

**T.C.
MARMARA ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
EKONOMETRİ ANA BİLİM DALI
EKONOMETRİ BİLİM DALI**

**DALGACIK BAZLI UÇ DEĞER TEORİSİ İLE PARAMETRİK
OLMAYAN VOLATİLİTE MODELLEMESİ**

Doktora Tezi

Hazırlayan

ATILLA ÇİFTER

İstanbul, 2010

**T.C.
MARMARA ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
EKONOMETRİ ANA BİLİM DALI
EKONOMETRİ BİLİM DALI**

**DALGACIK BAZLI UÇ DEĞER TEORİSİ İLE PARAMETRİK
OLMAYAN VOLATİLİTE MODELLEMESİ**

Doktora Tezi

Hazırlayan

ATILLA ÇİFTER

**Tez Danışmanı
Prof. Dr. Selahattin Güriş**

İstanbul, 2010

Marmara Üniversitesi
Sosyal Bilimler Enstitüsü Müdürlüğü

Tez Onay Belgesi

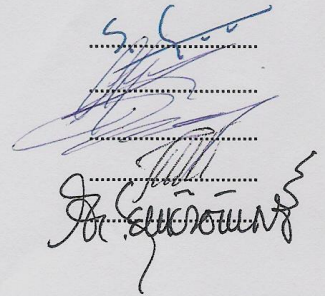
EKONOMETRİ Anabilim Dalı EKONOMETRİ Bilim Dalı Doktora öğrencisi
ATILLA ÇİFTER'İN DALGACIK BAZLI UÇ DEĞER TEORİSİ İLE PARAMETRİK
OLMAYAN VOLATİLİTE MODELLEMESİ adlı tez çalışması, Enstitümüz Yönetim
Kurulunun 25.01.2010 tarih ve 2010-1/27 sayılı kararıyla oluşturulan jüri tarafından
oybirliği/oyçokluğu ile Doktora Tezi olarak kabul edilmiştir.

Öğretim Üyesi Adı Soyadı

İmzası

Tez Savunma Tarihi : 02.02.2010

1) Tez Danışmanı : PROF. DR. SELAHATTİN GÜRİŞ
2) Jüri Üyesi : DOÇ. DR. EBRU ÇAĞLAYAN
3) Jüri Üyesi : YRD. DOÇ. DR. FUNDA.S SEZGİN
4) Jüri Üyesi : PROF. DR. İŞİL AKGÜL
5) Jüri Üyesi : PROF. DR. MUSTAFA SEVÜKTEKİN



ÖNSÖZ

Son yıllarda yaşanan finansal krizler riskin doğru bir şekilde hesaplanmasını zorunlu kılmış, bu kapsamda çok sayıda parametrik ve parametrik olmayan volatilité modeli uygulamada yer almıştır. Bu çalışma ile riske maruz değér öngörüsünde alternatif bir yöntem olarak dalgacık bazlı uç değér teorisi geliştirilmiş ve İMKB-100 endeksi üzerine uygulanmıştır. Bu çalışmayı sonuçlandırmamda görüşleri ile katkıda bulunan değérli danışman hocam Prof.Dr. Selahattin Güriş'e, doktora programından hocalarım ve jüri üyeleri Prof.Dr.İşıl Akgül, Doç.Dr.Ebru Çağlayan'a, yeterlilik sınavı ve tez savunma sınavı jüri üyeleri Prof.Dr.Mehmet Genceli, Prof.Dr.Mustafa Sevüktekin ve Yard.Doç.Dr.Funda N.Sezgin'e, doktora eğitimime verdikleri destekten dolayı Şekerbank T.A.Ş. yönetimine ve tezin tüm bölümlerini titizlikle kontrol ederek görüşleri ile katkı sağlayan eşim Elif Çifter'e ve bu günlere gelmemde önemli katkıları olan annem, babam ve tüm hocalarıma çok teşekkür ederim. Çalışmanın tüm ilgililere yararlı olmasını dilerim.

İstanbul, 2010

Atilla ÇİFTER

İÇİNDEKİLER

	Sayfa No.
TABLO LİSTESİ	IV
ŞEKİL LİSTESİ	VI
GRAFİK LİSTESİ	VIII
KISALTMALAR	XI
1. GİRİŞ	1
2. FİNANSAL VERİLERİN TEMEL ÖZELLİKLERİ VE UÇ DEĞER ÖZELLİĞİNİN TESPİT EDİLMESİ	
2.1. Finansal Verilerin Özellikleri	5
2.1.1 Otokorelasyon	5
2.1.2 Değişen Varyans	6
2.1.3 Yapısal Volatilite Kırılması	6
2.1.4 Asimetriklik	8
2.1.5 Aşırı Basıklık ve Sivrilik	10
2.1.6 Volatilite Kümelenmesi	11
2.2. Uç Değer Özelliğinin Tespit Edilmesi.....	12
2.2.1 Dağılım Testleri	12
2.2.2 Q-Q Grafiği	13
2.2.3 Ortalama Aşım Fonksiyonu	14
3. KOŞULLU DEĞİŞEN VARYANS, SİMÜLASYON VE BOOTSTRAP MODELLERİ	
3.1. Değişen Varyans Modellerinde Olabilirlik Fonksiyonu.....	16
3.1.1 En Küçük Kareler Yöntemi.....	16
3.1.2 Maksimum Olabilirlik Yöntemi	18
3.1.3 Quasi-Maksimum Olabilirlik Yöntemi.....	18
3.2. Değişen Varyans Modellerinde Dağılım Seçimi	19
3.2.1 Normal Dağılım	19
3.2.2 Student-t Dağılımı	20
3.2.3 Çarpık Student-t Dağılımı	21
3.3. Değişen Varyans Modelleri	23
3.3.1 Otoregresif Koşullu Değişen Varyans Modeli (ARCH)	23
3.3.2 Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans Modeli (GARCH).....	23
3.3.3 Riskmetrics-Üstel Hareketli Ortalama Yöntemi(Riskmetrics-EWMA)	24
3.3.4 Üstel GARCH Modeli (EGARCH)	25
3.3.5 Eşik Değer GARCH Modeli (GRJ-GARCH)	26
3.3.6 Asimetrik Üstel ARCH (APARCH) Modeli	27
3.3.7 Bütünleşik Garch Modeli (IGARCH)	27

3.3.8 Parçalı Bütünleşik Garch Modeli(FIGARCH)	28
3.3.9 Parçalı Bütünleşik Üstel Garch Modeli(FIEGARCH)	30
3.3.10 Parçalı Bütünleşik Asimetrik Üstel ARCH Modeli(FIAPARCH).....	30
3.3.11 Hiperbolik Garch Modeli(Hyperbolic GARCH)	30
3.3.12 GRJ-Normal Karma Garch Modeli (NM-GRJ-GARCH)	31
3.3.13 Asimetrik Normal Karma Garch Modeli (NM-AGARCH)	32
3.3.14 Cornish-Fisher Riske Maruz Değer Modeli (Cornish-Fisher RMD) ...	32
3.3.15 Markov-Rejim Değişim GARCH Modeli (MS-GARCH)	33
3.4. Değişen Varyans Modellerinde Parametrelerin Belirlenmesi	35
3.5. Simülasyon ve Bootstrap Modelleri.....	36
3.5.1 Monte Carlo Simülasyon Yöntemi.....	36
3.5.2. Bootstrap Yöntemi.....	37
3.5.3. Tarihsel Simülasyon Yöntemi.....	39
3.5.4. Riske Maruz Değer Modelleri (RMD).....	41
3.6.4.1 Tarihsel Simülasyon RMD (HS).....	41
3.6.4.2 Koşullu Tarihsel Simülasyon RMD (FHS)	41
3.6.4.3 Sabit Varyanslı Monte Carlo RMD Modeli (C-MC RMD).....	43
3.6.4.4 Değişen Varyanslı Monte Carlo RMD Modeli (V-MC RMD) ...	44
3.6.4.5 Bootstrap Riske Maruz Değer Modeli (Bootstrap RMD)	44

4. DALGACIKLAR VE DALGACIK BAZLI UÇ DEĞER TEORİSİ

4.1. Dalgacıkların Tanımı ve Özellikleri.....	46
4.2. Fourier Dönüşümü	47
4.3. Dalgacık Dönüşümü	50
4.3.1 Sürekli Dalgacık Dönüşümü	53
4.3.2 Ayrık Dalgacık Dönüşümü	55
4.3.3 En Yüksek Örtmeli Ayrık Dalgacık Dönüşümü	57
4.4. Dalgacıkların Ekonometrideki Uygulama Alanları	58
4.4.1 Frekans Analizi	58
4.4.2 Durağanlık ve Uzun Dönem Hafıza Analizi	60
4.4.3 Zaman-Ölçek Ayırıştırması (Nedensellik ve İlişki Analizi)	61
4.4.4 Öngörü	62
4.4.5 Varyans Analizi	63
4.5. Uç Değer Teorisi	65
4.5.1 Genelleştirilmiş Uç Değer Dağılımı (GEV)	65
4.5.2 Koşullu Genelleştirilmiş Uç Değer Dağılımı (FGEV).....	69
4.5.3 Hill Tahmincisi Bazlı GARCH Yöntemi (EVT-Hill Garch).....	69
4.5.4 Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı (GPD)	71
4.5.4.1 Eşik Değerin Tespiti.....	74
4.5.4.2 Genelleştirilmiş Pareto Dağılımında Parametrelerin Belirlenmesi.....	76
4.5.4.2.1 Pickands Tahmincisi (P).....	76
4.5.4.2.2 Maksimum Olabilirlik Yöntemi (ML).....	77
4.5.4.2.3 Moment Yöntemi (MOM)	77
4.5.4.2.4 Olasılık Ağırlıklı Momentler Yöntemi (PWM).....	78
4.5.4.2.5 Temel Yüzdesel Yöntem (EPM).....	79

4.5.5. Koşullu Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı (FGPD)	80
4.5.6. Beklenen Kuyruk Kaybı (ES).....	80
4.5.7. Koşullu Beklenen Kuyruk Kaybı (FES).....	81
4.6. Dalgacık Bazlı Riske Maruz Değer	81
4.7. Dalgacık Bazlı Uç Değer Teorisi	83
4.7.1 Dalgacık Bazlı Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı (W-GPD)	83
4.7.2 Dalgacık Bazlı Koşullu Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı (W-FGPD) ...	84
4.7.3 Dalgacık Bazlı Beklenen Kuyruk Kaybı (W-ES)	85
4.7.4 Dalgacık Bazlı Koşullu Beklenen Kuyruk Kaybı (W-FES)	85
4.8. Geriye Dönük Testler	86
4.8.1. Simetrik Hata Testleri	88
4.8.1.1 Aşım Sayısı	88
4.8.1.2 Kök Ortalama Hata Kare Kriteri (RMSE)	89
4.8.2. Kuyruk Kaybı Bazlı Testler	89
4.8.2.1 Kupiec Testi	90
4.8.2.2 Lopez Testi	90
4.8.2.3 Christoffersen Testi	91
5. UYGULAMA	
5.1. Veri Seti ve Temel İstatistik Özellikleri.....	93
5.2. İMKB Serisinin Uygulaması.....	96
5.2.1. Temel Özellikler Ve Uç Değer Özelliği Uygulaması.....	97
5.2.2. Değişen Varyans, Simülasyon ve Bootstrap Uygulaması.....	105
5.2.3. Uç Değer Teorisi ve Dalgacık Bazlı Uç Değer Teorisi Uygulaması....	120
5.3. Koşullu Değişen Varyans Modellerinin Sonuçları	126
5.4. Simülasyon ve Bootstrap Modellerinin Sonuçları	135
5.5. Dalgacık Dönüşümü Sonuçları	137
5.6. Uç Değer Teorisi ve Beklenen Kuyruk Kaybı Sonuçları	139
5.7. Dalgacık Bazlı Uç Değer Teorisi Sonuçları	142
5.8. Modellerin Karşılaştırılması	145
5.9. Genel Değerlendirme	148
SONUÇ	150
KAYNAKÇA	153
EKLER	167
PROGRAM KODLARI	168

TABLO LİSTESİ

	Sayfa No.
Tablo 3.1: Hisse Senetleri İçin Optimum Azaltma Faktörü(Aylık)	25
Tablo 3.2: Değişen Varyans Modelleri Parametre Başlangıç Değerleri ve Sınırları	35
Tablo 4.1: Parçalı Bütünleşme Parametresi(d)'ne Göre Hafıza Özellikleri	60
Tablo 4.2: Dalgacık ile Parçalı Bütünleşme	61
Tablo 4.3: Çok Ölçekli Granger Nedensellik Testi	62
Tablo 4.4: Karar Hataları	86
Tablo 4.5: BIS'e Göre Artı Çarpım Faktörü	87
Tablo 5.1: Birim Kök Testleri Sonuçları	96
Tablo 5.2: Otokorelasyon Q-İstatistiği(İMKB-100)	97
Tablo 5.3: ARCH LM Testi(İMKB-100)	98
Tablo 5.4: ICSS Yapısal Kırılma Testi(İMKB-100)	98
Tablo 5.5: GARCH(1,1) ve EGARCH(1,1) İşaret Sapma Testi (İMKB-100)	100
Tablo 5.6: Normallik Testi (İMKB-100)	101
Tablo 5.7: BDS Testi (İMKB-100)	101
Tablo 5.8: K-S ve A-D İstatistiği Sonuçları(İMKB-100)	103
Tablo 5.9: Değişen Varyans Modellerinde ARMA Testi	127
Tablo 5.10: Değişen Varyans Modelleri Testleri	128
Tablo 5.11: Değişen Varyans Modelleri Geriye Dönük Testi	130
Tablo 5.12: Markov Rejim Değişim GARCH(1,1) Testi Sonuçları	134
Tablo 5.13: Simülasyon ve Bootstrap Modelleri Testi	136
Tablo 5.14: GPD Parametre Değerleri(Maksimum Olabilirlik)	139

Tablo 5.15: Uç Değer Teorisi Modelleri Testi	141
Tablo 5.16: Dalgacık Bazlı Uç Değer Teorisi Modelleri Testi	143
Tablo 5.17: Modellerin Geriye Dönük Testi	146
Tablo 5.18: Modellerin Beş Günlük Geriye Dönük Testi(Ex-Ante)	147

ŞEKİL LİSTESİ

	Sayfa No.
Şekil 2.1: GARCH(1,1) ve EGARCH(1,1) Modellerinde Haber Etkisi Eğrisi	9
Şekil 3.1: Normal Dağılım Toplam Olasılık Yüzdesel Bölgeleri	20
Şekil 3.2: Farklı çarpıklık katsayıları ile çarpık student-t yoğunlukları	22
Şekil 3.3: Bootstrap Yönteminin Şematik Gösterimi	39
Şekil 3.4: Tarihsel Simülasyon Yöntemi	40
Şekil 4.1: Fourier Analizi	47
Şekil 4.2: Kısa-Zaman Fourier Dönüşümü Hareketi	49
Şekil 4.3: Kısa-Zaman Fourier Dönüşümü(STFT)	50
Şekil 4.4: Dalgacık Dönüşümü(W)	50
Şekil 4.5: Sinüs ve Daubechies dalgaları	51
Şekil 4.6: Matlab ile Dalgacık Dönüşümü(Gürültüden Arındırma)	51
Şekil 4.7: Haar, PDF ve Meksika Şapkası Dalgacıkları	53
Şekil 4.8: Sürekli Dalgacık Dönüşümü	54
Şekil 4.9: Üç Morlet Dalgacığı	55
Şekil 4.10: Ayrık Dalgacık Dönüşümü	56
Şekil 4.11: MODWT Süreci	58
Şekil 4.12: Uç Değer Dağılımları	65
Şekil 4.13: Blok Maksima Yöntemi	66
Şekil 4.14: Fréchet, Weibull ve Gumbel dağılımları olasılık yoğunluk fonksiyonları...67	67
Şekil 4.15: Eşiği aşan değerler yöntemi(POT)	71
Şekil 4.16: F dağılım fonksiyonu ve F_u 'nun koşullu dağılımı	71
Şekil 4.17: Farklı şekil parametresine göre GPD yoğunluk grafiğı	74

Şekil 4.18: Geriye Dönük Test Süreci	86
---	----

GRAFİK LİSTESİ

	Sayfa No.
Grafik 3.1: Monte Carlo Simülasyonu(İMKB-100)	37
Grafik 4.1: İMKB-100 Dalgacık Güç Spektrum Analizi	59
Grafik 4.2: Dalgacık Bazlı Öngörü(İMKB-100)	63
Grafik 4.3: Ölçek Bazlı Varyans Analizi	65
Grafik 4.4: Dalgacık bazlı eşik değeri (İMKB 100)	84
Grafik 4.5: İMKB-100 Geriye Dönük Test Grafiği(GARCH)	88
Grafik 5.1: Logaritmik Getiri Değişimleri ve Dağılım Grafikleri (İMKB-100)	94
Grafik 5.2: İMKB-100 Temel İstatistik Özellikleri ve Histogram Grafiği	94
Grafik 5.3: Otoregresyon Fonksiyonu(İMKB-100)	97
Grafik 5.4: EGARCH(1,1) Modelinde Haber Etkisi Eğrisi(İMKB-100)	99
Grafik 5.5: GARCH(1,1) Modelinde Haber Etkisi Eğrisi(İMKB-100)	100
Grafik 5.6: Yoğunluk Grafiği(İMKB-100)	101
Grafik 5.7: Volatilite Kümelenmesi (İMKB-100)	102
Grafik 5.8: Uç değeri dağılımları olasılık yoğunluk fonksiyonları(İMKB-100)	103
Grafik 5.9: Q-Q Grafiği(İMKB-100)	104
Grafik 5.10: Ortalama Aşım Grafiği (İMKB-100)	105
Grafik 5.11: GARCH(1,1) (İMKB-100)	106
Grafik 5.12: Riskmetrics-EWMA RMD(İMKB-100)	107
Grafik 5.13: Riskmetrics-EWMA Koşullu Varyans(İMKB-100)	107
Grafik 5.14: EGARCH(1,1) (İMKB-100)	108
Grafik 5.15: GRJ-GARCH(1,1) (İMKB-100)	109
Grafik 5.16: APARCH(1,1) (İMKB-100)	109

Grafik 5.17: IGARCH(1,1) (İMKB-100)	110
Grafik 5.18: FIGARCH(1,1) (İMKB-100)	110
Grafik 5.19: FIEGARCH(1,1) (İMKB-100)	111
Grafik 5.20: FIAPARCH(1,1) (İMKB-100)	112
Grafik 5.21: HYGARCH (1,1) (İMKB-100)	112
Grafik 5.22: NM-GRJ-GARCH(1,1) (İMKB-100)	113
Grafik 5.23: NM-AGARCH(1,1) (İMKB-100)	114
Grafik 5.24: Cornish-Fisher RMD (İMKB-100)	114
Grafik 5.25: MS-GARCH(1,1) (İMKB-100)	115
Grafik 5.26: Tarihsel Simülasyon RMD(İMKB-100)	115
Grafik 5.27: Koşullu Tarihsel Simülasyon RMD (İMKB-100)	116
Grafik 5.28: Sabit Monte Carlo RMD (İMKB-100)	117
Grafik 5.29: Sabit Varyanslı Monte Carlo RMD Histogramı (İMKB-100)	117
Grafik 5.30: Değişen Varyanslı Monte Carlo RMD (İMKB-100)	118
Grafik 5.31: Değişen Varyanslı Monte Carlo RMD Histogramı (İMKB-100)	118
Grafik 5.32: Bootstrap RMD (İMKB-100)	119
Grafik 5.33: Bootstrap RMD Histogramı (İMKB-100)	119
Grafik 5.34: GEV ve FGEV Dağılımları	120
Grafik 5.35: EVT-Hill-GARCH	121
Grafik 5.36: Genelleştirilmiş pareto dağılımı(GPD)-(İMKB-100)	122
Grafik 5.37: Koşullu GPD-(İMKB-100)	122
Grafik 5.38: Beklenen Kuyruk Kaybı ve GPD(İMKB-100)	123
Grafik 5.39: Koşullu Beklenen Kuyruk Kaybı(İMKB-100)	123

Grafik 5.40: Dalgacık bazlı GPD(İMKB 100)	124
Grafik 5.41: Dalgacık bazlı koşullu GPD(İMKB 100)	125
Grafik 5.42: Dalgacık bazlı Beklenen Kuyruk Kaybı (İMKB 100)	125
Grafik 5.43: Dalgacık bazlı koşullu Beklenen Kuyruk Kaybı (İMKB 100)	126
Grafik 5.44: Değişen varyans modelleri akaike karşılaştırması	131
Grafik 5.45: Değişen varyans modelleri aşım sayısı-ortalama volatilité geçişi	132
Grafik 5.46: Bütünleşik ve uzun dönem hafıza GARCH modelleri öngörüsü	132
Grafik 5.47: Normal karma GARCH modelleri öngörüsü	133
Grafik 5.48: Riskmetrics-EWMA ve Cornish-Fisher modelleri öngörüsü	133
Grafik 5.49: MS-GARCH Modeli 1. Rejim markov rejim geçiş olasılıkları	135
Grafik 5.50: Markov-rejim değişim GARCH ve GARCH modeli öngörüsü	135
Grafik 5.51: İMKB-100 Simülasyon ve Bootstrap Modelleri RMD	136
Grafik 5.52: Simülasyon ve Bootstrap Modelleri Sapma Q-Q Grafikleri	137
Grafik 5.53: İMKB-100 Dalgacık Ayırıştırması(MODWT)	138
Grafik 5.54: İMKB-100 Döndürmeli Dalgacık Ayırıştırması(CS-MODWT)	138
Grafik 5.55: GPD Eşik Değer Değişimi	139
Grafik 5.56: GPD Şekil Parametresi Değişimi	140
Grafik 5.57: GPD Ölçek Parametresi Değişimi	140
Grafik 5.58: GEV ve FGEV Modelleri	141
Grafik 5.59: GPD, FGPD, ES ve FES Modelleri	142
Grafik 5.60: Dalgacık bazlı uç değer teorisi modelleri(İMKB-100)	143
Grafik 5.61: Dalgacık bazlı GPD, GPD ve GARCH Modelleri	144
Grafik 5.62: Dalgacık Bazlı EVT ve EVT Modelleri Aşım Sayısı-Ortalama Volatilité Geçiş Grafiği.....	144

KISALTMALAR

A-D	Anderson-Darling istatistiği
ADF	Genişletilmiş Dickey-Fuller Testi
APARCH	Asimetrik üstel ARCH
AR	Otoregresif süreç
ARCH	Otoregresif koşullu değişen varyans
ARMA	Otoregresif hareketli ortalamalar
BDDK	Bankacılık Düzenleme ve Denetleme Kurumu
BDS	Brock ve diğerleri(1996) testi
BIS	Uluslararası Ödemeler Bankası
BMM	Baillie, Bollerslev ve Mikkelsen(1996)
C-MC RMD	Sabit Varyanslı Monte Carlo RMD
CWT	Sürekli Dalgacık Dönüşümü
DWT	Ayrık Dalgacık Dönüşümü
EGARCH	Üstel GARCH
EKK	En küçük kareler yöntemi
EPM	Temel Yüzdesel Yöntem
ES	Beklenen Kuyruk Kaybı
EVT-Hill-GARCH	Hill tahmincisi bazlı GARCH modeli
EWMA	Üstel Ağırlıklandırılmış Hareketli Ortalama
FES	Koşullu Beklenen Kuyruk Kaybı
FGEV	Koşullu genelleştirilmiş uç değer dağılımı
FGPD	Koşullu Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı

FHS	Koşullu tarihsel simülasyon
FIAPARCH	Parçalı bütünleşik asimetrik üstel ARCH
FIEGARCH	Parçalı bütünleşik üstel GARCH
FIGARCH	Parçalı bütünleşik GARCH
GARCH	Genelleştirilmiş otoregresif koşullu değişen varyans
GED	Genelleştirilmiş hata dağılımı
GEV	Genelleştirilmiş uç değer dağılımı
GPD	Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı
GRJ-GARCH	Eşik değer GARCH
HS	Tarihsel simülasyon
HYGARCH	Hiperbolik GARCH
ICSS	Tekrarlı kümülatif kareler toplamı yöntemi
IGARCH	Bütünleşik GARCH
İMKB-100	İstanbul Menkul Kıymetler Borsası -100 Endeksi
K-S	Kolmorogov-Simironov İstatistiği
LM	Lagrange çarpanı
MCS	Monte carlo simülasyon yöntemi
ML	Maksimum Olabilirlik Yöntemi
MODWT	En Yüksek Örtmeli Ayırık Dalgacık Dönüşümü
MOM	Moment Yöntemi
MS-GARCH	Markov rejim değişim GARCH
NIC	Haber etkisi eğrisi
NM-AGARCH	Asimetrik normal karma GARCH
NM-GRJ-GARCH	GRJ-normal karma GARCH

PDF	Olasılık yoğunluk fonksiyonu
POT	Eşiği aşan değerler yöntemi
P-P	Phillips-Perron testi
PWM	Olasılık Ağırlıklı Momentler Yöntemi
RMD	Riske maruz değer
RMSE	kök ortalama hata kare kriteri
STFT	Kısa-Zaman Fourier Dönüşümü
SWARCH	Markov rejim değişim ARCH
V-MC RMD	Değişen Varyanslı Monte Carlo RMD
W	Dalgacık Dönüşümü
WD-ARMA-GARCH	Dalgacık Ayıklamalı ARMA-GARCH
WDNE	Dalgacık ile ayrıştırılmış doğrusal olmayan gruplamalı
WDRMD	Dalgacık ayrıştırılmış RMD
W-ES	Dalgacık Bazlı Beklenen Kuyruk Kaybı
W-FES	Dalgacık Bazlı Koşullu Beklenen Kuyruk Kaybı
W-FGPD	Dalgacık Bazlı Koşullu Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı
W-GPD	Dalgacık Bazlı Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı
WOLS	Dalgacık en küçük kareler yöntemi

ÖZET

Bu çalışmanın amacı, riske maruz değer öngörüsünde dalgacık bazlı uç değer teorisini geliştirmektir. Döndürmeli en yüksek örtmeli ayırık dalgacık dönüşümü genelleştirilmiş pareto dağılımında eşik değer olarak önerilerek dalgacık bazlı genelleştirilmiş pareto dağılımı, dalgacık bazlı koşullu genelleştirilmiş pareto dağılımı, dalgacık bazlı beklenen kuyruk kaybı ve dalgacık bazlı koşullu beklenen kuyruk kaybı modelleri geliştirilmiştir.

Dalgacık bazlı uç değer teorisi modellerinin örneklem dışı öngörü performansı değişen varyans, simülasyon ve bootstrap ve uç değer teorisi modelleri ile karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma modeli olarak değişen varyans modellerinden GARCH, EGARCH, GRJ-GARCH, APARCH, IGARCH, FIGARCH, FIEGARCH, FIAPARCH, HYGARCH, GRJ-normal karma GARCH ve asimetric normal karma GARCH modelleri eklenmiştir. Ayrıca, Riskmetrics-EWMA, Cornish-Fisher ve markov rejim değişim GARCH modelleri ile riske maruz değer hesaplanmıştır. Dağılım seçiminin önemini test etmek amacı ile GARCH modelleri normal dağılım yanında student-t ve çarpık student-t dağılımları ile de modellenmiştir.

Uygulama olarak, İMKB-100 endeksi seçilmiş ve örneklem dışı öngörü için 15.01.2001-20.03.2009 tarihleri arasındaki günlük 2048 gözlem kullanılmıştır.

Önerilen dalgacık bazlı uç değer teorisi ve karşılaştırma modellerinin öngörü performansı aşım sayısı, kök ortalama hata kare, Kupiec(1995), Lopez(1998) ve Christoffersen(1998) geriye dönük testleri ile test edilmiştir. Ampirik bulgular, dalgacık bazlı uç değer teorisi modellerinin gerek aşım sayısı gerekse kuyruk testlerine göre daha iyi öngörü performansı sağladığını göstermektedir.

ABSTRACT

The aim of the present thesis is to develop wavelet based extreme value theory for value-at-risk forecasting. Circularly shifted maximal overlap discrete wavelet transform is offered as threshold in generalized pareto distribution and wavelet based generalized pareto distribution model, wavelet based conditional generalized pareto distribution model, wavelet based expected shortfall model and wavelet based conditional expected shortfall model are developed.

The out-of-sample forecasting performance of the wavelet based extreme value theory models are compared with conditional volatility, simulation and bootstrap and extreme value theory models. GARCH, EGARCH, GRJ-GARCH, APARCH, IGARCH, FIGARCH, FIEGARCH, FIAPARCH, HYGARCH, GRJ-normal mixture GARCH, asymmetric normal mixture GARCH are selected for comparison of volatility models. Besides, value-at-risk is calculated by using Riskmetrics-EWMA, Cornish-Fisher and markov regime switching GARCH models. GARCH models are also tested with student-t and skewed student-t distribution beside gaussian distribution in order to test the importance of selecting distributions.

For application, ISE-100 index is selected and 2048 data is used for the period between January 15, 2001 and March 20, 2009 as out-of-sample forecasting.

The forecasting performance of the wavelet based extreme value theory suggested in the present thesis and comparison models are tested with backtesting models of violations number, root mean squared errors(RMSE), Kupiec(1995), Lopez(1998) and Christoffersen(1998) tests. Empirical evidence shows that wavelet based extreme value theory provides better forecasting performance based on not only number of violations but also tail loss tests.

1. BÖLÜM

GİRİŞ

Risk yönetiminde belirli bir zaman aralığında ve belirli bir güven düzeyinde ortaya çıkması beklenen kaybı ifade eden “riske maruz değer(value-at-risk)”, 1982’de Engle(1982) tarafından geliştirilen otoregresif koşullu değişen varyans(ARCH) modeli ile önem kazanmıştır. ARCH modeli Bollerslev(1986) tarafından geliştirilmiş otoregresif koşullu değişen varyans(GARCH) ile genişletilmiş, daha sonra ARCH modeline çok sayıda GARCH türevi eklenmiştir. ARCH ve GARCH modellerinin kuyruk kaybı odaklı olmaması nedeni ile, uç değer dağılımları riske maruz değer öngörüsünde kullanılmaya başlanmıştır. Riske maruz değer öngörüsünde kullanılan uç değer dağılımları, geliştirilmiş uç değer dağılımı ve geliştirilmiş pareto dağılımı olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. Geliştirilmiş uç değer dağılımında bloklamının hangi dönem aralığında belirleneceği sorunu bulunurken geliştirilmiş pareto dağılımında eşik değerini hangi yöntemle belirleneceğine ilişkin sorun bulunmaktadır.

Bu çalışmanın amacı; uç değer riske maruz değer öngörüsünde yeni bir yöntem olan dalgacık bazlı uç değer teorisi geliştirmek ve bu modeli İMKB-100 üzerine uygulamaktır. Dalgacık bazlı uç değer teorisi, geliştirilmiş pareto dağılımında eşik değerini dalgacık dönüşümü ile belirlenmesi ile elde edilmiş ve öngörü performansı uç değer teorisi, değişen varyans modelleri, simülasyon ve bootstrap modelleri ile karşılaştırılmıştır.

Çalışmanın girişten sonra yer alan ikinci bölümünde, finansal verilerin temel özellikleri ve uç değer tespit yöntemleri bulunmaktadır. Bu bölümde, finansal verilerin temel özellikleri olan otokorelasyon, değişen varyans, yapısal volatilité kırılması, asimetriklik, aşırı basıklık-sivrilik ve volatilité kümelenmesi uygulamalı olarak açıklanmıştır. Uç değer teorisinin uygulanabilmesi için finansal verilerde uç değer özelliğinin olup olmadığının test edilmesi gerekmektedir.

Üçüncü bölüm değişen varyans, simülasyon ve bootstrap modellerini içermektedir. Bu bölümde; asimetriklik, uzun dönem hafıza etkisi, normal karma

özelliği ve rejim değişim özelliğini içeren değişen varyans modelleri açıklanmıştır. Değişen varyans literatüründe, yeterli ölçüde açıklanmayan parametre sınırları, parametre başlangıç değerleri ve olabilirlik fonksiyonları da açıklanmıştır. Dağılım yöntemleri olarak normal, student-t ve çarpık student-t dağılımları baz alınarak uç değer haricindeki dağılım etkisinin öngörü performansı üzerine etkisi araştırılmıştır. Çalışmada değişen varyans modellerinden; GARCH, üstel GARCH(EGARCH), eşik değer GARCH(GRJ-GARCH), asimetrik üstel ARCH(APARCH), bütünleşik GARCH(IGARCH), parçalı bütünleşik GARCH(FIGARCH), parçalı bütünleşik üstel GARCH(FIEGARCH), parçalı bütünleşik asimetrik üstel ARCH(FIAPARCH), hiperbolik GARCH(HYGARCH), GRJ-normal karma GARCH(NM-GRJ-GARCH), asimetrik normal karma GARCH(NM-AGARCH) modelleri normal, student-t ve çarpık student-t dağılımları ile hesaplanmıştır. Ayrıca Riskmetrics-EWMA, Cornish-Fisher RMD ve markov-rejim değişim GARCH modeli(MS-GARCH) normal dağılımlı olarak karşılaştırma modellerine eklenmiştir. Farklı dağılımlarla değişen varyans modellerinin çalışmaya eklenmesinin amacı; literatürde yaygın olarak kullanılan farklı yapılardaki değişen varyans modellerinin öngörü performansının uç değer teorisi ve çalışmada önerilen dalgacık bazlı uç değer teorisi ile karşılaştırılmasıdır. Modellerdeki öngörü başarısının gözlemsel olarak tespit edilebilmesi için, uygulama bölümünde yer alan İMKB-100 endeksine ait tüm modellerin son 252 iş günü öngörü grafikleri de alt bölüm sonlarına eklenerek modellerin öngörü performansının gözlemsel olarak incelenebilmesi sağlanmıştır. Simülasyon ve bootstrap modellerinden; tarihsel simülasyon, koşullu tarihsel simülasyon, sabit ve değişen varyanslı monte carlo ve bootstrap riske maruz değer modelleri test edilmiştir. Bu modeller tarihsel verileri, dağılımları ve rastsal sıralanışları kullanarak ileriye yönelik olası kayıpların öngörüsünde riske maruz değer modelleri oluşturmaktadır. Gerek monte carlo simülasyonu gerekse bootstrap yöntemi uygulamalı istatistiğinde dâhil olduğu iktisat, mühendislik, fizik ve bio istatistik dâhil olmak üzere tüm bilimlerde kullanılabilir. Simülasyon ve bootstrap modellerinin çalışmaya eklenmesinin amacı; tarihsel verilerin, dağılımların ve rastsal sıralanışların öngörü performansının uç değer teorisi ve çalışmada önerilen dalgacık bazlı uç değer teorisi ile karşılaştırılmasıdır.

Çalışmanın dördüncü bölümünde; dalgacıklar, uç değer teorisi, çalışmada önerilen dalgacık bazlı uç değer teorisi ve geriye dönük testlere yer verilmiştir. Fourier dönüşümü ve dalgacık dönüşümü türleri ve uygulama bölümünde baz alınan en yüksek örtmeli ayırık dalgacık dönüşümü açıklanmıştır. Dalgacıkların ekonometride uygulama alanları olan frekans analizi, durağanlık ve uzun dönem hafıza analizi, zaman-ölçek ayırıştırması, öngörü ve varyans analizine de bu bölümde yer verilmiştir. Bu bölümde; uç değer teorisinden genelleştirilmiş uç değer dağılımı, Hill tahmincisi bazlı GARCH ve genelleştirilmiş pareto dağılımı uygulamalı olarak açıklanmıştır. Genelleştirilmiş pareto dağılımında eşik değer ve parametre tespit yöntemleri de bu bölümde açıklanmıştır. Ayrıca, uygulama bölümünde yer alan koşullu genelleştirilmiş uç değer dağılımı, koşullu genelleştirilmiş pareto dağılımı, beklenen kuyruk kaybı ve koşullu beklenen kuyruk kaybı modelleri de bu bölümde açıklanmıştır. Bu bölümde, modellerin öngörü performansının istatistikî yöntemler ile geriye dönük testi açıklanmıştır. Riske maruz değer analizlerinde en önemli aşamalarından biri, ölçülen risk büyüklüklerinin geriye dönük testler aracılığıyla incelenmesini oluşturmaktadır. Geriye dönük test sonucu model; aşım sayısı, kuyruk kaybı ve en iyi öngörü yönünden incelenmekte ve farklı modeller karşılaştırılarak finansal veriye en uygun model tespit edilebilmektedir. Çalışmada, geriye dönük testlerden simetrik hata grubundaki aşım sayısı ve kök ortalama hata kare kriteri(RMSE) ile kuyruk kaybı bazlı testler grubundaki Kupiec, Lopez ve Christoffersen testlerine yer verilmiştir. Çalışmada, döndürmeli en yüksek örtmeli ayırık dalgacık dönüşümünün genelleştirilmiş pareto dağılımında eşik değer olarak baz alınması ve dalgacık bazlı genelleştirilmiş pareto dağılımı, dalgacık bazlı koşullu genelleştirilmiş pareto dağılımı, dalgacık bazlı beklenen kuyruk kaybı ve dalgacık bazlı koşullu beklenen kuyruk kaybı modelleri açıklanmıştır.

Beşinci bölümde, karşılaştırma modellerinin İMKB-100 üzerine örneklem dışı öngörü uygulaması yer almaktadır. Analiz öncesi veri setinin istatistikî özellikleri ve durağanlığı incelenmiştir. Bu bölümde, çalışmada önerilen dalgacık bazlı uç değer teorisi, uç değer teorisi, değişen varyans, simülasyon ve bootstrap modellerinin öngörü performansı kök ortalama hata kare kriteri(RMSE), aşım sayısı, ortalama volatilité, Kupiec(1995), Lopez(1998) ve Christoffersen(1998) geriye dönük testlerine göre karşılaştırılmıştır. Ayrıca modellerin öngörü performansının gözlemsel olarak

değerlendirilebilmesi için örneklem dışı öngörü grafikleri de çalışmaya dâhil edilmiştir. Modellerin aşım sayısı-ortalama volatilité regresyon analizi ile düşük aşım-düşük volatilité başarısını sağlayabilen modeller tespit edilmiştir.

Çalışmanın son bölümü, çalışma süresince elde edilen sonuçların özetlendiği sonuç bölümüdür.

2. BÖLÜM

FİNANSAL VERİLERİN TEMEL ÖZELLİKLERİ VE UÇ DEĞER ÖZELLİĞİNİN TESPİT EDİLMESİ

Finans ve ekonomi alanında kalitatif ve kantitatif veriler finansal veri olarak adlandırılır. Finansal veriler zaman serisi şeklinde olabildiği gibi panel veri seti şeklinde de olabilmektedir. Temel makroekonomik finansal zaman serileri faiz, döviz, parite ve hisse senedi endeksleridir. Çalışmanın uygulama bölümünde hisse senedi endeksi yer alması nedeni ile öncelikli olarak finansal verilerin özellikleri açıklanmıştır. Bu bölümde finansal verilerin temel özellikleri olan otokorelasyon, değişen varyans, yapısal volatilitate kırılması, asimetriklik, aşırı basıklık ve sivrilik ve volatilitate kümelenmesi açıklanmıştır. Çalışmada uç değer teorisi uygulanması nedeni ile uç değer özelliğinin tespit edilmesinde kullanılan temel yöntemler olan dağılım testleri, Q-Q grafik yöntemi ve ortalama aşım fonksiyonuna da yer verilmiştir.

2.1. FİNANSAL VERİLERİN ÖZELLİKLERİ

2.1.1. Otokorelasyon

Herhangi bir devreye ait hata terimi ile diğer devrelere ait hata terimi arasında ilişki olması veya herhangi bir seriye ait gözlem değerlerinin kendinden bir veya daha önceki(veya sonraki) gözlem değerleri ile ilişkili olması otokorelasyon olarak adlandırılır(Güriş ve Çağlayan, 2005, s.396).

Otokorelasyon, 2.1.1.1 nolu denklemde gösterilen otokorelasyon katsayısı ile ölçülür. Denklemde s gecikme uzunluğudur. Otokorelasyon katsayısı($\hat{\rho}_0$) korelasyon katsayısı gibi ± 1 aralığında değer almaktadır(Güriş ve Çağlayan, 2005, s.397). Denklemde $i \neq s$ koşulu bulunmaktadır.

$$\hat{\rho}_0 = \frac{\sum_{i=s+1}^n (X_i - \bar{X}_i) - (X_{i-s} - \bar{X}_{i-s})}{\sqrt{\sum_{i=s+1}^n (X_i - \bar{X}_i)^2 \sum_{i=s+1}^n (X_{i-s} - \bar{X}_{i-s})^2}} \quad (2.1.1.1)$$

2.1.2. Değişen Varyans

Değişen varyans hata teriminin varyansının zamanla değişmesi olarak ifade edilir. Değişen varyans Engle(1982) tarafından otoregresif koşullu değişen varyans(ARCH) olarak tanımlanmış olup, değişen varyans lagrange çarpanı(LM) ile tespit edilebilmektedir.

ARCH LM testi, $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$ hipotezi altında $Y_t = f(X_1, X_2, \dots, X_t)$ modelinin en küçük kareler yöntemi ile tahmin edilerek hata terimlerinin otoregresif süreç ile test edilmesine dayanmaktadır(Engle, 1982, s.999).

$$h_t^2 = \omega_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 \quad (2.1.2.1)$$

2.1.2.1 nolu denklem ile elde edilen R^2 değeri $T = n - p$ değeri ile çarpılarak p gecikme uzunluğu olmak üzere p serbestlik dereceli χ^2 tablo değeri ile karşılaştırılır(Engle, 1982, s.1000). $TR^2 > \chi^2$ ise değişen varyansın bulunduğu sonucuna varılır(H_0 red edilir). ARCH ve GARCH testleri de değişen volatilité testi olarak kullanılabilir. Modellerde α ve β parametreleri anlamlı ise değişen varyans etkisinin bulunduğu sonucuna varılmaktadır.

2.1.3. Yapısal Volatilité Kırılması

Finansal verilerdeki volatilité yapısının tespit edilmesi ve volatilité yapısına göre model kullanılması, finansal ekonometrinin temel odaklanma alanı arasında yer almaktadır. Finansal verilerde olduğu gibi volatilitéde de yapısal kırılmalar olabilmektedir. Yapısal volatilité kırılması volatilitéde ani değişimler olarak adlandırılabilir. Yapısal volatilité kırılması; Inclan ve Tiao(1994) tarafından tekrarlı kümülâtif kareler toplamı(ICSS) yöntemi ile Rapach ve Strauss(2008) tarafından yapısal kırılma GARCH yöntemi ile modellenmiştir. Rapach ve Strauss(2008)'ün geliştirdiği yöntem de ICSS yöntemini baz almaktadır.

Inclan ve Tiao(1994), sabit koşulsuz varyans hipotezine karşı koşulsuz varyansta yapısal kırılma hipotezini test etmek üzere tekrarlı kümülâtif kareler toplamı(ICSS)

istatistiği geliştirmiştir. Yapısal volatilitenin kırılmasını test etmek için öncelikle serinin logaritmik fark ile durağan hale getirilmesi gerekmektedir(Huang ve Yang, 2001, s.666). $r_t = \ln p_t - \ln p_{t-1}$ logaritmik getiri olmak üzere aşağıdaki denklemlerle sabit etki ayrıştırılır.

$$r_t = \mu + \varepsilon_t \quad (2.1.3.1)$$

Denklemlerde ε_t sıfır ortalamalı ve σ_t^2 varyanslı korelasyonsuz rastsal sayıdır. $C_k = \sum_{t=1}^k \varepsilon_t^2$ kümülatif kareler toplamı olmak üzere merkezileştirilmiş kümülatif kareler toplamı aşağıdaki şekilde ifade edilebilir(Huang ve Yang, 2001, s.666).

$$D_k = \frac{C_k}{C_T} - \frac{k}{T}, \quad D_0 = D_T = 0 \text{ ve } k = 1, 2, \dots, T \quad (2.1.3.2)$$

Varyansın homojenliği koşulunda $\sqrt{(T/2)}|D_k|$ asimptotik olarak brownian süreci gibi hareket etmektedir(Inclan ve Tiao, 1994, s.914). Buna göre, Inclan ve Tiao istatistiği aşağıdaki denklemlerle ifade edilebilir(Rapach ve Strauss, 2008, s.67).

$$IT = \sup_k \left| \sqrt{(T/2)} D_k \right| \quad (2.1.3.4)$$

k değerini maksimum eden $\left| \sqrt{(T/2)} D_k \right|$ değerini yapısal kırılma zamanı olarak tanımlanır. ε_t bağımsız özdeşçe dağıldığında $(N(0, \sigma_\varepsilon^2))$ Inclan-Tiao istatistiğinin asimptotik dağılımı, $W^*(r) = W(r) - rW(1)$ brownian köprü ve $W(r)$ standart brownian hareket olmak üzere $\sup |W^*(r)|$ ile tanımlanır (Rapach ve Strauss, 2008, s.68).

Volatilitenin kırılması için sabit volatilitenin $H_0 : \sigma_0 = \sigma_1$ hipotezine karşı $H_1 : \sigma_0 < \sigma_1$ değişen volatilitenin hipotezi F istatistiği ile test edilir(Huang ve Yang, 2001, s.668).

$$F_{Test} = \frac{(C_T - C_k)}{T - k} \cdot \frac{C_k}{k} \quad (2.1.3.5)$$

Denklemden C_T gözlemin toplam kümülatif kareler toplamı, C_k volatilitenin kırılganlığı bulunan gözleme kadar kümülatif kareler toplamı, T gözlem sayısı, k volatilitenin kırılganlığı olan gözlemdir. F_{Test} değeri, $T-k, k$ serbestlik dereceli F tablosu ($F_{T-k, k}$) ile karşılaştırılır. $F_{T-k, k} > F_{Test}$ ise yapısal volatilitenin kırılganlığı bulunduğu kabul edilir. F testinin her bir yapısal volatilitenin kırılganlığının ardından tekrarlanması ile finansal verideki çoklu yapısal volatilitenin kırılganlığı tespit edilebilmektedir.

2.1.4. Asimetriklik

Zaman Serisi'nde asimetriklik; varlık fiyatları üzerindeki beklenmeyen düşüşlerin volatilitenin beklenenden daha fazla artırması, diğer bir ifade ile kötü haberlerin volatilitenin iyi haberlerden daha fazla yükseltmesidir. Zaman serisinde asimetrikliğin volatilitenin üzerindeki etkisi Black(1976) tarafından tespit edilmiş ve Nelson(1991) tarafından GARCH modeline uyarlanmıştır.

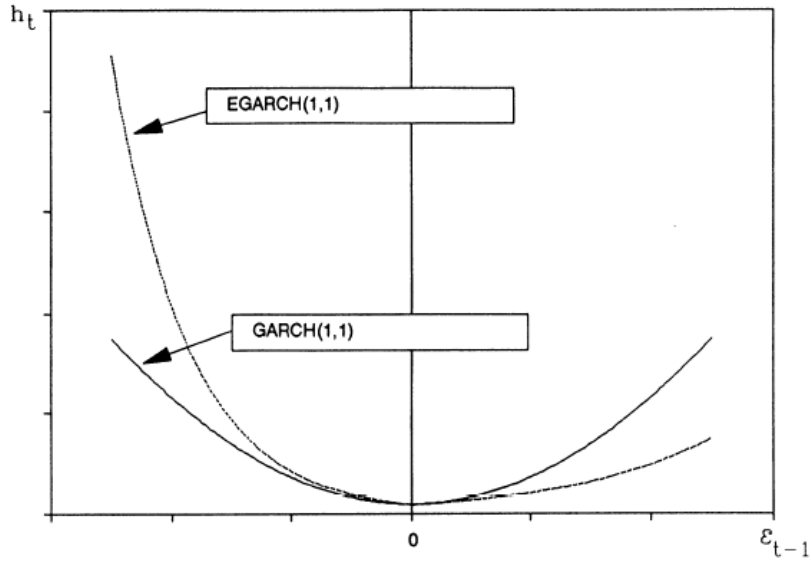
Engle ve Ng(1993), zaman serilerinde asimetrikliğin grafiksel olarak tespiti için "Haber Etkisi Eğrisi(NIC-News Impact Curve)"nin kullanılmasını önermiştir. Haber etkisi eğrisi 2.1.4.1 nolu denklemde modellenenir (Engle ve Ng, 1993, s.1753).

$$h_t = A \cdot \exp\left[\frac{(\gamma + \alpha)}{\sigma} \cdot \varepsilon_{t-1}\right], \quad \varepsilon_{t-1} > 0 \quad (2.1.4.1)$$

$$h_t = A \cdot \exp\left[\frac{(\gamma - \alpha)}{\sigma} \cdot \varepsilon_{t-1}\right], \quad \varepsilon_{t-1} < 0$$

Denklemden γ asimetriklik parametresi, σ standart sapma, σ Arch parametresi ve $A \equiv \sigma^{2\beta} \cdot \exp\left[\omega - \alpha\sqrt{2/\pi}\right]$ 'dir. Hata teriminin (ε_{t-1}) işaretine göre haber etkisi eğrisinin yönü değişmektedir.

2.1 nolu şekilde Engle ve Ng(1993, s.1754)'den alınan GARCH(1,1) ve EGARCH(1,1) modellerinin haber etkisi eğrisi bulunmaktadır. Zaman serisinde asimetriklik bulunuyorsa GARCH(1,1) haber etkisi eğrisinin simetrik, EGARCH(1,1) haber etkisi eğrisinin ise asimetrik olması beklenmektedir.



Şekil 2.1: GARCH(1,1) ve EGARCH(1,1) Modellerinde Haber Etkisi Eğrisi
Kaynak: Engle ve Ng (1993, s.1754)

Engle ve Ng(1993), asimetrikliğin tespitinde haber etkisi eğrisi dışında dört sapma testi önermiştir(Engle ve Ng, 1993, s.1759):

(1) İşaret Sapma t-testi:

$$(a_t / h_t)^2 = b_0 + b_1 S_{t-1}^- + \varepsilon_t \quad (2.1.4.2)$$

Denklemden S_{t-1}^- kukla değişkeni a ve b sabit parametreleri, ε hata terimini ve h_t standart sapmayı temsil etmektedir

(2) Negatif Bütünlük Sapma t-testi:

$$(a_t / h_t)^2 = b_0 + b_1 S_{t-1}^- (a_{t-1} / h_{t-1}) + \varepsilon_t \quad (2.1.4.3)$$

Denkleimde S_{t-1}^- kukla değişkeni a ve b sabit parametreleri, ε_t hata terimini ve h_t standart sapmayı, h_{t-1} geçmiş dönem standart sapmayı temsil etmektedir

(3) Pozitif Bütünlük Sapma t-testi:

$$(a_t / h_t)^2 = b_0 + b_1(1 - S_{t-1}^-)(a_{t-1} / h_{t-1}) + \varepsilon_t \quad (2.1.4.4)$$

Denkleimde S_{t-1}^- kukla değişkeni a ve b sabit parametreleri, ε_t hata terimini ve h_t standart sapmayı, h_{t-1} geçmiş dönem standart sapmayı temsil etmektedir

(4) Üç Etki İçin Ortak Test:

$$(a_t / h_t)^2 = b_0 + b_1 S_{t-1}^- + b_2 S_{t-1}^- (a_{t-1} / h_{t-1}) + b_3 (1 - S_{t-1}^-)(a_{t-1} / h_{t-1}) + \varepsilon_t \quad (2.1.4.5)$$

Denkleimde S_{t-1}^- kukla değişkeni a ve b sabit parametreleri, ε_t hata terimini ve h_t standart sapmayı, h_{t-1} geçmiş dönem standart sapmayı temsil etmektedir.

Denklemlerde $a_t \leq 0$ durumu için $S_{t-1}^- = 1$; $a_t > 0$ durumu için $S_{t-1}^- = 0$ olmaktadır. Engle ve Ng, (1993, s.1760) üç etki için ortak testin Arch LM testini içerdiiğinden diğeri testlerden daha iyi sonuç verdiğini belirtmiştir.

2.1.5. Aşırı Basıklık ve Sivrilik

Finansal zaman serilerinin dağılımlarının kalın kuyruk ve ortalamada yüksek basıklık veya sivrilik özelliği taşıması basıklık katsayısı ile tespit edilir. Pozitif aşırı basıklık, zaman serisi dağılımının normal dağılıma göre daha kalın kuyruk özelliği taşıdığını göstermektedir. Basıklık katsayısı sıfırdan küçük ise dağılım basık(platykurtic), sıfırdan büyük ise dağılım sivri(leptokurtic) özelliktedir.

Basıklık katsayısı momentler yardımı ile aşağıdaki denklemlerle hesaplanabilir(Güriş ve Çağlayan, 2005, s.593).

$$K = \frac{\mu_4}{h^4} \quad (2.1.5.1)$$

Denkleimde $\mu_4 = \sum \tilde{\varepsilon}_t^4 / n$ ile hesaplanır.

Finansal zaman serilerinin normal dağılıma yakınsaması Jarque-Bera(Jarque ve Bera, 1987) testi ile hesaplanabilir. Jarque-Bera testi için temel hipotez artıkların normal dağıldığı, alternatif hipotez ise artıkların normal dağılmadığı şeklindedir. Jarque-Bera testi aşağıdaki denklem ile hesaplanabilir(Gürüş ve Çağlayan, 2005, s.593).

$$JB = n \left[\frac{S^2}{6} + \frac{(K-3)}{24} \right] \quad (2.1.5.2)$$

Denkleimde n gözlem sayısı, K basıklık katsayısı, S eğrilik katsayısıdır. Hesaplanan test istatistiği iki serbestlik dereceli χ^2 tablosu ile karşılaştırılır.

2.1.6. Volatilite Kümelenmesi

Volatilite kümelenmesi zaman serilerinde yüksek getirilerin yüksek getirileri, düşük getirilerin de düşük getirileri izlemesi sürecidir. Zaman serisinde koşullu varyansın serisel korelasyonu varsa volatilite kümelenmesi olduğu söylenebilir(Mills, 1999, s.184). Volatilite kümelenmesi, istatistiksel olarak Brock ve diğerleri(1996) tarafından önerilen BDS testi ile de tespit edilebilir. BDS testi aynı zamanda gözlemler arası bağımsızlık testi için kullanılmaktadır. BDS testi doğrusal olmama durumu için kullanıldığında doğrudan gözlem seti üzerine uygulanamamakta, otoregresif hareketli ortalamalar(ARMA) türü modellerin kalıntıları üzerinden uygulanabilmektedir. Test sonucu olasılık değeri sıfıra yakınsa gözlemlerin bağımsız ve özdeşçe dağıldığı hipotezi red edilmekte ve gözlemlerin doğrusal olmayan bağımlı olduğu hipotezi kabul edilmektedir.

BDS test istatistiği aşağıdaki denklemle hesaplanabilir(Liu, Granger ve Heller, 1992, s.34)

$$S(m, \varepsilon) = C_m(\varepsilon) - [C_1(\varepsilon)]^m \quad (2.1.6.1)$$

Denklemden $C_m(\varepsilon)$ korelasyon integralidir. BDS testi için temel hipotez verilerin rastsal ve bağılantısız dağıldığı, alternatif hipotez ise verilerin rastsal ve bağılantısız dağılmadığıdır.

2.2. UÇ DEĞER ÖZELLİĞİNİN TESPİT EDİLMESİ

2.2.1. Dağılım Testleri

Zaman serisinde uç değer özelliği bulunuyorsa seri normal dağılıma uygun olmamaktadır. Serinin normal dağılıma uygun olmaması çarpıklık ve basık değerlerinden anlaşılabilir gibi Jarque-Bera(Jarque ve Bera, 1987) testi ve yoğunluk fonksiyonu testleri ile tespit edilebilmektedir. Genel yoğunluk fonksiyonu testleri; χ^2 , Kolmogorov-Smirnov(K-S) ve Anderson-Darling testleridir. Kolmogorov-Smirnov İstatistiği sürekli örneklem verisine uygulanabilen bir testtir. K-S testi 2.2.1.1 nolu denklemle ifade edilir(Muth, 2006, s.582). Denklemden n toplam veri noktası sayısı, N_x x 'den küçük X_i sayısı, $\hat{F}(x)$ test edilen kümülâtif dağılım fonksiyonu ve $F_n(x) = N_x / n$ 'dir. K-S istatistiği parametrik olmayan bir test olmasına karşın kuyruk farklılıklarını yeterince tespit edememektedir.

$$D_n = \sup \left[\left| F_n(x) - \hat{F}(x) \right| \right] \quad (2.2.1.1)$$

Anderson-Darling(A-D) istatistiği, K-S istatistiğinden farklı olarak gerçek dağılım ve seçilen dağılım arasındaki kuyruk olasılığına yoğunlaşmaktadır. A-D istatistiği, 2.2.1.2 nolu denklemle ifade edilmektedir(Muth, 2006, s.582).

$$A_n^2 = n \int_{-\infty}^{+\infty} \left[F_n(x) - \hat{F}(x) \right]^2 \psi(x) \hat{f}(x) dx \quad (2.2.1.2)$$

$$\psi^2 = \frac{1}{\hat{F}(x) \left[1 - \hat{F}(x) \right]}$$

Denklemden n toplam veri noktası sayısı, $\hat{f}(x)$ test edilen yoğunluk fonksiyonu, $\hat{F}(x)$ test edilen kümülâtif dağılım fonksiyonu, N_x x 'den küçük X_i sayısı ve $F_n(x) = N_x / n$ 'dir.

2.2.2. Q-Q Grafiği

Zaman serisinde uç değer özelliğinin tespit edilmesinde basit ve etkili yöntem Q-Q grafiği analizidir. Bu yöntem aynı zamanda genelleştirilmiş pareto dağılımda eşik değerlerin belirlenmesinde kullanılabilir(Gençay ve Selçuk, 2004, s.295).

X_1, X_2, \dots, X_n rastsal sayılar ve $X_{n,n} < \dots < X_{1,n}$ sıralama istatistiği olmak üzere F_n gözlemlenen dağılım olarak kabul edilsin. $F_n(X_{k,n}) = (n-k+1)/n$ ve F verinin parametrik dağılımı olmaktadır. Bu durumda nokta setlerinin Q-Q grafiği(olasılık grafiği) 2.2.2.1 nolu denklemle ifade edilir(Embrechts, Kluppelberg ve Mikosh, 1997, s.292).

$$\left\{ \left(F(X_{k,n}), \frac{n-k+1}{n+1} \right) : k = 1, \dots, n \right\} \quad (2.2.2.1)$$

Denklem daha genel olarak aşağıdaki şekilde ifade edilebilir(Embrechts, Kluppelberg ve Mikosh, 1997, s.292). Bu şekilde F parametrik dağılıma yakınsayacak şekilde ifade edilebilmektedir(F^{\leftarrow}).

$$\left\{ \left(X_{k,n}, F^{\leftarrow} \left(\frac{n-k+1}{n+1} \right) \right) : k = 1, \dots, n \right\} \quad (2.2.2.1)$$

Q-Q grafiği uyum iyiliği ölçüsü olarak kullanılmaktadır. Parametrik model veriye uygunsa grafik doğrusal formda olmaktadır. Ayrıca verinin dağılımı konusunda net bir bilgi bulunmuyorsa Q-Q grafiği aykırı değerlerin tespit edilmesinde de kullanılabilir(Bensalah, 2000, s.4).

2.2.3. Ortalama Aşım Fonksiyonu

Ortalama aşım fonksiyonu verilerde uç değer varlığının araştırılmasında ve genelleştirilmiş pareto dağılımında eşik değerin tespit edilmesinde kullanılmaktadır. X rastsal değer ve u belirli eşik değer olsun. Buna göre aşağıdaki denklemde $e(\cdot)$ ortalama aşım fonksiyonu olmaktadır. $e(u)$, eşik değeri (u) üzerindeki ortalama aşım olarak adlandırılmaktadır (Embrechts, Kluppelberg ve Mikosh, 1997, s.143).

$$e(u) = E(X - u | X > u), \quad 0 \leq u \leq x_F \quad (2.2.3.1)$$

Zaman serisinin kuyruk hareketi, dağılımın ortalama aşım şekline göre belirlenebilmektedir. $F_n, X_1, X_2, \dots, X_n$ rastsal sayıların ampirik dağılımı olacak şekilde $\Delta_u(u) = \{i, i = 1, \dots, n, X_i > u\}$ setini oluşturduğumuzu varsayalım. Buna göre ortalama aşım fonksiyonunun grafiği 2.2.3.2 nolu denklemle ifade edilir. Denklemde “card” $\Delta_u(u)$ ’de belirlenen nokta sayısı, $\{(X_{k,n}, e_n(X_{k,n})), k = 1, \dots, n\}$ seti ortalama aşım grafiğini oluşturmaktadır (Bensalah, 2000, s.5).

$$e(u) = \frac{1}{\text{card}(\Delta_u(u))} \sum_{i \in \Delta_u(u)} (X_i - u), \quad u \geq 0 \quad (2.2.3.2)$$

3. BÖLÜM

KOŞULLU DEĞİŞEN VARYANS, SİMÜLASYON VE BOOTSTRAP MODELLERİ

Ekonometride değişen varyans, Engle(1982)'nin önerdiği otoregresif koşullu değişen varyans(ARCH) modeline dayanmaktadır. Bollerslev(1986), ARCH modeline koşullu varyansın gecikmelerini de ekleyerek geliştirilmiş otoregresif koşullu değişen varyans (GARCH) modelini geliştirmiştir. Koşullu değişen varyans modellerinde olabilirlik fonksiyonu en küçük kareler, maksimum olabilirlik ve quasi-maksimum olabilirlik yöntemleri ile belirlenebilmektedir. Quasi-maksimum olabilirliğin asimptotik etkinliğinin daha yüksek olması nedeni ile, uygulama bölümünde yer alan tüm koşullu değişen varyans modelleri quasi-maksimum olabilirlik yöntemi ile hesaplanmıştır. Değişen varyans modellerinde parametre başlangıç değerleri ve parametre kısıtları parametrelerin doğru olarak hesaplanmasını etkilediğinden, parametre başlangıç değerleri ve parametre kısıtları da bu bölümde açıklanmıştır.

Koşullu değişen varyans modelleri uç değer dağılımları dışında normal(gauss), student-t, çarpık student-t ve geliştirilmiş hata dağılımı(GED) ile hesaplanabilmektedir. Çalışmada değişen varyans modelleri; normal, student-t ve çarpık(skewed) student-t dağılımları ile tahmin edilmiştir. Değişen varyansın GED ile tahmin edilmemesinin nedeni; İMKB-100 için üstel GARCH, asimetrik üstel ARCH, parçalı bütünleşik GARCH, parçalı bütünleşik üstel GARCH ve normal karma GARCH modellerinde GED dağılımı parametrelerinin istatistiksel olarak anlamsız olarak tespit edilmesi ve parametre optimizasyonunun sağlanamamış olmasıdır.

Çalışmada değişen varyans modellerinden; GARCH, üstel GARCH(EGARCH), eşik değer GARCH(GRJ-GARCH), asimetrik üstel ARCH(APARCH), bütünleşik GARCH(IGARCH), parçalı bütünleşik GARCH(FIARCH), parçalı bütünleşik üstel GARCH(FIEGARCH), parçalı bütünleşik asimetrik üstel ARCH(FIAPARCH), hiperbolik GARCH(HYGARCH), GRJ-normal karma GARCH(NM-GRJ-GARCH), asimetrik normal karma GARCH(NM-AGARCH) modelleri normal, student-t ve çarpık student-t dağılımları ile hesaplanmıştır. Ayrıca Riskmetrics-EWMA, Cornish-Fisher RMD ve markov-rejim değişim GARCH modeli(MS-GARCH) normal dağılımlı olarak

karşılaştırma modellerine eklenmiştir. Modellerdeki öngörü başarısının gözlemsel olarak tespit edilebilmesi için uygulama bölümünde yer alan İMKB-100 endeksi için son 252 iş günü öngörü grafikleri de alt bölüm sonlarına eklenmiştir.

Değişen varyans modellerine alternatif olarak simülasyon ve bootstrap yöntemleri kullanılabilir. Simülasyon yöntemleri riske maruz değer modellerinde tarihsel verileri veya dağılımları kullanarak ileriye yönelik olası kayıpların öngörüsünde kullanılmaktadır. Monte carlo simülasyonu belirli bir örneklem üzerinden rastsal sayıların üretilmesi temeline dayanırken, bootstrap yöntemi mevcut verilerin yer değiştirme ile rastsal sayılar üzerinden güven aralıklarının üretilmesi temeline dayanmaktadır. Gerek monte carlo simülasyonu gerekse bootstrap yöntemi uygulamalı istatistiğin yer aldığı iktisat, mühendislik, fizik, bioistatistikte dahil olmak üzere tüm bilimlerde kullanılabilir. Riske maruz değer öngörüsü için simülasyon ve bootstrap modellerinden; tarihsel simülasyon, koşullu tarihsel simülasyon, sabit ve değişen varyanslı monte carlo modelleri ve bootstrap modeli öngörü performansları karşılaştırılmıştır.

