İSTANBUL İKTİSADİ VE TİCARİ İLİMLER AKADEMİSİ

YATIRIM OPTİMİZASYONU

(Doktora Tezi Çalışması)

Bekir Aroma

İstanbul

1977

İ Ç İ N D E K İ L E R

Sayfa

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

YATIRIMLARIN OPTİMİZASYONU

BEŞİNCİ BÖLÜM

SINIRLI HALLERDE YATIRIM OPTİMİZASYONU

Sayfa

BİRİNCİ BÖLÜM

GİRİŞ

1.1 ÇALIŞMANIN AMACI

Yalnızca etkin bir istihdam düzenleme aracı değil, fakat ekonomik büyümenin ve gelişmenin de başta gelen öğesi olan yatırımların ve yatırım programlarının eriştiği boyutlar, günümüzün ekonomik yaşamının bir özelliğini yansıtmaktadır.

Yatırımların, gelecekte, mümkün olabilecek en yüksek tatmin düzeyini sağlıyabilmeleri, onların en elverişli alanlarda ve en etkin bir biçimde düzenlenmiş olmalarına bağlıdır Düzenlenme optimal kaynak dağılımı sorununu içermektedir.

Özel yatırımlar, endüstriyel gelişmenin ana eksenini oluşturmuşlardır. Yatırımların bu konudaki başarılılıkları, onları sınırlıyan ve koşulluyan çerçeveye iyi bir uyum gösterebilmeleriyle mümkündür. Bu, bir taraftan boyut, diğer taraftan, sürekli teknik gelişme karşısında, süre sorununun çözümlenmesini gerektirir.

Süre boyutlarının yanında yatırımların, süreye bağlı olmıyan, birden çok sayıda boyutu vardır. Çok boyutluluk çağdaş endüstri düzeninin karmaşık yapısının sonucudur. Birden çok sayıda üretim faktörü ve yine çok sayıda bağlı ürüne ilişkin bilinmiyenleriyle yatırımların çözümü yeni geliştirilmiş yöntemlerle mümkün olmuştur.

İnceleme, geleceğin kesin bir şekilde tahmin edilebilirliği varsayımı karşısında, kantitatif ve daha çok mikro statik nitelikte bir yatırım optimizasyonu araştırmasıdır. Bu amaçla ekonomik tekniğin konuyla ilişkili araçları kullanılmıştır.

Literatürde özellikle makro ekonomik açıdan ve faiz, kapital, konjonktür teorileriyle karışık bir biçimde ele alınmış teorik yapının, mikro birimler için uygulanabilme olasılıkları ortaya konmuştur.

Birinci bölümün devamı ve ikinci bölümde, temel yapıları açıklamıya yönelik, kavramsal bütün yer almaktadır. Özellikle burada, nesnel bir olgu olarak yatırım olayı ile ekonomik amaca uygunluğunun saptanabilmesi için onun sonuçlarının değerleme birimleriyle belirtilmesi zorunluğu açıklanmıştır. Piyasa ekonomisine dayalı bir düzende fiyatlar elverişli değerleme ölçüleri ve maksimum kâr kaynakların optimal kullanımının bir göstergesi olabilecektir.

Üçüncü bölümün, çeşitleri açısından elverişli yatırımların saptanmasına ilişkin açıklamaları fırsatıyla konunun araçları verilmiştir. Araçların, uygulamada kullanılanlarla karşılaştırılmaları bu bölümde yapılmıştır.

Süreklilik varsayımından hareketle ve marjinal analizin temel düşünüşüne uygun bir biçimde, boyut ve süre açısından yatırımların optimizasyonu dördüncü bölümün konusunu belirlemiştir. Kâr maksimizasyonunun, kaynakların optimal kullanımının bir ölçüsü olabileceği kabul edilmiştir. Böylece optimizasyonda genel amaç tanımlanabilmiştir. Yatırımların fonksiyonel niteliklerinden yola çıkılan bu bölümde, yine süreklilik varsayımı göz önünde bulundurularak sınırlı hallere ilişkin çözüm şartları incelenmiştir. Süre açısından optimizasyon yöntemleri kısmı, çalışmanın, bir ölçekte, dinamik boyutlara sahip olan yeridir.

Sınırlı hallerde optimizasyon adını taşıyan beşinci bölüm teçhizat seçimi açısından optimal durumların incelinmesini içermekle birlikte, gerçekte, daha geniş bir kapsama sahiptir. Doğrusallık, bölünebilirlik ve konvekslik varsayımları geçerli olmak kaydıyla birden çok amaç ve araca sahip çok boyutlu yatırım problemlerinin çözüm aracı doğrusal programlama bu bölümde anlatılmıştır.

Konuların açıklanmasında yararlanılan, matematiğe ilişkin temel bilgilerin açıklanmasında iki ayrı düşünce biçimi etken olmuştur. Şöyle ki, matematik yapıya ilişkin bir kısım temel bilgilerin bilinebileceği ya da el altında bulundurulan herhangi bir matematik kitabında kolaylıkla onlara rastlanabileceği varsayılmıştır. Bu şekilde benimsenen temeller doğrudan doğruya kullanılmış ya da onlara ilişkin yüzeysel açıklamalarla yetinilmiştir. Buna karşılık, herhangi bir matematik kitabında daha güçlükle karşılaşılacağına inanılan bilgiler, gerekli olduğu kadarıyla, açıklanmıştır.

Açıklamaların pekiştirilebilmeleri için konuların içinde uygulamalar yer almıştır. Birbirlerinden farklılığı olan yöntemler için ayrı ayrı uygulamalar seçilmiş, aynı temele dayalı teknikler için ortak bir uygulama vermekle yetinilmiştir.

1.2 GENEL NİTELİKTE KAVRAMSAL YAPI

1.2.1 Ekonomik süreç ve belirleyicileri

Bir ekonomi, manevî unsurları (tinsel öğeleri) ihmal etmeden, özellikle maddî (özdeksel) alandaki ihtiyaçlarını tatmin amacıyla faaliyet gösteren bireyler topluluğudur (1). Bireylerin faaliyeti ekonomik faaliyet adını alır.

Bir ekonominin organizasyonu ve işleyiş biçimi bir

---

1. J. Tinbergen, Téchniques Modernes de la Politique Economique, Çev: L. de Azcarate, Paris, 1961, s. 3

dizi unsur ile açıklanabilir. Bu unsurlardan bir kısmı ekonomicinin ilgilendiği alanın dışındaki bir dünyadan gelir ve veri olarak tanımlanır. Veriler doğal, teknik, psikolojik, kurumsal ve uluslararası nitelikleri olan unsurlar tarafından meydana getirilmişlerdir. İklimler, alışkanlıklar, zevkler, yasalar, uluslararası fiyatlar, politik anlaşmalar bunların örneklerinden bazılarıdır. Bireylerin ekonomik faaliyeti bunları oldukları gibi kabullenmek durumundadır. Verilerin birer sonucu kabul edilen diğer unsurlar ekonomik faaliyetin unsurları, daha doğru bir deyişle ekonomik olaylar olarak adlandırılırlar. Ekonomik olayların kantitatif (niceliksel) ifadeleri ise ekonomik değişkenler adını alır. Üretim hacmı, fiyatlar, gelirler, harcamalar, kapital ve benzerleri ekonomik değişkenlerdir. Ekonomik olaylar, ekonomi bilimi tarafından, verilere ilişkin terimlerle, mantıksal olarak (2) açıklanabilir kabul edilirler.

Bir ekonomide politika sorumluları olarak tanımlanan bir ya da birden çok kuruluş vardır.

Verilerden bazıları belirli ölçekler dahilinde değişikliğe uğratılabilirler. Politika sorumluları tarafından değişikliğe uğratılabilen veriler ekonomi politikasının araçlarıdır. Değişikliğe uğratılamıyanlar diğer veriler şeklinde adlandırılırlar. Araçlar kalitatif (niteliksel) ve kantitatif olmak üzere bir bölümlemeye; kalitatif olanlar ise temellerde veya yapıda meydana gelen değişiklikler açısından bir alt bölümlemeye tabi tutulurlar.

Bazı diğer verilerin küçük ve tekrarlanan değişimleri karşısında, ekonominin uyumunu sağlatmak için kullanılan araçlar genellikle kantitatif özellikte araçlardır. Bunların örneklerini vergi oranları, iskonto yüzdeleri, karşılık hadleri v.b teşkil eder. Bu araçlar, aletler veya değişken aletlerdir.

---

2. ibid., s. 3

İnsan toplumunun, manevî değerlerle ilişkili olan veya insanlar arası temel ilişkileri düzenliyen temelleri vardır. Düşünce ve din hürriyeti, oy verme hakkı, mülkiyet hakkı, eğitim olanakları, gibi manevî değerlere ilişkin olanlarla, bazı gurupların ayrıcalığı, politikada ve üretimde erk genişliğinin ölçüsü, sosyal güvenlik şekillerinin bazıları insanlar arası ilişkileri düzenliyen temellere örneklerdir.

Mevcut vergilerin tipleri, tüketim mallarının bölüşüm sistemi, değişik endüstrilerin monopolleşme düzeyi gibi kalitatif ve sosyal gurupların ve kurumların sayısı, tüketilen ürün miktarı veya bir ekonominin gerçek zengiliğinin kantitatif bileşimi gibi niceliksel özellikteki unsurlar insan toplumunun yapısıdır.

Verilerin değişimleri karşısında, bir ekonominin uyum süreci doğa yasalarının, tekniğin, yasaların çerçevesi içindeki ekonomik birimlerin davranışlarından birinin ve diğer kurallarının bir neticesi olarak belirir. Bu davranışlar ekonomik bağıntılar veya denklemler helinde gösterilebilirler. Ekonomik bağıntılar, ekonomik olaylar arasındaki ilişkilere işaret eden bir deyimdir.

Bir ekonominin uyum sürecini, gerçeğin basitleştirilmiş bir görünümü olarak simgeliyen bağıntılar sistemi ekonomik modeller ismini alır. "Geniş kavramı ile her teori bir bakıma modellerdir"(3). Model sözcüğü aynı zamanda ekonomik birimin davranışının yapısı üzerine kurulmuş hipotezlerin de açık bir şekilde ortaya konulmuş ve bu hipotezlerin gerçeğin basitleştirilmiş bir ifadesi olduğunu gösterir(5).

---

3. Ahmet Kılıçbay, Kantitatif İktisat Teorisi ve Politikası, İstanbul, 1970, s.63

4. Modeller ve onlara ilişkin eleştiriler için bkz. Ekrem Özelmas, İktisat, C.1, İstanbul 1967, s.86

5. Tinbergen, Politique Economique, s.27

1.2.2 Ekonomik sorun

Ekonomik sorun, bireyin maddî alandaki amaçları ile amaca ulaştıracak araçları arasındaki kantitatif uyumsuzluktan doğar.

Tatmin edilme dürtüsü uyaran amaçlar, yani ihtiyaçlar tatmin araçlarına oranla çok sayıda; tatmin aracı ekonomik mal ve hizmetler ise kıttır. Ayrıca,

- ihtiyaçların şiddetleri farklılıklar gösterir,
- ihtiyaçlara ve yek diğerlerine oranla kıt olan mal ve hizmetlerin alternatif (değişik) kullanım olasılıkları mevcuttur.

1.2.3 Rasyonel davranış

Rasyonel davranış, ekonomik faaliyetin, göreli olarak sonsuz kabul edilebilen ihtiyaçları en yüksek düzeyde tatmin etmek amacına yönlendirilmesidir. Bu, kıt ve fakat alternatif kullanım olasılıkları mevcut mal ve hizmetlerin,

- tam ve
- etkin bir biçimde kullanılmalarını gerektirir.

Kıt kaynakların kullanımından maksimum sonuçlar elde etmek çabası ekonomik rasyonellik olarak ta tanımlanır.

Ekonomik rasyonelliğe, yani rasyonel davranışa seçimler yapılarak ulaşılır. Seçimler " klasik marjinal tahlil teorisinden ekonometrik planlama metodlarına kadar uzanan tahlil ve teorileri"(6) içerirler.

1.2.4 Karar verme

Soyut olarak,karar verme, uygulanması mümkün eylemler topluluğundan bir tanesini seçme demektir.

---

6. Vural Savaş, <u>Yatırım Kriterlerinden Doğrusal Programlamaya</u>, İstanbul, 1965, s.VII

Seçilen eylemin kendisi kararı teşkil eder (7).

Karar verme, tanımı yapılmış sonuçlara ulaşmak için gerçekleştiriliyor ise, bu sonuçlar amaç veya hedef olarak adlandırılır.

Eylemlerin sonuçlarını sıralamaya olanak veren kriterlerden birinin fonksiyonu olarak verilmiş karar, şayet en iyi diye tanımlanmış sonuçları kapsıyan eylemi seçmiş ise uygun (isabetli) karar verilmiştir ve seçilen eylemin kendisi uygun karardır. Seçilen eylem amacın bir fonksiyonudur ve matematiksel olarak amaç fonksiyonu diye tanımlanır.

Uygun karar verme yöntemi, uygulanması mümkün birden çok eylem biçimlerinden, en iyi diye tanımlanmış sonuçları doğuranını seçmek için uygulanan bir yöntemdir. Şu halde,

- uygulanması mümkün birden çok eylem mevcut olmalı,
- karar verme yöntemi, eylemlerden sadece, gerçekten uygulanacak olan bir tanesini seçmeli,
- seçim açıkca belirtilmiş bir amaca veya amaçlara erişilmesi için yapılmalıdır.

Yöntemin uygulanabilmesi için,

- uygulanması mümkün olan eylemlerin her birinin sonuçları, diğer bir deyişle, geleceğin değişik durumları tahmin edilmeli,
- karşılaştırılabilmeleri amacıyla sonuçlar belirli bir değer birimi ile değerlendirilebilmeli,
- uluşılması düşünülen amacı gerçeklemeye olanak verebilecek bir karar kriteri belirtilmelidir(8).

1.2.5 Nesnel olgu ve değer terimleri

Bir olayın, konunun, kendisine has nesnelerinin terimleriyle tanımlanabilen olgularına nesnel (objektif) olgu adı verilir.

---

7. Yukarıdaki ifadelerden seçmek ile karar vermek ve seçim ile kararın bir yönleriyle eşanlamlı oldukları ortaya çıkar.

8. I.J.D. Brosse, Prévisions et Décisions Rationnelles, Çev.P. Pascal, Paris, 1961, s.16

Örneğin, insanlar tarafından yürütülen her şekil değiştirme süreci, geniş anlamıyla, teknik üretimdir. Şekil değiştirme kavramının kendisi, bazı şeylerin (mal ve hizmetlerin), süreç içinde bütünleştikleri anlamını içerir. Süreç içinde bazı şeyler kendi kimliklerini kaybederler ve onları bir evvel ki yapan şekilleri artık kalmaz. Diğer taraftan, bazı diğer şeyler (mal ve hizmetler) bu süreçten doğarlar (9). Birinciler üretim faktörleri, ikinciler ise ürünler adlarını alırlar.

Teknik anlamıyla şekil değişikliği olarak tanımlanan üretim yalnızca fiziksel değişikliklerden ibaret değildir. Şeylerin yer değiştirmeleri (taşıma) mekân içinde yer değişikliği; şeylerin bir yerde saklanması (stoklama) zaman içinde şekil değişikliği olarak nitelendirilen üretim işlemleridir (10)

Yukarıdaki örnekte ürünlerin yararlılığı veya değerleri değil, sadece, şekil değiştirme sürecinin kendisine ilişkin terimlerle, bütünüyle nesnel olarak tanımlanabilen, nesnel olgular söz konusudur.

Bir olayın ekonomi bilimi içinde yer alabilmesi için, işin içinde değer terimlerinin bulunması gerekir(11). Bu takdirde olgunun unsurları kendi aralarında ve unsurlar, olgunun sonuçları ile karşılaştırılabilecek; değer yargılarına baş vurularak, eylemlerin sonuçları üzerinde karara varılabilecektir.

Bilimsel araştırmanın amacı, ortaya atılan sorun ve onun çözüm yöntemleri ile ilgili, herkesin tartışmasız kabulleneceği, objektif sonuçları elde etmektir. Pratik eylemler ve onlara ilişkin kurallar bu açıdan, bilimsel araştırmadan farklıdır.

Bilimsel araştırmanın çözümleri üzerinde doğru veya yanlış şeklinde yargılara varılır. Pratik eylemin kuralları

---

9. Ragnar Frisch, Lois Téchniques et Economiques de la Production, Çev. Marc Gilliard, Paris,1963, s. 3

10. Claude Abraham-André Thomas, Microéconomie, Paris,1966, s.1

11. Değer terimleri genel bir belirtiliş biçimi olup, kullanılmasına karar verilen değer terimi, özel olarak, değerleme katsayısı adını alır. Örneğin, piyasa fiyatları değerleme katsayılarıdır.

için ise, yargılar, iyi veya kötü şeklindedir. Kuralların geçerliği üzerindeki yargılar, onların yararlılıklarının bir fonksiyonu olarak verilirler. Yararlılık üzerindeki yargı ise, erişilmesi istenilen amacın bir fonksiyonu olan değerleme unsurlarına dayandırılır. Değerleme unsurları üzerinde bir fikir birliğine varılması beklenemez.

Genel anlamıyla kriter (ölçüt), doğruyu yanlıştan ayırmayı, karar vermeyi, sınıflamayı olanaklı yapmak için oyuna başvurulan temel ilke olarak tanımlanabilir ise, deneysel bilimler dahil, her türlü bilim dalında, doğruyu yanlıştan ayırmaya olanak veren, kriter niteliğinde bir sistem vardır. Kriter, bir postulattan hareket eden ve içinde, mantıksal geçerliği (12) üzerinde fikir birliğine varılmış, temel mantıksal işlemlere büyük ölçüde yer veren kurallar sistemidir. Bütün bilimsel araştırmalar, bu sistem içinde, araştırma ve deney unsurlarının seçimine ve mantıksal işlemlerin gerçekletirilmesinde şu ya da bu temel kurallar uygulanırsa, şu ya da bu sonuca varılır şeklinde çözümlenir. Bu temel kuralların seçiminde, bilinçli ya da bilinçsiz olarak, değerleme unsurlarına başvurulur. Böylece, kurallar, değer kriterleri olarak belirir. Bilimsel inceleme bu çıkış noktasına saptadıktan sonra yapılabildiğine göre, her inceleme tipinin kendisi, bu öncecillere bağlıdır (13). Önemli olan aksiomatik olanla, bilimsel nesnellikten elde edileni ayırtedebilmektir. Aksiomatik nitelikteki öncüllerin çok ve karmaşık olduğusosyal bilimlerde, özellikle ekonomi politikasında, bu ayırımı yapmak zordur.

Olayları sadece tanımlıyabilmek için bile, değerleme unsurlarına başvurulan ekonomide, ekonomik gerçeği, bütün ayrıntılarıyla bilimsel olarak göstermek, mümkün değildir. Burada bir seçim yapmak zorunluğu vardır. Seçim, sadece, belirli bir nesnel gerçeğin değil, yararlı olduğu yargısına varılan sonuçların da fonksiyonu olarak yapılmalıdır (14).

---

12. Mantıksal geçerlik konusunda bkz. Cemal Yıldırım, Mantık El Kitabı, İstanbul, 1976, s.16

13. Frisch, Lois de la Production, s.6

14. ibid.,s.7

Sınırları iyice çizilmiş özel problemlerde, postulatları kesinlikle belirlemek, genel problemlere oranla, daha kolaydır ve ekonomik analiz nesnel ve açık çözümlere genellikle varabilir.

1.2.6 Optimizasyon ve maksimizasyon

Sözlük anlamıyla optimum, bir şeyin en iyi diye tanımlanmış hali, bu halin belirtiliş biçimidir. Diğer bir deyişle, bir şeyin değişik hallerine göre en iyi diye tanımlananı, o şeyin optimum halidir. Optimum göreli bir kavramdır. Çeşitli yönleri ve değer yargıları açılarından en iyinin değişik tanımlarına göre değişik optimumlar vardır.

Optimum sözcüğü, daha evvel ki karar kısmında tanımı yapılan uygun karar verme kavramı ile birleştirilimirse, uygun karar verme, uygulanması olanaklı hareket biçimlerinden optimum sonuçları vereneni seçmek demektir (15). Optimum sonuçlara varan davranış biçimi optimal davranış veya optimal karardır.

Optimal kararı saptamak için kullanılan yönteme ise, optimalite araştırması veya optimalite analizi adı da verilir. Açık bir deyişle, optimalite analizi, uygun karar verme yönteminin bir diğer adıdır. Optimalite analizinin yaklaşımı, alternatifleri nazara almak ve bunlardan hangisinin amaca en yakın olduğunu, yani hangi kararlar en iyileridir veya optimaldir sorununu saptamaktan ibarettir (16).

Optimizasyon (optimalleştirme) ise, sonucun en iyi olarak belirmesi için, onun meydana gelmesinde etken olacak unsurları düzenlemek, "en iyi sonuca varma demektir"(17). Optimalite araştırmasını optimizasyondan ayırt edici özellik onun, bir durumun optimal olup ommadığını saptamaktan ibaret olan pasif tutumudur, denilebilir.

---

15. Optimal sonuç yerine optimal sonuçlar gibi çoğul bir ifade şekli, değer yargı ve kriterlerine göre değişik optimumların varlığına dikkat çekmek içindir.

16. W.J. Baumol, Théorie Economique et Analyse Opé - rationnelle, Çev. P.Patrel, Paris,1963, s.4

17. Kılıçbay, Kantitatif İktisat, s.307

Optimizasyon ise, aktif bir davranışla, sonuca optimum niteliğini kazandırma çabasıdır.

Eylemlerin sonuçları, belirli bir değer birimi ile açıklanabilir ve bunlardan en yüksek değere sahip olanı optimum olarak tanımlanırsa, optimizasyon işlemi, sonuca, maksimal bir nitelik kazandırma çabasıdır. Bu işleme maksimizasyon işlemi adı da verilir.

Optimal, optimum ve optimizasyon gibi terimler ekonomi terminolojisi içinde çoklukla yer aldığı için, ekonomik içerik kazanmışlardır.

Buraya kadar geldikten sonra, ekonomik faaliyet, sürekli bir optimizasyon işlemidir denilebilir.

Özetlenirse, optimalite analizini meydana getiren unsurlar,

- uygulanması mümkün eylemler,
- bunların sonuçları,
- maksimal bir değer kriteridir. Optimizasyon ise bir değer kriterinin maksimizasyonudur.

Yukarıdaki tanımlar çok yararlı ekonomik tekniklerin bazılarının temelini meydana getirirler ve bu çalışmanın alanının belirlenmesinde yardımcıdırlar.

1.2.7 Amaçlar ve değer kriterleri

Genel olarak, daha evvelki kısımlarda erişilmesi dilenen diye tanımlanan sonuç amaç olarak adlandırılır. Amaçlar değer yargılarının kriterlerine yaklaşabildiği sürece, onları elde etmek için verilen karar optimaldir. Amaçlar, dolayısıyla değer kriterleri ikiye ayrılarak incelenebilirler (18):

- sabit amaçlar,
- esnek amaçlar,

---

18. Tinbergen, Politique Economique, s.9

Sabit amaçlar değerleri sabit bir rakam olarak belirlenmiş olanlardır; örneğin, yılda 100 tonluk bir üretim kapasitesine ulaşmak gibi.

Amaç sabit rakam halinde belirtilmeyip, onun, rakamsal değeri çeşitli şartlara bağlı olarak değişebilecek, maksimum haline erişmek şeklinde saptanırsa, burada esnek amaçlı bir amaç mevcuttur. Şu halde, optimizasyon işlemleri esnek amaçlı işlemlerdir sonucuna varılabilir.

Evvelce, özellikle ekonomik konularda, değer kriterlerinin çokluğundan ve karmaşıklığından söz edilmişti. Birer ekonomik birim olan işletmelerde de değer kriterleri konusu teknik, ekonomik, psikolojik, kültürel, sosyolojik nitelikte unsurları beraberinde getirir.

İşletmelerin kriterler topluluğunun karmaşıklığına rağmen, genellikle, daha basit kriterlerle yetinilebilir (19). Bunları,

- bir miktarın maksimisazyon veya minimizasyonu şeklindeki kriterler,
- miktarların kıymetlerini gözönüne alan maksimizasyon veya minimizasyon şeklinde kriterler olarak belirtilebilir. İkinci türden kriterler, sadece miktarları değil, fakat fiyatları da bulunduran ifadeler şeklindedir. Bunlara nesnel sonuçlarla, eylemsel davranışın uygunluğunu sağlıyan kriterler de denilebilir.

Miktarları nazara alarak yapılanına teknik seçim, ikinci tür kriterleri göz önüne alanına ekonomik seçim adı verilebilir.

Karmaşık nitelikte karar verme hallerinde bile, ekonomik kriterler yardımıyla kararın saptanması oldukça kolaydır.

1.2.8 Ekonomik teknikler, politika

---

19. Hangi hallerde daha basit kriterlerin yeterli olduğu konusunda bkz. Jacques Lesourne, Téchnique Economique et Gestion Industrielle , 2.B, Paris,1971, s.3

Ekonomik teknik, ekonomik faaliyetin yöneticisine, kararlarında, temel olarak kullanabileceği unsurları sağlamayı amaçlıyan bilimsel bir yöntemdir (20). Bu unsurlar mümkün olabiliyorsa rakamsal ifadeleri, ekonomik, yani fiyatları nazara alan kriterlerin ışığı altında, mümkün değişik çözümlerin karşılaştırılmasının sonucu olarak belirirler. Bu yönleriyle ekonomik teknik, daha önce açıklanan uygun karar verme yönteminin kendisidir.

Matematiksel bir ifadeyle, ekonomik analiz, verileri bilinenler, ekonomik olayları ve değişkenlerini bilinmiyenler kabul eder. Başka bir deyişle ekonomik analiz, ekonomik olayları, verilerin fonksiyonu olarak açıklamıya yöneliktir. Ekonomi politikası ise, amaçları bilinenler ve araçları bilinmiyenler olarak göz önüne alır. Diğer deyişle ekonomi politikası, ekonomik araçları, amaçların birer fonksiyonu olarak saptamak gayreti gösterir (21).

Açıklanan özellikleri göz önüne alındığında ekonomik analizin açıklayıcı bir özelliğe, buna karşılık ekonomi politikasının normatif bir yapıya sahip olduğu ortaya çıkar. Ekonomi politikası olayların nasıl olduğunu değil, bir amacın gerçeklenmesi için, nasıl olması gerektiğini ortaya koyar.

Bütün bunlar birleştirilirse, genel anlamıyla karar alma işlemi, ekonomik açıdan, bir politik davranıştır ve uygulanmasında ekonomik tekniklerden yararlanır.

Yukarıdaki tanımına göre, ekonomik tekniğin iki yönlü sınırı vardır:

- ekonomik teknik, değişik sonuçların sıralanması fiyatlardan bağımsız olarak yapıldığında, karşılaştırma yapmaz,

- ekonomik ve ekonomik olmıyan unsurlar ağırlıklarını birlikte hissettirdiklerinde, ekonomik teknik durur.

---

20. ibid.,s.5

21. Ekonomik analiz ve ekonomi politikasının mantığı konusunda bkz. Tinbergen, Economie Politique, s.3

İKİNCİ BÖLÜM

YATIRIM

2.1 GİRİŞ

Yatırım programlarının kazandığı geniş boyutlar yaşadığımız çağın temel özelliklerinden biridir. Keynesgil düşüncenin etkisiyle, yatırım kavramı, mikro birimlerin çerçevesini aşmış; sadece işsizliğe karşı savaşın bir silâhı değil, büyüme ve gelişme politikasının etkin bir aracı haline gelmiştir.

Bir evvelki kuşağa göre bir sonrakine daha geniş ölçüler içinde yaşama olanağı veren yatırım, bir ucuyla kapital birikimi, diğer ucuyla üretime sıkı sıkıya bağlıdır.

Geçmişle gelecek arasında bir bağ kuran yatırım, yoksunluğun ve gayretin bir ürünüdür.

"Yatırım millî gelirde süratli ve çalkantılı hareketlere yol açabilecek olan hassas ve dinamik faktörü meydana getirir... Yatırımın bu bakımdan stratejik bir önemi ve mevkii olmak lâzım gelir (1)".

Yatırım kavramı oldukça karmaşıktır. Alman yazar L. Pack yatırım kavramının incelenmesi uğruna 194 sayfalık bir eser meydana getirmiştir (2).

Çalışmanın bu kısmı, daha çok, yatırım olayı ve kavramının açıklanmasına yönelik bir içerik taşır.

---

1. Sabri Ülgener, Millî Gelir, İstihdam ve İktisadî Büyüme, İstanbul, 1966, s.199

2. H. Peumans, Théorie et Pratique des Calculs d'Investissement, Paris, 1965, s.1

2.2 YATIRIM KAVRAMI

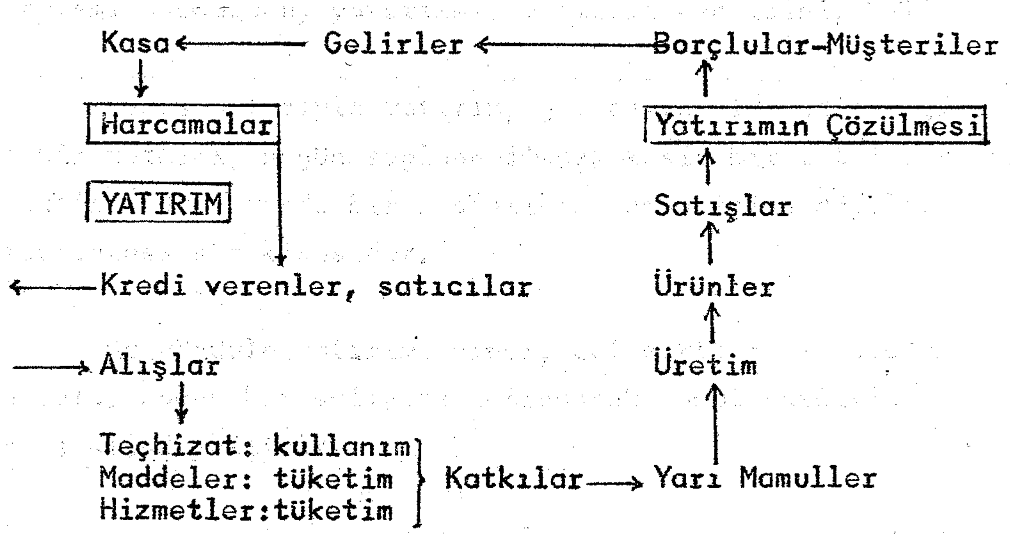
Güncel konuşma dilinde yatırım, hem finansal araçların somut varlıklara çevrilmesi şeklindeki bir eylemi, hem de bu eylemin sonucunu, yatırılmış varlığın kendisini, belirtir.

Geniş anlamıyla yatırım, gelecekte elde edileceği umulan bir tatmini, bugün sağlanabilecek kesin bir tatmine tercih etmektir (3). Burada bir kesinliğin zaman içine dağılmış umutlarla takası söz konusudur.

Bu yönüyle yatırım olayı, gelecekte gelir elde etmek amacıyla, bugün bir maliyete katlanarak somut varlıklar edinilmesi şeklinde belirir.

Yatırım olayının içinde yatırım yapan bir ekonomik birim, yatırılan nesne, bir yoksunluğun bedeli ve bir umudun değeri yer alır. Yatırım yapanın gözüyle yatırılmış nesne, amacın gerçeklenmesinde kullanılan bir arcçtan ibarettir.

Keynes'in çalışmalarının da etkisiyle, bazı yazarlar, yatırım olayının parasal yönünü vurgulamışlar ve yukarıdaki yönüyle yatırımda bir dönme süreci görerek, olayı aşağıdaki şema ile açıklamışlardır (4).



3. Pierre Massé, Le Choix des Investissements, 2.B, Paris, 1964, s.1
4. Peumans, Calculs d'Investissiment, s.2

Dönme sürecinin başlangıcı yani yatırım teçhizat, maddeler ve hizmet harcamaları şeklinde belirir; üretim sürecinin sonunda ve yaşam sürelerinin bitiminde hurda teçhizatın piyasaya akmasıyla son bulur.

2.2.1 Kapitalli üretim ve yatırım

Gelir, bir dönem boyunca üretim süreci içinde yaratılan net katkıdan, katkının meydana getirilişinde rolü olanlalara düşen paydır veya bu payın parasal değeridir. Bir başka açıdan gelir, sahibinin varlığı bir evvelki devrenin varlığına eşit kalmak şartıyla tüketilebilecek (5) veya tüketime harcanabilecek maksimum tutardır.

Gelirin tüketilmiyen kısmı tasarrufu meydana getirir. Yukarıdaki tanımlardan tasarrufun, tüketilmemiş ürünlerin mevcudiyetine neden olacağı açıktır.

Tüketilmiyen ürünler, bir sonraki devrede, evvelce ütilmiş ürün stokları olarak kabul edilirler. Şu halde evvelce üretilmiş ürün stokları varlıklarını tasarruflara borçludurlar.

Zaman ve üretim süreci üçinde evvelce üretilmiş ürün stokları, doğal kaynaklar ve emek gibi diğer üretim kaynakları ile birlikte biçim değişikliğine uğratılarak yeni ürünlerin üretimine neden olurlar. Evvelce üretilmiş mal stoklarının kendi içlerinde mevcut bağlılıkları onların önemli bir özelliğidir. Stoğu meydana getiren birimlerin çok büyük bir kısmı, üretimi gerçekliyebilecek biçimde birbirlerini tamamlarlar. " Stoğun kendi içindeki ilişkileri, yapılaşmış miktarlarının ilişkisi özelliğini taşır (6)".

Başka ürünlerin üretimine yönlendirilmiş evvelce üretilmiş ürün stokları mal-kapital adını alırlar. Diğer bir deyişle kapital " önceki üretim faaliyetleri sonucunda elde edilmiş ve fakat tüketim amacıyla kullanılmayıp, başka malların

---

5. J-R.Hicks, Capital et Valeur, çev.Mac Millan ve C. Ménage, Paris,1956,s.160

6. İdris Küçükömer, İktisat İlkeleri Üzerine,C.1, İstanbul,1964,s.100

elde edilmesine koşulmuş mallardır"(7). Somut malların parasal ifadeleri ise para-kapital olarak tanımlanabilir. Kapital aracılığıyla gerçekleştirilen üretim doğrudan üretimin karşıtı olarak kapitalli veya dolaylı üretimdir.

Özetlenirse, kapitalli üretim, yaratılan ürünlerin hemen tüketilmeyip tasarruf edilmeleriyle mümkündür. Bu tercihin nedeni, tasarruf yoluyla gerçeklenebilecek olan kapitalli üretimin, dolaysız üretime göre daha yüksek düzeyde üretim hacmı, somut olarak, daha fazla mal ve hizmet akımı sağlıyacağı gerçeğinin bilinmesidir. Bu "hayatın teknolojik bir gerçeğidir"(8). Sadece bu amaçla yapıldığı kabul edilebilirse, tasarrufun parasal ifadesinin, miktarca, para kapitalinkine eşit olacağı açıktır.

Özetlenenlerden çıkarılacak diğer bir sonuç kapitalli üretimin zaman faktörüne bağlı olduğudur. Doğrudan üretime göre dolaylı üretimin meydana getirdiği fazlalık kapitalin verimliliğidir.

Belirli bir devre için, kapitalli üretim, diğer bir deyişle evvelce üretilmiş mallar stokunun dönüşümü yoluyla elde edilen mal ve hizmetler akımı sınırlıdır. Daha yüksek düzeyde mal ve hizmet akımına erişmek, yeni bir kapasite yaratmak için kapital stokuna eklentiler yapmak gerekir.

Kapital stokuna eklenti yapmak için alınan her karar bir yatırım kararı, kapital stokuna eklentiler amacıyla her para kapital karşılığı mal kapital edinilmesi eylemsel yatırımı (9) ve belirli bir zaman süresi içinde kapital stokuna yapılan her eklentinin kendisi somut yatırımı ifade eder.

Buraya kadar açıklananlar, yatırım kavramının kapital birikimi ile ilişkili bir kavram olduğunu ortaya koyar. Ayrıca, bundan evvelki kısımda görünümü itibariyle ve değer yargılarıy-

---

7. Besim Üstünel, Ekonominin Temelleri, Ankara, 1969, s.31

8. Paul A. Samuelson, İktisat, çev. Y. Demirgil, İstanbul, 1966, 2.B, s.642

9. Ülgener, Millî Gelir, s.155'te bu olay "serbest ve seyyal kapitalin bağlı kapitale çevrilmesi" şeklinde tanımlanmıştır.

la ifade edilen yatırım olgusunun teknik ve nesnel içeriği ortaya çıkar.

2.2 numaralı kısımda görünümü itibariyle ele alınan yatırım olgusu, bu kısmın açıklamalarıyla birleştirilerek, yatırım teorisindeki harcamalar ve hasıla açısından yatırım tanımına varılabilir. Şöyle ki, yapılan harcamayı geri getirecek ve bir artık değer bulunduracak hasılayı elde etmek için yapılan her türlü harcama yatırımdır (10).

2.2.2. Yatırım ve Plasman

Yatırım ve plasman kavramları parasal zenginliğin iki değişik kullanım olasılığını gösterirler.

Plasman, daha önce mevcut olan bir kapital malı üzerindeki sahiplilik hakkının satın alınması şeklinde beliren işlemleri kapsar. Plasmanlar bazı yazarlar tarafından finansal yatırımlar olarak isimlendirilirler. Bu işlemlerin yatırım olarak kabullenilmesi ancak, yatırımın, " fert veya toplumun servetini teşkil ve temsil eden kıymetlere bir ilâve"(11) şeklindeki geniş tanımından hareketle mümkündür.

Yatırım kavramı ise, parasal zenginliğin, üretimle ve yeni bir kapital malı elde edilmesiyle sonuçlanıcak durumlarda kullanılması anlamına gelir. Ekonomik açıdan " bir harcamanın yatırım sayılabilmesi için yeni bir üretim kapasitesi yaratmak amacıyla yapılmış olması şarttır"(12).

2.2.3 Yatırım-üretim ilişkisi

Üretim sözcüğü, genellikle, mal ve hizmet olarak tüketicinin ihtiyaçlarını tatmin etmiye yönelik her türlü faaliyet olarak tanımlanır. Üretim süreci, üretken hizmetin üretim a-

10. Peumans, Calculs d'Investissement, s.6

11. Ülgener, Milli Gelir, s.203

12. Üstünel, Ekonominin temelleri, s.34

raçlarına dahil edilmesi ~~ve~~ uygulanması ile tüketiciye tatmin aracı halinde akıcak olan hasılanın (output) meydana gelmesi arasındaki süreyi kapsar (13). Üretim faaliyeti, ekonomik olarak, konulandan (input) daha yüksek değerli olacağı umulan bir ürün yaratmayı amaçlar (14). Amacın sağlanması, üretim tekniklerinden değişik şekillerde yararlanma olanaklarına bağlıdır ve olanakların değer birimleri ile belirtilen sonuçları arasından seçim yapmakla mümkündür. Bu seçimler teknik ve ekonomik üretimle ilişkilidir.

Diğer taraftan, üretim sürecinin başlangıcından beri, kapital mallarının meydana gelmeleri veya satın alınmalarını gerektiren her türlü harcama yatırım olduğuna; yatırım sonuçlarını ve sonunu üretim faaliyeti belirliyeceğine göre yatırım olgusu, her kademesinde, üretimin teknik ve ekonomik konularıyla yakın ilgili, bazı yönleri itibariyle onun fonksiyonudur.

2.3 YATIRIMLARIN SINIFLANDIRILMASI

Yatırımlar değişik açılardan sınıflandırılabilir. Sınıflandırmada ele alınan ana kriterler önemlidir. Örneğin J. Dean, kazanç kaynağı, rekabete etkisi, şekli, teknik değişme ile ilgisi, stratejik değerleri gibi kriterler nazara alınarak 250'ye yakın gurup oluşturulabileceğini söylemiştir (15).

2.3.1 Harcama va Hasılalarının zaman içinde dağılışlarına göre yatırımlar

Yatırımların bu sınıflandırılması F. ve Vera Lutz tarafından yapılmış ve nakit akışlarının zaman içinde dağılışları nazara alınmıştır. Buna göre yatırımlar üç tiptir (16).

---

13. Ülgener, Millî Gelir, s.200

14. Frisch, Lois dela Production, s.8

15. Atilla Gönenli, İşletmelerde Yatırım Kararları, İstanbul, 1969, s.26

16. Friedrich ve Vera Lutz, The Theory of Investment of the Firm, Princeton , 1951, s.5

Bu tür yatırımlarda ~~yatırım harcaması sadece bir tek~~ devrede (t_o) yapılmış, buna karşılık yatırım hasılası yine bir tek devrede, t_o devresinin sonunda veya herhangi bir t_n devresinde elde edilmiştir.

2.3.1.2 Sürekli girdili, anlık çıktılı yatırımlar

Belirli bir süre boyunca sürekli olarak yatırım harcaması yapılan ve hasılanın bir tek devrede geldiği yatırımlardır. Adı geçen yazarlara göre bu iki tip yatırım döner kapital yatırımını kapsıyan üretim sürecini açıklamaktadır.

2.3.1.3 Anlık girdili, sürekli çıktılı yatırımlar

Harcamaların bir tek devrede yapıldığı ve hasılasının uzun veya kısa bir süre boyunca, devre devre geldiği yatırımlardır. Yine yazarlarına göre, bunlar sabit kapitalli yatırımın simgesidir. Gerçekten çok sayıda değişik eserin yatırım anlayışı bu tanıma uygundur.

2.3.2 Amaçlarına göre yatırımlar

Yatırımlar yapıldıkları amaçlara göre sınıflandırılabilirler (18)

2.3.2.1 İkame yatırımları

İkame yatırımları, kapital mallarının, özellikle teçhizatın, uzun süre kullanılmalarının doğal bir sonucu olan aşınma ve sürekli bakım ve onarıma rağmen hatalı kullanımın bir sonucu olarak bozulma gibi içsel sebeplere ; teknik gelişmeler karşısında günü geçmiye uğrama (19) gibi dışsal sebeplere bağlı olarak yapılan yatırımlardır. Aşınma, yatırım hasılalarının giderek azalması ile sonuçlanan teknik bir olgudur. Buna karşılık bozulma kullanılmazlık halini veya teçhizatın onarım harcamalarının yeni teçhizatın bedelini aştığı hali belirtmektedir. İkame yatırımları bazı yazarlar tarafından, aynı

---

17. Girdi ve çıkti sözcükleri input ve output sözcüklerine karşılık olarak seçilmiştir ve burada yatırım harcamaları (girdi) ile yatırım hasılasını (çıktı) belirtmektedir. Yine anlık sözcüğü Frisch tarafından kullanılan point sözcüğünü karşılığı olarak kullanılmıştır. Bu konuda bkz. ibid., s.5

18. Joel Dean, Théorie Economique et Pratique Des Affaires Çev. George Ville, Paris,1959,s.723 ve Capital Budgeting, 7.B New York, 1964, s.86

19. Ülgener, Millî Gelir, s.2o2'de günü geçme demode olma deyiminin karşılığı olarak kullunılmış ve burada da kabul edilmiştir.

nitelikte bir varlıkta ikame, maliyet tasarrufu sağlıyan ikame, genişleme imkânı veren ikame şeklinde bir alt bölümlemeye tabi tutulmuştur (20).

2.3.2.2 Genişleme yatırımları

Bu tür yatırımlar talep artışını karşılamak için yapılırlar. Genişleme, belirli bir ürünün artan tüketimini karşılamak anlamında niteliksel veya bir imalât serisine yeni bir ürünün eklenmesi şeklinde niceliksel olabilir.

2.3.2.3 Yenilik getirici yatırımlar veya modernleştirme yatırımları

Maliyetleri ve özellikle el emeğine ilişkin maliyetleri düşürücü teçhizat yatırımları ile mevcut ürünlerde -onların daha basitleştirilmeleriyle fiyatlarını düşürmek, yararlılıklarını arttırmak, daha kaliteli imal edilerek kullanım sürelerini uzatmak şeklinde- düzeltmelere olanak veren yatırımlar veya yeni tür ürünlerin elde edilmesine yönelik yatırımlar bu sınıflamanın kapsamına dahildir.

2.3.2.4 Stratejik yatırımlar

İşletmeler açısından, teknik gelişmeninin ve rekâbetin doğuracağı riskleri önleyici yatırımlarla, sosyal düzenle ilgili gelişmelerden esinlenerek çalışanların yaşam düzeylerini yükseltmeyi amaçlıyan yatırımlar stratejik yatırımlar olarak tanımlanır.

2.3.3 Kapital Stokuna katkıları açısından yatırımlar

Bunlar daha ziyade ekonomi biliminin makro açıdan ele alınışında kullanılan terimlerle belirtilirler.

2.3.3.1 Safi (net) yatırımlar

Safi yatırımlar mevcut kapital stokuna bir devre boyunca yapılmış net eklentileri ifade ederler.

---

20. Gönenli, Yatırım Kararları, s.33

2.3.3.2 İkame yatırımları

Mevcut kapital stokunda meydana gelebilecek "günü geçmeleri ve her türlü hasar, bozulma olasılıklarına karşılık tutulan bir miktar ile" (21) kapital stokunun aynı düzeyde tutulması, aşınma ve eskimeleri karşılamak için yapılan yatırımlardır.

2.3.3.3 Gayrî safi (brüt) yatırımlar

Toplam yatırımın kıymetini belirtirler. Başka bir deyişle gayri safi yatırım net yatırımlar ile ikame yatırımları toplamına eşittir.

2.3.4 Geniş tanımlarına ya da ekonomik tanımlarına göre yatırımlar

2.3.4.1 Reel yatırımlar

Mevcut kapital stokuna yapılmış net eklentilerin bir diğer belirtiliş şeklidir.

2.3.4.2 Malî (finansal) yatırımlar

Parasal zenginliğin, mevcut kapital stoku üzerindeki sahiplilik hakkının satın alınmasında kullanılan harcamalar olup yatırımın geniş tanımı içine girer. Harcamayı yapan birim açısından yatırım olarak benimsenir. Malî yatırımlar ile reel yatırımlar arasındaki fark plasman ile yatırım arasındaki farka karşı gelir(22).

2.3.5 Yapılmalarına neden olan etkenler açısından yatırımlar

Bu tür yatırımlarıbirbirlerinden ayırdedici özellik , bunların millî gelirin bir fonksiyonu olup olmadıkları hususudur.

2.3.5.1 Bağımsız yatırımlar

Uzun vadeli büyümenin temelini oluşturan yatırımlardır.

---

21. Ülgener, Milli Gelir, s.202

22. isid., s.203

Tüketim ve satış miktarlarına başka bir deyişle millî gelir düzeyindeki değişmelere bağlı olmaksızın meydana gelen yatırımlardır. Millî gelirdeki değişikliklerin bir fonksiyonu olarak belirmezler. Bunlar:

- Kullanılmaları maliyetlerde bir düşmeye neden olacak yeni tekniklerin bulunması,
- Yeni pazarlar yaratan yeni mamullerin piyasaya sürülmeleri,
- Yeni enerji kaynaklarının bulunması,
- Nufus artışı gibi olguların sonuçları olarak belirirler. Özetle, ekonomik sistemin dışındaki faktörlere, özellikle kültürel faktörlere bağlı olarak doğarlar (23).

2.3.5.2 Uyarılmış yatırımlar

Millî gelir düzeyindeki değişikliklerin tüketim harcamaları ve satışlara yansımalarının bir sonucu olarak yapılan yatırımlardır. Satış miktarlarının artma yönünde gösterdiği değişikliklerden etkilenenler bu tür yatırımlara baş vururlar. Bir genellemeye giderek, bunlara, ekonomik etkenlerin sonucu olarak yapılan yatırımlar denilebilir. Bu etkenleri maliyetler, fiyatlar, faiz yüzdesi, kâr marjları arasındaki ilişkiledeki değişiklikler; iş hacmı ile üretim hacmı ve ekonomik sistemin diğer faktörleri arasındaki değişiklikler şeklinde özetlemek mümkündür.

2.3.6 Kapital Stoğundaki artışların cinsleri açısından yatırımlar

Sınıflama, kapital stoğundaki artışları , değer olarak değil, somut mallar olarak nazara alır ve somut malların cinsleri itibariyle yatırım çeşitlerini belirtir.

2.3.6.1 Teçhizat yatırımları

Üretimin gerçekleşmesinde, onu kolaylaştırmak hatta mümkün hale getirmek gibi büyük rolleri olan makine, alet, tesis ve binalar bu gurubun bünyesindeki yatırımlardır. Bu yatırımlar verimli yatırımlar olarak ta isimlendirilirler.

---

23. Peumans, Calculs d'Investissement, s.16

2.3.6.2 Konut yatırımları

Ekonominin üretim hacmını genişleteceği varsayımıyla bunlar da mal kapital kabul edilmekte ve gerçeklenmeleri için yapılan harcamalar yatırım olarak nitelendirilmektedir.

2.3.6.3 İşletme varlıklarında artışlar sağlıyan yatırımlar

Mevcut hammadde, yardımcı madde, yarımamul ve mamul madde stoklarındaki artışları açıklıyan yatırımlardır. Stok artışları"toplum açısından döner kapital artışı olarak kabul edileceği için onları da bir çeşit yatırım saymak gerekir"(24). Bunda, Pareto'dan beri aynı nesnenin farklı iki devrede kullanıma hazır bulunmasının,ekonomik açıdan, iki farklı malı teşkil ettiğinin bilinmesinin de rolü olsa gerekir (25). Başka bir deyişle, herhangi bir devrede kullanıma hazır iken tüketilmeyip bir başka devrede kullanıma hazır bulundurulursa, bu iki devredeki aynı mal birbirlerinden farklı iki ayrı mal olarak kabul edilir.

2.3.7 Etkileri itibariyle yatırımlar

Son yıllarda üzerine dikkat çeken sınıflandırmalardan biri J. Lesourne tarafından ileri sürülmüştür (26). Bunlar:

2.3.7.1 Küçük yatırım

İlâve ürünün satış fiyatı yatırımın büyüklüğünden bağımsız ise, yani, onun bir fonksiyonu değilse yapılan yatırım küçük yatırımdır. Gerçeklenen yatırımlardan biri veya birçoğu gelecek devrelerdeki fiyat sistemi üzerinde hiçbir değişiklik meydana getirmiyecektir. Küçük yatırımlar bu varsayım nedeniyle birbirlerinden bağımsız olarak incelenebileceklerdir. Birbirleri ardına gerçeklenmeleri kendilerine özgü rantabiliteyi bozmıyacaktır. Böylece, yeni bir kömür madeninin işletmeye açılması veya yeni bir çelik işleme ünitesi, kömür veya çelik fiyatlarını değiştirmiyecekse küçük yatırım sayılacaklardır.

---

24. Üstünel, Ekonominin temelleri, s.34

25. Pierre Massé, Le Choix des İnvestissements, 2.b,Paris, 1964,s.3

26. Lesourne, Gestion Industrielle, s.503

Ekonomi teorisi, özellikle, çevresi üzerindeki etkileri ihmal edilebilecek küçük yatırımlarla ilgilenir ve bunlar göreli olarak kolay yöntemlerin kullanımına olanak verirler.

2.3.7.2 Büyük yatırımlar

Önemli yatırımlar olarak ta nitelendirilebilecek bu yatırmlarda ise, fiyatlar yatırımın büyüklüğüne bağlıdırlar. Yatırım tarafından meydana getirilecek ürünün, yatırımın öneminin sonucu olarak, kendine özgü bir talep eğrisi bulunacaktır. Küçük yatırımların aksine, büyük yatırmların incelenmesi, ekonomi teorisinde güç sorunları da beraberinde getirir. Bunların incelenmesinde ekonomik bağımsızlık gibi soyutlamalar yapılamaz.

2.3.8 Bireyin doğal çevresine etkileri açısından yatırımlar

Alfred Sauvy'nin üzerlerine dikkati çektiği (27) bu tür yatırımla, bireyin doğal çevresi ile ilişkileri üzerinde sonuçlar doğurmalarına göre sınıflandırılmışlardır.

2.3.8.1 Entansif Yatırımlar

Bireye oranla onun doğal çerçevesini büyüten ve nüfus optimumunu yükselten yatırımlardır. Örneğin, yeni maden kaynaklarının veya enerji kaynaklarının bulunması gibi.

2.3.8.2 Ekstansif yatırımlar

Entansif yatırımların tam tersi sonuçlar doğuran yatırımlar ekstansif yatırımlardır. Emekten tasarruf eden teçhizat bu tür yatırımlara örnek olarak gösterilebilirler.

Yukarıda yapılan sınıflandırmaları çoğaltmak mümkündür. Niteliksel, niceliksel sonuçlarına, finansal araçları açılarından ele alınmalarına, zaman içinde etkileri ve sonuçlarına göre değişik kriterlere göre ele alındıkları ve ekonomi biliminin çeşitli dallarında değişik isimlerle anıldıkları için birbirlerinden farklı gibi görünecek bu diğer sınıflandırmaların çoğunun, içerikleri ortaya konulduğunda, yukarıdaki sınıflandırma-

---

27. Massé, Le Choix des Investissements, s.6

larla hemen hemen eşdeğer oldukları görülecektir.

2.4 YATIRIMLARIN VA KARARLARININ İNCELENMESİNDE YARARLANILACAK MODELİN KURULUŞU

Daha önceki bölümlerde yatırımların, ne şekilde sınıflandırılmış olurlarsa olsunlar, bir ortak yönlerine dikkat çekilmiştir. Bu ortak yön yatırımların fiziksel yönüdür. Yatırımların her türlüsünde, yatırılan bir şey (nesne) ve fiziksel veya manevî (tinsel) kişiliğe sahip bir yatırım yapan mevcuttur.

Yatırımı yapan kesin bir tatmini, ileride elde edeceğini umduğu tatminlere, diğer bir deyişle kesinliği bir umuda yeğlemektedir. Tercihin nedeni, ileride elde edeceğini umduğu tatminin, bugünkinden daha yüksek düzeyde olacağı umududur. Yatırılan şey bu umudun gerçeklenmesinde kullanılan bir araçtan ibarettir. Daha yüksek düzeyde tatmin ise yatırım yapanın amacıdır.

Bu içeriğe sahip olan yatırım olgusunda, yatırımların her türlüsünde, gözle görülür bir olay, amacını gerçeklemek için, yatırım yapanın, somut malların edinilmesini sağlıyacak bir takım harcamalara katlandığıdır. Bu yönleriyle yatırımlar bugünki harcamaların gelecekteki gelirler uğruna yapılması, maliyetin faydaya tercihi, şeklinde belirir. Şu halde bu özelliğin varlığı yatırım kararlarında etken olacaktır.

2.4.1 Yatırım Olgusunun nakit akışları şeklinde ifadesi

Genellikle bir yatırım bir veya daha fazla dönem içindeki harcamaları va hasılaları kapsar.

Bir taraftan yapılan harcamalar yatırımın; yatırım ise, üretimin gerçeklenmesine olanak verecektir. Diğer taraftan üretimin sonuçları, belirli bir süre için; her devrenin hasılaları dizisi şeklinde belirecektir. Her devrenin hasılası ile yatırım harcamaları arasındaki fark ise yatırım yapanın gelirini oluşturur. Dolayısıyla, gelir yatırım işleminin de sonucunu belirleyen bir faktördür. Şu halde, yatırım, bir dönemin harcaması ve sonraki dönemlerin bir dizi geliri olarak benimsenebilir

Bir dönem süresince elde edilen gelirlerin parasal değerlerinin ölçülmesi bir takım zor sorunların çözümlenmesini gerektirir.

Gelir geleneksel muhasebe yöntemlerine ve "tahakkuk esasına göre tutulan hesaplar neticesinde" (28) bulunabilecek bir büyüklüktür. Buna göre, daha ilerideki devrede nakit olarak elde edilebilecek bir tutar, bu tutarın elde edilişine hak kazanıldığı devrenin geliri olarak kaydedilir. Denilebilir ki, gelir muhasebe kurallarının ve vergi kanunlarının bir fonksiyonu olarak belirir. Diğer taraftan, sonraki bölümlerde açıklanacağı gibi, yatırımla ilgili analizlerde daha önemlisi nakitin elde edileceği devredir. Bu anda potansiyel olanak açığa çıkmış ve yatırımın sürekliliği hakkında kesin karar almak mümkün hale gelmiştir.

Gelirin muhasebe yöntemlerine göre saptanması,

- gelirin gerçekleştiği döneme,
- yatırım konusu kabul edilebilecek giderlerin hangileri olduğuna ve bunların amortismanına,
- uygulanılacak amortisman yöntemine,
- stok hareketlerinin ölçümlenmesinde kullanılan değerleme yöntemine,
- stoklara yüklenebilecek sabit, değişken, dolaysız, dolaylı satış ve yönetimle ilgili maliyetlerin saptanmasına (29) ilişkin konularda anlaşmazlıkları da beraberinde getirir. Değişik ilkelere göre saptanacak gelir, aynı yatırımın analizinde, farklı yargılara varma sonucunu doğurabilecektir.

Sayılan sakıncaları nazara alındığında, yatırım olgu-

---

28. Ahmet Demirel, Yatırım Projelerinin Değerlendirilmesi ve Türkiye, Doktora tezi, İstanbul, 1970, s.9

29. H. Bierman jr. ve S.Smidt, Yatırım Projelerinin İktisadî Analizi ve Finansmanı, 2.B, Ankara, 1970, s.97

kabullenmek gerekmiş ve yatırımların sonuçlarının nakit akımları ile gösterilebileceği varsayılmıştır. Bir devrenin nakit akımı, o devrenin nakit girişleri ile yine o devrenin nakit çıkışları arasındaki farktır.

Bir dönem süresince yatırım için yapılmış her türlü nakit harcamaları, muhasebe açısından yatırım kavramına dahil olsun ya da olmasın, o dönemin nakit çıkışı; yine bir dönem içinde yatırımın neden olduğu her türlü nakit girişleri nakit girişi olarak kabul edilecektir. Vergiye konu ise, girişin vergiden sonraki nakit girişi olarak anlaşılması gerekir (30).

Yatırımın yaşam süresi tamamlandığında, mevcut tesislerin bir satış değeri varsa (hurda değer), bu hurda değerin de ait olduğu yılın nakit girişlerine dahil edilmesi gereklidir.

Nakit çıkışlarına sebep olmamaları şartıyla yatırımın bünyesine dahil ediliyorlarsa, alternatif değerleri olmayan varlıkların yatırım tutarına eklenmemesi gerekir.

Yatırımların sonuçları yukarıdaki kavramlarla gösterildiğinde, gelir ve gider kavramlarının farklı tanımlarından doğacak olan yargı farklılıkların önüne geçilmiş olur.

Yeni kavramlar göz önünde bulundurularak, yatırımlar, gelecekteki devrelerde yeterli nakit akımı elde etme umuduyla mevcut kaynakların yönlendirilmesi şeklinde tanımlanabilir (31).

Matematiksel olarak nakit çıkışları (-) işareti ve nakit girişleri (+) işareti ile gösterilirler. Bu takdirde bir devrenin nakit akımı, nakit girişleri ile nakit çıkışlarının cebirsel toplamı olarak tanımlanabilecektir.

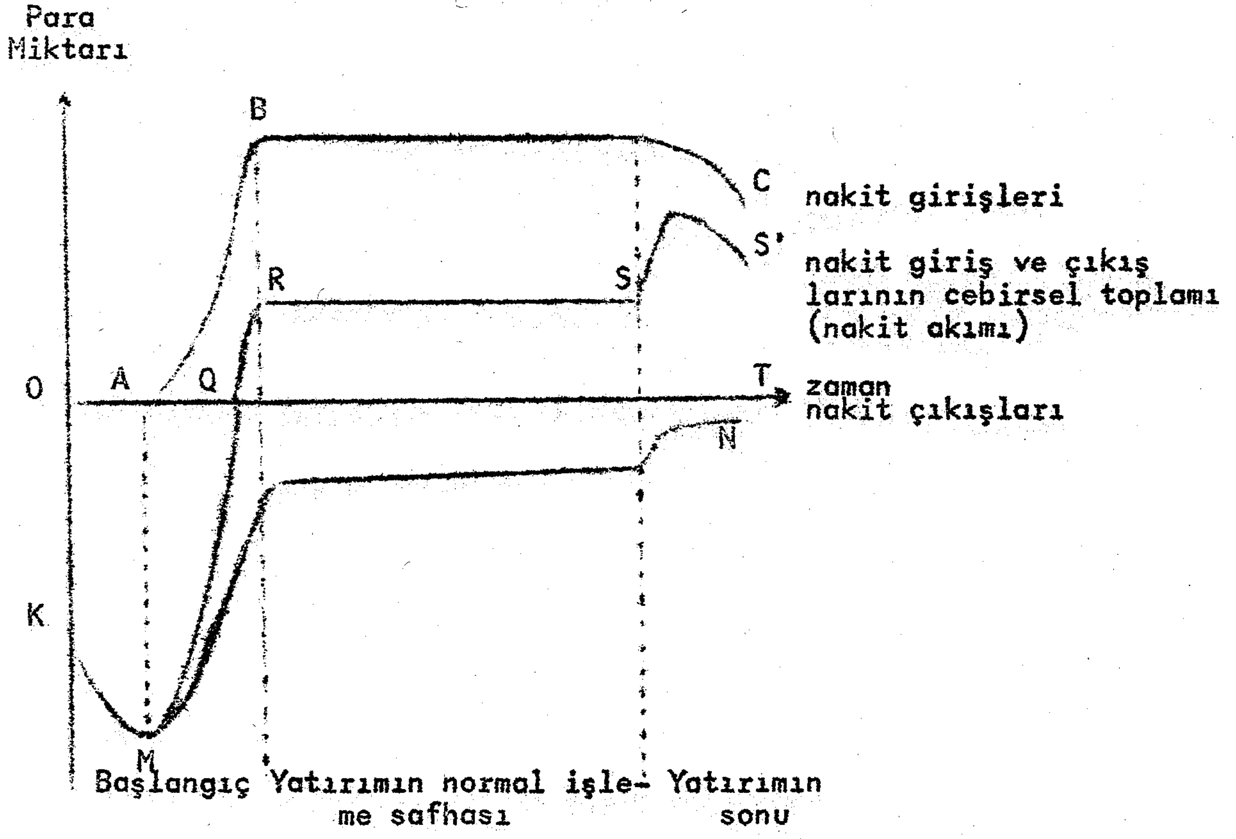
Nakit akımlarının genellikle devre sonlarında meydana geldiği kabul edilmekte ve devre uzunluğu bir yıl olarak göz önüne alınmaktadır. Yatırımalrın incelenmesine daha gerçekçi bir yaklaşım kurmak icin, devreleri daha kısa süreler kabullenmek, hatta nakit akımlarının sürekli olarak meydana geldiklerini varsaymak mümkündür.

---

30. bkz. Bierman-Smidt, Yatırım projelerinin İktisadî Analizi, s.6

31. Karşılaştırınız Demir, Yatırım Projelerinin Değerlendirilmebi s.11 ve ibid., s.5

Yatırımlar, gösteriliş kolaylığı göz önünde tutularak, sürekli nakit akımları halinde ve zamanın bir fonksiyonu olarak aşağıdaki gibi gösterilebilir (şekil 2.1)



Şekil 2.1 Yatırımın grafik gösterilişi

Şekilde, OABC eğrisi nakit girişlerini göstermektedir. Girişler tesislerin meydana getirilişi süresince mevcut değildir; bu özellik eğrinin OA kısmı ile belirtilmiştir. Eğrinin tırmanışı ve daha sonra, yatırımın normal işleyişinde beliren nakit girişleri BC kısmı ile gösterilmiştir. KMN eğrisi ise yatırım boyunca gerçekleştirilen harcamaları(nakit çıkışları) simgelemektedir. İki eğrinin (OABC ile KMN) her devre için belirttikleri değerlerin cebirsel toplamı, yani, nakit akımları veya bir anlamıyla kâr (32), MQRS' eğrisi ile yansıtılmıştır. Eğrinin MQ kısmı negatif nakit akımlarının, QRS' kısmı ise pozitif nakit akımlamının ifadesidir. Eğrinin RS kısmının aynı düzeyde seyretmesi, nakit akımlarının birbirine eşit büyüklükler halinde belirdiği varsayımına işaret etmektedir, Bu var-

---

32. Her ne kadar tamamıyla para şeklinde belirtilemezse de, yatırımlarda, potansiyel olanağın saptanması ve kaynak kullanımının bir kriteri olarak kârın bu ifadesiyle yetinmek mümkündür.

sayım yatırım analizlerinin gerekli bir varsayımı değildir.

T = yatırımın yaşam süresi (yatırımın ekonomik ufku olarak ta nitelendirilebilir)

R_t= herhangi bir t devresinin nakit akımı,

r_t= herhangi bir t devresinin nakit girişi,

d_t= herhangi bir t devresinin nakit çıkışı olmak üzere herhangi bir devrenin nakit akımı veya devreler itibariyle yatırım olayının sonuçları, parasal ifadeleriyle,

$$R_t = r_t - d_t \quad (t=0,1,2,3....,T) \qquad 2.1$$

eşitliği ile gösterilebilir

Nakit akım dizilerine ilişkin terimlerinin özellikleri bakımından yatırımlar ikiye ayrılırlar. Şöyle ki, nakit akım dizilerinin terimleri başlangıçta negatif değerler daha sonraki devrelerde pozitif değerler halinde beliriyorsa bu tür yatırımlara klasik tür yatırımlar adı verilir. Buna karşılık nakit akım dizisi terimleri yatırım süresi boyunca, devreler itibariyle, sürekli olarak işaret değiştirebiliyorsa bunlar özel yatırımlar olarak tanımlanır. Özel yatırım nakit akım dizisinin terimleri önce negatif, sonra pozitif, daha sonra yine negatif veya pozitif değerler şeklinde belirebilir. Bu tür nakit akımları daha ziyade, yaşam süreleri içinde, bazı devrelerde, yeni teçhizat harcamalarının yapıldığı yatırımlar için geçerlidir.

Klasik yatırım ile özel yatırım ayırımı, daha sonra ki bölümde ele alınacak olan yatırımların verimlilik oranları üzerindeki incelemelerde önem kazanır.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

YATIRIM KARARLARI
- Optimizasyon araçları-

3.1 GİRİŞ

Bundan sonraki kısımlarda ele alınacak ekonomik sorun mevcut kaynakların, " geçmişin mirasının" (1), tatmin edilecek bugünki ihtiyaçlarla yarınkiler arasında üleştirilmesi ile ilgilidir.

İhtiyaçları tatmine yönelik mal ve hizmetler, ihtiyaçlara göre kıt ve fakat alternatif kullanma olasılığı olan varlıklardır. Mal ve hizmetlerin sınırlılığınını nedeni, onların üretilmesinde kullanılacak üretim faktörlerinin, ekonomik kaynakların (2), sınırlı olmasıdır.

Sınırlı kaynaklardan en yüksek hasılanın elde edilmesi, onların, önce tam ve sonra etkin ve verimli kullanılmaları ile gerçeklenir.

Etkin kullanım, kullanım alanları ve kaynakların alternatif kullanım olasılıkları itibariyle en yüksek yararlılığı sağlıyanını seçmekle mümkündür. Yararlılık, bir değerleme katsayısı örneğin para ile ölçülebilir. Bu açıdan, serbest piyasa ekonomisinin geçerli olduğu bir ortamda, fiyatlar sistemi yararlılığın saptanmasında kullanılabilicek en etkili araçtır. Böylece parasal açıdan en yüksek yararlılık tüketicinin bir çeşit oylarıyla belirecek, dolayısıyla en yüksek tatmin sağlanacaktır.

---

1. Hicks, Valeur et Capital, s.117

2. Üstünel, Ekonominin Temelleri, s.11

Alternatif kullanım olanakları o günkü teknik bilginin, alternatif üretim yöntemlerinin bir fonksiyonudur. Başka bir deyişle teknik bilgi alternatif kullanım olanaklarının sınırlarını belirler. Dolayısıyla etkin kullanım, bir yönüyle, teknik bilgi ve mevcut üretim yöntemlerinin bir sonucudur.

Gelecekteki daha yüksek tatmin umudunu bugünkü kesin tatmine tercin anlamında yatırım olgusu, kapital birikimi ile başlayıp üretimle sonuçlanan zincirin orta halkasını oluşturur. Yatırım, kapital birikiminin oluşturulmasındaki amacı, kıt kaynakları alternatifler arasından en yararlı sonucu verecek olanına yönlendirerek gerçekliyebilecektir. Bu yönüyle yatırımlar etkin kaynak kullanımının aracıdırlar.

Bu yükümlülüğün sorumlusu olan yatırım yapan, yatırımı gerçekledikten sonra onun doğurduğu sonuçları eleştirmeğe kalkışacaksa fırsatı kaçırmış olur. Yatırım yapma kararı safhasında tamamiyle hür olan yatırımcı, kararını gerçekleştirdiğinde, o ana kadar serbest ve akışkan olan kapital artık bu özelliklerini kaybetmiş, yapılaşmış karakteriyle belirli bir alanda ve belirli bir teknikle üretime hazır kapital haline gelmiştir. Bu noktadan sonra bir başka türlü eylemin içinde bulunmak, uzun bir süre için, hemen hemen mümkün olmıyacaktır. Mal kapitalin uzun bir süre, birden çok devreye yayılan nakit hareketlerine sebep olma özelliği onların dayanaklı mallar olarak nitelendirilmelerine neden olmuştur. Hür sözcüğüyle, yatırımcının, üretimde kullanılacak alternatif yöntemin saptanmasında, dolayısıyla, teçhizat seçimindeki serbestliği amaçlanmıştır. Seçilmiş teçhizatın bir fonksiyonu olarak beliren hammaddeler ve hizmetlerin seçiminde serbestlik mevcut değildir. Nitekim teoride, yatırım kararları, sadece teçhizata uygulanması gerekli normlar olarak meydana çıkarlar (3).

Yukarıdaki açıdan olaya bakılınca, yatırım olgusunda en önemli safhayı, yatırımın eylemsel safhası değil, onun kullanım şeklini saptayan yatırım seçme safhasının oluşturduğu görülür. Gelişmenin temel unsuru kapital hiç olmazsa teçhizat

---

3. Peumans, Calculs d'Investissement, s.19

kapitali değil, fakat bireylerin beceriklililiği yani onların kullanım biçimlerini saptamaktaki isabetlilikleridir(4).

Çalışmanın bundan sonraki kısmında rasyonelliğin elde edilmesi için yatırımcının nasıl davrandığı değil, rasyonel karar verebilmesi için, teorik olarak, nasıl davranması gerektiği açıklanacaktır. Bu amaçla rasyonel kararların saptanması yöntemi kararların yapıları ve içerikleri ne olmalıdır hususu araştırılmıştır.

