

**TROJAN KARE TASARIMLAR**

**Nurdan YENİAY**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ  
İSTATİSTİK**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**HAZİRAN 2009**

**ANKARA**

Nurdan YENİAY tarafından hazırlanan TROJAN KARE TASARIMLAR adlı bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak uygun olduğunu onaylıyorum.

Prof. Dr. Hülya BAYRAK .....  
Tez Danışmanı, İstatistik Anabilim Dalı

Bu çalışma jürimiz tarafından oy birliği / oy çokluğu ile İstatistik Anabilim Dalında Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Reşat KASAP .....  
İstatistik Anabilim Dalı, G.Ü.

Prof. Dr. Hülya BAYRAK .....  
İstatistik Anabilim Dalı, G.Ü.

Doç. Dr. Gül ERGÜN .....  
İstatistik Anabilim Dalı, H.Ü.

Tarih : 08.06.2009

Bu tez ile G. Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu Yüksek Lisans derecesini onamıştır.

Prof. Dr. Nail ÜNSAL .....  
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

## **TEZ BİLDİRİMİ**

Tezin içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Nurdan YENİAY

**TROJAN KARE TASARIMLAR**  
(Yüksek Lisans Tezi)

**Nurdan YENİAY**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**  
**Haziran 2009**

**ÖZET**

Yarı Latin kareler çift ortogonal gürültü faktörleri için uygun tasarımlardır. Her blokta eşit sayıda işlem vardır. Latin kare ve yakın Latin kare tasarımlar tahıl araştırmaları için değerli satır-sütun tasarımlardır. Fakat bazı tasarımların pratik boyutlu sınırlandırması şiddetle sınırlıdır. Yarı Latin kare tasarımlar bu sınıflandırmanın dışındadır. Fakat bütün yarı Latin kareler deney tasarımı için uygundur. Trojan kare tasarımlar Latin karelerin sınıfını genelleştiren optimal yarı Latin karelerin özel bir sınıfıdır. Trojan kare tasarımların kuruluşunda ikişerli ortogonal Latin kareler (MOLS) temel alınır.

**Bilim Kodu : 205.1.066**  
**Anahtar Kelimeler : Trojan kare, Yarı Latin kare, İkişerli ortogonal Latin kare**  
**Sayfa adedi : 71**  
**Tez Yöneticisi : Prof. Dr. Hülya BAYRAK**

**TROJAN SQUARE DESIGNS****(M.Sc.Thesis)****Nurdan YENİAY****GAZI UNIVERSITY****INSTITUTE OF SCIENCE AND TECHNOLOGY****June 2009****ABSTRACT**

**Semi-latin squares are appropriate designs for any experimental material which has a pair of orthogonal nuisance factors, each of which has block size equal to the number of treatments. Latin square and near-Latin square designs are valuable-row-and-column designs for crop research but the practical size range of such designs is severely limited. Semi-latin square designs extend this range but not all semi-latin squares are suitable for experimental designs. Trojan square designs are a special class of optimal semi-latin squares that generalizes the class of Latin square designs. The construction of Trojan Square Design is based on Mutually Orthogonal Latin Squares (MOLS). It is significant to note that the combinatorial properties of Latin Squares exhibited by MOLS forms the basis for the construction of Trojan Square Design.**

**Science Code : 205.1.066**  
**Key Words : Trojan Square design, Semi-latin squares, Mutually orthogonal Latin square (MOLS)**  
**Page Number : 71**  
**Adviser : Prof. Dr. Hülya BAYRAK**

## TEŐEKKÖR

Yoğun alıŐma temposuna rağmen benden yardımlarını, desteğini, sabrını ve bilgisini esirgemeyen değerli hocam Prof. Dr. Hőlya BAYRAK' a, her zaman yanımda olup destekleri ile beni cesaretlendiren aileme ve arkadaşlarıma sonsuz teŐekkőr ederim.

Nurdan YENİAY

## İÇİNDEKİLER

	<b>Sayfa</b>
ÖZET .....	iv
ABSTRACT .....	v
TEŞEKKÜR.....	vi
İÇİNDEKİLER .....	vii
ÇİZELGELERİN LİSTESİ.....	ix
ŞEKİLLERİN LİSTESİ .....	xi
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	xii
1. GİRİŞ.....	1
2. TROJAN KARE TASARIMI .....	6
2.1. Trojan Kare Tasarımının Özellikleri .....	6
2.2. Tasarımla İlgili Yapılar .....	9
2.2.1. Latin kare .....	9
2.2.2. Yarı latin kare .....	11
2.3. Yarı-Latin Kare ve Trojan Karelerin Diğer Tasarımlarla İlişkisi.....	13
2.3.1. İkişerli ortogonal latin kare .....	13
2.3.2. Dengeli tamamlanmamış blok tasarımları .....	14
2.3.3. Kısmi dengeli tamamlanmamış blok tasarımları .....	15
2.3.4. Yeniden çözülebilir dengeli tamamlanmamış blok tasarımı.....	17
2.3.5. Gruplarına ayrılabilir tasarım.....	17
2.3.6. Dikdörtgensel latis tasarımlar .....	18
2.3.7. Latinleştirilmiş dikdörtgensel latis tasarımlar.....	19
2.3.8. Ortogonal dizim .....	19

	<b>Sayfa</b>
2.3.9. Ortogonal çoklu dizim .....	20
2.3.10. Tamamlanmamış trojan kare .....	21
2.4. Yarı- Latin Karelerin Oluşturulması .....	21
2.4.1. Genişleme .....	22
2.4.2. Süperpoze etme .....	22
3. YARI LATİN KARELERİN KULLANIMI .....	23
4. YARI LATİN KARE VE TROJAN KARELERİN ETKİNLİĞİ .....	27
4.1. Etkinlik Faktörleri .....	27
4.2. Etkinlik .....	28
5. TROJAN KARE VE ÇİZGE TEORİSİ .....	32
5.1. Yarı Latin Kare ve Birliktelik Grafiği .....	32
5.2. Trojan Kare ve Birliktelik Grafiği .....	34
6. DİKDÖRTGENSEL TASARIMLARIN ANALİZİ .....	35
6.1. Trojan Kare Tasarımının Analizi .....	35
6.2. Latinleştirilmiş Dikdörtgenel Latis Tasarımlarının Analizi .....	39
7. UYGULAMA .....	47
8. SONUÇ VE ÖNERİLER .....	60
KAYNAKLAR .....	61
EKLER .....	64
EK-1: Uygulamada Analiz Edilen Problem için MATLAB R2006b’de Hazırlanan Program Kodları .....	65
ÖZGEÇMİŞ .....	71



## ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge	Sayfa
Çizelge 2.1. $L_1$ .....	8
Çizelge 2.2. $L_2$ .....	8
Çizelge 2.3. $L_3$ .....	8
Çizelge 2.4. $L_4$ .....	9
Çizelge 2.5. Trojan Kare Tasarım ( $L_1, L_2; L_3$ ).....	9
Çizelge 2.6. Trojan Kare Tasarım ( $L_1, L_2; L_4$ ).....	9
Çizelge 2.7. Yarı- Latin kare örneği .....	12
Çizelge 2.8. (7.3.1)-DTBT örneği.....	15
Çizelge 3.1. Tasarım 1'e ait yarı-latin kare tasarım .....	24
Çizelge 3.2. Tasarım 2'ye ait yarı-latin kare tasarım .....	24
Çizelge 3.3. Tasarım 3'e ait yarı-latin kare tasarım .....	25
Çizelge 3.4. Tasarım 4'e ait yarı latin kare tasarım .....	26
Çizelge 5.1. $n=4$ ve $k=3$ olan bir yarı-latin kare .....	32
Çizelge 5.2. $n=4$ ve $k=2$ olan Trojan kare .....	34
Çizelge 6.1. Trojan kare tasarımına ait ANOVA.....	37
Çizelge 6.2. $\lambda_1=1, \lambda_2=0$ parametrelili KDTBT .....	41
Çizelge 6.3. Latinleştirilmiş dikdörtgensel latis tasarımına ait ANOVA.....	44
Çizelge 7.1. Sütun 1 ve toplam değerleri .....	47
Çizelge 7.2. Sütun 2 ve toplam değerleri .....	47
Çizelge 7.3. Sütun 3 ve toplam değerleri .....	48
Çizelge 7.4. Sütun 4 ve toplam değerleri .....	48
Çizelge 7.5. Set 1'deki deneme toplamları .....	48

<b>Çizelge</b>	<b>Sayfa</b>
Çizelge 7.6. Set 2'deki deneme toplamları .....	49
Çizelge 7.7. Set 3'teki deneme toplamları .....	49
Çizelge 7.8. Set 4'teki deneme toplamları .....	49
Çizelge 7.9. $kB_{hi} - T_{hi}$ değerleri.....	50
Çizelge 7.10. Satır toplam değerleri.....	51
Çizelge 7.11. Latinleştirilmiş dikdörtgensel latis tasarımına ait ANOVA.....	52
Çizelge 7.12. Trojan kare tasarımı ile oluşturulan deneme düzeni ve toplam değerleri.....	53
Çizelge 7.13. Deneme toplam ve ortalamaları .....	54
Çizelge 7.14. Trojan kare tasarımı analizi yöntemi ile bulunan ANOVA.....	56
Çizelge 7.15. $v=12$ , $b=16$ olan bir KDTBT .....	58

**ŞEKİLLERİN LİSTESİ**

<b>Şekil</b>	<b>Sayfa</b>
Şekil 5.1. Yarı-latin karenin birliktelik grafiği.....	33
Şekil 5.2. Trojan karenin birliktelik grafiği .....	34

## SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılan kısaltmalar açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

<b>Kısaltmalar</b>	<b>Açıklama</b>
<b>MOLS</b>	İkişerli Ortogonal Latin Kare
<b>DTBT</b>	Dengeli Tamamlanmamış Blok Tasarımı
<b>KDTBT</b>	Kısmi Dengeli Tamamlanmamış Blok Tasarımı
<b>OA</b>	Ortogonal Dizim
<b>OMA</b>	Ortogonal Çoklu Dizim

## 1. GİRİŞ

Kombinatorik, belirlenmiş kesin kurallara göre nesnelerin ayrılması ve düzenlenmesi problemleriyle ilgili matematiğin bir dalıdır. Kombinatoriyel düzen, verilen sonlu bir kümeden belirli özellikleri olan alt kümelerin toplamının seçilmesinin bir yoludur. Bu problemlere ilişkin çok sayıda çalışma olmasına rağmen, 19-20. yüzyıllarda kombinatoriyel konfigürasyonların deney tasarımlarının istatistiksel teoride yararlı olduğu fark edilmiştir. Bu tasarımlar, zirai ve diğer alanlardaki deneyleri planlamada ve analiz etmede yararlıdır.

Yarı-latin kareler istatistik literatüründe eski bir tarihe sahiptir. Fakat pratikte az kullanılmıştır. Yarı Latin kareler üzerine yapılan bir çalışma basit bir satır ve sütun analizinin; tasarımın çoklu hata yapısının hesabını tam olarak yapamaması üzerinedir. Belirli işlem zıtlıklarının analizinde göz önüne alınan iki tabaka, bloklar tabakası ve blok içi parseller tabakasıdır. Modern bilgisayar yazılımlarının gelişmesi; tamamlanmamış blok tasarımlarının uygun tabakalaştırılmış analizlerini kolaylaştırarak tartışmanın temelindeki sorunları büyük ölçüde ortadan kaldırmıştır [Edmondson, 1998].

Yates (1935) yarı-latin kareleri şöyle tanımlamıştır: Bu düzende ikişer (veya daha genel olarak  $k$  kere) sütunlar kadar satır vardır ve her bir işlem, bir birim olarak işlem gören her bir sütun ve her bir satır çiftinde bir kere oluşur. Ancak çoğu kişi yarı Latin karedeki yarı deyimini satırların (ya da sütunların) sütunların (ya da satırların) yarısı kadar olması gerektiğini düşünür.

Yates(1936), ayrıca işlemlerin ve hata kare ortalamalarının ortalama değerlerini eşitleyecek bir rassallaştırmanın her zaman sağlanamayacağını ve bazı başka beğenilen deneysel düzenlemelerde bu kriterin başarısız olacağını belirtmiştir. Örneğin yarı-latin kare için doğru hiçbir rassallaştırma gözlenmeyecektir. Kolaylıkla görülebilir ki sütunları, işlemleri ve satır çiftlerini temsil eden kısıtların kümeleri

ikişerli ortogonaldır. Bu nedenle bu kısıtların etkilerine izin verildikten sonra normal dağılım ve ilişkisiz değerler için varyans analizi prosedürü geçerlidir. Ancak aynı sütundaki ve aynı satır çiftindeki parsel çiftleri arasında bir korelasyon var ise (çok sık görülen bir olaydır), bir Latin kareye uygulanabilen rassallaştırma prosesleri hata kareleri ortalamalarına göreli işlem kareleri ortalamalarının kesinlikle yanlış tahminlerini verir[Rojas ve White,1957].

Yates (1935), yarı-latin karedeki yanlışlığı bölünmüş parsel tasarımı ile bir analogi göz önüne alarak çözmüştür. Bölünmüş parsel tipinin bu gibi kareleri için analogi daha önceden gösterilmiştir.

Yates (1935)  $k=2$  ve  $n=5$  için durumu ele alarak farklı işlem etkilerini tek bir değişkenlik kaynağında birleştirmeyi önermiş ve tüm parsel ve bölünmüş parsel hata bileşenlerini tek bir "hata" teriminde toplamıştır.

Rojas ve White (1957) yarı-latin kareleri modifiye edilmiş Latin kare tasarımı olarak tanımlamış ve tartışmışlardır. Trojan kare tasarımının ismi Latin kareye benzerliğinden türemiştir ve Latin karenin özel bir durumu olarak görülmektedir.  $b$  satır ve  $b$  bölüm, her bir hücrede  $a$  parseli olan  $b^2$  hücreye düzenlenmiştir. Bu düzen üstüne  $ab$  işlem tek sınırlama ile yerleştirilmiştir ki her bir işlem her bir satır ve her bir bölümde birer kez yer almıştır.

Modifiye Latin kareler olarak adlandırılan bir deneysel tasarım E. Taboada'nın çalışmalarıyla standart tasarımlar ile Meksika'da agronomik araştırmalar sırasında ortaya konmuştur. Modifiye Latin kare kendisini çekici kılan iki özelliğe sahiptir. Bu, Latin karelerin yaptığı gibi toprak heterojenliğini iki doğrultuda kontrol eder ancak Latin kareler kadar büyük sayıda tekrara ihtiyaç duymaz. Modifiye edilmiş Latin kareler için önerilen analiz hesapsal olarak tamamlanmamış blok tasarımı analizinden daha basittir [Rojas ve White, 1957].

Eğer tüm modifiye Latin kareler bölünmüş parsel tipi olarak dikkate alınırsa bu beklenen kareler ortalamasının kesin bir türevini teşkil eder [Rojas ve White, 1957].

Yates(1935)'in tanımına göre ir yarı Latin kare  $t=kn$  sembolün  $n$  satır ve  $n$  sütundan oluşan dikdörtgensel bir düzenlemesidir. Burada harflerin her biri  $k$  ardışık sütunda gruplanmıştır; her bir sembol her bir satırda ve her bir sütun kümesinde yalnızca bir kere yer alır. Daha önceki araştırmacılar yarı-latin karenin kombinatoryel olasılıkları üzerinde durmamışlardır.  $k$  ve  $t$  değerlerinin her bir çifti için yarı-latin kareler türlere ya da ana sınıflara sınıflandırılır.

Yates (1935) yarı-latin kare, deney tasarımı olarak kullanıldığında analizinde bir hata terimine sahipse istatistiksel olarak kusurlu olduğunu göstermiştir. 1950'lerde bu tasarım tarımsal deneylerin literatüründe gözükmeye başlamıştır. Behrens (1956a, b), Bahn ve ark.(1957), Unterstenhöfer (1957,1963) tarafından yayınlanmıştır. Tarımsal kullanım örnekleri Krüger ve von Lochow (1956) tarafından verilmiş ve kitaplarda deney tasarımı olarak da Mudra (1952) ve von Lochow ve Schuster (1961)'de yer almıştır. Bu, pek çok yazarı yarı-latin karelerin deney tasarımında kullanmanın uygun olmayacağını düşündürmüştür. Ancak Nelder (1965a) bu tür tasarımlar için uygun rassallaştırma ve analizi vermiştir.

Yates (1935); bir yarı-latin kare için varyans analizinde rassallaştırma doğrulaması olmadığını, varyans bileşenleri yaklaşımını kullanarak bunun doğruluğunu göstermiştir.