3.1. DEĞİŞEN VARYANS MODELLERİNDE OLABİLİRLİK FONKSİYONU

3.1.1. En Küçük Kareler Yöntemi

Otoregresif koşullu değişen varyans(ARCH) ve genelleştirilmiş otoregresif koşullu değişen varyans(GARCH) modellerinde volatilité geçmiş dönem varyans ve getiri değişimine bağlı olduğundan, olabirlik fonksiyonu en küçük kareler yöntemi veya maksimum olabirlik yöntemleri ile hesaplanabilmektedir. ARCH modelinde en küçük kareler yöntemi ile olabirlik fonksiyonun oluşturulması Engle (1982) tarafından önerilmiştir. En küçük kareler(EKK) yöntemi aynı zamanda ARCH regresyon yöntemi olarak adlandırılmaktadır. Normallik varsayımı altında($y_t|\psi_t \sim N(0, h_t)$), t zamanda mevcut ψ_t bilgi seti ile koşullu yoğunluk 3.1.1.1 nolu denklemle ifade edilebilir. Varyans fonksiyonu ise 3.1.1.2 nolu denklemle hesaplanmaktadır. Denklemde p ARCH sürecinin sıralaması ve α alpha bilinmeyen parametreler vektörüdür(Engle, 1982, s.988).

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2 \quad (3.1.1.1)$$

$$h_t = h(y_{t-1}, y_{t-2}, y_{t-3}, \dots, y_{t-p}, \alpha) \quad (3.1.1.2)$$

ARCH regresyonu, ortalamannın(y_t) $x_t \beta$ ile belirlendiği ve doğrusal gecikmeli içsel ve dışsal değişkenlerin kombinasyonunun bilinmeyen parametreler vektörü(ψ_{t-1}) ile β bilgi setine dâhil edildiği varsayımı altındadır(Engle, 1982, s.988).

$$y_t | \psi_t \sim N(x_t \beta, h_t)$$

$$h_t = h(\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \varepsilon_{t-3}, \dots, \varepsilon_{t-p}, \alpha) \quad (3.1.1.3)$$

$$\varepsilon_t = y_t - x_t \beta$$

Varyans fonksiyonu x 'lerin mevcut ve gecikmeli değerlerinin bilgi setine dâhil edilmesi ile oluşturulur. Buna göre h fonksiyonu($h_t = h(\psi_{t-1}, \alpha)$) 3.1.1.4 nolu denklemle ifade edilir.

$$h_t = h(\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \varepsilon_{t-3}, \dots, \varepsilon_{t-p}, x_t, x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-p}, \alpha) \quad (3.1.1.4)$$

h fonksiyonu 3.1.1.5 nolu denklem ile faktör olarak ifade edilir ve en küçük kareler yöntemi ile çözülebilir(Engle, 1982, s.989).

$$h_t = h_\varepsilon(\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \varepsilon_{t-3}, \dots, \varepsilon_{t-p}, \alpha) h_x(x_t, x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-p}) \quad (3.1.1.5)$$

En küçük kareler yöntemi olabilirliği 3.1.1.6 nolu denklemle çözülebilir(Chernobia, Rachev ve Fabozzi, 2007, s.290).

$$\hat{\delta} = \frac{\sum_{t=2}^n \hat{\varepsilon}_{t-1} \hat{\varepsilon}_t}{\sum_{t=2}^n \hat{\varepsilon}_{t-1}^2} \quad (3.1.1.6)$$

Denklemden $\hat{\delta} = (\omega_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p)$ ve $\hat{\varepsilon}_t = (1, \varepsilon_t^2, \dots, \varepsilon_{t-p+1}^2)$ olup ω_0 sabit terim, α_p Arch parametresidir.

3.1.2. Maksimum Olabilirlik Yöntemi

Değişen varyans modellerinin maksimum olabilirlik yöntemi ile hesaplanması Engle(1982) tarafından önerilmiştir. ARCH modelinde koşulsuz varyans $\sigma_t^2 = E y_t^2 = E h_t$ şeklindedir ve çoğu h fonksiyonu ve α değeri için varyans zamandan(t) bağımsızdır. Bu koşullar altında ε_t zayıf durağan olmaktadır (Engle, 1982, s.990).

T örneklem büyüklüğü ve l_t t'inci gözlemin log olabilirliği olmak üzere maksimum olabilirlik 3.1.2.1 ve 3.1.2.2 nolu denklemler ile gösterilir (Engle, 1982, s.990).

$$l(\delta) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T l_t \quad (3.1.2.1)$$

$$l_t = -\frac{1}{2} \ln h_t - \frac{1}{2} \varepsilon_t^2 / h_t^2 \quad (3.1.2.2)$$

Maksimum olabilirlik $\hat{\delta} = \arg \max_{\delta \in \Theta} l(\delta)$ ile gerçekleşmektedir. Buna göre koşullu varyans ve koşullu ortalama asimptotik etkinlik kaybedilmeden hesaplanabilmektedir(Chan ve McAleer, 2003, s.583).

3.1.3. Quasi-Maksimum Olabilirlik Yöntemi

Quasi-maksimum olabilirlik teoremi White(1982) ve Gouriéroux, Monfort ve Trognon(1984) tarafından önerilmiş ve Weiss(1986) tarafından ARCH modellerine, Lee ve Hansen(1994) tarafından GARCH modellerine uygulanmıştır. Veriler normal dağılım özelliğine sahip değilse, maksimum olabilirlik yöntemi ile asimptotik etkinliğe ulaşılabilmektedir. Bu nedenle, normal dağılım testlerinden geçemeyen verilerin quasi-maksimum olabilirlik yöntemi ile hesaplanması gerekmektedir.

Örneğin $y_t = \gamma_0 + \varepsilon_t$ ile $\{y_t\}$ gözlemine sahip olduğumuzu düşünelim. Koşullu varyans $h_{0t} = E(\varepsilon_t^2 | \tau_{t-1})$ olmak üzere GARCH süreci 3.1.3.1 nolu denklemle ifade edilebilir.

$$h_{0t} = \omega_0 + \alpha_0 \sum_{k=0}^{\infty} \beta_0^k \varepsilon_{t-1}^2 \quad (3.1.3.1)$$

Bu süreç $\theta_0 = [\gamma_0, \omega_0, \alpha_0, \beta_0]$ parametre vektörleri ile ifade edilebilir. Bilinmeyen parametreler vektörü ($\theta = [\gamma, \omega, \alpha, \beta]$) ve $y_t = \gamma + \varepsilon_t$ olmak üzere 3.1.3.2 nolu denklemle ifade edilebilir.

$$h_t^*(\theta) = \omega(1 - \beta) + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1}^*(\theta) \quad (3.1.3.2)$$

$h_t^*(\theta) = \omega$ olmak üzere varyans süreci 3.1.3.3 nolu denklemle gösterilebilir. Denklemde $\theta = \{\theta : \gamma_l \leq \gamma \leq \gamma_u, 0 < \omega_l \leq \omega \leq \omega_u, 0 < \alpha_l \leq \alpha \leq \alpha_u, 0 < \beta_l \leq \beta \leq \beta_u\}$ kısıtı bulunmaktadır.

$$h_t^*(\theta) = \omega + \alpha \sum_{k=0}^{t-2} \beta^k \varepsilon_{t-1-k}^2 \quad (3.1.3.3)$$

Ölçeklenmiş değişken $z_t = \varepsilon_t / h_{0t}^{1/2}$ olmak üzere tahmin edilen GARCH modelinin quasi-maksimum olabilirliği 3.1.3.4 nolu denklemle ifade edilir (Lee ve Hansen, 1994, s.33).

$$L_n^*(\theta) = \frac{1}{2\pi} \sum_{t=1}^n l_t^*(\theta) \quad (3.1.3.4)$$

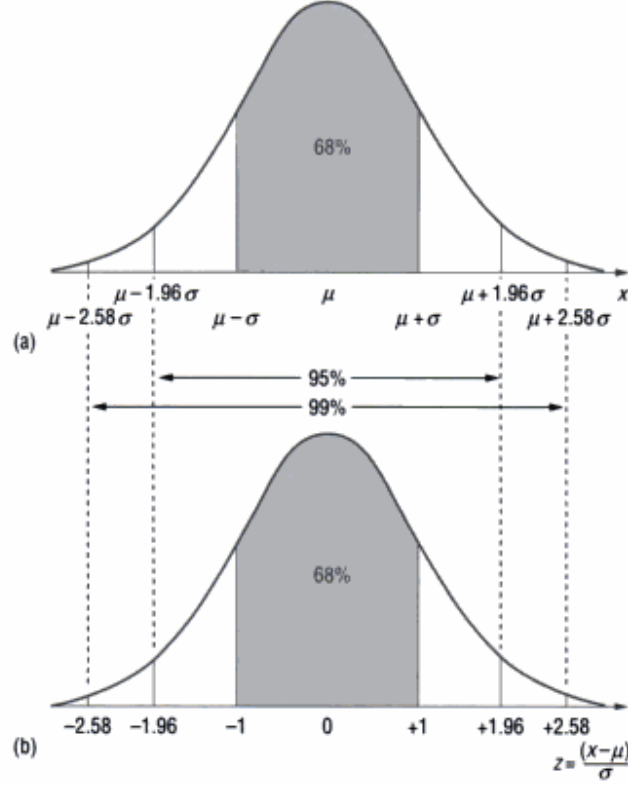
Denklemde $l_t^*(\theta) = -(\ln h_t^*(\theta) + (\varepsilon_t^2 / h_t^*(\theta)))$ olmaktadır.

3.2. DEĞİŞEN VARYANS MODELLERİNDE DAĞILIM SEÇİMİ

3.2.1. Normal Dağılım

Klasik doğrusal regresyon modelinde en önemli varsayım varyansın normal dağılıma sahip olduğudur ve bu dağılım ‘Gauss-Markov Teoremi’ olarak adlandırılır. Normal dağılımda $z = (x - \mu) / \sigma$ olmak üzere toplam olasılık yüzdesel bölgeleri 3.1 nolu şekilde yer almaktadır. Normal dağılımın en önemli özelliği karmaşık hesaplama içermeden ortalama (μ) ve varyans (σ) ile hesaplanabilmesidir. Riske maruz değer (RMD) hesaplamasında normal dağılım kullanıldığında yüzdesel bölgeye göre

çarpım katsayısı baz alınmaktadır. Çarpım katsayısı %99 güven aralığı kullanılıyorsa +2.58, %95 güven aralığı kullanılıyorsa +1.96 olarak yer almaktadır.



Şekil 3.1: Normal Dağılım Toplam Olasılık Yüzdesele Bölgeleri (Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu)

Kaynak: Petrie(2005, s.21)

Normal dağılımda olabirlik fonksiyonu 3.2.1.1 nolu denklemlle ifade edilmektedir(Peters, 2001, s.6).

$$L_T = -\frac{1}{2} \sum_{T=1}^T [\ln(2\pi) + \ln(h_t^2) + z_t^2] \quad (3.2.1.1)$$

Denklemlde T gözlem sayısı, h_t^2 varyans, $z_t = \varepsilon_t / h_t$ 'dir.

3.2.2. Student-t Dağılımı

Zaman serilerinin kalın kuyruk özelliği taşıyabileceği ilk olarak Mandelbrot(1963) ve Fama(1965) tarafından, student-t dağılımı özelliği ise Praetz(1972) ve Blattberg ve Gonedes(1974) tarafından tespit edilmiştir. Birçok yüksek

frekanslı zaman serisi kalın kuyruk özelliğine sahip olduğundan, Bollerslev(1987) Student-t dağılımının GARCH modellerinde kullanılmasını önermiştir. Student-t dağılımı normal dağılıma benzer şekilde simetrik bir dağılımdır. Student-t dağılımı olabilirlik fonksiyonu 3.2.2.1 nolu denklem ile hesaplanmaktadır(Bollerslev, 1987, s. 543).

$$l^{t-dist}(\theta) = T \left\{ \ln \Gamma\left(\frac{\eta+1}{2}\right) - \ln \Gamma\left(\frac{\eta}{2}\right) - \frac{1}{2} \ln[\pi(\eta-2)] \right\} \quad (3.2.2.1)$$

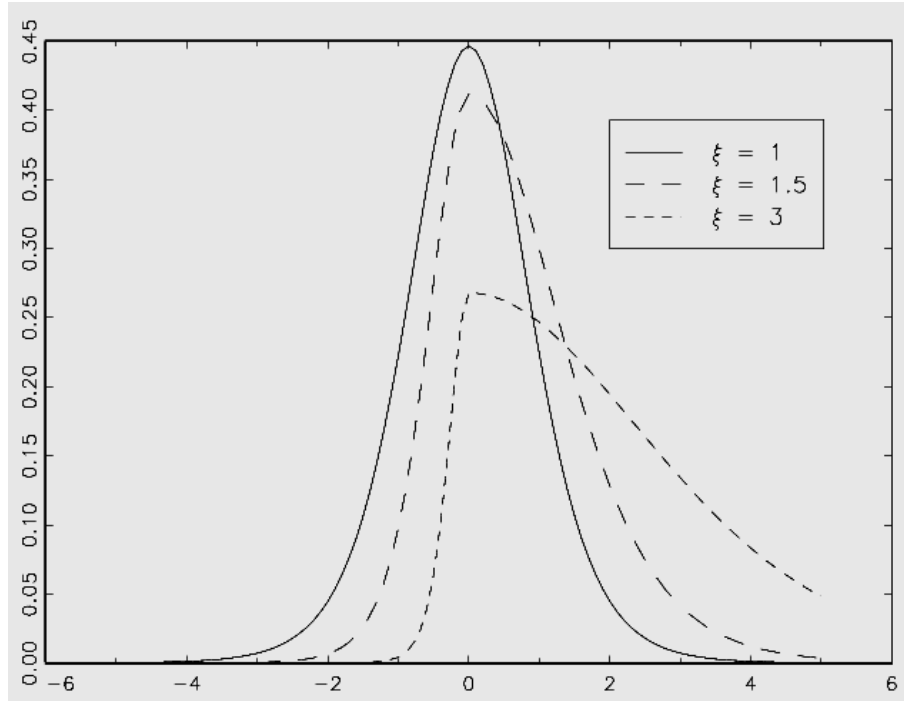
$$- \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \left(\ln(h_t) + (1+\eta) \ln\left(1 + \frac{\varepsilon_t^2}{\eta-2}\right) \right)$$

Denklemden T gözlem sayısı, h_t değişen varyans, ε_t hata terimi ve η serbestlik derecesidir.

3.2.3. Çarpık Student-t Dağılımı

Çarpıklık ve basıklık; varlık fiyatlaması modelleri, portföy seçimi, opsiyon fiyatlaması teorisi, riske maruz değer vb. finansal uygulamalarda önemlidir. Fernandez ve Steel(1998) tarafından önerilen çarpık student-t dağılımı Lambert ve Laurent(2001) tarafından GARCH modellerine uygulanmıştır. Çarpık student-t dağılımının avantajı asimetrikliğin ve kalın kuyruk özelliğinin birlikte dikkate alınmasıdır.

Çarpık student-t dağılımında çarpıklığı belirleyen serbestlik derecesi (η) ve çarpıklık katsayısıdır (ξ). 3.2 nolu şekilde farklı çarpıklık katsayıları ile çarpık student-t yoğunlukları bulunmaktadır. Çarpıklık katsayısına göre kalın kuyruk özelliği değişmektedir.



Şekil 3.2: Farklı çarpıklık katsayıları ile çarpık student-t yoğunlukları
Kaynak: Lambert ve Laurent(2001, s.5)

Çarpık student-t olabilirliği 3.4.3.1 nolu denklemle ifade edilir(Lambert ve Laurent, 2001, s.8).

$$l_{skewed-st} = T \left\{ \ln \Gamma\left(\frac{\eta+1}{2}\right) - \ln \Gamma\left(\frac{\eta}{2}\right) - 0.5 \ln[\pi(\eta-2)] + \ln\left(\frac{2}{\xi + \frac{1}{\xi}}\right) + \ln(s) \right\} \quad (3.4.3.1)$$

$$- 0.5 \sum_{i=1}^T \left\{ \ln h_i^2 + (1+\eta) \ln \left[1 + \frac{(s\varepsilon + m)^2}{\eta-2} \xi^{-2I_i} \right] \right\}$$

Denklemden T gözlem sayısı, h_i^2 varyans, ε_i hata terimi, η serbestlik derecesi, $\Gamma(\cdot)$ gamma fonksiyonu ve ξ çarpıklık parametresidir.

3.3. DEĞİŞEN VARYANS MODELLERİ

3.3.1. Otoregresif Koşullu Değişen Varyans Modeli (ARCH)

$y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$ olasılıklı doğrusal modelinde hata terimi(ε_i) ile ilgili varsayımlardan, varyansın sabit olduğuna ilişkin varsayım $u=0$ olmak üzere 3.3.1.1 nolu denklemle ifade edilir.

$$E(\varepsilon_i - u)^2 = E(\varepsilon_i)^2 = h_\varepsilon^2 \quad (3.3.1.1)$$

Zaman serilerinde, değişen varyans etkisini yakalayabilmek için Engle(1982) otoregresif koşullu değişen varyans(ARCH) modelini önermiştir. ARCH modelinde koşullu varyans, kalıntıların geçmiş değerlerinin karelerinin regresyon ile çözümlenmesi ile öngörülmektedir. Diğer bir ifade ile bağımlı değişkenin varyansı kendi geçmiş değerlerine bağımlı olarak modellenmektedir. ARCH Modeli 3.3.1.2 nolu denklemde ifade edilebilir(Engle, 1982, s.988.).

$$h_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_i^2 = \omega + \alpha(L)\varepsilon_t^2 \quad (3.3.1.2)$$

Modelde $\varepsilon_t / \psi_{t-1} \sim N(0, h_t)$ olmak üzere h_t , ε_t 'nin koşullu varyansıdır ve zamanla değişebilir. ARCH Modelinde $\alpha_i > 0$ ve α toplamlarının bire eşit olması kısıtlamaları bulunmaktadır(Engle, 1982, s.988).

ARCH modelinin log olabilirliği(lnl_t) 3.3.1.3 nolu denklemle ifade edilir(Engle, 1982, s.990).

$$lnl_t = -\frac{1}{2} ln h_t - \frac{1}{2} \varepsilon_t^2 h_t^{-1} \quad (3.3.1.3)$$

Denklemde lnl_t log olabilirlik, ε_t hata terimi ve h_t ε_t 'nin koşullu varyansıdır.

3.3.2. Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans Modeli (GARCH)

ARCH Modelindeki kısıtlamaları ortadan kaldırmak ve negatif varyanslı parametre tahminlerine ulaşmak için Bollerslev(1986) tarafından genelleştirilmiş ARCH(GARCH) modeli önerilmiştir. GARCH Modelinde, koşullu varyans geçmiş

dönem doğrusal varyans etkilerinin yanında geçmiş dönem koşullu varyans etkileri de bulunur. GARCH(1,0) birinci derecede ARCH Modeli olmaktadır. GARCH(1,1) 3.3.2.1 nolu denklemle ifade edilebilir(Bollerslev, 1986, s.310).

$$h_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \sum_{i=2}^n \varepsilon_{t-i}^2 + \beta_1 \sum_{i=2}^n h_{t-i}^2 \quad (3.3.2.1)$$

Denklemde α ve β 0 ve +1 aralığındadır. GARCH Modelinde parametrelerin sabit olmaması dışında toplamının “1”e eşit olması zorunluluğu bulunmamaktadır.

Durağan zaman serisinde otoregresif süreç ve ortalama eğitimi etkisi varsa standart GARCH modeli etkin olamamakta, bu durumda zaman serisinin otoregresif hareketli ortalama(ARMA) süreci ile birlikte modellenmesi gerekmektedir. ARMA(r,s) modeli 3.3.2.2 nolu denklemle, ARMA(r,s)-GARCH(p,q) modeli ise 3.3.2.3 nolu denklemde bulunmaktadır(Fabozzi, Rachave-Lotova ve Stoyanov, 2006, s.1092). Akaike bilgi kriteri testine göre GARCH(p,q), AR(r)-GARCH(p,q) ve ARMA(r,s)-GARCH(p,q) modelleri arasında seçim yapılabilmektedir. Ayrıca r,s,p ve q gecikme uzunluğu da Akaike bilgi kriteri testi ile seçilebilmektedir.

$$r_t = C + \sum_{i=2}^r a_i r_{t-i} + \sum_{i=2}^s b_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t \quad (3.3.2.2)$$

$$\varepsilon_t = h_t v_t$$

$$h_t^\lambda = \alpha_0 + \sum_{i=2}^n w_i |\varepsilon_{t-i}^2|^\lambda + \sum_{i=2}^n v_i h_{t-i}^\lambda \quad (3.3.2.3)$$

3.3.3. Riskmetrics-Üstel Hareketli Ortalama Yöntemi(Riskmetrics-EWMA)

Volatilite öngörüsünde, basitleştirilmiş en popüler yaklaşım J.P.Morgan(1994) tarafından önerilen Riskmetrics-EWMA(Üstel Ağırlıklandırılmış Hareketli Ortalama) modelidir. Riskmetrics-EWMA modeli 3.3.3.1 nolu denklemde parametlerin sabit olduğu bütünleşik GARCH Modelinin özel durumudur.

$$h_t^2 = \lambda h_{t-1}^2 + (1 - \lambda) r_{t-1}^2 \quad (3.3.3.1)$$

Modelde t zamanda λ azaltma faktörü(decay factor), r_{t-1} bir önceki dönem getirisinin karesi, h_{t-1}^2 bir önceki dönem volatilitesi'dir. $t-1$ başlangıç değerine(n) kadar yazılırsa($t-1, t-2, \dots, n$) Riskmetrics-EWMA(n)'e ulaşılır. Azaltma faktörünün 1'e yaklaşması durumunda son günlere ait volatilitenin ağırlığını azaltmakta, uzun dönem hafıza özelliğini öne çıkarmaktadır. Azaltma faktörü, Riskmetrics tarafından 0.94-0.97 aralığında önerilmektedir(Riskmetrics, 1996.b, s.213). Ayrıca tablo 3.1'de görüleceği üzere optimum azaltma faktörü ülkelere göre değişmektedir. Türkiye gibi gelişmekte olan ülkelerde, uzun dönem hafıza özelliği nedeni ile optimal azaltma faktörü 0.808-0.999 aralığında önerilmektedir(Beltratti ve D'Antonio, 2004, s.101).

Tablo 3.1
Hisse Senetleri İçin Optimum Azaltma Faktörü(Aylık)

Ülke	Azaltma Faktörü(Decay Factor)
Avustralya	0.975
Belçika	0.965
İsviçre	0.970
Almanya	0.980
Danimarka	0.985
İspanya	0.980
Fransa	0.985
İngiltere	0.975
İtalya	0.970
Japonya	0.955
Hollanda	0.975
A.B.D.	0.980

Kaynak: RiskmetricsTM (1996.a, s.99)

3.3.4. Üstel GARCH Modeli (EGARCH)

Zaman Serisi'nde asimetriklik; varlık fiyatları üzerindeki beklenmeyen düşüşlerin volatilitenin beklenenden daha fazla artırması, diğer bir ifade ile kötü haberlerin volatilitenin iyi haberlerden daha fazla yükseltmesidir. Zaman serisinde asimetrikliğin volatilitenin üzerindeki etkisi Black(1976) tarafından tespit edilmiştir. ARCH(p) ve GARCH(p,q) modellerinde, pozitif ve negatif değişim koşullu volatilitenin üzerinde aynı etkiye sahip olduğundan, asimetriklik dikkate alınmamaktadır.

Asimetrikliği dikkate alan ilk model olan Üstel GARCH(EGARCH-Exponential GARCH) Nelson(1991) tarafından önerilmiştir. EGARCH modelinde, koşullu varyansın doğal logaritması gecikmeli hata teriminin fonksiyonu olarak zamanla değişecek şekilde modellenmiştir. EGARCH(1,1) modeli 3.3.4.1 nolu denklemlerle gösterilebilir(Nelson, 1991, s. 347).

$$\ln(h_t) = \omega + \beta \ln(h_{t-1}) + \alpha \left[\frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right] + \gamma \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} \quad (3.3.4.1)$$

Bollerslev ve Mikkelsen(1996, s.160) EGARCH modelini 3.3.4.2 nolu denklemlerle yeniden düzenlemiştir.

$$\ln(h_t) = \omega + [1 - \beta(L)]^{-1} + [1 + \alpha(L)]g(z_{t-1}) \quad (3.3.4.2)$$

Nelson(1991, s.351) getiri ve volatilité için asimetri etkisinin modellenebilmesi için $g(z_t)$ 'nin büyüklük(magnitude) ve işaret(sign) etkisini içermesi gerektiğini belirtmektedir. $g(z_t)$, iki etkiyi içerecek şekilde 3.3.4.3 nolu denklemlerle ifade edilebilir.

$$g(z_t) = \gamma_1 z_t + \gamma_2 [|z_t| - E|z_t|] \quad (3.3.4.3)$$

EGARCH Modelinde koşullu varyansın logaritması alındığından parametreler pozitif olmaktadır. Bunun sonucu olarak ARCH ve GARCH Modellerindeki parametrelerin 0'dan büyük olma koşulu gerekmemektedir. 3.3.4.3 nolu denklem asimetrikliğin dahil edilmesini sağlamaktadır. “ γ_1 ” koşullu varyansı etkileyen hata teriminin işaretini belirlerken(sing effect); “ γ_2 ” farklı büyüklük etkisini(size effect) belirlemektedir. Zaman serisinde asimetriklik bulunuyorsa “ $\gamma_1 < 0$ ” koşulu gerçekleşmektedir(Harris ve Sollis, 2003, s.234-235).

3.3.5. Eşik Değer GARCH Modeli (GRJ-GARCH)

EGARCH modelinde, koşullu varyans'ı etkileyen hata teriminin işareti modele dâhil edilmesine rağmen GARCH(1,1) modelini kullanılmaktadır. Glosten, Jagannathan

ve Runkle(1993) ve Zakoian(1994) GARCH modeline kukla değişken dâhil ederek 3.3.5.1 nolu denklemdeki GJR(Eşik Değer GARCH) modelini önermiştir(Glosten, Jagannathan ve Runkle, 1993, s.1787).

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1 \varepsilon_{t-1}^2 I_{t-1} + \beta_1 h_{t-1} \quad (3.3.5.1)$$

Modelde $\varepsilon_{t-1} > 0$ olduğunda $I_{t-1} = 1$, diğer durumlarda $I_{t-1} = 0$ olmaktadır. Koşullu varyanstaki ARCH parametreleri hata teriminin işaretine göre $\alpha_1 + \gamma_1$ ve α_1 arasında değişmektedir. Parametrelere etkileri bakımından iyi haberler α_1 üzerinde; kötü haberler α_1 ve γ_1 (Gamma1) üzerinde etkilidir. $\gamma_1 > 1$ olduğunda asimetric etkisi bulunmakta, $\gamma_1 = 0$ olduğunda ise asimetric etki bulunmamaktadır. γ_1 parametresi istatistiksek olarak anlamlı ise zaman serisinde asimetric etki bulunmaktadır.

3.3.6. Asimetric Üstel ARCH (APARCH) Modeli

Asimetriclik etkisinin tespit edilmesine yönelik diğer bir model Ding, Granger ve Engle(1993) tarafından önerilen Asimetric Üslü ARCH(Asymmetric Power ARCH-APARCH) modelidir. APARCH(1,1) modelinde koşullu varyans 3.3.6.1 nolu denklem ile hesaplanmaktadır. Modelde γ_i (Gamma1) kaldıraç parametresi, δ (Delta) kuvvet parametresidir(Harris ve Sollis, 2003, s. 236).

$$h_t^{\delta/2} = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i (|\varepsilon_{t-i} - \gamma_i \varepsilon_{t-i}| - \gamma_i \varepsilon_{t-i})^\delta + \sum_{j=1}^p \beta_j h_{t-j}^{\delta/2} \quad (3.3.6.1)$$

3.3.7. Bütünleşik Garch Modeli (IGARCH)

ARCH, GARCH ve asimetric GARCH Modelleri(EGARCH, GJR, APARCH) hata teriminin koşullu varyansının durağanlığını dikkate almamaktadır. GARCH(1,1) modelinde, $\alpha_i + \beta_i < 1$ olduğunda seri genel anlamda durağandır. Koşullu varyansın durağanlığı aynı zamanda α_i ve β_i parametrelerine bağlıdır. GARCH(p,q) modelinde $\alpha_{1,\dots,p} + \beta_{\dots,q1} < 1$ olduğunda şok etkisi koşullu varyansı zamanla değiştirmektedir. $\alpha_{1,\dots,p} + \beta_{\dots,q1} = 1$ olduğunda koşullu varyans birim kök süreci gibi hareket ederek şok

etkisinin koşullu varyansı değiştirmemesini sağlamaktadır. Bu nedenlerden dolayı, GARCH(p,q) modelinde $\alpha_{1,\dots,p} + \beta_{1,\dots,q} < 1$ kısıtlaması bulunmaktadır(Harris ve Sollis, 2003, s. 238).

Yüksek frekanslı zaman serilerinde, GARCH(p,q) modeli kullanılarak tahmin edilen koşullu varyans için α_1 ve β_1 parametreleri toplamı “1”e yakın veya eşittir. Parametrelerin toplamının “1”e eşit olması durumunda; tüm veri seti için volatilité tahmininde son dönem verilerin etkisi artmaktadır ve bütünleşik GARCH(IGARCH) modeline ulaşılmaktadır. Aynı durum ortalama eşitliği için de geçerlidir, tüm AR ve MA parametreleri toplamının “1”e eşit olması durumunda ARIMA sürecine ulaşılır(Laurent ve Peters, 2003, s. 221).

GARCH(p,q) süreci ARMA ile modellenenir. Gecikme operatörü kullanılarak GARCH modeli 3.3.7.1 nolu denklem şeklinde yazılabilir.

$$[1 - \alpha(L) - \beta(L)] \varepsilon_t^2 = \omega + [1 - \beta(L)](\varepsilon_t^2 - h_t^2) \quad (3.3.7.1)$$

$[1 - \alpha(L) - \beta(L)]$ fonksiyonu birim kök içermektedir. α ve β parametreleri toplamı “1”e eşittir ve Engle ve Bollerslev(1986)’in bütünleşik GARCH(IGARCH) modelini vermektedir. IGARCH modeli 3.3.7.2 nolu denklem şeklindedir(Laurent ve Peters, 2003, s. 221).

$$\phi(L)(1-L) \varepsilon_t^2 = \omega + [1 - \beta(L)](\varepsilon_t^2 - h_t^2) \quad (3.3.7.2)$$

IGARCH modeli hata terimlerinin karesinin koşullu varyans’ı olarak modellenirse, 3.3.7.3 nolu denklemde GARCH’a benzer şekilde yazılabilir.

$$h_t^2 = \frac{\omega}{1 - \beta(L)} + \{1 - \phi(L)(1 - L)\} [1 - \beta(L)]^{-1} \varepsilon_{t-1}^2 \quad (3.3.7.3)$$

3.3.8. Parçalı Bütünleşik Garch Modeli(FIGARCH)

Bütünleşikliğin parçalı olarak dikkate alındığı model parçalı bütünleşik GARCH(FIGARCH) modelidir. Parçalı bütünleşme, Granger ve Joyeux(1980)

tarafından önerilmiş ve Baillie, Bollerslev ve Mikkelsen(1996) ve Chung(1999) tarafından değişen koşullu varyans modellerine uygulanmıştır.

Zaman serisinde y_t 'nin kısmi farkı durağan sürece sahipse y_t parçalı bütünleşik durumda olmaktadır(Harris ve Sollis, 2003, s. 238). $(1-L)d = y_t = \varepsilon_t$ için $d=0$ olduğunda y_t durağandır ve tüm otokorelasyonları sıfıra eşittir. $d=1$ olduğunda y_t sıfır sıklıkta birim kök içermektedir. $0 < d < 1$ olduğunda y_t 'nin otokorelasyonları yavaşça azalarak sıfıra yaklaşacaktır. Parçalı bütünleşik modellerinin diğer GARCH modellerinden temel farkı verilerdeki otokorelasyonun yavaşça azalmasının da dikkate alınmasıdır. Bu nedenle parçalı bütünleşik modeller uzun dönem etkiyi içeren modeller olarak adlandırılır(Harris ve Sollis, 2003, s. 239). Uzun dönem etkili model yüksek volatilité ve şok dönemlerinde gerekmektedir. Şok etkisi üzerine çalışma yapan Ding, Granger ve Engle(1993, s.83) volatilitenin yavaşça değişme eğiliminde olduğunu ve şok etkisinin geçmesi için belirli bir zaman geçmesi gerektiğini belirtmiştir.

Baillie, Bollerslev ve Mikkelsen(1996) IGARCH modelinde yer alan 3.3.7.3 nolu denklemdaki ilk fark operatörünü $(1-L)^d$ ile değiştirerek FIGARCH(BBM) modelini önermiştir(Laurent ve Peters, 2003, s.221).

FIGARCH(BBM) modelinde koşullu varyans 3.3.8.1 nolu denklem ile hesaplanmaktadır(Baillie, Bollerslev ve Mikkelsen, 1996, s.8). Modelde $\omega^* = [1 - \beta(L)]^{-1}$, $\lambda(L) = \left\{ 1 - [1 - \beta(L)]^{-1} \phi(L)(1-L)^d \right\} \varepsilon_t^2$ ve $0 < d < 1$ olmak üzere $h_t^2 = \omega^* + \lambda(L)$ şeklinde yazılabilir.

$$h_t^2 = \omega[1 - \beta(L)]^{-1} + \left\{ 1 - [1 - \beta(L)]^{-1} \phi(L)(1-L)^d \right\} \varepsilon_t^2 \quad (3.3.8.1)$$

Chung(1999) BBM modelinde ω parametresinde teorik problem olması ve pratikte modellemenin zorlukları nedeniyle FIGARCH'ı $\phi(L)(1-L)^d (\varepsilon_t^2 - h^2) = [1 - \beta(L)](\varepsilon_t^2 - h^2)$ ile h^2 , ε_t^2 'nin koşulsuz varyansı olmak üzere 3.3.8.2 nolu denklemle yeniden düzenlemiştir(Chung, 1999, s.4). d parametresi kısıtlaması $0 \leq d \leq 1$ aralığındadır.

$$h_t^2 = h_{t-1}^2 + \left[1 - \beta(L)\right]^{-1} \phi(L)(1-L)^d \left\{ \varepsilon_t^2 - h_t^2 \right\} \quad (3.3.8.2)$$

3.3.9. Parçalı Bütünleşik Üstel Garch Modeli(FIEGARCH)

Bollerslev ve Mikkelsen(1996), Baillie, Bollerslev ve Mikkelsen(1996)'in önerdiği FIGARCH modeli üzerinden uzun dönem etki ve asimetrikliğin birlikte modellendiği FIEGARCH(BMM) modelini geliştirmiştir. FIEGARCH(BMM) modeli $g(z_t) = \theta z_t + \gamma [z_t | - E(|z_t|)]$ olmak üzere 3.3.9.1 nolu denklemlerle gösterilmiştir(Bollerslev ve Mikkelsen, 1996, s.159). FIEGARCH(p,d,q) modelinde $d=0$ olduğunda EGARCH modeline, $d=1$ olduğunda IEGARCH modelini sağlamaktadır Bollerslev ve Mikkelsen(1996, s.160).

$$\begin{aligned} \ln(h_t^2) &= \omega + \left(1 - \sum_{i=1,p} \varphi_i L^i\right)^{-1} \left(1 + \sum_{i=1,p} \psi_i L^i\right) g(z_{t-1}) \\ &= \omega + [1 - \phi(L)]^{-1} [1 + \psi(L)] g(z_{t-1}) \end{aligned} \quad (3.3.9.1)$$

3.3.10. Parçalı Bütünleşik Asimetrik Üstel ARCH Modeli(FIAPARCH)

FIAPARCH modeli Tse(1998) tarafından üstel GARCH yerine asimetrik üstel GARCH etkisinin parçalı bütünleşmeye dâhil edilmesi için oluşturulmuştur. FIAPARCH(BMM) 3.3.10.1 nolu denklemlerle ifade edilebilir(Tse, 1998, s.51). FIAPARCH modelinin istatistiksel olarak anlamlı olabilmesi için parametrelerin pozitif olması gerekmektedir(Tse, 1998, s.52).

$$h_t^\delta = \omega + \left[1 - \beta(L)\right]^{-1} \phi(L)(1-L)^d \left\{ 1 + \alpha [|\varepsilon_t|] - \gamma \varepsilon_t \right\}^d \quad (3.3.10.1)$$

3.3.11. Hiperbolik Garch Modeli(Hyperbolic GARCH)

Diğer bir bütünleşik model Davidson(2002) tarafından önerilen ve FIGARCH'ın özel bir şekli olan Hiperbolik GARCH(HYGARCH-Hyperbolic GARCH) modelidir. Davidson(2002) makalesinde uzun dönem etkiyi tespit etmeye yönelik yakın dönem bağıllığını(near epoch dependecy) önermiştir(Saltoğlu, 2003, s.34). HYGARCH modeli,

FIGARCH modelinde $\lambda(L)$ 'nin 3.3.11.1 nolu denklemdeki şekilde değiştirilmesi ile modellenmektedir(Davidson, 2002, s.20). Modelde $d \geq 0$ ve $\kappa \geq 0$ kısıtı bulunmaktadır.

$$\lambda(L) = 1 - [1 - \beta(L)]^{-1} \phi(L) \{1 + \kappa [(1-L)^d - 1]\} \quad (3.3.11.1)$$

3.3.12. GRJ-Normal Karma GARCH Modeli (NM-GRJ-GARCH)

Haas, Mittnik ve Paolella (2004) ve Alexander ve Lazar(2003, 2005, 2006), daha yüksek zamanla değişen koşullu momentler elde etmek için koşullu normal karma yoğunluğu GARCH(1,1) modelinde uygulamıştır. Asimetrik Normal Karma GARCH(1,1) modelinin diğer modellere göre avantajı zaman serilerinde kuyruk kaybını daha iyi yakalayabilmesidir. Normal Karma GARCH(1,1) modeli, yapı olarak markov rejim değişim GARCH(1,1) modeline benzerdir.

Asimetrik normal karma GARCH modeli, ortalama(μ) ve K koşullu varyans için iki ayrı denklem içermektedir. Hata terimi(ε_t), koşullu normal karma yoğunluğa sahip olup K farklı ortalama ve varyans ile normal yoğunluk fonksiyonu ile gösterilebilir(Alexander ve Lazar, 2005, s.4).

$$\varepsilon_t / I_{t-1} \sim NM(p_1, \dots, p_K, \mu_1, \dots, \mu_K, h_{1t}^2, \dots, h_{Kt}^2), \quad (3.3.12.1)$$

$$\sum_{i=1}^K p_i = 1, \quad \sum_{i=1}^K p_i \mu_i = 1$$

3.3.12.1 nolu denklemdeki hata teriminin koşullu yoğunluğu 3.3.12.2 nolu denklemle ifade edilebilir. φ_i , farklı sabit terim(μ_i) ve farklı zaman içerisinde değişen varyans için(h_{it}^2) normal yoğunluk fonksiyonunu temsil etmektedir(Alexander ve Lazar, 2005, s.4).

$$\eta(\varepsilon_t) = \sum_{i=1}^K p_i \varphi_i \quad (3.3.12.2)$$

K simetrik varyans normal karma GARCH(1,1) modeli 3.3.12.3 nolu denklemle ifade edilir (Alexander ve Lazar, 2006, s.309).

$$h_{it}^2 = \alpha_0 + \alpha_i \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_i h_{it-1}^2 \quad i=1, \dots, K \quad (3.3.12.3)$$

$\varepsilon_t < 0$ koşulunda $d_t^- = 1$, $\varepsilon_t > 0$ koşulunda $d_t^- = 0$ olmak üzere Glosten, Jagahannathan ve Runkle(1993)'ün önerdiği GRJ modeli bazlı normal karma GARCH modeli 3.3.12.4 nolu denklemle ifade edilir(Alexander ve Lazar, 2005, s.4). Denklemde $\alpha_i > 0$ ve $1 > \beta_i \geq 0$ kısıtları bulunmaktadır.

$$h_{it}^2 = \alpha_0 + \alpha_i \varepsilon_{t-1}^2 + \lambda_i d_{t-1}^- \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_i h_{it-1}^2; \quad i=1, \dots, K; \quad (3.3.12.4)$$

NM-GRJ-GARCH(1,1) modelinde koşullu varyans 3.3.12.5 nolu denklemle hesaplanmaktadır. Denklemde $0 < \rho_i < 1$ kısıtı bulunmaktadır.

$$h_{it}^2 = \sum_{i=1}^K p_i h_{it}^2 + \sum_{i=1}^K p_i \mu_i^2 \quad (3.3.12.5)$$

3.3.13. Asimetrik Normal Karma GARCH Modeli (NM-AGARCH)

Normal karma asimetrik GARCH modeli, Engle ve Ng(1993)'nin üstel GARCH modeli bazlı olarak 3.3.13.1 nolu denklemle ifade edilir(Alexander ve Lazar, 2005, s.4). NM-GRJ-GARCH(1,1) modelinde, koşullu varyans NM-GRJ-GARCH(1,1) modelindeki gibi 3.3.13.1 nolu denklemle hesaplanır. Denklemde $\alpha_i > 0$ ve $1 > \beta_i \geq 0$ kısıtları bulunmaktadır.

$$h_{it}^2 = \alpha_0 + \alpha_i (\varepsilon_{t-1}^2 - \lambda_i)^2 + \beta_i h_{it-1}^2; \quad i=1, \dots, K \quad (3.3.13.1)$$

3.3.14. Cornish-Fisher Riske Maruz Değer Modeli (Cornish-Fisher RMD)

Riske maruz değer tahmininde en önemli sorun, veri normal dağılıma yakınsamamasına rağmen riske maruz değer modelinin normal dağılım bazlı olmasıdır.

Riske maruz değer uç değer modelleri ile hesaplanmıyorsa risk modelinde düzeltme yapılarak bu eksiklik kısmi olarak giderilebilmektedir. Cornish ve Fisher(1937) açılımı bu düzeltmeler içinde en etkili yöntemler arasındadır. Cornish-Fisher açılımı, kalın kuyruk ve basıklık düzeltmesi ile koşullu normalliğe yakınsamayı sağlamaktadır.

Standartlaştırılmış portföy getirisi $z_{t+1} = R_{PF,t+1} / h_{PF,t+1} \sim D(0,1)$, $\phi(d)$ dağılımı için kritik değer $\phi_p^{-1}(d)$ olarak tanımlandığında normal RMD 3.3.14.1 nolu denklemle ifade edilir.

$$RMD_{t+1}^p = h_{PF,t+1} \phi_p^{-1}(d) \quad (3.3.14.1)$$

Cornish-Fisher RMD, kritik değer $\phi_p^{-1}(d)$ 'nin 3.3.14.2 nolu denklemdeki CF_p^{-1} ile değiştirilmesi ile hesaplanır. Denklemde ζ_1 çarpıklığı ifade ederken ζ_2 basıklığı ifade etmektedir. $CF_p^{-1} = \phi_p^{-1}$ olduğunda Cornish-Fisher RMD ile normal dağılım RMD eşit olmaktadır. Cornish-Fisher RMD modelinde güven aralığı normal RMD modeli güven aralığının iki katına çıkabilmektedir. Örnek olarak -1 çarpıklık ve 4 basıklık için %1 güven aralığında normal RMD güven aralığı katsayısı 2.33, Cornish-Fisher RMD güven aralığı katsayısı 4.41 olmaktadır(Christoffersen, 2003, s.80).

$$CF_p^{-1} = \phi_p^{-1} + \frac{\zeta_1}{6} [(\phi_p^{-1})^2 - 1] + \frac{\zeta_2}{24} [(\phi_p^{-1})^3 - 3\phi_p^{-1}] - \frac{\zeta_1^2}{36} [2(\phi_p^{-1})^3 - 5\phi_p^{-1}] \quad (3.3.14.2)$$

3.3.15. Markov-Rejim Değişim GARCH Modeli (MS-GARCH)

Markov rejim değişim modeli, Neftçi(1984)'nin markov zincirleri ile rejim geçişi önerisi baz alınarak Hamilton(1989, 1990) tarafından konjonktür dalgaları analizi için önerilmiştir.

y_t serisinin $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$ ve gözlemlenen veri setinin($t = 1, 2, 3, \dots, t_0$) yeterli olması koşulunda birinci dereceden AR(1) süreci izlediği varsayımında model 3.3.15.1 nolu denklemle ifade edilir. t_0 zamanında serinin genel ortalamasında önemli kırılma bulunuyorsa bu durum 3.3.15.2 nolu denklemle ifade edilir(Hamilton, 2008, s.1).

$$y_t = c_1 + \phi y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.3.15.1)$$

$$y_t = c_2 + \phi y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.3.15.2)$$

Rejim değişiminin sabit terimin c_1 'den c_2 'ye geçişi olarak modellenmesi, olasılık geçişini dikkate almadığı için yetersiz kalmaktadır. Rejim değişiminin tek bir yapısal kırılma yerine birden fazla ve kesikli olması durumu 3.3.15.3 nolu denklemlerle ifade edilebilir. Rastsal s_t değişkeni iki aşamalı markov zinciri olarak 3.3.15.4 nolu denklemlerle ifade edilir(Hamilton, 1994, s.678).

$$P\{s_t = j | s_{t-1} = i, s_{t-2} = k, \dots\} = P\{s_t = j | s_{t-1} = i\} = p_{ij} \quad (3.3.15.3)$$

3.3.15.3 nolu denklem rejim geçişleri olarak aşığıdaki şekilde gösterilebilir(Hamilton, 1989, s.360).

$$\begin{aligned} \Pr[s_t = 1 | s_{t-1} = 1] &= p \\ \Pr[s_t = 0 | s_{t-1} = 1] &= 1 - p \\ \Pr[s_t = 0 | s_{t-1} = 0] &= q \\ \Pr[s_t = 1 | s_{t-1} = 0] &= 1 - q \end{aligned} \quad (3.3.15.4)$$

Markov rejim değişim modeli; Hamilton ve Susmel(1994), Cai(1994), Susmel(1998) ve Dueker(1997) tarafından ARCH modeline uyarlanarak markov rejim değişim ARCH modeli olarak önerilmiştir. Gray(1996) ve Klaassen(2002) GARCH modelini kullanarak markov rejim değişim GARCH modelini geliştirmiştir.

Markov rejim değişim ARCH(SWARCH) modeli $t = 1, 2, 3, \dots, t_0$ için $X_t = f_\theta(X_{t-1}, s_t, \varepsilon_t = h_t^{1/2} \varepsilon_t)$ olmak üzere aşığıdaki şekilde gösterilebilir(Lange ve Rahbek, 2009, s.875).

$$h_t^2 = \omega_{s_t} + \sum_{i=1}^q \alpha_{is_t} X_{t-i}^2 \quad (3.3.15.5)$$

Gray(1996), Dueker(1997) ve Klaassen(2002) önerisine göre iki rejimli markov rejim değişim GARCH(MS-GARCH) modeli 3.3.15.6 nolu denklem ile

modellenebilir(Franses ve Dijk, 2003, s.156). Diğer bir rejim değişim GARCH modeli Haas, Mittnik ve Paolella(2004) tarafından önerilen model olup bu modelde h_{it} değişkenleri rejim geçişinden(h_{it,s_t}) etkilenmektedir(Lange ve Rahbek, 2009, s.875). Çalışmada Gray(1996), Dueker(1997) ve Klaassen(2002) önerisindeki MS-GARCH(1,1) modeli kullanılmıştır.

$$h_t^2 = [\omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}^2] I[s_t = 1] + [\zeta + \gamma_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \delta_1 h_{t-1}^2] I[s_t = 2] \quad (3.3.15.6)$$

3.4. DEĞİŞEN VARYANS MODELLERİNDE PARAMETRELERİN BELİRLENMESİ

Değişen varyans modellerinde, olabilirlik fonksiyonunun doğru şekilde çalışabilmesi için başlangıç değeri olan ilk parametrelerin ve parametrelerin alt ve üst limitini belirleyen parametre sınırlarının belirlenmesi gerekmektedir. Başlangıç parametreleri hatalı olarak belirlendiğinde en çok benzerlik sağlanamazken, başlangıç parametresi belirlenmediği durumda parametreler sınırsız hareketle çalışmaya başladığından sonuç değere ulaşamayacak ve belirlenen parametreler $-/+ \infty$ 'a yakınsayacaktır. Benzer şekilde parametre alt/üst sınırları hatalı olarak belirlendiğinde en çok benzerlik sağlanamayarak, alt/üst sınırlar belirlenmediği durumda parametreler $-/+ \infty$ 'a yakınsayacaktır. Tablo 3.2'de değişen varyans modellerinde parametre başlangıç değerleri ve parametre sınırları bulunmaktadır. Optimizasyon sağlanamadığı durumda parametre başlangıç değerleri değiştirilebilmektedir.

Tablo 3.2
Değişen Varyans Modelleri Parametre Başlangıç Değerleri ve Sınırları

Parametre	Başlangıç Değeri	Parametre Sınırları
ω	0.01	-100.00 +100.00
α	0.05	0.00 1.00
β_1	0.93	0.00 1.00
ν -Stu	0.001	-100.00 +100.00
ξ -Skew(çarpık)	0.001	-100.00 +100.00
ν -Skew(çarpık)	0.001	-100.00 +100.00

γ_1 -GJR	0.08	-1.00 +1.00
γ_i Aparch	0.001	-1.00 +1.00
δ Aparch	2	0.00 3.00
γ_1 Egarch	-0.1	-1.00 +1.00
γ_2 Egarch	0.2	-1.00 +1.00
d Figarch	0.45	0.00 1.00
$\ln(\alpha)$ Hygarch	0.1	-100.00 +100.00
γ -Normal Karma Garch	0.00	-1.00 +1.00

Kaynak: G@rch 5.0 programı kodlarından yararlanarak yazar tarafından derlenmiştir.

3.5. SİMÜLASYON VE BOOTSTRAP MODELLERİ

3.5.1. Monte Carlo Simülasyon Yöntemi (MCS)

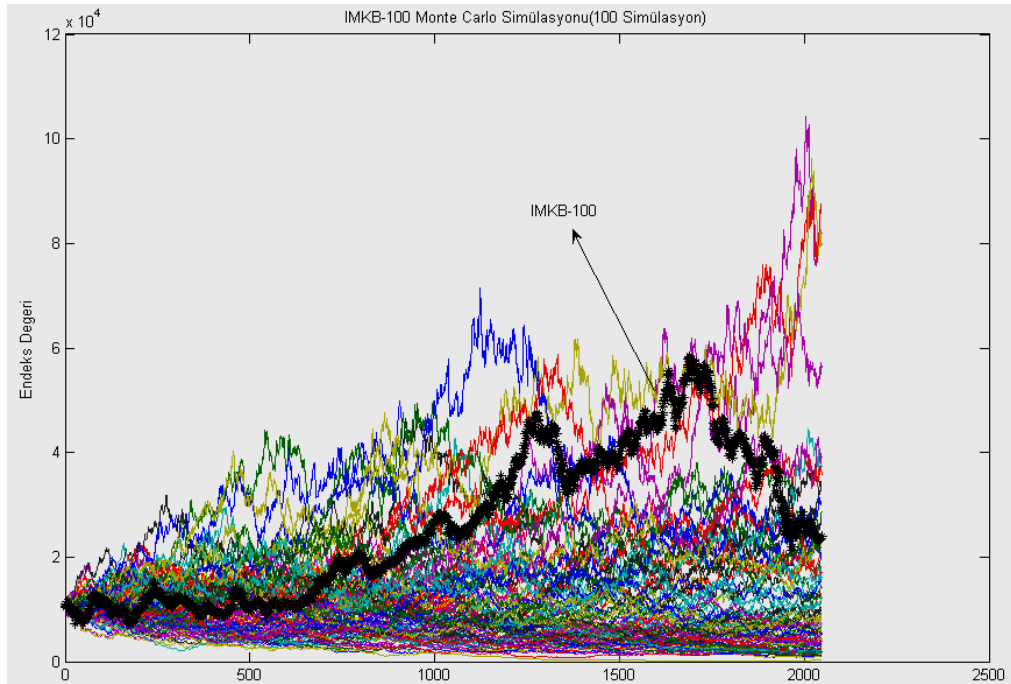
Monte carlo simülasyon yöntemi(MCS) Stanislaw Ulam ve James Von tarafından atom bombasının nükleer etkilerinin bilgisayar simülasyonu ile test edilmesi sırasında bulunmuştur(Winston, 2001, s.24). MCS, gözlemlenen örneklem üzerinden tesadüfî örneklem çıktısı kullanma süreci olup, tarihsel simülasyon ve korelasyonları baz alan yöntemdir. Tarihsel simülasyon yönteminden farklı olarak senaryolar geçmiş veriler yerine tasarlanan bir dağılımdan türetilmektedir.

Monte carlo simülasyonu aşağıdaki adımlarla uygulanabilir(Mooney, 1997, s.4).

- Örneklem türetilmesi için görünürde rastsal ana kütleinin belirlenmesi,
- Görünürde rastsal ana kütleinden örneklem alınması,
- Görünürde rastsal ana kütleinin ortalamasının($\hat{\theta}$) hesaplanması ve $\hat{\theta}$ vektörlerinin elde edilmesi,
- İkinci ve üçüncü adımların t kez tekrar edilmesi(1000, 10000, 100000000, vb.),
- Monte carlo belirleyicisinin örneklem dağılımı olmak üzere $\hat{\theta}$ vektörlerinin frekans dağılımının bulunması.

Monte carlo simülasyonu belirlenen dağılım üzerinden üretildiğinden simülasyon sonucu verilerin ortalaması ana kütle ortalamasına yakınsamaktadır. Monte carlo simülasyonunun finansal veri analizinde faydası rastsal sürece göre olası hareketlerinde dikkate alınarak finansal modelleme yapılabilmesidir. Monte carlo simülasyonu bu şekilde sadece tarihsel verileri kullanan modellere karşı alternatif bir model olarak kullanılabilir.

3.1 nolu grafikte İMKB-100 için üretilen 100 simülasyon sonucu bulunmaktadır. Simülasyon sonucu üretilen veri setleri MKB-100 veri setinden farklı olarak hareket edebilmektedir. Sonuç olarak, monte carlo simülasyonu risk öngörüsünde olası hareketleri de dikkate alabilmektedir.



Grafik 3.1: Monte Carlo Simülasyonu(İMKB-100)

3.5.2. Bootstrap Yöntemi

Bootstrap yöntemi, Efron(1979) tarafından standart hataların rastsal süreçler üzerinden tahmin edilmesi amacı ile geliştirilmiştir. Bootstrap yöntemi genel olarak parametrelerin analitik ortalama yöntemlerle hesaplanamadığı durumlarda kullanılabilir(Sacchi, 1998, s.93). Bu yöntem çok sayıda örneklem için gözlem

verilerinin yer değiştirilmesini içermekte olup, standart hata dışında güven aralığı öngörüsünde de kullanılmaktadır(Takma ve Atıl, 2006, s.64).

Herhangi bir N adet gözlemden oluşan veri setinin($x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_N$) yerleri değiştirilerek $1/N$ kadar olasılıklı şansa bağlı bootstrap örnek veri seti ($x_1^*, x_2^*, x_3^*, x_4^*, \dots, x_N^*$) oluşturulabilir. K rastsal uniform değişken ($1, 2, 3, \dots, N$) olmak üzere örneklem 3.5.2.1 nolu denklemlerle ifade edilebilir(Sacchi, 1998, s.94).

$$x_i^* = x_k, \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (3.5.2.1)$$

Bootstrap yöntemine göre $S(x)$ istatistiğinin standart hatası aşağıdaki adımlarla hesaplanabilir(Sacchi, 1998, s.94-95):

- Yer değiştirme yapılarak x veri setinden N adetlik bootstrap örnekleri ($x_1^*, x_2^*, x_3^*, x_4^*, \dots, x_B^*$) elde edilir.
- Her bir bootstrap örneğinden x_B^* bootstrap örneği ve $\hat{\theta}_b^*$ örneğin standart hatası olmak üzere (x_B^*) $\hat{\theta}_b^*$ istatistiği hesaplanır.

$$\hat{\theta}_b^* = S(x_b^*), \quad b = 1, 2, 3, \dots, B \quad (3.5.2.2)$$

- B örnekleminin standart sapmasından standart hata($\hat{\sigma}$) hesaplanır.

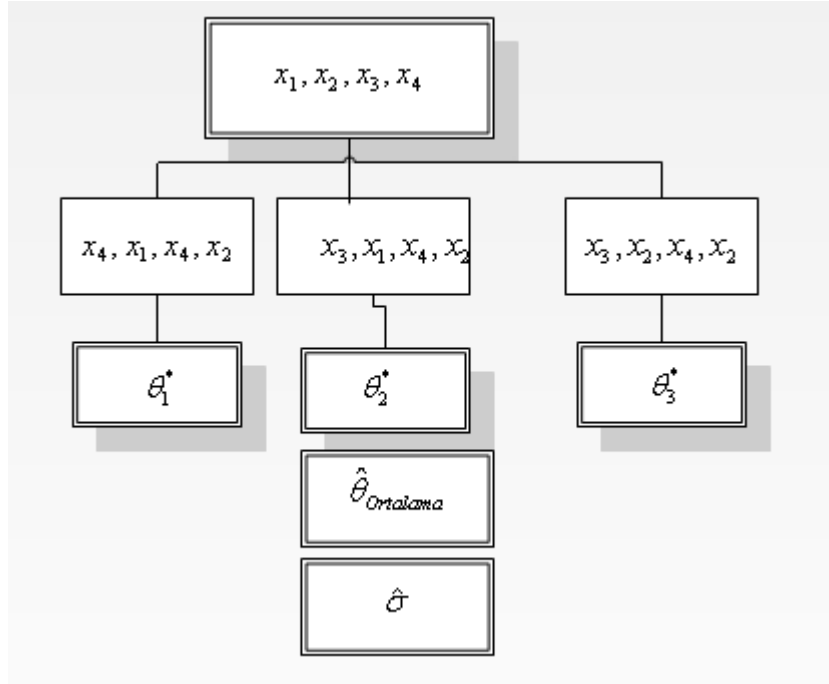
$$\hat{\sigma} = \left[\frac{1}{B-1} \sum_{b=1}^B \left[\hat{\theta}_b^* - \hat{\theta}_{ortalama} \right]^2 \right]^{1/2} \quad (3.5.2.3)$$

$$\hat{\theta}_{ortalama} = \sum_{b=1}^B \hat{\theta}_b^* / B$$

Bootstrap'ın finansal veri analizindeki temel faydası, tarihsel veri ile birlikte rastsal tarihsel verilerinde modelde yer alabilmesine olanak sağlanmasıdır. Bu şekilde

seçilen bir model üzerinden (örneğin tarihsel simülasyon), bootstrap yöntemi uygulanabilmektedir.

Şekil 3.3’de bootstrap yönteminin süreci bulunmaktadır. Temel verilerden (x_1, x_2, x_3, x_4) yer değiştirme ile şansa bağlı olarak seçilen dört elemanlı üç adet bootstrap örneğinden $S(x)$ istatistiğine ait bootstrap tahminlerine $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ ulaşılmaktadır. Elde edilen bootstrap tahminleri ortalama $(\hat{\theta}_{ortalama})$ ve varyansın $(\hat{\sigma})$ hesaplanmasında kullanılmaktadır.



Şekil 3.3: Bootstrap Yönteminin Şematik Gösterimi

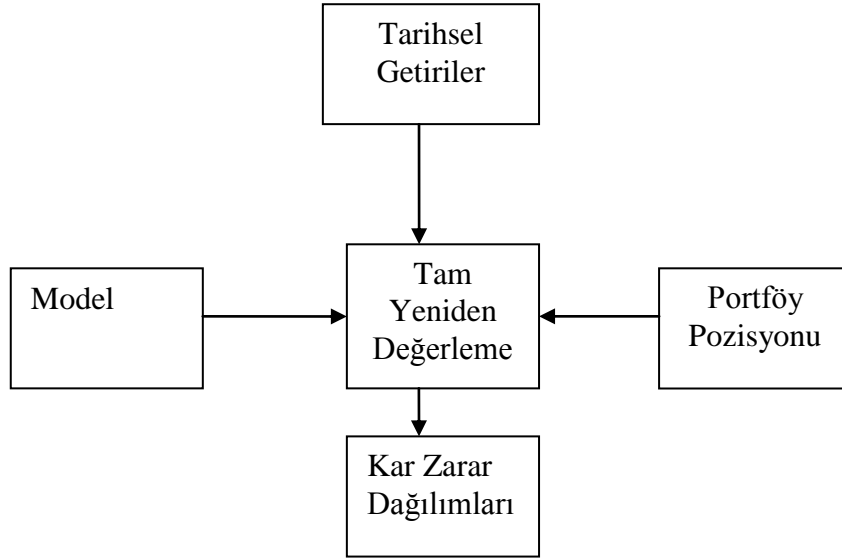
Kaynak: Sacchi(1998, s.95)

3.5.3. Tarihsel Simülasyon Yöntemi

Tarihsel simülasyon yöntemi, geçmiş verilere dayanarak senaryo üretilmesine dayanan ve otoregresif koşullu varyans modellerinden daha basit şekilde modellenebilen parametrik olmayan bir yöntemdir. Tarihsel simülasyon yöntemi geçmiş verileri baz alarak belirli bir güven aralığında ileriye yönelik tahminler oluşturmaya

olanak sağlamaktadır. Yöntemin avantajları; uygulamasının basit olması, doğrusal olmayan pozisyonlara da uygulanabilmesi, zaman serisinin dağılımı hakkında herhangi bir varsayıma dayanmaması, geçmiş verilerden üretilen volatilité ve korelasyonu baz alması olarak sıralanabilir. Yöntemin dezavantajları ise örneklem dışı öngörü modeli oluşturabilmesi için belirli bir tarihi veri setine ihtiyaç duyması, sadece geçmiş verileri baz aldığı için gelecekte yaşanabilecek olası şokları tespit edememesi, yapısal kırılmaları gecikmeli olarak dikkate alması olarak sıralanabilir(Jorion, 2001, s.233-234).

Şekil 3.4’de tarihsel simülasyon yöntemi süreci bulunmaktadır. Öncelikle tarihsel veriler tespit edilmektedir. Portföy pozisyonuna (elde tutma süresi) göre model belirlenmekte ve simülasyon ile portföy yeniden oluşturulmaktadır. Tarihsel simülasyon sonucu oluşan simülasyon yönteminde dağılımlar hakkında herhangi bir varsayıma dayanmamakla birlikte portföy için kar/zarar dağılımları üretilebilmektedir. Bu yöntem getiri değişimlerinin dağılımı hakkında yeterli bilgeye sahip olunmaması durumunda kullanılabilir. Ayrıca, uç değer teorisi bazlı modeller gibi kuyruk kaybı odaklı olduğundan son gözlemler yerine geçmiş kuyruk kaybı öngörüsü hedeflendiğinde de kullanılabilir(Pearson, 2001, s.245).



Şekil 3.4: Tarihsel Simülasyon Yöntemi

Kaynak: Jorion (2001, s.222)

3.5.4. Riske Maruz Değer Modelleri (RMD)

3.5.4.1. Tarihsel Simülasyon RMD (HS)

Tarihsel simülasyon riske maruz değer modeli(HS), geçmiş 252 günlük getirilerine mevcut portföy ağırlıklarının uygulanması ile oluşturulan risk modellemesidir (Jorion, 2001, s.221). Tarihsel veri seti olarak 252 günlük getirilerin alınmasının nedeni tekrarlanacak simülasyon veri seti için son bir yıllık gözlemin yeterli olmasıdır. Yüksek frekanslı finansal veri analizinde, son bir yıllık gözlemin ileriye dönük öngörü için tüm tarihsel özellikleri taşıdığı varsayılmaktadır.

Tarihsel simülasyon analizinde öncelikle getiri değişimlerinin ağırlıklandırılması gerekmektedir. R getiri değişimleri, w ağırlık katsayısı olmak üzere ağırlıklı getiri değişimi 3.5.4.1.1 nolu denklemle ifade edilebilir.

$$R_{PF,t+1} = \sum_{i=1}^n w_i R_{i,t+1} \quad (3.5.4.1.1)$$

m geçmiş gün portföy getirisi olmak üzere tarihsel ağırlıklandırma 3.5.4.1.2 nolu denklemle ifade edilebilir.

$$\left\{ R_{PF,t+1-\tau} \right\}_{\tau=1}^m = \left\{ \sum_{i=1}^n w_i R_{i,t+1-\tau} \right\}_{\tau=1}^m \quad (3.5.4.1.2)$$

p olasılıkta(1% veya %5 olarak alınır) tarihsel simülasyon RMD 3.5.4.1.3 nolu denklemle hesaplanmaktadır(Christoffersen, 2003, s.101).

$$RMD_{t+1}^p = -Yüzdesel \left\{ \left\{ \sum_{i=1}^n w_i R_{i,t+1-\tau} \right\}_{\tau=1}^m, 100 p \right\} \quad (3.5.4.1.3)$$

3.5.4.2. Koşullu Tarihsel Simülasyon RMD (FHS)

Koşullu tarihsel simülasyon yöntemi Hull ve White(1998), Barone-Adesi, Giannopoulos ve Vosper (1999) tarafından GARCH ve tarihsel simülasyon(HS) modellerinin kombinasyonu olarak önerilmiştir. Koşullu tarihsel simülasyon riske maruz değer(FHS) modeli dağılım varsayımlarında bulunmaz ve varyans GARCH

volatilite modeli üzerinden tahmin edilir(Marimoutou, Raggad ve Trabelsi, 2009, s.523).

