

**İNSANSIZ MODEL HELİKOPTERLERİN İNİŞ TAKIMLARININ  
DÜŞME TESTLERİNİN DENEYSEL VE SAYISAL ANALİZLERİ**

**Onur YILDIRIM**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ  
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**OCAK 2014**

**ANKARA**

**İNSANSIZ MODEL HELİKOPTERLERİN İNİŞ TAKIMLARININ  
DÜŞME TESTLERİNİN DENEYSEL VE SAYISAL ANALİZLERİ**

**Onur YILDIRIM**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ  
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**OCAK 2014**

**ANKARA**

## **TEZ BİLDİRİMİ**

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada orijinal olmayan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Onur YILDIRIM

**İNSANSIZ MODEL HELİKOPTERLERİN İNİŞ TAKIMLARININ DÜŞME  
TESTLERİNİN DENEYSSEL VE SAYISAL ANALİZLERİ  
(Yüksek Lisans Tezi)**

**Onur YILDIRIM**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**Ocak 2014**

**ÖZET**

**Bu çalışmada, kızak tipi iniş takımına sahip insansız bir hava aracının yere inişi esnasında iniş takımlarının maruz kaldığı yükler, bu yükler neticesinde yapıda oluşan gerilmeler ve deformasyonlar incelenmiştir. Bu incelemeler deneysel ve sayısal yöntemler olmak üzere iki ayrı koldan yürütülmüştür. Deney yapılan numuneler dört farklı tipte olup; 2024 T3, 7075 T6 ve 6061 T6 Alüminyum alaşımlarından imal edilmiştir.**

**Dördüncü ve son numunede yuvarlak kesitli ve parantez şeklinde bükülen kızak köprüsü geometrisinin çarpma anında oluşan enerjiyi en iyi emen model olduğu sonucuna varılmıştır. Dördüncü deneyde test edilen model, Ansys sonlu elemanlar yazılımı ortamında da modellenerek deneylerden elde edilen çarpma anındaki yük verileri uygulanmıştır. Alınan gerinim, gerilme değerleri karşılaştırıldığında ölçülen en büyük gerilme değeri için 7,1% hata oranı ile sonlu elemanlar analizleri doğrulanmıştır.**

**Çalışmada özetlediğimiz yayınlardan, kızak tipi iniş takımlarından istenilen özelliğin hava aracının yere inişi anında oluşan darbe enerjisini elastik bölgede deforme olarak yutması ve darbe etkisi kalktığında ilk haline geri dönmesi olduğu sonucuna varılmıştır.**

Dördüncü numunede elde edilen model hava aracının yere iniş esnasında plastik bölgeye geçerek kalıcı deformasyona uğramıştır. Bir optimizasyon modeli elde etmek amacıyla modelin cidar kalınlıkları artırılarak analizler tekrarlanmış ve iniş takımının 1,5 kat emniyetli olduğu sonucuna varılmıştır. Bu sonuca göre iniş takımı modelimizin istenilen kriterlere uygun olduğu sonucuna varılarak çalışma tamamlanmıştır.

**Bilim Kodu** : 914.1.073

**Anahtar Kelimeler** : hava aracı, iniş takımı, kızak tipi iniş takımı, helikopter, optimizasyon, sonlu elemanlar analizi, gerilme, gerinim, düşme testi, darbe

**Sayfa Adedi** : 111

**Tez Yöneticisi** : Doç. Dr. Ezgi GÜNAY

**THE EXPERIMENTAL AND THE NUMERICAL ANALYSIS OF DROP  
TESTS FOR THE LANDING GEAR OF UNMANNED MODEL  
HELICOPTERS  
(M.Sc. Thesis)**

**Onur YILDIRIM**

**GAZİ UNIVERSITY  
GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES  
January 2014**

**ABSTRACT**

In this work, the loads exposed to an unmanned helicopter with a skid type landing gear the stresses and the deformations formed during landing are studied in detail. These studies are carried out by using experimental and computational methods. The experimental methods are conducted for 4 different types of specimens manufactured from 2024 T3, 7075 T6 and 6061 T6 Aluminium alloys. The experimental data of accelerations, stresses and strains are compared with FEA results obtained by using Ansys software.

After examination of recorded data at the instant of impact in 4th experiment, it is concluded that the cross tube specimen, manufactured from tube and bended in C-shape, is the optimum specimen to absorb the impact energy. Consequently, the loading data and model tested in the 4th experiment is used in Ansys FEA software. When stress and strain values are compared, the result of the finite element analysis is verified with a 7,1% error rate and the model is validated.

Accordind to references cited in the work, a skid type landing gear should absorb the whole impact energy formed during the landing by

remaining in the elastic zone and afterward regain its original form by the end of impact duration. In 4th experiment, the specimen is undergone plastic deformation. Thus FE analysis is repeated in order to obtain an optimized model by changing the thicknesses and 1.5 times safer optimized model is obtained. The work is completed by conducting that the optimized landing gear model satisfies the desired criteria.

**Science Code** : 914.1.073  
**Key Words** : aircraft, landing gear, skid type landing gear, helicopter, optimization, finite element analysis, stress, strain, drop test, impact  
**Page Number** : 111  
**Adviser** : Assoc.Prof.Dr.Ezgi GÜNAY

## TEŞEKKÜR

Bu tezin hazırlanması ve oluşturulması sırasında, değerli katkı ve yardımlarıyla beni yönlendiren ve bana akademik çalışma disiplinini veren danışman hocam Sayın Doç.Dr.Ezgi GÜNAY'a teşekkür ederim.

Çalışmalarım boyunca her zaman beni destekleyen ve günlerini laboratuarda benim için harcayan değerli hocam Doç.Dr.Özgür ANIL'a teşekkür ederim.

Bilgi ve tecrübesiyle çalışmalarımı yönlendiren kıymetli hocam Yrd.Doç.Dr.Cevdet AYGÜN'e teşekkür ederim.

Üzerimdeki desteğini hiç eksik etmeyen, motivasyonuyla bana enerji veren eşim Gamze YILDIRIM'a ve beni yetiştirerek bugünlere gelmemi sağlayan çok kıymetli annem, babam ve kardeşime teşekkür ederim.



## İÇİNDEKİLER

	<b>Sayfa</b>
ÖZET .....	iv
ABSTRACT .....	vi
TEŞEKKÜR.....	viii
İÇİNDEKİLER .....	ix
ÇİZELGELERİN LİSTESİ.....	xi
ŞEKİLLERİN LİSTESİ.....	xiv
SİMGELER VE KISALTMALAR .....	xviii
1. GİRİŞ .....	1
2. KAYNAK TARAMASI .....	5
2.1. Teorik Modelleme .....	12
2.1.1. Gerinim enerjisi .....	12
2.1.2. Darbe ve dinamik yükler .....	15
2.2. Sayısal Modelleme ve Çözümleme.....	19
2.2.1. Hareket denklemlerini çözümleme metodları.....	19
2.2.2. Özdeğer ve özvektör sayısal metodu .....	24
2.2.3. En küçük kareler sayısal metodu.....	27
2.2.4. QR çarpanlara ayırma sayısal metodu .....	30
2.3. Sayısal Metotlarla Çözümleme .....	37
3. DENEYSEL ÇALIŞMALAR .....	40
3.1. Serbest Düşme Deney Düzeneği.....	41
3.1.1. İvmeölçerler .....	43
3.1.2. Kuvvet algılayıcısı.....	45
3.1.3. Veri toplayıcı.....	47

**Sayfa**

3.2. Prototip Kızak Tipi İniş Takımına Ait Serbest Düşme Deneyleri .....	49
3.2.1. Deney no:1 7075 T6 numune .....	51
3.2.2. Deney no:2 2024 T3 numune .....	57
3.2.3. Deney no:3 2024 T3 numune .....	62
3.2.4. Deney no:4 6061 T6 numune .....	67
4. ANALİZ ÇALIŞMALARI.....	76
4.1. Sonlu Elemanlar Yöntemi .....	76
4.1.1. Ölçülen en büyük kuvvetin modele uygulanması.....	80
4.1.2. Gerçek zamanlı deney sonuçlarının modele uygulanması .....	89
5. OPTİMİZASYON.....	94
6. SONUÇLAR.....	103
KAYNAKLAR .....	106
EKLER .....	108
EK -1 Sonlu Elemanlar Analizi Akış Diyagramı.....	109
EK -1 Sonlu Elemanlar Analizi Akış Diyagramı.....	110

## ÇİZELGELERİN LİSTESİ

<b>Çizelge</b>	<b>Sayfa</b>
Çizelge 3.1. NI 9233-USB-9162 veri toplayıcı teknik özellikleri.....	48
Çizelge 3.2. Deney bilgileri .....	49
Çizelge 3.3. Deneylerde kullanılan alüminyum numunelerinin alaşım miktarları .....	50
Çizelge 3.4. Düşme deneylerinde kullanılan numunelerin mekanik özellikleri .....	50
Çizelge 3.5. Gerinim pulu adlandırma tablosu .....	52
Çizelge 3.6. Deney no:1'in voltaj farkından elde edilen değerler tablosu .....	57
Çizelge 3.7. Deney no:1'e ait ivme, hız ve deplasman değerleri.....	57
Çizelge 3.8. Deney no:2'nin voltaj farkından elde edilen değerler tablosu ...	59
Çizelge 3.9. Deney no:2'ye ait ivme, hız ve deplasman değerleri.....	60
Çizelge 3.10. Deney no:3'ün voltaj farkından elde edilen değerler tablosu ..	63
Çizelge 3.11. Deney no:3'e ait ivme, hız ve deplasman değerleri.....	64
Çizelge 3.12. Deney no:4'e ait gerinim pulları koordinatları .....	69
Çizelge 3.13. Deney no:4'e ait voltaj farkından elde edilen değerler tablosu	72
Çizelge 3.14. Deney no:4'e ait ivme, hız ve deplasman değerleri.....	73
Çizelge 4.1. Analiz sırasında kullanılan birimler .....	73
Çizelge 4.2. Ansys programı geometri özellikleri tablosu .....	78
Çizelge 4.3. Malzeme özellikleri tablosu .....	79
Çizelge 4.4. Ansys programı kullanılan koordinat sistemi tablosu.....	79
Çizelge 4.5. 3270 N kuvvet uygulandığında Ansys Sonlu Elemanlar yöntemiyle elde edilen toplam yer değiştirme-zaman tablosu ..	82

<b>Çizelge</b>	<b>Sayfa</b>
Çizelge 4.6. 3270 N kuvvet uygulandığında Ansys Sonlu Elemanlar yöntemiyle elde edilen gerinim-zaman tablosu .....	83
Çizelge 4.7. 3270 N kuvvet uygulandığında Ansys Sonlu Elemanlar yöntemiyle elde edilen gerilme-zaman tablosu .....	84
Çizelge 4.8. Sonlu Elemanlar yöntemiyle elde edilen, gerinim pullarının takıldığı bölgelerden alınan gerilme değerleri .....	85
Çizelge 4.9. Deneysel ve nümerik yöntemlerin karşılaştırma tablosu .....	86
Çizelge 4.10. Sonlu Elemanlar yöntemi ile elde edilen gerinim enerjisi-zaman tablosu.....	88
Çizelge 4.11. Gerçek zamanlı kuvvet-zaman verileri tablosu.....	89
Çizelge 4.12. Gerçek zamanlı deney sonuçlarından elde edilen verilerle yapılan analiz sonucunda elde edilen Toplam yer değiştirme – zaman tablosu.....	90
Çizelge 4.13. Gerçek zamanlı deney sonuçlarından elde edilen verilerle yapılan analiz sonucunda elde edilen Gerinim – zaman tablosu .....	91
Çizelge 4.14. Gerçek zamanlı deney sonuçlarından elde edilen verilerle yapılan analiz sonucunda elde edilen Gerilme – zaman tablosu.....	92
Çizelge 4.15. Gerçek zamanlı deney sonuçlarından elde edilen verilerle yapılan analiz sonucunda elde edilen Gerinim enerjisi – zaman tablosu.....	93
Çizelge 5.1. Testleri ve optimizasyon çalışması yapılan modellerin ölçülerinin karşılaştırma tablosu .....	95
Çizelge 5.2. Optimize edilen modelin geometrik özellikler tablosu .....	95
Çizelge 5.3. Malzeme özellikleri tablosu .....	96
Çizelge 5.4. Kullanılan koordinat sistemi tablosu .....	96
Çizelge 5.5. Ansys Sonlu Elemanlar yöntemiyle elde edilen deformasyon – zaman tablosu.....	99

<b>Çizelge</b>	<b>Sayfa</b>
Çizelge 5.6. Ansys Sonlu Elemanlar yöntemiyle elde edilen asal gerinimler-zaman tablosu.....	100
Çizelge 5.7. Asal gerilmeler-zaman tablosu .....	101

## ŞEKİLLERİN LİSTESİ

<b>Şekil</b>	<b>Sayfa</b>
Şekil 1.1. Bir İHA sisteminin fiziki mimarisi.....	2
Şekil 1.2. Kızak tipi iniş takımına sahip bir hava aracı .....	3
Şekil 2.1. Dikdörtgen prizma .....	13
Şekil 2.2. Tek eksenli gerilmeye maruz bırakılmış çubuktaki yer değişimi miktarı.....	13
Şekil 2.3. Kesme gerilmesinden kaynaklanan deformasyon miktarı .....	15
Şekil 2.4. Serbest düşen cisim .....	17
Şekil 2.5. Yay sabiti ve sönümlenme elemanı altında çalışan m kütle sine ait $x(t)$ yer değiştirmesi.....	21
Şekil 3.1. Serbest düşme deney düzeneği.....	40
Şekil 3.2. Serbest düşme deney düzeneği şeması .....	41
Şekil 3.3. Çekiç mekanizması .....	42
Şekil 3.4. Model 353B02 .....	44
Şekil 3.5. İvmeölçerlerin montaj şekilleri ve yüksek frekansa etkileri .....	45
Şekil 3.6. 201B03 Model ICP kuvars halka kuvvet algılayıcısı .....	46
Şekil 3.7. Halka kuvvet algılayıcısı montaj şekli .....	47
Şekil 3.8. NI 9233-USB-9162 veri toplayıcı .....	48
Şekil 3.9. Deney cihazına bağlanmış test numunesi.....	49
Şekil 3.10. Deney no:1 için hazırlanan numunenin teknik resmi .....	51
Şekil 3.11. Gerinim pulu ile ölçüm alınan yüzeyler.....	52
Şekil 3.12. Deney no:1 sonrası deformasyona uğramış numune.....	53
Şekil 3.13. Deney no:1'e ait gerinim pullarından alınan gerilme–gerinim grafiği .....	54

<b>Şekil</b>	<b>Sayfa</b>
Şekil 3.14. Deney no:1'in gerinim pullarına ait voltaj değişim grafiği.....	54
Şekil 3.15. Deney numunesi düşme eksenini .....	55
Şekil 3.16. Deney no:1'de oluşan çarpma yükü-sol deplasman grafiği .....	56
Şekil 3.17. Deney no:1'de oluşan çarpma yükü-sağ deplasman grafiği .....	57
Şekil 3.18. Deney no:2'ye ait gerinim pulu ile ölçüm alınan yüzeyler .....	58
Şekil 3.19. Deney no:2'nin gerinim pullarından alından gerilme–gerinim grafiği .....	59
Şekil 3.20. Deney no:2'nin gerinim pullarına ait voltaj değişim grafiği.....	60
Şekil 3.21. Deney no:2'de oluşan çarpma yükü-sol deplasman grafiği .....	61
Şekil 3.22. Deney no:2'de oluşan çarpma yükü-sağ deplasman grafiği .....	61
Şekil 3.23. Deney no:2 sonrası deformasyona uğramış numune.....	62
Şekil 3.24. Deney no:3'ün gerinim pullarından alınan gerilme–gerinim grafiği .....	63
Şekil 3.25. Deney no:3'ün gerinim pullarına ait voltaj değişim grafiği.....	64
Şekil 3.26. Deney no:3'de oluşan çarpma yükü-sol deplasman grafiği .....	65
Şekil 3.27. Deney no:3'de oluşan çarpma yükü-sağ deplasman grafiği .....	65
Şekil 3.28. Deney no:3 sonrası deformasyona uğramış numune.....	66
Şekil 3.29. Deney no:4'e ait numunenin teknik resmi.....	68
Şekil 3.30. X,Y,Z koordinat sisteminde iniş takımının yerleşimi .....	69
Şekil 3.31. Deney no:4'e ait iniş takımı gerinim pulları yerleşimi.....	69
Şekil 3.32. Deney no:4'ün sağ arka gerinim pulundan alınan gerilme – gerinim grafiği .....	70
Şekil 3.33. Deney no:4'ün sol arka gerinim pulundan alınan gerilme – gerinim grafiği .....	70

<b>Şekil</b>	<b>Sayfa</b>
Şekil 3.34. Deney no:4'e ait sağ ön gerinim pulundan alınan gerilme – gerinim grafiği .....	71
Şekil 3.35. Deney no:4'e ait sol ön gerinim pulundan alınan gerilme – gerinim grafiği .....	71
Şekil 3.36. Deney no:4'ün tüm gerinim pullarından alınan gerilme – gerinim grafiği .....	72
Şekil 3.37. Deney no:4'ün gerinim pullarına ait voltaj değişim grafiği.....	73
Şekil 3.38. Çarpma yükü - sol deplasman grafiği.....	74
Şekil 3.39. Çarpma yükü - sağ deplasman grafiği.....	74
Şekil 3.40. Deney no:4 sonrası deformasyona uğramış numune.....	75
Şekil 4.1. Kızak tipi iniş takımı Ansys modeli .....	77
Şekil 4.2. Kuvvet uygulama yüzeyi.....	80
Şekil 4.3. 3270 N kuvvet uygulama süresi .....	81
Şekil 4.4. Serbestlik derecesi ve sınır şartları .....	81
Şekil 4.5. 3270 N kuvvet uygulandığında toplam yer değiştirme – zaman grafiği .....	82
Şekil 4.6. 3270 N kuvvet uygulandığında oluşan gerinim-zaman grafiği .....	83
Şekil 4.7. 3270 N kuvvet uygulandığında oluşan gerilme-zaman grafiği .....	84
Şekil 4.8. 3270 N uygulanması durumunda sonlu elemanlar analizleri gerilme değerleri .....	85
Şekil 4.9. Gerinim pulları hata oranları.....	87
Şekil 4.10. Gerinim enerjisi-zaman grafiği.....	88
Şekil 4.11. Gerçek zamanlı deney sonuçlarından elde edilen kuvvet – zaman grafiği .....	89
Şekil 4.12. Gerçek zamanlı deney sonuçlarından elde edilen verilerle yapılan analiz sonucunda elde edilen Toplam yer değiştirme – zaman grafiği .....	90



<b>Şekil</b>	<b>Sayfa</b>
Şekil 4.13. Gerçek zamanlı deney sonuçlarından elde edilen verilerle yapılan analiz sonucunda elde edilen Gerinim–zaman grafiği ..	91
Şekil 4.14. Gerçek zamanlı deney sonuçlarından elde edilen verilerle yapılan analiz sonucunda elde edilen Gerilme–zaman grafiği ...	92
Şekil 4.15. Gerçek zamanlı deney sonuçlarından elde edilen verilerle yapılan analiz sonucunda elde edilen Gerinim enerjisi – zaman grafiği .....	93
Şekil 5.1. Optimize edilen kızak tipi iniş takımı.....	94
Şekil 5.2. Kuvvet uygulama yüzeyi.....	97
Şekil 5.3. Kuvvet uygulama süresi .....	98
Şekil 5.4. Serbestlik derecesi sınır şartı .....	98
Şekil 5.5. Deformasyon-zaman grafiği .....	99
Şekil 5.6. Gerinim-zaman grafiği .....	100
Şekil 5.7. Gerilme-Zaman grafiği.....	101

## SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış bazı simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

<b>Simgeler</b>	<b>Açıklama</b>
$[D]$	Elastisite matrisi
$B$	Gerinim-yer değiştirme matrisi
$[I]$	Birim matris
$[K_B], [K]$	Rijitlik matrisi
$[K_G], [M]$	Gerilme (stabilite katsayısı) matrisi
$[K^T]$	Tanjant rijitlik matrisi
$E$	Elastisite modülü
$\{F\}$	Yük vektörü
$G$	Kayma modülü
$I_x, I_y$	Kesit atalet momentleri
$M_x, M_y, M_{xy}$	Moment ifadeleri
$Q_x, Q_y$	Kesme kuvvet ifadeleri
$x, y, z$	Kartezyen koordinat sisteminin eksenleri
$\varepsilon, \varepsilon_{kr}$	Birim uzama(gerinim), kritik birim uzama
$\delta_{maks}$	Maksimum deformasyon

<b>Simgeler</b>	<b>Açıklamalar</b>
$\dot{\varepsilon}$	Gerinim hızı
$\nu$	Poisson oranı
$\Pi$	Toplam potansiyel enerji
$\sigma$	Gerilme
$\tau_{xy}$	x - y düzleminde kayma gerilmesi
$\lambda$	Özdeğer
$u$	+x yönünde doğrusal deplasman
$g$	+y yönünde doğrusal deplasman
$w$	+z yönünde doğrusal deplasman
$\theta_x$	+x ekseninde dönme yer değişimi
$\theta_y$	+y ekseninde dönme yer değişimi
$\theta_z$	+z ekseninde dönme yer değişimi
$K$	Darbe faktörü
$P_{dyn}$	Statik veya dinamik yük
$F_{eff}$	Etkin kuvvet
$\ddot{x}(t)$	İvme vektörü
$\dot{x}(t)$	Hız vektörü
$x(t)$	Yer değiştirme vektörü
$\vec{y}$	Yer değişimi vektörü

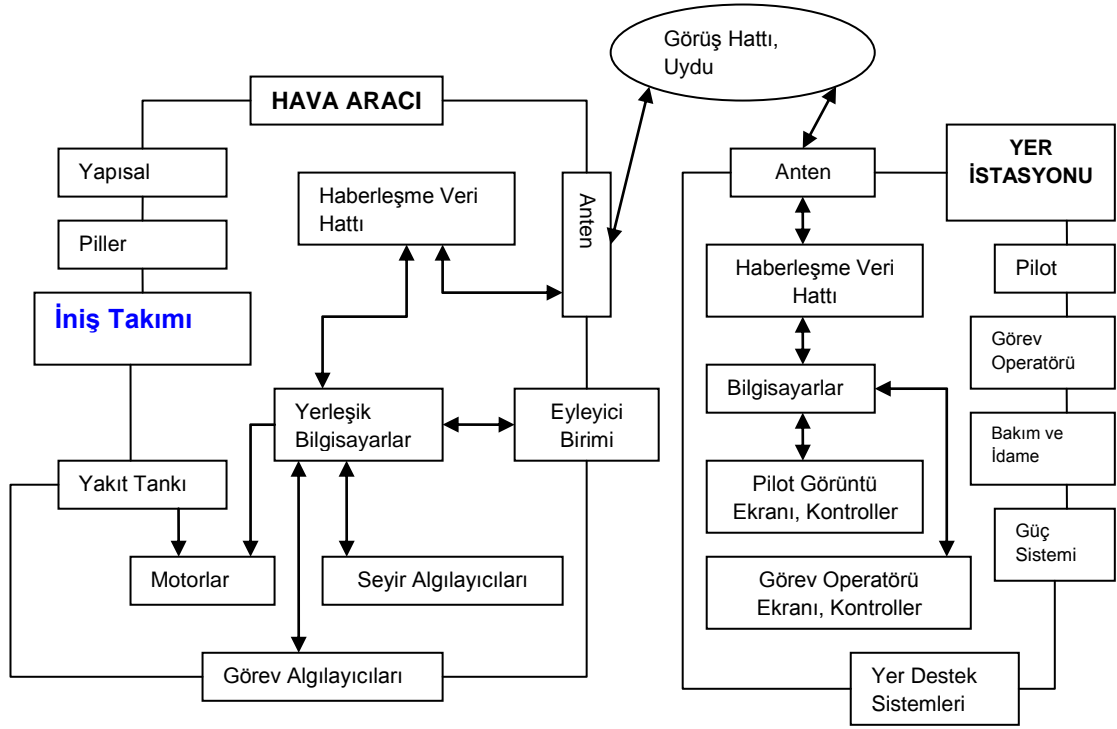
<b>Simgeler</b>	<b>Açıklama</b>
$\vec{Y}$	Dış yüklemeleri gösteren vektör
$\dot{y}$	Hız vektörü
$\underline{h}$	Fark vektörü
q	Yer değişimi fonksiyonu

<b>Kısaltmalar</b>	<b>Açıklama</b>
<b>İHA</b>	İnsansız Hava Aracı
<b>ANSYS</b>	Analysis Systems
<b>FEM</b>	Finite Elements Method
<b>FEA</b>	Finite Elements Analysis
<b>CAD</b>	Computer Aided Design
<b>CAE</b>	Computer Aided Engineering
<b>SEY</b>	Sonlu Elemanlar Yöntemi
<b>UAV</b>	Unmanned Aerial Vehicle

## 1. GİRİŞ

İnsansız Hava Araçlarının (İHA) tarihi, bazı araştırmacılara göre pilotlu uçakların tarihinin ötesine kadar uzanmaktadır. Ancak, yakın zamana kadar radyo kontrollü uçak operatörlerinin sportif eğlence aracı durumundaki bu araçların, yakın gelecekte kazanacağı önem 1980'li yıllardan itibaren anlaşılmaya başladı. Bu sahadaki gelişmeler beklenenin ötesinde bir hız, İHA'lar da beklenenin ötesinde bir işlev kazandı. Literatürde, ağırlıklı olarak, UAV (Unmanned Air Vehicle) veya UAS (Unmanned Air System) olarak adlandırılan bu Hava Aracı Sistemlerini "insansız" olarak adlandırmak şu an için tartışılan bir konudur. İHA'nın bizzat içinde pilot mevcut olmamakla birlikte, yerde de olsa, bu sistemi uzaktan yöneten (en azından uçuş süresince izleyen) bir pilot/operatörü mevcuttur. Bir İHA, onun emniyetli bir şekilde kullanımında, yerdeki insana büyük ölçüde bağımlıdır. Şüphesiz, İHA'ları "pilotsuz" olarak tanımlayanlar da mevcuttur. Ancak "insansız" sözcüğünü tercih edenlerin gerekçesi, bazı sınıf İHA operatörlerinin mutlaka pilot lisansı sahibi olma zorunluluğunun bulunmayışıdır. Kısaca, belirli kriterler dahilinde, "İHA Operatörlüğü" pilot lisansı sahibi olmayanlar içinde yeni bir iş kapısı olacak görülmektedir.

Tipik bir İHA sistemi fiziki mimarisi Şekil 1.1'de görülmektedir. Yapısal, iniş takımı, itki, uçuş kumanda, elektrik, yakıt, haberleşme ve seyrüsefer sistemleri gibi alt bileşenlerden oluşur. Bunların yanında faydalı yük(mühimmat, kamera, karıştırıcı vb.), yer kontrol istasyonu, komuta kontrol ve veri aktarım ağı gibi ana bileşenlere de sahip olması gereklidir [1].



Şekil 1.1. Bir İHA sisteminin fiziki mimarisi [2]

Bu çalışmada, insansız bir hava aracına ait kızak tipi iniş takımının modellenmesinin yanında deneysel testleri ve nümerik metodlarla analizini yaparak bu iki farklı yöntemle ait sonuçları doğrulamaya çalışacağız.

Kızak tipi iniş takımları genellikle düşük ağırlıktaki hava araçlarında tercih edilir. Bunun nedeni, ağırlığının tekerlekli iniş takımlarına göre kıyaslanamayacak kadar küçük olmasıdır. Havacılıkta, hava aracı tasarımı için en önemli kriterlerden biri hava aracımızın parça ve sistem bazında düşük ağırlıkta olmasıdır. Atak helikopter diye tabir ettiğimiz taarruz helikopterlerinde kazanılan küçük miktar bir ağırlık dahi, hava aracının görevini yerine getirmek için ihtiyaç duyacağı mühimmat miktarını arttıracığından kızak tipi iniş takımları tercih edilir. Bunun yanında tasarım ve test maliyetleri, bakım onarım masrafları gibi kriterler göz önünde bulundurulduğunda kızak tipi iniş takımlarının aynı şekilde avantajlı olduğunu görebiliriz. Bunların yanında bazı dezavantajlarda vardır. Tekerlekli iniş takımları hava aracına yerde manevra kabiliyeti sağladığından kızak tipi iniş

takımları için bu bir dezavantajdır. Şekil 1.2'de kızak tipi iniş takımına sahip bir hava aracı gösterilmektedir.



Şekil 1.2. Kızak tipi iniş takımına sahip bir hava aracı

Hava aracının yere inişi esnasında zeminle ilk temas eden ve darbeyi ilk karşılayan komponent iniş takımlarıdır. İniş takımlarından beklenen bir başka ve en önemli özellik ise iniş esnasında oluşan darbe enerjisini sönmüleyebilmesi ve öncelikli olarak mürettebat daha sonra da hava aracı gövdesi ile aviyonik cihazlara bu yüklerin gelmesini önlemektir. Tekerlekli iniş takımlarında oluşan bu darbe enerjisini sönmüleyebilmek için, birçok aktif sistem geliştirilmiştir. Kızak tipi iniş takımlarında da bu tip tasarımları görmek mümkün olsa da genellikle yapının geometrisinden kaynaklanan yay benzeri bir davranış gösteren iniş takımı, oluşan darbe enerjisini sönmülerken kızaklar arası mesafe açılır ve kızak köprüsü deforme olur. Hava aracı kalktığında iniş takımı üzerine etkiyen yükte kalktığından iniş takımı eski halini alır. İniş takımlarında oluşan bu deformasyonun elastik deformasyonda kalıp, kalıcı deformasyona uğramaması istenir.



Yapılan bu çalışma iki kısımdan oluşmaktadır.

- 1) Deneysel çalışmalar
- 2) Sayısal çalışmalar

Yapılan bu çalışmanın ilk kısmında farklı geometrilere sahip iniş takımları üzerinde dört adet deney yapılmıştır. Farklı kalınlıklar ve şekillerdeki kızak köprülerinin elastik ve plastik davranışları gözlemlenmiştir. Bu deneylerde serbest düşme yüksekliği ve iniş takımı üzerindeki ağırlıkları sabit alarak kızak köprüsü geometrisi için kullanılabilir en uygun kesitin dairesel olduğu gözlemlenmiştir. Bunun nedeni ise kızak köprüsünün, oluşan gerilmeleri yapının tamamına eşit bir şekilde yaymasından kaynaklandığı sonucuyla açıklanmıştır. Çalışmanın ikinci kısmında deneylerden elde edilen veriler doğrultusunda Ansys sonlu elemanlar yazılımı ile bu testler bilgisayar ortamında tekrarlanarak deneysel sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Yapılan analizlerde %7,1 relatif hata oranı ile modelimiz doğrulanmıştır. Doğrulan modelin hata oranının düşük olmasına dayanarak bilgisayar ortamında iniş takımımız üzerinde bazı iyileştirmeler de yapılmıştır. Sonlu elemanlar modelimiz üzerindeki bu iyileştirmelerle analizleri tekrarladığımızda 1,5 güvenli emniyet katsayısına sahip bir model elde edilmiştir. Optimizasyon çalışması yaptığımız bu modelin güvenli olarak hava aracımızda kullanılabilirliği sonucuna varılmıştır.

## 2. KAYNAK TARAMASI

Son yıllarda insansız hava araçları önemli ölçüde değerlendirilmiştir. Tarım, alt yapı, bakım, yol, baraj izleme, arama-kurtarma ve birçok alanda kullanımı ivme kazanmıştır. Bu alanların yanında asıl kullanılma amacı askeri istihbarat elde etmektir. İnsansız hava araçları UAV (Unmanned Aerial Vehicle) tarafından uçuş irtifasına göre “Micro”, “Mini”, “Close Range”, “Medium Range” ve “High Altitude Long Endurance” olmak üzere beş sınıfa ayrılabilir. İkinci Dünya Savaşı'ndan sonra bazı devletler gözetleme, izleme, istihbarat ve pilot kullanımının çok riskli olduğu tehlikeli bölgelere operasyon yapabilmeye gibi kabiliyetler kazanabilmek için insansız hava araçları geliştirmişlerdir [3].

Mikhailov ve Nedel'ko helikopter iniş takımlarının üç boyutlu matematiksel modelini ilk kez oluşturmuşlardır. Yaptıkları bu çalışmanın amacı üç boyutlu modeli geliştirilmiş olan dairesel kesitli iniş takımlarını simüle etmek ve yapı elemanlarının fiziksel özelliklerini tanımlamaktır. Bunun için iniş takımının geometrik ve konstrüktif doğrusal olmayan davranışları dikkate alınmıştır. Mikhailov ve Nedel'ko Kirchhoff–Clebsch teorisini kullanarak doğrusal olmayan kirişlerin analizini gerçekleştirmişlerdir. İniş takımlarının plastik deformasyonunu açıklayabilmek için gerinim-gerilme ilişkisini kullanmışlardır. Analizlerinde iniş takımı malzemesi olarak yüksek dayanımlı çelik kullanmışlardır. İniş takımının kızak kısmındaki deformasyonları dikkate almamışlardır. Modellemede elastoplastik malzeme modeli kullanmışlardır. Yapılan hesaplama ve sonlu elemanlar sonuçları karşılaştırıldığında sonuçlar birbirine çok yakın olduğundan Mikhailov ve Nedel'ko oluşturdukları iniş takımı modelini doğrulamışlardır. Sonuç olarak bu modelin bazı değişikliklerle kutu tip iniş takımlarında da kullanılabileceğinin altını çizmişlerdir [4].

Mikhailov ve arkadaşları fiziksel ve geometrik doğrusal olmayan durumları göz önünde bulundurarak dinamik yükler altında iniş takımının gerinim-gerilme durumunu inceleyebilmek için oluşturdukları modeli kullanarak deney sonuçlarıyla uyumlu, yeterli güvenilirliği sağlanmış bir teknik geliştirmişlerdir.

Kızak tip helikopter iniş takımları büyük deplasmanlar oluşturarak çalışır. Bu özellik, deformasyonun fiziksel ve geometrik doğrusal olmayan durumlarını göz önünde bulundurarak yapısal bir hesaplama uygulanmasını gerekli kılar. Oluşan deformasyon öncesi doğrusal olmayan kiriş hesaplamaları için Kirchhoff–Clebsch teorisi kullanılmıştır. Bu teoriye göre elastik kirişler integrodiferansiyel denklem sistemleriyle tanımlanır. Deneysel çalışma için MI-34 helikopterlerinin iniş takımı kullanılmıştır. Kızak köprüsü malzemesi için yüksek dayanımlı çelik alaşımı kullanılmıştır. Hesaplamalarda bazı varsayımlar yapılmıştır. Bunlar;

1.Çubuk çekme ve basma gerilmeleri altında özdeş çalışır. Eğilmede oluşan çeki ve bası bölgelerinin birbirine denk olduğu kabul edilir.

2.Tasarım modeli yalnızca eğilme momenti taşıyacak şekilde sınırlandırılmıştır. Plastik akış bölgesinde oluşan aksenal kuvvetlerin etkisi ihmal edilmiştir. Serbest düşme yükü 26000 daN olarak belirlenmiş, düşme anındaki hız 1,77 m/s ve sürtünme katsayısı 0,1 alınmıştır. Hesaplamaları doğrulamak amacıyla yapılan testteki sonuçlar ile analiz sonuçları karşılaştırılmış ve % 5,2 hata ile analiz sonuçları doğrulanmıştır. Uygulanan yöntem ile geliştirilen iniş takımlarının test ve analizlerinin hassasiyetle yapılabileceği gösterilmiştir [5].

Helikopter iniş takımları; iniş anında helikopter gövdesi, elektronik ekipmanlar ve mürettebatı güvenli tutmaktan sorumludur. Sert inişlerde yüksek çarpma enerjisini absorbe etmelidir. İniş takımlarının temel tasarım kriteri düşey çarpma enerjisini azaltmak ve iniş takımının yorulma ömrünü arttırmaktır. Bunun yanında iniş takımı tasarımında yer rezonanslarından da kaçınılmalıdır. İniş takımının oluşan bu enerjiyi absorpsiyonunda kızak köprüsünün kesiti en önemli etkidir. Dong-Hyun KIM ve Yu-Sung-KIM çalışmalarında iniş takımlarının doğrusal olmayan dinamik çarpışma problemleri üzerine nümerik yaklaşımlarla yoğunlaşmıştır. Bu çalışmada

sürtünmenin önemi vurgulanmıştır. Elastik darbe problemleri için Eş.1.1'deki hareket denklemleri kullanılmıştır.

