



**YAKALANMA OLASILIĞI DÜŞÜK RADARLARDA COSTAS
DİZİLERİNİN KULLANIMI**

Fatih GÜLEÇ

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
ELEKTRİK – ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

ARALIK 2014

Fatih GÜLEÇ tarafından hazırlanan “YAKALANMA OLASILIĞI DÜŞÜK RADARLARDA COSTAS DİZİLERİNİN KULLANIMI” adlı tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından OY BİRLİĞİ ile Gazi Üniversitesi Elektrik – Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Danışman: Doç. Dr. Erkan AFACAN

Elektrik – Elektronik Mühendisliği, Gazi Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu onaylıyorum

.....

Başkan : Prof. Dr. Erdem YAZGAN

Elektrik – Elektronik Mühendisliği, Hacettepe Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu onaylıyorum

.....

Üye : Doç. Dr. Nursel AKÇAM

Elektrik – Elektronik Mühendisliği, Gazi Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu onaylıyorum

.....

Tez Savunma Tarihi: 23/12/2014

Jüri tarafından kabul edilen bu tezin Yüksek Lisans Tezi olması için gerekli şartları yerine getirdiğini onaylıyorum.

.....
Prof. Dr. Şeref SAĞIROĞLU
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

ETİK BEYAN

Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Tez çalışmada yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu,

bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

Fatih GÜLEÇ

Aralık 2014

YAKALANMA OLASILIĞI DÜŞÜK RADARLARDA COSTAS DİZİLERİNİN KULLANIMI

(Yüksek Lisans Tezi)

Fatih GÜLEÇ

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Aralık 2014

ÖZET

Yakalanma Olasılığı Düşük radarlar, düşman unsurlar tarafından tespit edilmesi ve tanımlanması istenmeyen durumlarda kullanılırlar. Yakalanma Olasılığı Düşük radarlar bu amaçla, geniş bant, düşük güç ve kodlanmış sürekli dalga kullanılırlar. Frekans Kaydırmalı Anahtarlama, bu kodlama tekniklerinden biridir. Frekans Kaydırmalı Anahtarlama kullanan Yakalanma Olasılığı Düşük radar sinyallerini oluşturmak için Costas dizilerinden yararlanılmaktadır. Bu tez çalışması kapsamında, Yakalanma Olasılığı Düşük radarlarda kullanılan Frekans Kaydırmalı Anahtarlama ile oluşturulan sinyaller ve bu sinyalleri üretmek için kullanılan Costas dizileri incelenmiştir. Costas dizilerini oluşturmak için sonlu cisimler teorisine dayanan Welch, Lempel ve Golomb yöntemleri ile bunların varyasyonları incelenmiştir. Söz konusu yöntemlerin C/C++ dilinde geliştirilen programlar ile uygulaması yapılmıştır. Çıktı olarak elde edilen Costas dizileri ile oluşturulan Frekans Kaydırmalı Anahtarlama kullanan radar sinyallerinin belirsizlik fonksiyonlarının analizi yapılmıştır.

Bilim Kodu : 905.1.034
Anahtar Kelimeler : Yakalanma Olasılığı Düşük Radarlar, Costas Dizileri, FSK
Sayfa Adedi : 81
Danışman : Doç. Dr. Erkan AFACAN

USAGE OF COSTAS ARRAYS IN LOW PROBABILITY OF INTERCEPT RADARS

(M. Sc. Thesis)

Fatih GÜLEÇ

GAZİ UNIVERSITY

GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES

December 2014

ABSTRACT

Low Probability of Intercept radars are used when it is not desired to be detected and identified by hostile elements. Low Probability of Intercept radars use signals which have wide bandwidth, low power and coded continuous wave. Frequency Shift Keying is one of these coding techniques. Costas arrays are used in order to construct the Frequency Shift Keying Low Probability of Intercept radar signals. In this thesis, Frequency Shift Keying signals, which are used in Low Probability of Intercept radars, and Costas arrays, which are used to construct these signals, are examined. Welch, Lempel and Golomb methods based on the finite field theory and their variations are examined. These methods are implemented by developing the programs in C/C++ language. The ambiguity function analysis of Frequency Shift Keying radar signals, which are constructed by Costas arrays obtained from the programs as output, are analyzed.

Science Code : 905.1.034

Key Words : Low Probability Of Intercept Radars, Costas Arrays, FSK

Page Number : 81

Supervisor : Assoc. Prof. Dr. Erkan AFACAN

TEŞEKKÜR

Bilimsel alıőmalarımda beni heveslendiren ve ynlendiren değerli hocam Do. Dr. Erkan AFACAN'a; sevgi, sabır ve hoőgrsyle tez alıőmam boyunca beni hi yalnız bırakmayan sevgili eőim Naime Sinem GLE'e teőekkr ve minnetlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	iv
ABSTRACT.....	v
TEŞEKKÜR.....	vi
İÇİNDEKİLER	vii
ÇİZELGELERİN LİSTESİ.....	x
ŞEKİLLERİN LİSTESİ.....	xi
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	xv
1. GİRİŞ.....	1
2. YAKALANMA OLASILIĞI DÜŞÜK RADARLAR.....	3
2.1. YOD Radarların Özellikleri	4
2.1.1. Anten özellikleri.....	4
2.1.2. Verici özellikleri.....	5
2.2. YOD Radarlarda Kullanılan Sinyal Çeşitleri	6
2.2.1. Frekans modüleli sürekli dalga	6
2.2.2. Faz kaydırmalı anahtarlama	9
2.2.3. Frekans kaydırmalı anahtarlama	15
2.2.4. Melez frekans/faz kaydırmalı anahtarlama	16
2.2.5. Gürültü modülasyonu.....	16
2.3. Özilinti ve Belirsizlik Fonksiyonları	17
2.3.1. Özilinti fonksiyonu.....	18
2.3.2. Belirsizlik fonksiyonu	18
3. COSTAS DİZİLERİ	21

	Sayfa
3.1. Sonlu Cisimler	23
3.1.1. İlkel kökler	24
3.1.2. İlkel elemanlar	26
3.2. Costas Dizilerinin Oluşturulmasında Kullanılan Temel Yöntemler	29
3.2.1. Welch yöntemi	29
3.2.2. Lempel yöntemi	38
3.2.3. Golomb yöntemi	43
3.3. Costas Dizilerinin Temel Oluşturulma Yöntemlerine Ait Varyasyonlar	52
3.3.1. Taylor T_4 yöntemi	52
3.3.2. Golomb G_4^* - G_5^* yöntemi	53
3.3.3. Taylor T_1 ve T_0 varyasyonları	54
3.3.4. Welch W_0 varyasyonu	56
3.3.5. Çokbiçimliler (Polymorphs)	57
4. COSTAS DİZİLERİ İLE OLUŞTURULAN FREKANS ATLAMALI RADAR SİNYALLERİNİN BELİRSİZLİK DİYAGRAMLARININ İNCELENMESİ	61
5. SONUÇ VE ÖNERİLER	67
KAYNAKLAR	69
EKLER	71
EK-1. Welch yöntemiyle $p = 313$ için oluşturulmuş Costas dizileri	72
EK-2. Lempel yöntemiyle $q = 293$ için oluşturulmuş Costas dizileri	73
EK-3. Golomb yöntemiyle $q = 271$ için oluşturulmuş Costas dizileri	74
EK-4. Taylor T_4 yöntemiyle $q = 241$ için oluşturulmuş Costas dizileri	75
EK-5. Golomb G_4^* ve G_5^* yöntemleriyle $q = 149$ için oluşturulmuş Costas dizileri	76
EK-6. Taylor T_1 ve T_0 yöntemleriyle oluşturulmuş $q = 47$ için bulunan Costas dizileri..	77

Sayfa

EK-7. Golomb yöntemiyle $q=101$ için oluşturulmuş Costas dizilerine ait çokbiçimliler	78
EK-8. 100'üncü dereceden Costas dizisi ile oluşturulmuş radar sinyaline ait belirsizlik diyagramı	79
EK-9. 250'nci derece Costas dizisi ile oluşturulmuş radar sinyaline ait belirsizlik diyagramı	80
ÖZGEÇMİŞ	81

ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge	Sayfa
Çizelge 2.1. Barker kodları	10
Çizelge 3.1. Şekil 3.2'de verilen Costas dizisine ait fark üçgeni	23
Çizelge 3.2. $GF_3[x]/(x^2 + x + 2) \setminus \{0\}$ için çarpım tablosu	28
Çizelge 3.3. $GF_3[x]/(x^2 + x + 2)$ için toplama tablosu	29
Çizelge 5.1. Costas dizilerinin temel oluşturulma yöntemlerinin karşılaştırılması (p asal sayı ve $k \geq 1$ olmak üzere tamsayıdır.)	29

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 2.1. Radar, hedef ve gönderilen sinyal [1].....	3
Şekil 2.2. Darbeli radar sinyali ile sürekli dalga radar sinyalinin karşılaştırılması [2]....	5
Şekil 2.3. Atmosferik emilimin milimetre dalga spektrumunda dağılımı [2].....	6
Şekil 2.4. Doğrusal frekans modüleli üçgen dalga ve Doppler kaymasına uğramış alınan sinyal [2].....	7
Şekil 2.5. Sinüzoidal frekans modüleli sürekli dalga ve doppler kaymasına uğramış alınan sinyal [3].....	9
Şekil 2.6. Basamaklı doğrusal frekans modüleli sinyal [3]	9
Şekil 2.7. İkili faz kaydırmalı anahtarlama	10
Şekil 2.8. $M = 6$, $N_c = 36$ için Frank kodu birikimli faz değişimi grafiği.....	11
Şekil 2.9. $M = 6$, $N_c = 36$ için P1 ve P2 kodu birikimli faz değişimi grafiği.....	12
Şekil 2.10. $N_c = 36$ için P3 ve P4 kodu faz değişimi grafiği	13
Şekil 2.11. $k = 4$, $n = 2$, $T = 16$ ms için T1(2) ve T2(2) kodu faz-zaman grafiği	14
Şekil 2.12. $t_m = 16$ ms, $\Delta F = 250$ Hz için T3(2) ve T4(2) kodu faz-zaman grafiği	14
Şekil 2.13. $f_j = \{3\ 2\ 6\ 4\ 5\ 1\}$ Costas dizisi için sırasıyla frekans-zaman ve spektral güç genliği-frekans grafikleri}	15
Şekil 2.14. 5-bit Barker kodlama kullanılmış melez frekans/faz kaydırmalı anahtarlama için faz-zaman grafiği [2]	16
Şekil 2.15. Geniş bantlı gürültü sinyali için genlik-frekans grafiği [2]	17
Şekil 2.16. Darbeli bir radara ait belirsizlik fonksiyonu	19
Şekil 2.17. P4 kodlamaya sahip bir radara ait belirsizlik fonksiyonu.....	19
Şekil 3.1. Frekans modüleli sürekli dalga kullanan bir radara ait belirsizlik fonksiyonu.....	21
Şekil 3.2. $n = 9$ 'uncu dereceden bir Costas dizisi.....	22
Şekil 3.3. $n = 18$ 'inci dereceden $\{1\ 2\ 4\ 8\ 16\ 13\ 7\ 14\ 9\ 18\ 17\ 15\ 11\ 3\ 6\ 12\ 5\ 10\}$ permütasyonunu gösteren W_1 Costas dizisi.....	31

Şekil	Sayfa
Şekil 3.4. $n = 18$ 'inci dereceden $\{1\ 13\ 17\ 12\ 4\ 14\ 11\ 10\ 16\ 18\ 6\ 2\ 7\ 15\ 5\ 8\ 9\ 3\}$ permütasyonunu gösteren W_1 Costas dizisi.....	32
Şekil 3.5. $n = 18$ 'inci dereceden $\{1\ 14\ 6\ 8\ 17\ 10\ 7\ 3\ 4\ 18\ 5\ 13\ 11\ 2\ 9\ 12\ 16\ 15\}$ permütasyonunu gösteren W_1 Costas dizisi.....	33
Şekil 3.6. $n = 18$ 'inci dereceden $\{1\ 15\ 16\ 12\ 9\ 2\ 11\ 13\ 5\ 18\ 4\ 3\ 7\ 10\ 17\ 8\ 6\ 14\}$ permütasyonunu gösteren W_1 Costas dizisi.....	34
Şekil 3.7. $n = 18$ 'inci dereceden $\{1\ 3\ 9\ 8\ 5\ 15\ 7\ 2\ 6\ 18\ 16\ 10\ 11\ 14\ 4\ 12\ 17\ 13\}$ permütasyonunu gösteren W_1 Costas dizisi.....	35
Şekil 3.8. $n = 18$ 'inci dereceden $\{1\ 10\ 5\ 12\ 6\ 3\ 11\ 15\ 17\ 18\ 9\ 14\ 7\ 13\ 16\ 8\ 4\ 2\}$ permütasyonunu gösteren W_1 Costas dizisi.....	36
Şekil 3.9. $n = 17$ 'nci dereceden $\{1\ 3\ 7\ 15\ 12\ 6\ 13\ 8\ 17\ 16\ 14\ 10\ 2\ 5\ 11\ 4\ 9\}$ permütasyonunu gösteren W_1 dizisinden elde edilen W_2 Costas dizisi.....	37
Şekil 3.10. $n = 16$ 'ncı dereceden $\{2\ 6\ 14\ 11\ 5\ 12\ 7\ 16\ 15\ 13\ 9\ 1\ 4\ 10\ 3\ 8\}$ permütasyonunu gösteren W_2 dizisinden elde edilen W_3 Costas dizisi.....	37
Şekil 3.11. $x^3 + x + 1$ için $GF(8)$ 'in elemanları.....	39
Şekil 3.12. $GF_2[x]/(x^3 + x + 1)$ için toplama tablosu.....	40
Şekil 3.13. $x^3 + x^2 + 1$ için $GF(8)$ 'in elemanları.....	41
Şekil 3.14. $GF_2[x]/(x^3 + x^2 + 1)$ için toplama tablosu.....	41
Şekil 3.15. $(x^3 + x + 1)$ ve $(x^3 + x^2 + 1)$ ilkel elemanları için L_2 Costas dizileri.....	42
Şekil 3.16. $q = 19$ ve $(x + 17)$ ilkel elemanı için oluşturulan L_2 ve L_3 Costas dizileri ...	42
Şekil 3.17. $q = 16$ için $\{4\ 8\ 14\ 1\ 10\ 13\ 9\ 2\ 7\ 5\ 12\ 11\ 6\ 3\}$ permütasyonunu gösteren L_2 Costas dizisi.....	43
Şekil 3.18. $x^3 + x + 1$ ve $\beta = \alpha$ için $GF(8)$ 'in elemanları.....	44
Şekil 3.19. $GF_2[x]/(x^3 + x + 1)$ ve $\beta = \alpha$ için toplama tablosu.....	45
Şekil 3.20. $x^3 + x + 1$ ve $\beta = \alpha^2$ için $GF(8)$ 'in elemanları.....	45
Şekil 3.21. $x^3 + x + 1$ ve $\beta = \alpha^3$ için $GF(8)$ 'in elemanları.....	46
Şekil 3.22. $x^3 + x + 1$ ve $\beta = \alpha^4$ için $GF(8)$ 'in elemanları.....	47
Şekil 3.23. $x^3 + x + 1$ ve $\beta = \alpha^5$ için $GF(8)$ 'in elemanları.....	48

Şekil	Sayfa
Şekil 3.24. $x^3 + x + 1$ ve $\beta = \alpha^6$ için GF(8)'in elemanları	49
Şekil 3.25. $x^3 + x^2 + 1$ için bulunan G_2 Costas dizileri	50
Şekil 3.26. $q = 8$ ve $(x^3 + x + 1)$ için bulunan G_2 Costas dizileri.....	51
Şekil 3.27. $q = 8$ ve $(x^3 + x^2 + 1)$ için bulunan G_2 Costas dizileri	51
Şekil 3.28. $q = 8$ için bulunan G_3 Costas dizileri	52
Şekil 3.29. $q = 8$ için bulunan G_4 Costas dizileri	52
Şekil 3.30. $q = 19$ için bulunan L_2 ve T_4 Costas dizileri.....	53
Şekil 3.31. $q = 9$ için bulunan G_2, G_4^* ve G_5^* Costas dizileri.....	54
Şekil 3.32. $q = 9$ için bulunan T_1 Costas dizileri	54
Şekil 3.33. $q = 9$ için bulunan G_2 dizisi ve ondan türetilen T_1 Costas dizileri.....	55
Şekil 3.34. $q = 11$ için bulunan T_0 Costas dizileri	55
Şekil 3.35. $q = 11$ için bulunan G_2 dizisi ve ondan türetilen T_0 Costas dizileri.....	56
Şekil 3.36. $p = 17$ için bulunan W_1 ve W_0 Costas dizileri	56
Şekil 3.37. $p = 17$ için bulunan W_1 ve ondan türetilen W_0 Costas dizileri	57
Şekil 3.38. $p = 7$ için W_1 ve W_2 Costas dizisinden türetilen çokbiçimliler	58
Şekil 3.39. $p = 11$ için bulunan W_1 ve ondan türetilen 7 adet çokbiçimli	58
Şekil 3.40. $q = 16$ için L_2 Costas dizisinden türetilen çokbiçimliler.....	59
Şekil 3.41. $q = 16$ için bulunan L_2 Costas dizisi ve ondan türetilen 3 adet çokbiçimli ..	59
Şekil 4.1. $W_1 = \{5 2 6 8 9 4 7 3 1\}$ Costas dizisi ile oluşturulmuş FSK YOD radar sinyaline ait belirsizlik diyagramı	61
Şekil 4.2. $L_2 = \{1 4 6 2 9 3 8 7 5\}$ Costas dizisi ile oluşturulmuş FSK YOD radar sinyaline ait belirsizlik diyagramı	62
Şekil 4.3. $G_2 = \{6 4 7 9 3 8 5 1 2\}$ Costas dizisi ile oluşturulmuş FSK YOD radar sinyaline ait belirsizlik diyagramı	62
Şekil 4.4. $T_4 = \{4 2 5 1 3\}$ Costas dizisi ile oluşturulmuş FSK YOD radar sinyaline ait belirsizlik diyagramı	63

Şekil	Sayfa
Şekil 4.5. $T_4 = \{5\ 1\ 2\ 4\ 3\}$ Costas dizisi ile oluşturulmuş FSK YOD radar sinyaline ait belirsizlik diyagramı	63
Şekil 4.6. $T_0 = \{11\ 3\ 9\ 10\ 4\ 2\ 7\ 6\ 8\ 5\ 1\}$ Costas dizisi ile oluşturulmuş FSK YOD radar sinyaline ait belirsizlik diyagramı.....	64
Şekil 4.7. $W_0 = \{11\ 1\ 6\ 3\ 7\ 9\ 10\ 5\ 8\ 4\ 2\}$ Costas dizisi ile oluşturulmuş FSK YOD radar sinyaline ait belirsizlik diyagramı.....	64
Şekil 4.8. L_2 çokbiçimli $\{5\ 3\ 2\ 7\ 1\ 8\ 4\ 6\ 9\}$ Costas dizisi ile oluşturulmuş FSK YOD radar sinyaline ait belirsizlik diyagramı	65

SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler

Açıklamalar

cm	Santimetre
db	Desibel
g	Gram
ghz	Giga Hertz
hz	Hertz
k	Kelvin
km	Kilometre
m³	Metreküp
ms	Milisaniye

Kısaltmalar

Açıklamalar

ARM	Anti Radiation Missile
CW	Continuous Wave
ELINT	Electronic Intelligence
FA	Frekans Atlamalı
FMCW	Frequency Modulated Continuous Wave
FSK	Frequency Shift Keying
GF	Galois Field
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers
ISAR	Inverse Synthetic Aperture Radar
LPI	Low Probability of Intercept
OBEB	Ortak Bölenlerin En Büyüğü
PSK	Phase Shift Keying
RADAR	Radio Detection and Ranging
SAR	Synthetic Aperture Radar

Kısaltmalar

Açıklamalar

SODAR

Sonic Detection and Ranging

YOD

Yakalanma Olasılığı Düşük

1. GİRİŞ

Radarlar, icat edildiği zamandan bu yana hem askeri hem de sivil alanda mesafe ve hız tespiti için kullanılmaktadır. Bir radar sistemi temel olarak alıcı/verici anteni, sinyal işleme ünitesi ve operatör arayüzünden oluşmaktadır. Radarların çıkış noktası olan askeri alandaki varlığı elektronik harp ortamında karşı tedbirler geliştirilmesine sebep olmuştur. Bu amaçla da düşman unsurlara yakalanmadan hedef tespiti yapabilecek radarların ortaya çıkması ihtiyacı doğmuştur. "Yakalanma Olasılığı Düşük" (YOD, Low Probability of Intercept - LPI) radarlar sahip oldukları anten ve sinyal özellikleriyle düşman unsurlar tarafından yakalanma olasılığını en aza indirmektedir. Buradaki genel düşünce, düşman unsurların sahip olduğu elektronik harp ve elektronik istihbarat (Electronic Intelligence - ELINT) almaçlarının sinyal tespit seviyesinin altında yayın yaparak menzili dahilindeki hedefleri tespit edebilmektir.

Darbeleri radarlar hedefe kısa süreli ve yüksek güçte sinyaller gönderirler. Bunun sebebi ise gönderilen sinyalin hedef ile radar arasındaki mesafenin iki katı kadar yol almasıdır. Böylelikle gönderilen sinyal yolda zayıflarken radarın sinyal algılama seviyesinin altına düşmemiş olur. Ancak yüksek tepe güçleri radarın elektronik harp ortamında kolayca fark edilmesine sebep olur. YOD radarlar bunu engellemek için sürekli dalga (CW) sinyaller gönderir ve sinyali frekans bandına yayarlar. Bu sayede çok daha düşük güçlü sinyalleri kullanırlar. Bu sinyalleri elde etmek için ise çeşitli kodlamalar kullanırlar. Bu kodlamalardan birisi Frekans Kaydırmalı Anahtarlama (Frequency Shift Keying - FSK) tekniğidir. YOD radarlarda FSK sinyalleri elde etmek için Costas dizileri kullanılır.

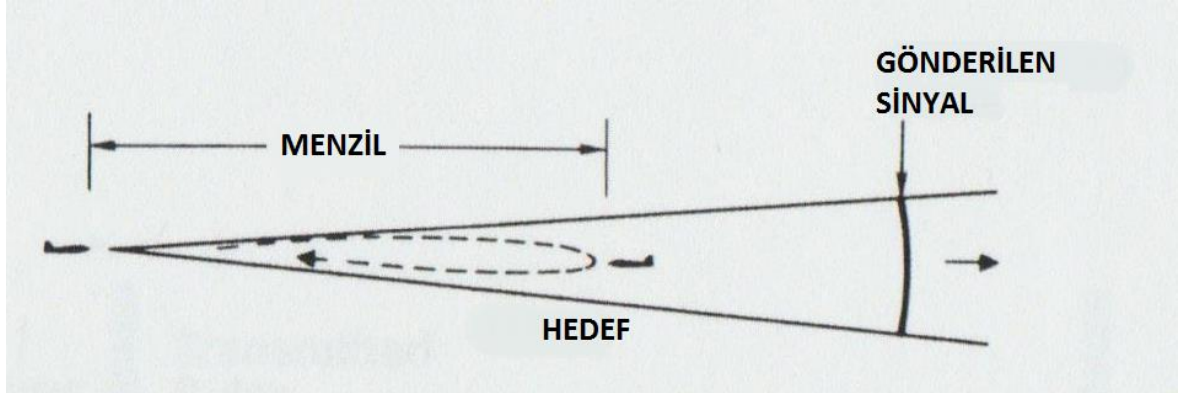
Bu tez çalışmasının ikinci bölümünde YOD radarların anten ve verici özellikleri ile bu radarlarda kullanılan sinyal çeşitleri anlatılmıştır. Bunun yanında radar sinyallerinin analizinde önemli olan belirsizlik fonksiyonunun tanımı yapılmıştır.

Üçüncü bölümde Costas dizileri anlatılmıştır. Bu kapsamda, öncelikle sonlu cisimler teorisinden bahsedilmiş ve daha sonra Costas dizilerinin temel oluşturulma yöntemleri ile varyasyonları anlatılmıştır. C/C++ dilinde yapılan programlarla yöntemlerin uygulamasına ait sonuçlar verilmiştir.

Dördüncü bölümde elde edilen Costas dizileri ile oluşturulan sinyallerin belirsizlik diyagramları çizdirilerek analizi yapılmıştır.

2. YAKALANMA OLASILIĞI DÜŞÜK RADARLAR

Radarlar, sinyaller gönderip yansıyan sinyalleri işlemek vasıtasıyla bir hedefe yönelik mesafe ve hız bilgisini ölçmeye yarayan sistemlerdir. Bir radarın çalışma prensibi Şekil 2.1'deki gibidir.



Şekil 2.1. Radar, hedef ve gönderilen sinyal [1]

Aradaki mesafe, Eş.2.1'deki formül ile bulunur. Burada R, radar ile hedef arasındaki mesafeyi, c ışık hızını ve t ise zamanı göstermektedir.

$$R = \frac{c * t}{2} \quad (2.1)$$

Radarlar, hedeflerin hızlarının ölçülmesi ve hedeflerin yaklaşma veya uzaklaşma durumunu belirleyebilmeleri için Doppler Etkisinden yararlanır. Bu etkinin yerde sabit duran bir kişiye doğru yaklaşan bir uçağın motorunun sesi incelendiğinde ve uzaklaşırken kalınlaştığında görülmesi mümkündür. Aslında uçak motorunun yaydığı ses dalgalarının frekansı değişmezken, sabit duran kişiye doğru yaklaşırken frekansı artar ve uzaklaşırken de frekansı azalır. İşte bu frekans değişimine "Doppler Kayması" veya "Doppler Frekansı" denir. Bu etki Eş. 2.2 ile açıklanabilir. Burada f_d Doppler frekansını, \dot{R} radar ve hedef arasındaki göreceli hızın yarıçap yönündeki bileşenini ve λ ise dalga boyunu göstermektedir.

$$R = \frac{-2\dot{R}}{\lambda} \quad (2.2)$$

YOD Radarlar ise düşük güçlü, geniş bantlı, değişken frekanslı ve bunun gibi düşman elektronik harp alanları tarafından dinlenme ihtimalini en aza indiren özelliklere sahip radarlardır. Temel olarak YOD Radarlar;

- Elektronik Harp ve ELINT Sistemleri tarafından yerinin ve sinyalinin tespit edilip karıştırma uygulanmasına ve
- ARM füzeleri tarafından vurulmasına yönelik tehditler sebebiyle ortaya çıkmıştır [2].

YOD Radarlar hem askeri hem de sivil alanda birçok uygulamada kullanılmaktadır. Kullanım alanları aşağıdaki şekilde sıralanabilir:

- Yükseklikölçerler
- İniş Sistemleri
- Keşif ve Atış Kontrol Radarları
- Hava Radarları
- Füze ve Torpido Arayıcılar
- Otomotiv Radarları

2.1. YOD Radarların Özellikleri

YOD Radarlar, anten ve vericilerinden gönderilen sinyallere göre darbeli radarlardan farklı özellikler gösterirler. Bu özellikler alt maddelerde sıralanmıştır.

2.1.1. Anten özellikleri

YOD Radarlarda kullanılan antenlerde hem düşman hedeflerini daha etkili bir şekilde tespit edebilmek hem de düşman unsurlar tarafından algılanmasını zorlaştırmak için çeşitli yöntemler kullanılır. Bunların başında faz dizili anten kullanımı gelir. Faz dizili antenler elektronik olarak anahtarlanarak istenilen yöndeki anten elemanını aktif hale getirip farklı fazlarda sinyaller gönderilmesini sağlar. Bunun yanında, antenden yayılan elektromanyetik dalgaların ana hüzmeye yoğunlaşması sağlanarak yan hüzmeye anten kazancı minimum seviyede tutulur.

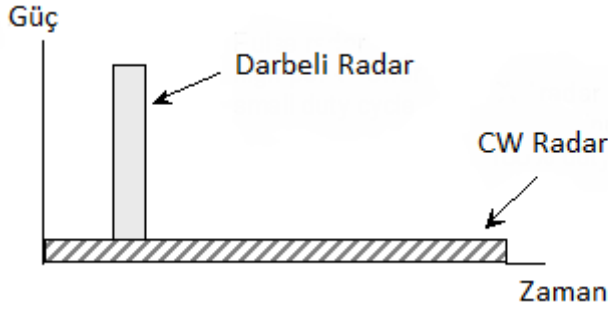
Buna ilave olarak kullanılan antenlerin radarın hedef tespiti yapması gereken bölgeyi belli aralıklarla taraması ile de düşman unsurlar tarafından yakalanma olasılığı düşürülebilir.

Aşağıda verilen tarama türleri YOD Radarlar tarafından kullanılmaktadır:

- Raster Tarama
- Çok Hüzme Bölge Tarama
- Eşyönlü Çok Hüzme Gönderme/Alma

2.1.2. Verici özellikleri

YOD Radarların en belirgin ve fark edilmesine engel olan özelliği düşük güç kullanarak çalışmasıdır. Bunu, darbeli radarlara göre daha geniş bir bant kullanıp darbe sıkıştırma ile sağlar. YOD Radarların çoğunluğu sürekli dalga sinyaller kullanırlar. Darbe sıkıştırma ile de bu sürekli dalga kullanımı kastedilmektedir. Söz konusu kavram Şekil 2.2'de gösterilmiştir. Sinyalin tepe güç değeri darbeli radarlara göre çok daha düşük olduğundan tespit edilebilme olasılığı da düşmektedir.



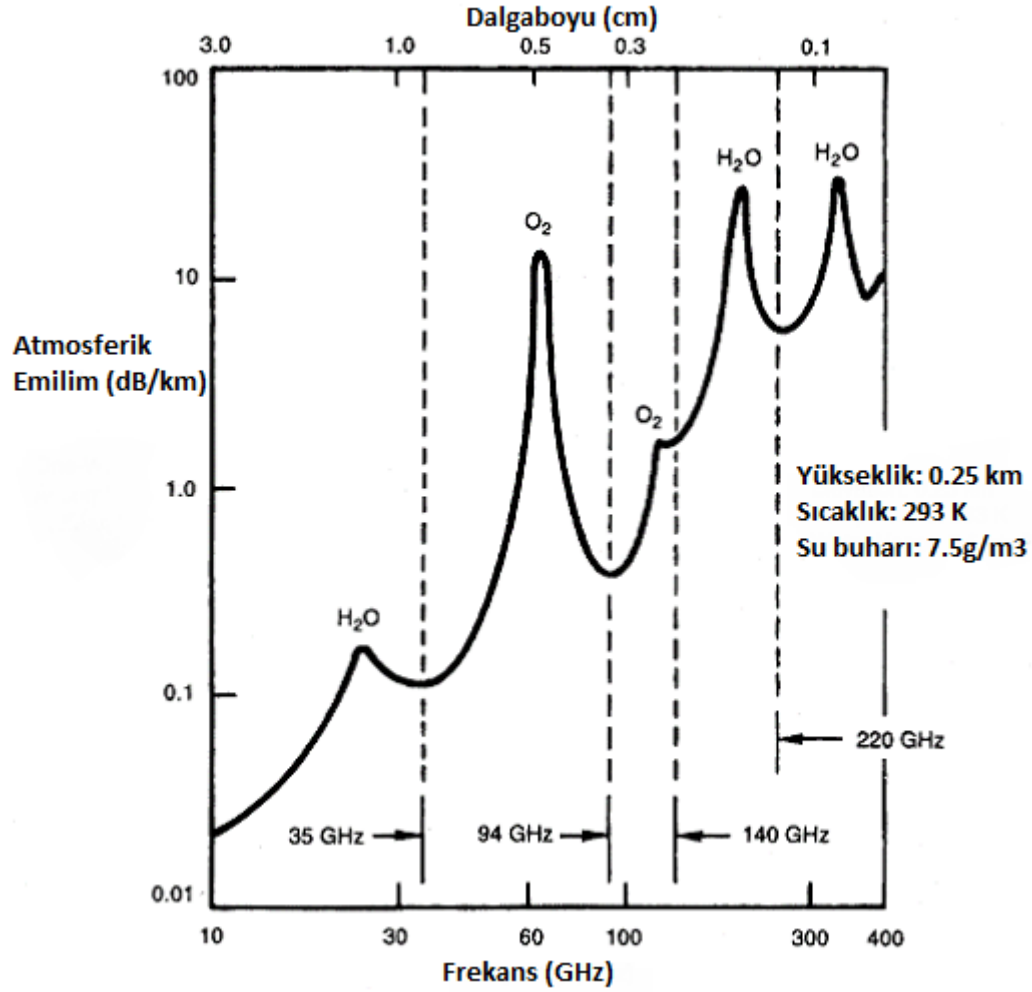
Şekil 2.2. Darbeli radar sinyali ile sürekli dalga radar sinyalinin karşılaştırılması [2]

Bunun yanında kısa mesafelerdeki hedefleri tespit etmek için kullanılan YOD Radarların çalışma frekansları atmosferik emilimin en fazla olduğu frekanslarda seçilebilmektedir. Bu frekanslar Şekil 2.3'te de görüldüğü üzere 22, 60, 118, 183 ve 320 GHz'tir.

YOD Radarlarda darbe sıkıştırma tekniği kullanılan sinyal çeşitleri aşağıdaki maddelerde verilmiştir. Bu sinyal çeşitlerinde kullanılan kodlamalar ile radarların tespit edilebilme olasılığı azalmaktadır:

- Frekans Modüleli Sürekli Dalga (FMCW)
- Faz Kaydırmalı Anahtarlama (PSK)
- Frekans Kaydırmalı Anahtarlama (FSK)
- Melez Frekans/Faz Kaydırmalı Anahtarlama (FSK/PSK)

- Gürültü Modülasyonu



Şekil 2.3. Atmosferik emilimin milimetre dalga spektrumunda dağılımı [2]

2.2. YOD Radarlarda Kullanılan Sinyal Çeşitleri

Bölüm 2.1.2'de bahsedilen YOD Radarlarda kullanılan sinyal çeşitleri bu bölümde ele alınacaktır.

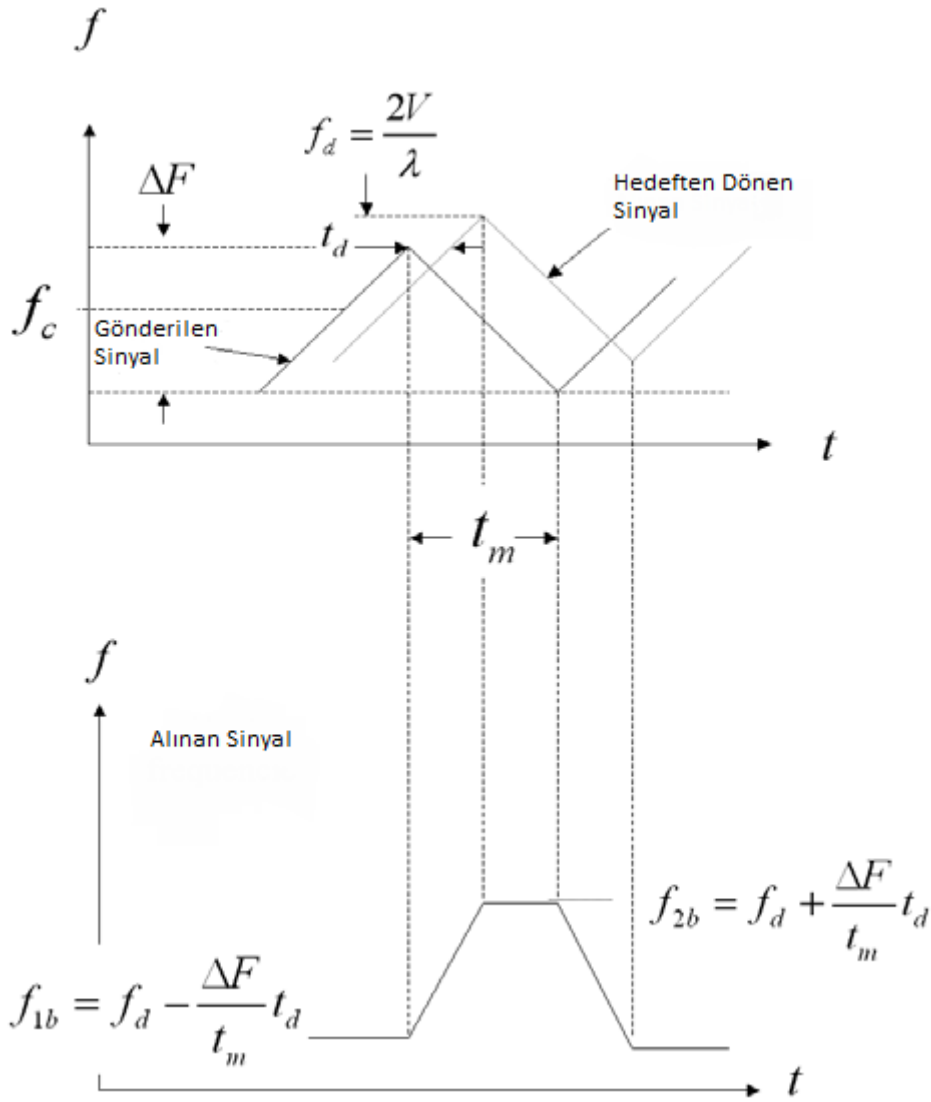
2.2.1. Frekans modüleli sürekli dalga

YOD Radarlar içinde karmaşık olmayan yapıları nedeniyle en yaygın kullanılan tür FMCW radarlardır. FMCW sinyali zamanla birlikte sürekli frekansını değiştirme prensibine dayanır. Frekans değişimleri algılanarak hedefe ait hız ve mesafe bilgileri ölçülebilir. Radarın verici anteninden çıkan sinyallerdeki frekans modülasyonu doğrusal,

sinüzoidal veya basamaklı olabilir.

