ZAMAN BÖLGESİNDE SONLU FARKLAR (FDTD) YÖNTEMİ İLE PLAZMA ANTEN TASARIMI

Ebru ÖZEN

YÜKSEK LİSANS TEZİ ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ

GAZİ ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

> ARALIK 2013 ANKARA

ZAMAN BÖLGESİNDE SONLU FARKLAR (FDTD) YÖNTEMİ İLE PLAZMA ANTEN TASARIMI

Ebru ÖZEN

YÜKSEK LİSANS TEZİ ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ

GAZİ ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

> ARALIK 2013 ANKARA

Ebru ÖZEN tarafından hazırlanan "ZAMAN BÖLGESİNDE SONLU FARKLAR (FDTD) YÖNTEMİ İLE PLAZMA ANTEN TASARIMI" adlı bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Bu çalışma, jürimiz tarafından oy birliği ile Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalında Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Doç.Dr. Hasan Şakir BİLGE Bilgisayar Müh. Anabilim Dalı, G.Ü.

Doç.Dr. Erkan AFACAN Elektrik-Elektronik Müh. Anabilim Dalı, G.Ü.

Yrd.Doç.Dr.Nursel AKÇAM Elektrik-Elektronik Müh. Anabilim Dalı, G.Ü.

Tez Savunma Tarihi : 29/11/2013

Bu tez ile G.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu Yüksek Lisans derecesini onamıştır.

Prof. Dr. Şeref SAĞIROĞLU Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Ebru ÖZEN

ZAMAN BÖLGESİNDE SONLU FARKLAR (FDTD) YÖNTEMİ İLE PLAZMA ANTEN TASARIMI (Yüksek Lisans Tezi)

Ebru ÖZEN

GAZİ ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ Arahk 2013

ÖZET

Plazma, farklı iletkenlik ve dielektrik özellikleri ile tekrar konfigüre edilebilir bir ortamdır. Plazma anten teknolojisi, floresan lambalarda olduğu gibi, tüp içindeki plazma halindeki iyonize (elektrik yüklü) gazı klasik anlamdaki antenin iletken parçası olarak kullanır.

Bu çalışmada, plazma sütun antenin zaman bölgesinde sonlu farklar (Finite Difference Time Domain-FDTD) yöntemi kullanılarak nümerik analizleri yapılmıştır. Plazma antenin özelliklerini göstermek için basit plazma anten konfigürasyonları simüle edilmiştir. Plazma anten üzerindeki alan dağılımı ve plazma sütunu boyunca akım dağılımı değerlendirilmiştir. Yapılan çalışmalar sonucu plazma antenin metal antenlere benzer özellikler gösterdiği görülmüştür. Ayrıca plazmanın özellikleri değiştirilerek plazma antenin dinamik bir şekilde yeniden yapılandırıldığı kanıtlanmıştır.

Bilim Kodu	: 905.1.034
Anahtar Kelimeler	: FDTD yöntemi, Plazma anten, Ayırgan malzeme, Yeniden
	yapılandırılabilen anten, Yüzey dalgası
Sayfa Adedi	: 101
Tez Yöneticisi	: Doç. Dr. Erkan AFACAN

PLASMA- ANTENNA DESIGN BY USING FINITE DIFFERENCE TIME DOMAIN METHOD

(M. Sc. Thesis)

Ebru ÖZEN

GAZI UNIVERSITY GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES December 2013

ABSTRACT

Plasma is a reconfigurable medium with different conductivity and dielectric properties. Plasma antenna technology uses conductivity features of ionized gas for antenna structures like in the flouresant tubes.

In this thesis, plasma column antennas are analyzed by using Finite Difference Time Domain-FDTD numerical method. Different plasma antenna configurations are simulated to demonsrate plasma antenna features. Electric field and current distributions are evaluated along the plasma column. It is shown that plasma antennas are very similar to metal antennas. Also, it has been established that the alteration of plasma properties enables the dynamic reconfiguration of the plasma antenna.

Science Code : 905.1.034 Key Words : FDTD, Plasma antenna, Dispersive meterial, Reconfigurable antenna, Surface wave Page Number: 101 Supervisor : Associate Prof.Dr.Erkan AFACAN

TEŞEKKÜR

Çalışmalarım boyunca değerli yardım ve katkılarıyla beni yönlendiren ve her zaman destekleyen hocam Doç. Dr. Erkan AFACAN'a, yüksek lisans çalışmalarımda beni destekleyen amirim Nihat YILMAZ'a ve eşim Utku ÖZEN'e teşekkürü bir borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÔΖ	ΈT			iv
AE	STRA	АСТ		v
TE	ŞEKK	KÜR		vi
İÇİ	NDE	KİLER.		vii
ŞE	KİLL	ERİN L	İSTESİ	ix
RE	SİML	ERİN I	LİSTESİ	xi
SİN	MGEI	ER VE	KISALTMALAR	xii
1.	GİRİ	Ş		1
2.	PLA	ZMA A	NTENLER	5
	2.1.	Tanım	1	5
	2.2.	Avanta	aj ve Dezavantajları	6
	2.3.	Plazma	a Ortamın Teorik Araştırması	8
		2.3.1.	Plazma ortamın iletkenliği	
		2.3.2.	Plazma frekansı	12
		2.3.3.	Plazma ortamının kompleks bağıl dielektrik sabiti	14
		2.3.4.	Elektron-nötr atom çarpışmasının etkileri	17
3.	ZAM	IAN BÖ	DLGESİNDE SONLU FARKLAR (FDTD) YÖNTEMİ	20
	3.1.	Elektro	omanyetikte Sayısal Yöntemler	
		3.1.1.	FDTD yöntemi	21
		3.1.2.	TLM yöntemi	22

viii

	3.1.3. PE yöntemi	22
	3.1.4. MoM tekniği	23
	3.1.5. Sonlu elemanlar yöntemi	23
3.2.	FDTD Yöntemi	
	3.2.1. Bir boyutlu simülasyon	25
	3.2.2. İki boyutlu simülasyon	42
	3.2.3. Yee hücresi	43
	3.2.4. Üç boyutlu simülasyon	48
	3.2.5. İteratif denklemlerde kararlılık koşulu	50
	3.2.6. FDTD yönteminde parametre seçimi	51
	3.2.7. Sınır Koşulları	55
	3.2.8. Plazma anten için FDTD yöntemi	64
	3.2.9. Metal anten için FDTD yöntemi	
4. UYC	GULAMA VE SİMÜLASYON SONUÇLARI	67
4.1.	Plazma Antenin Frekansa Göre Karakteristiğinin İncelenmesi	67
4.2.	Bakır Antenin Karakteristiğinin İncelenmesi	92
5. SON	UÇ VE ÖNERİLER	
KAYNA	KLAR	
ÖZGEÇ	MİŞ	101

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 2.1.	Plazma anten(mavi çizgi) ve metal anten(kırmızı çizgi) yayınım paternlerinin karşılaştırılması
Şekil 2.2.	Plazma-hava sınırına gelen düzlem dalgası için yansıma katsayısı 16
Şekil 2.3.	Çeşitli elektron yoğunluğuna göre dB/m cinsinden kayıplar
Şekil 3.1.	Ex ve Hy'nin uzayda birbirine göre konumları27
Şekil 3.2.	FDTD döngüsünde elektrik, manyetik alanların hesaplama sıralaması
Şekil 3.3.	Hesaplama yapılan hücrelerde elektrik ve manyetik alan gösterimi29
Şekil 3.4.	Dalganın dielektrik ortama çarpması
Şekil 3.5.	3D bir yapıda Yee birim hücrelerinin yerleşimi44
Şekil 3.6.	Birim hücrede alt yüzeye iletken plaka yerleştirmek için kullanılan elektrik alan bileşenleri
Şekil.3.7.	Birim hücrede ortadaki yüzeye iletken plaka yerleştirmek için kullanılan elektrik alan bileşenleri
Şekil 3.8.	E_z bileşeninin bulunduğu noktada $+z$ yönündeki akım değerini bulmak için kullanılan manyetik alanlar
Şekil 3.9	Gauss darbesinin normalize zaman ve frekans davranışı
Şekil.3.10	Sınırlı banda sahip bir işaretin örnekleme sıklığı ile ilişkisi54
Şekil 3.11.	3-boyutlu Simülasyonda PML64
Şekil 4.1.	FDTD uzayı ve plazma anten yerleşimi
Şekil 4.2.	700 MHz plazma frekansında çalışma frekansına göre elektrik alan dağılımı
Şekil 4.3.	700 MHz plazma frekansında çalışma frekansına göre plazma sütunundaki elektrik alan oranı

Şekil

Sayfa

Şekil 4.4.	700 MHz plazma frekansında çalışma frekansına göre plazma sütunundaki akım dağılımı
Şekil 4.5.	900 MHz plazma frekansında çalışma frekansına göre elektrik alan dağılımı
Şekil 4.6.	900 MHz plazma frekansında çalışma frekansına göre plazma sütunundaki elektrik alan oranı
Şekil 4.7.	900 MHz plazma frekansında çalışma frekansına göre plazma sütunundaki akım dağılımı
Şekil 4.8.	1200 MHz plazma frekansında .alışma frekansına göre elektrik alan dağılımı
Şekil 4.9.	1200 MHz plazma frekansında çalışma frekansına göre plazma sütunundaki elektrik alan oranı
Şekil 4.10.	1200 MHz plazma frekansında çalışma frekansına göre plazma sütunundaki akım dağılımı
Şekil 4.11.	1500 MHz plazma frekansında çalışma frekansına göre elektrik alan dağılımı
Şekil 4.12.	1500 MHz plazma frekansında çalışma frekansına göre plazma sütunundaki elektrik alan oranı90
Şekil 4.13.	1500 MHz plazma frekansında çalışma frekansına göre plazma sütunundaki akım dağılımı92
Şekil.4.14	Bakır antenin elektrik alan ve akım dağılımları95

RESIMLERIN LISTESI

Resim	Sayfa
Resim 2.1. Plazma anten görünümü	5
Resim 2.2. Plazma Üretim Cihazı	8

SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kulanılmış bazı simgeler ve kısaltmalar açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simge	Açıklama
ā	: Parçacık ivmesi
\overrightarrow{B}	: Manyetik akı yoğunluğu vektörü
с	: Serbest uzayda ışık hızı
\overrightarrow{D}	: Elektrik akı yoğunluğu vektörü
\vec{E}	: Elektrik alan şiddeti vektörü
Ĩ	: Normalize elektrik alan şiddeti vektörü
f	: Frekans
f_p	: Plazma frekansı
Ħ	: Manyetik alan şiddeti vektörü
Ĵ	: Akım yoğunluğu vektörü
N _e	: Plazmanın elektron hacim yoğunluğu
m_e	: Elektron kütlesi
W	: Açısal frekans
3	: Dielektrik sabiti veya elektriksel geçirgenlik,
ρ	: Elektrik yük yoğunluğu
μ	: Manyetik geçirgenlik
η_o	: Serbest uzayın karakteristik empedansı
σ	: Ortamın iletkenliği
λ	: Dalga boyu
q_e	: Elektron yükü
γ	: Yayılma sabiti
v	: Çarpışma frekansı

Kısaltma	Açıklama
ABC	: Emici Sınır Koşulları (Absorbing
	Boundary Conditions)
EM	: Elektromanyetik
ELF	: Extremely Low Frequency
FDTD	: Zaman Bölgesinde Sonlu Farklar (Finite
	Difference Time Domain)
MoM	: Moment Tekniği (Method of Moments)
PE	: Parabolik Denklem (Parabolic Equation)
PEC	: Mükemmel Elektriksel İletken (Perfectly
	Electrical Conductor)
RF	: Radyo Frekansı
TLM	: İletim Hattı Matrisi (Transmission Line
	Matrix)
TEM	: Enine Elektromanyetik Dalga (Transverse
	Electromagnetic Wave)
VLF	: Very Low Frequency

1. GİRİŞ

Plazma antenler, iletişim teknolojisinin gelişmesi ve daha geniş frekans bantlarına olan ihtiyaçlar sonucunda anten sistemlerinden beklenen gerekleri karşılamak için yeni bir çözüm olarak ortaya çıkmıştır [1].

Plazma, elektronlar ve atom çekirdeği gibi yüklü parçacıkların yüksek enerjiyle serbestçe hareket ettikleri maddenin bir halidir. Maddenin plazma hali için floresan aydınlatma tüpleri, iyonosfer, yıldırım gibi örnekler verilebilir [1].

Plazma uygulamaları teknolojide gün geçtikçe daha geniş alanda kullanılmaktadır. Plazma, geniş ve karmaşık anten projelerinden basit bir aydınlatma malzemesine kadar geniş araştırma alanı oluşturmaktadır [1].

Plazma farklı iletkenlik ve dielektrik özellikleri ile tekrar konfigüre edilebilir bir ortamdır. Farklı üretim ve çalıştırma teknikleri ve geniş elektriksel parametreleri ile tekrar ayarlanabilir ve ultra band genişliğine sahip anten sistemlerine yönelik artan ihtiyaca yönelik bir çok çözüm sunabilmektedir [1]. Klasik anlamda antenin amacı, havadaki elektromanyetik dalgaların antene çarpması sonucunda oluşacak elektrik akımlarını taşımasıdır. Bu nedenle, antenler iletken metallerden yapılır. Plazma anten teknolojisi, tıpkı floresan lambalarda olduğu gibi, tüp içindeki plazma halindeki iyonize (elektrik yüklü) gazı klasik anlamdaki antenin iletken parçası olarak kullanır [2].

Klasik antendeki ağır metal aksamın çok daha hafif olan iyonize gazları içeren tüplerle değişmesi plazma anteninin daha hafif olmasına neden olur. Bir başka avantajı, tüp içindeki iyonize gazın iletkenliğinin metallere göre çok daha yüksek olmasıdır. Böylelikle, klasik antene göre iletim ve yansıma kayıplarının çok daha az olması plazma anten ile alınan sinyallerin çok daha kaliteli olmasına neden olur [2]. Plazma kompleks kırılma indeksleri, kontrol edilebilir faz hızları ve bir çok yüzey dalgası modları ile de metalik iletkenlerden farklı özellikler göstermektedir. Plazma antenlerin diğer yeni antenlere göre başka önemli özellikleri ise empedansı, frekans

ve faz kaymasının değiştirilebilir olması ile genişband uyumlu olmalarıdır. En belirgin farklılık plazmanın kısa bir sürede açılıp kapatılabilmesidir. Bu özellik plazma antenin saçılmayı sağlayan kesit alanını ortadan kaldırır ve plazma antenler radarlara karşı görünmez olurlar. Böylece plazma antenler gizlilik gerektiren yerlerde kullanılabilirler. Plazma antenler, plazma frekansı çalışma frekansından daha büyük olduğunda metal antenler gibi çalışırlar [3].

Plazma fiziksel düzenekte boyutlarının sekillerinin antenler, ve kolay değiştirilememesi nedeniyle nümerik simülasyonlar yardımıyla incelenmektedir. Nümerik yöntemler ile plazma antenler minimum maliyetle geometrileri değiştirilerek analiz edilebilmektedir [3,4]. Zaman Bölgesinde Sonlu Farklar (FDTD) yöntemi çok sık kullanılan bir nümerik yöntemdir. Elektromanyetik modelleme teknikleri arasında bu yöntem günümüzde yaygın kullanıma sahiptir. Maxwell denklemleri üç boyutlu gerçek uzayda FDTD yardımıyla iteratif yoldan çözülür. Böylece ele alınan yapıda elektromanyetik alan simüle edilmiş olur. Saçılma problemleri, yakın alan-uzak alan dönüşümleri, dielektrik dalga kılavuzları, radarlar ve gezgin telefonlar gibi pek çok değişik alanda kullanılabilmektedir [5].

Literatür araştırmasında dünyada plazma antenlere yönelik çalışmalar incelendiğinde ilk plazma anten deneyiminin atmosferik yük boşalımını içerdiği görülmüştür. Dwyer [6] ve Ganguly [7] serbest uzay plazmayı ışıyıcı olarak kullanmayı denemişlerdir. Ganguly iyonosferik plazmayı aşırı düşük frekans (Extremely Low Frequency – ELF) sinyalleri üretmek için kullanmıştır. Bir çok çalışma grupları iyonosferik plazmayı çok düşük frekans (Very Low Frequency – VLF) antenler için kullanmayı denemişlerdir. The Naval Research Laboratory (NRL) grubu plazmayı pasif reflektör olarak kullanmayı denemiştir [8]. Borg plazma sütununun, elektriksel karakteristiklerinin metalik antenlere benzemesi nedeniyle radyo frekans (Radio Frequency – RF) antenler gibi kullanılabileceğini göstermiştir [9]. Rayner plazma antenlerin bilinen metal antenlere göre birçok avantajının olduğuna dikkat çekmiş [10]; Cerri plazma antenlere yönelik fiziksel deneyler kapsamında araştırmalarda bulunmuştur [11]. 1993'ten günümüze yapılan araştırmalar genel olarak Amerika Birleşik Devletleri ve Avustralya'daki çalışma grupları tarafından gerçekleştirilmektedir. ABD'de bulunan NRL tarafından, bir radar veya elektronik harp sisteminde bir mikrodalga hüzmesini elektronik olarak yönlendirmeyi sağlayan ve elektroniksel olarak uyum sağlayan, 'Çevik Anten' olarak adlandırılan reflektör plazma anten geliştirilmiştir [12,13]. Moisan bir plazma sütununun bir RF plazma yüzey dalgasının uyarılması ile doğrudan sürülebileceğini öngörmüştür [14]. Bu çalışma Avustralya'daki plazma antenler üzerinde yapılan araştırmaların temelini oluşturur. Bu kapsamdaki çalışmalarda Borg çalışma frekansı 30 MHz - 300 MHz arasında anten tasarımını kolaylaştırmak için tek elektrot kullanmıştır [9,15]. Amerika'da Anderson ve Alexeff teorik ve deneysel çalışmalar yapmış ve plazma anten prototipleri geliştirmişlerdir [16-18]. Daha az güç ile (5 W) daha yüksek frekans ve plazma yoğunluğuna sahip plazma tüpü elde etmişlerdir. Burada kullanılan güç floresan lambasını açmak için gereken güçten daha azdır. Ayrıca, çalışma frekans aralığını 30MHz - 20GHz'e çıkarmışlardır.

FDTD yöntemi ise Kane S. Yee tarafından 1966 yılında geliştirilmiştir. Yee, Maxwell denklemlerini sonlu diferansiyel denklemlere dönüştürerek, uzayın bir noktasındaki elektrik ve manyetik alan bileşenlerinden birinin bilinmesi şartıyla, sonlu fark eşitlikleriyle diğerlerinin de hesaplanabileceğini göstermiştir [19].

FDTD konusunda diğer önemli gelişme ise Allen Taflove tarafından gerçekleştirilmiştir. Taflove, Yee tarafından geliştirilen algoritmayı kullanarak, dielektrik silindir gibi hedeflerden saçılan elektromanyetik (EM) dalgaları sonlu diferansiyel denklemler kullanılarak modellemiştir. Bu yöntem üç boyutlu dielektrik saçıcı içinde gerçekleştirilmiştir [20].

G.Mur, iki ve üç boyutlu simülasyonlar için emici sınır koşullarının kullanımını göstermiştir. Bu yöntemle daha doğru ve daha gerçekçi sonuç alınabildiğini ifade etmiştir [21]. Qian, plazma kamçı anten için FDTD analizini gerçekleştirmiştir [22]. Ganguly'nin yaptığı çalışmada plazma antenin doğrudan integralleme yöntemi [23] ve yakın-uzak alan dönüşümü yardımı ile [24] FDTD analizi gerçekleştirilmiştir [3].

Bu çalışmada FDTD yöntemi kullanılarak plazma antenlerin performansları simüle edilmiştir. Çalışma frekansının ve plazma frekansının değiştirilmesinin anten karakteristiği üzerindeki etkisi incelenmiştir.

Bölüm 2'de plazma antenin avantaj ve dezavantajlarından bahsedilmiş, plazmayı oluşturan yüklü parçacıklar bir elektromanyetik dalga ile etkileşimde bulunduğunda plazma davranışlarının nasıl olacağı teorik olarak incelenmiştir.

Bölüm 3'de plazma antenlerinin modellenmesinde sık kullanılan metotlardan biri olan Zaman Bölgesinde Sonlu Farklar yöntemi incelenmiştir. FDTD yönteminde Elektrik Alan (E), Manyetik Alan (H) ve Elektrik Akı Yoğunluğu (D) konum ve zaman değişimleri cinsinden aralarındaki türevsel eşitliklerin ifade edildiği denklemler verilmektedir.