3.2 YATIRIM KARARLARI

Daha evvelki kısımda da değinildiği gibi optimal karar, değişik eylemlerin doğuracağı sonuçlardan en iyi diye tanımlanmış olanını seçme anlamına geliyordu. Optimal kararın verilebilmesi için,

- değişik eylem biçimleri mevcut olmalı,
- eylemlerin sonuçları bir değer ünitesi ile tanımlanabilmeli,
- sonuçlardan birinin en iyi olduğunu saptıyabilecek bir karşılaştırma faktörü veya bir değer yargısı kriteri mevcut olmalıydı.

Bu takdirde en iyi diye tanımlanmış sonuçları elde etmek amacına, onu doğuracak eylemin seçilmesine ulaşılacaktı. Paralel olarak optimal yatırım kararı da , bir değer yargısı kriterine göre, en iyi sonuçları doğurabilecek yatırımın gerçeklenmesiyle sonuçlanacak biçimi seçmektir. Evvelce de bahsedildiği gibi bir optimalite analizinden ibaret olan bu safhada ekonomik tekniklerden yararlanılacaktır.

Analizin yürütülmesi için, yatırım olgusunda bütün olasılıkları saymak; ikinci olarak herbirinin sonuçlarını incelemek ve üçüncü olarak her sonucu değerlendirmek yani birini diğeriyle veya bir değer kriteriyle karşılaştırabilmek için onlara birer değer vermek gerekir.

---

4. P.Rosensthiehl-A.Gouila-Houri, Les Choix Economiques, Paris, 1960, s.3

Değişik davranış biçimleri, teçhizat faktörlerinin ve teknik bilginini olanak verdiği alternatif üretim olanakları ile sınırlıdır. Nitekim, yatırımlar arasındaki tercih başlıca iki problemden ibarettir (5):

- hangi sektöre ilişkin yatırım yapılacağı,
- yatırımın hangi üretim fonksiyonuna göre yapılacağı.

İki problem arasındaki farklılık ancak görünürdedir. Çünkü sektörün tayininde de en önemli faktör geçerli olan teknik ve alternatif üretim yöntemlerinin mevcut olmasıdır (6).

Yatırım kararları, tekniğe ve üretim yöntemlerine bağlı olarak doğacak sonuçların belirli bir değer kriterine göre yargılanması sonucu alınacaktır. Daha evvelki yatırım tanımlarından da anlaşılacağı gibi " yatırım... bir devrenin başından ileriye doğru" (7), diğer bir deyişle geleceğe yönelik bir eylemdir. Bu nitelikleriyle yatırım kararlarında " bir kesit tahliline değil, akım tahliline ihtiyaç vardır." (8)

Yukarıdaki düşünceden hareketle, yatırım kararlarının alınmasında, onların parasal sonuçları olarak tanımlanan, nakit akımlarının kullanılabileceği açıktır. Nakit akımları, negatif nakit akımlarını, yani, yatırımın başlangıç harcamalarını, pozitif nakit akımları yani yatırımın işleyişinden meydana gelecek para girdileri ile ilişkilendirerek, incelemeye elverişli kavramlardır.

Karar yöntemlerinde ilk sorun, ileride meydana gelecek nakit akımlarının tahmininde ortaya çıkar.

3.2.1 Nakit Akımlarının Tahmini ve Belirsizlik

Yatırım problemlerinin çözümlenmesinde kullanılacak nakit akımlarının tahmini, gelecekte yer alıcak para çıktılarının ve girdilerinin bilinmesine bağlıdır.

---

5. Vural Savaş, Yatırım Kriterlerinden Doğrusal Programlamaya, s.4

6. ibid.,s4

7. Ülgener, Millî Gelir,s.231

8. ibid., s.231

Olayların büyük bir kısmında yatırımın doğuracağı para haraketlerini bilmek çok güçtür hatta mümkün değildir. Geleceğin tahmininde belirsizliğin ölçüsü, nazara alınan sürenin uzunluğuna paralel olarak artar.

Nakit akımlarının bilinmesinde etken olan faktörleri, içten gelme (endojen) ve dıştan gelme (egzojen) faktörler olarak ayırmak mümkündür. Endojen faktörler daha çok kısa vadede etken ve egzojen faktörler uzun vadede etken olarak kabul edilirler.

Kısa vadede etkileyebilir faktörleri (9) :
- tüketici talebi,
- tüketici talebini etkiliyen tüketim fonksiyonundaki ani değişiklikler,
- yatırım malının o gün kullanılan miktarı ve stok miktarı,
- yatırımcının finansal gücü ve olanakları olarak ve uzun vadede etkileyici faktörleri de,
- tüketici talebinin uzun vade içindeki değişmeleri,
- yatırımcının ve diğerlerin elinde bulunan üretim araçları oranı,
- nufus gelişmesi ve dağılımı,
- zevk, moda, alışkanlıklar,
- teknik bilgi düzeyinde ve teknolojide değişmeler,
- gelecek tarihlerde üretim maliyetlerinin gelişmesi,
- teçhizat ve stoklardaki değişmeler,
- para, vergi politikalarındaki değişiklikler
- dış ticaret rejiminin yapısı,
- politik durumlar olarak saymak mümkündür.

Sayılan faktörlerin gelecekte sahip olacakları durumlar hemen hemen belirlenemediğinden, bunlara bağlı olarak değişecek nakit akımları da belirsizlik şartları içinde geçecektir.

9: ibid.,s.243

Belirsizlik kavramının ayırıcı özelliğini ortaya koyabilmek için onu, belirlilik ve risk kavramları ile birlikte kısaca ele almakta yarar vardır. Klasikleşmiş tanımlarına göre(10):

Bir durumun gelecekte sahip olabileceği sonuç kesin olarak saptanabiliyorsa tam belirlilik hali mevcuttur. Buna karşılık bir durum gelecekte değişik sonuçlar doğurabiliyorsa, fakat bu değişik sonuçların ayırd edici özellikleri ve bunların belirmesine ilişkin olasılıklar önceden belli ise ortada risk vardır. Yine bir durumun gelişmesi değişik sonuçlara ulaşmakla beraber, sonuçların özellikleri ve bunların belirmesi olasılıkları objektif olarak, önceden saptanamıyorsa bu belirsizlik halidir.

Yatırımlara ilişkin para giriş ve çıkışlarının dağılımı ve aynı şekilde bunlara bağlı olasılıklar bilinmemektedir. Dolayısıyla, belirsizlik şartları içinde bir yatırım seçme olasılığı yok gibi görünmektedir. Yatırımcı kararlarını tam bir karanlık içinde verecek demektir.

Bu ikilem yatırım kararlarında önemli bir noktaya işaret eder ve onu yok etmek güçtür. Bu noktadan sıyrılmak için kullanılan yöntem, özetle, belirsizlik durumlarına riskimsi (risk benzeri) bir nitelik kazandıracak işlemler uygulamaktır (11). Riskimsi durumu riskten ayırd edici özellik, riskimsi durumların açıklanmasında kullanılan olasılık kavramının tanımından çıkarılabilir. Burada olasılık, yatırımcının " herhangi bir olayın ortaya çıkması hakkındaki kanaatinin ölçüsüdür"(12). Sübjektif niteliğiyle buradaki olasılık, objektif olasılıktan ayrılır.

Yatırım kararlarının alınmasında belirsizliğin göz önünde bulundurulmasını içeren tahmin teknikleri, yatırım kararları ile ilişkili yöntemlerin dışında bir özelliğe sahip olduk-

---

10. J.T.S. Porterfield, Coût du Capital et Choix des Investissements, Çev. V.Renard, Paris,1969,s.97

11. Bu konuda geniş açıklama için bkz.Massé, Choix des Investissements,s.197

12. Bierman-Smidt, Yatırımların Projelerinin İktisadi Analizi, s.181

larından ele alınmamıştır. Çalışmada bu açıdan kabul edilen önemli bir varsayım, geleceğin tam olarak bilinebilirliği hakkındadır. Yatırımın meydana getireceği nakit akımları tam olarak tahmin edilebilirler kabul edilmiştir. Bu davranış normatif bir model kurmak için faydalıdır.

3.2.2 Nakit Akım Dizilerini Sıralama Ve Karşılaştırma Yöntemleri

Yatırım kararında amaç en iyi sonucu vereni (13) seçmekti. Öyle ise, ekonomik olarak, yatırımlar arasından seçim, onların sonuçları kabul edilen nakit akım dizilerinden, en iyi diye benimsenebilecek, birini tercih etmekten ibarettir.

Seçim yöntemi, önce, yatırımların yarattıkları artık değeri belirliyen nakit akım dizilerini sıralıyabilmeli, diğer bir deyişle artık değerleri itibariyle karşılaştırma yapabilmelidir.

3.2.2.1 Mutlak sıralama yöntemi

Örnek olarak A ve B gibi iki yatırıma ilişkin nakit akım dizileri ele alınmış olsun. Şayet A yatırımının birikmiş (kümüle) nakit akımları, her devre için, B yatırımının, her devre için birikmiş nakit akımlarının üzerinde veya bazı devreler itibariyle eşit oluyorsa, A yatırımının tercih edileceği açıktır. Yani,

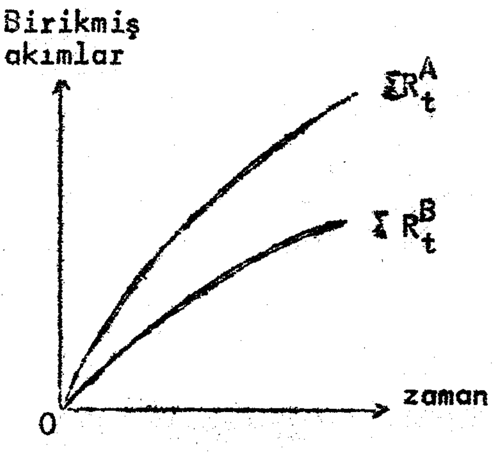
$t = 1, 2, \ldots, T$ 'nin herbiri için, ayrı ayrı

$\sum_t R_t^A \geq \sum_t R_t^B$ gerçekleniyorsa (şekil 3.1) , örneğih,

$t = 3$ için $\sum_{t=1}^{3} R_t^A \geq \sum_{t=1}^{3} R_t^B$ ise ve bu özellik her devre için mevcutsa, diziler arasında açık bir sıralama olduğu söylenebilir.

---

13. Yatırımların amacı, gelecekte daha yüksek fayda ya da tatmin düzeyi olarak tanımlanmıştı. Şu halde, şimdilik, en iyi sonuç yatırımlar arasından en yüksek artık değeri yaratanınki olarak benimsenebilir.



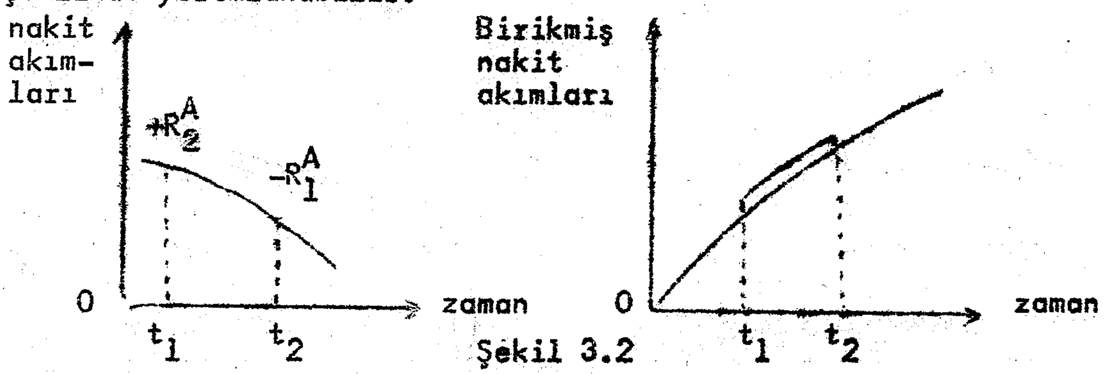
Şekil 3.1

Ancak, yukarıdaki ilişkinin varlığını saptamak ve bunun grafiğini belirlemek için nakit akımları dizilerinde bir takım değişiklere başvurmak gerekecektir. Değişiklikler yapılmadığında, yatırımların birikmiş nakit akımları eğrileri, bazı devreler itibariyle birbirlerini kesebilecektir.

İşlemlerin gösterilebilmeleri amacıyla yalnızca A yatırımı ele alınmış olsun: (14)

Önce pozitif nakit akımları bölgesi göz önünde bulundurulursa, değişiklik t_2 döneminin R_2^A pozitif nakit akımını t_1 devresine öncelemektir -yani $+R_2^A$ 'yı t_1 de ve $-R_1^A$ 'yı t_2 de nazara almaktır-. (şekil 3.2). Herhangi bir ekonomik varsayıma dayanmadan yapılan düzeltme mutlak bir düzeltmedir.

Aynı şekildeki düzeltme negatif akımlar bölgesindeki t_1 'in harcamasının t_2 'ye ötelenmesi şeklinde düşünülebilir. t_1 ' in negatif ve t_2 'nin pozitif bölgede bulunması halinde yapılan değişiklik t_1 ' deki harcamayı azaltan bir hasıla öncelemesi veya t_2 'deki hasılayı azaltan bir harcama ötelemesi şeklinde yorumlanabilir.



Şekil 3.2

14. Massé, Choix des Investissements, s.7

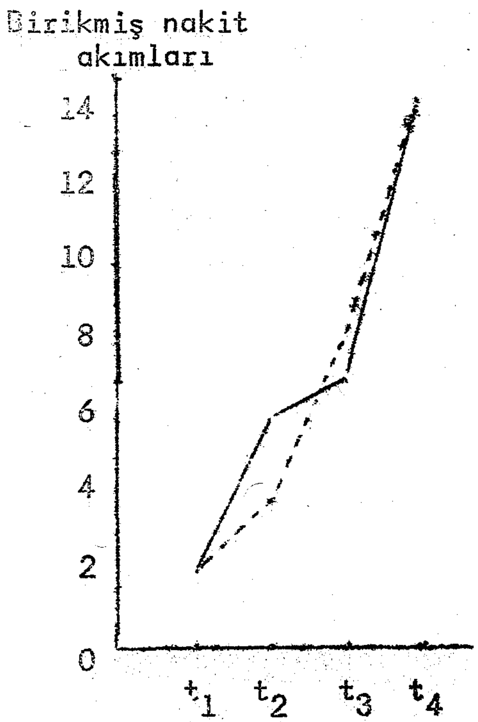
Ard arda benzeri işlemlerle A yatırımının hiçbir zaman ilk R_t^A eğrisinin altına ve özellikle diğer yatırımın eğrisinin altına düşmeyecek yeni bir birikmiş nakit akımları eğrisi elde edilebilir.

Açıklanan yönteme ilişkin basitleştirilmiş bir örnek aşağıdadır:

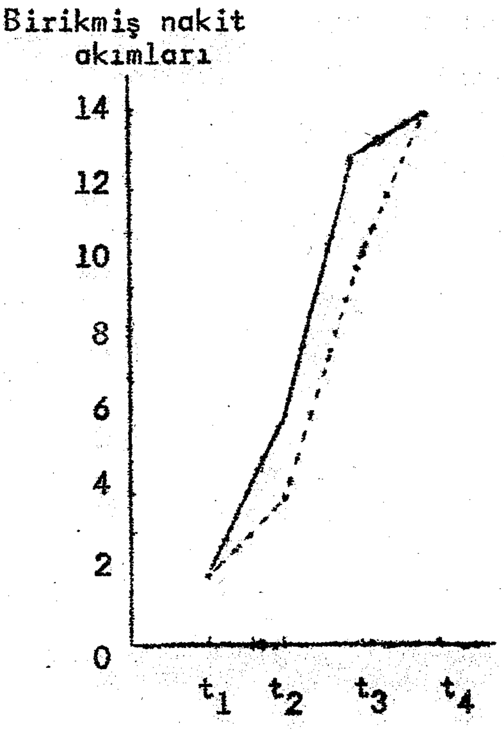
	t_1	t_2	t_3	t_4
A	2	4	1	7
B	2	2	4	6

Böylece belirtilmiş A ve B yatırımına ilişkin birikmiş nakit akım eğrileri şekil 3.3 teki gibi olacaktır ve eğriler birbirleri kestikleri için daha iyi olanın saptanması mümkün olamıyacaktır. Buna karşılık gerekli düzeltmeler yapılarak elde edilebilen yeni çizimler ikisi arasındaki karşılaştırmayı mümkün hale getirecektir (şekil 3.4)

	t_1	t_2	t_3	t_4
A	2	4	7	1
B	2	2	6	4



Şekil 3.3



Şekil 3.4

Açıklanan karşılaştırma yöntemi, değişimlerin, hiçbir parasal masrafa (15) neden olmadan yapılabileceği varsayımına dayanmaktadır.

Ekonomik varsayımlardan soyutlanmış bu sıralama yöntemi ekonomik faaliyetin çizdiği çerçeve içinde cereyan eden yatırım olgusu için çok kaba bir ölçektir.

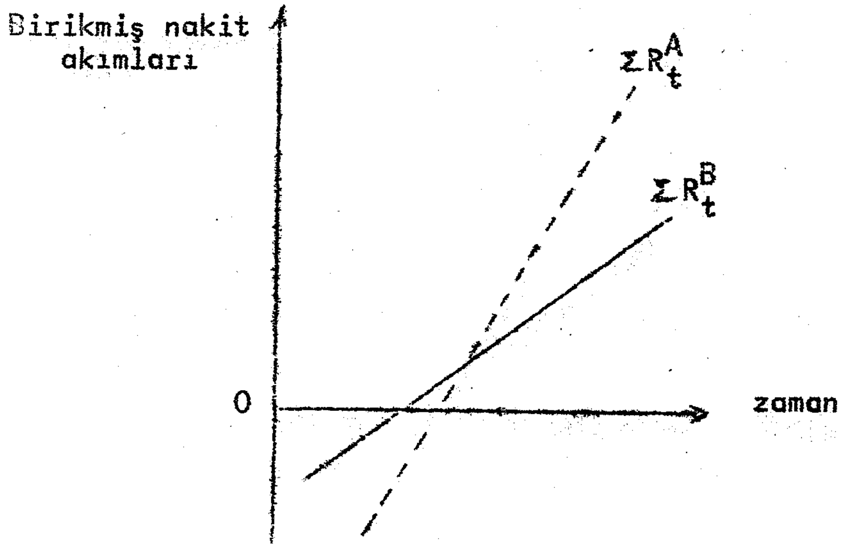
Yöntemin bir ikinci varsayımı, her türlü yatırımın, birbirlerini kesmeyen birikmiş nakit akımları eğrileri ile karşılaştırılabileceği hakkındadır. Oysa bunun aksini ortaya koyabilecek somut örnekler çoktur.

Bir yatırımın yapılıp ya da yapılmaması şeklinde olumlu veya olumsuz karar alınması sorunu örnek olarak alınmış olsun. Olumlu kararın, yatırım yapmak kararının, sonuçlarını belirleyen R_t^A dizisi başlangıçta negatif nakit akımlarına daha sonraları ise yatırımın neden olduğu pozitif birikmiş akımlara sahip olacaktır. Buna karşılık olumsuz yani yatırım yapmamama kararının meydana getireceği akımın terimleri sürekli olarak sıfıra eşit olacaktır. Bu ise iki diziyi temsil eden eğrinin zorunlu olarak kesişeceklerini ortaya koyar.

Başlangıçta daha büyük nakit çıkışlarına ve fakat sonradan daha büyük pozitif nakit akımlarına neden olan A yatırımı ile başlangıçta A'ya göre daha küçük nakit çıkışlarına ve sonradan A'ya göre daha küçük pozitif nakit akımlarına neden olan B yatırımı bir diğer örnek olarak verilebilir. Burada da her iki eğrinin kesişecekleri açıktır. Her iki halde de dizilerden hangisinin tercih edilebilir olduğunu söylemek, bu yöntemle güçtür. Şekil 3.5 bu iki örneğe ilişkin grafik gösterilişi ifade etmektedir. Birinci örnekteki yatırım yapmamaya ilişkin R_t^B dizisi t zaman ekseniyle çakışıktır.

---

15. Parasal masraf ileride kapital maliyeti adı altında açıklanacaktır.



Şekil 3.5

Buna karşılık yatırımların, değişik devreler itibariyle, bu şekilde beliren nakit akımlarının ne diziler itibariyle toplamaları ne de karşılaştırılmaları doğrudan doğruya yapılabilir. Çünkü fiziksel görüntülerinin benzerliğine rağmen, herhangi bir devrede kullanılabilir olan bir lira diğer herhangi bir devrede kullanılabilir olan bir lira ile eşdeğer değildir. Daha evvelki devrenin bir lirası ile daha sonraki devrenin bir lirası iki ayrı varlıktır. Bunların, ortak bir birim ile değerlendirmeden, doğrudan doğruya toplanmaları ve karşılaştırılmaları mümkün değildir. Eşdeğerliğin sağlanabilmesi için yine fiyat sistemine başvurmak gerekir. Burada göz önüne alınacak fiyat, paranın zaman değerini belirten piyasa faiz yüzdesidir.

3.2.2.2 Faiz Yüzdesi

Piyasa faiz yüzdesi " sağlam bir ödünç için ödenmesi gereken" (16) ve belirli bir dönem için verilen ödüncün belirli bir yüzdesi ile ifade edilen gelirdir. Ödünç sözcüğü, en geniş anlamıyla , bir miktar paranın bir süre için bir başkasına devredilmesi anlamını taşır. Başkasına bırakılan paranın, para kapital olarak kullanılabileceği, dolayısıyla üretken bir nitelik kazanabileceğinin bilinci, bu şekilde yaratılacak artık değerden pay istenmesi hakkını doğurabilir ki bu husus çağdaş faiz kavramının belirmesinde temel etkendir.

---

16. Samuelson, İktisat, s.644

Her ne kadar faiz kavramının tanımında sağlam sözcüğü yer almaktaysa da daha evvelce değinilen geleceğin niteliksel, niceliksel ve zaman açısından belirsizliği karşısında faiz, bünyesinde, riziko payını bulundurur. Faizi sadece riziko payı olarak tanımlıyan teoriler ekonomik literatürde yaygın bir yer tutar (17). Belirsizlik karşısında faizin riziko payı bulundurmasının nedeni "eldeki bir kuş ile karşı damdaki iki kuşun karşılaştırılması" (18) şeklindeki bir benzetmeyle de açıklanmıştır.

Faiz, başka türlü bir davranışta bulunulmadığı sürece, parasal zenginliğin sahibine getirebileceği gelir olarak düşünülebilir. Bunun karşıtı olarak ta parasal zenginliğin ödünç verme dışındaki bir yere harcanması halinde kaybedilen bir geliri ekonomik deyimiyle alternatif maliyeti belirtir.

Faiz, parasal zenginliğin başkasının kullanımına verilmesine razı olunması için talep edilen gelir ve riziko payı olarak tanımlandığında, veren açısından eşdeğerlik ifadesi aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

(i) faiz yüzdesini belirtmek üzere, bugünün (1) lirası bir sonraki devrenin $1 + i$ lirasına, yine bugünün (1) lirası bileşik faiz esasına göre t devre sonrasının $(1 + i)^t$ lirasına eşdeğerdir. Karşıt olarak t devrenin (1) lirası bugünün $\frac{1}{(1+i)^t}$ lirasına eşdeğerdir. $\frac{1}{(1+i)^t}$ lira (1) liranın t devrelik iskontolu değeri veya (1) liranın bugün için ifade ettiği değer, kısaca (1) liranın peşin değeri olarak tanımlanır. Bu ifade gelir açısından ise, bugün verilen (1) lira t devre sonra $(1+i)^t$ lira olarak geri gelecektir veya t devre sonra (1) lira geri almak için bugün $\frac{1}{(1+i)^t}$ lira vermek gerekir şeklinde belirtilebilir. Diğer bir açıdan yine

---

17. Hicks, Valeur et Capital, s.125

18. Bierman - Smidt, Yatırım Projelerinin İktisadî Analizi, s.58

$^1/_{(1+i)^t}$ lira (1) liranın, alternatif maliyeti nazara alınarak bugün için ifade ettiği değerdir.

Denilebilir ki, belirli bir miktar paranın değeri, vadesi belirtilmemiş ise, bir anlamdan yoksundur.

3.2.2.3 Yatırımlar ve Faiz yüzdesi

Yatırım teorisinde önemli bir yeri olan faiz yüzdesi, bir evvelki kısımda açıklanan özellikleriyle, şimdiki zamanla gelecek arasında hesapsal bir bağ olma niteleğindedir. Buna karşılık yatırılmış malın kendisi ise, gelecekle bugün arasındaki fiziksel bağı oluşturur.

Faiz yüzdesi yardımcılığıyla farklı tarihlerde meydana gelen nakit akımlarının bugün için ifade ettikleri eşdeğer büyüklükler hesaplanabilecektir. Bir bakıma aynı ortak paydayla belirtilen nakit akımlarının kendi aralarında toplanabilmeleri, sıraya konulabilmeleri ve karşılaştırılabilmeleri ve böylece yatırım kararlarının alınması mümkün olur.

Yatırım kararlarının alınmasında temel etken olan faiz yüzdesinin kaç olarak kabul edilmesi gerekliliği önemli bir sorun olarak ortaya çıkar. Çünkü, ekonomik olarak, yatırımların faiz yüzdesine karşı özel bir duyarlılıkları vardır ve bütün yatırım kararları bu yüzdeye bağlıdır.

Teorik olarak, tam bir kapital piyasasının mevcut olduğu ekonomilerde, faiz yüzdesi tek bir rakam olarak belirir. Böyle bir ortamda bütün ekonomik birimler aynı (i) faiz yüzdesi ile borç verebilir veya alabilirler. Bu yüzde borcun gerçeklendiği t_1 tarihi ile borcun ödeneceği t_2 tarihine bağlı olarak değişir. Bunun teorik sonucu olarak $t_1 - t_2$ gibi her mümkün tarih çifti için ayrı bir faiz yüzdesi mevcuttur. Önemli olan, aynı iki tarih arasında, her ekonomik birim için faiz yüzdesinin tekliğidir (19). Faizin tekliği tam bir

---

19. Abraham - Thomas, Microéconomie, s.176

piyasa ekonomisinin ve özellikle gelecek hakkında kesin tahmin yapma olanağının varlığını gerektirir.

Faiz yüzdesinin tekliği uygulamada gerçekleşmiş değildir. Uygulamada borç verilen ve alınan paranın faiz yüzdeleri, aynı devreler itibariyle, eşit olmadığı gibi borcun ve kredinin cinsine, ödeme şekillerine göre farklılıklar gösterirler. Borç paranın yönlendirildiği kapital mallarının farklı özellikleri ve farklı üretkenlikleri, taşıdıkları risk unsurları, yaşam sürelerinin farklılığı aynı devreler itibariyle farkı faiz yüzdelerinin belirmesine neden olur. Farklı özelliklere sahip malların değerlerinin aynı yüzde üzerinden hesaplanması mümkün değildir.

Farklı yüzdelerin varlığının nedeni, gerçekte, bir tek kapital piyasasının değil, aksine herbirinde kendilerine özgü faiz yüzdelerinin geçerli olduğu, birden çok, kısmî kapital piyasalarının mevcut olmasıdır. Böylece toplam kapital talebi ve arzı aynı piyasada karşılaşmamaktadır.

Gerçekten farklı faiz yüzdelerinin varlığının yanı sıra, yatırımcının faizi alternatif maliyet açısından ele alışı, sorunu daha karmaşık hale getirebilir. Yatırım kararını veren açısından (i) faiz oranı yatırımdan beklenen verimliliği ifade eder. Beklenen verimlilik yüzdesinin yatırımcının zenginliği ile orantılı olarak arttığı varsayılabilir. Buna göre her yatırım yapanın sahip olduğu olanakları değerlendirmek için kullandığı psikolojik yüzdeler cümlesi vardır. Yine de bu sübjektif nitelikteki yüzdenin tayininde, piyasada beliren faiz oranlarının payları vardır denilebilir.

Yatırım kararlarında kullanılan faiz yüzdesinin sübjektif bir yönünün de olması karşısında, bu yüzde kapital maliyeti olarak tanımlanmış (20) ve faiz yüzdesine oranla tanımının kapsamı genişletilmiştir. Bu kavram son yılların ekonomik ve

---

20. Porterfield, Coût du Capital, s.6

finansal literatüründe giderek yaygınlaşan bir ilgi görmektedir.

Çalışmada kapital maliyetinin saptanmasına ilişkin çapraşık işlemler bir kenara bırakılarak, yatırım kararlarında kullanılan yüzdenin tekliği ve bu yüzdenin devreler itibariyle değişmediği varsayımı kabul edilmiştir(21). Yine yatırımların bu yüzde üzerine bir etki yapmıyacağı varsayılmış ve piyasa faiz haddine eşitliği kabul edilmiştir.

3.2.2.4 Net Bugünkü değer Yöntemi ve Sıralama

Yatırımları simgeliyen nakit akımlarının sıraya konulmasındaki temel sorun, onların değişik devrelerde meydana gelmesinden doğmaktaydı. Değişik devrelerdeki nakit akımlarının farklı büyüklükler olarak benimsenmesi, onları sıraya koymaya ve karşılaştırmaya engel bir durum ortaya çıkarıyordu. Dolayısıyla en yüksek artık değeri veren yatırımı seçmek güçleşiyordu.

Bunlara karşılık faiz yüzdesi değişik devreler içinde meydana gelmiş nakit akımlarının belirli bir devre için değerlerini ifade edebiliyordu. Şu halde nakit akım dizilerinin, yatırım kararının verildiği devre için için ifade ettiği değerler hesaplanabilir.

Gelecekte meydana çıkacak nakit akımlarının bugün için ifade ettikleri değeri bulmak, diğer bir deyişle onları peşin değerlerine indirgemek nakit akımlarının kendi aralarında toplanmalarını ve toplamlar itibariyle karşılaştırılmalarını olanak içine sokacaktır. Başka bir deyişle bir tercih dizisine sahip olunabilecektir. Yöntemin değişik anılışlarını net bugünkü değer yöntemi, peşin değere indirgeme yöntemi, kapitalizasyon yöntemi ve aktüalizasyon yöntemi olarak saymak mümkündür. Bugünkü değere indirgeme yöntemi gelecekten bugüne yani zaman sürecinin yönüne göre ters işlem gören bir yöntemdir.

---

21. yatırım kararlarında kullanılması önerilen faiz yüzdelerinin tayininde kapitalin kaynakları diğer özellikleri rol oynar. Değişik faiz yüzdelerinden kullanılması önerilenler konusunda bkz. Demir, Yatırım Projeleri, s.28; Gönenli, Yatırım Kararları, s.79; Semih Büker, İşletmelerin Finansal Yönetiminde Yatırım Kararları ve Türkiyedeki Uygulama, Ankara, 1973 s.88; Bierman - Smidt, Yatırım Projelerin İktisadî Analizi, s.131; Ezra Solomon, İşletme Finansmanı Teorisi, Çev. Turgut Var, Ankara, 1971 s.36

Fiziksel olarak hizmetler akımı yaratılmış maldan hareketle zaman süreci boyunca ileriye doğru bir harekete sahiptir. Buna karşılık değerler zinciri zaman sürecinin ters yönünde yatırımın başlangıcına kadar tırmanırlar. Fisher'in klasikleşmiş şeması bu olayı yansıtır (22) :

$$\begin{array}{ccc} \text{Kapital malları} & \longrightarrow & \text{Hizmetler akımı} \\ & & \downarrow \\ \text{Değer kapital} & \longleftarrow & \text{Değer girdisi} \end{array}$$

Şayet demiştir Fisher, bir kapital unsurunun meydana getirebileceği hasıla toplamı bilinebiliyorsa onun değeri hakkında bir tahminde bulunmak mümkündür. Gerçekten, herhangi bir ürünün elde edilmesi onu besliyen toprağa bağlıdır. Fakat ürünün kıymeti toprağın kıymetinin bir fonksiyonu değildir. Aksine toprağın kıymeti ürünün tahmin edilen kıymetine bağlıdır. Özetle bir malın değeri bir gelir kaynağı olma özelliğinden doğar. Bu değer gelecekteki gelirin iskontosu kadar eksiğine eşittir

Herhangi bir yatırımın nakit akımları dizisinin bugünkü değeri aşağıdaki matematiksel denklemle belirtilebilir. Hatırlanacağı gibi herhangi bir t devresine ilişkin nakit akımı, genel ifadesiyle, $R_t = r_t - d_t$ şeklinde gösterilmişti. Yine t devresinin (1) lirası bugün için $1/(1+i)^t$ lirayı ifade ediyordu. Buradaki (i) her ne kadar faiz haddine eşit veya onun tarafından belirlenir kabul edilmiş ise de paranın zaman değerini nazara alarak herhangi bir t devresinin kullanılabilir tutarını bugünün kullanılabilir (emre hazır) tutarı ile karşılaştırılabilmesi için kullanılan bir eşdeğerlik katsayısı niteliğindedir. Yukarıdaki hatırlatmalar nazara alındığında t devresinin nakit akımının bugünki değeri,

$$R_t \cdot \frac{1}{(1+i)^t} = \frac{R_t}{(1+i)^t}$$

---

22. İrving Fisher, The Theory of İnterest, New York,1965, s.15

şeklinde yazılacaktır. Nakit akımları dizisinin terimlerinin bugünkü değerleri ise sırasıyla,

$t = 1,2,.......,T$ için

$$R_o , \frac{R_1}{(1+i)} , \frac{R_2}{(1+i)^2} , \frac{R_3}{(1+i)^3} ,........., \frac{R_T}{(1+i)^T}$$

olacaktır. Dizinin terimlerinin bugünkü değerleri toplamı yani yatırımın net bugünkü değerinin ifadesi ise aşağıdaki gibidir:

$$\bar{R}^o = R_o + \frac{R_1}{(1+i)^1} + \frac{R_2}{(1+i)^2} + \frac{R_3}{(1+i)^3} + ... + \frac{R_T}{(1+i)^T} = \sum_{t=0}^{T} \frac{R_t}{(1+i)^t} \quad (3.1)$$

Teoride $\bar{R}^o$ tutarına yatırımın good-will 'i de denilmektedir (23).

Net bugünkü değer değer yöntemi gelecekteki nakit akımları dizisini bir tek rakamla belirtme yeteneğine sahip olup, böylece değer dizilerinin büyüklüklerine göre sıraya konulmalarına ve karşılaştırılmalarına olanak vermiştir. Yatırımın sonunda bir hurda değerin mevcut olması halinde net bugünkü değer,

$$\bar{R}^o = \sum_{t=0}^{T} \frac{R_t}{(1+i)^t} + \frac{S_T}{(1+i)^T} \quad (3.2)$$

şeklinde belirtilecektir. S hurda değeri ifade eden para akımıdır.

Şu halde yatırımın net bugünkü değeri, onun doğuracağı nakit akımlarının peşin değerlerinin cebirsel toplamıdır, diye tanımlanabilir.

Faizin bir alternatif maliyet unsuru olarak kabul edilmesi halinde, $\bar{R}^o$ 'ın sıfıra eşit olmasının ekonomik anlamı, yatırımın ancak faiz gelirine eşit bir artık değer sağladığıdır. $\bar{R}^o$ 'ın sıfırdan büyük olması ise yatırımın faiz gelirine

---

23. Peumans, Calculs d'Investissemets, s.24

oranla daha fazla artık değer yarattığını anlatır. Bu açıdan buradaki (i) 'nin anlamı, yatırımcının yatırımdan umduğu minimum verimlilik olmasıdır.

3.2.2.5 Nakit Akımlarının Verimlilik oranı ve Sıralama

Nakit akımlarının faiz yüzdesi yardımıyla net bugünkü değeri,

$$\bar{R}^o = \sum_{t=0}^{T} \frac{R_t}{(1+i)^t}$$

olarak bulunmuştu. Bu eşitlikteki $\bar{R}^o$ 'ın değerini sıfıra eşitliyen (i)'nin sayısal ifadesi yatırımın verimliliği adını alır ve genellikle (r) harfi ile gösterilir, böylece,

$$\bar{R}^o = \sum_{t=0}^{T} \frac{R_t}{(1+i)^t} = 0 \qquad (3.3)$$

yazılır. (r) her ne kadar (i)'nin özel bir değeri olarak tanımlanmışsa da içerik olarak faiz yüzdesi ile ilgili bir kavram değildir. Bu kavram - yatırımın herhangi bir devrede meydana getirdiği artık değerin de üretime katıldığı ve böylece üretkenliği arttırdığı varsayımından hareket ederek- kapitalli üretimin doğrudan üretime oranla meydana getirdiği net artık değeri yatırımın tutarının bir yüzdesi olarak ifade eder. (r)'nin (3.1) numaralı bileşik faiz esasına dayalı bir formülden elde edilmesinin nedeni bir evvelki cümlede açıklanan varsayımdır. Bu yönüyle verimlilik yüzdesi diğer üretim faktörlerinin verimliliğini anlatan kiraları sözcüğüne denk gelen bir kavramdır. Doğal kaynaklar, emek gibi diğer üretim faktörlerinin kirası marjinal analizin doğurduğu bir kavram olup, onların marjinal verimliliklerini belirtir. Geleneksel kapital teorisi "iktisadî sistem tarafından yaratıldığı " (24) kabullenilen kapitalin karşılığını veya verimini kira olarak tanımlamaz. Kira sözcüğü yerine verimlilik ölçüsü olarak kapital mallarının parasal değerinin, belirli bir devre için, belirli bir yüzdesini bildirir.

---

24. Samuelson, İktisat, s.642

Mutlak bir rakam değil, bir orandır. Değerleme katsayısı olarak paranın seçilmesi değişik cins kapital mallarının verimliliklerinin ortak bir değer ölçüsüyle tanımlama amacını taşır. Bu nedenle (r) sayısı Keynes'in deyişiyle, kapitalın marjinal etkinliği olarak ta anılır(25)

Başka bir açıdan karşılaştırma yapmak gerekirse (i) faiz oranı yukarıdaki modele, modelin dışından gelme bir föktör olarak dahil edilmiştir. Diğer deyişle (i) egzojen, kurumsal bir veri olarak modele girmiştir. Buna karşılık (r) modelin kendisinin ortaya çıkardığı bir orandır ve marjinal analizin bir ürünüdür. Modelin kendi bünyesinden doğma özelliği göz önünde bulundurularak iç verimlilik haddi olarak ta tanımlanan (r) finansal açıdan, hiç kâr ya da zarar getirmemesi şartıyla bir yatırımı gerçeklemek için alınacak borç paranın faiz yüzdesi şeklinde düşünülebilir.

3.2.2.5.1 Verimlilik oranının Varlığı ve Tekliği

Yukarıda özelliği açıklanan verimlilik yüzdesinin, çeşitli nakit akım dizilerinin sıralanmasında kullanılabilmesi için, onun her türlü dizi için var olabileceğini ve bir tek olacağını göstermek gerekir. Matematiksel bir ifadeyle,

$$\sum_{t=0}^{T} \frac{R_t}{(1+i)^t} = 0$$

denklemini daima sağlıyan kökü var olacağını ve kökün bir tek olduğunu ortaya çıkarmak gereklidir.

Bu durumu açıklığa kavuşturmak için, önce, anlık girdili ve sürekli çıktılı bir yatırım ele alınmış olsun. Yani nakit çıkışı bir kereye mahsus ve nakit girişi daha sonraki devrelerde ve sürekli olarak meydana gelecektir kabul edilsin. Bu yatırımın başlangıcı negatif bir nakit akımıyla ve sonra ki devrelerinkiler pozitif nakit akımlarıyla belirtileceklerdir. Bu takdirde yatırımın peşin değeri,

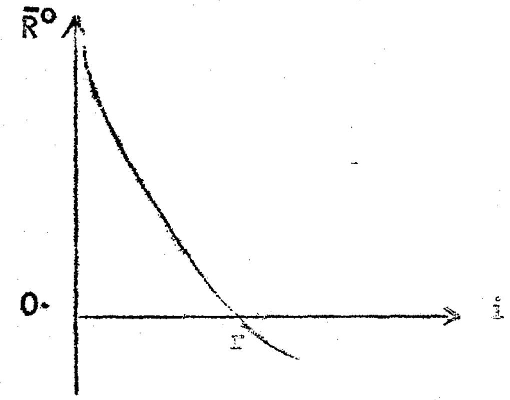
---

25. Bu konuda bkz. Vural Savaş, Keynesin Genel Teorisi, Eskişehir, 1963, s.93

$$\bar{R}^o = R_o + \sum_{t=0}^{T} \frac{R_t}{(1+i)^t} \qquad (3.4)$$

şeklinde de yazılabilecektir (26). $\bar{R}^o$ 'ın (i) 'inin azalan bir fonksiyonu olduğu açıktır ($\bar{R}^o = \bar{R}^o_{(i)}$) yani kabaca (i) büyüdükçe $\bar{R}^o$ küçülecektir. Diğer taraftan (i) çok büyük ve pozitif bir sayı ise $\bar{R}^o$ 'ın negatif ve 1+i pozitif ve çok küçük sayı yani $i= -1+\varepsilon$ olduğunda $\bar{R}^o$ 'in pozitif olacağı hemen görülebilir. Bu durumda, (r) değerleri (x) ekseni üzerinde ve $\bar{R}^o$ ın değerleri (y) ekseninde gösterilmek şartıyla, aşağıdaki eğri çizilebilir (şekil 3.6) :

Şekil 3.6



Şekil(3.6) $\bar{R}^o$ 'ı sıfıra eşitliyen bir kökün daima var olacağını ve sadece bir tek kökü olacağını göstermektedir. Eğrinin (i)eksenini kestiği noktanın değeri $\bar{R}^o = 0$ 'ı sağlayan (r) kökünün değeridir.

Basitleştirilmiş varsayım terkedilerek, akım dizisi terimlerinin çok sayıda ve terimlerin değişik işaretlere sahip olduğu bir hal nazara alınırsa yapılan ispatlama yetersiz kalır, açıklığını kaybeder (27). İspatlamaya, burada n ta-

---

26. Yatırımın nakit girişleri toplamının, her zaman, yatırımın nakit çıkışından büyük olduğu kabul edilmiştir. Aslında bu varsayım kapitalli üretim olayının doğal bir sonucudur.

27. Terimlerin değişik işaretler alabileceğinin kabullenilmesine rağmen yine de klasik tür yatırımların amaçlandığı eklenmelidir. Bununla başlangıç devrelerinin birden çok sayıda nakit akımlarının negatif değerlere sahip olduğu belirtilmektedir. Nakit akımları bir kere pozitif değerler almaya başladıktan sonra tekrar negatif olmamaktadırlar. Özel yatırımlarda ise negatif başlayan, sonra pozitif olan nakit akımları ileride tekrar negatif değerler alabilmektedirler.

ne terimli cebirsel bir denklem dolayısıyla pozitif, negatif, gerçek veya sanal n tane kök olabilecektir şeklinde karşı çıkmalar (28) bulunabilecektir. Burada da bir ispatlamaya gitmek için akla yatkın fakat daha karmaşık bir çıkış noktası seçilebilir (29). Şöyle ki, n terimli dizide,

$i = +\infty$ ve $i = -1 + \varepsilon$ için

$\bar{R}^o_{(+\infty)} < 0$ ve $\bar{R}^o_{(-1+\varepsilon)} > 0$ eşitsizlikleri yazılabilir.

Çünkü,

$$\bar{R}^o = \frac{R_t}{(1+i)^t}$$

dizisinde $R_t = r_t - d_t$ 'lerin negatif olduğu son devre n devresi olsun. Bu takdirde aşağıdaki denkem yazılabilecektir:

$$\bar{R}^o = \sum_{t=0}^{n} \frac{R_t}{(1+i)^t} + \frac{1}{(1+i)^n} \sum_{t=n+1}^{T} \frac{R_t}{(1+i)^{t-n}}$$

gerekli paranteze alma işlemleri gerçeklenirse bu ifade

$$\bar{R}^o = \frac{1}{(1+i)^n} \left[(1+i)^n . \sum_{t=0}^{n} \frac{R_t}{(1+i)^t} + \sum_{t=n+1}^{T} \frac{R_t}{(1+i)^{t-n}} \right] \quad 3.31$$

şekline gelir. Parantezin içindeki birinci terim,

$$(1+i)^n . \sum_{t=0}^{n} \frac{R_t}{(1+i)^t} = (1+i)^n . \left[R_o + \sum_{t=1}^{n} \frac{R_t}{(1+i)^t} \right]$$

şeklinde de yazılabilir ve (i)'nin çok büyük, burada $+\infty$ için $(1+i)^n.R_o$ haline gelir. Diğer bütün terimler sıfır değerini

---

28. Örnek olarak bkz. Büker, Yatırım Kararları, Ankara, 1973, s.41,42,43,44. Buradaki karşı çıkma klasik - özel yatırım ayırımı yapılmadığı için yöntemin tümüne yapılmış gibi görünmektedir. Oysaverimlilik oranının belirtilen sakıncası sadece özel yatırımlar için geçerlidir. Genellikle teçhizat yenilemesinin neden olduğu özel yatırımlar ayrıca incelenmiştir.

29. Bu konuda bkz. Massé, Choix des Investissements, s.2 ve Abraham-Thomas, Microéconomie, s.267-68

olacağından $i=+\infty$ için 3.31 numaralı ifadenin, parantezin içindeki birinci terimin işaretine bağlı olacağı görülür. $R_o < 0$ olduğundan sonuçta $i=+\infty$ için $\bar{R}^o_{(+\infty)} < 0$ olacağı anlaşılır.

Yine pozitif nakit akımları toplamının yani $\sum_{n+1}^{T} R_t$ 'nin, paranın zaman değeri nazara alınmadığı sürece, pozitif olacağı bilinmektedir(30). Nakit akımlarının $i=-1+\varepsilon$ ile bulunmuş bugünkü değerleri toplamının pozitif olması gerekir (31). Buradan da $\bar{R}^o_{(-1+\varepsilon)} > 0$ şartının geçerliliği ortaya çıkar. $-1 < i < +\infty$ arasında $\bar{R}^o_{(i)}$ eğrisi azalan bir eğridir ve (i) 'nin herhangi bir değeri için, en az bir kere sıfıra eşit olur (i eksenini keser).

Şimdi de $\dfrac{d\bar{R}^o}{di}$ hesaplanırsa:

$$\frac{d\bar{R}^o}{di} = -\frac{R_1}{(1+i)^2} - \frac{R_2 2.(1+i)}{(1+i)^4} - \frac{R_3.3.(1+i)^2}{(1+i)^6} - \dots - \frac{R_t.t.(1+i)^{t-1}}{(1+i)^{2t}}$$

bulunur. Gerekli sadeleştirmeler yapılırsa,

$$\frac{dR}{di} = -\frac{1}{(1+i)}\sum_{t=o}^{T} t.\frac{R_t}{(1+i)^t}$$

şekline girer. Pozitif değerli $R_t = r_t - d_t$ 'ler serinin daha uzaktaki terimleridir ve negatif olan terimlerinkinden daha büyük t değerleri ile çarpılmaktadır. Şu halde $\bar{R}^o$ 'ı sıfır yapan (r) değeri için $\dfrac{d\bar{R}^o}{di}$ negatiftir. Öyle ise $\bar{R}^o$ eğrisi (i) ekseninin altına geçtikten sonra artık yükselemiyecektir dolayısıyla ekseni ancak bir kere kesebilecektir yani tek kökü olacaktır.

---

30. Kapitalli üretimin normal olarak daha büyük bir değer yaratacağı bir başlangıç varsayımı olarak mevcuttur.

31. $i=-1+\varepsilon$ olduğunda $1+i = 1-1+\varepsilon = \varepsilon$ olacaktır. Bu halde $\sum_{t=0}^{T} R_t$ gibi bir dizinin terimleri toplamı

$$\sum_{t=0}^{T}\frac{R_t}{\varepsilon^t} = \sum_{t=0}^{T}\frac{R_t}{\varepsilon}$$ şeklinde yazılabilecektir. Terimlerin $+\varepsilon$ gibi bir sayıya bölünmesi onların hepsinin birden aynı oranda büyümelerine neden olur.

$$\sum_{t=n+1}^{T} R_t > \sum_{t=0}^{n} R_t$$ olduğuna göre aynı oranda büyüyen dizi terimleri toplamının da pozitif olması gerekir. $+\varepsilon$ infinitisimal hesapta düşünülebilecek en küçük sayıyı belirtir.

Şu halde r verimlilik oranı nakit akım dizilerinin sıraya konması dolayısıyla karşılaştırılması için yeterli bir ölçektir.

Verimlilik oranının iki yararı mavcuttur:

- ele alınan yatırımın bünyesinden doğma bir nitelik-tedir,
- somut bir yorum yapma olanağını sağlar.

3.2.2.6 Diğer Sıralama Yöntemleri (oransal sıralama yöntemleri) :

İncelenen sıralama yöntemlerinin dışında çok sayıda, yaratılan değer açısından, sıralama yöntemi daha vardır. Ancak bu yöntemler, daha ileride açıklanacak olan, yatırımın meydana getirdiği kârı maksimum yapma amacına ulaşmakta yardımcı olamamaktadırlar. Adı geçen amaca net bugünkü değer ve verimlilik oranından hareketle varmak mümkündür. Sıralama yöntemleri bu açıdan ele alındıklarından, amaca ulaşmak için araç olarak kullanılamıyanlar "diğer sıralama yöntemleri" başlığı altında incelenmiştir. Bu ayırım diğer bir yönüyle "paranın zaman değerini" (32) nazara alan ve almıyan sıralama yöntemleri şeklindeki sıralama yöntemlerini sınıflama biçimine de denk gelmektedir.

---

32. Demir, Yatırım Projeleri, s.15

3.2.2.6.1 Hasıla/Harcama Oranları ve Sıralama

Bu yöntemlerin ortak özelliğini, yatırımların hasılılarının, onların meydana gelmesine neden olan harcamalara bölünmesi oluşturur. Hasıla ve harcamaların değişik açılardan değerlendirilmeleri veya onlar üzerine değişik işlemlerin uygulanması, yöntemlerin, temelleri aynı kalmakla beraber, değişik isimlerle tanımlanmalarına neden olmuştur.

Meydana gelen hasıla ve harcamaların evvelce tanımı yapılmış nakit akımları şeklinde düşünülmeleri halinde yukarıdaki esasa uygun iki oran elde edilebilir:

$$\frac{\text{Toplam Hasılat}}{\text{Yatırım Gideri}} = \frac{\sum_{t=1}^{T} R_t}{R_o} \qquad 3.5$$

Bu oranla yatırımları sıraya koyma yöntemi gidere oranla hasılat veya bir liralık giderin hasılatı yöntemi (33) olarak anılır. Yöntemde yatırım gideri başlangıç yatırımından ibaret sayılmıştır. Oranda toplam hasılat yerine yıllar itibariyle elde edilen hasılatların ortalama değeri nazara alınırsa

$$\frac{\text{Yıllık Ortalama Hasılat}}{\text{Yatırım Gideri}} = \frac{\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} R_t}{R_o} \qquad 3.6$$

şeklinde ikinci tür bir oran elde edilir. Yatırımların süreleri aynı olmadıkça yanıltıcı sonuçlar sağlıyan bir sıralama aracıdır. Şöyle ki, yatırım giderleri 10.000'er liradan ibaret olan iki yatırım nazara alınmış ve birinci yatırımın sağladığı nakit girişleri, 10 sene süreyle, 10.000'er lira ve ikinci yatırımın sağladığı nakit girişi sadece bir devreye mahsus olmak üzere 10.000 lira olsun. Ortalama hasılat yöntemi her iki yatırımı da eşdeğer olarak belirliyecektir. Bir diğer örnek aşağıdaki gibidir:

YAtırım	Yatırım Harcaması R_o	Nakit Girişleri R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	Oran
A	1.000	2996	1	1	1	1	0,6
B	1.000	1	1	1	1	2996	0,6

33 Bierman - Smidt, Yatırım Projelerinin İktisadi Analizi, s.21

Görüleceği gibi yöntem, nakit girişlerinin en büyük kısmını, yapıldığı devreden hemen sonra sağlıyan yatırım ile nakit girişlerinin büyük bir kısmını yapıldıktan ancak beş devre sonra sağlıyan yatırımı eşdeğer tutmaktadır.

Yıllık gelirin hesabında kâr muhasebe yöntemleri kullanılarak bulunmuş ise, yani,

Kâr = Defter Gelirleri - Defter Giderleri (nakit olarak giderler + hesapsal giderler)

olarak [illegible] rantabilite oranı (34) yöntemi veya yatırımın defter değerine oranla gelir yöntemi tanımlanmış olur. Rantabilite oranı genel ifadesiyle,

$$\frac{\text{Kâr}}{\text{Sermaye}} \qquad 3.7$$

şeklinde açıklanabilir. Bu oran yatırım süresi boyunca gelir ve giderleri nazara almak amacıyla aşağıdaki gibi iki ayrı şekilde düzenlenebilir:

$$\frac{\text{Yıllık Ortalama Kâr}}{\text{İlk Yatırım Tutarı}} \qquad 3.8$$

veya

$$\frac{\text{Yıllık Ortalama Kâr}}{\text{Ortalama Yatırım Tutarı}} \qquad 3.9$$

Yukarıdaki oranda ortalama yatırım tutarının kullanılmasının nedeni, yatırım tutarının, yatırım süresi boyunca aynı kalmadığı düşüncesidir. Gerçekten, yatırıma bağlı değerler, devreler itibariyle, kısım kısım geri gelmekte ve oranın payında yer almaktadır. Daha gerçekci olabilmek çabasıyla ortalama yatırım tutarı:

$$\text{Ortalama Yatırım Tutatı} = \frac{\text{Başlangıç Yatırımı Tutarı} + \text{Kalan Değer}}{2} \qquad 3.10$$

şeklinde hesaplanmaktadır.

Sayılacak ortak sakıncaları, yatırımların sıralanmasında, bu yöntemlerin, genellikle, kullanılmasını engeller. Ayrıca, yatırımların optimizasyonu konusunda aktif bir tutumları yoktur.

---

34. Demir, Yatırım Projeleri, s.15,16

Açıklanan oransal yöntemlerin sakıncaları aşağıdaki gibi sayılabilecektir:

- Yöntemlerin hiç birisi paranın zaman değerini nazara almamaktadır. Daha önceki bir devrenin nakit akımı daha sonraki bir devrenin nakit akımı ile eşdeğer tutulabilmektedir. Bu ekonomik bir içeriğe sahip olmamalarınına bir ifadesidir. Daha önceki devrelerde meydana gelen nakit akımlarının, değer yaratma potansiyeli açısından, daha önemli olduğu açıktır.

Son sayılan rantabilite oranı adı altındaki oransal yöntemler, sıralamayı, muhasebe ilkelerinden hareketle gerçekleyebilmektedirler. Dolayısıyla kayıtların tutuluşuna temel olan farklı düşünce ve biçimleri aynı yatırımların değişik şekillerde değerlendirilmelerine neden olacaktır.

-Oransal yöntemler yatırımın yaşam süresini nazara almamaktadırlar.

3.2.2.6.2 Geri Ödeme Süresi ve Sıralama

Geri ödeme süresi, nakit akımları toplamının, yatırımın başlangıç harcamasına eşit olması işin gerekli olan zamanın bir ifadesidir.

Nakit akımlarının devreler itibariyle birbirlerine eşit tutarlar halinde meydana geldiği kabul edilirse, geri ödeme süresinin genel ifadesidir.

$$\frac{\text{Yatırım Gideri}}{\text{Yıllık Nakit Akımı}} = \frac{R_o}{R_t} \quad , (R_1=R_2=\cdots\cdots= R_t) \quad 3.11$$

şeklinde yazılabilir. Bu haliyle geri ödeme süresi, başlangıç giderinin beklenen gelire oranı olarak tanımlanmıştır. Nakit akım dizilerinin eşit tutarlar olmaması halinde, geri ödeme süresi,

$t=1,2,\ldots\ldots,n,\ldots,T$ olmak şartıyla

$$\sum_{t=1}^{T} R_t = R_o \qquad 3.12$$

eşitliğini sağlayan (n) sayısıdır.

Şu halde geri ödeme süresi yöntemi, en kısa geri ödeme devresine sahip yatırıma birinci sırada yer vererek, alternatifleri sıraya koyabilir.

Geri ödeme süresi yöntemine ilişkin eleştirilere yer vermek için önce somut örnekler ele almak yararlı olacaktır. Ele alınacak yatırımlar A ve B harfleri ile belirtilsin ve onlara ilişkin nakit akımları aşağıdaki gibi olsun:

Yatırım	Yatırım Gideri R_o	Nakit akımları R_1	R_2	R_3	R_4	Geri Ödeme Süresi
A	100.000	50.000	50.000	150.000	200.000	2
B	100.000	50.000	50.000	1	1	2

Tablodan görüldüğü gibi, yöntem ile sıralama, A ve B yatırımlarını aynı önemde kabul etmekte yani eşdeğer tutmaktadır. Oysa A yatırımı geri ödeme süresinden sonra ki dönemlerde de önemli büyüklükte nakit akımlarına neden olmaktadır. Buna karşılık B yatırımı geri ödeme süresinden sonra, pratik olarak, nakıt akımı sağlamamaktadır.

Verilen örnek geri ödeme süreleri itibariyle yatırımları sıralama yöntemine yapılan iki eleştiriyi ortaya koyabilecek yeterliktedir:

-- Geri ödeme süresi yöntemi yatırımların geri ödenmesi tarihinden sonraki nakit akımlarını nazara almamakta,

- Nakit akımlarının farklı dönemlerde meydana geldiğini göz önünde bulundurmamakta yani bugünün (1) lirası ile daha sonraki devrelerin (1) lirasını eşdeğer olarak benimsemektedir. Böylece paranın zaman içinde değer rezervi olma özelliğini ihmal etmektedir. Geçerli bir yatırım değerleme yöntemi paranın bu fonksiyonunu göz önünde bulundurmalıdır. Bu iki noktada geri ödeme süresi yöntemi diğer oransal sıralama yöntemleri ile aynı sakıncalara sahiptir.

Yöntem geleceğin belirsizliği karşısında en kısa sürede kendini ödeyen yatırımı tercih etmek hususunda, ancak bu yönüyle, yararlı bir yöntem niteliği kazanabilir.

Yukarıdaki sakıncalarına, teorik açıdan noksanlarına rağmen, geri ödeme süresi ile yatırımları sıralama yöntemi uygulamada yaygınlıkla kullanılır. Bu yaygın kullanımın nedeni, yöntemin basit olma özelliğinden doğar. Basitliği göz önünde tutularak kullanılması, daha çok, Amerikan kaynaklı eserlerde önerilir. Buna karşılık geri ödeme süresi ile sıralama yönteminin Sovyet ekonomistleri tarafından da öğütlendiği göze çarpar. Buradaki tercihin nedeni kullanılmasındaki kolaylık değil, fakat faiz yüzdesine başvurmaması olarak gösterilebilir (35). Yöntemin özellikle bu düşünceyle ele alınışı son bulmuş olsa gerekir. Çünkü son yıllarda sosyalist planlama yöntemlerinde meydana gelen değişiklikler arasında, yatırımlarda teknik seçimi sorununun çözümlenmesinde " normal etkinlik denilen bir parametrenin kullanıldığı görülmektedir. Bu norm bir nevi faiz haddidir. Yatırımların teknik muhtevası (sermaye yoğunluk derecesi) bu normun bir fonksiyonudur"(36). Zira Kantorovitch'in önerdiği ve kullanılanlara benzer bir hesaplamaya olanak veren bu katsayı (37) sabit kapital maliyetine uygulanarak bir tutar elde edilir. Bu tutar işletme giderleriyle birlikte yatırımın yıllık maliyetini ortaya çıkarır. Buradan hareketle gerçekleştirilen teknik seçimi oldukça klasik bir çözümle sonuçlanır , Normal etkinliğin saptanmasında temel olarak teçhizatın meydana gelmesine neden olan emek ve teçhizatın belirli bir alanda kullanımında katlanılan maliyet , alternatif maliyet, nazara alınmaktadır.

3.2.2.6.2.1 Yatırım Süresini nazara alan Geri ödeme süresi Yöntemi

---

35. Massé, Choix des Investissements, s.34

36. Korkut Boratav, <u>Sosyalist Planlamada Gelişmeler</u>, Ankara, 1973, s.71

37. Bu konuda ve bu katsayı ile ölçülen yatırımların etkinliğinin kapitalist ekonomilernkinden farklılığı hususunda daha geniş açıklama için bkz. L.V. Kantorovitch, <u>Calcul Economique et Utilisation des Ressources</u>, Çev. C. Sarthou, Paris, 1963, s.146

Geri ödeme süresi yöntemine daha gerçekçi bir yaklaşım kurmak için yatırım süresini gözönüne alan hesaplamalar öne sürülmüştür. Bu amaçla yatırım harcamasından sonraki dönemlerin pozitif nakit akımlarının birbirlerine eşitliği kabul edilmiştir. Bu nakit akımlarının peşin değer yöntemine göre toplamları,

$$\sum_{t=1}^{T} \frac{R_t}{(1+i)^t}$$

şeklinde yazılabiliyordu. Bu toplam daha açık bir yazılışla,

$$\sum_{t=1}^{T} \frac{R_t}{(1+i)^t} = \frac{R_1}{(1+i)} + \frac{R_2}{(1+i)^2} + \cdots\cdots + \frac{R_T}{(1+i)^T}$$

şeklinde idi.

$R_1 = R_2 = \cdots\cdots\cdots = R_T$ olduğundan,

$$\sum_{t=1}^{T} \frac{R_t}{(1+i)^t} = R_t \left(\frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \cdots\cdots + \frac{1}{(1+i)^T} \right) \qquad 3.13$$

haline girer. Parantez içindeki ifade kısaca A_{ti} şeklinde belirtilirse

$$\sum_{t=1}^{T} \frac{R_t}{(1+i)^t} = R_t . A_{ti} \qquad 3.14$$

olarak yazılabilir. A_{ti} t devreye dağılmış birer liraların peşin değerleri toplamıdır. Yatırımların peşin değere göre sıralama yönteminde,

$R_t . A_{ti} \geqslant$ yatırımın başlangıç harcaması

veya,

$$R_t . A_{ti} \geqslant R_o \qquad 3,141$$

veya

$$R_t . A_{ti} - R_o \geqslant 0$$

olduğunda yatırımın en az piyasa faiz haddine eşit bir verimliliğe sahip olduğu veya ondan daha yüksek bir gelir getirdiğini açıklıyordu ve bu farkı en yüksek olan yatırım birinci olmak üzere yatırımlar sıraya konulabiliyordu. Bu hal, 3.141 numaralı eşitsizliğin her iki tarafı da R_t gibi pozitif bir sayıya bölünerek,

$$\frac{R_o}{R_t} \leqslant A_{ti}$$

halinde ifade edilebilir. Eşitsizliğin sol tarafı tanıma göre geri ödeme süresini ifade ettiğinden,

Geri Ödeme Süresi $\leqslant A_{ti}$

olmalıdır kuralı ortaya çıkar. Bu takdirde değişik alternatifler, A_{ti}'den en küçük olan geri ödeme süresi başta gelmek üzere sıraya dizilebilirler.

Görüldüğü gibi peşin net değer yöntemi ile benzer sonuçlara ulaşan yöntem her devre eşit nakit girişi gibi sınırlayıcı temel bir varsayıma sahiptir. Bir diğer varsayım yatırımın süresinin bilinebilirliği üzerinedir. Bu yönleriyle yöntemin kullanılışı da sınırlanmıştır.

3.2.3 Sıralama Yöntemleri ve Yatırım Kararları

Açıklandıkları kadarıyla yatırım sıralama yöntemleri elverişli yatırmların seçiminde yol gösterici olma özelliğine sahiptirler. Nitekim, yatırım seçiminde amaç alternatifler arasından en yüksek artık değeri yaratan (amaç kriteri) yatırımı saptamak ise, yarattıkları artık değer açısından onları sıraya koyan yöntemler bu açıdan elverişli yatırımı saptamakta aracı olabileceklerdir. Tek tek gözden geçirilirlerse;

3.2.3.1 Mutlak sıralama yöntemi ile seçim

Mutlak sıralama yöntemi ile her devre için aynı nakit akımına sahip iki veya daha çok yatırımdan daha uzun ömürlü olan yatırım seçilecektir.

Yine bu yöntem ile, aynı başlangıç harcamasına sahip olup, her devre sonunda diğerlerinden daha yüksek veya bazı devrelerde, en az, diğerlerininkinden en yükseğininkine eşit birikmiş nakit akımı sağlıyan yatırımın yapılmasına karar verilebilecektir.

Yöntem paranın zaman değerini ele almaması açısından gerçekçi değildir. Yine yatırım yapmak ya da yapmamak şeklinde veya kesişen eğrilere sahip yatırımlar arasında seçim yapamamak yetersizliğine sahiptir.

3.2.3.2 Oransal Sıralama Yöntemleri ile Seçim

Oransal sıralama yöntemleri, tanımları ne şekilde yapılmış olursa olsun, hasılanın yatırım giderine bölünmesi şeklinde beliriyordu ve oranı en yüksek olan yatırıma ilk sırayı veriyordu. Yine amaç, alternatifler arasından en kârlı olanı seçmek kabul edildiğinde, birinci sırada yer alan yatırımın tercih edileceği açıktır. Fakat oransal sıralama yöntemlerinin yatırımın ömrünü ve paranın zaman değerini nazara almayışları sıralamada yanılmaların meydana gelmesine neden oluyordu. Yanlış sıralama yanlış yatırım kararının alınması sonucunu da doğuracaktır.

Matematiksel olarak oranların büyük olması, ya onların paylarının daha büyük veya paydalarının daha küçük olmasına bağlıdır. Bu bakış açısı içinde oransal sıralama yöntemleri, adeta, daha sonraki devrelerde meydana getirecekleri işletme, bakım, yenileme giderleri ne olursa olsun, eşdeğer hizmet gören yatırımlardan en ucuz olanını gerçeklemeğe karar verdirecektir. Buna göre, aşırılaştırılmış bir örnekle mum ışığı elektriğinkine, bir çadır veya baraka beton bir eve, buharlı tren elektrikli trene tercih edilebilecektir. Veya tam tersine, gelecekte daha ucuza gelen fakat bugün için çok pahalıya malolan yatırımlar seçilebilecektir. Oysa en iyi yatırım gelecekteki ve bugünki harcamaları da nazara alarak eşdeğer hizmet görmesi kaydıyla daha az fedakârlığa katlanmayı gerektiren yatırım olmalıdır. Geleceği ve bugünü nazara almak için, ekonomik fonksiyonu kıtlıkları belirtmek olan fiyatlar sistemine, burada gelecek ve bugünki maliyetleri ortak paydayla belirliyebilen faiz yüzdesine başvurmak gerekir.

3.2.3.3 Geri Ödeme Süresi Yöntemi ile Seçim

Oransal sıralama yöntemleri arasında sayılabilecek geri ödeme süresi yöntemi, diğerlerine göre daha sıklıkla kullanıldığı için, ayrı olarak ele alınmıştır.

Geri ödeme süresi yöntemi yatırımları geri dönmelerindeki çabukluk açısından sıraya koymaktadır. Amaç geleceğin belirsizliği karşısında, en çabuk kendini ödeyen yatırımı saptamak olarak konduğunda yararlı bir yöntem olarak belirir. Bu açıdan ele alındığında en küçük geri ödeme süresine sahip yatırımın yapılmasına karar verilecektir. Yatırım olgusunun bugünki fedakârlık karşılığında gelecekte fayda sağlayıp sağlamadığı hususunda yöntem bir gösterge olarak kullanılamaz. Çünkü yatırımın kısa sürede geri dönmesi toplam faydalılığın en yüksek olacağına ilişkin bir kanıt değildir. Geri ödeme süresi yönteminin en yüksek artık değeri saptamaktaki yetersizliği, onun, geri ödeme süresinden sonraki nakit girişlerini nazara almayışının doğal bir sonucudur. Bu sakıncasını çözümlemek için yapılan varsayımlar yöntemin kullanılışını sınırlamıştır. Daönceki kısımda değinildiği gibi gerek yatırımın ekonomik ömrünü gerekse paranın zaman değerini nazara almak için kabullenilen, devreler itibariyle eşit nakit akımları varsayımı, yönteme sınırlayıcı bir nitelik kazandırmaktadır. Yine paranın zaman değerini göz önünde bulundurabilmek için nakit akımlarının iskontolu değerlerinin kullanılması, yöntemin, net bugunki değere göre sıralama yönteminin özel bir haline dönüşmesine neden olur. Aynı yöntemin değişik iki başlık altında incelenmesi gereksiz bir işlem gibi görünmektedir.

Geri ödeme süresine göre yatırımların seçimi yöntemi, yatırım olgusundaki temel amaca, en yüksek toplam artık değere erişmek konusunda kullanılabilecek yeterli bir araç değildir. Diğer bir deyişle en yüksek toplam artık değerin saptanmasında bir amaç kriteri olarak kullanılamaz. Ayrıca, yatırım yapmak ya da yapmamak şeklindeki bir seçim işleminde yani herhangi bir yatırımı diğeriyle karşılaştırmanın konu olmadığı bir seçimde yöntem sübjektif davranıştan soyutlayıcı bir özelliğe sahip değildir. Burada yatırım yapan, yatırımı, en iyi diye kabul ettiği bir geri ödeme süresine göre kabullenecek veya red edecektir. En iyihin saptanması objektif bir esastan yoksundur.

3.2.3.4 Net Bugünki değer Yöntemi ile Seçim

Net bugünki değerin genel matematiksel ifadesi,

$$\bar{R}^o = \sum_{t=1}^{T} \frac{R_t}{(1+i)^t}$$

formülü ile verilmişti. Formül paranın zaman değerini göz önünde bulundurarak bütün nakit akımlarının sıfır devresi için toplamını ifade ediyordu. Diğer anlamıyla, negatif nakit akımları ile değişik devrelerin pozitif nakit akımları toplamlarının bugün için farkının veya yatırım harcamalarıyla yatırım hasılaları arasındaki farkın bugün için ifade ettiği değerin anlatım şekli idi. Bu farkın sıfıra eşit olması, yatırımın, ancak, faiz oranına eşit bir gelir sağladığını; sıfırdan büyük olması ise faiz gelirinden daha büyük bir gelir dolayısıyla paranın zaman değerine göre değerce daha yüksek bir artık üretim ve karşıtı olarak artık değer yarattığını açıklıyordu. Bu yönüyle net peşin değer yöntemi, yatırımın, bugünden fedakârlıkla gelecekte daha yüksek bir toplam fayda (38) veya daha yüksek tatmin düzeyi sağladığını ifade etmkete etkin bir araçtı. Bu yönüyle ekonomik rasyonelliğin gerçeklenmesi için kullanılabilecektir.

