**T.C.**
**NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ**
**EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**
**ORTAÖĞRETİM FEN ve MATEMATİK ALANLAR EĞİTİMİ ANABİLİM DALI**
**MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI**

# ÜST DÜZEY MATEMATİKSEL DÜŞÜNME SÜREÇLERİNİN SORGULAYICI PROBLEM ÇÖZME ve ÖĞRENME MODELİNE GÖRE TASARLANMIŞ ÇALIŞMA YAPRAKLARI YARDIMIYLA İNCELENMESİ

**Sema COŞKUN**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Danışman**
**Prof. Dr. Halil ARDAHAN**

**Konya-2012**

**T.C.**
**NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ**
**EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**
**ORTAÖĞRETİM FEN ve MATEMATİK ALANLAR EĞİTİMİ ANABİLİM DALI**
**MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI**

# ÜST DÜZEY MATEMATİKSEL DÜŞÜNME SÜREÇLERİNİN SORGULAYICI PROBLEM ÇÖZME ve ÖĞRENME MODELİNE GÖRE TASARLANMIŞ ÇALIŞMA YAPRAKLARI YARDIMIYLA İNCELENMESİ

**Sema COŞKUN**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Danışman**
**Prof. Dr. Halil ARDAHAN**

**Konya-2012**

**T.C.**

**NECMETTİN ERBAKAN**
**ÜNİVERSİTESİ**
**Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü**

**BİLİMSEL ETİK SAYFASI**

| | | |
|---|---|---|
| Öğrencinin | Adı Soyadı | Sema COŞKUN |
| | Numarası | 105202032006 |
| | Ana Bilim / Bilim Dalı | Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Anabilim Dalı / Matematik Eğitimi Bilim Dalı |
| | Programı | Tezli Yüksek Lisans ■ Doktora □ |
| | Tezin Adı | Üst Düzey Matematiksel Düşünme Süreçlerinin Sorgulayıcı Problem Çözme ve Öğrenme Modeline Göre Tasarlanmış Çalışma Yaprakları Yardımıyla İncelenmesi |

Bu tezin proje safhasından sonuçlanmasına kadarki bütün süreçlerde bilimsel etiğe ve akademik kurallara özenle riayet edildiğini, tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda bilimsel kurallara uygun olarak atıf yapıldığını bildiririm.

Öğrencinin imzası
(İmza)

**T.C.**

**NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ**

**Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü**

YÜKSEK LİSANS TEZİ KABUL FORMU

| | | |
|---|---|---|
| Öğrencinin | Adı Soyadı | Sema COŞKUN |
| | Numarası | 105202032006 |
| | Ana Bilim / Bilim Dalı | Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Anabilim Dalı / Matematik Eğitimi Bilim Dalı |
| | Programı | Tezli Yüksek Lisans |
| | Tez Danışmanı | Prof. Dr. Halil ARDAHAN |
| | Tezin Adı | Üst Düzey Matematiksel Düşünme Süreçlerinin Sorgulayıcı Problem Çözme ve Öğrenme Modeline Göre Tasarlanmış Çalışma Yaprakları Yardımıyla İncelenmesi |

Yukarıda adı geçen öğrenci tarafından hazırlanan **"ÜST DÜZEY MATEMATİKSEL DÜŞÜNME SÜREÇLERİNİN SORGULAYICI PROBLEM ÇÖZME ve ÖĞRENME MODELİNE GÖRE TASARLANMIŞ ÇALIŞMA YAPRAKLARI YARDIMIYLA İNCELENMESİ"** başlıklı bu çalışma ..30../..05../.2012 tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda oybirliği/~~oyçokluğu~~ ile başarılı bulunarak, jürimiz tarafından yüksek lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

| Unvanı, Adı Soyadı | Danışman ve Üyeler | İmza |
|---|---|---|
| Prof. Dr. Halil ARDAHAN | Danışman | |
| Doç. Dr. Sebahattin İKİKARDEŞ | Üye | |
| Yrd. Doç. Dr. Ahmet ERDOĞAN | Üye | |

# ÖNSÖZ

Matematiksel düşünme, matematiği anlamayı ve öğrenmeyi etkileyen önemli bir süreçtir. Bu sebeple matematik öğretirken öğrencilerin matematiksel düşünmelerini sağlayan eğitim ortamları, etkinlikler ve materyaller tasarlamak gerekmektedir. Bizler öğretmen olarak, öğrencilere matematiksel düşünmeleri için fırsat veren bir eğitimi planlamalıyız. Bu amaçla da, araştırmacı ve çalışkan olmamız gerekmektedir. Eğitim hayatım boyunca bana yol gösterici olduğuna inandığım ve henüz yolun başında olduğum akademik hayatımda da bana rehber olacağına inandığım sözü paylaşmayı uygun buluyorum.

Hiçbir şeye ihtiyacımız yok, yalnız bir şeye ihtiyacımız vardır; çalışkan olmak!

M. Kemal ATATÜRK

# TEŞEKKÜR

Araştırma sürecine başlangıç aşamasında değerli görüş ve önerileriyle bana yol gösteren hocam Sayın Yrd. Doç. Dr. Gözde AKYÜZ'e teşekkürlerimi sunuyorum.

Akademik hayatımın başlangıcından itibaren bir araştırmacı olarak bilimsel bir vizyon kazanmamı sağladığı için, aynı zamanda çalışmanın geliştirilmesi ve tamamlanması süreçlerinde gösterdiği titizlik ve özveriden dolayı danışman hocam Sayın Prof. Dr. Halil ARDAHAN'a sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum.

Son olarak da zor zamanlarımda yanımda olan ve varlıkları ile bana güç veren annem Şükran COŞKUN, babam Suat COŞKUN, kardeşim Seher COŞKUN, ağabeyim Sedat COŞKUN ve eşi Özge DURMAZ COŞKUN'a teşekkürlerimi sunuyorum.

**Konya, 2012** **Sema COŞKUN**

**T.C.**

**NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ**

**Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü**

| Öğrencinin | | |
|---|---|---|
| | Adı Soyadı | Sema COŞKUN |
| | Numarası | 105202032006 |
| | Ana Bilim / Bilim Dalı | Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Anabilim Dalı / Matematik Eğitimi Bilim Dalı |
| | Programı | Tezli Yüksek Lisans ■ Doktora □ |
| | Tez Danışmanı | Prof. Dr. Halil ARDAHAN |
| | Tezin Adı | Üst Düzey Matematiksel Düşünme Süreçlerinin Sorgulayıcı Problem Çözme ve Öğrenme Modeline Göre Tasarlanmış Çalışma Yaprakları Yardımıyla İncelenmesi |

## ÖZET


Bu araştırmanın amacı, matematik öğretmen adaylarının üst düzey matematiksel düşünme süreçlerinin ne düzeyde gerçekleştiğini belirlemektir. Bu amaçla üst düzey matematiksel düşünme süreçleri SPÇÖ modeline göre tasarlanmış çalışma yaprakları yardımıyla incelenmiştir.

Araştırma hem nitel hem de nicel yöntemlerin bir arada kullanıldığı karma bir desene sahiptir. Öğretmen adaylarının üst düzey matematiksel düşünme süreçlerinin ne düzeyde gerçekleştiğini belirlemek için nitel durum çalışması deseni benimsenmiştir. Aynı zamanda çalışma yapraklarının üst düzey matematiksel düşünme süreçlerine etkisine ilişkin öğretmen adaylarının görüşleri tek grup öntest-sontest deneysel desen yardımıyla belirlenmiştir. Araştırmanın örneklemi, çalışma grubunda yer alan 42 matematik öğretmen adayından oluşmaktadır. Örneklemde yer alan 22 öğretmen adayı ortaöğretim matematik eğitimi anabilim dalında, 20 öğretmen adayı ise ilköğretim matematik eğitimi anabilim dalında öğrenim görmektedir. Veriler ÇYA ve SÖPÇ modeline göre tasarlanmış çalışma yaprakları yardımıyla elde edilmiştir. Çalışma yapraklarından elde edilen nitel veriler

araştırmacı tarafından oluşturulan dereceli puanlama anahtarına göre değerlendirilmiştir. Elde edilen tüm veriler SPSS 16 paket programıyla analiz edilmiştir.

Araştırmanın sonucunda öğretmen adaylarının üst düzey matematiksel düşünme süreçlerini yüksek düzeyde gerçekleştirmede en başarılı oldukları sürecin genelleme süreci olduğu görülmüştür. Sentezleme ve soyutlama süreçlerinin yüksek düzeyde gerçekleştirilmesinde ise sorun yaşadıkları gözlenmiştir. Genel manada SPÇÖ modelinin üst düzey matematiksel düşünmeyi destekler nitelikte olduğu sonucu elde edilmiştir.

SPÇÖ modeli bilgi oluşturma, problem çözme ve öğrenme süreçlerini içeren holistik ve heuristik bir modeldir. Modelin, anlamlı ve kalıcı öğrenmenin amaçlandığı aktif öğrenme ortamlarında ihtiyaç duyulan materyallerin tasarımında kullanılması önerilmektedir.

**Anahtar Kelimeler:** Üst düzey matematiksel düşünme, Sorgulayıcı problem çözme ve öğrenme modeli, Çalışma yaprakları

**T.C.**

**NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ**
**Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü**

| Student's | | |
|---|---|---|
| | Name Surname | Sema COŞKUN |
| | Number | 105202032006 |
| | Department / Division | Department of Secondary Science and Mathematics Education / Division of Mathematics Education |
| | Programme | Master of Science ■ Doctor of Philosophy □ |
| | Supervisor | Prof. Dr. Halil ARDAHAN |
| | Name of Thesis | Investigation of Advanced Mathematical Thinking Processes With Worksheets Designed by Inquiry Problem Solving and Learning Model |

## SUMMARY


The purpose of the study is to determine the level of advanced mathematical thinking processes accomplished by prospective mathematics teachers (PMTs). For this purpose, advanced mathematical thinking processes was investigated with worksheets designed by Inquiry Problem Solving and Learning (IPSL) model.

The study has mixed research design which includes both qualitative and quantitative methods. Case study design was adopted in order to determine the level of advanced mathematical thinking processes accomplished by PMTs. At the same time, views of PMTs regarding to the effect of worksheets designed by IPSL model on advanced mathematical thinking processes was determined via Pre-experimental one group pretest-posttest research design. The sample of the study consisted of 42 PMTs as participants of the study group. 22 of them was enrolled in department of secondary mathematics education and 20 of them was enrolled in department of elementary mathematics education. The data of the study was collected with Worksheets Questionnaire and worksheets designed by IPSL model. The qualitative data gathered from worksheets was evaulated with respect to the rubric which was prepared by the researcher. In order to analyze all the data SPSS 16 statistical programme was used.

As a result of the study, it was observed that generalization was the most accomplished process by PMTs at a higher level and they had some difficulties related to synthesizing and abstraction processes at a higher level. More generally, it was seen that IPSL is a model which has properties to support the accomplishment of advanced mathematical thinking processes.

IPSL is a heuristic and holistic model which includes mathematical knowledge construction, problem solving and learning processes. It is suggested that the model is proper for designing materials which is needed for active learning environments in order to achieve meaningful and permanent learning.

**Keywords:** Advanced mathematical thinking, Inquiry problem solving and learning model, Worksheets

# TANIMLAR

**SPÇÖ modeli:** Matematiksel bilgi oluşturma, problem çözme ve öğrenme süreçlerini ardışık beş kritik adımla açıklayan holistik ve heuristik bir modeldir.

**Matematiksel Düşünme:** Bir olguyu, bir olayı, bir düşünceyi ve nitel veya nicel değişmeleri matematik objelerle, matematik dili ile, matematik sembollerle, bir bağıntı ya da bir fonksiyon ile, bir örüntü ile, bir matematik model ile bilişsel olarak ifade etme, açıklama, yorumlama ve tahmin etmeye dayalı akıl yürütme yetisidir ve geliştirilebilir (H. Ardahan ile kişisel iletişim, 2010).

**KISALTMALAR**

**AÇTÇY :** Ardışık Çarpımların Toplamı Çalışma Yaprağı

**ÇYA :** Çalışma Yaprakları Anketi

**ÇÜAÇY :** Çoklu Üçgen Alanı Çalışma Yaprağı

**EEÇY :** EBOB-EKOK Çalışma Yaprağı

**IPLS :** Inquiry Problem Solving and Learning

**N :** Öğrenci Sayısı

**p :** İstatistiksel Anlamlılık Düzeyi

**PYÇY :** Pick Yasası Çalışma Yaprağı

**SPÇÖ :** Sorgulayıcı Problem Çözme ve Öğrenme

**sd :** Serbestlik Derecesi

**ss :** Standart Sapma

**t :** t-puanı

**f :** Frekans

$\overline{X}$ : Aritmetik Ortalama

**TABLOLAR LİSTESİ**

## ŞEKİLLER LİSTESİ

## İÇİNDEKİLER

Sayfa No

# BİRİNCİ BÖLÜM

# GİRİŞ

Araştırma beş bölümden oluşmaktadır.

Birinci bölümde araştırma konusunun belirlenmesinden, çalışmanın son şeklini almasına kadar geçen akademik sürece değinilmektedir. Araştırmanın genel hatları; problem durumu, araştırmanın amacı ve önemi, problem cümlesi ve alt problemler, sayıltılar, sınırlılıklar sunulmaktadır.

İkinci bölümde, araştırma konusuna ilişkin literatürde yer alan yayın ve araştırmalar yer almaktadır.

Üçüncü bölümde araştırmanın yöntemi yer almaktadır. Araştırma deseni, çalışma grubu, veri toplama yöntemleri, veri toplama araçlarının geliştirilmesi süreci, uygulama süreci ve veri analiz teknikleri belirtilmektedir.

Dördüncü bölümde araştırmanın bulguları ve yorumları yer almaktadır.

Beşinci bölümde, dördüncü bölümde sunulan araştırma bulguları toplu olarak değerlendirilmekte ve bu değerlendirmeler sonucunda önerilerde bulunulmaktadır.

## 1.1 Matematiksel Düşünme

Düşünme bilişsel psikolojinin gelişimi ile birlikte yeniden popülerlik kazanmış ve çeşitli araştırmaların konusu haline gelmiştir. Bilişsel psikologlar düşünmeyi, problem çözme, imgeleme, akıl yürütme, soyutlama ve yargılamanın zihinsel niteliklerinin kompleks etkileşimi ile bilginin dönüşümü sayesinde oluşmuş, yeni bir zihinsel temsil süreci olarak tanımlamaktadırlar (Solso vd., 2010:500). Bu tanımdan hareketle bilişsel psikolojinin bakış açısı ile düşünmeyi öğrenme ile özdeşleştirebiliriz. Öyle ki, her iki süreç sonucunda da yeni bir bilginin keşfi söz konusudur. O halde düşünmeyi özel olarak matematiksel olay ve problemler bağlamında ele aldığımızda matematiksel düşünmenin varlığını ortaya koymuş oluruz. Matematiksel düşünme sürecinin sonucunda ise yeni bir matematiksel bilgi, kural ya da formüle ulaşma söz konusudur.

Matematiksel düşünmenin kuramsal alt yapısını anlayabilmek için son yıllarda "Yeni matematiksel bir bilginin veya kavramın nasıl oluşturulduğu?" sorusuna cevap verebilen teori ve yaklaşımları anlamak gerekmektedir. Bu sebeple literatürde yer alan bazı yeni yaklaşımlar irdelenerek sunulmuştur.

Matematiksel bilgi veya kavramın oluşturulmasında araştırmacıların çoğu Piaget'nin öncüsü olduğu bilişsel gelişim yaklaşımını benimsemişlerdir. Piaget'ye göre bütün biyolojik gelişimlerde olduğu gibi bilişsel gelişimde de başlıca iki prensip vardır: Uyum ve Organizasyon. Uyumun temel iki süreci ise *özümseme* ve *uyma*dır (Solso vd., 2010:456). Bireyin dış dünyadan algıladığı bir olay, bir olgu zihinde var olan *şema*nın içerdiği bilgilerle açıklanabilir ise bu bilgi kolayca özümsenir, eğer zihinde yer alan şema bu olayı ya da olguyu açıklamada yetersiz ise bu bilgiyi açıklamak için yeni bir şema geliştirilir ki bu da uyma sürecini ifade etmektedir.

Jean Piaget matematiksel gelişimi şu şekilde ifade etmiştir:

> *…böylece matematiğin tamamı yapıların oluşturulması açısından ele alınabilir, ... matematiksel varlıklar bir düzeyden diğerine doğru hareket eder; bu 'varlıklar' üzerindeki bir işlem ilerleme esnasında bir teorinin nesnesi haline gelir ve bu süreç, henüz oluşmakta olan ya da 'daha güçlü' yapılar tarafından oluşturulan yapılara ulaşılana kadar devam eder.*
> (Piaget, 1973'ten aktaran Gray vd., 1999)

Tall'a (1995) göre matematiksel gelişim dış dünyadaki nesnelerin algılanması ve bu algı üzerine yapılan eylem ile başlar.

Matematiksel etkinliklerle bilgi oluşturma sürecini Gray vd. (1999) dış dünyanın algılanması (perception of the world), algı üzerine yapılan eylem (action upon it) ve algı ve eylem üzerine yansımalar (reflection on both perception and action) şeklinde ifade etmişlerdir. Bu teoriye örnek olarak geometrinin, şekillerin algılanması ile oluşmaya başlayarak eylem ve yansımaların desteğiyle pratik ölçümlerden teorik ispatın elde edilmesi şeklinde inşa edildiğini, aritmetiğin ise sayma eylemi ile oluşmaya başlayarak sonrasında sayma süreci ve sayı kavramı için soyut sembollerin kullanımına odaklandığını vurgulamışlardır. O halde, matematiksel etkinliklerde eylem aşamasından sonra tüm süreci içeren bir yansıma aşamasının gerçekleştiğini söylemek doğru olacaktır.

Tall (1995), matematiksel etkinlikleri, nesnelerin algılanması ile başlayıp içsel süreçlerle düşüncenin oluşması ve sonucunda da bu düşünce üzerinde eylem meydana getirmek şeklinde ifade etmiştir.

| Algı | $\Rightarrow$ | Düşünce | $\Rightarrow$ | Eylem |
|---|---|---|---|---|
| (Girdi) | | (İçsel Süreçler) | | (Çıktı) |

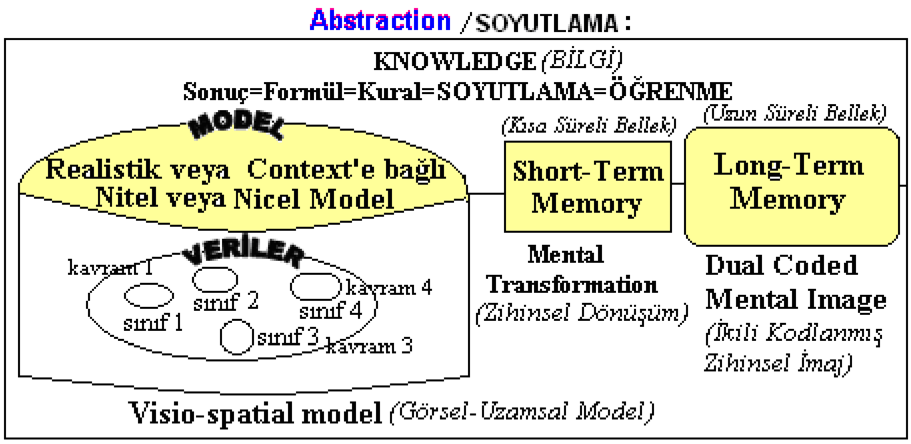
Bu bakış açısına göre matematikte algı ve eylem bireyin varlığının dışında yer alan nesneler üzerine gerçekleşmektedir. Nesne üzerine gerçekleşen algı öncelikle görsel-uzamsal bir bütünlüğe sahipken nesnenin analiz edilmesi ve niteliklerinin ayrıştırılması yani niteliklerin önce sınıflanması sonrasında ise sıralanması bu algıya ait sözel bir takım çıkarımların yapılmasını ve geliştirilmesini sağlamaktadır. Diğer yandan nesne üzerine yapılan eylemler farklı bir gelişim göstermektedir. Örneğin; sayma eylemi, sayı kavramını içeren semboller ve sözel ifadeleri tarafından açıklanmaktadır. Burada süreç bir nesne ya da bir kavram gibi şekillenmektedir. Yani içerisinde bir süreç barındıran bir nesne ortaya çıkmaktadır, bu nesne güçlü bir matematiksel semboldür. Bazı araştırmacılar bu gelişmeyi farklı biçimde ele almış ve farklı bakış açılarıyla açıklamaya çalışmışlardır. Örneğin; Gray & Tall (1994) hem bir süreci hem de bir kavramı aynı anda ifade edebilen yani kavram ve süreç arasında bir eksen görevi gören bu tip sembollere Procept -processes to do and concepts to think about- (gerçekleşen süreçler ve hakkında düşünülen kavramlar) ismini vermişlerdir. Matematiği öğrenmede bu sembollerin anlaşılması ve kullanılmasının oldukça önemli olduğunu belirtmişlerdir. Buradan yola çıkarak insan zihninde gerçekten bir "zihinsel obje"nin varlığını kanıtlamanın mümkün olmadığını ancak süreç ve kavramı kapsayacak biçimde söylenen, yazılan, işitilen ve görülen sembollerin önemine vurgu yapmışlardır (Gray vd.,2000).

Nesne-süreç ilişkisine dönecek olursak konuya ilişkin Sfard (1991) dış dünyadaki nesne üzerine gerçekleşen sürecin içselleştirilmesi (*interiorisation*), işlem dizilerinin bir bütün içerisine sıkıştırılması (*condensation*) ve son olarak da nesneleştirilmesi (*reification*) şeklinde ilerleme gösterdiğini öne sürmüştür. Burada üzerinde durulan nokta nesneleştirme süreci sayesinde işlemsel şemalardan yola çıkarak yapısal şemaların oluşturulmasıdır. Yapısal şemalar daha bütünleştirici, ekonomik, ustaca kullanılabilen eş süreçleri içermektedir. Sfard (1991) bu teorisi ile aynı zamanda kavram oluşturma sürecini de ifade etmiştir.

Dubinsky (1991) ise nesne-süreç ilişkisine bir yaklaşım olarak süreçlerin kapsüle edilmesi (*encapsulation*) yoluyla bir nesne meydana getirdiğini savunmuştur. Aynı zamanda Dubinsky ve arkadaşları (Cottrill vd., 1996) matematiksel bir bilgi veya kavramın oluşturulması sürecini APOS adını verdikleri teori ile ifade etmişlerdir. APOS ismi teoride yer alan (**A**ctions, **P**rocesses, **O**bject, **S**chema) kavramlarının baş harflerinin bir araya getirilmesi ile oluşturulmuştur. Teoriye göre bir kavramın oluşumu ilk olarak nesneler üzerine yapılan zihinsel veya fiziksel eylemlerle (*actions*) başlar, bu eylemler tekrar ve dönütlerle kasıtlı hale gelerek içselleştirildiğinde süreç (*processes*) olarak ifade edilir ve bu süreçler üzerinde işlem yapılabilecek şekilde kapsüle edildiğinde (*encapsulation*) yeni bir nesne (*object*) meydana getirir. Tüm bu eylem, süreç ve nesnelerin tutarlı bir topluluğu ise kavrama ilişkin şemayı (*schema*) meydana getirir.

Ardahan (Kişisel iletişim, 2010) bir matematiksel bilginin (*knowledge*) oluşumunu aydınlanma (*information*) ve soyutlama süreçleri ile açıklamıştır. Bilgi oluşturma süreci ise, realistik veya context'e bağlı (kurguya dayalı), nitel veya nicel bir matematiksel modelden verilerin toplanması ile başlamaktadır. Elde edilen veriler üzerinde kısa süreli bellekte sınıflandırma, kategorize etme, örüntü oluşturma ve ilişkilendirme gibi zihinsel dönüşümler gerçekleştirilmektedir. Bu zihinsel dönüşümlerin sonucunda bilgi, ikili kodlanmış bir imaj şeklinde uzun süreli belleğe iletilmektedir. Bu oluşum süreci aşağıdaki şekilde ifade edilmiştir.

**Şekil 1.1 Matematiksel bilginin oluşum süreci**




Kaynak: Matematiksel Bilginin Oluşum Süreci ve Soyutlama (Ardahan, Kişisel iletişim 2010)

Tall & Vinner (1981), oluşturulan matematiksel kavrama ilişkin yapıyı ise “kavram imaj”ı şeklinde ifade etmişlerdir. Kavram imajını, bir kavrama ilişkin tüm zihinsel imajları, nitelikleri ve süreçleri kapsayan bütüncül bir yapı olarak tanımlamışlardır. Bu yapı, bireyin yeni uyaranlarla karşılaşması ve olgunlaşması ile değişip gelişerek yıllar boyunca deneyimler sayesinde oluşturulmaktadır.

Matematiksel bir bilgi veya kavramın oluşturulması süreçlerine ilişkin geliştirilen teorileri göz önüne alarak matematiksel düşünmenin bu süreçlerin neresinde yer aldığını belirlemek doğru olacaktır. Başka bir deyişle matematiksel düşünme yeni bir matematiksel kavramın oluşturulmasını mı içermektedir, yoksa bu süreçlerin gerçekleşmesinde kısmi bir bölüm olarak mı ifade edilmektedir? Bu sorulara açıklık getirmek adına öncelikle matematiksel düşünmeyi tanımlamak gerekmektedir.

Matematiksel düşünmenin günümüze kadar gelen tanımlarından bazıları problem çözme heuristiklerine odaklanmıştır (Stacey, Burton & Mason, 1985; Schoenfeld, 1992). Diğer tanımlar ise doğrudan matematikte kavramsal anlamanın gelişimi ile ilgilidir (Tall, 1991). Öncelikle bu bağlamda araştırmacıların matematiksel düşünmeye ilişkin görüşleri ayrıntılı biçimde sunulmuştur, sonrasında diğer araştırmacıların da görüşlerine yer verilmiştir.

Stacey, Burton & Mason (1985) matematiksel düşünmeyi, ele alınan fikirlerin karmaşıklığını artırmak için bireye güç vererek anlamayı genişleten dinamik bir süreç olarak tanımlamışlardır. Bu sürecin bileşenlerini ise özelleştirme, genelleştirme, varsayma ve ikna etme olarak ifade etmişlerdir. Araştırmacılara göre matematiksel düşünmeye yol açan problem çözme süreci üç aşamada gerçekleşmektedir.