Koşullu tarihsel simülasyon modelinde, GARCH türü modelin koşullu varyansı baz alınarak tarihsel simülasyon üzerinden volatilite tahmin edilmektedir. GARCH modelinin 3.5.4.2.1 nolu denklemle ifade edilmesi durumunda standartlaştırılmış getiri 3.5.4.2.2 nolu denklemle ifade edilebilir(Christoffersen, 2003, s.110).

$$h_{t+1}^2 = \omega + \alpha R_t^2 + \beta h_t^2, \quad R_{t+1} = h_{t+1} z_{t+1} \quad (3.5.4.2.1)$$

$$\hat{z}_{t+1-\tau} = \frac{R_{t+1-\tau}}{h_{t+1-\tau}}, \quad \tau = 1,2,3,\dots,m \quad (3.5.4.2.2)$$

Veri setinin yüzdesel standart hataları ile alınarak koşullu tarihsel simülasyon 3.5.4.2.3 nolu denklemle ifade edilebilir(Christoffersen, 2003, 111). Bu şekilde GARCH süreci üzerinden tarihsel simülasyon uygulanabilmektedir.

$$RMD_{t+1}^p(FHS) = -h_{t+1} \text{Yüzdesel} \left\{ \left\{ \hat{z}_{t+1-\tau} \right\}_{\tau=1}^m, 100p \right\} \quad (3.5.4.2.3)$$

GARCH ve tarihsel simülasyon modelinin kombinasyonu, volatilite kümelenmesini, verinin kalın kuyruk özelliğini ve verinin dağılımındaki çarpıklığı dikkate alabilmekte ve GARCH ve tarihsel simülasyondan daha iyi öngörü sağlayabilmektedir(Marimoutou, Raggad ve Trabelsi, 2009, s.523). Koşullu tarihsel simülasyon modelinin öngörü performansı Barenno-Adesi, Giannopoulos ve Vosper(2001), Barenno-Adesi ve Giannopoulos(2002) ve Pritsker(2006) tarafından tarihsel simülasyon yöntemi ve GARCH modelleri ile karşılaştırılmış ve koşullu tarihsel simülasyon modelinin daha iyi öngörü performansına sahip olduğu tespit edilmiştir. Marimoutou, Raggad ve Trabelsi(2009), FHS modelini genelleştirilmiş pareto dağılımı bazlı uç değer teorisi ile karşılaştırmış ve FHS modelinin uç değer teorisi gibi öngörü performansını arttırdığını tespit etmiştir.

3.5.4.3. Sabit Varyanslı Monte Carlo RMD Modeli (C-MC RMD)

Monte Carlo RMD modeli, varyansın sabit ve değişen olarak alınmasına göre modellenebilir. RMD aşağıdaki değişkenler ile oluşturulur(Glasserman, Heidelberger ve Shahabuddin, 2000, s. 2).

S = risk faktörleri vektörü

Δt = RMD öngörü süresi

ΔS = Δt zamanda risk faktörlerindeki (S) değişim

L = Risk faktörlerindeki değişim nedeni ile portföydeki kayıp

L 'nin kuyruk dağılımı konusunda iki sorun bulunmaktadır. İlk sorun, belirlenen eşik değer kaybına (x) göre kayıp dağılımının ($P(L > x)$) oluşturulmasıdır. İkinci sorun p olasılığında $P(L > x_p) = p$ veri iken kantil x_p 'nin belirlenmesidir. İkinci sorun olan kantil x_p 'nin belirlenmesinde RMD modellerinde $p=1\%$ veya 5% olarak baz alınır. Bu nedenle RMD modellemesinde daha çok ilk sorun ile ilgilenilir.

Monte Carlo RMD modeli aşağıdaki adımlarla hesaplanabilir(Saltoglu, 2003, s.118).

- 3.5.4.3.1 nolu denklemlerle W_t standart weiner süreci olmak üzere geometrik brownian hareket süreci oluşturulur.

$$\frac{\Delta S_t}{S_t} = \mu_t \Delta t + h_t \Delta W_t \quad (3.5.4.3.1)$$

- Stokastik fark denklemi aşağıdaki adımla hesaplanır. S_t , standart normal dağılımdan türetilen ΔW_t rastsal verilerden simülasyon ile elde edilmiştir. $\Delta W_t = f(\mu_w = 0, h_w = 1)$ özelliğine sahiptir.

$$S_t = S_0 \exp\left(\left[\mu_t - \frac{1}{2} h_t^2\right] t + h_t W_t\right) \quad (3.5.4.3.2)$$

$h_t = h$ olduğunda model sabit monte carlo modeli olmaktadır(Saltoğlu, 2003, s.119).

3.5.4.4. Değişen Varyanslı Monte Carlo RMD Modeli (V-MC RMD)

Değişen varyanslı Monte Carlo RMD modeli varyansın değişken olduğu durum olup aşağıdaki denklemlerle gösterilebilir.

$$S_t = S_0 \exp\left(\left[\mu_t - \frac{1}{2} h_t^2\right]t + h_t W_t\right) \quad (3.5.4.4.1)$$

Değişen varyans Monte Carlo RMD modelinde, varyansın değişken olarak alınması sonucu risk öngörüsü yükselmektedir. Bu şekilde volatilité modellemesinde daha yüksek risk öngörülerine ulaşılabilmektedir.

3.5.4.5. Bootstrap Riske Maruz Değer Modeli (Bootstrap RMD)

Bootstrap riske maruz değer modeli(Bootstrap RMD), belirli bir RMD modelinin güven aralıklarının yeniden örneklem yöntemi ile belirlenerek risk öngörüsüne rastsal sürecin dâhil edilmesini içermektedir. Çalışmada Dowd(2005)'in önerisi baz alınarak tarihsel simülasyon RMD üzerinden bootstrap yöntemi uygulanmıştır. Bootstrap'ın RMD'de faydası, tarihsel simülasyon verileri ile birlikte rastsal tarihsel simülasyon verilerinde modelde yer alabilmesine olanak sağlanmasıdır.

Bootstrap RMD yöntemi aşağıdaki adımlar ile uygulanabilir(Dowd, 2005, s.85).

- Tarihsel simülasyon RMD'nin hesaplanması(HS_t),
- HS_t için histogramın oluşturulması,
- Histogram üzerinden bootstrap yöntemi ile rastsal tarihsel veri seti oluşturulması,
- Rastsal veriye göre Bootstrap RMD'nin hesaplanması

4. BÖLÜM

DALGACIKLAR VE DALGACIK BAZLI UÇ DEĞER TEORİSİ

Bu bölümde dalgacıklar, uç değer teorisi ve dalgacık bazlı uç değer teorisi ve geriye dönük test süreci açıklanmıştır. Dalgacıklar veriyi farklı ölçeklerine ayırarak finansal zaman serilerinin kısa-orta-uzun dönem etkilerini ayırıştırarak analiz edilmesine olanak sağlamaktadır. Uç değer teorisi ise rastsal değişkenler içinde uç değerleri dikkate alarak finansal zaman serilerinin uç değerlerinin modellenmesine olanak sağlamaktadır. Gerçek hayatta depremler, büyük yangınlar, sel ve benzeri doğa afetlerinin yanı sıra finans ve ekonomi alanında sigorta kayıpları, kredi kayıpları ve finansal şoklara ilişkin veriler uç değerleri içermektedir. Bu tür verilerin normal dağılım ile modellenmesi uç değerler doğrudan dikkate alınmadığı için yetersiz kalmaktadır.

Çalışmada dalgacık dönüşümü geliştirilmiş pareto dağılımında eşik değer olarak belirlenerek dalgacık bazlı uç değer teorisi önerilmiştir. Geliştirilmiş pareto dağılımında eşik değer dikkate alınacak uç değerleri belirlediğinden, parametre değerleri olan şekil ve ölçek parametresinden daha önemlidir. Eşik değer optimizasyonunun sağlanması, geliştirilmiş pareto dağılımının öngörü performansını doğrudan etkilemektedir. Literatürde dalgacık bazlı riske maruz değer teorisi bulunduğundan, ilk aşamada dalgacık bazlı riske maruz değer modellerinden olan dalgacık ayıklamalı ARMA-GARCH(Wavelet denoising ARMA-GARCH), dalgacık ayrıştırılmış riske maruz değer(Wavelet decomposed Value-at-Risk-WDRMD) ve dalgacık ile ayrıştırılmış doğrusal olmayan gruplamalı riske maruz değer(Wavelet decomposed nonlinear ensemble Value-at-Risk-WDNE-RMD) modelleri açıklanmıştır. İkinci aşamada, çalışmada önerilen geliştirilmiş pareto dağılımında eşik değer dördüncü en yüksek örtmeli ayrık dalgacık dönüşümü ile belirlendiği dalgacık bazlı uç değer teorisi açıklanmış ve İMKB-100 endeksi üzerine 252 günlük öngörü grafikleri analiz edilmiştir. Ayrıca, çalışmada dalgacık bazlı koşullu geliştirilmiş pareto dağılımı, dalgacık bazlı beklenen kuyruk kaybı ve dalgacık bazlı koşullu beklenen kuyruk kaybı modelleri teori ve uygulamasına yer verilmiştir.

Çalışmada önerilen ve test edilen modelleri karşılaştırmak amacı ile geriye dönük testler kullanılmıştır. Riske maruz değer analizlerinde en önemli aşamalarından

birisi, ölçülen risk büyüklüklerinin geriye dönük testler aracılığıyla incelenmesidir. Geriye dönük test sonucu model; aşım sayısı, kuyruk kaybı ve en iyi öngörü yönünden incelenmektedir. Geriye dönük testin hatalı olarak seçilmesi model riskinin olduğunu göstermektedir. Genel olarak, bir modelin yeterliliği tek bir geriye yönelik test ile tespit edilememektedir(Çifter, Özün ve Yılmaz, 2007b, s.41). Berkowitz ve O'Brien (2002, s.1108), ticari bankalarda riske maruz değer modellerinin seçimine ilişkin çalışmalarında, bankalar için model seçimindeki riskin, piyasa riskine yakın derecede özellik arz ettiğini ve bu riskin seçilen geriye dönük testler aracılığıyla kontrol altında tutulabileceğini vurgulamaktadır. Çalışmada simetrik hata testlerinden aşım sayısı ve kök ortalama hata kare kriteri(RMSE), kuyruk kaybı bazlı testlerden Kupiec(1995), Lopez(1998) ve Christoffersen(1998) testlerine yer verilmiştir.

4.1. DALGACIKLARIN TANIMI VE ÖZELLİKLERİ

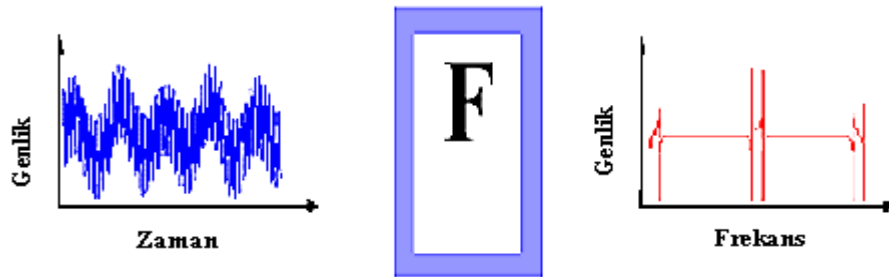
Dalgacıklar verileri(sinyalleri) farklı ölçeklerine ayıran matematiksel fonksiyonlardır. Farklı ölçeklerdeki etki düzeyi ile veriler kısa-orta-uzun dönem bileşenlerine ayrılmaktadır. Dalgacıkların geleneksel analiz yöntemleri ile karşılaştırıldığında en önemli üstünlüğü; verileri sinyal işleme yöntemi ile farklı ölçeklerine ayırabilmesidir. Bu şekilde bir zaman kesitinde veri noktasının kısa-orta-uzun dönem etkisi ayrıştırılabilmektedir. Dalgacıklar; matematik, fizik, tıp ve mühendislikte son yirmi yıldır kullanılmasına rağmen finans ve ekonomi uygulamaları özellikle 2000 yılı sonrası yoğunluk kazanmıştır. Bu alanda hızlı gelişmelerin diğer bir nedeni, dalgacıklar ile ilgili çalışmalar yapan akademisyenlerin ve uygulamacıların Matlab, C ve Gauss gibi programlama dilleri üzerinden dalgacık kodları geliştirmeleridir.

Dalgacıkların tarihsel gelişimi 1930 öncesi, 1930-1960 dönemi, 1960-1980 dönemi ve 1980 sonrası dönem olarak gruplara ayrılabilir(Graps, 1995, s.51). 1930 öncesi dönem dalgacıkların tarihsel başlangıç dönemidir. Dalgacıkların ilk bahsinden yaklaşık 100 yıl önce Fourier 1807'de "Isının Analitik Teorisi" başlıklı çalışması ile Fourier dönüşümünü önermiştir(Fourier, 1955). Fourier dönüşümü ile zaman ve ölçek(frekans) bilgisi aynı anda analiz edilememektedir. Haar(1910), ilk kez dalgacık terimini bulmuş ve en basit dalgacık türü olan Haar(1910) dalgacığını geliştirmiştir.

1930-1960 döneminde ölçek-zamanla değişen fonksiyonlar üzerine çalışılmıştır. Bu dönemde Littlewood, Paley ve Stein'e ait enerji fonksiyonu, Franklin'e ait Franklin sistemi ve Lusin'in sürekli dalgacık üzerine açılımı önemli gelişmeler arasında yer almaktadır(Jaffard, Meyes ve Ryan, 2001, s.21-25). 1960-1980 dönemindeki en önemli gelişme Weiss ve Coifman'ın, Lusin'in teorisini atom ve atomsal ölçekleme alanında geliştirmesidir. 1980 sonrası dönem dalgacık türlerinin arttığı ve gelişmenin hız kazandığı dönemdir. Bu dönemde, Mallat(1989)'ın çok çözünürlüklü analizi, Daubechies(1988)'in ortogonal dalgacık fonksiyonu ve Meyer(1993)'in sürekli türeve sahip ilk dalgacıkları önemli gelişmeler arasındadır.

4.2. FOURIER DÖNÜŞÜMÜ

Dalgacık teorisinin temeli Fourier analizine dayanmaktadır. Fourier, herhangi bir düzensiz periyodik fonksiyonun düzenli olarak dalgalanan başka fonksiyonların(sinyallerin) toplamı olarak ifade edilebileceğini göstermiştir(Selçuk, 2005, s.13). Bu şekilde düzensiz fonksiyonlar düzenli matematiksel fonksiyon ile ifade edilebilmektedir. Fourier analizi, zaman ortamındaki sinyalleri frekans ortamına dönüştürerek frekans bazlı analiz imkânı sunmaktadır. Fourier analizinde, işaret(veri) öncelikle farklı frekanslar olarak sinüslere ayrıştırılmaktadır. Sinyal zaman içerisinde fazla değişiklik göstermiyorsa(durağan ise) zaman bilgisinin kaybolması önemli olmamaktadır. Ancak finansal zaman serilerinin birçoğu durağan değildir ve yapısal kırılmaları, ani geçişleri ve dönemsel dalgalanmaları içermektedir. Bu nedenle, Fourier analizi zaman içerisinde değişiklik göstermeyen düzenli dalgalanmalar için uygun olabilmektedir. 4.1 nolu şekilde Fourier analizi bulunmaktadır.



Şekil 4.1: Fourier Analizi

Kaynak: Misiti ve diğerleri (2009, s.1-9).

Fourier dönüşümü trigonometrik olarak ifade edilebilir. Sinüs ve kosinüs fonksiyonları ile düzenli hale getirilerek $f(x)$ olarak ifade edilen 2π periyodik fonksiyonu 4.2.1 nolu denklemle ifade edilir(Graps, 1995, s.51). Denklemde a_0 , a_k ve b_k parametreleri en küçük kareler yöntemi ile çözülebilmektedir.

$$f(x) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos kx + b_k \sin kx) \quad (4.2.1)$$

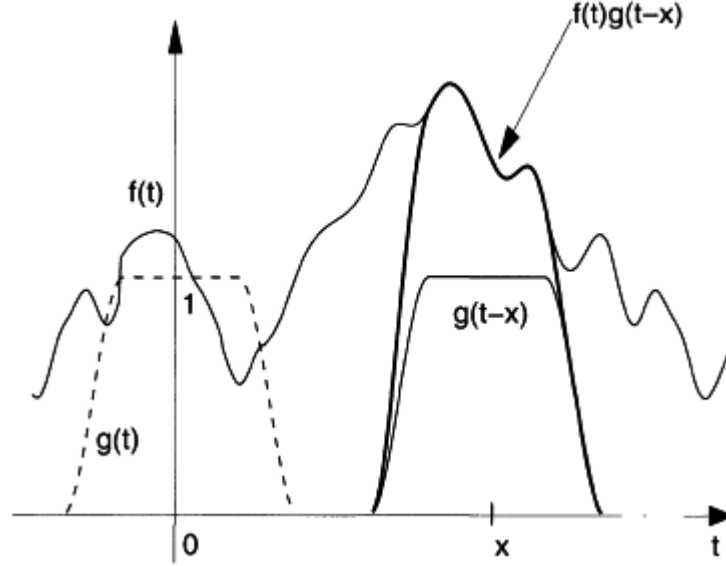
$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x) dx \quad , \quad a_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \cos(kx) dx \quad , \quad b_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \sin(kx) dx$$

Fourier analizinde, frekans f fonksiyonu olarak 4.1.2 nolu denklemle ifade edilebilir(Gröchenig, 2001, s.1). $f(x)$ geçici işaret hareketi, $\hat{f}(\omega)$ ise frekans hareketidir.

$$\hat{f}(\omega) = \int_{\mathbb{R}} f(x) e^{-2\pi i x \omega} dx \quad (4.2.2)$$

Gabor(1946), Fourier analizindeki zaman bilgisinin kaybolmasını gidermek üzere kısa-zaman Fourier dönüşümünü(short-time Fourier transform-STFT) geliştirmiştir. Kısa-zaman Fourier dönüşümü, pencereleme tekniği ile işaretlerin küçük parçalara ayrılarak zaman ve frekans ortamında incelenebilmesini sağlamaktadır. 4.2.2. nolu denklemdeki Fourier dönüşümünü kullanarak 4.2.3 nolu denklemle kısa-zaman Fourier dönüşümüne ulaşılabilmektedir(Gröchenig, 2001, s.37). x zamanı için f sinyalinin frekans spektrumunu bulmak üzere Fourier dönüşümü baz alınmaktadır. Denklemde, $V_g f$ doğrusal olarak f fonksiyonuna bağlı olmaktadır. g pencereleme fonksiyonu ile lokalleştirme parametresine ulaşılmaktadır ve kısmi olarak(pencerelenen bölge için) zaman ve frekans aynı anda analiz edilebilmektedir. 4.2 nolu şekilde Kısa-zaman Fourier dönüşümü hareketi bulunmaktadır. Denklemde $g \neq 0$ koşulu bulunmakta olup $g(t-x)$ fonksiyonu zaman penceresi olarak adlandırılır. Seri $g(t-x)$ fonksiyonu ile ötelenmektedir.

$$V_g f(x, \omega) = \int_{\mathbb{R}^d} f(t) \overline{g(t-x)} e^{-2\pi i x \omega} dx \quad (4.2.3)$$



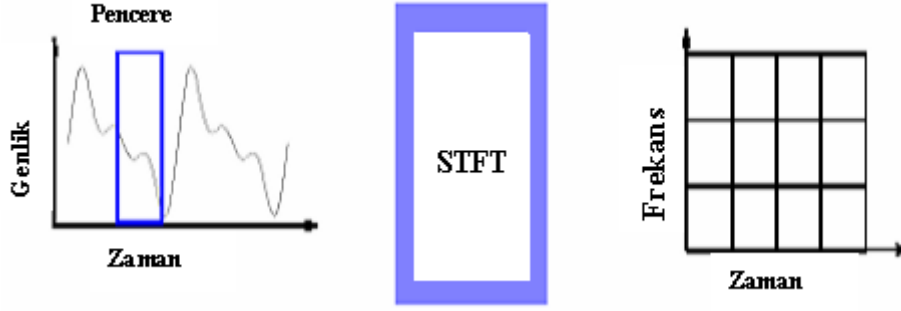
Şekil 4.2: Kısa-Zaman Fourier Dönüşümü Hareketi

Kaynak: Gröchenig (2001, s.39).

Bir zaman serisinin spektral yoğunluk dağılımı spektrogram olarak adlandırılır ve zaman serisinin spektrogramı kısa-zaman Fourier dönüşümünün karekökü ile hesaplanır(Raihan, Wen ve Zeng, 2005, s.4).

$$SPEC(x, \omega) = \left| \int_{\mathbb{R}^d} f(t) \overline{g(t-x)} e^{-2\pi i x \omega} dx \right|^2 \quad (4.2.4)$$

4.3 nolu şekilde kısa-zaman Fourier dönüşümü bulunmaktadır. Bu yöntemde, sinyalin zaman ve frekans bilgisine aynı anda ulaşılabilmektedir. Yöntemin eksikliği ise, zaman ortamındaki pencerenin boyutu değiştirilirken frekans ortamındaki pencerenin sabit kalmasıdır(Engin ve Kuyucuoğlu, 2003, s.17). Birçok zaman serisi, pencere boyutu ve frekans boyutunun aynı anda değiştirilmesini gerektirmektedir. Dolayısıyla, kısa-zaman Fourier dönüşümü de finansal zaman serileri için yetersiz kalmaktadır.



Şekil 4.3: Kısa-Zaman Fourier Dönüşümü(STFT)

Kaynak: Misiti ve diğerleri (2009, s.1-10)

4.3. DALGACIK DÖNÜŞÜMÜ

Fourier dönüşümü, verileri aynı ölçek boylarında ve zamansal olarak aynı periyotlarla ayrıştırmaya olanak sağlamaktadır. Kısa-zaman Fourier dönüşümünde de, zaman ortamındaki pencerenin boyutu değiştirilirken frekans ortamındaki pencerenin sabit kalması nedeni ile değişen zaman ve ölçek aynı anda analiz edilememektedir. Finansal zaman serileri ise aynı ölçeklerle tekrar etmemekte ve serilerde dalgalanma zamansal olarak farklılık göstermektedir. Fourier dönüşümünün bu eksiklikleri dalgacık dönüşümü ile giderilmektedir. Dalgacık dönüşümü 4.4 nolu şekilde de görüleceği üzere, pencerelerin boyutunu ölçeklere göre değiştirerek zaman-frekans bilgisinin zaman içerisinde değişecek şekilde tespit edilebilmesine olanak sağlar.

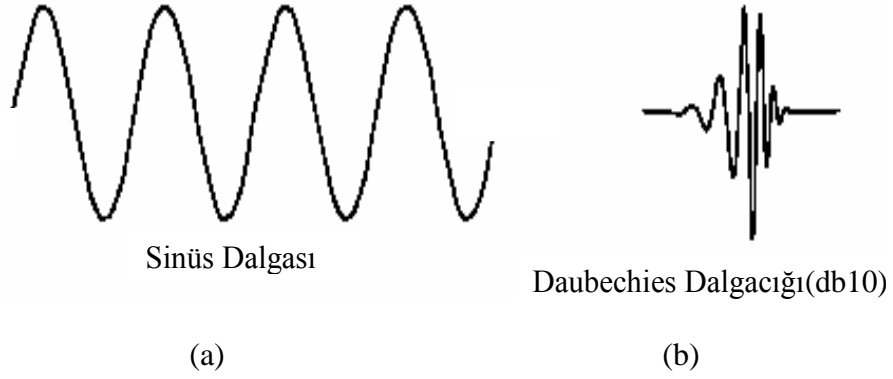


Şekil 4.4: Dalgacık Dönüşümü(W)

Kaynak: Misiti ve diğerleri(2009, s.1-10).

4.5 nolu şekilde görüleceği üzere, Fourier tabanlı sinüs dalgası işareti sinüslere ayırarak düzenli dalgalar üretmektedir. Dalgacık analizinde ise, işaret ana dalgacığın kaydırılması ve ölçeklendirilmesini içererek düzensiz ve asimetrik dalgalar

üretilmektedir(Misiti ve diğerleri, 2009, s.1-14). Bu özelliği ile dalgacık ailesi düzensiz dalgaların analizinde Fourier ailesine göre üstünlük sağlamaktadır.



Şekil 4.5: Sinüs ve Daubechies dalgaları

Dalgacık dönüşümü, zaman-frekans analizi dışında 4.6 nolu şekilde görüleceği üzere şekil-veri geçişi ve şekillerin gürültüden arındırılması(de-noising) alanları da dâhil olmak üzere, zaman serisi analizi dışında mühendisliğin birçok alanında kullanılmaktadır.



Şekil 4.6: Matlab ile Dalgacık Dönüşümü(Gürültüden Arındırma)

Dalgacıklar ilk olarak Haar dalgacık olarak adlandırılan Alfred Haar'ın doktora tezinin ekler kısmında görülmüştür(Haar, 1910). Haar dalgacığı, en eski ve en basit

yapıda dalgacık olup 4.3.1 nolu denklemle ifade edilmektedir(Percival ve Walden, 2000, s.2). Bu dalgacıkta, sinyalin(u) aralığına göre hareket bölgesi belirlenmektedir. Haar dalgacığı daha geniş ve fonksiyonel olarak 4.3.2 nolu denklemle gösterilmiştir(Percival ve Walden, 2000, s.475). Denklemde $\bar{h}_{-1} = -\bar{g}_0 = -1/\sqrt{2}$, $\bar{h}_0 = -\bar{g}_{-1} = 1/\sqrt{2}$ ve $h_l = 0$ olarak yer almakta ve $l \neq -1$ ve 0 koşulu bulunmaktadır. Haar dalgacığı 6.7 nolu şekilde(a) görüleceği üzere keskin geçişe sahiptir.

$$\psi^{(H)}(u) = \begin{cases} -1/2, & -1 < u \leq 0; \\ 1/\sqrt{2}, & 0 < u \leq 1; \\ 0, & \text{diğer} \end{cases} \quad (4.3.1)$$

$$\psi^{(H)}(u) = \sqrt{2} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \bar{h}_l \phi^{(H)}(2u-l) = \sqrt{2} \left[\frac{\phi^{(H)}(2u+1)}{\sqrt{2}} + \frac{\phi^{(H)}(2u)}{\sqrt{2}} \right] \quad (4.3.2)$$

Haar dalgacığındaki keskin geçiş sorununu çözen en basit dalgacık normal olasılık yoğunluk fonksiyonu(PDF) dalgacığıdır. 4.3.3 nolu denklemde sıfır ortalamalı σ^2 varyanslı rastsal verinin olasılık yoğunluk fonksiyonu ve 4.3.4 nolu denklemde bu fonksiyonun ilk türevi bulunmaktadır. Buna göre PDF dalgacığı 4.3.5 nolu denklemle gösterilebilir. $\sigma = 0.44311$ için PDF dalgacığı 4.7 nolu şekilde(b) gösterilmiştir. PDF dalgacığı yoğunluk fonksiyonu, Haar dalgacığına göre keskin geçiş yerine dalgalı geçişe sahiptir.

$$\phi(u) = \frac{e^{-u^2/2\sigma^2}}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}, \quad -\infty < u < \infty \quad (4.3.3)$$

$$\frac{d\phi(u)}{du} = -\frac{ue^{-u^2/2\sigma^2}}{\sigma^3 \sqrt{2\pi}} \quad (4.3.4)$$

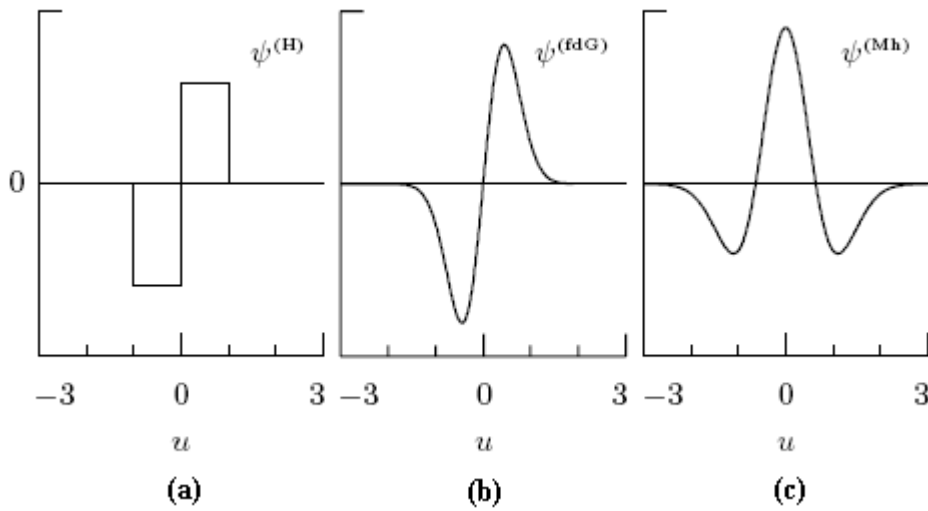
$$\psi^{(fdG)}(u) \equiv \frac{\sqrt{2}ue^{-u^2/2\sigma^2}}{\sigma^{3/2} \pi^{1/4}} \quad (4.3.5)$$

Haar dalgacığından farklı olarak her mertebeden türevi sürekli olan, diğer bir ifade ile sürekli dalgacık dönüşümü ailesinden olan, Meksika şapkası dalgacığı bulunmaktadır. Meksika şapkası dalgacığı 4.3.6 nolu denklemde, fonksiyonel şekli ise

4.3.7 nolu denklemde bulunmaktadır(Percival ve Walden, 2000, s.3). Denklemlerde u analiz edilen sinyal olup u 'nun değerine göre $\psi^{(Mh)}(u)$ 'nin bulunduğu aralık değişmektedir. $\sigma = 0.63628$ için Meksika şapkası dalgacı 4.7 nolu şekilde(c) gösterilmiştir. Meksika şapkası dalgacı hem Haar hem de PDF dalgacığından daha yumuşak geçişli dalgacık üretmektedir.

$$\psi^{(Mh)}(u) = \begin{cases} 1 & -1 \leq u \leq 0; \text{veya } -1 \leq u \leq \frac{3}{2} \\ 2 + u & -2 < u \leq -1; \\ 0 & \text{diğer} \end{cases} \quad (4.3.6)$$

$$\psi^{(Mh)}(u) = \frac{2 \left(1 - \frac{u^2}{\sigma^2} \right) e^{-u^2/2\sigma^2}}{\pi^{1/4} \sqrt{3}\sigma} \quad (4.3.7)$$



Şekil 4.7: Üç Dalgacık (a) Haar Dalgacığı (b) PDF Dalgacığı (c) Meksika Şapkası Dalgacığı

Kaynak: Percival ve Walden(2000, s.3)

4.3.1. Sürekli Dalgacık Dönüşümü

Veri setinin uzunluğuna göre genel olarak sürekli dalgacık dönüşümü(continuous wavelet transform, CWT) ve ayrık dalgacık dönüşümü(discrete wavelet transform, DWT) olmak üzere iki tür dalgacık bulunmaktadır. Sürekli dalgacık dönüşümü; τ

konum parametresi, s ölçek parametresi(1/frekans) olmak üzere iki değişkene bağlı olarak 4.3.1.1 nolu denklemle ifade edilir(Gençay, Selçuk ve Whitcher, 2002, s.103).

$$W(\tau, s) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi_{(\tau, s)} dt \quad (4.3.1.1)$$

$x(t)$ sinyalinin sürekli dalgacık dönüşümü(CWT), $\psi(\cdot)$ ana dalgacığı kullanarak 4.3.1.2 nolu denklemde bulunmaktadır(Semmlow, 2004, s.178). Denklemde, $x(t)$ analiz edilen sinyal, τ zamanla ölçülen konum parametresi, s ölçek parametresi(1/frekans), $1/\sqrt{|s|}$ normalleştirme sabiti, ψ^* ana dalgacıdır. Sürekli dalgacık dönüşümü 4.8 nolu şekilde gösterilmiştir.

$$CWT_x^\psi(\tau, s) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \frac{1}{\sqrt{|s|}} \psi^*\left(\frac{t-\tau}{s}\right) \quad (4.3.1.2)$$



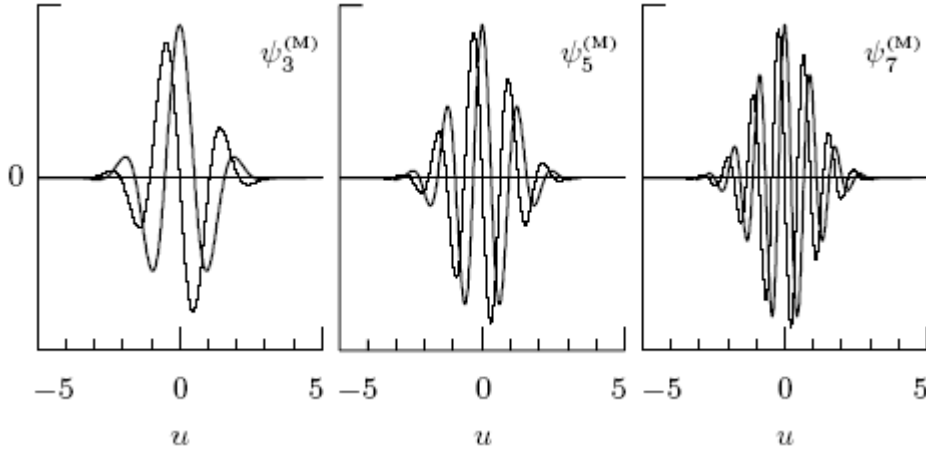
Şekil 4.8: Sürekli Dalgacık Dönüşümü

Kaynak: Misiti ve diğerleri (2009, s.1-16).

Sürekli dalgacık ailesinde kompleks dalgacık olarak yer alan Morlet dalgacığı 4.3.1.3 nolu denklemle ifade edilebilir(Gençay, Selçuk ve Whitcher, 2002, s.102). Denklemde $e^{i\omega_0 t} = \cos(2\pi\omega_0 t) + i \sin(2\pi\omega_0 t)$ 'dir. Morlet dalgacığı pencerelenmiş Fourier analizine benzer şekilde yerel olarak periyodik dalgalardan oluşur(Aytaç, 2002, s.21). Farklı ω_0 değerlerine göre Morlet dalgacıkları 4.9 nolu şekilde

bulunmaktadır(Percival ve Walden, 2000, s.5). Morlet dalgacığının reel kısmı kalın çizgi ile gösterilirken sanal kısmı ince çizgilerle gösterilmiştir.

$$\psi^M(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-i\omega_0 t} e^{-\frac{t^2}{2}} \quad (4.3.1.3)$$



Şekil 4.9: Üç Morlet Dalgacı

Kaynak: Percival ve Walden(2000, s.5)

Sürekli dalgacık, baba ve ana dalgacık olmak üzere ikiye ayrılır. $j = 1, \dots, J$ olmak üzere J -düzey dalgacık ayrıştırmasına göre 4.3.1.4 nolu denklem baba dalgacı, 4.3.1.5 nolu denklem ise ana dalgacı temsil etmektedir (Ramsey ve Lampart, 1998, s.28).

$$\phi_{j,k} = 2^{-j/2} \phi(t - 2^j k / 2^j) \quad (4.3.1.4)$$

$$\psi_{j,k} = 2^{-j/2} \psi(t - 2^j k / 2^j) \quad (4.3.1.5)$$

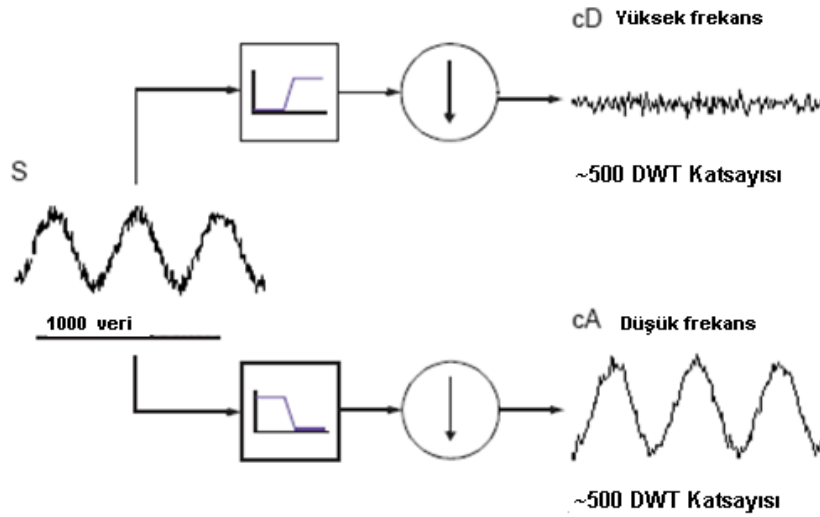
4.3.2. Ayrık Dalgacık Dönüşümü

Sürekli Dalgacık dönüşümü tahmininde katsayılar sürekli yeniden hesaplanmaktadır. Hesaplanan veri sürekli değilse, bu hem gereksiz hesaplamaya yol açmakta hem de sonlu verilere sonsuz metodoloji uygulanmaktadır. Sonlu veriler için ayrık dalgacık dönüşümü bulunmaktadır. Finans ve ekonomi uygulamalarında, zaman serileri kesikli olduğundan ayrık dalgacık dönüşümü kullanılması gerekmektedir. Ayrık

dalgacık dönüşümü 4.3.2.1 nolu denklemde bulunmaktadır(Addison, 2002, s.65). Denklemde, $x(t)$ analiz edilen sinyal, τ zaman eksenindeki öteleme aralığı değeri(ölçülen konum parametresi), s ölçek parametresi(1/frekans), $1/\sqrt{s_0^m}$ normleştirme sabiti, ψ^* ana dalgacıktır. s_0 , öteleme adımını ifade etmekte olup çalışmalarda 2 olarak alınmaktadır(Partal, Kahya ve Çıgızoğlu, 2008, s.80).

$$DWT_x^\psi(\tau, s) = x(t) \frac{1}{\sqrt{s_0^m}} \psi^* \left(\frac{t - k\tau_0 s_0}{s_0^m} \right) \quad (4.3.2.1)$$

Ayrık dalgacık analizinde, sinyal 4.10 nolu şekildeki gibi yüksek ve düşük frekans katsayılarına ayrılır ve bu şekilde sinyaldeki zaman-ölçek etkisi tespit edilebilir.



Şekil 4.10: Ayrık Dalgacık Dönüşümü

Kaynak: Misiti ve diğerleri (2009, s.1-26).

2 öteleme adımı üzerinden ayrık dalgacık dönüşümü baba ve ana dalgacık olmak üzere 4.3.2.2 ve 4.3.2.3 nolu denklemlerle ifade edilir(Kwon ve diğerleri, 2006, s.955). Baba dalgacık($\phi_{j,k}$) verinin düşük frekansını ve yumuşak geçişini sağlarken ana dalgacık Ana dalgacık($\psi_{j,k}$) verinin detaylı yüksek frekanslı geçişini sağlamaktadır(Shumway ve Stoffer, 2006, s.510).

$$\phi_{j,k} = 2^{j/2} \phi(2^j t - k) \quad (4.3.2.2)$$

$$\psi_{j,k} = 2^{j/2} \psi(2^j t - k) \quad (4.3.2.3)$$

ϕ ve ψ ise aşağıdaki denklemlerle çözülür.

$$\phi(t) = \sum_k h(k) \phi_{1,k} \quad (4.3.2.4)$$

$$\psi(t) = \sqrt{2} \sum_k (-1)^k h(-k+1) \phi(2t-k) = \sqrt{2} \sum_k g(k) \phi(2t-k) \quad (4.3.2.5)$$

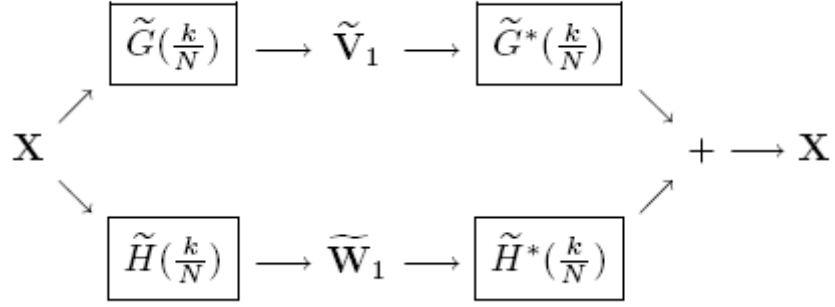
4.3.3. En Yüksek Örtmeli Ayırık Dalgacık Dönüşümü(MODWT)

Finansal zaman serileri kesikli özelliğe sahip olduğundan, bu seriler için ayırık dalgacık dönüşümü kullanılması gerekmektedir. Yüksek frekanslı zaman serilerinin(gün içi, günlük) analizinde, ayırık dalgacık transformasyonu(DWT) yerine maksimum kısmi kaplamalı ayırık dalgacık transformasyonu(maximal overlap discrete wavelet transform-MODWT) kullanılmaktadır. MODWT, herhangi bir N veri setine uygulanabilmekte, ayrıca analizi yapabilirken dalgacık varyansı asimptotiklik yönünden DWT'ye göre daha etkin olmaktadır. MODWT matrislerle formüle edilmektedir. $\psi_{l,t}$ dalgacık katsayısı, $v_{l,t}$ ölçekleme katsayısı ve $j = 1, \dots, J$ ölçekleme düzeyi olmak üzere MODWT 4.3.3.1 ve 4.3.3.2 nolu denklemlerle ifade edilmektedir(Percival ve Walden, 2000, s.169). Dalgacık ve ölçekleme filtreleri g_l ve h_l , $g_l = g_1 / 2^{j/2}$ ve $h_l = h_1 / 2^{j/2}$ ile belirlenmiştir.

$$\psi_{j,t} = \sum_{j=0}^{J-1} h_j x_{2t+1-j \bmod N} \quad (4.3.3.1)$$

$$v_{j,t} = \sum_{j=0}^{J-1} g_j x_{2t+1-j \bmod N} \quad (4.3.3.2)$$

Birinci ölçek MODWT süreci \tilde{W}_1 dalgacık katsayısı($\psi_{l,1}$) ve \tilde{V}_1 ölçek katsayısı($v_{l,1}$) olmak üzere 4.11 nolu şekilde bulunmaktadır. X sinyali öncelikle dalgacık ve ölçek katsayılarına ayrıştırılmakta, daha sonra bu katsayılar X sinyalinin dalgacık bileşimini oluşturmaktadır.



Şekil 4.11: MODWT Süreci

Kaynak: Percival ve Walden(2000, s.169)

En yüksek örtmeli ayrık dalgacık analizi yumuşak geçiş sağlanması için döndürmeli dalgacık analizi ile ölçeklendirilebilir. Ölçeklendirilen veri 4.3.3.3 nolu denklemle döndürmeli dalgacık analizi(circularly shifted MODWT) şekline getirilebilir(Gençay, Selçuk ve Whitcher, 2002, s.136).

$$\psi = [\tilde{h}_1^{(1)}, \tilde{h}_2^{(2)}, \tilde{h}_3^{(3)}, \dots, \tilde{h}_1^{(N-2)}, \tilde{h}_1^{(N-1)}, \tilde{h}_1] \quad (4.3.3.3)$$

4.4. DALGACIKLARIN EKONOMETRİDE UYGULAMA ALANLARI

Dalgacıklar ekonometrinin birçok alanında uygulanmaya başlamıştır. Genel olarak bu alanlar beş gruba ayrılabilir: (1) Frekans analizi (2) Durağanlık ve uzun dönem hafıza analizi (3) Zaman-ölçek ayrıştırması (4) Öngörü ve (5) Varyans analizi. Dalgacıklar ayrıca yoğunluk tahmininde(Hardle ve diğerleri, 1998), yapısal kırılma analizinde(Gençay, Selçuk ve Whitcher, 2002), dalgacık bazlı yapay sinir ağları ile finansal öngöründe(Aussem ve Murtagh, 1998; Aussem, Campbell ve Murtagh, 1998) kullanılmıştır.

4.4.1. Frekans(Ölçek) Analizi

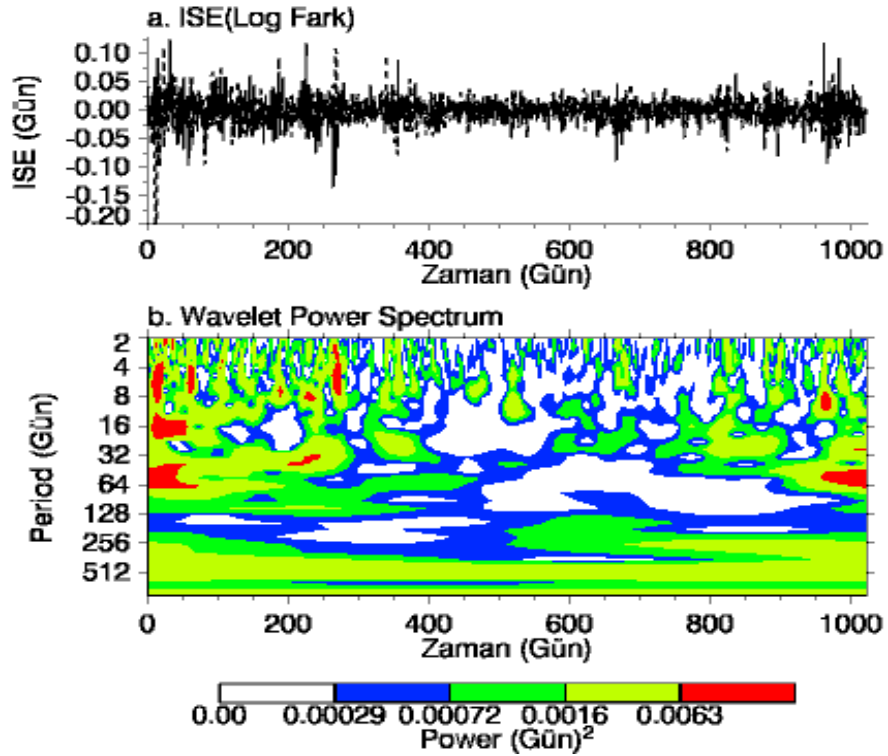
Dalgacıklar verileri farklı ölçeklerine ayırarak frekans bazlı analiz yapılabilmesine imkan sağlamaktadır. Zaman serilerinde frekans analizi ilk kez Gao(1993) tarafından durağan gauss süreci için spektrum yoğunluk fonksiyonu ile uygulanmıştır. Neumann(1996) ise yöntemi doğrusal olmayan dalgacık formda uygulamıştır. Zaman serisinin spektrumu 4.4.1.1 nolu denklemde bulunmaktadır.

Spektral yoğunluk fonksiyonu 4.2.3 nolu denklem ile Fourier dönüşümü bölümünde gösterilmiştir.

$$S_x(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \gamma_j e^{-i\omega j} \quad (4.4.1.1)$$

Frekans analizi ile verinin hangi ölçeklerde etkilendiği tespit edilebilmektedir. Frekans analizi ile verideki kısa, orta ve uzun dönemli etki ayrıştırılmakta, bu şekilde verinin klasik yöntemler gibi mevcut frekansı yerine uzun dönem frekansları da aynı anda analiz edilebilmektedir.

4.1 nolu grafikte İMKB-100 için dalgacık güç spektrum analizi bulunmaktadır. Zaman serisindeki kısa, orta ve uzun vadeli ayrışma farklılık göstermektedir.



Grafik 4.1: İMKB-100 Dalgacık Güç Spektrum Analizi

4.4.2. Durağanlık ve Uzun Dönem Hafıza Analizi

Dalgacık bazlı parçalı durağanlık ve bütünleşme; Wornell ve Oppenheim(1992), Tevfik ve Kim(1992), McCoy ve Walden(1996) çalışmaları baz alınarak Jensen(1999), Jensen ve Whitcher(2000) ve Whitcher ve Jensen(2000) tarafından finans ve ekonomiye uygulanmıştır. Percival ve Walden(2000), Tkacz(2001), Gençay, Selçuk ve Whitcher(2002) ve Vourenmaa(2004) dalgacık bazlı uzun dönem hafıza etkisi modelinin, Geweke ve Porter-Hudak(1983) ve parçalı durağanlık ve bütünleşme testlerinden daha iyi sonuç verdiğini tespit etmiştir. Jin, Elder ve Koo(2006), dalgacık bazlı parçalı modelin diğer uzun dönem hafıza modellerinde tespit edilemeyen anormal sonuçları da çözdüğünü tespit etmiştir.

Dalgacık en küçük kareler yöntemi(WOLS), x_t rastsal süreç olmak üzere parçalı bütünleşme $(1-L)^d x_t = \varepsilon_t$ olarak ifade edilebilir(Tkacz, 2001, s.22). L gecikme operatörü, ε_t sıfır ortalama ve sabit varyanslı dağılıma sahip terim ve d fark parametresidir. WOLS belirleyicisi, d uzun hafıza sürecinin düzgün azaltma faktöründen ileri gelmektedir. $d=0$ olduğunda x_t rastsal süreci ε_t 'ye eşit olmakta($x_t \sim N(0, \sigma^2)$ veya $x_t \sim I(0)$), $d=1$ olduğunda x_t rastsal süreci birim kök sürecine sahip olmaktadır. 4.1 nolu tabloda parçalı bütünleşme parametresine göre hafıza özellikleri bulunmaktadır. d 'nin bulunduğu aralığa göre serinin varyansı, şok hafızası ve durağanlığı hakkında bilgi alınabilmektedir.

Tablo 4.1

Parçalı Bütünleşme Parametresi(d)'ne Göre Hafıza Özellikleri

D	Varyans	Şok Hafızası	Durağanlık
$d=0$	Sonlu	Kısa Dönemli	Durağan
$0 < d < 0.5$	Sonlu	Uzun Dönemli	Durağan
$0.5 \leq d < 1$	Sonsuz	Uzun Dönemli	Durağan Değil
$d=1$	Sonsuz	Sonsuz	Durağan Değil
$d > 1$	Sonsuz	Sonsuz	Durağan Değil

Kaynak: Tkacz(2001, s.23).

4.2. nolu tabloda Özün ve Çifter(2008) tarafından test edilen İMKB-100 ve İMKB-30 için Haar ve Daubechies(4, 12 ve 20 düzgünleştirme parametrelili) parçalı

bütünleşme sonuçları bulunmaktadır. Haar ve Daubechies sonuçları yakın olmakla birlikte d 'nin bulunduğu aralık değişebilmektedir. Test sonuçlarına göre İMKB-100 ve İMKB-30 endekslerinin sonsuz varyanslı, sonsuz şok hafızalı ve durağan olmadıkları görülmektedir. Bu sonuçlara göre zaman serilerinin logaritmik fark alınarak durağan hale getirilmeleri gerektiği anlaşılmaktadır.

Tablo 4.2
Dalgacık ile Parçalı Bütünleşme

Endeks	Haar	Daubechies-4	Daubechies-12	Daubechies-20
İMKB-100	1.1104 (0.0279)	0.9544 (0.0102)	0.9678 (0.0196)	0.9531 (0.0237)
İMKB-30	1.1002 (0.0274)	0.9561 (0.0097)	0.9691 (0.0186)	0.9540 (0.0232)

Not: Parantez içindeki değerler standart sapmayı ifade etmektedir.

Kaynak: Özün ve Çifter(2008, s.46)

4.4.3. Zaman-Ölçek Ayırıştırması(Nedensellik ve İlişki Analizi)

1990 sonrası dalgacıklar ile yapılan nedensellik-bütünleşme testleri, bu yöntemin ekonometride etkili bir yöntem olarak kullanılabilceğini ortaya koymuştur. Dalgacıklar, klasik ekonometrik analizlerin kavrayamadığı finansal piyasaların karmaşıklığını ve getirilerindeki doğrusal olmayan davranışları analiz etme konusunda başarılı olduklarından önemli bir analiz aracı olmaya başlamıştır. Dalgacık analizi, özellikle finansal zaman serilerinin dağılımlarına ilişkin fonksiyonel formları içeren sınırlamalara bağlı olmayan yarı-parametrik bir yöntemdir. Bu yöntem, gelişmekte olan piyasalardaki finansal değişkenlerin modellenmesinde de etkili bir yöntemdir.

Dalgacıklar, finans alanında Ramsey (1996), Ramsey ve Lampart (1998), Lin ve Stevenson (2001), Gençay, Selçuk ve Witcher (2005) ve Connor ve Rossiter (2005) tarafından kullanılmıştır. Dalgacık analizi bazlı nedensellik testi ilk olarak Ramsey ve Lambart(1998) tarafından ekonomiye uygulanmıştır. Ramsey ve Lambart(1998); tüketim, GSYİH, gelir ve para arasındaki çok ölçekli nedenselliği incelemiştir. Yazarlar ekonomik değişkenlerin, örneğin gelir ve paranın, etkileşimlerinin farklı ölçeklere göre değiştiğini tespit etmiştir. Diğer dalgacık bazlı nedensellik kullanan çalışmalar, Kim ve In(2003), Almasri ve Shukur(2003), Zhang ve Farley(2004) ve Dalkır(2004). Gençay,

Selçuk ve Whitcher (2002) ve Gallegati(2005), Özün ve Çifter(2007a, 2007b) ve Çifter ve Özün(2008a, 2008b) olarak sayılabilir.

Özün ve Çifter(2007a) dalgacık bazlı nedensellik testini Türkiye finansal verileri kullanarak sanayi üretim endeksi(SÜE) ve kredi piyasasına, Özün ve Çifter(2007b) ise hisse senedi ve faiz oranları üzerine uygulamıştır. 4.3 nolu tabloda Özün ve Çifter(2007a) tarafından hesaplanan sanayi üretim endeksi ve kredi hacminin çok ölçekli nedensellik testi bulunmaktadır. Sanayi üretim endeksinin kredi hacmini iki yıla kadar($2^3=8$ dönem) etkilediği, kredi hacminin ise sanayi üretim endeksini iki yıldan sonra etkilemeye başladığı tespit edilmiştir. Ölçeklendirilmemiş analiz sonucuna göre ise iki değişken arasında nedensellik bulunmamaktadır. Bu bulgular, makroekonomik değişkenlerin klasik ekonometrik yöntemlere ek olarak dalgacık analizi ile de test edilmesi gerektiğini göstermektedir.

Tablo 4.3
Çok Ölçekli Granger Nedensellik Testi

	Temel Veri	Çok Ölçekli Veri				
		WJ ₁	WJ ₂	WJ ₃	WJ ₄	WJ ₅
Kredi → SÜE	0.45800 (0.76603)	0.35349 (0.8401)	1.41311 (0.2462)	1.76452 (0.1540)	2.58648 (0.0505)*	2.42800 (0.0626)*
SÜE → Kredi	1.44553 (0.36199)	5.03170 (0.0021)*	2.40185 (0.0649)*	3.45960 (0.0156)*	0.99249 (0.4222)	1.68293 (0.1719)

*Not: Orijinal veriler LA(8) dalgacık filtresi ile 5. Ölçeğe kadar dönüştürülmüştür. * %5 güven aralığında anlamlılığı göstermektedir.*

Kaynak: Özün ve Çifter(2007a, s.79)

4.4.4. Öngörü

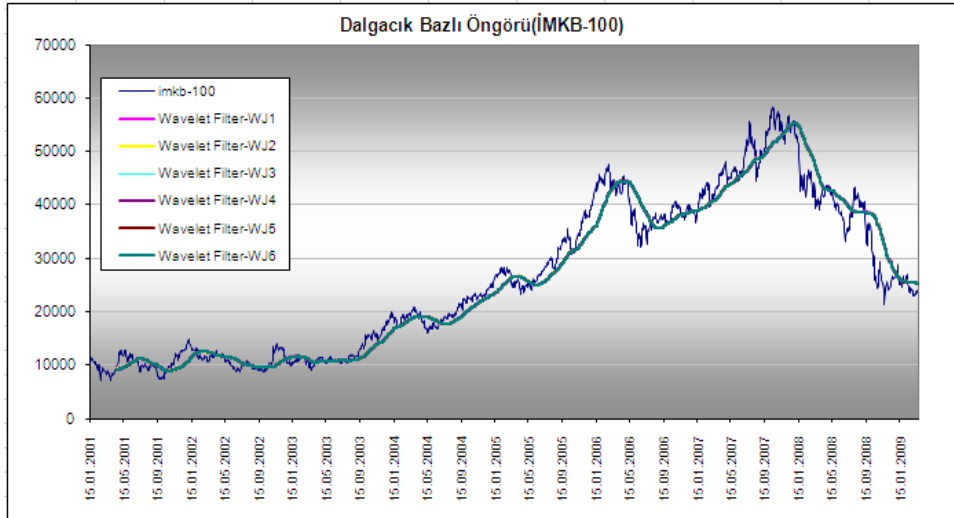
Dalgacık bazlı zaman serisi öngörüsü Arino, Pedro ve Vidakovic(1995) ve Arino(1998) tarafından önerilmiştir. Öncelikle zaman serisi dalgacıklar ile farklı ölçeklere ayrıştırılmakta, daha sonra skalogram ile kısa ve uzun dönem iş çevrimlerine ayrılmaktadır. Arino, Pedro ve Vidakovic(1995, s.19) bu yöntemin özellikle iş çevrimi bulunan zaman serileri için uygun bir öngörü yöntemi olacağını belirtmiştir.

Dalgacık bazlı öngörü ayrıca Shensa(1992), Aussem, Campbell ve Murfagh(1998) ve Zheng ve diğerleri(1999) tarafından geliştirilen trous(delik) algoritması ile de yapılabilmektedir. Trous algoritması $C_0(t)$ orijinal ayrık zaman serisi

olmak üzere 4.4.4.1 ve 4.4.4.2 nolu denklemlerle çözülebilir. Denklemden $h(\ell)$ ayrık düşük-geçiş filtresi, $C_i(t), W_i(t) (i=1,2,\dots)$ ölçek ve dalgacık katsayılarıdır. $W_1(t), W_2(t), \dots, W_p(t)$ ve $C_p(t)$ P ayrıştırma düzeyinde ayrık dalgacık dönüşümü olarak adlandırılır. $w_i(t) (i=1,2,\dots)$ detay bilgiyi sağlayan sinyal, hata terimi olan $C_p(t)$ geçmiş dönem bilgisini sağlayan sinyaldir (Wang ve Ding, 2003, s.68). Bu şekilde serinin genel volatilitesine dalgacık ayrıştırmasına trendi de eklenmektedir. 4.2 nolu grafikte İMKB-100 için dalgacık bazlı öngörü değerleri bulunmaktadır. Bu yöntem özellikle kısa vadeli öngörülerde kullanılabilir.

$$C_i(t) = \sum_{\ell=-\infty}^{+\infty} h(\ell) C_{i-1}(t + 2^i \ell) \quad (i = 1, 2, \dots) \quad (4.4.4.1)$$

$$W_i(t) = C_{i-1}(t) - C_i(t) \quad (i = 1, 2, \dots) \quad (4.4.4.2)$$



Grafik 4.2: Dalgacık Bazlı Öngörü (İMKB-100)

4.4.5. Varyans Analizi

Dalgacık bazlı varyans, Percival(1995) tarafından önerilmiş ve Hamburger(2003) ve Fernandez(2005) tarafından dalgacık bazlı riske maruz değer olarak volatilité öngörüsünde kullanılmıştır. Ölçek bazlı sistematik risk ise Percival ve

Walden(2000), Gençay, Selçuk ve Whitcher(2002,2003,2005) ve Çifter ve Özün(2008a, 2008b) tarafından finans ve ekonomiye uygulanmıştır.

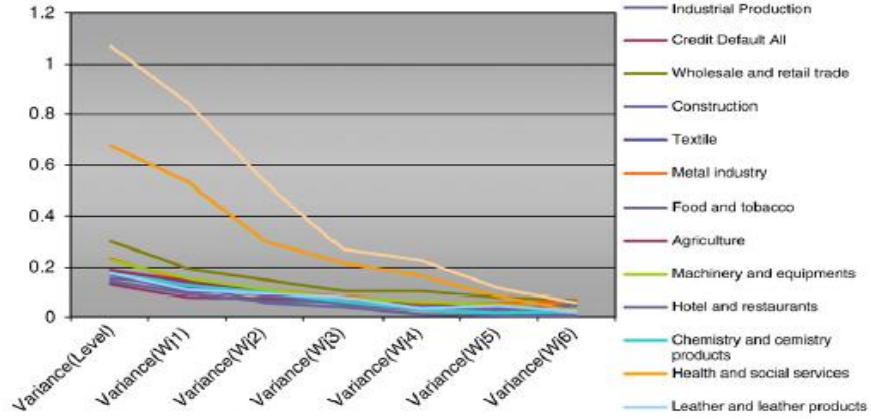
x_t stokastik sürecinde $x = (x_0, x_1, x_2, \dots, x_{N-1})$ gerçekleştirmeleri için $N = 2^j$ dinamik ölçeği ile kısmı ayrık dalgacık dönüşümü bazlı sapmasız varyansı 4.4.5.1 nolu denklemle gösterilebilir. N , ω dalgacık katsayıları vektörü, $L_j = [(L-2)(1-2^{-j})]$ ayrık dalgacık dönüşümü katsayıları, $N'_j = N/2^j - L_j$ λ_j ölçeğindeki dalgacık katsayılarıdır(Gençay, Selçuk ve Whitcher, 2002, s.241).

$$\tilde{\sigma}_x^2(\lambda_j) = \frac{1}{2\lambda_j \hat{N}_j} \sum_{t=L_j}^{N/2^j-1} [\omega_{j,t}^2] \quad (4.4.5.1)$$

$\lambda_j = 2^{j-1}$ ölçeği için en yüksek örtmeli ayrık dalgacık dönüşümü(MODWT) 4.4.5.2 nolu denklemle hesaplanmaktadır. $L_j = (2^j - 1)(L - 1) + 1$ λ_j ölçeğinin uzunluğu, $\tilde{N}_j = N - L_j + 1$ aralığından etkilenmeyen katsayı sayısıdır(Gençay, Selçuk ve Whitcher, 2002, s.241).

$$\tilde{\sigma}_t^2(\lambda_j) = \frac{1}{\tilde{N}_j} \sum_{t=L_j-1}^{N-1} [\tilde{w}_{j,t}^2] \quad (4.4.5.2)$$

4.3 nolu grafikte Çifter, Yılma zer ve Çifter(2009) tarafından hesaplanmış sanayi üretim endeksi ve sektörel kredi takip ölçek bazlı varyans ayrıştırması bulunmaktadır. Aynı grup zaman serilerinde bile varyansın ölçeğe göre değişebilmesi, özellikle iş çevrimi bazlı ekonometrik analizlerde varyansın çok ölçekli olarak dikkate alınması gerektiğini göstermektedir.



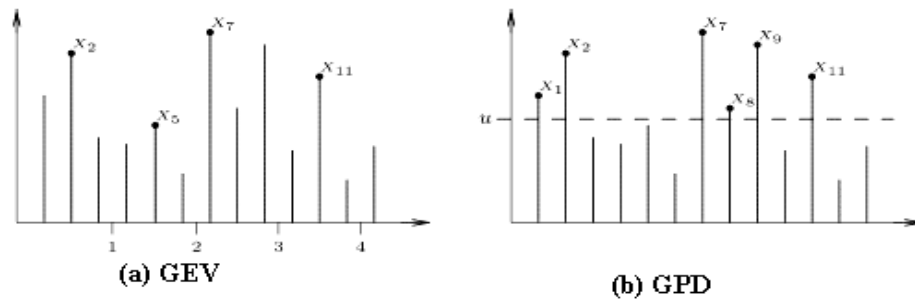
Grafik 4.3: Ölçek Bazlı Varyans Analizi

Kaynak: Çiftçi, Yılmaz ve Çiftçi (2009, s.1387).

4.5. UÇ DEĞER TEORİSİ

4.5.1. GENELLEŞTİRİLMİŞ UÇ DEĞER DAĞILIMI(GEV)

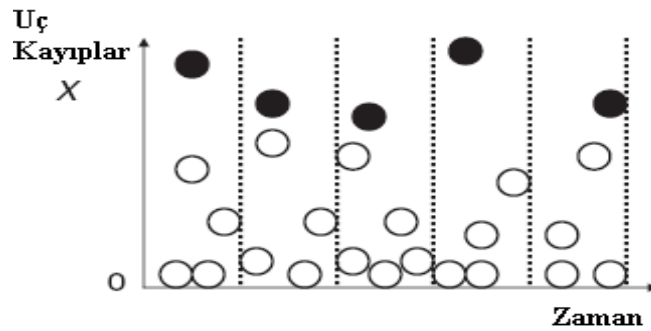
Uç değer teorisi; genelleştirilmiş uç değer dağılımı(GEV) ve genelleştirilmiş pareto dağılımı(GPD) olmak üzere iki dağılım yöntemi ile modellenmektedir(Şekil 4.12). Her iki model arasındaki temel fark uç değerlerin tespit edilme şeklidir. Genelleştirilmiş uç değer dağılımı belirli dönemlerde maksimum kayıpları dikkate alırken, genelleştirilmiş pareto dağılımı belirli bir eşik değer üzerindeki aşımaları dikkate almaktadır. Bu dağılımlar dışında, GARCH modelinin koşullu varyansı üzerinden Hill tahmincisi kullanan karma bir yöntem olan Hill tahmincisi bazlı GARCH modeli de(EVT-Hill-GARCH) bulunmaktadır.