Bir yarı-latin karede  $k$  işlem ya da “sembol” herhangi bir satırın herhangi bir sütun kümesini kestiği yerde bulunur. Bir yarı-latin kare deney tasarımında kullanıldığında tek başına sütunlar hiçbir istatistiksel rol oynamazlar. Böylece bir yarı-latin kareyi Latin dikdörtgen olarak düşünülemez. Ancak tercihen hücreleri  $k$  adet sıralanmamış sembol içeren  $n*n$  Latin kare olarak düşünülebilir. Anderson ve Hilton (1980)'un notasyon ve terminolojisinde bir yarı-latin kare bu sebepten bir “tam (p,q,x) Latin dikdörtgendir” burada p ve q (sırasıyla hücrelerin her bir satırı ve her bir sütunundaki

her bir sembolün oluş numarasıdır) ikisi de bire eşittir ve  $x=k$ 'dır [Preece ve Freeman, 1983].

Trojan kareler yarı-latin karelerin özel bir sınıfıdır ve arazide ya da seralarda tahıl araştırmaları deneyleri için bunları özellikle etkin yapan özelliklere sahiptir.

Trojan kareler, işlem ortalamalarının çiftsel karşılaştırmaları için yarı-latin karelerin optimal bir seçimidir.

Edmondson (1998) tahıl araştırmaları için Trojan kare kullandı ve bazı önemli tavsiyelerde bulundu.

Edmondson (1998) ayrıca Trojan kare tasarımlarının analizinin GENSTAT paket programı ile çözümüne ilişkin açıklamalarda bulundu.

Bu çalışmanın 2. bölümünde Trojan kare tasarımı tanıtıldı, Trojan kare ile ilişkili tasarımlar tanıtıldı ve Trojan kare ile ilişkileri verildi. Trojan karelerin temelini oluşturan yarı Latin karelerin kuruluşları açıklandı.

3. bölümde yarı Latin karelerin kullanımları ile ilgili açıklamalar yapıldı.

4. bölümde Trojan karelerin etkinliği ve etkinlik faktörleri tanıtıldı. Çalışma sırasında MATLAB paket programından yararlanıldı.

5. bölümde Trojan kare ve yarı Latin karenin çizge teorisi ile ilişkisi verildi.

6. bölümde Trojan karenin analizine dair açıklamalar yapıldı. Ayrıca Latinleştirilmiş dikdörtgensel latis tasarımların analizi de ele alındı.



7. bölümde bir uygulama çalışması yapıldı. Ele alınan problem önce Latinleştirilmiş dikdörtgensel latis tasarım yöntemi ile daha sonra Trojan kare tasarım yöntemi ile analiz edildi. Bulunan sonuçlar birbirleri ile karşılaştırıldı.

## 2. TROJAN KARE TASARIMI

### 2.1. Trojan Kare Tasarımının Özellikleri

Trojan kare tasarımına literatürde ilk kez Harsberger ve Davis (1952) tarafından yer verilmiştir. Çalışmalarında bu tasarımları Latinleştirilmiş dikdörtgenel latisler olarak isimlendirmişlerdir. Harsberger ve Davis  $k=n-1$  durumunu ele almışlardır. Daha sonra Darby ve Gilbert (1958)  $k<n$  için genel durumu çalışmışlar ve  $k>2$  olan tasarımlar için “Trojan Kare” ismini kullanmışlardır. Ancak Latinleştirilmiş dikdörtgenel latis tiplerinin tüm tasarımları  $1<k<n$  için “Trojan Kare” olarak isimlendirilir. Özel olarak  $n=6$  için Trojan Kare yoktur. Trojan Kareler  $k>n$  için oluşmazlar [David 2001].

Trojan Kareler; yarı Latin karelerin optimal bir ailesidir. Bir yarı Latin kare tasarımı eğer ikişerli ortogonal ve  $n=k+2$  ise Trojan Kare olarak isimlendirilir [Darby ve Gilbert 1958].

Tasarımın temelinde  $k$  adet ortogonal  $n*n$  Latin karelerin bir kümesi yer alır.  $kn$  adet değişkenlik vardır. Her bir alt parsel,  $n$  satır ve  $n$  sütunla gösterilir.  $n^2$  parsel vardır. Herbiri  $k$  alt parsele bölünmüştür.

Trojan kareler, her bir hücre bir blok gibi düşünüldüğünde çift yeniden çözülebilir eksik blok tasarımları gibi düşünülebilir. Bununla ilgili çalışmalar Robinson (1966)'da bulunabilir. Bu tasarımların detaylı incelemesi Preece (1967)'de bulunabilir. Trojan karelerin istatistiksel uygulamaları Edmondson (1998) tarafından çalışılmıştır. Trojan karelerin genelleştirilmiş Edmondson (2002) tarafından çalışılmıştır.

Trojan karelerin yapısı faktöriyel işlem için ele alınmıştır [Edmondson, 1998]. İkişerli ortogonal latin kareleri temel alan yarı-latin kareler Trojan kare olarak isimlendirilir [Darby ve Gilbert, 1968]. Darby ve Gilbert, blok içi parsel durumunda

çiftsel işlem karşılaştırmaları için son derece etkin yarı-latin karelerin Trojan karelerdir olduğunu göstermiştir [Edmondson, 2002].

Trojan kare tasarımlarının yapısı yapay (pseudo) faktör metotları kullanılarak en iyi şekilde irdelenmiştir [Monod ve Bailey, 1992]. Bir  $k$  düzey kareler faktörü ile işaretlenmiş  $(n \times n)/k$  boyutunda Trojan kare tasarımlarının  $k$  çakıştırılmış karesini ve bu  $n$  düzeyde sembol faktörü ile işaretlenmiş her bir karenin  $n$  sembolü ele alınsın. Kareler ve semboller faktörleri pseudo faktörlerdir ve pseudo faktör düzeylerinin her bir kombinasyonu gerçek bir işlemi işaretlemek için kullanılabilir. Gerçek işlemlerin kendileri tamamıyla yapılandırılmamış olabilir ya da  $k \times n$  çaprazlanmış (crossed) veya  $k / n$  iç içe (nested) faktöriyel işlem yapısına sahip olabilirler. Yapılandırılmamış işlemler pseudo faktör düzeylerine rassal olarak atanabilir ama yapılandırılmış işlemler tasarımın pseudo faktör yapısı göz önüne alınarak atanmalıdır [Edmondson, 2002].

Bir tasarımın  $k$  karesi ve  $n$  sembolü bir yapılandırılmamış işlem kümesi için pseudo faktörleri ya da bir faktöriyel işlem kümesi için gerçek faktörleri gösterdiği durumda  $(n \times n) / k$  boyutlu Trojan kareler bir doğal faktöriyel işlem yapısına sahip olurlar. Trojan kareler genel dengeye sahiptir [Payne ve Tobias, 1992] ve basit bir varyans analizine sahiptir [Edmondson, 1998].

Trojan Kareler; tarımsal denemelerde, verimlilik testlerinde, biyolojik araştırmalarda ve genetik denemelerde kullanılır.

Trojan Kare tasarımlar aynı anda tüm işlem etkilerini tahmin etmek için tasarlanırlar. Bu nedenle yarı-latin karelerden daha kullanışlı ve pratiktirler [Edmondson, 2002].

Trojan kare tasarımları özellikle sera deneyleri için uygun deneme çeşitliliği sağlar. Bu gibi denemelerde sera içi ve seralar arasını ele alabilir [Darby ve Gilbert, 1958].

Trojan karelere bir örnek şu şekilde olabilir.  $n=9$  olsun. Buna ait 8 tane MOLS vardır. Bunlardan 4 'ü aşağıda verilsin. Bu 4 MOLS üst üste çakıştırılarak  $(9*9)/3$  tipinde 2 farklı Trojan kare elde edilmiştir [Dharmalingam, 2002].

Çizelge 2.1.  $L_1$

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	6	9	5	7	1	4	3	8
3	9	7	2	6	8	1	5	4
4	5	2	8	3	7	9	1	6
5	7	6	3	9	4	8	2	1
6	1	8	7	4	2	5	9	3
7	4	1	9	8	5	3	6	2
8	3	5	1	2	9	6	4	7
9	8	4	6	1	3	2	7	5

Çizelge 2.2.  $L_2$

1	2	3	4	5	6	7	8	9
3	9	7	2	6	8	1	5	4
4	5	2	8	3	7	9	1	6
5	7	6	3	9	4	8	2	1
6	1	8	7	4	2	5	9	3
7	4	1	9	8	5	3	6	2
8	3	5	1	2	9	6	4	7
9	8	4	6	1	3	2	7	5
2	6	9	5	7	1	4	3	8

Çizelge 2.3.  $L_3$

1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	5	2	8	3	7	9	1	6
5	7	6	3	9	4	8	2	1
6	1	8	7	4	2	5	9	3
7	4	1	9	8	5	3	6	2
8	3	5	1	2	9	6	4	7
9	8	4	6	1	3	2	7	5
2	6	9	5	7	1	4	3	8
3	9	7	2	6	8	1	5	4

Çizelge 2.4.L<sub>4</sub>

1	2	3	4	5	6	7	8	9
5	7	6	3	9	4	8	2	1
6	1	8	7	4	2	5	9	3
7	4	1	9	8	5	3	6	2
8	3	5	1	2	9	6	4	7
9	8	4	6	1	3	2	7	5
2	6	9	5	7	1	4	3	8
3	9	7	2	6	8	1	5	4
4	5	2	8	3	7	9	1	6

Çizelge 2.5. Trojan Kare Tasarım (L<sub>1</sub>, L<sub>2</sub>; L<sub>3</sub>)

1 1 1	2 2 2	3 3 3	4 4 4	5 5 5	6 6 6	7 7 7	8 8 8	9 9 9
2 3 4	6 9 5	9 7 2	5 2 8	7 6 3	1 8 7	4 1 9	3 5 1	8 4 6
3 4 5	9 5 7	7 2 6	2 8 3	6 3 9	8 7 4	1 9 8	5 1 2	4 6 1
4 5 6	5 7 1	2 6 8	8 3 7	3 9 4	7 4 2	9 8 5	1 2 9	6 1 3
5 6 7	7 1 4	6 8 1	3 7 9	9 4 8	4 2 5	8 5 3	2 9 6	1 3 2
6 7 8	1 4 3	8 1 5	7 9 1	4 8 2	2 5 9	5 3 6	9 6 4	3 2 7
7 8 9	4 3 8	1 5 4	9 1 6	8 2 1	5 9 3	3 6 2	6 4 7	2 7 5
8 9 2	3 8 6	5 4 9	1 6 5	2 1 7	9 3 1	6 2 4	4 7 3	7 5 8
9 2 3	8 6 9	4 9 7	6 5 2	1 7 6	3 1 8	2 4 1	7 3 5	5 8 4

Çizelge 2.6. Trojan Kare Tasarım (L<sub>1</sub>, L<sub>2</sub>; L<sub>4</sub>)

1 1 1	2 2 2	3 3 3	4 4 4	5 5 5	6 6 6	7 7 7	8 8 8	9 9 9
2 3 5	6 9 7	9 7 6	5 2 3	7 6 9	1 8 4	4 1 8	3 5 2	8 4 1
3 4 6	9 5 1	7 2 8	2 8 7	6 3 4	8 7 2	1 9 5	5 1 9	4 6 3
4 5 7	5 7 4	2 6 1	8 3 9	3 9 8	7 4 5	9 8 3	1 2 6	6 1 2
5 6 8	7 1 3	6 8 5	3 7 1	9 4 2	4 2 9	8 5 6	2 9 4	1 3 7
6 7 9	1 4 8	8 1 4	7 9 6	4 8 1	2 5 3	5 3 2	9 6 7	3 2 5
7 8 2	4 3 6	1 5 9	9 1 5	8 2 7	5 9 1	3 6 4	6 4 3	2 7 8
8 9 3	3 8 9	5 4 7	1 6 2	2 1 6	9 3 8	6 2 1	4 7 5	7 5 4
9 2 4	8 6 5	4 9 2	6 5 8	1 7 3	3 1 7	2 4 9	7 3 1	5 8 6

## 2.2. Tasarımla İlgili Yapılar

### 2.2.1. Latin kare

$k$  adet deneme için bir Latin kare düzeni veya  $k \times k$  Latin kare düzeni;  $k$  satır ve  $k$  sütunu içeren bir karedir.  $k^2$  sayıdaki hücrelerin her biri, denemelere karşı gelen  $k$

Latin kare harfini içerir. Böyle bir düzende her bir harf, her bir satır ve her bir sütunda yalnızca bir kere görünür.

A,B,C 3 deneme olmak üzere;

3\*3 tipinde 12 tane Latin kare düzeni vardır. Bunlardan 3 tanesi aşağıda gösterildiği gibidir.

A B C	B A C	C B A
B C A	C B A	A C B
C A B	A C B	B A C

Dikkat edilecek olursa, karenin her bir satır ve sütunu, üç denemenin tam bir tekrarını verir. Böyle bir düzen ancak her iki kısıtlamanın düzeylerinin sayısı, deneme düzeylerinin sayısına eşit olduğunda mümkündür.

Bir Latin kare düzende denemelerin sayısı  $k \geq 2$  olmalıdır. Fakat  $k < 5$  olduğunda Latin kare düzeni pratik değildir. Çünkü, karenin her bir hücreğine birden fazla deney birimi atanmıyorsa, hata terimi için serbestlik derecesi küçük olacaktır. En uygun Latin kare düzeni  $5 \leq k \leq 10$  olduğunda kurulandır. Bu düzende, karenin her bir hücreğinde  $n \geq 1$  olup, toplam gözlem sayısı  $N = n k^2$  olur.

Latin kare düzeni mümkün değişik Latin kareler arasından rastgele olarak seçilebileceğinden bu düzende rastgeleliğin kaybolduğu doğru değildir.

Deneyde kullanılacak materyal iki yönden farklılık gösteriyorsa; denemeleri farklılıkları giderilmiş ünitelerde deneyebilmek için Latin kare düzeni kullanılır. Latin kare düzeninin özelliğinden dolayı tekrar sayısı istenildiği kadar artırılamaz.

Bu, deney sayısı ile sınırlandırılmıştır. Etkileri araştırılacak denemelerin sayısı azaldıkça tekrar da azalır. Bu durum hataya ait serbestlik derecesini küçültür.

### 2.2.2. Yarı latin kare

$\Omega$ ,  $n$  satır ve  $n$  sütuna bölünmüş  $n^2k$  noktanın bir kümesi olsun. Burada her satırla her bir sütun kesişiminde  $k$  adet nokta vardır.  $nk$  adet sembolün her bir sembole  $n$  nokta gelecek şekilde dağıtıldığı varsayalım. Eğer her bir sembol, her bir satır ve her bir sütunda bir kere oluşuyorsa,  $\Omega$  bir “  $(n*n)/k$  yarı Latin karedir” (*semi-latin square*) denir.

Yarı-latin kareye ilk olarak 1930’lu yılların istatistik literatüründe rastlanır [Preece, 1983].  $t = kn$  işlemin,  $n$  ve  $k$ ’nin 1’den büyük tamsayılar olduğu bir dikdörtgenel düzenlemesi olarak bahsedilir. . Student (1931) böyle bir düzenlemeyi “dengeli rassal bloklar” (balanced random blocks) olarak ifade etmiştir. Student bir örneğinde  $t = 10$  ve  $n = 5$  için çalışmıştır. Hoblyn (1931)  $t = 8$  ve  $n = 4$  için bir örnek vermiştir. Yarı-latin kare ismi Scott (1932) tarafından  $t = 20$  ve  $n = 5$ ’li üç örneğinde dile getirilmiştir. Yates 1935-1936 yıllarındaki çalışmalarında aynı ismi kullanmıştır.

Açıklayıcı bir örnek aşağıda verilmiştir.

Bir müşteri araştırma kurumu 8 tane yeni elektrik süpürgesini karşılaştırmak istiyor. Kurum her markadan bir örnek almıştır. Bazı ev hanımları karşılaştırma için seçilmiştir. Her bir ev hanımı 2 adet elektrik süpürgesini 1 hafta boyunca kullanacak ve her birine puan verecektir. Ev hanımı etkilerine izin vermemek için en iyi yol her bir ev hanımının her bir süpürgeyi test etmesidir ve bu deneme 4 hafta sürecektir. Her bir markanın sadece biri herhangi bir zamanda kullanılabilir ve deneme her marka her zaman periyodunda kullanılırsa çabucak tamamlanır. Yarı Latin kare için düşünülürse ev hanımları kendi evlerinde  $k$  adet nesneyi belirli bir zaman aralığında test ederler. Ev hanımı etkilerini ortadan kaldırmak için  $n$  ev hanımının her biri  $n$

hafta boyunca deneme süresini tamamlar. Haftalar yarı Latin karenin satırlarını, ev hanımları sütunlarını, elektrik süpürgesi markaları da sembolleri oluşturur.