Bölüm 4'de ise, bu tez çalışması kapsamında geliştirilen FDTD tabanlı algoritmalar sunulmuş ve alınan sonuçlar karşılaştırılmıştır. Mükemmel Elektriksel İletken (Perfectly Electrical Conductor - PEC) üzerine yerleştirilen plazma sütununa uyarım sinyali olarak Gauss darbesi uygulanmış, kaynağın plazma sütunu içinde yayılımıyla alan değişimi FDTD yöntemiyle elde edilmiştir. Daha sonra sütun boyunca plazma antene ait akım dağılımı çıkarılmıştır. Sonuçlar metal anten simülasyonları ile karşılaştırılmıştır.

Bölüm 5'de ise tezde FDTD'de geliştirilen yöntemle simülasyon ortamında elde edilen sonuçlar yorumlanmış ve çalışmanın devamı olabilecek faaliyetler ifade edilmiştir.

2. PLAZMA ANTENLER

2.1. Tanımı

Plazma, nötr moleküllerin yüksek enerjilendirilmesi sonucu (lazer ısıtma, dc deşarj gibi) negatif elektron ve pozitif iyonlarına ayrılan ve böylece iletken gibi davranan sıcak gazdır [25,26]. Plazma antenler, iletken ortam olarak metal yerine iyonize olmuş gazın kullanıldığı antenlerdir [27].



Resim 2.1. Plazma anten görünümü [25]

Anten uygulamaları için plazma, sütun, levha, tabaka gibi cisimlerle korunmalıdır. Tüp içinde neon, argon, helyum gibi gazları içeren bileşimler kullanılabilir. Plazma elektrodlar, fiberoptikler, mikrodalga sinyalleri, lazerler veya elektromanyetik kuplörler yardımıyla enerjilendirilebilirler. Kullanılan tüp, gazı sınırlar ve yayınımı engeller. Işıma örüntüsü; plazma yoğunluğu, tüp şekli, akım dağılımı gibi parametrelerle kontrol edilebilir. Gazın iyonizasyon derecesi yüzde olarak [26]:

$$\frac{N_e}{N_e + N_0} \times 100 \tag{2.1}$$

ile verilir. Burada N_o nötr moleküllerin yoğunluğu, N_e plazmanın elektron hacim yoğunluğudur. Örneğin standart floresan tüpler, $No \approx 10^{16}$ / cm³ ve $Ne \approx 10^{11}$ / cm³

iken 10⁻⁵ civarı iyonizasyona sahiptir. Gaz %0,1 iyonizasyon değerine sahipken gazın iletkenliği maksimumunun yarısına, %1 iken maksimumuna ulaşır.

2.2. Avantaj ve Dezavantajları

a. Bu anten ile ilgili en belirgin avantaj plazmanın elektriksel parametrelerinin değiştirilebilmesidir. Uyarım sinyali kapatıldığında tüp içindeki gaz iyonlaşmayacak ve tüp çok küçük bir radar kesit alanı ile dielektrik özellik gösterecektir (Şekil 2.1.). Böylece radarlar için görünmez olacaklardır. Bu özellikleri nedeniyle metal örneklerinden daha güvenli oldukları düşünülmektedir. Uyarım sinyali uygulandığında ise gaz iyonlaşmakta, tüp metal anten gibi davranmaktadır. Bu özelliğinden dolayı plazma antenler ile ilgili olarak ilk kez askeri alanda çalışılmaya başlanmıştır [28].

b. Plazma uygulamaları her geçen gün daha geniş alanda kullanılmaktadır.
 Akıllı plazma antenler milisaniyeler içinde 360 derecede tarama yapabilmektedir.
 Mikrosaniyeler seviyesinde tarama yapabilmesi için çalışmalar sürdürülmektedir.

c. Akıllı plazma antenler yeniden yapılandırılabilen hüzme genişliğine sahiptirler.

d. Plazma yansıtıcı antenin ana kulakçığı, karşılığı olan metal reflektör antenin ana kulakçığı ile özdeştir.

e. Plazma yansıtıcı antenin yan kulakçığı, karşılığı olan metal reflektör antenin yan kulakçığı göre daha azdır.

f. Tüp içindeki iyonize gazın iletkenliğinin metallere göre çok daha yüksek olması sebebiyle plazma antenlerin klasik antene göre iletim ve yansıma kayıpları çok daha azdır. Bu da plazma anten ile alınan sinyallerin çok daha kaliteli olduğu anlamına gelmektedir.



Şekil 2.1. Plazma anten (mavi çizgi) ve metal anten (kırmızı çizgi) yayınım örüntülerinin karşılaştırılması [25]

g. Plazma yansıtıcı antenler daha düşük frekanslarda çalışabilir, daha yüksek frekanslarda ise (RF dalgalar daha düşük yoğunluğa sahip plazmadan geçebileceği için) görünmez olurlar.

h. Faz dizili antenlere göre daha geniş band genişliğine sahiptir.

i. Faz dizili antenlere göre daha ucuzdur.

j. Plazma antenler daha az yer kaplarlar.

k. Klasik antendeki ağır metal aksamın iyonize gazları içeren ve çok daha hafif olan tüplerle değişmesi sebebiyle plazma antenler daha hafiftir.

 Plazma antenlerde elektron atom çarpışma oranının, karşılığı olan metal antenlere göre çok daha düşük olması sebebiyle termal gürültü metal antenlere göre daha azdır. Bu özellik de sinyalin daha kaliteli elde edilmesini sağlar [29]. m. Bu antenlerin dezavantajı ise iyonlaşmak için yüksek enerjiye gereksinim duymalarıdır (Resim 2.2.). Deneysel bilgiler 1 Torr basınçta Argon gazı için gerekli ateşleme geriliminin 1000 V, hava için bu değerin 2000 V; gerekli olan akım yoğunluğunu elde etmek için uygulanacak gerilimin Argon için 2000 V, hava için 3000 V civarında olması gerektiğini göstermektedir [1].



Resim 2.2. Plazma Üretim Cihazı [1]

2.3. Plazma Ortamın Teorik Araştırması

Elektromanyetik alan ile plazma ortam arasındaki etkileşim mekanizması, plazma anteni karakterize etmek için oldukça önemlidir.

2.3.1. Plazma ortamın iletkenliği

Plazmayı oluşturan yüklü parçacıklar bir elektromanyetik dalga ile etkileşimde bulunduğunda Lorentz kuvvetinin etkisi altında olacaktır [1]. Lorentz kuvveti:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q(\vec{u} \times \vec{B}) \tag{2.2}$$

şeklinde tanımlanır. Burada q parçacığın yükü, \vec{u} parçacığın hızıdır. \vec{E} ve \vec{B} parçacığı etkileyen elektrik ve manyetik alanlardır.

Burada başlangıç şartları olarak dışarıdan hiçbir elektrik ve manyetik alanın uygulanmadığı kabul edilmektedir. Serbest uzaydaki enine elektromanyetik dalga ele alındığında \vec{E} ve \vec{B} alanları

$$\vec{E} = E_0 e^{j\omega t} \hat{a}_x \tag{2.3}$$

$$\vec{B} = \frac{E_0}{\frac{\eta_0}{\mu_0}} e^{j\omega t} \hat{a}_y \tag{2.4}$$

şeklinde ifade edilir. μ_o serbest uzayın geçirgenlik sabiti, η_o serbest uzayın karakteristik empedansıdır. Burada sadece alanların zamana bağlı bileşenleri ile ilgilenilir. Elektrik ve manyetik alan ifadelerindeki e^{-jkz} teriminin E_0 bileşeni içine dahil edildiği varsayılmıştır. $\frac{\eta_o}{\mu_o}$ aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$\frac{\eta_o}{\mu_o} = \frac{\sqrt{\frac{\mu_o}{\varepsilon_0}}}{\mu_o} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_o}} = c$$
(2.5)

c, serbest uzayda ışık hızıdır. Böylece \vec{B} alanı:

$$\vec{B} = \frac{E_0}{c} e^{j\omega t} \hat{a}_y \tag{2.6}$$

şeklinde ifade edilebilir. Parçacığın ivmesi;

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{q}{m} \left[\vec{E} + \left(\vec{u} \times \vec{B} \right) \right]$$
(2.7)

ile elde edilir.

İvme ve hız diferansiyel formda yazılıp Eş. 2.3 ve Eş. 2.4, Eş. 2.7'de yerine yazılırsa:

$$\frac{d^2x}{dt^2}\hat{a}_x + \frac{d^2y}{dt^2}\hat{a}_y + \frac{d^2z}{dt^2}\hat{a}_z = \frac{q}{m} \Big\{ E_0 e^{j\omega t} \hat{a}_x - \frac{E_0}{c} \frac{dz}{dt} e^{j\omega t} \hat{a}_x + \frac{E_0}{c} \frac{dx}{dt} e^{j\omega t} \hat{a}_z \Big\}$$
(2.8)

denklemi elde edilir.

İvme bileşenleri aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{q}{m} E_0 \left(1 - \frac{1}{c} \frac{dz}{dt} \right) e^{j\omega t}$$
(2.9)

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = 0$$
 (2.10)

$$\frac{d^2z}{dt^2} = \frac{qE_0}{mc}\frac{dx}{dt}e^{j\omega t}$$
(2.11)

Yukarıdaki denklemlerden yüklü parçacık için hız bileşenleri çıkarılabilir. Burada yayılma yönü boyunca parçacığın hız bileşeninin ışık hızından çok küçük olması sebebiyle $\frac{dz}{dt} \ll c$ kabul edilerek;

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{q}{m} E_0 e^{j\omega t}$$
(2.12)

elde edilir. Böylece x yönündeki yer değiştirme ve hız;

$$\frac{dx}{dt} = \frac{qE_0}{m} \frac{1}{j\omega} e^{j\omega t}$$
(2.13)

$$x = -\frac{qE_0}{m\omega^2}e^{j\omega t} \tag{2.14}$$

şeklinde bulunur. Eş. 2.13, Eş. 2.11'de yerine konulur:

$$\frac{d^2z}{dt^2} = \frac{qE_0}{mc} \frac{qE_0}{m} \frac{1}{j\omega} e^{j\omega t} e^{j\omega t} = \left(\frac{qE_0}{m}\right)^2 \frac{1}{j\omega c} e^{j2\omega t}$$
(2.15)

$$\frac{dz}{dt} = \left(\frac{qE_0}{m}\right)^2 \frac{1}{j\omega c} \frac{1}{2j\omega} e^{j2\omega t} = -\left(\frac{qE_0}{\omega m}\right)^2 \frac{1}{2c} e^{j2\omega t}$$
(2.16)

$$z = -\left(\frac{qE_0}{\omega m}\right)^2 \frac{1}{j4\omega c} e^{j2\omega t}$$
(2.17)

Yukarıdaki formüller, parçacığa ait ivme, hız ve konum vektör bileşenlerinin periyodik olduğunu göstermektedir. Bu da parçacığın ortalama konum, enerji ve hızının her periyot için sabit olduğunu gösterir [1].

Hız bileşenlerini elde ettikten sonra elektromanyetik dalga tarafından plazma içinde indüklenen akım yoğunluğunu bulmak mümkündür. Akım yoğunluğu:

$$\vec{J}_f = N_e q_e \frac{dx}{dt} \hat{a}_x \tag{2.18}$$

şeklindedir. Burada N_e plazmanın elektron hacim yoğunluğu, q_e elektron yüküdür. Yukarıdaki eşitlikte parçacığın z yönündeki hız bileşeni ihmal edilebilir olduğu için akımın sadece x yönünde olduğu varsayımı yapılmıştır. Ayrıca akım yoğunluğundaki iyon akışı da iyon kütlesinin elektron kütlesinden daha ağır olduğu için ve dolayısıyla hızı daha düşük olacağı için ihmal edilmiştir.

Akım yoğunluğu şiddeti elektrik alan kuvveti cinsinden de yazılabilir.

$$\vec{J}_f = \sigma \vec{E} \tag{2.19}$$

Eş. 2.18 ile Eş. 2.19 birbirine eşitlenir ve Eş. 2.13'teki hız ifadesi kullanılırsa;

$$\sigma E_0 e^{j\omega t} \hat{a}_x = N_e q_e \frac{q_e E_0}{m_e} \frac{1}{j\omega} e^{j\omega t} \hat{a}_x$$
(2.20)

elde edilir. Burada m_e elektron kütlesidir. Böylece plazma ortamının iletkenliği

$$\sigma = -\frac{j}{\omega} \frac{N_e q_e^2}{m_e} \tag{2.21}$$

şeklinde bulunur. Yukarıdaki eşitlikten iletkenliğin parçacık yüküne, kütlesine ve elektron yoğunluğuna bağlı olduğu görülür. Ayrıca iletkenliğin elektrik alanın frekansına da bağlı olduğu çıkarılabilir. Frekans arttığında iletkenlik azalmaktadır. İletkenliğin elektromanyetik dalga frekansına bağlılığı plazma anten konsepti için büyük önem arz etmektedir. Anten etkinliği plazma iletkenliğine bağlıdır [1].

İmajiner iletkenlik, akımın elektrik alan yoğunluğunu $\pi/2$ radyan geriden takip etmesi anlamına gelir ve elektron akımı indüktiftir. Bu da $E.J_j$ skalar çarpımının aynı zamanda sanal olması anlamına gelir ki bu da ortamda enerji kaybının olmadığını gösterir. Ayrıca burada elektron ve diğer parçacıklar arasında çarpışma olmadığı varsayılmıştır. Parçacıkların çarpışması iletkenlik eşitliğinin gerçel kısmını oluşturur ki bu da ortamın enerjiyi soğurması anlamına gelmektedir.

2.3.2. Plazma frekansı

Eş. 2.21'in önemini anlamak için plazma ortamının doğal davranışının detaylı incelenmesi gerekir. Plazma termal ve elektriksel bozulmalara bağlı olarak doğal salınımlar sergiler [1].

Formül çıkarımı, iyonların etrafındaki elektronların harmonik salınımlarına bağlı olarak elektron yoğunluğunun ω_p açısal frekansında salınım yapma varsayımı ile başlar. Böylece elektrik alan şiddeti \vec{E} aynı frekansta salınım yapar [30]. Yoğunluk salınımları, akım yoğunluğu \vec{J} ile ilintili olan net serbest yük yoğunluğunu ρ meydana getirir. Süreklilik denklemi olarak adlandırılan eşitlik:

$$\nabla . \vec{J} = -\frac{d\rho}{dt} \tag{2.22}$$

şeklinde ifade edilir. Eş. 2.19, Eş. 2.22'de yerine yazılırsa;

$$\nabla . \left(\sigma \vec{E}\right) = \sigma \nabla . \vec{E} = -\frac{d\rho}{dt}$$
(2.23)

elde edilir.

 ρ serbest yük yoğunluğu ile elektrik alan yoğunluğu ilintisi;

$$\nabla.\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \tag{2.24}$$

olarak verilir.

Eş. 2.21, Eş. 2.23, Eş. 2.24 birleştirildiğinde;

$$-\frac{j}{\omega}\frac{N_e q_e^2}{m_e}\frac{\rho}{\varepsilon_0} = -\frac{d\rho}{dt}$$
(2.25)

eşitliği elde edilir. Burada iyonların plazma frekansına etkisi göz ardı edilmiştir. İyonlar elektronlara göre daha ağır olduğu için iyon salınımı çok daha kısa sürer. Dolayısıyla Eş. 2.25'te yük yoğunluğunun sadece elektron salınımına bağlı olduğu kabul edilir. Eş. 2.25' in çözümü;

$$\rho = \rho_0 e^{j \frac{N_e q_e^2}{\omega_p m_e \varepsilon_0} t}$$
(2.26)

şeklindedir. Serbest yük yoğunluğu q'nun salınımının açısal frekansı:

$$\omega_p = \frac{N_e q_e^2}{\omega_p m_e \varepsilon_0} \to \omega_p = \left(\frac{N_e q_e^2}{m_e \varepsilon_0}\right)^{\frac{1}{2}}$$
(2.27)

ile ifade edilir.

Burada ε_o serbest uzay dielektrik sabiti, q_e elektron yükü, m_e elektron kütlesidir.

2.3.3. Plazma ortamının kompleks bağıl dielektrik sabiti

Eş. 2.21'de yer alan iletkenlik formülünden plazma ortamının karmaşık dielektrik sabiti hesaplanabilir. İletken ortamda elektromanyetik dalganın yayılma sabiti dalga eşitliklerinden elde edilebilir [1].

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu_0\sigma\vec{E} + \omega^2\mu_0\varepsilon_0\vec{E}$$
(2.28)

$$\nabla \times \nabla \times \vec{H} = -j\omega\mu_0\sigma\vec{H} - \omega^2\mu_0\varepsilon_0\vec{H}$$
(2.29)

Dalga eşitliklerinin çözümleri;

$$\vec{E} = E_0 e^{j(\omega t - kz)} \hat{a}_x \tag{2.30}$$

$$\vec{H} = \frac{E_0}{\eta} e^{j(\omega t - kz)} \hat{a}_y \tag{2.31}$$

ile verilir. η karakteristik empedans, $\gamma = jk$ dalga sayısıdır. Burada z yönündeki dalga yayılımının ele alınması sebebiyle yayılma vektörü yerine yayılma sabiti kullanılmıştır. Eş. 2.30, Eş. 2.28'de kullanıldığında yayılma sabiti:

$$k^{2} = \omega^{2} \mu_{0} \varepsilon_{0} - j \omega \mu_{0} \sigma = \omega^{2} \mu_{0} \varepsilon_{0} (1 - \frac{j\sigma}{\omega \varepsilon_{0}})$$
(2.32)

şeklinde elde edilir. $k = \omega(\varepsilon \mu)^{1/2}$ olduğu için parantez içindeki ifade dielektrik sabitini verir.

$$\varepsilon_r = \left(1 - \frac{j\sigma}{\omega\varepsilon_0}\right) = 1 - \frac{j}{\omega\varepsilon_0} \left(-j\frac{N_e q_e^2}{\omega m_e}\right) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$
(2.33)

Böylece yayılma sabiti

$$\gamma = \alpha + j\beta = \omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)}$$
(2.34)

ile verilir [26]. Eşitlikten görüldüğü gibi yayılma sabiti plazma frekansı ile dalga frekansı arasındaki ilişkiye bağlıdır.

Burada ilgilenilen üç özel durum vardır :

 $\omega < \omega_p$ Yayılma sabiti sanal ve $e^{-j\beta z}$ ile yayılan dalga,

 $\omega > \omega_p$ Yayılma sabiti gerçel ve $e^{-\alpha z}$ ile sönümlenen dalga,

 $\omega = \omega_p$ Yayılma sabiti sıfır ve ω yayılma ile sönümleme arasında kalan sınırı tanımlayan kritik frekans olarak adlandırılır.

Plazma ile serbest uzay arasındaki sınırda sonsuz düzlemde yansıma katsayısı formülü;

$$|\Gamma| = \left|\frac{n - n_0}{n + n_0}\right| \tag{2.35}$$

şeklindedir. $n_0 = 377 \,\Omega$ serbest uzayın empedansıdır. Şekil 2.2. plazma ile serbest uzay arasındaki sınırda sonsuz düzlemde yansıma katsayısının genliğini göstermektedir.



Şekil 2.2. Plazma-hava sınırına gelen düzlem dalga için yansıma katsayısı [26]

Şekil 2.2.'den de görüldüğü gibi plazma frekansı altındaki frekanslarda plazma iyi bir yansıtıcıdır. (*Ne* =1×10¹²/m₃, v = 0, kesikli çizgi : plazma frekansı $f_p = 8,9$ MHz)

Plazma frekansı üzerindeki frekanslarda yayılan elektromanyetik dalgalar aşağıda desibel cinsinden verilen zayıflama sabiti oranında zayıflar.

$$L = 20\log_{10}\left\{exp\left(-k_0\sqrt{\frac{\omega_p^2}{\omega^2}-1}\right)\right\}$$
(2.36)

Çeşitli elektron yoğunluğuna göre kayıplar Şekil 2.3.'te verilmektedir. Şekil 2.3.'te görüldüğü gibi plazma frekansı altındaki frekanslarda ilerleyen elektromanyetik dalga için plazma ortam iyi bir soğurucudur. Bu özellikten dolayı, görünmezlik teknolojisi için radar soğurucu malzeme tasarımında plazmadan faydalanılır [31].



Şekil 2.3. Plazma frekansı altında çeşitli elektron yoğunluğuna göre dB/m cinsinden kayıplar [26].