Doğrusal frekans modüeli sürekli dalga

Taşıyıcı sinyale ait frekans zamanla birlikte Şekil 2.4'te görüldüğü gibi üçgen şeklindedir. Belirli bir frekanstan başlayıp, yine belirli adımlarla artar ve azalır. Bu işlem periyodik olarak gerçekleşir.



Şekil 2.4. Doğrusal frekans modüeli üçgen dalga ve Doppler kaymasına uğramış alınan sinyal [2]

Doğrusal FMCW sinyalinin pozitif eğimli ilk kısmının frekansı zamana bağlı olarak Eş.2.3'teki formül ile bulunabilir. Burada $f_1(t)$ gönderilen modüeli sinyal, f_c taşıyıcı

sinyalin frekansı, ΔF modülasyon bant genişliği ve t_m ise modülasyon periyodudur. Üçgen dalganın negatif eğimli kısmı ise Eş. 2.4 ile bulunabilir.

$$f_1(t) = f_c - \frac{\Delta F}{2} + \frac{\Delta F}{t_m} * t \quad (2.3)$$

$$f_2(t) = f_c + \frac{\Delta F}{2} - \frac{\Delta F}{t_m} * t \quad (2.4)$$

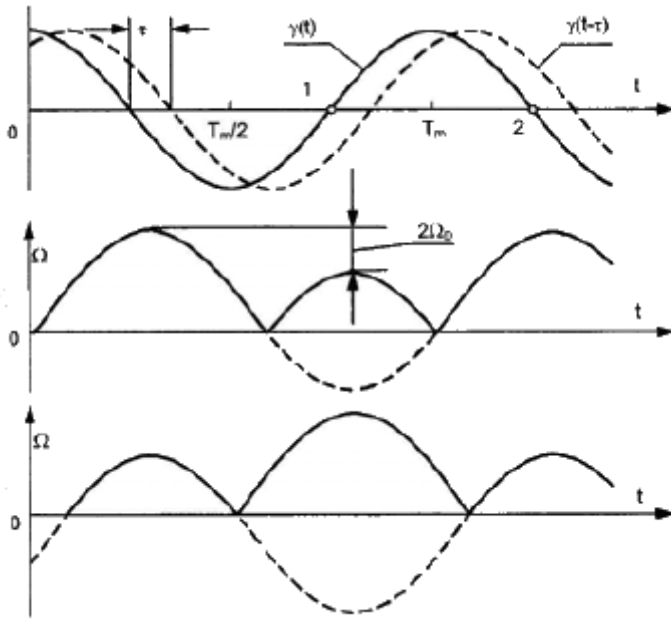
Burada hedefin radara olan uzaklığı sinyal tepe noktaları arasındaki zaman farkı ölçülerek bulunabilir. Hız bilgisi ise Doppler frekansı bulunarak kolaylıkla hesaplanabilir. Şekil 2.4'te verilen hedeften yansıyan sinyal radardan belirli bir mesafede olduğu için zaman kaymasına ve hareketli olduğu için de frekans kaymasına uğramıştır. Hedefe ait hız bilgisi, Doppler frekansı f_d ölçülerek ve Eş. 2.2 kullanılarak hesaplanabilir.

Sinüzoidal frekans modüleri sürekli dalga

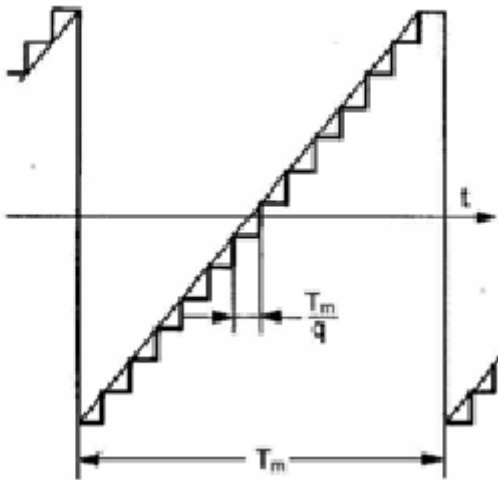
Sinüzoidal FMCW sinyalleri de YOD Radarlarda kullanılmaktadır. Modüle eden sinyali üretmek kolay olduğundan seviye ölçer radarlar, yükseklik ölçer radarlar gibi kısa mesafeli ölçümler için kullanılırlar. Şekil 2.5'te söz konusu sinyal türüne ait frekans-zaman grafiği gösterilmiştir. Şekil 2.5'te yer alan ilk grafikte gönderilen sinyal düz çizgi ile, alınan sinyal ise kesikli çizgiyle gösterilmiştir. Şekil 2.5'te yer alan ikinci grafikte radara yaklaşan bir hedef için, üçüncü grafikte ise radardan uzaklaşan bir hedef için alınan sinyalin frekans-zaman grafikleri gösterilmiştir.

Basamaklı doğrusal frekans modüleri sürekli dalga

Basamaklı Doğrusal FMCW sinyaller, doğrusal FMCW sinyallerden farklıdır. Bu durumda sinyal periyodu T_{altm} , q adet eşit aralıklı parçaya bölünür. Her parçanın yani basamağın frekansı T_{altm} / q kadar süre devam eder. Her basamak birbirinden frekans adım uzaklığı ile ayrılır. Şekil 2.6'da söz konusu sinyalin frekans-zaman grafiği görülmektedir.



Şekil 2.5. Sinüzoidal frekans modüledi sürekli dalga ve doppler kaymasına uğramış alınan sinyal [3]



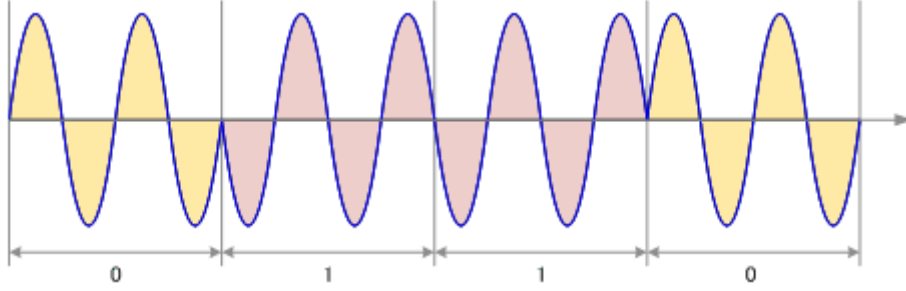
Şekil 2.6. Basamaklı doğrusal frekans modüledi sinyal [3]

2.2.2. Faz kaydırmalı anahtarlama

Faz Kaydırmalı Anahtarlama kullanılan YOD radarlarda sinyalin frekansı sabit tutulurken faz bilgisi zamana göre değiştirilerek kodlama yapılır. Bu sinyal çeşitleri aşağıdaki maddelerde anlatılmıştır.

İkili faz kaydırmalı anahtarlama

İkili Faz Kaydırmalı Anahtarlama kodlama için kullanılan sürekli dalga'nın faz değeri 0^0 veya 180^0 olur. Örnek bir kodlama Şekil 2.7'de verilmiştir.



Şekil 2.7. İkili faz kaydırmalı anahtarlama

Bu yöntem için en çok kullanılan kodlar ise Barker kodlarıdır. Barker kodları, $N_c = 2, 3, 4, 5, 7, 11, 13$ kod uzunlukları için kullanılmaktadır. 0^0 'nin "+", 180^0 'nin ise "-" ile temsil edildiği Barker kodları Çizelge 2.1 ile verilmiştir.

Çizelge 2.1. Barker kodları

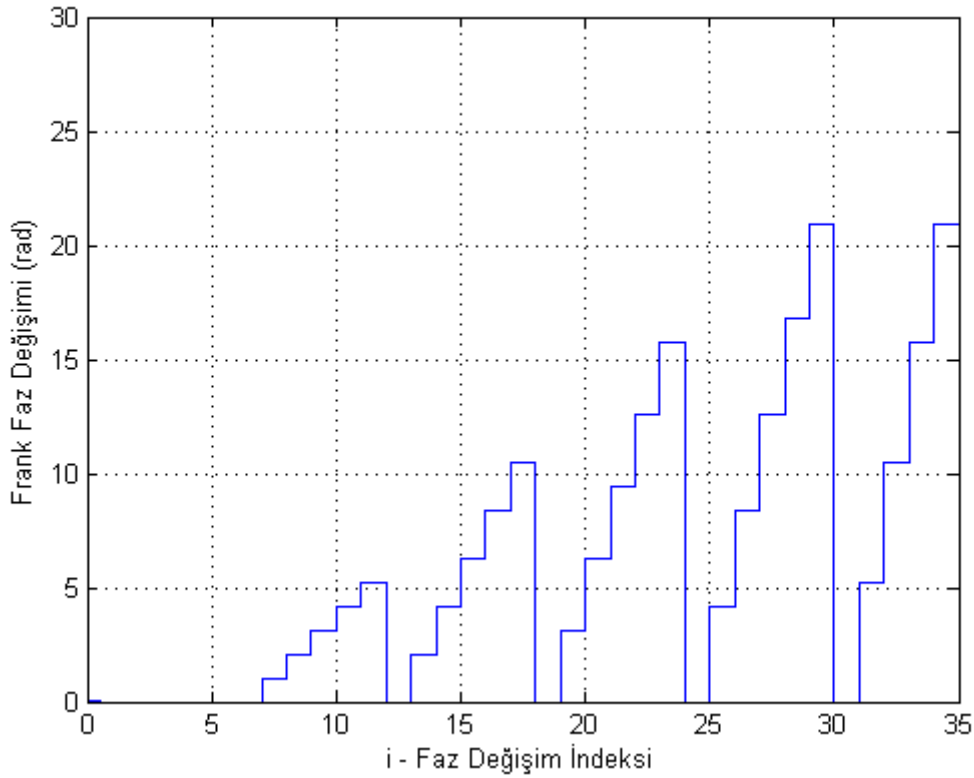
Kod Uzunluğu	Kod Elemanları
2	- +, + -
3	+ + -
4	+ + - +, + + + -
5	+ + + - +
7	+ + + - - + -
11	+ + + - - - + - - + -
13	+ + + + + - - + + - + - +

Çok fazlı kodlar

Çok fazlı kodlar yine zaman içinde ikiden daha fazla farklı fazda sürekli dalga kullanılarak üretilir. Çok fazlı kodlar için kullanılan sinyal yapısı, ikili faz kaydırmalı anahtarlama kullanılan yapıya göre daha karmaşıktır. Ancak düşman almaçları tarafından çözülmesi daha zordur. Çok fazlı Barker kodları, Frank Kodları, P1, P2, P3 ve P4 kodları, çok fazlı kodlama kategorisinde değerlendirilmektedir.

Çok fazlı Barker kodları IEEE standartlarına göre kod uzunluğu $N_c = 63$ 'e kadar mevcuttur. Yani kod sayısı kadar farklı fazda kod yapısı kullanılmaktadır. Frank kodlama ise basamaklı doğrusal frekans modülasyonu kullanılarak türetilmiştir. Frank kodlarında, M frekans adımında M adet örnek alındığından kod uzunluğu $N_c = M^2$ olur. “i” örnek sayısını ve “j” ise frekans numarasını gösterdiği durumda Eş.2.5 j'inci frekanstaki i'nci örneğin fazını göstermektedir. Şekil 2.8'de de Frank koduna ait örnek bir faz-zaman grafiği görülmektedir.

$$\phi_{i,j} = \frac{2\pi}{M}(i-1)(j-1) \quad (2.5)$$



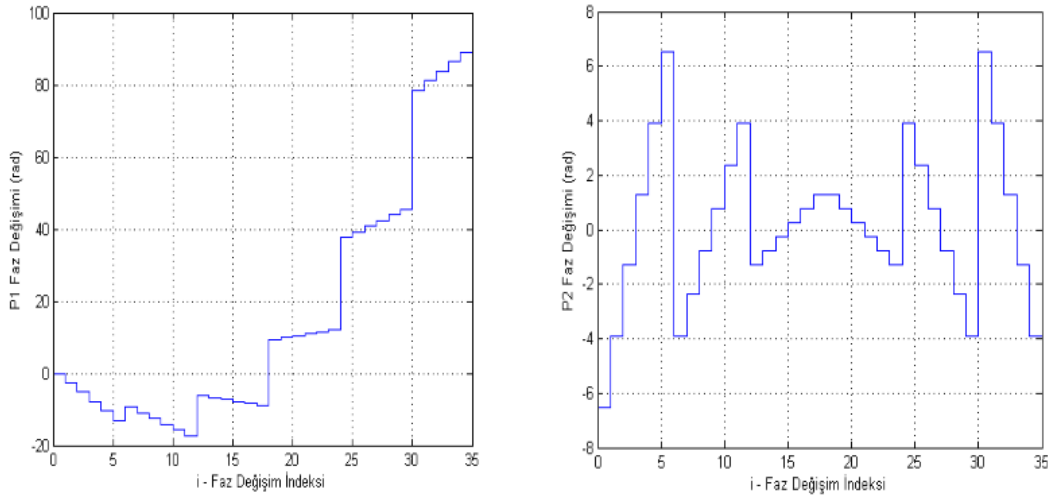
Şekil 2.8. $M = 6$, $N_c = 36$ için Frank kodu birikimli faz değişimi grafiği

Frank Koduna benzer şekilde basamaklı doğrusal frekans modülasyonundan yararlanılarak oluşturulan P1 ve P2 kodlarına ait sinyalin faz bilgisi de sırasıyla Eş. 2.6 ve Eş. 2.7 ile bulunabilir.

$$\phi_{i,j} = \frac{-\pi}{M} [M - (2j - 1)][(j - 1)M + (i - 1)] \quad (2.6)$$

$$\phi_{i,j} = \frac{-\pi}{2M} [2i - 1 - M][2j - 1 - M] \quad (2.7)$$

P1 ve P2 kodlarına ait örnek faz-zaman grafikleri ise Şekil 2.9'da gösterilmektedir.



Şekil 2.9. $M = 6$, $N_c = 36$ için P1 ve P2 kodu birikimli faz değişimi grafiği

P3 ve P4 kodları için doğrusal frekans modülasyonundan yararlanılarak sinyallere ait faz bilgisi sırasıyla Eş.2.8 ve Eş.2.9 ile bulunur. P3 ve P4 kodlarına ait $N_{altc} = 36$ için faz-zaman grafikleri Şekil 2.10'da verilmiştir.

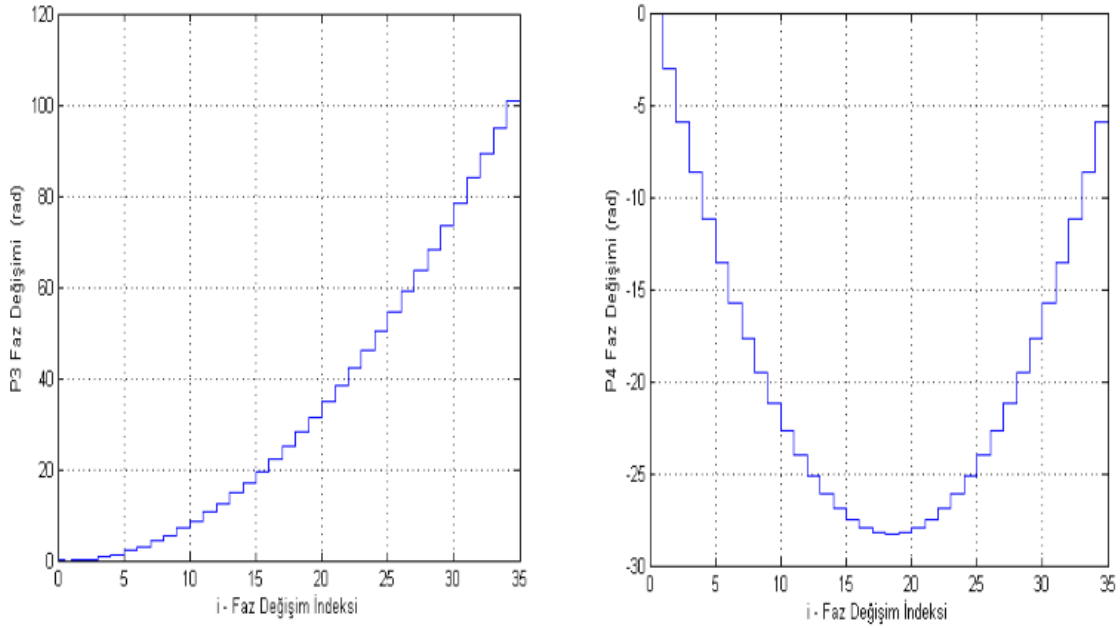
$$\phi_{i,j} = \frac{\pi}{N_c} (i - 1)^2 \quad (2.8)$$

$$\phi_{i,j} = \frac{\pi(i - 1)^2}{N_c} - \pi(i - 1) \quad (2.9)$$

Çok zamanlı kodlar

Çok zamanlı kodlar n adet farklı fazdaki ve sabit frekanstaki sürekli dalga sinyalinin farklı sürelerde kullanılmasıyla oluşturulur. $T1(n)$ ve $T2(n)$ çok zamanlı kodları basamaklı doğrusal frekans modülasyonundan yararlanılarak üretilir. Eş.2.10 ve Eş.2.11'de verilen

ifadeler ile T1(n) ve T2(n) kodları oluşturulabilir.



Şekil 2.10. $N_c = 36$ için P3 ve P4 kodu faz değişimi grafiği

$$\phi_{T_1}(t) = \text{mod}\left\{\frac{2\pi}{n} \text{INT}\left[(kt - jT) \frac{jn}{T}\right], 2\pi\right\} \quad (2.10)$$

$$\phi_{T_2}(t) = \text{mod}\left\{\frac{2\pi}{n} \text{INT}\left[(kt - jT) \frac{(2j - k + 1)n}{2T}\right], 2\pi\right\} \quad (2.11)$$

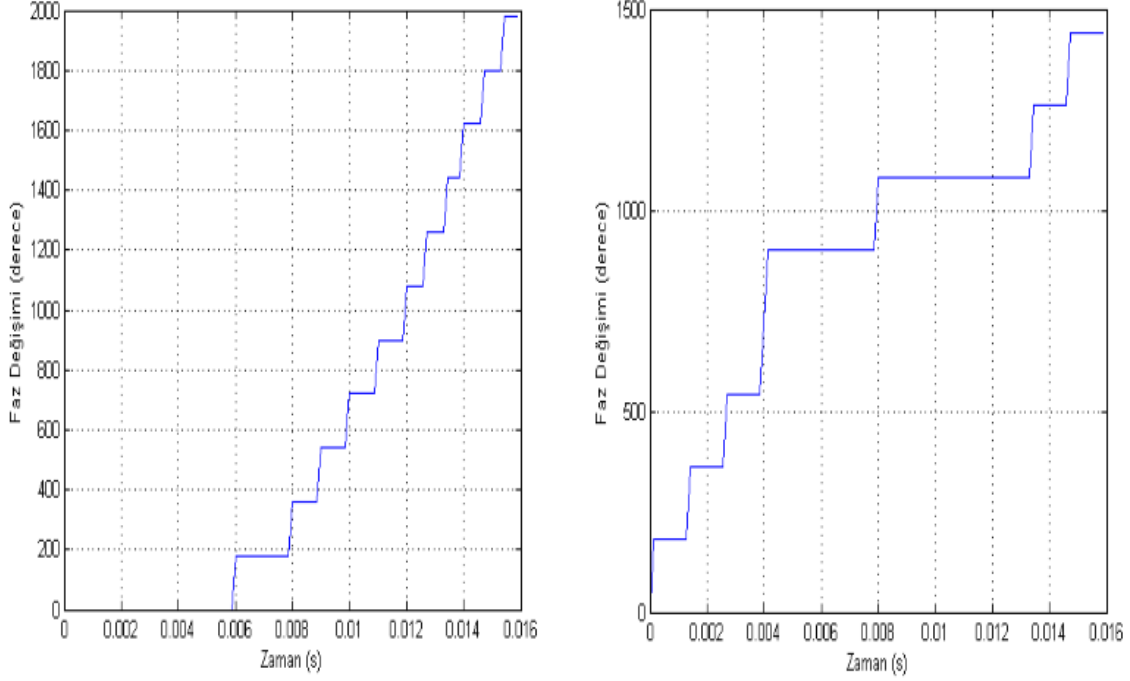
Bu eşitliklerde t zamanı, n faz sayısını, T kod süresini, k kod içindeki bölme sayısını ve $j=0,1,2,\dots,k-1$ bölme numarasını gösterir. T1(2) ve T2(2) kodlamalarına ait faz-zaman grafikleri Şekil 2.11'de verilmiştir.

T3(n) ve T4(n) kodları ise doğrusal frekans modülasyonundan yararlanarak n adet farklı faz için Eş.2.12 ve Eş.2.13 ile oluşturulur.

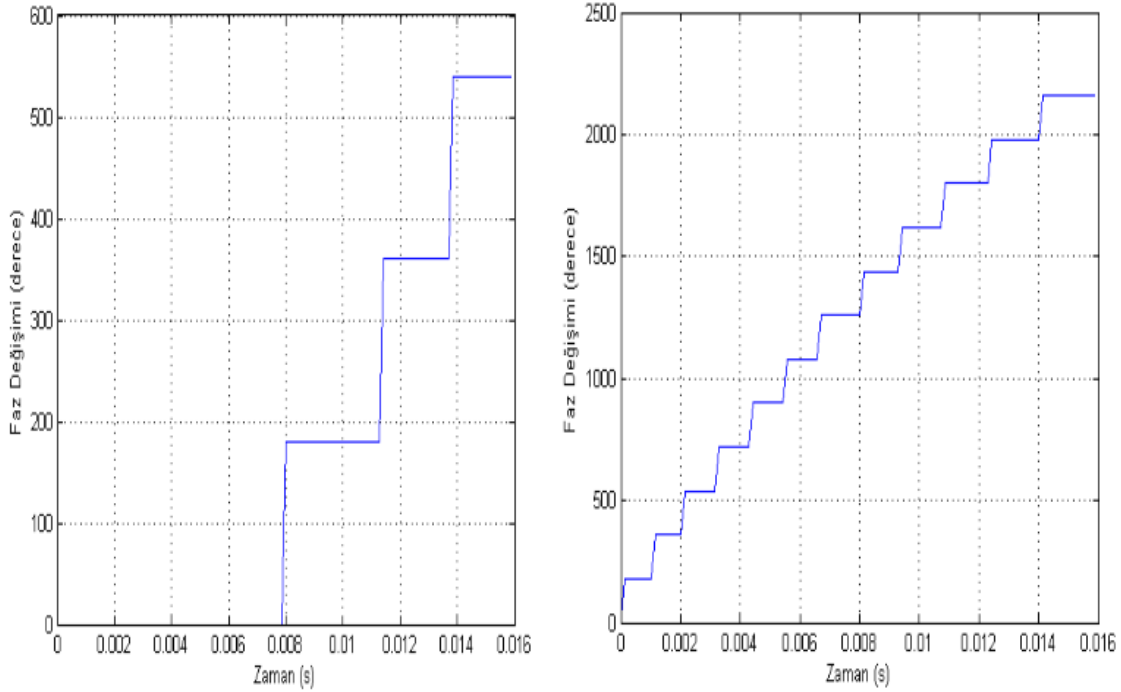
$$\phi_{T_3}(t) = \text{mod}\left\{\frac{2\pi}{n} \text{INT}\left[\frac{n\Delta F t^2}{2t_m}\right], 2\pi\right\} \quad (2.12)$$

$$\phi_{T_4}(t) = \text{mod}\left\{\frac{2\pi}{n} \text{INT}\left[\frac{n\Delta F t^2}{2t_m} - \frac{n\Delta F t}{2}\right], 2\pi\right\} \quad (2.13)$$

Bu eşitliklerde t_m modülasyon periyodunu, ΔF ise modülasyon bant genişliğini gösterir. T3(2) ve T4(2) kodlamalarına ait faz-zaman grafikleri Şekil 2.12'de verilmiştir.



Şekil 2.11. $k = 4$, $n = 2$, $T = 16$ ms için T1(2) ve T2(2) kodu faz-zaman grafiği



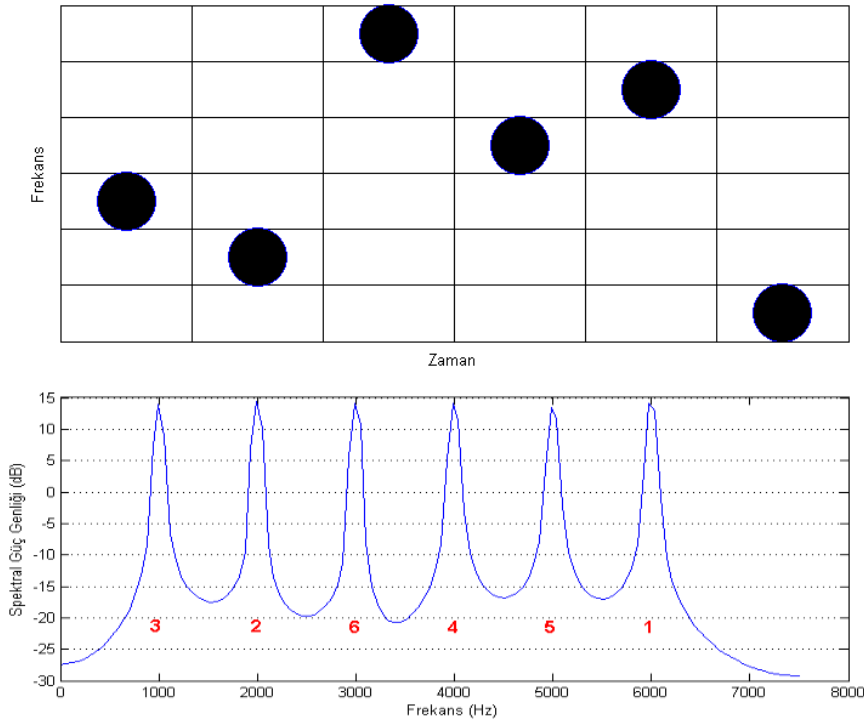
Şekil 2.12. $t_m = 16$ ms, $\Delta F = 250$ Hz için T3(2) ve T4(2) kodu faz-zaman grafiği

2.2.3. Frekans kaydırmalı anahtarlama

Frekans Kaydırmalı Anahtarlama kullanan radarlar, farklı zamanlarda farklı frekansta sinyaller gönderme prensibine dayanır. $\{f_1, f_2, \dots, f_{NF}\}$ frekans dizisinden seçilen farklı frekanstaki sinyaller $\{t_1, t_2, \dots, t_{NF}\}$ zaman dizisinden seçilen zaman aralıklarında gönderilir. Seçilen f_j frekansı için gönderilen sinyal Eş.2.14 ile ifade edilir.

$$s(t) = Ae^{j2\pi f_j t} \quad (2.14)$$

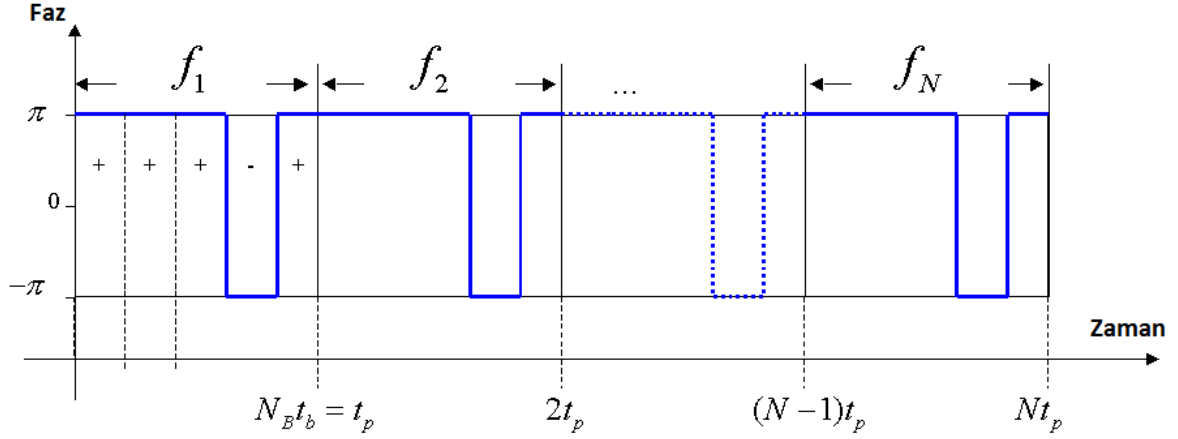
FSK radarlar Frekans Atlamalı (FA) Radarlar olarak da adlandırılırlar. Bu çalışmada kullanılan FA radar kavramı darbeli radarlarda kullanılan yöntemi değil sürekli dalga kullanan YOD radarları içermektedir. FSK radarlar YOD olma özelliğini, kullandıkları bilinmeyen frekans dizisi sayesinde kazanırlar. Düşman unsurlar tarafından tespit edilmesi zor olan farklı frekans atlama dizisi sayesinde karıştırmaya karşı dayanıklıdırlar. Söz konusu frekans atlama dizileri Costas dizileri ile belirlenir. Costas dizileri ile ilgili ayrıntılı bilgi Bölüm 3'te verilecektir. 6 elemanlı bir Costas dizisi için frekans-zaman matrisi ve güç spektrum büyüklüğü-frekans grafikleri Şekil 2.13'te verilmiştir.



Şekil 2.13. $f_j = \{3 \ 2 \ 6 \ 4 \ 5 \ 1\}$ Costas dizisi için sırasıyla frekans-zaman ve spektral güç genliği-frekans grafikleri}

2.2.4. Melez frekans/faz kaydırmalı anahtarlama

Melez Frekans/Faz Kaydırmalı Anahtarlama yönteminde Costas dizisi kullanılarak oluşturulan frekans atlamalı sinyalde her bir frekans için Bölüm 2.2.2'de bahsedilen faz kodlama yöntemlerinden biri uygulanır. Şekil 2.14'te 5 bitlik Barker kodlama kullanılmış melez bir Frekans/Faz Kaydırmalı sinyalin faz-zaman grafiği görülmektedir. Burada her bir frekansa ait sinyal t_p saniye devam etmekte ve bu süre de N_B parçaya bölünerek her biri t_b saniye sürmektedir. Sonuç olarak N_F adet frekans için sinyalin periyodu $T = t_b N_B N_F$ olur. Söz konusu sinyal, ϕ_k 'nin N_B adet Barker kodundan biri ve f_j 'nin N_F adet Costas frekansından biri olduğu durumda Eş.2.15 ile ifade edilir.



Şekil 2.14. 5-bit Barker kodlama kullanılmış melez frekans/faz kaydırmalı anahtarlama için faz-zaman grafiği [2]

$$s(t) = Ae^{j2\pi f_j t + \phi_k} \quad (2.15)$$

Ayrıca frekansların hedefin spektral karakteristiğine göre belirlendiği Costas dizisi kullanılmadan oluşturulmuş bir Melez Frekans/Faz Kaydırmalı Anahtarlama çeşidi de bulunmaktadır. Bu yöntem Uyumlu Melez Frekans/Faz Kaydırmalı Anahtarlama ismi verilmektedir.

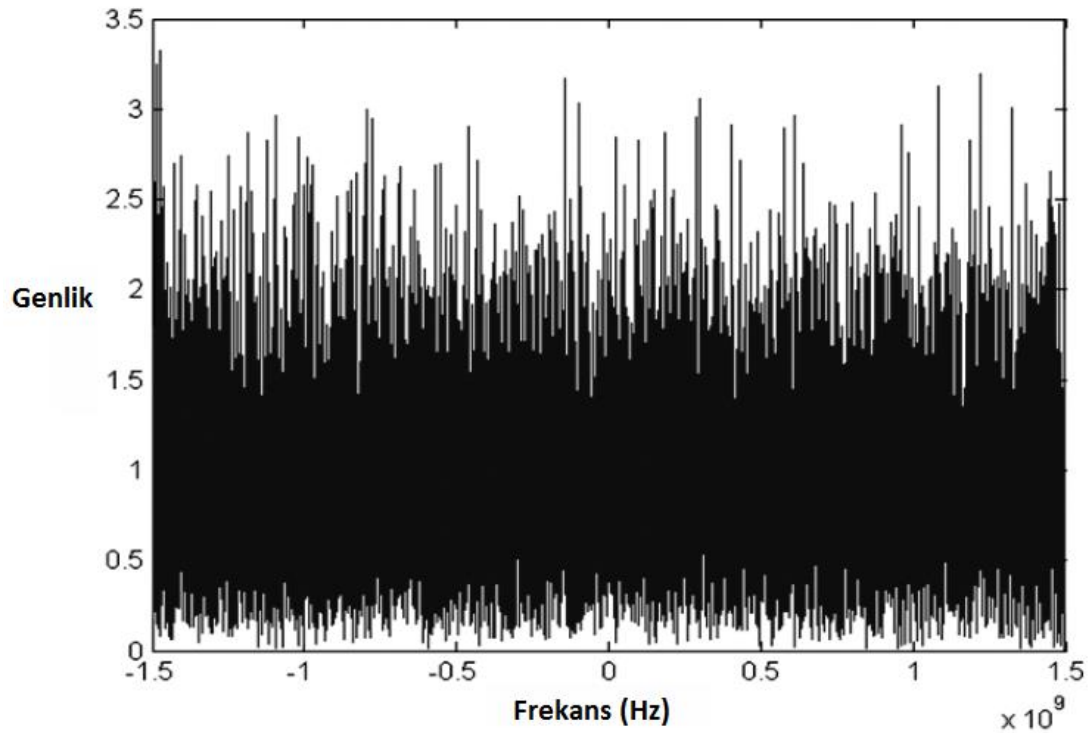
2.2.5. Gürültü modülasyonu

Gürültü modülasyonu yönteminde, oluşturulan rasgele gürültü sinyali hedefe gönderilir ve dönen sinyal işlenerek hedefe ait mesafe ve hız tespiti yapılır. Bu yöntemi kullanan

radarlar Rasgele Gürültü Radarları olarak adlandırılır. Eş.2.16'da gönderilen gürültü sinyali matematiksel olarak ifade edilmektedir.

$$S(t)=[X(t)+jY(t)]e^{j2\pi f_c t} \quad (2.16)$$

Bu formülde f_c taşıyıcı frekansını, $X(t)$ ve $Y(t)$ ise sıfır ortalamaya sahip durağan Gauss sürecini ifade etmektedir. Gürültü modülasyonu SODAR, yeraltı mayın tespit radarları, ISAR ve SAR gibi görüntüleme radarlarında kullanılabilir. Bu yöntemin Rasgele Gürültü Radarı, Rasgele Gürültü Eklenmiş FMCW, Rasgele Gürültü Eklenmiş FMCW Sinüs Dalgası ve Rasgele İkili Faz Modülasyonu olmak üzere dört farklı çeşidi bulunmaktadır. Şekil 2.15'te Rasgele Gürültü Radarına ait örnek bir geniş bantlı gürültü sinyali görülmektedir.



Şekil 2.15. Geniş bantlı gürültü sinyali için genlik-frekans grafiği [2]

2.3. Özilinti ve Belirsizlik Fonksiyonları

Bu bölümde YOD radar sinyallerinin menzil ve Doppler çözünürlüğünün analizi için önemli olan özilinti ve belirsizlik fonksiyonları anlatılacaktır.

