T.C.

NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLAR EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARI VE 8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN İRRASYONEL SAYILAR İLE İLGİLİ BİLGİLERİ VE BU KONUDAKİ KAVRAM YANILGILARI

Nur ADIGÜZEL

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı

Yard. Doç. Dr. Abdullah Selçuk KURBANLI

Konya–2013

Ek- 1: Bilimsel Etik Sayfası

T. C.

NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ

Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü

BİLİMSEL ETİK SAYFASI

Öğrencinin		
	Adı Soyadı	Nur Adıgüzel
	Numarası	108307041003
	Ana Bilim / Bilim Dalı	Fen Ve Matematik Alanlar Eğitimi Ana Bilim Dalı / Matematik Eğitimi Bilim Dalı
	Programı	☒ Tezli Yüksek Lisans ☐ Doktora
	Tezin Adı	İlköğretim Matematik Öğretmen Adayları ve 8. Sınıf Öğrencilerinin İrrasyonel Sayılar İle İlgili Bilgileri ve Bu Konudaki Kavram Yanılgıları

Bu tezin proje safhasından sonuçlanmasına kadarki bütün süreçlerde bilimsel etiğe ve akademik kurallara özenle riayet edildiğini, tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda bilimsel kurallara uygun olarak atıf yapıldığını bildiririm.

Öğrencinin imzası

(İmza)

Ek- 2: Yüksek Lisans Tezi Kabul Formu

T.C.

NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ

Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü

YÜKSEK LİSANS TEZİ KABUL FORMU

Öğrencinin	Adı Soyadı	Nur Adıgüzel
	Numarası	108307041003
	Ana Bilim / Bilim Dalı	Fen Ve Matematik Alanlar Eğitimi Ana Bilim Dalı / Matematik Eğitimi Bilim Dalı
	Programı	Tezli Yüksek Lisans
	Tez Danışmanı	Yard. Doç. Dr. Abdullah Selçuk KURBANLI
	Tezin Adı	İlköğretim Matematik Öğretmen Adayları ve 8. Sınıf Öğrencilerinin İrrasyonel Sayılar İle İlgili Bilgileri ve Bu Konudaki Kavram Yanılgıları

Yukarıda adı geçen öğrenci tarafından hazırlanan "İlköğretim Matematik Öğretmen Adayları ve 8. Sınıf Öğrencilerinin İrrasyonel Sayılar İle İlgili Bilgileri ve Bu Konudaki Kavram Yanılgıları" başlıklı bu çalışma 22/03/2013 tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda oybirliği/oyçokluğu ile başarılı bulunarak, jürimiz tarafından yüksek lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Ünvanı, Adı Soyadı	Danışman ve Üyeler	İmza
Yard. Doç. Dr. Abdullah Selçuk KURBANLI	Danışman	
Doç. Dr. İbrahim YALÇINKAYA	Üye	Yalçınkaya
Doç. Dr. Erhan ERTEKİN	Üye	

ÖNSÖZ

Araştırmam süresince benden yardımlarını bilgi ve tecrübelerini esirgemeyen değerli danışman hocam sayın Yard. Doç. Dr. Abdullah Selçuk KURBANLI' ya, bana yeni bir bakış açısı kazandıran sayın Doç. Dr. Erhan ERTEKİN hocama ve yüksek lisans eğitimim boyunca derslerini takip ettiğim diğer bütün öğretim üyelerine sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca yüksek lisans eğitimime başlama kararı almamda büyük katkısı olan sayın Yard. Doç. Dr. Ahmet CİHANGİR hocama, eğitimimin her aşamasında maddi ve manevi destekleriyle yanımda olan annem Fatma ADIGÜZEL' e ve babam Ali ADIGÜZEL' e de en derin teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca araştırmamın uygulama aşamasında yardımcı olan tüm yönetici, öğretmen ve öğrencilere de teşekkür ederim.

Ek- 3: Türkçe Özet Formu

T.C.

NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ

Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü

Öğrencinin	Adı Soyadı	Nur Adıgüzel
	Numarası	108307041003
	Ana Bilim / Bilim Dalı	Ortaöğretim Fen Ve Matematik Alanlar Eğitimi Anabilim Dalı / Matematik Eğitimi Bilim Dalı
	Programı	Tezli Yüksek Lisans ☐ Doktora ☐
	Tez Danışmanı	Yard. Doç. Dr. Abdullah Selçuk Kurbanlı
	Tezin Adı	İlköğretim Matematik Öğretmen Adayları ve 8. Sınıf Öğrencilerinin İrrasyonel Sayılar İle İlgili Bilgileri ve Bu Konudaki Kavram Yanılgıları

ÖZET

Matematik dersini birçok öğrenci anlaşılması zor bir ders olarak değerlendirir ve zihinlerinde daha başlamadan bitirirler. Matematik öğrencilerin ilgilerini çekecek hale getirilmediği sürece öğrenciler tarafından sevilmeyen ve anlaşılmayan bir ders olarak kalacaktır. Bunun için de günlük hayattaki problemlerle ilişkilendirmeler önemlidir. Bazı konuların günlük hayatla ilişkilendirilmesi güç olabilir. Örneğin sayılar konusunda yer alan irrasyonel sayılar. 8. Sınıf müfredatında yer almaya başlayan irrasyonel sayılar ile ilgili bilgi eksiklikleri, irrasyonel sayılar kümesinin sonsuzluk bilgisi gerektirmesinden ve kavranması zor bir sayı kümesi olmasından da

kaynaklanmaktadır. Konu ile ilgili öğretmenlerin de kavram yanılgılarının bulunması bu bilgi eksikliklerinin ve kavram yanılgılarının oluşması üzerinde etkilidir. Okul ortamlarında öğrencilere irrasyonel sayılar ile ilgili sorular yöneltildiğinde vermiş oldukları hatalı cevaplar bu araştırmanın yapılmasını gerekli kılmıştır.

Bu çalışmanın amacı 8.sınıf öğrencileri ve matematik öğretmen adaylarının irrasyonel sayılar konusundaki bilgilerini ve kavram yanılgılarını belirlemek, öğretmen adaylarındaki irrasyonel sayı bilgisi ile 8. Sınıf öğrencilerdeki irrasyonel sayı bilgilerini görmek, bu bilgiler doğrultusunda konunun daha iyi kavranması için uygun çözüm yolu üretebilmektir. Bu amaçla Konya ilindeki farklı bölge okullarından alınan 130 öğrenciye konu ile ilgili açık uçlu çoktan seçmeli test uygulanmış ve 180 öğretmen adayına yarı yapılanmış görüşmeler uygulanmıştır. Öğrencilere uygulanan test 10 tane çoktan seçmeli sorudan oluşmakta, matematik öğretmen adayları ile yapılan görüşmeler 12 tane açık uçlu sorudan oluşmaktadır.

Araştırmanın bulguları öğrencilerin ve matematik öğretmen adaylarının birçoğunun irrasyonel sayılarla ilgili bilgi eksikliklerinin olduğunu göstermiştir. Az sayıda öğrenci ve öğretmenin sezgisel olarak doğru cevaplar verdikleri görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin yarısı verilen sayıların irrasyonel olup olmadığını doğru belirlemiş ancak irrasyonel olan sayının rasyonel olmadığını bu öğrencilerden yaklaşık yarısı doğru belirleyebilmiştir. Birçok soruda nedenleri yazan öğrenci sayısının % 20 nin altında olduğu görülmüştür. Yapılan görüşmelerde matematik öğretmen adaylarının irrasyonel ve rasyonel sayıların tanımını yaparken hatalar yaptıkları görülmüştür. 34 öğrenci ile 4 matematik öğretmen adayı rasyonel sayıların irrasyonel sayıların alt kümesi olduğunu söylemişlerdir. 49 matematik öğretmen adayı irrasyonel sayıları sadece ‘köklü sayılar’ olarak tanımlamış ve soruları buna göre yorumlamışlardır. Sadece 3 matematik öğretmen adayı ise “virgülden sonraki basamakları sayılamayan sayılar” olarak tanımlamışlar ve diğer soruları da bu tanıma göre yorumlamışlardır. “Ondalık kısımları periyodik olmayan sonsuz sayı kümesi” veya “Virgülden sonraki basamakları düzensiz devam eden sayılar” olarak tanımlayan öğretmen olmamıştır. Öğrencilerden bir kısmının “Virgülden sonraki basamakları düzensiz devam eden sayı olduğu için” ifadesini 4. sorunun cevabını yazarken neden olarak kullandığı görülmüştür. “$\frac{a}{b}$ şeklinde aralarında asal iki sayının birbirine bölümü şeklinde ifade edilebilen sayılar rasyonel sayılardır. Bunun dışında kalanlar irrasyoneldir. Rasyonel olmayan irrasyoneldir" tanımını yapan 70 öğretmen adayı olmuş. Ancak $\frac{22}{7}$ sayısının rasyonel mi irrasyonel mi olduğu konusunda kararsız kalanlar ve "$\frac{22}{7}$, pi sayısı olduğundan dolayı irrasyoneldir" şeklinde düşüncelerini belirtenlerin oldukça fazla olduğu görülmüştür. Matematik öğretmen adayları arasında irrasyonel sayıları kompleks sayılar olarak düşünenlerin ve devirli sayıları irrasyonel sayı olarak bilenlerin de olduğu gözlemlenmiştir.

Araştırmanın bulguları öğrencilerde irrasyonel sayılarla ilgili ilköğretimden başlayıp üniversite sonuna kadar devam eden bilgi eksikliklerinin ve kavram yanılgılarının olduğunu göstermektedir. 8. sınıf öğrenci ve matematik öğretmen adaylarının sezgisel düşünce güçlerinin irrasyonel sayılar konusunu anlamada olumlu etkilerinin olduğu görülmektedir. Öğrencilere eğitim öğretim esnasında onların daha fazla düşünmelerini sağlayacak çalışmalar yaptırılmasının bu eksikliklerin oluşmasını engellemekte katkısı olacağı düşünülmektedir.

Anahtar Kelimeler: İrrasyonel sayılar, sezgisel bilgi, kavram yanılgısı, 8. Sınıf öğrencileri, öğretmen adayları

Ek- 4: İngilizce Özet Formu

T. C.

NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ

Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü

Öğrencinin	Adı Soyadı	Nur Adıgüzel
	Numarası	108307041003
	Ana Bilim / Bilim Dalı	Department Of Secondary Science And Mathematics Education/ Mathematics Education
	Programı	☐ Tezli Yüksek Lisans ☐ Doktora
	Tez Danışmanı	Yard. Doç. Dr. Abdullah Selçuk Kurbanlı
	Tezin İngilizce Adı	Knowledges And Misconseptions About İrrational Numbers Of Preservice Mathematics Teachers And 8th Grade Students

SUMMARY

Many students evaluates the mathematics is very hard to understand and on their minds they finish before they start. Maths will stay in a very difficult lesson and the lesson cannot be understant if it doesn't render interesting. For this associations daily life problems are very important. Some subjects can be very difficult to related with daily life problems. For example the irrational numbers that in subject of numbers. The reasons of knowledge gaps about the irrational numbers that start to learn in 8th class are the set of irrational numbers wants infinity knowledges and the set of irrational numbers is a set of numbers that difficult to understand. In addition, teachers have misconceptions about the subject. It is an adverse effects on students' knowledge gaps and misconceptions. We decide to study on this subject because we

didn't take the correct answers to questions that we ask students in our schools about irrational numbers.

The aim of this study is to determine the knowledges and misconceptions of 8th grade students and preservice mathematics teachers and investigate whether there are similarities or dissimilarities. For this purpose, multiple-choice test about the subject been applied to 130 8th grade students of different district schools in Konya and interviews were conducted with 180 preservice mathematics teachers. Data collection tool of students consist 10 questions that multiple-choice. Preservice elementary school teachers' interviews consist 12 questions.

The results of study showed that many students and preservice mathematics teachers have knowledge gaps about irrational numbers. Some student and preservice teachers answered the questions by the aid of their intuitive knowledges. The half of the students accurately determined the numbers are irrational or rational. But the half of this students don't know irrational numbers aren't rational numbers. The students answered the questions with their reasons are lower than % 20. The results of study show that the preservice mathematics teachers make mistakes when they describe irrational numbers and rational numbers. 34 8th grade students and 4 preservice mathematics teachers said that the set of rational numbers are the subset of the set of irrational numbers. Fourty nine preservice mathematics teachers said that the irrational numbers are well-established numbers and so they answered the questions depending on these description. Only 3 preservice mathematics teachers said that irrational numbers are numbers that have uncountable decimal digits. So they answered the questions using this description. Any preservice teachers said that "irrational numbers are numbers that have irragular continuing decimal digits" or " the infinite numbers that the decimal part is non periodic". But some students used "it is the infinite numbers that the decimal part is non periodic" when they were writing the reasons of some questions. There were 70 preservice teachers who said "Rational numbers are the numbers that can be written as section of two numbers that have not common divisers. The others are irrational. İf a number isn't rational it is an irrational number." But a lot of them said that $\frac{22}{7}$ is irrational becouse it is π (pi) or they couldn't say anything for this number. The results of study show that there are mathematics preservice teachers that recognizent irrational numbers are compleks numbers and that recognizent decimal numbers are irrational.

The results show that about irrational numbers, thare are many misconceptions and knowledge gaps that start on primary school students following to university students. The intiutive knowledges of 8th grade students and mathematics preservice teachers have a possitive effect on learning irrational numbers. To make exercize to provide the students thinking much during the education and teaching can be very useful for obstruct to occur the knowledge gaps and misconseptions.

Keywords: irrational numbers, intiutive knowledge, misconceptions, 8th grade students, mathematics preservice teachers

İÇİNDEKİLER

Sayfa No

TABLOLAR LİSTESİ

BİRİNCİ BÖLÜM

GİRİŞ

Matematik, ardışık soyutlama ve genellemeler süreci olarak geliştirilen fikirler (yapılar) ve bağıntılardan oluşan bir sistem olarak görülmektedir. Bu tanımda üç husus dikkati çekmektedir. Bunlardan biri matematiğin bir sistem olduğu, diğeri yapılardan ve bağıntılardan (ilişkilerden) oluştuğu, üçüncüsü de bu yapıların ardışık soyutlamalar ve genellemeler süreci ile oluşturulduğudur. O halde matematik insan tarafından zihinsel olarak oluşturulan bir sistemdir. Bu durum matematiği soyut hale getirir. Genel olarak soyut kavramların kazanılması zordur. Matematiğin öğrencilere zor gelmesinin sebebi belki burada yatmaktadır. Ancak matematik kavramları, öğretim sırasında somutlaştırılarak ve somut araçlar kullanılarak bu zorluk giderilebilir en azından azaltılabilir (Baykul, 2003). Matematiğin zor olmasının bir başka nedeni de öğrenilen matematiksel bilgilerin günlük yaşantıya uyarlanamayışıdır (Albayrak, 2000). Geleneksel matematik eğitimi anlayışında matematiksel bilgiler, küçük ve birbirinden izole edilmiş parçacıklar olarak öğretmen tarafından öğrencilere sunulur/aktarılır. Öğrenciler de bu bilgileri öğretmenden öğrenecektir. Bu anlayış ortamında öğrenci edilgen (pasif) bir konumdadır. Verilen alıştırma sorularını yaparak yinelemeleri istenir. Ayrıca, başarılı öğrenci, en kısa sürede, en çok soruyu en kısa yoldan doğru yanıtlayandır. Öğrencinin, düşünmesi, bilgiyi üretmesi ve paylaşması gerekmez; ezberlemesi yeterlidir. Nedeninin ne olduğunu bilmediği yığınlarca bağıntı, kural, simgeler ve işlemler öğrencinin zihnini bulandırmaktadır (Ersoy, 2003)

Matematikle ilgili son yıllarda önemli düşünce değişikliklerinin olduğu görülmekte ve neyin nasıl öğretileceği konusunda program değişikliklerine gidilmektedir. Son yıllarda Türk öğrencilerinin matematikteki başarısızlıklarının bir nedeni olarak mevcut matematik programı görülerek, ülkemizde de öğretim programlarında bir takım yenilikler olmuştur. 2004'te 1- 5. sınıflar matematik öğretim programı, 2005'te de 6- 8. sınıflar matematik öğretim programı yenilenmiş, geleneksel programda bir takım köklü değişiklikler yapılmıştır. Öğrencilere öğrenci merkezli yapılandırmacı yaklaşımın kullanıldığı bir program sunulmuştur.

Yapılandırmacı yaklaşım, insanların kendi deneyimleri ve düşünmeleri sonucunda kendi bilgilerini ve zihinsel modellerini oluşturdukları şeklindeki yaklaşıma denir. Bunun anlamı şudur; İki kişiden birisi için belli bir anlamı olan bir şey, diğeri için aynı anlamı taşımayabilir. Piaget " Bilgi, bütün bir şekilde bir insandan diğer bir insana iletilemez, insanların kendi bilgilerini ve kendi anlayışlarını yapılandırmaları gerekir" demektedir. Her çocuk önceki bildiklerini yeni bilgilerle birleştirerek kendi anlamını inşa eder. Yapılandırmacı yaklaşım, öğrenmeyi, deneyimden anlam oluşturmayla eşleştiren bir teoridir. İnsanoğlu, bilgiyi doğrudan almanın aksine, onu kendisi oluşturur. Bu, öğrenmenin ancak mevcut bilgilere, deneyimlere dayalı olarak gerçekleşebileceği anlamına gelmektedir. Bir bilgi ne kadar iyi sunulmuş olursa olsun, öğrenciler bir takım süreçlerde kişisel olarak bu bilgileri kullanmadıkça, geçmiş deneyimleriyle ilişkilendiremedikçe onları gerçekten öğrenmiş olmamaktadırlar. Yapılandırmacı yaklaşımın esas alındığı bir öğrenme-öğretme sürecinde öğretmenden ilk olarak, öğrencilerin zihinsel yapılarının oluşmasına rehberlik etmesi ve anlama kabiliyetlerinin gelişmesine uygun öğrenme etkinlikleri düzenlemesi beklenmektedir. Öğrencilerin yeni görüşler oluşturmalarında ve bu görüşlerini daha önceki bilgilerine bağlamalarında öğretmenin yardımcı olma rolü önemlidir. Örneğin, öğrenme sürecinde öğrencinin dikkati geniş kavramlar üzerine yoğunlaştırılıyorsa, daha sonra kavramların parçalara bölünerek anlaşılması sağlanmalıdır.

Yapılandırmacı öğrenme aynı zamanda aktif ve öğrenci merkezli öğrenme etkinliklerini de içermektedir. Öğrenci merkezli etkinliklerin gerçekleştirildiği bu süreçte öğrenciler; kendi sorularını sormaya, kendi deneylerini yapmaya ve kendi sonuçlarına varmaya özendirilir. Böylece öğrencilerin kendi öğrenmelerini kendilerinin oluşturması sağlanır. Bu süreçte eğitim teknolojisinin etkin kullanımı çok önemli bir katkı sağlayacaktır. Öğrencilerin bilgiye ulaşmalarının kolaylaştırılması, gözlem, araştırma gibi etkinliklerin bilgi teknolojisi ürünleri kullanılarak yapılmasının sağlanması ilk söylenecekler arasındadır. Eğitim teknolojisinin öğrenme-öğretme sürecinde etkin ve verimli kullanılması öğrenci ve öğretmene büyük kolaylıklar sağlayacağı bir gerçektir. Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımını esas alan bir öğretmenin, "Ben nasıl öğretirim?" yerine "Öğrenci nasıl öğrenmektedir?" sorusunu sorarak öğrenme-öğretme sürecini yeniden sorgulaması da gerekmektedir.