- Giriş evresi: Probleme ilişkin verileri tanıma
- Mücadele evresi: Problemi çözmek için uygun strateji ve yöntemleri belirleyerek çözüme ulaşma
- Gözden geçirme evresi: Tüm süreci değerlendirme

Matematiksel düşünmenin temelini oluşturan süreç bileşenleri ve problem çözme yaklaşımı açık biçimde ortaya konulmasına rağmen, matematiği öğrenmeye çalışanlar için uygulaması zordur. Ancak bu yeterliğe ulaşabilmek için yapılması gereken sorularla mücadele etmektir. Öğrencilerin matematiği öğrenmeleri ve onun hakkında konuşabilmeleri için onu anlamaları ve açıklamaları gerekir (Stacey, Burton & Mason, 1985).

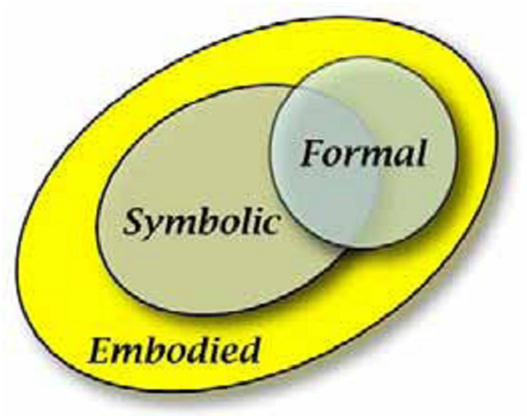
Schoenfeld'e (1992) göre matematiksel düşünmeyi öğrenmek için matematiksel bir bakış açısı geliştirmek gerekmektedir. Başka bir deyişle matematiksel düşünme, matematikleştirme ve soyutlama süreçlerine değer vermek ve bu süreçleri uygulamaya yönelik bir eğilime sahip olmak demektir. Bu da, probleme ait bir yapıyı anlamak için soyutlama, sembolik gösterim ve sembolik manipülasyon gibi bilişsel araçları kullanmayı öğrenmeyi gerektirmektedir. Matematiksel düşünmenin temel bileşenlerini ise,

- zihinde var olan bilgi,
- problem çözme stratejileri,
- bilişsel yapıların kullanımını,
- matematiksel bir bakış açısı,
- matematiksel etkinliklere katılma

şeklinde belirtmiştir. Matematiksel düşünebilen birey dış dünyayı görme, temsil etme ve analiz etme gücüne sahiptir.

Tall (2004) matematiksel düşünmeye ilişkin, her biri kendi içerisinde farklı bir gelişim gösteren fakat birbiriyle bağlantılı üç farklı düşünce dünyasından bahsetmektedir. Bunlar Şekil 1.2 de gösterilmektedir.

**Şekil 1.2 Matematiksel Düşünmenin Gerçekleştiği Düşünce Dünyası**




- Bütünleştirilen (Embodied)
- Sembolik (Symbolic)
- Mantığa uygun (Formal)

Kaynak: D.O.Tall (2005)

Bu düşünme biçimleri ayrıntılı biçimde ele alınırsa;

- Bütünleştirme, duyusal algılar üzerine yapılan yansıma ve düşünmelerle ilişkileri sezme şeklinde gelişen *kavramsal bütünleştirmeye* işaret etmektedir. Nesne temelli olan bu düşünme biçiminde, öncelikle dış dünyadaki nesneleri gözlemleme ile başlayarak zihinde oluşturulan imaj ile nesnenin niteliklerini açıklama, tanımlama ve çıkarım yapma söz konusudur.

- Sembolleştirme, sadece matematiksel sembolleri değil, bu sembollerin sağladığı matematiksel gelişimi de içermektedir. Nesneler üzerine gerçekleştirilen eylemler sayesinde ortaya çıkan bu sembollere Procept kavramı ile ifade edilmektedir. Eylem temelli bir düşünme biçimidir.

- Mantığa uygun hale getirme, matematiksel kavramları nitelikleri mantıksal ispatlarla ortaya çıkarılan aksiyomatik yapılar olarak gören mantığa uygun teorilere işaret etmektedir. Kavram tanımlarının niteliklerine odaklanmaktadır.

Tall (2008) matematiksel düşünmenin gerçekleştiği bu üç düşünce dünyasını temel alan teorisinde, birbiriyle bağlantılı biçimde meydana gelen gelişmelerin tam ve sıralı biçimde gerçekleşen bir düşünme oluşturduklarına inanmaktadır.

Stewart & Thomas (2009) çalışmalarında Dubinsky ve Tall'a ait düşünme teorilerini kritik etmişlerdir. Dubinsky tarafından üretilen APOS teorisi bireylerin genel bilişsel düşünmelerine işaret ediyor iken, Tall tarafından üretilen üç farklı düşünce dünyası teorisi daha özel olarak matematiksel düşünmeye işaret etmektedir. Ancak bu teoriler doğal olarak bir araya gelmek durumundadırlar çünkü birey eylemlerden elde ettiği süreçleri kapsüle ederek bir nesne meydana getirir ve sonunda bu nesne bütünleştirilen, sembolik ya da mantığa uygun üç matematiksel düşünme dünyasından birinde yerini alır.

Matematiksel düşünmeye ilişkin diğer araştırmacıların yapmış oldukları tanımlardan bazıları ise şu şekildedir;

Matematiksel düşünme verileri, durumları, nesneleri matematiksel mantıkla yargılayabilme becerisidir. Matematiksel düşünme bir süreç işidir. Bu sürecin girdilerine baktığımızda; düşünen kişi, sorun, sorun ile ilgili veriler ve verileri yorumlama yöntemi (düşünme tekniği) vardır. Bu girdiler niteliksel olarak ne kadar yeterli ise matematiksel düşünme o düzeyde nitelikli olur (Yıldırım, 2010).

Matematiksel düşünme, insanların yaşamlarında karşılaştıkları olaylara, amaçlı, sistematik, doğru, kesin ve en kısa yoldan anlam kazandırmalarını sağlayan önemli bir kavramdır (Sevgen, 2002).

Karşılaşılan her problem, çözümü için yeni bir düşüncenin oluşumunu gerektirmektedir. Bu bakış açısı ile ele alındığında, problem çözmenin söz konusu olduğu her durumda düşünmenin gerçekleştiği söylenebilir. Bir problemin çözümü özelleştirme, genelleme, tahmin etme, hipotez üretme, hipotezin doğruluğunu kontrol etme gibi üst düzey düşünme becerilerini gerektiriyorsa, matematiksel düşünme gerçekleşecektir. O halde matematiksel düşünmenin sadece içinde sayıların ve soyut matematiksel kavramların yer aldığı durumlarda değil, günlük yasamın içinde de gerçekleştirilebilecek bir düşünme biçimi olduğu söylenebilir (Yeşildere, 2006).

Problem çözme sürecinde birey, karşılaştığı olay ve olguları araştırır onlarla ilgili tahminlerde bulunur, hipotezler kurar ve kurduğu hipotezleri test eder. Doğal olarak bunlardan, yaşamında anlamlı olacak ve geleceğini yönlendirecek sonuçlar çıkarır, bilgiler üretir. Bu süreç özel olarak "Matematiksel Düşünme" olarak adlandırılmaktadır (Bukova, 2006).

Matematiksel düşünme bireyin anlamasını genişleten, karmaşık fikirlerin üstesinden gelme becerilerini arttıran dinamik bir süreçtir (Keith, 2000).

Tüm araştırma ve yaklaşımlar göz önüne alınarak matematiksel düşünme holistik ve heuristik bakış açısı ile şu şekilde tanımlanabilir:

**Matematiksel Düşünme:** Bir olguyu, bir olayı, bir düşünceyi ve nitel veya nicel değişmeleri matematik objelerle, matematik dili ile, matematik sembollerle, bir bağıntı ya da bir fonksiyon ile, bir örüntü ile, bir matematik model ile bilişsel olarak ifade etme, açıklama, yorumlama ve tahmin etmeye dayalı akıl yürütme yetisidir ve geliştirilebilir (H. Ardahan ile kişisel iletişim, 2010).

Buradan yola çıkarak matematiksel düşünmenin, matematiksel bilgi veya kavram oluşturma ve problem çözme süreçlerini kapsadığı yorumu yapılabilir. Barwell (2009) matematik eğitiminde yapılan araştırmaların öncelikli amacının matematiksel düşünmenin farklı boyutlarının anlaşılması olduğunu ve bu boyutların arasında matematiksel öğrenme, bilme, anlama, anlamlandırma, hatırlama, hissetme gibi boyutların varlığından bahsetmiştir.

Matematiksel düşünmenin tanımına ilişkin çalışmaların sonrasında matematiksel düşünme stillerini tanımlayan çalışmalara da değinmek yerinde olacaktır. Matematik düşünmede bireyler olayları ve problemleri anlama, açıklama ve yorumlamada değişik yolları tercih etmektedirler. Örneğin; bazıları grafikler ve şekiller yardımıyla kavram ve matematiksel yapıları kolayca anlayabilirken, bazıları matematiksel yapıya ait, içeriği ve bağıntıları araştırma eğilimindedirler. Burada vurgulanmak istenen nokta bireysel matematiksel düşünmenin gelişiminde ve ortaya konulmasında değişik yaklaşımların gözlenebileceğidir. Burton (1995) matematiğe ilişkin düşünmede bireylerin sahip olabileceği yaklaşımları aşağıdaki gibi sınıflamaktadır:

- Görsel yaklaşım (dinamik olan grafik ve şekillerle düşünme).
- Analitik yaklaşım (mantıksal, sembolik olarak düşünme).
- Kavramsal yaklaşım (sınıflandırma, soyut düşünme).

Ferri (2003) bu yaklaşımları matematiksel düşünme stili bağlamında ele alarak yalnızca görsel ya da yalnızca analitik düşünme eğiliminde olanların oluşturduğu matematiksel düşünme stilini "kutupsal tip (polar type)" olarak tanımlamıştır. Öte yandan yalnızca kavramsal düşünme yaklaşımının tam olarak ayrıştırılamadığını, bu yaklaşımın görsel ve analitik yaklaşımın birlikte sahip olunmasıyla oluşturulabileceğini öne sürmüştür. Görsel ve analitik yaklaşıma aynı zamanda sahip olan bireylerin düşünme stillerini ise "birleşik tip (mixed type)" olarak tanımlamıştır.

Buradaki tanımlar doğrultusunda matematiksel düşünmenin karmaşık ve etkileşimli bir yapıya sahip olduğu ve bir süreç içerisinde gerçekleştiği görülmektedir. Matematiksel düşünmeye ilişkin görüşlerden sonra üst düzey matematiksel düşünmeye ilişkin görüşlerin ele alınması uygun olacaktır.

### 1.1.1 Üst Düzey Matematiksel Düşünme

Üst düzey matematiksel düşünmeyi anlamada öncelikli problem üst düzey olma niteliğinin "Matematiksel düşünmenin üst düzey olması" mı yoksa "Üst düzey matematiğe ilişkin düşünme" şeklinde mi olduğunun belirlenmesidir. Bu noktada "Üst Düzey Matematiksel Düşünme Çalışma Grubu" belirsizliği tercih etmişler yani her iki durumu da kabul etme ya da duruma göre birini tercih etme söz konusu olmuştur (Tall, 1988).

Selden & Selden'e (2005) göre, üst düzey matematiksel düşünme, ileri matematiğin doğasına uygun olarak ele alınmalıdır. Şüphesiz ki, temel matematikteki bir konu da bir matematikçinin uygulamış olduğu süreçlere göre incelenebilir. Ancak, hangi özelliklerin matematiğin ve hangi özelliklerin düşünmenin karakteristiği olduğu hala tartışılan bir konudur.

Rasmussen vd. (2005) üst düzey matematiksel düşünmeye Gerçekçi matematik eğitimi perspektifinden yaklaşmışlardır. Üst düzey terimi yerine "İlerleyen, gelişen (Advancing)" terimini kullanmışlardır çünkü üst düzey teriminin bir final ifadesi gibi ele alındığını, oysa bütün eylemlere bakıldığında matematiksel olarak dinamik bir gelişmenin gerçekleştiğini savunmaktadırlar. Benzer şekilde düşünme teriminin yerine ise "Etkinlik (Activity)" terimini kullanmışlardır. Buna sebep olarak ise öğrencilerin sosyal ve kültürel bağlamda katılmış oldukları matematiksel etkinliklerin onlardaki matematiksel gelişimi sağladığını savunmuşlardır. Bu gelişimi de Gerçekçi matematik eğitimde yer alan yatay ve dikey matematikleştirme kavramları ile açıklamışlardır.

Harel ve Sowder'a (2005) göre matematiksel düşünmenin üst düzey olması için ileri matematik konularıyla ilgili düşünmek gerekmemektedir. Araştırmacılara göre üst düzey terimi gelişimsel bir süreci içermelidir, bu sebeple mutlak değil bağıldır. Bireyin bir düşünme biçimini geliştirirken bazı epistemolojik ve didaktik engellerle karşılaştığını öne sürerek bu engelleri şu şekilde ifade etmişlerdir;

(i) Epistemolojik bir engel geçmişte var olmuş olmalıdır.

(ii) Sadece tek bir bağlamda geçerli olan, bağlamın dışına çıkıldığında geçerliğini yitiren bilgilerin oluşturulması (Bu durum kavram yanılgısı ya da bilgi kaybı manasında değildir).

(iii) Geçerli bir bilgi oluşturmada yaşanan çelişkiler.

Matematiksel düşünmenin üst düzey olarak tanımlanabilmesi için gelişimi esnasında yukarıda belirtilen epistemolojik engellerden en az bir tanesini aşmış olması gerekmektedir. Bu engelleri ortadan kaldırmak ve öğretimde uygulama yapmak için DNR (Duality – Necessity – Repeated Reasoning) teorisini geliştirmişlerdir. Onlara göre, üst düzey matematiksel düşünme her yaşta gerçekleştirilebilecek bir eylemdir.

Tall (1991), temel matematiksel düşünmeden üst düzey matematiksel düşünmeye geçişte önemli bazı noktalar olduğunu vurgulamıştır. Bu noktalar, tarif etmekten tanımlamaya, varsaymaktan ispat yapmaya, tanımlar üzerine kurulan mantıklı bir yolla geçmektir. Ayrıca Tall (1988) üst düzey matematiksel düşünmeye ilişkin belirgin karakteristik özellikleri şu şekilde sıralamıştır:

(1) Matematiksel kavramları tanımlamak için niteliklerin soyutlanması,

(2) Düşünmedeki bilişsel baskının hafifletilmesi için matematiksel kavramların tanımlarının (*concept definition*) kullanılması,

(3) Tutarlı olan bir doğrulamadan (*justification*) ziyade mantıksal ispatın yapılması,

(4) Matematiksel kavramların tanımlarından o kavramın niteliklerinin çıkarımı,

(5) Var olan matematiksel niteliklerin gerçekleşmesi durumunda diğerlerinin bunu takip edebileceğinin sezilmesidir.

Dreyfus'a (1991) göre temel ve üst düzey matematiksel düşünme süreçleri arasında keskin bir ayrım yoktur ancak üst düzey matematiksel düşünme, tanımların ve sonuçların soyutlanmasına daha çok odaklanmaktadır.

Tall'a (2004) göre matematiksel düşünmenin üst düzey olması için matematiksel düşünmelerin mantığa uygun düşünmeye (bkz. Şekil 1.2) dönük olması gerekmektedir.

Üst düzey matematiksel düşünmenin karakteristik özelliklerinin belirlenmesinin yanı sıra nasıl geliştirilebileceği sorusu da çeşitli araştırmalara konu olmuştur. Teknolojinin üst düzey matematiksel düşünmeyi geliştirmede çok önemli bir yere sahip olduğunu belirten çalışmalar (Dubinsky & Tall, 1991; Magajna & Monaghan, 2003; Wright, 2004, Dreyfus, 1991) yapılmıştır.

### 1.1.2 Bir Süreç Olarak Üst Düzey Matematiksel Düşünme

Dreyfus (1991), öğrencilerin matematik derslerinde, çok sayıda standartlaştırılmış prosedürü başarmayı ve bir sürü örnek soruya doğru cevap vermek için belli bir kalıba girmeyi öğrendiklerini belirtmektedir. Böylece öğrencilerin, bir bilgisayarın Mathematica gibi bir program sayesinde yapmış olduğu işlemleri, daha yavaş da olsa, yapma yeteneğini kazandıklarını ifade etmektedir. Öğrenciler çok miktarda matematik bilgisine sahip olmaktadır. Ancak bir matematikçinin sahip olduğu bir metodolojiye sahip olmadan, ilk defa karşılaştıkları bir problemi çözmek için sahip oldukları bilgiyi nasıl bir yolla kullanabileceklerinin bilgisinden yoksun olarak mezun olduklarını savunmaktadır.

Dreyfus (1991) üst düzey matematiksel düşünme sürecini gösterim (temsil) ve soyutlama süreçleri çerçevesinde ele almıştır. Bu iki süreci temele alarak, alt süreçleri belirlemiştir. Gösterimle ilgili süreçleri; Gösterim, Gösterimlerin Çevrilmesi ve Modelleme şeklinde, Soyutlama ile ilgili süreçleri; Genelleme, Sentezleme ve Soyutlama şeklinde ifade etmiştir.

Çalışmaya temel oluşturan üst düzet matematiksel süreçleri Dreyfus (1991) tarafından belirtilen şekliyle ele alınmıştır. Süreçlere ilişkin temel düzeyde bilgiler başlıklar altında sunulmuştur.

#### 1.1.2.1 Gösterimle İlgili Süreçler

Dreyfus (1991) gösterimle ilgili süreçleri üç başlık altında ele almıştır. Bunlar; *Gösterim, Gösterimlerin Çevrilmesi* ve *Modelleme*dir. Bu süreçler kendi başlarına birer araştırma konusu oldukları için derinlemesine bilgi verebilmek mümkün değildir. Bu sebeple araştırmada bu süreçlere ilişkin temel karakteristik özelliklerinden bahsedilecektir.

##### 1.1.2.1.1 Gösterim

Gösterim matematikte çok önemli bir fonksiyona sahiptir. Dreyfus'a (1991) göre gösterimin iki boyutu vardır. Bunlardan birincisi sembolik gösterimdir. Sembolik gösterim, bir kavramı gösteren ya da sembolize eden bir işarettir, semboldür. Sembollerin, işaretler ve anlamlar arasındaki ilişkiyi içerdiğini ve bir insanın saklı olan bilgisini (anlamı) açık hale getirdiğini savunmuştur. Bir kavramın, hiçbir yerde kullanılmayan bir sembolden önce bir anlama sahip olması gerekir.

Tall (1995), bilginin temsiline ilişkin Jerome Bruner tarafından yapılan sınıflandırmanın matematikteki sembolik gösterimler için yeterli olmadığını savunarak, şu şekilde sınıflandırmıştır;

- ✓ Enactive (eylem tabanlı)
- ✓ İkonik (görseller)
- ✓ Sembolik
  - Sözlü (açıklamalar)
  - Mantığa uygun (tanımlar)
  - Proceptual (nesne-süreç ikiliği)

Sembolik gösterimlerle ilgili bilişsel zorlukları çözmek için procept kavramının uygun olduğunu savunmuştur.

Bireyin sahip olduğu bir diğer gösterim ise zihinsel gösterimlerdir. Zihinsel bir gösterim, bir insanın dış dünya ile etkileşim için kullandığı referansların içsel bir şema veya çerçevesini ifade eder. O halde zihinsel gösterimlerin sayısı ve niteliği çok önemlidir. Burada önemli olan zihinsel gösterimlerin nitelikli bir şekilde oluşturulmasıdır. Görselleştirme, zihinsel gösterimleri oluşturmada bir süreçtir (Dreyfus, 1991). Bir birey aynı matematiksel kavrama ilişkin bir tek veya rekabet eden çok çeşitli zihinsel gösterimlere sahip olabilmektedir. Matematikte başarılı olmak için, kavramlara ilişkin birbirleriyle bağlantılı ve çok sayıda zihinsel gösterimlere sahip olmak gereklidir.

Matematiği anlama ve öğrenmede gösterimleri rolü çok önemlidir, bu sebeple gösterimler matematiği öğretmede merkezi bir yere sahiptir. Bir kavrama ilişkin gösterimlerin çeşitlendirilmesi, bu gösterimler arasındaki bağlantının kurulması ve bir gösterimden diğerine çevirmeler yapılması konunun en önemli boyutlarıdır (Duval, 2002).

Aynı kavrama ilişkin birden çok gösterimi koordine etmede bilişsel yeterliğin eksikliği okullarda matematik öğrenme için tutarsızlıklara ve gecikmelere sebep olabilmektedir (Elia & Gagatsis, 2006).

#### 1.1.2.1.2 Gösterimlerin Çevrilmesi

Bir kavrama ilişkin birçok zihinsel gösterime sahip olmak ne kadar önemli olsa da, onların kendiliğinden ortaya çıkması kavramın problem çözerken kullanılmasında bireye esneklik sağlamada yeterli değildir. Eğer çeşitli gösterimler arasında doğru ve güçlü bir bağlantı kurulmadıysa, bir birey problem çözerken kullanacağı bilgiyi başarılı bir şekilde yönetemez. Birey bir gösterimi, varmak istediği bir sonraki adıma geçmek için daha etkili bir diğer gösterime çevirmeye ihtiyaç duyabilir. Gösterimlerin çevrilmesi süreci böylece problemi ifade etme ile yakın biçimde ilişkilendirilebilir. Çevirme süreci her zaman var olan gösterimler arasında yapılır. Matematikte gösterimlerin çevrilmesi matematiksel bir kavramın bir gösteriminden diğerine geçmek anlamına gelmektedir (Dreyfus, 1991).

Bir matematiksel nesnenin gösteriminin bir diğer gösterime çevrilmesi etkili bir problem çözme için ön koşuldur (Duval, 2002)

#### 1.1.2.1.3 Modelleme

Modelleme terimi, genellikle matematiksel olmayan bir nesne veya süreç için matematiksel bir gösterim bulmayı ifade eder. Bu durumda, modelleme, tanımlanmak istenen nesne, sistem ya da sürecin temel özelliklerini birleştiren matematiksel bir teorem ya da yapı oluşturmak anlamına gelmektedir. Bu yapı ya da teorem, yani model, modellenen nesne veya sürecin davranışlarını çalışmak için daha sonra kullanılabilir. Modelleme sürecinde, durum veya sistem fizikseldir ve model matematikseldir; gösterim sürecinde ise gösterimi yapılması istenen nesne matematiksel bir yapıdır ve model de zihinsel bir yapıdır. Buradan, zihinsel gösterimin matematiksel modelle ilişkili, matematiksel modelin de aynı şekilde fiziksel bir sistemle ilişkili olduğunu söyleyebiliriz (Dreyfus, 1991).

Matematiksel modelleme öğrencilere matematiksel bilgi ile örnek ve yapıların kullanımını bir araya getirmeleri için zengin olanaklar sunmaktadır (Mulligan & Mitchelmore, 2009).

Ardahan'a (2011) göre matematiksel model, gerçekliğin kesin tarafını açıklamak ve anlamak için oluşturulan bir paradigma ya da şemadır. Aynı zamanda matematiksel modeller öğrencilerin yaratıcılık potansiyellerini harekete geçirmektedir.

#### 1.1.2.2 Soyutlama İle İlgili Süreçler

Dreyfus (1991) soyutlama ile ilgili süreçleri üç başlık altında ele almıştır. Bunlar; *Genelleme, Sentezleme* ve *Soyutlama*dır. Özellikle soyutlama süreci pek çok araştırmaya konu olmuştur ve geniş bir kavramdır. Bu sebeple derinlemesine bilgi verebilmek mümkün değildir. O halde çalışmada bu süreçlere ilişkin temel karakteristik özelliklerinden bahsedilecektir.

##### 1.1.2.2.1 Genelleme

Genelleme, parçalardan bütünü üretme yani tümevarma, ortak noktaları tanımlama ve problemin geçerlik kümesini genişletmedir. Genelleme, birkaç örnekten hareketle daha geniş olaylar kümesi hakkında tahminlerde bulunma veya bazı temel ilişkilere ait sezgileri açık bir şekilde ifade etmeye çalışmak (Stacey, vd. 1985) şeklinde tanımlanmıştır. Matematiksel genellemelerde belli sayıdaki adımlardan hareketle iddia hakkında karar verilmeye çalışılır. Bu durum, genelleme sırasında özelleştirme işleminin de yapıldığını göstermektedir. Bu bileşen, matematik için hayati bir öneme sahiptir; çünkü spesifik sonuçlar yararlı olabilmesine rağmen, matematiksel sonuçlar karakteristik olarak geneldir. (Dreyfus, 1991).

Tall (1988) genelleme sürecini var olan bilişsel şemanın genişletilmesi şeklinde ifade etmiştir. Aynı zamanda genelleme sürecinin temel matematiksel düşünme ve üst düzey matematiksel düşünmede ortak olduğunu belirtmiştir.

Ardahan (Kişisel iletişim, 2010) ise genelleme sürecini özel durumların tümünü ortak temsil eden bir ifadeye, formüle, kurala ulaşmak şeklinde açıklamıştır.

**1.1.2.2.2 Sentezleme**

Sentezleme, bir bütünü ya da bir varlığı şekillendirmek için parçaları birleştirme veya oluşturma anlamına gelir (Dreyfus, 1991).

Tall'a (1991) göre sentezleme, basit kavramlardan başlayarak deneyim ve örneklerle genel kavramlara ulaşmak şeklindedir.

Dreyfus (1991) sınıf etkinliklerinin sentezleme sürecine çoğu zaman yeteri kadar vurgu yapmadığını belirtmektedir. Bunun sebebi ise detayların öğretmen tarafından uzun uzadıya açıklanması ve öğrencilerin de bunları yalnızca uygulamasıdır. Öğrenme etkinliklerinin sentezlemeye öncülük edecek şekilde düzenlenmesi için rutin olmayan problem durumlarının ele alınması gerektiğini savunmaktadır.

**1.1.2.2.3 Soyutlama**

Piaget (1985) bireyin dışında olan nesneler üzerine yapılan eylemler için üç farklı soyutlamadan bahsetmektedir (akt. Gray vd, 1999):

1) Deneysel Soyutlama: Nesnelerin kendisi odak noktasıdır, bilgi nesnenin niteliklerinden türetilir.