Şekil 4.12: Uç Değer Dağılımları

Kaynak: Gilli ve Kellezi(2006, s.209).

Maksimum kayıpların öngörüsünde, uç değer teorisi rastsal sayıların toplamı için merkezi limit teoreminin aynısı olacak şekilde hareket etmektedir. Rastsal değişkenin belirli dönemlerle, örneğin yıllar veya aylar itibarı ile aldığı maksimum değerlerin yer aldığını düşünelim. Bu durumda uç değerleri içine alan her bir dönem blok maksima olarak adlandırılır. Şekil 4.13’de her bir dönem için oluşan uç değerler bulunmaktadır. Genelleştirilmiş uç değer dağılımı(GEV) bu uç değerleri baz alarak oluşturulmaktadır.



Şekil 4.13: Blok Maksima Yöntemi

Kaynak: Chernobia, Rachev ve Fabozzi(2007, s.164).

Blok maksima yöntemi Fisher ve Tippett(1928) ve Gnedenko(1943) tarafından önerilmiş olup, Fisher-Tippett-Gnedenko teoremi olarak adlandırılır. X_n rastsal değişkenlerinin μ ortalama(konum parametresi) ve σ^2 varyans(ölçek parametresi) ile $F(x) = \Pr\{X_n \leq x\}$ dağılımına uyduğunu varsayalım. X_n rastsal değişkenlerini büyükten küçüğe doğru sıraladığımızda $M_n = \text{maksimum}(X_1, X_2, X_3, X_4, \dots, X_n)$ ’e ulaşırız. $c_n > 0$, $d_n \in R$ sabitleri ile $(M_n - d_n)/c_n$ merkezleştirilmiş ve normleştirilmiş maksimum olmaktadır. $c_n^{-1}(M_n - d_n) \xrightarrow{d} H$ dağılım fonksiyonu ile H Fréchet, Weibull ve Gumber dağılımlarından birine ait olmaktadır(Gilli ve Kellezi, 2006, s.210).

Fréchet:

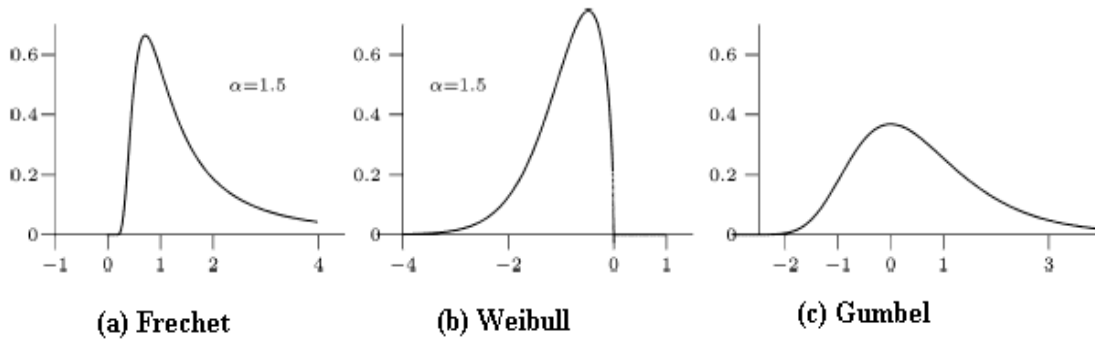
$$\Phi_\alpha(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ e^{-x^{-\alpha}}, & x > 0 \end{cases} \quad \alpha > 0,$$

$$\Psi_{\alpha}(x) = \begin{cases} e^{-(-x)^{\alpha}}, & x \leq 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases} \quad \alpha > 0 \quad (4.4.1.1)$$

Weibull:

Gumbel: $\Lambda(x) = e^{-e^{-x}}, x \in \mathbb{R}$

Fisher ve Tripped(1928) teoremine göre, maksimanın asimptotik dağılımı bu üç dağılımdan birine uymaktadır. Fréchet, Weibull ve Gumber dağılımlarının olasılık yoğunluk fonksiyonları Şekil 4.14'de bulunmaktadır. Fréchet dağılımı polinomial azalan kuyruk şekline sahip olduğundan ağır kuyruk dağılımı özelliğine sahip verilere uygun olmaktadır. Weibull dağılımı ince kuyruk dağılımlarına, Gumbel dağılımı ise sonlu asimptotik dağılıma uygun olmaktadır.



Şekil 4.14: Fréchet, Weibull ve Gumbel dağılımları olasılık yoğunluk fonksiyonları
Kaynak: Gilli ve Kellezi(2006, s.211).

Von Mises(1938) ve Jenkinson(1955), kuyruk(α) endeksi ve şekil parametresi($\xi = 1/\alpha$) belirlemesi ile Fréchet, Weibull ve Gumbel dağılımlarının tek parametrelili bir model olarak gösterilebileceğini tespit etmiştir. 4.5.1.2 nolu denklemde $1 + \xi > 0$ olup genelleştirilmiş uç değer dağılımı(GEV) olarak adlandırılır. Şekil parametresi(ξ), H_{ξ} 'nin kuyruk hareketini belirlemektedir. $\xi = \alpha^{-1} > 0$ olduğunda Fréchet dağılımı, $\xi = \alpha^{-1} < 0$ olduğunda Weibull dağılımına, $\xi = 0$ olduğunda Gumbel dağılımına ulaşılmaktadır.

$$H_{\xi}(x) = \begin{cases} e^{-(1+\xi x)^{-1/\xi}} & \text{eger } \xi \neq 0 \\ e^{-e^{-x}} & \text{eger } \xi = 0 \end{cases} \quad (4.5.1.2)$$

X_n rastsal değişkenlerinin μ ortalama(konum parametresi) ve σ^2 varyans(ölçek parametresi) ile $F(x) = (x - \mu)/\sigma$ ile H dağılımı 4.5.1.3 nolu denklemde üç parametrelili bir dağılım fonksiyonu olmaktadır. $H_{\xi,\sigma,\mu}$, genelleştirilmiş uç değer dağılımını(GEV) ifade etmektedir(Gilli ve Kellezi, 2006, s.211).

$$H_{\xi,\sigma,\mu}(x) = H_{\xi}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) \quad x \in D, \quad D = \begin{cases} \left[-\infty, \mu - \frac{\sigma}{\xi}\right] & \xi < 0 \\ \left[-\infty, \infty\right] & \xi = 0 \\ \left[\mu - \frac{\sigma}{\xi}, \infty\right] & \xi > 0 \end{cases} \quad (4.5.1.3)$$

Üç parametre ile riske maruz değer(kantil) ise ξ, σ, μ parametrelerinin tahminçileri $\hat{\xi}, \hat{\sigma}, \hat{\mu}$ olmak üzere 4.5.1.4 nolu denklemle hesaplanır(Gilli ve Kellezi, 2006, s.211). Uygulamada $k = 10$ olarak belirlenmektedir(Gilli ve Kezzi, 2006, s.211; Bao, Lee ve Saltoglu, 2006, s.109).

$$\hat{R}^k = H_{\hat{\xi},\hat{\sigma},\hat{\mu}}^{-1}\left(1 - \frac{1}{k}\right) = \begin{cases} \hat{\mu} - \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \left(1 - \left(-\log\left(1 - \frac{1}{k}\right)\right)^{-\hat{\xi}}\right) & \hat{\xi} \neq 0 \\ \hat{\mu} - \hat{\sigma} \log\left(-\log\left(1 - \frac{1}{k}\right)\right) & \hat{\xi} = 0 \end{cases}$$

(4.5.1.4)

Maksimum olabilirlik fonksiyonu M_n bloğunda Gumbel dağılımı için 4.5.1.5 nolu denklemle, genelleştirilmiş uç değer dağılımını(GEV) için 4.5.1.6 nolu denklemle hesaplanır. Denklemde $1 + \xi(M_n^i - \mu)/\sigma > 0$ kısıtı üzerinden maksimuma ulaşılmaktadır(Dowd, 2005, s.195).

$$l(\mu_n, \sigma_n) = -m \ln(\sigma_n) - \sum_{i=1}^m \exp\left(-\frac{M_n^i - \mu_n}{\sigma_n}\right) - \sum_{i=1}^m \frac{M_n^i - \mu_n}{\sigma_n} \quad (4.5.1.5)$$

$$l(\mu_n, \sigma_n, \xi_n) = -m \ln(\sigma_n) - (1 + 1/\xi_n) \sum_{i=1}^m \ln \left(1 + \xi_n \left(\frac{M_n - \mu_n}{\sigma_n} \right) \right) \quad (4.5.1.6)$$

$$- \sum_{i=1}^m \ln \left(1 + \xi_n \left(\frac{M_n - \mu_n}{\sigma_n} \right) \right)^{\frac{1}{\xi_n}}$$

4.5.2. KOŞULLU GENELLEŞTİRİLMİŞ UÇ DEĞER DAĞILIMI(FGEV)

Genelleştirilmiş uç değer dağılımında veri seti blok maksima tarafından belirlenen dönemler itibarı ile analiz edilmektedir. Seçilen dönem aynı kalmak üzere konum(μ) ve ölçek(σ) parametrelerinin daha düşük aralıklarla, örneğin 20 gün, yeniden belirlenerek 4.5.2.1 nolu denklem ile koşullu genelleştirilmiş uç değer dağılımına ulaşılabilir. Koşullu genelleştirilmiş uç değer dağılımında diğer bir yöntem Zhao ve diğerleri(2009) tarafından önerilen GEV-GARCH modelidir. Bu modelde, EVT-Hill-GARCH yöntemine benzer şekilde GARCH koşullu varyansı üzerinden riske maruz değer hesaplanmaktadır.

$$\hat{R}^k = H_{\xi, \sigma, \mu}^{-1} \left(1 - \frac{1}{k} \right) = \begin{cases} \hat{\mu}_{20} - \frac{\hat{\sigma}_{20}}{\hat{\xi}} \left(1 - \left(-\log \left(1 - \frac{1}{k} \right) \right)^{-\hat{\xi}} \right) & \hat{\xi} \neq 0 \\ \hat{\mu}_{20} - \hat{\sigma}_{20} \log \left(-\log \left(1 - \frac{1}{k} \right) \right) & \hat{\xi} = 0 \end{cases} \quad (4.5.2.1)$$

4.5.3.HİLL TAHMİNCİSİ BAZLI GARCH YÖNTEMİ(EVT-HİLL GARCH)

Uç değer teorisinde kuyruk parametresi pozitif ise Hill tahmincisi ile hesaplanabilir ve Hill(1975) tahmincisi üzerinden GARCH koşullu varyansı baz alınarak Hill tahmincisi bazlı GARCH(EVT-Hill-GARCH) modeli oluşturulabilir.

Uç değer teorisinde; koşullu dağılımda kuyruk olasılığının hata terimi 4.5.3.1 nolu denklemdeki dağılım fonksiyonu ile ifade edilir(Christoffersen ve Gonçalves, 2004, s.7). $\varepsilon_t > u$ olduğunda $L(z)$ yavaşça değişen fonksiyon ile sabit c ve pozitif Hill belirleyicisine(ξ) ulaşılmasını sağlamaktadır.

$$F(z) = 1 - L(z)z^{-1/\xi} \approx 1 - cz^{-1/\xi} \quad (4.5.3.1)$$

u eşik değeri, T_u eşik değeri aşan gözlem sayısı olmak üzere Hill tahmincisi($\hat{\xi}$) 4.5.3.2 nolu denklemle hesaplanır. Hill tahmincisi($\hat{\xi}$), standartlaştırılmış hataların($\hat{\varepsilon}_t$) normal dağıldığı varsayımı altında ξ 'nin maksimum olabilirliği ile ifade edilir. $\hat{\varepsilon}_t$, $\hat{\varepsilon}_t$ 'nin t 'inci sıralı istatistiğidir(örneğin $t = 2, \dots, T$ için $\hat{\varepsilon}_{(t)} \geq \hat{\varepsilon}_{(t-1)}$).

$$\hat{\xi} = \frac{1}{T_u} \sum_{t=1}^{T_u} \ln(\varepsilon_{(T-t+1)}) - \ln(u) \quad (4.5.3.2)$$

Hill tahmincisi(ξ) veri iken F kuyruk dağılımı, $1 - F(u) = T_u/T$ koşulunu sağlayan $c = (T_u/T)u^{1/\xi}$ 'nin seçilmesi ile belirlenir. Sonuç olarak F kuyruk dağılımına 4.5.3.3 nolu denklemle ulaşılır(Christoffersen ve Gonçalves, 2004, s.7).

$$F(z) = 1 - \frac{T_u}{T} \left(\frac{z}{u} \right)^{-1/\hat{\xi}} \quad (4.5.3.3)$$

Uç değer teorisi, $c_{1,p}$ ve $c_{2,p}$ sabitlerini hesaplamak için $\hat{F}(z)$ üzerinden hareket etmektedir. $c_{1,p}$, kuyruk dağılımı F 'nin $(1-p)$ yüzdesel bölgesine(\hat{F}_{1-p}^{-1}) eşit olmaktadır.

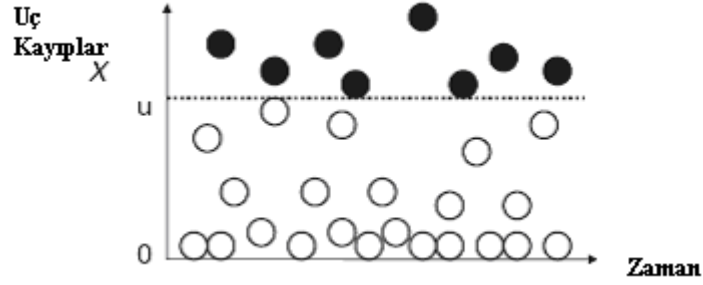
$$c_{1,p}^{Hill} = u \left(p \frac{T_u}{T} \right)^{-\hat{\xi}} \quad (4.5.3.4)$$

Hill tahmincisi bazlı GARCH modelinde(EVT-Hill-GARCH) riske maruz değer, $\hat{\sigma}_{T+1}$ GARCH modelinin koşullu varyansı olmak üzere 4.5.3.5 nolu denklemle hesaplanır(Christoffersen, 2003, s.85).

$$EVT-Hill-GARCH_{T+1}^p = \hat{\sigma}_{T+1} + \hat{c}_{1,p}^{Hill} \quad (4.5.3.5)$$

4.5.4. GENELLEŞTİRİLMİŞ PARETO DAĞILIMI(GPD)

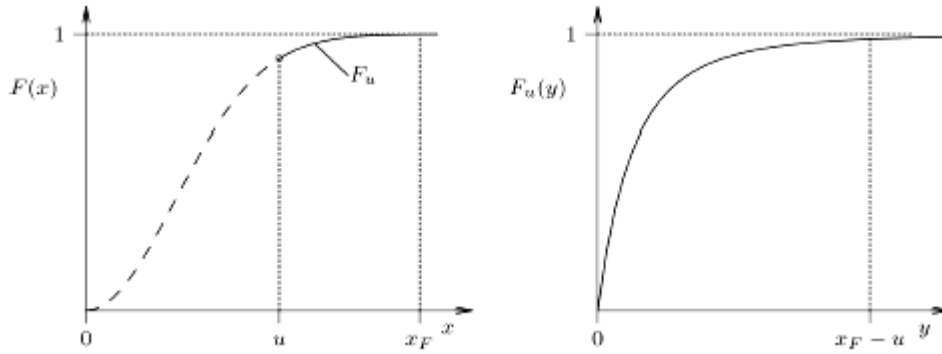
Uç değerlerin modellenmesinde diğer bir alternatif yöntem genelleştirilmiş pareto dağılımını(GPD) baz alan eşiği aşan değerler yöntemidir(POT). Genelleştirilmiş pareto dağılımda, uç değer olarak genelleştirilmiş uç değer dağılımındaki blok maksima yerine şekil 4.15’deki gibi belirlenen bir eşik değer üzerindeki aşımalar dikkate alınır.



Şekil 4.15: Eşiği aşan değerler yöntemi(POT)

Kaynak: Chernobia, Rachev ve Fabozzi(2007, s.165).

Genelleştirilmiş pareto dağılımında çözümlenmeye çalışılan problem şekil 4.16’da bulunmaktadır(Gilli ve Kezzi, 2006, s.212).



Şekil 4.16: F dağılım fonksiyonu ve F_u ’nun koşullu dağılımı

Kaynak: Gilli ve Kellezi(2006, s.212).

X rastsal değişkeninin bir F dağılımının fonksiyonu olmak üzere belirli bir eşik değeri (u) üzerindeki aşımaların F_u dağılımının fonksiyonu ile ilgileniyoruz. F_u dağılım fonksiyonu “koşullu aşım dağılım fonksiyonu” olarak adlandırılır ve 4.5.4.1 nolu denklemle tanımlanır(Gilli ve Kellezi, 2006, s.212). Denklemde X rastsal değişken, u

belirlenen eşik değeri, $y = x - u$ aşım ve $x_F \leq \infty$ F 'nin sağ bitiş noktasıdır. F_u , $F_{u(y)}$ ile 4.5.4.2 nolu denklemle gösterilebilir.

$$F_u(y) = P(X - u \leq y | X > u), \quad 0 \leq y \leq x_F - u \quad (4.5.4.1)$$

$$F_u(y) = \frac{F(u + y) - F(u)}{1 - F(u)} = \frac{F(x) - F(u)}{1 - F(u)} \quad (4.5.4.2)$$

rastsal X değişkeninin aldığı değerler 0 ve eşik değeri u arasında olduğundan F 'nin bu aralıkta gerçekleşmesi sorun olmamaktadır. Temel sorun, F_u 'nin belirlenmesinde yeterli gözlemin bulunmaması durumu olup, bu durum optimal eşik değeri ile çözülebilmektedir.

Genelleştirilmiş pareto dağılımı Pickands(1975) ve Belkame ve Haan De(1974) teoremine dayanmaktadır. Koşullu aşım dağılım fonksiyonu olan $F_u(y)$, F 'nin büyük bir sınıfı için büyük bir u dağılım fonksiyonuna iyi bir şekilde yaklaşabilir.

$$F_u(y) \approx G_{\xi, \sigma}(y), \quad u \rightarrow \infty \quad (4.5.4.3)$$

$G_{\xi, \sigma}(y)$ aşağıdaki şekilde tanımlanabilir.

$$G_{\xi, \sigma}(y) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \frac{\xi}{\sigma} y\right)^{-1/\xi} & \text{eger } \xi \neq 0 \\ 1 - e^{-y/\sigma} & \text{eger } \xi = 0 \end{cases} \quad (4.5.4.4)$$

$\xi \geq 0$ olduğunda $y \in [0, (x_F - u)]$, $\xi < 0$ olduğunda ise $y \in [0, -\frac{\sigma}{\xi}]$ koşulu geçerlidir. $G_{\xi, \sigma}$, "genelleştirilmiş pareto dağılımı" olarak adlandırılmaktadır. x , $x = u + y$ olarak belirlendiğinde, GPD fonksiyonu 4.5.4.5 nolu denklemle ifade edilir.

$$G_{\xi, \sigma}(x) = 1 - \left(1 + \frac{\xi(x - u)}{\sigma}\right)^{-1/\xi} \quad (4.5.4.5)$$

GPD fonksiyonunun kuyruk dağılımı olduğu varsayıldığında riske maruz değer(RMD_{GPD}) GPD parametreleri ile belirlenebilir. 4.5.4.2 nolu denklemi eşiği aşan değerler yerine $F(x)$ ana dağılım olarak aşağıdaki şekilde düzenleyebiliriz.

$$F(x) = (1 - F(u))F_u(y) + F(u) \quad (4.5.4.6)$$

Denklemden F_u yerine GPD, $F(u)$ yerine tahmincisi $(n - N_u)/n$ 'yi yazarsak aşağıdaki şekilde $F(x)$ in tahmincisine ulaşırız. Denklemden n toplam gözlem sayısı, N_u eşik değeri (u) aşan gözlem sayısıdır.

$$\hat{F}(x) = \frac{N_u}{n} \left(1 - \left(1 + \frac{\hat{\xi}}{\hat{\sigma}}(x - u) \right)^{-1/\hat{\xi}} \right) + \left(1 - \frac{N_u}{n} \right) \quad (4.5.4.7)$$

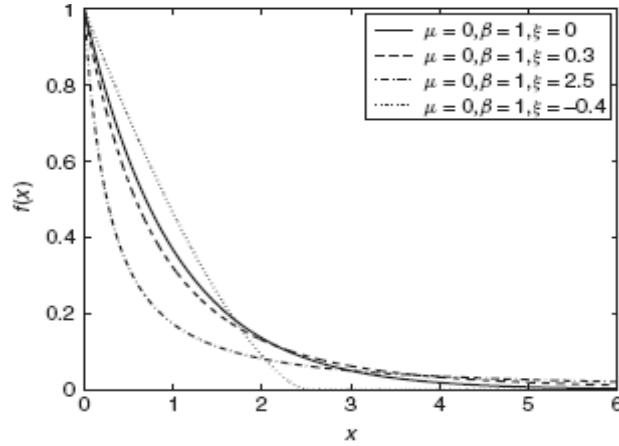
4.5.4.7 nolu denklem aşağıdaki şekilde basitleştirilebilir.

$$\hat{F}(x) = 1 - \frac{N_u}{n} \left(1 + \frac{\hat{\xi}}{\hat{\sigma}}(x - u) \right)^{-1/\hat{\xi}} \quad (4.5.4.8)$$

4.5.4.8 nolu denklem belirli bir p olasılığı için düzenlenirse riske maruz değer(RMD_{GPD})'ye ulaşılır.

$$RMD_{GPD} = u + \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \left(\left(\frac{n}{N_u} p \right)^{-\hat{\xi}} - 1 \right) \quad (4.5.4.9)$$

GPD eşik değeri (u), ölçek ($\hat{\sigma}$) ve şekil ($\hat{\xi}$) parametresi olmak üzere üç değişkene bağlıdır. Şekil parametresi kuyruk ağırlığını belirlemektedir. $\hat{\xi} > 0$ olduğunda sıradan pareto dağılımı, $\hat{\xi} = 0$ olduğunda üstel dağılım ve $\hat{\xi} < 0$ olduğunda II. tip pareto dağılımı, $\hat{\xi} = -1$ olduğunda uniform dağılım olmaktadır. $\hat{\xi} > 0$ ağır kuyruk özelliğini dikkate aldığı için finansal veriler için daha uygundur (Neil, 2002, 249). Şekil 4.17'de farklı şekil parametresine göre GPD yoğunluk grafikleri bulunmaktadır. ξ 'nin aşırı yükselmesi ağır kuyruk yoğunluğunun artmasını sağlamaktadır (Chernobia, Rachev ve Fabozzi, 2007, s.166).



Şekil 4.17: Farklı şekil parametresine göre GPD yoğunluk grafiği

Kaynak: Chernobia, Rachev ve Fabozzi(2007, s.166).

Ekşi, Yıldırım ve Yıldırak(2006), Gencay, Selçuk ve Ulugülyagci (2003) ve Gencay ve Selçuk (2004) genelleştirilmiş pareto dağılımını İMKB-100 endeksi üzerinde ampirik olarak test etmiştir. Bulgular, İMKB-100 endeksinin uç değer dağılımları ile modellendiğinde daha iyi öngörü sağlanacağı yönündedir.

4.5.4.1. Eşik Değerin Tespit Edilmesi

Genelleştirilmiş pareto dağılımında eşik değerin(u) öncelikli olarak tespit edilmesi gerekmektedir. Eşik değer seçimi varyans ve sapma optimizasyonunu sağlayacak şekilde yapılmalıdır. Eşik değerin düşük tutularak çok sayıda gözlemin üst sınırda tutulması varyansı düşürürken sapmanın artmasına neden olmaktadır. Eşik değerin yüksek tutularak az sayıda gözlemin üst sınırda tutulması ise sapmayı düşürürken varyansın artmasına neden olmaktadır. Bu nedenle, eşik değerin optimizasyon ile çözülmesi gerekmektedir. Ortalama aşım fonksiyonu ve Hill tahmincisi optimizasyonu sağlayan iki yöntemdir(Bensalah, 2000, s.6).

Ortalama aşım fonksiyonu, tüm farkların ortalamasının belirlenen farklı eşik değerler üzerinde olmasıdır. $e(u)$, eşik değerin(u) üzerindeki ortalama aşım olarak adlandırılmaktadır. 4.5.4.1.1 nolu denklemde, $X - u$ beklenen aşım değeri koşullu aşım değerine bağlıdır. Belirli veri seti ve eşik değerin(u) için ortama aşımın tahmincisi 4.5.4.1.2 nolu denklemle hesaplanabilir. Denklemde n_u eşiği aşan gözlem sayısıdır(Neil, 2002, s.250).

$$e(u) = E(X - u | X > u), \quad 0 \leq u \leq x_F \quad (4.5.4.1.1)$$

$$\hat{e}(u) = \frac{1}{n_u} \sum_{i=1}^{n_u} (X_i - u) \quad (4.5.4.1.2)$$

Genelleştirilmiş pareto dağılımı için ortalama aşım fonksiyonu 4.5.4.1.3 nolu denklemle gösterilebilir. $0 \leq \xi \leq 1$ ve $\beta + \xi u > 0$ için ortalama aşım grafiği yukarı yönlü doğrusala yakın şekildedir. Eşik değer, $x \geq u$ için ortalama aşım grafiğini doğrusal yapan değer olarak belirlenir.

$$\hat{e}(u) = \frac{\beta}{1 - \xi} + \frac{\xi}{1 - \xi} u \quad (4.5.4.1.3)$$

Eşik değer belirlenmesinde diğer bir yöntem Hill(1975) tahmincisidir. Hill tahmincisi aynı zamanda uç değer teorisinde şekil(ξ) parametresinin belirlenmesinde kullanılabilir. X_1, X_2, \dots, X_n rastsal veriler ve $X_1 > \dots > X_n$ rastsal verilerin sıralı istatistiği olmak üzere $k+1$ sıralı istatistiği kullanarak kuyruk endeksinin(ξ) Hill tahmincisi 4.5.4.1.4 nolu denklemle gösterilebilir. Buna göre Hill grafiği $1 \leq k \leq n-1$ olmak üzere $\{k, H_{k,n}^{-1}\}$ nokta seti ile belirlenmektedir(Bensalah, 2000, s.6).

$$H_{k,n} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \ln \left(\frac{H_i}{H_{k+1}} \right) \quad (4.5.4.1.4)$$

Kuyruk endeksinin istikrarlı olduğu bölgeye göre eşik değer(u) belirlenmektedir. Bu yöntem GPD ve GPD türü dağılımlara uygun olmaktadır. Hill belirleyicisi uç değer dağılımı yüksek eşik değer üzerinden GPD dağılımına yakınsadığından, GPD için maksimum olabilirlik belirleyicisidir(Bensalah, 2000, s.6).

Eşik değer belirlenmesinde ayrıca Q-Q grafiğinden de yararlanılabilir(Gençay ve Selçuk, 2004, s.295).

4.5.4.2. Genelleştirilmiş Pareto Dağılımında Parametrelerin Belirlenmesi

4.5.4.2.1. Pickands Belirleyicisi(P)

Genelleştirilmiş Uç Değer(GEV) ve Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı(GPD) parametrelerini belirlemede temel yöntemler Pickands(1975) ve Hill(1975) belirleyicileridir. Pickands(1975), uç değerın asimptotik hareketini belirleyen kuyruk endeksi(ξ) için Pickands belirleyicisini önermiştir. Kuyruk endeksi(ξ), genelleştirilmiş uç değer dağılımı için dağılımın Frechet, Gumbel veya Weibull yönünde hareket etmesini sağlamaktadır. Pickands belirleyicisi genelleştirilmiş pareto dağılımında da şekil parametresinin belirlenmesinde önerilen ilk yöntemdir.

$\{x_{1,T}, x_{2,T}, \dots, x_{T,T}\}$ rastsal sayı grubunun sıralı örnekleme, $x_{1,T} \leq, x_{2,T} \leq, \dots \leq x_{T,T}$ ve q dağılımın kuyruğunda yer alan gözlem sayısı olmak üzere T gözlem için Pickands belirleyicisi 4.5.4.2.1.1 nolu denklemle ifade edilir(Embrechts, Kluppelberg ve Mikosh, 1997, s.328).

$$\hat{\xi}_{(q,T)}^P = \frac{1}{\ln 2} \ln \frac{X_{T-q+1,T} - X_{T-2q+1,T}}{X_{T-2q+1,T} - X_{T-4q+1,T}} \quad (4.5.4.2.1.1)$$

Dekkers ve Haan De(1989) kuyruk büyüklüğü hareketinin kısıtlı koşullar altında Pickands tahmincisinin 4.5.4.2.1.2 nolu denklemle asimptotik olarak normal olduğunu göstermiştir. Denklemde $v(\xi) = \xi^2 (2^{2\xi+1} + 1) / 2(2^\xi - 1) \ln(2))^2$ olmaktadır.

$$\sqrt{q}(\hat{\xi}_{q,T}^P - \xi) \Rightarrow N(0, v(\xi)) \quad (4.5.4.2.1.2)$$

Pickands tahmincisi tüm q değerleri için hesaplandığında 4.5.4.2.1.3 nolu denklemle Pickands grafiğine ulaşılır(Embrechts, Kluppelberg ve Mikosh, 1997, s.330).

$$\{(q, \hat{\xi}_{(q,T)}^P)\}, q = 1, \dots, T \quad (4.5.4.2.1.3)$$

Pickands tahmincisinin temel avantajı makul koşullarda $\hat{\xi}$ parametresinin asimptotik olarak normal ve tutarlı olması(Dowd, 2005, s.197), dezavantajı ise veri setinde daha fazla uç değer gereksinimidir(Chernobia, Rachev ve Fabozzi, 2007, s.170).

4.5.4.2.2. Maksimum Olabilirlik Yöntemi (ML)

Genelleştirilmiş pareto dağılımda maksimum olabilirlik yöntemi Smith(1987) ve Davison ve Smith(1990) tarafından önerilmiştir. $x_i - u \geq 0$, $\xi > 0$, $\xi < 0$ için $0 \leq x_i - u \leq -\beta/\xi$ olmak üzere belirli eşik değeri (u) ve $\{x_1 - u, x_2 - u, \dots, x_n - u\}$ örneklemini için tekli logaritmik olasılık yoğunluk fonksiyonu 4.5.4.2.2.1 nolu denklemle ifade edilir(Ren ve Giles, 2007, s.7).

$$\log f(x_i) = -\log(\beta) - \frac{1+\xi}{\xi} \log\left(1 + \xi\left(\frac{x_i - u}{\beta}\right)\right) \quad (4.5.4.2.2.1)$$

$\xi = 0$ olduğunda logaritmik yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki şekilde olmaktadır.

$$\log f(x_i) = -\log(\beta) - \frac{1}{\beta} \log(x_i - u) \quad (4.5.4.2.2.2)$$

l , genelleştirilmiş pareto dağılımı yoğunluk fonksiyonu olmak üzere n gözlemin ortak yoğunluk fonksiyonu 4.5.4.2.2.3 nolu denklemle gösterilir. Bu şekilde şekil (ξ) ve ölçek (β) parametreleri, uygun eşik değere göre maksimum olabilirlik yöntemi ile hesaplanır(Embrechts, Kluppelberg ve Mikosh, 1997,356).

$$l((\xi, \beta); x_i - u) = -n \log(\beta) - \left(\frac{1}{\xi} + 1\right) \sum_{i=1}^n \left(1 + \frac{\xi}{\beta} (x_i - u)\right) \quad (4.5.4.2.2.3)$$

4.5.4.2.3. Moment Yöntemi (MOM)

Moment yöntemi(MOM) Hosking ve Wallis(1987) tarafından önerilmiştir. Yöntem rastsal verilerin ilk k momentinin örneklem momentine eşit olacak şekilde belirlenmesini içermektedir. Moment yöntemi aşağıdaki denklemin çözümüne dayanmaktadır(Castillo ve diğerleri, 2004, s.117)

$$E(X^r) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^r, \quad r = 1, 2, \dots, k \quad (4.5.4.2.3.1)$$

Genelleştirilmiş pareto dağılımı için μ örneklem ortalaması, σ^2 örneklem varyansı olmak üzere moment yöntemi aşağıdaki şekilde gösterilebilir(Castillo ve Hadi, 1997, s.1610).

$$\xi_{MOM} = (\mu^2 / \sigma^2 - 1) / 2 \quad (4.5.4.2.3.2)$$

$$\beta_{MOM} = \mu(\mu^2 / \sigma^2 - 1) / 2 \quad (4.5.4.2.3.3)$$

4.5.4.2.4. Olasılık Ağırlıklı Momentler Yöntemi (PWM)

Olasılık ağırlıklı momentler yöntemi(probability weighted moments-PWM) Greenwood ve diğerleri(1979) tarafından geliştirilmiş ve Hosking, Wallis ve Wood(1985) tarafından uç değer teorisine uyarlanmıştır. PWM yöntemi moment yöntemi gibi bilinmeyen parametrelerin ana kütle momentleri ile tahmin edilebileceği teoremine dayanmaktadır. $P = 1$, $r = 0$ ve $s = 0, 1, 2, \dots$ olmak üzere GPD için moment aşağıdaki şekilde ifade edilebilir(Beirlant ve diğerleri, 2004, s.150).

$$M_{1,0,s} = \frac{\sigma}{(s+1)(s+1-\xi)} \quad (4.5.4.2.4.1)$$

$Y = Y_1, Y_1, \dots, Y_j$ genelleştirilmiş pareto dağılımına ait örneklem olmak üzere $M_{1,0,s}$ 'nin tahmincisi olan $\hat{M}_{1,0,s}$ aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$\hat{M}_{1,0,s} = \frac{1}{N_t} \sum_{j=1}^{N_t} \left(1 - \frac{j}{N_t + 1} \right)^s Y_{j,N_t} \quad (4.5.4.2.4.2)$$

ξ ve β için $s = 0$ ve $s = 1$ olmak üzere denklemin çözümlenmesi ile GPD'de olasılık ağırlıklı momentler tahmincilerine ulaşılır(Beirlant ve diğerleri, 2004, s.150).

$$\xi_{PWM} = 2 - \frac{\hat{M}_{1,0,0}}{\hat{M}_{1,0,0} - 2\hat{M}_{1,0,1}} \quad (4.5.4.2.4.3)$$

$$\beta_{P_{WMM}} = \frac{2\hat{M}_{1,0,0}\hat{M}_{1,0,1}}{\hat{M}_{1,0,0} - 2\hat{M}_{1,0,1}} \quad (4.5.4.2.4.3)$$

4.5.4.2.5. Temel Yüzdesel Yöntem (EPM)

Temel yüzdesel yöntem (elemental percentile method-EPM) Castillo ve Hadi(1997) tarafından önerilmiştir. EPM modelinde ξ ile ilgili herhangi bir kısıt bulunmamaktadır ve $\xi \neq 0$ koşuluna odaklanılmaktadır. $Y = Y_1, Y_1, \dots, Y_{N_i}$ genelleştirilmiş pareto dağılımına ait örneklem olmak üzere, Y_{i,N_i} ve Y_{j,N_i} 'nin iki ayrı sıralı istatistik olduğunu varsayalım. İki bilinmeyeni bulmak için genelleştirilmiş pareto kümülâtif dağılım fonksiyonunun bu sıralı istatistiğe eşitlenmesi durumunda $\tau = \xi / \sigma$ ve $p_{i,n} = i/n + 1$ olmak üzere aşağıdaki denklemlere ulaşılır (Beirlant ve diğerleri, 2004, s.151).

$$1 - (1 + \hat{\tau}_{i,j} Y_{i,N_i})^{-\frac{1}{\hat{\xi}_{i,j}}} = p_{i,n} \quad (4.5.4.2.5.1)$$

$$1 - (1 + \hat{\tau}_{i,j} Y_{j,N_i})^{-\frac{1}{\hat{\xi}_{i,j}}} = p_{j,n} \quad (4.5.4.2.5.2)$$

$\hat{\xi}_{i,j}$ 'nin eliminasyonu ile aşağıdaki denkleme ulaşılır.

$$C_j \log(1 + \hat{\tau}_{i,j} Y_{i,N_i}) = C_i \log(1 + \hat{\tau}_{i,j} Y_{j,N_i}) \quad (4.5.4.2.5.3)$$

$C_i = -\log(1 - p_{i,n})$ eşitliği $\tau_{i,j}$ için çözülebilir. GPD parametreleri $\hat{\xi}$ ve $\hat{\beta}$ için denklem aşağıdaki şekilde yazılabilir (Beirlant ve diğerleri, 2004, s.152).

$$\hat{\xi} = \frac{\log(1 + \hat{\tau}_{i,j} Y_{i,N_i})}{C_i} \quad (4.5.4.2.5.4)$$

$$\hat{\beta} = \frac{\hat{\xi}_{i,j}}{\hat{\tau}_{i,j}} \quad (4.5.4.2.5.5)$$

Tüm sıralı istatistikleri olan $Y_{i,N_i} < Y_{j,N_i}$ için $\hat{\xi}$ ve $\hat{\beta}$ 'nin hesaplanması ile GPD temel yüzdesel yöntem parametrelerine ulaşılır(Castillo ve Hadi, 1997,.s.1612).

$$\hat{\xi}_{EPM} = or \tan ca \left\{ \hat{\xi}_{i,j}; i < j \right\} \quad (4.5.4.2.5.6)$$

$$\hat{\beta}_{EPM} = or \tan ca \left\{ \hat{\beta}_{i,j}; i < j \right\} \quad (4.5.4.2.5.7)$$

4.5.5. KOŞULLU GENELLEŞTİRİLMİŞ PARETO DAĞILIMI (FGPD)

Genelleştirilmiş pareto dağılımında eşik değeri (u) sabit olarak veya 252 günlük dönemler itibarı ile belirlenmektedir. Seçilen dönem aynı kalmak üzere eşik değeri (u) daha düşük aralıklarla, örneğin 20 gün, yeniden belirlenerek belirli bir p olasılığında 4.5.5.1 nolu denklem ile koşullu genelleştirilmiş pareto dağılımına ulaşılabilir. Koşullu genelleştirilmiş pareto dağılımı ile daha düşük kök ortalama hata kare değerine ulaşılması beklenmektedir.

$$FGPD = u_{20} + \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \left(\left(\frac{n}{N_u} p \right)^{-\hat{\xi}} - 1 \right) \quad (4.5.5.1)$$

4.5.6. BEKLENEN KUYRUK KAYBI (ES)

Artzner ve diğerleri(1997, 1999) volatilité modellemesinde alternatif bir risk ölçüm yöntemi olarak beklenen kuyruk kaybını geliştirmiştir. Bu yöntemde, portföy getirisinin beklenen değeri eşik değeri aşıldığı zaman ölçüm konusu yapılmaktadır. Beklenen kuyruk kaybı, GARCH modelleri üzerinden uygulanabildiği gibi uç değeri teorisi dağılımları üzerinden de uygulanabilmektedir.

Acerbi (2002) ve Inui ve Kijima (2005) yaptıkları uygulamalı çalışmalarda beklenen kuyruk kaybının öngörü performansının, özellikle gelişmekte olan piyasalarda, üstünlüğünü vurgulamaktadır. Çifter, Özün ve Yılmaz(2007a) beklenen kuyruk kaybı ve koşullu genelleştirilmiş pareto dağılımını Türkiye faiz oranları getirileri için uygulamış ve beklenen kuyruk kaybı modelinin öngörü performansını Kupiec(1995) ve Christoffersen(1998) testleri ve aşım sayısına göre karşılaştırmıştır.

Tüm test sonuçlarına göre Beklenen Kuyruk Kaybı modelinin diğer modellerden daha iyi öngörü performansına sahip olduğu tespit edilmiştir.

Beklenen kuyruk kaybı riske maruz değeri(RMD) aşan beklenen kayıp büyüklüğü olarak aşağıdaki şekilde gösterilebilir(Gilli ve Kellezi, 2006, s.214).

$$ES_p = RMD_p + E[X - RMD_p | X > RMD_p] \quad (4.5.6.1)$$

$\xi < 1$ parametrelili genelleştirilmiş pareto dağılımı için ortalama aşım fonksiyonu 4.4.6.2 nolu denklemlerle ifade edilebilir.

$$e(z) = E[X - z | X > z] = \frac{\sigma + \xi z}{1 - \xi} \quad (4.5.6.2)$$

Bu fonksiyon u eşik değeri üzerindeki X aşımının ortalamasına eşit olmaktadır. $z = RMD_p - u$ ve X, u üzerindeki aşım olmak üzere beklenen kuyruk kaybı aşağıdaki şekilde gösterilebilir(Gilli ve Kellezi, 2006, s.214).

$$ES_p = RMD_p + \frac{\hat{\sigma} + \hat{\xi}(RMD_p - u)}{1 - \hat{\xi}} = \frac{RMD_p}{1 - \hat{\xi}} + \frac{\hat{\sigma} - \hat{\xi}u}{1 - \hat{\xi}} \quad (4.5.6.3)$$

4.5.7. KOŞULLU BEKLENEN KUYRUK KAYBI (FES)

Beklenen kuyruk kaybı modelinde eşik değeri (u) sabit olarak veya 252 günlük dönemler itibarı ile belirlenmektedir. GPD'de olduğu gibi seçilen dönem aynı kalmak üzere eşik değeri (u) daha düşük aralıklarla, örneğin 20 gün, yeniden belirlenerek belirli bir p olasılığında 4.5.7.1 nolu denklem ile koşullu beklenen kuyruk kaybı(FES) modeline ulaşılabilir.

$$ES_p = RMD_p + \frac{\hat{\sigma} + \hat{\xi}(RMD_p - u_{20})}{1 - \hat{\xi}} = \frac{RMD_p}{1 - \hat{\xi}} + \frac{\hat{\sigma} - \hat{\xi}u_{20}}{1 - \hat{\xi}} \quad (4.5.7.1)$$

4.6. DALGACIK BAZLI RİSKE MARUZ DEĞER

Risk göstergesi olarak dalgacık varyansı Percival(1995) tarafından, dalgacık bazlı riske maruz değeri ise Hamburger(2003) ve Fernandez(2005) tarafından

önerilmiştir. Dalgacık bazlı riske maruz değer ayrıca dalgacık ayıklamalı ARMA-GARCH(Wavelet denoising ARMA-GARCH), dalgacık ayrıştırılmış riske maruz değer (Wavelet decomposed Value-at-Risk-WDRMD) ve dalgacık ile ayrıştırılmış doğrusal olmayan gruplamalı riske maruz değer (Wavelet decomposed nonlinear ensemble Value-at- Risk-WDNE-RMD) modelleri ile de hesaplanabilmektedir.

He, Xie ve Lai(2008b) Dalgacık Ayıklamalı ARMA-GARCH(WD-ARMA-GARCH) modelini geliştirmiş, dalgacık ayıklamalı modeli ve standart ARMA-GARCH modelini gayrimenkul hisse senedi fiyatları üzerine uygulamıştır. Chi ve Kaijian(2006), Lai ve diğerleri(2006a), Lai ve diğerleri(2006b) ve He ve diğerleri(2008a) dalgacık ayrıştırmasını ARMA-GARCH modelinde kullanarak Dalgacık Ayrıştırılmış Riske Maruz Değer(WDRMD) modelini önermiştir. Çalışmalarda geriye dönük test olarak Kupiec(1995) test istatistiği kullanılmış ve dalgacık bazlı GARCH modellerinin standart ARMA-GARCH modelinden daha iyi öngörü performansına sahip olduğunu tespit etmiştir. Aşım sayısına göre ise standart ARMA-GARCH modelinin performansı daha yüksek olarak tespit edilmiştir.

Lai, Kaijian ve Jerome (2007), dalgacık ile ayrıştırılmış doğrusal olmayan gruplamalı riske maruz değer(WDNE-RMD) ile petrol fiyatları için öngörü testi geliştirmiş ve ayrıştırma yöntemi olarak Haar, Daubechies ve Coiflets dalgacıklarını birinci ölçekte kullanmışlardır. Yazarlar ölçeklendirilen veriyi yapay sinir ağları ile ağırlıklandırarak genelleştirilmiş otoregresif koşullu varyansı parametrik olmayan forma getirmiştir. Çalışmada, Kupiec(1995) testi ve aşım sayısına göre WDNE-RMD modelinin standart ARMA-GARCH modeline göre daha iyi öngörü performansına sahip olduğu tespit edilmiştir.

rastsal sayı kümesine ait bir dağılım konum ve ölçek parametresi ile tanımlanabilir. Bu durumda riske maruz değer(RMD) parametrik olarak aşağıdaki şekilde gösterilebilir(He ve diğerleri 2008a, s.433). $\sigma_t G^{-1}(\alpha)$ kümülâtif normal dağılımın tersidir. Koşullu ortalama μ_t , ARMA-GARCH süreci ile hareket etmektedir. Koşullu standart sapma σ_t dalgacık analizi ile çok ölçekli olarak baz alınabilir.

$$RMD_t = \mu_t + \sigma_t G^{-1}(\alpha) \quad (4.6.1)$$

Dalgacık bazlı varyans için öncelikle orijinal veri aşağıdaki denklem ile ölçeklendirilmektedir(He ve diğerleri 2008a, s.433). Denklemde $f(t)$ orijinal seri, $f_{A^j}(t)$ J ölçeklendirme fonksiyonu ile ölçeklendirilen seri ve $f_{D^j}(t)$ j 'den J 'ye kadar dalgacık fonksiyonu ile ölçeklendirilen seridir.

$$f(t) = f_{A^j}(t) + \sum_{j=1}^J f_{D^j}(t) \quad (4.6.2)$$

Öncelikle her bir ölçekte volatilité öngörüsü yapılmakta, daha sonra model öngörüsüne geçilmektedir. Son aşamada enerji özelliği koruması ile her bir ölçekte hesaplanan volatilité dalgacık bileşim tekniği ile birleştirilerek dalgacık bazlı varyansa(WDRMD) ulaşılmaktadır(He ve diğerleri 2008a, s.433). Denklemde $N = 2^J$ ölçeklendirilen serinin uzunluğunu göstermektedir. \hat{N} , λ_j ölçeğindeki dalgacık katsayılarıdır.

$$\hat{\sigma}^2 = RMD(f(t)) = rmd(f_{A^j}(t)) + \sum_{j=1}^J RMD(f_{D^j}(t)) \quad (4.6.3)$$

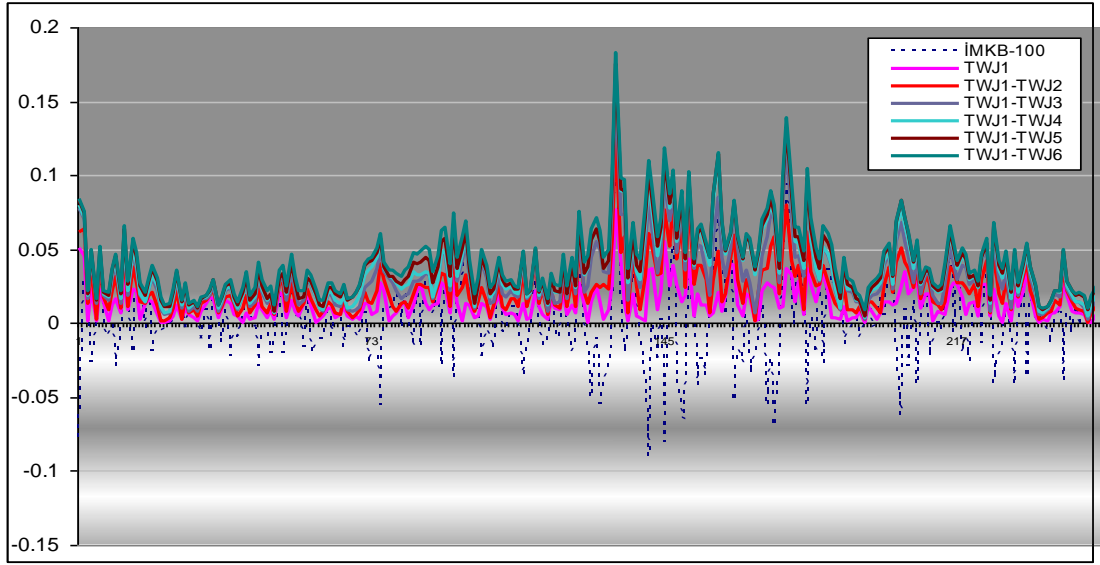
$$= \frac{1}{2\lambda_j \hat{N}} \sum_{T=2}^{\frac{N}{2^{j-1}}} \omega_{j,t}^2 + \sum_{j=1}^J \frac{1}{2\lambda_j \hat{N}} \sum_{T=2}^{\frac{N}{2^{j-1}}} \varphi_{j,t}^2$$

4.7. DALGACIK BAZLI UÇ DEĞER TEORİSİ

4.7.1. Dalgacık Bazlı Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı(W-GPD)

Dalgacık bazlı uç değer teorisi genelleştirilmiş pareto dağılımında eşik değerin dalgacık ile belirlenmesi ile oluşturulabilir. Öncelikle en yüksek örtmeli ayrık dalgacık dönüşümü ile veri seti ölçeklerine ayrılmaktadır. Daha sonra yumuşak geçiş sağlanabilmesi için ölçeklenen veri seti döndürmeli en yüksek örtmeli ayrık dalgacık dönüşümü ile tekrar ölçeklendirilmektedir. Döndürmeli en yüksek örtmeli ayrık dalgacık dönüşümü, genelleştirilmiş pareto dağılımında eşik değer olarak belirlenerek yüksek frekanslı zaman serisinin iş çevrimleri özelliği kazanması sağlanmaktadır.

Grafik 4.4’de İMKB-100 endeksi için döndürmeli en yüksek örtmeli ayırık dalgacık dönüşümünün eşik değer olarak baz alınması bulunmaktadır. 2^N ölçekle ayrıştırılan veri setinin tamamı eşik değer olarak kullanılamamaktadır. Bunun nedeni, daha üst ölçeklerdeki veri eklenmesi ile uç değer olarak kabul edilecek gözlem sayısı azalmakta ve optimizasyondan uzaklaşmaktadır. Bu nedenle 2^2 ölçeğe kadar olan TW_j dalgacığı eşik değer olarak genelleştirilmiş pareto dağılımına dâhil edilmiştir. Dalgacık bazlı riske maruz değer modellerinde de 2^2 üzerindeki ölçek baz alınmamaktadır.



Grafik 4.4: Dalgacık bazlı eşik değer

4.7.1.1 nolu denklemde dalgacık bazlı genelleştirilmiş pareto dağılımı(W-GPD) formülizasyonu bulunmaktadır. $u_j(Modwt)$ j ölçekte dalgacığı ifade etmekte olup $j=2$ olarak alınmıştır. Genelleştirilmiş pareto dağılımında eşik değer dışında parametre değiştirilmemiş olup parametreler zamanla değişecek şekilde oluşturulmuştur.

$$W - GPD_p = u_j(Modwt) + \frac{\hat{\beta}}{\hat{\xi}} \left(\left(\frac{n}{N_u} (1 - q) \right)^{-\hat{\xi}} - 1 \right) \quad (4.7.1.1)$$

4.7.2. Dalgacık Bazlı Koşullu Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı(W-FGPD)

Dalgacık bazlı genelleştirilmiş pareto dağılımı, eşik değer dalgacık ayrıştırılması ile belirlenmesi ve belirlenen bu değer daha düşük aralıklarla, örneğin

20 gün, yeniden hesaplanarak modele uzun dönem hafıza etkisi özelliğinin katılmasını içermektedir. Dalgacık bazlı koşullu genelleştirilmiş pareto dağılımı(W-FGPD), belirli bir p olasılığında 4.7.2.1 nolu denklem ile hesaplanabilir. Dalgacık bazlı Koşullu genelleştirilmiş pareto dağılımı ile daha düşük kök ortalama hata kare (RMSE) değerine ulaşılırken şok öngörüsü zayıflamaktadır.

$$W - FGPD_p = u_j(\text{modwt})_{20} + \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \left(\left(\frac{n}{N_u} p \right)^{-\hat{\xi}} - 1 \right) \quad (4.7.2.1)$$

4.7.3. Dalgacık Bazlı Beklenen Kuyruk Kaybı (W-ES)

Dalgacık bazlı beklenen kuyruk kaybı(W-ES) modelinde, GPD üzerinden oluşturulan beklenen kuyruk kaybı modelinde eşik değerin döndürmeli en yüksek örtmeli ayırık dalgacık dönüşümü ile belirlenerek dalgacık bazlı eşik değeri($u(\text{Modwt})$) üzerindeki aşımalar dikkate alınmaktadır. 4.7.3.1 nolu denklemde W-ES modeli bulunmaktadır. Model dalgacık bazlı GPD modeli(W-GPD) üzerinden oluşturulmakta olup, şekil($\hat{\xi}$) ve ölçek($\hat{\sigma}$) parametreleri GPD modeli ile aynıdır.

$$\begin{aligned} W - ES_p &= RMD_{W-GPD(p)} + \frac{(\hat{\sigma} + \hat{\xi})(RMD_{W-GPD(p)} - u_j(\text{Modwt}))}{(1 - \hat{\xi})} \quad (4.7.3.1) \\ &= RMD_{W-GPD(p)}(1 - \hat{\xi}) + \left(\frac{\hat{\sigma} - \hat{\xi}u_j(\text{Modwt})}{1 - \hat{\xi}} \right) \end{aligned}$$

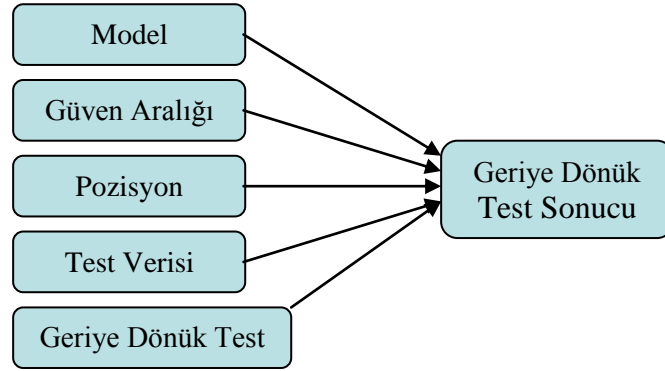
4.7.4. Dalgacık Bazlı Koşullu Beklenen Kuyruk Kaybı (W-FES)

Dalgacık bazlı beklenen kuyruk kaybı(W-FES) modelinde dalgacık ile ölçeklenen eşik değeri(u) daha düşük aralıklarla, örneğin 20 gün, yeniden belirlenmektedir. Belirli bir p olasılığında 4.7.4.1 nolu denklem ile dalgacık bazlı koşullu beklenen kuyruk kaybı hesaplanabilir. Dalgacık bazlı koşullu beklenen kuyruk kaybı ile geçiş dönem hafıza etkisinin arttırılması hedeflenmektedir.

$$W - FES_p = RMD_{W-GPD(p)} + \frac{(\hat{\sigma} + \hat{\xi})(RMD_{W-GPD(p)} - u_{j(20)}(\text{Modwt}))}{(1 - \hat{\xi})} \quad (4.7.4.1)$$

4.8. GERİYE DÖNÜK TESTLER

Geriye dönük test sürecinde; seçilen model, güven aralığı, pozisyon(elde tutma süresi), test verisi(kayıp/kazanç) seçilen geriye dönük test olmak üzere beş girdi bulunmaktadır(Şekil 4.18). Model geriye dönük seçilen karşılaştırma modeli, güven aralığı istatistiksel olarak anlamlı bölge, pozisyon elde tutma süresi, test verisi veri seti ve geriye dönük test seçilen geriye dönük testtir. Bu süreçte, geriye dönük test modeli seçilen model kadar önem taşımaktadır.



Şekil 4.18: Geriye Dönük Test Süreci

Kaynak: Dowd(2005, s.339).

Tablo 4.4’de karar hataları bulunmaktadır. Doğru modelin yanlış olarak kabul edilmesi 1.Tip hatayı(Type 1 error) gösterirken yanlış modelin doğru olarak kabul edilmesi 2.Tip hatayı(Type 2 error) göstermektedir. İstatistikte 1.Tip hata α hatası olarak tanımlanırken 2.Tip hata β hatası olarak tanımlanmaktadır. Risk modellemesinde her iki hata tipi önemlidir. Amaç doğru geriye dönük test ile doğru modelin seçilmesini sağlamaktadır.

Tablo 4.4
Karar Hataları

Karar	Model	
	Doğru	Yanlış
Kabul Et	-	2.Tip Hata
Reddet	1.Tip Hata	-

Kaynak: Jorion(2001, s.136).

Uluslararası Ödemeler Bankası(BIS-Bank for International Settlements), geriye dönük testlerin aşım sayısı bazlı olmasını önermiş ve üç kategoride artı çarpım faktörü belirlemiştir(Tablo 4.5). Yeşil bölge seçilen modelin geçerliliğini gösterirken, kırmızı bölge +10 üzeri aşım sayısı ile geçersiz bir modeli göstermektedir. Finansal kurumların seçtiği model 10 üzerinde aşımına sahip ise kurum bir katı artı çarpım faktörü ile sermaye tahsis etmek durumunda kalmaktadır. Bankacılık Düzenleme ve Denetleme Kurumu(BDDK) tarafından yayınlanan “Risk Ölçüm Modelleri İle Piyasa Riskinin Hesaplanmasına ve Risk Ölçüm Modellerinin Değerlendirilmesine İlişkin Tebliğ” kapsamında da bankalar benzer şekilde piyasa riski hesaplaması çerçevesinde günlük kayıp ve kazançlarını risk ölçüm modelleri ile tahmin ettikleri günlük riske maruz değer rakamlarıyla karşılaştırmak suretiyle sapma sayısını tespit etmek zorundadırlar(BDDK, 2006).

Tablo 4.5
BIS'e Göre Artı Çarpım Faktörü

Tanımlı Bölge	Aşım Sayısı	Artı Çarpım Faktörü
Yeşil Bölge	0-4	0.00
Sarı Bölge	5	0.40
	6	0.50
	7	0.65
	8	0.75
	9	0.85
Kırmızı Bölge	+10	1.00

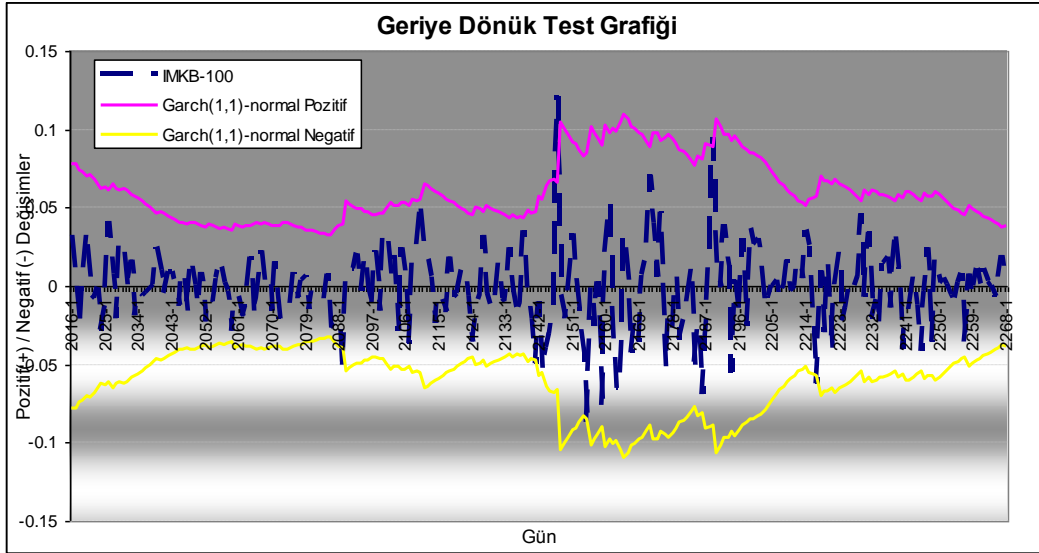
Kaynak: BIS(1996, s.15)

Riske maruz değer öngörüsü konusunda yukarıda aktarılan değerlendirmeler çerçevesinde, piyasa riski yönetiminde aşağıda yer verilen sürecin izlenmesi model riskinin minimize edilmesine de yardımcı olmaktadır(Çifter, Özün ve Yılmaz, 2007b, s.26)

- i) Riske maruz değer modelinin öngörü performansı için geriye dönük testlerin yapılması,
- ii) Geriye dönük testlerin performansının ölçümüne yönelik tamamlayıcı testlerin yapılması,

- iii) Test sonuçları neticesinde öngörü performansı en iyi olan modelin/modellerin seçilerek, bu doğrultuda ekonomik sermaye tahsisinde bulunulması suretiyle sermayenin etkin kullanımı.

Grafik 4.5’de, İMKB-100 için uygulama bölümünde yer alan veri setinin son 252 iş günü geriye dönük test grafiği bulunmaktadır. Pozitif değişimleri öngören volatilité modeli üst risk sınırlarını, negatif değişimleri öngören volatilité modeli alt risk sınırlarını göstermektedir. Garch türü volatilité modelleri çift kuyruk ile çalıştığından, tek bir öngörü modeli simetrik olarak pozitif ve negatif olarak oluşturulur. Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı(GPD) bazlı uç değer teorisi modelleri ise pozitif ve negatif değişimlerin ayrı olarak modellenmesine olanak sağlamaktadır.



Grafik 4.5: İMKB-100 Geriye Dönük Test Grafiği(Garch(1,1))

4.8.1 Simetrik Hata Testleri

4.8.1.1 Aşım Sayısı

Aşım sayısı ve kök ortalama hata kare (RMSE) kriteri simetrik hata istatistikleridir. Aşım sayısında, öngörülen değer ile gerçekleşen değer arasındaki farkın işaretine ve büyüklüğüne bakmadan karşılaştırma yapılmaktadır. Bu yöntemde riske maruz değer modeli gözlemin üzerinde bir değere sahip ise aşımın olduğu, altında bir

değere sahipse aşımın olmadığı sonucuna varılır ve model performansı aşım olup olmamasına göre değerlendirilir.

Aşım sayısı, J.P.MorganTM(1994) tarafından önerilen Riskmetrics metodolojisinin bir parçası olarak bilinmektedir. Yöntem, gerçekleşen kayıp/getiri ile ölçülen riskin basit bir karşılaştırmasını içermekte, belirlenen güven aralığına çıkan bir aşım varsa modelin öngörüsünün zayıf olduğu sonucuna ulaşılmaktadır.

4.8.1.2 Kök Ortalama Hata Kare Kriteri (RMSE)

Kök Ortalama Hata Kare Kriteri(RMSE), öngörüde ölçüğe dayalı bir karşılaştırma algoritmasıdır. Test değeri, bir değişkenin h -adım öte tahmininden, $E(y_{t+h})$, gözlemlenen y_{t+h} değerinden sapmasına karşılık gelmektedir. Hata karelerinin ortalamasının karekökü (RMSE) 4.8.1.2.1 nolu denklemde bulunmaktadır.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{h} \sum_{l=T+1}^{T+h} (\hat{\sigma}_{f,t} - \sigma_{r,t})^2} \quad (4.8.1.2.1)$$

Denklemde, $f = T+1, T+2, \dots, T+h$ şeklindeki gözlemlenen ve öngörülen volatiliteler, sırasıyla $\hat{\sigma}_{f,t}$ ve $\sigma_{r,t}$; t analiz tarihi, h ise öngörü sayısına karşılık gelmektedir. Modellerin karşılaştırmasında en düşük RMSE'ye sahip modelin en başarılı olduğu sonucuna varılmaktadır.

4.8.2 Kuyruk Kaybı Bazlı Testler

Simetrik hata testleri sadece aşım olup olmamasına veya aşımın büyüklüğüne odaklı testler olup kuyruk kaybı ile doğrudan ilgilenmemektedir. Kuyruk kaybı bazlı testler ise doğrudan kuyruk kaybının frekansı ve büyüklüğüne odaklı testlerdir. Kuyruk kaybı testlerinden literatürde öncelikli olarak baz alınan Kupiec(1995) testi, Lopez(1998, 1999) testi ve Christoffersen(1998) testleri açıklanmış ve model öngörülerini uygulama bölümünde karşılaştırılmıştır.

4.8.2.1. Kupiec Testi

Kupiec(1995) testi, gözlemlenen kuyruk kaybı frekansı ile test edilen modelin kuyruk kaybı frekansının yakınsamasını ölçmektedir(Dowd, 2002, s.143). Kupiec (1995) testinde olasılık, “ x ” yıl içindeki kayıp, “ p ” istisna olasılık değeri, “ n ” yıl içindeki gün sayısı olmak üzere 4.8.2.1.1 nolu denklemle hesaplanır.

$$Pr ob(x/n, p) = \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i} \quad (4.8.2.1.1)$$

Kupiec testinde, bir serbestlik dereceli χ^2 dağılımına sahip olan olabilirlik oranı(LR) 4.7.2.1.2 nolu denklemle hesaplanmaktadır(Lopez, 1998, s.120).

$$LR = 2 \left[\log(f^x * (1-f)^{T-x}) - \log(\alpha^x * (1-\alpha)^{T-x}) \right] \quad (4.8.2.1.2)$$

Eşitlikte, $RMD(x)$ değerini aşan gözlemlerin toplam gözlemlere (T) oranı f ile, önceden tanımlı RMD değeri ise α ile gösterilmiştir.