Her ülkede olduğu gibi ülkemizde de bir dizi eğitim sorunu yaşanmakta, bir kısmına çözüm aranmaktadır. Örneğin, Türkiye'de 1970'li yıllardan başlayarak, önemi her geçen yıl biraz daha artarak günümüzde ise herkesin yakındığı bir üst okula giriş sınavları, eğitim sistemi içinde okullardaki eğitimi yönlendirmiş, yozlaştırmış ve büyük ölçüde bozmuştur. Öğretici değil seçici ve eleyici sistem, öğrencileri ve anne-babaları sınav kaygısına ve telaşına sürüklemiştir. Sonuçta "öğrenme amaçlı eğitim anlayışı" "sınav merkezli eğitim anlayışı" na dönüşmüş; ayrıca "sınav amaç, eğitim araç" olmuştur. Öte yandan, yaratıcı düşüncenin yerini ezberciliğin alması, kişileri edilgenliğe, kısır döngülere sürüklemektedir. Gerçekte, matematikte, anlamadan ezberlemeye hemen hemen yer yoktur. Matematikte "neden ve niçin" sorularına yanıt aranır. Son yıllarda matematiğin nasıl öğretilmesi gerektiği konusunda önemli düşünce değişiklikleri ve birtakım yenilikler olmuştur. Matematik eğitimindeki yeni anlayış, salt matematik öğrenme yerine matematik yaparak, düşünceleri yansıtarak, matematik öğrenmeyi temel almaktadır. Bu durum matematik eğitiminde köklü bir yenilik olup çok sayıda toplumda yeniliği benimseme ve söz konusu değişim kolay olmamakta, geçiş sürecinde sancılı bir dönem yaşanmaktadır. Belirtilen bu yaklaşım ve anlayış ayrıca gözlemlenen genel durum, yalnızca matematik eğitimine özgü bir sorun değildir. Her ülkede aynı ölçüde ve yaygın olmasa bile Türkiye'de neredeyse tüm okullarda matematik öğretimi ve eğitiminde çeşitli sorunlar yaşanmaktadır. İlköğretim ve ortaöğretim öğrencileri, matematik konularını öğrenmede birtakım güçlüklerle ve sıkıntılarla karşılaşmakta; ayrıca matematik derslerinden soğumakta ve kaygı duymaktadırlar (Ersoy ve Ardahan, 2003).

Geleneksel matematik eğitimi, çağımızın değişen ihtiyaçlarına yanıt verememektedir. Daha önce işlem yapma, hesap yapabilme becerileri ön plandayken, artık problem çözme, akıl yürütme, tahminde bulunma gibi beceriler büyük önem kazanmıştır. Fakat Türkiye'de matematik eğitimi bu becerilerin kazandırılmasında yetersiz kalmaktadır. Örneğin; Üçüncü Uluslar Arası Matematik ve Fen araştırmasında (Mullis et al, 2000) Türk öğrencilerin sergilemiş olduğu matematik başarısı katılan diğer ülkelere göre oldukça düşüktür. Bu araştırmada, temel aritmetik becerilerinde Türk öğrencilerin sadece beşte üçü başarılı olurken, en üst düzey becerilerde ancak yüzde biri başarılı olabilmiştir. Gelişmiş ülkelerde ise temel aritmetik becerilerinde öğrencilerin hemen hemen hepsi başarılı ve en üst düzey becerilerde öğrencilerin yaklaşık yarısı başarılı olmuştur (Toluk ve Olkun, 2003).

Matematik, insanlar tarafından iyi bir yaşamın ve iyi bir kariyerin kapı açıcısı olarak görülmektedir. Aynı zamanda matematik, yaşamın ve dünyanın anlaşılması ve bunlar hakkında fikirler üretilebilmesi için yardımcı bir eleman olarak da görülmektedir. Bu nedenle, günümüzde eğitimle ilgili yapılan reform çalışmalarının en önemli amacı, öğrencilerin matematiği anlayarak öğrenmelerine yardımcı olabilecek bir sistemin oluşturulmasını sağlamaktır. Ancak, matematik bu kadar önemli bir işleve sahip olmasına rağmen öğrencilerin çoğu tarafından sevilmemekte, sıkıcı ve soyut bir ders olarak görülmektedir. Öğrencilerin çoğunun, matematiğe karşı bu şekilde olumsuz gözle bakmalarını etkileyen birçok faktör olabilir. Örneğin; matematiğin, düşüncenin direkt olarak kendisini değil, sembolleri temsil etmesi ve dolayısıyla soyut bir dil kullanması, ailenin eğitim düzeyi, öğrencilerin matematiksel zekası bu faktörlerden birkaçı olabilir. Matematiğin öğretim şekli de bu kategoriye dahil edilmesi gereken önemli bir faktördür. Çünkü kişinin matematiğe bakışı, o kişinin matematiği nasıl öğrendiği ile ilgilidir. Burada önemli olan, bu faktörlerin belirlenmesi ve öğrenciler lehine işlevsel hale getirilebilmesidir. Özellikle de matematik öğretmenlerinin, bu faktörlerin neler olduğu ve öğrencilerin matematik başarısındaki önemi hakkında bilgi sahibi olmaları çok önemli hatta zaruridir. Öğretmenler, ancak bu şekilde öğrencilerinin matematik başarılarını ve düzeylerini daha sağlıklı değerlendirebilirler ve onlara matematiksel kavramların öğretiminde daha iyi rehberlik edebilirler. Öğretmenler, öğrencilerinin matematikteki başarılarını, sadece belli problemlerin çözümlerini yapıp yapmadıklarına göre değerlendirmemelidirler. Bunun yerine, öğrencideki gelişmeyi biçimlendirici (formative) ve sonuçlandırıcı (summative) değerlendirme yöntemleriyle sürekli olarak izlemelidir. Ayrıca, öğrencilerin okulda başarıyı tatması/tatmaması daha ileri öğrenmeler için kuvvetli bir güdüleme veya hayal kırıklığına yol açabilir. Başarıyı tatmamış ve tadamamış bir öğrencinin öğrenme işinden vazgeçme olasılığı yüksektir. Bu nedenle, öğretmenlerin öğrencilerinin matematik dersinde başarıyı tatmalarına yardımcı olmaları gerekmektedir. Bu ise öğretmenlerin öğrencilerinin matematik başarılarını etkileyebilen faktörleri bilmeleri ile mümkün olabilir. Hatta, matematik öğretmenlerinin bu faktörlere ilişkin görüşlerinin belirlenmesi ve ortaya konması gerekmektedir. Bu şekilde, matematik derslerindeki başarısızlığın kaynağına inilebilir (Dursun ve Dede, 2004).

Matematiğin birikimli bir bilim dalı olması, başka bir deyişle, daha önceden var olan bilgilerin, yeni bilgilerin kazanılmasında kullanılması, matematik eğitiminin başarıyla yürütülmesi için kavram yanılgılarının saptanması ve giderilmesi ihtiyacını ortaya çıkarmaktadır (Moralı vd, 2004).

Matematikteki kavramların insan zihninde oluşturulması nedeniyle, bu kavramları kazanabilmek için çocuğun belli zihinsel gelişmişlik seviyesine ulaşmış olması gerekir. Bu bakımdan, sınıftaki çocukların yaşları aynı olsa da farklı zihinsel gelişim düzeylerinde bulunabileceklerinden, bir kavramın bütün çocuklarda aynı zamanda oluşması beklenmemelidir. Matematikteki kavramlar birbirleriyle bağlantılı olduğundan, matematik öğretiminde kavramların kazandırılmasına gerekli dikkat gösterilmezse; bu durum sonraki öğrenmelerin zorlaşmasına hatta imkânsızlaşmasına neden olur (Baykul, 2003). Önceki öğrenmelerin; bunlarla bağlantılı sonraki öğrenmeleri kolaylaştırabileceği veya zorlaştırabileceği hatta matematikte öğrenmeyi imkânsızlaştırabileceği bilindiğinden, öğrenci eksiklerini saptama amacıyla yapılan değerlendirmeler sonunda, bu eksiklikleri giderici çalışmalar yapılmalıdır (Pesen ve Odabaş, 2000).

Öğrencilerin anlamlı matematik öğrenmeleri bilgiyi farklı ortamlarda uygulayabilmeleri, kavramlar arası ilişkiyi kurabilmeleri, bilgiyi çeşitli temsil biçimlerine dönüştürebilmeleri ile yakından ilgilidir. (MEB, 2004) Etkili bir öğretmen öğrencilerinin bilgilerini arttıran ve destekleyen, bilginin değişik biçimdeki temsillerini bulabilmeli ve ne zaman etkili olduğunu belirleyebilmelidir.

Yeni İlköğretim Matematik Programında temsil biçimleri ile ilgili olarak su ifadelere yer verilmektedir. "İletişim, öğrencilerin sezgiye dayalı bilgileriyle soyut matematik dili ve sembolleri arasında köprü kurmada önemli bir rol oynar. Aynı zamanda iletişim, matematiksel düşüncelerin fiziksel, resim, grafik, sembolik, sözel ve zihinsel temsilleri arasında önemli bağlar kurmasında anahtar rol oynar. Öğrenciler bir temsil biçiminin birden fazla durumu gösterdiğini anladığı zaman, matematiğin gücünü takdir etmeye baslar. Ayrıca, bir problemi temsil etmenin bazı yollarının diğerlerinden daha kolay ve etkili olduğunu gördüğünde matematiğin yararlarını ve esnekliğini takdir eder. Böylece öğrenciler, matematikte bir problemi çözmenin ve temsil etmenin birden fazla yolu olduğunun farkına varır.''

Bir öğretmenin gelişimi, konuyla ilgili bilgiyi farklı yönlerde anlayabilme yeteneğini geliştirmesi ile ilgilidir. Çeşitli temsil biçimlerini kullanabilen öğretmenler, öğrencilerinin de sınıfa getirdiği temsil biçimlerini yakalayabilirler. Matematiksel bilgiyi farklı biçimlerde ifade edebilen öğrenciler ve öğretmenler problem çözümlerinde farklı çözüm olasılıklarını düşünebilirler. Özet olarak öğretmenlerin pedagojik içerik bilgisi öğretmenlerin kendi matematiksel bilgilerini kullanarak öğrencilerinin matematiksel düşüncelerini yorumlamayı ve öğretimlerini bu yönde düzenlemeyi içerir. Matematik öğretmenleri, matematiksel bilgilerini kullanarak öğrencilerinin hareketlerini ve ifadelerini yorumlamalıdır ve buna göre öğrencilerinin öğrenecekleri matematikle ilgili kararlar alabilmelidir (Staley, 2004). Öğretmenlerin etkili olmaları için öğrettikleri matematiği iyice anlamaları ve bilmeleri gerekir. Matematikte bir konuyu bilmek, çözüm üretme anlayışı edinmek, belli bir hesaplama yönteminin neden çalıştığı, neden doğru çözümü verdiği ve matematiğin farklı kavramlarının birbiriyle nasıl bağlantılı olduğunu bilmek olarak düşünülebilir. Bir öğretmen konu ile ilgili yeterince bilgiye sahipse farklı açıklamalar ve örnekler bulması kolay olacaktır. Öğretmenlerin konu ile ilgili bilgisi, ders içerisindeki öğretimsel davranışlarını etkilemektedir.

Türkiye ve dünya çapında öğrencilerin soyut ve anlaşılması güç bir konu olan irrasyonel sayılar konusu ile yaşadığı güçlüklerin belirlenmesi, örgencilerin zorlanmasının nedenleri ve öğretmen adaylarının konu ile ilgili algıları konusunda az sayıda çalışma olduğu görülmektedir. Öğrencilerin matematiği anlayışlarında, öğretmenin rolü düşünüldüğünde irrasyonel sayılarda işlemlerle ilgili öğretmenler üzerinde yapılacak olan çalışmaların gerekli olacağı ve bu sayede aday öğretmenlerin bilgilerini genişletmelerine ve değiştirmelerine yardımcı olacak öğretimsel müdahaleler de geliştirilebileceği düşünülmektedir.

1.1. Problem Cümlesi

İrrasyonel sayılar konusunda ilköğretim matematik öğretmen adaylarının ve 8. Sınıf öğrencilerinin bilgi düzeyleri ve kavram yanılgıları nelerdir?

Araştırmamızda bu problem cümlelerine bağlı olarak araştırma sorularına yanıtlar aranmıştır.

1.2. Çalışmanın Sınırlılıkları

1. Araştırma Konya ilinin merkez ilçelerindeki farklı ilköğretim okullarında okumakta olan 130 8. Sınıf öğrencileri ve Necmettin Erbakan Üniversitesi' nde okumakta olan 180 matematik öğretmen adayları ile sınırlıdır.

2. Araştırma 2011- 2012 eğitim öğretim yılı ile sınırlıdır.

3. Araştırma irrasyonel sayılar ile sınırlıdır.

İKİNCİ BÖLÜM

KAVRAMSAL ÇERÇEVE

2.1. İrrasyonel Sayılar Tanımı

Rasyonel sayılar kümesi sayı ekseninde sık olmasına rağmen sayı eksenini tam olarak dolduramamaktadır. Çünkü sayı doğrusu üzerinde görüntüsü olduğu halde rasyonel olmayan sayılar da vardır. Örneğin karesi 2 olan *a* doğal sayısını ele alalım. *a'* nın karesi 2 ise $a = \sqrt{2}$ olur. 1 ile 1,5 sayıları arasındadır. 1,4142136… şeklinde ondalık basamakları devam eden bir sayıdır. Sayı doğrusu üzerindeki yeri, iki dik kenar uzunluğu 1 er birim olan dik üçgenin hipotenüs uzunluğu ölçülerek (Phytagoras teoremi ile de bulunur) bu uzunluk sayı doğrusu üzerinde bulunarak yeri tam olarak belirlenebilir. Görüldüğü gibi sayı doğrusu üzerinde görüntüleri olduğu halde rasyonel olmayan sayılar vardır. İşte bunlar irrasyonel sayılardır.

İrrasyonel sayılar a ve b birer tamsayı olmak üzere $\frac{a}{b}$ biçiminde yazılamayan yani rasyonel olmayan sayılardır.

İrrasyonel sayılar, rasyonel sayılar kümesine dahil olmayan gerçel sayılardır. Kesir olarak ifade edilemeyen bu sayılara π, *e* ve $\sqrt{2}$ örnek verilebilir. $\overline{Q}$ veya *I* ile gösterilir. Bu sayılar belli bir düzeni olmaksızın sonsuza kadar devam eden ondalık sayılar (örneğin π) veya oranlı karşılığı olmayan kökler olabilir.

Normalde rasyonel sayılar olarak ifade edilen sayılar: $\left\{ \frac{a}{b} \text{ , } b \neq 0 \text{ ve } (a,b) = 1 \right\}$ şeklindedir. İrrasyonel sayılarda $\frac{a}{b}$ gösterimi yoktur.

İrrasyonel sayılar başka bir ifadeyle devirli ondalık açılımları olmayan sayılardır. Örneğin $\frac{1}{3} = 0,333... = 0,\bar{3}$ bir rasyonel sayı iken 0,56423689… gibi sayılar devirli ondalık açılımı olmayan sayılardır.

Pisagor (Phytagoras) teoremi ile Pisagor ilk irrasyonel sayıları bulan kişi olmuştur. Pisagor teoremi rasyonel sayılarla ölçülemeyen büyüklüklerin de var olduğunu gösterir. Her zaman bir dik üçgenin dik kenarları aynı uzunlukta ve rasyonel sayı ile ifade edilebiliyorsa, hipotenüs her zaman irrasyoneldir. Dik kenarlar x ise, hipotenüs $x\sqrt{2}$ olacaktır. Bir karenin köşegen uzunluğunu bulmak için de benzer şekilde irrasyonel bir sayıdan yararlanmamız gerektiğini görürüz. İki ikizkenar dik üçgenden meydana gelen karenin köşegeni kenarlardan birinin $\sqrt{2}$ katı olacaktır.

Pisagorculara göre; “Sayılar evreni oluşturur.” Bu yüzden her şey sayılarla açıklanabilmeliydi. Basit olmalarına rağmen eş ölçeksiz büyüklüklerin bulunuşu bu düşünceye son veren darbe oldu. İki uzunluğun eş ölçekli olması için; bu uzunluklardan her ikisinde de bir tam sayının katı kadar bulunan bir birim gerekir. O halde iki uzunluğun ortak bir tam böleni bulunduğu söylenir. Söz konusu birim bu uzunluklar için bir ortak ölçü oluşturur. O halde irrasyonel sayıların bulunuşu; eş ölçeksiz uzunlukların bulunuşudur. İki uzunluğu ölçmek için ortak birim yoktur. Bir kare kadar basit bir şekil üzerinde yapılan bu buluş irrasyonel sayıların evrenin her yerinde bulunduğunu gösterdi.

İlk dönem Pisagorcuların sayı anlayışı nokta-sayı (atomik sayı), ve bu sayının uzayda nokta olarak temsili anlayışına dayanıyordu. Sayıların oluşturduğu, üçgen, dörtgen, beşgen vb. sayı çeşitleri de uzayda noktalardan oluşan "kesikli-parçalı geometrik şekilller" olarak anılıyordu. Bu tür bir anlayış ise sadece pozitif tam sayı anlayışına uygundu. Ancak irrasyonel sayıların keşfinin ortaya çıkardığı problem neticesinde nokta sayı (süreksiz nicelik) terk edilerek çizgi sayı (sürekli nicelik) kavramına geçildi. Neticede sürekli nicelikler, ölçülebilir büyüklükler (rasyonel) ve ölçülemez büyüklükler (irrasyonel) şeklinde ifade edildi. Yeni kavramsal zemin gereğince de uzayda parçalı geometrik şekil olarak resmedilen sayılar sürekli büyüklüklerle tam geometrik şekillerle ifade edilmeye başlandı. (Fazlıoğlu, 1996)

Öğretim kılavuzlarında irrasyonel sayılar "sonlandırılamayan yinelenmeyen ondalık basamaklar irrasyonel sayılardır" şeklinde yer alır. Yine kitaplarda "Her sürekli kesrin değeri bir rasyonel sayı, her süreksiz kesrin değeri ise bir irrasyonel sayıdır", "İrrasyonel sayılar kesir olarak ifade edilemeyen ve sonlandırılamayan ondalık basamaklı sayılardır" ifadelerine rastlarız.

Matematikte bazı temel fonksiyonları ifade etmeye çalıştığımızda başka irrasyonel sayılar ortaya çıkar. Örneğin; Bir trigonometrik fonksiyon olan sin x' in değerlerini bulmaya çalışırsak $x = 60$ olduğunda $\frac{\sqrt{3}}{2}$ irrasyonel sayısını elde ederiz. $\log x$ fonksiyonunu x' in rasyonel değerleri için ifade etmek istersek irrasyonel sayılar elde ederiz. Her ne kadar logaritmik ve trigonometrik fonksiyonların cetvellerindeki listelenmiş sayılar günümüzde rasyonel iseler de ancak irrasyonel değerlerinin yaklaşık rasyonel değerleridir.

Dedekind' in çalışmaları da genel olarak sayılar kuramı üzerine geçmiştir. En önemlilerinden biri irrasyonel sayılarla olan Dedekind kesimidir. 1872 yılında "Süreklilik ve İrrasyonel Sayılar" adlı eseri basıldı. Kesim kavramı kısaca şudur: Bu kesim, rasyonel sayıları iki kümeye ayırır. Buna göre, birinci kümedeki tüm sayılar ikinci kümedeki sayılardan küçüktür. Eğer böyle bir kesim rasyonel bir sayıya karşılık gelmiyorsa, bu kesim bir irrasyonel sayı tanımlar. Dedekind bütün irrasyonel sayıları iki sınıfa veya cümleye ayırarak rasyonel sayılar sisteminde bir kesit tanımlamıştır. L ile gösterilen birinci sınıf (sağ sınıf) aşağıdaki özelliklerle belirtilmiştir: L' de bir en büyük sayı, R de bir en küçük sayı bulunamaz. L' nin bir en büyük sayıya sahip olması R' nin bir en küçük sayıya sahip olmaması mümkündür. O halde kesit hangi tip sayı tanımlar: rasyonel sayı. L' nin bir en büyük sayıya sahip olmaması R' nin bir en küçük sayıya sahip olması mümkündür. Bu halde kesit hangi tip sayı tanımlar: rasyonel sayı. L' nin bir en büyük sayıya sahip olmaması R' nin bir en küçük sayıya sahip olmaması mümkündür. Bu halde kesit hangi tip sayı tanımlar: irrasyonel sayı. L' nin bütün negatif rasyonel sayıları ve karesi 2 den küçük bütün pozitif rasyonel sayıları ihtiva ettiğini düşünelim. Eğer L sınıfının herhangi bir sayısı a ise L sınıfında bundan büyük bir sayı, R sınıfının herhangi bir sayısı *b* ise R sınıfında bundan küçük bir sayı daima mevcuttur. Bu tipten bir kesit ya bir irrasyonel sayı veya bir rasyonel sayı tanımlar.

İlk olarak reel sayılar öğretilirken üzerinde durulan irrasyonel sayılar aslında çok yerde karşımıza çıkmaktadır. Bir dairenin alanında, çevresinde veya kareköklü sayılarda irrasyonel sayılarla karşılaşırız.