2) Sözde-deneysel Soyutlama: Odak eylem üzerinedir, bireyin nesneler üzerine yapmış olduğu eylemlerin nitelikleri ele alınır.

3) Yansıtıcı Soyutlama: Bireyin düşüncelerinin gözlemlenmesi ve bunların soyutlanması ile yeni yapılar oluşturmak için var olan yapılardan yararlanmaya odaklanılır.

Yapılan çalışmalarda matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçlerinde en çok üzerinde durulan soyutlama biçiminin yansıtıcı soyutlama olduğu görülmektedir (Dubinsky, 1991; Dubinsky, 2000; Gray vd.,1999).

Piaget ve onu izleyen diğer bilişsel yaklaşım kuramcıları soyutlamanın bir dizi matematiksel süreç ve nesneden oluştuğunu, öğrencilerin zihinlerindeki bu nesneleri ortak özelliklerine göre ilişkilendirmek suretiyle daha üst düzey bir matematiksel nesneye ulaştıklarını belirtmişlerdir (Hershkowitz, Schwarz & Dreyfus, 2001). Soyutlama yapan bireyde, üzerinde çalışılan nesnelere göre daha yüksek seviyede bir nesnenin olabileceği sezgisi vardır ve bir sınıflama yapmak suretiyle bu (yeni yapıya) nesneye ulaşılır. Bu yaklaşımı savunanlar, soyutlamanın öğretim sırasında örneklerin incelenmesi ve onlardaki ortak özelliklerin yakalanması ile gerçekleştiğini belirtmişlerdir (Yeşildere & Türnüklü, 2008).

Soyutlama, hem genelleme hem de sentezleme için gereken potansiyele sahip olmasının aksine amacını da tamamen bu potansiyelden sağlamaktadır. Zihinsel bir süreç olan soyutlamanın doğası, genelleme ve sentezlemeden tamamen farklıdır. Soyutlama ilk ve öncelikle *oluşturmacı* bir süreçtir çünkü matematiksel yapılardan yani nesnelerin niteliklerinden ve nesneler arasındaki ilişkilerden yola çıkarak zihinsel yapılar oluşturmak demektir. Bu süreç, istenilen özellik ve ilişkilerin ayrıştırılmasına bağlıdır ve dikkati, nesnelerin kendilerinden çok onların nitelik ve ilişkilerinin yapısına değiştirme yeteneğini gerektirmektedir (Dreyfus, 1991).

Tall'a (1988) göre soyutlama bir kavramın belli niteliklerinin izole edilmesidir, bu yüzden bu nitelikler diğer niteliklerden ayrı olarak ele alınabilir. Aynı zamanda soyutlama bilişsel şemanın yeniden oluşturulmasıdır.

Soyutlama süreci doğrudan gözlenebilen bir durum olmadığından (Dreyfus, 2007), soyutlama süreci hakkında bilgi verebilecek gözlenebilir eylemlerin tanımlanmasına ihtiyaç duyulmuştur. Hershkowitz vd. (2001) soyutlama sürecinin gerçekleşmesini karakterize eden epistemik eylemlerin varlığından söz etmişlerdir. Bu eylemleri tanıma, kullanma ve oluşturma (Recognizing, Building-with, Constructing) şeklinde tanımlamışlar ve oluşturdukları modele RBC ismini vermişlerdir. Daha sonra Dreyfus (2007) bu eylemlerin soyutlanan bilginin kalıcılığına ilişkin fikir vermediği düşüncesiyle pekiştirme (Consolidation) eylemini de ekleyerek RBC+C modelini geliştirmiştir.

## 1.2 Sorgulayıcı Problem Çözme ve Öğrenme Modeli

SPÇÖ modeli, orijinal olarak Ardahan tarafından 2001 yılında oluşturulmuş ve zaman içerisinde geliştirilmiştir.

Model;

- Bilgiyi keşfetme ve oluşturma sürecine
- Anlamlı ve kalıcı öğrenme sürecine
- Problem çözme sürecine

ilişkin yeni bir vizyon ve sistematik geliştirmiştir (Ardahan, 2011). Model sahip olduğu sistematik yapı sayesinde keşfetmeye dayalı (heuristik) bir modeldir. Aynı zamanda öğrenme ve problem çözme sürecini bütüncül (holistik) bir yaklaşımla ele almaktadır. Bu durumda model hem heuristik hem de holistik bir modeldir.

Modelin kuramsal temelleri;

- Piaget'nin öğrenme kuramına (Bilişsel Yapılandırmacılık)
- Yapılandırmacı öğrenme kuramına
- Gerçekçi matematik eğitimi kuramına (Hans Freudental)
- Bilgi işleme kuramına (Information Processing Theory)
- İkili kodlama kuramına (Dual Coding Theory, Alan Paivio)
- Multimedya öğrenme kuramına (Richard E. Mayor)

dayanmaktadır ve bu kuramları içermektedir. (Ardahan, 2011).

Bu model, problem çözme sürecini beş kritik ve ardışık adımla açıklamaktadır. Aynı zamanda bu model yeni matematiksel bilgiyi nasıl keşfederiz? sorusunun cevabına yöneliktir.

Gerçek hayat ve kurguya dayalı öğrenme için;

1. Probleme uygun model kurunuz.
2. Modelden veri toplayınız.

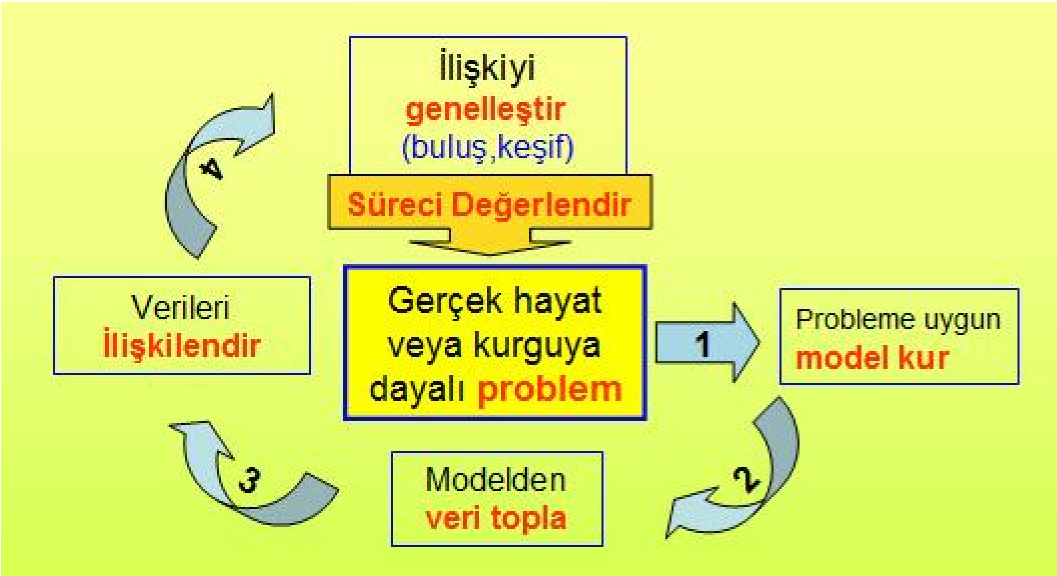
3. Verileri ilişkilendiriniz.

4. İlişkiyi genelleştiriniz. (Bu aşamada yeni bilgi keşfedilir)

5. Öğrenme sürecini ve sonucu değerlendiriniz (Ardahan & Ersoy, 2001).

Bu adımlar aşağıdaki şekilde modellenmiştir.

**Şekil 1.3 Sorgulayıcı Problem Çözme ve Öğrenme Modeli**




Kaynak: Sorgulayıcı Problem Çözme ve Öğrenme Modeli (Ardahan, 2011)

Modelin basamaklarını ayrıntılı biçimde ele alacak olursak, süreç gerçek hayatta da sıkça karşılaştığımız realistik bir problem ya da kurguya dayalı bir problemi ele almakla başlamaktadır. Sınıf ortamında problem çözmeye yönelik bir yaklaşım, öğrencilerin sorgulayıcı öğrenmeye ilişkin olumlu tutum geliştirmelerini sağlamaktadır (Ardahan, 2011).

Modelin ilk adımı ise probleme uygun bir model kurmaktır. Modelin oluşturulması Gerçekçi Matematik Eğitiminin kavramlarından yatay matematikleştirmeyi kapsamaktadır. Bu, bir problemde var olan gerçekliği açıklama, görselleştirme, gerçek hayat problemini bir matematiksel probleme dönüştürme ve ilişki ve örüntülerin farkına varma anlamına gelmektedir. Matematiksel modeller öğrencilerin hayal gücüne dayalı potansiyellerini harekete geçirirler, bunun yanı sıra matematiksel modeller öğrencilere zorlukları aşmaları için zihinsel uyaran görevi görürler. Kritik düşünme, özgüven, özdüzenleme ve görsel kodlama olmadan bir modellemeden söz edilemez (Ardahan, 2011).

Sürecin ikinci adımı ise oluşturulan modelden veri toplamayı ifade etmektedir. Bilgi, veriler kullanılarak aydınlanma (*information*) ve deneyimler yoluyla öğrenen tarafından aktif biçimde oluşturulur. Bir fabrika için ham madde ne anlam ifade ediyorsa işleyen bellek için de veri aynı anlama gelmektedir (Ardahan, 2011).

Üçüncü aşamada ise verileri ilişkilendirme söz konusudur. Elde edilen veriler arasında kısmi ilişkiler, kurallar veya bir kavramı bulmaya çalışırız. Bu sebeple verileri sınıflandırma yoluna gidilebilir (Ardahan, 2011).

Sürecin dördüncü aşaması ilişkiyi genelleştirmeye, başka bir deyişle yeni bilgiyi keşfetmeye dayalıdır. Üçüncü aşamada üzerinde çalışılan veriler arasındaki kısmi ilişkilerin genelleştirilmesi yeni bir kural, formül ya da tanıma ulaşmamızı sağlamaktadır ki bu da Gerçekçi Matematik Eğitiminde dikey matematikleştirme kavramıyla açıklanmaktadır. Bir örüntüyü formülle ifade etme, ilişkiyi genelleştirme, farklı modeller geliştirme ve modelleri formülize etme gibi bilişsel faaliyetleri gerektirmektedir (Ardahan, 2011).

Sürecin son aşamasında ise matematiksel modelleme, metodoloji, akıl yürütme ve sonuçların geçerlik ve güvenirliğini içeren tüm sürecin kontrol edilmesi söz konusudur (Ardahan, 2011).

Genel bir değerlendirme olarak modelin bilgi eksikliği, profesyonel deneyim eksikliği, öğretim tasarımı ve teknolojinin matematik eğitimine entegrasyonu alanlarında etkili olacağını söylemek doğru olacaktır. Modelin etkin biçimde kullanılması için işbirlikli öğrenme, aktif öğrenme ve problem çözmeye dayalı bir öğrenme ortamı sağlanmalıdır. Çalışma yaprakları bu uygulamaları gerçekleştirmeye yarayan uygun materyallerdir (Ardahan, 2011).

### 1.2.1 Çalışma Yaprakları

Çalışma yaprakları, öğrencilerin ezbercilikten kurtulup, kendi buldukları kuralları unutmamalarını sağlayan materyallerdir (Ardahan & Ersoy, 2000). Buradan hareketle, matematik öğretiminin bilişim teknolojileri ile destekli, yapısalcı ve buluş yoluyla öğrenmeyi kılavuzlayan öğrenci Çalışma Yaprakları kullanılarak yapılmasını önermişlerdir (Ardahan & Ersoy, 1999).

SPÇÖ modeline göre tasarlanmış çalışma yaprakları bir sistematiğe göre tasarlanmış ve buluş yoluyla öğrenmeyi sağlayan materyallere örnek olarak gösterilebilir (EK-2, EK-3, EK-4, EK-5).

#### 1.2.1.1 Çalışma Yapraklarının Dayandığı Prensipler

Çalışma yapraklarının dayandığı temel prensipler şu şekildedir:

- Bilgi aktarılamaz, bizzat birey tarafından kurulur.
- Öğrenme, bireyin bilişsel gelişim düzeyi ile ilişkili fakat ondan ayrı bir şeydir ve çevresi ile etkileşim aracılığıyla gerçekleşir (Ardahan, 2002).

Bu prensiplerden yola çıkarak çalışma yapraklarının geliştirilmesinde Bilişsel Yapılandırmacılık (Cognitive Constructivism) ve Sosyal Yapılandırmacılık (Social Constructivism) kuramlarının etkili olduğunu görmek mümkündür. Bilişsel yapılandırmacı yaklaşıma göre bilgi pasif olarak çevreden alınmaz, aktif olarak birey tarafından oluşturulur (Kilpatrick, 1987'den akt. Lerman, 1989). Sosyal yapılandırmacı yaklaşıma göre bilgi, sosyal etkileşim yoluyla yaratılır ve öğrenilir (Köseoğlu & Kavak, 2001).

O halde çalışma yaprakları, yeni eğitim programlarında benimsenen yapılandırmacı yaklaşıma uygun eğitim ortamlarında kullanılabilecek materyallerdir ve öğrencilerin öğrenmelerini destekler.

Ardahan (2002) öğrenci çalışma yapraklarında hangi bilişsel etkinlikler olmalıdır? sorusunu şu şekilde açıklamıştır:

- Karşılaştığı durum veya olguyu, matematiksel ifade etmek ve matematik modelini kurmak,
- Karşılaşılan durumları sınıflandırmak,
- Mantıksal çıkarımlar yapmak,

- Sonuçları genelleştirmek,
- Yapılanları soyutlamak, bu bilgileri başka ortamlara taşıyabilmek, yeni problemler kurabilmektir.

#### 1.2.1.2 Çalışma Yapraklarının Hazırlanması

Çalışma yapraklarının hazırlanması önemli ve üzerinde durulması gereken bir konudur. Etkili tasarlanmış bir çalışma yaprağı öğrencilerin anlamlı ve kalıcı öğrenmelerini sağlayan bir materyaldir.

Ardahan'a (2002) göre çalışma yaprağı hazırlarken dikkate alınacak özellikler şu şekildedir;

**1.** Duruma bağlı özellikler
   - Hedef kitlenin özellikleri nelerdir?

**2.** Konu ve öğretimde izlenecek metot
   - Konu nedir? Nasıl öğretilecek veya başarılacak?

**3.** Öğrenene bağlı özellikler
   - Özellikler nelerdir ve tasarıma nasıl etki edecektir?

**4.** Öğrenenin ihtiyacını dikkate alma
   - Öğrencinin ihtiyaçlarına uygun özel durumlar nelerdir? Nasıl ifade edilir?

Bu özellikler göz önüne alındığında çalışma yapraklarının hazırlanmasında bir sistematiğe sahip olmak ve tasarımı buna uygun biçimde yapmak materyalleri etkin öğrenme araçları haline getirecektir. SPÇÖ çalışma yapraklarının tasarlanmasında da uygun bir tasarım modeli olarak kullanılabilir.

#### 1.2.1.3 Çalışma Yapraklarının Uygulanması

Ardahan'a (2002) göre eğitimde gelişmenin en kuvvetli ivmesi sınıfça yapılan işbirliği ve araştırmaya dönük etkinlik yapmaktır. Böylece farklı öğrenciler tarafından yapılan durum araştırması, farklı yorum ve varsayımlara yol açarak çelişkilerin aydınlanmasını mümkün kılmaktadır. Açıkgöz (2003) işbirlikli öğrenmede grup üyelerinin hem kendilerinin hem de grup arkadaşlarının kapasitelerini sonuna kadar geliştirmeye çalıştıklarını belirtmektedir. Aynı zamanda Gestaltçı bir yaklaşımla bir grubun kazanımının tek tek üyelerinin kazanımlarının toplamından daha fazla olduğunu savunmaktadır. İşbirlikli öğrenmede öğrenciler öğrenme için birlikte çalışmakta ve kendi öğrenmelerinin yanı sıra takım arkadaşlarının öğrenmelerinden de sorumlu olmaktadır (Ekinci, 2007:101).

Buradan çalışma yapraklarının öğrenme sürecinde etkili ve verimli bir şekilde kullanılması için öncelikle öğrencilere işbirlikli çalışma ortamı sağlanması ve öğretmenin araştırmacı bir eğitimi benimsemesinin uygun olacağı sonucu elde edilmektedir.

Ardahan (2002) araştırmacı eğitimin nasıl gerçekleştiği sorusuna şu şekilde açıklık getirmiştir:

- Öğrenmeyi sağlayacak yeni materyal ve metotlar uygulayarak,
- Etkinliği açık uçlu ve araştırmaya dönük gerçek hayat problemleriyle oluşturarak,
- Ders etkinlikleri hazırlayıp sınıf ortamında öğrencilere uygulayarak ve uygulama sürecinin dönütlerini değerlendirerek gerçekleşir.

Çalışma yapraklarının uygulanmasında öğretmenin rolünü belirlemek gerekmektedir. Buna göre öğretmen, aktif öğrenme ortamında çalışma yapraklarının uygulaması esnasında

- Koç, Danışman / Cauch, Counsellor
- Kolaylaştırıcı, Yardımcı / Facilitator
- Yöneten, İdare eden / Monitor
- Özel Öğretmen / Tutor Rehber / Guide

rollerini üstlenmek durumundadır (Ardahan, 2002).

Ardahan (2002) öğrenci çalışma yaprağı uygulamasında öğretmenin uyması gereken ölçütleri şu şekilde sıralamıştır;

- Öğretilmesi istenen kavramlar, kurallar, bilgiler ve ilişkiler doğrudan verilmemeli planlı ve sistemli olarak etkinliğin içerisine gizlenmelidir.
- "Tek doğru cevap" varsayımından uzak açık uçlu problemler sorulmalıdır.
- Etkinliğin senaryosu, bireysel çalışma ve grup çalışmasına uygun olmalıdır.
- Öğrencilerin aralarındaki etkileşim kuvvetle desteklenmelidir.
- Öğrencilerin buldukları sonuçlar, öğretmenin rehberliğinde tartışılmalıdır.
- Tartışma ortamında öğretmen, "Doğru ya da Yanlış" gibi hüküm verici tavırlar içinde olmamalıdır.
- Cevapları, öğrencilerin kendilerine buldurmaya çalışmalıdır
- Öğrencilerin karşılaştığı soru ve problemler üzerinde iyice düşünüp taşınmasını sağlamak için yeterli zaman verilmelidir.
- Öğretmen, öğrencilerin zaman zaman içine düşecekleri bilişsel çelişkileri aydınlatmaya yardımcı olmalıdır.
- Genelleştirmeler, gerek deneme-yanılma yoluyla gerekse matematiksel çıkarım olarak sınıf ortamında öğrencilerle birlikte sorgulanmalıdır.
- Gerekiyorsa sonuçlara ilişkin karşıt örnekler oluşturulmaya çalışılmalıdır.
- Öğrencilere bilgiyi transfer edebilme ve elde ettiği kazanımı başka bir duruma nasıl uygulayabileceği öğretilmelidir.

### 1.3 Problem Durumu

Matematiksel düşünme uzun yıllardır üzerinde çalışılan bir konudur. Düşünme gözlenebilen bir eylem olmadığı için bu kavramın yapısını, karakteristiğini ve oluşma sürecini belirlemek hiç de kolay değildir. Ancak yapılan çalışmalar matematiksel düşünmenin matematik yapma ve dahası matematik öğrenmede çok önemli bir yere sahip olduğunu göstermektedir. Matematik eğitiminde de önemli bir yere sahip olması dolayısıyla matematiksel düşünme kavramına ilişkin teorik bir altyapı ya da fikir sahibi olma gerekliliği doğmaktadır. Bu sebeple öğretmen adaylarının bu süreçlerle ilgili bilgi sahibi olmaları onların ileride meslek hayatlarında bu süreçleri göz önüne alarak daha kaliteli bir eğitim ortamı oluşturmalarını sağlayacaktır.

O halde öğretmen adaylarında matematiksel düşünme süreçlerine ilişkin bir farkındalık yaratılması gerekmektedir. Aynı zamanda bu süreçlerinin önemi ve etkileşimlerine ilişkin bilgi sahibi olmaları bu durum için ön koşuldur.

Öğretmenlerin, öğrencilerin düşünme süreçlerini araştırmalarına ilişkin bilgi ve yetenekleri dersleri planlama aşamasından itibaren öğrencilere sorular sorma, sınıf içerisinde tartışma ortamının yaratılması gibi davranışlarla ortaya çıkmaktadır. Bu durum öğrencilere sınıf içerisinde sunulan öğrenme fırsatlarının çeşitlendirilmesinde bir farklılık yaratmaktadır (Henningsen & Stein, 1997; Fennema vd., 1996).

Dunlap (2001) öğretmenlerin öğrencilere matematiksel düşünmeyi öğretmek için ders kitaplarında bulunan problemleri öğrencilerde meydan okuma hissi uyandıracak biçimde ve çözüm için yeni bir algoritma geliştirme ihtiyacı hissedecekleri biçimde düzenlemeleri gerektiğini ifade etmiştir. Öğrencilerin başarı durumları ve öğrenme hızlarının farklı olması dolayısıyla sunulan problemler hem zorluk derecesi bakımından hem de öğrencilerin probleme meydan okuma gücünü hissedebilmeleri bakımından çeşitlendirilmelidir. Matematiği dinamik bir hale getirmek ve problemleri çoklu stratejilerle çözülebilecek biçimde sunmak gerekliliği matematiksel düşünmeyi öğretmede öğretmenlere düşen sorumluluğu ortaya koymaktadır. O halde öncelikle öğretmenlerin matematiksel düşünme becerisini kazanmış olması beklenmekte olan durumdur.

Ferri (2003) matematiksel düşünme stillerine ilişkin yapmış olduğu çalışmada kendi matematiksel düşünme stilini öğretmeni ile paylaşmayan öğrencilerin matematik anlamaya ilişkin sorunları olabileceğini belirtmiştir. Ancak eğer öğretmen kendi matematiksel öğrenme stiline ilişkin bilinçli olur ise bu tip anlama problemlerinin önlenebileceğini savunmuştur.

Planlı eğitimin gerçekleştiği sınıf ortamında öğrencilerde matematik öğrenmenin yanı sıra matematiksel düşünmenin gelişimi de sağlanabilir. Bireysel matematiksel düşünmenin gelişimine yardımcı olabilmek için öğretmenlere de kimi sorumluluklar yüklenmektedir. Öncelikle öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının matematiksel düşünmeye sahip olmaları gerekir (Alkan ve Bukova, 2005).

### 1.4 Araştırmanın Amacı ve Önemi

Bu araştırmanın temel amacı, Sorgulayıcı Problem Çözme ve Öğrenme modelinin üst düzey matematiksel düşünme süreçlerine etkisini belirlemektir. Bu amaçla, matematik öğretmen adaylarının üst düzey matematiksel düşünme süreçleri sorgulayıcı problem çözme modeline göre tasarlanmış çalışma yaprakları yardımıyla incelenmiştir. Öğretmen adaylarının üst düzey matematiksel düşünme süreçleri konusunda bilinçli olmaları matematik eğitimi açısından istenen bir durumdur. Üst düzey matematiksel süreçleri ve onların etkileşimlerini anlamak, bu amaca ulaşmak için bir ön koşuldur.

Bu çalışma, öğretmen adaylarında üst düzey matematiksel düşünme süreçlerine ilişkin bir farkındalık yaratması ve bu süreçlerin matematik öğretiminde neden önemli olduğunu ortaya koyması açısından önemlidir. Öğretmen adayları, bu süreçlerin farkında olduklarında sınıf içi etkinliklerde, materyal tasarımında ve uygulamasında yani genel bir ifadeyle, matematik öğretirken bu süreçleri göz önünde bulunduracaklardır. Bu da, öğrencilerin matematiği anlayarak ve matematiksel düşünme süreçlerini etkili biçimde kullanarak öğrenmelerini sağlayacaktır.

Ardahan (2002), matematik öğretimini şu şekilde tanımlamıştır:

Matematik öğretmek demek, öğrencinin:

- Düşünme kabiliyetini geliştirmek,
- Yeni ilişkileri anlamak,
- Yeni ilişkiler kurmak,

- Kendi zihinsel özgürlüğünün ve gücünün farkına varmak,
- Kritik düşünen ve problem çözen bireyler yetiştirmektir.

Bu tanımdan yola çıkarak, öğretmenlerin öğrenme sürecinde öğrencinin zihninde neler olup bittiğine dikkatlerinin çekilmesi doğru olacaktır. Bir öğretmen, öğrencinin bir kavramı öğrenirken ya da bir problemi çözerken zihninde gerçekleşen süreçlerin farkında olursa yapmış olduğu öğretimde de bu süreçlerin daha etkili ve verimli biçimde gerçekleşmesini etkileyen faktörleri göz önünde bulunduracaktır. Çalışma, üst düzey matematiksel düşünme süreçlerine ilişkin öğretmen adaylarının dikkatini çekmesi, bu süreçlerden nasıl faydalanabileceklerini ortaya koyması ve dolayısıyla matematik öğretimine katkıda bulunması açısından da önemlidir.

### 1.5 Problem Cümlesi

Matematik öğretmen adaylarının üst düzey matematiksel düşünme süreçleri SPÇÖ modeline göre tasarlanmış çalışma yapraklarına bağlı olarak ne düzeyde gerçekleşmektedir?

### 1.6 Alt Problemler

1. Öğretmen adaylarının üst düzey matematiksel düşünme süreçleri Çoklu Üçgen Alanı Çalışma Yaprağı’na bağlı olarak ne düzeyde gerçekleşmektedir?

2. Öğretmen adaylarının üst düzey matematiksel düşünme süreçleri Pick Yasası Çalışma Yaprağı’na bağlı olarak ne düzeyde gerçekleşmektedir?

3. Öğretmen adaylarının üst düzey matematiksel düşünme süreçleri EBOB-EKOK Çalışma Yaprağı’na bağlı olarak ne düzeyde gerçekleşmektedir?

4. Öğretmen adaylarının üst düzey matematiksel düşünme süreçleri Ardışık Çarpımların Toplamı Çalışma Yaprağı’na bağlı olarak ne düzeyde gerçekleşmektedir?

