructivist Views on the Teaching and Learning of Mathematics. JRME Monograph Number 4*, NCTM, Reston*, VA, 51–64.

Ball,D.(1993). With an eye on the mathematical horizon: Dilemmas of teaching elementary school mathematics. *Elementary School Journal*, 93, 373–397.

Balacheff, N. (2008). The role of the researcher's epistemology in mathematics education: An essay on the case of proof,*ZDM*, 40, 501–512.

Bell, E. S.and Bell, R. N. (1985). Writing and mathematical problem solving: Arguments in favor of synthesis. *School Science and Mathematics*, 85(3), 210–221.

Billig, M. (1987). *Arguing and thinking: A rhetorical approach to social psychology*. Cambridge: Cambridge.

Binkley, R. W. (1995). Argumentation, Education and Reasoning, *Informal Logic*, 17(2), 127–143.

Borasi, R. and Rose, B. (1989). Journal writing and mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 20, 347-365.

Bogdan, R. C. and Biklen, S. K. (1992). Qualitative Research for Education: Introduction and Methods. Boston: Allyn and Bacon.

Bradley, C.A. (1990). The relationship between mathematics language facility and mathematics achievement among junior high school students.*Focus on Learning Problems in Mathematics,* 12(2), 15–31.

Brown, T. (1997). *Mathematics Education and Language: Interpreting Hermeneutics and Post-Structuralism*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands.

Boaler, J. (1997). *Experiencing school mathematics: Teaching styles, sex and setting. Buckingham*. UK: Open University Press.

Brown, T.(1997). *Mathematics Education and Language: Interpreting Hermeneutics and Post-Structuralism*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands.

Bruner, J. (1986). *Actual minds, possible worlds*. Cambridge, MA: Harvard University.

Burton, L.and Morgan, C. (2000). Mathematicians writing. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31, 429-453.

Carr, M. and Biddlecombe, B. (1998). Metacognition in mathematics: From a constructivist perspective, in D.J. Hacker, J. Dunlosky and A.C. Graesser (eds.), Metacognition in Educational Theory and Practice, *Lawrence Erlbaum Associates*, Mahweh, NJ.

Carpenter, T. P. and Lehrer, R. (1999). Teaching and learning mathematics with understanding, in E. Fennema and T. Romberg (eds.), Mathematics Classrooms that Promote Understanding.*Lawrence Erlbaum Associates*, Mahweh, NJ, 19–32.

Chazan,D. and Ball, D. (1999). Beyond being told not to tell.*For the Learning of Mathematics*, 19(2), 2–10.

Clarke, D. J., Waywood, A. and Stephens, M. (1993). Probing the structure of mathematical writing.*Educational Studies in Mathematics*, 25, 235–250.

Cobb, P., Wood, T., Yackel, E. and Mc Neal, B. (1992). Characteristics of classroom mathematic straditions: Aninteraction alanalysis. *American Educational Research Journal*, 29, 573–604.

Connolly, P. (1989*). Writing and the ecology of learning*. In P. Connolly & T. Vilardi (Eds.), Writing to learn mathematics and science. New York: Teachers College Press, 1-14.

Countryman, J. (1992). *Writing to learn mathematics.*Portsmouth, NH: Heinemann.

Cramer K., Post, T. R. and delMas, R. C. (2002). Initial fraction learning by fourth- and fifthgrade students: A comparison of the effects of using commercial curricula with the effects of using the rational number project curriculum. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33, 111–44.

Creswell, J. W. (1994). *Research design: qualitative and quantitative approaches*, London: SAGE Publications.

Cross, D. I. (2009). Creating optimal mathematics learning environments: Combining argumentation and writing to enhance achievement. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 7, 905–930.

Çetin, A. ve Ünsal, S. (2018). Merkezi Sınavların Öğretmenler Üzerinde Sosyal, Psikolojik Etkisi ve Öğretmenlerin Öğretim Programı Uygulamalarına Yansıması. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12(1), 1-20.

Dalkıran, G., Kesercioğlu, T. ve Boyacı, S. (2005). Kavram haritaları ve kavramsal değişim metinlerinin öğrencilerin fen bilgisi dersine olan tutumlarına etkisi ve öğrenci görüşleri. *Ulusal Eğitim Bilimleri Kongresi*. Denizli, Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi.

Demirel, R.(2015). Kuvvet ve hareket konularında bireysel ve grupla argümantasyonun öğrencilerin akademik başarılarına etkisi.*Eğitimde Kuram ve Uygulama*, 11(3), 916-948.

Dibello, L. C. (2001). *Self regulated learning: The role of a journal in the learning process for students and teachers* (Yayınlanmamış doktora tezi), Florida International University, Miami Florida.

Dominowski, R. L. (1998). Verbalization and problem solving. In D. J. Hacker, J. Dunlosky, and A. C. Graesser (Eds.), Metacognition in educational theory and practice. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 25-45.

Doruk M., Duran M ve Kaplan A. (2018). Argümantasyon Tabanlı Olasılık Öğretiminin Ortaokul Öğrencilerinin Matematiksel Üstbiliş Farkındalıklarına ve Olasılıksal Muhakeme Becerilerine Etkisinin İncelenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 12 (1), 83-121

Driver, R., Newton P. and Osborne, J. (2000).Establishing the norms of scientific argumentation in clasroom. *Science Education*, 20, 1059-1073.