2.3.4. Elektron-nötr atom çarpışmasının etkileri

Plazma basıncının ve elektron yoğunluğunun artmasıyla elektron nötr atom çarpışması göz ardı edilemez hale gelir. En büyük enerji kaybı söz konusu çarpışma ile oluşur [1].

Başlangıçta çarpışma göz ardı edildiğinde;

$$m_e \frac{d^2 x}{dt^2} = -q_e E_0 e^{j\omega t} \tag{2.37}$$

 m_e elektron kütlesi, q_e elektron yükü ve $E_0 e^{j\omega t}$ elektron üzerinde etkisi olan elektrik alanın zamanda harmoniğidir. $\frac{d^2x}{dt^2}$ terimi elektron hızı cinsinden yazılırsa;

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d}{dt}\frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}V$$
(2.38)

eşitliği elde edilir.

Eş. 2.37'de enine elektrik alan yönündeki elektron hızının bileşenleri ihmal edilip fazör notasyonunda yazılırsa;

$$j\omega m_e V_e = -q_e E_0 \tag{2.39}$$

bulunur. Elektron-nötr atom çarpışması kuvvet eşitliğine ortalama F_d sönümleme kuvveti olarak dahil edilebilir [1].

$$j\omega m_e V_e = -q_e E_0 - F_d \tag{2.40}$$

 F_d sönümleme kuvveti elektron momentumu cinsinden yazılabilir.

$$\vec{F}_{d} = \int_{t'=0}^{t'} m_{e} \vec{V}_{e}(t') dt'$$
(2.41)

Burada çarpışmadan sonra elektron momentumu sıfır kabul edilir. Bu yüzden integral birim zaman için çözülebilir.

$$\vec{F}_d = v m_e \vec{V}_e(0) \tag{2.42}$$

Burada v çarpışma frekansı ve $\vec{V}_e(0)$ çarpışmadan önceki ortalama elektron hızıdır. Eş. 2.40 ve Eş. 2.42 birleştirildiğinde;

$$j\omega m_e V_e = -q_e E_0 - \nu m_e V_e \tag{2.43}$$

eşitliği elde edilir. Eş. 2.43'den elektron hızı;

$$V_e = \frac{-q_e E_0}{(j\omega + \nu)m_e} \tag{2.44}$$

şeklinde bulunur. Bu eşitlik Eş. 2.18'de yerine konulduğunda;

$$\vec{J}_{f} = \frac{-Nq^{2}E_{0}}{(j\omega+\nu)m}\hat{a}_{x}$$
(2.45)

elde edilir. Yukarıdaki eşitlikten elektron-nötr atom çarpışması tarafından değişime uğrayan iletkenlik;

$$\sigma = -\frac{j}{(\omega - j\nu)} \frac{N_e q_e^2}{m_e}$$
(2.46)

ile ifade edilir. Plazma ortamın dielektrik sabiti [26]:

$$\varepsilon_r = \left(1 - \frac{j\sigma}{\omega\varepsilon_0}\right) = 1 - \frac{j}{\omega\varepsilon_0} \left(-\frac{j}{(\omega - jv)} \frac{N_e q_e^2}{m_e}\right) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - jv)}$$
(2.47)

şeklinde bulunur.

3. ZAMAN BÖLGESİNDE SONLU FARKLAR (FDTD) YÖNTEMİ

3.1. Elektromanyetikte Sayısal Yöntemler

Günümüzde kullanılan elektrikli aletler basitten karmaşığa, belli bir araştırma ve tasarım sonucu ortaya çıkmaktadır. Araştırma ve tasarımda başvurulan en etkin araç ise bilgisayar destekli olanıdır. Mühendisler, herhangi bir yapıyı her seviyede incelemek ve özelliklerini değiştirebilmek için bu işi kolay ve hızlı bir şekilde çözebilecek araçlara ihtiyaç duyarlar [32].

Diğer mühendislik problemlerinde olduğu gibi, elektromanyetik problemlerin çözümünde de analitik yöntemler kullanılır. Ancak bu yöntemler basitleştirilmiş ve idealleştirilmiş yapılar için elde edilebilmektedir. Örneğin, ele alınan yapı karmaşık olsa da başlangıçta küresel, silindirik ya da dikdörtgen olarak düşünülür. Bu basitleştirme yapının kendisi açısından uygun görülmese de problemin fiziği hakkında bilgi taşıdığından gereklidir. Bu tip basit yapılarda elde edilen fiziksel bilgi sayesinde karmaşık yapılarda ve gerçeğe yakın koşullarda sayısal yöntemlerin güvenli olarak uygulanması sağlanır [33].

Elektromanyetik problemlerde her problem için farklı çözümler mevcut olduğundan birden çok yönteme gereksinim duyulur. Yani, her yöntem belli koşullarda, belli problemlerde iyi sonuç verirken, farklı problemlerde aynı yöntem istenilen hassas sonuçları verememektedir [32].

Elektromanyetik problemlerinde kullanılan sayısal yöntemler:

- a. Zamanda Sonlu Farklar (FDTD, Finite Difference Time Domain) Yöntemi
- b. İletim Hattı Matrisi (TLM, Transmission Line Matrix) Yöntemi
- c. Parabolik Denklem (PE, Parabolic Equation) Yöntemi
- d. Moment (MoM, Method of Moment) Yöntemi

e. Sonlu Elemanlar (FEM, Finite Element Method) Yöntemi olarak sıralanabilir [33].

3.1.1. FDTD yöntemi

İlk defa 1966 yılında ortaya atılan FDTD yöntemi en genel halde, diferansiyel formdaki Maxwell denklemlerinin zaman bölgesinde ayrıklaştırıp uzayın seçilen ayrık noktalarında hesaplanmasına dayanır. Böylece elde edilen ayrık denklemler her küçük zaman artımında sınır koşulları da dikkate alınarak iteratif olarak çözülür. Bu nedenle, hızlı ve yüksek kapasiteli bilgisayarlara ihtiyaç duyulur. Kaynak olarak sinüzoidal (dar bantlı) ya da darbesel (geniş bantlı) kaynak seçilebilir. FDTD yönteminin uygulanmasında en önemli kriter, çözülmeye çalışılan problemin fiziğinin iyi anlaşılması ve her adımda izlenmesidir [33].

FDTD yönteminin avantajları

a. FDTD yönteminde, diğer nümerik yöntemlerde olduğu gibi çok büyük matris yapıları yoktur. Bu nedenle matris tersi alma gereksinimi olmamakta, ulaşılan çözümler oldukça güçlü olmaktadır.

b. Çözümlerin zaman bölgesinde yapılması sonucu elektromanyetik dalgaların görsel olarak istenilen zamanlarda hareketleri izlenebilmekte ve incelenen yapının dalga yayılımı kolay anlaşılmaktadır.

c. Elektrik ve manyetik alan bileşenleri hesap uzayının her noktasında FDTD yöntemi ile doğrudan bulunabilir.

G. FDTD kodu ince plakaları ve ince çubuk antenleri başarılı bir şekilde ele alır.
 Hücrelerin yeterliliği kullanılarak bunun kesinliği istenildiği kadar yüksek yapılabilir.

e. FDTD yönteminde sinüzoidal işaretlerin simülasyonu yapılabildiği gibi, Gauss darbesi gibi darbesel işaretlerin de simülasyonu yapılabilir. Dolayısıyla çok geniş frekans aralığı için çözüm yapılabilir. FDTD, rezonans frekansının tam bilinmediği veya herhangi bir anda istenilen geniş bantlı sonuçların elde edilemediği uygulamalarda oldukça elverişli bir yöntemdir.

f. Zaman bölgesinde saklanan veriler frekans bölgesine kolaylıkla çevrilir. Böylece istenilen frekans spektrumuna tek adımda ulaşılabilir.

g. İlgilenilen yapılar FDTD yöntemi ile yüksek doğrulukla ve kolaylıkla modellenebilir [34].

FDTD yönteminin dezavantajları

FDTD yöntemi ile hesap uzayı küçük hücrelere ayrılır. Bu hücrelerin boyutları modelde belirlenen en küçük dalga boyundan daha küçük olmalıdır. Bu da çok geniş hesap uzayı ve çözüme ulaşmak için uzun zaman gerektirebilir [34].

3.1.2. TLM yöntemi

TLM yöntemi, FDTD tekniğine benzer mantık ve sayısallaştırma ilkeleriyle zamanda iteratif çözümler üreten diğer bir yöntemdir. Her iki teknikte de ele alınan üç boyutlu yapı birim hücrelerin toplamı şeklinde düşünülür. Bu yöntemin FDTD tekniğinden farkı alan denklemleri yerine devre mantığı kullanılmasıdır. Yapı yüz binlerce eş hücreye bölündükten sonra FDTD'de alan denklemleri TLM'de ise iletim hattı denklemleri ile zamanda iteratif çözümler üretilir. FDTD tekniğinde elektrik ve manyetik alanlar bağımsız değişken olarak kullanılırken TLM tekniğinde gerilim ve akımlar bağımsız değişken olarak kullanılır [33].

3.1.3. PE yöntemi

PE yöntemi ile parabolik formdaki dalga denkleminin Fourier dönüşümü kullanılarak sayısal çözümü yapılır. Özellikle iki boyutlu (2D) dalga iletimi problemlerinde çok kullanışlı bir yöntemdir. Parabolik formdaki dalga denklemi, tek yönde ilerleyen dalga hareketlerini modellediğinden, PE yöntemi ile geriye yansımaların olmadığı ya
da önemsiz sayılabildiği problemler ele alınabilir. Yine PE yöntemi bir ilk değer problemini modellediğinden, dalga iletimi problemlerinde sınır koşullarının ayrıca ele alınması gerekir [33].

3.1.4.MoM tekniği

MoM tekniği, frekans bölgesinde özellikle anten tasarımı ve saçılma – ters saçılma problemlerinde uygulanır. Diğer yöntemlerden farklı olarak MoM tekniğinde problemin Green fonksiyonu bulunur ve problem analitik olarak çözülür. Ancak Green fonksiyonu bilinen ya da sayısal olarak hesaplanabilen bir problemde tersten gidilir, özellikle iletken yüzeyler sonsuz küçük parçalara bölünür ve bu parçalardaki yüzey akımları sayısal olarak çözülür. Green fonksiyonu yardımıyla istenen noktadaki elektromanyetik alan hesaplanır [33].

3.1.5. Sonlu elemanlar yöntemi

Sonlu elemanlar yönteminde, ele alınan problemin çözüm bölgesi alt bölgelere ayrıklaştırılır ve her alt bölgede aranan fonksiyonun ifadesi polinom olacak şekilde seçilir, polinom olarak kabul edilen çözümün katsayıları belirlenmeye çalışılır. FEM, geometrisi karmaşık şekillere ve değişik malzeme özellikleri olan sistemlere kolaylıkla uygulanabilir. Gerektiğinde bazı alt bölgelerde daha hassas hesaplamalar yapılabilir. Sınır koşulları, sistemin temel denklemleri kurulduktan sonra basit işlemlerle denklem sistemine dahil edilebilir [32].

3.2. FDTD Yöntemi

Literatürde kısaca FDTD olarak bilinen Zaman Düzleminde Sonlu Farklar yöntemi, İngilizce Finite Difference Time Domain ifadesinin kısaltılmışıdır. İlk defa 1966 yılında Yee tarafından ortaya atılmış, ilerleyen bilgisayar teknolojisi ile birlikte, günümüzde hemen her türlü elektromanyetik problemin çözümünde kullanılan bir yöntem haline gelmiştir [19]. FDTD yöntemi Maxwell denklemlerindeki kısmi türev operatörlerinin sonlu farklar karşılıkları ile değiştirilip doğrudan zaman ve konum düzlemlerinde sayısallaştırılmasına dayanır [19]. Kısmi türev ifadelerinin sayısallaştırılmasını açıklamak için kendisi ve türevleri her noktada sürekli olan bir f(x) fonksiyonunun türev açılımı incelendiğinde f(x) fonsiyonunun x_0 noktasındaki türevi,

$$f(x) = \frac{df}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$
(3.1)

olarak tanımlanır. Eş. 3.1 Taylor serisine açılıp gerekli düzenlemeler neticesinde limit operatörü de kaldırılırsa

$$f(x) \cong \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} + O(\Delta x)$$
(3.2)

şeklinde sayısal türevin tanımı kolaylıkla elde edilir.

İleri Sonlu Farklar adı verilen Eş. 3.2'deki 1. dereceden hata $O(\Delta x)$ ifadesi, katkılarının küçük olduğu varsayılan ve ihmal edilen üst mertebeli terimlerin Δx ile orantılı olduğunu gösterir.

Sayısal türev tanımı yine üst mertebeli terimlerin katkısının küçük olduğu düşünülüp ihmal edildiği varsayımı ile

$$f(x) = \frac{f(x) - f(x - \Delta x)}{\Delta x} + O(\Delta x)$$
(3.3)

şeklinde de yapılabilir. Eş. 3.3'e Geri Sonlu Farklar yöntemi adı verilir. Sayısal türevde Merkezi Farklar yöntemi adı verilen ve hata miktarını azaltmak için kullanılan üçüncü bir yöntem ise

$$f(x) = \frac{f(x + \Delta x) - f(x - \Delta x)}{2\Delta x} + O(\Delta x^2)$$
(3.4)

şeklinde ifade edilir. Merkezi farklar denkleminin açılımı

$$f(x) = \frac{f(x + \frac{1}{2}\Delta x) - f(x - \frac{1}{2}\Delta x)}{\Delta x} + O(\Delta x^2)$$
(3.5)

şeklinde de ifade edilebilir.

Merkezi farklar yöntemindeki hata Eş. 3.4'te de görüldüğü gibi diğer iki yöntemden bir mertebe daha küçüktür. Türev açılımında ne kadar fazla nokta kullanılırsa hata o derece azalır, fakat bilgisayarların hesaplama süresi ve bellek gereksinimleri nokta sayısını kısıtlayan faktörlerdir.

Sonlu Farklar yöntemi uzun yıllardır bilinmesine rağmen, zaman bölgesinde Maxwell denklemleri için kullanımı ilk kez 1966 yılında Kane S. Yee tarafından ortaya atılmıştır. Bunun sonucunda, elektromanyetik alan yayılımını modelleyen Maxwell denklemlerinin sonlu farklar ile yazılması ve zamana göre türevlerinin sayısallaştırılarak genelleştirilmesi yöntemi FDTD adıyla özel olarak adlandırılmıştır.

3.2.1. Bir boyutlu simülasyon

Serbest uzayda Maxwell'in rotasyonel denklemleri,

$$\frac{d\vec{E}}{dt} = \frac{1}{\varepsilon_0} \nabla \times \vec{H}$$
(3.6)

$$\frac{d\vec{H}}{dt} = -\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \vec{E}$$
(3.7)

olarak yazılır. Burada \vec{E} ve \vec{H} vektörleri üç boyutludur. ε_0 , uzayın dielektrik sabiti olup değeri 8.854210⁻¹² F/m ve μ_0 , uzayın manyetik geçirgenliği olup değeri $4\pi 10^{-7}$ H/m'dir.

$$\nabla = \hat{a}_x \frac{\partial}{\partial x} + \hat{a}_y \frac{\partial}{\partial y} + \hat{a}_z \frac{\partial}{\partial z}$$
(3.8)

$$\nabla \times \vec{E} = \begin{vmatrix} \hat{a}_x & \hat{a}_y & \hat{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix}$$
(3.9)

eşitlikleri göz önünde bulundurulup Eş. 3.6 ile Eş. 3.7 vektör formunda yazılırsa, (∂ burada türevsel operatördür) [32]:

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial E_x}{\partial t} \\ \frac{\partial E_y}{\partial t} \\ \frac{\partial E_z}{\partial t} \end{vmatrix} = \frac{1}{\varepsilon_0} \begin{vmatrix} \hat{a}_x & \hat{a}_y & \hat{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix} = \frac{1}{\varepsilon_0} \begin{vmatrix} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \end{vmatrix}$$
(3.10)

elde edilir. Elektrik alan için uygulanan işlem manyetik alan için de yazılırsa,

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial H_x}{\partial t} \\ \frac{\partial H_y}{\partial t} \\ \frac{\partial H_z}{\partial t} \end{vmatrix} = \frac{-1}{\mu_0} \begin{vmatrix} \hat{a}_x & \hat{a}_y & \hat{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = \frac{-1}{\mu_0} \begin{vmatrix} \frac{\partial E_z}{\partial y} & -\frac{\partial E_y}{\partial z} \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} & -\frac{\partial E_z}{\partial x} \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} & -\frac{\partial E_x}{\partial y} \end{vmatrix}$$
(3.11)

şeklinde elde edilir. Bu denklemler daha da basitleştirilerek bir boyuta indirgendiğinde elektrik alan enine salınım yapar ve z yönünde ilerler ($E_y=0$). Elektrik alan ile manyetik alan birbirine dik olarak hareket eder ve nokta çarpımları sıfır olur.

Bu durum aşağıdaki gibi görselleştirilebilir.



Şekil 3.1. Ex ve Hy'nin uzayda birbirine göre konumları [32]

Böylece, Eş. 3.10 ve Eş. 3.11, bir boyutlu simülasyon için şu şekilde yazılabilir.

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = -\frac{1}{\varepsilon_0} \frac{\partial H_y}{\partial z}$$
(3.12)

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial E_x}{\partial z}$$
(3.13)

Geçici ve uzaysal türevlerin her ikisi ile beraber merkezi farklar yaklaşımı kullanılarak aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$\frac{E_x^{n+\frac{1}{2}}(k) - E_x^{n-\frac{1}{2}}(k)}{\Delta t} = -\frac{1}{\varepsilon_0} \frac{H_y^n(k+1/2) - H_y^n(k-1/2)}{\Delta x}$$
(3.14)

$$\frac{H_{y}^{n+1}(k+1/2) - H_{y}^{n}(k+1/2)}{\Delta t} = -\frac{1}{\mu_{0}} \frac{E_{x}^{n+\frac{1}{2}}(k+1) - E_{x}^{n+\frac{1}{2}}(k)}{\Delta x}$$
(3.15)

Burada *n* zaman belirtir ve $t = \Delta t. n$ şeklinde ifade edilir, n + 1 terimi bir sonraki zaman adımını ifade eder, *k* mesafeyi belirtir. Bununla birlikte uzaysal artışlarda genellikle Δx kullanılır. Eş. 3.14 ve Eş. 3.15, E ve H alanlarının mesafeyle ve zamana bağlı olarak birbirinden ayrıldığını farz eder. E alan değerleri arasına yerleştirilmiş olarak kabul edilen H alan değerlerini göstermek için k + 1/2 ve k - 1/2 ifadeleri kullanılır (Şekil 3.2). Benzer olarak n + 1/2 ve n - 1/2 ifadeleri de sırasıyla n'den önceki ve n' den sonraki değerleri gösterir. Eş. 3.14 ve Eş. 3.15 iterasyonla oluşturulan bir algoritmayla yeniden düzenlenebilir.



Şekil 3.2. FDTD döngüsünde elektrik, manyetik alanların hesaplama sıralaması [32]

Bundan sonraki hesaplamalar bir elektrik alan bir manyetik alan olarak devam eder.

$$E_x^{n+\frac{1}{2}}(k) = E_x^{n-\frac{1}{2}}(k) - \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \Delta x} \Big[H_y^n(k+1/2) - H_y^n(k-1/2) \Big]$$
(3.16)

$$H_{y}^{n+1}\left(k+\frac{1}{2}\right) = H_{y}^{n}\left(k+\frac{1}{2}\right) - \frac{\Delta t}{\mu_{0}\Delta x} \left[E_{x}^{n+\frac{1}{2}}\left(k+1\right) - E_{x}^{n+\frac{1}{2}}\left(k\right)\right]$$
(3.17)

Hesaplamalar zaman ve mesafe olarak birbirinden ayrılmıştır. Örneğin Eş. 3.16'da E_x 'in yeni değeri önceki E_x değerinden ve H_y 'nin son değerlerinden hesaplanır. Bu zamanda sonlu farklar yönteminin temel paradigmasıdır. Eş. 3.16 ve Eş. 3.17 birbirine çok benzerdir, fakat buradaki fark ε_0 ve μ_0 'ın genlik değerinde oluşturduğu farktır, dolayısıyla E_x ve H_y genlik yönünden farklı olacaktır.