$A, B, C, D, \alpha, \beta, \gamma, \delta$  süpürge markaları olmak üzere;

Çizelge 2.7. Yarı- Latin kare örneği

		EV HANIMLARI			
		1	2	3	4
HAFTALAR	1	$A\alpha$	$B\beta$	$C\gamma$	$D\delta$
	2	$B\gamma$	$A\delta$	$D\alpha$	$C\beta$
	3	$C\delta$	$D\gamma$	$A\beta$	$B\alpha$
	4	$D\beta$	$C\alpha$	$B\delta$	$A\gamma$

Yarı Latin kareler her birinin blok büyüklüğü işlem sayısına eşit olan ortogonal gürültü faktörlerinin bir çiftine sahip herhangi bir deneysel materyal için uygun tasarımlardır [Bailey 1988].

Yates (1935), bir yarı Latin kare için varyans analizinde rassallaştırma doğrulaması olmadığını, varyans bileşenleri yaklaşımını kullanarak bunun savunulduğunu göstermektedir. Bu, pek çok yazara yarı Latin kareleri deney tasarımında kullanmanın uygun olmayacağını düşündürmüştür. Ancak Nelder (1965a) bu tür tasarımlar için uygun rassallaştırma ve analize yer vermiştir.

Yarı Latin kareler için satır\*sütun kesişimleri blok olarak isimlendirilecektir. Eğer satırlar ve sütunlar önemsenmezse tasarım basitçe bir çift yeniden çözülebilir tamamlanmamış blok tasarımı olur. Bunu quotient blok tasarımı olarak adlandırmak uygun olacaktır [Bailey, 1988].



### 2.3. Yarı-Latin Kare ve Trojan Karelerin Diğer Tasarımlarla İlişkisi

Trojan kareler yeniden çözülebilen tamamlanmamış blok tasarımlarının örnekleri olarak dikkat çekerler. Bu, blokların iki karşılıklı ortogonal latin karenin satırları ve sütunları ile ilgili yönlerde tamamlanmış tekrarlara gruplanmıştır. Blokların tekrarlara çift gruplanmasıyla oluşan dengeli tamamlanmamış blok tasarımları Robinson (1966) tarafından ele alınmıştır.

Bundan farklı olarak yarı-latin kareler iç içe dengeli tamamlanmamış blok tasarımları ile de ilişkilidir [Preece, 1967]. İç içe dengeli tamamlanmamış blok tasarımlarının blok içi, blok arası ve normal hata terimi olmak üzere üç adet hata terimi vardır.

Yarı latin kareler ve Trojan kareler parçalı dengeli tamamlanmamış blok tasarımları ile de ilişkilidir.

#### 2.3.1. İkişerli ortogonal latin kare

Bir  $n \times n$  Latin kare, 1'den  $n$ 'e kadar  $n$  sayının kümesinin hiçbir satır veya sütununun aynı sayıyı iki kere içermemesi yoluyla düzenlenmesi ile oluşur. Eğer iki Latin karede benzeyen elemanlarının hiçbir çifti bir kereden fazla oluşmazsa bu iki Latin kare ortogondur. Eğer kümenin Latin karelerinin her bir çifti ortogondur  $n \times n$  Latin karelerin bir kümesi ikişerli ortogondur. Oluşan sete ikişerli ortogonal Latin kare (mutually orthogonal Latin square = MOLS) denir.  $n$ . mertebeden Latin kare setinde  $(n-1)$  tane ortogonal Latin kare varsa bu sete ortogonal Latin kare tam seti denir.

İkişerli ortogonal Latin kare için  $n=4$  olan şöyle bir örnek verilebilir.

1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
2	1	4	3	3	4	1	2	4	3	2	1
3	4	1	2	4	3	2	1	2	1	4	3
4	3	2	1	2	1	4	3	3	4	1	2

### 2.3.2. Dengeli tamamlanmamış blok tasarımları

Bütün blokları aynı sayıda noktaya (işleme) sahip ve bütün noktaları aynı sayıda blokta gözüken  $v, b, r, k, \lambda$  parametrelili 2-tasarıma “*blok tasarımı*” veya kısaca “*tasarım*” denir.

Bir blok tasarımında  $1 < k < v$  koşulu sağlanıyorsa bu tasarım “*dengeli tamamlanmamış blok tasarımı (DTBT)*” (Balanced Incomplete Block Design) olarak adlandırılır.

Burada “dengeli” sözcüğü 2-tasarım koşullarına ve “tamamlanmamış” sözcüğü ise  $k < v$  koşuluna işaret eder.

DTBT aslında bir 2-tasarımı olduğundan  $\lambda$ ,  $p \neq q$  olmak üzere  $(p, q) \in \binom{v}{2}$  çiftinin birlikte görüldüğü ortak blok sayısını belirtir.

Bir DTBT genel olarak  $B[v, k, \lambda]$  ile gösterilir.

Bir DTBT aşağıdaki özellikleri sağlar.

- i)  $k \geq 2$
- ii) Her işlem her blokta bir kere görünür.
- iii) Her işlem eşit sayıda gözükür. (Yani  $r$ 'ler aynı)
- iv) Her işlem çifti aynı sayıda blokta gözükür. (Yani  $\lambda$ 'lar aynı).

Ayrıca  $(v, b, r, k, \lambda)$  parametrelili bir DTBT'nin parametreleri arasında aşağıdaki eşitlikler vardır.

- i)  $bk = vr$
- ii)  $r(k-1) = \lambda(v-1)$

Bir  $B[v, k, \lambda]$  tasarımının var olması için bir diğer önemli gerekli koşul Fisher eşitsizliğidir.

$(v, b, r, k, \lambda)$  tasarımının varlığı için  $b \geq v$  olmalıdır [Street ve Street, 1987].

Eğer DTBT’da  $v=b$  ve  $r=k$  elde edilirse DTBT’nın simetrik olduğu söylenir. Simetrik DTBT her zaman  $[v, k, \lambda]$  tasarımları gibi tanımlanır.

Örnek: (7.3.1)-DTBT göz önüne alınsın.

Çizelge 2.8. (7.3.1)-DTBT örneği

İşlemler	Bloklar						
	1	2	3	4	5	6	7
1	X		X	X			
2	X					X	X
3	X	X			X		
4		X		X			X
5		X	X			X	
6			X		X		X
7				X	X	X	

Çizelgede “X” işareti konan hücrelerde gözlem var, diğer boş hücrelerde gözlem yok anlamındadır.

Çizelgede işlem ve blok sayısı  $v$  ve  $b$ ’nin 7 olduğu, blok genişliği  $k$ ’nin 3 ve tekrar sayısı  $r$ ’nin de 3 olduğu kolayca görülür. İşlemlerin her çifti sadece bir blokta birlikte gözükür. Böylece  $\lambda=1$ ’dir.

### 2.3.3. Kısmi dengeli tamamlanmamış blok tasarımları

Dengeli tamamlanmamış blok tasarımlarında işlem çiftlerinin birlikte görünme sayısı  $\lambda$  tüm işlem çiftleri için aynıdır. Ancak kısmi dengeli tamamlanmamış blok tasarımlarında (KDTBT)  $\lambda$  tek olmamaktadır.  $m$  tane farklı  $\lambda$  olması durumunda KDTBT  $m$ -sınıflı olarak adlandırılır. KDTBT,  $v$  işlemin  $b$  blokta verilen koşullarda düzenlenmesidir.

- 1)  $v$  işlem  $r$  blokta gözükür. Herbir blok  $k$  genişliktedir. İşlemler herhangi bir blokta bir kez gözükür.
- 2)  $v$  işlemin her bir çifti aşağıdaki gibi bir birliktelik yapısına sahiptir.
  - i) Herhangi iki işlem birinci veya ikinci birliktelik sınıfındandır.
  - ii) Her bir işlem birinci birliktelikte  $n_1$  elemanına, ikinci birliktelikte  $n_2$  elemanına sahiptir.
  - iii)  $i$ . birliktelik sınıfında bulunan herhangi işlem çifti için birinci işlemin birinci birliktelik sınıfındaki ve ikinci işlemin ikinci birliktelik sınıfındaki ortak elemanların sayısı:
 
$$P_{11}^i \quad (i=1,2) \text{ dir.}$$
- $v_i$   $i$ . birliktelik sınıfındaki işlemlerin herhangi iki çifti  $\lambda_i \quad (i=1,2)$  blokta birlikte görünür.

Daima aşağıdaki eşitlikler sağlanır.

$$P_{12}^2 = P_{21}^1 = n_1 - P_{11}^1 - 1$$

$$P_{12}^2 = P_{21}^2 = n_1 - P_{11}^2$$

$$P_{22}^1 = n_2 - n_1 + P_{11}^1 + 1$$

$$P_{22}^2 = n_2 + n_1 + P_{11}^2 - 1$$

$$bk = rv \quad v = n_1 + n_2 + 1$$

$$\lambda_1 n_1 + \lambda_2 n_2 = r(k-1),$$

$$n_1 P_{11}^1 = n_2 P_{11}^2,$$

$$n_1 P_{22}^1 = n_2 P_{22}^2$$

Burada  $v, b, r, k, \lambda_i, n_i \quad (i=0, \dots, m)$  sayıları birinci çeşit parametreler,  $P_{jk}^i \quad (i, j, k=0, 1, \dots, m)$  sayıları ikinci çeşit parametrelerdir.  $(2m+4)$  tane birinci çeşit,  $m^2(m+1)/2$  tane ikinci çeşit parametre vardır [Bose ve Shimamoto, 1952].

$m$ -sınıflı KDTB tasarımında parametreler arasında aşağıdaki eşitlikler vardır.

$$\sum_{i=0}^m n_i = v, \quad \sum_{i=0}^m P_{jk}^i = n_k, \quad P_{jk}^i = P_{kj}^i, \quad n_i P_{jk}^i = n_j P_{ik}^j = n_k P_{ij}^k, \quad n_0 = 1,$$

$$P_{ik}^j = \begin{cases} n_i & i=j \text{ ise} \\ 0 & \text{d.d} \end{cases}, \quad \lambda_0 = r, \quad \sum_{i=0}^m n_i \lambda_i = rk, \quad n_j n_k = \sum_{i=0}^m P_{jk}^i n_i$$

$m=2$  için 8 tane birinci çeşit, 6 tane ikinci çeşit parametre vardır.

$$P_{jk}^1 = \begin{pmatrix} P_{11}^1 & P_{12}^1 \\ P_{21}^1 & P_{22}^1 \end{pmatrix}, \quad P_{jk}^2 = \begin{pmatrix} P_{11}^2 & P_{12}^2 \\ P_{21}^2 & P_{22}^2 \end{pmatrix}$$

#### 2.3.4. Yeniden çözülebilir dengeli tamamlanmamış blok tasarımı

$(X,A)$ , bir  $(v,k, \lambda)$  DTBT olsun.  $(X,A)$ 'da bir paralel sınıf  $A'$  daki ayrık blokların alt setidir.  $A'$ 'nın  $r$  paralel sınıflarına parçalanması yeniden çözümlenebilir olarak adlandırılır.

Eğer  $A'$ 'nin en azından bir yeniden çözümlenmesi varsa  $(X,A)$ 'nın yeniden çözümlenebilir olduğu söylenebilir.

Bir paralel sınıf  $v/k$  blok içerir. Ayrıca DTBT yalnızca  $v \equiv 0 \pmod{k}$  ise bir paralel sınıfa sahip olabilir.

Bütün çift  $v$ 'ler yeniden çözülebilir  $(v,k, \lambda)$  DTBT oluşturur. Bir çözülebilir  $(v,k, \lambda)$  DTBT var olması için gerek ve yeter koşul,  $v$  çift sayı ve  $v \geq 4$  olmasıdır [Bagchi, 2004].

#### 2.3.5. Gruplarına ayrılabilir tasarım

Gruplarına ayrılabilir tasarım (Group Divisible= GD) 2-ortak sınıflı kısmi dengeli tamamlanmamış blok (KDTBT) tasarımının bir sınıfıdır [Clatworthy, 1973].  $mn$  işlem

seti  $n$  işlemin  $m$  grubu olarak ayrılabilir. Herhangi iki işlem eğer aynı gruba ait ise  $\lambda_1$  blokta birlikte gözükür, farklı bloklarda ise  $\lambda_2$  blokta gözükür. GD tasarımı için üç sınıf dikkate alınır.

- i.  $r - \lambda_1 = 0$  ise tekil GD
- ii.  $r - \lambda_1 = 0$   $rk = v\lambda_2 = 0$  ise yarı düzenli (yarı regular) GD
- iii.  $r - \lambda_1 > 0$   $rk - v\lambda_2 > 0$  ise düzenli GD

### 2.3.6. Dikdörtgensel latis tasarımlar

Latis deneme düzenlerinin bu tipi Harsberger tarafından tanıtılmıştır. Kare latislerden daha az simetrik olmalarına rağmen daha avantajlıdır. Bu düzenlerde  $k > w$  olmak üzere  $k(k-w)$  işlem test edilmek istenir.

Eğer  $k$ , asal sayı ise  $k(k-w)$ 'nin  $k$  ve  $k-w$  çarpanları vardır. O halde bu düzeni oluşturmanın bir yolu " $k*k$ " boyutlu bir karede, her satır ve sütundan  $w$  tane harfin silinmesi ile, işlemlerin  $(k-w)$  bloğa yerleştirilmesi olabilir.  $w=1$  için,  $k$ , asal sayı veya asalın kuvveti ise; köşegen elemanları aynı harften oluşan Latin kare göz önüne alındığında, buna ortogonal olan diğer kareler istenilen özelliği sağlar.

$k$ , tek sayı olduğunda, 1. satırı  $0, 1, 2, \dots, k-1$  gibi numaralandırıp,  $i$ . satıra 1 ekleyerek (modulo  $k$ 'ya göre indirgenmiş olarak)  $i+1$  satırı ve dolayısıyla tam kareyi elde etmek mümkündür. Bu kare istenilen özelliği sağlar [Harshbarger, 1947].

Dikdörtgensel latis tasarımlarda, yalnız iki ortogonal tekrar varsa "*basit dikdörtgensel latis*" tasarımı elde edilir. Üç tekrar kullanıldığında, tasarım denge durumuna daha çok yaklaşır. Çünkü bir blokta daha fazla işlem birlikte gözükmüş olur.

### 2.3.7. Latinleştirilmiş dikdörtgenel latis tasarımlar

İşlem sayısının iki ardışık tam sayının çarpımı olduğu durumdur. Bu düzenlerde, birbirine ortogonal olan  $k$  satır ve  $k$  set mevcuttur. Her set  $(k-1)$  işleme sahip tamamlanmamış bloklardan oluşur.

Bu düzenleri oluşturmada ortogonal Latin kare tam seti göz önüne alınacaktır. Çünkü tam setler istenilen özelliğe sahiptir.

Homojen veri bulmanın zor olduğu ve çok sayıda değişkenin bulunduğu deneylerde Latinleştirilmiş dikdörtgenel latis düzenler kullanılabilir. Bu düzenler ilk defa Yates tarafından 1936'da kullanıldı.

### 2.3.8. Ortogonal dizim

Ortogonal dizimler (Orthogonal Array= OA), ilk defa Rao (1947) tarafından tanıtıldı, faktöriyel tasarımlarda yaygın olarak kullanıldı. OA  $(N, \dots; t)$  ile gösterilen, ortogonal düzen büyüklüğü  $N$ ,  $k$  kısıtı,  $s$  düzeyi ve  $t$  kuvvetli ortogonal düzen  $s$  sembollerinin  $k \cdot N$  boyutlu  $X$  matrisidir, öyle ki  $X$ 'in herhangi  $t \cdot N$  alt matrisinin sütun vektörleri aynı dereceli sıklıkla görülür.  $\lambda$  genellikle ortogonal düzenin indeksi olarak isimlendirildiğinden,  $N = \lambda st$  biçiminde olduğu açıktır. Faktöriyel tasarımlara uygulamada, her bir satır faktöre uygundur, semboller, faktör düzeylerini ve her bir sütun faktör düzeylerinin birleşimini gösterir. Böylece her  $OA(N, s^k, t)$  her bir  $s$  düzeye sahip  $k$  faktörü için  $N$  tekrarlı faktöriyel tasarımı tanımlar [Cheng, 1995].

$N$  sütun ve  $r$  satırdan oluşan bir OA  $[N; r; n_1, \dots, n_r; t]$  şöyle bir düzendir.

- Her bir satır sütun kesişimi bir sembole sahiptir.
- $i$ . satırda  $n_i$  sembol gözlenir.
- Her  $t$  satırlı alt düzen bir sütundaki tüm düzenli sembol kombinasyonlarına eşit olarak sahiptir.

Bir  $(n*n)/k$  yarı Latin kare bir OA  $[n^2;k;3;n,n,nk;2]$ ' dir.Yarı Latin karenin satırları, ortogonal düzenin satırlarından birinin sembolleridir.

### 2.3.9. Ortogonal çoklu dizim

Bir ortogonal çoklu dizim (Orthogonal Multi Array=OMA), bir ortogonal dizime benzer ancak ekstra parametrelere  $(m_1, m_2, \dots, m_r)$  sahiptir.