2.2. Kavramsal Bilgi Düzeyi ve Kavram Yanılgısı

Kavram tanımını yaparak başlayacak olursak; kavram psikolojide tanımlandığı şekliyle, birbirinden bağımsız çeşitli elemanların bir bütün oluşturacak şekilde birleştirilmesinden doğan net bir fikirdir; ikinci bir tanım, kavram bir düşüncenin zihindeki görüntüsüdür şeklinde verilebilmektedir; bilgisayar programlarında tanımlandığı şekliyle de, kavramsal modelleme, bir hareketin ya da nesnenin zihinsel görüntüsünü matematiksel bir denklem ya da mantıksal bir bağıntı olarak gösterme tekniğidir (Morris,1996). Bütün bu tanımlar kavram oluşumunun beynin soyutlama yeteneğine bağlı olduğunu göstermektedir. Beynin soyutlama yeteneği, yaşa ve deneyime bağlı olarak gelişim göstermektedir. Öğretilmek istenen kavramlar bu gelişimle bağlantılı olarak doğru zamanda ve doğru biçimde verilmelidir. Piaget' in zihinsel gelişmeyle ilgili kuramına göre, 11 yaş sonrası, bireyin sembollerle düşünebilme, genellemelere varabilme, hipotezler kurabilme yapabildiği soyut işlemler dönemidir (Erden ve Akman,1998).

Matematikteki kavramların insan zihninde oluşturulması nedeniyle, bu kavramları kazanabilmek için çocuğun belli zihinsel gelişmişlik seviyesine ulaşmış olması gerekir. Bu bakımdan, sınıftaki çocukların yaşları aynı olsa da farklı zihinsel gelişim düzeylerinde bulunabileceklerinden, bir kavramın bütün çocuklarda aynı zamanda oluşması beklenmemelidir. Matematikteki kavramlar birbirleriyle bağlantılı olduğundan, matematik öğretiminde kavramların kazandırılmasına gerekli dikkat gösterilmezse; bu durum sonraki öğrenmelerin zorlaşmasına hatta imkânsızlaşmasına neden olur (Baykul, 2003).

Kavramsal bilgi, birey tarafından içsel olarak ve o anda sahip olduğu bilgiye bağlı olarak oluşturulmuş ilişkilerden oluşur (Toluk ve Olkun, 2003). Kavram bilgisi çok çeşitli ve farklı kavramların ilişkileriyle birbirlerine zincirleme bağlıdır. Kavram bilgilerinin genişlemesi bilgi parçaları arasındaki yapı bağlarının artmasından meydana gelir. Kavramsal bilgiyi bir zincir halkasına benzetirsek, her bir halka bir bilgi içerir. Birbiriyle bağlantılı bilgi genişledikçe dahil olduğu zincir halkası genişleyecek, dolayısıyla bağlı olduğu bilgi parçası güçlenecektir. Her bir halka daha anlamlı olacağından zincirin temsil ettiği kavram anlamlılık kazanacaktır (Hiebert and Lefevre, 1986). Kavramsal bilgi sadece kavramı tanımak veya kavramın tanımını ve adını bilmek değildir. Kavramsal bilgide kavramlar arasındaki ilişkinin kurulması gerekmektedir. Kavramın taşıdığı anlam içselleştirildiği sürece kavramsal bilgi gerçekleşir. Kavramsal bilgide anlam önemlidir. Bu anlam kişinin mevcut bilgilerini kullanarak yeni bilgiyi açıklamasıdır. Böylece yeni matematiksel bilgiler var olan eski bilgilere eklenir, yeni bilgi eski bilgiyle uygun bir şekilde ilişkilendirilebilir ve kişi tarafından içselleştirilir.

Önceki öğrenmelerin; bunlarla bağlantılı sonraki öğrenmeleri kolaylaştırabileceği veya zorlaştırabileceği hatta matematikte öğrenmeyi imkânsızlaştırabileceği bilindiğinden, öğrenci eksiklerini saptama amacıyla yapılan değerlendirmeler sonunda, bu eksiklikleri giderici çalışmalar yapılmalıdır (Pesen ve Odabaş, 2000).

Genel olarak öğrenme, çevresel koşulların değişmesiyle bireyin davranışlarında meydana gelen değişme olarak ve kavram öğrenme ise, uyaranları belli kategorilere ayırarak, zihinde bilgiler oluşturma olarak tanımlanmıştır. Ayrıca yeterli bir öğrenmede bu bilgilerin davranışlarla bütünleşmesi gerekir. Kavram bilgisi, birey tarafından zihinsel olarak oluşturulmuş anlamlı ilişkilerdir. Kavramsal bilgide anlamlı öğrenme olup, birey var olan bilgilerini kullanarak yeni bilgiyi zihninde yapılandırır ve var olan bilgi yeni bilgiyle bütünleştirilerek birey tarafından özümsenir (Ülgen, 2001; Ersoy, 2003). İlişkisel anlama öğretime daha fazla yük getirir ve daha fazla araç kullanılmasını gerektirir ayrıca daha fazla zaman alır. Diğer taraftan öğrencilerin de öğrenmeye özellikle başlangıçta daha çok zaman ayırmalarını gerektirir. Ancak bu tür öğrenmenin öğrenci açısından bir çok faydaları vardır. Öğrenme zevkli hale gelir, öğrenciler öğrenmeden haz duyarlar, öğrenilenlerin hatırlanması kolaylaşır, öğrenme daha kalıcı olur, yeni kavramlar daha kolay öğrenilir, sonraki öğrenmelerde başkasının yardımına daha az ihtiyaç duyulur, kendi kendine öğrenme kolaylaşır, problem çözme becerisi gelişir, bu alandaki başarısı artar, matematiğe olan kaygı azalır ve ona karşı olumlu tutum gelişir.

Kavramların öğrenilmesi için öğrencilerin, geçmiş yaşantılarından getirdikleri deneyimlerini yeni öğrenilen bilgilerle zihinlerinde yapılandırması gerekmektedir. Farklı zihinsel yapılara sahip öğrenciler bilgiyi zihinlerinde oluştururken bilimsel gerçeklere aykırı kavramlar geliştirebilmektedir (Yürük vd., 2000). Bu durum ise kavram yanılgıları ile açıklanabilir.

Kavram yanılgısı, sistematik hataya sebep olan algı biçimi olarak tanımlanabilir. Algı ise kişinin uyarıları anlamlı hale getirmesidir. Kavram yanılgısının oluşmasında kişilerin herhangi bir konuyu o konunun uzmanlarından farklı şekilde algılamış olmaları söz konusudur. Kathleen (1994), yapmış olduğu çalışmada, kavram yanılgılarını günlük yaşamdaki deneyimler ile kazanılan yanlış kavramlar ve öğretim sürecince kazanılan yanlış kavramlar olarak iki temel sınıfa ayırmıştır. Deneysel kavram yanılgıları öğrencilerin sınırlı bilgileri ile duyuşsal bilgileri üzerinden mantıksal yorum yapmalarından kaynaklanmaktadır. Bu yorumlar genellikle şimdiye kadar kabul edilen teorilerle ve uzmanların görüşlerinden farklılık gösterir. Bu çeşit kavram yanılgıları genellikle yeni bir konunun öğretimi başlamadan önce görülür ve değiştirilmeleri çok zordur. İkinci olarak okul ya da okul dışında öğrencinin eğitimi süresince kazandığı kavram yanılgılarıdır. Bu tip kavram yanılgılarının edinilmesinin nedenleri; bilimsel kavramların, formüllerin ve birbirine benzemeyen terimlerin anlamların yanlış anlaşılması ve yorumlanması, öğrencilerin önceki bilgilerinin yetersiz oluşu, öğrencilerin gereğinden fazla bilgiyi kısa sürede ezberlemesi, seçilen öğretim yöntemlerinin konulara uygun olmaması ve öğrencilerin bilgi düzeylerinin düşük olması sayılmaktadır (Bilgin ve Geban, 2001).

Yanılgılar bireyin yanlış inançları ve deneyimleri sonucu ortaya çıkan davranışlardır. Doğal olarak; yeni bilgiler bunların üzerine inşa edilirler ve daha önceden sahip olunan ön birikimler yeni kavramların da yanlış öğrenilmesine neden olabilirler(Baki, 1998). Ayrıca, daha önce sınırlı bir ortamda doğru olan bir kavram, ortam genişletildiği zaman rahatlıkla kavram yanılgısına dönüşebilir. Özellikle temel kavramlardaki hata ya da eksiklikler fark edilip düzeltilmezlerse yaşam boyu yeni bilgilerin yanlış ya da eksik edinilmesine neden olabilmektedirler. (Moralı vd, 2004). Öğrenciler ilk kez karşılaştıkları kavramları çoğu zaman anlamakta güçlük çekmekte, bu kavramları birbirine karıştırabilmekte veya kavramlarla ilgili yanılgılara düşmektedirler. Eğitim kurumlarımızdaki geleneksel yöntemlerle ders işleme ve teknolojik araçların okullardaki yetersizliği, öğrencilerin konuları anlamlı öğrenememelerine sebep olmaktadır. (Yazıcı ve Samancı, 2003) Anlamlı öğrenme, yeni bilgilerin öğrencilerin bilişsel yapısında eskileriyle doğru bir şekilde ilişkilendirilerek ortaya çıkarılması demektir. Öğrencilerin bilgileri anlamlı öğrenmesi, kavramları doğru anlayarak kavram yanılgılarına düşmemelerini sağlamaktadır. (Geban ve Uzuntiryaki, 1999)

Öğrencilerde eksik bilgilerin var olmasının nedeni; çeşitli matematiksel kavramların üzerinde yeterince iyi durulmaması veya yanlış şekilde öğrencilere açıklanmasıdır. Yanlış kavramların oluşması;

- Öğrencilerin yeni öğrenme durumlarında kendi ön bilgilerini kullanmasındaki yetersizliği,
- Öğretmenin öğrencilerin zihninde kavramsal değişimi sağlamada başarısızlığa uğraması,
- Kavramların, öğrenciler tarafından öğrenilirken belirli durumlarda anlam bütünlüğü kurulamaması nedenlerine de bağlanabilir. (Köroğlu vd., 2003)

Öğrenciler, sahip oldukları bu yanlış kavramları değiştirme hususunda genelde çok tutucudurlar ve değişikliğe direnç gösterirler. Bu durum onların doğru, bilimsel kavramları öğrenmelerine engel teşkil eder. Öğrencilerin ilk inanışları ve yanlış fikirleri, onların zihinlerinde o kadar kökleşmiştir ki basmakalıp ya da alelade bir eğitimle bu kavramları değiştirmek ve anlamlı öğrenmeyi gerçekleştirmek oldukça zordur. Örneğin; problemleri çözmesi için konunun mantıksal açıklamalarının öğrenciye basitçe sunulması, kavramsal öğrenmeyi sağlamada öğrenciyi teşvik etmek yerine, öğrencilerin kendi benliklerinde sadece küçük bir etki oluşturabilir. Oysa ki; öğrencilerin, bilimsel konuları öğrenmelerinde, ezbere teşvik edilmesi yerine bilimsel nitelikte olan kavramları anlamlı bir şekilde öğrenecekleri öğrenme ortamlarının hazırlanması çok daha etkili olacaktır. Aksi takdirde öğrenilen bilgi zihinde uzun süre muhafaza edilemez ve yeni kavramlar öğrencinin bilişsel yapısındaki yerine tam olarak yerleşemez. Anlamlı öğrenme, ancak yeni öğrenilen kavramlarla önceden öğrenilenler arasında bağlantılar kurulduğu zaman gerçekleşebilir. Bu bağlantıları sağlıklı bir şekilde oluşturmak için özellikle yanlış kavramların anlamlı öğrenmeyi gerçekleştirmedeki olumsuz etkisi ile mücadele etmek gerekir. Eğer öğrencilerin değişikliğe direnç gösteren ve özellikle yanlış olarak nitelendirilen fikirlerinden vazgeçmeleri, bilimsel kavramları anlamlı bir şekilde öğrenmeleri isteniyorsa, onların zihinlerinde doğru olan kavramsal değişimi oluşturmalarına imkân tanınmalıdır. Kavramsal değişim, var olan kavramları, yeni kavramlarla bağdaştırmak için tekrar yerleştirmeyi, başka bir ifade ile yeni oluşan durumları göz önünde bulundurarak kavramları farklı şekillerde tekrar organize etmeyi gerektirir. Bu görüşe göre; öğrenme, sadece basit olarak bilinenlere bir miktar bilgi eklenmesi olarak değil, aynı zamanda var olan bilgi ile yeni bilgi arasındaki etkileşimin kurulmasını gerektirir. Kavramsal değişim esnasında; öğrenci, yeni öğrendiği bilimsel kavramları kendi kavram organizasyonunda uygun şekilde yapılandırmak için, içinde bulunduğu duruma ve yeni öğreneceği kavramların özelliklerine göre hareket edecektir. Buna göre, kavramsal değişimin "özümseme" (Assimilation) ve "uyum" (Accommodation) olarak isimlendirilen iki önemli basamağından söz edilebilir. Özümsemede, öğrenciler kendi kavramlarını, yeni kavramları öğrenmek için bir basamak olarak kullanırlar. uyumda ise; öğrenci yeni öğreneceği kavramları uygun bir şekilde yapılandırmak için önceki kavramlarını yeniden organize eder ve yapılandırır. İlk olarak; öğrencilere, sahip oldukları kavramları fark etme imkânı verilmelidir. Daha sonra da farklı ve çelişkili bir kavram ya da olay tarafından yol açılan "bilişsel uyumsuzluk" ya da "kavramsal çatışma" sürecini geçirmeleri sağlanmalıdır. Ayrıca onlara, ders kitaplarında ya da çevrelerinde yaşadıkları olaylarda karşılaştıkları yeni bilimsel fikirleri sürekli bir şekilde yeniden kullanma fırsatı verilmelidir. Öğrencilere, olaylar ve ilişkiler hakkındaki kendi yorumlarını tartışma olanağı sağlanmalı ve öğrenciler, sınıfta yapılan tartışmalardaki fikir ayrılıklarını çözmek için cesaretlendirilmelidir. Çünkü kavramsal değişimi sağlamada bir destek olarak arkadaş gruplarıyla tartışmanın önemi yani öğrencilere, kendi fikirlerini yansıtabilecekleri ve bu fikirleri yeniden değerlendirebilecekleri tartışma fırsatları vermenin etkililiği ispatlanmıştır (Cansüngü ve Bal, 2002).

Öğrencilerin zihinlerindeki yanlış bilgi ve kavramları değiştirmek ya da eksik olanları tamamlamak gereklidir. Bunun yapılması için öğrencilerin dolaylı ve açık olarak dile getirdikleri yanlış düşünce ve bilgileri öğretmenin bilmesi gerekir.

Öğretmenler öğretimi buna dayanarak yapılandırmalı, yanlış düşünceleri açıkça ortaya koymalı, yeni düşünce ve kavramlara belirginlik kazandırmalıdırlar (Özer, 1997). Öğretmenlerin yeni kavramları öğretmeye başlamadan önce, öğrencilerdeki mevcut kavram yanılgılarını ortaya çıkarmaları gerekir. Bu, öğretim sonrası öğrencilerdeki kavram yanılgılarını azaltabilir (Büyükkasap ve Samancı, 1998).

Öğrencilerin matematiği öğrenmede karşılaştıkları güçlükler, aritmetik ve geometri ile birlikte, cebir konularına ilk giriş ile daha da artmaktadır. İlköğretim sınıflarında doğal sayıların öğretiminden sonra özellikle kesirlerin öğretimine başlandığında öğrencilerin öğrenme, öğretmenlerin de öğretme güçlükleri hızla artmakta; bu durum öğrencilerin matematikte akademik başarısını ve duyuşsal gelişimini olumsuz yönde etkilemektedir. Belirtilen nedenlerle, ilköğretim okullarının ilk yıllarından başlayarak ileriki yıllarda öğrencilerin başta matematik ve fen bilimleri dersleri olmak üzere bir takım derslerde gelişmeleri sürekli izlenerek, onların bilişsel ve duyuşsal boyutlarda karşılaştıkları öğrenme güçlüklerini giderecek ve durumlarını iyileştirecek önlemler alınmalıdır (Ersoy ve Erbaş, 2000).

2.3. Sezgisel Bilgi

Sezgi en genel anlamıyla, gerçekliği dolaysız olarak içten ya da içeriden kavrayabilme, tanıyıp bilme yetisidir. Adım-adım ilerleyen gidimli düşünmenin ya da bir takım uğraklardan geçerek yol alan akıl yürütmenin tersine, bir şeyi doğrudan doğruya algılayıp kavrama; bilinçli bir düşünme ve yargıya varma süreci olmaksızın doğrudan, aracısız gerçekleşen anlama ya da bilme; hiçbir çıkarıma dayanmaksızın, dolaysız bir biçimde bilgiye ulaşma yordamıdır. Bir nesnede neyin biricik ve tarifsiz olduğunu kavrayabilmek için o nesnenin içsel varlığıyla yaşanılan basit ve bölünemez bir duygudaşlık deneyimi olarak tanımlanır. Kavranılan kesinlik her zaman, nesnenin ne olduğu anlamında mükemmel ve tümevarımsal olarak sonsuzdur. Sezginin; nesneye dönerek, tüm eşsizliği ve bölünmez orijinalliğiyle onun özünü bilmeyi amaçlayan bir yöntem olduğu görülebilir. Kesin olan tek şey özün, duygudaşlık yoluyla kavranılabilecek olduğudur. Bu durumda sezgi, kendini sürece dahil etmeyle başlar. Süreç, içerisindeyken başkasının da dahil olabileceği şekilde büyütülüp genişletilebilir (Bergson, 1946).

Sezgisel bilgi, sözel olmayan, ani algılamalardır ve sağ yarımkürede oluşur (Harlan, 1992; Healy,1997; Mishove,1995; Gagatsis ve Patronis,1990; Kolb,1984; Gardner,1983) Yoğun olarak sağ beyni tarafından yönetilenler herhangi bir olguya bütünsel yaklaşır, parçaları bütünmüş gibi algılarlar. Detaylarla ilgilenmedikleri için de önemli olguları kaçırabilirler ve bu nedenle problem çözmede zorlanabilirler. Ayrıntıları düşünmeyi gerektiren durumlarda, özellikle ezberciliği ve ayrıntıları vurgulayan geleneksel eğitim düzeninde başarılı olamazlar. Çabuk sonuca gitmeyi gerektiren işlerde iş bitirici özelliği ile puan toplarlar. Sezgisel düşünen birey hipotezlere hemen yaklaşarak, fikir kombinasyonlarını şans eseri bulabilir ancak her zaman sezgisel sıçramalar doğru sonuçlara götürmez. Hızlı bir düşünsel işlem olduğu için hata yapma olasılığı yüksektir ve bu açıdan sistematik, bilimsel yollar kullanılarak kontrol edilmesi gerekir. Sezgisel bilgi, uzmanların yılların tecrübesiyle edindiği bilgidir. Uzmanların desteğine sahip olmakla beraber, sezgisel bilgi, doğasından ötürü, tümevarımlıdır ve bir uzman aksini kanıtladığında değiştirilmesi gereken bilgidir.

Sezgi; kısaca bir problemin, kavramın, olgunun çok dikkatle incelenmeden, deneye ve akla-mantığa vurmadan dolaysız kavranmasıdır. Okulöncesi dönem çocukların ilk matematiksel düşünmelerinin temelinde daha çok sezgiler yer alır. Sezgisel bilgi: Öğrencilerin matematik bilgileri ile ilgili inançları, sayı kavramları ve işlemlere ilişkin zihinsel modellemeleridir.

Sezgisel; bir kişi tarafından kabul edilen, öznel apaçık olarak, pisikolojiye dayanan özünde gerekli bir biliştir. Sezgisel karakter belirli yaşa kişisel deneyimlere ve sosyo kültürel etkilere bağlıdır. Sezgiler gelişimsel olaylardır fakat bir kez kurulur istikrarlı tutarlı yapılar olup kendini organize ederler. (Fishbein, 1987)

Sezgisel düşünme; hepimizin, hemen her yaşta günlük hayatımızda kullandığı bir düşünme tarzıdır. Kimilerimiz sezgilerine çok sıklıkla, çekinmeden başvurur; kimilerimiz ise sezgisel düşünmekten korkar, zorunlu olmadıkça sezgilerini kullanmaz ama çeşitli nedenlerle sezgilerine başvurmak zorunda kalır. Çoğumuz ise bazı düşünsel becerilerimizin sezgi tanımı içerisinde yer aldığını bile bilmeyiz. Bu noktada sezginin tanımını bazı görüşler doğrultusunda vermek gerekirse ortak bir tanımda buluşulabilir. Örneğin; Rosendal ve Yudin (1997) sezgiyi "Mantıksal muhakemeye başvurmaksızın hakikati doğru olarak kavrayabilme yeteneği" olarak tanımlamışlardır. Ozankaya' ya (1995) göre sezgi "Bir araca, mantıksal bir ön hazırlığa gerek kalmadan, doğruyu dolaysız kavrama yetisi" dir. Hançerlioğlu' na (1989) göre ise sezgi, "Deney ve düşünmenin belli bir birikimi sonunda birdenbire gerçekleşen bilme" dir. Verilen pek çok tanımından yola çıkarak sezginin bir bilgiyi (veya hakikati, kavramı, genellemeyi, bir düşünü) deney yapmadan, mantıksal muhakemeye başvurmadan birden bire kavrama olduğunu; fakat böyle bir düşünme tarzı için kişinin belli deneyimlere, birikimlere ihtiyaç duyduğunu söyleyebiliriz (Güven, 2002).