Örneğin, 252 günlük öngörü için güven aralığı $\alpha = 0.01$, x aşım sayısı olmak üzere $f = x/252$ olmakta ve x aşımının 252 gözlemde ortaya çıkma olasılığı 4.8.2.1.3 nolu denklemle, olabilirlik oranı 4.8.2.1.4 nolu denklemle hesaplanmaktadır(Lopez, 1998, s.120).

$$Pr(x) = \binom{252}{x} 0.01^x * 0.99^{252-x} \quad (4.8.2.1.3)$$

$$LR = 2 \left[\log(f^x * (1-f)^{252-x}) - \log(0.01^x * 0.99^{252-x}) \right] \quad (4.8.2.1.4)$$

4.8.2.2 Lopez Testi

Lopez (1998, 1999) riske maruz değer tahmini için geriye dönük test sürecini üç aşamada oluşturmuştur. İlk aşamada, kayıp ve kazanç verisi için uygun dağılım ile istatistik modeli oluşturulur. Daha sonra, elde edilen modelden, tarihsel kayıp ile kazanç kullanılarak ilgili RMD ve $RMD_{t(\alpha)}$ oluşturularak ortalama kayıp değerine (\hat{L}_i) ulaşılır. Üçüncü aşamada ise yukarıda aktarılan süreç n kez tekrar edilir ve ortalama kayıp

dağılımı tahminine $(\hat{L}_i]_{i=1}^{t=n})$ ulaşılır. Tekrar edilmiş ortalama kayıpların dağılımı, standart test hipotezi çerçevesinde, riske maruz değer öngörüsünün uygunluğuna yönelik karar için zemin oluşturur.

Lopez (1998, s.122), gözlemlenen riske maruz değer ile öngörü arasındaki farkı, başka bir ifadeyle aşımı ölçen fonksiyonu, $L_i(x_{t,t+1}, RMD_{t(\alpha)})$, 4.8.2.2.1 nolu denklemlerle ifade etmektedir. $X_{t,t+1}$ günlük kayıp/kazanç farkını temsil ederken $RMD_{t(\alpha)}$ seçilen güven aralığında riske maruz değere göre risk seviyesini temsil etmektedir. $RMD_{(\alpha)}$ α güven aralığında model öngörüsü, x gözlem değerleridir.

$$x_{t,t+1} > RMD_{t(\alpha)} \text{ ise } (1 + (x_{t,t+1} - RMD_{t(\alpha)})^2) \quad (4.8.2.2.1)$$

$$x_{t,t+1} \leq RMD_{t(\alpha)} \text{ ise } 0$$

Lopez kuyruk kaybı toplamı, “ T ” test/gözlem sayısı olmak üzere, 4.8.2.2.2 nolu denklemlerle ifade edilir Lopez (1998, s.122). Lopez testinde temel hipotez(H_0) modelin geçerli olması, alternatif hipotez(H_1) ise modelin geçersiz olması üzerinedir. Denklemlerde $RMD_{(\alpha)}$ α güven aralığında model öngörüsü, x gözlem değerleri, T aşım olan gözlem sayısıdır. Hesaplanan değer bir serbestlik dereceli χ^2 değerinden küçük ise model geçerli, diğer bir ifade ile kuyruk kayıplarını yakalamada başarılıdır.

$$\hat{L} = \frac{1}{T} \sum_t^T L(RMD_{(\alpha)}, x_{t,t+1}) \quad (4.8.2.2.2)$$

4.8.2.3 Christoffersen Testi

Christoffersen (1998) testi, aşım oranının hesaplanmasından çok, aşımın ortaya çıkma olasılığı üzerinde yoğunlaşmaktadır. Test, öngörünün geçmişten bağımsız bir şekilde belirli bir olasılıkla aşımına odaklanmaktadır(Berkowitz, 2001, s.465).

Christoffersen testi, esas itibariyle, $\Pr(r_t < v_t) = p$ hipotezinin geçerliliğini irdelenmektedir(Sarma, Thomas ve Shah, 2003, s.339). $p^\alpha = \Pr(y_t < RMD_t(\alpha))$ eşitliğini, $H_0 : p^\alpha = \alpha$; $H_1 : p^\alpha \neq \alpha$ hipotezini test etmek amacıyla kurduğumuzu;

ayrıca, $\{1(y_t < RMD(\alpha))\}$ 'nin $L(p^\alpha) = (1 - p^\alpha)^{n_0} (p^\alpha)^{n_1}$ benzeri bir binom olasılık dağılımına sahip olduğunu varsayalım. Bu bakış açısıyla, yukarıdaki eşitliklerde $n_0 = \sum_{t=R}^T 1(y_t > RMD_t(\alpha))$ ve $n_1 = \sum_{t=R}^T 1(y_t < RMD_t(\alpha))$ olacağı varsayımlarından hareketle 4.8.2.3.1 nolu eşitliğe ulaşılacaktır(Saltoğlu, 2003, s.126).

$$L(\alpha) = (1 - \alpha)^{n_0} \alpha^{n_1} \quad (4.8.2.3.1)$$

Christoffersen testi için olabilirlik oranı(LR) 4.8.2.3.2 nolu denklemle gösterilmiştir(Christoffersen, 1998, s.845). Temel hipotez(H_0) modelin geçerli olması, alternatif hipotez(H_1) ise modelin geçersiz olması üzerinedir. Denklemde α güven aralığı, \hat{p} aşımaların sayısı olup bir serbestlik dereceli χ^2 dağılımına yakınsamaktadır. Hesaplanan değer bir serbestlik dereceli χ^2 değerinden küçük ise model geçerli, diğer bir ifade ile kuyruk kayıplarını yakalamada başarılıdır.

$$LR = -2 \ln(L(\alpha) / L(\hat{p})) \xrightarrow{d} \chi(1) \quad (4.8.2.3.2)$$

5. BÖLÜM

UYGULAMA

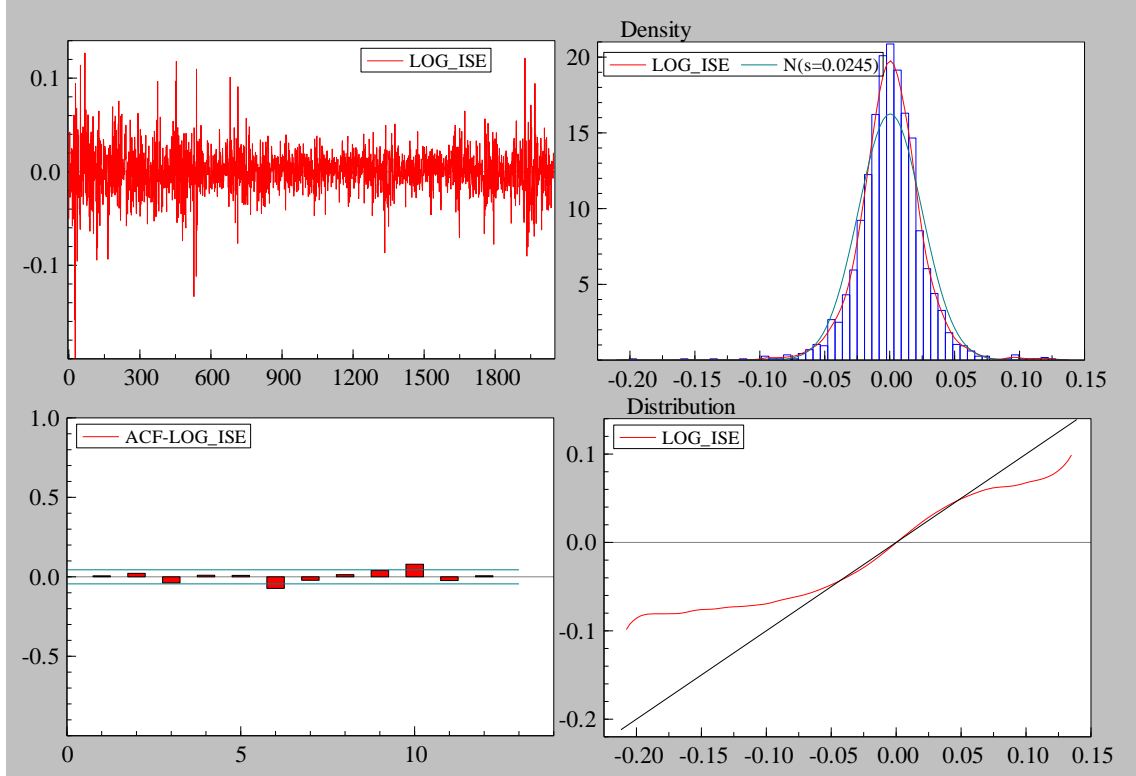
Bu bölümde, çalışmada önerilen dalgacık bazlı uç değer teorisinin öngörü performansını karşılaştırma amacı ile İMKB-100 endeksi üzerine uygulama yapılmıştır. Dalgacık bazlı uç değer teorisi, uç değer teorisi, simülasyon ve bootstrap ve değişen varyans modelleri olmak üzere ekler bölümünde yer alan 54 model oluşturulmuş ve İMKB-100 endeksi üzerine uygulama yapılmıştır. Öncelikle seçilen örneklem olan İMKB-100 endeksinin temel istatistik ve birim kök özellikleri incelenmiş ve logaritmik fark getiriye göre modelin birim kök ihtiva edip etmediği incelenmiştir. Modellerin öngörü performansı örneklem dışı öngörü için aşım sayısı, kök ortalama hata kare(RMSE), Kupiec(1995), Lopez(1998) ve Christoffersen(1998) geriye dönük testleri ile karşılaştırılmıştır.

5.1. VERİ SETİ VE TEMEL İSTATİSTİK ÖZELLİKLERİ

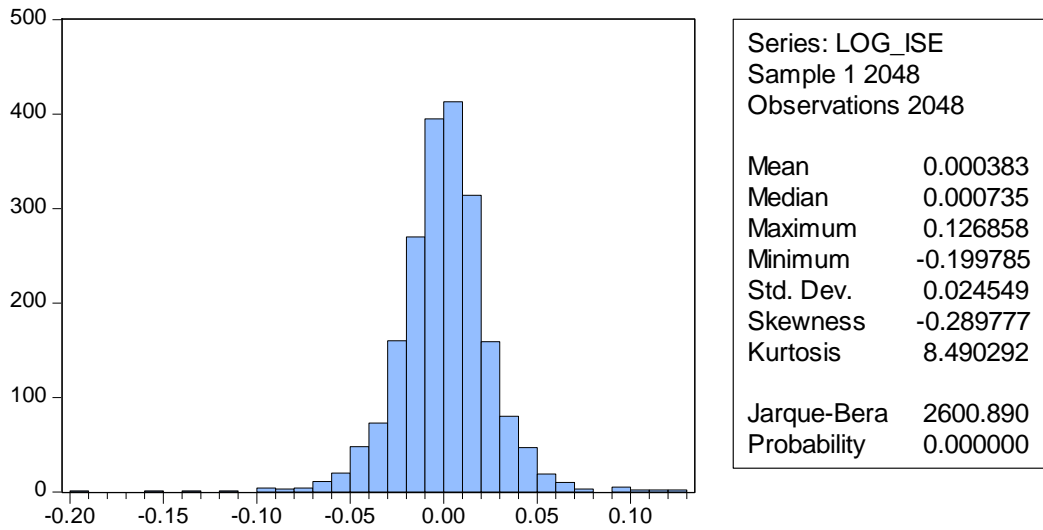
Dalgacık bazlı uç değer teorisi ve karşılaştırılan modeller için İMKB-100 hisse senedi getirileri üzerine uygulama yapılmıştır. Örneklem içi veri seti olarak 09.01.2000-12.01.2001 tarih aralığında 252 gözlem, örneklem dışı veri seti olarak 15.01.2001-20.03.2009 tarih aralığında günlük 2048 gözlem kullanılmıştır. Analizde logaritmik fark getiriler kullanılmıştır. İMKB-100 verileri <http://www.tcmb.gov.tr> web sitesinden alınmıştır. Uç değer teorisini ve volatilité modellerini uygulamak için örneklem dışı 2048 gözlemin yeterli olduğu varsayılmıştır. Örneklem içi 252 gözlem volatilité modelleri ve uç değer teorisi modellerinin başlangıç parametrelerinin belirlenmesi için kullanılmıştır. Tüm geriye dönük testler örneklem dışı öngörü sonuçlarına göre yapılmıştır.

Grafik 5.1'de İMKB-100 logaritmik getiri değişimleri ve dağılım grafiği bulunmaktadır. Logaritmik fark zaman serisinde otokorelasyon bulunmamakla birlikte dağılım normal dağılıma yakınsamamaktadır. Grafik 5.2'de yer alan temel istatistik özellikleri ve histogramı da İMKB-100 endeksinin normal dağılıma yakınsamadığını göstermektedir. Seri çarpık ve aşırı sivri özelliktedir. Serinin çarpıklık ve basıklık

değerleri volatilitenin uç değer ile modellenmesi durumunda öngörü performansının artacağını göstermektedir.



Grafik 5.1: Logaritmik Getiri Değişimleri ve Dağılım Grafikleri(İMKB-100)



Grafik 5.2: İMKB-100 Temel İstatistik Özellikleri ve Histogram Grafiği

Dalgacık bazlı volatilité modellemesinde zaman serisi ayrıştırılmadan önce hangi düzeyin baz alınacağı belirlenmesi gerekmektedir. Volatilité modellerinde, yaygın olarak logaritmik fark serisi kullanılmaktadır. Logaritmik fark alınmasının birinci nedeni; seriyi durağan hale getirmek, ikinci nedeni ise volatilité modellemesini güçleştiren aşırı aykırı değerlerin normalize edilmesini sağlamaktır. Literatürde çok sayıda birim kök testi bulunmakla birlikte çalışmada yaygın olarak kullanılan Genişletilmiş Dickey Fuller(Dickey ve Fuller, 1981), Phillips-Perron(Phillips ve Perron, 1988) testleri seçilmiştir.

Dickey-Fuller testi(Dickey ve Fuller, 1979) serisel korelasyon olması durumunda hatalı sonuç verebildiğinden, Dickey ve Fuller(1981) Genişletilmiş Dickey-Fuller(ADF) testini önermiştir. Genişletilmiş Dickey-Fuller(ADF) testi 5.1.1, 5.1.2 ve 5.1.3 nolu denklemlerle uygulanmaktadır.

$$\Delta Y_t = \delta Y_{t-1} + \sum_{i=1}^m \alpha_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (5.1.1)$$

$$\Delta Y_t = \beta_1 + \delta Y_{t-1} + \sum_{i=1}^m \alpha_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (5.1.2)$$

$$\Delta Y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \delta Y_{t-1} + \sum_{i=1}^m \alpha_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (5.1.3)$$

ΔY_t durağanlığı test edilen değişkenin birinci farkı, t trend değişkeni ve ΔY_{t-i} gecikmeli fark terimidir. Modele eklenecek “ i ” gecikme fark terimi, bilgi kriterleri kullanılarak hata teriminin seriyi korelasyonsuz olmasını sağlayacak kadar eklenir. Tablo değeri Dickey-Fuller(1979) testinde olduğu gibi τ tablo değerleridir. Genişletilmiş Dickey-Fuller testinde Schwartz bilgi kriteri kullanılmıştır.

Phillips-Perron testi(Phillips ve Perron, 1988) 5.1.4 nolu denklemle uygulanmaktadır.

$$\Delta Y_t = a + cY_{t-1} + d_1 \Delta Y_{t-1} + d_2 \Delta Y_{t-2} + \dots + d_{p-1} \Delta Y_{t-p+1} + \varepsilon_t \quad (5.1.4)$$

ΔY_t Y serisinin ilk farkını, $a, c, d_1, d_2, \dots, d_{p-1}$ parametreleri, t zamanı, p gecikme sayısını ve ε_t hata terimini göstermektedir. $H_0 : c = 0$ serinin durağan olmadığını gösterirken, $H_1 : c \neq 0$ serinin durağan olduğunu ifade etmektedir.

Birim kök testi sonuçları Tablo 5.1’de bulunmaktadır. İMKB-100 serisi düzeyde durağan olmamakla birlikte logaritmik fark alındığında durağan hale gelmektedir.

Tablo 5.1
Birim Kök Testleri Sonuçları

Değişkenler	ADF Testi ^b		P-P Testi ^b
	L ^a	t-istatistiği	t-istatistiği
İMKB-100	0	-1.267183	-1.275581
	0	-0.567829	-0.603518
	0	-0.165495	-0.174113
LLDİMKB-100 ^c	0	-44.99644***	-45.00456***
	0	-45.00926***	-45.01400***
	0	-44.99509***	-45.00206***

*, **, *** sırası ile %10, %5, ve %1 istatistiksel anlamlılığı göstermektedir. Gecikme uzunlukları Schwartz Bilgi Kriterine göre maksimum 25 olmak üzere belirlenmiştir. ^a Gecikme Uzunluğu ^b İlk değer sabit terim, ikinci değer sabit terim ve trend içermekte, üçüncü değer sabit terim ve trend içermemektedir. Test kritik değeri olarak MacKinnon(1996) tek yönlü p-değerleri baz alınmıştır. ^c LLD logaritmik fark alınmasını göstermektedir.

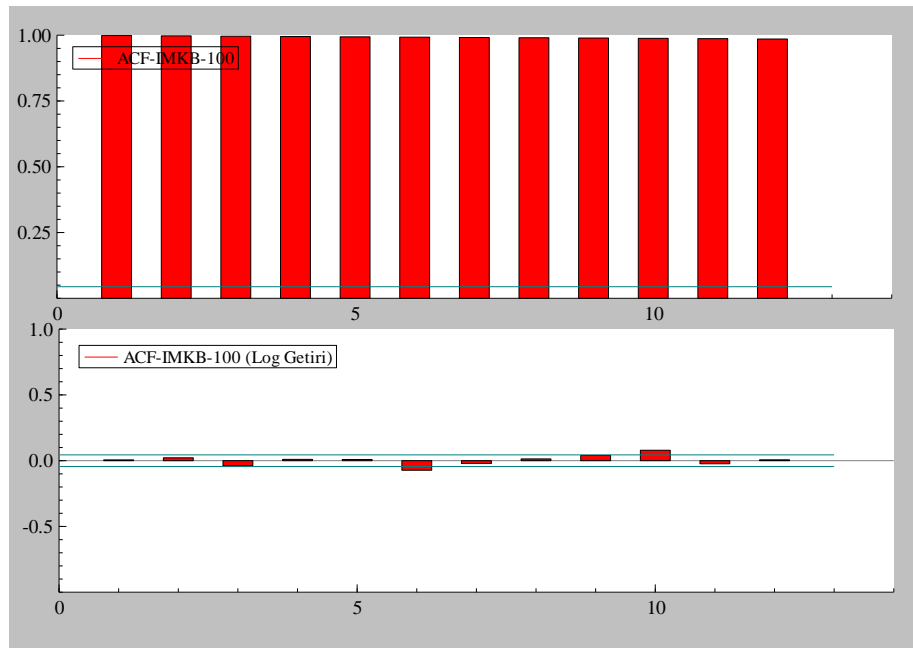
5.2. İMKB SERİSİNİN UYGULAMASI

Çalışmada, öncelikle İMKB-100 endeksi üzerine dalgacık bazlı uç değer teorisi ve karşılaştırma modellerinin öngörü grafikleri analiz edilmiştir. Grafik analizinin görsel olarak karşılaştırılabilmesi için son 252 günlük(1 yıllık) öngörü grafikleri eklenmiştir. İMKB-100 endeksinin temel özellikleri olan otokorelasyon, değişen varyans, yapısal volatilité kırılması, asimetriklik, aşırı basıklık ve sivrilik ve volatilité kümelenmesi ve İMKB-100 endeksinin uç değer özelliği dağılım testleri, Q-Q grafik yöntemi ve ortalama aşım fonksiyonu ile test edilmiştir. İMKB-100 endeksinin uç değer teorisi ve dalgacık bazlı uç değer teorisi, değişen varyans, bootstrap ve simülasyon modelleri test sonuçları son 252 gün için analiz edilmiştir.

5.2.1. TEMEL ÖZELLİKLER VE UÇ DEĞER ÖZELLİĞİ UYGULAMASI

Öncelikle İMKB-100 endeksinin temel özellikleri olan otokorelasyon, değişen varyans, yapısal volatilité kırılması, asimetriklik, aşırı basıklık ve sivrilik ve volatilité kümelenmesi incelenmiştir.

Finansal zaman serilerinin geçmiş değerlerine olan bağımlılığı otokorelasyon fonksiyonu ile tespit edilebilir. Grafik 5.3'de İMKB-100 endeksinin düzey ve logaritmik fark otokorelasyon fonksiyonu bulunmaktadır. Seri düzeyde otoregresif sürece sahip olmasına rağmen logaritmik fark alındığında otoregresif süreç giderilmektedir. Logaritmik fark üzerinden uygulanan standartlaştırılmış artık kareleri q-istatistiği de istatistiksel olarak anlamsız olduğundan($p>0.01$) otokorelasyonun bulunmadığını doğrulamaktadır(Tablo 5.2).



Grafik 5.3: Otokorelasyon Fonksiyonu(İMKB-100)

Tablo 5.2
Otokorelasyon Q-İstatistiği(İMKB-100)

	Q(5)	Q(10)	Q(20)	Q(50)
Q-istatistiği	2.45443 (0.4835823)	13.0774 (0.109215)	18.5148 (0.422256)	39.2065 (0.8132149)

* Parantez içindeki değerler p olasılık değerleridir.

Tablo 5.3’de İMKB-100 endeksi için ARCH LM testi bulunmaktadır. Test sonucuna göre tüm gecikme değerlerinde değişen varyans bulunmaktadır. Bu sonuca göre serinin otoregresif koşullu değişen varyans süreci ile modellenmesi gerekmektedir.

Tablo 5.3
ARCH LM Testi(İMKB-100)

	TR^2	F-İstatistiği
ARCH 1-2	52.68550 (0.0000)	54.02517 (0.0000)
ARCH 1-5	196.6954 (0.0000)	43.39234 (0.0000)
ARCH 1-10	234.7140 (0.0000)	26.38485 (0.0000)

* Parantez içindeki değerler p olasılık değerleridir.

İMKB-100 endeksinin yapısal volatilité kırılması testi için öncelikle $r_t = \mu + \varepsilon_t$ regresyonu oluşturulmuş ve sabit terimden ayrıştırılan hata terimlerine (ε_t) ICSS testi uygulanmıştır. Tablo 5.4’de, İMKB-100 endeksi için ICSS testi sonucuna göre yapısal kırılma tarihleri bulunmaktadır. 2048 gözlem için 20 yapısal volatilité kırılma tarihi tespit edilmiştir. İMKB-100 endeksi volatilitesinde yapısal kırılma bulunduğundan, yapısal volatilité kırılmasını dikkate alan Markov-Rejim Değişim GARCH modellerinin öngörü performansının daha yüksek olması beklenmektedir. Ayrıca, dalgacıklar veriyi farklı ölçeklerine ayırma ile birlikte yapısal kırılmayı da dikkate aldığından dalgacık bazlı uç değer teorisinin öngörü performansının da yüksek olması beklenmektedir.

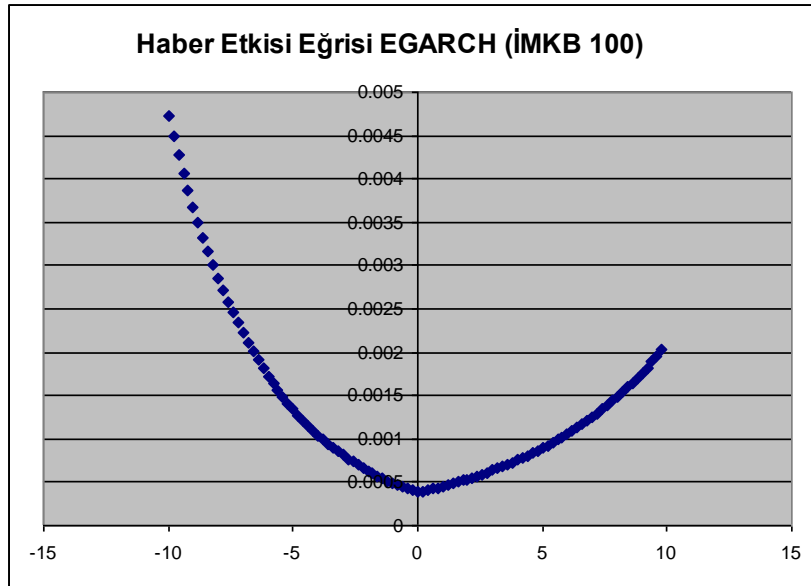
Tablo 5.4
ICSS Yapısal Kırılma Testi(İMKB-100)

Yapısal Kırılma Dönemi	Yapısal Kırılma Tarihi
25	16.02.2001
36	12.03.2001
133	26.07.2001
451	01.11.2002
463	19.11.2002
496	08.01.2003
528	28.02.2003
545	25.03.2003
676	26.09.2003

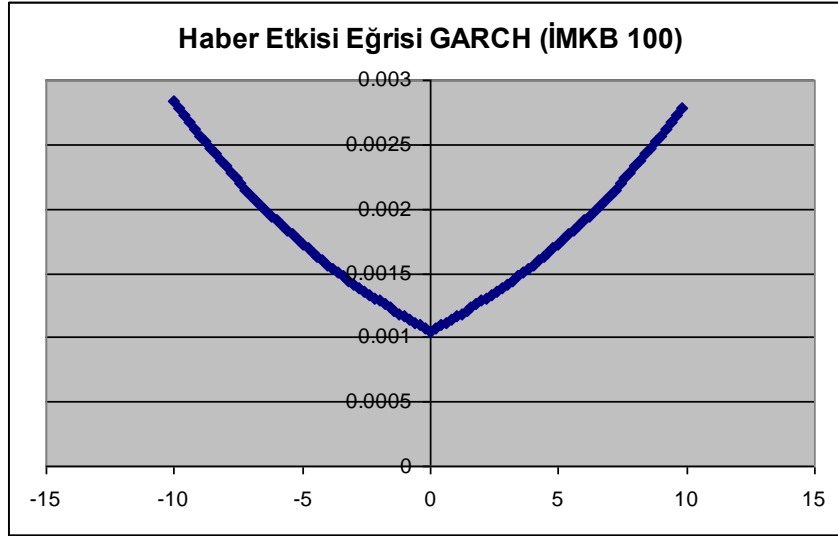
715	01.12.2003
844	08.06.2004
1329	11.05.2006
1378	20.07.2006
1621	06.07.2007
1673	19.09.2007
1754	18.01.2008
1810	07.04.2008
1865	25.06.2008
1920	10.09.2008
1969	24.11.2008

* 15.01.2001-20.03.2009 dönemi için 2048 gözlem üzerinden ICSS testi uygulanmıştır.

Grafik 5.4 ve grafik 5.5’de İMKB-100 için GARCH(1,1) ve EGARCH(1,1) haber etkisi grafikleri bulunmaktadır. GARCH(1,1) ve EGARCH(1,1) haber etkisi eğrileri simetrik olup her iki eğri de benzerdir. Bu sonuç, İMKB-100 için asimetrik etkinin bulunmadığını göstermektedir.



Grafik 5.4: EGARCH(1,1) Modelinde Haber Etkisi Eğrisi(İMKB-100)



Grafik 5.5: GARCH(1,1) Modelinde Haber Etkisi Eğrisi(İMKB-100)

Tablo 5.5’de İMKB-100 için GARCH(1,1) ve EGARCH(1,1) işaret sapma testi sonuçları bulunmaktadır. İMKB-100 için yukarıdaki haber etkisi eğrisi sonuçlarına benzer şekilde, tüm işaret sapma t-testi sonuçlarına göre seçilen gözlem aralığında istatistiksel olarak asimetrik etkinin bulunmadığı görülmektedir.

Tablo 5.5
GARCH(1,1) ve EGARCH(1,1) İşaret Sapma Testi (İMKB-100)

	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)
	Test Değeri*	Test Değeri*
İşaret Sapma t-testi	0.41837 (0.67568)	0.50316 (0.61485)
Negatif Bütünlük Sapma t-testi	0.16053 (0.87247)	0.78182 (0.43455)
Pozitif Bütünlük Sapma t-testi	0.54042 (0.58891)	0.17466 (0.86135)
Üç Etki İçin Ortak Test	0.32789 (0.95470)	0.65097 (0.88467)

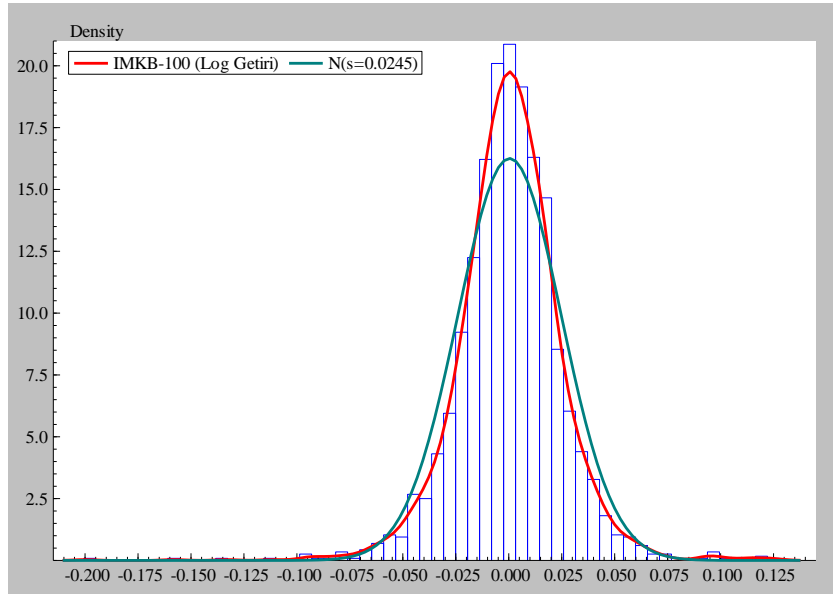
* Parantez içerisindeki değerler olasılık değerlerini göstermektedir.

Tablo 5.6’da İMKB-100 endeksi için normallik testi sonuçları bulunmaktadır. Zaman serisi normal dağılımdan uzak olup aşırı basıklık katsayısı 2.1557 olmak üzere 3’e yakındır. Bu durum zaman serisinin sivri özellikte olduğunu göstermektedir. Grafik 5.6’da İMKB-100 endeksi yoğunluk grafiği bulunmaktadır. Yoğunluk grafiğine göre de zaman serisi sivri özelliktedir.

Tablo 5.6
Normallik Testi (İMKB-100)

	Test Değeri*
Çarpıklık	-0.28222 (1.8e-007)
Aşırı Basıklık	2.1557 (1.9e-088)
Jarque-Bera testi	423.72 (9.8e-093)

* Parantez içerisindeki değerler olasılık değerlerini göstermektedir.



Grafik 5.6: Yoğunluk Grafiği(İMKB-100)

Aşağıdaki tablo 5.7’de İMKB-100 için BDS testi sonuçları bulunmaktadır. Test sonuçlarına göre İMKB-100 hisse senedi doğrusal olmayan bağımlıdır. Özcan ve Yılcıncı(2009, s.100) benzer şekilde BDS testini İMKB-100 hisse senedi getirilerine uygulamıştır. Yazarlar rastsal modelin kalıntılarının bağımlı olarak dağıldığını, bunun sonucu olarak İMKB’nin zayıf formda etkin olduğu sonucuna varmıştır.

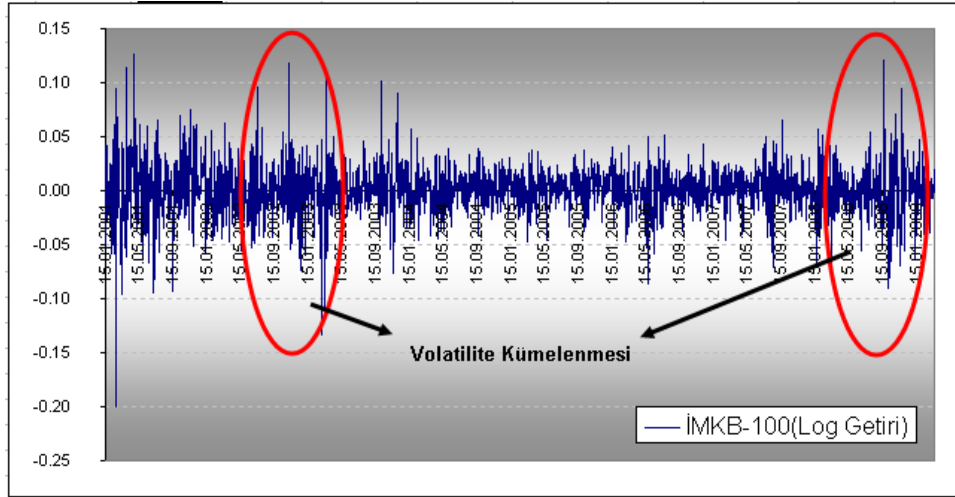
Tablo 5.7
BDS Testi

Boyut	BDS İstatistiği*	Std. Hata	z-istatistiği	Olasılık
2	0.016084	0.001862	8.636896	0.0000
3	0.036344	0.002959	12.28442	0.0000

4	0.052751	0.003522	14.97831	0.0000
5	0.063862	0.003669	17.40359	0.0000
6	0.068844	0.003537	19.46124	0.0000

* 0.7 değeri üzerinden parçalı birleştirme yöntemi ile hesaplanmıştır.

Aşağıdaki grafik 5.7’de İMKB-100 endeksinin logaritmik getirileri ve volatilitte kümelenmesi bulunmaktadır. Endekste volatilitte kümelenmesi belirli dönemlerde yoğunlaşmaktadır. Volatilitte kümelenmesinin olduğu durumlarda parametrik volatilitte modelleri doğru sonuç vermemekte, parametrik olmayan volatilitte modellerinin öngörü performansı ise daha yüksek olmaktadır.



Grafik 5.7: Volatilitte Kümelenmesi (İMKB-100)

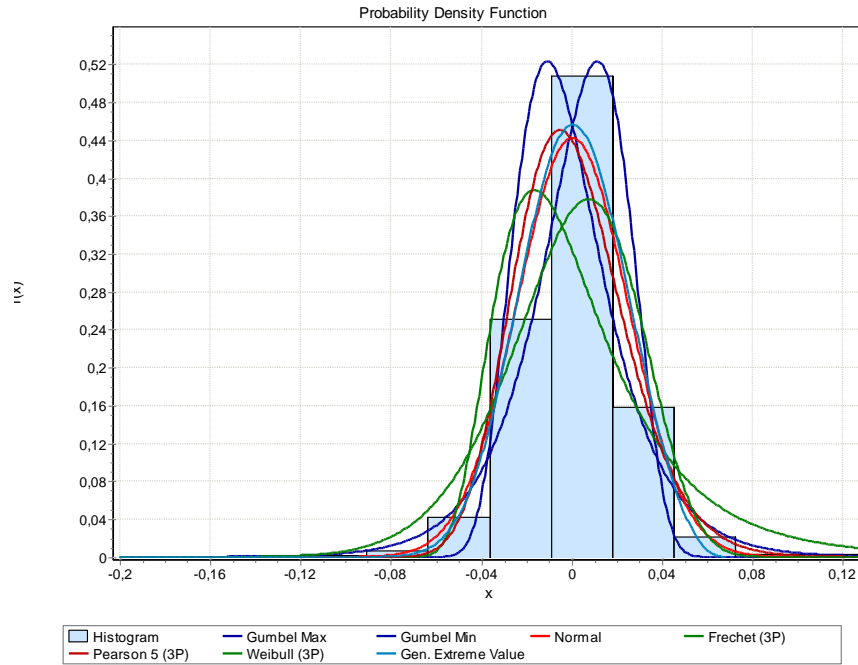
İMKB-100 endeksinin uç değer özelliğinin tespit edilmesi için dağılım testleri, Q-Q grafik yöntemi ve ortalama aşım fonksiyonu test edilmiştir.

Tablo 5.8’de İMKB-100 hisse senedi getirileri için seçilen dağılımların K-S ve A-D istatistikleri bulunmaktadır. A-D istatistiği kuyruk kaybı odaklı dağılım testi olduğundan uç değer karşılaştırmasında öncelikli olarak kullanılmaktadır. Hem K-S hem de A-D testi sonucuna göre normal dağılım uygun değildir ve Weibull dağılımı en uygun dağılımdır. Weibull dağılımı uç değer teorisi grubunda yer aldığından İMKB-100 hisse senedi endeksinin uç değer teorisi bazlı modellerle öngörülmesi gerekmektedir. Grafik 5.8’de genelleştirilmiş uç değer dağılımı ve bağlı dağılımları olasılık yoğunluk

fonksiyonu bulunmaktadır. Grafik analizi sonucuna göre de uç değer dağılımının İMKB-100 için daha uygun olduğu görülmektedir.

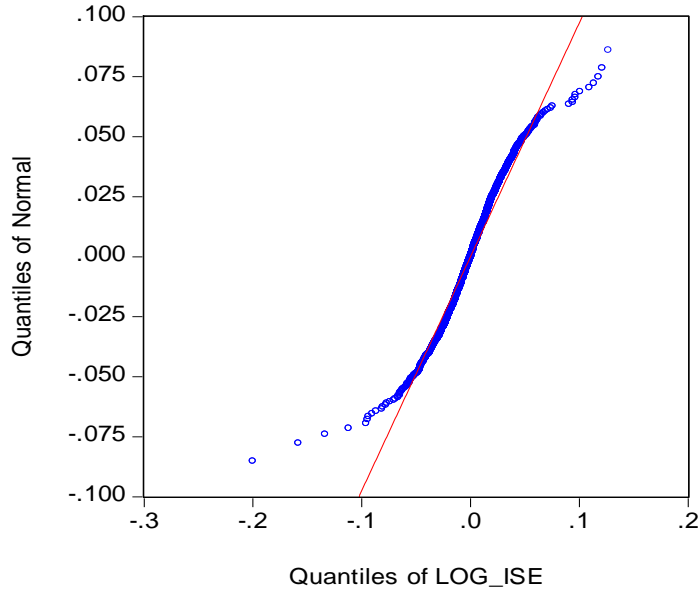
Tablo 5.8
K-S ve A-D İstatistiği Sonuçları(İMKB-100)

Dağılım	K-S istatistiği	A-D istatistiği
Beta	0,01797	0,33808
Cauchy	0,17662	40,813
Erlang	0,05158	4,8355
Exponential	0,04763	4,2376
Frechet	0,1479	48,481
Gamma	0,04374	3,5327
Gen. Extreme Value	0,03647	2,315
Gumbel Max	0,1295	20,692
Gumbel Min	0,19912	120,45
Log-Logistic	0,08133	10,216
Lognormal	0,07881	11,334
Normal	0,15685	49,287
Rayleigh	0,18676	128,5
Uniform	0,20917	235,88
Weibull	0,01745	0,32705



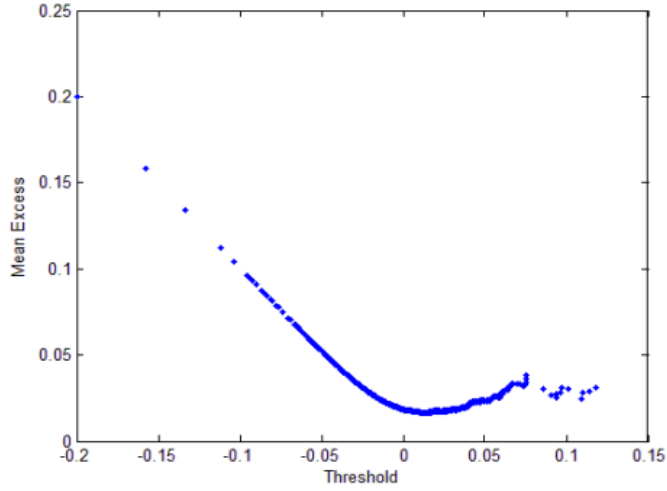
Grafik 5.8: Uç değer dağılımları olasılık yoğunluk fonksiyonları(İMKB-100)

Grafik 5.9’da İMKB-100 Q-Q grafiği bulunmaktadır. Q-Q grafiği doğrusal formda değildir ve hem pozitif hemde negatif kuyruklarda aykırı değerler bulunmaktadır. Bu nedenle İMKB-100 endeksi normal dağılım yerine uç değer dağılımları ile modellenmelidir. Q-Q grafiği sadece kuyruk kaybı olasılıkları konusunda genel bilgi vermekte, hangi dağılımın kullanılması gerektiği konusunda bilgi vermemektedir.



Grafik 5.9: Q-Q Grafiği(İMKB-100)

Grafik 5.10’da İMKB-100 için ortalama aşım grafiği bulunmaktadır. Eşik değer pozitif getiriler için 0-0.05, negatif getiriler için -0.10-0 aralığında doğrusaldır. Hem negatif hemde pozitif getirilerde yoğun olmak üzere, ortalama aşım dışında gözlemler bulunmaktadır. Ortalama aşım fonksiyonuna göre İMKB-100 endeksinin uç değer teorisi ile modellenmesi gerektiği anlaşılmaktadır.

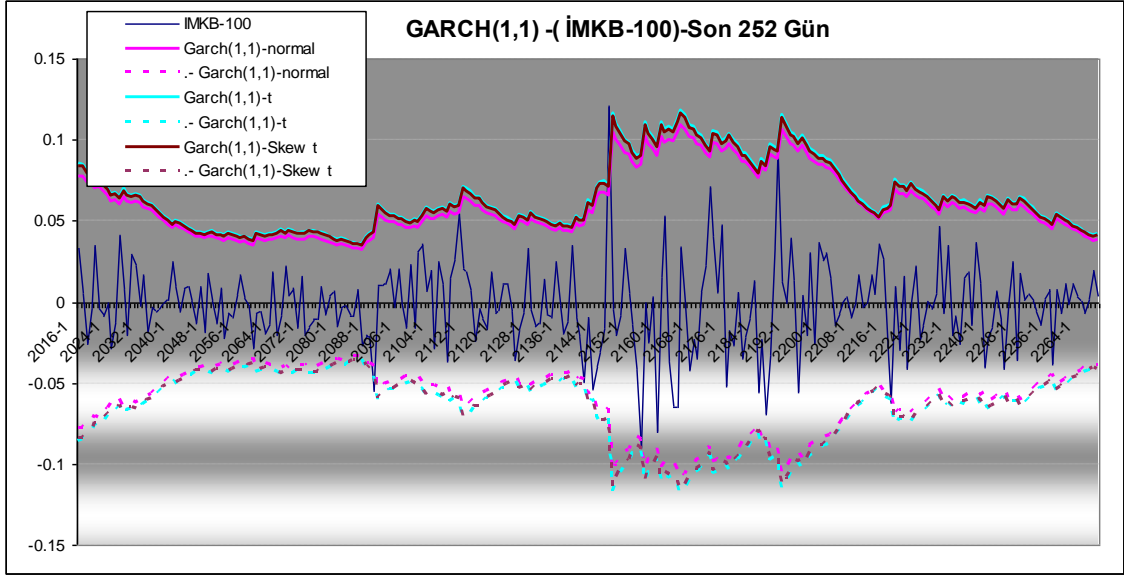


Grafik 5.10: Ortalama Aşım Grafiği- İMKB-100

5.2.2. DEĞİŞEN VARYANS, SİMÜLASYON VE BOOTSTRAP UYGULAMASI

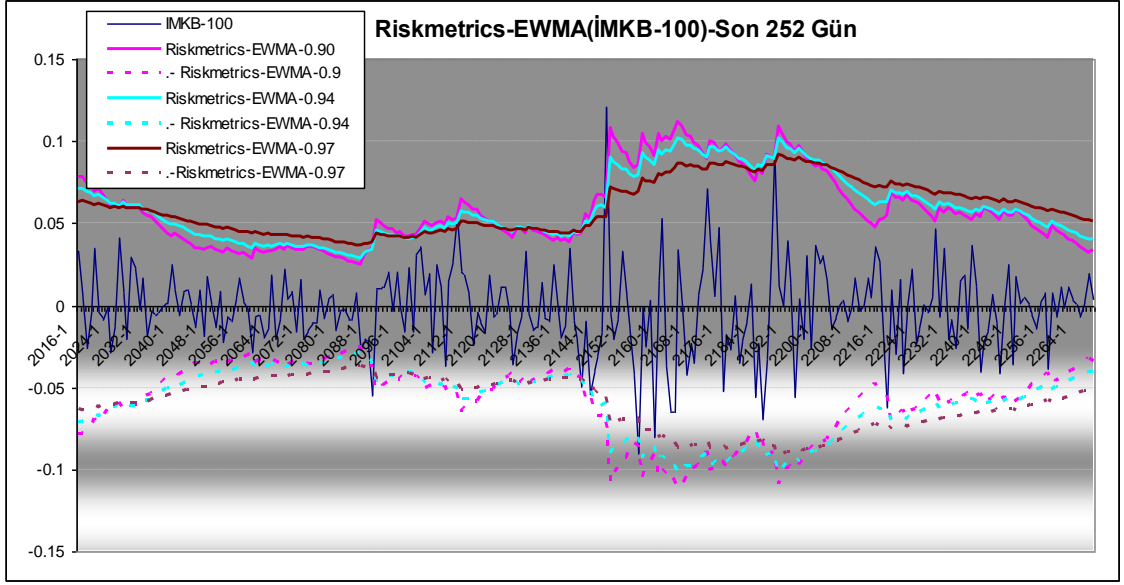
Uç değer teorisi ve dalgacık bazlı uç değer teorisi İMKB-100 endeksi üzerine uygulanmıştır. Çalışmada GARCH, üstel GARCH(EGARCH), eşik değer GARCH(GRJ-GARCH), asimetrik üstel ARCH(APARCH), bütünleşik GARCH(IGARCH), parçalı bütünleşik GARCH(FIGARCH), parçalı bütünleşik üstel GARCH(FIEGARCH), parçalı bütünleşik asimetrik üstel ARCH(FIAPARCH), hiperbolik GARCH(HYGARCH), GRJ-normal karma GARCH(NM-GRJ-GARCH), asimetrik normal karma GARCH(NM-AGARCH), Riskmetrics-EWMA, Cornish-Fisher RMD, markov-rejim değişim GARCH modeli(MS-GARCH), tarihsel simülasyon RMD (HS), koşullu tarihsel simülasyon RMD (FHS), sabit varyanslı monte carlo RMD modeli (C-MC RMD), değişen varyanslı monte carlo RMD modeli (V-MC RMD) ve bootstrap riske maruz değer modeli (Bootstrap RMD) uygulanmıştır.

Grafik 5.11’de İMKB-100 için normal, student-t, çarpık student-t dağılımları ile GARCH(1,1) grafiği bulunmaktadır. Kalın kuyruğu yakalamada çarpık student-t ve student-t dağılımlı GARCH(1,1) normal dağılımlı GARCH(1,1) modelinden daha iyi öngörü performansına sahiptir. Ancak, GARCH(1,1) modelinde şokların öngörüsünde yetersiz kalmaktadır.

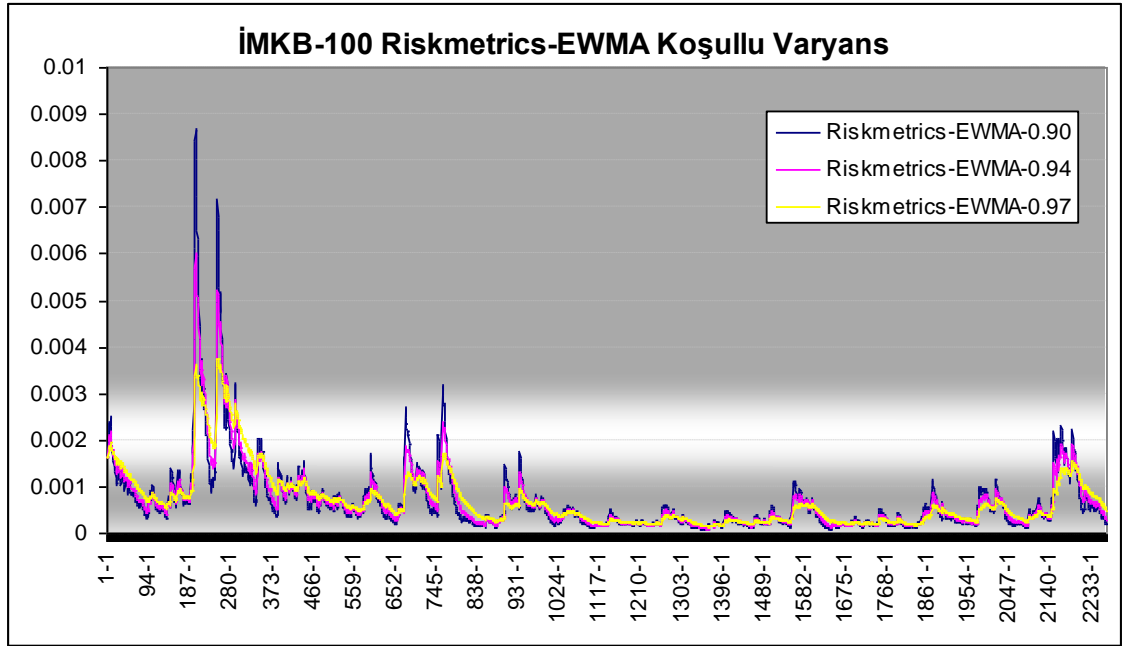


Grafik 5.11: GARCH(1,1)- İMKB-100

Grafik 5.12’de İMKB-100 için 0.90, 0.94 ve 0.97 azaltma faktörü ile Riskmetrics-EWMA riske maruz değer(RMD) grafikleri ve grafik 5.13’de Riskmetrics-EWMA koşullu varyans grafikleri bulunmaktadır. Düşük azaltma faktöründe RMD alt sınırdaki hareket ederken koşullu varyans son dönemlere verilen ağırlık nedeni ile daha yüksektir. Bu nedenle düşük volatilité düzeyine sahip veri seti için düşük azaltma faktörü tercih edilebilir. Ancak aşağıdaki grafikten de görüleceği gibi Riskmetrics-EWMA tüm azaltma faktörlerinde volatilité yükselmesini öngörememektedir. Sonuç olarak, sadece azaltma faktörünün değiştirilmesi modelin öngörü başarısını arttırmayacağı gibi volatilité şoklarının tespitinde de yetersiz kalmaktadır.

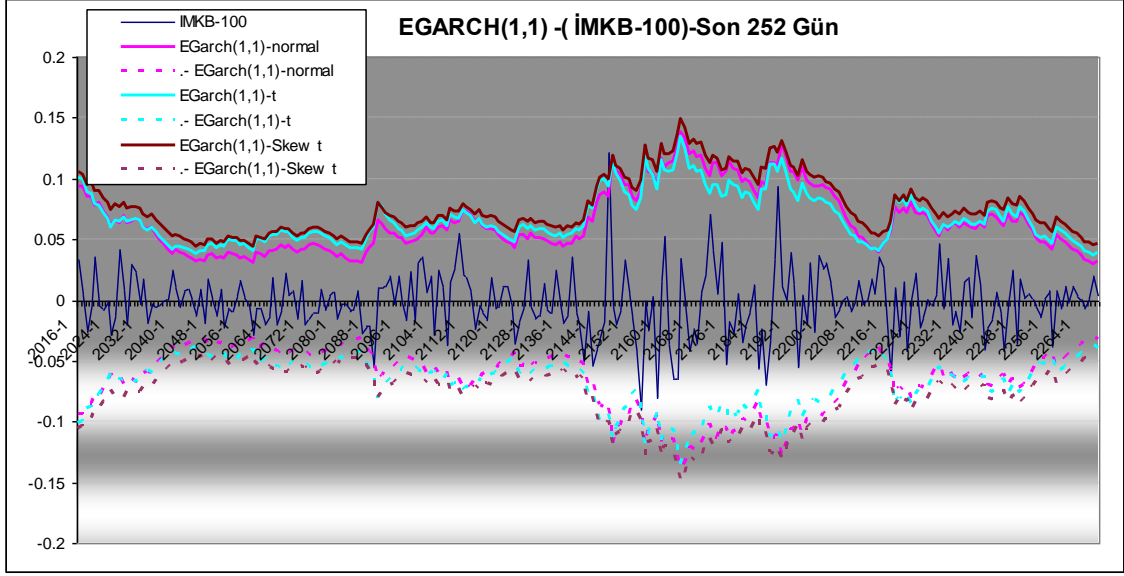


Grafik 5.12: Riskmetrics-EWMA RMD(İMKB-100)



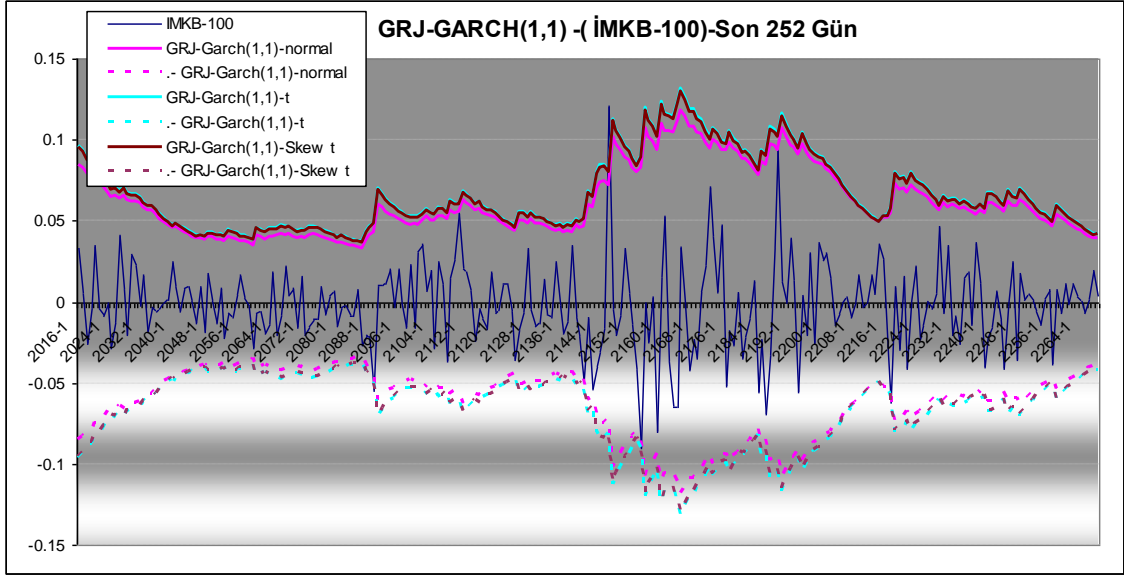
Grafik 5.13: Riskmetrics-EWMA Koşullu Varyans(İMKB-100)

Grafik 5.14'te İMKB-100 için normal, student-t, çarpık student-t dağılımları ile EGARCH(1,1) grafiği bulunmaktadır. GARCH(1,1) modeline benzer şekilde, çarpık student-t ve student-t dağılımlı EGARCH(1,1) normal dağılımlı EGARCH(1,1) modelinden daha iyi öngörü performansına sahiptir. EGARCH(1,1) modelinin şokların öngörüsünde GARCH(1,1) daha iyi performansa sahip olduğu görülmektedir.



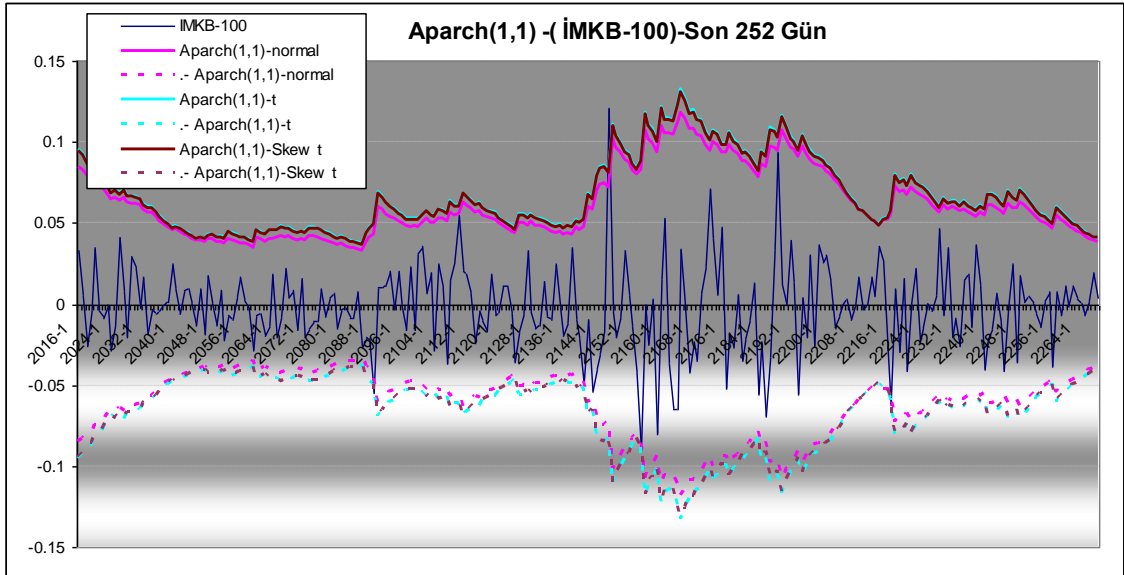
Grafik 5.14: EGARCH(1,1)- İMKB-100

Grafik 5.15'de İMKB-100 endeksi için normal, student-t, çarpık student-t dağılımları ile GRJ-GARCH(1,1) grafiği bulunmaktadır. GRJ-GARCH(1,1) öngörü performansı EGARCH(1,1) modeline yakındır.



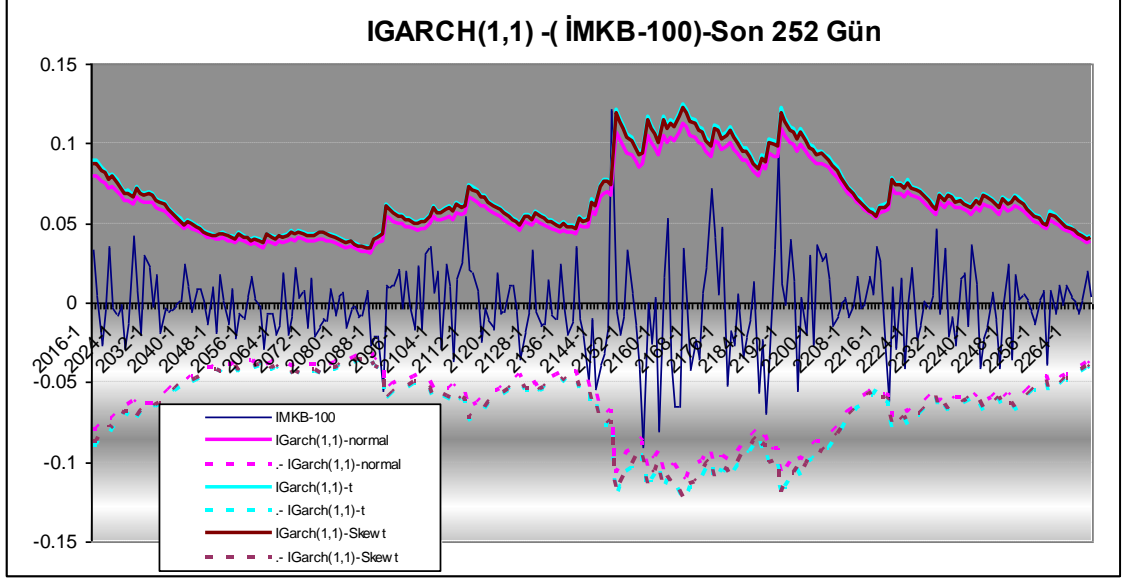
Grafik 5.15: GRJ-GARCH(1,1)- İMKB-100

Grafik 5.16’da İMKB-100 için normal, student-t, çarpık student-t dağılımları ile APARCH(1,1) grafiği bulunmaktadır. APARCH(1,1) öngörü performansı EGARCH(1,1) ve GRJ-GARCH(1,1) modellerine yakındır.



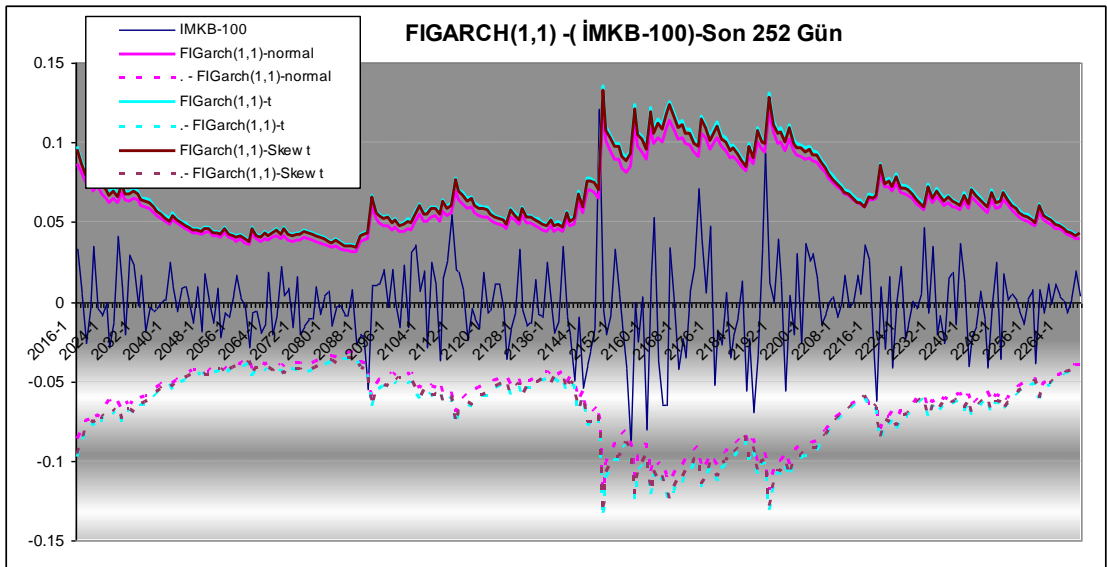
Grafik 5.16: APARCH(1,1)- İMKB-100

Grafik 5.17’de İMKB-100 için normal, student-t, çarpık student-t dağılımları ile IGARCH(1,1) grafiği bulunmaktadır. IGARCH(1,1) modelinde şok dönemleri sonrası student-t dağılımı çarpık student-t dağılımından daha yukarıda hareket etmektedir.



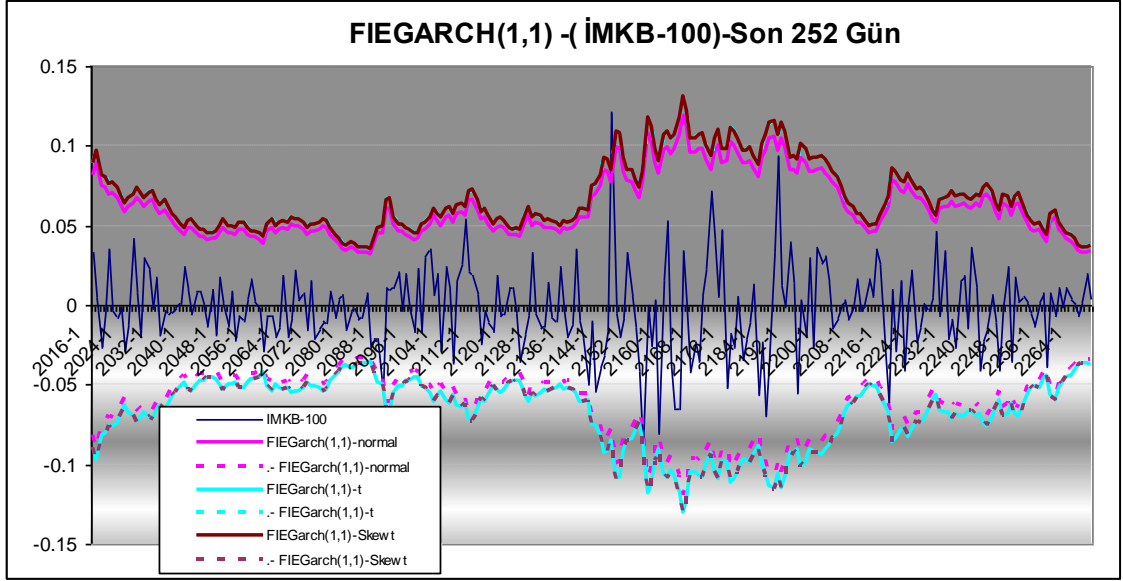
Grafik 5.17: IGARCH(1,1)- İMKB-100

Grafik 5.18’de İMKB-100 için normal, student-t, çarpık student-t dağılımları ile FIGARCH(1,1) grafiği bulunmaktadır. FIGARCH(1,1) modelinde, IGARCH(1,1) modelinden farklı olarak verilerdeki uzun dönem hafıza etkisi taşınmaktadır.