5. SPÇÖ modeline göre tasarlanmış çalışma yapraklarının üst düzey matematiksel düşünmeye etkisine ilişkin öğretmen adaylarının görüşleri öntest-sontest puanları açısından farklılaşmakta mıdır?

## 1.7 Sayıltılar

- ✓ Öğrencilerin veri toplama araçlarındaki sorulara verdikleri cevaplarda samimi ve objektif davrandıkları varsayılmıştır.

- ✓ Sıralanan problemlerin dışında, çalışma grubunda ortaya çıkabilen ve kontrol altına alınamayan başka değişkenlerin, çalışmanın sonucunu anlamlı derecede etkilemediği varsayılmıştır.

## 1.8 Sınırlılıklar

1) Araştırma, 2011–2012 eğitim-öğretim yılı bahar döneminde, Konya ilindeki bir devlet üniversitesinde Ortaöğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı'nda ve İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı'nda öğrenim gören ve çalışma grubunda yer alan 42 öğretmen adayı ile sınırlıdır.

2) Deneysel çalışmanın süresi 3 hafta ile sınırlıdır.

3) Araştırmada ele alınan sorgulayıcı problem çözme ve öğrenme yaklaşımının uygulanması Çoklu üçgen alanı, Pick yasası, EBOB-EKOK ve Ardışık çarpımların toplamı çalışma yaprakları ile sınırlıdır.

# İKİNCİ BÖLÜM

# İLGİLİ YAYIN VE ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde matematiksel düşünme ve eğitimde çalışma yapraklarının kullanımına ilişkin literatürde yer alan yayın ve araştırmalar yer almaktadır.

## 2.1 Matematiksel Düşünmeye İlişkin Yapılan Çalışmalar

Liu ve Niess (2006), Tayvan'da mühendislik fakültesi birinci sınıfta okuyan öğrencilere analiz dersini 18 hafta boyunca tarihsel bir yaklaşımla işlemişler ve öğrencilerin matematiksel düşünmelerinin nasıl değiştiğini gözlemlemişlerdir. Çalışmada analiz dersini tarihsel bir yaklaşımla işlemelerinin temel olarak iki nedene dayandırmaktadırlar. Bunlar; tarihteki matematikçilerin matematik öğrenme ve yapmada hala değerli olan matematiksel süreç ve stratejileri yaratmak için savaşmış olmaları ve bu matematikçilerin problem çözme süreçlerini analiz etmenin matematiksel düşünmenin doğasını ortaya koyacağına inanmış olmalarıdır. Çalışmanın sonunda öğrencilerin matematik yapmada en çok yaratıcılık, hayal gücü ve mantıksal duyuya (logical sense) değer verdikleri, matematik bilginin kesinliğine ilişkin değişmez bir tutuma sahip oldukları ve görüşlerinin matematiğin bir ürün değil bir süreç olduğu yönünde değiştiği sonucunu elde etmişlerdir.

Yeşildere (2006), yapmış olduğu çalışmada farklı matematiksel güce sahip ilköğretim altı, yedi ve sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçlerini incelemeyi amaçlamıştır. Matematiksel düşünme süreçlerini RBC (Recognizing-Built With-Constructing) modeline göre ele almıştır. Sonuç olarak, düşük matematiksel güce sahip öğrencilerin bilgi oluşturmada yavaş ve sorunlu bir süreçten geçtiklerini, yüksek matematiksel güce sahip öğrencilerin ise önceden oluşturulan bilgileri tanımada, kullanmada ve oluşturmada daha başarılı olduğunu söylemiştir.

Altun ve Yılmaz (2008), yapmış oldukları çalışmada, öğrenme kuramlarında, çoğunlukla bilişsel süreçlerle ilgili bilimsel gelişmelerin sonucunda ortaya çıkan yapılandırmacı öğrenme ve bilginin soyutlanma sürecini referans alarak, lise öğrencilerinin Tam Değer Fonksiyonu bilgisini oluşturma süreçlerini incelemişlerdir.

Soyutlama sürecini RBC teorisine göre ele almışlardır. Çalışma sonucunda, öğrencilerin ilk problemde oluşturdukları bilgiyi, sonrakilerde de kullandıkları Parçalı Fonksiyon ve Tam Değer Fonksiyonu bilgisini belirli bir seviyede doğru olarak oluşturabildiklerini gözlenmişlerdir. Çalışma ayrıca, fonksiyonların öğretiminde çevresel olay ve problemlerin kullanılmasının soyutlamaya olan güçlü katkısını ortaya koymuştur.

Sezgin Memnun (2011) çalışmasında ilköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin Koordinat Sistemi ve Doğru Denklemi kavramlarını oluşturma süreçlerini incelemeyi amaçlamıştır. Koordinat sistemi kavramını oluşturma sürecini gerçekçi matematik eğitimine uygun öğrenme ortamında, Doğru denklemi kavramını oluşturma sürecini ise yapılandırmacı öğrenme ortamında gerçekleştirmiştir. Bilgi oluşturma / soyutlama süreçlerini RBC+C (Recognizing - Built With - Constructing + Consalidation) soyutlama modeline göre ele almıştır. Çalışmanın sonucunda bu iki öğrenme yaklaşımının da bilgi oluşturma süreçlerini desteklediği görülmüştür.

Alkan ve Bukova (2005), yapmış oldukları çalışmada, özellikle matematik öğretmen adaylarının matematiksel düşünme gelişimini ölçmeyi amaçlamıştır. Araştırma iki aşamadan oluşmuştur. İlk aşamada deneklerin matematiksel düşünme gelişimini ölçme amaçlı araç geliştirilmiştir. İkinci aşamada ise oluşturulan ölçme aracı deneklere uygulanmış ve onların çözüm yaklaşımları, matematiksel düşünme ölçütlerine uygun biçimde sınıflandırılarak değerlendirilmiştir. Analiz sonuçları, genel anlamıyla deneklerin matematiksel düşünme gelişmişliğinin düşük düzeyde olduğunu ortaya çıkarmıştır. Matematiksel düşünmenin düzeyi bakımından gruplar arasında anlamlı farklılıklar gözlenmiştir.

Çetin (2009) çalışmasında analize giriş dersini alan öğrencilerin limit konusunu nasıl kavradıklarını incelemeyi amaçlamıştır. Aynı zamanda APOS teorisi kullanılarak tasarlanan öğretim ortamının öğrencilerin kavramalarına etkisini belirlemeye çalışmıştır. Durum çalışması deseninde olan çalışmada, öğrenciler 5 hafta boyunca araştırmacı tarafından geliştirilen öğretim ortamına devam etmişlerdir. Öğrenciler laboratuar uygulamalarında işbirlikçi bir ortamda çalışmış, sonrasında derslere katılmışlardır. Bilgisayar laboratuarlarında öğrencileri limit konusunda düşünmeye yönlendirici bilgisayar programlama etkinlikleri kullanılmıştır. Araştırmacı öğrencilerin limit kavramını anlama düzeylerindeki değişimi belirlemek için açık uçlu sorular içeren limit anketini öğrencilere ön-test ve son-test olarak uygulamıştır. Öğrencilerin limit anketinde verdiği cevaplar nitel ve nicel yöntemler kullanılarak incelenmiştir. Ayrıca görüşme sorularına verilen yanıtlar APOS çerçevesi kullanılarak analiz edilmiştir. Çalışmanın sonuçlarına göre, oluşturulan genetik çözümlemenin bu çalışmadan elde edilen öğrenci verileri ile uyumlu olduğu gözlenmiştir. Ayrıca araştırmacı tarafından geliştirilen öğrenim ortamının öğrencilerin limit konusunu kavramalarına olumlu etkide bulunduğu gözlenmiştir.

Arslan ve Yıldız (2010), yapmış oldukları çalışmada 11. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünmenin özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma ve ispatlama aşamalarıyla ilgili yaşantılarını ortaya çıkarmayı amaçlamıştır. Çalışma sonucunda;

- Matematiksel düşünme sürecinde, bir aşamadan bir sonrakine geçerken öğrenci başarısının düştüğünü,
- Öğrencilerin özelleştirmede iyi bir performans sergilediklerini,
- Genelleştirme sürecinde öğrencilerin değişkenler arasındaki ilişkiyi daha çok sözel olarak ifade etme eğiliminde olduklarını,
- Öğrencilerin varsayımda bulunmada yetersiz olduklarını,
- İspatlama sürecinde öğrencilerin oldukça sıkıntı çektiklerini söylemişlerdir.

Taşdemir (2008), yapmış olduğu çalışmada, ilköğretim 7. sınıf Fen Bilgisi dersinin "Ya basınç olmasaydı?" ünitesine ilişkin yapılandırmacı öğrenme temelli matematiksel düşünme etkinliklerini içeren öğretim ile yapılandırmacı öğrenme ve normal öğretimini devam ettiren grupların akademik başarı, tutum ve problem çözme becerileri üzerine etkilerini araştırmıştır. Araştırma sonucunda; matematiksel düşünme etkinliklerini içeren yapılandırmacı temelli öğretimin öğrencilerin akademik başarılarını, tutumlarını ve problem çözme becerilerini geliştirmede ve bunun devamının sağlanmasında önemli bir etkisinin olduğu belirlenmiştir. Fen ve

Teknoloji dersi problemlerinde matematiksel süreçleri yüksek düzeyde kullanan öğrenciler problem çözme süreçlerini etkin olarak kullanmışlardır. Problemlerde matematiksel süreçleri orta ve düşük düzeyde sergileyen öğrenciler; problemi kısmen tanıyıp belirlemişler, problem çözümünde büyük kavram ve hesap hataları yapmışlar ve matematiksel akıl yürütme ve formülasyon kullanmadan sezgisel çözüm kullanarak sonuca ulaşmışlardır. Fen problemlerinde matematiksel süreçleri gösteremeyen öğrencilerin ise bilgiyi düzenleme ve matematik kavramları arasındaki ilişkiyi bulmaya yönelik belirgin çabalarının olmadığı görülmüştür.

Yeşildere & Türnüklü (2007), yapmış oldukları çalışmada, ilköğretim sekizinci sınıftan mezun öğrencilerin matematiksel düşünme ve akıl yürütme süreçlerini incelemeyi amaçlamışlardır. Çalışma sonucunda, İzmir evreninde yer alan ilköğretim sekizinci sınıftan yeni mezun öğrencilerin problem çözmede, matematiksel bilgilerle ilişkilendirme yapmada ve mantıksal akıl yürütmede sorun yaşadıklarına işaret etmişlerdir.

Mubark (2005), yapmış olduğu çalışmada, öncelikle, matematiksel düşünmenin önemli yönlerini tanımlamayı ve matematiksel düşünme ve matematik başarısı arasındaki ilişkileri ortaya koymaya amaçlamıştır. Ek olarak farklı sosyo-kültürel durumlarla matematiksel düşünme ve matematik başarısı arasındaki ilişkiyi belirmeyi amaçlamıştır. Matematiksel düşünme sürecini, genelleme, tümevarım, tümdengelim, sembollerin kullanımı, mantıklı düşünme ve matematiksel ispat süreçleri olarak ele almıştır. Ürdün'deki 11. sınıf öğrencilerine uyguladığı çalışmanın sonucunda,

- bayan öğrencilerin üç süreç açısından erkek öğrencilere göre daha başarılı olduğu,
- şehrin dış bölgelerinde bulunan okullardaki öğrencilerin kent merkezindeki ve kırsal kesimdeki öğrencilerden dört süreç açısından daha başarılı olduğu,
- matematiksel düşünmenin ele almış olduğu altı sürecinin de matematik başarısını olumlu etkilediği sonucunu elde etmiştir.

Akkuş (2004), çalışmasında çoklu temsil temelli öğretimin, geleneksel öğretim yöntemiyle karşılaştırıldığında yedinci sınıf öğrencilerinin cebir performanslarına, matematiğe karşı tutumlarına ve temsil tercihlerine olan etkisini araştırmayı amaçlamıştır. Nicel verilerle elde edilen sonuçlara göre, gruplar arasında cebir başarı testi, temsil biçimleri arasında dönüştürme beceri testi ve Chelsea cebir tanı testinden alınan puanlara göre, deney grubu lehine istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunmuştur. Ancak, gruplar arasında matematiğe karşı tutum ölçeğinden elde edilen puanlara göre istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunamamıştır. Kaykare analizi sonuçlarına göre; deney, öğrencilerin temsil tercihlerini manidar olarak değiştirmiştir. Öğrencilerle yapılan görüşmeler sonucunda, deney grubu öğrencilerinin verilen cebir problemleri için farklı temsil biçimlerini kullanabildikleri ve bunlardan verilen duruma en uygun olanını seçebildikleri ortaya çıkmıştır.

Doruk (2010), çalışmasında, matematiksel modelleme etkinliklerinin, öğrencilerin matematik dersinde öğrendiklerini günlük yaşama transfer etme becerilerinin gelişimine etkisini incelemeyi amaçlamıştır. Araştırma, alt sosyo-ekonomik düzeyden öğrencilerin devam ettiği bir devlet okulunun 6. ve 7. sınıfları üzerinde, 116 öğrenciyle yürütülmüştür. Araştırmada, kontrol gruplu öntest–sontest deneysel modeli benimsenmiştir. Sonuç olarak, her iki sınıf düzeyinde de, matematiksel modelleme etkinlikleri kullanılan grupların, günlük yaşam problem durumlarında matematikten yararlanma, günlük yaşamlarında matematik dilini kullanma ve matematikle günlük yaşamı ilişkilendirme düzeylerinin, bu etkinliklerin kullanılmadığı gruplardan yüksek olduğu belirlenmiştir. 6. sınıf deney grubuyla, 7. sınıf deney grubunun matematiği günlük yaşama transfer edebilme düzeylerindeki artışları arasında anlamlı bir fark bulunamamış, bu nedenle matematiksel modelleme etkinliklerinin okulda öğrenilen matematiği günlük yaşama transfer etmeye etkisinin sınıf düzeyine bağlı olmadığı sonucuna varılmıştır.

Kertil (2008), çalışmasında, 4. sınıfta öğrenim gören matematik öğretmen adaylarının problem çözme becerilerinin matematiksel modelleme sürecinde nasıl ortaya çıktığını ve bu becerilerin farklı çalışma ortamlarında ne gibi farklılıklar gösterdiğini ortaya koymayı amaçlamıştır. Araştırmasında, matematik eğitiminde problem çözmeye farklı bir açıdan bakan modelleme yaklaşımını benimsemiştir. Çalışma sonucunda elde edilen bulgular öğretmen adaylarının modelleme etkinlikleri sürecinde problem çözme becerilerinin yeteri kadar iyi olmadığını göstermiştir. Öğretmen adaylarının problemin çözümü için *hedefi belirginleştirme*, *bir matematiksel model seçme ve uygulama*, *grafik gösterimlerden yararlanma* gibi modelleme sürecinin bazı aşamalarında zorlandıkları belirlenmiştir. Modelleme etkinliklerinden elde edilen bulgular da modelleme testinin sonuçlarını teyit eder niteliktedir.

Schoenfeld, Smith & Arcavi yaptıkları bir çalışmada, ortalama bir öğrenciden daha yüksek bir düzeyde başarılı olan bir bayan öğrenciye y-eksenini nasıl anladığını sormuşlardır. Çalışma esnasında, öğrencinin y-ekseni ile ilgili verilen örneklerden yola çıkarak birbirinden farklı ve uyuşmayan dört yorum yaptığını gözlemlemişlerdir. Öğrencinin zihnindeki bu uyuşmaz tanımlardan kurtulmasını ve y-ekseni kavramı için birleştirici bir soyutlamayı başarabilmesini sağlamak haftalarca sürmüştür (akt. Dreyfus, 1991).

### 2.2 Çalışma Yapraklarına İlişkin Yapılan Çalışmalar

Yağdıran (2005) çalışmasında, ortaöğretim 9. sınıf matematik dersi kapsamındaki "Fonksiyonlar" ünitesinin çalışma yaprakları, vee diyagramları ve kavram haritası kullanılarak öğretiminin öğrenci başarısına ve fonksiyonlar konusuna iliksin tutumları üzerine etkisini belirlemeyi amaçlamıştır. Bu amaçla fonksiyonlar ünitesine ilişkin çalışma yaprakları, Vee diyagramları ve kavram haritası hazırlamıştır. Çalışmada öntest–sontest kontrol gruplu deneysel desen kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlara göre, Vee diyagramları ve kavram haritası kullanılarak yapılan öğretimin deney grubu lehine daha etkili olduğu gözlenmiş, ancak istatistiksel anlamlılık düzeyinde bir fark bulunamamıştır. Ayrıca deney ve kontrol grubu öğrencilerinin fonksiyonlar konusunda geliştirdikleri tutumlar arasında da deney grubu lehine bir gelişme gözlenmiş ise de, istatistiksel anlamlılık düzeyinde bir fark bulunmamıştır.

Ceylan (2003), tarafından yapılan çalışma, fonksiyon kavramının öğrenimini sağlamak amacıyla bir dizi etkinlik ve bir prototip yazılımının hazırlanmasını ve çalışma yaprakları yardımıyla uygulanmasını içermektedir. Araştırmada, çalışma yaprakları değerlendirme amaçlı kullanılmıştır. Hem nitel hem de nicel verilerin elde edildiği çalışmada kontrol gruplu deneysel desen benimsenmiştir. Sonuç olarak, fonksiyon kavramının anlaşılmasında, deney grubu lehine istatistiksel olarak anlamlı sonuçlar ortaya çıkmıştır.

Kaş (2010) çalışmasında, çalışma yaprakları kullanılarak yapılan öğretimin 8. sınıf öğrencilerinin cebir problemlerini çözme ve cebirsel düşünme becerilerine etkisi araştırmıştır. Bu çerçevede öğrencilerin bireysel özelliklerine göre farklılaşma durumları da araştırılmış ve çalışma yaprakları ile öğretimin hangi özelliklere sahip öğrencilerde daha etkili olduğu sorularına açıklık getirmiştir. Öğretim çalışmaları sonrasında, çalışma yaprakları ile yapılan öğretimin öğrencilerin cebirsel problem çözme ve cebirsel düşünme becerilerine olumlu etki yaptığı görülmüştür. Bu etki cebirsel problem çözme becerisinde geleneksel öğretim yöntemine göre daha anlamlı bulunmuştur.

Zehir (2010) yapmış olduğu çalışmada, yapılandırmacı öğretim yaklaşımına göre hazırlanmış çalışma yapraklarının kullanıldığı öğretim yöntemi ile geleneksel öğretim yönteminin, öğrencilerin lineer dönüşümler konusu ile ilgili akademik basarı ve lineer cebir dersine yönelik tutumlarının karşılaştırılmasını amaçlamıştır. Çalışmanın örneklemi, 83 tane ilköğretim matematik öğretmen adayından oluşmuştur. Çalışmada kontrol gruplu deneysel desen benimsenmiştir. Elde edilen sonuçlara göre, lineer dönüşümler konusunun ve lineer dönüşümlere karşılık gelen matrislerin bulunması işleminin öğrenciler tarafından kavranmasında ve lineer cebir dersine karsı olumlu tutum geliştirilmesinde yapılandırmacı yaklaşıma göre hazırlanan çalışma yapraklarına dayalı öğrenmenin, geleneksel öğretim yönteminden daha etkili olduğu gözlemlenmiştir.

Yaşa (2010), yapmış olduğu çalışmada, yeni ilkoğretim programı ışığında problem çözme stratejileri öğretiminin altıncı sınıf öğrencilerinin problem çözme başarılarına etkisi araştırmıştır. Çalışmada nitel ve nicel araştırma yöntemlerinin beraber uygulanmasını içeren karma yöntem kullanılmıştır. Verilerin toplanmasında, araştırmacı tarafından geliştirilen on test ve son test olarak kullanılan problem çözme başarı testi ile çalışma yapraklarından yararlanılmıştır. Araştırmada ön testin uygulanmasından sonra, gruba problem çözme stratejileri hakkında bilgilendirme yapılmış ve sonrasında bu stratejilerin kullanılacağı problemlerin yer aldığı çalışma yaprakları 8 hafta (18 ders saati) süreyle uygulanmıştır. Araştırmanın sonunda, son test uygulanmış ve öğrencilerin uygulama hakkındaki görüşlerine başvurulmuştur. Araştırmanın sonucunda, çalışma yaprakları destekli problem çözme stratejileri öğretiminin öğrencilerin problem çözme başarılarını arttırdığı sonucuna varılmıştır.

## ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

## YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli, çalışma grubu, veri toplama araçlarına ilişkin konulara yer verilmiştir.

### 3.1 Araştırmanın Modeli

Araştırmada hem nicel hem de nitel yöntemler bir arada kullanılacağı için araştırmanın yöntemi karma bir yöntemdir.

Matematik öğretmen adaylarının matematiksel düşünme süreçlerinin kendi bağlamları çerçevesinde ne düzeyde gerçekleştiğini anlamaya çalışmak amaçlandığından, durum (örnek olay) çalışması nitel araştırma deseni olarak benimsenmiştir. Yıldırım ve Şimşek'e (2008:281) göre örnek olay çalışması "nasıl" ve "niçin" sorularını temel almaktadır. Bunun yanı sıra "ne" sorusu da durum çalışmaları için gereklidir. Durum çalışmaları araştırmacının kontrol edemediği bir olgu ya da olayı derinliğine incelemesine imkân vermektedir.

Gall, Gall & Berg (1999) durum çalışmasının amaçlarını "betimlemek", "açıklamak" ve "değerlendirmek" olarak belirlemişlerdir. Betimleme amaçlı durum çalışmasında güncel bir olgunun açık olarak kavramsallaştırılması ve betimlenmesi söz konusudur. Açıklama amaçlı durum çalışmasının temel amacı özel bir durum veya durumlar arasındaki örüntüleri ortaya çıkarmak ve açıklamaktır. Değerlendirme amaçlı durum çalışmasında ise temel amaç olguya ilişkin karar verme ve değerlendirmedir (akt. Çengelci, 2010). Bu amaçlar göz önüne alındığında bu araştırmada benimsenen durum çalışmasının amacının betimlemek olduğu açıktır.

McMillan (2000) altı tür durum çalışmasından bahsetmektedir (akt. Büyüköztürk, 2009). Bunlar:

*Tarihsel örgütleme*: Özel bir kuruluşun zamana bağlı süreçlerine odaklanılır.

*Gözleme dayalı*: Bir olgu ya da olgunun alt boyutları üzerine yapılan bir çalışmada veri toplama amacıyla kullanılması uygundur.

*Hayat hikâyesine dayalı*: Birincil bir kişinin anlatımlarının araştırmacı tarafından tamamlanmasıdır.

*Durum analizine dayalı*: Özel bir olaya odaklanma ve olayı tüm katılımcılara ait farklı bakış açıları yardımıyla ele alarak incelenme söz konusudur.

*Çoklu durum*: Birbirinden bağımsız olguları ele almaktadır.

*Çoklu alan*: Çoğunlukla kuram geliştirmek için birçok alan ya da katılımcı ele alınır.

Tüm bu durum çalışması türleri göz önüne alındığında araştırmada benimsenen durum çalışmasının durum analizine dayalı bir çalışma olduğu görülmektedir.

Araştırmada nitel olarak benimsenen durum çalışmasının yanı sıra öğretmen adaylarının görüşlerinin incelenmesi için nicel verilerin elde edilmesinde tek grup öntest-sontest deneysel desen benimsenmiştir. Bu desende deneysel işlemin etkisi tek bir grup üzerinde yapılan çalışmayla test edilmektedir. Çalışmaya katılan bireylerin bağımlı değişkene ilişkin ölçümleri uygulama öncesinde öntest, uygulama sonrasında ise sontest olarak belirlenmektedir. Ölçümler aynı ölçme aracı ile gerçekleştirilmektedir. Desende seçkisizlik veya eşleştirme söz konusu değildir. Tek faktörlü tekrarlı ölçümler için uygun bir desendir. Desende tek gruba (G) ait öntest ve sontest değerleri arasındaki farkın istatistiksel olarak anlamlılığı test edilmektedir (Büyüköztürk, 2009).

Desenin gösterimi Tablo 3.1 de görülmektedir.

**Tablo 3.1 Tek Grup Öntest-Sontest Deneysel Desen**

| Grup | Öntest | İşlem | Sontest |
|---|---|---|---|
| G | $O_1$ | X | $O_2$ |

Tek grup Öntest – Sontest desen (Büyüköztürk, 2009)

G=Çalışma Grubu

$O_1$= Çalışma Grubuna uygulama öncesi uygulanan Çalışma Yaprakları Anketi

$O_2$= Çalışma Grubuna uygulama sonrası uygulanan Çalışma Yaprakları Anketi

X= SPÇÖ modeline göre tasarlanmış çalışma yaprakları

Çalışmada uygulanan deneysel işlemde çalışma grubu üzerindeki bağımsız değişken Sorgulayıcı Problem Çözme ve Öğrenme modeline göre tasarlanmış çalışma yapraklarının matematiksel düşünmeye etkisidir. Bu bağımsız değişkenden etkilenen bağımlı değişken ise öğretmen adaylarının görüşleridir.

### 3.2 Çalışma Grubu

Çalışma grubunu Necmettin Erbakan Üniversitesi Ahmet Keleşoğlu Eğitim Fakültesi Ortaöğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı 5. sınıfta öğrenim görmekte olan 11 bayan ve 11 erkek öğretmen adayı ile İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı 3. sınıf A şubesinde öğrenim görmekte olan 11 bayan ve 9 erkek öğretmen adayı olmak üzere toplamda 42 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Çalışma grubunun hem ortaöğretim matematik hem de ilköğretim matematik eğitiminden seçilmiş olmasının amacı veri çeşitliliğinin sağlanmasıdır. Tablo 3.2 de çalışma grubunda yer alan adayların sayılarına ilişkin bilgiler verilmiştir.

**Tablo 3.2 Çalışma Grubunda Yer Alan Adayların Sayıları**

| Çalışma Grubu | Bayan | Erkek | Toplam |
|---|---|---|---|
| OÖM | 11 | 11 | 22 |
| İÖM | 11 | 9 | 20 |
| Toplam | 22 | 20 | 42 |

### 3.3 Veri Toplama Araçları ve Geliştirilmesi

Araştırmada çalışma grubunda yer alan öğretmen adaylarının üst düzey matematiksel düşünme süreçlerini incelemek amacıyla sorgulayıcı problem çözme ve öğrenme modeline göre tasarlanmış çalışma yaprakları kullanılmıştır. Aynı zamanda çalışma grubunda yer alan adayların SPÇÖ modeline göre tasarlanmış çalışma yapraklarının üst düzey matematiksel düşünme süreçlerine etkisine ilişkin görüşlerini belirlemek amacıyla çalışma yaprakları anketi kullanılmıştır.