Şekil 3.3. Hesaplama yapılan hücrelerde elektrik ve manyetik alan gösterimi [32]

Bu nedenle aşağıdaki değişiklik yapılır.

$$\tilde{E} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\vec{E}$$
(3.18)

Burada \tilde{E} normalize elektrik alan değeridir.

$$\tilde{E}_{x}^{n+\frac{1}{2}}(k) = \tilde{E}_{x}^{n-\frac{1}{2}}(k) - \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_{0}\mu_{0}}} \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[H_{y}^{n}(k+1/2) - H_{y}^{n}(k-1/2) \right]$$
(3.19)

$$H_{y}^{n+1}\left(k+\frac{1}{2}\right) = H_{y}^{n}\left(k+\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_{0}\mu_{0}}}\frac{\Delta t}{\Delta x}\left[\tilde{E}_{x}^{n+\frac{1}{2}}(k+1) - \tilde{E}_{x}^{n+\frac{1}{2}}(k)\right]$$
(3.20)

Böylece Maxwell denklemlerinden ikisi bir boyuta indirgenip sonlu farklar uygulanarak son şekillerini alırlar. Bundan sonraki kısımda önceden belirtilen kurallara uyularak simülasyonlar başlatılabilir. Hücre boyutu Δx seçildiğinde zaman adımı Δt hesaplanabilir.

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{2c_0} \tag{3.21}$$

Burada c_o ışığın hızıdır. Böylece;

$$\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}\frac{\Delta t}{\Delta x} = c_0 \frac{\Delta x/2c_0}{\Delta x} = \frac{1}{2}$$
(3.22)

olur. Son olarak denklemler bilgisayar koduna aşağıdaki gibi çevrilir [35].

$$ex(k) = ex(k) + 0.5 * hy(k-1) - hy(k)$$
(3.23)

$$hy(k) = hy(k) + 0.5(ex(k) - ex(k+1))$$
(3.24)

Denklemlerde; n, (n + 1/2) ve (n - 1/2) ifadeleri bulunmadığına dikkat edilmelidir. Eş. 3.23'te eşitliğin sağ tarafındaki E_x değeri, n - 1/2 anındaki önceki E_x değerini, sol taraftaki E_x değeri ise n + 1/2 anındaki son E_x değerini gösterir. Bununla beraber pozisyonlar açıkça belirtilmiştir. Tek fark program içinde gösterilimde (k + 1/2) ve (k - 1/2) yerine k ve (k - 1) kullanılmasıdır [35].

Bir boyutta soğurulma sınır şartları

Soğurulma sınır şartları problem uzayına yansıyan E ve H alanlarının hesabi için gereklidir. E alanının hesaplanmasında etrafindaki tüm H alanlarının değerlerinin bilinmesine ihtiyaç duyulur. Bu FDTD yönteminde temel kabuldür. Problem uzayının sınırlarında sadece kaynaktan sınıra yayılan alanlar olmayacak, sınırdan yansıyan alanlar da olacaktır. Bununla birlikte problem uzayı dışında hiçbir kaynak olmadığını bilmek gibi bir avantaj bulunur. Bu yüzden sınırdaki alanlar dışarı doğru yayılmalıdır. Sınır noktasına ulaşan alanları sınırdaki değerlere bağlı olarak hesaplamak için bu iki durum kullanılır [21].

k = 0 durumunu taşıyan sınır koşulu incelendiğinde, bir dalga serbest uzayda sınıra doğru ilerliyorsa bu dalganın hızı c_o 'dır, yani FDTD algoritmasında bir zaman adımında dalga;

$$mesafe = c_0 \times \Delta t = c_0 \cdot \frac{\Delta x}{2c_0} = \frac{\Delta x}{2}$$
(3.25)

kadar ilerler. Bu denklem bir dalganın bir hücreyi geçmesinin iki zaman adımı alacağını gösterir, yani sınır şartlarının $E_x^n(0) = E_x^{n-2}(1)$ olabileceği ortak bir yaklaşım olarak kabul edilebilir. Bunu geliştirmek kolaydır. Temel olarak 2 zaman adımı için Ex(1)'de bir değer depolanır ve daha sonra bu Ex(0)'da yerine konulur. Bu haliyle merkeze yerleştirilen darbe dışarıya doğru yayılır ve problem uzayında geriye yansıma olmadan emilir [35].

Dalganın dielektrik bir ortamda ilerlemesi

Dielektrik sabiti birden farklı olan, yani boşluk olmayan bir ortamdaki yayılımın

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = -\frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \nabla \times \vec{H}$$
(3.26)

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \vec{E}$$
(3.27)

simülasyonunu gerçekleştirebilmek için öncelikle bağıl dielektrik sabiti ε_r Maxwell denklemlerine ilave edilir. Bir boyutlu simülasyon için yeniden normalize edilerek yazılıp sonlu farklar yaklaşımı kullanılırsa,

$$\frac{\tilde{E}_{x}^{n+\frac{1}{2}}(k) - \tilde{E}_{x}^{n-\frac{1}{2}}(k)}{\Delta t} = -\frac{1}{\varepsilon_{r}\sqrt{\varepsilon_{0}\mu_{0}}} \frac{H_{y}^{n}(k+1/2) - H_{y}^{n}(k-1/2)}{\Delta x}$$
(3.28)

$$\frac{H_{y}^{n+1}\left(k+\frac{1}{2}\right) - H_{y}^{n}\left(k+\frac{1}{2}\right)}{\Delta t} = -\frac{1}{\mu_{0}} \frac{\tilde{E}_{x}^{n+\frac{1}{2}}(k+1) - \tilde{E}_{x}^{n+\frac{1}{2}}(k)}{\Delta x}$$
(3.29)

eşitliği elde edilir. Denklem düzenlenir ve (normalize elektrik alan kullanıldığında) $\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}\frac{\Delta t}{\Delta x} = 1/2 \text{ olduğu göz önünde bulundurularak Eş. 3.28'e uygulanırsa,}$

$$\tilde{E}_{x}^{n+\frac{1}{2}}(k) = \tilde{E}_{x}^{n-\frac{1}{2}}(k) - \frac{1}{2\varepsilon_{r}} \Big[H_{y}^{n}(k+1/2) - H_{y}^{n}(k-1/2) \Big]$$
(3.30)

$$H_{y}^{n+1}\left(k+\frac{1}{2}\right) = H_{y}^{n}\left(k+\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2}\left[\tilde{E}_{x}^{n+\frac{1}{2}}\left(k+1\right) - \tilde{E}_{x}^{n+\frac{1}{2}}\left(k\right)\right]$$
(3.31)

elde edilir. Dielektrik ortamın boşluktan farkının sadece ε_r 'nin bölümünde olduğu görülür: ε_r büyüklüğü kadar dalga yansır ya da geçer.

Örnek Matlab kodu aşağıdaki gibi olacaktır [35]:

$$ex(k) = ex(k) + cb(k) * (hy(k-1) - hy(k))$$
(3.32)

$$hy(k) = hy(k) + 0.5(ex(k) - ex(k+1))$$
(3.33)

$$cb(k) = 0.5/epsilon \tag{3.34}$$

Burada cb(k), dielektrik malzemenin özelliğini belirtmektedir.



Şekil 3.4. Dalganın dielektrik ortama çarpması [32]

Şekil 3.4.'te öncelikle boşlukta hareket eden darbe belli bir konumdan sonra dielektrik maddeye çarpmaktadır. Daha sonra tekrar serbest uzaya geçmektedir. Burada elektromanyetik teorinin temel prensiplerine göre darbenin bir kısmı ortam içerisinde ilerlerken bir kısmı da geri yansır. Ortam bitiş noktasında düzlem dalganın bir kısmı tekrar serbest uzayda yoluna devam ederken bir kısmı yine dielektrik ortam içinde geriye doğru yansır. Düzlem dalga sönümleninceye kadar bu şekilde devam eder [36].

Kayıplı dielektrik ortamda simülasyon

Bu bölüme kadar olan bağıntılar, bağıl dielektrik sabiti ε_r 'nin belirtildiği basit bir ortamın ya da serbest uzaydaki elektromanyetik yayılımın eşitliklerini verir. Bununla birlikte, birçok ortam iletkenlik olarak belirtilen bir kayıp terimine sahiptir. Bu kayıp sonucunda yayılan enerjide zayıflama meydana gelir. Önce zamana bağlı Maxwell'in rotasyonel denklemleri ele alınıp, bunlar, iletkenliği olan bir ortamdaki yayılımı simüle etmek için daha genel bir formda yazılmalıdır [35].

$$\varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \nabla \times \vec{H} - \vec{J} \tag{3.35}$$

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \vec{E}$$
(3.36)

J, burada akım yoğunluğu olup aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\vec{J} = \sigma.\vec{E} \tag{3.37}$$

Burada σ , iletkenliktir. \vec{J} , Eş. 3.35'te yerine konup dielektrik sabitine bölünürse,

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon_r \varepsilon_0} \nabla \times \vec{H} - \frac{\sigma}{\varepsilon_r \varepsilon_0} \vec{E}$$
(3.38)

bulunur. Buradan bir boyutlu eşitliğe dönüştürülürse,

$$\frac{\partial E_x(t)}{\partial t} = -\frac{1}{\varepsilon_r \varepsilon_0} \frac{\partial H_y(t)}{\partial z} - \frac{\sigma}{\varepsilon_r \varepsilon_0} E_x(t)$$
(3.39)

elde edilir ve değişken dönüşümü yapılır:

$$\frac{\partial \tilde{E}_{\chi}(t)}{\partial t} = -\frac{1}{\varepsilon_r \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \frac{\partial H_{\mathcal{Y}}(t)}{\partial z} - \frac{\sigma}{\varepsilon_r \varepsilon_0} \tilde{E}_{\chi}(t)$$
(3.40)

$$\frac{\partial H_{\mathcal{Y}}(t)}{\partial t} = -\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \frac{\partial \tilde{E}_{\mathcal{X}}(t)}{\partial z}$$
(3.41)

Sonraki adımda sonlu farklar yaklaşımının konum ve zamana bağlı türevlerinin her ikisi için de,

$$\frac{\tilde{E}_{x}^{n+\frac{1}{2}}(k) - \tilde{E}_{x}^{n-\frac{1}{2}}(k)}{\Delta t} = -\frac{1}{\varepsilon_{r}\sqrt{\varepsilon_{0}\mu_{0}}} \frac{H_{y}^{n}(k+1/2) - H_{y}^{n}(k-1/2)}{\Delta x} - \frac{\sigma}{\varepsilon_{r}\varepsilon_{0}} \frac{\tilde{E}_{x}^{n+\frac{1}{2}}(k) + \tilde{E}_{x}^{n-\frac{1}{2}}(k)}{2}$$
(3.42)

elde edilir. Son terim iki zaman adımının ortalamasına benzer. Daha önce elde edilen $\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}\frac{\Delta t}{\Delta x} = 1/2 \text{ denklemi kullanılarak,}$

$$\tilde{E}_{x}^{n+\frac{1}{2}}(k) = \frac{1 - \frac{\Delta t.\sigma}{2\varepsilon_{F}\varepsilon_{0}}}{1 + \frac{\Delta t.\sigma}{2\varepsilon_{F}\varepsilon_{0}}} \tilde{E}_{x}^{n-\frac{1}{2}}(k) - \frac{1/2}{\varepsilon_{F}\cdot(1 + \frac{\Delta t.\sigma}{2\varepsilon_{F}\varepsilon_{0}})} \Big[H_{y}^{n}(k+1/2) - H_{y}^{n}(k-1/2) \Big]$$
(3.43)

elde edilir. Bu denklemler için örnek bilgisayar kodları;

$$ex(k) = ca(k) * ex(k) + cb(k) * (hy(k-1) - hy(k))$$
(3.44)

$$hy(k) = hy(k) + 0.5(ex(k) - ex(k+1))$$
(3.45)

$$eaf = dt * sigma/(2 * epsz * epsilon)$$
(3.46)

$$ca(k) = (1 - eaf)/(1 + eaf)$$
 (3.47)

$$cb(k) = 0.5/(epsilon * (1 + eaf))$$
 (3.48)

şeklindedir.

Akı yoğunluğunu kullanarak bir boyutlu simülasyon

Frekansa bağlı materyaller için Maxwell denklemlerinde elektrik alan yerine akı yoğunluğunu kullanmak daha avantajlıdır [35]. Daha genel ifadeyle denklemler;

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \nabla \times \vec{H} \tag{3.49}$$

$$\vec{D}(\omega) = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r^* \cdot \vec{E}(\omega) \tag{3.50}$$

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \vec{E}$$
(3.51)

şeklinde yazılır. Burada Eş. 3.50'nin frekans bölgesinde yazılmış olmasına dikkat edilmelidir. ε_r^* , kayıplı bir ortam için dielektrik sabitidir. Normalize E ve D alan ifadeleri;

$$\tilde{E} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}.\vec{E}$$
(3.52)

$$\widetilde{D} = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0}}.\vec{D}$$
(3.53)

şeklindedir. Eş. 3.49, Eş. 3.50 ve Eş. 3.51.;

$$\frac{\partial \tilde{D}}{\partial t} = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0}} \nabla \times \vec{H}$$
(3.54)

$$\widetilde{D}(\omega) = \varepsilon_r^*(\omega).\widetilde{E}(\omega) \tag{3.55}$$

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\sqrt{\frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0}} \nabla \times \tilde{E}$$
(3.56)

şekline dönüşürler. Eş. 3.54 ve Eş.3.56, Eş. 3.19 ve Eş. 3.20'de belirtilen FDTD eşitliklerine benzemektedir. Tek değişen E yerine D kullanılmasıdır. Burada Eş. 3.55'i FDTD'de uygulamak için zaman bölgesine taşımak gereklidir. Başlangıç olarak kayıplı dielektrik bir ortam ele alınırsa [35];

$$\varepsilon_r^*(\omega) = \varepsilon_r + \frac{\sigma}{j\omega\varepsilon_0} \tag{3.57}$$

ve Eş. 3.55'te kullanılırsa;

$$\widetilde{D}(\omega) = \varepsilon_r . \widetilde{E}(\omega) + \frac{\sigma}{j\omega\varepsilon_0} \widetilde{E}(\omega)$$
(3.58)

elde edilir. Birinci terim çarpım işlemi olduğu için zaman bölgesinde yazmak oldukça kolaydır. İkinci terimde bulunan frekans bölgesindeki $1/j\omega$ terimi zaman bölgesinde integral alma işlemine denk gelir.

$$\widetilde{D}(t) = \varepsilon_r . \widetilde{E}(t) + \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \int_0^t \widetilde{E}(t') . dt'$$
(3.59)

Bu adımdan sonra ayrık zaman bölgesine geçilirse integral işlemi Δt zaman adımları boyunca toplama işlemine dönüşecektir.

$$\widetilde{D}^n = \varepsilon_r . \, \widetilde{E}^n + \frac{\sigma \Delta t}{\varepsilon_0} \sum_{i=0}^n \widetilde{E}^i$$
(3.60)

İntegral işlemindeki t zamanı toplama işleminde $t = n.\Delta t$ şeklinde ifade edilir. Burada \tilde{E} ve \tilde{D} , $n.\Delta t$ zaman adımlarında tanımlanmıştır. Verilen \tilde{D}^n için \tilde{E}^n 'in bulunması gerekir.

$$\widetilde{D}^n = \varepsilon_r . \widetilde{E}^n + \frac{\sigma \Delta t}{\varepsilon_0} \widetilde{E}^n + \frac{\sigma \Delta t}{\varepsilon_0} \sum_{i=0}^{n-1} \widetilde{E}^i$$
(3.61)

$$\tilde{E}^{n} = \frac{\tilde{D}^{n} - \frac{\sigma \Delta t}{\varepsilon_{0}} \Sigma_{i=0}^{n-1} \tilde{E}^{i}}{\varepsilon_{r} + \frac{\sigma \Delta t}{\varepsilon_{0}}}$$
(3.62)

Eş. 3.62'den de görüldüğü gibi \tilde{E}^n , *n* zaman adımındaki \tilde{D}^n ve \tilde{E}^n 'in önceki değerleri ile bulunur. Burada;

$$I^n = \frac{\sigma \Delta t}{\varepsilon_0} \sum_{i=0}^n \tilde{E}^i$$
(3.63)

şeklinde yazılıp Eş. 3.62 yeniden formüle edilir:

$$\tilde{E}^n = \frac{\tilde{D}^n - I^{n-1}}{\varepsilon_r + \frac{\sigma \Delta t}{\varepsilon_0}}$$
(3.64)

$$I^n = I^{n-1} + \frac{\sigma \Delta t}{\varepsilon_0} \tilde{E}^n \tag{3.65}$$

Örnek FDTD kodları:

$$dx(k) = dx(k) + 0.5 * (hy(k-1) - hy(k))$$
(3.66)

$$ex(k) = gax(k) * (dx(k) - ix(k))$$
(3.67)

$$ix(k) = ix(k) + gbx(k) * ex(k)$$
 (3.68)

$$hy(k) = hy(k) + 0.5 * (ex(k) - ex(k+1))$$
(3.69)

$$gax(k) = 1/(epsilon + sigma * dt/epsz)$$
(3.70)

$$gbx(k) = sigma * dt/epsz$$
 (3.71)

şeklindedir. Burada gax(k) ve gbx(k) terimleri ortamlara ait özellikleri vermektedir. Serbest uzay için gax=1 ve gbx=0'dır. Kayıplı ortam için gax(k) ve gbx(k) değerleri Eş. 3.70 ve Eş. 3.71'e göre hesaplanır. Kısmi türevlerin olduğu Eş. 3.66 ve Eş. 3.69 ortamın özelliklerine göre değişmemektedir. k noktasındaki ex(k) değeri hesaplanırken elektrik alanın önceki değerleri ve akı yoğunluğunun o andaki değeri dikkate alınır. Söz konusu FDTD formülleri daha karışık malzemeler için simülasyon yapıldığında büyük avantaj sağlar [35].

Frekansa bağlı ortamda simülasyon

Bütün ortamların dielektrik sabiti ve iletkenlikleri farklı frekanslarda farklı değerler alırlar. Frekansa bağımlı ortamın dielektrik sabiti ve iletkenliği cinsinden ifadesi [35];

$$\varepsilon_r^*(\omega) = \varepsilon_r + \frac{\sigma}{j\omega\varepsilon_0} + \frac{X_1}{1+j\omega t_0}$$
(3.72)

şeklinde olup Debye Formülasyonu olarak adlandırılmaktadır. Bu ortamı FDTD'de simüle etmek için formül ayrık zaman bölgesine dönüştürülür.

$$S(\omega) = \frac{X_1}{1 + j\omega t_0} \tilde{E}(\omega)$$
(3.73)

Debye teriminin ters Fourier dönüşümü $(X_1/t_0)e^{-(\frac{t}{t_0})}u(t)$ şeklindedir. Burada u(t) FDTD'de uygulanabilmesi için nedensel fonksiyon olmak durumundadır (t < 0 için sıfır değerini alan fonksiyon). Eş. 3.73'te ifade edilen frekans bölgesi zaman bölgesinde konvolüsyon işlemi anlamına gelmektedir.

$$S(t) = \frac{X_1}{t_0} \int_0^t e^{-\frac{t'-t}{t_0}} \tilde{E}(t') \, dt'$$
(3.74)

Bu eşitliğin ayrık zaman bölgesinde karşılığı;

$$S^{n} = \frac{X_{1}\Delta t}{t_{0}} \sum_{i=0}^{n} e^{-\Delta t(n-i)/t_{0}} \tilde{E}^{i} = \frac{X_{1}\Delta t}{t_{0}} \left(\tilde{E}^{n} + \sum_{i=0}^{n-1} e^{-\Delta t(n-i)/t_{0}} \tilde{E}^{i} \right)$$
(3.75)

ile ifade edilir.

$$S^{n-1} = \frac{X_1 \Delta t}{t_0} \sum_{i=0}^{n-1} e^{-\Delta t (n-1-i)/t_0} \tilde{E}^i = \frac{X_1 \Delta t}{t_0} e^{\Delta t/t_0} \sum_{i=0}^{n-1} e^{-\Delta t (n-i)/t_0} \tilde{E}^i$$
(3.76)

olarak yazıldığında

$$S^{n} = \frac{X_{1}\Delta t}{t_{0}}\tilde{E}^{n} + e^{-\Delta t/t_{0}}S^{n-1}$$
(3.77)

haline gelir. Kayıplı ortam için yazılan denkleme benzer şekilde;

$$\widetilde{D}^n = \varepsilon_r. \widetilde{E}^n + I^n + S^n \tag{3.78}$$

$$\widetilde{D}^{n} = \varepsilon_{r}.\widetilde{E}^{n} + \left[\frac{\sigma\Delta t}{\varepsilon_{0}}\widetilde{E}^{n} + I^{n-1}\right] + \left[\frac{X_{1}\Delta t}{t_{0}}\widetilde{E}^{n} + e^{-\Delta t/t_{0}}S^{n-1}\right]$$
(3.79)

yazılır ve \tilde{E}^n çözülür.

$$\tilde{E}^{n} = \frac{\tilde{D}^{n} - I^{n-1} - e^{-\Delta t/t_0} S^{n-1}}{\varepsilon_r + \frac{\sigma \Delta t}{\varepsilon_0} + \frac{X_1 \Delta t}{t_0}}$$
(3.80)

$$I^{n} = I^{n-1} + \frac{\sigma \Delta t}{\varepsilon_{0}} \tilde{E}^{n}$$
(3.81)

$$S^{n} = \frac{X_{1}\Delta t}{t_{0}}\tilde{E}^{n} + e^{-\Delta t/t_{0}}S^{n-1}$$
(3.82)

Eş. 3.78- Eş. 3.82 formüllerinin örnek bilgisayar kodları:

$$dx(k) = dx(k) + 0.5 * (hy(k-1) - hy(k))$$
(3.83)

$$ex(k) = gax(k) * (dx(k) - ix(k) - del_exp * sx(k))$$
(3.84)

$$ix(k) = ix(k) + gbx(k) * ex(k)$$
 (3.85)

$$sx(k) = del_exp * sx(k) + gcx(k) * ex(k)$$
(3.86)

$$hy(k) = hy(k) + 0.5 * (ex(k) - ex(k+1))$$
(3.87)

$$gax(k) = 1/(epsilon + sigma * \frac{dt}{epsz} + X * dt/t_0)$$
(3.88)

$$gbx(k) = sigma * dt/epsz \tag{3.89}$$

$$gcx(k) = X * dt/t_0 \tag{3.90}$$

$$del_exp = \exp\left(-dt/t_0\right) \tag{3.91}$$

şeklinde verilir. Burada yine dikkat edilmesi gereken husus ortama ait özelliklerin Eş. 3.84, Eş. 3.85 ve Eş. 3.86'da yer almış olmasıdır. Eş. 3.83 ve Eş. 3.87'de, akı yoğunluğu ve manyetik alan denklemleri ortama göre değişmemektedir.

