



**KAYAN KIPLİ DENETİMDE KAYMA YÜZEYİ TASARIMI İÇİN YENİ
YÖNTEMLERİN GELİŞTİRİLMESİ**

Fatma IRMAK

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

MAYIS 2014

Fatma IRMAK tarafından hazırlanan “Kayan Kipli Denetimde Kayma Yüzeyi Tasarımı İçin Yeni Yöntemlerin Geliştirilmesi” adlı tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından OY BİRLİĞİ / OY ÇOKLUĞU ile Gazi Üniversitesi Makine Mühendisliği Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Danışman : Prof.Dr. Metin U. SALAMCI

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı , Gazi Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu onaylıyorum

Başkan : Prof.Dr. Nizami AKTÜRK

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı , Gazi Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu onaylıyorum

Üye : Prof. Dr. Mehmet Arif ADLI

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı , Gazi Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu onaylıyorum

Üye : Doç.Dr. M. Timur AYDEMİR

Elektrik Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı , Gazi Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu onaylıyorum

Üye : Dr. Bülent ÖZKAN

TÜBİTAK Savunma Sanayi Araştırma ve Geliştirme Enstitüsü

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu onaylıyorum

Tez Savunma Tarihi: 29/05/2014

Jüri tarafından kabul edilen bu tezin Yüksek Lisans Tezi olması için gerekli şartları yerine getirdiğini onaylıyorum.

.....
Prof. Dr. Şeref SAĞIROĞLU
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

ETİK BEYAN

Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Tez çalışmada yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu,

bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

Fatma Irmak

29.05.2014

KAYAN KIPLİ DENETİMDE KAYMA YÜZEYİ TASARIMI İÇİN YENİ
YÖNTEMLERİN GELİŞTİRİLMESİ
(Yüksek Lisans Tezi)

Fatma IRMAK

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Mayıs 2014

ÖZET

Bu çalışmada, kayan kipli kontrolün gerçek zamanlı uygulamalarda kullanımını artırmak amacıyla kayma yüzeyinin tasarımı için yeni yöntemler önerilmektedir. Bu kapsamda, ilk olarak doğrusal olmayan sistemler için tasarlanan zamanla değişen optimum kayma yüzeyi eğimleri genelleştirilerek, daha sonra diğer çalışma koşulları için de kullanılmıştır. Böylelikle doğrusal olmayan sistemlerin kontrolü için optimum kayma yüzey değerleri önceden belirlenmekte ve daha sonra yapılacak matematiksel işlemler azaltılarak sistemin zaman cevabının daha hızlı elde edilmesi sağlanmaktadır. Bu yöntem, bir evrik sarkaç modeline uygulanarak yöntemin başarısı gösterilmiştir. Ayrıca, bir grup doğrusal olmayan sistem için model referans adaptif kontrol yöntemi ile kayan kipli kontrol yöntemi birleştirilerek, gerçek sistemin kayma yüzeyi eğimleri, referans model için tasarlanan kayma yüzeyi eğimleri adapte edilerek tasarlanmaktadır. Kayma yüzeyi tasarımı için önerilen yeni yöntem, esnek bağlantıya sahip robot manipülatörüne ve füze modeline uygulanarak yöntemin başarısı gösterilmiştir.

Bilim Kodu : 914.1.084

Anahtar Kelimeler : Kayan Kipli Kontrol, Doğrusal Olmayan Sistemler, Kayma Yüzeyi Tasarımı, Adaptif Kontrol, Model Referans Adaptif Kontrol

Sayfa Adedi : 124

Danışman : Prof. Dr. Metin U. SALAMCI

NEW SLIDING SURFACE DESIGN METHODS FOR SLIDING MODE CONTROL

(M. Sc. Thesis)

Fatma IRMAK

GAZİ UNIVERSITY

GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES

May 2014

ABSTRACT

In this study, new sliding surface design algorithms are suggested for a class of nonlinear systems in order to have physically applicable control methods. Within this context, firstly, time varying optimum sliding surface slope, designed for the nonlinear systems, is determined and generalized in order to use later for other possible operating conditions. Thus, the predetermined optimum sliding surface slope is used throughout the all operations which enables one to decrease the necessary mathematical operations to achieve faster time response for the nonlinear system. The success of the proposed method is illustrated by applying the method to an inverted pendulum mechanism. As a second design method, model reference adaptive control approach is combined with sliding mode control method for a class of nonlinear systems. Then, sliding surface slope that is produced for the reference model is adapted for the nonlinear plant dynamics by using the designed adaptation procedure. The successes of the proposed methods to design the model reference adaptive sliding surface are shown by applying the methods to a robot manipulator model with elastic joints and a missile model.

Science Code : 914.1.084

Key Words : Sliding Mode Control, Nonlinear Systems, Design of Sliding Surface, Adaptive Control, Model Reference Adaptive Control

Page Number : 124

Supervisor : Prof. Dr. Metin U. SALAMCI

TEŞEKKÜR

Çalışmalarım boyunca, maddi manevi desteğini benden esirgemeyip değerli yardım ve katkılarıyla bana yol gösteren ve cesaretlendiren Hocam Prof. Dr. Metin U. SALAMCI'ya, bilgi ve destekleri ile yanımda duran Taylan Mete Aksoy'a yardımlarını esirgemeyen oda arkadaşlarım Ayşe Bayrak ve Dr. Okan Cengiz'e sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Tezimin aşamalarında takıldığım her noktada yardımını esirgemeyen Naser Babaei ve Nurdan Bilgin'e yardımlarından dolayı teşekkür ederim.

Çalışmalarım boyunca manevi desteği ve güler yüzü ile yanımda olup beni yüreklendiren Abdullah Kara'ya gönülden teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca bu günlere gelmemi sağlayan, eğitim hayatım boyunca beni teşvik ve terbiye eden aileme, destekleri ve gösterdikleri sabır için teşekkürü bir borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	iv
ABSTRACT	v
TEŞEKKÜR.....	vi
İÇİNDEKİLER	vii
ÇİZELGELERİN LİSTESİ.....	x
ŞEKİLLERİN LİSTESİ.....	xi
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	xv
1. GİRİŞ.....	1
2. DOĞRUSAL OLMAYAN SİSTEMLER İÇİN SDRE TABANLI KONROLCÜ TASARIMI	5
2.1. Kök Yerleştirme Yöntemi.....	10
2.2. Optimal Kontrol.....	15
2.3. SDRE Tabanlı Kayan Kipli Kontrol.....	21
3. SDRE ALGORİTMALARI YARDIMIYLA BELİRLENEN KAYMA YÜZEYİ EĞİMLERİ KULLANILARAK DOĞRUSAL OLMAYAN SİSTEMİN KONTROLÜ	29
3.1. Ters Sarkaç Mekanizması.....	29
3.1.1. Ters sarkaç mekanizmasının hareket denklemleri	30
3.1.2. Ters sarkaç mekanizmasının durum denklemleri	33
3.2. Ters Sarkaç Mekanizmasına Önerilen Yöntemin Uygulamaları.....	35
3.2.1. Kayma yüzeyinin tasarlanması	37
3.2.2. Kontrolcü tasarımı	38
3.2.3. Benzetim sonuçları	40

4. MODEL REFERANS ADAPTİF KAYMA YÜZEYİ TASARIMI	55
4.1. Doğrusal Sistemler için MRAK	55
4.2. Doğrusal Olmayan Sistemler için MRAK.....	58
4.3. Doğrusal Olmayan Sistemler için Model Referans Adaptif Kayma Yüzeyi Tasarımı	59
4.4. Füze Modeli.....	63
4.4.1. Füze modelinin hareket ve durum denklemleri.....	64
4.4.2. Füze modeline önerilen yöntemin uygulanması	67
4.4.3. Benzetim sonuçları	85
4.5. Esnek Bağlantılı Robot Manipülatör	89
4.5.1. Esnek Bağlantılı Robot manipülatöre önerilen yöntemin uygulanması.....	91
4.5.2. Benzetim sonuçları	108
5. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	113
KAYNAKLAR	117
EKLER.....	121
EK-1. Teorem	122
ÖZGEÇMİŞ	124

ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge	Sayfa
Çizelge 3.1. Ters sarkaç mekanizması parametreleri	30
Çizelge 3.2. Benzetim süreleri	53
Çizelge 4.1. Referans füze modelinin yunuslama eksenine ait katsayıları	68
Çizelge 4.2. Gerçek füze modelinin yunuslama eksenine ait katsayıları	77
Çizelge 4.3. Referans robot manipülatör modelin sistem parametreleri.....	92
Çizelge 4.4. Gerçek robot manipülatör modelin sistem parametreleri.....	100

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 2.1. Doğrusal sistemin cevabı.....	12
Şekil 2.2. Doğrusal olmayan sistemin cevabı, $[x_1(0) = 1$ ve $x_2(0) = -1]$	12
Şekil 2.3. Doğrusal olmayan sistemin cevabı, $u=-Kx$, $[x_1(0) = 1,4$ ve $x_2(0) = -1,4]$	13
Şekil 2.4. Doğrusal olmayan sistemin cevabı, $u=-K(x)x$, $[x_1(0) = 1$ ve $x_2(0) = -1]$	14
Şekil 2.5. Doğrusal olmayan sistemin cevabı, $u=-K(x)x$, $[x_1(0) = 1,4$ ve $x_2(0) = -1,4]$	15
Şekil 2.6. Doğrusal olmayan sistemin cevabı, $u = u^{opt}$, $[x_1(0) = 1$ ve $x_2(0) = -1]$	19
Şekil 2.7. Doğrusal olmayan sistemin cevabı, $u = u^{opt}$, $[x_1(0) = 1,4$ ve $x_2(0) = -1,4]$	20
Şekil 2.8. İkinci dereceden bir sistem için doğrusal kayma yüzeyi.....	21
Şekil 2.9. Doğrusal olmayan sistemin kayan kipli kontrol cevabı, $[x_1(0) = 1$ ve $x_2(0) = -1]$	27
Şekil 2.10. Doğrusal olmayan sistemin kayan kipli kontrol cevabı, $[x_1(0) = 1,4$ ve $x_2(0) = -1,4]$	28
Şekil 3.1. Ters sarkaç mekanizması.....	30
Şekil 3.2. Platformun konum değişimi	41
Şekil 3.3. Platformun hız değişimi.....	41
Şekil 3.4. Sarkacın açılma konum değişimi	42
Şekil 3.5. Sarkacın açılma konum değişimi	42
Şekil 3.6. Kontrol girişi değişimi.....	43
Şekil 3.7. Kayma yüzey eğimleri.....	43
Şekil 3.8. Platformun konum değişimi	44
Şekil 3.9. Platformun hız değişimi.....	44

Şekil	Sayfa
Şekil 3.10. Sarkacın açısal konum değişimi	45
Şekil 3.11. Sarkacın açısal hız değişimi.....	45
Şekil 3.12. Kontrol girişi değişimi	46
Şekil 3.13. Kayma yüzeyi eğimleri.....	46
Şekil 3.14. Platformun konum değişimi	47
Şekil 3.15. Platformun hız değişimi.....	47
Şekil 3.16. Sarkacın açısal konum değişimi	48
Şekil 3.17. Sarkacın açısal hız değişimi.....	48
Şekil 3.18. Kontrol girişi değişimi	49
Şekil 3.19. Kayma yüzeyi eğimleri.....	49
Şekil 3.20. Platformun konum değişimi	50
Şekil 3.21. Platformun hız değişimi.....	50
Şekil 3.22. Sarkacın açısal konum değişimi	51
Şekil 3.23. Sarkacın açısal hız değişimi.....	51
Şekil 3.24. Kontrol girişi değişimi	52
Şekil 3.25. Kayma yüzeyi eğimleri.....	52
Şekil 4.1. MRAK yönteminin temel yapısı.....	55
Şekil 4.2. Füze modelindeki eksenler	64
Şekil 4.3. Füze modeli	64
Şekil 4.4. Model sistemin hücum açısı değişimi.....	72
Şekil 4.5. Model sistemin yunuslama hızı değişimi	73
Şekil 4.6. Model sistemin hata sinyali değişimi	73
Şekil 4.7. Model sistemin kontrol sinyali değişimi.....	74
Şekil 4.8. Model sistemin kayma yüzeyi değişimi	74

Şekil	Sayfa
Şekil 4.9. Model sistemin referans-gerçek normal ivme değişimi.....	75
Şekil 4.10. Model sistem kayma yüzeyi eğimi ($C_1(t)$)	75
Şekil 4.11. Model sistem kayma yüzeyi eğimi ($C_2(t)$)	76
Şekil 4.12. Gerçek sistemin hücum açısı değişimi	81
Şekil 4.13. Gerçek sistemin yunuslama hızı değişimi	81
Şekil 4.14. Gerçek sistemin hata sinyali değişimi	82
Şekil 4.15. Gerçek sistemin kontrol sinyali değişimi	82
Şekil 4.16. Gerçek sistemin kayma yüzeyi değişimi	83
Şekil 4.17. Gerçek sistemin referans-gerçek normal ivme değişimi	83
Şekil 4.18. Gerçek sistem kayma yüzeyi eğimi ($C_1(t)$)	84
Şekil 4.19. Gerçek sistem kayma yüzeyi eğimi ($C_2(t)$)	84
Şekil 4.20. Füzenin hücum açısı değişimi	85
Şekil 4.21. Füzenin yunuslama hızı değişimi	85
Şekil 4.22. Hata sinyali değişimi	86
Şekil 4.23. Kontrol girişi değişimi	86
Şekil 4.24. Kayma yüzeyi değişimi	87
Şekil 4.25. Füzenin normal ivme değişimi	87
Şekil 4.26. Füzenin referans-gerçek normal ivme değişimi	88
Şekil 4.27. Kayma yüzeyi eğimi ($C_1(t)$)	88
Şekil 4.28. Kayma yüzeyi eğimi ($C_2(t)$)	89
Şekil 4.29. Esnek bağlantılı robot manipülatör.....	89
Şekil 4.30. Model sistem kolun açısal konum değişimi.....	95
Şekil 4.31. Model sistem kolun açısal hız değişimi.....	96
Şekil 4.32. Model sistem motor mili açısal konum değişimi	96

Şekil	Sayfa
Şekil 4.33. Model sistem motor mili açısai hız değişimi.....	97
Şekil 4.34. Model sistem kontrol sinyali değişimi.....	97
Şekil 4.35. Model sistem kayma yüzeyi eğimi ($C_1(t)$)	98
Şekil 4.36. Model sistem kayma yüzeyi eğimi ($C_2(t)$)	98
Şekil 4.37. Model sistem kayma yüzeyi eğimi ($C_3(t)$)	99
Şekil 4.38. Gerçek sistem kolun açısai konum değişimi	103
Şekil 4.39. Gerçek sistem kolun açısai hız değişimi.....	103
Şekil 4.40. Gerçek sistem motor mili açısai konum değişimi.....	104
Şekil 4.41. Gerçek sistem motor mili açısai hız değişimi.....	104
Şekil 4.42. Gerçek sistem kontrolcü girişi	105
Şekil 4.43. Gerçek sistem kayma yüzeyi	105
Şekil 4.44. Gerçek sistem kayma yüzeyi eğimi ($C_1(t)$)	106
Şekil 4.45. Gerçek sistem kayma yüzeyi eğimi ($C_2(t)$)	106
Şekil 4.46. Gerçek sistem kayma yüzeyi eğimi ($C_3(t)$)	107
Şekil 4.47. Kolun açısai konum değişimi	108
Şekil 4.48. Kolun açısai hız değişimi.....	108
Şekil 4.49. Motor mili açısai konum değişimi.....	109
Şekil 4.50. Motor mili açısai hız değişimi	109
Şekil 4.51. Kontrol sinyali değişimi	110
Şekil 4.52. Kayma yüzeyi değişimi	110
Şekil 4.53. Gerçek sistem kayma yüzeyi eğimi ($C_1(t)$)	111
Şekil 4.54. Gerçek sistem kayma yüzeyi eğimi ($C_2(t)$)	111
Şekil 4.55. Gerçek sistem kayma yüzeyi eğimi ($C_3(t)$)	112

SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler	Açıklamalar
σ	Kayma yüzeyi
A	Sistem matrisi
\check{A}	Koordinat dönüşümü yapılmış sistem matrisi
B	Kontrol matrisi
\check{B}	Koordinat dönüşümü yapılmış kontrol matrisi
u	Kontrol girişi
Q	Simetrik, pozitif veya pozitif yarı tanımlı bir matris
R	Simetrik, pozitif tanımlı bir matris
P	Simetrik, pozitif tanımlı bir matris
u_{eq}	Eşdeğer kontrol terimi
u_{non}	Nonlineer kontrol terimi
T	Koordinat dönüşüm matrisi
M	Kontrol edilebilirlik matrisi
z	Dönüştürülmüş koordinatlar
k	Pozitif bir gerçek sayı
m	Sarkaç kütlesi (Bölüm 3)
M	Platform kütlesi(Bölüm 3)
l	Sarkaç uzunluğu(Bölüm 3)
b	Sürtünme katsayısı(Bölüm 3)
g	Yerçekimi ivmesi
L	Lagrange fonksiyoneli (Bölüm 3)
q_i	Genelleştirilmiş koordinatlar
Q_i	Genelleştirilmiş kuvvetler
v_M	Platformun hızı
v_m	Sarkacın hızı
θ	Sarkaç konum açısı (Bölüm 3)

Simgeler**Açıklamalar**

α	Füze hücum açısı
q	Yunuslama hızı
δ_c	Kuyruk kumanda açışı
η	Gerçek normal ivme
η_c	Referans normal ivme
e	Hata
q_1	Kolun açısal konumu
q_2	Motorun açısal konumu
M	Kolun toplam kütlesi (Bölüm 4)
L	Ağırlık Merkezinin uzunluğu(Bölüm 4)
I	Kolun atalet momenti(Bölüm 4)
k	Yay sabiti(Bölüm 4)
J	Motor rotorunun atalet momenti(Bölüm 4)
Γ_l	Adaptasyon hızı(Bölüm 4)

Kısaltmalar**Açıklamalar**

KKK	Kayan Kipli Kontrol
MRAK	Model Referans Adaptif Kontrol
MRAKKK	Model Referans Adaptif Kayan Kipli Kontrol
SDRE	Durum Bağımlı Ricatti Denklemi

1. GİRİŞ

On dokuzuncu yüzyılda dinamik ve kararlılık teorilerinin gelişmesi ile kontrol sistemlerinin gelişim tarihi başlamıştır. 1950'lerde ise, özellikle ikinci dünya savaşından sonra, Nyquist, Bode ve Wiener gibi çok iyi bilinen bilim adamlarının da aralarında olduğu araştırmacılar tarafından frekans cevap yöntemlerinin geliştirilmesi ile kontrol sistemleri bir mühendislik disiplini olarak ortaya çıkmıştır (Edwards ve Spurgeon, 1998:1-92).

Kontrol yöntemleri analiz ve tasarım bakımından klasik kontrol ve modern kontrol olmak üzere iki ana başlık altında incelenebilirler. Klasik kontrol teorisinde sadece doğrusal sistemlerin kontrolü Laplace veya Fourier dönüşümleri ile elde edilen sistem girişi ve çıkışı arasındaki ilişki esas alınarak yapılmaktadır. Sistem iç dinamiği ihmal edilerek, frekans tanım bölgesinde çalışılmaktadır. Klasik kontrol teorisinde kontrolde tek giriş ve tek çıkış vardır. Modern kontrol teorisinde ise adi diferansiyel denklemler ele alınarak doğrusal veya doğrusal olmayan sistemlerin kontrolü mümkün olmaktadır. Sistem iç dinamikleri de göz önünde bulundurularak, zaman tanım bölgesinde çalışılmakta ve birden fazla giriş ve çıkış söz konusu olabilmektedir.

Değişken Yapılı Kontrol (Variable Structure Control) teorisi ise modern kontrol yöntemlerinden biri olup, 1960'lı yıllarda Sovyetler Birliğinde çalışılmaya başlanmış, fakat dünya genelinde öğrenilip yayılması 1980'lerin başında Itkis'in çalışmalarının İngilizce olarak yayınlanması ile olmuştur. Değişken yapıli kontrol, sistemin durum değişkenlerinin geri beslenmesine ek olarak kontrolcü yapısının da kontrol işlemi sırasında değişmesine dayanmaktadır (Utkin, 1977).

Kayan Kipli Kontrol (KKK) yöntemi ise değişken yapıli kontrol yönteminin bir alt tipi olarak değerlendirilmektedir. KKK yöntemi belirsizlik içeren aktif yapılar için tercih edilen bir yöntemdir. Kontrol sinyalinin değişken yapıli olmasına rağmen, parametre değişimlerine karşı duyarsızlık özelliği (gürbüzlük) nedeniyle özellikle belirsiz ve/veya doğrusal olmayan sistemlerin kontrolü için KKK üzerinde yoğun olarak araştırmalar yapılmaktadır (Edwards ve Spurgeon, 1998:1-92; Utkin, 1992).

KKD yönteminde amaç durum uzayında uygun şekilde tanımlanan kararlı bir kayma yüzeyi aracılığıyla, durum değişkenlerini tanımlanan bir denge konumuna taşımaktır. Kayan kipli kontrolde sistemin durum değişkenleri buldukları ilk konumdan, önce kayma yüzeyinin üzerine, buradan da belirlenen denge noktasına taşınırlar. Sistemin bu davranışının ilk aşaması “yaklaşma fazı”, ikinci aşaması ise “kayma fazı” olarak adlandırılmaktadır. Yaklaşma fazında; sistemin yörüngesi kayma yüzeyine ulaşmadan önce bir kontrol kuralı ile sistem kayma yüzeyine doğru yöneltilir. Kontrol, sistemin tüm durumlarını kayma yüzeyinde yer almaya zorladığı zaman kayan kip meydana gelir (Utkin, 1977; Utkin,1978:1-120). Bir kere sistem kayma yüzeyine ulaştığında sistem dinamikleri, yüzeyi belirleyen dinamik ile tanımlanır. Bu nedenle, kontrolcünün amacı kayma fazında sistemi kayma yüzeyi üzerinde tutmak olarak tanımlanır ve kontrolcü sistemi yüzey boyunca işaret fonksiyonu ile anahtarlama yaparak tutmaya çabalar. Sistem yüzey üzerinde kayma yüzeyi denklemi ile tanımlandığı için, belirli türdeki belirsizlikler ve dış bozuculardan etkilenmeden davranması sağlanmış olur. Sağladığı avantajlar nedeniyle KKD yöntemi ile ilgili bir çok çalışma bulunmaktadır (Bartolini, Pisano, Punta, ve Usai 2003;. Boothby, 2007;. Cheng, Ma, Lu ve Mei 2004; Çimen ve Banks, 2004; Doğan, Salamcı ve Tombul,2005;. Edwards ve Spurgeon 1998, 1-92; Elmalı, Olgaç1992). Ancak, kontrol süresince anahtarlama aşamasında sistemin kararlılığını sağlamak amacıyla, kontrol ifadesinde yer alan işaret fonksiyonun sebep olduğu sürekli yön değiştiren bir sinyal üretmesi nedeniyle “çatırtı” denilen istenmeyen bir durum ortaya çıkmaktadır. Çatırtı probleminin giderilmesi yönünde de birçok çalışma yapılmıştır (Edwards ve Spurgeon 1998 ,1-92; Xu, Lee ve He, 1996; Xu, Mirmirani ve Loannou, 2004).

KKD yöntemi kullanılarak birçok çalışma yapılmıştır. Salamcı, Salamcı ve Banks çalışmalarında doğrusal olmayan sistemleri ardışık doğrusal zamanla değişen sistemler halinde modelleyerek, zamanla değişen yeni bir optimal kayma yüzeyi tasarım yönteminin öngörmüşlerdir (Salamcı,1999; Salamcı ve Banks, 1998). Gökbilen ve Salamcı, çalışmalarında, doğrusal olmayan sistemler için değişken yüzey eğimleri kullanılarak KKD yöntemi önermiş ve önerilen bir füze modeline referans ivme takibi için uygulanarak yöntemin başarısı gösterilmiştir (Gökbilen ve Salamcı,2007). Singla ve arkadaşları pozitif tanımlı bir işaret fonksiyonu kullanarak yeni bir optimal KKD yöntemi önermiştir. Önerilen yöntem titreşim kontrolü için bir piezoseramik algılayıcı ve eyleyicili alüminyum kirişe uygulanmıştır. Elde edilen benzetim sonuçları ile birlikte önerilen yöntemin klasik kayan kipli kontrole kıyasla kontrol performansının daha etkili olduğu, çatırtının da

azaldığı gözlemlenmiştir. (Singla, Shieh, Song, Xie ve Zhang, 2014). Tang ve arkadaşları kesir dereceli KKD yöntemi önermiş ve oransal-türevsel kayma yüzeyi benimsenmiştir. Önerilen yöntem bir fren mekanizmasına uygulanarak başarısı gösterilmiştir (Tang, Zhang, Zhang, Zhao ve Guan,2013).

Ayrıca, adaptif kontrol yöntemleri da belirsizlik içeren ya da sistem parametrelerinin zamanla değiştiği doğrusal olmayan sistemlerin kontrolünde yaygın olarak kullanılmaktadır (Aström ve Wittenmark, 1995; Ioannou ve Sun, 1996). Adaptif kontrol yöntemi model referans adaptif kontrol (Model Reference Adaptif Control-MRAC) ve kendi kendini ayarlayan kontrol (Self Tunning Regulator-STR) olmak üzere iki ana başlıkta incelenmektedir. Model Referans Adaptif Kontrol (MRAK) yöntemi referans modelin çıkışını referans olarak bilinmeyen veya belirsiz olan gerçek sistemin kontrolüne sağlamaya dayanmaktadır. Bu yöntemde gerçek sistemin çıkışı ile referans model sistemin çıkışı arasındaki fark (hata miktarı) dikkate alınarak, referans model için tasarlanan kontrolcü adapte edilerek gerçek sistemin kontrolcüsü tasarlanmaktadır. Böylece, gerçek sistem çıkışı model sistemin çıkışını asimptotik olarak takip etmekte ve kontrolcü hata miktarına göre her adımda güncellenmektedir.

Adaptif kontrol yöntemi ile KKK yöntemi birleştirilerek bir çok çalışma yapılmıştır. (Wen ve Cheng, 2007; Hu, Wu, Hu ve Gao,2012 ; Yin, Dadras ve Zhong, 2012; Mirkin, Gutman ve Shtessel, 2014). Ma ve Zhang model referans adaptif kontrol tabanlı sinirsel ağ ile birlikte KKD yöntemi önermiştir. Önerilen yöntem belirlenen çalışma koşulunda nominal noktada bir uçak motoruna uygulanmış ve başarılı sonuçlar elde edilmiştir (Ma ve Zhang, 2012). Fei ve Batur MEMS jiroskop için yeni bir adaptif KKD yöntemi önermiştir. Çözüm yönteminde geleneksel kayma yüzeyi yerine oransal ve integral bir kayma yüzeyi belirlenerek, elde edilen benzetim sonuçları ile yöntemin başarısı gösterilmiştir (Juntao Fei ve Celal Batur,2009).

KKD yönteminde kayma yüzeyi eğimlerinin belirlenmesi için kök yerleştirme veya optimal kontrol yöntemleri kullanılmaktadır. Durum Bağımlı Riccati Denklemi (State Dependent Riccati Equation-SDRE) tabanlı KKK yöntemi benzetimlerde oldukça tatminkâr sonuçlar vermekle birlikte, özellikle optimum kontrol algoritmalarının belirlenmesinde Cebirsel Ricatti Matris Denklemlerinin her bir zaman aralığında yeniden çözülmesi zorunluluğu nedeniyle, işlem süresi uzamaktadır. Bu dezavantaj yüzünden,

SDRE tabanlı kontrol algoritmalarının gerçek zamanlı (pratik) uygulamaları sınırlı kalmaktadır. Bu tez çalışması kapsamında ise gerçek zamanlı uygulamalarda kullanılabilir kontrolcü tasarımı için, kayma yüzeyi tasarımındaki işlem yükünü azaltacak şekilde iki yeni kayma yüzeyi tasarım yöntemi önerilmiştir.

Bu tezde ilk olarak, SDRE yöntemi kullanılarak doğrusal olmayan sistemler için belirli bir maliyet fonksiyonunu en aza indirgeyecek optimum kayma yüzeyi tasarlanmakta ve yöntemin uygulanması sonucunda elde edilen zamanla değişen optimum kayma yüzeyi eğimleri kaydedilmektedir. Belirli bir çalışma koşul aralığı dikkate alınarak belirlenen optimum kayma yüzeyi değerleri genelleştirilerek, daha sonra (çalışma koşulu kapsamında kalan) diğer çalışma koşulları için de kullanılmaktadır. Böylelikle doğrusal olmayan sistemin kontrolü için optimum kayma yüzey değerleri önceden belirlenmiş ve daha sonra yapılacak matematiksel işlemler azaltılarak sistemin zaman cevabının daha hızlı elde edilmesi sağlanmaya çalışılmaktadır.

Bu tez kapsamında ikinci olarak ise, bir grup doğrusal olmayan sistem için MRAK yöntemi ile KKK yöntemi birleştirilmiştir. Bu kapsamda, doğrusal olmayan referans model için SDRE tabanlı KKK yöntemi kullanılarak kayma yüzeyi tasarımı gerçekleştirilmiştir. Daha sonra, gerçek sistemin kayma yüzeyi eğimleri, referans model için tasarlanan kayma yüzeyi eğimleri adapte edilerek tasarlanmıştır. Böylelikle, kayma yüzeyi tasarımı için yeni bir yöntem önerilmiş olup, SDRE tabanlı KKK yöntemine göre işlem süresi azaltılarak, gerçek zamanlı uygulamalar için daha uygulanabilir hale getirilmiştir.

Bu çalışmanın ikinci bölümünde doğrusal olmayan sistemler için SDRE tabanlı kontrolcü tasarım teorisi anlatılmış, üçüncü bölümde ise SDRE algoritmaları yardımıyla belirlenen kayma yüzeyi eğimleri genelleştirilerek doğrusal olmayan sisteme uygulanması açıklanmış ve önerilen yöntem bir ters sarkaç modeline uygulanarak elde edilen benzetim sonuçları verilmiştir. Dördüncü bölümde ise doğrusal olmayan sistemin MRAK kullanılarak kayma yüzeyi tasarımı anlatılmış ve önerilen yöntem bir füze modeline ve bir robot manipülatörüne uygulanarak elde edilen benzetim sonuçları verilmiştir. Sonuç ve tartışmalar ise 5. bölümde sunulmaktadır.

2. DOĞRUSAL OLMAYAN SİSTEMLER İÇİN SDRE TABANLI KONTROLCÜ TASARIMI

Doğrusal sistemler için optimal kontrolcü tasarımına yönelik teoriler literatürde geniş bir yer tutmakta ve gerçek zamanlı (pratik) uygulama sonuçları yer almaktadır. Ancak son yıllarda teknolojiye meydana gelen hızlı değişimler ve talepler doğrultusunda doğrusal olmayan sistemlerin kontrolü de önem kazanmıştır. Doğrusal olmayan sistemler için kontrolcü tasarımına yönelik standart bir yöntem olmamakla birlikte, doğrusal sistemlerde kontrolcü tasarımı için kullanılan yöntemler bir nevi taklit edilerek doğrusal olmayan sistemleri kontrol etmek için önerilmektedir. Ancak, doğrusal olmayan sistemlerin kontrolünde meydana gelen son ilerlemelere rağmen, hala çözülmemiş bir çok problemin bulunması nedeniyle geliştirilen yöntemlerin gerçek zamanlı (pratik) uygulamaları sınırlı kalmaktadır.

Doğrusal olmayan sistemleri sistematik ve etkili bir şekilde kontrol etmek amacıyla 1990'lardan bu yana Durum Bağımlı Riccati Denklemi tabanlı kontrolcü tasarım yöntemi kullanılmaktadır. SDRE tabanlı kontrolcü tasarım yönteminde doğrusal olmayan sistemler durum değişkenlerine bağlı katsayılar matrisi yardımıyla doğrusal yapıya benzer bir biçimde ifade edilmektedir. (Friedland, 1996:110-112; Wernli ve Cook, 1975; Cloutier, D'Souza ve Mracek, 1996; Mracek ve Cloutier, 1998; Çimen 2008, 2010, 2012).

Eş.2.1'deki gibi ifade edilebilen bir grup doğrusal olmayan sistem ele alalım.

$$\dot{x}(t) = f(x) + B(x)u \quad (2.1)$$

Burada $x \in R^n$, $u \in R^m$, $t \in [0, \infty)$, $f: R^n \rightarrow R^n$, $B: R^n \rightarrow R^{n \times m}$ ve $B(x) \neq 0 \forall x$ şeklinde tanımlıdır.

Durum değişkenlerine bağlı katsayılar matrisi Eş.2.2'deki gibi ifade edilebilmektedir.

$$f(x) = A(x)x \quad (2.2)$$

Burada $A: R^n \rightarrow R^{n \times n}$ durum değişkenlerine bağlı katsayılar matrisi ve $f: R^n \rightarrow R^n$ şeklinde tanımlanmıştır.

Eş.2.2’de verilen ifade Eş.2.1’de yerine yazıldığında doğrusal olmayan sistem

$$\dot{x}(t) = A(x)x(t) + B(x)u(t) \quad (2.3)$$

şeklinde ifade edilir.

Ancak Eş.2.2’de verilen durum değişkenlerine bağlı katsayılar matrisi olan $A(x)$ matrisi durum değişkeni sayısı $n > 1$ olduğunda birden fazla farklı biçimde ifade edilebilmektedir. Dolayısıyla durum değişkenlerine bağlı katsayılar matrisi seçerken aşağıda belirtilen hususların dikkate alınması gerekmektedir.

- i. $\{A(x), B(x)\}$ matris çiftinin tüm durum değişkenleri için anlık kontrol edilebilir olması gerekmektedir.

Sistemin kontrol edilebilir olduğunu test etmek için, Eş.2.4’de verilen

$$M_c = [B(x) : A(x)B(x) : \dots : A^{n-1}(x)B(x)] \quad (2.4)$$

kontrol edilebilirlik matrisinin rankının $rank(M_c) = n \forall x \in R^n$ sistemin durum değişkenleri sayısına eşit olması gerekmektedir.

- ii. Eş.2.3 ile verilen durum değişkenlerine bağlı katsayılar matrisi olan $A_{cl}(x)$ ’in öz değerlerinin gerçekte kısımları tüm durum değişkenleri için $Re[eig(A_{cl}(x))] < 0$ anlık olarak negatif olması gerekmektedir.

Burada $K(x)$ durum geri besleme matrisi, Eş.2.3’deki kontrol girişi $u = -K(x)x$ olmak üzere, $A_{cl}(x) = A(x) - B(x)K(x)$ olarak tanımlıdır.

Durum değişkenlerine bağlı katsayılar matrisi Eş.2.5’ de verildiği gibi bulunabilir (Bass, 1991).

$$A(x) = \int_0^1 \left\{ \frac{\partial f(x)}{\partial x} \Big|_{x = \lambda x} d\lambda \right\} \quad (2.5)$$

Burada λ integrasyonda kullanılan bir değişkendir.

$x = 0$ 'da değerlendirilen durum değişkenleri matrisi olan $A(0)$, $f(x)$ fonksiyonunun orjin etrafında doğrusallaştırılması ile elde edilebilmektedir. Yani,

$$A(0) = \frac{\partial f(0)}{\partial x} \quad (2.6)$$

eşitliği sağlanarak durum değişkenleri matrisi belirlenebilmektedir.

$A_1(x)$, $A_2(x)$ olarak tanımlanmış birbirinden farklı iki tane durum değişkenlerine bağlı katsayılar matrisi ele alalım.

$$f(x) = A_1(x)x = A_2(x)x \quad (2.7)$$

Eş.2.8'deki gibi ifade edilen farklı bir tane daha durum değişkenlerine bağlı katsayılar matrisi tanımlanırsa,

$$\check{A}(x) = A_1(x) - A_2(x) \quad (2.8)$$

Eş.2.7'den de çıkarılabileceği gibi tüm x 'ler için $A_1(x)x - A_2(x)x = \check{A}(x)x = 0$ olmaktadır. Böylece,

$$\frac{\partial}{\partial x} [\check{A}(x)x] = \check{A}(x) + \left[\frac{\partial}{\partial x} \check{A}(x) \right] x = 0 \quad (2.9)$$

ifadesi elde edilir. $x = 0$ olduğunda $\left[\frac{\partial}{\partial x} \check{A}(x) \right] x = 0$ olmaktadır. Eş.2.9'da yerine yazıldığında $\check{A}(0) = 0$ eşitliği elde edilmektedir. Böylelikle $A_1(0) = A_2(0)$ olduğu ispat edilmektedir. Dolayısıyla seçilen her bir durum değişkenlerine bağlı olan $A(x)$ matrisi $x = 0$ iken birbirine eşit olduğu ispatlanmış olmaktadır. (Çimen, 2012)

Durum değişkenlerine bağlı katsayılar matrisinin $A_1(x)$ olduğu varsayılarak Eş. 2.6'de yerine konursa,

$$\frac{\partial}{\partial x} [f(x)] = \frac{\partial}{\partial x} [A_1(x)x] = A_1(x) + \left[\frac{\partial}{\partial x} A_1(x) \right] x \quad (2.10)$$

ifadesi elde edilir. $x = 0$ iken $\left[\frac{\partial}{\partial x} f(0)\right] = A_1(0)$ eşitliği sağlanarak seçilen her bir durum değişkenlerine bağlı olan $A(x)$ matrisinin $f(x)$ fonksiyonunun orjin etrafında doğrusallaştırılmış haline eşit olduğu da kanıtlanmış olmaktadır.

Örneğin Eş. 2.11'deki gibi iki boyutlu doğrusal olmayan bir sistem ele alalım

$$\begin{aligned} f_1(x_1, x_2) &= \dot{x}_1 = -x_1 \\ f_2(x_1, x_2) &= \dot{x}_2 = -x_2 + x_1 x_2^2 \end{aligned} \quad (2.11)$$

Eş.2.11'de ifade edilen doğrusal olmayan sistem aşağıdaki gibi birden fazla durum değişkenlerine bağlı katsayılar matrisi ve $\frac{\partial f(x)}{\partial x}$,

$$A_1(x) = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ x_2^2 & -1 \end{bmatrix}, A_2(x) = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 + x_1 x_2 \end{bmatrix}, A_3(x) = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ \frac{1}{3} x_2^2 & -1 + \frac{2}{3} x_1 x_2 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(x_1, x_2)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(x_1, x_2)}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2(x_1, x_2)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(x_1, x_2)}{\partial x_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ x_2^2 & -1 + 2x_1 x_2 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

ile ifade edilebilmektedir. $\frac{\partial f(x)}{\partial x}$, $A_1(x)$, $A_2(x)$, $A_3(x)$ fonksiyonları $x = 0$ noktasında değerlendirildiğinde,

$$\frac{\partial f(0)}{\partial x} = A_1(0) = A_2(0) = A_3(0) = -I_{2 \times 2} \quad (2.14)$$

eşitliği elde edilerek seçilen her bir durum değişkenlerine bağlı olan $A(x)$ matrisin $f(x)$ fonksiyonunun orjin etrafında doğrusallaştırılmış haline ve $x = 0$ iken birbirine eşit olduğu görülmektedir.

Dolayısıyla Eş.2.1'deki gibi ifade edilen doğrusal olmayan sistem doğrusal yapıya benzer bir şekilde durum değişkenlerine bağlı katsayılar matrisi kullanılarak Eş.2.3'deki gibi ifade edilebilmektedir. Doğrusal olmayan sistemin durum değişkeni tek olduğunda durum değişkenlerine bağlı katsayılar matrisi de tektir. Ancak çok değişkenli sistemlerde durum değişkenlerine bağlı katsayılar matrisi birden fazla farklı biçimlerde ifade edilebilmektedir.

Durum değişkenlerine bağlı katsayılar matrisi $A_0(x)$, $A(x) + [A_0(x) - A(x)]$ şekilde ifade ederek ve $E(x) = A_0(x) - A(x)$ olarak ele alalım. Eş.2.2'de ifade edildiği üzere $f(x) = A_0(x)x = A(x)x$ olduğundan her x için $E(x)x = 0$ olmaktadır. Eş.2.15 verildiği üzere,

$$A_0(x)x = A(x)x + E(x)x = A(x)x = f(x) \quad (2.15)$$

olmaktadır. Böylece çok değişkenli sistemlerde durum değişkenlerine bağlı katsayılar matrisi sonsuz farklı biçimlerde ifade edilebilmektedir.

Genel olarak ifade edilirse,

$$A(x, \alpha) = \alpha A_1(x) + (1 - \alpha)A_2(x) \quad (2.16)$$

Burada $A_1(x)$ ve $A_2(x)$ birbirinden farklı durum değişkenlerine bağlı katsayılar matrisi ve α ise herhangi bir gerçek sayıdır. Burada α genelde $[0,1]$ arasında seçilmektedir.

Örneğin Eş.2.11'de ifade edilen doğrusal olmayan sistemi tekrar ele alalım. $E_1(x)x = E_2(x)x = 0$ olacak şekilde aşığıdaki gibi iki ayrı matris belirlenirse,

$$E_1(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -x_2^2 & -x_1x_2 \end{bmatrix}, E_2(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{2}{3}x_2^2 & \frac{2}{3}x_1x_2 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Eş.2.12'de verilen durum değişkenlerine bağlı katsayılar matrisleri $A_2(x)$ ve $A_3(x)$ aşığıdaki gibi elde edilebilmektedir.

$$\begin{aligned} A_1(x) + E_1(x) &= A_2(x) \\ A_1(x) + E_2(x) &= A_3(x) \end{aligned} \quad (2.18)$$

Eş.2.12'de verilen durum değişkenlerine bağlı katsayılar matrisleri $A_1(x)$ ve $A_2(x)$ Eş.2.16'de yerine yazılırsa,

$$A(x, \alpha) = \alpha A_1(x) + (1 - \alpha)A_2(x) = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ \alpha x_2^2 & -1 + (1 - \alpha)x_1x_2 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

katsayılar matrisi genel olarak ifade edilmiş olur (Çimen,2012).

Her bir zaman aralığında durum değişkenlerine bağlı katsayı matrislerinin değerlendirilmesi ile değişen sistem, zamanla değişen doğrusal sistem olarak da değerlendirilebilir. Bu durumda, t bir sonsuz boyutlu zamanla değişen parametre vektörü olmak üzere sistem aşağıdaki biçimde ifade edilirse,

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u \quad (2.20)$$

Eş.2.3 ve Eş.2.4 ile ifade edilen sistemlerin zamanla küçük değişimler gösterdiği varsayılarak standart kararlılık ve geri besleme kontrol tasarım yöntemlerindeki sonuçlar kullanılabilir.

Eş.2.3 ile ifade edilen sistem, seçilen her bir zaman aralığında o andaki durum değişkenleri ile değerlendirilerek zamanla değişmeyen sistem dizileri elde edilir. Elde edilen zamanla değişmeyen sistemlerin kararlılığı sağlandığında, Eş.2.3 ile ifade edilen doğrusal olmayan sistemin kararlılığı da belirli bir bölge için sağlanmış olacaktır.