- $i$  satırındaki her bir satır sütun kesişimi  $m_i$  sembole sahiptir. Tekrarların olması olasıdır.
- $i$  satırında  $n_i$  sembol gözlenir.
- Her bir  $t$  satırlı alt düzen bir sütundaki tüm düzenli sembol kombinasyonlarına eşit olarak sahiptir.

Eğer  $t \geq 1$  ise  $i$  satırındaki gözlenen her bir sembol o satırda  $\frac{Nm_i}{n_i}$  kere görünür.

Ortogonal çoklu dizimler ile ilgili yapılar aşağıda açıklanmıştır.

*Yapı 1:* Eğer bir OMA  $i \geq 2$  için  $m_i = 1$  ise bundan kolaylıkla  $Nm_i$  sütunlu bir OA yapılabilir.

Eğer OMA  $[n^2;3;nk,n,n;k,1,1;2]$ 'ye yapı 1 uygulanırsa oluşan yapı bir yarı Latin karedir.

*Yapı 2:* Bir OMA'da eğer  $\frac{n_1}{m_2} = \frac{n_2}{m_2}$  ise ilk iki satır yeni bir birleşik  $n_z = n_1 + n_2$  ve  $m_z = m_1 + m_2$ 'li bir z satırı ile yer değiştirebilir [Bailey, 2009].

Bir  $s$  ikişerli ortogonal  $n*n$  Latin kare kümesi bir OA  $[n^2;s+2;n, \dots, n;2]$ 'dir. Bu ortogonal düzeni ele alınsın. İki satır hariç tümünü birleştirmek için yapı 2 uygulansın. Buradan bir ortogonal çoklu dizim elde edilir. Ardından yapı 1 uygulansın. Buradan bir yarı Latin kare elde edilir. Böyle her bir yarı Latin kare "Trojan kare" olarak adlandırılır.



### 2.3.10. Tamamlanmamış trojan kare

Küçük ya da büyük olmayan  $n$  için Trojan kareler çok iyi tasarımlar olmakla birlikte büyük  $n$ 'ler için tasarımın genel bir sınıfına ihtiyaç duyulmaktadır. Basit tamamlanmamış Trojan kareler (Incomplete Trojan Square), Edmondson (1998)'in bahsettiği gibi tamamlanmış Trojan kareden bir ana satır veya bir ana sütunun çıkarılması ile elde edilir. Ancak tüm durumlar için yeterli bir genelliğe sahip değildirler. Daha ileri bir genelleştirme, iki ya da daha fazla satırın bir tam Trojan kareden çıkarılmasıyla elde edilir. Bununla birlikte verilen boyuttaki genelleştirilmiş tamamlanmamış Trojan karelerin tümü eşit olarak etkin değildir ve farklı tasarımlar arasında diskriminasyon için kriter gereklidir.

Preece (1996) çalışmasında kullandığı tasarımları, uygun bir  $(n*n)/2$  Trojan karelerden uygun sütunların çıkarılmasıyla elde eder. Eğer deneysel birimler bloklar olarak, aynı deneysel birimlerdeki gözlemler blok içi parseller olarak ele alınırsa tasarımlar tamamlanmamış Trojan kare tasarımlarındaki aynı kombinatoriyel özelliklere sahip olurlar. Preece (1996) tasarımları; işlemlerin ilk kümesinin artık etkileri için düzenlenmiş, işlemlerin ikinci kümesinin etkilerini tahmin etmek için tasarlanmıştır. Oysa ki Trojan kare tasarımlar aynı anda tüm işlem etkilerinin tahmin etmek için tasarlanırlar [Edmondson, 2002]. Genel olarak etkin çakıştırılmış işlem tasarımlarını oluşturmak için kullanılan kriter, etkin tamamlanmamış Trojan tasarımlarının oluşturulması için yeterli olmayacaktır.

### 2.4. Yarı- Latin Karelerin Oluşturulması

Yarı Latin kareleri oluşturmanın farklı yolları vardır. Genişleme ve süperpoze etme aşağıda açıklanmıştır.

### 2.4.1. Genişleme

Verilen bir yarı Latin karede  $i$  ve  $j$  ayrı işlemlerinin bir çiftinin birlikte görünmesi  $\lambda_{ij}$ ;  $i$  ve  $j$  işlemlerinin aynı blokta görünme sayısıdır. Genişleme (inflation) ile bir kare oluşturmak için herhangi bir  $(n*n)/k_0$  yarı Latin kare alınır. Burada  $k_0$ ,  $k$ 'nin pozitif bir bölenidir. Ve her bir işlem  $k / k_0$  yeni işlemle yer değiştirir. Son yapı bir  $(n*n)/k$  yarı Latin karedir. Burada birlikte görünmelerin değeri  $n$  olur [Bedford ve Whitaker, 2001].

### 2.4.2. Süperpoze etme

Verilen bir yarı Latin kare ya da Latin kare süperpoze etme (superposition) ile de oluşturulabilir.  $(n*n)/k_i$ ,  $i=1,2,\dots,r$  büyüklüğünde bir Latin ya da yarı Latin kare alınsın. Karelerin satırları ve sütunları aynı yolla işaretlenmiş olsun ve ayrıca herhangi bir karedeki sembolleri başka herhangi bir karede yer almasın. Bu karelerin süperpoze edilmiş şekilleri  $k_1+k_2+\dots+k_r$  boyutlu bloklara sahiptir.  $a$  satırı ve  $b$  sütunundaki bloğa, herhangi bir karenin bir bloğunda oluşan tüm semboller koyulur. Elde edilen yapı bir  $(n*n)/k$  yarı Latin karedir. Bu yarı Latin karenin özelliği  $\lambda_{ij} \leq r$  olmasıdır [Bedford ve Whitaker, 2001].

Genişleme, süperpoze etmenin özel bir halidir ve harflerin yeniden adlandırılmasından dolayı elde edilen her bir başka parçayla, orijinal karenin aynı olduğu durumda ortaya çıkar.

Özel olarak; ikişerli ortogonal Latin karelerin süperpoze edilmişleri Trojan kare olarak isimlendirilir.

Bir Trojan karenin quotient blok tasarımında tüm birlikte görünmeleri  $0$  ya da  $1$ 'e eşittir. Preece ve Freeman (1983),  $1$ 'den büyük birlikte görünmesi olmayan tüm yarı latin kareler Trojan kare olduğunu söyler [Bailey, 1988].

### 3. YARI LATİN KARELERİN KULLANIMI

Bir  $(n*n)/k$  yarı Latin kare, içinde üç bölüm olan bir  $n^2k$  nesne kümesidir.  $n$  satır içindeki R bölümü (partition),  $n$  sütun içindeki C bölümü ve  $nk$  sembol içindeki L bölümü olarak isimlendirilsin. Ayrıca R ve C tarafından tanımlanan  $n^2$  hücre ya da blok içindeki B bölümü de vardır.

Yarı Latin kareleri bir deneyin tasarımı olarak kullanmanın farklı yolları bu bölümlerin gürültü (nuisance) faktörlerine ve işlem faktörlerine karşılık gelmesine bağlıdır.

Aşağıdaki örnekler aynı yarı Latin kareyi kullanmaktadır. Dikkat edilmelidir ki bu kare, bir yarı Latin karenin bir ortogonal Latin kare kümesi ile aynı şey olmadığını belirtmek için özel seçilmiştir. Eğer B'nin hiçbir etkisi yoksa burada verilen tasarımın en iyi olmadığı vurgulanmak istenmiştir. Aşağıda farklı tasarımlar verilmiştir.

*Tasarım 1:* Gürültü faktörleri R ve C, işlem faktörü L olsun. Eğer B hiçbir etkiye sahip değilse uygun büyüklükteki tüm yarı Latin kareler eşit olarak iyidir. Ters durumda tasarımın etkinliği B ve L arasındaki ilişkiye bağlı olur. Bu, aşağıdaki örnek ile daha iyi açıklanacaktır.

10 yeni elektrik süpürgesi 5 hafta boyunca karşılaştırma için kullanılacaktır. 5 gönüllü ev hanımı süpürgeleri test edecektir ve her bir iki süpürge her bir hafta bir evde kullanılacaktır.

Çizelge 3.1. Tasarım 1'e ait yarı-latin kare tasarım

Hafta	Ev Hanımı				
	1	2	3	4	5
a	AJ	GE	IC	FD	HB
b	BG	AI	EF	HC	JD
c	CF	BD	AH	JE	IG
d	ID	HF	BJ	AG	CE
e	HE	CJ	DG	IB	AF

Böyle bir tasarım kullanılmadan önce satırlar rassal olarak sıralanır, sütunlar rassal olarak sıralanır ve ayrıca her bir hücredeki iki sembol rassal olarak sıralanır.

*Tasarım 2:* Gürültü faktörleri R ve L, işlem faktörü C olmak üzere ortogonal satır-sütun tasarımı dikkate alınsın. ve B'nin hiçbir etkisi olmadığını varsayalım.

Örneğimiz şöyle olsun: 5 hafta boyunca 5 yeni model süpürge'nin her birinden 2 tanesi karşılaştırılacaktır. 10 ev hanımı gönüllüdür. Herbir ev hanımı her hafta bir süpürge test edecektir.

Çizelge 3.2. Tasarım 2'ye ait yarı-latin kare tasarım

Hafta	Ev Hanımı									
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
a	1	5	3	4	2	4	2	5	3	1
b	2	1	4	5	3	3	1	4	2	5
c	3	2	1	2	4	1	5	3	5	4
d	4	3	5	1	5	2	4	2	1	3
e	5	4	2	3	1	5	3	1	4	2

*Tasarım 3:* Gürültü faktörü C; işlem faktörleri R ve L olsun. R ve L arasında bir etkileşim olmadığını varsayalım. Çünkü bu etkileşimin parçası C tarafından tamamen karışmıştır.

Örneğimiz şöyle olsun. On adet domates çeşidi(A,B,...,J) ,beş adet sulama biçimi (a,b,...e) kombinasyonu ile karşılaştırılacaktır. Serada beş adet oda vardır ve her biri on adet gübre içindir.

Çizelge 3.3.Tasarım 3'e ait yarı-latin kare tasarım

Oda	İşlem Kombinasyonu									
1	Aa	Cc	Fc	Ja	Bb	Id	He	Gb	Db	Ee
2	Bc	Fd	Ga	Ab	Je	Ib	Ea	Dc	Ce	Hd
3	Hc	Ia	Jd	Ca	De	Ac	Bd	Eb	Ge	Fb
4	Hb	Gd	Be	Ie	Cb	Da	Jc	Ec	Fa	Ad
5	Ic	Db	Fe	Gc	Ha	Ed	Ae	Cd	Jb	Ba

Böyle bir tasarımı kullanmadan önce, numaralanmış odalar rassal olarak sıralanır. Her oda içindeki işlem kombinasyonlarının sıraları rassaldır. Bunlar her bir odada ayrı ve bağımsız olarak yapılır.

*Tasarım 4:* Gürültü faktörü L, işlem faktörleri R ve C olsun. Eğer R ve C arasında bir etkileşim yok ise tüm yarı Latin kareler eşit olarak iyidir. Burada, bu etkileşimin sıfırdan farklı olduğu varsayılın. Böylece tasarımın etkinliği B ve L arasındaki ilişkiye bağlıdır.

Beş adet domates çeşidi (1, 2, 3, 4, 5), beş adet sulama biçimi (a, b, c, d, e) kombinasyonu ile karşılaştırılacaktır. Serada on adet oda vardır ve her biri beş gübre içindir.

Çizelge 3.4.Tasarım 4'e ait yarı latin kare tasarımı

Oda	İşlem Kombinasyonu				
<b>A</b>	1a	2b	3c	4d	5e
<b>B</b>	1b	4e	5a	3d	2c
<b>C</b>	2e	3a	5d	1c	4b
<b>D</b>	2c	4a	1d	5b	3e
<b>E</b>	1e	3b	5d	2a	4c
<b>F</b>	4a	5e	1c	2d	3b
<b>G</b>	5c	2a	4d	3e	1b
<b>H</b>	2d	3c	4b	1e	5a
<b>I</b>	5c	3a	1d	2b	4e
<b>J</b>	5b	2e	4c	1a	3d

*Tasarım 5:* Gürültü faktörü yoktur ve işlem faktörleri R, C ve L'dir. R ve L ya da C ve L arasında etkileşim olmadığı varsayılmaktadır. Eğer R ve C arasında bir etkileşim olmazsa, tüm yarı Latin kareler eşit olarak iyidir. Ancak bu etkileşimin sıfırdan farklı olduğu varsayılır; tasarımın etkinliği B ve L arasındaki ilişkiye bağlıdır.

Bu tasarımı daha iyi açıklamak için şöyle bir örnek verilebilir.

Ekmek yapımında on tip un (A,B,...,J), beş farklı yoğurma hızında (a,b,...,e) ve beş farklı pişirme sıcaklığında (1,2,...,5) karşılaştırılacaktır. 50 fırın tek bir zamanda pişirme için uygundur. 50 işlem kombinasyonu Aa1,Ja1,...,Fe5'tir. Böyle bir tasarımı kullanmadan önce, tüm işlem kombinasyonlarının sırası tam olarak rassallaştırılmalıdır.

## 4. YARI LATİN KARE VE TROJAN KARELERİN ETKİNLİĞİ

### 4.1. Etkinlik Faktörleri

Bir yarı Latin karenin özel rassallaştırmaları pek çok yazar tarafından ya özel olarak örneğin Preece (1983) ya da daha genel yapılar için rassallaştırma prosedürünün bir parçası olarak örneğin Nelder (1965a) tarafından yer verilmiştir. Satırlar ve sütunlar bağımsız olarak rassallaştırılmalıdır ve ardından her bir blok içindeki parseller bağımsız olarak rassallaştırılmalıdır. Nelder eğer bir yarı Latin kare deney tasarımı için kullanılırsa ve uygun olarak rassallaştırılırsa varyans analizi, ortalamayı hariç tutarak 4 tabakaya sahip olacağını göstermiştir. Bailey (1982) terminolojisinde bu tabakalar boyutları sırasıyla  $n-1$ ,  $n-1$ ,  $(n-1)^2$  ve  $n^2(k-1)$  olan satırlar, sütunlar, bloklar ve parsellerdir. Son iki tabaka sadece işlem terimlerini içerdiğinden dolayı Houtman (1983) argümanı tasarım genel olarak dengelidir ancak bu dengeyi destekleyen işlem yapısını pratik terimlerde bulmanın ya da anlamlı olmasının kolay olmadığını söylemiştir. Nelder (1965b,1968) ve Wilkinson (1970), her bir tabakada her bir işlem etkisi için etkin tekrarlama faktörünü tanımlamışlardır. Eşit tekrarlı bir tasarım için bu faktörlerin tekrar sayısına bölümü etkinlik faktörünü verir. Verilen bir tabakadaki etkinlik faktörleri parsel rassal değişkenleri ilişkisiz olan bir tam bloklanmamış deneye göre görecelidir ve verilen tabakanın tabaka varyansına eşit varyansa sahiptir. Parseller tabakasındaki etkinlik faktörleri basitçe “etkinlik faktörleri” olarak pek çok yazar tarafından isimlendirilmiştir [Bailey, 1988].

Bir yarı Latin karenin quotient blok tasarımının binary olmasından dolayı Raghavarao (1971), bloklar tabakasındaki etkinlik faktörlerinin toplamı  $n-1$  durumundaki tekrar başına blokların sayısının 1 eksiğine eşit olduğunu göstermiştir. İşlem zıtlıkları arasındaki bu toplamın dağılımı geniş olarak tasarımın kullanılabilirliğini belirler. Bir uç durumda, bir  $n-1$  boyutlu işlem alt uzayı bloklarla tamamen karmaşıklaşmıştır. Bu sadece ve sadece genişlemiş Latin kare (inflated Latin square)

olduğu durumda meydana gelir. Bu durumda tasarım nested işlem yapısı  $n/k$  için genel olarak dengelidir.

Karşı uç durumda, bloklamaya bağlı toplam veri kaybı işlem zıtlıkları arasında mümkün olan en eşit biçimde paylaşılır.  $P$ ; quotient blok tasarımının birliktelik matrisi olsun. Böylece bloklar tabakasındaki etkinlik faktörleri  $(nk)^{-1}P$ 'nin eigen değerleri olur (zıtlıklar için).

*Yardımcı teorem 1:*  $S$  Latin kareyi ya da yarı Latin kareyi süperpoze ederek elde edilen  $(n*n)/k$  yarı Latin kare için parsellerin en az  $s-1$  tanesinin etkinlik faktörü  $1$ 'e eşittir [Bailey, 1988].

*İspat:* Meydan getiren kareler arasındaki zıtlıkların  $s-1$  boyutlu alt uzayı tamamen parseller tabakasında yer alır. Bu, parseller tabakasında  $s-1$  etkinlik faktörünün  $1$ 'e eşit olduğunu verir.

*Yardımcı teorem 2:*  $(n*n)/k$  Trojan kare için parseller tabakasındaki etkinlik faktörleri  $(k-1)$  çarpanı ile  $1$ 'e,  $k(n-1)$  çarpanı ile  $(k-1)/k$ ' ya eşittir [Bailey, 1988].