Duval, R. (1992/1993). Argumenter, demontrer, expliquer: Continuity ou rupture cognitive? Petit x, 31, 37-61.

Duban N. (2008). İlköğretim Fen Öğretiminde Niçin Sorgulamaya Dayalı Öğrenme. *8.Uluslar arası Eğitim Teknolojileri Kongresi*'nde sunulan bildiri. 802-805.

Eggins, S. (2004). *An introduction to systemic functional linguistics* (2.basım.). New York, NY: Continuum.

Emig, J. (1977). Writing as a Mode of Learning. *College Composition and Communication*, 28, 122-128.

Erduran, S., Ardaç, D. and Güzel, B.Y. (2006). Learning to teach argumentation: Case studies of pre-service secondary science teachers. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 2(2), 1- 13.

Erduran, S. (2008). Methodological Foundations in Study of Argumentation in Science Education. Erduran S., Jimenez Aleixandre M.P. (Editörler). (2008). Argumentation in Science Education- Perspectives from Classroom Based Research. UK. Springer Science.

Eroğlu, D. ve Tanışlı, D. (2015). Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Temsil Kullanımına İlişkin Öğrenci ve Öğretim Stratejileri Bilgileri. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 9 (1), 275-307. DOI: 10.17522/nefefmed. (Erişim Tarihi: 12.12.2018)

Flower, L. and Hayes, J. (1980). The dynamics of composing: Making plans and juggling constraints. *In L. Gregg & E. Steinberg, Cognitive processes in writing. Hillsdale.*NJ: Lawrence Erlbaum, 31-50.

Flower, L.(1989). Taking thought: The role of conscious processing in the making of meaning, in E.P. Maimon, B.F. Nodine and F.W. O'Connor.*Thinking, Reasoning and Writing*. Longman, New York, 185–212.

Flores, A.and Brittain, C. (2003). Writing to reflect in a mathematics methods course. *Teaching Children Mathematics*, 10, 112-118.

Freeman, M. and Murphy, M. (1992). History, mathematics and writing: An experience in which the whole is greater than the sum of its parts.*Mathematics and Computer Education*, 26(1), 15-20.

Fried, M. N. and Amit, M. (2003). Some reflections on mathematics classroom notebooks and their relationship to the public and private nature of studentpractices. *Educational Studies in Mathematics*, 53, 91–112.

Güneş, F. (2007). *Ses temelli cümle yöntemi ve zihinsel yapılandırma*. Ankara: Nobel Yayınları.

Günel, M., Atila, M. E. ve Büyükkasap, E. (2009). Farklı betimleme modlarının öğrenme amaçlı yazma aktivitelerinde kullanımlarının 6. sınıf yaşamımızdaki elektrik ünitesinin öğrenimine etkisi. *İlköğretim Online*, 8(1), 183-198.

Gonzales, P., Colsyn, C., Jocelyn, L., Mok, K., Kastterg, D. and Arafeh, S.vd. (2000). Pursuing excellence: Comparisons of international eighth-grade mathematics and science achievement from a U.S. perspective, *1995 and 1999. National Center for Education Statistics*'de sunulan poster. U.S.: Department of Education, NCES.

González, G. and Herbst, P. (2013). An oral proof in a geometry class: How linguistic tools can help map the content of a proof. *Cognition and Instruction*,31(3), 271–313.

Halliday, M. A. K. and Matthiessen, C. M. I. M. (2004). *An introduction to functional grammar* (3.basım). London: Hodder Education.

Hayes, J.and Flower, L. (1980). Identifying the organization of writing processes. In L. Gregg & E. Steinberg (vd.).*Cognitive Processes in Writing*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum, 3-30.

Hersh, R. (1993). Proving is convincing and explaining. *Educational Studies in Mathematics*, 24(4), 389-399.

Herbst, P. (2002). Engaging students in proving: A double bind on the teacher. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33, 176–203.

Herbst, P. and Brach, C. (2006). Proving and doing proofs in high school geometry classes: What is it that is going on for students?*Cognition and Instruction*,24(1), 73–122.

Hohenshell, L. and Hand, B. (2006). Writing-to-learn strategies in secondary school cell biology. *A mixed method study. International Journal of Science Education*, 28, 261.

Huang, J. and Normandia, B. (2007). Learning the language of mathematics: A study of student writing. *International Journal of Applied Linguistics*, 17(3), 294 – 318.

Huang, R. and Cai, J. (2007). Constructing pedagogical representations to teach linear relations in Chinese and U.S. classrooms. In Woo, J. H., Lew, H. C., Park, K. S. & Seo, D. Y. (Eds.). *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3, pp. 65-72. Seoul: PME.

İpek, A. S. ve Okumuş, S. (2012). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel problem çözmede kullandıkları temsiller. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 11(3), 681-700.

Jimenex-Aleixandre, M-P. and Pereiro-Munoz, C. (2002). Knowledge producers or knowledge consumers? Argumentation and decision making about environmental management. *International Journal of Science Education*, 24, 1171-1190.

Jurdak, M.and Zein, R. A. (1998). The effect of journal writing on achievement in and attitudes toward mathematics. *School Science and Mathematics*, 98(8),412–419.

Johnson, M. L. (1983). Writing in mathematics classes: A valuable tool for learning. *Mathematics Teacher*, 76(8), 117-119.

Kennedy, B. (1980). *Writing letters to learn math*. Learning, 59-61.

Kieran, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades: What is it? *In: The Mathematics Educator (Singapore)*. 8(1), 139–151.