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + \{F(x, \dot{x})\} - \{P(x, t)\} = \{0\} \quad (2.1)$$

Stabilite için zaman adımlarının oldukça küçük seçilmesi önemlidir. Çarpma ve kayma ara yüzeyleri boyunca “kinetic constraint method”, “penalty method” ve “distributed parameter method” gibi kontak ara yüz algoritmaları kullanılır. Bu çalışmada “penalty methodu” kullanılmıştır. Penaltı metodunun nümerik anlamı her bir “slave node” için temas yüzeyi boyunca penetrasyonu kontrol etmesidir. Eğer bir “slave node” temas yüzeyi içine penetre ederse penetre edilen segment ile “slave node” arasında bir ara yüz kuvveti uygulanır. Bu çalışmada helikopter iniş takımının sonlu elemanlar modeli doğrusal olmayan dinamik çarpışma hesapları temel alınarak oluşturulmuştur. Kızak köprüsü kesiti dairesel şekilli olarak seçilmiştir. Yapı shell eleman tipiyle oluşturulmuştur. Hesaplama verimliliği açısından helikopter ağırlığını simüle etmek için helikopter toplam ağırlığı, helikopter ağırlık merkezinde oluşturulan bir noktaya yüklenmek suretiyle modele uygulanmıştır. Bu nokta, model üzerine dört adet rijit çubuk ile bağlanmıştır. Bu çubuklar vasıtasıyla helikopter yükünün iniş takımlarına aktarılması amaçlanmıştır. Kızak ve yer arasındaki çarpışma yüzeyi kabuk eleman içeren rijit panel ile modellenmiştir. Statik ve dinamik sürtünme katsayıları analizin doğruluğu ve güvenilirliği açısından önemlidir. Bu nedenle bu değerler Kim'in yaptığı deneysel sonuçlara bakılarak sırasıyla 0,5 ve 0,35 olarak seçilmiştir. İniş takımı malzemesi olarak Alüminyum 7075 - T73 seçilmiştir. Helikopter ağırlığı olarak 6000 lb, ve düşme yüksekliği 12 in. uygulanmış. Sonuç olarak gerilme 42,3 ksi ve maksimum deplasman 1,589 in. görülmüştür. Toplam deformasyon 0,24. sn de kaydedilmiştir. Deneysel ve nümerik sonuçlar karşılaştırıldığında % 5 lik hata oranı ile analiz doğrulanmıştır [6].

Rich Bothmann tarafından yapılan Ansys ve Ls-Dyna'nın düşme testi performanslarını kıyaslayan çalışmasında implicit çarpışmalar için hızın

0,001-10 m/sn ve explicit çarpışmalar için 10-10000 m/sn aralığında olması gerektiği belirtilmiştir. Explicit analiz sistemin şu anki durumundan  $\Delta t$  zaman adımı sonraki durumunu hesaplarken, Implicit analiz şu an ki durumunu ve  $\Delta t$  zaman adımı sonraki durumunu hesaplayabilir. Explicit analizin hata olasılığı daha fazla olduğundan daha küçük zaman adımları kullanılmalıdır. Implicit analizde daha büyük zaman adımları kullanılabilir. Bu da çözüm zamanını kısaltacağından tercih nedeni olabilir. Çoğu parça için düşme testinde kullanılan "shell" ve "brick" eleman, analizi kaldıramayabilir. Analizler sonucunda genellikle çarpışma analizlerinde kullanılan solid168 eleman tipinin yüksek hızlı çarpışmalarda (balistik çarpışmalar) doğruluk açısından elverişsiz olduğu gözlenmiştir. Bu eleman tipi düşük hızlı çarpışmalarda kullanılabilir [7].

Tho ve arkadaşlarına göre helikopter sert iniş yaptığında iniş takımının iniş anında oluşan yüksek enerjiyi sönmülmesi gerektiğinden Tho dairesel kesitli doğrusal olmayan kiriş elemana sahip bir iniş takımının düşme analizinin verimli bir şekilde yapılmasını amaçlar. Ls-Dyna programını kullanarak 2 gün süren hesaplama zamanını 12 dakikaya kadar düşürmüştür. Bell helikopter şirketi AH-1W Super Kobra ve UH-1N Huey tip helikopterlerin iniş takımlarının iyileştirilmesi amacıyla bu çalışmaya destek vermiştir. İniş takımları için asıl tasarım kriteri enerjiyi absorbe edebilme kapasiteleridir. "Naval Air Commands" AR-56 Structural Design Specificationuna göre iniş takımı ilk hızsız serbest düşmeye bırakılmalı ve 12 ft/sn (3,66 m/sn) hızla çarpmalıdır.

$$V = \sqrt{2gh} \quad (2.2)$$

Burada;

V : Yere çarpma hızı (3,66 m/sn)

g : Yer çekimi ivmesi (9,81  $m/sn^2$ )

h : Düşme yüksekliği (0,68 m) olarak alınmıştır.

İniş anında, tasarlanan yükten daha fazla yükün iniş takımına uygulanması durumunda kızak köprüsünün akması normaldir. Ancak helikopterin diğer yapısal kısımlarında bir akma olmaması için bütün enerjiyi iniş takımının alması gerekir. Enerjiyi sönmülmesi yanında iniş takımından istenilen bir diğer özellik yer rezonanslarına karşı (ground resonance) rijit bir yapıda olmasıdır. Helikopter ilk çalıştırıldığında iniş takımları yerle temas ettiğinden helikopterin rezonans aralıklarını etkiler. Bu açıdan dairesel kesit alanına sahip kızak köprülerinin daha uygun olduğu sonucuna varmışlardır. Gerçekçi bir simülasyon için helikopter ağırlığını helikopter ağırlık merkezine tek bir nokta olarak tanımlanıp yüklemişlerdir. Elastoplastik davranış sergileyen Al 7075-T6 malzeme kullanmış ve sürtünme katsayısını aşağıdaki formül ile hesaplamışlardır.

$$\mu_c = f_d + (f_s - f_d)e^{-\beta|V_{rel}|} \quad (2.3)$$

Burada;

$f_d$  : Dinamik sürtünme katsayısı (0,5)

$f_s$  : Statik sürtünme katsayısı (0,35)

$\beta$  : Üssel bozunma katsayısı (0,05) olarak alınmıştır.

Çalışmanın sonucunda deneysel yöntemlerle elde edilen sonuçlarla analiz sonuçları karşılaştırılmış ve her iki sonucun birbirine yakın olduğu gözlenmiştir. Bu tarz geleneksel yöntemlerle yapılan hesaplamaların nümerik yöntemlerle daha verimli olacağı sonucuna varmışlardır [8].

Mikhailov ve arkadaşlarına göre hava aracı iniş takımlarının yapısal analizleri deneysel ve nümerik çalışmalar gerektiren oldukça karmaşık bir çalışmadır. Günümüze kadar bu modellerin oluşturulması sıkıntılı bir süreç olduğundan daha basit modeller ve yüklemeler seçilmiştir. Ancak günümüzde modern bilgisayarlar ve gelişmiş yazılımlar sayesinde daha karmaşık ve gerçekçi modeller çözülebilmektedir. Mikhailov ve arkadaşlarının çalışmasında temel

olarak adım adım kızak tipi bir iniş takımının nümerik modelinin nasıl oluşturulacağı anlatılmıştır. İniş sırasında yapının enerjisi sönümlenmesi helikopterin güvenliğini etkileyen ana faktördür. Bu özellik helikopter iniş takımının karakteristiğini belirler. Helikopterin güvenliği için “güvenli iniş hızı” terimini kullanmışlardır. Çalışmanın asıl amacı çeşitli iniş durumlarına ait uygulamaların yapıldığı optimal bir nümerik model elde etmektir. Gerçek yapının doğrulanmasında çeşitli mühendislik yazılımlarının kullanılması hayati bir rol oynar. Modelin oluşturulmasındaki ana hedef; kızak köprüsü ve helikopter bağlantısını sağlayan askı parça (hanger) arasındaki kontak algoritmasını doğrulamaktır. Modellemenin bu aşamasında Ansys/Structural kullanılmıştır. Kızak köprüsü “multilinear plastic material isotropic hardening” modeli ile kabuk eleman modeli kullanılarak modellenmiştir. Kontak durumlarının tanımlanabilmesi için “high-order contact elements” seçilmiştir. Yük askı parçaları vasıtasıyla simetrik olarak yapıya yüklenir. Deneysel ve nümerik çalışma sonuçları yük-defleksiyon eğrisinde çok yakından eşleşir. Bu eşleşme askı parçasının oldukça rijit tanımlanmasıyla ilgilidir. Bunun nedeni askının montaj içerisinde ön gerilmeli yüklenmiş olmasıdır. Kirişte hasar gözlenene kadar yüklenir. Bu yük nümerik hesaplamalarda kullanılır. Askı-kiriş arasındaki kontak algoritması doğrulandıktan sonra dinamik teste geçilir. Bu deneye benzeşim yapmak için Ls-Dyna programı kullanılır. Askı-kızak köprüsü ve kızak-yer arasındaki kontak tanımlaması için “node-to-surface” kontak algoritması kullanılır. Son modelde helikopter gövdesi rijit çubuk elemanlarla modellenerek 6 adet kütle noktası tanımlanmıştır. Üç adet kontak çifti tanımlanmıştır. Hub ve kızak köprüsü çifti için “surface-to-surface”, kızak köprüsü yer için ve kızak-yer için “node-to-surface” kontak çifti tanımlanmıştır. Bu çalışmalarda amaç çarpma veya iniş anındaki yapının doğrusal olmayan mekanik davranışını tanımlamak değildir. Asıl amaç mümkün olduğu kadar sürekli bir “contact-impact modeli” elde etmektir [9].

Kızak tipi iniş takımının çarpma performansını değerlendirmek amacıyla NASA tarafından deneysel bir program uygulanarak bir rapor yayınlanmıştır. Jackson ve arkadaşları beş farklı iniş testi yapmış, iki farklı model

kullanmıştır. Bu testler için toplam ağırlığı 1000 lb olan bir model kullanmışlardır. Test sonucunda alınan veriler değerlendirilerek sonraki iniş takımı tasarımlarında kullanılmıştır. Toplamda yapılan beş testin ilk ikisi 5 ve 8 ft/sn çarpma hızıyla gerçekleştirilmiştir. Sonraki üç testte, ilk iki testten alınan veriler neticesinde yeni bir iniş takımı tasarlanmış ve 8.35, 10 ve 12.69 ft/sn hızlarla nihai tasarım üzerinde denenmiştir. İniş takımı üzerine çelik bir levha monte edilmiş, levha üzerine iki kişilik bir koltuk, temsili iki cansız manken kullanılmıştır. İniş takımı, çelik levha, koltuklar ve mankenler üzerine ivmeölçerler yerleştirilmiş ve bu ivmeölçerlerden veriler alınmıştır. Test verileri, saniyede 50000 örnek alan “digital data acquisition” sistemi ile toplanmıştır. Çarpma düzlemi olarak pürüzsüz beton bir zemin kullanılmıştır. İlk test için düzenek 4,7 in. mesafeden serbest düşmeye bırakılmış ve 5 ft/sn hızla yere çarptırılmıştır. Kızaklarda 0,3 in. bir açılma gözlenmiştir. Test sonucunda çelik levha üzerinde maksimum 3,4 G ve koltuklar üzerinde 6 G ivme yükü kaydedilmiştir. İkinci test için düzenek 12 in. mesafeden serbest düşmeye bırakılmış ve 8 ft/sn hızla yere çarptırılmıştır. Bu çarpma sonucu iniş takımında hasar meydana gelmiştir. Çelik levha üzerinde 5,4 g ve koltuklar üzerinde 8,7 g ivme yükü ölçülmüştür. İlk iki test sonuçları değerlendirilmiş ve FAR 27 standartlarına göre iniş takımının kalifiye edilebilmesi için bazı iyileştirmelere ihtiyaç olduğu görülmüştür. Bu iyileştirmelerle iniş takımının dış çapı ve et kalınlıkları arttırılmıştır. İyileştirilen iniş takımı için üçüncü test yapılmıştır. Üçüncü testte düzenek 13 in. yükseklikten serbest bırakılmış ve 8,35 ft/sn hızla yere çarptırılmıştır. Çelik plakalar üzerinde 4,7 g, koltuklar üzerinde 7,7 g ivme yükü ölçülmüştür. Hız arttırılmasına rağmen ivme yükü azalmıştır. Bunun nedeni iniş takımının yapısal olarak iyileştirilmesinin yanı sıra ilk testte iniş takımının küçük hasarlar aldığı ve ikinci test sonucunda bu hasarlardan dolayı çarpma şiddetinin artmış olmasıdır. Dördüncü test için düzenek 18,6 in. yükseklikten serbest düşmeye bırakılmış ve 10 ft/sn hızla yere çarptırılmıştır. Çelik levha üzerinde 5,2 g, koltuklar üzerinde 8,1 g ivme yükü kaydedilmiştir. Yapılacak son test için düzenek 30 in. yükseklikten serbest düşmeye bırakılmış ve 12,69 ft/sn hızla yere çarptırılmıştır. Testten alınan ölçümlerde çelik plaka



üzerinde 27,5 g ve koltuklar üzerinde 32 g ivme yükü ölçülmüştür. Bu değerler çok yüksektir ve iniş takımı bu yükler altında ciddi hasar almıştır [10].

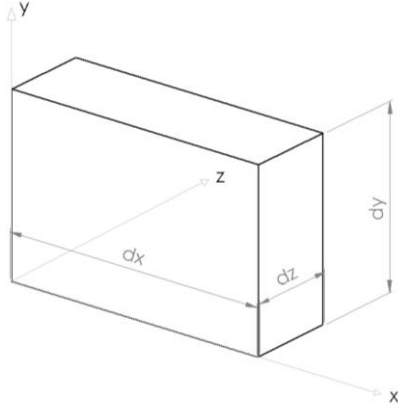
Kompozit malzemelerin son yıllarda havacılık sanayinde kullanım oranı artmış olsa da yorulma ömürleri ve bakımında metallere oranla çok net değerlendirilemediğinden kritik parçaların üretiminde kısıtlı kalmaktadır. Yukarıda bahsi geçen sebepler neticesinde tamamı kompozit olan malzemelerin hava araçlarında parça bazında kullanılması yerine metallerle birlikte kullanılması şu an ki teknoloji itibariyle daha sık tercih edilmektedir [11].

Tugay, B.G. çalışmasında iniş takımı gibi kritik bir yapısal bileşenin tasarımı, üretimi ve testleri üzerinde çalışarak kompozit malzemelerin bu alandaki kullanımını değerlendirmiştir. Yaptığı ilk testlerde istediği neticeyi alamamış olsa da iniş takımının mevcut durumunu yapısal iyileştirmeler yaparak daha mukavemetli bir hale getirmiştir. Yapısal iyileştirmeler yapılan model üzerinde yapılan testlerde iniş takımının maruz kaldığı yüklere karşı dayanımının arttığını görmüştür [11].

## **2.1. Teorik Modelleme**

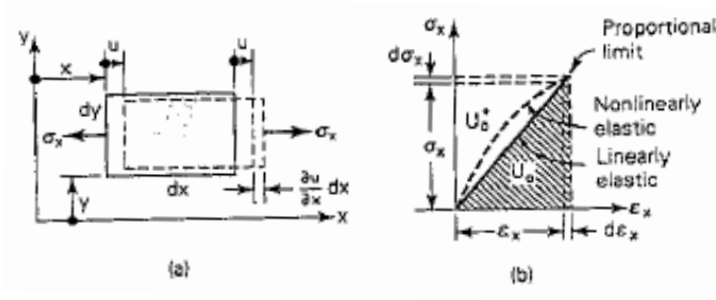
### **2.1.1. Gerinim enerjisi**

Cisim üzerinde dış kuvvetler tarafından yapılan iş; oluşan deformasyon sonucu malzeme içerisinde gerinim enerjisi formunda saklanır. İdeal bir elastik proseste enerji dağılmaz ve cisim üzerindeki yük kaldırıldığında saklanan enerji serbest kalır. Daha somut olarak ifade etmek gerekirse  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$  dış ölçülerinde bir dikdörtgen prizma eleman alalım.



Şekil 2.1. Dikdörtgen prizma

$\sigma_x$  gerilmesi tarafından  $dy$  ve  $dz$  kenarlarına yaptırılan iş Şekil 2.2'de  $u$  pozitif yöndeki yer değiştirme kadardır.



Şekil 2.2. Tek eksenli gerilmeye maruz bırakılmış çubuktaki yer değişimi miktarı

Eleman üzerindeki net iş;

$$dW = dU = \int_0^{\epsilon_1} \sigma_x d\left(\frac{\partial u}{\partial x} dx\right) dy dz = \int_0^{\epsilon_1} \sigma_x d\epsilon_x (dx dy dz) \quad (2.4)$$

$\frac{\partial u}{\partial x} = \epsilon_x$  eşitliğinde  $dW$ ,  $dx$   $dy$   $dz$  ebatlarındaki eleman üzerinde yapılan iştir.

$dU$  gerinim enerjisindeki artışa tekabül eder. Birim hacme düşen gerinim enerjisini (gerinim enerjisi yoğunluğu)  $U_0$  olarak alırsak doğrusal elastik malzeme için,

$$U_0 = \int_0^{\epsilon_1} \sigma_x d\epsilon_x = \int E \epsilon_x d\epsilon_x \quad (2.5)$$

Eş.2.5'in integralini alırsak;

$$U_0 = \frac{1}{2} E \varepsilon_x^2 = \frac{1}{2} \sigma_x \varepsilon_x = \frac{1}{2E} \sigma_x^2 \quad (2.6)$$

bu değer yukarıdaki resimdeki taralı alanı verir. Gerilim-gerinim eğrisi üzerindeki alan gerinim enerji yoğunluğunu verir. Doğrusal elastik bir malzeme için  $U_0 = U_0^*$  ancak resimde de görüldüğü gibi doğrusal olmayan malzeme için  $U_0 \neq U_0^*$  olacaktır. SI birim sistemine göre birim hacimdeki gerinim enerji yoğunluğu birimi  $J/m^3$  veya Pa dır. Proportional limit noktasına kadar gerilen malzemenin gerinim enerji yoğunluğu “modulus of resilience” (esneklik modülü) olarak bilinir. Benzer şekilde gerilme-gerinim eğrisinin kopma noktasına kadar altında kalan alan “modulus of toughness” (tokluk modülü) olarak bilinir [12].

Bu durumda  $\sigma_x, \sigma_y$  ve  $\sigma_z$  gerilmelerinin üçü aynı anda cisim üzerine uygulanırsa birim hacimdeki toplam gerinim enerjisini Eş.2.6'dan türetirsek;

$$U_0 = \frac{1}{2} (\sigma_x \varepsilon_x + \sigma_y \varepsilon_y + \sigma_z \varepsilon_z) \quad (2.7)$$

Kesme deformasyonu ile ilgili olan elastik gerinim enerjisi elemanın dz kalınlığı ile ilgilidir.  $\gamma_{xy} dy$  yer değiştirmesi  $\tau_{xy} dx dz$  kesme kuvveti nedeniyle oluşur. Kesmeden dolayı oluşan gerinim enerjisi  $\frac{1}{2} (\tau_{xy} dx dz) (\gamma_{xy} dy)$  olur.  $\frac{1}{2}$  değeri, gerilmenin doğrusal olarak gerinimle birlikte sıfır değerinden en son değerine ulaşmasını temsil eder. Dolayısıyla gerinim enerji yoğunluğu aşağıdaki gibi olur.

$$U_0 = \frac{1}{2} \tau_{xy} \gamma_{xy} = \frac{1}{2G} \tau_{xy}^2 = \frac{1}{2} G \gamma_{xy}^2 \quad (2.8)$$

Süperpozisyon metodu ile yukarıdaki denklemi üç özdeş terim ile ifade edersek;

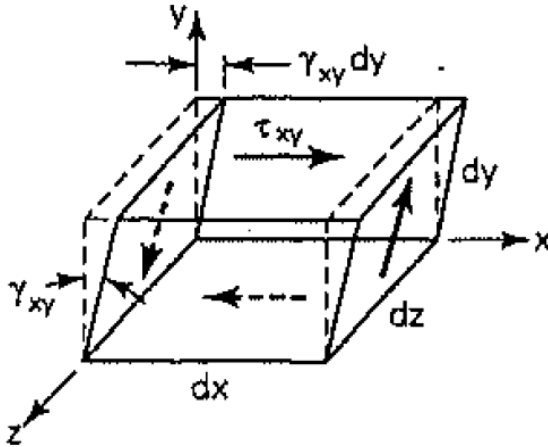
$$U_0 = \frac{1}{2} (\tau_{xy} \gamma_{xy} + \tau_{yz} \gamma_{yz} + \tau_{xz} \gamma_{xz}) \quad (2.9)$$

Eş.2.7'yi ekleyerek genel bir gerilme durumu için gerinim enerji yoğunluğunu yazarsak;

$$U_0 = \frac{1}{2} (\sigma_x \varepsilon_x + \sigma_y \varepsilon_y + \sigma_z \varepsilon_z + \tau_{xy} \gamma_{xy} + \tau_{yz} \gamma_{yz} + \tau_{xz} \gamma_{xz}) \quad (2.10)$$

Yukarıdaki denklemi Hooke kanunu ile düzenlersek;

$$U_0 = \frac{1}{2E} (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2) - \frac{\nu}{E} (\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_x \sigma_z) + \frac{1}{2G} (\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2) \quad (2.11)$$



Şekil 2.3. Kesme gerilmesinden kaynaklanan deformasyon miktarı [12]

### 2.1.2. Darbe ve dinamik yükler

Darbe hesaplamaları ve analizleri en karmaşık mühendislik problemlerinden birisi olarak bilinmektedir. Genel olarak araçların birbiriyle çarpışması en sık rastlanan durumdur. Bu durumlar büyük deplasmanlar, doğrusal olmayan malzeme davranışları, elastik ve plastik kararsızlık, burkulma sonrası dayanım, sürtünme gibi bilinmeyenler yüzünden karmaşık bir hale gelir. Darbe fiziği momentum ve enerjinin korunumu konularını ihtiva eder. Çarpışan cismin kinetik enerjisinin bir kısmı gerinim enerjisine dönüşürken bir kısmı sürtünme ve bölgesel plastik deformasyonlarla dağıtılır. Asıl problem deformasyonun tahmin edilebilmesidir. Rijit çarpışmalar genellikle anlık hız değişimlerini referans aldığından hesaplamalar açısından pek faydalı değildir.

Gerçek yapılarda yavaşlama, elastik ve plastik deformasyon ile sınırlandırılır. Plastik deformasyonlar, yapının genel davranışının elastik olması durumunda ihmal edilebilir [13].

Yapı veya makinelere uygulanan anlık kuvvetler şok veya darbe yükleri olarak adlandırılarak dinamik yükleri oluşturur. Örneğin köprü üzerindeki demiryolundan geçen trenin demiryoluna uyguladığı veya yüksek hızlı bir roketin, ateşlenirken test rampasına uyguladığı anlık değişken yükler verilebilir. Basit olarak platform üzerine hızla düşürülen bir çekicinin platforma uyguladığı kuvvette şok veya darbe yükü olarak tanımlanabilir. Makine bakımında darbeli yüklerde beraber çalışan parçaların birbirini çok kolay aşındırdığı görülebilir. Otomobillerdeki direksiyon dişli kutusu ve aks yatakları bu yüklere fazlaca maruz kalan sistemlerdir.

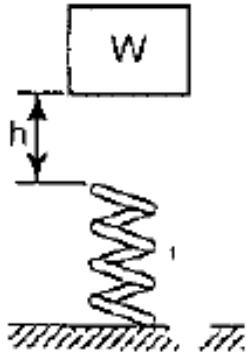
Dinamik bir yük malzemenin gerilim ve gerinim alanını değiştirmenin yanı sıra direncini de değiştirir. Şok yükleri aniden malzemeye uygulanan bir kuvvet veya hareket sonucu oluşurken, darbe yükleri cisimlerin birbiriyle çarpışması sonucu oluşur. Bir yükün bir cisme uygulanma zamanı yapısal elemanın titreşiminin en büyük doğal periyodundan daha küçük veya eşitse şok veya darbe yükü üretiliyor demektir.

Bir şok veya darbe yükünden sonra cisim üzerinde mekanik titreşimler başlayabilir. Ancak bizim asıl ilgilendiğimiz konu bu darbe yükünün cisim üzerinde oluşan maksimum gerilme ve deformasyon üzerinde nasıl bir etki oluşturduğudur.

Darbe yükleri altındaki yapıların tasarımında, statik malzeme özelliklerinin kullanımı geleneksel yaklaşım olmakla beraber çoğu zaman ihtiyacı karşılayabilmektedir. Ancak daha detaylı bir çalışma yapılmak istenirse aşağıdaki varsayımlar göz önünde bulundurulmalıdır.

- 1.Oluşan yer değişimi, uygulanan statik ve dinamik yüklerle orantılıdır.
- 2.Darbe yüküne maruz kalan elemanın kütlesi ihmal edilebilir.
- 3.Malzeme elastik davranır. Enerji kaybının olmadığı düşünülür. Darbe yüzeylerinde veya mesnet noktalarında oluşan lokal inelastik bölgelerde dahi enerji kaybı olmadığı kabul edilir.

Elastik bir sistem en basit haliyle aşağıdaki Şekil 2.4'de idealize edilebilir.



Şekil 2.4. Serbest düşen cisim

$W$ , serbest düşmeye bırakılan cismin ağırlığıdır.  $H$  seviyesinden serbest düşmeye bırakılan bir cismin ilk hızı sıfır kabul edilir. Bunun yanında yay üzerinde oluşan maksimum deformasyonun ( $\delta_{maks}$ ) olduğu andaki hızı sıfır kabul edilir. Aynı şekilde sistemin yaptığı iş sıfır kabul edilir. Cisim serbest düşmeye bırakıldığında yayın direnç göstererek cisim üzerinde yaptığı işin tamamı aslında yerçekimi tarafından yapılan iştir.

$$W(h + \delta_{maks}) - \frac{1}{2}k\delta_{maks}^2 = 0 \quad (2.12)$$

$k$  yay sabiti olarak bilinir. Hesaplarda cismin yay ile sürekli temasta olduğu varsayılır. Yayıdaki deformasyon cismin kütlesinden kaynaklanan statik kuvvetin,  $k$  yay sabitine oranıdır.  $w/k$  Bu statik deformasyon  $\delta_{st}$  olarak bilinir. Maksimum dinamik deformasyon ise aşağıdaki Eş.2.13'deki denklemle ifade edilebilir.

$$\delta_{\max} = \delta_{st} + \sqrt{(\delta_{st})^2 + 2\delta_{st}h}$$

$$\delta_{\max} = \delta_{st} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_{st}}} \right) = K\delta_{st} \quad (2.13)$$

Darbe faktörü K, maksimum dinamik deformasyonun statik deformasyona oranıdır.  $\delta_{maks} / \delta_{st}$

$$K = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_{st}}} \quad (2.14)$$

Darbe faktörünün W ile çarpımı statik veya dinamik yüke eşittir [12].

$$P_{dyn} = KW$$

### Impuls ve Momentum

İki cismin çarpışma anında, cisimler temas anındayken, belirli bir zaman aralığında kuvvetler çok hızlı değişir.

$$F = ma = m \frac{dv}{dt} \quad \text{veya} \quad (2.15)$$

$Fdt = mdv$  iki tarafın integralini alırsak impuls tesir kuvvetini elde ederiz;

$$\int_{\Delta t} Fdt = m \int_{\Delta V} dv = m\Delta V \quad (2.16)$$

Darbe kuvveti zamanla değişse bile hesaplamalarımız için ortalama bir  $F_{eff}$  etkin kuvvet kullanabiliriz.  $F_{eff}$  bize darbe kuvvetini verecektir[13].

$$F_{eff} = \frac{m\Delta V}{\Delta t} \quad (2.17)$$

## 2.2. Sayısal Modelleme ve Çözümleme

### 2.2.1. Hareket denklemlerini çözümleme metodları

Genel dinamik darbe problemleri için parçalı sistemlerin hareket denklemlerini açıklayan ifade aşağıdadır.

$$\{M\}\{\ddot{x}(t)\} + \{F(x, \dot{x})\} - \{P(x,t)\} = \{0\} \quad (2.18)$$

Burada  $\{\ddot{x}(t)\}$ ,  $\{\dot{x}(t)\}$ ,  $\{x(t)\}$  ivme, hız ve yer değiştirme vektörlerine karşılık gelmektedir.  $[M]$  diyagonal parçalı kütle matrisidir,  $\{P\}$  ise gövde kuvveti ve dış yük vektörüdür. Ayrıca  $F$  vektörü başlıca doğrusal olmayan hareketleri tanımlayan vektördür.  $B$  gerinim-yer değiştirme matrisidir.

$\sigma^t = \{\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx}\}$  gerilme vektörüdür.  $\varepsilon$  ve  $\dot{\varepsilon}$  gerinme ve gerinme hızıdır. Diğer doğrusal olmayan durumlar için  $P$  uygulanan yük vektörüdür.

Eş.2.18 numaralı denklemdeki  $F$

$$\{F\} = \sum_e L^t \int_{V_e} B^t \sigma \left( \varepsilon, \dot{\varepsilon} \right) dV_e \quad (2.19)$$

$$F(x, \dot{x}) = ma \quad (2.20)$$

$$F = kx \quad (2.21)$$

Buradan  $X$  yer değişim vektörüdür.  $\frac{dx}{dy}$  gerinim yer değiştirme ifadesidir.

Vektör ve matris işlemlerde  $x$ 'lerin türevleri olan ifadeler gerinimi ifade edeceğinden bunlar  $B^t$  matrisinde toplanır. Bu ifadenin 2. türevi hareket denklemlerinde geçeceğinden  $L'$  operatörü ile zamana göre türev şeklinde ifade edilir.



$$-w+u=0 \quad (2.22)$$

w : dıştan yapılan iş (w=u)

u=iç enerji

$$w = u = \int \left( \frac{1}{2} \varepsilon \sigma \right) dV$$

$$pdV = dm$$

$$F = m a \quad (2.23)$$

$$\int dw = \int \vec{F} \cdot d\vec{x} \quad (2.24)$$

$$\vec{F} \cdot d\vec{x} = \int \frac{1}{2} \varepsilon \sigma dV \quad (2.25)$$

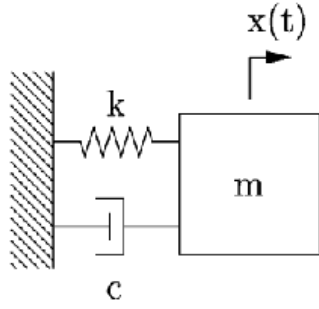
$$\int \vec{F} \cdot d\vec{x} = \int \frac{1}{2} \varepsilon \sigma A dx \quad (2.26)$$

Parçalı sistemin genel yük vektörü toplama sembolü ile ifade edilerek

$\sigma = \{ \sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx} \}$  6 tane birbirinden bağımsız gerilme değeri bu vektörle verilmiştir.  $\varepsilon$  ve  $\varepsilon'$  değerleri gerilme ve gerinmenin hızı şeklinde ifade edilmektedir. Daha önce belirttiğimiz gibi denklem 1'de yük vektörleri 2 grupta incelenmekteydi. Bunlardan F vektörü ilk önemli doğrusal olmayan yükleri tanımlamaktaydı. 2.si ise P vektörü olup geometrik doğrusal olmayan yüklemelere karşılık gelmekteydi. Böylece Eş.2.18 numaralı denklem açıklanmıştır.

Eş.2.18 numaralı denklemden  $\dot{x}$  vektörünün çözülmesi için bu ifadenin her iki tarafını da  $[M]^{-1}$  matrisi ile çarpabiliriz. Böylece aşağıdaki Eş.2.27 numaralı denklem ortaya çıkar.

$$\left\{ \dot{x}(t) \right\} = [M]^{-1} \left\{ (P)^n - (F)^n \right\} \quad (2.27)$$



Şekil 2.5. Yay sabiti ve sönümlenme elemanı altında çalışan  $m$  kütle için  $x(t)$  yer değiştirmesi

$q$  : yer değişimi fonksiyonu

$\ddot{q}$  : ivme fonksiyonu

$$M\ddot{q} + c\dot{q} + kq = F(t) \quad (2.28)$$

$$M\ddot{q} + c\dot{q} + kq + M\dot{q} - M\dot{q} = F(t)$$

$$M\ddot{q} + (c + M - M)\dot{q} + kq = F(t)$$

2. mertebeden diferansiyel denklem takımlarının 1. mertebeden diferansiyel denklemler sistemiyle gösterilebilmesi için aşağıdaki işlemler yapılabilir.

Yeni bir  $A$  matrisi tanımlanır. Bu matris aşağıdaki gibidir. İçerisinde kütle matrisi ve sönümlenme katsayılarını içeren alt matrisleri kapsar.

$$[A] = \begin{bmatrix} [0] & [M] \\ [M] & [C] \end{bmatrix} \quad (\text{Sabit Katsayılar Matrisi}) \quad (2.29)$$

Aynı şekilde  $B$  matrisinde katsayılar matrisi olup içerisinde kütle ve sistemin rijitlik değerlerini kapsayan alt matrislere sahiptir.

$$[B] = \begin{bmatrix} [-M] & [0] \\ [0] & [K] \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

Ayrıca değişken vektörü olarak  $\vec{y}$  vektörü yer değişimini ve 1. türevlerini içerir.  $\vec{Y}$  vektörü ise dış yüklemeleri içerisinde bulunduran bir vektördür.

$$[y] = \begin{bmatrix} [\dot{q}] \\ [q] \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

$$[Y] = \begin{bmatrix} [0] \\ [F(t)] \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

Böylece;

$$[A][\dot{y}] + [B][y] = [Y] \quad (2.33)$$

2. mertebeden diferansiyel denklemler takımı 1. mertebeden diferansiyel denklemler takımına indirgenmiş olur.

$$[A]^{-1}[[A][\dot{y}] + [B][y]] = [Y] \quad (2.34)$$

$$[\dot{y}] + [D][y] = [A]^{-1}[Y] \quad (2.35)$$

Burada  $[D]$ ;

$$[D] = \begin{bmatrix} -[M]^{-1}[C] & [M]^{-1}[K] \\ I & 0 \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

$$[A] = [0][C] - [M][M] = -[M]^2 \quad (2.37)$$

Bir matrisin karesi transpose çarpı kendisidir.

$$[A]^{-1} = \frac{1}{|[A]|} \begin{bmatrix} [C] & -[M] \\ -[M] & [0] \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

$$[A]^{-1}[Y] = \frac{1}{|[M]^2|} \begin{bmatrix} [C] & -[M] \\ -[M] & [0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [0] \\ [F(t)] \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

$$[A]^{-1}[Y] = \frac{1}{|[M]^2|} \begin{bmatrix} [0](-[M])[F(t)] \\ [0](-[M]) + [0][F(t)] \end{bmatrix}$$

$$[A]^{-1}[Y] = \frac{1}{-[M]^2} \begin{bmatrix} [0] \\ [0] \end{bmatrix} = [0]$$

$$\begin{bmatrix} \dot{y} \end{bmatrix} + [D][y] = [0] \quad (2.40)$$

Bu sistemin çözümü için  $\dot{y}$  hız vektörü,  $e^{pt}$  gibi bir fonksiyonla tanımlanmaktadır.

$$[P[I] + [D]] = 0 \quad (2.41)$$

$[I]$  birim matrisidir.

Yer değişimi fonksiyonu  $q$  ise

$$q = C e^{pt} \quad (2.42)$$

$$\dot{q} = C P e^{pt} \quad (2.43)$$

Bu değerler Eş.2.40 ile yer değiştirirse

$$[y] = \begin{bmatrix} [\dot{q}] \\ [q] \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

$$[y] = \begin{bmatrix} [C P e^{pt}] \\ [C e^{pt}] \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

$$[y] = C e^{pt} \begin{bmatrix} [P] \\ [1] \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

Aynı şekilde  $[\ddot{y}]$  aşağıdaki gibi oluşturulur.

$$[\ddot{y}] = \begin{bmatrix} [\ddot{q}] \\ [\dot{q}] \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

$$[\dot{y}] = C * e^{pt} \begin{bmatrix} P^2 \\ P \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

$$[\dot{y}] = C * e^{pt} \begin{bmatrix} P^2[I] \\ P[I] \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

$$C * e^{pt} \begin{bmatrix} P^2[I] \\ P[I] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -[M]^{-1}[C] & [M]^{-1}K \\ [I] & [0] \end{bmatrix} C = 0 \quad (2.50)$$

Yukarıdaki ifade de ortak çarpanlar ( $C e^{pt}$ ) birbirlerini götürür.

$$\begin{bmatrix} P[I] \\ [I] \end{bmatrix} [P + [D]] = 0 \quad (2.51)$$

$$P[I] + [D] = 0 \quad (2.52)$$

Yukarıdaki Eş.2.52,  $|A - \lambda I| = 0$  formunda olup bu ifadeden, özdeğer ve öz vektörleri buluruz. Sistemimizde  $P = \lambda$  bize karakteristik denklemini verir. Bunun çözümünde  $P_1, P_2, P_3$  kökleri bulunur. Bunlar bize sönümlenmeli sistemin yer değişimi vektörlerini verir.

