

**T.C.
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ**



**MİKRO VE NANO ÖLÇEKLİ MEKANİK SİSTEMLERİN
MODELLENMESİNDE YEREL OLMAYAN SONLU ELEMAN
FORMÜLASYONU**

Çiğdem IŞIK

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ

ANABİLİM DALI

DOKTORA TEZİ

OCAK 2018

ANTALYA

T.C.
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ



MİKRO VE NANO ÖLÇEKLİ MEKANİK SİSTEMLERİN
MODELLENMESİNDE YEREL OLMAYAN SONLU ELEMAN
FORMÜLASYONU

Çiğdem IŞIK

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ

ANABİLİM DALI

DOKTORA TEZİ

OCAK 2018

ANTALYA

**T.C.
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**MİKRO VE NANO ÖLÇEKLİ MEKANİK SİSTEMLERİN
MODELLENMESİNDE YEREL OLMAYAN SONLU ELEMAN
FORMÜLASYONU**

**Çiğdem IŞIK
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ
ANABİLİM DALI
DOKTORA TEZİ**

(Bu tez TUBİTAK tarafından 117M495 nolu proje ile desteklenmiştir.)

OCAK 2018

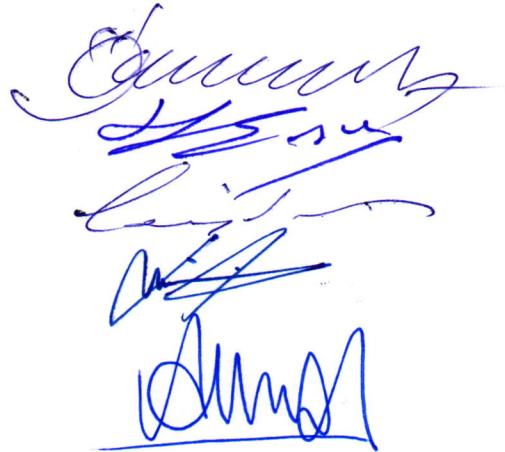
T.C.
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MİKRO VE NANO ÖLÇEKLİ MEKANİK SİSTEMLERİN
MODELLENMESİNDE YEREL OLMAYAN SONLU ELEMAN
FORMÜLASYONU

Çiğdem IŞIK
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ
ANABİLİM DALI
DOKTORA TEZİ

Bu tez 16./01./2018... tarihinde jüri tarafından Oybirliği / Oyçokluğu ile kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Ömer CİVALEK (Danışman)
Doç. Dr. Hakan ERSOY
Doç. Dr. Erkan DOĞAN
Yrd. Doç. Dr. İbrahim AYDOĞDU
Yrd. Doç. Dr. Mehmet AVCAR



ÖZET

MİKRO VE NANO ÖLÇEKLİ MEKANİK SİSTEMLERİN MODELLENMESİNDE YEREL OLMAYAN SONLU ELEMAN FORMÜLASYONU

Çiğdem IŞIK

Doktora Tezi, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Ömer CİVALEK

Ocak 2018; 143 Sayfa

Nano ve mikro ölçekteki yapıların mekanik davranışlarının alışlagelmiş boyutlardaki (santimetre, metre) yapılardan farklı olduğu yapılan nano ve mikro ölçekteki deneysel çalışmalar yardımıyla ispatlanmıştır. Nano ve mikro yapılar üzerinde deneysel çalışmak hem çok yüksek maliyet hem de uzun süren deneyler demektir. Bu nedenden dolayı yüksek mertebeden elastisite teorileri kullanılarak deneysel sonuçlara en yakın sonuçlar teorik olarak (mekanik model ile simüle edilerek) elde edilmeye çalışılmış ve birçok yüksek mertebeden boyut etkisini dikkate alan teori ortaya çıkmıştır. Bu tez çalışmasında boyut etkisini incelemek için yerel olmayan elastisite teorisi kullanılmıştır. Yerel olmayan elastisite teorisi kullanılarak eğilme, titreşim ve burkulmaya ait yönetici diferansiyel denklemler detaylı bir şekilde elde edilmiştir. Bu diferansiyel denklemler de yaklaşık bir çözüm yöntemi olan sonlu elemanlar yöntemlerinden Galerkin ağırlıklı artıklar yöntemi kullanılarak çözülmüştür. Ayrıca sonlu elemanlar yönteminde çubuk elemanın titreşimi için yerel olmayan parametrenin kalibrasyonu yapılmıştır. Analizler için protein mikrotüpçük ve silisyum karbür nanotüp malzeme olarak seçilmiştir. Değişik parametrelerin analizlere etkisi detaylı olarak incelenmiştir. Ayrıca incelenen yapının uzunluğu, çapı ve boyut etkisi parametresinin analizler üzerindeki etkisi detaylı olarak incelenmiş ve sonuçlar tablo ve grafikler halinde sunulmuştur.