2.3.1. Özilinti fonksiyonu

Bir $f(t)$ sinyalinin özilinti fonksiyonu Eş.2.17 ile ifade edilebilir.

$$R_{ff}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f^*(t) f(t + \tau) dt \quad (2.17)$$

N_c kod sayısına ve t_b alt kod süresine sahip bir CW radar sinyali $T = N_c * t_b$ periyoduna sahip olur. Gönderilen periyodik bir CW sinyalin karmaşık zarfı $u(t)$ ile ifade edilirse bu sinyal, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ için $u(t) = u(t + nT)$ ile de ifade edilebilir. Gecikme r ile gösterilirse periyodik özilinti fonksiyonu Eş.2.18 ile ifade edilebilir. İdeal bir fonksiyonun $r=0$ bölgesinde en yüksek değerini alırken diğer bölgelerde 0 değerini alması istenir.

$$R(rt_b) = \frac{1}{N_c} \sum_{n=1}^{N_c} u(n) u^*(n + r) \quad (2.18)$$

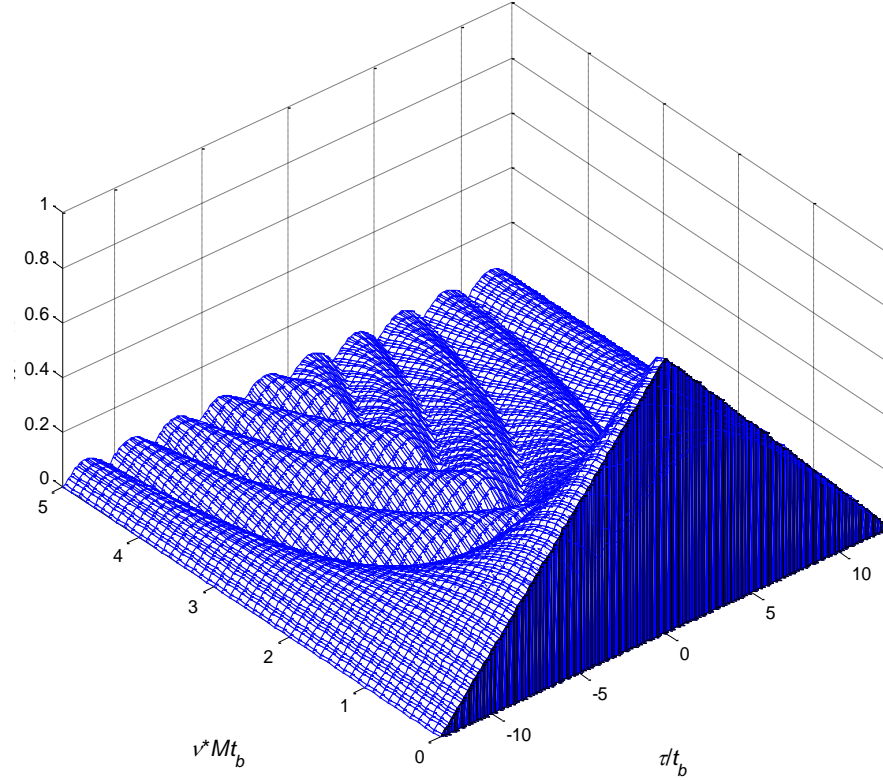
2.3.2. Belirsizlik fonksiyonu

Uyumlu bir filtreye sahip radar almacı gelen sinyal ile gönderilen sinyalin zarfının karmaşık eşleniğini çapraz ilinti işlemine tabi tutar. Belirsizlik fonksiyonu söz konusu uyumlu almacının tepkisini tanımlar. $u(t)$ gönderilen ve alınan sinyalin karmaşık zarfı, τ zaman gecikmesi ve ν ise Doppler frekans kayması olduğu durumda belirsizlik fonksiyonu Eş.2.19 ile ifade edilir.

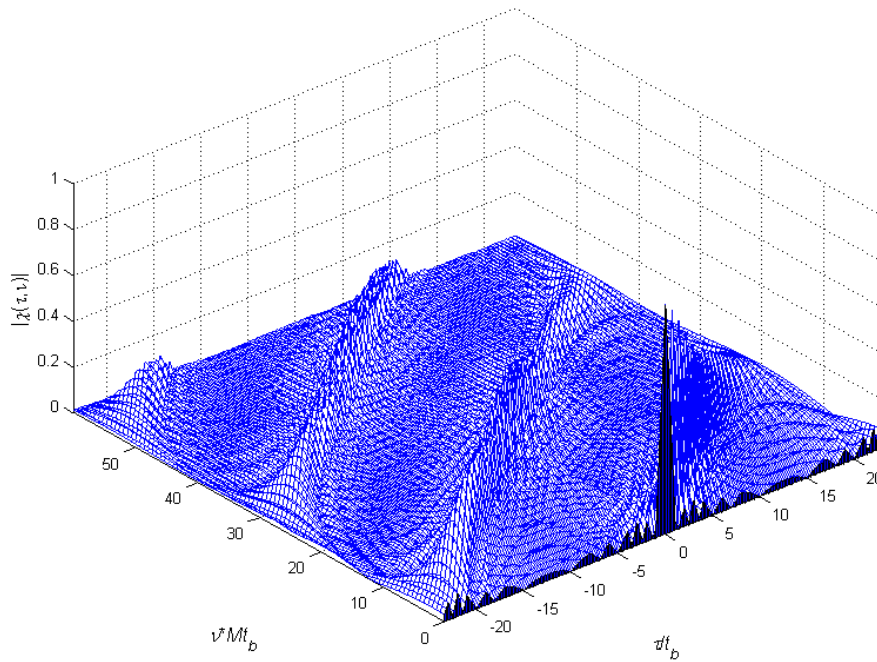
$$|X(\tau, \nu)| = \left| \int_{-\infty}^{\infty} u(t) u^*(t - \tau) e^{j2\pi\nu t} dt \right| \quad (2.19)$$

τ ve ν değişkenlerinin fonksiyonu olarak çizilen üç boyutlu grafiğe belirsizlik diyagramı adı verilir. İdeal bir belirsizlik fonksiyonu için $(\tau = 0, \nu = 0)$ noktasında $|X(\tau, \nu)|$ değerinin en yüksek değerde olması ve diğer bölgelerde 0 olması beklenir. Belirsizlik fonksiyonu incelenerek bir radar sinyalinin menzil çözünürlüğü ve Doppler çözünürlüğü hakkında çözümlenebilir.

Örnek olarak, darbeli bir radara ait belirsizlik diyagramı Şekil 2.16'da görülürken Frank kodu ile kodlanmış faz modülasyonuna sahip bir YOD radar sinyalinin belirsizlik diyagramı Şekil 2.17'de görülebilir.



Şekil 2.16. Darbeli bir radara ait belirsizlik fonksiyonu

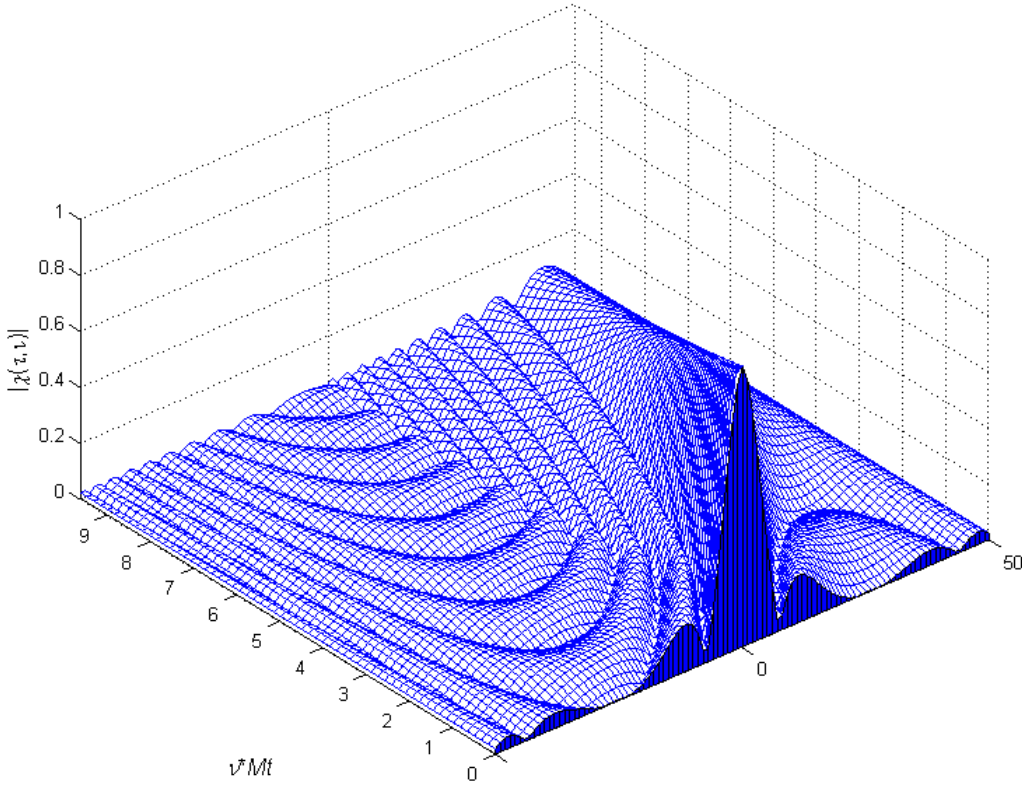


Şekil 2.17. P4 kodlamaya sahip bir radara ait belirsizlik fonksiyonu

Darbeli radara ait belirsizlik fonksiyonunun $X(\tau = 0, \nu = 0)$ noktası etrafındaki ana kulağı geniş iken, P4 faz kodlaması yapılmış radara ait belirsizlik fonksiyonunun ana kulağı daha ince ve sivridir. Bu da faz kodlamalı radarın daha iyi menzil ve Doppler çözünürlüğüne sahip olduğunu gösterir.

3. COSTAS DİZİLERİ

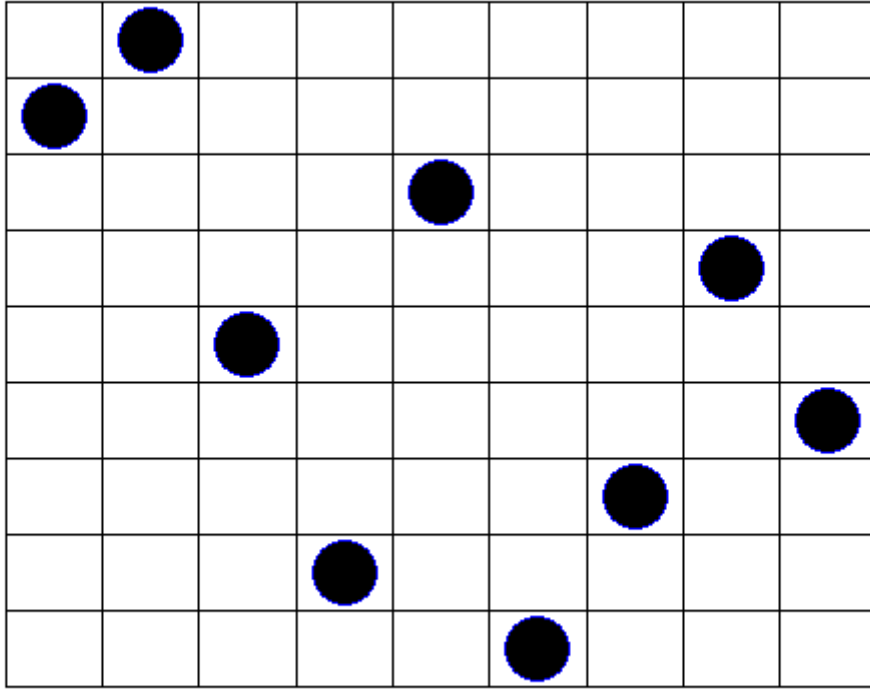
Frekans atlamalı CW radarlar içinde uygulaması kolay olmasına rağmen frekans modüleri sürekli dalga sinyalleri ideal olmayan belirsizlik fonksiyonlarına sahiptirler. Şekil 3.1'de görüldüğü üzere bu sinyal çeşitlerinde belirsizlik fonksiyonundaki ana kulak geniştir. Bu durum menzil ve Doppler çözünürlüğünün kötü olmasına sebep olmaktadır. Bu durumu iyileştirmek, diğer bir deyişle "raptiye" şeklinde belirsizlik fonksiyonu oluşturmak için frekansların gönderim sırasını belirli bir şekilde düzenleyen Costas dizileri kullanılmaktadır. Costas dizileri, radar ve sonar uygulamaları dışında kriptografi ve haberleşme sistemlerinde uygulama alanı bulmaktadır [4].



Şekil 3.1. Frekans modüleri sürekli dalga kullanan bir radara ait belirsizlik fonksiyonu

Costas dizisi kavramı ilk defa John P. Costas tarafından 1965 yılında mühendis olarak çalıştığı General Electric firması için yazdığı raporda kullanılmıştır [5]. Daha sonra 1984 yılında yayınlanan makalelerle Costas dizilerini oluşturma yöntemleri ortaya konmuştur [6-7]. Bir Costas dizisi, her satır ve sütununda sadece bir adet "1" bulunan ve diğer tüm elemanları "0" olan; aynı zamanda bütün "1" olan elemanlarının aralarındaki vektörel farkın birbirinden farklı olduğu $n \times n$ boyutunda bir matristir. Costas dizileri, matristeki

noktalar arasındaki bütün vektörlerin birbirinden farklı olduğu permütasyon matrisleri olarak da tanımlanabilirler. Frekans atlamalı radarlar için matrisin sütunları zaman aralıklarını, satırları ise frekansları temsil eder. Costas dizileriyle oluşturulan frekans setlerinin kullanıldığı FSK radarlar ideale yakın bir belirsizlik fonksiyonuna sahip olurlar. Örnek bir Costas dizisi Şekil 3.2'de gösterilmiştir.



Şekil 3.2. $n = 9$ 'uncu dereceden bir Costas dizisi

Şekil 3.2'de görülen $f_j = \{8\ 9\ 5\ 2\ 7\ 1\ 3\ 6\ 4\}$ Costas dizisinde 1'ler nokta ve 0'lar boşluk ile ifade edilmiştir. Bir permütasyon matrisinin Costas dizisi olup olmadığını anlamak amacıyla fark üçgenleri kullanılır. n 'inci dereceden bir Costas dizisinin elemanları $f(1), f(2), \dots, f(n)$ şeklinde ifade edilirse fark üçgeninin elemanları da Eş. 3.1 ile ifade edilir. Eş. 3.1'de i satır numarasını j de sütun numarasını göstermektedir. Bir fark üçgeninin $n - 1$ adet satırı ve k 'inci satırının $n - k$ elemanı vardır. Bir Costas dizisi için fark üçgeninde yer alan her eleman, kendi satırı içindeki elemanlardan farklıdır. Şekil 3.2'de verilen Costas dizisine ait fark üçgeni Çizelge 3.1'de verilmiştir.

$$diff(i, j) = f(i + j) - f(j) \quad (3.1)$$

Çizelge 3.1. Şekil 3.2'de verilen Costas dizisine ait fark üçgeni

Satır No	8	9	5	2	7	1	3	6	4
1	1	-4	-3	5	-6	2	3	-2	
2	-3	-7	2	-1	-4	5	1		
3	-6	-2	-4	1	-1	3			
4	4	-1	-8	-2	4	-3			
5	-7	-6	1	2					
6	-5	-3	-1						
7	-2	-5							
8	-4								

Costas dizilerinin bulunması için iki genel yaklaşım bulunmaktadır. Birinci yaklaşım Costas dizilerinin sonlu cisimler teorisine dayanan yöntemler ile oluşturulmasıdır. Temel yöntemler, [6] numaralı makalede anlatılmıştır. Temel yöntemlerin üzerinde değişiklikler yaparak elde edilen oluşturulma yöntemleri ise [8], [9] ve [4]'te yayınlanmıştır. İkinci yaklaşım ise "eksiksiz arama" ile ifade edilmektedir. Bu yöntemde bulunmak istenen dereceden bütün permütasyon matrislerinin Costas dizisi olup olmadığı test edilmektedir. Bugüne kadar $n \leq 28$ 'inci dereceden tüm Costas dizileri yayınlanmıştır [6, 10-15].

Costas dizilerinin oluşturulma yöntemlerinin anlaşılması amacıyla önce sonlu cisimler teorisine ait kavramlara değinilecek, daha sonra Costas dizilerinin oluşturulma yöntemleri anlatılacaktır.

3.1. Sonlu Cisimler

F boş olmayan bir küme ve bu kümenin elemanları arasında \oplus ve \otimes ile gösterilen iki adet ikili işlem tanımlanmış olsun. (F, \oplus, \otimes) üçlüsü aşağıdaki şartları sağladığı takdirde, bu üçlüye cisim denir. Örneğin $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ rasyonel sayılar kümesi bir cisimdir.

- $x, y \in F$ ise, $x \oplus y = y \oplus x$ ve $x \otimes y = y \otimes x$
- $x, y, z \in F$ ise, $(x \oplus y) \oplus z = x \oplus (y \oplus z)$ ve $(x \otimes y) \otimes z = x \otimes (y \otimes z)$
- $x, y, z \in F$ ise, $x \otimes (y \oplus z) = x \otimes y \oplus x \otimes z$
- F kümesinde $x \in F$ için $x \oplus 0 = x$ eşitliğini sağlayan bir 0 elemanı vardır.
- F kümesinde $x \in F$ için $x \otimes 1 = x$ eşitliğini sağlayan bir 1 elemanı vardır.
- $\forall x \in F$ için $x \oplus (-x) = 0$ eşitliğini sağlayan bir $-x$ elemanı vardır.
- $\forall x \in F$ ve $x \neq 0$ için $x \otimes x^{-1} = 1$ eşitliğini sağlayan bir x^{-1} elemanı vardır.

$k \in \mathbb{N}$ olmak şartıyla k elemanlı bir cisme sonlu cisim veya Galois cismi denir. Burada k bir asal sayının kuvveti olmalıdır. Diğer bir deyişle $n \in \mathbb{N}$ ve p 'nin asal sayı olduğu durumda p^n için bir tek bir sonlu cisim vardır. Bu cisim, $\mathbb{F}(p^n)$ veya $GF(p^n)$ ile gösterilir. $k=p^n$ sonlu cismin derecesini gösterir [16].

p asal sayısı için $GF(p)$ sonlu cisminin elemanları $\{0, 1, \dots, p-1\}$ olur. $GF(p)$ içinde $a = b$ ifadesi aslında $a = b \pmod{p}$ anlamına gelir. $k \in \mathbb{N}$, p asal sayı ve x , $GF(p)$ 'de indirgenemez bir polinomun kökü olmak koşuluyla $GF(p^n)$ sonlu cisminin elemanları $\{0, x^0, x^1, x^2, \dots, x^{p^n-1}\}$ şeklinde ifade edilir. Buradaki elemanlardan kuvveti p 'den büyük olanlar indirgenemez polinomlar ile de ifade edilebilir.

3.1.1. İlkel kökler

İlkel kök kavramının anlaşılması için öncelikle bazı tanımların verilmesi gereklidir. Bu matematiksel kavramlar tanım ve örneklerle aşağıda açıklanmıştır.

Tanım

a ve b tam sayıları için $a \equiv b \pmod{m}$ ise b 'ye a 'nın \pmod{m} 'ye göre kalanı denir. Buna örnek olarak $7 \equiv 2 \pmod{5}$ olduğundan 2 , $\pmod{5}$ 'e göre 7 'nin kalanıdır.

Tanım

$r_i \not\equiv r_j \pmod{m}$ ve her $n \equiv r_i \pmod{m}$ için $\{r_1, r_2, \dots, r_s\} \pmod{m}$ 'ye göre Tüm Kalan Kümesidir. Örneğin $\pmod{4}$ 'e göre Tüm Kalan Kümesi $\{0, 1, 2, 3\}$ veya $\{-4, 1, 2, 7\}$ olur.

Tanım

$\{r_1, r_2, \dots, r_s\}$ kümesine aşağıdaki şartları sağladığı takdirde Azaltılmış Kalan Kümesi denir:

- Her i için $\text{OBEB}(r_i, m) = 1$,
- $i \neq j$ için $r_i \not\equiv r_j \pmod{m}$
- m 'ye göre asal her n tamsayısı için $n \equiv r_i \pmod{m}$.

Örnek olarak mod 8'e göre Azaltılmış Kalan Kümesi $\{1, 3, 5, 7\}$ veya $\{1, 11, -3, 15\}$ olur. Burada mod 8'e göre Tüm Kalan Kümesinden 8'e göre asal olmayanlar çıkartılarak bu sonuç elde edilebilir.

Tanım

Euler $\phi(m)$ fonksiyonu, mod m 'ye göre Azaltılmış Kalan Kümesinin eleman sayısını gösterir. Burada ϕ fonksiyonu, m 'ye göre asal olan ve m 'ye eşit veya küçük olan pozitif tam sayıların sayısını vermektedir. p , m 'nin asal çarpanlarını göstermek üzere Euler $\phi(m)$ fonksiyonu Eş. 3.2 ile de hesaplanabilir.

$$\phi(m) = m \prod_{p|m} \left(1 - \frac{1}{p}\right) \quad (3.2)$$

Örneğin $\phi(36) = \phi(2^2 3^2) = 36 \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) = 12$.

Tanım

p bir asal sayı ve mod p 'ye göre $\{g, g^2, g^3, \dots, g^{\phi(p)}\}$ Azaltılmış Kalan Kümesini oluşturuyor ise g bir ilkel köktür. Diğer bir tanım ise şu şekilde yapılabilir: $\text{OBEB}(g, m) = 1$ ve $g^{\phi(m)} \equiv 1 \pmod{m}$ ise g mod m 'ye göre ilkel köktür [17].

Örneğin, mod 5'e göre $\{2, 2^2, 2^3, 2^4\} = \{2, 4, 3, 1\}$ kümesi Azaltılmış Kalan Kümesini verdiği için 2, mod 5'e göre ilkel köktür.

Tanım

p asal bir sayı olsun. Bu durumda $\phi(p) = p - 1$ olduğundan mod p 'ye göre $\phi\{\phi(p)\} = \phi(p-1)$ adet ilkel kök vardır.

Örnek olarak $p = 7$ için ilkel kökleri bulalım. $\phi(7 - 1) = \phi(6) = 2$ olduğundan, mod 7'ye göre 2 adet ilkel kök vardır. Tüm Kalan Kümesi mod 7'ye göre $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$,

Azaltılmış Kalan Kümesi ise $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ olur. Sırasıyla $g = 1, 2, \dots, 6$ için ilkel kök olup olmadığına bakalım:

$$\{1, 1^2, 1^3, \dots, 1^6\} = \{1\}$$

$$\{2, 2^2, 2^3, \dots, 2^6\} = \{2, 4, 1\}$$

$$\{3, 3^2, 3^3, \dots, 3^6\} = \{3, 2, 6, 4, 5, 1\}$$

$$\{4, 4^2, 4^3, \dots, 4^6\} = \{4, 2, 1\}$$

$$\{5, 5^2, 5^3, \dots, 5^6\} = \{5, 4, 6, 2, 3, 1\}$$

$$\{6, 6^2, 6^3, \dots, 6^6\} = \{6, 1\}$$

Bu durumda sadece 3 ve 5 sayıları Azaltılmış Kalan Kümesini oluşturduğundan 3 ve 5 mod 7'ye göre ilkel köktür.

Tanım

g , mod p 'ye göre ilkel kök ise g^r sadece $\text{OBEB}(r, \varphi(p)) = 1$ olması durumunda ilkel kök olur. Yukarıdaki örnekte 3 sayısının mod 7'ye göre ilkel kök olduğu bulunduktan sonra $\varphi(7) = 6$ ve $\text{OBEB}(r, 6) = 1$ için $r = 5$ olduğu bulunur. Daha sonra $3^5 \equiv 5 \pmod{7}$ olduğundan 5'in de bir ilkel kök olduğu bulunabilir.

Yukarıdaki tanım ve örneklerde de görüldüğü üzere ilkel köklerin tamamının bulunması için kesin bir yöntem yoktur. Öncelikle en azından bir tanesi Azaltılmış Kalan Kümesi içinden denenerek bulunup, daha sonra diğer ilkel kökler de verilen tanımlar kapsamında kolay bir biçimde bulunabilir.

3.1.2. İlkel elemanlar

Bir sonlu cisimde çevrimsel grubun üretecine ilkel eleman denir. Burada sonlu cismin eleman sayısı asal değilse ilkel elemanlar polinom olarak ifade edilir.

Teorem

α , $\text{GF}(q)$ sonlu cisminin ilkel elemanı olsun. Eğer k , sıfırdan büyük bir doğal sayı ve $|\text{GF}| = q = p^k$ ise $\text{GF}(q) = \{0, 1, \alpha, \alpha^2, \dots, \alpha^{q-1}\}$ olur. Ayrıca; α^m ancak ve ancak $\text{OBEB}(m, q-1) = 1$ olursa ilkel olur.

Örnek

$GF(3^2)$ için toplama ve çarpım tablolarını oluşturarak ilkel elemanlarını belirleyelim. İlk önce $GF(3)$ üzerinde 2. derece indirgenemez bir polinom bulunur. Söz konusu polinom $ax^2 + bx + c$ formatında ve $a, b, c \in GF(3) = \{0, 1, 2\}$ olur. Polinom 2. derece olacağından $a = 0$ olarak alınmaz. a, b ve c için farklı değerler verilerek çarpanlarına ayrılamayan bir indirgenemez polinom bulunur. $GF(9)$ için bu indirgenemez polinomlar $(x^2 + 1)$, $(x^2 + x + 2)$ ve $(x^2 + 2x + 2)$ 'dir.

İndirgenemez polinom 2. derece olduğundan dolayı $GF(3^2)$ 'nin elemanları $a, b \in GF(3)$ olmak koşuluyla $a\alpha + b$ şeklinde olur. Aşağıda $GF(3^2)$ 'nin elemanları verilmiştir:

$$a = 0, b = 0 \text{ için } 0$$

$$a = 0, b = 1 \text{ için } 1$$

$$a = 0, b = 2 \text{ için } 2$$

$$a = 1, b = 0 \text{ için } \alpha$$

$$a = 1, b = 1 \text{ için } \alpha + 1$$

$$a = 1, b = 2 \text{ için } \alpha + 2$$

$$a = 2, b = 0 \text{ için } 2\alpha$$

$$a = 2, b = 1 \text{ için } 2\alpha + 1$$

$$a = 2, b = 2 \text{ için } 2\alpha + 2$$

$(x^2 + 1)$ için α kök olsun. Sırasıyla mod 3'e göre sonlu cismin elemanlarını verip vermediğine bakılır:

$$\alpha^2 + 1 = 0 \text{ ise } \alpha^2 = 2 \text{ olur.}$$

$$\alpha^3 = \alpha^2 \alpha = 2\alpha$$

$$\alpha^4 = \alpha^2 \alpha^2 = 4 \equiv 1 \pmod{3}$$

$$\alpha^5 = \alpha^3 \alpha^2 = 2\alpha \cdot 2 = 4\alpha \equiv \alpha \pmod{3}$$

$$\alpha^6 = \alpha^5 \alpha = \alpha \alpha = \alpha^2 \equiv 2 \pmod{3}$$

$(x^2 + 1)$, $GF(3^2)$ 'nin bütün elemanlarını oluşturmadığından ilkel eleman değildir.

$(x^2 + x + 2)$ için α kök olsun. Sırasıyla mod 3'e göre sonlu cismin elemanlarını verip vermediğine bakılır:

$$\alpha^2 + \alpha + 2 = 0$$

$$\alpha^2 + \alpha + 2 + 2\alpha = 2\alpha$$

$$\alpha^2 + 2 = 2\alpha \text{ ise } \alpha^2 = 2\alpha + 1 \text{ olur.}$$

$$\alpha^3 = \alpha^2 \alpha = (2\alpha + 1)\alpha = 2\alpha^2 + \alpha = 2(2\alpha + 1) + \alpha = 4\alpha + 2 + \alpha = 5\alpha + 2 = 2\alpha + 2$$

$$\alpha^4 = \alpha^3 \alpha = (2\alpha + 2)\alpha = 2\alpha^2 + 2\alpha = 2(2\alpha + 1) + 2\alpha = 4\alpha + 2 + 2\alpha = 2$$

$$\alpha^5 = \alpha^4 \alpha = 2\alpha$$

$$\alpha^6 = \alpha^5 \alpha = 2\alpha\alpha = 2\alpha^2 = 2(2\alpha + 1) = 4\alpha + 2 = \alpha + 2$$

$$\alpha^7 = \alpha^6 \alpha = (\alpha + 2)\alpha = \alpha^2 + 2\alpha = 2\alpha + 1 + 2\alpha = 4\alpha + 1 = \alpha + 1$$

$(x^2 + x + 2)$, $\text{GF}(3^2)$ 'nin bütün elemanlarını oluşturduğundan ilkel elemandır.

$(x^2 + 2x + 2)$ için α kök olsun. Sırasıyla mod 3'e göre sonlu cismin elemanlarını verip vermediğine bakılır:

$$\alpha^2 + 2\alpha + 2 = 0$$

$$\alpha^2 + 2\alpha + 2 + \alpha + 1 = \alpha + 1$$

$$\alpha^2 = \alpha + 1$$

$$\alpha^3 = \alpha^2 \alpha = (\alpha + 1)\alpha = \alpha^2 + \alpha = \alpha + 1 + \alpha = 2\alpha + 1$$

$$\alpha^4 = \alpha^2 \alpha^2 = (\alpha + 1)^2 = \alpha^2 + 2\alpha + 1 = \alpha + 1 + 2\alpha + 1 = 2$$

$$\alpha^5 = \alpha^4 \alpha = 2\alpha$$

$$\alpha^6 = \alpha^4 \alpha^2 = 2(\alpha + 1) = 2\alpha + 2$$

$$\alpha^7 = \alpha^6 \alpha = (2\alpha + 2)\alpha = 2\alpha^2 + 2\alpha = 2(\alpha + 1) + 2\alpha = 2\alpha + 2 + 2\alpha = 4\alpha + 2 = \alpha + 2$$

$(x^2 + 2x + 2)$, $\text{GF}(3^2)$ 'nin bütün elemanlarını oluşturduğundan ilkel elemandır.

$\text{GF}(3^2)$ üzerinde tanımlı $(x^2 + 2x + 2)$ ilkel elemanına ait çarpım tablosu Çizelge 3.2'de ve toplama tablosu Çizelge 3.3'te verilmiştir. İlkel elemanlara ait bu tablolardan yararlanılarak Costas dizileri oluşturulabilmektedir.

Çizelge 3.2. $\text{GF}_3[x]/(x^2 + x + 2) \setminus \{0\}$ için çarpım tablosu

\cdot	1	α	α^2	α^3	α^4	α^5	α^6	α^7
1	1	α	$2\alpha + 1$	$2\alpha + 2$	2	2α	$\alpha + 2$	$\alpha + 1$
α	α	$2\alpha + 1$	$2\alpha + 2$	2	2α	$\alpha + 2$	$\alpha + 1$	1
α^2	$2\alpha + 1$	$2\alpha + 2$	2	2α	$\alpha + 2$	$\alpha + 1$	1	α
α^3	$2\alpha + 2$	2	2α	$\alpha + 2$	$\alpha + 1$	1	α	$2\alpha + 1$
α^4	2	2α	$\alpha + 2$	$\alpha + 1$	1	α	$2\alpha + 1$	$2\alpha + 2$
α^5	2α	$\alpha + 2$	$\alpha + 1$	1	α	$2\alpha + 1$	$2\alpha + 2$	2
α^6	$\alpha + 2$	$\alpha + 1$	1	α	$2\alpha + 1$	$2\alpha + 2$	2	2α
α^7	$\alpha + 1$	1	α	$2\alpha + 1$	$2\alpha + 2$	2	2α	$\alpha + 2$

Çizelge 3.3. $GF_3[x]/(x^2 + x + 2)$ için toplama tablosu

+	0	1	α	α^2	α^3	α^4	α^5	α^6	α^7
0	0	1	α	$2\alpha+1$	$2\alpha+2$	2	2α	$\alpha+2$	$\alpha+1$
1	1	2	$\alpha+1$	$2\alpha+2$	2α	0	$2\alpha+1$	α	$\alpha+2$
α	α	$\alpha+1$	2α	1	2	$\alpha+2$	0	$2\alpha+2$	$2\alpha+1$
α^2	$2\alpha+1$	$2\alpha+2$	1	$\alpha+2$	α	2α	$\alpha+1$	0	2
α^3	$2\alpha+2$	2α	2	α	$\alpha+1$	$2\alpha+1$	$\alpha+2$	1	0
α^4	2	0	$\alpha+2$	2α	$2\alpha+1$	1	$2\alpha+2$	$\alpha+1$	α
α^5	2α	$2\alpha+1$	0	$\alpha+1$	$\alpha+2$	$2\alpha+2$	α	2	1
α^6	$\alpha+2$	α	$2\alpha+2$	0	1	$\alpha+1$	2	$2\alpha+1$	2α
α^7	$\alpha+1$	$\alpha+2$	$2\alpha+1$	2	0	α	1	2α	$2\alpha+2$

Tanım

p bir asal sayı ve k sıfırdan büyük bir doğal sayı olsun. $q = p^k$ olduğunda mod q 'ya göre $\frac{\varphi(q-1)}{k}$ adet ilkel eleman vardır.

Örnek olarak $q=16=2^4$ için ilkel eleman sayısı;
 $\frac{\varphi(q-1)}{k} = \frac{\varphi(16-1)}{4} = \frac{\varphi(15)}{4} = \frac{\varphi(q-1)}{k} = \frac{8}{4} = 2$ olur.

3.2. Costas Dizilerinin Oluşturulmasında Kullanılan Temel Yöntemler

Costas dizilerinin oluşturulması için üç farklı temel yöntem mevcuttur. Bunlar Welch, Lempel ve Golomb yöntemleridir. Temel oluşturma yöntemlerinde sonlu cisim teorisinden faydalanılır. Bu bölümde söz konusu yöntemler anlatılacak ve C/C++ programlama dilinde yapılan uygulamalar sonucunda elde edilen Costas dizileri verilecektir.

3.2.1. Welch yöntemi

$p > 2$ şartını sağlayan her p asal sayısı için g , $(\text{mod } p)$ 'ye göre $\varphi(p-1)$ adet ilkel kökten biri olsun. Bu durumda $0 \leq j < p-1$ olduğu durumda (j, g^j) , $(p-1)$ 'inci dereceden W_1 Costas dizisinin koordinatlarını verir. Bu şekilde oluşturulan $(p-1)$ 'inci dereceden Costas dizisinin $(0, 1)$ noktası köşe noktası olur. Söz konusu nokta bulunduğu satır ve sütunuyla birlikte silinirse $(p-2)$ 'inci dereceden W_2 Costas dizisi elde edilir. Eğer $(\text{mod } p)$ 'ye göre

$g=2$ ilkel kök olursa, oluşturulan $(0, 1)$ noktası silinerek elde edilen $(p - 2)$ 'inci dereceden Costas dizisinin köşe noktası yine $(0, 1)$ noktası olur. Bu nokta da satırı ve sütunuyla birlikte silindiği takdirde $(p - 3)$ 'üncü dereceden W_3 Costas dizisi elde edilir.

Örnek olarak $p = 19$ sayısı için Welch yöntemiyle Costas dizisi oluşturulacaktır. Öncelikle $(\text{mod } 19)$ 'a göre ilkel kökler bulunur. İlkel kök sayısı $\phi(p - 1)$ olur. Yani, $\phi(19-1) = \phi(18)$ bize ilkel kök sayısını verir.

Eş.3.2'den $\phi(18) = \phi(2^1 3^2) = 18 \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) = 6$ adet ilkel kök vardır.

Bölüm 3.1.1'de belirtildiği üzere ilkel kökleri bulmanın kesin bir yöntemi yoktur. Ancak bir tane ilkel kök bulunduğu takdirde diğer ilkel kökler de kolaylıkla bulunabilir. İlk önce $(\text{mod } 19)$ 'a göre Azaltılmış Kalan Kümesi bulunur. Bu küme $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18\}$ olur. O halde ilk ilkel kök bulunana kadar 1'den başlayarak bakılır:

$$g = 1 \text{ için } \{1, 1^2, 1^3, \dots, 1^{18}\} = \{1\}$$

$$g = 2 \text{ için } \{2, 2^2, 2^3, \dots, 2^6\} = \{2, 4, 8, 16, 13, 7, 14, 9, 18, 17, 15, 11, 3, 6, 12, 5, 10\}$$

Bu durumda $g = 2$ ilk ilkel köktür. Diğer ilkel kökler ise Bölüm 3.1.1'de verilen tanıma göre bulunur.