### 2.2.2. Özdeğer ve özvektör sayısal metodu

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

$$|A - \lambda I| = 0$$

$$\left[ \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right] = 0 \quad (2.54)$$

$$\left[ \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} \right] = 0$$

$$\left[ \begin{bmatrix} (2-\lambda) & 1 \\ 1 & (2-\lambda) \end{bmatrix} \right] = 0$$

$$(2 - \lambda)^2 - 1 = 0$$

$$4 - 4\lambda - \lambda^2 - 1 = 0$$

$$\lambda^2 - 4\lambda + 3 = 0$$

$$(\lambda - 3)(\lambda - 1) = 0$$

$$\lambda_1 = 1, \quad \lambda_2 = 3$$

$$|A - \lambda_1 I| [x] = 0 \tag{2.55}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2.56}$$

$$X_1 + X_2 = 0$$

$$X_1 = -X_2$$

$$X_1 = 1 \quad X_2 = -1$$

$$[X] = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \tag{2.57}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2.58}$$

$$-X_1 + X_2 = 0$$

$$X_1 - X_2 = 0$$

$$X_1 = X_2$$

$$X_1 = 1 \quad X_2 = 1$$

$$[X] = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{2.59}$$

$$[X] = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.60}$$

$$[X] = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = 1+1=2$$

$$[X]^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\det \underline{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = 4-1=3 \quad (2.61)$$

$$[A]^{-1} = \frac{1}{\det \underline{A}} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,66 & -0,33 \\ -0,33 & 0,66 \end{bmatrix}$$

$$[A]^T \neq [A]^{-1} \quad (2.62)$$

Ortogonal değildir. Bu nedenle

$$[A]^T [A] \neq [I] \quad (2.63)$$

$$[I] = [X]^{-1} [X] \quad (2.64)$$

$$[I] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.65)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = [X]^{-1} [A] [X] \quad (2.66)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.67)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

### 2.2.3. En küçük kareler sayısal metodu

Denklem sayısının bilinmeyen sayısından çok olması durumudur. Gözlem, ölçüm ve deneye dayalı problemlerde ortaya çıkar. Ölçümler hata içerir. Mesela ölçümlerde; okuma hatası, alet hatası, atmosferik koşullar (ışığın kırılması, hava basıncı, sıcaklık) gerçek değerlerin belirlenmesini imkansız kılar. Ölçme ve deney yoluyla belirlenen veri hatalarını en aza indirmek için gereğinden çok ölçüm yapılır ve bilinmeyen sayısından daha çok denklem oluşturulur. Kesin çözüm yoktur, çözüm yaklaşıktır ve minimum hata olacak şekilde bulunmaya (dengelenmeye) çalışılır.

$$\underline{Ax} = \underline{b}$$

Genel denklem sistemi n denklem ve m bilinmeyen içerir ve  $n > m$  dir.  $\underline{h}$  fark vektörüdür.

$$\underline{h} = \underline{Ax} - \underline{b} \quad (2.68)$$

elemanlarının karelerinin toplamı minimum olsun:

$$f(\underline{h}) = \underline{h}^T \underline{h} \rightarrow \min \quad (2.69)$$

Bu koşulu sağlayacak farklı çözüm yöntemleri vardır. Bunlardan ilki, "En Küçük Kareler Metodu"dur.

$$\begin{aligned} f(\underline{h}) &= \underline{h}^T \underline{h} = (\underline{Ax} - \underline{b})^T (\underline{Ax} - \underline{b}) \\ &= \underline{x}^T \underline{A}^T \underline{Ax} - \underline{x}^T \underline{A}^T \underline{b} - \underline{b}^T \underline{Ax} + \underline{b}^T \underline{b} \end{aligned} \quad (2.70)$$

Bu ifade artık h'nin değil x in fonksiyonudur.

$$f(\underline{x}) = \underline{x}^T \underline{A}^T \underline{Ax} - 2\underline{x}^T \underline{A}^T \underline{b} + \underline{b}^T \underline{b} \rightarrow \min \quad (2.71)$$

Minimum olma koşulu  $\frac{\partial f(\underline{x})}{\partial \underline{x}} = 0$  dır.  $\underline{A}^T \underline{A}$  simetrik ve kare bir matristir.

$$\frac{\partial f(\underline{x})}{\partial \underline{x}} = 2\underline{A}^T \underline{Ax} - 2\underline{A}^T \underline{b} \quad (2.72)$$



$$\underline{A}^T \underline{A} \underline{x} = \underline{A}^T \underline{b} \quad (2.73)$$

$$\underline{B} = \underline{A}^T \underline{A} \quad (2.74)$$

$$\underline{C} = \underline{A}^T \underline{b} \quad (2.75)$$

İle kısaltılırsa

$$\underline{B} \underline{x} = \underline{C}$$

olur. Bu bağıntıdan hesaplanan  $\underline{x}$  minimum hata içerir. 1 ve karşılığı olan 2 bağıntısına en küçük kareler metodunun normal denklemleri adı verilir.  $\underline{A}^T \underline{A}$  veya karşılığı  $\underline{B}$  simetrik, pozitif tanımlı kare matristir.  $\det \underline{B} \neq 0$  dir.

Örnek;

$$\underline{h} = \underline{A} \underline{x} - \underline{b}$$

$$\underline{h} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.76)$$

$$\underline{h} = \begin{bmatrix} 2X_1 + X_2 \\ X_1 + 2X_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{h} = \begin{bmatrix} 2X_1 + X_2 - 1 \\ X_1 + 2X_2 + 1 \end{bmatrix}$$

$$f(\underline{h}) = \underline{h}^T \underline{h}$$

$$= [(2X_1 + X_2 - 1)(X_1 + 2X_2 + 1)] \begin{bmatrix} 2X_1 + X_2 - 1 \\ X_1 + 2X_2 + 1 \end{bmatrix}$$

$$f(\underline{x}) = (2X_1 + X_2 - 1)^2 (X_1 + 2X_2 + 1)^2 \quad (2.77)$$

$$f(\underline{x}) = 5X_1^2 + 8X_1X_2 + 2X_1 + 2X_2 + 2X_2^2$$

$$\frac{\partial f(\underline{x}_1)}{\partial x_1} = 0$$

$$\frac{\partial(5X_1^2 + 8X_1X_2 + 2X_1 + 2X_2 + 2X_2^2)}{\partial X_1} = 0$$

$$10X_1 + 8X_2 + 2 = 0$$

$$\frac{\partial f(x_2)}{\partial x_2} = 0$$

$$\frac{\partial(5X_1^2 + 8X_1X_2 + 2X_1 + 2X_2 + 2X_2^2)}{\partial X_2} = 0$$

$$8X_1 + 4X_2 + 2 = 0$$

$$\begin{bmatrix} 10 & 8 \\ 8 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$\underline{B}\underline{x} = \underline{c}$$

Buradan elde edilen  $\underline{B}$  matrisi simetrik ve pozitif definite olmasından dolayı Cholesky metodu önerilmektedir.  $\underline{B}$  matrisinin bütün özdeğerleri ( $\lambda$ ) pozitif olup  $\underline{x}^T \underline{B}\underline{x} > 0$  olacaktır. Burada  $x$  ler özvektörlerdir.

$$\det \underline{B} = 40 - 64 = -24$$

$$[\underline{B}]^{-1} = \frac{1}{\det \underline{B}} \begin{bmatrix} 4 & -8 \\ -8 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{4}{24} & \frac{8}{24} \\ \frac{8}{24} & -\frac{10}{24} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,166 & 0,333 \\ 0,333 & -0,416 \end{bmatrix}$$

$$[\underline{B}]^{-1}(\underline{B}\underline{x} = \underline{c}) \tag{2.78}$$

$$\underline{x} = [\underline{B}]^{-1} \underline{c}$$

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} -0,166 & 0,333 \\ 0,333 & -0,416 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} -0,334 \\ -0,166 \end{bmatrix}$$

Uygulamada genellikle  $\underline{A}n \times m$  matrisinin satır sayısı çok fazla ( $n$  çok büyük), buna karşılık kolon sayısı azdır ( $m$  küçük).  $\underline{A}^T \underline{A}$  veya karşılığı olan  $\underline{B}$  matrisinin elemanlarının bazıları çok büyük, bazıları da çok küçük olabilmektedir. Bu tür matrisler tekile yakındır, nümerik zorluk yaratır. Denklem sisteminin çözümünde yuvarlama hataları fazla olur, hatta çözüm bulunamayabilir. Dolayısıyla, en küçük kareler metodunun istikrarsız olduğu söylenebilir.

### 2.2.4. QR çarpanlara ayırma sayısal metodu

Yukarıdaki nedenlerle dengeleme hesabında En küçük kareler metodu yerine QR çarpanlara ayırma metodu tercih edilir.  $\underline{A}$   $n \times m$  matrisi,  $\underline{Q}$  ortogonal matris ve  $\underline{R}$  tekil olmayan üst üçgen matrisi olmak üzere,  $\underline{A} = \underline{Q}\underline{R}$  şeklinde çarpanlara ayrılabilir.

$\underline{Q} \rightarrow \underline{Q}^T \underline{Q} = I$  olduğunda  $\underline{A}\underline{x} = \underline{b}$  (dengeleme problemi)

$$\begin{aligned} \underline{A}^T \underline{x} = \underline{b} &\rightarrow \underline{Q}\underline{R}\underline{x} = \underline{b} \\ \underline{Q}^T \underline{Q}\underline{R}\underline{x} &= \underline{Q}^T \underline{b} \end{aligned} \quad (2.79)$$

$$\underline{I}\underline{R}\underline{x} = \underline{Q}^T \underline{b} \rightarrow \underline{R}\underline{x} = \underline{Q}^T \underline{b}$$

$\underline{R}$  üst üçgen matrisinin tersi tanımlı olduğundan,  $\underline{x}$  bilinmeyenler vektörü geriye doğru hesap ile veya teorik olarak

$$\underline{x} = \underline{R}^{-1} \underline{Q}^T \underline{b} \text{ ile hesaplanır.} \quad (2.80)$$

İşlem sayısı fazla olmasına rağmen, QR metodu istikrarlı ve programlanması çok basit bir metottür.

QR Metoduyla Örnek Çözümü

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$r_{11} = \|q_1\| = \sqrt{2^2 + 1^2} q_1 = \frac{1}{\|q_1\|} \alpha_1$$

$$= \frac{1}{2.236} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{2.236} \\ \frac{1}{2.236} \end{pmatrix} \quad (2.81)$$

$$r_{12} = q_1^T \alpha_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = 2 + 2 = 4$$

$$\hat{q}_2 = (I - q_1 q_1^T) \alpha_2 = \alpha_2 - q_1 q_1^T \alpha_2 = \alpha_2 - r_{12} q_1 \quad (2.82)$$

$$\hat{q}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} - 4 \begin{pmatrix} \frac{2}{2,236} \\ \frac{1}{2,236} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{8}{2,236} \\ \frac{4}{2,236} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2,577 \\ 0,211 \end{pmatrix}$$

$$r_{22} = \|\hat{q}_2\| = \sqrt{(-2,577)^2 + (0,211)^2} = 2,585 \quad (2.83)$$

$$q_2 = \frac{1}{\|\hat{q}_2\|} \hat{q}_2 = \frac{1}{2,585} \begin{pmatrix} -2,577 \\ 0,211 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-2,577}{2,585} \\ \frac{0,211}{2,585} \end{pmatrix} \quad (2.84)$$

$$\underline{Q} = (q_1, q_2) = \begin{bmatrix} \frac{2}{2,236} & \frac{-2,577}{2,585} \\ \frac{1}{2,236} & \frac{0,211}{2,585} \end{bmatrix} \quad (2.85)$$

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} \\ 0 & r_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,236 & 4 \\ 0 & 2,585 \end{bmatrix} \quad (2.86)$$

$$\underline{A} = \underline{Q} \underline{R} \quad \text{ve} \quad \underline{Q}^T \underline{Q} = I \quad (2.87)$$

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} \frac{2}{2,236} & \frac{-2,577}{2,585} \\ \frac{1}{2,236} & \frac{0,211}{2,585} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2,236 & 4 \\ 0 & 2,585 \end{bmatrix}$$

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 2 & \left( \frac{8}{2,236} - 2,577 \right) \\ 1 & \left( \frac{4}{2,236} + 0,211 \right) \end{bmatrix}$$

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Örnek:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & -6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & -6 \\ 0 & -6 & -18 \end{bmatrix} \rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 0 & -3 & -6 \\ 0 & -6 & -18 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,49 & 0,86 \\ 0 & -0,86 & 0,49 \end{bmatrix}$$

$$|A - \lambda I| = 0 \quad (2.88)$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,49 & 0,86 \\ 0 & -0,86 & 0,49 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,49 & 0,86 \\ 0 & -0,86 & 0,49 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} (1-\lambda) & 0 & 0 \\ 0 & (0,49-\lambda) & 0,86 \\ 0 & -0,86 & (0,49-\lambda) \end{vmatrix} = 0$$

$$(-1)^{1+1} (1-\lambda)[(0,49-\lambda)(0,49-\lambda) - (-0,86)(0,86)] = 0$$

$$(1-\lambda)(0,24 - 0,49\lambda - 0,49\lambda + \lambda^2 + 0,74) = 0$$

$$(1-\lambda)(\lambda^2 - 0,98\lambda + 0,98) = 0$$

$$\lambda^2 - 0,98\lambda + 0,98 - \lambda^3 + 0,98\lambda^2 - 0,98\lambda = 0$$

$$-\lambda^3 + 1,98\lambda^2 - 1,96\lambda + 0,98 = 0$$

$$\lambda_1 = 1$$

$$\lambda_2 = 0,495 + 0,857i$$

$$\lambda_3 = 0,495 - 0,857i$$

$$|A - \lambda_1 I| [x] = 0$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,49 & 0,86 \\ 0 & -0,86 & 0,49 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

(2.89)

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0,51 & 0,86 \\ 0 & -0,86 & -0,51 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$x_1 = 0$$

$$-0,51x_2 + 0,86x_3 = 0 \quad (-0,86 \text{ ile çarpılır})$$

$$-0,86x_2 - 0,51x_3 = 0 \quad (0,51 \text{ ile çarpılır})$$

$$0,438x_2 - 0,74x_3 = 0$$

$$-0,438x_2 - 0,26x_3 = 0$$

$$x_3 = 0, x_2 = 0$$

Tekil olmasına rağmen ortogonal olmadığı için çözümlenemez.

QR metodu ile çözümü aşağıdaki gibidir;

$$A = (a_1, a_2, a_3) \quad Q = (q_1, q_2, q_3) \quad (2.90)$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \quad R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ 0 & r_{22} & r_{23} \\ 0 & 0 & r_{33} \end{bmatrix} \quad (2.91)$$

$$\begin{aligned}
r_{11} &= \|q_1\| = \sqrt{1^2 + 4^2 + 7^2} & q_1 &= \frac{1}{\|a_1\|} a_1 \\
&= \frac{1}{8,12} \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} & &= \begin{pmatrix} \frac{1}{8,12} \\ \frac{4}{8,12} \\ \frac{7}{8,12} \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{2.92}$$

$$r_{12} = q_1^T \alpha_2 = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 8,12 & 8,12 & 8,12 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} = \frac{2}{8,12} + \frac{20}{8,12} + \frac{56}{8,12} = \frac{78}{8,12} = 9,6 \tag{2.93}$$

$$\hat{q}_2 = (I - q_1 q_1^T) \alpha_2 = \alpha_2 - q_1 q_1^T \alpha_2 = \alpha_2 - r_{12} q_1 \tag{2.94}$$

$$= \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} - (9,6) \begin{pmatrix} 1 \\ 8,12 \\ 4 \\ 8,12 \\ 7 \\ 8,12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 9,6 \\ 8,12 \\ 38,4 \\ 8,12 \\ 67,2 \\ 8,12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,82 \\ 0,27 \\ -0,275 \end{pmatrix}$$

$$r_{22} = \|\hat{q}_2\| = \sqrt{(0,82)^2 + (0,27)^2 + (-0,275)^2} = 0,90 \tag{2.95}$$

$$q_2 = \frac{1}{\|\hat{q}_2\|} \hat{q}_2 = \frac{1}{0,90} \begin{pmatrix} 0,82 \\ 0,27 \\ -0,275 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{0,82}{0,90} \\ \frac{0,27}{0,90} \\ \frac{-0,275}{0,90} \end{pmatrix}$$

$$r_{13} = q_1^T \alpha_3 \tag{2.96}$$

$$\begin{aligned}
&= \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 8,12 & 8,12 & 8,12 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} \\
&= \frac{3}{8,12} + \frac{24}{8,12} + \frac{63}{8,12} = 11,08
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
r_{23} &= q_2^T \alpha_3 \\
&= \begin{pmatrix} 0,82 & 0,27 \\ 0,90 & 0,90 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -0,275 \\ 0,90 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} = 2,73 + 1,8 - 2,75 = 1,7
\end{aligned} \tag{2.97}$$

$$\begin{aligned}
\hat{q}_3 &= (I - q_1 q_1^T) - (I - q_2 q_2^T) \alpha_3 \\
\hat{q}_3 &= (I - q_1 q_1^T - q_2 q_2^T + q_1 q_1^T q_2 q_2^T) \alpha_3 \\
\hat{q}_3 &= \alpha_3 - \alpha_3 q_1 q_1^T - \alpha_3 q_2 q_2^T + \alpha_3 q_1 q_1^T q_2 q_2^T \\
q_1^T q_2 &= 0
\end{aligned} \tag{2.98}$$

olduğu için,

$$\begin{aligned}
\hat{q}_3 &= \alpha_3 - \alpha_3 q_1 q_1^T - \alpha_3 q_2 q_2^T \\
\hat{q}_3 &= \alpha_3 - r_{13} q_1 - r_{23} q_2
\end{aligned}$$

$$\hat{q}_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} - (11,08) \begin{pmatrix} 1 \\ 8,12 \\ 4 \\ 8,12 \\ 7 \\ 8,12 \end{pmatrix} - (1,78) \begin{pmatrix} 0,82 \\ 0,90 \\ 0,27 \\ 0,90 \\ 0,275 \\ -0,90 \end{pmatrix} \tag{2.99}$$



$$\hat{q}_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{11,08}{8,12} \\ \frac{44,32}{8,12} \\ \frac{77,56}{8,12} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{1,46}{0,90} \\ \frac{0,48}{0,90} \\ -\frac{0,48}{0,90} \end{pmatrix}$$

$$\hat{q}_3 = \begin{pmatrix} 0,013 \\ 0,0085 \\ -0,0184 \end{pmatrix}$$

$$r_{33} = \|\hat{q}_3\| = \sqrt{(0,013)^2 + (0,0085)^2 + (-0,0184)^2} = 0,024$$

$$q_3 = \frac{1}{\|\hat{q}_3\|} \hat{q}_3$$

$$= \frac{1}{0,024} \begin{pmatrix} 0,013 \\ 0,0085 \\ -0,0184 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{0,013}{0,024} \\ \frac{0,0085}{0,024} \\ -\frac{0,0184}{0,024} \end{pmatrix} \quad (2.100)$$

$$\underline{Q} = (q_1, q_2, q_3) = \begin{bmatrix} \frac{1}{8,12} & \frac{0,82}{0,90} & \frac{0,013}{0,024} \\ \frac{4}{8,12} & \frac{0,27}{0,90} & \frac{0,0085}{0,024} \\ \frac{7}{8,12} & -\frac{0,275}{0,90} & -\frac{0,0184}{0,024} \end{bmatrix}$$

(2.101)

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ 0 & r_{22} & r_{23} \\ 0 & 0 & r_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8,12 & 9,6 & 11,08 \\ 0 & 0,9 & 1,78 \\ 0 & 0 & 0,024 \end{bmatrix}$$

$$\underline{A} = \underline{Q} \underline{R} \text{ ve } \underline{Q}^T \underline{Q} = \underline{I} \quad (2.102)$$

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} \frac{1}{8,12} & \frac{0,82}{0,90} & \frac{0,013}{0,024} \\ 4 & \frac{0,27}{0,90} & \frac{0,0085}{0,024} \\ \frac{8,12}{7} & \frac{0,275}{0,90} & \frac{0,0184}{0,024} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8,12 & 9,6 & 11,08 \\ 0 & 0,9 & 1,78 \\ 0 & 0 & 0,024 \end{bmatrix}$$

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} \frac{8,12}{8,12} & \frac{9,6}{8,12} + 0,82 & \left( \frac{11,08}{8,12} + \frac{(0,82)(1,78)}{0,9} + 0,013 \right) \\ 4 & \frac{4(9,6)}{8,12} + 0,27 & \left( \frac{4(11,08)}{8,12} + \frac{(0,27)(1,78)}{0,9} + 0,0085 \right) \\ 7 & \frac{7(9,6)}{8,12} - 0,275 & \left( \frac{7(11,08)}{8,12} - \frac{(0,275)(1,78)}{0,9} - 0,0184 \right) \end{bmatrix}$$

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

Diğer bir çözüm yöntemi ise sayısal metotlar yöntemidir. [14]

### 2.3. Sayısal Metotlarla Çözümleme

Hız ve yer değiştirmelerin kesin güncelleştirilmesi şunun ile verilir.

$$\{\dot{x}(t)\}^{n+1/2} = \{\dot{x}(t)\}^{n+1/2} - \Delta t^n \{\dot{x}(t)\}^n \quad (2.103)$$

$$\{\dot{x}(t)\}^{n+1} = \{\dot{x}(t)\}^{n+1} + \Delta t^{n+1/2} \{\dot{x}(t)\}^{n+1/2} \quad (2.104)$$

Sabitlik zamanın derecesine bir limit koyar. Bu zaman derecesi normal olarak çok küçüktür ve bu yüzden çok fazla sayıda dereceye gereksinim vardır. Mevcut doğrusal olmayan darbe analizleri için açık dinamik analiz prosedürü kullanılır ve bu toplu ya da diyagonal kütle matrisi unsuru ile birlikte açık bir integrasyon kuralının uygulanmasına dayanmaktadır.

$$\Delta t^n = t^n - t^{n-1} \quad (2.105)$$

$$\Delta t^{n+1/2} = \frac{1}{2}(t^n - t^{n+1}) \quad (2.106)$$

$$V^{n+1/2} = \dot{u}^{n+1/2} = \frac{1}{\Delta t^{n+1/2}}(u^{n+1} - u^n) \quad (2.107)$$

$$u^{n+1} = u^n + \Delta t^{n+1/2} \dot{u}^{n+1/2} \quad (2.108)$$

$$a^n = \ddot{u}^n = \frac{1}{\Delta t^n}(\dot{u}^{n+1/2} - \dot{u}^{n-1/2}) \quad (2.109)$$

$$\dot{u}^{n+1/2} = \dot{u}^{n-1/2} + \Delta t^n \ddot{u}^n \quad (2.110)$$

$$\{\dot{u}\}^{n+1/2} = \{\dot{u}\}^{n-1/2} + \frac{\Delta t^{n+1} + \Delta t^n}{2} \{\ddot{u}\}^n \quad (2.111)$$

$$\{\dot{u}\}^{n+1} = \{u\}^n + \Delta t^{n+1} \{u\}^{n+1/2}$$

Gövde için hareket denklemleri  $\{\dot{u}\}$  nun hızı ve  $\{\ddot{u}\}$  nin de ivme olduğu kesin temel fark integral kuralı kullanılarak bütünleştirilmiştir. Üst simge n artış sayısını gösterir ve n-1/2 ve n+1/2 ortalama artış değerini gösterir. Temel integral fark şudur ki operatör kesindir çünkü bir önceki artıştan bilinen  $\{\dot{u}\}^{n-1/2}$  ve  $\{\ddot{u}\}^n$  değerleri kullanılarak kinematik durum ilerleyebilir. Kesin integral kural oldukça basittir fakat kendisi kesin dinamik prosedürle ilgili hesaplama verimliliği sağlamaz. Kesin prosedürün hesaplama verimliliği anahtar diyagonal öge kütle matrisi kullanımındır. Çünkü artış başında ivme hesaplamaları için kullanılan kütle matrisinin tersi üç eksenlidir. Dolayısıyla, ortalama akım hızlarının  $\{\dot{u}\}^{n-1/2}$ ,  $\{\dot{u}\}^{n+1/2}$  gibi özel incelenmesi, başlangıç şartları, bazı kısıtlamaları ve sonuçların tanıtımını gerektirir. Sonuçların sunumu için, hız durumları, ortalama hızların doğrusal enterpolasyonu olarak kaydedilir.

$$\{\dot{u}\}^{n+1/2} = \{\dot{u}\}^{n-1/2} + \frac{\Delta t^{n+1} + \{\ddot{u}\}^{n+1}}{2} \quad (2.112)$$

Temel fark operatörü kendi kendine çalışmaz çünkü n=0 daki ortalama hız değeri  $\{\dot{u}\}^{n-1/2}$  tanımlanmalıdır. Hız ve ivme başlangıç değeri (zaman t=0) analizci tarafından belirtilmediği sürece sıfır olarak alınır.

Helikopterlerin iniş takımları yüzeye çarparak ve sürtünme yoluyla yük aldığı için ortak yüzeyler arası darbe ve kayma temas problemlerini çözmek için ara yüzey algoritması “contact interface algorithm” kullanılmakta olup bu algoritma aşağıdaki metotları içermektedir;

- 1.Kinetik zorlama metodu
- 2.Penaltı metodu
- 3.LS-DYNA programında kullanılan “Distributed Parameter Method”

Bu ara yüzeyler üzerindeki problemleri çözmek için gerekli matematiksel tanımlamalar yapılmaktadır. Yukarıdaki denklemlerde helikopterin kızak tipi iniş takımının sonlu elemanlar modeli kurularak doğrusal olmayan dinamik darbe hesaplamaları yapılmıştır. [14]

### 3. DENEYSEL ÇALIŞMALAR

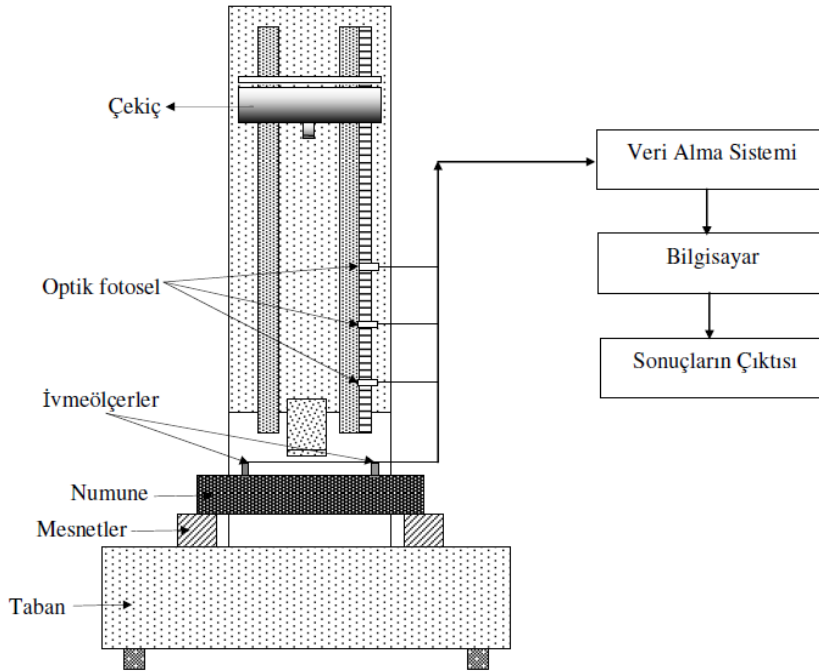
Deneyisel çalışmalar olarak; Şekil 3.1'de görülen serbest düşme deney düzeneği ile 4 adet deney yapılmıştır.



Şekil 3.1. Serbest düşme deney düzeneği

### 3.1. Serbest Düşme Deney Düzeneği

Çalışmada kullanılan serbest düşme deney düzeneği Kantar, E. tarafından doktora tezi amacıyla tasarlanmış olup Gazi Üniversitesi İnşaat Müh. Labaratuvarında bulunmaktadır [15]. Serbest düşme deney düzeneğinde, potansiyel enerjinin çarpma anında kinetik enerjiye dönüşmesi yaklaşımı uygulamada kullanılan temel yaklaşımdır. Buradaki enerji dönüşümü eleman üzerinde çok hızlı bir şekilde gerçekleşen gerilme yığılımına neden olmaktadır.



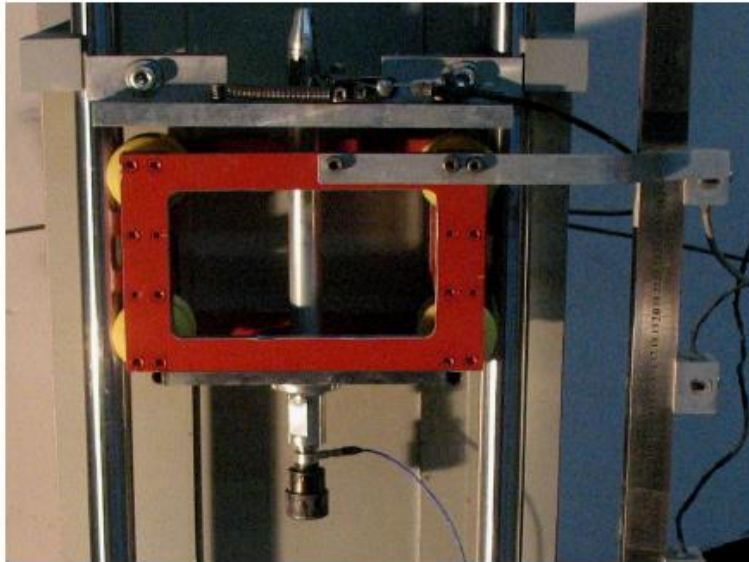
Şekil 3.2. Serbest düşme deney düzeneği şeması [15]

Deney düzeneğinde bulunan çekiş olarak adlandırılan düşen kütle, farklı deneyler yapabilmek için ağırlığı arttırılabilir şekilde tasarlanmıştır(Şekil 3.2). Çekiş alüminyum malzemeden imal edilmiştir. Çekicinin kendi kütlesi 5,25 kg'dır. Çekişin kütlesini değiştirmek için iç kısmına ağırlık takılmasını sağlayan ve çarpma anında eklenen ağırlıkların hareket etmesini engelleyen vidalama sistemi yerleştirilmiştir. Çekicinin sürtünmesini en aza indirebilmek için yatakların sürtünen yüzeyleri azaltılmış ve dört köşesinde bulunan iç

yüzeyleri yuvarlatılmış kestamit malzemedен imal tekerlekler vasıtasıyla yatağına oturtulmuştur.

Kestamit, polyamit grubundan bir malzemedir, talaşlı imalat yöntemi ile şekillendirilir. Sıkı bir dokuya ve sertliğe sahiptir. Dişli yapımında özellikle büyük çapta dişlilerde tercih edilir. Dişlilerin yataklanmasının düzgün yapılması koşulu ile uzun süreli dayanım elde edilir. Bir diğer üstünlüğü de aşınma mukavemetinin çok yüksek olmasıdır. Metallerle sürtünerek çalışma durumunda dahi çok yüksek aşınma mukavemetine sahiptir. Özellikle darbelere, yüke, yorulmalara karşı yüksek dirençlidir. Isı dayanımı yüksek, sürtünme katsayısı düşüktür.

Şekil 3.3'de görülen çekicin ucu değiştirilebilir olarak imal edilmiştir. Bunun nedeni düşme noktasında bölgesel çarpmanın boyutlarını ve etkilerini değiştirebilmektir. Çekicin düşürme mekanizması mekanik olarak imal edilmiştir. Böylelikle deney yapılacak yüksekliğe çekiç ve tutma mekanizması birlikte, pratik ve hızlı bir şekilde çıkarılabilecek şekilde tasarlanmıştır.



Şekil 3.3. Çekiç mekanizması [15]

Çekicin aynı ekseninde kalarak serbest düşme yapabilmesi için sağ ve sol olmak üzere millerle kızaklanmıştır. Mil boyu 2500 mm olup deney yüksekliğini belirlemektedir. Çekicin oturduğu miller 30 mm çapında krom kaplı malzemedan imal edilmiştir. Sürtünmeyi en aza indirmek için yüzeyi pürüzsüz olacak şekilde özel olarak taşlanmıştır. Miller, deney düzeneğinin kulesine belirli noktalardan sabitlenmiştir. Ayrıca üst kısmının özel olarak tasarımı yapılmış olup yüksekliği arttırmaya imkân vermektedir. Kızaklar arası mesafe 200 mm dir. Kızak bağlantı kulesi 300×300 mm kesitindedir. Çekiç düşme yüksekliğini ayarlayabilmek için üst tespit çenesi kayar şekilde tasarlanmıştır. Serbest düşme esnasında çekicin kızaktan kurtularak tabana çarpmasını engellemek için çekicin çıkış noktasına kauçuk malzemedan imal darbe sönümleyici yerleştirilmiştir. Kızak milleriyle paralel olarak yataklanmış bir profil, kızak bağlantı kulesine monte edilmiştir. Bu profil üzerine optik fotoseller yerleştirilerek çekicin harekete başladığı andan itibaren çarpma anına kadar geçen sürenin ölçülmesi sağlanmıştır. Ölçümlerin alındığı ve işlendiği elektronik ekran da bağlantı kulesi üzerine okumalar görünebilir şekilde yerleştirilmiştir.

### **3.1.1. İvmeölçerler**

İvmeölçerler; genel amaçlı hareket ölçümlerinde, şok ve titreşim ölçümlerinde kullanılırlar.

#### Deneylerde kullanılan ivmeölçer: Model 353B02

Deneylerimiz için piezoelektrik ivmeölçerleri tercih edildi. PCB Group firmasına ait piezoelektrik ICP tipi ivmeölçerlerden 2 adet Model 353B02 kullanıldı (Şekil 3.4).



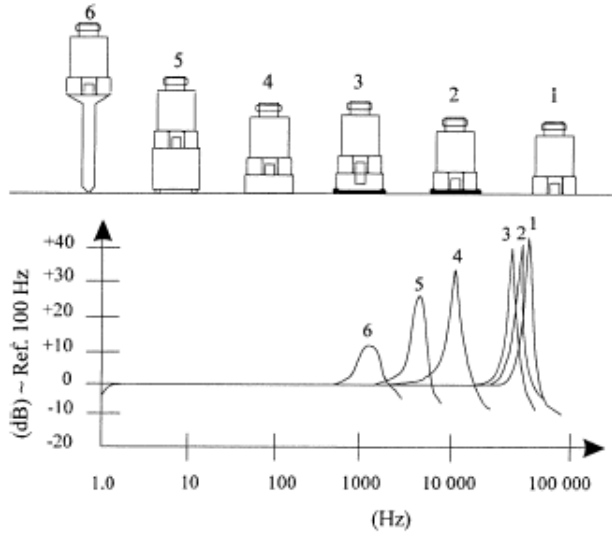


Şekil 3.4. Model 353B02 [14]

ICP tipi ivmeölçerlerin üstünlükleri;

- Uygun tip ve uzunlukta kabloya bakmaksızın sabit voltaj hassasiyeti,
- Düşük empedanslı çıkış sinyali, oldukça uzun kablolarda dahi çevre etkilerine rağmen sinyal kalitesini kaybetmez,
- Düşük gürültü aralığı, veri toplama donanımları, kaydedici, sinyal çözümüleme, standart okuyucu ile voltaj çıkış sinyali uyumu olarak sayılabilir.

Bu tip ivmeölçerlerle ölçüm almak için montaj şekilleri vardır. Bu montaj şekillerine göre avantajları ve dezavantajları bulunmaktadır. Montaj yapılan yerin karakteristik özellikleri, pürüzsüzlük, sıcaklık değişim büyüklüğü, erişilebilirlik ve taşınabilirlik son derece önem teşkil etmektedir. Firmanın kendi laboratuvarlarında yaptığı testlerle montaj şeklinin hassasiyetleri yüksek frekans altında test edilip grafik olarak Çizelge 3.1’de gösterilmiştir.



Şekil 3.5. İvmeölçerlerin montaj şekilleri ve yüksek frekansa etkileri [14]

1. Vida ile 2. Yapıştırıcı ile 3. Montaj pedi ile 4. Düz mıknatıs ile
5. Çift taraflı mıknatıs ile 6. El çubuğu ile (Manual)

Çarpma anında yüksek frekanslar oluştuğu için vida ile montaj şekli tercih edilmiştir. Optimum bağlama düzenlemeleri önemli ölçüde ölçümün doğruluk payını arttırmaktadır. En iyi performans için, özellikle yüksek frekanslarda, ivmeölçerin tabanı ve test edilecek nesnenin yüzeylerinin temiz, düz, pürüzsüz, çiziksiz olmasına dikkat edilmelidir.

### 3.1.2. Kuvvet algılayıcısı

Kuvars kuvvet algılayıcıları; sıkışma, çekme gerilmeleri, darbe, tepki ve etki kuvvetlerini ölçen sağlam, uzun ömürlü, dinamik hissedici elemanlardır. Kullanım alanlarının başında, darbe kuvvetlerinin izlenmesi, çarpma testleri, baskı kuvvetlerinin izlenmesi, kuvvet kontrollü zorlanmış titreşimlerin izlenmesi, mekanik empedans, talaşlı imalat, düşürme testleri, titreşim uyarıcıları, nüfuz etme (penetrasyon) testleri, mukavemet testleri, kopma noktası testleri, tüm soğuk ve sıcak plastik şekil verme işlemleri, kaynak işlemleri ve test işlemleri gelmektedir. Kuvvet algılayıcılarını seçerken test edilen ortamın özellikleri mutlaka göz önünde tutulmalıdır.

Kuvars kuvvet algılayıcılarının bazı özellikleri aşağıdaki gibi özetlenebilir:

- Çelikle kıyaslanabilecek kadar yüksek rijitlik,
- Yüksek voltaj – düşük empedanslı çıkış (ICP tip algılayıcılar için)
- Hızlı yüksek frekans cevabı
- Küçük boyutlarda büyük kuvvet sinyallerini algılama özelliği
- Büyük statik yükler üzerindeki küçük kuvvet dalgalanmalarını ölçme yeteneği
- Rijid yapısı sayesinde dayanıklı ve uzun ömürlüdür
- Çok iyi doğrusallık, sabitlik ve tekrarlanabilirlik
- Statik etkilere gösterdiği etki sayesinde statik kalibrasyon yapılabilir ve sabit ısı şartları altında statik ölçümler yapılabilir.