ANAHTAR KELİMELER: Ağırlıklı Artıklar Yöntemi, Kafes Dinamiği, Sonlu Elemanlar Yöntemi, Yerel Olmayan Elastisite Teorisi.

JÜRİ: Prof. Dr. Ömer CİVALEK

Doç. Dr. Hakan ERSOY

Doç. Dr. Erkan DOĞAN

Yrd. Doç. Dr. İbrahim AYDOĞDU

Yrd. Doç. Dr. Mehmet AVCAR

ABSTRACT

NONLOCAL FINITE ELEMENT FORMULATION IN MODELING MICRO AND NANO SCALED MECHANICAL SYSTEMS

Çiğdem IŞIK

PhD. Thesis in CIVIL ENGINEERING

Supervisor: Prof. Dr. Ömer CİVALEK

January 2018, 143 Pages

Experimental studies have shown that the mechanical behaviors of nano- and micro-scale structures are different from structures having conventional dimensions (centimeters, meter). Experimental study on nanostructures and nanostructures is both costly and time consuming. For this reason, by using higher-order elasticity theories, the results have been theoretically tried to be obtained closer (simulated by mechanical model) and many higher order theories taking the size effect into account have been emerged. In this thesis, nonlocal elasticity theory was used to investigate the dimensional effect. Using the nonlocal elasticity theory, bending, vibration and buckling differential equations are obtained in detail. These differential equations are also solved using Galerkin weighted residual method which is one of the finite element methods which is an approximate solution method. Indeed in finite element method the calibration of small scale parameter from nonlocal elasticity theory is made for vibration analysis of nanorod. Protein microtubules and silicon carbide nanotube is chosen to perform analyzes. Variable parameters on the analyzes have been examined in detail. In addition, the effect of parameters such as the length, diameter, and thickness and size effect parameter on the analyzes are examined in detail and the results are presented in tables and figures.

KEYWORDS: Finite Element Method, Lattice Dynamics, Nonlocal Elasticity Theory, Weighted Residual Method.

COMMITTEE: Prof. Dr. Ömer CİVALEK

Assoc. Prof. Dr. Hakan ERSOY

Assoc. Prof. Dr. Erkan DOĞAN

Asst. Prof. Dr. İbrahim AYDOĞDU

Asst. Prof. Dr. Mehmet AVCAR

ÖNSÖZ

Nanoyapılar olağanüstü özellikleri ile dünyada araştırmacıların yoğun ilgisini çekmektedir. Bu nedenle, günümüzde artan sayıda nano ölçekli yapılar dünya çapında üretilmekte ve gelişmekte olan nanoteknoloji alanındaki yapı taşları olarak kullanılmaktadır.

Teknolojinin gün geçtikçe ilerlemesiyle daha küçük, daha hafif ve daha dayanımı yüksek malzemelerle çalışma gereksinimi duyulmaya başlanmıştır. En başta günümüzde kullandığımız telefon, bilgisayar, televizyon olmak üzere her şey küçülmekte ve tam tersine özellikleri güçlenmektedir. Doğru imalat yapılabilmesi için mekanik özelliklerini doğru analiz edilmesi en önemli faktördür. Bu küçük malzemelerle yapılan deneysel çalışmalardan ve atomik simülasyon modellerden malzeme boyutu küçüldükçe farklı fiziksel özellik kazanabildiği fark edilmiştir. İleri teknolojide (akıllı cep telefonları, avuç içi boyutundaki bilgisayarlar, akıllı saatler...) çokça kullanılan ve birbirinden farklı mekanik özelliklere (elastisite modülü, ısı dayanımı, kritik burkulma yükleri...) sahip olan bu malzemelerin birbirlerine göre avantajlı ve dezavantajlı olduğu kullanım alanları mevcuttur. Teknolojinin büyük hızla ilerlemesiyle beraber her gün daha küçük boyutta, daha dayanıklı ve daha kararlı malzemelere ihtiyaç duyulmaktadır. Bunlar gibi nano malzemeler çok farklı alanlarda kullanılmakta olup çok farklı etkilere maruz kalmaktadır.

