



**MEDYAN SIRALI KÜME ÖRNEKLEMESİ KULLANILARAK
SHRINKAGE TAHMİNİ**

Kübra GÜRSOY

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
İSTATİSTİK ANA BİLİM DALI**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

TEMMUZ 2019

Kübra GÜRSOY tarafından hazırlanan “MEDYAN SIRALI KÜME ÖRNEKLEMESİ KULLANILARAK SHRINKAGE TAHMİNİ” adlı tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından OY BİRLİĞİ ile Gazi Üniversitesi İstatistik Ana Bilim Dalında YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Danışman: Doç. Dr. Meral EBEGİL

İstatistik Ana Bilim Dalı, Gazi Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu onaylıyorum.



Başkan: Doç. Dr. Nursel KOYUNCU

İstatistik Ana Bilim Dalı, Hacettepe Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu onaylıyorum.



Üye: Prof. Dr. Yaprak Arzu ÖZDEMİR

İstatistik Ana Bilim Dalı, Gazi Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu onaylıyorum.



Tez Savunma Tarihi: 12/07/2019

Jüri tarafından kabul edilen bu çalışmanın Yüksek Lisans Tezi olması için gerekli şartları yerine getirdiğini onaylıyorum.

.....
Prof. Dr. Sena YAŞERLİ
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

ETİK BEYAN

Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Tez çalışmada yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu,

bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.



.....
Kübra GÜR SOY

12/07/2019

MEDYAN SIRALI KÜME ÖRNEKLEMESİ KULLANILARAK SHRINKAGE TAHMİNİ

(Yüksek Lisans Tezi)

Kübra GÜR SOY

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Temmuz 2019

ÖZET

Yığına ilişkin istatistiksel bir çıkarım yapabilmek için öncelikle yığın parametreleri tahmin edilmeye çalışılır. Bu amaç doğrultusunda sapmasız tahmin ediciler yaygın olarak kullanılır. Sapmasız tahmin edicilerin büyük varyansa sahip olmaları durumunda yanlış bulgulara neden olmamak için daha küçük ortalama hata kareye sahip sapmalı tahmin edicilerin kullanılması söz konusu olabilir. Sapmalı tahmin edicileri elde etme yöntemlerinden bir tanesi shrinkage tahmin yöntemidir. Shrinkage tahmin yöntemleri yardımıyla yığın parametreleri için sapmasız tahmin ediciye göre daha küçük ortalama hata kare değerine sahip sapmalı tahmin ediciler elde edilebilir. Bu doğrultuda ilgilenilen değişkenin ölçümünün zor ya da pahalı olduğu durumlar için shrinkage tahmin yönteminde örnek birimlerinin genellikle elde edildikleri varsayılan basit tesadüfi örnekleme alternatif olarak sıralı küme örnekleme ve medyan sıralı küme örnekleme ele alınmıştır. Bu çalışmada shrinkage tahmin yöntemine dayalı sapmalı tahmin edicinin sıralı küme örnekleme ve medyan sıralı küme örnekleme altında etkinliği incelenmiştir. Bunun için öncelikle normal dağılım konum parametresinin basit tesadüfi örnekleme, sıralı küme örnekleme ve medyan sıralı küme örnekleme altında shrinkage tahmin edicileri elde edilmiştir. Daha sonra tahmin edicilerin ortalama hata karelerini karşılaştırmak üzere Monte Carlo simülasyon çalışması yapılmıştır. Farklı örnek çapları ve farklı shrinkage faktörleri altında yapılan bu simülasyon çalışması sonucunda, medyan sıralı küme örnekleme altında elde edilen shrinkage tahmin edicilerinin incelenen diğer örnekleme yöntemleri altında elde edilen shrinkage tahmin edicilerden daha etkin sonuçlar verdiği görülmüştür. Aynı zamanda yapılan uygulama ile de medyan sıralı küme örnekleme altında elde edilen shrinkage tahmin edicilerinin incelenen diğer örnekleme yöntemleri altında elde edilen shrinkage tahmin edicilerden daha küçük ortalama hata kareye sahip olduğu teorik olarak gösterilmiştir.

Bilim Kodu : 20510
Anahtar Kelimeler : Sıralı Küme Örnekleme, Medyan Sıralı Küme Örnekleme, Ortalama Hata Kare, Shrinkage Tahmin
Sayfa Adedi : 67
Danışman : Doç. Dr. Meral EBEGİL

SHRINKAGE ESTIMATION USING MEDIAN RANKED SET SAMPLING

(M. Sc. Thesis)

Kübra GÜRSOY

GAZİ UNIVERSITY

GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES

July 2019

ABSTRACT

In order to make a statistical deduction about any population firstly parameters of the population are tried to be determined. For this purpose unbiased estimators are widely used. If the unbiased estimator has high variance, it may be mentioned that using biased estimators with smaller mean square error to avoid false findings. One of the various estimation methods developed of minimize such errors is the shrinkage estimation method. For population parameters estimators which have smaller mean square error than that of unbiased estimators can be obtained by the help of shrinkage estimation methods. Accordingly, in cases where the measurement of the variable of interest is difficult or expensive, ranked set sampling and median ranked set sampling are handled as an alternative to the simple random sampling, where the sample units are generally obtained in the shrinkage estimation method. In this study, the efficiency of the biased estimator based on shrinkage estimation method under ranked set sampling and median ranked set sampling was researched. To do this, primarily, shrinkage estimators were obtained under simple random sampling ranked set sampling and median ranked set sampling, of the normal distribution location parameter. Then the Monte Carlo simulation study was carried out to compare estimators mean square error. As a result of this simulation study performed under different sample diameters and different shrinkage factors, it was shown that the shrinkage estimators obtained under median ranked set sampling gave more efficient results than the shrinkage estimators under other examined sampling methods. In addition, it was theoretically shown that shrinkage estimators obtained under median ranked set sampling had a smaller mean error square than the shrinkage estimators obtained under the other sampling methods examined.

Science Code : 20510
Keys Words : Ranked Set Sampling, Median Ranked Set Sampling, Mean Square Error, Shrinkage Estimation
Page Number : 67
Supervisor : Assoc. Prof. Dr. Meral EBEGİL

TEŞEKKÜR

Öğrenim hayatım boyunca takdire şayan fedakârlıklarıyla ve destekleriyle her zaman yanımda olan değerli annem Nezaket ALGAN ve babam Şenol ALGAN' a tezimi ithaf ediyorum. Tez konumun belirlenmesi, araştırma aşaması, yön tayini ve tamamlanması boyunca değerli yardım ve katkılarını benden esirgemeyen, yanında çalışmaktan onur duyduğum ve ayrıca tecrübelerinden yararlanırken göstermiş olduğu hoşgörü ve sabırdan dolayı danışman hocam Doç. Dr. Meral EBEGİL ve danışman hocam kadar bana destek olan Prof. Dr. Yaprak Arzu ÖZDEMİR' e, ayrıca fikirleri ile bana yol gösteren, kıymetli görüşlerinden faydalandığım hocam Doç. Dr. Fikri GÖKPINAR' a teşekkür ederim. Ayrıca tezimin başlangıcından bitimine kadar bana inanan, çalışmalarımda yapmış olduğu katkılardan ve manevi desteklerinden dolayı, insani ve ahlaki değerleri ile de örnek edindiğim değerli eşim Serkan GÜRSOY' a, bu zorlu yolda göstermiş olduğu ilgi ve anlayıştan dolayı tüm yöneticilerime ve çalışma arkadaşlarıma teşekkür ederim. Hepsine ayrı ayrı bana ayırdıkları değerli zaman ve sağladıkları destek için minnettarım.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	iv
ABSTRACT.....	v
TEŞEKKÜR.....	vi
İÇİNDEKİLER	vii
ÇİZELGELERİN LİSTESİ	ix
ŞEKİLLERİN LİSTESİ.....	x
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	xii
1. GİRİŞ.....	1
2. SHRINKAGE TAHMİN YÖNTEMİ.....	5
2.1. Thompson (1968) Tarafından Önerilen Shrinkage Tahmin Yöntemi.....	5
2.2. Normal Dağılımda Konum Parametresi için Shrinkage Tahmin Edicisi.....	7
2.2.1. Konum parametresi μ için shrinkage tahmin edicisi.....	7
2.2.2. Konum parametresi μ için shrinkage tahmin edicisine ilişkin ortalama hata kare	7
3. ÖRNEKLEME YÖNTEMLERİ	11
3.1. Basit Tesadüfi Örneklemeye	11
3.2. Sıralı Küme Örneklemesi	12
3.2.1. Sıralı küme örneklemesi yöntemi ile örnek seçimi	13
3.2.2. Sıralı küme örneklemesi ile yığın ortalamasının tahmini.....	15
3.2.3. Sıralı küme örneklemesi altında konum parametresi μ için shrinkage tahmin edicisine ilişkin ortalama hata kare.....	16
3.3. Medyan Sıralı Küme Örneklemesi	19
3.3.1. Medyan sıralı küme örneklemesi yöntemi ile örnek seçimi.....	19
3.3.2. Medyan sıralı küme örneklemesi altında konum parametresi μ için shrinkage tahmin edicisine ilişkin ortalama hata kare	24
4. UYGULAMA	31

	Sayfa
5. SİMÜLASYON ÇALIŞMASI.....	43
6. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	57
KAYNAKLAR	61
ÖZGEÇMİŞ	65
DİZİN	67



ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge	Sayfa
Çizelge 3.1. $r = 1$ iken SKÖ ile örnek seçimi.....	14
Çizelge 3.2. $r > 1$ iken SKÖ ile örnek seçimi.....	14
Çizelge 3.3. $m=5$ ve $r=1$ için MSKÖ yöntemi ile örnek seçim işlemi	20
Çizelge 3.4. $m=6$ ve $r=1$ için MSKÖ yöntemi ile örnek seçim işlemi	22
Çizelge 4.1. Sahil çamı meşçere tipine ait ölçümler (Cihantimur Özkan, 2014).....	31
Çizelge 4.2. Sıralama yapıldıktan sonra örnek alanlarının kümelerdeki dağılımı	33
Çizelge 4.3. Sıralama ve örnek alanlarının kümelerdeki dağılımı yapıldıktan sonra SKÖ yöntemi ile ağaç orta boyu değişkenine ait örnek seçimi	34
Çizelge 4.4. Sıralama ve örnek alanlarının kümelerdeki dağılımı yapıldıktan sonra MSKÖ yöntemi ile ağaç orta boyu değişkenine ait örnek seçimi.....	34
Çizelge 4.5. Sıralama ve örnek alanlarının kümelerdeki dağılımı yapıldıktan sonra SKÖ yöntemi ile örnek seçimi	35
Çizelge 4.6. Sıralama ve örnek alanlarının kümelerdeki dağılımı yapıldıktan sonra MSKÖ yöntemi ile örnek seçimi	36
Çizelge 4.7. İncelenen örnekleme yöntemleri altında shrinkage tahmin edicisinin karşılaştırılması	37

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 3.1. SKÖ yöntemiyle birimlerin seçilmesi ($n=9, m=3$ ve $r=3$).....	15
Şekil 3.2. MSKÖ yöntemiyle birimlerin seçilmesi ($n=9, m=3$ ve $r=3$).....	20
Şekil 3.3. MSKÖ yöntemiyle birimlerin seçilmesi ($n=9, m=3$ ve $r=3$).....	23
Şekil 5.1. $\sigma = 1, m=3, r=3$ olmak üzere BTÖ, SKÖ ve MSKÖ altında yığın ortalamasına ilişkin elde edilen S_1 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri	44
Şekil 5.2. $\sigma = 1, m=3, r=7$ olmak üzere BTÖ, SKÖ ve MSKÖ altında yığın ortalamasına ilişkin elde edilen S_1 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri	44
Şekil 5.3. $\sigma = 1, m=7, r=3$ olmak üzere BTÖ, SKÖ ve MSKÖ altında yığın ortalamasına ilişkin elde edilen S_1 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri	45
Şekil 5.4. $\sigma = 1, m=7, r=7$ olmak üzere BTÖ, SKÖ ve MSKÖ altında yığın ortalamasına ilişkin elde edilen S_1 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri	45
Şekil 5.5. $\sigma = 1, m=3, r=3$ olmak üzere BTÖ, SKÖ ve MSKÖ altında yığın ortalamasına ilişkin elde edilen S_2 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri	46
Şekil 5.6. $\sigma = 1, m=3, r=7$ olmak üzere BTÖ, SKÖ ve MSKÖ altında yığın ortalamasına ilişkin elde edilen S_2 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri	46
Şekil 5.7. $\sigma = 1, m=7, r=3$ olmak üzere BTÖ, SKÖ ve MSKÖ altında yığın ortalamasına ilişkin elde edilen S_2 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri	47
Şekil 5.8. $\sigma = 1, m=7, r=7$ olmak üzere BTÖ, SKÖ ve MSKÖ altında yığın ortalamasına ilişkin elde edilen S_2 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri	47
Şekil 5.9. $\sigma = 1, m=3, r=3$ olmak üzere BTÖ, SKÖ ve MSKÖ altında yığın ortalamasına ilişkin elde edilen S_3 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri	48
Şekil 5.10. $\sigma = 1, m=3, r=7$ olmak üzere BTÖ, SKÖ ve MSKÖ altında yığın ortalamasına ilişkin elde edilen S_3 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri	48

Şekil	Sayfa
Şekil 5.11. $\sigma = 1, m=7, r=3$ olmak üzere BTÖ, SKÖ ve MSKÖ altında yığın ortalamasına ilişkin elde edilen S_3 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri	49
Şekil 5.12. $\sigma = 1, m=7, r=7$ olmak üzere BTÖ, SKÖ ve MSKÖ altında yığın ortalamasına ilişkin elde edilen S_3 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri	49
Şekil 5.13. $\sigma = 1, m=3, r=3$ olmak üzere BTÖ, SKÖ ve MSKÖ altında yığın ortalamasına ilişkin elde edilen S_4 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri	50
Şekil 5.14. $\sigma = 1, m=3, r=7$ olmak üzere BTÖ, SKÖ ve MSKÖ altında yığın ortalamasına ilişkin elde edilen S_4 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri	50
Şekil 5.15. $\sigma = 1, m=7, r=3$ olmak üzere BTÖ, SKÖ ve MSKÖ altında yığın ortalamasına ilişkin elde edilen S_4 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri	51
Şekil 5.16. $\sigma = 1, m=7, r=7$ olmak üzere BTÖ, SKÖ ve MSKÖ altında yığın ortalamasına ilişkin elde edilen S_4 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri	51
Şekil 5.17. $\sigma = 1, m=3, r=3$ olmak üzere BTÖ, SKÖ ve MSKÖ altında yığın ortalamasına ilişkin elde edilen S_5 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri	52
Şekil 5.18. $\sigma = 1, m=3, r=7$ olmak üzere BTÖ, SKÖ ve MSKÖ altında yığın ortalamasına ilişkin elde edilen S_5 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri	52
Şekil 5.19. $\sigma = 1, m=7, r=3$ olmak üzere BTÖ, SKÖ ve MSKÖ altında yığın ortalamasına ilişkin elde edilen S_5 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri	53
Şekil 5.20. $\sigma = 1, m=7, r=7$ olmak üzere BTÖ, SKÖ ve MSKÖ altında yığın ortalamasına ilişkin elde edilen S_5 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri	53

SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler

Açıklamalar

$E(\bar{X})$	Tahmin edicinin beklenen değeri
m	Küme çapı
n	Örnek çapı
r	Örnek seçim işleminin tekrarı
$Var(\bar{X})$	Yığın ortalamasına ilişkin tahmin edicinin varyansı
\bar{X}	Yığın ortalamasına ilişkin tahmin edici
$X_{(i:m)}$	m çaplı tesadüfi bir örnekteki i ' inci sıra istatistiği
σ^2	Yığın varyansı
$\sigma^2_{(i:m)}$	i 'inci sıra istatistiğinin varyansı
$\hat{\sigma}$	Yığın varyansı tahmini
μ	Yığın ortalaması
$\mu_{(i:m)}$	i 'inci sıra istatistiğinin ortalaması

Kısaltmalar

Açıklamalar

BTÖ	Basit Tesadüfi Örnekleme
ENDOST	En İyi Doğrusal Sapmasız Tahmin Edici
MSKÖ	Medyan Sıralı Küme Örnekleme
OHK	Ortalama Hata Kare
SKÖ	Sıralı Küme Örnekleme

1. GİRİŞ

Yığına ilişkin istatistiksel bir çıkarım yapabilmek için öncelikle yığın parametreleri tahmin edilmeye çalışılır. Bu amaç doğrultusunda sapmasız tahmin ediciler yaygın olarak kullanılır. Beklenen değeri yığın parametresine eşit olan sapmasız tahmin edicilerin büyük varyansa sahip olmaları durumunda yanlış bulgulara neden olmamak için daha küçük Ortalama Hata Kare (OHK)' ye sahip sapmalı tahmin edicilerin kullanılması söz konusu olabilir. Bu tür yanlışlıkları minimize edebilmek için çeşitli tahmin yöntemleri geliştirilmiştir. Bu tahmin yöntemlerinden bir tanesi shrinkage tahmin yöntemidir. Shrinkage tahmin yönteminde, sapmasız tahmin edici OHK' yi en küçükleyecek şekilde bir sabit ile çarpılarak yığın parametreleri için sapmasız tahmin ediciye göre daha küçük OHK değerine sahip sapmalı ve küçük varyanslı yeni bir tahmin edici elde edilir. Bununla birlikte bilinmeyen bir yığın parametresinin tahmininde, ilgilenilen parametre hakkında daha iyi bir tahmin edici elde etmede yararlı olabilecek bazı önsel bilgiler mevcuttur. Shrinkage tahmin yöntemi; parametre hakkındaki önsel bilginin, örnek için önsel nokta tahmininden veya parametreyi içeren aralıktan elde edildiği yöntemlerden biridir (Thompson, 1968; Mehta ve Srinivasan, 1971; Jani, 1991; Kourouklis, 1994). Bilinmeyen yığın parametrelerinin sapmalı ama daha küçük OHK' lı tahminiyle ilgili çeşitli çalışmalar yapılmıştır. Thompson (1968) yığın ortalamasının En İyi Doğrusal Sapmasız Tahmin Edicisi (ENDOST)'nin OHK değerini shrinkage faktörü yardımıyla küçülterek daha iyi bir tahmin ediciye ulaşmaya çalışmıştır. Mehta ve Srinivasan (1971) önsel bilgi mevcutken yığın ortalamasının tahmini üzerine bir çalışma yapmışlardır. Das (1975), Rao ve Singh (1982), Singh ve Katyar (1988) normal dağılımda değişim katsayısının bilindiği varsayımıyla ortalamanın karesinin tahmin problemi üzerinde çalışmışlar ve önerilmiş birkaç tahmin edici ile ilgili özellikleri ortaya koymuşlardır.

Elde edilen bu sapmalı tahmin edicilerin OHK' larının küçük olması etkinlikleri açısından önemlidir. Bu anlamda seçilen örnekleme yöntemi de büyük önem kazanmaktadır. Örnekleme yöntemlerinden Basit Tesadüfi örnekleme (BTÖ) yöntemi, olasılıklı örnekleme yöntemleri içerisinde en çok kullanılan yöntemdir. Fakat BTÖ yönteminde örnek hacmi tahmin edicinin etkinliğini büyük ölçüde etkiler. Yığından seçilen örnek çapı ne kadar büyük ise elde edilen bilgilerde gerçeğe o kadar yakın olur dolayısıyla tahmin edici yığın parametresi için o kadar tutarlı bir tahmin edici olur. Bazı araştırmalarda örnek birimlerinin ilgilenilen değişken bakımından ölçümünün emek, zaman ve maliyet anlamında pahalı

olduğu durumlarla karşılaşmak mümkündür. Dolayısıyla bu tür araştırmalarda, en az örnek büyüklüğü kadar yığını en iyi şekilde temsil edecek bir örnekleme yönteminin kullanılması da önem kazanır. Bu ihtiyaç doğrultusunda doğan küçük örneklerde BTÖ yöntemine göre daha etkin sonuçlar veren Sıralı Küme Örneklemesi (SKÖ) ile SKÖ'nün çeşitli modifikasyonlarından en sık kullanılan Medyan Sıralı Küme Örneklemesi (MSKÖ) ele alınmıştır. SKÖ yönteminde gözlem birimleri, herhangi bir ölçüm gerektirmeden görsel yolla veya ilgilenilen değişkene göre maliyet gerektirmeyen bir yöntemle sıralanıp sıra istatistiklerine dayanan bir yöntemdir ve oluşabilecek sıralama hatalarına duyarlıdır. MSKÖ yöntemi ise her bir kümedeki medyan değerlerine dayanan bir yöntemdir ve örnek seçimi örnek çapının çift ya da tek olmasına göre değişmektedir.

SKÖ ilk olarak 1952 yılında McIntyre (1952) tarafından önerilmiş, Avustralya'daki bir meranın ortalama ürün hâsılat miktarının tahmin edilmesinde kullanılmıştır. Halls ve Dell (1966), bu örnekleme yöntemini sıralı küme örneklemesi (ranked set sampling) adıyla kullanılmasını önermişlerdir. Halls ve Dell SKÖ'ü, Teksas'ın doğusunda yer alan bir ormandaki bitkilerin ve otların ağırlıklarını tahmin etmek için kullanmışlardır. Evans (1967), SKÖ'nün etkinliğini ve verimliliğini ölçmek için bir araştırma yapmıştır. Bu çalışmada SKÖ ile BTÖ'nün etkinliğini de karşılaştırmıştır. Takahasi ve Wakimoto (1968), SKÖ yönteminin matematiksel teorisini oluşturmuşlardır. Takahasi ve Wakimoto, SKÖ ile bulunan yığın ortalaması tahmininin sapmasız ve varyansının BTÖ ile elde edilen tahminin varyansından daha küçük olduğunu göstermişler ancak, sıralamada hata olması durumunu hesaba katmamışlardır. Dell ve Clutter (1972), sıralamadan kaynaklanan hata konusunu incelemişlerdir. Sıralamada hata olsa da olmasa da bulunan yığın ortalaması tahmininin sapmasız olduğunu ve varyansının BTÖ ile elde edilen tahminin varyansından daha küçük olduğunu göstermişlerdir. Stokes (1977) ve Nahhas ve diğerleri (2004), görsel olarak sıralamadan kaynaklanan hataların olması durumunda karşılaşılabilecek değişik modeller önermişler ve SKÖ'nün kullanılmasının tahminler üzerindeki etkileri konusunu araştırmışlardır. Stokes (1980), SKÖ için yığın varyansı tahmini önermiştir. Bu tahminin asimptotik olarak sapmasız olduğunu ve yine asimptotik olarak BTÖ ile bulunan yığın varyansı tahmininden daha duyarlı olduğunu göstermiştir. Bu konudaki en detaylı kaynak araştırması yine Patil ve diğerleri (1997) tarafından yapılmıştır, bir şirketin gaz hatları boyunca oluşan toprak kirliliğini SKÖ kullanarak incelemişlerdir. Yaptıkları bu araştırmadaki verilerin dağılımı fazlasıyla basık olduğu için eşit dağılımların yanı sıra eşit olmayan dağılımları da incelemişlerdir. Bu çalışmada, dağılımla ilgili bazı ön bilgiler

mevcut olduğunda optimum paylaşırma sorununa da değinmişlerdir. Shen (1994), yığın varyansının bilindiği durumda normal dağılım altında yığın ortalamasının hipotez testine ilişkin alternatif bir test önermiştir. Sinha ve diğerleri (1996), normal ve üstel dağılım için yığın parametrelerini tahmin etmek üzere SKÖ' yü kullanarak en iyi doğrusal sapmasız tahmin ediciyi (BLUEs) önermişlerdir. Muttlak (1997), sıralamadaki hata miktarını azaltmak ve tek modlu simetrik dağılımlar için yığın ortalamasını tahmin etmede SKÖ' den daha etkin sonuçlar veren medyana dayalı MSKÖ yöntemini önermiştir. MSKÖ yönteminin, özellikle normal dağılım için BTÖ' ye ve SKÖ' ye göre daha etkin sonuçlar verdiği gösterilmiştir. Ayrıca Muttlak(1998) bu örnekleme yöntemini yığın ortalamasının regresyon tahmini için de kullanmıştır. MSKÖ altında elde edilen tahmin edicinin, BTÖ altında elde edilen tahmin ediciye göre elde edilen regresyon tahmin edicisinden daha etkin olduğu gösterilmiştir. Muttlak ve Abu Dayyeh (1998), yığın ortalamasına ilişkin hipotez testi için, SKÖ ve BTÖ ile elde edilen test istatistiklerini güçleri bakımından karşılaştırmışlardır. Hipotez testlerinde BTÖ yerine SKÖ' nün kullanılması durumunda elde edilen güç değerlerinin daha yüksek olduğunu yaptıkları çalışmalarda göstermişlerdir. Chen (2003), yığına ilişkin medyan, 1. çeyrek ve 3. çeyrek gibi dağılım kartillerinin (quartile) tahmin edilmesinde SKÖ' yü kullanmıştır. Özellikle MSKÖ ile elde edilen tahmin edicinin BTÖ' ye göre elde edilen tahmin ediciden daha etkin olduğunu göstermiştir. Al-Saleh (2003), tüm SKÖ tasarımlarını, uniform, normal ve üstel dağılımları kullanarak, yığın ortalaması ve varyansı için sapmalı ve sapmasız tahmin edici ayırımı yapmaksızın OHK' larına göre simülasyon yoluyla karşılaştırmıştır. Jemain ve diğerleri (2008), çok aşamalı MSKÖ' yü yığın ortalamasını tahmin etmekte kullanmışlardır. Tseng ve Wu (2007), normal ve üstel dağılımına sahip yığın ortalamasına ilişkin hipotez testinde SKÖ ve MSKÖ' yü kullanmışlardır.