Veri toplama araçlarının geliştirilme süreçleri veri toplama araçlarının başlıkları altında ele alınmıştır.

#### 3.3.1 Çalışma Yaprakları Anketi

Araştırmada, tek grup öntest–sontest deneysel desen benimsenmiş olup Çalışma Yaprakları Anketi (ÇYA) gruplara uygulamanın başında öntest olarak ve uygulama sonunda sontest olarak uygulanmıştır.

Ardahan (2007) tarafından geliştirilmiş olan "Dinamik Modelleme ve Çalışma Yaprakları" anketi matematiksel düşünme ve çalışma yaprakları bağlamında yeniden düzenlenmiştir. Burada sorgulayıcı problem çözme ve öğrenme modeline göre tasarlanmış çalışma yapraklarının matematiksel düşünme sürecine etkilerini belirlemek amaçlanmıştır.

Çalışma Yaprakları Anketi 5li likert tipinde 10 maddeden oluşmaktadır. Maddeler 5=Tamamen Katılıyorum, 4=Katılıyorum, 3=Kararsızım, 2=Katılmıyorum, 1=Hiç Katılmıyorum şeklinde derecelendirilmiştir.

Çalışma Yaprakları Anketi'nin geliştirilmesi süreci anket geliştirmede izlenen tüm süreçlerini kapsayacak biçimde açıklanmıştır.

- **Çalışma Yaprakları Anketinin Geliştirilmesi**

ÇYA, var olan bir anketin bir uyarlaması niteliği taşıdığından, anketin geçerlik ve güvenirlik çalışmaları pilot bir uygulamayla yeniden düzenlenmiştir. Pilot çalışmaya daha önce çalışma yaprakları ile eğitim almış olan ortaöğretim ve ilköğretim matematik öğretmenliği anabilim dalından 103 öğretmen adayı katılmıştır. Yapılan pilot çalışmadan elde edilen bulgular aşağıdaki şekildedir;

**(1) Çalışma Yaprakları Anketi'nin güvenirliğine ilişkin bulgular;**

Bir ölçeğe ilişkin içsel tutarlılığın ölçümünde en yaygın kullanılan yöntem Cronbach Alpha olarak da bilinen alfa katsayısının hesaplanmasıdır. Cronbach Alpha katsayısı ile elde edilen değer ölçek için var olan tüm olası ikiye ayırma kombinasyonlarından ortaya çıkabilecek ikiye ayırma katsayılarının bir ortalamasını verir ve 0 ile 1 arasında değişen değerler alır (Altunışık vd., 2010:124).

Alfa (α) katsayısına bağlı olarak ölçeğin güvenirliği aşağıdaki biçimde yorumlanır:

- $0.00 \leq \alpha < 0.40$ ise ölçek güvenilir değildir.
- $0.40 \leq \alpha < 0.60$ ise ölçek güvenilirliği düşük,
- $0.60 \leq \alpha < 0.80$ ise ölçek oldukça güvenilir,
- $0.80 \leq \alpha < 1.00$ ise ölçek yüksek derecede güvenilir

bir ölçektir (Kalaycı vd., 2008:405).

Büyüköztürk'e (2011) göre ise 0.70 üzeri değere sahip güvenirlik katsayılarının yeterli kabul edilebilmektedir.

**Tablo 3.3 ÇYA ya Ait Cronbach Alfa Değeri**

| Cronbach Alfa Değeri | Madde Sayısı |
|---|---|
| .888 | 10 |

Tablo 3.3 te görüldüğü üzere anketin Cronbach Alpha değeri 0.88 olarak bulunmuştur. Bulunan bu değer doğrultusunda ölçeğin yüksek derecede güvenilir olduğu sonucu çıkmaktadır. Ayrıca güvenirliğini belirlemek için ölçeğin içerdiği maddelerin madde-toplam korelâsyonları da incelenebilir. Yapılan incelemede ölçeğin madde-toplam korelâsyonlarının 0.48 ile 0.79 arasında değiştiği dikkate

alındığında ölçeğin maddeler bazında da tutarlı bir yapıya sahip olduğu anlaşılmaktadır (bkz. Tablo 3.6).

**(2) Çalışma Yaprakları Anketi'nin geçerliğine ilişkin bulgular**;

- **Kapsam Geçerliği**

Büyüköztürk'e (2011:168) göre kapsam geçerliği, testi oluşturan maddelerin, ölçülmek istenilen özelliği ölçmede nicelik ve nitelik olarak yeterli olup olmadığının göstergesidir. Kapsam geçerliğini test etmede kullanılan mantıksal yollardan biri, uzman görüşüne başvurmaktır. Anketin kapsam geçerliğini belirlemek amacıyla bir uzmanla görüşülmüş ve anketin kapsam geçerliğini sağladığı belirlenmiştir.

- **Yapı Geçerliği**

Bir ölçme aracının geçerliği, aracın neyi ölçtüğü ve bu işi ne kadar iyi yaptığı anlamına gelmektedir. Yapı geçerliği ölçülen özelliğin ne olduğu ile ilgili olup, faktör analizi, yapı geçerliğini incelemede en güçlü yöntemdir (Morgil vd. 2004). Altunışık vd.'a (2010) göre faktör analizi bir değişkenler setinde yer alan değişkenlerden ilişkisiz olanların veya zayıf ilişkide olanların belirlenmesinde özellikle ölçek geliştirme bağlamında yararlı olmaktadır.

Bir ölçeğin yapı geçerliğini belirlemek amacıyla başvurulan yollardan bir tanesi faktör analizidir. Altunışık vd.'a (2010) göre faktör analizi bir değişkenler setinde yer alan değişkenlerden ilişkisiz olanların veya zayıf ilişkide olanların belirlenmesinde özellikle ölçek geliştirme bağlamında yararlı olmaktadır. Birçok araştırmada ölçeğin yapı geçerliğini belirlemek amacıyla faktör analizinden yararlanılmıştır (Gür & Bütünöner, 2006; Karagöz & Kösterelioğlu, 2008; Kurnaz & Yiğit, 2010; Sağ, 2011).

Tüm bu çalışmalar doğrultusunda ÇYA nın geliştirilmesinde de anketin yapı geçerliğini belirlemek amacıyla faktör analizinden yararlanılmıştır.

Faktör analizinin aşamaları şu şekildedir:

a) Verilerin Faktör Analizi İçin Uygunluğunun Belirlenmesi

b) Faktörlerin Elde Edilmesi

c) Faktörlerin Döndürülmesi

d) Faktörlerin İsimlendirilmesi (Kalaycı vd., 2008:321).

Bu aşamalar çerçevesinde yapılan analizlerin sonuçları her bir aşama için ayrı ayrı olarak belirlenmiştir.

**a) Verilerin Faktör Analizi İçin Uygunluğunun Belirlenmesi**

Örneklem grubundan gelen verilerin faktör analizi için uygun olup olmadığı KMO (Kaiser-Meyer-Olkin) katsayısı ve Bartlett testi ile açıklanabilir (Büyüköztürk, 2011). Burada Bartlett testi sonucunun anlamlı çıkması ve KMO değerinin 0.50'den büyük çıkması gerekmektedir. İlgili literatüre göre KMO değeri 0.60 orta, 0.70 iyi, 0.80 çok iyi, 0.90 mükemmel olarak kabul edilmektedir (Şeker, Deniz & Görgen, 2004).

ÇYA için yapılan Bartlett testi sonucu ve KMO değeri Tablo 3.5 te sunulmuştur.

**Tablo 3.4 ÇYA ya Ait KMO ve Bartlett Testleri**

| | | |
|---|---|---|
| Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) Örneklem Yeterliği Ölçümü | | .879 |
| Bartlett Testi | Ki-kare Değeri | 463.169 |
| | Sd | 45 |
| | Anlamlılık Düzeyi p ($p<0.05$) | .000 |

Faktör analizinde, değişkenler arasında yüksek korelâsyon ilişkisi aranır. Değişkenler arasında korelâsyon azaldıkça, faktör analizinin sonuçlarına olan güven de o denli azalmaktadır. Tablo 3.4 ten Barlett testinin anlamlılık düzeyi $p=.000<.05$ olduğundan testin sonucu anlamlıdır. Yani, değişkenler arasında yüksek korelâsyonlar mevcuttur ve veriler çoklu normal dağılımdan gelmiş demektir.

Tablo 3.4 ten görüldüğü üzere KMO katsayısı 0.879 olduğundan sonuç mükemmeldir. Bu sebeple, araştırmada örnek büyüklüğü yeterlidir ve veriler faktör analizine uygundur.

### b) Faktör Sayısının Belirlenmesi

Bu aşamada amaç değişkenler arasındaki ilişkileri en yüksek derecede temsil edecek az sayıda faktör elde etmektir. Kaç faktör elde edileceği ile ilgili çeşitli kriterler söz konusudur. Bu kriterler:

(i) *Özdeğere (Eigenvalues) Göre Belirleme:* Özdeğeri 1 ve 1'den büyük olan faktörlerin hesaba katılması yaygın olarak kullanılan bir kriterdir. Joliffe kriteri, 0.7 ve daha büyük değerli, özdeğer sayısı kadar faktör alınmasının uygun olacağını ileri süren bir yaklaşımdır (Kalaycı vd., 2008:322). Özdeğer; bir faktör tarafından açıklanan toplam varyansı gösterir.

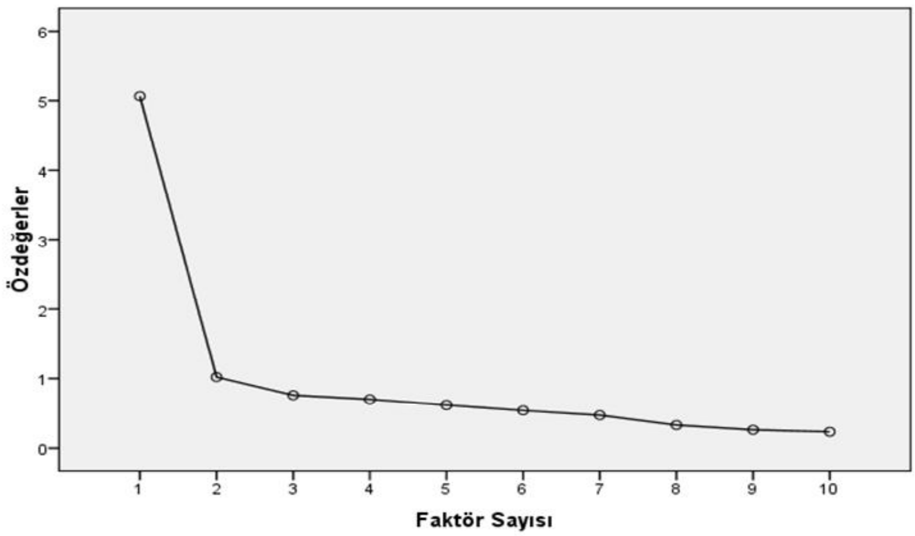
**Tablo 3.5 ÇYA nın Özdeğer İstatistiğine Bağlı Faktör Sayısı ve Açıklanan Varyans Yüzdesi**

| | Başlangıç Özdeğerleri | | | Karesel Yüklerin Toplamlarının Çıkarımı | | | Karesel Yüklerin Toplamlarının Döndürülmesi | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Bileşen | Toplam | Varyans Yüzdesi % | Birikimli varyans % | Toplam | Varyans Yüzdesi % | Birikimli varyans % | Toplam | Varyans Yüzdesi % | Birikimli varyans % |
| 1 | 5.063 | 50.627 | 50.627 | 5.063 | 50.627 | 50.627 | 3.304 | 33.037 | 33.037 |
| 2 | 1.021 | 10.212 | 60.839 | 1.021 | 10.212 | 60.839 | 2.780 | 27.802 | 60.839 |
| 3 | .759 | 7.591 | 68.430 | | | | | | |
| 4 | .700 | 6.996 | 75.427 | | | | | | |
| 5 | .618 | 6.178 | 81.605 | | | | | | |
| 6 | .540 | 5.404 | 87.009 | | | | | | |
| 7 | .472 | 4.720 | 91.729 | | | | | | |
| 8 | .330 | 3.304 | 95.033 | | | | | | |
| 9 | .263 | 2.626 | 97.659 | | | | | | |
| 10 | .234 | 2.341 | 100.000 | | | | | | |

Tablo 3.5 e göre Çalışma Yaprakları Anketi için özdeğeri 1'den büyük olan iki faktörün varlığı söz konusudur. Birinci faktörün özdeğeri 5.063, ikinci faktörün ise 1.02 olarak bulunmuştur. İkinci faktörün varlığını net biçimde anlayabilmek için hem Serpilme Diyagramı ile belirleme yöntemine hem de açıklanan varyans oranına göre değerlendirme yapılmıştır.

(ii) *Serpilme Diyagramı (Scree test) ile Belirleme:* Bu yöntemde; özdeğerlerin grafiği incelenir ve eğrinin eğiminin azaldığı veya düzleşmeye başladığı yere kadar olan faktörler çözüme dâhil edilir. Diyagramda, x eksenine faktörler, y eksenine özdeğerler yazılır (Altunışık v.d., 2010:124).

**Şekil 3.1 ÇYA Faktör Analizi Serpilme Diyagramı (Scree Test)**




Şekil 3.1 de birinci faktörden sonra yüksek ivmeli bir düşüş gözlenmektedir. Fakat grafikte ikinci faktörden sonra da az olmakla birlikte ivmeli bir düşüş sergilediği görülmektedir. Üçüncü faktörden sonra eğrinin eğimi oldukça azalmış, neredeyse düz bir çizgi görünümü almıştır. Bu da bize ölçeğin iki faktörlü bir yapıya sahip olabileceğini göstermektedir. Elde ettiğimiz bulguları teyit etmek adına faktörlerin açıkladıkları varyans oranlarına da bakılmıştır.

(iii) *Açıklanan Varyansın Oranına Göre Belirleme:* Analiz sonunda elde edilen varyans oranları ne kadar büyükse faktör yapısı da o kadar güçlü olur. Bu düzeyin sosyal alanlarda %40 ile %60 arasında olmasını yeterli kabul edilmektedir (Tavşancıl, 2002:48).

Tablo 3.6 ya göre faktörlerin açıklamış oldukları varyans yüzdeleri birinci faktör için %50.6, ikinci faktör için ise %10.2 olarak belirlenmiştir. Bu oranlar ölçeğin tek bir faktör yapısına sahip olma fikri vermiş olsa da döndürülmüş çözümde birinci ve ikinci faktörün açıkladıkların varyans yüzdeleri (%33.07 ye karşılık, %27.8 açıklama oranı) sayesinde yaklaşık olarak aynı öneme sahip oldukları görülmektedir.

Yapılan tüm değerlendirmelerin sonucunda ÇYA nın iki boyutlu bir yapıya sahip olduğu belirlenmiştir.

**c) Faktörlerin Döndürülmesi (Belirlenmesi)**

Faktörlerin yorumlanması ve isimlendirilmesinde kolaylık sağlaması açısından faktörleri döndürme yoluna gidilmektedir. Bu döndürme yöntemlerinden en çok tercih edileni ise Varimax yöntemidir (Altunışık vd., 2010).

Faktör analizinde aynı yapıyı ölçmeyen maddelerin ayıklanmasında genellikle aşağıda belirtilen üç ölçüt dikkate alınmaktadır:

- ✓ Maddelerin yer aldıkları faktördeki yük değerlerinin yüksek olması (0.45 veya daha yüksek olması seçim için iyi bir ölçüdür. Ancak bu sınır değer 0.30'a kadar indirilebilmektedir).
- ✓ Maddelerin tek bir faktörde yüksek yük değerine, diğer faktörde ise düşük yük değerine sahip olması (yüksek iki yük değeri arasındaki farkın en az 0.10 olması önerilmektedir).
- ✓ Önemli faktörlerin, herhangi bir maddede (değişkende) birlikte açıkladıkları ortak faktör varyansının yüksek olması (Ortak faktör varyansının yüksek olması modelde açıklanan toplam varyansı artırmaktadır). (Büyüköztürk, 2011).

Bu kriterler doğrultusunda ÇYA için yapılan faktör analizi sonuçları aşağıdaki şekildedir:

**Tablo 3.6 ÇYA Maddelerinin Faktör Yük, Ortak Varyans ve Madde Toplam Korelasyon Değerleri**

| Madde No | Faktör Ortak Varyansı | Faktör 1 Yük Değeri | Döndürülmüş Faktör Yük Değerleri | | Madde Toplam Korelâsyon Değerleri |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | Faktör 1 | Faktör 2 | |
| M4 | .762 | .705 | .870 | | .613 |
| M7 | .591 | .657 | .757 | | .571 |
| M1 | .750 | .856 | .727 | | .798 |
| M10 | .575 | .753 | .624 | | .673 |
| M2 | .518 | .711 | .609 | | .629 |
| M9 | .568 | .753 | .539 | | .676 |
| M6 | .623 | .564 | | .787 | .481 |
| M8 | .727 | .790 | | .763 | .723 |
| M5 | .523 | .615 | | .692 | .524 |
| M3 | .447 | .664 | | .494 | .573 |

Açıklanan Varyans
Toplam : %60.8
Faktör 1 : %50.6
Faktör 2 : %10.2

Tablo 3.6 incelendiğinde M1, M2, M4, M7, M9, M10 maddelerinin birinci faktör altında, M3, M5, M6, M8 maddelerinin ikinci faktör altında toplandığı görülmektedir. Maddelerin yer aldıkları faktördeki yük değerlerinin 0.45'ten büyük olması maddelerin temsil ettikleri yapı ile yüksek düzeyde bir ilişki kurduklarını göstermektedir.

### d) Faktörlerin İsimlendirilmesi

Son olarak belirlenen faktörlerin isimlendirilmesi aşaması gerçekleştirilmiştir. Maddelerin içerikleri dikkate alınarak birinci faktörde yer alan maddelerin bilgi keşfi ile ilişkili olduğu belirlenmiş ve bu faktöre, "Bilgiyi Keşfetme" ismi verilmiştir. İkinci faktörde yer alan maddelerin ise anlamlı ve kalıcı öğrenmenin sağlanması ile ilgili olduğu görülmüş ve bu faktöre, "Bilgiyi Anlamlandırma" ismi verilmiştir.

Yapılan geçerlik ve güvenirlik çalışması sonucunda Çalışma Yaprakları Anketi'nden elde edilecek olan ölçümlerin güvenilir olduğu ve üst düzey matematiksel düşünmeyi "Bilgiyi keşfetme" ve "Bilgiyi anlamlandırma" faktörleri yardımıyla ölçebilecek bir yapıya sahip olduğu belirlenmiştir.

### 3.3.2 Sorgulayıcı Problem Çözme ve Öğrenme Modeline Göre Tasarlanmış Çalışma Yaprakları

Araştırmada veri toplama aracı olarak kullanılacak olan çalışma yaprakları, orijinal olarak Ardahan tarafından tasarlanmıştır. 10 yıldan daha fazla bir sürede Öğretim Teknolojileri ve Materyal Tasarım dersi alan bölümlerde 850 den fazla öğrenci üzerinde denenmiştir. Çalışma yapraklarının tasarımında Sorgulayıcı problem çözme ve öğrenme modeli esas alınmıştır. Çalışma yaprakları tasarlanırken sorgulayıcı problem çözme ve öğrenme modelinin seçilmesindeki sebep, modelin üst düzey matematiksel düşünme süreçlerinin karakteristik özelliklerini içeren bir sistematiğe sahip olmasıdır.

İyi bir şekilde tasarlanmış çalışma yaprağı yapılandırmacı öğrenme kuramının temel ilkeleri doğrultusunda etkili kavram öğretimini sağlamada öğretmene yardımcı olacak rehber materyallerden birisidir (Zehir, 2010).

Ardahan (2002) bir çalışma yaprağında olması gereken bilişsel özellikleri şöyle sıralamıştır;

- Karşılaştığı durum veya olguyu, matematiksel ifade etmek ve matematik modelini kurmak,
- Karşılaşılan durumları sınıflandırmak
- Mantıksal çıkarımlar yapmak
- Sonuçları genelleştirmek
- Yapılanları soyutlamak, bu bilgileri başka ortamlara taşıyabilmek, yeni problemler kurabilmektir.

Bu bilişsel özellikler göz önüne alındığında, bu özelliklerin matematiksel düşünmeyi gerçekleştirebilmek için de gerekli özellikler olduğu görülmektedir. O halde, öğretmen adaylarının üst düzey matematiksel düşünme süreçlerini incelemek için bu araştırmada çalışma yapraklarından faydalanmak yerinde bir karar olmaktadır.

Çalışma yaprakları hazırlanırken sorgulayıcı problem çözme ve öğrenme modeli (Şekil 1.3) esas alınmıştır. Bu model, problem çözme sürecini beş kritik ve ardışık adımla açıklamaktadır. Aynı zamanda bu model yeni matematiksel bilgiyi nasıl keşfederiz? sorusunun cevabına yöneliktir.

Gerçek hayat ve kurguya dayalı öğrenme için;

**1.** Probleme uygun model kurunuz.

**2.** Modelden veri toplayınız.

**3.** Verileri ilişkilendiriniz.

**4.** İlişkiyi genelleştiriniz. (Bu aşamada yeni bilgi keşfedilir)

**5.** Öğrenme sürecini ve sonucu değerlendiriniz (Ardahan ve Ersoy, 2001).

#### 3.3.2.1 Çoklu Üçgen Alanı ile İlgili Çalışma Yaprağı

Çoklu Üçgen Alanı Çalışma Yaprağı (ÇÜAÇY) sorgulayıcı problem çözme ve öğrenme modeline göre Ardahan tarafından 1997 yılında tasarlanmıştır. SÖPÇ modelinin sahip olduğu sistematiği ve 5 kritik adımını da içermektedir (EK-1).

Çoklu Üçgen Alanı Çalışma Yaprağının çalışmada uygulanmak üzere seçilmesinin nedeni bu çalışma yaprağının amacının öğrenciye çoklu modellemeler ve çoklu stratejiler yardımıyla üçgenin alanına ilişkin üç farklı tanım keşfettirmeyi amaçlıyor olmasıdır.

#### 3.3.2.2 Pick Yasası ile İlgili Çalışma Yaprağı

Pick Yasası Çalışma Yaprağı (PYÇY) Ardahan tarafından 1997 yılında sorgulayıcı problem çözme ve öğrenme modeline göre tasarlanmıştır. Modelin sahip olduğu sistematiği ve 5 kritik adımını da içermektedir (EK-2).

Pick Yasası Çalışma Yaprağının çalışmada uygulanmak üzere seçilmesinin nedeni öğrenciye üçgen alanına ilişkin geliştirdiği stratejiyi tüm konveks çokgenlere genelleştirme olanağını sağlıyor olmasıdır.

### 3.3.2.3 EBOB-EKOK ile İlgili Çalışma Yaprağı

EBOB-EKOK Çalışma Yaprağı (EEÇY) Ardahan tarafından sorgulayıcı problem çözme ve öğrenme modeline göre 2005 yılında tasarlanmıştır. SÖPÇ modelinin sahip olduğu sistematiği ve 5 kritik adımını da içermektedir (EK-3).

EBOB-EKOK Çalışma Yaprağının çalışmada uygulanmak üzere seçilmesinin nedeni öğrenciye günlük hayatta karşılaşabileceği bir olaya, bir olguya veya bir probleme sistematik bir biçimde yaklaşma olanağı tanıması ve bu problemi çözebilmek için genel bir kural keşfettirmeyi amaçlıyor olmasıdır. Ayrıca öğrencilerin genel kuralı keşfetme aşamasında tüm özel durumların farkına varmasına olanak sağlıyor olmasıdır.

### 3.3.2.4 Ardışık Çarpımların Toplamı ile İlgili Çalışma Yaprağı

Ardışık Çarpımların Toplamı Çalışma Yaprağı (AÇTÇY) 2002 yılında Ardahan tarafından sorgulayıcı problem çözme ve öğrenme modeline göre tasarlanmıştır. SÖPÇ modelinin sahip olduğu sistematiği ve 5 kritik adımını da içermektedir (EK-4).

Ardışık Çarpımların Toplamı Çalışma Yaprağının çalışmada uygulanmak üzere seçilmesinin nedeni öğrenciye tümevarım ve oranlama yoluyla ardışık çarpımların toplamlarına ilişkin bir kural keşfettirmeyi amaçlıyor olmasıdır.

## 3.4 Uygulama Süreci

Araştırmanın uygulamaları için Ortaöğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı'nda 10. yarıyılda okutulmakta olan Alan Eğitiminde Araştırma Projeleri dersinin Çarşamba günündeki 2 saatlik kısmı ve İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı'nda 6. yarıyılda okutulmakta olan Özel Öğretim Yöntemleri II (A Grubu) dersinin Çarşamba günündeki 2 saatlik kısmı seçilmiştir. Bu dersleri almakta olan öğretmen adayları araştırmanın çalışma grubu olarak belirlenmiştir. Uygulama 3 hafta süre ile araştırmacı tarafından yürütülmüştür.

Bu plan dâhilinde oluşan uygulama çizelgesi Tablo 3.7 de belirtilmiştir.