Kilpatrick, J., Swafford, J. and Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics.*Washington, DC: National Academy Press.

King, B. (1982). *Using writing in the mathematics class*. In C.Griffin (vd.),Teaching writing in all disciplines. SanFrancisco: Jossey-Bass, 39-44.

Kitcher, P. (1988). The child as parent of the scientist. *Mind and Language*, 3(3), 215-228.

Knuth, E. J., Choppin, J., Slaughter, M.and Sutherland, J. (2002). Mapping the conceptual terrain of middle school students' competencies in justifying andproving. *In Proceedings of the 24th annual meeting of the North American chapter of the international group for the psychology of mathematics education*,Vol. 4. Athens, GA: Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education.1670-1693.

Kosko, K. W., Wilkins, J. L. M. and Pitts Bannister, V. R. (2009). Writing sophistication in students answers to algebraic questions. *The MathMate*, 33(1), 18–22.

Kosko, K. W. and Zimmerman, B. (2015). Mathematical writing of young children: Features of argument in relation to task and grade level.Makale yayımlanmak üzere sunulmuştur.

Kosko, K. W. and Zimmerman, B. (2015). Emergence of argument in children's mathematical writing. In To be presented at the annual meeting for theAmerican Educational Research Association. Kuhn, D. (1993). Science argument: Implications for teaching and learning scientific thinking. *Science Education*, 77, 319–337.

Kuhn, D. (1992). Thinking as argument. *Harvard educational review*, 62(2), 155-179.

Kuhn, D. (1993). Science As argument: ımplications for teaching and learning scientific learning, *Science Education*, 77(3), 319-337.

Kuhn, D., Udell, W. (2003). The development of argument skills, *Child Development*, 74(5), 1245-1260.

Küçük-Demir, B. (2014). *Argümantasyon tabanlı bilim öğrenme yaklaşımının öğrencilerin matematik başarılarına ve yaratıcı düşünme becerilerine etkisi.* Yayımlanmamış Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum, Türkiye.

Lampert, M. (1990). When the problem is not the question and the solutionisnottheanswer:Mathematical knowing and teaching. *American Educational Research Journal*, 27, 29–63.

Lampert, M.and Blunk, M. (1998). *Talking mathematics in school: Studies of teaching and learning*.New York: Cambridge University Press.

Lin, F. (2005). Modeling students' learning on mathematical proof and refutation. In H. L. Chick, & J. L. Vincent, *Proceedings of the 29th conference ofthe international group for the psychology of mathematics education*. 29(1). Melbourne: PME, 3-18.

LeCompte, M. D. and Goetz, J. P. (1984). Ethnographic data collection in evaluation researc in D.M. Fetterman, *Ethnography in educational evaluation*, Beverly Hills, CA: Sage.

Marks, G.and Mousley, J. (1990). Mathematics education and genre: Dare we make the process writing mistake again? *Language and Education*, 4(2), 117–135.

McMillen, L. (1986). Science and math professors are assigning writing drills to focus students' thinking. *Chronicle of Higher Education*, 22, 19–21.

McLoughlin, C. (1998). Participation, cooperation and autonomy: Students' perceptions of learning at a distance using technology. *Planning for progress, partnership and profit. Proceedings Ed Tech* 98,166– 173.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2011). 2009-2010 yılı ortaöğretim kurumları yerleştirme sistemi istatistik bilgileri. http://www.meb.gov.tr/Sinavlar/detay.asp? ID=16&ID2=0&ID3=43. (Erişim Tarihi: 28.04.2019)

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2013). *Ortaokul matematik dersi 5-8 sınıflar öğretim programı.* Ankara: Milli Eğitim Basımevi.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2017). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. Ankara: Milli Eğitim Basımevi.

Merriam, S. B. (2009). *Qualitative research: A guide to design and implementation: Revised and expanded from qualitative research and case stud applications in education.* San Franscisco: Jossey-Bass.

Miller, L.D. and England, D.A.(1989), Writing to learn algebra. *School Science and Mathematics*, 89(4), 299–312.

Miller, L.D. (1991). Writing to learn mathmatics. *Mathematics Teacher*, 84(7), 516-521.

Miles M. ve Huberman, M. (1994). *An expanded sourcebook qualitative data analysis.*California: Sage Publications.

Morgan, C. (1998), *Writing Mathematically: The Discourse of Investigation*, Falmer Press, London.

Munneke, E.L., Amelsvoort, M.A.A. and van, Andriessen, J.E.B. (2003). The role of diagrams in collaborative argumentation-based learning. *International Journal of Educational Research*, 39, 113-131.

National Council of Teachers of Mathematics. [NCTM] (1989). Curriculumand Evaluation Standards for School Mathematics, author, Reston, VA.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA: Author.

National Institute for Literacy (2007). *What content-area teachers should know about adolescent literacy.* Washington, DC: Author.

Niemi, H.(2002). Active learning - A cultural change needed in teacher education and schools. *Teaching and Teacher Education*. 18 (8), 763–780.

Norris, S. P. and Phillips, L. M. (1994). Interpreting pragmatic meaning when reading popular reports of science. *Journal of Research in Science Teaching*, 31(9), 947–967.

O’Connor, M.and Michaels, S. (1996). *Shifting participant frameworks: Orchestra tingthinking practicesin group discussion*. In D.Hicks(Ed.) ,Discourse, learnin gand schooling. New York: Cambridge University Press.