Bu çalışmada shrinkage tahmin yöntemine dayalı sapmalı tahmin edicilerinin sapmasız tahmin edicilerden daha etkin olabilmesi için kullanılabilecek örnekleme yöntemleri incelenmiştir. Shrinkage tahmin yönteminde daha etkin sonuçlar veren bir örnekleme yöntemi seçebilmek için örnekleme yöntemlerinden BTÖ yerine SKÖ ile MSKÖ yöntemleri kullanılarak normal dağılım konum parametresi için elde edilen tahmin edicilerin BTÖ altında elde edilen tahmin edicilere göre daha etkin oldukları gösterilmiştir. Shrinkage tahmin yönteminde BTÖ yerine SKÖ ve MSKÖ kullanılarak yeni tahmin ediciler elde edilmiştir. Ayrıca İstanbul Sarıyer Orman İşletme Şefliği' nin sınırları içinde kalan arazide yapılmış ölçümlerden elde ettikleri verilerine (Cihantimur Özkan, 2014) dayanarak yapılan

sayısal örnekte ormandaki ağaç envanterinin tahmin edilmesinde SKÖ altında shrinkage tahmin edicisi ile MSKÖ altında shrinkage tahmin edicisinin OHK' ları uygulamalı olarak bulunup etkinlikleri karşılaştırılmış ve sonuçlar yorumlanmıştır. Daha sonra tahmin edicilerin OHK' ları karşılaştırmak üzere Monte Carlo simülasyon çalışması yapılmıştır. Farklı örnek çapları ve farklı shrinkage faktörleri altında yapılan bu simülasyon çalışması ile yapılmış uygulama sonucunda MSKÖ altında elde edilmiş olan shrinkage tahmin edicisinin SKÖ ve BTÖ altında elde edilmiş olan shrinkage tahmin edicisinden daha küçük OHK' ya sahip olduğu gözlenmiştir.



2. SHRINKAGE TAHMİN YÖNTEMİ

Yığına ilişkin istatistiksel çıkarım yapabilmek için yığının parametrelerini tahmin etmeye çalışmak önemli bir problemdir. Bu amaçla sapmasız tahmin ediciler sıkça tercih edilir. Beklenen değeri yığın parametresine eşit olan sapmasız tahmin edicilerin büyük varyansa sahip olmaları durumunda daha küçük OHK'ya sahip sapmalı tahmin edicilerin kullanılması çıkarsama yapmak açısından önemlidir, bu sapmalı tahmin yöntemlerinden bir tanesi shrinkage tahmin yöntemidir.

Sapmalı tahmin yöntemlerinin kullanılmasındaki genel amaç, büyük olan varyans alanını küçük bir yan karşılığında daraltmaktır. Böylece elde edilen sapmalı tahmin ediciler kullanılarak parametre hakkında yapılan çıkarsamalar ile sapmasız tahmin edicilere göre daha doğru sonuçlar elde edilebilir. Bu yüzden en küçük OHK'ya sahip tahmin edici her zaman tercih sebebidir. OHK değeri, farklı tahmin edicilerin karşılaştırılmasında kriter olarak kullanılır. Bunun yanında en küçük sapma da önemlidir ve göz önünde bulundurulmalıdır.

Shrinkage tahmin yöntemine göre sapmasız tahmin ediciler, OHK'yı en küçükleyecek şekilde belirlenen bir sabitle (c - shrinkage faktörü) çarpılarak, sapmalı ve küçük OHK'lı yeni bir tahmin edici elde edilir (Ebegil ve diğerleri, 2006; Özdemir ve Ebegil, 2012).

2.1. Thompson (1968) Tarafından Önerilen Shrinkage Tahmin Yöntemi

Thompson (1968) tarafından bir "önsel bilgi" doğrultusunda ENDOST, shrinkage faktörü olan c ile çarpılarak elde edilen daraltılmış bir tahmin edici ele alınmıştır.

c , $0 < c \leq 1$ aralığında bir sabit, $\hat{\theta}$ değeri, θ parametresinin tahmin edicisi ve θ_0 değeri, θ parametresinin önsel değeri olmak üzere θ parametresi için,

$$\hat{\theta}_s = \hat{c}(\hat{\theta}) + (1 - \hat{c})\theta_0 \quad (2.1)$$

şeklinde yeni bir tahmin edici önerilmiştir. Bu tahmin edici genel olarak bir shrinkage tahmin edicisi olarak adlandırılır. Eş. 2.1'deki ifade düzenlendiğinde, Eş. 2.2'deki eşitlik elde edilir.

$$\hat{\theta}_s = \hat{c}(\hat{\theta} - \theta_0) + \theta_0 \quad (2.2)$$

Thompson (1968) tarafından Eş 2.2' de önerilen tahmin edicideki shrinkage faktörü olan c parametresi, $E[c(\hat{\theta} - \theta_0) - (\theta - \theta_0)]^2$ ifadesini, dolayısıyla önerilen tahmin ediciye ilişkin OHK' yı en küçükleyecek şekilde belirlenmiştir. Buradan hareketle $\hat{\theta}_s$ tahmin edicisine ait OHK,

$$\begin{aligned} E[c(\hat{\theta} - \theta_0) - (\theta - \theta_0)]^2 &= E[c^2(\hat{\theta} - \theta_0)^2 - 2c(\hat{\theta} - \theta_0)(\theta - \theta_0) + (\theta - \theta_0)^2] \\ &= c^2E[(\hat{\theta} - \theta_0)^2] - 2c(\theta - \theta_0)E[(\hat{\theta} - \theta_0)] + (\theta - \theta_0)^2 \\ &= c^2[Var(\hat{\theta}) + \{E(\hat{\theta} - \theta_0)\}^2] - 2c(\theta - \theta_0)^2 + (\theta - \theta_0)^2 \end{aligned}$$

biçiminde yazılabilir. Bu ifadenin c 'ye göre kısmi türevi alınıp sıfıra eşitlendiğinde Eş 2.3' de verilen shrinkage faktörü elde edilir.

$$\frac{\partial E[c(\hat{\theta} - \theta_0) - (\theta - \theta_0)]^2}{\partial c} = 2c[Var(\hat{\theta}) + (\theta - \theta_0)^2] - 2(\theta - \theta_0)^2 = 0$$

$$c = \frac{(\theta - \theta_0)^2}{Var(\hat{\theta}) + (\theta - \theta_0)^2} \quad (2.3)$$

c shrinkage faktörünün $\hat{c} = \frac{(\hat{\theta} - \theta_0)^2}{(\hat{\theta} - \theta_0)^2 + \widehat{Var}(\hat{\theta})}$ şeklinde oluşturulan tahmin edicisi Eş 2.2' de yerine yazıldığında shrinkage tahmin edicisi Eş 2.4' deki gibi elde edilir.

$$\hat{\theta}_s = \frac{(\hat{\theta} - \theta_0)^2}{(\hat{\theta} - \theta_0)^2 + \widehat{Var}(\hat{\theta})}(\hat{\theta} - \theta_0) + \theta_0 \quad (2.4)$$

Buradan hareketle normal dağılıma sahip bir yığının ortalaması olan μ parametresine ilişkin shrinkage tahmin edicisi Eş 2.5' deki gibi oluşur. Burada \bar{X} , yığın ortalamasına ilişkin tahmin edici ve s^2 , örnek varyansı istatistiğidir.

$$\hat{\mu} = \frac{(\bar{X} - \mu_0)^2}{(\bar{X} - \mu_0)^2 + s^2/n} (\bar{X} - \mu_0) + \mu_0 \quad (2.5)$$

2.2. Normal Dağılımda Konum Parametresi İçin Shrinkage Tahmin Edicisi

Bu bölümde normal dağılım konum parametresi μ için shrinkage tahmin edicileri ayrıntılı olarak incelenmiştir.

2.2.1. Konum parametresi μ için shrinkage tahmin edicisi

X ; ortalaması μ ve varyansı σ^2 olan normal dağılıma sahip bir rassal değişken olsun. Burada X rassal değişkenine ait yığın ortalaması μ parametresinin tahmin problemi ele alınmıştır. Bilindiği gibi, μ parametresi için \bar{X} yani örnek ortalaması ENDOST' dir. Burada $0 < c \leq 1$ olmak üzere μ parametresinin farklı bir tahmin edicisi $\hat{\mu} = c\bar{X}$ olarak ele alınmıştır. Bu tür bir shrinkage önsel bilgi $\mu_0 = 0$ olduğu durum için geçerlidir. Bu durumda (yani $\mu_0 = 0$ iken) risk fonksiyonu olarak kullanılan OHK' yı en küçükleyecek c değeri Eş 2.5' den,

$$c = \frac{\mu^2}{\mu^2 + \sigma^2/n} \quad (2.6)$$

şeklinde elde edilir. Buradan yığın ortalaması μ parametresi için yeni tahmin edici Eş 2.7' deki gibi elde edilebilir.

$$\hat{\mu} = \frac{\mu^2}{\mu^2 + \sigma^2/n} \bar{X} \quad (2.7)$$

2.2.2. Konum parametresi μ için shrinkage tahmin edicisine ilişkin ortalama hata kare

Burada μ parametresine ait shrinkage tahmin edicisine ilişkin OHK' nın, μ parametresinin ENDOST' sı olan \bar{X} ' nin varyansından daha küçük olduğu gösterilmiştir. Shrinkage tahmin edicisinin OHK' sı

$$OHK(c\bar{X}) = E(c\bar{X} - \mu)^2 \quad (2.8)$$

olarak ifade edilir. Eş 2.6' daki c değeri OHK fonksiyonunda yerine yazıldığında ve gerekli işlemler yapıldığında Eş. (2.9)' da verilen sonuca ulaşılır.

$$\begin{aligned}
OHK(c\bar{X}) &= E(c\bar{X} - \mu)^2 \\
&= E \left[\frac{\mu^2}{\mu^2 + \sigma^2/n} \bar{X} - \mu \right]^2 \\
&= E \left[\left(\frac{\mu^2}{\mu^2 + \sigma^2/n} \right)^2 \bar{X}^2 - 2\bar{X} \left(\frac{\mu^2}{\mu^2 + \sigma^2/n} \right) \mu + \mu^2 \right]^2 \\
&= \left(\frac{\mu^2}{\mu^2 + \sigma^2/n} \right)^2 E(\bar{X}^2) - 2 \left(\frac{\mu^2}{\mu^2 + \sigma^2/n} \right) \mu E(\bar{X}) + \mu^2 \\
&= \left(\frac{\mu^2}{\mu^2 + \sigma^2/n} \right)^2 \left[(E(\bar{X}))^2 + V(\bar{X}) \right] - 2 \left(\frac{\mu^2}{\mu^2 + \sigma^2/n} \right) \mu \cdot \mu + \mu^2 \\
&= \left(\frac{\mu^2}{\mu^2 + \sigma^2/n} \right)^2 (\mu^2 + \sigma^2/n) - 2 \left(\frac{\mu^2}{\mu^2 + \sigma^2/n} \right) \mu^2 + \mu^2 \\
&= \frac{\mu^4}{(\mu^2 + \sigma^2/n)^2} (\mu^2 + \sigma^2/n) - \frac{2\mu^4}{\mu^2 + \sigma^2/n} + \frac{\mu^4 + \mu^2 \sigma^2/n}{\mu^2 + \sigma^2/n} \\
&= \frac{\mu^4 - 2\mu^4 + \mu^4 + \mu^2 \sigma^2/n}{\mu^2 + \sigma^2/n} \\
&= \frac{\mu^2}{\mu^2 + \sigma^2/n} \sigma^2/n = c \cdot (\sigma^2/n) \tag{2.9}
\end{aligned}$$

$OHK(\bar{X}_{BT\ddot{o}}) = Var(\bar{X}_{BT\ddot{o}}) = \sigma^2/n$ olduğu bilinmektedir. Buradan hareketle, $OHK(c\bar{X}_{BT\ddot{o}}) \leq OHK(\bar{X}_{BT\ddot{o}})$ eşitsizliği yazılabilir. Ancak $c\bar{X}$ değerine ulaşmak μ parametre değerine ulaşmaktan daha zordur, çünkü c shrinkage faktörü hem μ parametresinin hem de σ^2 parametresinin bir fonksiyonudur. Ama hem μ hem de σ^2 yerine tahmin edicileri kullanılabilir. μ parametresi yerine örnek ortalaması istatistiği \bar{X} ve σ^2 parametresi yerine örnek varyansı istatistiği $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ kullanarak c için bir tahmin elde edilebilir. Böylece μ parametresi için elde edilen shrinkage tahmin edicisi olan;

$$\hat{\mu}_s = \hat{c}\bar{X} = \frac{\bar{X}^2}{\bar{X}^2 + s^2/n} \bar{X} \quad (2.10)$$

ifadesine ulaşılır.

Shrinkage tahmin işlemi, parametrenin önsel değere yakın olmadığı bazı durumlarda artan OHK' ya neden olabilir. Yapılan shrinkage tahmin işleminin mantıklı olup olmadığına karar vermek için parametreye ait önsel dağılım üzerinde bazı çalışmalar yapmak uygun olabilir.





3. ÖRNEKLEME YÖNTEMLERİ

Örnekleme yöntemleri, olasılıklı örnekleme yöntemleri ve olasılıklı olmayan örnekleme yöntemleri olmak üzere iki gruba ayrılır. Olasılıklı örnekleme yöntemleri içinde en sık kullanılanları; BTÖ, Sistematik Örnekleme (SÖ), Tabakalı Örnekleme (TÖ) ve Küme Örnekleme (KÖ) dir. Ayrıca yığılı temsil ettiği düşünülen gözlem birimlerini ölçmenin zor olduğu durumlar için BTÖ' ye alternatif olarak SKÖ önerilmiştir. Yığın dağılımının bilindiği durumlarda SKÖ' nün çeşitli modifikasyonları da önerilmiştir. Bunlardan en sık kullanılanı MSKÖ dür. Bu bölümde olasılığa bağlı örnekleme yöntemlerinden BTÖ, SKÖ ve MSKÖ yöntemleri ayrıntılı olarak incelenmiştir.

3.1. Basit Tesadüfi Örnekleme

Yığılıdaki her bir örnek birimine eşit seçilme olasılığı vererek (birim yerine konularak ya da konulmadan) seçilen birimlerin örneğe alındığı yöntem BTÖ adı verilir.

Örneğe alınacak birimlerin belirlenmesinde, genellikle rastgele sayılar tablosundan ya da bilgisayar yazılımlarından yararlanılır. Diğer örnekleme yöntemlerine göre, yığın çok büyük değil ve homojen ise uygulaması kolaydır. Aynı zamanda yığılıdaki her bir birimin eşit seçilme şansı vardır. Ancak yığın heterojen ise tahminlere ilişkin varyanslar büyük çıkacaktır. Dolayısıyla yığın çok büyükse ya da geniş bir bölgede dağınık bir şekilde yer alıyorsa örnek seçmek zordur. X_i : i'inci örnek birimi, $f = \frac{n}{N}$ örnek oranı, $(1 - f)$ düzeltme terimi ve $S^2 = \frac{\sum_{j=1}^N (X_j - \mu)^2}{(N-1)}$ birim başına düşen varyans olmak üzere, \bar{X} yığın ortalamasının örnekten tahmini aşağıdaki Eş. 3.1 yardımıyla hesaplanabilir.

$$\bar{X}_{BTÖ} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \quad (3.1)$$

Sonlu bir yığılıdan çekilen n büyüklüğündeki örneğin ortalaması sapmasız ise varyansı aşağıdaki Eş. 3.2 şeklinde elde edilebilir.

$$Var(\bar{X}_{BTÖ}) = E(\bar{X} - \mu)^2 = (1 - f) \frac{S^2}{n} \quad (3.2)$$

3.2. Sıralı Küme Örneklemesi

SKÖ, ölçümü zor ve pahalı olan birimlerden az sayıda ölçüm yapılarak güvenilir tahminler yapılmasına imkân veren bir örnekleme yöntemidir. SKÖ örneklemenin temel amaçlarına yönelik olarak geliştirilmiş bir yöntem olup tarım, ormancılık, çevre, ekoloji ve tıp alanlarında, ilgilenilen değişkene göre örnek birimlerini seçmenin ve ölçümlerinin yapılmasının maliyet, zaman veya emek bakımından oldukça zor, ancak bunları sıralamanın daha kolay olduğu durumlarda kullanılır. SKÖ örnek birimlerinin sıralanması (görsel sıralama, yardımcı değişken ile sıralama, araştırmacının kanaatine göre sıralama, vb.) ilkesine dayanır. SKÖ kullanılarak en az maliyetle, sapmasız ve duyarlı tahmin ediciler elde edilebilmektedir. SKÖ 'nün duyarlılığını etkileyen etkenler; sıralamadaki hatalar, kümeler içindeki birimlerin keyfi seçimi ve yığının karakteristiği olarak sayılabilir. SKÖ diğer örnekleme yöntemlerinin aksine sonsuz büyüklükteki yığınlarda kullanılabilir ve seçilen örnekteki tüm birimlerin ölçülmesine gerek yoktur. SKÖ yönteminin başarısı, örnek seçim işleminde birimlerin ilgilenilen X değişkeni bakımından doğru sıralanıp, sıralanmadığına bağlıdır. Sıralama işlemi, ilgilenilen X değişkenine göre hassas ölçüm gerçekleştirilmeden yapıldığından, X değişkeni bakımından sıralama hatası yapılması mümkündür. Sıralama hatası yapılması durumunda, SKÖ yöntemi altında yığın ortalamasına ilişkin tahmin edicinin özellikleri birçok araştırmacı tarafından incelenmiştir (Dell ve Clutter, 1972; David ve Levine, 1972; Stokes, 1977; Ridout ve Cobby, 1987).

SKÖ yönteminde örneğe seçilen birimler birbirinden bağımsız ancak farklı dağılımlara sahip olmadıkları için yığının sadece belli bir özelliğini temsil etmezler, aslında yığının birbirinden farklı ve çok çeşitli özelliklerini bütünüyle temsil ederler. Bu durum SKÖ ile ilgili en önemli özelliklerden birisidir. Ancak BTÖ yöntemi ile elde edilen örnekteki gözlem birimleri bağımsız ve aynı dağılıma sahip oldukları için sadece belli bir özellik yönünden dağılımı temsil edebilmektedir. Bu durum, SKÖ yöntemi ile yığına ilişkin tahmin edilen parametre değerlerinin BTÖ yöntemi ile elde edilen parametre değerlerine göre daha etkin ve sapmasız sonuçlar vermesini sağlamaktadır (Wolfe, 2010).

Yapılan çalışmalar sonucunda, yığın birimlerinin SKÖ yöntemi uygulanarak seçilmesi durumunda, yığın ortalamasına ilişkin tahmin edicinin sapmasızlık özelliğini koruduğu ve örnek birimlerinin sıralanmasında tesadüfî bir sıralama oluşturacak kadar hata yapılmadığı

sürece, SKÖ' nün BTÖ' ye göre daha etkin bir örnekleme yöntemi olduğu gösterilmiştir (Özdemir, 2005; Özdemir ve diğerleri, 2017).

SKÖ ile seçilen örneğin, ilgilenilen değişkenin dağılımı üzerinde iyi bir yayılıma sahip olduğu söylenebilir. Bu durum örnek seçim işleminin iki aşamada yapılmasından kaynaklanmaktadır. SKÖ kullanılarak örnek seçim işleminin nasıl yapıldığı, örnek ortalaması ile örnek ortalamasının varyans tahmininin hangi eşitlikler kullanılarak elde edilebileceği bir sonraki bölümde ayrıntılı olarak ele alınmıştır.

3.2.1. Sıralı küme örnekleme yöntemi ile örnek seçimi

SKÖ yöntemiyle örnek birimlerinin seçimi aşağıda verilen adımlar izlenerek yapılmaktadır:

1. Yığından BTÖ yöntemi ile m^2 büyüklüğünde bir örnek çekilir.
2. Çekilen m^2 çaplı örnek m büyüklüğünde m adet kümeye tesadüfi olarak paylaşılır.
3. Her bir kümedeki birimler küçükten büyüğe doğru sıralanır. Sıralama işlemi pahalı olmayan bir ölçüme, kişisel deneyime veya ilgilenilen değişken ile arasında yüksek bir ilişki bulunan başka bir değişkene (yardımcı değişkene) göre ya da ölçüm yapmayı gerektirmeyecek başka bir yöntemle yapılabilir.
4. Küme sırasına göre i ' inci kümedeki i ' inci sırada yer alan birim gerçek ölçüm için seçilir ($i = 1, 2, \dots, m$). Bu işlem birinci kümeden birinci sıradaki birimin, ikinci kümeden ikinci sıradaki birimin ve m ' inci kümeden m ' inci sıradaki (en büyük) birimin seçilmesiyle gerçekleştirilir. Böylece m^2 büyüklüğündeki bir örnekten m adet birim seçilerek gerçek ölçümleri yapılır.
5. 1-4 arası adımlar r kez tekrarlanabilir. Araştırmacı belirlediği örnek büyüklüğüne ulaşmak için ilk dört adımı r sayıda tekrar ederek örnek çapı n olmak üzere yığından $n = mr$ tane gözlem birimi gerçek ölçüm için seçilmiş olur.

Burada küme büyüklüğü araştırmacı tarafından belirlenen bir tasarım parametresidir. Bu kümelerin $m = 2, 3, 4, 5$ olması işlem kolaylığı açısından daha uygundur. Küme sayısının beşten büyük olması durumunda sıralama yapmak daha zor olacaktır. SKÖ ile örnek seçim işlemi $r = 1$ için Çizelge 3.1' de ve seçim işlemi j kez tekrarlandığında $r > 1$ için ise Çizelge 3.2.' de gösterilmiştir.