Nano veya mikro ölçekli yapıların (çubuk, kiriş, plak, kabuk) mekanik modellenmesinde bilinen ve klasik olarak adlandırılan yöntemleri kullanmak yetersiz kalmakta olup deneysel çalışmalarla karşılaştırıldığı zaman klasik yöntemler ile elde edilen analiz sonuçlarının deneysel çalışmalarla örtüşmediği görülmüştür. Bu nedenden dolayı boyut olarak çok küçük yapıların mekanik modellenmesi yapılırken "boyut etkisi" adı verilen faktörün dikkate alınması gerektiği ortaya çıkmıştır. Boyut etkisini dikkate almak adına bu tezde yerel olmayan elastisite teorisi kullanılarak nano ve mikro boyuttaki yapıların doğru olarak modellenmesi ve doğru analiz sonuçlarının elde edilmesi amaç edinilmiştir. Tez kapsamında nano/mikro boyutlu yapıların çubuk ve kiriş olarak modellenerek eğilme, titreşim ve burkulma analizleri değişik parametreler etkisi altında yapılmıştır. Problemin yönetici denklemleri yerel olmayan elastisite teorisine göre hem denge denklemleri hem de Hamilton prensibi yardımıyla çıkarılarak çözüm için yaklaşık çözüm yöntemlerinden biri olan sonlu elemanlar yöntemi kullanılmıştır. Sonlu elemanlar yöntemlerinden Galerkin ağırlıklı artıklar yöntemi seçilmiştir. Ayrıca karşılaştırma yaparak elde edilen denklemlerin doğruluğu kanıtlanmıştır. Çubuğa ait titreşim denklemleri başka bir sonlu elemanlar yöntemi olan Spektral sonlu elemanlar yöntemi ile de elde edilmiştir. Uygulama olarak protein mikrotüpçük ve silisyum karbür nanotüp malzeme olarak seçilip farklı dış parametrelerin bu malzemelerin davranışlarına olan etkileri incelenmiştir. Ayrıca geometrik parametrelerin (malzeme uzunluğu, çapı, kalınlığı vb.) ve boyut etkisi parametresinin farklı değerlerinin ve oranlarının da bu analizler üzerindeki etkisi incelenmiştir.

Çalışmalarım sırasında engin bilgi ve tecrübelerinden yararlandığım, yönlendirme ve bilgilendirmeleriyle çalışmamı bilimsel temeller ışığında şekillendiren sayın danışman hocam Prof. Dr. Ömer CİVALEK'e ve tezin yürütülmesinde değerli katkılarından dolayı sayın Doç. Dr. Hakan ERSOY'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Çalışma arkadaşım Arş. Gör. Kadir MERCAN'a, her zaman yanımda olarak hiçbir desteğini esirgemeyen eşim Türev IŞIK'a, sevgili aileme de en derin minnetlerimi sunmak isterim.

İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	ii
ÖNSÖZ.....	iii
AKADEMİK BEYAN.....	vii
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	viii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	xiii
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	xix
1. GİRİŞ.....	1
2. KAYNAK TARAMASI.....	3
2.1. Nanoteknoloji.....	3
2.2. Nanoyapılar ve Nanomalzemeler.....	4
2.2.1. Popüler nanoyapılar.....	5
2.2.2. Popüler nano/mikrotüpler.....	9
2.2.2.1. Mikrotüpçükler.....	9
2.2.2.2. Diğer nanotüpler.....	13
2.3. Günümüzde Nanoyapıların Modellenmesi için Kullanılan Yaklaşımlar.....	15
2.3.1. Sürekli ortamlar mekaniği.....	16
2.4. Yerel Olmayan Elastisite Teorisi.....	17
2.4.1. Yönetici denklemlerin çözümü.....	19
2.5. Sonlu Elemanlar Yöntemi.....	20
2.5.1. Sonlu elemanın tanımı.....	20
2.6. Yerel Olmayan Elastisite Teorisinin Gelişimi.....	21
2.7. Yerel Olmayan Elastisite Teorisinde Sonlu Elemanlar Formülasyonunun Gelişimi.....	25
2.8. Yerel Olmayan Elastisite Teorisindeki Paradokslar.....	27
3. MATERYAL VE METOT.....	29
3.1. Yerel Olmayan Elastisite Teorisinin Matematiksel Formülasyonu.....	29
3.1.1. Yerel olmayan elastisite teorisinde yerel olmayan parametrenin tanım.....	30
3.1.2. Kafes dinamiği ile modelleme.....	33
3.1.3. Yerel olmayan denklemlerin elde edilmesinde yaklaşık yöntem.....	34
3.1.3.1. Birinci derece yaklaşım.....	35