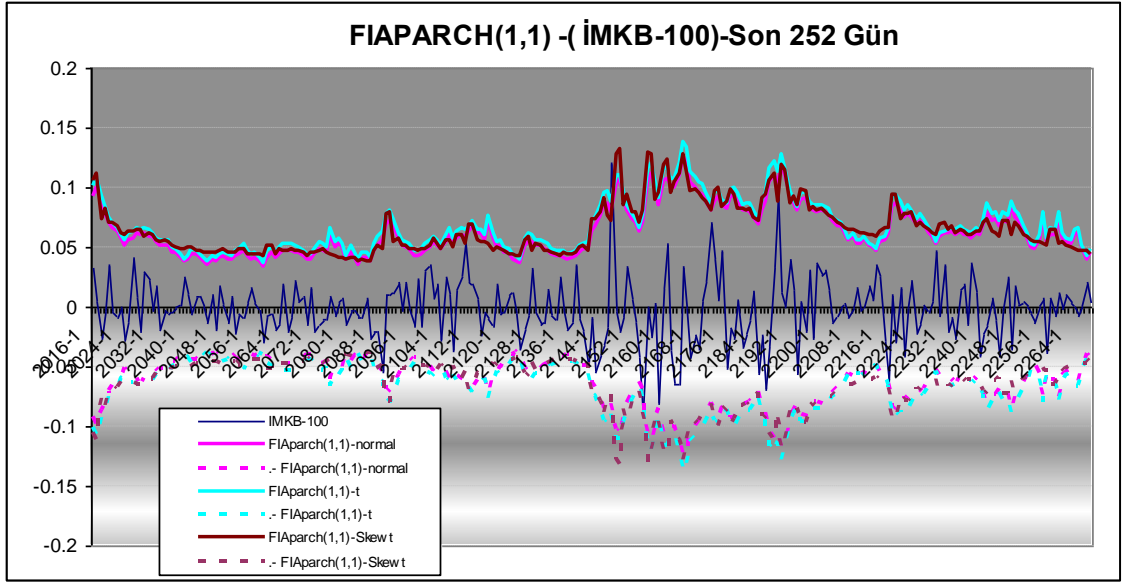
Grafik 5.18: FIGARCH(1,1)- İMKB-100

Grafik 5.19’da İMKB-100 için normal, student-t, çarpık student-t dağılımları ile FIEGARCH(1,1) grafiği bulunmaktadır. FIEGARCH(1,1) modeli uzun dönem etki ve asimetrikliği birlikte dikkate almasına rağmen ileri yönlü şokları dikkate alamamakta ancak şok sonrası uzun dönem hafıza taşınarak risk seviyesi GARCH(1,1) modeline göre daha üst sınırdan hareket etmektedir.



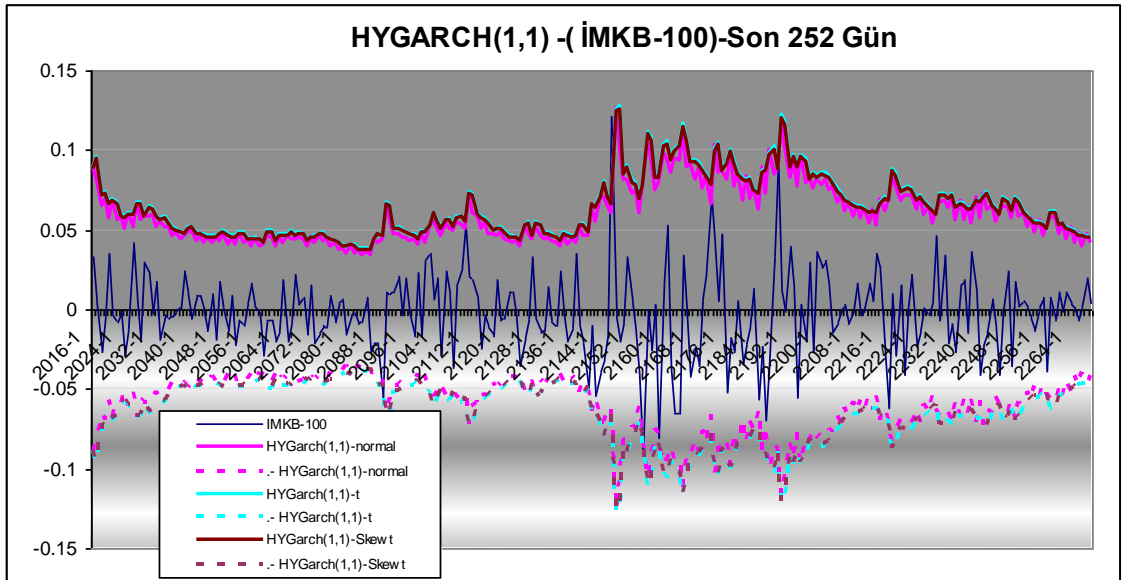
Grafik 5.19: FIEGARCH(1,1)- İMKB-100

Grafik 5.20’de İMKB-100 için normal, student-t, çarpık student-t dağılımları ile FIAPARCH(1,1) grafiği bulunmaktadır. FIAPARCH(1,1) modelinde, durağan dönemlerde FIEGARCH(1,1) modeline göre daha alt sınırdaki risk seviyesi belirlenmekte, volatilitenin yükselmesinde ise risk seviyesi daha üst sınırdaki hareket etmektedir.



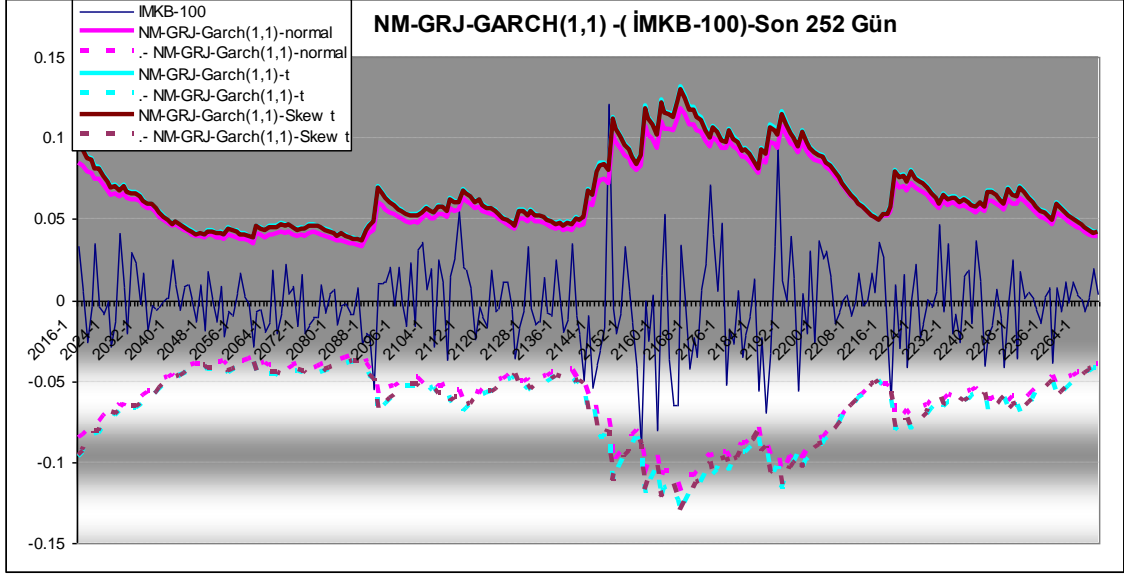
Grafik 5.20: FIAPARCH(1,1)- İMKB-100

Grafik 5.21’de İMKB-100 için normal, student-t, çarpık student-t dağılımları ile HYGARCH(1,1) grafiği bulunmaktadır. HYGARCH(1,1) modeli uzun dönem hafıza özelliği taşıdığından geçmiş dönem volatilité etkisini diğér GARCH modellerine göre daha yüksek düzeyde öngörülmektedir.



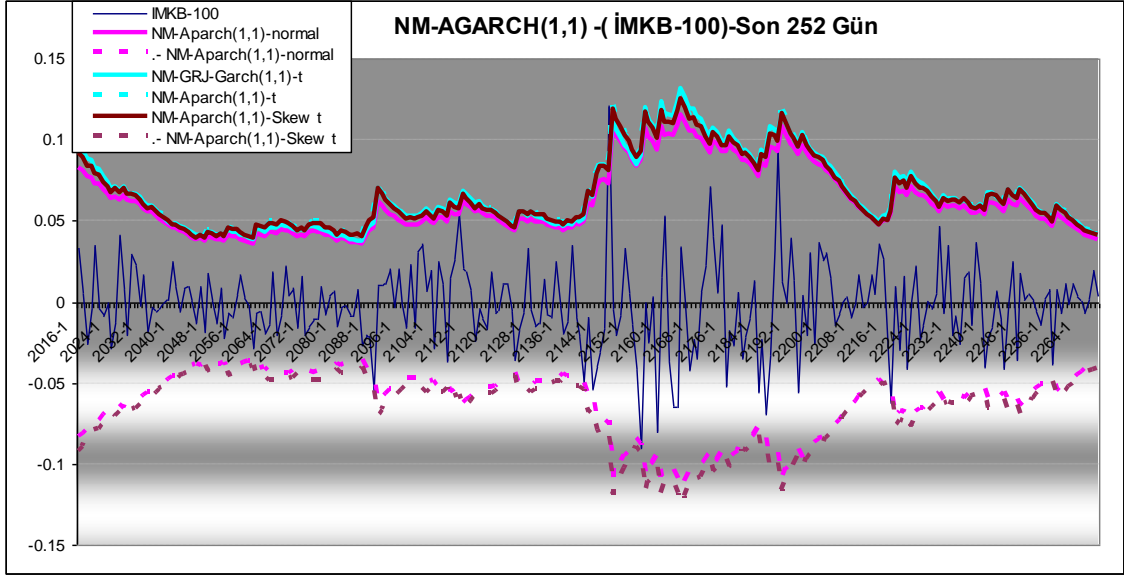
Grafik 5.21: HYGARCH (1,1)- İMKB-100

Grafik 5.22’de İMKB-100 için NM-GRJ-GARCH (1,1) grafiği bulunmaktadır. NM-GRJ-GARCH(1,1) modelinde, karma yoğunluk fonksiyonları dikkate alındığından riske maruz değer seviyesi GARCH(1,1) modelinden daha yüksek olarak belirlenmekte, bu özellik ise kuyruk kayıplarını tespit etmede NM-GRJ-GARCH(1,1) modelinin GARCH(1,1) modeline göre daha iyi öngörüye sahip olmasını sağlamaktadır.



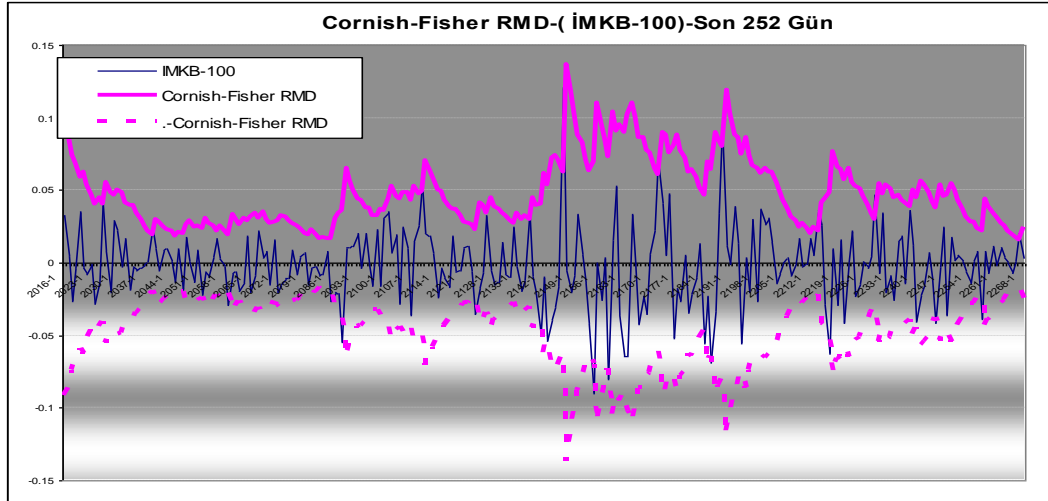
Grafik 5.22: NM-GRJ-GARCH(1,1)- İMKB-100

Grafik 5.23’de İMKB-100 için NM-AGARCH (1,1) grafiği bulunmaktadır. NM-GRJ-GARCH(1,1) modelinde, riske maruz değer seviyesi NM-GRJ-GARCH(1,1) modelindeki gibi diğer GARCH modellerinden daha yüksek seviyede belirlenmektedir.



Grafik 5.23: NM-AGARCH(1,1)- İMKB-100

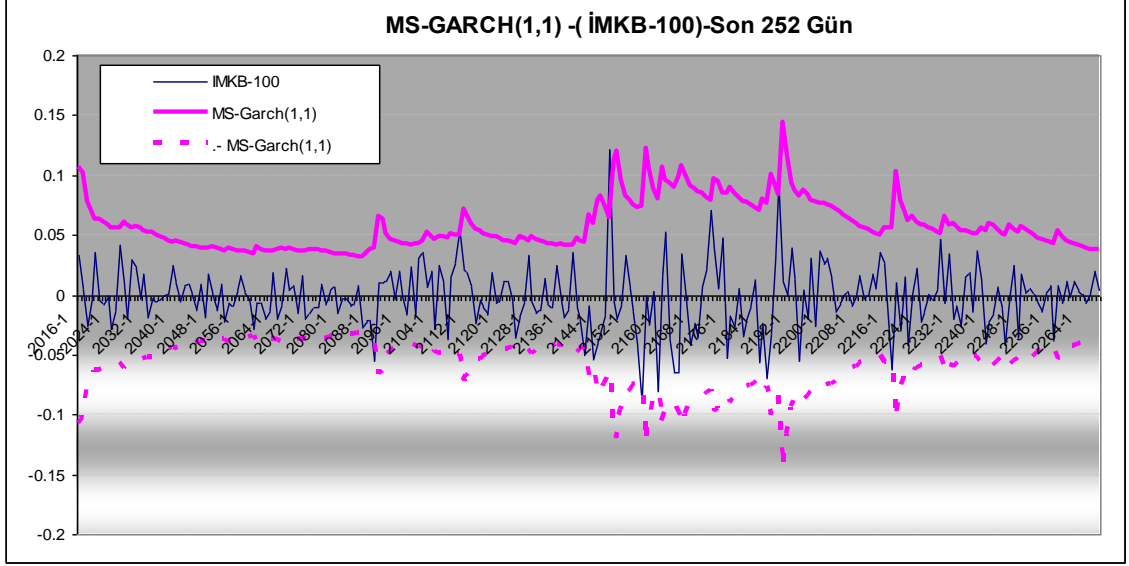
Grafik 5.24’de İMKB-100 için Cornish-Fisher RMD grafiği bulunmaktadır. Cornish-Fisher RMD normal RMD’den farklı olarak kuyruk kayıplarını yakalamada daha iyi öngörüye sahiptir.



Grafik 5.24: Cornish-Fisher RMD- İMKB-100

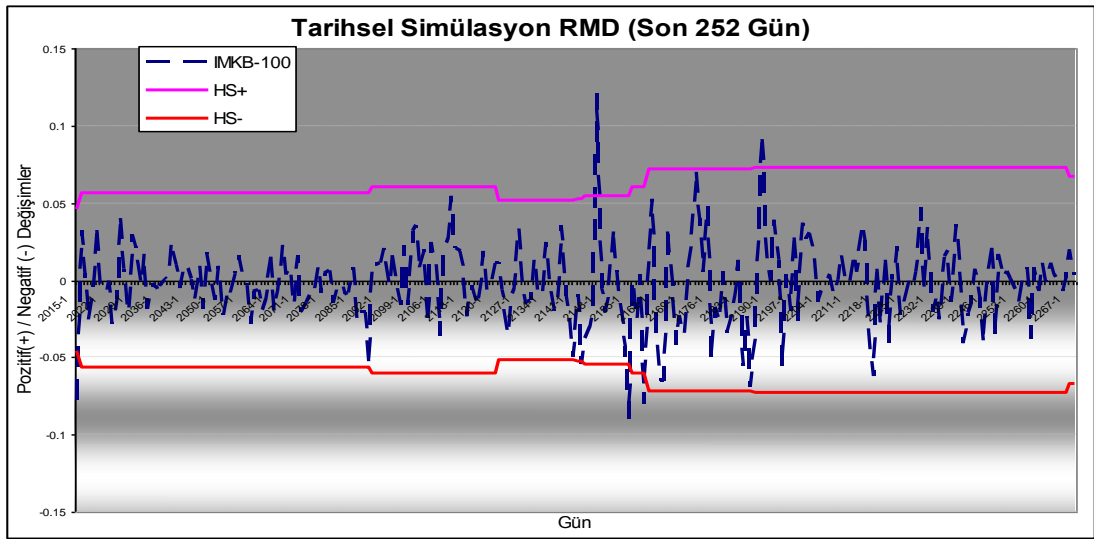
Grafik 5.25’de İMKB-100 için MS-GARCH(1,1) grafiği bulunmaktadır. Rejim geçişlerine bağlı olarak düşük volatilité dönemlerinde riske maruz değeri düşük olarak gerçekleşmekte, volatilité yükselmeye başladığı andan itibaren ise ikinci rejime

geçerek yükselmektedir. MS-GARCH(1,1) modelinin bu özelliği nedeni ile daha iyi öngörü sağlaması beklenir ancak kuyruk kaybını öngörmesi uç değer teorisi kadar başarılı olamamaktadır.



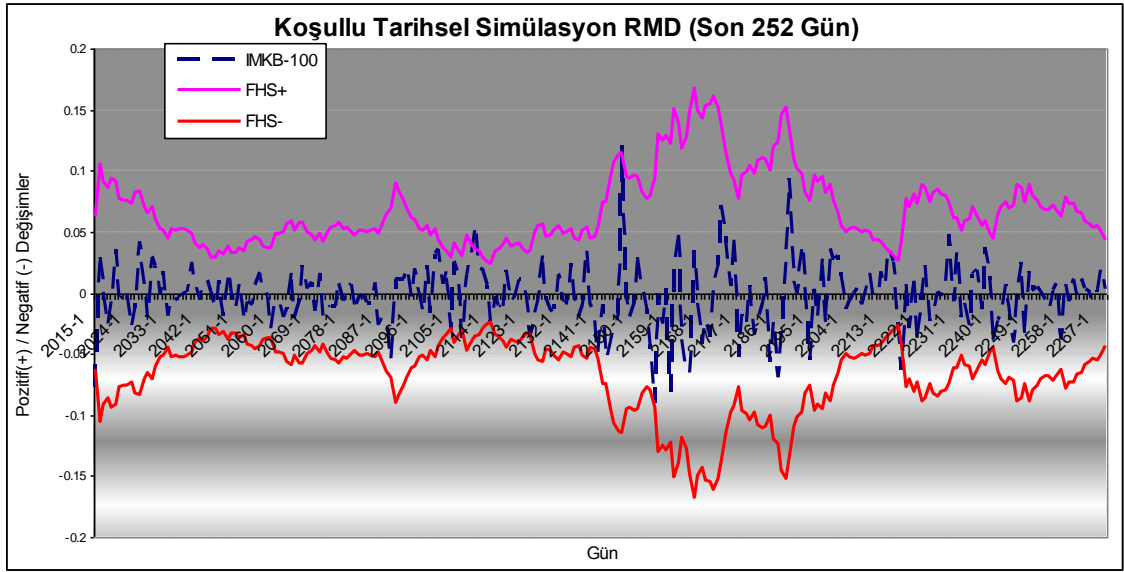
Grafik 5.25: MS-GARCH(1,1)- İMKB-100

Grafik 5.26'da İMKB-100 için tarihsel simülasyon hareketi bulunmaktadır. Tarihsel simülasyon tarihi verileri baz aldığından yakın geçmiş veriler yerine daha uzun periyodu dikkate alarak uzun dönem hafıza modeli özelliği taşımaktadır.



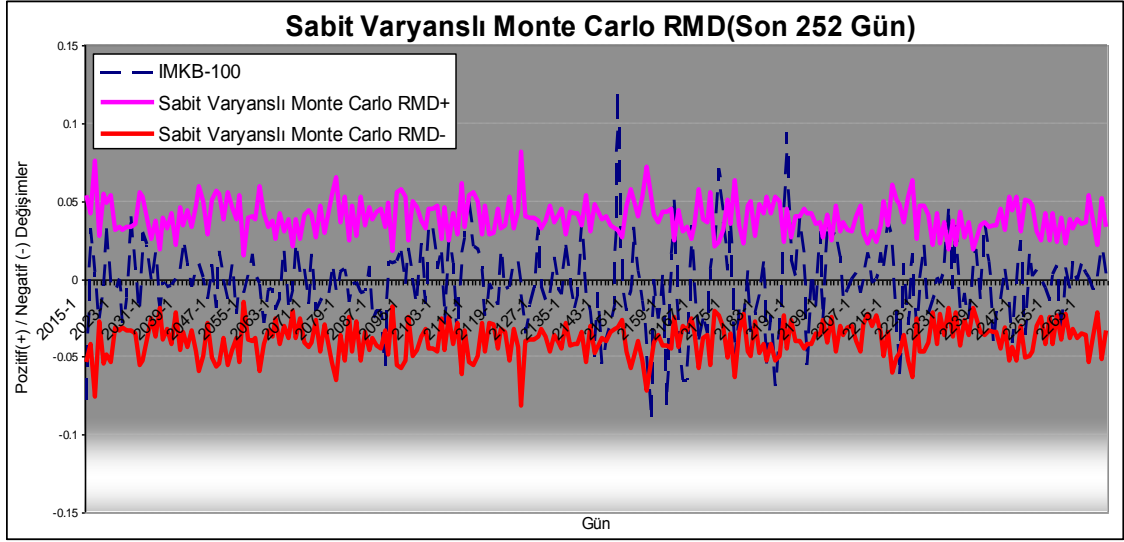
Grafik 5.26: Tarihsel Simülasyon RMD(İMKB-100)

Grafik 5.27’de İMKB-100 için koşullu tarihsel simülasyon hareketi bulunmaktadır. Koşullu tarihsel simülasyon modeli getirilerde ani yükselmelerin başladığı ilk andan itibaren GARCH(1,1) modelinden daha hızlı tepki göstererek risk seviyesini arttırmaktadır. Bu özellik FHS modelinin volatilité kümelenmesinin başladığı ilk andan itibaren volatilité seviyesini yükseltmesini ve veri setindeki kalın kuyruk özelliğinin daha iyi yakalanabilmesini sağlamaktadır.

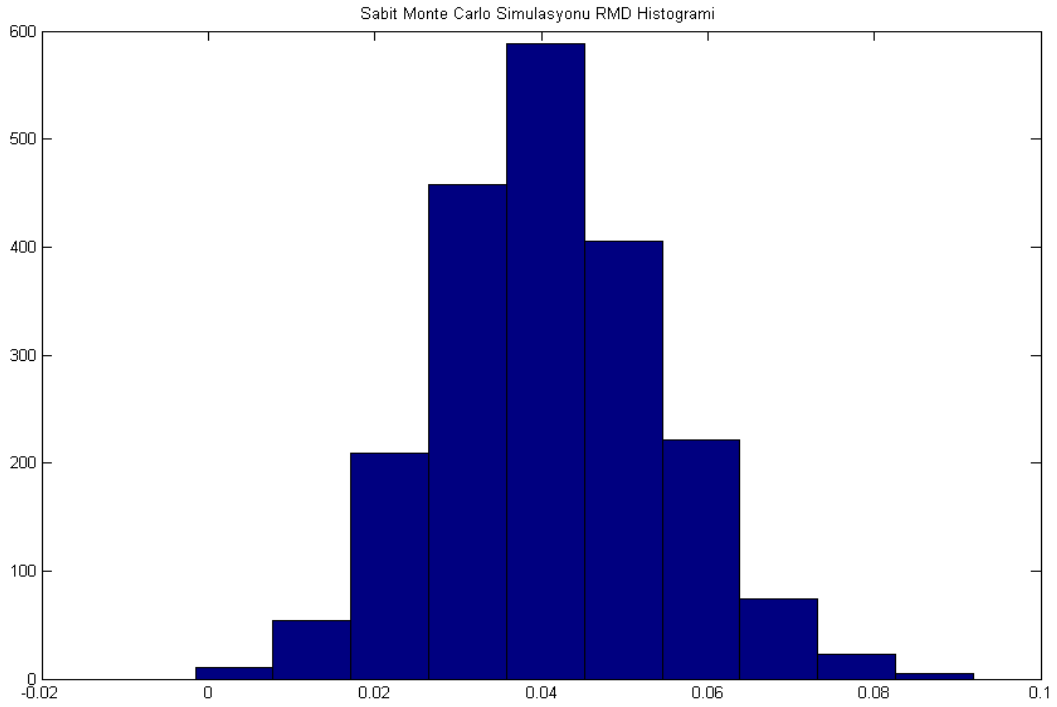


Grafik 5.27: Koşullu Tarihsel Simülasyon RMD (İMKB-100)

Grafik 5.28’de İMKB-100 için sabit varyanslı Monte Carlo RMD modelinin hareketi bulunmaktadır. Monte Carlo RMD’nin tarihsel simülasyon modelinden temel farklı, yakın geçmiş volatilitéyi de dikkate alarak düz hareket yerine daha dalgalı harekete sahip olmasıdır. Ancak grafikten de görüleceği üzere monte carlo modeli normal dağılım üzerinden simüle edildiğinden aşırı volatilitenin öngörüsünde yetersizdir. Grafik 5.29’da sabit varyanslı Monte Carlo RMD modelinin histogramı bulunmaktadır. Monte carlo dağılımı normal dağılım üzerinden türetildiğinden RMD dağılımı normale yakındır.



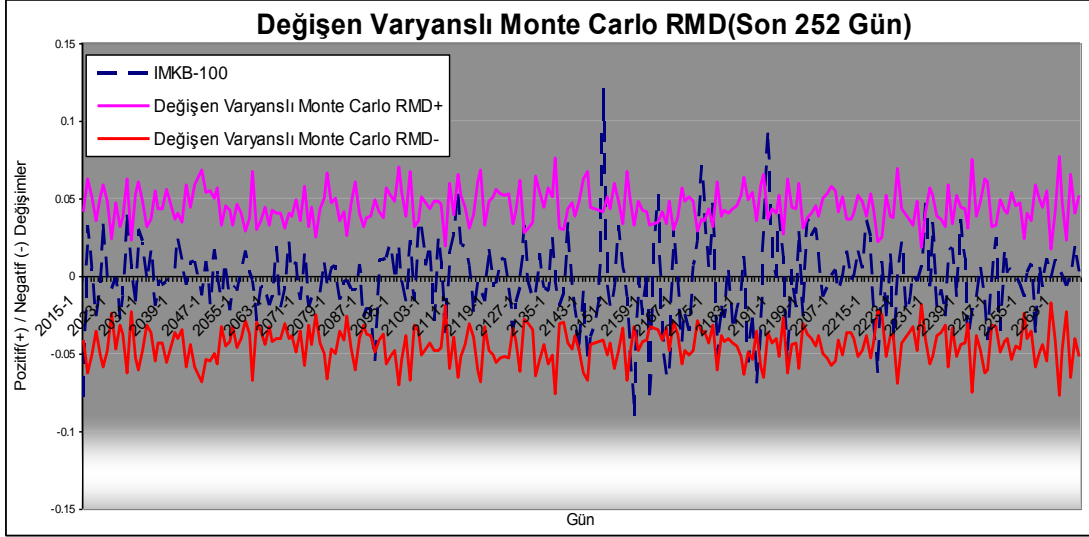
Grafik 5.28: Sabit Monte Carlo RMD (İMKB-100)



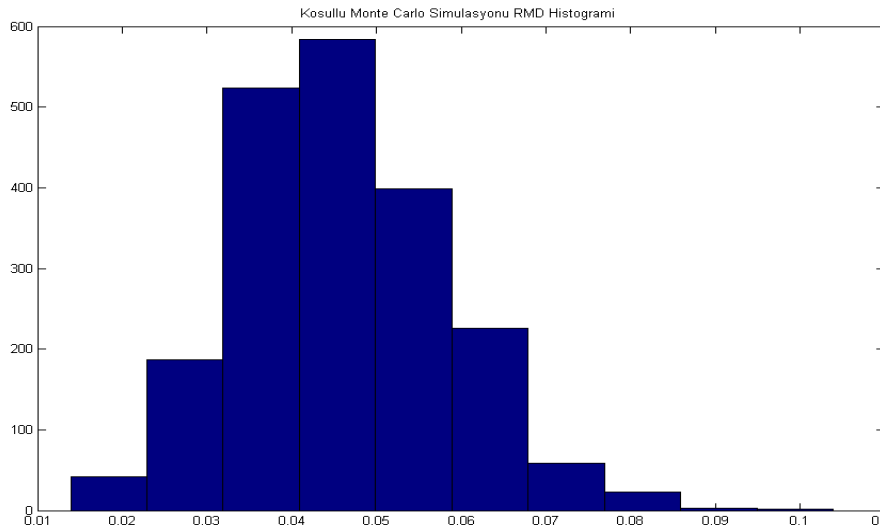
Grafik 5.29: Sabit Varyanslı Monte Carlo RMD Histogramı (İMKB-100)

Grafik 5.30'da İMKB-100 için değişen varyanslı Monte Carlo RMD modelinin hareketi bulunmaktadır. Modelin öngörü performansı sabit varyanslı modelden daha yüksek olmakla birlikte, model kuyruk kaybını yakalamada hala yetersizdir. Grafik 5.31'de değişen varyanslı Monte Carlo RMD modelinin histogramı bulunmaktadır.

Varyans değişken alınmasına rağmen dağılım normal dağılım üzerinden turetildiğinden RMD dağılımını normale yakındır.



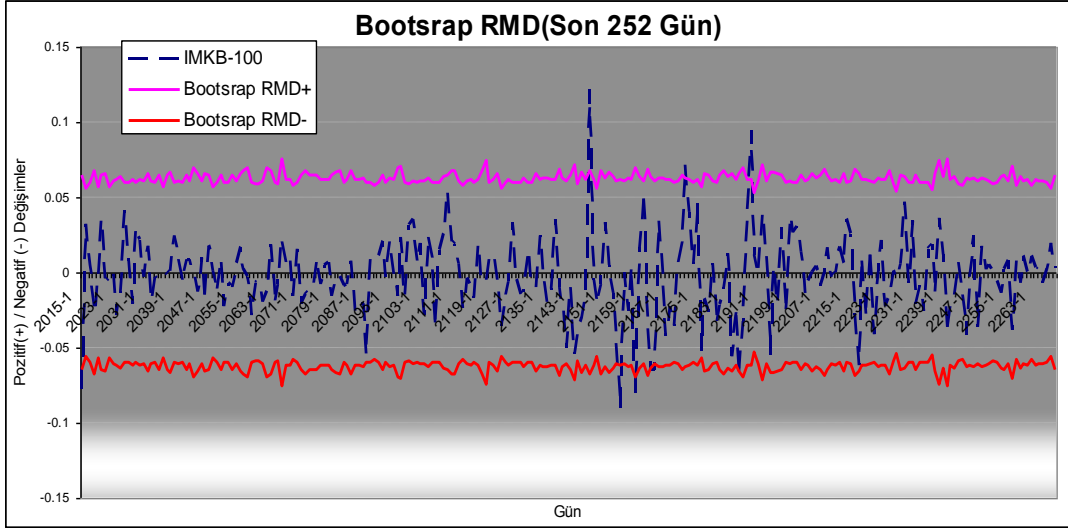
Grafik 5.30: Değişen Varyanslı Monte Carlo RMD (İMKB-100)



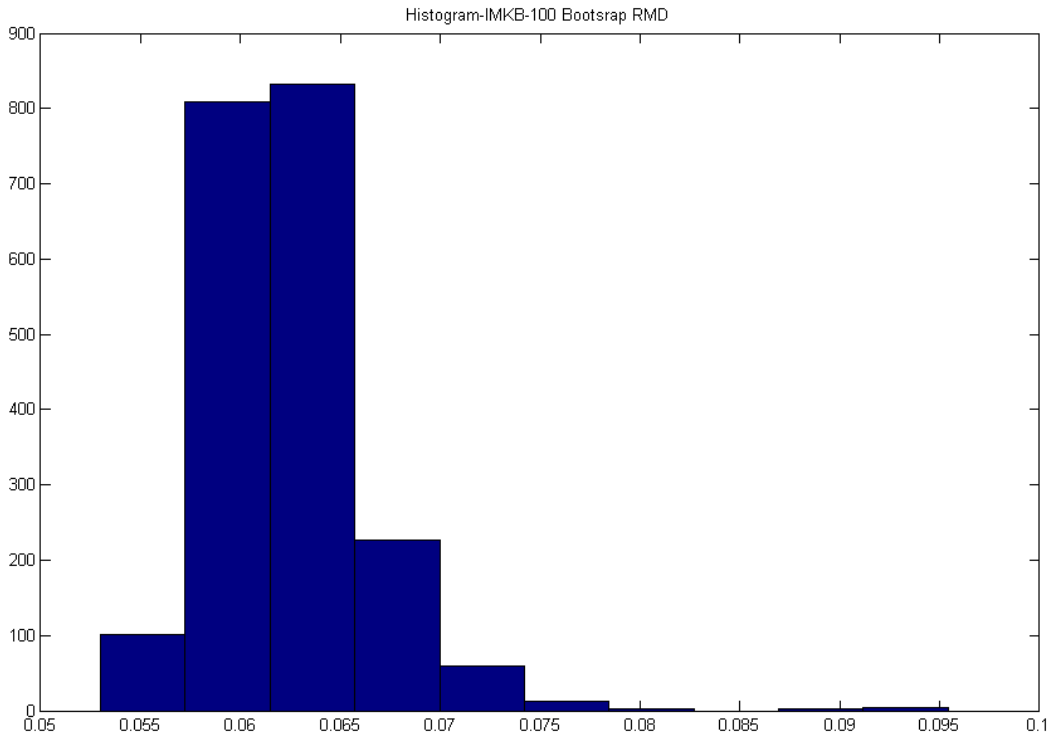
Grafik 5.31: Değişen Varyanslı Monte Carlo RMD Histogramı (İMKB-100)

Grafik 5.32’de Bootstrap RMD bulunmaktadır. Bootstrap RMD sürecinde rastsal veriler gözlemlenen tarihsel verilerden turetildiğinden, Bootstrap RMD baz alınan RMD modelinin güven aralıklarının genişletilmiş şekline benzemektedir. Grafik 5.33’de Bootstrap RMD modelinin histogramı bulunmaktadır. Bootstrap RMD’nin monte carlo

RMD'den temel farkı; normal dağılım gibi belirlenen bir dağılım üzerinden türetilmediğinden, Bootstrap RMD histogramının normal dağılıma yakınsama zorunluluğu bulunmamaktadır.



Grafik 5.32: Bootstrap RMD (İMKB-100)

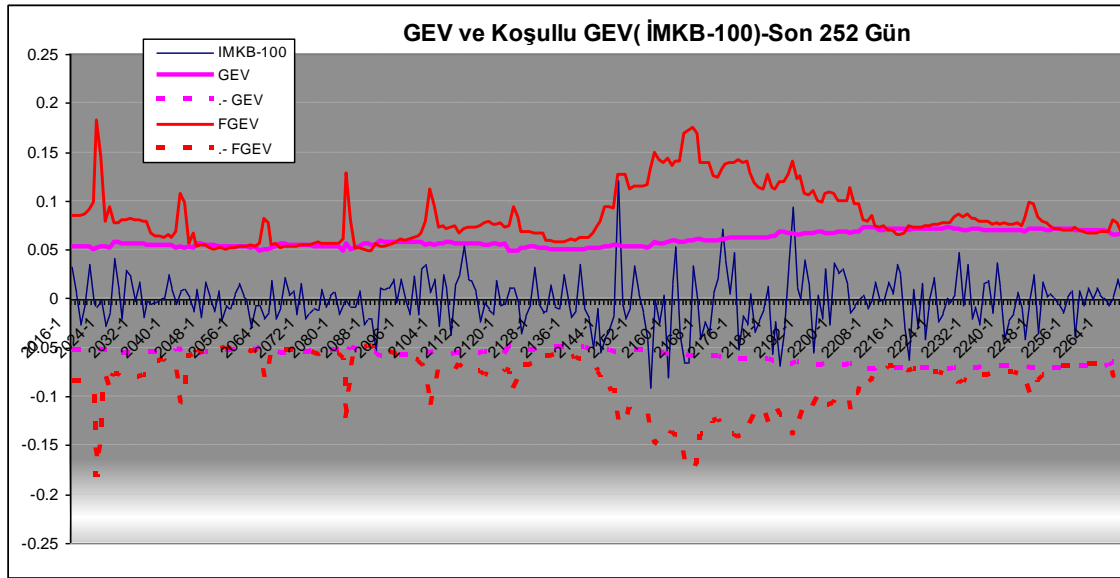


Grafik 5.33: Bootstrap RMD Histogramı (İMKB-100)

5.2.3. UÇ DEĞER TEORİSİ VE DALGACIK BAZLI UÇ DEĞER TEORİSİ UYGULAMASI

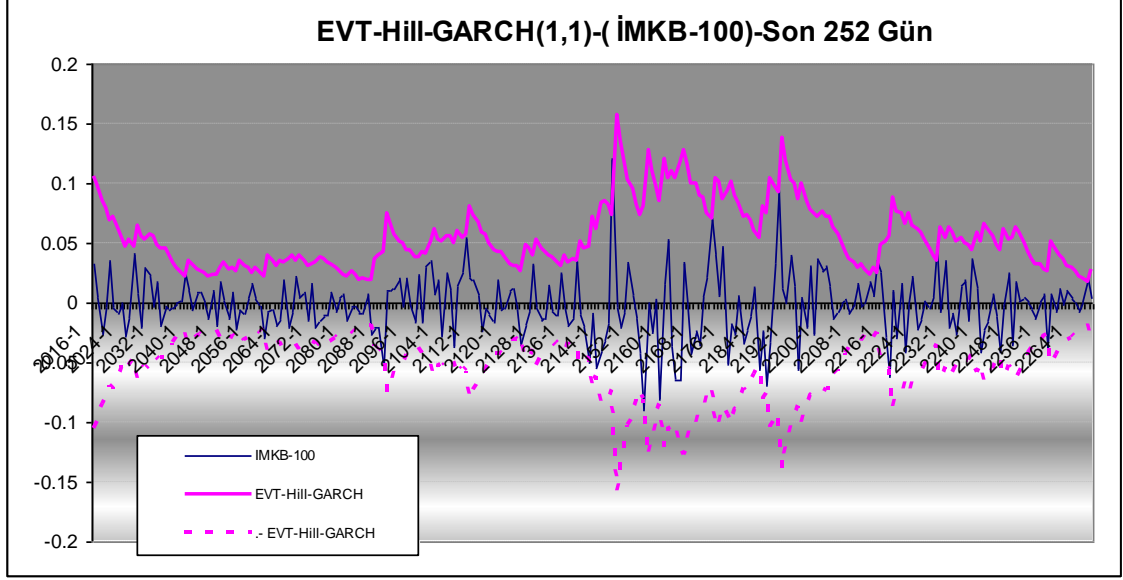
Uç değer teorisi ve dalgacık bazlı uç değer teorisi İMKB-100 endeksi üzerine uygulanmıştır. Çalışmada; geliştirilmiş uç değer dağılımı(GEV) ve koşullu geliştirilmiş uç değer dağılımı(FGEV), EVT-Hill GARCH, geliştirilmiş pareto dağılımı(GPD), koşullu geliştirilmiş pareto dağılımı(GPD), beklenen kuyruk kaybı(ES), koşullu beklenen kuyruk kaybı(FES), dalgacık bazlı geliştirilmiş pareto dağılımı(W-GPD), dalgacık bazlı koşullu geliştirilmiş pareto dağılımı(W-GPD), dalgacık bazlı beklenen kuyruk kaybı(W-ES) ve dalgacık bazlı koşullu beklenen kuyruk kaybı(W-FES) analizi yapılmıştır.

Grafik 5.34'te, İMKB-100 için geliştirilmiş uç değer dağılımı(GEV) ve koşullu geliştirilmiş uç değer dağılımı(FGEV) grafikleri bulunmaktadır. FGEV kuyruk kaybını yakalamada başarılıdır ancak aşırı öngörü nedeni ile kök ortalama hata kare değerinin(RMSE) yüksek çıkması beklenmektedir.



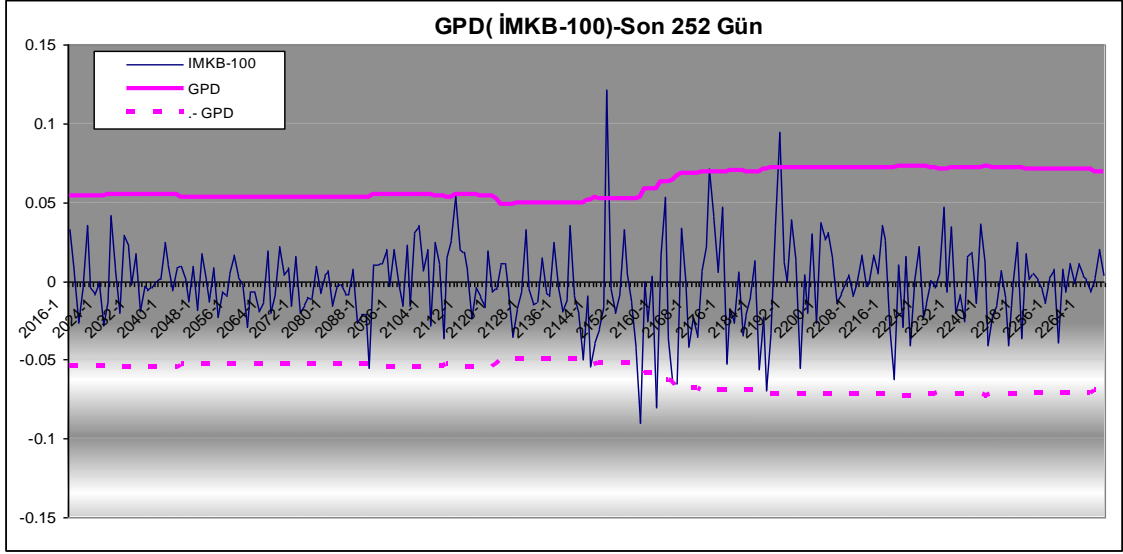
Grafik 5.34: GEV ve FGEV Dağılımları(İMKB-100)-Son 252 Gün

Grafik 5.35’de İMKB-100 için EVT-Hill-GARCH(1,1) grafiği bulunmaktadır. EVT-Hill-GARCH modeli yarı parametrik olmayan formda olduğundan kuyruk kayıplarını yakalamada başarılıdır.

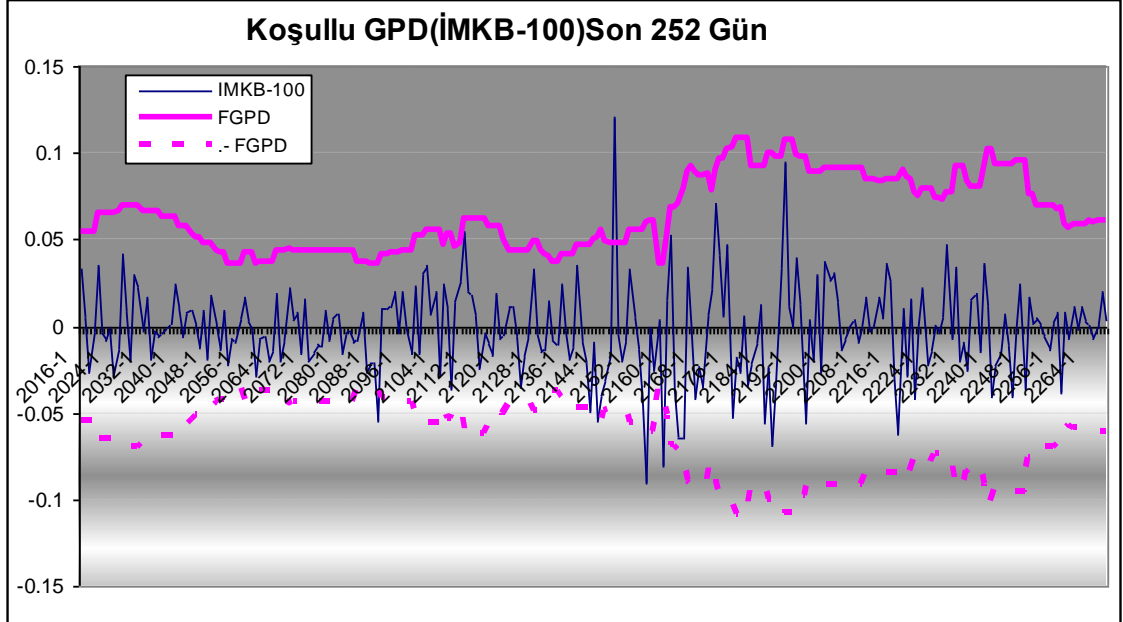


Grafik 5.35: EVT-Hill-GARCH(İMKB-100)-Son 252 Gün

Grafik 5.36’da İMKB-100 için GPD grafiği bulunmaktadır. Genelleştirilmiş pareto dağılımda eşik değer koşulsuz olarak belirlendiğinden riske maruz değer dalgalı değildir. GPD ile maksimum kayıplar yaklaşık olarak öngörülebilmekte ancak kuyruk kayıpları olabilmektedir.

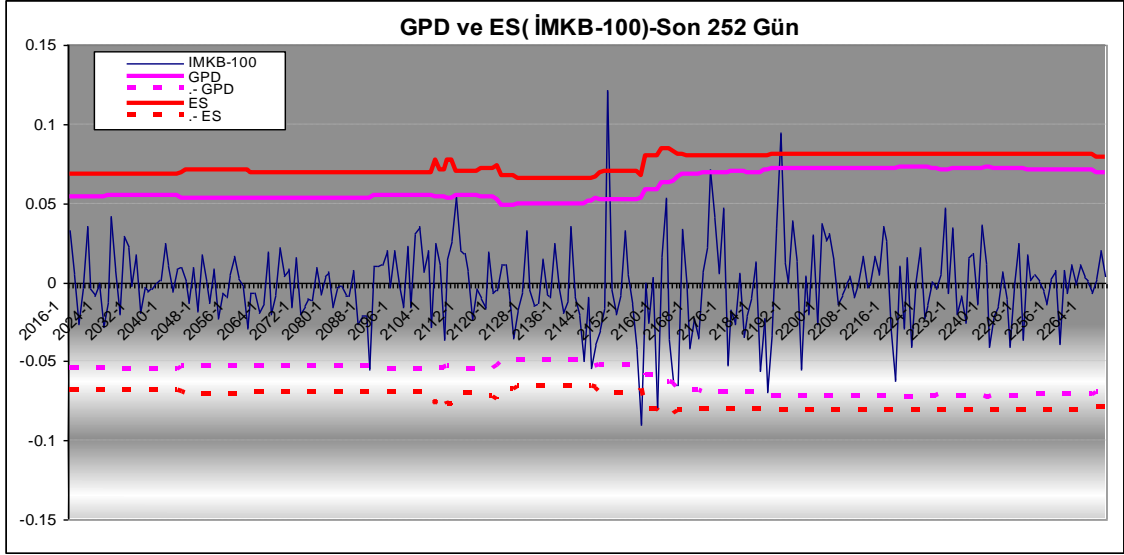


Grafik 5.36: Genelleştirilmiş pareto dağılımı(GPD)-(İMKB-100)-Son 252 Gün
 Grafik 5.37’de İMKB-100 verilerine göre koşullu GPD grafiği bulunmaktadır. Koşullu GPD öngörüsünün ve kök ortalama hata kare(RMSE) değerinin şok dönemlerinde GPD’ye göre daha düşük olması beklenmektedir.



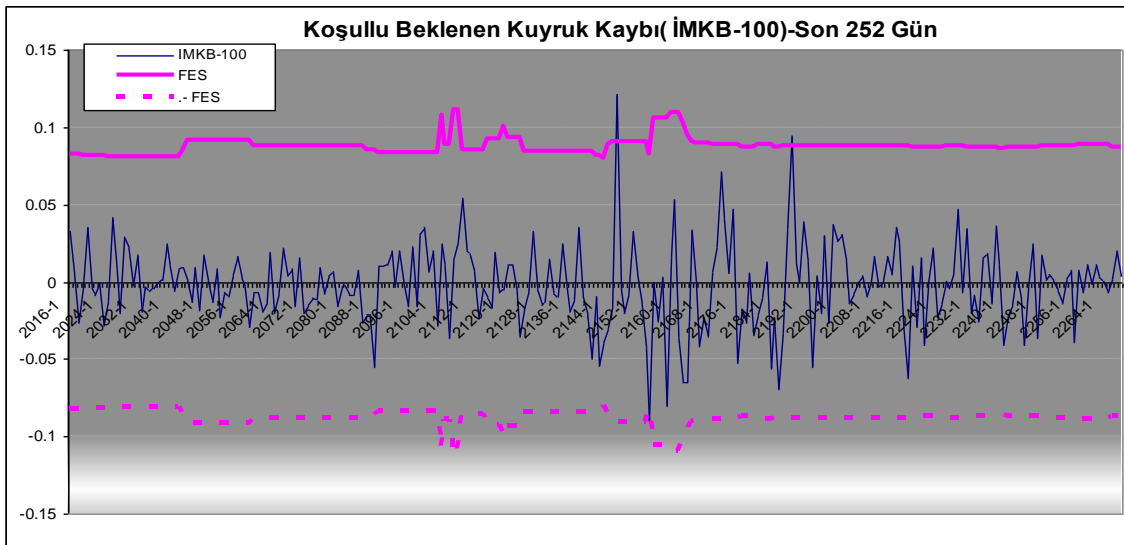
Grafik 5.37: Koşullu GPD(İMKB-100)

Grafik 5.38’de İMKB-100 verilerine göre beklenen kuyruk kaybı ve GPD grafiği bulunmaktadır. Beklenen kuyruk kaybı, risk düzeyini GPD’den daha yüksekte hesapladığından, şok dönemleri öngörüsünde daha başarılı olmaktadır.



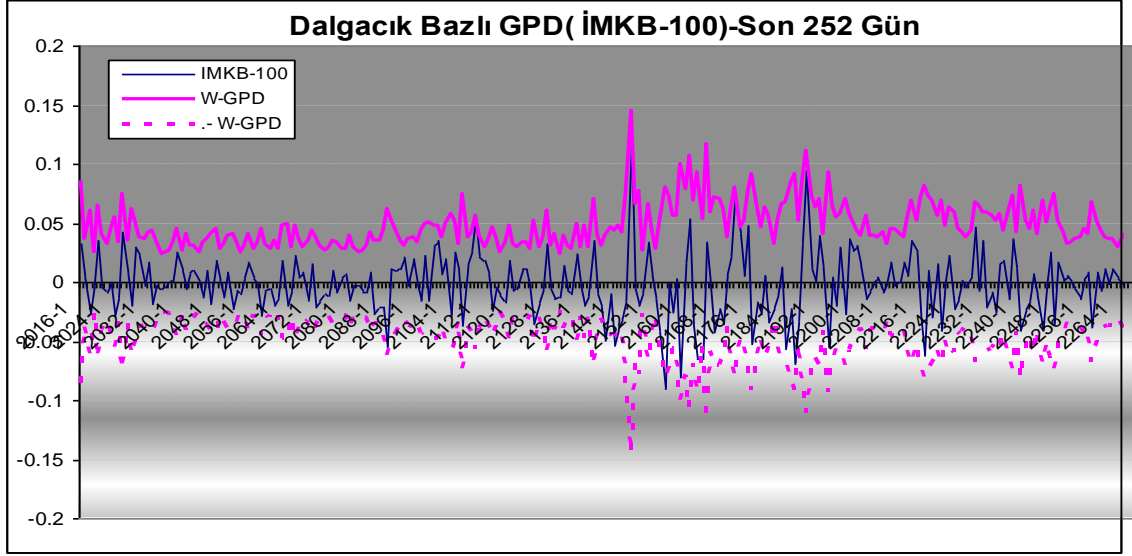
Grafik 5.38: Beklenen Kuyruk Kaybı ve GPD(İMKB-100)

Grafik 5.39’da İMKB-100 verilerine göre koşullu beklenen kuyruk kaybı grafiği bulunmaktadır. Koşullu beklenen kuyruk kaybı geçmiş dönem şoklarını taşıdığından risk öngörüsü GPD ve beklenen kuyruk kaybı modellerine göre daha yüksektir.



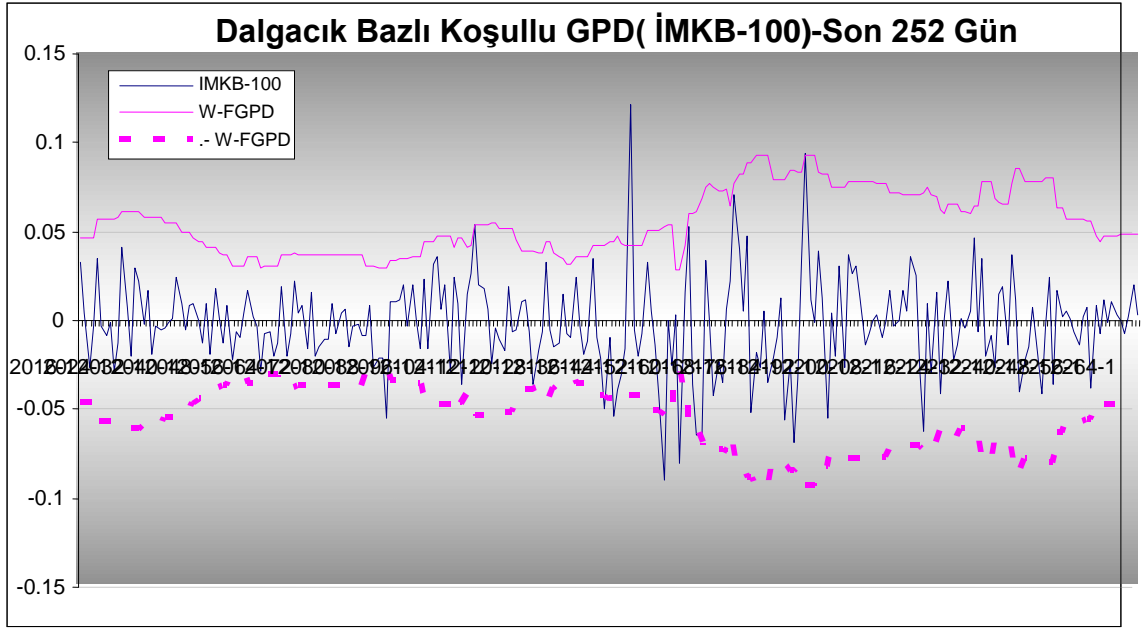
Grafik 5.39: Koşullu Beklenen Kuyruk Kaybı(İMKB-100)

Grafik 5.40’da dalgacık bazlı genelleştirilmiş pareto dağılımı(GDP) grafiği bulunmaktadır. Dalgacık bazlı GDP, GDP modeli gibi doğrusal hareket etmemekte, veri setindeki dalgalanmayı da içermektedir. Dalgacık bazlı GDP bu yönü ile daha düşük RMSE değerine sahiptir. Aynı zamanda, dalgacık bazlı model şokları yakalama başarısı GDP modeline göre artmaktadır.



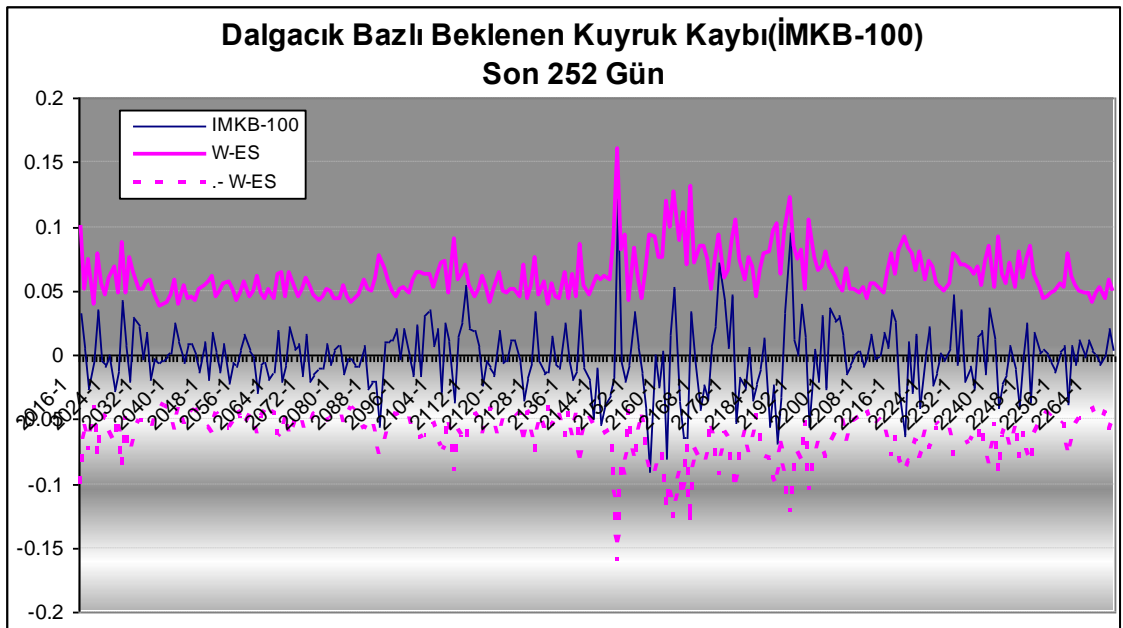
Grafik 5.40: Dalgacık bazlı GDP(İMKB 100)-Son 252 Gün

Grafik 5.41’de İMKB-100 verilerine göre dalgacık bazlı koşullu GDP(W-FGPD) grafiği bulunmaktadır. Dalgacık bazlı koşullu GDP’nin öngörüsü, koşullu GDP modeline benzer özelliktedir. Model görece olarak düşük düzeyde olan şokları yakalamada başarılıdır ancak ani şoklarda yetersizdir. GDP parametrelerinin koşullu olarak belirlenmesi eşik değerin dalgacık ayrıştırılması ile belirlenmesi etkisini azaltmaktadır.



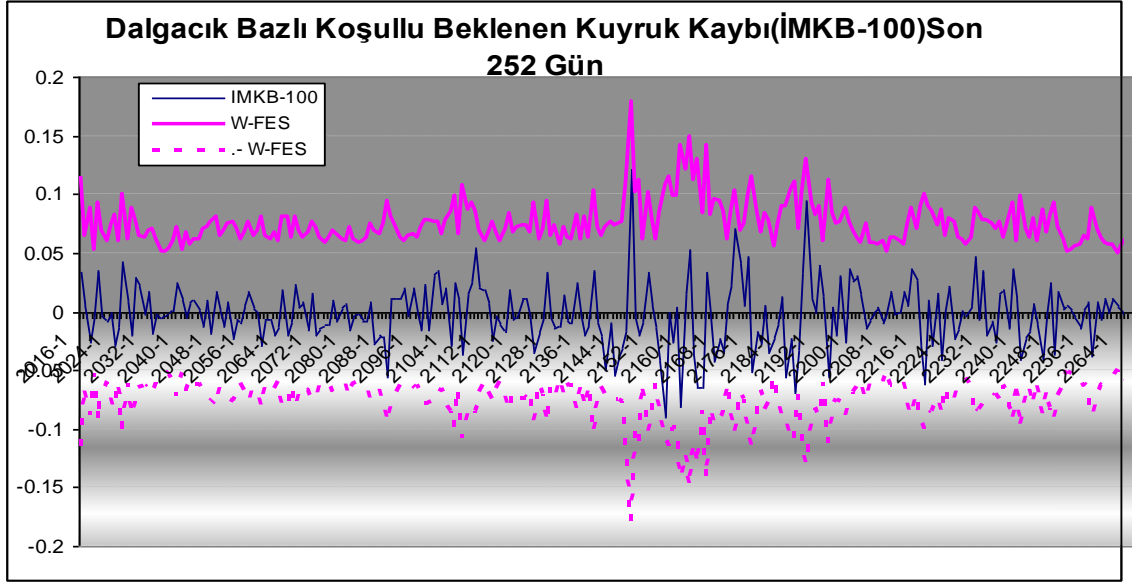
Grafik 5.41: Dalgacık bazlı koşullu GPD(İMKB 100)-Son 252 Gün

Grafik 5.42’de İMKB-100 verilerine göre dalgacık bazlı beklenen kuyruk kaybı(W-ES) grafiği bulunmaktadır. W-ES modeli, risk düzeyini W-GPD’den daha yüksekte hesapladığından, şok dönemleri öngörüsünde daha başarılı olmaktadır.



Grafik 5.42: Dalgacık bazlı Beklenen Kuyruk Kaybı (İMKB 100)-Son 252 Gün

Grafik 5.43’de İMKB-100 verilerine göre dalgalık bazlı koşullu beklenen kuyruk kaybı grafiği bulunmaktadır. Dalgalık bazlı koşullu beklenen kuyruk kaybı modeli, şokların öngörüsünde dalgalık bazlı beklenen kuyruk kaybı modelinden daha başarılıdır.



Grafik 5.43: Dalgalık bazlı koşullu Beklenen Kuyruk Kaybı(İMKB 100)-Son 252 Gün

5.3. KOŞULLU DEĞİŞEN VARYANS MODELLERİNİ SONUÇLARI

Koşullu değişen varyans modellerinde GARCH(p,q) gecikme uzunlukları ikinci gecikmeye kadar test edilmiş ve akaike bilgi kriteri testine göre GARCH(1,1)’in en uygun model olduğu tespit edilmiştir. Koşullu değişen varyans modellerinde ARMA(r,s) etkisinin tespit edilmesi amacı ile GARCH(1,1), AR(1)-GARCH(1,1) ve ARMA(1,1)-GARCH(1,1) modelleri test edilmiştir. Test sonuçları tablo 5.9’da bulunmaktadır. AR(1)-GARCH(1,1) modelinde AR(1) parametresi %10 düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı, ARMA(1,1)-GARCH(1,1) modelinde ise ARMA(1,1) parametreleri istatistiksel olarak anlamsızdır. Standart GARCH(1,1) modelinde ise parametreler istatistiksel olarak anlamlıdır. Tüm modellerin akaike bilgi kriteri değerleri birbirine yakın olup bilgi kriteri testine göre AR(1)-GARCH(1,1) modeli en uygun modeldir. Ancak, AR(1)-GARCH(1,1) modelinde de AR parametresi %5 düzeyine

kadar istatistiksel olarak anlamlı olmadığından tüm koşullu değişen varyans modelleri ARMA(r,s) modeli baz alınmadan oluşturulmuştur.

Tablo 5.9
Değişen Varyans Modellerinde ARMA Testi

	AR	MA	ω	α	β	AIC
GARCH(1,1)	-	-	1.714 (1.134)	0.133* (1.850)	0.736* (4.781)	-4.7753
AR(1)-GARCH(1,1)	0.042** (0.1216)	-	1.753 (1.133)	0.132* (1.845)	0.727* (4.790)	-4.7876
ARMA(1,1)- GARCH(1,1)	0.094** (0.8480)	0.0506 (0.9180)	1.712 (1.133)	0.136* (1.849)	0.729* (4.755)	-4.7864

*, **: Sırası ile %5 ve %10 düzeyine kadar statiksel olarak anlamlı

Koşullu değişen varyans modellerinden; GARCH, üstel GARCH(EGARCH), eşik değer GARCH(GRJ-GARCH), asimetrik üstel ARCH(APARCH), bütünleşik GARCH(IGARCH), parçalı bütünleşik GARCH(FIGARCH), parçalı bütünleşik üstel GARCH(FIEGARCH), parçalı bütünleşik asimetrik üstel ARCH(FIAPARCH), hiperbolik GARCH(HYGARCH), GRJ-normal karma GARCH(NM-GRJ-GARCH), asimetrik normal karma GARCH(NM-AGARCH) modelleri normal, student-t ve çarpık student-t dağılımları ile İMKB-100 endeksi üzerine uygulanmıştır. Diğer GARCH türevleri olan Riskmetrics-EWMA, Cornish-Fisher RMD ve markov-rejim değişim GARCH modeli(MS-GARCH) normal dağılımlı olarak karşılaştırma modellerine eklenmiştir. Tablo 5.10'da değişen varyans modellerinin parametre testleri bulunmaktadır. 33 model içerisinde 25 modelin α ve β parametreleri istatistiksel olarak anlamlıdır. Parametreleri istatistiksel olarak anlamsız olan modeller EGARCH, IGARCH-Normal, IGARCH-Skew t, FIGARCH-Normal, FIAPARCH-Normal ve HYGARCH-Normal modelleridir. Parametreleri istatistiksel olarak anlamsız bulunan modeller karşılaştırma yapılabilmesi için test dışı tutulmamış ve riske maruz değer öngörülere test edilmiştir.