**Tablo 3.7 Uygulama Çizelgesi**

| | Pazartesi | Salı | Çarşamba | Perşembe | Cuma |
|---|---|---|---|---|---|
| Çalışma Grubu | | | X | | |

Uygulama sürecinde ise çalışma grubuna ilk hafta ÇYA nın öntest olarak uygulanmasından sonra araştırmacı tarafından hazırlanan Üst Düzey Matematiksel Düşünme Süreçleri ile ilgili bir sunum yapılmıştır. Bu sunumun yapılmasının amacı matematiksel düşünme kavramı ve üst düzey matematiksel düşünme süreçlerine ilişkin öğretmen adaylarında bir fikir oluşturmak ve farkındalık yaratmaktır. Bu sebeple sunum esnasında düz anlatım yerine öğretmen adayları ile etkileşim halinde olarak, gerek sorular sorarak gerekse onların soru sormasına imkân vererek çoğu aday tarafından ilk defa duydukları belirtilen bu kavrama ilişkin bir kanaat oluşturmaları sağlanmaya çalışılmıştır. Takip eden hafta bir ders saati süresince Çoklu Üçgen Alanı çalışma yaprağı ve Pick Yasası çalışma yaprağı uygulanmış ve bu uygulama sırasında öğretmen adaylarından matematiksel düşünme süreçlerini göz önünde bulundurmaları istenmiştir. Ayrıca adayların o anda zihninde gerçekleşen sürecin farkına vardıklarında bunu dile getirmeleri sağlanmıştır. Son hafta ise yine EBOB-EKOK çalışma yaprağı ve Ardışık Çarpımların Toplamları çalışma Yaprağı uygulanarak ders sonunda ÇYA son test olarak uygulanmıştır.

### 3.5 Verilerin Analizi

Çalışmada üst düzey matematiksel düşünme süreçlerini SPÇÖ modeline göre tasarlanmış çalışma yaprakları yardımıyla incelemek amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda uygulamaya başlamadan önce ve uygulamadan sonra çalışma grubunda yer alan adaylara ÇYA öntest ve sontest olarak uygulanmıştır. Elde edilen veriler Statistical Package for the Social Sciences (SPSS) 16 paket programı kullanılarak analiz edilmiştir. Anlamlılık düzeyi olarak $p=0.05$ seçilmiştir. Matematik öğretmen adaylarının görüşlerinin incelendiği alt probleme ilişkin yapılan analizde verilerin normal dağılım gösterip göstermediği belirlenmiştir. Verilerin parametrik testlerin kullanılabilmesi için gerekli varsayımları sağladığı belirlenmiş ve bu doğrultuda "Bağımlı örneklemler için t-testi" kullanılarak veriler analiz edilmiştir.

SPÇÖ modeline göre tasarlanmış çalışma yapraklarından elde edilen nitel verilerin analizi için ise araştırmacı tarafından üst düzey matematiksel düşünme süreçlerinin karakteristik özelliklerini içeren dereceli puanlama anahtarı hazırlanmıştır. Bu dereceli puanlama anahtarı sayesinde çalışma yapraklarından elde edilen nitel veriler analiz edilmiştir. Hazırlanan dereceli puanlama anahtarı Tablo 3.9 da sunulmuştur.

**Tablo 3.8 Üst Düzey Matematiksel Düşünme Süreçlerini Değerlendirmede Kullanılan Dereceli Puanlama Anahtarı**

| Üst Düzey Matematiksel Düşünme Süreçleri | PUAN |
|---|---|
| Gösterim Süreci<br>-Sembolik Gösterim: Matematik dili ile ifade etme<br>-Zihinsel Gösterim: Kavrama ilişkin zihinde var olan gösterimlerin tümü (ŞEMA) | <br>10<br>10 |
| Gösterimlerin Çevrilmesi: Zihinde var olan gösterimler arasında çevirmeler yapabilme | 15 |
| Modelleme: Problemin genel ve temel özelliklerini birleştiren matematiksel yapı oluşturma ve yorumlama | 15 |
| Genelleme: Bir olayı, bir olguyu tümevarım kümesi ile ifade etme, problemin geçerlik kümesini genişletme, özel durumların tümünü ortak temsil eden bir ifadeye kurala ulaşma | 15 |
| Sentezleme: Bir bütünü elde edebilmek için parçaları birleştirme veya oluşturma | 10 |
| Soyutlama: Nesneleri ortak özelliklerine ilişkilendirmek suretiyle daha üst düzey bir nesneye ulaşma, yeni bir bilgi, formül, tanım keşfetme | 25 |
| TOPLAM | 100 |

Çalışma grubunda yer alan her bir öğretmen adayına ait dört adet çalışma yaprağı bu ölçek yardımıyla analiz edilmiştir. Elde edilen veriler SPSS 16 paket programı kullanılarak betimsel istatistik metotlar yardımıyla değerlendirilmiştir.

## DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

## BULGULAR ve YORUM

Bu bölümde sorgulayıcı problem çözme ve öğrenme modeline göre tasarlanmış çalışma yapraklarından ve çalışma yaprakları anketinden elde edilen bulgulara ve yorumlara yer verilmiştir. Bulgular ve yorumlar üst düzey matematiksel düşünme süreçleri ve Çalışma Yaprakları Anketi çerçevesinde sunulmuştur.

### 4.1 Üst Düzey Matematiksel Düşünme Sürecine İlişkin Bulgular

Öğretmen adaylarının üst düzey matematiksel düşünme süreçleri Dreyfus (1991)'de belirtilen;

- Gösterimle İlgili Süreçler
  - Gösterim,
  - Gösterimlerin Çevrilmesi,
  - Modelleme,
- Soyutlama ile İlgili Süreçler
  - Genelleme,
  - Sentezleme,
  - Soyutlama,

süreçleri bağlamında değerlendirilmiştir.

#### 4.1.1 Çalışma Yapraklarına İlişkin Bulgular

Çalışma yapraklarından elde edilen veriler Tablo 3.8 de belirtilen dereceli puanlama anahtarına göre değerlendirilmiştir. Değerlendirmede elde edilen puanların değişim aralığından (ranj) yararlanılarak üst düzey matematiksel düşünme süreçlerinin gerçekleşme düzeyi düşük, orta ve yüksek olmak üzere derecelendirilmiştir. Bulgular ve yorumlar her bir çalışma yaprağı için ayrı olarak sunulmuştur.

#### 4.1.1.1 Çoklu Üçgen Alanı ile İlgili Çalışma Yaprağına Ait Bulgular

Çalışma grubunda yer alan öğretmen adaylarının Çoklu Üçgen Alanı ile ilgili çalışma yaprağından Tablo 3.8 de belirlenen kriterlere göre elde etmiş oldukları puanların betimsel istatistikleri Tablo 4.1 de sunulmuştur

**Tablo 4.1 Çalışma Grubunda Yer Alan Adayların ÇÜAÇY dan Elde Ettikleri Puanların Betimsel Değerleri**

| | Gösterim | Gösterimlerin Çevrilmesi | Modelleme | Genelleme | Sentezleme | Soyutlama |
|---|---|---|---|---|---|---|
| N | 42 | 42 | 42 | 42 | 42 | 42 |
| Ortalama | 14.6429 | 10.2143 | 10.6190 | 11.0714 | 7.0714 | 20.4048 |
| Minimum | 10.00 | 7.00 | 8.00 | 8.00 | 5.00 | 15.00 |
| Maksimum | 20.00 | 13.00 | 15.00 | 14.00 | 10.00 | 25.00 |

Tablo 4.1 den her bir süreç için elde edilen puanların değişim aralığı (ranj) üç eşit parçaya ayrılarak düşük, orta ve yüksek düzeyler belirlenmiştir. Bu belirlenen aralıklar sayesinde de üst düzey matematiksel düşünme süreçlerini düşük, orta ve yüksek düzeyde gerçekleştirmiş olan öğretmen adaylarının sayısı ve yüzdeleri hesaplanmıştır. Elde edilen sonuçlar Tablo 4.2 de sunulmuştur.

**Tablo 4.2 Çalışma Grubunda Yer Alan Adayların ÇÜAÇY da Üst Düzey Matematiksel Düşünme Süreçlerini Gerçekleştirme Düzeylerine İlişkin Elde Edilen Sonuçlar**

| | Düşük | | Orta | | Yüksek | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | f | Yüzde (%) | f | Yüzde (%) | f | Yüzde (%) |
| Gösterim Süreci | 14 | 33.3 | 17 | 40.5 | 11 | 26.2 |
| Gösterimlerin Çevrilmesi Süreci | 8 | 19 | 17 | 40.5 | 17 | 40.5 |
| Modelleme Süreci | 7 | 16.7 | 23 | 54.8 | 12 | 28.5 |
| Genelleme Süreci | 7 | 16.7 | 14 | 33.3 | 21 | 50 |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Sentezleme Süreci | 14 | 33.3 | 23 | 54.8 | 5 | 11.9 |
| Soyutlama Süreci | 9 | 21.4 | 19 | 45.3 | 14 | 33.3 |

Tablo 4.2 incelendiğinde;

- Gösterim sürecini yüksek düzeyde gerçekleştirebilen öğretmen adaylarının sayısı 11 dir. Bu da çalışma grubunda yer alan toplam öğretmen adayı sayısının %26.2 sine karşılık gelmektedir.
- Gösterimlerin çevrilmesi sürecini yüksek düzeyde gerçekleştirebilen öğretmen adaylarının sayısı 17 dir. Bu da çalışma grubunda yer alan toplam öğretmen adayı sayısının %40.5 ine karşılık gelmektedir.
- Modelleme sürecini yüksek düzeyde gerçekleştirebilen öğretmen adaylarının sayısı 12 dir. Bu da çalışma grubunda yer alan toplam öğretmen adayı sayısının %28.5 ine karşılık gelmektedir.
- Genelleme sürecini yüksek düzeyde gerçekleştirebilen öğretmen adaylarının sayısı 21 dir. Bu da çalışma grubunda yer alan toplam öğretmen adayı sayısının %50 sine karşılık gelmektedir.
- Sentezleme sürecini yüksek düzeyde gerçekleştirebilen öğretmen adaylarının sayısı 5 tir. Bu da çalışma grubunda yer alan toplam öğretmen adayı sayısının %11.9 una karşılık gelmektedir.
- Soyutlama sürecini yüksek düzeyde gerçekleştirebilen öğretmen adaylarının sayısı 14 tür. Bu da çalışma grubunda yer alan toplam öğretmen adayı sayısının %33.3 üne karşılık gelmektedir.

#### 4.1.1.2 Pick Yasası ile İlgili Çalışma Yaprağına Ait Bulgular

Çalışma grubunda yer alan öğretmen adaylarının Pick Yasası ile ilgili çalışma yaprağından Tablo 3.8 de bulunan kriterlere göre elde etmiş oldukları puanların betimsel istatistiklerine ilişkin sonuçlara Tablo 4.3 te yer verilmiştir.

**Tablo 4.3 Çalışma Grubunda Yer Alan Adayların PYÇY dan Elde Ettikleri Puanların Betimsel Değerleri**

| | Gösterim | Gösterimlerin Çevrilmesi | Modelleme | Genelleme | Sentezleme | Soyutlama |
|---|---|---|---|---|---|---|
| N | 42 | 42 | 42 | 42 | 42 | 42 |
| Ortalama | 12.5714 | 9.3571 | 10.0476 | 11.2857 | 7.2857 | 19.6429 |
| Minimum | 6.00 | 5.00 | 6.00 | 7.00 | 5.00 | 15.00 |
| Maksimum | 17.00 | 13.00 | 13.00 | 14.00 | 10.00 | 23.00 |

Tablo 4.3 teki değerler yardımıyla her bir süreç için değişim aralığı (ranj) belirlenmiştir. Bu değer üç eşit aralığa bölünerek üst düzey matematiksel düşünme süreçleri düşük, orta ve yüksek olmak üzere üç düzeye ayrılmıştır. Bu çerçevede üst düzey matematiksel düşünme süreçlerini gerçekleştirme düzeylerine göre öğretmen adaylarının sayıları ve yüzdeleri Tablo 4.4 te sunulmuştur.

**Tablo 4.4 Çalışma Grubunda Yer Alan Adayların PYÇY da Üst Düzey Matematiksel Düşünme Süreçlerini Gerçekleştirme Düzeylerine İlişkin Elde Edilen Sonuçlar**

| | Düşük | | Orta | | Yüksek | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | f | Yüzde (%) | f | Yüzde (%) | f | Yüzde (%) |
| Gösterim Süreci | 4 | 9.5 | 23 | 54.8 | 15 | 35.7 |
| Gösterimlerin Çevrilmesi Süreci | 5 | 11.9 | 28 | 66.7 | 9 | 21.4 |
| Modelleme Süreci | 13 | 31 | 11 | 26.1 | 18 | 42.9 |
| Genelleme Süreci | 8 | 19 | 10 | 23.9 | 24 | 57.1 |
| Sentezleme Süreci | 14 | 33.3 | 18 | 42.9 | 10 | 23.8 |
| Soyutlama Süreci | 8 | 19 | 18 | 42.9 | 16 | 38.1 |

Tablo 4.4 incelendiğinde;

- Gösterim sürecini yüksek düzeyde gerçekleştirebilen öğretmen adaylarının sayısı 15 tir. Bu da toplam öğretmen adayı sayısının %35.7 sine karşılık gelmektedir.
- Gösterimlerin çevrilmesi sürecini yüksek düzeyde gerçekleştirebilen öğretmen adaylarının sayısı 9 dur. Bu da çalışma grubunda yer alan toplam öğretmen adayı sayısının %21.4 üne karşılık gelmektedir.
- Modelleme sürecini yüksek düzeyde gerçekleştirebilen öğretmen adaylarının sayısı 18 dir. Bu da çalışma grubunda yer alan toplam öğretmen adayı sayısının %42.9 una karşılık gelmektedir.
- Genelleme sürecini yüksek düzeyde gerçekleştirebilen öğretmen adaylarının sayısı 24 tür. Bu da çalışma grubunda yer alan toplam öğretmen adayı sayısının %57.1 ine karşılık gelmektedir.
- Sentezleme sürecini yüksek düzeyde gerçekleştirebilen öğretmen adaylarının sayısı 10 dur. Bu da çalışma grubunda yer alan toplam öğretmen adayı sayısının %23.8 ine karşılık gelmektedir.
- Soyutlama sürecini yüksek düzeyde gerçekleştirebilen öğretmen adaylarının sayısı 16 dır. Bu da çalışma grubunda yer alan toplam öğretmen adayı sayısının %38.1 ine karşılık gelmektedir.

#### 4.1.1.3 EBOB-EKOK ile İlgili Çalışma Yaprağına Ait Bulgular

Çalışma grubunda yer alan öğretmen adaylarının EBOB-EKOK ile ilgili çalışma yaprağından Tablo 3.8 de bulunan kriterlere göre elde etmiş oldukları puanlara ilişkin betimsel istatistiklere Tablo 4.5 te yer verilmiştir.

**Tablo 4.5 Çalışma Grubunda Yer Alan Adayların EEÇY dan Elde Ettikleri Puanların Betimsel Değerleri**

| | Gösterim | Gösterimlerin Çevrilmesi | Modelleme | Genelleme | Sentezleme | Soyutlama |
|---|---|---|---|---|---|---|
| N | 42 | 42 | 42 | 42 | 42 | 42 |
| Ortalama | 12.4286 | 9.1190 | 9.7381 | 11.1905 | 6.4524 | 19.7381 |
| Minimum | 8.00 | 7.00 | 8.00 | 8.00 | 5.00 | 17.00 |
| Maksimum | 17.00 | 14.00 | 13.00 | 15.00 | 9.00 | 25.00 |

Tablo 4.5 teki değerler yardımıyla her bir süreç için değişim aralığı (ranj) belirlenmiştir. Bu değer üç eşit aralığa bölünerek üst düzey matematiksel düşünme süreçleri düşük, orta ve yüksek olmak üzere üç düzeye ayrılmıştır. Bu çerçevede üst düzey matematiksel düşünme süreçlerini gerçekleştirme düzeylerine göre öğretmen adaylarının sayıları ve yüzdeleri Tablo 4.6 da sunulmuştur.

**Tablo 4.6 Çalışma Grubunda Yer Alan Adayların EEÇY da Üst Düzey Matematiksel Düşünme Süreçlerini Gerçekleştirme Düzeylerine İlişkin Elde Edilen Sonuçlar**

| | Düşük | | Orta | | Yüksek | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | f | Yüzde (%) | f | Yüzde (%) | f | Yüzde (%) |
| Gösterim Süreci | 12 | 28.6 | 15 | 35.7 | 15 | 35.7 |
| Gösterimlerin Çevrilmesi Süreci | 19 | 45.2 | 16 | 38.1 | 7 | 16.7 |
| Modelleme Süreci | 19 | 45.2 | 16 | 38.1 | 7 | 16.7 |
| Genelleme Süreci | 19 | 45.2 | 13 | 30.9 | 10 | 23.9 |
| Sentezleme Süreci | 9 | 21.4 | 24 | 57.2 | 9 | 21.4 |
| Soyutlama Süreci | 18 | 42.9 | 15 | 35.7 | 9 | 21.4 |

Tablo 4.6 incelendiğinde;

- Gösterim sürecini yüksek düzeyde gerçekleştirebilen öğretmen adaylarının sayısı 15 tir. Bu da toplam öğretmen adayı sayısının %35.7 sine karşılık gelmektedir.
- Gösterimlerin çevrilmesi sürecini yüksek düzeyde gerçekleştirebilen öğretmen adaylarının sayısı 7 dir. Bu da çalışma grubunda yer alan toplam öğretmen adayı sayısının %16.7 sine karşılık gelmektedir.
- Modelleme sürecini yüksek düzeyde gerçekleştirebilen öğretmen adaylarının sayısı 7 dir. Bu da çalışma grubunda yer alan toplam öğretmen adayı sayısının %16.7 sine karşılık gelmektedir.
- Genelleme sürecini yüksek düzeyde gerçekleştirebilen öğretmen adaylarının sayısı 10 dur. Bu da çalışma grubunda yer alan toplam öğretmen adayı sayısının %23.9 una karşılık gelmektedir.
- Sentezleme sürecini yüksek düzeyde gerçekleştirebilen öğretmen adaylarının sayısı 9 dur. Bu da çalışma grubunda yer alan toplam öğretmen adayı sayısının %21.4 üne karşılık gelmektedir.
- Soyutlama sürecini yüksek düzeyde gerçekleştirebilen öğretmen adaylarının sayısı 9 dur. Bu da çalışma grubunda yer alan toplam öğretmen adayı sayısının %21.4 üne karşılık gelmektedir.

#### 4.1.1.4 Ardışık Çarpımların Toplamları ile İlgili Çalışma Yaprağına Ait Bulgular

Çalışma grubunda yer alan öğretmen adaylarının Ardışık Çarpımların Toplamı ile ilgili çalışma yaprağından Tablo 3.8 de bulunan kriterlere göre elde etmiş oldukları puanlara ilişkin betimsel istatistik sonuçlarına Tablo 4.7 de yer verilmiştir.

**Tablo 4.7 Çalışma Grubunda Yer Alan Adayların AÇTÇY dan Elde Ettikleri Puanların Betimsel Değerleri**

| | Gösterim | Gösterimlerin Çevrilmesi | Modelleme | Genelleme | Sentezleme | Soyutlama |
|---|---|---|---|---|---|---|
| N | 42 | 42 | 42 | 42 | 42 | 42 |
| Ortalama | 12.0952 | 8.9524 | 10.2619 | 11.3810 | 7.1429 | 19.6667 |
| Minimum | 8.00 | 7.00 | 7.00 | 8.00 | 5.00 | 17.00 |
| Maksimum | 17.00 | 12.00 | 13.00 | 15.00 | 10.00 | 25.00 |

Tablo 4.7 deki değerler yardımıyla her bir süreç için değişim aralığı (ranj) belirlenmiştir. Bu değer üç eşit aralığa bölünerek üst düzey matematiksel düşünme süreçleri düşük, orta ve yüksek olmak üzere üç düzeye ayrılmıştır. Bu çerçevede üst düzey matematiksel düşünme süreçlerini gerçekleştirme düzeylerine göre öğretmen adaylarının sayıları ve yüzdeleri Tablo 4.8 de sunulmuştur.

**Tablo 4.8 Çalışma Grubunda Yer Alan Adayların AÇTÇY da Üst Düzey Matematiksel Düşünme Süreçlerini Gerçekleştirme Düzeylerine İlişkin Elde Edilen Sonuçlar**

| | Düşük | | Orta | | Yüksek | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | f | Yüzde (%) | f | Yüzde (%) | f | Yüzde (%) |
| Gösterim Süreci | 14 | 33.3 | 15 | 35.7 | 13 | 31 |
| Gösterimlerin Çevrilmesi Süreci | 16 | 38.1 | 9 | 21.4 | 17 | 40.5 |
| Modelleme Süreci | 7 | 16.7 | 17 | 40.5 | 18 | 42.8 |
| Genelleme Süreci | 5 | 11.9 | 24 | 57.1 | 13 | 31 |
| Sentezleme Süreci | 14 | 33.3 | 23 | 54.8 | 5 | 11.9 |
| Soyutlama Süreci | 17 | 40.5 | 18 | 42.8 | 7 | 16.7 |

Tablo 4.8 incelendiğinde;

- Gösterim sürecini yüksek düzeyde gerçekleştirebilen öğretmen adaylarının sayısı 13 tür. Bu da çalışma grubunda yer alan toplam öğretmen adayı sayısının %31 ine karşılık gelmektedir.
- Gösterimlerin çevrilmesi sürecini yüksek düzeyde gerçekleştirebilen öğretmen adaylarının sayısı 17 dir. Bu da çalışma grubunda yer alan toplam öğretmen adayı sayısının %40.5 ine karşılık gelmektedir.
- Modelleme sürecini yüksek düzeyde gerçekleştirebilen öğretmen adaylarının sayısı 18 dir. Bu da çalışma grubunda yer alan toplam öğretmen adayı sayısının %42.8 ine karşılık gelmektedir.
- Genelleme sürecini yüksek düzeyde gerçekleştirebilen öğretmen adaylarının sayısı 13 tür. Bu da çalışma grubunda yer alan toplam öğretmen adayı sayısının %31 ine karşılık gelmektedir.
- Sentezleme sürecini yüksek düzeyde gerçekleştirebilen öğretmen adaylarının sayısı 5 tir. Bu da çalışma grubunda yer alan toplam öğretmen adayı sayısının %11.9 una karşılık gelmektedir.
- Soyutlama sürecini yüksek düzeyde gerçekleştirebilen öğretmen adaylarının sayısı 7 dir. Bu da çalışma grubunda yer alan toplam öğretmen adayı sayısının %16.7 sine karşılık gelmektedir.

## 4.2 Çalışma Yaprakları Anketine İlişkin Bulgular

ÇYA ile elde edilen verilerle öğretmen adaylarının SPÇÖ modeline göre tasarlanmış çalışma yapraklarının üst düzey matematiksel düşünme süreçlerine etkisine ilişkin görüşlerini belirlemek amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda elde edilen bulgular ve yorumları beşinci alt problem çerçevesinde sunulmuştur.

### 4.2.1 Beşinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Çalışma grubunda yer alan öğretmen adaylarının uygulama öncesi ve uygulama sonrasında ÇYA dan elde ettikleri öntest ve sontest puanlarının ortalamaları arasında anlamlı bir farklılığın olup olmadığını belirlemek amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda ÇYA ile elde edilen verilerin analizinde hangi istatistik metot kullanılacağı belirlenmiştir. Burada uygun istatistik metodu belirlemek amacıyla öncelikle parametrik istatistik metotlara ilişkin varsayımlar sınanmıştır.

Büyüköztürk (2011), parametrik testlerin kullanılmasının ön koşulu verilerin normal dağılıma sahip olması ve varyans homojenliği olduğunu belirtmiştir. Normallik testi olarak grup büyüklüğünün 29'dan az olması durumunda Shapiro-Wilkis, 29'dan fazla olması durumunda ise Kolmogorov Smirnov testlerinin kullanılması gerekmektedir (Kalaycı vd., 2008:10). Eğer testlerde anlamlılık düzeyi .05'den büyük çıktıysa dağılımın normal dağılım, küçük çıktıysa dağılımın normal dağılım olmadığı yorumunun yapılması doğrudur (Büyüköztürk, 2011). Varyans homojenliği ise Levene testi ile ölçülmektedir (Altunışık vd., 2010:188). Levene testinde anlamlılık düzeyi .05'den büyük çıkarsa dağılımın varyans homojenliğini sağladığı, küçük çıkarsa sağlamadığı bilinmelidir.

Araştırmada grup büyüklüğü 42 olduğu için verilerin normal dağılım gösterip göstermediğini belirlemek amacıyla Kolmogorov-Smirnov testi kullanılmıştır. Çalışma gurubunda yer alan adayların ÇYA dan elde edilen öntest ve sontest puanlarının normallik ve varyans homojenliği testlerine ait sonuçlar Tablo 4.9 da sunulmuştur.

**Tablo 4.9 Çalışma Grubunda Yer Alan Adaylara Ait Öntest-Sontest Puanlarının Normallik ve Varyans Homojenliği Testi Sonuçları**

| | N | Kolmogorov-Smirnov Z | p | Levene İstatistiği | p |
|---|---|---|---|---|---|
| Öntest Puanları | 42 | 1.129 | .156 | 1.179 | .284 |
| Sontest Puanları | 42 | .701 | .710 | 2.933 | .095 |

*p<.05

Tablo 4.9 dan görüldüğü üzere normallik testi ve Levene testi için elde edilen anlamlılık düzeylerinin tümü .05'ten büyüktür. Bu sonuç, deney grubuna ait öntest ve sontest puanlarının normal dağılıma sahip oldukları ve varyansların homojen olduğu anlamına gelmektedir ki bu da parametrik testlerden "Bağımlı Örneklemler için t-testi"nin uygulanmasına olanak sağlamıştır. O halde deney grubuna ait ön ve son test puanlarına bağımlı örneklemler için t-testi uygulanmış ve sonuçları Tablo 4.10 da gösterilmiştir.

**Tablo 4.10 Çalışma Grubunda Yer Alan Adaylara Ait Öntest-Sontest Puanlarının Karşılaştırılması**

| Çalışma Grubu (ÇG) | N | Ortalama ($\overline{X}$) | ss | sd | t | p |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Öntest Puanları | 42 | 3.9905 | .50355 | 41 | -4.804 | .000 |
| Sontest Puanları | 42 | 4.4119 | .43460 | | | |

*p<.05

Tablodan çalışma grubunda yer alan öğretmen adaylarının ÇYA dan elde ettikleri öntest puanları ile sontest puanları arasında p=.05 düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık bulunmuştur ($t_{(41)} = -4.804$ ; p=.000). Çalışma grubundan elde edilen öntest puanlarının ortalamasının ($\overline{X}$=3.9905) ve sontest puanlarının ortalamasının ($\overline{X}$=4.4119) olduğu göz önüne alındığında farkın son test puanları lehine olduğu açıkça görülmektedir.