Araştırmacılara göre sezgisel düşünmenin birey için pek çok olumlu etkisi vardır. Örneğin; sezgisel düşünme sayısal problemlerdeki başarıyı artırır, problem çözme sürecini güçlendirir, ilişkileri çabuk ve açık algılamaya yardım eder. Gardner' e göre de üstün bilim adamlarını üstün yapan sezgileridir. Harlan'a göre ise tarih içerisinde pek çok keşifler sezgisel bilgilere dayanmıştır. Önemi konusunda daha pek çok neden gösterebileceğimiz sezgisel düşünme özelliğimiz eğitim sistemlerinde gerektiği ilgiyi görmemektedir. Hatta araştırmacıların ortak kanısı sezgisel düşünmenin okul ortamında teşvik edilmediği gibi engellendiği şeklindedir. Bruner ise ilkokul döneminde formalize edilmiş bilgilerin sezgilerin önüne geçmesini ve böylece etkisini azaltmasını bir olumsuzluk olarak görmektedir. Sezgisel düşünme okulöncesi dönemden itibaren bireylerin hayatına girer ve yaşam boyu devam eder.

Şüphesiz ki sezgisel düşünen bireyleri bazı ani kavrayışlar hatalı, bazıları ise doğru sonuçlara ulaştırır. Sezginin doğru ve yanlışlığı ise daha sonra kullanılan bilimsel metotların kullanılması ile ortaya çıkar. Öğretmenler öğrencileri tahminler yapma, sezgisel düşünme konusunda cesaretlendirebilirler. Daha sonra da tahminlerinin doğruluğunu sistematik bir yol izleyerek teyit etme ve yanlışlarını görme konusunda yardımcı olabilirler. Böyle bir destek çocukların sezgisel düşünmelerini geliştirir. Kısaca tümevarım tarzda düşünmeyi, geleneksel metotlara bağlılığı daha çok vurgulayan eğitim anlayışına karşı çocukları güçsüz, desteksiz bırakmamak gerekir.

2.4. İrrasyonel Sayılar İle İlgili Yapılmış Çalışmalar

Bu bölümde literatürde yer alan irrasyonel sayılar ile ilgili yapılmış çalışmaların özetleri bulunmaktadır.

Matematik öğretmenleri, ulusal konseyi devlet standartlarına göre sayılar teorisi matematiğin temel kavramlarını anlamada, matematiğin güzelliklerini tasfir etmede, problem çözmede, sayının tarihsel gelişimini anlamada büyük paya sahiptir. Birçok öğrenci, çeşitli sayıları (gerçek, rasyonel, irrasyonel) sınıflandırmaları sorulduğunda bilgisiz kalmakta; ancak öğrencilerin sadece küçük bir kısmı gerçek sezgisel önyargılarını belirtmektedir. Bunun sebebi de okul matematiğinin bir çözüm tekniği topluluğu olarak tasarlanmış olmasıdır. Bilgi yapısal olarak tamamen sistematik bir şekilde öğrenciye taşınmaktadır (Sinclair, Zazkis ve Liljedahl, 2004).

Matematikte antik Yunan döneminde (M.Ö 5. yy) ortak ölçüsüz büyüklüklerin bulunmasıyla ilk bunalım ortaya çıkar. İki tamsayının bölümü olarak belirlenemeyen doğru parçalarının varlığı ne demekti? Örneğin kenarı bir birim olan karenin köşegeni, rasyonel bir sayı ile belirlenemeyen bu türden bir doğru parçasıdır. Evreni tamsayılarla düzenli gören Pisagorcular için karenin kenarı ile köşegeni gibi aynı türden geometrik büyüklüklerin ortak ölçüsüz olması akıl almaz bir skandaldı; o yüzden ne pahasına olursa olsun gizli tutulmalıydı. Bu olayın yanı sıra Zeno' nun adıyla anılan birtakım paradoksların ortaya çıkmasıyla matematikteki bunalım yoğunluk kazanır. Değişik biçimlerde dile getirilen Zeno paradokslarının ortak özelliği şöyle bir varsayıma dayanmaktadır: Sonlu bir sürede sonsuza giden sayıda devinime olanak yoktur. Belli bir mesafe geriden kalkan tavşanın önündeki kaplumbağayı, bu varsayıma göre hiçbir zaman yakalayamaması gerekir. Çünkü tavşanın aradaki mesafenin önce yarısını, ondan önce 1/4'ünü, ondan önce 1/8'ini,... ve böyle sonsuza dek bölünebilen aralıkları koşması gerekir ki, bunu sonlu bir sürede gerçekleştirmesi olanaksızdır. Matematiğin bu ilk bunalımdan çıkması kolay olmamıştır. M.Ö 4. yüzyılın seçkin matematikçisi Eudoxus' un büyüklük ve orantı kuramı üzerindeki çalışması, sorunu bir ölçüde açıklığa kavuşturur. Eudoxus'un ortak ölçüsüz büyüklüklere ilişkin ulaştığı sonuç, Euclid' in "Elementler"'inin besinci kitabında yer almıştır. Bu sonuç ana çizgileriyle Dedekind' in 19. yüzyılın ikinci yarısında irrasyonel sayılar üzerindeki çalışmasını andırmaktadır. İlk bunalımdan kurtuluş arayışları baslıca iki gelişmeye yol açmıştır: 1) Bilginin sayısal kuramlardan geometriye kayması. 2) Geometrinin aksiyomatik bir sistem olarak oluşması (Bulut vd., 2003).

Küçük ve Demir (2009) tarafından 6, 7 ve 8. sınıf matematik öğretiminde karşılaşılan kavram yanılgıları üzerine yapılan çalışmada, ilköğretim 6-8. sınıflardaki matematik öğretiminde karşılaşılan bazı kavram yanılgıları ve eksik algılamalar saptandı ve nedenleri tartışılmış. Bununla ilgili olarak, ilköğretim 6-8. sınıflarda en az 10 yıllık matematik öğretmenlerinin önerileri alınmış. Öğretmenlik uygulaması derslerinin sınıflarda gözlemleri yapılarak, ilköğretim 6. 7. ve 8. sınıf öğrencilerine; öğretmenlerin vermiş oldukları öneriler doğrultusunda, konularla ilgili kavramları anlamaları, işlem bilgileri ve bunlarla ilgili mantıksal bir ilişki kurabilmelerine dönük bir ölçme yapıldı ve sonuçları yorumlanmış. Ayrıca bazı ders kitapları da incelenerek, kavram yanılgılarına neden olabilecek durumlar saptanmış.

Aztekin' in (2008) farklı yaş gruplarındaki öğrencilerde yapılanmış sonsuzluk kavramının yapılandırılması çalışmasında repertuar çizelge tekniği ve gömülü teori (grounded theory) kullanılarak doktora ve ilköğretim öğrencilerinin sonsuzluk kavramı ile ilgili bilişsel seviyelerinin ve yapılarının (constructs) ortaya çıkarılması amaçlanmıştır. Çalışmanın sonunda repertuar çizelge metodolojisinin, doktora örgencilerinin sonsuzluk ile ilgili kavram imajlarını, bilişsel seviyelerini, yapılarını ve çelişen düşüncelerini ortaya çıkarmada başarılı olduğu ayrıca konunun kritik yönlerinin belirlenmesinde faydalı olduğu görülmüştür. Araştırmanın sonucunda; örgencilerin başlangıçta genel anlayışlarının daha çok potansiyel sonsuzluk anlayışına uygun olduğu, aldıkları eğitime göre standart olmayan analizin etkilerinden bahsedilebileceği, yapılan küme teorisi derslerinin örgencilerin anlayışlarını aktüel sonsuzluğa doğru yönlendirdiği gözlenmiştir. Fakat yine de öğrencilerin, potansiyel sonsuzluk anlayışlarını kısmen de olsa korudukları belirlenmiştir

Fischbein (1979), Piaget ve Inhelder' ın (1956) çalışmasının, çocukların sonsuzluğu anlamaları ile ilgili çalışmaların başlangıcı olarak ele alınabileceğini ileri sürmektedir. Fischbein (1978) sonsuzluk ile ilgili öğrencilere ait farklı sezgilerin çelişen doğasını ortaya koymaya çalışmıştır.

Monaghan (2001), küçük yas grubundaki öğrencilerin sonsuzluk kavramına bakışları ile ilgili çalışmasında, araştırmaları olumsuz yönde etkileyebilecek iki güçlüğe dikkat çekiyor. Birincisi, gerçek dünya sonludur ve sonsuzluk üzerine yapılan görüşmelerde kullanılabilecek uygun bir kaynak yoktur. Bundan dolayı araştırmacı içeriği sağlamak zorundadır ve bu öğrencilere anlamlı gelmeyecek kavramların kullanılmasını içerebilir. İkincisi ise çocukların sonsuzluk hakkında konuşurken kullandıkları dil ile ilgilidir. Öğrencilerin kullandıkları kelimeler ve cümleler ne kadar bizim anladığımız şeyleri ifade ediyor? Bu da üzerinde durulması gereken bir konudur. Monaghan sonsuzu ölçme anlayışının, sadece ileri yaslardaki çocukların düşüncelerinde yer alabilen bir eğilim olarak açıklanabileceğini ileri sürmektedir.

Fishbein, Jehiam ve Cohen' in (1995) çalışmasıyla irrasyonel sayılar kavramının iki büyük sezgisel engelle karşı karşıya olduğu kabul edilmiştir. Bu engeller: İki büyüklüğün ortak bir birim bulunarak ölçülemeyeceğini kabul etmede yaşanan zorluk ve irrasyonel sayılar her yerde çok yoğun olmasına rağmen bir aralıktaki tüm noktaları içermemesini kabul etmedeki zorluktu. Ayrıca irrasyonellerin sonsuzluğunun daha yoğun olmasıydı. 3 grup öğrenci 9. ve 10. Sınıf öğrenciler ve öğretmen adayları bu engelin varlığını ve etkilerini değerlendirmek için incelenmiştir. Birçok öğrenci, çeşitli sayıları (gerçek, rasyonel, irrasyonel) sınıflandırmaları sorulduğunda bilgisiz kalmıştır; ancak deneklerin sadece küçük bir kısmı gerçek sezgisel önyargılarını belirtmiş. Sonuçta hatalı içgüdülerimizin (bir aralıkta iki farklı sonsuz küme olmasının imkânsız olduğu gibi düşüncelerin) olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bunun sebebi de okul matematiğinin bir çözüm tekniği topluluğu olarak tasarlanmış olması. Bilgi yapısal olarak tamamen sistematik bir şekilde öğrenciye taşınmaktadır. Bu zor bir iştir. Çalışmada öğrencilerimizin sadece matematiğin pratik meseleler için kendi programını değil temel insan başarısı olarak ihtişamlı güzelliğini hissetmelerinin istendiği belirtilmiştir. Kesinlikle teoremler ve ispatlar öğreticisi veya sadece çözme stratejileri değil, organize bir bütünün görüntüsüdür, binlerce yıl insan aklının sonsuz ustaca harcanan çabalarının görüntüsüdür. Bu dinamik, tutarlı ve uyumlu bir yapı olan günlük öğrenme süreci gün içinde kaybolur. Sadece lise öğrencilerinin bu konuda eksiklikleri yoktu. Dr. Dina Tirosh ile yapılan görüşmede araştırma sonuçları öğretmen adaylarının özellikle bu sayı sisteminden bahsederken ne kadar bölük pörçük ve tutarsız olduğunu göstermiştir. Bu akla şu soruyu getirir: İrrasyoneller tanımlanmadan rasyonellerden reel sayılara nasıl geçilir? İrrasyoneller sistemin bir parçasıdır, onlar olmadan sistem tamamlanmaz (Courant ve Robbins, 1944/1978).

İrrasyonel sayıların anlamını; sezgisel, kavramsal ve işlemsel bilginin çatışmasını irrasyonellerin temsili üzerine odaklanarak 2004 yılında Zazkis ve Sirotic araştırmışlardır. İrrasyonellerin farklı temsilleri katılımcıların irrasyonellerle ilgili sorulara verdikleri yanıtları nasıl etkilemiştir, çalışmada görülür. Bu çalışma 2. kademe matematik öğretmen adaylarının irrasyonel sayı anlayışlarına odaklanmıştır. Katılımcıların rasyonel ve irrasyonel iki küme arasındaki ilişki ile ilgili bilgilerinin çeşitli boyutları ele alınmıştır. 3 konu ele alınmış: Sayıların çokluğu ve yoğunluğu, rasyonel ve irrasyonellerin sayı doğrusu üzerinde yerleşmeleri ve iki kümenin elemanları arasındaki işbirliği. Sonuçlar katılımcıların formal ve işlemsel bilgileri arasında tutarsızlık olduğunu göstermiştir. Bu sorunun nedeni olarak ta katılımcıların büyük çoğunluğunun rasyonellerin sonsuz tekrarsız ondalık temsilini kullanmaları gösteriliyor.

Güven, Çekmez ve Karataş'ın (2011) ilköğretim matematik öğretmen adaylarının irrasyonel sayılar hakkındaki anlayışlarının incelenmesi adlı çalışmalarının amacı irrasyonel sayılar hakkında ilköğretim matematik öğretmeni adayların anlayışlarını belirlemektir. Bu çalışma bir literatür taraması ile hazırlanan 10 sorudan oluşan açık uçlu bir test kullanımı ile 80 birinci ve dördüncü sınıf ilköğretim matematik öğretmen adayı ile gerçekleştirildi. Bulgular, katılımcıların irrasyonel sayılar, rasyonel ve irrasyonel sayı kümeleri arasında faaliyet gösteren çizgi üzerindeki ilişkilerin tanımları ile ilgili yanlış anlamalara sahip olduğunu göstermiştir. Katılımcıların çoğunluğu tarafından kullanılan açıklamaların temsillere ve sezgilere dayalı olduğu görülmüştür.

İrrasyonel sayılar hakkında genç öğrencilerin incelenmesi adlı makalede 9 uncu sınıf öğrencileri üzerinde bir çalışma sunuluyor. Öğrencilerin sonsuz tekrarı olmayan ondalık basamaklı reel sayıların kesinlikle irrasyonel sayılar olduğu düşünceleri görülüyor. Öğrencilerin 'incommensurability' (farklı anlayışlarının olması) tarihin matematikçileri ile karşılaştırıldığında büyük bir paralellik göstermekte olduğu görülür. Öğrencilerin yüzde kırktan fazlası irrasyonel sayıları neden öğrenmek gerekir bilmiyorum demiştir. Öğrencilerin çoğu irrasyonel sayıların gerçek sayılar olduğunun farkındayız demiştir. Öğrencilerin yaklaşık yüzde altmışının güçlü inançları "irrasyoneller sonsuz tekrarı olmayan basamakları gösteriyor" olmuştur. Bu nedenle öğretim programlarında öğretmenliğin bilgi üretme süreci olduğu üzerinde durulmalı; bilgi iniş ve çıkışlarına, öğrencilerin anlayışları üzerine odaklanmalıdır.

Peled ve Hershkovitz (1999) irrasyonel sayılar üzerine yaptıkları bir çalışmada öğrencilerin irrasyonel sayıların rasyonel sayı olarak yaklaşık değerini tahmin edemediğini, bundan dolayı da bu sayıları sayı doğrusu üzerinde doğru bir şekilde gösteremediğini belirlemiştir.

Kara ve Delice (2011) İrrasyonel sayıların temsilleri ile ilgili makalelerinde araştırmanın odağını öğretmenlerin irrasyonel sayılar için kullandıkları temsiller ve öğrencilerin zihinlerinde yapılandırdıkları temsiller arasındaki ilişki ve bunların öğrencilerin performansına yansımaları oluşturmaktadır. Çoklu yöntem yaklaşımının kullanıldığı bu araştırma bir grubun derinlemesine incelenmesinden dolayı özel durum niteliği taşımaktadır. Araştırmanın çalışma grubunu 2010-2011 eğitim öğretim yılında orta öğretim 9. sınıfta okumakta olan 30 öğrenci ve Orta Öğretim Matematik Öğretmenliği 2. sınıfta okumakta olan 30 öğrenci oluşturmaktadır. Nitel veriler araştırmacı tarafından geliştirilen ve öğrencilerin irrasyonel sayılara karşı tutumları, ön bilgileri, zihinlerinde irrasyonel sayıları nasıl şekillendirdiklerini irdeleyen açık uçlu sorularla toplanmıştır. Ayrıca cevaplar arkasında yatan nedenleri derinlemesine incelemek için yarı-yapılandırılmış görüşmeler uygulanmıştır. Araştırma sonunda toplanan nitel veriler betimsel istatistik kullanılarak analiz edilmiştir. Bulgular öğrencilerin irrasyonel sayıların sözcük anlamını bildiği ama herhangi bir sayının irrasyonel ya da rasyonel olduğunu anlamakta, yani sembol bağlamında sorun yaşadıklarını göstermiştir. Bu durum problem çözme performanslarına genellikle negatif anlamda yansımıştır.

Baştürk ve Dönmez'in (2008) üniversite mezunlarında sayı kavramı hakkındaki araştırmasına göre irrasyonel sayı deyince ne canlandığı sorulduğunda, şu bulgulara ulaşılmıştır: Bu soruda ilk göze çarpan şey öğrencilerin yaklaşık dörtte birinin bu soruya cevap vermemesidir. Öte yandan, "Rasyonel olmayan sayılardır." diyerek doğru irrasyonel sayı örnekleri verebilen öğrenci oranı ise sadece %18 dir. %32'lik bir kesim tamamı köklü sayılardan oluşan örnekler veriyorlar; ancak bu örneklerde irrasyonel olanlarla olmayanların bir arada olduğu görülüyor. %14 bu sayıları reel sayılarla karıştırarak "Tüm sayıları içine alan sayılar." şeklinde cevaplarken, devirli ondalık sayılardan örnekler vererek soruyu cevaplayanların oranı ise, %10 dur. Bakıldığında, $\sqrt{7}$ sayısı irrasyonel olmasına rağmen öğrencilerin sadece yarıya yakın bir kısmı tarafından irrasyonel olarak kabul edilmiştir (%52). Bu oran, yine bir irrasyonel sayı olan $\frac{22}{7}$ sayısına gelindiğinde %18'lere kadar düşmektedir. Her ne kadar verilen sayılar arasında köklü olup da irrasyonel olmayan bulunmamakla birlikte öğrencilerin köklü sayıların irrasyonel sayılar oldukları yönünde bir yaklaşıma sahip oldukları söylenebilir. Bu arada $\frac{22}{7}$'nin (kesirli) yazımından dolayı fazla irdelenmemiş olması da söz konusu olabilir. Öte yandan 1,233… devirli sayısı irrasyonel olmamasına rağmen %40 gibi büyük bir oranla irrasyonel olarak nitelenmektedir. Bu durum, irrasyonel sayılarla ilgili sıkça kullanılan "Virgülden sonrası bilinmeyen sayılar" yaklaşımının bir yansıması olabilir. Zira sayının sonunda yer alan üç nokta bir bilinmeme olarak algılanmış olabilir.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

YÖNTEM

Araştırma modeli tarama modelidir. Bu çalışmada Nicel ve nitel veri toplama yöntemleri birlikte kullanılmıştır. yarı yapılanmış görüşme ve çoktan seçmeli test ile elde edilmiştir. Öğrencilerin ve öğretmen adaylarının irrasyonel sayılarla ilgili bilgi düzeyleri ve kavram yanılgılarının neler olduğu ile ilgili sayısal veri elde etmekten çok nedenlerinin üzerine derinlemesine ve ayrıntılı açıklamalar ve incelemeler yapılmak istenmiştir. Ayrıca deneklerin matematiksel düşüncelerine ve anlamalarına doğrudan ulaşılmasının daha kolay olacağı düşünüldüğü için bu yöntemler kullanılmıştır. Araştırmacı çalışmaya katılan öğretmen adayları ile önceden tanışarak yapılacak olan araştırmanın içeriği ve veri toplama süreci ile ilgili bilgi vermiştir.

3.1. Katılımcılar

Bu çalışma 2011- 2012 bahar döneminde Konya Merkez ilçeleri olan Selçuklu, Meram ve Karatay' da farklı okullarda okumakta olan 130 8. Sınıf öğrencisi ile Konya Necmettin Erbakan Üniversitesi ilköğretim ve ortaöğretim matematik öğretmenliği programında okuyan 180 öğretmen adayı ile yapılmıştır. 8. Sınıf öğrencileri 10 ilköğretim okulunun 8. sınıflarında okumakta olan ve rastgele seçilmiş olan öğrencilerdir. Matematik öğretmen adayları ise Türkiye' nin farklı bölgelerinde ortaöğretimini tamamlayan üniversite öğrencilerinden oluşmaktadır.