Z- dönüşümü ile formülasyon

Frekansa bağlı ortamın FDTD formülasyonu için Z dönüşümünü kullanmak oldukça avantajlıdır [37]. Örneğin, Z dönüşümü kullanılarak;

$$\widetilde{D}(\omega) = \left(\varepsilon_r + \frac{\sigma}{j\omega\varepsilon_0} + \frac{X_1}{1+j\omega t_0}\right) \cdot \widetilde{E}(\omega)$$
(3.92)

formülünde frekans bölgesinden zaman bölgesine geçerken konvolüsyon integralleri ile hesap yapma zorunluluğu ortadan kalkmaktadır.

$$\widetilde{D}(z) = \varepsilon_r . \widetilde{E}(z) + \left[\frac{\frac{\sigma \Delta t}{\varepsilon_0}}{1 - z^{-1}} \widetilde{E}(z)\right] + \left[\frac{X_1 \Delta t / t_0}{1 - e^{-\Delta t / t_0} z^{-1}} \widetilde{E}(z)\right]$$
(3.93)

Burada dikkat edilmesi gereken husus, Eş. 3.93'te zaman bölgesine Z dönüşümü uygulandığında son iki terimde Δt faktörünün eklenmesi gerektiğidir.

$$I(z) = \left[\frac{\frac{\sigma\Delta t}{\varepsilon_0}}{1-z^{-1}}\tilde{E}(z)\right] = z^{-1}I(z) + \frac{\sigma\Delta t}{\varepsilon_0}\tilde{E}(z)$$
(3.94)

$$S(z) = \left[\frac{X_1 \Delta t/t_0}{1 - e^{-\Delta t/t_0} z^{-1}} \tilde{E}(z)\right] = e^{-\frac{\Delta t}{t_0} z^{-1}} S(z) + X_1 \Delta t/t_0 \tilde{E}(z)$$
(3.95)

şeklinde yazılırsa Eş. 3.93 ;

$$\widetilde{D}(z) = \varepsilon_r \cdot \widetilde{E}(z) + z^{-1}I(z) + \frac{\sigma\Delta t}{\varepsilon_0} \widetilde{E}(z) + e^{-\frac{\Delta t}{t_0}} z^{-1}S(z) + X_1 \Delta t / t_0 \widetilde{E}(z)$$
(3.96)

haline gelir. $\tilde{E}(z)$ aşağıdaki şekilde yazılır.

$$\tilde{E}(z) = \frac{\tilde{D}(z) - z^{-1}I(z) - e^{-\Delta t/t_0} z^{-1}S(z)}{\varepsilon_r + \frac{\sigma\Delta t}{\varepsilon_0} + X_1 \Delta t/t_0}$$
(3.97)

Z-dönüşümünün avantajı burada ortaya çıkmaktadır. $\tilde{E}(z)$ yerine $\tilde{E}^n, z^{-1}\tilde{E}(z)$ yerine \tilde{E}^{n-1} yazılarak, diğer parametreler için benzer değişimler yapılarak ayrık zaman bölgesi elde edilmiş olur.

$$\tilde{E}^n = \frac{\tilde{D}^n - I^{n-1} - e^{-\frac{\Delta t}{t_0}S^{n-1}}}{\varepsilon_r + \frac{\sigma\Delta t}{\varepsilon_0} + X_1 \Delta t / t_0}$$
(3.98)

$$I^n = I^{n-1} + \frac{\sigma \Delta t}{\varepsilon_0} \tilde{E}^n \tag{3.99}$$

$$S^{n} = e^{-\frac{\Delta t}{t_{0}}}S^{n-1} + X_{1}\Delta t/t_{0}\tilde{E}^{n}$$
(3.100)

3.2.2. İki boyutlu simülasyon

FDTD formülasyonu üç boyutlu vektör olan iki gruptan biri olan TM modunda incelenmiştir.

1) Enine manyetik (TM) modu: E_z , H_x , ve H_y den oluşur (iki manyetik alan bileşeni var).

2) Enine elektrik (TE) modu: E_x, E_y, ve H_z den oluşur (iki elektrik alan bileşeni var).

Eş. 3.49, Eş. 3.50, Eş. 3.51 iki boyutlu simülasyonda TM modunda tekrar yazılırsa;

$$\frac{\partial \tilde{D}_Z}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right)$$
(3.101)

$$\widetilde{D}_{z}(\omega) = \varepsilon_{r}^{*}(\omega).\,\widetilde{E}_{z}(\omega) \tag{3.102}$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = -\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \frac{\partial \tilde{E}_Z}{\partial y}$$
(3.103)

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \frac{\partial \tilde{E}_Z}{\partial x}$$
(3.104)

elde edilir. Maxwell denklemlerinin sıfır olmayan bileşenleri yukarıdaki gibi yazılıp denklemleri sonlu farklara uyarlanırsa [19],

$$\frac{\bar{\mathcal{D}}_{z}^{n+\frac{1}{2}}(i,j)-\bar{\mathcal{D}}_{z}^{n-\frac{1}{2}}(i,j)}{\Delta t} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_{0}\mu_{0}}} \left(\frac{H_{y}^{n}(i+1/2,j)-H_{y}^{n}(i-1/2,j)}{\Delta x}\right) - \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_{0}\mu_{0}}} \left(\frac{H_{x}^{n}(i,j+1/2)-H_{x}^{n}(i,j-1/2)}{\Delta y}\right)$$
(3.105)

$$\frac{H_x^{n+1}(i,j+1/2) - H_x^n(i,j+1/2)}{\Delta t} = -\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \frac{\tilde{E}_z^{n+\frac{1}{2}}(i,j+1) - \tilde{E}_z^{n+\frac{1}{2}}(i,j)}{\Delta y}$$
(3.106)

$$\frac{H_y^{n+1}(i+1/2,j) - H_y^n(i+1/2,j)}{\Delta t} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \frac{\tilde{E}_z^{n+\frac{1}{2}}(i+1,j) - \tilde{E}_z^{n+\frac{1}{2}}(i,j)}{\Delta x}$$
(3.107)

elde edilir. Bu eşitlikler yeniden düzenlenirse örnek bilgisayar kodları;

$$dz(i,j) = dz(i,j) + 0.5 * [hy(i,j) - hy(i-1,j) - hx(i,j) + hx(i,j-1)]$$
(3.108)

$$ez(i,j) = gaz(i,j) * (dz(i,j) - iz(i,j))$$
(3.109)

$$iz(i,j) = iz(i,j) + gbz(i,j) * ez(i,j)$$
 (3.110)

$$hx(i,j) = hx(i,j) + 0.5 * (ez(i,j) - ez(i,j+1))$$
(3.111)

$$hy(i,j) = hy(i,j) + 0.5 * (ez(i+1,j) - ez(i,j))$$
(3.112)

şeklinde elde edilir.

3.2.3. Yee hücresi

Üç boyutlu (3D) problemlerde uzaydaki ayrıklaştırma, Şekil 3.5'te gösterildiği gibi, Yee tarafından önerilen birim hücre kullanılarak gerçekleştirilmektedir.



Şekil 3.5. 3D bir yapıda Yee birim hücrelerinin yerleşimi [5]

Yee hücresi incelendiği zaman da açık olarak görülmektedir ki, her hücrede üç elektrik alan E_x^n, E_y^n, E_z^n ve üç manyetik alan bileşeni H_x^n, H_y^n, H_z^n vardır ve hücre numarası (i,j,k) olarak adlandırılmaktadır. i, x- ekseninde; j, y-ekseninde; k ise z- ekseninde hücrenin kaçıncı hücre olduğunu belirten indislerdir.

Elektrik alan ve manyetik alan bileşenleri aynı hücre içinde aynı indislerle isimlendirilirler. Örnek olarak, elektrik alanın x-bileşeni $E_x(i, j, k)$ ile manyetik alanın y- bileşeni $H_y(i, j, k)$ 'nın indisleri aynı hücrede olmalarından dolayı aynıdır, ancak hücre içindeki konumları aynı değildir. Bir hücrede elektrik alan bileşenleri hücrenin soldaki üç kenarın ortalarında, manyetik alan bileşenleri ise yine soldaki üç yüzeyin ortalarında tanımlanırlar.

Elektrik ve manyetik alan bileşenleri hücre içerisinde farklı konumda olmalarının yanı sıra zamanda da aralarında $\Delta t/2$ kadar fark vardır. Örneğin; $t = 0, \Delta t, 2\Delta t, ...$ anlarında elektrik alan bileşenleri hesaplanırken, $t = \Delta t/2, 3\Delta t/2, ...$ anlarında manyetik alanlar hesaplanmaktadır.

FDTD uzayında herhangi bir noktadaki alan bileşenleri komşu hücrelerdeki alan bileşenlerinin aritmetik ortalaması alınarak hesaplanabilir. Örnek olarak (i, j, k) hücresinin merkezindeki E_z bileşenini hesaplamak için bilgisayar koduyla,

$$E_{Z}^{n}(i,j,k) = \frac{E_{Z}^{n}(i,j,k) + E_{Z}^{n}(i+1,j,k) + E_{Z}^{n}(i,j+1,k) + E_{Z}^{n}(i+1,j+1,k)}{4}$$
(3.113)

işleminin gerçekleştirilmesi gerekmektedir.

Birim hücrede alt yüzeye (örneğin yz düzlemine) iletken plaka yerleştirip modellemek için Şekil 3.6'daki dört noktanın σ değerini sonsuz almak yeterlidir. Ancak, sayısal hesaplamalarda $\sigma \rightarrow \infty$ ifadesinin kullanımı pratik olmayacağı için σ değerini sonsuz almak yerine elektrik alanın düzleme teğet bileşenleri sıfır alınır. Benzer şekilde (*i*, *j*, *k*) hücresinde aynı iletken tabaka hücre ortasına yerleştirilmek istenirse (Şekil 3.7) bu kez ilgili dört düğüm elekrik alanın x-bileşeni düğümleri olacaktır.



Şekil 3.6. Birim hücrede alt yüzeye iletken plaka yerleştirmek için kullanılan elektrik alan bileşenleri [5]



Şekil.3.7. Birim hücrede ortadaki yüzeye iletken plaka yerleştirmek için kullanılan elektrik alan bileşenleri [5]

Birim hücrede üç elektrik alan bileşeni farklı noktalarda tanımlandığı için sonsuz ince tabakaların simülasyonunu yapmak mümkündür. Benzer şekilde sonsuz ince çizgisel elemanlar da modellenebilir. Örneğin z-ekseni boyunca (i, j, k) hücresinden başlayarak 4 hücre boyunda $(l = 4\Delta z)$ bir ince anten yerleştirmek için (i, j, k)(i, j, k + 1) (i, j, k + 2)(i, j, k + 3) hücrelerindeki E_z bileşenlerinin olduğu noktalarda $\sigma \rightarrow \infty$ yapmak yeterlidir. Sayısal hesaplamada bu, zaman simülasyonu boyunca $E_z(i, j, k) = E_z(i, j, k + 1) = E_z(i, j, k + 2) = E_z(i, j, k + 3) = 0$ alınarak sağlanabilir.

FDTD uzayının herhangi bir noktasında E(t), H(t) zaman değişimini elde etmek mümkündür. Bunun için zaman iterasyonu boyunca hesaplanan (V/m) olarak elektrik ve (A/m) olarak manyetik alan değerlerinin ilgili noktada biriktirilmesi yeterlidir. Bu sayede, yapının geçici ve sürekli zaman davranışı gözlenebilir. Zaman davranışı elde edildikten sonra Fourier dönüşümünden faydalanılarak E(f), H(f) frakans davranışı çıkarılabilir.

FDTD uzayında kaynak uygulama oldukça kolaydır. Öncelikle analizi yapılacak yapıya ve gerçekleştirilecek analiz çeşidine uygun kaynak ve uygulama noktası seçilmelidir. Kaynak tek bir bileşene tek bir noktada uygulanabileceği gibi, birden fazla noktada ve/veya birden fazla bileşene de uygulanabilir. FDTD simülasyonunda

hem sinüzoidal hem de darbesel kaynaklar modellenebilir. Örnek olarak (i, j, k)hücresinde $K_z(t)$ kaynağı için,

$$E_z(i,j,k) = E_z(i,j,k) + K_z(n,\Delta t)/\Delta z$$
(3.114)

yazmak yeterlidir. Burada genliği V_0 , frekansı f_0 olan kaynak için

$$K_z(n,\Delta t) = V_0 \sin\left(2\pi f_o n\Delta t\right) \tag{3.115}$$

yazılabilir. Zamanda T_0 kadar bir öteleme uygulanmak istenirse kaynak tanımı

$$K_z(n,\Delta t) = V_0 e^{-(n\Delta - T_0^2)/T^2}$$
(3.116)

şeklinde yapılmalıdır.

FDTD uzayında yüzbinlerce hücrede zaman iterasyonu boyunca elektrik ve manyetik alan bileşenleri hesaplanır. Bu değerler kullanılarak herhangi bir noktadaki gerilim veya akımı hesaplamak mümkündür. Örnek olarak d_1 ve d_2 şeklinde tanımlanan iki nokta arasında *n* anındaki potansiyel farkı,

$$V_{12} = \int_{d_1}^{d_2} E_l \,.\, dl \tag{3.117}$$

formülüyle, yani iki noktayı birleştiren doğru üzerinde elektrik alanın integrali alınarak hesaplanabilir. Sayısal olarak integral almak, iki nokta arasında toplama denk gelir. Yani d_1 ve d_2 noktaları arasında kaç hücre varsa, bu hücrelerde yer alan elektrik alan bileşenlerinin toplanmasıyla iki nokta arasındaki potansiyel fark hesaplanabilir.

Herhangi bir noktadaki akımı hesaplamak için de, o noktanın etrafındaki kapalı çevre üzerinde manyetik alanların $\oint H_l$. dl şeklinde integrallerinin alınması gerekir. Örnek

olarak, eğer (i, j, k) hücresinde E_z bileşeninin bulunduğu noktada n anında +zyönündeki akım değeri (Şekil 3.8) bulunmak isteniyorsa

$$I(i,j,k) = [H_x^n(i,j-1,k) - H_x^n(i,j,k)]\Delta x + [H_y^n(i,j,k) - H_y^n(i-1,j,k)]\Delta y$$
(3.118)

şeklinde bir bağıntı kullanılır [38].



Şekil 3.8. E_z bileşeninin bulunduğu noktada +z yönündeki akım değerini bulmak için kullanılan manyetik alanlar [5]

3.2.4. Üç boyutlu simülasyon

Maxwell denklemleri üç boyutlu olarak:

$$\frac{\partial \tilde{D}}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \nabla \times \vec{H}$$
(3.119)

 $\widetilde{D}(\omega) = \varepsilon_r^*(\omega).\widetilde{E}(\omega) \tag{3.120}$

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \nabla \times \tilde{E}$$
(3.121)

şeklinde yazılır.

3D-FDTD için Yee birim hücresi kullanıldığında elektrik ve manyetik alanların bileşenleri iteratif denklemlerle ele alınır:

$$\frac{\partial \tilde{D}_x}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right)$$
(3.122)

$$\frac{\partial \tilde{D}_{y}}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_{0}\mu_{0}}} \left(\frac{\partial H_{x}}{\partial z} - \frac{\partial H_{z}}{\partial x} \right)$$
(3.123)

$$\frac{\partial \tilde{D}_Z}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right)$$
(3.124)

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \left(\frac{\partial \tilde{E}_y}{\partial z} - \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial y} \right)$$
(3.125)

$$\frac{\partial H_{y}}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_{0}\mu_{0}}} \left(\frac{\partial \tilde{E}_{z}}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{E}_{x}}{\partial z} \right)$$
(3.126)

$$\frac{\partial H_Z}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \left(\frac{\partial \tilde{E}_x}{\partial y} - \frac{\partial \tilde{E}_y}{\partial x} \right)$$
(3.127)

şeklinde verilen Maxwell denklemleri ayrıklaştırıldığında; sadece Eş. 3.124 ve Eş. 3.127'deki alan bileşenleri örnek olarak FDTD şeklinde yazıldığında:

$$\widetilde{D}_{z}^{n+\frac{1}{2}}\left(i,j,k+\frac{1}{2}\right) = \widetilde{D}_{z}^{n-\frac{1}{2}}\left(i,j,k+\frac{1}{2}\right) + \frac{\Delta t}{\Delta x\sqrt{\varepsilon_{0}\mu_{0}}}\left(H_{y}^{n}(i+1/2,j,k+1/2) - H_{y}^{n}(i-1/2,j,k+1/2) - H_{x}^{n}(i,j+1/2,k+1/2) + H_{x}^{n}(i,j-1/2,k+1/2)\right)$$
(3.128)

$$H_{z}^{n+1}\left(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k\right) = H_{z}^{n}\left(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k\right) - \frac{\Delta t}{\Delta x\sqrt{\varepsilon_{0}\mu_{0}}} \left(\tilde{E}_{y}^{n+\frac{1}{2}}\left(i+1,j+\frac{1}{2},k\right) - \tilde{E}_{y}^{n+\frac{1}{2}}\left(i,j+\frac{1}{2},k\right) - \tilde{E}_{x}^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2},j+1,k\right) + \tilde{E}_{x}^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2},j,k\right)$$
(3.129)

eşitlikleri elde edilir.

Altı alan bileşeni için örnek bilgisayar kodları:

$$dx(i,j,k) = dx(i,j,k) + 0.5 * (hz(i,j,k) - hz(i,j-1,k) - hy(i,j,k) + hy(i,j,k-1))$$
(3.130)

$$dy(i,j,k) = dy(i,j,k) + 0.5 * (hx(i,j,k) - hx(i,j,k-1) - hz(i,j,k) + hz(i-1,j,k))$$
(3.131)

$$dz(i,j,k) = dz(i,j,k) + 0.5 * (hy(i,j,k) - hy(i-1,j,k) - hx(i,j,k) + hx(i,j-1,k))$$
(3.132)

$$hx(i,j,k) = hx(i,j,k) + 0.5 * (ey(i,j,k+1) - ey(i,j,k) - ez(i,j+1,k) + ez(i,j,k))$$
(3.133)

$$hy(i,j,k) = hy(i,j,k) + 0.5 * (ez(i+1,j,k) - ez(i,j,k) - ex(i,j,k+1) + ex(i,j,k))$$
(3.134)

$$hz(i,j,k) = hz(i,j,k) + 0.5 * (ex(i,j+1,k) - ex(i,j,k) - ey(i+1,j,k) + ey(i,j,k))$$
(3.135)

şeklinde bulunur.