## 4.2. Etkinlik

Yarı Latin kareleri karşılaştırmak için  $A, D, E, E'$  ölçüleri uygulanabilir. Bu ölçüler, blok tasarımının satırları ve sütunları ihmal edilerek elde edilmiş etkinlik ölçüleridir. Aynı boyuttaki yarı Latin kareler arasında  $A$  etkinlik ölçüsünü maksimize eden yarı Latin kareye “ $A$  optimal” denir.  $D, E, E'$  optimallikleri de aynı şekilde tanımlanır. Cheng ve Bailey (1991), her bir Trojan karenin  $A, D, E$  optimal olduğunu göstermiştir. Trojan kareler  $k \geq n$  için oluşmazlar. Bu durumda  $A, D, E$  optimal olan bir yarı Latin kare sadece  $k$ 'nın  $(n-1)$ 'in bir katı ve  $n$ 'in bir asal kuvvet olduğu durumda bilinmektedir. Bailey (1992) bir  $A, D, E$  optimal örneğinin  $(n*n)/(n-1)$  Trojan karenin genişlemesi ile yapılabilir.



$A, D, E$  ve  $E^*$  optimalliklerinin tanımları şu şekilde verilebilir.

*A optimallik:* Etkinlik faktörlerinin harmonik ortalamasını maksimize eder; eş olarak, basit zıtlıkların tahmin edicilerinin ortalamasını minimize eder.

*D optimallik:* Etkinlik faktörlerinin geometrik ortalamasını maksimize eder; eş olarak, işlem etkilerinin tahminlerinin güvenilirliğinin elipsoid hacmini minimize eder.

*E optimallik:* Etkinlik faktörlerinin minimumunu maksimize eder.

*E\* optimallik:* Etkinlik faktörlerinin, basit zıtlıklar için minimumunu maksimize eder; eş olarak basit zıtlıklarının tahmin edicilerinin maksimum varyansını minimize eder [Bailey, 2009].

$\mathcal{D}_{v,b,k}$ ,  $k$  boyutlu  $b$  bloktaki  $v$  işlem için tüm binary eşit tekrarlı tamamlanmamış blok tasarımlarının kümesi olsun. Eğer  $\mathcal{D}_{v,b,k}$ ,  $\lambda_2 = \lambda_1 + 1$  ya da  $\lambda_2 = \lambda_1 - 1$  olan  $d^*$  bağlı iki ortak sınıflı kısmi dengeli tasarımı içerirse ki bu tekil birliktelik matrisine sahiptir; bu  $A, D$  ve  $E$  kriterlerini kapsayan büyük bir kriter sınıfına göre  $\mathcal{D}_{v,b,k}$  üzerinde optimaldir.  $d^*$ 'in duali  $\mathcal{D}_{v,b,k}$  üzerinde de optimaldir. Sonuçlar, önceden optimal olduğu bilinmeyen pek çok tasarım uygulanabilir.  $\mathcal{D}_{v,b,k}$ ,  $k$  boyutlu  $b$  bloktaki  $v$  işlem için tüm binary eşit tekrarlı tamamlanmamış blok tasarımlarının bir kümesi olsun.

Herbir işlem  $r$  kere tekrar edilmiştir ve burada  $r = \frac{bk}{v}$  'dir.

Herhangi bir  $d \in \mathcal{D}_{v,b,k}$  için  $N_d$ ,  $d$ 'nin  $v*b$  (işlem\*blok) isabet matrisi olsun. Ardından  $d$ 'nin bilgi (information) matrisi:

$C_d = rI - k^{-1}N_d N_d^T$  olur.

$N_d N_d^T$  matrisi  $d$ 'nin birliktelik matrisi olarak isimlendirilir ve bunun köşegen dışı girdilerine trivial olmayan birliktelik (nontrivial concurrence) denir.  $C_d$  simetriktir.

Negatif değildir ve sıfır satır toplamlıdır. Optimalite kriteri  $C_d$  'nin gerçek değerli fonksiyonları olarak tanımlanmıştır.  $\mu_1^d \geq \mu_2^d \geq \dots \geq \mu_{v-1}^d \geq \mu_v^d = 0$   $C_d$  'nin eigen değerleri olsun. Ardından genellikle kullanılan A,D,E kriterleri sırasıyla  $\sum_{i=1}^{v-1} \mu_i^{d-1}$ ,  $\prod_{i=1}^{v-1} \mu_i^{d-1}$  ve  $\mu_{v-1}^{d-1}$  minimize etmek için aranır. Kiefer (1975)'e göre; eğer  $\mathcal{D}_{v,b,k}$ ,  $d^*$  dengeli tamamlanmamış blok tasarımını içeriyorsa  $d^*$  'nin tüm trivial olmayan birliktelikleri eşittir. Ardından  $d^*$  Kiefer (1975)'in tanımına göre  $\mathcal{D}_{v,b,k}$  üzerinde evrensel olarak optimaldir; özelde  $d^*$ ,  $\mathcal{D}_{v,b,k}$  üzerinde A,D ve E optimaldir [Cheng ve Bailey,1991].

Bailey (1988),  $k$  parselin  $n*n$  karenin her bir hücresinin iç içe olduğu deneysel durumlarda yarı Latin karelerin kullanımını ele almıştır.  $nk$  işlem olduğu varsayılınsın. Bir yarı Latin karede  $nk$  işlem her bir satır ve her bir sütunun işlemlerinin tam bir tekrarı olduğu şekilde parsellere dağıtılsın. Kolay olması için her bir her bir satır\*sütun kesişimine yerleştirilen  $k$  gözlem blok adımı alır. Bir Trojan kare  $k$  ikişerli ortogonal  $n*n$  Latin karenin  $k$  ayrı işlem kümesinde alınmasıyla tanımlanan yarı Latin karelerin özel bir çeşididir. Yarı Latin karenin her bir bloğu mevcut Latin karelerin tümünün, karşılık gelen hücresinde oluşan işlemleri içerir. Satırlar, sütunlar ve işlemler arasındaki ortogonallikten dolayı bir yarı Latin karenin parsel tabakasında bilgi matrisi  $k$  boyutlu  $n^2$  bloktan oluşan blok tasarımının C matrisine özdeşdir. Bailey [1988] ; bir Trojan karenin (parsel tabakasındaki analizler için) yarı Latin kareler üzerine optimal olduğunu varsaymıştır. Kolaylıkla görülebilir ki; bir Trojan karenin  $n^2$  bloğu  $\lambda_1=0$  ve  $\lambda_2=1$  ile bir yarı düzgün gruplarına bölünebilen (semi regular grup divisible) tasarımıdır. Bundan dolayı optimaldir.

James (1971)'in argümanı herhangi bir tabakadaki sıfırdan farklı etkinlik faktörlerinin sayısı bu tabakanın boyutuna ulaşamayacağını göstermektedir.

$m = \max(nk - 1 - (n-1)^2, 0)$  olsun. Bloklar tabakasında etkinlik faktörlerinin en az  $m$  tanesi sıfır olmalıdır. Tasarıma maksimal dengeli (maximally balanced) adını verilsin. Eğer bloklar tabakasındaki etkinlik faktörlerinin tam olarak  $m$  tanesi sıfır ve geri kalanların tümü  $(n-1)/(nk-1-m)$ 'ye eşit ise maksimal dengeli tasarımda parseller tabakasındaki etkinlik faktörleri geri kalanlar eşit olacak şekilde 1'lerin minimum mümkün sayısından oluşur.

Bu sebepten bir maksimal dengeli tasarım hem minimum parsel etkinlik faktörü  $\varepsilon_{\min}$  ve harmonik ortalama etkinlik faktörü  $\varepsilon$ 'nin en büyük mümkün değerine sahiptir. Böylece Kiefer (1959) deyiimiyle hem E-optimal hem de A-optimaldir.

Bu, tam manasıyla  $n$  ve  $k$ 'nin aynı değerleri için maksimal dengeli olmayan her yarı Latin kareden E ve A daha iyidir [Bailey, 1988]. Aşağıdaki teoremler Trojan karenin maksimal dengeli olması ile ilgilidir.

*Teorem 1* : Eğer  $k = n-1$  ve bir  $(n \times n)/k$  Trojan kare oluşursa bu maksimal dengelidir [Bailey, 1988].

*Teorem 2*: Eğer  $k < (n-1)$  ise hiç maksimal dengeli yarı Latin kare oluşmaz (Bailey, 1988).

Teorem 2' ye göre ne  $\varepsilon_{\min}$  ne de  $\varepsilon$ ; bir kombinatoriyel dengeli tasarımda alabilecekleri değer olan  $\frac{n(k-1)}{nk-1}$  kadar yüksek olamazlar.

Bir Trojan kare için yardımcı teorem 1 göstermektedir ki  $\varepsilon_{\min} = \frac{k-1}{k}$  ve

$\varepsilon = \frac{(nk-1)(k-1)}{(k^2n-2k+1)}$  'dir. Eğer  $k, n$  'den küçükse bu değerlerden hiçbiri  $\frac{n(k-1)}{(nk-1)}$  'den

küçük olmayacaktır [Bailey, 1988].

## 5. TROJAN KARE VE ÇİZGE TEORİSİ

Bir yarı Latin karede  $i$  ve  $j$  ayrı işlemlerinin bir çiftinin birlikte görünmesi,  $i$  ve  $j$  işlemlerinin aynı blokta görünme sayısı olarak tanımlanır [Bedford ve Whitaker, 2001).

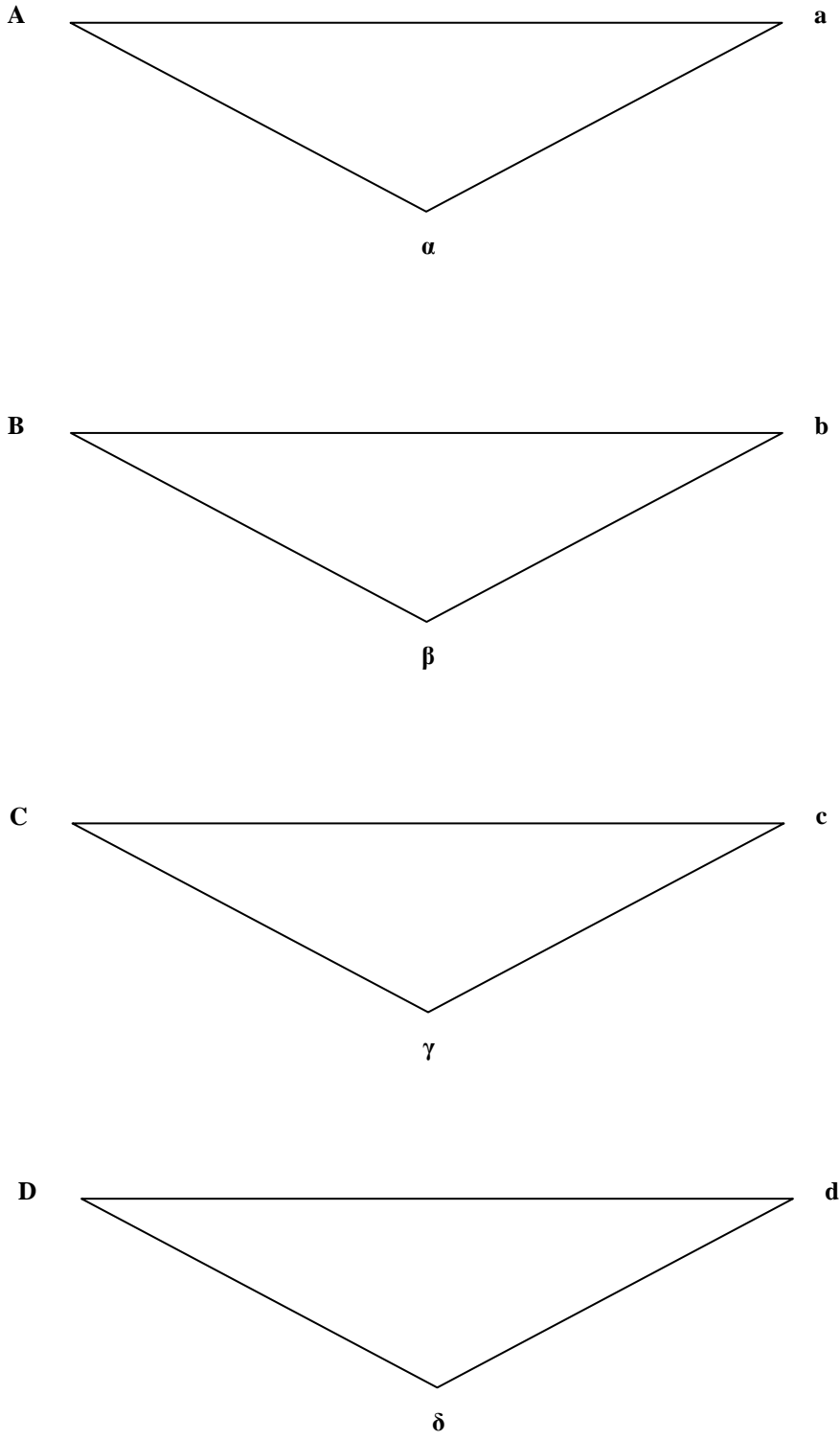
### 5.1. Yarı Latin Kare ve Birliktelik Grafiği

$n=4$  ve  $k=3$  olan bir yarı Latin kare aşağıda verilmiştir.

Çizelge 5.1.  $n=4$  ve  $k=3$  olan bir yarı-latin kare

A	$\alpha$	a	B	$\beta$	b	C	$\gamma$	c	D	$\delta$	d
D	$\delta$	d	A	$\alpha$	a	B	$\beta$	b	C	$\gamma$	c
C	$\gamma$	c	D	$\delta$	d	A	$\alpha$	a	B	$\beta$	b
B	$\beta$	b	C	$\gamma$	c	D	$\delta$	d	A	$\alpha$	a

Bu yarı Latin kareye ait birliktelik grafiği aşağıdaki gibidir.



Şekil 5.1. Yarı-latin karenin birliktelik grafiği

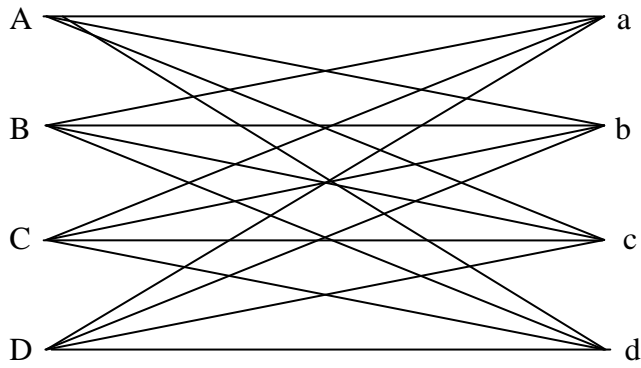
## 5.2. Trojan Kare ve Birliktelik Grafiği

Aşağıda  $n=4$  ve  $k=2$  olan bir Trojan kare verilmiştir.

Çizelge 5.2.  $n=4$  ve  $k=2$  olan Trojan kare

A	a	B	b	C	c	D	d
B	c	A	d	D	a	C	b
C	d	D	c	A	b	B	a
D	b	C	a	B	d	A	c

Bu Trojan kareye ait birliktelik grafiği şoyledir.



şekil 5.2. Trojan karenin birliktelik grafiği

## 6. DİKDÖRTGENSEL TASARIMLARIN ANALİZİ

### 6.1. Trojan Kare Tasarımının Analizi

Trojan kare tasarımının temelinde  $k$  adet ortogonal  $n*n$  boyutlu Latin kare vardır.  $kn$  adet değişkenlik mevcuttur, her biri  $n$  satır ve  $n$  sütunla  $n^2$  parsele bölünmüştür. Her bir  $n^2$  parsel,  $k$  Latin karede karşılığı olan girdilerle belirlenmiş değişkenlikleri taşıyan  $k$  alt parsele bölünmüştür.

$n=4, k=3$  olan bir Trojan kare elde etmek için aşağıdaki adımlar izlenir.

1)  $k=3$  tane  $4*4$  latin kare şöyle olsun.

1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4
2 1 4 3	3 4 1 2	4 3 2 1
3 4 1 2	4 3 2 1	2 1 4 3
4 3 2 1	2 1 4 3	3 4 1 2

2) İlk Latin karedeki değişkenler ABCD, ikinci Latin karedeki değişkenler JKLM, üçüncü Latin karedeki değişkenler PQRS harfleri ile yer değiştirsin. O zaman aşağıdaki gibi bir yapı elde ederiz.

A B C D	J K L M	P Q R S
B A D C	L M J K	S R Q P
C D A B	M L K J	Q P S R
D C B A	K J M L	R S P Q

3) Elde edilen yeni Latin kareler üst üste bindirildiğinde şöyle bir yapı oluşur.