Çizelge 3.1. $r = 1$ iken SKÖ ile örnek seçimi

Küme	Yığından seçilen örnek birimleri	Sıralanan örnek birimleri	Örneğe çekilen örnek birimleri
1	$X_{11}, X_{12}, \dots, X_{1m}$	$X_{1(1:m)1}, X_{1(2:m)1}, \dots, X_{1(m:m)1}$	$X_{1(1:m)1}$
2	$X_{21}, X_{22}, \dots, X_{2m}$	$X_{2(1:m)1}, X_{2(2:m)1}, \dots, X_{2(m:m)1}$	$X_{2(2:m)1}$
.	.	.	.
.	.	.	.
m	$X_{m1}, X_{m2}, \dots, X_{mm}$	$X_{m(1:m)1}, X_{m(2:m)1}, \dots, X_{m(m:m)1}$	$X_{m(m:m)1}$

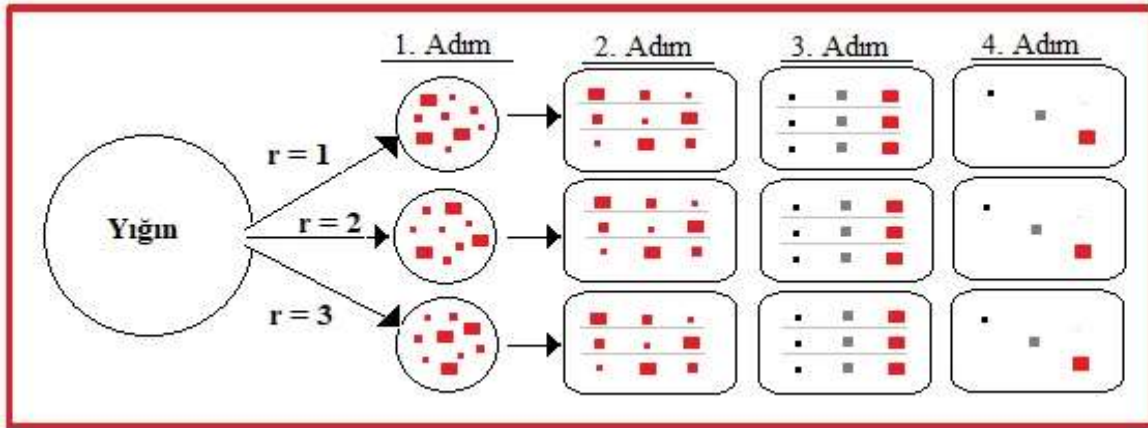
Çizelge 3.2. $r > 1$ iken SKÖ ile örnek seçimi

Tekrar sayısı (r)	1	2	...	r
Örneğe çekilen örnek birimleri	$X_{1(1:m)1}$ $X_{2(2:m)1}$. . $X_{m(m:m)1}$	$X_{1(1:m)2}$ $X_{2(2:m)2}$. . $X_{m(m:m)2}$...	$X_{1(1:m)r}$ $X_{2(2:m)r}$. . $X_{m(m:m)r}$

Burada, sıralamada hata yapılmadığı varsayımı altında $X_{i(i:m)j}; i = 1, 2, \dots, m$ ve $j = 1, 2, \dots, m$ olmak üzere j . tekrardaki i . kümenin i . sıra istatistiğini ifade etmektedir.

Örneğin küme büyüklüğü $m = 3$ ve tekrar sayısı $r = 3$ olarak alındığında örnek seçim işlemi aşağıdaki gibi olacaktır.

İlgilenilen sonsuz büyüklükteki yığından 3 büyüklüğünde 3 tane örnek rastgele seçilir. Her örnek bir küme olmak üzere her kümedeki birimler yardımcı değişkene göre veya görsel olarak sıralandıktan sonra 1. kümedeki en küçük sıralı birim, 2. kümeden 2. küçük sıralı birim, 3. kümeden 3. en büyük sıralı birim seçilir. Aynı işlemler, $n = mr = 3 \times 3 = 9$ elde edilinceye kadar 3 kez tekrar edilir. Yığından 3 tekrarda $m^2 r = 9 \times 3 = 27$ örnek seçilmesine rağmen her kümeden sadece bir birim alınarak $mr = 9$ birimlik sıralı küme örneği oluşturulur ve sadece bu birimlerin gerçek ölçümü yapılır. Bu işlem Şekil 3.1.' de verilmiştir.



Şekil 3.1. SKÖ yöntemiyle birimlerin seçilmesi ($n=9$, $m=3$ ve $r=3$)

Şekil 3.1.' de gösterildiği üzere, SKÖ yönteminde ilk aşamada yığından birimler rastgele seçilmekte, ikinci aşamada ise yapılan sıralamayla örneğe seçilen birimler bir anlamda sıra istatistikleri bakımından tabakalara paylaştırılmaktadır. Dolayısıyla, SKÖ yöntemiyle seçilen birimler, sıralamanın doğru olması durumunda, yığında daha iyi bir yayılma gösterdiklerinden, yığını daha iyi temsil edebilmektedir. Bu nedenle SKÖ yöntemi, yığın ortalamasının tahmininde BTÖ yöntemine göre oldukça etkin sonuçlar vermektedir (Özdemir, 2005; Özdemir ve diğerleri, 2017; Akbulut, 2016).

3.2.2. Sıralı küme örnekleme ile yığın ortalamasının tahmini

SKÖ kullanılarak elde edilen örnekten; yığın ortalaması, yığın ortalamasının varyansı, yığın varyansı bilinmediğinde tahmini, iki değişkenin birbirine oranı gibi birçok parametre tahmini yapılabilmektedir. Bu çalışmada yalnızca yığın ortalamasının tahmini ele alınacaktır. SKÖ yöntemiyle yığın ortalamasının tahminine yönelik teorik çalışmalar ilk defa Takahasi ve Wakimoto (1968) tarafından yapılmıştır. Takahasi ve Wakimoto, sıralamanın mükemmel olduğu varsayımı altında SKÖ ile elde edilen örnek ortalamasının, yığın ortalaması μ için sapmasız bir tahmin edici olduğunu, varyansının ise BTÖ ile elde edilen ortalamanın varyansına göre daha küçük olduğunu kanıtlamışlardır. Dell ve Clutter (1972) ise, sıralamada hata yapılırsa bile tahmin edicinin bu özelliklerini koruduğunu göstermişlerdir. SKÖ altında yığın ortalaması μ ' nün tahmin edicisi Eş 3.3' deki gibi elde edilir.

$$\bar{X}_{SKÖ} = \frac{1}{mr} \sum_{j=1}^r \sum_{i=1}^m X_{i(i:m)j} \quad (3.3)$$

Burada $X_{i(i:m)j}$: j ' inci tekrarda m büyüklüklü i ' inci kümedeki i ' inci sıralı birimi ($i = 1, 2, \dots, m$ ve $j = 1, 2, \dots, r$) ifade etmektedir. i . sıra istatistiğinin ortalaması $\mu_{(i:m)}$ olmak üzere;

$\sum_{j=1}^r \sum_{i=1}^m \mu_{(i:m)} = rm\mu$ özelliğinden yararlanarak sıralı küme örneği ile elde edilen yığın ortalaması tahmininin sapmasız bir tahmin olduğu aşağıdaki Eş 3.4 ile gösterilebilir.

$$E(\bar{X}_{SKÖ}) = \frac{1}{mr} \sum_{j=1}^r \sum_{i=1}^m E(X_{i(i:m)j}) = \frac{1}{mr} \sum_{j=1}^r \sum_{i=1}^m \mu_{(i:m)} = \mu \quad (3.4)$$

$\bar{X}_{SKÖ}$ istatistiğinin varyansı ise Eş. 3.5' deki gibi hesaplanır.

$$Var(\bar{X}_{SKÖ}) = \frac{\sigma^2}{rm} - \frac{1}{m^2r} \sum_{i=1}^m (\mu_{(i:m)} - \mu)^2 = \frac{1}{m^2r} \sum_{i=1}^m \sigma_{(i:m)}^2 \quad (3.5)$$

Burada $\sum_{i=1}^m (\mu_{(i:m)} - \mu)^2$ bileşeni, sıralamanın tamamen rastgele olması durumunda sıfır olacağından, $\bar{X}_{SKÖ}$ ' nün varyansı, $\bar{X}_{BTÖ}$ ' nün varyansına eşit, diğer durumlarda ise daha küçük olacaktır.

3.2.3. Sıralı küme örnekleme altında konum parametresi μ için shrinkage tahmin edicisine ilişkin ortalama hata kare

X ; ortalaması μ ve varyansı σ^2 olan normal dağılıma sahip bir rassal değişken olsun. Burada X rassal değişkenine ait yığın ortalaması μ parametresinin tahmin problemi ele alınsın.

Bilindiği gibi, μ parametresi için \bar{X} yani örnek ortalaması ENDOST' dur. μ parametresi için SKÖ altında elde edilen sapmasız tahmin edici $\bar{X}_{SKÖ}$ olmak üzere, $0 < c \leq 1$ μ parametresinin farklı bir tahmin edicisi $\hat{\mu} = \bar{X}_{shSKÖ} = c\bar{X}_{SKÖ}$ olarak ele alınsın. Bu tür bir shrinkage önsel bilgi $\mu_0 = 0$ olduğu durum için geçerlidir.

Bu durumda (yani $\mu_0 = 0$ iken) risk fonksiyonu olarak kullanılan OHK' yı en küçükleyecek c değeri Eş. 3.6' daki gibi elde edilir.

$$c = \frac{\mu^2}{\text{Var}(\bar{X}_{SKÖ}) + \mu^2} = \frac{\mu^2}{\sigma^2/n - \frac{1}{nm} \sum (\mu_{(i:m)} - \mu)^2 + \mu^2} \quad (3.6)$$

SKÖ altında elde edilen shrinkage tahmin edicisine ilişkin OHK, Eş. 3.7' deki gibi oluşur.

$$OHK(c, \bar{X}_{SKÖ}) = E(c, \bar{X}_{SKÖ} - \mu)^2 \quad (3.7)$$

Eş. 3.6' da verilen c değeri OHK fonksiyonunda yerine yazıldığında,

$$\begin{aligned} OHK(c, \bar{X}_{SKÖ}) &= E(c, \bar{X}_{SKÖ} - \mu)^2 \\ &= E \left[\frac{\mu^2}{\sigma^2/n - \frac{1}{nm} \sum (\mu_{(i:m)} - \mu)^2 + \mu^2} \cdot \bar{X}_{SKÖ} - \mu \right]^2 \\ &= E \left[\frac{\mu^4}{(\sigma^2/n - \frac{1}{nm} \sum (\mu_{(i)} - \mu)^2 + \mu^2)^2} \cdot \bar{X}_{SKÖ}^2 \right. \\ &\quad \left. - 2 \cdot \frac{\mu^3 \cdot \bar{X}_{SKÖ}}{\sigma^2/n - \frac{1}{nm} \sum (\mu_{(i)} - \mu)^2 + \mu^2} + \mu^2 \right] \\ &= \frac{\mu^4 \cdot E(\bar{X}_{SKÖ}^2)}{(\sigma^2/n - \frac{1}{nm} \sum (\mu_{(i)} - \mu)^2 + \mu^2)^2} - \frac{2 \cdot \mu^3 \cdot E(\bar{X}_{SKÖ})}{\sigma^2/n - \frac{1}{nm} \sum (\mu_{(i)} - \mu)^2 + \mu^2} + \mu^2 \\ &= \frac{\mu^4}{(\sigma^2/n - \frac{1}{nm} \sum (\mu_{(i)} - \mu)^2 + \mu^2)^2} \cdot (\sigma^2/n - \frac{1}{nm} \sum (\mu_{(i)} - \mu)^2 + \mu^2) \\ &\quad - \frac{2 \cdot \mu^4}{\sigma^2/n - \frac{1}{nm} \sum (\mu_{(i)} - \mu)^2 + \mu^2} + \mu^2 \\ &= \frac{\mu^4}{\sigma^2/n - \frac{1}{nm} \sum (\mu_{(i)} - \mu)^2 + \mu^2} - \frac{2 \cdot \mu^4}{\sigma^2/n - \frac{1}{nm} \sum (\mu_{(i)} - \mu)^2 + \mu^2} + \mu^2 \\ &= \mu^2 - \frac{\mu^4}{\sigma^2/n - \frac{1}{nm} \sum (\mu_{(i)} - \mu)^2 + \mu^2} \\ &= \mu^2 \left(1 - \frac{\mu^2}{\sigma^2/n - \frac{1}{nm} \sum (\mu_{(i)} - \mu)^2 + \mu^2} \right) \\ &= \mu^2(1 - c) = OHK(c, \bar{X}_{SKÖ}) = OHK(\bar{X}_{shSKÖ}) \quad (3.8) \end{aligned}$$

Veya diğ er bir gösterimle,

$$\begin{aligned}
 OHK(c\bar{X}_{SKÖ}) &= E(c.\bar{X}_{SKÖ} - \mu)^2 \\
 &= \frac{\mu^4}{\sigma^2/n - \frac{1}{nm}\sum(\mu_{(i)} - \mu)^2 + \mu^2} - \frac{2.\mu^4}{\sigma^2/n - \frac{1}{nm}\sum(\mu_{(i)} - \mu)^2 + \mu^2} + \mu^2 \\
 &= \frac{\mu^4 - 2.\mu^4 + \mu^2.\sigma^2/n - (\mu^2/nm).\sum(\mu_{(i)} - \mu)^2 + \mu^4}{\sigma^2/n - \frac{1}{nm}\sum(\mu_{(i)} - \mu)^2 + \mu^2} \\
 &= \frac{\mu^2(\sigma^2/n - \frac{1}{nm}\sum(\mu_{(i)} - \mu)^2)}{\sigma^2/n - \frac{1}{nm}\sum(\mu_{(i)} - \mu)^2 + \mu^2} \\
 &= c.(\sigma^2/n - \frac{1}{nm}\sum(\mu_{(i)} - \mu)^2) \\
 &= c.Var(\bar{X}_{SKÖ}) = OHK(c\bar{X}_{SKÖ}) = OHK(\bar{X}_{shSKÖ}) \quad (3.9)
 \end{aligned}$$

SKÖ altında shrinkage tahmin edicisinin OHK' sının sonuçlarına ulaşılır. $OHK(c\bar{X}_{BTÖ}) = c.(\sigma^2/n)$ olduğu Eş. 2.9' dan bilinmektedir. Buradan hareketle $0 < c \leq 1$ olmak üzere $OHK(c\bar{X}_{SKÖ}) = c.Var(\bar{X}_{SKÖ}) \leq OHK(c\bar{X}_{BTÖ})$ eşitsizliği yazılabilir. Ancak $c\bar{X}_{SKÖ}$ değerine ulaşmak μ parametre değerine ulaşmaktan daha zordur, çünkü c shrinkage faktörü hem μ parametresinin hem de σ^2 parametresinin bir fonksiyonudur. Ama hem μ hem de σ^2 yerine tahmin edicileri kullanılabilir. μ parametresi yerine örnek ortalaması istatistiği $\bar{X}_{SKÖ}$ ve σ^2 parametresi yerine örnek varyansı istatistiği s^2 kullanarak c için bir tahmin elde edilebilir. Böylece μ parametresi için elde edilen shrinkage tahmin edicisi olan;

$$\hat{\mu}_S = \hat{c}\bar{X}_{SKÖ} = \frac{\bar{X}_{SKÖ}^2}{\bar{X}_{SKÖ}^2 + \widehat{Var}(\bar{X}_{SKÖ})} \bar{X}_{SKÖ} \quad (3.10)$$

ifadesine ulaşılır. Buradan hareketle SKÖ altında elde edilen Shrinkage faktörleri;

$$S_1 = c=1$$

$$S_2 = c = \mu^2 / (Var(\bar{X}_{SKÖ}) + \mu^2)$$

$$S_3 = \hat{c} = \mu^2 / (\widehat{Var}(\bar{X}_{SKÖ}) + \mu^2)$$

$$S_4 = \hat{c} = \bar{X}_{SKÖ}^2 / (Var(\bar{X}_{SKÖ}) + \bar{X}_{SKÖ}^2)$$

$$S_5 = \hat{c} = \bar{X}_{SKÖ}^2 / (\widehat{Var}(\bar{X}_{SKÖ}) + \bar{X}_{SKÖ}^2)$$

olarak tanımlanır.

3.3. Medyan Sıralı Küme Örneklemesi

MSKÖ Muttlak (1997) tarafından önerilmiştir. Muttlak yaptığı bu çalışmada, normal dağılım gibi tek modlu simetrik dağılımlar için yığın ortalamasını tahmin etmede, MSKÖ'nün SKÖ' den daha etkin sonuçlar verdiğini göstermiştir. MSKÖ yöntemi en yaygın olarak kullanılan SKÖ tasarımlarındandır. MSKÖ yöntemi ile örnek seçim işlemi örnek çapının tek ve çift olduğu durumlara göre değişkenlik göstermektedir.

3.3.1. Medyan sıralı küme örneklemesi yöntemi ile örnek seçimi

MSKÖ ile örnek seçim işlemi örnek çapının tek ve çift olduğu durumlara göre değişkenlik göstermektedir. Örnek çapının tek olduğu duruma ilişkin örnek seçim işleminin aşamaları aşağıdaki adımlar izlenerek yapılır.

- 1) Yığın içerisinde m^2 çaplı örnek çekilir. Çekilen m^2 çaplı örnek her biri m gözlem biriminden oluşacak şekilde m tane kümeye tesadüfi olarak paylaşılır.
- 2) Her bir küme içerisindeki gözlem değerleri ilgilenilen değişken bakımından ucuz ve kolay bir ölçümle sıralanır. (Görsel yolla veya ucuz metotlarla ilgilenilen değişken bakımından her kümedeki birimler sıralanır. Bu sıralamanın hassas ölçümlü sıralama kadar iyi olduğu varsayılmaktadır.)
- 3) Her bir kümedeki medyan değeri gerçek ölçüm için seçilir.
- 4) 1. ile 3. adım arasındaki işlemler r kez tekrarlanabilir. Bu durumda $n = m \cdot r$ tane gözlem birimi ilgilenilen değişkene göre gerçek ölçüm için seçilmiş olur.

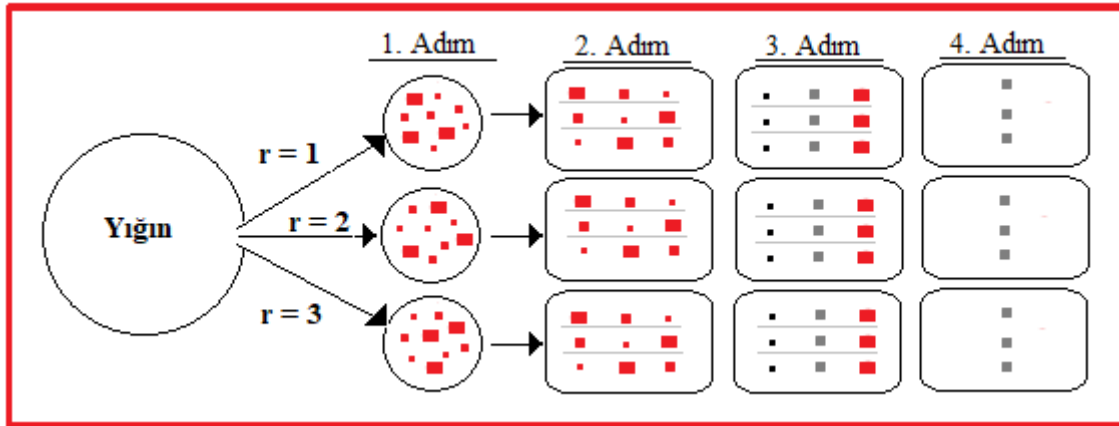
Örneğin, $m=5$ ve $r=1$ için MSKÖ ile örnek seçim işlemi çizelge 3.3' de gösterildiği gibidir.

Çizelge 3.3. $m=5$ ve $r=1$ için MSKÖ yöntemi ile örnek seçim işlemi

$X_{1(1,5)1}$	$X_{1(2,5)1}$	$X_{1(3,5)1}$	$X_{1(4,5)1}$	$X_{1(5,5)1}$
$X_{2(1,5)1}$	$X_{2(2,5)1}$	$X_{2(3,5)1}$	$X_{2(4,5)1}$	$X_{2(5,5)1}$
$X_{3(1,5)1}$	$X_{3(2,5)1}$	$X_{3(3,5)1}$	$X_{3(4,5)1}$	$X_{3(5,5)1}$
$X_{4(1,5)1}$	$X_{4(2,5)1}$	$X_{4(3,5)1}$	$X_{4(4,5)1}$	$X_{4(5,5)1}$
$X_{5(1,5)1}$	$X_{5(2,5)1}$	$X_{5(3,5)1}$	$X_{5(4,5)1}$	$X_{5(5,5)1}$

Örneğin küme büyüklüğü $m = 3$ ve tekrar sayısı $r = 3$ olarak alındığında örnek seçim işlemi aşağıdaki gibi olacaktır.

İlgilenilen sonsuz büyüklükteki yığından 3 büyüklüğünde 3 tane örnek rastgele seçilir. Her örnek bir küme olmak üzere her kümedeki birimler yardımcı değişkene göre veya görsel olarak sıralandıktan sonra 1. kümeden 2. sıralı birim (1. kümedeki medyan değeri), 2. kümeden 2. sıralı birim (2. kümedeki medyan değeri), 3. kümeden 2. sıralı birim (3. kümedeki medyan değeri) seçilir. Aynı işlemler, $n = mr = 3 \times 3 = 9$ elde edilinceye kadar 3 kez tekrar edilir. Yığından 3 tekrarda $m^2 r = 9 \times 3 = 27$ örnek seçilmesine rağmen her kümeden sadece bir birim alınarak $mr = 9$ birimlik sıralı küme örneği oluşturulur ve sadece bu birimlerin gerçek ölçümü yapılır. Bu işlem Şekil 3.2.'de verilmiştir.

Şekil 3.2. MSKÖ yöntemiyle birimlerin seçilmesi ($n=9$, $m=3$ ve $r=3$)

m tek olduğu durumda yığın ortalamasının tahmin edicisi Eş. 3.11' deki gibi tanımlanır.

$$\bar{X}_{MSKÖ} = \frac{1}{mr} \sum_{j=1}^r \sum_{i=1}^m X_{i\binom{m+1}{2}:m}j \quad (3.11)$$

Bu tahmin edicinin beklenen değeri ise Eş. 3.12'deki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned}
 E(\bar{X}_{MSK\ddot{O}}) &= \frac{1}{mr} r \left(\sum_{i=1}^m E \left(X_{i(\frac{m+1}{2};m)} \right) \right) \\
 &= \frac{1}{m} \left(m \mu_{(\frac{m+1}{2};m)} \right) \\
 &= \left(\mu_{(\frac{m+1}{2};m)} \right)
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

$\bar{X}_{MSK\ddot{O}}$ 'nin varyansı ise Eş 3.13'deki gibi tanımlanır.

$$\begin{aligned}
 Var(\bar{X}_{MSK\ddot{O}}) &= \frac{1}{m^2 r^2} \sum_{j=1}^r \left[\sum_{i=1}^m Var \left(X_{i(\frac{m+1}{2};m)_j} \right) \right] \\
 &= \frac{1}{m^2 r^2} r \left(\sum_{i=1}^m Var \left(X_{i(\frac{m+1}{2};m)} \right) \right) \\
 &= \frac{1}{m^2 r} \left(m \sigma^2_{(\frac{m+1}{2};m)} \right) \\
 &= \frac{1}{mr} \sigma^2_{(\frac{m+1}{2};m)}
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

Örnek çağının çift olduğu durumlarda örnek seçim işlemi aşamaları ise aşağıdaki gibidir;

1) Yığın içerisinde m^2 çaplı örnek çekilir. Çekilen m^2 çaplı örnek her biri m gözlem biriminden oluşacak şekilde m tane kümeye tesadüfi olarak paylaşılır.

2) Her bir küme içerisindeki gözlem değerleri ilgilenilen değişken bakımından ucuz ve kolay bir ölçümle sıralanır. (Görsel yolla veya ucuz metotlarla ilgilenilen değişken bakımından her kümedeki birimler sıralanır. Bu sıralamanın hassas ölçümlü sıralama kadar iyi olduğu varsayılmaktadır.)

3) İlk $m/2$ kümedeki $(m/2)$. sıradaki gözlem değerleri, geriye kalan $m/2$ kümedeki ise $[(m/2) + 1]$. sıradaki gözlem değerleri gerçek ölçüm için çekilir.