$\phi(19) = 19 - 1 = 18$ ise $\text{OBEB}(r, \phi(p)) = \text{OBEB}(r, 18) = 1$ olması için $r = \{1, 5, 7, 11, 13, 17\}$ olur. O halde $(\text{mod } 19)$ 'a göre diğer ilkel kökler aşağıdaki şekilde bulunur:

$$2^1 \equiv 2 \pmod{19} \text{ ise } g_1 = 2$$

$$2^5 \equiv 13 \pmod{19} \text{ ise } g_2 = 13$$

$$2^7 \equiv 14 \pmod{19} \text{ ise } g_3 = 14$$

$$2^{11} \equiv 15 \pmod{19} \text{ ise } g_4 = 15$$

$$2^{13} \equiv 3 \pmod{19} \text{ ise } g_5 = 3$$

$$2^{17} \equiv 10 \pmod{19} \text{ ise } g_6 = 10 \text{ olur.}$$

Daha sonra $p = 19$ olduğundan $0 \leq j < 19 - 1$ için Costas dizisinin koordinatları olan (j, g^j) bulunur:

$$g_1 = 2 \text{ için}$$

$$j = 0 \text{ ise } 2^0 \equiv 1 \pmod{19}$$

$$j = 1 \text{ ise } 2^1 \equiv 2 \pmod{19}$$

$$j = 2 \text{ ise } 2^2 \equiv 4 \pmod{19}$$

$$j = 3 \text{ ise } 2^3 \equiv 8 \pmod{19}$$

$$j = 4 \text{ ise } 2^4 \equiv 16 \pmod{19}$$

$$j = 5 \text{ ise } 2^5 \equiv 13 \pmod{19}$$

$$j = 6 \text{ ise } 2^6 \equiv 7 \pmod{19}$$

$$j = 7 \text{ ise } 2^7 \equiv 14 \pmod{19}$$

$$j = 8 \text{ ise } 2^8 \equiv 9 \pmod{19}$$

$$j = 9 \text{ ise } 2^9 \equiv 18 \pmod{19}$$

$$j = 10 \text{ ise } 2^{10} \equiv 17 \pmod{19}$$

$$j = 11 \text{ ise } 2^{11} \equiv 15 \pmod{19}$$

$$j = 12 \text{ ise } 2^{12} \equiv 11 \pmod{19}$$

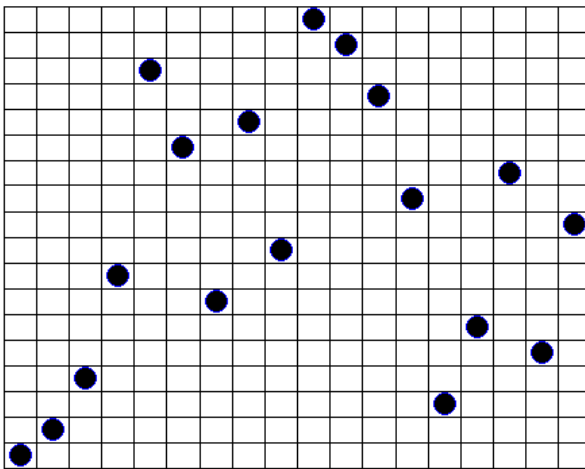
$$j = 13 \text{ ise } 2^{13} \equiv 3 \pmod{19}$$

$$j = 14 \text{ ise } 2^{14} \equiv 6 \pmod{19}$$

$$j = 15 \text{ ise } 2^{15} \equiv 12 \pmod{19}$$

$$j = 16 \text{ ise } 2^{16} \equiv 5 \pmod{19}$$

$j = 17 \text{ ise } 2^{17} \equiv 10 \pmod{19}$ olur. Bu durumda $(p - 1) = 18$ 'inci dereceden Costas dizisi $\{1 2 4 8 16 13 7 14 9 18 17 15 11 3 6 12 5 10\}$ olur. Bu dizi başlangıç noktası sol alt köşe olacak biçimde Şekil 3.3'te gösterilmiştir.



Şekil 3.3. $n = 18$ 'inci dereceden $\{1 2 4 8 16 13 7 14 9 18 17 15 11 3 6 12 5 10\}$ permütasyonunu gösteren W_1 Costas dizisi

$g_2 = 13$ için

$$j = 0 \text{ ise } 13^0 \equiv 1 \pmod{19}$$

$$j = 1 \text{ ise } 13^1 \equiv 13 \pmod{19}$$

$$j = 2 \text{ ise } 13^2 \equiv 17 \pmod{19}$$

$$j = 3 \text{ ise } 13^3 \equiv 12 \pmod{19}$$

$$j = 4 \text{ ise } 13^4 \equiv 4 \pmod{19}$$

$$j = 5 \text{ ise } 13^5 \equiv 14 \pmod{19}$$

$$j = 6 \text{ ise } 13^6 \equiv 11 \pmod{19}$$

$$j = 7 \text{ ise } 13^7 \equiv 10 \pmod{19}$$

$$j = 8 \text{ ise } 13^8 \equiv 16 \pmod{19}$$

$$j = 9 \text{ ise } 13^9 \equiv 18 \pmod{19}$$

$$j = 10 \text{ ise } 13^{10} \equiv 6 \pmod{19}$$

$$j = 11 \text{ ise } 13^{11} \equiv 2 \pmod{19}$$

$$j = 12 \text{ ise } 13^{12} \equiv 7 \pmod{19}$$

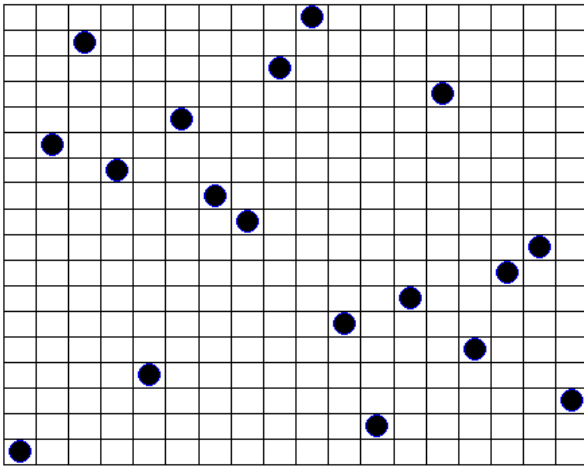
$$j = 13 \text{ ise } 13^{13} \equiv 15 \pmod{19}$$

$$j = 14 \text{ ise } 13^{14} \equiv 5 \pmod{19}$$

$$j = 15 \text{ ise } 13^{15} \equiv 8 \pmod{19}$$

$$j = 16 \text{ ise } 13^{16} \equiv 9 \pmod{19}$$

$j = 17 \text{ ise } 13^{17} \equiv 3 \pmod{19}$ olur. Bu durumda $(p - 1) = 18$ 'inci dereceden Costas dizisi $\{1 13 17 12 4 14 11 10 16 18 6 2 7 15 5 8 9 3\}$ olur. Bu dizi Şekil 3.4'te gösterilmiştir.



Şekil 3.4. $n = 18$ 'inci dereceden $\{1 13 17 12 4 14 11 10 16 18 6 2 7 15 5 8 9 3\}$ permutasyonunu gösteren W_1 Costas dizisi

$g_3 = 14$ için

$$j = 0 \text{ ise } 14^0 \equiv 1 \pmod{19}$$

$$j = 1 \text{ ise } 14^1 \equiv 14 \pmod{19}$$

$$j = 2 \text{ ise } 14^2 \equiv 6 \pmod{19}$$

$$j = 3 \text{ ise } 14^3 \equiv 8 \pmod{19}$$

$$j = 4 \text{ ise } 14^4 \equiv 17 \pmod{19}$$

$$j = 5 \text{ ise } 14^5 \equiv 10 \pmod{19}$$

$$j = 6 \text{ ise } 14^6 \equiv 7 \pmod{19}$$

$$j = 7 \text{ ise } 14^7 \equiv 3 \pmod{19}$$

$$j = 8 \text{ ise } 14^8 \equiv 4 \pmod{19}$$

$$j = 9 \text{ ise } 14^9 \equiv 18 \pmod{19}$$

$$j = 10 \text{ ise } 14^{10} \equiv 5 \pmod{19}$$

$$j = 11 \text{ ise } 14^{11} \equiv 13 \pmod{19}$$

$$j = 12 \text{ ise } 14^{12} \equiv 11 \pmod{19}$$

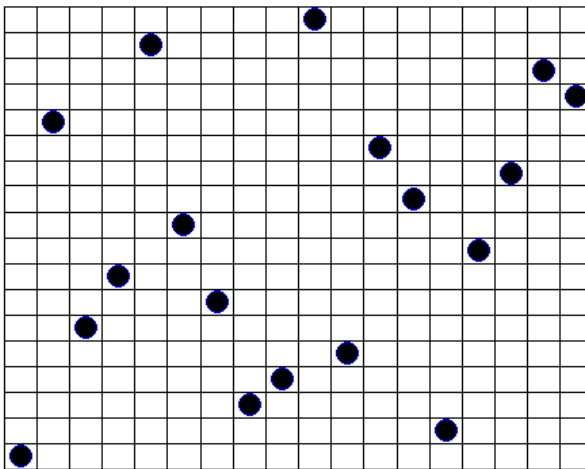
$$j = 13 \text{ ise } 14^{13} \equiv 2 \pmod{19}$$

$$j = 14 \text{ ise } 14^{14} \equiv 9 \pmod{19}$$

$$j = 15 \text{ ise } 14^{15} \equiv 12 \pmod{19}$$

$$j = 16 \text{ ise } 14^{16} \equiv 16 \pmod{19}$$

$j = 17 \text{ ise } 14^{17} \equiv 15 \pmod{19}$ olur. Bu durumda $(p - 1) = 18$ 'inci dereceden Costas dizisi $\{1 14 6 8 17 10 7 3 4 18 5 13 11 2 9 12 16 15\}$ olur. Bu dizi Şekil 3.5'te gösterilmiştir.



Şekil 3.5. $n = 18$ 'inci dereceden $\{1 14 6 8 17 10 7 3 4 18 5 13 11 2 9 12 16 15\}$ permütasyonunu gösteren W_1 Costas dizisi

$g_4 = 15$ için

$$j = 0 \text{ ise } 15^0 \equiv 1 \pmod{19}$$

$$j = 1 \text{ ise } 15^1 \equiv 15 \pmod{19}$$

$$j = 2 \text{ ise } 15^2 \equiv 16 \pmod{19}$$

$$j = 3 \text{ ise } 15^3 \equiv 12 \pmod{19}$$

$$j = 4 \text{ ise } 15^4 \equiv 9 \pmod{19}$$

$$j = 5 \text{ ise } 15^5 \equiv 2 \pmod{19}$$

$$j = 6 \text{ ise } 15^6 \equiv 11 \pmod{19}$$

$$j = 7 \text{ ise } 15^7 \equiv 13 \pmod{19}$$

$$j = 8 \text{ ise } 15^8 \equiv 5 \pmod{19}$$

$$j = 9 \text{ ise } 15^9 \equiv 18 \pmod{19}$$

$$j = 10 \text{ ise } 15^{10} \equiv 4 \pmod{19}$$

$$j = 11 \text{ ise } 15^{11} \equiv 3 \pmod{19}$$

$$j = 12 \text{ ise } 15^{12} \equiv 7 \pmod{19}$$

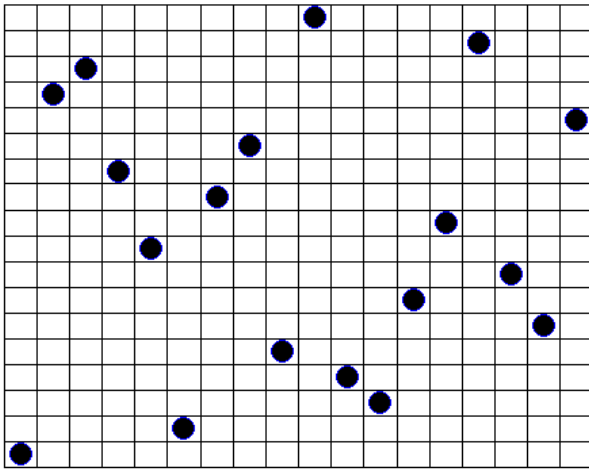
$$j = 13 \text{ ise } 15^{13} \equiv 10 \pmod{19}$$

$$j = 14 \text{ ise } 15^{14} \equiv 17 \pmod{19}$$

$$j = 15 \text{ ise } 15^{15} \equiv 8 \pmod{19}$$

$$j = 16 \text{ ise } 15^{16} \equiv 6 \pmod{19}$$

$j = 17 \text{ ise } 15^{17} \equiv 14 \pmod{19}$ olur. Bu durumda $(p - 1) = 18$ 'inci dereceden Costas dizisi $\{1 15 16 12 9 2 11 13 5 18 4 3 7 10 17 8 6 14\}$ olur. Bu dizi Şekil 3.6'da gösterilmiştir.



Şekil 3.6. $n = 18$ 'inci dereceden $\{1 15 16 12 9 2 11 13 5 18 4 3 7 10 17 8 6 14\}$ permütasyonunu gösteren W_1 Costas dizisi

$g_5 = 3$ için

$$j = 0 \text{ ise } 3^0 \equiv 1 \pmod{19}$$

$$j = 1 \text{ ise } 3^1 \equiv 3 \pmod{19}$$

$$j = 2 \text{ ise } 3^2 \equiv 9 \pmod{19}$$

$$j = 3 \text{ ise } 3^3 \equiv 8 \pmod{19}$$

$$j = 4 \text{ ise } 3^4 \equiv 5 \pmod{19}$$

$$j = 5 \text{ ise } 3^5 \equiv 15 \pmod{19}$$

$$j = 6 \text{ ise } 3^6 \equiv 7 \pmod{19}$$

$$j = 7 \text{ ise } 3^7 \equiv 2 \pmod{19}$$

$$j = 8 \text{ ise } 3^8 \equiv 6 \pmod{19}$$

$$j = 9 \text{ ise } 3^9 \equiv 18 \pmod{19}$$

$$j = 10 \text{ ise } 3^{10} \equiv 16 \pmod{19}$$

$$j = 11 \text{ ise } 3^{11} \equiv 10 \pmod{19}$$

$$j = 12 \text{ ise } 3^{12} \equiv 11 \pmod{19}$$

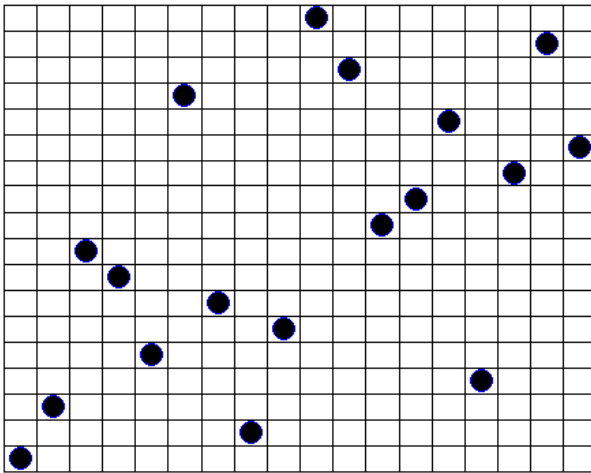
$$j = 13 \text{ ise } 3^{13} \equiv 14 \pmod{19}$$

$$j = 14 \text{ ise } 3^{14} \equiv 4 \pmod{19}$$

$$j = 15 \text{ ise } 3^{15} \equiv 12 \pmod{19}$$

$$j = 16 \text{ ise } 3^{16} \equiv 17 \pmod{19}$$

$j = 17 \text{ ise } 3^{17} \equiv 13 \pmod{19}$ olur. Bu durumda $(p - 1) = 18$ 'inci dereceden Costas dizisi $\{1 \ 3 \ 9 \ 8 \ 5 \ 15 \ 7 \ 2 \ 6 \ 18 \ 16 \ 10 \ 11 \ 14 \ 4 \ 12 \ 17 \ 13\}$ olur. Bu dizi Şekil 3.7'de gösterilmiştir.



Şekil 3.7. $n = 18$ 'inci dereceden $\{1 \ 3 \ 9 \ 8 \ 5 \ 15 \ 7 \ 2 \ 6 \ 18 \ 16 \ 10 \ 11 \ 14 \ 4 \ 12 \ 17 \ 13\}$ permütasyonunu gösteren W_1 Costas dizisi

$g_6 = 10$ için

$$j = 0 \text{ ise } 6^0 \equiv 1 \pmod{19}$$

$$j = 1 \text{ ise } 6^1 \equiv 10 \pmod{19}$$

$$j = 2 \text{ ise } 6^2 \equiv 5 \pmod{19}$$

$$j = 3 \text{ ise } 6^3 \equiv 12 \pmod{19}$$

$$j = 4 \text{ ise } 6^4 \equiv 6 \pmod{19}$$

$$j = 5 \text{ ise } 6^5 \equiv 3 \pmod{19}$$

$$j = 6 \text{ ise } 6^6 \equiv 11 \pmod{19}$$

$$j = 7 \text{ ise } 6^7 \equiv 15 \pmod{19}$$

$$j = 8 \text{ ise } 6^8 \equiv 17 \pmod{19}$$

$$j = 9 \text{ ise } 6^9 \equiv 18 \pmod{19}$$

$$j = 10 \text{ ise } 6^{10} \equiv 9 \pmod{19}$$

$$j = 11 \text{ ise } 6^{11} \equiv 14 \pmod{19}$$

$$j = 12 \text{ ise } 6^{12} \equiv 7 \pmod{19}$$

$$j = 13 \text{ ise } 6^{13} \equiv 13 \pmod{19}$$

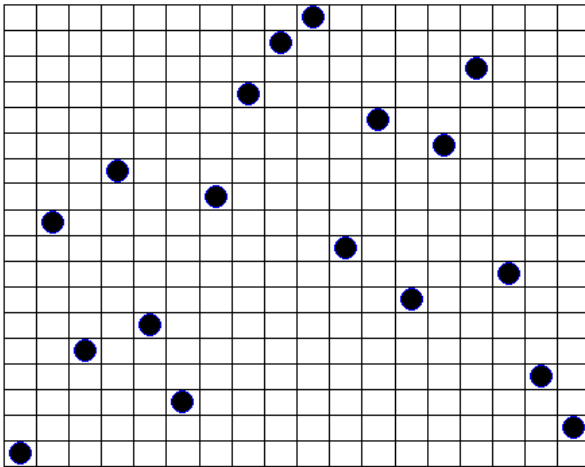
$$j = 14 \text{ ise } 6^{14} \equiv 16 \pmod{19}$$

$$j = 15 \text{ ise } 6^{15} \equiv 8 \pmod{19}$$

$$j = 16 \text{ ise } 6^{16} \equiv 4 \pmod{19}$$

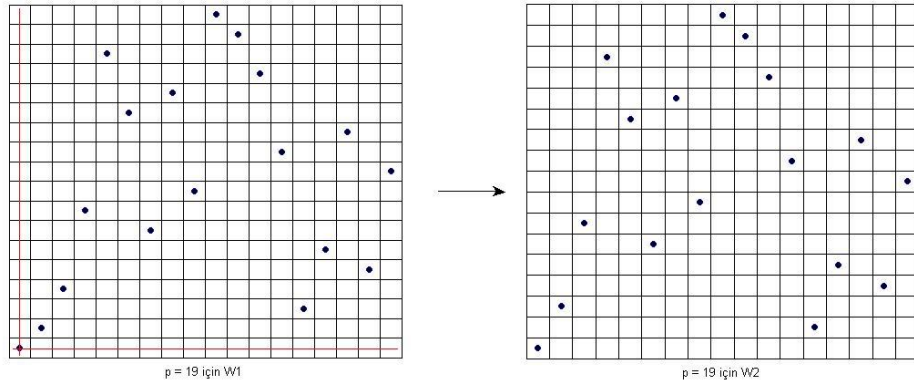
$j = 17 \text{ ise } 6^{17} \equiv 2 \pmod{19}$ olur. Bu durumda $(p - 1) = 18$ 'inci dereceden Costas dizisi $\{1\ 10\ 5\ 12\ 6\ 3\ 11\ 15\ 17\ 18\ 9\ 14\ 7\ 13\ 16\ 8\ 4\ 2\}$

olur. Bu dizi Şekil 3.8'de gösterilmiştir.



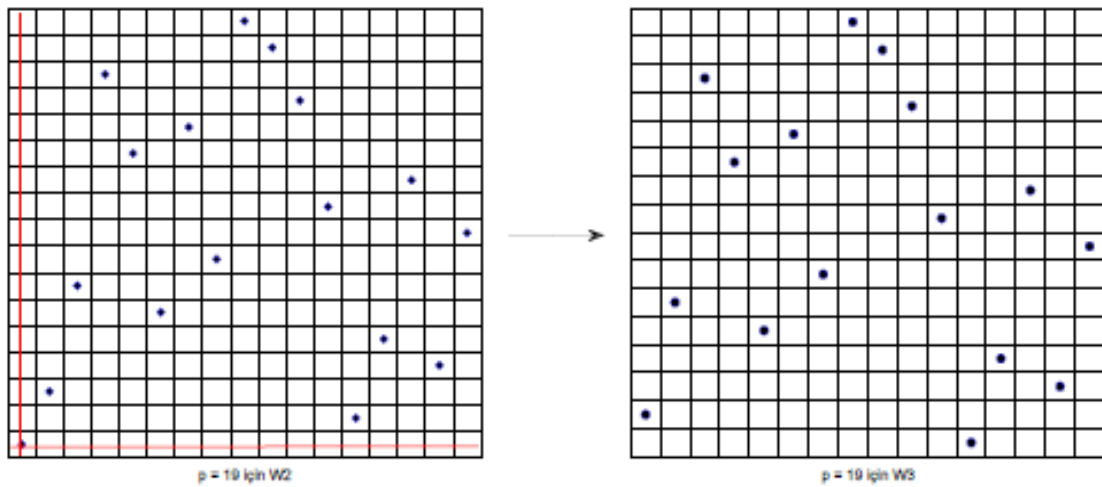
Şekil 3.8. $n = 18$ 'inci dereceden $\{1\ 10\ 5\ 12\ 6\ 3\ 11\ 15\ 17\ 18\ 9\ 14\ 7\ 13\ 16\ 8\ 4\ 2\}$ permütasyonunu gösteren W_1 Costas dizisi

Şekil 3.3'te verilen $g = 2$ için oluşturulan $\{1\ 2\ 4\ 8\ 16\ 13\ 7\ 14\ 9\ 18\ 17\ 15\ 11\ 3\ 6\ 12\ 5\ 10\}$ Costas dizisinde sol alt köşedeki $(0, 1)$ noktası satırı ve sütunuyla silindiği takdirde $\{1\ 3\ 7\ 15\ 12\ 6\ 13\ 8\ 17\ 16\ 14\ 10\ 2\ 5\ 11\ 4\ 9\}$ W_2 Costas dizisi elde edilir. Bu dizinin nasıl oluşturulduğu Şekil 3.9'da gösterilmiştir.



Şekil 3.9. $n = 17$ 'nci dereceden $\{1\ 3\ 7\ 15\ 12\ 6\ 13\ 8\ 17\ 16\ 14\ 10\ 2\ 5\ 11\ 4\ 9\}$ permütasyonunu gösteren W_1 dizisinden elde edilen W_2 Costas dizisi

Diğer tüm W_1 Costas tüm dizilerinde de $(0, 1)$ noktası bulunduğu satır ve sütunuyla birlikte silinerek W_2 Costas dizisi elde edilebilir. $p = 19$ ve $g = 2$ için W_2 dizisinin $(0, 1)$ noktası satırı ve sütunuyla birlikte silinerek W_3 Costas dizisi elde edilir. Söz konusu Costas dizisi Şekil 3.10'da gösterilmiştir.



Şekil 3.10. $n = 16$ 'nci dereceden $\{2\ 6\ 14\ 11\ 5\ 12\ 7\ 16\ 15\ 13\ 9\ 1\ 4\ 10\ 3\ 8\}$ permütasyonunu gösteren W_2 dizisinden elde edilen W_3 Costas dizisi

Welch yöntemiyle elde edilen yüksek derecedeki Costas dizilerine ait sonuçlar EK-1'de sunulmuştur.

3.2.2. Lempel yöntemi

Bütün p asal sayıları ve k pozitif tamsayıları için $p^k = q > 2$ şartını sağlayan $GF(q)$ sonlu cisminde α ilkel eleman olsun. $1 \leq i, j \leq q - 2$ için $\alpha^i + \alpha^j = 1$ şartını sağlayan (i, j) noktaları, $(q - 2)$ 'inci dereceden L_2 Costas dizisinin koordinatlarını verir. q , 2'den büyük bir asal sayı ve $\alpha = 2$ ilkel köküne sahip olduğunda $(i, j) = (q - 2, q - 2)$ L_2 Costas dizisinin köşe noktası olur. Bu nokta silindiğinde $(q - 3)$ 'üncü dereceden L_3 Costas dizisi elde edilir. Elde edilen $(q - 3)$ 'üncü dereceden Costas dizisi, $g = 2$ ilkel kökünden Welch yöntemiyle elde edilmiş $(p - 3)$ 'üncü dereceden Costas dizisinden farklıdır.

Örnek olarak $q = 2^3 = 8$ için Lempel yöntemiyle Costas dizileri oluşturulacaktır. Bunun için başlangıçta $GF(8)$ 'e ait ilkel elemanlar bulunacaktır. Primitif elemanlar, q sayısı asal olmadığından dolayı polinom formatındadır. Öncelikle $GF(8)$ sonlu cisminde $a = 1$ için $ax^3 + bx^2 + cx + d$ şeklinde bir indirgenemez polinom bulunması gerekmektedir. $b, c, d \in GF(2) = \{0, 1\}$ için indirgenemez polinomlar $x^3 + x + 1$ ve $x^3 + x^2 + 1$ olur. $a, b, c \in GF(2)$ olmak üzere bu polinomların kökleri $a\alpha^2 + b\alpha + c$ şeklinde olur.

$$a = 0, b = 0, c = 0 \text{ için } a\alpha^2 + b\alpha + c = 0$$

$$a = 0, b = 0, c = 1 \text{ için } a\alpha^2 + b\alpha + c = 1$$

$$a = 0, b = 1, c = 0 \text{ için } a\alpha^2 + b\alpha + c = \alpha$$

$$a = 0, b = 1, c = 1 \text{ için } a\alpha^2 + b\alpha + c = \alpha + 1$$

$$a = 1, b = 0, c = 0 \text{ için } a\alpha^2 + b\alpha + c = \alpha^2$$

$$a = 1, b = 0, c = 1 \text{ için } a\alpha^2 + b\alpha + c = \alpha^2 + 1$$

$$a = 1, b = 1, c = 0 \text{ için } a\alpha^2 + b\alpha + c = \alpha^2 + \alpha$$

$$a = 1, b = 1, c = 1 \text{ için } a\alpha^2 + b\alpha + c = \alpha^2 + \alpha + 1 \text{ olduğundan } GF(2^3) = \{0, 1, \alpha, \alpha + 1, \alpha^2, \alpha^2 + 1, \alpha^2 + \alpha, \alpha^2 + \alpha + 1\} \text{ olur.}$$

C/C++ dilinde yapılan programla ilk önce bu indirgenemez polinomlar bulunarak daha sonra ilkel olup olmadıkları kontrol edilmiştir. Polinomun ilkel eleman olması için $GF(8) = \{0, 1, \alpha, \alpha^2, \alpha^3, \alpha^4, \alpha^5, \alpha^6\}$ için yukarıda verilen $GF(8)$ 'e ait tüm elemanları vermesi gerekmektedir. Şekil 3.11'de programın $x^3 + x + 1$ için çıktısı görülmektedir. Burada

$F[0]$ 'dan $F[7]$ 'ye kadar $GF(8) = \{0, 1, \alpha, \alpha^2, \alpha^3, \alpha^4, \alpha^5, \alpha^6\}$ şeklindeki sonlu cismin elemanları $a + b\alpha + c\alpha^2$ 'nin katsayıları olarak gösterilmektedir. Örneğin $F[4][0] = 1$, $F[4][1] = 1$, $F[4][2] = 1$ ile $GF(8)$ sonlu cisminin 0'dan başladığında 4'üncü sıradaki elemanı olan $\alpha^3 = \alpha + 1$ olduğu gösterilmiştir. Buna göre;

$$\alpha^3 = \alpha + 1$$

$$\alpha^4 = \alpha^2 + \alpha$$

$$\alpha^5 = \alpha^2 + \alpha + 1$$

$\alpha^6 = \alpha^2 + 1$ olur. Görüleceği üzere $x^3 + x + 1$ polinomu sonlu cismin tüm elemanlarını verdiği için ilkel elemandır.

$$\{1 \ 1 \ 0 \ 1\} = 1*x^0 + 1*x^1 + 1*x^3$$

$$F[0][0] = 0$$

$$F[0][1] = 0$$

$$F[0][2] = 0$$

$$F[1][0] = 1$$

$$F[1][1] = 0$$

$$F[1][2] = 0$$

$$F[2][0] = 0$$

$$F[2][1] = 1$$

$$F[2][2] = 0$$

$$F[3][0] = 0$$

$$F[3][1] = 0$$

$$F[3][2] = 1$$

$$F[4][0] = 1$$

$$F[4][1] = 1$$

$$F[4][2] = 0$$

$$F[5][0] = 0$$

$$F[5][1] = 1$$

$$F[5][2] = 1$$

$$F[6][0] = 1$$

$$F[6][1] = 1$$

$$F[6][2] = 1$$

$$F[7][0] = 1$$

$$F[7][1] = 0$$

$$F[7][2] = 1$$

Şekil 3.11. $x^3 + x + 1$ için $GF(8)$ 'in elemanları

Şekil 3.12'de $x^3 + x + 1$ ilkel elemanına ait GF(8) için program vasıtasıyla elde edilen toplama tablosu görülmektedir. Burada işaretli olan yerlerde sonlu cismin elemanlarının toplamının 1 olduğu görülmektedir. $\alpha^i + \alpha^j = 1$ şartını sağlayan (i, j) noktaları, (q - 2)'inci dereceden L_2 Costas dizisinin koordinatlarını verdiğiinden;

$$\alpha^1 + \alpha^3 = 1$$

$$\alpha^2 + \alpha^6 = 1$$

$$\alpha^3 + \alpha^1 = 1$$

$$\alpha^4 + \alpha^5 = 1$$

$$\alpha^5 + \alpha^4 = 1$$

$\alpha^6 + \alpha^2 = 1$ olduğunda $x^3 + x + 1$ için L_2 Costas dizisi {3 6 1 5 4 2} olur.

+	0	1	a^1	a^2	a^3	a^4	a^5	a^6
0	0+0*a^1+0*a^2	1+0*a^1+0*a^2	0+1*a^1+0*a^2	0+0*a^1+1*a^2	1+1*a^1+0*a^2	0+1*a^1+0*a^2	1+1*a^1+1*a^2	1+0*a^1+1*a^2
1	1+0*a^1+0*a^2	0+0*a^1+0*a^2	1+1*a^1+0*a^2	1+0*a^1+1*a^2	0+1*a^1+0*a^2	1+1*a^1+1*a^2	0+1*a^1+1*a^2	0+0*a^1+1*a^2
a^1	0+1*a^1+0*a^2	1+1*a^1+0*a^2	0+0*a^1+0*a^2	0+1*a^1+1*a^2	1+0*a^1+0*a^2	1+0*a^1+0*a^2	1+0*a^1+1*a^2	1+1*a^1+1*a^2
a^2	0+0*a^1+1*a^2	1+0*a^1+1*a^2	0+1*a^1+1*a^2	0+0*a^1+0*a^2	1+1*a^1+1*a^2	0+1*a^1+0*a^2	1+1*a^1+0*a^2	1+0*a^1+0*a^2
a^3	1+1*a^1+0*a^2	0+1*a^1+0*a^2	1+0*a^1+0*a^2	1+1*a^1+1*a^2	0+0*a^1+0*a^2	1+0*a^1+1*a^2	0+0*a^1+1*a^2	0+1*a^1+1*a^2
a^4	0+1*a^1+1*a^2	1+1*a^1+1*a^2	0+0*a^1+1*a^2	0+1*a^1+0*a^2	1+0*a^1+1*a^2	0+0*a^1+0*a^2	1+0*a^1+0*a^2	1+1*a^1+0*a^2
a^5	1+1*a^1+1*a^2	0+1*a^1+1*a^2	1+0*a^1+1*a^2	1+1*a^1+0*a^2	0+0*a^1+1*a^2	1+0*a^1+0*a^2	1+0*a^1+0*a^2	0+1*a^1+0*a^2
a^6	1+0*a^1+1*a^2	0+0*a^1+1*a^2	1+1*a^1+1*a^2	1+0*a^1+0*a^2	0+1*a^1+1*a^2	1+1*a^1+0*a^2	0+1*a^1+0*a^2	0+0*a^1+0*a^2

Şekil 3.12. GF₂[x]/(x³ + x + 1) için toplama tablosu

Diğer indirgenemez polinom olan $x^3 + x^2 + 1$ polinomunun GF(8)'in elemanlarına ait program çıktısı Şekil 3.13'te verilmiştir. Buna göre;

$$\alpha^3 = \alpha^2 + 1$$

$$\alpha^4 = \alpha^2 + \alpha + 1$$

$$\alpha^5 = \alpha + 1$$

$\alpha^6 = \alpha^2 + \alpha$ olur. Burada $x^3 + x^2 + 1$ polinomunun da GF(8)'in tüm elemanlarını verdiği ve dolayısıyla ilkel eleman olduğu görülmektedir.

Şekil 3.14'te $x^3 + x^2 + 1$ polinomu için cisim elemanlarının toplamının 1 olduğu yerlerin işaretlendiği toplama tablosu görülmektedir. Buradan hareketle;

$$\alpha^1 + \alpha^5 = 1$$

$$\alpha^2 + \alpha^3 = 1$$

$$\alpha^3 + \alpha^2 = 1$$

$$\alpha^4 + \alpha^6 = 1$$

$$\alpha^5 + \alpha^1 = 1$$

$\alpha^6 + \alpha^4 = 1$ olduğunda $x^3 + x^2 + 1$ için L_2 Costas dizisi $\{5\ 3\ 2\ 6\ 1\ 4\}$ olur. Şu ana kadar oluşturulan 2 adet L_2 Costas dizisi Şekil 3.15'te gösterilmiştir.

$$\begin{aligned} \{1\ 0\ 1\ 1\} &= 1 \cdot x^0 + 1 \cdot x^2 + 1 \cdot x^3 \\ F[0][0] &= 0 \\ F[0][1] &= 0 \\ F[0][2] &= 0 \\ \\ F[1][0] &= 1 \\ F[1][1] &= 0 \\ F[1][2] &= 0 \\ \\ F[2][0] &= 0 \\ F[2][1] &= 1 \\ F[2][2] &= 0 \\ \\ F[3][0] &= 0 \\ F[3][1] &= 0 \\ F[3][2] &= 1 \\ \\ F[4][0] &= 1 \\ F[4][1] &= 0 \\ F[4][2] &= 1 \\ \\ F[5][0] &= 1 \\ F[5][1] &= 1 \\ F[5][2] &= 1 \\ \\ F[6][0] &= 1 \\ F[6][1] &= 1 \\ F[6][2] &= 0 \\ \\ F[7][0] &= 0 \\ F[7][1] &= 1 \\ F[7][2] &= 1 \end{aligned}$$

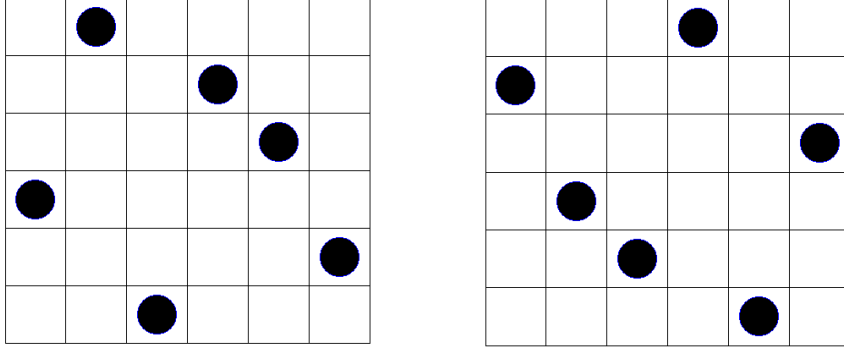
Şekil 3.13. $x^3 + x^2 + 1$ için $GF(8)$ 'in elemanları

+	0	1	a^1	a^2	a^3	a^4	a^5	a^6
0	$0+0 \cdot a^1+0 \cdot a^2$	$1+0 \cdot a^1+0 \cdot a^2$	$0+1 \cdot a^1+0 \cdot a^2$	$0+0 \cdot a^1+1 \cdot a^2$	$1+0 \cdot a^1+1 \cdot a^2$	$1+1 \cdot a^1+1 \cdot a^2$	$1+1 \cdot a^1+0 \cdot a^2$	$0+1 \cdot a^1+1 \cdot a^2$
1	$1+0 \cdot a^1+0 \cdot a^2$	$0+0 \cdot a^1+0 \cdot a^2$	$1+1 \cdot a^1+0 \cdot a^2$	$1+0 \cdot a^1+1 \cdot a^2$	$0+0 \cdot a^1+1 \cdot a^2$	$0+1 \cdot a^1+1 \cdot a^2$	$0+1 \cdot a^1+0 \cdot a^2$	$1+1 \cdot a^1+1 \cdot a^2$
a^1	$0+1 \cdot a^1+0 \cdot a^2$	$1+1 \cdot a^1+0 \cdot a^2$	$0+0 \cdot a^1+0 \cdot a^2$	$0+1 \cdot a^1+1 \cdot a^2$	$1+1 \cdot a^1+1 \cdot a^2$	$1+0 \cdot a^1+1 \cdot a^2$	$1+0 \cdot a^1+0 \cdot a^2$	$0+0 \cdot a^1+1 \cdot a^2$
a^2	$0+0 \cdot a^1+1 \cdot a^2$	$1+0 \cdot a^1+1 \cdot a^2$	$0+1 \cdot a^1+1 \cdot a^2$	$0+0 \cdot a^1+0 \cdot a^2$	$1+0 \cdot a^1+0 \cdot a^2$	$1+1 \cdot a^1+0 \cdot a^2$	$1+1 \cdot a^1+1 \cdot a^2$	$0+1 \cdot a^1+0 \cdot a^2$
a^3	$1+0 \cdot a^1+1 \cdot a^2$	$0+0 \cdot a^1+1 \cdot a^2$	$1+1 \cdot a^1+1 \cdot a^2$	$1+0 \cdot a^1+0 \cdot a^2$	$0+0 \cdot a^1+0 \cdot a^2$	$0+1 \cdot a^1+0 \cdot a^2$	$0+1 \cdot a^1+1 \cdot a^2$	$1+1 \cdot a^1+0 \cdot a^2$
a^4	$1+1 \cdot a^1+1 \cdot a^2$	$0+1 \cdot a^1+1 \cdot a^2$	$1+0 \cdot a^1+1 \cdot a^2$	$1+1 \cdot a^1+0 \cdot a^2$	$0+1 \cdot a^1+0 \cdot a^2$	$0+0 \cdot a^1+0 \cdot a^2$	$0+0 \cdot a^1+1 \cdot a^2$	$1+0 \cdot a^1+0 \cdot a^2$
a^5	$1+1 \cdot a^1+0 \cdot a^2$	$0+1 \cdot a^1+0 \cdot a^2$	$1+0 \cdot a^1+0 \cdot a^2$	$1+1 \cdot a^1+1 \cdot a^2$	$0+1 \cdot a^1+1 \cdot a^2$	$0+0 \cdot a^1+1 \cdot a^2$	$0+0 \cdot a^1+0 \cdot a^2$	$1+0 \cdot a^1+1 \cdot a^2$
a^6	$0+1 \cdot a^1+1 \cdot a^2$	$1+1 \cdot a^1+1 \cdot a^2$	$0+0 \cdot a^1+1 \cdot a^2$	$0+1 \cdot a^1+0 \cdot a^2$	$1+1 \cdot a^1+0 \cdot a^2$	$1+0 \cdot a^1+0 \cdot a^2$	$1+0 \cdot a^1+1 \cdot a^2$	$0+0 \cdot a^1+0 \cdot a^2$

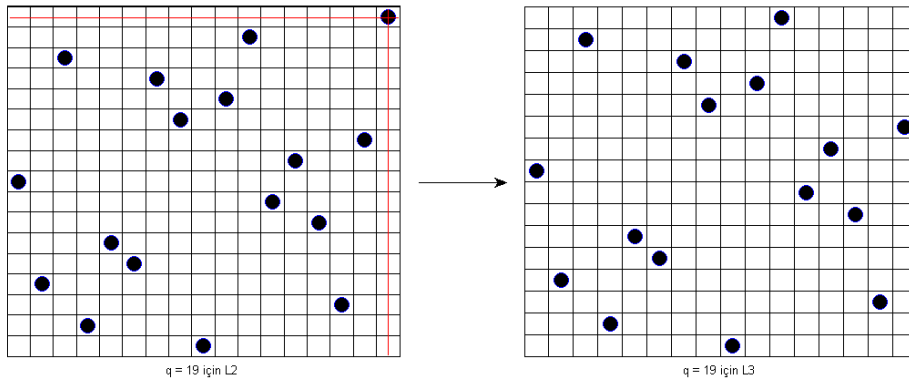
Şekil 3.14. $GF_2[x]/(x^3 + x^2 + 1)$ için toplama tablosu

Yukarıda oluşturulan 2 adet L_2 Costas dizisinde de $(q - 2, q - 2) = (6, 6)$ köşe noktası olarak bulunmadığından $q = 8$ için $(q - 3)$ 'üncü dereceden Costas dizisi oluşturulamamıştır. Ancak $q = 19$ ve $\alpha = x + 17$ ilkel elemanı için $\{9\ 4\ 15\ 2\ 6\ 5\ 14\ 12\ 1\ 13\ 16\ 8\ 10\ 7\ 3\ 11\ 17\}$ L_2 Costas dizisi elde edilmiştir. Burada dizinin son elemanı $(q - 2, q - 2) = (17, 17)$

olduğundan, bu elemanın bulunduğu satır ve sütunlar silinerek $L_3 = \{9\ 4\ 15\ 2\ 6\ 5\ 14\ 12\ 1\ 13\ 16\ 8\ 10\ 7\ 3\ 11\}$ Costas dizisi elde edilmiştir. Şekil 3.16'da bu diziler ve elde edilme şekilleri gösterilmektedir.