#### Deneylerde kullanılan halka kuvvet algılayıcı: 201B03 Model ICP

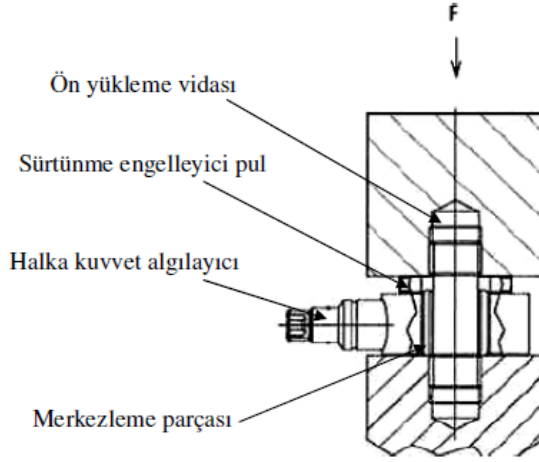
Deneylerimizde PCB Group firmasının üretimi olan kuvars halka kuvvet algılayıcılarından 201B03 Model ICP türü kullanıldı (Şekil 3.6).



Şekil 3.6. 201B03 Model ICP kuvars halka kuvvet algılayıcısı [15]

Bu tip algılayıcıların kullanımında en önemli adım algılayıcının montajıdır. Montaj yapılırken yapılan hatalar ölçümleri tamamen yanlış alınmasına sebep olur. Halka kuvvet algılayıcıların montajı Şekil 3.7’de gösterilmiştir. Şekilde görüldüğü gibi algılayıcı, iki yapı arasına özel bir vida ile monte edilmiştir. Bu vida berilyum-bakır karışımı özel bir malzemeden imal edilmiş olup ön yükleme yapılmasına imkân vermekte, kalibrasyonu düzgün bir şekilde sağlanmakta ve algılayıcıdan okunan ölçme değerleri doğrusal olmaktadır. Algılayıcıyı merkezlemek için vida ile halka arasına plastik bir parça yerleştirilir. Kuvvetin geldiği taraf ile algılayıcı arasına sürtünmeyi engelleyici bir pul konulmuştur.

Laboratuvarımızda mevcut olan halka kuvvet algılayıcısı, yapılan pilot deneylerde kullandığımız çekiç kütlesi ile çarpma anında oluşan kuvvetin maksimum değerinin, algılayıcının maksimum ölçme değerini aştığı görülmüştür. Fakat kuvvetteki değişim değerlerini görmek için deneylerde kullanılmıştır.



Şekil 3.7. Halka kuvvet algılayıcısı montaj şekli [15]

### 3.1.3. Veri toplayıcı

Veri toplayıcıları, deneylerde kullanılan ölçüm aygıtlarından elde edilen ölçümleri toplayıp bilgisayar ortamında değerlendirilmesi için bilgisayar datalarına çeviren aygıtlardır. Veri toplayıcıları çok çeşitlidir. Yapılacak çalışmalara göre özel olarak dizayn edilebileceği gibi standart olarak da üretilebilir.

Deneylerde kullanılan veri toplayıcı: NI 9233-USB-9162

Deneylerde kullanılacak olan veri toplayıcı seçilirken kuvvetin etki şekline ve kullanılan ölçme aygıtlarının türü dikkate alınmıştır. Bu şartlar dikkate alınarak National Instruments firmasının ürettiği NI 9233-USB-9162 modeli kullanılmıştır(Şekil 3.8). Bu veri toplayıcı, dört kanallı dinamik sinyal yakalayıcısı olup, yüksek doğrulukta ölçüm alabilen IEPE algılayıcılarından yapılmıştır.



Şekil 3.8. NI 9233-USB-9162 veri toplayıcı [15]

Kullanılan veri toplayıcı aygıt iki modülden oluşmaktadır. Birinci modül veri toplayıcısıdır. Bu modüle ölçüm aygıtları bağlanmaktadır. İkinci bölüm ise sinyal taşıyıcı modüldür. Bu modül de birinci modülden gelen sinyalleri bilgisayara aktarmaktadır. Her iki modül birbirinden bağımsızdır. Veri toplayıcıdan bilgisayar ortamına aktarılan veriler, veri toplayıcı için yazılmış olan bilgisayar programı yardımıyla almak istediğimiz veri türüne çevrilerek kaydedilir. Çizelge 3.1' de veri toplayıcısının teknik özellikleri verilmiştir. [15]

Çizelge 3.1. NI 9233-USB-9162 veri toplayıcı teknik özellikleri [15]

Özellik	Değer
Kanal Sayısı	4 Adet Analog Giriş
Çözünürlük	24-bit
Dinamik Aralık	102 dB
Minimum Data Oranı	2 kS/s
Maksimum Data Oranı	50 kS/s
Frekans	12,8 MHz
Hassasiyet	$\pm 100$ ppm max.
Giriş Akımı	AC
Minimum AC Voltajı	5 V
Maksimum AC Voltajı	5,8 V
IEPE Minimum Uyarma Akımı	2.0 mA
Giriş Voltajı Aralığı	$\pm 5$ V
Bilgisayar Bağlantısı	HI-Speed USB 2.0

### 3.2. Prototip Kızak Tipi İniş Takımına Ait Serbest Düşme Deneyleri

Prototip kızak tipi iniş takımlarına dört adet serbest düşme deneyi yapılmıştır. Deney bilgileri Çizelge 3.2'de verilmiş olan dört deney sonucunda elde edilen sonuçlar burada açıklanmıştır. Numune üzerine simetrik olarak bağlanan dört adet gerinim pulundan gerinim değerleri okunmuştur. Alaşım bilgisine bağlı olarak bu gerinim değerlerinden gerilme değerlerine ulaşılmıştır. Numune üzerine bağlanan ivmeölçerler ile numune üzerinden ivme değerleri ölçülmüştür. Ayrıca deney düzeneğine bağlanan kuvvetölçer vasıtasıyla çarpma yükü ölçülmüştür.

Çizelge 3.2. Deney bilgileri

Deney No	Serbest Düşme Yüksekliği (mm)	Çekiç Ağırlığı (kg)	İniş Takımı Levha Kalınlığı (mm)	İniş Takımı Malzemesi
1	500	5.25	K=2	7075 T6
2	500	5.25	K=3.5	2024 T3
3	500	5.25	K=5.5	2024 T3
4	500	5.25	Ø11 x 2,5	6061 T6



Şekil 3.9. Deney cihazına bağlanmış test numunesi

Test numunesi üzerinden dört adet gerinim pulu ile 0,16 - 0,20 sn arasındaki gerinim ve oluşan voltaj farkı mv cinsinden ölçülmüştür. Ölçülen bu mv farkını ölçüm yaptığımız cihaza ait veri toplama sistemi birim deformasyon ölçümü değerlendirme kılavuzu dökümanına göre  $10^{-6}$  ile çarpıp strain (gerinim) değeri hesaplanmıştır [16]. Hesaplanan gerinimler malzemenin elastisite modülü ile çarpılarak gerilmeler elde edilmiştir. Deneylerde kullanılan alüminyum alaşımlara ait alaşım miktarları Çizelge 3.3'de verilmiştir.

Çizelge 3.3. Deneylerde kullanılan alüminyum numunelerinin alaşım miktarları [16]

Al Alaşım	Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Cr	Zn	V	Ti
7075 T6	0.4	0.5	1.2-2	0.30	2.1-2.9	0.18-0.3	5.5	-	0.2
2024 T3	0.5	0.5	3.8-4.9	0.3-0.9	1.2-1.8	0.1	0.25	0.15	0.15
6061 T6	0.4-0.8	0.7	0.1-0.4	0.15	0.8-1.2	0.04-0.3	0.25		0.15

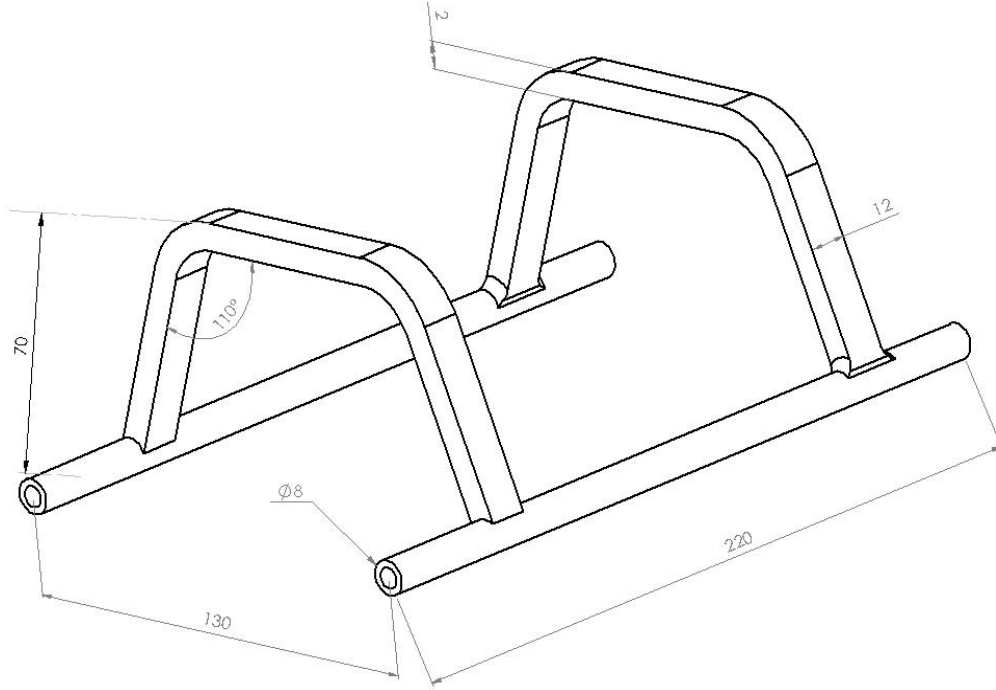
Deneylerde kullanılan alüminyum alaşımlara ait mekanik özellikler aşağıda Çizelge 3.4'de verilmiştir.

Çizelge 3.4. Düşme deneylerinde kullanılan numunelerin mekanik özellikleri [16]

Al Alaşım	Kopma Mukavemeti (MPa)	Akma Mukavemeti (MPa)	Elastisite Modülü (GPa)	Kırılma Tokluğu (MPa)	Poisson Ratio
7075 T6	570	505	72	22,5	0.33
2024 T3	485	345	73	22,3	0.33
6061 T6	310	275	69	29,1	0.33

### 3.2.1. Deney no:1 7075 T6 numune

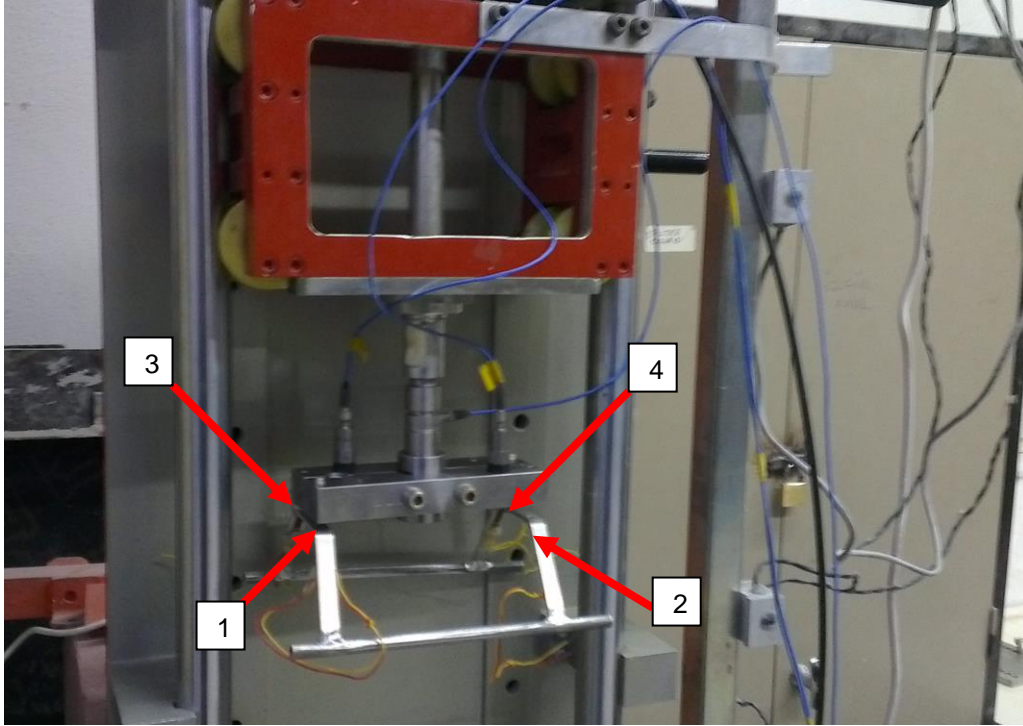
Deney numunesi 7075 T6 alaşımlı malzemeden imal edilmiştir. Elastisite Modülü : 72 GPa alınmıştır. Akma dayanımı: 505 MPa alınmıştır. Numunenin teknik resmi aşağıda Şekil 3.10'da verilmiştir.



Şekil 3.10. Deney no:1 için hazırlanan numunenin teknik resmi (ölçüler mm'dir)

Numune üzerinden dört adet gerinim pulu ile Şekil 3.11'de görüldüğü gibi dört farklı ve simetrik bölgeden ölçüm alınmak istenmiştir.





Şekil 3.11. Gerinim pulu ile ölçüm alınan yüzeyler

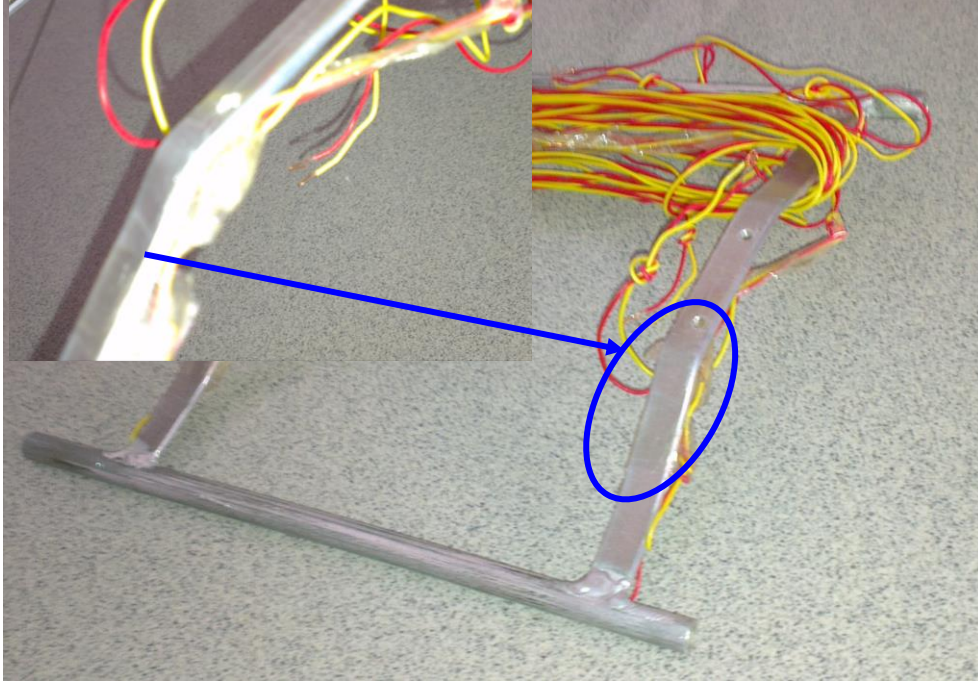
Gerinim pulları, bu bölümden itibaren Şekil 3.11'de görülen numaralandırmaya göre aşağıda Çizelge 3.5'deki adlandırmayla beraber kullanılarak deneyler açıklanacaktır.

Çizelge 3.5. Gerinim pulu adlandırma tablosu

Gerinim pulu numarası	Gerinim pulu anılan ismi
1	Sol ön
2	Sağ ön
3	Sol arka
4	Sağ arka

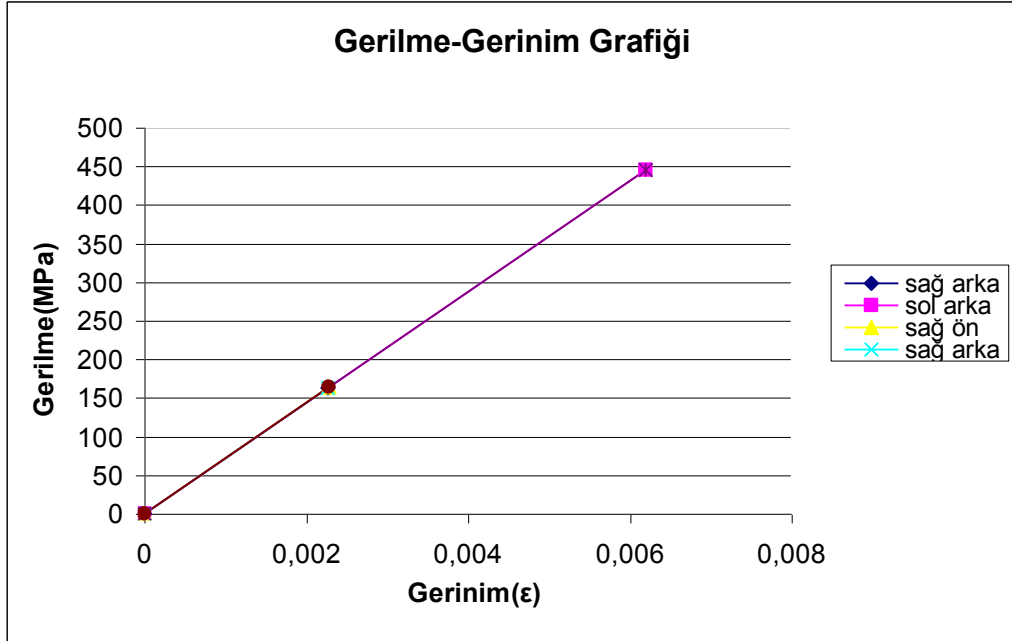
Ancak sol ön gerinim pulundan 1. deney sırasında sinyal alınamamıştır. Bu deney setinde üç gerinim pulu ile değerlendirmeler yapılmıştır. Ölçülen maksimum gerilme sol arka gerinim pulunda olup 445,68 MPa ölçülmüştür. Bu değer Alüminyum 7075 T6 malzemenin akma dayanımının altındadır. Deney sonrası numunenin kalıcı deformasyona uğradığı görülmüştür. Bu durum gerinim pullarının ölçüm yaptığı bölgenin kalıcı deformasyona

uğramadığı, gerinim pulu ile ölçüm alınmayan bölgede (Şekil 3.12) maksimum gerilmenin oluşmasıyla izah edilebilir.



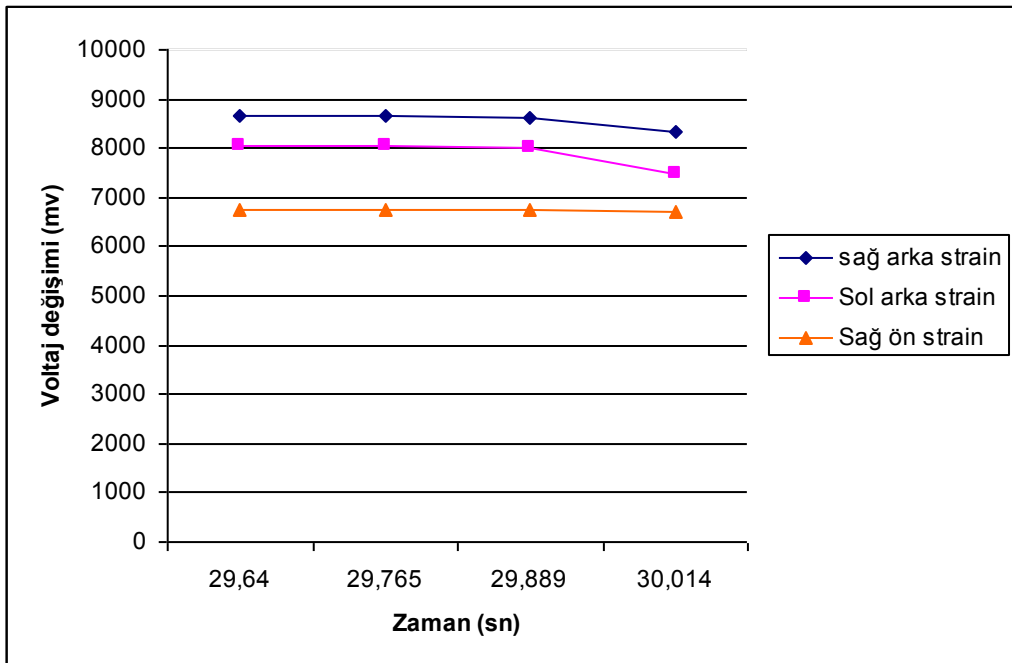
Şekil 3.12. Deney no:1 sonrası deformasyona uğramış numune

Üç farklı gerinim pulu için birbirinden farklı değerler kaydedilmiştir. Yeryüzünde hava araçları iniş takımlarının bütün elemanlarına eşit yük uygulanacak şekilde iniş gerçekleştiremeyeceği için farklı değerler okunması aslında beklenen ve istenen bir ölçüm sonucu olmuştur. Bu sayede, simetrik olmayan iniş durumlarında farklı gerilmeler oluşacağından maksimum gerilmenin anlaşılabilmesi açısından önemlidir. Deney no:1'e ait gerinim pullarından alınan gerilme–gerinim grafiği Şekil 3.13'de verilmiştir.



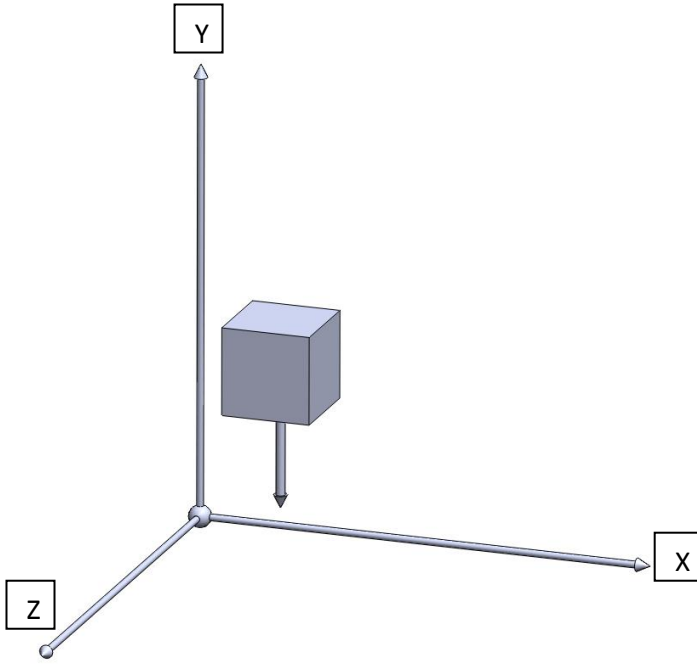
Şekil 3.13. Deney no:1'e ait gerinim pullarından alınan gerilme–gerinim grafiği

Gerinim pullarında oluşan voltaj değişiminin zamana göre dağılımı Şekil 3.14'de verilmiştir. Üç gerinim pulundan ölçüm alınabilmektedir.



Şekil 3.14. Deney no:1'in gerinim pullarına ait voltaj değişim grafiği

Şekil 3.15'de iniş takımı numunesinin serbest düşme eksenleri ve eksen takımları gösterilmiştir.



Şekil 3.15. Deney numunesi düşme eksenini

Önceki bölümde anlatılan hesaplama yöntemleri ile voltaj farkından yararlanarak aşağıdaki Çizelge 3.6 oluşturulmuştur.

Çizelge 3.6. Deney no:1'in voltaj farkından elde edilen değerler tablosu

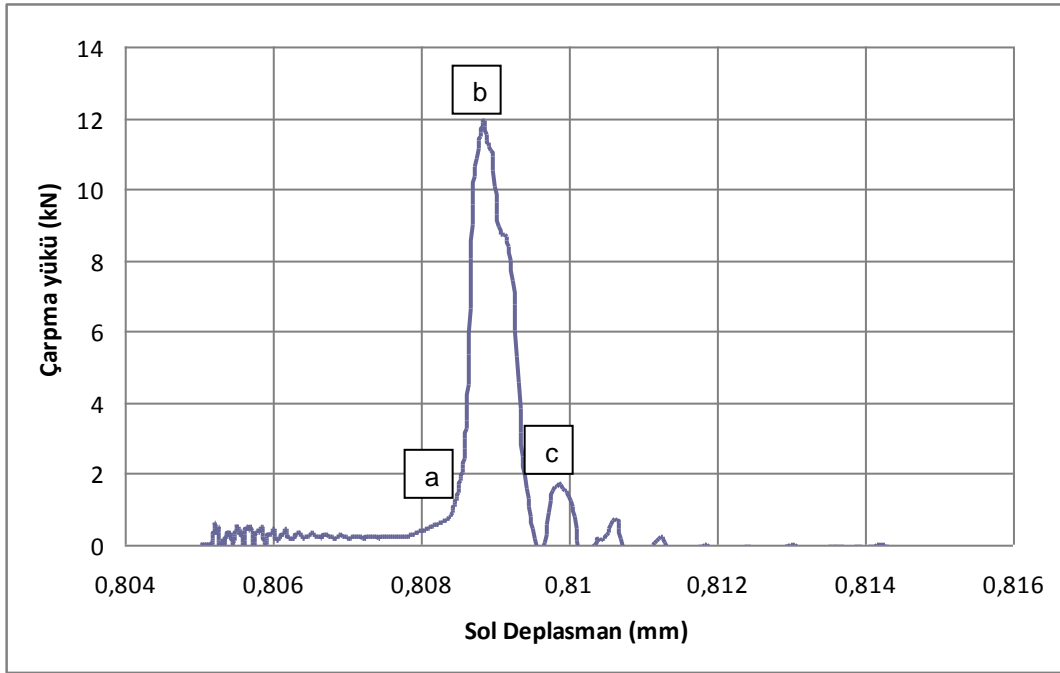
	$V_1$ (mv)	$V_2$ (mv)	Voltaj Farkı( $V_2 - V_1$ ) $\Delta V$ (mv)	Gerinim (mm/mm)	Gerilme (MPa)
Sağ Arka	8347	5658	2689	0,002268	163,36
Sol Arka	7470	1280	6190	0,00619	445,68
Sağ Ön	6711	4435	2276	0,002276	163,87

Çarpma anında numune üzerindeki iki adet ivmeölçerden aşağıdaki değerler ölçülmüştür.

Çizelge 3.7. Deney no:1'e ait ivme, hız ve deplasman değerleri

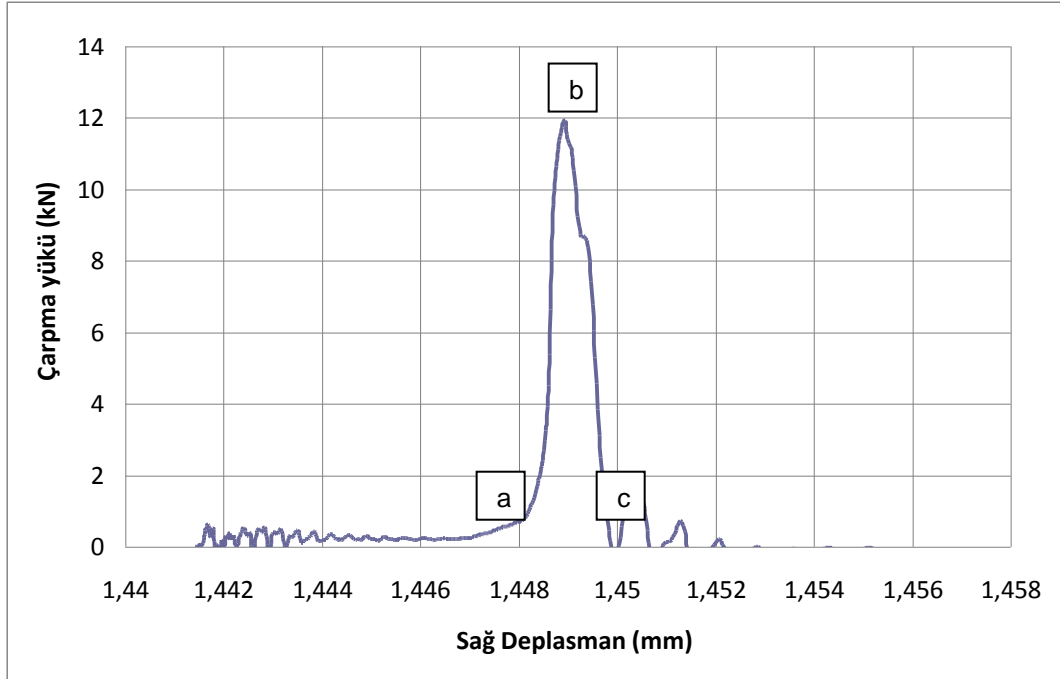
Deney No	İvmeler (g)				Hızlar (m/sn)		Deplasmanlar $\delta$ (mm)	
	Sol İvme		Sağ İvme		Sol Hız	Sağ Hız	Sol Depl.	Sağ Depl.
1	386.14	-233.37	294.25	-209.25	0.58	0.89	3.33	5.81

Yük hücresi ile ölçülen çarpma yükü-sol deplasman grafiği aşağıdaki gibidir. Çarpma sonucu Şekil 3.16'da görüldüğü gibi (a), (b) ve (c) aralığında detaylı olarak görülmektedir. Burada grafik (a) noktasında 0,90 kN iken (b) noktasında 11,92 kN'a yükselmiştir. Bu ani artış 0,808-0,810 mm arasında görülmüştür. (c) noktasında ise o (sıfır) değerine düşmüştür.



Şekil 3.16. Deney no:1'de oluşan çarpma yükü-sol deplasman grafiği

Çarpma yükü-sağ deplasman grafiği ise aşağıdaki gibidir. Çarpma sonucu Şekil 3.17'de görüldüğü gibi (a), (b) ve (c) aralığında detaylı olarak görülmektedir. Çarpma yükü - sol deplasman grafiğindeki (Şekil 3.16) aynı çarpma yüklerine karşın deplasman değerleri farklılık göstermiştir. Çarpma yükündeki ani artış 1,448 - 1,450 mm arasında görülmüştür. (c) noktasında ise o (sıfır) değerine düşmüştür.

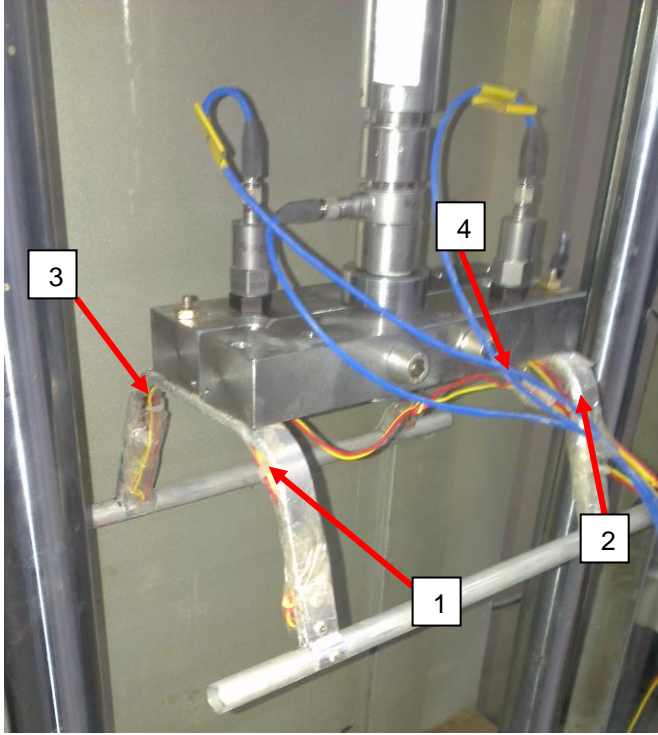


Şekil 3.17. Deney no:1'de oluşan çarpma yükü-sağ deplasman grafiği

Yapılan birinci deney sonucunda hazırlanan numunenin plastik kalıcı şekil değiştirmeye maruz kaldığı ayrıca gerilme dağılımının homojen olmadığı, büküm yüzeylerinde kalıcı şekil değiştirme sertleşmesinden dolayı bir deformasyon oluşmadığı gözlenmiştir. Söz konusu hava aracı iniş takımları olduğunda iniş esnasında oluşan darbe enerjisini, yapının tamamının homojen olarak sönmülmesi istenir. Bu sönmülmenin enerjiyi yapının her noktasına homojene yakın bir ölçüde dağıttığı düşünülürse oluşan gerilmenin de yapıya eşit bir şekilde yayıldığını söylemek yanlış olmayacaktır. Bu yaklaşıma göre hazırlanan numunenin gerek tasarım gerekse boyutlandırma özelliklerinin hatalı olduğu öngörülerek iyileştirmelerle ikinci bir numunenin hazırlanması düşünülmüştür.

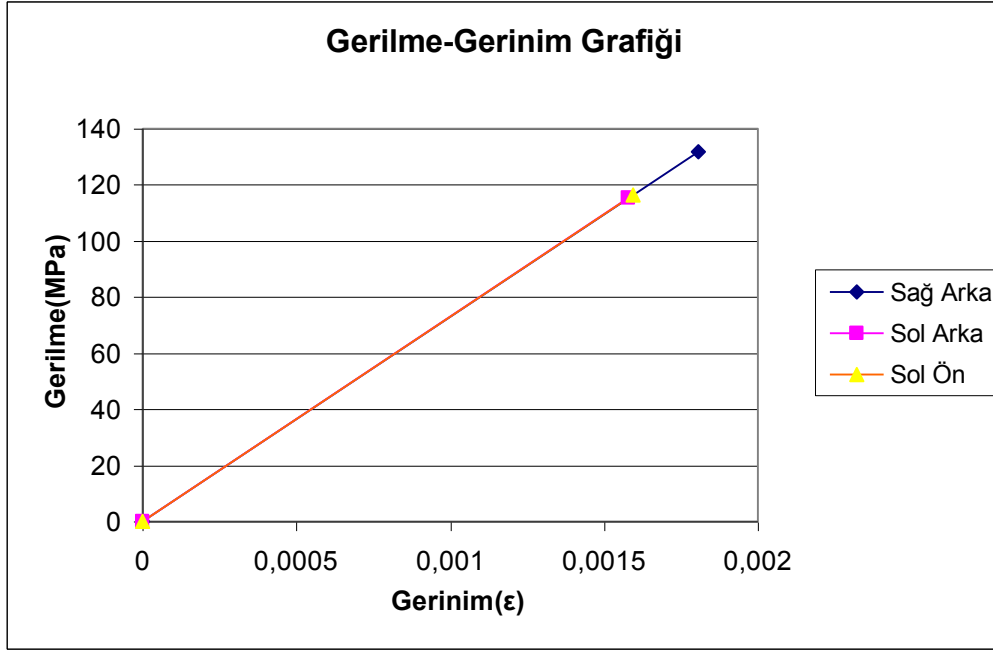
### 3.2.2. Deney no:2 2024 T3 numune

Deney numunesi 2024 T3 alaşım malzemeden imal edilmiştir. Elastisite Modülü : 73 GPa alınmıştır. Akma dayanımı: 345 MPa alınmıştır. Şekil 3.14'de görüldüğü gibi kızak köprüsü kalınlığı 1,5 mm artırılarak 3,5 mm yapılmıştır.



Şekil 3.18. Deney no:2'ye ait gerinim pulu ile ölçüm alınan yüzeyler

Numune üzerinden dört adet gerinim pulu ile Şekil 3.18'de görüldüğü gibi dört farklı ve simetrik bölgeden ölçüm alınmak istenmiştir. Ancak sağ ön gerinim pulundan deney sırasında sinyal alınamamıştır. Üç gerinim pulu ile değerlendirmeler yapılmıştır. Ölçülen maksimum gerilme sağ arka gerinim pulunda olup 131,91 MPa olarak ölçülmüştür. Bu değer akma dayanımının altındadır. Ancak deney sonrası numunenin bütünüyle kalıcı deformasyona uğradığı görülmüştür. Bu durum gerinim pullarının ölçüm yaptığı bölgenin kalıcı deformasyona uğramadığı, gerinim pulu ile ölçüm alınmayan bölgede maksimum gerilmenin oluşmasıyla izah edilebilir. Deney no:2'nin gerinim pullarından alınan gerilme–gerinim grafiği Şekil 3.19'da verilmiştir.