3.2.5. İteratif denklemlerde kararlılık koşulu

Ayrıklaştırılıp sayısallaştırılmış Eş. 3.122-Eş. 3.127 denklemleri kullanılarak herhangi bir noktadaki elektrik veya manyetik alan bileşeni, kendilerinin bir önceki anda bulunan değerleri ve komşu hücrelerdeki alan bileşenleri cinsinden iteratif biçimde hesaplanabilir.

İteratif denklemler açık denklem sistemi oluşturduğundan her zaman sonlu çözümü garanti etmezler. Eş. 3.122-Eş. 3.127 denklemleri için konum ve zaman boyutları keyfi seçilemez. İteratif denklemlerin kararlı (sonsuza gitmeyen) sayısal çözümleri için bu hücre boyutları arasında önemli bir ilişki sağlanmalıdır.

Courant kararlılık kriteri denilen bağıntı zaman ve konum adımları arasında sağlanması gereken ilişkiyi belirler. Courant kararlılık kriteri tek boyutlu FDTD için;

$$c.\Delta t \le \Delta z; \qquad c = \frac{1}{\sqrt{\mu_o.\varepsilon_0}}$$

$$(3.136)$$

şeklinde tanımlanır. Bu denklemden, birim zaman içinde fiziksel olarak dalganın en fazla bir düğüm kadar ilerlemesi gerektiği anlaşılır. Homojen olmayan ortamlarda da en kötü hal analizi için ışık hızını $c = 3.10^8 m/sn$ kullanmak yeterlidir.

Benzer şekilde 3D-FDTD uygulamaları için de Courant kriteri

$$c.\Delta t \le \left[\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2} + \frac{1}{(\Delta z)^2}\right]^{-1/2}$$
(3.137)

olarak belirlenir [32]. Burada Courant koşulunun sadece kararlığı sağladığı ancak doğruluğu garanti etmediğini de belirtmek gerekir.

3.2.6. FDTD yönteminde parametre seçimi

Elektromanyetik problemlerin FDTD ile simülasyonunda dikkat edilmesi gereken ve sonucun doğruluğunu doğrudan etkileyen en önemli unsurlardan birisi parametre seçimidir. Ele alınan yapının geniş frekans bandında davranışını incelemek için FDTD ile zamanda darbesel işaretler simüle edilir. Ancak, FDTD ile her yapı her frekans bölgesinde simüle edilemeyebilir. Bu sebeple, simülasyon öncesinde ele alınan yapı ile ilgili FDTD parametreleri doğru belirlenmelidir. FDTD'de parametre seçimi aynı zamanda bir çeşit optimizasyon anlamına da gelir.

Parametre seçiminde iki unsura dikkat edilmelidir. Bunlardan birincisi, simülasyon yapılmak istenen frekans aralığı ve ayrık Fourier tekniğinin gerekleridir. Diğeri ise, istenen frekans analizi doğrultusunda FDTD parametreleri belirlenmelidir[33].

FDTD ile simülasyonu yapılacak her türlü yapıda genelde, zamanda darbesel bir işaret kullanılır. Bu işaret, bir gerilim ya da akım kaynağı olabileceği gibi, bir düzlem dalga da olabilir. Uygulanan kaynak tipi ve konumda değişimi ne olursa olsun zaman değişimi Gauss fonksiyonu benzeri bir davranış gösterir. Şekil 3.9'da darbe süresi farklı iki Gauss darbesi ve bunların frekans bandları alt alta verilmiştir.

Şekil 3.9'dan görüleceği gibi, Gauss darbesi DC bileşeni (alçak frekansları) de içeren frekans bandına sahiptir. Gauss darbesi kullanılarak analizi yapılan yapıların, çok alçak frekanslardan istenen en yüksek frekansa kadar davranışını gözlemlemek mümkün olmaktadır. Oysa saçılan alan problemlerinde ya da dalga kılavuzlarında DC bileşen sözkonusu olmadığından Gauss fonksiyonu yerine Gauss fonksiyonunun birinci hatta üst mertebe türevleri kullanılabilir. Gauss fonksiyonunun alçak frekans bileşenlerini atmak için türev mertebesini arttırmak gerekir [33].

Frekans analizi FDTD ile fiziksel bir problemin simülasyonunda önemli bir unsurdur. FDTD simülasyonu neticesinde ele alınan yapının zaman düzleminde davranışları elde edilir. Simülasyon bitiminde ise Fourier dönüşümü yardımıyla frekans analizi gerçekleştirilebilir. Bu işlemde dikkat edilmesi gereken en önemli sorun işaretin uygun örneklenmesidir. Şekil 3.10'da işaretin uygun örneklenmesi ya da uygun örneklenememesi durumunda neler olabileceği şematik olarak gösterilmiştir.

Periyodik olmayan, sınırlı banda sahip zaman işareti örneklendiğinde (yani ayrıklaştırıldığında), işaretin bandı periyodikleşir. Bu durumda eğer doğru örnekleme yapılmazsa bandlar iç içe geçer ve bilgi kaybı meydana gelir. Doğru örnekleme, işaret işleme tekniğinde bilinen Nyquist örnekleme teoreminden faydalanılarak yapılabilir [39]. Yani işaretten zamanda alınan ayrık örneklerin sıklığı içerdiği en yüksek frekansın iki katı hızda olmalıdır.

FDTD yönteminde parametrelerin saptanmasından önce uygulanacak Gauss darbesinin özellikleri belirlenmelidir. Darbe süresi analiz yapılacak en yüksek frekansa göre ayarlanmalıdır. Gauss darbesi seçildikten sonra zamanda ve konumda ayrıklaştırma gerçekleştirilir. Zamanda ayrıklaştırmayı, Nyquist örnekleme teoremi göz önüne alınarak Gauss darbesinin frekans bandındaki en büyük frekans bileşeni belirler.

İstenen en yüksek frekans bileşeni f_{max} ise işarette bilgi kaybı olmaması için zaman adımı, $\Delta t_{FFT} = 1/(2.f_{max})$ seçilmelidir. Bu en üst sınırdır.



Şekil 3.9. Gauss darbesinin normalize zaman ve frekans davranışı [5]



Şekil.3.10. Sınırlı banda sahip bir işaretin örnekleme sıklığı ile ilişkisi [33]

FDTD analizi yapılacak yapının konumda ve zamanda ayrıklaştırılması için hücre boyutları belirlenirken, en yüksek frekanslı yani en küçük dalga boylu bileşen ele alınıp, en az birkaç hücre ile örneklenecek şekilde hücre boyutları seçilmelidir. Yani

FDTD hücre boyutları işaretin en küçük dalga boyuna sahip bileşeninden bile oldukça küçük olmalıdır. Uygulamada $\lambda_{min}/100$ ile $\lambda_{min}/4$ arasında hücre boyutlarına rastlanır. Genelde $\lambda_{min}/10$ - $\lambda_{min}/20$ arasındaki değerler uygun seçimlerdir. Hücre boyutlarına karar verildikten sonra kararlılık kriterine göre zaman adımı Δt hesaplanabilir.

Simülasyon sonrası frekans analizi için gerekli Δt_{FFT} değeri simülasyon adımı Δt_{FDTD} değerinden çok daha küçüktür. FDTD zaman adımı belirlendikten sonra diğeri de otomatik olarak sağlanmış olur.

Zaman düzleminde FDTD simülasyonunun gözlem süresi simülasyon sonrası frekans analizi açısından oldukça önemlidir. Zaman düzleminde gözlem süresi T_{max} frekans analizinde istenen frekans çözünürlüğü (Δf)'ye göre belirlenir. Bu ikisi birbiri ile ters orantılıdır. Yani;

$$\Delta f = 1/T_{max} \tag{3.138}$$

olduğundan, ne kadar hassas frekans ayrımı isteniyorsa o kadar uzun süre işaret simülasyonu sürdürülmelidir.

 T_{max} ve Δt_{FDTD} belirlendikten sonra simülasyon adımı $N_{FDTD} = T_{max}/\Delta t_{FDTD}$ olarak seçilir. Simülasyon adımı $N_{FDTD} = NSTOP$, istenen frekans çözünürlüğünden belirlenen minimum zaman adımıdır. Ele alınan yapıda işaretin gözlenen zaman davranışı daha kısa süreli bitiyorsa FDTD simülasyonunu kesip işaretin öncesine ve/veya sonrasına sıfır eklemeyle gerekli T_{max} sağlanır.

 T_{max} süresi, işaretin zaman davranışı simülasyon neticesinde sona erecek şekilde seçilmelidir. Örneğin rezonatör gibi yapıların FDTD simülasyonunda işaret zamanda çok yavaş söndüğünden, uzun süreler gerekir. Uygulamada bazen simülasyonu belli bir süre sonra kesip, işaret işleme teknikleri ile sonraki anlarda yapının davranışını kestirmek yoluna gidilir.

Parametreler yukarıda anlatıldığı gibi belirlenirse hem FDTD için gerekli kararlılık ve sayısal dispersiyon koşulları, hem de simülasyon sonrası frekans analizinin istendiği gibi yapılabilmesi sağlanacaktır [33].

3.2.7. Sınır koşulları

FDTD yönteminde önemli olan bir diğer unsur sınır koşullarıdır. Uygulamada üç tip sınır koşulu kullanılır.

1. Sınır düzlemleri mükemmel iletkenle kaplanıp, sınır düzlemlerine teğet olan elektrik alan bileşenlerine sıfır değeri atanabilir.

2. Sınır düzlemleri mükemmel manyetik iletken bir malzemeyle kaplanıp, sınır düzlemlerine teğet olan manyetik alan bileşenlerine sıfır değeri atanabilir. Bu koşul özellikle yapısal simetriye sahip yapılarda hacmi küçültmek için kullanılır. Simetrik yapının ortası manyetik iletken bir malzemeyle kaplanırsa, bu düzleme göre simetrik olan manyetik alan değerleri birbirine eşit olacaktır.

3. Emici sınır koşulları (Absorbing Boundary Condition- ABC) olarak adlandırılan ışıma koşulları sınır koşulları olarak uygulanabilir [21].

Mükemmel Uyumlu Tabaka (PML)

Emici sınır koşulları arasında en etkin yöntem PML yöntemidir. Bu yöntemde, her frekansta ve her açıdaki dalgaların yutulabilmesi için FDTD uzayı etrafina sanal bir tabaka yerleştirilir.

PML (Perfectly Matched Layer) 1994 yılında Jean-Pierrre Berenger tarafından öne sürülmüş ve FDTD araştırmacıları tarafından yoğun olarak kullanılmaya başlanmıştır [40]. Berenger, öncelikle iki boyutlu yapılar üzerinde çalışmış, ortamın yutucu etkisiyle ilgili uygulamaları 2D-FDTD için yapmıştır. PML yöntemindeki temel düşünce; ilerleyen bir dalga A ortamından B ortamına çarptığında yansıma miktarının ortamların öz empedansları ile belirlenmesidir.

$$\Gamma = \frac{\eta_A - \eta_B}{\eta_A + \eta_B}, \quad \eta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$$
(3.139)

Burada istenilen, dalganın ortamda ilerlerken sınıra gelmeden sönümlenmesidir. Bunun için ortamın kayıplı olması gerekmektedir. Bu da ε ve μ değerlerinin kompleks seçilmesiyle elde edilir.

Bu aşamada Maxwell denklemlerini frekans bölgesinde tekrar yazacak olursak zaman bölgesindeki türev işlemi frekans bölgesinde $j\omega$ şeklinde yazılacaktır. Kısmi türevler bu dönüşümden etkilenmeyecektir [41].

$$j\omega \widetilde{D}_z = c_0 \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right)$$
(3.140)

$$\widetilde{D}_{z}(\omega) = \varepsilon_{r}^{*}(\omega)\widetilde{E}_{z}(\omega)$$
(3.141)

$$j\omega H_x = -c_0 \left(\frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial y}\right) \tag{3.142}$$

$$j\omega H_y = c_0 \left(\frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial x}\right) \tag{3.143}$$

Yukarıdaki denklemlerde ε ve μ normalize edilmiş birimler için kısmi türevlerden kaldırılmıştır. Bu terimleri PML'de uygulamak için yerine koymak yerine $\varepsilon_{F_z}^*(x)$, $\mu_{F_z}^*(x)$ ve $\mu_{F_y}^*(y)$ şeklinde hayali dielektrik sabitleri ve geçirgenlikleri eklenebilir.

$$j\omega \widetilde{D}_{z} \varepsilon_{F_{z}}^{*}(x) \varepsilon_{F_{z}}^{*}(y) = c_{0} \left(\frac{\partial H_{y}}{\partial x} - \frac{\partial H_{x}}{\partial y} \right)$$
(3.144)

$$\widetilde{D}_{z}(\omega) = \varepsilon_{r}^{*}(\omega)\widetilde{E}_{z}(\omega)$$
(3.145)

$$j\omega H_x \mu_{F_x}^*(x) \mu_{F_x}^*(y) = -c_0 \left(\frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial y}\right)$$
(3.146)

$$j\omega H_y \mu_{F_y}^*(x) \mu_{F_y}^*(y) = c_0 \left(\frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial x}\right)$$
(3.147)

Burada dikkat edilmesi gereken hususlardan ilki $\varepsilon_{F_z}^*$ değerinin elektrik alanına değil, akı yoğunluğuna uygulanmış olmasıdır. İkincisi ise, denklemlerde biri x yönünde diğeri y yönünde olmak üzere iki adet diektrik sabiti ve manyetik geçirgenlik sabiti eklenmiştir. Son dikkat edilmesi gereken husus Eş. 3.145'e hiçbir terimin eklenmemiş olmasıdır.

PML gerçekleştirmek için iki durum söz konusudur [42]:

1. PML ile kullanılan ortamın empedans değeri sabit ve 1 olmalıdır.

$$\eta_0 = \eta_m = \sqrt{\frac{\mu_{F_X}^*}{\varepsilon_{F_X}^*}} = 1$$
(3.148)

2. Sınırın bir yönüne göre dik yönde olan (örneğin x yönünde) bağıl dielektrik sabiti ve bağıl geçirgenlik sabiti söz konusu yöndeki bağıl geçirgenlik ve bağıl dielektrik sabitinin tersi olmalıdır.

$$\varepsilon_{F_X}^* = \frac{1}{\varepsilon_{F_Y}^*} \tag{3.149}$$

$$\mu_{F_{\mathcal{X}}}^* = \frac{1}{\mu_{F_{\mathcal{Y}}}^*} \tag{3.150}$$

Bu koşulları sağlamak için bütün terimlerin karmaşık olduğu düşünülür:

$$\varepsilon_{F_m}^* = \varepsilon_{F_m} + \frac{\sigma_{D_m}}{j\omega\varepsilon_0} \qquad m = x, y \tag{3.151}$$

$$\mu_{F_m}^* = \mu_{F_m} + \frac{\sigma_{H_m}}{j\omega\mu_0} \quad m = x, y$$
(3.152)

Yukarıdaki eşitlikleri sağlamak için [43]

$$\varepsilon_{F_m} = \mu_{F_m} = 1 \tag{3.153}$$

$$\frac{\sigma_{D_m}}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma_{H_m}}{\mu_0} = \frac{\sigma_D}{\varepsilon_0} \tag{3.154}$$

olmalıdır. PML sınırlarında σ arttığında denklem Eş. 3.144, Eş. 3.146, Eş. 3.147'deki değerler D_z ve H_y nin zayıflamasına neden olur.

x yönünde PML koşulları uygulanırsa, Eş. 3.144, Eş. 3.146, Eş. 3.147'deki sadece x e bağlı değerler göz önünde bulundurulur.

$$j\omega \widetilde{D}_{z} \varepsilon_{F_{z}}^{*}(x) = c_{0} \left(\frac{\partial H_{y}}{\partial x} - \frac{\partial H_{x}}{\partial y} \right)$$
(3.155)

$$j\omega H_x \mu_{F_x}^*(x) = -c_0 \left(\frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial y}\right)$$
(3.156)

$$j\omega H_{y}\mu_{F_{y}}^{*}(x) = c_{0}\left(\frac{\partial \tilde{E}_{z}}{\partial x}\right)$$
(3.157)

Eş. 3.153 ve Eş. 3.154'deki değerler kullanılırsa;

$$j\omega(1 + \frac{\sigma_D(x)}{j\omega\varepsilon_0})\widetilde{D}_z = c_0 \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y}\right)$$
(3.158)

$$j\omega(1 + \frac{\sigma_D(x)}{j\omega\varepsilon_0})^{-1}H_x = -c_0\left(\frac{\partial\tilde{E}_z}{\partial y}\right)$$
(3.159)

$$j\omega(1 + \frac{\sigma_D(x)}{j\omega\varepsilon_0})H_y = c_0\left(\frac{\partial\tilde{E}_z}{\partial x}\right)$$
(3.160)
elde edilir. Görüldüğü gibi Eş. 3.159'daki H_x 'e ait geçirgenlik Eş. 3.160'daki H_y 'ye ait geçirgenliğin tersidir. Eş. 3.158'deki şart elektrik alanın sadece z bileşeni olduğu için 2 boyutlu yapılar için geçerli değildir.

Eş. 3.158'de eşitliğin sol tarafında kalan kısım açılırsa;

$$j\omega(1 + \frac{\sigma_D(x)}{j\omega\varepsilon_0})\widetilde{D}_z = j\omega\widetilde{D}_z + \frac{\sigma_D(x)}{\varepsilon_0}\widetilde{D}_z$$
(3.161)

ve denklem FDTD formülünde yazılırsa:

$$\frac{\partial \widetilde{D}_{z}}{\partial t} + \frac{\sigma_{D}(i)}{\varepsilon_{0}} \widetilde{D}_{z} \cong \frac{\widetilde{D}_{z}^{n+\frac{1}{2}}(i,j) - \widetilde{D}_{z}^{n-\frac{1}{2}}(i,j)}{\Delta t} + \frac{\sigma_{D}(i)}{\varepsilon_{0}} \frac{\widetilde{D}_{z}^{n+\frac{1}{2}}(i,j) + \widetilde{D}_{z}^{n-\frac{1}{2}}(i,j)}{2}$$
$$= \widetilde{D}_{z}^{n+\frac{1}{2}}(i,j) \frac{1}{\Delta t} \left[1 + \frac{\sigma_{D}(i)\Delta t}{2\varepsilon_{0}} \right] - \widetilde{D}_{z}^{n-\frac{1}{2}}(i,j) \frac{1}{\Delta t} \left[1 - \frac{\sigma_{D}(i)\Delta t}{2\varepsilon_{0}} \right]$$
(3.162)

elde edilir. Eş. 3.162, Eş. 3.158'de kullanıldığında;

$$\widetilde{D}_{z}^{n+\frac{1}{2}}(i,j) = gi3(i).\widetilde{D}_{z}^{n-\frac{1}{2}}(i,j) + gi2(i).0,5.$$

$$\left[H_{y}^{n}\left(i+\frac{1}{2},j\right) - H_{y}^{n}\left(i-\frac{1}{2},j\right) + H_{x}^{n}\left(i,j+\frac{1}{2}\right) - H_{x}^{n}\left(i,j-\frac{1}{2}\right)\right](3.163)$$

elde edilir. Burada $\frac{\Delta t}{\Delta x}c_0 = \frac{\Delta x/(2c_0)}{\Delta x}c_0 = 1/2$ eşitliği tekrar kullanılmıştır. Böylece;

$$gi2(i) = \frac{1}{1 + \sigma_D(i)\Delta t/2\varepsilon_0}$$
(3.164)

$$gi3(i) = \frac{1 - \sigma_D(i)\Delta t/2\varepsilon_0}{1 + \sigma_D(i)\Delta t/2\varepsilon_0}$$
(3.165)

şeklinde verilir. Aynı yöntemle Eş. 3.160;

$$H_{y}^{n}(i+1/2,j) = fi3\left(i+\frac{1}{2}\right) \cdot H_{y}^{n}\left(i+\frac{1}{2},j\right) + fi2\left(i+\frac{1}{2}\right) \cdot 0.5 \cdot \left[\tilde{E}_{z}^{n+1/2}(i+1,j) - \tilde{E}_{z}^{n+1/2}(i,j)\right]$$

$$(3.166)$$

$$fi2\left(i+\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{1+\sigma_D(i+1/2)\Delta t/2\varepsilon_0}$$
(3.167)

$$fi3\left(i+\frac{1}{2}\right) = \frac{1-\sigma_D(i+1/2)\Delta t/2\varepsilon_0}{1+\sigma_D(i+1/2)\Delta t/2\varepsilon_0}$$
(3.168)

şeklinde ifade edilir. Burada f parametrelerinin H_y 'nin konumu olan i + 1/2'de hesaplanmış olmasına dikkat edilmelidir.