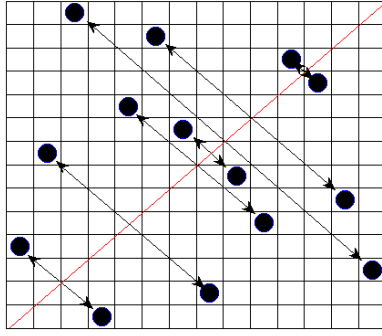
Şekil 3.15. $(x^3 + x + 1)$ ve $(x^3 + x^2 + 1)$ ilkel elemanları için L_2 Costas dizileri



Şekil 3.16. $q = 19$ ve $(x + 17)$ ilkel elemanı için oluşturulan L_2 ve L_3 Costas dizileri

Lempel yöntemiyle oluşturulmuş bütün Costas dizilerinde dikkat çekici nokta, dizilerin köşegene göre ($i = j$ olan koordinatlarda) simetrik olmasıdır. Bu durum Şekil 3.17'de gösterilmiştir.

Lempel yöntemiyle elde edilen yüksek derecedeki Costas dizilerine ait sonuçlar EK-2'de sunulmuştur.



Şekil 3.17. $q = 16$ için $\{4\ 8\ 14\ 1\ 10\ 13\ 9\ 2\ 7\ 5\ 12\ 11\ 6\ 3\}$ permütasyonunu gösteren L_2 Costas dizisi

3.2.3 Golomb yöntemi

Bütün p asal sayıları ve k pozitif tamsayıları için $p^k = q > 2$ şartını sağlayan $GF(q)$ sonlu cisminde α ve β ilkel elemanlar olsun. $1 \leq i, j \leq q - 2$ için $\alpha^i + \beta^j = 1$ şartını sağlayan (i, j) noktaları, $(q - 2)$ 'inci dereceden G_2 Costas dizisinin koordinatlarını verir. Bu yöntem aslında Lempel yönteminin genelleştirilmiş halidir. İlkel elemanlar $\alpha = \beta$ olduğu durumda Lempel yöntemi ile aynı Costas dizisi elde edilir. G_2 Costas dizisinde köşe noktasının $(1, 1)$ olduğu durumda bu nokta satır ve sütunuyla birlikte silinerek $(q - 3)$ 'üncü dereceden G_3 Costas dizisi elde edilir. G_2 Costas dizisinde $(1, 1)$ noktasıyla beraber $(2, 2)$ noktası da mevcutsa bu nokta G_3 dizisinde yine $(1, 1)$ noktası olur. G_3 dizisinde yine $(1, 1)$ noktasının satır ve sütunuyla birlikte silinmesiyle de $(q - 4)$ 'üncü dereceden G_4 dizisi elde edilir.

Bölüm 3.2.2'de Lempel yöntemiyle $GF(8)$ için oluşturulan örnekten devam edilerek Golomb yöntemi örneklendirilecektir. $GF(8)$ için ilkel eleman α , $x^3 + x + 1$ ve $x^3 + x^2 + 1$ olarak bulunmuştu. Golomb yönteminde ilk önce β ilkel elemanına $GF(q)$ içinde bulunan tüm elemanlar sırasıyla atanarak ilkel olup olmadıklarına bakılacaktır. Diğer bir deyişle $q=8$ olduğunda β için $\{\alpha, \alpha^2, \alpha^3, \alpha^4, \alpha^5, \alpha^6\}$ kümesinde bulunan elemanlar tek tek denenerek ilkel olup olmadıkları kontrol edilecektir. Aşağıda $x^3 + x + 1$ ilkel elemanı için yapılan program vasıtasıyla β için bahsedilen olasılıklar denenerek sonuçta elde edilen Costas dizileri verilmiştir.

$x^3 + x + 1$ için α kök ve $\beta = \alpha$ olsun. Bu durumda β için oluşturulan $GF(8)$ 'e ait elemanlar Şekil 3.18'de verilmiştir. Buradan da görüleceği üzere β , $GF(8) = \{0, 1, \alpha, \alpha^2, \alpha^3, \alpha^4, \alpha^5, \alpha^6\}$ şeklinde tüm elemanları verdiği için ilkeldir.

$$\{1 \ 1 \ 0 \ 1\} = 1*x^0 + 1*x^1 + 1*x^3, \text{ beta} = \alpha$$

$$F[0][0] = 0$$

$$F[0][1] = 0$$

$$F[0][2] = 0$$

$$F[1][0] = 1$$

$$F[1][1] = 0$$

$$F[1][2] = 0$$

$$F[2][0] = 0$$

$$F[2][1] = 1$$

$$F[2][2] = 0$$

$$F[3][0] = 0$$

$$F[3][1] = 0$$

$$F[3][2] = 1$$

$$F[4][0] = 1$$

$$F[4][1] = 1$$

$$F[4][2] = 0$$

$$F[5][0] = 0$$

$$F[5][1] = 1$$

$$F[5][2] = 1$$

$$F[6][0] = 1$$

$$F[6][1] = 1$$

$$F[6][2] = 1$$

$$F[7][0] = 1$$

$$F[7][1] = 0$$

$$F[7][2] = 1$$

Şekil 3.18. $x^3 + x + 1$ ve $\beta = \alpha$ için GF(8)'in elemanları

Şekil 3.19'da $\alpha = x^3 + x + 1$ ve $\beta = \alpha$ için oluşturulan toplama tablosu görülmektedir. Burada işaretli olan yerlerde sonlu cismin elemanlarının toplamının 1 olduğu görülmektedir. $\alpha^i + \beta^j = 1$ şartını sağlayan (i, j) noktaları, (q - 2)'inci dereceden G_2 Costas dizisinin koordinatlarını verdiği için;

$$\alpha^1 + \beta^3 = 1$$

$$\alpha^2 + \beta^6 = 1$$

$$\alpha^3 + \beta^1 = 1$$

$$\alpha^4 + \beta^5 = 1$$

$$\alpha^5 + \beta^4 = 1$$

$\alpha^6 + \beta^2 = 1$ olduğunda $x^3 + x + 1$ ve $\beta = \alpha$ için G_2 Costas dizisi {3 6 1 5 4 2} olur. Golomb yönteminin tanımında da bahsedildiği üzere $\beta = \alpha$ için elde edilen G_2 Costas dizisi L_2 Costas dizisiyle aynıdır.

+	0	1	a ¹	a ²	a ³	a ⁴	a ⁵	a ⁶
0	0+0*a ¹ +0*a ²	1+0*a ¹ +0*a ²	0+1*a ¹ +0*a ²	0+0*a ¹ +1*a ²	1+1*a ¹ +0*a ²	0+1*a ¹ +1*a ²	1+1*a ¹ +1*a ²	1+0*a ¹ +1*a ²
1	1+0*a ¹ +0*a ²	0+0*a ¹ +0*a ²	1+1*a ¹ +0*a ²	1+0*a ¹ +1*a ²	0+1*a ¹ +0*a ²	1+1*a ¹ +1*a ²	0+1*a ¹ +1*a ²	0+0*a ¹ +1*a ²
B ¹	0+1*a ¹ +0*a ²	1+1*a ¹ +0*a ²	0+0*a ¹ +0*a ²	0+1*a ¹ +1*a ²	1+0*a ¹ +0*a ²	0+0*a ¹ +1*a ²	1+0*a ¹ +1*a ²	1+1*a ¹ +1*a ²
B ²	0+0*a ¹ +1*a ²	1+0*a ¹ +1*a ²	0+1*a ¹ +1*a ²	0+0*a ¹ +0*a ²	1+1*a ¹ +1*a ²	0+1*a ¹ +0*a ²	1+1*a ¹ +0*a ²	1+0*a ¹ +0*a ²
B ³	1+1*a ¹ +0*a ²	0+1*a ¹ +0*a ²	1+0*a ¹ +0*a ²	1+1*a ¹ +1*a ²	0+0*a ¹ +0*a ²	1+0*a ¹ +1*a ²	0+0*a ¹ +1*a ²	0+1*a ¹ +1*a ²
B ⁴	0+1*a ¹ +1*a ²	1+1*a ¹ +1*a ²	0+0*a ¹ +1*a ²	0+1*a ¹ +0*a ²	1+0*a ¹ +1*a ²	0+0*a ¹ +0*a ²	1+0*a ¹ +0*a ²	1+1*a ¹ +0*a ²
B ⁵	1+1*a ¹ +1*a ²	0+1*a ¹ +1*a ²	1+0*a ¹ +1*a ²	1+1*a ¹ +0*a ²	0+0*a ¹ +1*a ²	1+0*a ¹ +0*a ²	0+0*a ¹ +0*a ²	0+1*a ¹ +0*a ²
B ⁶	1+0*a ¹ +1*a ²	0+0*a ¹ +1*a ²	1+1*a ¹ +1*a ²	1+0*a ¹ +0*a ²	0+1*a ¹ +1*a ²	1+1*a ¹ +0*a ²	0+1*a ¹ +0*a ²	0+0*a ¹ +0*a ²

Şekil 3.19. $GF_2[x]/(x^3 + x + 1)$ ve $\beta = \alpha$ için toplama tablosu

$x^3 + x + 1$ için α kök ve $\beta = \alpha^2$ olsun. β için oluşturulan $GF(8)$ 'e ait elemanlar aşağıda hesaplanmış ve Şekil 3.20'de program çıktısı olarak verilmiştir:

$$\beta = \alpha^2$$

$$\beta^2 = \alpha^4 = \alpha^2 + \alpha$$

$$\beta^3 = \alpha^6 = \alpha^2 + 1$$

$$\beta^4 = \beta^3 \beta = (\alpha^2 + 1)\alpha^2 = \alpha^4 + \alpha^2 = \alpha^2 + \alpha + \alpha^2 = \alpha$$

$$\beta^5 = \beta^4 \beta = \alpha \alpha^2 = \alpha^3 = \alpha + 1$$

$$\beta^6 = \beta^5 \beta = (\alpha + 1) \alpha^2 = \alpha^3 + \alpha^2 = \alpha^2 + \alpha + 1$$

```
{1 1 0 1 } = 1*x^0 + 1*x^1 + 1*x^3 , beta = a^2
Fb[0][0] = 0
Fb[0][1] = 0
Fb[0][2] = 0

Fb[1][0] = 1
Fb[1][1] = 0
Fb[1][2] = 0

Fb[2][0] = 0
Fb[2][1] = 0
Fb[2][2] = 1

Fb[3][0] = 0
Fb[3][1] = 1
Fb[3][2] = 1

Fb[4][0] = 1
Fb[4][1] = 0
Fb[4][2] = 1

Fb[5][0] = 0
Fb[5][1] = 1
Fb[5][2] = 0

Fb[6][0] = 1
Fb[6][1] = 1
Fb[6][2] = 0

Fb[7][0] = 1
Fb[7][1] = 1
Fb[7][2] = 1
```

Şekil 3.20. $x^3 + x + 1$ ve $\beta = \alpha^2$ için $GF(8)$ 'in elemanları

Burada, Costas dizisini hesaplamak için toplama tablosu oluşturmak yerine $\alpha^i + \beta^j = 1$ olan noktaları hesaplamak için i'ye 1'den 6'ya kadar değerler verilerek $\beta^j = 1 - \alpha^i$ hesaplanarak j değerleri bulunmuştur. Böylelikle diziler daha hızlı oluşturulmuştur. Buna göre;

$$i = 1 \text{ için } 1 - \alpha = \beta^5$$

$$i = 2 \text{ için } 1 - \alpha^2 = \beta^3$$

$$i = 3 \text{ için } 1 - \alpha^3 = \beta^4$$

$$i = 4 \text{ için } 1 - \alpha^4 = \beta^6$$

$$i = 5 \text{ için } 1 - \alpha^5 = \beta^2$$

$$i = 6 \text{ için } 1 - \alpha^6 = \beta^1 \text{ olduğundan } G_2 \text{ Costas dizisi } \{5 \ 3 \ 4 \ 6 \ 2 \ 1\} \text{ olarak bulunur.}$$

$x^3 + x + 1$ için α kök ve $\beta = \alpha^3$ olsun. β için oluşturulan GF(8)'e ait elemanlar aşağıda hesaplanmış ve Şekil 3.21'de program çıktısı olarak verilmiştir:

$$\beta = \alpha^3 = \alpha + 1$$

$$\beta^2 = \alpha^6 = \alpha^2 + 1$$

$$\beta^3 = \beta^2\beta = (\alpha^2 + 1)\alpha^3 = \alpha^5 + \alpha^3 = \alpha^2 + \alpha + 1 + \alpha + 1 = \alpha^2$$

$$\beta^4 = \beta^3\beta = \alpha^2\alpha^3 = \alpha^5 = \alpha^2 + \alpha + 1$$

$$\beta^5 = \beta^4\beta = (\alpha^2 + \alpha + 1)\alpha^3 = \alpha^5 + \alpha^4 + \alpha^3 = \alpha^2 + \alpha + 1 + \alpha^2 + \alpha + \alpha + 1 = \alpha$$

$$\beta^6 = \beta^5\beta = \alpha\alpha^3 = \alpha^4 = \alpha^2 + \alpha$$

```
{1 1 0 1 } = 1*x^0 + 1*x^1 + 1*x^3 , beta = a^3
Fb[0][0] = 0
Fb[0][1] = 0
Fb[0][2] = 0

Fb[1][0] = 1
Fb[1][1] = 0
Fb[1][2] = 0

Fb[2][0] = 1
Fb[2][1] = 1
Fb[2][2] = 0

Fb[3][0] = 1
Fb[3][1] = 0
Fb[3][2] = 1

Fb[4][0] = 0
Fb[4][1] = 0
Fb[4][2] = 1

Fb[5][0] = 1
Fb[5][1] = 1
Fb[5][2] = 1

Fb[6][0] = 0
Fb[6][1] = 1
Fb[6][2] = 0

Fb[7][0] = 0
Fb[7][1] = 1
Fb[7][2] = 1
```

Şekil 3.21. $x^3 + x + 1$ ve $\beta = \alpha^3$ için GF(8)'in elemanları

Burada Costas dizisini hesaplamak amacıyla $\alpha^i + \beta^j = 1$ olan noktaları hesaplamak için i 'ye 1'den 6'ya kadar değerler verilerek $\beta^j = 1 - \alpha^i$ hesaplanarak j değerleri bulunmuştur. Buna göre;

$$i = 1 \text{ için } 1 - \alpha = \beta^1$$

$$i = 2 \text{ için } 1 - \alpha^2 = \beta^2$$

$$i = 3 \text{ için } 1 - \alpha^3 = \beta^5$$

$$i = 4 \text{ için } 1 - \alpha^4 = \beta^4$$

$$i = 5 \text{ için } 1 - \alpha^5 = \beta^6$$

$i = 6$ için $1 - \alpha^6 = \beta^3$ olduğundan G_2 Costas dizisi $\{1\ 2\ 5\ 4\ 6\ 3\}$ olarak bulunur.

$x^3 + x + 1$ için α kök ve $\beta = \alpha^4$ olsun. β için oluşturulan GF(8)'e ait elemanlar aşağıda hesaplanmış ve Şekil 3.22'de program çıktısı olarak verilmiştir:

$$\beta = \alpha^4 = \alpha^2 + \alpha$$

$$\beta^2 = \beta\beta = (\alpha^2 + \alpha)^2 = \alpha^4 + 2\alpha^3 + \alpha^2 = \alpha^2 + \alpha + \alpha^2 = \alpha$$

$$\beta^3 = \beta^2\beta = \alpha(\alpha^2 + \alpha) = \alpha^3 + \alpha^2 = \alpha^2 + \alpha + 1$$

$$\beta^4 = \beta^2\beta^2 = \alpha\alpha = \alpha^2$$

$$\beta^5 = \beta^4\beta = \alpha^2(\alpha^2 + \alpha) = \alpha^4 + \alpha^3 = \alpha^2 + \alpha + \alpha + 1 = \alpha^2 + 1$$

$$\beta^6 = \beta^4\beta^2 = \alpha^2\alpha = \alpha^3 = \alpha + 1$$

```
{1 1 0 1 } = 1*x^0 + 1*x^1 + 1*x^3 , beta = a^4
Fb[0][0] = 0
Fb[0][1] = 0
Fb[0][2] = 0

Fb[1][0] = 1
Fb[1][1] = 0
Fb[1][2] = 0

Fb[2][0] = 0
Fb[2][1] = 1
Fb[2][2] = 1

Fb[3][0] = 0
Fb[3][1] = 1
Fb[3][2] = 0

Fb[4][0] = 1
Fb[4][1] = 1
Fb[4][2] = 1

Fb[5][0] = 0
Fb[5][1] = 0
Fb[5][2] = 1

Fb[6][0] = 1
Fb[6][1] = 0
Fb[6][2] = 1

Fb[7][0] = 1
Fb[7][1] = 1
Fb[7][2] = 0
```

Şekil 3.22. $x^3 + x + 1$ ve $\beta = \alpha^4$ için GF(8)'in elemanları

Burada, Costas dizisini hesaplamak amacıyla $\alpha^i + \beta^j = 1$ olan noktaları hesaplamak için i 'ye 1'den 6'ya kadar değerler verilerek $\beta^j = 1 - \alpha^i$ hesaplanarak j değerleri bulunmuştur. Buna göre;

$$i = 1 \text{ için } 1 - \alpha = \beta^6$$

$$i = 2 \text{ için } 1 - \alpha^2 = \beta^5$$

$$i = 3 \text{ için } 1 - \alpha^3 = \beta^2$$

$$i = 4 \text{ için } 1 - \alpha^4 = \beta^3$$

$$i = 5 \text{ için } 1 - \alpha^5 = \beta^1$$

$i = 6$ için $1 - \alpha^6 = \beta^4$ olduğundan G_2 Costas dizisi $\{6\ 5\ 2\ 3\ 1\ 4\}$ olarak bulunur.

$x^3 + x + 1$ için α kök ve $\beta = \alpha^5$ olsun. β için oluşturulan $GF(8)$ 'e ait elemanlar aşağıda hesaplanmış ve Şekil 3.23'te program çıktısı olarak verilmiştir:

$$\beta = \alpha^5 = \alpha^2 + \alpha + 1$$

$$\beta^2 = \beta\beta = (\alpha^2 + \alpha + 1)^2 = \alpha^4 + 2\alpha^3 + 3\alpha^2 + 2\alpha + 1 = \alpha^4 + \alpha^2 + 1 = \alpha + 1$$

$$\beta^3 = \beta^2\beta = (\alpha + 1)(\alpha^2 + \alpha + 1) = \alpha^3 + 2\alpha^2 + 2\alpha + 1 = \alpha^3 + 1 = \alpha + 1 + 1 = \alpha$$

$$\beta^4 = \beta^3\beta = \alpha(\alpha^2 + \alpha + 1) = \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha = \alpha + 1 + \alpha^2 + \alpha = \alpha^2 + 1$$

$$\beta^5 = \beta^3\beta^2 = \alpha(\alpha + 1) = \alpha^2 + \alpha$$

$$\beta^6 = \beta^3\beta^3 = \alpha\alpha = \alpha^2$$

```
{1 1 0 1 } = 1*x^0 + 1*x^1 + 1*x^3 , beta = a^5
Fb[0][0] = 0
Fb[0][1] = 0
Fb[0][2] = 0

Fb[1][0] = 1
Fb[1][1] = 0
Fb[1][2] = 0

Fb[2][0] = 1
Fb[2][1] = 1
Fb[2][2] = 1

Fb[3][0] = 1
Fb[3][1] = 1
Fb[3][2] = 0

Fb[4][0] = 0
Fb[4][1] = 1
Fb[4][2] = 0

Fb[5][0] = 1
Fb[5][1] = 0
Fb[5][2] = 1

Fb[6][0] = 0
Fb[6][1] = 1
Fb[6][2] = 1

Fb[7][0] = 0
Fb[7][1] = 0
Fb[7][2] = 1
```

Şekil 3.23. $x^3 + x + 1$ ve $\beta = \alpha^5$ için $GF(8)$ 'in elemanları

Burada, Costas dizisini hesaplamak amacıyla $\alpha^i + \beta^j = 1$ olan noktaları hesaplamak için i 'ye 1'den 6'ya kadar değerler verilerek $\beta^j = 1 - \alpha^i$ hesaplanarak j değerleri bulunmuştur. Buna göre;

$$i = 1 \text{ için } 1 - \alpha = \beta^2$$

$$i = 2 \text{ için } 1 - \alpha^2 = \beta^4$$

$$i = 3 \text{ için } 1 - \alpha^3 = \beta^3$$

$$i = 4 \text{ için } 1 - \alpha^4 = \beta^1$$

$$i = 5 \text{ için } 1 - \alpha^5 = \beta^5$$

$i = 6$ için $1 - \alpha^6 = \beta^6$ olduğundan G_2 Costas dizisi $\{2\ 4\ 3\ 1\ 5\ 6\}$ olarak bulunur.

$x^3 + x + 1$ için α kök ve $\beta = \alpha^6$ olsun. β için oluşturulan $GF(8)$ 'e ait elemanlar aşağıda hesaplanmış ve Şekil 3.24'te program çıktısı olarak verilmiştir:

$$\beta = \alpha^6 = \alpha^2 + 1$$

$$\beta^2 = \beta\beta = (\alpha^2 + 1)^2 = \alpha^4 + 2\alpha^2 + 1 = \alpha^2 + \alpha + 1$$

$$\beta^3 = \beta^2\beta = (\alpha^2 + \alpha + 1)(\alpha^2 + 1) = \alpha^4 + \alpha^2 + \alpha^3 + \alpha + \alpha^2 + 1 = \alpha^2 + \alpha + \alpha + 1 + \alpha + 1 = \alpha^2 + \alpha$$

$$\beta^4 = \beta^3\beta = (\alpha^2 + \alpha)(\alpha^2 + 1) = \alpha^4 + \alpha^2 + \alpha^3 + \alpha = \alpha^2 + \alpha + \alpha^2 + \alpha + 1 + \alpha = \alpha + 1$$

$$\beta^5 = \beta^4\beta = (\alpha + 1)(\alpha^2 + 1) = \alpha^3 + \alpha + \alpha^2 + 1 = \alpha + 1 + \alpha + \alpha^2 + 1 = \alpha^2$$

$$\beta^6 = \beta^5\beta = \alpha^2(\alpha^2 + 1) = \alpha^4 + \alpha^2 = \alpha^2 + \alpha + \alpha^2 = \alpha$$

```
{ 1 1 0 1 } = 1*x^0 + 1*x^1 + 1*x^3 , beta = a^6
Fb[0][0] = 0
Fb[0][1] = 0
Fb[0][2] = 0

Fb[1][0] = 1
Fb[1][1] = 0
Fb[1][2] = 0

Fb[2][0] = 1
Fb[2][1] = 0
Fb[2][2] = 1

Fb[3][0] = 1
Fb[3][1] = 1
Fb[3][2] = 1

Fb[4][0] = 0
Fb[4][1] = 1
Fb[4][2] = 1

Fb[5][0] = 1
Fb[5][1] = 1
Fb[5][2] = 0

Fb[6][0] = 0
Fb[6][1] = 0
Fb[6][2] = 1

Fb[7][0] = 0
Fb[7][1] = 1
Fb[7][2] = 0
```

Şekil 3.24. $x^3 + x + 1$ ve $\beta = \alpha^6$ için $GF(8)$ 'in elemanları

Burada Costas dizisini hesaplamak amacıyla $\alpha^i + \beta^j = 1$ olan noktaları hesaplamak için i 'ye 1'den 6'ya kadar değerler verilerek $\beta^j = 1 - \alpha^i$ hesaplanarak j değerleri bulunmuştur. Buna göre;

$$i = 1 \text{ için } 1 - \alpha = \beta^4$$

$$i = 2 \text{ için } 1 - \alpha^2 = \beta^1$$

$$i = 3 \text{ için } 1 - \alpha^3 = \beta^6$$

$$i = 4 \text{ için } 1 - \alpha^4 = \beta^2$$

$$i = 5 \text{ için } 1 - \alpha^5 = \beta^3$$

$$i = 6 \text{ için } 1 - \alpha^6 = \beta^5 \text{ olduğundan } G_2 \text{ Costas dizisi } \{4 \ 1 \ 6 \ 2 \ 3 \ 5\} \text{ olarak bulunur.}$$

Buraya kadar bulunan Costas dizileri, $x^3 + x + 1$ ilkel elemanı kullanılarak oluşturulmuştur. Diğer ilkel eleman olan $x^3 + x^2 + 1$ ile aynı süreçler izlenerek oluşturulan Costas dizileri program çıktısı olarak Şekil 3.25'te sunulmuştur. Bu ilkel eleman için de β , $\{\alpha, \alpha^2, \alpha^3, \alpha^4, \alpha^5, \alpha^6\}$ değerleri için ilkel olarak hesaplanmış ve sonuçta 6 adet daha Costas dizisi bulunmuştur.

$$\{1 \ 0 \ 1 \ 1\} = 1*x^0 + 1*x^2 + 1*x^3, \text{ beta} = a$$

(6)ıncı dereceden Costas Dizisi :

$$\{5 \ 3 \ 2 \ 6 \ 1 \ 4\}$$

$$\{1 \ 0 \ 1 \ 1\} = 1*x^0 + 1*x^2 + 1*x^3, \text{ beta} = a^2$$

(6)ıncı dereceden Costas Dizisi :

$$\{6 \ 5 \ 1 \ 3 \ 4 \ 2\}$$

$$\{1 \ 0 \ 1 \ 1\} = 1*x^0 + 1*x^2 + 1*x^3, \text{ beta} = a^3$$

(6)ıncı dereceden Costas Dizisi :

$$\{4 \ 1 \ 3 \ 2 \ 5 \ 6\}$$

$$\{1 \ 0 \ 1 \ 1\} = 1*x^0 + 1*x^2 + 1*x^3, \text{ beta} = a^4$$

(6)ıncı dereceden Costas Dizisi :

$$\{3 \ 6 \ 4 \ 5 \ 2 \ 1\}$$

$$\{1 \ 0 \ 1 \ 1\} = 1*x^0 + 1*x^2 + 1*x^3, \text{ beta} = a^5$$

(6)ıncı dereceden Costas Dizisi :

$$\{1 \ 2 \ 6 \ 4 \ 3 \ 5\}$$

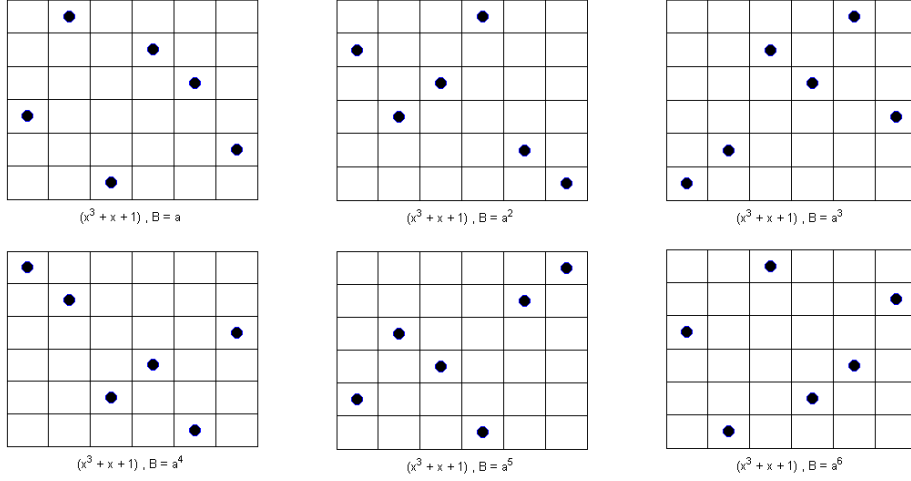
$$\{1 \ 0 \ 1 \ 1\} = 1*x^0 + 1*x^2 + 1*x^3, \text{ beta} = a^6$$

(6)ıncı dereceden Costas Dizisi :

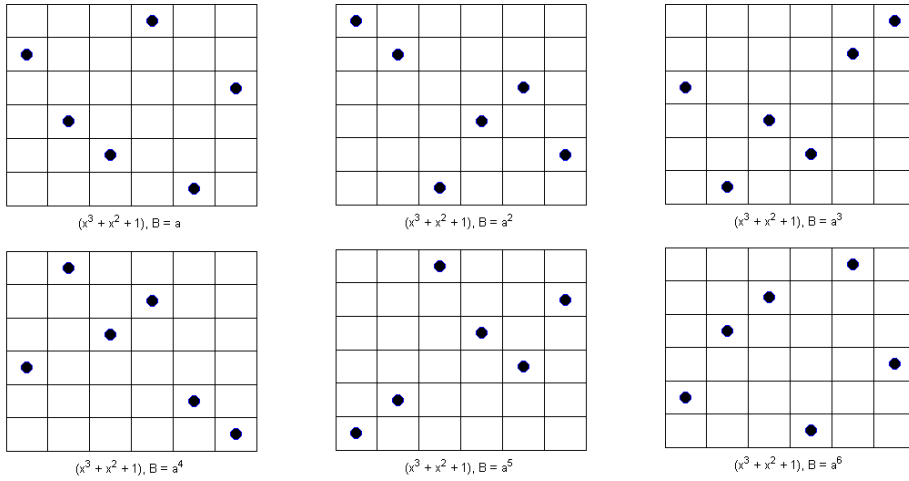
$$\{2 \ 4 \ 5 \ 1 \ 6 \ 3\}$$

Şekil 3.25. $x^3 + x^2 + 1$ için bulunan G_2 Costas dizileri

Bu örnekte $q = 8$ için Golomb yöntemiyle $x^3 + x + 1$ için oluşturulan 6 adet G_2 Costas dizisi Şekil 3.26'da ve $x^3 + x^2 + 1$ için oluşturulan 6 adet G_2 Costas dizisi de Şekil 3.27'de sunulmuştur.

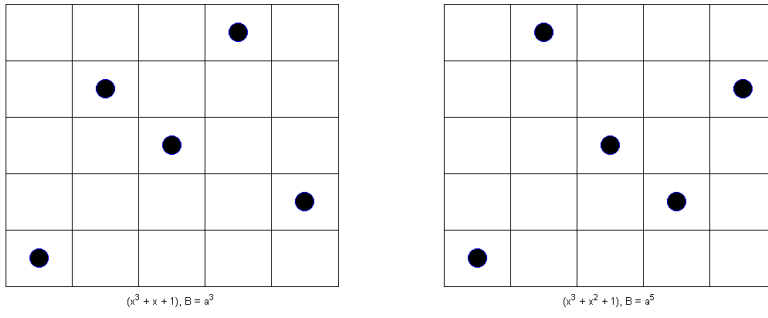


Şekil 3.26. $q = 8$ ve $(x^3 + x + 1)$ için bulunan G_2 Costas dizileri

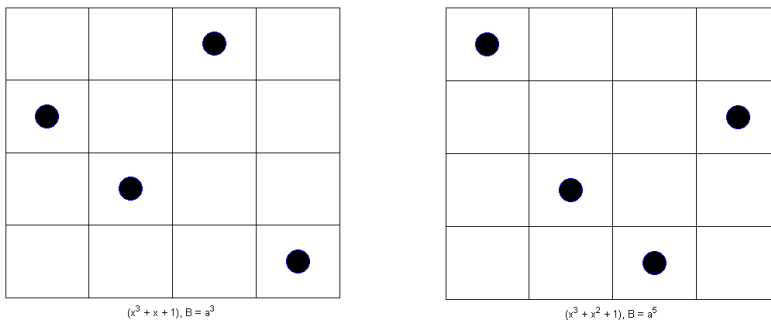


Şekil 3.27. $q = 8$ ve $(x^3 + x^2 + 1)$ için bulunan G_2 Costas dizileri

Oluşturulan 12 adet diziden sadece ikisinde (1, 1) noktası bulunmaktadır. Söz konusu iki dizide bu noktalar satır ve sütunlarıyla birlikte silindiği takdirde Şekil 3.28'de verilen $(q - 3)$ 'üncü dereceden G_3 Costas dizileri elde edilir. Bu G_3 Costas dizilerinde yine (1, 1) noktalarının köşe noktası olarak bulunduğu görülmektedir. Eğer bu noktalar da silinirse Şekil 3.29'daki G_4 Costas dizileri elde edilir.



Şekil 3.28. $q = 8$ için bulunan G_3 Costas dizileri



Şekil 3.29. $q = 8$ için bulunan G_4 Costas dizileri

Golomb yöntemiyle elde edilen yüksek derecedeki Costas dizilerine ait sonuçlar EK-3'te sunulmuştur.

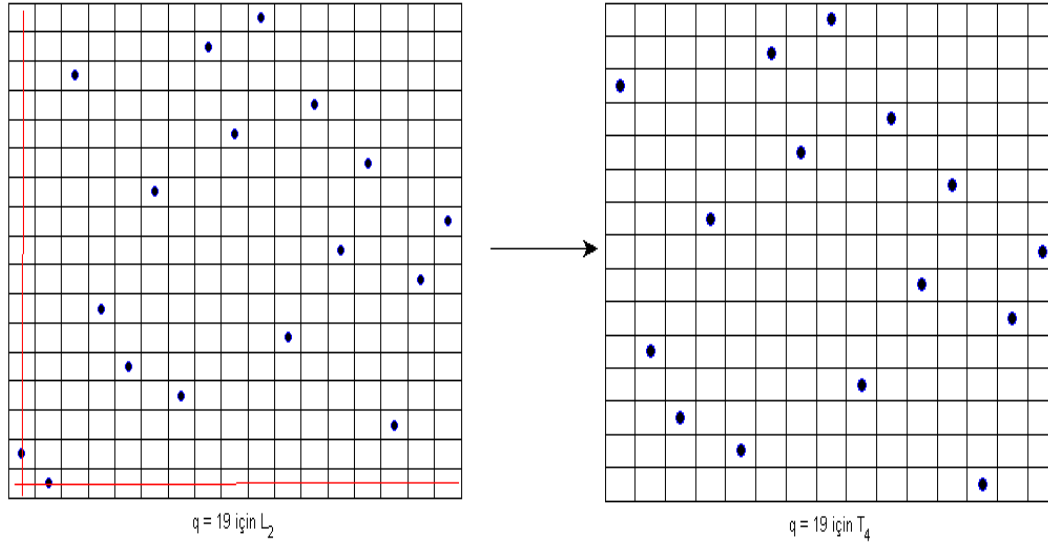
3.3. Costas Dizilerinin Temel Oluşturulma Yöntemlerine Ait Varyasyonlar

Bu bölümde Welch, Lempel ve Golomb yöntemleriyle oluşturulmuş olan Costas dizilerinin belli şartlarda üzerinde oynanarak farklı Costas dizileri türetme yöntemleri incelenecektir.