Şekil 3.19. Deney no:2'nin gerinim pullarından alından gerilme–gerinim grafiği

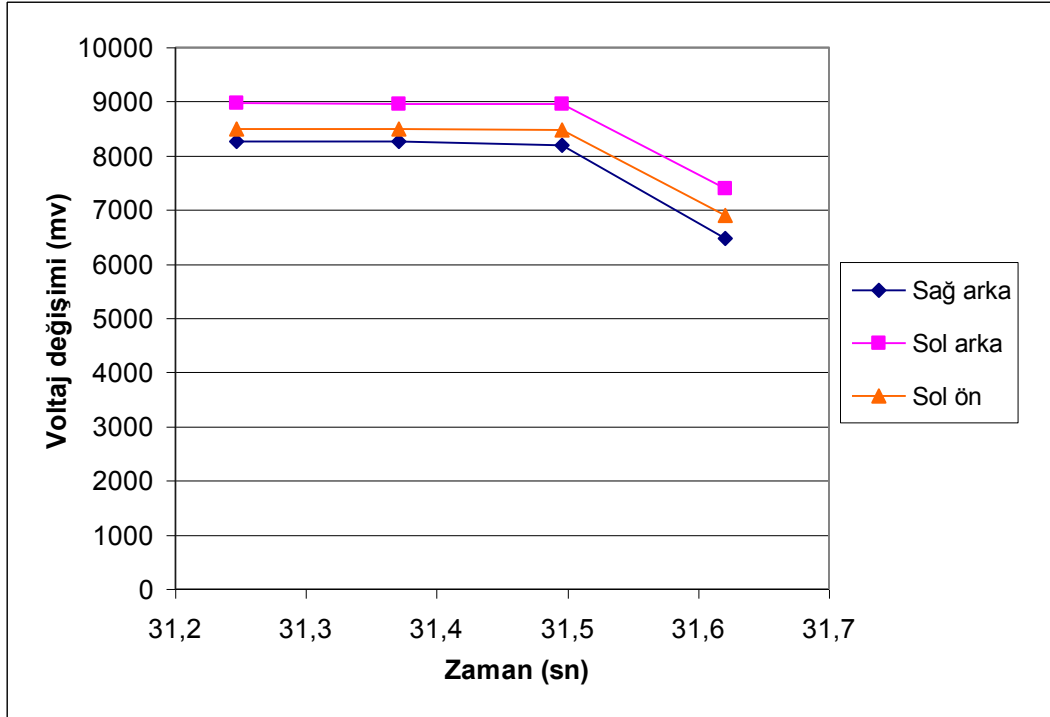
Gerinim pullarında oluşan voltaj değişimi Çizelge 3.8'de verilmiştir. Üç gerinim pulundan ölçüm alınabilmektedir.

Çizelge 3.8. Deney no:2'nin voltaj farkından elde edilen değerler tablosu

	$V_1$ (mv)	$V_2$ (mv)	Voltaj farkı ( $V_2 - V_1$ ) $\Delta V$ (mv)	Gerinim (mm/mm)	Gerilme ( $\sigma_z$ ) (Mpa)
Sağ Arka	8271	6464	1807	0,001807	131,91
Sol Arka	8967	7387	1580	0,00158	115,34
Sol Ön	8498	6904	1594	0,001594	116,36

Gerinim pullarında oluşan voltaj değişimi grafiği Şekil 3.20'de verilmiştir. Üç gerinim pulundan ölçüm alınabilmektedir.





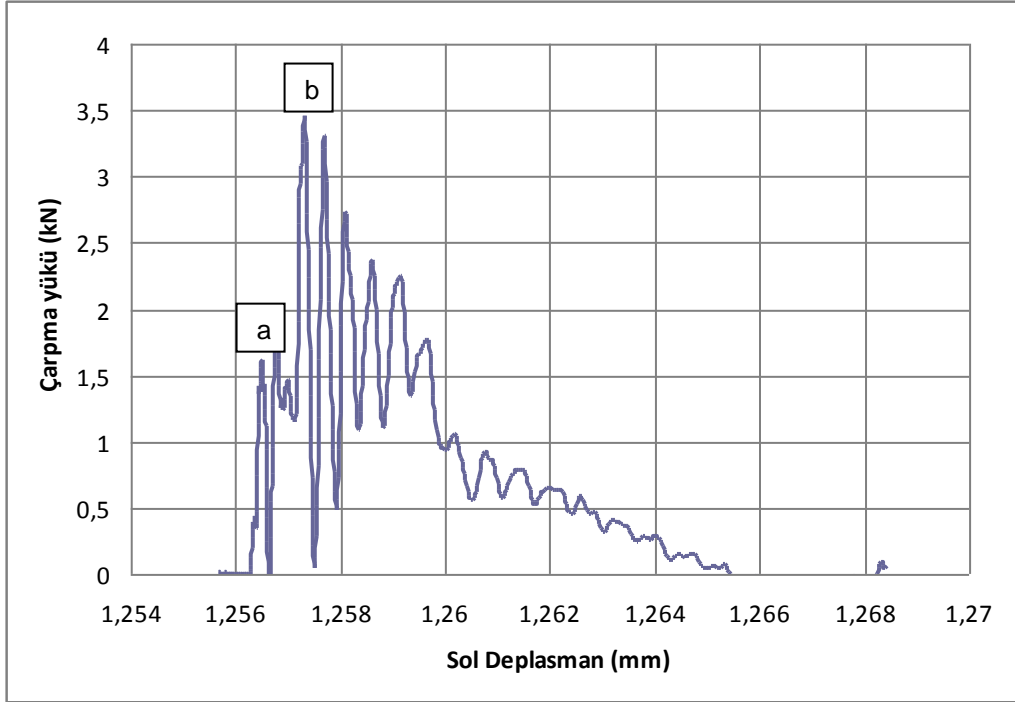
Şekil 3.20. Deney no:2'nin gerinim pullarına ait voltaj değişim grafiği

Çarpma anında numune üzerindeki iki adet ivmeölçerden aşağıdaki değerler ölçülmüştür.

Çizelge 3.9. Deney no:2'ye ait ivme, hız ve deplasman değerleri

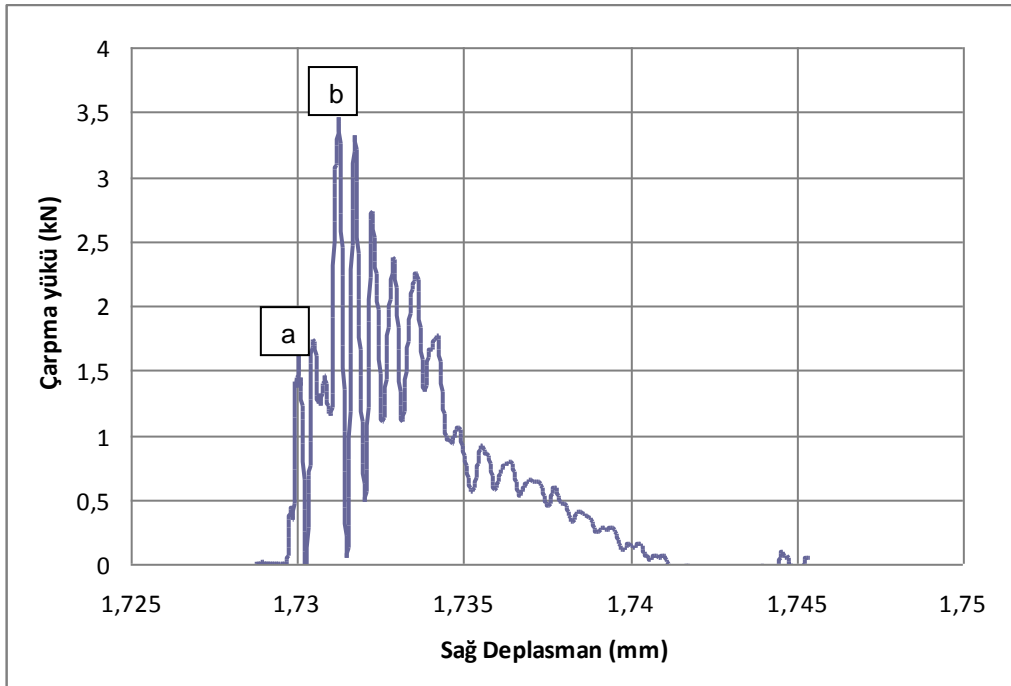
Deney No	İvmeler (g)				Hızlar (m/sn)		Deplasmanlar $\delta$ (mm)	
	Sol İvme		Sağ İvme		Sol Hız	Sağ Hız	Sol Depl.	Sağ Depl.
2	301.70	-205.43	289.22	-166.67	0.63	0.85	4.41	5.99

Yük hücresi ile ölçülen çarpma yükü-sol deplasman grafiği Şekil 3.21'deki gibidir. Çarpma sonucu 3,45 kN çarpma yükü oluşur. Şekil 3.21'de (a) noktasında ilk darbe anında 1,75 kN yük ölçülürken, (b) noktasında en yüksek değerine ulaşarak 3,45 kN ölçülmektedir. Bu ani artış 1,257 mm değerinde görülmüştür. (c) noktasında ise o (sıfır) değerine düşmüştür.



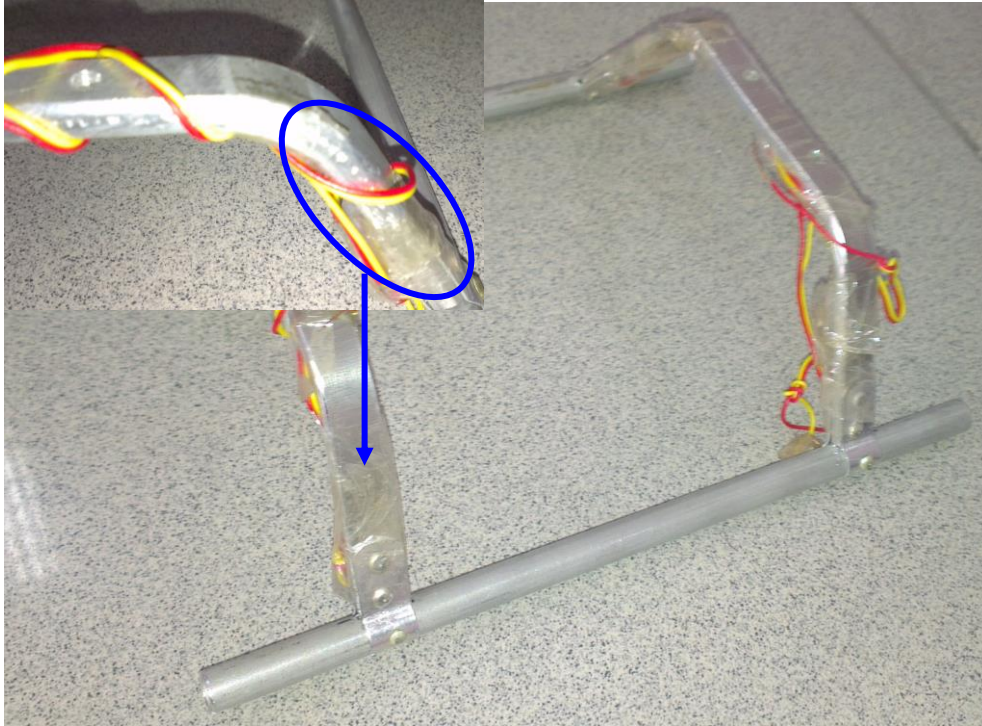
Şekil 3.21. Deney no:2'de oluşan çarpma yükü-sol deplasman grafiği

Çarpma yükü-sağ deplasman grafiği ise aşağıdaki gibidir. Çarpma sonucu Şekil 3.22'de görüldüğü gibi (a) ve (b) aralığında detaylı olarak görülmektedir.



Şekil 3.22. Deney no:2'de oluşan çarpma yükü-sağ deplasman grafiği

Çarpma yükü-sol deplasman grafiğindeki (Şekil 3.21) aynı çarpma yüklerine karşın deplasman değerleri farklılık göstermiştir. Çarpma yükündeki ani artış 1,730-1,731 mm arasında görülmüştür. Yapılan ikinci deney sonucunda hazırlanan numunenin kızak köprüsü kalınlığı arttırılmasına rağmen Şekil 3.23'de görüldüğü gibi plastik kalıcı şekil değiştirmeye maruz kaldığı ayrıca gerilme dağılımının homojen olmadığı, büküm yüzeylerinde kalıcı şekil değiştirme sertleşmesinden dolayı bir deformasyon oluşmadığı görülmüştür. Söz konusu hava aracı iniş takımları olduğundan iniş esnasında oluşan darbe enerjisini yapının tamamının homojen olarak sönmemesi istenir.



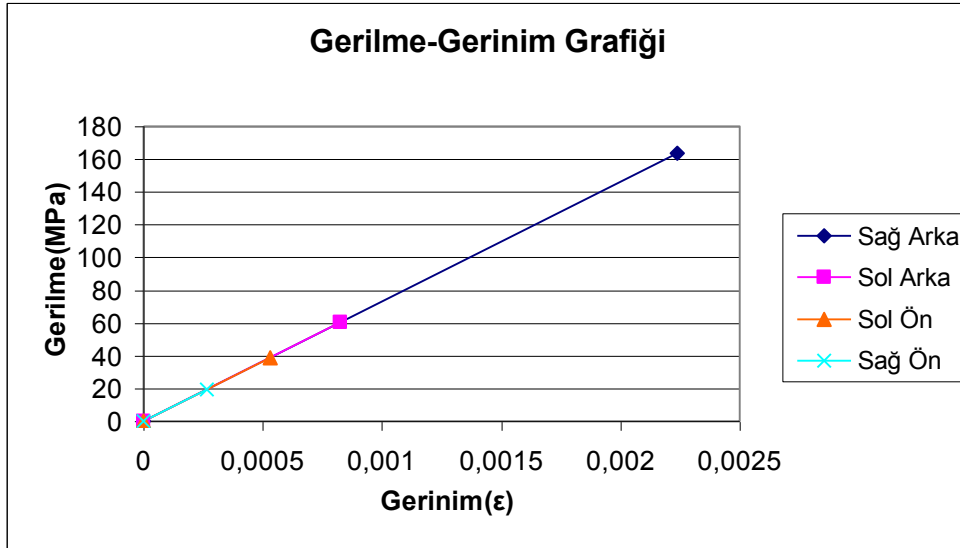
Şekil 3.23. Deney no:2 sonrası deformasyona uğramış numune

Üçüncü bir numune hazırlanarak deney tekrar edilmiştir.

### 3.2.3. Deney no:3 2024 T3 numune

Deney numunesi 2024 T3 alaşımlı malzemedan imal edilmiştir. Numunenin Elastisite Modülü 73 GPa, Akma dayanımı 345 MPa'dır [16]. Üçüncü numunenin kızak köprüsü kalınlığı 2 mm arttırılarak 5,5 mm olarak alınmıştır.

Numune üzerinden dört adet gerinim pulu ile dört farklı ve simetrik bölgeden ölçüm alınmıştır ve dört gerinim pulu ile değerlendirmeler yapılmıştır. Ölçülen maksimum gerilme, sağ arka gerinim pulunda olup 163,30 MPa olarak ölçülmüştür. Bu değer akma dayanımının altındadır. Ancak deney sonrası numunenin kalıcı deformasyona uğradığı görülmüştür. Bu durum gerinim pulu ile ölçüm alınmayan bölgede maksimum gerilmenin oluşmasıyla izah edilebilir. Ayrıca, bu çalışmada kızak tipi yapısal elemanın gerinim pulu yapıştırılan kısımlarına ait değerlendirmeler yapılmıştır. Dört farklı gerinim pulu için birbirinden farklı değerler kaydedilmiştir. Deney no:3'ün gerinim pullarından alınan gerilme–gerinim grafiği Şekil 3.24'de verilmiştir.

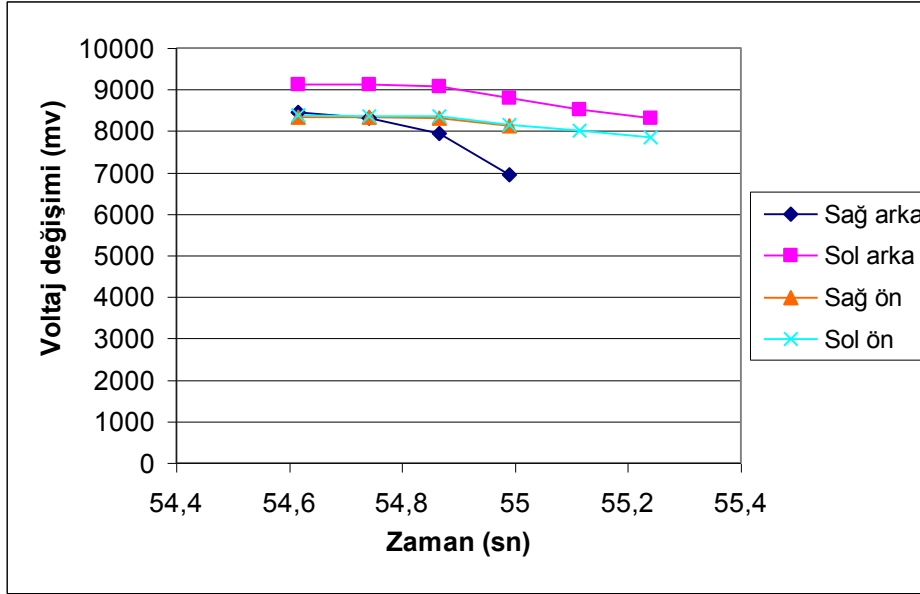


Şekil 3.24. Deney no:3'ün gerinim pullarından alınan gerilme–gerinim grafiği

Gerinim pullarında oluşan voltaj değişimi tablosu Çizelge 3.10'da, grafiği Şekil 3.25'de verildiği gibi dört gerinim pulundan alınmıştır.

Çizelge 3.10. Deney no:3'ün voltaj farkından elde edilen değerler tablosu

	$V_1$ (mv)	$V_2$ (mv)	Voltaj farkı( $V_2 - V_1$ ) $\Delta V$ (mv)	Gerinim (mm/mm)	Gerilme ( $\sigma_z$ ) (Mpa)
Sağ Arka	8459	6222	2237	0,002237	163,301
Sol Arka	9140	8313	827	0,000827	60,371
Sol Ön	8376	7844	532	0,000532	38,836
Sağ Ön	8339	8073	266	0,000266	19,418



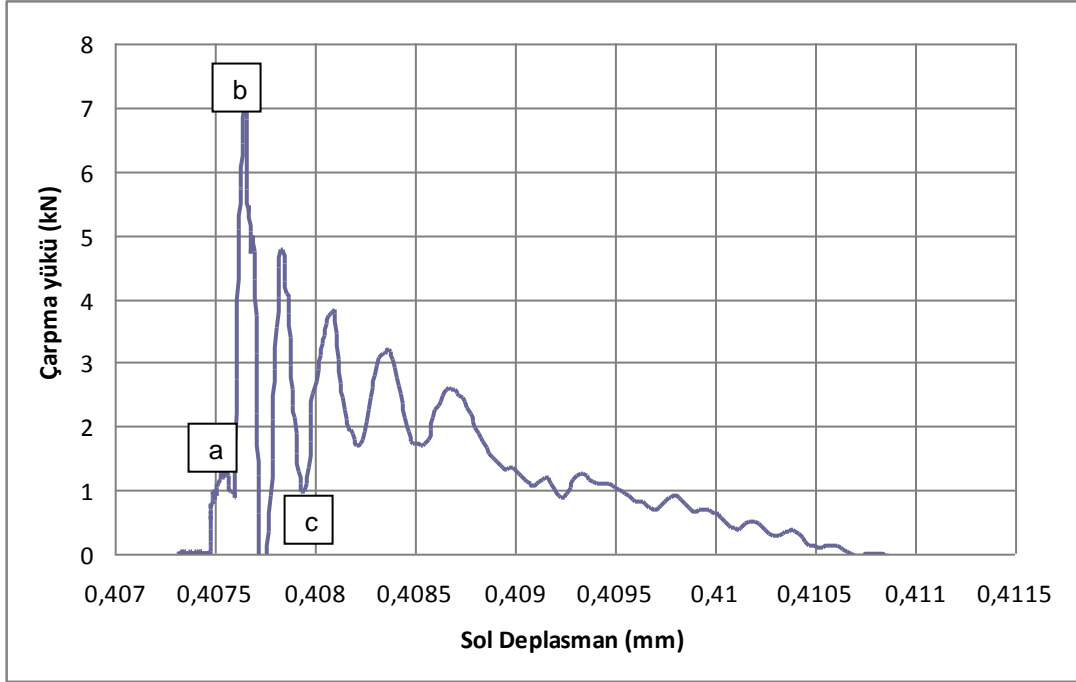
Şekil 3.25. Deney no:3'ün gerinim pullarına ait voltaj değişim grafiği

Çarpma anında numune üzerindeki iki adet ivme ölçerden Çizelge 3.11'deki değerler ölçülmüştür.

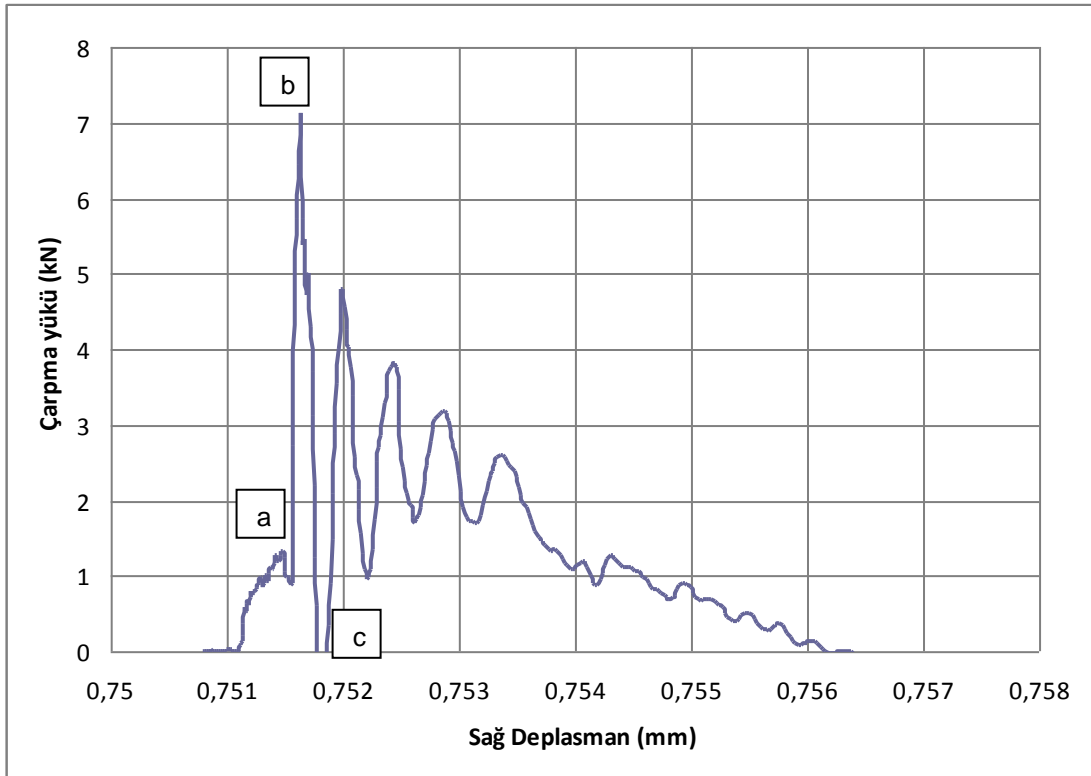
Çizelge 3.11. Deney no:3'e ait ivme, hız ve deplasman değerleri

Deney No	İvmeler (g)				Hızlar (m/sn)		Deplasmanlar $\delta$ (mm)	
	Sol İvme		Sağ İvme		Sol Hız	Sağ Hız	Sol Depl.	Sağ Depl.
3	513.2	-457.1	312.96	-492.2	0.433	0.587	1.693	3.04

Yük hücresi ile ölçülen çarpma yükleri – sol deplasman grafiği Şekil 3.26'daki gibidir. Çarpma sonucu ilk darbe yükü (a) noktasında 1,35 kN oluşur. İkinci ve en büyük darbe yükü (b) noktasında 7,12 kN oluşur. Çarpma yükü - sağ deplasman grafiği ise Şekil 3.27'de görüldüğü gibi (a), (b) ve (c) aralığında detaylı olarak görülmektedir. Çarpma yükü-sol deplasman grafiğindeki (Şekil 3.26) aynı çarpma yüklerine karşın deplasman değerleri farklılık göstermiştir. Çarpma yükündeki ani artış 0,751-0,752 mm arasında görülmüştür. (c) noktasında ise o (sıfır) değerine düşmüştür.

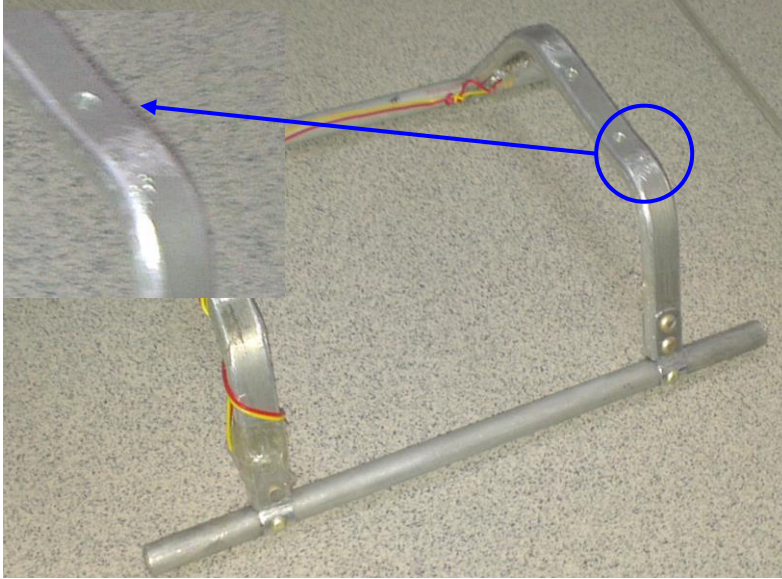


Şekil 3.26. Deney no:3'de oluşan çarpma yükü-sol deplasman grafiği



Şekil 3.27. Deney no:3'de oluşan çarpma yükü-sağ deplasman grafiği

Yapılan üçüncü deney sonucunda hazırlanan numunenin kızak köprüsü kalınlığı artırılmasına rağmen Şekil 3.28’de görüldüğü gibi plastik kalıcı şekil değiştirmeye maruz kaldığı ayrıca gerilme dağılımının homojen olmadığı, büküm yüzeylerinde kalıcı şekil değiştirme sertleşmesinden dolayı bir deformasyon oluşmadığı görülmüştür.



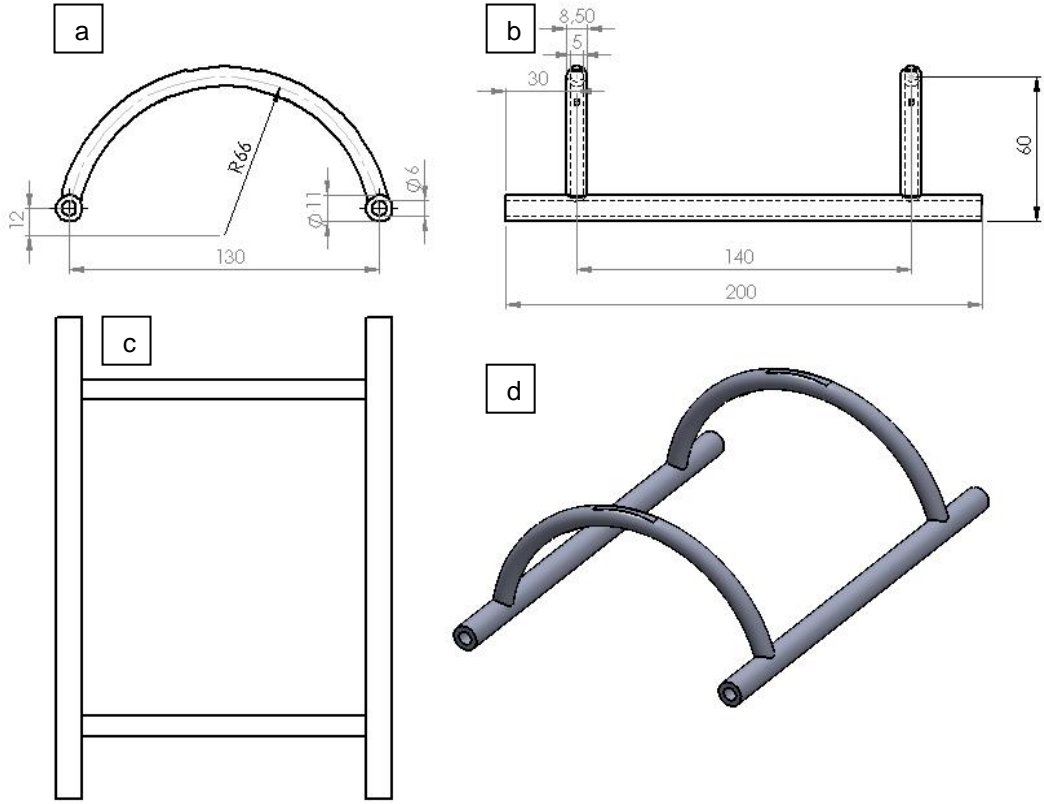
Şekil 3.28. Deney no:3 sonrası deformasyona uğramış numune

Kızak köprüsü kesitini imalat kolaylığı açısından dikdörtgen kesit seçmiştik. Ancak ilk üç deneyden gördüğümüz kadarıyla literatürde de çok sık karşımıza çıkmasına rağmen dikdörtgen kesitli kızak köprüleri iniş takımlarında çok fazla tercih edilmemektedir. Bunun nedeni büküm yerlerinin sınırlı bir bölge olması ve bu bölgenin kalıcı şekil değiştirme sertleşmesine maruz kalarak büküm yerlerinin bitiminde gerilme yığılmalarının oluşması gösterilebilir. Bu yığılmalar gerilmenin ve dolayısıyla oluşan enerjinin homojen olarak iniş takımına nüfuz edememesine neden olmaktadır. Dördüncü deney için kızak köprüsü kesit kalınlığının artırılmasından ziyade kesit geometrisinin değiştirilerek dairesel kesitli geometri kullanılması düşünülmüştür. Üçüncü bir numune hazırlanarak dördüncü deney yapılmıştır.

### 3.2.4. Deney no:4 6061 T6 numune

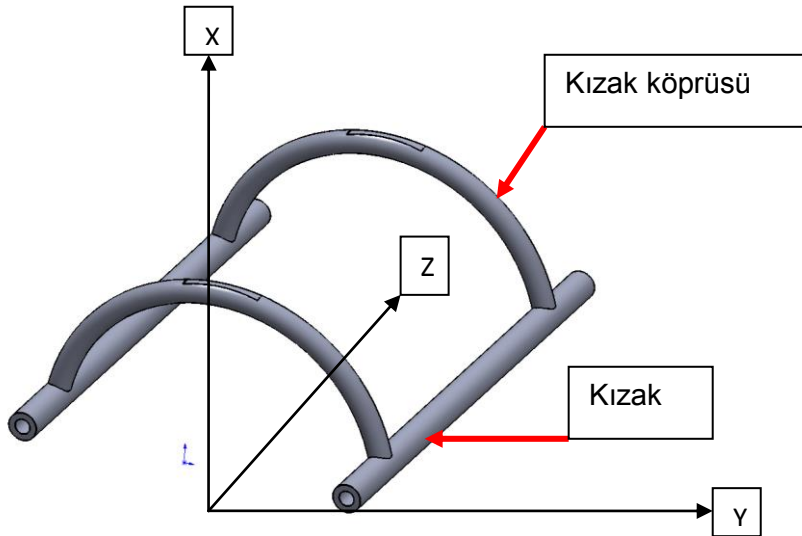
İniş takımının dikdörtgen kesitli olması nedeniyle çarpma enerjisini, iniş takımı üzerinde homojen olarak dağıtamadığından dördüncü deney için yuvarlak kesite sahip bir kızak köprüsü tasarlanmıştır. Yuvarlak kesitli kızak köprüleri UH(Genel Maksat) helikopterlerinde de kullanılmaktadır (Şekil 1.2). Deney sonucunda iniş takımı üzerinde oluşan deformasyon incelendiğinde homojen bir deformasyon dağılımı ve dolayısıyla yük dağılımı olduğu görülmüştür. Dördüncü deney numunesi 6061 T6 alaşımlı alüminyum malzemeden imal edilmiştir. Elastisite Modülü 69 GPa, akma dayanımı 275 MPa alınmıştır [16]. Numune üzerinden dört adet gerinim pulu ile dört farklı ve simetrik bölgeden Şekil 3.29'de numaralandırıldığı gibi ölçüm alınmak istenmiştir. Dört gerinim pulu ile değerlendirmeler yapılmıştır. Ölçülen maksimum gerilme sol ön gerinim pulunda olup 576,03 MPa olarak ölçülmüştür. Bu değer akma dayanımının üzerindedir. Deney sonrası numunenin kalıcı deformasyona uğradığı görülmüştür. Bu durum gerinim pullarının ölçüm yaptığı bölgenin kalıcı deformasyona uğradığını gösterir. Dördüncü deneyde maksimum gerilmenin oluşacağı bölge ilk üç deneyden elde edilen tecrübelerle tahmin edilebilmiştir. Dört farklı gerinim pulu için birbirinden farklı değerler kaydedilmiştir. Şekil 3.29'da Alüminyum 6061 T6 alaşıma sahip malzemeden imal edilen yuvarlak kesitli kızak köprüsüne sahip iniş takımının geometrik özellikleri verilmiştir. Şekil 3.29 (a), (b) ve (c) resimlerinde üç temel görünüş verilmişken, (d) resminde perspektif görünüş verilmiştir.





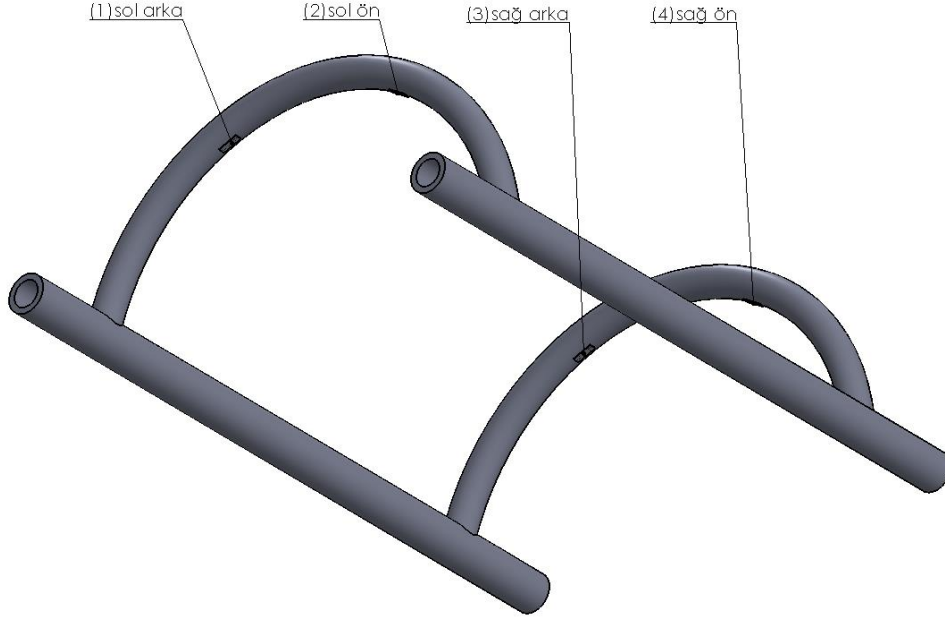
Şekil 3.29. Deney no:4'e ait numunenin teknik resmi(mm)

Kızak tipi iniş takımı X,Y,Z koordinat sisteminde Şekil 3.30'de aşağıdaki gibi tanımlanmıştır. Gerinim pullarının yerleşiminde verilen koordinatlar aşağıdaki tanımlamaya göre yapılmıştır.



Şekil 3.30. X,Y,Z koordinat sisteminde iniş takımının yerleşimi

Test esnasında kızak tipi iniş takımı üzerine takılan gerinim pullarının yerleri Şekil 3.31’de verilmiştir.



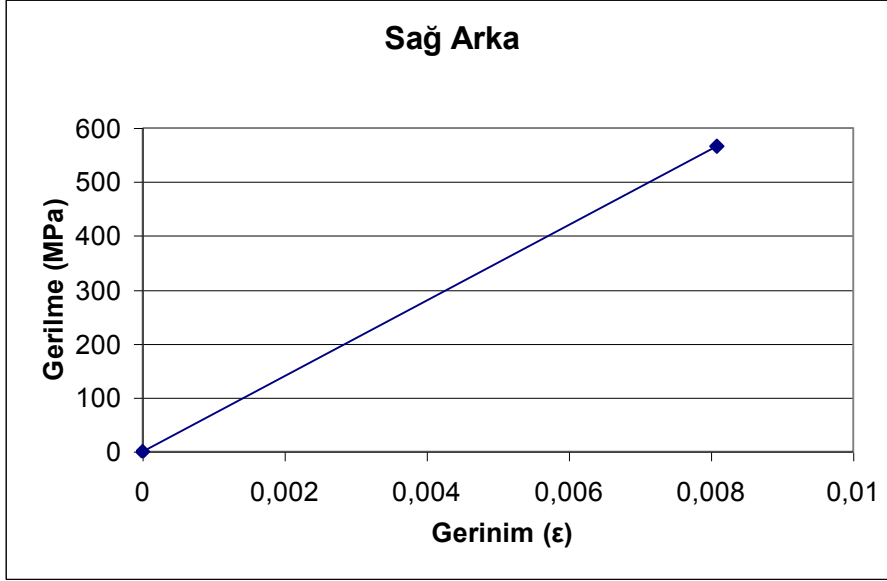
Şekil 3.31. Deney no:4’e ait iniş takımı gerinim pulları yerleşimi

Şekil 3.31’de görülen (1), (2), (3) ve (4) numaralı bölgeler kızıağın simetri eksenine eşit uzaklıkta bulunan koordinatlar olup, gerinim pulları buralara yapıştırılmıştır. Gerinim pullarına ait koordinatlar Çizelge 3.12’de verilmiştir.