4) 1. ile 3. adım arasındaki işlemler r kez tekrarlanabilir. Bu durumda $n = mr$ gözlem birimi ilgilenilen değişkene göre gerçek ölçüm için seçilmiş olur.

Örneğin, $m=6$ ve $r=1$ için MSKÖ ile örnek seçim işlemi çizelge 3.4' de gösterildiği gibidir.

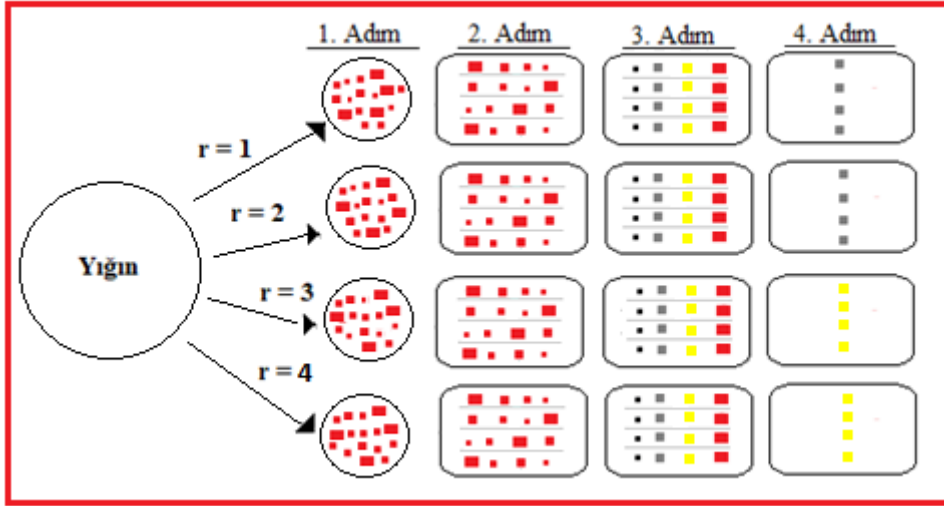
Çizelge 3.4. $m=6$ ve $r=1$ için MSKÖ yöntemi ile örnek seçim işlemi

$X_{1(1,6)1}$	$X_{1(2,6)1}$	$X_{1(3,6)1}$	$X_{1(4,6)1}$	$X_{1(5,6)1}$	$X_{1(6,6)1}$
$X_{2(1,6)1}$	$X_{2(2,6)1}$	$X_{2(3,6)1}$	$X_{2(4,6)1}$	$X_{2(5,6)1}$	$X_{2(6,6)1}$
$X_{3(1,6)1}$	$X_{3(2,6)1}$	$X_{3(3,6)1}$	$X_{3(4,6)1}$	$X_{3(5,6)1}$	$X_{3(6,6)1}$
$X_{4(1,6)1}$	$X_{4(2,6)1}$	$X_{4(3,6)1}$	$X_{4(4,6)1}$	$X_{4(5,6)1}$	$X_{4(6,6)1}$
$X_{5(1,6)1}$	$X_{5(2,6)1}$	$X_{5(3,6)1}$	$X_{5(4,6)1}$	$X_{5(5,6)1}$	$X_{5(6,6)1}$
$X_{6(1,6)1}$	$X_{6(2,6)1}$	$X_{6(3,6)1}$	$X_{6(4,6)1}$	$X_{6(5,6)1}$	$X_{6(6,6)1}$

Örneğin küme büyüklüğü $m = 4$ ve tekrar sayısı $r = 4$ olarak alındığında örnek seçim işlemi aşağıdaki gibi olacaktır.

İlgilenilen sonsuz büyüklükteki yığından 4 büyüklüğünde 4 tane örnek rastgele seçilir. Her örnek bir küme olmak üzere her kümedeki birimler yardımcı değişkene göre veya görsel olarak sıralandıktan sonra 1. kümeden 2. sıradaki gözlem değeri, 2. kümeden 2. sıradaki gözlem değeri, 3. kümeden 3. sıradaki gözlem değeri, 4. kümeden 3. sıradaki gözlem değeri seçilir. Aynı işlemler, $n = mr = 4 \times 4 = 16$ elde edilinceye kadar 4 kez tekrar edilir. Yığından 4 tekrarda $m^2 r = 16 \times 4 = 64$ örnek seçilmesine rağmen her kümeden sadece bir birim alınarak $mr = 16$ birimlik sıralı küme örneği oluşturulur ve sadece bu birimlerin gerçek ölçümü yapılır.

Küme büyüklüğü $m = 4$ ve tekrar sayısı $r = 4$ olarak alındığında örnek seçim işlemi Şekil 3.3.' de verilmiştir.



Şekil 3.3. MSKÖ yöntemiyle birimlerin seçilmesi ($n=16$, $m=4$ ve $r=4$)

m çift olduğu durumda ise yığın ortalamasının tahmin edicisi Eş. 3.14' deki gibi tanımlanır.

$$\bar{X}_{MSKÖ} = \frac{1}{mr} \sum_{j=1}^r \left[\sum_{i=1}^{\frac{m}{2}} X_{i(\frac{m}{2}:m)j} + \sum_{i=(\frac{m}{2})+1}^m X_{i(\frac{m}{2}+1:m)j} \right] \quad (3.14)$$

Bu tahmin edicinin beklenen değeri Eş. 3.15' deki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} E(\bar{X}_{MSKÖ}) &= \frac{1}{mr} \left[r \sum_{i=1}^{\frac{m}{2}} E(X_{i(\frac{m}{2}:m)}) + r \sum_{i=(\frac{m}{2})+1}^m E(X_{i(\frac{m}{2}+1:m)}) \right] \\ &= \frac{1}{m} \left[\frac{m}{2} (\mu_{(\frac{m}{2}:m)}) + \frac{m}{2} (\mu_{(\frac{m}{2}+1:m)}) \right] \end{aligned} \quad (3.15)$$

Bu tahmin edicinin varyansı ise,

$$Var(\bar{X}_{MSKÖ}) = \frac{1}{m^2 r^2} \sum_{j=1}^r \left[\sum_{i=1}^{\frac{m}{2}} Var(X_{i(\frac{m}{2}:m)}) + \sum_{i=(\frac{m}{2})+1}^m Var(X_{i(\frac{m}{2}+1:m)}) \right]$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{m^2 r^2} \left[r \sum_{i=1}^{\frac{m}{2}} \text{Var}(X_{i(\frac{m}{2}:m)}) + \sum_{i=(\frac{m}{2})+1}^m \text{Var}(X_{i(\frac{m}{2}+1:m)}) \right] \\
&= \frac{1}{m^2 r} \left[\frac{m}{2} \left(\sigma^2_{(\frac{m}{2}:m)} \right) + \frac{m}{2} \left(\sigma^2_{(\frac{m}{2}+1:m)} \right) \right] \\
&= \frac{1}{2mr} \left[\sigma^2_{(\frac{m}{2}:m)} + \sigma^2_{(\frac{m}{2}+1:m)} \right] \tag{3.16}
\end{aligned}$$

şeklinde tanımlanmaktadır (Muttalak, 1997). Simetrik dağılımlar altında tahmin ediciler sapmasız iken, simetrik olmayan dağılımlar altında yığın ortalaması için sapmalı tahmin edicilerdir. Bu nedenle varyans yerine OHK,

$$OHK(\bar{X}_{MSKÖ}) = \text{Var}(\bar{X}_{MSKÖ}) + (E(\bar{X}_{MSKÖ}) - \mu)^2 \tag{3.17}$$

şeklinde tanımlanmaktadır.

3.3.2. Medyan sıralı küme örnekleme altında konum parametresi μ için shrinkage tahmin edicisine ilişkin ortalama hata kare

Burada $0 < c \leq 1$ olmak üzere μ parametresinin farklı bir tahmin edicisi $\hat{\mu} = \bar{X}_{shMSKÖ} = c\bar{X}_{MSKÖ}$ olarak ele alınmıştır. Bu tür bir shrinkage önsel bilgi $\mu_0 = 0$ olduğu durum için geçerlidir. Normal dağılım gibi tek modlu simetrik dağılımlar için yığın ortalamasını tahmin etmede (yani $\mu_0 = 0$ iken) risk fonksiyonu olarak kullanılan OHK' yı en küçükleyecek c değeri Eş. 3.18' deki gibi elde edilir.

$$c = \frac{\mu^2}{\text{Var}(\bar{X}_{MSKÖ}) + \mu^2} \tag{3.18}$$

MSKÖ altında shrinkage tahmin edicisinin OHK' sı Eş 3.19' daki gibi elde edilir.

$$OHK(c.\bar{X}_{MSKÖ}) = E(c.\bar{X}_{MSKÖ} - \mu)^2 \tag{3.19}$$

c değeri, örnek çapı m'nin tek olduğu durum için Eş. 3.11 yardımıyla Eş. 3.19' da yerine yazıldığında OHK' yı en küçükleyecek c değeri Eş 3.20' deki gibi oluşur.

$$c = \frac{\mu^2}{\frac{1}{mr} \left(\sigma^2 \left(\frac{m+1}{2}; m \right) \right) + \mu^2} \quad (3.20)$$

örnek çapı tek iken Eş. 3.20' de ki c değeri Eş. 3.11 yardımıyla Eş. 3.19' da ki OHK fonksiyonunda yerine yazıldığında;

$$\begin{aligned} OHK(c \cdot \bar{X}_{MSK\ddot{O}}) &= E(c \cdot \bar{X}_{MSK\ddot{O}} - \mu)^2 \\ &= E \left[\frac{\mu^2}{\frac{1}{mr} \left(\sigma^2 \left(\frac{m+1}{2}; m \right) \right) + \mu^2} \cdot \bar{X}_{MSK\ddot{O}} - \mu \right]^2 \\ &= E \left[\frac{\mu^4 \cdot \bar{X}_{MSK\ddot{O}}^2}{\left[\frac{1}{mr} \left(\sigma^2 \left(\frac{m+1}{2}; m \right) \right) + \mu^2 \right]^2} - \frac{2 \cdot \mu^3 \cdot \bar{X}_{MSK\ddot{O}}}{\frac{1}{mr} \left(\sigma^2 \left(\frac{m+1}{2}; m \right) \right) + \mu^2} + \mu^2 \right] \\ &= \frac{\mu^4 \cdot E(\bar{X}_{MSK\ddot{O}}^2)}{\left[\frac{1}{mr} \left(\sigma^2 \left(\frac{m+1}{2}; m \right) \right) + \mu^2 \right]^2} - \frac{2 \cdot \mu^3 \cdot E(\bar{X}_{MSK\ddot{O}})}{\frac{1}{mr} \left(\sigma^2 \left(\frac{m+1}{2}; m \right) \right) + \mu^2} + \mu^2 \\ &= \frac{\mu^4 \cdot \left[\frac{1}{mr} \left(\sigma^2 \left(\frac{m+1}{2}; m \right) \right) + \mu^2 \right]}{\left[\frac{1}{mr} \left(\sigma^2 \left(\frac{m+1}{2}; m \right) \right) + \mu^2 \right]^2} - \frac{2 \cdot \mu^4}{\frac{1}{mr} \left(\sigma^2 \left(\frac{m+1}{2}; m \right) \right) + \mu^2} + \mu^2 \\ &= \frac{\mu^4 - 2\mu^4}{\frac{1}{mr} \left(\sigma^2 \left(\frac{m+1}{2}; m \right) \right) + \mu^2} + \mu^2 \\ &= \mu^2 - \frac{\mu^4}{\frac{1}{mr} \left(\sigma^2 \left(\frac{m+1}{2}; m \right) \right) + \mu^2} \end{aligned}$$

$$= \mu^2(1 - c) = OHK(c, \bar{X}_{MSK\ddot{O}}) = OHK(\bar{X}_{shMSK\ddot{O}}) \quad (3.21)$$

Veya diğ er bir gösterimle,

$$\begin{aligned} OHK(c, \bar{X}_{MSK\ddot{O}}) &= E(c, \bar{X}_{MSK\ddot{O}} - \mu)^2 \\ &= \frac{\mu^4 \cdot \left[\frac{1}{mr} \left(\sigma^2_{\left(\frac{m+1}{2}; m\right)} \right) + \mu^2 \right]}{\left[\frac{1}{mr} \left(\sigma^2_{\left(\frac{m+1}{2}; m\right)} \right) + \mu^2 \right]^2} - \frac{2 \cdot \mu^4}{\frac{1}{mr} \left(\sigma^2_{\left(\frac{m+1}{2}; m\right)} \right) + \mu^2} + \mu^2 \\ &= \frac{\mu^4 - 2\mu^4 + \frac{\mu^2}{mr} \left(\sigma^2_{\left(\frac{m+1}{2}; m\right)} \right) + \mu^4}{\frac{1}{mr} \left(\sigma^2_{\left(\frac{m+1}{2}; m\right)} \right) + \mu^2} \\ &= \frac{\mu^2(\mu^2 - 2\mu^2 + \frac{1}{mr} \left(\sigma^2_{\left(\frac{m+1}{2}; m\right)} \right) + \mu^2)}{\frac{1}{mr} \left(\sigma^2_{\left(\frac{m+1}{2}; m\right)} \right) + \mu^2} \\ &= c \cdot (\mu^2 - 2\mu^2 + \frac{1}{mr} \left(\sigma^2_{\left(\frac{m+1}{2}; m\right)} \right) + \mu^2) \\ &= c \cdot \left[\frac{1}{mr} \left(\sigma^2_{\left(\frac{m+1}{2}; m\right)} \right) \right] \\ &= c \cdot Var(\bar{X}_{MSK\ddot{O}}) = OHK(c, \bar{X}_{MSK\ddot{O}}) = OHK(\bar{X}_{shMSK\ddot{O}}) \quad (3.22) \end{aligned}$$

MSKÖ altında shrinkage tahmin edicisinin OHK' sınır sonuçlarına ulaşılır. c değ eri, örnek ç apı m' in çift oldu ğ u durum için Eş. 3.14 yardımıyla Eş. 3.19' da yerine yazıldığında OHK' yı en küçükleyecek c değ eri Eş 3.23' deki gibi oluş ur.

$$c = \frac{\mu^2}{\frac{1}{2mr} \left(\sigma^2_{\left(\frac{m}{2}; m\right)} + \sigma^2_{\left(\frac{m+1}{2}; m\right)} \right) + \mu^2} \quad (3.23)$$

Örnek çapı çift iken Eş. 3.23' de ki c değeri Eş. 3.14 yardımıyla Eş. 3.19' da ki OHK fonksiyonunda yerine yazıldığında;

$$\begin{aligned}
OHK(c.\bar{X}_{MSKÖ}) &= E(c.\bar{X}_{MSKÖ} - \mu)^2 \\
&= E \left[\frac{\mu^2}{\frac{1}{2mr} \left(\sigma^2 \left(\frac{m}{2}; m \right) + \sigma^2 \left(\frac{m}{2}+1; m \right) \right) + \mu^2} \cdot \bar{X}_{MSKÖ} - \mu \right]^2 \\
&= E \left[\frac{\mu^4 \cdot \bar{X}_{MSKÖ}^2}{\left[\frac{1}{2mr} \left(\sigma^2 \left(\frac{m}{2}; m \right) + \sigma^2 \left(\frac{m}{2}+1; m \right) \right) + \mu^2 \right]^2} \right. \\
&\quad \left. - \frac{2 \cdot \mu^3 \cdot \bar{X}_{MSKÖ}}{\frac{1}{2mr} \left(\sigma^2 \left(\frac{m}{2}; m \right) + \sigma^2 \left(\frac{m}{2}+1; m \right) \right) + \mu^2} + \mu^2 \right] \\
&= \frac{\mu^4 \cdot E(\bar{X}_{MSKÖ}^2)}{\left[\frac{1}{2mr} \left(\sigma^2 \left(\frac{m}{2}; m \right) + \sigma^2 \left(\frac{m}{2}+1; m \right) \right) + \mu^2 \right]^2} \\
&\quad - \frac{2 \cdot \mu^3 \cdot E(\bar{X}_{MSKÖ})}{\frac{1}{2mr} \left(\sigma^2 \left(\frac{m}{2}; m \right) + \sigma^2 \left(\frac{m}{2}+1; m \right) \right) + \mu^2} + \mu^2 \\
&= \frac{\mu^4 \cdot \left[\frac{1}{2mr} \left(\sigma^2 \left(\frac{m}{2}; m \right) + \sigma^2 \left(\frac{m}{2}+1; m \right) \right) + \mu^2 \right]}{\left[\frac{1}{2mr} \left(\sigma^2 \left(\frac{m}{2}; m \right) + \sigma^2 \left(\frac{m}{2}+1; m \right) \right) + \mu^2 \right]^2} \\
&\quad - \frac{2 \cdot \mu^4}{\frac{1}{2mr} \left(\sigma^2 \left(\frac{m}{2}; m \right) + \sigma^2 \left(\frac{m}{2}+1; m \right) \right) + \mu^2} + \mu^2 \\
&= \frac{\mu^4 - 2\mu^4}{\frac{1}{2mr} \left(\sigma^2 \left(\frac{m}{2}; m \right) + \sigma^2 \left(\frac{m}{2}+1; m \right) \right) + \mu^2} + \mu^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \mu^2 - \frac{\mu^4}{\frac{1}{2mr} \left(\sigma^2_{\left(\frac{m}{2};m\right)} + \sigma^2_{\left(\frac{m}{2}+1;m\right)} \right) + \mu^2} \\
&= \mu^2(1 - c) = OHK(c.\bar{X}_{MSK\ddot{O}}) = OHK(\bar{X}_{shMSK\ddot{O}}) \tag{3.24}
\end{aligned}$$

Veya diğ̈er bir gösterimle,

$$\begin{aligned}
OHK(c.\bar{X}_{MSK\ddot{O}}) &= E(c.\bar{X}_{MSK\ddot{O}} - \mu)^2 \\
&= \frac{\mu^4 \cdot \left[\frac{1}{2mr} \left(\sigma^2_{\left(\frac{m}{2};m\right)} + \sigma^2_{\left(\frac{m}{2}+1;m\right)} \right) + \mu^2 \right]}{\left[\frac{1}{2mr} \left(\sigma^2_{\left(\frac{m}{2};m\right)} + \sigma^2_{\left(\frac{m}{2}+1;m\right)} \right) + \mu^2 \right]^2} \\
&\quad - \frac{2 \cdot \mu^4}{\frac{1}{2mr} \left(\sigma^2_{\left(\frac{m}{2};m\right)} + \sigma^2_{\left(\frac{m}{2}+1;m\right)} \right) + \mu^2} + \mu^2 \\
&= \frac{\mu^4 - 2\mu^4 + \frac{\mu^2}{2mr} \left(\sigma^2_{\left(\frac{m}{2};m\right)} + \sigma^2_{\left(\frac{m}{2}+1;m\right)} \right) + \mu^4}{\frac{1}{2mr} \left(\sigma^2_{\left(\frac{m}{2};m\right)} + \sigma^2_{\left(\frac{m}{2}+1;m\right)} \right) + \mu^2} \\
&= \frac{\mu^2(\mu^2 - 2\mu^2 + \frac{1}{2mr} \left(\sigma^2_{\left(\frac{m}{2};m\right)} + \sigma^2_{\left(\frac{m}{2}+1;m\right)} \right) + \mu^2)}{\frac{1}{2mr} \left(\sigma^2_{\left(\frac{m}{2};m\right)} + \sigma^2_{\left(\frac{m}{2}+1;m\right)} \right) + \mu^2} \\
&= c \cdot (\mu^2 - 2\mu^2 + \frac{1}{2mr} \left(\sigma^2_{\left(\frac{m}{2};m\right)} + \sigma^2_{\left(\frac{m}{2}+1;m\right)} \right) + \mu^2) \\
&= c \cdot \left[\frac{1}{2mr} \left(\sigma^2_{\left(\frac{m}{2};m\right)} + \sigma^2_{\left(\frac{m}{2}+1;m\right)} \right) \right] \\
&= c \cdot Var(\bar{X}_{MSK\ddot{O}}) = OHK(c.\bar{X}_{MSK\ddot{O}}) = OHK(\bar{X}_{shMSK\ddot{O}}) \tag{3.25}
\end{aligned}$$

MSKÖ altında shrinkage tahmin edicisinin OHK' sının sonuçlarına ulaşılır. $OHK(c\bar{X}_{BT\ddot{O}}) = c \cdot (\sigma^2/n)$ olduğu Eř. 2.9' dan ve $OHK(c\bar{X}_{SK\ddot{O}}) = \mu^2 \left(1 - \frac{\mu^2}{Var(\bar{X}_{SK\ddot{O}}) + \mu^2} \right)$ olduğu Eř. 3.8'

den bilinmektedir. Buradan hareketle $0 < c \leq 1$ olmak üzere $OHK(c\bar{X}_{MSK\ddot{O}}) \leq OHK(c\bar{X}_{SK\ddot{O}}) \leq OHK(c\bar{X}_{BT\ddot{O}})$ eşitsizliği yazılabilir. Ancak $c\bar{X}_{SK\ddot{O}}$ değerine ulaşmak μ parametre değerine ulaşmaktan daha zordur, çünkü c shrinkage faktörü hem μ parametresinin hem de σ^2 parametresinin bir fonksiyonudur. Ama hem μ hem de σ^2 yerine tahmin edicileri kullanılabilir. μ parametresi yerine örnek ortalaması istatistiği $\bar{X}_{MSK\ddot{O}}$ ve σ^2 parametresi yerine örnek varyansı istatistiği s^2 kullanarak c için bir tahmin elde edilebilir. Böylece μ parametresi için elde edilen shrinkage tahmin edicisi olan;

$$\hat{\mu}_S = \hat{c}\bar{X}_{MSK\ddot{O}} = \frac{\bar{X}_{SK\ddot{O}}^2}{\bar{X}_{MSK\ddot{O}}^2 + \widehat{Var}(\bar{X}_{MSK\ddot{O}})} \bar{X}_{MSK\ddot{O}} \quad (3.26)$$

ifadesine ulaşılır. Buradan hareketle MSKÖ altında elde edilen Shrinkage faktörleri;

$$S_1 = c = 1$$

$$S_2 = c = \mu^2 / (Var(\bar{X}_{MSK\ddot{O}}) + \mu^2)$$

$$S_3 = \hat{c} = \mu^2 / (\widehat{Var}(\bar{X}_{MSK\ddot{O}}) + \mu^2)$$

$$S_4 = \hat{c} = \bar{X}_{MSK\ddot{O}}^2 / (Var(\bar{X}_{MSK\ddot{O}}) + \bar{X}_{MSK\ddot{O}}^2)$$

$$S_5 = \hat{c} = \bar{X}_{MSK\ddot{O}}^2 / (\widehat{Var}(\bar{X}_{MSK\ddot{O}}) + \bar{X}_{MSK\ddot{O}}^2)$$

olarak tanımlanır.



4. UYGULAMA

Bu örnek uygulamada, bir çalışmanın (Cihantimur Özkan, 2014), İstanbul Sarıyer Orman İşletme Şefliğinin sınırları içinde kalan arazide yapılmış ölçümlerden elde ettikleri verileri kullanılmıştır.

Bu bölümde, daha önceki bölümlerde teorik olarak anlatılan MSKÖ, SKÖ ile BTÖ kullanarak elde edilen shrinkage tahmin edicilerinin ormandaki ağaç envanterinin tahmin edilmesinde ortalama tahminleri, OHK tahminleri ile ortalamaların varyans tahminleri elde edilecek ve OHK'lerin tahminleri karşılaştırılacaktır. Meşcere tipleri haritası üzerine 100x100 metre aralık mesafe ile sistematik olarak dağıtılmış olan alanlardan sahil çamı meşcere tipine ait alanların 45'i rastgele seçilmiş olup elde edilen ölçüm sonuçları Çizelge 4.1.'de verilmiştir.