3.1.3.2. İkinci derece yaklaşım	36
3.2. Nano/Mikro Çubuk Modeli için Yerel Olmayan Elastisite Teorisi ile Yönetici Denklemlerin Elde Edilmesi	37
3.2.1. Denge denklemleri yardımıyla	37
3.2.1.1. Sıcaklık etkisi	37
3.2.1.2. Eksenel titreşim	41
3.2.1.3. Burulmalı titreşim	42
3.2.2. Hamilton prensibi yardımıyla	44
3.2.2.1. Eksenel titreşim	44
3.2.2.2. Burulmalı titreşim	46
3.3. Nano/Mikro Kiriş Modeli için Yerel Olmayan Elastisite Teorisi ile Yönetici Denklemlerin Elde Edilmesi	48
3.3.1. Denge denklemleri yardımıyla	48
3.3.1.1. Yayılı ve tekil yük etkisi	48
3.3.1.2. Elastik zemin etkisi	50
3.3.1.3. Eksenel kuvvet etkisi	52
3.3.1.4. Serbest titreşim	53
3.3.2. Hamilton prensibi yardımıyla	55
3.4. Sonlu Elemanlar Metodunda Çözüm Yöntemleri	59
3.4.1. Ağırlıklı artıklar yöntemi	60
3.4.2. Galerkin sonlu elemanlar formülasyonu	65
3.4.2.1. Çubuk için şekil fonksiyonu	65
3.4.2.2. Kiriş için şekil fonksiyonu	68
3.4.3. Çubuk yönetici denkleminde ağırlıklı artıklar yönteminin uygulanması	69
3.4.3.1. Eksenel titreşim	69
3.4.3.2. Burulmalı titreşim	72
3.4.4. Kiriş yönetici denkleminde ağırlıklı artıklar yönteminin uygulanması	72
3.4.5. Sonlu elemanlar yönteminde kütle matrisi üzerine	73
3.4.5.1. Sürekli kütle modeli	73
3.4.5.2. Topaklanmış kütle modeli	74
3.4.6. İkili nanotüp sistemi-çift duvarlı nanotüp sistemi	79
3.4.7. Nano/Mikro çubuk için spektral eleman formülasyonu	80
4. BULGULAR	85
4.1. Nano/Mikro Çubuk	85

4.1.1. Eksenel titreşim problemi	85
4.1.2. Burulmalı titreşim problemi	87
4.2. Nano/Mikro Kiriş	87
4.2.1. Titreşim problemi	88
4.2.2. Burkulma problemi	89
4.2.3. Eğilme problemi	90
4.4. Nano/Mikro Kiriş Sistemleri	90
5. TARTIŞMA	91
6. SONUÇLAR	130
7. KAYNAKLAR	132
ÖZGEÇMİŞ	

AKADEMİK BEYAN

Doktora Tezi olarak sunduğum “Mikro ve Nano Ölçekli Mekanik Sistemlerin Modellenmesinde Yerel Olmayan Sonlu Eleman Formülasyonu” adlı bu çalışmanın, akademik kurallar ve etik değerlere uygun olarak bulunduğunu belirtir, bu tez çalışmasında bana ait olmayan tüm bilgilerin kaynağını gösterdiğimi beyan ederim.