Yatırımlar, bu yönteme göre yarattıkları artık değer açısından sıraya konulabilirler. Alternatifler arasından en yüksek değeri sağlıyanını saptamak bir amaç ise, yöntem, bu açıdan bir amaç kriteri olarak iyi bir ölçüdür. Yatırım kararı, net bugünki değerleri

$$\bar{R}^o = \sum_{t=0}^{T} \frac{R_t}{(1+i)^t} = 0$$

şeklinde beliren nakit akımlarından en yüksek değerli olanını kabullenmek yönünde olacaktır. Bu da $\bar{R}^o_A$, A yatırımının ve $\bar{R}^o_B$

---

38. Burada faydanın yalnız para cinsinden, değerce ifade edilip edilemiyeceği tartışması bir kenara bırakılarak, ifade edilebilirliği bir varsayım olarak kabullenilmiştir.

B yatırımının nakit akımlarının peşin değerlerini belirtmek şartıyla,

$$\bar{R}_A^o \geqslant \bar{R}_B^o \geqslant 0$$

olduğunda A yatırımı seçilecektir şeklinde özetlenebilir. Yöntem sadece yatırımları tercih sırasına göre dizmeye değil, birini diğeriyle ölçümsel olarak karşılaştırma gücüne sahiptir. Böylece bir dizinin diğerininkinin iki ya da üç kere yüksek bir değere sahip olduğunu söylemek mümkün olur.

Fon kısıtlaması olmadığı sürece, giderek, her pozitf $\bar{R}^o$ 'ye sahip yatırım uygulanabilecektir. Bu faiz oranının, makro açıdan, yatırımların dağılımlarını düzenlemekteki görevini açıklamaktadır.

3.2.3.5 Verimlilik Oranı ile Seçim

Verimlilik oranı yatırımın net bugünki değerini sıfıra eşitleyen (i) 'nin sayısal ifadesi olarak tanımlanmış ve (r) harfi ile gösterilmişti. Kısaca,

$$\sum_{t=0}^{T} \frac{R_t}{(1+i)^t} = 0$$

eşitliğini sağlıyan (r)'nin değeri verimlilik oranı idi. Her ne kadar yatırımın bugünki değerini sıfıra eşitleyen iskonto yüzdesi olarak belirirse de, ekonomik olarak, kapitalli üretimin somut üretgenliğinin, para kapitalin yüzdesi olarak, ifadesini oluşturuyordu. Egzojen bir faktör olmayıp, eşitliğin kendisinin doğurduğu endojen bir unsur olması göz önünde bulundurularak iç verimlilik oranı olarak ta isimlendirilmişti. Oran aynı zamanda yatırımın geri dönme yüzdesini bildirir.

Yatırımlar, en verimlisi birinci sırada olmak üzere, (r)'lerinin değerleri itibariyle sıraya konulabilir ve aralarında karşılaştırılabilir.

Verimlilik oranı, her ne kadar verimlilikleri açısından yatırımları sıralamaya yararsa da tek başına, yatırım karar kriteri olarak, bir anlam ifade etmez. Yatırım en az para kapitalin geliri kadar bir gelir sağlamalıdır. Aksi halde yatırımın alternatif maliyeti verimliliğinden daha yüksek olacak ve rasyonel bir tercihte bulunulduğu söylenemiyecektir. Bu açıdan ele alınınca yatırım verimliliği en az faiz oranına eşit olmalıdır. Böylece yatırımlar $r \geq i$ olmak şartıyla sıraya dizilebileceklerdir. Alternatifler arasından, en az (i)'den büyük olmak şartıyla, en büyük (r)'ye sahip olan başka deyişle (r-i) farkı maksimum olan yatırım tercih edilecektir. Dolayısıyla i'ye göre en yüksek artık değeri yaratan yatırım saptanmış olacaktır.

Özetlemek gerekirse, alternatifler arasından en yüksek artık değeri yaratan yatırımı belirlemek için (r) bir amaç kriteri olma görevi görür. Yine, tek başına, bir yatırımı yapmak veya yapmamamak konusunda bir karar kriterini oluşturur. Burada incelenen yatırımın verimliliği $r > i$ eşitsizliğini sağlıyor ise onun gerçekleştirilmesine karar verilecektir.

Faiz yüzdesi bilindiğinde, net bugünkü değer yöntemi, yatırımların seçimi sorunun çözümlüyebiliyordu. Böyle iken bir de verimlilik oranını kriter olarak kullanmak gereksiz gibi görünebilir. Fakat, özellikle kapital piyasasının eksikliği nedeniyle, faiz yüzdesinin değerini saptamak güç olabilir. Bu halde, verimlilik oranı, en azından, yatırım değeri hakkında niteliksel bir gösterge olabilecektir. Ne kadar yüksek olursa, yatırılmış kapital o kadar kısa sürede geri gelecek demektir. Ayrıca yatırımın özünden doğan, endojen bir faktör olarak, net bugünki değere indirgeme yönteminin en güç yönüne, faizin saptanmasına çare bulmuş gibidir. Faiz yüzdeleri hakkında bir varsayım gerektirmeme gibi elverişliliğe sahiptir. Yöntem, net bugünki değer yönteminin kullanılmasındaki en ciddi zorluğun altından, kendi bünyesinde bulunan bir parametreyi kullanarak, kolaylıkla kalkmaktadır.

3.2.3.5.1 Göreli Verimlilik Oranı ve Seçim

Yukarıda açıklanan verimlilik oranı bazan, göreli verimlilik oranının karşıtı olarak , mutlak verimlilik oranı diye de adlandırılır. Mutlak verimlilik oranı bir yatırımın diğerine göre meydana getireceği artık verimliliği belirler.

Mutlak verimlilik oranı,

$$\sum_{t=0}^{T} \frac{R_t}{(1+i)^t} = R_o + \frac{R_1}{(1+i)} + \frac{R_2}{(1+i)^2} + \cdots\cdots + \frac{R_T}{(1+i)^T} = 0$$

eşitliği aracılıyla tanımlanmıştı. A bir yatırımı ve R_t^A 'ler A yatırımının nakit akımlarını, B ise bir diğer yatırımı ve R_t^B 'ler B yatırımının nakit akımlarını göstermeleri şartıyla göreli verimlilik,

$$\sum_{t=0}^{T} \frac{R_t^A - R_t^B}{(1+i)^t} = R_o^A - R_o^B + \frac{R_1^A - R_2^B}{(1+r)} + \cdots\cdots + \frac{R_T^A - R_T^B}{(1+r)^T} = 0 \qquad (3.16)$$

eşitliğini sağlıyan (r) büyüklüğüdür.

Mutlak verimlilik oranının gerçek nakit akımlarından hareketle hesaplanmasına karşılık, göreli verimlilik oranı, düşünsel nitelikteki nakit akımlarından hareketle hesaplanır. Çünkü bu ikinci halde, karşılaştırılan iki yatırımdan ancak bir tanesi gerçekleştirelecek, diğer işlem mevcut olmıyacaktır. Göreli verim sadece bir hesap unsurudur.

Kesin bir ayırım olmamakla beraber, mutlak verimlilik oranı üretim konusunun seçiminde optimal bir programın saptanması için kullanılır. Buna karşılık göreli verimlilik oranı, amaç konu itibariyle saptandıktan sonra, konunun teknik çözüm şeklinin saptanması için yararlı olur.

Mutlak verimliliğin yüksek bir yüzde olması yatırım kararının verilmesinde bir anlam taşır ve onun elverişliliğini gösterir. Göreli verimliliğin yüksekliği ise, karşılaştırma yatırmına bağlıdır. Karşılaştırma yatırımının elverişli veya gerçekçi olmaması halinde, göreli verimliliğin yüksek bir sayı olması bir anlam taşımaz. Karşılaştırma yatırımı elverişli bir yatırım ise, göreli verimlilik bir anlam ifade edebilecektir.

3.2.3. 5.2 Birden çok verimlilik oranlı diziler ve seçim

Evvelce de değinildiği gibi klasik tür yatırım dizileri için verimlilik oranının tekliği ispat edilebilir. Şu halde klasik yatırımların, verimlilik oranları açısından, sıraya konulmasında ve yatırım kararının bir evvelki kısımda açıklanan şekilde alınmasında bir sorun mevcut değildir. Buna karşılık özel yatırım diye anılan yatırımların nakit akım dizileri ise birden çok sayıda verimlilik oranına sahip olabilirler.

Değişik işaretli ve değişikliğin birden çok tekrarlandığı bu özel tür yatırımlarınnakit akım dizilerinin en basit örneği aşağıdaki özelliklere sahip olabilecektir:

$R_o < 0$, $R_1 > 0$, $R_2 < 0$,

$|R_0| > R_1$ veya $|R_2| > R_1$ veya $|R_o + R_2| > R_1$

Bu şartlara sahip dizinin verimlilik oranı aşağıdaki denklemi sağlıyan (r) değeridir veya diğer bir deyişle denklemin köküdür.

$$\sum_{t=0}^{2} \frac{R_t}{(1+r)^t} = R_o + \frac{R_1}{(1+r)} + \frac{R_2}{(1+r)^2} = 0$$

Paydaları eşitlenirse denklem,

$$\frac{R_o(1+r)^2 + R_1\ (1+r) + R_2}{(1+r)^2} = 0$$

halini alır ve

$$R_o(1+r)^2 + R_1(1+r) + R_2 = 0$$

veya

$$R_o r^2 + (2R_o + R_1)r + (R_o + R_1 + R_2) = 0$$

ifadelerinden (r)'nin değeri aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$r = \frac{-(2R_o+R_1) \pm \sqrt{(2R_o+R_1)^2 - 4R_o(R_o+R_1+R_2)}}{2R_o}$$

Yukarıda verilen şartlar nazara alınırsa kare kökün altındaki ifadenin pozitif olacağı, dolayısıyla iki ayrı kökü bulunacağı açıktır. Şu halde (r)'nin iki ayrı değeri olabilecektir. Rakamsal bir örnek aşağıdaki gibi olsun:

$$R_o = -1000 \; ; \; R_1 = 2320 \; ; \; R_2 = -1344$$

Buradan,

$$\sum_{t=0}^{2} \frac{R_t}{(1+r)^t} = -1000 + \frac{2320}{(1+r)} - \frac{1344}{(1+r)^2} = 0$$

veya

$$-1000\, r^2 + 320\, r - 24 = -r^2 + 0{,}32\, r - 0{,}024 = 0$$

yazılabilir ve

$$r_1 = 0{,}12 \; ; \; r_2 = 0{,}20$$

bulunabilir.

Bu şekilde bir nakit akım dizisi ile,

- evvelce açıklanan göreli verimlilik oranı hesaplarında,
- yenileme yatırımlarında,
- başlangıç harcamasının daha sonraya bırakıldığı yatırımlarda karşılaşılabilir.

A ve B gisi iki yatırıma ilişkin aşağıdaki nakit akım dizileri birinci hal için bir örnek olabilirler :

$$R_o^A = -1000 \; ; \; R_1^A = 1180 \; ; \; R_2^A = 3500$$

$$R_o^B = -2000 \; ; \; R_1^B = 3500 \; ; \; R_2^B = 2156$$

Nakit akım dizilerinden aşağıdaki büyüklükler hesaplanabilir:

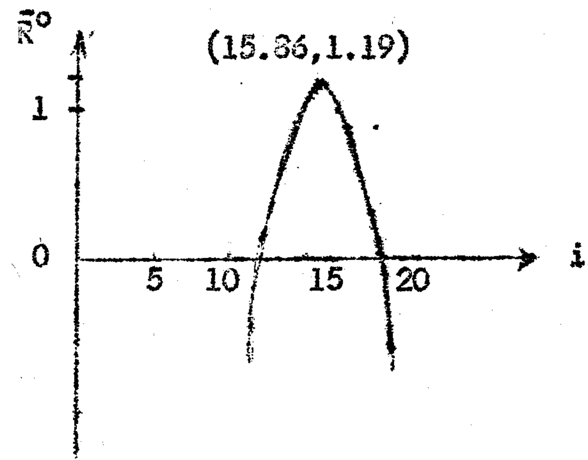
$$R_o^B - R_o^A = -1000 \; ; \; R_1^B - R_1^A = 2320 \; ; \; R_2^B - R_1^A = -1344$$

Aynı şekilde üçüncü hal için doğrudan doğruya,

$$R_o = -1000 \; ; \; R = 2320 \; ; \; R_2 = -1344$$

nakit akım dizisi örnek olarak verilebilir.

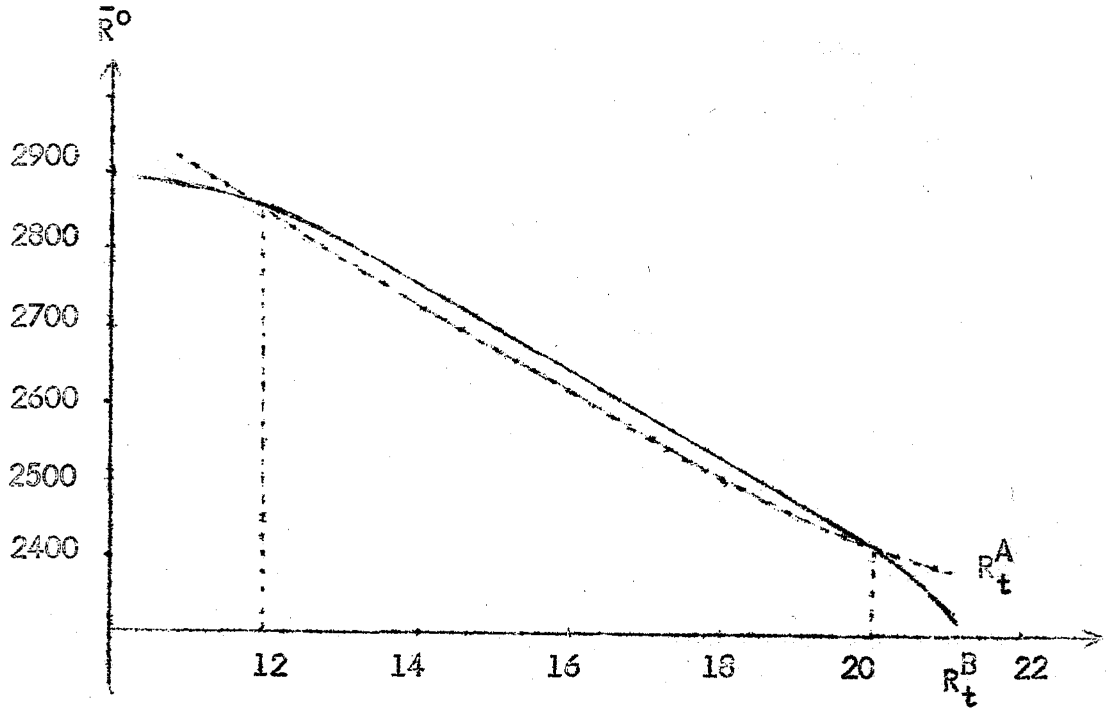
Her iki dizinin de özel yatırım tanımına girdiği açıktır. Dizilerin, biri r = % 12 ve diğeri % 20 olmak üzere iki tane verimlilik oranı mevcuttur. Bu oranlardan yararlanarak yatırımlar üzerinde bir şey söylemek veya karar vermek mümkün değildir. Ancak bu iki oran, hangi faiz yüzdelerinin geçerli olduğu bir ortamda bu yatırımlar nazara alınabilir hususunu belirler. Gerçekten bu dizinin değişik faiz fiyatları itibariyle bugünkü değerleri hesaplanmış ve bugünkü değer değişim grafiği çizilmiş olsaydı aşağıdaki şekil elde edilirdi (şekil 3.7):



Şekil 3.7

Görüleceği gibi eğrinin (i) eksenini kestiği noktalarda bugünkü değer sıfıra eşit olmakta diğer bir deyişle noktaların değerleri verimlilik oranlarını göstermektedir. Ancak bu iki değer arasında net bugünkü değerler pozitif olmaktadır. Şu halde yatırım verimlilik oranları arasındaki faiz yüzdeleri için irdelenebilir. Diğer yüzdeler için yatırım hakkında olumlu karar vermek rasyonel değildir. Verim oranları, yatırımın nazara alınabilmesi için, faiz yüzdelerinin sınırlarını belirlemektedir. Eğrinin iki değer arasındabir minimumumu olsaydı, bu takdirde verimlilik oranlarının dışında kalan faiz yüzdelerinin geçerli olduğu haller için yatırım nazara alınabilecekti. Fakat her olasılıkta, verimlilik oranları sınırları saptadıktan sonra, bugünkü değer yöntemine başvurmak gerekecektir.

Birinci halde, sınırlar arasında, net bugünkü değerler ayrı ayrı saptanmış olsa idi, bunların değişimleri aşağıdaki gibi belirirdi (şekil 3.8)



Şekil 3.8

Denilebilir ki klasik olmayan yatırım türlerinde doğrudan doğruya bugünkü değer yönteminden yararlanmak doğru sonuçlar doğurabilecek ve çözüm uzatılmamış olacaktır.

Yukarıda yapılan açıklamalara benzer bir şekilde verim oranı olmıyan nakit akım dizileri örnekleri verilebilir.

Özetlemek gerekirse, klasik olmayan yatırım türlerinde uygulanması tereddüt uyandıran verimlilik oranı yöntemi klasik yatırımların buraya kadar anlatılan karar işlemlerinde kullanılabilecektir. Verimlilik oranı hakkında diğer bir uyarı, daha ilerideki, yatırımların boyutları açısından optimizasyonun açıklanması sırasında yapılmıştır.

3.2.3.6 Net Buğünkü Değer Yöntemi ile Verimlilik Oranı Yönteminin karşılaştırılması

İki yöntem de alternatif yatırımların seçiminde eşdeğer sonuçlar verir, yani uygulanmaları halinde her ikisi de aynı yatırımı önereceklerdir. Eşdeğerlik iki yöntemin de aynı temel ilkenin değişik şekilleri olmasının bir sonucudur. Temel ilke yatırımın yaratacağı artık değerler toplamı sadece yapılan harcamaları değil, fakat en az onların, bugünkü değer yüzdesi ile hesaplanmış birikmiş değerlerini de karşılıyorsa elverişlidir şeklinde tanımlanabilir.

İki yöntemin de kabul ya da red hususunda aynı sonuçları vereceği aşağıdaki gibi gösterilebilir (39).

Aynı yatırım için,

$$\sum_{t=0}^{T} \frac{R_t}{(1+r)^t} = 0 \qquad 3.17$$

ve

$$\sum_{t=0}^{T} \frac{R_t}{(1+i)^t} > 0 \qquad 3.18$$

bağıntıları mevcut olsun.

Açıklamaları kolaylaştırmak için 3.17 numaralı denklemin sol tarafı a harfi ve 3.18 numaralı eşitsizliğin sol tarafı b harfi ile gösterilirse bağıntılar kısaltılmış olarak,

$a = 0$

$b > 0$

şeklinde yazılabilirler. Yukarıdaki şartlar karşısında $r < i$ olamaz yani her iki yöntemin verdiği sonuç çelişmez. $r < i$ olabilseydi $a > b$ olurdu. Çünkü payları aynı olan iki orandan paydası küçük olanı, paydası büyük olandan değerce daha büyüktür. Dolayısıyla küçük paydalı oranların toplamı büyük paydalı oranların toplamından büyük olacaktır. Oysa $a = 0$ ve $b > 0$ halinin varlığı kabul edilmişti. a sayısı aynı zamanda hem sıfıra eşit hem de sıfırdan büyük bir sayıdan büyük olamaz. Şu halde $b > 0$ iken $r < i$ olamaz.

Açıklama, bir yatırımı yapma ya da yapmama hususunda iki yöntemde aynı seçim kararını, yatırımı yapma şeklindeki olumlu kararı, verdirecektir.

---

39. Porterfield, Coût du Capital, s.31

Buna karşılık iki yatırımın her iki yönteme göre sıralanması değişik sonuçlar verebilir. Aşağıdaki örnek bu özelliğin açıklanması için düzenlenmiştir.

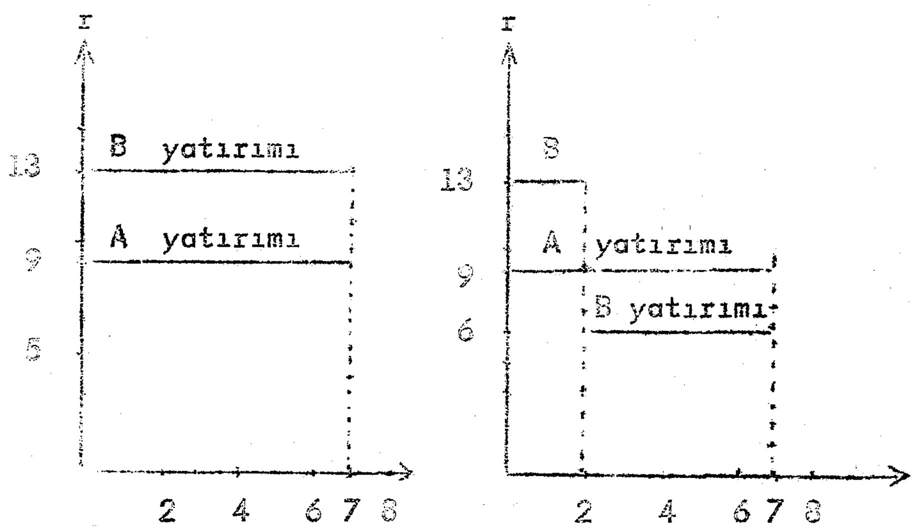
Bir A yatırımı 200.000 liralık harcama karşılığında yedi sene süre ile 40.000'er lira sağlıyacaktır. B yatırımı ise yine 200.000 liralık harcama karşılığında iki sene süre ile 120.000' er bin lira getirebilecektir. İki yatırımın her iki yönteme göre sıralaması aşağıdaki gibi olacaktır:

	Yatırım Harcaması	Ekonomik Ömür	Yıllık Nakit Akımı	Verimlilik Oranıyla Oran	Verimlilik Oranıyla Sıra	Net Bugünkü Değerle Faiz	Net Bugünkü Değerle Bugünkü Değer	Net Bugünkü Değerle Sıra
A	200.000	7	40.000	9	2	6	23.286	1
B	200.000	2	120.000	13	1	6	20.007	2

Tablodan, verimlilik oranına göre B yatırımının, net bugünkü değer yöntemine göre ise A yatırımının seçileceği görülür. Farklı sonuçlar elde edilmesinin nedeni ele alınan yatırımların tam birer alternatif oluşturmayışlarıdır. Gerçekten yatırımlar farklı ekonomik ömürlere sahiptirler. Yanı A yatırımı yedi yıl süre ile, B yatırımı ise sadece iki yıl süre ile nakit akımı meydana getirmektedirler. Bu takdirde iki yöntem kendi bünyelerine özgü varsayımlardan hareketle bu iki yatırımı değerlemekte ve farklı yargılara neden olmaktadırlar. Gerçekte her iki çözüm de doğru değildir.

Yöntemlerin özlerinde mevcut varsayımlar ele alınan örnek için aşağıdaki gibi açıklanabilir :

Verimlilik oranı yönteminin B yatırımı için yaptığı varsayım, bu yatırımın nakit akımları yatırımın yaşam süresinden sonra, ikinci yıl sonu ile yedinci yıl arasında, tekrar yatırılmış olsalardı yine % 13 verim sağlıyacaklardı şeklindedir. Buna karşılık net bugünkü değer yöntemi B yatırımı için, nakit akımları tekrar yatırıldıklarında, ikinci ve yedinci yıllar ararsında, % 6'ya eşit bir verim sağlarlardı varsayımını yapmaktadır. Diyagramlardan yararlanılan bir gösterilişle bu varsayımları aşağıdaki gibi özetlemek mümkündür(Şekil 3.9).



Şekil 3.9

Yöntemlerin yarattıkları bu paradoksal durumdan kurtulmak için, yatırımları, süreleri itibariyle eşit hale getirmek gerekir.Bu,kısa süreli işlemin, örnekte B yatırımının, nakit çıkımlarının diğer yatırım süresi sonuna kadar nasıl değerlendirileceğine karar vermekle olur. İkinci yatırımın meydana getirdiği nakit girişlerinin yatırım süresi bittikten sonraki beş yıl için tekrar yatırılma olasılığı göz önüne alınırsa her iki yatırım eşit süreli yapılmış olur. Yeniden yatırma olasılığının aradaki süre için göz önüne alınması her iki yatırımın tam alternatif oluşturmaları anlamınadır. Süre itibariyle eşitlenmiş yatırımların her iki yönteme göre çözümlenmesi çelişkisiz sonuçlar verecektir. Her ik çözüm de geçerlik kazanmış olacaktır.

Birinciyle karşılaştırmak için ikinci yatırıma eklenen yatırıma tamamlayıcı yatırım adı verilir (40)

3.3 KARAR YÖNTEMLERİ ÜZERİNE

Yatırım olayı, yatırım yapan açısından, gelecekte daha yüksek fayda sağlamak için bugün yapılan bir fedakârlık olarak tanımlanmıştı.

Bugünki faydanın gelecekteki fayda ile takasında ancak, bugünkü faydadan vazgeçmekle kapitalli üretimin sağlanabilece-

40. Peumans, Calculs d'Investissements,s.43

ği ve kapitalli üretimin daha yüksek üretim düzeyi temin edeceğinin bilinci rol oynuyordu. Bu teknik bir gerçekti ve yatırım olayında nesnel olguyu oluşturuyordu.

Artık üretimin parasal ifadesi gelecekteki faydanın değer katsayısı ile tanımlanışını olanak içine sokmakta ve artık değer olarak yaratılan faydayı belirtmekte idi. Yatırımın sonucunun para ile belirtilişi nesnel olgu ile pratik eylem arasındaki fonksiyonel ilişkiyi kurmak açısından önemlidir. Artık değerin varlığının saptanması nesnel olgunun amacının doğrultusunda bir sonuca varıldığını meydana çıkarmak için önemli bir bağlaç görevi görmektedir.

Rasyonel davranış yalnızca bir değer fazlası yaratmak değil, fakat yaratılabilecek en yüksek değer fazlasına erişmek çabasıydı. Bu, kıt kaynak gerçeği karşısında bir zorunluktur. Değer fiyat sistemine başvurmakla saptandığına ve fiyatlar ise bir çeşit tüketici oylarını belirlediğine göre, en yüksek değer en yüksek tatmini ifade ediyordu. Böylece rasyonel davranış dürtüsü en yüksek tatmini sağlamak açısından kaynak dağılımını ve onların etkin kullanımını sağlıyabilecekti.

Üçüncü bölümde, alternatif yatırımları, yarattıkları artık değerlerinin bir fonksiyonu olarak, sıralamaya elverişli yöntemler açıklanmıştı. Yöntemlerden oransal yöntemler adı altında incelenenlerin sakıncaları ele alınmış, çelişkili sonuçlar verebileceklerine işaret edilmiş ve en önemlisi, bugünle gelecek arasında bağ kuramıyan bu yöntemlerin, yatırımları herşeye rağmen sıraya koyabilme yetenekleri inkâr edilmemekle beraber, yaratılan toplam artık değer açısından bir yargı getiremiyeceği hususu ortaya konmuştu. Bunlar ekonomik davranış gereği en yüksek artık değerin elde edilmesine ilişkin amacı saptamakta yararlı olamazlar. Bu amaç açısından uygun bir değer kriteri değillerdir.

Bunlara karşılık net bugünkü değer ve verimlilik oranlarının toplam artık değerin fonksiyonu olarak yatırımları göz önünde bulundurabileceği üzerinde durulmuştur. Bu değerleme yöntemleri iki amaca hizmet edebiliyorlardı. Birincisi bir kabul kriterine, faiz yüzdesine göre yatırımın kabulü veya reddi kararıdır. İkincisi, alternatif yatırımları sıraya koyarak karşılaştırılmalarını sağlamak ve en yüksek kârlı yatırımı saptayan bir kriter görevi görmekti. Gerek kabul veya red kararında gerekse alternatifler arasından amaca uygun olanını saptamakta yöntemler aynı sonucu veriyorlardı. Çelişkili kararlar doğurmayışları yönleriyle bunlara eşdeğerlik yüklenebiliyordu. Alternatif yatırımlar, biri seçildiğinde diğeri gerçeklenmeyicek yatırımlardı. Bu tanımları itibariyle ele alındıklarında bu yatırımlara rakip yatırımlar adı da verilir.

Alternatifler teknik bilginin ve kaynakların alternatif kullanım olanaklarını bir sonucu olarak mevcut oluyordu. Anlatıldıkları kadarıyla yöntemler, yatırımların cins, boyut ve süre açılarından optimizasyonlarından yalnız birinciyi çözümlemiş görünmektedirler. Cins sözcüğü yatırımların konularını veya aynı konu içinde değişik teknikleri ifade eden bir sözcüktür. Örneğin, demiryolu ile ulaştırma konusunda, cins açısından buharlı çekim gücü, dizel motorlu çekim gücü, elektrikle çekim gücü elde etme olanakları mevcuttur. Yine elektrikle çekim gücünün tek fazlı, üç fazlı akımla elde edilmesi gibi değişik şekilleri mevcuttur. Yatırım değerleme yöntemleri değişik cinsteki yatırım alternatiflerinin sonuçlarınıaynı zaman birimi içinde, artık değerleri itibariyle, mümkün hale getirmiştir. Ayrıca faizi bir karar kriteri olarak kabul edip buna göre en yüksek artık değeri yaratan yatırımın saptanmasına olanak vermiştir. Böylece en yüksek kârlı yatırımın gerçeklenmesi mümkün olacaktır.

Bu açıdan ele alınınca değerleme yöntemleri bir optimalite araştırmasına fırsat vermiş, en yüksek değer itibariyle mevcutlar ararsından en iyi sonucu veren elverişli (oportün) yatırımı saptamış fakat onun sonuçlarını optimum yapmamıştır Bu yönüyle inceleme alternatif analizi olarak anılabilir. Sonuçları birer veri gibi kabullenerek sadece en iyiyiy saptamaya yararlı araçlar olma açısından pasif özellikleriyle tanımlanmışlardır. Bundan sonraki kısımda onların sadece optimalite araştırması aracı olarak değil optimizasyon aracı olarak ta kullanılabileceğine işaret edilecektir.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

YATIRIMLARIN OPTİMİZASYONU

4.1 YATIRIMLARDA AMAÇ

Rasyonel bir seçimin yapılabilmesi bir amacın daha önceden tanımlanmış olmasına bağlıdır.

Yatırımlarda amaç gelecekte bugünkünden daha yüksek fayda elde etmek olarak tanımlanmıştı. Ekonomik rasyonellik sadece daha yüksek faydanın değil, elde edilebilecek en yüksek faydanın sağlanması için çaba harcamayı gerektirir. Geleneksel firma teorisi yatırım yapan girişimcinin amacını gelecekteki kârlarını maksimize etmek şeklinde tanımlar.

Kârın maksimize edilmesi şeklinde tanımlanan amaç, özel mülkiyet ve hür girişim düzeni içinde mülkünü istediği biçimde kullanma hürriyetine sahip kimsenin doğal bir dürtüsü olarak açıklanmıştır.

Adı geçen dürtünün, rekabete dayalı hür girişime ilişkin ekonomik teoriye göre, sosyal ekonomik refahı en yüksek düzeye çıkarabilecek görünmez eli oluşturduğu söylenmiştir. Bu husus kâr maksimizasyonunun yararlılığınının savunulmasında kullanılan güçlü bir mantık olmuştur. Maksimizasyon amacı bugün de ekonominin temel bir varsayımıdır (1).

Kârın maksimize edilmesi, onun en üst düzeye çıkartılması şeklinde tanımlanan bu amaç, son yıllarda en çok eleştirilere konu olan bir kavram olmuştur. Çağımızın temel bir özelliği mülk sahibinin işlerin yönetimini profesyonel bir kadroya

---

1. Paul Anthony Samuelson, <u>Les Fondements de l'Analyse Economique</u>, Çev. Georges Gaudot, Paris, 1971, s.57

aktarması olmuştur. Sadece mülk sahibine değil, fakat üretimin meydana getirilişinde katkısı olan işçiye, tüketiciye, kendisine mal sağlıyanlara, alacaklılara, topluma ve devlete kısaca ilişkide olduğu herkese karşı sorumludur (2). Böyle olunca sadece mülk sahisinin çıkarını maksimize etmek ilkesi geçerli olamaz, daha geniş kapsamlı amaçların güdülmesi gerekir denilmektedir(3).

Kârım maksimizasyonu amacına karşılık amacın sadece bundan ibaret olmadığı söylenmiştir. Üretim biriminin sürekliliği yani endüstrialanında uzun süre mevcut olmak dolayısıyla minimum sürekli bir kâr, satış gelirlerini en üst düzeye çıkarmak, tatmin edici bir kâr miktari, büyüme, finansal kontrolun elde bulundurulması, iyi ücretler ödemek ve çalışanların refah düzeylerini yükseltmek gibi diğer amaçların varlığı ileri sürülmüştür.

Kâr maksimizaşyonuna karşılık ileri sürülen amaçlar genel kabul görmemiş, sürekli eleştirilere neden olmuşlardır. Kâr maksimizasyonuna karşılık geçerli makul bir amaç ileri sürülememiştir.

Kâr maksimizasyonuna karşı olan çıkâalar, kârın, millî gelirin para kapital sahibine giden miktarı olarak kabullenilişinden doğmaktadır(4).

Bu tartışmalar bir tarafa bırakılarak, çalışmada kâr, yukarıdakine oranla daha dar anlamıyla, kıt kaynakların kullanımında etkinliğin bir ölçüsü olarak nazara alınmış ve yatırımcının rasyonel davranacağı dolayısıyla yatırımların tek amacının ekonomik bir eylem niteliğindeki kâr maksimizasyonu olduğu varsayımı kabul edilmiştir. Burada kârın maksimizasyonu amacı ekonomik etkinliğin elde edilmesi çabasının doğal bir sonucudur. Girdilerin değerlerinden daha fazla bir artık değerin varlığının bir ifadesidir. Kâr maksimizasyonu, ekonomik

---

2. Porterfield, Coût du Capital, s.11

3. Kâr maksimizasyonu amacının daha geniş bir anlam kazanmağa başlaması konusunda bkz. Dean, Théorie Economique, s.35

4. Bu konuda bkz. Ezra Solomon, İşletme Finansmanı Teorisi, Çev. Turgut Var, Ankara, 1971, s.16

açıdan, rasyonel karar vermenin bir yol göstericisi olarak benimsenmiştir. Yaratılan değerlerin sonradan nasıl dağıtılacağı çalışmanın ilgi alanının dışındadır. Yaratılan değerin ister girişimciye, ister müşterilerine, ister hayır kurumlarına veya personeline dağıtması veya çalışanların yönetime katılmaması için gerekli potansiyelin yaratılmasına harcanması ile ilgilenilmeyecektir.

Şu halde yatırım optimizasyonu toplam kârların maksimum yapılması şeklinde tanımlanabilir. Burada amacın saptanmasında bir maksimizasyon kriterinden yararlanılmaktadır.

Daha evvelce de belirtildiği gibi kâr nazara alınan devre süresince meydana gelen gerçek para akımlarının cebirsel toplamıdır.

Buradan, amaç, yatırımın yaşam süresince meydana gelecek para akımları cebirsel toplamının maksimal bir ifadeye sahip olması şeklinde tanımlanır ve kısaca,

Hasılalar - Harcamalar = Maksimum

şeklinde belirtilebilir.

Yukarıdaki farkın irdelenmesi bugünden yapılacağı için paranın zaman değerinin nazara alınması gerekliliği açıktır. Bu nedenle, yine net bugünkü değer kavramı ile karşı karşıya kalınacak ve yatırımlardaki kâr maksimizasyonun amacı metematiksel olarak

$$\sum_{t=0}^{T} \frac{R_t}{(1+i)^t} = \text{maksimum}$$

şeklinde belirtilebilecektir. Şu halde yatırımlarda amaç yatırırım nakit akımlarının net bugünkü değerlerinin maksimum olması şeklinde tanımlanabilir.

4.2 SÜREKLİLİK VARSAYIMININ KABULLENİLİŞİ

Nakit akımlarının toplam bugünkü değerlerinin

$$\sum_{t=o}^{T} \frac{R_t}{(1+i)^t}$$

şeklinde belirtilmesi onların süreksiz -kesikli- bir seri olarak kabullenildiğini ifade eder. Bu yapısıyla formül en uygun yatırım şeklinin saptanmasında yeterli olmaktaydı. Nitekim alternatif teknikler sınırlı sayıdadır ve karşılaştırılacak sonuçlar süreksiz sonuçlar halindedir. Formülden en yüksek toplam bugünkü değeri veren teknik saptanabilir.

Buna karşılık yukarıdaki ifade sürekli bir fonksiyon olarak ifade edilebilirse, maksimizasyon sorununun çözümü daha kolaylaşacaktır. Böylece diferansiyel ve entegral hesaptan dolayısıyla marjinal analizden yararlanmak mümkün olabilecektir. Bu tutum maksimizasyon tekniğinin somut yönünü daha iyi yansıtır. Fonksiyonel inceleme sırasında görülecektir ki, maksimizasyonun somut yönü olan boyut problemlerinin sonuçları, bağlı olduğu değişkenler açısından, süreklilik niteliğine sahiptirler.

4.2.1 Sürekli Faiz Yüzdesi Varsayımı

Genellikle, faiz, borç paranın bir devre sonundaki geliriolarak tanımlanır. Buna göre - i bir liranın bir devrelik faizi olmak üzere ve bileşik faiz düşüncesine göre -, (1) lira 1 devre sonra $(1+i)^t$ liraya varır. Buna karşılık (1) liranın sürekli olarak kullanıldığı dolayısıyla her an faiz geliri oluşturduğu düşünülebilir. Bu takdirde (1) liranın bir devre sonunda ulaşacağı tutarı hesaplıyabilmek için aşağıdaki akıl yürütme biçimi yol gösteriçi olabilir.

Önce, bir devrenin, p çok büyük bir sayı olmak üzere, p devreye bölündüğü ve (1) liraya her 1/p süresi sonu itibariyle bileşek faiz işlemi uygulandığı kabul edilsin. (j), şimdilik, (i) faiz yüzdesinin eşdeğer faiz yüzdesi (5) ise, (1)

---

5. Buradaki (j) faiz yüzdesinin özelliği, p ile orantılı olarak küçülen ve bir devre içinde p kere faiz işlemi uygulanan (1) liranın faizi ile birlikte vardığı değeri, yine (1) LİRAYA bir devre içinde bir kere işlemi uygulandığında varacağı değere eşit yapan bir devrelik faiz yüzdesi olmasıdır. Kısaca $(1+ j/p)^p = 1+i$ yazılır. (j)'nin (i) cinsinden değeri $j = p\left[(1+i)^{1/p} - 1\right]$ şeklindedir.

liranın çok küçük bir $1/p$ devresinde getirdiği faiz tutarı j/p lira olacak ve (1) lira faizi ile birlikte $1/p$ devresinde $1+j/p$ liraya ve yine (1) lira faizi ile birlikte bir devrede $(1+j/p)^p$ liraya aynı şekilde (1) lira t devrede $\left[(1+j/p)^p\right]^t$ (4.1) veya $(1+j/p)^{pt}$ (4.2) liraya varacaktır.

Diğer taraftan $(1+1/n)^n$ ifadesinin $n \to \infty$ için limit değerinin 2,718281.... 'e yani (e) sayısına yaklaştığı ispat edilebilir ve $\lim_{n\to\infty} (1+1/n)^n = e$ (4.3) şeklinde yazılır.

Yine,

$$\frac{j}{p} = \frac{1}{\frac{p}{j}}$$ eşitliği göz önüne alınır , $p/j = n$

denirse $j/p = 1/n$ olur ve (.1) ifadesi $(1+j/p)^p = \left[(1+1/n)^n\right]^j$ (4.5) halinde ifade edilebilir.

Yukarıdaki açıklamaya dönerek bir devre içinde p'nin (∞) a yaklaştığı farz edilirse (4,4) ten $n \to \infty$ olacaktır ve sonuç olarak (1) liranın faizi ile birlikte bir devre sonunda varacağı değer,

$$\lim_{p\to\infty} \left(1+\frac{j}{p}\right)^p = \lim_{n\to\infty} \left[\left(1+\frac{1}{n}\right)^n\right]^j = e^j = 1+i \quad (4.6)$$

lira ve (1) liranın aynı düşünceyle t devre sonunda varacağı değer,

$$\lim_{p\to\infty} \left[\left(1+\frac{j}{p}\right)^p\right]^t = \lim_{n\to\infty} \left[\left[\left(1+\frac{1}{n}\right)^n\right]^j\right]^t = e^{jt} = (1+i) \quad (4.7)$$

lira olacaktır.

(4.6) numaralı $e^j = 1+i$ eşitliğinden $j\ln e = \ln(1+i)$ yazılabilir ve j 'inin değeri $j = \ln(1+i)/\ln e$ ve $\ln e = 1$ olduğundan $j = \ln(1+i)$ şeklinde bulunur ve sürekli faiz yüzdesi olarak tanımlanır(6). Böylece saptanan j çoklukla ρ veya δ harfleriyle de gösterilir.

---

6 Sürekli faiz yüzdesinin diğer tanımları ile işletmeler açısından önemi hakkında bakınız Alfred İsaac, Ticarî Hesap ve Malî Cebir, Çev. Nevzat Güneş, İstanbul,1944,s.214

4.2.2 Sürekli Nakit Akımı Varsayımı

Yukarıdaki varsayıma benzer bir varsayımla yatırımın nakit akımlarının da devre sonlarında değil, sürekli olarak meydana geldikleri kabul edilir ve de zamanın bir fonksiyonu olarak $R_{(t)}$ şeklinde gösterilir ve (4.7) numaralı formüldeki $(1+i)^t = e^{jt}$ eşitliği nazara alınırsa,

$$\bar{R}_o^o = \sum_{t=o}^{T} \frac{R_{(t)}}{(1+i)^t}$$

şeklindeki net bugünkü değer formülü,

$$\bar{R}^o = \int_{t=0}^{T} \frac{R_{(t)}}{e^{jt}}\, dt \text{ veya } R^o = \int_{t=0}^{T} R_{(t)}\, e^{-jt}\, dt$$

şeklinde sürekli bir ifade biçimine bürünür.

4.3 YATIRIMLARIN FONKSİYONEL YAPISI

Yatırımlar, karşılaştırılabilmeleri amacıyla, evvelce nakit akımları dizileriyle gösterilmişti. Bir devrenin nakit akımı ise yatırımın gerçeklenmesi için bu devre içinde yapılan gerçek para harcamaları ile yatırımın doğurduğu gerçek parasal hasılaların cebirsel toplamına eşittir. Bu toplam, çalışmada, devrelik kâra eşdeğer kabul edilmiştir. Toplam kâr ise devreler itibariyle nakit akımlarının bugünkü değerlerinin cebirsel toplamı olarak tanımlanmıştı. Yine nakit akımları matematiksel bir model olarak,

$$R_t = r_t - d_t \quad (t = 1,2,3,\ldots\ldots,T)$$

şeklinde gösterilmişti. Bu eşitlikteki terimleri, onların etkiliyen faktörlerinin bir fonksiyonu olarak ifade etmek mümkündür. Şöyle ki,

d_t = başlangıç harcaması ile onun zaman birimi başına değişken veya tamamlayıcı masrafları,

q = faktör miktarları,

p = faktör fiyatları,

t = zaman

olmak üzere d_t miktarlara, fiyatlara ve zamana bağlı olarak değişir veya onların fonksiyonu olarak kabul edilebilir ve $d_t = f(q,p,t)$ şeklinde ifade edilebilir. Aynı şekilde,

r_t = zaman birimi başına yatırımın hasılası,
q' = ürün miktarı,
p' = satış fiyatı,

ve r_t , q', p', t nin bir fonksiyonu olarak $r_t = f(q',p',t)$ halinde olacaktır.

Son olarak, yatırımın ekonomik ömrü tamamlandığında, teçhizatın sahip olacağı hurda değer S üretim hacmının ve zamanın bir fonksiyonu olarak $S = f(q',t)$ şeklinde belirtilebilir ve T yatırımın ekonomik yaşam süresi - ekonomik ufuk olarak ta adlandırılır- kabul edilirse, yatırımların yatırımların fonksiyonel yapısı veya onları belirliyen nakit akımlarının net bugünkü değeri

$$\bar{R}^o = \int_{t=o}^{T} \left[r_t(q',p',t) - d_t(q,p,t)\right] e^{-jt}dt + S(q',t)e^{-jt} \quad (4.9)$$

halini alır.

Bugünkü değerin son ifadesi (4.9) onun maksimizasyon şartlarını incelemek için elverişlidir.

4.4 MARJİNAL ANALİZ VE MAKSİMİZASYON

Marjinal analizin temel mantığı, genel olarak, sonucu etkiliyen faktörlerden bir tanesinde onun artması yönünde bir değişiklik yapmaya değer mi sualine cevap bulmaktır (7). Daha açık bir biçimde, marjinal analiz, sonuçta meydana gelebilecek değişiklik için onu etkileyen faktörlerden birinde yapılacak değişikliğin maliyetine katlanmak rasyonel midir sualini cevaplamak ister.

Sonucun yatırımın toplam kârını belirttiği kabul edilirse, kârı etkiliyen faktörde meydana gelen her değişiklik kârın bir evvelki hale göre artmasına neden olduğu sürece faktördeki değişikliğe, rasyonellik gereği, devam edileceği açıktır. Sonucun toplam değerinin artması, etkiliyen faktördeki değişikliğe karşılık, onda meydana gelecek farkın artı değerli olmasına bağlıdır. (x) sonucu etkiliyen faktör ve sonuç (x)'e bağlı bir $y = f(x)$ fonksiyonu şeklinde gösterilir ve de (x)'teki değişiklik dx ile belirtilirse, (x)'in değişiminin sonuçta meydana getireceği değişim $f(x+dx) - f(x)$ olarak hesaplanabilir. Kısaca dy veya df(x) şek-

7. W.J. Baumol, Théorie Economique, s.21

linde gösterilebilecek bu farkın artı değerli olması, faktörün dx kadar artışına karşılık kârın da, bir evvelki haline göre, artış göstereceğini ifade eder. Bu halde sonuçtaki değerce değişiklik faktördeki değişikliğe oranlanırsa oran pozitif olacaktır. $f(x+dx) - f(x) > 0$ kaldığı yani (x)'te meydana gelen her değişiklik toplam kârı büyütmeğe devam ettiği sürece, (x)'teki değişikliğe devam edilmesinin rasyonelliği ortaya çıkar. Farkın sıfıra eşit olması yani $f(x+dx) - f(x) = 0$ halinde toplam kâr artık büyümeyecek, maksimal değerine ulaşmış olacaktır. Bundan sonraki değişiklikler toplam değeri arttırmıyacak hatta küçültecektir. Farkın sıfıra eşit olması $\frac{f(x+dx) - f(x)}{dx}$ oranının da sıfıra eşit olmasını gerektirir. Şu halde bu oran faktörde meydana gelebilecek son olumlu değişikliğin saptanmasında yararlı olabilecektir (8). dx miktarı (x)'in marjinal artış miktarı, yine (x)'teki değişikliğe karşılık (y)'deki $f(x+dx) - f(x)$ kadarlık değişiklik (y)'nin marjinal artış miktarıdır.

Marjinal analiz bağımsız - etkiliyen- değişkenin, Burada (x)'in, bağımlı -etkilenen- değişken, burada (y), üzerindeki marjinal etkisini inceler. Şu halde marjinal analiz sonuçta arzulanan değişikliğin ne zaman sona ereceğini ve bu değişikliği sona erdiren etkileyici faktörün değerini ve de sonucun maksimal değerini saptıyabilir. Gerçekten, bu yönüyle, marjinal analiz maksimizasyon tekniğinin etkin bir aracıdır.

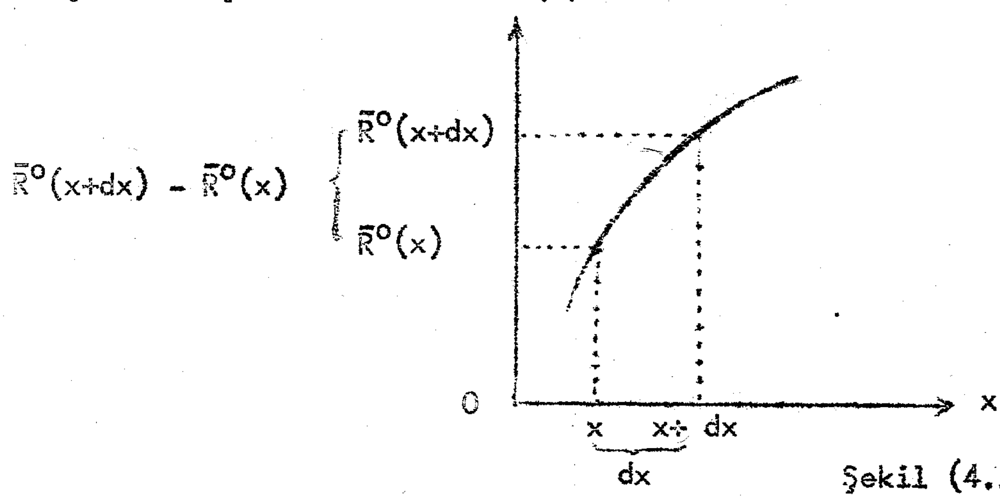
4.5 MARJİNAL ANALİZ VE DİFERANSİYEL HESAP

Bir evvelki kısımda açıklananlar yatırımlara ilişkin sembollerle özetlenirse, marjinal analize göre toplam ifade maksimal değerine marjinal fark sıfıra eşit olduğunda ulaşır. Yani $\bar{R}^o$, $\bar{R}^o(x+dx) - \bar{R}^o(x) > 0$ oldukça büyür. Şu halde (x)'teki değişiklik işlemine devam etmek rasyonelliğin gereğidir. $d\bar{R}^o = \bar{R}^o(x+dx) - \bar{R}^o(x) = 0$ olduğunda ise $\bar{R}^o$ artık büyümiyecek demektir. Diğer bir deyişle (x)'in $\bar{R}^o$ üzerindeki olumlu etkisi tü-

---

8. Oran bağımsız değişkenin bir ünitesinin sonucu değiştirme etkinliğini gösterir veya (x)'teki bir birimlik değişikliğe karşılık sonucun değişim hızını ifade eder ve (x)'in (y) üzerindeki marjinal etkisi veya (x)'in (y)'ye marjinal katkısı olarak tanımlanır.

kenmiştir. (x)'in bu farkı sıfıra eşit yapan değeri onun marjinal değeri, yine $\bar{R}^o$ ın bu andaki değeri onun marjinal miktarıdır ve maksimumdur. Burada $\frac{\bar{R}^o(x+dx) - \bar{R}^o(x)}{dx}$ oranının da sıfıra eşit olacağı açıktır. Şu halde, matematiksel olarak $d\bar{R}^o$ farkını sıfıra eşitleyen, dolayısıyla $\bar{R}^o$'ı maksimum yapan (x)'in değeri bu oran yardımcılığıyla bulunabilir. Şekil 4.1 açıklanan olayın grafik gösterilişidir.



Şekil (4.1)

Diğer taraftan (a,b) değerleri arasında sürekli bir $y = \bar{R}^o(x)$ fonksiyonunda, onun bağımsız değişkeni (x)'in $\Delta x \to 0$ olmak üzere Δx kadar artışına karşılık, $\Delta y = \bar{R}^o(x+\Delta x) - \bar{R}^o(x)$ kadar bir değişiklik meydana gelmiş ise $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ oranına $\bar{R}^o(x)$'in (x)'e göre türevi denir ve,

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\bar{R}^o(x+\Delta x) - \bar{R}^o(x)}{\Delta x}$$

şeklinde yazılır. Bu oran y', $\frac{dy}{dx}$, $\bar{R}^{o\prime}(x)$, $\frac{d\bar{R}^o(x)}{dx}$ şekillerinde de ifade edilir. Bir fonksiyonun türevi onun anî değişme hızını belirtir.

Fonksiyonun bağımsız değişkeni dx kadar değiştiğinde $\bar{R}^o(x)$'teki değişiklik $d\bar{R}^o(x)$ olarak belirtilir ve $\bar{R}^o$'ın diferansiyeli olarak adlandırırır. $d\bar{R}^o = \bar{R}^{o\prime}.dx$ olarak tanımlanır. dx ise bağımsız değişkenin diferansiyeli adını alır. Buradaki özellik $d\bar{R}^o$ in $\Delta x \to 0$ şartına bağlı olmaksızın tanımlanmış olmasıdır. Türeve ilişkin işlemler matematiğin kendisine özgü kuralları ile gerçeklenebilir.

Açıklanan yapısıyla türev veya daha genel olarak diferansiyel hesap kuralları, yukarıda genel tanımı yapılan marjinal analizin gerçeklenmesinde bir araç olarak kullanılabilecektir. Bu özellik, yatırımın toplam kârını onu etkiliyen unsurlar açı - sından maksimize etmek veya maksimizasyon kriterine dayalı bir optimum elde etmek için önemli bir ilişkidir. Gerçekten, değiş-kenlerimizin denge kıymetlerine bir ekstremumun(maksimum veya mi-nimum) çözümleri gözüyle bakılabildiği hallerde, parametrelerin değişimlerine nisbetle cözümlerin niteliksel durumları, anlam belirsizliğine meydan vermeden, genellikle saptanabilir (9).

4.5.1 Maksimizasyonun Matematik Yapısı

Matematiksel olarak, herhangi bir sürekli fonksiyounn birinci türevi bir (x) değeri için sıfıra eşit oluyorsa, (x)'in bu değeri için fonksiyonun bir maksimum veya minimumu (ekstremum noktaları) vardır. Bu sonuç marjinal analizin vardığı sonuca eş-değerdir.

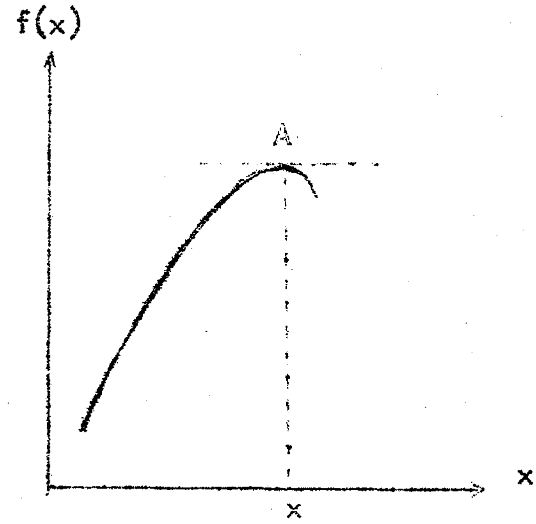
Fonksiyonun ikinci türevi bu (x) değeri için sıfırdan küçük ise ekstremum noktasının bir maksimumu gösterdiği anlaşılır (10). Şu halde matematiksel bir fonksiyon şeklinde ifade edile-bilen bir ekonomik olayın birinci türevi onu etkiliyen bir (x) faktörünün değeri için sıfıra eşit oluyor ve ikinci türevi yine aynı (x) değeri için sıfırdan büyük oluyorsa bu olay (x) de-ğeri için maksimal toplam değerine varmıştır. Tersinden giderek fonksiyonu maksimum yapacak değeri saptamak ve bunu gerçeklemekle olay maksimize edilebilir. Fonksiyon ekonamik olayın matematik modelidir. Modeldeki değişkenleri birbirine bağlıyan parametre-lerin belirli bir olay için rakamsal olarak değerleri saptanırsa, model, kantitatif bir model halini alır(11).

Özetlemek gerekirse bir fonksiyonu maksimize etmek için $f'(x) = 0$ veya $\frac{df(x)}{dx} = 0$ ve $f''(x) < 0$ veya $\frac{d^2 f(x)}{dx^2} < 0$ şartlarını sağlıyan (x) değerini gerçeklemek gerekir. Şekil (4.2) açıkla-nanların grafik gösterilişidir.

9.Samuelson, Analyse Economique, s.57

10.Geniş açıklama için bkz.Baumol,Théorie Economique,s.51

11.Model yapımı ve özellikleri hakkında geniş açıklama için bkz. Kılıçbay, Kantitatif İktisat,s.70



Şekil 4.2

A noktasında x değeri için $f'(x) = 0$ ve $f''(x) < 0$ şartları mevcuttur. Bu f(x) eğrisinin x_i ($x_i < x$) değerleri için giderek artan değerler aldığını ve x noktası için f(x) eğrisinin maksimal değerine ulaştığını ifade eder. $f''(x) < 0$ şartı birinci türevin işaret değiştirdiğini anlatır yani bundan sanra $\frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ oranı negatif değerler alacak ve toplam değer azalacaktır.

$\bar{R}^o = \int_{t=o}^{T} \left[r_t(q',p',t) - d_t(q,p,t) \right] e^{-jt} dt$ eğrisinin, bağlı olduğu değerlere göre türevlerini almak mümkündür. Böylece birinci türevi sıfıra eşit ve ikinci türevi sıfırdan küçük bağımlı değerin büyüklüğü saptanabilecektir. Bağımsız değerin türevi sıfır yapan büyüklüğünü gerçekliyerek fonksiyon maksimize edilebilecek veya yatırım bu değişkeni itibariyle optimal yapılabilecektir. Bir diğer ifadeyle belirli bir teknik için yatırımın net bugunkü değeri bu faktör açısından maksimum yapılabilecektir. Bu açıklama biçimi, net bugunkü değerin ancak bağlı olduğu faktörlerden bir tanesi itibariyle maksimum yapılmasını olanak içine sokar. Birden çok faktöre bağlı olduğu görülen net bugünkü değerin bu şekilde maksimizasyonu diğer bağımsız değişkenlerin sabitliği varsayımını açıklar. Maksimize ediş biçimleri içerik olarak sabitlik şartlarının çoğuna sahiptirler (12).

Bir tek değişkene göre maksimize etmek, fonksiyonun, teorik olarak, birden çok değişkene göre maksimize edilemiyeceği anlamına gelmez. Birden çok değişkene bağlı bir fonksiyonu mak-

---

12. Samuelson, Analyse Economique, s.57

simum yapmak için bir üçüncü şartın gerçeklenmesi gerekir.

Maksimize edilecek fonksiyon $y = f(x_1, x_2)$ şeklinde birden çok değişkene bağlı ise, maksimum değer aşağıdaki şartların gerçeklenmesine bağlıdır (13) :

- y fonksiyonunun x_1 ve x_2 ye göre birinci türevlerinin (kısmî türevlerinin) sıfıra eşit olması,
- fonksiyonun x_1 ve x_2 göre ikinci dereceden türevlerinin çarpımlarının, fonksiyonun x_1 e göre birinci türevinin x_2 ye göre (veya x_2 ye göre birinci türevinin x_1 göre türevinin) türevinin karesinden büyük olmasına (bu şart fonksiyonun ekstremum noktalarının varlığını gösterir),
- fonksiyonun x_1 ve x_2 ye göre ikinci dereceden türevlerinin ikisinin de sıfırdan küçük olmalarına bağlıdır. Başka bir deyişle $y = f(x_1, x_2)$ olmak üzere,

- $y'_{x_1} = 0$ ve $y'_{x_2} = 0$,
- $y''_{x_1x_1} \cdot y''_{x_2x_2} > (y''_{x_1x_2})^2$
- $y''_{x_1x_1} < 0 \qquad y''_{x_2x_2} < 0$

şartlarına bağlıdır. İkinci şart

$$\begin{vmatrix} y''_{x_1x_1} & y''_{x_1x_2} \\ y''_{x_2x_1} & y''_{x_2x_2} \end{vmatrix} > 0$$

şeklinde de ifade edilebilir (14), Determinantın değerinin $y''_{x_1x_1} \cdot y''_{x_2x_2} - y''_{x_1x_2} \cdot y''_{x_2x_1}$ olarak hesaplanacağı ve herhangi bir fonksiyon için $y''_{x_1x_2}$ ile $y''_{x_2x_1}$ in eşit olduğu göz önüne alınırsa her iki belirtiliş biçiminin eşdeğer olduğu anlaşılır. Gerçekten determinant ile açıklamada,

$$y''_{x_1x_1} \cdot y''_{x_2x_2} - y''_{x_1x_2} \cdot y''_{x_2x_1} > 0$$

---

13. İkiden fazla değişkenli fonksiyonların maksimizasyonu konularında daha geniş açıklama için bkz. Kılıçbay, Kantitatif İktisat, s.312-16; R.G.D. Allen, Analyse Mathématique et Théorie Economique, Çev. M.Bernard, Paris, 1950, s.385 ten 419 a kadar

14. Kılıçbay, Kantitatif İktisat, s.312

veya

$$y''_{x_1x_2} = y''_{x_2x_1} \quad \text{olduğundan}$$

$$y''_{x_1x_1} \cdot y''_{x_2x_2} - (y''_{x_1x_2})^2 > 0 \quad \text{şartı}$$

$$y''_{x_1x_1} \cdot y''_{x_2x_2} > (y''_{x_1x_2})^2 \quad \text{haline girer.}$$

İkiden fazla değişkenli fonksiyonlar için de bu şartların genişletilmesi maksimum değerin bulunması için yeterlidir.

Maksimizasyon kurallarının uygulanmasına ilişkin bir örnek aşağıdaki gibi olabilir:

x_1 ve x_2 ye göre maksimum yapılacak fonksiyon,

$$f(x_1,x_2) = -2x_1^2 - 2x_1x_2 + 4x_1 - 2x_2^2 + 6x_2$$

olsun. Fonksiyonu maksimum yapan bağımsız değişkenlerin değerleri ile fonksiyonun maksimum değerini hesaplamak çözümün amacıdır.

$$\left.\begin{array}{l} y'_{x_1} = -4x_1 - 2x_2 + 4 = 0 \\ y'_{x_2} = -2x_1 - 4x_2 + 6 = 0 \end{array}\right\} \Longrightarrow \quad \begin{array}{l} x_1 = \frac{1}{3} \\ x_2 = \frac{4}{3} \end{array}$$

$$y''_{x_1x_1} = -4 \; ; \; y''_{x_2x_2} = -4 \; ; \; y''_{x_1x_2} = -2 \; ; \; y''_{x_2x_1} = -2$$

şeklindeki hesaplamalar yapılabilir ve buradan

$$y''_{x_1x_1} \cdot y''_{x_2x_2} > y''_{x_1x_2} \cdot y''_{x_2x_1}$$

veya

$$y''_{x_1x_1} \cdot y''_{x_2x_2} > (y''_{x_1x_2})^2 \Rightarrow (-4).(-4) > (-2)^2$$

veya

$$16 > 4$$

olduğu görülür. Yani maksimum veya minimumu vardır. Bu hesaplama ikinci şartın irdelenmesidir.

Üçüncü şart olarak,

$$y''_{x_1x_1} < 0 \quad \text{ve} \quad y''_{x_2x_2} < 0$$

gerekliliği problem için mevcuttur. Nitekim

$$-4 < 0 \qquad -4 < 0$$

şartları gerçeklenmektedir yani fonksiyonun maksimumu vardır ve

$$f(x_1 x_2)_{maks} = -\frac{2}{9} - \frac{8}{9} + \frac{12}{9} - \frac{32}{9} + \frac{72}{9} = \frac{42}{9} = \frac{14}{3}$$

bulunur.

İkiden daha çok değişkenli fonksiyonların maksimizasyonu için aynı yöntem daha genişletilmiş bir şekilde uygulanacaktır.

4.6 YATIRIMLARIN BOYUTLARI VE OPTİMİZASYONU

4.6.1 Optimizasyon Değişkeninin Saptanması

Net bugünkü değere ilişkin

$$\bar{R}^o = \int_{t=o}^{T} \left[r_t(q',p',t) - d_t(q,p,t)\right] e^{-jt}.dt$$

sürekli fonksiyonu çok sayıda değişkene bağlıdır. Teoride $\bar{R}^o$ ın (i) nin dışında sadece bir değişkene bağlı olduğu kabul edilmektedir. Bu takdirde diğer değişkenlerin sabitliği varsayımı ortaya çıkmaktadır. Şu halde maksimizasyonun ilk kademesi bu değişkenin saptanması olacaktır. Saptanan değişken maksimizasyon değişkeni olarak anılır. Maksimizasyon değişkeni açısından elde edilen sonuçlar ancak diğer değişkenler sabit kaldığı yani "ceteris paribus" geçerli olduğu sürece bir değer ifade edebileceklerdir.

Genel olarak kâh yatırımın boyutu, kâh teçhizatın kullanım süresi maksimizasyon değişkeni olarak saptanır. Ürünün satış fiyatının da net bugünkü değeri maksimal ifadesine ulaştıracak değişken olarak seçildiği görülmekteyse de piyasa ekonomisi varsayımı bu hali geçersiz hale getirmektedir. Bu takdirde fiyatlar model için egzojen bir veri olarak belirecektir. Yine stasyoner ekonomi varsayımı bunların sabit kabul edilmelerini gerektirecektir.

Yatırımın stasyoner ekonomi çerçevesi içinde yapıldığı yanı,

- talep fonksiyonunun zamana bağlı olarak değişmediği,
- teknik gelişmenin mevcut olmadığı yani üretim fonksiyonunun zamandan bağımsız olduğu,

- Üretim faktörleri fiyatlarının sabitliği,
- yatırımın finansmanı için fon sınırlamasının olmadığı

varsayımları kabul edilmiş olsun.

Üçüncü varsayım ikinci ile birlikte nazara alınırsa gelecekteki toplam harcamalar fonksiyonunun da değişmiyeceği ortaya çıkar.

(x) parametresi ekilecek bir alanın büyüklüğü, barajda biriktirilecek su hacmı, üretilecek ürün miktarı veya bunların gerçeklenmesi için gerekli olan barajın yüksekliği, makine sayısı gibi teknik bir değişken ya da bunların gerçeklenmesi için gerekli harcamaların toplam parasal ifadesi kısaca yatırımın boyutu ile ilgili bir değişken olsun. Yukarıdaki varsayımlar karşısında yatırımın net bugünkü değeri sadece (i) ye ve (x) e bağlıdır denilebilecektir. Diğer bir deyişle matematiksel olarak fonksiyon $\bar{R}^o(x,i)$ şeklinde yazılabilecek ve yatırım (x) e göre optimal yapılabilecek yani serbest rekabet ve stasyoner ekonomi varsayımları karşısında yatırımın optimizasyonu ancak boyutu itibariyle gerçeklenebilecektir.

4.6.2 Yatırımların Boyutları Açısından Optimizasyonu

Şayet yatırımın boyutu (x) dx kadar arttırılırsa ona bağlı olduğu kabul edilen bugünkü değer $\bar{R}^o(x,i)$ de $d\bar{R}^o(x,i)$ kadar artacaktır. $R_t = r_t - d_t$ eşitliği hatırlanarak, $d\bar{R}^o$ artışının $dr_t - dd_t$ şeklinde belirtilebilecek marjinal yatırımın bugünkü değerine eşit olacağı söylenebilecek ve bu artış

$$d\bar{R}^o(x,i) = \sum_t \frac{dr_t - dd_t}{(1+i)^t} = \frac{dR_t}{(1+i)^t} \qquad (4.10)$$

şeklinde yazılabilecektir.

Diferansiyel hesaptaki, bir fonksiyonun diferansiyeli, o fonksiyonun türevi ile bağımsız değişkenin artmasının - yani (x) in diferansiyeli dx 'in çarpımına eşittir (15) tanımı göz ö-

---

15. E. Lindelöf-E. Ullrich, <u>Analize Giriş</u>,Çev.M.N.Oğuz töreli, Erzurum,1961,s.252

nünde bulundurulursa $d\bar{R}^{o}_{(x,i)}$ artışı bir başka şekilde

$$d\bar{R}^{o}_{(x,i)} = \frac{\bar{R}^{o}(x+\Delta x,i)-\bar{R}^{o}(x,i)}{\Delta x}\, dx \quad (4.11)$$

olarak gösterilebilecektir. 4.10 ve 4.11 numaralı denklemler göz önüne alınırsa aşağıdaki seri eşitlikler yazılabilir :

$$d\bar{R}^{o}_{(x,i)} = \sum_{t} \frac{dr_t - dd_t}{(1+i)^t} = \frac{\bar{R}^{o}(x+\Delta x,i)-\bar{R}^{o}(x,i)}{\Delta x}\, dx$$

Marjinal analiz, toplam değer, maksimal ifadesine, marjinal fark sıfıra eşitlendiğinde varır dediğine göre (x)in $d\bar{R}^{o}_{(x,i)}$ veya $\frac{dr_t - dd_t}{(1+i)^t}$ farkını sıfıra eşitleyen değeri toplam değeri maksimum yapacaktır. Başka bir deyişle marjinal yatırımın bugünkü değerini sıfıra eşitleyen (x)in değeri yatırımın optimal boyutudur. (x)in bu değeri 4.11 numaralı denklem sıfıra eşitlenerek bulunabilir.

$$d\bar{R}^{o}_{(x,i)} = \frac{\bar{R}^{o}(x+\Delta x,i)-\bar{R}^{o}(x,i)}{\Delta x}\, dx = 0 \quad (4.12)$$

4.12 numaralı denklemin sıfıra eşit olması için denklemin

$$\frac{\bar{R}^{o}(x+\Delta x,i)-\bar{R}^{o}(x,i)}{\Delta x}$$

şeklindeki teriminin sıfıra eşit olması yeterlidir. Bu terim ise bugünkü değerin (x)e göre türevini yani $\frac{d\bar{R}^{o}}{dx}$'ı belirttiğinden optimizasyon şartı, bugünkü değerin (x)e göre türevinin sıfıra eşit olması şeklinde açıklanabilir. Başka bir deyişle optimal yatırım boyutu

$$\frac{d\bar{R}^{o}}{dx}(x,i) = 0 \quad (4.13)$$

denklemini sağlıyan (x) değeridir. (x)in bu değeri bugünkü değerin maksimum olmasına neden olacaktır.

4.5.1 numaralı kısmın maksimizasyona ilişkin diğer şartları da göz önünde bulundurularak optimalite şartının tam ifadesi,

$$\left.\begin{array}{l} \frac{d\bar{R}^o}{dx}(x,i) = 0 \\ \bar{R}^o(x,i) \geqslant 0 \\ \frac{d^2\bar{R}^o}{dx^2}(x,i) < 0 \end{array}\right\} \quad (4.14)$$

şeklinde özetlenebilir. Evvelce kabul edilen, nakit akımlarının devreler itibariyle sürekliliği varsayımı da göz önünde bulundurulursa optimalite şartı

$$\frac{d\bar{R}^o}{dx}(x,i,t) = \int_{t=0}^{T} \frac{R(x,i,t)}{dx} e^{-jt}.dt = 0 \quad (4.15)$$

şeklinde açıklanabilir.