Eş. 3.159 biraz daha farklıdır.

$$j\omega H_x = -c_0 \left(\frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial y} + \frac{\sigma_D(x)}{\varepsilon_0} \frac{1}{j\omega} \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial y} \right)$$
(3.169)

 $1/j\omega$ terimi zamanda integral, $j\omega$ türev anlamına gelmektedir. Kısmi türev;

$$\frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial y} \simeq \frac{\tilde{E}_z^{n+\frac{1}{2}}(i,j+1) - \tilde{E}_z^{n+\frac{1}{2}}(i,j)}{\Delta x} = -\frac{\Delta e}{\Delta x}$$
(3.170)

şeklinde yazılır ve FDTD'de uygulanırsa;

$$\frac{H_x^{n+1}(i,j+1/2) - H_x^n(i,j+1/2)}{\Delta t} = -c_0 \left[-\frac{\Delta e}{\Delta x} - \frac{\sigma_D(x)}{\varepsilon_0} \Delta t \sum_{n=0}^T \frac{\Delta e}{\Delta x} \right]$$
(3.171)

elde edilir. Toplama işleminin önündeki Δt ifadesi zaman bölgesindeki integralin bir yaklaşımıdır. Böylece;

$$H_x^{n+1}(i,j+1/2) = H_x^n(i,j+1/2) + \frac{c_0 \Delta t}{\Delta x} \Delta e + \frac{c_0 \Delta t}{\Delta x} \frac{\sigma_D(x)\Delta t}{\varepsilon_0} I_{H_x}^{n+\frac{1}{2}}(i,j+1/2)$$
(3.172)

$$\Delta \mathbf{e} = \tilde{E}_z^{n+\frac{1}{2}}(i,j) - \tilde{E}_z^{n+\frac{1}{2}}(i,j+1)$$
(3.173)

$$I_{H_{\chi}}^{n+\frac{1}{2}}(i,j+1/2) = I_{H_{\chi}}^{n-\frac{1}{2}}(i,j+1/2) + \Delta e$$
(3.174)

$$H_x^{n+1}(i,j+1/2) = H_x^n(i,j+1/2) + 0.5.\Delta e + fi1(i).I_{H_x}^{n+\frac{1}{2}}(i,j+1/2)$$
(3.175)

$$fi1(i) = \frac{\sigma_D(i)\Delta t}{2\varepsilon_0} \tag{3.176}$$

elde edilir. Yardımcı parametre olarak

$$xn = \frac{\sigma \Delta t}{2\varepsilon_0} \tag{3.177}$$

kabul edilerek f ve g parametreleri yardımcı parametre cinsinden genel olarak ifade edilir.

$$xn(i) = .333 * \left(\frac{i}{uzunluk_pml}\right)^3 i = 1,2,3,... uzunluk_pml$$
 (3.178)

$$fi1(i) = xn(i) \tag{3.179}$$

$$gi2(i) = \frac{1}{1+xn(i)}$$
(3.180)

$$gi3(i) = \frac{1 - xn(i)}{1 + xn(i)}$$
(3.181)

Buna göre fi1(i) 0 ile 0,333 arasında; gi2(i) 1 ile 0.75 arasında; gi3(i) 1 ile 0.5 arasında değişmektedir.

Bu kısma kadar PML yönteminin sadece x yönünde uygulaması gösterilmiştir. y yönü için de aynı uygulamalar yapılmalıdır. Eş. 3.144-Eş. 3.147 için y'ye bağımlı terimler denklemlere ilave edildiğinde;

$$j\omega\left(1+\frac{\sigma_D(x)}{j\omega\varepsilon_0}\right)\left(1+\frac{\sigma_D(y)}{j\omega\varepsilon_0}\right)D_z = c_0\left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y}\right)$$
(3.182)

$$j\omega\left(1+\frac{\sigma_D(x)}{j\omega\varepsilon_0}\right)^{-1}\left(1+\frac{\sigma_D(y)}{j\omega\varepsilon_0}\right)H_x = -c_0\left(\frac{\partial E_z}{\partial y}\right)$$
(3.183)

$$j\omega\left(1+\frac{\sigma_D(x)}{j\omega\varepsilon_0}\right)\left(1+\frac{\sigma_D(y)}{j\omega\varepsilon_0}\right)^{-1}Hy = c_0\left(\frac{\partial E_z}{\partial x}\right)$$
(3.184)

elde edilir. Aynı yöntem uygulandığında;

$$\widetilde{D}_{z}^{n+\frac{1}{2}}(i,j) = gi3(i).gj3(j)\widetilde{D}_{z}^{n-\frac{1}{2}}(i,j) + gi2(i).gj2(j).0,5.$$

$$\left[H_{y}^{n}\left(i+\frac{1}{2},j\right) - H_{y}^{n}\left(i-\frac{1}{2},j\right) - H_{x}^{n}\left(i,j+\frac{1}{2}\right) + H_{x}^{n}\left(i,j-\frac{1}{2}\right)\right] (3.185)$$

$$\Delta e = \tilde{E}_z^{n+\frac{1}{2}}(i+1,j) - \tilde{E}_z^{n+\frac{1}{2}}(i,j)$$
(3.186)

$$I_{H_y}^{n+\frac{1}{2}}(i+1/2,j) = I_{H_y}^{n-\frac{1}{2}}(i+1/2,j) + \Delta e$$
(3.187)

$$H_{y}^{n+1}(i+1/2,j) = fi3\left(i+\frac{1}{2}\right) \cdot H_{y}^{n}(i+1/2,j) + fi2\left(i+\frac{1}{2}\right) \cdot 0.5.\Delta e + fj1(j)I_{H_{y}}^{n+\frac{1}{2}}(i+1/2,j)$$
(3.188)

$$\Delta e = \tilde{E}_z^{n+\frac{1}{2}}(i,j) - \tilde{E}_z^{n+\frac{1}{2}}(i,j+1)$$
(3.189)

$$I_{H_{\chi}}^{n+\frac{1}{2}}(i,j+1/2) = I_{H_{\chi}}^{n-\frac{1}{2}}(i,j+1/2) + \Delta e$$
(3.190)

$$H_x^{n+1}(i,j+1/2) = fj3\left(j+\frac{1}{2}\right)H_x^n(i,j+1/2) + fj2\left(j+\frac{1}{2}\right)0,5.\Delta e + fi1(i).I_{H_x}^{n+\frac{1}{2}}(i,j+1/2)$$
(3.191)

elde edilir. Buna göre fi1(i) ve fj1(i) 0 ile 0,333 arasında, fi2(i), gi2(i), fj2(j), gj2(j) 1 ile 0,75 arasında fi3(i), gi3(i), fj3(j), gj3(j) 1 ile 0,5 arasında değişmektedir.

3-boyutlu simülasyonda PML 2-boyutlu simülasyona oldukça benzemektedir [41]. Buradaki tek fark bağıl dielektrik sabiti ve manyetik geçirgenlik sabitinin iki yerine üç yönde de yazılmış olmasıdır.



Şekil 3.11. 3-boyutlu Simülasyonda PML [5]

$$j\omega\left(1+\frac{\sigma_D(x)}{j\omega\varepsilon_0}\right)\left(1+\frac{\sigma_D(y)}{j\omega\varepsilon_0}\right)\left(1+\frac{\sigma_D(z)}{j\omega\varepsilon_0}\right)^{-1}\widetilde{D}_z = c_0\left(\frac{\partial H_y}{\partial x}-\frac{\partial H_x}{\partial y}\right)$$
(3.192)

$$j\omega\left(1+\frac{\sigma_D(x)}{j\omega\varepsilon_0}\right)\left(1+\frac{\sigma_D(y)}{j\omega\varepsilon_0}\right)\widetilde{D}_z = c_0\left(1+\frac{\sigma_D(z)}{j\omega\varepsilon_0}\right)\left(\frac{\partial H_y}{\partial x}-\frac{\partial H_x}{\partial y}\right)$$
$$= c_0.\Delta h + c_0.\frac{\sigma_D(z)}{\varepsilon_0}\frac{1}{j\omega}\Delta h$$
(3.193)

$$I_{D_z} = \frac{1}{j\omega} \Delta h \tag{3.194}$$

olarak ifade edilirse Eş. 3.193

$$j\omega\left(1+\frac{\sigma_D(x)}{j\omega\varepsilon_0}\right)\left(1+\frac{\sigma_D(y)}{j\omega\varepsilon_0}\right)\widetilde{D}_z = c_0 \cdot \left(\Delta h + \frac{\sigma_D(z)}{\varepsilon_0}I_{D_z}\right)$$
(3.195)

haline gelir. Eş. 3.195'ten görüldüğü gibi 3 boyutlu PML'in FDTD'ye uygulanması eşitliğin sağındaki I_{D_z} integrasyon terimi dışında 2 boyutlu PML simülasyonuna oldukça benzerlik göstermektedir. Böylece 2 boyutlu PML ile aynı hesaplama yöntemiyle;

$$\Delta h = \left[H_y^n \left(i + \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2} \right) - H_y^n \left(i - \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2} \right) \right] - \left[H_x^n \left(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2} \right) - H_x^n \left(i, j - \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2} \right) \right]$$
(3.196)

$$I_{D_z}^n(i,j,k+1/2) = I_{D_z}^{n-1}(i,j,k+1/2) + \Delta h$$
(3.197)

$$\widetilde{D}_{z}^{n+\frac{1}{2}}\left(i,j,k+\frac{1}{2}\right) = gi3(i).gj3(j)\widetilde{D}_{z}^{n-\frac{1}{2}}\left(i,j,k+\frac{1}{2}\right) + gi2(i).gj2(j)0,5.$$

$$\left[\Delta h + gk1(k).I_{D_{z}}^{n}\left(i,j,k+\frac{1}{2}\right)\right]$$
(3.198)

elde edilir. Burada tek boyutlu g parametresi iki boyutlu simülasyonda tanımlandığı gibidir. 3 boyutlu uygulamada bilgisayar kaynaklarını boşuna kullanmamak için FDTD uzayından PML sınırına geçişte tanımlanan I_{D_z} dizisi, z yönünde tanımlanan küçük k hücre numaraları için *idzl*, büyük k hücre numaraları için *idzl* olacak şekilde üç boyutlu iki diziye bölünür.

3.2.8. Plazma anten için FDTD yöntemi

Plazma, frekansa göre iletkenlik ve dielektrik özellikleri değişen bir ortamdır. Bu nedenle plazma ortamı için "3.2.1. Bir boyutlu simülasyon" konu başlığında yer alan Z dönüşümünü kullanmak oldukça avantajlıdır. Eş. 2.47'de verilen plazmanın dielektrik sabiti kısmi kesirlere genişletilir;

$$\varepsilon_r(\omega) = 1 + \frac{\omega_p^2/\nu}{j\omega} - \frac{\omega_p^2/\nu}{\nu+j\omega}$$
(3.199)

ve z dönüşümü uygulanırsa;

$$\varepsilon_r^{*}(z) = \frac{1}{\Delta t} + \frac{\omega_p^2/\nu}{1-z^{-1}} - \frac{\omega_p^2/\nu}{1-e^{-\nu\Delta t}z^{-1}}$$
(3.200)

elde edilir. Eş. 3.55'in konvolüsyon teoremi ile z dönüşümü;

$$D(z) = \varepsilon_r^*(z). E(z). \Delta t$$
(3.201)

şeklinde bulunduktan sonra Eş. 3.200, Eş. 3.201'de yerine konulursa;

$$D(z) = E(z) + \frac{\omega_p^2 \Delta t}{v} \left[\frac{1}{1 - z^{-1}} - \frac{1}{1 - e^{-v \Delta t} z^{-1}} \right] E(z)$$
$$= E(z) + \frac{\omega_p^2 \Delta t}{v} \left[\frac{(1 - e^{-v \Delta t}) z^{-1}}{1 - (1 + e^{-v \Delta t}) z^{-1} + e^{-v \Delta t} z^{-2}} \right] E(z)$$
(3.202)

elde edilir.

$$S(z) = \frac{\omega_p^{2} \Delta t}{v} \left[\frac{1 - e^{-v \Delta t}}{1 - (1 + e^{-v \Delta t})z^{-1} + e^{-v \Delta t} z^{-2}} \right] E(z)$$
(3.203)

olarak alınırsa;

$$E(z) = D(z) - z^{-1}.S(z)$$
 (3.204)

$$S(z) = (1 + e^{-v\Delta t})z^{-1}S(z) - e^{-v\Delta t}z^{-2}S(z) + \frac{\omega_p^{2}\Delta t}{v}(1 - e^{-v\Delta t})E(z)$$
(3.205)

olarak bulunur [35]. Eş. 3.204 ve Eş. 3.205 denklemleri bir boyutlu simülasyon için yazılmıştır.

Üç boyutlu plazma antenin elektrik alan dağılımları; Eş. 3.130- Eş. 3.135 denklemlerine PML sınır koşullarının ilave edilmesi (Örnek: Eş. 3.198) ve akı yoğunluğunun elde edilmesi sonucunda, Eş. 3.204 ve Eş. 3.205 denklemlerinin üç boyutlu yazılmasıyla bulunur. Akım dağılımları ise, Eş. 3.42'de yer alan akım formülü kulanılarak bulunur.

3.2.9. Metal anten için FDTD yöntemi

Eş. 3.70'de verilen ve ortamlara ait özellikleri tanımlayan gax (x yönünde) parametresi üç boyutlu simülasyona taşındığında gax, gay ve gaz parametreleri şeklini alır (x,y,z yönünde). Metal anten için, Eş. 3.130 - Eş. 3.135 denklemlerine PML sınır koşullarının ilave edilmesi (Örnek: Eş. 3.198) ve akı yoğunluğunun elde edilmesi sonrasında Eş. 3.67'de olduğu gibi metal ortamın özellikleri (Örneğin; gaz=0) kullanılarak metal antenin elektrik alan dağılımları elde edilir. Akım dağılımlarını bulmak için ise Eş. 3.118 kullanılır.

4. UYGULAMA VE SİMÜLASYON SONUÇLARI

Bu bölümde değişik senaryolar tanımlanmış, tanımlanan bu durumlar için yazılım geliştirilmiş, geliştirilen yazılımların sonuçları yorumlanmıştır. Çalışmada plazma anten için çalışma frekansı/plazma frekansı $(a=f/f_p)$ oranı sırasıyla a < 1/7, $1/7 \le a < 1/3$ ve $a \cong 1/3$ seçilmiştir. Bu tez çalışmasında yapılan simülasyonlarda MATLAB kullanılmıştır.

4.1. Plazma Antenin Frekansa Göre Karakteristiğinin İncelenmesi

Boyutları $210 \times 330 \times 960$ mm olarak seçilen FDTD uzayının *x-y* düzleminde orta noktasına, *z* düzleminde *z*=10 hücre numarasına yerleştirilmiş $20 \times 20 \times 600$ mm boyutlarında plazma anten sütununun frekansa göre davranışı simülasyon yardımıyla incelenmiştir. Plazma antenin FDTD uzayındaki yerleşimi Şekil 4.1'de verilmiştir.



Şekil 4.1. FDTD uzayı ve plazma anten yerleşimi

Plazma sütunu bakır düzlem üzerine dikey yerleştirilmiştir. Plazma sütunu çevresine, yüzey dalgasını oluşturmak amacıyla genişliği ve yüksekliği 30 mm olan bağlantı

manşonu bağlanmıştır. Plazma anten, i=18, j=33, k=10 konumunda yüzey dalgası ile uyarılmıştır. Uyarım gerilimi bakır bağlantı manşonu ile yer düzlemi arasına uygulanmış; kaynak olarak merkez frekansı ve band genişliği 1 GHz olan modüle edilmiş Gauss darbesi seçilmiştir.

Simülasyonda *x* ve *y* yönündeki birim hücre boyutları 5 mm ($\Delta x = \Delta y = 5 mm$), *z* yönündeki birim hücre boyutu 10 mm seçilmiştir ($\Delta z = 10mm$). FDTD uzayının sınırlarında PML tabaka kullanılmıştır. Problem uzayında plazma sütununun dikey yerleştirildiği sonsuz yer düzlemini simüle etmek için PEC kullanılmıştır.

<u>Plazma frekansının (f_p) 700 MHz olduğu durumda çalışma frekansına göre plazma</u> <u>antenin elektrik alan dağılımlarının incelenmesi:</u>

Bu bölümde, plazma frekansı 700 MHz, çalışma frekansı sırasıyla 50, 100, 230 MHz seçilmiştir. Plazma antenin elektrik alan şiddetinin z bileşeni dağılımları k=70(700mm) hücre konumunda $t_0 = 150\Delta t$ işlem adımına kadar üç boyutta gözlemlenmiştir. Elde edilen sonuçlar Şekil 4.2'de gösterilmektedir.



a) f=50 MHz çalışma frekansında E_z dağılımı



b) f=100 MHz çalışma frekansında E_z dağılımı



c) $f{=}230~{\rm MHz}$ çalışma frekansında E_z dağılımı

Şekil 4.2. 700 MHz plazma frekansında çalışma frekansına göre elektrik alan dağılımı

Şekil 4.2 farklı frekanslar için plazma sütunu civarındaki elektrik alan dağılımlarını göstermektedir. Burada dikkat edilmesi gereken husus çalışma frekansı arttıkça elektrik alan gücünün azalmış olmasıdır. Bunun nedeni de yüzey dalgasının daha yüksek frekanslarda zayıflamasındaki artıştır.