A J P	B K Q	C L R	D M S
B L S	A M R	D J Q	C K P
C M R	D L P	A K S	B J R
D K R	C J S	B M P	A L Q

Elde edilen yapı  $n=4, k=3$  olan bir Trojan karedir.  $n^2=16$  parsel vardır. Her parsel  $k=3$  olan bir alt parsele bölünmüştür [Darby ve Gilbert, 1957].

Trojan kare analizi rastgele etki modelini temel alır. Analizde kullanılan notasyonlar, formüller ve varyans analizi tablosu şu şekildedir.

Y : Genel Toplam

y : Bir Alt Parselin Verimi

R : Satır Toplamı

C : Sütun Toplamı

P : Ana Parsel Toplamı

Q : P-v(p)

v(p) : Ana parselde oluşan tüm  $\frac{V}{n}$  'lerin toplamı

$$\frac{dev^2 Q}{k} = \frac{\sum Q^2}{k} - KT_{satır} - KT_{sütun}$$

$\sigma_a^2$  : ana parsel hata varyansı

$\sigma_b^2$  : alt parsel hata varyansı

$\sigma^2$  : birleşik hata varyansı

.

Bu analizin uygulamasında öncelikle ana parsel toplamları, satır, sütun ve değişkenlik toplamları bulunur. Ardında değişkenlik ortalamaları bulunur. Q değerleri; ana parsel toplamından ilgili ana parselde oluşan tüm bu değişkenliklerin değişkenlik ortalaması çıkarılarak herbir ana parsel için hesaplanır. Q'nun tüm  $n^2$  parselde hesaplanan değerleri toplamı yuvarlama hatalarının limitleri içinde sıfır etmelidir. Eğer bu kontrol başarısız olursa hatanın olduğu özel satır belirlenebilir. Q'ların toplamı için herhangi bir satır, o satır için  $R = \frac{Y}{n}$  değerine eşit olmalıdır. Benzer kontrol sütunlar için de yapılabilir.



Satır, sütun, değişkenlikler ve toplam kareler toplamları latin kare analizindeki aynı yolla elde edilir.

ANOVA şu şekildedir:

Çizelge 6.1. Trojan kare tasarımına ait ANOVA

<b><u>Kaynak</u></b>	<b><u>sd</u></b>	<b><u>KT</u></b>	<b><u>KO</u></b>
Satır	$n-1$	$\frac{\sum R^2}{nk} - \frac{Y^2}{n^2k}$	$\sigma_a^2$
Sütun	$n-1$	$\frac{\sum C^2}{nk} - \frac{Y^2}{n^2k}$	$\sigma_a^2$
Değişkenlik	$nk-1$	$\frac{\sum V^2}{n} - \frac{Y^2}{n^2k}$	$\frac{(n-1)\sigma_a^2 + n(k-1)\sigma_b^2}{nk-1}$
Ana Parsel	$(n-1)^2$	$\frac{(n-1)}{(n-2)} \cdot \frac{dev^2 Q}{k}$	$\frac{(nk-3k+1)\sigma_a^2 + (k-1)\sigma_b^2}{(n-2)k}$
Alt Parsel	$(n-1)(nk-n-1)$	<i>çıkarma ile</i>	$\sigma_b^2$
Genel	$n^2k-1$	$\sum y^2 - \frac{Y^2}{n^2k}$	

Varyans analizi tablosunun kare ortalamaları sütunu farklı kare ortalamalarının hata bileşenlerinin beklenen değerini gösterir.

Sıradan bir bölünen parsel tasarımı olarak görünen bu tasarımda iki hata varyansı tahmin etmek gereklidir. Bunlardan biri ana parseller arasındaki karşılaştırmalar için kullanılan  $\sigma_a^2$ , diğeri aynı ana parsel içindeki alt parseller arasındaki karşılaştırmalar için kullanılan  $\sigma_b^2$ 'dir.

Ana parsel hatası kare ortalamalarının beklenen değeri alt parsel hatası kare ortalamasına eşit olduğu durumda  $\sigma_a^2 = \sigma_b^2$ 'dir. Bundan dolayı ana parselin kare ortalaması alt parseller kare ortalamasının diyelim ki 2'den fazla değilse iki kare toplamı tek bir birleşik hata kare ortalaması  $\sigma^2$ 'yi vermesi için birleştirilebilir. Ardından değişkenlik ortalamasının varyansı  $\frac{\sigma^2}{n}$  olarak tahmin edilir

ve doğal olarak standart hatası  $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ 'dir. Ancak, eğer ana parsel hatası alt parsel hatasından oldukça ama önemsiz derecede büyükse ikisi ayrı olarak tutulmalıdır. Bu durumda alt parseller kare ortalaması  $\sigma_b^2$ 'yi tahmin etmek için kullanılır.

$\sigma_a^2$ 'yi tahmin etmek için:

$$\frac{k(n-2)KT_{anaparsel} - (k-1)KT_{altparsel}}{nk - 3k + 1}$$

kullanılır.

$\sigma_b^2$ 'yi tahmin etmek için de  $KT_{alt\ parsel}$  kullanılır.

$\sigma_a^2$  ve  $\sigma_b^2$  varyans analizi ile tahmin edilen bilinmeyen büyüklüklerdir.

Aynı parseldeki denemeleri karşılaştırmak için:

$$\frac{2\sigma_a^2 + (k-1)\sigma_b^2}{nk}$$

Farklı parseldeki denemeleri karşılaştırmak için:

$$\frac{2[(n-1)\sigma_a^2 + (nk-n+1)\sigma_b^2]}{n^2k} \quad \text{kullanılır.}$$

Herhangi iki değişkenlik arasındaki farklılık için:

$$\frac{2[(n-1)\sigma_a^2 + n(k-1)\sigma_b^2]}{n(nk-1)} \text{ kullanılır.}$$

Bir değişkenlik ortalamasının standart hatası şöyle yazılır.

$$\sqrt{\frac{(n-1)\sigma_a^2 + n(k-1)\sigma_b^2}{n(nk-1)}}.$$

## 6.2. Latinleştirilmiş Dikdörtgensel Latis Tasarımlarının Analizi

Bu tür tasarımlar özellikle değişkenlik sayıları ya da işlemlerin iki ardışık tam sayının  $(k(k-1))$  çarpımı olduğu durumda oluşur. Ancak bunlar tamsayıların ardışık olmadığı durumlara da genişletilebilir.

Genel olarak  $k(k-1)$  değişkenin latinleştirilmiş dikdörtgensel latis tasarımı bir latin karenin satırları ve sütunları gibi bir diğerine ortogonal olan  $k$  satır ve  $k$  sete sahip olacaktır. Herbir satır ve herbir set  $(k-1)$  değişkenliğin tamamlanmamış  $k$  bloğunu içerir. Bu tasarım setlerin, satırların, setler tarafından satırların etkileşiminin, değişkenliğin ve hatanın değişkenliğinin tahminini sağlar.

$n=4$  olsun.  $4*4$  bir latin kare alalım.  $n-1=3$  tane ortogonal latin kare aşağıdaki gibi düşünelim. Bu tasarım, (6.2.1) olarak adlandırılmıştır.

A B C D	A C D B	A D B C
B A D C	B D C A	B C A D
C D A B	C A B D	C B D A
D C B A	D B A C	D A C B

Burada ilk sütunlar standart sıradadır.

Latinleştirilmiş dikdörtgenel latis tasarımlarının projektif düzlemler ile ilişkisi bilinmektedir. (6.2.1) seti 4. dereceden bir projektif düzlem tanımlar. (6.2.1) setinden latinleştirilmiş dikdörtgenel latis düzeni elde edilebilir. Latinleştirilmiş dikdörtgenel latis düzenlerinin homojen tekrarlarını elde etmek için sırasıyla şu işlemler yapılır:

- i. (6.2.1)'in 1. latin karesinin ilk sütunu atılır. Geriye kalan 3 sütun yazılır.
- ii. Birinci sütunda kalan üç harfe (B, C, D) alfabedeki sıralarına göre 1,2,3 numaraları verilir.
- iii. İkinci satırdaki kalan üç harfe (A, D, C) alfabedeki sıralarına göre 4,5,6 numaraları verilir. Bu numaralandırma dördüncü satır için de tekrarlanır. Böylece 1. tekrar elde edilmiş olur.
- iv. Birinci latin kareden sırasıyla A,B,C,D 'nin buldukları konumların numaraları yazılır. Böylece 2. tekrar elde edilir.
- v. (6.2.1)'in 2. latin karesinin yine 1. sütunu atılır. Geri kalan üç sütunun harfleri 1. latin karenin üç sütununun altına aynı konumlarda yazılır. Böylece 3. tekrar elde edilir.
- vi. Aynı düşünce tarzıyla (6.2.1)'in üçüncü latin karesinden 4. tekrar elde edilir.

Sonuçta oluşan (6.2.2) isimli latinleştirilmiş dikdörtgenel latis seti aşağıdaki gibidir.

1	2	3	4	7	10	5	9	11	6	8	12
4	6	5	1	8	11	3	7	12	2	9	10
9	7	8	2	5	12	1	6	10	3	4	11
12	11	10	3	6	9	2	4	8	1	5	7

(6.2.1) ve (6.2.2) setleri isabet (incidence) yapılarıdır. Daha önce belirtildiği gibi (6.2.1) 4. mertebeden projektif düzlem tanımlar. Fakat (6.2.2) yapısı projektif düzlem aksiyomlarını sağlamaz. Çünkü 1. sütunun atılışı geometrik olarak, bir doğru ve üzerindeki noktaların atılışı anlamındadır. Bloklar doğrular gibi, işlemler doğru

üzerindeki noktalar gibi düşünüldüğünde,16 doğrusu,12 noktası olan bir isabet yapı ortaya çıkar [Bayrak ve Gönen, 2000].

$d_1=1,2,3$	$d_5=4,7,10$	$d_9=5,9,11$	$d_{13}=6,8,12$
$d_2=4,5,6$	$d_6=1,8,11$	$d_{10}=3,7,12$	$d_{14}=2,9,10$
$d_3=9,7,8$	$d_7=2,5,12$	$d_{11}=1,6,10$	$d_{15}=3,4,11$
$d_4=12,11,10$	$d_8=3,6,9$	$d_{12}=2,4,8$	$d_{16}=1,5,7$

$\lambda$ : Herbir işlem çiftinin birlikte görünme sayısı olmak üzere  $\lambda_1=1$ ,  $\lambda_2=0$  durumu gözlenir.(6.2.2) de verilen sistemin birliktelik yapısı tablodaki gibidir.

Çizelge 6.2.  $\lambda_1=1$ ,  $\lambda_2=0$  parametrelili KDTBT

#### BLOKLAR

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	X					X					X					X
2	X						X					X		X		
3	X							X		X					X	
4		X			X							X			X	
5		X					X		X							X
6		X						X			X		X			
7			X		X					X						X
8			X			X						X	X			
9			X					X	X					X		
10				X	X						X			X		
11				X		X			X						X	
12				X			X			X			X			

$\lambda_1=1$ Grubu	$\lambda_2=0$ Grubu
(1,2) (1,3) (1,5) (1,6) (1,7) (1,8) (1,10) (1,11)	(1,4) (1,9) (1,12)
(2,1) (2,3) (2,4) (2,5) (2,8) (2,9) (2,10) (2,12)	(2,6) (2,7) (2,11)
(3,1) (3,2) (3,4) (3,6) (3,7) (3,9) (3,11) (3,12)	(3,5) (3,8) (3,10)
(4,2) (4,3) (4,5) (4,6) (4,7) (4,8) (4,10) (4,11)	(4,1) (4,9) (4,12)
(5,1) (5,2) (5,4) (5,6) (5,7) (5,9) (5,11) (5,12)	(5,3) (5,8) (5,10)
(6,1) (6,3) (6,4) (6,5) (6,8) (6,9) (6,10) (6,12)	(6,2) (6,11) (6,7)
(7,1) (7,3) (7,4) (7,5) (7,8) (7,9) (7,10) (7,12)	(7,2) (7,6) (7,11)
(8,1) (8,2) (8,4) (8,6) (8,7) (8,9) (8,11) (8,12)	(8,3) (8,5) (8,6)
(9,2) (9,3) (9,5) (9,6) (9,7) (9,8) (9,10) (9,11)	(9,1) (9,4) (9,12)
(10,1) (10,2) (10,4) (10,6) (10,7) (10,9) (10,11) (10,12)	(10,3) (10,5) (10,8)
(11,1) (11,3) (11,4) (11,5) (11,8) (11,9) (11,10) (11,12)	(11,2) (11,6) (11,7)

Bu tür tasarımların matematiği latinleştirilmiş dikdörtgensel latislerin geliştirilmesinde kullanılanlarla benzerdir. Pekçok problemde sadece blok içi hatasını, anlamlılık testi ve değişkenliğin doğrulanması için kullanmak daha gerçekçidir. Rassallaştırmanın hem satır hem set etkileri için tahmin edilebildiği diğer durumlarda bloklar arası hatanın bir tahminini vermesi için satırların set etkileşimlerini kullanmak daha makuldür [Harshbarger ve Davis, 1952].

Analizde kullanılan semboller şöyledir:

$R_h \rightarrow$  h.setin toplam değeri

$B_{hi} \rightarrow$  h.setteki i.hücredeki değişkenlerin toplamı

$T_{hi} \rightarrow$  h.setteki i.hücredeki gözükten değişkenlerin toplamı

$G \rightarrow$  Genel toplam

$S_{hi} \rightarrow$  i.hücredeki ve h.setteki değişkenlik tahminlerinin toplamı

Çizelge 6.3. Latinleştirilmiş dikdörtgensel latis tasarımına ait ANOVA

<u>Kaynak</u>	<u>sd</u>	<u>KT</u>	
Satır	$k-1$	$\frac{\sum R_h^2}{k(k-1)} - \frac{G^2}{k^2(k-1)}$	(1)
Sütun	$k-1$	$\frac{\sum (B_{1i} + B_{2i} + \dots + B_{ki})^2}{k(k-1)} - \frac{G^2}{k^2(k-1)}$	(2)
Satır*sütun etkileşimi	$(k-1)^2$	$\frac{1}{k^2(k-2)} \left[ \sum \sum (kB_{hi} - T_{hi})^2 - k \sum (B_{1i} + B_{2i} + \dots + B_{ki})^2 - k(R_1^2 + R_2^2 + \dots + R_k^2) + 2G^2 \right]$	(3)
Bloklar	$k^2 - 1$	(1)+(2)+(3)	(4)
Değişkenlik	$k(k-1)$	$\frac{\sum V_i^2}{k} - \frac{G^2}{k^2(k-1)}$	(5)
Hata		Çıkarma ile	(6)
Genel	$n^2k-1$	$S_{yi}^2 - \frac{G^2}{k^2(k-1)}$	(7)



Kare ortalamaları sütunu, kare toplamlarının serbestlik derecesine bölünmesi ile oluşturulabilir.

Bu tasarım için iki değişkenliğin herhangi bir tamamlanmamış blokta birlikte görülüp görülmediğine dayanan standart hata tahmini için basit bir formül vardır. Bir tamamlanmamış blokta birlikte oluşan iki değişkenliğin ortalamaları arasındaki farkın tahmin edilen standart hatası:

$$\sqrt{\frac{2Q}{k} \left[ 1 + \frac{k-1}{k(k-2)} \right]}$$

Bir tamamlanmamış blokta birlikte oluşmayan iki değişkenliğin ortalamaları arasındaki farkın tahmin edilen standart hatası:

$$\sqrt{\frac{2Q}{k} \left[ 1 + \frac{1}{k-2} \right]}$$

Yukarıdaki formüller standart hatanın ortalama tahminini vermek üzere uygun ağırlıklarla aşağıdaki gibi birleştirilmiştir:

$$\sqrt{\frac{2Q}{k} \left[ 1 + \frac{(k-1)^2}{(k-2)(k^2-k-1)} \right]}$$

Varyans analizinde setler arası ve tekrar arası terimi dikdörtgensel tasarımdan, değişmez ve  $(k-1)$  serbestlik derecesi ile tahmin edilebilir. Bloklar arası terimi; dikdörtgensel latis tasarımda  $k(k-1)$  serbestlik derecesine sahiptir. Ancak burada iki parçaya ayrılır. Satırlar arası  $(k-1)$  serbestlik derecesine sahiptir. Satırların setlerle olan etkileşimi  $(k-1)(k-1)$  serbestlik derecesine sahiptir.

Satırlar arası ve setler arası varyanslar herbiri bağımsız, değişkenlikler arası varyanstır. Sadece satırın set etkileşimi bu terimle karıştırılmıştır. Değişen etkilere sahip etkileşim varyansı latis tasarımlara uygulanabilen metodla kolaylıkla elde edilebilir.