ÇYA dan elde edilen veriler yardımıyla yapılan analizde anketin genelinde çalışma grubunun sontest puanlarının lehine istatistik olarak anlamlı bir fark ortaya çıkmıştır. Ancak ÇYA nın geliştirilmesi sürecinde anketin iki boyutlu bir yapıya sahip olduğu belirlenmişti. O halde çalışma grubunda yer alan adayların öntest ve sontest puanlarının ÇYA nın sahip olduğu faktör yapısı göz önüne alınarak da karşılaştırılması uygun görülmüştür. Bu amaçla öncelikle verilerin normal dağılım gösterip göstermediği ve varyansların homojenliği test edilmiştir. Elde edilen sonuçlar Tablo 4.11 de sunulmuştur.

**Tablo 4.11 Çalışma Grubunda Yer Alan Adaylara Ait ÇYA nın Faktör Yapısına İlişkin Öntest-Sontest Puanlarının Normallik ve Varyans Homojenliği Testi Sonuçları**

| | N | Kolmogorov-Smirnov Z | p | Levene İstatistiği | p |
|---|---|---|---|---|---|
| Öntest Faktör1 | 42 | 1.179 | .124 | 1.934 | .172 |
| Sontest Faktör1 | 42 | .808 | .531 | 1.762 | .192 |
| Öntest Faktör2 | 42 | 1.348 | .053 | .131 | .720 |
| Sontest Faktör2 | 42 | .957 | .319 | 3.288 | .077 |

*p<.05

Tablo 4.11 den tüm p değerlerinin .05'ten büyük olduğu dolayısıyla verilerin normal dağılım gösterdiği ve varyansların homojen olduğu görülmektedir. Bu da parametrik olan istatistik metotları kullanma olanağı sağlamıştır. O halde analizler için "Bağımlı örneklemler için t-testi" kullanılmıştır. Yapılan t-testi sonuçlarına Tablo 4.12 de yer verilmiştir.

**Tablo 4.12 Çalışma Grubunda Yer Alan Adaylara Ait ÇYA nın Faktör Yapısına İlişkin Öntest-Sontest Puanlarının Karşılaştırılması**

| Çalışma Grubu (ÇG) | N | Ortalama ($\overline{X}$) | ss | sd | t | p |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Öntest Faktör1 | 42 | 3.9524 | .48457 | 41 | -5.087 | .000 |
| Sontest Faktör1 | 42 | 4.4127 | .46887 | | | |
| Öntest Faktör2 | 42 | 4.0476 | .63013 | 41 | -3.443 | .001 |
| Sontest Faktör2 | 42 | 4.4107 | .46467 | | | |

*p<.05

Tablodan çalışma grubunda yer alan öğretmen adaylarının ÇYA dan elde ettikleri Faktör 1'e göre "Bilgiyi Keşfetme" öntest puanları ile son test puanları arasında p=.05 düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık bulunmuştur ($t_{(41)} = -5.087$; p=.000). Çalışma grubundan elde edilen Faktör 1 öntest puanlarının ortalamasının ($\overline{X}$=3.9524) ve sontest puanlarının ortalamasının ($\overline{X}$=4.4127) olduğu göz önüne alındığında farkın son test puanları lehine olduğu görülmektedir.

Benzer şekilde çalışma grubunda yer alan öğretmen adaylarının ÇYA dan elde ettikleri Faktör 2'ye göre "Bilgiyi Anlamlandırma" öntest puanları ile son test puanları arasında p=.05 düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık bulunmuştur ($t_{(41)} = -3.443$; p=.001). Çalışma grubundan elde edilen Faktör 2 öntest puanlarının ortalamasının ($\overline{X}$=4.0476) ve sontest puanlarının ortalamasının ($\overline{X}$=4.4107) olduğu göz önüne alındığında farkın son test puanları lehine olduğu görülmektedir.

# BEŞİNCİ BÖLÜM

# SONUÇ ve ÖNERİLER

Bu bölümde matematik öğretmen adaylarının üst düzey matematiksel düşünme süreçlerinin gerçekleşme düzeylerini belirlemek amacıyla yapılan çalışmanın sonuçlarına yer verilmiştir. Bu sonuçlara bağlı olarak tartışma ve öneriler geliştirilmiştir.

## 5.1 Sonuç ve Tartışma

Bu araştırmanın temel problemi matematik öğretmen adaylarının üst düzey matematiksel düşünme süreçlerinin gerçekleşme düzeylerini belirlemektir. Probleme cevap bulmak için, öğretmen adaylarının üst düzey matematiksel düşünme süreçleri Sorgulayıcı Problem Çözme ve Öğrenme modeline göre tasarlanmış çalışma yaprakları yardımıyla incelenmiştir. Aynı zamanda öğretmen adaylarının çalışma yapraklarının üst düzey matematiksel düşünme sürecine etkisine ilişkin görüşleri de belirlenmiştir.

Araştırmanın bulguları ışığında elde edilen sonuçlar şu şekildedir;

Üst düzey matematiksel düşünme süreçlerini genel olarak gösterimle ilgili süreçler ve soyutlama ile ilgili süreçler olarak ele aldığımız çalışmada bu süreçlerin alt boyutları olarak *gösterim, gösterimlerin çevrilmesi, modelleme, genelleme, sentezleme* ve *soyutlama* (Dreyfus, 1991) süreçleri ele alınmıştır. Çalışma grubunda uygulanan her bir çalışma yaprağında bu süreçler ayrı ayrı incelenmiştir. Tablo 3.8 de belirtilen kriterler doğrultusunda yapılan analizlerin sonuçları ayrıntılı biçimde değerlendirilmiştir.

- Çalışmanın temel problemine çözüm getirmek amacıyla uygulanan çalışma yapraklarının analizinden elde edilen sonuçlara göre öğretmen adaylarının üst düzey matematiksel düşünme süreçlerini gerçekleştirebilme düzeyleri belirlenmiştir. Genel bir değerlendirme ile SPÇÖ modeline göre tasarlanmış çalışma yapraklarında öğretmen adaylarının üst düzey matematiksel düşünme süreçlerini düşük, orta ve yüksek düzeyde gerçekleştirme oranları şu şekildedir;

- Gösterim sürecini düşük, orta ve yüksek düzeyde gerçekleştirme oranları sırasıyla %26.17, %41.67 ve %32.15,
- Gösterimlerin çevrilmesi sürecini düşük, orta ve yüksek düzeyde gerçekleştirme oranları sırasıyla %28.55, %41.67 ve %29.8,
- Modelleme sürecini düşük, orta ve yüksek düzeyde gerçekleştirme oranları sırasıyla %27.4, %39.87 ve %32.75,
- Genelleme sürecini düşük, orta ve yüksek düzeyde gerçekleştirme oranları sırasıyla %23.2, %36.3 ve %40.5,
- Sentezleme sürecini düşük, orta ve yüksek düzeyde gerçekleştirme oranları sırasıyla %30.32, %54.42 ve %17.25,
- Soyutlama sürecini düşük, orta ve yüksek düzeyde gerçekleştirme oranları sırasıyla %30.95, %41.67 ve %24.5 tir.

Buradan öğretmen adaylarının genelleme sürecini yüksek düzeyde gerçekleştirmede oldukça başarılı oldukları ancak sentezleme ve soyutlama süreçlerini yüksek düzeyde gerçekleştirmede sorun yaşadıkları görülmektedir. Bunun sebebi olarak ise özellikle soyutlama sürecinin etkililiği için sentezleme sürecinin başarılı şekilde gerçekleştirilmiş olması gerekliliği görülebilir (Dreyfus, 1991). Geriye kalan süreçlerin orta düzeyde gerçekleştiği görülmektedir.

Diğer yandan genel manada öğretmen adaylarının SPÇÖ modeline göre tasarlanmış çalışma yapraklarında üst düzey düşünme süreçlerini gerçekleştirmede başarılı olduklarını söylemek mümkündür. Buradan SPÇÖ modelinin öğretmen adaylarının üst düzey matematiksel düşünme süreçlerini destekler nitelikte olduğu sonucu elde edilmiştir.

Verilerin analizi esnasında gözlemlenen durum üst düzey matematiksel düşünme süreçlerinin ardışık değil birbirleriyle etkileşen bir yapıda olduğudur. Diğer bir deyişle matematiksel düşünmede bir süreci tamamladıktan sonra diğer sürece geçme biçiminde doğrusal bir yol izlenmediği görülmüştür. Bazı öğretmen adayları bir süreci tam olarak gerçekleyememesine karşın diğer süreci nispeten başarılı biçimde gerçekleştirmişlerdir. Bu durum Arslan ve Yıldız'ın (2010) çalışmasında elde edilen sonuçlarla benzerlik göstermektedir.

SPÇÖ modeline göre tasarlanmış çalışma yapraklarına ilişkin kendi bağlamlarında bir değerlendirme yapılırsa öğretmen adaylarının üst düzey matematiksel düşünme süreçlerini yüksek düzeyde gerçekleştirmede en çok zorlandıkları çalışma yaprağının EEÇY olduğu görülmektedir. Buna sebep olarak ise öğretmen adaylarının bir genellemeye ulaşmada tüm özel durumları göz önünde bulundurmakta sorun yaşadıkları yorumu yapılabilir. (Tall, 1988) genellemenin bilişsel şemanın genişletilmesi şeklinde gerçekleştiğini, özel durumların niteliklerinin ihmal edilmeden daha geniş bir bağlamda ele alınması şeklinde olduğunu belirtmiştir. Ancak genelleme sürecinde ortaya çıkabilecek sorunların engellenmesi için genellenecek olan duruma ilişkin artan detayların gözden kaçırılmaması gerektiğini vurgulamıştır. Buradan araştırmada öğretmen adaylarının EBOB-EKOK problem durumuna ilişkin tüm detayları göz önüne alarak tam ve doğru bir genellemeyi yapamadıkları yani bazı özel durumlara ilişkin detayları gözden kaçırdıkları sonucu görülmüştür.

- Çalışma grubunda yer alan öğretmen adayların ÇYA dan elde ettikleri öntest ve sontest puanları arasında p=.05 düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı (manidar) bir fark elde edilmiştir. Bu fark ÇYA nın sahip olduğu faktör yapısına göre ele alındığında da ortaya çıkmıştır. Bu da öğretmen adaylarının görüşlerinin uygulama sonrasında SPÇÖ modeline göre tasarlanmış çalışma yapraklarının üst düzey matematiksel düşünme süreçlerini etkilediği şeklinde farklılaştığını göstermektedir. Anketin alt boyutları açısından da değerlendirme yapıldığında "Bilgiyi Keşfetme" ve "Bilgiyi Anlamlandırma" boyutları çerçevesinde de öğretmen adaylarının görüşlerinin farklılaştığı gözlenmiştir. Bu sonucun yapılan uygulamanın öğretmen adaylarında bir farkındalık yaratmış olduğu ve görüşlerini etkilediği şeklinde yorumlanabileceği görülmektedir.

Sonuç olarak, SPÇÖ modelinin orijinal olarak Ardahan tarafından 2001 yılında geliştirilmiş olması sebebiyle literatürde üst düzey matematiksel düşünme sürecinin bu modele göre tasarlanmış çalışma yaprakları yardımıyla incelenmesini kapsayan herhangi başka bir çalışma yoktur. Bu sebeple modelin matematiksel düşünme sürecine etkililiği üzerine elde edilen sonuçlara ilişkin tartışma yapılamamıştır.

### 5.2 Öneriler

Araştırmada matematik öğretmen adaylarının üst düzey matematiksel düşünme süreçlerinin gerçekleşme düzeylerini belirlemek amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda yapılan uygulama ve elde edilen sonuçlar doğrultusunda yapılan öneriler şu şekildedir:

- Araştırmanın temel amacının yanı sıra örtük amacı ise öğretmen adaylarının matematiksel düşünmeye ilişkin bilgi sahibi olmalarını sağlamak ve yapılan uygulamalarda SPÇÖ modeline göre tasarlanmış çalışma yapraklarında yer alan problemleri çözmek için uğraşırlarken zihinlerinde gerçekleşmekte olan süreçlerin farkında olmalarını sağlamaktır. Öğretmen adaylarında böyle bir farkındalığın yaratılması gelecekte matematik öğretmek için tasarlayacakları öğretim sürecinde matematiksel düşünme süreçlerini göz önüne alarak bu tasarımı yapacakları inancını doğurmaktadır. Bu inanca istinaden öğretmen adaylarının SPÇÖ modelini öğretim süreci tasarlarken kullanmaları önerilmektedir. Bu öneriyi daha genel manada ortaöğretim ve ilköğretim matematik öğretim programlarının tasarlanmasında da SPÇÖ modelinin kullanılmasının yol gösterici olacağı şeklinde ifade etmek uygundur.

- Çalışma grubunda SPÇÖ modeline göre tasarlanmış çalışma yapraklarının uygulanması sırasında yapılan gözlemlerde, öğrenciler soruları bireysel olarak çözmek için çaba harcamış olsalar da genel olarak işbirlikli çalışmaya daha fazla önem verdikleri ve bu sayede daha kolay ve güvenli biçimde çözümler elde ettikleri gözlenmiştir. Bu nedenle, matematiksel düşünmeyi geliştirmek için tasarlanan etkinliklerde ve materyallerde işbirlikli öğrenmeyi sağlayan yaklaşımların kullanılması önerilmektedir.

- Bu çalışmadan elde edilen verilerin SPÇÖ modeline göre tasarlanmış ÇÜAÇY, PYÇY, EEÇY ve AÇTÇY ile sınırlı olduğundan, benzer çalışmaların farklı örneklemler ve matematiğin diğer konuları için de yapılması önerilmektedir.

- Araştırmada çalışma yapraklarının matematiksel düşünme sürecine etkisine ilişkin öğretmen adaylarının görüşlerini belirlemek amacıyla geliştirilen Çalışma Yaprakları Anketi'nin farklı örneklemlerde uygulanarak elde edilen sonuçların bu ve diğer çalışmalarla karşılaştırılması önerilmektedir.

- Aktif öğrenme ortamı sağlamak amacıyla problem çözme süreçlerinin ve Çalışma Yaprakları gibi materyallerin tasarımında eğitimde kalitenin artırılmasını sağlaması sebebiyle SPÇÖ modelinin kullanılması önerilmektedir.

- Sonuç olarak, yukarıda belirtilen tüm hususlar göz önüne alındığında, ilköğretimden üniversite düzeyine kadar tüm öğrencilerde matematiksel düşünme sürecinin etkili ve verimli biçimde gerçekleşmesini sağlayan ve tüm süreç bileşenlerini geliştiren bir öğretim ortamının hazırlanması gerekmektedir. Bu bağlamda öğretmen adaylarına bu ortamı hazırlamak için gerekli bilgi ve donanımı sağlamak amacıyla SPÇÖ modeli ile ilgili eğitim verilmesi önerilmektedir. Aynı amaçla görev başında olan öğretmenlere de hizmet içi eğitim verilmesi önerilmektedir.

**KAYNAKLAR**


Açıkgöz, K.Ü. (2008). Aktif Öğrenme (10. Baskı). İstanbul: Biliş Yayınları.

Akkuş-Çıkla, O. (2004). Çoklu Temsil Temelli Öğretimin Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Cebir Performansına, Matematiğe Karşı Tutumuna ve Temsil Tercihlerine Etkisi. *Yayımlanmamış Doktora Tezi*. ODTÜ. Matematik Eğitimi. Ankara.

Alkan, H. ve Bukova-Güzel, E. (2005). Öğretmen Adaylarında Matematiksel Düşünmenin Gelişimi. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 25(3), 221-236.

Altun, M. ve Yılmaz, A. (2008). Lise Öğrencilerinin Tam Değer Fonksiyonu Bilgisini Oluşturma Süreci. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi,* Sayı 41(2), 237-271.

Altunışık, R., Coşkun, R., Bayraktaroğlu, S. ve Yıldırım, E. (2010). Sosyal Bilimlerde Araştırma Yöntemleri SPSS Uygulamalı (6. Baskı). Sakarya: Sakarya Yayıncılık.

Ardahan, H. & Ersoy, Y. (1999). Matematik Öğretmenlerinin Hizmetiçi Eğitimi: TI-92/ DERIVE ve Çalışma Yaprakları. Eğitimde Bilgi Teknolojileri Sempozyumu (EBİT-1), Uludağ Üniversitesi, Bursa.

Ardahan, H. & Ersoy, Y. (2000). Matematik Öğretmenlerinin Hizmet İçi Eğitimi-I TI-92/ Derive ve Çalışma Yaprakları. IV. Fen Bilimleri Eğitimi Kongresi Bildiriler Kitabı. Ankara: Milli Eğitim Basımevi, 681-685.

Ardahan, H. & Ersoy, Y. (2001). Issues on Integrating CAS in Teaching Mathematics a Functional and Programming Approach, ICTM-5:Derive & TI-89/92 Session, Special Group 1. University of Klagenfurt, Austria.

Ardahan, H. (2002). Öğretim Materyalleri–CD'si. S.Ü. Eğitim Fakültesi, Fakülte Yönetim Kurulunun 19.11.2002 tarih ve 2002/786 sayılı kararı ile yayınlanmıştır.

Ardahan, H. (2007). Bilgisayar Destekli Eğitim ve Matematiksel Modelleme. Selçuk Üniversitesi Biltim Topluluğu Konferans Sunumu, Konya.

Ardahan, H. (2011). Inquiry Driven Learning Process and Problem Solving Model. Asian Technology Conference in Mathematics, ATCM2011. Abant İzzet Baysal Üniversitesi. Bolu.

Arslan, S. ve Yıldız, C. (2010). 11. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Düşünmenin Aşamalarındaki Yaşantılarından Yansımalar. *Eğitim ve Bilim*, 35(156), 17-31.

Barwell, R. (2009). Researchers' Descriptions and The Construction of Mathematical Thinking. *Educational Studies in Mathematics*, 72, 255-269.

Büyüköztürk, Ş. (2009). Bilimsel Araştırma Yöntemleri (4. Baskı). Ankara: Pegem Akademi Yayınları.

Büyüköztürk, Ş. (2011) Sosyal Bilimler İçin Veri Analizi El Kitabı (14. Baskı). Ankara: Pegem Akademi Yayınları.

Bukova, E. (2006). Öğrencilerin Limit Kavramını Algılamasında ve Diğer Kavramların İlişkilendirilmesinde Karşılaştıkları Güçlükleri Ortadan Kaldıracak Yeni Bir Program Geliştirme. *Yayımlanmamış Doktora Tezi*. DEÜ. Eğitim Bilimleri Enstitüsü. İzmir.

Burton, L. (1995). Moving Towards a Feminist Epistemology of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 28(3), 275-291.

Ceylan, A. (2003). Matematik Eğitimine Uygun Bir Öğretim Yazılımı ve Prototipi Geliştirilmesi, Çalışma Yaprakları ile Uygulanması. *Yayımlanmamış Doktora Tezi*. DEÜ. Eğitim Bilimleri Enstitüsü. İzmir.

Cottrill, J., Dubinsky, E., Nichols, D., Schwinngendorf, K., Thomas, K., & Vidakovic, D. (1996). Understanding the Limit Concept: Beginning with a Coordinated Process Schema. *Journal of Mathematical Behavior*, 15, 167-192.

Çengelci, T. (2010). İlköğretim Beşinci Sınıf Sosyal Bilgiler Dersinde Değerler Eğitiminin Gerçekleştirilmesine İlişkin Bir Durum Çalışması. *Yayımlanmamış Doktora Tezi*. Anadolu Üniversitesi. Eğitim Bilimleri Enstitüsü. Eskişehir.

Çetin, İ. (2009). Öğrencilerin Limit Konusunu Kavramaları: APOS Perspektifinden. *Yayımlanmamış Doktora Tezi*. ODTÜ. Bilgisayar ve Öğretim Teknolojileri Eğitimi Bölümü. Ankara.

Doruk, K.B. (2010). Matematiği Günlük Yaşama Transfer Etmede Matematiksel Modellemenin Etkisi. *Yayımlanmamış Doktora Tezi.* Hacettepe Üniversitesi. İlköğretim Anabilim Dalı. Ankara.

Dreyfus, T. (1991). Advanced Mathematical Thinking Processes. (Editor: David O. Tall). *Advanced Mathematical Thinking*. USA: Kluwer Academic Publishers. 25-41.

Dreyfus, T. (2007). Processes of Abstraction in Context the Nested Epistemic Actions Model. http://escalate.org.il/construction_knowledge/papers/dreyfus.pdf adresinden 20.04.2011 tarihinde ulaşılmıştır.

Dubinsky, E. (1991). Reflective Abstraction. (Editör: David O. Tall) *Advanced Mathematical Thinking*. USA: Kluwer Academic Publishers, 95-127.

Dubinsky, E. & Tall, D.O. (1991) Advanced Mathematical Thinking and the Computer. (Editör: David O. Tall) *Advanced Mathematical Thinking*. USA: Kluwer Academic Publishers, 231-248.

Dubinsky, E. (2000). Mathematical Literacy and Abstraction in the 21$^{st}$ Century. *School Science and Mathematics*, 100(6), 289-297.

Dunlap, J. (2001). Mathematical Thinking. http://www.mste.uiuc.edu/courses/ci431sp02/students/jdunlap/WhitePaperII.doc adresinden 13.05.2011 tarihinde ulaşılmıştır.

Duval, R. (2002). The Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in the Learning of Mathematics. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 1(2), 1-16.

Elia, I & Gagatsis, A. (2006) The Effects of Different Modes of Representation on Problem Solving: Two Experimental Programs. *Proceedings 30$^{th}$ Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education PME*, Vol. 3, 25-33. Prague.

Ekinci, N. (2007). İşbirliğine Dayalı Öğrenme. (Editör: Özcan Demirel). *Eğitimde Yeni Yönelimler* (2. Baskı). Ankara: Pegema Yayıncılık, 93-109.

Fennema, E., Carpenter, T.P., Franke, M.L., Levi, L., Jacobs, V.R., & Empson, S.B. (1996). A Longitudinal Study of Learning to Use Children's Thinking in Mathematics Instruction. *Journal for Research in Mathematics Education,* 27, 403-434.

Ferri, B. (2003). Mathematical Thinking Styles - An Empirical Study. *Proceedings of European Research in Mathematics Education III*, CERME-3. http://www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3/proceedings/Groups/TG3/TG3BorromeoFerri_cerme3.pdf adresinden 20.04.2011 tarihinde ulaşılmıştır.

Gray, E.M. & Tall, D.O. (1994). Duality, Ambiguity and Flexibility: A Proceptual View of Simple Arithmetic. *Journal for Research in Mathematics Education,* 25 (2), 115–141.

Gray, E.M., Pitta, D., Pinto, M.M.F., Tall, D.O. (1999), Knowledge Construction and Diverging Thinking in Elementary and Advanced Mathematics. *Educational Studies in Mathematics,* 38 (1–3), 111–133.

Gray, E.M., Pitta, D. & Tall, D.O. (2000). Objects, Actions, and Images: A Perspective on Early Number Development. *Journal of Mathematical Behavior,* 18(4), 401-413.

Gür, H. & Bütünöner, S. (2006). Matematik Derslerinde Kullanılan Zihin Haritalama Tekniğine Yönelik Tutum Ölçeğinin Geliştirilmesi. *İlköğretim Online*, 5(2), 61-74.

Harel, G. ve Sowder, L. (2005). Advanced Mathematical-Thinking at Any Age: Its Nature and Its Development. *Mathematical Thinking and Learning*, 7(1), 27–50.

Henningsen, M. & Stein, M.K. (1997). Mathematical Tasks and Student Cognition: Classroombased Factors That Support and Inhibit High-level Mathematical Thinking and Reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(5), 524-549.

Hershkowitz, R., Schwarz, B.B., & Dreyfus, T. (2001). Abstraction in Context: Epistemic Actions. *Journal for Research in Mathematics Education,* 32(2), 195-222.

Kalaycı, Ş. (Ed.) (2008). SPSS Uygulamalı Çok Değişkenli İstatistik Teknikleri (3. Baskı). Ankara: Asil Yayınları.

Karagöz, Y. & Kösterelioğlu, İ. (2008). İletişim Becerileri Değerlendirme Ölçeğinin Faktör Analizi Metodu ile Geliştirilmesi. *Dumlupınar Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 21, 81-97.

Karasar, N. (2008). Bilimsel Araştırma Yöntemi (18. Baskı). Ankara: Nobel Yayınları.

Kaş, S. (2010). Sekizinci Sınıflarda Çalışma Yaprakları İle Öğretimin Cebirsel Düşünme ve Problem Çözme Becerisine Etkisi. *Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi.* Marmara Üniversitesi. Eğitim Bilimleri Enstitüsü. İstanbul.

Keith, D. (2000). Finding Your Inner Mathematician. *Chronicle Of Higher Education,* 47(5), 5-6.

Kertil, M. (2008). Matematik Öğretmen Adaylarının Problem Çözme Becerilerinin Modelleme Sürecinde İncelenmesi. *Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi.* Marmara Üniversitesi. Eğitim Bilimleri Enstitüsü. İstanbul.

Köseoğlu, F. & Kavak, N. (2001). Fen Öğretiminde Yapılandırıcı Yaklaşım. *G.Ü. Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 21(1),139-148.

Kurnaz, M.A. & Yiğit, N. (2010). Fizik Tutum Ölçeği: Geliştirilmesi, Geçerliliği ve Güvenilirliği. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi (EFMED)*, 4(1), 29-49.

Lerman, S. (1989). Constructivism, Mathematics and Mathematics Education. *Educational Studies in Mathematics,* 20, 211-223.

Liu, H. & Niess, M. (2006). An Exploratory Study of College Students' Views of Mathematical Thinking in a Historical Approach Calculus Course. *Mathematical Thinking And Learning*, 8(4), 373–406.

Magajna, Z. & Monaghan, J. (2003). Advanced Mathematical Thinking in a Technological Workplace. *Educational Studies in Mathematics,* 52, 101-122.

Morgil, İ., Seçken, N. ve Yücel, S.A. (2004). Kimya öğretmen adaylarının özyeterlilik inançlarının bazı değişkenler açısından incelenmesi. *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 6(1), 62-72.

Mubark, M. (2005). Mathematical Thinking and Mathematics Achievement of Students in the Year 11 Scientific Stream in Jordan. *Doktora Tezi*. The University of Newcastle.