Çizelge 3.12. Deney no:4’e ait gerinim pulları koordinatları

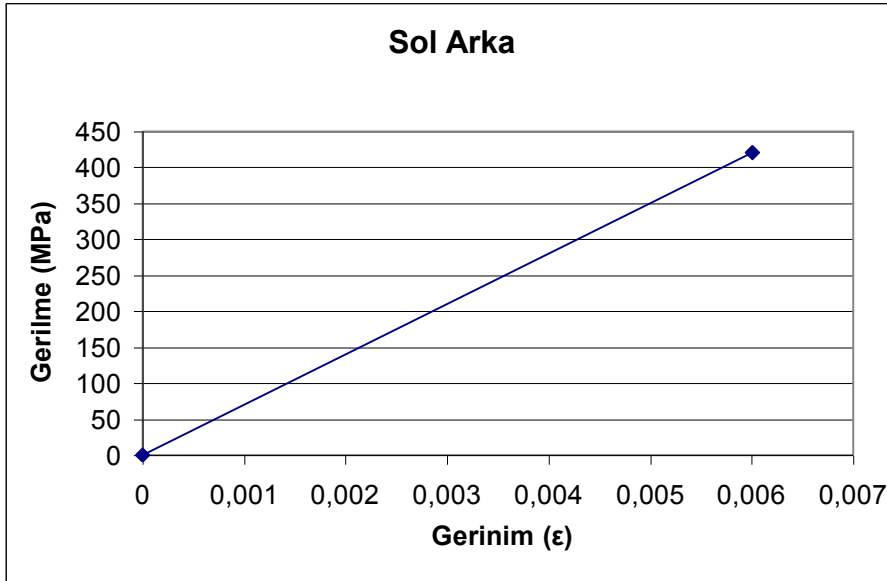
Gerinim Pulu	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)
Sol Arka	-28	43	-30
Sol Ön	28	43	-30
Sağ Arka	-28	43	170
Sağ Ön	28	43	170

Şekil 3.32’de kızak tipi iniş takımının sağ arka kısmındaki gerilme-gerinim grafiği görülmektedir. Maksimum 557,24 MPa gerilme değeri ölçülmüştür. Bu gerilme değeri yapının plastik bölgesinde kalmaktadır.



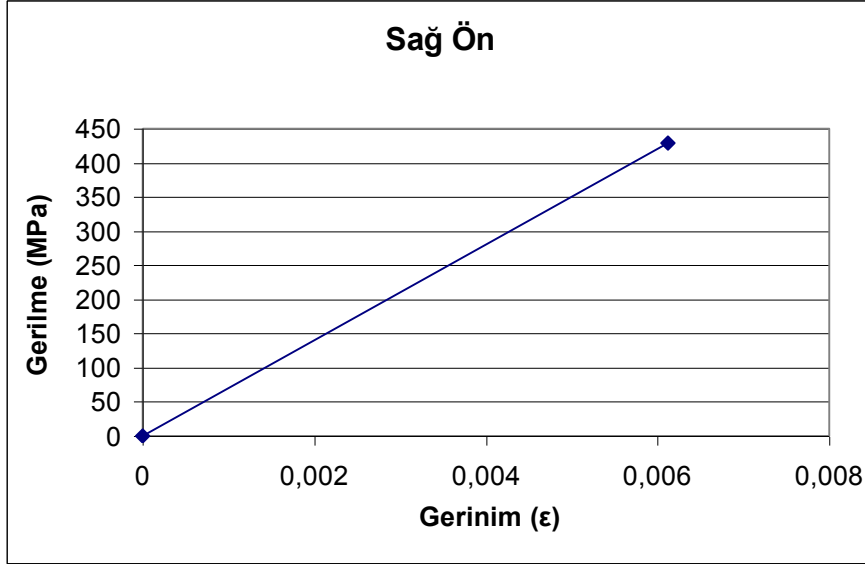
Şekil 3.32. Deney no:4'ün sağ arka gerinim pulundan alınan gerilme-gerinim grafiği

Şekil 3.33'de kızak tipi iniş takımının sol arka kısmındaki gerilme-gerinim grafiği görülmektedir. Maksimum 414,62 MPa gerilme değeri ölçülmüştür. Bu gerilme değeri yapının sağ arka kısmında ölçülen gerilme değerinden küçüktür. Bu durum iniş takımının yere düz olarak iniş yapmamasından kaynaklanmıştır.



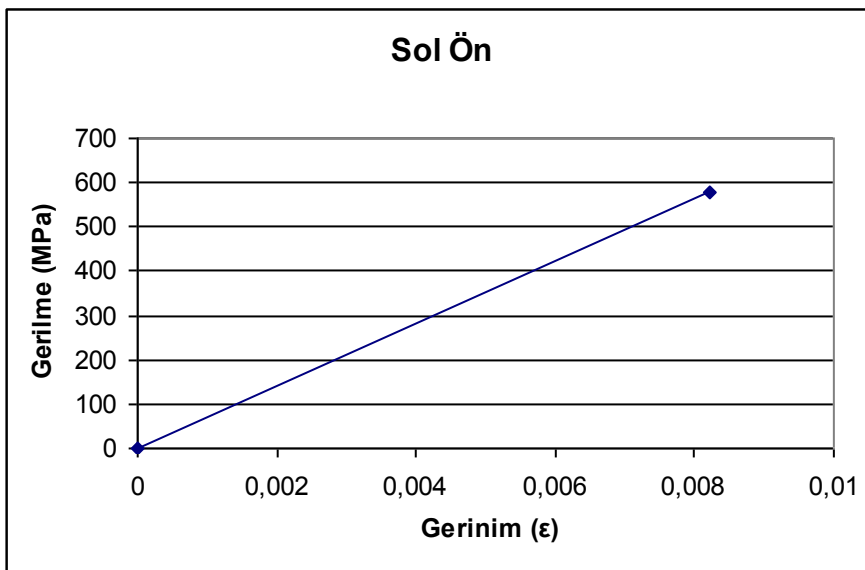
Şekil 3.33. Deney no:4'ün sol arka gerinim pulundan alınan gerilme-gerinim grafiği

Şekil 3.34'de kızak tipi iniş takımının sağ ön kısmındaki gerilme-gerinim grafiği görülmektedir. Maksimum 422,20 MPa gerilme değeri ölçülmüştür.

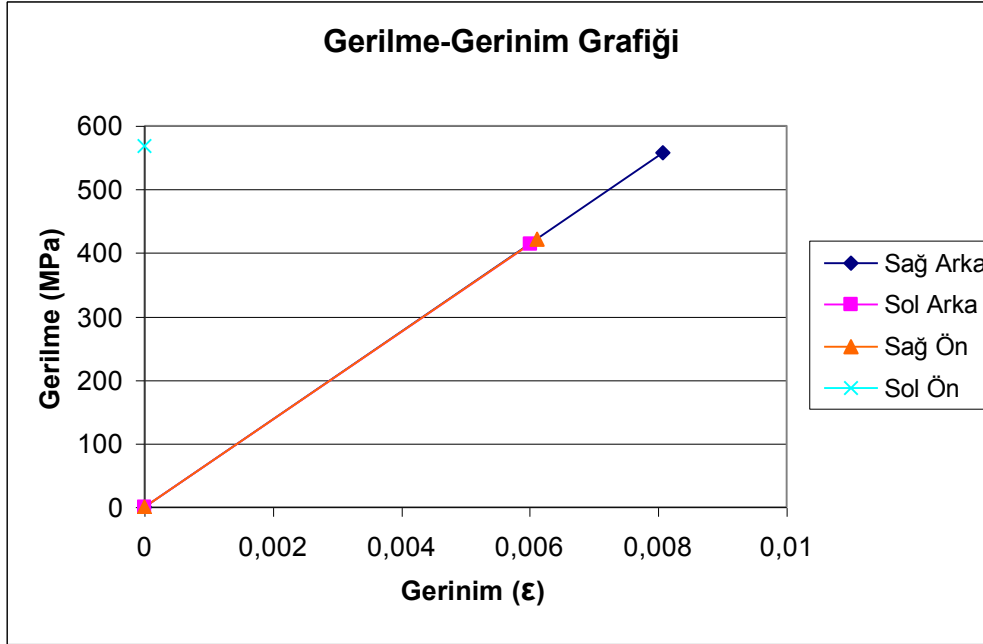


Şekil 3.34. Deney no:4'e ait sağ ön gerinim pulundan alınan gerilme-gerinim grafiği

Şekil 3.35'de kızak tipi iniş takımının sol ön kısmındaki gerilme-gerinim grafiği görülmektedir. Maksimum 567,80 MPa gerilme değeri ölçülmüştür. Ölçülen dört gerilme değeri de birbirinden farklıdır. Bu durum iniş takımının yere düz olarak iniş yapmamasından kaynaklanmıştır.



Şekil 3.35. Deney no:4'e ait sol ön gerinim pulundan alınan gerilme-gerinim grafiği



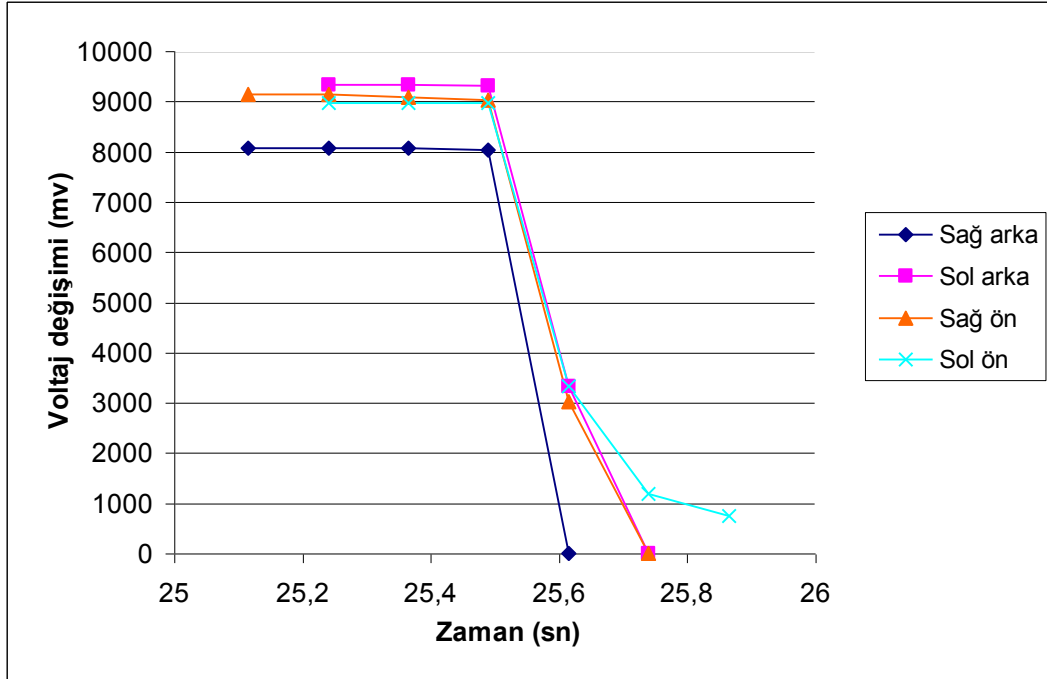
Şekil 3.36. Deney no:4'ün tüm gerinim pullarından alınan gerilme–gerinim grafiği

Dört ayrı gerinim pulundan ölçülen gerilme değerleri ile oluşturulan grafik Şekil 3.36'da görülmektedir. Çizelge 3.13'de ise gerinim pulundan alınan voltaj değişim, gerinim, gerilme ve enerji değerleri gösterilmiştir.

Çizelge 3.13. Deney no:4'e ait voltaj farkından elde edilen değerler tablosu

	$V_1$ (mv)	$V_2$ (mv)	Voltaj farkı ( $V_2 - V_1$ ) $\Delta V$ (mv)	Gerinim (mm/mm)	Gerilme ( $\sigma_z$ ) (Mpa)
Sağ Arka	8076	0	8076	0,008076	557,24
Sol Arka	9333	3324	6009	0,006009	414,62
Sağ Ön	9143	3023	6120	0,00612	422,20
Sol Ön	8974	745	8229	0,008229	567,80

Dört adet gerinim puluna ait voltaj değişimleri Şekil 3.37'de gösterilmiştir. Grafikte gösterildiği üzere voltaj değişimi 25,5 – 25,8 saniyeler arasında gözlenmiş olup gerinim pullarının voltaj değişim değerleri farklılık göstermiştir.



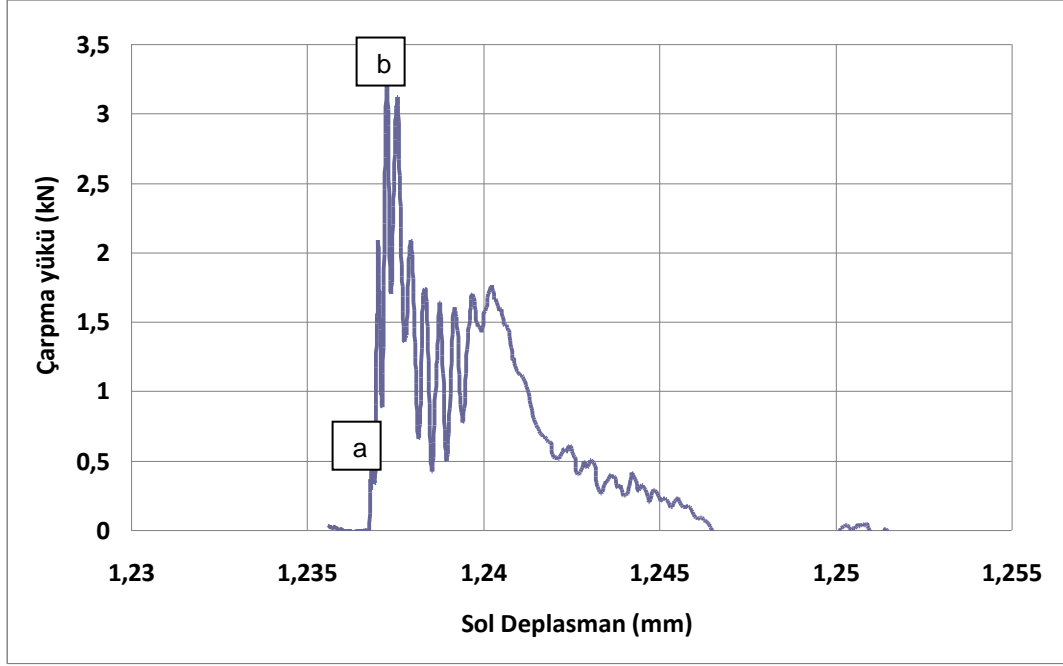
Şekil 3.37. Deney no:4'ün gerinim pullarına ait voltaj değişim grafiği

Çarpma anında numune üzerindeki iki adet ivme ölçerden aşağıdaki değerler ölçülmüştür.

Çizelge 3.14. Deney no:4'e ait ivme, hız ve deplasman değerleri

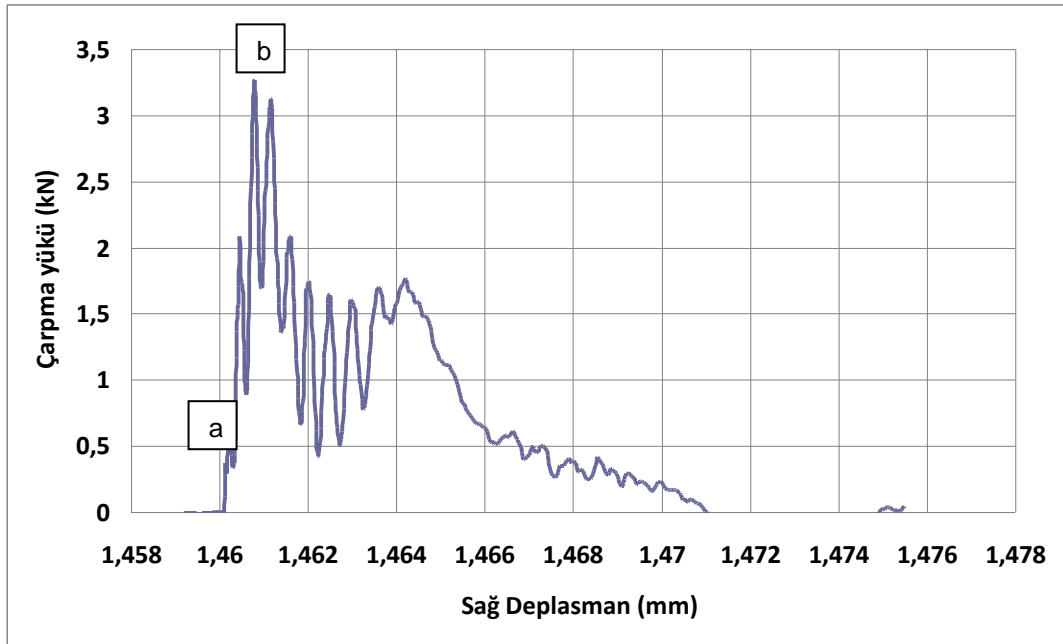
Deney No	İvmeler (g)				Hızlar (m/sn)		Deplasmanlar $\delta$ (mm)	
	Sol İvme		Sağ İvme		Sol Hız	Sağ Hız	Sol Depl.	Sağ Depl.
4	143.5	-161.27	138.6	-152.23	0.59	0.67	3.92	4.67

Yük hücresi ile ölçülen çarpma yükleri aşağıdaki gibidir. Şekil 3.38 çarpma yükü – sol deplasman grafiğine göre ilk çarpma sonucu (a) noktasında 0,65 N darbe yükü oluşur. Darbe yükünün maksimum olduğu (b) noktasında 3,27 kN çarpma yükü oluşur.



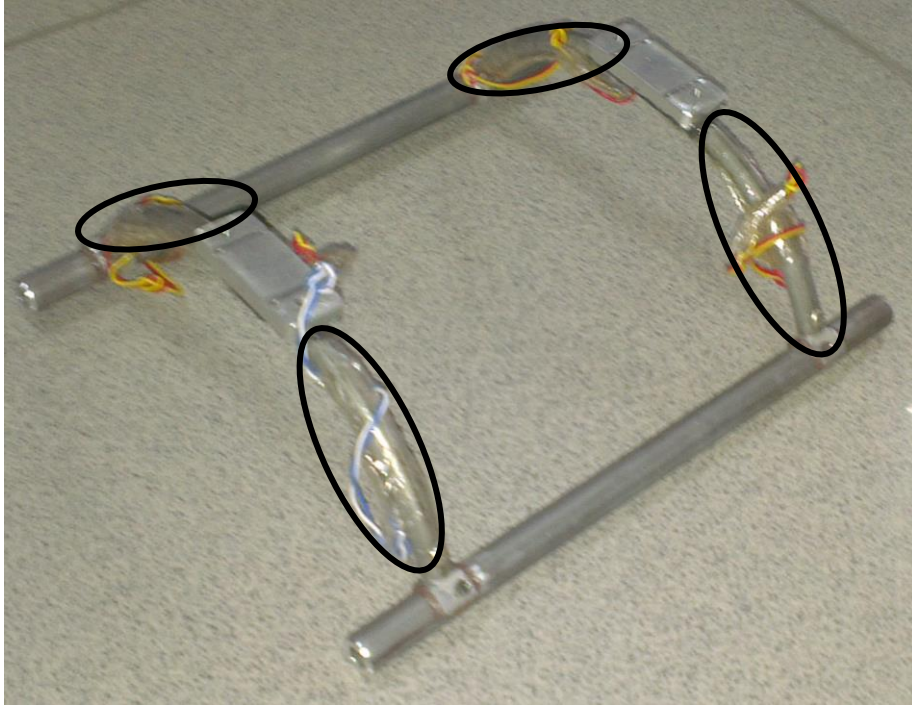
Şekil 3.38. Çarpma yükü - sol deplasman grafiği

Çarpma yükü - sağ deplasman grafiğinde(Şekil 3.39) sol deplasman grafiğiyle aynı çarpma yüklerine karşın deplasman değerleri farklılık göstermiştir.



Şekil 3.39. Çarpma yükü - sağ deplasman grafiği

Yapılan dördüncü deney ile kızak köprüsü geometrisi yukarıda anlatıldığı gibi dikdörtgen kesitten dairesel kesite dönüştürülerek deney yenilendi. Gerinim pullarını yerleştirdiğimiz yüzeylerden ölçtüğümüz verilere dayanarak bu bölgelerde plastik kalıcı deformasyon oluştuğunu söyleyebiliriz. İlk üç deneyden farklı olarak iniş takımının kalıcı deformasyonunu gözleyebildiğimiz halde nihayet dördüncü deneyde gerinim pullarından malzemenin akma sınırını geçtiğini ölçebildik. Şekil 3.40'da deney no:4 sonrası plastik deformasyona uğramış numune ve gerinim pullarının bağlantı yüzeyleri verilmiştir. Bu da dördüncü kızak köprüsü tasarımının gerilmeyi homojen olarak yapının tamamına homojen olarak yaydığını gösterir. İniş takımından pratikte istenilen özellik budur. Ancak mevcut haliyle kızak köprüsünün maruz kaldığı gerilmelerin akma gerilmesini aşmasından dolayı öncelikle deney sonuçlarını doğrulayabileceğimiz bir sonlu elemanlar modeli oluşturularak bilgisayar destekli analizi yapılmıştır. Daha sonra bir optimizasyon çalışması yapılarak emniyetli kızak köprüsü kalınlığı tespit edilmeye ve tasarıma nihai son hali verilmeye çalışılmıştır.



Şekil 3.40. Deney no:4 sonrası deformasyona uğramış numune



## 4. ANALİZ ÇALIŞMALARI

Yapılan analiz çalışmalarında, Sonlu Elemanlar Yöntemi ve söz konusu analizler için ANSYS® programı kullanılmıştır. Modelleme ve analiz çalışmaları bu bölümde anlatılacaktır.

### 4.1. Sonlu Elemanlar Yöntemi

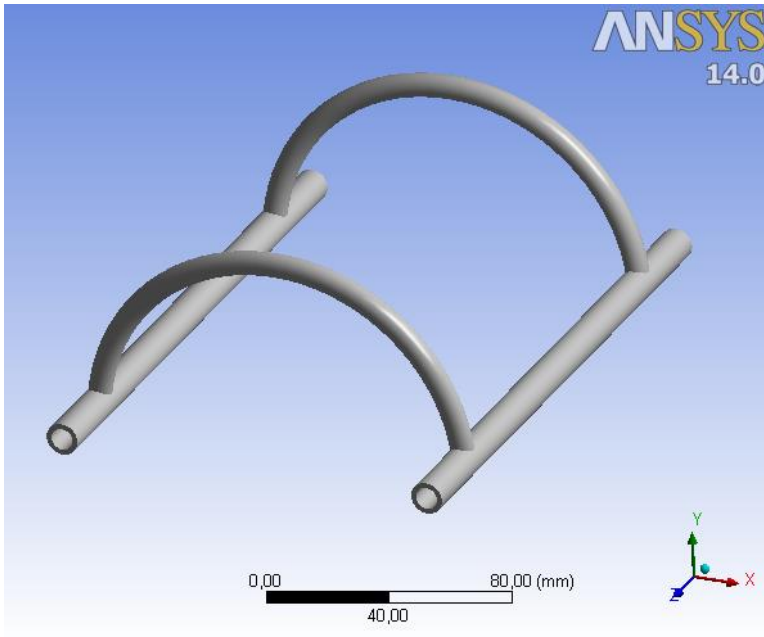
İnsanlar çevresinde meydana gelen olayları ya da karşılaştıkları problemleri çoğu zaman kolayca kavrayıp doğrudan çözemezler. Bu yüzden karmaşık bir problem, bilinen veya kavranması daha kolay alt problemlere ayrılarak daha anlaşılır bir hale getirilir. Oluşturulan alt problemler çözülüp birleştirilerek esas problemin çözümü yapılabilir. Örneğin; gerilme analizi üzerinde çalışan mühendisler, gerilme problemini basit kiriş, plak, silindir, küre gibi geometrisi bilinen şekillerle sınırlarlar. Bu elde edilen sonuçlar çoğu kez problemin yaklaşık çözümüdür ve bazen doğrudan bazen de bir katsayı ile düzeltilerek kullanılır. Mühendislik uygulamalarında problemlerin karmaşıklığı sebebiyle genellikle problemlerin tam çözümü yerine, kabul edilebilir seviyede bir yaklaşık çözüm tercih edilir.

Sonlu elemanlar yöntemi; karmaşık olan problemlerin daha basit alt problemlere ayrılarak her birinin kendi içinde çözülmesiyle tam çözümün bulunduğu bir çözümleme şeklidir. Metodun üç temel niteliği vardır: İlk olarak, geometrik olarak karmaşık olan çözüm bölgesi sonlu elemanlar olarak adlandırılan geometrik olarak daha basit alt bölgelere ayrılır. İkincisi her elemandaki, sürekli fonksiyonlar, cebirsel polinomların doğrusal kombinasyonu olarak tanımlanabileceği kabul edilir. Üçüncü kabul ise, aranan değerlerin her eleman içinde sürekli olan tanım denklemlerinin belirli noktalardaki (düğüm noktaları) değerleri elde edilmesinin problemin çözümünde yeterli olmasıdır. Kullanılan yaklaşım fonksiyonları interpolasyon teorisinin genel kavramları kullanılarak polinomlardan seçilir. Seçilen

polinomların derecesi ise çözülecek problemin tanım denkleminin derecesine ve çözüm yapılacak elemandaki düğüm sayısına bağlıdır.

Sonlu elemanlar metodunun kullanılması ve bilgisayarların sanayiye girmesiyle, bugüne kadar ancak pahalı deneysel yöntemlerle incelenebilen bir çok makina elemanının kolayca incelenebilmesi, hatta çizim esnasında mukavemet analizlerinin kısa bir sürede yapılarak optimum dizaynın gerçekleştirilmesi mümkün olabilmektedir [18].

Düşme testleri yapılan Deney no:4'e ait numunenin 1:1 ölçeğindeki modeli Şekil 4.1'de görüldüğü gibi Ansys ortamında modellenmiştir. Üçüncü bölümde Şekil 3.38'de deneysel çalışmalardan alınan datalardan numuneye, 50 cm yükseklikten bırakıldığında -Y yönünde 3270 N yük uygulandığı görülmüştür. -Y yönündeki 3270 N'luk yük, kızak köprüsü üzerindeki Şekil 4.2'deki alana homojen olarak uygulanmıştır. Ayrıca elde edilen datalardan kuvvetin gerçek zamanlı olarak modele uygulanması simüle edilmiştir. Analiz bilgileri ve sonuçları aşağıda verilmiştir. Aşağıda Çizelge 4.1'de analiz sırasında kullanılan birimler tablosu verilmiştir.



Şekil 4.1. Kızak tipi iniş takımı Ansys modeli

Çizelge 4.1. Analiz sırasında kullanılan birimler

Birim Sistemi	Metrik (mm, kg, N, s, mV, mA) Derece rad/s Celsius
Açı	Derece
Açısal hız	rad/s
Sıcaklık	Celsius

Analizde kullanılan modele ait geometri özellikleri Çizelge 4.2'de verilmiştir.

Çizelge 4.2. Ansys programı geometri özellikleri tablosu

Tanımlar	
Nesne ismi	Deney_numunesi
Durumu	Mesh
Modelleme	Solidworks
Eleman Kontrolü	Program Kontrollü
Görüntüleme Durumu	Nonlinear Malzeme Etkisi
Sınır Ölçüler	
X	141 mm
Y	69,392 mm
Z	200 mm
Özellikler	
Hacim	28438 mm <sup>3</sup>
Kütle	80 gr
Ölçek Faktörü	1
İstatistikler	
Bodies	1
Aktif Bodies	1
Node Sayısı	70576
Elemanlar	36210
Eleman Tipi	Solid 185
Rijitlik Davranışı	Elastik

### Solid 185 Eleman Tanımı

Katı cisimlerin 3D modellerinde tercih edilir. Eleman 8 düğüm noktası ve her düğüm noktasında 3 serbestlik derecesine sahip olacak şekilde tanımlanmıştır. Elemanın doğrusal serbestliği var olup  $u, v$  ve  $w$  vardır. Eleman dönme yönünde ise kısıtlanmış olup  $\theta_x, \theta_y$  ve  $\theta_z$  değerleri yoktur. Eleman doğrusal olmayan, plastisite, hiperelastisite ve büyük gerinim problemlerine uygundur [19].

Aluminyum 6061 T6 alaşımına ait malzeme özellikleri tablosu Çizelge 4.3'de verilmiştir. Kullanılan koordinat sistemi Çizelge 4.4'de verilmiştir.

Çizelge 4.3. Malzeme özellikleri tablosu

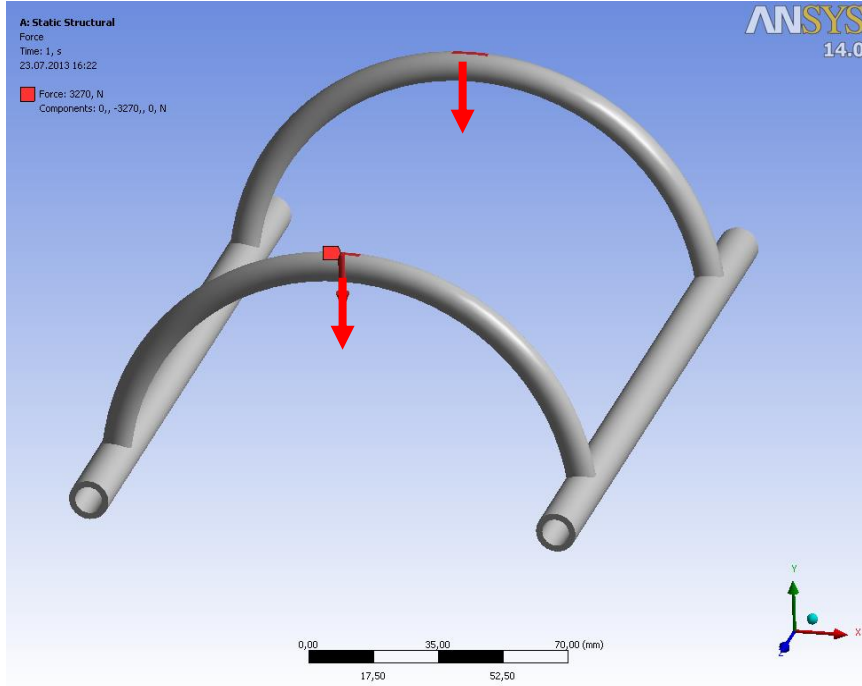
Aluminyum 6061 T6 Alaşımı	
Yoğunluk	2700 $kg/m^3$
Elastisite Modülü	69000 MPa
Poisson Oranı	0,33
Bulk Modülü	68627 MPa
Kesme Modülü	26316 MPa
Akma Dayanımı	275 MPa

Çizelge 4.4. Ansys programı kullanılan koordinat sistemi tablosu

Tanım	Global Koordinat Sistemi
Tip	Kartezyen
Orjin	
X	0
Y	0
Z	0
Directional Vectors	
X Eksenini	[ 1, 0, 0 ]
Z Eksenini	[ 0, 1, 0 ]
Y Eksenini	[ 0, 0, 1 ]

#### 4.1.1. Ölçülen en büyük kuvvetin modele uygulanması

Kızak tipi iniş takımı aşağıda Şekil 4.2’de gösterilmiştir. Deneylelerden, üçüncü bölümde Şekil 3.38’de aldığımız verilere göre kızak köprüsü üzerindeki işaretli alanlara 3270 N darbe yükü uygulanmaktadır.



Şekil 4.2. Kuvvet uygulama yüzeyi

Deneysel çalışmalar ve Eş.4.1’deki hesaplamalar doğrultusunda alınan verilerden numune 0,160 sn sonunda maksimum yükleme değerine ulaşıyor. Düşme yüksekliği 0,5 m alınır. Buna göre 3,13 m/sn hızla zemine çarpar. 3270 N kuvvet 0,16 sn sonunda etki eder. Şekil 4.3’de iniş takımına etki eden kuvvetin zaman aralıkları gösterilmektedir.

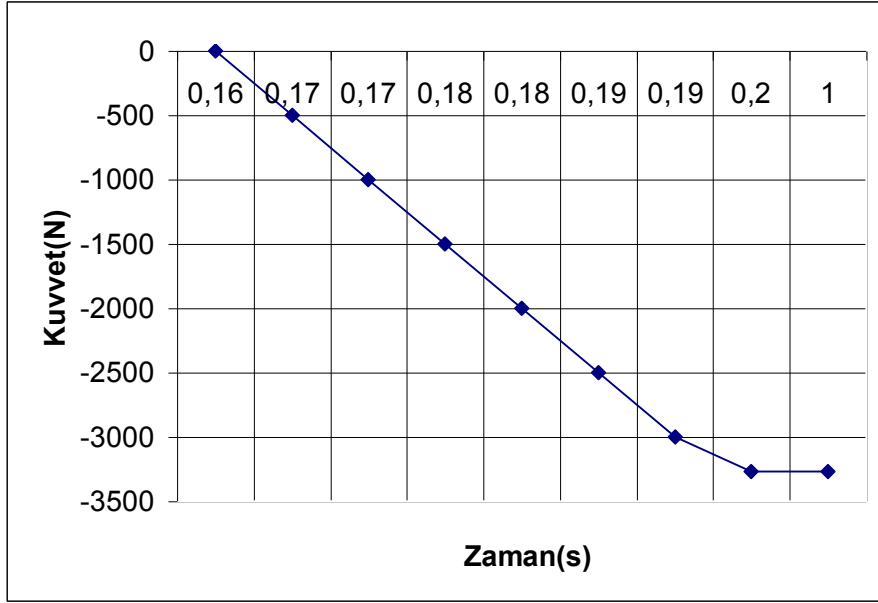
$$V = \sqrt{2gh}$$

$$V = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 0,5}$$

$$V = 3,13 \text{ m/s}$$

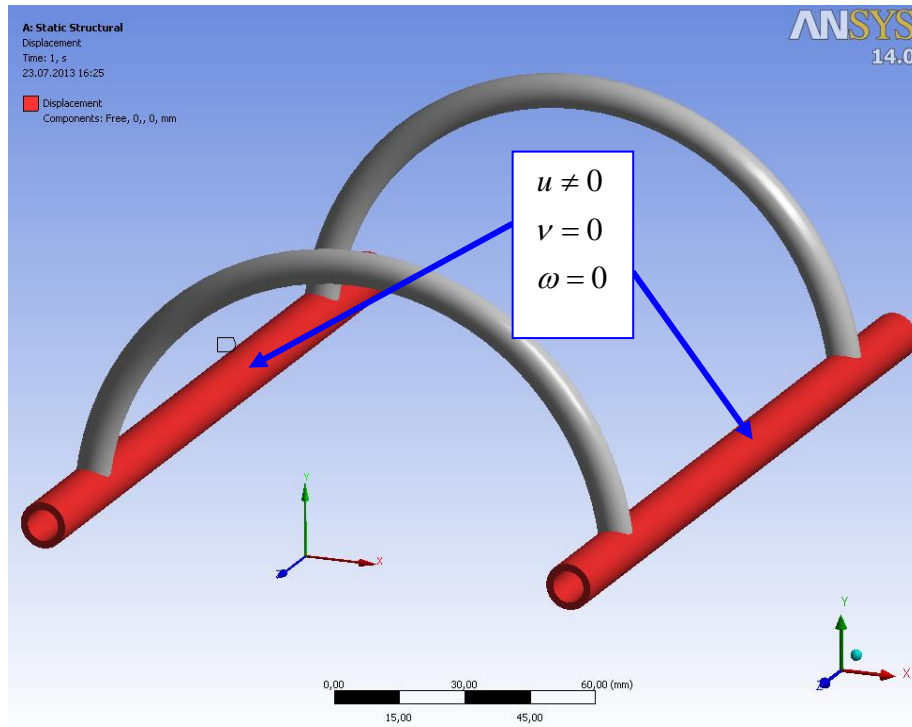
$$t = 0,5 / 3,13 = 0,16 \text{ sn}$$

(4.1)



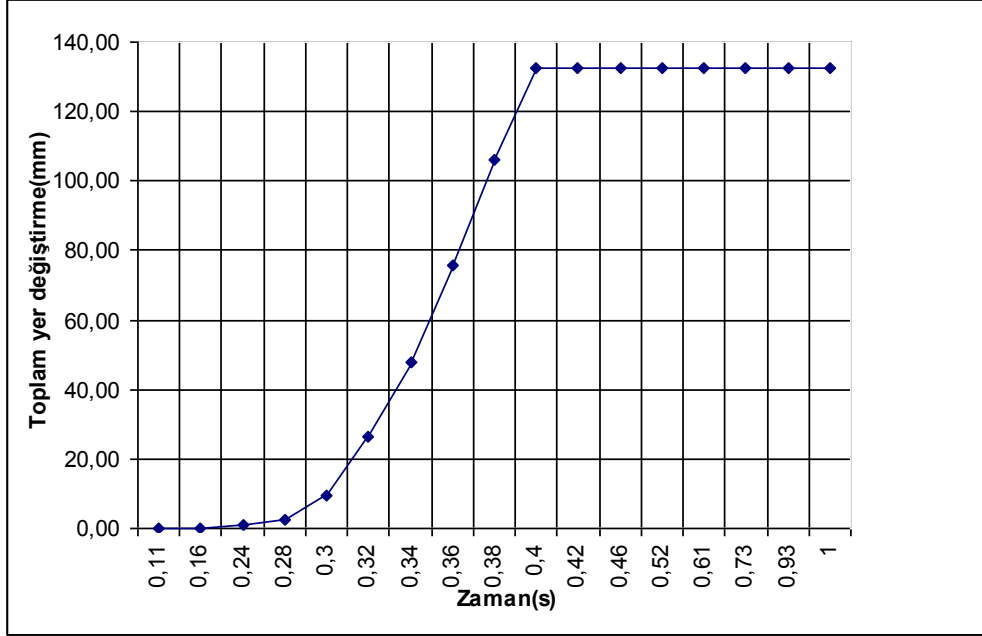
Şekil 4.3. 3270 N kuvvet uygulama süresi

Sınır şartı olarak aşağıdaki iniş takımı Şekil 4.4’de görülen kızaklardan (Y) ve (Z) yönünde sabitlenmiş. Uygulanacak kuvvet sonucu deformasyonuna izin verilmesi için (X) yönünde serbest bırakılmıştır.