Eş.2.3'de ifade edilen sistem için durum geri besleme kontrol girişi $u = -K(x)x$ olarak düşünülür ve doğrusal olmayan sistemi kararlı kılacak şekilde kazanç katsayıları matrisi $K(x)$, Bölüm.2.1 ve Bölüm.2.2'de belirtilen yöntemler kullanılarak belirlenebilmektedir.

2.1. Kök Yerleştirme Yöntemi

Eş. 2.21 ile ifade edilen doğrusal bir sistem ele alalım.

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad x(0) = x_0 \quad (2.21)$$

{A, B} matris çiftinin kontrol edilebilir olduğu kabul edilmektedir. Burada kontrol girişi $u = -Kx$ gibi düşünülür. Sistem,

$$\dot{x} = [A - BK]x \quad (2.22)$$

şeklinde ifade edilir. $[A - BK]$ matrisinin öz değerlerinin gerçekteki kısımları $Re[eig[A - BK]] < 0$ negatif olacak şekilde kazanç katsayıları matrisi (K) belirlenir.

Doğrusal olmayan sistemlerin kontrolü için ise, doğrusal olmayan sistem seçilen her bir zaman aralığında o andaki durum değişkenleri ile değerlendirilerek zamanla değişmeyen sistem dizileri elde edilir. Elde edilen zamanla değişmeyen her bir sistem için yukarıda anlatılan kök yerleştirme yöntemi ile kazanç katsayıları matrisi belirlenerek doğrusal olmayan sistemlerin kontrolü gerçekleştirilir.

Elde edilen zamanla değişmeyen sistemlerin kararlılığı sağlandığında, doğrusal olmayan sistemin kararlılığı da belirli bir bölge için sağlanmış olacaktır.

Aşağıda verilen örnek uygulama ile iki durum değişkeni olan doğrusal olmayan bir sistem ele alınarak kök yerleştirme yöntemi ile sistemin kontrolü sağlanmıştır.

Örnek Uygulama

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

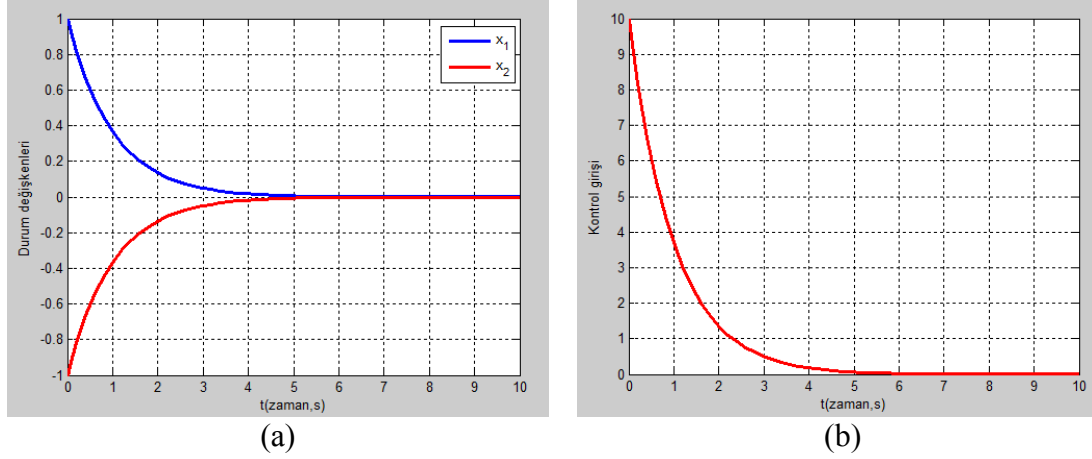
şeklinde tanımlanmış doğrusal bir sistem ele alalım.

Başlangıç koşulları $x_1(0) = 1$ ve $x_2(0) = -1$ ve sistemi kararlı kılacak öz değerler $-1, -1,25$ olarak belirlenmiştir.

Burada kontrol girişi $u = -Kx$ gibi düşünülür ve $\dot{x} = [A - BK]x$ sistemi seçilen öz değerlere göre $[-1, -1,25]$ kazanç katsayıları matrisi,

$$K = [-3.75 \quad 6.25]$$

olarak hesaplanmıştır. Doğrusal sistemin MATLAB yazılımı kullanılarak elde edilen benzetim sonuçları aşağıda verilmektedir.

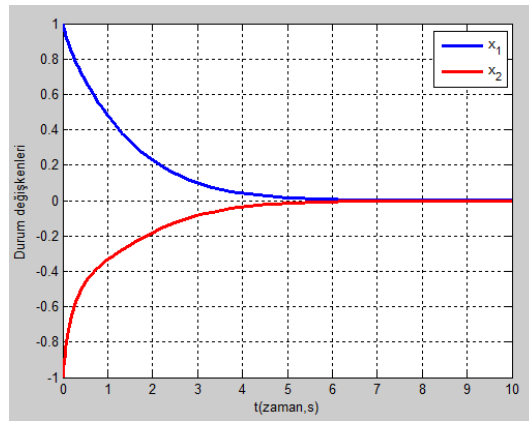


şekil.2.1. Doğrusal sistemin cevabı
 a) Durum değişkenlerinin değişimi
 b) Kontrol girişi değişimi

Yukarıda verilen doğrusal sistem için tasarlanan kontrolcü aşağıdaki gibi tanımlanmış doğrusal olmayan bir sisteme uygulandığında

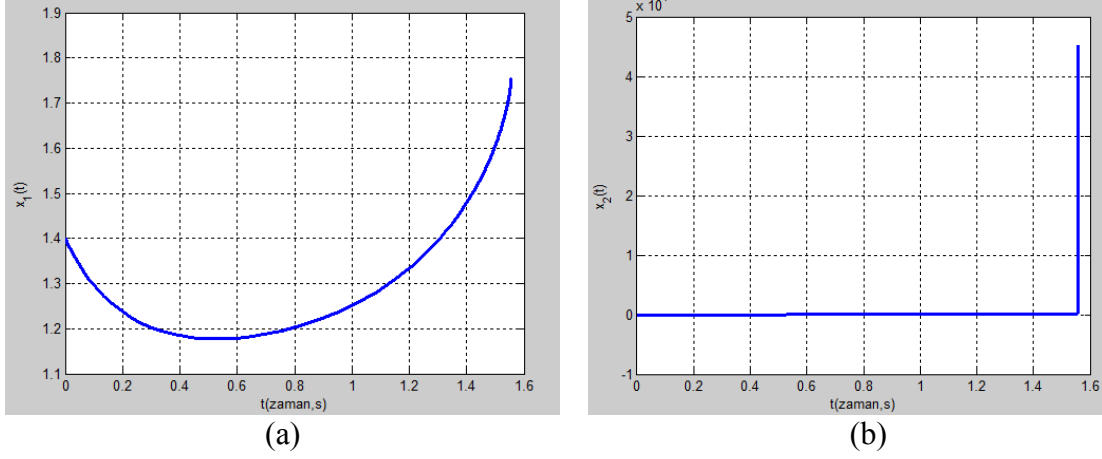
$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -5 + x_1^4 & 4 + x_2^3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

başlangıç koşulları $x_1(0) = 1$ ve $x_2(0) = -1$ seğildiğinde doğrusal olmayan sistemi kontrol edebilmiştir. Benzetim sonuçları şekil.2.2'de verilmektedir.



şekil.2.2. Doğrusal olmayan sistemin cevabı, $[x_1(0) = 1$ ve $x_2(0) = -1]$

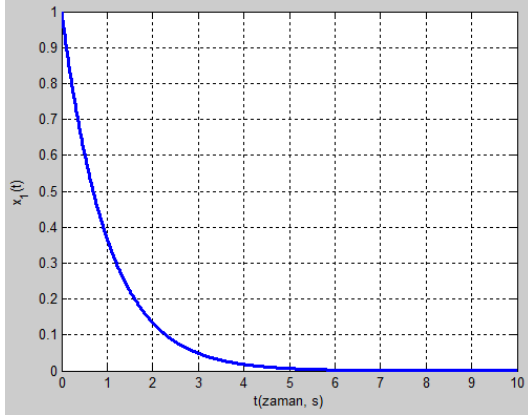
Ancak başlangıç koşulları $x_1(0) = 1.4$ ve $x_2(0) = -1.4$ olarak seğildiğinde şekil.2.3'de görüldüğü gibi doğrusal sistem için tasarlanan kontrolcü doğrusal olmayan sistemi kontrol edememiştir.



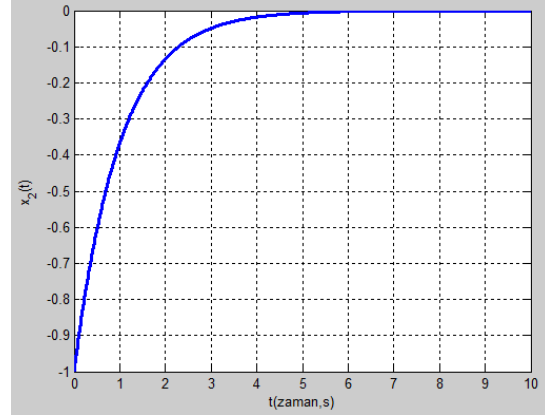
Şekil.2.3. Doğrusal olmayan sistemin cevabı, $u = -Kx$, $[x_1(0) = 1.4$ ve $x_2(0) = -1.4]$
 a) Birinci durum değişkeninin değişimi
 b) İkinci durum değişkeninin değişimi

Dolayısıyla doğrusal olmayan sistemi etkili bir biçimde kontrol etmek için, sistem 0,01 saniye aralıklarla o andaki durum değişkenleri ile değerlendirilmiş ve her bir zaman diliminde kazanç katsayıları matrisi belirlenerek kontrol girişi hesaplanmıştır.

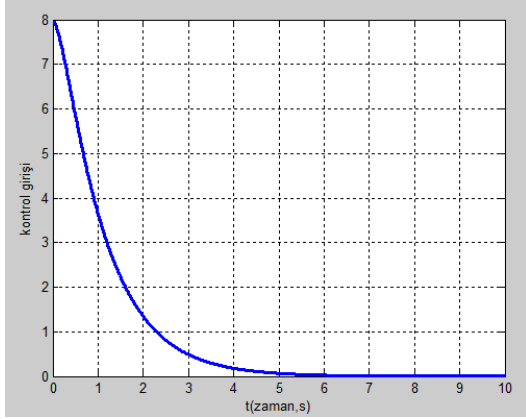
$x_1(0) = 1$ ve $x_2(0) = -1$ ve $x_1(0) = 1,4$ ve $x_2(0) = -1,4$ olarak belirlenen iki ayrı başlangıç koşulu için sistemi kararlı kılacak öz değerler $-1, -1,25$ olarak belirlenmiştir. MATLAB yazılımı kullanılarak elde edilen benzetim sonuçları ve kazanç katsayılarının değişim grafiği sırasıyla Şekil.2.4 ve Şekil.2.5’de verilmiştir.



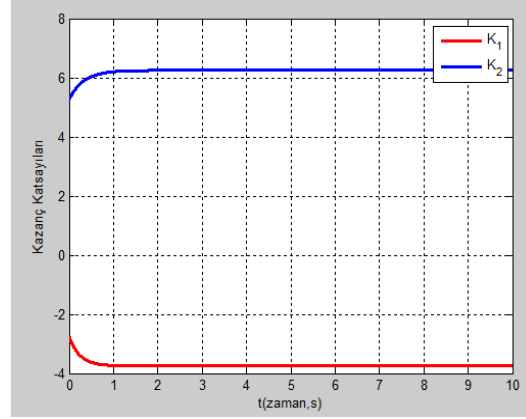
(a)



(b)



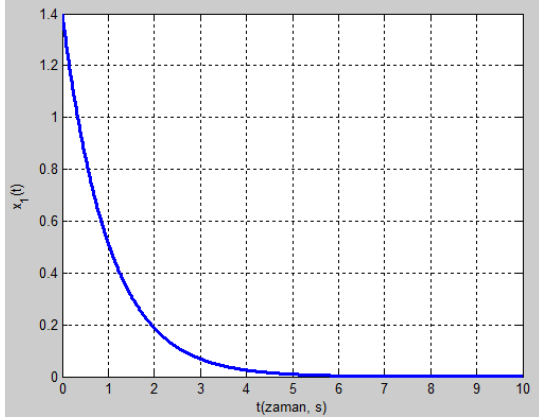
(c)



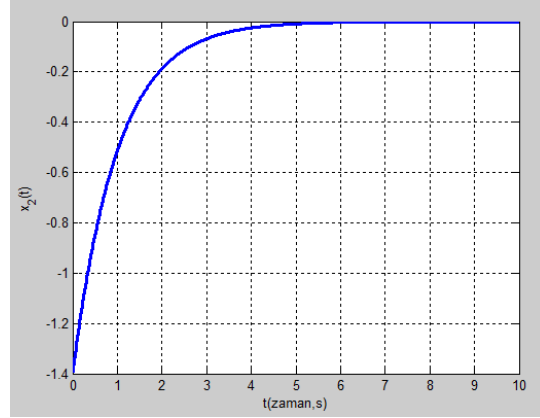
(d)

Şekil. 2.4. Doğrusal olmayan sistemin cevabı, $u = -K(x)x$ [$x_1(0) = 1$ ve $x_2(0) = -1$]

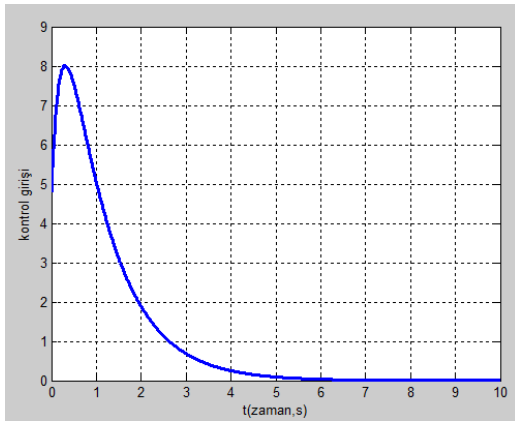
- a) Birinci durum değişkeninin değişimi
- b) İkinci durum değişkeninin değişimi
- c) Kontrol girişi değişimi
- d) Kazanç Katsayılarının değişimi



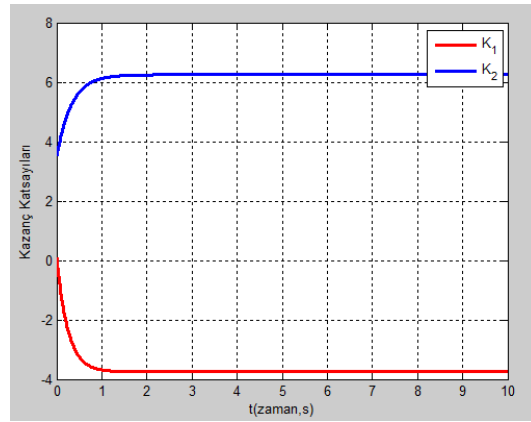
(a)



(b)



(c)



(d)

Şekil.2.5. Doğrusal olmayan sistemin cevabı, $u = -K(x)x$, $[x_1(0) = 1.4$ ve $x_2(0) = -1.4]$

- Birinci durum değişkeninin değişimi
- İkinci durum değişkeninin değişimi
- Kontrol girişi değişimi
- Kazanç Katsayılarının değişimi

Şekil.2.2’de verilen benzetim sonuçlarından da görüleceği üzere doğrusal sistem için tasarlanan kontrolcü belirli bir bölge içerisinde doğrusal olmayan sistemin kontrolünü sağlamıştır. Ancak Şekil.2.3’de görüleceği üzere sistemin denge noktasından uzaklaşıldıkça doğrusal sistem için tasarlanan kontrolcünün doğrusal olmayan sistemin kontrolünü sağlayamadığı görülmüştür. Bununla birlikte doğrusal olmayan sistem her bir zaman diliminde o andaki durum değişkenleri ile değerlendirilmiş ve elde edilen n tane zamanla değişmeyen sistemin kararlılığı kök yerleştirme yöntemi kullanılarak sağlandığında doğrusal olmayan sistemin kontrolünün de sağlandığı Şekil.2.4 ve Şekil.2.5’de verilen benzetim sonuçları ile görülmüştür.

2.2. Optimal Kontrol

Kök yerleştirme yöntemindeki gibi doğrusal olmayan Eş. 2.3'deki gibi ifade edilen sistem seçilen her bir zaman aralığında o andaki durum değişkenleri ile değerlendirilerek zamanla değişmeyen sistem dizileri elde edildikten sonra her bir zaman dilimi için optimum kontrol, aşağıda tanımlanan maliyet fonksiyonunu minimize edecek şekilde tasarlanır.

$$J(x, u) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [x^T(t)Q(x)x(t) + u^T(t)R(x)u(t)] dt \quad (2.23)$$

Burada,

$Q(x)$: pozitif tanımlı veya pozitif yarı tanımlı simetrik durum ağırlık matrisi

$R(x)$: pozitif tanımlı simetrik kontrol ağırlık matrisidir.

SDRE tabanlı kontrol yönteminin önemli avantajlarından biri ise tasarımcının beklentisine göre (kontrol çabasını azaltmak veya durum değişkenlerinin en kısa zamanda denge noktasına ulaştırmak gibi) ağırlık matrislerinin $[Q(x), R(x)]$ belirlenebilmesidir. Ayrıca ağırlık matrisleri durum değişkenlerine bağlı olarak seçilerek optimum kontrolcü daha etkili hale getirilebilmektedir. Ağırlık matrislerinin seçimine yönelik ayrıntılar Çimen 2012, 2010, 2008'den ulaşılabilir.

$$P(x)A(x) + A^T(x)P(x) - P(x)B(x)R^{-1}(x)B^T(x)P(x) + Q(x) = 0 \quad (2.24)$$

Eş.2.24'de verilen Riccati denkleminde simetrik ve pozitif tanımlı $P(x)$ matrisi elde edildikten sonra optimum kontrolcü aşağıdaki gibi elde edilir. Böylelikle optimum kontrol için karmaşık bir algoritma olan Hamilton Jacobi Bellmann denklemi (HJB Equation) çözüme zorluğu ortadan kalmaktadır.

$$u^{opt} = -R^{-1}(x)B^T(x)P(x)x = -K(x)x \quad (2.25)$$

SDRE tabanlı kontrol yöntemleri kullanılarak doğrusal olmayan sistemlere yönelik kontrolcü tasarım yönteminin dezavantajlarından biri ise sistemlerin kararlılığını

sağlamaktır. Literatürde kontrolcünün henüz global kararlılık sonuçları elde edilememiştir. Bununla birlikte Eş. 2.3 ile verilen doğrusal olmayan sistemin SDRE tabanlı optimal kontrolcünün lokal kararlılığı bir çok yazar tarafından ispat edilmiştir.

Lokal kararlılığın sağlanması için aşağıda verilen koşulların elde edilmesi gerekmektedir.

- i. $A(\cdot)$, $B(\cdot)$, $Q(\cdot)$ ve $R(\cdot)$ matris fonksiyonları $C^1(\mathbb{R}^n)$ 'de tanımlı olmalıdır. Yani $A(x)$, $B(x)$, $Q(x)$ ve $R(x)$ fonksiyonlarının bir kere türevlenebilir olması,
- ii. $\{A(x), B(x)\}$ ve $\{A(x), Q^{1/2}(x)\}$ matris çiftleri tüm durum değişkenleri (x) için kontrol edilebilir ve gözlemlenebilir olması.

Sistemin kontrol edilebilir olduğunu test etmek için, Eş.2.4'de verilen kontrol edilebilirlik matrisinin rankının $rank(M_c) = n$ $x \in \mathbb{R}^n$ sistemin durum değişkenleri sayısına eşit olması gerekmektedir.

Sistemin gözlemlenebilir olduğunu test etmek için, Eş.2.25'de verilen

$$M_o = [Q^{1/2}(x) : Q^{1/2}(x)A(x) : \dots : Q^{1/2}(x)A^{n-1}(x)] \quad (2.25)$$

gözlenebilirlik matrisinin rankının $rank(M_o) = n$ $x \in \mathbb{R}^n$ sistemin durum değişkenleri sayısına eşit olması gerekmektedir.

Eş.2.25 ile verilen bir durum geri besleme girişi uygulanmış ve yukarıda verilen koşulları sağlamış Eş.2.3 ile ifade edilen doğrusal olmayan bir sistemin kapalı çevrim çözümünün lokal kararlılığı SDRE yöntemi kullanılarak elde edilebilmektedir (Mracek ve Cloutier, 1998).

Aşağıda verilen örnek uygulama ile iki tane durum değişkeni olan doğrusal olmayan bir sistem ele alınarak SDRE yöntemi ile sistemin kontrolü sağlanmıştır.

Örnek Uygulama

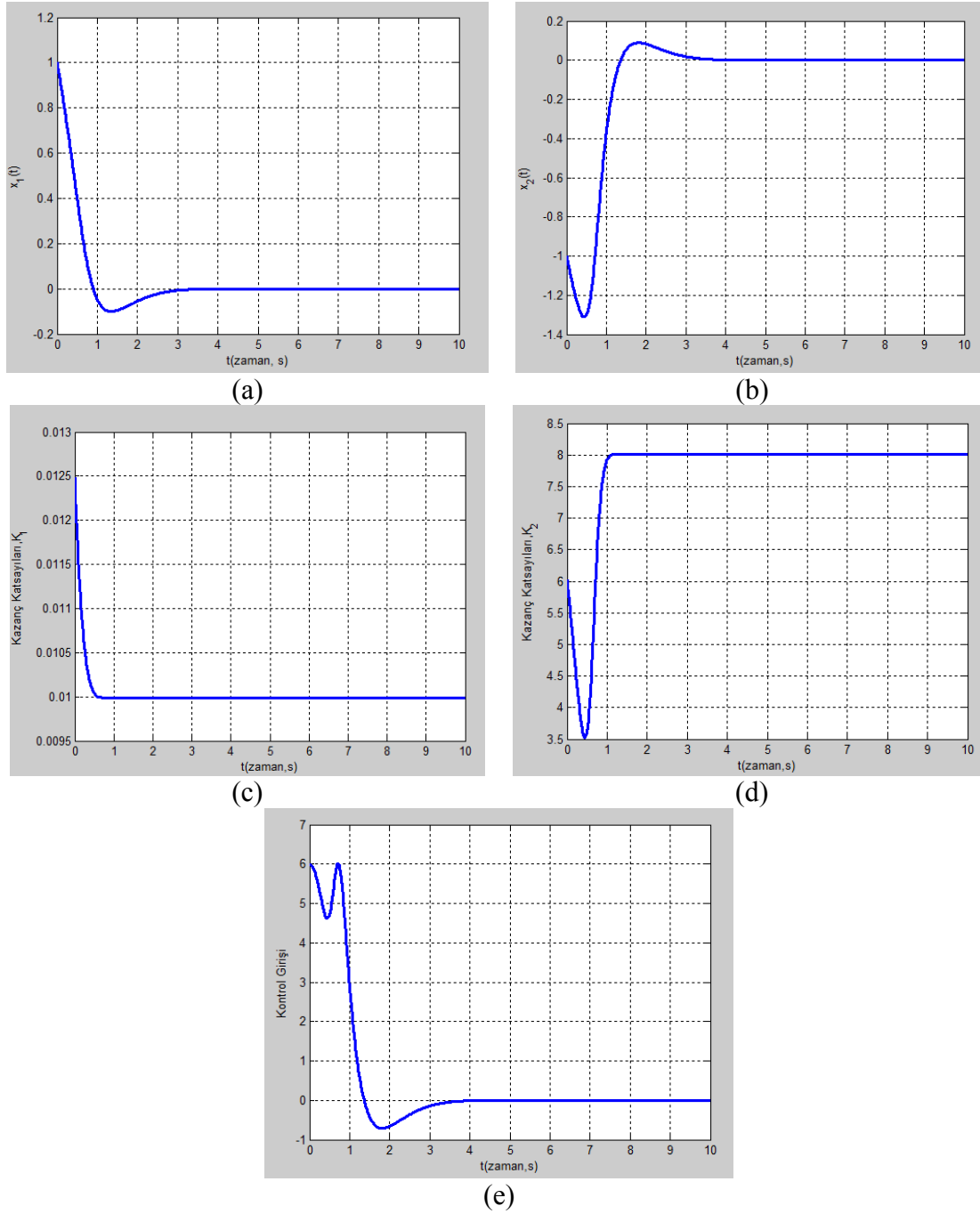
$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -5 + x_1^4 & 4 + x_2^3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

şeklinde tanımlanmış bir doğrusal olmayan sistem ele alalım.

Doğrusal olmayan sistem her 0,01 saniyede dondurulmuş ve durum değişkenlerinin o andaki değerleri ile değerlendirilmiştir. Her bir aralıkta elde edilen doğrusal sistemler için kontrolcü tasarımı yapılarak doğrusal olmayan sistemin kontrolü gerçekleştirilmiştir.

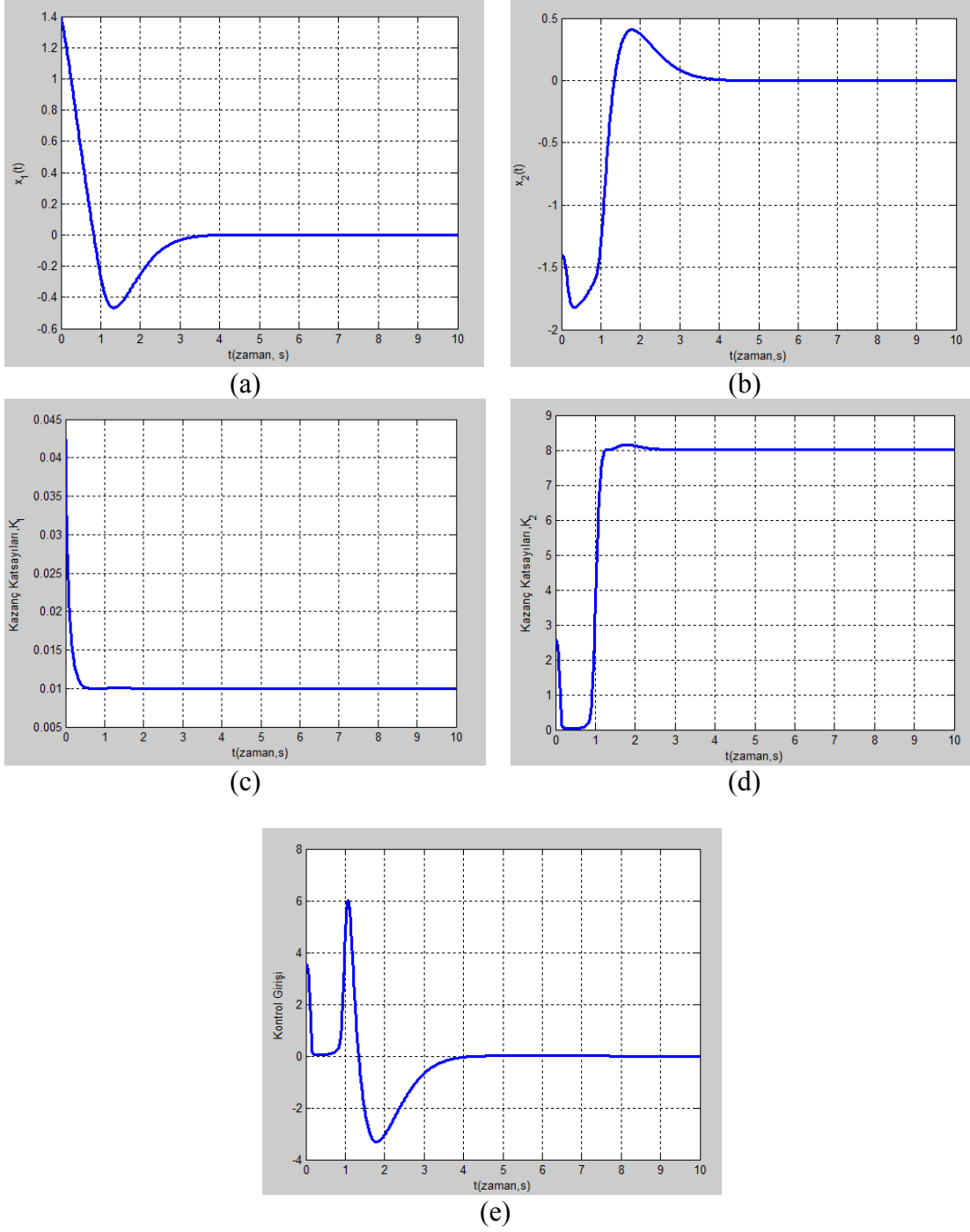
Burada pozitif tanımlı veya pozitif yarı tanımlı simetrik olması gereken durum ağırlık matrisi $Q = \begin{bmatrix} 0,1 & 0 \\ 0 & 0,1 \end{bmatrix}$ olarak ve pozitif tanımlı simetrik kontrol ağırlık matrisi $R = 1$ olarak seçilmiştir. Eş.2.19 denkleminin çözümünden $P(x)$ matrisi elde edilerek durum geri besleme kontrol girişi $u^{opt} = -R^{-1}(x)B^T(x)P(x)x$ hesaplanmıştır.

$x_1(0) = 1$ ve $x_2(0) = -1$ ve $x_1(0) = 1,4$ ve $x_2(0) = -1,4$ olarak belirlenen iki ayrı başlangıç koşulu için MATLAB yazılımı kullanılarak elde edilen benzetim sonuçları ve kazanç katsayılarının değişim grafiği sırasıyla Şekil.2.6 ve Şekil.2.7'de verilmiştir.



Şekil 2.6. Doğrusal olmayan sistemin cevabı, $u = u^{opt}$, $[x_1(0) = 1$ ve $x_2(0) = -1]$

- Birinci durum değişkeninin değişimi
- İkinci durum değişkeninin değişimi
- Birinci Kazanç Katsayısının değişimi
- İkinci Kazanç Katsayısının değişimi
- Kontrol girişi değişimi



Şekil.2.7. Doğrusal olmayan sistemin cevabı, $u = u^{opt}$, $[x_1(0) = 1,4$ ve $x_2(0) = -1,4]$

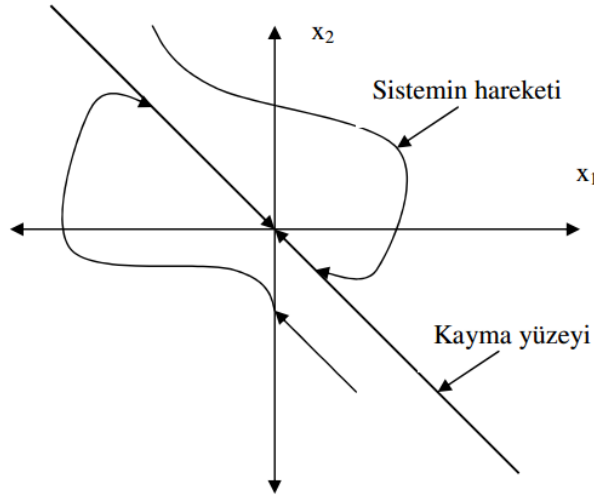
- Birinci durum değişkeninin değişimi
- İkinci durum değişkeninin değişimi
- Birinci Kazanç Katsayısının değişimi
- İkinci Kazanç Katsayısının değişimi
- Kontrol girişi değişimi

Doğrusal olmayan sistem her bir zaman diliminde o andaki durum değişkenleri ile değerlendirilmiş ve elde edilen n tane zamanla değişmeyen sistemlerin kararlılığı optimal

kontrol yöntemi kullanılarak sağlandığında doğrusal olmayan sistemin kontrolünün de sağlandığı Şekil.2.6 ve Şekil.2.7’de verilen benzetim sonuçları görülmüştür. Ayrıca kök yerleştirme yöntemi ile optimal kontrol yöntemi karşılaştırıldığında sistemin kontrolü için gerekli olan kontrolcü çabasının [Şekil.2.6.(e), Şekil.2.7(e), Şekil.2.4(c), Şekil.2.5(c)] optimal kontrolde daha düşük olduğu ve durum değişkenlerinin de [Şekil.2.6(a,b), Şekil.2.7(a,b), Şekil.2.4(a,b), Şekil.2.4(a,b)] daha hızlı bir şekilde denge noktasına ulaştığı görülmektedir.

2.3. SDRE Tabanlı Kayan Kipli Kontrol

KKK yönteminin amacı, kontrol edilecek sistemi, kayma yüzeyi olarak adlandırılan bir yüzeye yönlendirmek ve sistemi bu yüzey üzerinde tutarak denge noktasına yönelmesini sağlamaktır. Şekil 2.8. ’de ikinci dereceden bir sistem için doğrusal kayma yüzeyi görülmektedir. Sistemin faz düzlemi grafiğinde, başlangıç noktasından kayma yüzeyine kadar olan bölüme yaklaşma fazı (reaching phase) adı verilir. Sistemin kayma yüzeyine ulaştığı andan, denge noktasına kadar olan hareketi ise kayma hareketi olarak tanımlanır.



Şekil 2.8. İkinci dereceden bir sistem için doğrusal kayma yüzeyi(Bilgin, 2007:10)

KKK yönteminin uygulanmasında temel olarak iki adım mevcuttur.

- i. Sistemi denge noktasına ulaştıracak ve $\sigma(x) = 0$ ile tanımlanan bir kayma yüzeyinin bulunması.

- ii. Sistemi kayma yüzeyine yönlendirecek ve bu yüzey üzerinde kalmasını sağlayacak kontrolcünün tasarlanması.

Kayma yüzeyinin ve kontrolcünün tasarlanabilmesi için öncelikle uygun bir koordinat dönüşüm matrisi seçilerek sistem, kontrol teriminin olduğu ve olmadığı iki alt sisteme ayrılır. Kayma yüzeyi, kontrol teriminin olmadığı alt sistemi kararlı yapacak şekilde tasarlanır.

Kontrolcü tasarımı ise sistemi kayma yüzeyine yönlendirecek kontrol terimi (u_{eq}) ve sistemi bu yüzey üzerinde tutacak kontrol terimi (u_{non}) olmak üzere iki kısımdan oluşur. Kayma yüzeyine yönlenecek kontrol terimi, eşdeğer kontrol, kontrolcünün düşük frekans kısmını, kayma yüzeyi üzerinde tutulmasını sağlayan kontrol terimi ise kontrolcünün yüksek frekans kısmını oluşturur.

Sistem kayma yüzeyi üzerine ulaştıktan sonra, sistemin davranışları yüzey davranışları ile ifade edilebilmektedir.

Eş.2.3 ile ifade edilen sistem için kayma yüzeyi tasarımı için aşağıdaki gibi durum değişkenlerine bağlı ve her bir durum değişkeni vektörü için tekil olmayan bir koordinat dönüşüm matrisi tanımlanabilir.

$$z = T(x)x \quad (2.26)$$

Koordinat dönüşüm matrisi ($T \in R^{n \times n}$) sistemi Eş.2.32 ve Eş.2.33'de belirtildiği biçimde, kontrol girişinin bulunmadığı ($n - m$) boyutlu ve kontrol girişinin bulunduğu m boyutlu iki alt sisteme ayırabilecek şekilde seçilmelidir. Koordinat dönüşüm matrisi hesaplamak için bir çok yöntem mevcuttur. Eğer $u \in R^1$ ise kontrol edilebilirlik matrisi kullanılarak koordinat dönüşüm matrisi elde edilebilmektedir (Ogata,1997: 780).

$$T = (MW)^{-1} \quad (2.27)$$

Burada,

M : Kontrol edilebilirlik matrisi

W : A matrisinin karakteristik polinomunun katsayılarından oluşan bir matristir.

Kontrol edilebilirlik matrisi Eş.2.28'de belirtildiği şekilde hesaplanır.

$$M = [B : AB : \dots : A^{n-1}B] \quad (2.28)$$

M kontrol edilebilirlik matrisi $x \in R^n$ ve $u \in R^m$ için $(n \times nm)$ boyutlu olup, eğer M matrisinin rankı (n) 'den (sistemin eşitlik sayısından) az değilse, sistem kontrol edilebilirdir denir. Eğer rank (n) 'den küçükse, rank kontrol edilebilir durum değişkenlerinin sayısını verir.

Eş.2.28'deki W matrisi ise A matrisinin karakteristik polinomunun katsayılarından oluşmaktadır. n 'inci merteye bir sistem için karakteristik polinom

$$s^n + p_{n-1}s^{n-1} + p_{n-2}s^{n-2} + \dots + p_1s + p_0 \quad (2.28)$$

şeklinde ifade edilmektedir. W matrisi ise aşağıdaki gibi elde edilmektedir.

$$W = \begin{bmatrix} p_{n-1} & p_{n-2} & \dots & p_1 & 1 \\ p_{n-2} & p_{n-3} & \dots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ p_1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Koordinat dönüşümü ile sistem aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\dot{z} = \tilde{A}(z)z + \tilde{B}(z) \quad (2.30)$$

Burada,

$$\tilde{A}(z) = T(x)A(x)T^{-1}(x) = \begin{bmatrix} \tilde{A}_{11}(z) & \tilde{A}_{12}(z) \\ \tilde{A}_{21}(z) & \tilde{A}_{22}(z) \end{bmatrix}, \tilde{B}(z) = T(x)B(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ B_2(z) \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

şeklinde uygun matris boyutları ile ifade edilebilir. Böylece sistem aşağıdaki gibi iki alt sisteme ayrılır.

$$\dot{z}_1 = \tilde{A}_{11}(z)z_1 + \tilde{A}_{12}(z)z_2 \quad (2.32)$$

$$\dot{z}_2 = \tilde{A}_{21}(z)z_1 + \tilde{A}_{22}(z)z_2 + B_2(z)u \quad (2.33)$$

Burada $u \in R^m$, $z \in R^n$, $z_1 \in R^{n-m}$, $z_2 \in R^m$ şeklinde tanımlıdır. Kayma yüzeyi, yapılan koordinat dönüşümü sonucunda aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\sigma(z_1, z_2) = z_2 + C(t)z_1 \quad (2.34)$$

Sistem kayma yüzeyi boyunca kararlı davranacak şekilde, zamanla değişen kayma yüzeyi eğimleri seçilebilir. Kayma yüzeyi üzerinde $\sigma(z_1, z_2) = 0$ ve böylelikle $z_2 = -C(t)z_1$ olduğundan, kayma yüzeyi eğimleri bir geri besleme kazanç matrisi olarak değerlendirilir. $C(t)$ kayma yüzeyi eğimleri geri besleme kontrol girişi olarak düşünülerek z_1 alt sistemini Eş.2.32 kararlı kılacak şekilde Bölüm.2.1 ve Bölüm.2.2'de anlatıldığı gibi kök yerleştirme yöntemi ya da optimal kontrol yöntemi kullanılarak seçilir.

Sistemi kayma yüzeyi üzerine yönlendirecek ve bu yüzey üzerinde tutacak kontrol girişi aşağıdaki şartları sağlayacak şekilde tasarlanır.

$$\begin{aligned} \sigma(z) < 0 \text{ için } \dot{\sigma}(z) > 0 \\ \sigma(z) > 0 \text{ için } \dot{\sigma}(z) < 0 \end{aligned} \quad (2.35)$$

Eşdeğer kontrol terimi, sistemi kayma yüzeyine yönlendirecek şekilde, kayma yüzeyi denkleminin Eş.2.34'ün türevi alınarak aşağıdaki gibi bulunur.

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}(z_1, z_2) = \dot{z}_2 + C\dot{z}_1 + \dot{C}z_1 = \tilde{A}_{21}(z)z_1 + \tilde{A}_{22}(z)z_2 + B_2(z)u_{eq} + C(\tilde{A}_{11}(z)z_1 + \\ \tilde{A}_{12}(z)z_2) + \dot{C}z_1 = 0 \end{aligned} \quad (2.36)$$

Denklem düzenlenirse,

$$u_{eq} = -B_2(z)^{-1}[(\tilde{A}_{21}(z) + \dot{C} + C\tilde{A}_{11}(z))z_1 + (\tilde{A}_{22}(z) + C\tilde{A}_{12}(z))z_2] \quad (2.37)$$

Sistemi kayma yüzeyi üzerinde tutacak doğrusal olmayan kontrol terimi ise

$$u_{non} = -k[B_2(z)]^{-1}sgn(\sigma) \quad (2.38)$$

Toplam kontrol girişi u ise,

$$u = u_{eq} + u_{non} \quad (2.39)$$

bulunur.

Aşağıda verilen örnek uygulama ile iki tane durum değişkeni olan doğrusal olmayan bir sistem ele alınarak SDRE tabanlı kayan kipli kontrol yöntemi ile sistemin kontrolü sağlanmıştır.

Örnek Uygulama

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -5 + x_1^4 & 4 + x_2^3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

şeklinde tanımlanan sistem aşağıdaki gibi iki alt sisteme bölünür.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= A_{11}x_1 + A_{12}x_2 \\ \dot{x}_2 &= A_{21}x_1 + A_{22}x_2 + u \end{aligned}$$

Kayma yüzeyi, aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\sigma(x_1, x_2) = x_2 + Cx_1 = 0$$

Buradan, $x_2 = -Cx_1$ bulunur ve $\dot{x}_1 = [A_{11} - CA_{12}]x_1$ şeklinde ifade edilir.

C kayma yüzeyi eğimleri bir geri besleme kazanç matrisi olarak değerlendirilerek, kök yerleştirme yöntemi veya optimum kontrol yöntemi (Riccati Denklemi) ile hesaplanır. Belirlenen örnek uygulamada $Q = 1$ ve $R = 1$ rastgele seçilerek optimum kontrol yöntemi ile kayma yüzeyi eğimleri belirlenmiştir.

Sistemi kayma yüzeyi üzerine getiren kontrol girişi (u_{eq}) ve sistemi kayma yüzeyi üzerinde tutan kontrol girişi (u_{non}) olmak üzere iki kısımdan oluşan kontrolcü tasarımı kayma yüzeyi denklemi belirlendikten sonra aşağıdaki gibi yapılmaktadır.

Eşdeğer kontrolcü girişi kayma yüzeyi denkleminin ($\sigma(x_1, x_2) = x_2 + Cx_1 = 0$) türevi alınarak aşağıdaki gibi bulunur.

$$\dot{\sigma}(x_1, x_2) = A_{21}x_1 + A_{22}x_2 + u_{eq} + C(A_{11}x_1 + A_{12}x_2) + \dot{C}x_1 = 0$$

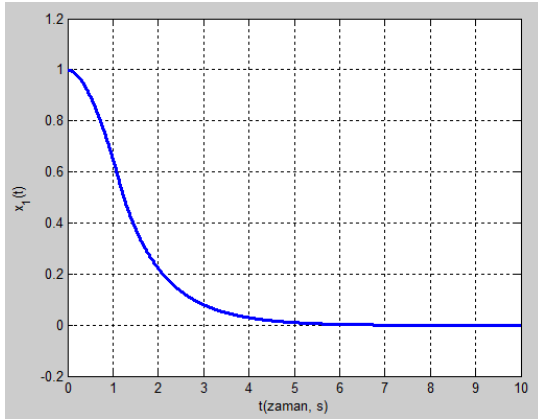
$$u_{eq} = - \left[[A_{21} + \dot{C} + CA_{11}]x_1 + [A_{22} + CA_{12}]x_2 \right]$$

Burada $\dot{C} = \frac{C(t+\Delta t) - C(t)}{\Delta t}$ şeklinde hesaplanır.