Öğrencilerin kendi seviyelerine göre irrasyonel sayılardaki başarısı ve kavram yanılgıları görülmek istenmiş, öğretmen adaylarının ise kendi seviyelerine göre bilgileri ve kavram yanılgıları görülmek istenmiştir. Bu sebeple katılımcılara farklı sorular yöneltilmiştir.

3.2. Veri Toplama Aracı

Ortaokul 8. Sınıf öğrencilerinin irrasyonel sayılar ile ilgili bilgilerini ve kavram yanılgılarını görmek için 10 soruluk çoktan seçmeli test (Ek-1) uygulanmış, sorularda nedenlerini yazmaları da istenmiş ve gerekli boşluklar bırakılmıştır. Öğretmen adayları ile yarı yapılanmış görüşme (Ek-2) yapılmış veriler her aday için hazırlanmış olan görüşme formlarına kaydedilmiştir. Görüşme soruları, literatür taramasında ortaya çıkan, öğretmen ve öğrencilerin irrasyonel sayılarla ile ilgili bilgileri ve düşünceleri göz önüne alınarak hazırlanmıştır. Hazırlanan gözlem formu ve görüşme soruları alan uzmanlarına da gösterilerek içerik bakımından geçerliği sağlanmıştır. Araştırma kapsamında testte ve görüşmelerde kullanılacak olan soruların belirlenmesinde, bu konu ile ilgili yapılmış olan çalışmalar, matematik ders kitapları ve İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı incelenmiştir. Yapılan bu incelemeler sonunda testte ve görüşmelerde kullanılacak olan sorular belirlenmiştir. Hazırlanan bu sorular alan uzmanlarına gösterildikten sonra, soruların ve görevlerin pilot çalışması yapılmıştır.

Ayrıntılı ve kapsamlı olarak bilgi edinebilmek için, konuyla ilgili öğretmen adayları ve öğrencilerin derinlemesine irdelenmesini sağlayacağı düşünüldüğü için öğrenciler için hazırlanan test sorularına nedenler ilave edilmiş ve öğretmen adayları için yarı yapılanmış görüşme yöntemi tercih edilmiştir.

3. 3. Veri Toplama Süreci

Okullardaki uygulama için gerekli birimlerden izin alınmış ve Mayıs ayı başında uygulamaya başlanmıştır. Araştırmaya katılacak öğrenciler bulundukları okullardaki uygun sınıf veya bilgisayar odalarında belirli zamanlarda toplandıktan sonra testler dağıtılarak gerekli açıklamalar yapılmış ve cevaplandırmaları için süre verilmiştir. Toplam 150 öğrenciye form dağıtılmış olmasına rağmen farklı okullardan 20 öğrencinin soruların hiçbirine cevap vermedikleri 3 öğrencinin rastgele cevaplar verdikleri görülmüş ve bu öğrencilerin kağıtları değerlendirmeye alınmamıştır.

Araştırmacı öğretmen adayları ile görüşmelerden önce tanışmış, araştırmanın içeriği, amacı ve veri toplama süreci ile ilgili bilgi vermiştir. 200 öğretmen adayı ile görüşmeye karar verilmiş ancak 20 kişi sonradan görüşmeye katılmamıştır. 180

öğretmen adayı ile Mayıs ayı içerisinde görüşme zamanları belirlenmiş ve görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Her bir görüşme yaklaşık 15 dakika sürmüş ve günde 10 öğretmen adayı ile görüşülmüştür. Görüşmelerin kayıt cihazına kaydedileceği belirtilmiştir. Ancak öğretmen adaylarının birçoğu buna itiraz etmiştir. Görüşmeler üniversitedeki boş sınıflarda gerçekleştirilmiştir.

Öğretmen adayları ile yapılan görüşmelerde, öğretmen adaylarının irrasyonel sayılarla ilgili bilgi eksikliklerinin olup olmadığı, bilgilerinin ezberlenmiş bilgiler olup olmadığı, irrasyonel sayıların anlamının bilinçli olarak farkında olup olmadıkları, köklü sayılar veya kesirli olmayan sayılar anlamlarına bağlı kalarak cevaplar verip vermeyecekleri, bilgilerini değişik temsil biçimlerine dönüştürme becerileri, irrasyonel sayıları yorumlama durumları, irrasyonel sayıların reel sayılar olduklarının farkında olup olmadıkları, irrasyonel sayılarda işlemleri nasıl yorumladıkları, irrasyonel sayıların sayı doğrusunda olup olmadıkları konusundaki düşünceleri nedenleri ile birlikte ayrıntılı bir şekilde anlaşılmaya çalışılmıştır.

3.4. Verinin Analizi

Araştırma için gerekli olan veri teşhis testi ve görüşmeler yoluyla elde edilmiştir. Bu veriler için, betimsel analiz yöntemi (Yıldırım ve Simsek, 2000) kullanılmıştır. Her bir öğretmenle yapılan görüşmeler çözümlenmiştir. Verilerin analiz edilmesi sürecinde, araştırmacının görüşmeler sırasında aldığı notlar da kullanılmıştır. Toplam veri birkaç kez okunduktan sonra her bir öğrencinin ve öğretmen adayının irrasyonel sayılar ile ilgili bilgilerinin ne düzeyde olduğu irrasyonel sayılarla işlemleri nasıl algıladıkları hakkında çıkarımlarda bulunularak veri içinde bu çıkarımları destekleyecek ya da çürütecek kanıtlar aranmıştır. Veri analizinde öğretmen adayı ve öğrencilerin irrasyonel sayıları kavramsallaştırma düzeyleri ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

BULGULAR

Bu bölüm araştırmanın bulgularını içermektedir. Araştırmaya katılan 8. Sınıf öğrencilerinin ve öğretmen adaylarının irrasyonel sayılar ve irrasyonel sayılarla işlemler ile ilgili bilgi düzeyleri öğretmen adayları ve öğrenciler için ayrı ayrı açıklanacaktır. Bu açıklamalarda önce 8. sınıf öğrencilerinin irrasyonel sayılar ile ilgili bilgi düzeylerini görmek için uygulanan testlere öğrencilerin vermiş oldukları cevaplar irdelenmiştir. Sonra öğretmen adaylarına uygulanan görüşmelerde öğretmen adaylarının cevaplarından bahsedilmektedir. Elde edilen bulgular öğretmen adayları ve öğrencilerin irrasyonel sayıları nasıl algılamış olduklarını göstermek için incelenmiş ve ayrı ayrı irdelenmiştir.

4.1. 8. Sınıf Öğrencilerine ait bulgular

8. sınıf öğrencilerinin irrasyonel sayılarla ilgili kavram yanılgılarını belirlemek amacıyla uygulanan teşhis testinin 1. maddesine ait frekans ve yüzdeler tablo 4.1.1' de sunulmuştur.

$2\sqrt{3}$ için aşağıda verilenlerden hangisi yada hangileri doğrudur? Nedenini yazınız.

I. İrrasyoneldir. II. İrrasyonel değildir. III. Rasyoneldir. IV. Rasyonel değildir

TABLO-4.1.1.

CEVAPLAR / SORU	BOŞ	I	II	III	IV	I-II	I-III	I-IV	II-III	II-IV	III-IV	I-II-III	I-III-IV	II-III-IV	I-II-IV	I-II-III-IV	CEVAP VEREN TOPLAM
1) $2\sqrt{3}$ İÇİN HANGİLERİ DOĞRU	4	63	6	4	2		4	42		2							123
%	3.14	49.6	4.72	3.14	1.57		3.14	33.07		1.57							96,85

Testte yer alan 1. maddeye ait cevaplar incelendiğinde öğrencilerin % 82,67' si verilen köklü sayının irrasyonel olup olmadığını doğru belirleyebilmiştir. Ancak sadece % 33,07'si bu sayının aynı zamanda rasyonel olduğunu belirtmişlerdir. Bunun nedeni öğrencilerin dikkatsiz, hızlı bir şekilde cevap vermiş oldukları olabileceği gibi öğrencilerin irrasyonel olan sayının rasyonel olmayacağını bilmedikleri de olabilir. Nedenleri yazan öğrenci sayısın 20' yi geçmediği görülmüştür. Cevapların hepsi "kök dışına tam çıkmadığı için" şeklinde olmuştur. Yanlış cevap verenlerin nedenleri yazamadığı görülmüştür.

Testin 4. maddesine ait cevapların frekans ve yüzdeleri tablo 4.1.2' de sunulmuştur.

2,984052…. için aşağıda verilenlerden hangisi veya hangileri doğrudur? Nedenini yazınız.

I.İrrasyoneldir II. İrrasyonel değildir III. Rasyoneldir IV. Rasyonel değildir

TABLO-4.1.2.

CEVAPLAR / SORU	BOŞ	I	II	III	IV	I-II	I-III
4) 2,984052…İÇİN HANGİLERİ DOĞRU	3	46	1	4	10		8
%	2.36	36.22	0.7	3.14	7.87		6.29

I-IV	II-III	II-IV	III-IV	I-II-III	I-III-IV	II-III-IV	I-II-IV	I-II-III-IV	CEVAP VEREN TOPLAM
50	5								124
39.37	3.93								97,63

Testte yer alan 4. maddeye ait cevaplar incelendiğinde öğrencilerin 75,59' u verilen ondalıklı sayının irrasyonel olup olmadığını doğru belirleyebilmiş. Ancak sadece yaklaşık %39,37' si bu sayının aynı zamanda reel sayı olduğunu belirtmiştir. Burada 1. soruya göre daha fazla kişinin I ve IV cevabını vermiş oldukları görülüyor. Bazı kişilerin 4. Soruda 1. Soruda fark edemediklerini fark etmiş olabilecekleri düşünülebilir. Nedenleri yazan öğrenci sayısı az olmuş ve cevaplar "düzensiz devrediyor" , "virgüllü ve virgülden sonra birçok sayı var" veya " belli bir sayı değildir" şeklinde olmuştur. Diğer cevapları verenlerin soruların nedenlerini yazmadıklarını veya "bilmiyorum" diye cevap verdiklerini gözlemledik.

Testin 2. maddesine ait cevapların frekans ve yüzdeleri tablo 4.1.3' de sunulmuştur.

π için aşağıda verilen ifadelerden hangisi yada hangileri doğrudur? Nedenini yazınız.

I. İrrasyonel sayı II. Rasyonel sayı III. Reel sayı IV. Tam sayı

TABLO-4.1.3

CEVAPLAR / SORU	BOŞ	I	II	III	IV	I-II	I-III	I-IV	II-III	II-IV	III-IV	I-II-III	I-III-IV	II-III-IV	I-II-IV	I-II-III-IV	CEVAP VEREN TOPLAM
2) π İÇİN HANGİLERİ DOĞRU	7	56	12	8	7		**35**		2								120
%	5.51	44.09	9.44	6.29	5.51		**27.5**		1.57								94.48

Testte yer alan 2. maddeye ait cevaplar incelendiğinde öğrencilerin %71,59' u π sayısının irrasyonel olup olmadığını doğru belirleyebilmiş. Ancak sadece % 27,5' i bu sayının aynı zamanda reel sayı olduğunu belirtmişlerdir. Burada π sayısının irrasyonel olduğunu belirten öğrencilerden çoğunun bu sayının aynı zamanda reel sayı olduğunun farkında olmadıkları söylenebilir. Nedenleri yazan öğrenci sayısı yine 20 den az olmuş. I cevabını verenlerden neden yazanlar "sonu yok", "düzensiz devreder" veya "tam sayı değildir" şeklinde cevap yazmışlar. I ve III şeklinde cevap verenler ise "düzensiz devreder ve reel sayılar tüm sayıları kapsar" demişlerdir. Yanlış cevap verenlerden nedenleri yazanların olmadığı görülmüştür.

Testin 5. maddesine ait cevapların frekans ve yüzdeleri tablo 4.1.4' de sunulmuştur..

$\sqrt{2}$ için aşağıda verilen ifadelerden hangisi yada hangileri doğrudur? Nedenini yazınız.

I. İrrasyonel sayı II. Rasyonel sayı III. Reel sayı IV. Tam sayı

TABLO-4.1.4

CEVAPLAR / SORU	BOŞ	I	II	III	IV	I-II	I-III
5) $\sqrt{2}$ İÇİN HANGİLERİ DOĞRU	8	60	13	10	10	1	23
%	6.29	47.24	10.23	7.87	7.87	0.7	18.11

I-IV	II-III	II-IV	III-IV	I-II-III	I-III-IV	II-III-IV	I-II-IV	I-II-III-IV	CEVAP VEREN TOPLAM
2									119
1.57									93.7

Testte yer alan 5. maddeye ait cevaplar incelendiğinde öğrencilerin %65,35'i $\sqrt{2}$ sayısının irrasyonel olup olmadığını doğru belirleyebilmişler. Ancak sadece %18,11' inin bu sayının aynı zamanda reel sayı olduğunu belirttiği görülmüştür. Burada da $\sqrt{2}$ sayısının irrasyonel olduğunu belirten öğrencilerden çoğunun bu sayının aynı zamanda reel sayı olduğunun farkında olmadıkları görülür. Nedenleri yazanlardan doğru cevap veren öğrencilerden 22 öğrenci "belirsizdir", "düzenli devam etmez" veya "kök dışına çıkmaz" demişlerdir. Yanlış cevap verenlerden bazı öğrencilerin neden olarak sayının sonucuna 4 yazdıkları ve buna göre "rasyonel sayıdır" dedikleri görülmüştür.

Testin 6. maddesine ait cevapların frekans ve yüzdeleri tablo 4.1.5' de sunulmuştur.

$\sqrt{9}$ için aşağıda verilen ifadelerden hangisi yada hangileri doğrudur? Nedenini yazınız.

I. İrrasyonel sayı II. Rasyonel sayı III. Reel sayı IV. Tam sayı

TABLO-4.1.5

CEVAPLAR / SORU	BOŞ	I	II	III	IV	I-II	I-III
6) $\sqrt{9}$ İÇİN HANGİLERİ DOĞRU	2	5	28	15	29	1	1
%	1.57	3.93	22.04	11.81	22.83	0.7	0.7

I-IV	II-III	II-IV	III-IV	I-II-III	I-III-IV	II-III-IV	I-II-IV	I-II-III-IV	CEVAP VEREN TOPLAM
3	7	2	1			33			126
2.36	5.51	1.57	0,7			25,98			98.4

Testte yer alan 6. maddeye ait cevaplar incelendiğinde öğrencilerin %48,02' si $\sqrt{9}$ sayısının rasyonel olduğunu belirleyebilmişler. Ancak sadece %25'98 inin bu sayının aynı zamanda reel sayı ve tam sayı olduğunu belirleyebildiği görülmüştür. Tam sayı olduğunu söyleyenlerin sayısının reel sayı olduğunu söyleyenlerin sayısından fazla olduğu görülmüştür. Buradan öğrencilerin birçoğunun hala reel sayıların, rasyonel ve irrasyonel sayıları dolayısıyla tam sayıları kapsadığını bilmediklerini veya düşünemediklerini söyleyebiliriz. Doğru cevap veren tüm öğrencilerin yazdıkları nedenler "rasyoneldir, kök dışına 3 olarak çıkar tam sayıdır, reel sayılar tüm sayıları kapsar" şeklinde olmuştur. Nedenleri yazan öğrenciler arasında "kök dışında değildir" şeklinde yazıp irrasyoneldir diyenlerin olduğu görülmüştür. Burada bazı öğrencilerin irrasyonel sayıları kök içinde yazılmış olan sayılar olarak algıladıkları söylenebilir.

Testin 7. maddesine ait cevapların frekans ve yüzdeleri tablo 4.1.6' da sunulmuştur.

$\frac{22}{7}$ için aşağıda verilen ifadelerden hangisi yada hangileri doğrudur? Nedenini yazınız.

I.İrrasyonel sayı II. Rasyonel sayı III.Reel sayı IV.Tam sayı

TABLO-4.1.6

CEVAPLAR / SORU	BOŞ	I	II	III	IV	I-II	I-III
7) $\frac{22}{7}$ İÇİN HANGİLERİ DOĞRUDUR	2	36	32	25	4	2	12
%	1.57	28.34	25.19	19.68	3.14	1.57	9.44

I-IV	II-III	II-IV	III-IV	I-II-III	I-III-IV	II-III-IV	I-II-IV	I-II-III-IV	CEVAP VEREN TOPLAM.
1	11		2						125
0.7	8.66		1.57						98.4

Testte yer alan 7. maddeye ait cevaplar incelendiğinde öğrencilerin %33,85'i rasyonel olduğunu belirleyebilmişler. Ancak sadece %8,66'sının aynı zamanda reel sayı olduğunu belirleyebildiği görülmüştür. Nedenleri yazan öğrenciler "kesirli olarak yazıldığından rasyoneldir" demişlerdir. Öğrencilerin %37,78' inin bu sayının irrasyonel olduğunu belirttiği görülmüştür. Bu öğrencilerden de sadece %9,44' ünün aynı zamanda reel sayı olduğunu belirttikleri görülmüştür. Nedenine de bu sayının π sayısına eşit olduğunu yazdıkları görülmüştür. Öğrencilerin, irrasyonel sayıların öğrenimi esnasında $\frac{22}{7}$ sayısını π sayısının yaklaşık değeri olarak değil de bu sayıyı π sayısı olarak algılamış olabilecekleri düşünülmektedir. Ayrıca öğretmenlerin anlatım esnasında yanlış ifade etmiş olabilecekleri düşünülebilir.

Testin 9. maddesine ait cevapların frekans ve yüzdeleri tablo 4.1.7' de sunulmuştur.

$13,\overline{2}$ için aşağıda verilen ifadelerden hangisi yada hangileri doğrudur? Nedenini yazınız.

I.İrrasyonel sayı II. Rasyonel sayı III.Reel sayı IV.Tam sayı

TABLO-4.1.7

CEVAPLAR / SORU	BOŞ	I	II	III	IV	I-II	I-III
9) $13,\overline{2}$ İÇİN HANGİLERİ DOĞRU	16	31	26	22	10		10
%	12.59	24.4	20.47	17.32	7.87		7.87

I-IV	II-III	II-IV	III-IV	I-II-III	I-III-IV	II-III-IV	I-II-IV	I-II-III-IV	CEVAP VEREN TOPLAM.
2	6	3	1						111
1.57	6.29	2.36	0.7						87.4

Testte yer alan 9. maddeye ait cevaplar incelendiğinde öğrencilerin çoğu devirli ondalık sayıların rasyonel olduğunu bilmiyor. Öğrencilerin % 29,12' si rasyonel olduğunu, % 33,84' ü ise irrasyonel olduğunu belirtmişlerdir. Burada öğrencilerin çoğunda irrasyonel sayı tanımı ile ilgili kavram yanılgısı görülmektedir. Öğrenciler irrasyonel sayıları virgülden sonra basamakları devam eden sayılar olarak algılamaktadır ama düzenli (devirsiz) devam edip etmemesinin öneminden haberdar değillerdir.

Testin 10. maddesine ait cevapların frekans ve yüzdeleri tablo 4.1.8' de sunulmuştur.

$2\sqrt{5}$ için aşağıda verilen ifadelerden hangisi yada hangileri doğrudur? Nedenini yazınız.

I. İrrasyonel sayı II. Rasyonel sayı III.Reel sayı IV.Tam sayı

TABLO-4.1.8

CEVAPLAR / SORU	BOŞ	I	II	III	IV	I-II	I-III
10) $2\sqrt{5}$ İÇİN HANGİLERİ DOĞRU	13	48	11	7	8	2	33
%	10.23	37.79	8.66	5.51	6.29	1.57	25.98

I-IV	II-III	II-IV	III-IV	I-II-III	I-III-IV	II-III-IV	I-II-IV	I-II-III-IV	CEVAP VEREN TOPLAM
1	3	1							114
0.7	2.36	0.7							89.76

Testte yer alan 10. maddeye ait cevaplar incelendiğinde öğrencilerin %66,04' si $2\sqrt{5}$ sayısının irrasyonel olduğunu biliyorlar. Ancak aynı zamanda bu sayının reel sayı olduğunu bilen % 25, 98 öğrencinin olduğu belirlenmiştir. Sorunun 1. Soru ile benzerlik gösterdiğini görüyoruz. Ancak burada sayının irrasyonel olduğunu söyleyenlerin sayısının düştüğünü görüyoruz. Soruya cevap veren öğrenci sayısının da düştüğü görülüyor. Öğrencilerin son soru olması nedeniyle soruyu cevaplamak istememiş olabileceklerini veya düşünmeden cevap verenlerin olabileceğini düşünüyoruz.