..16.1.01.1.2018

Çiğdem IŞIK



SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler

$\{F_1\}$: Yayılı yükten kaynaklı klasik yük vektörü
$\{F_2\}$: Yayılı yükten kaynaklı yerel olmayan yük vektörü
$[K_e]$: Eğilmeden kaynaklı rijitlik matrisi
$[K_{w1}]$: Rijitlik matrisine klasik winkler zeminden kaynaklı etki eden matris
$[K_{w2}]$: Rijitlik matrisine yerel olmayan winkler zeminden kaynaklı etki eden matris
$[\bar{M}]$: Topaklanmış kütle matrisi
$[\tilde{M}]$: Yüksek dereceden kütle matrisi
a_i	: i noktasına etki eden kuvvetin konumu
P_i	: i noktasına etki eden tekil kuvvet
γ_0	: İkinci derece yaklaşıma göre ikinci yerel olmayan parametre
ε_i	: i yönündeki birim şekil değiştirmeler
$\varepsilon_{mekanik}$: Mekaniksel şekil değiştirme
ε_{termal}	: Isısal şekil değiştirme
D^k	: Diferansiyel kinematik operatör
$\{F\}$: Yük vektörü
$[K]$: Rijitlik matrisi
K_0	: Modifiye edilmiş Bessel fonksiyonu
K_p	: Boyutsuz elastik zemin kayma parametresi
K_w	: Boyutsuz winkler zemin parametresi
L_0	: İlk uzunluk
$[M]$: Kütle matrisi
M_T	: Burulma momenti
P_{kr}	: Kritik burkulma yükü

P_{termal}	: Sıcaklıktan kaynaklı aksenal kuvvet
$R_{iç}$: İç çap
R_{ort}	: Ortalama çap
T_0	: İlk sıcaklık
e_0	: Her malzeme için belirlenmiş olan yerel olmayan parametre
k_w	: Winkler zemin katsayısı
p_{kr}	: Boyutsuz kritik burkulma yükü
t_{kl}	: Gerilme tansörü
\ddot{u}	: İvme vektörü
u^e	: Elemanın herhangi bir noktasındaki yer değiştirme
x_n	: n. atomun konumu
$\varepsilon_{ij}(x^l)$: Cismin x^l noktasındaki lineer şekil değiştirme tansörü
$\sigma_{ij}(x^l)$: Cismin x^l noktasındaki klasik gerilme tansörü
\emptyset	: Şekil fonksiyonu vektörü
Π	: Toplam potansiyel enerji
a	: İki atom arasındaki mesafe
E	: Elastisite modülü
δ	: Varyasyon
ΔT	: Sıcaklık değişimi
Ω	: Boyutsuz açısal frekans parametresi
A	: Genlik, Kiriş veya çubuğun enkesit alanı
G	: Kayma modülü
I	: Alan atalet momenti, Denklemin zayıf formu
J	: x noktasındaki kesit alanının merkeze göre kutupsal momenti
K	: Kinetik enerji
L	: Dış karakteristik uzunluk, Sabit katsayılarla sahip diferansiyel operatör
M	: Boyutsuz atom kütlesi, Eğilme momenti

N	: Normal kuvvet, Toplam atom sayısı
P	: Eksenel kuvvet
Q	: Kiriş üzerindeki tekil yük
T	: Dış karakteristik zamanı, Sıcaklık
U	: Dış kuvvetlerin şekil değiştirme enerjisi
V	: Cismin hacmi, Dış kuvvetlerin kinetik enerjisi, Kesme kuvveti
d	: Çember çapı
f	: Yük yoğunluğu
k	: Dalga boyu, Mod numarası
n	: Eleman sayısı
p	: Boyutsuz eksenel kuvvet
q	: Kiriş üzerindeki düzgün yayılı yük
t	: Zaman, et kalınlığı
u, v, w	: Orta düzlemdeki bir noktanın yer değiştirmeleri
α	: Termal genleşme katsayısı, boyutsuz yerel olmayan parametre
$\alpha x - x^t $: Öklidyen formda uzaklık
$\delta(x - x_0)$: Dirac delta fonksiyonu
κ	: Brillouin bölgesi üst sınırında dalga boyunun aldığı değer
μ, λ	: Lamé sabitleri
ρ	: Kütle yoğunluğu
τ	: İç karakteristik zamanı, öklidyen formda uzaklık, Kayma gerilmesi
ν	: Poisson oranı
ω	: Açısal frekans

Bu tez çalışmasında ondalık ayıraç olarak ‘nokta (.)’ kullanılmıştır.