Marjinal yatırımın bugünkü değerini sıfıra eşitleyen (i)nin değeri, daha önce açıklanan verimlilik oranının karşıtı olarak, marjinal verimlilik oranı olarak adlandırılır ve (r) den ayrılabilmesi için ($\bar{r}$) ile gösterilebilir. Tanımından hareketle marjinal verimlilik oranı

$$\sum_t \frac{dr_t - dd_t}{(1+i)^t} = \frac{d\bar{R}^o}{dx}(x,\bar{r}) = 0 \quad (4.16)$$

eşitliklerini sağlayan $\bar{r}$ değeridir. Başka bir deyişle marjinal verimlilik oranı 4.16 denklemini sağlayan köktür.

Yukarıdaki açıklamalar ilginç bir noktayı ortaya çıkarırlar. Şöyle ki, (x)in optimal büyüklüğü için marjinal yatırımın verimlilik oranı piyasa faiz yüzdesine eşit olur. Gerçekten, $\bar{r}$, $\frac{d\bar{R}^o}{dx}(x,\bar{r}) = 0$ denkleminin kökü olarak tanımlanmıştı. Diğer taraftan $\frac{d\bar{R}^o}{dx} = 0$ şartı boyut açısından maksimal büyüklüğün elde edilmesi için gerekliydi ve (x) boyutu itibariyle (i) faiz yüzdesi üzerinden gerçekleniyordu. Öyle ise, aynı (x) değeri için $\frac{d\bar{R}^o}{dx}(x,i) = 0$ ve $\frac{d\bar{R}^o}{dx}(x,\bar{r}) = 0$ şartlarını sağlayan (i) ve ($\bar{r}$) değerleri eşittir. Buradan, optimal boyutun elde edilmesi için marjinal verimlilik oranı piyasa faiz yüzdesine eşit olana kadar yatırıma devam edilmelidir şeklinde pratik bir kural çıkar.

Maksimizasyon şartı,

$$\frac{d\bar{R}^o}{dx}(x,i) = \sum_t \frac{dr_t - dd_t}{(1+i)^t} = 0$$ olarak tanımlanmıştı. Bu ifade

$$\frac{dr_t}{(1+i)^t} - \frac{dd_t}{(1+i)^t} = 0 \quad \text{veya}$$

$$\frac{dr_t}{(1+i)^t} = \frac{dd_t}{(1+i)^t} \qquad (4.17)$$

şeklinde yazılabilir.

4.17 numaralı eşitlikten iki tarafın da paydası aynı olduğu için, maksimum durumda

$dr_t = dd_t$

olacağı anlaşılır. Bu ise geleneksel firma teorisinin, en yüksek toplam değere marjinal hasılanın marjinal harcamaya eşit olduğunda varılır, sonucundan başka bir şey değildir.

Kural olarak optimal yatırım boyutu, marjinal yatırımın verimliliğini faiz yüzdesine eşitleyen miktardır veya yatırıma marjinal yatırımın verimliliği faiz yüzdesine eşit olana kadar devam etmelidir denilecektir.

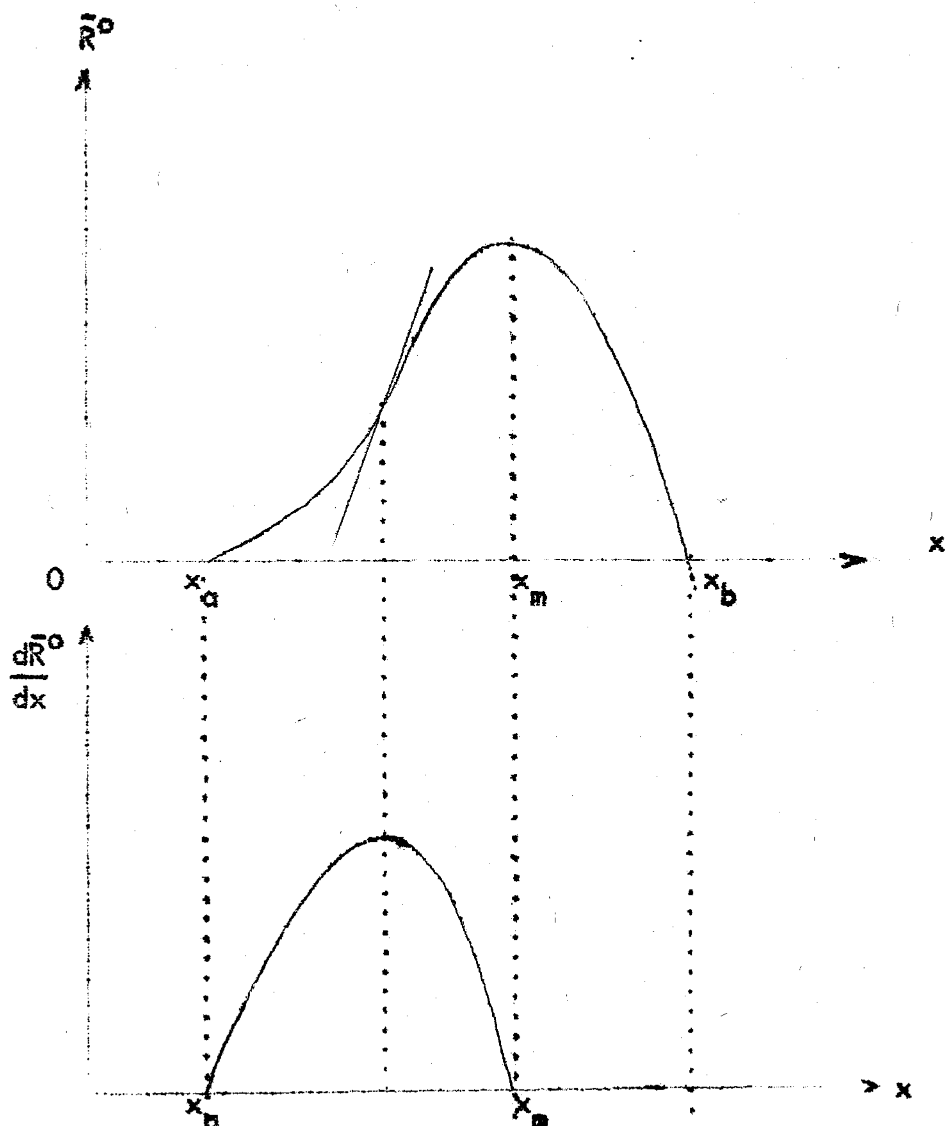
Özetle, (x) miktarı için $\frac{d\bar{R}^o}{dx} > 0$ olduğu, (x) in marjinal değeri x_n kabul edilirse $x < x_m$ kaldığı sürece yatırım verimlidir ve $\bar{r} > i$ olur. x miktarı için $\frac{d\bar{R}^o}{dx} < 0$ $(x > x_m)$ olduğunda yatırım verimli değildir ve $\bar{r} < i$ dir. Optimal durum $\frac{d\bar{R}^o}{dx} = 0$ $(x = x_m)$ halidir ve burada $\bar{r} = i$ dir. Özetlenen şartların grafik gösterilişi şekil 4.3 teki gibidir (16).

4.6.3 Optimizasyonda Verimlilik Oranı Ve Marjinal Verimlilik

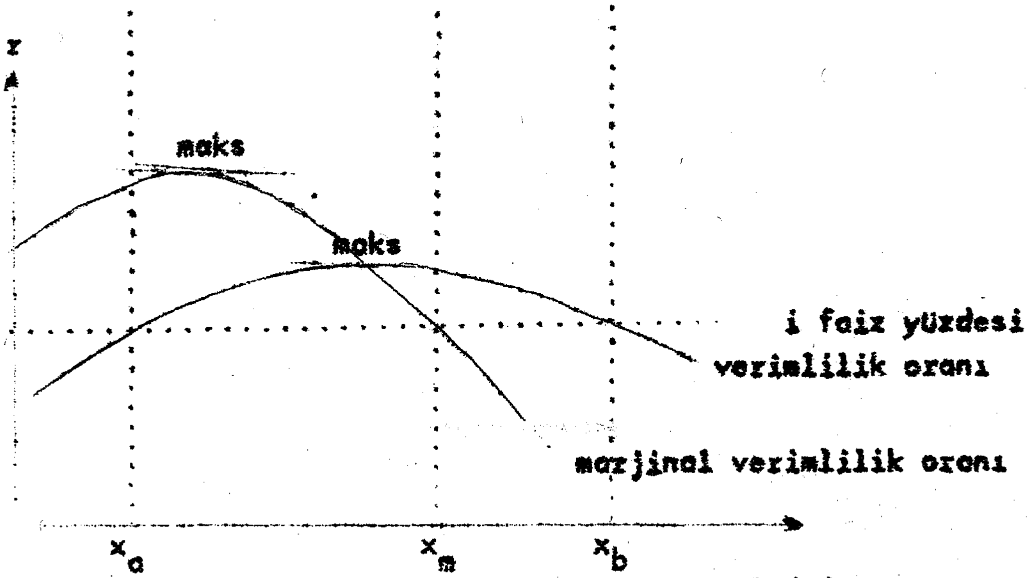
- Matematiksel olarak (r) yani verimlilik oranı ile ($\bar{r}$) marjinal verimlilik oranı (x) boyutunun birer fonksiyonudurlar.

---

16. Abraham - Thomas, Microéconomie, s.275



Şekil 4.3



Şekil 4.4

Çünkü boyutun değişimine bağlı olarak r ve $\bar{r}$ değerleri de değişmektedir. Burada, r ve $\bar{r}$ nin birbirleriyle ilişkili olarak, boyut açısından optimizasyonda yeri ele alınmıştır.

Önce verimlilik oranını tanımlayan $\bar{R}^o(x,r) = 0$ denkleminin türevi alınmış olsun (17). Türev,

$$\frac{d\bar{R}^o}{dx} + \frac{d\bar{R}^o}{dr} \cdot \frac{dr}{dx} = 0 \quad (4.18)$$ şeklinde bir eşitliktir.

Bu 4.18 eşitliğinden,

$$\frac{d\bar{R}^o}{dx} = -\frac{d\bar{R}^o}{dr} \cdot \frac{dr}{dx} \qquad (4.19)$$ yazılabilir.

Fonksiyonun verimliliğinin maksimal değeri $\frac{dr}{dx} = 0$ (4.20) denklemini sağlıyan r nin değeridir. Şu halde r inin maksimal değeri için (4.19) dan

$\frac{d\bar{R}^o}{dx}(x,r) = 0$ olduğu görülecek dolayışıyla bu hal için aşağıdaki iki eşitliğin birden var olduğu yani verimlilik oranı ile marjinal verimliliğin eşit olduğu söylenebilecektir :

$$\frac{dr}{dx} = 0 \text{ ve } \frac{d\bar{R}^o}{dx}(x,r) = 0$$

Başka bir anlatımla (x)in birer fonksiyonu olarak beliren r ve $\bar{r}$ eğrilerinden $\bar{r}$ marjinal verimlilik oranı eğrisi r verimlilik oranı eğrisini maksimum noktasında kesecektir.

Şekil 4.4 her iki eğrinin değişimini aynı grafik üzerinde göstermektedir. '4.4 numaralı şeklin 4.3 numaralı şekille birlikte gösterilmesinin amacı paradoksal bir duruma dikkati çekmek ve optimizasyonda verimlilik oranı sile marjinal verimlilik oranının yerini belirlemek içindir. Şöyle ki, bugünkü değerin maksimum hali, verimliliğin maksimum değerine (aynı şekilde maksimum marjinal verimlilik değerine) ulaşıldığında elde edilmemektedir. Bu ise daha evvelce görülen, verimlilik oranı yatırım işleminin gerçek verimliliğini belirtir dolayısıyla en yüksek verimli yatırım optimaldir şeklindeki ifade biçimine aykırı düşmektedir. Bu-

---

17. $\bar{R}^o(x,r) = 0$ şeklindeki denklemde $\bar{R}^o(x,r)$in kapalı implisit bir fonksiyon olduğunu hatırlatmakta yarar vardır. Bu tür fonksiyonların genel ifadeleri $f(x,y)$ şeklinde -yani etkiliyen değişkene göre çözülmemiş bir fonksiyon- olup y'_x türevi $\frac{df}{dx} + \frac{df}{dy} \cdot y'_x = 0$ şeklindeki ifadeden hesaplanır.

radaki sonuca göre verimlilik oranını maksimum yapan yatırım şeklinin saptanması yoluna gidilmiyecektir. Çünkü verimliliği maksimum olan yatırımın toplam bugünkü değeri maksimum değildir. Yani boyut açısından yatırımın net bugünkü toplam değerinin maksimizasyonunu gerçeklemek için maksimum verimlilik oranı doğrudan doğruya kullanılabilecek bir optimizasyon kriteri olamaz. Bu çelişkili durum fon kısıtlaması bulunmayışı varsayımının bir sonucudur(18). Şöyle ki, verimlilik oranı sadece faktör ve ürün fiyatlarına bağlıdır. Dolayısıyla bu orana göre optimizasyon yani yatırımın verimliliğini maksimum yapmak işleminde temel fiyat parametresi, faiz yüzdesi, hesaba katılmamaktadır. Oysa fon kısıtlamasının olmadığı bir çerçevede bir miktar daha artık değer sağlıyan her marjinal tutar yatırıma yönlendirilmelidir. Çünkü verimlilik oranı, maksimal veya değil, faiz yüzdesinden büyük oldukça (r=i olana kadar) toplam bugünkü değer artmağa devam edecektir.

Yukarıdaki durumun geometrik açıklamasını 4.6.4 numaralı kısımdaki gibi basit bir boyut problemini örnek alarak yapmak mümkündür (19)

4.6.4 Maksimum Verimlilik Oranının Maksimum Bugünkü Değer Açısından irdelenmesi (verimlilik oranının faiz yüzdesi ile ilgisizliği).

Zaman süresi boyunca sabit getirili, anlık girdili - sürekli çıktılı bir yatırım nazara alınmış olsun.

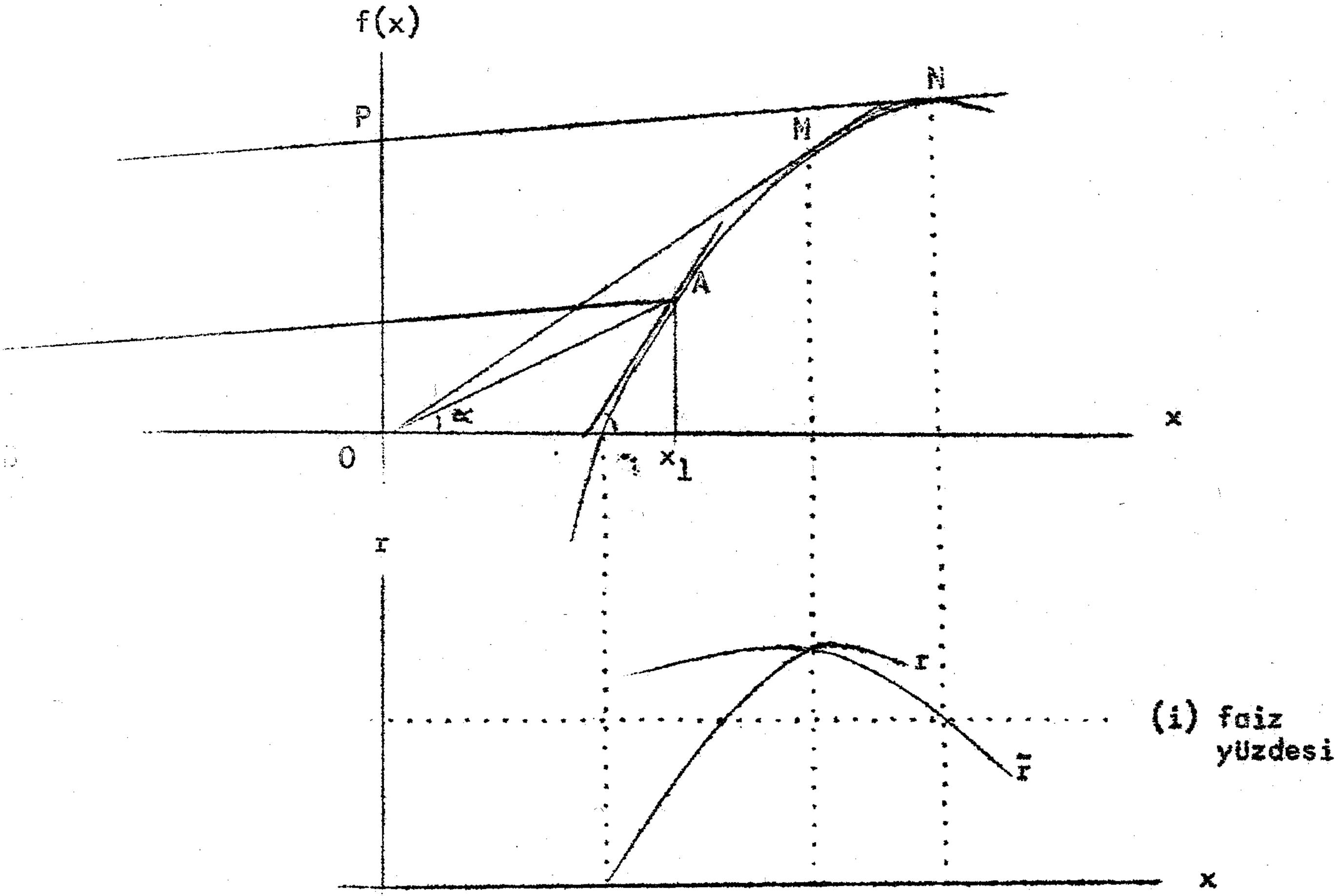
x = sürekli olarak değişebilên ve yatırımın boyutunu belirleyen başlangıç harcaması (nakit çıkışı),

f(x)= belirli bir x değeri için zaman süresi boyunca değişmeyen yıllık nakit akımıdır.

Belirli bir yatırım harcaması tutarından sonra f(x)in pratik olarak artmadığı yani azalan verimler kanununun geçerli olduğu kabul edilsin. Bu takdirde f(x) eğrisinin iç bükeyliği aşağıya dönük olacaktır. Şekil 4.5 bu hale göre f(x) ile x arasındaki ilişkiyi gösteren eğridir.

---

18. Abraham,- Thomas, Microéconomie, s 275
19. Massé, Choix des Investissements,s.23



Şekil 4.5

Bu hale göre toplam net bugünkü değer

$$\bar{R}^o(x,i) = \frac{f(x)}{(1+i)} + \frac{f(x)}{(1+i)^2} + \ldots\ldots - x \quad (4.21)$$

şeklinde belirtilecektir. Eşitliğin sağ tarafının, son terim hariç, diğer terimleri geometrik dizi teşkil ettiğinden

$$\bar{R}^o(x,i) = f(x)\,\frac{(1+i)^t-1}{i(1+i)^t} - x$$

olarak yazılabilir. Örneğin kuruluşundaki varsayıma göre $t \to \infty$

olduğundan $\lim_{t\to\infty} f(x)\,\frac{(1+i)^t-1}{i(1+i)^t} = \frac{f(x)}{i}$ haline girer ve

$$\bar{R}^o(x,i) = \frac{f(x)}{i} - x \quad (4.22) \text{ olur.}$$

Verimlilik oranı bugünkü değeri sıfıra eşitliyen (i) değeri olarak tanımlandığından, bu oran

$$\bar{R}^o(x,i) = \frac{f(x)}{r} - x = 0 \text{ eşitliğinden}$$

$$r = \frac{f(x)}{x} \quad (4.23) \text{ bulunur}$$

O noktasından eğriye çizilen teğetin eğriyi kestiği nokta M ve eğrinin, eğimi (i) faiz yüzdesine eşit olan teğetinin değme noktası N olsun.

Problemin verisinden doğan bu açıklamalar şimdilik bir kenara bırakılarak, özel bir hale ilişkin geometrik incelemeler aşağıda yapılmıştır.

Herhangi bir $x = x_1$ yatırım hacmına eğri üzerinde karşı gelen nokta A $x_1, f(x_1)$ ile gösterilebilir.

OA birleştirilir ve A'dan NP ye çizilen paralelin x eksenini kestiği nokta B ile gösterilirse, BO doğru parçasının uzunluğunun yatırımın net bugünkü değerine ve OA nın eğiminin de r verimlilik yüzdesine eşit olduğu ispat edilebilir. Gerçekten, NP'nin eğimi i'ye eşittir ve AB, NP'ye paralel olarak çizilmişti. Şu halde AB'nin eğimi de i'ye eşittir ve

$$i = \frac{Ax_1}{Bx_1} = \frac{f(x_1)}{Bx_1} \quad \text{veya}$$

$$Bx_1 = \frac{f(x_1)}{i} \quad \text{dir. Yine}$$

$$BO = Bx_1 - Ox_1 \quad (4.24) \text{ dir.}$$

4.24 eşitliğinden

$$Ox_1 = x_1 \text{ ve } Bx_1 = \frac{f(x_1)}{i}$$

olarak yerleştirilirse

$$BO = \frac{f(x_1)}{i} - x_1$$

olur ki bu da net bugünkü değere eşittir (bakınız 4.22 numaralı denklem)

Yine OA'nın eğimi tgα olarak tanımlanırsa,

$$tg\,\alpha = \frac{f(x_1)}{x_1}$$

olarak hesaplanacak ve 4.23 numaralı denklem göz önünde bulundurulacak olursa

$$tg\,\alpha = \frac{f(x_1)}{x_1} = r \text{ olduğu görülecektir.}$$

Nihayet dx miktarı kadar bir ek yatırımın, yani A noktasının eğri üzerinde sağa kaymasının, net bugünkü değeri arttırması

$$d\bar{R}^o = \frac{f'(x_1)}{i} dx_1 - dx_1 \quad \text{kadar olacaktır.}$$

Marjinal verimlilik ise $d\bar{R}^o$ yi sıfıra eşitleyen (i) nin değeri olduğundan,

$$\frac{f'(x_1)}{\bar{r}} dx_1 - dx_1 = 0$$

$$\frac{f'(x_1)}{\bar{r}} dx_1 = dx_1$$

$$\frac{f'(x_1)}{\bar{r}} = 1 \text{ ve } \quad \bar{r} = f'(x_1) \quad \text{bulunur.}$$

Şu halde $f'(x_1)$ marjinal verimlilik oranıdır ve geometrik olarak A noktasından eğriye çizilen teğetin eğimine eşittir.

M noktası O'dan eğriye çizilen teğetin değme noktası ise r verimlilik oranı yatırımın eğri üzerinde M'ye karşı gelen hacmı için maksimumuna varır. Bu yatırım hacmı için marjinal verimlilik verimliliğe eşittir yani $\bar{r} = r$ dir. Buna karşılık net bugünkü değer maksimum ifadesine N'ye karşı gelen yatırım hacmı için varır. PN teğetinin eğimi marjinal verimliliği ifade eder. Diğer taraftan PN eğimi (i) olmak üzere eğriye çizilen teğet idi ve $f'(x)$'e eşitti. Bu ise maksimum net bugünkü değer gerçeklendiğinde marjinal verimliliğin faiz yüzdesine eşit olacağının geometrik ispatıdır. Sonuç olarak yatırımın boyutu itibariyle net bugünkü değerinin belirmesinde maksimum verimlilik oranının kullanılması yanıltıcı olabilecektir

Olaya biraz daha yakından bakmak için eğri üzerindeki üç kısım ayrı ayrı incelenirse:

- Eğri üzerindeki M noktasının sol tarafına gelen yatırım hacımları için x yatırım hacmı arttıkça net bugünkü değer ve verimlilik oranı artmaktadır.

- MN arasındaki yatırım hacımları için, x arttıkça net bugünkü değer artmakta, verimlilik oranı ise düşmektedir.

- N noktasının sağındaki yatırım hacımları için net bugünkü değer ve verimlilik azalmaktadır.

Eğri üzerindeki MN arası iki kriterin uyuşmazlık bölgesini belirlemektedir. Diğer iki kısım kriterlerin uyuştukları yerlerdir. Net bugünkü değere göre optimum N ile verimlilik oranına göre optimum M uyuşmazlığın uç noktalarıdır.

Sonuç olarak daha yüksek bir net toplam değer sağlıyorsa büyük boyutlu küçük verimlilik oranlı bir yatırım, küçük boyutlu büyük verimlilik oranlı bir yatırıma tercih edilmelidir.

Yapılan karşılaştırmada stasyoner ekonomi varsayımı kabul edilmişti. f(x)'in ve (i)'nin zamana bağlı olarak değiştiği bir ekonomide, optimizasyon kriteri olarak, net bugünkü değer yöntemi değişikliklere daha etkin bir biçimde uygulanabilir.

4.6.5 Boyut Optimizasyonuna bir örnek

Daha önceki kısımlarda yatırımın net bugünkü değeri sürekli faiz yüzdesi varsayımı kabul edilerek,

$$\bar{R}^{o}(x,i,t) = \int_{t=o}^{T} R(x,i,t).e^{-jt}.dt$$

eşitliği ile tanımlanmıştı.

Yine süreklilik varsayımına göre bir yatırımın boyutu itibariyle optimizasyon şartı,

$$\frac{d\bar{R}^{o}}{dx}(x,i,t) = \int_{t=0}^{T} \frac{R}{dx}(x,i,t).e^{-jt}.dt = 0$$

şeklinde idi ve ikincil ile üçüncül şartlar

$$\frac{d^{2}\bar{R}^{o}}{dx}(x,i,t) < 0 \quad \text{ve} \quad \bar{R}^{o}(x,i,t) \geq 0$$

olarak verilmişti.

Bu halde, herhangi bir yatırım için,

x = yatırımın üretim kapasitesi (birim olarak),
p = üretken ünitenin ürettiği ürünün satış fiyatı = 153,60
$r_t = x.p$ = yatırımın hasılat fonksiyonu = 153,60x
d_t = yatırım harcamaları ile üretim hacmı arasındaki bağlantının kantitatif ifadesi = $0,0000008x^3 - 0,003x^2 + 150x - 75960$
i = faiz yüzdesi = 0,10
t = yatırımın ekonomik ömrü = 10 yıl

ise yatırımın net bugünkü değerini maksimum yapan optimal üretim hacmı aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$R_{(x,i,t)} = r_{(x,i,t)} - d_{(x,i,t)}$ eşitliğindeki terimler yerine bunların yukarıdaki rakamsal ifadeleri yerleştirilirse,

$$R(x,i,t) = 153,60.x - 0,0000008x^3 + 0,003x^2 - 150x + 75960$$
$$R(x,i,t) = -0,0000008x^3 + 0,003x^2 + 3,60x + 75960$$

bulunacaktır. Buradan

$$\frac{R}{dx}(x,i,t) = -0,0000024x^2 + 0,006x + 3,60$$

olarak hesaplanır. Optimizasyon şartı ise

$$\frac{d\bar{R}^o}{dx} = \int_{t=o}^{T}(-0,0000024x^2 + 0,006x + 3,60).e^{-jt}.dt = 0$$

haline gelir. Yukarıdaki ifade belirli bir entegral olup t'ye göre hesaplanırsa,

$$\frac{d\bar{R}^o}{dx} = -\frac{1}{-j}\, e^{-jt}\, (-0.0000024x^2 + 0.006x + 3,60)\Big]_{t=o}^{10} = 0$$

veya daha açık bir şekilde,

$$\frac{d\bar{R}^o}{dx} = -\frac{1}{j}\, e^{-10j}(-0,0000024x^2 + 0,006x + 3,60) - \left[-\frac{1}{j}\, e^{0.-j}(-0,0000024x^2 + 0,006x + 3,60)\right] = 0$$

halinde olacaktır. Gerekli sadeleştirmeler yapılırsa son denklem

$$\frac{d\bar{R}^o}{dx} = (-\,0{,}0000024x^2 + 0{,}006x + 3{,}60).(-\frac{1}{j}\,e^{-10j} + \frac{1}{j}\,e^o) = 0$$

olarak bulunur.

$$j = \ln 1{,}1 = 0{,}09531$$

$$e^{-10j} = e^{-0{,}9531} = 0{,}38554$$

$$e^o = 1$$

değerleri nazara alınırsa,

$$\frac{d\bar{R}^o}{dx} = (-0{,}0000024x^2 + 0{,}006x + 3{,}60)(-10{,}492.0{,}38554 + 10{,}492) = 0$$

$$\frac{d\bar{R}^o}{dx} = (-0{,}0000024x^2 + 0{,}006x + 3{,}60).6{,}45 = 0$$

$$\frac{d\bar{R}^o}{dx} = -0{,}00001548x^2 + 0{,}0387x + 23{,}22 = 0$$

haline gelir.

$\frac{d\bar{R}^o}{dx} = 0$ şartını sağlıyan x değerleri yani son denklemin kökleri,

$$x_1 = 3000 \quad \text{ve} \quad x_2 = -500$$

olarak bulunacaktır. $x_2 = -500$ kökünün ekonomik bir anlamı olamıyacağı için sadece $x_1 = 3000$ için diğer şartları irdelemek gerekir.

$$\frac{d^2\bar{R}^o}{dx^2} = \int_{t=o}^{T} (-0{,}0000048x + 0{,}006).e^{-jt}.dt$$

şeklindeki ikinci türev yukarıdakilere benzer işlemlerle

$$\frac{d^2\bar{R}^o}{dx^2} = (-0{,}0000048x + 0{,}006).6{,}45$$ olarak bulunur.

İkinci türevin $x_1 = 3000$ değeri için

$$\frac{d^2\bar{R}^o}{dx^2} = -\,0{,}05418 < 0$$

olduğu görülür. Şu halde $x_1 = 3000$ için $\bar{R}^o$ değeri maksimum olmaktadır. Bu maksimum değer

$$\bar{R}^o(x,i,t) = \int_{t=o}^{T} R(x,i,t).e^{-jt}.dt$$

eşitliğinden bulunabilir. Nitekim x= 3000 için

$$\bar{R}^o(x,i,t) = -21600 + 27000 + 10800 + 75960 = 92160 \text{ liradır.}$$

Bu takdirde,

$$\bar{R}^{o}(x,i,t) = 92160 \int_{t=o}^{T} e^{-jt}.dt = 92160 \left(-\frac{1}{j}e^{-jt} + \frac{1}{j}e^{-jt}\right]_{o}^{10}$$

$$\bar{R}^{o}(x,i,t) = 92160.6{,}45 = 594\ 432 \text{ lira}$$

bulunur.

Özetlenirse, 368640 liralık bir harcama ile gerçeklenecek bir yatırımın optimal kapasitesi 3000 birimdir. 92160 liralık nakit girişi sağlıyan bu yatırımın 0,10 faiz yüzdesiyle net bugünkü değerinin maksimum ifadesi 594.432 liradır.

4.6.6 Fon Kısıtlamasının Bulunduğu Hallerde Optimizasyon

Daha önceki kısımlarda, diğer varsayımlarla birlikte, fon kısıtlamasının olmadığı varsayımı da kabul edilmiş ve yatırımların boyutları açılarından optimizasyonları açıklanmıştı. Burada mäksimal değerlere fonksiyonların matematiksel özelliklerinden varılıyordu. "Fonksiyonun özelliğinden başka sınırlayıcı şart yoktu"(20).

Ekonomik yaşamın gerçekleri diğer sınırlayıcı şartların da nazara alınmasını gerektirir. Her ne kadar daha ileride sınırlayıcı şartlar karşısında optimizasyon konuları ele alınmışsada, bunlar daha çok, sınırlayıcı şartlar karşısında ve süreksizlik varsayımı ile alternatif üretim biçimlerinin belirli bir bileşimi, teknik seçimi, şeklinde beliren optimizasyon araştırmasıdır. Burada belirli bir teknik veri kabul edildiğinde, sınırlayıcı şartlarla, bir yatırımın "iç ahengini" (21) diferansiyel hesaptan yararlanarak belirleme arartırması ele alınacaktır. Özellikle fon kısıtlamasınını bulunduğu kabul edildiğinde optimal yatırım boyutunun saptanması ile ilğilenilmiştir. Bu açıdan optimizasyon "sınırlı şartlarda maksimizasyon " olarak ta tanımlanır (22).

---

20. Kılıçbay, Kantitatif İktisat, s,322

21. Aynı terim V. Savaş'ın Yatırım Kriterlerinden Doğrusal Programlamaya adlı eserinde kullanılmıştır. Oradaki terim ile, makro açıdan ele alınan yatırımların, sektörler arası karşılıklı bağımlılıkları nazara alınarak , denge şartları ifade edilmiştir. Bkz.Savaş,Yatırım Kriterleri,s.70

22. Demir,Yatırım Projeleri,s.34,35

4.6.6.1 Şartlı Maksimizasyonun Teorik Yapısı

Genel yapısı itibariyle şartlı maksimizasyona (23), değişkenler arasında belirli bir bağlantının gerçekleşmesi şartı ile birlikte bir fonksiyonun maksimum değer alması dilendiğinde başvurulur.

Örneğin iki değişkenli bir $f(x,y)$ fonksiyonunun, aynı zamanda $F(x,y) = 0$ şartının da sağlanması kaydıyla aldığı en yüksek değer, $f(x,y)$ fonksiyonunun şartlı maksimumudur.

Ekonomik olarak,

$Q = f(x,y)$ fonksiyonu,

x = emek miktarı,

y = makine sayısı

olmak üzere bir üretim fonksiyonu ise yani x ve y nin alacağı değerlere göre (Q) üretim miktarını belirtiyorsa, yine

p_x = Ücret

p_y = teçhizatın bedeli olmak üzere

$I = x.p_x + y.p_y$ olanak denklemi veya matematiksel olarak sınır şartı ise, olanak denklemi sağlanmak şartıyla maksimum Q üretim miktarı şartlı bir maksimum değerdir.

I denklemi üreticinin üretimi gerçeklemek için katlanabileceği en yüksek parasal fedakârlıktır, sınır şartını belirlemek üzere

$$F(x,y) = x.p_x + y.p_y - I = 0$$

şeklinde yazılabilir. x ve y nin $I = x.p_x + y.p_y$ 'yi sağlamak üzere Q 'yu maksimum yapan değerleri optimal miktarlardır.

Bu tür problemlerin çözümü için iki yöntem yaygın şekilde kullanılır.

$F(x,y) = 0$ şartını sağlamak üzere $f(x,y)$ yi maksimum yapan x ve y değerlerinin bulunuşu:

Birinci Yöntem:

---

23. Bu konuda geniş açıklama için bakınız Baumol, Thérie Economique, s.58-63; Kılıçbay, Kantitatif İktisat, s.322-29; Nakibe Özgören, Genel Matmatik, 2, İstanbul, 1969, s.202-206

$F(x,y) = 0$ denkleminden, değişkenlerden birinin değeri diğer değişken cinsinden hesap edilir. Diğeri cinsinden hesap edilmiş olan değişken değeri $f(x,y)$ de yerine konulursa $f(x,y)$ sadece bir değişkene bağlı bir $\varphi(x)$ veya $\varphi(y)$ haline dönüşür. Bu fonksiyonu maksimum yapan değişkenin değeri ise,

$$\frac{d\varphi(x)}{dx} = 0 \quad \text{veya} \quad \frac{d\varphi(y)}{dy} = 0$$

denklemlerinden bulunur. Bulunan x veya y değerinin

$$\frac{d^2\varphi(x)}{dx^2} < 0 \quad \text{veya} \quad \frac{d^2\varphi(y)}{dy^2} < 0$$

şartını sağlayıp sağlamadığı irdelenir.

İkinci Yöntem:

λ bir parametre olmak üzere

$$G(x,y) = f(x,y) + \lambda F(x,y)$$

fonksiyonu oluşturulur. Bu yeni fonksiyon her iki fonksiyonu birleştirmiştir, dolayısıyla sınır şartlarını bünyesinde bulundurmaktadır.

Elde edilen yeni fonksiyonun sıfıra eşitlenen (x)'e ve (y)'ye göre kısmî türevleri ve $F(x,y)$ denklemi (x)in, (y)nin ve λ'nın değerlerini hesaplıyabilmek için kullanılabilecek üç ayrı denklemdir.

x ve y değerleri için

$$\frac{d^2F(x,y)}{dx^2} < 0 \quad \text{ve} \quad \frac{d^2F(x,y)}{dy^2} < 0$$

şartları mevcut ise, bu değerler $f(x,y)$ fonksiyonunun şartlı maksimumunu belirliyor demektir.

λ parametresi bir kısım yazarlar tarafından Lagrange çarpanı ve buna göre maksimizasyon yöntemi ise Lagrange yöntemiyle

---

24. Lagrange çarpanının cebirsel ve geometrik incelenmesi ile ekonomik içeriği hakkında geniş açıklama için bkz. R.E. Bellman-S.E.Dreyfus, La Programmation Dynamique et ses Applications, Çev. M.Barbier-R.Planche, Paris, 1965, s.46-47 ve 50-65

Rakamsal örnek:

Daha yukarıda ele alınan üretim fonksiyonu ve olanak denklemi, p_x = 24000 lira -bir işçinin yıllık ücreti- ve p_y= 2.000.000 lira -bir makinenin fiyatı- olmak üzere,

$$Q = 10x.y$$

$$F(x,y) = 24000x + 2.000.000y - 12.000.000 = 0$$

şeklindedir. $F(x,y) = 0$ sağlanmak üzere maksimum üretim hacmı aşağıdaki gibi bulunur. Faktörler arasında tam ikame (yerine geçme)varsayımı kabul edilmiştir.

Birinci Yönteme göre çözüm:

$$Q = 10x.y$$

$F(x,y) = 24000x + 2.000.000y - 12.000.000 = 0$ denklemlerinden ikincisinden x in değeri y cinsinden bulunursa,

$$x = \frac{12.000.000 - 2.000.000y}{24.000} = \frac{12.000 - 2000y}{24} \qquad 4.25$$

olur. x in bu değeri f(x,y) fonksiyonunda yerine konulursa,

$$Q = 10\,\frac{12.000-2000y}{24} \cdot y = \frac{120.000y - 20.000y^2}{24}$$

haline girer. Fonksiyonu maksimum yapan x in değeri

$$\frac{dQ}{dy} = \frac{120.000 - 40.000y}{24} = 0$$

denkleminden y = 3 olarak hesap edilir ve

$\dfrac{d^2Q}{dy^2} = -\dfrac{5.000}{3} < 0$ olduğu görülür. Bu değer 4.25 denkleminde yerine konulursa x = 250 bulunur. Bu sınırlı olanaklar karşısında 250 ünite emek ve 3 ünite makine ile elde edilebilecek en yüksek üretim hacmına ulaşılacaktır demektir. Bu üretim miktarı $Q = 10x.y$ denkleminden ,

$$Q = 10.250.3 = 7500$$

olarak bulunur. Dolayısıyla üretim hacmının maksimum olması optimal durum olarak tanımlanmış ise üretim faktörlerinin bu miktarları optimum üretim bileşim biçimini belirler.

İkinci Yönteme Göre çözüm:

$$Q = 10x.y$$

$$F(x,y) = 24.000x + 2.000.000y - 12.000.000 = 0$$

denklemlerinden yeni denklem

$$G(x,y) = 10x.y + \lambda(24.000x + 2.000.000y - 12.000.000)$$

şeklinde yazılabilir. Daha yukarıda açıklanan kurala göre,

$$\frac{dG}{dx} = 10y + 24.000\lambda = 0 \Longrightarrow y = -24.000\lambda$$

$$\frac{dG}{dy} = 10x + 2.000.000\lambda = 0 \Longrightarrow x = -200.000\lambda$$

bulunur. (x)in ve (y)nin değerleri F(x,y) de yerlerine konulursa:

$$-4{,}8.10^9.\lambda - 4{,}8.10^9.\lambda = 12.10^6$$

$$\lambda = -0{,}00125$$

$$y = 3$$

$$x = 250$$

olarak hesap edilir. Bu sonuçlar bir evvelki çözümünkinin aynıdır. Fakat fazladan λ gibi bir katsayı bulunmuştur. Bu katsayı sınırlayıcı şartın, "ihtiyaca oranla kıt olan bir kaynağın model" içindeki önemine burada parasal olanakların önemine işaret eder ve faktörün "gölge fiyatı"olarak adlandırılır (25).

Sınırlı optimizasyonda kullanılan Lagrange yöntemi ile çözüm diğer çözüme oranla daha etkin ve ekonomik açıdan daha anlamlıdır

Lagrange yöntemi birden fazla sınır şartını bulunduran maksimizasyon işlemlerinin çözümü için de kullanılır. Yeni denklemin kuruluşu ve maksimizasyon işleminin mantıksal yapısı açıklananların eşdeğeridir.

4.6.6.2 Fon Kısıtlamasının Bulunduğu Hallerde Yatırımın Boyutu Açısından Optimizasyonuna Bir Örnek

Sınırlı fon deyimiyle, bir veya birden çok devre için, yatırıma yönlendirilebilecek parasal kapitalin belirli bir miktardan fazla olmadığı anlatılmak istenmektedir. Bu takdirde, net bugünkü değerin maksimal ifadesine, marjinal yatırımın verimlilik oranını faiz oranına diğer deyişle fonların alternatif maliyetine eşitliyerek varmak mümkün olmıyacaktır. Net bugünkü değerin

---

25. Kılıçbay, Kantitatif İktisat, s.327

maksimum değeri şartlı maksimum olacaktır. Bu değeri veya bunu belirleyen değişkenin değerini saptamak yani yatırımı sınırlı şartlarda, etkiliyen değişken açısından optimize etmek, bu kısımda açıklanan yöntemlerle gerçeklenebilecektir.

Bir yatırımın boyutu üretim hacmı itibariyle x ile gösterilmiş olsun. Yine,

p_t = 150 lira, ürünün birim satış fiyatı,

r_t = 150x, hasılat denklemi,

$d_t = 0{,}00002x^3 - 0{,}02992x^2 - 20{,}12x + 195578$, üretim hacmının fonksiyonu olarak bir devrelik yatırım harcamalarının kantitatif ifadesi, ve her devre için yatırıma yönlendirilebilelecek maksimum tutar 195658 liradır.

$0{,}00002x^3-0{,}02992x^2-20{,}12x+195578 \Rightarrow 195658$ eşitliği olanak denklemidir ve sınır şartı fonksiyonu olarak,

$$f(x) = 0{,}00002x^3,0{,}02992x^2-20{,}12x+195578-195658 = 0$$

şeklinde yazılabilir.

Yatırım, sınırlayıcı şart gerçekleşmek üzere, net bugünkü değeri maksimum yapan x miktarı için optimal olacaktır.

$$\bar{R}^o_{(x)} = \sum_{t=o}^{10} \frac{R_{(x)}}{(1+i)^t} = \sum_{t=o}^{10} \frac{r_{(x)}-d_{(x)}}{(1+i)^t} \quad \text{net bugünkü}$$

değer formülüdür. $R_{(x)} = (r_x - d_x)$ her devre için sabit bir sayıdır. Buradan,

$$\bar{R}^o_{(x)} = R_{(x)} \sum_{t=o}^{10} \frac{1}{(1+i)^t} \quad \text{yazılabilir.}$$

$\sum_{t=o}^{10} \frac{1}{(1+i)^t}$ ifadesi, ortak çarpanı $\frac{1}{1+i}$ olan bir geometrik dizinin toplamıdır. Bu takdirde,

$$\bar{R}^o_{(x)} = R_{(x)} \frac{(1+i)^t - 1}{i(1+i)^t}$$

haline gelecektir.

i = 0.10 , faiz yüzdesi

t = 10 devre

olmak üzere yatırımın optimizasyon modeli aşağıdaki gibi kurulabilir:

$$F_{(x,\lambda)} = R_{(x)} \cdot \frac{(1+i)^t - 1}{i(1+i)^t} + \lambda f(x)$$

Modeldeki sembollerin yerine örnekle ilgili büyüklükler yazılırsa,

$\frac{(1,10)^{10} - 1}{0,10(1.10)^{10}} = 6,14$ olduğundan

$$F_{(x,\lambda)} = (150x - 0,00002x^3 + 0,02992x^2 + 20,12x + 195578)6,14$$
$$+ \lambda(0,00002x^3 - 0,02992x^2 - 20,12x - 80)$$

olur. Fonksiyonun x ve λ ya göre kısmî türevleri,

$$\frac{dF}{dx}(x,\lambda) = (-0,00006x^2 + 0,05984x + 170,12)6,14$$
$$+ \lambda(0,00006x^2 - 0,05984x - 20,12) = 0$$

$$\frac{dF}{d\lambda}(x,\lambda) = 0,00002x^3 - 0,02992x^2 - 20,12x - 80 = 0$$

şeklindedir.

$\frac{dF}{d\lambda}(x,\lambda) = 0$ denklemini sağlıyan x in değerleri (fonksiyonun kökleri)

$$x_1 = 2000 \; ; \quad x_2 = -500 \quad ; \quad x_3 = -4$$

olarak bulunur. $X_2 = ,500$ ve $x_3 = -4$ ün ekonomik bir anlamı yoktur. $x_1 = 2000$ nazara alınıp $\frac{dF}{dx}(x,\lambda)$ denkleminde yerine konulursa $\lambda = -3,05$ olduğu hesaplanır.

$x_1 = 2000$ ve $\lambda = -3,05$ değerleri için

$$\frac{d^2F}{dx^2} = (-0,00012x + 0,05984)6,14 - 3,o5(0,00012x - 0,05984)$$
$$= -1,655 < 0 \text{ dır.}$$

Şu halde $x_1 = 2000$ değeri sınır şartını gerçeklemek kaydıyla $\bar{R}^o$ 'ı maksimum yapan optimal üretim hacmıdır. x in bu değeri için

$R_{(x)} = 104342$ ve $\bar{R}^o_{(x)} = 104342.6,14 = 640660$ liradır

veya $\bar{R}^o_{(x)} = 104342 \int_{t=o}^{T} e^{-jt}.dt = 104342. - \frac{1}{j} e^{-jt} \Big|_o^{10}$

$\bar{R}^o_{(x)} = -422075 + 1094764 = 672689$ lira bulunur.

Yine, x = 2000 değeri için f(x) olanak denkleminin diğer deyişle sınır şartının gerçeklendiği görülür. Gerçekten x = 2000 değeri f(x) te yerine konulursa:

$$f(2000) = 160000-119680-40240+195578 = 195658$$

bulunur.

4.7 YATIRIMLARIN SÜRELERİ AÇISINDAN OPTİMİZASYONU

Buraya kadarki açıklamalar yatırımların cinsleri, teknikleri ve boyutları itibariyle optimizasyonunu kapsıyordu. Yatırımın yaşam süresi çözümlerde kullanılan modellere dışarıdan giren bir veri olarak kabul edilmişti. Bu sürenin teçhizatın fiziksel ömrüne eşit olarak kabullenilmesi stasyoner ekonomi varsayımı karşısında doğaldı.

Her devrenin yatırım harcaması ve hasılası belirli bir tekniğin ve yatırımın boyutunun fonksiyonu olarak nazara alınmış, bugünkü değerin maksimizasyonu bu değişkenler açısından sağlanmıştı. Bunların dışında yatırım harcama ve artık değerinin zamana göre değişmediği; yatırım süresi boyunca, devreler itibariyle niteliksel ve niceliksel olorak aynı kaldığı varsayılmıştı. Yine yatırım süresince, her devre için, teçhizatın elden çıkarma değeri -hurda değer- göz önünde bulundurulmamıştı. Oysa nakıt akımlarının, zaman süreci içinde, yatırımın cinsinden, tekniğinden ve boyutundan bağımsız olarak değiştiği de bir gerçektir. Bu, zamanın bir fonksiyonu olarak değişen teçhizatın eskime ve günü geçmesinin bir sonucudur. Şu halde yatırımlar süre itibariyle de optimize edilmelidirler.

Rasyonellik, zamana bağlı olarak belirecek eskime ve aşınmanın neden olacağı harcamalar ve teknik gelişmenin eski teçhizatta meydana getireceği hasıla düşüklüğü karşısında, onların yenileriyle karşılaştırılmalarını gerektirir. Bu inceleme, fiziksel ömrü dolmadan yatırımı sona erdirme veya teçhizatı yenileyerek yatırıma devam etme kararında etken olacaktır . Çağımızın giderek büyüyen kapitalli üretim düzeyi, teçhizata yapılan harcamaların büyüklüğü göz önünde bulundurulursa zamanlama sorununun önemi daha açıklık kazanır. Zamanlamanın isabetliliğine göre yatırım yapanın ekonomik ortama uyumu az veya çok başarılı olacaktır (25).

Denilebilir ki süre problemi boyut- teknik incelemelerinden ayrılamaz. Optimal çözüme yani bugünkü değerin maksimizasyonuna ancak, aynı anda boyuta, tekniğe ve kullanım süresine bağlı olarak varılır.

Bu kısımda, anlatım kolaylığından yararlanmak amacıyla, tekniğin ve boyutun saptanmış olduğu kabul edilecek, yatırımlarda yenileme ve teçhizatın kullanım süresi açılarından optimizasyon ile ilgilenilecektir.

Zaman açısından incelenmeleri, bir bakıma, yatırımların bilimsel yönünü oluşturan sorunun bünyesine girmek demektir. Üretimden yatırıma geçildiğinde soruna bir üçüncü boyut eklenir: zaman (26). Üretim fonksiyonuna zaman faktörünü sokmak büyüme olayının incelenmesinde temel bir öneme sahiptir. Zaman faktörünün bilimsel bir şekilde ele alınması İkinci Dünya Savaşından sonra Amerikan ekolünün etkisiyle başlamıştır.

Süre sorunu sadece kurulacak bir teçhizat için değil, kurulmuş bir teçhizat için de mevcuttur.

4.7.1 Yatırımların Sürelerini Belirleyen Faktörler

Daha evvelki bölümlerde yatırımın kapitalli üretimi gerçeklemek için yapıldığından bahsedilmişti. Yatırım harcamalarının ise, kapitalli üretimi meydana getirmek için edinilen, teçhizatın satın alma bedeli ile onların tamamlayıcı ve değişken giderlerinden oluştuğu belirtilmişti. Diğer harcamalar teçhizata bağlı ve onların zorunlu hale getirdiği harcamalardı. Dolayısıyla yatırmla ilgili incelemeler teçhizata yönelikti.

Yatırımın yaşam süresini saptıyan faktörlerin de teçhi-

---

25. Robert Henon, L'économetrie au Service de l'Entreprise, Paris, 1964, s.233

26. Massé, Choix des Investissements, s.42

zatlar olacağı açıktır. Bu kısımda teçhizatların kullanım süreleri ve yenileme sorunları incelenecektir.

4.7.1.1 Teçhizatın Fiziksel Ömrü

Teçhizat, kendisine oranla, daha basit yapıda bir takım parçalardan meydana gelmiştir. Parçalar zamanla işler veya işlemez duruma girebilirler. İşlemez durum bir süre için teçhizatın bozulması sonucunu doğurur. Bozulma fiziksel olarak onarılabilir. Teçhizatın onarılmaz hale gelmesine kadar geçen süre onun fiziksel ömrüdür. Fiziksel ömrün saptanmasında ekonomik tercih değil, istatistiksel bir inceleme söz konusudur (27).

4.7.1.2 Eskime

Teçhizat belirli bin süre sonra, kullanılması amaçlanan alanda, hizmet görmekte yetersiz kalabilir, eskir. Yetersizlik fiziksel üretkenlik azalması, ürünlerde kalite düşüklüğü şekillerinde belirir. Teçhizatı iyi durumda tutabilmek evvelkine oranla daha yüksek bakım ve onarım gideri, daha geniş olarak, daha yüksek düzeyde çalıştırma maliyetine katlanmayı gerektirir. Sorun, bir taraftan yeni teçhizatın maliyeti ve eski teçhizatın iyi durumda tutulabilmesi için , verimlilik düşüklüğünün doğurduğu sarflar kadar arttırılmış bakım masrafları arasındaki dengeyi kurmaktan ibarettir. (28). Bu harcamaların belirli bir düzeyi aşması teçhizatın gözden çıkarılma nedenidir.

s döneminde satın alınmış bir makinenin t dönemindeki yaşı,

$$y = t - s$$

olarak yazılabilir.

R(s,t), s döneminde satın alınmış bir teçhizatın t dönemi içindeki hasılatı, D(s,t), t döneminde teçhizatın işletme maliyeti veya somut olarak, amortismanlar hariç, emek, hammadde, bakım harcamalarını bulunduran çalıştırma maliyeti ve E(s,t) eskimenin parasal ifadesi ise, eskime aşağıdaki denklemle belirtelebilir:

---

27. Avarya olarak ta türkçeleştirilen fiziksel ömrün saptanması yöntemleri için bkn: Fazıl Gülçür, İşletmelerde Faaliyet Araştırmaları, İstanbul, 1966, s.449 - 457 ; J.M. Dethoor - J.L. Groboillot, La Vie des Equipements, Paris, 1968, s.4-63

28. C.West Churchmann-Russell L.Ackoff-E. Leonard Arnoff, Eléments de Recherche Opérationnelle, Çev. Jean Lavault, Paris, 1961, s.437

$$E(s,t) = [R(s,s) - D(s,s)] - [R(s,t) - D(s,t)]$$

veya

$$E(s,t) = [R(s,s) - R(s,t)] + [D(s,t) - D(s,s)]$$

Yukarıdaki denklemlerden eskimenin artık değerdeki (kâr) düşme ile ölçüldüğü görülmektedir. Hesaplamada yeni bir benzer makine karşılaştırma kriteri olarak kullanılmıştır. Onarım ve bakım makinenin sürekli olarak aynı hasılayı sağlaması ile sonuçlanabiliyorsa yukarıdaki denklemler,

$$E(s,t) = D(s,t) - D(s,s)$$

haline gelecektir.

4.7.1.3 Günü Geçme

Günü geçme, teçhizatın, fiziksel olarak kullanılabilir halde olmasına karşılık, yenisine oranla faydasının azalmasının bir ifadesidir, Demode olma diye de adlandırılan bu olay daha etkin yeni makinelerin doğuşuna neden olan teknik gelişmenin bir sonucudur.

Yeni makineler ürünün kalitesini yükseltmek, maliyetleri düşürmek gibi eskilerine oranla daha elverişli durumlar doğurur ve eski teçhizatın yenileriyle değiştirilmesiyle sonuçlanır.

Eskime her ne kadar bakım, onarım ve kısmî yenileme politikalarıyla geciktirilebilirse de günü geçme engellenemez. Bu olay için, cinsler arasındaki biyolojik mücadeleden daha acımasız, gerçek bir makineler savaşıdır denmiştir (29).

Yeni teknik karşısında yeni durumda tutma politikası yetersiz kalacaktır. Optimum teçhizat yönetimi, fiziksel ömürlerinin bitiminden evvel, onları belirli bir tarihte hizmet dışı bırakmak göz önüne alınarak bakım ve onarım politikası saptamak olabilecektir.

Şu halde teçhizatın kullanım süresine ve şekline bağlı eskime ve teknik gelişmeye bağlı günü geçme teçhizatın dolayısıy-

---

29. Abraham-Thomas, Microéconomie, s.237

la yatırımın ömrünü belirler ve fizik ömrün karşıtı olarak ekonomik ömür olarak adlandırılır (30).

t döneminde piyasada mevcut teçhizat l parametresi ile belirtilirse, s döneminde satın alınmış teçhizatın günü geçme ölçüsü aşağıdaki gibi gösterilebilir:

$$G(s,t,l) = [R(t,t,l) - D(t,t,l)] - [R(s,s) - D(s,s)]$$

veya

$$G(s,t,l) = [R(t,t,l) - R(s,s)] + [D(s,s) - D(t,t,l)]$$

Burada da yine her iki teçhizatın hasılası eşdeğer olarak kabul edilirse, günü geçme

$$G(s,t,l) = D(t,t,l) - D(s,s)$$

şeklinde belirtilebilir ve s dönemi teçhizatının günü geçmesi s ve t zamanlarındaki iki yeni teçhizatın artık değerleri veya çalışma maliyetlerinin karşılaştırılmasıdır denebilir.

Teknolojinin ilerlemesi arzulanan bir gelişme olmakla beraber, kazandığı hız, kapitalin gereksiz harcanmasına yer verebileceği gibi paradoksal olarak durgunluğa da neden olabilir. Hızlı teknik gelişme, (31) gerçekten, çok hızlı biçimde gelişen teçhizat yenilenmesini doğurabilir. Kurulur kurulmaz teçhizat çağ dışı kalabilecek ve yenilemeler, kapitalin, aşırı ölçeklerde gereksiz harcanması şeklinde belirecektir. Veya bugünün teçhizatı dünkünden iyi, yarınkinden kötüdür, dolayısıyla yarını beklemekte yarar vardır şeklindeki düşünce biçimi sürekli hızlı gelişme karşısında hareketsizliği doğurabilecektir.

Fonların sınırlılığı, ne kadar çekici olursa olsun, yenileme politikasının sınırını çizer.

4.7.2 Süre Açısından Optimizasyonda Varsayımlar

Başlangıçtan beri kabul edilen geleceğin kesin olarak tahmin edilebilirliği ve stasyoner ekonomi dolayısıyla faiz yüzdesinin değizmezliği varsayımları bu kısmın açıklamaları için de genellikle kabul edilmiştir. Varsayımlara sürekli olarak bağlı

---

30. Henon, L'économetrie, s.235

31. Teknik gelişmenin ölçüsü emeğin randımanı veya üretkenliğidir. İşletme maliyetinin sadece işçiliğe dayalı harcamalardan meydana geldiği kabul edilsin. Birim zaman içinde üretilen ürün miktarı n, birim işletme maliyeti m ve zaman birimi başına ücret Ü ise üretkenlik n = Ü/m şeklinde olur.

kalınmamış ve zaman içinde meydana gelebilecek bazı değişiklikl-rin hesaplamalarda doğuracağı eklentiler zaman zaman nazara alınmıştır. Baştan sona kadar değişmeyen varsayım geleceğin bilinebilirliğidir.

Yine basitten karmaşığa gitmek için teçhizatın hizmet dışı bırakılması, hurda değerin plasmana yönlendirilmesi ve ondan sonra yatırıma son verilmesi konusu ele alınacaktır. İkinci ve üçüncü kademelerde ise teçhizatın bir yenisiyle değiştirilerek yatırıma devam edilmesi halleri incelenmiştir.

Yenileme sorunların da ise önce sınırlı sayıda yenileme işlemine başvurulan durumlar daha sonra ise yenilemenin, teorik olarak, sınırsız sayıda tekrarlanabileceği durumlar ve süre optimizasyonu açıklanmıştır.

Teçhizatın bir tek makineden oluştuğu kabul edilmiştir. Teçhizatın değişik makinelerden meydana geldiği kabul edilirse, her makine için, açıklananlara benzer, bir dizi hezaplamanın yapılabileceği açıktır.

Süre açısından optimizasyon konusunda da, optimum hal net bugünkü değerin maksimum olduğu durumdur, varsayımı nazara alınmıştır. Bunun karşıtı olarak, literatürde, optimum duruma maliyetlerin minimizasyonu ile varılacağı da savunulmuştur. Nitekim süre açısından yatırım optimizasyonunu ilk inceliyenlerden Taylor ve Hotelling, maliyetleri minimum yapan optimal yatırım süresini araştırmışlardır (32). Sağlanan hasılatın zaman içinde değişmezliği, devreler itibariyle eşit hizmet görme, varsayımı ele alınırsa bu iki optimizasyon ilkesinin eşdeğer olduğu görülebilir. Gerçekten genel olarak

$$\bar{R}^o = \sum_{t=0}^{T} \frac{r_t - d_t}{(1+i)^t} \quad \text{veya} \quad \bar{R}^o = \int_{t=0}^{T} (r_t - d_t).e^{-jt}.dt$$

şeklinde tanımlanan bugünkü değerin maksimumu, nazara alınan etkileyen değişkenin

$$dr_t - dd_t = 0$$

---

32. Bu konuda bkz. Peumans, Calculs d'Investissements, s.60

şartını sağlıyan değeri için mevcuttur. r_t'nin zamana göre değişmezliği, matematiksel olarak t'nin bir fonksiyonu olmadığı kabul edilirse dr_t'nin sıfır olacağı açıktır. Buradan maksimizasyon şartının $-dd_t=0$ olacağı yani $-d_t$'nin maksimizasyonu şeklinde belireceği anlaşılır. Diğer taraftan $-d_t$'nin maksimizasyonu ile d_t'nin minimizasyonunu sağlıyan değişkenin değeri aynıdır. Şu halde eşit hizmet varsayımı kabul edildiğinde bugünkü değerin maksimizasyonu ile maliyetin minimizasyonu eşdeğerdir.

Aynı şekilde, kâr yüzdesinin bugünkü değeri (33) maksimum olduğunda veya yatırım, finansmanı açısından ele alınarak, net kârın öz sermayeye oranı maksimum olduğunda yatırım optimizasyonuna varılır denmiştir. Oysa bugünkü değerin maksimum ifadesi için bu oranların da maksimum olacağı ispat edilebilir (34).

4.7.3 Teçhizatın Hizmet Dışı Bırakıldığı Durumlarda Süre Optimizasyonu (Yatırıma Son Verilmesi Halinde Optimizasyon)

Burada teçhizatın yaşam süresinden sonra bir yenilemenin yapılmıyacağı yani yatırımın sona ereceği kabul edilmiştir. Yine basitleştirici bir varsayım olarak teçhizatın tekliği nazara alınmıştır.

T yatırımın hesaplanacak olan yaşam süresini veya başka bir deyişle ekonomik ufkunu ifade etmektedir. Yatırımın başlangıcından T süresi sonunu kadar ürün satış fiyatlarının, faktör fiyatlarının, üretim hacmının zaman içinde değişmediği göz önünde bulundurulursa yatırımın r_t brüt hasılasının devreler itibariyle sabit olacağı açıktır. Böyle ise devrelik artık değer tutarının giderek azalacağını tahmin etmek gerekir. Çünkü eskimenin etkisi altında d_t devrelik yatırım harcamaları giderek artıcaktır. Sonuç olarak devrelik net girdi değeri de zaman boyunca sürekli bir şekilde düşecektir. Günü geçmenin olaya dahil e-

---

33. Kâr yüzdesi = Kâr / Sermaye oranı R. Allen tarafından önerilmiş ve

$$\sum_{t=1}^{T} \frac{R_t}{(1+i)^t} \Big/ R_o$$

şeklinde tanımlanmıştır. Bkz., Allen, Mathématique et Théorie Economique, s.395-96

34. Diğer optimizasyon kriterleri ve eşdeğer sonuçları için tartışmalar hakkında bkz., Lutz, The Theory of Investment, s.16-21

dilmesi için satış fiyatlarının sabitliği varsayımından vazgeçilmiş olsaydı, yeni makinelerin daha kaliteli ürünleriyle rekabet sonucu veya onların fiyatları düşürme etkisiyle r_t de giderek azalacak, dolayısıyla yatırımın net sonucu zaman içinde daha hızlı bir düşüş gösterecektir, denebilecekti. Yeni teçhizatlı yatırımlar karşısında r_t'nin giderek azalacağını nazara almak, ele alınan yatırım hesaplarına günü geçmeyi dolaylı olarak dahil etmeyi olanaklı yapar. Hesaplamaların mantıksal yapısında bir değişiklik yapmıyacağı gerekçesiyle doğrudan doğruya bu hal incelenmiştir.

R(t).dt 'nin yerine kullanılan Q(t).dt ifadesi başlangıç yatırım harcamasının amortismanı ve faizi C hariç, süreklilik varsayımına göre, t,t+dt devresi arasındaki işletme sonucunu yani satış hasılatı ile işletme harcamaları arasındaki farkı zamanın fonksiyonu olarak göstermektedir. S(T) teçhizatın (T) dönemindeki hurda değeri ise, net bugünkü değer, aşağıdaki gibi ifade edilebilir (35).

$$\bar{R}^o = \int_{t=o}^{T} Q(t).e^{-jt}.dt + S(T).e^{-jt} - C \quad (4.26)$$

Denklemde Q(t), t'nin azalan bir fonksiyonudur. S(T) ise T'ye bağlı olup T'nin belirli bir değerinden sonra, eskimenin yanında teknik gelişmenin hızına göre, azalan bir fonksiyondur.

Yukarıdaki denkleme daha yakından bakılırsa T döneminden sonra hiç bir şey yapmamakla S(T) tutarının yatırımın bitiminden sonra plase edilmesi arasında bir fark olmadığı görülür. Yani yatırımın bugünkü değerinde bir değişiklik olmaz. Çünkü T döneminden sonra yapılan plasman i faiz oranıyla faiz geliri meydana getirecek fakat onların bugünkü değerini hesaplıyabilmek için faiz gelirleri yine aynı faiz oranıyla indirgenecekler ve sonuç aynı kalacaktır.

Daha önce açıklanan akıl yürütmeye paralel olarak, bugünkü değer maksimal ifadesine, zaman değişkeni açısından, aşağıdaki şartlar sağlandığında varılır denilebilir:

---

35. Bugünkü değerin değiştirilen sembollerle yukarıdaki ifadesini Lutzlar kullanmıştır. Yazarlar nakıt giriş ve çıkışları arasındaki farkı rantımsı sözcüğü ile belirtmişler ve bu sözcüğün ingilizcesi olan quasi-rente deyiminin baş harfi ile göstermişlerdir. Bkz., Lutz, The Theory of Investment, s., 104. Bugünkü değerin bu yeni ifade biçimi süre optimizasyonu yöntemlerinin açıklamalarına kolaylık getirecektir.

$$\frac{d\bar{R}^o}{dT} = Q(T).e^{-jT} - j.S(T).e^{-jT} + S'(T).e^{-jT} = 0 \quad (4.27)\ (36)$$

veya

$$\frac{d\bar{R}^o}{dT} = \left[Q(T) - j.S(T) + S'(T)\right] e^{-jT} = 0 \quad (4.28)$$

ve

$$\frac{d^2\bar{R}^0}{dT^2} < 0$$

4.28 ve 4.29 şartlarını sağlıyan T'nin değeri süre açısından bugünkü değerin maksimum olmasını sağlıyacaktır.

Şayet stasyoner ekonomi varsayımı bir an için kenara bırakılıp faiz yüzdesinin zamana bağlı olarak sürekli bir şekilde değiştiği kabul edilmiş olsaydı,

$$I(t) = \int_{t=0}^{T} i(t).dt \qquad (4.30)$$

yazılabilir ve bu takdirde net bugünkü değer

$$\bar{R}^o = \int_{t=o}^{T} Q(t).e^{-I(t)}.dt + S(T)^{-I(T)} - c \qquad (4.31)$$

şeklinde ve maksimizasyon şartları

$$\frac{d\bar{R}^o}{dT} = \left[Q(T) - i(T)S(T) + S'(T)\right] e^{-I(T)} = 0 \quad (4.32)$$

$$\frac{d^2\bar{R}^o}{dT^2} < 0 \qquad (4.33)$$

olurdu.

Maksimizasyon şartlarının ortaya çıkarttığı ilginç bir yan, süre açısından optimizasyonun yatırımın başlangıç harca

---

36. Denklemin sağ tarafındaki ikinci terimin $-j$ çarpanı türev alma işleminin bir sonucu olarak ifadeye girmiştir. e^{-jT}, T'ye bağlı olarak değişen bir üslü fonksiyondur. Herhangi bir üstel fonksiyon a bir sabit olmak üzere $f(x) = a^{u(x)}$ şeklinde ise $f'(x) = a^u.u'_x.\ln a$ olur. Burada a =e olduğundan lne = 1 dir ve türev $f'(x) = e^u.u'_x$ haline gelir.

malarından bağımsız olduğudur. Nitekim matematiksel olarak C gibi sabit bir sayının türevi sıfıra eşit olduğundan maksimizasyon koşulları içinde yer almamaktadır.

4.28 veya 4.32 denklemlerinin ifadesinden, yatırıma devam edildiğinde, optimal T devresinin sonunda hurda değerin bir devrelik faizi , T devresinin sonucundan, Q(t)'den, S'(T) tutarı kadar eksik bir değere sahip olurdu anlamı çıkar (37). Şu halde herhangi bir dönemin net girdisi, teçhizatın hurda değeri (kalan değeri) ile o devrenin ek değer düşüklüğünü kapsadığında peşin değer maksimumdur. Bir dönemin nakit akımı bu tutarın altına düştüğünde yatırıma son vermek gerekir. Ancak bu şart nakit akımlarının zamana bağlı olarak sürekli bir şekilde düştüğünde geçerli olabilecektir. Satış tutarlarında mevsimlik büyük oynamalar olan sektörlerde bu sonuç aldatıcı olabilecektir.

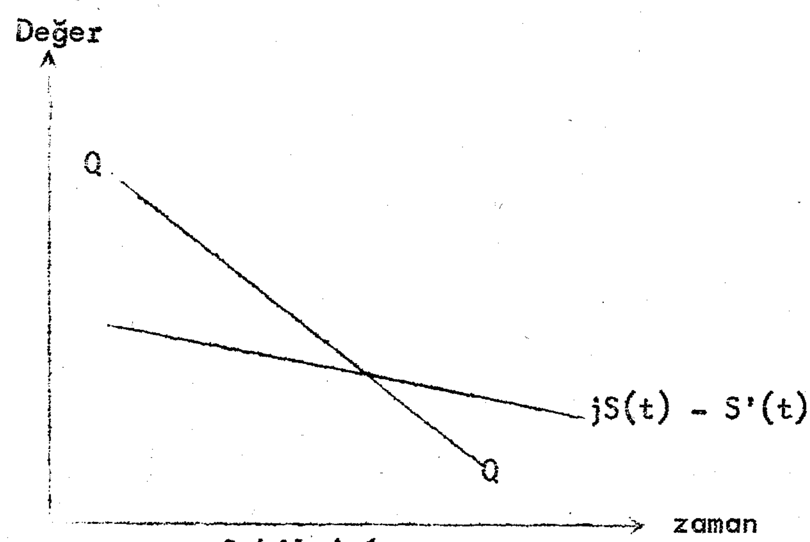
S'(T) , T dönemi içinde teçhizatta maydana gelecek ek değer düşüklüğüdür. Denklemlerden

$$Q(T) = j.S(T) - S'(T)$$

veya

$$Q(T) = i(T).S(T) - S'(T)$$

eşitlikleri yazılabilir. Bu eşitlikler T'nin grafik olarak saptanması için yararlıdır . Şekil 4.6 T'nin grafik bulunuşunu göstermektedir.



Şekil 4.6

37. Bu ifade biçimi, ilk anda elde edilen denklemlerin ifadeleriyle çelişkili gibi görünmektedir. Oysa S(T), T'nin belirli bir değerinden sonra azalan bir fonksiyon olarak tanımlanmıştı. Şu halde S'(T)'nin negatif bir değer alması gerekliliği göz önünde bulundurulmalıdır.