Çizelge 4.1. Sahil çamı meşcere tipine ait ölçümler (Cihantimur Özkan, 2014)

Örneklem Alanı No	Ağaç Sayısı (adet/ha)	Orta Çap (cm)	Orta Boy (m)	Hacim (m ³ /ha)	Göğüs Yüzeyi (m ² /ha)
1	600	27	15	246	35
2	675	27	15	302	38
3	700	23	11	191	30
4	700	10	5	16	6
5	700	11	5	18	6
6	475	26	16	176	26
7	833	21	12	167	28
8	734	23	12	166	27
9	675	21	12	143	24
10	1600	10	6	39	14
11	899	22	13	199	33
12	425	31	18	242	31
13	425	30	18	239	31
14	500	29	12	242	32
15	500	30	17	264	34
16	425	33	21	292	36
17	1666	10	6	37	13
18	450	31	16	213	34
19	450	30	16	236	31
20	575	26	15	211	30
21	575	25	13	195	28
22	625	26	15	235	34
23	625	18	11	85	16

Çizelge 4.1. (devam) Sahil çamı meşçere tipine ait ölçümler (Cihantimur Özkan, 2014)

24	475	30	18	254	33
25	600	26	16	233	33
26	750	24	15	237	35
27	800	19	12	132	24
28	1125	20	12	190	34
29	950	20	13	169	29
30	775	22	12	170	28
31	625	22	11	141	25
32	600	24	13	183	28
33	600	23	11	159	25
34	575	23	12	143	23
35	650	21	11	1143	24
36	675	21	13	139	23
37	625	20	12	115	20
38	875	18	11	128	23
39	800	20	12	146	25
40	500	20	12	93	16
41	1450	12	6	71	16
42	375	24	14	113	17
43	525	21	13	102	17
44	425	21	10	90	15
45	925	14	9	45	14

MSKÖ ve SKÖ ile örnek seçebilmek için, ilk olarak küme sayısı $m=3$ ve tekrar sayısı $r=5$ olarak alınmıştır. Daha sonra bu 45 örnek alanı, 3 büyüklüğündeki 3 kümeye rastgele dağıtılmıştır. Örnek seçim işlemi tamamlandıktan sonra, yığından seçilen $m^2r = 9 \times 5 = 45$ ağaçtan sadece 15 ağaç için orman envanteri ile ilgili çalışmalarda kullanılmak üzere ölçümleri yapılan değişkenler belirlenmiştir. Orman envanterinde kullanılan 5 değişkene ait ortalama tahminleri ve ortalamanın varyans tahminleri yapılmıştır.

Orman envanterinde kullanılan değişkenler;

X_1 : Ağacın orta boyu,

X_2 : Ağaç sayısı,

X_3 : Ağacın orta çapı,

X_4 : Ağacın hacmi,

X_5 : Ağacın göğüs yüzeyi

Orman envanteri için 5 farklı değişkenin tahmini elde edilebilmektedir. Burada ağaç orta boyu değişkeni için hesaplamalar açıkça verilecek diğer değişkenler için de benzer şekilde hesaplanarak sonuçlar Çizelge 4.7' de özetlenmiştir.

Her küme kendi içinde, ağaç orta boy değişkeni bakımından, küçükten büyüğe doğru sıralanmıştır. Yapılan bu sıralamadan sonra SKÖ ve MSKÖ için örnek seçimi işlemi yapılmıştır.

SKÖ için örnek seçimi işleminde birinci kümeden en küçük sıralı birim, ikinci kümeden ikinci en küçük sıralı birim, üçüncü kümeden üçüncü en küçük sıralı birim seçilmiştir. MSKÖ için örnek seçimi işleminde ise her bir kümedeki medyan (ortanca) değer ölçüm için seçilmiştir. Aynı işlemler $n = mr = 3 \times 5 = 15$ birim elde edilinceye kadar 5 kez tekrarlanmıştır.

Örnek alanlarının sıralama yapıldıktan sonraki dağılımı ve hangi örnek alanlarının örneğe seçildiği Çizelge 4.2., Çizelge 4.3. ve Çizelge 4.4.'de verilmiştir.

Çizelge 4.2. Sıralama yapıldıktan sonra örnek alanlarının ağaç orta boyu değişkenine ait kümelerdeki dağılımı

Örnek Alanlarının sıra Numarası ve Alanlardaki Ortalama Ağaç Boyları							
		1. Küme		2. Küme		3. Küme	
	Örnek Alanı No	Ortalama Ağaç Boyu	Örnek Alanı No	Ortalama Ağaç Boyu	Örnek Alanı No	Ortalama Ağaç Boyu	
1. Tekrar	11	13	17	6	4	5	
	6	16	45	9	14	12	
	15	17	3	11	25	16	
2. Tekrar	41	6	33	11	35	11	
	44	10	21	13	8	12	
	29	13	16	15	32	13	
3. Tekrar	23	11	27	12	40	12	
	7	12	18	16	43	13	
	20	15	12	18	24	18	
4. Tekrar	5	5	31	11	37	12	
	39	12	9	12	19	16	
	1	15	2	15	13	18	
5. Tekrar	10	6	38	11	30	12	
	28	12	34	12	36	13	
	22	15	16	21	42	14	

Çizelge 4.3. Sıralama ve örnek alanlarının kümelerdeki dağılımı yapıldıktan sonra SKÖ yöntemi ile ağaç orta boyu değişkenine ait örnek seçimi

Örnek Alanlarının sıra Numarası ve Alanlardaki Ortalama Ağaç Boyları							
		1. Küme		2. Küme		3. Küme	
		Örnek Alanı No	Ortalama Ağaç Boyu	Örnek Alanı No	Ortalama Ağaç Boyu	Örnek Alanı No	Ortalama Ağaç Boyu
1. Tekrar	11	13	17	6	4	5	
	6	16	45	9	14	12	
	15	17	3	11	25	16	
2. Tekrar	41	6	33	11	35	11	
	44	10	21	13	8	12	
	29	13	16	15	32	13	
3. Tekrar	23	11	27	12	40	12	
	7	12	18	16	43	13	
	20	15	12	18	24	18	
4. Tekrar	5	5	31	11	37	12	
	39	12	9	12	19	16	
	1	15	2	15	13	18	
5. Tekrar	10	6	38	11	30	12	
	28	12	34	12	36	13	
	22	15	16	21	42	14	

Çizelge 4.4. Sıralama ve örnek alanlarının kümelerdeki dağılımı yapıldıktan sonra MSKÖ yöntemi ile ağaç orta boyu değişkenine ait örnek seçimi

Örnek Alanlarının sıra Numarası ve Alanlardaki Ortalama Ağaç Boyları							
		1. Küme		2. Küme		3. Küme	
		Örnek Alanı No	Ortalama Ağaç Boyu	Örnek Alanı No	Ortalama Ağaç Boyu	Örnek Alanı No	Ortalama Ağaç Boyu
1. Tekrar	11	13	17	6	4	5	
	6	16	45	9	14	12	
	15	17	3	11	25	16	
2. Tekrar	41	6	33	11	35	11	
	44	10	21	13	8	12	
	29	13	16	15	32	13	
3. Tekrar	23	11	27	12	40	12	
	7	12	18	16	43	13	
	20	15	12	18	24	18	
4. Tekrar	5	5	31	11	37	12	
	39	12	9	12	19	16	
	1	15	2	15	13	18	
5. Tekrar	10	6	38	11	30	12	
	28	12	34	12	36	13	
	22	15	16	21	42	14	

SKÖ kullanılarak yapılan örnek seçimi sonucunda; 11, 45, 25, 41, 21, 32, 23, 18, 24, 5, 9, 13, 10, 34, 42 numaralı alanlar sıralı küme örneğine seçilmiştir. Örnek alana karşılık gelen ağaç orta boy değişkenine ait gözlem değerleri; 13, 9, 16, 6, 13, 13, 11, 16, 18, 5, 12, 18, 6, 12, 14 dür.

Örnek çapının tek ($m=3$) olduğu duruma ilişkin MSKÖ kullanılarak yapılan örnek seçimi sonucunda; 6, 45, 14, 44, 21, 8, 7, 18, 43, 39, 9, 19, 28, 34, 36 numaralı alanlar medyan sıralı küme örneğine seçilmiştir. Örnek alana karşılık gelen ağaç orta boy değişkenine ait gözlem değerleri; 16, 9, 12, 10, 13, 12, 12, 16, 13, 12, 12, 16, 12, 12, 13 tür.

Ağaç orta boyu değişkeni için SKÖ ve MSKÖ altında örnek seçim işlemleri açıkça Çizelge 4.3. ve Çizelge 4.4.' da verilmiş diğer değişkenler için de benzer şekilde hesaplanarak Çizelge 4.5. ve Çizelge 4.6.' da özetlenmiştir.

Çizelge 4.5. Sıralama ve örnek alanlarının kümelerdeki dağılımı yapıldıktan sonra SKÖ yöntemi ile örnek seçimi

Seçilen Örnek Birimi Sıra No	OrtaBoy (m) X_1	Ağaç Sayısı (adet/ha) X_2	Orta Çap (cm) X_3	Hacim (m ³ /ha) X_4	Göğüs Yüzeyi (m ² /ha) X_5
11	13	899	22	199	33
45	9	925	14	45	14
25	16	600	26	233	33
41	6	1450	12	71	16
21	13	575	25	195	28
32	13	600	24	183	28
23	11	625	18	85	16
18	16	450	31	213	34
24	18	475	30	254	33
5	5	700	11	18	6
9	12	675	21	143	24
13	18	425	30	239	31
10	6	1600	10	39	14
34	12	575	23	143	23
42	14	375	24	113	17

Çizelge 4.6. Sıralama ve örnek alanlarının kümelerdeki dağılımı yapıldıktan sonra MSKÖ yöntemi ile örnek seçimi

Seçilen Örnek Birimi Sıra No	OrtaBoy (m) X_1	Ağaç Sayısı (adet/ha) X_2	Orta Çap (cm) X_3	Hacim (m ³ /ha) X_4	Göğüs Yüzeyi (m ² /ha) X_5
6	19	475	26	176	26
45	9	925	14	45	14
14	12	500	29	242	32
44	10	425	21	90	15
21	13	575	25	195	28
8	12	734	23	166	27
7	12	833	21	85	16
18	16	450	31	213	34
43	13	525	21	102	17
39	12	800	20	146	25
9	12	675	21	143	24
19	16	450	30	236	31
28	12	1125	20	190	34
34	12	575	23	143	23
6	13	675	21	139	23

Çizelge 4.5. ve Çizelge 4.6. yardımıyla elde edilen beş değişkene ait normal dağılım konum parametresinin ortalamalarının, varyanslarının ve OHK lerinin tahminleri çizelge 4.7. de verilmiştir. BTÖ ile elde edilen örneklerin ortalaması tahmin edilirken Eş. 3.1'den ve ortalama varyansının tahmini hesaplanırken Eş. 3.2'ten faydalanılmıştır. Kümelerde ki birim sayısı birbirine eşit olduğundan, SKÖ ile elde edilen örneklere ait ortalamalar tahmin edilirken Eş. 3.3'ten ve ortalama tahmininin varyansı tahmin edilirken Eş. 3.5'ten faydalanılmıştır. MSKÖ ile elde edilen örneklere ait ortalamalar tahmin edilirken Eş. 3.11'dan ve ortalama tahmininin varyansı tahmin edilirken Eş. 3.13'den faydalanılmıştır. BTÖ, SKÖ ve MSKÖ kullanılarak elde edilen örnekten ağaç envanterinde kullanılan 5 değişkenin her biri için ortalama ve ortalamanın varyans tahmini sonuçları Çizelge 4.7.'de verilmiştir.

Çizelge 4.7. İncelenen örnekleme yöntemleri altında shrinkage tahmin edicisinin ortalama hata karelerinin karşılaştırılması

Seçilen Örnek Birimi Sıra No	OrtaBoy (m) X_1	Ağaç Sayısı (adet/ha) X_2	Orta Çap (cm) X_3	Hacim (m ³ /ha) X_4	Göğüs Yüzeyi (m ² /ha) X_5
$\bar{X}_{SKÖ}$	12,1	729,9	21,4	144,9	23,3
$\hat{\mu}_{(1:m)}$	8,2	1.054,80	14,6	82,4	16,9
$\hat{\mu}_{(2:m)}$	12,4	640	22,8	147,9	24,7
$\hat{\mu}_{(3:m)}$	15,8	495	26,8	204,3	28,3
$\hat{\sigma}^2_{SKÖ}$	17,26	128 654 40	48,8	6 239 50	78,4
$\bar{X}_{BTÖ}$	12,6	700,7	22,3	163,4	25,4
$\bar{X}_{MSKÖ}$	12,6	649,46	23,06	159,73	25,4
s^2	12,2	82 166 60	34,2	5 337 10	65,3
$\widehat{Var}(\bar{X}_{BTÖ})$	0,8	5 477 80	2,3	357,1	4,4
$\widehat{Var}(\bar{X}_{SKÖ})$	0,5	4 825 40	1,5	250,6	3,7
$\widehat{Var}(\bar{X}_{MSKÖ})$	0,24	2 291 45	1,13	169,75	2,45
$\overline{OHK}(\bar{X}_{shBTÖ})$	0,795	5 417 330	2,269	352,425	4,320
$\overline{OHK}(\bar{X}_{shSKÖ})$	0,498	4 781 104	1,495	247,644	3,674
$\overline{OHK}(\bar{X}_{shMSKÖ})$	0,049	148,47	1,12	82,03	2,41

Çizelge 4.7’ de BTÖ, SKÖ ve MSKÖ altında elde edilen örnek ortalamalarının ve ortalamaların varyans tahminleri karşılaştırıldığında $V(\bar{X}_{SKÖ}) < V(\bar{X}_{BTÖ})$ ve $\overline{OHK}(\bar{X}_{shMSKÖ}) < \overline{OHK}(\bar{X}_{shSKÖ}) < \overline{OHK}(\bar{X}_{shBTÖ})$ olduğu görülmektedir.

MSKÖ kullanılarak elde edilen shrinkage tahmin edicilerin OHK’ ları daha küçük çıktığından MSKÖ yönteminin, SKÖ ve BTÖ yöntemlerine tercih edilebileceği yapılan uygulama ile gösterilmiştir. Bu durumda MSKÖ ile elde edilen örnek ortalaması tahmin edicisinin daha etkin olduğu söylenebilir.

Çizelge 4.5 ‘teki sonuçlara ait çözümler ve çözümler hesaplanırken hangi eşitliklerden faydalandığı ağaç orta boy değişkeni için aşağıda detaylı olarak gösterilmiştir.

Örnek uygulamada ‘ X_1 : Ağacın orta boyu’ değişkeninin sonuçlarına ait çözümler;

SKÖ altında yığın ortalamasına ilişkin tahmin edici hesaplanırken Eş.3.3’ den faydalanılmıştır.

$$\begin{aligned}
\bar{X}_{SKÖ} &= \frac{1}{mr} \sum_{j=1}^r \sum_{i=1}^m X_{i(i:m)j} \\
&= \frac{1}{15} (13 + 9 + 16 + 6 + 13 + \dots + 5 + 12 + 18 + 5 + 12 + 14) \\
&= \frac{182}{15} = 12,1
\end{aligned}$$

1. sıra istatistiğinin ortalamasının tahmini,

$$\hat{\mu}_{(1:m)} = \frac{13 + 6 + 11 + 5 + 6}{5} = \frac{41}{5} = 8,2$$

2. sıra istatistiğinin ortalamasının tahmini,

$$\hat{\mu}_{(2:m)} = \frac{9 + 13 + 16 + 12 + 12}{5} = \frac{62}{5} = 12,4$$

3. sıra istatistiğinin ortalamasının tahmini,

$$\hat{\mu}_{(3:m)} = \frac{16 + 13 + 18 + 18 + 14}{5} = \frac{79}{5} = 15,8$$

şekilde elde edilir.

1980 yılında Stokes tarafından önerilen SKÖ' ye dayalı yığın varyansı tahmini aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\begin{aligned}
\hat{\sigma}^2_{SKÖ} &= \frac{1}{(mr - 1)} \sum_{j=1}^r \sum_{i=1}^m (X_{i(i:m)j} - \bar{X}_{SKÖ})^2 \\
&= \frac{[(13 - 12,06)^2 + (9 - 12,06)^2 + \dots + (12 - 12,06)^2 + (14 - 12,06)^2]}{45} \\
&= \frac{241,75}{45} = 5,3722
\end{aligned}$$

BTÖ altında yığın ortalamasına ilişkin tahmin edici tahmin edilirken Eş.3.1' den faydalanılmıştır.

$$\bar{X}_{BTÖ} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} = \frac{1}{45} (15 + 12 + 11 + 2 + \dots + 14 + 13 + 10 + 9) = \frac{568}{45} = 12,6$$

MSKÖ altında yığın ortalamasına ilişkin tahmin edici Eş.3.11' den faydalanılmıştır.

$$\begin{aligned} \bar{X}_{MSKÖ} &= \frac{1}{mr} \sum_{j=1}^r \sum_{i=1}^m X_{i(\frac{m+1}{2}:m)j} \\ &= \frac{1}{15} (16 + 9 + 12 + 10 + 13 + 12 + \dots + 12 + 12 + 16 + 12 + 12 + 13) \\ &= \frac{190}{15} = 12,6 \end{aligned}$$

Yığın varyansı tahmin edicisi, s^2 , aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\begin{aligned} s^2 &= \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \\ &= \frac{[(15 - 12,6)^2 + (15 - 12,6)^2 + \dots + (10 - 12,6)^2 + (9 - 12,6)^2]}{45 - 1} \\ &= \frac{536,86}{44} = 12,2 \end{aligned}$$

BTÖ altında yığın ortalamasına ilişkin tahmin edicinin varyansı tahmin edilirken Eş.3.2' den faydalanılmıştır.

$$\widehat{Var}(\bar{X}_{BTÖ}) = \frac{s^2}{n} = \frac{12,2}{15} = 0,8$$

SKÖ altında yığın ortalamasına ilişkin tahmin edicinin varyansı tahmin edilirken Eş.3.5' den faydalanılmıştır.

$$\begin{aligned}\widehat{Var}(\bar{X}_{SKÖ}) &= \frac{1}{mr} (\hat{\sigma}^2 - \frac{1}{rm} (\hat{\mu}_{(i:m)} - \hat{\mu})^2) \\ &= \frac{1}{15} \left[17,3 - \frac{(8,2 - 12,6)^2 + (12,4 - 12,6)^2 + (15,8 - 12,6)^2}{3} \right] \\ &= \frac{1}{15} \left(17,3 - \frac{29,64}{3} \right) = 0,5\end{aligned}$$

MSKÖ altında yığın ortalamasına ilişkin tahmin edicinin varyansı tahmin edilirken Eş.3.13' den faydalanılmıştır.

$$\begin{aligned}\widehat{Var}(\bar{X}_{MSKÖ}) &= \frac{1}{m^2r} \left(\sum_{i=1}^m Var \left(X_{i(\frac{m+1}{2}:m)} \right) \right) \\ &= \frac{1}{225} \cdot 5 \cdot (3,84 + 5,04 + 2,16) = 0,24\end{aligned}$$

BTÖ yöntemi altında yığın ortalamasına ilişkin elde edilen shrinkage tahmin edicisinin OHK' sı hesaplanırken Eş.2.9' dan faydalanılmıştır.

$$\begin{aligned}\widehat{OHK}(\bar{X}_{shBTÖ}) &= \frac{\hat{\mu}^2}{\hat{\mu}^2 + \hat{\sigma}^2/n} \sigma^2/n \\ &= \frac{\bar{X}_{BTÖ}^2}{\bar{X}_{BTÖ}^2 + \hat{\sigma}^2/n} \hat{\sigma}^2/n \\ &= \frac{12,6^2}{12,6^2 + 0,8} \cdot 0,8 = 0,795\end{aligned}$$

SKÖ yöntemi altında yığın ortalamasına ilişkin elde edilen shrinkage tahmin edicisinin OHK' sı hesaplanırken Eş.3.8 ve Eş.3.9' dan faydalanılmıştır.

$$\begin{aligned}
\widehat{OHK}(\bar{X}_{shSKÖ}) &= \hat{\mu}^2(1 - \hat{c}) \\
&= \hat{\mu}^2 \left(1 - \frac{\hat{\mu}^2}{Var(\bar{X}_{SKÖ}) + \hat{\mu}^2} \right) \\
&= \bar{X}_{SKÖ}^2 \left(1 - \frac{\bar{X}_{SKÖ}^2}{Var(\bar{X}_{SKÖ}) + \bar{X}_{SKÖ}^2} \right) \\
&= 12,1^2 \left(1 - \frac{12,1^2}{0,5 + 12,1^2} \right) = 0,498
\end{aligned}$$

MSKÖ yöntemi altında yığın ortalamasına ilişkin elde edilen shrinkage tahmin edicisinin OHK' sı hesaplanırken Eş. 3.21 ve Eş. 3.22' den faydalanılmıştır.

$$\begin{aligned}
\widehat{OHK}(\bar{X}_{shMSKÖ}) &= \hat{\mu}^2(1 - \hat{c}) \\
&= \hat{\mu}^2 \left(1 - \frac{\hat{\mu}^2}{Var(\bar{X}_{MSKÖ}) + \hat{\mu}^2} \right) \\
&= \bar{X}_{MSKÖ}^2 \left(1 - \frac{\bar{X}_{MSKÖ}^2}{Var(\bar{X}_{MSKÖ}) + \bar{X}_{MSKÖ}^2} \right) \\
&= 12,6^2 \left(1 - \frac{12,6^2}{0,049 + 12,6^2} \right) = 0,049
\end{aligned}$$

X_2 : Ağaç sayısı, X_3 : Ağacın orta çapı, X_4 : Ağacın hacmi ve X_5 : Ağacın göğüs yüzeyi değişkenlerine ait çözümler de benzer şekilde elde edilebilir. Elde edilen sonuçlar Çizelge 4.7' de verilmiştir.



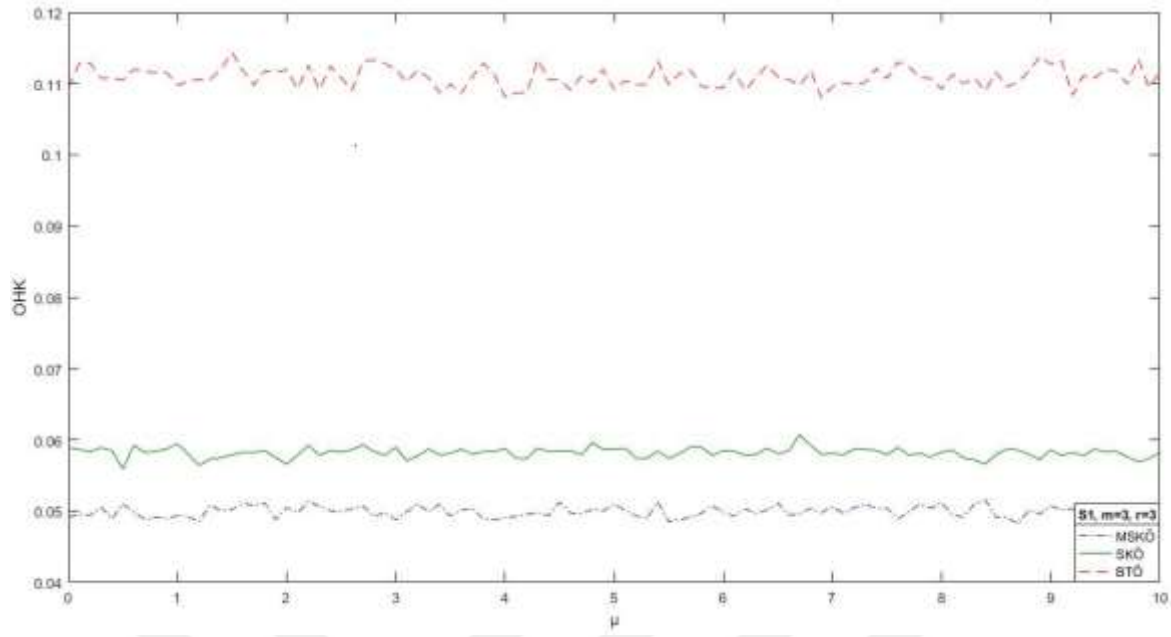
5. SİMÜLASYON ÇALIŞMASI

Bu bölümde, SKÖ ve MSKÖ yöntemleri altında elde edilmiş shrinkage tahmin edicileri ele alınmış olup, BTÖ yöntemi altında elde edilmiş shrinkage tahmin edicisine göre etkinlikleri Monte Carlo simülasyon yöntemi uygulanarak incelenmiştir. Yığın dağılımı olarak Standart Normal (0,1) dağılım altında inceleme yapılmıştır. Örnek büyüklüğü olarak küme sayısı $m=3,7$ ve tekrar sayısı $r=3,7$ olarak alınmıştır.