## 7. UYGULAMA

Bu deneyde elma sosu karışımlarının renk yoğunluğu incelenmiştir. Renk yoğunlukları bir fotovolt refloktometre ile ölçülmüştür. 12 elma sosu karışımının deneyde test edilmesinden dolayı 4\*3 latinleştirilmiş dikdörtgensel latis kullanılmıştır. Tamamlanmamış bloklar satır ve küme kısıtlarına göre rassallaştırılmıştır. Bu deneyde kümeler saklamanın farklı zamanlarına göredir ve tasarımın yeni özelliği renk yoğunluğunu sağlayan tarçının farklı konsantrasyonlarının etkilerini ölçmek için satırları kullanarak uygulanmıştır. Işık ünitesinde gösterilen sonuçlar çizelgelerdeki gibidir.

Çizelge 7.1. Sütun 1 ve toplam değerleri

Bloklar	Sütun 1			B <sub>1j</sub>
	1	2	3	
1	15,5	15,0	16,0	46,5
	4	6	5	
2	11,5	13,5	17,0	42,0
	9	7	8	
3	16,5	15,0	12,0	43,5
	12	11	10	
4	10,0	12,0	13,0	35,0
TOPLAM			(R <sub>1</sub> )	167,0

Çizelge 7.2. Sütun 2 ve toplam değerleri

Bloklar	Sütun 2			B <sub>2j</sub>
	4	7	10	
1	22,5	19,5	17,5	59,5
	1	8	11	
2	14,0	15,0	13,0	42,0
	2	5	12	
3	12,5	15,0	11,5	39,0
	3	6	9	
4	10,0	11,5	15,0	36,5
TOPLAM			(R <sub>2</sub> )	177,0

Çizelge 7.3. Sütun 3 ve toplam değerleri

Bloklar	Sütun 3			B <sub>3j</sub>
1	5 21,5	9 22,5	11 16,5	60,5
2	3 12,5	7 16,0	12 12,0	40,5
3	1 13,0	6 13,0	10 13,5	39,5
4	2 11,0	4 12,5	8 11,0	34,5
TOPLAM			(R <sub>3</sub> )	175,0

Çizelge 7.4. Sütun 4 ve toplam değerleri

Bloklar	Sütun 4			B <sub>4j</sub>
1	6 16,5	8 15,0	12 14,5	46,0
2	2 13,5	9 19,0	10 12,5	45,0
3	3 10,0	4 15,0	11 10,0	35,0
4	1 10,5	5 12,5	7 12,5	35,5
TOPLAM			(R <sub>4</sub> )	161,5

Renk yoğunlukları için okunan toplamlar şöyledir:

Çizelge 7.5. Set 1'deki deneme toplamları

Bloklar	set 1			T <sub>li</sub>
1	1 53,0	2 52,0	3 48,5	153,5
2	4 61,5	6 54,5	5 66,0	182,0
3	9 73,0	7 63,0	8 53,0	189,0
4	12 48,0	11 51,5	10 56,0	156,0
TOPLAM				680,5

Çizelge 7.6. Set 2'deki deneme toplamları

Bloklar	set 2			T <sub>2i</sub>
1	4 61,5	7 63,0	10 56,5	181,0
2	1 53,0	8 53,0	11 51,5	157,5
3	2 52,0	5 66,0	12 48,0	166,0
4	3 48,5	6 54,5	9 73,0	176,0
TOPLAM				680,5

Çizelge 7.7. Set 3'teki deneme toplamları

Bloklar	set 3			T <sub>3i</sub>
1	5 66,0	9 73,0	11 51,5	190,5
2	3 48,5	7 63,0	12 48,0	159,5
3	1 53,0	6 54,5	10 56,5	164,0
4	2 52,0	4 61,5	8 53,0	166,5
TOPLAM				680,5

Çizelge 7.8. Set 4'teki deneme toplamları

Bloklar	set 4			T <sub>4i</sub>
1	6 54,5	8 53,0	12 48,0	155,5
2	2 52,0	9 73,0	10 56,5	181,5
3	3 48,5	4 61,5	11 51,5	161,5
4	1 53,0	5 66,0	7 63,0	182,0
TOPLAM				680,5

$$KT_{set} = \frac{\sum R_h^2}{k(k-1)} - \frac{G^2}{k^2(k-1)}$$

$$KT_{set} = \frac{167^2 + 177^2 + 175^2 + 161,5^2}{4(4-1)} - \frac{(680,5)^2}{4^2(4-1)}$$

$$KT_{set} = 12,9393$$

$$KT_{satt} = \frac{\sum (B_{1i} + B_{2i} + \dots + B_{ki})^2}{k(k-1)} - \frac{G^2}{k^2(k-1)}$$

$$KT_{satt} = 232,3073$$

$$KT_{satt*sütun} = \frac{1}{k^2(k-2)} \left[ \sum \sum (kB_{hi} - T_{hi})^2 - k \sum (B_{1i} + B_{2i} + \dots + B_{ki})^2 - k(R_1^2 + R_2^2 + \dots + R_k^2) + 2G^2 \right]$$

Formülde kullanılan  $kB_{hi} - T_{hi}$  şu şekilde verilebilir.

Çizelge 7.9.  $kB_{hi} - T_{hi}$  değerleri

i	$4B_{1i} - T_{1i}$	$4B_{2i} - T_{2i}$	$4B_{3i} - T_{3i}$	$4B_{4i} - T_{4i}$
1	32,5	57	51,5	28,5
2	-14	10,5	2,5	-1,5
3	-15	-10	-6	21,5
4	-16	-30	-28,5	-40

$k \sum B_{1i} + B_{2i} + \dots + B_{ki}^2$  terimini hesaplamak için satır toplamları aşağıda verilmiştir.

Çizelge 7.10. Satır toplam değerleri

Satır Toplamları ( $B_{1i} + B_{2i} + B_{3i} + B_{4i}$ )	
i	Toplam
1	212,5
2	169,5
3	157
4	141,5

$$KT_{\text{satır*sütun}} = \frac{1}{16*2} [12476 - 474231 - (4*115925,25) + 926160,5]$$

$$KT_{\text{satır*sütun}} = \frac{704,5}{32}$$

$$KT_{\text{satır*sütun}} = 22,0156$$

$$KT_{\text{değişkenlik}} = \frac{\sum V_i^2}{k} - \frac{G^2}{k^2(k-1)}$$

$$KT_{\text{değişkenlik}} = \frac{53^2 + 52^2 + \dots + 48^2}{4} - \frac{(680,5)^2}{16*3}$$

$$KT_{\text{değişkenlik}} = 159,8072$$

$$KT_{\text{genel}} = S_{yi}^2 - \frac{G^2}{k^2(k-1)}$$

$$KT_{\text{genel}} = (15,5)^2 + (15)^2 + \dots + (12,5)^2 - \frac{(680,5)^2}{16*3}$$

$$KT_{\text{genel}} = 455,2497$$

Yukarıda bulunan sonuçlar çerçevesinde oluşturulan ANOVA şu şekildedir.

Çizelge 7.11. Latinleştirilmiş dikdörtgenel latis tasarımına ait ANOVA

ANOVA			
Kaynak	Serbestlik Derecesi	Kareler Toplamı	Kare Ortalamaları
Set	3	12,93	4,311
Satırlar	3	232,31	77,436
Satır*Sütun Etkileşimi	9	22,02	2,446
Bloklar	15	267,26	17,817
Değişkenlik	11	159,81	14,528
Hata	21	28,18	1,342 (Q)
Toplam	47	455,25	

Tamamlanmamış blokta birlikte oluşan iki değişkenliğin ortalamaları arasındaki farkın tahmin edilen standart hatası:

$$\sqrt{\frac{2(1,3420)}{4} \left[1 + \frac{3}{8}\right]} = 0,9605.$$

Tamamlanmamış blokta birlikte oluşmayan iki değişkenliğin ortalamaları arasındaki farkın tahmin edilen standart hatası:

$$\sqrt{\frac{2(1,3420)}{4} \left[1 + \frac{1}{2}\right]} = 1,0032.$$

Standart hatanın ortalama tahminini:

$$\sqrt{\frac{2(1,3420)}{4} \left[1 + \frac{9}{22}\right]} = 0,9724.$$



Aynı problemin Trojan kare tasarımı ile çözümü şöyledir.

Bu tasarım 4 x 4'lük bir ikişerli ortogonal latin kare tam setinden elde edilmiştir.

A	B	C	D	A	C	D	B	A	D	B	C
B	A	D	C	B	D	C	A	B	C	A	D
C	D	A	B	C	A	B	D	C	B	D	A
D	C	B	A	D	B	A	C	D	A	C	B

Bu tam setten aşağıdaki yapı elde edilir.

1	2	3	4	7	10	5	9	11	6	8	12
4	6	5	1	8	11	3	7	12	2	9	10
9	7	8	2	5	12	1	6	10	3	4	11
12	11	10	3	6	9	2	4	8	1	5	7

Çizelge 7.12. Trojan kare tasarımı ile oluşturulan deneme düzeni ve toplam değerleri

												Toplamlar
(1)	(2)	(3)	(4)	(7)	(10)	(5)	(9)	(11)	(6)	(8)	(12)	
15,5	15	16	22,5	19,5	17,5	21,5	22,5	16,5	16,5	15	14,5	
<b>46,5</b>			<b>59,5</b>			<b>60,5</b>			<b>46</b>			<b>212,5</b>
(4)	(6)	(5)	(1)	(8)	(11)	(3)	(7)	(12)	(2)	(9)	(10)	
11,5	13,5	17	14	15	13	12,5	16	12	13,5	19	12,5	
<b>42</b>			<b>42</b>			<b>40,5</b>			<b>45</b>			<b>169,5</b>
(9)	(7)	(8)	(2)	(5)	(12)	(1)	(6)	(10)	(3)	(4)	(11)	
16,5	15	12	12,5	15	11,5	13	13	13,5	10	15	10	
<b>43,5</b>			<b>39</b>			<b>39,5</b>			<b>35</b>			<b>157</b>
(12)	(11)	(10)	(3)	(6)	(9)	(2)	(4)	(8)	(1)	(5)	(7)	
10	12	13	10	11,5	15	11	12,5	11	10,5	12,5	12,5	
<b>35</b>			<b>36,5</b>			<b>34,5</b>			<b>35,5</b>			<b>141,5</b>

Bu çizelge çerçevesinde oluşturulan deneme toplamları ve deneme ortalamaları  $n=4$ ,  $k=3$  için aşağıda verilmiştir.

Çizelge 7.13. Deneme toplam ve ortalamaları

Deneme	Toplam (V)	Ortalama ( $\frac{V}{n}$ )
1	53	13,25
2	52	13
3	48,5	12,125
4	61,5	15,375
5	66	16,5
6	54,5	13,625
7	63	15,75
8	53	13,25
9	73	18,25
10	56,5	14,125
11	51,5	12,875
12	48	12

$$KT_{satır} = \frac{\sum R^2}{nk} - \frac{Y^2}{n^2k}$$

$$KT_{satır} = \frac{(212,5)^2 + (169,5)^2 + (157)^2 + (141,5)^2}{12} - \frac{(680,5)^2}{48}$$

$$KT_{satır} = 232,307$$

$$KT_{sütun} = \frac{\sum C^2}{nk} - \frac{Y^2}{n^2k}$$

$$KT_{sütun} = \frac{(167)^2 + (177)^2 + (175)^2 + (161)^2}{12} - \frac{(680,5)^2}{48}$$

$$KT_{sütun} = 12,9322$$

$$KT_{değişken} = \frac{\sum V^2}{n} - \frac{Y^2}{n^2k}$$

$$KT_{değişken} = \frac{(53)^2 + (52)^2 + \dots + (48)^2}{4} - \frac{(680,5)^2}{48}$$

$$KT_{değişken} = 159,8072$$

$$KT_{genel} = \sum y^2 - \frac{Y^2}{n^2 k}$$

$$KT_{genel} = (15,5)^2 + (15)^2 + \dots + (12,5)^2 - \frac{(680,5)^2}{48}$$

$$KT_{genel} = 455,25$$

$$KT_{ana\ parsel} = \frac{(n-1)}{(n-2)} \cdot \frac{dev^2 Q}{k}$$

$$\frac{dev^2 Q}{k} = \frac{\sum Q^2}{k} - KT_{satur} - KT_{sütun}$$

$$Q = p - V(p)$$

Q <sub>1</sub> = 8,125	Q <sub>5</sub> = 14,25	Q <sub>9</sub> = 12,875	Q <sub>13</sub> = 7,125
Q <sub>2</sub> = -3,5	Q <sub>6</sub> = 2,625	Q <sub>10</sub> = 0,625	Q <sub>14</sub> = -0,375
Q <sub>3</sub> = -3,75	Q <sub>7</sub> = -2,5	Q <sub>11</sub> = -1,5	Q <sub>15</sub> = -5,375
Q <sub>4</sub> = -4	Q <sub>8</sub> = -7,5	Q <sub>12</sub> = -7,125	Q <sub>16</sub> = -10
+ _____	+ _____	+ _____	+ _____
-3,125	6,875	4,875	-8,625

$$KT_{ana\ parsel} = \frac{(n-1)}{(n-2)} \cdot \frac{dev^2 Q}{k}$$

$$KT_{ana\ parsel} = \frac{(4-1)}{(4-2)} \cdot 14,6771$$

$$KT_{ana\ parsel} = 22,01565$$

$$KT_{alt\ parsel} = KT_{genel} - KT_{satur} - KT_{sütun} - KT_{değişken} - KT_{ana\ parsel}$$

$$KT_{alt\ parsel} = 455,25 - 232,307 - 12,9322 - 159,80 - 22,01$$

$$KT_{alt\ parsel} = 28,18795$$

Bulunan sonuçlar çerçevesinde oluşturulan ANOVA şu şekildedir.

Çizelge 7.14. Trojan kare tasarımı analizi yöntemi ile bulunan ANOVA

ANOVA			
<u>Kaynak</u>	<u>Serbestlik Derecesi</u>	<u>Kareler Toplamı</u>	<u>Kareler Ortalaması</u>
Satır	3	232,307	77,4356
Sütun	3	12,9322	4,3107
Değişkenlik	11	159,8072	14,5279
Ana Parsel	9	22,01565	2,4461
Alt Parsel	21	28,1879	1,3422
Genel	47	425,25	

$$\sigma_a^2 = 2,99805$$

$$\sigma_b^2 = KT_{alt\ parsel} = 1,3422 \text{ olarak bulunur.}$$

Aynı plotlardaki denemeleri karşılaştırmak için standart hata:

$$\frac{2\sigma_a^2 + (k-1)\sigma_b^2}{nk} = \frac{2 \cdot 2,998 + (2) \cdot 1,3422}{12} = 0,7233$$

Farklı plotlardaki denemeleri karşılaştırmak için standart hata:

$$\frac{2[(n-1)\sigma_a^2 + (nk-n+1)\sigma_b^2]}{n^2k} = \frac{2[(3) \cdot 2,998 + (9) \cdot 1,3422]}{48} = 0,8780$$

Bir değişkenlik ortalamasının standart hatası:

$$\sqrt{\frac{(n-1)\sigma_a^2 + n(k-1)\sigma_b^2}{n(nk-1)}} \text{ ile bulunur.}$$

$$\sqrt{\frac{(3 \cdot 2,99805) + (8 \cdot 1,3422)}{4 \cdot 11}} = 0,6696$$

Aynı problemin latinleştirilmiş dikdörtgensel latisler yöntemi ile çözümünde aynı blokta oluşan iki değişkenlik ortalamaları arasındaki farkın tahmin edilen standart hatası 0,9605 bulunmuş idi. Trojan kare tasarımı yöntemi ile çözümde aynı plotlardaki denemeler için standart hata 0,7233 bulundu.

Latinleştirilmiş dikdörtgensel latisler yöntemi ile çözümünde aynı blokta birlikte oluşmayan iki değişkenlik ortalamaları arasındaki farkın tahmin edilen standart hatası 1,0032 bulundu. Trojan kare tasarımı yöntemi ile çözümde farklı plotlardaki denemeler için standart hata 0,8780 bulundu.

Son olarak Latinleştirilmiş dikdörtgensel latisler yöntemi ile çözümünde standart hatanın ortalama tahmini 0,9724 iken Trojan kare tasarımı yöntemi ile çözümde 0,6696 bulunmuştur.

Bulunan sonuçlara göre aynı problemin Trojan kare tasarımı ile analiz ettiğimizde bulduğumuz standart hatalar latinleştirilmiş dikdörtgensel latisler ile bulunan standart hatalardan küçük çıkmıştır. Bu problem MATLAB R2006b paket programı ile yazılıp çözülmüş, ekte sunulmuştur.

Elde edilen tasarımın teorem 1'e göre optimal olduğu açıktır. Ayrıca tasarımımızda  $n=4$ ,  $k=3$  olduğundan maksimal dengelidir.

$$\varepsilon_{\min} = \frac{k-1}{k}$$

$$\varepsilon_{\min} = 0,666$$

$$\varepsilon = \frac{(nk-1)(k-1)}{(k^2n-2k+1)}$$

$$\varepsilon = 0,7096$$

olarak bulunmuştur.