Şekil 4.4. Serbestlik derecesi ve sınır şartları

Uygulanan kuvvet doğrultusunda oluşan yer değiştirme miktarı aşağıda Şekil 4.5’de verilmiştir.



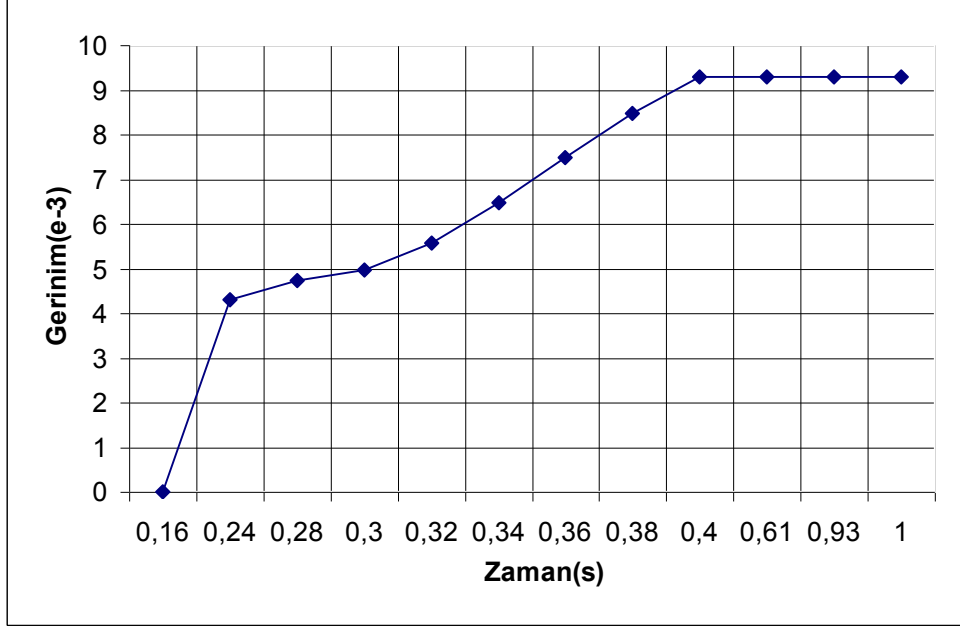
Şekil 4.5. 3270 N kuvvet uygulandığında toplam yer değiştirme-zaman grafiği

Ansys “implicit dynamic” çözümüne göre; çarpma esnasında oluşan toplam yer değiştirme miktarının zamana bağlı değişimi aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Çizelge 4.5. 3270 N kuvvet uygulandığında Ansys Sonlu Elemanlar yöntemiyle elde edilen toplam yer değiştirme-zaman tablosu

Zaman (sn)	Toplam yer değiştirme (mm)
0,16	0
0,24	1,12
0,28	2,29
0,30	9,47
0,32	26,42
0,34	47,77
0,36	75,67
0,38	106,16
0,46	132,28
0,61	132,29
0,73	132,28
1	132,28

Çarpma esnasında oluşan gerinim grafiği aşağıda Şekil 4.6'da verilmiştir.



Şekil 4.6. 3270 N kuvvet uygulandığında oluşan gerinim-zaman grafiği

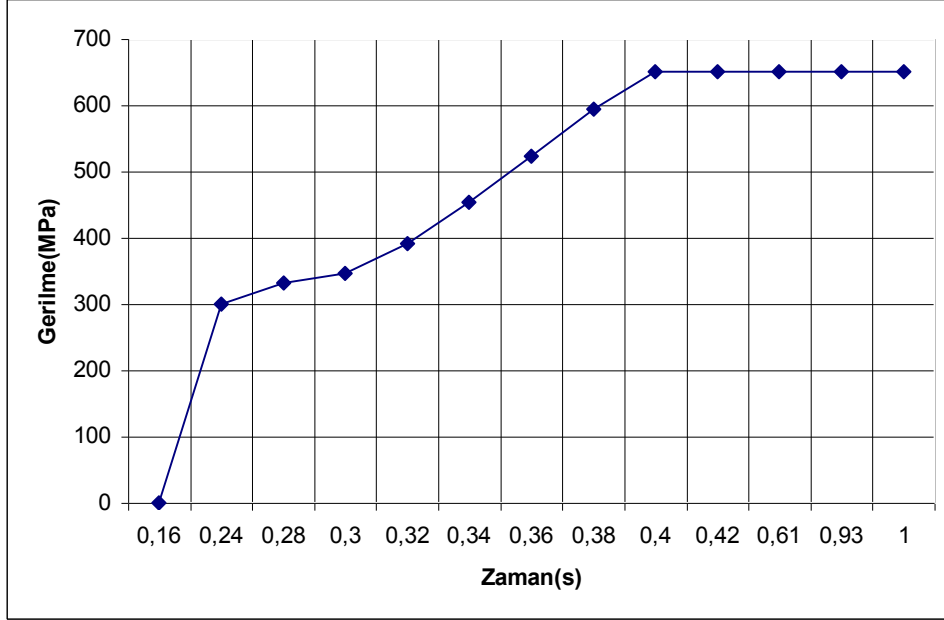
Oluşan gerinimin zamana bağlı değişim tablosu aşağıda verilmiştir.

Çizelge 4.6. 3270 N kuvvet uygulandığında Ansys Sonlu Elemanlar yöntemiyle elde edilen gerinim-zaman tablosu

Zaman (sn)	Gerinim (e-3)
0,16	0
0,24	4,30
0,28	4,74
0,30	4,96
0,32	5,58
0,34	6,47
0,36	7,48
0,38	8,48
0,40	9,30
0,93	9,30
1	9,30



Çarpma esnasında oluşan gerilmelerin zamana bağlı değişimi Şekil 4.7’de verilmiştir.



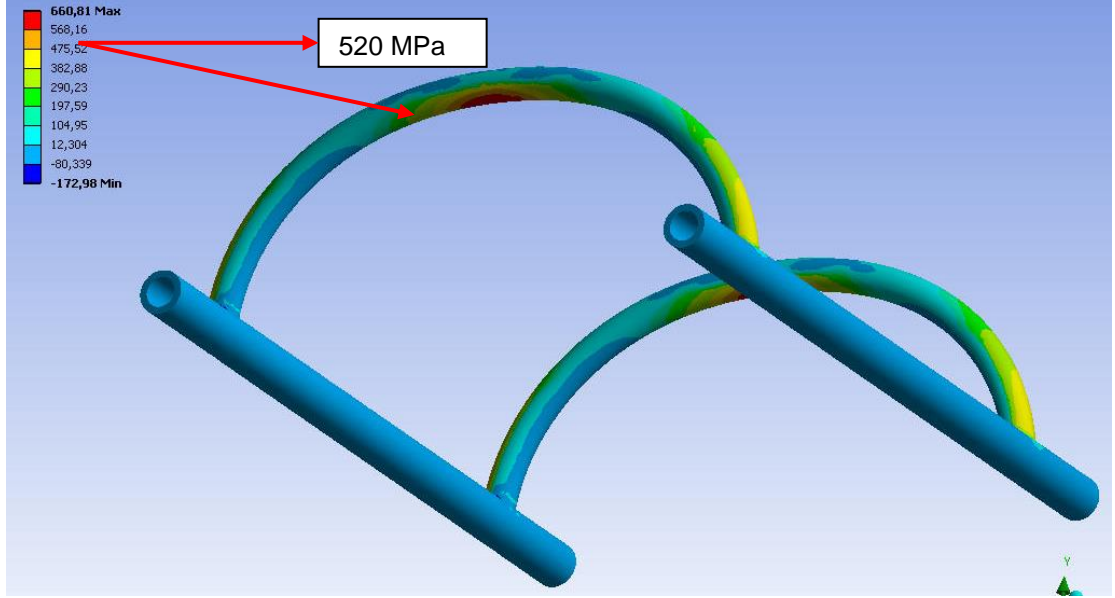
Şekil 4.7. 3270 N kuvvet uygulandığında oluşan gerilme-zaman grafiği

Oluşan gerilmelerin zamana bağlı değişim tablosu aşağıda verilmiştir.

Çizelge 4.7. 3270 N kuvvet uygulandığında Ansys Sonlu Elemanlar yöntemiyle elde edilen gerilme-zaman tablosu

Zaman (sn)	Gerilme (MPa)
0,16	0
0,24	299,97
0,28	331,42
0,30	346,61
0,32	391,08
0,34	453,18
0,36	523,54
0,38	593,92
0,61	651,20
0,93	651,20
1	650,99

Sonlu elemanlar analizlerinde gerinim pullarının takıldığı yüzeylerde oluşan en büyük gerilme 520 MPa olup Şekil 4.8’de verilmiştir. Ayrıca gerinim pullarının takıldığı yüzeylerdeki koordinatlar Çizelge 4.8’de verilmiştir.



Şekil 4.8. 3270 N uygulanması durumunda sonlu elemanlar analizleri gerilme değerleri

Çizelge 4.8. Sonlu Elemanlar yöntemiyle elde edilen, gerinim pullarının takıldığı bölgelerden alınan gerilme değerleri

Gerinim Pulu	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	Gerilme (MPa)
Sol Arka	-24	44	-30	520
Sol Ön	24	44	-30	520
Sağ Arka	-24	44	170	520
Sağ Ön	24	44	170	520

Yapılan dördüncü deneyden Çizelge 3.13’de aldığımız dört adet gerilme değerini bilgisayar destekli analiz yöntemi ile elde edilen en büyük gerilme değeri ile karşılaştırılması durumunda, sol arka gerinim pulu için;

$$Hata \text{ payı} = \frac{Nümerik(SEY) \text{ sonuç} - Deneysel \text{ sonuç}}{Nümerik \text{ sonuç}} \times 100$$

$$= \frac{520 - 414}{520} \times 100 = 20,4$$

Sol ön gerinim pulu için;

$$Hata \text{ payı} = \frac{Deneysel \text{ sonuç} - Nümerik(SEY) \text{ sonuç}}{Nümerik \text{ sonuç}} \times 100$$

$$= \frac{567,8 - 520}{520} \times 100 = 9,2$$

Sağ arka gerinim pulu için;

$$Hata \text{ payı} = \frac{Deneysel \text{ sonuç} - Nümerik(SEY) \text{ sonuç}}{Nümerik \text{ sonuç}} \times 100$$

$$= \frac{557 - 520}{520} \times 100 = 7,1$$

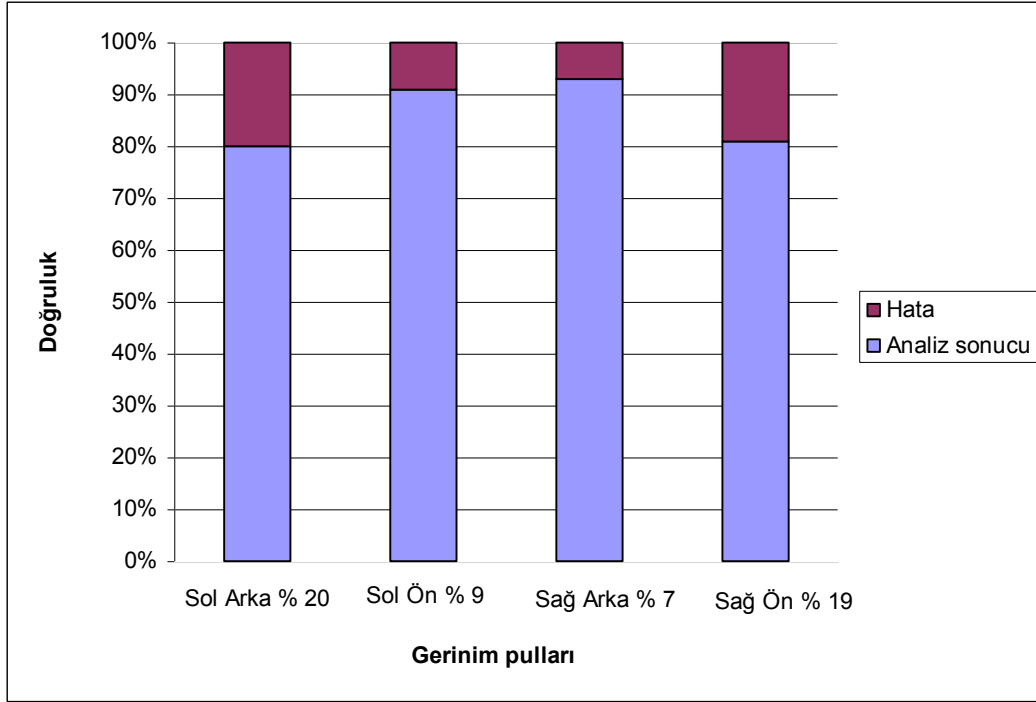
Sağ ön gerinim pulu için;

$$Hata \text{ payı} = \frac{Nümerik(SEY) \text{ sonuç} - Deneysel \text{ sonuç}}{Nümerik \text{ sonuç}} \times 100$$

$$= \frac{520 - 422}{520} \times 100 = 18,9$$

Çizelge 4.9. Deneysel ve nümerik yöntemlerin karşılaştırma tablosu

Gerinim Pulu	Hata Oranı (%)
Sol Arka	20,4
Sol Ön	9,2
Sağ Arka	7,1
Sağ Ön	18,9

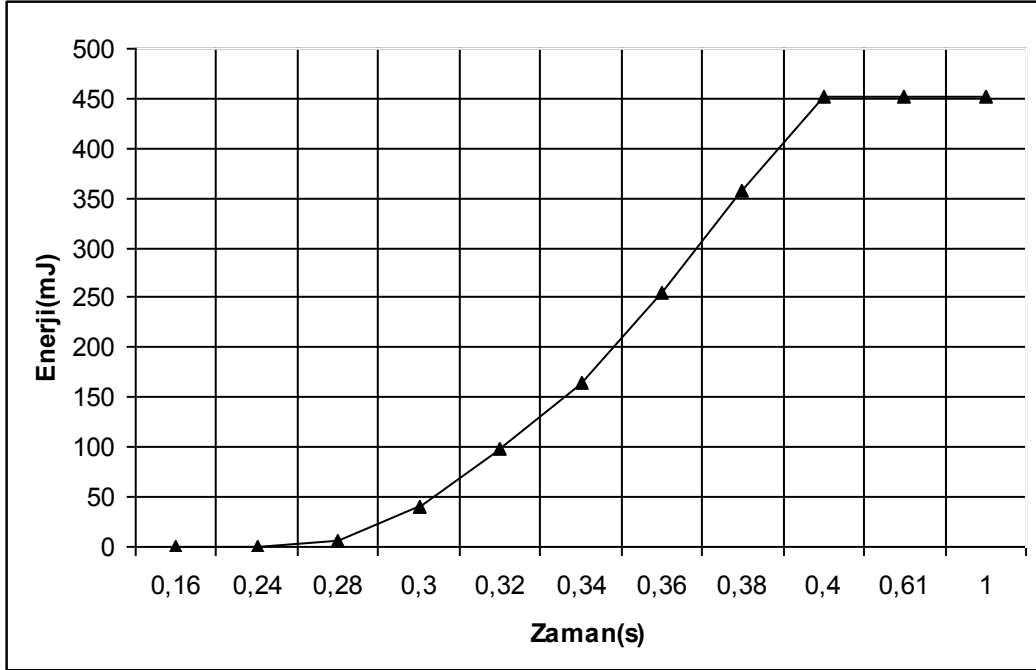


Şekil 4.9. Gerinim pulları hata oranları

Deneyisel yöntemlerde her bir gerinim pulundan farklı değerler okunmuştur. (Çizelge 3.13) Okunan en büyük gerilme 567,8 MPa sol ön gerinim pulundan okunmuştur. Okunan en büyük değere göre nümerik yöntemle sonuçları karşılaştırdığımızda 7,1 % hata oranı hesaplanmıştır. Diğer gerinim pulları hata oranları grafiği Şekil 4.9'da çizdirilmiştir. Sayısal sonuç ve deneysel sonuç arasındaki fark aşağıdaki etkenlere bağlanmıştır.

- 1.Düşme deneyinde numunenin simetrik olarak yere çarpmaması
- 2.Sürtünme kayıpları

Tasarlanan model, deney ve analiz sonuçlarına göre plastik deformasyona uğradığından mevcut hava aracı ve iniş koşullarına göre optimize edilmelidir. Tasarımı değiştirilen model, doğrulanan sonlu elemanlar modeli ile tekrar analiz edilerek optimizasyon sağlanacağı düşünülmektedir. Çarpma esnasında oluşan gerinim enerjisi grafiği aşağıda Şekil 4.10'da verilmiştir.



Şekil 4.10. Gerinim enerjisi-zaman grafiği

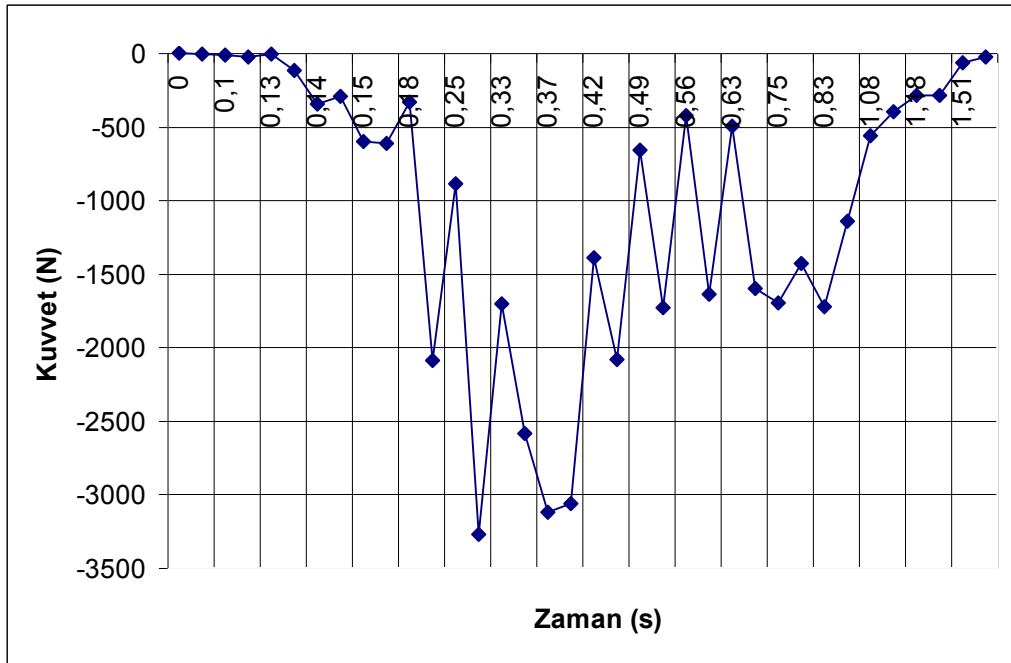
Çarpma esnasında oluşan gerinim enerjisi tablosu aşağıda Çizelge 4.10'da verilmiştir.

Çizelge 4.10. Sonlu Elemanlar yöntemi ile elde edilen gerinim enerjisi-zaman tablosu

Zaman (sn)	Gerinim enerjisi (mJ)
0,16	0
0,24	0,7589
0,28	6,79
0,30	39,975
0,32	97,513
0,34	165,38
0,36	255,36
0,38	358,33
0,61	451,63
1	451,63

#### 4.1.2. Gerçek zamanlı deney sonuçlarının modele uygulanması

Düşme deneylerinden alınan gerçek zamanlı veriler Şekil 4.2’de gösterildiği gibi işaretli yüzeylere uygulanmıştır. Uygulanan kuvvetin zamana bağlı değişimi Şekil 4.11’de verilmiştir. Önceki analizde gerinim pulları ile ölçülen en büyük gerilme, sonlu elemanlar modeline uygulanmıştır. Bu analizde ise veri kayıt cihazından elde ettiğimiz gerçek zamanlı kuvvet-zaman verileri modele uygulanmıştır. Çizelge 4.11’de gerçek zamanlı kuvvet-zaman verileri tablosu gösterilmiştir.

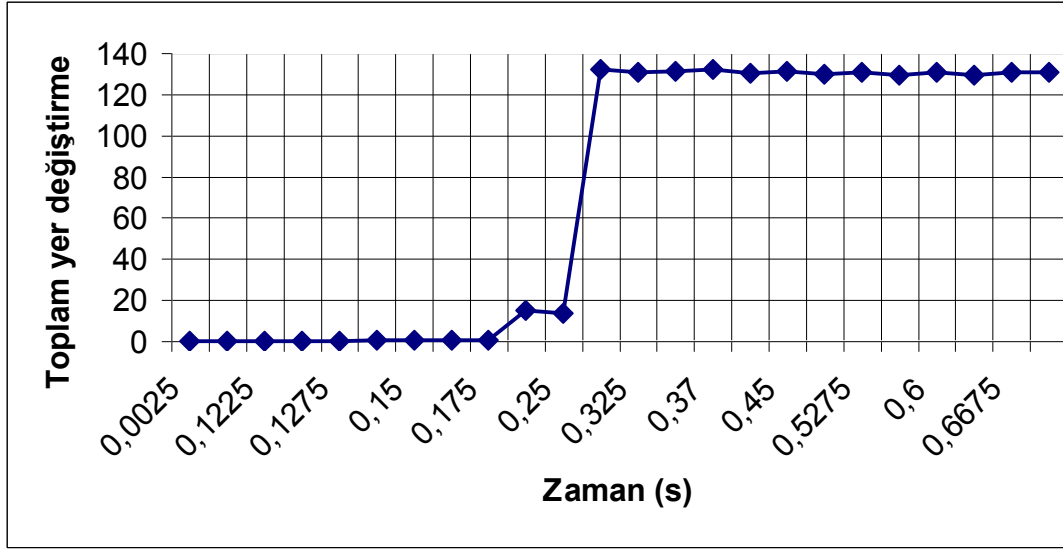


Şekil 4.11. Gerçek zamanlı deney sonuçlarından elde edilen kuvvet – zaman grafiği

Çizelge 4.11. Gerçek zamanlı kuvvet-zaman verileri tablosu

Zaman (s)	Kuvvet (N)
0,025	-7,73
0,325	-1701,1
0,37	-3120,9
0,42	-1388,5
0,4925	-657,43
0,5625	-424,14
0,6325	-499,4
0,7475	-1700,2
0,8275	-1720,9

Gerçek zamanlı deney sonuçlarından elde edilen verilerle yapılan analiz sonucunda elde edilen toplam yer değiştirme – zaman grafiği Şekil 4.12’de verilmiştir. Çizelge 4.12’de ise toplam yer değiştirme – zaman tablosu verilmiştir. Şekil 4.5’deki verilerle karşılaştırıldığında toplam yer değiştirmede 1,7 mm’lik bir fark gözlenmiştir.

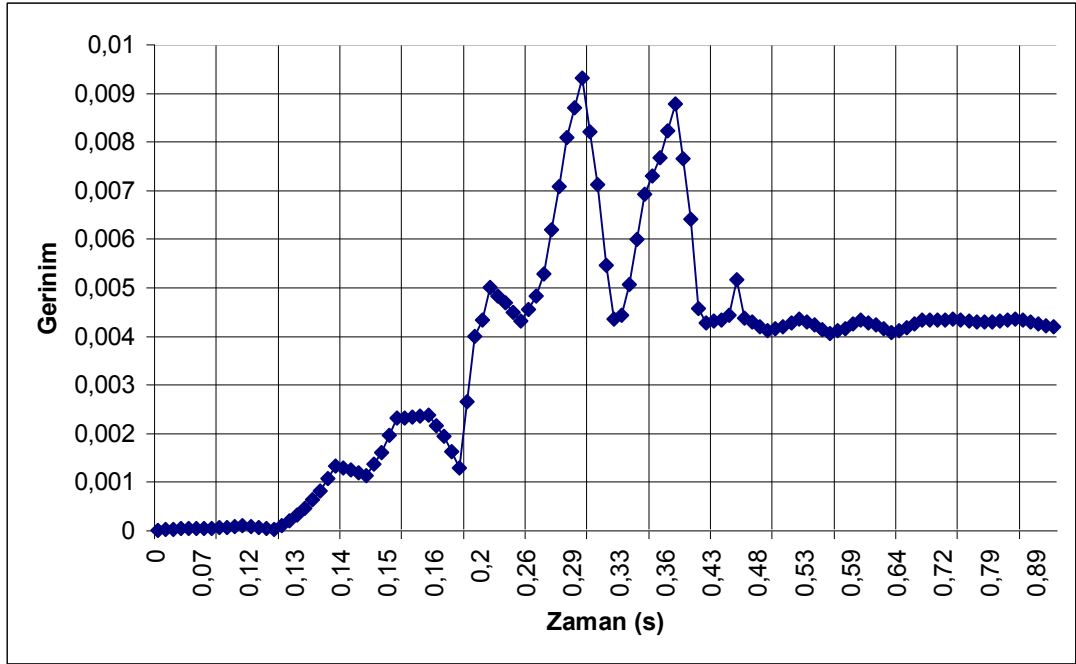


Şekil 4.12. Gerçek zamanlı deney sonuçlarından elde edilen verilerle yapılan analiz sonucunda elde edilen Toplam yer değiştirme – zaman grafiği

Çizelge 4.12. Gerçek zamanlı deney sonuçlarından elde edilen verilerle yapılan analiz sonucunda elde edilen Toplam yer değiştirme – zaman tablosu

0,0025	0,0076
0,1225	0,023
0,125	0,003
0,1275	0,11
0,15	0,58
0,175	0,32
0,25	13,53
0,325	130,62
0,37	132,01
0,45	130,99
0,5275	130,64
0,6	130,56
0,6675	130,52

Gerçek zamanlı deney sonuçlarından elde edilen verilerle yapılan analiz sonucunda oluşan Gerinim - zaman grafiği aşağıda Şekil 4.13'de verilmiştir. Gerinim – zaman tablosu ise Çizelge 4.13'de verilmiştir. Şekil 4.6 ile karşılaştırıldığında 0,001 bir fark gözlenmiştir.



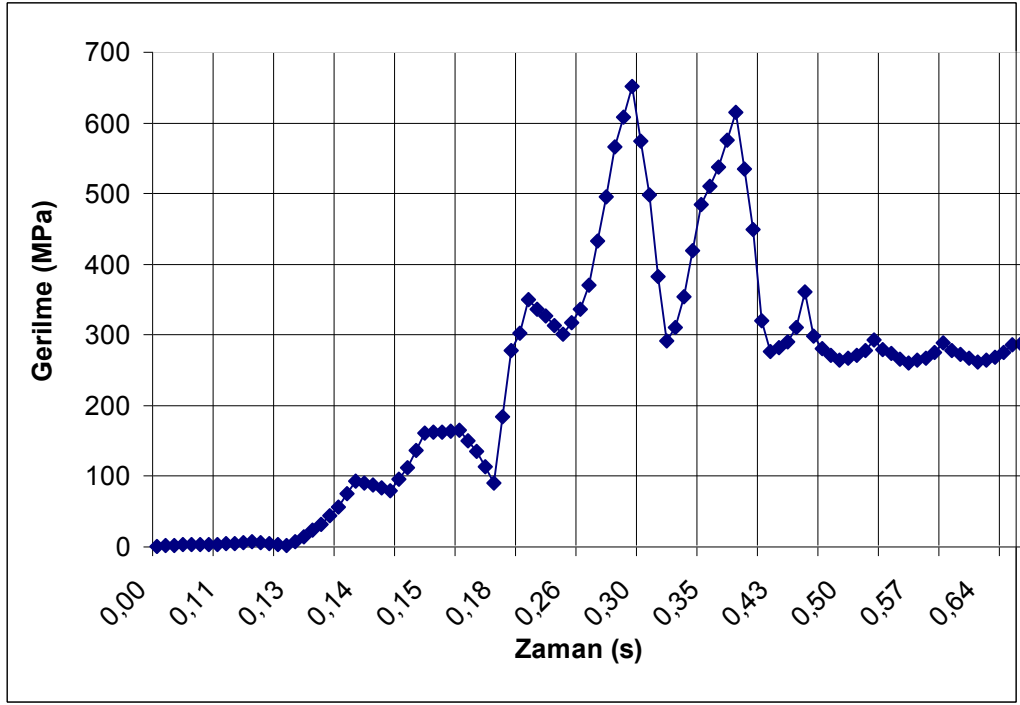
Şekil 4.13. Gerçek zamanlı deney sonuçlarından elde edilen verilerle yapılan analiz sonucunda elde edilen Gerinim – zaman grafiği

Çizelge 4.13. Gerçek zamanlı deney sonuçlarından elde edilen verilerle yapılan analiz sonucunda elde edilen Gerinim – zaman tablosu

Zaman (s)	Gerinim(e-3)
0	0,0059
0,1065	0,049
0,1255	0,102
0,136	1,29
0,152	2,32
0,1825	2,64
0,258	4,55
0,297	8,20
0,352	7,29
0,426	4,30
0,4995	4,15
0,57	4,10
0,6395	4,12
0,755	4,33



Gerçek zamanlı deney sonuçlarından elde edilen verilerle yapılan analiz sonucunda oluşan Gerilme - zaman grafiği aşağıda Şekil 4.14'de verilmiştir. Gerilme – zaman tablosu ise Çizelge 4.14'de verilmiştir. Şekil 4.7 ile karşılaştırıldığında 0,7 MPa'lık bir fark gözlenmiştir.

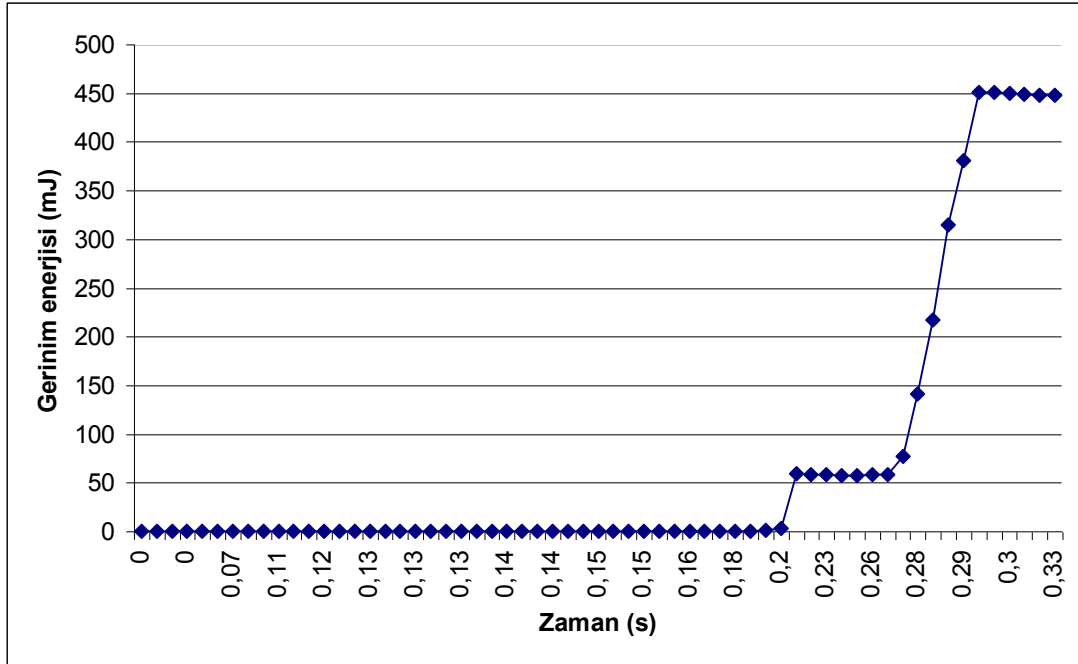


Şekil 4.14. Gerçek zamanlı deney sonuçlarından elde edilen verilerle yapılan analiz sonucunda elde edilen Gerilme – zaman grafiği

Çizelge 4.14. Gerçek zamanlı deney sonuçlarından elde edilen verilerle yapılan analiz sonucunda elde edilen Gerilme – zaman tablosu

Zaman(s)	Gerilme(MPa)
0,1025	2,7642
0,136	89,57
0,152	161,41
0,1825	183,81
0,258	317,28
0,29	650,95
0,352	510,27
0,499	266,21
0,57	263,43
0,63	261,17

Gerçek zamanlı deney sonuçlarından elde edilen verilerle yapılan analiz sonucunda oluşan Gerinim enerjisi - zaman grafiği aşağıda Şekil 4.15'de verilmiştir. Gerinim enerjisi – zaman tablosu ise Çizelge 4.15'de verilmiştir. Şekil 4.10 ile karşılaştırıldığında 4,4 mJ bir fark gözlenmiştir.



Şekil 4.15. Gerçek zamanlı deney sonuçlarından elde edilen verilerle yapılan analiz sonucunda elde edilen Gerinim enerjisi – zaman grafiği

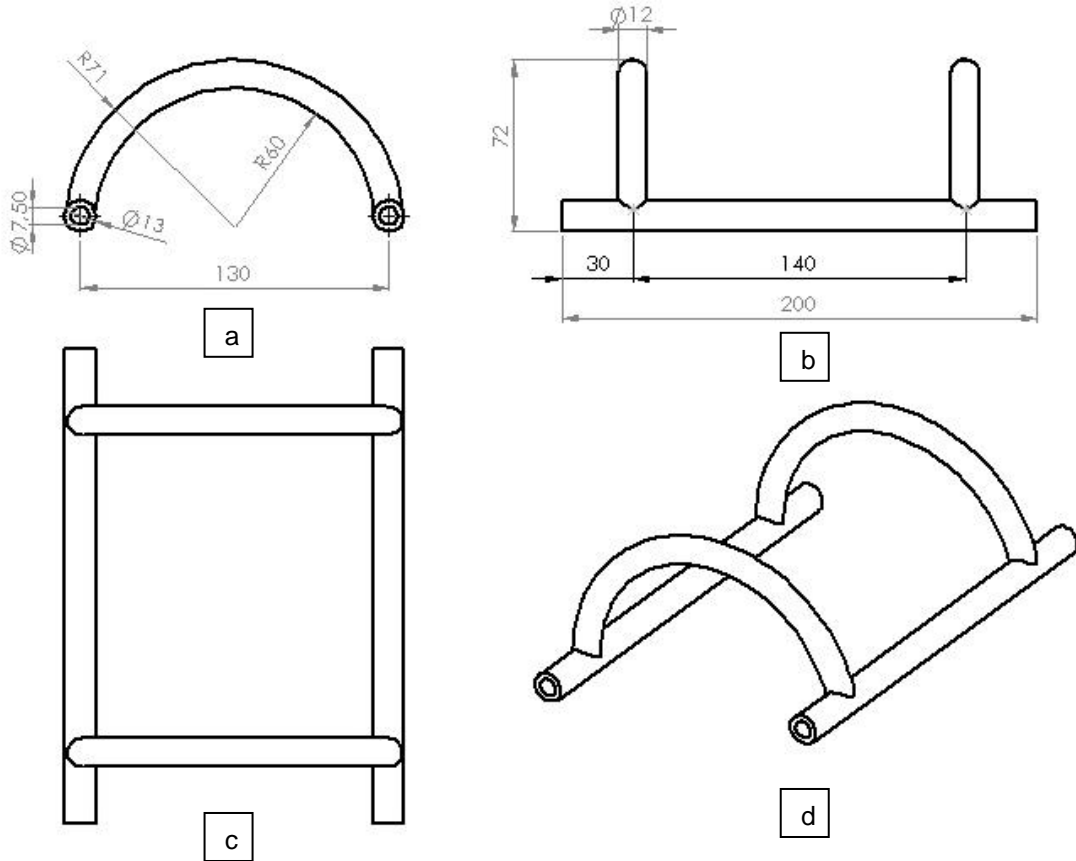
Çizelge 4.15. Gerçek zamanlı deney sonuçlarından elde edilen verilerle yapılan analiz sonucunda elde edilen Gerinim enerjisi – zaman tablosu

Zaman (s)	Gerinim enerjisi (mJ)
0,201	3,22
0,258	57,76
0,287	380,65
0,329	448,02
0,426	447,58
0,534	447,52

Gerçek zamanlı deney sonuçları ile ölçülen en büyük kuvvetin modele uygulanması arasında analiz sonuçları bakımından çözümlenmemizi etkileyecek bir fark bulunmamıştır.

## 5. OPTİMİZASYON

Üçüncü bölümde Şekil 3.17 ile verilen ve deneysel testlere tabi tutularak doğrulanan modelin çarpma anında oluşan gerilme değerlerinin, modelin akma dayanımından yüksek olmasından dolayı numunede kalıcı deformasyonlar oluşmuş olup yapının mevcut yüklere dayanamayacağı kanaatine varılmıştır. Bu sebeple boyutlandırma aşağıdaki gibi değiştirilmiştir. Şekil 5.1'de üç temel görünüş (a), (b) ve (c) şekilleriyle verilirken, perspektif görünüşü (d) şekliyle verilmiştir.



Şekil 5.1. Optimize edilen kızak tipi iniş takımı

Testleri yapılan dairesel kesitli kızak tipi iniş takımının ( $\emptyset_{ilk}$ ) ve optimizasyon çalışması yapılarak boyutları değiştirilen modelin ( $\emptyset_{ilk}$ ) dış çap ve cidar kalınlıkları ölçülerinin karşılaştırması Çizelge 5.1'de verilmiştir.