Testin 3. maddesine ait cevapların frekans ve yüzdeleri tablo 4.1.9' da sunulmuştur.

Aşağıda verilen açıklamalardan hangisi ya da hangileri doğrudur? Neden?

I. Rasyonel sayılar kümesi irrasyonel sayılar kümesinin alt kümesidir. II. İrrasyonel sayılar kümesi rasyonel sayılar kümesinin alt kümesidir. III. İrrasyonel sayılar reel sayı değildir. IV. İrrasyonel sayılar kümesi reel sayılar kümesinin alt kümesidir.

TABLO-4.1.9

CEVAPLAR / SORU	BOŞ	I	II	III	IV	I-II	I-III	I-IV	II-III	II-IV	III-IV	I-II-III	I-III-IV	II-III-IV	I-II-IV	I-II-III-IV	CEVAP VEREN TOPLAM
3)HANGİ AÇIKLAMALAR DOĞRU	12	9	8	6	49		6	15	3	16		4					115
%	9.44	7.08	6.29	4.72	38.58		4.72	11.81	2.36	12.59		3.14					90.55

Testin 8. maddesine ait cevapların frekans ve yüzdeleri tablo 4.1.10' da sunulmuştur. İrrasyonel sayılar ile rasyonel sayılar kümelerinin birleşimi olan küme hangisidir? Rasyonel sayıları Q ve irrasyonel sayıları I ile göstererek venn şeması ile iki kümenin ilişkisini gösteriniz.

A)Tam sayılar kümesi B)Doğal sayılar kümesi C)Reel sayılar kümesi D)Sayma sayılar kümesi"

TABLO-4.1.10

cevap / SORU	BOŞ	REEL SAYILAR KÜMESİ	DOĞAL SAYILAR KÜMESİ	TAM SAYILAR KÜMESİ	SAYMA SAYILAR KÜMESİ	CEVAP VEREN TOPLAM
8)İRRASYONEL SAYILAR İLE RASYONEL SAYILAR KÜMELERİNİN BİRLEŞİMİ OLAN KÜME HANGİSİ?	4 %3.14	ŞEKİLLİ 46 % 35.22 ŞEKİLSİZ 57 % 44.88	8 % 6.29	7 %5.51	5 % 3.93	123 %96.85

Testte yer alan 3. ve 8. maddelerine ait cevaplar incelendiğinde irrasyonel sayı, rasyonel sayı ve reel sayılar arasındaki ilişkiyi kurmada öğrencilerin büyük çoğunluğu başarısız kalmıştır. 3. madde ile ilgili öğrencilerin %38,58' i irrasyonel sayıların reel sayıların alt kümesi olduğunu belirlemiş, 8. maddede ise irrasyonel sayılar ile rasyonel sayıların bileşimi sorulduğunda öğrencilerin % 80,1' i reel sayılar olduğunu belirlemiştir. Öğrenciler şekille veya şekilsiz irrasyonel sayılar kümesi ile rasyonel sayılar kümesinin bileşiminin reel sayılar olduğunu ezberlemişlerdir. Ancak bunu yorumlarken başarısız olmuşlardır. Öğrenci bunu ezbere biliyor ama ne anlama geldiğini bilemiyor.

4.2. İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarına Ait Bulgular

Matematik öğretmen adayları ile gerçekleştirdiğimiz görüşmeler sonucu elde edilen bulgular sırayla verilmiştir. Bulgular kategorilere ayrılarak frekans ve yüzde dağılımları sunulmuştur. Ayrıca her sorunun bulguları ayrıntılı bir şekilde irdelenmiştir.

Görüşmenin 1. sorusu ve matematik öğretmen adaylarının vermiş oldukları cevaplara ait frekans ve yüzdeler sunulmuştur.

İrrasyonel sayıyı ve rasyonel sayıyı nasıl tanımlarsınız.

TABLO-4.2.1

Kategoriler	f	%
$\frac{a}{b}$ şeklinde aralarında asal iki sayının birbirine bölümü şeklinde ifade edilebilen sayılar rasyonel sayılardır. Bunun dışında kalanlar irrasyoneldir. Rasyonel olmayan irrasyoneldir.	78	43,33
Köklü sayılar , e, π (pi sayısı) irrasyoneldir .	28	15,55
Rasyoneller pay ve paydası olan kesirli sayılardır. Kesirli sayılar rasyoneldir.	21	11,66
Kök dışına çıkamayan sayılar irrasyoneldir.	19	10,55
Rasyonel sayılar tam karşılığını bulduğumuz, sayı doğrusunda gösterebildiğimiz sayılardır. İrrasyoneller tam değerini bilemediğimiz yaklaşık değerini bulabildiğimiz sayılardır.	17	9,44
Virgülden sonraki basamakları sayılamayan sayılar irrasyonel sayılardır.	3	1,66
İrrasyonellerde işlemler daha zordur. Rasyoneller işlemleri akıldan yapılabilen sayılardır.	2	1,11
İ' li ve köklü sayılar irrasyoneldir.	2	1,11
$\frac{m}{n}$ =1 olmuyorsa irrasyonel, oluyorsa rasyoneldir.	2	1,11
Bir irrasyonel ile rasyonelin toplamından irrasyoneller oluşur.	1	0,55

2 ile 3 arasındaki $\frac{a}{b}$ şeklindeki tüm sayılar rasyoneldir.	1	0,55
Belli bir tabana göre yazamadığımız sayılar irrasyoneldir.	1	0,55
Tam kare olmayan ifadenin köküne irrasyonel denir.	1	0,55
Rasyonel sayılar tüm sayılardır. Ondalıklı sayılar rasyoneldir.	1	0,55
Payı paydasına tam bölünmeyen rasyoneldir.	1	0,55
$x^2 - a = 0$ denklemini sağlayan $a_1 = \frac{c}{d}$, $a_2 = \frac{e}{f}$ $(c,d,e,f \in \square)$ varsa a_1, a_2 rasyoneldir. $x^2 - a = 0$ denkleminin kökü $\sqrt{a}$ gibi bir değer çıkıyorsa bu sayılar irrasyoneldir.	1	0,55
Bütünün parçalarını gösteren sayılar rasyoneldir.	1	0,55
Cevap vermeyen	1	0,55

Verilerin hepsi cevaplardan olduğu gibi alınmıştır. Birbiri ile aynı anlama gelen yakın cevaplar aynı kategoride verilmiştir. Tablo incelendiğinde öğretmen adaylarının % 43,33' ü rasyonel sayıların tanımından yararlanarak irrasyonel sayıları tanımlamışlardır. İrrasyonel sayıları "virgülden sonraki basamakları düzensiz(devirsiz) devam eden sayılar" olarak tanımlayan öğretmen adayı ise hiç olmamıştır. Öğretmen adaylarından 3' ü irrasyonel sayıları "virgülden sonraki basamakları sayılamayan sayılar" şeklinde tanımlamışlardır. Matematik öğretmen adayları arasında irrasyonel sayıları sadece köklü sayılar olarak tanımlayanlar, kompleks sayılar ile karıştıranlar yada bazı bilinen irrasyonel sayıları kullanarak tanımlamaya çalışan adaylar olmuştur. Bunun yanında bazı matematik öğretmen adaylarının irrasyonel sayılar hakkında bilgi eksiklerinin olduğunu veya hiç bilgi sahibi olmadıklarını da söyleyebiliriz.

Görüşmenin 2. sorusu ve matematik öğretmen adaylarının vermiş oldukları cevaplar aşağıda sunulmuştur.

İrrasyonel sayılarda toplama işleminin kapalılık özelliği var mıdır? Açıklayınız.

TABLO-4.2.2

Kategoriler	*f*	%
Kapalılık özelliği vardır. $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ gibi örnek verebiliriz	146	81,11
Kapalılık özelliği yoktur. $\sqrt{2}+\left(-\sqrt{2}\right)=0$ veya $\left(-2+\sqrt{2}\right)+\left(2-\sqrt{2}\right)=0$ gibi örneklerle açıklarız.	14	7,77
Kapalılık özelliği yoktur. Rasyoneller köklü ve irrasyonelleri kapsar.	2	1,11
Aynı kök derecesine sahip ve kökün içleri aynı olan irrasyonellerde kaplılık özelliği vardır.	1	0,55
Yoktur. $\sqrt{a}+\sqrt{b}\neq\sqrt{a+b}$, $a+b+2\sqrt{a+b}\neq a+b$	2	1,11
Yoktur. $\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{2}+\sqrt{3}$ sonuç irrasyonel değil.	1	0,55
Cevap vermeyen	14	7,77

İrrasyonel sayılarda işlemlerin özellikleri hakkında öğretmen adaylarının bilgilerini görmek için sorduğumuz soruya verilen cevaplara göre matematik öğretmen adaylarının %10,44' u irrasyonel sayılarda toplama işleminin kapalılık özelliğinin olmayacağını doğru belirlemiş. Ancak öğretmen adaylarına açıklamaları sorulduğunda yalnız %7,77' si öğretmen adayının $\sqrt{2}$ +(- $\sqrt{2}$)=0 gibi örneklerle cevabını açıkladığı görülmüştür. Öğretmen adaylarının %81,66' sı soruda sonucun '0' olabileceği durumu düşünmemiş ve buna göre irrasyonel sayılarda toplama işleminin kapalılık özelliğinin olacağını söylemişlerdir. Öğretmen adaylarından soruya 'bilmiyorum' cevabını veren öğretmen adaylarının da fazla olması dikkat çekicidir.

Görüşmenin 3. sorusu ve matematik öğretmen adaylarının vermiş oldukları cevaplar aşağıda sunulmuştur.

İrrasyonel sayılarda çarpma işleminin kapalılık özelliği var mıdır? Açıklayınız.

TABLO-4.2.3

Kategoriler	*f*	%
Yoktur. $\sqrt{3}.\sqrt{3}=3$	125	69,44
Vardır. $\sqrt{2}.\sqrt{3}=\sqrt{6}$ olur.	27	15
Yoktur. $\sqrt{-i}+\sqrt{-i}=1$ olduğundan $\left(x=a+ib, y=c+id\right)$ karmaşık sayı olarak düşünenler	7	3,88
Sonuçtaki ifade irrasyonel ise vardır, rasyonel ise yoktur.	9	5
Cevap vermeyen	12	6,66

İrrasyonel sayılarda işlemlerle ilgili öğrencilerin bilgilerini görmek için sorduğumuz diğer soruya verilen cevaplara göre matematik öğretmen adaylarının %73,32' si irrasyonel sayılarda çarpma işleminin kapalılık özelliğinin olmayacağını doğru belirlemiş olduğu halde nedenleri açıklarken irrasyonel sayıları kompleks sayı olarak düşünen öğretmen adaylarının olduğu görülmüştür. "Sonuç rasyonel ise yoktur, irrasyonel ise vardır." Cevabını veren 9 öğretmen adayının olması ise dikkatimizi çeken bir nokta olmuştur. Bu konuyla ilgili hiç fikir sahibi olmayan öğretmen adaylarının da olduğunu belirledik.

Görüşmenin 4. sorusu ve matematik öğretmen adaylarının vermiş oldukları cevaplar aşağıda sunulmuştur.

Bir rasyonel sayı ile bir irrasyonel sayının toplamının irrasyonel olup olmadığını açıklayınız.

TABLO-4.2.4

Kategoriler	*f*	%
İrrasyoneldir. Toplananlardan biri irrasyoneldir. $\sqrt{2}+2$ sonuç irrasyoneldir. Toplam hem rasyonel hem irrasyonel ifade içerir. Rasyoneller irrasyonelleri rasyonelleştirmez.	134	74,44
İrrasyonel sayıyı rasyonel alırsak toplam rasyonel sayıya denk gelebilir. Olabilir olmayabilir de.	9	5
$2+\sqrt{2}$, $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılamayacağından irrasyoneldir.	6	3,33
İrrasyoneller rasyonelleri kapsadığı için irrasyoneldir.	4	2,22
İrrasyonel de değil rasyonel de değil.	4	2,22
$x=a+ib$ şeklinde yazarız. İrrasyoneldir.	4	2,22
2+$\sqrt{4}$ = 4 olur rasyoneldir.	2	1,11
2. soruda açıklanmıştır.	2	1,11
Rasyonelleri köklü yazarız iki köklü toplanırsa yine köklü olur .	2	1,11
$\frac{22}{7}$+ 3 irrasyoneldir.	2	1,11
Cevap vermeyen	11	6,11

Öğretmen adaylarının irrasyonel sayılardaki işlem bilgilerini görmek için sorduğumuz diğer soruda öğrencilerin %74,44' ü örnekle sonucun irrasyonel olacağını açıklamıştır. Öğretmen adayları içinde "irrasyonel sayıların rasyonel sayıları kapsamasından dolayı sonuç irrasyoneldir" diyenlerin veya kararsız kalanların olduğu da görülmüştür.

Görüşmenin 5. sorusu ve matematik öğretmen adaylarının vermiş oldukları cevaplar aşağıda sunulmuştur.

Bir rasyonel sayı ile bir irrasyonel sayının çarpımının irrasyonel olup olmadığını açıklayınız.

TABLO-4.2.5

Kategoriler	***f***	**%**
İrrasyoneldir. Köklü ifadelerin tam karşılığı bulunamaz. Rasyoneller irrasyonelleri rasyonelleştirmez.	144	80
$x = a + ib$ şeklinde alınırsa irrasyonel bulunur.	4	2,22
$\frac{a}{b}$ şeklinde yazılamayacağından irrasyoneldir	3	1,66
$\frac{a}{b}.\sqrt{c}$ de $c = x^2$ ise rasyonel, $c \neq x^2$ ise irrasyoneldir.	2	1,11
Rasyoneller irrasyonellerin alt kümesi olduğundan irrasyoneldir.	2	1,11
Olabilir olmayabilir de.	2	1,11
$0.a = 0 \in \mathbb{Q} \quad (a \in I)$ olacağından rasyonel de olabilir.	2	1,11
Rasyonel değil. $a\sqrt{b} \notin \mathbb{Q}$	1	0,55
$\frac{22}{7}.4 = \frac{88}{7}$ irrasyoneldir.	1	0,55
İrrasyoneldir. 'İrrasyonel değildir' ifadesini kullanıp çürütürsek buluruz.	1	0,55
Cevap vermeyen	18	10

Öğretmen adaylarının %98,99' u '0'(sıfır) sayısını düşünmeden cevaplar vermiş veya hiç cevap vermemiştir. Öğretmen adaylarının %80' i toplamada olduğu gibi rasyonellerin irrasyonelleri rasyonelleştirmeyeceğinden söz etmişler ve irrasyoneldir demişlerdir. Bazı öğretmen adaylarındaki kavram yanılgılarından kaynaklanan hatalı cevapları ise devam etmektedir. Sadece 2 öğretmen adayı irrasyonel sayılarda çarpma işleminin kapalılık özelliğinin olamayacağını belirleyebilmiştir.

Görüşmenin 6. sorusu ve matematik öğretmen adaylarının vermiş oldukları cevaplar aşağıda sunulmuştur.

İrrasyonel sayılara sayı doğrusu üzerinde karşılık gelen noktalar var mıdır? Varsa bu noktaları nasıl buluruz?

TABLO-4.2.6

Kategoriler	*f*	%
Mutlaka vardır. İki tam sayı arası sonsuz irrasyonel sayı vardır. Sayı doğrusu üzerinde 1 ile 2 arasında $\sqrt{2}$ sayısını gösterebiliriz.	51	28,33
Vardır.	28	15,55
Vardır.Yaklaşık yerini buluruz. Sonsuz sayıda olduğu için gösteremeyiz hepsini, yerlerini bilemeyiz.	22	12,22
Vardır. Dik üçgen ve çember yardımıyla gösterilebilir.	15	8,33
Yoktur. Karşılık gelse rasyonel olurdu.	13	7,22
Vardır. Sayı doğrusunda $\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5} \ldots$ şeklinde gösteririz.	6	3,33
Tam sayılar ile rasyoneller arasında kalanlar irrasyoneldir.	5	2,77
Vardır. Birim çember çizerek gösteririz.	4	2,22
$\sqrt{4}$, $\sqrt{9}$ şeklinde yazılarak sayı doğrusunda yer bulabilir.	4	2,22
Vardır. Rasyonel gibi yazılarak yerleri bulunur.	4	2,22
Vardır. Fakat belli bir nokta değil, aralık belirtir.	2	1,11
Diferansiyelle buluruz yaklaşık değerini, yerine koyarız.	1	0,55
İntegrasyonla buluruz.	1	0,55
Aralığı daraltarak buluruz fakat hata vardır.	1	0,55
Limitle buluruz.	1	0,55
Bulamayız. Çünkü rasyoneller gerçel sayıdır ama irrasyoneller değildir.	1	0,55
Cevap vermeyen	21	11,66

İrrasyonel sayılara sayı doğrusunda karşılık gelen noktaların bulunmasıyla ilgili soruda öğretmen adaylarından kararsız kalanların çoğaldığını söyleyebiliriz. Öğretmen adaylarının % 66,65' i sayı doğrusunda irrasyonel sayılara karşılık gelen noktalar vardır derken kalan kısım yoktur, bulamayız, aralık belirtir şeklinde cevaplar vermiş veya bilmiyorum demişlerdir. Matematik öğretmen adaylarının yalnız %10,55 i birim çember ve dik üçgenden yararlanabileceğimizi söylemişlerdir.

Görüşmenin 7. sorusu ve matematik öğretmen adaylarının vermiş oldukları cevaplar aşağıda sunulmuştur.

I.İrrasyonel sayılar rasyonel sayılardan daha fazladır. II. Rasyonel sayılar irrasyonel sayılardan daha fazladır. Sizce hangisi doğrudur? Neden?

TABLO-4.2.7

Kategoriler	*f*	**%**
Bu kıyaslama yapılamaz ikisi de sonsuz. İkisi de doğru. (içlerinde 4 kişi de eşittirler demiş.)	47	26,11
İrrasyoneller daha fazladır.	25	13,88
Rasyoneller daha fazladır. Tam sayılı kesirler, basit kesirler, bileşik kesirler var, daha geniştir.	22	12,22
İrrasyoneller daha fazladır. İki rasyonel arasında sonsuz irrasyonel vardır.	15	8,33
İrrasyoneller daha fazladır. Çünkü rasyonelleri kapsar.	12	6,66
İrrasyoneller daha fazladır. Çünkü rasyoneller sayılabilir sonsuz, irrasyoneller sayılamayan sonsuzdur.	7	3,88
Rasyoneller daha fazladır. Sayı doğrusunda sonsuz çokluktaki noktayı rasyoneller oluşturur. İrrasyoneller araları doldurur.	3	1,66
İrrasyoneller daha fazladır. Çünkü yaklaşık rasyonel deşerlerini bulabiliriz.	3	1,66
İrrasyoneller daha fazladır. İrrasyoneller köklü sayıları, kompleks sayıları felan içerir.	2	1,11
İrrasyoneller daha fazladır. Çünkü irrasyoneller aralıklarla rasyoneller noktalarla belirtilir.	2	1,11
İrrasyoneller daha fazladır. Çünkü rasyonelleri çarpım toplam sonucu irrasyonel yaparlar.	2	1,11
İrrasyoneller daha fazladır. Sonsuz şeklinde ifade edilen sayılardan rasyonelleri çıkarınca oluşurlar.	1	0,55
Cevap vermeyen	39	21,66

İrrasyonel sayılar ile rasyonel sayıların yoğunluklarının karşılaştırılması sorulduğunda öğretmen adaylarının % 26,11 i iki kümenin de aynı çoklukta olduğunu, karşılaştırılamayacağını söylemiştir. İrrasyonel sayıların rasyonel sayılardan daha fazla olduğunu düşünen öğretmen adayı sayısının çoğunlukta olduğu görülmüştür. 39 öğretmen adayının cevap vermediği gözlenmiştir.

Görüşmenin 8. sorusu ve matematik öğretmen adaylarının vermiş oldukları cevaplar aşağıda sunulmuştur.
Her irrasyonel sayı karekökle ifade edilir mi? Düşüncelerinizi yazınız.