Özdemir, M. (2010). Nitel Veri Analizi: Sosyal Bilimlerde Yöntembilim Sorunsalı Üzerine Bir Çalışma, *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*,11(1).

Peirce, C. S. (1998). Nomenclature and divisions of triadic relations as far as they are determined. In N. Houser, J. R. Eller, A. C. Lewis, A. De Tienne, C. L.Clark, &D. B. Davis (Eds.), The essential Peirce: Selected philosophical writings (Vol. 2) (pp. 289–299). Bloomington, IN: Indiana University Press (writtenoriginally in 1903).

Pedemonte, B. (2007). How can the relationship between argumentation and proof be analysed? *Educational Studies in Mathematics*, 66, 23-41.

Perry, V. R. and Richardson, C. P. (2001). The new mexico tech master of science teaching program: An exemplary model of ınquiry-based learning. *31st IEEE Frontiers in Education Conference'nda sunulan poster*. Reno.

Pimm, D. (2009). Method, certainty and trust across disciplinary boundaries. *ZDM*, 41(1–2), 155–159.

Polya, G. (1973). How to Solve it. Princeton, NJ: Princeton University Press.

Powell, A. B. and Lopez, J. A.(1989). *Writing as a vehicle to learn mathematics: A case study*, in P. Connolly and T. Vilardi (eds.). Writing to Learn Mathematics and Science, Teachers College Press, New York, 157–177.

Powell, A. B. (1997). Capturing, examining and responding to mathematical thinking through writing. *The Clearing House*,71(1), 21–25.

Pugalee, D. K. (2001). Writing, mathematics and metacognition: Looking for connections through students, work in mathematical problem solving. *School Science and Mathematics*, 101(5), 236–245.

Pugalee, D. K. (2004). A comparison of verbal and written descriptions of students’ problem solving processes. *Educational Studies in Mathematics*, 55(1/3),27–47.

Rand Mathematics Study Panel. (2003). Mathematical proficiency for all students: Towards a strategic development program in mathematicseducation(MR-1643.0-OERI):RandCoporation.

Reid, D. A. and Knipping, C. (2010). *Proof in mathematics education: research, learning, and teaching. Rotterdam*, The Netherlands: Sense Publishers.

Rishel, T. W. (1993). The well-tempered mathematics assignment. ERIC Doc. No. ED359561. (Erişim Tarihi: 04.03.2019)

Russell, T. L. (1983).Analyzing arguments in science classroom discourse: Can teachers' questions distort scientific authority.*Journal of Research in Science Teaching*, 20, 27-45.

Russell, Susan J. (2012). Keeping the Teaching and Learning Strong. *Teaching Children Mathematics,* 19 (August). 50–56.

Rumsey, (2012). *Advancıng Fourth-Grade Students' Understanding Of Arithmetic Properties With İnstruction That Promotes Mathematical Argumentatıon*(Yayınlanmamış doktora tezi).llinois State Ünivrsitesi, Normal, IL.

Rumsey (2013). *A Model to Interpret ElementarySchool Students' Mathematical Arguments.* In Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, edited by A. M. Lindmeier and A. Heinze. Kiel, Germany.

Rumsey, W. Langrall (2016). Promotıng Mathematıcal Argumentatıon, *Teaching Children Mathematics*, 22(7),413-419.

Scardamalia, M.and Bereiter, C. (1986). Research on written composition. In M. Wittrock (Eds.), *Handbook of research on teaching,* 778–803.New York: MacMillan.

Schurter, W.A. (2002).Comprehension monitoring: An aid to mathematical problem solving. *Journal of Developmental Education,* 26(2), 22–33.

Secor, M. J. (1987).Recent research in argumentation theory. *The Technical Writing Teacher,* 15(3), 254-337.

Shield, M.and Galbraith, P. (1998). The analysis of student expository writing in mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 36, 29–52.

Sierpinska, A. (1998). Three epistemologies, three views of classroom communication: Constructivism, sociocultural approaches, interactionism, *in H. Steinbring, M.G. Bartolini Bussi and A. Sierpinska (eds.)*. Language and Communication in the Mathematics Classroom, National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA, 30–62.

Song, S. H. (1997). *Writing to understand in the math classroom* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Pacific Lutheran University, Washington.

Steele, D. (2005). Using writing to access students' schemata knowledge for algebraic thinking. *School Science and Mathematics*, 105(3), 142 – 154.

Storey, L. (2007). Doing Interpretative Phenomenological Analysis. In E. Lyons ve A. Coyle (Eds.). *Analysing Qualitative Data In Psychology.* (51-64. ss.). Los Angeles: SAGE Publications.

Strauss, A.and Corbin, J. (1990). *Basics of Qualitative Research: Grounded Theory Procedures and Techniques.* New Delhi: SAGE Publications.

Stylianides, A. J. (2007). Introducing young children to the role of assumptions in proving. *Mathematical Thinking and Learning*, 9(4), 361–385.

Swing, S.and Peterson, P.(1988). Elaborative and integrative thought processes in mathematics learning.*Journal of Educational Psychology*, 80(1), 54–66.

Tanışlı, D. (2008). *İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin örüntülere ilişkin anlama ve kavrama biçimlerinin belirlenmesi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Tall, D., Yevdokimov, O., Koichu, B., Whiteley, W., Kondratieva, M., and Cheng, Y. H. (2012). Cognitive development of proof. *In Proof and proving inmathematics education,*13–49,Netherlands: Springer.