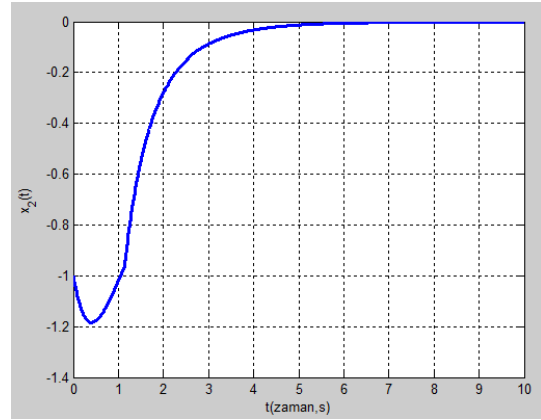
Sistemi kayma yüzeyi üzerinde tutan kontrol girişi (u_{non}) ise,

$$u_{non} = -k \operatorname{sgn}(\sigma)$$

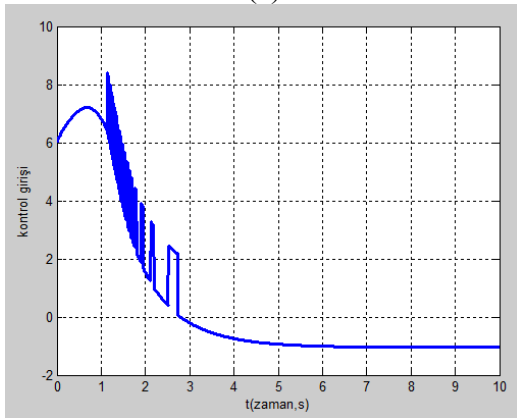
olarak hesaplanır. Bu uygulamada $k = 0,5$ olarak belirlenmiştir. 10 saniye boyunca 0,01 saniye aralıklarla sistem o anki durum değişkenleri ile değerlendirilmiş ve $x_1(0) = 1$ ve $x_2(0) = -1$ ve $x_1(0) = 1,4$ ve $x_2(0) = -1,4$ olarak belirlenen iki ayrı başlangıç koşulu için matematiksel bir yazılım kullanılarak elde edilen benzetim sonuçları ve kayma yüzeyi eğimi değişimi sırasıyla Şekil.2.9 ve Şekil.2.10'da verilmiştir.



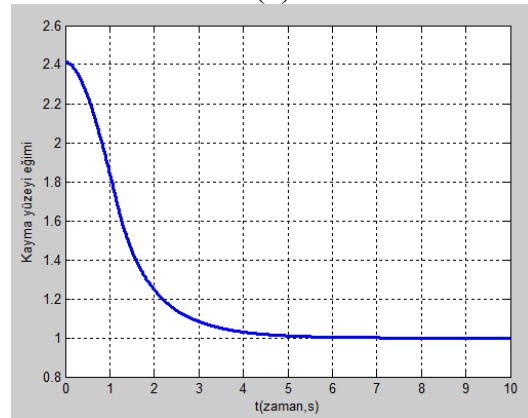
(a)



(b)



(c)

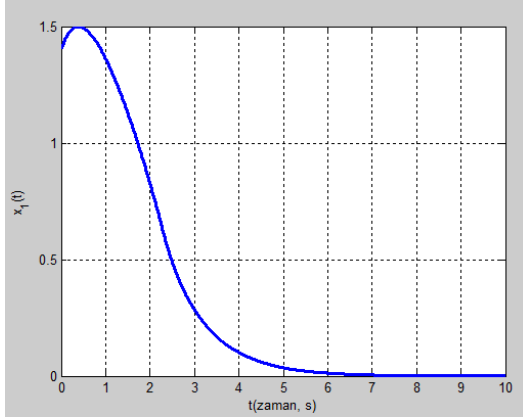


(d)

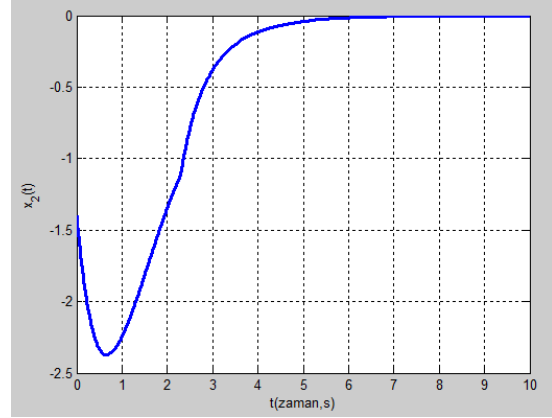
Şekil.2.9. Doğrusal olmayan sistemin kayan kipli kontrol cevabı,

$$[x_1(0) = 1 \text{ ve } x_2(0) = -1]$$

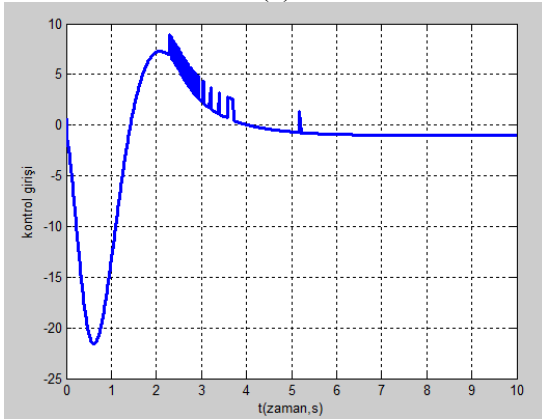
- a) Birinci durum değişkeninin değişimi
- b) İkinci durum değişkeninin değişimi
- c) Kontrol girişi değişimi
- d) Kayma yüzeyi eğimleri değişimi



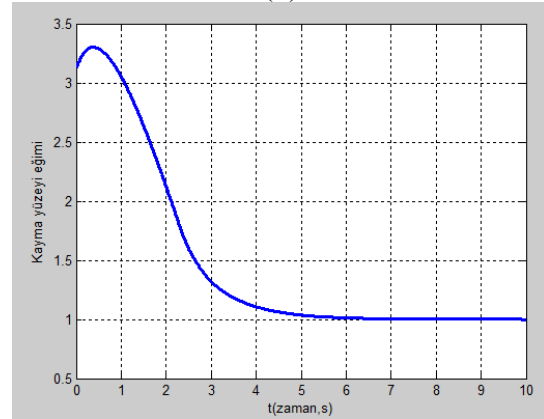
(a)



(b)



(c)



(d)

Şekil.2.10. Doğrusal olmayan sistemin kayan kipli kontrol cevabı,

$$[x_1(0) = 1,4 \text{ ve } x_2(0) = -1,4]$$

- a) Birinci durum değişkeninin değişimi
- b) İkinci durum değişkeninin değişimi
- c) Kontrol girişi değişimi
- d) Kayma yüzeyi eğimleri değişimi

Optimal kontrol yöntemi kullanılarak optimum kayma yüzeyi eğimleri belirlenmiş ve doğrusal olmayan sistem her bir zaman diliminde o andaki durum değişkenleri ile değerlendirilerek elde edilen n tane zamanla değişmeyen sistemlerin kararlılığı SDRE tabanlı kayan kipli kontrol yöntemi kullanılarak sağlandığında doğrusal olmayan sistemin kontrolü de Şekil.2.9, Şekil.2.10 verilen benzetim sonuçları ile sağlandığı görülmüştür.

3. SDRE ALGORİTMALARI YARDIMIYLA BELİRLENEN KAYMA YÜZEYİ EĞİMLERİ KULLANILARAK DOĞRUSAL OLMAYAN SİSTEMİN KONTROLÜ

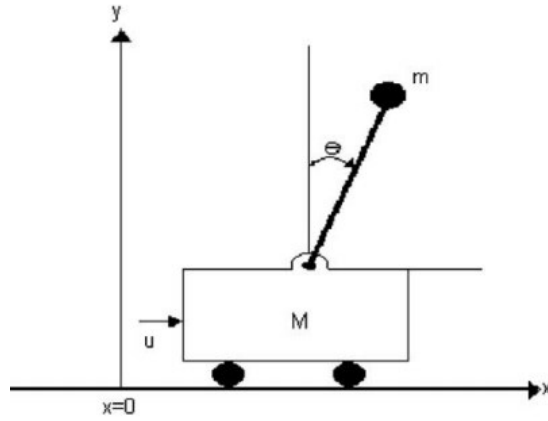
SDRE yöntemi benzetimlerde oldukça tatminkâr sonuçlar vermekle birlikte, özellikle optimum kontrol algoritmalarının her bir zaman aralığında yeniden çözülmesi zorunluluğu nedeniyle, işlem süresi uzamaktadır. Bu dezavantaj yüzünden, SDRE tabanlı kontrol algoritmalarının gerçek zamanlı (pratik) uygulamaları sınırlı kalmaktadır.

Bu tez çalışmasında, SDRE yöntemi kullanılarak doğrusal olmayan sistemler için belirli bir maliyet fonksiyonunu minimum kılacak optimum kayma yüzeyi tasarlanarak ve yöntemin uygulanması sonucunda elde edilen zamanla değişen optimum kayma yüzeyi eğimleri kaydedilmiştir. Belirli bir çalışma koşul aralığı dikkate alınarak belirlenen optimum kayma yüzeyi değerleri genelleştirilerek, daha sonra (çalışma koşulu kapsamında kalan) diğer çalışma koşulları için de kullanılmıştır. . Böylelikle doğrusal olmayan sistemin kontrolü için optimum kayma yüzey değerleri önceden belirlenerek optimum kayma yüzeyinin her seferinde yeniden hesaplanması gereği ortadan kaldırılmış ve daha sonra yapılacak matematiksel işlemler azaltılarak sistemin zaman cevabının daha hızlı elde edilmesi sağlanmıştır.

Önerilen yöntemin başarısını göstermek amacıyla, yöntem bir ters sarkaç mekanizmasına uygulanmıştır.

3.1. Ters Sarkaç Mekanizması

Ters sarkaç mekanizması geliştirilen kontrol uygulamalarının test edilmesi amacıyla yaygın olarak kullanılmaktadır. Sistem, hareketleri düzlem tarafından sınırlandırılmış platform ve platforma bağlanmış bir sarkaçtan meydana gelmektedir. Sarkaç hareket düzlemi içinde herhangi bir yönde her zaman devrilebileceğinden kararsız davranış sergilemektedir. Dolayısıyla sarkacın yukarı düz konumunda sabit tutulması için uygun giriş kuvvetinin (u) hesaplanması gerekmektedir. Uygulama için seçilen ters sarkaç modeli Şekil 3.1'de görülmektedir. Ters sarkaç mekanizması parametreleri ise Çizelge 3.1'de verilmektedir.



Şekil 3.1. Ters sarkaç mekanizması (Gasimov, Karamanoğlu ve Yazıcı,2004)

Çizelge 3.1 Ters sarkaç mekanizması parametreleri

$M = 3 \text{ kg}$	Platformun kütlesi
$m = 0,5 \text{ kg}$	Sarkacın kütlesi
$l = 0,5 \text{ m}$	Sarkacın uzunluğu
$b = 2 \text{ kg/s}$	Sürtünme sabiti
$g = 9,81 \text{ kgm/s}^2$	Yerçekimi kuvveti

3.1.1. Ters sarkaç mekanizmasının hareket denklemleri

Şekil 3.1’de görülen ters sarkaç mekanizmasının hareket denklemleri Lagrange Yöntemi ile elde edilmiştir.

L : Lagrange fonksiyoneli

q_i : tam ve bağımsız genelleştirilmiş koordinatlar

\dot{q}_i : genelleştirilmiş hızlar

Q_i : genelleştirilmiş kuvvetler, olmak üzere

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \quad i = 1, 2, \dots \quad (3.1)$$

Lagrange denklemi Eş.3.1’de , Lagrange fonksiyoneli ise Eş. 3.2’de verilmektedir.

$$L = T - V \quad (3.2)$$

Burada,

T : sistemin kinetik enerjisini

V : sistemin potansiyel enerjisini ifade etmektedir.

Ters sarkaç mekanizmasının kinetik enerjisi Eş. 3.3 'de verilmektedir.

$$T = \frac{1}{2}M (v_M)^2 + \frac{1}{2}m(v_m)^2 \quad (3.3)$$

Burada,

v_M : platformun hızı

v_m : sarkacın hızıdır

Platformun hızı,

$$v_M = \dot{x} \quad (3.4)$$

Sarkacın hızı ise,

$$(v_m)^2 = (\dot{x} + l\dot{\theta}\cos\theta)^2 + (l\dot{\theta}\sin\theta)^2 \quad (3.5)$$

şeklinde bulunur.

Sistemin potansiyel enerjisi ise,

$$V = mgl\cos\theta \quad (3.6)$$

şeklinde ifade edilir.

Sistemin potansiyel enerjisi ve kinetik enerjisi Eş. 3.2'de yerine yazılırsa,

$$L = \left[\frac{1}{2} M (v_M)^2 + \frac{1}{2} m (v_m)^2 \right] - mgl \cos \theta = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m \{ (\dot{x} + l \dot{\theta} \cos \theta)^2 + (l \dot{\theta} \sin \theta)^2 \} - mgl \cos \theta \quad (3.7)$$

Denklem düzenlenirse,

$$L = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + m \dot{x} l \dot{\theta} \cos \theta + \frac{1}{2} m l^2 \dot{\theta}^2 - mgl \cos \theta \quad (3.8)$$

şeklinde ifade edilir.

Sistemin tam ve bağımsız genelleştirilmiş koordinatları x ve θ için Lagrange denklemi uygulanırsa,

a) x için,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} = Q_x$$

$$\frac{d}{dt} (M \dot{x} + m \dot{x} + m l \dot{\theta} \cos \theta) = u - b \dot{x}$$

$$(M + m) \ddot{x} + m l \cos \theta \ddot{\theta} - m l \sin \theta \dot{\theta}^2 = u - b \dot{x} \quad (3.9)$$

bulunur.

b) θ için,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = Q_\theta$$

$$\frac{d}{dt} (m \dot{x} l \cos \theta + m l^2 \dot{\theta}) + m \dot{x} l \dot{\theta} \sin \theta - m g l \sin \theta = 0$$

$$m \ddot{x} l \cos \theta + m l^2 \ddot{\theta} - m g l \sin \theta = 0 \quad (3.10)$$

bulunur.

Eş.3.9 ve Eş.3.10 kullanılarak,

$$\ddot{x} = \frac{u - b\dot{x} - ml\cos\theta\ddot{\theta} + ml\sin\theta\dot{\theta}^2}{M+m} \quad (3.11)$$

ve

$$\ddot{\theta} = \frac{mgl\sin\theta - m\dot{x}\cos\theta}{ml^2} \quad (3.12)$$

elde edilir.

Eş. 3.11 ve Eş. 3.12 birbirinin yerine konulursa,

$$\ddot{x} = \frac{u - b\dot{x} - mg\cos\theta\sin\theta + ml\sin\theta\dot{\theta}^2}{(M+m) - m\cos^2\theta} \quad (3.13)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{(b\dot{x} - u - ml\sin\theta\dot{\theta}^2)\cos\theta + (m+M)g\sin\theta}{l(M+m - m\cos^2\theta)} \quad (3.14)$$

Böylece Eş.3.12 ve Eş.3.13 ile verilen sistemin hareket denklemleri elde edilmiş olur.

3.1.2. Ters sarkaç mekanizmasının durum denklemleri

Temel denklemler n sayıda uygun olarak seçilmiş değişken cinsinden ve n sayıda birinci mertebede diferansiyel denklem olarak yazılabilmektedir. Bu şekilde seçilen değişkenlere durum değişkenleri, sistem denklemlerine ise durum denklemleri denilmektedir. Özellikle optimum kontrol uygulamalarında sistem denklemleri durum değişkenleri cinsinden ifade edilmektedir (Ercan, 1992:277-281, 278, 279).

Durum denklemleri matris formunda yazılabilir ve bu matris gösterimi sistemin durum uzayı temsili olarak adlandırılır.

Eş. 3.13 ve Eş. 3.14 ile bulunan sistem hareket denklemlerinde

$$\begin{aligned}
x_1 &= x \\
x_2 &= \dot{x} \\
x_3 &= \theta \\
x_4 &= \dot{\theta}
\end{aligned} \tag{3.15}$$

olarak ifade edilirse, sistemin durum denklemleri,

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2 \\
\dot{x}_2 &= \frac{u - bx_2 + m \sin x_3 x_4^2 - mg \cos x_3 \sin x_3}{M + m - m \cos^2 x_3} \\
\dot{x}_3 &= x_4 \\
\dot{x}_4 &= \frac{(bx_2 - u - m \sin x_3 x_4^2) \cos x_3 + (M + m) g \sin x_3}{l(M + m - m \cos^2 x_3)}
\end{aligned} \tag{3.16}$$

biçiminde elde edilmiş olur. Bulunan durum denklemleri matris formunda yazılırsa,

$$A(x) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-b}{d(x_3)} & \frac{-mg \cos(x_3) \sin(x_3)}{d(x_3)x_3} & \frac{m \sin(x_3)x_4}{d(x_3)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{b \cos(x_3)}{d(x_3)l} & \frac{(M+m)g \sin(x_3)}{d(x_3)lx_3} & \frac{m \sin(x_3) \cos(x_3)x_4}{d(x_3)l} \end{bmatrix} \tag{3.17}$$

$$B(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{d(x_3)} \\ 0 \\ \frac{-\cos(x_3)}{d(x_3)} \end{bmatrix} \tag{3.18}$$

$$d(x_3) = M + m - m \cos(x_3) \tag{3.19}$$

olmak üzere,

$$\dot{x} = A(x)x + B(x)u \tag{3.20}$$

formundaki doğrusal olmayan sistem denklemini elde edilmiş olur.

3.2. Ters Sarkaç Mekanizmasına Önerilen Yöntemin Uygulanması

Ters sarkaç mekanizmasında Eş.3.20 ile ifade edilen doğrusal olmayan sistem denkleminde $x \in R^4$, $u \in R^1$, $A(x) \in R^{4 \times 4}$, $B(x) \in R^{4 \times 1}$ şeklinde tanımlıdır ve $\{A(x), B(x)\}$ matris çiftinin tüm durum değişkenleri için anlık kontrol edilebilir olduğu kabul edilmektedir.

$$A(x) = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \text{ ve } B(x) = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Eş.3.20 ile ifade edilen sistem kontrol teriminin olduğu ($m = 1$) ve kontrol teriminin olmadığı ($n - m = 3$) iki alt sisteme ayıracak koordinat dönüşüm matrisi aşağıdaki gibi seçilmiştir.

Kontrol edilebilirlik matrisi,

$$M = [B : AB : A^2B : A^3B] \quad (3.22)$$

Dördüncü mertebe bir sistem için karakteristik polinom,

$$s^4 + p_3s^3 + p_2s^2 + p_1s + p_0 \quad (3.23)$$

ve

$$W = \begin{bmatrix} p_4 & p_3 & p_2 & 1 \\ p_3 & p_2 & p_1 & 0 \\ p_2 & p_1 & 1 & 0 \\ p_1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

olmak üzere, koordinat dönüşüm matrisi Eş. 3.25'deki gibi hesaplanmıştır.

$$T = (MW)^{-1} \quad (3.25)$$

Koordinat dönüşümü ile sistem,

$$z = Tx \quad (3.26)$$

ve

$$\check{A}(z) = T(x)A(x)T^{-1}(x) \text{ ve } \check{B}(z) = T(x)B(x) \quad (3.27)$$

olmak üzere ,

$$\dot{z} = \check{A}(z)z + \check{B}(z)u = \begin{bmatrix} \check{a}_{11} & \check{a}_{12} & \check{a}_{13} & \check{a}_{14} \\ \check{a}_{21} & \check{a}_{22} & \check{a}_{23} & \check{a}_{24} \\ \check{a}_{31} & \check{a}_{32} & \check{a}_{33} & \check{a}_{34} \\ \check{a}_{41} & \check{a}_{42} & \check{a}_{43} & \check{a}_{44} \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \check{b}_4 \end{bmatrix} u \quad (3.28)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Kontrol teriminin olmadığı alt sistem,

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \check{a}_{11} & \check{a}_{12} & \check{a}_{13} \\ \check{a}_{21} & \check{a}_{22} & \check{a}_{23} \\ \check{a}_{31} & \check{a}_{32} & \check{a}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \check{a}_{14} \\ \check{a}_{24} \\ \check{a}_{34} \end{bmatrix} z_4 \quad (3.29)$$

kontrol teriminin olduğu alt sistem ise,

$$\dot{z}_4 = \check{a}_{41}z_1 + \check{a}_{42}z_2 + \check{a}_{43}z_3 + \check{a}_{44}z_4 + \check{b}_4u \quad (3.30)$$

şeklinde tanımlanmaktadır.

Bu işlemlerden sonra kontrol teriminin olmadığı alt sistem ile kayma yüzeyi tasarlanabilir.

3.2.1. Kayma yüzeyinin tasarlanması

Eş. 3. 29 ile ifade edilen alt sistemi kullanılarak kayma yüzeyi,

$$\sigma(z, t) = C_1(t)z_1 + C_2(t)z_2 + C_3(t)z_3 + z_4 \quad (3.31)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Kayma yüzeyindeki kayma yüzeyi eğimi parametrelerinin bulunabilmesi için z_4 terimi bir nevi durum geri besleme $u = -Kx$ gibi düşünülür.

$z_4 = -Cz$ olmak üzere,

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} \check{a}_{11} & \check{a}_{12} & \check{a}_{13} \\ \check{a}_{21} & \check{a}_{22} & \check{a}_{23} \\ \check{a}_{31} & \check{a}_{32} & \check{a}_{33} \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} \check{a}_{14} \\ \check{a}_{24} \\ \check{a}_{34} \end{bmatrix} z_4 = A^*z + B^*(-Cz) = (A^* - B^*C)z \quad (3.32)$$

Eş.3.32'de verilen sistemi kararlı kılabacak kazanç katsayıları (kayma yüzeyi eğimleri) Eş. 3.33 de verilen maliyet fonksiyonunu minimum yapacak şekilde seçilecektir.

$$J(x, u) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [x^T(t)Q(x)x(t) + u^T(t)R(x)u(t)] dt \quad (3.33)$$

Burada Q pozitif tanımlı veya pozitif yarı tanımlı simetrik durum ağırlık ve R ise pozitif tanımlı simetrik kontrol ağırlık matrisleridir. Q ve R matrisleri, sistem cevabının nasıl olması istenildiğine göre bulunur. Ancak bu çalışmada Q ve R matrisleri, kontrolü gerçekleştirmek kaydıyla gelişigüzel seçilmiştir, belirlenen bir sistem cevabı hedeflenmemiştir. Bu çalışmada,

$$Q = \begin{bmatrix} 140 * b_2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix} \text{ ve } R = 0,07 \quad (3.34)$$

olarak seçilmiştir.

$$PA^* + (A^*)^T P - PB^*R^{-1}(B^*)^T P + Q = 0 \quad (3.35)$$

Yukarıda verilen Ricatti denkleminde simetrik ve pozitif tanımlı P matrisi elde edildikten sonra,

$$u^{opt} = -R^{-1}(B^*)^T P z \quad (3.36)$$

olmak üzere optimum kayma yüzeyi eğimleri Eş. 3.37'deki gibi bulunmuş olur.

$$C^T = -R^{-1}(B^*)^T P \quad (3.37)$$

3.2.2. Kontrolcü tasarımı

Kayma yüzeyi eğimleri belirlendikten sonra sistemi kayma yüzeyine yönlendirecek eşdeğer kontrol terimi (u_{eq}) ve sistemi bu yüzey üzerinde tutacak kontrol terimi (u_{non}) tasarımına geçilebilir.

Eşdeğer kontrol terimi, kayma yüzeyi denkleminin Eş.3.31'in türevi alınarak aşağıdaki gibi bulunur.

$$\sigma = C_1\dot{z}_1 + C_2\dot{z}_2 + C_3\dot{z}_3 + \dot{C}_1z_1 + \dot{C}_2z_2 + \dot{C}_3z_3 + \dot{z}_4 = 0 \quad (3.38)$$

Burada,

$$\dot{C}_i = \frac{C_i(t+\Delta t) - C_i(t)}{\Delta t}, \quad i=1, 2, 3 \quad (3.39)$$

olmak üzere, \dot{z}_1 , \dot{z}_2 , \dot{z}_3 ve \dot{z}_4 yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned} \sigma = & C_1(\check{a}_{11}z_1 + \check{a}_{12}z_2 + \check{a}_{13}z_3 + \check{a}_{14}z_4) \\ & + C_2(\check{a}_{21}z_1 + \check{a}_{22}z_2 + \check{a}_{23}z_3 + \check{a}_{24}z_4) \\ & + C_3(\check{a}_{31}z_1 + \check{a}_{32}z_2 + \check{a}_{33}z_3 + \check{a}_{34}z_4) \\ & + \dot{C}_1z_1 + \dot{C}_2z_2 + \dot{C}_3z_3 \\ & + \check{a}_{41}z_1 + \check{a}_{42}z_2 + \check{a}_{43}z_3 + \check{a}_{44}z_4 + \check{b}_4u_{eq} \end{aligned} \quad (3.40)$$

ve denklem düzenlenirse,

$$\begin{aligned} \sigma = & (C_1\check{a}_{11} + C_2\check{a}_{21} + C_3\check{a}_{31} + \check{a}_{41})z_1 \\ & + (C_1\check{a}_{12} + C_2\check{a}_{22} + C_3\check{a}_{32} + \check{a}_{42})z_2 \\ & + (C_1\check{a}_{13} + C_2\check{a}_{23} + C_3\check{a}_{33} + \check{a}_{43})z_3 \\ & + (C_1\check{a}_{14} + C_2\check{a}_{24} + C_3\check{a}_{34} + \check{a}_{44})z_4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +\dot{C}_1 z_1 + \dot{C}_2 z_2 + \dot{C}_3 z_3 \\
& +\check{b}_4 u_{eq}
\end{aligned} \tag{3.41}$$

Eş.3.41'den eşdeğer kontrolcü terimi Eş.3.42'deki gibi bulunur.

$$u_{eq} = -[\check{b}_4]^{-1} \begin{bmatrix} (C_1 \check{a}_{11} + C_2 \check{a}_{21} + C_3 \check{a}_{31} + \check{a}_{41}) z_1 \\ + (C_1 \check{a}_{12} + C_2 \check{a}_{22} + C_3 \check{a}_{32} + \check{a}_{42}) z_2 \\ + (C_1 \check{a}_{13} + C_2 \check{a}_{23} + C_3 \check{a}_{33} + \check{a}_{43}) z_3 \\ + (C_1 \check{a}_{14} + C_2 \check{a}_{24} + C_3 \check{a}_{34} + \check{a}_{44}) z_3 \\ + \dot{C}_1 z_1 + \dot{C}_2 z_2 + \dot{C}_3 z_3 \end{bmatrix} \tag{3.42}$$

Sistemi bu yüzey üzerinde tutacak kontrolcü terimi (u_{non}) ise,

$$u_{non} = -k \operatorname{sgn}(\sigma(z, t)) \tag{3.43}$$

olarak hesaplanır.

Toplam kontrolcü girişi ise,

$$u = u_{eq} + u_{non} \tag{3.44}$$

olarak bulunur.

Bu çalışmada $k = 3$ ve zaman aralığı $\Delta t = 0,01$ saniye olarak seçilmiştir.

Sistem aşağıda belirlenen başlangıç koşullarında değerlendirilerek kontrolü sağlanmıştır.

$$x = [0 \ 0 \ 75 \ 0]^T$$

$$x = [0 \ 0 \ 60 \ 0]^T$$

$$x = [0 \ 0 \ 45 \ 0]^T$$

$$x = [0 \ 0 \ 20 \ 0]^T$$

Ters sarkaç sisteminde $x = [0 \ 0 \ 75 \ 0]^T$ çalışma koşulu olarak belirlenmiş ve bu çalışma koşulunda SDRE yöntemi kullanılarak belirli bir maliyet fonksiyonunu minimum kılacak

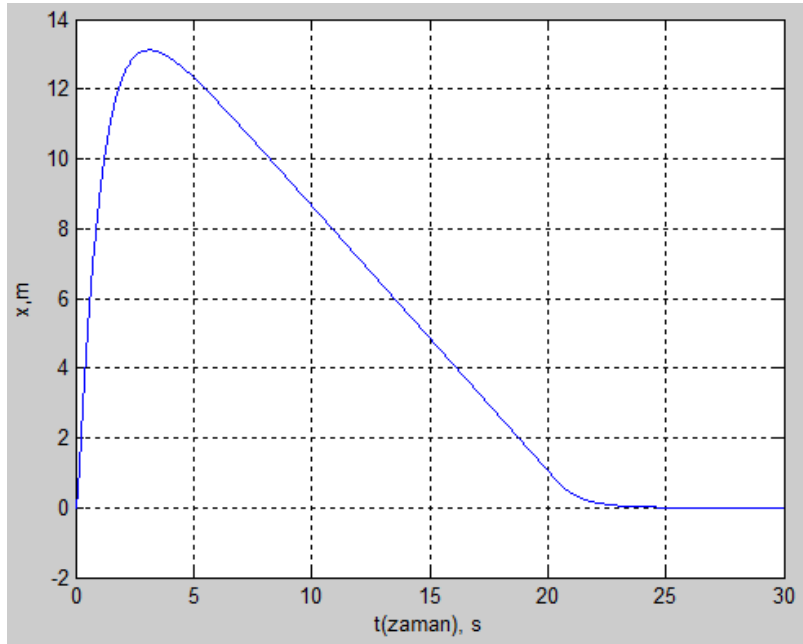
optimum kayma yüzeyi tasarlanmış ve yöntemin uygulanması sonucunda elde edilen zamanla değişen optimum kayma yüzeyi eğimleri kaydedilmiştir. Belirlenen optimum kayma yüzeyi değerleri genelleştirilerek, daha sonra yukarıda verilen çalışma koşulları için de kullanılmıştır. Böylelikle ters sarkaç sisteminin kontrolü için optimum kayma yüzey değerleri önceden belirlenmiş ve daha sonra yapılacak matematiksel işlemler azaltılarak sistemin zaman cevabının daha hızlı elde edilmesi sağlanmıştır.

3.2.3. Benzetim sonuçları

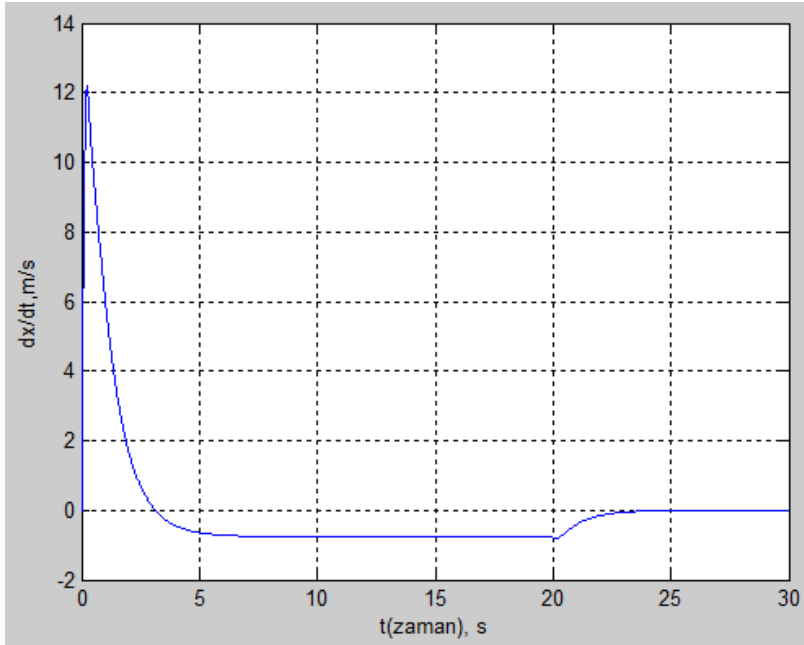
Bu çalışmada $x = [0 \ 0 \ 75 \ 0]^T$ çalışma koşulunda elde edilen optimum kayma yüzeyi eğimleri, yukarıda belirlenen başlangıç koşullarında kayan kipli kontrolünün hesaplanmasında kullanılarak sistemin kontrolü sağlanmıştır. Ayrıca tasarım parametreleri aynı tutularak, her bir çalışma koşulu için optimum kayma yüzeyi eğimleri belirlenmiş ve KKK hesaplanarak doğrusal olmayan sistem kontrol edilmiştir. Her iki durumda elde edilen benzetim sonuçları bir arada sunulmuş ve gerekli olan işlem süreleri de verilmiştir.

$\theta = 75^\circ$ için benzetim sonuçları. ($x = [0 \ 0 \ 75 \ 0]^T$)

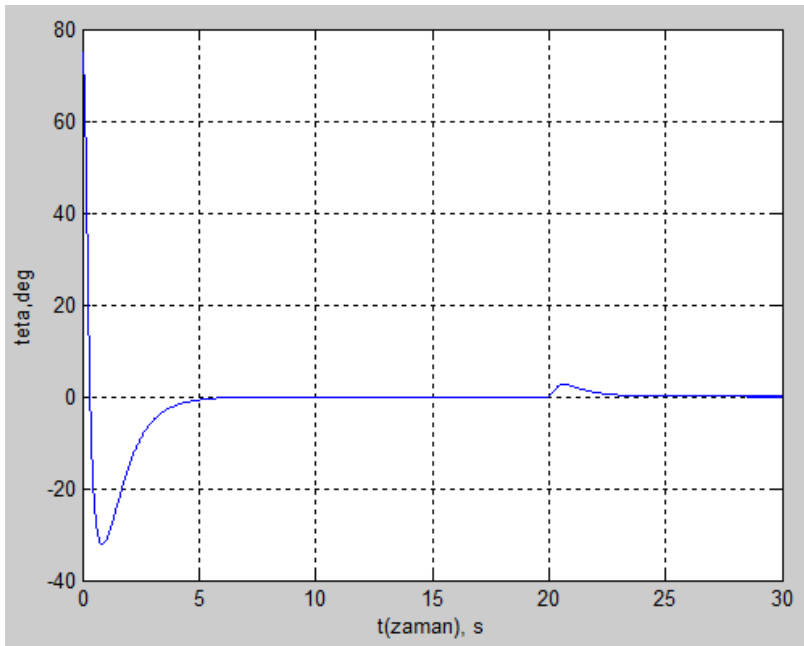
Benzetim sonuçları ancak 624,79 saniyede elde edilebilmiştir.



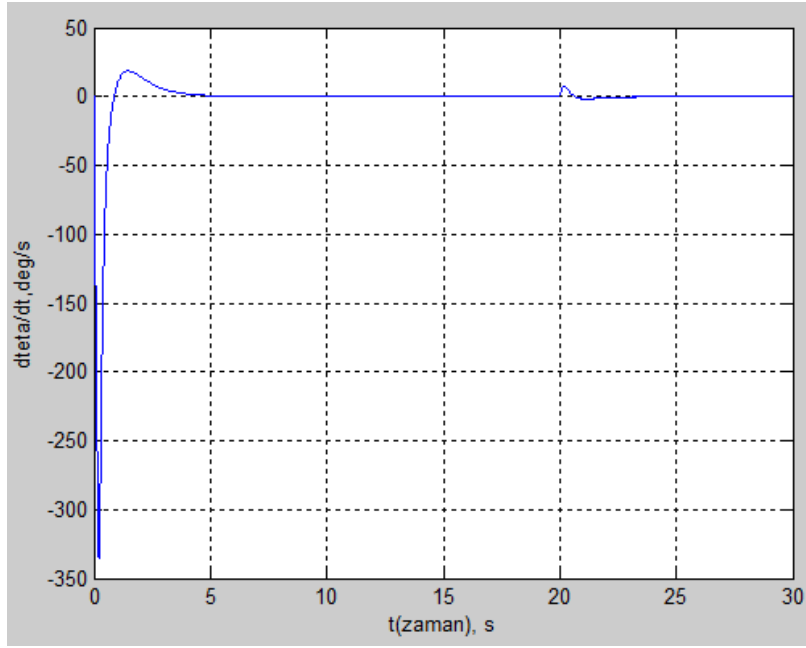
Şekil.3.2. Platformun konum değişimi



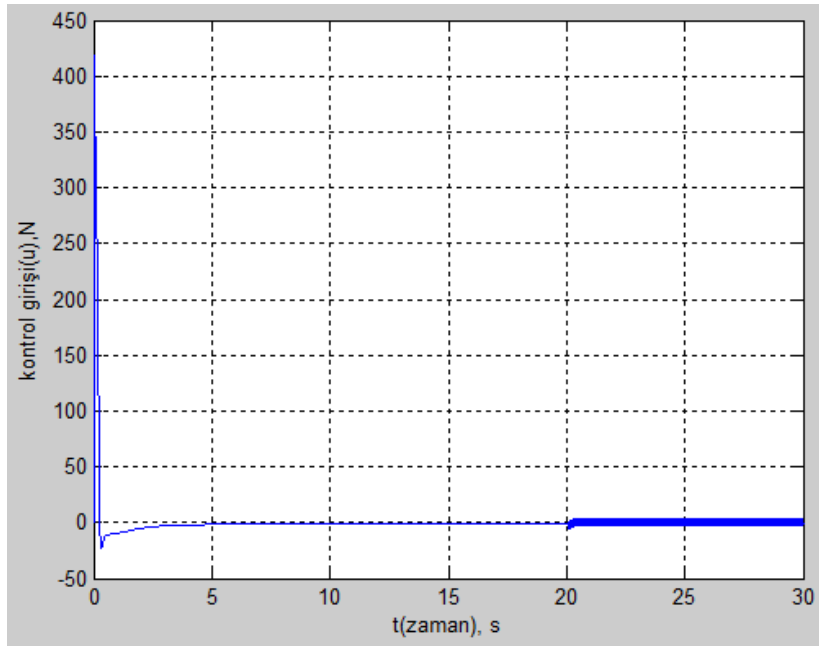
Şekil.3.3. Platformun hız değişimi



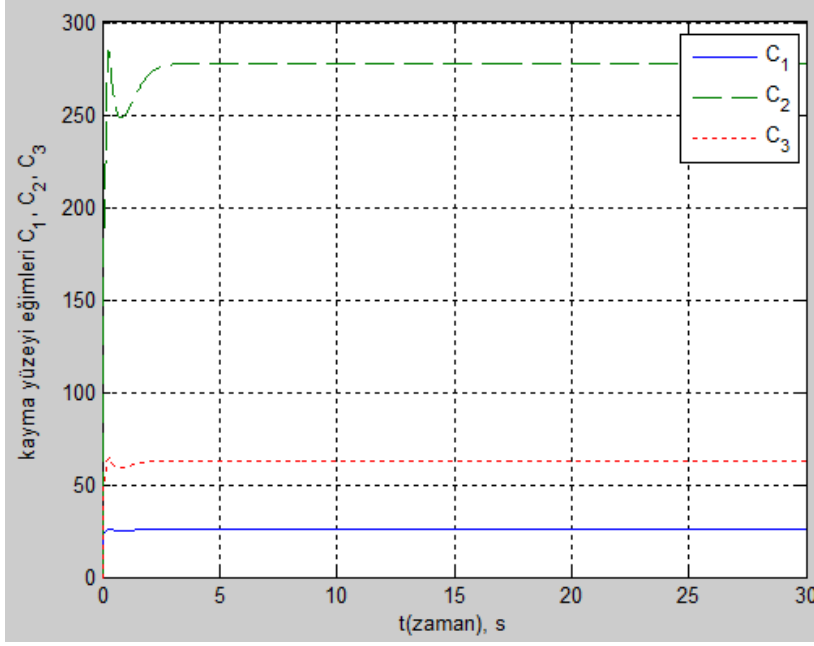
Şekil.3.4. Sarkacın açsal konum değişimi



Şekil.3.5. Sarkacın açısal hız değişimi



Şekil.3.6. Kontrol girişi değişimi

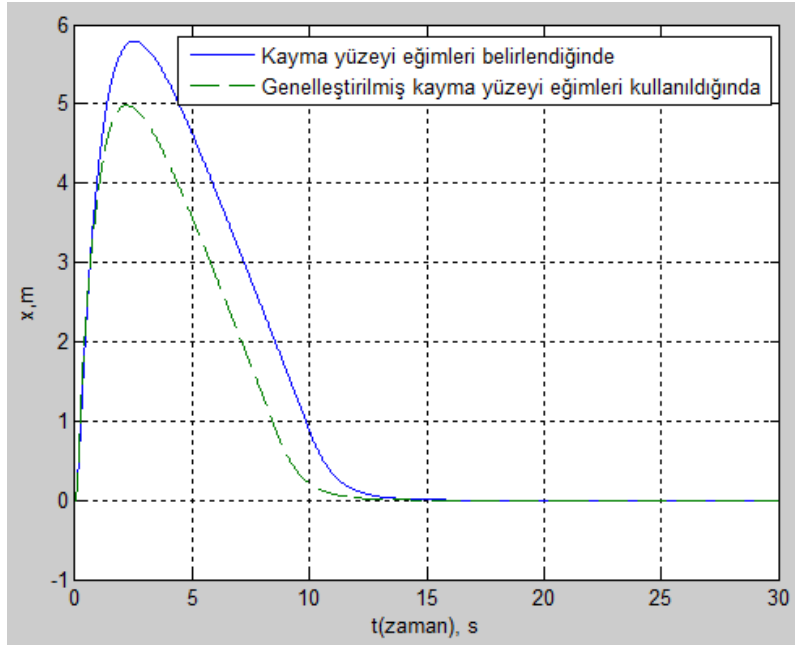


Şekil.3.7. Kayma yüzey eğimleri

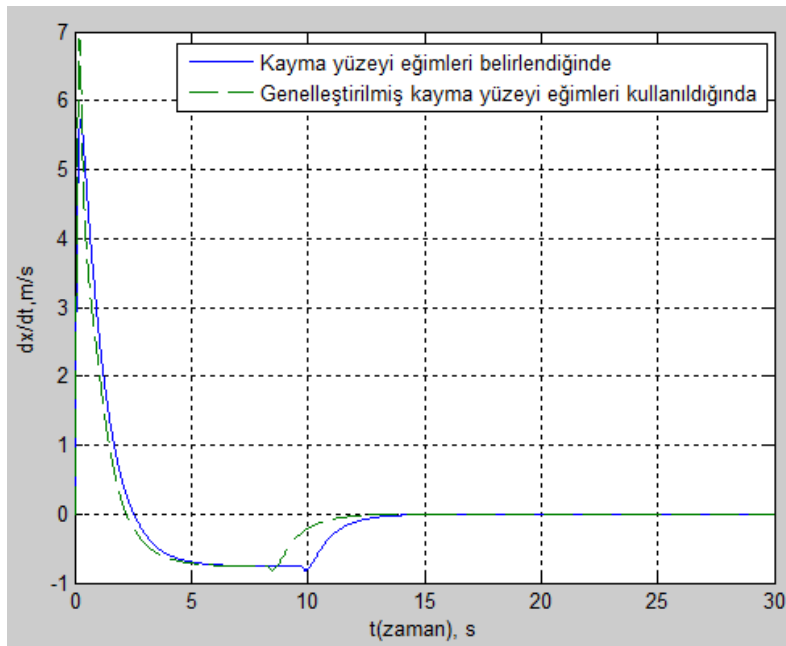
Şekil. 3.7’de verilen kayma yüzeyi eğimleri genelleştirilmiş ve kaydedilmiştir. Kaydedilen bu kayma yüzeyi eğimleri daha sonra aşağıda verilen başlangıç koşulları için KKK hesaplanması amacıyla kullanılmıştır.