TABLO-4.2.8

Kategoriler	*f*	%
Evet. $\sqrt{n^2} = \pm n$ (kök dışına çıkamayan sayılar irrasyonel sayılardır.)	32	17,77
Hayır. Örneğin π , *e*, virgüllüler, devirliler, logaritmalar	32	17,77
Hayır. Kökün derecesi 3 veya 4 de olabilir. $\sqrt[3]{2}$ sayısı da irrasyoneldir.	23	12,77
Evet.	17	9,44
Hayır.	10	5,55
Hayır. Bir rasyonelle bir irrasyonelden oluşuyorsa olmaz. ($2-\sqrt{5}$ örneğin)	8	4,44
Hayır. Çünkü irrasyoneller tam kare olarak karşılığı olmayan sayılardır.	7	3,88
Hayır. Sayı kompleks ise örneğin $i^2 - 10$	6	3,33
Evet. Bir irrasyonel kökü alınırsa yine irrasyonel olur.	4	2,22
Hayır. İrrasyoneller negatif de olabilir.	3	1,66
Yaklaşık değeri ifade edilir.	2	1,11
Cevap vermeyen	36	20

İrrasyonel sayıların karekökle gösterilip gösterilemeyeceği hakkında öğretmen adaylarının görüşlerini almak istedik. Öğretmen adaylarının %34,42 si hayır cevabını verip uygun açıklamalar yaptı. Ancak "hayır" cevabını veren 6 öğretmen adayının kompleks sayıları düşünerek cevap verdiği görüldü. Bu soruda kompleks sayıları irrasyonel sayı olarak düşünen öğretmen adayı sayısında artış olduğu görüldü. "Evet" diyen adaylar irrasyonel sayıları köklü sayılar olarak tanımlayanlardı. "Bilmiyorum" diyen öğretmen adayı sayısının da oldukça fazla olduğunu görüyoruz.

Görüşmenin 9. sorusu ve matematik öğretmen adaylarının vermiş oldukları cevaplar aşağıda sunulmuştur.
İrrasyonel sayılar cebirsel mi yoksa transandant mıdır?

TABLO-4.2.9

Kategoriler	*f*	%
Transandanttırlar. Cebirsel ifade edilemediğinden. $\left(abc = a.100 + b.10 + c.1\right)$ gibi örnekler	61	33,88
Cebirseldir.	27	15
Transandanttır. Belli bir tabana göre yazılamadıkları için.	7	3,88
Bazıları cebirsel bazıları transandanttır.	3	1,66
Transandanttır. Tam değerini bilemediğimiz için.	1	0,55
Transandanttırlar. Çünkü komplekstirler.	1	0,55
Cevap vermeyen	80	44,44

İrrasyonel sayıların cebirsel olup olmadığı ile ilgili öğretmen adaylarının düşüncelerini almak için sorduğumuz soruda hiçbir bilgi sahibi olmayan öğretmen adaylarının % 44,44' lük bir kısım olduğunu gördük. Öğretmen adaylarının % 33,88 i irrasyonel sayıların transandant olduklarını düşünüyor. Yalnız 3 öğretmen adayı bazılarının transandant olduğunu söyledi. Cebirseldir diyen öğretmen adayı sayının 15 olması da dikkatimizi çekti. Ancak bu öğretmen adaylarından hiçbirinin cevaplarında nedenini açıklamadığını gördük.

Görüşmenin 10. sorusu ve matematik öğretmen adaylarının vermiş oldukları cevaplar aşağıda sunulmuştur.

$\frac{22}{7}$ sayısının irrasyonel olup olmadığı ile ilgili ne düşünüyorsunuz?

TABLO-4.2.10

Kategoriler	*f*	%
Rasyoneldir. ebob(22,7)=1 dir.	69	38,33
İrrasyoneldir. Pi sayısına eşit olduğundan. Rasyonel gibi gözükür ama irrasyoneldir.	45	25
Rasyoneldir. Köklü ifade değil pay ve paydaya sahiptir.	17	9,44
İrrasyoneldir. Tam değerini bilemeyiz.	10	5,55
İrrasyoneldir. Karekök içinde bir sayının değerine eşitse.	4	2,22
Rasyoneldir. İki rasyonelin çarpımı rasyonel olduğundan.	3	1,66
Kök içinde ifade edilirse irrasyoneldir. $\frac{\sqrt{22.22}}{\sqrt{7.7}}$ şeklinde yazarsak.	2	1,11
Rasyoneller aynı zaman da irrasyoneldir.	2	1,11
Cevap vermeyen	28	15,55

Öğretmen adaylarına $\frac{22}{7}$ sayısının irrasyonel olup olmadığı sorulduğunda rasyonel olduğunu söyleyen öğretmen adayı sayısının sadece % 38,33 lük kısım olması bizi şaşırttı. Çünkü öğretmen adaylarının %43’33 ü rasyonel sayıları tanımlarken “$\frac{a}{b}$ şeklinde aralarında asal iki sayının birbirine bölümü şeklinde ifade edilebilen sayılar rasyonel sayılardır. Bunun dışında kalanlar irrasyoneldir.” tanımını yapmışlardı. Bu kişiler arasında kararsızlık yaşayanlar oldu. Sonra bazıları bu sayının özel olduğunu, π sayısı olduğunu söylediler. Öğretmen adaylarının $\frac{22}{7}$ sayısının, π sayısı olduğu düşüncesine sahip olmaları bu şekilde cevaplar vermelerine neden olmuştu. Öğretmen adaylarının çoğu bu sayının π sayısının gerçek değeri değil de yaklaşık değeri olduğu bilgisine sahip değillerdir.

Görüşmenin 11. sorusu ve matematik öğretmen adaylarının vermiş oldukları cevaplar aşağıda sunulmuştur.

I.İrrasyonel sayılar kümesi sayılabilir sonsuz bir kümedir.

II.İrrasyonel sayılar kümesi sayılamayan sonsuz bir kümedir.

Sizce hangisi doğrudur? Neden?

TABLO-4.2.11

Kategoriler	*f*	%
Sayılamayan. Düzgün artmaz.	52	28,88
Sayılabilir sonsuz bir kümedir. Doğal sayılarla birebir eşleme yapılır.$3\sqrt{2}$, $4\sqrt{2}$, $5\sqrt{2}$ …	28	15,55
Sayılamayan sonsuz bir kümedir. Doğal sayılarla birebir eşleşmez.	26	14,44
Sayılamayan. İki rasyonel veya irrasyonel arası sayılamaz çoklukta irrasyonel olduğu için.	18	10
Sayılamayan. İşlemleri gene irrasyonel, kök içinde olur.	6	3,33
Sayılamayan. Alt üst sınır yok.	4	2,22
Sayılamayan. Sayı doğrusu üzerinde gösteremediğimiz için.	4	2,22
Sayılamayan. Çünkü irrasyonel sayılar içinde diğer sayı kümeleri var.	1	0,55
Cevap vermeyen	41	22,77

İrrasyonel sayılar kümesinin sayılabilir bir küme olup olmadığı ile ilgili soruda öğretmen adaylarının %61,64'ü bu kümeyi sayılamayan bir küme olarak belirledi. "Sayılabilir" diyen 28 öğretmen adayının olduğu görüldü. Bu kişilerin nedeni açıklarken köklü sayılardan yararlanarak doğal sayılarla birebir eşleme yaptıkları ve bu nedenle sayılabilir kabul ettikleri görüldü.

Görüşmenin 12. sorusu ve matematik öğretmen adaylarının vermiş oldukları cevaplar aşağıda sunulmuştur.
İrrasyonel sayıların virgülden sonra kaç basamağı vardır? Ne düşünüyorsunuz?

TABLO-4.2.12

Kategoriler	*f*	%
Sonsuz.	59	32,77
Bilemeyiz, değişir. Belirli değil.	34	18,88
Tek basamaklı olabilir, sonsuz da olabilir.	10	5,55
Sayılabilir çoklukta.	4	2,22
Sayılamayan çoklukta.	4	2,22
Devrettiğini düşünüyorum devretmezse bulamayız.	4	2,22
Yoktur. İrrasyoneller rasyonel olarak yazılamaz. Köklü ifadeler için virgülden sonraki kısım olmaz.	4	2,22
Sonsuz, sonuna istediğimiz kadar 0 ekleriz.	3	1,66
Cevap vermeyen	62	34,44

İrrasyonel sayıların basamakları hakkındaki düşünceleri sorulduğunda öğretmen adaylarının %34,44 ünün "bilmiyorum" demesi öğretmen adaylarının konu ile ilgili ne kadar az fikir sahibi olduklarını gösteriyordu. 4 öğretmen adayı "köklü sayılar" olarak düşündüğü için virgülden sonra basamaklarının olmayacağını belirtti. Öğretmen adaylarının sadece % 34,99' u "sayılamaz çoklukta" veya "sonsuz" diye cevap verdi.

BEŞİNCİ BÖLÜM

TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu bölümde araştırmada elde edilen bulgular, ilgili literatürdeki çalışmalar ışığında tartışılacak ve araştırmanın sonuçları sunulacaktır. Ayrıca araştırmada elde edilen bulgular ve sonuçlara dayanarak matematik eğitimi ile ilgili önerilere yer verilecektir. Araştırmanın sonuçlarına göre yeni araştırmalara yön verecek bazı öneriler de sunulacaktır.

5.1. Tartışma ve Sonuçlar

Öğretmenlerin bir konuyu öğrencilerine uygun ve çeşitli yollardan sunabilmeleri için o konuyu yeterli derinlikte anlamaları gerekmektedir (Ball, 1990). Bu çalışmada 8.sınıf öğrencilerinin irrasyonel sayılar konusundaki kavram yanılgıları ile ilköğretim matematik öğretmen adaylarının bu konudaki kavram yanılgıları ve irrasyonel sayıları nasıl yorumladıkları araştırılmıştır.

Araştırmanın bulguları araştırmaya katılan öğrenci ve öğretmen adaylarının çoğunun irrasyonel sayılar ile ilgili bilgilerinin ezbere dayalı kalıplaşmış bilgiler olduğunu ortaya koymuştur. Öğrenciler ve öğretmen adayları irrasyonel sayıların ne anlama geldiğini ezberlemişler, bu nedenle farklı yorumlamalar sorulduğunda başarısız kalmışlar veya düzgün açıklamalar yapamamışlardır.

8. sınıf müfredatında irrasyonel sayının tanımı ezbere dayalı bir şekilde öğrenciye aktarılmakta ve öğrencinin bu sayılar üzerinde düşünmesine önem verilmemektedir. Araştırmaya katılan öğrencilerin çoğunun bilgisinin köklü sayıların irrasyonel sayılar olduğu bilgisinden ibaret olmasının bir nedeni de öğretmenlerin çoğunun irrasyonel sayıları anlatırken öğrencilere $\sqrt{2}$ sayısını örnek vererek konuya başlamalarıdır. Bu öğrencilerin bu sayıyı ve bu sayıya benzeyen sayıları irrasyonel olarak öğrenmesine neden olmaktadır. Dolayısıyla karşısına gelen her kök içindeki sayıya öğrenci irrasyonel diyebilmektedir. Yine bazı öğretmen adaylarının aynı şekilde düşünmelerinin sebebi onların da önceki eksik öğrenmelerinden kaynaklandığı açıktır. Konu anlatılırken farklı temsil biçimlerinden yararlanılmaması

öğrencilerin zihinlerinde farklı yorumlamalar yapmasına neden olabilmektedir. Örneğin irrasyonel sayılar sayı doğrusu ve geometriden yararlanarak farklı iki temsil kullanılarak verilebilir.

Araştırmaya katılan öğrencilerden bazılarının irrasyonel sayıları doğru belirledikleri görülmüş ancak nedeni yazan öğrenci sayısının çok az olması öğrencilerin yaptıklarını anlamadan yaptıklarını göstermektedir. Öğrenciler belirli sayıların irrasyonel olduğunu biliyor ama nedenini bilmiyor. Matematik öğretmen adaylarının da tanımı yaparken eksik tanımlar yaptığı görülmüştür. İrrasyonel sayı tanımını yapan matematik öğretmen adaylarının çoğu "$\frac{a}{b}$ şeklinde aralarında asal iki sayının birbirine bölümü şeklinde ifade edilebilen sayılar rasyonel sayılardır. Bunun dışında kalanlar irrasyoneldir. Rasyonel olmayan irrasyoneldir" tanımını kullanmışlar. Ancak bu öğretmen adayları arasında a ve b sayılarının aralarında asal olacağından ve $b \neq 0$ olacağından hiçbir öğretmen adayının bahsetmediği görülmüştür. Buradan matematik öğretmen adaylarının dikkatsizliğinin gelecekteki öğrencilere de yansıyabileceğini söyleyebiliriz.

Yine matematik öğretmen adaylarından bazılarının irrasyonel sayıları karmaşık sayılar olarak görmesi yanlış yorumlamalar getirmelerine sebep olmuştur. Burada irrasyonel sayıları ve karmaşık sayıları ilk olarak algılarken öğrencilerin çoğunda "sonucu tam olarak belli olmayan sayılar" düşüncesinin belirmesi ve bu şekilde algılamış olmaları söz konusudur. Bu nedenle matematik öğretmen adaylarından bazıları irrasyonel sayıları karmaşık sayı olarak düşünüp işlemleri de buna göre yorumlamaktadırlar.

Öğrencilerin çoğunda rasyonel sayı, irrasyonel sayı, reel sayı ve tamsayıların hangi sayılar olduğu konusunda da eksikliklerin olduğu görülmektedir. Öğrencilerin bazıları irrasyonel sayıların aynı zamanda reel sayılar olduğunu düşünmemektedirler. İlköğretim matematik kitaplarında venn şeması ile gösterilmiş olmasına rağmen yeterince açıklama getirilmemiş olması bunun nedenleri arasında sayılabilir. Öğrenciler içinde de gerekli açıklamayı getirenlerin sayısının çok az olduğu görülmektedir.

Araştırmanın bulgularında öğrencilerden irrasyonel sayıları rasyonel sayıların alt kümesi olarak bilenlerin olduğu gibi matematik öğretmen adaylarının da bazılarının rasyonel sayıları irrasyonel sayıların alt kümesi olarak düşündüklerini ortaya çıktı. İki sayı kümesinin farklı kümeler olduklarının kavranmamış olduğu görülmektedir.

Araştırmaya katılan öğrencilerden 56 öğrencinin verilen sayının irrasyonel sayı olduğunu belirlemiş olmalarına rağmen bu öğrencilerden sayının aynı zamanda reel sayı olduğunu belirleyebilen öğrenci sayısının 42 olduğu görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin nedenleri yazarken çok zorlanmış olmaları veya sadece "kök dışına çıkamadıkları için" cevabını vermeleri de irrasyonel sayıların, öğrencilerin çoğunda sadece köklü sayılar olarak algılanmış olduğunu gösteriyor. Bu bize öğretmenlerin farklı temsil biçimlerinden yararlanmalarının önemini gösteriyor. Yine bazı öğrencilerin π sayısını irrasyonel sayı olarak öğrenmiş olduklarını görüyoruz. Ancak bu öğrencilerden nedeni yazabilenlerin sayısının az olması dikkati çekmiştir. Öğrencilerin bazılarının cevaplarının nedenleri arasında "düzensiz devreder" ifadelerine rastlanmıştır. Matematik öğretmen adaylarında bu tanıma rastlanmamasına rağmen öğrencilerden bunu bilenler olmuştur. Öğrencilerin kümeler arasındaki ilişki ile ilgili sorulardaki başarılarının %50' ye yakın olduğu görüldü. Bu sonuçta kümeler arası ilişkilerin venn şeması ile gösterilmiş olması etkili olmaktadır. Fakat öğrencilerden açıklama getirebilenlerin sayısının az olması konu üzerinde yeterinde durulmamış olmasından kaynaklanabilmektedir. Öğrencilerin %65' inin $\sqrt{2}$ sayısının irrasyonel sayı olduğunu belirlemiş oldukları görülüyor. Ancak bu öğrenciler arasında sayının aynı zamanda reel olduğunu söyleyen öğrenci sayısının azlığı dikkat çekicidir. Öğrencilerin bu ilişkileri sadece ezberledikleri ve konunun üzerinde yeterince durulmadığı söylenebilir.

Araştırmaya katılan bazı matematik öğretmen adaylarının bilgilerinin de ezbere dayalı bilgiler ile sınırlı kaldığı sonucuna varabiliriz. Öğretmen adaylarının çoğu irrasyonel sayı tanımını ezberlemiş ve bu tanımına göre cevap vermeye çalışsa da bazı sorularda zorlanmışlar ve tanımlarına aykırı cevaplar verenler olmuştur. Rasyonel sayı tanımını "$\frac{a}{b}$ şeklinde aralarında asal iki sayının birbirine bölümü şeklinde ifade edilebilen sayılar rasyonel sayılardır. Bunun dışında kalanlar irrasyoneldir. Rasyonel olmayan irrasyoneldir." şeklinde yapmış olan 78 öğretmen adayı olmasına rağmen bunlardan 69 öğretmen adayının $\frac{22}{7}$ sayısına ‘rasyoneldir’ demesi bize öğretmen adaylarının da bilgiyi olduğu gibi aldığını ve hiç sorgulamadan kabul ettiğini gösteriyor. Araştırmanın bulguları bize öğretmen adaylarının çoğunun kavramlarla ilişkili işlemleri düşünebilecekleri düzeyde kavramsal bilgiye sahip olmadıklarını da gösteriyor. İrrasyonel sayıları “virgülden sonra basamakları sayılamayan sayılar” şeklinde tanımlayan öğretmen adayının 3 öğretmen adayı olduğunu görüyoruz. Ancak öğretmen adaylarının bu tanımlarında “devirsiz” ifadesini kullanmadıkları görülüyor. İki tanımı da birlikte kullanan öğretmen adayının olmaması bize öğretmen adaylarının kavramların farklı temsillerinden habersiz olduklarını gösteriyor. Tanımlar arasında köklü sayılardan faydalanarak tanım yapan öğretmen adaylarının olması ise büyük bir sıkıntının varlığını gösteriyor. Öğretmen adayları içinden irrasyonel sayıları köklü sayılar, e, π gibi sayılar diye tanımlayanların olduklarını görüyoruz. Bu öğretmen adaylarının değişik irrasyonel sayılarla karşılaştıklarında yetersiz kalmalarının normal olduğunu söyleyebiliriz. Aynı zamanda bunun öğretim esnasında kullanılması öğrencilerin de sabit birkaç irrasyonel sayıyı öğrenmelerine neden olacaktır. 2004 yılında Rina Zazkis ve Natasa Sirotic’ in yaptıkları araştırmalarında benzer sonuçlar elde edilmiştir. Öğretmen adayları işlemler sorulduğunda da bu tanımları kullanarak cevap verdiklerinden hatalı cevaplar vermektedirler. Hatta rasyonel olan bir sayıyı kök içine alıp irrasyonel diyen öğretmen adaylarına rastlanmaktadır. Öğrencilerin kavramları öğrenirken düşünmelerinin gerekliliği vurgulanmalıdır. Farklı temsil biçimlerini mutlaka öğrenmelidirler ve kullanmalıdırlar. Öğretim sırasında tek bir tanıma veya temsile bağlı kalınmamalıdır.

Öğretmen adaylarının irrasyonel sayıların toplama işleminin kapalılık özelliğinin olduğunu düşündüklerini, ‘0’ ı veya iki terimden oluşan irrasyonel sayıyı düşünebilen öğretmen adayı sayısının yalnız 14 olduğunu görüyoruz. Çarpma işleminin kapalılık özelliği sorulduğunda ise birçok öğretmen adayının aynı iki köklü sayının çarpımının sonucunu düşünebilmiş oldukları görülüyor. Öğretmenlerin konulara bakış açılarını genişletmeleri gerekliliğini vurgulayabiliriz.

Araştırmada sorulara “bilmiyorum” diyen veya cevap vermeyen öğretmen adaylarının da fazla olması konunun genel olarak üzerinde durulmadan geçilen bir konu olduğunun göstergesi olabilir. Okullarda konu işlenirken yeterince açık bir şekilde öğrencilere verilmemekte ve kısaca bahsedilip geçilmektedir. Bu da sonradan öğrencilerde hatalı anlayışlar oluşmasına, konu ile ilgili sezgileri yardımıyla doğru veya yanlış zihinlerinde farklı yorumlar oluşturmalarına neden olabilmektedir. Konuyu tam anlayamayan öğrenciler konu ile ilgili çeşitli sorularla karşılaştıklarında da akıl yürütmekte zorlanmaktadırlar. Öğretmen adaylarının bilgi düzeyleri de gelecekteki öğrencilerin yetişmesi için oldukça önemlidir.

Araştırma sonuçlarına bakarak irrasyonel sayılar konusunda ortaokuldan başlayıp lisans bitimine kadar öğrencilerde büyük bir sıkıntının olduğunu söyleyebiliriz.

Öğrencilere düşünmelerini sağlayacak etkinliklerin sunulması gerekmektedir. Bilgi programlarda olduğu gibi aktarılmamalı öğrencilerin nasıl algılayabilecekleri düşünülerek hatalı anlayışların oluşmasına sebep olunmadan ayrıntılı bir şekilde farklı temsillerden yararlanılarak öğrencilere anlatılmalıdır. Öğrencilerin sorgulayan araştıran bireyler olarak yetişmesine özen gösterilmelidir. Bu nedenle matematik eğitiminin kalitesini artırmak için öğretim programındaki değişikliklere paralel olarak matematik öğretmenlerinin de belli bir eğitimden geçmesi gereklidir.