Tablo 5.10
Değişen Varyans Modelleri Testleri

	ω^{**}	α	β	ν	ξ	γ_1 veya γ	θ veya γ_i	γ veya δ	d	$ln(\alpha)$
Garch Normal	1.714 (1.134)	0.133* (1.850)	0.736* (4.781)	-	-	-	-	-	-	-
Garch Student.	1.425* (1.138)	0.149* (1.864)	0.750* (5.519)	7.206* (2.675)	-	-	-	-	-	-
Garch Skew t.	1.423* (1.119)	0.149* (1.840)	0.751* (5.467)	7.208* (2.668)	0.001 (0.020)	-	-	-	-	-
Egarch Normal	-66.81 (-53.0)	0.4070 (1.335)	0.169* (2.993)	-	-	-	0.0284 (0.357)	0.498* (3.306)	-	-
Egarch Student.	-42.73 (-0.94)	0.667* (1.938)	0.8305 (1.156)	10.60 (0.456)	-	-	-0.054 (-0.23)	0.5144 (1.232)	-	-
Egarch Skew t.	47.00* (11.83)	0.032 (0.468)	0.887* (11.65)	2.001* (38.42)	-0.003 (-0.45)	-	-0.592 (-0.49)	2.328 (0.587)	-	-
GRJ Normal	1.722 (1.230)	0.124* (1.762)	0.732* (5.168)	-	-	0.039 (0.405)	-	-	-	-
GRJ Student.	1.4948 (1.408)	0.125* (1.878)	0.732* (6.566)	6.750* (2.818)	-	0.1243 (0.896)	-	-	-	-
GRJ Skew t.	1.4916 (1.395)	0.123* (1.882)	0.731* (6.514)	6.761* (2.810)	0.012 (0.137)	0.1261 (0.900)	-	-	-	-
Aparch Normal	11.112 (0.242)	0.130* (1.255)	0.790* (3.325)	-	-	-	0.056 (0.230)	1.369 (0.861)	-	-
Aparch Student.	8.090 (0.420)	0.167* (1.752)	0.778* (5.004)	6.871* (2.718)	-	-	0.1727 (0.894)	1.439 (1.596)	-	-
Aparch Skew t.	8.247 (0.429)	0.166* (1.756)	0.778* (4.973)	6.885* (2.704)	0.015 (0.163)	-	0.176 (0.912)	1.431 (1.607)	-	-
Igarch Normal	0.4714 (0.562)	0.164 (0.841)	0.835* (0.000)	-	-	-	-	-	-	-
Igarch Student.	0.680 (1.080)	0.205* (1.904)	0.794* (0.000)	5.408* (2.789)	-	-	-	-	-	-
Igarch Skew t.	0.709 (1.029)	0.208 (1.953)	0.791* (0.000)	5.406* (2.788)	-0.017 (-0.18)	-	-	-	-	-
FIGarch Normal	1.2023 (0.777)	0.1636 (5.969)	0.792* (3.948)	-	-	-	-	-	0.078* (0.471)	-
FIGarch Student.	6.555* (2.355)	0.83* (14.4)	0.697* (5.971)	8.792* (2.113)	-	-	-	-	0.291* (2.115)	-
FIGarch Skew t.	6.124* (2.297)	0.83* (14.4)	0.699* (6.240)	8.786* (2.124)	0.015 (0.169)	-	-	-	0.286* (2.048)	-
FIEGarch Normal	67.60* (34.07)	1.79* (1.249)	0.170* (3.184)	-	-	-	0.091 (1.343)	0.217* (1.695)	0.340* (1.638)	-

FIEGarch tudent.	40.02* (2.031)	0.22* (0.160)	1.004* (8.026)	2.001* (226.0)	-	-	2.674 (0.049)	0.815* (0.057)	1.102* (0.266)	-
FIEGarch Skew t.	47.55* (151.0)	0.404 (0.197)	0.884* (6.668)	2.001* (225.4)	-0.055 (-0.74)	-	0.007 (0.503)	0.016 (0.430)	1.896 (5.282)	-
FIAparch Normal	864.62 (0.192)	0.947* (30.32)	0.6929 (0.742)	-	-	-	-0.149 (-0.26)	0.2698 (1.007)	-0.267 (-0.25)	-
FIAparch Student.	11.37 (0.188)	0.949* (9.447)	0.763* (4.231)	6.889* (2.659)	-	-	0.1731 (0.827)	1.3630 (0.896)	-0.030 (-0.09)	-
FIAparch Skew t.	101.56 (0.354)	0.877* (-9.60)	0.722* (5.855)	8.898* (2.193)	0.0235 (0.257)	-	0.0743 (0.424)	1.2549 (1.670)	0.307* (2.520)	-
HYGarch Normal	9.266* (2.455)	-0.824 (-10.7)	0.659* (5.648)	-	-	-	-	-	0.461* (2.177)	-0.382 (-1.00)
HYGarch Student.	8.288* (1.909)	-0.80* (-8.44)	0.639* (4.203)	9.326* (2.039)	-	-	-	-	0.436* (1.602)	-0.300 (-0.67)
HYGarch Skew t	8.234* (1.829)	-0.80* (-8.33)	0.642* (4.128)	9.305* (2.046)	0.017 (0.116)	-	-	-	0.431* (1.510)	-0.299 (-0.65)
NM-GRJ Normal	1.722* (1.230)	0.124* (1.762)	0.732* (5.168)	-	-	0.0399 (0.405)	-	-	-	-
NM-GRJ Student.	1.494* (1.408)	0.125* (1.878)	0.732* (6.566)	6.750* (2.818)	-	0.1243 (0.896)	-	-	-	-
NM-GRJ Skew t.	1.4916 (1.395)	0.123* (1.882)	0.731* (6.514)	6.761* (2.810)	0.0126 (0.137)	0.1261 (0.900)	-	-	-	-
NM- AGarch Normal	1.818 (1.099)	0.143* (1.741)	0.723* (4.188)	-	-	0.0372 (0.376)	-	-	-	-
NM- AGarch Student.	1.6720 (1.109)	0.183* (1.779)	0.707* (4.070)	6.736* (2.800)	-	0.008 (0.916)	-	-	-	-
NM- AGarch Skew t	1.6707 (1.100)	0.182* (1.782)	0.706* (4.002)	6.749* (2.789)	0.0150 (0.163)	0.009 (0.929)	-	-	-	-

*: %5 düzeyine kadar(%1-5) istatistiksel olarak anlamlı

Sabit × 10000

Parantez içerisindeki değerler t istatistiğini göstermektedir.

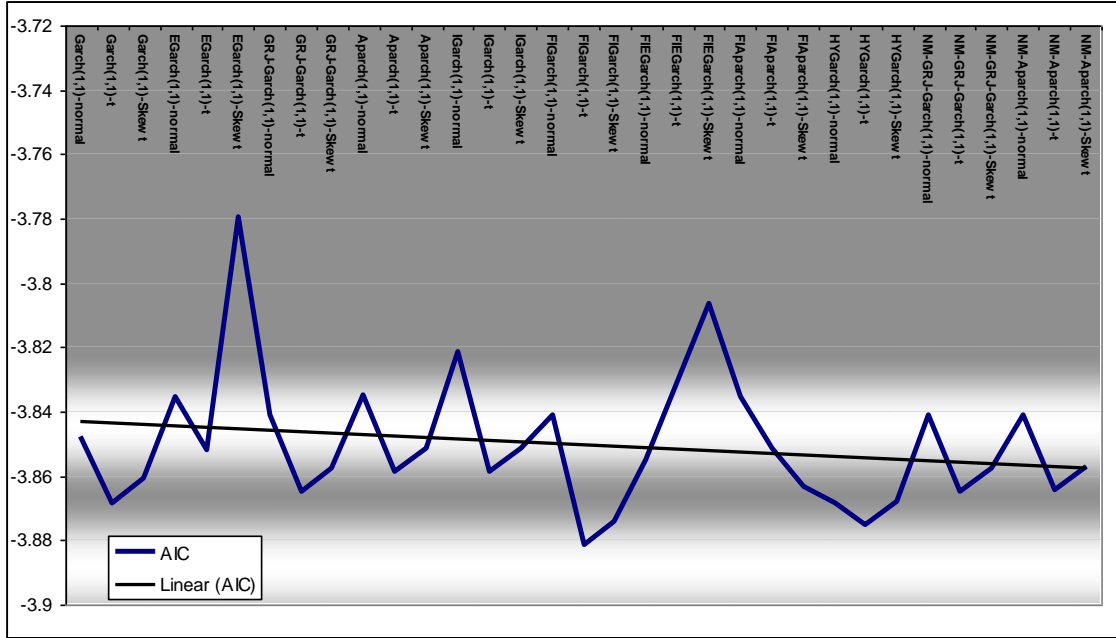
Tablo 5.11’de değişen varyans modellerinin ortalama volatilité, aşım sayısı ve RMSE değerlerine göre karşılaştırması bulunmaktadır. Ortalama volatilitesi en düşük modeller EGARCH(1,1)-t, Riskmetrics-EWMA-0.94, Markov Switching-Garch(1,1) ve Cornish-Fisher RMD modelleridir. Aşım sayısı en düşük modeller FIAparch(1,1)-Skew t, NM-AGARCH(1,1)-t ve NM-AGARCH(1,1)-Skew t modelleri, RMSE değerleri en düşük modeller EGarch(1,1)-normal, EGarch(1,1)-t ve Cornish-Fisher RMD modelleridir.

Tablo 5.11
Değişen Varyans Modelleri Geriye Dönük Testi

Model	Ortalama Volatilite	Aşım Sayısı	RMSE
Garch(1,1)-normal	0.062249	19	0.067269
Garch(1,1)-t	0.067609	16	0.072172
Garch(1,1)-Skew t	0.068082	17	0.072866
EGarch(1,1)-normal	0.052784	33	0.058922
EGarch(1,1)-t	0.053220	31	0.058977
EGarch(1,1)-Skew t	0.055787	25	0.061215
GRJ-Garch(1,1)-normal	0.062689	19	0.067713
GRJ-Garch(1,1)-t	0.068623	17	0.072978
GRJ-Garch(1,1)-Skew t	0.069799	17	0.074475
Aparch(1,1)-normal	0.062679	19	0.067800
Aparch(1,1)-t	0.068467	17	0.072900
Aparch(1,1)-Skew t	0.069664	17	0.074404
IGarch(1,1)-normal	0.062687	22	0.068291
IGarch(1,1)-t	0.070329	15	0.075554
IGarch(1,1)-Skew t	0.070496	16	0.076074
FIGarch(1,1)-normal	0.062385	20	0.067638
FIGarch(1,1)-t	0.068450	15	0.073238
FIGarch(1,1)-Skew t	0.068797	15	0.073849
FIEGarch(1,1)-normal	0.060553	20	0.066084
FIEGarch(1,1)-t	0.066124	14	0.071381
FIEGarch(1,1)-Skew t	0.066322	14	0.071570
FIAparch(1,1)-normal	0.061111	18	0.066825
FIAparch(1,1)-t	0.067488	13	0.072017
FIAparch(1,1)-Skew t	0.067248	15	0.072431
HYGarch(1,1)-normal	0.060287	21	0.065464
HYGarch(1,1)-t	0.065088	16	0.069944
HYGarch(1,1)-Skew t	0.065615	18	0.070649
NM-GRJ-Garch(1,1)-normal	0.062689	19	0.067713
NM-GRJ-Garch(1,1)-t	0.068623	17	0.072978
NM-GRJ-Garch(1,1)-Skew t	0.069799	17	0.074475
NM-AGarch(1,1)-normal	0.062683	19	0.067594
NM-AGarch(1,1)-t	0.068576	15	0.072774
NM-AGarch(1,1)-Skew t	0.069651	15	0.074130
Riskmetrics-EWMA-0.90	0.051761	30	0.061660
Riskmetrics-EWMA-0.94	0.052673	28	0.062008
Riskmetrics-EWMA-0.97	0.053901	31	0.062637
Markov Switching-Garch(1,1)	0.053638	27	0.061989
Cornish-Fisher RMD	0.045752	77	0.054138

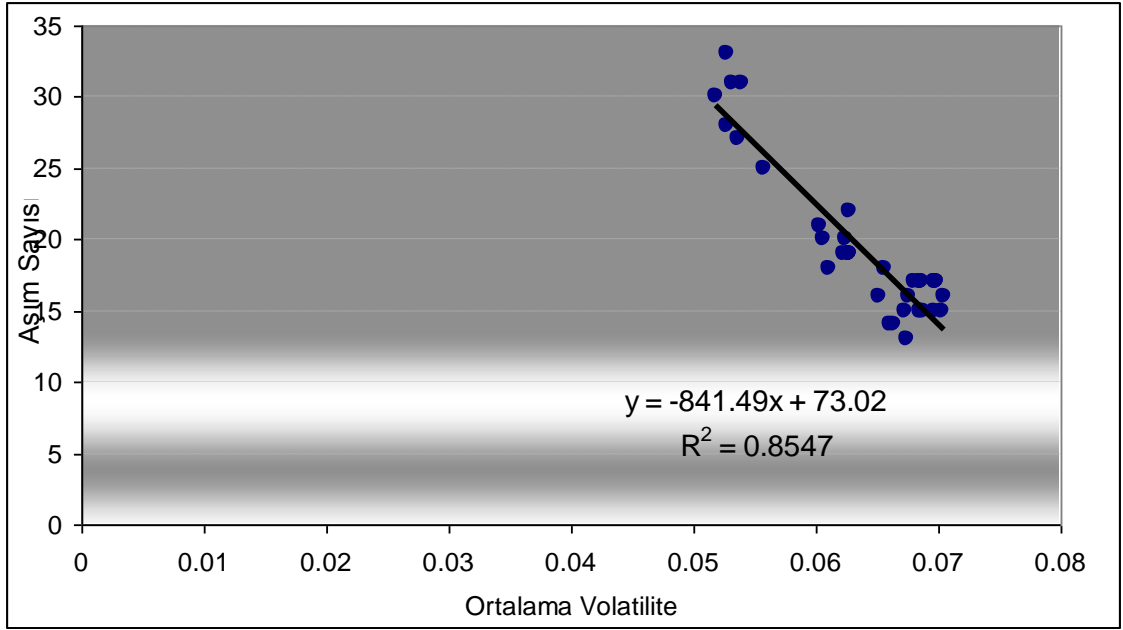
Grafik 5.44’de akaike değerleri karşılaştırmaları bulunmaktadır. Test sonucuna göre student-t dağılımlı FIGARCH ve HYGARCH modelleri ile normal karma GARCH modellerinin diğer modellerden daha iyi öngörüye sahip olduğu görülmektedir. Diğer

bir bulgu normal dağılımlı değişen varyans modellerinden uzun dönem hafızalı ve normal karma dağılımlı değişen varyans modellerine geçildikçe akaike değerlerinin düşme eğiliminde olmasıdır.

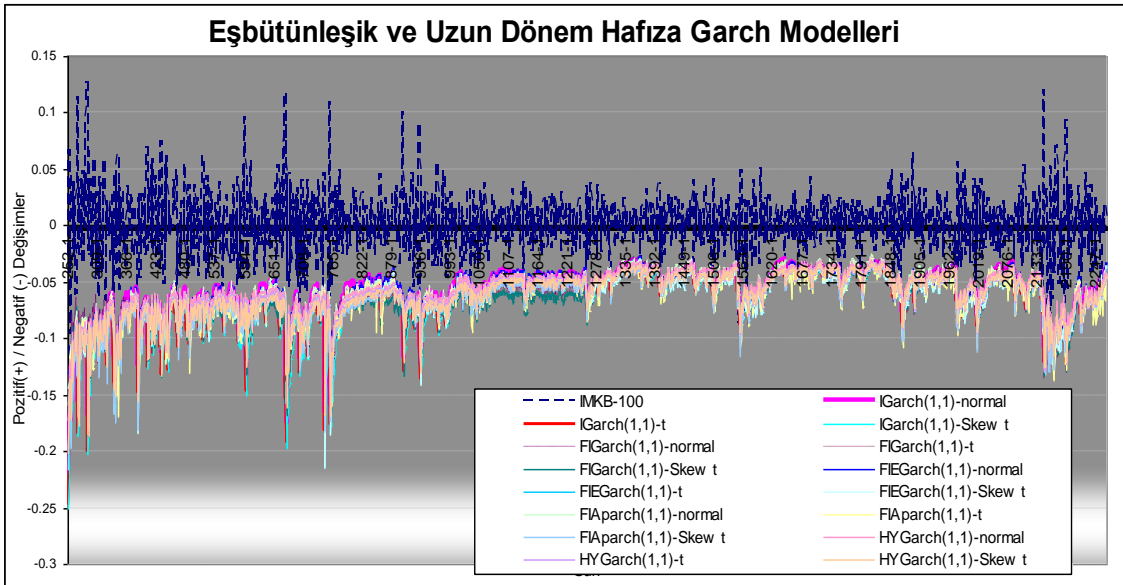


Grafik 5.44: Değişen varyans modelleri akaike karşılaştırması

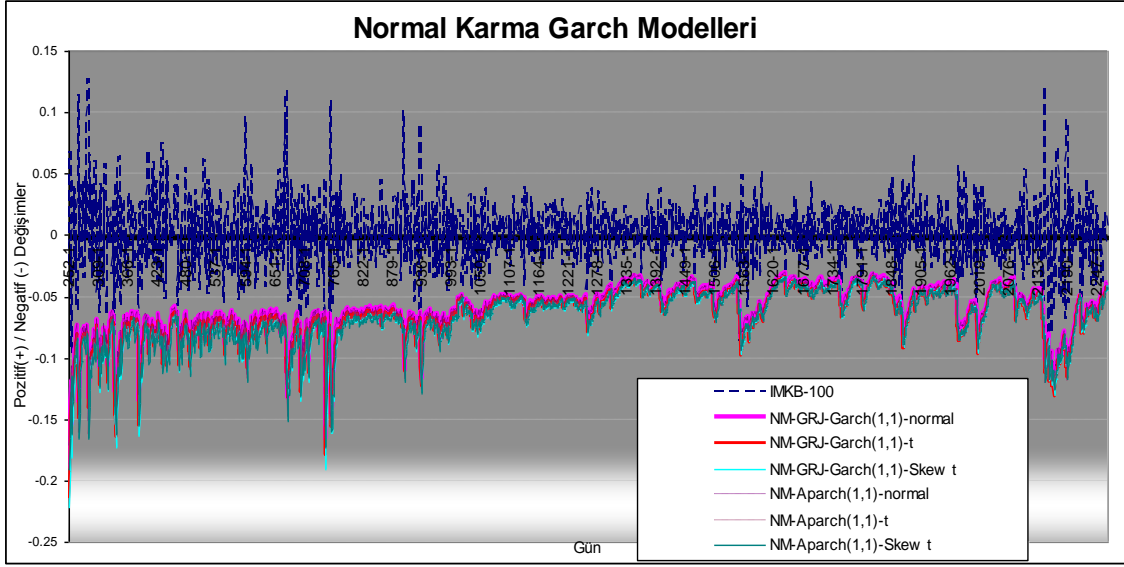
Grafik 5.45’de değişen varyans modelleri aşım sayısı-ortalama volatilité geçiş grafiği bulunmaktadır. Değişen varyans modellerinde, daha düşük aşım sayıları daha yüksek ortalama volatilité ile mümkün olabilmektedir(aşım sayısı-ortalama volatilité doğrusal regresyon R^2 değeri %85.47’dir). Grafik 5.46’da bütünleşik ve uzun dönem hafıza GARCH modelleri, grafik 5.47’de normal karma GARCH modelleri ve grafik 5.48’de Riskmetrics-EWMA ve Cornish-Fisher modelleri öngörü grafikleri bulunmaktadır. Modellerin öngörüsü durağan ve şok dönemlerine göre değişebilmektedir. Riskmetrics-EWMA ve Cornish Fisher modelleri daha düşük RMSE odaklı, değişen varyans modelleri ise düşük RMSE ve kuyruk kaybı odaklıdır. Değişen varyans modellerinde de kuyruk kaybı gözlemlenebilmektedir.



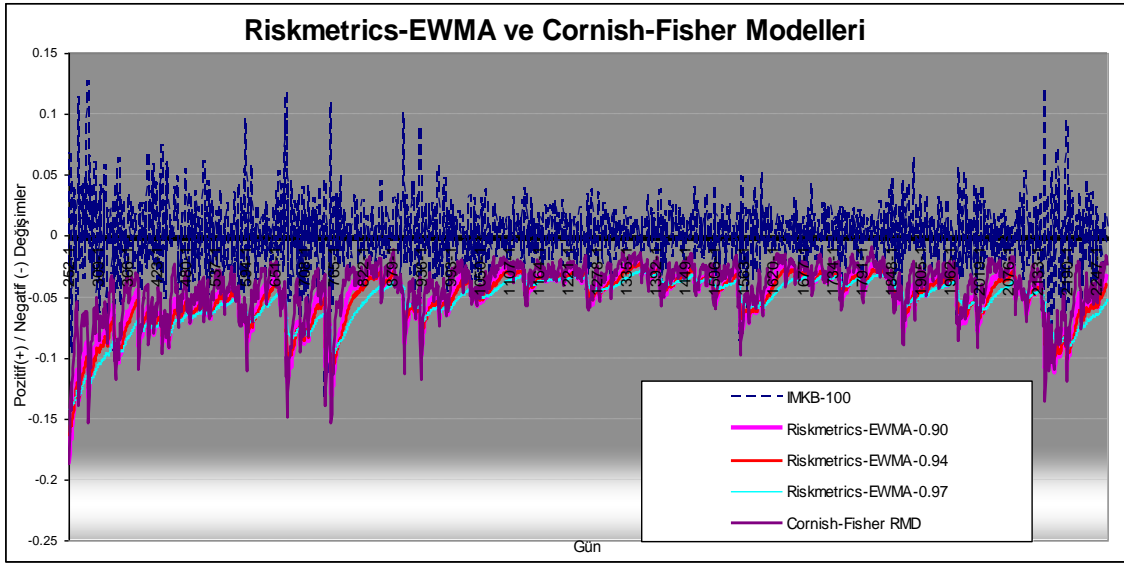
Grafik 5.45: Değişen varyans modelleri aşım sayısı-ortalama volatilité geçişi
* Cornish-Fisher RMD modeli yüksek aşım sayısı nedeni ile(77 aşım) grafik analizine dâhil edilmemiştir.



Grafik 5.46: Bütünlük ve uzun dönem hafıza GARCH modelleri öngörüsü



Grafik 5.47: Normal karma GARCH modelleri öngörüsü



Grafik 5.48: Riskmetrics-EWMA ve Cornish-Fisher modelleri öngörüsü

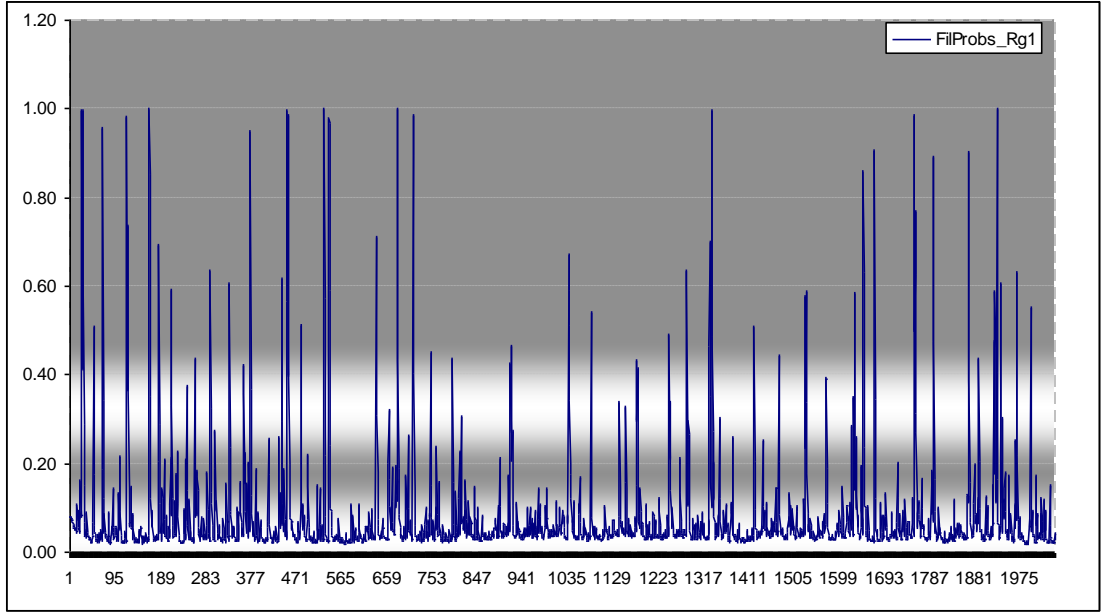
Tablo 5.12’de iki rejimli markov rejim değişim GARCH modeli test sonuçları bulunmaktadır. $p(1/.)$ rejimi düşük volatilité dönemini gösterirken $p(2/.)$ rejimi yüksek volatilité dönemini göstermektedir. GARCH parametreleri her iki rejim içinde istatistiksel olarak anlamlıdır.

Tablo 5.12
Markov Rejim Değişim GARCH(1,1) Testi Sonuçları

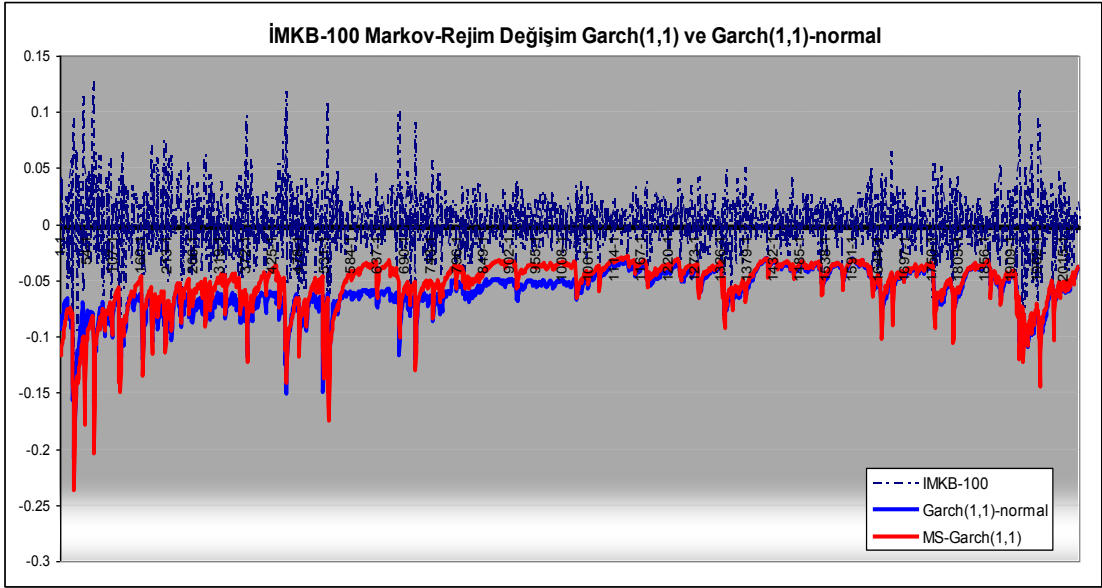
	Parametre	St.Sapma	t-değeri	p-olasılığı
<i>Rejim 1</i>				
ω	0.00001	0	0.000	0.000
α	0.01789	0.11455	1.563	0.118
β	0.95317	0.02813	33.884	0.003
<i>Rejim 2</i>				
ω	0.00283	0.0005	0.000	0.000
α	0.04903	0.01046	4.688	0.000
β	0.91524	0.01696	53.965	0.002
Markov rejim geçiş olasılıkları				
	P(1 .)	P(2 .)		
$p(1 .)$	0.57403	0.039269		
$p(2 .)$	0.42597	0.96073		
Diagnostik testler				
Log Likelihood	4962.77		Box-Pierce Q(12) (residuals):	20.593 (0.057)
Akaike Criterion	-4954.77		Box-Pierce Q(12) (sq.residuals):	9.3368 (0.674)
Residual SD	0.0246			
Residual Skew.	0.0377			
Residual Kurt.	2.5445			

* $P(1|.)$ düşük volatilité dönemini, $P(2|.)$ yüksek volatilité dönemini göstermektedir.

Grafik 5.49'da, İMKB-100 endeksi markov rejim değişim GARCH modeli $P(1|.)$ rejimi için rejim geçiş olasılıkları bulunmaktadır. İMKB-100 endeksi için tek rejim geçerli olmadığından, yapısal volatilité kırılmasını dikkate alan volatilité modellerinin öngörü performansının daha yüksek olması beklenmektedir. Grafik 5.50'de İMKB-100 endeksi markov-rejim değişim GARCH ve GARCH modeli öngörüsü bulunmaktadır. Markov-rejim değişim GARCH modeli durağan dönemlerde GARCH modeline göre riski daha düşük olarak öngörmekte, şok dönemi başladığında ve şok dönemlerinde riski daha yüksek öngörmektedir. Bu durum markov-rejim değişim GARCH modelinin daha düşük RMSE değerine sahip olurken kuyruk kaybı başarısını da arttırmaktadır.



Grafik 5.49: MS-GARCH Modeli 1. Rejim markov rejim geçiş olasılıkları



Grafik 5.50: Markov-rejim değişim GARCH ve GARCH modeli öngörüsü

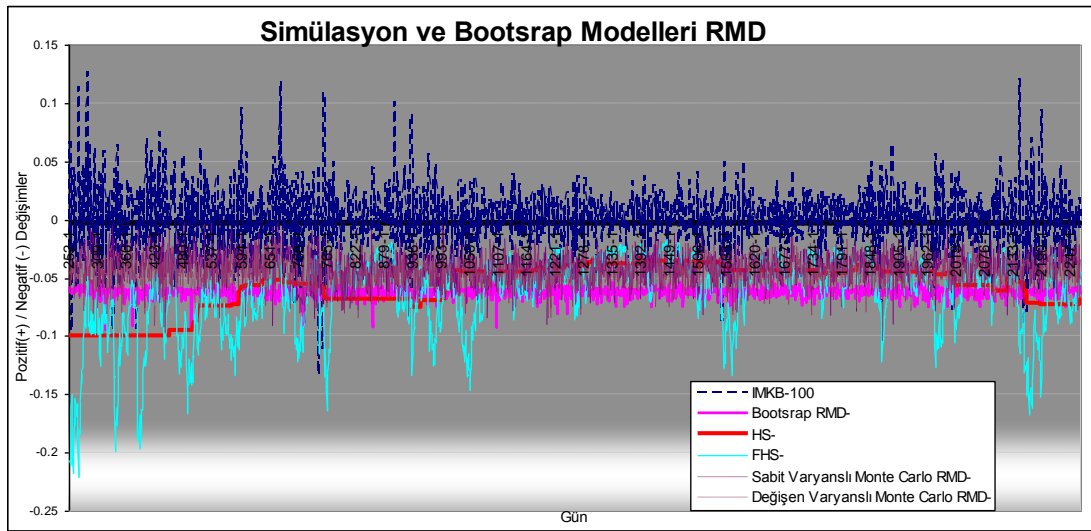
5.4. SİMÜLASYON VE BOOTSTRAP MODELLERİNİ SONUÇLARI

Simülasyon ve bootstrap modellerinden; tarihsel simülasyon(HS), koşullu tarihsel simülasyon(FHS), bootstrap RMD, sabit monte carlo RMD ve koşullu monte carlo RMD modelleri İMKB-100 endeksi üzerine uygulanmıştır. Ortalama volatilité,

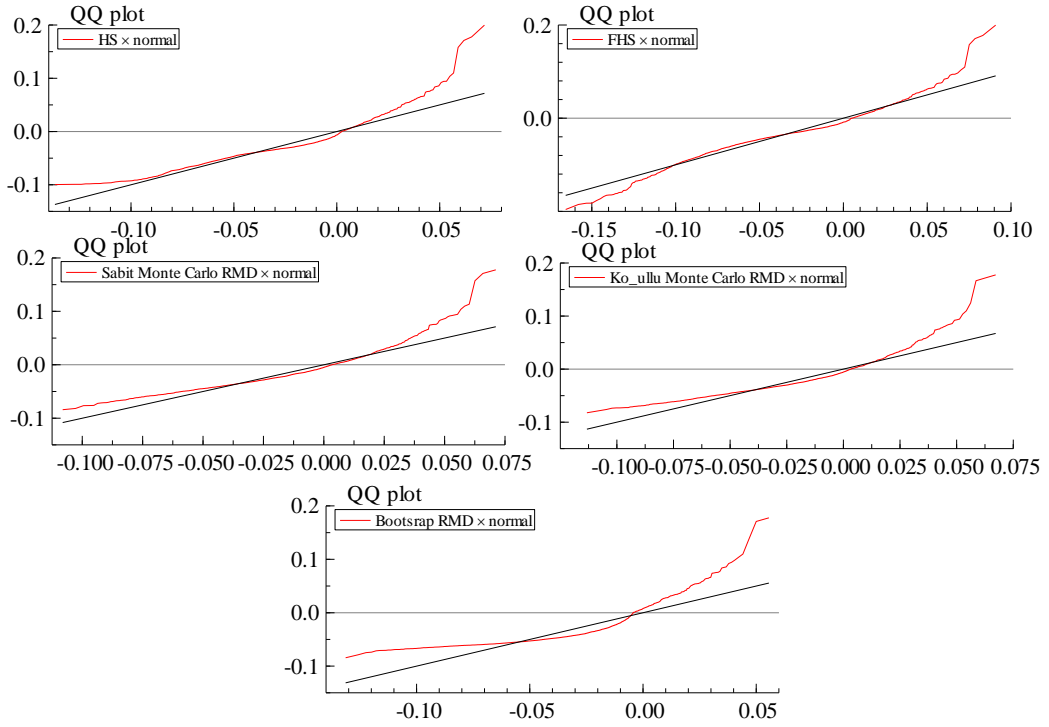
aşım sayısı ve kök ortalama hata kare (RMSE) değerleri tablo 5.13’de bulunmaktadır. Monte carlo modelleri ortalama volatilité değerleri daha düşük olmasına rağmen aşım sayıları tarihsel simülasyon ve bootstrap modellerinin üç katını aşabilmektedir. Bu durum, monte carlo RMD modellerinin veriye yakın hareket ederek RMSE değerlerini düşürdüğünü ancak çok sayıda kuyruk kaybına neden olduğunu göstermektedir. Grafik 5.51’de simülasyon ve bootstrap modelleri hareketi, grafik 5.52’de modellerin sapma(hata terimi) Q-Q grafikleri bulunmaktadır. Sapma grafikleri tüm modellerin kuyruk kaybını yakalamada başarılı olmadığını göstermektedir.

Tablo 5.13
Simülasyon ve Bootstrap Modelleri Testi

Model	Ortalama Volatilité	Aşım Sayısı	RMSE
Tarihsel simülasyon(HS)	0.057531	26	0.06476
Koşullu tarihsel simülasyon(FHS)	0.062864	28	0.07403
Bootstrap RMD	0.062466	21	0.06649
Sabit monte carlo RMD	0.040960	116	0.04888
Koşullu monte carlo RMD	0.045993	66	0.05273



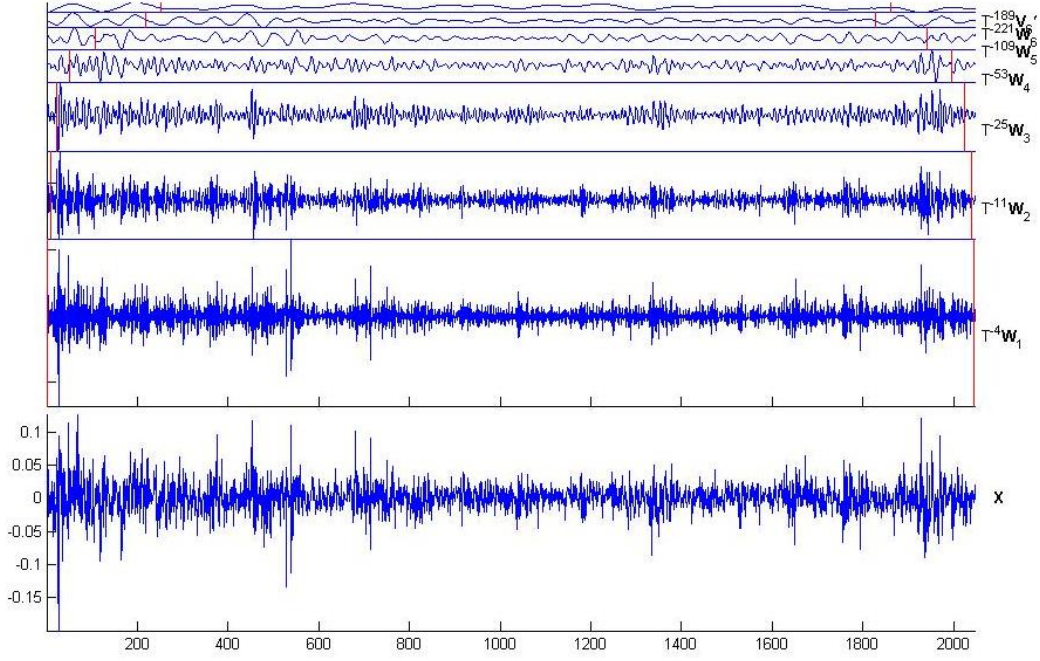
Grafik 5.51: İMKB-100 Simülasyon ve Bootstrap Modelleri RMD



Grafik 5.52: Simülasyon ve Bootstrap Modelleri Sapma Q-Q Grafikleri

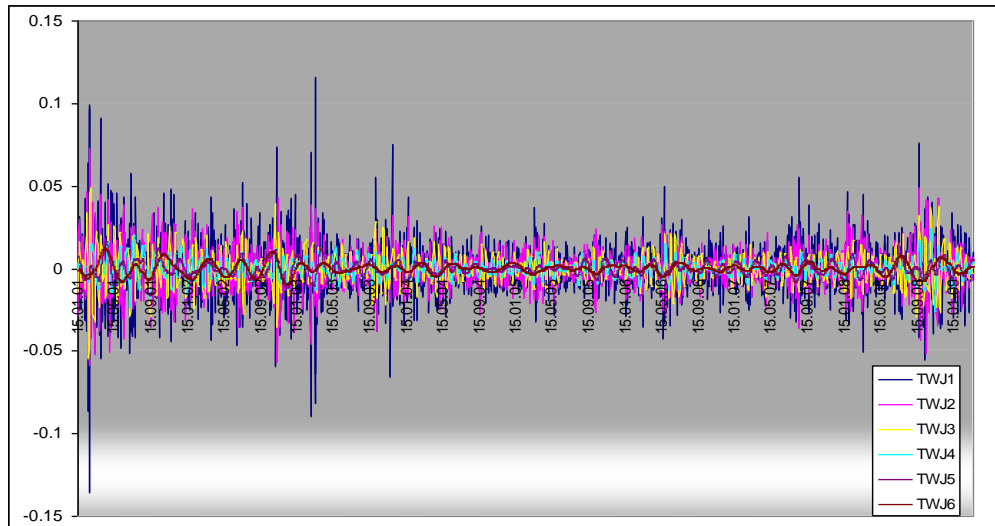
5.5. DALGACIK DÖNÜŞÜMÜ SONUÇLARI

İMKB-100 endeksi öncelikle en yüksek örtmeli dalgacık yöntemi ile altı ölçeğe ($2^1, \dots, 2^6$) ayrıştırılmıştır. Grafik 5.53'de ölçeklendirilen veri seti bulunmaktadır. Düşük ölçekler veri setine yakın hareket etmekle birlikte dalgalanma hareketlerinde farklılıklar bulunmaktadır.



Grafik 5.53: İMKB-100 Dalgacık Ayrıştırması(MODWT)

Yumuşak geçiş sağlanması için en yüksek örtmeli dalgacık analizi ile ölçeklendirilen İMKB-100 endeksi döndürmeli dalgacık analizi(circularly shifted MODWT) ile yeniden ölçeklendirilmiştir. Altıncı düzeye kadar(2^6) ölçeklendirilen veri Grafik 5.54’de bulunmaktadır.



Grafik 5.54: İMKB-100 Döndürmeli Dalgacık Ayrıştırması(CS-MODWT)

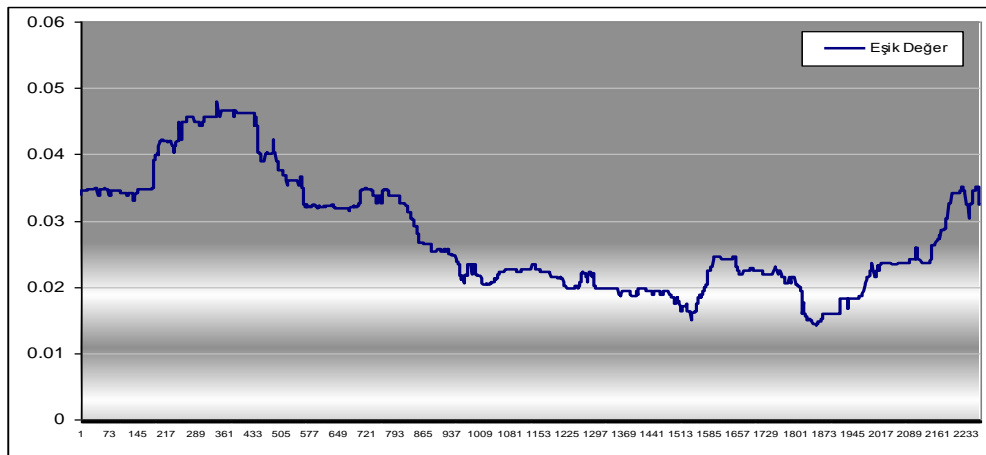
5.6. UÇ DEĞER TEORİSİ VE BEKLENEN KUYRUK KAYBI SONUÇLARI

İMKB-100 endeksi üzerine uç değer teorisi ve beklenen kuyruk kaybı modellerinden EVT-Hill-GARCH, genelleştirilmiş uç değer dağılımı(GEV), koşullu genelleştirilmiş uç değer dağılımı(FGEV), genelleştirilmiş pareto dağılımı(GPD), koşullu genelleştirilmiş pareto dağılımı(FGPD), beklenen kuyruk kaybı(ES) ve koşullu beklenen kuyruk kaybı(FES) modelleri uygulanmıştır.

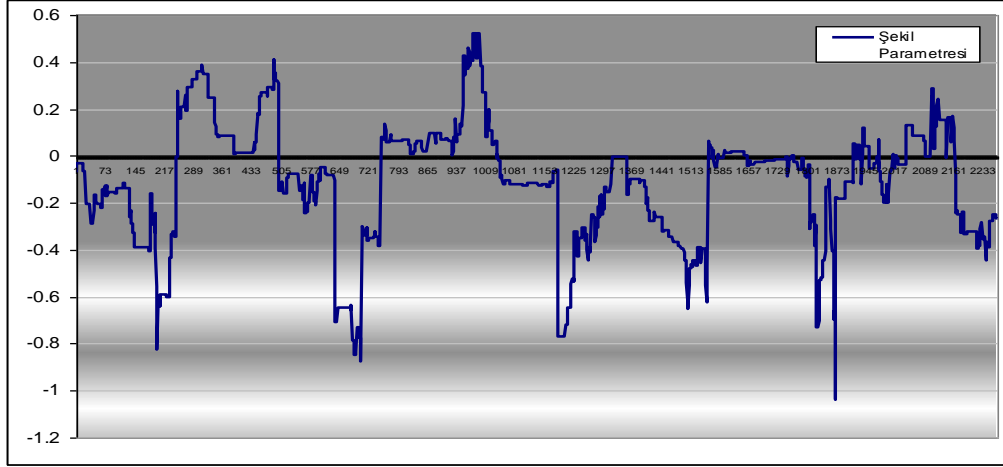
Aşağıdaki tablo 5.14’de İMKB-100 endeksi için GPD parametre değerleri bulunmaktadır. Literatürde yaygın olarak tek bir parametre üzerinden model kurulmaktadır ancak bu durum örneklem dışı öngörünün yapılamamasına neden olmaktadır. Bu nedenle, GPD parametreleri her bir gün için tekrar hesaplanarak örneklem dışı öngörü ile model oluşturulmuştur. Grafik 5.55’de GPD eşik değeri, grafik 5.56’da GPD şekil parametresi değişimi, grafik 5.57’de GPD ölçek parametresi değişimi bulunmaktadır. Tüm parametreler zamanla değişmektedir.

Tablo 5.14
GPD Parametre Değerleri(Maksimum Olabilirlik)

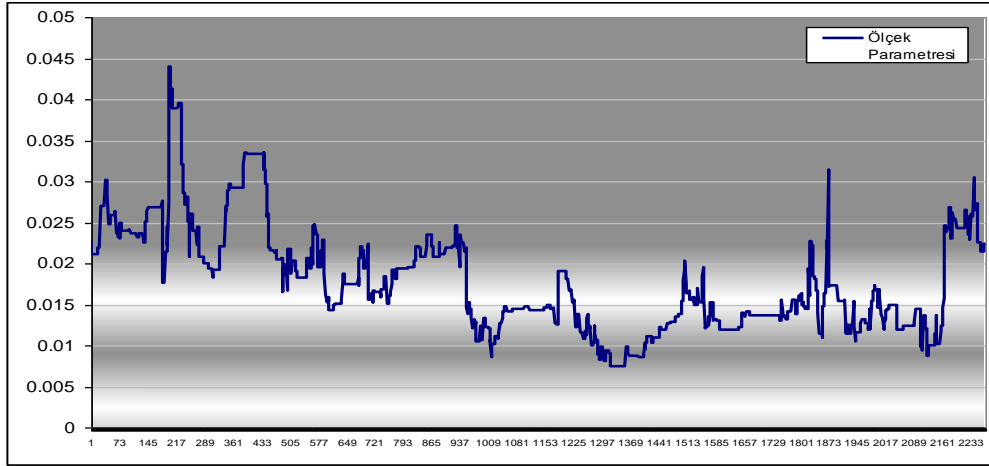
Parametre	Üst Kuyruk	Alt Kuyruk
Ölçek parametresi($\hat{\sigma}$)	0.0198 (0.007)	0.0195 (0.007)
Şekil parametresi($\hat{\xi}$)	-0.0040 (0.0233)	-0.0167 (0.0220)



Grafik 5.55: GPD Eşik Değer Değişimi



Grafik 5.56: GPD Şekil Parametresi Değişimi



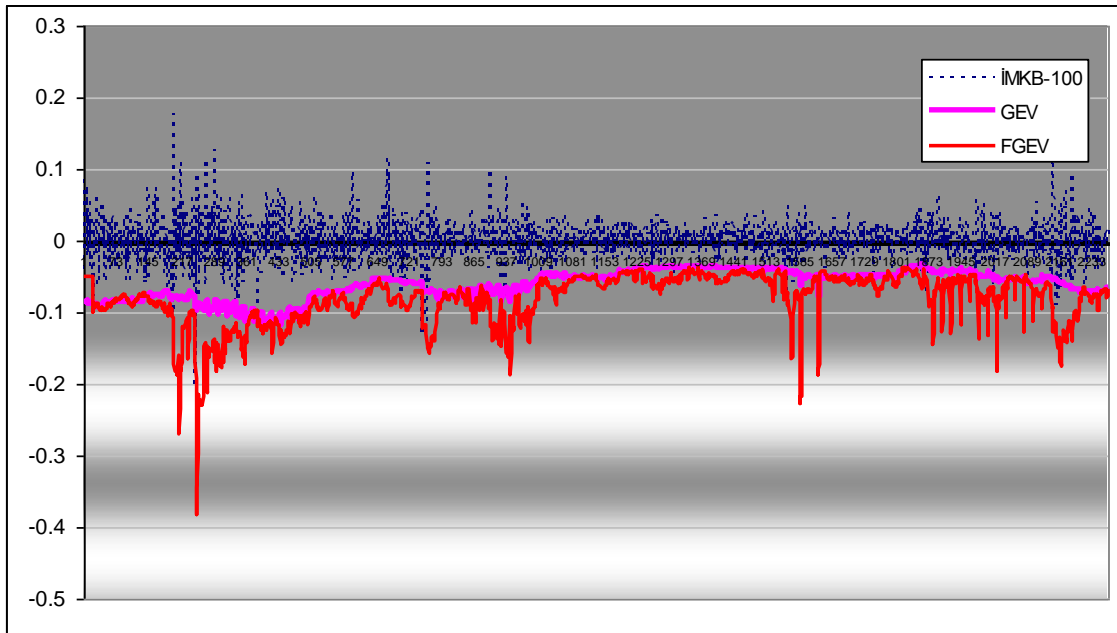
Grafik 5.57: GPD Ölçek Parametresi Değişimi

Tablo 5.15’de modellerin ortalama volatilité, aşım sayısı ve kök ortalama hata kare (RMSE) değeri bulunmaktadır. Beklendiđi gibi GARCH koşullu varyansını baz alan EVT-Hill-GARCH modelinin ortalama volatilité değeri daha düşüktür. Aşım sayısı testine göre ise performansı en düşük model EVT-Hill-GARCH, en iyi model ise FGEV modelidir. RMSE değerine göre ise EVT-Hill-GARCH modeli en iyi öngörü sağlayan modeldir. GEV ve GPD modellerinin RMSE değeri de diğer modellerden daha düşük olup EVT-Hill-GARCH modeline yakındır. Bunun nedeni GEV ve GPD modellerinin beklendiği şekilde dalgalı bir seyir yerine geçmiş dönem uç değer dağılımını dikkate alarak doğrusala yakın hareket etmesidir.

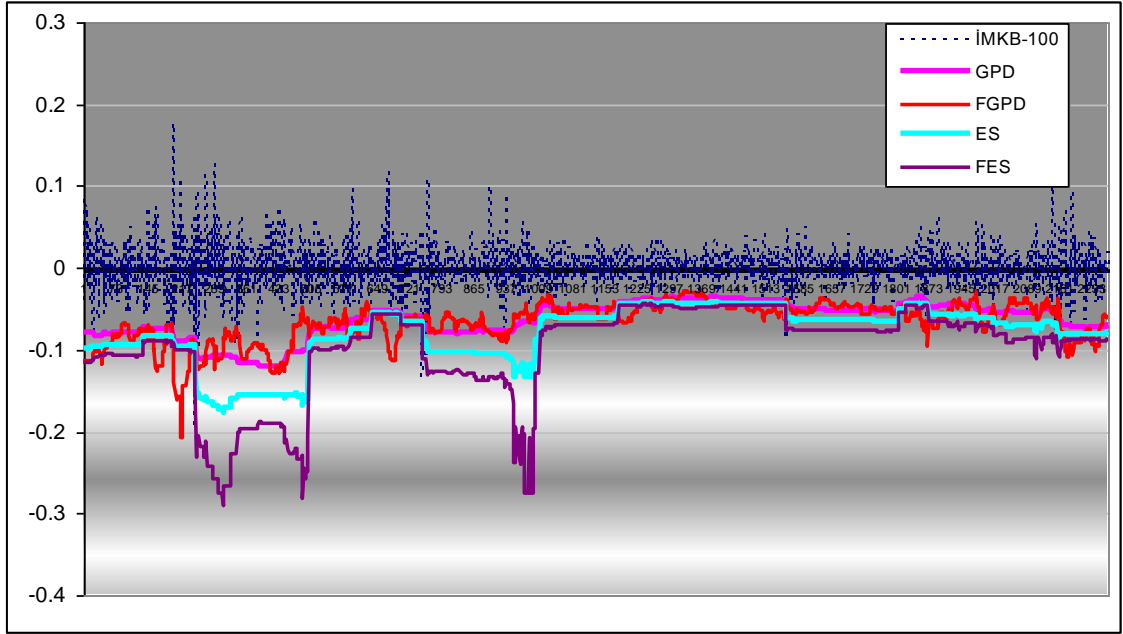
Tablo 5.15
Uç Değer Teorisi Modelleri Testi

Model	Ortalama Volatilite	Aşım Sayısı	RMSE
EVT-Hill	0.052873	53	0.060983
GEV	0.061001	28	0.066498
FGEV	0.081961	5	0.090844
GPD	0.063140	26	0.069795
FGPD	0.066885	19	0.071110
ES	0.079707	13	0.089720
FES	0.098426	10	0.116531

Grafik 5.58’de GEV ve FGEV Modelleri, grafik 5.59’de ise GPD, FGPD, ES ve FES Modelleri öngörü performansları bulunmaktadır. Kuyruk kaybını yakalamada koşullu ve beklenen kuyruk kaybı modellerinin(FGEV, FGPD, ES ve FES) performansı daha yüksektir.



Grafik 5.58: GEV ve FGEV Modelleri



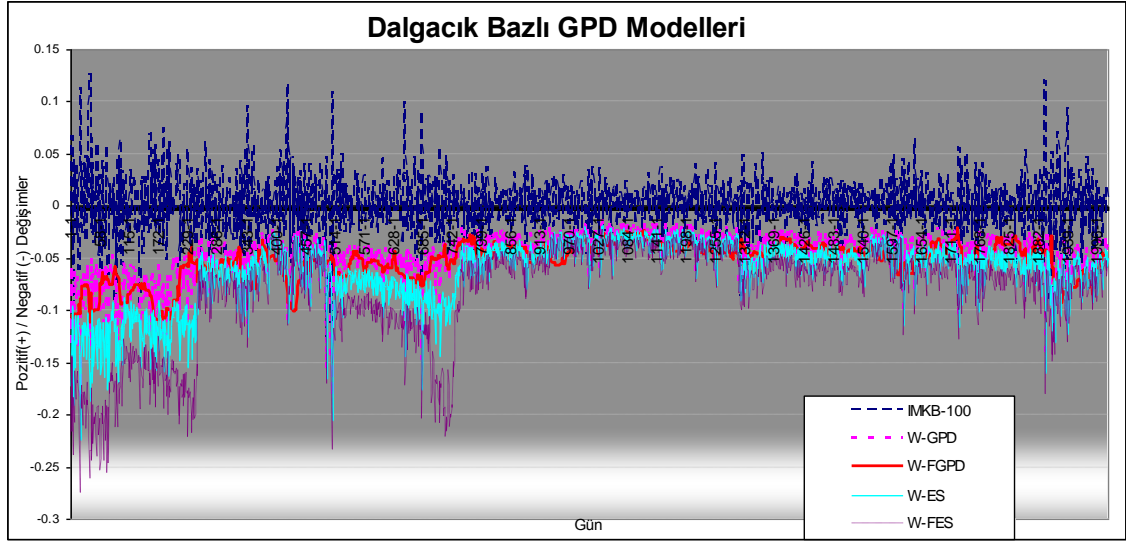
Grafik 5.59: GPD, FGPD, ES ve FES Modelleri

5.7. DALGACIK BAZLI UÇ DEĞER TEORİSİ SONUÇLARI

Dördüncü bölümde teorik özellikleri açıklanan dalgacık bazlı uç değer teorisi genelleştirilmiş pareto dağılımı üzerinden İMKB-100 endeksine uygulanmıştır. Veri setine; dalgacık bazlı GPD(W-GPD), dalgacık bazlı koşullu GPD(W-FGPD), dalgacık bazlı beklenen kuyruk kaybı(W-ES) ve dalgacık bazlı koşullu beklenen kuyruk kaybı(W-FES) modelleri uygulanmıştır. Tablo 5.16’da dalgacık bazlı uç değer teorisi modellerinin ortalama volatilité, aşım sayısı ve kök ortalama hata kare kriteri (RMSE) değerleri bulunmaktadır. Dalgacık bazlı uç değer modellerinin aşım sayısı dalgacık bazlı koşullu beklenen kuyruk kaybı ile 1’e kadar düşebilmektedir. Kök ortalama hata kare kriteri değerleri 0.058-0.098 aralığında, ortalama volatilité değerleri ise %4.8-%8.2 aralığındadır. Grafik 5.60’da dalgacık bazlı uç değer teorisi modelleri değişimleri bulunmaktadır. Koşullu dalgacık bazlı modeller, koşullu uç değer teorisi modellerinde olduğu gibi risk seviyesini daha fazla hesaplamakta, bu şekilde kuyruk kaybını yakalama olasılıkları artmaktadır.

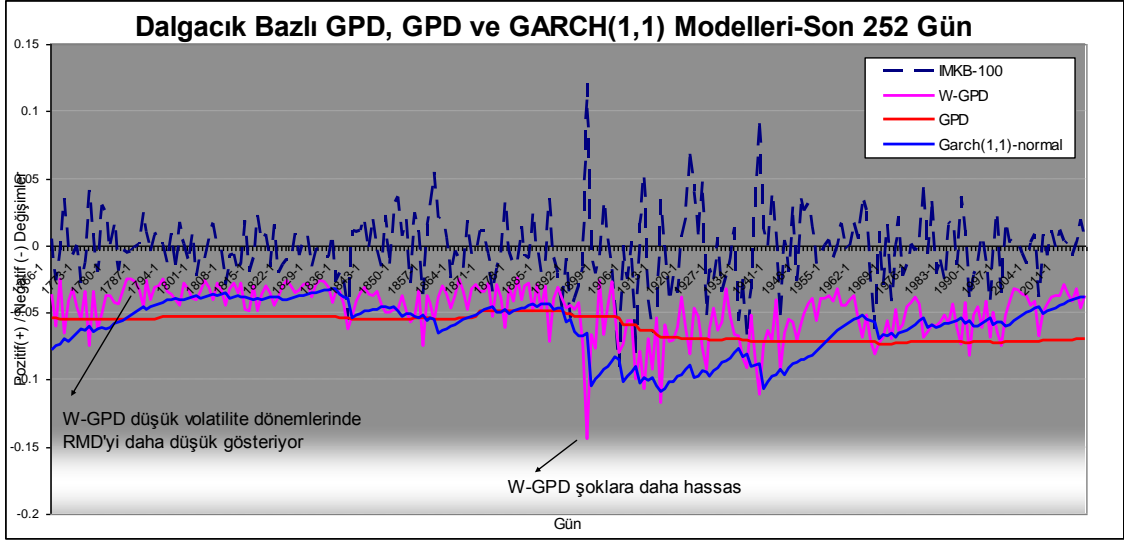
Tablo 5.16
Dalgacık Bazlı Uç Değer Teorisi Modelleri Testi

Model	Ortalama Volatilite	Aşım Sayısı	RMSE
W-GPD	0.047494	12	0.057331
W-FGPD	0.053709	36	0.061956
W-ES	0.063913	2	0.074717
W-FES	0.082293	1	0.097733



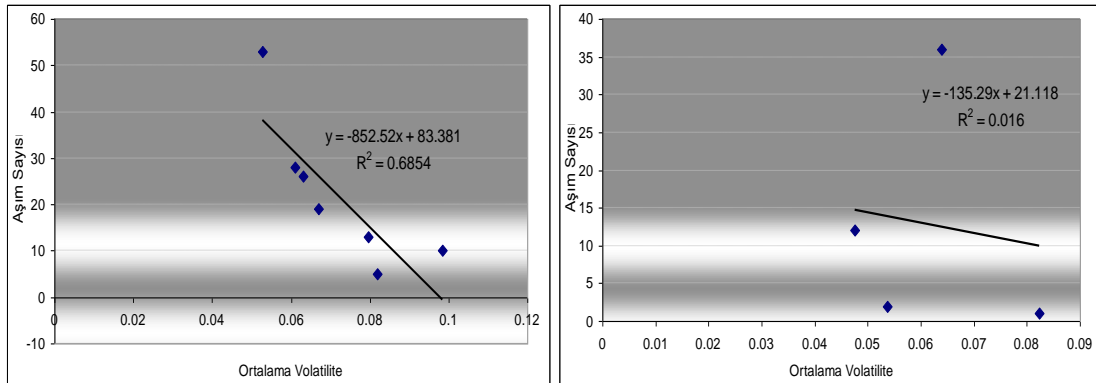
Grafik 5.60: Dalgacık bazlı uç değer teorisi modelleri(İMKB-100)

Grafik 5.61’de Dalgacık bazlı GPD, GPD ve GARCH Modellerinin son 252 günlük hareketi bulunmaktadır. Dalgacık bazlı model, düşük volatilité dönemlerinde GARCH modelinin daha hassas şekli gibi hareket ederken, şok dönemi sinyali alındığında risk seviyesini hem GPD hemde GARCH modelinden daha yukarıdan öngörmektedir. Bu durum dalgacık bazlı uç GPD modelinin öngörü performansını artırırken aşım sayısının da asgari seviyede olmasını sağlamaktadır.



Grafik 5.61: Dalgacık bazlı GPD, GPD ve GARCH Modelleri

Grafik 5.62’de dalgacık bazlı uç değer teorisi ve uç değer teorisi modelleri aşım sayısı-ortalama volatilité geçiş grafikleri bulunmaktadır. Değişen varyans modellerinde olduğu gibi uç değer teorisi modellerinde düşük aşım sayısı daha yüksek ortalama volatilité ile mümkün olabilmektedir. Uç değer teorisi için aşım sayısı-ortalama volatilité doğrusal regresyon R^2 değeri %68.54’tür. Dalgacık bazlı uç değer teorisinde ise, aşım sayısı hem uç değer teorisinden daha düşük hemde düşük aşım sayısı ortalama volatilité düşüklüğüne bağlı değildir. Dalgacık bazlı uç değer teorisi için Aşım sayısı-ortalama volatilité doğrusal regresyon R^2 değeri %01.60 olarak gerçekleşmiştir.



(a) Uç Değer Teorisi Modelleri

(b) Dalgacık Bazlı Uç Değer Teorisi Modelleri

Grafik 5.62: Dalgacık Bazlı EVT ve EVT Modelleri Aşım Sayısı-Ortalama Volatilité Geçiş Grafiği

5.8. MODELLERİN KARŞILAŞTIRILMASI

Tablo 5.17’de dalgacık bazlı uç değer teorisi, uç değer teorisi, bootstrap ve simülasyon ve değişen varyans modelleri geriye dönük testi bulunmaktadır. Aşım sayısına göre en uygun modeller FES, FGEV, W-ES ve W-FES modelleri; RMSE kriterine göre en uygun modeller sabit monte carlo RMD, koşullu monte carlo RMD, EVT-Hill-GARCH, Cornish-Fisher RMD ve W-GPD modelleri; Kupiec(1995) testine göre en uygun modeller FES, FGEV, W-ES ve W-FES modelleri; Lopez(1998) testine göre en uygun modeller ES ve W-GPD; Christoffersen(1998) testine göre en uygun modeller F-GEV, W-ES, W-GPD ve W-FES modelleridir. Test sonucunda, riske maruz değer öngörüsünde yetersiz bir geriye dönük test olan RMSE testine göre monte carlo modellerinin öngörü performansı diğer modellerden daha iyi olarak tespit edilmiştir. Ancak gerek aşım sayısı gerekse kuyruk kaybı testleri sonuçlarına göre monte carlo modelleri en düşük performansa sahiptir. Bu nedenle RMSE’nin öncelikli geriye dönük test olarak değerlendirilmemesi gerekmektedir. Çifter, Özün ve Yılmaz(2007b)’de benzer şekilde RMSE’nin öncelikli geriye dönük test olarak dikkate alınmamasını önermektedir. Aşım sayısı testine göre dalgacık bazlı uç değer teorisi ve koşullu uç değer teorisi modellerinin öngörü performansının daha iyi olduğu görülmektedir. Kuyruk kaybı bazlı testler olan Kupiec(1995), Lopez(1998) ve Christoffersen(1998) testleri de dalgacık bazlı uç değer teorisi ve koşullu uç değer teorisi modellerinin öngörü performansının daha iyi olduğunu göstermektedir. Dalgacık bazlı uç değer teorisinin koşullu uç değer teorisine göre üstünlüğü ise aşım sayısının düşük olması, RMSE değerlerinin düşük olması ve kuyruk kaybı testleri istatistiğinin daha anlamlı olmasıdır. Yüksek RMSE değeri, ortalama volatilité öngörüsü değerini de yükselterek daha fazla sermaye tahsisine neden olabilmektedir. Tüm testler birlikte değerlendirildiğinde, W-ES(dalgacık bazlı beklenen kuyruk kaybı) modelinin 2 aşım sayısı, 0.074717 RMSE değeri ve en iyi Kupiec(1995) ve Christoffersen(1998) istatistik değerleri ile en uygun öngörü modeli olduğu görülmektedir. GARCH(1,1)-normal modeli 0.067269 RMSE değeri ile 19 aşım sayısına ulaşırken çalışmada önerilen W-ES modeli yaklaşık olarak aynı RMSE değeri ile 2 aşım sayısında kalmaktadır. Bu sonuçlar, dalgacık bazlı uç değer teorisinin gerek değişen varyans modeli ve simülasyon modellerine gerekse uç değer teorisi modellerine göre önemli bir üstünlüğe sahip olduğunu göstermektedir.

Dalgacık bazlı uç değer teorisinin öngörü performansının bu düzeyde artmasındaki temel neden dalgacık bazlı eşik değer ile yüksek frekanslı iş çevrimlerinin öngörü modeline dâhil edilmesidir.