<u>Plazma frekansının (f_p) 700 MHz olduğu durumda çalışma frekansına göre plazma</u> antenin elektrik alan şiddetinin maksimum elektrik alan şiddetine oranının incelenmesi:

Plazma frekansı 700 MHz, çalışma frekansı sırasıyla 50, 100, 230 MHz seçilmiştir. x ekseninde i=19, y ekseninde j=31 sabit hücreleri seçilmiş ve k=10 ile k=60 hücreleri arasında plazma sütunu boyunca elektrik alanın z bileşeninin z yönündeki maksimum elektrik alana oranı gözlemlenmiştir. Elde edilen simülasyon sonuçları Şekil 4.3'de gösterilmektedir.



a) f=50 MHz çalışma frekansında E_z oranı



b) f=100 MHz çalışma frekansında E_z oranı



c) f=230 MHz çalışma frekansında E_z oranı

Şekil 4.3. 700 MHz plazma frekansında çalışma frekansına göre plazma sütunundaki elektrik alan oranı

<u>Plazma frekansının (f_p) 700 MHz olduğu durumda çalışma frekansına göre plazma</u> antenin akım dağılımlarının incelenmesi:

700 MHz plazma frekansında, çalışma frekansı sırasıyla 50, 100, 230 MHz'de x ekseninde i=19, y ekseninde j=31 sabit hücreleri seçilmiş ve k=10 ile k=60arasında plazma sütunu boyunca J_z akım değeri gözlemlenmiştir. Elde edilen simülasyon sonuçları Şekil 4.4'de gösterilmektedir.



a) f=50 MHz çalışma frekansında J_z akım değeri



b) f=100 MHz çalışma frekansında J_z akım değeri



c) f=230 MHz çalışma frekansında J_z akım değeri

Şekil 4.4. 700 MHz plazma frekansında çalışma frekansına göre plazma sütunundaki akım dağılımı

<u>Plazma frekansının (f_p) 900 MHz olduğu durumda çalışma frekansına göre plazma</u> antenin elektrik alan dağılımlarının incelenmesi:

Bu bölümde plazma frekansı 900 MHz, çalışma frekansı sırasıyla 100, 200, 300 MHz seçilerek plazma antenin k=70 (700mm) hücre konumunda elektrik alan şiddetinin z bileşeni dağılımları üç boyutta gözlemlenmiştir. Bu durumda elde edilen sonuçlar Şekil 4.5'de gösterilmektedir.



a) f=100 MHz çalışma frekansında E_z dağılımı



b) f=200 MHz çalışma frekansında E_z dağılımı



c) f=300 MHz çalışma frekansında E_z dağılımı

Şekil 4.5. 900 MHz plazma frekansında çalışma frekansına göre elektrik alan dağılımı

<u>Plazma frekansının (f_p) 900 MHz olduğu durumda çalışma frekansına göre plazma</u> <u>antenin elektrik alan şiddetinin maksimum elektrik alan şiddetine oranının</u> <u>incelenmesi:</u>

900 MHz plazma frekansında, 100, 200, 300 MHz çalışma frekanslarında, i=19, j=31 sabit hücrelerinde, k=10 ile k=60 arasında z yönündeki elektrik alanın maksimum elektrik alana oranı incelenmiş, sonuçları Şekil 4.6'da gösterilmiştir.



a) f=100 MHz çalışma frekansında E_z oranı



b) f=200 MHz çalışma frekansında E_z oranı



c) f=300 MHz çalışma frekansında E_z oranı

Şekil 4.6. 900 MHz plazma frekansında çalışma frekansına göre plazma sütunundaki elektrik alan oranı

<u>Plazma frekansının (f_p) 900 MHz olduğu durumda çalışma frekansına göre plazma</u> antenin akım dağılımlarının incelenmesi:

900 MHz plazma frekansında, 100, 200, 300 MHz çalışma frekanslarında i=19, j=31 sabit hücreleri seçilerek k=10 ile k=60 arasında akım değerleri gözlemlenmiştir. Elde edilen simülasyon sonuçları Şekil 4.7'de gösterilmektedir.



a) f=100 MHz çalışma frekansında J_z akım değeri



b) f=200 MHz çalışma frekansında J_z akım değeri



c) f=300 MHz çalışma frekansında J_z akım değeri

Şekil 4.7. 900 MHz plazma frekansında çalışma frekansına göre plazma sütunundaki akım dağılımı

<u>Plazma frekansının (f_p) 1200 MHz olduğu durumda çalışma frekansına göre plazma</u> antenin elektrik alan dağılımlarının incelenmesi:

Bu bölümde 1200 MHz plazma frekansında, sırasıyla 150, 200, 400 MHz çalışma frekanslarında plazma antenin k=70 (700mm) hücre konumunda elektrik alan şiddeti üç boyutta gözlemlenmiştir. Bu durumda elde edilen sonuçlar Şekil 4.8'de gösterilmektedir.



a) f=150 MHz çalışma frekansında E_z dağılımı



b) f=200 MHz çalışma frekansında E_z dağılımı



c) f=400 MHz çalışma frekansında E_z dağılımı

Şekil 4.8. 1200 MHz plazma frekansında çalışma frekansına göre elektrik alan dağılımı

<u>Plazma frekansının (f_p) 1200 MHz olduğu durumda çalışma frekansına göre plazma</u> <u>antenin elektrik alan şiddetinin maksimum elektrik alan şiddetine oranının</u> <u>incelenmesi:</u>

Plazma frekansı 1200 MHz, çalışma frekansı sırasıyla 150, 200, 400 MHz'de *x* ekseninde i=19, *y* ekseninde j=31 sabit hücreleri seçilmiş ve k=10 ile k=60arasında plazma sütununda elektrik alanın *z* bileşeninin *z* yönündeki maksimum elektrik alana oranı gözlemlenmiştir. Elde edilen simülasyon sonuçları Şekil 4.9'da gösterilmektedir.



a) f=150 MHz çalışma frekansında E_z oranı



b) f=200 MHz çalışma frekansında E_z oranı



c) f=400 MHz çalışma frekansında E_z oranı

Şekil 4.9. 1200 MHz plazma frekansında çalışma frekansına göre plazma sütunundaki elektrik alan oranı

<u>Plazma frekansının (f_p) 1200 MHz olduğu durumda çalışma frekansına göre plazma</u> antenin akım dağılımlarının incelenmesi:

1200 MHz plazma frekansında, sırasıyla 150, 200, 400 MHz çalışma frekanslarında i=19, j=31 sabit hücreleri seçilmiş ve k=10 ile k=60 arasında elde edilen Jz akım değerleri Şekil 4.10'da gösterilmiştir.



a) f=150 MHz çalışma frekansında J_z akım değeri



b) f=200 MHz çalışma frekansında J_z akım değeri



c) f=400 MHz çalışma frekansında J_z akım değeri

Şekil 4.10. 1200 MHz plazma frekansında çalışma frekansına göre plazma sütunundaki akım dağılımı

<u>Plazma frekansının (f_p) 1500 MHz olduğu durumda çalışma frekansına göre plazma</u> antenin elektrik alan dağılımlarının incelenmesi:

Bu bölümde plazma frekansı 1500 MHz, çalışma frekansı sırasıyla 200, 300, 500 MHz seçilerek plazma antenin k=70 (700mm) hücre konumunda elektrik alan şiddeti dağılımı üç boyutta gözlemlenmiştir. Bu durumda elde edilen sonuçlar Şekil 4.11'de gösterilmektedir.



a) f=200 MHz çalışma frekansında E_z dağılımı



b) f=300 MHz çalışma frekansında E_z dağılımı



c) f=500 MHz çalışma frekansında E_z dağılımı

Şekil 4.11. 1500 MHz plazma frekansında çalışma frekansına göre elektrik alan dağılımı

<u>Plazma frekansının (f_p) 1500 MHz olduğu durumda çalışma frekansına göre plazma</u> <u>antenin elektrik alan şiddetinin maksimum elektrik alan şiddetine oranının</u> <u>incelenmesi:</u>

Plazma frekansı 1500 MHz, çalışma frekansı sırasıyla 200, 300, 500 MHz'de i=19, j=31 ve k=10 ile k=60 arasında, elektrik alanın maksimum elektrik alana oranı gözlemlenmiş, elde edilen simülasyon sonuçları Şekil 4.12'de gösterilmiştir.



a) f=200 MHz çalışma frekansında E_z oranı



b) f=300 MHz çalışma frekansında E_z oranı



c) $f{=}500~{\rm MHz}$ çalışma frekansında E_z oranı

Şekil 4.12. 1500 MHz plazma frekansında çalışma frekansına göre plazma sütunundaki elektrik alan oranı

<u>Plazma frekansının (f_p) 1500 MHz olduğu durumda çalışma frekansına göre plazma</u> antenin akım dağılımlarının incelenmesi:

Bu bölümde 1500 MHz plazma frekansında, 200, 300, 500 MHz çalışma frekanslarında x ekseninde i=19, y ekseninde j=31 sabit hücrelerinde ve k=10 ile k=60 arasında J_z akım değerleri incelenmiş, simülasyon sonuçları Şekil 4.13'de verilmiştir.



a) f=200 MHz çalışma frekansında J_z akım değeri



b) f=300 MHz çalışma frekansında J_z akım değeri



c) f=500 MHz çalışma frekansında J_z akım değeri

Şekil 4.13. 1500 MHz plazma frekansında çalışma frekansına göre plazma sütunundaki akım dağılımı

Çalışma özetlendiğinde plazma antenin frekansa bağımlı karakteristikleri doğrudan integralleme (DI) yöntemi kullanılarak incelenmiş, yapılan çalışmalar sonucunda etkileşimin temel nedeninin elektromanyetik dalga frekansının plazma frekansına oranı olduğu görülmüştür. Plazma antenin plazma frekansı sabit olduğu ve çalışma frekansının arttığı durumlarda elektrik alan şiddetinin azaldığı görülmüştür. Bu durum yüzey dalgasının daha yüksek frekansına yakın çalışma frekansı seçilmesi durumunda plazma antende dalga yayılımının olmadığı, yüzey dalgasının sönümlendiği, akımın azaldığı görülmüştür. Bunun nedeni ise yüzey dalgasının yayılım sabitinin reel kısmının serbest uzay dalga sayısına yaklaşmasıdır.

4. 2. Bakır Antenin Karakteristiğinin İncelenmesi

Boyutları 210 × 330 × 960 mm olarak seçilen FDTD uzayının *x* - *y* düzleminde orta noktasına, *z* düzleminde k=10'a yerleştirilen 20 × 20 × 600 mm boyutlarında bakır anten sütununun frekansa göre davranışı simülasyon yardımıyla incelenmiştir.

Bakır anten plazma antenle aynı koordinatlara yerleştirilmiş, ancak uyarım kaynağı bağlantı manşonu kullanılmadan yerleştirildiği tabanın orta noktasına, i=21, j=33, k=10 koordinatında uygulanmıştır. Burada uyarım kaynağı olarak Gauss darbesi kullanılmıştır. Çalışma frekansı 200 MHz seçilen bakır monopol antenin simülasyon sonuçları Şekil 4.14'te yer almaktadır.



a) f=200 MHz çalışma frekansında E_z dağılımı



b) f=200 MHz çalışma frekansında E_z oranı



c) f=200 MHz çalışma frekansında J_z akım değeri

Şekil 4.14. Bakır antenin elektrik alan ve akım dağılımları

Plazma antenin alan ve akım dağılımlarının gözlemlenmesi sonucunda, plazma antenin dalga boylarının metal eşdeğerine göre daha kısa olduğu görülmüştür. f/f_p oranının azalması, yani plazma frekansının çalışma frekansına göre çok daha büyük olması durumunda, plazma antenin ışıma etkinliğinin metal anten eşdeğerine yaklaştığı görülmüştür. f/f_p oranı arttığında plazmanın dielektrik gibi davranmaya başladığı, rölatif elektriksel geçirgenliğinin 1'den küçük olduğu görülmüştür. f/f_p oranı 1'e yaklaştıkça yani plazma yoğunluğu düştükçe yüzey dalgası önemli bir şekilde zayıflar ve dalgaboyu metal eşdeğerinde olması gerektiğinden daha kısa olur. Bu etki plazma anten ile bakır antenin akım dağılımlarına bakıldığında açık bir şekilde görülebilmektedir. Metal anten akım dağılımlarında tepe noktaları düzgün değişim gösterirken plazma anten akım dağılımlarında tepe noktaları arasındaki değişim maksimuma ulaşmaktadır.
5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada plazma ile elektromanyetik alanların etkileşiminin teorisi incelenmiş, plazma sütun antenler için elektromanyetik dalga analizi gerçekleştirilmiştir.

Bu çalışmayı desteklemek üzere modelleme tekniklerinden biri olan Zaman Bölgesinde Sonlu Farklar (FDTD) konusu araştırılmış, zaman ve uzaydaki zaman adımı ve konum adımlarına göre elektrik ve manyetik alan ifadelerinin birbirleri cinsinden bir, iki veya üç boyutlu simülasyon denklemleri sunulmuştur. Ayrıca sınır koşulları, iletkenlik ve diğer önemli konuların bu çalışmaya nasıl etki edeceği formüllerle anlatılmıştır.

Uygulamada ise tezde sunulan üç boyutlu FDTD denklemlerinden yararlanılarak plazma anten ve bakır anten için EM dalga yayılımı elde edilmiştir. Seçilen FDTD uzayında kenar yansımalarını engellemek amacıyla PML olarak anılan sınır koşulları modellenmiştir.

Plazma frekansının çalışma frekansına göre çok daha büyük olması durumunda plazma antenin ışıma etkinliği metal anten eşdeğerine yaklaştığı görülmüştür. Plazma antenin plazma özelliklerinin değiştirilerek dinamik yeniden ayarlanabilir yapısının olduğu kanıtlanmıştır. Kısa zaman aralığında anlık gereksinimlere göre değiştirilebilen anten yapıları anten uygulamalarında büyük kullanım alanları bulabilir. Plazma ortamı bu özellikleri karşılamaktadır.

Gelecekte Yürütülebilecek Çalışmalar için,

- Plazma antenlerin simülasyon yardımıyla yakın-uzak alan dönüşümlerinin yapılarak normalize edilmiş anten yayılım örüntülerinin çıkarılması,
- Plazmanın çarpışma frekansının değiştiği ortamlarda plazma antenin karakteristiklerinin incelenmesi,
- Simülasyon sonuçlarının deneysel ortamlarda denenmesi,

- Faz dizili ve geniş bandlı yapıları içeren anten yapılarında da uygulanabilecek çalışmaların yapılabileceği,

değerlendirilmektedir.

KAYNAKLAR

- 1. Tiğrek, R. F., "An investigation on plasma antennas", Yüksek Lisans Tezi, *Orta Doğu Teknik Üniversitesi,* Ankara, vi,1,25,27,4,6,8,10,11,12 (2005).
- 2. İnternet: TÜBİTAK Bilim ve Teknik Dergisi "Plazma anteni nedir?" <u>http://biltek.tubitak.gov.tr</u>, (2007).
- 3. Lee, Y., Ganguly, S., "Analysis of plasma column antenna using FDTD method", *Microwave and Optical Technology Letters*, 46 (3): 252-259 (2005).
- 4. Li, X. S., Luo, F., Hu, B. J., "FDTD analysis of radiation performance of a cylinder plasma antenna", *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 8: 756-758 (2009).
- Çakır, G., "Gezgin iletişim sistemleri için hüzme yönlendirmeli mikroşerit dizi anten tasarımı: analitik hesaplama, bilgisayar benzetimleri ve ölçmeler", Doktora Tezi, *Kocaeli Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Kocaeli, 3,26,30,32,38, 123 (2004).
- 6. Dwyer, T. J., Greig, J. R., Murphy, D. P., Perin, J. M., Pechacek, R. E. Raleigh, M., "On the feasibility of using an atmospheric discharge plasma as an RF antenna", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 32 (2): 141-146 (1984).
- 7. Ganguly, S., Gorden, W., Papadopoulos, K., "Active nonlinear ultralow-frequency generation in the ionosphere", *Physical Reviev Letters*, 57 (5): 641-644 (1986).
- Mathew, J., Fernsler, R. F., Meger, R. A., Gregor, J. A., Murphy, D. P., Pechacek, R. E., Manheimer, W. M., "Generation of large area, sheet plasma mirrors for redirecting high frequency microwave beams", *Physical Reviev Letters*, 77 (10): 1982-1985 (1996).
- 9. Borg, G., G., Miljak, D. G., Martin, N. M., "Application of plasma columns to radiofrequency antennas", *Applied Physics Letters*, 74 (22): 3372-3274 (1999).
- 10. Rayner, J. P., Whichello, A. P., Chhetham, A. D., "Physical characteristics of plasma antennas", *IEEE Transactions on Plasma Science*, 32 (1): 269-281 (2004).
- 11. Cerri, G., Leo, R. D., Primiani, V., Russo, P., "Measurement of the properties of a plasma column used as a radiating element", *IEEE Trans .Instrum. Meas.*, 57 (2) : 242-247 (2008).

- 12. Manheimer, W., "Plasma reflectors for electronic beam steering in radar systems", *IEEE Transactions on Plasma Science*, 19 (6): 1228 (1991).
- Mathew, J., Meger, R., Gregor, J., Pechacek, R., Fernsler, R., Manheimer, W., Robson, A., "Electronically steerable plasma mirror for radar applications", *IEEE International Radar Conference*, Washington, DC :742-747, (1995).
- 14. Moisan, M., Zakrzewski, Z. J. "Plasma sources based on the propagation of electromagnetic surface waves", *J.Phys D,Appl. Phys.*, 24, 1025-1048, (1991).
- 15. Borg, G., Harris, J., Martin, N., Thorncraft, D., Milliken, R., Miljak, D., Kwan, B., Ng, T., Kircher, J., "Plasmas as antennas: theory, experiment, and applications", *Physics of Plasmas*, 7 (5): 2198 (2000).
- 16. Alexeff, I., Anderson, T., "Experimental and theoretical results with plasma antennas", *IEEE Transactions on Plasma Science*, 34 (2): 166-172 (2006).
- 17. Alexeff, I., Anderson, T. "Recent results for plasma antennas", *Physics of Plasmas*, 15: 057104-1-057104-4 (2008).
- Anderson, T., Alexeff, I. "Plasma frequency selective surfaces", *IEEE Transactions on Plasma Science*, 35 (2): 407-415 (2007).
- 19. Yee, K., "Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell's equations in isotropic media", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 14 (3): 302-307 (1966).
- 20. Taflove, A., Brodwin, M. E., "Numerical solution of steady-state electromagnetic scattering problems using the time-dependent Maxwell's equations", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 23 (8): 623-630 (1975).
- 21. Mur, G., "Absorbing boundary conditions for the finite difference approximation of the time-domain electromagnetic-field equations", *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 23 (4) :377-384 (1981).
- 22. Qian, Z. H., Chen., R. S., Yang, H. W., Leung, K. W., Yung, K. N., "FDTD Analysis of a plasma whip antenna", *Microwave and Optical Technology Letters*, 47 (2) :147-150, (2005).
- 23. Young. J. L., Nelson, R. O., "A summary and systematic analysis of FDTD algoritms for linearly dispersive media", *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, 43 (1): 61-77 (2001).

- 24. Luebbers, R. J., Kunz, K. S., Schneider, M., Hunsberger, F., "A finite difference time domain near zone to far zone transformation", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 39 (2): 429-433 (1991).
- Anderson, T., Alexeff, I. Farshi, E., Karnam, N., Pradeep, E. P., Pulasani, N. R., Peck, J., "An operating intelligent plasma antenna", *Pulsed Power Conference*, Albuquerque, 353-356 (2007).
- 26. Jenn, D. C., "Plasma antennas: survey of techniques and the current state of the art", *NPS 0704-0188, Monterey, California:* 2,3,7,5,6 (2003).
- 27. Anderson T., Alexeff I. Gross, Frank B., "Plasma antennas", Frontiers in Antennas : Next Generation Design and Engineering, *Mc Graw Hill*, New York, 411-440 (2011).
- 28. Vecchioni, E., Cerri, G., Russo, P., Primiani, V. M.," Experimental and theoretical investigation on plasma antennas", *29th URSI General Assembly*, Chicago, 222, (2008).
- 29. Anderson, T., "Summary of Accomplishments of Haleakala R&D, Inc on Plasma Antennas", *Haleakala Research and Development, Inc., US*:1-8 (2009).
- 30. Lorrain, P., Corson, D., "Electromagnetic Fields and Waves", 2nd Edition, *W. H. Freeman and Company*, New York, 481-492 (1970).
- 31. Barrie, D, "LO and Behold" *Aviation Week & Space Technology*, 159 (6) (2003).
- 32. Ulusoy, A., "Yakın ve Uzak Alan Bölgesinde Çok Katmanlı Yapılarda Sonlu Farklar Yönteminin Kullanılması" Yüksek Lisans Tezi, *Süleyman Demirel Üniversitesi*, Isparta, 18,21,42-46,51,32 (2011).
- 33. Sevgi, L., "Elektromanyetik Problemler ve Sayısal Yöntemler", *Birsen Yayınevi Ltd. Sti.*, İstanbul.: 7,4, 5,6,24,25,26,28 (1999).
- 34. Yalçın, S., "Elektromanyetik Dalga Yayılımının Zamanda Sonlu Farklar Metodu İle Analizi", *Gazi Üniversitesi*, Ankara, 4 (2006).
- 35. Sullivan, D. M., "Electromagnetic simulation using FDTD method", IEEE Press Series On RF and Microwave Technology, 3, 5,6, 9,19,20, 23, 25,27, 28,29 (2000).
- 36. Grote, M. J., "Non reflecting boundary conditions for electromagnetic scattering" *International Journal of Numerical Modelling: Electronic Networks Devices and Fields* 13, 397-416, (2000).

- 37. Sullivan, D. M., "Frequency-dependent FDTD methods using Z transforms", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 40: 1223-1230 (1992).
- 38. Luebbers, R., Chen, L., UNO, T., Adachi, S., "FDTD calculation patterns, impedance and gain for a monopole antenna on a conducting box", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 40 (12):1577-1583 (1992).
- 39. Nyquist, H., "Certain Topics in Telegraph Transmission Theory", *Trans. AIEE*, 47:617-644 (1928).
- 40. Berenger, J. P., "Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves", *J. Computational Physics*, 114:185-200 (1994).
- 41. Sullivan, D. M., "A Simplified PML for use with the FDTD Method", *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, 6: 97-99 (1996).
- 42. Sacks, Z. S., Kinsland, D. M., Lee, R., Lee, J. F. "A Perfectly matched anisotropic absorber for use as an absorbing boundary condition", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 43: 1460-1463., (1995).
- 43. Sullivan, D. M., "An unsplit step 3-D PML for use with the FDTD method", *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, 7: 184-186, (1997).

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı	: ÖZEN, Ebru
Uyruğu	: T.C.
Doğum tarihi ve yeri	: 02.11.1986 İzmir
Medeni hali	: Evli
Telefon	: -
Faks	: -
e-mail	: <u>ozennebruu@gmail.com</u>

Eğitim

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet tarihi
Lisans	Pamukkale Üni /Elektrik Elektroni	k
Lisans		2009
	Mun.Bolumu	2008
Lise	İzmir Atatürk Anadolu Lisesi	2004
İş Deneyimi		
Yıl	Yer	Görev
2009-Halen	Genelkurmay Başkanlığı	Mühendis
Yabancı Dil		
İngilizce		
Yayınlar		
-		
Hobiler		

Kitap Okuma, Sinema, Tiyatro İzleme, Spor Yapma.