3.3.1. Taylor T_4 yöntemi

Lempel yöntemiyle oluşturulmuş $(q - 2)$ 'inci dereceden L_2 Costas dizisinde, eğer dizinin ilk elemanları sırasıyla 2 ve 1 ise; diğer bir deyişle dizi, (1, 2) ve (2, 1) noktalarına sahipse bu iki nokta buldukları satır ve sütunlarla birlikte silinerek $(q - 4)$ 'üncü dereceden T_4 Costas dizisi elde edilir [8]. Bu yöntem $q = 4$, $q = 5$, $q = 9$ ve p asal olmak koşuluyla $q = p \equiv \pm 1 \pmod{10}$ şartını sağlayan ve ilkel elemanlarından en az biri $(x^2 + x - 1) \pmod{p}$ olan sayılar için geçerlidir.

Örnek olarak $q = 19$ için Lempel yöntemiyle $\{2\ 1\ 15\ 7\ 5\ 11\ 4\ 16\ 13\ 17\ 6\ 14\ 9\ 12\ 3\ 8\ 10\}$ dizisi bulunmuştur. Bu dizinin ilk iki elemanı silinmesi durumunda $\{13\ 5\ 3\ 9\ 2\ 14\ 11\ 15\ 4\ 12\ 7\ 10\ 1\ 6\ 8\}$ dizisi elde edilir. Bu durum Şekil 3.30'da gösterilmiştir.



Şekil 3.30. $q = 19$ için bulunan L_2 ve T_4 Costas dizileri

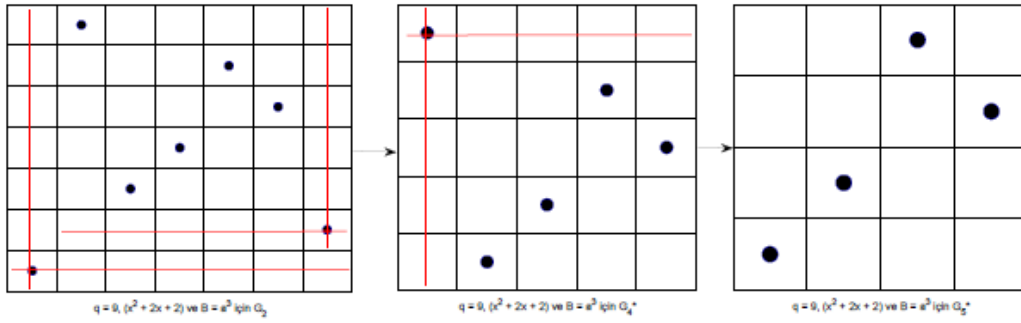
Taylor T_4 yöntemiyle elde edilen yüksek derecedeki Costas dizilerine ait sonuçlar EK-4'te sunulmuştur.

3.3.2. Golomb G_4^* - G_5^* yöntemi

$(q - 2)$ 'inci dereceden G_2 Costas dizisinde eğer $\alpha + \beta = 1$ ve $\alpha^2 + \beta^{-1} = 1$ şartı sağlanıyorsa $\alpha^{-1} + \beta^2 = 1$ şartı da sağlanmış olur. Dolayısıyla G_2 dizisinde $(1, 1)$ noktası ile $(q - 2, 2)$ noktası satır ve sütunlarıyla birlikte silinirse $(q - 4)$ 'üncü dereceden G_4^* dizisi elde edilir [8]. Ancak bu dizi, Bölüm 3.2.3'te anlatılan G_4 dizisi ile aynı değildir. G_4^* dizisinde ise G_2 dizisindeki $(2, q-2)$ noktası satır ve sütunlarıyla birlikte silindiği zaman G_5^* dizisi elde edilir. Bu yöntem, $q = 4$, $q = 5$, $q = 9$ ile T_4 yöntemini sağlayan, $p \equiv 1 \pmod{20}$ veya $p \equiv 9 \pmod{20}$ şartını sağlayan asal sayılar için geçerlidir.

Örneğin $q = 9$, $(x^3 + 2x + 2)$ ve $\beta = \alpha^3$ için $G_2 = \{1\ 7\ 3\ 4\ 6\ 5\ 2\}$ olur. Bu dizide $(1, 1)$ ve $(7, 2)$ noktaları satırları ve sütunları ile birlikte silindiği takdirde $G_4^* = \{5\ 1\ 2\ 4\ 3\}$ dizisi elde edilir. G_4^* dizisinden ise G_2 dizisindeki $(7, 2)$ noktasına karşılık gelen $(5, 1)$ noktası satır ve sütunuyla birlikte silinirse $G_5^* = \{1\ 2\ 4\ 3\}$ dizisi elde edilir. Söz konusu örnekte

yer alan G_4^* ve G_5^* dizilerinin nasıl oluşturulduğu Şekil 3.31'de görülmektedir.



Şekil 3.31. $q = 9$ için bulunan G_2 , G_4^* ve G_5^* Costas dizileri

Golomb G_4^* ve G_5^* yöntemleriyle elde edilen yüksek derecedeki Costas dizilerine ait sonuçlar EK-5'te sunulmuştur.

3.3.3. Taylor T_1 ve T_0 varyasyonları

Bu yöntemde Golomb yöntemiyle G_2 Costas dizisi oluşturulduktan sonra $(q-2) \times (q-2)$ 'lik matrisin dört köşesinden birine bir nokta eklenir ve Costas dizisi olup olmadığı kontrol edilir. Bu yöntemle $(q - 1)$ 'inci dereceden Costas dizisi elde edilir. $k > 0$, $q = 2^k$ olduğu durumlarda T_1 varyasyonu mümkün değildir [7]. Örneğin $q = 9$ için oluşturulan dizilere ait program çıktısı Şekil 3.32'de gösterilmiştir. $\{3 5 1 4 2 7 6\}$ G_2 dizisine ait T_1 varyasyonlarının nasıl oluşturulduğu Şekil 3.33'te verilmiştir.

```
{2 1 6 4 7 3 5} G2 dizisi için T1 varyasyonu:
{3 2 7 5 8 4 6 1}
{8 2 1 6 4 7 3 5}

{6 3 2 4 5 1 7} G2 dizisi için T1 varyasyonu:
{7 4 3 5 6 2 8 1}
{8 6 3 2 4 5 1 7}

{2 5 6 4 3 7 1} G2 dizisi için T1 varyasyonu:
{2 5 6 4 3 7 1 8}
{1 3 6 7 5 4 8 2}

{6 7 2 4 1 5 3} G2 dizisi için T1 varyasyonu:
{6 7 2 4 1 5 3 8}
{1 7 8 3 5 2 6 4}

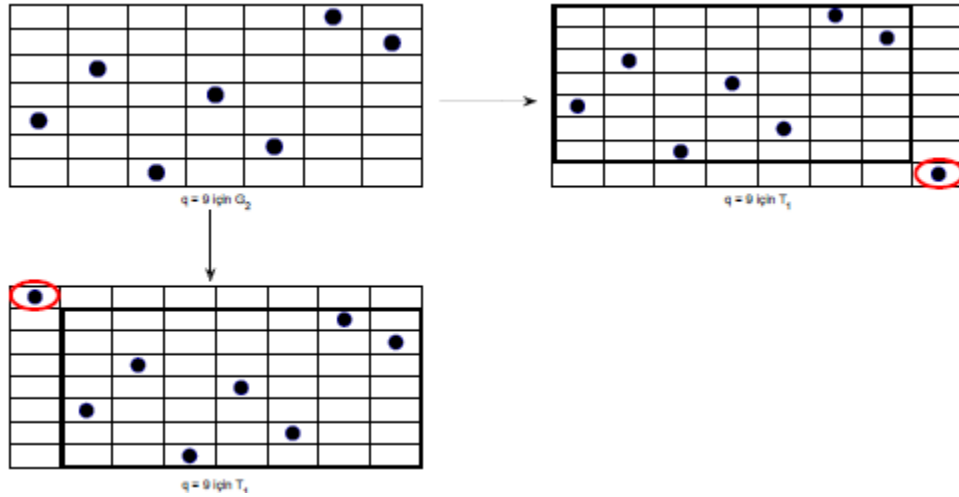
{3 5 1 4 2 7 6} G2 dizisi için T1 varyasyonu:
{4 6 2 5 3 8 7 1}
{8 3 5 1 4 2 7 6}

{1 7 3 4 6 5 2} G2 dizisi için T1 varyasyonu:
{2 8 4 5 7 6 3 1}
{8 1 7 3 4 6 5 2}

{7 1 5 4 2 3 6} G2 dizisi için T1 varyasyonu:
{7 1 5 4 2 3 6 8}
{1 8 2 6 5 3 4 7}

{5 3 7 4 6 1 2} G2 dizisi için T1 varyasyonu:
{5 3 7 4 6 1 2 8}
{1 6 4 8 5 7 2 3}
```

Şekil 3.32. $q = 9$ için bulunan T_1 Costas dizileri



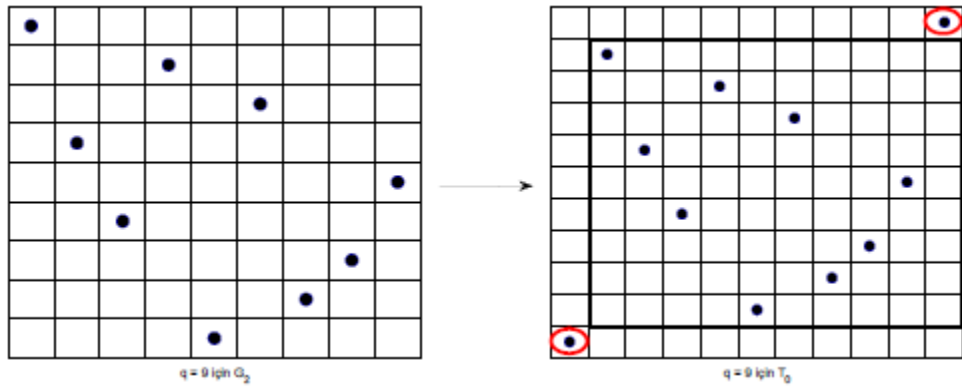
Şekil 3.33. $q = 9$ için bulunan G_2 dizisi ve ondan türetilen T_1 Costas dizileri

T_0 varyasyonunu oluşturmak amacıyla $(q - 2)$ 'inci dereceden G_2 Costas dizilerinin köşelerinden $(0, q - 1)$ ve $(q - 1, 0)$ noktalarına veya $(0, 0)$ ve $(q - 1, q - 1)$ noktalarına ikişer adet köşe noktası eklenir ve Costas dizisi olup olmadığı test edilir. Bu yöntem için $q \equiv -1 \pmod{6}$ olmak zorundadır. Bu yöntemle q 'uncu dereceden Costas dizisi elde edilir.

Örnek olarak $q = 11$ için oluşturulan dizilere ait program çıktısı Şekil 3.34'te verilmiştir. $\{9\ 6\ 4\ 8\ 1\ 7\ 2\ 3\ 5\}$ G_2 dizisine ait T_0 varyasyonunun nasıl oluşturulduğu Şekil 3.35'te verilmiştir.

```
{4 6 3 1 7 2 5 9 8} G2 dizisi için Taylor0 varyasyonu: {11 5 7 4 2 8 3 6 10 9 1}
{8 2 1 7 9 4 5 3 6} G2 dizisi için Taylor0 varyasyonu: {1 9 3 2 8 10 5 6 4 7 11}
{2 8 9 3 1 6 5 7 4} G2 dizisi için Taylor0 varyasyonu: {11 3 9 10 4 2 7 6 8 5 1}
{6 4 7 9 3 8 5 1 2} G2 dizisi için Taylor0 varyasyonu: {1 7 5 8 10 4 9 6 2 3 11}
{2 1 5 8 3 9 7 4 6} G2 dizisi için Taylor0 varyasyonu: {11 3 2 6 9 4 10 8 5 7 1}
{4 7 5 6 1 3 9 8 2} G2 dizisi için Taylor0 varyasyonu: {1 5 8 6 7 2 4 10 9 3 11}
{6 3 5 4 9 7 1 2 8} G2 dizisi için Taylor0 varyasyonu: {11 7 4 6 5 10 8 2 3 9 1}
{8 9 5 2 7 1 3 6 4} G2 dizisi için Taylor0 varyasyonu: {1 9 10 6 3 8 2 4 7 5 11}
{1 4 6 2 9 3 8 7 5} G2 dizisi için Taylor0 varyasyonu: {11 2 5 7 3 10 4 9 8 6 1}
{7 8 2 4 3 1 6 9 5} G2 dizisi için Taylor0 varyasyonu: {11 8 9 3 5 4 2 7 10 6 1}
{3 2 8 6 7 9 4 1 5} G2 dizisi için Taylor0 varyasyonu: {1 4 3 9 7 8 10 5 2 6 11}
{9 6 4 8 1 7 2 3 5} G2 dizisi için Taylor0 varyasyonu: {1 10 7 5 9 2 8 3 4 6 11}
{5 3 2 7 1 8 4 6 9} G2 dizisi için Taylor0 varyasyonu: {11 6 4 3 8 2 9 5 7 10 1}
{5 1 4 9 7 6 8 2 3} G2 dizisi için Taylor0 varyasyonu: {11 6 2 5 10 8 7 9 3 4 1}
{5 9 6 1 3 4 2 8 7} G2 dizisi için Taylor0 varyasyonu: {1 6 10 7 2 4 5 3 9 8 11}
{5 7 8 3 9 2 6 4 1} G2 dizisi için Taylor0 varyasyonu: {1 6 8 9 4 10 3 7 5 2 11}
```

Şekil 3.34. $q = 11$ için bulunan T_0 Costas dizileri



Şekil 3.35. $q = 11$ için bulunan G_2 dizisi ve ondan türetilen T_0 Costas dizileri

Taylor T_1 ve T_0 yöntemleriyle elde edilen farklı derecelerdeki Costas dizilerine ait sonuçlar EK-6'da sunulmuştur.

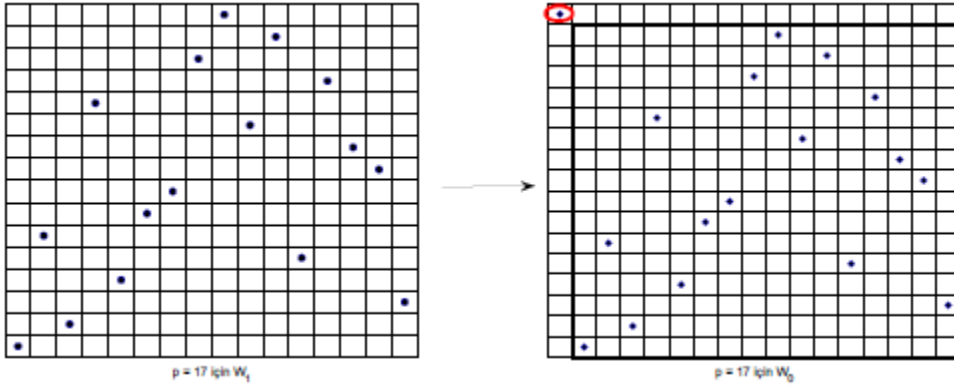
3.3.4. Welch W_0 varyasyonu

Welch yöntemiyle oluşturulmuş bir W_1 Costas dizisinde, $(p - 1) \times (p - 1)$ 'lik matrisin dört köşesinden her birine bir nokta ekleyerek p 'inci dereceden bir dizi oluşturulur ve Costas dizisi olup olmadığı test edilir.

Örnek olarak $p = 17$ için oluşturulan dizilere ait program çıktısı Şekil 3.36'da verilmiştir. Buradan da görüleceği gibi, W_0 varyasyonu sadece $\{1\ 6\ 2\ 12\ 4\ 7\ 8\ 14\ 16\ 11\ 15\ 5\ 13\ 10\ 9\ 3\}$ dizisinin sol üst köşesine bir nokta eklemek suretiyle türetilenmiştir. Diğer üç köşeye eklenen noktaların Costas dizisi olmadığı anlaşılmıştır. Bu durum Şekil 3.37'de gösterilmiştir.

```
{1 3 9 10 13 5 15 11 16 14 8 7 4 12 2 6} W1 dizisi için W0 varyasyonu: -
{1 10 15 14 4 6 9 5 16 7 2 3 13 11 8 12} W1 dizisi için W0 varyasyonu: -
{1 5 8 6 13 14 2 10 16 12 9 11 4 3 15 7} W1 dizisi için W0 varyasyonu: -
{1 11 2 5 4 10 8 3 16 6 15 12 13 7 9 14} W1 dizisi için W0 varyasyonu: -
{1 14 9 7 13 12 15 6 16 3 8 10 4 5 2 11} W1 dizisi için W0 varyasyonu: -
{1 7 15 3 4 11 9 12 16 10 2 14 13 6 8 5} W1 dizisi için W0 varyasyonu: -
{1 12 8 11 13 3 2 7 16 5 9 6 4 14 15 10} W1 dizisi için W0 varyasyonu: -
{1 6 2 12 4 7 8 14 16 11 15 5 13 10 9 3} W1 dizisi için W0 varyasyonu: -
{17 1 6 2 12 4 7 8 14 16 11 15 5 13 10 9 3}
```

Şekil 3.36. $p = 17$ için bulunan W_1 ve W_0 Costas dizileri



Şekil 3.37. $p = 17$ için bulunan W_1 ve ondan türetilen W_0 Costas dizileri

3.3.5. Çokbiçimliler (Polymorphs)

Bir Costas dizisini $n \times n$ boyutunda bir matris olarak düşünürsek, diziyi 90^0 çevirmek, dizide bulunan noktaların arasındaki vektörlerin büyüklüklerini değiştirmez. Aynı şekilde, dizi elemanlarının matrisin köşegeni etrafında yapılan yer değiştirme de noktalar arasındaki vektörel büyüklüğün değişmesine sebep olmaz. Bu iki durum da matris indislerinin değişmesine sebep olurken, Costas dizisinin özelliğini devam ettirmesini sağlar. Böylelikle bir Costas dizisini 90° ar derece çevirerek 4 dizi, köşegen etrafında noktaların yer değiştirmesi sonrasında yine 90° ar derece döndürerek 4 dizi elde edilir. Sonuç olarak bir Costas dizisi ile toplam 8 dizi elde edilmiş olur. Söz konusu döndürme ve köşegene göre yer değiştirme yöntemiyle elde edilen Costas dizilerine *çokbiçimli (polymorph)* adı verilir [9].

Şekil 3.38'de $p = 7$ için Welch yöntemiyle elde edilen W_1 ve W_2 Costas dizilerinin çokbiçimlilerine ait program çıktısı gösterilmektedir.

Şekil 3.39'da ise $p = 17$ için elde edilmiş olan çokbiçimliler gösterilmektedir. Bu şekilde ilk dizi W_1 dizisinin kendisi olup sonra gelen üç dizi ise sırasıyla 90° , 180° ve 270° derece döndürülmüş halleridir. Bir sonraki dizi ise W_1 dizisinin köşegene göre yer değiştirilmiş halidir. Ondandır gelen üç dizi ise yine sırasıyla köşegene göre yer değiştirilmiş dizinin 90° , 180° ve 270° derece döndürülmüş halleridir. Bu yöntemle bir adet Costas dizisinden 7 adet daha Costas dizisi elde edilmiş olur.

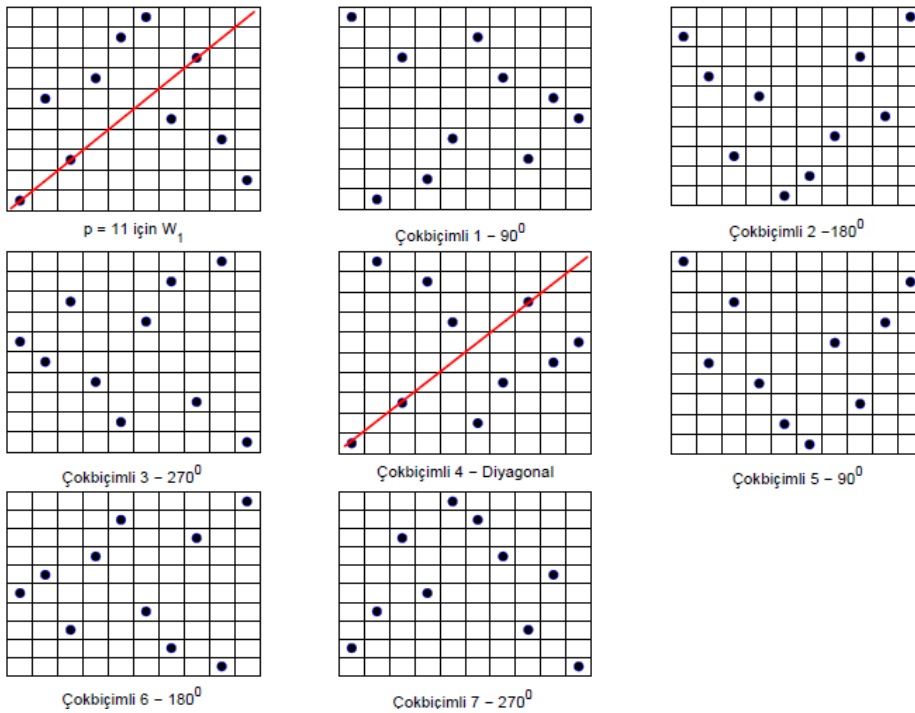
$\{1\ 3\ 2\ 6\ 4\ 5\}$ W_1 Costas dizisinin çokbiçimlileri:
 $\{6\ 4\ 5\ 2\ 1\ 3\}$
 $\{2\ 3\ 1\ 5\ 4\ 6\}$
 $\{4\ 6\ 5\ 2\ 3\ 1\}$
 $\{1\ 3\ 2\ 5\ 6\ 4\}$ //Köşegen Yer Değiştirme
 $\{6\ 4\ 5\ 1\ 3\ 2\}$
 $\{3\ 1\ 2\ 5\ 4\ 6\}$
 $\{5\ 4\ 6\ 2\ 3\ 1\}$

$\{1\ 5\ 4\ 6\ 2\ 3\}$ W_1 Costas dizisinin çokbiçimlileri:
 $\{6\ 2\ 1\ 4\ 5\ 3\}$
 $\{4\ 5\ 1\ 3\ 2\ 6\}$
 $\{4\ 2\ 3\ 6\ 5\ 1\}$
 $\{1\ 5\ 6\ 3\ 2\ 4\}$ //Köşegen Yer Değiştirme
 $\{6\ 2\ 3\ 1\ 5\ 4\}$
 $\{3\ 5\ 4\ 1\ 2\ 6\}$
 $\{3\ 2\ 6\ 4\ 5\ 1\}$

$\{2\ 1\ 5\ 3\ 4\}$ W_2 Costas dizisinin çokbiçimlileri:
 $\{4\ 5\ 2\ 1\ 3\}$
 $\{2\ 3\ 1\ 5\ 4\}$
 $\{3\ 5\ 4\ 1\ 2\}$
 $\{2\ 1\ 4\ 5\ 3\}$ //Köşegen Yer Değiştirme
 $\{4\ 5\ 1\ 3\ 2\}$
 $\{3\ 1\ 2\ 5\ 4\}$
 $\{4\ 3\ 5\ 1\ 2\}$

$\{4\ 3\ 5\ 1\ 2\}$ W_2 Costas dizisinin çokbiçimlileri:
 $\{2\ 1\ 4\ 5\ 3\}$
 $\{4\ 5\ 1\ 3\ 2\}$
 $\{3\ 1\ 2\ 5\ 4\}$
 $\{4\ 5\ 2\ 1\ 3\}$ //Köşegen Yer Değiştirme
 $\{2\ 3\ 1\ 5\ 4\}$
 $\{3\ 5\ 4\ 1\ 2\}$
 $\{2\ 1\ 5\ 3\ 4\}$

Şekil 3.38. $p = 7$ için W_1 ve W_2 Costas dizisinden türetilen çokbiçimliler



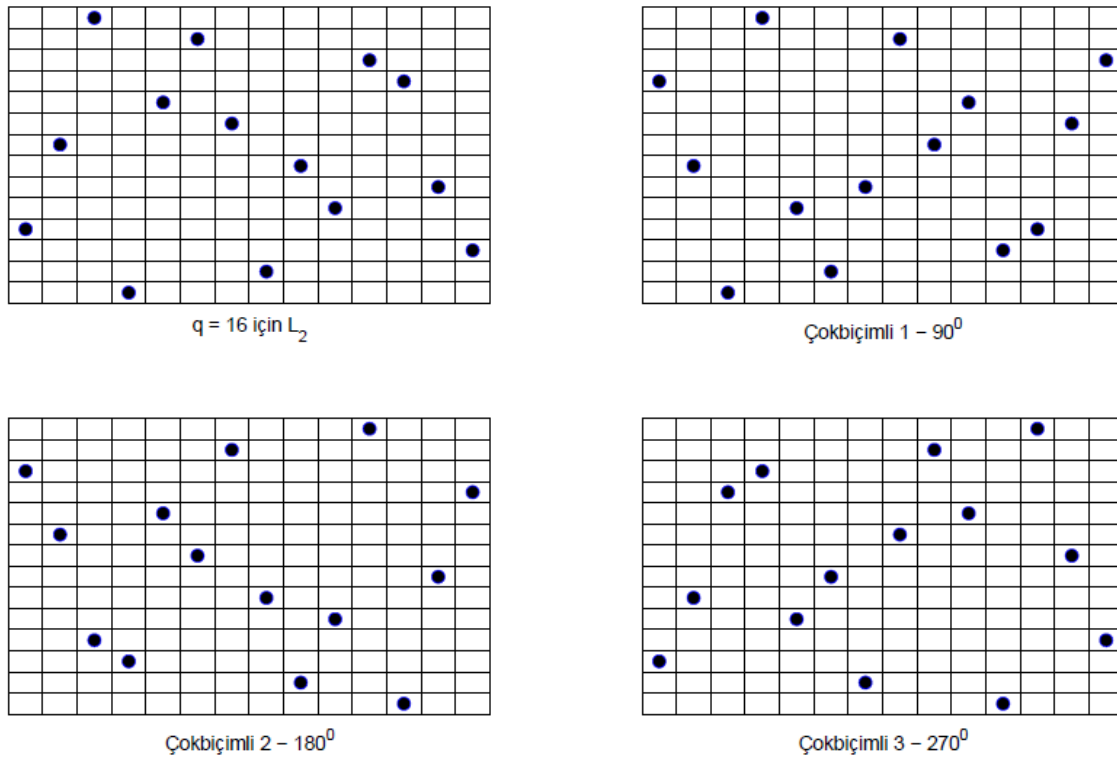
Şekil 3.39. $p = 11$ için bulunan W_1 ve ondan türetilen 7 adet çokbiçimli

Bölüm 3.2.2'de anlatılan Lempel yöntemiyle elde edilen Costas dizileri köşegene göre simetrik olduğundan köşegen etrafında yer değiştirmenin bir etkisi yoktur. Dolayısıyla bir Costas dizisi Lempel yöntemiyle oluşturulmuşsa bir Costas dizisinden toplam 4 dizi elde edilmiş olur. Bu duruma örnek olarak Lempel yöntemiyle elde edilmiş $q = 16$ için program çıktısı Şekil 3.40'ta ve dizilerden bir tanesinin gösterimi 3.41'de verilmiştir.

```
{4 8 14 1 10 13 9 2 7 5 12 11 6 3} L2 Costas dizisinin çokbiçimlileri:
{11 7 1 14 5 2 6 13 8 10 3 4 9 12 }
{12 9 4 3 10 8 13 6 2 5 14 1 7 11 }
{3 6 11 12 5 7 2 9 13 10 1 14 8 4 }
Diyagonal Simetrik
```

```
{12 9 4 3 10 8 13 6 2 5 14 1 7 11} L2 Costas dizisinin çokbiçimlileri:
{3 6 11 12 5 7 2 9 13 10 1 14 8 4}
{4 8 14 1 10 13 9 2 7 5 12 11 6 3}
{11 7 1 14 5 2 6 13 8 10 3 4 9 12}
Diyagonal Simetrik
```

Şekil 3.40. $q = 16$ için L_2 Costas dizisinden türetilen çokbiçimliler



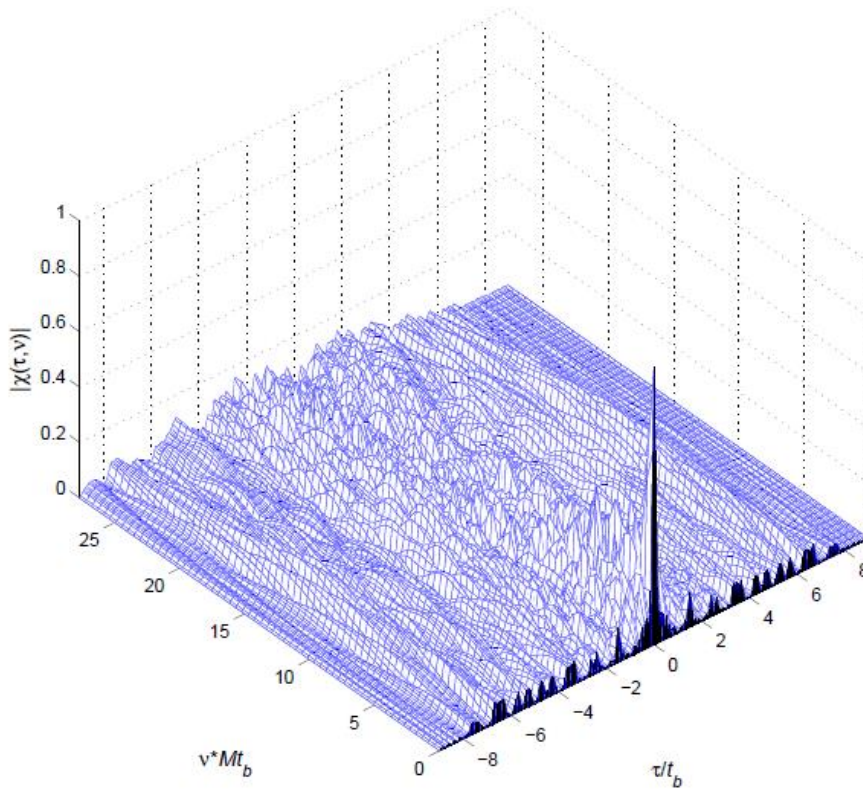
Şekil 3.41. $q = 16$ için bulunan L_2 Costas dizisi ve ondan türetilen 3 adet çokbiçimli

Farklı derecelerdeki Costas dizilerinden elde edilen çokbiçimlilere ait sonuçlar EK-7'de sunulmuştur.

4. COSTAS DİZİLERİ İLE OLUŞTURULAN FREKANS ATLAMALI RADAR SİNYALLERİNİN BELİRSİZLİK DİYAGRAMLARININ İNCELENMESİ

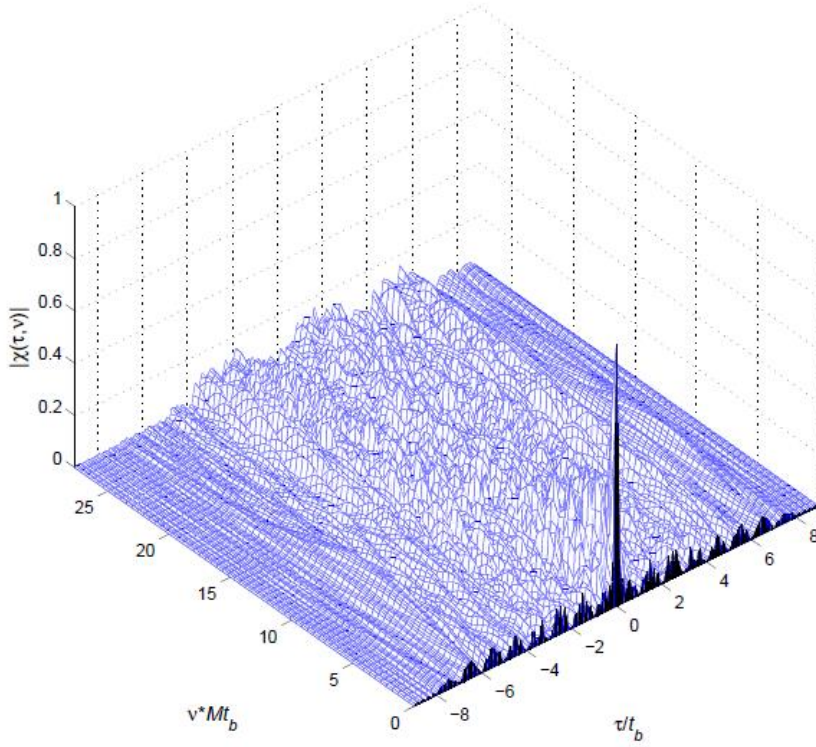
Bu bölümde, Bölüm 3'te elde edilen Costas dizileri ile oluşturulan sinyallerin belirsizlik diyagramları çizdirilerek çözümlenmesi yapılmıştır. Costas dizileri C/C++ programlama dilinde yapılan uygulama ile elde edilmiş ve belirsizlik diyagramları MATLAB yazılımı ile çizdirilmiştir. Çizdirilen söz konusu diyagramlarda x eksenini zaman gecikmesini, y eksenini ise Doppler kaymasını göstermektedir. $X(\tau, \nu)$ değeri ise normalize edilmiş olarak gösterilmektedir.

Şekil 4.1'de Welch yöntemiyle elde edilmiş $n = 9$ 'uncu dereceden bir W_2 Costas dizisine ait belirsizlik diyagramı verilmiştir. Burada $|X(\tau, \nu)| = |X(0, 0)|$ noktasında fonksiyonun ana kulağının ince ve sivri olduğu görülürken, diğer noktalarda 0'a yakın çok küçük değerler aldığı görülmektedir. Bu şekilde, Costas dizisi ile oluşturulmuş bir YOD radar sinyalinin FMCW sinyaller ile karşılaştırıldığında çok daha iyi menzil ve Doppler çözünürlüğüne sahip olduğu söylenebilir.

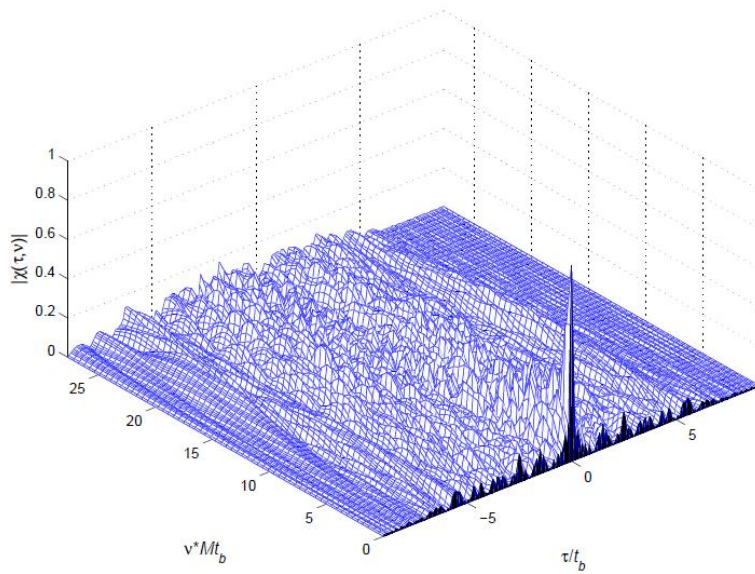


Şekil 4.1. $W_1 = \{5\ 2\ 6\ 8\ 9\ 4\ 7\ 3\ 1\}$ Costas dizisi ile oluşturulmuş FSK YOD radar sinyaline ait belirsizlik diyagramı

Karşılaştırma yapmak amacıyla, yine $n = 10$ 'uncu dereceden Lempel ve Golomb yöntemleriyle oluşturulmuş L_2 ve G_2 Costas dizileri kullanılarak elde edilen YOD radar sinyallerine ait belirsizlik diyagramları sırasıyla Şekil 4.2 ve Şekil 4.3'te verilmiştir.