Kısaltmalar

A-A	: İki Tarafı Ankastre Mesnetli Kiriş
ABD	: Amerika Birleşik Devletleri
AKM	: Atomik Kuvvet Mikroskobu
ATP	: Adenozin Trifosfat
B-B	: İki Tarafı Basit Mesnetli Kiriş
ÇDKNT	: Çok Duvarlı Karbon Nanotüp
DNA	: Deoksiribo Nükleik Asit
EBKT	: Euler-Bernoulli Kiriş Teorisi
GHz	: Gigahertz
GPa	: Gigapascal
GTP	: Guanozin Trifosfat
IBM	: International Business Machines (Uluslararası İş Makineleri)
ICTAF	: Teknoloji için Disiplinlerarası Analiz ve Tahmin Etme Merkezi
K	: Kelvin
KNT	: Karbon Nanotüp
MD	: Moleküler Dinamik
MEMS	: Mikroelektromekanik Sistemler
mRNA	: Haberci Ribo Nükleik asit
MTOC	: Mikrotüpçük Organizasyon Merkezi
NEMS	: Naoelektromekanik Sistemler
nm	: Nanometre
nN	: Nanonewton
pN	: Piconewton
RNA	: Ribo Nükleik Asit

SBMD	: Sıkı Bağlayıcı Moleküler Dinamik
SK	: Sonlu Elemanlar Sürekli Kütle Modeli
SM	: Sürekli Model
TDKNT	: Tek Duvarlı Karbon Nanotüp
TK	: Sonlu Elemanlar Topaklanmış Kütle Modeli
TKT	: Timoshenko Kiriş Teorisi
TPa	: Terapascal
TTM	: Taramalı Tünelleme Mikroskobu
YFT	: Yoğunluk Fonksiyonel Teorisi
YOP	: Yerel Olmayan Parametre
ZnO	: Çinko Oksit
μm	: Mikrometre

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1. Nano malzemelerin boyutlarına genel bir bakış (Anonymous 2).....	5
Şekil 2.2. Prototip bir MEMS kuvvet aktüatörü (Anonymous 3).....	6
Şekil 2.3. Nanoaktüatör-motor (Anonymous 4)	7
Şekil 2.4. Nanosensör (Anonymous 5)	7
Şekil 2.5. Silisyum karbür nanotüpün MOSFET transistörde kullanımı (mikro köprü).....	7
Şekil 2.6. Nano tomurcuk örneği (Anonymous 6).....	8
Şekil 2.7. Hücre iskeleti (Anonymous 7).....	9
Şekil 2.8. En önemli protein filament yapıları a) Mikro filament; b) Ara filament; c) Mikrotüpçük (Arslan 2010)	10
Şekil 2.9. Tipik bir mikrotüpçük oluşumu	11
Şekil 2.10. Silya aksonem yapısı	12
Şekil 2.11. a) 13_3; b) 14_4 mikrotüpçüklerinin şematik gösterimi	13
Şekil 2.12. Nanotüplerin oluşum aşamaları	14
Şekil 2.13. Nanoyapıların modellenmesinde kullanılan yaklaşımlar (Karlicic vd. 2015)	15
Şekil 2.14. Sonlu eleman kavramlarıyla oluşturulmuş "pi'yi bul" problemi: a) Sürekli eleman; b) Ayrık yazılmış poligonlarla yaklaşma; c) Tek bir eleman; d) Genel eleman.....	21
Şekil 2.15. Atomik kuvvet mikroskobu (Anonymous 8).....	24
Şekil 3.1. Bir boyutlu lineer zincir	33
Şekil 3.2. İki tarafı ankastre mesnetli çubukta sıcaklık artması ile oluşan gerilmele	37
Şekil 3.3. İki tarafı ankastre mesnette sıcaklık düşüşüne bağlı olarak termal çekme gerilmesinin çatlak yayılımı için kritik gerilimi aşarak kırılan malzemenin çatlamaşı.....	38
Şekil 3.4. a) T_0 sıcaklığında L_0 uzunluğunda bir örnek; b) Herhangi bir dış etki olmaksızın termal genleşme ile uzunluğu L' ye dönüşmesi; c) Uygulanan bir dış kuvvet, uzunluğu daha da arttırarak L'' olarak değiştirmesi; d) Uygulanan kuvvet basınç ise, yeni uzunluk L'' olması	39
Şekil 3.5. Eksenel titreşim çubuk modeli ve çubukta oluşan iç kuvvetler.....	41