5. 2. Öneriler

Matematik eğitiminde yapılan yenilikler öğretmenlerin, öğrencilerinin işlemsel, kavramsal ve sezgisel anlamalarını geliştirmelerine yardımcı olmalarını gerektirmektedir. Öğretmenlerden kavramsal anlamayı sağlayacak şekilde öğretmesi isteniyorsa, bu isi yapmadan önce kendilerinin öğreteceği matematiği kavramsal olarak iyi bir şekilde öğrenmesi eğitimleri sırasında sağlanmalıdır. Üniversite eğitimleri süresince öğretmen adaylarına öğretecekleri matematik konuları ile ilgili derinlemesine anlam oluşturma fırsatı sağlanmalıdır. Lubinski ve Fox (1998) aday öğretmenlere böyle fırsatlar verilirse mutlaka kendilerine öğretildiği gibi değil, mantıklı düşünmeyi, anlamlandırmayı temel alarak öğreteceklerini ve gelecekteki sınıfları için etkinliklerini matematiksel anlayış geliştirme çerçevesinde planlayacaklarını ifade etmektedir. Hizmet içi öğretmenlere de eğitim kurslarında öğrenme kuramlarını, öğretim yöntemlerini teorik olarak anlatmak yerine anlam merkezli görevler verilebilir. Örneğin öğretim esnasında ‘pi sayısı ,e sayısı gibi sayılar irrasyonel sayılardır’ demek yerine irrasyonel sayıların ne olduğunu anlamalarının sağlanması gereklidir. Öğretimde irrasyonel sayıların farklı tanımlarına ve temsil biçimlerine yer verilmelidir. Öğrencilerin bu temsil biçimleri üzerine düşünmeleri sağlanabilir. İrrasyonel sayıların ne anlama geldiğini ve irrasyonel sayılarla ilgili işlemleri yaparken farklı düşüncelerin neler olabileceği tartışılabilir.

Öğretim esnasında öğretmenler öğrencilerine bilgiyi aktaran kaynak, öğrenciler de pasif alıcılar olmamalıdır. Öğrencileri düşündürmeye, kendi yaklaşımlarını geliştirmelerine yönelik bir çaba sarf etmeleri gerekmektedir. Öğretmenler kendi matematiksel bilgilerini kullanarak öğrencilerin düşüncelerini yorumlayarak öğretimini bu yönde şekillendirmelidirler. Bir öğretmenin kavramsal düzeyde sahip olduğu matematik bilgisi, öğrencilerine kendi anlamalarını ve çözüm yollarını oluşturabilecekleri öğrenme ortamlarını düzenlemesine olanak sağlamalıdır.

Öğretmenler eğitimleri boyunca geleneksel yaklaşımların dışında farklı deneyimlerle tanışmamakta ve böylece işlemsel matematik görüşlerini meslek yaşamlarına taşıyamamaktadırlar. Matematik eğitiminde yapılan yenilikler çerçevesinde yalnızca ilköğretim matematik programının değiştirilmesi yeterli değildir. Öğretmen yetiştirme programlarında da bir takım yenilikler yapılması gerekmektedir. Ayrıca hizmet içi öğretmenlerin de kavramsal anlamayı sağlayan matematik öğretimi yaklaşımlarını sadece teorik olarak değil uygulamaya yönelik olarak da tanıması sağlanmalıdır.

Öğretmenler irrasyonel sayıların tanımını köklü sayılar veya kesirler ile bağlantı kurarak verip geçmemeli, öğrencilerin algılarını düşünerek ayrıntılı bir şekilde ve farklı temsillerle tanımını yapabilmelidir. Ortaokuldan üniversite bitimine kadarki öğrencilerde hatalı algıların olması konunun baştan da sonradan da yeterince üzerinde durulmadığını göstermektedir.

Yapılacak olan araştırmalarda öğretmenlerin irrasyonel sayıları nasıl anlattıkları üzerine yoğunlaşılıp öğretmenler üzerinde bir araştırma yapılabilir. Öğretmenlerin konuyu öğrencilere nasıl aktardıkları gözlemlenebilir. Ayrıca lise öğrencilerinin de irrasyonel sayıları nasıl algılıyor oldukları araştırılabilir.

İleride yapılacak olan araştırmalarda aşağıdaki sorulara yanıt aranması faydalı görünmektedir.

1. Farklı illerden öğretmen adayları ile benzer araştırmalar yapılarak aynı sonuçlara ulaşılabilir mi?
2. Farklı illerden öğrenciler benzer araştırmalar yapılarak aynı sonuçlara ulaşılabilir mi?
3.Matematik öğretmenleri irrasyonel sayıları ve irrasyonel sayılarla ilgili işlemleri nasıl yorumlamaktadırlar?
4. Lise öğrencileri irrasyonel sayıları ve irrasyonel sayılarla ilgili işlemleri nasıl yorumlamaktadırlar?
5. Matematik öğretmenlerinin irrasyonel sayılar ile ilgili bilgileri ile bu öğretmenlerin öğrencilerinin bilgileri arasında nasıl bir ilişki vardır?

KAYNAKÇA

Aksu, M. (1997). *Student Performance in Dealing With Fractions.* The Journal of Educational Research, 90(6), p 375- 380.

Aksu, M., Demir, C. ve Sümer, Z. (1998). *Matematik Ögretmenlerinin ve Ögrencilerinin Matematik Hakkındaki İnançları.* III. Ulusal Fen Bilimleri Sempozyumu, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

Albayrak, M. (2000). *İlköğretimde Matematik ve Öğretimi.* İkinci Baskı, Aşık Matbaası, Ankara.

Altun, M. (2002). *İlkögretim İkinci Kademede Matematik Ögretimi.* İstanbul

Aztekin, S. (2008). *Farklı Yaş Gruplarındaki Öğrencilerde Yapılanmış Sonsuzluk Kavramının Yapılandırılması,* Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.

Baştürk, S., Dönmez, G. (2008). *Üniversite mezunu yetişkinlerde sayı kavram,.* VIII. Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Bolu, Türkiye.

Baykul, Y. (2003). *Matematik Öğretimi ve Bazı Sorunlar,* Başkent Üniversitesi Eğitim Fakültesi, Ankara.

Baykul, Y. (2002). *İlkögretimde Matematik Ögretimi.* Ankara: Pegem Yayıncılık.

Bergson, H.(1946) (İngilizce). *The Creative Mind: An Introduction to Metaphysics.* New York: Kensington Publishing Corp. S. 159-162

Bilgin, İ., Geban, Ö.(2001). *Benzeşim (Analoji) yöntemini kullanarak Lise-2. sınıf öğrencilerinin kimyasal denge konusundaki kavram yanılgılarının giderilmesi.* Yeni Bin Yılın Başında Fen Bilimleri Eğitimi Sempozyumu, Maltepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi, 7-8 Eylül, İstanbul. Bildiriler Kitabı, s 372-377.

Bruner, J. S. (1983). Intuitive and analytic thinking. M. Donaldson, R. Grieve ve C. Pratt. (Eds). Early childhood development and education: Readings in psychology. Oxford: Basil Blackwell

Bulut, G. vd. (2003). *Pisagorcular-Temel Kavramlar; Reel sayılar, İrrasyonel Sayılar, Rasyonel Sayılar,* Ders Notları, Gazi Üniversitesi, Ankara.

Cansüngü Koray, Ö., Bal, Ş., (2002). *Fen öğretiminde kavram yanılgıları ve kavramsal değişim stratejisi*. Kastamonu Eğitim Dergisi, Cilt.10, No.1, 83-90

Dursun, Ş., Dede, Y. (2004). *Öğrencilerin matematikte başarısını etkileyen faktörler: matematik öğretmenlerinin görüşleri bakımından.* GÜ, Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi, Cilt .24, Sayı.2, 217-230

Ersoy, Y.(2003). *"Matematik okur yazarligi - I: Genel amaçlar ve yeterlikler". Matematik Sempozyumu-2002 Bildiri Kitabi, (5-8 Haziran 2002, Ankara) (Düzenleme: O. Çelebi, Y. Ersoy, G. Öner).* Ankara: Matematikçiler Derneği Yay.

Ersoy, Y., Ardahan, H. (2003). *İlkögretim Okullarında Kesirlerin Ögretimi-II Tanıya Yönelik Etkinlikler Düzenleme.* Matematik köşesi makaleleri. Ankara.

Fazlıoğlu, İ. (1996). *Euclides Geometrisi ve Kelam*, Türkiye I. İslâm Düşüncesi Sempozyumu, İstanbul, 24 - 27 Ekim

Fischbein, E., Jehiam, R., ve Cohen, C. (1995). The concept of irrational number in high school student and prospective teachers. *Educational Studies in Mathematics*, 29. 29-44

Fishbein, E., Jehiam, R., ve Cohen, *C.* (1994). The irrational numbers and the correponding epistemological obstacles. *In da Ponte J.P. & Matos, J.F. (Eds.), Proceedings of the 18th International conference for Psychology of Mathematics Education, Vol.2 (pp.352-359).* Lisbon, Portugal

Güven, Y. (2002). *Erken çocukluk döneminde sezgisel düşünme ve matematik.* V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi. Ankara, Türkiye.

Güven, B., Çekmez, E. ve Karataş, İ . (2011) *Examining Preservice Elementary Mathematics Teachers' Understandings about Irrational Numbers.* PRIMUS: Problems, Resources, and Issues in Mathematics Undergraduate Studies, 21:5, 401-416

Hiebert, J., Lefevre, P. (1986). *Conceptual and Procedural Knowledge in Mathematics: An Introductory Analysis.* The Case of Mathematics, 1-28.

Işık, A.,Sırmacı, N. ve Işık, S., (2001). *İlköğretim matematik eğitiminde kavram öğretimindeki güçlükler ve giderilmesi.* Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi, Cilt.3, Sayı.1, s. 64-75

J. Math Öğr. (2009). *Irrasyonel sayılar hakkında genç öğrencilerin incelenmesi/ rq inançlar (Çince)* 18, No 4, 38-41

Kara F., Delice A., (2012). *Kavram Tanımı mı? Yoksa Kavram İmgeleri mi? İrrasyonel Sayıların Temsilleri,* Kongre, Niğde.

Küçük, A., Demir, B. (2009). *İlköğretim 6-8.Sınıflarda Matematik Öğretiminde karşılaşılan bazı kavram yanılgıları üzerine bir çalışma,* Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi, 97-112

MEB. (2004). *PISA 2003 Projesi*. Milli Egitim Bakanlıgı Ulusal Ön Raporu. Ankara.

Moralı,S., Köroğlu, H. ve Çelik, A., (2004). *Buca eğitim fakültesi matematik öğretmen adaylarının soyut matematik dersine yönelik tutumları ve rastlanan kavram yanılgıları.* GÜ, Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi, Cilt.24, Sayı.1, s.161-175.

Mullis, et al. (2000). *TIMSS 1999*: *International Mathematics Report: Findings from IEAS Repeat of the Third International Mathematics and Science Study at the Eight Grade*. International Study Center, Boston College, Chesnut Hill.

Niven, İ. (2001). *An İntroduction To The Theory Of Mathematics*, Brooks/Cole Pub Co ; 9 Edition, January 1

Pesen, C., Odabaş, A.(2000). *Matematik Ögretimi.* Siirt.

Staley, K. N. (2004). *Tracing the Development of Understanding Rate of Change: A Case Study of Changes in a Pre-service Teacher's Pedagogical Content Knowledge.* Yayınlanmamıs Doktora Tezi.

Sirotic, N., Zazkis, R., (2004). *Irrational numbers: dimensions of knowledge*, in Proceedings of the Conference for Psychology of Mathematics Education – North American Chapter, Toronto, Canada.

Sirotic, N., Zazkis, R. (2007). *Irrational numbers on a number line – Where are they?* International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 38(4), 477-488

Sirotic, N.,Zazkis, R. (2007). *Irrational numbers: The gap between formal and intuitive knowledge.* Educational Studies in Mathematics*, 65*(1), 49-76

Sinclair, N., Zazkis, R. and Liljedahl, P. (2004). *Number Worlds: Visual and experimental access to number theory concepts.* International Journal of Computers in Mathematical Learning, 8*(3), 235-26*3

Toluk, Z., Olkun, S. (2003). *İlkögretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretim,* Ankara: Anı Yayıncılık.

Ülgen, G. (2001). "*Kavram Geliştirme*", Pegem Yay., Ankara.

Yürük, N., Çakır, Ö.S. ve Geban, Ö. (2000). *Kavramsal Değişim Yaklaşımının Hücresel Solunum Konusunda Lise Öğrencilerinin Biyoloji Dersine Karşı Tutumlarına Etkisi.* IV. Fen Bilimleri Eğitimi Kongresi, Hacettepe Üniversitesi 6-8 Eylül Ankara.

Zazkis, R., Sirotic, N. (2004). *Making sense of irrational numbers: focusing on representation*, in Proceedings of 28th International Conference for Psychology of Mathematics Education, Bergen, Norway, Vol. 4, pp. 497–505.

EK 1(ÖĞRENCİLERE UYGULANAN TEST)

Sevgili öğrenciler! Bu test sizin İrrasyonel Sayılarla ilgili öğrenme eksikliklerinizi belirlemek amacıyla hazırlanmıştır. Bu sorulara verdiğiniz cevaplar okuldaki puanlarınızı etkilemeyecektir.

Cevaplayacağınız test 10 sorudan oluşmaktadır.

Soruları altlarında bulunan boşluklara cevaplayınız. Vermiş olduğunuz cevabın nedenini bırakılan boşluğa yazmayı unutmayınız.

Sorulara cevap verirken kurşun kalem kullanınız.

Test için toplam cevaplama süreniz 40 dakikadır. Başarılar.

SORULAR

1) $2\sqrt{3}$ için aşağıda verilenlerden hangisi yada hangileri doğrudur? Nedenini yazınız.

I.İrrasyoneldir II. İrrasyonel değildir III. Rasyoneldir IV. Rasyonel değildir

2) π için aşağıda verilen ifadelerden hangisi yada hangileri doğrudur? Nedenini yazınız

I. İrrasyonel sayı II. Rasyonel sayı III.Reel sayı IV.Tam sayı

3) Aşağıda verilen açıklamalardan hangisi yada hangileri doğrudur? Nedenini yazınız.

I. Rasyonel sayılar kümesi irrasyonel sayılar kümesinin alt kümesidir.

II. İrrasyonel sayılar kümesi rasyonel sayılar kümesinin alt kümesidir.

III. İrrasyonel sayılar reel sayı değildir.

IV. İrrasyonel sayılar kümesi reel sayılar kümesinin alt kümesidir.

4) 2,984052…. için aşağıda verilenlerden hangisi veya hangileri doğrudur? Nedenini yazınız.

I.İrrasyoneldir II. İrrasyonel değildir III. Rasyoneldir IV. Rasyonel değildir

5) $\sqrt{2}$ için aşağıda verilen ifadelerden hangisi yada hangileri doğrudur? Nedenini yazınız.

I. İrrasyonel sayı II. Rasyonel sayı III.Reel sayı IV.Tam sayı

6) $\sqrt{9}$ için aşağıda verilen ifadelerden hangisi yada hangileri doğrudur? Nedenini yazınız.

I. İrrasyonel sayı II. Rasyonel sayı III. Reel sayı IV. Tam sayı

7) $\frac{22}{7}$ için aşağıda verilen ifadelerden hangisi yada hangileri doğrudur? Nedenini yazınız.

I.İrrasyonel sayı II. Rasyonel sayı III. Reel sayı IV.Tam sayı

8) İrrasyonel sayılar ile rasyonel sayılar kümelerinin birleşimi olan küme hangisidir? Rasyonel sayıları Q ve irrasyonel sayıları I ile göstererek Venn şeması ile gösteriniz.

A) Tam sayılar kümesi B) Doğal sayılar kümesi

C) Reel sayılar kümesi D) Sayma sayılar kümesi

9)$13,\overline{2}$ için aşağıda verilen ifadelerden hangisi yada hangileri doğrudur? Nedenini yazınız.

I.İrrasyonel sayı II. Rasyonel sayı III. Reel sayı IV. Tam sayı

10) $2\sqrt{5}$ için aşağıda verilen ifadelerden hangisi yada hangileri doğrudur? Nedenini yazınız.

I. İrrasyonel sayı II. Rasyonel sayı III. Reel sayı IV. Tam sayı

EK 2(ÖĞRETMEN ADAYLARI İLE GÖRÜŞME)

Sevgili öğretmen adayları! Öğrenciler tarafından yeterince bilgi sahibi olunmadığı gözlemlenen Matematik dersi Sayılar konusu içerisinde geçen İrrasyonel Sayılar konusundaki bilgi ve kavram yanılgıları ile ilgili yapılan araştırma doğrultusunda aşağıdaki soruları cevaplandırınız.

1-İrrasyonel sayıyı ve rasyonel sayıyı nasıl tanımlarsınız?
2-İrrasyonel sayılarda toplama işleminin kapalılık özelliği var mıdır? Açıklayınız.
3-İrrasyonel sayılarda çarpma işleminin kapalılık özelliği var mıdır? Açıklayınız.
4-Bir rasyonel sayı ile bir irrasyonel sayının toplamının irrasyonel olup olmadığını açıklayınız.
5-Bir rasyonel sayı ile bir irrasyonel sayının çarpımının irrasyonel olup olmadığını açıklayınız.
6-İrrasyonel sayılara sayı doğrusu üzerinde karşılık gelen noktalar var mıdır? Varsa bu noktaları nasıl buluruz?
7- I.İrrasyonel sayılar rasyonel sayılardan daha fazladır. II. Rasyonel sayılar irrasyonel sayılardan daha fazladır. Sizce hangisi doğrudur? Neden?
8-Her irrasyonel sayı karekökle ifade edilir mi? Düşüncelerinizi yazınız.
9-İrrasyonel sayılar cebirsel mi yoksa transandant mıdır?
10- $\frac{22}{7}$ sayısının irrasyonel olup olmadığı ile ilgili ne düşünüyorsunuz?
11- I.İrrasyonel sayılar kümesi sayılabilir sonsuz bir kümedir. II.İrrasyonel sayılar kümesi sayılamayan sonsuz bir kümedir. Sizce hangisi doğrudur? Neden?
12- İrrasyonel sayıların virgülden sonra kaç basamağı vardır? Ne düşünüyorsunuz?

Özgeçmiş

Adı Soyadı:	Nur Adıgüzel	İmza:	
Doğum Yeri:	Cihanbeyli		
Doğum Tarihi:	1982		
Medeni Durumu:	Bekar		

Öğrenim Durumu

Derece	Okulun Adı	Program	Yer	Yıl
İlköğretim	50. Yıl İlkokulu		Ağlasun/Burdur	1993
Ortaöğretim	Cumhuriyet Lisesi		Konya	1996
Lise	Cumhuriyet Lisesi	Yabancı Dil Ağırlıklı Lise	Konya	2000
Lisans	Selçuk Üniversitesi/ Meram Eğitim Fakültesi	İlköğretim Matematik Öğretmenliği	Konya	2004
Yüksek Lisans				

Becerileri:	Matematik Soruları Çözmek, Fotoğraf Çekmek, Yüzmek
İlgi Alanları:	Matematik Soruları Çözmek, Fotoğrafçılık, Dağcılık, Spor
İş Deneyimi:	2002 yılında bir dershanede etüt dersleri vermeye başladım. 2005 şubat ayında i.matematik öğretmeni olarak Van ili emrine atandım. 3,5 yıl orada görev yaptıktan sonra Konya Karatay ilçesi Yenikent İlköğretim Okulu'nda 1 yıl matematik öğretmeni, 1 yıl müdür vekili olarak görev yaptım. Daha sonra Karatay ilçesi İbrahim Sulhiye Kamanlı İlköğretim Okulu'na tayinim çıktı. Orada da 2 yıl matematik öğretmeni olarak çalıştım. Şu an Yaşar Doğu Ortaokulu' nda matematik öğretmeni olarak görev yapmaktayım.

Aldığı Ödüller:	Görevimde çalışmalarımdan dolayı 1 Teşekkür Belgesi, 1 Takdir Belgesi
Hakkımda bilgi almak için önerebileceğim şahıslar:	Yard. Doç. Dr. Abdullah Selçuk KURBANLI Yard. Doç. Dr. Ahmet CİHANGİR
Tel:	05052266251
Adres	Süleyman Çelebi Mh. Dosteli Cd. Şeyda Sk. Şentürkler St. A Blok 1. Giriş No:2 Selçuklu/ Konya