Mulligan, J. & Mitchelmore, M (2009). Awareness of Pattern and Structure in Early Mathematical Development. *Mathematics Education Research Journal,* 21(2), 33-49.

Rasmussen, C., Zandieh, M., King, K. & Teppo, A. (2005). Advancing Mathematical Activity: A Practice-Orinented View of Advanced Mathematical Thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 7(1), 51-73.

Sağ, R. (2011). Birleştirilmiş Sınıf Öğretmeni Olmaya Yönelik Özyeterlik Ölçeği Geliştirilmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 42, 386-397.

Schoenfeld, A.H. (1992). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense-making in Mathematics. (Editör: D. Grouws.), *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning,* 334-370. New York: MacMillan.

Selden, A. & Selden, J. (2005). Perspectives on Advanced Mathematical Thinking. *Mathematical Thinking and Learning,* 7(1), 1-13.

Sevgen, B. (2002). Matematiksel Düşünce Yapısı ve Gelişimi. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*, 16-18-Eylül-2002, Ankara: ODTÜ.

Sezgin Memnun, D. (2011). İlköğretim Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Analitik Geometri'nin Koordinat Sistemi ve Doğru Denklemi Kavramlarını Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi. *Yayımlanmamış Doktora Tezi*. Uludağ Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bursa.

Sfard, A. (1991). Reification as The Birth of Metaphor. *Tijdschrift voor Didactiek der **B**-wetenschappen*, 13(1), 5-25.

Solso, R.L., MacLin, M.K. & MacLin, O.H. (2010). Bilişsel Psikoloji. (Çeviren Ayşe Ayçiçeği-Dinn). İstanbul: Kitabevi Yayınları.

Stacey, K., Burton, L. & Mason, J. (1985). Thinking Mathematically. England: Addison-Wesley Publishers.

Stewart, S. & Thomas, M.O.J. (2009). A Framework For Mathematical Thinking: The Case of Linear Algebra. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 40(7), 951–961.

Şeker, H., Deniz, S. & Görgen, İ. (2004). Öğretmen Yeterlikleri Ölçeği. *Milli Eğitim Dergisi*, 164, 105-118.

Tall, D.O. & Vinner, S. (1981). Concept Image and Concept Definition in Mathematics, with Particular Reference to Limits and Continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 151-169.

Tall, D.O. (1988). The Nature of Advanced Mathematical Thinking. *A discussion paper for PME*, Hungary.

Tall, D.O. (1991) The psychology of advanced mathematical thinking (Editör: David O. Tall) *Advanced Mathematical Thinking*. USA: Kluwer Academic Publishers, 3-21.

Tall, D.O. (1995). Cognitive Growth in Elementary and Advanced Mathematical Thinking. *Plenary Lecture, Conference of the International Group for the Psychology of Learning Mathematics,* Recife, Brazil, Vol I, 161-175.

Tall, D.O. (2004), Thinking Through Three Worlds of Mathematics, *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, PME*, Bergen, Norway.

Tall, D.O. (2005). The Transition From Embodied Thought Experiment and Symbolic Manipulation to Formal Proof. *Proceedings of Kingfisher Delta'05, Fifth Southern Hemisphere Symposium on Undergraduate Mathematics and Statistics Teaching and Learning.* 1-16. Australia.

Tall, D.O. (2008). The Transition to Formal Thinking in Mathematics. *Mathematics Education Research Journal,* 20(2), 5-24.

Tavşancıl, E. (2002). Tutumların Ölçülmesi ve SPSS ile Veri Analizi. Ankara: Nobel Yayıncılık.

Wright, D. (2004). Graphical Calculators: Tools for Mathematical Thinking. (Editör: Sue Johnston-Wilder & David Pimm*) Teaching Secondary Mathematics with ICT*. England: Open University Press.

Yağdıran, E. (2005). Ortaöğretim 9.Sınıf Fonksiyonlar Ünitesinin Çalışma Yaprakları, Vee Diyagramları ve Kavram Haritası Kullanılarak Öğretilmesi. *Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi*. Balıkesir Üniversitesi. Fen Bilimleri Enstitüsü. Balıkesir.

Yaşa, E. (2010). Çalışma Yaprakları Destekli Problem Çözme Stratejilerinin Öğretiminin Öğrenci Başarısına Etkisi. *Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi*. Osmangazi Üniversitesi. Fen Bilimleri Enstitüsü. Eskişehir.

Yeşildere, S. (2006). Farklı Matematiksel Güce Sahip İlköğretim 6, 7 ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Düşünme ve Bilgiyi Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi. *Yayımlanmamış Doktora Tezi*. DEÜ. Eğitim Bilimleri Enstitüsü. İzmir.

Yeşildere, S. & Türnüklü, E. (2007). Öğrencilerin Matematiksel Düşünme ve Akıl Yürütme Süreçlerinin İncelenmesi. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi,* 40(1), 181-213.

Yeşildere, S. & Türnüklü, E. (2008). İlköğretim Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Bilgi Oluşturma Süreçlerinin Matematiksel Güçlerine Göre İncelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 21(2), 485-510.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2008). Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri (7.Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yıldırım, C. (2010). *Matematiksel Düşünme* (6. Basım). İstanbul: Remzi Kitabevi.

Zehir, H. (2010). Çalışma Yaprakları ile Lineer Dönüşümler ve Lineer Dönüşümlere Karşılık Gelen Matrislerin Öğretimi. *Yayımlanmamış Doktora Tezi*. Atatürk Üniversitesi. Fen Bilimleri Enstitüsü. Erzurum.

# EK-1

## ÇALIŞMA YAPRAKLARI ANKETİ

Sayın Öğretmen Adayı,

Sorgulayıcı Problem Çözme ve Öğrenme modeline göre tasarlanmış **Çalışma Yaprakları**nın öğrencilerin **matematiksel düşünme süreci**ne etkilerini belirlemek amacıyla hazırlanmış olan aşağıdaki önermeleri dikkatlice okuyunuz ve sizce en uygun olan derecelemeyi yaparak cevaplayınız. Cevaplarınızın bilimsel çalışmalara veri oluşturacağını düşünerek dikkatli cevaplayacağınıza inanıyorum.

Katkılarınızdan dolayı teşekkür ederim.

Prof. Dr. Halil ARDAHAN
Arş. Gör. Sema COŞKUN

| | **Kesinlikle katılmıyorum** | **Katılmıyorum** | **Kararsızım** | **Katılıyorum** | **Tamamen katılıyorum** |
|---|---|---|---|---|---|
| **1. Çalışma Yaprakları**, matematiksel düşünmeme ve matematik dili ile ifade etme becerilerime önemli ölçüde katkı sağlar. | | | | | |
| **2. Çalışma Yaprakları**, veriler arasındaki ilişkileri kolay kurmamı ve bu ilişkileri genelleştirmemi sağlar. | | | | | |
| **3.** Matematiksel kavram, kural ve işlemleri **Çalışma Yaprakları** ile keşfettirmek, matematiksel düşünme sürecini daha nitelikli ve kaliteli hale getirir. | | | | | |
| **4. Çalışma Yaprakları,** problem çözme sürecinde aktif biçimde matematiksel düşünmemi önemli ölçüde etkiler. | | | | | |
| **5. Çalışma Yaprakları** ile bilginin tarafımdan keşfedilmesi, zihnimde o bilgiye ait soyut bir yapı kurmamı kolaylaştırır. | | | | | |
| **6.** Matematik bilgilerin **Çalışma Yaprakları** kullanılarak öğretilmesi, bilgiyi görsel kodlamamı ve daha kolay hatırlamamı sağlar. | | | | | |
| **7. Çalışma Yaprakları**, bir bilgiye ait birden çok gösterimi bir arada kullanmamı ve bu gösterimler arasında bağlantı kurmamı sağlar. | | | | | |
| **8. Çalışma Yaprakları** ile kılavuzlanmış etkinlikler öğrenme isteğimi ve bilgiyi keşfetme becerimi artırır. | | | | | |
| **9. Çalışma Yaprakları**, matematiksel bir bilgi veya bir probleme ait model oluşturmamı kolaylaştırır. | | | | | |
| **10. Çalışma Yaprakları**, matematiksel bir modele ait zihinsel gösterimler (imajlar) oluşturmamı sağlar. | | | | | |

**Anket Bitti**. *Katılımınız için Teşekkürler...*

## EK-2

### ÖĞRENCİ ÇALIŞMA YAPRAĞI

Orijinal ÇY Tasarımı: Prof. Dr. Halil ARDAHAN

Adı ve Soyadı: …………………………………………........ No: ………………………..

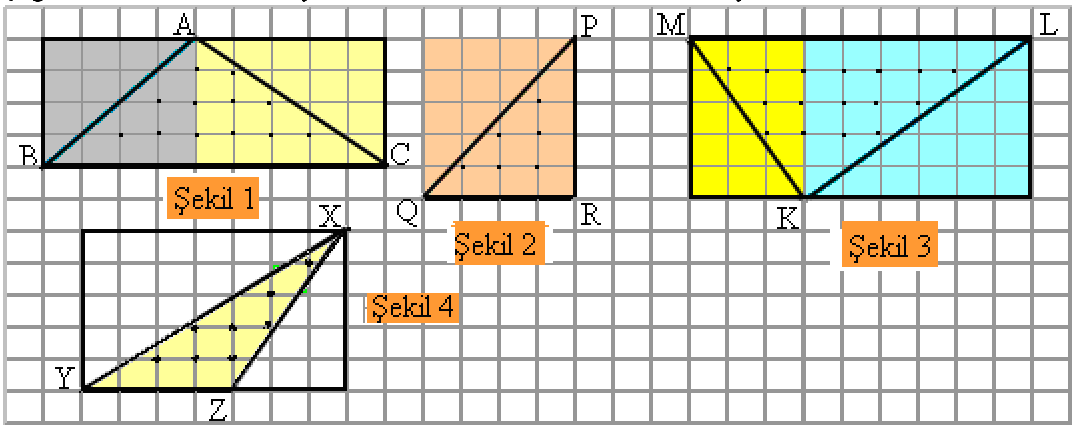
**Metot.** Kılavuzlanmış Buluş Yoluyla Öğrenme

**ÖĞRENME VE ÖĞRETME SÜRECİ**

**Problem.** Üçgenlerin alanını çoklu strateji ve çoklu modelleme ile hesaplamak

**1. Probleme Uygun Model Kur**

- Aşağıdaki modelleri inceleyiniz ve Veri Tablosunda istenenleri yazınız.




**2. Modelden Veri Topla**

2.1. Veri Tablosu

| Şekiller | Üçgenin İçindeki Birim Kare Sayısı | Taban Uzunluğu (a) | Yükseklik Uzunluğu (h) | Alan |
|---|---|---|---|---|
| ABC üçgeni | 8 + 10 =18 | | | |
| PQR üçgeni | | | | |
| KLM üçgeni | | | | |
| XYZ üçgeni | | | | |

2.2. Her şeklin iç bölgesindeki noktaları ve şeklin üzerindeki (sınır) noktalarını dikkatlice sayınız ve aşağıdaki tabloya yazınız.

| Şekiller | Üçgenin İçindeki Birim Kare Sayısı | İç nokta sayısı (İ) | Sınır Nokta Sayısı (S) | Üçgen Alanı ile İ ve S arasındaki bağıntı |
|---|---|---|---|---|
| ABC üçgeni | 8 + 10 =18 | 12 | 14 | |
| PQR üçgeni | | | | |
| KLM üçgeni | | | | |
| XYZ üçgeni | | | | |

**3. Verileri İlişkilendir.**

2.1 Tablonun ikinci sütunundaki birim kare sayısını a ve h ile ilişkilendiriniz.

**A(ABC)= f(a,h)** $\Rightarrow$ ………………………………………………………………………

2.2 Tablonun ikinci sütundaki birim kare sayısını İ ve S ile ilişkilendiriniz.

**A(ABC)= f(İ,S)** $\Rightarrow$ ………………………………………………………………………

**4. İlişkiyi Genelleştiriniz** ( kural, bilgi keşfi)

- Elde ettiğiniz sonuçları **Genelleştiriniz**, **Sözel ve Matematiksel** olarak ifade ediniz.

……………………..……………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………..

- **Tanım1** (Üçgen alanı).

…………………………………………………………………………………………………

- **Tanım2** (Üçgen alanı).

…………………………………………………………………………………………………

- **Tanım3** (Üçgen alanı).

…………………………………………………………………………………………………

.

**5. Sonucu ve süreci kontrol ediniz.**

**ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME**

Bir paralelkenarın alanını çoklu strateji ve çoklu modelleme ile hesaplayınız.

# EK-3

## ÖĞRENCİ ÇALIŞMA YAPRAĞI
## ŞEKİLLERİN ALANLARINI HESAPLAMAK (Pick Yasası)

Orijinal ÇY Tasarımı: Prof. Dr. Halil ARDAHAN

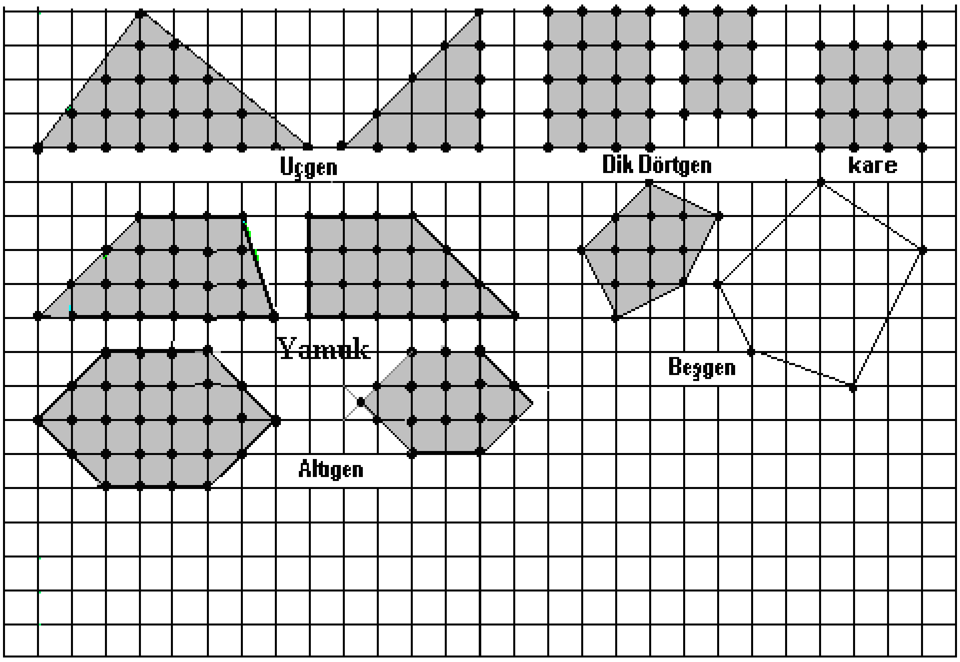
Adı ve Soyadı: ……………………………………….......  No: …………………………..

**DERS** : Geometri
**ÖĞRENME ALANI** : Çokgenler
**ALTÖĞRENME ALANI** : Konveks Çokgenlerin Alanını hesaplamak
**KAZANIMLAR** : Şekillerin Alanlarını ve alan problemlerini kurar ve çözer,
**ARA DİSİPLİN** : Strateji oluşturmak, bilgi keşfi
**KAZANIMLAR** : Alan Problemlerine uygun değişik stratejiler kurmayı öğrenir.

## ÖĞRENME – ÖĞRETME SÜRECİ

1. Mili metrik kağıt üzerinde ***üçgen, kare, dikdörtgen, yamuk*** v.b. çokgenler verilmiştir.
2. Şekillerin çevresi üzerindeki noktaları sayınız( Ç ).
3. Şekillerin iç bölgesindeki noktaları sayınız ( İ ).
4. Şeklin sınırladığı alanı (A), birim kareleri sayarak bulunuz.

- **Model kurunuz.**




- **Modelden veri toplayınız.**

| ŞEKİL | Çevre Nokta Sayısı (Ç) | İç Nokta Sayısı (İ) | Alanı (Birim Kare Sayısı) | Bağıntı (buluş) A=f(Ç,İ) |
|---|---|---|---|---|
| ÜÇGEN | 10 | 12 | 16 | |
| KARE | | | | |
| DİKDÖRTGEN | | | | |
| YAMUK | | | | |
| BEŞGEN | | | | |
| ALTIGEN | | | | |
| *Parmağınızın alanı* | | | | |

- **Verileri ilişkilendiriniz**

5. Her şeklin alanı (A), Çevresi (Ç) ve iç noktaları (İ) arasında nasıl bir ilişki olduğunu araştırınız.
6. Neyin farkına vardığınızı açıklayınız
………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………...

- **İlişkiyi Genelleştiriniz** ( bilgi ve strateji keşfi, buluş)

7. Bulduğunuz sonucu genelleştiriniz. ……………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………

- **Sonucu ve süreci kontrol ediniz.**

## ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME

- Alan kavramını tanımlayınız.
- İşaret parmağınızın alanını nasıl hesaplarsınız?
- Türkiye'nin yüz ölçümünü nasıl hesaplarsınız?

# EK-4

## ÖĞRENCİ ÇALIŞMA YAPRAĞI (EBOB-EKOK)

Orijinal ÇY Tasarımı: Prof. Dr. Halil ARDAHAN

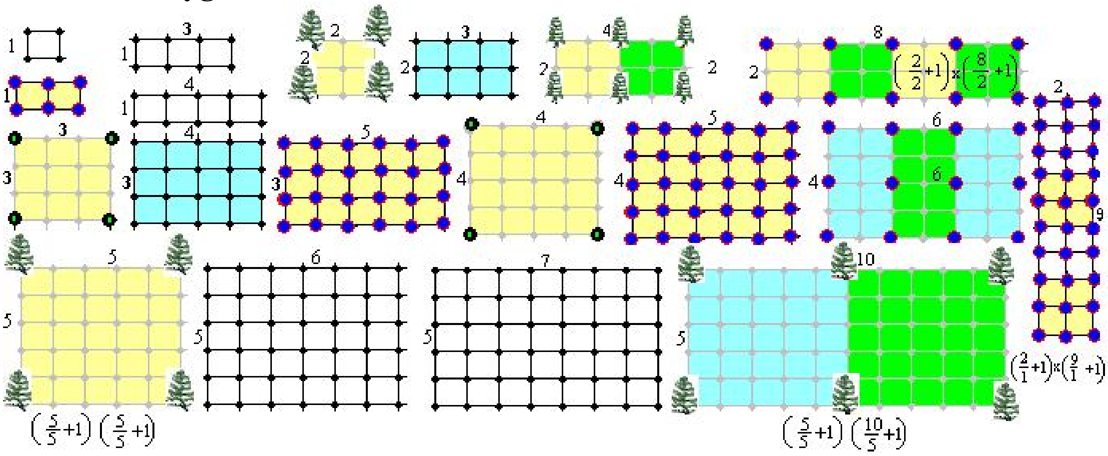
Adı ve Soyadı: ……………………………………….... No: …………………..

**DERS** : Matematik
**ÖĞRENME ALANI** : Sayılar
**ALTÖĞRENME ALANI** : EBOB ve EKOK kavramlarını anlamak
**KAZANIMLAR** : EBOB ve EKOK kavramlarını tanır ve hayatta kullanır.
**ARA DİSİPLİN** : Gerçek Hayattaki Matematik yapı ve düzenliliğin sezdirilmesi
**KAZANIMLAR** : Yapı ve estetik duyguların gelişimi, Doğaya hayranlık, Matematik ve hayat ilişkisi kurulur.

## ÖĞRENME VE ÖĞRETME SÜRECİ

**Problem.** Kenarları m cm ve n cm olan bir dikdörtgen bahçeye maksimum eşit aralıklarla kaç fidan dikilir? ( En geniş aralıklarla en az kaç fidan dikilir?)

**1. Problem Uygun Model Kur.**



**2. Modelden Veri Topla**.

Şekillerin bir köşesini başlangıç seçerek köşegenleri çiziniz. Her köşeden çizdiğiniz köşegen sayısını veri tablosuna yazınız. Ardışık köşeler için aynı işlemi tekrarlayınız.

Veri Tablosu

| Şekil | Aralık Uzunluğu (n) | n / EBOB(n,m) | m / EBOB(n,m) | Fidan Sayısı |
|---|---|---|---|---|
| 1x1 | EBOB(1,1) | 1 | 1 | (1+1) x (1+1) |
| 2x2 | | | | 4 |
| 3x3 | | | | 4 |
| n x n | | | | |
| n x n+1 | EBOB(n, n+1) | | | |
| n x (n+2) | | | | |
| | | | | |
| **n x m** | **EBOB(n,m)** | | | |

**3. Verileri İlişkilendir**.

**4. İlişkiyi Genelleştir.**

**5. Sonucu ve süreci kontrol ediniz.**

**ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME**

Kenarları a cm, b cm, c cm olan üçgen bölgeye maksimum aralıklarla en az kaç fidan dikilir? Araştırınız.

# EK-5

## ÖĞRENCİ ÇALIŞMA YAPRAĞI

Orijinal ÇY Tasarımı: Prof. Dr. Halil ARDAHAN

Adı ve Soyadı: ………………………………………….......... No: …………………………..

**Konu:** Pozitif Tamsayılarda Ardışık Toplamlar

**Metot ve Strateji:** Tümevarım ve oranlamak yoluyla keşfetmek.

**ÖĞRENME VE ÖĞRETME SÜRECİ**

***Problem.*** 1.2+2.3+3.4+ … + (n-1).n toplamını veren kuralı öğrencilere nasıl keşfettirirsiniz?

**1. Probleme Uygun Model Kur.**

Aşağıdaki adımları dikkatlice okuyunuz ve istenen işlemleri sıra ile yaparak ilgili veri tablosuna yazınız.

- Aşağıdaki toplamları bulunuz ve veri tablosuna yazınız.

T1= 1.2 =………..  T4=1.2+2.3+3.4+4.5 =………...
T2=1.2+2.3 =………..  T5=1.2+2.3+3.4+4.5+5.6 =………...
T3=1.2+2.3+3.4 =………...  T6=1.2+2.3+3.4+4.5+5.6+6.7=………...

VERİ TABLOSU

| Ardışık Toplamlar | Toplam(T) | Son Terimi | Terim sayısı (n) |
|---|---|---|---|
| T1=1.2 | | | |
| T2=1.2+2.3 | 8 | 2.3 | 2 |
| T3=1.2+2.3+3.4 | | | |
| T4=1.2+2.3+3.4+4.5 | | | 4 |
| T5=1.2+2.3+3.4+4.5+5.6 | 70 | 5.6 | |
| ... | | | |
| Tn= 1.2+2.3+3.4+…+n.(n+1) | | n.(n+1) | |

**2. Modelden Veri Topla.**

- Veri tablosunun her satırındaki Toplam(T) yi, o toplama ait Son Terime bölünüz ve elde ettiğiniz kesirleri aşağıdaki tabloya yazınız.

VERİ İLİŞKİLENDİRME TABLOSU

| Ardışık Toplamlar | Toplam(Tn) | Son Terimi | Toplam(T)/Son Terimi |
|---|---|---|---|
| T1= 1.2 | | | $= \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$ |
| T2=1.2+2.3 | 8 | 2.3 | $= \frac{8}{2.3} = \frac{4}{3}$ |
| T3=1.2+2.3+3.4 | | | $= \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$ |
| T4=1.2+2.3+3.4+4.5 | | | $= \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$ |
| T5=1.2+2.3+3.4+4.5+5.6 | 70 | 5.6 | $= \frac{70}{5.6} = \frac{7}{3}$ |
| ... | | | |
| Tn= 1.2+2.3+3.4+…+n.(n+1) | | n.(n+1) | $= \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$ |

**3. Verileri İlişkilendir.**

- Veri İlişkilendirme Tablosundaki Tn Toplamının indisi olan n ile son sütunundaki oranın payı arasında ne ilişki vardır? Yazınız. ……………………………………………………

**4. İlişkiyi Genelleştir.**

3.cü adımda bulduğunuz oranları, $\frac{T_n}{n(n+1)}$ için GENELLEŞTİRİNİZ. ………………………………………………

$T_n$= 1.2+2.3+3.4+…+n.(n+1) toplamı için bir kural yazınız.

……………………………………………………………………………………......

……………………………………………………………………………………......

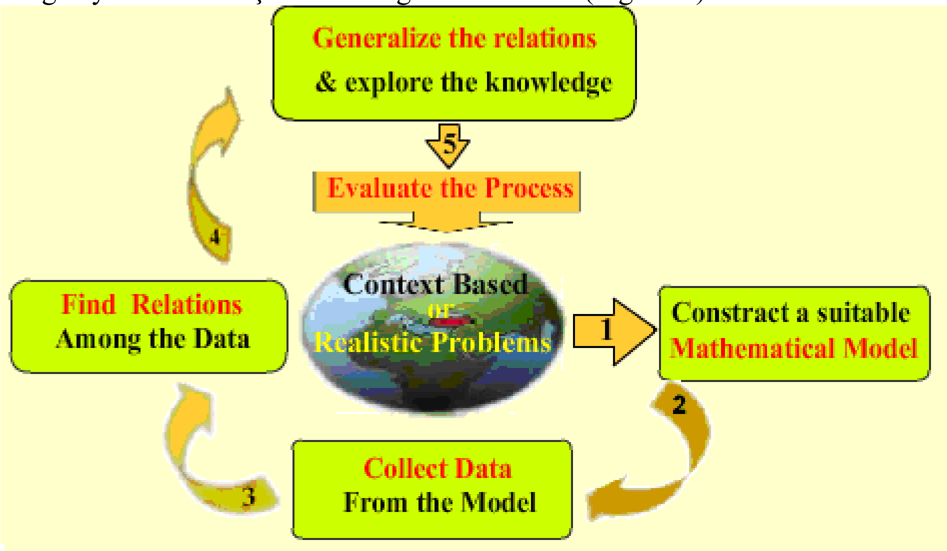
**5. Sonucu ve süreci kontrol ediniz.**

**ÖLÇME ve DEĞERLENDİRME**

$T_n$= 1.2+2.3+3.4+…+n.(n+1) toplamı ile ardışık üç sayının çarpımını veren Kombinasyon işlemi arasındaki ilişkiyi araştırınız.

# EK-6

Sorgulayıcı Problem Çözme ve Öğrenme Modeli (İngilizce)




Sorgulayıcı Problem Çözme ve Öğrenme Modeli (Ardahan, 2011).