$\theta = 60^\circ$ için benzetim sonuçları. ($x = [0 \ 0 \ 60 \ 0]^T$)

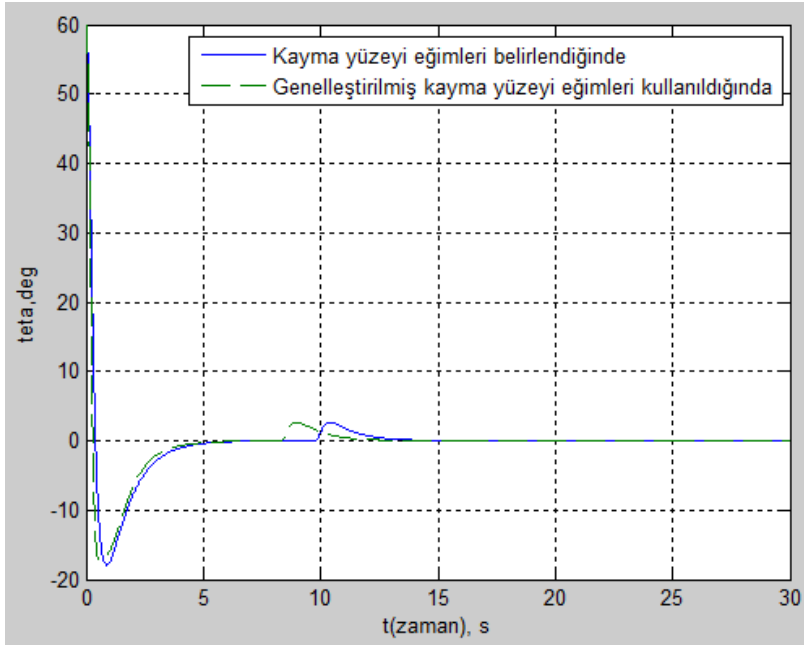
Ters sarkaç modeline optimum kayma yüzeyi eğimleri belirlenerek KKK uygulandığında sistem cevabı 614,98 saniyede elde edilirken, KKK belirlenmesinde $\theta = 75^\circ$ derecede elde edilen kayma yüzeyi eğimleri kullanıldığında ise sistem cevabı 19,80 saniyede elde edilmiştir.



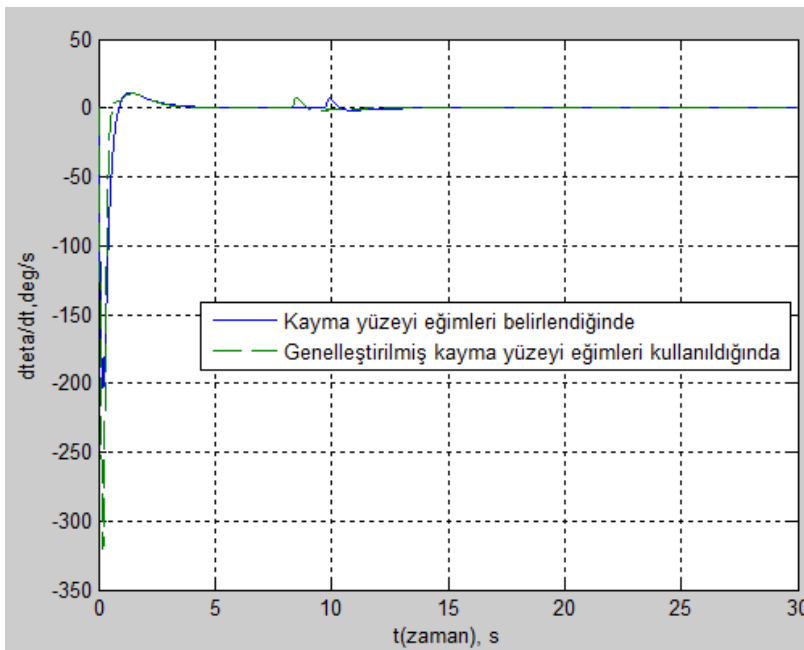
Şekil.3.8. Platformun konum değişimi



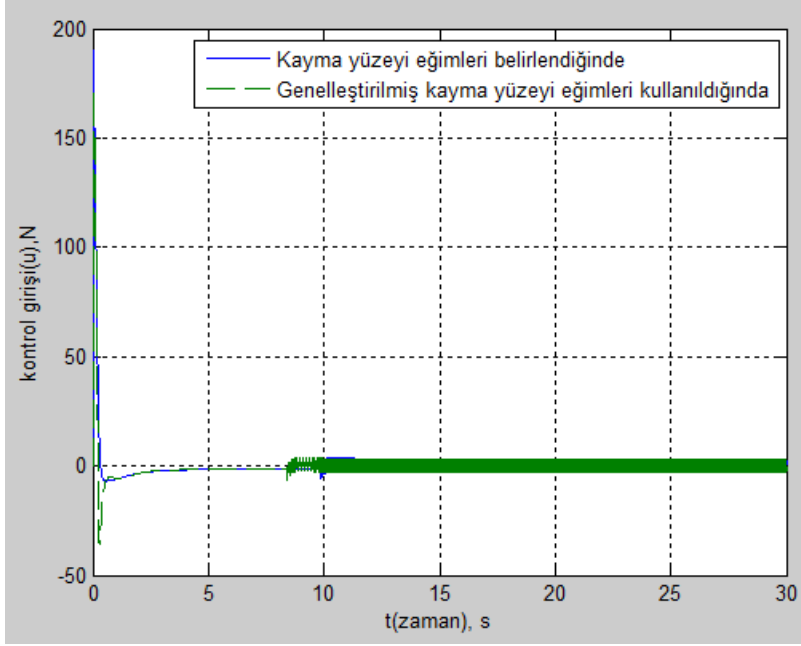
Şekil.3.9. Platformun hız değişimi



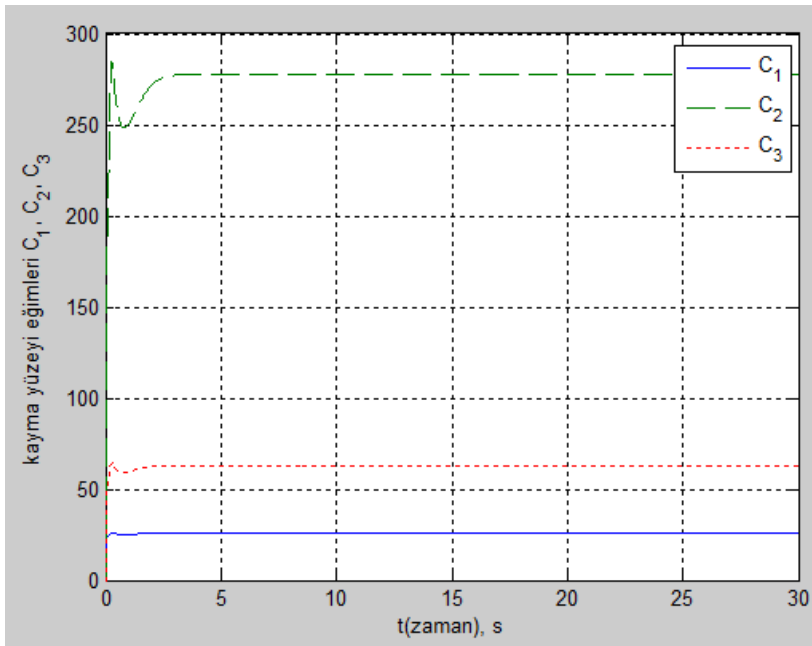
Şekil.3.10. Sarkacın açısal konum değişimi



Şekil.3.11. Sarkacın açısal hız değişimi



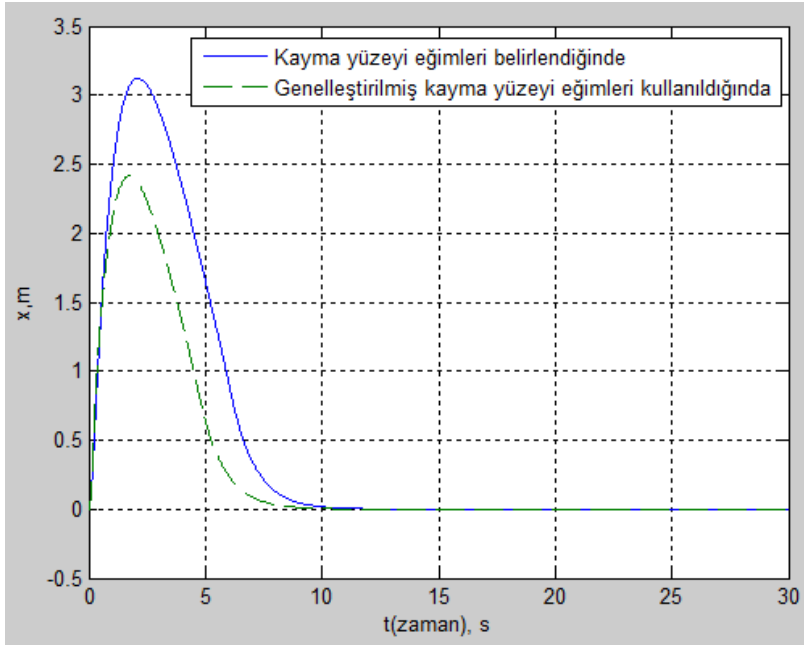
Şekil.3.12. Kontrol girişi değişimi



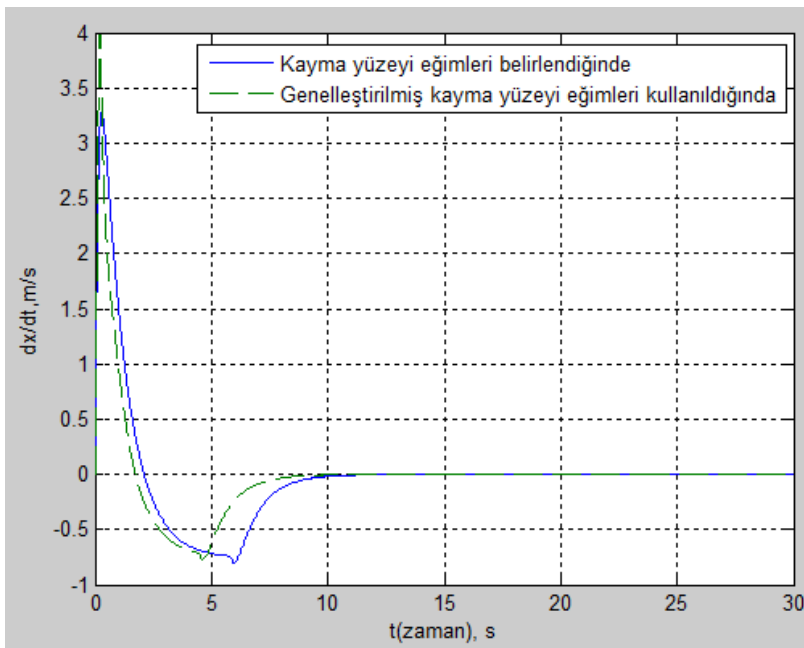
Şekil.3.13. Kayma yüzeyi eğimleri

$\theta = 45^\circ$ için benzetim sonuçları. ($x = [0 \ 0 \ 45 \ 0]^T$)

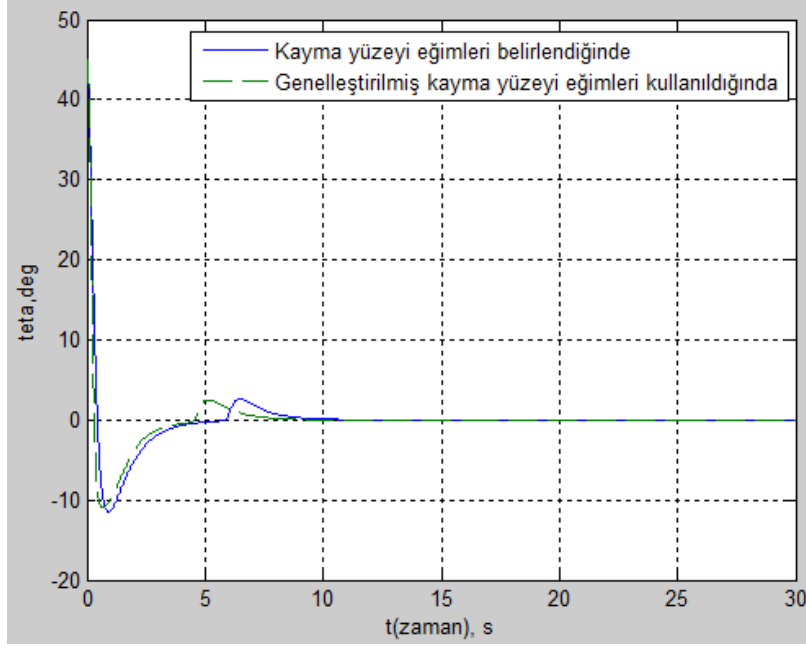
Ters sarkaç modeline optimum kayma yüzeyi eğimleri belirlenerek KKK uygulandığında sistem cevabı 624,18 saniyede elde edilirken, KKK belirlenmesinde $\theta = 75^\circ$ derecede elde edilen kayma yüzeyi eğimleri kullanıldığında ise sistem cevabı 19,01 saniyede elde edilmiştir.



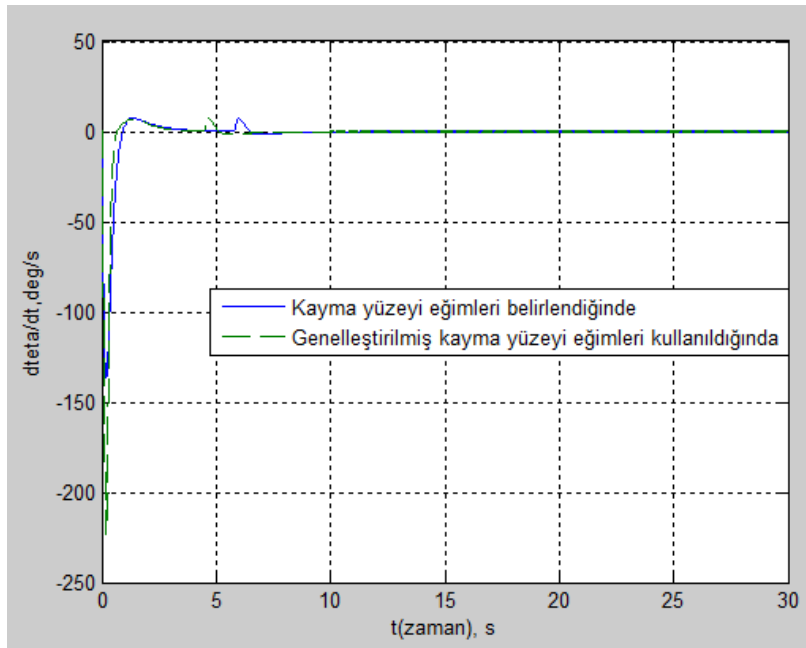
Şekil.3.14. Platformun konum değişimi



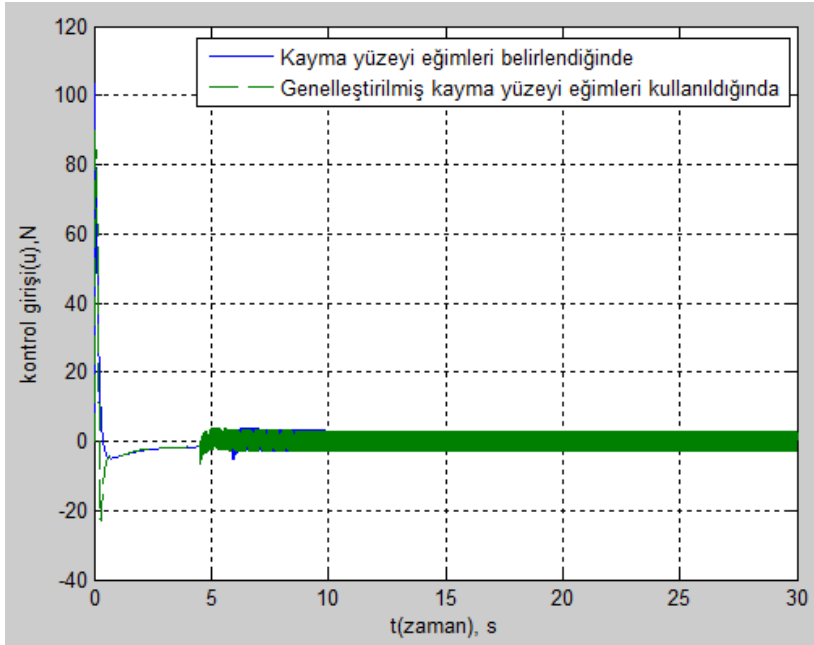
Şekil.3.15. Platformun hız değişimi



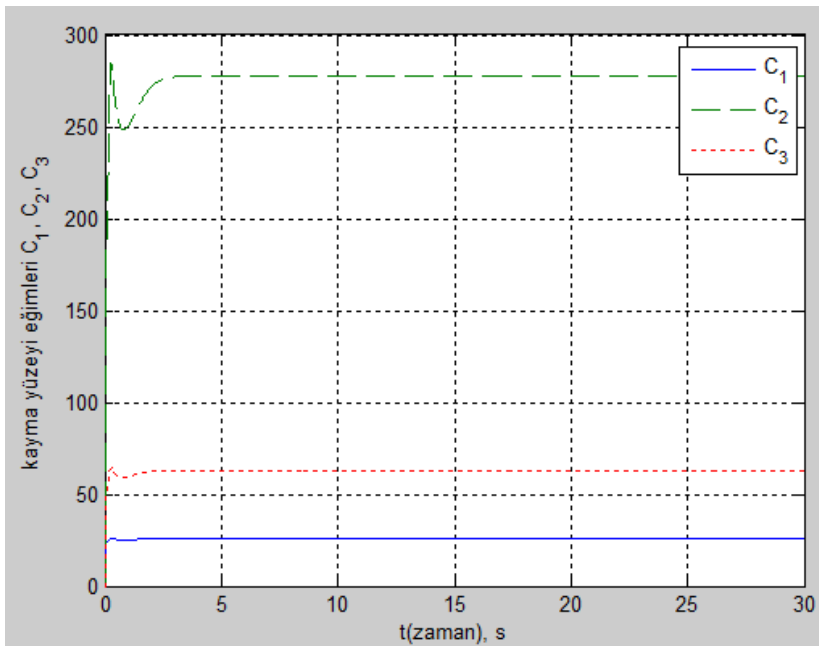
Şekil.3.16. Sarkacın açısal konum değişimi



Şekil.3.17. Sarkacın açısal hız değişimi



Şekil.3.18. Kontrol girişi değişimi

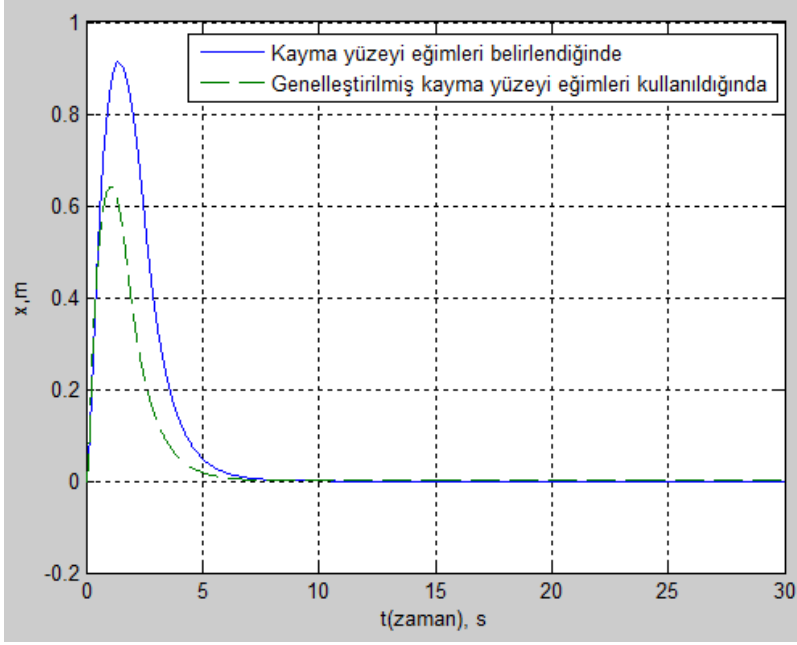


Şekil.3.19. Kayma yüzeyi eğimleri

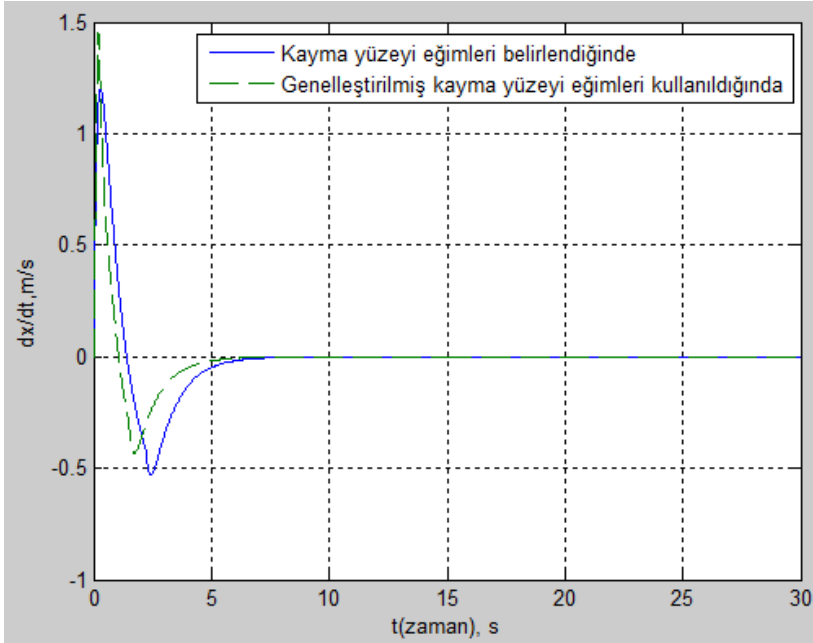
$\theta = 20^\circ$ için benzetim sonuçları. ($x = [0 \ 0 \ 20 \ 0]^T$)

Ters sarkaç modeline optimum kayma yüzeyi eğimleri belirlenerek KKK uygulandığında sistem cevabı 627,18 saniyede elde edilirken, KKK belirlenmesinde $\theta = 75^\circ$ derecede

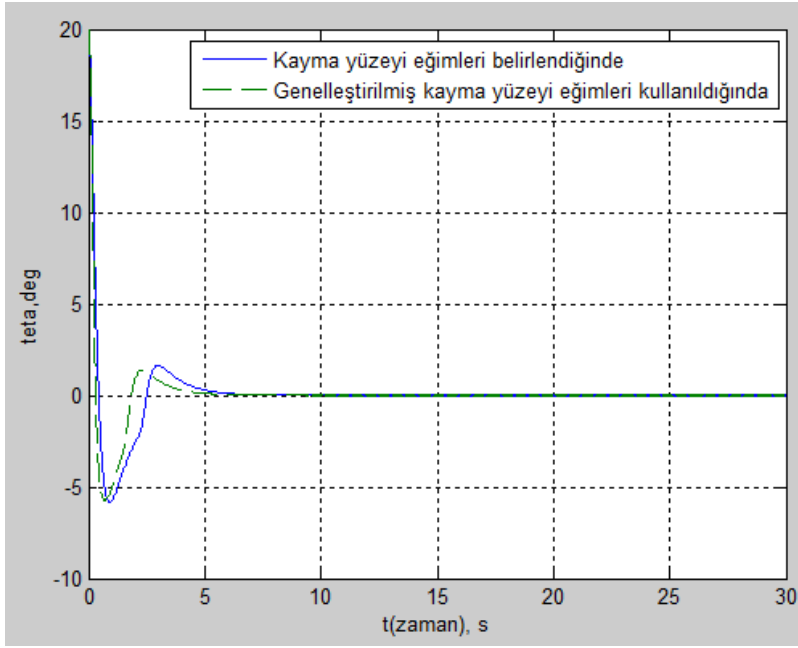
elde edilen kayma yüzeyi eğimleri kullanıldığında ise sistem cevabı 19,07 saniyede elde edilmiştir.



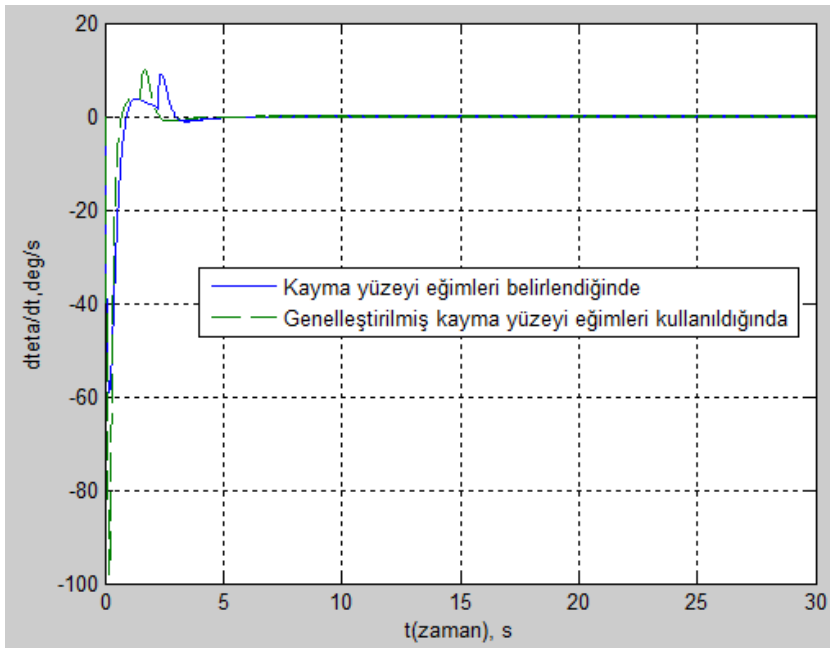
Şekil.3.20. Platformun konum değişimi



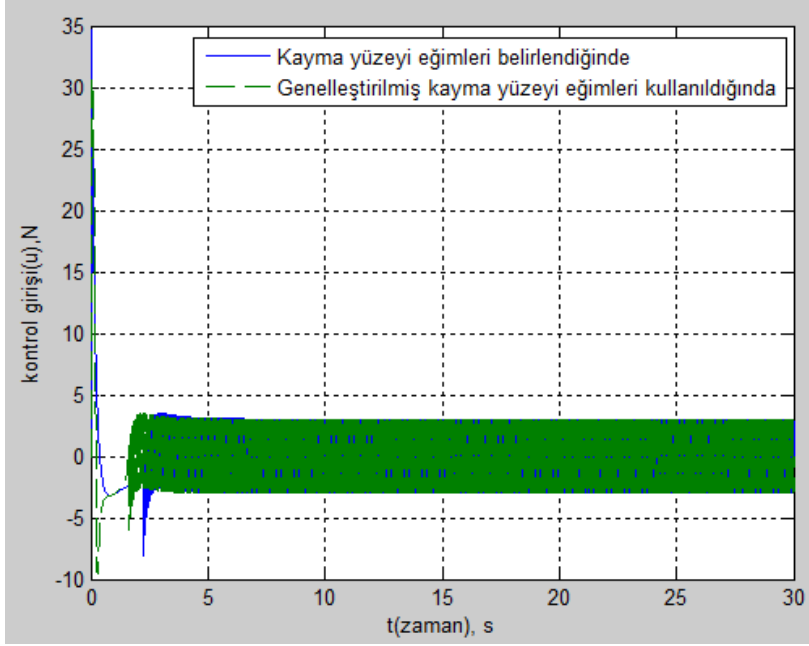
Şekil.3.21. Platformun hız değişimi



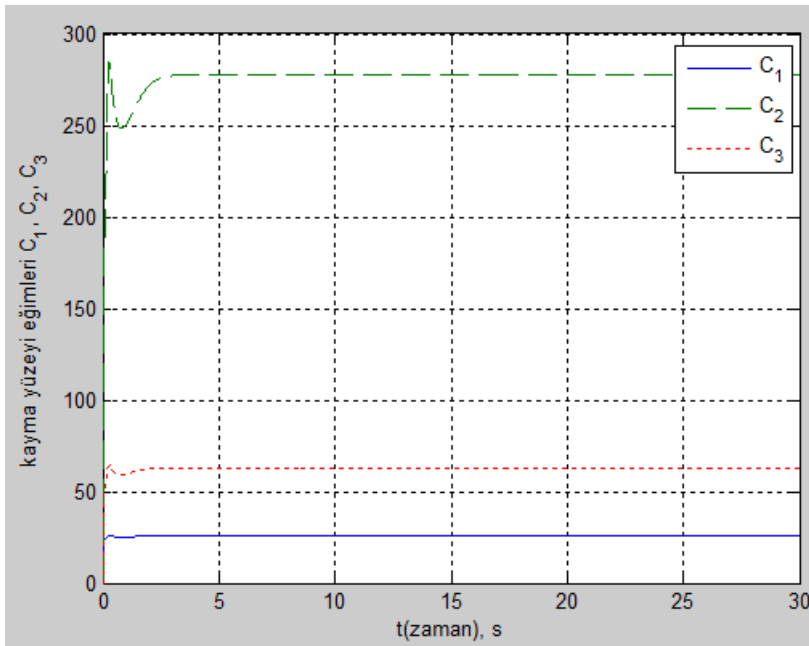
Şekil.3.22. Sarkacın açısal konum değişimi



Şekil.3.23. Sarkacın açısal hız değişimi



Şekil.3.24. Kontrol girişi değişimi



Şekil.3.25. Kayma yüzeyi eğimleri

Çizelge.3.2. 'de optimum kayma yüzeyi eğimleri belirlenerek KKK uygulandığında elde edilen benzetim süreleri ile KKK hesaplanmasında $\theta = 75^\circ$ derecede belirlenen kayma yüzeyi eğimleri kullanıldığında elde edilen benzetim süreleri karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

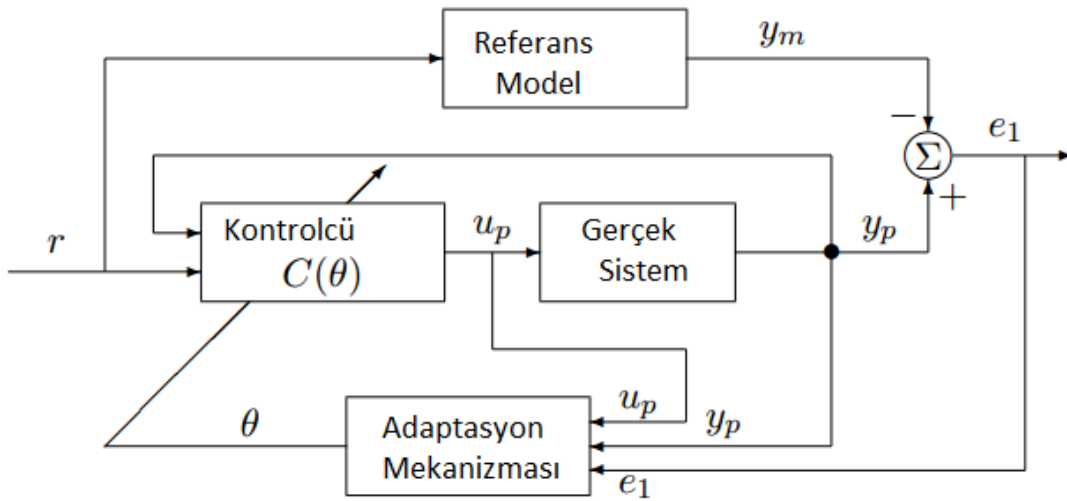
Çizelge.3.2 Benzetim süreleri

Başlangıç koşulu	75° 'de kaydedilen kayma yüzeyi eğimleri kullanıldığında elde edilen benzetim süresi (s)	Kayma yüzeyi eğimleri belirlenerek elde edilen benzetim süresi (s)
$x = [0\ 0\ 20\ 0]^T$	19,07	627,18
$x = [0\ 0\ 45\ 0]^T$	19,01	624,18
$x = [0\ 0\ 60\ 0]^T$	19,80	614,98

Çizelge.3.2. 'de görüleceği gibi, optimum kayma yüzeyi eğimleri belirlenerek KKK uygulandığında benzetim sonuçlarını elde etmek için gerekli olan işlem süresi, KKK hesaplanmasında $\theta = 75^\circ$ derecede belirlenen kayma yüzeyi eğimleri kullanıldığında gerekli olan işlem süresi ile kıyaslandığında önerilen yöntem ile daha kısa zamanda benzetim sonuçlarının elde edildiği görülmektedir.

4. MODEL REFERANS ADAPTİF KAYMA YÜZEYİ TASARIMI

Adaptif kontrol yöntemleri doğrusal zamanla değişmeyen sistemlerin kontrolü ve belirsizlik içeren ya da sistem parametrelerinin zamanla değiştiği doğrusal olmayan sistemlerin kontrolünde yaygın olarak kullanılmaktadır (Aström ve Wittenmark, 1995; Ioannou ve Sun, 1996). Model referans adaptif kontrol (Model Reference Adaptif Control-MRAK) yöntemi adaptif kontrolün ana yaklaşımlarından biridir. Model referans adaptif kontrol (MRAK) yöntemi referans modelin çıkışını referans olarak bilinmeyen veya belirsiz olan gerçek sistemin kontrolünü sağlamaya dayanmaktadır. MRAK yönteminin temel yapısı Şekil. 4.1’de verilmektedir. Burada, referans model için tasarlanan kontrolcü adapte edilerek gerçek sistemin kontrolcüsü tasarlanmaktadır. Bu yöntemde gerçek sistemin çıkışı ile referans model sistemin çıkışı arasındaki farkı (hata miktarı) dikkate alarak kontrolcü tasarımı yapılmaktadır. Böylece, gerçek sistem çıkışı model sistemin çıkışını asimptotik olarak takip etmekte ve kontrolcü hata miktarına göre her adımda güncellenmektedir.



Şekil.4.1. MRAK yönteminin temel yapısı (Ioannou ve Sun, 1996:314)

4.1. Doğrusal Sistemler için MRAK

Eş.4.1’de gibi tanımlanan doğrusal referans sistem ele alalım

$$\dot{x}_m = A_m x_m + B_m u_m \quad (4.1)$$

Burada $x_m \in R^n$, $u_m \in R^m$, $A_m \in R^{n \times n}$, $B_m \in R^{n \times m}$ olarak tanımlıdır. $\{A_m, B_m\}$ matris çiftinin kontrol edilebilir olduğu kabul edilmektedir. Referans sistemin durum geri beslemeli kontrolcü girişi ise $u_m = -K_m x_m$ gibi düşünülerek kök yerleştirme yöntemi yada optimal kontrol yöntemi kullanılarak hesaplanabilmektedir.

Benzer şekilde Eş.4.2’de belirlenen gerçek sistem ele alalım,

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (4.2)$$

Burada da $x \in R^n$, $u \in R^m$, $A \in R^{n \times n}$, $B \in R^{n \times m}$ olarak tanımlı olup, $\{A, B\}$ matris çiftinin kontrol edilebilir olduğu kabul edilmektedir. Gerçek sistemin Kontrol girişi u , gerçek sistemin durum değişkenleri x , referans model sistemin durum değişkenlerini x_m takip edecek şekilde, yani gerçek sistemin durum değişkenleri ile referans model sistemin durum değişkenlerini arasındaki farkın ($e = x_m - x$) mümkün olduğunca sıfıra yaklaşacak biçimde tasarlanmaktadır. Önerilen kontrol yöntemi doğrusal sistem için aşağıda verilmektedir.

$$u = Mu_m - Lx \quad (4.3)$$

Burada $M \in R^{m \times m}$ ve $L \in R^{m \times n}$ şeklinde tanımlı olup, gerçek sistemin kontrolü için adapte edilmektedir. Böylece sistem kontrolcü ile birlikte,

$$\dot{x} = (A - BL)x + BMu_m \quad (4.4)$$

olarak ifade edilmektedir. M ile L matrisi Eş.4.5 ‘de verilen eşitlikler ile hesaplandığı durumda gerçek sistem referans sistemi minimum hata oranı ile takip edebilmektedir.

$$A - BL^* = A_m \text{ ve } BM^* = B_m \quad (4.5)$$

Böylelikle,

$$\begin{aligned} L^* &= (B^T B)^{-1} B^T (A - A_m) = (B_m^T B^{-1}) B_m^T (A - A_m) \\ M^* &= (B^T B)^{-1} B^T B_m = (B_m^T B)^{-1} B_m^T B_m \end{aligned} \quad (4.6)$$

Ancak A , B , A_m ve B_m matris çiftlerinin bilindiği durumlarda bile, Eş.4.5'deki eşitliği sağlayacak şekilde L^* ve M^* matrisleri bulunamayabilir. Bu durumlarda adaptasyon kuralı kullanılarak L^* ve M^* matrisleri hesaplanabilir. Adaptasyon kuralı Lyapunov kararlılık teorisi kullanılarak elde edilebilmektedir.

$Q = Q^T > 0$ için, aşağıdaki gibi Lyapunov denklemi ele alalım.

$$PA_m + A_m^T = -Q \quad (4.7)$$

Lyapunov denkleminde pozitif tanımlı simetrik P matrisi elde edildikten sonra, L^* ve M^* matrisleri aşağıdaki gibi bulunur.

$$\begin{aligned} \dot{M} &= -\Gamma_m B_m^T P e u_m \\ \dot{L} &= \Gamma_l B_m^T P e x^T \end{aligned} \quad (4.8)$$

Burada Γ_l ve Γ_m simetrik ve pozitif tanımlı adaptasyon oranını belirleyen matrislerdir.

Referans girişinin olmadığı durumlarda ise önerilen kontrol girişi Eş.4.9'da verilmektedir.

$$u = -K^* x \quad (4.9)$$

Burada, K^* gerçek sistemin kontrol edilebilmesi için hesaplanan kazanç katsayısı matrisi olup, Eş.4.10'daki gibi tanımlanan bir adaptasyon kuralı ele edilmektedir.

$$\dot{K}^* = -\Gamma x e P \hat{B} \quad (4.10)$$

Burada, Γ simetrik ve pozitif tanımlı adaptasyon oranını, $W \in R^{m \times m}$ pozitif tanımlı bir matris olmak üzere, $\hat{B} = BW$ şekilde tanımlanmaktadır. Hata miktarı $e = x_m - x$ olarak hesaplanmakta, P matrisi ise aşağıda verilen Lyapunov denkleminde elde edilmektedir.

$$A_{mcl}^T P + P A_{mcl} = -Q \quad (4.11)$$

Burada, $A_{mcl} = A_m - K_m B_m$ olarak tanımlı olup, Q ise pozitif tanımlı simetrik matristir.

4.2. Doğrusal Olmayan Sistemler İçin MRAK

Eş.4.12’de gibi tanımlanan doğrusal olmayan referans model sistem ele alalım

$$\dot{x}_m = A_m(x_m)x_m + B_m(x_m)u_m \quad (4.12)$$

Burada $x_m \in R^n$, $u_m \in R^m$, $A_m(x_m) \in R^{n \times n}$, $B_m(x_m) \in R^{n \times m}$ olarak tanımlıdır. $\{A_m(x_m), B_m(x_m)\}$ matris çiftinin tüm durum değişkenleri için anlık kontrol edilebilir olduğu kabul edilmektedir. Referans sistemin durum geri beslemeli kontrolcü girişi ise $u_m = -K_m(x_m)x_m$ gibi düşünülerek kök yerleştirme yöntemi yada optimal kontrol yöntemleri kullanılarak hesaplanabilmektedir.

Diğer taraftan Eş.4.13’deki gibi tanımlanan gerçek sistem ele alalım,

$$\dot{x} = A(x)x + B(x)u \quad (4.13)$$

Burada $x \in R^n$, $u \in R^m$, $A(x) \in R^{n \times n}$, $B(x) \in R^{n \times m}$ olarak tanımlı olup, $\{A(x), B(x)\}$ matris çiftinin tüm durum değişkenleri için anlık kontrol edilebilir olduğu kabul edilmektedir. Gerçek sistemin kontrolcü girişi ise model sistemin çıkışı ile gerçek sistemin çıkışı arasındaki hata miktarı ($e = x_m - x$) mümkün olduğunca sifıra yaklaşacak şekilde aşağıdaki tasarlanmaktadır. Gerçek sistemin kontrolcü girişi ise, referans girişi olmadığı durumda, Eş.4.14’deki gibi elde edilmektedir.

$$u = -L(x)x \quad (4.14)$$

Eş.4.15’de verilen adaptasyon kuralı ile durum değişkenlerine bağlı $L(x)$ matrisi elde edilmektedir.

$$\dot{L}(x) = \Gamma_l x e^T(x, x_m) P(x_m) \hat{B}(x_m) \quad (4.15)$$

Burada, Γ_l adaptasyon hızı, ($e = x_m - x$) hata miktarı, $P(x_m)$ ise Eş.4.16’de verilen Lypanov denkleminde elde edilen simetrik ve pozitif tanımlı matristir.

$$P(x_m)A_m(x_m) + A_m^T(x_m)P(x_m) = -Q \quad (4.16)$$

Burada Q pozitif tanımlı simetrik matristir. $\hat{B}(x_m)$ ise $W \in R^{m \times m}$ pozitif tanımlı bir matris olmak üzere, $\hat{B}(x_m) = B_m(x_m)W$ şekilde tanımlanmaktadır.

4.3. Doğrusal Olmayan Sistemler İçin Model Referans Adaptif Kayma Yüzeyi Tasarımı

Eş.4.17'deki gibi tanımlanan doğrusal olmayan model referans bir sistem ele alalım

$$\dot{x}_m = A_m(x)x_m + B_m(x)u_m \quad (4.17)$$

Burada $x_m \in R^n$, $u_m \in R^m$, $A_m(x_m) \in R^{n \times n}$, $B_m(x_m) \in R^{n \times m}$ olarak tanımlanmıştır. $\{A_m(x_m), B_m(x_m)\}$ matris çiftinin tüm durum değişkenleri için anlık kontrol edilebilir olduğu kabul edilmektedir.