4.7.4 Teçhizatın Yenilendiği Durumlarda (Yatırıma Devam Edildiğinde) Süre Optimizasyonu

Bir evvelki kısımda, yatırımın ekonomik ömrünün, teçhizatın hizmet süresi ile sınırlandığı hal nazara alınmıştı. Teçhizatın hizmet süresinin bitiminde yatırım da son buluyordu. Burada ise, bir adım daha ileri giderek, hizmet süresinin bitiminde teçhizatın bir yenisiyle değiştirilmesi dolayısıyla yatırımın süresinin tek teçhizatın süresine bağlı kalmadığı haller nazara alınacaktır.

Yeni ve teknik gelişmeyi bünyesinde bulunduran teçhizatla yatırıma devam etmenin bir kerelik olması için bir neden yoktur. Birden çok yenilemelerle yatırıma, teorik olarak, sürekli bir şekilde devam etmek mümkündür. Bu takdirde bir yatırım yenilemeler zinciri ile sürekliliğini koruyabilecektir.

Teknik gelişminin sürekli olduğu bir ortamda yenileme işlemini tek başına irdelemek gerçekçi değildir. Bugün edinilecek teçhizatla gelecekte elde edilecek teçhizat farklı yeteneklerdedir. Bugünkü teçhizat yarınkine oranla daha erken kullanılmaz hale gelebilecek ve daha gelişmiş tezhizatların rekabetine daha az dayanabilecektir. Dolayısıyla bu teçhizat öncelikle yenilenecektir. Şu halde bugün yenilemeyle, daha ilerideki bir tarihte, gelecekte yenileme kararı birbirlerinden farklı sonuçlar doğurabilecek iki ayrı karardır. Bir önceki karar bir sonrakinin şartlarını belirler veya hizmet dışı bırakma devresi hizmete alma devresine bağlıdır denilebilir.

Diğer taraftan eski teçhizatı yenisi ile değiştirmenin elverişliliğini, yeni teçhizatın ekonomik kullanım süresi saptar. Bu süre, teçhizatın kendisini amorti edebilmesi açısından, yeterri kadar uzun veya, daha gelişmiş bir tip karşısında çabucak günü geçebilecek kadar, kısa olabilir.

Son iki paragraf özetlenirse herhangi bir teçhizatın bir yenisiyle değiştirilmesi devresi, onun -eski teçhizatın- yalnızca bir evvelki ile değiştirilme devresine değil fakat adı geçen yeni teçhizatın ondan bir sonraki ile değiştirilme devresine de bağlıdır.

Bütün bunlar göz önüne alınınca, optimal yenileme zincirinin saptanması, üç zamanlı denklemlere başvurulmasını gerektirir. Hesaplamaların yapılmasında bir takım sınırlayıcı varsayımlara başvurmak , başlangıç için, kolaylaştırmayı olanaklı yapar.

Belirli bir tarihten sonra günü geçme nedeniyle hizmet dışı tutmanın mevcut olmıyacağı ve kullanım süresinin fiziksel ömüre eşit kabul edileceği varsayımı veya teknik gelişmenin sınırlarına varıldığı ve bundan sonraki yeni teçhizatların birbirlerinin eşdeğeri olduğu varsayımı sınırlayıcı şartlar olarak konulabilir. Her iki varsayım da,belirli bir tarihten sonra, yeni teçhizatın kullanım sürelerinin önceden saptanabileceğini kabullenmeyi gerektirir. Bu varsayım sabit tutarlı sınırsız zincir teorisinin belirmesinde etken olmuştur. Böylece iki ard arda yenileme arasındaki süreyi hesaplamak olanağına erişilmiştir.

Genellikle optimal zincirin saptanması işleminin açıklanması, önce sınırlı sayıda, aynı tip teçhizatla değiştirme nazara alınarak yapılmaktadır. Bu amaçla önce iki aynı tip teçhizatın varlığı kabullenilmekte, daha sonra ise sınırsız sayıda yenileme zinciri incelenmektedir. Burada tersine bir davranışla sınırsız sayıda yenileme zinciri önce açıklanmıştır. Açıklamadan çıkarılabilecek sonuçlar özel hal niteliğindeki sınırlı yenilemeler için de geçerli olacaktır.

4.7.4.1 Sabit Tutarlı Sınırsız Sayıda Yenileme Zinciri

Burada, sınırsız yenileme zincirine dahil ve aynı tipten teçhizatların herbirinin kullanım süresi T ile gösterilirse daha evvelki açıklamalardan yatırımın net bugünkü değeri aşağıdaki gibi yazılabilir.

Bu kısımda belirtilen $\bar{R}^o$'ın daha evvelki kısımlarda ele alınan $\bar{R}^o$'dan farklı olduğuna dikkat çekmek gerekir. Buradaki $\bar{R}^o$, bu kısmın varsayımı gereği, ilerideki bir tarihte yani teknik gelişmenin sabit kaldığı tarihteki $\bar{R}^o$'dır. Buradaki $\bar{R}^o$'ın daha evvelki ile eşdeğerliğini sağlamak için yenisini e^{-jt_o} katsayısı ile çarpmak yani iskontolu değerini bulmak gerekir. Bu özellik hesaplamaların mantıksal yapısında farklılık meydana getirmez. Buradaki özelliğin önemi, şayet uygulama yeteri kadar uzağa atılarak yapılırsa, bugüne indirgeme yönteminin hataları düzeltici daha doğru bir deyişle önemsiz hale getirici etkisinin bu yöntemi, sınırsız zincir yöntemini, kabul edilebilir bir çözüm haline sokacağıdır.

$$\bar{R}^o = \left[\int_{t=o}^{T} Q(t).e^{-jt}.dt + S(T).e^{-jT} - C\right] +$$

$$\left[\int_{t=o}^{T} Q(t).e^{-jt}.dt + S(T).e^{-jT} - C\right] e^{-jT} + .$$

$$\ldots\ldots + \left[\int_{t=o}^{T} Q(t).e^{-jt}.dt + S(T).e^{-jT} - C\right] e^{-njT}$$

$$+ \ldots\ldots$$

Teçhizatın tip ve kullanım süreleri aynı olduğu için köşeli parantezin içindeki terimler birbirlerinin aynıdır. Eşitliğin sağ tarafında, ikinci terimden sonraki terimlerde, genel ifadesiyle e^{-njT} şeklindeki çarpanların varlığı, her devrenin net bugünkü değerinin hesaplamanın yapıldığı devreye göre tekrar bugünkü değerlerine indirgendiğini ifade etmektedir. Benzer terimler paranteze alınırlarsa toplam net bugünkü değer aşağıdaki hale dönüştürülebilir

$$\bar{R}^o = \left\{\int_{t=o}^{T} Q(t).e^{-jt}.dt + S(T).e^{-jT} - C\right\}\left\{1+e^{-jT}+e^{-2jT}+\dots+e^{-njT}\right\}$$

İkinci büyük parantezin içi bir geometrik dizinin toplamı olduğundan

$$\bar{R}^o = \frac{1-e^{-njT}}{1-e^{-jT}}\left\{\int_{t=o}^{T} Q(t).e^{-jt}.dt + S(T).e^{-jT} - C\right\} \quad (4.34)$$

haline girer ve $n \to \infty$ olduğu nazara alınırsa

$$\bar{R}^o = \frac{1}{1-e^{-jT}}\left[\int_{t=o}^{T} Q(t).e^{-jt}.dt + S(T).e^{-jT} - C\right] \quad (4.35)$$

olur.

T optimum süresi bugünkü değerin maksimumu için tanımlanacağından $\bar{R}^o$'ın T'ye göre türevi maksimizasyon şartını belirler. $\int_{t=0}^{T} Q(t).e^{-jt}.dt$ ifadesinin T'ye göre türevi entegral işaretinin önündeki ifadedir. Şu halde

$$(4.36) \quad \frac{d\bar{R}^o}{dT} = \frac{1}{1-e^{-jT}}\left[Q(T).e^{-jT}+S'(T).e^{-jT}-j.S(T).e^{-jT}\right] - \frac{j.e^{-jT}}{(1-e^{-jT})^2}\left[\int_{t=o}^{T} Q(t).e^{-jt}.dt+S(T).e^{-jT}-C\right]=0$$

bulunur. Son ifadeden

$$\frac{e^{-jT}}{1-e^{-jT}}\left[Q(T)+S'(T)-j.S(T)\right] = \frac{j.e^{-jT}}{(1-e^{-jT})^2}\left[\int_{t=o}^{T} Q(t).e^{-jt}.dt+S(T).e^{-jT}-C\right] \quad (4.37)$$

$$Q(T)+S'(T)-j.S(T) = \frac{j}{1-e^{-jT}}\left[\int_{t=o}^{T} Q(t).e^{-jt}.dt+S(T).e^{-jT} - C\right] \quad (4.38)$$

yazılabilir. Buradan S(T) yeteri kadar küçük olduğunda S'(T) nazara alınmazsa

$$Q(T) = j.S(T) + \frac{j}{1-e^{-jT}}\left[\int_{t=o}^{T} Q(t).e^{-jt}.dt+S(T).e^{-jT} - C\right] \quad (4.39)$$

ifadesi maksimizasyon şartı olarak belirir. $Q(T)$ teçhizatın değiştirilme devresinde yaratılan artık değer tutarıdır.

$$\frac{j}{1-e^{-jT}} = j.\frac{1}{1-e^{-jT}}$$

eşitliği nazara alınırsa ve

$$\frac{1}{1-e^{-jT}}\left[\int_{t=o}^{T} Q(t).e^{-jt}.dt + S(T).e^{-jT} - C\right] = R_n$$

denilirse 4.39 denklemi

$$Q(T) = j.S(T) + j.R_n$$

şeklinde kısaltılabilir. R_n yeni teçhizatların artık değerlerinin bugünkü değeridir. Buradan $Q(T)$ tutarı teçhizatın T senesinde kalan değerinin faiz tutarı ile gelecekte elde edilecek artık değerlerin bugünkü değerlerinin faizi toplamına eşit olmalıdır sonucu çıkar. $S(T)$ ihmal edilebilir kabul edilirse $Q(T) = j.R_n$ (4.40) olur. Teçhizatın optimal yenileme süresi $Q(T)$'nin bu değerini sağlıyan süredir. Yenilemelerin bu devre itibariyle gerçeklenmesi yatırımın net bugankü değerini maksimum yapacaktır.

Şayet nazara alınan varsayım terkedilerek yeni bir tip teçhizatın, yalnızca bir kere için, belireceği kabul edilir ve bu yeni teçhizatın, piyasaya çıktığı devre itibariyle, yenileme zincirleri artık değerlerinin bugünkü değerine R_{ng} denilirse, R_{ng} nin hesaplamaların yapıldığı devre için bugünkü değeri ile mevcut teçhizatın bugünkü değeri toplamından meydana gelen yatırımın toplam net bugünkü değeri aşağıdaki gibi belirtilebilecektir:

$$\bar{R}^o = \left[\int_{t=o}^{T} Q(t).e^{-jt}.dt + S(T).e^{-jT} - C\right] + R_{ng}.e^{-jT}$$

Optimal kullanım süresi, yine, denklemin maksimum yapılma işleminden bulunabilecek ve daha yukarıdakilere benzer bir akıl yürütmeyle

$$Q(T) = j.S(T) + j.R_{ng}$$

olarak bulunabilecektir.

Kullanılan bir teçhizat ve onunla değiştirilmeye hazır bir diğer aynı tip yeni teçhizatın, bir tek teçhizatın, var olduğu kabul edilirse yani toplam olarak aynı özelliklere sahip sadece iki teçhizat varsa sınırlı sayıda zincirin kuralı ortaya çıkarılabilir.

Yukarıdaki açıklamalarda yenileme, artık değer, kullanılan teçhizatın kalan değerinin faizi ile yeni teçhizatın bugünkü değerinin faizinin toplamının altına düştüğünde gerçeklenmelidir sonucu elde edilir. Bu ifade aşağıdaki gibi belirtilebilir:

$$Q(T) < j.S(T) + j.\bar{R}^o_2$$

$\bar{R}^o_2$ yeni teçhizatın bugünkü değeridir.

Özetlemek gerekirse, teçhizatın belirli bir devre itibariyle yarattığı artık değer, o devrenin kalan değer faizi ile yeni tip makinenin yenileme zincirleri artık değerlerinin bugünkü değerinin faizi toplamından küçük olduğunda teçhizat yenilenecektir. Bu devreye kadar geçen süre optimal kullanım süresidir.

4.7.4.2 Süre Optimizasyonunda Maksimum Bugünkü Değer ve Minimum Maliyet Amaçlarının Eşdeğerliği

Zaman süreci içinde teçhizatın, zamana bağlı olmaksızın, sabit hasıla getirdiği başka bir deyişle devreler itibariyle eş - değer hizmet sağladığı kabul edilmiş olsaydı, teçhizatın kalan değeri nazara alınmamak şartıyla, 4.35 numaralı eşitlikten net bugünkü değer

$$\bar{R}^o = \frac{1}{1-e^{-jT}}\left[r\int_{t=o}^{T} e^{-jt}.dt - \int_{t=o}^{T} dm(t).e^{-jt}.dt - C\right]$$

şeklinde yazılabilir. Formülün yazılışındaki karışıklığı önlemek, zamanın diferansiyelini belirleyen dt gösterilişini maliyetlerin gösterilişinden ayırt edebilmek için zamanın fonksiyonu maliyetler dm(t) olarak gösterilmiştir. Yine zamana göre değişmediği için hasılat, nakit girişi, sadece r harfi ile belirtilmiştir.

Yine bu hal için maksimizasyon şartı

$$\frac{d\bar{R}^o}{dT} = \frac{1}{1-e^{-jT}}\left[r.e^{-jT}-dm(T).e^{-jT}\right] - \frac{j.e^{-jT}}{(1-e^{-jT})^2}\left[r\int_{t=o}^{T} e^{-jt}.dt - \int_{t=o}^{T} dm(t).e^{-jt}.dt-C\right] = 0$$

halindedir. Bu denklemde gerekli kısaltmalar ve yer değiştirmeler yapılırsa,

$$r - dm(T) = \frac{j}{1 - e^{-jT}} \left[r \int_{t=o}^{T} e^{-jt}.dt - \int_{t=o}^{T} dm(t).e^{-jt}.dt - C \right]$$

bulunabilecektir. Son eşitlikte mevcut olan $1 - e^{-jT}$ ifadesinin $j \int_{t=o}^{T} e^{-jt}.dt$ 'ye eşdeğerliği (38) nazara alınırsa sağ taraftaki $\frac{j}{1-e^{-jT}}$ terimi $\frac{j}{j \int_{t=o}^{T} e^{-jt}} = \frac{1}{\int_{t=o}^{T} e^{-jt}}$ haline gelir ve

$$r - dm(T) = r \frac{\int_{t=o}^{T} e^{-jt}.dt}{\int_{t=o}^{T} e^{-jt}.dt} - \frac{\int_{t=o}^{T} dm(t).e^{-jt}.dt + C}{\int_{t=o}^{T} e^{-jt}.dt}$$

olarak ve

$$dm(T) = \frac{\int_{t=o}^{T} dm(t).e^{-jt}.dt + C}{\int_{t=o}^{T} e^{-jt}.dt}$$

olarak hesaplanabilir. Bu ise maliyetlerin minimizasyonu demektir; Gerçekten aynı sonuca yenileme zincirlerinin toplam harcamaları peşin değerlerini minimum yaparak ta varılabilir. Nitekim daha evvel kullanılan akıl yürütme biçimine benzer bir şekilde,

$$\overset{-o}{dm}(t) = \frac{1}{1-e^{-jT}} \left[\int_{t=0}^{T} dm(t)e^{-jt}dt + c \right]$$

yazılabilir ve minimizasyon şartı

$$\frac{d\overset{-o}{dm}(t)}{dT} = \frac{1}{1-e^{-jT}} dm(T)e^{-jT} - \frac{je^{-jT}}{(1-e^{-jT})^2} \left[\int_{t=o}^{T} dm(t)e^{-jt}.dt + C \right] = 0$$

olur. Gerekli işlemler sonucu

---

38. $j \int_{t=o}^{T} e^{-jt}dt = j \left(-\frac{1}{j} e^{-jt} \right) \Big]_{t=o}^{T}$ olduğundan ifade $1 - e^{-jT}$ ye eşit bulunur.

$$dm(T) = \frac{\int_{t=o}^{T} dm(t).e^{-jt}.dt + C}{\int_{t=o}^{T} e^{-jt}.dt}$$

denklemi elde edilir. Bu ifade teçhizatın T anındaki maliyetinin, bu teçhizatın toplam maliyetlerinin bugünkü değer katsayıları ile tartılanmış ortalamasına eşit olduğunu göstermektedir. Başka bir deyimle marjinal maliyet ortalama maliyete eşit olduğunda minimum olur. 4.40 numaralı ifade de buna benzer bir şekile dönüştürülebilir ve buradan anlık nakit girdisi de benzer bir şekilde tanımlanabilir. Maliyetlerin minimizasyonu açısından elde edilen bu optimum şartı, zaman açısından süreklilik varsayımı hariç tutulursa, bir takım eserlerde önerilenlere eşdeğerdir (39).

Özet olarak artık değerlerin maksimizasyonu açısından süre optimizasyonu ile maliyetlerin minimizasyonu açısından süre optimizasyonu eşdeğer sonuçlara ulaşır.

4.7.4.3 Optimum Sürenin Bulunması

Sınırsız sayıda yenileme zincirine sahip yatırımlarda, T optimal yenileme süresinin hesaplanması için , yatırımın sonucu zamana bağlı olarak azalan bir fonksiyondur varsayımı yapılmıştır (40). Bu takdirde,

$$Q(t) = b - at$$

denklemi yazılabilecek ve teçhizatın kalan değeri nazara alınmazsa peşin değer

$$\bar{R}^o = \frac{1}{1-e^{-jT}} \left[\int_{t=o}^{T} Q(t)e^{-jt}dt - C \right] = \frac{1}{1-e^{-jT}} \left[\int_{t=o}^{T} (b-at)e^{-jt}dt - C \right]$$

haline gelecektir.

$$Q(t) = \int_{t=o}^{T} (b-at)e^{-jt}dt$$

ifadesinde

$$b-at = u \quad \text{ve} \quad e^{-jt}dt = dv$$

kabul edilirse

---

39. Bu konuda bkz. Churchmann, Ackoff ve Arnoff, Recherche Opérationnelle, .s444-45-46

40. Massé, Choix des Investissements, s.61

$$-a.dt = du \text{ ve } -\frac{1}{j} e^{-jt} = v$$

olur.

$\int u.dv = u.v - \int v.du$ kısmî entegrasyon yönteminden yararlanarak

$$Q(t) = \int_{t=o}^{T} (b-at)e^{-jt}.dt = \left. \frac{a}{j^2} e^{-jt} - \frac{1}{j}(b-at)e^{-jt} \right]_{t=o}^{T}$$

$$Q(t) = \frac{a}{j^2} e^{-jT} - \frac{1}{j}(b-aT)e^{-jT} - \frac{a}{j^2} + \frac{b}{j}$$

olarak bulunabilir. Buradan

$$\bar{R}^o = \frac{1}{1-e^{-jT}} \left\{ \frac{a}{j^2} e^{-jT} - \frac{1}{j}(b-aT)e^{-jT} - \frac{a}{j^2} + \frac{b}{j} - C \right\} \quad (4.41)$$

haline gelir. Yine Q(t) 4.36 numaralı maksimisasyon şartında hesaplanan ifadede yerine konulursa

$$\frac{d\bar{R}^o}{dT} = \frac{1}{1-e^{-jT}} \left\{ (b-aT)e^{-jT} \right\} - \frac{je^{-jT}}{(1-e^{-jT})^2} \left\{ \frac{a}{j^2} e^{-jT} - \frac{1}{j}(b-aT)e^{-jT} - \frac{a}{j^2} + \frac{b}{j} - C \right\} = 0 \quad (4.42)$$

elde edilir. Gerekli ara işlemlerden sonra (41) maksimizasyon şartının,

---

41. Adı geçen ara işlemler aşağıdaki gibidir:
4.42 eşitliği, önce

$$\frac{d\bar{R}^o}{dT} = \frac{e^{-jT}}{1-e^{-jT}} \left\{ (b-aT) - \left[\frac{j}{1-e^{-jT}} \quad \frac{a}{j^2} e^{-jT} - \frac{1}{j}(b-aT)e^{-jT} - \frac{a}{j^2} + \frac{b}{j} - C \right] \right\} = 0$$

şekline getirilir.
gerekli çarpım işlemleri yapılır ve terimler ortak paydaya alınırlarsa türevin sıfır olması için aşağıdaki ifadenin ,

$$- jT - e^{-jT} + 1 + \frac{cj^2}{a} = 0 \qquad (4.43)$$

olacağı görülür. Bu son (4.43)denklemini sağlıyan (T)'nin değeri yeni denklemin kökü veya optimal yenileme süresi yaklaşık olarak,

$$T = \sqrt{\frac{2C}{a}} \qquad (4.44)$$

olarak bulunmuştur (42).

T'nin bulunması için basit bir yaklaşım yapmak mümkündür. Şöyle ki, daha öcceki 4.7.4.2 numaralı kısımda bugünkü değerin maksimizasyonu ile maliyetlerin minimizasyonunun eşdeğer sonuç vereceği açıklanmıştı. Bir evvelki kısmın basitleştirici varsayımı nazara alınırsa dm(t) = at olur ve maliyetlerin bugünkü değeri aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\overline{dm}(t) = \frac{\int_{t=o}^{T} at.e^{-jt}.dt}{\int_{t=o}^{T} e^{-jt}.dt} + \frac{C}{\int_{t=o}^{T} e^{-jt}.dt}$$

Süreklilik varsayımı bir an için bir kenara bırakılır ve faiz oranının yeteri derecede küçük olduğu kabul edilirse

---

$$j(b-aT)(1-e^{-jT}) - ae^{-jT} + j(b-aT)e^{-jT} + a - bj + cj^2 = 0$$

veya

$$bj-bje^{-jT}-ajT+ajTe^{-jT}-ae^{-jT}+bje^{-jT}-ajTe^{-jT}+a-bj+cj^2 = 0$$

veya

$$-ajT - ae^{-jT} + a + cj^2 = 0$$

veya

$$- jT - e^{-jT} + 1 + \frac{cj^2}{a} = 0$$

ifadesinin sıfır olması yeterlidir.

42. Yukarıdakilere benzer fonksiyonların trigonometrik çözümlerine ilişkin, sezgisel nitelikte, bilgi edinebilmek için bkz. Oskar Lange, Leçons d'économetrie, Çev. Anna Posner, Paris, 1970, s.334-337

$\int_{t=o}^{T} e^{-jt}.dt$ ifadesinin T'ye $\int_{t=o}^{T} at.e^{-jt}.dt$ ifadesinin $\sum_{t=o}^{T} at = \frac{aT(T-1)}{2}$ ye eşit olacağı açıktır (43). Buradan bugünkü değer,

$$\bar{d}\overset{o}{m}(t) = \frac{aT(T-1)}{2T} + \frac{C}{T} = \frac{a(T-1)}{2} + \frac{C}{T}$$

haline girer. C/T ilk yatırım harcamasının yıllık sabit amortismanı ve a(T-1)/2 ortalama maliyettir. Öyle ise maliyetlerin minimisasyonu şartı $\bar{d}\overset{o}{m}(t)$ 'nin T'ye göre türevi ile belirlenebilecektir. Bu şart,

$$\frac{d\bar{d}\overset{o}{m}(t)}{dT} = \frac{a}{2} - \frac{C}{T^2} = 0$$

şeklindedir. T aşağıdaki denklemi sağlıyan köktür:

$$aT^2 - 2C = 0$$

Buradan

$$T^2 = \frac{2C}{a} \qquad \text{ve} \quad T = \sqrt{\frac{2C}{a}}$$

olarak bulunabilir. T'nin son kabul edilen varsayımlar aracılığıyla hesaplanabilen bu değeri daha evvelce bulunan

$$1 + \frac{Cj^2}{a} - jT - e^{-jT} = 0$$

şeklindeki denklemin de yaklaşık köküdür.

Son 4.44 numaralı denklemin ilginç yönü, konulan varsayımlar geçerli olduğunda, optimal yenileme süresinin başlangıç yatırım harcaması ile nakit girdileri azalma katsayısına bağlı olduğu, faiz yüzdesinden ise bağımsız olduğudur.

Örneğin bir yatırımın,

C = 256.000 lira başlangıç harcaması,

a = 8.000,- lira nakit girdisinin devrelik, zamana bağlı, azalma katsayısı

b = 156.000.- lira devrelik hasılat

i = 0,05 faiz yüzdesi

j = 0,04879 sürekli faiz yüzdesi ise optimal yenileme süresi,

---

43. $\sum at$ ifadesinin $0+a+2a+3a+ \cdots\cdots\cdots +(T-1)a$ halinde yazılabilen bir aritmetik dizinin toplamı olduğuna dikkat çekmek gerekir. Buradan $\sum at = \frac{0+0+(T-1)a}{2} \; T = \frac{aT(T-1)}{2}$ dir.

$$T = \sqrt{\frac{256.000 \times 2}{8000}} = 8$$ yıl olarak bulunur. T'nin bu değeri

$$-jT - e^{-jT} + 1 + \frac{Cj^2}{a} = 0$$

ifadesinde yerine konulursa ($e^{-jt}=0,67683$), ifadenin

$$-0,3903216 - 0,67683 + 1 + 0,0761754 \cong 0$$

olduğu görülür.

$$\frac{d^2\bar{R}^o}{dT^2} = -j + je^{-jT} = -0,01577 < 0 \text{ dır.}$$

Şu halde $\bar{R}^o$, T'nin bu değeri için maksimumdur.

Yatırımın optimal yenileme süresi açısından net bugünkü değerinin tutarı ise, yukarıdaki sayısal değerler 4,41 denkleminde yerine konularak,

$$\bar{R}^o = 3,09\ 2.274.596-1.276.247-3.360.662+3.197.363-256.000$$
$$\bar{R}^o = 1.789.265.-$$

lira olarak hesabedilir.

4.7.4.4 Sınırsız Sayıda Sabit Tutarlı Yenileme Zinciri Yönteminin Geliştirilmesi

Belirli bir tarihten sonra teknik gelişmenin sınırlarına varıldığı ve teçhizatın ömrünün fiziksel ömür ile sınırlı olduğu, sınırsız sayıda sabit tutarlı yenileme zincirinin temel varsayımı idi. Burada zamana bağlı eskime karşısında, teçhizatın hizmet dışı bırakılması ve yerine yenisini koyma işleminin optimal devresi ve optimal yenileme zincirleri saptanabilmişti. Açıklamaların son kısmında ise, bir kereye mahsus meydana gelebilecek teknik gelişme modele dahil edilmişti. Yöntem bir bakıma bugünü geleceğe yansıtarak çözüme varabiliyordu.

Bunlara karşılık bir teçhizatın yenileme devresinin saptanmasında teknik gelişmenin sürekliliğinin göz önünde bulundurulması çözümü karmaşık hale getiriyordu. Bu durumda, konu olan teçhizatın sadece yenileme süresinin değil fakat onun hizmete alınma devresinin ve yine bu teçhizatın yerine konulacak yeni teçhizatın kendisinden sonrakiyle değiştirilme süresinin de hesaba katılması gerekiyordu.

İşte bu kısımda, teknik gelişmenin sürekliliği ele alınacak ve bu durum karşısında çözüm şartları açıklanacaktır. Teknik gelişmenin sürekliliği varsayımını nazara almak bir ölçekte stasyoner ekonomi varsayımını kaldırmak demektir.

4.7.4.4.1 Üç Zamanlı Denklemler

Bu kısımda kabullenilen temel varsayım teknik gelişmenin sürekliliğidir. Her an beliren yeni ve gelişmiş bir teçhizatın satın alma bedelinin, başlangıç harcaması, C(n) ve anlık nakit akımının Q(Tn,t) ile tanımlandığı kabul edilmiş olsun.

Q(Tn,t) şeklindeki gösterilişbiçimi, Tn devresinde satın alınmış bir An teçhizatının t anındaki nakit akımını göstermektedir. Bu Tn devresinin teçhizatının eskime ve günü geçme etkisiyle, zamana bağlı olarak değişen, nakit akımına sahip olduğunu ifade etmektedir. Bu gösteriliş biçimi ilk defa 4.7.1.1 ve 4.7.12 numaralı kısımlarda kullanılmıştı.

$T_1, T_2, \ldots\ldots, T_{n-1}$ devreleri teçhizat dizisinin yenileme devreleri ise, n tane teçhizattan meydana gelen yatırımın T_o başlangıç devresi itibariyle bugünkü değeri, genel şekliyle, aşağıdaki gibi yazılabilir. Formülde, teçhizatın, nazara alınan devre itibariyle, kalan değeri hesaba katılmamıştır. Kalan değeri denkleme dahil etmek terim sayısını arttırmaktan öteye, akıl yürütme biçiminde, bir değişiklik meydana getirmez.

$$\bar{R}^o = \int_{t=T_o}^{T_1} Q(T_o,t)e^{-jt}dt - C(T_o)e^{-jT_o} + \ldots\ldots\ldots$$

$$+ \int_{T_{n-1}}^{T_n} Q(T_{n-1},t)e^{-jt}dt - C(T_{n-1})e^{-jT_{n-1}}$$

$$+ \int_{T_n}^{T_{n+1}} Q(T_n,t)e^{-jt} - C(T_n)e^{-jT_n}$$

Bu yenileme zincirli yatırımın optimal diğer bir deyişle maksimum bugünkü değere sahip olması her T_n devresinin optimal yenileme devresi olmasına bağlıdır. Şu halde maksimizasyon şartı daha önce açıklananlarınkine benzer bir akıl yürütmeyle hasaplanabilecektir. Genel kural, yukarıdaki bugünkü değer denkleminin T_1, T_2,....., T_{n-1} 'lere göre hesaplanmış (n-1) tane kısmî türevininin sıfıra eşitlenmesi şeklinde tanımlanabilir. Elde edilen (n-1) tane denklemden T_1, T_2, ..., T_{n-1} optimal yenileme devrelerinin değerleri bulunabilecektir. $\bar{R}^o$ denklemlerinin kısmî türevlerinin genel ifadesi aşağıdaki gibidir:

$$\frac{d\bar{R}^o}{dT_n} = Q(T_{n-1},T_n)e^{-jT_n} - Q(T_n,T_n)e^{-jT_n} - \frac{d\left[C(T_n)e^{-jT_n}\right]}{dT_n}$$

$$+ \int_{T_n}^{T_{n+1}} \frac{dQ}{dT_n}(T_n,t)e^{-jt}dt = 0$$

T_n'lere göre her kısmî türevin denklemi, T_n'i bünyelerinde bulundurmayan terimlerin türevleri sıfıra eşit olacağından, daima T_{n-1}, T_n, ve T_{n+1} cinsinden terimlerle ifade edilecektir. Bu nedenle bunlara üç zamanlı denklemler adı verilmektedir.

Kısmî türevlerin sıfıra eşitlenmesi maksimizasyon için gerekli fakat yeterli bir şart değildir. Optimal yenileme politikasını saptamak için n'nin değerleri nazara alınmalı ve n'nin bu değişik değerleri için hesaplanacak değişik bugünkü değerlerden değerce en büyük olanına ilişkin yenileme zinciri bulunmalıdır. Bulunan bu en büyük tutarlı bugünkü değer optimal yenileme politikasıdır.

n'nin değiştirilmesi, yatırım süresinin diğer bir deyişle ekonomik ufkun sonlu veya sonsuz olması hallerine göre, değişik çözüm biçimlerini gerektirir. Sonlu ekonomik ufuklu yatırım problemlerinde n'nin değiştirilmesi ile çözüme ulaşmak dinamik programlamadan esinlenmiş formüllerin uygulanmasıyla mümkündür. Ufuğun sonsuz kabul edilmesi çözümü daha karmaşık ve güç hale getirir (44).

Bu tür problemlerin daha sade bir hale dönüştürülmesi, sorunun, gerçekten mevcut bir teçhizatın, belirli bir devrede, bir yenisiyle değiştirilmesenin incelenmesi haline getirilmesi ile mümkündür.

---

44. Bu konuda bkz. Abraham-Thomas, Microéconomie, s.334

4.7.4.4.2 Bir Teçhizatın Önceden Var Olduğu Durumda Optimal Yenileme Politikası (Yenileme Politikasının Dönüştürülmesi)

Burada, optimalite araştırmasının yapıldığı anda, daha önce satın alınmış ve görev görmekte olan bir teçhizatın varlığı kabul edilmektedir. Amaç T_o döneminde alınmış, özellikleri bilinen A_o teçhizatının herhangi bir T_1 ($T_1 > T_o$) döneminde bir yenisiyle, A_1 teçhizatıyla, değiştirilmesinin uygunluğunun saptanmasıdar.

T_o yatırımın başlangıç dönemi olduğundan $T_o = 0$ alınırsa, $T_1 = x$ kabul edilerek optimal yenileme süresi aşağıdaki gibi bulunabilecektir.

Optimal süre,

$$\bar{R}^o = \int_{t=o}^{x} Q(T_o,t)e^{-jt}dt - C(T_o) + \int_{x}^{T_2} Q(x,t)e^{-jt}dt - C(x)e^{-jx}$$
$$+ \int_{T_2}^{T_3} Q(T_2,t)e^{-jt}dt - C(T_2)e^{-jT_2} \quad (4.45)$$

şeklindeki peşin değer fonksiyonunun x'e göre türevi sıfıra eşitlenerek elde edilir yani fonksiyon x dönemindeki değiştirilme gerçeklendiğinde maksimum olmalıdır.

Çözümün yapıldığı devre için iki seçenek vardır. Bilindiği gibi maksimumu olan bir fonksiyon, bağlı olduğu değişkenin kendisini maksimum yapan değerinden önceki değerler için artan, sonraki değerleri için azalan bir fonksiyondur. Şu halde incelemenin yapıldığı devre t_1 ise ve $x = t_1$ için 4.45 fonksiyonu azalan bir fonksiyonsa yenileme hemen gerçeklenmelidir. Şayet böyle değilse türevi sıfıra eşit yapan $x = T_1$ ($T_1 > t_1$) devresi maksimizasyon denkleminden saptanır.

Maksimizasyonun genel ifadesi aşağıdaki üç zamanlı denklemdir:

$$\frac{d\bar{R}^o}{dx} = Q(T_o,x)e^{-jx} - Q(x,x)e^{-jx} - \frac{d\left[C(x)e^{-jx}\right]}{dx} + \int_x \frac{dQ}{dx}(x,t)e^{-jt}dt$$

Bu şart,

$$\frac{d\left[C(x)e^{-jx}\right]}{dx} = \frac{dC(x)}{dx} e^{-jx} - je^{-jx}.C(x)$$

olduğu göz önünde bulundurulursa aşağıdaki denkleme dönüştürülebilir:

$$(4.46)\quad Q(x,x)e^{-jx} - Q(T_o,x)e^{-jx} = je^{-jx}.C(x) - \frac{dC(x)}{dx}e^{-jx} - \int_x^{T_2} \frac{dQ}{dx}(x,t)e^{-jt}dt$$

Çözüm 4.45 numaralı peşin değer denkleminin sağ tarafındaki birinci terim hariç diğerlerinin önceden bilinmesine bağlıdır. Teknik gelişmenin sürekliliğinden kısmen vazgeçerek yenileme sorununun çözümü daha somut ve kolay anlaşılır bir hale getirilebilir.

4.7.4.4.3 Yenileme Probleminin Sadeleştirilmesi

Amaç yine T_o devresinde edinilmiş ve hizmet görmekte olan A_o teçhizatının herhangi bir T_1 $(T_1 > T_o)$ devresinde A_1 teçhizatı ile değiştirilmesinin uygunluğuna karar vermek ve optimal yenileme zincirini saptamaktır.

T_1 devresinin en gelişmiş teçhizatı A_1 de aynı şekilde T_2 devresinde A_2 ile, A_2 aynı şekilde T_3'te A_3'le değiştirilmeye yönelik teçhizattır. Bu işlemin alternatifi olarak A_o teçhizatı $\mathcal{T}_1$ $(\mathcal{T}_1 > T_1 > T_o)$ dönemine kadar hizmette tutulabilir ve $\mathcal{T}_1$ de $\mathcal{A}_1$ ile değiştirilebilir. $\mathcal{A}_1$, $\mathcal{T}_2$'de $\mathcal{A}_2$ ile, $\mathcal{A}_2$ $\mathcal{T}_3$ te $\mathcal{A}_3$ ile değiştirilmeye yönelik teçhizatlardır. Aynı şekilde alternatifleri çoğaltmak mümkündür.

Şu halde alternatif yenileme zincirleri aşağıdaki gibi yazılabilecektir:

- T_1 de değiştirmeye başvurarak A_1, A_2, A_3,.... (a)
- $\mathcal{T}_1$ de değiştirmeye başvurarak $\mathcal{A}_1$, $\mathcal{A}_2$, $\mathcal{A}_3$,... (b)
- .... (c)
- ....(d)

Optimal karar yukarıdaki zincirlerin karşılaştırılması sonucu elde edilecektir. Fakat T_1 devresi ve aynı şekilde $T_2, .. T_n$, $\mathcal{T}_1, \mathcal{T}_2, ..., \mathcal{T}_n$ ler de bilinmemektedir.

Önce T_1 devresinin optimal yenileme devresi olduğu kabul edilirse $(0, T_1, T_2)$'ye bağlı denklemden A_1'in yenileme devresi T_2 hesap edilebilir. Gerçekten 4.46 numaralı maksimizasyon denklemi T_1 devresi için,

$$Q(T_1,T_1)e^{-jT_1} - Q(T_o,T_1)e^{-jT_1} = je^{-jT_1}.C(T_1) - \frac{dC(T_1)}{dT_1}e^{-jT_1} - \int_{T_1}^{T_2} \frac{dQ}{dT_1}(T_1,t)e^{-jt}dt \quad (4.47)$$

şeklinde yazılacaktır. T_2'yi bulunduranlar dışında bütün terimlerin değerleri bilinebileceğine göre T_2 4.47 numaralı denklemden hesap edilebilecektir. Benzer bir dizi işlemle bulunması gerekli olan T_n ler saptanabilir. Buradan yukarıdaki (a) yenileme zinciri ortaya çıkmış olacaktır.

Bir ikinci kez $\mathcal{T}_1$ optimal yenileme devresi kabul edilirse aynı yöntemle bu kere $\mathcal{T}_2, \mathcal{T}_3, ..., \mathcal{T}_n$'ler bulunabilir ve (b) yenileme zinciri düzenlenir. Sonuçta yeteri kadar sayıda alternatif yenileme zinciri elde edilecektir.

Saptanan zincirlerin bugünkü değerleri $\bar{R}^o_a$, $\bar{R}^o_b$, $\bar{R}^o_c$, ... şeklinde gösterilsin. $\bar{R}^o_a$, a zincirinin bugünkü değerini, $\bar{R}^o_b$, b zincirinin bugünkü değerini .....$\bar{R}^o_n$, n'inci zincirin bugünkü değerini belirtmektedir.

Hesaplanan bugünkü değerlerin tutarca en büyüğü $\bar{R}^o_{maks.}$ ise, $\bar{R}^o_{maks.}$ değerini sağlıyan zincir optimal yenilemeler zinciridir.

Şayet T_1 devresi optimalite araştırmasının yapıldığı devre ve $\bar{R}^o_a = \bar{R}^o_{maks.}$ ise mevcut teçhizatın hemen A_1 teçhizatı ile değiştirilmesi kararı verilmelidir. Çünkü $\bar{R}^o_a$ maksimal ifadesine ulaşmıştır. Yenilemenin hemen gerçeklenmemesi onun bu devreden sonra azalmaya başlamasına neden olacaktır. $\bar{R}^o_{maks.} > \bar{R}^o_a$ ise teçhizat hemen yenilenmiyecek, yenileme $\bar{R}^o_{maks.}$'un belirmesine olanak veren optimal zincirin $\mathcal{T}^{opt.}_1$ ($\mathcal{T}^{opt}_1 > T_1$) tarihinde yapılacaktır.

Mevcut teçhizatın bir yenisiyle belirli bir devrede değiştirilmesinin elverişliliğini minimum ortalama "maliyet" yöntemiyle de saptamak mümkündür.. Yöntemin ayırıcı özelliği, birtakım varsayımlarla, çözümün basitleştirilmiş olmasıdır.

4.7.5 Yenilemenin Elverişliliğinin Saptanmasında Minimum Ortalama "Maliyet" Yöntemi - Terborgh Yöntemi-

Yöntem gerçekte, Amerika Birleşik Devletlerinde, M.A.P.I(45) tarafından ortaya atılmıştır (46). Yöntem M.A.P.I 'nin yöneticiliğini yapan George Terborgh tarafından, değişik eserlerinde, geliştirilmiştir. Bu çabalarından ötürü kendi adıyla anılmaktadır. Yöntemin amacı elde mevcut bir teçhizatın, belirli bir anda, beliren gelişmiş bir teçhizatla değiştirilmesinin elverişliliğini incelemektir.

Yöntemin temelini, daha önceki kısımlarda değinilen yöntemlerinkine benzer bir şekilde, bugünün devamını geleceğe yansıtmak oluşturur. Terborgh'a göre geçmişteki olaylar gelecekte de tekrarlanırlar. Yöntemin sınırsız sayıda sabit tutarlı zincirden farkı, tekniğin sabitliği varsayımını yapmayışıdır. Diğer özelikleri ise hesaplamaların basitleştirilmeleri için yapılmış olan varsayımlar meydana getirir.

4.7.5.1 Kullanılan Kavramların Tanımı Ve Varsayımlar

Temel varsayım teknik gelişmenin sürekliliğidir. Her türlü teçhizat zamanla eskir ve günü geçmeye uğrar. Dolayısıyla gelişmiş teçhizata oranla eski makine daha yüksek maliyetle ve daha düşük kaliteli imalâtla üretime devam eder. Gelişmiş makineye oranla, zaman süreci içinde, sürekli olarak büyüyen bu günü geçme ve eskimenin maliyet artışı ve kalite düşüklüğü şeklinde

---

45. Machinery and Allied Products Institute ibaresinin kısaltılmışı.

46. Yenileme sorunlarıyla ilgilenen diğer kuruluşlar hakkında bkz. Gülçür, Faaliyet Araştırmaları, s. 435

beliren etkisi hizmet düşüklüğü (47) olarak adlandırılır.

Kullanılan terminolojide sıklıkla rastlanan hizmet düşüklüğü, şu halde, eskime ve günü geçmeyi bağdaştıran ve bu açıdan mevcut teçhizatla satın alınabilecek gelişmiş teçhizat arasındaki karşılaştırmayı olanaklı yapan bir büyüklük olarak belirir. Başka bir deyişle yeni teçhizatı satın almamakla üretimde katlanılacak olan kayıbı ifade eder. T_1 devresinde hizmete alınmış A_1 teçhizatının t devresinde doğuracağı anlık nakit akımı $Q(T_1,t)$ ise, t döneminin yeni teçhizatına göre bu teçhizatın hizmet düşüklüğü aşağıdaki denklemde ifadesini bulur. $H(T_1,t)$, T_1 döneminde alınmış teçhizatın t dönemindeki yeni teçhizata göre hizmet düşüklüğüdür.

$$H(T_1,t) = Q(t,t) - Q(T_1,t)$$

$Q(t,t)$ ifadeleri hasılat ve harcamalar cinsinden açık olarak yazılırsa,

$$H(T_1,t) = \left[R(t,t) - D(t,t)\right] - \left[R(T_1,t) - D(T_1,t)\right]$$

veya

$$H(T_1,t) = \left[R(t,t) - R(T_1,t)\right] + \left[D(T_1,t) - D(t,t)\right]$$

haline gelir.

Teçhizatların hizmetlerinin eşdeğerliği diğer bir deyişle sağladıkları hasılaların eşitliği varsayımı yapılırsa hizmet düşüklüğü

$$H(T_1,t) = D(T_1,t) - D(t,t)$$

şeklinde olur. $H(T_1,t)$ tutarının tanım gereği eskime ve günü geçmeyi kapsadığı açıktır. 4.7.1.2 ve 4.7.1.3 numaralı kısımlarda eskime ve günü geçme için kabul edilen E ve G harfleri burada kullanılırsa, tanımından, hizmet düşüklüğü aşağıdaki gibi yazılabilecektir.

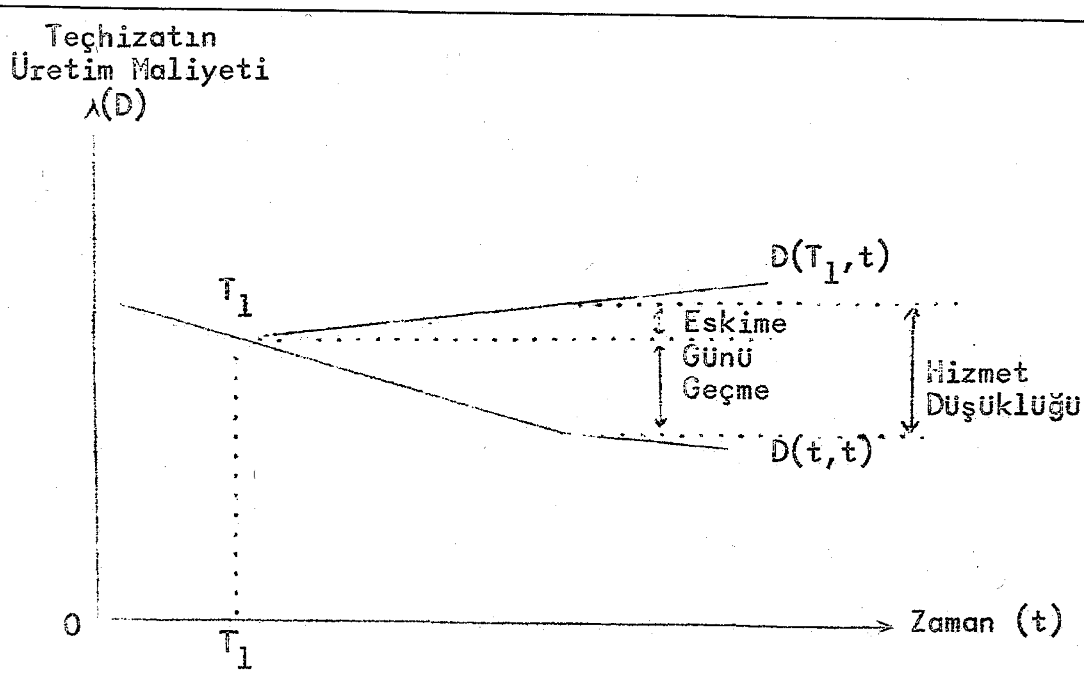
$$H(T_1,t) = E(T_1,t) + G(T_1,t)$$

Son zamanlarda yenileme konularının teorik yönüne büyük katkılarda bulunan Jacques Desrousseaux yeni teçhizatın her an tanımlanabileceği varsayımını nazara alarak hizmet düşüklüğünün grafik gösterilişini aşağıdaki gibi yapmıştır (48)

---

47. Bu konuda bkz. George Willard Terborgh, Dynamic Equipment Policy, New York,1949,s.61

48. Abraham-Thomas, Microéconomie,s.329



Teçhizatın hizmet düşüklüğüne uğramaması, daima çağdaş kalması, onun sürekli olarak yenilenmesiyle mümkündür. Ancak, hiç olmazsa, ilk teçhizat kendini ödeyene diğer bir deyişle bugünkü değer pozitif bir büyüklüğe sahip olana kadar bu konu düşünülemeyeceğine göre, belirli bir süre hizmet düşüklüğüne katlanarak üretime devam etme zorunluğu ortadadır. Hizmet düşüklüğüne razı olarak devam etmenin maliyeti hesaplanabilir ve bu maliyet optimal yenileme süresinin bulunmasında yol gösterici olabilir.

4.7.5.2 Hizmet Düşüklüğüne Rağmen Üretime Devam Etmenin Etkisi ve Yöntemin Temelleri

$Q(T_1,t)$ mevcut ve T_1 zamanında edinilmiş A_1 teçhizatının t dönemindeki anlık nakit akımı ve $Q(t,t)$, t döneminde belirmiş yeni teçhizatın t dönemi için anlık nakit akımı ve $t = T_2$ ise mevcut teçhizatın satın alındığı günkü değeri aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$C_1 + \int_{T_1}^{T_2} \left\{Q(t,t) - Q(T_1,t)\right\} e^{-j(t-T_1)} . dt \quad (4.48)$$

Yukarıdaki 4.48 numaralı ifade T_1 - T_2 dönemi süresince yenilemeye başvurulmaması halinde, gelişmiş teçhizata oranla, elde etmekten yoksun kalınacak ek nakit akımlarının bugünkü değerini belirtir. Yenilemeye başvurmamakla katlanılacak gelir kaybı A_1 teçhizatının yeni teçhizata oranla ek maliyetidir. Şu halde yeni teçhizata göre A_1'in maliyetiveya başlangıç harcaması 4.48 deki gibi gösterilebilir. Bu, hizmet düşüklüğü ile çalışmanın doğurduğu bir sonuçtur.

Gerçekten, nakit akımları, hasıla ve harcamalar cinsinden yazılır ve eşdeğer hizmet varsayımı yani $R(T_1,t) = R(t,t)$ eşitliği nazara alınırsa yukarıdaki ifade,

$$C_1 + \int_{T_1}^{T_2} \left\{ \left[R(t,t)-D(t,t)\right] - \left[R(T_1,t)-D(T_1,t)\right] \right\} e^{-j(t-T_1)}.dt$$

veya

$$C_1 + \int_{T_1}^{T_2} \left[D(T_1,t) - D(t,t)\right] e^{-j(t-T_1)}.dt$$

şekline girer. $D(T_1,t) - D(t,t)$ ifadesi evvelce hizmet düşüklüğü olarak tanımlanmıştı. Şu halde 4.48 numaralı ifade

$$C_1 + \int_{T_1}^{T_2} H(T_1,t)e^{-j(t-T_1)}.dt \qquad (4.49)$$

haline gelecektir. Başlangıç devresi olduğundan $T_1 = 0$ kabul edilebilir. Yine A_1, T_1 devresinin en iyi teçhizatının kendisi olduğu için hizmet düşüklüğünün $t = 1$'den başlıyacağı açıktır. Bu özellikler göz önüne alınırsa 4.49 numaralı ifade herhangi bir teçhizatın hizmet düşüklüğünün genel ifadesi olarak

$$C + \int_{0}^{T} H(t)e^{-jt}dt \quad \text{veya} \quad C + \int_{1}^{T} H(t)e^{-jt}dt \qquad (4.50)$$

şekline dönüştürülebilir.

$H(t)$ herhangi bir teçhizatın zamana bağlı olarak değişen diğer bir deyişle teçhizatın yaşının fonksiyonu olan hizmet düşüklüğüdür. Buradan 4.48 ifadesinin herhangi bir teçhizatın satın alındığı devre itibariyle toplam "maliyetini" yansıttığı kolayca görülür (49). 4.50 ifadesi herhangi bir A teçhizatının anlık ortalama"maliyeti"cinsinden de diğer bir deyişle devrelik ortalama "maliyetle belirtilebilir. Şöyle ki $x(t)$ teçhizatın ortalama "maliyeti"ise aşağıdaki eşdeğerlik denklemi yazılabilir:

$$c + \int_{t=1}^{T} H(t)e^{-jt}dt = \int_{t=1}^{T} x(t)e^{-jt}dt = x(t)\int_{t=1}^{T} e^{-jt}dt \qquad (4.51)$$

---

49. Buradaki maliyet sözcüğü başlangıç harcaması ile eski teçhizatın gelişmiş teçhizatınkine eşdeğer hizmet sağlıyabilmesi için gerekli olan ek harcamaları kapsar. Başka bir deyişle gerçek bir maliyetle, elde edilmekten yoksun kalınacak bir tutarın -hizmet düşüklüğünün- toplamıdır. Alışılagelmiş maliyet sözcüğünden ayırabilmek amacıyla buradaki maliyet tırnak içinde gösterilmiştir.

$x(t)$ anlık ortalama "maliyetin" bir ifadesidir ve toplam "maliyeti" meydana getiren, T süresi boyunca yayılmış anlık kapital yükleri ve hizmet düşüklüğünü belirtir. 4.51 eşitliğinden anlık ortalama "maliyetin" genel hali,

$$x(t) = \frac{C + \int_1^T M(t)e^{-jt}dt}{\int_1^T e^{-jt}dt} \qquad (4.52)$$

şeklinde yazılabilir veya iki oranın toplamı halinde aşağıdaki gibi gösterilebilir:

$$x(t) = \frac{C}{\int_1^T e^{-jt}dt} + \frac{\int_1^T M(t)e^{-jt}.dt}{\int_1^T e^{-jt}dt}$$

t'nin çok küçük değerleri için eşitliğin sağ tarafındaki birinci oranının değerinin büyük olacağı açıktır(50) Buna karşılık ikinci oran küçük bir değere sahiptir. Ortalama "maliyet" üzerinde birinci oranın etkisi hakimdir dolayısıyla ortalama maliyet büyük bir değere sahiptir. Bu, teçhizatın henüz amorti edilememiş olmasının bir sonucudur. t'nin değeri büyük olduğunda ise, birinci oranın küçülmesine karşılık ikinci oran büyümüş olacak,ortalama maliyetin de büyümesine neden olacaktır. Burada da ortalama"maliyet" hizmet düşüklüğünün etkisi altında kalmıştır. Şu halde belirli bir T zamanında ortalama "maliyet" minumum bir değere sahip olacaktır denilebilir. Bir teçhizatın ortalama "maliyetinin" bu minimum değeri m harfi ile gösterilir ve biri azalırken diğeri çoğalan -birbirine zıt olarak değişen- iki büyüklükten meydana geldiği için "minimum adverse" olarak isimlendirilir (51). Şu halde yenileme göze alınmadıkça ya daha yüksek kapital yükleri,da-

---

50. t'nin küçük değerleri için $C/\int_1^T e^{-jt}dt$ ifadesinin büyük olacağı, süreklilik varsayımı kaldırılarak ve

$$x(t) = \frac{C}{\sum_1^T (1/1+i)^t} + \frac{\sum_1^T M(t)/(1+i)^t}{\sum_1^T (1/1+i)^t}$$

şeklinde ifade edilerek daha çabuk görülebilir. Bu sezgisel nitelik i=0 kabul edilirse daha belirginleşir. Bu takdirde $C/\sum_1^T (1/1+i)^t = C/T$ şeklinde olur. t'nin küçük değer alması yani paydanın küçük olması oranın büyük olmasına neden olacaktır.

51. Terborgh, Dynamic Equipment Policy, s.63. Adverse, zıt anlamına gelen ingilizce kökenli bir sözcüktür.

ha küçük hizmet düşüklüğü veya daha küçük kapital yükleri ve daha büyük hizmet düşüklüğü ile çalışma zorunluğu vardır. Sezgisel olarak, yenilemenin, tanımı yapılan minimum ortalama "maliyetin" belirdiği devrede yapılması gerekliliği söylenebilir.

Terborgh Yönteminde de herhangi bir teçhizatın optimal değiştirilme devresi ortalama "maliyeti" minimum yapan değerdir. Bu değer ortalama "maliyet" denkleminin türevini sıfıra eşitleyen T değeridir. Ancak x'in dolayısıyla m'nin tanımı, her an belirecek daha iyi bir teçhizata göre hizmet düşüklüğü aracılığıyla yapıldığına göre, her teçhizatın ayrı bir T ve m değeri olacaktır. Bu, içinden çıkılması güç ve karmaşık durum karşısında yöntem , gelecekte belirecek her teçhizat aynı minimum ortalama "maliyete" sahiptir, temel varsayımını getirmiştir(52).

4.7.5.3 Yöntemin Temel Teoremi

Terborgh Yönteminin yenileme için koyduğu teorem iki kademede açıklanabilir:

Birinci Olarak:

Şayet gelecekte belirecek teçhizatların m minimum ortalama "maliyetleri"aynı ise, ortalama "maliyetin" minimum ve m'ye eşit olduğu T devresi optimal yenileme devresidir.

Herhangi bir yatırımın teçhizatlar zincirinin bugünkü değere indirgenmiş toplam "maliyeti" 4.48 numaralı ifadeye benzer bir şekilde, nakit akımları cinsinden yazılabilir, $Q(t,t)$ her an en iyi kalan teçhizatın ve $Q(T_1,t)$'ler zinciri T_n devresine ilişkin teçhizatların nakit akımları olmak üzere orada açıklanan kısaltmalar aynı şekilde bu zincir için uygulanırsa zincirin toplam"maliyetenin" bugünkü değeri aşağıdaki gibi yazılabilecektir:

$$C_o + \int_{1}^{T_1} H_o(t)e^{-jt}dt + C_1 e^{-jT_1} + \int_{T_1+1}^{T_2} H_1(t)e^{-jt}dt$$

$$+ C_2 e^{-jT_2} + \int_{T_2+1}^{T_3} H_2(t)e^{-jt}dt + \cdots\cdots\cdots$$

---

52. ibid.,.s64

Bu ifade 4.51 numaradakine benzer bir işlemle ortalama "maliyetler" cinsinden,

$$x_1\int_{1}^{T_1} e^{-jt}dt + x_2\int_{T_1+1}^{T_2} e^{-jt}dt + x_3\int_{T_2+1}^{T_3} e^{-jt}dt + \cdots \qquad (4.53)$$

olacaktır.

Şayet T_n'ler birinci şarttaki gibi saptanmış iseler x_n ler en düşük ortalama "maliyetler"halinde olacak ve bunların birbirlerine eşitliği varsayımından 4.53 numaralı ifade

$$x\int_{1}^{\infty} e^{-jt}dt = m\int_{1}^{\infty} e^{-jt}dt \qquad (4.54)$$

halıne gelecektir. Bu toplam ortalama "maliyetlerin" minimum bugünkü değeridir.

İkinci olarak:

Herhangi bir teçhizatlar zincirinin ilk teçhizatı satın alınmış ise ve T_1'in optimal olup olmadığı bilinmiyorsa bu zincir için ortalama "maliyetler" bugünkü değeri,

$$x_1\int_{1}^{T_1} e^{-jt}dt + m\int_{T_1+1}^{\infty} e^{-jt}dt$$ şeklinde olacaktır. Burada T_1 döneminden sonraki yenilemelerin optimal olduğu kabul edilmiştir. Amaç bu toplamın 4.54'tekine benzer bir şekilde minimum yapılmasıdır. İfadenin ikinci terimi zeten minimum bir değer olduğundan toplamın minimum olması için yalnızca birincii terimin minimum olması yeterlidir. Gerçekten bu zincirinoptimal hali 4.54 numaralı denklem kabul edilirse ve bu denklem

$$m\int_{1}^{\infty} e^{-jt}dt = m\int_{1}^{T_1} e^{-jt}dt + m\int_{T_1+1}^{\infty} e^{-jt}dt$$

olarak yazılırsa teçhizatın optimal yenileme zinciri için aşağıdaki eşitlik

$$x_1\int_1^{T_1} e^{-jt}dt + m\int_{T_1+1}^{\infty} e^{-jt}dt = m\int_1^{T_1} e^{-jt}dt + m\int_{T_1+1}^{\infty} e^{-jt}dt$$

veya eşitlikten

$$x_1\int_1^{T_1} e^{-jt}dt = m\int_1^{T_1} e^{-jt}dt \qquad (4.55)$$

yazılmalıdır. Son eşitlik, ikinci taraf minimum ortalama"maliyeti" ifade ettiğine göre, yalnızca satın alınmış mevcut teçhizatın ortalama "maliyetinin" minumum yapılması gerekliliğini ortaya koyar.

4.7.5.4 Yöntemin Bir Diğer Varsayımı

Kabul edilmesinin temel bir önemi olmamasına rağmen yönteme, hizmet düşüklüğü zamana bağlı olarak doğrusal bir şekilde artar, varsayımı eklenmiştir, yani $H(t) = at$ olarak belirtilmiştir. a hizmet düşüklüğü katsayısıdır, eskime ve günü geçmeyi yansıtmaktadır. Bu takdirde,

$$x(t) = \frac{C + \int_0^T H(t)e^{-jt}dt}{\int_0^T e^{-jt}dt} = \frac{C + \int_0^T at.e^{-jt}dt}{\int_0^T e^{-jt}dt} \qquad (4.56)$$

haline gelecektir. Yukarıdaki 4.56 eşitliğinin bazı terimleri aşağıdaki eşdeğerliklere sahiptir :

$$\int_0^T at.e^{-jt}.dt = a\int_0^T t.e^{-jt}.dt$$

ve

$$t = u \qquad e^{-jt}dt = dv$$

kabul edilerek

$$du = 1 \qquad -\frac{1}{j}e^{-jt} = v$$

yazılabilir. Buradan

$$\int t.e^{-jt}dt = -t.\frac{1}{j}e^{-jt} - \int -\frac{1}{j}e^{-jt}dt$$

$$\int te^{-jt}dt = -\frac{t}{j}e^{-jt} + \frac{1}{j}\int e^{-jt}dt$$

$$= -\frac{t}{j}e^{-jt} - \frac{1}{j^2}e^{-jt} = -\frac{e^{-jt}}{j}\left(t+\frac{1}{j}\right)$$

yazılabilecek ve

$$a\int_0^T te^{-jt}dt = a\left\{-\frac{e^{-jt}}{j}\left(t+\frac{1}{j}\right)\right\}_0^T$$

$$= -\frac{ae^{-jT}}{j}\left(T+\frac{1}{j}\right) + \frac{a}{j^2}$$

bulunur. Yine

$$\int_0^T e^{-jt}dt = \frac{1-e^{-jT}}{j}$$

eşitliği (53) mevcuttur. Eşdeğerlikler 4.56 numaralı denklemde yerine konulurlarsa

$$x(t) = \frac{jc}{1-e^{-jT}} + \left[\frac{a}{j^2} - \frac{ae^{-jT}}{j}\left(T+\frac{1}{j}\right)\right]\frac{j}{1-e^{-jT}}$$

bulunur veya

$$x(t) = \frac{j}{1-e^{-jT}}\left[C + \frac{a}{j^2} - \frac{aTe^{-jT}}{j} - \frac{ae^{-jT}}{j^2}\right]$$

$$x(t) = \frac{j}{1-e^{-jT}}\left\{C + \frac{a}{j^2}(1-e^{-jT}) - \frac{aTe^{-jT}}{j}\right\}$$

$$x(t) = \frac{a}{j} + \frac{Cj - aTe^{-jT}}{1-e^{-jT}} \qquad (4.57)$$

elde edilir. (4.57) numaralı denklem aşağıdaki gibi kısımlarına ayrılarak yazılırsa

$$x(t) = \frac{Cj}{1-e^{-jT}} + \frac{a}{j} - \frac{aTe^{-jT}}{1-e^{-jT}} \qquad (4.58)$$

---

53. Bu eşitliğin açıklanması bu bölümün 38 numaralı dipnotunda yapılmıştır.

haline gelir. Birinci oran $(0 - T)$ arasındaki kapital yüklerini, diğer oranların ikisi birden $(0 - T)$ arasındaki hizmet düşüklüğünü belirtir.

4.57 numaralı $x(t)$ denkleminin herhangi bir T devresinde minimum olması için T aşağıdaki denklemin

$$\frac{dx(t)}{dT} = \frac{(-ae^{-jT}+ajTe^{-jT})(1-e^{-jT}) + (aTe^{-jT}-Cj)(je^{-jT})}{(1-e^{-jT})^2} = 0$$

veya

$$\frac{dx(t)}{dT} = \frac{-ae^{-jT}+ajTe^{-jT}+ae^{-2jT}-ajTe^{-2jT}+ajTe^{-2jT}-Cj^2e^{-jT}}{(1-e^{-jT})^2} = 0$$

veya

$$\frac{dx(t)}{dT} = -\frac{ae^{-jT}}{(1-e^{-jT})^2}\left[1 - jT - e^{-jT} + \frac{Cj^2}{a}\right] = 0$$

veya

$$1 - e^{-jT} - jT + \frac{Cj^2}{a} = 0 \qquad (4.59)$$

denkleminin kökü olmalıdır .

Son denklemden

$$1 - e^{-jT} = jT - \frac{Cj^2}{a}$$

yazılır ve 4.57 numaralı denklemde yerine konulursa optimal yenileme devresi için

$$x(t) = \frac{a}{j} + \frac{Cj - aTe^{-jT}}{jT - \frac{Cj^2}{a}}$$

elde edilir ve ortak paydaya alınırsa bu varsayım karşısında,

$$x(t) = \frac{aT - Cj + Cj - aTe^{-jT}}{jT - \frac{Cj^2}{a}} = \frac{aT(1-e^{-jT})}{1 - e^{-jT}}$$

$$x(t) = aT \qquad (4.60)$$

olduğu görülür.

Süreklilik varsayımı nazara alınmaz ve $i = 0$ kabul edilirse,

$$x(t) = \frac{C}{T} + \frac{\sum_{t=o}^{T} at}{T}$$

şeklinde olacaktır.

$$\frac{\sum_{t=o}^{T} at}{T} = \frac{a(T-1)}{2} \quad \text{yazılırsa (54)}$$

$$x(t) = \frac{C}{T} + \frac{a(T-1)}{2} \qquad (4.61) \quad \text{olur.}$$

$x(t)$ minimum yani

$$\frac{dx(t)}{dT} = \frac{C}{T^2} + \frac{2a}{4} = 0 \qquad \text{için}$$

$$T = \sqrt{\frac{2C}{a}}$$

bulunabilir.

Yukarıdaki optimal T devresinin değeri daha evvelce sabit tutarlı sınırsız zincir yöntemi için de elde edilmişti (55). Aradaki fark oradaki (a)'nın yalnızca eskime katsayısından ibaret olması, buna karşılık yukarıda kullanılan (a)'nın ise hem eskime hem de günü geçmeyi belirten bir katsayı olduğudur. Hem eskime hem de günü geçmeyi nazara alması açısından Terborgh Yöntemi daha az sınırlayıcıdır.

Faiz yüzdesi sıfır kabul edilerek hesaplanan $T = \sqrt{\frac{2C}{a}}$ büyüklüğü (4.59) numaralı ifadeyi sıfıra eşitleyen kökün tam değeri olmamakla beraber ilk yaklaşım kurmak için yararlıdır. Bu değerin biraz altındaki veya üstündeki değerlerin denenmesi gerçek kök değerinin saptanmasını olanaklı yapar.

Terborgh ta, adı geçen eserinde (56) optimal yenileme süresinin ve minimum ortalama "maliyetin" hesabında pratik bir formül elde etmek amacıyla bir takım yaklaşımlar kurmuş ve yukarıdakine benzer bir değer elde etmiştir.

---

54. Eşitliğin açıklaması bu bölümün 43 numaralı dipnotunda yapılmıştı.

55. Bakınız 4.7.4.3 numaralı kısım

56. Bkz. Terborgh, Equipment Policy, s.95 ve T'in bulunuşu için ibid., s.261.

Gerçekten, faiz yüzdesinin varlığı göz önünde bulundurularak ortalama "maliyetin" ifadesi,

$$x(t) = \frac{C}{T} + \frac{iC}{2} + \frac{a(T-1)}{2} \qquad (4.62)$$

şeklinde belirtilmiştir. Burada,

$\frac{C}{T}$ = satın alma değeri üzerinden A_1 teçhizatının sabit bir amortismanı,

$\frac{iC}{2}$ = satın alma değerinin yarısı üzerinden hesaplanmış finansal yükleri,

$\frac{a(T-1)}{2}$ = T süresi boyunca, devreler itibariyle, sıfırdan $a(T-1)$ ' e kadar doğrusal bir şekilde artan hizmet düşüklüğünün aritmetik ortalamasını göstermektedir. 4.62 denklemini minimum yapan T değeri, onun T'ye göre türevi olan

$$\frac{dx(t)}{dT} = \frac{a}{2} - \frac{C}{T^2}$$

eşitliğinden

$$T = \sqrt{\frac{2C}{a}}$$

olarak bulunur. T'nin bu değeri 4.62 de yerine konulursa,

$$x(t)_{min} = \sqrt{2aC} + \frac{iC - a}{2}$$

olarak bulunacaktır (57).

---

57. x(t) minumumun hesaplanışı:

$$x(t) = \frac{C}{\sqrt{\frac{2C}{a}}} + \frac{iC}{2} + \frac{a\left[\sqrt{\frac{2C}{a}} - 1\right]}{2}$$

$$x(t) = \frac{2C + iC\sqrt{\frac{2C}{a}} + a\sqrt{\frac{2C}{a}}\left(\sqrt{\frac{2C}{a}} - 1\right)}{2\sqrt{\frac{2C}{a}}}$$

4.7.5.5 Yönteme İlişkin Uygulama

Aşağıda, hizmet düşüklüğü katsayısı $a = 250$ lira olan 7500 lira değerli yeni bir teçhizatın minimum ortalama"maliyeti" ve optimal yenileme devresi bir tablo aracılığıyla hesaplanmıştır (58).

Hesaplamaların gerçeklenmesinde hizmet düşüklüğü zamana bağlı olarak doğrusal bir şekilde artar varsayımı nazara alınmıştır. Dolayısıyla tablonun düzenlenmesinde 4.58 numaralı denklem temeli oluşturmuştur. Tabloda bulunan e^{-jt}'ye ve onu bünyesinde bulunduran oranlara ilişkin değerler gerçekte beş ondalıklı olarak hesaplanmış, daha sonra yuvarlaklaştırma işlemi uygulanarak, üç ondalıklı hale getirilmişlerdir.