Toulmin, S. (1958), *The Uses of Argument. Cambridge*, UK: Cambridge University Press.

Toulmin, S. E., R. D. Rieke and A. Janik (1984), *An Introduction To Reasoning* (2. Ed.), New York, NY: Macmillan.

Toulmin, S. E. (2003). *The uses of argument*. New York: Cambridge University Press.

Thurston, W.P.(1994). On proof and progress in mathematics. *Bulletin of the American Mathematical Society,* 30(2), 161–177.

Türk Dil Kurumu, (2006). Türkçe Sözlük. Ankara: TDK Yayını.

Türnüklü, E , Gündoğdu Alaylı, F , Ergin, A , Baştürk Şahin, B. (2016). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Şekil Oluşturma Düzeylerinin Bazı Değişkenlerle İlişkisi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi,* 10 (1).

Van Eemeren, F. H., Grootendorst, R. and Snoeck Henkemans, F. (1996). Fundamentals of Argumentation Theory. *A Handbook of Historical Backgrounds and Contemporary Developments*, Erlbaum, Mahwah.

Van Eemeren, F. H., R. Grootendorst, F. S. Henkemans, J. A. Blair, R. H. Johnson, E. C. W. Krabbe, C. Plantin, D. N. Walton, C. A. Willard, J. Woods, and D. Zarefsky (1996).*Fundementals of Argumentation Theory: A Handbook of Historical Backgrounds and Contemporary Developments*, Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.

Waywood, A. (1992). Journal writing and learning mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 12(2), 34–43.

Waywood, A. (1994). Informal writing-to-learn as a dimension of a student profile. *Educational Studies in Mathematics*, 27, 321–340.

Weber, K. (2001). Student difficulty in constructing proofs: The need for strategic knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, 48, 101–119.

Williams, S. R. and Baxter, J. A. (1996). Dilemmas of discourseoriented teaching in one middle school mathematics classroom. *The Elementary School Journal*, 97.

Yahşi, D. (2006). *Farklı laboratuar yaklaşımlarının ilköğretim 8. sınıf öğrencilerinin asit-baz konularındaki kavramları anlamalarına ve kavram yanılgılarının* *giderilmesine etkisi* (Yayınlanmış Yüksek Lisans Tezi). Abant İzzet Baysal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bolu.21–38.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2005). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri.* Beşinci Basım. Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2006). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yıldırım, A. (2011). Öğretmen eğitiminde çatışma alanları ve yeniden yapılanma. *Uluslararası Eğitim Programları ve Öğretim Çalışmaları Dergisi*, 1(1), 1-1.

EKLER

Ek1. Eskişehir Milli Eğitim Müdürlüğü'nden Alınan İzin Belgesi

Ek2. Veli Bilgilendirme ve İzin Dilekçesi

Ek3. Öğrenci Bilgilendirme ve İzin Belgesi

Ek4. Matematik Argüman Yazımına İlişkin Öğrencilere Yöneltilen Sorular

Ek 5. Klinik Görüşme Soruları

Ek 6. Anadolu Üniversitesi Sosyal ve Beşeri Bilimler Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Kurulu Karar Belgesi

Ek 1. Eskişehir Milli Eğitim Müdürlüğü'nden Alınan İzin Belgesi

T.C.
ESKİŞEHİR VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

ESKİŞEHİR
İL MİLLİ EĞİTİM MÜDÜRLÜĞÜ

Sayı : 88074293/605.01/12335922 27.06.2018
Konu: Araştırma Projesi

ANADOLU ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
(Genel Sekreterlik Yazı İşleri Müdürlüğü)

İlgi : a) 23/06/2018 tarih ve 12190978 sayılı olur.
b) 12/06/2018 tarih ve E.52220 sayılı yazınız.

İlgi (b) yazı ile istemiş olduğunuz "Araştırma Projesi" incelenmiş ve uygun görülmüş olup, ilgi (a) Olur ekte sunulmuştur.

Bilgilerinize rica ederim.

Necmi ÖZEN
Vali a.
İl Milli Eğitim Müdürü

EKLER :
1-İlgi (a) Olur (1 sayfa)
2-Araştırma Değerlendirme Formu (1 sayfa)

Aslı ile Aynıdır
5070 Sayılı Yasa ile
elektronik olarak
imzalanmıştır.
27 Haziran 2018
Önder ÜLKE
Memur

ADRES:
Yunus Emre Kampüsü 26470
Tepebaşı/ESKİŞEHİR

Büyükdere Mah.Atatürk Blv. No:247 ESKİŞEHİR
Elektronik Ağ: www.eskisehir.meb.gov.tr
e-posta: strateji26@meb.gov.tr

Ayrıntılı bilgi için: L.TOKAT
Tel : (0 222) 239 72 00/213-425
Faks: (0 222) 239 39 22

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. https://evraksorgu.meb.gov.tr adresinden 9cfd-32c0-35be-a8d4-8c57 kodu ile teyit edilebilir.

T.C.
ESKİŞEHİR VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

ESKİŞEHİR
İL MİLLÎ EĞİTİM MÜDÜRLÜĞÜ

Sayı : 88074293/605.01/12190978

Konu : Araştırma Projesi

23.06.2018

VALİLİK MAKAMINA

İlgi:Anadolu Üniversitesi Genel Sekreterliği Yazı İşleri Müdürlüğü' nün 12/06/2018 tarih ve E.52220 sayılı yazısı.