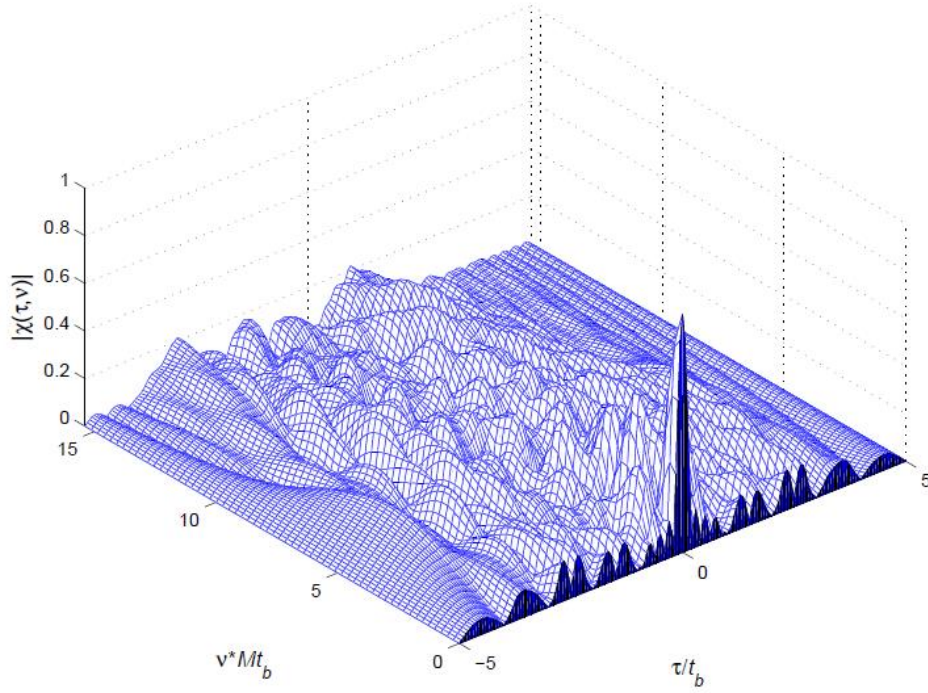


Şekil 4.2. $L_2 = \{1\ 4\ 6\ 2\ 9\ 3\ 8\ 7\ 5\}$ Costas dizisi ile oluşturulmuş FSK YOD radar sinyaline ait belirsizlik diyagramı

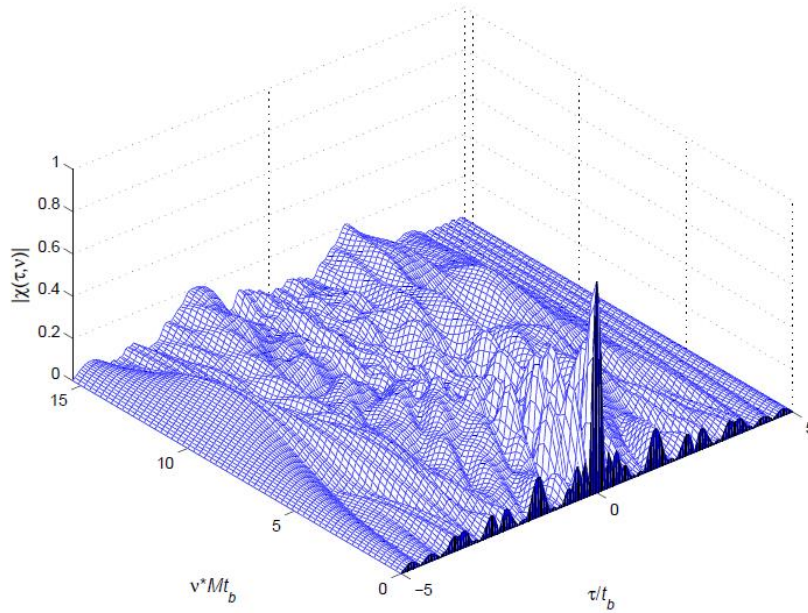


Şekil 4.3. $G_2 = \{6\ 4\ 7\ 9\ 3\ 8\ 5\ 1\ 2\}$ Costas dizisi ile oluşturulmuş FSK YOD radar sinyaline ait belirsizlik diyagramı

Costas dizilerinin temel oluşturulma yöntemleri olan Welch, Lempel ve Golomb yöntemlerinden türetilen $n = 5$ 'inci dereceden T_4 ve G_4 dizileri ile oluşturulan YOD radar sinyalleri için belirsizlik diyagramları Şekil 4.4 ve Şekil 4.5'te verilmiştir.

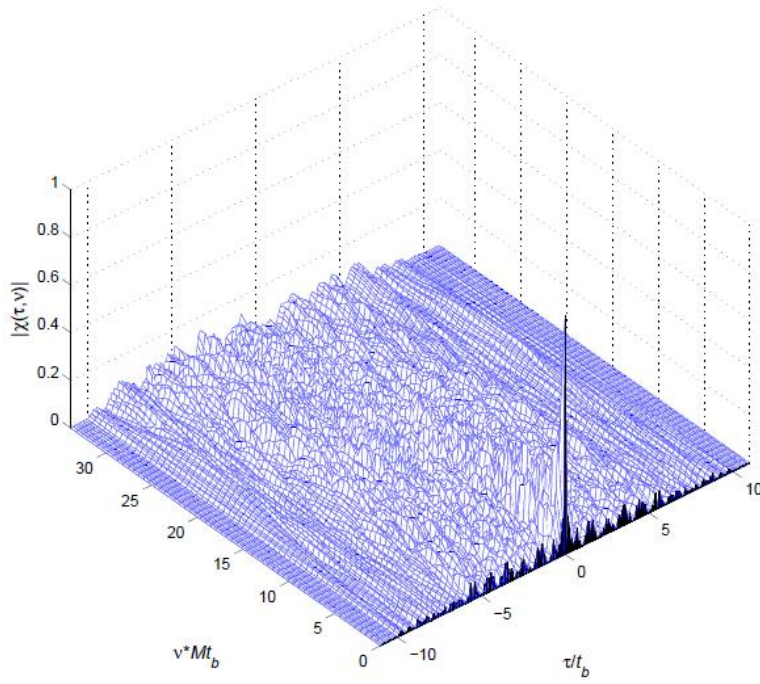


Şekil 4.4. $T_4 = \{4\ 2\ 5\ 1\ 3\}$ Costas dizisi ile oluşturulmuş FSK YOD radar sinyaline ait belirsizlik diyagramı

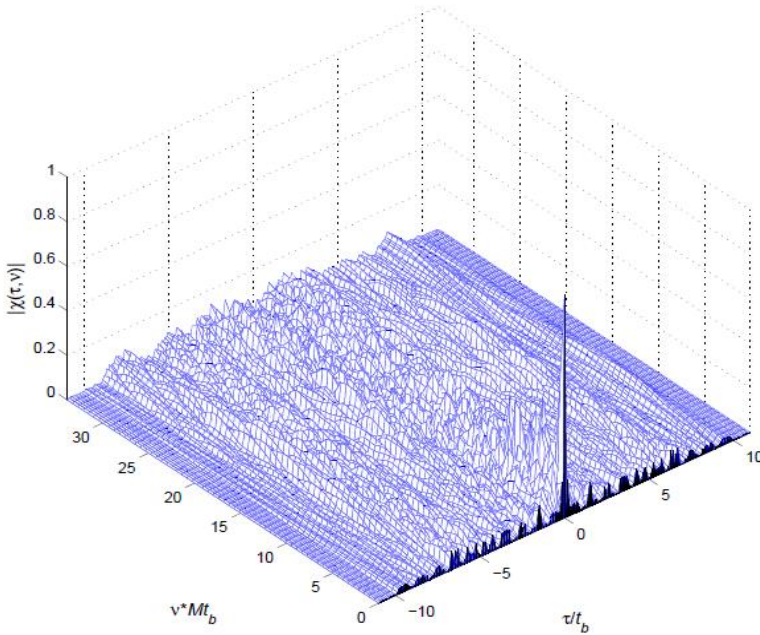


Şekil 4.5. $T_4 = \{5\ 1\ 2\ 4\ 3\}$ Costas dizisi ile oluşturulmuş FSK YOD radar sinyaline ait belirsizlik diyagramı

Costas dizilerinin temel oluşturulma yöntemlerine ait varyasyonlardan nokta ekleme yoluyla elde edilen $n = 11$ 'inci dereceden T_1 ve W_0 Costas dizileri ile elde edilen YOD radar sinyalleri için belirsizlik diyagramları sırasıyla Şekil 4.6 ve Şekil 4.7'de verilmiştir.

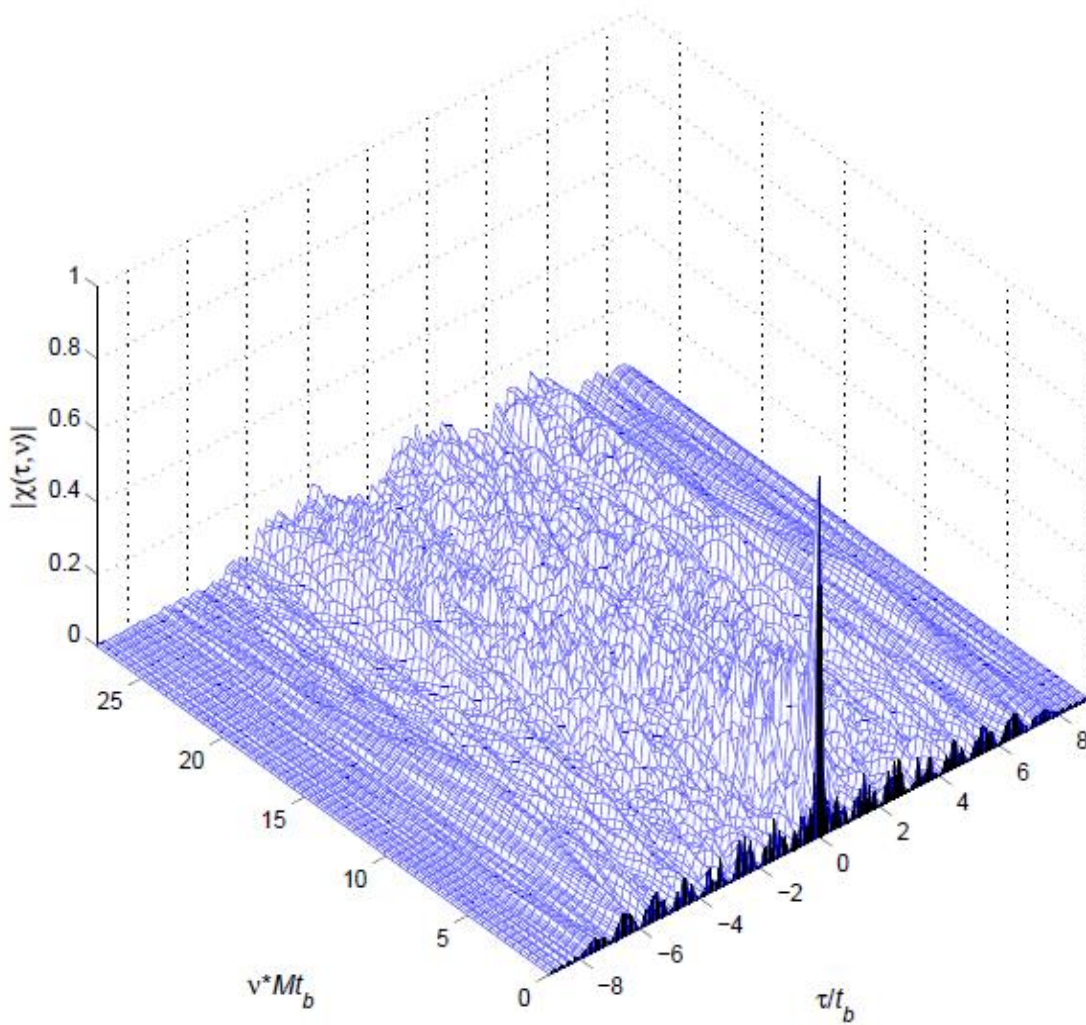


Şekil 4.6. $T_0 = \{11\ 3\ 9\ 10\ 4\ 2\ 7\ 6\ 8\ 5\ 1\}$ Costas dizisi ile oluşturulmuş FSK YOD radar sinyaline ait belirsizlik diyagramı



Şekil 4.7. $W_0 = \{11\ 1\ 6\ 3\ 7\ 9\ 10\ 5\ 8\ 4\ 2\}$ Costas dizisi ile oluşturulmuş FSK YOD radar sinyaline ait belirsizlik diyagramı

Şekil 4.2'de belirsizlik diyagramı verilen $L_2 = \{1\ 4\ 6\ 2\ 9\ 3\ 8\ 7\ 5\}$ Costas dizisinden türetilen çokbiçimli $\{5\ 3\ 2\ 7\ 1\ 8\ 4\ 6\ 9\}$ Costas dizisi ile oluşturulan YOD radar sinyaline ait belirsizlik diyagramı Şekil 4.8'de verilmiştir. Burada Şekil 4.2 ve Şekil 4.8'de görülen belirsizlik diyagramları arasında çok büyük bir fark görülmemektedir. Bu durum bir Costas dizisine ait çokbiçimli varyasyonunun belirsizlik diyagramı üzerinde bir etkiye sahip olmadığını göstermektedir.



Şekil 4.8. L_2 çokbiçimli $\{5\ 3\ 2\ 7\ 1\ 8\ 4\ 6\ 9\}$ Costas dizisi ile oluşturulmuş FSK YOD radar sinyaline ait belirsizlik diyagramı

Bu bölümde şu ana kadar $n = 11$ 'inci dereceye kadar olan Costas dizileri ile oluşturulan YOD radar sinyallerine ait belirsizlik diyagramları verilmiştir. EK-8'de $n = 100$ 'üncü dereceden G_3 ve EK-9'da $n = 250$ 'nci dereceden W_1 Costas dizisi ile oluşturulmuş YOD radar sinyallerine ait belirsizlik diyagramları verilmiştir.

Bu bölümde verilen belirsizlik diyagramlarından da görüleceği üzere farklı yöntemler ile oluşturulan Costas dizileri ile üretilen YOD radar sinyallerinin belirsizlik diyagramları arasında bir farklılık yoktur. Ancak Costas dizisinin derecesi yükseldikçe belirsizlik diyagramları daha pürüzsüz hale gelmiştir ve ideal duruma yaklaşmıştır. Belirsizlik fonksiyonunun ana kulağının yan kulaklara oranı Costas dizisinin derecesi arttıkça büyümektedir.

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu tez çalışmasında, YOD radar sinyallerinden olan FSK sinyallerinde Costas dizilerinin kullanımı anlatılmıştır. Welch, Lempel, Golomb ve bunların varyasyonlarından oluşan Costas dizilerinin oluşturulma yöntemleri için C/C++ dilinde programlar geliştirilmiştir. Program sonucunda oluşturulan Costas dizileri ile oluşturulan YOD FSK sinyallerinin belirsizlik diyagramları çizdirilmiş ve incelenmiştir.

Günümüzde uzak mesafelerdeki hedeflerin mesafe ve hızları tespit edilmek istendiğinde darbeli radarlar kullanılmaya devam edilmektedir. Ancak daha kısa mesafelerde düşman unsurlara yakalanmadan hedef tespit edilmek istendiğinde YOD radarların kullanımı ön plana çıkmaktadır. Sürekli sinyaller ve kodlama kullanılmasından kaynaklanan düşük güç tüketimi ile elektronik harp sistemlerine yakalanma olasılığının düşük olması YOD radarları kısa mesafede daha avantajlı kılmaktadır. Bu özelliklerinin yanında YOD radarlar, yüksek menzil ve Doppler çözünürlüğü de sağlamaktadırlar. Söz konusu radarlarda sinyal çeşidi olarak FMCW, PSK, FSK ve gürültü modülasyonu ile bunların melez uygulamaları kullanılabilir.

FSK radar sinyallerinde menzil ve Doppler çözünürlüğünü arttırmak amacıyla Costas dizileri kullanılmaktadır. Costas dizilerinin temel oluşturma yöntemlerinden Welch yöntemi hesaplama olarak en hızlı sonuçları vermiştir. Lempel yöntemi, Welch yönteminden daha yavaş çalışırken, Golomb yöntemi ise daha karmaşık olduğundan diğer iki yönteme oranla daha uzun süreler alabilmektedir. Bunun nedeni ise Welch yönteminin her ilkel kök için bir Costas dizisi, Lempel yönteminin her ilkel eleman için bir Costas dizisi bulmasıdır. Polinomlardan oluşan ilkel elemanları bulmak, ilkel kökleri bulmaktan daha zor olduğundan Lempel yöntemi daha uzun zaman almaktadır. Lempel yönteminin genelleştirilmiş versiyonu olan Golomb yönteminde ise iki ayrı ilkel eleman ile işlem yapıldığından diğer yöntemlere göre daha uzun zaman almaktadır. Welch ve Lempel yöntemleriyle ilkel kök/eleman sayısı kadar Costas dizisi oluşturulabilirken Golomb yöntemiyle daha fazla Costas dizisi üretilebilmektedir. Yöntemlerin karşılaştırılması Çizelge 5.1'de özetlenmiştir.

Bölüm 4'te incelenen belirsizlik diyagramları ile Costas dizileri kullanılarak oluşturulan YOD FSK sinyallerinin FMCW sinyallere göre menzil ve Doppler çözünürlüklerinin daha

iyi olduğu görülmüştür. Costas dizisinin uzunluğu arttıkça menzil ve Doppler çözünürlükleri ideale yaklaşmakta, ancak işlem karmaşıklığı artmaktadır.

Çizelge 5.1. Costas dizilerinin temel oluşturulma yöntemlerinin karşılaştırılması (p asal sayı ve $k \geq 1$ olmak üzere tamsayıdır.)

Yöntem	Derece	Hesaplama Karmaşıklığı	Costas Dizisi Sayısı
Welch	$p - 1$	Düşük	$\varphi(p - 1)$
Lempel	$p^k - 2$	Orta	$\frac{\varphi(p^k - 1)}{k}$
Golomb	$p^k - 2$	Yüksek	$\frac{\varphi(p^k - 1)}{k} \geq \dots \geq \frac{\varphi(p^k - 1)}{k} (p^k - 2)$

Costas dizileri, bulunduğu zamandan bugüne kadar hem matematikçilerin hem de mühendislerin ilgisini çekmiştir. Her ne kadar sonlu cisim teorisine dayanan oluşturulma yöntemleri bulunduysa da her dereceden Costas dizisi elde etmek için genel bir yöntem bulunamamıştır. Bunun yanında, her derecede kaç adet Costas dizisi olduğu ve sonlu cisimler teorisine dayanmayan oluşturma yöntemleri olup olmadığı konusu henüz cevaplanamamıştır. Bugüne kadar yapılan arama çalışmalarıyla 28'inci dereceye kadar tüm Costas dizileri bulunmuştur. Buradan hareketle de sonlu cisme dayanan yöntemler ile oluşturulanlar dışında oluşturulma yöntemi bilinmeyen Costas dizileri olduğu anlaşılmıştır.

Yeni Costas dizisi oluşturma yöntemleri bulmak amacıyla 28'inci dereceye kadar olan tüm Costas dizileri göz önüne alınmalıdır. Permütasyon matrislerinin Costas dizisi olup olmadığını kontrol etmek amacıyla kullanılan ve Bölüm 3'te anlatılan fark üçgenleri yeni yöntemler bulmak amacıyla kullanılabilir. $n \leq 28$ 'inci dereceden tüm Costas dizilerinin fark üçgenlerinin analiz edilmesiyle farklı örüntüler bulunarak arama yöntemlerinden daha verimli yöntemler elde edilebilir. Bu analiz ile de her dereceden kaç Costas dizisi olacağına dair genel bir formül bulunabileceği değerlendirilmektedir.

KAYNAKLAR

1. Stimson, G. W.(1998). *Introduction to Airborne Radar*.(2). Raleigh/ABD: Scitech, 6.
2. Pace, P.E.(2009). *Detecting and Classifying Low Probability of Intercept Radar*.(2). Norwood/ABD: Artech House, 3-4, 15, 17, 87, 220.
3. Komarov, I., Smolskiy, S.(2003). *Fundamentals of Short-Range FM Radar*.(1). Norwood/ABD: Artech House, 29, 44.
4. Taylor, K., Rickard S., Drakakis K. (2011). Costas Arrays: Survey, Standardization and MATLAB Toolbox. *ACM Transactions on Mathematical Software*, 37(4), 41:1-41:31.
5. Costas, J.P. (1965). Medium constraints on sonar design and performance. *GE Co.*, Class 1 Rep. R65EMH33.
6. Costas, J.P (1984). A study of a class of detection waveforms having nearly ideal range-doppler ambiguity properties. *Proceedings of IEEE*, 72(8), 996-1009.
7. Golomb, S. W., Taylor, H. (1984). Construction and properties of Costas arrays. *Proceedings of IEEE*, 72(9), 1143-1163.
8. Golomb, S.W. (1992). The T4 and G4 Constructions for Costas Arrays. *IEEE Transactions on Information Theory*, 38(4), 1404-1406.
9. Beard, J. (2006). Generating Costas arrays to order 200. *Proceedings of the 40th Annual Conference on Information Sciences and Systems*, 1130-1133.
10. Silverman, J., Vickers, V., Mooney, J. (1988). On the number of Costas arrays as a function of array size. *Proceedings of IEEE*, 76(7), 851-853.
11. Beard, J., Erickson, K., Montelone, M., Wright, M., Russo, J. (2004). Combinatoric collaboration on Costas arrays and radar applications. *Proceedings of IEEE Radar Conference*, 260-265.
12. Rickard, S., Connell, E., Duignam, F., Landendorf, B., Wade, A. (2006) The enumeration of Costas arrays of size 26, *40th Annual Conference on Information Sciences and Systems*, 815-817.
13. Beard, J., Russo, J., Erickson, K., Montelone, M., Wright, M. (2007). Costas array generation and search methodology. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 43(2), 522-538.
14. Drakakis, K., Rickard, S., Beard, J., Caballero, R., Iorio, F., O'Brien, G., Walsh, J.(2008). Results of enumeration of Costas arrays of order 27. *IEEE Transactions on Information Theory*, 54(10), 4684-4687.
15. Drakakis, K., Iorio, F., Rickard, S. (2010). The enumeration of Costas arrays of order 28. *IEEE Information Theory Workshop*, 1-5.

16. Lidl, R., Pilz, G. (1998). *Applied Abstract Algebra*.(2). New York/ABD: Springer, 138.
17. Erdođan, M., Yılmaz, G. *Soyut Cebir ve Sayılar Teorisi*.(1). İstanbul/Türkiye: Beykent Üniversitesi Yayınları, 56.

EKLER

EK-1. Welch yöntemiyle $p = 313$ için oluşturulmuş Costas dizileri

$p = 313$ ve $g = 10$ için $W_1 = \{1\ 10\ 100\ 61\ 297\ 153\ 278\ 276\ 256\ 56\ 247\ 279\ 286\ 43\ 117\ 231\ 119\ 251\ 6\ 60\ 287\ 53\ 217\ 292\ 103\ 91\ 284\ 23\ 230\ 109\ 151\ 258\ 76\ 134\ 88\ 254\ 36\ 47\ 157\ 5\ 50\ 187\ 305\ 233\ 139\ 138\ 128\ 28\ 280\ 296\ 143\ 178\ 215\ 272\ 216\ 282\ 3\ 30\ 300\ 183\ 265\ 146\ 208\ 202\ 142\ 168\ 115\ 211\ 232\ 129\ 38\ 67\ 44\ 127\ 18\ 180\ 235\ 159\ 25\ 250\ 309\ 273\ 226\ 69\ 64\ 14\ 140\ 148\ 228\ 89\ 264\ 136\ 108\ 141\ 158\ 15\ 150\ 248\ 289\ 73\ 104\ 101\ 71\ 84\ 214\ 262\ 116\ 221\ 19\ 190\ 22\ 220\ 9\ 90\ 274\ 236\ 169\ 125\ 311\ 293\ 113\ 191\ 32\ 7\ 70\ 74\ 114\ 201\ 132\ 68\ 54\ 227\ 79\ 164\ 75\ 124\ 301\ 193\ 52\ 207\ 192\ 42\ 107\ 131\ 58\ 267\ 166\ 95\ 11\ 110\ 161\ 45\ 137\ 118\ 241\ 219\ 312\ 303\ 213\ 252\ 16\ 160\ 35\ 37\ 57\ 257\ 66\ 34\ 27\ 270\ 196\ 82\ 194\ 62\ 307\ 253\ 26\ 260\ 96\ 21\ 210\ 222\ 29\ 290\ 83\ 204\ 162\ 55\ 237\ 179\ 225\ 59\ 277\ 266\ 156\ 308\ 263\ 126\ 8\ 80\ 174\ 175\ 185\ 285\ 33\ 17\ 170\ 135\ 98\ 41\ 97\ 31\ 310\ 283\ 13\ 130\ 48\ 167\ 105\ 111\ 171\ 145\ 198\ 102\ 81\ 184\ 275\ 246\ 269\ 186\ 295\ 133\ 78\ 154\ 288\ 63\ 4\ 40\ 87\ 244\ 249\ 299\ 173\ 165\ 85\ 224\ 49\ 177\ 205\ 172\ 155\ 298\ 163\ 65\ 24\ 240\ 209\ 212\ 242\ 229\ 99\ 51\ 197\ 92\ 294\ 123\ 291\ 93\ 304\ 223\ 39\ 77\ 144\ 188\ 2\ 20\ 200\ 122\ 281\ 306\ 243\ 239\ 199\ 112\ 181\ 245\ 259\ 86\ 234\ 149\ 238\ 189\ 12\ 120\ 261\ 106\ 121\ 271\ 206\ 182\ 255\ 46\ 147\ 218\ 302\ 203\ 152\ 268\ 176\ 195\ 72\ 94\}$

$p = 313$ ve $g = 10$ için $W_2 = \{9\ 99\ 60\ 296\ 152\ 277\ 275\ 255\ 55\ 246\ 278\ 285\ 42\ 116\ 230\ 118\ 250\ 5\ 59\ 286\ 52\ 216\ 291\ 102\ 90\ 283\ 22\ 229\ 108\ 150\ 257\ 75\ 133\ 87\ 253\ 35\ 46\ 156\ 4\ 49\ 186\ 304\ 232\ 138\ 137\ 127\ 27\ 279\ 295\ 142\ 177\ 214\ 271\ 215\ 281\ 2\ 29\ 299\ 182\ 264\ 145\ 207\ 201\ 141\ 167\ 114\ 210\ 231\ 128\ 37\ 66\ 43\ 126\ 17\ 179\ 234\ 158\ 24\ 249\ 308\ 272\ 225\ 68\ 63\ 13\ 139\ 147\ 227\ 88\ 263\ 135\ 107\ 140\ 157\ 14\ 149\ 247\ 288\ 72\ 103\ 100\ 70\ 83\ 213\ 261\ 115\ 220\ 18\ 189\ 21\ 219\ 8\ 89\ 273\ 235\ 168\ 124\ 310\ 292\ 112\ 190\ 31\ 6\ 69\ 73\ 113\ 200\ 131\ 67\ 53\ 226\ 78\ 163\ 74\ 123\ 300\ 192\ 51\ 206\ 191\ 41\ 106\ 130\ 57\ 266\ 165\ 94\ 10\ 109\ 160\ 44\ 136\ 117\ 240\ 218\ 311\ 302\ 212\ 251\ 15\ 159\ 34\ 36\ 56\ 256\ 65\ 33\ 26\ 269\ 195\ 81\ 193\ 61\ 306\ 252\ 25\ 259\ 95\ 20\ 209\ 221\ 28\ 289\ 82\ 203\ 161\ 54\ 236\ 178\ 224\ 58\ 276\ 265\ 155\ 307\ 262\ 125\ 7\ 79\ 173\ 174\ 184\ 284\ 32\ 16\ 169\ 134\ 97\ 40\ 96\ 30\ 309\ 282\ 12\ 129\ 47\ 166\ 104\ 110\ 170\ 144\ 197\ 101\ 80\ 183\ 274\ 245\ 268\ 185\ 294\ 132\ 77\ 153\ 287\ 62\ 3\ 39\ 86\ 243\ 248\ 298\ 172\ 164\ 84\ 223\ 48\ 176\ 204\ 171\ 154\ 297\ 162\ 64\ 23\ 239\ 208\ 211\ 241\ 228\ 98\ 50\ 196\ 91\ 293\ 122\ 290\ 92\ 303\ 222\ 38\ 76\ 143\ 187\ 1\ 19\ 199\ 121\ 280\ 305\ 242\ 238\ 198\ 111\ 180\ 244\ 258\ 85\ 233\ 148\ 237\ 188\ 11\ 119\ 260\ 105\ 120\ 270\ 205\ 181\ 254\ 45\ 146\ 217\ 301\ 202\ 151\ 267\ 175\ 194\ 71\ 93\}$

EK-2. Lempel yöntemiyle $q = 293$ için oluşturulmuş Costas dizileri

$q = 293$ ve $\alpha = x + 291$ için $L_2 = \{146\ 11\ 67\ 184\ 192\ 89\ 107\ 112\ 211\ 172\ 2\ 213\ 243\ 54\ 134\ 282\ 202\ 209\ 143\ 25\ 66\ 149\ 74\ 240\ 20\ 212\ 158\ 115\ 78\ 91\ 44\ 128\ 215\ 288\ 64\ 259\ 96\ 68\ 275\ 266\ 287\ 180\ 58\ 31\ 274\ 185\ 132\ 102\ 208\ 164\ 71\ 222\ 60\ 14\ 280\ 283\ 104\ 43\ 177\ 53\ 160\ 103\ 203\ 35\ 113\ 21\ 3\ 38\ 129\ 268\ 51\ 76\ 110\ 23\ 94\ 72\ 256\ 29\ 237\ 252\ 236\ 225\ 247\ 279\ 201\ 163\ 196\ 123\ 6\ 253\ 30\ 190\ 125\ 75\ 218\ 37\ 214\ 179\ 188\ 251\ 226\ 48\ 62\ 57\ 189\ 238\ 7\ 258\ 182\ 73\ 169\ 8\ 65\ 167\ 28\ 224\ 228\ 140\ 121\ 276\ 119\ 130\ 88\ 152\ 93\ 221\ 198\ 32\ 69\ 122\ 234\ 47\ 248\ 15\ 136\ 135\ 281\ 162\ 232\ 118\ 267\ 216\ 19\ 171\ 156\ 1\ 157\ 173\ 22\ 220\ 272\ 124\ 239\ 170\ 290\ 145\ 147\ 27\ 261\ 61\ 249\ 138\ 86\ 50\ 217\ 241\ 114\ 174\ 111\ 154\ 144\ 10\ 148\ 168\ 257\ 254\ 59\ 199\ 98\ 42\ 204\ 109\ 219\ 4\ 46\ 278\ 230\ 99\ 105\ 92\ 271\ 5\ 235\ 227\ 263\ 87\ 269\ 127\ 178\ 244\ 85\ 17\ 63\ 181\ 255\ 223\ 262\ 49\ 18\ 289\ 9\ 26\ 12\ 97\ 33\ 142\ 165\ 95\ 183\ 150\ 126\ 52\ 206\ 116\ 82\ 101\ 194\ 117\ 286\ 187\ 245\ 139\ 264\ 131\ 193\ 81\ 79\ 106\ 153\ 24\ 166\ 260\ 13\ 200\ 231\ 285\ 83\ 133\ 161\ 284\ 100\ 80\ 90\ 176\ 205\ 77\ 175\ 108\ 36\ 242\ 159\ 207\ 195\ 233\ 277\ 40\ 141\ 70\ 197\ 273\ 191\ 151\ 270\ 45\ 39\ 120\ 265\ 186\ 84\ 55\ 137\ 16\ 56\ 250\ 246\ 229\ 41\ 34\ 210\ 155\ 291\}$

$q = 293$ ve $\alpha = x + 291$ için $L_3 = \{146\ 11\ 67\ 184\ 192\ 89\ 107\ 112\ 211\ 172\ 2\ 213\ 243\ 54\ 134\ 282\ 202\ 209\ 143\ 25\ 66\ 149\ 74\ 240\ 20\ 212\ 158\ 115\ 78\ 91\ 44\ 128\ 215\ 288\ 64\ 259\ 96\ 68\ 275\ 266\ 287\ 180\ 58\ 31\ 274\ 185\ 132\ 102\ 208\ 164\ 71\ 222\ 60\ 14\ 280\ 283\ 104\ 43\ 177\ 53\ 160\ 103\ 203\ 35\ 113\ 21\ 3\ 38\ 129\ 268\ 51\ 76\ 110\ 23\ 94\ 72\ 256\ 29\ 237\ 252\ 236\ 225\ 247\ 279\ 201\ 163\ 196\ 123\ 6\ 253\ 30\ 190\ 125\ 75\ 218\ 37\ 214\ 179\ 188\ 251\ 226\ 48\ 62\ 57\ 189\ 238\ 7\ 258\ 182\ 73\ 169\ 8\ 65\ 167\ 28\ 224\ 228\ 140\ 121\ 276\ 119\ 130\ 88\ 152\ 93\ 221\ 198\ 32\ 69\ 122\ 234\ 47\ 248\ 15\ 136\ 135\ 281\ 162\ 232\ 118\ 267\ 216\ 19\ 171\ 156\ 1\ 157\ 173\ 22\ 220\ 272\ 124\ 239\ 170\ 290\ 145\ 147\ 27\ 261\ 61\ 249\ 138\ 86\ 50\ 217\ 241\ 114\ 174\ 111\ 154\ 144\ 10\ 148\ 168\ 257\ 254\ 59\ 199\ 98\ 42\ 204\ 109\ 219\ 4\ 46\ 278\ 230\ 99\ 105\ 92\ 271\ 5\ 235\ 227\ 263\ 87\ 269\ 127\ 178\ 244\ 85\ 17\ 63\ 181\ 255\ 223\ 262\ 49\ 18\ 289\ 9\ 26\ 12\ 97\ 33\ 142\ 165\ 95\ 183\ 150\ 126\ 52\ 206\ 116\ 82\ 101\ 194\ 117\ 286\ 187\ 245\ 139\ 264\ 131\ 193\ 81\ 79\ 106\ 153\ 24\ 166\ 260\ 13\ 200\ 231\ 285\ 83\ 133\ 161\ 284\ 100\ 80\ 90\ 176\ 205\ 77\ 175\ 108\ 36\ 242\ 159\ 207\ 195\ 233\ 277\ 40\ 141\ 70\ 197\ 273\ 191\ 151\ 270\ 45\ 39\ 120\ 265\ 186\ 84\ 55\ 137\ 16\ 56\ 250\ 246\ 229\ 41\ 34\ 210\ 155\}$

EK-3. Golomb yöntemiyle $q = 271$ için oluşturulmuş Costas dizileri

$q = 271$ ve $\alpha = x + 2$ ve $\beta = \alpha^7$ için $G_2 = \{9\ 144\ 18\ 194\ 25\ 217\ 62\ 232\ 90\ 46\ 237\ 252\ 82\ 42\ 209\ 219\ 184\ 246\ 164\ 44\ 206\ 269\ 109\ 2\ 43\ 263\ 11\ 192\ 93\ 122\ 235\ 152\ 247\ 79\ 115\ 166\ 61\ 80\ 233\ 96\ 170\ 127\ 174\ 120\ 225\ 201\ 145\ 241\ 30\ 91\ 24\ 40\ 177\ 180\ 17\ 229\ 238\ 94\ 23\ 112\ 154\ 262\ 193\ 64\ 151\ 100\ 84\ 157\ 12\ 130\ 253\ 107\ 261\ 55\ 176\ 54\ 81\ 19\ 6\ 251\ 16\ 198\ 168\ 87\ 259\ 106\ 34\ 179\ 104\ 117\ 207\ 3\ 224\ 215\ 265\ 89\ 200\ 143\ 13\ 10\ 266\ 234\ 216\ 254\ 140\ 74\ 33\ 88\ 159\ 83\ 197\ 243\ 195\ 188\ 242\ 29\ 226\ 124\ 85\ 258\ 148\ 102\ 134\ 69\ 228\ 39\ 63\ 249\ 227\ 136\ 76\ 160\ 204\ 212\ 58\ 135\ 50\ 199\ 38\ 21\ 35\ 250\ 257\ 156\ 268\ 32\ 20\ 181\ 150\ 183\ 203\ 165\ 190\ 186\ 52\ 191\ 121\ 92\ 239\ 48\ 47\ 169\ 37\ 1\ 260\ 27\ 182\ 123\ 78\ 15\ 211\ 264\ 244\ 56\ 155\ 28\ 230\ 202\ 59\ 162\ 72\ 70\ 118\ 113\ 189\ 210\ 214\ 167\ 178\ 66\ 14\ 220\ 205\ 101\ 146\ 218\ 77\ 116\ 185\ 255\ 60\ 128\ 248\ 187\ 161\ 267\ 49\ 41\ 126\ 7\ 111\ 105\ 172\ 86\ 67\ 153\ 73\ 129\ 36\ 26\ 158\ 22\ 119\ 98\ 45\ 133\ 110\ 256\ 222\ 71\ 131\ 171\ 75\ 103\ 245\ 132\ 223\ 51\ 57\ 137\ 31\ 53\ 65\ 240\ 213\ 95\ 125\ 208\ 68\ 99\ 142\ 147\ 8\ 236\ 149\ 175\ 138\ 231\ 139\ 141\ 108\ 173\ 196\ 4\ 5\ 97\ 114\ 163\ 221\}$