Tablonun sonuncu $x(t)$ sütunu devreler itibariyle ortalama "maliyetlerin" değişimini göstermektedir. Bu değerlerin, daha evvelki kısımlarda bahsedildiği gibi, bir minimum değere kadar kü-

---

$$x(t) = \frac{2C + iC\sqrt{\frac{2C}{a}} + a\,\frac{2C}{a} - a\sqrt{\frac{2C}{a}}}{2\sqrt{\frac{2C}{a}}} = \frac{2C + 2C + \sqrt{\frac{2C}{a}}\,(iC - a)}{2\sqrt{\frac{2C}{a}}}$$

$$x(t) = \frac{4C + \sqrt{\frac{2C}{a}}\,(iC - a)}{2\sqrt{\frac{2C}{a}}} = \frac{2C + \sqrt{\frac{2C}{a}} \cdot \frac{iC-a}{2}}{\sqrt{\frac{2C}{a}}} = \frac{2C}{\sqrt{\frac{2C}{a}}} + \frac{iC-a}{2}$$

$$x(t) = 2C.\sqrt{\frac{2C}{a}} \times \frac{a}{2C} + \frac{iC-a}{2} = \sqrt{2aC} + \frac{iC - a}{2}$$

58. Tabloyu Terborgh, Equipment Policy, s.78'dekinle karşılaştırınız.

C = 7500 , i = 0,10 , a = 250 j = 0,09531

T	Cj	e^{-jT}	$1-e^{-jT}$	$1/1-e^{-jT}$	$Cj/1-e^{-jT}$	a/j	aT	$e^{-jT}/1-e^{-jT}$	$aTe^{-jT}/1-e^{-jT}$	x(t)
0	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1	714,825	0,909	0,091	10,989	7855,22	2623,02	250	9,990	2497,50	7980,74
2	714,825	0,826	0,174	5,747	4108,10	2623,02	500	4,747	2373,50	4357,62
3	714,825	0,751	0,249	4,016	2870,73	2623,02	750	3,016	2262.-	3331,75
4	714,825	0,683	0,317	3,155	2255,27	2623,02	1000	2,155	2155.-	2723,29
5	714,825	0,620	0,380	2,631	1880,70	2623,02	1250	1,632	2040.-	2463,72
6	714,825	0,564	0,436	2,294	1639,81	2623,02	1500	1,294	1941.-	2321,83
7	714,825	0,513	0,487	2,053	1467,54	2623,02	1750	1,053	1842,75	2247,81
8	714,825	0,467	0,533	1,876	1341,01	2623,02	2000	0,876	1752.-	2212,03
9	714,825	0,424	0,576	1,736	1240,94	2623,02	2250	0,736	1656.-	2207,96
10	714,825	0,386	0,614	1,629	1164,45	2623,02	2500	0,629	1572,50	2214,97
11	714,825	0,350	0,650	1,538	1099,40	2623,02	2750.-	0,538	1479,50	2242,92
12	714,825	0,319	0,681	1,468	1049,36	2623,02	3000.-	0,468	1404.-	2268,02
13	714,825	0,290	0,710	1,408	1006,47	2623,02	3250	0,408	1326.-	2303,49
14	714,825	0,263	0,737	1,357	970,02	2623,02	3500	0,356	1246.-	2347,04
15	714,825	0,239	0,761	1,314	939,28	2623,02	3750	0,314	1177,50	2384,80
16	714,825	0,218	0,782	1,279	914,26	2623,02	4000	0,279	1116.-	2421,28
17	714,825	0,198	0,802	1,247	891,39	2623,02	4250	0,247	1049,75	2464,66
18	714,825	0,180	0,820	1,220	872,09	2623,02	4500	0,220	990.-	2505,11
19	714,825	0,164	0,836	1,196	854,93	2623,02	4750	0,196	931.-	2546,95
20	714,825	0,149	0,851	1,176	840,63	2623,02	5000	0,175	875.-	2588,65

çüldüğü daha sonra tekrar yükselmeye başladığı görülmektedir. Yine görüleceği gibi minimum ortalama "maliyet" 2207,96 lira olmaktadır. Bu tutara karşı gelen dokuzuncu devre optimal yenileme devresini belirlemektedir.

Şu halde halen elde mevcut teçhizatın ortalama "maliyeti" 2207,96 liraya eşit olduğunda 4.7.5.3 numaralıkısmın ikinci bölümü gereği hemen yenilenmelidir.

İkinci teçhizatın optimal yenileme devresi olarak belirten dokuzuncu devre tablonun sağladığı yaklaşık bir değerdir. Daha ince hesaplamalar gerçekleştirilirse T = 8,828334 olarak bulunur. Bu farklılığın pratik bir önemi yoktur denilebilir.

T = 8,828334 matematiksel bir sonuç olup 4.59 numaralı ifadede yerine konulursa ifadenin sıfıra eşit olduğu görülür bilecektir.

Nitekim,

c = 7500.-

i = 0,10

a = 250

T = 8,828334

j = 0,0953102

olmak üzere,

$$1+\frac{Cj^2}{a} - e^{-jT} - jT = 1 + \frac{7500.0,0953102}{250} - e^{(-0,0953102)(8,828334)} - 0,0953102.8.828334$$

yazılır ve gerekli hesaplamalar yapılırsa,

$$1 + 0,27252 - 0,43109 - 0,84143 = 0$$

olduğu görülür.

Yine T'nin bu değeri 4.60 numaralı denklemde yerine konulursa, minimum ortalama"maliyet" aşağıdaki hesaplamayla

$$x(t) = aT = 250.8,828334 = 2207,084$$

lira olarak bulunacaktır.

Aynı örnek için minimum ortalama "maliyetin" ve optimal sürenin bulunmasında Terborgh'un önerdiği pratik formüller uygulanırsa, sırasıyla aşağıdaki sonuçlar elde edilebilir:

$$T = \sqrt{\frac{2C}{a}} = \sqrt{\frac{2.7500}{250}} = 7,75$$

$$x(t)_{min} = \sqrt{2aC} + \frac{iC-a}{2} = \sqrt{2.250.7500} + \frac{0,10.7500-250}{2}$$

$$x(t)_{min} = 1936,49 + 250 = 2186,49$$

Basitleştirilmiş formüller aracılığıyla elde edilen sonuçların tablo rakamlarından farklılığı T için yaklaşık 8,82 - 7,75 = 1,07 veya yine yaklaşık bir devre ve minimum ortalama "maliyet" için 2207 - 2186 = 21 lira olarak belirir. Terborgh bu farklılıkların, pratik açıdan, ihmal edilebilir olduğu kanısındadır (59). Geleceğin tam tahmin edilmesindeki güçlük ve diğer varsayımların sınırlamaları karşısında bu hoşgörüyü haklı görmemek mümkün değildir.

---

59. ibid.,s.96

BEŞİNCİ BÖLÜM

SINIRLI HALLERDE YATIRIM OPTİMİZASYONU

-TEÇHİZAT SEÇİMİ-

5.1 SORUNUN ORTAYA KONULUŞU

Buraya kadarki optimizasyon yöntemleri ele alınan fonksiyonları bağlı oldukları değişkenler açısından maksimum yapmak amacını taşıyordu.

Maksimizasyonun gerçeklenme şartları marjinal analizle ortaya konulabiliyordu. Marjinal analizin kavramsal yapısı diferansiyel hesaptan yararlanılabileceğini açıklıyordu. Çözüme diferansiyel hesaptan yararlanarak varmak için daima süreklilik varsayımı yapmak gerekiyordu.

Bu şartlarda, maksimizasyon, fonksiyonun birinci türevini sıfıra eşitleyen değişkenin değeri ile gerçekleniyordu. İkincil şart ise fonksiyonun ikinci türevinin , değişkenin fonksiyonu maksimum yapan değeri için, sıfırdan küçük olmasıydı. Böyle bir maksimizasyonda, değişkenin, gerektiği mektarda sınırsız olarak kullanılabileceği varsayılıyordu.

Yine marjinal analiz, fonksiyonları etkileyen birden çok değişkenin değişimlerinin birlikte etkilerini değil, yalnız bir değişkenin etkisini incelemekteydi. Fonksiyon sadece nazara alınan değişkeni itibariyle optimum yapılıyor, diğerleri için ceteris paribus kuralı uygulanıyordu.

Belirli sınırlara uymak şartıyla maksimizasyona ise, yine, diferansiyel hesaptan yararlanarak varılıyordu. Burada eşitlikler halinde sınırlar mevcuttu. Sınırlı hallerde maksimizasyonda sınıra uymak şartıyla, sınırlı olan değişkenin -faktörün- tümü kullanılıyordu.

Sınırlı hallerin maksimizasyonunda, mevcut değişkenlerin değerlerini bulmak, matematiksel açıdan, değişken sayısı kadar denklemin varlığını gerektirmekteydi.

Açıklanan optimizasyon yöntemlerinde bir tek ürün ve üretim biçimi nazara alınmaktaydı.

Bütün bunlara karşılık yapılan süreklilik varsayımını ihtiyatla karşılamak gerekir. Nitekim bir örnek olarak denilebilir ki, nakit akımlarının içinde ifadesini bulan harcamaların bünyesindeki bakım masrafları süreksiz olma özelliğine sahiptir. Buna rağmen, sorun bu kadarla kaldığı sürece, süreklilik varsayımının büyük bir sakınca meydana getirdiği söylenemez. Bir bakıma hesaplamalarda kolaylık sağlaması için de kabul edilen bu varsayımla çözümlere, biraz daha fazla matematik kullanarak, daha gerçekçi bir yaklaşım niteliği kazandırılabilir. Yine süreklilik varsayımı ile elde erilen teorik sonuçların bir karşılaştırma aracı olma özelliğini yadsımamak gerekir.

Ancak, diğer bir takım kurumsal (1) ve nesnel (2) sınırlamalar karşısında süreklilik varsayımı ve marjinal analizden yararlanarak maksimizasyona varmak her zaman için geçerli olmıyabilir. Gerçekten, daha önceki bölümlerde, sınır şartları eşitlikler helinde belirtilmişti. Sınırlı şartlarda optimizasyon, sınırlı değişkenin sınır değeri modele dahil edilerek çözümleniyordu. Başka bir deyişle, elde sınırlı bir miktarda mevcut faktörün tümü kullanılıyor kabul ediliyordu. Oysa, pratikte, genellikle, eşitlikler -kesin sınırlamalar- halinde değil, aksine eşitsizlikler halinde sınırılamalara rastlanır. Bunlar uyulacak en alt düzeyi belirlerler . Veya bunlar , bir kaynağın ne ölçüde kullanılabileceğini tam olarak bildirmekten çok, onların, en çok ne kadar kullanılabileceğini belirtirler. Fakat minimum şartların üstüne çıkmak veya maksimum miktarın tamamını kullanmamak halları sorunun çözü-

---

1. Finansman sorunları, mevzuatın getirdiği fiskal amortismanlar gibi.

2. Bir birim ürünün meydana getirilmesinde teçhizatın kullanım normları, üretim birimlerinin boyutları, yetişmiş personelin yetenekleri, stoklama yerlerinin sınırlılığı, kapasite gibi.

münün dışında tutulmamıştır(3). Örneğin x'in mutlaka 200'e eşit olacağı değil fakat 200'ü aşmaması söylenebilir. İkincil şartlar olarak nitelenen bu haller yukarıda da değinildiği gibi eşitlikler halinde değil eşitsizlikler halinde belirir, diğer bir deyişle sınırlar da amaçlar gibi esnektir. Bu tür sınırları daha önce açıklanan sınırlı hallerinki gibi modele dahil etmek ve diferansiyel hesaptan yararlanmak mümkün değildir(4). Başka bir anlatımla marjinal analiz veya diferansiyel hesap x = 200 halindeki bir sınır için çözüm getirebilir fakat x < 200 şeklindeki bir sınır için optimizasyonu sonuçlandıramaz. Çünkü burada optimizasyon 200'den küçük herhangi bir değer için de elde edilebilecek ve faktörün bir kısmı kullanılmıyabilecektir demektir.

Sınırların eşitsizlik halinde belirmesinin sonucu olarak çözümün, çok kere, birden çok değişkenin belirli sayıda varlığına karşılık bu sayıdan daha az sayıda denklemle gerçeklenmesi zorunluğu ortaya çıkacaktır.

Ayrıca çağdaş gelişmede, birden çok ürünün yine birden çok faktör ve olanakla meydana getirilmesinin, diğer bir deyişle kaynakların tek tek optimal kullanımları yerine birlikte optimal kullanımlarının payı büyüktür.

Bütün bunlar göz önüne alınınca, başka bir tür optimizasyon yönteminin gerekliliği ortaya çıkmaktadır. Bu yöntem, daha evvelce yapılan genel tanımına oranla, yeni bir nitelik kazanan optimizasyonu çözümlüyebilecek yeterlikte olmalıdır.

Daha önceleri optimizasyon, genel bir şekilde, en iyi diye benimsenen sonuca varma işlemi olarak tanımlanmıştı. Burada ise, bir takım sınırlayıcı şartların mevcut olması halinde en iyi diye benimsenmiş sonuca varma işlemi, optimizasyonun yeni tanımı olacaktır. Bazı eserlerde bu iki tanım birleştirilerek optimizasyon " en iyi sonuca varmak veya belli sınırlı şartlarda en iyi sonucu elde etmektir"(5) şeklinde tanımlanır. Buradaki en iyi di-

---

3. Baumol, Théorie Economique, s.71

4. Sorunun, birden çok, değişik alternatiflerin sonuçlarını belirten çözümü olabilecektir. Sonuçlar süreklilik analizi içinde çözümleneyiyecektir.

5. Kalaşbay, Kantitatif İktisat, s.307

ye benimsenen sonuç deyimi değişik optimumların var olabileceğine dikkat çekmek için kullanılmıştır. Programın optimum niteliği göreli bir kavramdır ve her somut hal için en iyi diye nazara alınan programın tanımı yapılmalıdır (6).

Çalışmanın konusu açısından optimum, daha evvelkine benzer bir şekilde, bu kısımda da, sınırlı hallerde yatırımın nakit akımlarının bugünkü değerinin maksimum olduğu hal olarak tanımlanacaktır. Başka bir şekilde, optimizasyon işlemi, devrelik kârların bugünkü değerleri toplamının maksimizasyonu amacını güdecektir. Bu amaçla, sınırlı hallerde, bir üretim faktörleri sağlanması sorunu ve ürün imalat programı sorunları birlikte halledilmelidir. Çünkü bir amaca ulaşmak için araç olarak kullanılacak teçhizat ancak diğer üretim faktörleri ile birleştiğinde bir yarar sağlıyabilecektir. Başka bir deyişle x_1, x_2, x_3 devreler itibariyle üretim faktörlerinin edinme programı ve X bu diziyi gösteriyor ise, yine y_1, y_2, y_3, aynı devreler itibariyle imalat programı ve dizi Y ise X ve Y optimumu birlikte sağlıyacaklardır (7). Matematiksel olarak çözüm X ve Y değişkenlerine göre toplam kârın bugünkü değerini maksimum yapmaktan ibarettir. Buradan teçhizat seçimi, daha geniş ölçekli bir sorunun - üretim faktörleri sağlanması programı ile ürün imalat programının birlikte çözümünün- tamamlayıcı bir parçasıdır denilebilir. Veya tersinden giderek bu geniş sorunun çözümü aynı zamanda teçhizat seçimini belirler. Bu nedenle bu bölümün alt başlığı teçhizat seçimi olarak konulmuştur.

Her iki değişkene göre toplam kârın bugünkü değerini maksimum yapmak karmaşık bir işlem olduğundan, çözüm iki kademede gerçeklenebilir.

Birinci kademe genellikle bir Y üretim programı kabul etmek, X programlarının mümkün çözümünü (8) tanımlamak bu X programları cümlesinin, toplam maliyet bugünkü değerini maksimum yapan, M(X) optimum programını saptamak meydana getirir.

---

6. Lange, Econometrie, s.142

7. x_n'ler bir devre içinde üretilecek m çeşit ürünün meydana getirilmesinde kullanılacak üretim faktörleri bileşiminin genel ifadesidir. Aynı şekilde y_n'ler bir devre içinde üretilecek m çeşit ürün bileşimini gösterir.

8. Mümkün çözüm, mevcut sınırlara uymak şartıyla beli-

İkinci olarak ta her Y programı ve ona ilişkin M(X) optimum programı için, toplam kârın bugünkü değeri saptanır. Genel şekli itibariyle R(Y) - M(X) halindeki toplam kârın bugünkü değerinin ifadesini maksimum yapan Y programı bulunur. Çözüme bu şeklin tersinden giderek te varılabilir (9).

Maliyetlerin minimizasyonu, talep bir veri ise ve sabitse, maksimizasyona varmak için yeterli işlemdir. Maksimizasyon harcamaların minimizasyonu gibi bir takım şartlara bağlıdır (10).

Optimizasyonun yeni tanımı açısından çözümüne olanak veren teknik, genellikle, programlama olarak isimlendirilir. Doğrusal veya değil programlama bütünüyle matematiksel bir tekniktir (11). Ekonomik bir içeriğe sahip olmayıp, kabul edilmiş ekonomik varsayımların sonuçlarını elde etmek için kullanılan bir araçtan ibarettir. Programlamanın geometrik ve cebirsel içeriğini, ele alınan açıdan açıklayabilmek için, üretim teorisinin kavramsal yapısının bir kısmını ele almakta yarar vardır.

5.2 ÜRETİM TEORİSİNİN KAVRAMSAL YAPISINA KISA BAKIŞ

Herhangi bir ürün için, üretim miktarı ile onu meydana getiren üretim faktörleri miktarları arasındaki ilişkiyi gösteren fonksiyon üretim fonksiyonu adını alır. Bu fonksiyonun analitik ifadesi,

q = üretim miktarı,

x_1, x_2, x_3 = fiziksel üretim girdileri olmak üzere

$$q = f(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$$

şeklinde gösterilebilir.

İki üretim faktörü ile meydana getirilen bir ürünün üretim fonksiyonu üç boyutlu bir uzayda bir üretim alanı çizer.

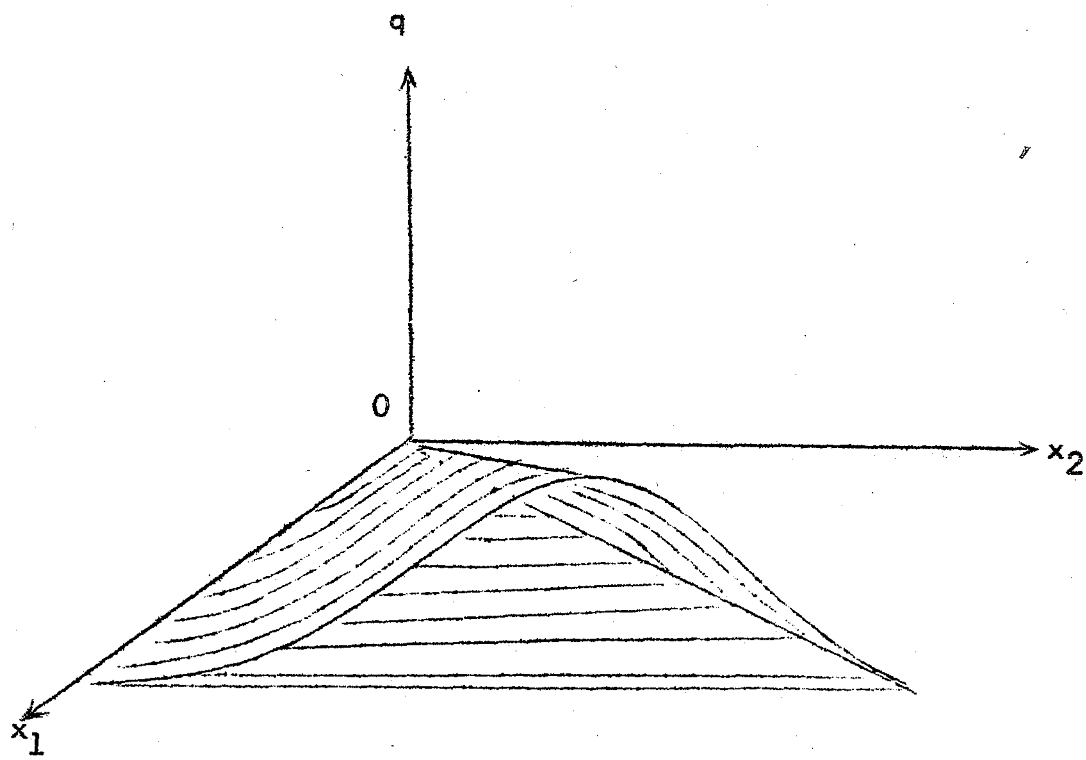
---

ren çözüm şeklidir. Solution Possible deyiminin karşılığı olarak türkçeleştirilmiştir. Bu çözüm bazı yabancı dillerde feasible solution = yapılabilir çözüm veya solution admissible = kabul edilebilir çözüm olarak ta adlandırılmaktadır. Deyimin geometrik tanımı daha ileride yapılacaktır.

9. İkinci şekil için bkz.Massé, Le Choix des Investissements s. 83

10. Samuelson,Analyse Economique,s.57

11. Baumol,Théorie Economique,s.68. Ayrıca bkz. Mükerrem Hiç, Girdi-Çıktı Analizi ve Doğrusal Programlamaya Giriş,İstanbul,1971,s.53



Şekil 5.1

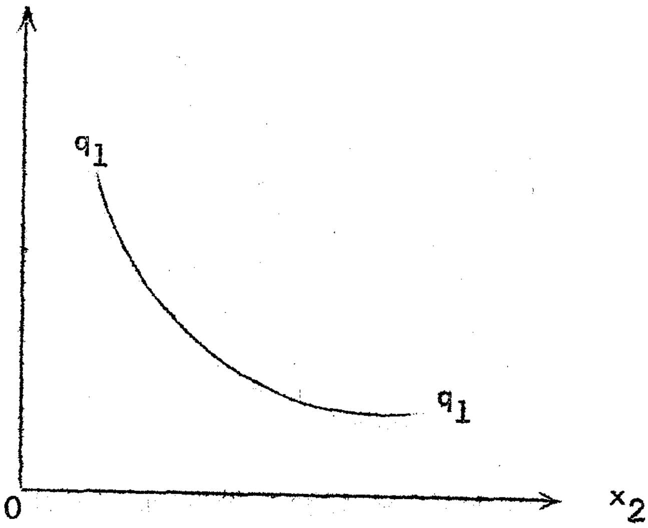
Üretim alanının genel şekli (şekil 5.1) yukarıdaki gibidir. x_1, x_2 eksenleri üretim faktörleri miktarlarını, O'dan Ox_1x_2 düzlemine dik olan eksen üretim miktarlarını gösterirse, alana ait bir nokta, Ox_1x_2 düzlemi içindeki x_1x_2 bileşimine ilişkin bir noktadan bu bileşimin meydana getirdiği üretim miktarına eşit ve Ox_1x_2 düzlemine dik bir doğru çizilerek bulunur (12),

q ekseninin herhangi bir q_1 noktasından Ox_1x_2 düzlemine paralel olarak geçirilen düzlem üretim alanını bir eğri boyunca keser. Bu eğrinin Ox_1x_2 düzlemi üzerine izdüşümü bu q_1 miktarını elde etmek için x_1 ve x_2'nin değişik bileşim biçimlerini verir. Diğer bir deyişle eş ürün eğrisi adı verilen bu eğri belli bir q_1 miktarındaki üretim düzeyi için x_1 ve x_2 üretim faktörlerinin değişik bileşim şekillerini ifade eder ve şekil 5.2 deki gibi gösterilebilir(13).

---

12. Bu konuda bakınız Frisch, Lois de la Production, s.51

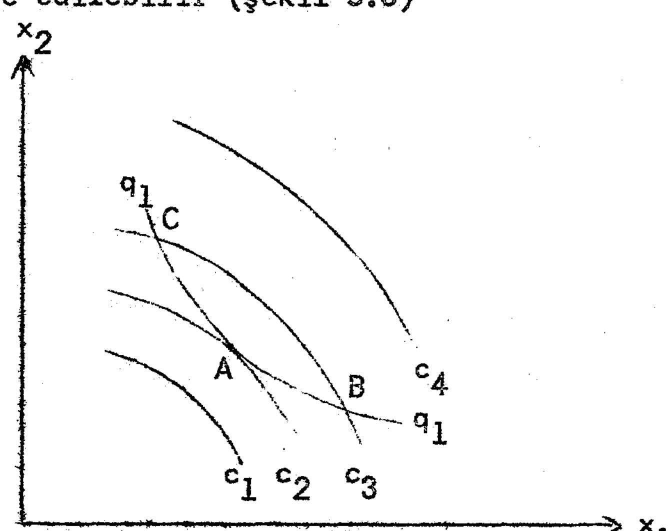
13. Azalan randımanlar kanununun nazara alınması eğrinin iç bükeyliğinin O başlangıç noktasının ters yönünde olmasıyla sonuçlanacaktır. Amaç saptırmasına yer vermemek için genel halin belirtilmesiyle yetinilmiştir.



Şekil 5.2
Eş Ürün Eğrisi

Üretim alanındakine benzer bir şekilde akıl yürütmeyle x_1, x_2 faktörlerinin değişik bileşimleri için meydana gelebilecek üretim maliyetleri alanı (14) veya kâr alanı elde edilebilir. (15). Birinci hal için, q miktarlar ekseni yerine C maliyetler ekseni veya ikincisi için yine q ekseni yerine K kâr ekseni gösterilecektir. Bu kez, eş ürün eğrilerinin elde edilişinde kullanılan yöntem kullanılarak, birinci hal için eş maliyet, ikinci hal için eş kâr eğrileri elde edilebilecektir.

Aynı Ox_1x_2 düzlemi içinde q_1 eş ürün eğrisi ve değişik üretim düzeyleri için eş maliyet eğrileri aynı anda gösterilirse aşağıdaki şekil elde edilebilir (şekil 5.3)



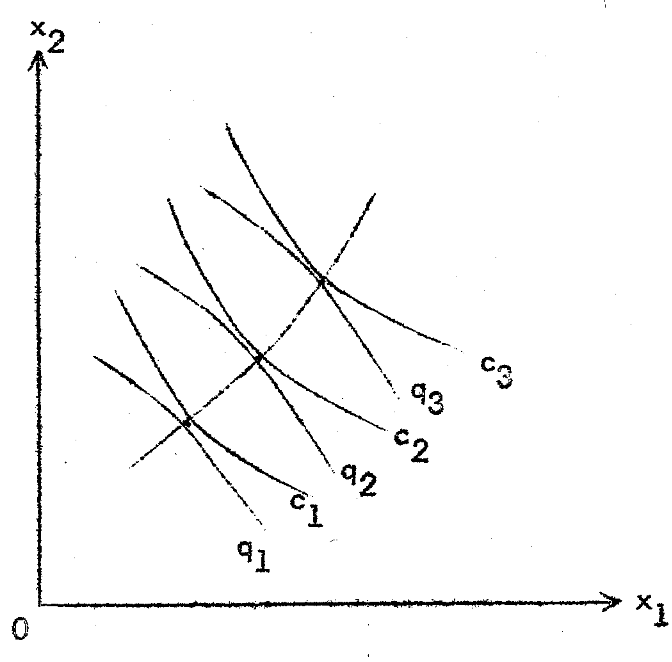
Şekil 5.3
Optimal Üretim Faktörleri Bileşimi

14. Bkz.ibid.,s.140,141
15. Baumol, Théorie Economique, s.76

Şekil 5.3 teki C_2 eş maliyet eğrisi ile q_1 eş ürün eğrisinin A değme noktası belirli bir q_1 üretim düzeyi için, mayiyetlerin minimizasyonu açısından, optimal faktör bileşimini belirtir. Gerçekten, aynı q_1 üretim düzeyini elde etmek için üretim faktörleri bileşimi B noktasını verecek şekilde saptanmışsa C_3 düzeyindeki maliyetlere katlanmak gerekecektir. Oysa, $C_3 > C_2$ olduğu açıktır. A noktası minimum maliyetle q_1 miktarının elde edildiği yerdir. Bu nokta tersinden yorumlanırsa, belirli bir maliyetle elde edilebilecek maksimum üretim düzeyini belirler.

Eş ürün ve eş maliyet eğrilerinin değme noktaları, her iki eğrinin türevlerinin birbirlerine eşit olduğu yerdir. İfadenin analitik bir biçimde ortaya konuluşu en küçük maliyet şartlarını saptar.

Değişik düzeydeki üretimler için eş ürün eğrileri ile eş maliyet eğrilerinin değme noktaları aynı biçimde saptanabilir. Değme noktalarını birleştiren eğri, herhangi bir üretim düzeyi için, optimal bileşim biçimlerini veya minimum maliyetlerle değişik düzeydeki üretimleri elde etme olanaklarını belirler (şekil 5.4)



Şekil 5.4

Optimum Noktalar Eğrisi

$q_1 = q(x_1,x_2)$ üretim düzeyinden q_2 üretim düzeyine geçildiği kabul edilirse bu düzeyin analitik ifadesi,

$$q_2 = q_1 + dq(x_1+dx_1, x_2+dx_2)$$

halinde olur ve ilâve üretimin maliyeti; p_1, x_1 faktörünün ve p_2,

x_2 faktörünün fiyatı olmak üzere $p_1.dx_1 + p_2.dx_2$ şeklinde ve buna ilişkin marjinal maliyet $p_1\frac{dx_1}{dq} + p_2\frac{dx_2}{dq}$ ile ifade edilebilir. Marjinal maliyetin bulunuşunda toplam diferansiyel formülünden yararlanılmıştır. Bu, marjinal maliyetin üretim miktarının bir fonksiyonu olarak belirtilişidir ve üretimi arttırmak için faktörlere, optimal şartlarda, yapılacak ilâveleri saptar. Kâr, toplam hasılat ile toplam maliyet arasındaki fark olarak tanımlanacağına göre,

p = ürünün serbest rekabet şartlarında beliren fiyatı,

$p.q$ = toplam hasılat

$M_T(q)$ = üretim miktarının fonksiyonu olarak toplam maliyet,

$M_m(q)$ = marjinal maliyet ise,

$$K = p.q - M_T(q)$$

şeklinde olacaktır. Bu farkı maksimum yapacak q değeri,

$$\frac{dK}{dq} = p - \frac{dM_T(q)}{dq} = 0 \qquad (5.1)$$

denkleminden bulunabilecektir. Toplam maliyetin türevi yani $\frac{dM_T(q)}{dq}$ ifadesi $dq \rightarrow 0$ için marjinal maliyet olacağından 5.1 numaralı ifade

$$\frac{dK}{dq} = p - M_m(q) = 0$$

haline gelecek ve maksimizasyon şartı

$$p = M_m(q) \qquad (5.2)$$

şeklinde açıklanabilecektir. Bu ise, q miktari için, marjinal maliyet piyasa fiyatına eşit olduğunda maksimum olur şeklinde yorumlanabilir. (5.2) numaralı ifadeyi sağlıyan q değeri optimal üretim düzeyidir.

5.3 SINIRLI ŞARTLARDA OPTİMİZASYONUN GEOMETRİK ÇÖZÜMÜ

Sınırlı şartlarda optimizasyonun geometrik çözümü, daha karmaşık hallerin lineer cebir yardımıyla çözümüne, hiç olmazsa sezgisel nitelikte, bir aydınlık getireceği için burada kısaca ele alınmıştır. Bu kısım, aynı zamanda, doğrusal programlamaya ilişkin kavramların açıklanmasında yararlı olacaktır.

Bir evvelki kısımda tanımı yapılan $\Pi_m(q)$ marjinal maliyetler eğrisinin q'ya göre değişimi, q'nun belirli bir miktarına kadar hızla düşme sonra uzun bir süre aynı düzeyde kalış şeklindedir. Hızlı düşüş, üretimin artışını, daha güçlü ve daha az emek kullanan makinelerle karşılamaktan doğabilir. Bir bakıma seri imalatın yarattığı elverişli durumdur bu. Buna karşılık belirli bir tutarın üzerinde üretim düzeyi için eğrinin sabit düzeyde seyretmesi, ilâve üretimin, artık, aynı tipte makineler ilâvesiyle gerçeklenmesi nedeniyledir denilebilir. Aynı tipte teçhizat ilâvesi ve birlikte orantılı olarak arttırılan emek, toplam maliyetlerin, uzun bir süre, üretim hacmıyla orantılı olarak gelişmesine neden olurlar. Başka bir deyişle uzun devre toplam maliyeti üretim hacmının doğrusal bir fonksiyonudur.

Serbest rekabet varsayımı, fiyatların sabitliği, dolayısıyla satış hasılatının satılan miktarlarla orantılı olarak değiştiği varsayımını gerektirir. Gerek bu varsayım, gerekse toplam maliyetlerin, uzun süre, üretim hacmıyla orantılı olarak artması olayı bir diğer sonucu, kârın da üretim hacmıyla orantılı olarak değiştiğini ortaya koyar. Bu varsayımların geçerliği kabul edilerek, sınırlı hale ilişkin örnekler, genel şekilleri itibariyle, aşağıdaki gibi olabilir.

İki ayrı çeşit ürün üreten bir üretim birimi mevcut olsun. Üretim faaliyetinde emek ve kapitalden ibaret iki üretim faktörü kullanılmaktadır.

x_1, birinci ve x_2, ikinci ürünün miktarı,

$a_{11} = 3$ = birinci ürünün bir biriminin meydana getirilmesi için gerekli emek miktarı,

$a_{12} = 1$ = ikinci ürünün bir biriminin meydana getirilmesi için gerekli emek miktarı,

$a_{21} = 2$ = birinci ürünün bir biriminin meydana getirilmesi için kullanılan kapital tutarı ,

$a_{22} = 3$ = ikinci ürünün bir birimini üretmek için gerekli kapital tutarı ,

$b_1 = 6$ = birinici faktörün yani emeğin sağlanabilecek maksimum miktarı,

$b_2 = 9$ = ikinci faktörün yani kapitalin sağlanabilecek maksimum tutarı,

$c_1 = 3$ ve $c_2 = 2$ sırasıyla birinci ve ikinci ürünün birim başına kârı ise üretici hangi x_1 ve x_2 miktarları için kârını maksimum yapabilir.

Burada sorulan, kârı maksimum yapacak optimal x_1 ve x_2 miktarlarının rakamsal ifadeleridir.

Sorun, iki ayrı ürünün, maksimum kâr sağlıyacak optimal üretim miktarlarının saptanması olabileceği gibi, aynı ürünün değişik üretim yöntemleriyle üretimi de olabilir. Yani, bu takdirde, x_1 ve x_2 aynı ürünün değişik üretim fonksiyonlarına bağlı olarak elde edilebilecek üretim miktarları kabul edilecektir. Amaç maksimum kârı saptıyacak x_1 ve x_2 miktarlarının ve bunları meydana getirecek teçhizat bileşiminin saptanması şeklinde belirecektir. Bu husus, ileride ele alınacak yatırım programlaması, daha dar olarak teçhizat seçiminde, önemli bir noktadır.

Yukarıdaki örneğe benzer bir problemin çözümüne matematiksel bir yöntemle ulaşılabilir. Bu matematik yönteme programlama adı verilmektedir. Problem programlama problemlerine özgü bir biçimde aşağıdaki gibi yazılabilir (16). Yazılışa, x_1 ve x_2 hiçbir zaman eksi değerler olamıyacağına göre, problemin verisinde olmasa bile, $x_1 \geqslant 0$ $x_2 \geqslant 0$ sınırları eklenmelidir. Negatif üretim miktarlarının ekonomik bir anlamı olamaz.

Problemin yazılışının genel şekli:

Maksimum yapın

$$k = c_1x_1 + c_2x_2 \quad \text{(amaç fonksiyonu)}$$

Sınırlara uyarak

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \leq b_2$$

Negatif olmama şartları

$$x_1 \geqslant 0 \;,\; x_2 \geqslant 0$$

---

16. Türkçeye göre bu yazılış biçimi bir tür devrik cümledir. Bu yazılış $x_1 \geqslant 0$ ve $x_2 \geqslant 0$ negatif olamama şartlarına ve $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq b_1$ ile $a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \leq b_2$ sınır şartlarına uymak kaydıyla $k = c_1x_1 + c_2x_2$ fonksiyonunu maksimum yapınız şeklinde düzgün cümle olarak ifade edilebilir.

Rakamsal örneğin yazılış şekli:

Maksimum Yapın

$$3x_1+2x_2$$

Sınırlara uyarak

$$3x_1+x_2 \leq 6$$

$$2x_1+3x_2 \leq 9$$

Negatif olmama şartları

$$x_1 \geq 0 \, , \, x_2 \geq 0$$

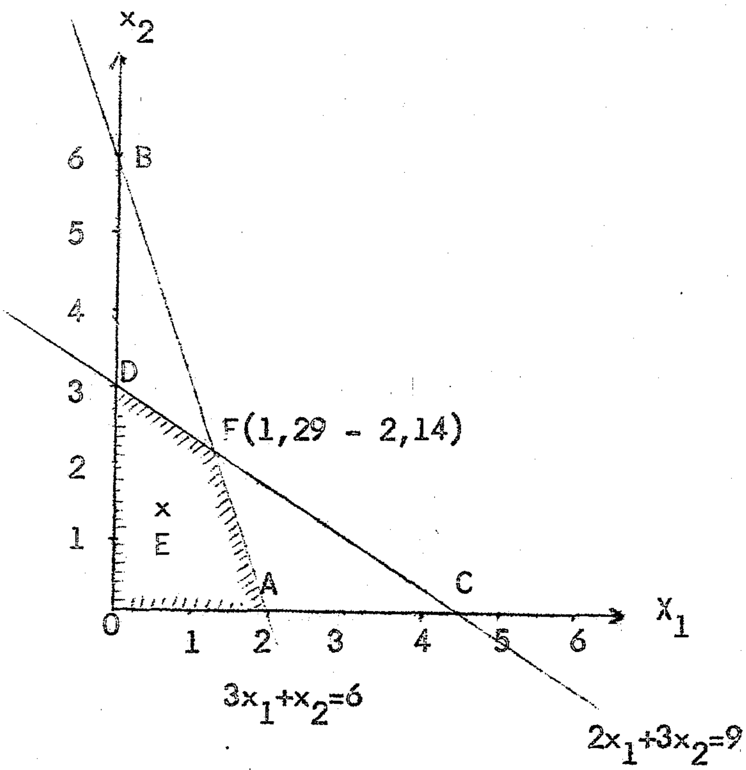
Problemin geometrik çözümü aşağıdaki gibi gerçeklenebilecektir (şekil 5.5)

$3x_1+x_2 \leq 6$ sınırından işe başlandığı kabul edilsin. $3x_1+x_2 = 6$ ifadesi, $x_2 = -3x_1 + 6$ şeklindeki lineer fonksiyonun kapalı halidir. Fonksiyon $x_1 = 0$ için $x_2 = 6$ ve $x_1 = 2$ için $x_2 = 0$ değerlerini alır. Bu fonksiyonun grafiği şekil 5.5 teki gibidir. $3x_1+x_2 = 6$ doğrusu x_1Ox_2 den geçen düzlemi ikiye ayırmaktadır. Doğru üzerindeki her nokta için $3x_1+x_2 = 6$ eşitliği sağlanır. Buna karşılık doğrunun altındaki düzlem parçasının içindeki her nokta için $3x_1 + x_2 \leq 6$ olacaktır. Şu halde eşitlik bir doğru ile eşitsizlik ise bir yarım düzlem ile gösterilebilir. Yarım düzlemin AB doğrusu üzerindekiler de dahil olmak üzere bütün noktaları $3x_1+x_2 \leq 6$ şartına uyarlar.

Benzer şekilde $2x_1+3x_2 \leq 9$ şartına uyan noktalar cümlesi bulunabilir. Bu cümle DC doğrusu dahil $2x_1+3x_2 = 9$ doğrusunun altında kalan düzlem parçasıdır.

Keza $x_1 \geq 0$ eşitsizliğini sağlıyan yarım düzlem Ox_1 ekseninin üzerindeki ve $x_2 \geq 0$ eşitsizliğini sağlıyan yarım düzlem Ox_2 ekseninin sağındaki düzlem parçasıdır. OADF alanı eşitsizlikleri tek tek sağlıyan yarım düzlemlerin ortak düzlem parçası veya çözüm noktaları cümlelerinin ara kesitidir.

OADF ortak alanının içindeki her hangi bir E noktası aynı zamanda her eşitsizliği sağlıyan yarım düzlemlerin de içinde olduğundan mevcut her sınır şartına aynı anda uyar. Şu halde problemin şartlarını sağlıyan noktalar cümlesini belirler. OAFD alanı bu nedenle mümkün çözüm alanı veya kabul edilebilir noktalar cümlesi olarak adlandırılır. Diğer bir deyişle mümkün çözüm alanı, mevcut sınırlı faktörlerle üretilmesi mümkün olan ürün bileşimlerini kapsayan bir alandır.

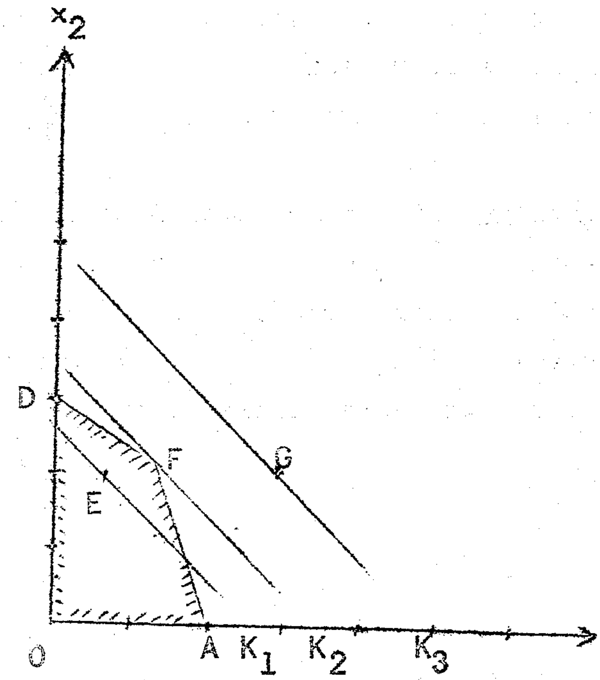


Şekil 5.5

Daha önce açıklanan üretim alanının bulunuşuna benzer bir şekilde kâr alanının belirlenmiş olduğu kabul edilsin. Değişik x_1x_2 bileşimleri için elde edilecek, kâr alanı içindeki, eş kâr doğrularının Ox_1x_2 düzlemi üzerindeki izdüşümleri çizilirse 5.6 numaralı şekil elde edilir. Şekilde k_1, k_2, k_3 eş kâr doğrularıdır.

Şekilde F noktası mümkün çözümler alanı içindeki bir noktadır. Aynı zamanda F noktasına karşı gelen bileşim biçimi, üretim miktarları bileşimi, sınırlara uymak şartıyla meydana gelebilecek en üst düzeyde kârı getirecektir. Çünkü, örneğin herhangi bir E noktası sınır şartlarına uymakla beraber k_1 $(k_1 < k_2)$ kâr düzeyini sağlıyabilecek bir bileşimi simgelemektedir, dolayısıyla kâr maksimizasyonu açısından optimal durumu ifade etmemektedir.

Şekil 5.6



Alan dışındaki bir G noktası ise daha yüksek kârı belirtmekle beraber sınır şartlarına uymamaktadır. Oysa F noktası sınır şartlarına uymak şartıyla en yüksek kâr düzeyini sağlamaktadır ve bu nokta problemin çözümünü belirlemektedir. Diğer bir deyişle F optimal çözüm noktasıdır. Çözümler aynı anda birden çok şartı yerine getirdiği için için bunlara eş anlı çözümler adı da verilir.

k_1, k_2, k_3 doğruları birbirlerine paralel doğrulardır. Çünkü herhangi bir k_n kâr düzeyi için kâr fonksiyonu,

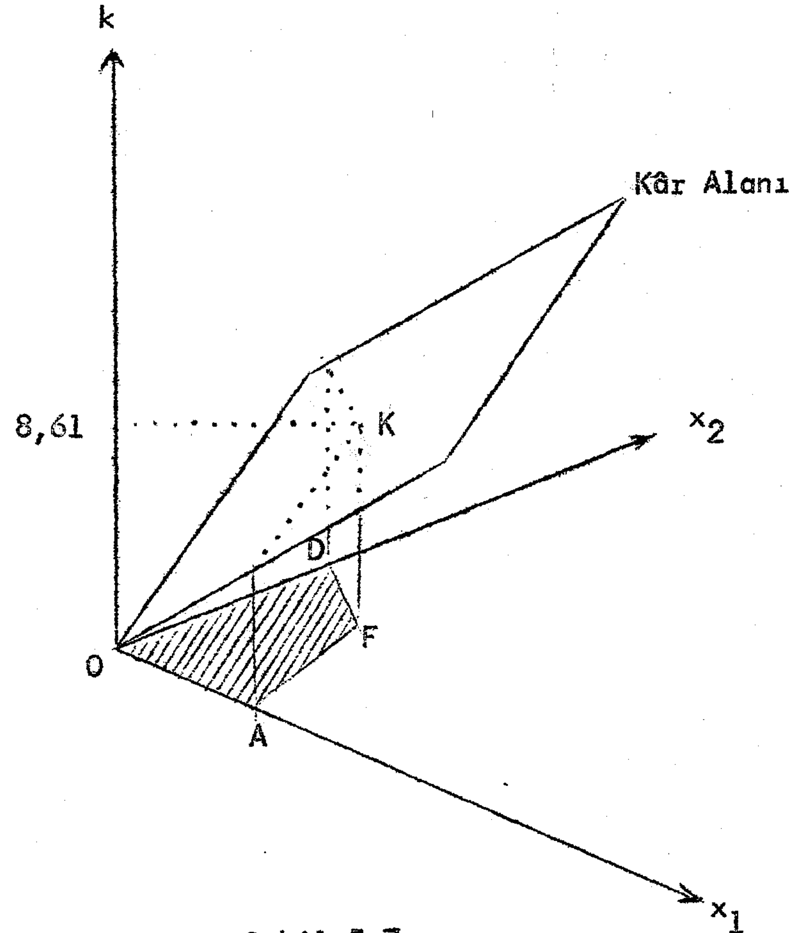
$$k_n = 3x_1+2x_2$$

haline gelecek ve buradan,

$$x_2 = - 3/2\ x_1 - k_n$$

klasik doğru denklemi elde edilecektir. k_n değeri ne olursa olsun doğruların eğimleri -3/2 olacaktır. Şu halde eşit kâr eğrileri birbirlerine paraleldirler. k_2 doğrusunu elde etmek için değme noktası F ve eğimi -3/2 olan doğruyu çizmek yeterlidir.

Sınırları belirleyen doğruların ordinatları eşitlenerek, optimal üretim miktarı veya hacmının, F noktasının, absis değeri ve bu değer doğrulardan herhangi birinde yerine konularak F'nin ordinatı bulunmuştur. F(1,29; 2,14) noktasının ordinatları optimal üretim miktarlarını belirlemektedir. Buradan $x_1 = 1,29$ $x_2 = 2,14$ yazılabilir.



Şekil 5.7

x_1 ve x_2'nin değerleri k denkleminde yerine konulursa $k_{maks.} = 8,61$ bulunur.

Yine x_1 ve x_2 'nin optimal miktarları sınırlarda yerlerine konularak x_1 ve x_2 'yi belirleyen optimal üretim faktörleri miktarları aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

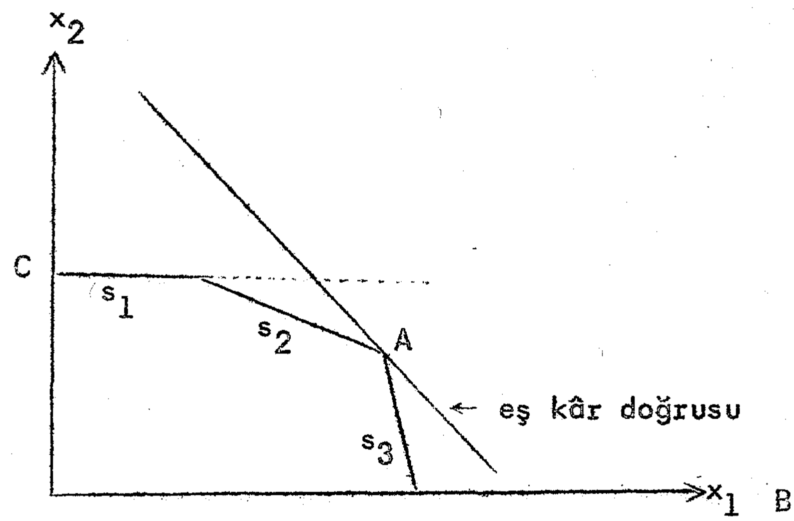
$$3x_1+x_2 = 3.1,29+2,14 \cong 6$$
$$2x_1+3x_2 = 2.1,29+3.2,14 \cong 9$$

Yukarıdaki sonuçlar optimizasyona 6 birim emek ve 9 birim kapital kullanarak varılacağını yani optimal faktör bileşimini göstermektedir. Optimum sonuca erişmek için faktörlerin tamamının kullanılacağını ifade etmektedir. Grafik çözüm de bu şartı açıklamaktadır. Tam kullanım gerekliliğinin her zaman belirmiyeceği daha sonraki açıklamalarda verilmiştir.

Verilen örneğin tamamına ilişkin geometrik çözüm şekil 5.7 de gösterilmiştir.

Mümkün çözümler alanı OADF çokgeninin köşelerinin de birer mümkün çözüm noktası oluşturduklarını gözlemek daha sonraki açıklamalar için yararlı olacaktır. Mümkün çözümler alanının birer mümkün çözüm oluşturan bu köşeleri temel çözüm adını alırlar. Yine dikkati çeken bir diğer özellik, optimal çözümün, bu temel çözümlerden biri yani çokgenin köşelerinden biri olduğudur. Gerçekten bir doğrunun, burada eş kâr doğrusunun, bir çokgenle tek ortak noktasının olabilmesi ancak, çokgenin köşelerinden biri için mümkündür. Bu özellik ikiden çok bilimiyeni bulunduran ve geometrik ifadesini çok boyutlu uzay gösterilişinde bulan problemler için de geçerlidir. Bu hallerde konveks çokyüzlüler şeklinde mümkün çözüm hacımları belirecek ve çok yüzlünün mümkün çözümler olan tepelerinden biri (uç nokta) optimal çözümü belirliyecektir.

Herhangi bir faaliyetin gerektirdiği çözüm aşağıdaki grafikte özetlenmiş olsun (şekil 5.8). s_1, s_2, s_3 sınır doğrularıdır.



şekil 5.8

Grafikte A noktası optimal çözüme işaret etmektedir. Dikkat edilecek olursa s_1 sınırıyla belirtilen elde mevcut faktörün tamamiyle kullanılmamış olduğu göze çarpacaktır. Nitekim s_1 doğrusu tamamlanmış olsaydı A optimal çözüm noktasının OBC alanı içinde kaldığı görülecekti. Bu noktada s_1'e ilişkin faktör henüz tamamiyle kullanılmamıştır. Bu husus, eşitsizlik halindeki sınırlı hallerle optimizasyonun özelliğini ortaya çıkartmakta ve bu bölümün 5.1 numaralı kısmının sekizinci paragrafının açıklamasını yapmaktadır. Elde mevcut faktörün tam kullanılmaması sonucu sağlanan faydayla birlikte maksimizasyona varılmaktadır.

İkiden fazla ürünün ve faktörün dahil olduğu sınırlı hallerde optimizasyon problemlerinin geometrik çözümleri gerçekleştirilemez. Ancak, üç boyutlu ve mümkün çözüm hacmının konveks bir çokyüzlü olduğu problemlerin çözüm şartlarının açıklanmasına, geometri, görsel sezgiye dayalı bir açıklık getirebilir. İkiden fazla ürün ve faktörü bulunduran, daha genel ve matematiksel bir deyişle n boyutlu problemlerin çözümü için, görsel sezginin yerini alacak tanım ve mantıksal postülatlara ve bunlara dayalı genel bir analitik çözüm yöntemine ihtiyaç vardır.

5.3.1 Geometrik Çözümüm Varsayımları

Yukarıdaki geometrik çözümde bilinçli olarak bir takım varsayımlardan yararlanılmıştır. Bu varsayımların bir kısmı daha önce açıkça belirtilmiş, bir kısmı ise açıkça belirtilmemekle beraber, çözümde onlardan yararlanılmıştır. Kullanılan varsayımları aşağıdaki gibi özetlemek mümkündür:

Özellikle yatırımlarda, uzun bir süre boyunca, üretim artışının eşdeğer teçhizat ilâvesi ve orantılı olarak arttırılan emekle sağlanacağı, üretim faktörleri bileşim oranının sabitliği söylenmiştir. Fiyatların sabitliği varsayımı ile birlikte, bu sabitliğin, tüketilen faktör miktarlarının, elde edilen üretim miktarlarının, maliyetlerin, meydana gelen hasılanın ve kârın üretim miktarı ele orantılı olarak değişmelerine neden olacağı kabul edilmiştir. İçerik olarak,azalan randımanlar kanununun ancak doğa zorlandığında belireceği, bu ana kadar "ölçeğe göre sabit getirinin" (17) söz konusu olduğu varsayılmıştır. Böylece kâr fonksiyonlarının da doğrusallığı ortaya çıkmış ve optimum çözümün mümkün çözüm alanının köşelerinden birinde olacağı ileri sürülebilmiştir.

Yine değişik üretim faaliyetlerine ilişkin üretim ve faktör miktarlarının toplanabilirliği kabul edilmiştir. Gerek bu husus, gerekse bir evvelki paragrafınkiler problemin doğrusallık varsayımlarıdır.

Ayrıca faaliyet düzeylerinin, sınır şartlarına uymaları kaydıyla, sürekli olarak değişebilirliği diğer bir deyişle

---

17. Bu konuda bkz. Üstünel, Ekonominin Temelleri, s.150 ve matematiksel açıklama için bkz. Baumol, Théorie Economique, s.194

rik çözümle elde edilen üretim düzeyleri tam sayılar olarak değil fakat $x_1 = 1,29$ ve $x_2 = 2,14$ şeklinde bulunmuştur.

Son olarak, geometrik gösteriliş aracılığıyla, optimum çözümün, daima , mümkün çözüm alanının köşelerinden biri olarak belireceği sonucu çıkarılmıştır.(18). Kârın üretim düzeyi ile orantılı olarak değişmesi sonucun bu şekilde belirmesi için gerekli bir şart olmakla beraber yeterli bir şart değildir. Bunun yanında, mümkün çözümler alanının da konveks bir çokgen olması gereklidir. Bu takdirde optimum çözüm mümkün çözüm alanının köşelerinden birinde olacaktır. Geometrik tanım olarak, kenarlarından herhangi biri uzatıldığında daima bu kenarın bir tarafında kalan çokgen konveks çokgendir.

Genel çözüm kuralına erişebilmek için, diğer varsayımların yanında, mümkün çözümler cümlesinin de konveks bir cümle olacağını söyliyebilmek gerekir. Nitekim aşağıdaki açıklama buna ilişkindir.

Şayet, faaliyetlere ilişkin iki program, örneğin x_1 ve x_2 mümkün ise yani sınırlara uyuyorsa bu iki programın konveks kombinezonu da (19) mümkün çözümdür. Bu takdirde faaliyetlerin mümkün programları, çok boyutlu uzayda, bir noktalar cümlesi ile belirtilir. Bu cümlenin iki noktasını birleştiren doğru parçasının herhangi bir noktası da cümleye aittir. Açıklanan özelliğe sahip cümle, konveks cümlenin geometrik tanımına uygundur. Şu halde mümkün çözümler cümlesi konveks bir cümledir (20). Optimal çözüm ise konveks cümlenin uç noktalarından biri olarak belirir (21). Bu husus doğrusal programlamanın temel teoreminin açıklanmasında büyük öneme sahiptir.

Yukarıdaki ekonomik varsayımlar ve ve konvekslik varsayımı, birden çok sonuca, birden çok olanakla varmada doğrusal programlamadan yararlanmayı olanaklı yapmıştır.

---

18. Bu sonucu genellememek gerekir. Kâr doğrusunun eğimi ile sınır doğrularından herhangi birinin eğiminin eşit olması halinde,optimum çözüm, bu sınır doğrusu üzerindeki bütün noktalar için vardır.

19. Konveks kombinezon katsayıları toplamı (1)'e eşit olmak üzere bu iki programın bileşimini ifade eder ve $0 < k < 1$ olmak şartıyla $kx_1+(1-k)x_2$ şeklinde belirtilir,

20. Konveks cümle tanımı için bkz.Lesourne, Téchnique Economique,s.419 ve Tuncer Bulutay,Doğrusal Programlama,Ankara,1965, s.77-80

21. Uç nokta,geometrik olark, konveks cümleye ait ve cümlenin herhangi iki noktasını birleştiren doğru parçalarının hiçbirinin üzerinde bulunmayan nokta olarak tanımlanır.

Soyut yapısıyla, doğrusal programlama yöntemi, tıpkı diferansiyel hesap gibi, ekonomik bir içeriğe sahip değildir. Daha önce de söylenildiği gibi matematiksel bir yöntem olarak, bir anlatım biçimi ve sonuca varma sürecini kısaltıcı bir araçtan ibarettir. Elde edilenlerin kabul edilen varsayımların kesin birer sonucu olarak belirmesine yardım eder. Varılan sonuçların gerçekliği varsayımların geçerliği ölçüsünde mevcuttur.

Programlama teorisinin temel düşünsel yapısı ilk defa L.V. Kantorovitch tarafından ortaya konulmuştur. Yazar 1939 yılında yayınladığı " Üretim Planlama ve Organizasyonunun Matematiksel Yöntemleri" adlı eserinde çağdaş programlama teorisinin temel yapısını ileri sürmüştür (22).

İkinci Dünya Savaşı sonrasında yoğun bir şekilde kullanılması yöntemin gelişmesinde büyük etken olmuştur. Programlama problemlerinin genel çözüm yöntemlerini bulan Georges Dantzig daha sonraki katkılarıyla da programlamanın babası sıfatını almıştır.

Programlamaya büyük katkıları olan H.W.Kuhn, A.W. Tucker, A. Charnes gibi matematikçilerin yanında T.C. Koopmans, R.Dorfmann ve W.W. Cooper gibi iktisatçıları da saymak gerekir.

Daha önceki kısımlarda belirli bir açıdan açıklanan sınırlı hallerde bir fonksiyonu -amaç fonksiyonunu- maksimum veya minimum yapan değerleri bulmada yani maksimizasyona varmanın çözümlerinde kullanılan programlamaya, bu niteliğiyle, "optimizasyon yöntemi" (23) adı da verilir. Daha genel bir şekilde, mümkün çözümlerden en iyi sonuç sağlıyanını yani bir fonksiyonun maksimum (veya minimum) yapanını seçme, başka bir deyişle karar verme yöntemidir.

Bir kararın yapısına giren çeşitli unsurları yansıtan bir modelden hareket ettiği için bu yöntemlerin uygulanma alanı çok geniştir(24)

---

22. Bu konuda bkz. Kantorovitch,Calcul Eçonomique,s.XVIII v.s; Lange,Econometrie,s.142;Baumol,Théorie Economique,s.68; Boratav, Sosyalist Planlamada Gelişmeler,s.61

23. Kılıçbay, Kantitatif İktisat, s.333

24. Lesourne,Téchnique Economique,s.407

Refah ekonomisi gibi teorik bir alanda bazı sorunların çözümünde araç olarak kullanılan programlama "faaliyet analizi" adını alır (25). Faaliyet analizi ile programlamayı bazı yazarlar bilinçli bir şekilde eş anlamlı olarak kullanırlar (26).

Daha önceki geometrik çözüm kısmında açıklanan konvekslik ve doğrusallık varsayımlarını nazara alarak çözüme varan programlama yöntemi doğrusal programlama adını alır.

Programlama terminolojisinde faaliyet, ekonomik açıdan, " sabit oranda mal inputunun yine sabit oranda mal üretimine dönüştürülmesi demektir " (27).

Bir faaliyet sonucu elde edilen üretim düzeyi, yine programlama diliyle, faaliyet düzeyi olarak tanımlanır. Bir girdi veya çıktının herhangi bir miktarı birim faaliyet düzeyi olarak seçilebilir. Ele alınan probleme bağlı olmak şartıyla 1 ton kömür veya bir aylık çalışma süresi birim düzey olarak kabul edilebilir.

Saptanacak olan üretim bileşimi veya genel olarak $f(x_1,x_2,......,x_n)$ şeklindeki amaç fonksiyonunu maksimum (veya minimum) yapacat $x_1,x_2,....,x_n$'ler bileşimi bir programı meydana getirirler.

Programlama bir fonksiyonu maksimum veya minimuma ulaştıracak $x_1,x_2,.....,x_n$ parametrelerinin değerlerini saptar.

5.4.1 Doğrusal Programlamanın Temel Teoremi

Doğrusal programlama, bir evvelki kısımda da değinilen doğrusallık ve konvekslik varsayımları geçerli olduğunda, vektör cebirinden dolayısıyla matris işlemlerinden de yararlanarak optimal programın çözümünü gerçekler.

---

25. Bkz. Hiç, Girdi-çıktı Analizi, s.54

26. Bu konuda bkz. Hollis B. Chenery-Paul G. Clark, Endüstriler Arası İktisat, Çev. Cemil Çınar, Ankara, 1965, s.3 ve 8

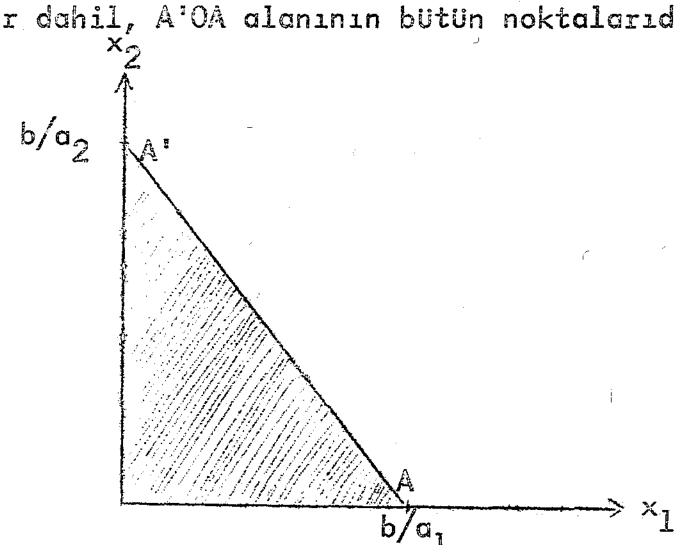
27. ibid., s.82

Doğrusal programlamanın temel teoremini, vektör cebirinin teorik ve soyut yapısına girmeden, açıklayabilmek için basitleştirilmiş bir geometrik gösterilişten yararlanılabilir. Bu gösteriliş, teoremin genel şeklinin anlaşılmasında da, sezgiye dayalı bir açıklık getirici niteliktedir.

İki ürün üretiminden ibaret bir faaliyet veya genel yapısıyla x_1, x_2 gibi iki değişkenli bir program mevcut olsun. Yine $a_1x_1 + a_2x_2 \leqq b$ şeklinde bir tek sınırlamanın varlığı kabul edilsin. Negatif olmama şartları $x_1 \geqq 0$ ve $x_2 \geqq 0$ dır. Burada, mümkün çözüm alanı, analitik olarak,

$$x_1 \geqq 0 \ ; \ x_2 \geqq 0 \ ; \ a_1x_1 + a_2x_2 \leqq b$$

şeklinde ifade edilebilir. Mümkün çözüm alanının genel şekli aşağıdaki gibi olacak (şekil5.9) ve problemin sonsuz sayıda mümkün çözümü olduğu görülecektir. Mümkün çözümler, doğru parçaları üzerindekiler dahil, A'OA alanının bütün noktalarıdır.



Şekil 5.9

Amaç fonksiyonunun eğimi AA' sınır doğrusunun eğimi $-{}^{a_1}/a_2$ 'ye eşit olmamak şartıyla mümkün çözüm alanının O,A,A' gibi köşelerinden yani temel çözümlerden biri optimal çözümdür. Şu halde buradan çıkarılabilecek ilk sonuç, optimal çözüme sınırsız sayıda mümkün çözüm noktalarından değil, sınırlı sayıda temel çözümlerden hareketle varılabilir. Sınırlı sayıda temel çözümlerin doğuracağı sonuçlardan en iyisini, burada maksimum değer yaratanını, veren çözüm optimal çözümdür.

Her biri tek tek ele alınarak temel çözüm noktalarının özellikleri ortaya konulabilir. Şöyle ki, O noktası hiçbir ürünün üretilmediği dolayısıyla faktörlerin tam kullanılmadığı bir mümkün çözümü belirlemektedir. A' noktası ürünlerden bir tanesinin üretildiği ve mevcut faktörün tam kullanıldığı hali simgelemektedir. Aynı şekilde A noktası ise sadece diğer üründen üretileceğini ve yine mevcut faktörün tamamının kullanılacağını göstermektedir. Üretim yapmama hali hariç bu özelliklerin ekonomik yorumu açıktır. Bu hal üretimin en kârlı ürün üzerinde yoğunlaştırılacağı ve mevcut faktörün tamamı kullanılarak en yüksek toplam kâra ulaşılacağını açıklamaktadır. Buradan optimal çözüm, amaç fonksiyonunun eğimine bağlı olarak, A ve A' köşelerinden, temel çözümlerden, birinde olacaktır denilebilir.

A veya A' köşelerinin özellikleri optimal çözümün genel yapısını ortaya koyucu yeterliktedir. Şöyle ki, optimal çözüm, problemin verisinde mevcut eşitsizlik miktarına - negatif olmama şartlarını açıklayan eşitsizlikler hariç- eşit miktarda değişkenin sıfıra eşit olmıyan değerini bünyesinde bulundurur. Diğer bir deyişle optimal çözümde, değerleri sıfıra eşit olmıyan değişken adedi, problemde mevcut eşitsizlik adedine eşittir. Yani eşitsizlik sayısı kadar ürün üretilecek veya program eşitsizlik sayısı kadar üretim faaliyetinden oluşacaktır. A veya A' köşelerinin açıkladığı bir diğer özellik, optimal çözüm, tam kullanılan faktör adedi kadar ürün üretilmesi ile mümkündür. Nitekim ele alınan örnekte negatif olmama eşitsizlikleri hariç bir tek eşitsizlik mevcuttur ve optimal çözüm x_1 veya x_2'den biri sıfıra eşitken diğerinin sıfırdan büyük bir değere sahip olacağını göstermektedir. Bu noktada, mevcut olan bir adet sınırlı faktör tam olarak kullanılmış ve optimal üretim programı tek ürünü üretmekten ibaret kalmıştır.

Yukarıdaki açıklama ve ortaya çıkarılan kurallar daha geniş yapıya sahip problemler için de geçerli olup, doğrusal programlamanın temel teoreminin ilkelini oluşturur. Araya katılacak bir diğer açıklamadan sonra temel teoremin genel ifadesi verilebilecektir.

5.4.2 Probleme Doğal Olmıyan Değişkenlerin Eklenmesi (Problemin Dönüştürülmesi)

Daha önce eşitsizlikler şeklinde ifade edilen programlama problemleri, negatif olmama şartlarını belirtenler hariç, eşitsizliklere yeni bir takım değişkenler eklenerek, denklemler halinde ifade edilebilirler. Ancak problemde mevcut şartların yapılarını etkilememeleri için, bu değişkenlerin, teorik olarak, birim kârı veya maliyeti sıfıra eşit yansız (nötr) faaliyetleri belirttiğini kabullenmek gerekir.

Yeni değişkenler v_n'lerle gösterilecek ve doğal olmıyan değişken (28) olarak adlandırılacaklardır. $v_1 = 5$ şeklinde bir ifade sınırlı faktörün beş biriminin kullanılmadığını anlatıcaktır.

Söylenenler göz önünde bulundurularak bir doğrusal programlama problemi eşitlikler halinde yazılabilir. Örneğin herhangi bir problemin eşitsizliklerle ifadesi,

maksimum yapın

$$a_{o1}x_1 + a_{02}x_2 + \cdots\cdots + a_{0n}x_n$$

sınırlara uyarak

$$\begin{array}{ll} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots\cdots + a_{1n}x_n & \leq b_1 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & \leq . \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & \leq . \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots\cdots + a_{mn}x_n & \leq b_m \end{array}$$

Negatif olmama şartları

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \; ; \; \cdots\cdots \; ; \; x_n \geq 0$$

şeklindedir. Aynı problem eşitlikler halinde aşağıdaki gibi ifade edilebilecektir:

---

28. Doğal olmıyan değişken deyimi "suni" değişken deyiminin anlamdaşı olarak kullanılmıştır. Yabancı literatürde de tam bir fikir birliğine varılamıyan bu deyim "slack variable" anlamdaşı olarak zaman zaman gevşek değişken şeklinde isimlendirilmiştir. Programın, sınırlar gereği yapısında doğal olarak bulunan ve olağan değişken "variable ordinaire" diye isimlendirilen değişkenlerin, verilen örneklerdeki x_1, x_2'lerin karşıtıdır . Kendisine yüklenen özellikler göz önüne alınarak faaliyetsizlik değişkenleri "inactivity variables" veya birim kâr ya da maliyete sahip olmadıkları için yansız (nötr) değişkenler olarak ta anılmışlardır.

maksimum yapın

$$a_{01}x_1+a_{02}+\cdots\cdots+a_{on}x_n$$

sınırlara uyarak

$$a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots+a_{1n}x_n+v_1 = b_1$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots = \cdot$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots = \cdot$$
$$a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+\cdots+a_{mn}x_n+v_m = b_m$$

negatif olmama şartları

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; \cdots; x_n \geq 0; v_1 \geq 0; v_2 \geq 0; \cdots; v_m \geq 0$$

Burada, kısaca $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \leq b_i$ şeklinde belirtilebilecek eşitsizlikler doğal olmıyan ve değerleri negatif olmıyan değişkenlerin yardımıyla kısaca

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j + v_i = b_i$$

şeklindeki eşitliklere dönüştürülmüşlerdir.

Programlama probleminin çözümünde yer alan doğal olmıyan değişkenlerin optimal değerleri de ilgi çekicidir. Hangi kaynağın üretim faaliyetine dahil olduğu hangisinin dar boğaz meydana getireceğini açıklama yeteneğine sahiptirler.

Doğal olmıyan değişkenler de göz önünde bulundurularak, doğrusal programlamanın temel teoreminin genel ifadesi:"bir doğrusal programlama probleminin daima, içinde toplam olarak denklem sayısı kadar her iki cinsten (olağan ve doğal olmıyan) ve değerleri negatif olmıyan değişkeni bulunduran, bir optimal çözümü vardır" şeklinde söylenilebilir. Başka bir deyişle optimal çözümün içinde her iki cinsten ve değerleri negatif olmıyan değişkenler vardır. Bu değişkenlerin miktarları toplamı problemde mevcut denklem sayısına eşittir.

Denklem sayısı kadar negatif olmıyan değişkeni bulunduran-yani yukarıdaki özelliklere sahip-çözümler temel çözümlerdir. Bu şekildeki her çözüm, daha önce açıklandığı gibi, konveks mümkün çözüm cümlesinin bir uç noktasıdır (29).

---

29. Son iki paragraftaki sonuçların cebirsel açıklaması için bkz. Lesourne, Téchnique Economique, s.417-18-19

Temel çözüm ve optimal çözüm hakkındaki bu gözlemler -temel teorem- doğrusal programlama problemlerinin çözümlerine sistemli bir şekilde ulaşmağa olanak verir.

5.4.3 Programlama Problemlerinin Çözümü:

Önceki kısımların gözlemleri ve açıklamaları nazara alınırsa, herhangi bir doğrusal programlama probleminin çözümünün büyük güçlükler göstermiyeceği düşünülebilir. Problemin optimumu mümkün çözüm cümlesinin sınırlı sayıda uç noktalarından -temel çözümlerden- bir tanesi olacağına göre, teorik olarak, bu noktaları saptamak mümkündür. Bu noktalara karşı gelen değerler (kârlar) hesaplanabilir ve bunların içinden en yüksek değeri vereni seçilebilir.

Ancak, çok sayıda faaliyeti bulunduran problemlerin mümkün olabildiğince yineleme (iterasyon) ile optimumuna varmak için kısa ve sistemli bir yönteme ihtiyaç vardır.