İlgi yazı ile; Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Tezli Yüksek Lisans Programı öğrencisi Nuran SADIÇ' ın "Verilerden Yaralanabilme: Çocukların Matematiksel Yazılı Argümanları Detaylandırmaları" başlıklı uygulama çalışması Araştırma İzin Komisyonu tarafından incelenmiş ve komisyon tarafından sakınca görülmediği tespit edilmiş olup, komisyon tarafından belirtilen okulda yukarıda adı geçen projenin gerçekleştirilmesi uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde takdirlerinize arz ederim.

Barış HANCI
Müdür a.
Müdür Yardımcısı

OLUR
.../06/2018

Necmi ÖZEN
Vali a.
İl Milli Eğitim Müdürü

EK:
Araştırma Değerlendirme Formu (1 sayfa)

Büyükdere Mah.Atatürk Blv. No:247 ESKİŞEHİR
Elektronik Ağ: www.eskisehir.meb.gov.tr
e-posta: strateji26@meb.gov.tr

Ayrıntılı bilgi için: L.TOKAT
Tel : (0 222) 239 72 00/213-425
Faks: (0 222) 239 39 22

T.C

ESKİŞEHİR VALİLİĞİ

İl Milli Eğitim Müdürlüğü

ARAŞTIRMA DEĞERLENDİRME FORMU

ARAŞTIRMA SAHİBİNİN	
Adı Soyadı	Nuran SADIÇ
Kurumu/Üniversitesi	Anadolu Üniversitesi
Araştırma Yapılacak Eğitim Kurumu ve Kademesi	Toki Şehit Emre Bolat Ortaokulu
Araştırmanın Konusu	Verilerden Yararlanabilme: Çocukların Matematiksel Yazılı Argümanları Detaylandırmaları
Üniversite / Kurum Onayı	Var
Araştırma/Proje/Ödev/ Tez Önerisi	Var
Veri Toplama Araçları	Matematiksel Görev Çalışma Kağıdı
Görüş İstenecek Birimler	-
KOMİSYON GÖRÜŞÜ	
Milli Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü'nün 2017/25sayılı genelgesi gereğince 2017-2018 öğretim yılında uygulanmasında sakınca yoktur.	
Komisyon Kararı	KABUL (Oybirliği ile)
Muhalif Üyenin Adı ve Soyadı	Gerekçesi : …………………………………………………………

K O M İ S Y O N

20/06/2018

Komisyon Başkanı

Barış HANCI

Milli Eğitim Müdür Yardımcısı

Üye

Kadir KILIÇ

Öğretmen

Üye

Ömer GARAN

Öğretmen

Üye

E. Şenay DOĞANER

Öğretmen

Ek 2. Veli Bilgilendirme ve İzin Dilekçesi

VELİ İZİN BELGESİ
Veli Bilgilendirme

Sayın Veli,

Bu araştırmanın amacı, ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin çeşitli matematiksel görevler karşısında verilenlerden yararlanarak oluşturacakları matematiksel argüman yazılarını ve matematiksel argüman yazılarını nasıl detaylandırdıklarını derinlemesine incelemektir.

Velisi bulunduğunuz öğrencinin araştırmama gönüllü olarak katılımının ve dile getireceği görüşlerin, bu çalışmaya ışık tutacağına inanıyorum. Çalışmanın amacı doğrultusunda, matematiksel argüman yazımlarını oluşturabilecekleri görevlerden oluşan çalışma kâğıdı, klinik görüşmelerini içeren videolar ve ses kayıt cihazı ile veri toplanacaktır. Bu veriler, yalnızca bilimsel bir veri olarak bu araştırma için kullanılacak ve bunun dışında hiçbir amaçla kullanılmayacaktır. İsteğiniz doğrultusunda veriler daha sonra silinebilecek ya da size teslim edilecektir.

İzniniz olmadığı takdirde, velisi bulunduğunuz öğrencinin ismi bu araştırmada kullanılmayacak, yerine takma bir isim kullanılacaktır. Öğrenci istediği zaman çalışmadan ayrılabilir. Bu durumda yaptığımız kayıtları ve yazılan raporları size teslim edeceğim.

Bu sözleşmeyi okuyup, bu araştırmaya velisi bulunduğunuz öğrencinin gönüllü olarak katıldığına ve araştırma kapsamında benim size verdiğim güvenceye ilişkin olarak bu formu imzalamanızı rica ediyorum.

Bu sözleşmeyi okuyarak imzaladığınız için teşekkür ederim.

Nuran SADIÇ	Doç. Dr. Dilek TANIŞLI
Ferzili Ortaokulu	İlköğretimMatematik Eğitimi ABD
İletişim:0555 185 97 50	İletişim: +0 (222) 335 05 80
e-posta:sadicnuran@gmail.com	e-posta:dtanışlı@anadolu.edu.tr

İzin Belgesi

Araştırmacı tarafından amacı ve uygulama programı anlatılan bu çalışmada çocuğumun yer almasına razıyım ve izin veriyorum. Bu çalışma kapsamında sağlanacak olan tüm bilgilerin gizlilik içinde tutulacağını ve sadece araştırma amaçları çerçevesinde kullanılacağını anladım.Araştırmacı tarafından çalışmanın şekli, amacı ve muhtemel süresine ilişkin kapsamlı bir şekilde bilgilendirildim. Çalışma hakkında sorular sorulmasına ilişkin imkân sağlanmıştır. Araştırmada çocuğumun adı ve diğer bilgilerinin benim iznim olmadan kullanılmayacağı bildirilmiştir.