Benzer biçimde Eş.4.18 ile tanımlanan doğrusal olmayan gerçek sistem ele alalım. Burada $x \in R^n$, $u \in R^m$, $A(x) \in R^{n \times n}$, $B(x) \in R^{n \times m}$ olarak tanımlı olup, $\{A(x), B(x)\}$ matris çiftinin tüm durum değişkenleri için anlık kontrol edilebilir olduğu kabul edilmektedir.

$$\dot{x} = A(x)x + B(x)u \quad (4.18)$$

Eş.4.17 ve Eş.4.18 ile ifade edilen model referans sistem ile gerçek sistem, kayma yüzeyi tasarımının yapılabilmesi için, kontrol teriminin bulunduğu (m) ve kontrol teriminin bulunmadığı ($n - m$) iki alt sisteme ayrılır. Koordinat dönüşüm matrisi model referans sistem için Eş.4.19'de, gerçek sistem için ise Eş.4.20'de verilmektedir.

$$z_m = T_m(x_m)x_m \quad (4.19)$$

$$z = T(x)x \quad (4.20)$$

Koordinat dönüşümü ile model referans sistem aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\dot{z}_m = \tilde{A}_m(z_m)z_m + \tilde{B}_m(z_m)u_m \quad (4.21)$$

Burada,

$$\begin{aligned}\tilde{A}_m(z_m) &= T_m(x_m)A_m(x_m)T^{-1}(x_m) = \begin{bmatrix} \tilde{A}_{m11}(z_m) & \tilde{A}_{m12}(z_m) \\ \tilde{A}_{m21}(z_m) & \tilde{A}_{m22}(z_m) \end{bmatrix}, \\ \tilde{B}_m(z_m) &= T_m(x_m)B_m(x_m) = \begin{bmatrix} 0 \\ B_{m2}(z_m) \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (4.22)$$

şeklinde uygun matris boyutları ile ifade edilebilir. Böylece sistem aşağıdaki gibi iki alt sisteme ayrılır.

$$\begin{aligned}\dot{z}_{m1} &= \tilde{A}_{m11}(z_m)z_{m1} + \tilde{A}_{m12}(z_m)z_{m2} \\ \dot{z}_{m2} &= \tilde{A}_{m21}(z_m)z_{m1} + \tilde{A}_{m22}(z_m)z_{m2} + B_{m2}(z_m)u_m\end{aligned}\quad (4.23)$$

Burada $u_m \in R^m$, $z_m \in R^n$, $z_{m1} \in R^{n-m}$, $z_{m2} \in R^m$ şeklinde tanımlıdır. Benzer şekilde gerçek sistem koordinat dönüşümü ile aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\dot{z} = \check{A}(z)z + \check{B}(x)u \quad (4.24)$$

Burada,

$$\begin{aligned}\check{A}(z) &= T(x)A(x)T^{-1}(x) = \begin{bmatrix} \check{A}_{11}(z) & \check{A}_{12}(z) \\ \check{A}_{21}(z) & \check{A}_{22}(z) \end{bmatrix}, \\ \check{B}(z) &= T(x)B(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ B_2(z) \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (4.25)$$

şeklinde uygun matris boyutları ile ifade edilebilir. Böylece sistem aşağıdaki gibi iki alt sisteme ayrılır.

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= \check{A}_{11}(z)z_1 + \check{A}_{12}(z)z_2 \\ \dot{z}_2 &= \check{A}_{21}(z)z_1 + \check{A}_{22}(z)z_2 + B_2(z)u\end{aligned}\quad (4.26)$$

Burada $u \in R^m$, $z \in R^n$, $z_1 \in R^{n-m}$, $z_2 \in R^m$ şeklinde tanımlıdır.

Bu işlemlerden sonra kontrol teriminin olmadığı alt sistemler ile kayma yüzeyi tasarlanabilir. Kayma yüzeyi, yapılan koordinat dönüşümü sonucunda model referans sistem için aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\sigma_m(z_{m1}, z_{m2}) = z_{m2} + C_m(t)z_{m1} \quad (4.27)$$

Gerçek sistem için ise kayma yüzeyi, Eş.4.28'deki gibi ifade edilir.

$$\sigma(z_1, z_2) = z_2 + C(t)z_1 \quad (4.28)$$

Sistem kayma yüzeyi boyunca kararlı davranacak şekilde, zamanla değişen kayma yüzeyi eğimleri seçilebilir.

Model referans sistem için, kayma yüzeyi üzerinde $\sigma_m(z_{m1}, z_{m2}) = 0$ ve böylelikle $z_{m2} = -C_m(t)z_{m1}$ olduğundan, kayma yüzeyi eğimleri bir geri besleme kazanç matrisi olarak değerlendirilir. $C_m(t)$ kayma yüzeyi eğimleri geri besleme kontrol girişi olarak düşünülerek z_{m1} alt sistemini kararlı kılacak şekilde Bölüm.2.1 ve Bölüm.2.2'de anlatıldığı gibi seçilir. Model referans sistem için sistemi kararlı kılacak kontrolcü girişi ise Eş.4.29'de verilmektedir.

$$u_m = u_{meq} + u_{mnon} \quad (4.29)$$

Burada eşdeğer kontrol terimi (u_{meq}), sistemi kayma yüzeyine yönlendirecek şekilde, kayma yüzeyi denkleminin Eş.4.27'in türevi alınarak aşağıdaki gibi bulunur.

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_m(z_{m1}, z_{m2}) &= \dot{z}_{m2} + C_m \dot{z}_{m1} + \dot{C}_m z_{m1} = \tilde{A}_{m21} z_{m1} + \tilde{A}_{m22} z_{m2} + B_{m2} u_{meq} + \\ C_m (\tilde{A}_{m11} z_{m1} + \tilde{A}_{m12} z_{m2}) + \dot{C}_m z_{m1} &= 0 \end{aligned} \quad (4.30)$$

Denklem düzenlenirse,

$$u_{meq} = -B_{m2}^{-1} [(\tilde{A}_{m21} + \dot{C}_m + C_m \tilde{A}_{m11})z_{m1} + (\tilde{A}_{m22} + C_m \tilde{A}_{m12})z_{m2}] \quad (4.31)$$

Sistemi kayma yüzeyi üzerinde tutacak doğrusal olmayan kontrol terimi ise,

$$u_{mnon} = -[B_{m2}]^{-1} \text{sgn}(\sigma_m) \quad (4.32)$$

şeklinde bulunur.

Gerçek sistem için de kayma yüzeyi üzerinde $\sigma(z_1, z_{m2}) = 0$ ve böylelikle $z_2 = -C(t)z_1$ olduğundan, kayma yüzeyi eğimleri bir geri besleme kazanç matrisi olarak değerlendirilir.

Böylelikle model referans sistemin kontrol terimi içermeyen alt sisteminde z_{m2} , gerçek sistemin kontrol terimi içermeyen alt sisteminde ise z_2 kontrol girişi olarak düşünülebilir. Dolayısıyla gerçek sistemin kayma yüzeyi eğimleri model referans adaptif kontrol yöntemi Eş. 4.14'deki gibi belirlenebilir.

$$z_2 = -C(t)z_1 = -L(z_1)z_1 \quad (4.33)$$

Eş.4.13'den de görüleceği üzere kayma yüzeyi eğimleri $C(t)$, Eş.4.18'de verilen adaptasyon kuralı ile elde edilen durum değişkenlerine bağlı $L(z_1)$ matrisine eşit olmaktadır.

$$\dot{L}(z_1) = \Gamma_l z_1 e^T(z_{m1}, z_1) P(z_m) \hat{B}(z_m) \quad (4.34)$$

Burada, Γ_l adaptasyon hızı, $(e = z_{m1} - z_1)$ hata miktarı, $P(z_m)$ ise Eş.4.35'de verilen Lypanov denkleminde elde edilen simetrik ve pozitif tanımlı matristir.

$$P(z_m)A_{m11}(z_m) + A_{m11}^T(z_m)P(z_m) = -Q \quad (4.35)$$

Burada Q pozitif tanımlı simetrik matristir. $W \in R^{m \times m}$ pozitif tanımlı bir matris olmak üzere, $\hat{B}(z_m) = A_{m12}(z_m)W$ şekilde tanımlanmaktadır.

Gerçek sistem için kayma yüzeyi eğimleri belirlendikten sonra sistemi kararlı kılacak kontrolcü girişi ise Eş.4.36'da verilmektedir.

$$u = u_{eq} + u_{non} \quad (4.36)$$

Burada eşdeğer kontrol terimi (u_{eq}), sistemi kayma yüzeyine yönlendirecek şekilde, kayma yüzeyi denkleminin Eş.4.28'in türevi alınarak aşağıdaki gibi bulunur.

$$\dot{\sigma}(z_1, z_2) = \dot{z}_2 + C\dot{z}_1 + \dot{C}z_1 = \tilde{A}_{21}z_1 + \tilde{A}_{22}z_2 + B_2u_{eq} + C(\tilde{A}_{11}z_1 + \tilde{A}_{12}z_2) + \dot{C}z_1 = 0 \quad (4.37)$$

Denklem düzenlenirse,

$$u_{eq} = -B_2^{-1}[(\tilde{A}_{21} + \dot{C} + C\tilde{A}_{11})z_1 + (\tilde{A}_{22} + C\tilde{A}_{12})z_2] \quad (4.38)$$

Sistemi kayma yüzeyi üzerinde tutacak doğrusal olmayan kontrol terimi ise,

$$u_{non} = -[B_2]^{-1}sgn(\sigma) \quad (4.39)$$

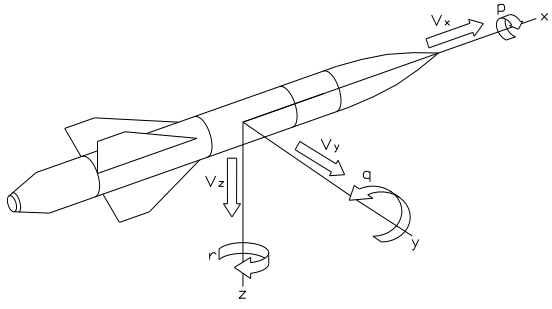
şeklinde bulunur.

Önerilen yöntemin başarısını göstermek amacıyla, yöntem bir füze modeline ve esnek bağlantılı robot manipülatöre uygulanmıştır.

4.4. Füze Modeli

Seçilen füze modelinin yunuslama eksenindeki hareketi kuyruk kumandası ile kontrol edilmeye çalışılmaktadır. Referans normal ivme takibi amacıyla kontrol yöntemi füze modeline uygulanacaktır.

Şekil 4.2'de füze modelindeki eksenler, Şekil 4.3.'de ise yunuslama eksenindeki hareketle ilgili parametreler gösterilmiştir.



p = yuvarlanma hızı

q = yunuslama hızı

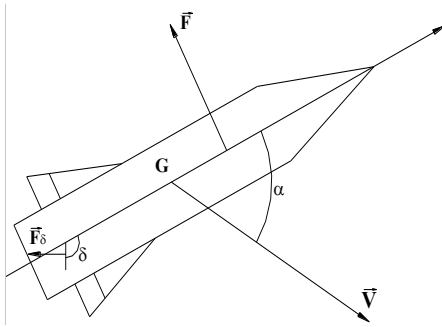
r = yalpalama hızı

V_x = boylamasına eksenindeki hız bileşeni

V_y = yanlamasına eksenindeki hız bileşeni

V_z = düşey eksenindeki hız bileşeni

Şekil 4.2. Füze modelindeki eksenler (Tsourdos ve White, 2005)



α = hücum açısı (füze boylamasına eksenine ile arasındaki açı)

δ = kuyruk açısı

Şekil 4.3. Füze modeli (Devaud, Siguerdidjane ve Font, 2000)

Uygulama için seçilen füze modeline ait yunuslama hareketini temsil eden doğrusal olmayan denklemler aşağıda belirtilmiştir. Füze, Mach 3'de 20000 ft yüksekliğinde seyretmektedir (Reichert, Nichols ve Rugh, 1993).

Seçilen füze modeli daha önce farklı kontrol yaklaşımlarıyla birçok araştırmacı tarafından çalışılmıştır (Devaud, Siguerdidjane ve Font, 2000; Biannic ve Apkarian, 1999; Wu, Packard ve Balas, 1995; Döll, Gorrec, Ferreres ve Magni, 2001; Chen, Donald ve Peter, 2003).

4.4.1. Füze modelinin hareket ve durum denklemleri

Şekil 4.2 ve Şekil. 4.3'de verilen modelin doğrusal olmayan sistem denklemleri,

$$\dot{\alpha} = K_{\alpha} M C_n(\alpha, \delta, M) \cos(\alpha) + q$$

$$\dot{q} = K_q M^2 C_m(\alpha, \delta, M)$$

(4.40)

Aerodinamik katsayılar

$$\begin{aligned} C_n &= \text{sgn}(\alpha)\{a_n|\alpha|^3 + b_n|\alpha|^2 + c_n(2 - M/3)|\alpha|\} + d_n\delta \\ C_m &= \text{sgn}(\alpha)\{a_m|\alpha|^3 + b_m|\alpha|^2 + c_m(-7 + 8M/3)|\alpha|\} + d_m\delta \end{aligned} \quad (4.41)$$

Sistem çıkışı normal ivme olup,

$$\eta = K_z M^2 C_n(\alpha, \delta, M) \quad (4.43)$$

Sistem değişkenleri

$$\begin{aligned} \alpha(t) &= \text{Hücum açısı (deg)} \\ q(t) &= \text{Yunuslama hızı (deg/s)} \\ \delta_c(t) &= \text{Kuyruk kumanda açısı (deg)} \\ \delta(t) &= \text{Gerçek kuyruk açısı (deg)} \\ \eta_c(t) &= \text{Referans ivme (g cinsinden)} \\ \eta(t) &= \text{Gerçek normal ivme (g cinsinden)} \end{aligned}$$

şeklinde temsil edilmiştir.

Sistem modeli Eş.4.40 ile ifade edilen sistem denklemlerine, istenilen ivme ile gerçekleşen ivme arasındaki hatanın üçüncü bir durum denklemi olarak eklenmesi ile elde edilebilir. Bu durumda

$$\begin{aligned} e &= \text{hata sinyali olup,} \\ \eta_c &= \text{takip edilmeye çalışılan referans} \end{aligned}$$

olmak üzere sistem çıkışı ve hata sinyali Eş.4.44 ve Eş.4.45’de ifade edildiği gibi tanımlıdır (Salamcı ve Özgören,2000).

$$y = \int \eta dt \quad (4.44)$$

$$e = \int (\eta - \eta_c) dt \quad (4.45)$$

ve yeni durum denklemi Eş. 4.45'in türevinin alınması ile elde edilir.

$$\dot{e} = \eta - \eta_c = a_{31}(\alpha)\alpha + b_{31}\delta - \eta_c \quad (4.46)$$

Böylelikle Eş 4.47 ile ifade edilen sistem denklemi bulunur.

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{q} \\ \dot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}(\alpha) & 1 & 0 \\ a_{21}(\alpha) & 0 & 0 \\ a_{31}(\alpha) & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ q \\ e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11}(\alpha) \\ b_{21} \\ b_{31} \end{bmatrix} \delta + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\eta_c \end{bmatrix} \quad (4.47)$$

Burada,

$$\begin{aligned} a_{11}(\alpha) &= K_\alpha M \{a_n \alpha^2 + b_n |\alpha| + c_n\} \cos(\alpha) \\ a_{21}(\alpha) &= K_q M^2 \{a_m \alpha^2 + b_m |\alpha| + c_m\} \\ a_{31}(\alpha) &= K_z M^2 \{a_n \alpha^2 + b_n |\alpha| + c_n\} \\ b_{11} &= K_\alpha M \cos(\alpha) d_n \\ b_{21} &= K_q M^2 d_m \\ b_{31} &= K_z M^2 d_n \end{aligned} \quad (4.48)$$

olarak tanımlıdır.

Eş. 4.47 ile ifade edilen sisteme uygulanacak kontrolün amacı, sistem çıkışı olan normal ivmenin, belirlenen η_c referans ivme grafiğini takip etmesidir.

Eş. 4.47' de

$$\begin{aligned} \alpha &= x_1 \\ q &= x_2 \\ e &= x_3 \\ \delta &= u \end{aligned} \quad (4.49)$$

olarak tanımlanırsa, sistemin durum denklemi

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}(\alpha) & 1 & 0 \\ a_{21}(\alpha) & 0 & 0 \\ a_{31}(\alpha) & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11}(\alpha) \\ b_{21} \\ b_{31} \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\eta_c \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

Eş. 4.50 ile ifade edilebilir ve

$$\dot{x} = A(x)x + B(x)u \quad (4.51)$$

şeklindeki, doğrusal olmayan sistemler için genelleştirilmiş forma gelir.

4.4.2. Füze modeline önerilen yöntemin uygulanması

Referans model için kontrolcü tasarımı

Eş. 4.52 ile ifade edilen doğrusal olmayan sistem seçilen her bir zaman aralığında o andaki durum değişkenleri ile değerlendirilerek, doğrusal zamanla değişmeyen sistemler dizisi elde edilmektedir. Her bir zaman aralığında elde edilen doğrusal sistemler için kayan kipli kontrol yöntemi kullanılarak belirlenen η_c referans ivme grafiğini takip etmesi sağlanmaktadır.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{m1} \\ \dot{x}_{m2} \\ \dot{x}_{m3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{m11}(\alpha) & 1 & 0 \\ a_{m21}(\alpha) & 0 & 0 \\ a_{m31}(\alpha) & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{m1} \\ x_{m2} \\ x_{m3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{m11}(\alpha) \\ b_{m21} \\ b_{m31} \end{bmatrix} u_m + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\eta_c \end{bmatrix} \quad (4.52)$$

Burada,

$$\begin{aligned} a_{m11}(\alpha_m) &= K_{am} M_m \{ a_{nm} \alpha_m^2 + b_{nm} |\alpha_m| + c_{nm} \} \cos(\alpha_m) \\ a_{m21}(\alpha_m) &= K_{qm} M_m^2 \{ a_{mm} \alpha_m^2 + b_{mm} |\alpha_m| + c_{mm} \} \\ a_{m31}(\alpha_m) &= K_{zm} M_m^2 \{ a_{nm} \alpha_m^2 + b_{nm} |\alpha_m| + c_{nm} \} \\ b_{m11} &= K_{am} M_m \cos(\alpha_m) d_{nm} \\ b_{m21} &= K_{qm} M_m^2 d_{mm} \\ b_{m31} &= K_{zm} M_m^2 d_{nm} \end{aligned} \quad (4.53)$$

olarak tanımlıdır. Referans modelin yunuslama eksenine ait katsayıları ise Çizelge 4.1'de verilmektedir.

Çizelge.4.1 Referans füze modelinin yunuslama eksenine ait katsayıları

$K_{am} = (0,7)P_0S/mv_s$	$= 1,1855$
$K_{qm} = (0,7)P_0Sd/I_y$	$= 70,586$
$K_{zm} = (0,7)P_0S/m$	$= 0,667$
$P_{0m} = 973,3 \text{ lbs/ft}^2$: 20000 ft'deki statik basınç
$S_m = 0,44 \text{ ft}^2$: Referans yüzey alanı
$m_m = 13,98 \text{ slugs}$: Kütle
$v_s = 1036,4 \text{ ft/s}$: 20000 ft'deki ses hızı
$d_m = 0,75 \text{ ft}$: Referans çapı
$I_{ym} = 182,5 \text{ slug.ft}^2$: Yunuslama atalet momenti
$a_{nm} = 0,00103 \text{ deg}^{-3}$	
$b_{nm} = -0,00945 \text{ deg}^{-2}$	
$c_{nm} = -0,1696 \text{ deg}^{-1}$	
$d_{nm} = -0,034 \text{ deg}^{-1}$	
$a_{mm} = 0,000215 \text{ deg}^{-3}$	
$b_{mm} = -0,0195 \text{ deg}^{-2}$	
$c_{mm} = 0,051 \text{ deg}^{-1}$	
$d_{mm} = -0,206 \text{ deg}^{-1}$	

Sisteme kayan kipli kontrol uygulanabilmesi için, sistemin kontrol girişinin olduğu ve olmadığı iki alt sisteme ayrılması gereklidir. Sistemi belirtilen iki alt sisteme ayırabilecek T koordinat dönüşüm matrisi bu çalışmada aşağıdaki şekilde seçilmiştir

$$T_m = \begin{bmatrix} 1 & -(b_{m11}/b_{m21}) & 0 \\ 0 & 1 & -(b_{m21}/b_{m31}) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.54)$$

$$z_m = T_m x_m \quad (4.55)$$

Model referans sistem, koordinat dönüşüm matrisi ile istenilen alt sistemlere aşağıdaki biçimde ayrılır.

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_{m1} \\ \dot{z}_{m2} \\ \dot{z}_{m3} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \check{a}_{m11} & \check{a}_{m12} & \check{a}_{m13} \\ \check{a}_{m21} & \check{a}_{m22} & \check{a}_{m23} \\ \check{a}_{m31} & \check{a}_{m32} & \check{a}_{m33} \end{bmatrix}}_{\check{A}_m} \begin{bmatrix} z_{m1} \\ z_{m2} \\ z_{m3} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \check{b}_m \end{bmatrix}}_{\check{B}_m} u_m + \underbrace{\begin{bmatrix} \check{n}_{m1} \\ \check{n}_{m2} \\ \check{n}_{m3} \end{bmatrix}}_{\check{N}_m} \quad (4.56)$$

Kontrol teriminin bulunmadığı alt sistem,

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_{m1} \\ \dot{z}_{m2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \check{a}_{m11} & \check{a}_{m12} & \check{a}_{m13} \\ \check{a}_{m21} & \check{a}_{m22} & \check{a}_{m23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{m1} \\ z_{m2} \\ z_{m3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{n}_{m1} \\ \tilde{n}_{m2} \end{bmatrix} \quad (4.57)$$

kontrol teriminin olduğu alt sistem ise,

$$\dot{z}_{m3} = \check{a}_{m31}z_{m1} + \check{a}_{m32}z_{m2} + \check{a}_{m33}z_{m3} + \check{b}_m u_m + \tilde{n}_{m3} \quad (4.58)$$

şeklinde tanımlanmaktadır.

Bu işlemlerden sonra kontrol teriminin olmadığı alt sistem ile kayma yüzeyi tasarlanabilir. Eş.4.57 ile ifade edilen alt sistemi kullanılarak kayma yüzeyi,

$$\sigma_m(z_m, t) = C_{m1}(t)z_{m1} + C_{m2}(t)z_{m2} + z_{m3} \quad (4.59)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Kayma yüzeyi eğimlerinin hesaplanabilmesi için Eş.4.57 ile ifade edilen sistem Eş.4.60'daki biçimde yazılırsa,

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_{m1} \\ \dot{z}_{m2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \check{a}_{m11} & \check{a}_{m12} \\ \check{a}_{m21} & \check{a}_{m22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{m1} \\ z_{m2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \check{a}_{m13} \\ \check{a}_{m23} \end{bmatrix} z_{m3} + \begin{bmatrix} \tilde{n}_{m1} \\ \tilde{n}_{m2} \end{bmatrix} \quad (4.60)$$

Kayma yüzeyindeki kayma yüzeyi eğimi parametrelerinin bulunabilmesi için z_{m3} terimi bir nevi durum geri besleme $u_m = -K_m x_m$ gibi düşünülür

$z_{m3} = -C_m \begin{bmatrix} z_{m1} \\ z_{m2} \end{bmatrix}$ olmak üzere ,

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_{m1} \\ \dot{z}_{m2} \end{bmatrix} = \left\{ \underbrace{\begin{bmatrix} \check{a}_{m11} & \check{a}_{m12} \\ \check{a}_{m21} & \check{a}_{m22} \end{bmatrix}}_{A_m^*} - C_m \underbrace{\begin{bmatrix} \check{a}_{m13} \\ \check{a}_{m23} \end{bmatrix}}_{B_m^*} \right\} \underbrace{\begin{bmatrix} z_{m1} \\ z_{m2} \end{bmatrix}}_{z_m^*} + \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{n}_{m1} \\ \tilde{n}_{m2} \end{bmatrix}}_{\eta_m^*} \quad (4.61)$$

Eş.4.61'de verilen sistemi kararlı kılabacak kazanç katsayıları (kayma yüzeyi eğimleri) sistem kutuplarının negatif eksende, η_m^* teriminden gelen bozucu etkiyi bertaraf edecek kadar orijine uzak seçilmesiyle sağlanacaktır (Bkz. EK-1) (Khalil, 1996:97-154). Kazanç

katsayıları (kayma yüzeyi eğimleri) Eş. 4.62 de verilen maliyet fonksiyonunu minimum yapacak şekilde seçilecektir.

$$J(x, u) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [x^T(t)Q(x)x(t) + u^T(t)R(x)u(t)] dt \quad (4.62)$$

Burada Q pozitif tanımlı veya pozitif yarı tanımlı simetrik durum ağırlık ve R ise pozitif tanımlı simetrik kontrol ağırlık matrisleridir. Q ve R matrisleri, sistem cevabının nasıl olması istenildiğine göre bulunur. Ancak bu çalışmada Q ve R matrisleri, kontrolü gerçekleştirmek kaydıyla gelişigüzel seçilmiştir, belirlenen bir sistem cevabı hedeflenmemiştir. Bu çalışmada,

$$Q = \begin{bmatrix} 50 & 0 \\ 0 & 375(b_{m11})^2 \end{bmatrix} \text{ ve } R = [200] \quad (4.63)$$

olarak seçilmiştir.

$$PA_m^* + (A_m^*)^T P - PB_m^* R^{-1} (B_m^*)^T P + Q = 0 \quad (4.64)$$

Yukarıda verilen Ricatti denkleminde simetrik ve pozitif tanımlı P matrisi elde edildikten sonra,

$$u_m^{opt} = -R^{-1} (B_m^*)^T P z_m^* \quad (4.65)$$

olmak üzere optimum kayma yüzeyi eğimleri Eş. 4.66'daki gibi bulunmuş olur.

$$C_m^T = -R^{-1} (B_m^*)^T P \quad (4.66)$$

Kayma yüzeyi eğimleri belirlendikten sonra sistemi kayma yüzeyine yönlendirecek eşdeğer kontrol terimi (u_{meq}) ve sistemi bu yüzey üzerinde tutacak kontrol terimi (u_{mnon}) tasarımına geçilebilir.

Eşdeğer kontrol terimi, kayma yüzeyi denkleminin Eş.4.59'un türevi alınarak aşağıdaki gibi bulunur.

$$\dot{\sigma} = C_{m1}\dot{z}_{m1} + C_{m2}\dot{z}_{m2} + \dot{C}_{m1}z_{m1} + \dot{C}_{m2}z_{m2} + \dot{z}_{m3} = 0 \quad (4.67)$$

Burada,

$$\dot{C}_i = \frac{C_i(t+\Delta t) - C_i(t)}{\Delta t}, \quad i=1, 2, 3 \quad (4.68)$$

olmak üzere,

\dot{z}_{m1} , \dot{z}_{m2} ve \dot{z}_{m3} yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_m(z_m, t) &= C_{m1}(\check{a}_{m11}z_{m1} + \check{a}_{m12}z_{m2} + \check{a}_{m13}z_{m3} + \check{\eta}_{m1}) \\ &+ C_{m2}(\check{a}_{m21}z_{m1} + \check{a}_{m22}z_{m2} + \check{a}_{m23}z_{m3} + \check{\eta}_{m2}) \\ &+ \dot{C}_{m1}(t)z_{m1} + \dot{C}_{m2}(t)z_{m2} \\ &+ \check{a}_{m31}z_{m1} + \check{a}_{m32}z_{m2} + \check{a}_{m33}z_{m3} + \check{\eta}_{m3} + \check{b}_m u_{meq} \end{aligned} \quad (4.69)$$

ve denklem düzenlenirse,

$$\begin{aligned} \sigma_m &= (C_{m1}\check{a}_{m11} + C_{m2}\check{a}_{m21} + \check{a}_{m31})z_{m1} \\ &+ (C_{m1}\check{a}_{m12} + C_{m2}\check{a}_{m22} + \check{a}_{m32})z_{m2} \\ &+ (C_{m1}\check{a}_{m13} + C_{m2}\check{a}_{m23} + \check{a}_{m33})z_{m3} \\ &+ C_{m1}\check{\eta}_{m1} + C_{m2}\check{\eta}_{m2} + \check{\eta}_{m3} + \dot{C}_{m1}z_{m1} + \dot{C}_{m2}z_{m2} + \check{b}_m u_{meq} \end{aligned} \quad (4.70)$$

Eş.4.28'den eşdeğer kontrolcü terimi Eş.4.29'daki gibi bulunur.

$$u_{eq} = -[\check{b}_m]^{-1} \begin{bmatrix} (C_{m1}\check{a}_{m11} + C_{m2}\check{a}_{m21} + \check{a}_{m31})z_{m1} \\ + (C_{m1}\check{a}_{m12} + C_{m2}\check{a}_{m22} + \check{a}_{m32})z_{m2} \\ + (C_{m1}\check{a}_{m13} + C_{m2}\check{a}_{m23} + \check{a}_{m33})z_{m3} \\ + C_{m1}\check{\eta}_{m1} + C_{m2}\check{\eta}_{m2} + \check{\eta}_{m3} \\ \dot{C}_{m1}z_{m1} + \dot{C}_{m2}z_{m2} \end{bmatrix} \quad (4.71)$$

Sistemi bu yüzey üzerinde tutacak kontrolcü terimi (u_{mnon}) ise,

$$u_{mnon} = -k \operatorname{sgn}(\sigma_m(z_m, t)) \quad (4.72)$$

olarak hesaplanır.

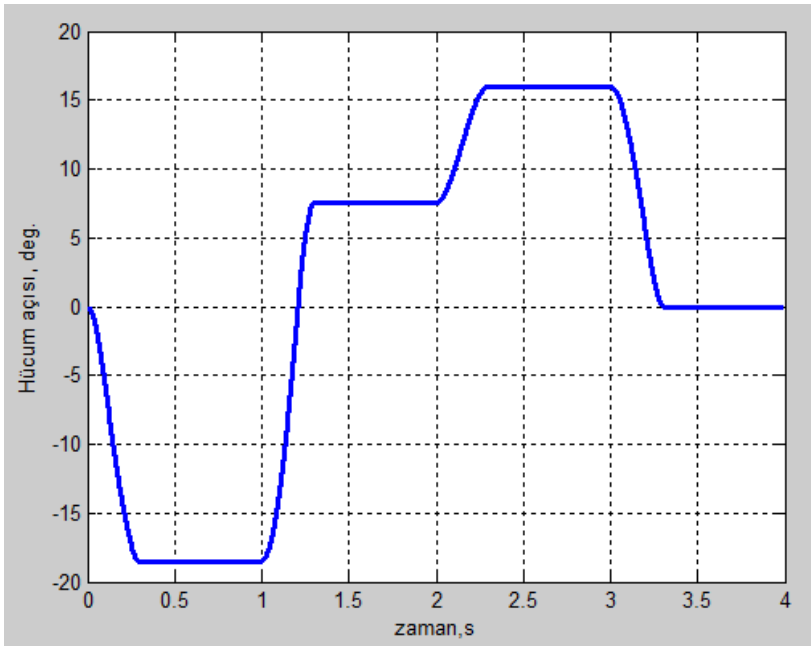
Toplam kontrolcü girişi ise,

$$u_m = u_{meq} + u_{mnon} \quad (4.73)$$

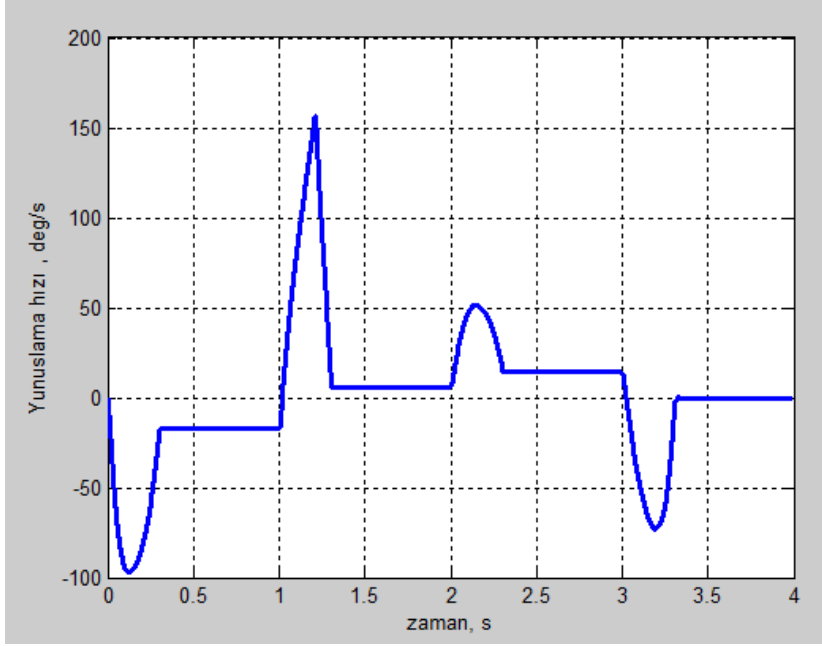
olarak bulunur.

Bu çalışmada gerçek sistem için $k = 1$, $\Delta t = 0,003$ ve başlangıç koşulu ise $x_0 = [0,05 \quad -0,1 \quad 0]$ olarak seçilmiştir.

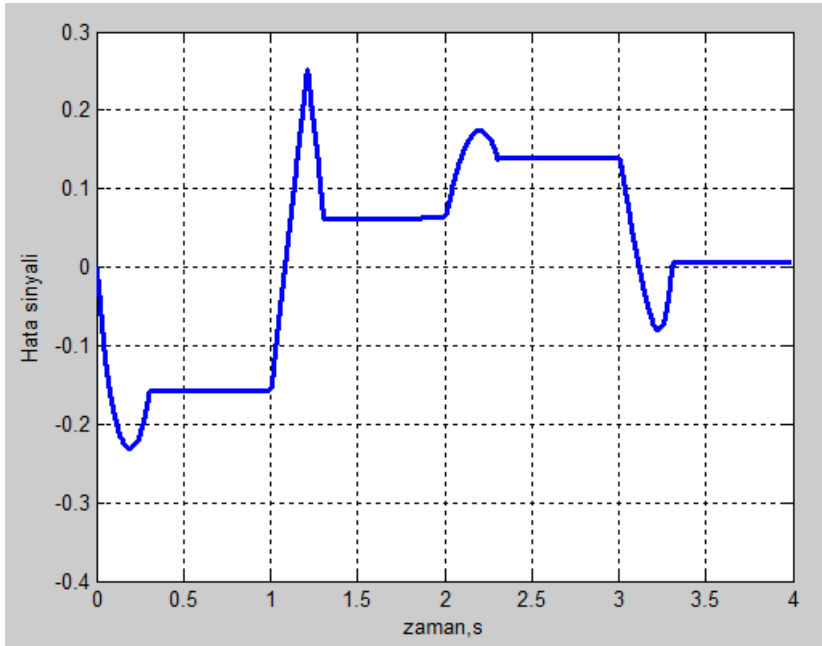
Referans Model sistem için elde edilen benzetim sonuçları



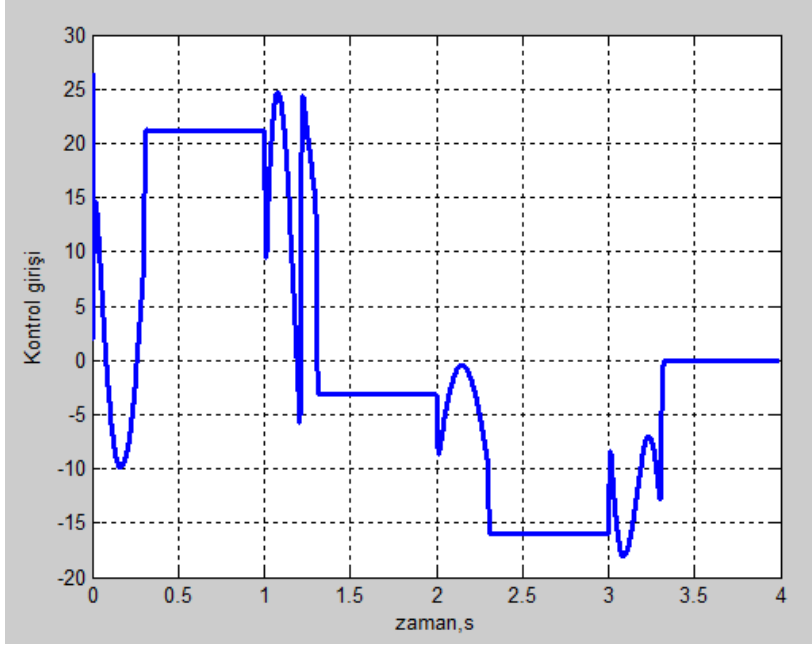
Şekil.4.4. Model sistemin hücum açısı değişimi



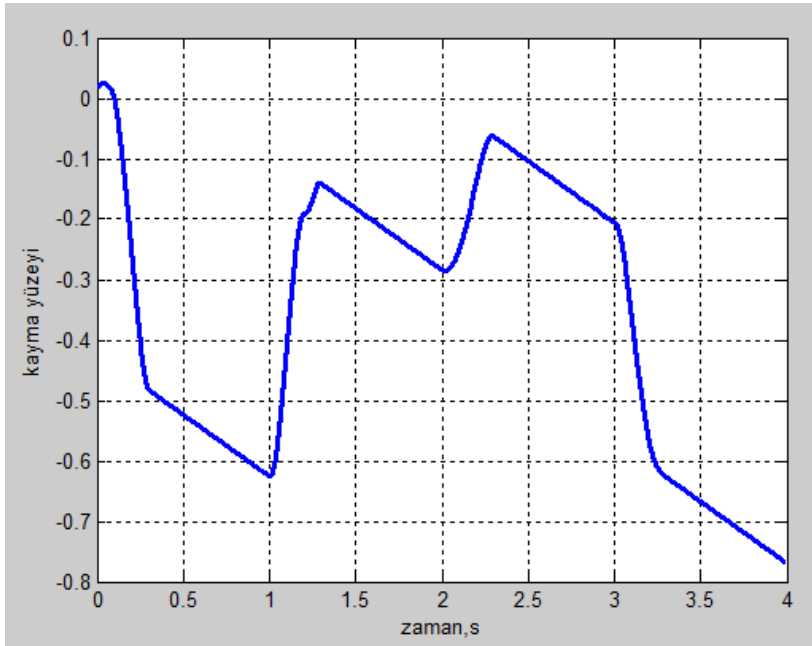
Şekil.4.5. Model sistemin yunuslama hızı değişimi



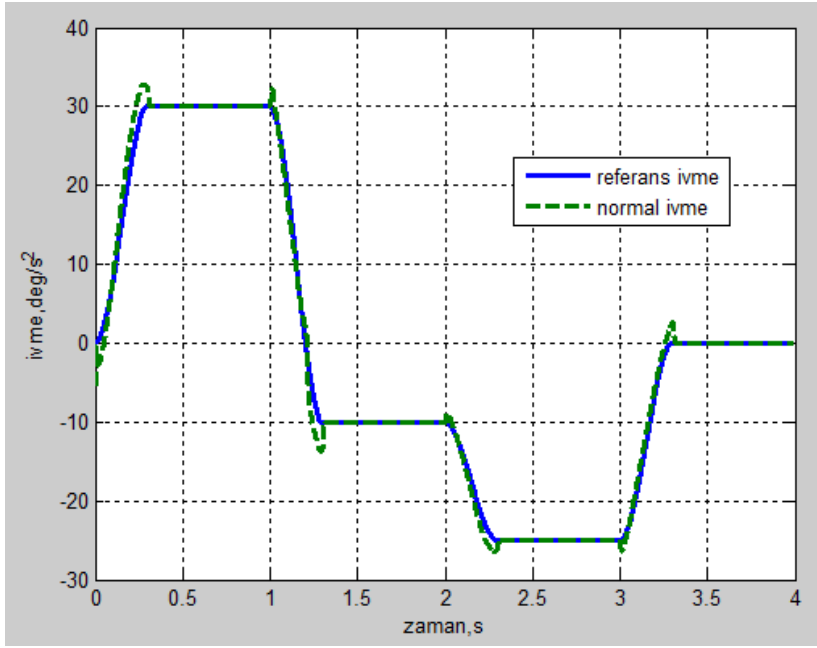
Şekil.4.6. Model sistemin hata sinyali değişimi



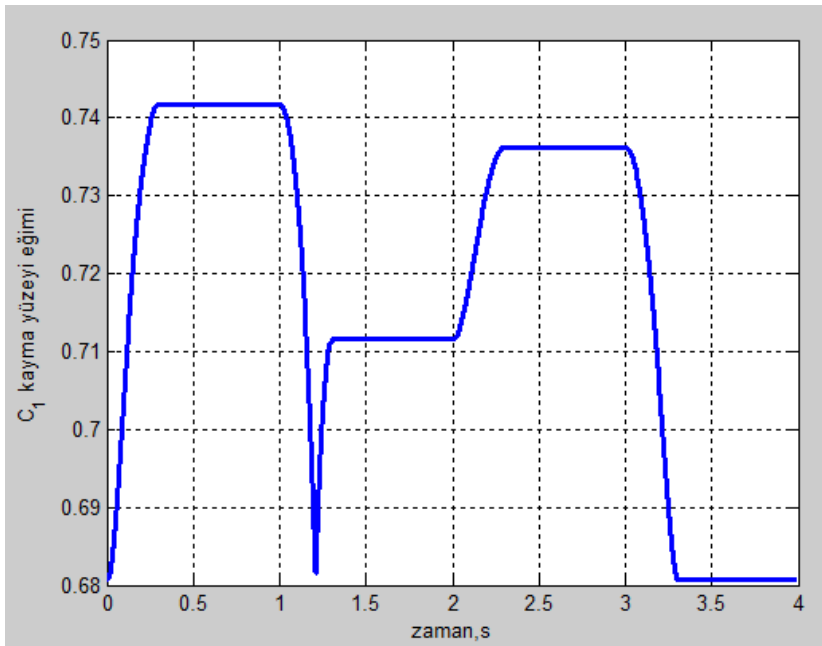
Şekil.4.7. Model sistemin kontrol sinyali değişimi



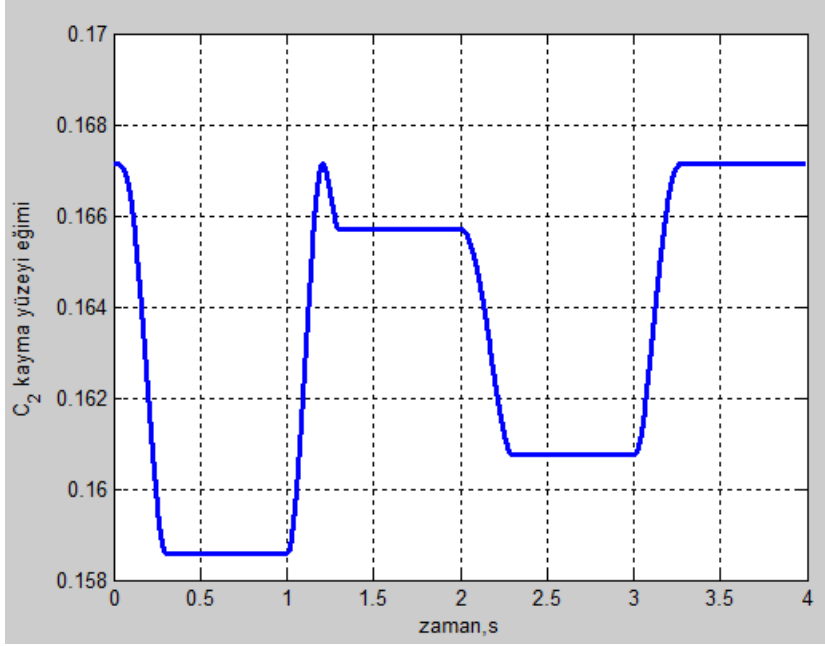
Şekil.4.8. Model sistemin kayma yüzeyi değişimi



Şekil.4.9. Model sistemin referans-gerçek normal ivme değişimi



Şekil.4.10. Model sistem kayma yüzeyi eğimi ($C_1(t)$)



Şekil.4.11. Model sistem kayma yüzeyi eğimi ($C_2(t)$)

Gerçek sistem için kontrol tasarımı

Eş. 4.74 ile ifade edilen doğrusal olmayan gerçek sistem ele alınır.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}(\alpha) & 1 & 0 \\ a_{21}(\alpha) & 0 & 0 \\ a_{31}(\alpha) & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11}(\alpha) \\ b_{21} \\ b_{31} \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\eta_c \end{bmatrix} \quad (4.74)$$

Burada,

$$a_{11}(\alpha) = K_\alpha M \{a_n \alpha^2 + b_n |\alpha| + c_n\} \cos(\alpha)$$

$$a_{21}(\alpha) = K_q M^2 \{a_m \alpha^2 + b_m |\alpha| + c_m\}$$

$$a_{31}(\alpha) = K_z M^2 \{a_n \alpha^2 + b_n |\alpha| + c_n\}$$

$$b_{11} = K_\alpha M \cos(\alpha) d_n$$

$$b_{21} = K_q M^2 d_m$$

$$b_{31} = K_z M^2 d_n \quad (4.75)$$

olarak tanımlıdır. Gerçek modelin yunuslama eksenine ait katsayıları ise referans modelin katsayılarından farklı seçilmiş olup Çizelge 4.2’de verilmektedir.