Bu tasarıma ait birliktelik yapısı aşağıdaki gibidir:

Çizelge 7.15.  $v=12$ ,  $b=16$  olan bir KDTBT

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	x					x					x					x
2	x						x					x		x		
3	x							x		x					x	
4		x			x							x			x	
5		x					x		x							x
6		x						x			x		x			
7			x		x					x						x
8			x			x						x	x			
9			x					x	x					x		
10				x	x						x			x		
11				x		x			x						x	
12				x			x			x			x			

Buna ilişkin  $N_d$  matrisi şu şekildedir.

$$N_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Bu  $N_d$  matrisinden faydalanarak MATLAB R2006b paket programı kullanarak bulduğumuz  $C_d$  matrisi de şöyledir:



## 8. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu tez çalışmasında Trojan kareler tanımlandı ve tasarımlara ait özellikler belirtildi. Çalışmada daha çok tasarımların ilgili olduğu tasarımlar ve analiz metotları üzerinde duruldu. Trojan kare tasarımları ile yakın ilişki içinde bulunan yarı latin kare tasarımların kuruluşları açıklanmaya çalışıldı. Latinleştirilmiş dikdörtgensel latisler ile Trojan kare tasarımı arasındaki benzerlikleri açıklamak için bir uygulama yapıldı.

Trojan kare tasarımlar,yarı latin kare ailesinin sınıfını genelleştiren optimal bir tasarımıdır. Aslında bir latin kare olduğu için latin karenin tüm özelliklerini taşır. Bu özelliği ile Trojan kare latin ve yarı latin kareden daha pratik bir tasarımıdır. Ayrıca kullanıldığı deneyde zaman, emek ve maliyette tasarruf gösterir.

Trojan kare tasarımları, deney tasarımında ziraatten genetiğe, endüstriden tıbbi araştırmalara kadar birçok alanda uygulanmaktadır. Fakat ülkemizde henüz yaygın olarak çalışılmamaktadır. Yapılan tez çalışmasının bu konuda çalışan araştırmacılar için yol gösterici olacağı düşünülmektedir.



## KAYNAKLAR

- Bagchi, S., “Construction of Group Divisible Designs and Rectangular Designs From Resolvable and Almost Resolvable Balanced Incomplete Block Designs”, *J. Statist. Plann. Inference*, 119: 401-410 ( 2004).
- Bahn, E., Banneick, A., Möbius, H., Müller, K. H. , Ortlepp, H., “Anlageschemata für Feldversuche (2-16 Prüflieder) erarbeitet nach den Prinzipieneiner gelenkten, gerechten Verteilung der Teilstücke”, *Zeitschrift für Landwirtschaftliches Versuchs- und Untersuchungswesen*, 3: 151-207 (1958).
- Bailey, R. A., “Semi-Latin Squares”, *J. Statist. Plann. Inference* 18:299-312 (1988).
- Bailey, R. A. , “Efficient Semi-Latin Squares”, *Statist. Sinica*, 2:413-437 (1992).
- Bailey ,R. A. İnternet: Queen Mary University of London “Semi-Latin squares” <http://www.maths.qmul.ac.uk/~rab/sls.html> (2009).
- Bayrak, H., Gönen, S., “Dikdörtgensel Latisler Üzerine Bir Çalışma”, *İstatistik Sempozyumu*, Ankara, 37-54 (2000).
- Bayrak, H. ,Gökpınar, F., “Kombinatoryel Tasarımlar: Kuruluşları ve İlişkili Yapılar”, *Gazi Üniversitesi Yayın Kurulu Kabul Tarihi*, 51-200 (2009).
- Behrens, W. U., “Die Eignung verschiedener Feldversuchs-Anordnungen zum Ausgleich der Bodenunter-schiede”, *Zeitschrift für Acker-und Pflanzenbau*, 101: 243-278 (1956a).
- Behrens, W. U., “Feldversuchsanordnungen mit verbessertem Ausgleich der Bodenunterschiede”, *Zeitschrift für Landwirtschaftliches Versuchs- und untersuchungswesen*, 2 :176-193 (1956b)
- Cheng, C. S., “Some Projection Properties of Orthogonal Arrays”, *The Annals of Statistics*, 23 (4): 1223-1233 (1995).
- Cheng, C. S., Bailey, R. A., “Optimality of Some Two-Associate-Class Partially Balanced Incomplete Block Designs”, *Ann. Statist.*, 19 (3): 1667-1671 (1991).
- Clatworthy, W. H. “Tables of Two-Associate-Class Partially Balanced Designs”, *NBS Applied Mathematics Series 63*, National Bureau of Standarts, Washington, DC. (1973).
- Darby, L. A., Gilbert, N., “The Trojan Square”, *Euphytica*, 7:183-188 (1958).
- Dharmalingam, M., “Construction of Partial Triallel Crosses Based on Trojan Square Design”, *Journal of Applied Statistics*, 29 (5): 695-702 (2002).

Edmondson, R. N. , “Trojan Square and Incomplete Trojan Square Designs For Crop Research”, *J. Agric. Sci.*, 131:135-142 (1998).

Edmondson, R. N., “Generalised Incomplete Trojan Designs”, *Biometrika*, 89 (4): 877-891 (2002)

Harshbarger, B., Davis, L. L., “Latinized Rectangular Lattice”, *Biometrics*, 8 (1): 73-84 (1952)

Hoblyn, T. N., “Field Experiments in Horticulture”, *Technical Communication No: 2*, East Malling, Kent, Imperial Bureau of Fruit Production 1-67 (1931).

Houtman, A. M., Speed, T. P. , “Balanced in Designed Experiments With Orthogonal Block Structure”, *Ann. Statist.*, 11: 1069-1085 (1983).

James, A. T., Wilkinson, G. N. , “Factorization of the residual operator and canonical decomposition of nonorthogonal factors in the analysis of variance”, *Biometrika* 58: 279-294 (1971).

Kiefer, J., “Optimum Experimental Designs”, *J. Roy. Statist. Soc. Ser. B* 21: 272-304 (1959).

Krüger, F. H. And von Lochow, J., “Die derzeitige Anwendung der Methoden im deutschen Feldversuch-swesen”, *Zeitschrift für Acker-und Pflanzenbau*, 100: 379-387 (1956).

Von Lochow, J., Schuster, W., “Anlage und Auswertung von Feldversuchen: Anleitung und Beispiele für die Praxis der Versuchsarbeit”, *DLG-Verlag*, Frankfurt (Main) (1961).

Mudra, A., “Einführung in die Methodik der Feldversuche. Leipzig”, *Hirzel-Verlag* (1952).

Monod, H.; Bailey, R. A.; “Pseudofactors: Normal Use to Improve Design and Facilitate Analysis”, *Applied Statistics*, 41: 317-336. (1992).

Nelder, J. A. “The Analysis of Randomized Experiments With Orthogonal Block Structure.I. Block Structure and The Null Analysis of Variance”, *Proc. Roy. Soc. Ser. A* 283:147-162 (1965a).

Nelder, J. A. “The Analysis of Randomized Experiments With Orthogonal Block Structure.II. Treatment Structure and the General Analysis of Variance”, *Proc.Roy.Soc. Ser. A* 283: 163-178 (1965b).

Preece, D.A. “Some Row and Column Designs for two Sets of Treatments”. *Biometrics* 22: 1-25 (1966).

Preece, D.A., “Cyclic Generation of Robinson’s Balanced Incomplete Block Designs”, *Biometrics*, 23: 574-578 (1967).

Preece, D. A., Freeman, G. H., “Semi-LatinSquares And Related Designs”, *J. Roy. Statist. Soc. Ser. B* 45:267-277 (1983).

Raghavarao, D., “Constructions and Combinatorial Problems In Designs Of Experiments”, *Wiley*, New York (1971).

Rao, C. R., “Factorial Arrangements Derivable From Combinatorial Arrangements of Arrays”, *J. Roy. Stat. Soc. Suppl.*, 9:128-139. (1947).

Rojas, B., White, R. F., “The Modified Latin Square”, *J. R. Statist. Soc. B* 19:305-317 (1957).

Scott, R. A., “Potato Manurial Trials, Details of Experimental Work, Seasons”, 1930-32. *Supplement to Tasmanian J. Agric.*, August 1st, (1932).

Student, [Gosset, W. S.], “Yield Trials”, *Baillière’s Encyclopedia of Scientific Agriculture*. 1342-1361 (1931).

Unterstenhöfer, G., “The basic principles of plant protection field trials”, *Höfchen-Briefe*, 10, 173-236 (1957).

Unterstenhöfer, G., “The basic principles of crop protection field trials”, *Pflanzenschutz-Nachrichten “Bayer”*, 16, 81-164 (1963).

Wilkinson, G. N., “A General Recursive Procedure For Analysis of Variance”, *Biometrika* 57:19-46. (1970).

Yates, F., “Complex Experiments(with discussion)”, *Supplement J. R. Statist. Soc.*, 2:181-247. (1935).

Yates, F., “A New Method of Arranging Variety Trials Involving A Large Number of Varieties”, *Journal of Agricultural Science* 26:424-455 (1936).

**EKLER**

EK-1: Uygulamada Analiz Edilen Problem için MATLAB R2006b'de Hazırlanan  
Program Kodları

```

clc
clear
n=3;
k=2;
% ilk eleman sütun (n), ikinci eleman satır (n), üçüncü eleman her hücredeki eleman
% sayısı (k)
TS(1,1,1)=1;
TS(1,1,2)=2;
TS(1,2,1)=3;
TS(1,2,2)=5;
TS(1,3,1)=4;
TS(1,3,2)=6;
TS(2,2,1)=4;
TS(2,1,2)=3;
TS(2,2,1)=1;
TS(2,2,2)=6;
TS(2,3,1)=2;
TS(2,3,2)=5;
TS(3,1,1)=5;
TS(3,1,2)=6;
TS(3,2,1)=2;
TS(3,2,2)=4;
TS(3,3,1)=1;
TS(3,3,2)=3;

TSD(1,1,1)=4,5;
TSD(1,1,2)=3,5;
TSD(1,2,1)=7,5;
TSD(1,2,2)=6,5;
TSD(1,3,1)=11;
TSD(1,3,2)=9;
TSD(2,1,1)=2,5;
TSD(2,1,2)=4,2;
TSD(2,2,1)=4,6;
TSD(2,2,2)=6,4;
TSD(2,3,1)=7;
TSD(2,3,2)=8;
TSD(3,1,1)=2,4;
TSD(3,1,2)=3,8;
TSD(3,2,1)=5,5;
TSD(3,2,2)=4,3);
TSD(3,3,1)=4,7;
TSD(3,3,2)=6,8;

```

EK-1 : (Devam) Uygulamada Analiz Edilen Problem için MATLAB R2006b'de  
Hazırlanan Program Kodları

```

for i=1:n
for h=1:n
B(i,h)=sum(TSD(i,h,1:k));
end
end
B
for h=1:n
R(h)=sum(sum(TSD(1:n,h,1:k)));
end
R
for v=1:n*k
Top(v)=0;

for i=1:n
for h=1:n
for j=1:k
if TS(i,h,j)==v
Top(v)=Top(v)+TSD(i,h,j);
end
end
end
end
end
Top(1:n*k);
M(1:n*k)=Top/n
for i=1:n
for h=1:n
for j=1:k
for v=1:n*k
if TS(i,h,j)==v
T1(i,h,j)=Top(v);
end
end
end
end
end
end
T1;
for i=1:n
for h=1:n
T(i,h)=sum(T1(i,h,1:k));
end
end
end

```

EK-1 : (Devam) Uygulamada Analiz Edilen Problem için MATLAB R2006b'de  
Hazırlanan Program Kodları

```

T
for i=1:n
for h=1:n
C(i,h)=(n*B(h,i)-T(h,i))/(n^2*(n-2));
end
end
C
for v=1:n*k
CT(v)=0;
for i=1:n
for h=1:n
for j=1:k
if TS(i,h,j)==v
ABC(v,1)=i;
ABC(v,2)=h;
CT(v)=CT(v)+C(i,h);
end
end
end
end
end
V=M-CT
G=sum(sum(sum(TSD)))
S=0;
for i=1:n
for h=1:n
for j=1:k

S=S+TSD(i,h,j)^2;
end
end
end
S=S+TSD(i,h,j)^2;
DT=G^2/(n^2*k);
TR=0;
for h=1:n
TR=TR+R(h)^2/(n*k);
end
KTC=TR-DT
TTB=0;
for i=1:n
TB(i)=0;

```

EK-1 : (Devam) Uygulamada Analiz Edilen Problem için MATLAB R2006b'de  
Hazırlanan Program Kodları

```

for h=1:n
TB(i)=TB(i)+B(i,h);
end
TTB=TTB+TB(i)^(n*k);
end
KTR=TTB-DT
KTRC1=0;
for i=1:n
for h=1:n
KTRC1=KTRC1+(n*B(h,i)-T(h,i))^2;
end
end
% 8 nolu formülün bulunusu
T8=0;
for i=1:n
for h=1:n
T8=T8+B(h,i)/(k-1);
end
end
T8=T8-G^2/(k^2*(k-1));

KTRC1;
KTRC2=n^2*k*TTB;
KTRC3=n^2*k*TR;
KTRC=(KTRC1-KTRC2-KTRC3+2*G^2)/(n^2*(n-2))
KTB=KTC+KTR+KTRC
TV=0;
for i=1:n*k
TV=TV+n^2*V(i)^2;
end
KTV=TV/n-DT
KTAV=KTB+KTV-T8
KTT=S-DT
KTE=KTT-(KTB+KTV)
DFC=k
DFR=k
DFRC=k^2
DFB=n^2-1
DFV=n*k-1
DFT=n^2*k-1
DFE=DFT-(DFB+DFV)

```



EK-1 : (Devam) Uygulamada Analiz Edilen Problem için MATLAB R2006b'de  
Hazırlanan Program Kodları

```

SETB=sqrt(2*KTE/n*(1+(k)/(n*(k-1)))
SENTB=sqrt(2*KTE/n*(1+1/(k-1)))
SE=sqrt(2*KTE/n*(1+k^2/((k-1)*(n*(k-1)-1))))
KOC=KTC/DFC
KOR=KTR/DFR
KORC=KTRC/DFRC
KOB=KTB/DFB
KOV=KTV/DFV
KOAV=KTAV/DFV
KOE=KTE/DFE
FC=KOC/KOE
FRC=KORC/KOE
FB=KOB/KOE
FV=KOV/KOE

```

B

46,5	59,5	60,5	46
42	42	40,5	45
43,5	39	39,5	35
35	36,5	34,5	35,5

R

167	177	175	161,5
-----	-----	-----	-------

M

Columns 1 through 6

13,25	13	12,125	15,375	16,5	13,625
-------	----	--------	--------	------	--------

Columns 7 through 12

15,75	13,25	18,25	14,125	18,875	12
-------	-------	-------	--------	--------	----

T

153,5	181	190,5	155,5
182	157,5	159,5	181,5
189	166	164	161,5
156	176	166,5	182

EK-1 : (Devam) Uygulamada Analiz Edilen Problem için MATLAB R2006b'de  
Hazırlanan Program Kodları

C

1,0156	-4375	-0,4688	-0,5
1,7813	0,3281	-0,3125	-0,9375
1,6094	0,0781	-0,1875	-0,8906
0,8906	-0,0469	-0,6719	-1,25

V

Columns 1 through 6

13,3438	13,2344	12,6406	15,5938	16,8906	14,2969
---------	---------	---------	---------	---------	---------

Columns 7 through 12

15,6094	13,3906	18,0938	13,0781	12,1094	11,8438
---------	---------	---------	---------	---------	---------

G

680,5

KTC

12,9323

KTR

232,0723

KTRC

22,0156

KTB

267,2552

KTV

169,0651

KTT

455,2448

KTE

18,9245

DFC

3

DFR

3

DFRC

9

DFB

15

DFV

11

DFT

47

DFE

21

## ÖZGEÇMİŞ

### Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı : YENİAY, Nurdan  
 Uyuğu : T.C.  
 Doğum tarihi ve yeri : 30.05.1983 Denizli  
 Medeni hali : Bekar  
 Telefon : 0 312 320 13 51  
 e-mail : nurdanyeniay@gmail.com

Eğitim Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet Tarihi
Yüksek lisans	Gazi Üniversitesi / İstatistik Bölümü	2009
Lisans	Gazi Üniversitesi / İstatistik Bölümü	2007
Lise	Denizli Lisesi	2000

### Yabancı Dil

İngilizce

### Katıldığı Sempozyumlar

1. Yeniay, N., Bayrak, H., “Yarı Latin Kare Tasarımlar”, (Poster sunumu), 5. *İstatistik Öğrenci Kolokyumu*, Konya, Mayıs 2008.
2. Yeniay, N., Bayrak, H., “Trojan Kare Tasarımlar”, *VI. İstatistik Günleri Sempozyumu*, Samsun, 28-30 Ağustos 2008 (basımda).

### Hobiler

Yürüyüş, tiyatro.