Böyle bir yöntem George B. Dantzig tarafından bulunmuş ve kolaylığı göz önünde bulundurularak "simpleks yöntemi" adını almıştır. Yöntem bütün olasılıkları sınırlı bir sayıya indirgemiştir. Yöntemin temelini, mümkün çözüm cümlesinin tepelerinden biri mutlaka optimal çözümdür,şeklindeki gözlem oluşturur.

Geometrik olarak, simpleks yönteminde, kabul edilebilir bir tepeden, temel çözümden, hareketle, konveks çokyüzlünün ayırtlarını kovalıyarak, bir diğer tepeye geçilir. Her ulaşılan yeni tepe bir evvelkine göre daha iyi sonuç verecek bir temel çözümdür. Bu yöntemle zorunlu olarak optimuma ulaşılacağı açıktır. Yöntemin kısalığı sağlıyan etken her keresinde daha iyi bir durumu belirleyen tepeye geçebilme olanağıdır. İlk tepenin seçimindeki uygunluk işlemlerin kısalmasıyla sonuçlanacaktır.

5.4.3.1. Simpleks Yöntemi

Bu kısımda doğrusal programlama problemlerinin çözümünde kullanılan simpleks yönteminin mantıksal içeriği, vektör cebirine ve matris işlemlerine başvurmadan, açıklanmaya gayret edilmiştir.

Aksi halde çalışmanın hacmına oranla geniş açıklamaların yapılması gerekecekti . Açıklamaların sonuna simpleks yönteminin, tablolar aracılığıyla, genel çözümüne ulaşma şekli, nedenselliği üzerinde çokca durulmadan, kalıp halinde verilmiştir.

5.4.3.1.1 Problemin Bir Kez Daha Dönüştürülmesi

Genel yapısı itibariyle, üretimle ilişkili, iki değişkenli bir doğrusal programlama problemi,

<u>Birinci Şekil</u>

maksimum yapın

$$z = a_{01}x_1 + a_{02}x_2 \qquad (5.3.0)$$

sınırlara uyarak

$$\left.\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 &\leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 &\leq b_2 \end{aligned}\right\} \qquad (5.4.0)$$

negatif olmama şartları

$$x_1 \geq 0 \; ; \; x_2 \geq 0 \qquad (5.5.0)$$

şeklinde veya rakamsal bir örnek,

maksimum yapın

$$z = 2x_1 + x_2 \qquad (5'.3'.0')$$

sınırlara uyarak

$$\left.\begin{aligned} 7x_1 + 2x_2 &\leq 27000 \\ 5x_1 + 4x_2 &\leq 19800 \end{aligned}\right\} \qquad (5'.4'.0')$$

negatif olmama şartları

$$x_1 \geq 0 \; ; \; x_2 \geq 0 \qquad (5'.5'.0')$$

şeklinde olsun.

Bir evvelki kısımda açıklanan eşitlikler halindeki yazma biçiminden yaralanılırsa problemin genel şekli ve rakamsal örnek aşağıdaki gibi olur:

<u>İkinci Şekil</u>

Maksimum yapın		Maksimum Yapın	
$z=a_{00}+a_{01}x_1+a_{02}x_2$	(5.3.1)	$z= 0+2x_1+x_2$	(5'.3'.1')

sınırlara uyarak

$$a_{11}x_1+a_{12}x_2+v_1 = b_1 \quad a_{21}x_1+a_{22}x_2+v_2 = b_2 \qquad (5.4.1)$$

negatif olmama şartları

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; v_1 \geq 0; v_2 \geq 0 \qquad (5.5.1)$$

sınırlara uyarak

$$7x_1+2x_2+v_1 = 27000 \quad 5x_1+4x_2+v_2 = 19800 \qquad (5'.4'.1')$$

negatif olmama şartları

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; v_1 \geq 0; v_2 \geq 0 \qquad (5'.5'.1')$$

Problemin verisinin yazılışına bir ufak değişiklik daha uygulanarak aşağıdaki şekiller elde edilebilir :

Üçüncü Şekil

maksimum yapın

$$z=a_{00}+a_{01}x_1+a_{02}x_2 \qquad (5.3.2)$$

sınırlara uyarak

$$v_1 = b_1-a_{11}x_1-a_{12}x_2 \quad v_2 = b_2-a_{21}x_1-a_{22}x_2 \qquad (5.4.2)$$

negatif olmama şartları

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; v_1 \geq 0; v_2 \geq 0 \qquad (5.5.2)$$

maksimum yapın

$$z=0+2x_1+x_2 \qquad (5'.3'.2')$$

sınırlara uyarak

$$v_1 = 27000-7x_1-2x_2 \quad v_2 = 19800-5x_1-4x_2 \qquad (5'.4'.2')$$

negatif olmama şartları

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; v_1 \geq 0; v_2 \geq 0 \qquad (5'.5'.2')$$

Yeni yazılış şeklinde problemin bütün olağan değişkenleri denklemlerin sağ tarafında yer almaktadır.

Simpleks yöntemin temeli bir temel çözümden diğerine geçerek bunlardan optimum olanını saptamak olduğuna göre başvurulacak ilk işlem herhangi bir temel çözümü bulmak olacaktır.

Problemin son yazılış şeklinin ilginç yönü, eşitliklerin bir temel çözümü belirleyebilmeleridir. Nitekim,

$x_1 = 0$ ve $x_2 = 0$ kabul edilirse $v_1 = b_1$ ve $v_2 = b_2$

veya

$x_1 = 0$ ve $x_2 = 0$ kabul edilirse $v_1 = 27000$ ve $v_2 = 19800$

olur. Bu hal, yani

$$v_1 = b_1 \ ; \ v_2 = b_2 \ ; \ x_1 = 0 \ ; \ x_2 = 0 \qquad (5.6.0)$$

veya

$$v_1 = 27000 \ ; \ v_2 = 19800 \ ; \ x_1 = 0 \ ; \ x_2 = 0 \qquad (5'.6'.0')$$

her iki cins değişkenden iki tanesinin sıfıra eşit olmıyan değer,-lerini bulundurmaktadır. Dolayısıyla doğrusal programlamanın temel teoremine uygun bir görünümdedir. Gerçekten problemde iki eşitlik olduğundan, temel teorem uyarınca, temel çözüm de her iki cins değişkenden değerleri sıfıra eşit olmıyan iki tanesini bulundurmalıdır. Problemin sınırlarına uyması bu hallerin (5.6.0 - 5'.6'.0') bir temel çözüm olarak kabul edilebilmesi için yeterlidir. Bulunan çözümün sınırlara uygunluğunun saptanması mümkünlük testi adını alır.

5.6.0 halinin 5.4.2 ile 5.5.2 sınırlarını veya 5'.6'.0' ün 5'.4'.2' ile 5'.5'.2' sınırlarını sağladığını tek bakışta söylemek mümkündür. Şu halde 5.6.0 veya 5'.6'.0' halleri problemin bir temel çözümüdür. Bu, problemin son yazılış şeklinin mümkünlük testinin yapılabilmesi için ne denli uygun bir biçim olduğunu gösterir. Buradan mümkün olabilme hali için bir genel kural çıkartmak mümkündür. Şöyle ki, şayet 5.4.2 deki bütün b_1, b_2, genel olarak b_n gibi sabit sayılar negatif değillerse 5.6.0 şeklindeki çözüm kabul edilebilir bir çözüm daha doğrusu bir temel çözümdür. 5.6.0 veya 5'.6'.0' temel çözümü daha önce geometrik çözümü yapılan problemin O başlangıç noktasını ifade etmektedir.

Elde edilen temel çözümün, her seferinde, bir optimal çözüm olup olmadığını kontrol etmek zorunluğu vardır. Şayet bu temel çözüm optimal bir çözüm değilse bir başka temel çözümü denemek, geometrik olarak, bir diğer tepeye geçmek gerekecektir.

Bir başka temel çözümü bulmak için, 5.6.0 numaralı temel çözümün elde edilebilmesi amacıyla düzenlenen, problemin üçüncü şekline benzer yeni bir düzenlemeye gidilir. Bu yeni düzenlemelerden herhangi bir tanesinde, amaç fonksiyonunun (5.3.2 veya 5'.3'.2' numaralı fonksiyonların) bilinmiyenlerinin a'_{0j} şeklindeki katsayıları tümüyle negetif olurlarlarsa, bu düzenlemeden bulunacak temel çözüm aynı zamanda optimal çözümdür. Çünkü bu anda amaç fonksiyonunun genel şekli $z = a_{00} - a_{01}x'_1 - a_{02}x'_2$ olacaktır. Bu şekile getirilmiş problemden doğan temel çözüm içindeki x'_1 ve x'_2 ler problemin verisi gereği negatif olamıyacaklarından z fonksiyonu mümkün olabilecek en yüksek değerine ancak $x'_1=x'_2=0$ için varabilecek ve $z = a_{00}$ şeklini alacaktır. Örneğin $z= 2500 - 5x'_1 - 4x'_2$ şekline gelmiş olsun. İçinde x'_1 ve x'_2 lerin pozitif olması gereken diğer hiç bir temel çözüm daha yüksek bir z kârı getirmez. Şu halde z fonksiyonundaki değişkenlerin katsayılarının tümünün negatif olma hali optimumu belirler.

$x'_1 = x'_2 = 0$ olarak kabul edilme halinin ekonomik nedeni açıktır. Amaç fonksiyonu içindeki x_j şeklindeki programların katsayıları bu programın bir ünitesinin toplam kâra yaptığı ilaveyi yani x_j'nin marjinal kârını ifade etmektedir. Katsayılarının negatif olması bu programların ilave katkılarının negatif kâr getirdiğini anlatmaktadır. Şu halde x_j'lerin sıfır düzeyinde olması optimal olacaktır.

$$v_1 = b_1 \; ; \; v_2 = b_2 \; ; \; x_1 = 0 \; ; \; x_2 = 0$$

veya

$$v_1 = 27000 \; ; \; v_2 = 19800 \; ; \; x_1 = 0 \; ; \; x_2 = 0$$

şeklindeki temel çözümler geometrik olarak 0 başlangıç noktasını simgeliyordu. Bu temelden başka bir temele geçildiği yeni temel çözüm içindeki x_1 veya x_2 lerden bir tanesinin veya ikisinin birden pozitif değerler almasından anlaşılır. Bu durumu meydana getirmek ve fakat problemin sınır şartlarını bozmamak mümkündür. Diğer bir deyişle problemin üçüncü şekildeki yani x_1 ve x_2 cinsinden v_1 ve v_2 yi açıklayan ifadeleri x_1 ve x_2 yi açıklayan v_1 ve v_2 cinsinden denklemlere dönüştürülebilir ve problemin sınırları değişik bir şekilde ifade edilmiş olmakla beraber yine aynı şartları açıklıyabilirler ve de bu yeni yazılış şeklinde x_1 veya x_2 pozitif değerler ve bunların yerine v_1 veya v_2 sıfır değerlerini alabilirler.

Problemin üçüncü şekli ele alınır ve söylenenler uygulanırsa aşağıdaki haller belirebilir:

Önce üçüncü şeklin 5.4.2 veya 5'.4'.2' numaralı denklemlerinden yani

$$v_1 = b_1 - a_{11}x_1 - a_{12}x_2$$

ve

$$v_1 = 27000 - 7x_1 - 2x_2$$

şeklindeki denklemlerden

$$x_1 = \frac{}{-a_{11}} + \frac{}{-a_{11}} v_1 + \frac{}{-a_{11}} x_2$$

veya

$$x_1 = \frac{-27000}{-7} + \frac{1}{-7} v_1 + \frac{2}{-7} x_2$$

denklemleri yazılabilir. Dikkat edilirse, problemin, v_1 in x_1 cinsinden açıklanan sınırı x_1 in v_1 cinsinden ifadesine dönüştürülmüştür. x_1 in bu ifadesi problemin diğer eşitliklerinde yerine konularak, değişik şekillerde ifade etmekle beraber, aynı sınırlara bağlı kalınabilir.

Bundan sonra yapılacak işlemler yalnızca problemin genel şekli itibariyle gerçekleştirilecek ve sonuçlar rakamsal örneğe doğrudan uygulanacaktır. Çünkü genel şekildeki değişiklikler genel çözüm niteliğinde olup, kuralı meydana getirirler.

x_1 in yukarıda bulunan değeri problemin üçüncü şeklinin diğer ifadelerinde yenine konulursa

$$z = \left(a_{00} - \frac{a_{01} \cdot b_1}{-a_{11}}\right) + \frac{a_{01}}{-a_{11}} v_1 + \left(a_{02} - \frac{a_{01} \cdot (-a_{12})}{-a_{11}}\right) x_2$$

$$v_2 = \left(b_2 - \frac{b_1 \cdot (-a_{21})}{-a_{11}}\right) + \frac{-a_{21}}{-a_{11}} v_1 + \left(-a_{22} - \frac{(-a_{12})(-a_{21})}{-a_{11}}\right) x_2$$

şeklindeki ifadelere varılabilir. Böylece problemin üçüncü şekli aşağıdaki hale dönüştürülebilmiştir:

maksimum yapın

$$z = (a_{00} - \frac{a_{01}.b_1}{-a_{11}}) + \frac{a_{01}}{-a_{11}} v_1 + (a_{02} - \frac{a_{01}(-a_{12})}{-a_{11}}) x_2$$

sınırlara uyarak

$$x_1 = \frac{-b_1}{-a_{11}} + \frac{1}{-a_{11}} v_1 + \frac{a_{12}}{-a_{11}} x_2$$

$$v_2 = (b_2 - \frac{b_1(-a_{21})}{-a_{11}}) + \frac{-a_{21}}{-a_{11}} v_1 + (-a_{22} - \frac{(-a_{12})(-a_{21})}{-a_{11}}) x_2$$

negatif olmama şartları

$$x_1 \geqq 0 \; ; \; x_2 \geqq 0 \; ; \; v_1 \geqq 0 \; ; \; v_2 \geqq 0$$

İlk keresine benzer bir şekilde bu kez

$$v_1 = 0 \; ; \; x_2 = 0 \; ; \; x_1 = -b_1/-a_{11} \; ; \; v_2 = b_2 - b_1(-a_{21})/-a_{11}$$

bir temel çözümdür. Yeni temel çözüm için amaç forksiyonundaki değişkenlerin katsayıları $a_{01}/-a_{11}$ ve $a_{02}-a_{01}(-a_{12})/-a_{11}$ dir ve $v_1 = x_2 = 0$ için amaç fonksiyonunun değeri $z = a_{00} - a_{01}.b_1/-a_{11}$ olacaktır. Şayet $a_{01}/-a_{11}$ ve $a_{02}-a_{01}(-a_{12})/-a_{11}$ katsayıları negatif değerli iseler son temel çözüm optimum çözümdür ve maksimum kâr $z = a_{00} - a_{01}.b_1/-a_{11}$ 'e eşittir. Katsayılar negatif değerli değillerse negatif değerler elde edilene kadar benzer işlemlere devam edilecektir.

Yukarıdaki karmaşık işlemleri her keresinde tekrarlamak yerine yapılan değişikliklerle elde edilen yeni denklemlerin katsayılarının özelliklerine bir kere için dikkat etmek ve değişim kurallarını bulmak yararlı olacaktır. Katsayılar arasındaki ilişkiler şeklindeki bu kurallar problemin üçüncü ve dördüncü şekilleri karşılaştırılarak kolayca saptanabilir. Fakat katsayıları tablolar haline getirerek karşılaştırmak mekanik kuralları ortaya çıkartmak için daha pratiktir ve tablolar işlemlerin zihinde kaçınmakta ve simpleks yöntemin genel çözümünün anlaşılmasında yardımcı olacaktır. Problemin çözümüne bundan sonra açıklanacak tablolar aracılığıyla varılacaktır.

5.4.3.1.2 Simpleks Yöntem Ve Tablolar Aracılığıyla Çözüm

Problemin değişik şekillerini birer tablo üzerinde özetlemek mümkündür. Tablolar problemin her değişik şeklinin, ayrı ayrı, katsayıları matrisinden ibarettir. Üçüncü şeklin ve dördüncü genel şeklin tabloları aşağıdaki gibidir :

<u>Üçüncü Şekil Tabloları</u>

		x_1	x_2
z	a_{00}	a_{01}	a_{02}
v_1	b_1	$-a_{11}$	$-a_{12}$
v_2	b_2	$-a_{21}$	$-a_{22}$

		x_1	x_2
z	0	2	1
v_1	27000	-7	-2
v_2	19800	-5	-4

Tabloların yukarılarında temel çözümün içinde sıfır değerine sahip olan değişkenler ve sol kenarları boyunca temel çözümün içinde pozitif değerlere sahip değişkenler yer almıştır. Yazılışa ilişkin bu kabul ediliş bilindiğinde; tablodan, bu hale ilişkin temel çözüm bir bakışta görülebilir. Gerçekten, tablodan, problemin

$$x_1 = 0 \; ; \; x_2 = 0 \; ; \; v_1 = b_1 \; ; \; v_2 = b_2$$

veya

$$x_1 = 0 \; ; \; x_2 = 0 \; ; \; v_1 = 27000 \; ; \; v_2 = 19800$$

şeklindeki temel çözümleri yazılabilir. Bu ifadeler daha önce bulunan 5.6.0 ve 5'.6'.0' numaralı ilk temel çözümlerin aynıdır.

Tablonun diğer bir özelliği, sol üst köşesindeki elemanın (birinci satırın birinci elemanının), z fonksiyonunun temel çözümün 5.6.0 veya 5'.6'.0' hali için aldığı değeri doğrudan doğruya göstermesidir. Gerçekten yukarıda z fonksiyonu $x_1=x_2=0$ için a_{00} veya 0 değerini almakta yani bu çözüm için kâr toplamı sıfıra eşit olmaktadır.

Yine tablo henüz optimal duruma varılmadığını da belirleyecek yeterliktedir. Şöyle ki amaç fonksiyonunun bu temel çözüm için beliren ifadesi içindeki değişkenlerin katsayılarının ikisinin birden negatif, burada $a_{01} < 0$ ve $a_{02} < 0$, olması gereklidir. Rakamsal örneğe ilişkin tablodan a_{01} ve a_{02}'ye karşı gelen değerlerin negatif olmadıkları görülmektedir. Nitekim bunlardan ilki $+2 > 0$ ve ikincisi $+1 > 0$ şeklindedir. Öyle ise bir başka tablo düzenlenmesinde ve yeni bir temel çözüm saptanmasında zorunluk vardır. Bu zorunluk bir evvelki cebirsel açıklamalarda da ortaya çıkmış ve problemin dördüncü şekli meydana getirilmişti. Yukarıdaki ilkelere uyarak dördüncü şeklin tablosu aşağıdaki gibi düzenlenebilir. Problemin üçüncü ve dördüncü şekil tabloları karşılaştırılarak bunların düzenlenmeleriyle ilgili kurallar çıkarılabilecektir.

Dördüncü Şekil Tablosu

		v_1	x_2
z	$a_{00} - \dfrac{a_{01}b_1}{-a_{11}}$	$\dfrac{a_{01}}{-a_{11}}$	$a_{02} - \dfrac{a_{01}(-a_{12})}{-a_{11}}$
x_1	$\dfrac{-b_1}{-a_{11}}$	$\dfrac{1}{-a_{11}}$	$\dfrac{a_{12}}{-a_{11}}$
v_2	$b_2 - \dfrac{b_1(-a_{21})}{-a_{11}}$	$\dfrac{-a_{21}}{-a_{11}}$	$-a_{22} - \dfrac{(-a_{12})(-a_{21})}{-a_{11}}$

Her iki tablo dikkatle gözlenirse, ilk değişiklik, üçüncü şekil tablosunun $(-a_{11})$ elemanı bir tür eksen kabul edilerek bu elemana ilişkin satır ve sütuna yer değiştirttirilmiş olmasıdır. Dördüncü tablonun yukarısında v_1 ve x_2, sol kenarı boyunca x_1 ve v_2 değişkenleri yer almıştır. Başka bir deyişle üçüncü tabloda $x_1 = x_2 = 0$ iken burada $v_1 = x_2 = 0$ haline gelmiş, buna karşılık x_1 ve v_2 sıfırdan farklı değerler almış, temel çözümdeki doğal olmıyan değişken yerine olağan bir değişkene pozitif değer kazandırılmıştır. Problemin sınırlarına uymaları şartıyla tablodan

$$x_1 = \frac{-b_1}{-a_{11}} \; ; \; v_2 = b_2 - \frac{b_1(-a_{21})}{-a_{11}} \; ; \; v_1 = 0 \; ; \; x_2 = 0$$

ifadesinin temel çözüm olduğu anlaşılır. Bu temel çözüm için amaç fonksiyonunun değeri

$$z = a_{00} - \frac{a_{01}b_1}{-a_{11}}$$

haline gelmiştir.

Tablonun elemanlarına gelince, bir evvelki kısmın cebirsel açıklamaları bunların hesaplanma yöntemlerini ortaya koymakla beraber, tablolar yardımıyla değişimlerin biçimsel özellikleri, kurallar halinde, aşağıdaki gibi özetlenebilir:

Üçüncü tablonun $-a_{11}$ elemanı, dördüncü tabloda, yerini kendi tersine yani $1/-a_{11}$ 'e bırakmıştır.

Üçüncü tablonun $-a_{11}$ elemanına ilişkin satırının diğer elemanlarının ise önce işaretleri değiştirilmiş ve sonra $-a_{11}$ 'e bölünerek aynı sırada dördüncü tabloya geçirilmişlerdir.

Yine üçüncü tablonun $-a_{11}$ elemanına ilişkin sütununun diğer elemanları $-a_{11}$'e bölünerek dördüncü tabloda yerlerini almışlardır.

Geriye kalan diğer elemanlar, örneğin a_{00}, önce $-a_{11}$ ile birlikte, bir dikdörtgenin köşeleri kabul edilmişler -üçüncü şeklin tablosuna bakınız- ve dikdörtgen tamamlanmıştır. a_{00}'dan, dikdörtgenin diğer köşelerindeki elemanların birbirleriyle çarpımlarının $-a_{11}$'e bölümleri çıkarılmış ve sonuç dördüncü tabloda a_{00}'a karşı gelen yere yazılmıştır. Diğer elemanlar için de aynı uygulamanın geçerli olduğu gözlenebilir.

Açıklanması zorunlu olan sonuncu nokta tablonun hangi elemanının eksen eleman seçileceğidir. Bu sorun da çözümlendiğinde simpleks yöntemimin çözüm temelleri ortaya konulmuş olacaktır.

Eksen elemanın saptanması sonucu, ona ilişkin sütun ve satıra yer değiştirttirilebilecek diğer bir deyişle temel çözüm değeri sıfıra eşit olmiyan başka değişkenler cinsinden ifade edilebilecektir.

Daha evvelce de açıklandığı gibi, amaç fonksiyonunun içindeki değişkenlerin -programların- katsayıları, o faaliyetin bir biriminin meydana getireceği ilâve kârı yani o faaliyetin marjinal kârını ifade ediyordu. Şu halde önce marjinal kârı en yüksek olan faaliyetin gerçeklenmesi, programlama diliyle temel çözüme dahil edilmesi, rasyonellik gereğidir. Öyle ise, amaç fonksiyonu içindeki en büyük pozitif katsayılı değişkene ilişkin sütun eksen sütunu olarak seçilecektir. Bundan sonra, eksen sütunundaki eksi işaretli elemanlara birinci sütunda karşı gelen elemanlar bu eksi işaretli eksen sütun elemanlarına bölünürler. Mutlak değerce en küçük değeri alan bölüme ilişkin eksen sütunu elemanı eksen eleman olarak saptanmalıdır. Çünkü, çözüme böylece dahil edilecek diyelim ki x_1 faaliyeti, o andaki üretim faaliyetlerini gerçeklemek için kullanılan sınırlı faktörün bir kısmının x_1 için kullanılmasını gerektirecektir. Dolayısıyla diğer ürün miktarlarında azalmalar meydana gelecektir. x_1 'in üretim miktarı artışı diğer ürünlerden bu ürüne faktör aktarılabildiği sürece mümkündür ve artış diğer ürünlerden birinin üretim miktarının sıfır değer almasına kadar devam edebilir. Bundan sonra da x_1 miktarını matematiksel olarak arttırmak mümkün ise de, üretim miktarı sıfır düzeyine inen diğer ürünün, bu halde, üretim miktarı negatif değerler olarak belirecektir ki bu özelliğin ekonomik bir anlamı ve gerçekçi bir yönü olamaz (30). Şu halde x_1 artışını sağlamak için üretim miktarı ... sıfır düzeyine ilk inecek faaliyet ortaya çıkarılmalıdır. Bu faaliyet yapılacak bölümlerden mutlak değerce en küçük değere karşı gelen faaliyet olarak belirecektir.

Sonradan açıklanacak rakamsal örneğin çözümüyle paralellik meydana getirebilmesi amacıyla, üçüncü şekil tablosundaki , amaç fonksiyonunun x_1 değişkeninin a_{01} katsayısı en büyük değerli katsayı kabul edilmiş ve ona ilişkin sütun eksen sütun olarak nazara alınmıştır. Yine aynı amaçla,

30. Bu açıklama için bkz. Baumol, Théorie Economique, s.92

$$\left|\frac{b_1}{-a_{11}}\right| < \left|\frac{b_2}{-a_{21}}\right|$$

olduğu kabul edilerek eksen sütununun $-a_{11}$ elemanı eksen eleman olarak seçilmiştir.

Yukarıdan beri yapılan açıklamalar rakamsal örneğe uygulanırsa aşağıdaki çözüm aşamalarına ulaşılır:

Rakamsal Örneğin Üçüncü Şekil Tablosu

		x_1	x_2
z	0	2	1
v_1	27000	-7	-2
v_2	19800	-5	-4

Üçüncü şekil tablosu yukarıdaki gibi belirlenmiş ve ilk temel çözüm

$$v_1 = 27000 \ ; \ v_2 = 19800 \ ; \ x_1 = 0 \ ; \ x_2 = 0$$

olarak kabul edilmiştir. İlk temel çözüm için amaç fonksiyonunun z = 0 değerini aldığı tablodan görülmektedir. Bu aşamada amaç fonksiyonu içindeki değişkenlerin katsayıları artı işaretli olduklarından henüz optimale varılmamıştır. En büyük pozitif değerli katsayı (2) sayısı olduğundan bu katsayıya ilişkin sütun eksen sütun olarak kabul edilecektir. Bahsedilen bölüm işlemleri aşağıdaki gibi gerçeklendiğinde,

$$\left|\frac{27000}{-7}\right| = 3857{,}14 < \left|\frac{19800}{-5}\right| = 3960$$

olduğu görülür. Şu halde (-7) eksen elemanıdır, temel çözümde x_1 ile v_1 yer değiştirecektir.

Eksen elemanı saptandığına göre eksene ilişkin yeni satır elemanları sırasıyla,

$$\frac{-27000}{-7} \ , \ \frac{1}{-7} \ ; \ \frac{2}{-7}$$

yine eksene ilişkin yeni sütun elemanları sırasıyla

$$\frac{2}{-7}\ ,\quad \frac{1}{-7}\ ,\quad \frac{-5}{-7}$$

şeklinde olacaktır.

Diğer tablo elemanlarına karşı gelecek yeni tablo elemanları ise aşağıdaki gibi hesaplanabilecektir:

0 elemanı yerine $0 - \dfrac{27000.2}{-7} = \dfrac{54000}{-7}$

1 elemanı yerine $1 - \dfrac{2.(-2)}{-7} = \dfrac{3}{7}$

19800 elemanı yerine $19800 - \dfrac{27000.(-5)}{-7} = \dfrac{3600}{7}$

-4 elemanı yerine $-4 - \dfrac{-5.(-2)}{-7} = - \dfrac{18}{7}$

Bulunan yeni değerler düzenlenecek yeni tabloda ilgili oldukları yerlere konulduğunda aşağıdaki dördüncü şekil tablosuna varılmış olur:

Rakamsal Örneğin Dördüncü Şekil Tablosu

		v_1	x_2
z	54000/7	-2/7	3/7
x_1	27000/7	-1/7	-2/7
v_2	3600/7	5/7	-18/7

Tablodan yeni temel çözümün

$$x_1 = 27000/7 \ ; \ v_2 = 3600/7 \ ; \ v_1 = 0 \ ; \ x_2 = 0$$

şeklinde olduğu ve amaç fonksiyonunun sıfır düzeyinden 54000/7 düzeyine çıktığı anlaşılır. Doluyısıyla kâr düzeyi çözümün bu kademesi için bir aşama göstermiştir. Amaç fonksiyonu içindeki değişkenlerin hepsi negatif değerler almadığı için bu aşamada da optimale varılmadığı ortadadır.

Bu kez eksen sütunu belirleyen 3/7 elemanıdır ve eksen eleman, bölüm sonuçları

$$\left|\frac{27000}{7} : -\frac{2}{7}\right| = \left|-\frac{27000}{2}\right| > \left|\frac{3600}{7} : -\frac{18}{7}\right| = \left|-\frac{3600}{18}\right|$$

şeklinde olduğundan -18/7 olacak ve temel çözüme x_2 değişkeni pozitif bir değer alarak girecektir. Eksen satır elemanları sırasıyla

$$-\frac{3600}{7} : -\frac{18}{7} \qquad = 200$$

$$-\frac{5}{7} : -\frac{18}{7} \qquad = \frac{5}{18}$$

$$1 : -\frac{18}{7} \qquad = -\frac{7}{18}$$

eksen sütun elemanları sırasıyla

$$\frac{3}{7} : -\frac{18}{7} \qquad = -\frac{1}{6}$$

$$-\frac{2}{7} : -\frac{18}{7} \qquad = \frac{1}{9}$$

ve

$$-\frac{7}{18}$$

şeklindedir. Diğer elemanlar ise

$$\frac{54000}{7} \quad \text{yerine} \quad \frac{54000}{7} - \frac{3600/7 \times 3/7}{-18/7} = 7800$$

$$\frac{27000}{7} \quad \text{yerine} \quad \frac{27000}{7} - \frac{3600/7 \times -2/7}{-18/7} = 3800$$

$$-\frac{2}{7} \quad \text{yerine} \quad -\frac{2}{7} - \frac{5/7 \times 3/7}{-18/7} = -\frac{1}{6}$$

7 7 -18/7 9

şeklinde olacaklardır. Beşinci şekil tablosu ise aşağıdaki gibidir:

Rakamsal Örneğin Beşinci Şekil Tablosu

		v_1	v_2
z	7800	-1/6	-1/6
x_1	3800	-2/9	1/9
x_2	200	5/18	-7/18

Tablodan yeni temel çözümün,

$x_1 = 3800$; $x_2 = 200$; $v_1 = 0$; $v_2 = 0$

olduğu ve bu çözüm için z fonksiyonunun 7800 düzeyine ulaştığı anlaşılmaktadır. Temel çözümün son hali için amaç fonksiyonu içindeki değişkenlerin katsayıları eksi işaretlidirler dolayısıyla optimal çözüme varılmıştır.

Sonuç olarak mevcut sınırlara uymak şartıyla $x_1 = 3800$ ve $x_2 = 200$ şeklinde beliren üretim programı optimal üretim bileşimi şeklidir.

5.4.4 Çözüme İlişkin Ek Bilgiler

Yukarıdan beri açıklanan simpleks çözümde, eksenlerin başlangıç noktasının, faktörlerden hiçbirinin kullanılmadığı halin, ilk mümkün temel çözümü simgeliyebilmesi ondan sonraki çözümlerin gerçeklenmesinde yardımcı olmuştur. Karşılaşılabilecek her doğrusal programlama probleminde aynı yöntemin uygulanabileceği söylenemez. Bazı hallerde, içindeki [illegible] değişkenlerin sıfır değerini aldığı, temel çözüm mümkün değildir.

Örneğin, a_{01}, a_{02},....., a_{0n} katsayıları değişik faaliyetlerini,

a_{ij} gibi katsayılar x_j faaliyetinin birim düzeyi için üretim miktarları,

b_i'ler ise ihtiyacı tatmin edecek minimum ürün talebini göstermek şartıyla

minimum yapın

$$c = a_{01}x_1 + a_{02}x_2 + \cdots\cdots + a_{0n}x_n$$

sınırlara uyarak

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots\cdots + a_{1n}x_n \geqq b_1$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \quad\quad + a_{mn}x_n \geqq b_m$$

negatif olmama şartları

$$x_1 \geqq 0 \; ; \; x_2 \geqq 0 \; ; \; \cdots\cdots \; ; \; x_n \geqq 0$$

şeklindeki bir programlama probleminin çözümü yukarıda açıklanan soruna sahip olabilir. Belirli bir üründen, yılda, minimum bir miktarın üretilmesi; örneğin, x_1 ve x_2 faaliyetleri ile yılda b ton kömür üretilmesi bu hal için bir örnek kabul edilebilir. Burada $a_1x_1 + a_2x_2 \geqq b$ üretimin alt sınırı $x_1 \geqq 0$; $x_2 \geqq 0$ negatif olmama şartlarıdır. Bir başka örnek aşağıdadır:

Üç tip otomobil, en az 45000'i 250.000 liranın üzerinde yıllık gelir elde eden toplam 60.000 fazla kişiye satılmak istenmektedir.

Birinci tip otomobilin birim maliyeti 50 bin, ikincinin birim maliyeti 35 bin ve üçüncününki 20 bin liradır.

Birinci tipi talep edebilecek her 10 bin kişiden 8 bini, ikinci tipi talep edebilecek her 22 bin kişiden 3 bini ve üçüncü tipi talep edebilecek her 8 bin kişiden bini 250.000 liranın üzerinde yıllık gelir elde etmektedir.

Şartları sağlayan minimum maliyetli üretim programını aşağıdaki problemin çözümü verecektir:

minimum» yapın

$$50x_1 + 35x_2 + 20x_3$$

sınırlara uyarak

$$10x_1 + 22x_2 + 8x_3 \geqq 60$$
$$8x_1 + 3x_2 + x_3 \geqq 45$$

negatif olmama şartları

$$x_1 \geqq 0 \; ; \; x_2 \geqq 0 \; ; \; x_3 \geqq 0$$

Eşitsizlikler halindeki problemi, daha öncekine benzer bir şekilde, eşitlikler halinde ifade etmek için, bu kez, v_1 ve v_2 gibi doğal olmıyan değişkenleri eşitsizliklerden çıkartmak gerekir. Çünkü burada göz önüne alınan faaliyetler en az 60 bin veya ondan büyük sonuçlar vermelidir. Örneğin 65 bin talepten, minimum şartını sağlamak için, $v_1 = 5$ bini çıkartmak gerekir. Böylece problem

minimum yapın

$$50x_1 + 35x_2 + 20x_3$$

sınırlara uyarak

$$10x_1 + 22x_2 + 8x_3 - v_1 = 60$$
$$8x_1 + 3x_2 + x_3 - v_2 = 45$$

negatif olmama şartları

$$x_1 \geqq 0 \; ; \; x_2 \geqq 0 \; ; \; x_3 \geqq 0 \; ; \; v_1 \geqq 0 \; ; \; v_2 \geqq 0$$

haline dönüşür.

Daha önceki çözümdekine benzer bir şekilde, doğal olmıyan değişkenler hariç, diğer değişkenlerin sıfıra eşit olduğu hal ilk temel çözüm kabul edilirse, problemin eşitsizlikler halindeki ifadesinden, $0 \geqq 60$ ve $0 \geqq 45$ gibi bir anlamsız sonuca varılabilir. Aynı şekilde $x_1 = x_2 = x_3 = 0$ için eşitlikler halindeki ifadeden $-v_1 = 60$; $-v_2 = 45$ ve $v_1 \geqq 0$; $v_2 \geqq 0$ gibi birbirleriyle aynı anda bağdaşamıyan sonuçlar elde edilir. Şu halde olağan değişkenlerin sıfıra eşit olduğu ilk temel çözüm, burada olduğu gibi, herzaman mümkün değildir.

Bu tür bir problem yerine, içindeki olağan değişkenlerinin sıfır olduğu ilk temel çözümü mümkün ve optimal çözümü birinciyle aynı olan bir diğer yapay problem konulabilir. Yapay problemin optimal çözümü birincinin de optimal çözümü olacaktır.

Yapay problem eşitlikler halindeki ifadeye doğal olmıyan iki değişken daha eklenerek elde edilir. Söylenenler yukarıdaki örneğe uygulanırsa problem:

minimum yapın

$$50x_1 + 35x_2 + 20x_3 + kW_1 + kW_2$$

sınırlara uyarak

$$10x_1 + 22x_2 + 8x_3 - v_1 + W_1 = 60$$
$$8x_1 + 3x_2 + x_3 - v_2 + W_2 = 45$$

negatif olmama şartları

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; x_3 \geq 0; v_1 \geq 0; v_2 \geq 0; W_1 \geq 0; W_2 \geq 0$$

şeklinde yazılabilecektir.

Daha evvelce v_1 ve v_2'ye uygulanan işlemler burada W_1 ve W_2 'ye uygulanarak ilk temel çözüm

$$W_1 = 60;\ W_2 = 45;\ x_1 = x_2 = x_3 = v_1 = v_2 = 0$$

şeklinde bulunabilir. Böyle bir çözüm daima mümkündür. Yapay problem bilinen yöntemlerle çözümlenebilir ve problemin optimal çözümü birincininkiyle aynıdır.

Yapay problemin $W_1 = W_2 = 0$ değerleriyle birlikte beliren her çözümü ilk problemin de çözümüdür. Çünkü $W_1 = W_2 = 0$ olduğunda yapay problemden geriye kalan terimler ilk probleminkilerin aynı ve her iki problem özdeş olacaktır.

Amaç fonksiyonunun içindeki k katsayısı özellikle yeteri derecede büyük seçilmiş pozitif bir çarpandır. Çünkü, ancak bu halde, yapay problemin optimal çözümü $W_1 = W_2 = 0$ değerleriyle birlikte belirecektir. Böyle olmazsa, k çok büyük bir sayı örneğin bir milyar lira olarak seçildiğinden, W_1 veya W_2'nin sıfıra eşit olmıyan her pozitif değeri için minimum yapılmak istenen amaç fonksiyonu çok büyük bir değere sahip bulunacaktır. Bu ise optimal bir çözüm değildir. Çünkü böyle bir çözüm yerine W_1 ve W_2 'nin sıfıra eşitlenmesi ve onların yerine daha ucuz fakat sıfır düzeyinde olmıyan bir başka faaliyetin dahil edilmesi amaç fonksiyonunun daha küçük bir değer alması sonucunu doğuracaktır. Daha önce de söylenildiği gibi $W_1 = W_2 = 0$ olmak şartıyla optimal çözüm aynı zamanda ilk problemin de optimal çözümüdür.

Verilen rakamsal örneğin çözümü yapılmamıştır. Çünkü çalışmanın sonunda yer alan yatırımlara ilişkin uygulamada bu yöntemden yaralanılmaktadır.

5.4.5 İkiz Problem ve Çözümü

Soyut bir açıklamayla, doğrusal programlamaya ilişkin her maksimizasyon problemine eşdeğer bir minimizasyon problemi vardır denilebilir. Bunun tersi de doğrudur, yani her minimizasyon problemine bir maksimizasyon problemi eşdeğerdir. Başka bir deyişle, birisi maksimizasyon diğeri minimizasyon problemi olmak üzere öyle iki problem vardır ki bunlardan birisinin mümkün olması diğerinin de mümkün olmasını gerektirir ve maksimizasyon probleminin amaç fonksiyonunun maksimum değeri, minimizasyon probleminin amaç fonksiyonunun minimum değerine eşittir veya tersidir. Problemlerin birincisi ilk, ikincisine ikiz problem adı verilir (31). İlk problemin çözümü ikiz problemin çözümünü doğrudan doğruya veya bunun tersi olarak ikiz problemin çözümü doğrudan doğruya ilk problemin çözümünü verir. Bu özellik, bir evvelki kısımda açıklanan ve çözümü genellikle daha karmaşık olan yapay probleme başvurmadan, ikiz problemi ele alınarak, ilk problemin çözümüne varmayı olanak içine sokar. Açıklananlar ikiz problemin özelliklerinin birer sonucudur.

Daha evvelce çözümü yapılan problemler faaliyet düzeylerinin saptanmasını amaçlıyordu. İkiz bir problem ise bir bakıma yapay niteliğe sahip bir fiyat sisteminin belirlenmesini amaçlar.

31. İkiz sözcüğü düal sözcüğü yerine kullanılmaktadır. Bu konuda bakınız Kılıçbay, Kantitatif İktisat,s.377. Duality sözcüğünün tam karşıtı olarak "ikilik " problemi şeklinde de türçeleştirilmiştir.Bkz, [illegible], Girdi-Çıktı Analizi, s. 68

İlk problemin ikizine dönüştürülmesi, sınırlı kaynaklarla ulaşılacak maksimum toplam değer problemini, faktör maliyetini minimum yapan bir problem haline getirmeyi ifade eder.

İkiz problemin amaç fonksiyonunu minimum yapan çözümü faktörlerin gölge fiyatlarını belirtir. Saf matematiksel formülasyonda düal değişkenler ve bazı eserlerde potansiyeller, hesapsal fiyat veya maliyet, fiktif fiyat gibi adlar da verilen gölge fiyat kavramı "matematiksel programların çözümü ile ekonomik teori arasında yakın bir bağlantı kurmuştur" (32). Gölge fiyatlar kaynakların marjinal kârlarının değerini, bütün ekonomiyi kapsıyan modellerde yani makro açıdan kaynağın sosyal marjinal üretkenliğini belirtirler.

Bu şekildeki bir marjinal üretkenlik bütün bir ekonomi için kaynağın sosyal alternatif maliyetidir (33). Eksik piyasa ekonomisi şartlarının geçerli olduğu dolayısıyla fiyatların gerçek maliyetleri yansıtmadığı ekonomilerde, özellikle az gelişmiş ülkelerde, yatırımların verimli alanların saptanmasında gölge fiyatlar yardımcı olabilir (34).

5.4.5.1 İkiz Problemin Mantıksal Ve Ekonomik İçeriği

İkiz problem, gerçekte, ilk problemde belirlenmiş maksimum kârın onu meydana getiren sınırlı üretim faktörleri arasında dağıtılmasıdır denilebilir. Faktörler için saptanacak değerler, gölge fiyatlar, o düzeyde olmalıdır ki bu fiyatlarla faktörlere ödeme yapıldığında mevcut kâr düzeyi sıfıra inmiş olsun. İkiz problemin bu şarta benzer bir diğer şartı aynı kuralın her ürün için geçerli olması gerekliliğidir. Şöyle ki bir ürünün elde edilişinde kullanılan sınırlı faktörlere ödenecek toplam değer, o ürünün meydana getirdiği maksimum kâr tutarının altına düşmemelidir. Bu özellik problemin ikinci şartını meydana getirir. Öyle ise, programlama diliyle, ikiz problemde sınırlı kaynakların toplam hesapsal maliyetini minimum yapan gölge fiyatları bulunmak isten-

---

32. Kılıçbay, Kantitatif İktisat, s.374
33. Bkz. Chenery - Clark, Endüstriler Arası İktisat, s.115
34. Bu konuda bkz. Kılıçbay, Kantitatif İktisat, s.389

mektedir. Şu şartla ki, aynı zamanda, fiyatlar her ürünün bir biriminin üretiminden meydana gelen birim kârdan küçük olmıyan sınırlı kaynaklar maliyetini bünyesinde bulundurmalıdır (35). Diğer bir deyişle herhangi bir ürünün birim üretiminden doğan toplam maliyet o ürünün birim kârından küçük olmamalıdır.

Yukarıda açıklanan şartlarla kurulacak ve gölge fiyatların bulunmasına yönelik problem kârların maksimizasyonu problemininin ikizidir.

Gölge fiyatların piyasa fiyatlarıyla ilişkisi olmıyan bir hesapsal fiyat olduğunu tekrarlamakta yarar vardır. Ayrıca, kârın sıfır olma şartının da piyasa ekonomisinin uzun dönem normal üstü kârlarının sıfıra eşit olmasıyla ilgisi yoktur. Yine de bu fiyatlar ekonomideki faktörlerin denge fiyatları ile karşılaştırılabilir. Bilindiği gibi teoride üretim faktörlerinin fiyatları bu faktörlerin marjinal hasılatına eşit olma meyli göstermekte ve eşitliğin sağlandığı anda optimizasyona varılmaktaydı. İkiz problemin optimal çözümü de benzer bir sonucu ifade etmektedir.

Daha önce ele alınan, çeşitli sınırlı kaynaklarla optimal üretim bileşimine varmak probleminin üç faaliyetten -üç ürün üretmekten- oluşanının genel şekli aşağıdaki gibiydi:

maksimum yapın

8 $$z = a_{01}x_1 + a_{02}x_2 + a_{03}x_3$$

sınırlara uyarak

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 \leq b_1$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 \leq b_2$$

negatif olmama şartları

$$x_1 \geq 0 \; ; \; x_2 \geq 0; \; x_3 \geq 0$$

Problemde,

x_j gibi faaliyetlerin belirli düzeyleri üretim programını,

a_{0j} gibi katsayılar x_j faaliyetinin birim kârını,

35. Daha geniş açıklama için bkz. Baumol, Théorie Economique, s.99

a_{ij} gibi katsayılar x_j faaliyetinin birim düzeyinde gerçeklenmesi için i sınırlı faktöründen kullanılması gerekli olan miktarı,

b_i'ler ise i faktörünün elde mevcut toplam miktarını belirlemekteydi.

f_i 'ler i sınırlı faktörünün gölge fiyatı olmak üzere yukarıdaki problemin ikizi, daha önce açıklanan şartlar nazara alınarak, aşağıdaki gibi yazılabilecektir:

minimum yapın

$$c = b_1 f_1 + b_2 f_2$$

sınırlara uyarak

$$a_{11} f_1 + a_{21} f_2 \geqq a_{01}$$

$$a_{12} f_1 + a_{22} f_2 \geqq a_{02}$$

$$a_{13} f_1 + a_{23} f_2 \geqq a_{03}$$

negatif olmama şartları

$$f_1 \geqq 0 \; ; \; f_2 \geqq 0$$

İlk problemin ve ikiz problemin verilerindeki ve cebirsel gösterilişindeki bakışım (simetri) açıktır.

5.4.5.2 İkizlik Teoremleri

İkiz problemin çözümüne geçmezden evvel ikizlik teoremlerini ortaya koymakta zorunluk vardır. İkizlik teoreminin ispatı bir diğer teoreme bağlı olduğu için önce o açıklanacaktır.

Bu yardımcı teorem; maksimum yapılacak z fonksiyonunun bulunabilecek herhangi bir z' değeri, minimum yapılacak c fonksiyonunun herhangi bir c' değerinden küçüktür, şeklindedir. Gerçekten ilk problemin iki eşitsizliğinin ilkinin her iki tarafi f_1 ve ikincisinin her iki tarafı f_2 ile çarpılarak elde edilen yeni eşitsizlikler taraf tarafa toplanırsa aşağıdaki sonuçlar elde edilir:

$$a_{11}f_1x_1+a_{12}f_1x_2+a_{13}f_1x_3 \leq b_1f_1$$
$$a_{21}f_2x_1+a_{22}f_2x_2+a_{23}f_2x_3 \leq b_2f_2$$

ve

$$\sum a_{ij}f_ix_j \leq b_1f_1 + b_2f_2 \equiv c$$

Aynı işlem, ikiz problemin eşitsizlikleri , bu kez, sırasıyla x_1, x_2, x_3 ile çarpılarak yapılırsa

$$a_{11}f_1x_1+a_{21}f_2x_1 \geq a_{01}x_1$$
$$a_{12}f_1x_2+a_{22}f_2x_2 \geq a_{02}x_2$$
$$a_{13}f_1x_3+a_{23}f_2x_3 \geq a_{03}x_3$$

ve

$$\sum a_{ij}f_ix_j \geq a_{01}x_1+a_{02}x_2+a_{03}x_3 \equiv z$$

elde edilir. Varılan sonuçlar göz önünde bulundurulursa

$$z \leq \quad a_{ij}f_ix_j \leq c$$

ve

$$z \leq c$$

olduğu görülür. Bu ise yukarıda adı geçen yardımcı teoremin ispatıdır. Şimdi ikizlik teoremlerinin ispatına geçilebilir:

Birinci Teorem: İlk problemin amaç fonksiyonununun maksimum değeri z_{maks} ikiz problemin amaç fonksiyonununun minimumu c_{min}'ye eşittir yani aşağıdaki eşitlik mevcuttur:

$$z_{maks.} = c_{min.}$$

Bu teorem, daha önce açıklanan yardımcı teoremin doğal bir sonucudur ve ekonomik olarak optimal üretim bileşiminin toplam kârı optimal hesapsal toplam maliyete eşittir şeklinde açıklanabilir. Şu halde ilk problemin optimal çözümü ikiz problemin, ikiz problemin optimal çözümü ilk problemin optimal çözümünü verecektir.

İkinci Teorem: Bir optimal çözüm faktörlerden birisinin tam kullanılmamasını gerektiriyorsa, başka bir deyişle, birinci problemin çözümünde bir faktörün doğal olmıyan değişkeni sıfırdan büyük değere sahip ise (yanı $v_i > 0$ ise) bu faktörün ikiz problemdeki optimal gölge fiyatı (f_i) sıfıra eşit olur (36).

Şu halde ikinci teoremin tersi, tam kullanılan yani birinci problemdeki doğal olmıyan değişkeni sıfıra eşit değer alan faktörün gölge fiyatı sıfırdan büyük olacaktır.

İkinci teoremin ilginç iki ekonomik yorumu olabilecektir. Birincisi, gölge fiyatı sıfıra eşit olan faktör serbest mal olarak benimsenebilir. Bu özellik az gelişmiş ülkelerin planlama modellerinde önem kazanır ve bol olan faktörün belirmesinde yardımcı olur. İkinci olarak, diyelim ki, herhangi bir ürünün birim kârı, onun meydana getirilmesinde kullanılan faktörlerin hesapsal maliyetinden küçükse yani ikiz problemin bu ürüne ilişkin hesapsal zararını belirleyen doğal olmıyan değişkeni sıfırdan büyükse, birinci problemin optimal çözümüne göre bu mal üretilmeyecektir. Çünkü, aksi halde, ürünün hesapsal zararının belirlediği alternatif maliyet ürünün marjinal hasılatından büyük olmuş olur. Bu özellik ve hesapsal zararın alternatif maliyeti belirlemesi hususu ikiz problemin ilk çözümünün bulunması için düzenlenmesi gerekli ilk tablonun açıklanması sırasında daha iyi anlaşılacaktır.

5.4.5.3 İkiz Problemin İlk Temel Çözümü

İkiz problemin ilk temel çözümünü elde etmek, daha önceki maksimizasyon probleminin çözümü fırsatıyla açıklandığı gibi, önce eşitsizliklerin eşitlik haline getirilmesi ve sonra ve gerekli düzenlemelerin yapılmasıyla başarılabilir. Her iki problem arasındaki bakışımı kovalayabilmek amacıyla ilk ve ikiz problemin ilk temel çözüm yöntemi bir arada gösterilmiştir.

<u>İlk Problem</u>	<u>İkiz Problem</u>
Birinci Şekil	Birinci Şekil

---

36. Bu teoremin ispatı için bkz. Massé, Le Choix des Investissements, s.120

maksimum yapın

$z = a_{01}x_1 + a_{02}x_2 + a_{03}x_3$

sınırlara uyarak

$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 \leqq b_1$

$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 \leqq b_2$

negatif olmama şartları

$x_1 \geqq 0;\ x_2 \geqq 0;\ x_3 \geqq 0$

minimum yapın

$c = f_1b_1 + f_2b_2$

sınırlara uyarak

$a_{11}f_1 + a_{21}f_2 \geqq a_{01}$

$a_{12}f_1 + a_{22}f_2 \geqq a_{o2}$

$a_{13}f_1 + a_{23}f_2 \geqq a_{03}$

negatif olmama şartları

$f_1 \geqq 0\ ;\ f_2 \geqq 0$

İkinci şekil

Maksimum yapın

$z=0+a_{01}x_1+a_{02}x_2+a_{03}x_3$

sınırlara uyarak

$a_{11}x_1+a_{12}x_2+a_{13}x_3+v_1 = b_1$

$a_{21}x_1+a_{22}x_2+a_{23}x_3+v_2 = b_2$

negatif olamama şartları

$x_1\geqq 0; x_2\geqq 0; x_3\geqq 0; v_1\geqq 0; v_2\geqq 0$

İkinci Şekil

minimum yapın

$c = 0 + f_1b_1+f_2b_2$

sınırlara uyarak

$a_{11}f_1+a_{21}f_2-w_1 = a_{01}$

$a_{12}f_1+a_{22}f_2-w_2 = a_{02}$

$a_{13}f_1+a_{23}f_2-w_3 = a_{03}$

negatif olmama şartları

$f_1\geqq 0; f_2\geqq 0; w_1\geqq 0; w_2\geqq 0; w_3\geqq 0$

Görüldüğü gibi, doğal olmıyan değişkenler yardımıyla eşitsizlikler eşitlikler haline getirilerek problemlerin ikinci şekillerine ulaşılmıştır. Her iki şeklin arasındaki fark doğal olmıyan değişkenlerin işaretlerindedir. Matematiksel olarak, belirli bir büyüklükten küçük olan ifadelere ancak bir takım değerler ekliyerek eşitlik sağlanabilecek ya da bunun tersi olarak, belirli bir değerden büyük olan ifadelerden ancak bir takım değerler çıkartılarak aralarında eşitlik kurulabilecektir. Farklı özelliklere sahip olan her iki problemin eşitsizlikleri, bu düşünceye uygun davranarak, eşitlik haline getirilmiş ve sonuçta, zorunlu olarak, her iki problemin doğal olmıyan değişkenlerinin işaretleri farklı olmuştur.

Daha önce de açıklandığı gibi ilk problemin optimal çözümünde v_1 ve v_2 gibi doğal olmıyan değişkenlerin pozitif değerler alması bu değişkenlere ilişkin faktörlerin tam kullanılmadığını belirmekteydi. İkiz problem ise, bilindiği gibi, herhangi bir ürünün bir biriminin üretiminde kullanılan faktörlerin toplam hesapsal maliyeti o ürünün birim kârına eşit olacak şekilde düzenlenmişti. Şu halde problemin çözümünde w_1, w_2,..... gibi doğal olmıyan değişkenlerin sıfırdan büyük değerler alması onlara ilişkin ürünlerin hesapsal zararını belirtecektir ve bu faktörlerin başka ürünlerin üretiminde kullanılması daha kârlı olacaktır. Dolayısıyla "göreli hesapsal zarar" ekonomik teorideki alternatif maliyeti belirlemektedir (37). Şu halde ikiz problemin çözümünde yer alan bu değişkenlerden örneğin $w_1 = 0$ olduğunda ona ilişkin ürün, burada x_1, üretilecektir. Bu özellik ikiz teoremin açıklamasında mevcuttu.

İlk temel çözümü elde etmek için gerekli düzenlemeler yapılırsa,

Üçüncü Şekil	Üçüncü Şekil
maksimum yapın	minimum yapın
$z = 0+a_{01}x_1+a_{02}x_2+a_{03}x_3$	$c = 0+f_1b_1+f_2b_2$
sınırlara uyarak	sınırlara uyarak
$v_1 = b_1-a_{11}x_1-a_{12}x_2-a_{13}x_3$	$w_1 = -a_{o1}+a_{11}f_1+a_{21}f_2$
$v_2 = b_2-a_{21}x_1-a_{22}x_2-a_{23}x_3$	$w_2 = -a_{02}+a_{12}f_1+a_{22}f_2$
	$w_3 = -a_{03}+a_{13}f_1+a_{23}f_2$
negatif olmama şartları	negatif olmama şartları
$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; x_3 \geq 0; v_1 \geq 0; v_2 \geq 0$	$f_1 \geq 0; f_2 \geq 0; w_1 \geq 0; w_2 \geq 0; w_3 \geq 0$

şeklinde olacaktır.

Problemlerin üçüncü şekildeki yazılışları katsayılar matrisi şeklindeki simpleks tablolarına yazılırsa aşağıdaki ilginç sonuçlar gözlenebilir:

İlk Problem Tablosu

		x_1	x_2	x_3
z	0	a_{01}	a_{02}	a_{03}
v_1	b_1	$-a_{11}$	$-a_{12}$	$-a_{13}$
v_2	b_2	$-a_{21}$	$-a_{22}$	$-a_{23}$

İkiz Problem Tablosu

		f_1	f_2
c	0	b_1	b_2
w_1	a_{01}	$-a_{11}$	$-a_{21}$
w_2	a_{02}	$-a_{12}$	$-a_{22}$
w_3	a_{03}	$-a_{13}$	$-a_{23}$

37. Bkz. Hiç, Girdi-Çıktı Analizi, s.71

Dikkat edilirse, ikiz problemin tablosuna, ikiz problemin üçüncü şekline ilişkin katsayılar işaretleri değiştirilerek geçirilmişlerdir. Bu, iki tablo arasındaki bakışımı gözlemek amacıyla yapılmış olup, tablonun değişkenlere ilişkin değerlerinin işaretleri değiştirilerek okunduğu sürece bir sakınca doğurmaz (38).

Bilindiği gibi tabloların ilk sütunu ilk temel vermekteydi. Tabloların kuruluşundaki bakışım şu özellikleri meydana koymaktadır: İlk problemin birinci satırı ikiz problemin temel çözümüyle, buna karşılık ikiz problemin birinci satırı ilk problemin temel çözümüyle aynıdır. Daha önce açıklanan simpleks yöntemiyle her iki problem çözümlenmiş ve son tabloya erişilmiş olsun, bu halde de ilk problemin birinci satırı ikiz problemin optimal çözümüyle ya da ikiz problemin birinci satırı ilk problemin optimal çözümüyle aynı olacaktır.

Diğer elemanlar da aynı şekilde gözlenirse her iki problemin tablolarının bir ortak tablo yardımıyla gösterilebileceği anlaşılır. Ortak tablo aşağıdaki gibi olacaktır:

		x_1	x_2	x_3	
	0	a_{01}	a_{02}	a_{03}	
v_1	b_1	$-a_{11}$	$-a_{12}$	$-a_{13}$	f_1
v_2	b_2	$-a_{21}$	$-a_{22}$	$-a_{23}$	f_2
		w_1	w_2	w_3	

İkiz problemin tablosunun altında yer alan ilk temel çözümün değişkenlerinin değerleri ortak tablonun birinci satırı ile belirlenmektedir.

---

38. Daha önceki süreklilik analizlerinin açıklandığı kısımlarda, maksimizasyon fonksiyonunun işareti değiştirildiğinde, problemin minimizasyon problemi haline dönüştüğüne değinilmişti. Burada da doğrusal fonksiyonların işaretini değiştirerek okumak arzulanan neticeyi doğuracaktır. Bu konunun açıklaması için ayrıca bkz. Bulutay, Doğrusal Programlama, s.90

Özet olarak denilebilirki, herhangi bir ilk problemin çözümü ikiz problemin çözümünü doğrudan doğruya ya da bunun karşıtı olarak, herhangi bir ikiz problemin çözümü ilk problemin çözümünü doğrudan doğruya verir. Bunlardan, çözümlenmesi kolay olanına başvurularak, diğer problemin çözümü elde edilecektir. İkiz problem, daha önceki 5.4.4 numaralı kısımda açıklanan ve çözümlenmesi oldukça karmaşık işlemleri gerektiren yapay problemi kullanmayı, çok kere, gereksiz hale getirir. Bu özellik ikiz problemin pratik yararıdır.

İkiz problem optimum durumun bir fiyat sistemi belirlediğini ve bu fiyat sisteminin akıllıca uygulanmasıyla tekrar adı geçen optimuma varılacağını gösterir.

İkiz problem aracılığıyla bulunan gölge fiyatlar, doğrusal programlama probleminin içinde nazara alınan kıt kaynakların, problemdeki değerlerinin göstereceği ufak değişiklikler karşısında optimal programın getirisinin göstereceği değişiklikleri hesaplamayı olanaklı yapar (39).

Son olarak, ilk ve ikiz problem karşılıklı olarak birbirlerini açıklarlar ve birleştirici bir sonuç elde edilmesine olanak verirler.

5.4.6 Doğrusal Programlamanın Soyut Yönü

Doğrusal programlamaya ilişkin yapı ve çözüm yöntemleri, gerçekte, soyut dayanaklarını doğrusal cebirden alırlar.

m tane faktörü belirli oranlarda kullanan bir j faaliyeti, matris diliyle, m boyutlu bir

$$a_j = \begin{pmatrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ \cdots \\ \cdots \\ a_{mj} \end{pmatrix}$$

39. Kantorovitch'in "Ekonomik Hesap ve Kaynakların Kullanımı" adındaki eseri, "nesnel olarak saptanmışdeğerlendirmeler" adını verdiği bu düal değişkenlerin, ekonomik hesap içindeki kullanımlarının açıklanmasına hasredilmiştir. Bkz, Kantorovitch, Calcul Economique,

şeklindeki vektör ile gösterilir. j faaliyetini belirleyen sütun vektördeki a_{ij}'ler birim faaliyet düzeyinde tüketilen faktör miktarları ($a_{ij} \leq 0$) veya ürün miktarlarıdır ($a_{ij} \geq 0$). m tane faktör kullanan n tane j faaliyetinin sütun vektörleri

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots\cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots\cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots\cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

şeklinde mxn boyutlu bir matris meydana getirirler. Bu matris doğrusal programlama probleminin temeli (temel çözümü değil) veya ekonomik açıdan üretim matrisi olarak adlandırılır. mxn matrisinin j faaliyetlerini belirleyen sütun vektörlerinin doğrusal bağımsız olmaları (40) varsayımı doğrusal programlama probleminin daha evvelce konulan varsayımlarına eklenecek son varsayımdır. Bu varsayımın ileride daha genelleştirilmesi gerekecektir.

---

40. a_i 'ler vektörleri, x_i ler sayıları göstermek üzere

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots\cdots + a_nx_n = 0$$

eşitliği ancak

$$x_1 = x_2 = \cdots\cdots = x_n = 0$$

olduğunda mevcutsa a_i vektörleri doğrusal olarak bağımsızdırlar denir.

Yukarıdaki matris için doğrusal bağımsızlık varsayımı geçerli olmasaydı bazı x_j sayıları ($x_j \neq 0$) için a_j sütun vektörü

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots\cdots + a_nx_n = 0$$

eşitliğini sağlıyacaktı. Bu ise, x_j'lerin hepsinin pozitif olduğu kabul edilirse, faaliyetlerden birinin diğerlerininini ürettiklerini tükettiğini ve bu faaliyetin ürettiğinin ise diğerleri tarafından tüketildiğini gösterecektir. Yine x_j'lerden sadece bir tanesinin negatif olduğu kabul edilirse faaliyetlerden biri diğerlerinin doğrusal ve homojen bir kombinezonu olarak yazılabilecek ve faaliyet sayısı (n-1) taneye düşecektir.

Doğrusal kombinezona gelince, a_j'ler vektörleri x_j'ler sayıları göstermek üzere

$$a = a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots\cdots + a_nx_n$$

şeklindeki a vektörüne $a_1, a_2, \ldots, a_n$ vektörlerinin doğrusal kombinezonu denir. $a_1, a_2, \ldots a_n$ gibi vektörlerden biri diğerlerinin doğrusal kombinezonu olarak yazılabiliyorsa bu vektörler doğrusal olarak bağımlıdırlar. Bu konularda geniş açıklama için ve ispatları hakkında bkz. Bulutay, Doğrusal Programlama, s.33-34

Yine, üretilecek minimum üretim miktarları ($b_i \geqq 0$) veya sınırlı faktörler miktarları ($b_i \leqq 0$)

$$b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdot\cdot \\ \cdot\cdot \\ b_m \end{bmatrix}$$

şeklinde bir sütun vektörle belirtilebilirler.

Değişik faaliyetlerin birim kârları ise $Z = \left[z_1, z_2, \ldots, z_n\right]$ şeklinde bir satır vektördür.

Son olarak x_j faaliyet düzeyleri n boyutlu X gibi bir vektörün n tane bileşeni olarak düşünülürse yani

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot\cdot \\ \cdot\cdot \\ x_n \end{bmatrix}$$

bir sütun vektör olarak yazılırsa doğrusal programlama problemi

maksimum yapın

$$\left[z_1, z_2, \ldots, z_n\right] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot\cdot \\ \cdot\cdot \\ x_n \end{bmatrix}$$

sınırlara uyarak

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot\cdot \\ \cdot\cdot \\ x_n \end{bmatrix} \geqq \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdot\cdot \\ \cdot\cdot \\ b_m \end{bmatrix}$$

negatif olmama şartları

$$x_j = 0 \qquad (j=1,2,3,\ldots\ldots,n)$$

şeklinde veya kısaca

maksimum yapın

$$\sum_{j=1}^{n} z_j x_j$$

sınırlara uyarak

$$\sum_{j} a_{ij} x_j \geq b_i \qquad (i=1,2,\ldots,m; j=1,2,\ldots,n)$$

negatif olmama şartları

$$x_j \geq 0 \qquad (j=1,2,\ldots,n)$$

ya da

maksimum yapın

$$ZX$$

sınırlara uyarak

$$AX \geq b$$

$$X \geq 0$$

olarak yazılabilir. n tane x_j'nin herbiri için beliren değerler cümlesi bir programdır,

Daha evvelce v_i olarak belirtilen doğal olmıyan değişkenler, tek tip yazılıştan yararlanmak amacıyla, x_{n+i} şeklinde gösterilebilir. Böyle olunca problemin eşitsizlikleri eşitlikler olarak

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j - x_{n+i} = b_i \quad (i=1,2,\ldots,m)$$

şekline dönüşecektir.

Yukarıdaki Z vektörü $Z' = [z_1, z_2, \ldots, z_n, 0, \ldots, 0]$ vektörüne $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot\cdot \\ x_n \end{bmatrix}$ halindeki X vektörü $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot\cdot \\ x_n \\ x_{n+1} \\ \cdot\cdot \\ x_{n+m} \end{bmatrix}$ vektörüne dönüşecektir.

A matrisi yerine m satırlı ve p = n+m sütunlu

$$M = \begin{bmatrix} a_{11} \cdots\cdots a_{1n} & -1 & 0 & 0 & 0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots & 0 & -1 & 0 & 0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots\cdots\cdots\cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} \quad a_{mn} & 0 & \cdots & & -1 \end{bmatrix}$$

matrisi nazara alınırsa problem

maksimum yapın

$Z'X$

Sınırlara uyarak

$MX = b$

$X \geq 0$

şeklinde ifade edilebilecektir.

Buraya kadar geldikten yani doğal olmıyan değişkenleri hesaba kattıktan sonra doğrusal bağımsızlık varsayımını, M içindeki herhangi m tane faaliyet doğrusal olarak bağımsızdır şeklinde genellemek gerekecektir. Başka bir deyişle M'nin her mxm boyutlu alt kare matrisinin rankı m 'dir yani determinantı sıfıra eşit değildir (41). Aynı varsayım M matrisine b vektörü veya Z vek-

---

41. Bir matrisin rankı o matriste mevcut doğrusal bağımsız vektörlerin sayısıdır. Determinant herhangi bir kare matris için hesaplanabilecek değerdir. Örneğin 2x2 boyutlu bir

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

şeklindeki matrisin determinantı

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

şeklinde gösterilir ve değeri

$$a_{11} \cdot a_{22} - a_{21} \cdot a_{12}$$

ifadesine eşittir. Rakamsal örnek olarak

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

matrisinin determinantı $|A| = 2.5 - 4.1 = 6$ dır. Determinantın sıfıra eşit olmaması şartı buna ilişkin matrisin sütunlarının doğrusal bağımsız olmaları gerekliliğinin bir başka anlatım biçimidir.

törü eklenerek elde edilen

$$\begin{bmatrix} a_{11} \;\cdots\cdots\; a_{1n} & -1 \;\cdots\; 0 & b_1 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & & \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & & \\ a_{m1} \;\cdots\cdots\; a_{mn} & 0 \;\cdots -1 & b_m \end{bmatrix}$$

veya

$$\begin{bmatrix} a_{11} \;\cdots\cdots\; a_{1n} & -1 \;\cdots\; 0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & \\ a_{m1} \;\cdots\cdots\; a_{mn} & 0 \;\cdots -1 \\ z_1 \;\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & 0 \end{bmatrix}$$

şeklindeki matrisler için de geçerlidir (42). Bu varsayım geçerli olmazsa doğrusal programlamanın temel teoremi de geçerli olamaz.

Doğrusal programlamanın vektörel kuruluşları genel bir şekilde verildikten sonra, daha önce açıklanmış olan doğrusal programlamanın teoremi de, daha doğru bir deyişle beş adet temel teoremi de, benzer bir genellemeyle, aşağıdaki gibi tanımlanabilecektir(43) :

Birinci Teorem : Bir mümkün program sıfır düzeyinde olmıyan en az m tane - eşitsizlik sayısı kadar- faaliyeti bulundurur.

İkinci Teorem : Şayet varsa, optimum bir program en çok m tane sıfır düzeyinde olmıyan faaliyetten meydana gelir.

Üçüncü Teorem : Mümkün çözümleri belirleyen noktalar cümlesi uzayda bir konveks çok yüzlü oluşturur.

Dördüncü Teorem : Z'X amaç fonksiyonu maksimumuna konveks çok yüzlünün uç noktalarından bir veya birkaçında veya bu noktaların sınırladığı cümlenin bütün noktalarında erişir.

---

42. Bu özelliğin soyut nedenselliği için bkz. Bulutay, Doğrusal Programlama, s.53 ve somut nedenselliği için bkz.Lesourne, Téchnique Economique,s.416-417

43. Bu teoremlerin geometrik ispatları yüzeysel olarak bu bölümün 5.4.1 numaralı kısmında yapılmış ve kullanılan kavramların tanımları verilmişti. Geometrik ve cebirsel soyut ispat için bkz. Lesourne, ibid,s. 417-418; Bulutay, ibid.,s 73 v.s

Beşinci Teorem : X vektörünün konveks çokyüzlünün uç noktalarından birine karşı gelmesi için sıfıra eşit olmıyan m tane bileşeni olması yeterlidir ve gereklidir.

İlk iki teoremin yatırımlara uygulanması önemli ve ilginç bir sonucu doğuracaktır söyle ki, problemin m tane eşitsizliği varsa optimal bileşimde de en çok m tane teçhizat biçimi mevcut olacaktır (44).