Çizelge.4.2 Gerçek füze modelinin yunuslama eksenine ait katsayıları

$K_\alpha = (0,7)P_0S/mv_s$	$= 0,9$
$K_q = (0,7)P_0Sd/I_y$	$= 50,24$
$K_z = (0,7)P_0S/m$	$= 0,32$
$a_n = 0,00108 \text{ deg}^{-3}$	
$b_n = -0,00952 \text{ deg}^{-2}$	
$c_n = -0,1783 \text{ deg}^{-1}$	
$d_n = -0,042 \text{ deg}^{-1}$	
$a_m = 0,000218 \text{ deg}^{-3}$	
$b_m = -0,0183 \text{ deg}^{-2}$	
$c_m = 0,057 \text{ deg}^{-1}$	
$d_m = -0,218 \text{ deg}^{-1}$	

Gerçek füze modelinde kayma yüzeyi eğimleri önerilen yöntem ile belirlenmektedir. Önerilen yöntemin uygulanabilmesi için sistem referans modelde de olduğu gibi kontrol teriminin olmadığı ve kontrol terimi içeren iki alt sistem ayırabilecek T koordinat dönüşüm matrisi bu çalışmada aşağıdaki şekilde seçilmiştir.

$$T = \begin{bmatrix} 1 & -(b_{11}/b_{21}) & 0 \\ 0 & 1 & -(b_{21}/b_{31}) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.76)$$

$$z = Tx \quad (4.77)$$

Gerçek sistem, koordinat dönüşüm matrisi ile istenilen alt sistemlere aşağıdaki biçimde ayrılır.

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \check{a}_{11} & \check{a}_{12} & \check{a}_{13} \\ \check{a}_{21} & \check{a}_{22} & \check{a}_{23} \\ \check{a}_{31} & \check{a}_{32} & \check{a}_{33} \end{bmatrix}}_{\check{A}} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \check{b} \end{bmatrix}}_{\check{B}} u_m + \underbrace{\begin{bmatrix} \check{n}_1 \\ \check{n}_2 \\ \check{n}_3 \end{bmatrix}}_{\check{N}} \quad (4.78)$$

Kontrol teriminin bulunmadığı alt sistem,

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \check{a}_{11} & \check{a}_{12} & \check{a}_{13} \\ \check{a}_{21} & \check{a}_{22} & \check{a}_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \check{n}_1 \\ \check{n}_2 \end{bmatrix} \quad (4.79)$$

kontrol teriminin olduğu alt sistem ise,

$$\dot{z}_3 = \check{a}_{31}z_1 + \check{a}_{32}z_2 + \check{a}_{33}z_3 + \check{b}u + \check{n}_3 \quad (4.80)$$

şeklinde tanımlanmaktadır.

Kayma yüzeyi eğimlerinin belirlenebilmesi için Eş.4.79 aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \check{a}_{11} & \check{a}_{12} \\ \check{a}_{21} & \check{a}_{22} \end{bmatrix}}_{A^*} \underbrace{\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}}_{z^*} + \underbrace{\begin{bmatrix} \check{a}_{13} \\ \check{a}_{23} \end{bmatrix}}_{B^*} z_3 + \underbrace{\begin{bmatrix} \check{n}_1 \\ \check{n}_2 \end{bmatrix}}_{\eta^*} \quad (4.81)$$

Bu işlemlerden sonra gerçek sistemde kontrol teriminin olmadığı alt sistem ile referans modelde kontrol teriminin olmadığı alt sistem kullanılarak gerçek sistem için tasarlanacak kayma yüzeyi eğimleri önerilen yöntem ile belirlenebilir. Kayma yüzeyi Eş. 4.82 ile ifade edilmektedir.

$$\sigma(z, t) = C_1(t)z_1 + C_2(t)z_2 + z_3 \quad (4.82)$$

Kayma yüzeyindeki kayma yüzeyi eğimi parametrelerinin bulunabilmesi için z_3 terimi bir nevi durum geri besleme $u_m = -K_m x_m$ gibi düşünülür.

$$z_3 = -C \underbrace{\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}}_{z^*} \text{ olmak üzere,}$$

kayma yüzeyi eğimleri (C) model referans adaptif kayma yüzeyi kuralı kullanılarak Eş. 4.83'da ifade edildiği gibi bulunur.

$$z_3 = -C(t)z^* = -L(z^*)z^* \quad (4.83)$$

Eş.4.84'de verilen adaptasyon kuralı ile durum değişkenlerine bağlı $L(z^*)$ matrisi elde edilmektedir.

$$\dot{L}(z) = \Gamma_l z^* e^T(z_m^*, z^*) P(z_m^*) \hat{B}(z_m^*) \quad (4.84)$$

Burada, Γ_1 adaptasyon hızı , $e = z_m^* - z^*$ hata miktarı, $P(z_m^*)$ ise Eş.4.85'de verilen Lypanov denkleminde elde edilen simetrik ve pozitif tanımlı matristir.

$$P(z_m^*)A_m^*(z_m^*) + \{A_m^*(z_m^*)\}^T P(z_m^*) = -Q \quad (4.85)$$

Burada pozitif tanımlı simetrik matris olan Q birim matris olarak seçilmiştir. $\hat{B}(z_m) = A_{m12}(z_m)W$ şekilde tanımlanmakta olup, bu çalışmada $W = 1$ olarak seçilmiştir. Ayrıca, model sistemin $t = 0,01$ saniyedeki kayma yüzeyi eğimleri L 'in başlangıç koşulu olarak $L_0 = [0,6809 \quad 0,1671]$ belirlenmiştir.

Model referans adaptif kayma yüzeyi eğimi belirleme yöntemi kullanılarak kayma yüzeyi eğimleri belirlendikten sonra sistemi kayma yüzeyine yönlendirecek eşdeğer kontrol terimi (u_{eq}) ve sistemi bu yüzey üzerinde tutacak kontrol terimi (u_{non}) tasarımına geçilebilir.

Eşdeğer kontrol terimi, kayma yüzeyi denkleminin Eş.4.82'in türevi alınarak aşağıdaki gibi bulunur.

$$\dot{\sigma} = C_1\dot{z}_1 + C_2\dot{z}_2 + \dot{C}_1z_1 + \dot{C}_2z_2 + \dot{z}_3 \quad (4.86)$$

Burada,

$$\dot{C}_i = \frac{C_i(t+\Delta t) - C_i(t)}{\Delta t}, \quad i=1, 2, 3 \quad (4.87)$$

olmak üzere,

\dot{z}_1 , \dot{z}_2 ve \dot{z}_3 yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}(z_m, t) &= C_1(\check{a}_{11}z_1 + \check{a}_{12}z_2 + \check{a}_{13}z_3 + \check{\eta}_1) \\ &+ C_2(\check{a}_{21}z_1 + \check{a}_{22}z_2 + \check{a}_{23}z_3 + \check{\eta}_2) \\ &+ \dot{C}_1(t)z_1 + \dot{C}_2(t)z_2 \\ &+ \check{a}_{31}z_1 + \check{a}_{32}z_2 + \check{a}_{33}z_3 + \check{\eta}_3 + \check{b}u_{eq} \end{aligned} \quad (4.88)$$

ve denklem düzenlenirse,

$$\begin{aligned}
\sigma = & (C_1\check{a}_{11} + C_2\check{a}_{21} + \check{a}_{31})z_1 \\
& + (C_1\check{a}_{12} + C_2\check{a}_{22} + \check{a}_{32})z_2 \\
& + (C_1\check{a}_{13} + C_2\check{a}_{23} + \check{a}_{33})z_3 \\
& + C_1\check{\eta}_1 + C_2\check{\eta}_2 + \check{\eta}_3 \\
& + \dot{C}_1z_1 + \dot{C}_2z_2 \\
& + \check{b}u_{eq}
\end{aligned} \tag{4.89}$$

Eş.4.89'den eşdeğer kontrolcü terimi Eş.4.90'daki gibi bulunur.

$$u_{eq} = -[\check{b}]^{-1} \begin{bmatrix} (C_1\check{a}_{11} + C_2\check{a}_{21} + \check{a}_{31})z_1 \\ + (C_1\check{a}_{12} + C_2\check{a}_{22} + \check{a}_{32})z_2 \\ + (C_1\check{a}_{13} + C_2\check{a}_{23} + \check{a}_{33})z_3 \\ + C_1\check{\eta}_1 + C_2\check{\eta}_2 + \check{\eta}_3 \\ \dot{C}_1z_1 + \dot{C}_2z_2 \end{bmatrix} \tag{4.90}$$

Sistemi bu yüzey üzerinde tutacak kontrolcü terimi (u_{non}) ise,

$$u_{non} = -k \operatorname{sgn}(\sigma(z, t)) \tag{4.91}$$

olarak hesaplanır.

Toplam kontrolcü girişi ise,

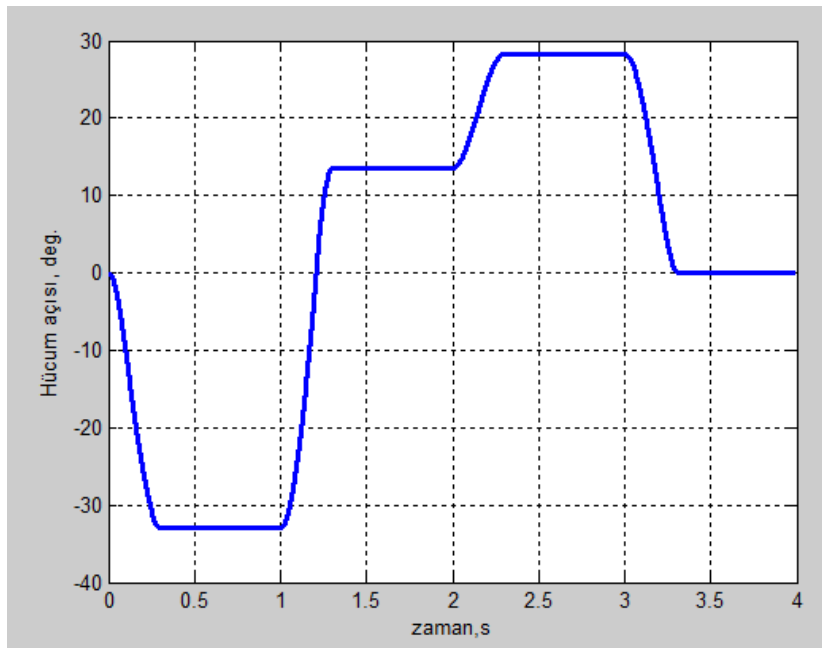
$$u = u_{eq} + u_{non} \tag{4.92}$$

olarak bulunur.

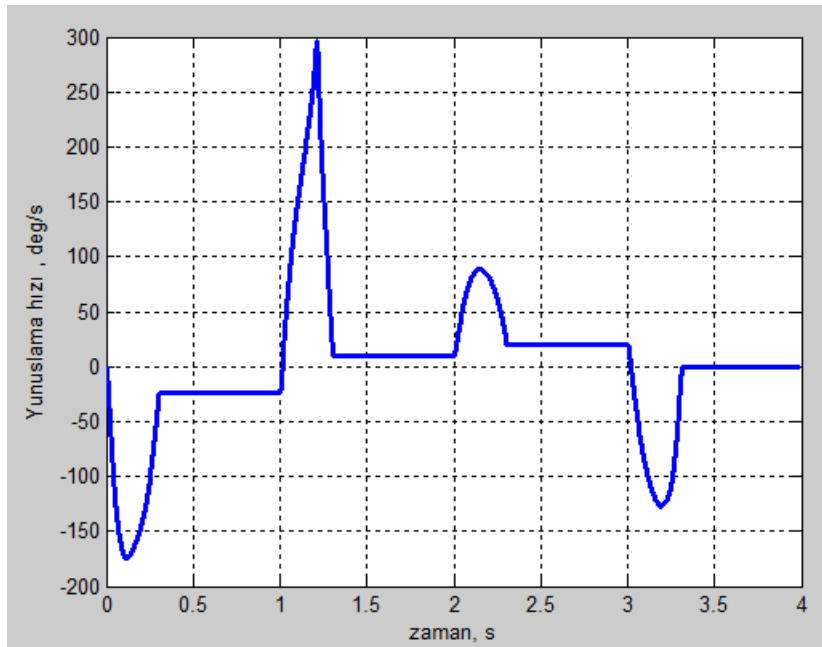
Bu çalışmada gerçek sistem için $k = 1$, $\Delta t = 0,003$ ve başlangıç koşulu ise

$x_0 = [0,05 \quad -0,1 \quad 0]$ olarak seçilmiştir.

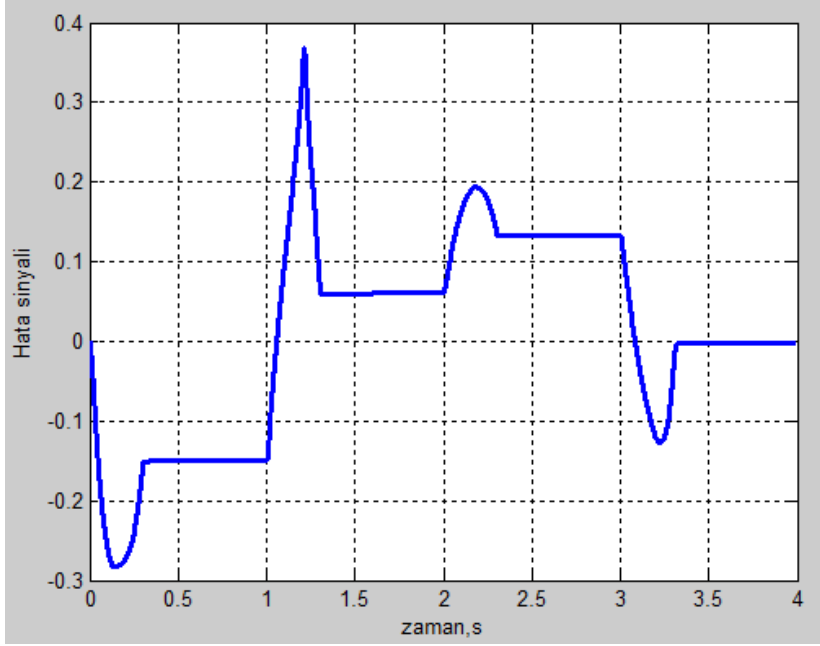
Gerçek sistem için elde edilen benzetim sonuçları



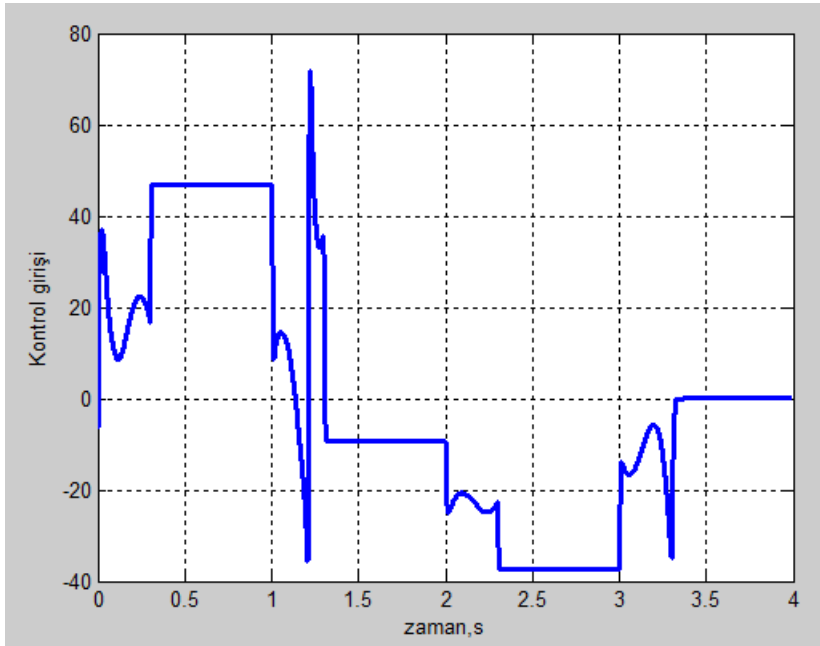
Şekil.4.12. Gerçek sistemin hücum açısı değişimi



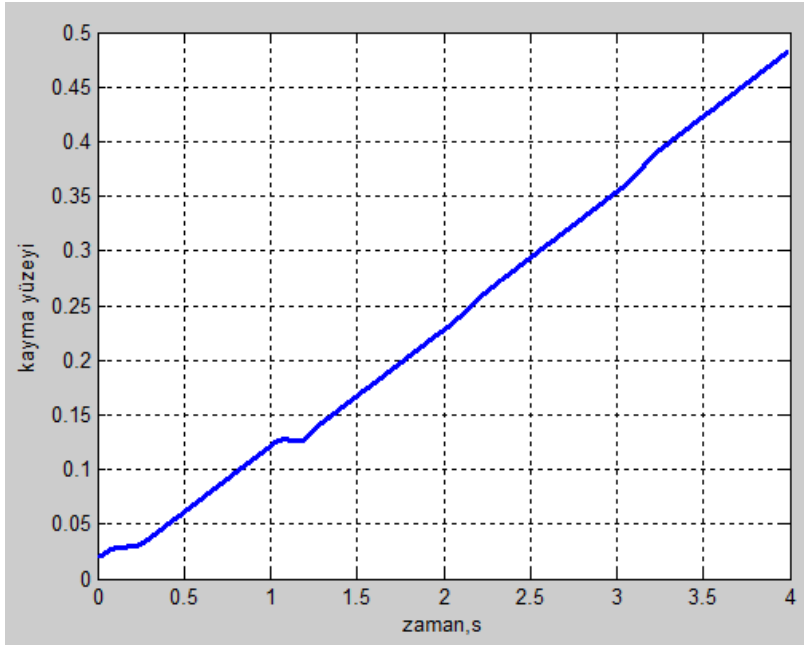
Şekil.4.13. Gerçek sistemin yunuslama hızı değişimi



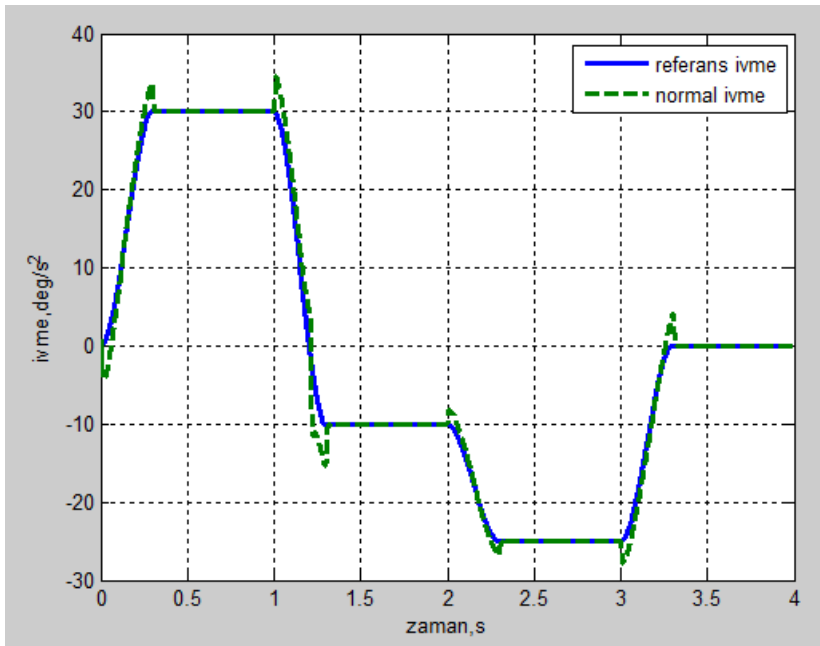
Şekil.4.14. Gerçek sistemin hata sinyali değişimi



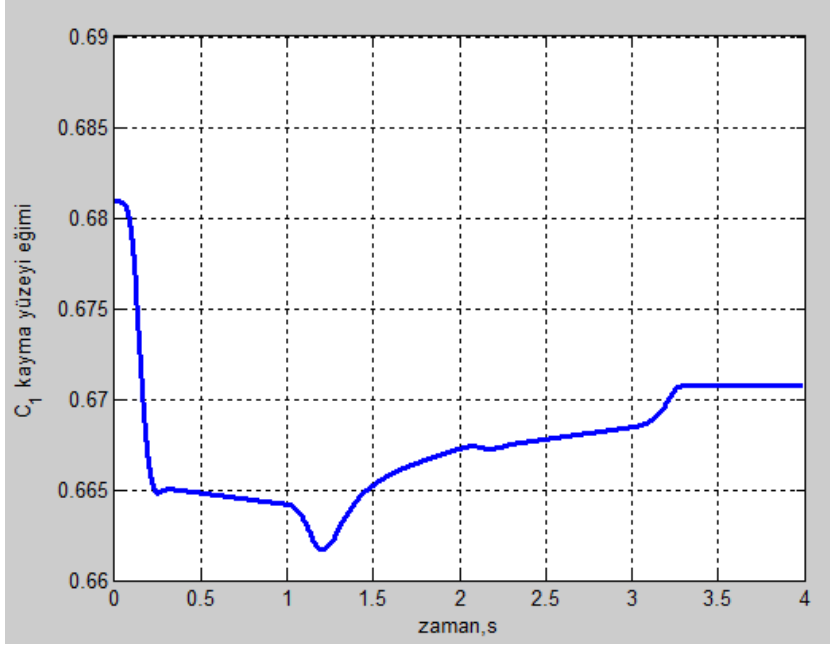
Şekil.4.15. Gerçek sistemin kontrol sinyali değişimi



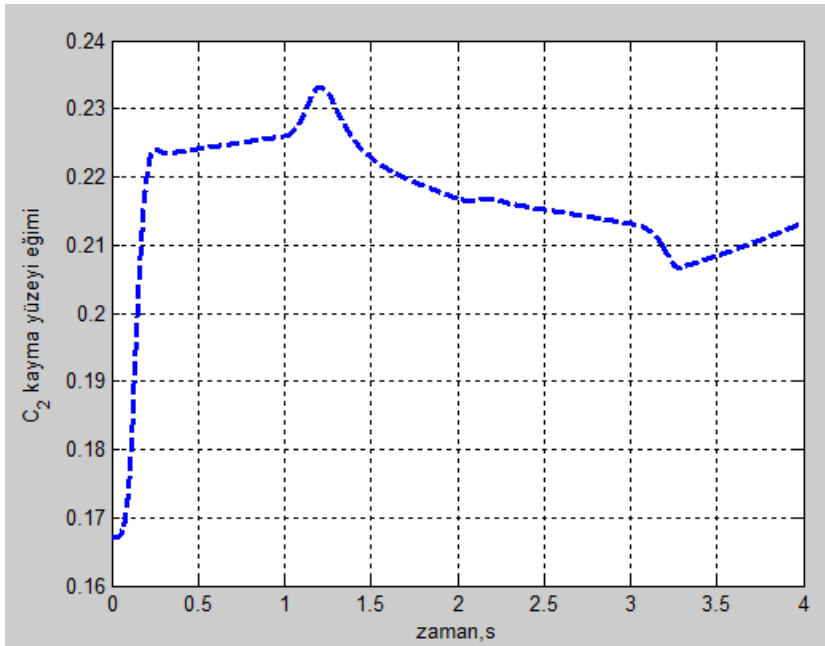
Şekil.4.16. Gerçek sistemin kayma yüzeyi değişimi



Şekil.4.17. Gerçek sistemin referans-gerçek normal ivme değişimi



Şekil.4.18. Gerçek sistem kayma yüzeyi eğimi ($C_1(t)$)

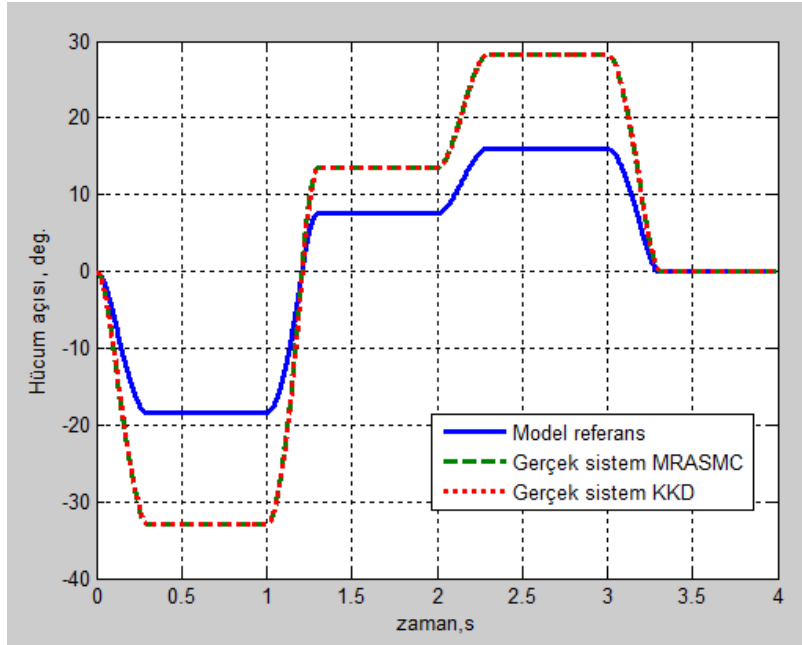


Şekil.4.19. Gerçek sistem kayma yüzeyi eğimi ($C_2(t)$)

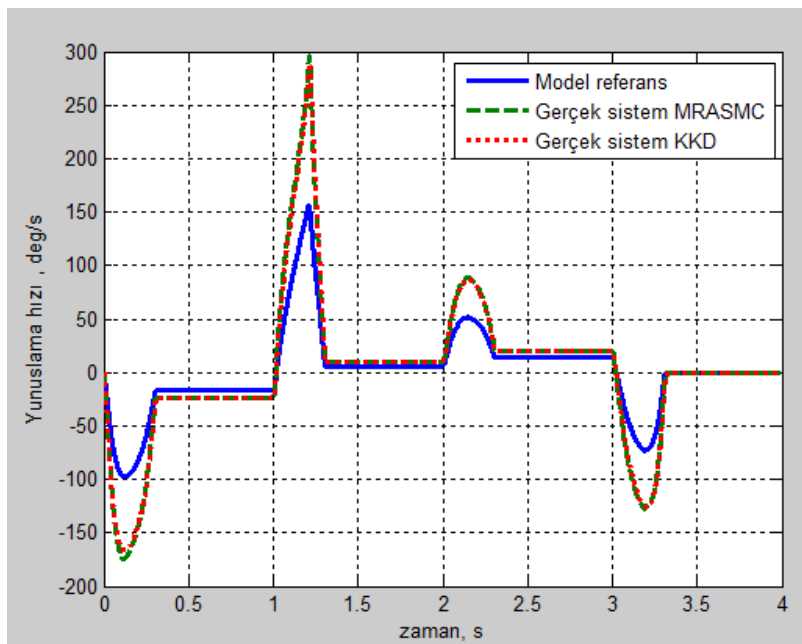
4.4.3. Benzetim sonuçları

Model sistem ve gerçek sistem için elde edilen benzetim sonuçları yukarıda sunulmuştur. Ayrıca, Bölüm.3'de önerilen KKK yöntemi kullanılarak model sistem için tasarlanan kayma yüzeyi eğimleri kaydedilerek gerçek sistemin kontrolü sağlanmıştır. Model sistemin benzetim sonuçları, Model Referans Adaptif Kayan Kipli Kontrol (MRAKKK) yöntemi

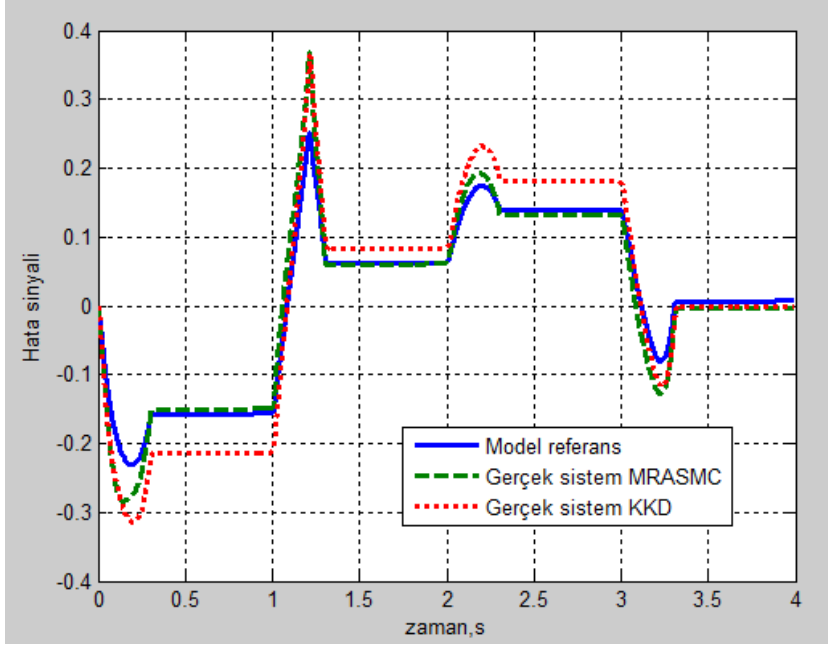
kullanılarak elde edilen benzetim sonuçları ve KKK yöntemi kullanılarak elde edilen benzetim sonuçları da aşağıda karşılaştırmalı olarak sunulmuştur.



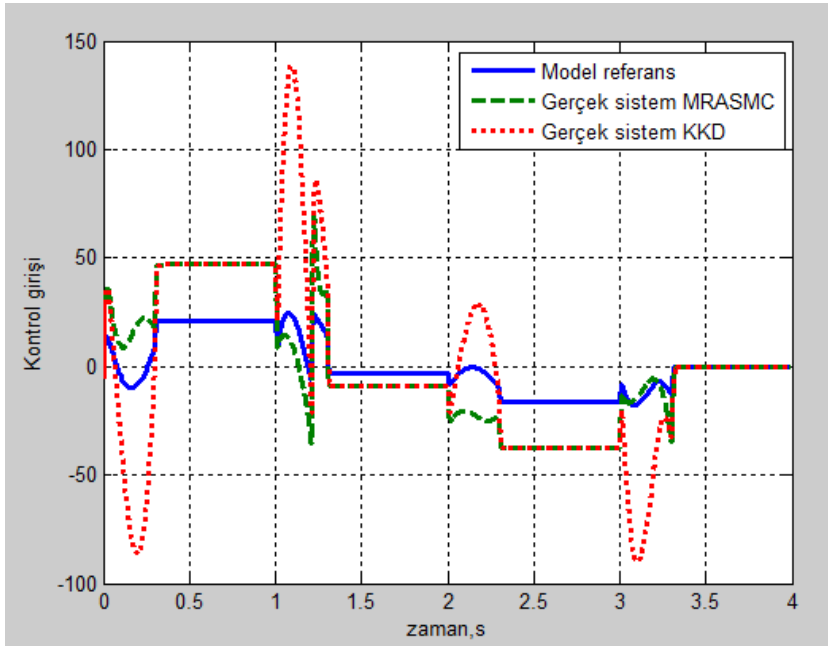
Şekil.4.20. Füzenin hücum açısı değişimi



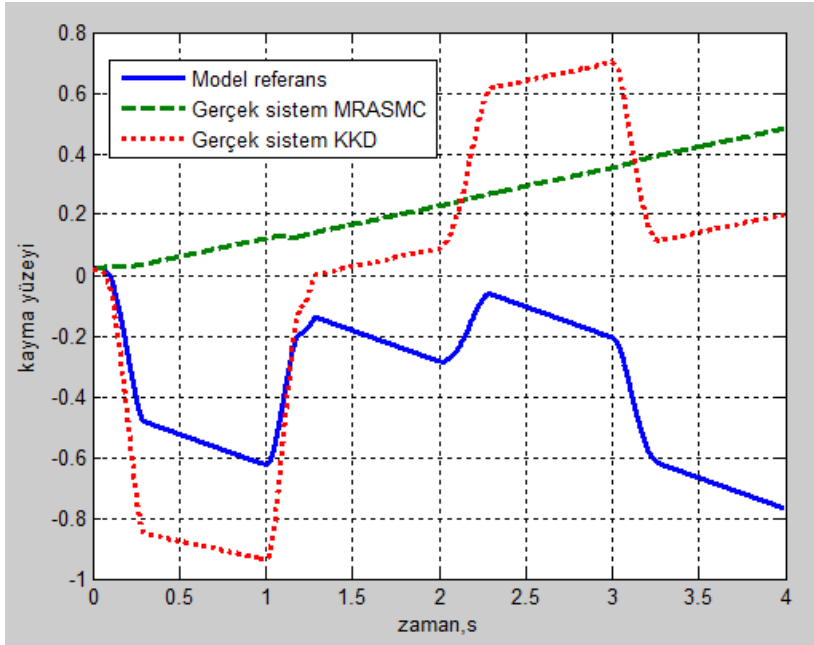
Şekil.4.21. Füzenin yunuslama hızı değişimi



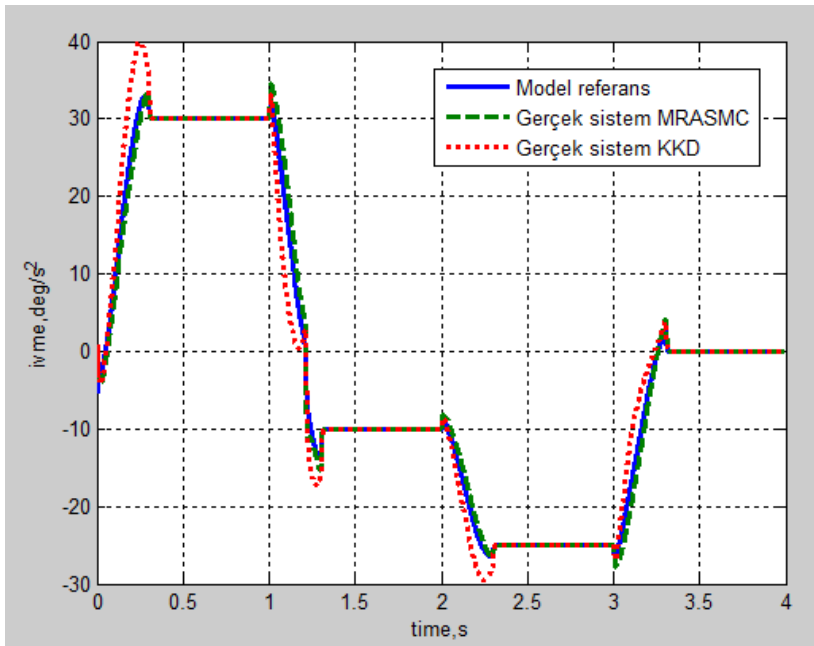
Şekil.4.22. Hata sinyali değişimi



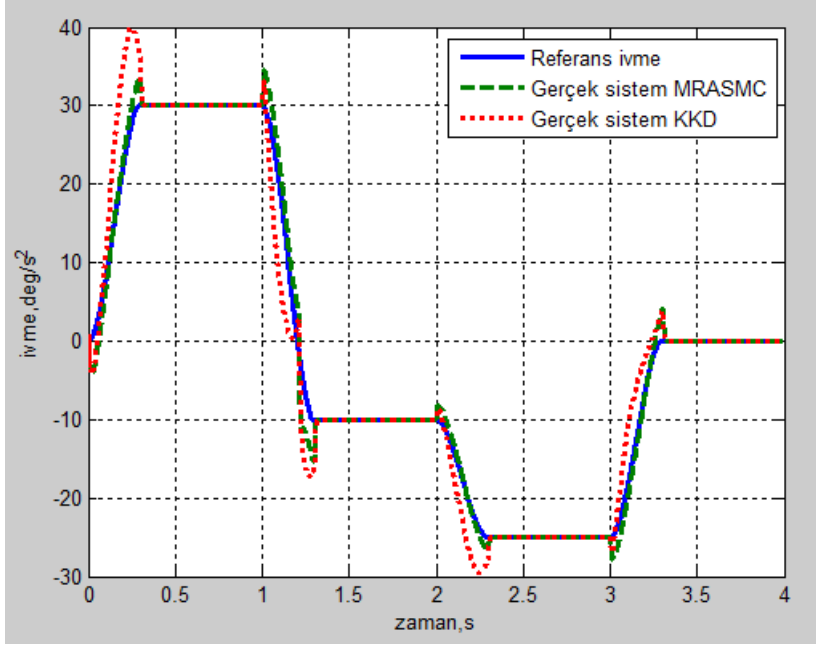
Şekil.4.23. Kontrol girişi değişimi



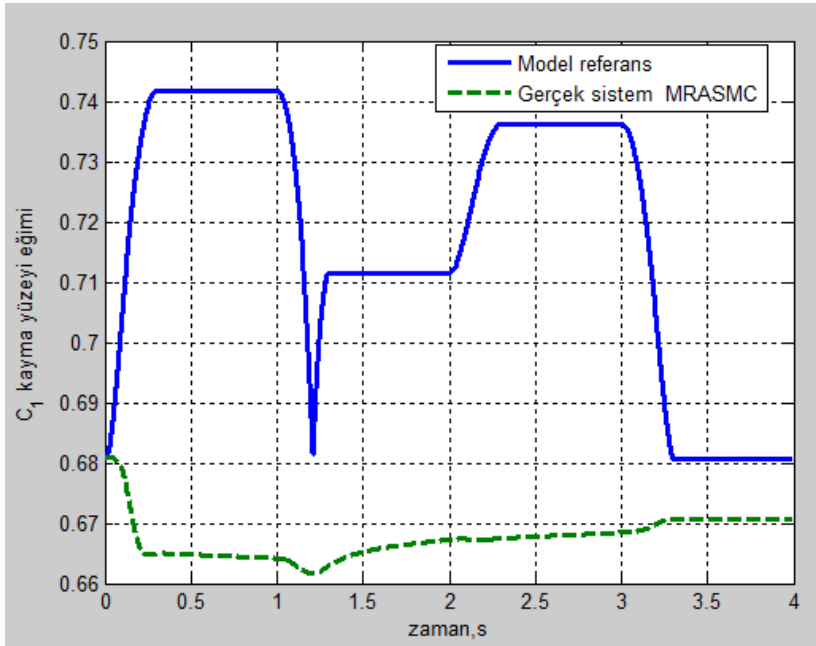
Şekil.4.24. Kayma yüzeyi değişimi



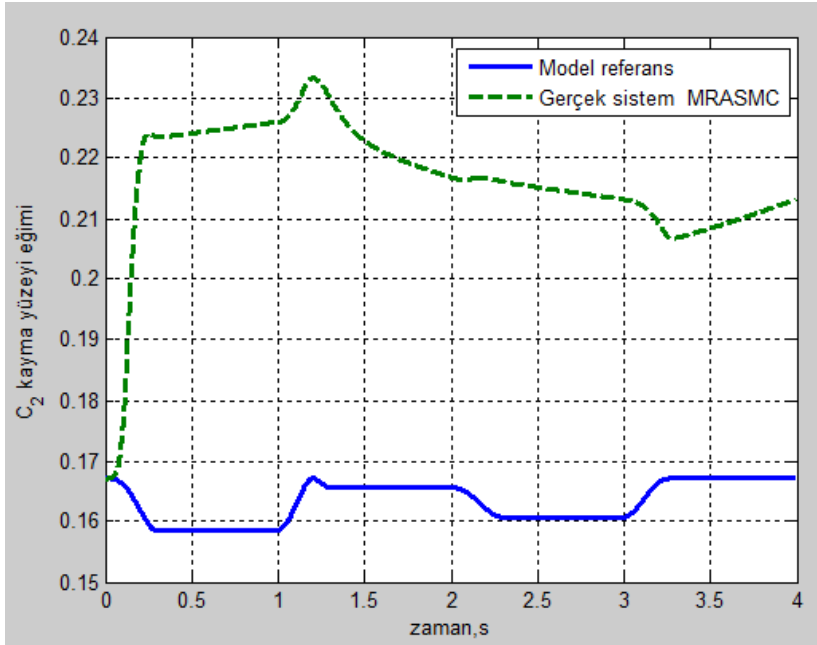
Şekil.4.25. Füzenin normal ivme değişimi



Şekil.4.26. Füzenin referans-gerçek normal ivme değişimi



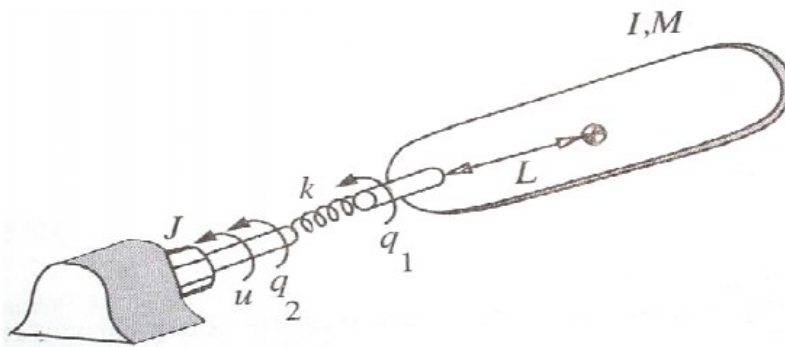
Şekil.4.27. Kayma yüzeyi eğimi ($C_1(t)$)



Şekil.4.28. Kayma yüzeyi eğimi ($C_2(t)$)

4.5. Esnek Bağlantılı Robot Manipülator

Önerilen yöntem Şekil.4.29’de verilen esnek bağlantılı robot manipülatorüne de uygulanmıştır.



Şekil.4.29. Esnek bağlantılı robot manipülator (Slotine ve Li, 1991).

Robot manipülatorüne ait dinamik denklemler aşağıdaki gibi ifade edilmektedir (Slotine ve Li, 1991).

$$I\ddot{q}_1 + MgL\sin(q_1) + k(q_1 - q_2) = 0$$

$$J\ddot{q}_2 - k((q_1 - q_2)) = u \quad (4.93)$$

Burada,

q_1 : Kolun açısal konumu

q_2 : Motorun açısal konumu

M : Kolun toplam kütlesi,

g : Yerçekimi ivmesi

L : Ağırlık merkezinin uzunluğu

I : Kolun eylemsizlik momenti

k : Yay sabiti

J : Motor rotorunun eylemsizlik momenti

u : Kontrol girişi (motor torku) şeklinde ifade edilmektedir.