Tablo 5.17
Modellerin Geriye Dönük Testi

Model	Aşım Sayısı	RMSE	Kupiec Testi	Lopez Testi	Christoffersen Testi
Garch(1,1)-normal	19	0.067269	0.454705	0.138769	0.791475
Garch(1,1)-t	16	0.072172	0.208979	0.023132	0.332984
Garch(1,1)-Skew t	17	0.072866	0.283102	0.046256	0.465932
EGarch(1,1)-normal	33	0.058922	0.997089	1.904877	0.008547
EGarch(1,1)-t	31	0.058977	0.991267	1.735001	0.024685
EGarch(1,1)-Skew t	25	0.061215	0.881203	0.713782	0.297434
GRJ-Garch(1,1)-normal	19	0.067713	0.454705	0.163222	0.791475
GRJ-Garch(1,1)-t	17	0.072978	0.283102	0.033702	0.465932
GRJ-Garch(1,1)-Skew t	17	0.074475	0.283102	0.046256	0.465932
Aparch(1,1)-normal	19	0.067800	0.454705	0.163222	0.791475
Aparch(1,1)-t	17	0.072900	0.283102	0.033702	0.465932
Aparch(1,1)-Skew t	17	0.074404	0.283102	0.046256	0.465932
IGarch(1,1)-normal	22	0.068291	0.708149	0.280862	0.686495
IGarch(1,1)-t	15	0.075554	0.146635	0.068309	0.225505
IGarch(1,1)-Skew t	16	0.076074	0.208979	0.033207	0.332984
FIGarch(1,1)-normal	20	0.067638	0.543919	0.218075	0.969611
FIGarch(1,1)-t	15	0.073238	0.146635	0.014545	0.225505
FIGarch(1,1)-Skew t	15	0.073849	0.146635	0.033702	0.225505
FIEGarch(1,1)-normal	20	0.066084	0.543919	0.248477	0.969611
FIEGarch(1,1)-t	14	0.071381	0.097308	0.033702	0.143956
FIEGarch(1,1)-Skew t	14	0.071570	0.097308	0.033702	0.143956
FIAparch(1,1)-normal	18	0.066825	0.366294	0.116300	0.620852
FIAparch(1,1)-t	13	0.072017	0.060737	0.014545	0.086128
FIAparch(1,1)-Skew t	15	0.072431	0.146635	0.033702	0.225505
HYGarch(1,1)-normal	21	0.065464	0.629614	0.389915	0.853620
HYGarch(1,1)-t	16	0.069944	0.208979	0.033702	0.332984
HYGarch(1,1)-Skew t	18	0.070649	0.366294	0.060792	0.620852
NM-GRJ-Garch(1,1)-normal	19	0.067713	0.454705	0.163222	0.791475
NM-GRJ-Garch(1,1)-t	17	0.072978	0.283102	0.033702	0.465932
NM-GRJ-Garch(1,1)-Skew t	17	0.074475	0.283102	0.046256	0.465932
NM-AGarch(1,1)-normal	19	0.067594	0.454705	0.218075	0.791475
NM-AGarch(1,1)-t	15	0.072774	0.146635	0.014545	0.225505
NM-AGarch(1,1)-Skew t	15	0.074130	0.146635	0.014545	0.225505
Riskmetrics-EWMA-0.90	30	0.061660	0.985490	1.904877	0.040221

Riskmetrics-EWMA-0.94	28	0.062008	0.963235	1.735001	0.097914
Riskmetrics-EWMA-0.97	31	0.062637	0.991267	1.495061	0.024685
HS	26	0.065649	0.917188	0.882329	0.211688
FHS	28	0.074859	0.963235	1.272969	0.097914
Bootstrap RMD	21	0.067356	0.629614	0.389915	0.853620
Sabit Monte Carlo RMD	116	0.049690	1.000000	46.189974	n.a.
Koşullu Monte Carlo RMD	66	0.053623	1.000000	15.699741	n.a.
Markov Switching-Garch(1,1)	27	0.061989	0.943993	1.004610	0.146151
EVT-Hill-GARCH	53	0.060983	1.000000	7.304699	n.a.n
Cornish-Fisher RMD	77	0.054138	1.000000	20.798938	n.a.n
GPD	26	0.069795	0.917188	0.824164	0.211688
ES	13	0.089720	0.060737	0.003321	0.086128
FGPD	19	0.071110	0.454705	0.077312	0.791475
FES	10	0.116531	0.009594	0.017242	0.011676
GEV	28	0.066498	0.963235	1.004610	0.097914
FGEV	5	0.090844	0.000060	0.146861	0.000048
W-GPD	12	0.057331	0.035444	0.004669	0.047987
W-ES	2	0.074717	0.000000	0.259265	0.000000
W-FGPD	36	0.061956	0.999542	1.345016	0.001422
W-FES	1	0.097733	0.000000	0.292324	0.000000

Tablo 5.18’de modellerin ileri dönük(ex-ante) beş günlük christoffersen geriye dönük testi bulunmaktadır. Test sonuçlarına göre dalgacık bazlı genelleştirilmiş pareto dağılımı ve dalgacık bazlı beklenen kuyruk kaybı en uygun modellerdir. Bu sonuç, dalgacık bazlı parametrik olmayan volatilité modellerinin ileri dönük öngörü performansının da diğer volatilité modellerinden daha iyi olduğunu göstermektedir.

Tablo 5.18
Modellerin Beş Günlük Geriye Dönük Testi(Ex-Ante)

Model	Christoffersen Testi	Model	Christoffersen Testi	Model	Christoffersen Testi
Garch-normal	0.400120	FIEGarch-normal	0.208280	HS	0.062324
Garch-t	0.846551	FIEGarch-t	0.337309	FHS	0.002569
Garch-Skew t	0.976743	FIEGarch-Skew t	0.337204	Bootstrap RMD	0.679820
EGarch-normal	0.293141	FIAparch-normal	0.143549	Sabit Monte Carlo RMD	0.915308
EGarch-t	0.087669	FIAparch-t	0.679820	Koşullu Monte Carlo RMD	0.979868

EGarch-Skew t	0.051321	FIAparch-Skew t	0.471275	Markov Switching-Garch(1,1)	0.001374
GRJ-Garch-normal	0.293141	HYGarch-normal	0.208280	EVT-Hill-GARCH	0.951571
GRJ-Garch-t	0.976743	HYGarch-t	0.846551	Cornish-Fisher RMD	0.024459
GRJ-Garch-Skew t	0.798315	HYGarch-Skew t	0.529604	GPD	0.143549
Aparch-normal	0.293141	NM-GRJ-Garch-normal	0.293141	ES	0.146289
Aparch-t	0.976743	NM-GRJ-Garch-t	0.976743	FGPD	0.529604
Aparch-Skew t	0.798315	NM-GRJ-Garch-Skew t	0.798315	FES	0.005132
IGarch-normal	0.208280	NM-AGarch-normal	0.400120	GEV	0.096002
IGarch-t	0.976743	NM-AGarch-t	0.846551	FGEV	0.000675
IGarch-Skew t	0.976743	NM-AGarch-Skew t	0.976743	W-GPD	0.000000
FIGarch-normal	0.143549	Riskmetrics-EWMA-0.90	0.007159	W-ES	0.000009
FIGarch-t	0.337309	Riskmetrics-EWMA-0.94	0.007159	W-FGPD	0.096002
FIGarch-Skew t	0.798315	Riskmetrics-EWMA-0.97	0.008303	W-FES	0.146289

5.9. GENEL DEĞERLENDİRME

Çalışmada önerilen dalgacık bazlı uç değer teorisi modelleri İMKB-100 üzerine uygulanmış ve öngörü performansı değişen varyans, simülasyon ve bootstrap ve uç değer teorisi modelleri ile karşılaştırılmıştır. Geriye dönük test sonuçlarına göre dalgacık bazlı uç değer teorisi modelleri diğer parametrik ve parametrik olmayan volatilité modellerinden daha iyi öngörü performansı sağlamaktadır. Genelleştirilmiş pareto dağılımında eşik değerin döndürmeli en yüksek örtmeli ayrık dalgacık analizi ile belirlenmesi yüksek frekanslı zaman serisine iş çevrimi özelliği eklemektedir. Bu nedenle, dalgacık bazlı uç değer teorisi performansı standart uç değer teorisi modellerinden de daha iyi olmaktadır. Dalgacık bazlı uç değer teorisi performansı rejim değişimini dikkate alan markov rejim değişim GARCH modelinin de üzerindedir. Markov rejim değişim modeli iş çevrimini belirli bir olasılık düzeyine indirgerken,

dalgacık bazlı uç değer teorisi iş çevrimlerini verideki sinyalleri ölçeklendirerek baz almaktadır.

Riske maruz değer çalışmalarında, geriye dönük test en az model testleri kadar önemlidir. Bu nedenle modeller aşım sayısı ve kök ortalama hata kare kriteri(RMSE) dışında Kupiec(1995), Lopez(1998) ve Christoffersen(1998) kuyruk kaybı testlerine göre de karşılaştırılmıştır.

Çalışmada önerilen dalgacık bazlı uç değer teorisi modellerinden dalgacık bazlı beklenen kuyruk kaybı(W-ES) modelinin gerek aşım sayısı gerekse Kupiec(1995), Lopez(1998) ve Christoffersen(1998) kuyruk kaybı testlerine göre en uygun model olduğu tespit edilmiştir. Finansal kurumlar riske maruz değer hesaplamalarını dalgacık bazlı beklenen kuyruk kaybı modeli ile hesapladıklarında, hem risk düzeyini doğru bir şekilde hesaplayacak hemde finansal şokları daha iyi öngörebilecektir.

SONUÇ

Finansal zaman serilerindeki şokların öngörüsünde başlangıçta değişen varyans modelleri önerilmiş, ancak değişen varyans modellerinin kuyruk kaybı odaklı olmaması nedeni ile uç değer teorisi modelleri geliştirilmiştir. Uç değer teorisi kapsam olarak çok sayıya parametrik olmayan dağılımı içermekle birlikte, finansal zaman serilerinin öngörüsünde genelleştirilmiş uç değer dağılımı ve genelleştirilmiş pareto dağılımı öne çıkmaktadır. Genelleştirilmiş uç değer dağılımı önceden belirlenen bir blok sayısını baz alırken, genelleştirilmiş pareto dağılımı önceden belirlenen bir eşik değeri baz alınmaktadır. Genelleştirilmiş pareto dağılımında doğru eşik değerinin belirlenmesi, parametrelerin belirlenmesinden daha önemlidir. Bu çalışmada, genelleştirilmiş pareto dağılımında eşik değer döndürmeli en yüksek örtmeli ayrık dalgacık dönüşümü ile belirlenerek dalgacık bazlı uç değer teorisi önerilmiştir. Çalışmada dalgacık bazlı uç değer teorisi modelinin teorik özellikleri açıklanmış ve İMKB-100 endeksi üzerine geçerliliği incelenmiştir. Dalgacık bazlı uç değer teorisi olarak dalgacık bazlı genelleştirilmiş pareto dağılımı, dalgacık bazlı koşullu genelleştirilmiş pareto dağılımı, dalgacık bazlı beklenen kuyruk kaybı ve dalgacık bazlı koşullu beklenen kuyruk kaybı modelleri önerilmiştir. Ayrıca dalgacık bazlı uç değer teorisi öngörü performansı değişen varyans, simülasyon ve bootstrap ve uç değer teorisi modelleri ile karşılaştırılmıştır.

Karşılaştırma modeli olarak değişen varyans modellerinden GARCH, üstel GARCH(EGARCH), eşik değer GARCH(GRJ-GARCH), asimetrik üstel ARCH(APARCH), bütünleşik GARCH(IGARCH), parçalı bütünleşik GARCH(FIARCH), parçalı bütünleşik üstel GARCH(FIEGARCH), parçalı bütünleşik asimetrik üstel ARCH(FIAPARCH), hiperbolik GARCH(HYGARCH), GRJ-normal karma GARCH(NM-GRJ-GARCH), asimetrik normal karma GARCH(NM-AGARCH) modelleri normal, student-t ve çarpık student-t dağılımları ile hesaplanmıştır. Ayrıca Riskmetrics-EWMA, Cornish-Fisher RMD ve markov-rejim değişim GARCH modeli(MS-GARCH) normal dağılımlı olarak eklenmiştir. Değişen varyans modellerindeki asimetriklik ve uzun dönem hafıza etkisi, normal karma dağılım etkisi ve farklı dağılım etkisi İMKB-100 endeksi üzerine test edilmiştir. Tüm modellerin

öngörü performansı, dalgacık bazlı uç değer teorisinden daha düşük düzeyde gerçekleşmiştir. Dalgacık bazlı uç değer teorisinin markov rejim değişim GARCH modelinden de daha iyi öngörü performansına sahip olması, modelin iş çevrimlerini belirli bir olasılık rejimi yerine verilerdeki sinyalleri baz alarak ölçeklendirmesinden kaynaklanmaktadır. Dalgacık bazlı uç değer teorisi performansını rastsal süreç modellerinin performansı ile karşılaştırmak amacı ile çalışmaya simülasyon ve bootstrap modellerinden; tarihsel simülasyon, koşullu tarihsel simülasyon, sabit varyanslı monte carlo RMD, değişen varyanslı monte carlo RMD ve bootstrap RMD modeli eklenmiştir. İMKB-100 endeksi üzerine elde edilen bulgular dalgacık bazlı uç değer teorisinin rastsal süreç modellerinden de daha iyi öngörü performansına sahip olduğunu göstermektedir.

Uç değer teorisi modellerinin öngörü performansının karşılaştırılması amacı ile Hill tahmincisi bazlı GARCH, genelleştirilmiş uç değer dağılımı, koşullu genelleştirilmiş uç değer dağılımı, genelleştirilmiş pareto dağılımı, koşullu genelleştirilmiş pareto dağılımı, beklenen kuyruk kaybı, koşullu beklenen kuyruk kaybı modelleri çalışmaya dahil edilmiştir. Uç değer teorisi modellerinden, koşullu modellerin koşulsuz modellere göre öngörü performansının daha iyi olduğu tespit edilmiştir. Ancak dalgacık bazlı uç değer teorisi modellerinin öngörü performansı koşullu uç değer teorisi modellerinde de daha iyi olarak gerçekleşmiştir.

Çalışmada diğer önemli bir bulgu dalgacık bazlı uç değer teorisi modellerinin aşım sayısı-ortalama volatilité geçiş performansının test edilen tüm modellerden daha iyi olduğudur. Değişen varyans modellerinde en önemli eksiklik düşük ortalama volatilité değerinin yüksek aşım sayısı ile mümkün olabilmesidir. Bu sonuç bu modellerin Basel II gibi hem düşük aşım sayısı hem düşük ortalama volatilité gerektiren kurallar için yetersiz olduğunu göstermektedir. Dalgacık bazlı uç değer teorisi modelleri ise düşük aşım sayısı ile düşük ortalama volatilité değerine sahip olup Basel II'yi uygulayacak finansal kurumlar için en uygun model olmaktadır.

Dalgacık bazlı uç değer teorisinin, ulusal hisse senedi yanında ulusal ve uluslararası finansal verilere uygulaması ve çoklu dalgacık bazlı uç değer teorisi geliştirilmesi gelecek çalışmalar arasına bırakılmıştır. Portföy içerisindeki verilerin iş çevrimlerinin

dikkate alınması durumunda, tekil dalgacık bazlı uç değer teorisinde olduğu gibi portföy riske maruz değer öngörüsünde de önemli bir öngörü başarısı üstünlüğü beklenmektedir.

KAYNAKÇA

- Acerbi, C. (2002). Spectral Measures of Risk: A Coherent Representation of Subjective Risk Aversion. *Journal of Banking and Finance*. 26.7. s.1505-1518.
- Addison, P.S. (2002). *The Illustrated Wavelet Transform Handbook: Introductory Theory and Applications in Science, Engineering, Medicine and Finance*. London: IOP Publishing.
- Alexander, C. ve E. Lazar. (2003). Symmetric Normal Mixture GARCH. *ISMA Center Discussion Paper in Finance*. No:9.
- Alexander, C. ve E. Lazar. (2005). The Equity Index Skew, Market Crashes and Asymmetric Normal Mixture GARCH, *ISMA Center. Mimeo*
- Alexander, C. ve E. Lazar. (2006). Normal Mixture GARCH(1,1):Applications to Exchange Rate Modeling. *Journal of Applied Econometrics*, 21.3, s.307-336.
- Almasri, A. ve G. Shukur. (2003). An Illustration of the Causality Relationship Between Government Spending and Revenue Using Wavelets Analysis on Finnish Data. *Journal of Applied Statistics*, 30.5, s.571-584.
- Arino, M.A., M. Pedro, ve B. Vidakovic. (1995). Wavelet Scalograms and Their Application in Economic Time Series. Institute of Statistics and Decision Sciences. Duke University. Discussion Paper, No.94–13.
- Arino, M.A. (1998). Forecasting Time Series via Discrete Wavelet Transform. *Computing in Economics and Finance*. No.5.
http://ideas.repec.org/p/sce/scecf6/_005.html [13.02.2005]
- Artzner, P., F. Delbaen, J.M. Eber, ve D. Heath. (1997). Thinking coherently. *Risk*. 10, s.68–71.
- Artzner, P., F. Delbaen, J. M. Eber, ve D. Heath. (1999). Coherent Measures of Risk. *Mathematical Finance*. 9, s.203–228.
- Aussem, A., J. Campbell, F. Murfagh. (1998). Wavelet-Based Feature Extraction and Decomposition Strategies for Financial Forecasting. *Journal of Computational Intelligence in France*. s.1-17.
- Aussem, A., J. ve F. Murfagh. (1998). Combining Neural Network Forecasts on Wavelet-transformed Time Series. *Connection Science*. 9.1, s.113-122.
- Aytaç, U. (2002). Dalgacıklar Teorisi. *Yayınlanmamış Bitirme Projesi*. İstanbul: İTÜ.

- Baillie, R. T., T. Bollerslev, ve H.O. Mikkelsen. (1996). Fractionally Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*. 74, s.3-30.
- Balkema, A.A. ve L. Haan De. (1974). Residual Life Time At Great Age. *Annals of Probability*. 2, s.792-804.
- Bao, Y., T.H. Lee ve B. Saltoglu. (2006). Evaluating Predictive Performance of Value-at-Risk Models in Emerging Markets: A Reality Check. *Journal of Forecasting*. 25, s.101-128.
- Barone-Adesi, G., K. Giannopoulos, ve L. Vosper. (1999). Var Without Correlations for Nonlinear Portfolios. *Journal of Futures Markets*. 19, s.583–602.
- Barone-Adesi, G., K. Giannopoulos, ve L. Vosper. (2001). Backtesting Derivative Portfolios with Filtered Historical Simulation. *European Financial Management*. 8. 1. s.31–58.
- Barone-Adesi, G. ve K. Giannopoulos. (2002). Non-Parametric Var Techniques; Myths and Realities. *Economic Notes*. 30, s.167–181.
- BDDK. (2006). Risk Ölçüm Modelleri ile Piyasa Riskinin Hesaplanmasına ve Risk Ölçüm Modellerinin Değerlendirilmesine İlişkin Tebliğ. s.1-6.
- Beirlant, J., J. Y. Goegebeur, J. Segers ve J. Teugels. (2004). *Statistics of Extremes: Theory and applications*. West Sussex: John Wiley&Sons.
- Bensalah, Y. (2000). Steps in Applying Extreme Value Theory to Finance: A Review. Bank of Canada Working Paper 20. Ottawa:Bank of Canada.
- Berkowitz, J. (2001). Testing Density Forecasts With Applications to Risk Management. *Journal of Business and Economic Statistics*. 19, s.465-474.
- Berkowitz, J. ve J. O'Brien. (2002). How Accurate are Value-at-Risk Models at Commercial Banks?. *The Journal of Finance*. 1512.3, s.1093-1111.
- Beltratti, A. ve R. D'Antonio. (2004). Financial Risk in Accession Countries. D. Masciandora (Ed.). *Financial intermediation in the new Europe: banks, markets and regulation in EU Accession Countries*. Glos: Edward Elgar, s.87-133.
- BIS. (1996). Supervisory Framework for the Use of 'Backtesting' in Conjunction with The Internal Models Approach To Market Risk Capital Requirements. Basel Committee on Banking Supervision. s.1-15. <http://www.bis.org/publ/bcbs22.htm> [30 Mart 2007].

- Black, F. (1976). Studies of Stock Price Volatility Changes. *Proceedings of the American Statistical Association. Business and Economic Statistics Section*, s.177-181.
- Blattberg, R.C., ve N. Gonodes. (1974). A Comparison of the Stable and Student Distributions as Statistical Models for Stock Prices. *Journal of Business*. 47, s.244-280.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*. 31, s.307–327.
- Bollerslev, T. (1987). A Conditional Heteroskedasticity Time Series Model for Speculative Prices and Rates of Return. *Review of Economic and Statistics*. 69, s. 542-547.
- Bollerslev, T., ve H.O. Mikkelsen. (1996). Modelling and Pricing Long Memory in Stock Market Volatility. *Journal of Econometrics*. 73, s.151-184.
- Brock, W.A., W.D. Dechert, J.A. Scheinkman ve B.L. Baron. (1996). A Test for Independence based on the Correlation Dimension. *Econometric Reviews*. 15, s.197-235.
- Cai, J. (1994). A Markov Model of Unconditional Variance in ARCH. *Journal of Business and Economics Statistics*. 12.3, s.309-316.
- Castillo, E. ve A.S. Hadi. (1997). Fitting the Generalized Pareto Distribution to Data. *Journal of the American Statistical Association*. 92.440, s.1609-1620.
- Castillo, E., A.S. Hadi, N. Balakrishnan ve J.M. Sarabia. (2004). *Extreme Value and Related Models with Applications in Engineering and Science*. London: Wiley Press.
- Chan, F. ve M. McAleer. (2003). Estimating Smooth Transition Autoregressive Models with GARCH Errors in the Presence of Extreme Observations and Outliers. *Applied Financial Economics*. 13, s.581–592.
- Chernobia, A.S., Rachev, S.T. ve F.J. Fabozzi. (2007). *Operational Risk: A Guide to Basel II Capital Requirements, Models, and Analysis*. New Jersey: John Wiley&Sons.
- Chi, X. ve H. Kai-jian. (2006). Wavelet Denoised Value at Risk Estimate. *International Conference on Management Science & Engineering*. 1552-1557.
- Christoffersen, P. (1998). Evaluating Interval Forecasts, *International Economic Review*. 39, s.841-862.

- Christoffersen, P. (2003). *Elements of Financial Risk Management*. California: Elsevier Science.
- Christoffersen, P. ve S. Gonçaves. (2004). Estimation Risk in Financial Risk Management. *CIRINO Scientific Series. Working paper series No:2004*, s-15.
- Chung, C.-F. (1999). Estimating the Fractionally Integrated GARCH Model. *National Taiwan University. Working Paper*.
- Connor J., ve R. Rossiter. (2005). Wavelet Transforms and Commodity Prices. *Studies in Non-linear Dynamics & Econometrics*, 9.1.
- Cornish, E.A. ve R.A. Fisher. (1937). Moments and Cumulants in the Specification of Distributions. *Review of the International Statistical Institute*. 5.4, s.307–320.
- Çifter, A., A. Özün, ve S. Yılmaz. (2007a). Beklenen Kuyruk Kaybı ve Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı ile Riske Maruz Değer Öngörüsü: Faiz Oranları Üzerine Bir Uygulama. *Bankacılar Dergisi*. 60, s.3-16.
- Çifter, A., A. Özün, ve S. Yılmaz. (2007b). Geriye Dönük Testlerin Karşılaştırmalı Analizi: Döviz Kuru Üzerine Bir Uygulama. *Bankacılar Dergisi*. 62, s.25-43.
- Çifter, A. ve A. Ozun. (2008a). Estimating Interest Rate Risk on Share Prices Using Multiscale Granger Causality: Evidence from ISE. *Review of Middle East Economics and Finance*. 4.2. s.1-12.
- Çifter, A. ve A. Ozun. (2008b). A Signal Processing Model for Time Series Analysis: The Effects of International F/X Markets on Domestic Currencies Using Wavelet Networks. *International Review of Electrical Engineering*. 3.3. s.580-591.
- Çifter, A., S. Yılmaz ve E. Çifter. (2009). Analysis of Sectoral Credit Default Cycle Dependency with Wavelet Networks: Evidence From Turkey. *Economic Modelling*. 26.6, s.1382-1388.
- Dalkır, M. (2004). A New Approach to Causality in the Frequency Domain. *Economics Bulletin*. 3.44, s.1-14.
- Daubechies, I. (1988). Orthonormal Bases of Compactly Supported Wavelets. *Comm. Pure Appl. Math*. 41, s.906-966.
- Davidson, J. (2002). Moment and Memory Properties of Linear Conditional Heteroscedasticity Models. *Working Paper*.
<http://www.cf.ac.uk/carbs/econ/davidsonje> [23.02.2007]
- Davison, A.C. ve L.R. Smith. (1990). Models for Exceedances over High Thresholds. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*. 52.3, s.393-442.

- Dekkers, A. L. M. ve L. Haan De. (1989). On the Estimation of the Extreme-Value Index and Large Quantile Estimation. *Annals of Statistics*. 17, s.1795–1832.
- Dickey, A. D. ve A.W. Fuller. (1979). Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root. *Journal of the American Statistical Association*. 74, 427-431.
- Dickey, A. D. ve A.W. Fuller. (1981). Likelihood Ratio Statistics for an Autoregressive Time Series with a Unit Root. *Econometrica*. 49, 1057-72.
- Ding, Z., Granger, C. W. J. ve R.F. Engle. (1993). A Long Memory Property of Stock Market Returns and a New Model. *Journal of Empirical Finance*. 1, s.83–106.
- Dowd, K. (2002). *An Introduction to Market Risk Measurement*. London: Wiley Press.
- Dowd, K. (2005). *Measuring Market Risk*. London: Wiley Press.
- Dueker, M. (1997). Markov Switching in GARCH Processes and Mean-Reverting Stock Market Volatility. *Journal of Business and Economic Statistics*. 15, s.26–34.
- Efron, B. (1979). A Bootstrap Methods: Another Look at the Jackknife. *The Annals of Statistics*. 7.1, s.1-26.
- Ekşi, Z., İ. Yıldırım ve K. Yıldırak. (2006). Alternative Risk Measures and Extreme Value Theory In Finance: Implementation on ISE 100 Index. Proceedings of ICBME. İzmir: Yasar Üniversitesi.
- Embrechts, P., C.P. Kluppelberg, ve T. Mikosh. (1997). *Modelling Extremal Events*. Berlin: Springer-Verlag.
- Engin, E.Z. ve F. Kuyucuoğlu. (2003). Sayısal Ses İşlemenin Tıbbi Tanıda Kullanılması. *Yayınlanmamış Bitirme Projesi Tezi*. İzmir: Ege Üniversitesi.
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimate of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*. 50, s.987-1007.
- Engle, R. F. ve V. K. Ng. (1993). Measuring and Testing the Impact of News on Volatility. *Journal of Finance*. 48, s.1749-1778.
- Engle, R. F. ve T. Bollerslev. (1986). Modeling the Persistence of Conditional Variances. *Econometric Reviews*. 5, s.1-50.
- Fabozzi, F.J., B. Racheva-Lotova ve S.V. Stoyanov. (2006). An Empirical Examination of the Return Distribution Characteristics of Agency Mortgage Pass-through Securities. *Applied Financial Economics*. 16, s.1085-1094.

- Fama, E.F. (1965). The Behavior of Stock Market Prices. *Journal of Business*. 38, s.34-105.
- Fernandez, C. ve M. Stell. (1998). On Bayesian Modeling of Fat Tails and Skewness. *Journal of the American Statistical Association*. 93, s.359-371.
- Fernandez, V.P. (2005). The International CAPM and a Wavelet-Based Decomposition of Value at Risk. *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*. 9. 4, 83-119.
- Fisher, R. ve L.H.C. Tippett. (1928). Limiting Forms of the Frequency Distribution of Largest or Smallest Member of a Sample. *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*. 24, s.180-190.
- Fourier, J. (1955). *The Analytical Theory of Heat*. A. Freeman(Çeviren). New York: Dover Publication.
- Franses, P.H. ve D.V. Dijk. (2003). *Non-linear Time Series Models in Empirical Finance*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Gabor, D. (1946). Theory of Communication. *J. Inst. Electr. Eng.* 93.3. No.26, s.429-457.
- Gallegati, M. (2005). A Wavelet Analysis of MENA Stock Markets. Finance 0512027, Econwpa. [Http://Ideas.Repec.Org/P/Wpa/Wuwpfi/0512027.Html](http://Ideas.Repec.Org/P/Wpa/Wuwpfi/0512027.Html) [27.03.2006]
- Gao, H.Y. (1993). Wavelet Estimation of Spectral Densities in Time Series Analysis. *Yayınlanmamış Doktora Tezi*. Department of Statistics. Berkeley: University of California.
- Gençay, R., F. Selçuk, ve B. Whitcher. (2002). *An Introduction to Wavelets and Other Filtering Methods in Finance and Economics*. New York: Academic Press.
- Gençay, R., F. Selcuk ve A. Ulugülyağcı. (2003). High Volatility, Thick Tails and Extreme Value Theory in Value-at-Risk Estimation. *Insurance, Mathematics and Economics*. 33, s.337-356.
- Gençay, R., F. Selçuk ve B. Whitcher. (2003). Systematic Risk and Timescales. *Quantitative Finance*. 3.2, s.108-116.
- Gençay, R. ve F. Selçuk. (2004). Extreme Value Theory and Value-at-risk: Relative Performance in Emerging Markets. *International Journal of Forecasting*. 20, s.287-303.
- Gençay, R., F. Selçuk ve B. Whitcher. (2005). Multiscale Systematic Risk. *Journal of International Money and Finance*. 24.1, s.55-70.

- Geweke, J., ve S. Porter-Hudak. (1983). The Estimation and Application of Long Memory Time Series Models. *Journal of Time Series Analysis*. 4, s.221–238.
- Gilli, M. ve E. Kellezi. (2006). An Application of Extreme Value Theory for Measuring Financial Risk. *Computational Economics*. 27, s.207-228.
- Glasserman, P., Heidelberger ve P. Shahabuddin. (2000). Efficient Monte Carlo methods for Value-at-Risk. IBM T.J. Watson Research Center. Research Report. s.1-15.
- Glosten, L. R., R. Jagannathan ve D.E. Runkle. (1993). On the Relationship Between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks. *Journal of Finance*. 48, s.1779-1801.
- Gnedenko, B.V. (1943). Sur La Distribution Limite Du Terme D'une S'erie Al'Eatoire. *Annals of Mathematics*. 44, s.423–453.
- Gourieroux, C., A. Monfort ve A. Trognon. (1984). Pseudo-maximum Likelihood Methods: Theory. *Econometrica*. 52, s.681-700.
- Granger, C. W. J. ve R. Joyeux. (1980). An Introduction to Long-Memory Time Series Models and Fractional Differencing. *Journal of Time Series Analysis*. 1, s.15-30.
- Graps, A. (1995). An Introduction to Wavelets. *IEEE Computational Science and Engineering*. 2.2, s.50-61.
- Gray, S.F. (1996). Modelling the Conditional Distribution of Interest Rates as a Regime-Switching Process. *Journal of Financial Economics*. 42, s.27-62.
- Greenwood, J.A., J.M. Landwehr, N.C. Matalas ve J.R. Wallis. (1979). Probability Weighted Moments: Definition and Relation to Parametes of Several Distributions Expressible in Inverse Form. *Water Resources Research*. 15, s.1049-1054.
- Gröchenig, K. (2001). *Foundations of Time-Frequency Analysis*. Boston: Birkhauser.
- Güriş, S. ve E. Çağlayan. (2005). *Ekonometri Temel Kavramlar*. İstanbul: Der Yayınları.
- Haar, A. (1910). Zur Theorie Der Orthogonalen Funktionensysteme. *Mathematische Annalen*. 69, s.331-371.
- Haas, M., S. Mittnik ve M. Paolella. (2004). A New Approach to Markov-Switching GARCH Models. *Journal of Financial Econometrics*. 2, s.493-530.
- Hamburger, Y. (2003). Wavelet-based Value at Risk Estimation: A Multiresolution Approach. *Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi*. Rotterdam: Erasmus University.

- Hamilton, J.D. (1989). A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle. *Econometrica*. 57.2, s.357-384.
- Hamilton, J.D. (1990). Analysis of Time Series Subject to Changes in Regimes. *Journal of Econometrics*. 45, s.39-70.
- Hamilton, J.D. (1994). *Time Series Analysis*. Princeton: Princeton University Press.
- Hamilton, J.D. (2008). Regime Switching Models. S.N. Durlauf ve L.E. Blume (Ed.). *The New Palgrave Dictionary of Economics*. Hampshire: Palgrave Macmillan.
- Hamilton, J.D. ve R. Susmel. (1994). Autoregressive Conditional Heteroskedasticity and Changes in Regime. *Journal of Econometrics*. 64.1-2, s.307-333.
- Hardle, W., G. Kerkycharian, D. Picard, ve A. Tsybakov. (1998). *Wavelets, Approximation, and Statistical Applications*. New York: Springer.
- Harris, R. ve R. Sollis. (2003). *Applied Time Series Modeling and Forecasting*. London: Wiley Press.
- He, K., C. Xie, K.K. Lai, S.M. Guu ve Z. Jinlong. (2008a). A Wavelet Based Multi Scale VaR Model for Agricultural Market. *Communications in Computer and Information Science, Modelling, Computation and Optimization in Information Systems and Management Sciences*. Berlin: Springer. 429-438.
- He, K., C. Xie, ve K.K. Lai. (2008b). Estimating Real Estate Value-at-Risk Using Wavelet Denoising and Time Series Model. *Lecture Notes in Computer Science, Computational Science – ICCS 2008*. Berlin: Springer. 494-503.
- Hill, B. M. (1975). A Simple General Approach To Inference About the Tail of a Distribution. *Annals of Statistics*. 3, s.1163-1174.
- Hosking, J.R.M., J.R. Wallis ve E.F. Wood. (1985). Estimation of the Generalized Extreme Value Distribution by the Method of Probability Weighted Moments. *Technometrics*. 27, s.251-261.
- Hosking, J.R.M. ve J.R. Wallis. (1987). Parameter and Quantile Estimation for the Generalized Pareto Distribution. *Technometrics*. 29.3, s.339-349.
- Huang, B.N. ve C.W. Yang. (2001). The Impact of Settlement Time on the Volatility of Stock Market Revisited: An Application of the Iterated Cumulative Sums of Squares Detection Method for Changes of Variance. *Applied Economics Letters*. 8.10, s.665-668.
- Hull, J. ve A. White. (1998). Incorporating Volatility Updating into the Historical Simulation Method for VaR. *Journal of Risk*. 1, s.5-19.

- Inclan, C. ve G.C. Tiao. (1994). Use of Cumulative Sums of Squares for Retrospective Detection of Changes in Variance. *Journal of the American Statistic Association*. 89, s.913–923.
- Inui, K. ve M. Kijima. (2005). On the Significance of Expected Shortfall as a Coherent Risk Measure. *Journal of Banking and Finance*. 29, s.853–864.
- Jaffard, S., Y. Meyes ve R.D. Ryan. (2001). *Wavelets: Tools for Science & Technology*. Philadelphia: SIAM.
- Jarque, C.M. ve A.K. Bera. (1987). A Test for Normality of Observations And Regression Residuals. *International Statistical Review*. C.55, s.163–172.
- Jenkinson, A.F. (1955). The Frequency Distribution of the Annual Maximum (Minimum) Values of Meteorological Events. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*. 81, s.158–172.
- Jensen, M.J. (1999). Using Wavelets to Obtain a Consistent Ordinary Least Squares Estimator of the Long-Memory Parameter. *Journal of Forecasting*, 18, s.17-32.
- Jensen, M.J. ve B. Whitcher. (2000). Time-Varying Long-Memory in Volatility: Detection and Estimation with Wavelets. Technical Report, University of Missouri, Columbia, MO.
- Jin, H.J., J. Elder ve W.W. Koo. (2006). A Reexamination of Fractional Integrating Dynamics in Foreign Currency Markets. *International Review of Economics & Finance*, 15.1, s.120-35.
- Jorion, P. (2001). *A Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk*. New York: McGraw-Hill.
- JPMorgan. (1994). RiskMetrics™ - Technical Document. Morgan Guaranty Trust Company, Global Research, New York.
- Kim, S., ve H.F. In. (2003). The Relationship Between Financial Variables and Real Economic Activity: Evidence from Spectral and Wavelet Analyses. *Studies in Nonlinear Dynamic & Econometrics*, 7.4.
- Klaassen, F. (2002). Improving GARCH Volatility Forecasts with Regime-Switching GARCH. *Empirical Economics*. 27, s.363-394.
- Kupiec, P. H. (1995). Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models. *Journal of Derivatives*. winter, s.73-84.
- Kwon, D.W., K. Ko, M. Vannucci, A.L.N. Reddy, ve S. Kim. (2006). Wavelet Methods for the Detection of Anomalies and their Application to Network Traffic Analysis. *Quality and Reliability Engineering International*. 22, 953-969.

- Lai, K.K., H. Kaijian, X. Chi ve S. Chen. (2006a). Market Risk Measurement for Crude Oil: A Wavelet Based VaR Approach. *IJCNN 2006*. 2129-2136.
- Lai, K.K., H. Kaijian, C. Xie ve S. Chen. (2006b). Market Risk for Nonferrous Metals: A Wavelet Based VaR Approach. *ISDA 1*. 1179-1184.
- Lai, K.K., H. Kaijian ve Y. Jerome. (2007). Modeling VaR in Crude Oil Market: A Multi Scale Nonlinear Ensemble Approach Incorporating Wavelet Analysis and ANN. *International Conference on Computational Science*. 1, 554-561.
- Lambert, P. ve S. Laurent. (2001). Modelling Financial Time Series Using GARCH-Type Models with a Skewed Student Distribution for the Innovations. Discussion Papers 01-25. Université Catholique De Louvain. <ftp://www.stat.ucl.ac.be/pub/papers/dp/dp01/dp0125.ps> [18.04.2006].
- Lange, T. ve A. Rahbek. (2009). An Introduction to Regime Switching Time Series Models. T.G. Andersen, R.A. Davis, J.P. Kreib ve T. Mikosch (Ed.). *Handbook of Financial Time Series*. Berlin: Springer-Verlag, s.871-887.
- Laurent, S. ve J.P. Peters. (2003). G@rch 2.2: An Ox Package for Estimating and Forecasting Various ARCH Models. M. McAleer ve L. Oxley(Ed.) *Contributions to Financial Econometrics: Theoretical and Practical Issues*, New York: Wiley-Blackwell. s.211-250.
- Lee, S.W. ve B.E. Hansen. (1994). Asymptotic Theory for the GARCH(1,1) Quasi-Maximum Likelihood Estimator. *Econometric Theory*. 10, s.29-52.
- Lin, S. ve M. Stevenson. (2001). Wavelet Analysis of the Cost-of-Carry Model. *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics*, 5.1.
- Liu, T., C. W. J. Granger ve W. P. Heller. (1992). Using the Correlation Exponent to Decide Whether an Economic Series is Chaotic. *Journal of Applied Econometrics*. 7, s.25-39.
- Lopez J.A. (1998). Methods for Evaluating Value-at-Risk Models. *FRBNY Economic Policy Review*. Ekim, s.119-124.
- Lopez, J.A. (1999). Regulatory Evaluation of Value-at-Risk Models. *Journal of Risk*. 1, s.37-64.
- MacKinnon, J.G. (1996). Numerical Distribution Functions for Unit Root and Cointegration Tests. *Journal of Applied Econometrics*. 11, s.601-618.
- Mallat, S. (1989). A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: The Wavelet Representation. *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. 11, s.674-693.

- Mandelbrot, B. (1963). The Variation of Certain Speculative Prices. *Journal of Business*. 36, s.394-419.
- Marimoutou, V., B. Raggad ve A. Trabelsi. (2009). Extreme Value Theory and Value at Risk: Application to Oil market. *Energy Economics*. 31, s.519–530.
- McCoy, E. J., ve A. T. Walden. (1996). Wavelet Analysis and Synthesis of Stationary Long-Memory Processes. *Journal of Computational and Graphical Statistics*. 5, s.1–31.
- Meyer, Y. (1993). *Wavelets, Algorithms, and Applications*. Philadelphia: SIAM.
- Mills, T.C. (1999). *The Econometric Modelling of Financial Time Series*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Misiti, M., Y. Misiti, G. Oppenheim ve J.M. Poggi. (2009). *Wavelet Toolbox User's Guide*. Natick: The Mathworks.
- Mooney, C.Z. (1997). *Monte Carlo Simulation*. California: Sage Publications.
- Muth De, J.D. (2006). *Basic Statistics and Pharmaceutical Statistical Applications*. Boca Raton: Chapman&Hall.
- Neftçi, S. (1984). Are Economic Time Series Asymmetric Over the Business Cycle?. *Journal of Political Economy*. 92, s.307-328.
- Neil, D. (2002). *Risk Budgeting*. London: Wiley Press.
- Nelson, D. B. (1991). Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach. *Econometrica*. 59.2, s.347-370.
- Neumann, M.H. (1996). Spectral Density Estimation via Nonlinear Wavelet Methods for Stationary Non-Gaussian Time Series. *Journal of Time Series Analysis*. 17, s.601–33.
- Özcan, B. ve V. Yılcı. (2009). Türk Hisse Senedi Piyasasının Zayıf Formda Etkinliğinin Testi. *İktisat, İşletme ve Finans*. 24.274, s.100-115.
- Özün, A. ve A. Çifter. (2007a). Industrial Production as a Credit Driver in Banking Sector: An Empirical Study with Wavelets. *Banks and Bank Systems*. 2.2, s. 69-80.
- Özün, A. ve A. Çifter. (2007b). Bankaların Hisse Senedi Getirilerinde Faiz Oranı Riski: Dalgacıklar Analizi ile Türk Bankacılık Sektörü Üzerine Bir Uygulama. *Bankacılar Dergisi*. 59, s.3-15.

- Özün, A. ve A. Çifter. (2008). Modeling Long-Term Memory Effect in Stock Prices: A Comparative Analysis with Gph Test and Daubechies Wavelets. *Studies in Economics and Finance*. 25.1, s.38-48.
- Partal, T., Kahya, E. ve K. Çığızoğlu. (2008). Yağış Verilerinin Yapay Sinir Ağları ve Dalgacık Dönüşümü. *İTU Dergisi/d*. 7.3, s.73-85.
- Pearson, N.D. (2001). *Risk Budgeting: Portfolio Problem Solving with Value-at-risk*. New York: John Wiley&Sons.
- Percival, D.B. (1995). On Estimation of the Wavelet Variance. *Biometrika*. 82.3, 619-631.
- Percival, D.B., ve A.T. Walden. (2000). *Wavelet Methods for Time Series Analysis*. London: Cambridge University Press.
- Peters, J.P. (2001). Estimating and Forecasting Volatility of Stock Indices Using Asymmetric GARCH Models and (Skewed) Student-t Densities. Mimeo, Ecole d'Admin. des Affaires. Unv.of Liège.
- Petrie, A. (2005). *Medical Statistics at a Glance*. West Sussex: WileyBlackwell Press.
- Phillips, P.C.B., ve P. Perron. (1988). Testing for a Unit Root in Time Series Regression. *Biometrika*. 75, 335-346.
- Pickands, J. I. (1975). Statistical Inference Using Extreme Order Statistics. *Annals of Statistics*. 3, s.119–131.
- Praetz, P.D. (1972). The Distribution of Share Price Changes. *Journal of Business*. 45, s.49-55.
- Pritsker, M. (2006). The Hidden Dangers of Historical Simulation. *Journal of Banking & Finance*. 30.2, s.561-582.
- Raihan, S.M., Y. Wen ve B. Zeng. (2005). Wavelet: A New Tool for Business Cycle Analysis. *Federal Reserve Bank of St.Louis. Working Paper Series*. No.050A. s.1-21.
- Ramsey, J. (1996). If Nonlinear Models Cannot Forecast, What Use Are They?. *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics*, 1.2.
- Ramsey, J.B. ve C. Lambart (1998). Decomposition of Economic Relationships by Timescale Using Wavelets: Money and Income. *Macroeconomic Dynamics*, 2.
- Rapach, D.E. ve J.K. Strauss. (2008). Structural Breaks and Garch Models. *Journal of Applied Econometrics*. 23, s.65-90.

- Ren, F. ve D.E. Giles. (2007). Extreme Value Analysis of Daily Canadian Crude Oil Prices. University of Victoria Econometrics Working Paper EWP0708. <http://web.uvic.ca/econ/ewp0708.pdf> [14 Mayıs 2009]
- Rismetrics T.M. (1996a). Technical Document. Part II. Statistics of Financial Market Returns. s.45-102.
- Rismetrics T.M. (1996b). Technical Document. Part IV. Riskmetrics Data Set. s.161-214.
- Sacchi, M.D. (1998). A Bootstrap Procedure for High-Resolution Velocity Analysis. *Geophysics*. 63.5. s.93-120.
- Saltoğlu, B. (2003). *A High Frequency Analysis of Financial Risk and Crisis: An Empirical Study on Turkish Financial Market*. Istanbul: Yaylım Yayıncılık.
- Sarma, M., Thomas, S. ve A. Shah. (2003), Selection of Value-at-Risk Models, *Journal of Forecasting*. 22.4, s.337-358.
- Selçuk, F. (2005). Dalgacıklar:Yeni Bir Analiz Yöntemi. *Bilkent Dergisi*, Mart, s.12-14.
- Semmlow, J.L. (2004). *Biosignal and Biomedical Image Processing: MATLAB-Based Applications*. New York:Marcel Dekker.
- Shensa, M.J. (1992). Discrete Wavelet Transform: Wedding the a Trous and Mallat Algorithm. *IEEE Transactions on Signal Processing*. 40, s.2464-82.
- Shumway, R.H. ve D.S. Stoffer. (2006). *Time Series Analysis and Its Applications With R Examples*. Berlin: Springer-Verlag.
- Smith, L.R. (1987). Estimating Tails of Probability Distributions. *Annals of Statistics*. 15.3, s.1174-1207.
- Susmel, R. (1998). Switching Volatility in Latin American Emerging Markets. *Emerging Markets Quarterly*. 2, s.44-56.
- Takma, Ç. ve H. Atıl. (2003). Bootstrap Metodu ve Uygulanışı Üzerine Bir Çalışma. 2. Güven Aralıkları, Hipotez Testi ve Regresyon Analizinde Bootstrap Metodu. *Ege Üniv. Ziraat Fak.Derg.* 43.2. s.63-72.
- Tevfik, A.H. ve M. Kim. (1992). Correlation Structure of the Discrete Wavelet Coefficients of Fractional Brownian Motion. *IEEE Transactions on Information Theory*, 38, s.904-909.
- Tkacz, G. (2001). Estimating the Fractional Order of Integration of Interest Rates Using a Wavelet OLS Estimator. *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics*, 5.1. s.19-32.

- Tse, Y. (1998). The Conditional Heteroscedasticity of the Yen-Dollar Exchange Rate. *Journal of Applied Econometrics*. 193, s.49-55.
- Von Mises, R. (1954). La Distribution De La Plus Grande De N Valeurs. In Selected Papers, Volume II, s.271–294. American Mathematical Society. Providence, RI.
- Vourenmaa, T. (2004). A Multiresolution Analysis of Stock Market Volatility Using Wavelet Methodology. *Yayınlanmamış Doktora Öncesi Tez*. University of Helsinki, Helsinki.
- Wang, W. ve J. Ding. (2003). Wavelet Network Model and Its Application to the Prediction of Hydrology. *Nature and Science*, 1.1, s.67-71.
- Weiss, A.A. (1986). Asymptotic Theory for ARCH Models: Stability, Estimation and Testing. *Econometric Theory*. 2, s.107-131.
- Whitcher, B. ve M.J. Jensen. (2000). Wavelet Estimation of a Local Long Memory Parameter. *Exploration Geophysics*, 31, s.94-103.
- White, H. (1982). Maximum Likelihood Estimation of Misspecified Models. *Econometrica*. 50.1, s.1-25.
- Winston, W.L. (2001). Simulation Modeling Using @Risk. Pasific Grove: Duxbury Press.
- Wornell, G.W. ve A.V. Oppenheim. (1992). Estimation of Fractal Signals From Noisy Measurements Using Wavelets. *IEEE Trans. Signal Processing*. 40.3. s.611-23.
- Zakoian, J.-M. (1994). Threshold Heteroskedascity Models. *Journal of Economic Dynamics and Control*. 15, s.931-955.
- Zhang, C. ve A. Farley (2004). A Multiscaling Test of Causality Effects Among International Stock Markets. *Neural, Parellel and Scientific Computations*, 12.1, s.91-112.
- Zhao, X., L. Oxley, C. Scarrott ve M. Reale. (2009). Extreme Value GARCH modelling with Bayesian inference. R.S. Anderssen, R.D. Braddock ve L.T.H. Newham (Ed.) 18th World IMACS Congress and MODSIM09. ISBN: 978-0-9758400-7-8. http://www.mssanz.org.au/modsim09/D6/zhao_x.pdf [30 Ağustos 2009].
- Zheng, G., J.L. Starck, J.G. Campbell ve F. Murtagh. (1999). Multiscale Transforms for Filtering Financial Data Streams. *J. of Computational Intelligence in Finance*. 7, s.18–35.

EKLER

Karşılaştırılan Modeller

Sıra No	Model	Bağlı Grup	Sıra No	Model	Bağlı Grup
1	Garch(1,1)-normal	Garch	28	NM-GRJ-Garch(1,1)-normal	Garch
2	Garch(1,1)-t	Garch	29	NM-GRJ-Garch(1,1)-t	Garch
3	Garch(1,1)-Skew t	Garch	30	NM-GRJ-Garch(1,1)-Skew t	Garch
4	EGarch(1,1)-normal	Garch	31	NM-AGarch(1,1)-normal	Garch
5	EGarch(1,1)-t	Garch	32	NM-AGarch(1,1)-t	Garch
6	EGarch(1,1)-Skew t	Garch	33	NM-AGarch(1,1)-Skew t	Garch
7	GRJ-Garch(1,1)-normal	Garch	34	Riskmetrics-EWMA-0.90	Garch
8	GRJ-Garch(1,1)-t	Garch	35	Riskmetrics-EWMA-0.94	Garch
9	GRJ-Garch(1,1)-Skew t	Garch	36	Riskmetrics-EWMA-0.97	Garch
10	Aparch(1,1)-normal	Garch	37	HS	Simülasyon
11	Aparch(1,1)-t	Garch	38	FHS	Simülasyon
12	Aparch(1,1)-Skew t	Garch	39	Bootstrap RMD	Simülasyon
13	IGarch(1,1)-normal	Garch	40	Sabit Monte Carlo RMD	Simülasyon
14	IGarch(1,1)-t	Garch	41	Koşullu Monte Carlo RMD	Simülasyon
15	IGarch(1,1)-Skew t	Garch	42	Markov Switching-Garch(1,1)	Garch
16	FIGarch(1,1)-normal	Garch	43	EVT-Hill	Uç Değer-Garch
17	FIGarch(1,1)-t	Garch	44	Cornish-Fisher RMD	Uç Değer-Garch
18	FIGarch(1,1)-Skew t	Garch	45	GPD	Uç Değer
19	FIEGarch(1,1)-normal	Garch	46	ES	Uç Değer
20	FIEGarch(1,1)-t	Garch	47	FGPD	Uç Değer
21	FIEGarch(1,1)-Skew t	Garch	48	FES	Uç Değer
22	FIAparch(1,1)-normal	Garch	49	GEV	Uç Değer
23	FIAparch(1,1)-t	Garch	50	FGEV	Uç Değer-Garch
24	FIAparch(1,1)-Skew t	Garch	51	Dalgacık Bazlı GPD(W-GPD)	Dalgacık-Uç Değer
25	HYGarch(1,1)-normal	Garch	52	Dalgacık Bazlı ES(W-ES)	Dalgacık-Uç Değer
26	HYGarch(1,1)-t	Garch	53	Dalgacık Bazlı FGPD (W-FGPD)	Dalgacık-Uç Değer
27	HYGarch(1,1)-Skew t	Garch	54	Dalgacık Bazlı FES (W-FES)	Dalgacık-Uç Değer

PROGRAM KODLARI

' Kaynak gösterimi: Çifter, A. 2010. Dalgacık Bazlı Uç Değer Teorisi ile Parametrik Olmayan Volatilite Modellemesi. Doktora Tezi, Marmara Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü Ekonometri A.B.D., Danışman: Prof.Dr.Selahattin Güriş.

3. Bölüm Program Kodları

3.1. GARCH Modelleri Ox Gauss Kodları

```
****Ox Gauss G@rch 4.2 Tez Uygulama Bölümü Modified By Cifter, A. Doctoral dissertation.
**** Modified Based on Alexander, Carol and Lazar, Emese. (2006). Normal Mixture
****GARCH(1,1):Applications to Exchange Rate Modeling. Journal of Applied
****Econometrics 21.3, 307-336. and
**** Cifter, Atilla and Ozun, Alper. (2007). The Predictive Performance of Asymmetric
**** Normal Mixture GARCH in Risk Management: Evidence from Turkey. BRSA
**** Banking and Financial Markets Journal, 1.1., 7-33.
**** DATA ****//
    garchobj.Load("/data/isetez.xls");
    garchobj.Info();
    garchobj.Select(Y_VAR, {"isetez",0,0} );
    garchobj.SetSelSample(-1, 1, 2047-8*252, 1);
**** SPECIFICATIONS ****//
garchobj.CSTS(0,1);           // cst in Mean (1 or 0), cst in Variance (1 or 0)
garchobj.DISTRI(0);          // 0 for Gauss, 1 for Student, 2 for GED, 3 for
**** Skewed-Student, 4 for NM2, 5 for NM3
garchobj.ARMA_ORDERS(0,0);   // AR order (p), MA order (q).
garchobj.ARFIMA(0);          // 1 if Arfima wanted, 0 otherwise
garchobj.GARCH_ORDERS(1,1);  // p order, q order
garchobj.MODEL(13); //1:GARCH 2:EGARCH 3:GJR 4:APARCH 5:IGARCH
**** 6:FIGARCH(BBM) 7:FIGARCH(Chung) 8:FIEGARCH(BM only)
**** 9:FIAPARCH(BBM) 10: FIAPARCH(Chung) 11: HYGARCH(BBM)
**** 12:NM-GJR 13:NM-AGARCH
garchobj.ARCH_in_mean(0);
garchobj.TRUNC(100);
garchobj.NMRESTR(0);
**** TESTS & FORECASTS ****//
garchobj.BOXPIERCE(<10;15;20>); // Lags for the Box-Pierce Q-statistics, <> otherwise
garchobj.ARCHLAGS(<2;5;10>); // Lags for Engle's LM ARCH test, <> otherwise
garchobj.NYBLOM(1); // 1 to compute the Nyblom stability test, 0 otherwise
garchobj.PEARSON(<40;50;60>); // Cells (<40;50;60>)
garchobj.FORECAST(1,1,1);
garchobj.MYTESTS(1,1,1); // Arg.1 : Moment tests // Arg.2 : ACF // Arg.3 : Hist. Sim.
**** OUTPUT ****//
    garchobj.MLE(1);           // 0 : both, 1 : MLE, 2 : QMLE
    garchobj.COVAR(1);
    garchobj.ITER(0);
    garchobj.TESTS(0,0);
    garchobj.GRAPHS(1,1,"ati.eps");
    garchobj.FOREGRAPHS(1,1,"ati2.eps");
**** PARAMETERS ****//
    garchobj.BOUNDS(0);
    garchobj.FixParam(0,<0;0;0>);
```

3.2. Haber Etkisi Eğrisinin(News Impact Curve) Eviews Programı ile Çizimi

' Hazırlayan A.Cifter 17.07.2009

' Run under Eviews 6

' Garch(1,1) Haber Etkisi Eğrisinin(News Impact Curve) Cizimi

' Dosyanın tanıtılması

load isetez

' Logaritmik fark alınması

log_ise=log(ise/ise(-1))

,

' Quick → Estimate Equation → Arch ile 'log_ise c' için Garch(1,1) çalıştırılır

' Equation name 'garch11' olarak belirlenir ve

' Proc → Make Garch Variance Series 'garch01' olarak tanımlanır

,

' Haber etkisi eğrisinin çizilmesi – Garch(1,1)

,

' Medyanın belirlenmesi

scalar med = @median(garch01)

,

' Grafik çizimi örnekleminin belirlenmesi

smpl 1 100

,

' x ve y verilerinin çizilmesi

series x = -10 + @trend(1)*20/100

series log(y) = garch11.c(2) + garch11.c(3)*abs(z) + garch11.c(4)*log(med)

,

' x ve y scatter plot ile haber etkisi eğrisi çizilir

' EGarch(1,1) Haber Etkisi Eğrisinin(News Impact Curve) Cizimi

' Dosyanın tanıtılması

load isetez

' Logaritmik fark alınması

log_ise=log(ise/ise(-1))

' Quick → Estimate Equation → Arch ile 'log_ise c' için Garch(1,1) çalıştırılır

' Equation name 'egarch11' olarak belirlenir ve

' Proc → Make Garch Variance Series 'garch01' olarak tanımlanır

' Haber etkisi eğrisinin çizilmesi – EGarch(1,1)

' Medyanın belirlenmesi

scalar med = @median(garch01)

' Grafik çizimi örnekleminin belirlenmesi

smpl 1 100

' x ve y verilerinin çizilmesi

series x = -10 + @trend(1)*20/100

series log(y) = egarch11.c(2) + egarch11.c(3)*abs(z) + egarch11.c(4)*(z) +
garch11.c(5)*log(med)

,

' x ve y scatter plot ile haber etkisi eğrisi çizilir

4. Bölüm Program Kodları

4.1. Genelleştirilmiş uç değer dağılımı program kodları(Matlab 7.6.0)

```
%  
% GEV parametreleri ve RMD hesaplaması  
% Referans: % Embrechts, P., C.P. Kluppelberg, ve T. Mikosh. (1997). Modelling  
% Extremal Events.  
% Girdi: P_L – getiri değişimleri  
% Output: RMD – GEV RMD  
% kappa – şekil parametresi  
% alpha – ölçek parametresi  
% beta – lokasyon parametresi  
function RMDBlock  
load isetezson  
x=ise  
x=-x;  
T=length(x);  
h=252; %örneklem içi öngörü  
p=0.95; % olasılık değeri  
n=20; % blok gözlem sayısı  
parmhat=gevfit(x)  
kappa=parmhat(1);  
tau=-1/kappa;  
alpha=parmhat(2);  
beta=parmhat(3);  
pext=p^n;  
var=beta+alpha/kappa*((-log(1-pext))^(-kappa)-1);
```

4.2. Genelleştirilmiş pareto dağılımı program kodları(Matlab 7.6.0)

```
% GPD Parametreleri tahmincileri: Pickands, ML, PWM, MOM  
load isetezson  
x=iseneg  
[phat,cov] = wgpfit(x,'pkd')  
k=phat(1) % Şekil parametresi(Shape parameter)  
s=phat(2) % Ölçek Parametresi(Scale parameter)  
% Wave Analysis for Fatigue and Oceanography Toolbox'ın tanıtılması gerekir  
% phat = Estimated parameters (see wgpdcdf)  
% [k s] = [shape scale]  
% cov = covariance matrix of estimates  
% data = an one-dimensional data set  
% method = a string, describing the method of estimation  
% 'pkd' = Pickands' estimator (default)  
% 'pwm' = Probability Weighted Moments  
% 'mom' = Moment method  
% 'ml' = Maximum Likelihood method  
% plotflag = 1, plot the empirical distribution  
% function and the estimated cdf (default)  
% = 0, do not plot  
paramEsts=[k,s]  
q = quantile(x,.95);  
y = x(x>q) - q;  
n = numel(y);  
acov = mlecov(paramEsts, y, 'nloglf',@gpnegloglike);
```

```

stdErr = sqrt(diag(acov))
stder_k=stdErr(1) % Şekil parametresi Standart Hatası (Standart error of Shape parameter)
stder_s=stdErr(2) % Ölçek parametresi Standart Hatası (Standart error of Scale parameter)
%
% GPD Parametreleri tahmincisi: EPM
% Referans: Castillo, E. ve A.S. Hadi. (1997). Fitting the generalized pareto distribution
% to data. Journal of the American Statistical Association. 92.440, s.1609-1620.
% Embrechts, P., C.P. Kluppelberg, ve T. Mikosh. (1997). Modelling Extremal Events.
load isetezson
res=0.01
% gerekli dosyalar paretofit ve bisect
% [k,s] = ParetoFit(x,res);
%  $F(x;k,s) = 1-[1-(1-kx/s)^{1/k}]$ ,  $k < 0$ 
%  $F(x;k,s) = 1-\exp(-x/s)$ ,  $k == 0$ 
% default res = 0.001
x=isepoz
[k,s] = ParetoFit(x,res);
% standart sapma hesaplama
paramEsts=[k,s];
q = quantile(x,.95);
y = x(x>q) - q;
n = numel(y);
acov = mlecov(paramEsts, y, 'nlogf', @gpnegloglike);
stdErr = sqrt(diag(acov))
stder_k=stdErr(1) % Şekil parametresi Standart Hatası (Standart error of Shape parameter)
stder_s=stdErr(2) % Ölçek parametresi Standart Hatası (Standart error of Scale parameter)
%
% GPD RMD hesaplaması
% Referans: Gilli, M. ve E. Kellezi. (2006). An Application of Extreme Value Theory for
% Measuring Financial Risk. Computational Economics. 27, s.207-228.
% Inputs: x – getiri değişimleri
% Output: var – riske maruz değer
% ksi – şekil parametresi
% beta – ölçek parametresi
% u – eşik değer
function RMDPot(x)
load isetezson
x=ise
x=-x;
T=length(x);
h=252;
p=0.99;
q=0.1;
% gpd parametreler maksimum olabilirlik ile hesaplanır
params=gpfir(x);
ksi=params(1);
beta=params(2);
var=u+beta/ksi*((h/N*(1-p))^{(-ksi)-1});

```

4.3. Dalgacık bazlı genelleştirilmiş pareto dağılımı kodları(Matlab 7.6.0)

% Dalgacık bazlı GPD RMD hesaplaması

```

% Inputs:    x – getiri değişimleri
% Output:    var – riske maruz değer
% ksi – Şekil parametresi
% beta – ölçek parametresi
% u – dalgacık bazlı eşik değer
function RMDWGP(x)
load isetezson
x=ise
% eşik değer için öncelikle en yüksek örtmeli ayrıık dalgacık dönüşümü(modwt) hesaplanır
[WJt, VJ0t] = modwt(x, 'la8', 10, 'reflection');
% eşik değer için modwt dalgacık ölçeklerinin smoothing hale getirilmesi modwt_cir_shift ile
% hesaplanmaktadır.
% modwt_cir_shift - Circularly shift (advance) MODWT coefficients for alignment with
% original time series.
[TWJt, TVJ0t]=modwt_cir_shift(WJt, VJ0t, 'la8');
% eşik değer için 1-6 aralığındaki ölçeklerden düşük düzeyde olan ölçeklerden ilk ikisi alınır
% (yukarıda aşım kalabilmesi için)
u1= WJt(1)
u2= WJt(2)
u=abs(u1)+abs(u2)
x=-x;
T=length(x);
h=252;
p=0.99;
q=0.1;
% gpd parametreler maksimum olabilirlik ile hesaplanır
params=gpfitt(x);
ksi=params(1);
beta=params(2);
var=u+beta/ksi*((h/N*(1-p))^(ksi)-1);

```

4.4. Kupiec testi kodları(Matlab 7.6.0)

% Based on Dowd, K. (2005). Measuring Market Risk. London: Wiley Press.
% Referans Paul Kupiec, "Techniques for verifying the accuracy of risk % measurement %
models." Journal of Derivatives, Winter 1995, p. 79.

```

% load isetezson
% load rmdsonuclari
% kupiec(ise, rmd, 0.99)
function kupiecbactest(PandL, VaR, cl)
n=length(PandL) % gozlem sayısı
p=1-cl % her bir gozlemdeki kayıp olasılığı
tail_losses=-PandL(-PandL>VaR);
x=length(tail_losses) % Kuyruktaki kayıp olasılığı
probability_model_is_correct=1-binocdf(x,n,1-cl)
[obs_freq_of_failures,conf_int_for_freq_of_failures]=binofit(x,n,0.05)

```

4.5. Lopez testi kodları(Matlab 7.6.0)

% Based on Dowd, K. (2005). Measuring Market Risk. London: Wiley Press.
% Referans Lopez J.A. (1998). Methods for Evaluating Value-at-Risk Models. FRBNY
% Economic Policy Review. Ekim, s.119-124.
% load isetezson
% load rmdsonuclari

```

% lopez(ise, rmd, 0.99)
PandL=ise;
VaR=rmd(1);
function y=lopezbacktest(PandL,VaR,cl)
n=length(PandL);
p=1-cl;
excess_loss=PandL-VaR;
excess_loss(excess_loss<=0)=[];
x=length(excess_loss)
y=(2/n)*sum(x-n*p).^2;

```

4.6. Christoffersen testi kodları(Matlab 7.6.0)

% Based on Dowd, K. (2005). Measuring Market Risk. London: Wiley Press.

% Referans: Christoffersen, P. F. (1998). Evaluating Interval Forecasts, International Economic Review, (39): 841-862.

% load isetezson

% load rmdsonuclari

% christoffersen(ise, rmd, 0.99)

function y = christoffersen(P_L,RMD,cl)

% P_L : gözlemler

% RMD : riske maruz değer

% cl : guven aralığı

n = length(P_L);

p = 1-cl;

[i,v] = find(RMD+P_L<0);

x = sum(v); % Hiç hata olmaması durumu

phat = x/n; % Hataların sıklığı

% Likelihood oran testi istatistikleri

LR = -2*log(((p^x)*(1-p)^(n-x))/((phat^x)*((1-phat)^(n-x))));

% H₀ hipotezinin doğruluğuna ait olasılık:

y = 1-chi2cdf(LR,1);