Araştırmalardan elde edilen videolar daha sonra eğitim amaçlı kullanılabilir. Lütfen verilerin bu şekilde kullanmamızı isteyip istemediğinizi aşağıda belirtiniz.

☐ *Uygulamalar sırasında alınan video görüntülerinin araştırma sunumları veya eğitici amaçlarla kullanılmasına yönelik izin veriyorum.*

☐ *Uygulamalar sırasında alınan video görüntülerinin araştırma sunumları veya eğitici amaçlarla kullanılmasına yönelik izin vermiyorum.*

Yukarıda yazılı olan bilgileri okudum ve bu çalışmaya çocuğumun katılmasına onay veriyorum.

Velinin Adı: ……………………………………………… Velinin İmzası: …………………………..

Ek 3. Öğrenci Bilgilendirme ve İzin Belgesi

ÖĞRENCİ BİLGİLENDİRME veİZİN BELGESİ

Sayın Katılımcı,

Bu çalışma,Verilenlerden Yararlanabilme: Çocukların Matematiksel Yazılı Argümanları Detaylandırmaları'başlıklı bir araştırma çalışması olup ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin çeşitli matematiksel görevlerdeki verilenlerden yararlanarak oluşturdukları matematiksel argüman yazımlarını ve matematiksel argüman yazımını nasıl detaylandırdıklarını incelemek amacını taşımaktadır. Çalışma Nuran SADIÇ tarafından yürütülmekte vesonuçları ileöğrencilerin matematiksel argüman yazmaları ve verilenlerden yaralanarak detaylandırmaları derinlemesine incelenecektir.

- Bu çalışmaya katılımınız gönüllülük esasına dayanmaktadır.

- Çalışmanın amacıdoğrultusunda, matematiksel argüman yazımını oluşturulabilmesine yönelik açık uçlu sorulardan oluşan çalışma kağıdı, klinik görüşmeleri içeren videolardan veriler toplanacaktır.

- İsminizi yazmak yada kimliğinizi açığa çıkaracak bir bilgi vermek zorunda değilsiniz/araştırmada katılımcıların isimleri gizli tutulacaktır.

- Araştırma kapsamında toplanan veriler, sadece bilimsel amaçlar doğrultusunda kullanılacak, araştırmanın amacı dışında ya dabir başka araştırmada kullanılmayacak ve gerekmesi halinde, sizin (yazılı) izniniz olmadan başkalarıyla paylaşılmayacaktır.

- İstemeniz halinde sizden toplanan verileri inceleme hakkınız bulunmaktadır.

- Sizden toplanan veriler elektronik ortamda korunacak ve araştırma bitiminde arşivlenecek veya imha edilecektir.

- Veri toplama sürecinde/süreçlerinde size rahatsızlık verebilecek herhangi bir soru/talep olmayacaktır. Yine de katılımınız sırasında herhangi bir sebepten rahatsızlık hissederseniz çalışmadan istediğiniz zamanda ayrılabileceksiniz. Çalışmadan ayrılmanız durumunda sizden toplanan veriler çalışmadan çıkarılacak ve imha edilecektir.

Gönüllü katılım formunu okumak ve değerlendirmek üzere ayırdığınız zaman için teşekkür ederim. Çalışma hakkındaki sorularınızı Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı'na (mail/tel) yöneltebilirsiniz.

Nuran SADIÇ
Ferizli Ortaokulu
Kemalpaşa Mah. Cumhuriyet Cad.. No:13
Ferizli/SAKARYA
İletişim:0555 185 9750

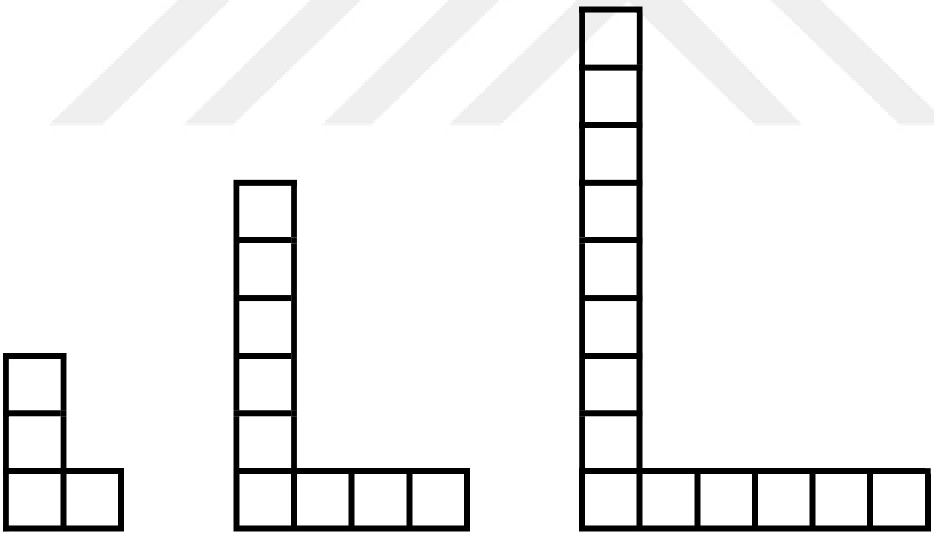
Doç. Dr. Dilek TANIŞLI
Anadolu Üniversitesi Eğitim Fakültesi
İlköğretim Matematik Eğitimi ABD
İletişim: +90 (222) 335 0580
e-posta: dtanisli@anadolu.edu.tr

Bu çalışmaya tamamen kendi rızamla, istediğim takdirde çalışmadan ayrılabileceğimi bilerek verdiğim bilgilerin bilimsel amaçlarla kullanılmasını kabul ediyorum.
(Lütfen bu formu doldurup imzaladıktan sonra veri toplayan kişiye veriniz.)