Eş.4.93'de

$$q_1 = x_1$$

$$\dot{q}_1 = x_2$$

$$q_2 = x_3$$

$$\dot{q}_2 = x_4 \quad (4.94)$$

olarak tanımlanırsa, sistemin durum denklemleri Eş.4.95 ile ifade edilebilir

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{MgL \sin(x_1)}{I} - \frac{k}{I}(x_1 - x_3)$$

$$\dot{x}_3 = x_4$$

$$\dot{x}_4 = \frac{u}{J} + \frac{k}{J}(x_1 - x_3) \quad (4.95)$$

ve $\dot{x} = A(x)x + B(x)u$ şeklindeki, doğrusal olmayan sistemler için genelleştirilmiş formda Eş.4.96'de gibi ifade edilir.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{MgL \sin(x_1)}{I x_1} - \frac{k}{I} & 0 & -\frac{k}{I} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k}{J} & 0 & -\frac{k}{J} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1/J \end{bmatrix} u \quad (4.96)$$

4.5.1. Esnek bağlantılı robot manipülatörüne önerilen yöntemin uygulanması

Referans model için kontrolcü tasarımı

Eş.4.97'deki gibi tanımlanmış referans model ele alalım

$$\dot{x}_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{m21} & 0 & a_{m23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_{m42} & 0 & a_{m43} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{m1} \\ x_{m2} \\ x_{m3} \\ x_{m4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ b_m \end{bmatrix} u_m \quad (4.97)$$

Burada,

$$\begin{aligned} a_{m21} &= -\frac{M_m g L_m \sin(x_{m1})}{I_m x_{m1}} - \frac{k_m}{I_m} \\ a_{m23} &= -\frac{k_m}{I_m} \\ a_{m42} &= \frac{k_m}{J_m} \\ a_{m43} &= -\frac{k_m}{J_m} \\ b_m &= \frac{1}{J_m} \end{aligned} \quad (4.98)$$

ile ifade edilmektedir.

Referans modelin parametreleri Çizelge 4.3'de verilmektedir.

Çizelge 4.3 Referans robot manipülatör modelin sistem parametreleri

$M_m = 5 \text{ kg}$: Kolun toplam kütlesi,
$g = 9,81 \text{ m/s}^2$: Yerçekimi ivmesi
$L_m = 0,5 \text{ m}$: Ağırlık merkezinin uzunluğu
$I_m = 2,5 \text{ kgm}^2$: Kolun atalet momenti
$k_m = 100 \text{ N/m}$: Yay sabiti
$J_m = 1,5 \text{ kgm}^2$: Motor rotorunun atalet momenti

Sisteme kayan kipli kontrol uygulanabilmesi için, sistemin kontrol girişinin olduğu ve olmadığı iki alt sisteme ayrılması gereklidir. Robot manipülatöründe koordinat dönüşüm matrisine ihtiyaç duyulmadan sistem Eş.4.99'daki gibi iki alt sisteme ayrılır.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{m1} \\ \dot{x}_{m2} \\ \dot{x}_{m3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{M_m g L_m \sin(x_{m1})}{I_m x_{m1}} - \frac{k_m}{I_m} & 0 & -\frac{k_m}{I_m} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{m1} \\ x_{m2} \\ x_{m3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} x_{m4}$$

$$\dot{x}_{m4} = \frac{k_m}{J_m} x_{m1} - \frac{k_m}{J_m} x_{m3} + \frac{1}{J_m} u_m \quad (4.99)$$

Bu işlemlerden sonra kontrol teriminin olmadığı alt sistem ile kayma yüzeyi tasarlanabilir. Eş. 4. 99 ile ifade edilen alt sistemi kullanılarak kayma yüzeyi,

$$\sigma_m(x_m, t) = C_{m1}(t)x_{m1} + C_{m2}(t)x_{m2} + C_{m3}(t)x_{m3} + x_{m4} \quad (4.100)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Kayma yüzeyi üzerinde $\sigma = 0$ olduğundan kayma yüzeyi eğimi parametrelerinin bulunabilmesi için x_{m4} terimi bir nevi durum geri besleme $u_m = -K_m x_m$ gibi düşünülür

$$x_{m4} = -C_m \begin{bmatrix} x_{m1} \\ x_{m2} \\ x_{m3} \end{bmatrix} \text{ olmak üzere ,}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{m1} \\ \dot{x}_{m2} \\ \dot{x}_{m3} \end{bmatrix} = \left\{ \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{M_m g L_m \sin(x_{m1})}{I_m} - \frac{k_m}{I_m} & 0 & -\frac{k_m}{I_m} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{A_m^*} - C_m \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{B_m^*} \right\} \underbrace{\begin{bmatrix} x_{m1} \\ x_{m2} \\ x_{m3} \end{bmatrix}}_{x_m^*} \quad (4.101)$$

Eş.4.101'de verilen sistemi kararlı kılabak kazanç katsayıları (kayma yüzeyi eğimleri), aşağıda verilen maliyet fonksiyonunu minimum yapacak şekilde belirlenir.

$$J(x, u) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [x^T(t)Q(x)x(t) + u^T(t)R(x)u(t)] dt \quad (4.102)$$

Burada Q pozitif tanımlı veya pozitif yarı tanımlı simetrik durum ağırlık ve R ise pozitif tanımlı simetrik kontrol ağırlık matrisleridir. Q ve R matrisleridir. Bu çalışmada Q ve R matrisleri, kontrolü gerçekleştirmek kaydıyla gelişigüzel seçilmiştir, belirlenen bir sistem cevabı hedeflenmemiştir. Bu çalışmada,

$$Q = \begin{bmatrix} 90 & 0 & 0 \\ 0 & 35 & 0 \\ 0 & 0 & 78 \end{bmatrix} \text{ ve } R = [0,6] \quad (4.103)$$

olarak seçilmiştir.

$$PA_m^* + (A_m^*)^T P - PB_m^* R^{-1} (B_m^*)^T P + Q = 0 \quad (4.104)$$

Yukarıda verilen Ricatti denkleminde simetrik ve pozitif tanımlı P matrisi elde edildikten sonra,

$$u_m^{opt} = -R^{-1} (B_m^*)^T P x_m^* \quad (4.105)$$

olmak üzere optimum kayma yüzeyi eğimleri Eş. 4.106'daki gibi bulunmuş olur.

$$C_m^T = -R^{-1} (B_m^*)^T P \quad (4.106)$$

Kayma yüzeyi eğimleri belirlendikten sonra sistemi kayma yüzeyine yönlendirecek eşdeğer kontrol terimi (u_{meq}) ve sistemi bu yüzey üzerinde tutacak kontrol terimi (u_{mnon}) tasarımına geçilebilir.

Eşdeğer kontrol terimi, kayma yüzeyi denkleminin Eş.4.100'ün türevi alınarak aşağıdaki gibi bulunur.

$$\dot{\sigma}_m(x_m, t) = C_{m1}(t)\dot{x}_{m1} + C_{m2}(t)\dot{x}_{m2} + C_{m3}(t)\dot{x}_{m3} + \dot{C}_{m1}(t)x_{m1} + \dot{C}_{m2}(t)x_{m2} + \dot{C}_{m3}(t)x_{m3} + \dot{x}_{m4} = 0 \quad (4.107)$$

Burada,

$$\dot{C}_i = \frac{C_i(t+\Delta t) - C_i(t)}{\Delta t}, \quad i=1, 2, 3 \quad (4.108)$$

olmak üzere, \dot{x}_{m1} , \dot{x}_{m2} ve \dot{x}_{m3} yerine yazılırsa,

$$\dot{\sigma}_m(x_m, t) = C_{m1}(t)x_{m2} + C_{m2}(t)(a_{m21}x_{m1} + a_{m23}x_{m3}) + C_{m3}(t)x_{m4} + \dot{C}_{m1}(t)x_{m1} + \dot{C}_{m2}(t)x_{m2} + \dot{C}_{m3}(t)x_{m3} + a_{m41}x_{m1} + a_{m43}x_{m3} + b_m u_{meq} \quad (4.109)$$

ve denklem düzenlenirse,

$$\dot{\sigma}_m(x_m, t) = \{C_{m2}(t)a_{m21} + \dot{C}_{m1}(t) + a_{m41}\}x_{m1} + \{C_{m1}(t) + \dot{C}_{m2}(t)\}x_{m2} + \{C_{m2}(t)a_{m23} + \dot{C}_{m3}(t) + a_{m43}\}x_{m3} + C_{m3}(t)x_{m4} + b_m u_{meq} \quad (4.110)$$

Eş.4.110'den eşdeğer kontrolcü terimi Eş.4.111'deki gibi bulunur.

$$u_{eq} = -[\check{b}_m]^{-1} [\{C_{m2}(t)a_{m21} + \dot{C}_{m1}(t) + a_{m41}\}x_{m1} + \{C_{m1}(t) + \dot{C}_{m2}(t)\}x_{m2} + \{C_{m2}(t)a_{m23} + \dot{C}_{m3}(t) + a_{m43}\}x_{m3} + C_{m3}(t)x_{m4}] \quad (4.111)$$

Sistemi bu yüzey üzerinde tutacak kontrolcü terimi (u_{mnon}) ise,

$$u_{mnon} = -k \operatorname{sgn}(\sigma_m(x_m, t)) \quad (4.112)$$

olarak hesaplanır.

Toplam kontrolcü girişi ise,

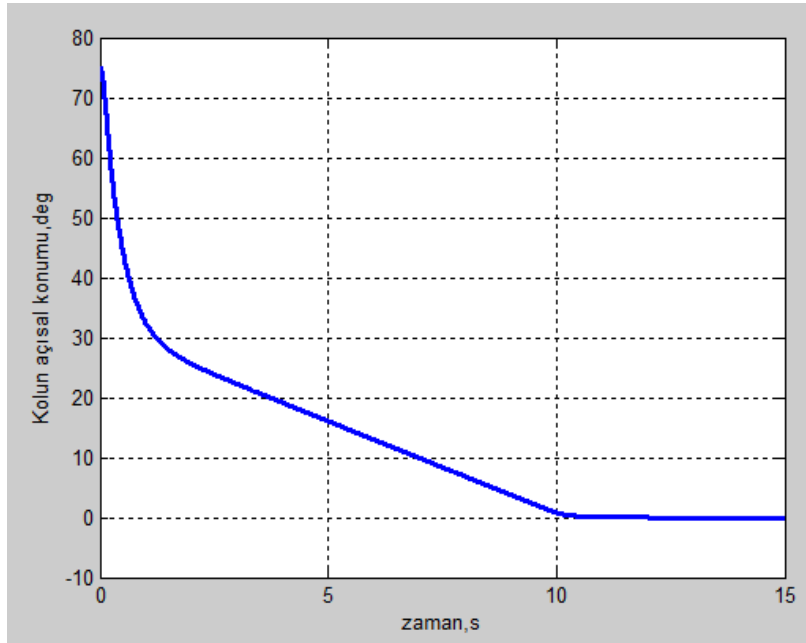
$$u_m = u_{meq} + u_{mnon} \quad (4.113)$$

olarak bulunur.

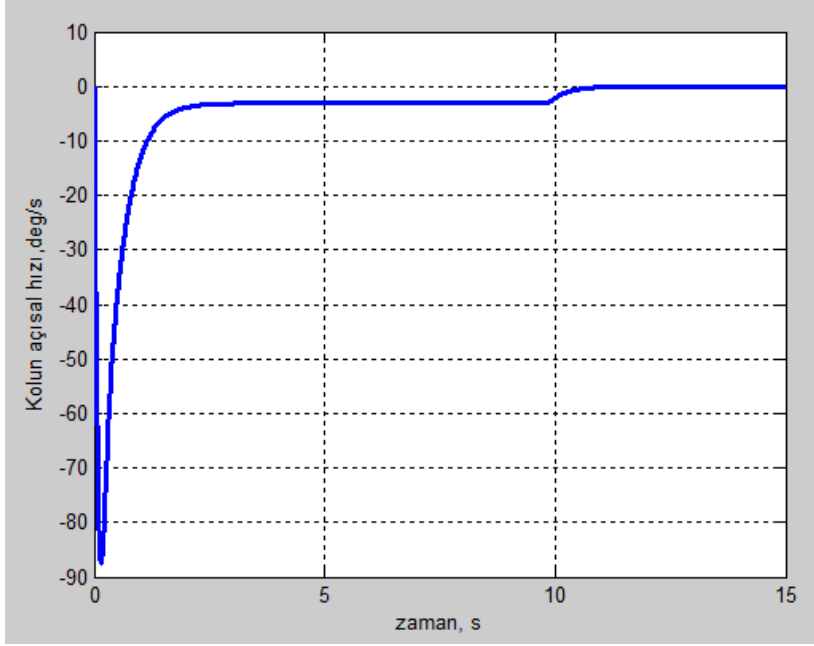
Bu çalışmada model sistem için $k = 1$, $\Delta t = 0,01$ ve başlangıç koşulu ise

$x_0 = [75 \ 0 \ 60 \ 0]$ olarak seçilmiştir.

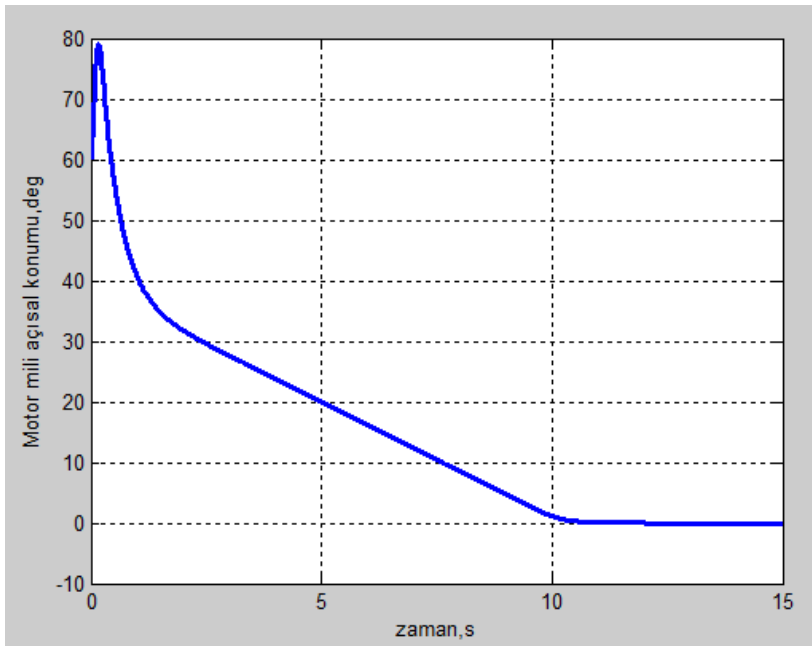
Model sistem için elde edilen benzetim sonuçları



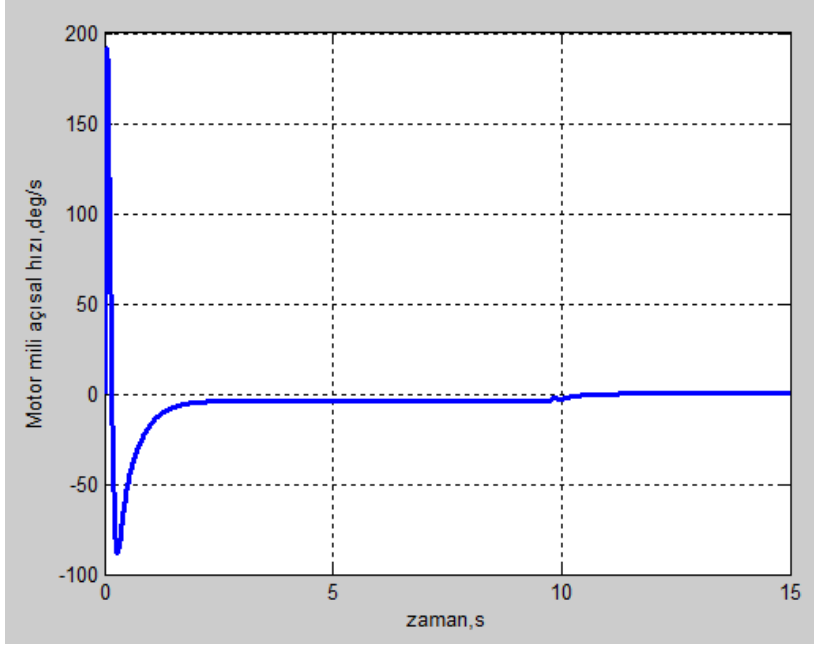
Şekil.4.30. Model sistem kolun açısai konum değişimi



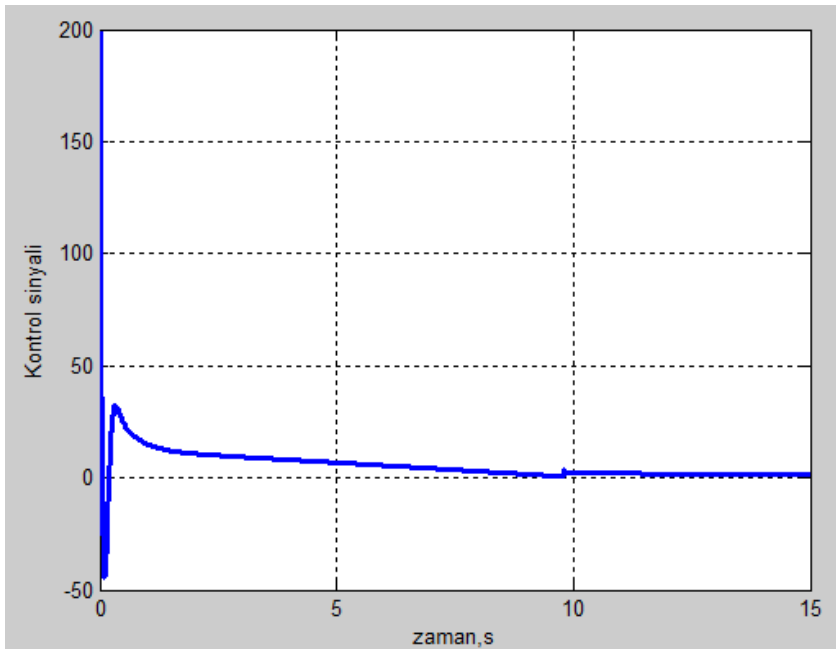
Şekil.4.31. Model sistem kolun açışal hız değişimi



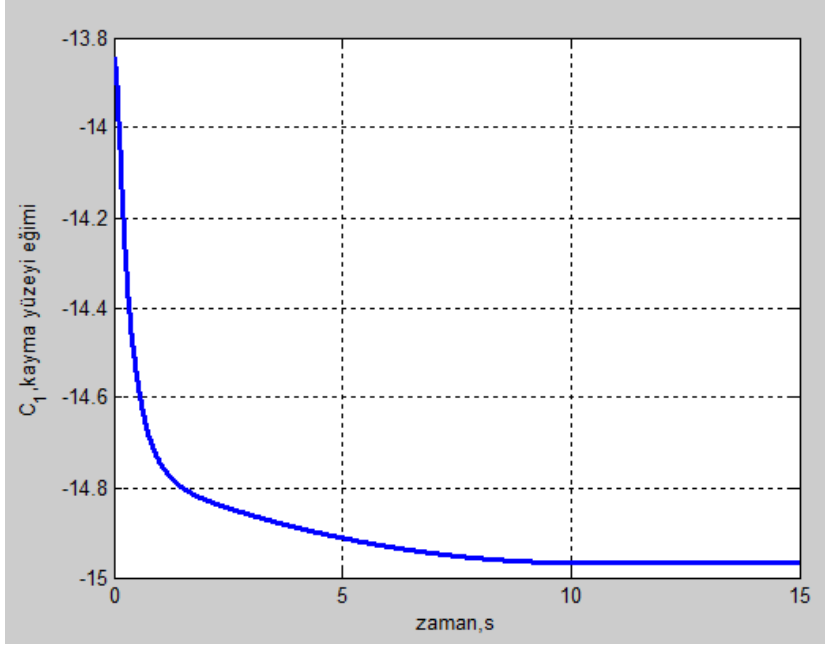
Şekil.4.32. Model sistem motor mili açışal konum değişimi



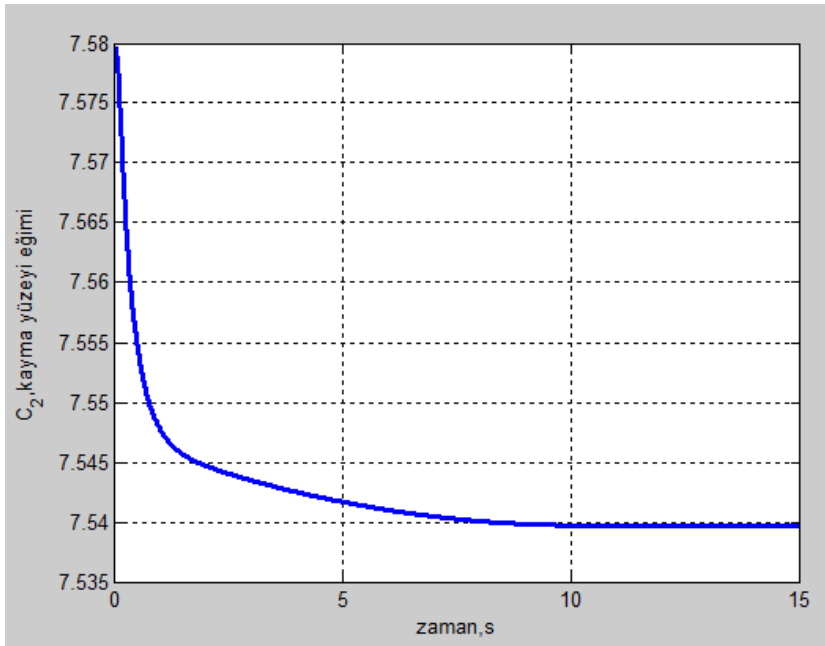
Şekil.4.33. Model sistem motor mili açısai hız değışimi



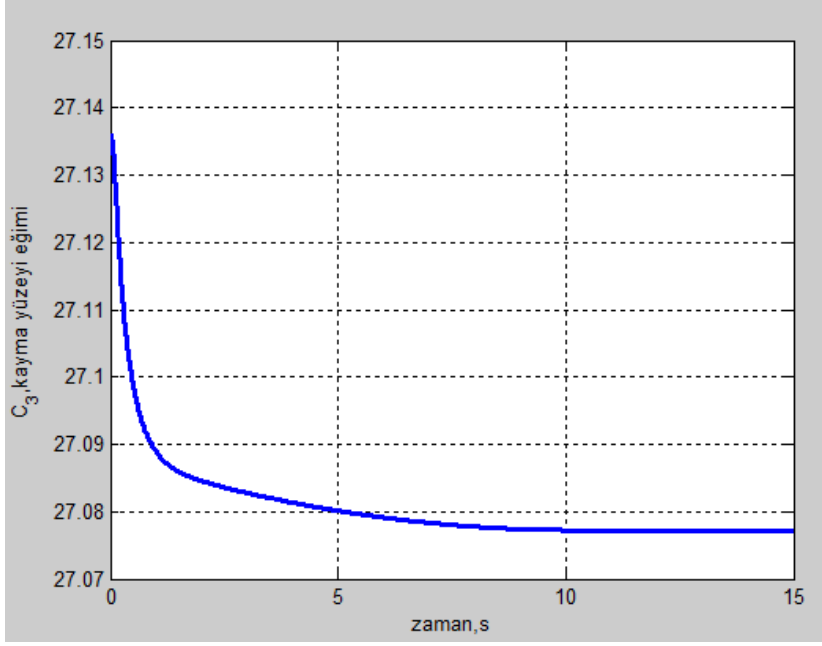
Şekil.4.34. Model sistem kontrol sinyali değışimi



Şekil.4.35. Model sistem kayma yüzeyi eğimi ($C_1(t)$)



Şekil.4.36. Model sistem kayma yüzeyi eğimi ($C_2(t)$)



Şekil.4.37. Model sistem kayma yüzeyi eğimi ($C_3(t)$)

Gerçek sistem için kontrol tasarımı

Eş.4.114'deki gibi tanımlanmış referans model ele alalım

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{21} & 0 & a_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_{42} & 0 & a_{43} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ b \end{bmatrix} u \quad (4.114)$$

Burada,

$$\begin{aligned} a_{21} &= -\frac{MgL \sin(x_1)}{I x_1} - \frac{k}{I} \\ a_{23} &= -\frac{k}{I} \\ a_{42} &= \frac{k}{J} \\ a_{43} &= -\frac{k}{J} \\ b &= \frac{1}{J} \end{aligned} \quad (4.115)$$

ile ifade edilmektedir.

Gerçek sistemin parametreleri Çizelge 4.4’de verilmektedir.

Çizelge 4.4 Gerçek robot manipülâtör modelin sistem parametreleri

$M = 8 \text{ kg}$: Kolun toplam kütlesi,
$g = 9,81 \text{ m/s}^2$: Yerçekimi ivmesi
$L = 0,75 \text{ m}$: Ağırlık merkezinin uzunluğu
$I = 2,9 \text{ kgm}^2$: Kolun atalet momenti
$k = 120 \text{ N/m}$: Yay sabiti
$J = 1,9 \text{ kgm}^2$: Motor rotorunun atalet momenti

Gerçek robot manipülâtöründe kayma yüzeyi eğimleri önerilen yöntem ile belirlenmektedir. Önerilen yöntemin uygulanabilmesi için sistem referans modelde de olduğu gibi kontrol teriminin olmadığı ve kontrol terimi içeren iki alt sisteme Eş.4.116’deki gibi ayrılır.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{MgL \sin(x_1)}{I x_1} - \frac{k}{I} & 0 & -\frac{k}{I} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} x_4$$

$$\dot{x}_4 = \frac{k}{J} x_1 - \frac{k}{J} x_3 + \frac{1}{J} u \quad (4.116)$$

Bu işlemlerden sonra gerçek sistemde kontrol teriminin olmadığı alt sistem ile referans modelde kontrol teriminin olmadığı alt sistem kullanılarak gerçek sistem için tasarlanacak kayma yüzeyi eğimleri önerilen yöntem ile belirlenebilir. Kayma yüzeyi Eş. 4. 117 ile ifade edilmektedir.

$$\sigma(x, t) = C_1(t)x_1 + C_2(t)x_2 + C_2(t)x_3 + x_4 \quad (4.117)$$

Kayma yüzeyindeki kayma yüzeyi eğimi parametrelerinin bulunabilmesi için x_4 terimi bir nevi durum geri besleme $u_m = -K_m x_m$ gibi düşünülür.

$$x_4 = -C \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x^* \end{bmatrix} \text{ olmak üzere,}$$

kayma yüzeyi eğimleri (C) model referans adaptif kayma yüzeyi kuralı kullanılarak Eş. 4.118'de ifade edildiği gibi bulunur.

$$x_4 = -C(t)x^* = -L(x^*)x^* \quad (4.118)$$

Eş.4.119'da verilen adaptasyon kuralı ile durum değişkenlerine bağlı $L(x^*)$ matrisi elde edilmektedir.

$$\dot{L}(x) = \Gamma_1 x^* e^T(x_m^*, x^*) P(x_m^*) \hat{B}(x_m^*) \quad (4.119)$$

Burada, Γ_1 adaptasyon hızı, $e = x_m^* - x^*$ hata miktarı, $P(x_m^*)$ ise Eş.4.120'de verilen Lypanov denkleminde elde edilen simetrik ve pozitif tanımlı matristir.

$$P(x_m^*) A_m^*(x_m^*) + \{A_m^*(x_m^*)\}^T P(x_m^*) = -Q \quad (4.120)$$

Burada pozitif tanımlı simetrik matris olan Q birim matris olarak seçilmiştir. $\hat{B}(x_m) = A_{m12}(x_m)W$ şekilde tanımlamakta olup, bu çalışmada $W = 1$ olarak seçilmiştir. Ayrıca, model sistem $t = 0,01$ saniyedeki kayma yüzeyi eğimleri L 'in başlangıç koşulu olarak $L_0 = [-13 \quad 7 \quad 27]$ belirlenmiştir.

Model referans adaptif kayma yüzeyi eğimi belirleme yöntemi kullanılarak kayma yüzeyi eğimleri belirlendikten sonra sistemi kayma yüzeyine yönlendirecek eşdeğer kontrol terimi (u_{eq}) ve sistemi bu yüzey üzerinde tutacak kontrol terimi (u_{non}) tasarımına geçilebilir.

Eşdeğer kontrol terimi, kayma yüzeyi denkleminin Eş.4.117'in türevi alınarak aşağıdaki gibi bulunur.

$$\dot{\sigma}(x, t) = C_1(t)\dot{x}_1 + C_2(t)\dot{x}_2 + C_3(t)\dot{x}_3 + \dot{C}_1(t)x_1 + \dot{C}_2(t)x_2 + \dot{C}_3(t)x_3 + \dot{x}_4 \quad (4.121)$$

Burada,

$$\dot{C}_i = \frac{C_i(t+\Delta t) - C_i(t)}{\Delta t}, \quad i=1, 2, 3 \quad (4.122)$$

olmak üzere, \dot{x}_1 , \dot{x}_2 ve \dot{x}_3 yerine yazılırsa,

$$\dot{\sigma}(x, t) = C_1(t)x_2 + C_2(t)(a_{21}x_1 + a_{23}x_3) + C_3(t)x_4 + \dot{C}_1(t)x_1 + \dot{C}_2(t)x_2 + \dot{C}_3(t)x_3 + a_{41}x_1 + a_{43}x_3 + bu_{eq} \quad (4.123)$$

ve denklem düzenlenirse,

$$\dot{\sigma}(x, t) = \{C_2(t)a_{21} + \dot{C}_1(t) + a_{41}\}x_1 + \{C_1(t) + \dot{C}_2(t)\}x_2 + \{C_2(t)a_{23} + \dot{C}_3(t) + a_{43}\}x_3 + C_3(t)x_4 + bu_{eq} \quad (4.124)$$

Eş.4.124'den eşdeğer kontrolcü terimi Eş.4.125'deki gibi bulunur.

$$u_{eq} = -[b]^{-1}[\{C_2(t)a_{21} + \dot{C}_1(t) + a_{41}\}x_1 + \{C_1(t) + \dot{C}_2(t)\}x_2 + \{C_2(t)a_{23} + \dot{C}_3(t) + a_{43}\}x_3 + C_3(t)x_4] \quad (4.125)$$

Sistemi bu yüzey üzerinde tutacak kontrolcü terimi (u_{non}) ise,

$$u_{non} = -k \operatorname{sgn}(\sigma(x, t)) \quad (4.126)$$

olarak hesaplanır.

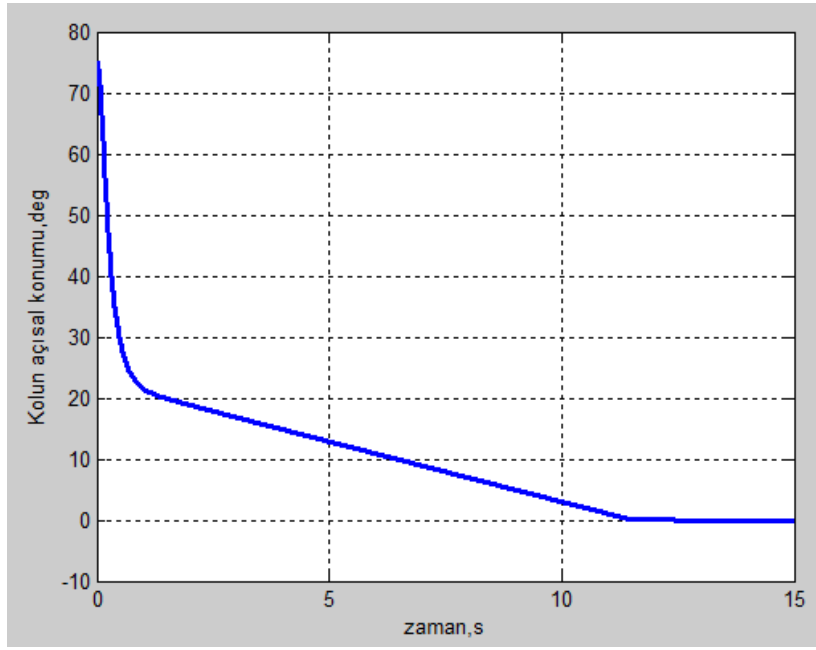
Toplam kontrolcü girişi ise,

$$u = u_{eq} + u_{non} \quad (4.127)$$

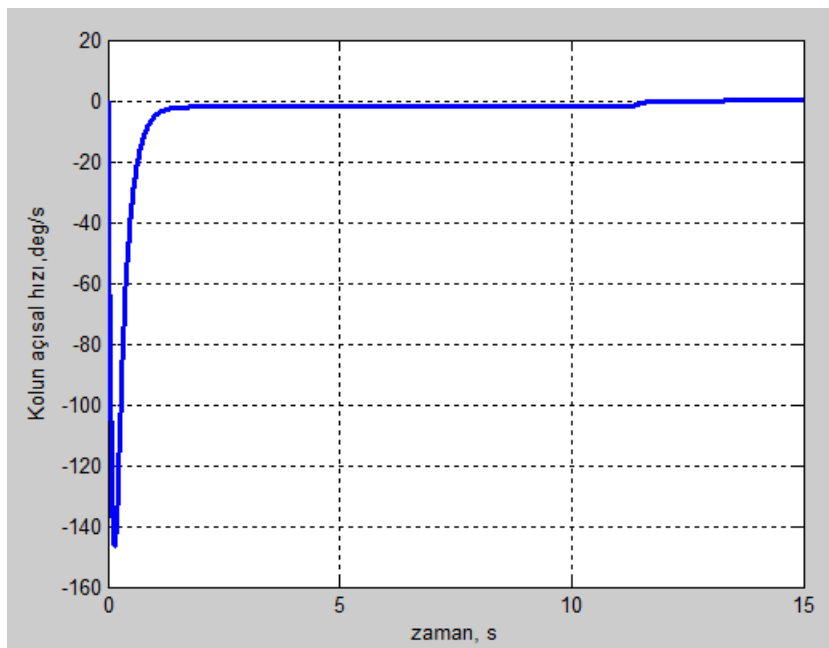
olarak bulunur.

Bu çalışmada gerçek sistem için de model sistemdeki gibi $k = 1$, $\Delta t = 0,01$ saniye ve başlangıç koşulu ise $x_0 = [75 \ 0 \ 60 \ 0]$ olarak seçilmiştir.

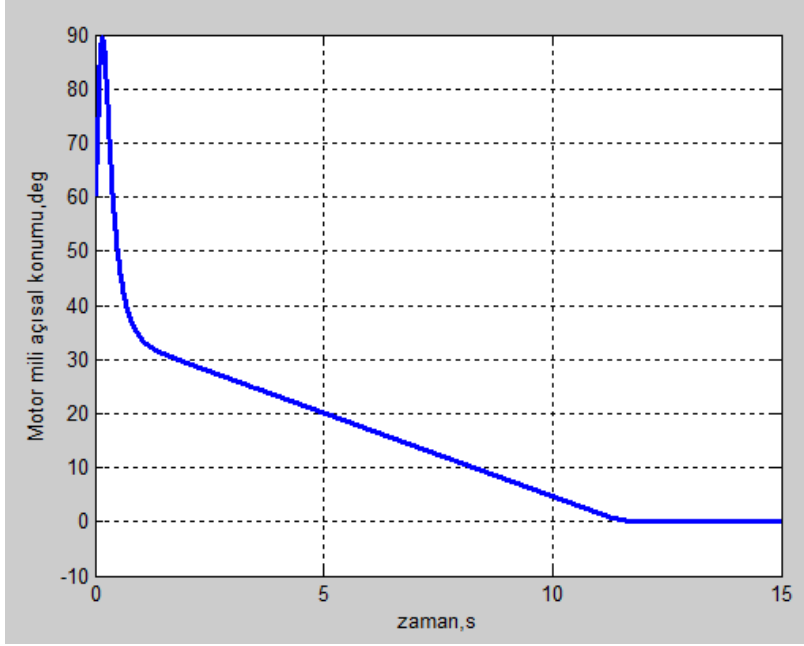
Gerçek sistem için elde edilen benzetim sonuçları



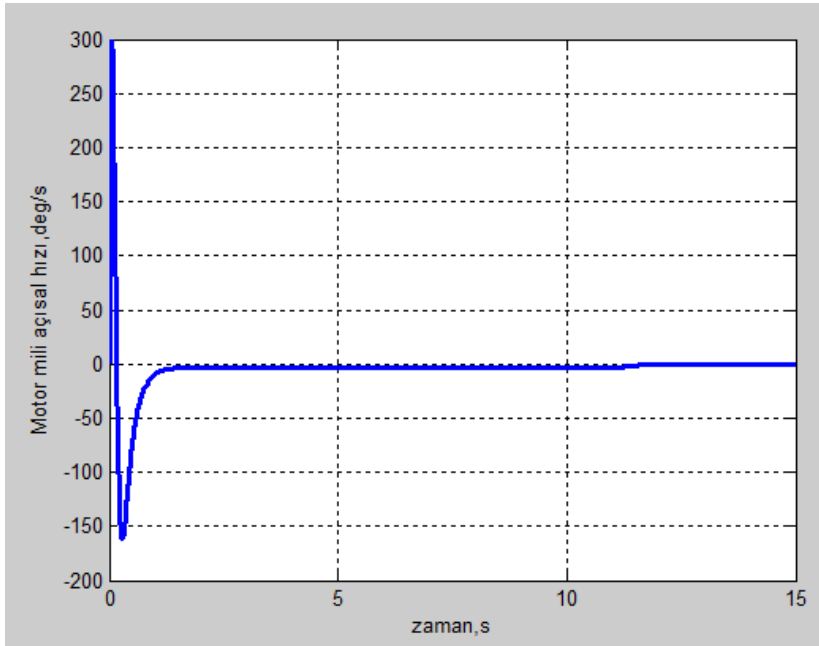
Şekil.4.38. Gerçek sistem kolun açısal konum değişimi



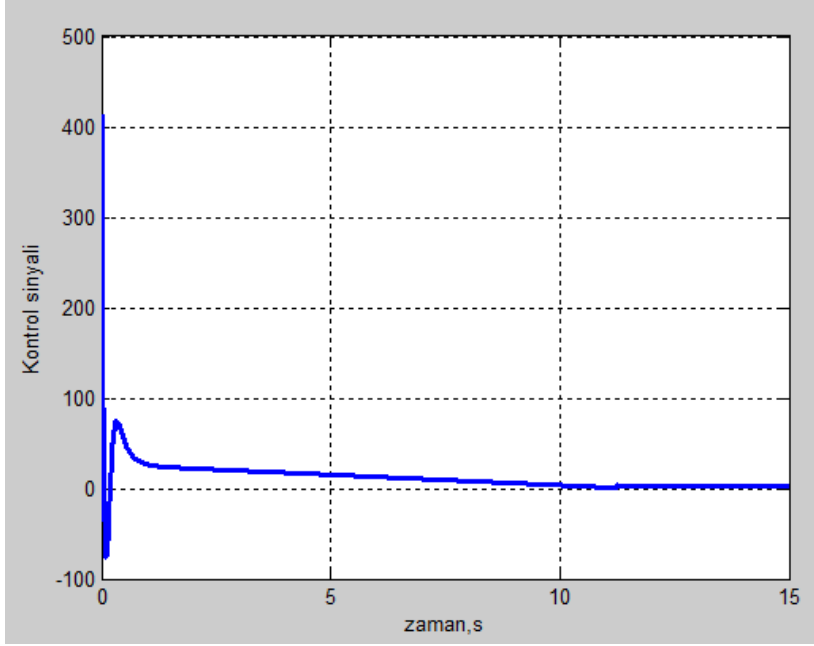
Şekil.4.39. Gerçek sistem kolun açısal hız değişimi



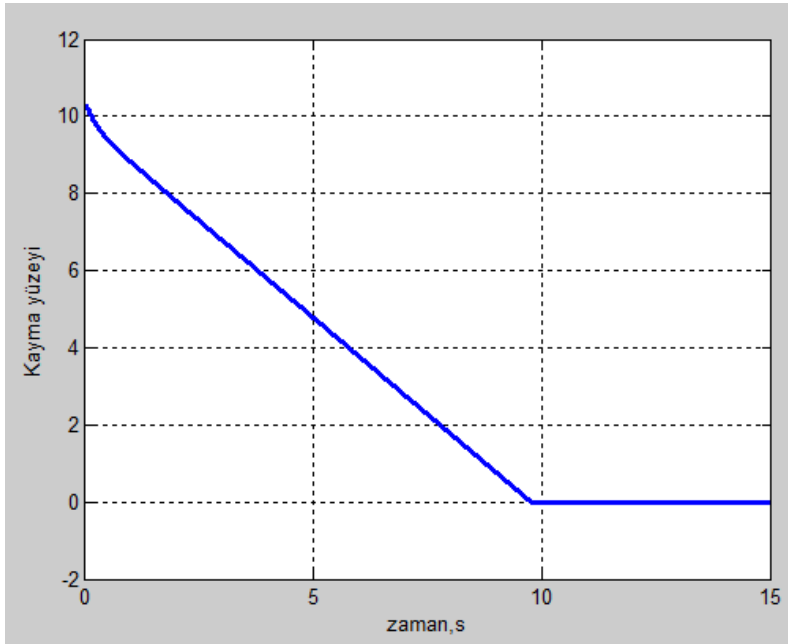
Şekil.4.40. Gerçek sistem motor mili açısai konum değışımi



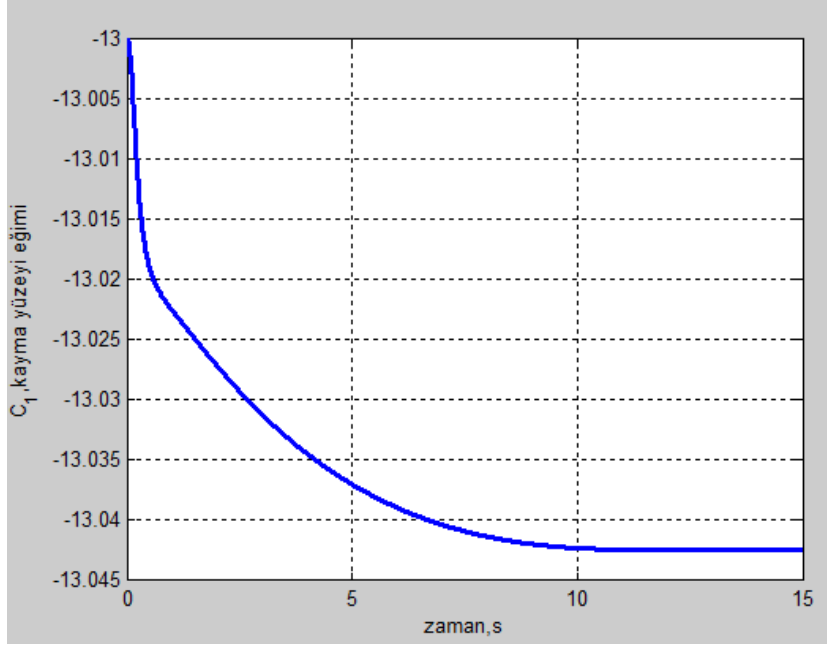
Şekil.4.41. Gerçek sistem motor mili açısai hız değışımi