$q = 271$ ve $\alpha = x + 20$ ve $\beta = \alpha^{133}$ için $G_3 = \{36\ 268\ 237\ 114\ 3\ 185\ 262\ 120\ 81\ 19\ 181\ 75\ 138\ 172\ 116\ 22\ 92\ 206\ 7\ 150\ 130\ 111\ 162\ 240\ 70\ 105\ 134\ 5\ 193\ 34\ 226\ 214\ 142\ 204\ 38\ 94\ 103\ 187\ 41\ 245\ 168\ 220\ 160\ 224\ 190\ 71\ 46\ 161\ 126\ 167\ 211\ 118\ 15\ 88\ 197\ 251\ 188\ 194\ 93\ 133\ 115\ 246\ 267\ 186\ 143\ 113\ 225\ 97\ 219\ 57\ 30\ 233\ 32\ 31\ 232\ 218\ 209\ 257\ 106\ 136\ 239\ 247\ 72\ 132\ 223\ 85\ 235\ 58\ 8\ 96\ 91\ 59\ 216\ 84\ 108\ 12\ 158\ 9\ 99\ 234\ 147\ 56\ 163\ 49\ 129\ 76\ 260\ 18\ 100\ 165\ 157\ 175\ 230\ 43\ 243\ 89\ 60\ 117\ 95\ 137\ 203\ 256\ 183\ 65\ 178\ 127\ 23\ 45\ 171\ 26\ 73\ 66\ 238\ 255\ 35\ 200\ 4\ 24\ 236\ 177\ 222\ 123\ 241\ 195\ 110\ 250\ 264\ 265\ 20\ 109\ 119\ 215\ 166\ 33\ 17\ 29\ 78\ 153\ 155\ 140\ 179\ 62\ 182\ 169\ 80\ 40\ 198\ 82\ 14\ 261\ 207\ 128\ 21\ 64\ 263\ 173\ 2\ 74\ 53\ 170\ 144\ 61\ 266\ 242\ 249\ 221\ 10\ 244\ 11\ 229\ 248\ 54\ 135\ 1\ 69\ 67\ 201\ 25\ 254\ 199\ 124\ 79\ 176\ 16\ 164\ 210\ 146\ 231\ 258\ 156\ 217\ 77\ 90\ 48\ 42\ 212\ 102\ 125\ 151\ 253\ 205\ 27\ 213\ 44\ 47\ 174\ 189\ 63\ 196\ 139\ 122\ 180\ 191\ 154\ 159\ 28\ 107\ 252\ 208\ 87\ 13\ 51\ 83\ 50\ 39\ 55\ 141\ 228\ 152\ 148\ 101\ 98\ 259\ 112\ 145\ 149\ 52\ 227\ 86\ 192\ 131\ 121\ 6\ 184\ 104\ 202\ 37\ 68\}$

EK-4. Taylor T_4 yöntemiyle $q = 241$ için oluşturulmuş Costas dizileri

$q = 241$ ve $\alpha = x + 52$ için $T_4 = \{10\ 207\ 49\ 21\ 183\ 115\ 85\ 118\ 121\ 1\ 208\ 147\ 224\ 162\ 36\ 82\ 190\ 24\ 168\ 88\ 4\ 69\ 203\ 18\ 65\ 222\ 217\ 161\ 153\ 32\ 42\ 30\ 178\ 41\ 105\ 15\ 110\ 198\ 57\ 151\ 34\ 31\ 81\ 99\ 126\ 185\ 86\ 131\ 3\ 148\ 219\ 154\ 180\ 106\ 77\ 231\ 39\ 213\ 104\ 91\ 76\ 113\ 137\ 84\ 25\ 130\ 123\ 209\ 22\ 95\ 167\ 187\ 132\ 210\ 225\ 61\ 55\ 171\ 150\ 155\ 43\ 16\ 234\ 64\ 7\ 47\ 145\ 20\ 223\ 94\ 60\ 102\ 141\ 90\ 70\ 159\ 200\ 152\ 44\ 179\ 215\ 92\ 160\ 59\ 35\ 54\ 194\ 134\ 226\ 37\ 195\ 212\ 62\ 142\ 6\ 204\ 236\ 8\ 237\ 206\ 9\ 146\ 67\ 218\ 202\ 45\ 235\ 144\ 205\ 66\ 48\ 73\ 175\ 108\ 232\ 197\ 63\ 172\ 221\ 181\ 93\ 114\ 166\ 128\ 87\ 122\ 12\ 50\ 176\ 79\ 40\ 98\ 29\ 52\ 80\ 193\ 189\ 211\ 96\ 103\ 28\ 14\ 177\ 233\ 214\ 143\ 71\ 19\ 174\ 182\ 78\ 138\ 192\ 169\ 133\ 149\ 163\ 33\ 100\ 53\ 140\ 170\ 5\ 220\ 46\ 216\ 72\ 201\ 157\ 17\ 199\ 173\ 156\ 107\ 111\ 229\ 136\ 38\ 191\ 97\ 188\ 125\ 23\ 116\ 129\ 120\ 2\ 11\ 68\ 74\ 158\ 112\ 58\ 165\ 101\ 186\ 27\ 124\ 51\ 184\ 139\ 26\ 89\ 13\ 75\ 109\ 230\ 228\ 196\ 227\ 56\ 135\ 164\ 83\ 127\ 117\ 119\}$

$q = 241$ ve $\alpha = x + 190$ için $T_4 = \{230\ 33\ 174\ 221\ 161\ 129\ 10\ 8\ 42\ 7\ 81\ 103\ 76\ 210\ 141\ 52\ 192\ 112\ 36\ 50\ 166\ 191\ 215\ 124\ 176\ 162\ 133\ 105\ 211\ 116\ 109\ 120\ 2\ 231\ 73\ 19\ 86\ 198\ 61\ 127\ 131\ 9\ 104\ 183\ 189\ 99\ 214\ 155\ 233\ 20\ 91\ 16\ 219\ 66\ 160\ 63\ 132\ 83\ 77\ 207\ 39\ 187\ 56\ 98\ 137\ 54\ 113\ 97\ 150\ 213\ 110\ 123\ 35\ 222\ 202\ 13\ 59\ 145\ 126\ 163\ 11\ 184\ 58\ 138\ 194\ 37\ 203\ 186\ 139\ 114\ 51\ 108\ 153\ 122\ 232\ 175\ 68\ 64\ 46\ 159\ 200\ 128\ 12\ 43\ 28\ 170\ 235\ 92\ 31\ 71\ 173\ 18\ 67\ 90\ 226\ 30\ 236\ 228\ 237\ 32\ 229\ 94\ 72\ 24\ 180\ 79\ 40\ 102\ 6\ 182\ 41\ 57\ 27\ 144\ 217\ 177\ 65\ 84\ 89\ 197\ 15\ 146\ 178\ 134\ 78\ 142\ 168\ 216\ 234\ 69\ 227\ 172\ 93\ 220\ 48\ 201\ 165\ 185\ 100\ 55\ 5\ 26\ 80\ 169\ 157\ 21\ 199\ 147\ 164\ 106\ 190\ 152\ 111\ 3\ 96\ 25\ 136\ 143\ 193\ 125\ 223\ 130\ 44\ 82\ 158\ 88\ 62\ 225\ 45\ 171\ 22\ 17\ 179\ 85\ 208\ 205\ 140\ 38\ 167\ 101\ 156\ 75\ 87\ 206\ 196\ 204\ 60\ 195\ 224\ 14\ 29\ 218\ 70\ 47\ 23\ 148\ 135\ 212\ 53\ 154\ 4\ 74\ 181\ 209\ 188\ 115\ 151\ 118\ 121\ 1\ 34\ 95\ 49\ 149\ 107\ 117\ 119\}$

EK-5. Golomb G_4^* ve G_5^* yöntemleriyle $q = 149$ için oluşturulmuş Costas dizileri

$q = 149$ ve $\alpha = x + 40$ ve $\beta = \alpha$ için $G_4^* = \{145\ 62\ 120\ 106\ 125\ 75\ 1\ 72\ 122\ 143\ 15\ 26\ 95\ 4\ 51\ 110\ 103\ 11\ 45\ 130\ 104\ 109\ 136\ 16\ 142\ 126\ 105\ 129\ 90\ 97\ 133\ 85\ 7\ 100\ 55\ 12\ 102\ 38\ 67\ 76\ 124\ 137\ 108\ 68\ 37\ 13\ 54\ 21\ 88\ 23\ 24\ 87\ 40\ 34\ 116\ 134\ 96\ 25\ 22\ 53\ 131\ 44\ 79\ 112\ 56\ 99\ 42\ 93\ 31\ 138\ 123\ 71\ 63\ 144\ 121\ 61\ 27\ 14\ 36\ 18\ 48\ 29\ 69\ 107\ 119\ 114\ 8\ 84\ 80\ 43\ 98\ 89\ 20\ 140\ 2\ 74\ 64\ 70\ 28\ 60\ 9\ 113\ 78\ 32\ 92\ 117\ 33\ 77\ 66\ 49\ 17\ 135\ 115\ 118\ 91\ 128\ 46\ 10\ 59\ 5\ 94\ 41\ 86\ 132\ 52\ 3\ 139\ 30\ 47\ 127\ 141\ 19\ 35\ 39\ 101\ 6\ 58\ 81\ 83\ 82\ 57\ 111\ 50\ 65\ 73\}$

$G_5^* = \{62\ 120\ 106\ 125\ 75\ 1\ 72\ 122\ 143\ 15\ 26\ 95\ 4\ 51\ 110\ 103\ 11\ 45\ 130\ 104\ 109\ 136\ 16\ 142\ 126\ 105\ 129\ 90\ 97\ 133\ 85\ 7\ 100\ 55\ 12\ 102\ 38\ 67\ 76\ 124\ 137\ 108\ 68\ 37\ 13\ 54\ 21\ 88\ 23\ 24\ 87\ 40\ 34\ 116\ 134\ 96\ 25\ 22\ 53\ 131\ 44\ 79\ 112\ 56\ 99\ 42\ 93\ 31\ 138\ 123\ 71\ 63\ 144\ 121\ 61\ 27\ 14\ 36\ 18\ 48\ 29\ 69\ 107\ 119\ 114\ 8\ 84\ 80\ 43\ 98\ 89\ 20\ 140\ 2\ 74\ 64\ 70\ 28\ 60\ 9\ 113\ 78\ 32\ 92\ 117\ 33\ 77\ 66\ 49\ 17\ 135\ 115\ 118\ 91\ 128\ 46\ 10\ 59\ 5\ 94\ 41\ 86\ 132\ 52\ 3\ 139\ 30\ 47\ 127\ 141\ 19\ 35\ 39\ 101\ 6\ 58\ 81\ 83\ 82\ 57\ 111\ 50\ 65\ 73\}$

$q = 149$ ve $\alpha = x + 108$ ve $\beta = \alpha$ için $G_4^* = \{145\ 6\ 94\ 125\ 13\ 119\ 135\ 32\ 86\ 100\ 117\ 17\ 35\ 45\ 77\ 10\ 23\ 110\ 79\ 131\ 92\ 47\ 58\ 49\ 50\ 57\ 11\ 76\ 98\ 81\ 127\ 68\ 103\ 106\ 53\ 132\ 78\ 44\ 37\ 133\ 52\ 121\ 66\ 89\ 61\ 18\ 116\ 128\ 80\ 109\ 142\ 14\ 124\ 59\ 46\ 34\ 64\ 140\ 136\ 118\ 99\ 75\ 1\ 72\ 96\ 143\ 108\ 38\ 43\ 82\ 97\ 71\ 7\ 144\ 95\ 5\ 39\ 107\ 102\ 62\ 88\ 137\ 139\ 138\ 87\ 31\ 122\ 51\ 48\ 91\ 28\ 114\ 104\ 67\ 120\ 12\ 56\ 29\ 90\ 65\ 33\ 134\ 36\ 16\ 20\ 26\ 3\ 83\ 42\ 21\ 15\ 141\ 63\ 101\ 85\ 112\ 54\ 105\ 113\ 84\ 2\ 74\ 8\ 70\ 40\ 4\ 25\ 129\ 115\ 27\ 19\ 60\ 123\ 30\ 55\ 111\ 22\ 41\ 69\ 126\ 93\ 130\ 24\ 9\ 73\}$

$G_5^* = \{6\ 94\ 125\ 13\ 119\ 135\ 32\ 86\ 100\ 117\ 17\ 35\ 45\ 77\ 10\ 23\ 110\ 79\ 131\ 92\ 47\ 58\ 49\ 50\ 57\ 11\ 76\ 98\ 81\ 127\ 68\ 103\ 106\ 53\ 132\ 78\ 44\ 37\ 133\ 52\ 121\ 66\ 89\ 61\ 18\ 116\ 128\ 80\ 109\ 142\ 14\ 124\ 59\ 46\ 34\ 64\ 140\ 136\ 118\ 99\ 75\ 1\ 72\ 96\ 143\ 108\ 38\ 43\ 82\ 97\ 71\ 7\ 144\ 95\ 5\ 39\ 107\ 102\ 62\ 88\ 137\ 139\ 138\ 87\ 31\ 122\ 51\ 48\ 91\ 28\ 114\ 104\ 67\ 120\ 12\ 56\ 29\ 90\ 65\ 33\ 134\ 36\ 16\ 20\ 26\ 3\ 83\ 42\ 21\ 15\ 141\ 63\ 101\ 85\ 112\ 54\ 105\ 113\ 84\ 2\ 74\ 8\ 70\ 40\ 4\ 25\ 129\ 115\ 27\ 19\ 60\ 123\ 30\ 55\ 111\ 22\ 41\ 69\ 126\ 93\ 130\ 24\ 9\ 73\}$

EK-6. Taylor T_1 ve T_0 yöntemleriyle oluşturulmuş $q = 47$ için bulunan Costas dizileri

$T_1 = \{19\ 12\ 10\ 24\ 16\ 29\ 9\ 8\ 4\ 22\ 3\ 26\ 32\ 36\ 6\ 21\ 38\ 2\ 27\ 17\ 11\ 39\ 5\ 40\ 13\ 20\ 31\ 7\ 44\ 28\ 14\ 45\ 42\ 37\ 15\ 35\ 18\ 23\ 25\ 46\ 34\ 43\ 30\ 33\ 41\ 1\}$

$T_1 = \{46\ 18\ 11\ 9\ 23\ 15\ 28\ 8\ 7\ 3\ 21\ 2\ 25\ 31\ 35\ 5\ 20\ 37\ 1\ 26\ 16\ 10\ 38\ 4\ 39\ 12\ 19\ 30\ 6\ 43\ 27\ 13\ 44\ 41\ 36\ 14\ 34\ 17\ 22\ 24\ 45\ 33\ 42\ 29\ 32\ 40\}$

$T_1 = \{28\ 35\ 37\ 23\ 31\ 18\ 38\ 39\ 43\ 25\ 44\ 21\ 15\ 11\ 41\ 26\ 9\ 45\ 20\ 30\ 36\ 8\ 42\ 7\ 34\ 27\ 16\ 40\ 3\ 19\ 33\ 2\ 5\ 10\ 32\ 12\ 29\ 24\ 22\ 1\ 13\ 4\ 17\ 14\ 6\ 46\}$

$T_1 = \{1\ 29\ 36\ 38\ 24\ 32\ 19\ 39\ 40\ 44\ 26\ 45\ 22\ 16\ 12\ 42\ 27\ 10\ 46\ 21\ 31\ 37\ 9\ 43\ 8\ 35\ 28\ 17\ 41\ 4\ 20\ 34\ 3\ 6\ 11\ 33\ 13\ 30\ 25\ 23\ 2\ 14\ 5\ 18\ 15\ 7\}$

$T_1 = \{7\ 15\ 18\ 5\ 14\ 2\ 23\ 25\ 30\ 13\ 33\ 11\ 6\ 3\ 34\ 20\ 4\ 41\ 17\ 28\ 35\ 8\ 43\ 9\ 37\ 31\ 21\ 46\ 10\ 27\ 42\ 12\ 16\ 22\ 45\ 26\ 44\ 40\ 39\ 19\ 32\ 24\ 38\ 36\ 29\ 1\}$

$T_1 = \{46\ 6\ 14\ 17\ 4\ 13\ 1\ 22\ 24\ 29\ 12\ 32\ 10\ 5\ 2\ 33\ 19\ 3\ 40\ 16\ 27\ 34\ 7\ 42\ 8\ 36\ 30\ 20\ 45\ 9\ 26\ 41\ 11\ 15\ 21\ 44\ 25\ 43\ 39\ 38\ 18\ 31\ 23\ 37\ 35\ 28\}$

$T_1 = \{40\ 32\ 29\ 42\ 33\ 45\ 24\ 22\ 17\ 34\ 14\ 36\ 41\ 44\ 13\ 27\ 43\ 6\ 30\ 19\ 12\ 39\ 4\ 38\ 10\ 16\ 26\ 1\ 37\ 20\ 5\ 35\ 31\ 25\ 2\ 21\ 3\ 7\ 8\ 28\ 15\ 23\ 9\ 11\ 18\ 46\}$

$T_1 = \{1\ 41\ 33\ 30\ 43\ 34\ 46\ 25\ 23\ 18\ 35\ 15\ 37\ 42\ 45\ 14\ 28\ 44\ 7\ 31\ 20\ 13\ 40\ 5\ 39\ 11\ 17\ 27\ 2\ 38\ 21\ 6\ 36\ 32\ 26\ 3\ 22\ 4\ 8\ 9\ 29\ 16\ 24\ 10\ 12\ 19\}$

$T_0 = \{47\ 19\ 12\ 10\ 24\ 16\ 29\ 9\ 8\ 4\ 22\ 3\ 26\ 32\ 36\ 6\ 21\ 38\ 2\ 27\ 17\ 11\ 39\ 5\ 40\ 13\ 20\ 31\ 7\ 44\ 28\ 14\ 45\ 42\ 37\ 15\ 35\ 18\ 23\ 25\ 46\ 34\ 43\ 30\ 33\ 41\ 1\}$

$T_0 = \{1\ 29\ 36\ 38\ 24\ 32\ 19\ 39\ 40\ 44\ 26\ 45\ 22\ 16\ 12\ 42\ 27\ 10\ 46\ 21\ 31\ 37\ 9\ 43\ 8\ 35\ 28\ 17\ 41\ 4\ 20\ 34\ 3\ 6\ 11\ 33\ 13\ 30\ 25\ 23\ 2\ 14\ 5\ 18\ 15\ 7\ 47\}$

$T_0 = \{47\ 7\ 15\ 18\ 5\ 14\ 2\ 23\ 25\ 30\ 13\ 33\ 11\ 6\ 3\ 34\ 20\ 4\ 41\ 17\ 28\ 35\ 8\ 43\ 9\ 37\ 31\ 21\ 46\ 10\ 27\ 42\ 12\ 16\ 22\ 45\ 26\ 44\ 40\ 39\ 19\ 32\ 24\ 38\ 36\ 29\ 1\}$

$T_0 = \{1\ 41\ 33\ 30\ 43\ 34\ 46\ 25\ 23\ 18\ 35\ 15\ 37\ 42\ 45\ 14\ 28\ 44\ 7\ 31\ 20\ 13\ 40\ 5\ 39\ 11\ 17\ 27\ 2\ 38\ 21\ 6\ 36\ 32\ 26\ 3\ 22\ 4\ 8\ 9\ 29\ 16\ 24\ 10\ 12\ 19\ 47\}$

EK-7. Golomb yöntemiyle $q=101$ için oluşturulmuş Costas dizilerine ait çokbiçimliler

$G_2 = \{73\ 23\ 46\ 31\ 94\ 49\ 87\ 41\ 51\ 72\ 47\ 79\ 7\ 76\ 54\ 70\ 66\ 91\ 67\ 53\ 71\ 16\ 36\ 84\ 21\ 82\ 65\ 38\ 15\ 18\ 61\ 27\ 80\ 85\ 59\ 24\ 4\ 1\ 32\ 11\ 37\ 93\ 20\ 28\ 43\ 42\ 2\ 74\ 83\ 17\ 50\ 8\ 3\ 10\ 78\ 30\ 89\ 29\ 40\ 81\ 69\ 5\ 75\ 62\ 64\ 57\ 19\ 33\ 34\ 58\ 22\ 12\ 6\ 90\ 96\ 26\ 45\ 92\ 14\ 63\ 44\ 35\ 77\ 48\ 99\ 88\ 86\ 25\ 60\ 52\ 98\ 55\ 68\ 97\ 9\ 13\ 95\ 39\ 56\}$

Çokbiçimli 1 = $\{62\ 53\ 47\ 63\ 38\ 27\ 87\ 48\ 5\ 46\ 60\ 28\ 4\ 21\ 71\ 78\ 50\ 70\ 33\ 57\ 75\ 29\ 98\ 64\ 12\ 24\ 68\ 56\ 42\ 44\ 96\ 61\ 32\ 31\ 18\ 77\ 59\ 72\ 2\ 41\ 92\ 54\ 55\ 19\ 23\ 97\ 89\ 16\ 94\ 49\ 91\ 10\ 80\ 85\ 8\ 1\ 34\ 30\ 65\ 11\ 69\ 36\ 20\ 35\ 73\ 83\ 81\ 7\ 39\ 84\ 79\ 90\ 99\ 52\ 37\ 86\ 17\ 45\ 88\ 67\ 40\ 74\ 51\ 76\ 66\ 13\ 93\ 14\ 43\ 26\ 82\ 22\ 58\ 95\ 3\ 25\ 6\ 9\ 15\}$

Çokbiçimli 2 = $\{44\ 61\ 5\ 87\ 91\ 3\ 32\ 45\ 2\ 48\ 40\ 75\ 14\ 12\ 1\ 52\ 23\ 65\ 56\ 37\ 86\ 8\ 55\ 74\ 4\ 10\ 94\ 88\ 78\ 42\ 66\ 67\ 81\ 43\ 36\ 38\ 25\ 95\ 31\ 19\ 60\ 71\ 11\ 70\ 22\ 90\ 97\ 92\ 50\ 83\ 17\ 26\ 98\ 58\ 57\ 72\ 80\ 7\ 63\ 89\ 68\ 99\ 96\ 76\ 41\ 15\ 20\ 73\ 39\ 82\ 85\ 62\ 35\ 18\ 79\ 16\ 64\ 84\ 29\ 47\ 33\ 9\ 34\ 30\ 46\ 24\ 93\ 21\ 53\ 28\ 49\ 59\ 13\ 51\ 6\ 69\ 54\ 77\ 27\}$

Çokbiçimli 3 = $\{85\ 91\ 94\ 75\ 97\ 5\ 42\ 78\ 18\ 74\ 57\ 86\ 7\ 87\ 34\ 24\ 49\ 26\ 60\ 33\ 12\ 55\ 83\ 14\ 63\ 48\ 1\ 10\ 21\ 16\ 61\ 93\ 19\ 17\ 27\ 65\ 80\ 64\ 31\ 89\ 35\ 70\ 66\ 99\ 92\ 15\ 20\ 90\ 9\ 51\ 6\ 84\ 11\ 3\ 77\ 81\ 45\ 46\ 8\ 59\ 98\ 28\ 41\ 23\ 82\ 69\ 68\ 39\ 4\ 56\ 58\ 44\ 32\ 76\ 88\ 36\ 2\ 71\ 25\ 43\ 67\ 30\ 50\ 22\ 29\ 79\ 96\ 72\ 40\ 54\ 95\ 52\ 13\ 73\ 62\ 37\ 53\ 47\ 38\}$

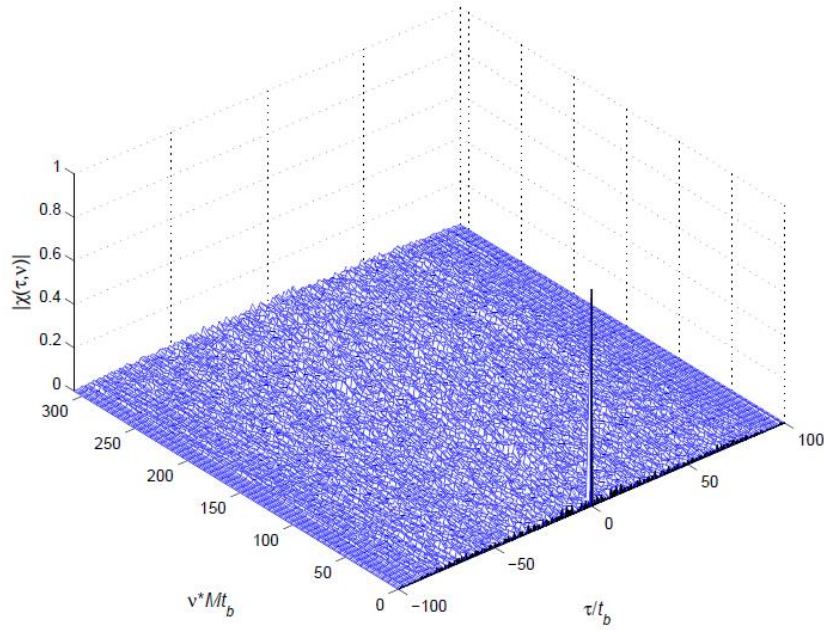
Çokbiçimli 4 = $\{38\ 47\ 53\ 37\ 62\ 73\ 13\ 52\ 95\ 54\ 40\ 72\ 96\ 79\ 29\ 22\ 50\ 30\ 67\ 43\ 25\ 71\ 2\ 36\ 88\ 76\ 32\ 44\ 58\ 56\ 4\ 39\ 68\ 69\ 82\ 23\ 41\ 28\ 98\ 59\ 8\ 46\ 45\ 81\ 77\ 3\ 11\ 84\ 6\ 51\ 9\ 90\ 20\ 15\ 92\ 99\ 66\ 70\ 35\ 89\ 31\ 64\ 80\ 65\ 27\ 17\ 19\ 93\ 61\ 16\ 21\ 10\ 1\ 48\ 63\ 14\ 83\ 55\ 12\ 33\ 60\ 26\ 49\ 24\ 34\ 87\ 7\ 86\ 57\ 74\ 18\ 78\ 42\ 5\ 97\ 75\ 94\ 91\ 85\}$

Çokbiçimli 5 = $\{27\ 77\ 54\ 69\ 6\ 51\ 13\ 59\ 49\ 28\ 53\ 21\ 93\ 24\ 46\ 30\ 34\ 9\ 33\ 47\ 29\ 84\ 64\ 16\ 79\ 18\ 35\ 62\ 85\ 82\ 39\ 73\ 20\ 15\ 41\ 76\ 96\ 99\ 68\ 89\ 63\ 7\ 80\ 72\ 57\ 58\ 98\ 26\ 17\ 83\ 50\ 92\ 97\ 90\ 22\ 70\ 11\ 71\ 60\ 19\ 31\ 95\ 25\ 38\ 36\ 43\ 81\ 67\ 66\ 42\ 78\ 88\ 94\ 10\ 4\ 74\ 55\ 8\ 86\ 37\ 56\ 65\ 23\ 52\ 1\ 12\ 14\ 75\ 40\ 48\ 2\ 45\ 32\ 3\ 91\ 87\ 5\ 61\ 44\}$

Çokbiçimli 6 = $\{15\ 9\ 6\ 25\ 3\ 95\ 58\ 22\ 82\ 26\ 43\ 14\ 93\ 13\ 66\ 76\ 51\ 74\ 40\ 67\ 88\ 45\ 17\ 86\ 37\ 52\ 99\ 90\ 79\ 84\ 39\ 7\ 81\ 83\ 73\ 35\ 20\ 36\ 69\ 11\ 65\ 30\ 34\ 1\ 8\ 85\ 80\ 10\ 91\ 49\ 94\ 16\ 89\ 97\ 23\ 19\ 55\ 54\ 92\ 41\ 2\ 72\ 59\ 77\ 18\ 31\ 32\ 61\ 96\ 44\ 42\ 56\ 68\ 24\ 12\ 64\ 98\ 29\ 75\ 57\ 33\ 70\ 50\ 78\ 71\ 21\ 4\ 28\ 60\ 46\ 5\ 48\ 87\ 27\ 38\ 63\ 47\ 53\ 62\}$

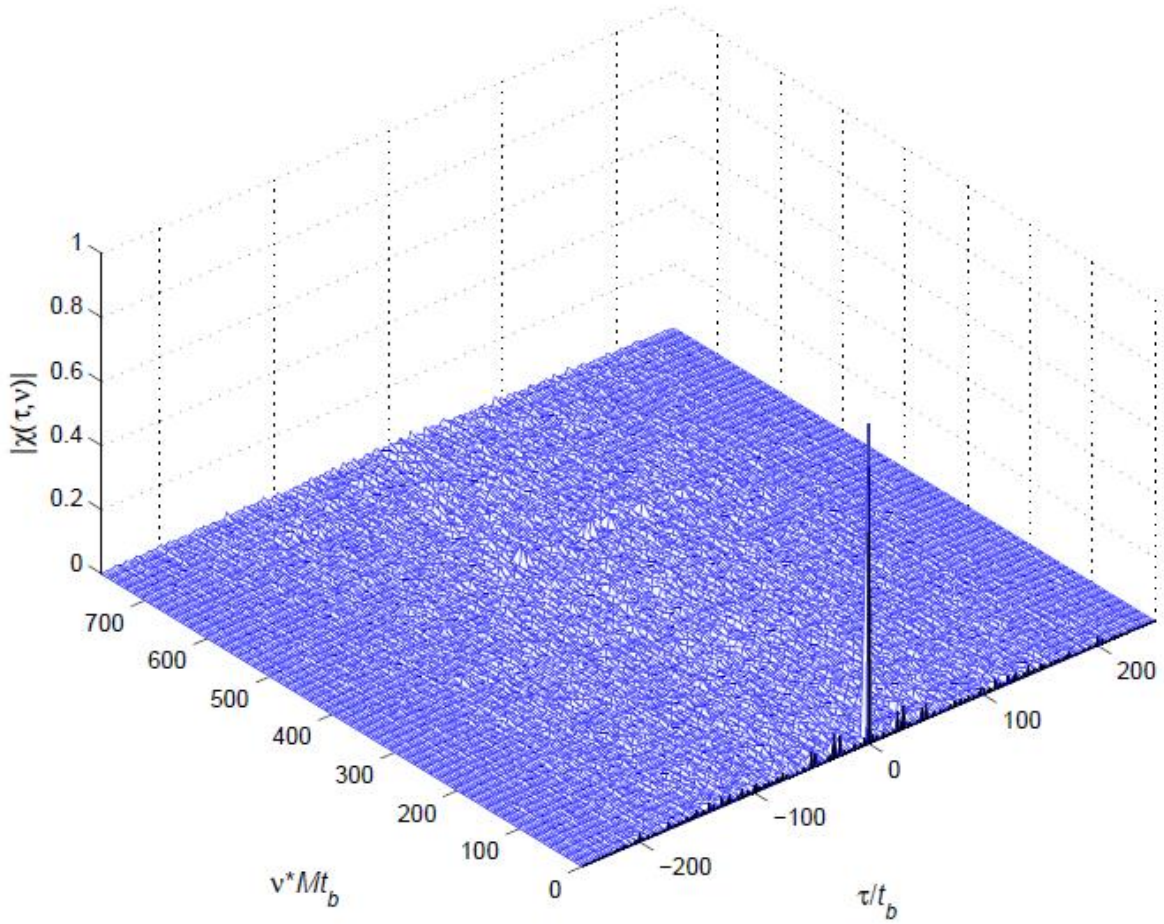
Çokbiçimli 7 = $\{56\ 39\ 95\ 13\ 9\ 97\ 68\ 55\ 98\ 52\ 60\ 25\ 86\ 88\ 99\ 48\ 77\ 35\ 44\ 63\ 14\ 92\ 45\ 26\ 96\ 90\ 6\ 12\ 22\ 58\ 34\ 33\ 19\ 57\ 64\ 62\ 75\ 5\ 69\ 81\ 40\ 29\ 89\ 30\ 78\ 10\ 3\ 8\ 50\ 17\ 83\ 74\ 2\ 42\ 43\ 28\ 20\ 93\ 37\ 11\ 32\ 1\ 4\ 24\ 59\ 85\ 80\ 27\ 61\ 18\ 15\ 38\ 65\ 82\ 21\ 84\ 36\ 16\ 71\ 53\ 67\ 91\ 66\ 70\ 54\ 76\ 7\ 79\ 47\ 72\ 51\ 41\ 87\ 49\ 94\ 31\ 46\ 23\ 73\}$

EK-8. 100'üncü dereceden Costas dizisi ile oluşturulmuş radar sinyaline ait belirsizlik diyagramı



Şekil 8.1. $G_3 = \{23\ 28\ 79\ 77\ 39\ 57\ 73\ 62\ 40\ 61\ 75\ 72\ 87\ 20\ 5\ 84\ 6\ 42\ 89\ 63\ 14\ 76\ 4\ 13\ 12\ 68\ 7\ 93\ 17\ 59\ 50\ 100\ 88\ 70\ 65\ 31\ 94\ 24\ 91\ 26\ 66\ 97\ 34\ 83\ 53\ 25\ 85\ 71\ 81\ 49\ 22\ 55\ 10\ 95\ 64\ 35\ 29\ 33\ 45\ 48\ 54\ 30\ 41\ 21\ 98\ 44\ 3\ 58\ 51\ 1\ 2\ 19\ 78\ 80\ 67\ 9\ 43\ 56\ 37\ 27\ 96\ 92\ 99\ 16\ 82\ 38\ 46\ 74\ 18\ 47\ 69\ 32\ 86\ 11\ 36\ 15\ 60\ 52\ 90\ 8\}$ Costas dizisi ile oluşturulmuş FSK YOD radar sinyaline ait belirsizlik diyagramı

EK-9. 250'nci derece Costas dizisi ile oluşturulmuş radar sinyaline ait belirsizlik diyagramı



Şekil 9.1. $W1 = \{1\ 6\ 36\ 216\ 41\ 246\ 221\ 71\ 175\ 46\ 25\ 150\ 147\ 129\ 21\ 126\ 3\ 18\ 108\ 146\ 123\ 236\ 161\ 213\ 23\ 138\ 75\ 199\ 190\ 136\ 63\ 127\ 9\ 54\ 73\ 187\ 118\ 206\ 232\ 137\ 69\ 163\ 225\ 95\ 68\ 157\ 189\ 130\ 27\ 162\ 219\ 59\ 103\ 116\ 194\ 160\ 207\ 238\ 173\ 34\ 204\ 220\ 65\ 139\ 81\ 235\ 155\ 177\ 58\ 97\ 80\ 229\ 119\ 212\ 17\ 102\ 110\ 158\ 195\ 166\ 243\ 203\ 214\ 29\ 174\ 40\ 240\ 185\ 106\ 134\ 51\ 55\ 79\ 223\ 83\ 247\ 227\ 107\ 140\ 87\ 20\ 120\ 218\ 53\ 67\ 151\ 153\ 165\ 237\ 167\ 249\ 239\ 179\ 70\ 169\ 10\ 60\ 109\ 152\ 159\ 201\ 202\ 208\ 244\ 209\ 250\ 245\ 215\ 35\ 210\ 5\ 30\ 180\ 76\ 205\ 226\ 101\ 104\ 122\ 230\ 125\ 248\ 233\ 143\ 105\ 128\ 15\ 90\ 38\ 228\ 113\ 176\ 52\ 61\ 115\ 188\ 124\ 242\ 197\ 178\ 64\ 133\ 45\ 19\ 114\ 182\ 88\ 26\ 156\ 183\ 94\ 62\ 121\ 224\ 89\ 32\ 192\ 148\ 135\ 57\ 91\ 44\ 13\ 78\ 217\ 47\ 31\ 186\ 112\ 170\ 16\ 96\ 74\ 193\ 154\ 171\ 22\ 132\ 39\ 234\ 149\ 141\ 93\ 56\ 85\ 8\ 48\ 37\ 222\ 77\ 211\ 11\ 66\ 145\ 117\ 200\ 196\ 172\ 28\ 168\ 4\ 24\ 144\ 111\ 164\ 231\ 131\ 33\ 198\ 184\ 100\ 98\ 86\ 14\ 84\ 2\ 12\ 72\ 181\ 82\ 241\ 191\ 142\ 99\ 92\ 50\ 49\ 43\ 7\ 42\}$ Costas dizisi ile oluşturulmuş FSK YOD radar sinyaline ait belirsizlik diyagramı

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı : GÜLEÇ, Fatih
Uyruğu : T.C.
Doğum tarihi ve yeri : 01.03.1984, İzmir
Medeni hali : Evli
Telefon : 0 (533) 137 46 12
Faks : -
E-mail : fatihgulec66@gmail.com



Eğitim

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet tarihi
Yüksek lisans	Gazi Üniversitesi/Elektrik-Elektronik Müh. Devam Ediyor	
Lisans	Gazi Üniversitesi/Elektrik-Elektronik Müh.	2007
Lise	Maltepe Askeri Lisesi	2003

İş Deneyimi

Yıl	Yer	Görev
2007- 2014	TSK	Proje Mühendisi

Yabancı Dil

İngilizce

Yayımlar

-

Hobiler

Yüzme, Gitar, Seyahat.



GAZİ GELECEKTİR..