Yukarıda yazılı olan bilgileri okudum ve bu çalışmaya gönüllü olarak katılıyorum.
Öğrencinin Adı-Soyadı: …………………..............................
İmzası : …………………..............................
Tarih : …………………..............................

Ek 4. Matematik Argüman Yazımına İlişkin Öğrencilere Yöneltilen Sorular

1. Uzunluğu 200cm genişliği 240cm olan dikdörtgen şeklindeki bir mutfağın tabanına birbirine eş kare şeklinde fayanslardan en az 30 tane döşenebilir çünkü…………(düşüncenizi yazarak ve çizerek destekleyiniz.).
2. Boyutları 3cm, 4cm ve 6cm olan dikdörtgenler prizması şeklindeki kutulardan en az 26 tanesiyle bir küp oluşturulabilir çünkü……………….(düşüncenizi yazarak ve çizerek destekleyiniz).
3. Bir üçgenin birden fazla geniş açısı olabilir çünkü……….………. (düşüncenizi yazarak ve çizerek destekleyiniz).
4. Bir dörtgenin en fazla üç tane geniş açısı olabilir çünkü ……………….
(düşüncenizi yazarak ve çizerek destekleyiniz).
5. Aşağıdaki üç şekil eştir çünkü………… Benzerdir çünkü………. Hem eş hem benzerdir çünkü……………(düşüncenizi yazarak ve çizerek destekleyiniz).



Ek 5. . Klinik Görüşme Soruları

KLİNİK GÖRÜŞME SORULARI

…………………………………………………………………………………………………

(Bu bölümde öğrencinin matematiksel görev karşısında oluşturduğu matematiksel argüman yazısı yer alacaktır.)

Yukarıda oluşturduğun matematiksel argümanı bana okur musun?

Oluşturduğun matematiksel argümanda ne anlatmak istediğini açıklar mısın?

İşlem yapmadan bu argümanı destekleyecek başka argümanlar kullanabilir miydin?

Yanlış ya da doğruluğu konusunda oluşturduğun gerekçeler sence yeterli mi?

Anlatmak istediğini biraz daha açar mısın?

Böyle düşünmemene sebep nedir?

Sen oluşturduğun iddia ve gerekçelerin uyumlu olduğunu düşünüyor musun?

Eğer gerekçenin uyumlu olduğunu düşünmüyorsan bu oluşturmuş olduğunun iddianın yanlış olduğu anlamına gelmektedir?

Bu görev sana yazılı değil sözlü olarak verilseydi ve yine sözlü olarak açıklaman istenseydi nasıl açıklardın?

Ek 6. Anadolu Üniversitesi Sosyal ve Beşeri Bilimler Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Kurulu Karar Belgesi

Evrak Kayıt Tarihi: 17.04.2018 | Protokol No: 44923

Tarih: 31.05.2018

ANADOLU ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERÎ BİLİMLER BİLİMSEL ARAŞTIRMA VE YAYIN ETİĞİ KURULU
KARAR BELGESİ

ÇALIŞMANIN TÜRÜ:	Yüksek Lisans Tez Çalışması
KONU:	Eğitim Bilimleri
BAŞLIK:	Verilenlerden Yararlanabilme: Çocukların Matematiksel Yazılı Argümanları Detaylandırmaları
PROJE/TEZ YÜRÜTÜCÜSÜ:	Doç. Dr. Dilek TANIŞLI
TEZ YAZARI:	Nuran SADIÇ
ALT KOMİSYON GÖRÜŞÜ:	-
KARAR:	Olumlu

Prof.Dr. Coşkun BAYRAK
(Başkan-Eğitim Fak.)

Prof.Dr. T. Volkan YÜZER (Başkan Yardımcısı-Açıköğretim Fak.)	Prof.Dr. Esra CEYHAN (Eğitim Fak.)
Prof.Dr. Münevver ÇAKI (Güzel Sanatlar Fak.)	Prof.Dr. M. Erkan ÜYÜMEZ (İkt. ve İdari Bil. Fak.)
Prof.Dr. Handan DEVECİ (Eğitim Fak.)	Prof.Dr. Emel ŞIKLAR (İkt. ve İdari Bil. Fak.)

ÖZGEÇMİŞ

Adı-Soyadı : Nuran SADIÇ

Yabancı Dil : İngilizce

Doğum Yeri ve Yılı : Kırıkkale/1991

E-Posta : sadicnuran@gmail.com

Eğitim

- Lisans: 2009-2013 Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Anabilim Dalı
- Lise: 2005-2019 Osmangazi Fen Lisesi, Kırıkkale

İş

- 2018- Matematik Öğretmeni, Ferizli Ortaokulu
- 2016-2018 Matematik Öğretmeni, Toki Şehit Emre Bolat Ortaokulu, Eskişehir
- 2013-2016 Matematik Öğretmeni, Arif Nihat Asya Ortaokulu, Bozüyük/Bilecik