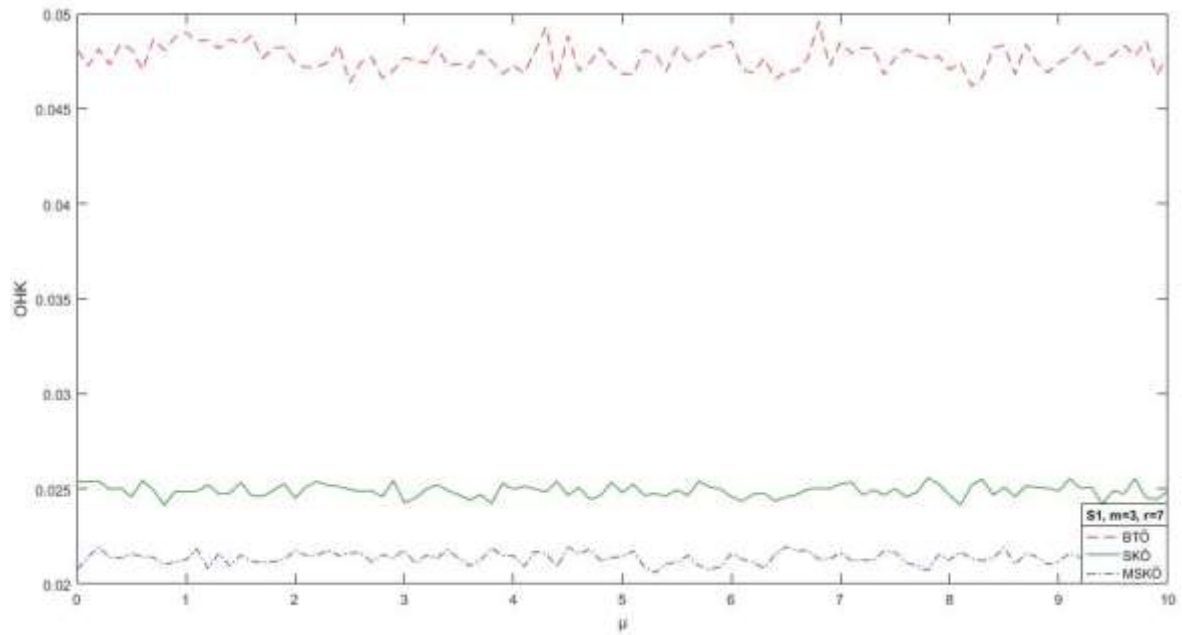
Monte Carlo simülasyon yöntemi ile BTÖ, SKÖ ve MSKÖ yöntemlerine ilişkin OHK değerlerinin hesaplanmasında normal dağılımdan 10000 örnek verisi üretilmiştir. BTÖ, SKÖ ve MSKÖ yöntemleri ile normal dağılım konum parametresine ilişkin elde edilen S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri Şekil 5.1. ve Şekil 5.20. arasında gösterilmektedir. Monte Carlo yöntemi ile BTÖ, SKÖ ve MSKÖ yöntemleri altında elde edilmiş shrinkage tahmin edicilerine ilişkin OHK değerlerinin hesaplanmasında aşağıdaki adımlar izlenmektedir.

- 1) Belirlenen standart normal dağılım altında, BTÖ, SKÖ ve MSKÖ yöntemlerine uygun olacak şekilde belirlenen küme çapı ve tekrar sayısına göre tesadüfi olarak örnek birimleri üretilir.
- 2) Seçilen örneklerden yığın ortalamasına ilişkin shrinkage tahmin edicisi hesaplanır.
- 3) 1. ve 2. adım 10000 kez tekrarlanarak yığın ortalamasına ilişkin tahmin değerlerinin ortalama, varyans ve OHK değerleri hesaplanır.

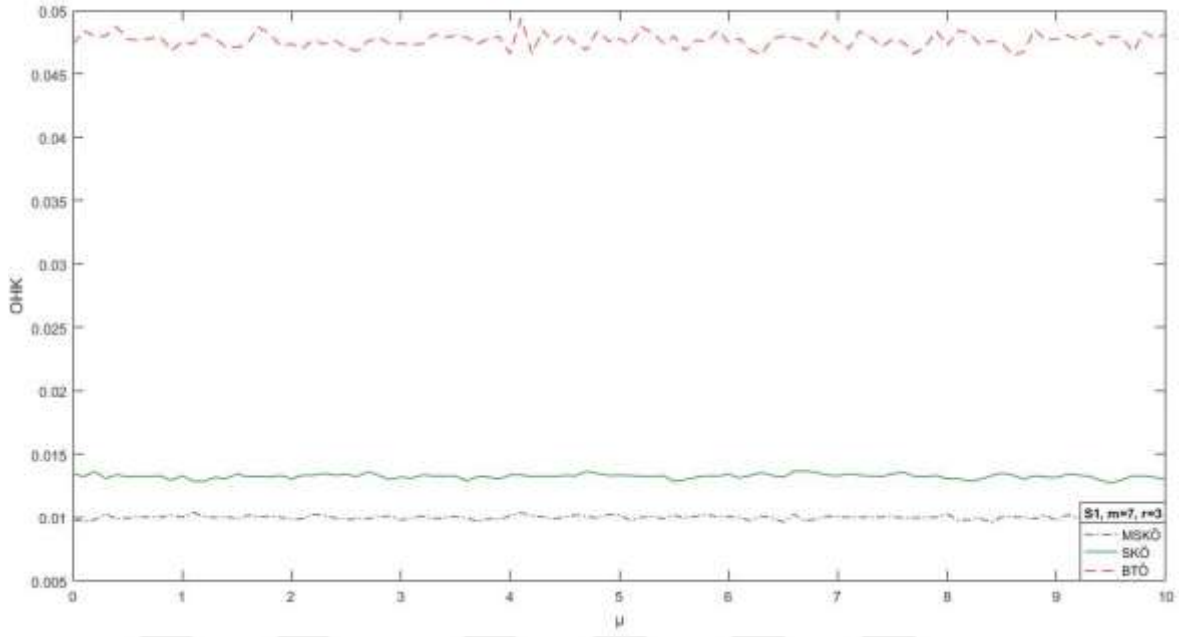
BTÖ, SKÖ ve MSKÖ yöntemleri ile yığın ortalaması ilişkin elde edilen shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri Şekil 5.1. ile Şekil 5.20. arasında gösterilmektedir.



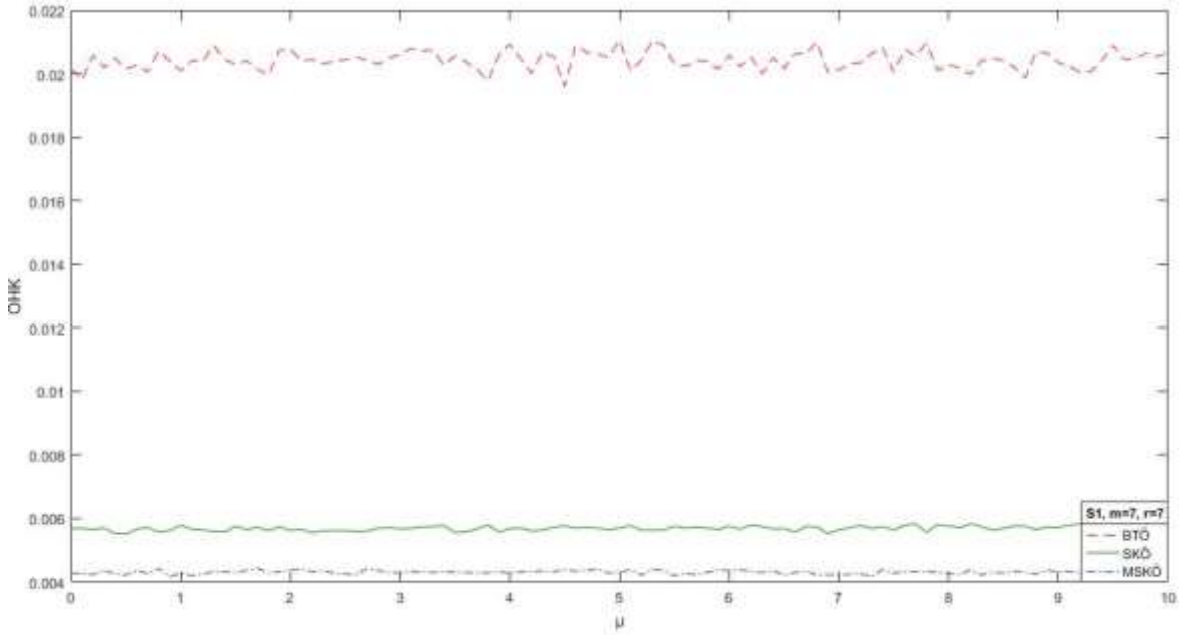
Şekil 5.1. $\sigma = 1, m=3, r=3$ olmak üzere BTÖ, SKÖ ve MSKÖ altında yığın ortalamasına ilişkin elde edilen S_1 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri



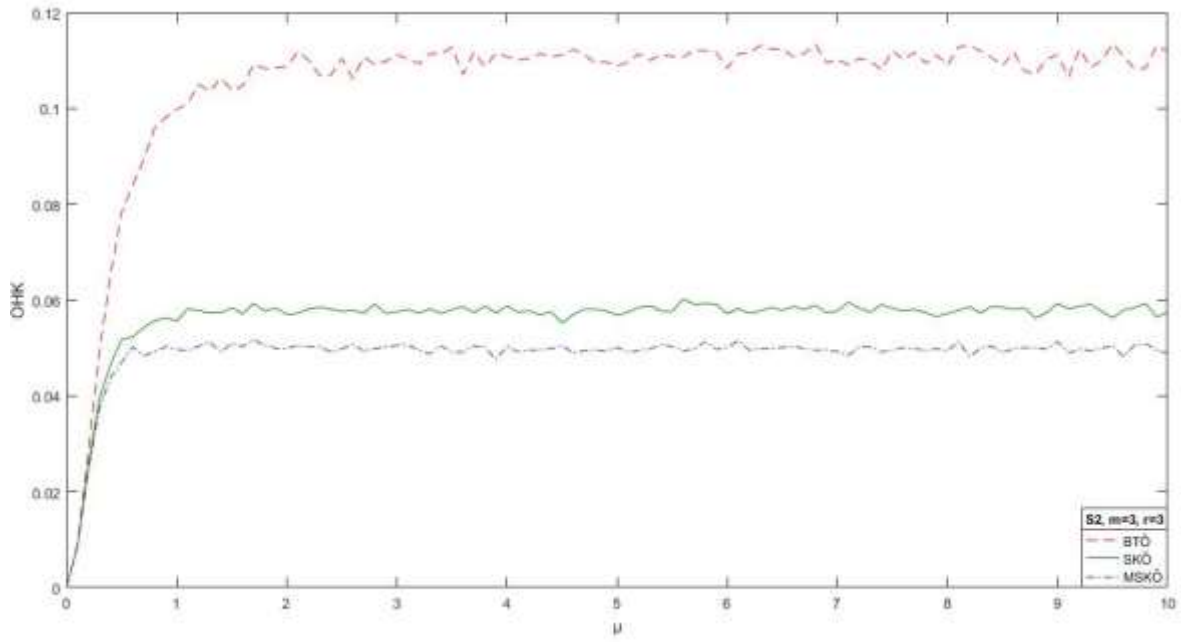
Şekil 5.2. $\sigma = 1, m=3, r=7$ olmak üzere BTÖ, SKÖ ve MSKÖ altında yığın ortalamasına ilişkin elde edilen S_1 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri



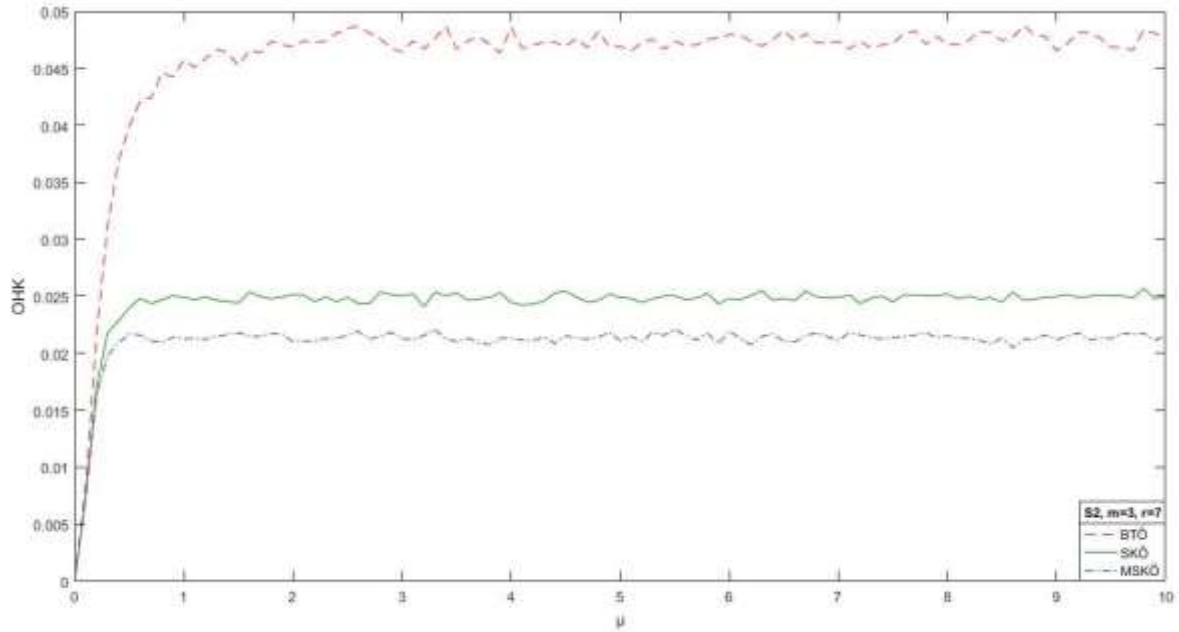
Şekil 5.3. $\sigma = 1$, $m=7$, $r=3$ olmak üzere BTÖ, SKÖ ve MSKÖ altında yığın ortalamasına ilişkin elde edilen S_1 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri



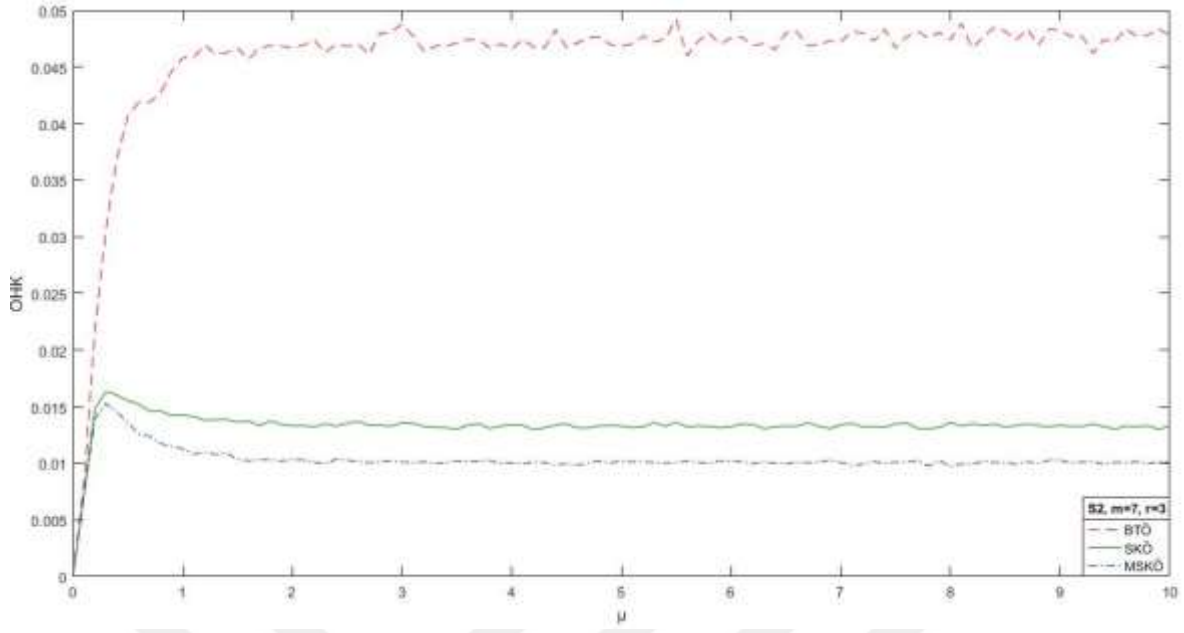
Şekil 5.4. $\sigma = 1$, $m=7$, $r=7$ olmak üzere BTÖ, SKÖ ve MSKÖ altında yığın ortalamasına ilişkin elde edilen S_1 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri



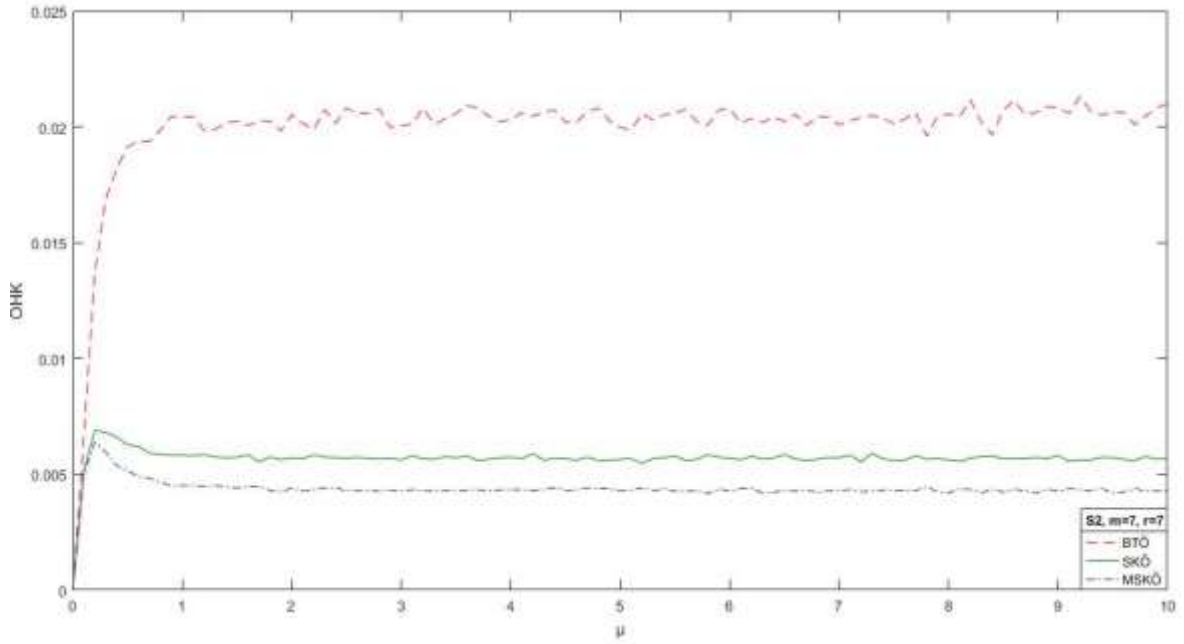
Şekil 5.5. $\sigma = 1, m=3, r=3$ olmak üzere BTÖ, SKÖ ve MSKÖ altında yığın ortalamasına ilişkin elde edilen S_2 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri



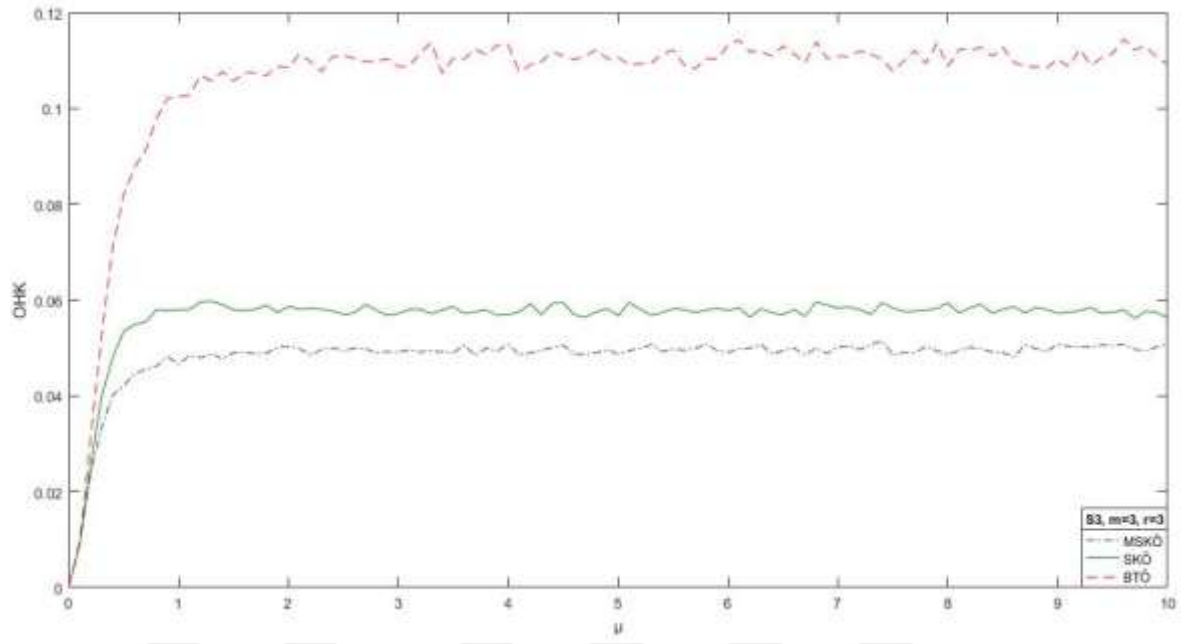
Şekil 5.6. $\sigma = 1, m=3, r=7$ olmak üzere BTÖ, SKÖ ve MSKÖ altında yığın ortalamasına ilişkin elde edilen S_2 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri



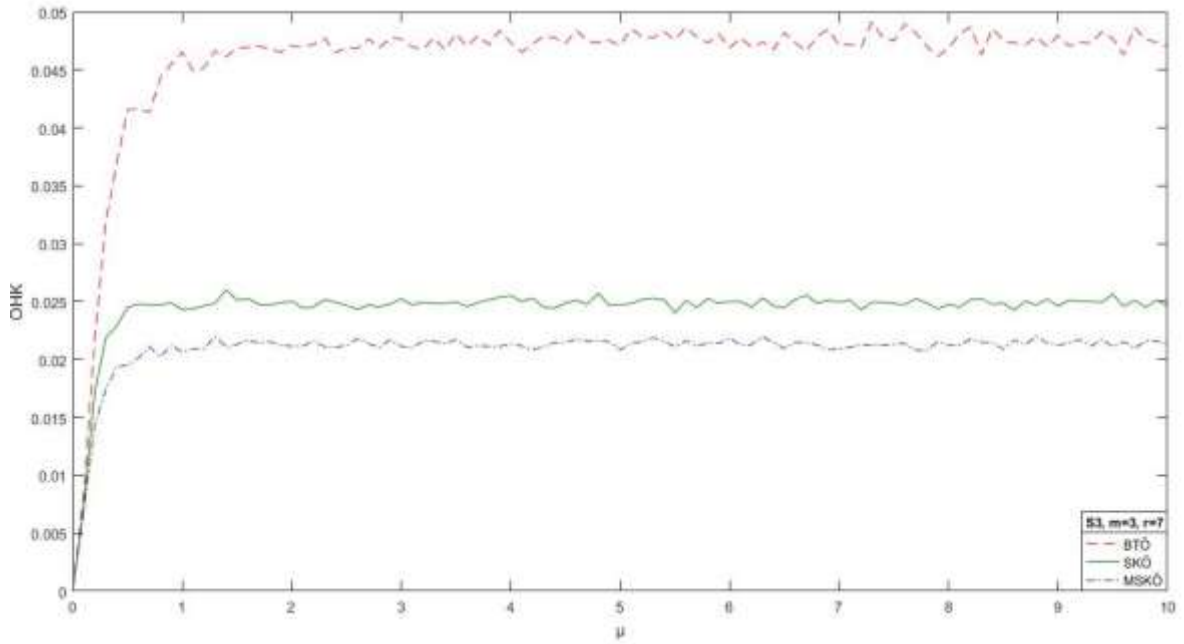
Şekil 5.7. $\sigma = 1, m=7, r=3$ olmak üzere BTÖ, SKÖ ve MSKÖ altında yığın ortalamasına ilişkin elde edilen S_2 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri



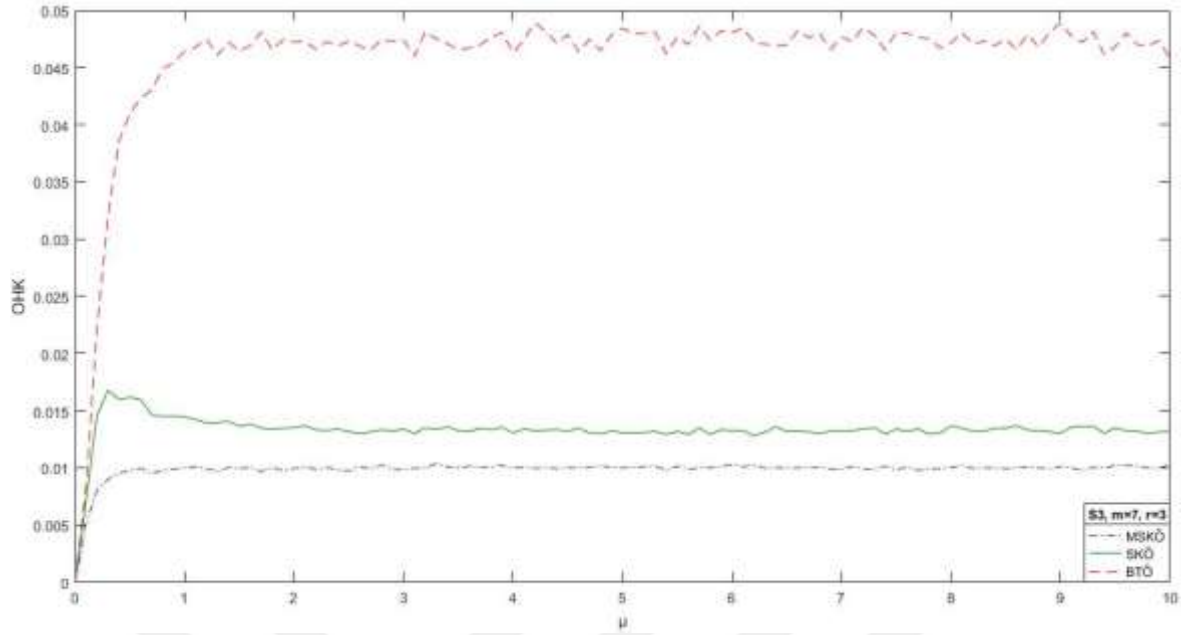
Şekil 5.8. $\sigma = 1, m=7, r=7$ olmak üzere BTÖ, SKÖ ve MSKÖ altında yığın ortalamasına ilişkin elde edilen S_2 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri



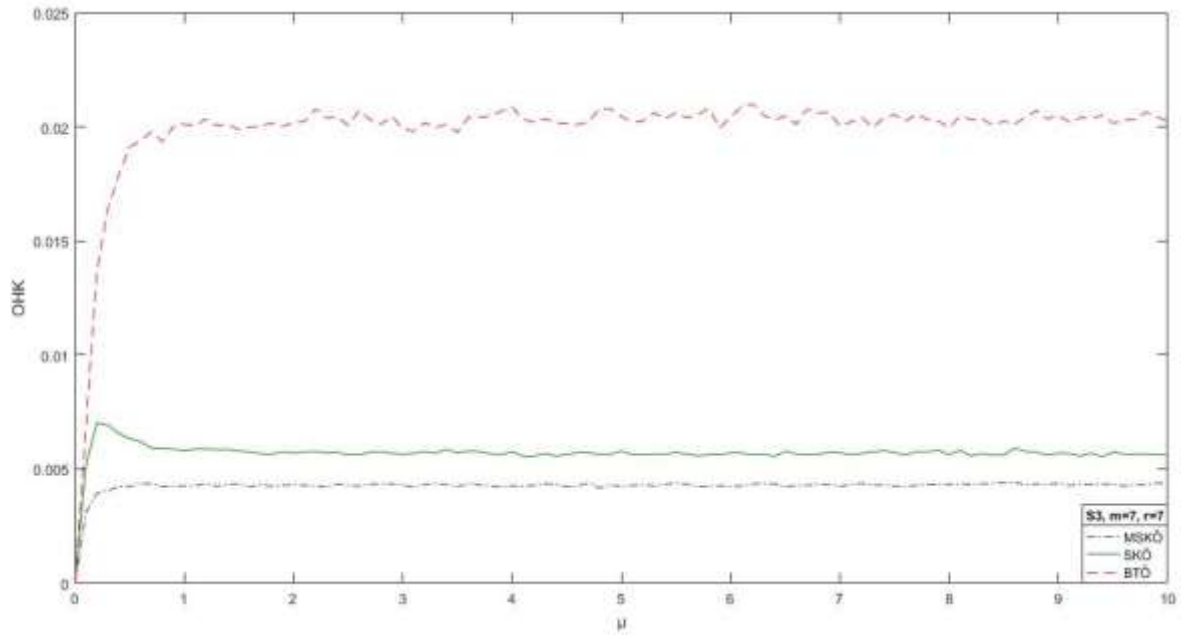
Şekil 5.9. $\sigma = 1, m=3, r=3$ olmak üzere BTÖ, SKÖ ve MSKÖ altında yığın ortalamasına ilişkin elde edilen S_3 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri



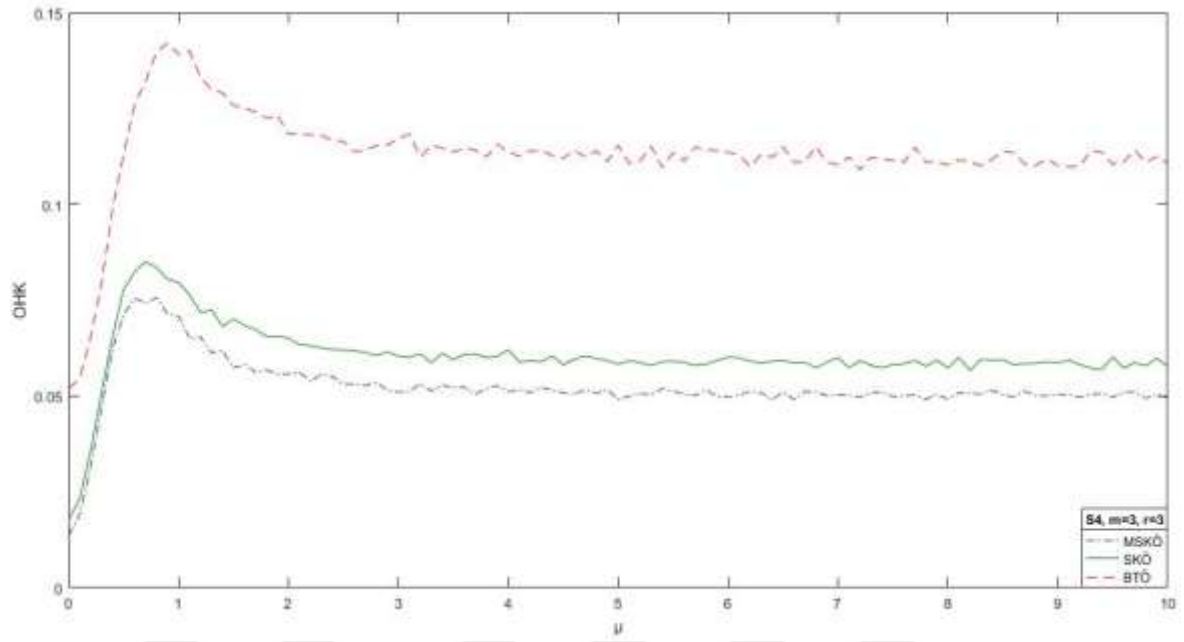
Şekil 5.10. $\sigma = 1, m=3, r=7$ olmak üzere BTÖ, SKÖ ve MSKÖ altında yığın ortalamasına ilişkin elde edilen S_3 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri



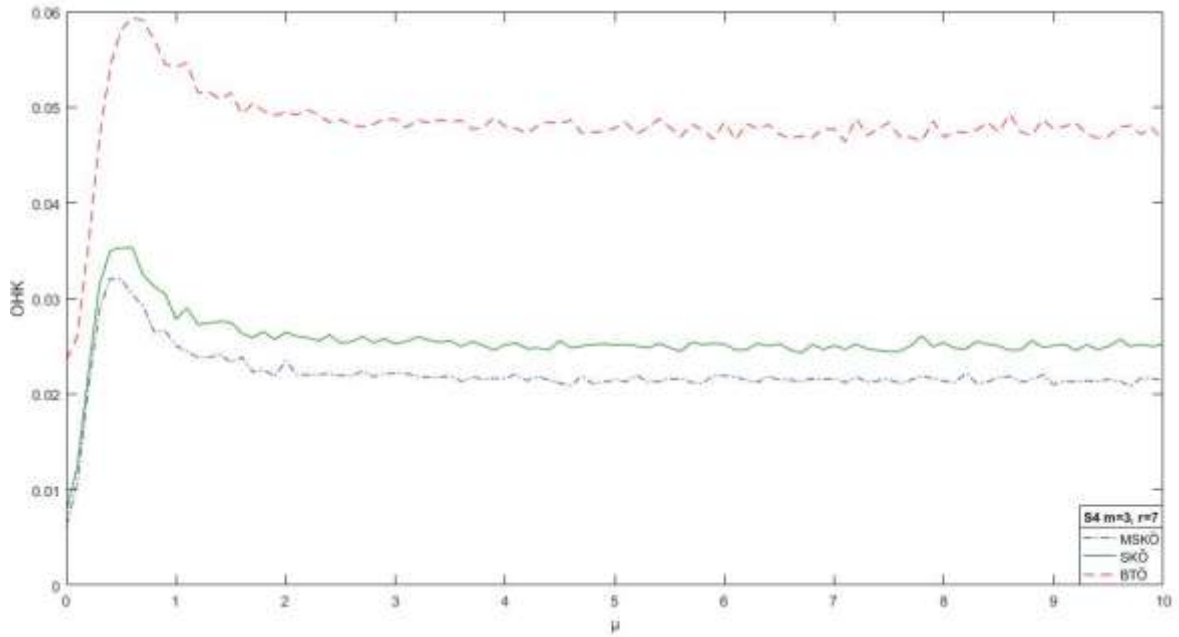
Şekil 5.11. $\sigma = 1, m=7, r=3$ olmak üzere BTÖ, SKÖ ve MSKÖ altında yığın ortalamasına ilişkin elde edilen S_3 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri



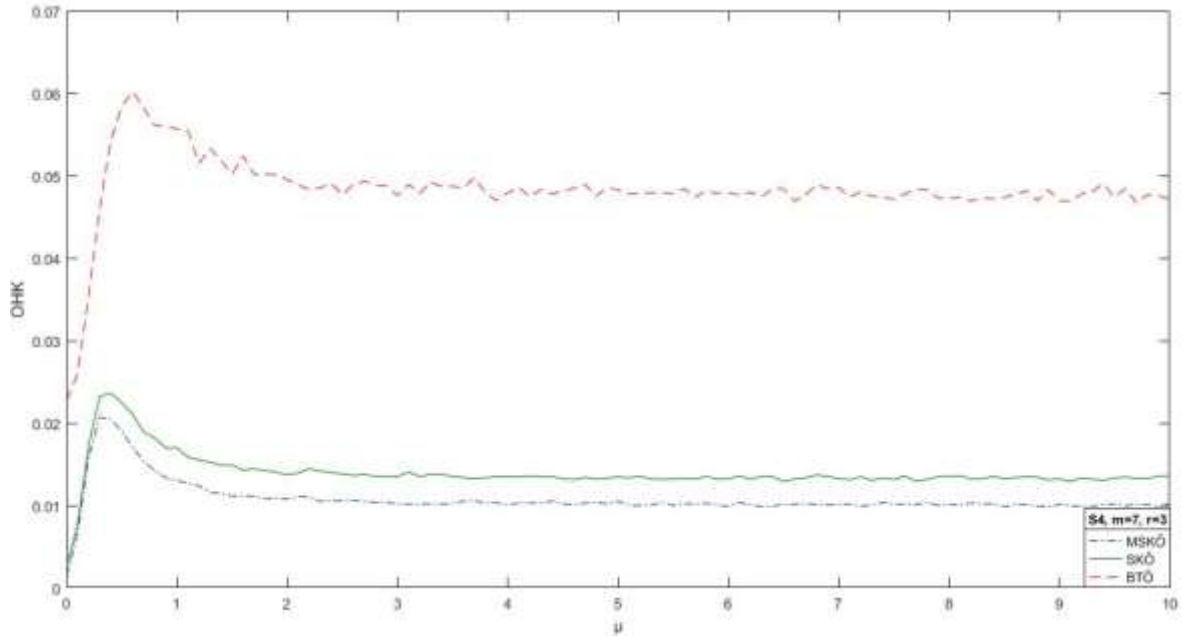
Şekil 5.12. $\sigma = 1, m=7, r=7$ olmak üzere BTÖ, SKÖ ve MSKÖ altında yığın ortalamasına ilişkin elde edilen S_3 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri



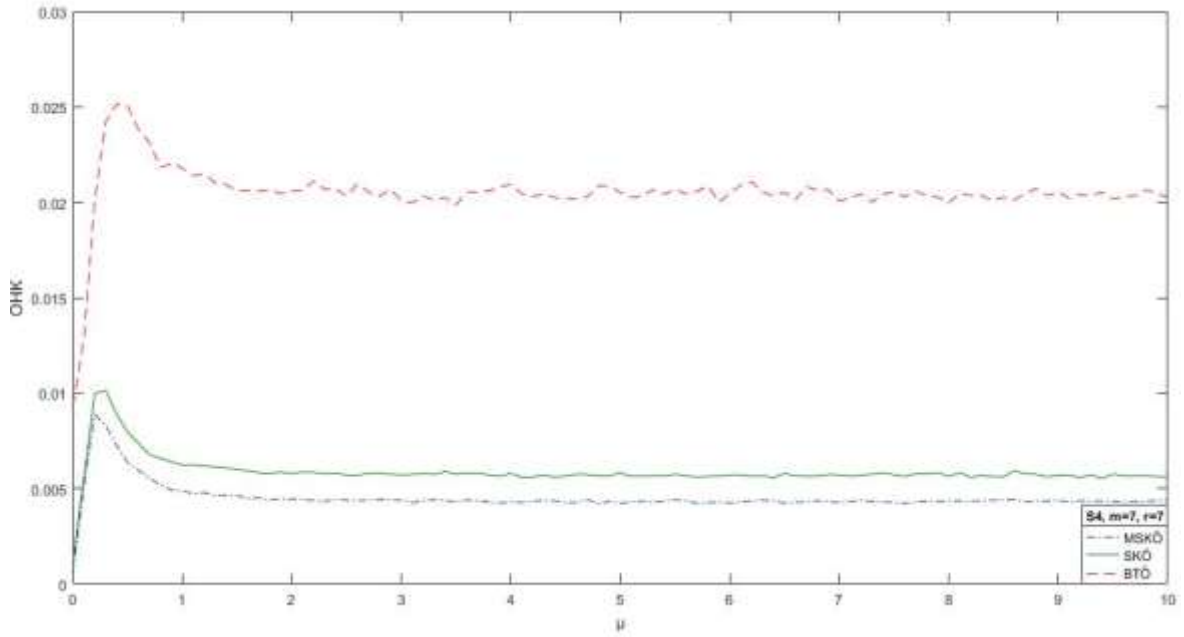
Şekil 5.13. $\sigma = 1, m=3, r=3$ olmak üzere BTÖ, SKÖ ve MSKÖ altında yığın ortalamasına ilişkin elde edilen S_4 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri



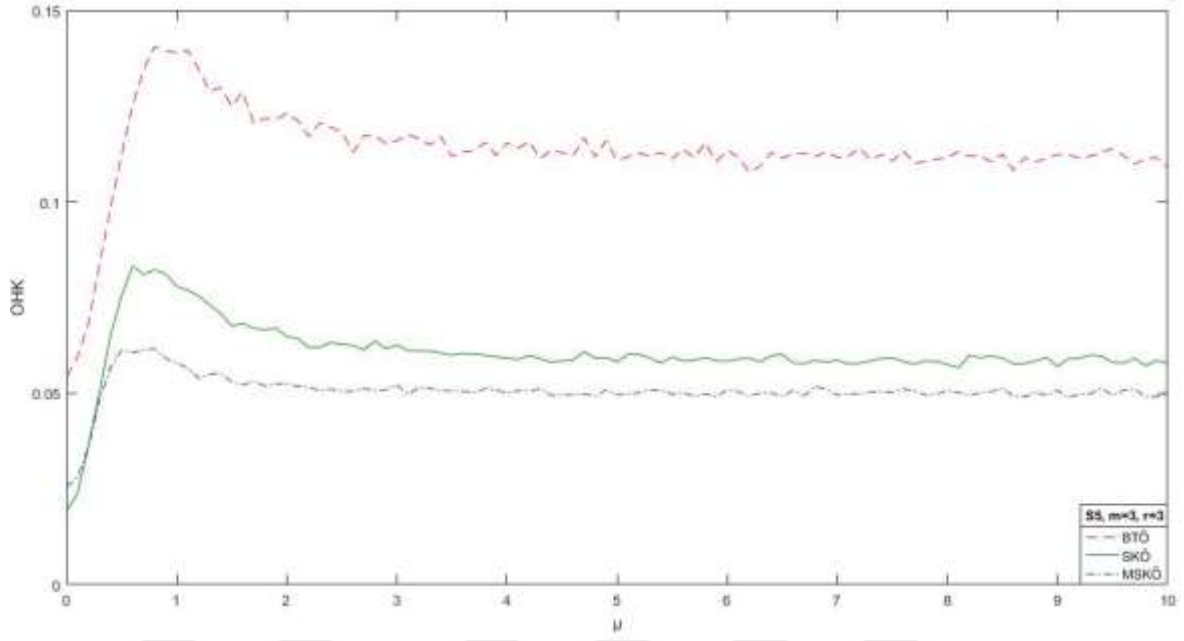
Şekil 5.14. $\sigma = 1, m=3, r=7$ olmak üzere BTÖ, SKÖ ve MSKÖ altında yığın ortalamasına ilişkin elde edilen S_4 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri



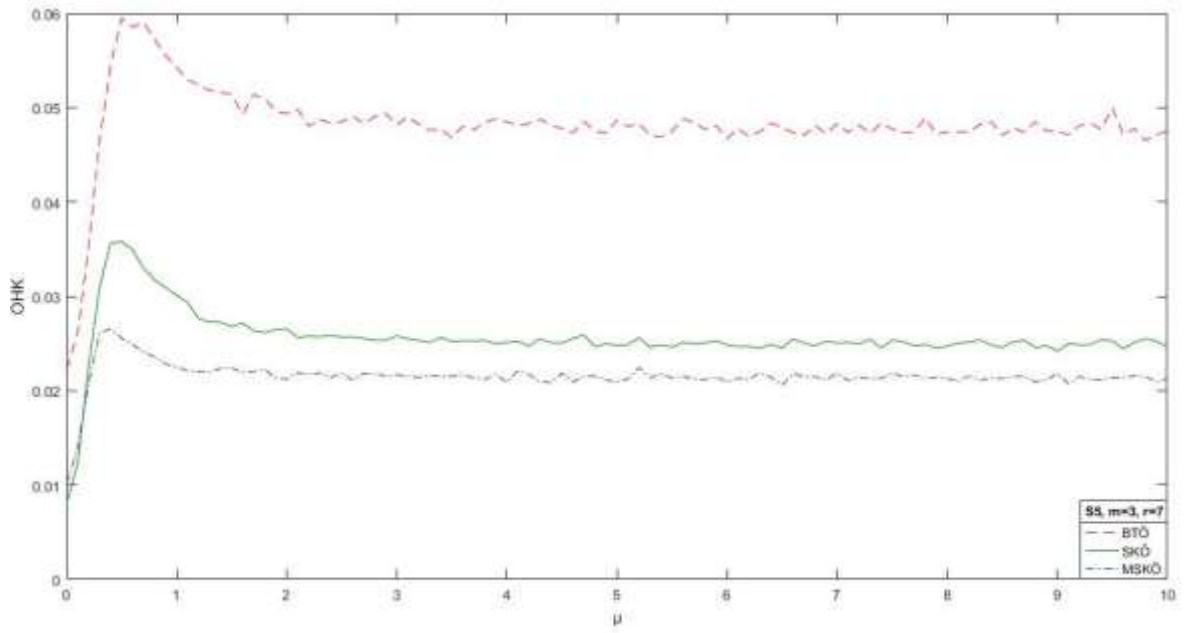
Şekil 5.15. $\sigma = 1, m=7, r=3$ olmak üzere BTÖ, SKÖ ve MSKÖ altında yığın ortalamasına ilişkin elde edilen S_4 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri



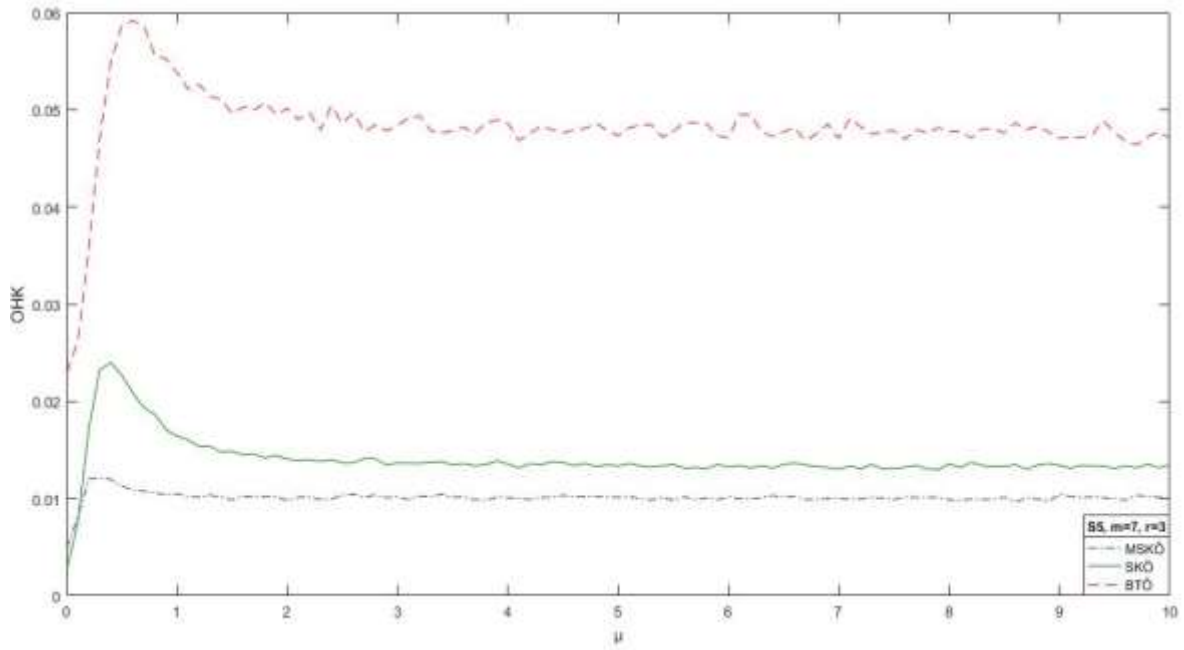
Şekil 5.16. $\sigma = 1, m=7, r=7$ olmak üzere BTÖ, SKÖ ve MSKÖ altında yığın ortalamasına ilişkin elde edilen S_4 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri



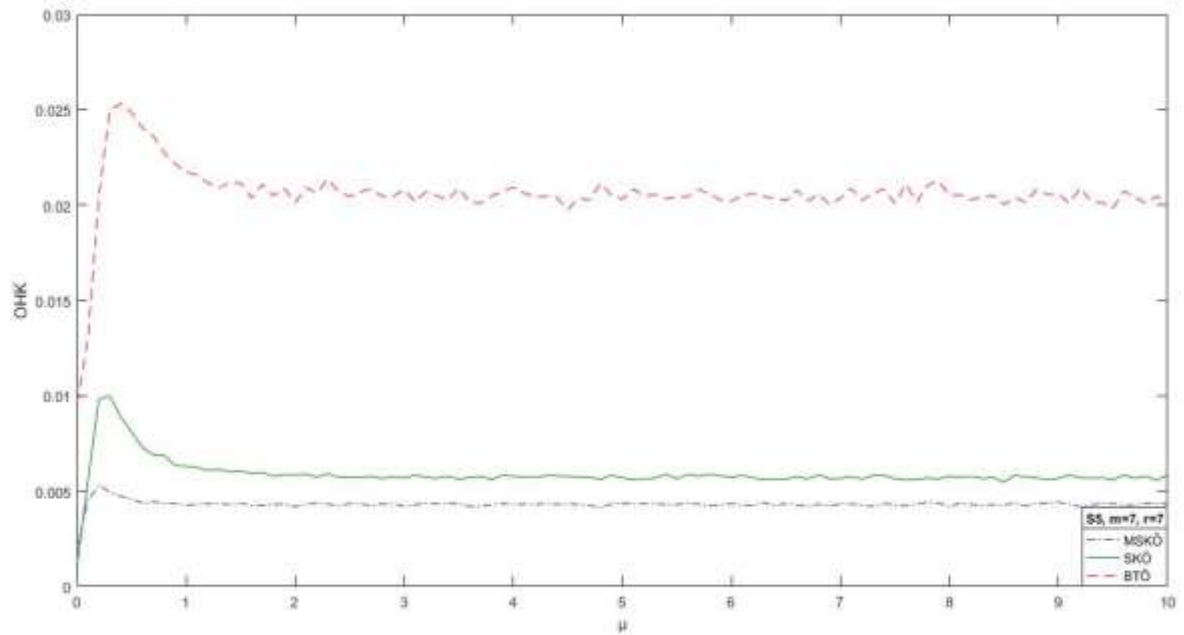
Şekil 5.17. $\sigma = 1, m=3, r=3$ olmak üzere BTÖ, SKÖ ve MSKÖ altında yığın ortalamasına ilişkin elde edilen S_5 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri



Şekil 5.18. $\sigma = 1, m=3, r=7$ olmak üzere BTÖ, SKÖ ve MSKÖ altında yığın ortalamasına ilişkin elde edilen S_5 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri



Şekil 5.19. $\sigma = 1, m=7, r=3$ olmak üzere BTÖ, SKÖ ve MSKÖ altında yığın ortalamasına ilişkin elde edilen S_5 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri



Şekil 5.20. $\sigma = 1, m=7, r=7$ olmak üzere BTÖ, SKÖ ve MSKÖ altında yığın ortalamasına ilişkin elde edilen S_5 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri

Bu çalışmada, öncelikle SKÖ ve MSKÖ altında shrinkage tahmin edicisi elde edilmiştir. Daha sonra normal dağılımın konum parametresine ilişkin BTÖ, SKÖ ve MSKÖ yöntemleri altında farklı shrinkage tahmin edicileri simülasyonu çalışması yardımıyla incelenmiştir.

MSKÖ altında elde edilen tahmin edicilerinin BTÖ ve SKÖ altında elde edilen tahmin edicilere göre daha etkin olduğu, OHK' larının daha küçük çıktığı Şekil 5.1 ile Şekil 5.16.

arasında görülmektedir.

Simülasyon çalışması sonucunda, Şekil 5.1. ile Şekil 5.20. arasında verilen $m=3,7$ $r=3,7$ için BTÖ, SKÖ ve MSKÖ yöntemleri altında elde edilen yığın ortalamasına ilişkin S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 faktörlü shrinkage tahmin edicilerinin küme sayısı artırılıp tekrar sayısı sabit alınarak küme sayısının etkinlik üzerindeki etkisi incelenmiştir. Daha sonra tekrar sayısı artırılıp küme sayısı sabit alınarak tekrar sayısının etkinlik üzerindeki etkisi incelenmiştir. Yapılan incelemelerde hem küme sayısı hem de tekrar sayısı arttıkça OHK değerinin arttığı, fakat küme sayısı ve tekrar sayısının artırılmasında küme sayısının tekrar sayısına göre etkinliği daha çok etkilediği görülmektedir.

Şekil 5.1. ile Şekil 5.4. arasında verilen $m=3$ $r=3$ için, $m=7$ $r=3$ için, $m=3$ $r=7$ için, $m=7$ $r=7$ için BTÖ, SKÖ ve MSKÖ yöntemleri ile elde edilen yığın ortalamasına ilişkin S_1 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri incelendiğinde MSKÖ altında elde edilen tahmin edicinin SKÖ ve BTÖ ye göre daha etkin olduğu görülmektedir.

Şekil 5.5. ile Şekil 5.8. arasında verilen $m=3$ $r=3$ için, $m=7$ $r=3$ için, $m=3$ $r=7$ için, $m=7$ $r=7$ için BTÖ, SKÖ ve MSKÖ yöntemleri ile elde edilen yığın ortalamasına ilişkin S_2 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri incelendiğinde MSKÖ altında elde edilen tahmin edicinin SKÖ ve BTÖ ye göre daha etkin olduğu görülmektedir.

Şekil 5.9. ile Şekil 5.12. arasında verilen $m=3$ $r=3$ için, $m=7$ $r=3$ için, $m=3$ $r=7$ için, $m=7$ $r=7$ için BTÖ, SKÖ ve MSKÖ yöntemleri ile elde edilen yığın ortalamasına ilişkin S_3 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri incelendiğinde MSKÖ altında elde edilen tahmin edicinin SKÖ ve BTÖ ye göre daha etkin olduğu görülmektedir.

Şekil 5.13. ile Şekil 5.16. arasında verilen $m=3$ $r=3$ için, $m=7$ $r=3$ için, $m=3$ $r=7$ için, $m=7$ $r=7$ için BTÖ, SKÖ ve MSKÖ yöntemleri ile elde edilen yığın ortalamasına ilişkin S_4 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri incelendiğinde MSKÖ altında elde edilen tahmin edicinin SKÖ ve BTÖ ye göre daha etkin olduğu görülmektedir.

Şekil 5.17. ile Şekil 5.20. arasında verilen $m=3$ $r=3$ için, $m=7$ $r=3$ için, $m=3$ $r=7$ için, $m=7$ $r=7$ için BTÖ, SKÖ ve MSKÖ yöntemleri ile elde edilen yığın ortalamasına ilişkin S_5 faktörlü shrinkage tahmin edicisinin OHK değerleri incelendiğinde MSKÖ altında elde edilen tahmin edicinin SKÖ ve BTÖ ye göre daha etkin olduğu görülmektedir.

OHK değeri 0'a yaklaştıkça MSKÖ ve SKÖ altında shrinkage tahmin edicisi daha etkin sonuçlar vermektedir.





6. SONUÇ VE ÖNERİLER

İyi bir tahmin ediciden söz edildiğinde akla gelen ilk iki özellik sapmasızlık ve etkinlik dolayısıyla küçük varyansa sahip olma durumudur. Ancak bağımsız değişkenler arasında şiddetli bir ilişki bulunuyorsa, bu tür veriler hatada, dolayısıyla varyansta yanıltıcı bir büyümeye sebep olur ve bu büyüme parametre tahminlerine ve kestirim sonuçlarına olumsuz şekilde yansır.

Bu durumda, olumsuz etkiyi yok etmek için sapmasız tahmin edicilerin yerine sapmalı tahmin ediciler tercih edilir ve bu sebeple sapmalı tahmin yöntemlerine başvurulur. Bu yöntemler küçük bir yan karşılığı varyans alanını dolayısıyla hatayı küçültür. Böyle durumlarda sapmalı tahmin ediciler sapmasız tahmin edicilere göre daha küçük OHK' lara sahiptirler.

Bu çalışmada bu durum dikkate alınarak, normal dağılımın konum parametresinin tahmini üzerine yapılan çalışmalar incelenmiş ve Thompson (1968) tarafından önerilen shrinkage tahmin edicinin sapmasız tahmin ediciden daha küçük OHK değerine sahip olduğu durum gösterilmiştir. Tahmin yönteminde genel olarak sapmasız tahmin edici, OHK' yı en küçükleyecek şekilde belirlenen bir sabit ile çarpılarak sapmalı ve küçük OHK' lı yeni bir tahmin edici elde edilir. Elde edilen bu sapmalı tahmin edicilerin OHK' larının küçük olması etkinlikleri açısından önemli olduğundan seçilen örnekleme yöntemi büyük önem kazanmaktadır.

BTÖ ile bu anlamda yapılmış çalışmalar mevcuttur. Fakat BTÖ yönteminde örnek hacmi tahmin edicinin etkinliğini büyük ölçüde etkilediğinden bu araştırmalarda örnek birimlerinin ölçüm maliyetlerinin genellikle yüksek olduğu, çevre, ekoloji, tarım ve tıp gibi alanlarda, gerekli istatistiksel analizlerin belli bir örnek çapı kısıtı altında gerçekleştirilmesi zorunluluğu ortaya çıkabilir. Bu durumda örnek birimlerini elde etmede, en az örnek büyüklüğü kadar yığını en iyi şekilde temsil edecek bir örnekleme yönteminin kullanılması önem kazanır. Hem maliyet kısıtını aşmayacak hem de ilgilenilen yığını en iyi şekilde temsil edecek örneğin seçilmesi önemlidir. Bu amaca yönelik olarak McIntyre (1952) tarafından önerilen, BTÖ yöntemine göre daha etkin sonuçlar veren SKÖ ve SKÖ önerildikten sonra Muttlak (1997) tarafından önerilen, SKÖ yöntemlerine alternatif olarak sıralamadaki hata miktarını azaltmak ve tek modlu simetrik dağılımlar için yığın ortalamasını tahmin etmede

SKÖ den daha etkin sonuçlar veren MSKÖ yöntemi ele alınmıştır. Buradan hareketle Thompson (1968)' nin önermiş olduğu shrinkage tahmin ediciden yola çıkılarak normal dağılımın konum parametresine ilişkin BTÖ, SKÖ ve MSKÖ altında shrinkage tahmin edicisi elde edilmiştir.

Konuyu incelemek amacıyla bölgesel ölçekte elde edilen gerçek ağaç verileri ile yapılmış bir çalışmanın (Cihantimur Özkan, 2014), İstanbul Sarıyer Orman İşletme Şefliğinin sınırları içinde kalan arazide yapılmış ölçümlerden elde ettikleri verilerine dayanarak yapılan sayısal örnekte ormandaki ağaç envanterinin tahmin edilmesinde teorik olarak elde edilen formüller ile SKÖ altında shrinkage tahmin edicisi ile MSKÖ altında shrinkage tahmin edicisinin OHK' ları uygulamalı olarak bulunmuştur. OHK ler karşılaştırılmış ve MSKÖ altında elde edilen shrinkage tahmin edicisinin OHK' sının BTÖ ve SKÖ altında elde edilen shrinkage tahmin edicisinin OHK' sından daha küçük çıktığı gösterilmiştir.

Daha sonra normal dağılımın konum parametresine ilişkin BTÖ, SKÖ ve MSKÖ yöntemleri, farklı örnek çapları ve farklı shrinkage faktörleri altında, OHK' ları karşılaştırmak üzere Monte Carlo simülasyon çalışması yardımıyla incelenmiştir. İncelenen dağılım altında BTÖ, SKÖ ve MSKÖ yöntemlerinin etkinlikleri karşılaştırılarak, normal dağılımın hangi örnekleme yöntemi altında yığın ortalamasına ilişkin daha etkin tahminler verdiği yapılan uygulama ve simülasyon çalışması sonucunda tek modlu SKÖ tasarımlarından MSKÖ yöntemi altında yığın ortalamasına ilişkin elde edilen shrinkage tahmin edicilerinin BTÖ ve SKÖ altında elde edilen shrinkage tahmin edicilere göre daha etkin sonuçlar verdiği, OHK' larının daha küçük çıktığı ortaya konmuş, MSKÖ yönteminin, BTÖ ve SKÖ yöntemine tercih edilebileceği yapılan simülasyon çalışması ile gösterilmiştir.

Son olarak Şekil 5.1 ile Şekil 5.16 arasında verilen $m=3,7$ $r=3,7$ için BTÖ, SKÖ ve MSKÖ yöntemleri ile elde edilen yığın ortalamasına ilişkin S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 faktörlü shrinkage tahmin edicilerinin küme çapı artırılıp tekrar sayısı sabit alınarak küme sayısının etkinlik üzerindeki etkisi, tekrar sayısı artırılıp, küme sayısı sabit alınarak tekrar sayısının etkinlik üzerindeki etkisi simülasyon çalışması ile incelenmiş, hem küme sayısı hem de tekrar sayısı arttıkça her üç örnekleme yöntemi ile elde edilen shrinkage tahmin edicilerinin etkinliğinin arttığı, fakat küme sayısı ve tekrar sayısının artırılmasında küme sayısının tekrar sayısına göre etkinliği daha çok etkilediği gözlemlenmiştir.

Özet olarak, yapılan simülasyon çalışması sonucunda teorik olarak da elde edilen sonuca paralel olarak normal dağılımın konum parametresi için her durumda MSKÖ ile elde edilen shrinkage tahmin edicinin diğer iki örnekleme yöntemiyle elde edilen shrinkage tahmin edicilere göre daha etkin olduğu sonucuna varılmıştır. Aynı zamanda hem tekrar hem de küme çapı arttıkça her bir yöntemle elde edilen shrinkage tahmin edicilerinin etkinliği artarken küme sayısının tekrar sayısına göre OHK üzerinde daha etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır.





KAYNAKLAR

- Akbulut, M. C. (2016). Sıralı küme örnekleme yöntemiyle yığın parametrelerinin tahmini: Sigortacılıkta bir uygulama. *Bankacılık ve Sigortacılık Araştırmaları Dergisi*, 2(9), 38-56.
- Al Saleh, M. F. and Al Hadrami, S. A. (2003). Parametric estimation for the location parameter for symmetric distributions using moving extremes ranked set sampling with application to trees data. *Environmetrics: The Official Journal of the International Environmetrics Society*, 14(7), 651-664.
- Cihantimur Özkan, S. (2014). *Sıralı Küme Örnekleme Yöntemi ve Ormancılıkta Bir Uygulama*, Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 26-29.
- Chen, Z., Bai, Z. and Sinha, B. (2003). *Ranked set sampling: theory and applications* (Vol. 176). New York: Springer Science and Business Media, 143-174.
- Das, B. (1975). Estimaton Of μ^2 in Normal Population. *Calcutta Statistical Association Bulletin*, 24(1-4), 135-140.
- David, H. A. and Levine, D. N. (1972). Ranked set sampling in the presence of judgment error. *Biometrics*, 28, 553-555.
- Dell, T. R. and Clutter, J. L. (1972). Ranked set sampling theory with order statistics background. *Biometrics*, 28, 545-555.
- Ebegil, M., Gökpınar, F. and Ekni, M. (2006). A simulation study of some shrinkage estimators. *Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics*, 35(2), 213-226.
- Evans, M. J. (1967). *Application of ranked set sampling to regeneration surveys in areas direct-seeded to longleaf pine*. Master of Forestry Dissertation, Louisiana State University, Baton Rouge, LA.
- Halls, L. K. and Dell, T. R. (1966). Trial of ranked-set sampling for forage yields. *Forest Science*, 12(1), 22-26.
- Jani, P. N. (1991). A class of shrinkage estimators for the scale parameter of the exponential distribution. *IEEE Transactions on Reliability*, 40(1), 68-70.
- Jemain, A. A., Al-Omari, A. and Ibrahim, K. (2008). Some variations of ranked set sampling. *Electronic Journal of Applied Statistical Analysis*, 1(1), 1-15.
- Kourouklis, S. (1994). Estimation in the 2-parameter exponential distribution with prior information. *IEEE Transactions on Reliability*, 43(3), 446-450.

- McIntyre, G. A. (1952). A method for unbiased selective sampling, using ranked sets. *Australian Journal of Agricultural Research*, 3(4), 385-390.
- Mehta, J. S. and Srinivasan, R. (1971). Estimation of the mean by shrinkage to a point. *Journal of the American Statistical Association*, 66(333), 86-90.
- Muttlak, H. A. (1997). Median ranked set sampling. *J Appl Stat Sci*, 6, 245-255.
- Muttlak, H. A. (1998). Median ranked set sampling with concomitant variables and a comparison with ranked set sampling and regression estimators. *Environmetrics: The official journal of the International Environmetrics Society*, 9(3), 255-267.
- Muttlak, H. A. and Abu-Dayyeh, W. (1998). Testing some hypotheses about the normal distribution using ranked set sample: a more powerful test. *Journal of Information and Optimization Sciences*, 19(1), 1-11.
- Nahhas, R. W., Wolfe, D. A. and Chen, H. (2004). Ranked set sampling: ranking error models and estimation of visual judgment error variance. *Biometrical Journal: Journal of Mathematical Methods in Biosciences*, 46(2), 255-263.
- Özdemir, Ş., ve Ebegil, M. (2012). Klasik Pareto Dağılımının Şekil Parametresi İçin Shrinkage Tahmin Ediciler. *Süleyman Demirel Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 16(1), 116-121.
- Özdemir, Y. A. (2005). *Sıralı Küme Örneklemesiyle Doğrusal Regresyon Modelinde Parametre Tahminlerinin İncelenmesi* (Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara).
- Özdemir, Y. A., Ebegil, M. and Gökpınar, F. (2017). A test statistic based on ranked set sampling for two normal means. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 46(10), 8077-8085.
- Patil, G. P., Sinha, A. K. and Tailie, C. (1997). Ranked set sampling, coherent rankings and size-biased permutations. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 63(2), 311-324.
- Rao, V. N. and Singh, J. (1982). note on estimation of mu squared in normal density. *Journal of the Indian Society of Agricultural Statistics*.
- Ridout, M. S. and Cobby, J. M. (1987). Ranked set sampling with non-random selection of sets and errors in ranking. *Journal of the Royal Statistical Society: Series C (Applied Statistics)*, 36(2), 145-152.
- Shen, W. H. (1994). Use OE ranked set sampling for test of a normal mean. *Calcutta Statistical Association Bulletin*, 44(3-4), 183-194.

- Singh, H. P. and Katyar, N. P. (1988). A generalized class of estimators for common parameters of two normal distribution with known coefficient of variation. *Journal Indian Society of Agricultural Statistics*, 40(2), 127-149.
- Sinha, B. K., Sinha, B. K. and Purkayastha, S. (1996). On some aspects of ranked set sampling for estimation of normal and exponential parameters. *Statistics and Risk Modeling*, 14(3), 223-240.
- Stokes, S.L. (1977). Ranked set sampling with concomitant variables. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 6(12), 1207-1211.
- Stokes, S.L. (1980). Estimation of variance using judgment ordered ranked set samples. *Biometrics*, 35-42.
- Takahasi, K. and Wakimoto, K. (1968). On unbiased estimates of the population mean based on the sample stratified by means of ordering. *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, 20(1), 1-31.
- Thompson, J. R. (1968). Some shrinkage techniques for estimating the mean. *Journal of the American Statistical Association*, 63(321), 113-122.
- Tseng, Y. L. and Wu, S. W. (2007). Ranked-set-sample-based tests for normal and exponential means. *Communications in Statistics — Simulation and Computation*®, 36(4), 761-782.
- Wolfe, D. A. (2010). Ranked set sampling. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics*, 2(4), 460-466.



ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı : GÜRSOY, Kübra
 Uyuğu : T.C.
 Doğum tarihi ve yeri : 29.03.1989, Trabzon
 Medeni hali : Evli
 Telefon : 0 (534) 509 49 73
 Faks : 0 (312) 473 57 36
 e-mail : kubraalgan.88@hotmail.com



Eğitim

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet Tarihi
Yüksek Lisans	Gazi Üniversitesi / İstatistik	Devam ediyor
Lisans	Gazi Üniversitesi / İstatistik	2015
Ön Lisans	Selçuk Üniversitesi / Bilgisayar Programcılığı	2011
Lise	Sürmene Yabancı Dil Ağırlıklı Lisesi	2007

İş Deneyimi

Yıl	Yer	Görev
2016-Halen	V4 Consulting	Yönetici Asistanı
2012-2012	Maximum Bilgisayar Kursu	Bilgisayar Öğretmeni
2014-2014	Yeğenler Mağazacılık	Ön Muhasebe Elemanı

Yabancı Dil

İngilizce

Yayınlar

Gursoy, K., Özdemir, Y.A. ve Ebeğil, M. (2019). 'Sıralı Küme Örneklemesi ile Shrinkage Tahmini', 1. Uluslararası 23 Nisan Multidisipliner Çalışmalar Kongresi, Ankara.

Hobiler Yüzme, Spor, Dans



DİZİN

A

Abstract · 25, 66, 68
 Alıntılar · 14
 Alt Bölümler · 10
 APA · 35, 45
 Araştırma · 30
 Arial · 6

B

Bakınız · 23
 Baskı · 36, 42
 başlık · 10, 15, 20, 29, 31, 34, 40,
 47
 bölüm · 6, 31, 47

C

CD · 3
 Cilt · 8

Ç

çizelge · 4, 19, 20, 21, 23, 25, 28,
 47, 81
 Çizelge · 9, 27, 70, 71, 72, 73, 74,
 75, 76, 77

D

Dipnot · 18
 Dizin · 50
 Doğrudan aktarma · 15
 Dolaylı aktarma · 16

E

EKLER · 6, 20, 47, 49, 51, 69
 Eşitlik · 20, 21
 Etik · 9, 25

F

Format · 4, 5

formül · 20, 25

G

Giriş · 2, 4, 5, 9, 29, 31, 80
 Görüntü · 4
 grafik · 4, 20, 25

H

Harita · 9
 Haritalar · 27

İ

İlk kontrol · 3
 indis · 6
 İspat · 11

K

Kabul ve Onay · 25
 Kaynak · 11
 Kenar Boşlukları · 7
 Key Words · 25, 65, 66
 Kılavuz · 1

L

Lemma · 11
 literatür · 11, 14, 29

N

Numaralandırılma · 9, 11, 20

O

Onay · 2, 9
 Ondalık Sayılar · 19

Ö

Özet · 10, 25, 64, 68
 Özgeçmiş · 10, 49, 69, 76

P

patent · 5
 pdf · 1, 3, 4
 program · 4, 47
 punto · 6, 9, 10, 18, 24, 25, 26

R

Referans · 5, 18
 resim · 2, 4, 20, 21, 28, 47
 Resimle · 27
 Resimlemelerin Açıklamaları · 21

S

savunma · 1
 sembol · 25, 40
 simge · 6, 25, 28
 Simgeler ve kısaltmalar · 28, 75
 Simgeler ve Kısaltmalar · 9, 19
 Sonuç ve öneriler · 31

Ş

şekil · 4, 20, 21, 23, 25, 28, 47
 Şekil · 27, 68, 71
 Şekille · 9, 27

T

Tanım · 11, 19
 Teşekkür · 9, 10, 26, 67, 68, 70,
 71, 73, 74
 Tetkik · 75
 Times New Roman · 6

U

Unvan · 34

Y

yazar · 13, 14, 15, 16, 34, 38, 42



GAZİ GELECEKTİR