Çizelge 5.1. Testleri ve optimizasyon çalışması yapılan modellerin ölçülerinin karşılaştırma tablosu

	Kızak köprüsü dış çap (mm)	Kızak köprüsü iç çap (mm)	Kızak dış çap (mm)	Kızak iç çap (mm)
$\emptyset_{ilk}$	8,5	5	11	7,5
$\emptyset_{op}$	12	5	13	7,5

Optimizasyon çalışması yapılan modelin sonlu elemanlar analizlerinde kullanılan geometri özellikleri Çizelge 5.2’de verilmiştir.

Çizelge 5.2. Optimize edilen modelin geometrik özellikler tablosu

Tanımlar	
Nesne ismi	Optimize_edilen_deney_numunesi
Durumu	Mesh
Modelleme	Solidworks
Eleman Kontrolü	Program Kontrollü
Görüntüleme Durumu	Nonlinear Malzeme Etkisi
Sınır Ölçüler	
X	143 mm
Y	72,37 mm
Z	200 mm
Özellikler	
Hacim	69573 mm <sup>3</sup>
Kütle	192,72 gr
Ölçek Faktörü	1
İstatistikler	
Bodies	1
Aktif Bodies	1
Node Sayısı	96569
Elemanlar	59767
Eleman Tipi	Solid 185
Rijitlik Davranışı	Elastik
Nonlinear Etki	Var
Isıl Gerinim Etkisi	Var

Optimizasyon çalışması yapılan modele ait alüminyum 6061 T6 alaşımına ait malzeme özellikleri Çizelge 5.3’de verilmiştir.

Çizelge 5.3. Malzeme özellikleri tablosu

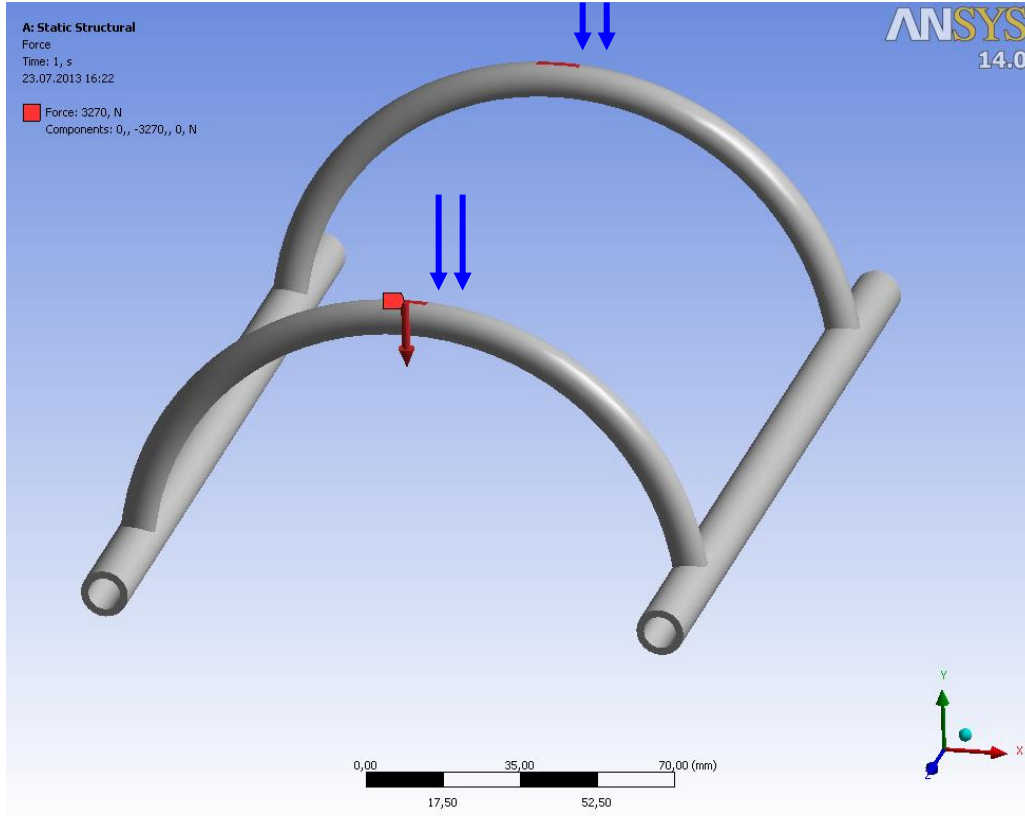
Alüminyum 6061 T6 Alaşımı	
Yoğunluk	2800 $kg/m^3$
Elastisite Modülü	69000 MPa
Poisson Oranı	0,33
Bulk Modülü	68627 MPa
Kesme Modülü	26316 MPa
Akma Dayanımı	275 MPa

Sonlu elemanlar analizlerinde kullanılacak olan koordinat sistemi tablosu Çizelge 5.4’de verilmiştir.

Çizelge 5.4. Kullanılan koordinat sistemi tablosu

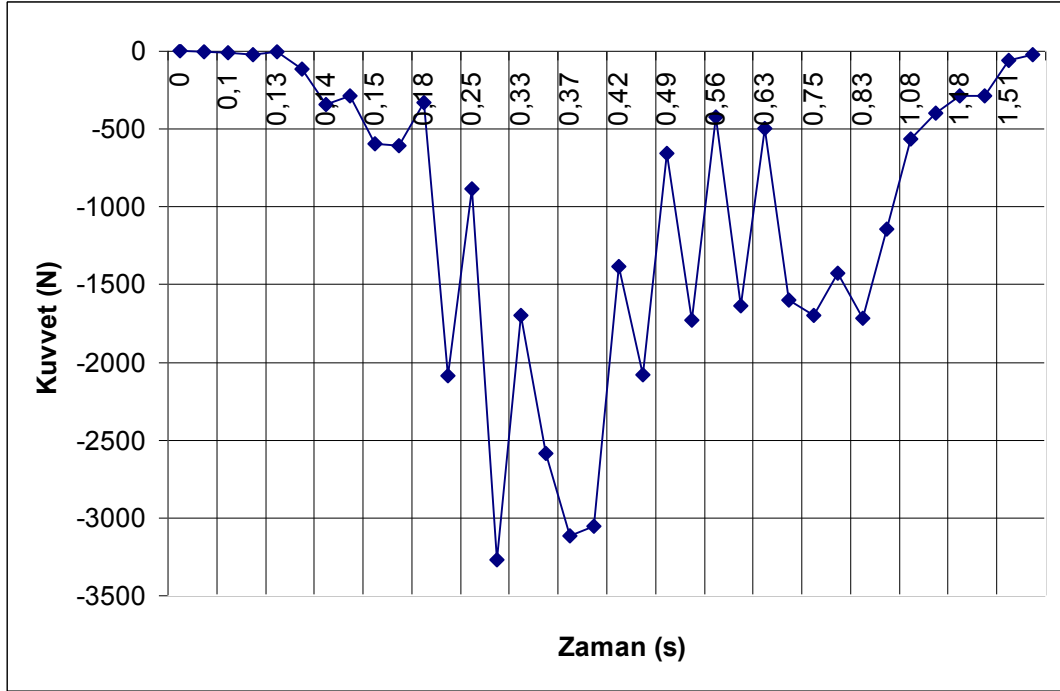
Tanım	Global Koordinat Sistemi
Tip	Kartezyen
Orjin	
X	0
Y	0
Z	0
Directional Vectors	
X Eksen	[ 1, 0, 0 ]
Z Eksen	[ 0, 1, 0 ]
Y Eksen	[ 0, 0, 1 ]

Kızak tipi iniş takımı Şekil 5.2’de gösterilmiştir. Üçüncü bölümdeki deneylerden aldığımız verilere göre kızak köprüsü üzerindeki işaretli alanlara 3270 N kuvvet uygulanmaktadır.



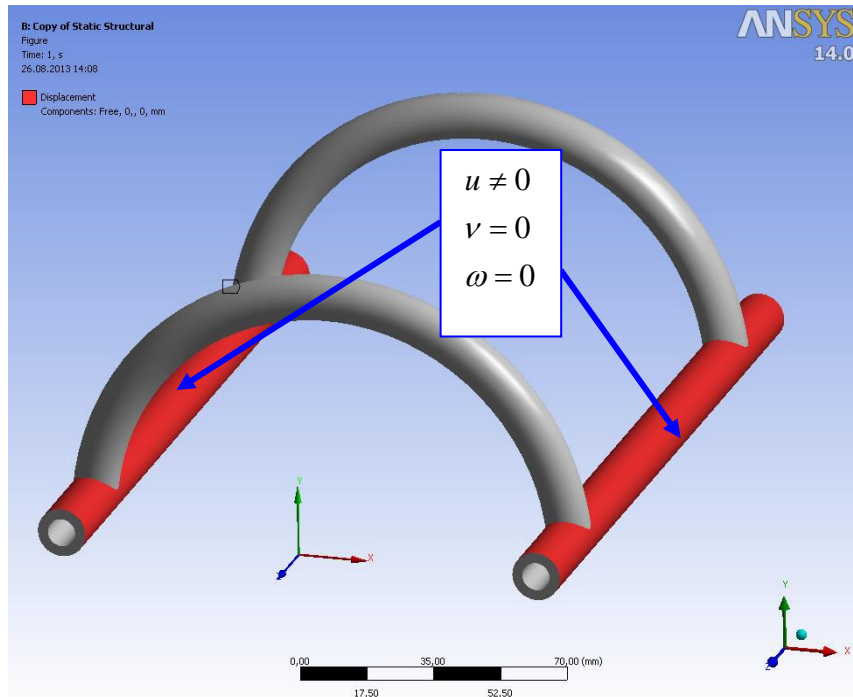
Şekil 5.2. Kuvvet uygulama yüzeyi

Bir önceki bölümde mevcut test sisteminde serbest düşmeye bırakılan iniş takımının 0,16.sn sonunda yere çarptığını hesaplamıştık. Önceki bölümde verilen zaman şartı uygulanmıştır. Şekil 5.3'de kuvvet-zaman grafiği gösterilmektedir.



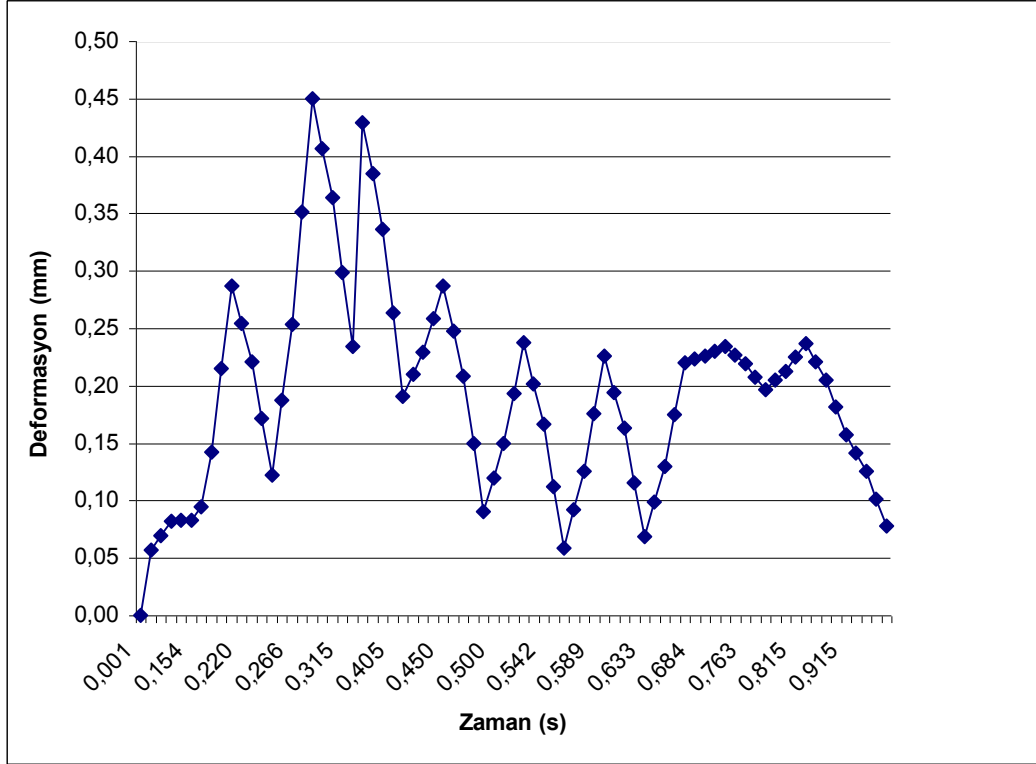
Şekil 5.3. Kuvvet uygulama süresi

Sınır şartı olarak aşağıdaki iniş takımı Şekil 5.4'de görülen kızaklardan (Y) ve (Z) yönünde sabitlenmiş. Uygulanacak kuvvet sonucu deformasyonuna izin verilmesi için (X) yönünde serbest bırakılmıştır.



Şekil 5.4. Serbestlik derecesi sınır şartı

Uygulanan kuvvet doğrultusunda oluşan deformasyon zaman grafiği aşağıda Şekil 5.5'de verilmiştir. Deformasyon zaman tablosu ise Çizelge 5.5'de verilmiştir.



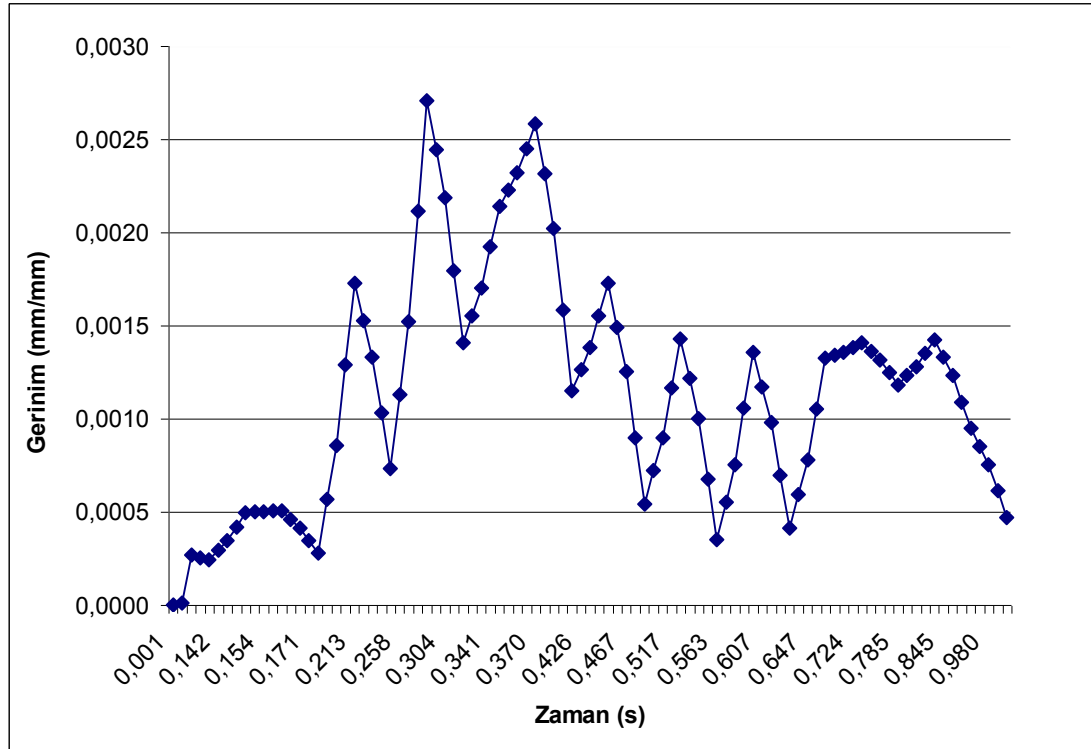
Şekil 5.5. Deformasyon-zaman grafiği

Çizelge 5.5. Ansys Sonlu Elemanlar yöntemiyle elde edilen deformasyon - zaman tablosu

Zaman (s)	Deformasyon (mm)
0,154	0,08
0,220	0,25
0,227	0,22
0,266	0,25
0,314	0,30
0,405	0,26
0,450	0,28
0,499	0,12
0,588	0,17
0,632	0,07
0,762	0,22
0,814	0,22
0,915	0,16



Çarpma esnasında oluşan gerinim grafiği aşağıda Şekil 5.6'da verilmiştir. Zaman bağılı değişim tablosu Çizelge 5.6'da verilmiştir.

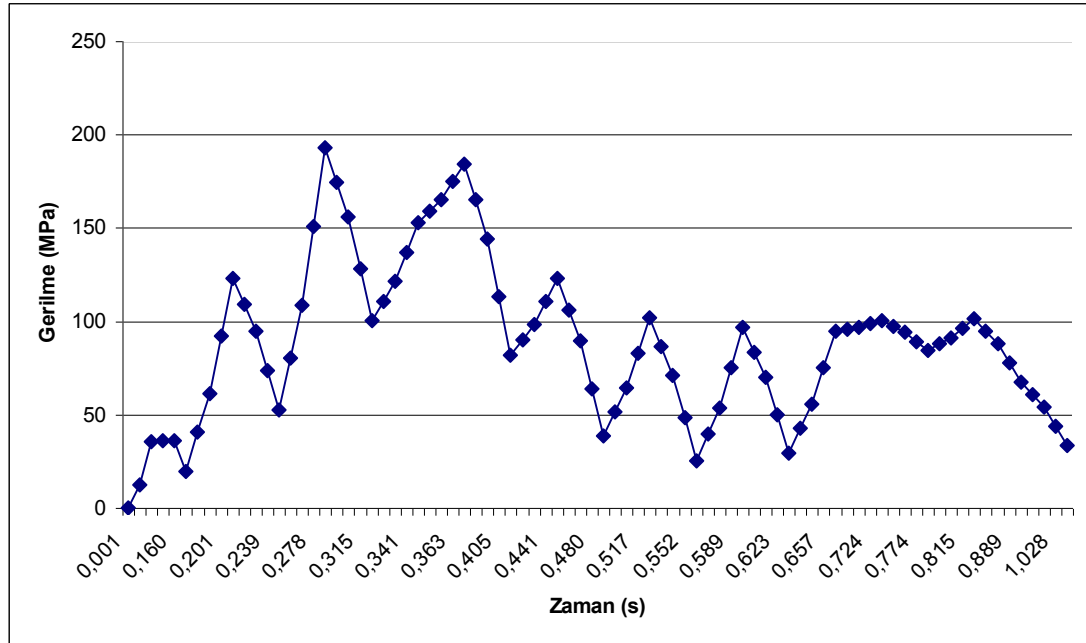


Şekil 5.6. Gerinim-zaman grafiği

Çizelge 5.6. Ansys Sonlu Elemanlar yöntemiyle elde edilen asal gerinimler-zaman tablosu

Zaman (s)	Gerinim (mm/mm)
0,137	0,0003
0,142	0,0003
0,170	0,0003
0,212	0,0017
0,258	0,0011
0,290	0,0027
0,340	0,0019
0,370	0,0026
0,426	0,0013
0,467	0,0013
0,646	0,0008
0,723	0,0014
0,785	0,0012
0,845	0,0013

Çarpma esnasında oluşan gerilmelerin zamana bağlı değişimi Şekil 5.7’de verilmiştir. Asal gerilmeler zaman tablosu ise Çizelge 5.7’de verilmiştir.



Şekil 5.7. Gerilme-Zaman grafiği

Çizelge 5.7. Asal gerilmeler-zaman tablosu

Zaman (s)	Gerilme (MPa)
0,160	36,13
0,201	92,06
0,238	73,53
0,278	150,65
0,290	192,80
0,340	136,98
0,405	113,01
0,441	110,67
0,517	83,00
0,552	48,09
0,588	75,24
0,622	49,65
0,657	74,95
0,814	96,33
0,827	101,40
0,915	67,40

Optimizasyon çalışması yapılan sonlu elemanlar modelinin yükleme sonucunda oluşan gerilme değerlerini incelersek; iniş takımı malzemesi olarak kullanılan Alüminyum 6061 T6 malzemesinin 1,46 kat emniyetli olduğunu görürüz.

$$\frac{\sigma_{Ak}}{\sigma} = \frac{280}{190,8} = 1,5 \text{ kat emniyetlidir.}$$

## 6. SONUÇLAR

Döner kanatlı hava araçlarının iniş takımlarıyla ilgili yapılan bu çalışmada insansız bir hava aracına ait kızak tipi iniş takımının, hava aracının yere inişinde maruz kaldığı darbe gerilmeleri incelenmiştir.

Testleri yapılan iniş takımları, döner kanatlı hava araçlarına göre daha küçük ölçekte olsalar dahi yapılan deneyler ve analizlerle bu hava araçlarının yere inişleri anında iniş takımı ve hava aracı gövdesinin maruz kaldığı yükler ile ilgili sonuçlara ulaşılmıştır.

Kızak tipi iniş takımını kızak köprüsü, kızak ve eyerden oluşan bir hava aracı alt bileşeni olarak ele almamıza rağmen literatürden yaptığımız araştırmalar, yapılan testler ve analizlerle en önemli parçanın kızak köprüsü olduğu anlaşılmıştır. Literatür taramalarına yönelik yaptığımız çalışmalarda kızak köprüsü en kritik parça olarak görülmüş ve testler bu parça üzerinde yoğunlaştırılmıştır.

Var olan hava araçlarının iniş takımları, model bir insansız hava aracının ölçeğine göre modellenerek bir tasarım oluşturulmuştur. İlk tasarımda kızak köprüsü dikdörtgen kesitli olarak modellenmiştir. Oluşturulan bu tasarımı 50 cm yükseklikten üzerinde ölçekli olarak hesaplanan 7,5 kg yük ile serbest düşmeye bırakılmıştır. Fakat yapılan ilk testte iniş takımında büyük deformasyonlar olduğu görülmüştür. İkinci ve üçüncü deneylerde kızak köprüsü kalınlığı arttırılarak deneyler tekrar edilmiştir. Ancak kızak köprüsü plastik akma bölgesine geçerek kalıcı deformasyona uğramıştır. Deformasyonların belirli bir bölgede toplandığı ve burada gerilme yığılmalarının olduğu anlaşılmıştır.

Dördüncü deneyde kullanılan numunenin kızak köprüsü kesiti dairesel olarak tasarlanmıştır. Yapılan testlerde numune kalıcı şekil değişimine uğradığı halde gerilmelerin ve deformasyonların iniş takımı üzerinde homojen olarak

yayıldığı ve dairesel kesitli kızak köprüsü modelinde gerilme yığılmalarının oluşmadığı görülmüştür. (Şekil 3.40)

Deneylerin doğrulanabilmesi açısından tasarlanan iniş takımının sonlu elemanlar modeli oluşturularak dördüncü deneyden elde edilen kuvvet verileri bilgisayar ortamında numune üzerine uygulanmıştır. Sonuçlar karşılaştırılmış ve sağ arka gerinim pulunda 7,1 %, sol arka gerinim pulunda 20,4 %, sağ ön gerinim pulunda 18,9 %, sol ön gerinim pulunda 9,2 % hata payı ile dördüncü deneyin sonuçları doğrulanmıştır.

Bu konuda yapılmış benzer çalışmalarla kıyaslama yapılırsa; Mikhailov ve arkadaşları kızak tipi iniş takımları üzerinde yaptıkları sayısal ve deneysel çalışmalarda 10 - 11 % hata oranı ile yöntemlerini doğrulayabildiklerini belirtmişlerdir [5]. Dong-Hyun Kim ve Yu-Sung Kim yaptıkları kızak tipi iniş takımlarının düşme testleri ile ilgili bir çalışmada 5 % hata oranı ile sayısal yöntemlerini doğrulamışlardır [6].

Bu çalışmada doğrulanan sonlu elemanlar modelinin kızak köprüsü kesit çapı 12 mm'ye çıkarılarak analiz tekrar edilmiştir. Optimizasyon çalışması yapılan modelde en büyük gerilme 190,8 MPa olarak ölçülmüştür. Kızak köprüsü olarak kullanılan alüminyum 6061 T6 malzemenin akma dayanımı 275 MPa olarak alınarak güvenli emniyet katsayı 1,5 olarak hesaplanmıştır [16].

Optimizasyon çalışması yapılan model üzerinde uygulanan analizler neticesinde yapının plastik deformasyona uğramadığı ve 1,5 emniyet katsayısı ile elastik deformasyona uğradığı görülmüştür. Agard yayınlarına göre bu durum insansız hava aracımızın iniş takımları için uygun malzeme ve geometrinin seçildiğini göstermiştir [20].

Alüminyum 2024 T3 alaşımının akma dayanımı 345 MPa olduğundan güvenli emniyet katsayısı 1,80 olarak hesaplanmıştır.

Alüminyum 7075 T6 alaşımı kullanılması durumunda, bu alaşımın akma dayanımı 505 MPa olduğundan güvenli emniyet katsayısı 2,6 olarak hesaplanmıştır.

Deneylerde kullanmış olduğumuz üç farklı alüminyum alaşımının, testleri yapılan döner kanatlı insansız hava aracı için iniş takımı malzemesi olarak kullanılabileceği sonucuna varılmıştır.

Helikopterlerin 1/1 ölçeğindeki iniş takımları üzerine yapılan düşme testlerine ait çalışmalara ulaşılmasına karşın kompozit yapıların bu alandaki yapısı ve davranışları ile ilgili bir çalışmaya ulaşılammıştır. İleri çalışmalarda kompozit iniş takımlarının düşme testleri ve bu testlerin analizlerinin bu alanda fayda sağlayacağı düşünülmüştür.

## KAYNAKLAR

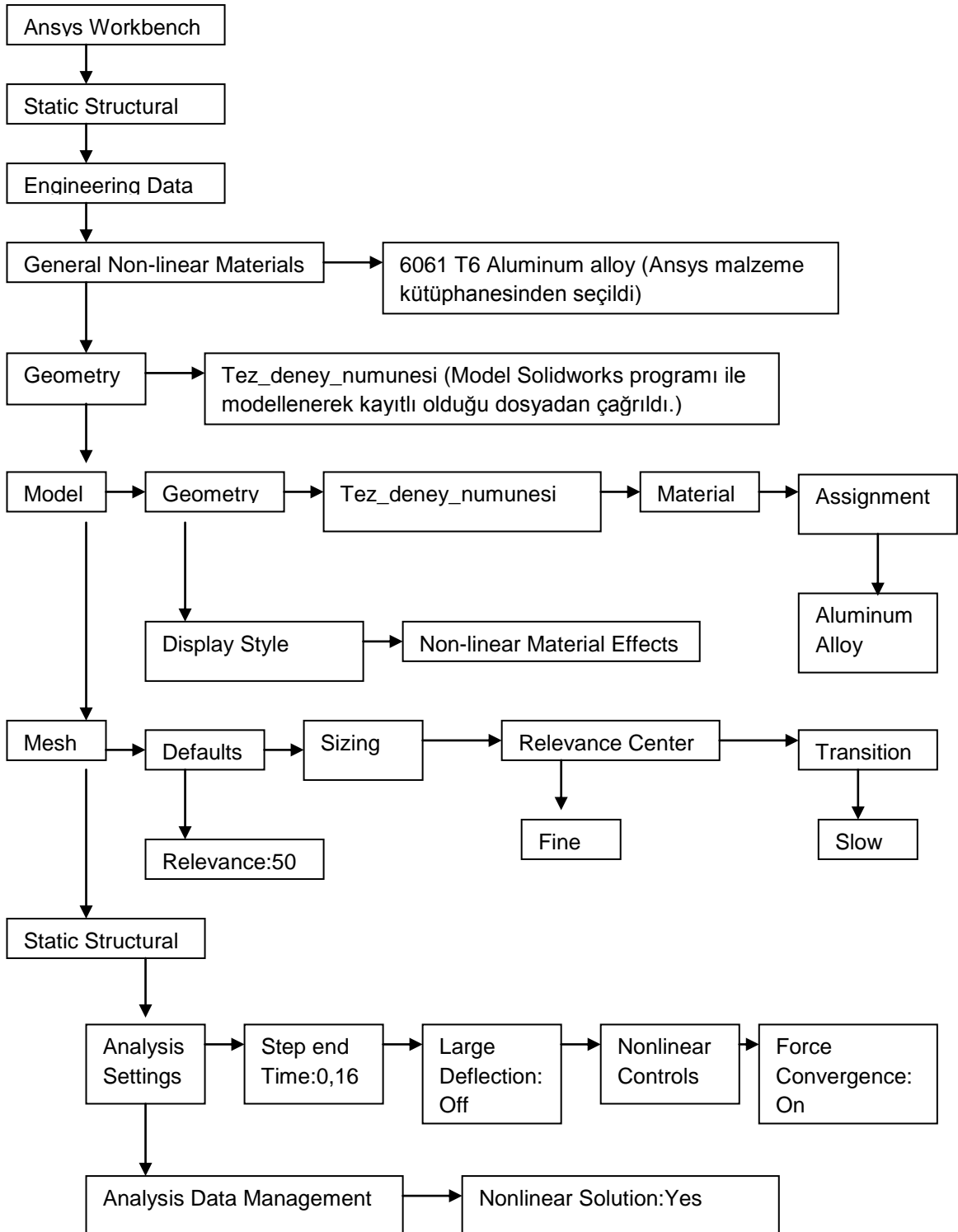
1. Kenarođlu, Y. “İnsansız Hava Aracı: Ne kadar Güvenilir?”, **Mühendis ve Makine**, Türkiye, 636 : 54-69 (2013).
2. İnternet: Nautilus-Unmanned Aerial Systems Reliability and Safety, <http://www.smatf1.polito.it/it/content/download/363/1454/version/1/file/US+Reliability+and+Safety+Slides.pdf> (2008).
3. Eisenbeiss, H. “A Mini Unmanned Aerial Vehicle (UAV):System Overview and Image Acquisition”, **Processing and Visualization Using High-Resolution Imagery**, Pitsanulok, Thailand, (2004).
4. Mikhailov, S.A., Korotkov, L.V. and Nedel’ko D.V. “Analysis of Static Loading of a Helicopter Tubular Skid Landing Gear”, **Structural Mechanics and Strength of Flight Vehicles**, 53(4): 369-374, Kazan, (2010).
5. Mikhailov, S.A., Korotkov, L.V. and Nedel’ko, D.V. “Simulation of Elastoplastic Deformation of Helicopter Skid Landing Gear Springs”, **Structural Mechanics and Strength of Flight Vehicles**, 53(1): 9-15, Kazan, (2009).
6. Kim, D.Y., Kim, Y.S., “Nonlinear Impact Dynamic Analysis and Comparison with Experimental Data For The Skid Gear”, **International Journal of Modern Physics**, 22(9): 1403-1408, Gyeongnam, (2008).
7. İnternet: Bothman, R. “Comparison of Ansys and LS-Dyna for Performing Drop Test Simulation”, [www.impactengsol.com](http://www.impactengsol.com), **Impact Engineering Solution**, (2007).
8. Tho, C., Sparks, C.E., Sareen, A.K., “Efficient Helicopter Skid Landing Gear Dynamic Drop Simulation using LS-DYNA”, **American Helicopter Society**, 49(4): 483-492, Texas, (2003).
9. Mikhailov, S.A., “Drop Analysis of the Skid Landing Gear of the Light Helicopter”, **7th The International LS-DYNA Users Conference**, 14: 11-16, Kazan, (2007).
10. Jackson, K.E., Fuchs, Y.T., “Vertical Drop Testing and Analysis of the Wasp Helicopter Skid Gear”, **American Helicopter Society 64th Annual Forum**, NASA Langley Research Center, Hampton, VA 23681-2199, (2007).

11. Tugay, B.G., "Bir İnsansız Hava Aracının Kompozit İniş Takımının Tasarımı, Üretimi ve Testleri", Yüksek Lisans Tezi, **İTÜ Uçak ve Uzay Fakültesi**, İstanbul, (2009).
12. Fenster, S.K., Uğural, A.C., "Advanced Strength and Applied Elasticity", **Prentice Hall**, New Jersey, 75:80, 172:174, (2003).
13. Wright, C., "Introduction to Structural Impact", **PDHonline Course S164 (4 PDH)**, www.PDHonline.org, www.PDHcenter.com, (2012).
14. Henden, R., "Helikopterlerin Kızak Tipi İniş Takımlarının Sayısal Çözümü" Lisans Bitirme Tezi" **Gazi Üniversitesi Mühendislik Fakültesi**, Ankara, (2012).
15. Kantar, E., "CFRP İle Güçlendirilmiş Beton Kirişlerin Çarpma Davranışının Deneysel Olarak İncelenmesi", Doktora Tezi, **Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü**, Ankara, (2009).
16. Properties and Selection Nonferrous Alloys and Special Purpose Material, ASM Handbook Volume 2 : 19-49, (1992).
17. Teknik Destek Grubu, "Teknik Destek Grubu Test-Box 1001 Genel Amaçlı Veri Toplama Sistemi Birim Deformasyon Ölçümü Değerlendirme Kılavuzu", Ankara, (2001).
18. Topçu, M., Taşgetiren, S., "Mühendisler İçin Sonlu Elemanlar Metodu", **PAÜ Mühendislik Fakültesi Ders Kitapları** Yayın No:007, ISBN 975-6992-03-4, Denizli, (1998).
19. Ansys Yardım Dosyaları, Program sürüm:Ansys 14 (2013).
20. Agard Conference Proceedings No:443, "Energy Absorbtion of Aircraft Structures as an Aspect of Crashworthiness", Grup No:443, ISBN 92-835-0485-2, 5-10, Luxembourg, (1988).

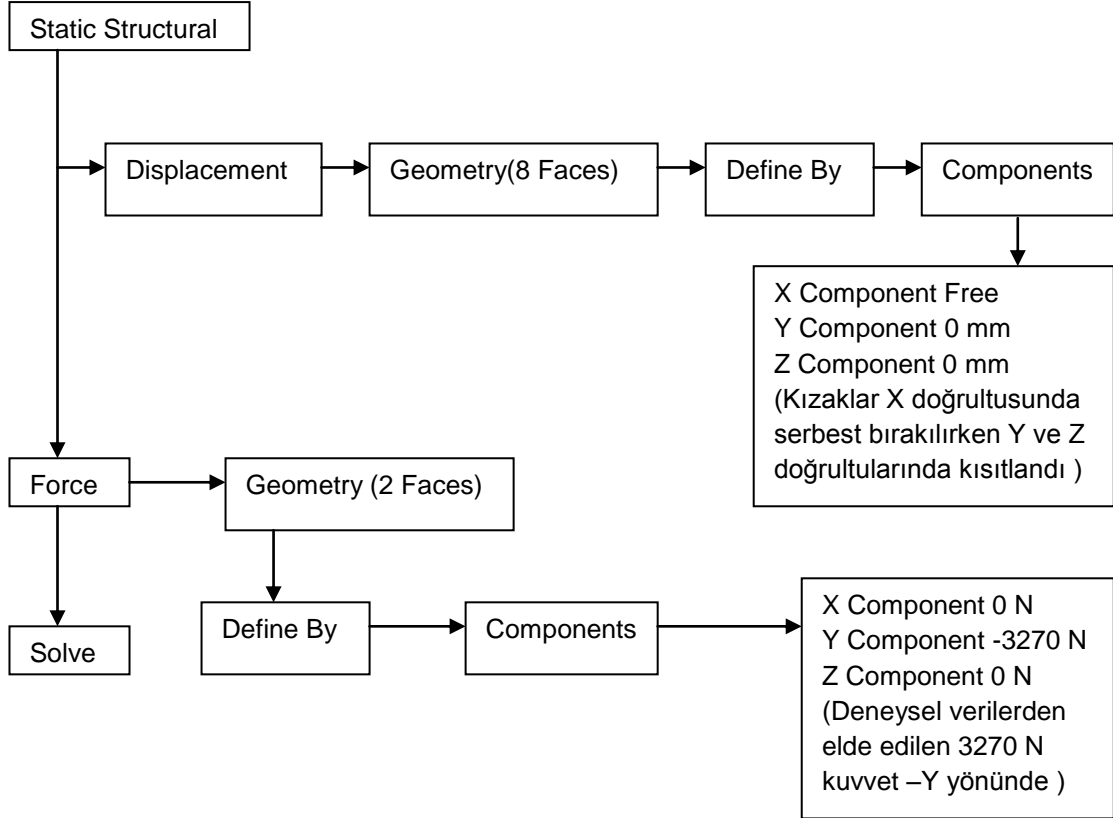


**EKLER**

### EK -1 Sonlu Elemanlar Analizi Akış Diyagramı



## EK -1 Sonlu Elemanlar Analizi Akış Diyagramı



## ÖZGEÇMİŞ

### Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı :YILDIRIM, Onur  
Uyruğu :T.C.  
Doğum Tarihi ve Yeri :19.01.1983 Elazığ  
Medeni hali :Eveli  
Telefon :0 553 303 26 32  
e-mail [onur\\_1983@yahoo.com](mailto:onur_1983@yahoo.com)

### Eğitim

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet tarihi
Yüksek lisans	Gazi Üniversitesi Makine Mühendisliği Bölümü	2013
Lisans	Balıkesir Üniversitesi Makine Mühendisliği Bölümü	2005
Lise	Malatya Lisesi	2000

### İş Deneyimi

Yıl	Yer	Görev
2004-2007	Gündoğan Medikal	Tasarım Müh.
2007-2008	Verdil Enerji	Proje Müh.
2008 -	5.ABM Komutanlığı	Tasarım Müh.

### Yabancı Dil

İngilizce

### Hobiler

Bilgisayar destekli tasarım programları, Dans, Basketbol, Sinema