5.4.6.1 Genişletilmiş Simpleks Yöntemi

Yukarıdan beri yapılan soyut ve teorik açıklamalara bundan sonrasında yer verilmeyecektir. Aksi halde çalişmanın kapsamına oranla zaten oldukça geniş yer kaplıyan bu tür açıklamalar, bütüne oranla büyük bir ağırlık kazanıcak ve ana amacın dışına çıkılması sonucu doğabilecektir. Bu nedenle simpleks yöntemine ilişkin genişletilmiş tablolar yalnızca mekanik yönleri itibariyle anlatılacaktır. Daha önce matematiksel ve ekonomik içeriği ortaya konularak verilmiş olan simpleks yöntemin açıklamalarının yarattığı sezgiden bu kısımda yararlanılacağı umulmaktadır. Bu amaçla, sonuçta

maksimum yapın

$$Z'X$$

sınırlara uyarak

$$MX = b$$
$$X \geq 0$$

haline getirilen problemin simpleks tasloları aracılığıyla çözümü gösterilicektir.

5.4.6.1.1. Tabloların Düzenlenişi

Genel hale ilişkin işaretler göz önünde bulundurulmazsa (45) problem açık şekliyle aşağıdaki gibiydi:

$$Z'X = \begin{bmatrix} z_1 & z_2 & \cdots & z_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \cdot\cdot \\ x_n \\ x_{n+1} \\ \cdot\cdot \\ x_{n+m} \end{bmatrix}$$

44. Massé, Le Choix des Investissements, s.101

45. Genel şekillerin açıklanması sırasında kullanılan $a_{ij} \leq 0$ veya $a_{ij} \geq 0$ yine $b_i \leq 0$ ve $b_i \geq 0$ şeklindeki işaretleme kuralları her türlü problemi aynı ortak gösterilişten yararlandırmak için konulmuştu.

sınırlar

$$
\begin{bmatrix} a_{11} & \cdots\cdots & a_{1n} & 1 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & \cdots\cdots & a_{mn} & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} x_1 \\ \cdot\cdot \\ x_n \\ x_{n+1} \\ \cdot\cdot \\ x_{n+m} \end{bmatrix}
\leq
\begin{bmatrix} b_1 \\ \cdot\cdot \\ \cdot\cdot \\ b_m \end{bmatrix}
$$

negatif olmama şartları

$$
\begin{bmatrix} x_1 \\ \cdot\cdot \\ x_n \\ x_{n+1} \\ \cdot\cdot \\ x_{n+m} \end{bmatrix} \geq 0
$$

Problemin ilk tabloya yerleştirilişi aşağıda gösterilmiştir:

	1	2	3	4	5	...	n+3	...	n+m+3	n+m+4
1			0	z_1	z_2	...	z_n	0	0	
2				x_1	x_2	...	x_n	x_{n+1}	x_{n+m}	
3	0	x_{n+1}	b_1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}	1	0	
4	0	x_{n+2}	b_2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}	0	0	
.	.	....	..	...	...	...	...	.	.	
.	.	....	..	...	...	...	...	.	.	
m+2	0	x_{n+m}	b_m	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}	0	1	
m+3			c_o-z_o	c_1-z_1			c_n-z_n			

İncelenmesinden de anlaşılacağı gibi tablonun,

- birinci satırına birim kârlar vektörü (amaç satırı),
- ikinci satırına problemin değişkenleri,
- olağan değişkenlerin altına problemin temel matrisi,

- doğal olmıyan değişkenlerin altına ise birim matris yerleştirilmiştir.

- Tablonun üçüncü sütunuma, daha önce açıklanan simpleks yöntemininkine benzer bir şekilde, problemin sınır sayıları konulmuştur. Yani ilk temel çözümdeki vektörlerin değerleri bu sütunda yer almıştır. Bu sütun sabit sayılar sütunu adını da alır.

- İkinci sütun değişkenler sütunu olup, ilk tabloda, ilk temel çözümün içinde yer alan değişkenleri, vektörleri, belirtmektedir. Bu sütundaki değişkenler, her yeni tablo düzenlenişinde, yine daha önce anlatılanlara benzer bir şekilde, problemin değişkenleriyle, burada vektörleriyle, yer değiştireceklerdir.

- Birinci sütun ilk temel çözüm içindeki değişkenlerin birim kârlarını göstermektedir. Tamamlamak için n+m+4'üncü sütun kontrol sayılarına ayrılmıştırtır. m+3'üncü satır simpleks kriterleri satırıdır. Evvelkine oranla yenilik meydana getiren bu son açıklanan satır ve sütunun görevleri ileride açıklanacaktır.

Sonuç olarak tablodaki dörtkenin içi, birinci ve ikinci satırların yeri ve işaretleri değişmiş olarak, daha önceki simpleks tablosunun aynıdır. Ancak eskisine oranla, yeni satırlar ve sütunlarla tablo genişletilmiştir.

Biraz daha derinine inilirse tablonun temelde yer almıyan vektörlerinin temeldeki vektörlerin doğrusal ve homojen bir kombinezonu olarak belirdiği görülür. Her bir kare elemanı, birinci alt sayı satırları, ikinci alt sayı sütunları göstermek, örneğin i'inci satır ve j'inci sütun elemanı x_{ij} olmak üzere tablonun 4 üncü sütununun doğrusal kombinezonu

$$\begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \cdot\cdot \\ \cdot\cdot \\ a_{m1} \end{bmatrix} = x_{34} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix} + x_{44} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix} + \cdots\cdot + x_{(m+2)4} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

şeklindedir. Buradan

$$
\begin{bmatrix}
x_{34} + 0 + \cdots + 0 \\
0 + x_{44} + \cdots + 0 \\
\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\cdots\cdots\cdots\cdots \\
0 + 0 + \cdots + x_{(m+2)4}
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
a_{11} \\
a_{21} \\
\cdots \\
\cdots \\
a_{m1}
\end{bmatrix}
$$

ve

$$x_{34} = a_{11} \; ; \; x_{44} = a_{21} \; ; \; \cdots\cdots \; ; \; x_{(m+2)4} = a_{m1}$$

bulunur. Benzer ilişkiler her temelde bulunmıyan vektör için mevcuttur.

Değinildiği gibi, evvelkine oranla, tablodaki yenilik $m+3$ üncü satırdadır. Bu satırda , ilk tablo için hesaplanışı aşağıda gösterilecek, simpleks kriterleri yer almaktadır.

Simpleks kriterlerinin, örneğin herhangi bir sütuna ilişkin olanının, bulunuşu :

Adı geçen sütunun elemanları, sırası ile, kendilerine karşı gelen temel vektör birim kârları ile çarpılır; çarpım sonuçları toplanır ve bu toplamdan bu sütuna ilişkin birim kâr çıkartıllarak sütunun simpleks kriteri bulunur. Aşağıda, tablonun dördüncü sütununun simpleks kriterinin hesaplanışı,örnek olarak, gösterilmiştir.

Birinci İşlem:

$a_{11} . 0 = 0$

$a_{21} . 0 = 0$

$\cdots\cdots\cdots$

$\cdots\cdots\cdots$

$a_{m1} . 0 = 0$

İkinci İşlem (çarpım sonuçlarının toplanması):

$$c_1 = 0 + 0 + \cdots\cdots + 0 + 0 = 0$$

c_i kısaca, temeldeki vektörlerin doğrusal ve homojen bir ifadesi olan i'inci vektörün dolaylı getirisi şeklinde tanımlanır (46).

Üçnncü İşlem :

Üçüncü işlem matematiksel olarak kısaca $c_i - z_i$ şeklindedir. Bu işlemin sonucu $c_i - z_i < 0$ veya $c_i < z_i$ halinde ise temelde yer

46. ibid.,s 107

almıyan i'inci vektörün temele dahil edilmesi ile meydana gelebilecek kazancı ifade eder(47).

Simpleks kriterleri de yerleştirildikten sonra tablo tamamlanmış olacaktır.

5.4.6.1.2 Problemin Çözümü

Problemin optimum çözüme ulaşıp ulaşmadığını bu kez simpleks kriterlere belirlemektedir. Simlpleks kriterlerinin tamamı pozitif değerler aldığı anda yani birim vektörler için $c_i - z_i > 0$ olduğunda optimale ulaşılmış olacaktır. Bu olay belirlenmediği sürece, daha önceki kısımlardakine benzer bir şekilde, temelden bazı vektörler çıkarılacak ve yerlerine diğerleri girecektir. Bir maksimizasyon probleminde (48) temele girecek vektör $c_i - z_i$ 'si negatif ve mutlak değerce en büyük veya değerce en küçük olan vektördür (49). Bu $c_i - z_i$ 'si yani simpleks kriteri en küçük olan vektörün pozitif işaretli elemanları, sırasıyla, sabit sayılar vektörünün kendilerine karşı gelen elemanlarına bölünerek, en küçük bölüm bulunur. En küçük bölümü bulunduran satıra karşı gelen vektör temelden çıkarılacak olan vektördür.

En küçük simpleks kriterli sütun vektör ile en küçük bölümün bulunduğu satırın kesiştiği yerdeki eleman, daha evvelce de açıklanmış bulunan, eksen elemandır.

Örnek olarak en küçük değerli simpleks kriterinin $c_1 - z_1$ olduğu kabul edilirse bu sütuna ilişkin bölümler

$$t_1 = b_1/a_{11} \; ; \; t_2 = b_2/a_{21} ; \; \ldots\ldots \; ; \; t_m = b_m/a_{m1}$$

şeklinde olacak ve

$t_i = \min.\ b_i/a_{ij}$ olan bölümü bulunduran i'inci satır vektör temelden çıkacaktır ve $t_i = \min\ b_i/a_{ij}$ 'yi sağlayan a_{ij} ele-

---

47. Simpleks kriterinin ekonomik anlamının daha geniş açıklaması için bkz. Kılıçbay, Kantitatif İktisat, s.361 ve simpleks kriterleri ile gölge fiyatlar ilişkisi için bkz. ibid., s374

48. Minimizasyon problemlerinde bu kuralın tam tersi uygulanacaktır.

49. Bazı eserler simpleks kriterini $z_i - c_i$ şeklinde göz önüne alırlar. Bu halde, buradaki düşüncelerin tam tersi, hesaplamalarda, yol gösterici olacak ve sonuç farketmiyecektir. Buna ilişkin örnek için bkz. Massé, Le Choix des Investissements, s.107; Lesourne, Technique Economique, s.425

manı eksen elemandır.

Birinci tablo üzerindeki hesaplamalar tamamlandıktan ve eksen eleman saptandıktan sonra ikinci tabloya geçilebilecektir. Birinci tablonunu eksen satırının elemanları eksen elemana bölünerek ikinci tablonun bu satıra karşı gelen elemanları bulunur.

Genel şekli itibariyle eksen eleman a_{ij} ise ikinci tablonun bu satırına ilişkin elemanları

$$a_{i1}/a_{ij}\ ;\ a_{i2}/a_{ij}\ ;,\dots\dots\dots\ ;\ a_{in}/a_{ij}$$

oranları hesaplanarak saptanabilecektir.

Birinci tablonun herhangi bir elemanına karşı gelecek ikinci tablonun diğer elemanları, daha önce açıklanan, simpleks yöntemindeki hesaplamalar aynen uygulanarak bulunabilecektir (50). Hatırlanacağı gibi oradaki hesaplamalar eksen eleman ve ilgili eleman birer köşesini meydana getirmek üzere bir dikdörtgen oluşturularak gerçeklenebiliyordu. Köşegenler üzerindeki elemanların çarpımlarının farkı eksen elemana bölünerek ikinci tablonun yeni elemanı ortaya çıkıyordu.

Örneğin birinci tablonun eksen elemanı $x_{45} = a_{22}$ olsun, $x_{34} = a_{11}$ elemanına karşı gelecek ikinci tablonun x'_{34} elemanı:

$$x'_{34} = a_{11} - a_{12}.a_{21}/a_{22}$$

şeklinde bulunacaktır.

Böylece düzenlenen ikinci tablonun simpleks kriterleri işlemlere devam edilip edilmiyeceğini belirliyeceklerdir.

Daha evvelce de ele alınmış ve simpleks yöntemle çözülmüş problem (51), bu kez, vektörel açıklamalarla genişletilmiş simpleks yöntemiyle çözülürse yukarıdaki işlemler daha çok açıklığa kavuşmuş olacaklardır.

---

50. Bkz. bu bölümün 5.4.3.1.2 numaralı kısmı.
51. Bkz. bu bölümün 5.4.3.1. numaralı kısmı.

Problemin vektörel verisi:

$$Z = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} \quad ; \quad X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} ; \quad A = \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} ; \quad b = \begin{bmatrix} 27000 \\ 19800 \end{bmatrix}$$

Problemin eşitsizlikler halinde ifadesi:

maksimum yapın

$$Z.X$$

sınırlara uyarak

$$A.X \leqq b$$
$$X \geqq 0$$

Problemin eşitlikler haline getirilmesi için düzenlenen vektörel ifadesi:

$$Z' = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} ; \quad X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} ; \quad M = \begin{bmatrix} 7 & 2 & 1 & 0 \\ 5 & 4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} 27000 \\ 19800 \end{bmatrix}$$

olmak şartıyla problem

maksimum yapın

$$Z'.X$$

sınırlara uyarak

$$M.X = b$$
$$X \geqq 0$$

haline gelecektir.

İlk Tablonun Düzenlenişi:

	1	2	3	4	5	6	7	8
1			0	2	1	0	0	
2				x_1	x_2	x_3	x_4	
3	0	x_3	27000	7	2	1	0	
4	0	x_4	19800	5	4	0	1	
5								

<u>Simpleks Kriterlerinin Hesabı:</u>

$c_o = (27000 \times 0) + (19800 \times 0) = 0 \;;\; c_o - z_o = 0$

$c_1 = (7 \times 0) + (5 \times 0) = 0 \;;\; c_1 - z_1 = 0 - 2 = -2$

$c_2 = (2 \times 0) + (4 \times 0) = 0 \;;\; c_2 - z_2 = 0 - 1 = -1$

$c_3 = (1 \times 0) + (0 \times 0) = 0 \;;\; c_3 - z_3 = 0 - 1 = 0$

$c_4 = (0 \times 0) + (1 \times 0) = 0 \;;\; c_4 - z_4 = 0 - 0 = 0$

<u>Kontrol Sütunu Elemanlarının Hesaplanışı:</u>

Tablonun genel şeklinde yer almasına rağmen bu sütundan bahsedilmemişti. Birinci tablo için bu sütunun elemanları, bu örnek için, üçüncü, dördüncü ve beşinçi satırların elemanlarının - her bir satırın elemanları kendi aralarında- cebirsel toplamı yapılarak elde edilir. Bu sütun elemanlarının görevi ikinci tablo düzenlendikten sonra açıklığı kavuşacaktır. Kontrol sütunu elemanları aşağıdaki gibidir:

$$27000 + 7 + 2 + 1 + 0 = 27010$$
$$19800 + 5 + 4 + 0 + 1 = 19810$$
$$0 - 2 - 1 + 0 + 0 = -3$$

Simpleks kriterleri ve kontrol sütunu elemanları ilgili oldukları yerlere yerleştirildikten sonra ilk tablo tamamlanmış olacaktır(bakınız tamamlanmış ilk tablo)

<u>Optimalite Testi ve Eksen Sütunu Seçimi:</u>

Simpleks kriterleri arasından negatif ve en küçük değerli olanı (-2) 'dir. Bu sütun eksen sütun olarak seçilecektir. Vektörel bir ifadeyle bu sütun vektör temel çözüme dahil edilecektir.

Tamamlanmış İlk Tablo :

	1	2	3	4	5	6	7	8
1			0	2	1	0	0	
2				x_1	x_2	x_3	x_4	
3	0	x_3	27000	7	2	1	0	27010
4	0	x_4	19800	5	4	0	1	19810
5	0		0	-2	-1	0	0	-3

<u>Eksen Satırın ve Eksen Elemanın Bulunuşu:</u>

$t_1 = 27000/7$ ve $t_2 = 19800/5$ oranlarından $t_1 < t_2$ olduğundan (7) elemanını bulunduran satır eksen satır ve 7 elemanı eksen elemandır. Başka bir deyişle x_3 vektörü temelden çıkarılacaktır.

İkinci tablonun eksen sütununa karşı gelen elemanları aşağıda hesaplanmıştır:

$$x_{33} = 27000/7 \; ; \; x_{34} = 7/7 = 1 \; ; \; x_{35} = 2/7 \; ;$$

$$x_{36} = 1/7 \; ; \; x_{37} = 0/7 = 0 \; ; \; x_{38} = 27010/7$$

İkinci tablonun diğer elemanlarının bulunuşu:

$$x_{43} = 19800 - \frac{27000.5}{7} = \frac{3600}{7}$$

$$x_{44} = 5 - \frac{7.5}{7} = 0 \quad ; \quad x_{45} = 4 - \frac{5.2}{7} = \frac{18}{7}$$

$$x_{46} = 0 - \frac{5.1}{7} = - \frac{5}{7} \quad ; \quad x_{47} = 1 - \frac{5.0}{7} = 1$$

$$x_{48} = 19800 - \frac{27010.5}{7} = \frac{3620}{7}$$

$$x_{53} = 0 - \frac{27000.-2}{7} = \frac{54000}{7} = c_o - z_o$$

$$x_{54} = -2 - \frac{-2.7}{7} = 0 = c_1 - z_1$$

$$x_{55} = -1 - \frac{-2.2}{7} = -\frac{3}{7} = c_2 - z_2$$

$$x_{56} = 0 - \frac{-2.1}{7} = \frac{2}{7} = c_3 - z_3$$

$$x_{57} = 0 - \frac{-2.0}{7} = 0 = c_4 - z_4$$

$$x_{58} = -3 - \frac{-2.27010}{7} = \frac{53999}{7}$$

İkinci Tablo:

	1	2	3	4	5	6	7	8
1			0	2	1	0	0	
2				x_1	x_2	x_3	x_4	
3	2	x_1	27000/7	1	2/7	1/7	0	27010/7
4	0	x_4	3600/7	0	18/7	-5/7	1	3620/7
5			54000/7	0	-3/7	2/7	0	53999/7

Görüleceği gibi ikinci tablonun elemanlarının hesaplanmasına ilişkin yukarıdaki işlemler, bu kez, hem simpleks kriterlerini, hem de kontrol sütunu elemanlarını doğrudan doğruya vermiştir.

Kontrol sütunu elemanları bir kez de daha önce anlatıldığı gibi hesaplanır ve her iki sonucun aynı olduğu görülürse ikinci tablonun elemanlarının doğru hesaplanmış olduğu anlaşılır. Nitekim daha önceki yönteme göre kontrol sütunu elemanları

$$27010/7 + 1 + 2/7 + 1/7 + 0 = 27010/7$$
$$3600/7 + 0 + 18/7 - 5/7 + 1 = 3620/7$$
$$54000/7 + 0 - 3/7 + 2/7 + 0 = 53999/7$$

şeklindedir ve bir evvelki yöntemle bulunmuş olanlara eşittir.

Simpleks kriterleri içinde eksi değerli bir eleman mevcut olduğundan henüz optimale varılmış değildir. Bilinen yöntemlerle incelendiğinde 5 numaralı sütun vektör eksen sütunu; t_2 = min 3600/7 : 7/18 = 200 olduğundan 4 numaralı satır eksen satır ve 18/7 eksen elemandır.

Üçüncü tablonun eksen sütuna karşı gelen elemanları:

$x_{43} = 200$; $x_{44} = 0$; $x_{45} = 1$; $x_{46} = -5/18$

$x_{47} = 7/18$; $x_{48} = 3620/18$

Üçüncü tablonun diğer elemanları:

$$x_{33} = 27000/7 - \frac{3600/7.2/7}{18/7} = 3800$$

$$x_{34} = 1 - \frac{0.2/7}{18/7} = 1 \quad ; \quad x_{35} = 2/7 - \frac{18/7.2/7}{18/7} = 0$$

$$x_{36} = 1/7 - \frac{2/7.-5/7}{18/7} = 2/9 \quad ; \quad x_{37} = 0 - \frac{2/7.1}{18/7} = -\frac{1}{9}$$

$$x_{38} = 27010/7 - \frac{2/7.3620/7}{18/7} = \frac{34210}{9}$$

$$x_{53} = 54000/7 - \frac{-3/7.3600/7}{18/7} = 7800$$

$$x_{54} = 0 - \frac{0.-3/7}{18/7} = 0 \quad ; \quad x_{55} = -3/7 - \frac{-3/7.18/7}{18/7} = 0$$

$$x_{56} = 2/7 - \frac{-3/7.-5/7}{18/7} = \frac{1}{6}$$

$$x_{57} = 0 - \frac{-3/7.\ 1}{18/7} = \frac{1}{6}$$

$$x_{58} = \frac{53999}{7} - \frac{-3/7.3620/7}{18/7} = \frac{23401}{3}$$

Üçüncü Tablo:

	1	2	3	4	5	6	7	8
1			0	2	1	0	0	
2				x_1	x_2	x_3	x_4	
3	2	x_1	3800	1	0	2/9	-1/9	34210/9
4	1	x_2	200	0	1	-5/18	7/18	1810/9
5			7800	0	0	1/6	1/6	23401/3

Üçüncü tablonun bütün simpleks kriterleri pozitif değerler almış dolayısıyla optimal çözüme ulaşılmıştır. Çözüm sonuçları aşağıdaki gibidir :

$x_1 = 3800$; $x_2 = 200$; maksimum kâr = 7800

Elde edilen çözüm sonucu daha önce elde edilenle aynı olmakla beraber, genişletilmiş simpleks yöntemi, simpleks kriterleri aracılığıyla, optimallik testini daha etkin bir biçimde gerçekliyebilmektedir. Yine bu tür çözümde yer alan simpleks kriterleri faktörlerin gölge fiyatlarını doğrudan doğruya belirtirler. Örneğin, modelin eşitleyici x_3 ve x_4 vektörlerinin simpleks kriterleri 1/6 ve 1/6 'dır. Bunlar sırasıyla birinci ve ikinci faktörün gölge fiyatları olup onların model içindeki göreli önemlerini belirler. Bu konu daha önce de açıklanmıştı. Sonuç olarak bu yöntem ekonomik yorumlara çok elverişli bir aracı oluşturur.

5.5 YATIRIMLARA İLİŞKİN UYGULAMA: TEÇHİZAT SEÇİMİ

5.5.1 Problemin Ortaya Konuluşu

Sorun (52) elektrik enerjisi talebinin belirli bir artışını karşılamak amacıyla yeni elektrik santralları yatırımlarını

---

52. Doğrusal programlamanın yatırımlara ilişkin ilginç bir uygulaması Fransada gerçeklenmiştir. Elektrik enerjisi üretiminin geliştirilmesi amacıyla meydana getirilen bu çalışmalar 1955/56 yıllarında Pierre Massé ve R. Gibrat tarafından incelenmiştir. Daha sonra, 1957 yılı ve sonrasında, bu çalışmalar Fransa Elektrik Kurumu adına M.M.Boiteux, Carteron, Dejou, Massé, Tissier tarafından yürütülmüştür. Sorunun bütün boyutları ile ele alınması

gerçeklemektir. Amaç gelecekteki talebi tatmine elverişli yatırım planlarından harcamalarının bugünki değerleri toplamı minumum olanını saptamaktır. Gelecekteki talep bir veri ve sabit olduğuna göre maliyetlerin minimizasyonu kârların maksimum olması sonucunu doğuracaktır. Dolayısıyla problem kârları maksimum yapan ve teçhizat seçimini daha doğru bir deyişle optimal teknik bileşimini içeren bir optimizasyon problemidir.

Ele alınan yatırım planları için, cinsleri itibariyle birbirlerinden farklı, beş santral tipinin nazara alınabileceği anlaşılmıştır. Bunlar aşağıda sayılmıştır:

- Termik Santrallar
- Akar sular üzerinde kurulan, su rezervi gerektirmeyen, hidro-elektrik santralları,
- Günlük üretimlerine yetecek kadar su rezervi gerektiren, havuzlu hidro-elektrik santrallar,
- Büyük ölçeklerde su rezervi gerektiren -örneğin mevsimlik- barajlı hidro-elektrik santrallar,
- Denizlerin gel-git olaylarından yararlanan santrallar.

Elektrik enerjisi miktarı bir yıllık zaman süreci içindeki daha kısa devreler itibariyle sabit kalmamaktadır. Şöyle ki, bir taraftan akar sular üzerinde kurulmuş santrallar yılın her mevsiminde aynı miktarda üretimde bulunamamaktadırlar. Özellikle kış aylarında azalan, ilkbaharda artan su olanakları, elektrik enerjisi miktarında mevsimlik değişmeler meydana getirmektedir. Şu halde yatırım planlaması minimum düzeyde bir elektrik enerjisi miktarını garanti etmelidir. Bu miktar garanti-güç olarak tanımlanacaktır. Bunun yanında, diğer taraftan, uzun kış günlerinde elektrik gereksinimi artmaktadır. Şu halde, yine, yapılan planlama maksimum düzeydeki enerji gereksinimini ayrıca nazara almalıdır. Bu düzey maksimum-güç olarak adlandırılmıştır. Son olarak toplam yıllık enerji miktarı yıllık-enerji olarak belirtilecektir. Özetlemek gerekirse yıllık enerji talebi:

---

225 sınıra sahip 255 bilinmiyenli bir problemin çözümünü gerektirmektedir. Problemin iki bilinmiyenli üç sınır şartlı bir geometrik çözümü Lange'nin Leçons d'Econometrie kitabında s.229-30-31-32-33 te ve ona atfen Vural Savaşın Yatırım Kriterlerinden Doğrusal Programlamaya eseri s.121-22-23-24 'te verilmiştir. Bu konuda ayrıca bkz. Massé, Le Choix des Investissements,s158-194. Yukarıda ele alınan örnekte aynı problem simpleks yöntemiyle çözülmüştür.

A - Garanti -güç,

B - Maksimum-güç,

C - Yıllık enerji

şeklindeki üç büyüklükle birden tanımlanabilecektir.

Programlama diliyle problem, garanti-güç, maksimum- güç ve yıllık enerji miktarı en az A, B, C'ye eşit olmak üzere minimum maliyetli mümkün yatırım bileşimini saptamaktır.

x_i 'ler seri olarak bağlanabilecek ve birim düzeyde, burada 1 megawatt (MW), üretimde bulunabilecek üretim birimleri miktarını göstermek şartıyla, problemin bilinmiyenleri x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 miktarlarıdır. Bunların sürekli ve homojen oldukları kabul edilmiştir.

a_i'ler değişik üretim birimlerinin garanti gücünü; örneğin a_1 termik santralın garanti gücünü, aynı şekilde b_i'ler değişik üretim birimlerinin maksimum gücünü,, c_i'ler yıllık enerjiyi belirteceklerdir.

m_i'ler değişik üretim birimlerinin maliyetlerinin bugünküdeğerleri ise problemin genel şekli aşağıdaki gibi yazılabilir:

minimum yapın

$$m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + m_4x_4 + m_5x_5$$

sınırlara uyarak

$$a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_4 + a_5x_5 \geqq A$$

$$b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4 + b_5x_5 \geqq B$$

$$c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + c_4x_4 + c_5x_5 \geqq C$$

negatif olmama şartları

$$x_1 \geqq 0; x_2 \geqq 0 ; x_3 \geqq 0; x_4 \geqq 0; x_5 \geqq 0$$

5.5.2 Problemin Rakamsal Verileri

Problemin rakamsal verileri aşağıdaki tablo yardımıyla ve devamında özetlenmiştir. Tablo rakamları birim düzeyde üretimde bulunabilecek üretim birimlerinin teknik özelliklerini ve bunların gerek gerçeklenmelerinde gerekse işletme aşamalarında doğuracakları harcama düzeylerini belirlemektedir.

	birim	Santral Tipi I	II	III	IV	V
Garanti-güç (a_i)	MW	1	1	1	1	1
Maksimum-güç (b_i)	MW	1,15	1,20	1,10	3	2,13
Yıllık Enerji	Gws(53)	7	1,30	1,20	7,35	5,45
Yatırım Harcamaları(c_i) (birim üretim ünitesi için)	10000 l.	97	130	420	310	213
Yıllık İşletme Harcamaları	10000 l.	136	101	56	104	79

Yukarıdaki kısımda üç değişkenle tanımlanan gelecekteki elektrik enerjisi talebi

- Yıllık elektrik enerjisi gereksinimi olarak 7200Gws/yıl
- Maksimum-güç olarak 2307 MW,
- Garanti-güç olarak 1692 MW

şeklinde tahmin edilmiştir.

Bunların yanında, bugünkü değere indirgeme yüzdesi 0,08 kabul edilmiştir.

Yıllık işletme harcamaları, her yıl aynı düzeyde ve sürekli olarak beliren nakit harcamaları şeklinde nazara alınarak, her üretim birimi için peşin değerleri toplamları başka deyişle bugünkü değerleri hesaplanmıştır. Daha önceki kısımlarda açıklanmış olduğu gibi (54) bu tür bir serinin bugünkü değerinin genel

---

53. Gws simgesi gigawatt/saat ifadesinin kısaltılmış halidir ve 1 gigawatt 1000 megawatt'a eşittir.

54. Bakınız dördüncü bölüm 4.6.4 numaralı kısım

ifadesi, bir lira için, aşağıdaki gibiydi:

$$\sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{(1+i)^t} = \lim_{t\to\infty} \frac{1/(1+i)^t - 1}{1/(1+i) - 1} = \frac{1}{i}$$

$i = 0{,}08$ olduğundan $1/i = 1/0{,}08 = 12{,}5$ tur. Şu halde herhangi bir santralın örneğin termik santralın birim maliyetinin bugünkü değeri

$$m_1 = 97 + 12{,}5 \times 136$$

şeklindedir.

Yukarıdaki veriler göz önünde bulundurulursa problemin ifadesi aşağıdaki gibi olaçaktır:

minimum yapın

$$(97+12{,}5\text{x}136)x_1+(130+12{,}5\text{x}101)x_2+(420+12{,}5\text{x}56)x_3$$
$$+(310+12{,}5\text{x}104)x_4+(213+12{,}5\text{x}79)x_5$$

veya

$$1797x_1 + 1392{,}5x_2 + 1120x_3 + 1610x_4 + 1200{,}5x_5$$

sınırlara uyarak

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \geqq 1692$$
$$1{,}15x_1+1{,}20x_2+1{,}10x_3+3x_4+2{,}13x_5 \geqq 2307$$
$$7x_1+1{,}30x_2+1{,}20x_3+7{,}35x_4+5{,}45x_5 \geqq 7200$$

negatif olmama şartları

$$x_1 \geqq 0 \ ; \ x_2 \geqq 0 \ ; \ x_3 \geqq 0 \ ; \ x_4 \geqq 0 \ ; \ x_5 \geqq 0$$

5.5.3 Çözüm Yöntemi

Problem beş tane değişkenli ve üç sınır şartlıdır. Çözüm çok uzun sürecek işlemleri gerektirmektedir. Burada, problem sadece ilk iki tip santral ve onlara ilişkin veriler nazara alınarak simpleks yöntemle çözülmüştür. Amaç yatırım optimizasyonunda doğrusal programlamanın kullanımını göstermektir. Yöntemde hiç bir değişiklik olmamasına karşılık problemin bütünün çözümü için elle yapılacak işlemler sadece hacım genişletici nitelikte olacaklardı (55).

Kısaltılmış problemin ifadesi aşağıdaki gibidir:

minimum yapın

$$1797x_1 + 1392,5x_2$$

sınırlara uyarak

$$x_1 + x_2 \geq 1692$$

$$1,15x_1 + 1,20x_2 \geq 2307$$

$$7x_1 + 1,30x_2 \geq 7200$$

negatif olmama şartları

$$x_1 \geq 0 \; ; \; x_2 \geq 0$$

Daha önce de değinildiği gibi simpleks çözüme geçmeden evvel doğal olmıyan değişkenlerin eklenmesiyle problem eşitsizlikler halinde ifade edilir. Burada kullanılacak olan x_3, x_4, x_5 gibi değişkenler geniş problemdeki diğer üretim birimlerinin miktarlarını değil, doğal olmıyan değişkenleri göstermektedirler. Böylece problem,

minimum yapın

$$1797x_1 + 1392x_2$$

sınırlara uyarak

$$x_1 + x_2 - x_3 = 1692$$

$$1,15x_1 + 1,20x_2 - x_4 = 2307$$

$$7x_1 + 1,30x_2 - x_5 = 7200$$

negatif olmama şartları

$$x_1 \geq 0; \; x_2 \geq 0; \; x_3 \geq 0; \; x_4 \geq 0; \; x_5 \geq 0$$

haline gelecektir. Problem bir minimizasyon problemi olduğundan ilk temel çözümün elde edilmesi için bir yapay problem aracılığına gerek vardır(56). Amaç fonksiyonunun içindeki ikinci tür doğal

---

55. Bu yolun tutulmasının bir ikinci yararı, adı geçen eserlerde geometrik çözümü yapılmış problemin sonuçlarının buradakilerle karşılaştırılabilme olasılığıdır.

56. Yapay problem ve teorik yapısı için bkz.5.4.4 numaralı kısım.

olmıyan değişkenlerin birim maliyetlerinin bugünkü değeri $k = 10^4$'e eşit olmak üzere yapay problemin ifadesi aşağıdaki gibidir :

minimum yapın

$$1797x_1 + 1393x_2 + 10^4x_6 + 10^4x_7 + 10^4x_8$$

sınırlara uyarak

$$x_1 + x_2 - x_3 + x_6 = 1692$$

$$1,15x_1 + 1,20x_2 - x_4 + x_7 = 2307$$

$$7x_1 + 1,3x_2 - x_5 + x_8 = 7200$$

negatif olmama şartları

Bütün x_i'ler ≥ 0

Yapay problemin vektörel ifadesi ise,

$$Z'' = \begin{bmatrix} 1797 & 1392,5 & 0 & 0 & 0 & 10^4 & 10^4 & 10^4 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \end{bmatrix} \qquad M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1,15 & 1,2 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 7 & 1,3 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} 1692 \\ 2307 \\ 7200 \end{bmatrix}$$

olmak üzere problem kısaca

minimum yapın

$$Z''.X$$

sınırlara uyarak

$$M.X = b$$

$$X \geq 0$$

şeklindedir.

Simpleks yönteme ilişkin uygulama bir farkla daha önce açıklananın aynıdır. Fark, daha önce açıklanan problemin bir maksimizasyon, buradaki uygulamanın ise minimizasyon problemi olmasından doğmaktadır. Minimizasyona erişmek için , daha evvelkinin tam tersine, simpleks kriterlerinin hepsinin sıfır veya negatif değerler olması gereklidir. Temele girecek vektör başka bir deyişle eksen sütun pozitif simpleks kriterlerinden en yüksek değerliye sahip olan vektördür. Geriye kalan bütün işlemler anlatılanların aynıdır. Bu nedenle gerekli olanların dışında tablolara ilişkin ara açıklamalar yapılmıyacaktır.

5.5.4 Problemin Çözümü

Tamamlanmış birinci tablo ve ilk temel çözüm:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1			0	1797	1392,5	0	0	0	10^4	10^4	10^4	
2				x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	
3	10^4	x_6	1692	1	1	-1	0	0	1	0	0	1694
4	10^4	x_7	2307	1,15	1,2	0	-1	0	0	1	0	2309,35
5	10^4	x_8	7200	7	1,3	0	0	-1	0	0	1	7208,3
6			$10^4.11199$	89703	33607,5	-10^4	-10^4	-10^4	0	0	0	$10^4.11208,33$

Simpleks kriterlerinin bulunuşu:

$c_o = 10^4(1692+2307+7200) = 10^4.11199$; $c_0-z_0 = 10^4.11199-0 = 10^4.111999$

$c_1 = 10^4(1+1,15+1,2) = 10^4.9,15$; $c_1-z_1 = 10^4.9,15 - 1797 = 89703$

$c_2 = 10^4(1+1,2+1,3) = 10^4.3,5$; $c_2-z_2 = 10^4.3,5 - 1392,5 = 33607,5$

$c_3 = 10^4(-1+0+0) = -10^4$; $c_3-z_3 = -10^4 - 0 = -10^4$

$c_4 = 10^4(0-1+0) = -10^4$; $c_4-z_4 = -10^4 - 0 = -10^4$

$c_5 = 10^4(0+0-1) = -10^4$; $c_5-z_5 = -10^4 - 0 = -10^4$

$c_6 = 10^4(1+0+0) = 10^4$; $c_6-z_6 = 10^4 - 10^4 = 0$

$c_7 = 10^4(0+1+0) = 10^4$; $c_7-z_7 = 10^4 - 10^4 = 0$

$c_8 = 10^4(0+0+1) = 10^4$; $c_8-z_8 = 10^4 - 10^4 = 0$

İlk temel çözüm:

$x_6 = 1692$; $x_7 = 2307$; $x_8 = 7200$; $x_1=x_2=x_3=x_4=x_5= 0$

Simpleks kriterlerinin pozitif ve en büyük değerli olanı 89703'e ilişkin sütun eksen sütundur. Eksen eleman

$7200/7 < 1692/1 < 2307/1,15$

olduğundan $x_{55} = 7$'dir. Öyle ise x_8 vektörü temelden çıkacak ve yerine x_1 vektörü girecektir.

İkinci tabloya ilişkin hesaplamalar:

$x_{53} = 7200/7$; $x_{54} = 7/7 = 1$; $x_{55} = 1,3/7$; $x_{56} = 0/7 = 0$

$x_{57} = 0/7 = 0$; $x_{58} = -1/7$; $x_{59} = 0/7 = 0$; $x_{5,10} = 0/7 = 0$

$x_{5,11} = 1/7$; $x_{5,12} = 7208,3/7$

$$x_{33} = \frac{1692.7 - 7200.1}{7} = \frac{4644}{7} \quad ; \quad x_{34} = 1 - 1.7/7 = 0$$

$$x_{35} = \frac{1.7 - 1.1,3}{7} = \frac{5,7}{7} \quad ; \quad x_{36} = \frac{-1.7 - 1.0}{7} = -1$$

$$x_{37} = \frac{7.0 - 0.1}{7} = 0 \quad ; \quad x_{38} = \frac{7.0 - 1.-1}{7} = \frac{1}{7}$$

$$x_{39} = \frac{7.1 - 1.0}{7} = 1 \quad ; \quad x_{3,10} = \frac{7.0 - 1.0}{7} = 0$$

$$x_{3,11} = \frac{7.0 - 1.1}{7} = -\frac{1}{7} \quad ; \quad x_{3,12} = \frac{1694.7 - 7208,3.1}{7} = \frac{4649,7}{7}$$

$$x_{43} = \frac{2307.7 - 7200.1,15}{7} = \frac{7869}{7} \quad ; \quad x_{44} = 1,15 - 7.1,15/7 = 0$$

$$x_{45} = \frac{1,2.7 - 1,3.1,15}{7} = \frac{6,905}{7} \quad ; \quad x_{46} = \frac{7.0 - 1,15.0}{7} = 0$$

$$x_{47} = \frac{7.-1 - 0.1,15}{7} = -1 \quad ; \quad x_{48} = \frac{7.0 - 1,15.-1}{7} = \frac{1,15}{7}$$

$$x_{49} = \frac{7.0 - 0.1,15}{7} = 0 \quad ; \quad x_{4,10} = \frac{7.1 - 0.1,15}{7} = 1$$

$$x_{4,11} = \frac{7.0 - 1.1,15}{7} = -\frac{1,15}{7} \quad ; \quad x_{4,12} \doteq \frac{7.2309,35-7208,3.1,15}{7} = \frac{7875,}{7}$$

$$x_{63} = \frac{10^4.11199-89703.7200}{7} = \frac{10^4.13807}{7}$$

$$x_{64} = 89703 - 89703.7/7 = 0$$

$$x_{65} = \frac{33607,5.7 - 89703.1,3}{7} = \frac{10^4.11,86386}{7}$$

$$x_{66} = \frac{-10^4.7 - 0.89703}{7} = -10^4 \quad ; \quad x_{67} = \frac{-10^4.7 - 0.89703}{7} = -10^4$$

$$x_{68} = \frac{-10^4.7 - 89703.-1}{7} = \frac{10^4.1,9703}{7}$$

$$x_{69} = \frac{7.0 - 0.89703}{7} = 0 \quad ; \quad x_{6,10} = \frac{7.0 - 0.89703}{7} = 0$$

$$x_{6,11} = \frac{7.0 - 1.89703}{7} = -\frac{10^4.8,9703}{7}$$

$$x_{6,12} = \frac{10^4.11208,33 - 89703.7208,3}{7} = \frac{10^4.13798,31}{7}$$

Yukarıdaki hesaplamalar ikinci tabloda ilgili oldukları yerlere yerleştirilirse henüz optimale varılmamış olduğu görülür (bakınız ikinci tablo).

Üçüncü tabloya ilişkin hesaplamalar :

İkinci tabloda en büyük değerli simpleks kriteri $x_{65} = 10^4.11,86386/7$ ve

$$\frac{4644}{7} : \frac{5,7}{7} < \frac{7869}{7} : \frac{6905}{7} < \frac{7200}{7} : \frac{1,3}{7}$$

olduğundan bu kez x_6 vektörü ile x_2 vektörü yer değiştireceklerdir.

$x_{33} = 4644/7 : 5,7/7 = 4644/7$; $x_{34} = 0 : 5,7/7 = 0$

$x_{35} = 5,7/7 : 5,7/7 = 1$; $x_{36} = -1 : 5,7/7 = -7/5,7$

İkinci Tablo

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1			0	1797	1392,5	0	0	0	10^4	10^4	10^4	
2				x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	
3	10^4	x_6	4644/7	0	5,7/7	-1	0	1/7	1	0	-1/7	4649/7
4	10^4	x_7	7869/7	0	6,905/7	0	-1	1,15/7	0	1	-1,15/7	$\frac{7875,905}{7}$
5	1797	x_1	7200/7	1	1,3/7	0	0	-1/7	0	0	1/7	7208,3/7
6			10^4.13807/7	0	10^4.11,86386/7	-10^4	-10^4	10^4.1,9703/7	0	0	$\frac{-10^4.8,9703}{7}$	$\frac{10^4.13798,}{7}$

$x_{37} = 0 : 5,7/7 = 0$; $x_{38} = 1/7 : 5,7/7 = 1/5,7$

$x_{39} = 1 : 5,7/7 = 7/5,7$; $x_{3,10} = 0 : 5,7/7 = 0$

$x_{3,11} = -1/7:5,7/7 = -1/5,7$; $x_{3,12} = 4649,7/7:5,7/7 = 4649,7/5,7$

$$x_{43} = \frac{7869/7.5,7/7 - 4644/7,6,905/7}{7} = \frac{12786,48}{7}$$

$$x_{44} = \frac{0.5,7/7 - 6,905/7.0}{5,7/7} = 0$$

$$x_{45} = \frac{6,905/7 - 6,905/7.5,7/7}{5,7/7} = 0$$

$$x_{46} = \frac{0.5,7/7 - 6,905/7.-1}{5,7/7} = \frac{6,905}{5,7}$$

$$x_{47} = \frac{-1.5,7/7 - 0.6,905/7}{5,7/7} = -1$$

$$x_{48} = \frac{5,7/7.1,15/7 - 6,905/7.1/7}{5,7/7} = -\frac{0,35}{7}$$

$$x_{49} = \frac{0.5,7/7 - 6,905/7.1}{5,7/7} = , -\frac{6,905}{5,7}$$

$$x_{4,10} = \frac{1.5,7/7 - 0.6,905/7}{5,7/7} = 1$$

$$x_{4,11} = \frac{5,7/7.-1,15/7 - 6,905/7.-1/7}{5,7/7} = \frac{0,35}{39,9}$$

$$x_{4,12} = \frac{5,7/7.7875,905/7 - 6,905/7.4649,7/7}{5,7/7} = \frac{12786,48}{39,9}$$

$$x_{53} = \frac{7200/7.5,7/7 - 4644/7.1,3/7}{5,7/7} = \frac{35002,8}{39,9}$$

$$x_{54} = \frac{5,7/7.1 - 0.1,3/7}{5,7/7} = 1$$

$$x_{55} = 1,3/7 - \frac{1,3/7.5,7/7}{5,7/7} = 0$$

$$x_{56} = \frac{0.5,7/7 - 1,3/7.-1}{5,7/7} = \frac{1,3}{5,7}$$

$$x_{57} = \frac{5,7/7.0 - 0.1,3/7}{5,7/7} = 0 \quad ; \; x_{58} = \frac{5,7/.-1/7 - 1,3/7.1/7}{5,7/7} = -\frac{1}{5,7}$$

$$x_{59} = \frac{5,7/7.0 - 1,3/7.1}{5,7/7} = -\frac{1,3}{5,7} \quad ; \; x_{5,10} = \frac{5,7/7.0-1,3/7.0}{5,7/7} = 0$$

$$x_{5,11} = \frac{5,7/7.1/7 - 1,3/7.-1/7}{5,7/7} = \frac{1}{5,7}$$

$$x_{5,12} = \frac{7208,3/7.5,7/7 - 1,3/7.4649,7/7}{5,7/7} = \frac{35042,7}{5,7}$$

$$x_{63} = \frac{10^4.13807/7.5,7/7 - 118638,6/7.4644/7}{5,7/7} = \frac{10^4.23604,9}{39,9}$$

$$x_{64} = \frac{0.5,7/7 - 10^4.11,86386/7.0}{5,7/7} = 0$$

$$x_{65} = \frac{10^4.11,86386/7 \;.5,7/7 - 5,7/7.\; 10^4.11,86386/7}{5,7/7} = 0$$

$$x_{66} = \frac{-10^4.5,7/7 - 10^4.11,86386/7.-1}{5,7/7} = \frac{10^4.6,16386}{5,7}$$

$$x_{67} = \frac{-10^4.5,7/7}{5,7/7} = -10^4$$

$$x_{68} = \frac{19703/7.5,7/7 - 1186386/7.1/7}{5,7/7} = \frac{6331,5}{39,9}$$

$$x_{69} = \frac{-118638,6/7}{5,7/7} = -\frac{118638,6}{7}$$

$$x_{6,10} = \frac{5,7/7.0 - 10^4.11,86386/7.0}{5,7/7} = 0$$

$$x_{6,11} = \frac{-89703/7.5,7/7 + 1/7.118638,6/7}{5,7/7} = -\frac{392668,5}{39,9}$$

$$x_{6,12} = \frac{10^4.13798,31/7.5,7/7 - 4649,7/7.118638,6/7}{5,7/7} = \frac{10^4.23487,376}{39,9}$$

Üçüncü Tablo

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1			0	1797	1392,5	0	0	0	10^4	10^4	10^4	
2				x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	
3	1392,5	x_2	4644/5,7	0	1	-7/5,7	0	1/5,7	7/5,7	0	-1/5,7	4649,7/5,7
4	10^4	x_7	12786,48/39,9	0	0	6,905/5,7	-1	-0,35/39,9	-6,905/5,7	1	0,35/39,9	12786,48/39,9
5	1797	x_1	35002,8/39,9	1	0	1,3/5,7	0	-1/5,7	-1,3/5,7	0	1/5,7	35042,7/39,9
6			$\frac{10^4.23604,9}{39,9}$	0	0	$\frac{10^4.6,16386}{5,7}$	-10^4	$-\frac{10^4.0,03315}{39,9}$	$-\frac{10^4.11,86386}{7}$	0	$-\frac{10^4.39,26685}{39,9}$	$\frac{10^4.23487,376}{39,9}$

Görüleceği gibi üçüncü tablonun simpleks kriterlerinin hepsi henüz negatif değerli olmamışlardır. Dolayısıyla optimal çözüme ulaşılmamıştır. Tablonun tek pozitif değerli simpleks kriteri x_{66} elemanıdır ve

$$\frac{12798,48}{39,9} : \frac{6,905}{5,7} < \frac{35002,8}{39,9} : \frac{1,3}{5,7}$$

olduğundan x_7 vektörü x_3 vektörü ile yer değiştirecektir.

Dördüncü Tabloya İlişkin Hesaplamalar ve Dördüncü tablo:

$x_{43} = 12786,48/39.9 : 6,905/5,7 = 1826,64/6,905$

$x_{44} = 0 : 6,905/5,7 = 0$;

$x_{45} = 0 : 6,905/5,7 = 0$

$x_{46} = 6,905/5,7 : 6,905/5,7 = 1$

$x_{47} = -1 : 6,905/5,7 = -5,7/6,905$

$x_{48} = -0,35/39,9 : 6,905/5,7 = -0,05/6,905$

$x_{49} = -6,905/5,7 : 6,905/5,7 = -1$

$x_{4,10} = 1 : 6,905/5,7 = 5,7/6,905$

$x_{4,11} = 0,35/39,9 : 6,905/5,7 = 0,05/6,905$

$x_{4,12} = 12786,48/39,9 : 6,905/5,7 = 1826,64/6,905$

$$x_{33} = \frac{4644/5,7.6,905/5,7 - 12786,48/39,9.-7/5,7}{6,905/5,7} = \frac{7869}{6,905}$$

$$x_{34} = \frac{6,905/5,7.0 - 0.-7/5,7}{6,905/5,7} = 0$$

$$x_{35} = \frac{6,905/5,7.1 - 0.7/5,7}{6,905/5,7} = 1$$

$$x_{36} = -7/5,7 - \frac{-7/5,7.6,905/5,7}{6,905/5,7} = 0$$

$$x_{37} = \frac{0.6,905/5,7 - (-7/5,7)(-1)}{6,905/5,7} = -\frac{7}{6,905}$$

$$x_{38} = \frac{6,905/5,7.1/5,7 - (-7/5,7)(-0,35/39,9)}{6,905/5,7} = \frac{1,15}{6,905}$$

$$x_{39} = \frac{6,905/5,7.7/5,7 - (-7/5,7)(-6,905/5,7)}{6,905/5,7} = 0$$

$$x_{3,10} = \frac{6,905/5,7.0 - 1.-7/5,7}{6,905/5,7} = \frac{7}{6,905}$$

$$x_{3,11} = \frac{6,905/5,7.-1/5,7 - (-7/5,7).0,035/39,9}{6,905/5,7} = -\frac{1,15}{6,905}$$

$$x_{3,12} = \frac{4649,7/5,7.6,905/5,7 - (-7/5,7).12768,48/39,9}{6,905/5,7} = \frac{7879,05}{6,905}$$

$$x_{53} = \frac{35002,8/39,9.6,905/5,7 - 12786,48/39,9.1,3/5,7}{6,905/5,7} = \frac{5640,9}{6,905}$$

$$x_{54} = \frac{6,905/5,7.1 - 0.1,3/5,7}{6,905/5,7} = 1$$

$$x_{55} = \frac{6,905/5,7.0 - 0.1,3/5,7}{6,905/5,7} = 0$$

$$x_{56} = 1,3/5,7 - \frac{6,905/5,7.1,3/5,7}{6,905/5,7} = 0$$

$$x_{57} = \frac{6,905/5,7.0 - 1,3/5,7.-1}{6,905/5,7} = \frac{1,3}{6,905}$$

$$x_{58} = \frac{6,905/5,7.-1/5,7 - 1,3/5,7.-0,35/39,9}{6,905/5,7} = -\frac{1,2}{6,905}$$

$$x_{59} = \frac{6,905/5,7.-1,3/5,7 - 1,3/5,7.-6,905/5,7}{6,905/5,7} = 0$$

$$x_{5,10} = \frac{0.6,905/5,7 - 1.1,3/5,7}{6,905/5,7} = -\frac{1,3}{6,905}$$

$$x_{5,11} = \frac{1/5,7.6,905/5,7 - 0,35/39,9.1,3/5,7}{6,905/5,7} = \frac{1,2}{6,905}$$

$$x_{5,12} = \frac{35042,7/39,9.6,905/5,7 - 1,3/5,7.12786,48/39,9}{6,905/5,7} = \frac{5647,805}{6,905}$$

$$x_{63} = \frac{10^4.23604,9/39,9.6,905/5,7 - 10^4.6,16386/5,7.12786,48}{6,905/5,7}$$

$$= \frac{10^4.84177,758}{39,9.6,905} = 3.055.348,5$$

$$x_{64} = \frac{0.6,905/5,7 - 10^4.6,16386/5,7.0}{6,905/5,7} = 0$$

$$x_{65} = \frac{0.6,905/5,7 - 10^4.6,16386/5,7.0}{6,905/5,7} = 0$$

$$x_{66} = \frac{6,905/5,7.10^4.6,16386/5,7 - 6,905/5,7.10^4.6,16386/5,7}{6,905/5,7} = 0$$

$$x_{67} = \frac{-10^4.6,905/5,7 + 10^4.6,16386/5,7}{6,905/5,7} = -\frac{10^4.0,74114}{6,905}$$

$$x_{68} = \frac{-10^4.0,63315/39,9.6,905/5,7 + 10^4.6,16386/5,7.0,35/39,9}{6,905/5,7}$$

$$= \frac{-10^4.2,2145497}{39,9.6,905}$$

$$x_{69} = \frac{-10^4.11,86368/7.6,905/5,7 + 6,905/5,7.10^4.6,16386/5,7}{6,905/5,7}$$

$$= \frac{-10^4.169,01356}{39,9.6,905}$$

$$x_{6,10} = -10^4.6,16386/5,7\ .5,7/6,905 = \frac{-10^4.6,16386}{6,905}$$

$$x_{6,11} = \frac{-10^4.39,26685/39,9.6,905/5,7 - 10^4.6,16386/5,7.0,35/39,9}{6,905/5,7}$$

$$= -\frac{10^4.273,29494}{39,9.6,905}$$

$$x_{6,12} = \frac{10^4.23487,376/39,9.6,905/5,7 - 10^4.6,16386/5,7.12786.48}{6,905/5,7}$$

$$= \frac{10^4.83366,258}{39,9.6,905}$$

Dördüncü Tablo

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1			0	1797	1392,5	0	0	0	10^4	10^4	10^4	
2				x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	
3	1392,5	x_2	$\frac{7869}{6,905}$	0	1	0	$-\frac{7}{6,905}$	$\frac{1,15}{6,905}$	0	$\frac{7}{6,905}$	$-\frac{1,15}{6,905}$	$\frac{7875,905}{6,905}$
4	0	x_3	$\frac{1826,64}{6,905}$	0	0	1	$-\frac{5,7}{6,905}$	$-\frac{0,05}{6,905}$	-1	$\frac{5,7}{6,905}$	$\frac{0,05}{6,905}$	$\frac{1826,64}{6,905}$
5	1797	x_1	$\frac{5640,90}{6,905}$	1	0	0	$\frac{1,3}{6,905}$	$-\frac{1,2}{6,905}$	0	$-\frac{1,3}{6,905}$	$\frac{1,2}{6,905}$	$\frac{5647,805}{6,905}$
6			$10^4.84177,758/39,9.6,905$	0	0	0	$-10^4.0,74114/6,905$	$-10^4.2,2145497/39,9.6,905$	$-10^4.169,01356/39,9.6,905$	$-10^4.6,16386/6,905$	$-10^4.273,29494/39,9.6,905$	$10^4.83366,258/39,9.6,905$

Görüleceği gibi yapay problemin dördüncü tablosu pozitif değerli simpleks kriteri bulundurmamaktadır. Dolayısıyla optimal çözüme ulaşilmıştır. Nitekim bu tabloya ilişkin maliyet giderek küçülmüş ve dördüncü tabloda minimum değere ulaşmıştır. Optimal çözüm

$$x_1 = 5640,90/6,905 = 816,929 = 817$$

$$x_2 = 7869/6,905 \doteq 1139,608 = 1140$$

$$x_3 = 1826,64/6,905 = 264,538 = 265$$

$$x_4 = x_5 = x_6 = x_7 = x_8 = 0$$

şeklindedir ve amaç fonksiyonu problemin verileri gerçeklenmek üzere $10^4.84177,758/39,9.6,905$ halindeki minimum ifadesine varmıştır. Yapay problemin ikinci tür doğal olmıyan değişkenleri sıfır değerine sahip oldukları için çözüm aynı zamanda ilk problemin optimal çözümüdür.

Özetlemek gerekirse, çözüm, minimum maliyetli yatırım programının 817 MW'lık bir termik santral ve 1140 MW'lık bir barajlı hidro elektrik santraldan oluşacağını göstermektedir. Böylece optimal teçhizat bileşimi başka bir deyişle optimal teknik bileşimi saptanmıştır.

Garanti güce ilişkin x_3 doğal olmıyan değişkenin çözümde 265 gibi bir pozitif değere sahip olmasının nedeni açıklanmalıdır. Planlanan 1692 MW'lık garanti güce karşılık optimal çözüm bunun 817 + 1140 = 1957 MW olmasını şart koşmaktadır . Planlanana oranla 1957 - 1692 = 265 MW'lık bir fazlalık görülmektedir. Bu çözüm şartı, tanımlanan fazlalık olmadan, öngörülen yıllık enerji üretimi ve garanti gücün bir arada sağlanamıyacağını belirtmektedir. Bu iki özelliğin birden gerçeklenmesi, teknik bir zorunluk olarak, küçük bir yedeğin yaratılmasını gerekli hale getirmektedir (57). Ancak bu koşul problemin verisine aykırı değildir.

Bu yedeğin dışında, optimal çözüm, tahminlere uygun sonuçları bulundurmaktadır. Şöyle ki optimal çözüme göre,

---

57. Bu konuda bkz. Massé, Le Choix des Investissements, s.148-149

Maksimum güç:

(1,15 x 817) +(1,20 x 1140) = 2307 MW

Yıllık enerji:

(7 x 817) +(1,30 x 1140) = 7200 Gws 'tir.

Optimal çözüm ve tahmin sonuçları aşağıdaki tabloda özet olarak karşılaştırılmıştır:

	Birim	Çözüm Sonuçları	Talep Tahmini	Sapma
Garanti-güç	MW	1957	1692	265
Maksimum-güç	MW	2307	2307	0
Yıllık Enerji	Gws	7200	7200	0

Çalışmanın başında, ihtiyacı tatmine yönelik ekonomik malların kıtlığının, gerçekte, onları meydana getirebilecek kayların arzının sınırlı olmasının bir sonucu olduğu söylenmiştir.

İhtiyacın daha yüksek düzeylerde tatmini, kıt kaynakların bugünkü tüketiminden, gelecekteki daha yüksek düzeydeki üretim için, vazgeçmekle mümkündür. Kıt kaynakların, gelecekte, daha yüksek tatminleri sağlıyabilecek üretim elde edilmesine yönlendirilmesi yatırım olayıdır.

Gelecekte daha yüksek düzeyde tatmin, kıt kaynakların alternatif kullanım olasılıklarının iyi değerlendirilmeleriyle gerçeklenebilir.

Kıt kaynakların, elde edilebilecek en yüksek düzeyde tatmin sağlıyabilecek biçimde düzenlenmeleri optimal kullanımdır.

Nesnel olarak kaynakların daha yüksek düzeyde üretime yönlendirilmesi şeklinde tanımlanan yatırımın daha yüksek düzeyde tatmin sağlama amacına ulaşıp ulaşmıyacağını saptamak değerleme ölçülerini kullanmayı gerektirir. Böylece ele alınınca, serbest rekabete dayalı bir ekonomi içinde, fiyatlar birer değerleme ölçüsü ve maksimum kâr kıt kaynakların optimal kullanımlarının bir göstergesi olabilecektir.

Bu amaçla başlangıçta, yatırımların konuları, cinsleri, açısından optimizasyonları incelenmiş , bu arada paranın zaman değerini göz önünde bulundurmayışları açısından statik nitelikteki yöntemlerin eleştirisi yapılmıştır. Alternatif analizinde, sonuçları süreksiz ve sınırlı sayıda olarak beliren yatırımların optimizasyonuna bugünkü değer ve iç verimlilik yöntemleriyle varılabileceği anlaşılmıştır. Bu konudaki optimizasyon pasif yapılı olarak nitelendirilmiştir. Çünkü burada, yalnızca, faiz oranı aracılığıyla, herhangi bir müdahalede bulunulmadan belirdiği kabul edilen yatırım sonuçlarından en iyisini simgeliyeni seçilmekteydi. Oysa diğer optimizasyon yöntemlerinde, sonucun en iyi diye tanımlanabilecek şekilde belirebilmesi için, yatırımın iç yapısının ne olması gerekliliği ele alınmış; sonucu etkileyen değişkenlerin düzenlenmesi yöntemleri araştırılmıştır. Bu yönüyle optimizasyon yatırımın iç yapısına aktif bir müdahaleyi getirmekteydi.

Çalışmanın daha sonraki kısımlarında, süreklilik varsayımı kabul edilerek, marjinal analizle, yatırımların boyutları ve süreleri açılarından optimizasyonuna aynı araçlarla varılabilmiştir. Mikro statik özellikte olan incelemelere, teknik gelişmenin sürekliliği varsayımı eklenerek, kısmen dinamik bir nitelik kazandırılmıştır.

Ele alınanlardan bugünkü değer yönteminin optimizasyonun etkili bir aracı olacağı; yatırımın cinsinin seçiminde bugünkü değerle aynı sonuçları verebilen iç verimlilik yönteminin, boyut açısından optimizasyonda kullanılmasının sakıncalar doğuracağı sonucuna varılmıştır.

Geleceğin belirsizliği karşısında yöntemlerden kesin sonuçlar elde edilemiyeceği kabul edilmekle beraber bunların, yatırım optimizasyonunda, işlemsel olma zorunluğuna dikkat çektiği açıktır.

Fonksiyonel analize dahil süre optimizasyon yöntemlerinin fazla soyut yapıya sahip olmalarına karşılık vardıkları ilginç sonuç hiç bir yatırımın, mikro düzeyde bile, tek başına, bağımsız olarak göz önünde bulundurulamıyacağıdır. Çünkü herhangi bir yatırımın, diğer veriler sabit kalsa bile, hizmete alınma devresi bir diğerinin hizmet dışı bırakılma devresine bağlıdır. Değiştirme veya değiştirmeme şeklindeki bugünkü alternatifler tek başlarına eleştirilemezler. Sorun bütün kararlar zincirlerini birlikte saptamaktır.

Fonksiyonel analiz, diğer değişkenler sabit kabul edildiğinde, yalnızca, optimizasyon değişkenini özellikle incelemektedir. Yatırımlara ilişkin bütün faktörleri bir taneye indirgemek gibi gerçekten fazla soyutlanmış bir yapıya sahiptir.

Çalışmanın son bölümünde birden çok faktöre bağlı çok sayıda üretime dayalı yatırımların optimizasyonları ele alınmıştır. Buradaki teçhizat seçimine ilişkin optimizasyonda, çağdaş gelişmenin bir aracı, doğrusal programlama kullanılmıştır.

Çağdaşlığına karşın varsayımları doğrusal programlamayı da eleştirilerle karşı karşıya bırakabilir. Örneğin modele doğrusallık varsayımını koyabilmek için, maliyetlerin üretim düzeyleri ile orantılı olduğunun kabul edilmesi bunlardan biridir. Süre optimizasyonunda varılan sonuca aykırı olarak, zaman süreci içinde, teçhizatı diğerlerinden bağımsız olarak göz önünde bulundurması bir diğer eleştiri konusudur. Ancak yapıcı nitelikleriyle eleştiriler azalan maliyetlere dayalı olaylara ilişkin yöntemlerin geliştirilmesine neden olmuşlardır.

Yine doğrusal programlama ile çözümlerde, verilerdeki çok küçük değişiklikler optimumun çok büyük değişimine meydan vermektedir. Buna karşılık, optimuma yakın çözümlerin araştırılması için parametrik programlama geliştirilmiştir. Yatırımların, teçhizatın değişik ve birden çok devrelerde gerçeklenmesi şeklindeki olayları programlamaya tekrarlanma kavramını sokmuştur. Çözümün, devresel (sekansiyel) doğrusal programlamayla bulunma çabası harcanmaktadır. Bölünebilirlik varsayımına yapılan eleştirilere tam sayılarla programlama son vermiştir. Denilebilir ki bu konuların ardına son sözcüğünü yazmak için henüz vakit çok erkendir.

Yatırımlara ilişkin yöntemler ekonomiye ilginç bir katkıda bulunmuştur. Ekonomi bir kararlar , rasyonel tercihler ve etkin kararlar bilimi haline gelmiş ve niteliksel yönüyle kantitatif ekonomi adını almıştır.

Faiz teorisinden esinlenen yatırım teorisi ve uygulamasının yalnızca bilimsel olma özelliği yoktur. Aynı zamanda, uygulamada kullanılan kârlılık, geri ödeme süresi, ortalama maliyetler gibi zaman ve onun fiyatı faizi kullanmayan göstergelerden belirgin üstünlükleri vardır.

Üzülünecek yön, teorinin uygulamayı yeterince etkiliyememesidir. Açıklanan yöntemler uygulamada yerlerini, çoklukla, sezgiye ve deneye bırakmaktadırlar. Yatırım politikası, büyük olasılıkla, teorinin uygulamadan bu denli uzaklaştığı ender alanlardan biridir. Özellikle, fakirliğin değil fakirliğin bilincine varmanın yeni olduğu az gelişmiş ülkelerin bu bilinçle sabırsızlaşmış kitleleri karşısında bu gerçek bir çelişkidir. Az sayıda teknik kadronun tekelinden çıkarak, yöntemlerin, yakın zamanda uygulamacıya kazandırılması erişilmesi istenen sonuçtur.

Abraham,Claude - Thomas, André, Mikroéconomie, Paris, Dunod, 1966

Allen, R.G.D., Analyse Mathématique et Théorie Economique, Çev.M. Bernard, Paris, Presse Universitaire de France,1950

Baumol, W.J. , Théorie Economique et Analyse Opérationnelle, Çev. P.Patrel, Paris, Dunod, 1963

Bellman, R.E.- Dreyfus,S.E., La Programmation Dynamique et ses Applications, Çev. M.Barbier-R.Planche, Paris,Dunod, 1965

Bierman, Harold,Jr.-Smidt, Seymour, Yatırım Projelerinin İktisadî Analizi ve Finansmanı,Çev. Turgut Var, Ankara, Güzel İstanbul Matbaası,1970

Boratav, Korkut, Sosyalist Planlamada Gelişmeler, Ankara, Sevinç Matbaası, 1973

Bross,I.D.J., Prévision et Décision Rationnelle, Çev.P.Pascal, Paris, Dunod, 1961

Bulutay, Tuncer, Doğrusal Programlama, Ankara, A.Ü. Basımevi,1965

Büker, Semih, İşletmelerin Finansal Yönetiminde Yatırım Kararları ve Türkiye'deki Uygulama, Ankara, Sevniç Matbaası,1973

Chenery,B.Hollis-Clark,Paul.G, Endüstriler Arası İktisat, Çev.Cemil Çınar, Ankara,O.D.T.Ü., 1965

Churchmann,West C.-Ackoff, Russel L.,Arnoffe, Leonard E., Eléments de Recherche Opérationnelle,Çev.Jean Lavault, Paris, Dunod,1961

Dean, Joel, Théorie Economique et Pratique des Affaires, Çev. Georges Ville, Paris, Editions de l'Entreprise Moderne, 1959

-------- Capital Budgeting,7.B,New-York,1964

Demirel,Ahmet, Yatırım Projelerinin Değerlendirilmesi ve Türkiye, Doktora Tezi, İstanbul, Fakülteler Matbaası, 1970

Dethoor,J.M.,-Groboillot,J.L., La Vie des Equipements, Paris, Dunod, 1968

Fisher,İrving, The Theory of Interest, New-York, 1965

Frisch,Ragnar, Lois Téchniques et Economique de la Production,Çev. Marc Gilliard, Paris, Dunod,1963

Gönenli, Atilla, İşletmelerde Yatırım Kararları, İstanbul, Hüsnütabiat Matbaası, 1968

Gülçür,K.Fazıl, İşletmelerde Faaliyet Araştırmaları, İstanbul, Berksoy Matbaası,1966

Henon, Robert, L'Econometrie au Service de l'Entreprise, Paris, Gauthier-Villars, 1964

Hicks,J.-R, Valeur et Capital, Çev. C.Mac.Millan-C.Ménage,Paris, Dunod,1956

Hiç,Mükerrem, Girdi-Çıktı Analizi ve Doğrusal Programlamaya Giriş, İstanbul, Sermet Matbaası, 1971

Isaac, Alfred, Ticarî Hesap ve Malî Cebir,C.2, Çev.Nevzat Güneş, İstanbul, İ.Ü.,1944

Kantorovitch,L.V., Calcul Economique et Utilisation des Ressources, Çev.C.Sartou,Paris,Dunod, 1963

Kılıçbay, Ahmet, Kantitatif İktisat Teorisi ve Politikası, İstanbul, Sermet Matbaası, 1970

Küçükömer, İdris, İktisat İlkeleri Üzerine, C.1, İstanbul, Okay Yayınevi, 1964

Lange, Oskar, Leçons d'Econometrie, Çev. Anna Posner, Paris, Gauthier Villars, 1970

Lesourne, Jacques, Téchnique Economique et Gestion Industrielle, 2.B, Paris, Dunod, 1971

Lindelöf, E.-Ullrich, E., Analize Giriş, Çev. M.N. Oğuztöreli, Ankara, Türk Tarih Kurumu Basımevi, 1961

Lutz, Friedrich ve Vera, The Theory of Investment of the Firm, Princeton, 1951

Massé, Pierre, Le Choix des Investissements, 2.B, Paris, Dunod, 1964

Özelmas, Ekrem, İktisat, C.I, İstanbul, İskender Matbaası, 1967

Peumans, H., Théorie et Pratique des Calculs d'Investissements, Paris, Dunod, 1965

Porterfield, James T.S., Coût du Capital et Choix des Investissements, Çev. V. Renard, Paris, Dunod, 1969

Rosenstiehl, P.-Ghouila-Houri. A., Les Choix Economiques, Paris, Dunod, 1960

Samuelson, Paul Antony, İktisat, 2.B., Çev. Y.Demirgil, İstanbul, Basın Ofset, 1966

-------- Les Fondements de l'Analyse Economique, 2.B, C.I, Çev. G.Gaudot, Paris, Gauthier-Villars, 1971

Savaş, Vural, Yatırım Kriterlerinden Doğrusal Programlamaya, İstanbul, Sermet Matbaası, 1965

Savaş, Vural, Keynes'in Genel Teorisi, Eskişehir, Bozkurt Matbaası, 1963

Solomon, Ezra, İşletme Finansmanı Teorisi, Çev. Turgut Var, Ankara, O.D.T.Ü, 1971

Terborgh, George Willard, Dynamic Equipment Policy, New-York, Mc. Graw-Hill, 1949

Tinbergen, J., Téchniques Modernes dela Politique Economique, Çev. L.de Azcarate, Paris, Dunod, 1961

Uzgören, Nakibe, Genel Matematik, 2.B., İstanbul, Yalkın Ofset Matbaası, 1969

Ülgener, Sabri F., Millî Gelir, İstihdam ve İktisadî Büyüme, 2.B., İstanbul, Sermet Matbaası, 1966

Üstünel, Besim, Ekonominin Temelleri, Ankara, Bilgi Basımevi, 1969

Yıldırım, Cemal, Mantık El Kitabı, İstanbul, Gerçek Yayınevi, 1976