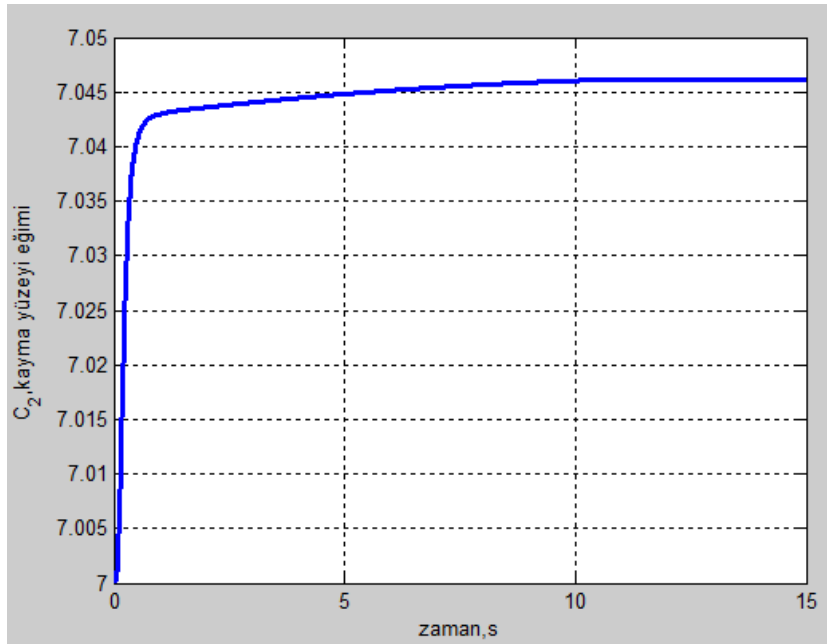
Şekil.4.42. Gerçek sistem kontrolcü girişi



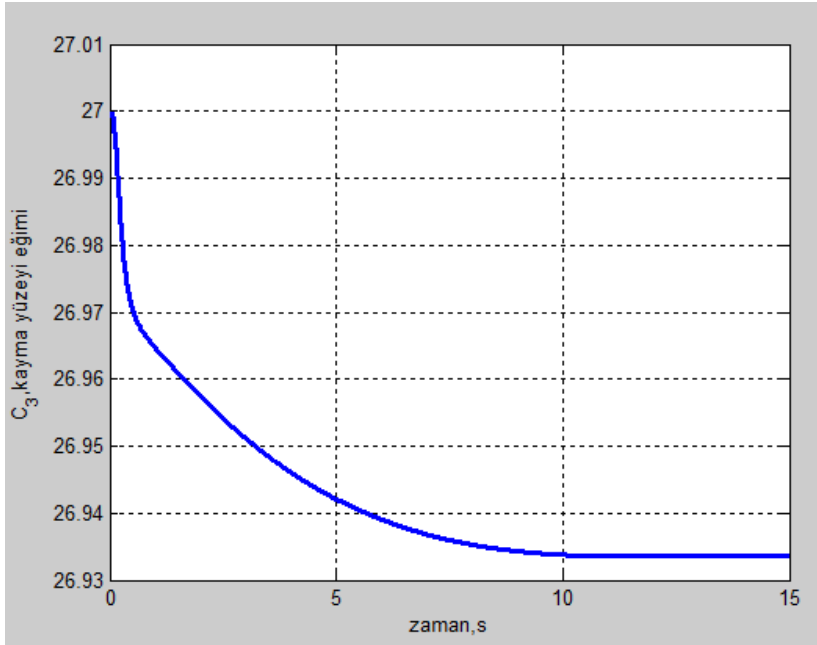
Şekil.4.43. Gerçek sistem kayma yüzeyi



Şekil.4.44. Gerçek sistem kayma yüzeyi eğimi ($C_1(t)$)



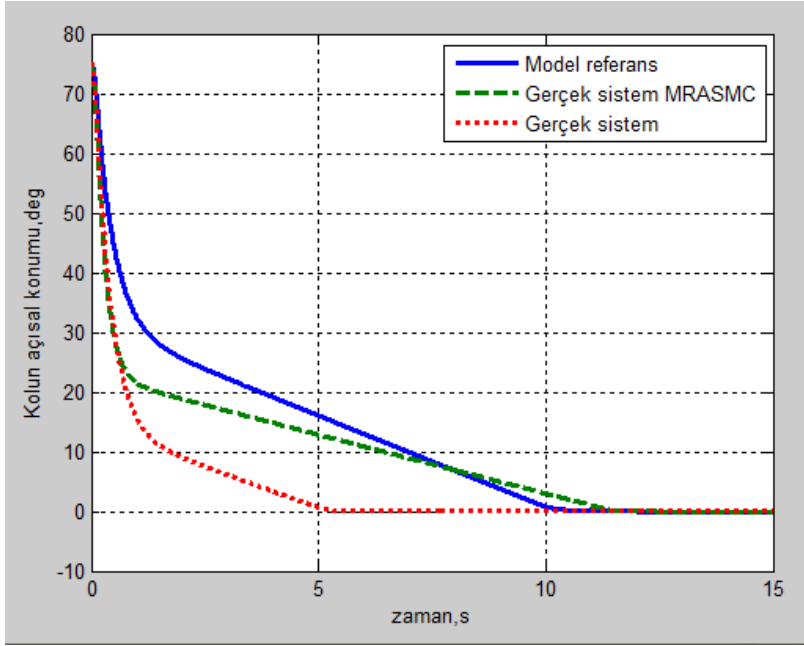
Şekil.4.45. Gerçek sistem kayma yüzeyi eğimi ($C_2(t)$)



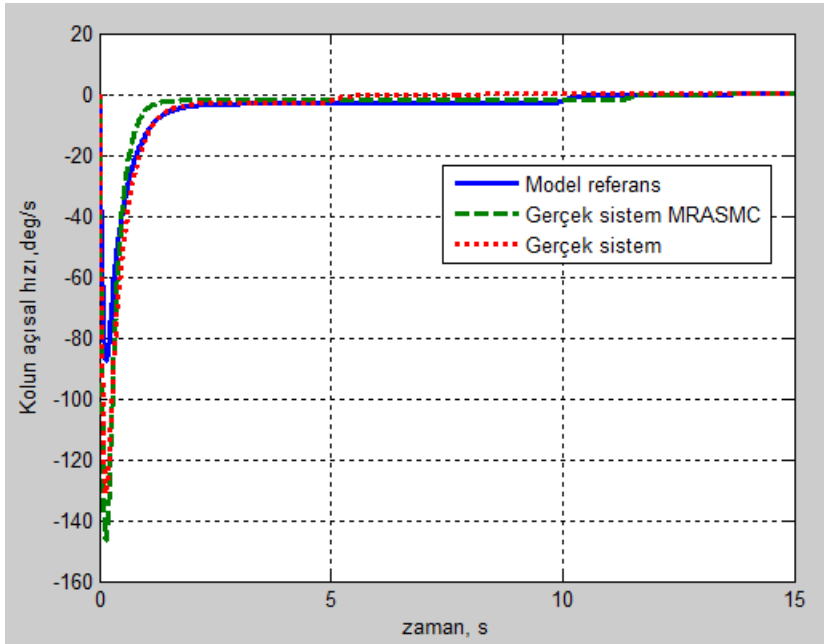
Şekil.4.46. Gerçek sistem kayma yüzeyi eğimi ($C_3(t)$)

Model sistem ve gerçek sistem için elde edilen benzetim sonuçları yukarıda sunulmuştur. Ayrıca, KKK yöntemi kullanılarak gerçek sistemin kontrolü de sağlanmıştır. Model sistemin benzetim sonuçları, gerçek sistem için Model Referans Adaptif Kayan Kipli Kontrol (MRAKKK) yöntemi kullanılarak elde edilen benzetim sonuçları ve KKK yöntemi kullanılarak elde edilen benzetim sonuçları da Bölüm 4.5.2’de karşılaştırmalı olarak sunulmuştur. Model sistem ve gerçek sistem için sistem parametreleri birbirinden farklı alınmış olup, tasarım parametreleri aynı tutulmuştur.

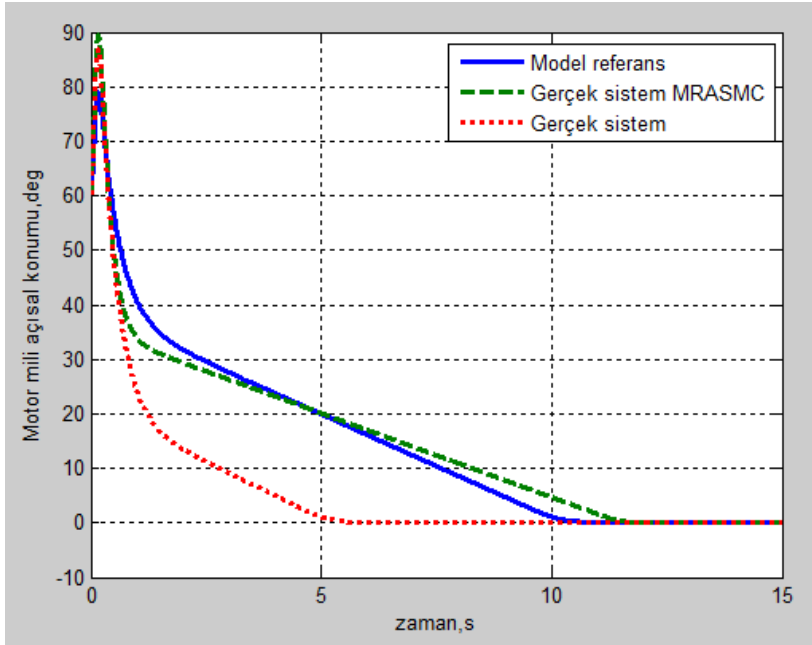
4.5.2. Benzetim sonuçları



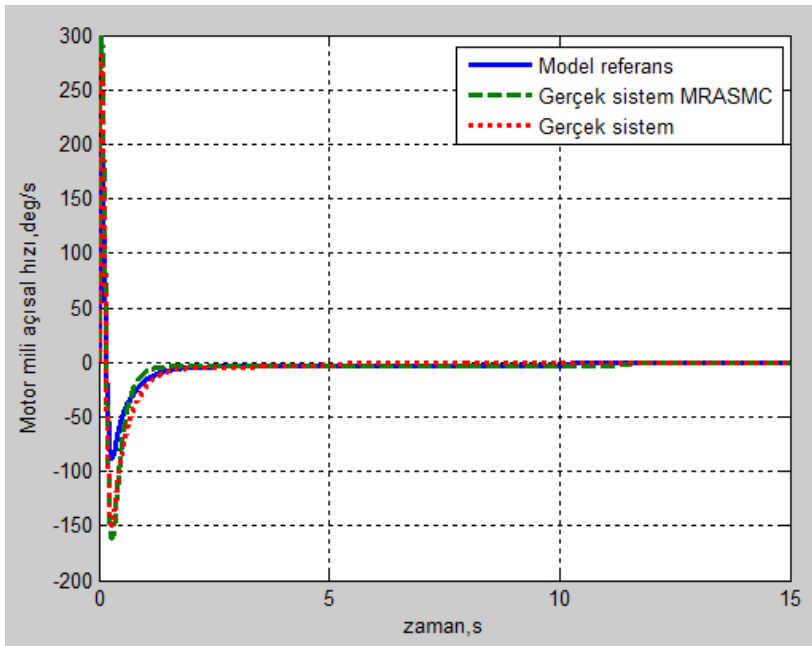
Şekil.4.47. Kolun açısal konum değişimi



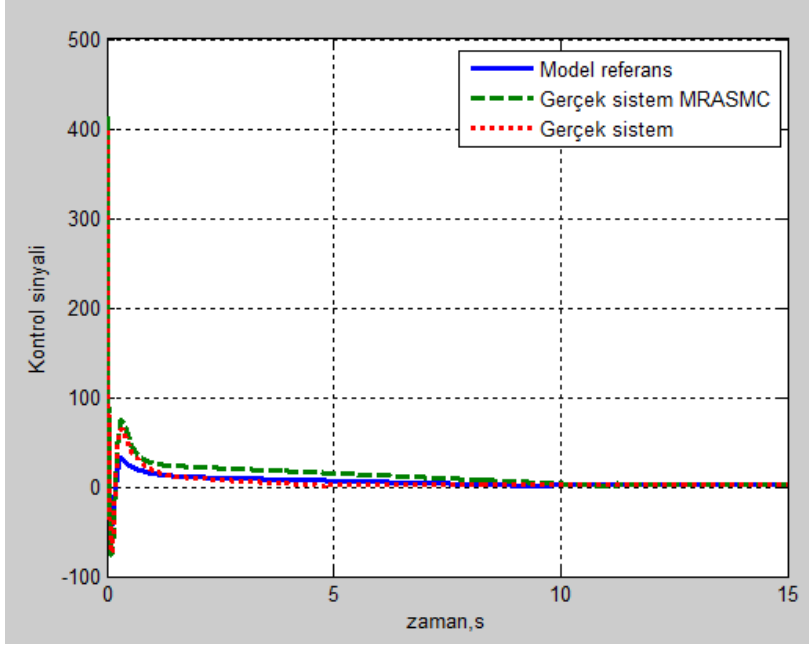
Şekil.4.48. Kolun açısal hız değişimi



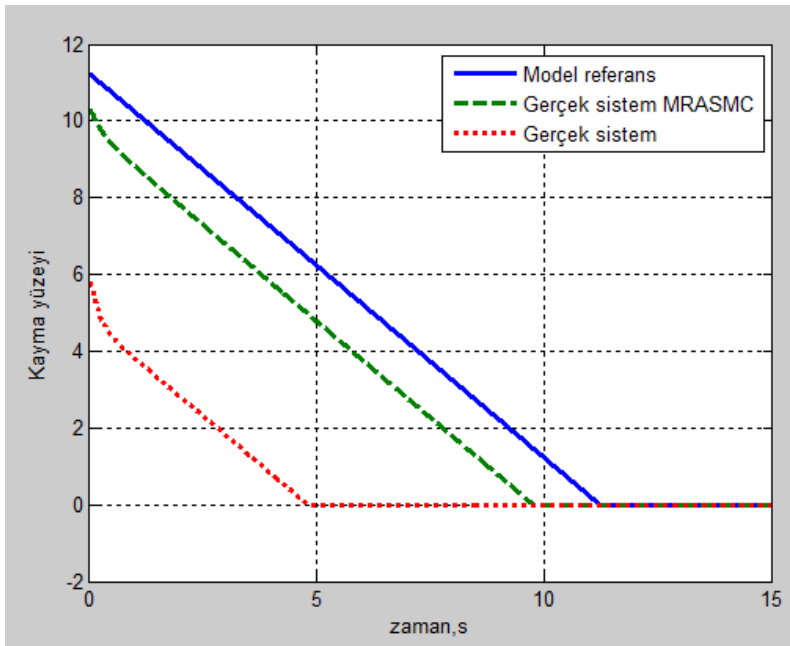
Şekil.4.49. Motor mili açısai konum değişimi



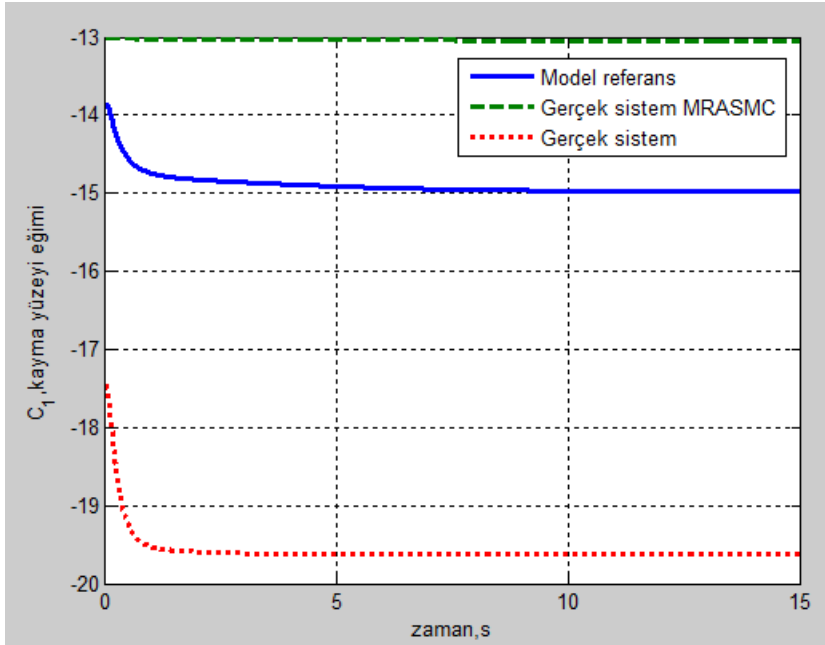
Şekil.4.50. Motor mili açısai hız değişimi



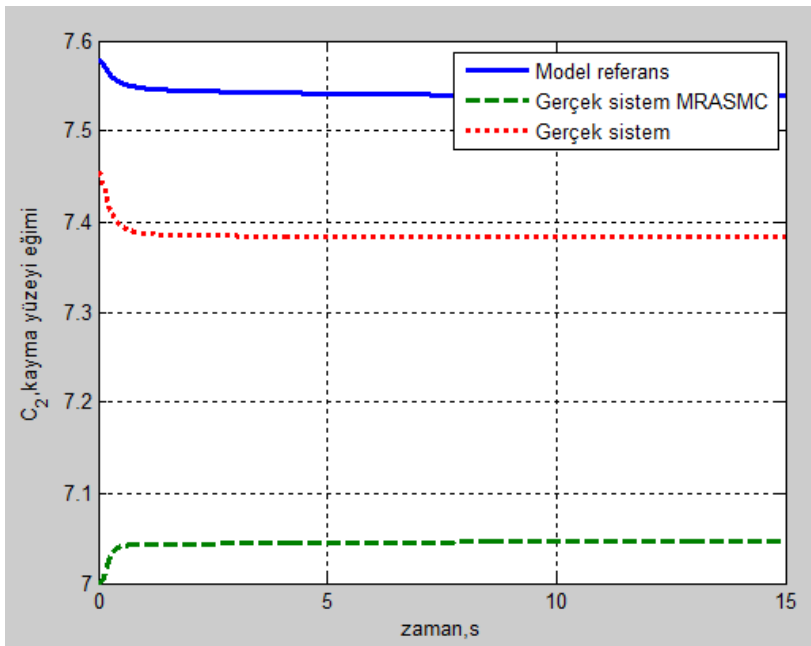
Şekil.4.51. Kontrol sinyali değişimi



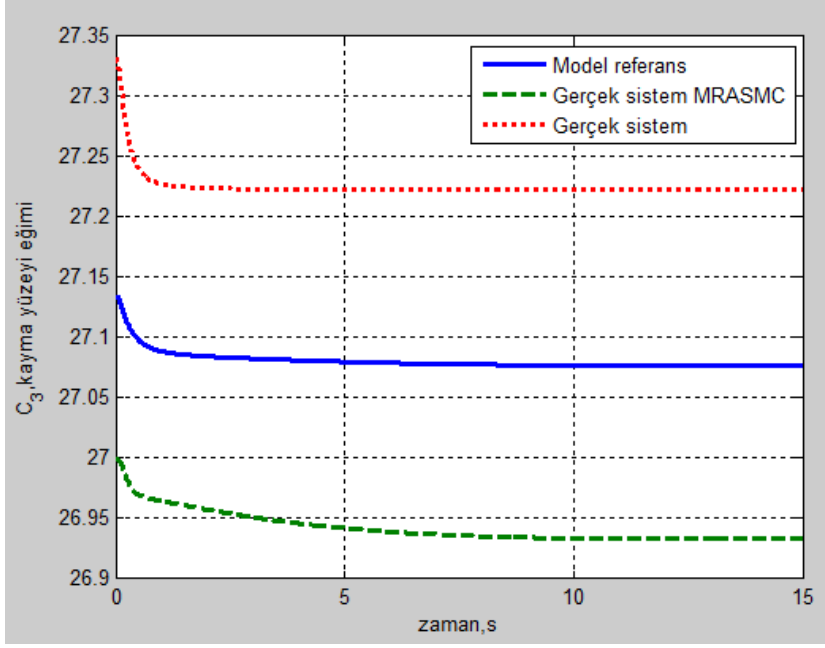
Şekil.4.52. Kayma yüzeyi değişimi



Şekil.4.53. Gerçek sistem kayma yüzeyi eğimi ($C_1(t)$)



Şekil.4.54. Gerçek sistem kayma yüzeyi eğimi ($C_2(t)$)



Şekil.4.55. Gerçek sistem kayma yüzeyi eğimi ($C_3(t)$)

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada belirli bir formda verilen doğrusal olmayan sistemlerin SDRE tabanlı KKK yöntemi ile kontrolünde, özellikle kontrol algoritmalarının her bir zaman aralığında yeniden çözülmesi zorunluluğu nedeniyle işlem süresinde meydana gelen artışı azaltmak amacıyla yeni iki yöntem önerilmiştir.

Bu kapsamda, çalışmanın ikinci bölümünde doğrusal olmayan sistemler için SDRE tabanlı kontrolcü tasarım teorisi incelenmiştir. Bu yöntemlerden kök yerleştirme yöntemi, optimal kontrol ve SDRE tabanlı KKK yöntemi ele alınmıştır.

Üçüncü bölümde ise SDRE yöntemi kullanılarak belirli formdaki doğrusal olmayan sistemler için belirli bir maliyet fonksiyonunu minimum kılacak optimum kayma yüzeyi tasarlanmış ve SDRE tabanlı KKK yöntemin uygulanması sonucunda elde edilen zamanla değişen optimum kayma yüzeyi eğimleri kaydedilmiştir. Belirli bir çalışma koşul aralığı dikkate alınarak belirlenen optimum kayma yüzeyi değerleri genelleştirilerek, daha sonra (çalışma koşulu kapsamında kalan) diğer çalışma koşulları için de kullanılmıştır. Böylelikle doğrusal olmayan sistemin kontrolü için optimum kayma yüzey değerleri önceden belirlenmiş ve daha sonra yapılacak matematiksel işlemler azaltılarak sistemin zaman cevabının daha hızlı elde edilmesi sağlanmıştır. Önerilen yöntem bir ters sarkaç mekanizmasına uygulanarak yöntem başarısı gösterilmiştir.

Ters sarkaç mekanizmasında $x = [0 \ 0 \ 75 \ 0]^T$ çalışma koşulu olarak belirlenmiş ve bu çalışma koşulu için SDRE tabanlı KKK yöntemi kullanılarak belirli bir maliyet fonksiyonunu minimum kılacak optimum kayma yüzeyi eğimleri belirlenmiştir. $x = [0 \ 0 \ 75 \ 0]^T$ için belirlenen kayma yüzeyi eğimleri kaydedilmiş ve daha sonra genelleştirilerek, sırasıyla $x = [0 \ 0 \ 60 \ 0]^T$, $x = [0 \ 0 \ 45 \ 0]^T$, $x = [0 \ 0 \ 30 \ 0]^T$ ve $x = [0 \ 0 \ 20 \ 0]^T$ çalışma koşullarında kullanılmıştır. Böylelikle $x = [0 \ 0 \ 60 \ 0]^T$, $x = [0 \ 0 \ 45 \ 0]^T$, $x = [0 \ 0 \ 30 \ 0]^T$ ve $x = [0 \ 0 \ 20 \ 0]^T$ çalışma koşullarında kayma yüzeyi eğimi tasarımı yapılmamış, $x = [0 \ 0 \ 75 \ 0]^T$ için tasarlanan kayma yüzeyi eğimleri kullanılmıştır. Ters sarkaç sisteminin kontrolü için optimum kayma yüzey değerleri önceden belirlendiği ve kayma yüzeyi eğimi tasarımı yapılmadığı için yapılacak matematiksel işlemler azaltılarak sistemin zaman cevabının daha hızlı elde edilmesi sağlanmıştır. Önerilen yöntem ile ters sarkaç mekanizması belirlenen çalışma koşullarında

denge noktasına da getirilmiştir. Ancak, çalışmanın temel amacı bu yöntemi açıklamak ve bir modele uygulamak olduğu için, seçilen parametreler rastgele belirlenmiştir. Sistem cevabının en iyilenmesi veya uygulanacak kontrol girişinin en azlanması için bir çalışma yapılmamıştır. Farklı seçilecek parametreler ile sistem cevabı yeniden düzenlenebilir, daha hızlı bir şekilde denge noktasına ulaştırılabilir ve/veya kontrol girdisi ile ilgili iyileştirme yapılabilir. Bu nedenle, önerilen yöntemde kayma yüzeyi eğimi parametreleri, kayma yüzeyine erişim parametreleri gibi parametrelerin daha uygun seçimi ile çalışmanın daha başarılı bir kontrolcü ve daha hızlı bir şekilde denge noktasına ulaşması sağlanabilir.

Dördüncü bölümde ise, belirli formdaki doğrusal olmayan sistemler için KKK yöntemi ile MRAK yöntemi birleştirilmiştir. Bu doğrultuda referans model sistem ve gerçek sistem olmak üzere iki tane doğrusal olmayan sistem ele alınmıştır. Referans model sistem için SDRE tabanlı KKK yöntemi kullanılarak kayma yüzeyi eğimleri tasarlanmıştır. Daha sonra, referans model sistem için tasarlanan kayma yüzeyi eğimleri önerilen adaptasyon kuralı ile adapte edilerek gerçek sistem için kayma yüzeyi eğimleri belirlenmiştir. Böylelikle, belirli formdaki doğrusal olmayan sistemler için yeni bir adaptif kayma yüzeyi tasarım algoritması geliştirilmiştir. Yöntemin başarısını göstermek amacıyla yöntem bir füze modeline ve esnek bağlantılı robot manipülatöre uygulanmıştır.

Füze modelinde sisteme uygulanacak kontrolün amacı, sistem çıkışı olan normal ivmenin, belirlenen referans ivme grafiğini takip etmesidir. Bu amaçla, referans model ve gerçek sistemin takip edeceği referans ivme grafiği aynı seçilmiştir. Fakat referans model ve gerçek sistem parametreleri (aerodinamik katsayılar, kütle, referans alanı gibi) birbirinden farklı, çalışma koşulu ise $x = [0,1 \quad -0,2 \quad 0]^T$ her iki sistem içinde aynı seçilmiştir. Referans model sistem için tasarlanan kayma yüzeyi eğimleri kaydedilerek, yani gerçek sistem için kayma yüzeyi tasarımı yapılmayarak, gerçek sistemde kullanılmıştır. Kayma yüzeyi eğimlerinin adaptasyon kuralı ile elde edildiği benzetim sonuçları ile referans model için tasarlanan kayma yüzeyi eğimlerinin adapte edilmeden kullanıldığı benzetim sonuçları bir arada verilmiştir. Füze modeline ait benzetim sonuçları incelendiğinde, kayma yüzeyi eğimlerinin adapte edildiği gerçek sistemin verilen referans ivme grafiğini, kayma yüzeyi eğimlerinin adapte edilmediği gerçek sistemden daha başarılı bir şekilde takip ettiği görülmüştür. Ayrıca, kayma yüzeyi eğimlerinin adapte edildiği gerçek sistemdeki kontrol girişinin, kayma yüzeyi eğimlerinin adapte edilmediği gerçek sistemdeki kontrol girişine göre daha düşük olduğu görülmüştür.

Referans model için kayma yüzeyi tasarımı yapılırken, gerekli olan Q ve P matrisleri rastgele seçilmiştir. Bu matrislerin değiştirilmesi ile daha iyi sonuçlara ulaşılabilir. Sistem için seçilen koordinat dönüşüm matrisinin değiştirilmesi sonuçları değiştirecek diğer bir etkendir. Bu matrisin farklı seçimiyle özellikle kontrol girişi değişimi ve kayma yüzeyi eğimlerinin değişimi belirgin farklılıklar sergileyebilir. Sistemi kontrol yüzeyine yaklaştıran kontrol kısmının tasarımında kullanılan k katsayısının değişimi de sistemi kayma yüzeyine ve dolayısıyla denge konumuna ulaşma hızını etkileyen bir faktördür. Hesaplamalar için seçilen zaman aralığı yeterince hassas olmalıdır.

Gerçek sistem için kayma yüzeyi tasarımı yapılırken ise, referans modelin kayma yüzeyi adapte edilirken kullanılan Γ_l adaptasyon hızı gerçek sistemin kayma yüzeyi eğimlerini değiştiren önemli bir faktördür. Bu çalışmada adaptasyon hızı rastgele seçilmiş olup, adaptasyon hızı değiştirilerek tasarıma etkisi incelenebilir. Ayrıca, Lyapunov denkleminde kullanılan Q matrisinin farklı seçimi ile kayma yüzeyi eğimleri belirgin farklılıklar sergileyebilir.

Bu çalışmada, Mach sayısı (M) sabit olarak alınarak füzenin dinamik denklemleri yazılmıştır. İleri çalışmalarda Mach sayısının değişimi de göz önünde bulundurularak çalışmalar yapılabilir. Ayrıca, takip edilmesi istenilen referans ivme grafiğinden farklı ivme grafikleri oluşturularak, sistemin performansı incelenebilir. Referans model için seçilen ivme grafiği ile gerçek modelin takip etmesi gereken ivme grafiği de birbirinden farklı seçilerek önerilen yöntemin performansı incelenebilir.

Esnek bağlantılı robot manipülatörde ise sistem parametreleri (kolun toplam kütlesi, ağırlık merkezinin uzunluğu gibi) gerçek sistem ve referans model için birbirinden farklı seçilmiştir. Gerçek sistem ve referans model için çalışma koşulu $x = [80 \ 0 \ 60 \ 0]^T$ olarak belirlenmiştir. Gerçek sistem için kayma yüzeyi eğimlerinin adaptasyon kuralı ile elde edildiği benzetim sonuçları ile gerçek sistemin kayma yüzeyi eğimlerinin optimal kontrol algoritması kullanılarak elde edilen benzetim sonuçları bir arada verilmiştir. Adaptasyon kuralı kullanılarak elde edilen benzetim sonuçlarında sistemin denge konumuna daha geç ulaştığı görülmüştür. Ancak kontrol sinyalinde gerçek sistemin kontrolünde kontrol girişinde belirgin bir fark olmadığı görülmektedir.

Esnek bağlantılı robot manipölatörde de adaptasyon kuralının uygulandığı gerçek sistemde Γ_l adaptasyon hızı ve Q matrisi rastgele seçilmiştir. Bu matrislerin değiştirilmesi ile optimal kontrol algoritması kullanılarak elde edilen benzetim sonuçlarına daha yakın sonuçlara ulaşılabilir.

Daha sonraki çalışmalarda önerilen yöntemler deneysel olarak incelenerek benzetimlerle deneysel sonuçlar karşılaştırılabilir.

KAYNAKLAR

- Aström, K. J. ve B. Wittenmark (1995). *Adaptive Control*. 2nd ed., Addison-Wesley. MA, USA.
- Bartolini, G., Pisano, A., Punta, E. ve Usai, E. (2003). A Survey of Applications of Second-Order Sliding Mode Control to Mechanical Systems. *Int. J. Control*, 76(9/10): 875–892.
- Bass, R. W. (1991). ρ -Synthesis: A ‘Rho-bustness’ Margin for Unstructured Nonlinear & Time-varying Deviations. In *Proceedings of the 30th IEEE Conference on Decision and Control* (pp. 2531–2537).
- Biannic, J.M. ve Apkarian, P., (1999). Missile Autopilot Design via a Modified LPV Synthesis Technique. *Aerospace Science and Technology*, 3(3): 153-160.
- Bilgin, N., (2007). *Esnek Sistemlerin Kayan Kipli Denetimi ve Bir Uydu Modeline Uygulanması*. Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yüksek Lisans Tezi
- Boothby, W.M., (2007). *An Introduction to Differentiable Manifolds and Riemannian Geometry*. 2nd ed., Elsevier, Singapore, 6,53.
- Chen., W.H., Donald, J.B. ve Peter, J.G., (2003). Optimal Control of Nonlinear Systems: A Predictive Control Approach. *Automatica*, 39: 633-641.
- Cheng, D., Ma, J., Lu, Q. ve Mei, S., (2004). Quadratic Form of Stable Sub-Manifold for Power Systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, (14): 773-788.
- Cloutier, J. R., D’Souza, C. N. ve Mracek, C. P. (1996). Nonlinear Regulation and Nonlinear H1 control via the State-Dependent Riccati Equation Technique: Part 1, Theory; Part2, Examples. In *Proceedings of the First International Conference on Nonlinear Problems in Aviation and Aerospace*, 117–141.
- Çimen, T., Banks, S.P., (2004). Global Optimal Feedback Control for General Nonlinear Systems with Nonquadratic Performance Criteria. *Systems & Control Letters*, 53: 327-346
- Çimen, T. (2008). State-dependent Riccati equation (SDRE) control: a survey. *Proceedings of the 17th IFAC World Congress* 3761–3775.
- Çimen, T. (2010) Systematic and Effective Design of Nonlinear Feedback Controllers via the State-Dependent Riccati Equation (SDRE) Method, *Annual Reviews in Control* 34 32–51.
- Çimen, T. (2012) Survey of State-Dependent Riccati Equation in Nonlinear Optimal Feedback Control Synthesis, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 35, 4.
- Deseor, C.A. ve Peikari, B., (1970). *The Frozen Operating Point. Method of Small-Signal*

- Analysis”, IEEE Trans. Automatic Control, 15(3): 259-261.
- Devaud,E., Siguerdidjane,S.,Font,S., (2000). Some Control Strategies for a High-Angle-of-Attack Missile Autopilot. Control Engineering Practice, 8: 885-892.
- Doğan, C., Salamcı, M.U. ve Tombul, G.S., (2005). Kararlı Manifold Teoremi Kullanarak Doğrusal Olmayan Sistemler için Denetleyici Tasarımı. 12. Ulusal Makine Teorisi Sempozyumu, Kayseri, 441-448.
- Döll, C., Gorrec, Y.L., Ferreres, G., Magni, J.F., (2001). A Robust Self-Scheduled Missile Autopilot: Design by Multi-Model Eigenstructure Assignment. Control Engineering Practice, 9: 1067-1078.
- Edwards, C., Spurgeon, S.K., (1998). Sliding Mode Control, Theory and Applications. Taylor&Francis, London, 1-92.
- Elmalı, H., Olgaç, N., (1992). Robust Output Tracking Control of Nonlinear MIMO Systems via Sliding Mode Technic. Automatica, 28: 145-151.
- Ercan, Y., (1992). Mühendislik Sistemlerinin Modellenmesi ve Dinamiği. Gazi Üniversitesi, Ankara 277-281, 278-279.
- Fei, J. ve Batur,C, (2009) . A novel adaptive sliding mode control with application to MEMS gyroscope. ISA Transactions 48 7378)
- Friedland, B. (1996). Advanced Control System Design, 110-112. Prentice-Hall, Englewood Cliffs NJ.
- Gasimov, R.N., Karamanoğlu, A., Yazıcı, A., (2004). A nonlinear Programming Approach for the Sliding Mode Control Design. Applied Mathematical Modelling, 29: 1135-1148
- Hu,X., Wu, L., Hu, C. ve Gao,H.,(2012). Adaptive sliding mode tracking control for a flexible air-breathing hypersonic vehicle. Journal of the Franklin Institute 349, 559–577
- Ioannou, P. ve J. Sun (1996). Robust Adaptive Control. Prentice Hall.
- Khalil, H.K., (1996). Nonlinear Sytems. 2nd Edition, Prentice Hall, New Jersey, 97-154.
- Ma, J. ve Zhang, R.,(2012) . Identification and Control Model Reference Adaptive Neural Sliding Mode control for Aero-engine. AASRI Conference on Modeling.
- Mirkin, B., Gutman P. ve Shtessel, Y (2014).Decentralized continuous MRAC with local asymptotic sliding modes of nonlinear delayed interconnected systems. Journal of the Franklin Institute 351 (2014) 2076–2088
- Mracek, C.P. ve J.R. Cloutier (1998). Control designs for the nonlinear benchmark problem via the state-dependent Riccati equation method. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 8, 401-433.

- Ogata, K., (1997). *Modern Control Engineering*. 3rd Edition, Prentice-Hall, Inc., United States of America, 710-982.
- Reichert, R.T., Nichols, R.A., Rugh, W.J., (1993). Gain Scheduling for H-Infinity Controllers: A Flight Control Example. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 1(2): 69-79.
- Salamcı, M. U., (1999). Two new switching surface design techniques for nonlinear systems with their applications to missile control. *Doktora Tezi, ODTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara*, 86-114).
- Salamcı M.U. ve Gökbilen B., (2007). SDRE Missile Autopilot Design using Sliding Mode Control with Moving Sliding Surfaces., *Proceedings of The IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace, Toulouse-Fransa*
- Salamcı, M.U., Özgören, M.K., (2000). Sliding Mode Control with Optimal Sliding Surfaces for Missile Autopilot Design. , *Journal of Guidance, Control and Dynamics*,
- Singla, M., Shieh, L., Song, G., Xie, L. ve Zhang, Y., (2014) . A new optimal sliding mode controller design using scalar sign function. *ISA Transactions* 53 (2014) 267–279)
- Slotine, J.J.E., Li, W., (1991). *Applied Nonlinear Control*, Prentice Hall, New Jersey, 242-244, 276-307.
- Tang Y., Zhang X., Zhang D., Zhao G. ve Guan X, (2013). Fractional order sliding mode controller design for antilock braking systems. *Neurocomputing* 111 (2013) 122–130
- Tsourdos, A., White, B.A., (2005). *Adaptive Flight Control Design for Nonlinear Missile. Control Engineering Practice*, 13: 373-382.
- Utkin, V.I., (1977). Variable Structure Systems with Sliding Modes, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 22(2): 212-222.
- Utkin, V.I., (1978). *Sliding Modes and Their Applications in Variable Structure Systems* Mir Publishers, Moscow, 1-120
- Utkin, V.I., (1992). *Sliding Modes in Control and Optimization*. Springer Verlag, Berlin, 46-125.
- Xu, H., Mirmirani, M.D. ve Ioannou, P.A., (2004). Adaptive Sliding Mode Control Design for a Hypersonic Flight Vehicle. *AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 27(5): 829-838.
- Xu, J.X., Lee, T.H. ve He, C., (1996). Modified Sliding Mode Controller for a Class of Nonlinear Multi-Input Systems. *IEEE Workshop on Variable Structure Systems, California, USA*, 55-60
- Wen, C-C ve Cheng, C-C, (2007) . Design of sliding surface for mismatched uncertain systems to achieve asymptotical stability. *Journal of the Franklin Institute* 345 (2008)

926–941

Wernli, A. ve G. Cook (1975). Suboptimal control for the nonlinear quadratic regulator problem. *Automatica*, 11, 75-84.

Wu, F., Packard, A., Balas, G., (1995). LPV Control Design for Pitch-Axis Missile Autopilots. *Proceedings of the 34th Conference on Decision and Control*, New Orleans, 188-193.

Yin C., Dadras S. Ve Zhong S., (2012). Design an adaptive sliding mode controller for drive-response synchronization of two different uncertain fractional-order chaotic systems with fully unknown parameters. *Journal of the Franklin Institute* 349 (2012) 3078–3101

EKLER

EK-1. Teorem

$$\dot{x} = f(x) = Ax + g(x) \quad (1.1)$$

Burada A denge noktası etrafında doğrusallaştırılmış sistem matrisidir.

$$A = \left\{ \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{x=0} \right\} \quad (1.2)$$

Eş. 1.1 ile tanımlı bir sistem için, P pozitif tanımlı bir matris olmak üzere, Lyapunov fonksiyonu

$$V(x) = x^T P x \quad (1.3)$$

yazılır ve fonksiyonun türevi alınır,

$$\dot{V}(x) = x^T P \dot{x} + \dot{x}^T P x \quad (1.4)$$

Eş.1.1, Eş.1.4'de yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= x^T P f(x) + f^T(x) P x = x^T P [Ax + g(x)] + [x^T A^T + g^T(x)] P x = \\ &= x^T \underbrace{(PA + A^T P)}_{-Q} x + 2x^T P g(x) \end{aligned} \quad (1.5)$$

Q simetrik pozitif bir matris alınarak

$$\dot{V}(x) = -x^T Q x + 2x^T P g(x) \quad (1.6)$$

şeklinde ifade edilir. Burada, denklemin sağ tarafındaki ilk terim negatif tanımlı iken ikinci terim tanımsızdır. $g(x)$, aşağıda belirtilen şartı sağlayan bir fonksiyondur.

$$\|x\| \rightarrow 0 \text{ için } \frac{\|g(x)\|}{\|x\|} \rightarrow 0 \quad (1.7)$$

ve herhangi bir $\gamma < 0$ için, aşağıdaki şartı sağlayan bir $r > 0$ mevcuttur.

Ek-1. (Devam) Teorem

$$\|g(x)\| < \gamma\|x\|, \forall \|x\| < r \quad (1.8)$$

Böylelikle, Lyapunov Fonksiyonunun türevi,

$$\dot{V}(x) = -x^T Q x + 2\gamma x^T P \|x\|, \forall \|x\| < r \quad (1.9)$$

olarak yazılabilir ve

$$x^T Q x \geq \lambda_{\min}(Q)\|x\|^2 \quad (1.10)$$

geçerlidir. Burada, $\lambda_{\min}(\cdot)$, bir matrisin en küçük özdeğerini temsil etmektedir ve Q simetrik ve pozitif tanımlı bir matris olduğu sürece $\lambda_{\min}(Q)$, gerçek ve pozitiftir. Böylelikle,

$$\dot{V}(x) < [\lambda_{\min}(Q) - 2\gamma\|P\|]\|x\|^2, \forall \|x\| < r \quad (1.11)$$

bulunur ve

$$\gamma < \lambda_{\min}(Q)/2 \|P\| \quad (1.12)$$

seçilerek $\dot{V}(x)$ 'in negatif tanımlı olması sağlanır (Deseor ve Peikari, 1970).

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı : IRMAK, Fatma
 Uyuğu : T.C.
 Doğum tarihi ve yeri : 14.11.1988, Ankara
 Medeni hali : Bekâr
 Telefon : 0 (312) 468 53 00
 Faks : 0 (312) 427 53 05
 e-mail : fatma.irmak@tubitak.gov.tr



Eğitim

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet tarihi
Yüksek lisans	Gazi Üniversitesi /Makine Mühendisliği	2014
Lisans	Gazi Üniversitesi/ Makine Mühendisliği	2011
Lise	Van Kazım Karabekir Lisesi	2006

İş Deneyimi

Yıl	Yer	Görev
2012-Halen	TÜBİTAK-TEYDEB	Proje Personeli

Yabancı Dil

İngilizce

Yayınlar

- Irmak, F., Salamci, U, M., Çopur, H.E, “Doğrusal Olmayan Sistemlerin Optimal Kayma Yüzeyi Kullanılarak Denetimi İçin Yeni Bir Denetleyici Tasarımı” TOK’13 Otomatik Kontrol Toplantısı, İnönü Üniversitesi, Malatya,(2013)

Hobiler

Bilim-Teknoloji, Spor, Kitap,Tiyatro



GAZİ GELECEKTİR...