Şekil 3.6. Dairesel kesitli çubuğun burulması	42
Şekil 3.7. Eğilme etkisindeki dx genişliğindeki sonsuz küçük parçacık	49
Şekil 3.8. Üzerinde yayılı yük bulunan kiriş elemanına elastik zemin etkimesiyle oluşan iç tesirler	51
Şekil 3.9. Dik yüklere ek olarak aksenal kuvvet taşıyan nano kirişin serbest cisim diyagramı.....	52
Şekil 3.10. Nano/Mikro kirişin boyuna titreşimi ile oluşan iç tesirler.....	53
Şekil 3.11. Bir boyutlu bir bölgede tek parçalı doğrusal fonksiyon	64
Şekil 3.12. Bir boyutlu bir bölgede iki parçalı doğrusal fonksiyon.....	64
Şekil 3.13. Doğru aksenal bir çubuğun alt bölgeleri	65
Şekil 3.14. Lineer yaklaşım ile deplasman dağılımı	66
Şekil 3.15. Koordinatı $0 \leq \xi \leq 1$ olarak tarif edilen sonlu eleman.....	67
Şekil 3.16. Koordinatı $-1 \leq \xi \leq 1$ olarak tarif edilen sonlu eleman	68
Şekil 3.17. Eğilme elemanı için pozitif yönünün tarifi a) deplasman parametreleri b) yük parametreleri	68
Şekil 3.18. Alternatif interpolasyon fonksiyonları.....	75
Şekil 3.19. a) Çift duvarlı ikili nanotüp sistemi; b) İkili nanotüpün sürekli modeli; c)Çift duvarlı nanotüpün sürekli modeli	79
Şekil 3.20. Çubuk eleman için işaret kabulü	82
Şekil 4.1. Protein mikrotüpçüklerin sürekli ve sonlu elemanlar modeli.....	85
Şekil 4.2. Elastik matris üzerinde ve aksenal kuvvet etkisindeki mikro/nano kirişin sürekli ve sonlu elemanlar modeli (Demir ve Civalek 2017).	88
Şekil 4.3. Elastik matris üzerindeki protein mikrotüpçük için sürekli model.....	89
Şekil 4.4. Burkulma sırasında protein mikrotüpçük üzerine gelen yükler.....	89
Şekil 4.5. Sonlu elemanlar yöntemi deplasmanı araştırılan nano/mikro kiriş modelleri	90
Şekil 5.1. İki tarafı ankastre mesnetlenmiş mikrotüpçüğün sürekli model (SM) ve sonlu elemanlar modeli (SK) ile çeşitli yerel olmayan parametre değerlerine göre frekans değerleri a) Aksenal titreşim; b) Burulmalı titreşim.....	93

Şekil 5.2. Tek tarafı ankastre mesnetlenmiş diğer ucu serbest olan mikrotüpçüğün sürekli model (SM) ve sonlu elemanlar modeli (SK) ile çeşitli yerel olmayan parametre değerlerine göre frekans değerleri (ilk 3 mod için) a) Eksenel titreşim; b) Burulmalı titreşim	93
Şekil 5.3. İki tarafı ankastre mesnetlenmiş mikrotüpçüğün sürekli model (SM) ve sonlu elemanlar modeli (SK) ile çeşitli yerel olmayan parametre değerlerine göre frekans değerleri (yerel olmayan parametrenin değişik değerleri için) a) Eksenel titreşim; b) Burulmalı titreşim.....	94
Şekil 5.4. Tek tarafı ankastre mesnetlenmiş mikrotüpçüğün sürekli model (SM) ve sonlu elemanlar modeli (SK) ile çeşitli yerel olmayan parametre değerlerine göre frekans değerleri (yerel olmayan parametrenin değişik değerleri için) a) Eksenel titreşim; b) Burulmalı titreşim.....	94
Şekil 5.5. Eleman sayısı arttıkça boyutsuz frekans oranlarının (sürekli model/sonlu eleman modeli) yerel olmayan parametreye göre değişimi a) İki tarafı ankastre mesnet; b) Tek tarafı ankastre mesnet.....	95
Şekil 5.6. Tek tarafı ankastre mesnetli mikrotüpçüğün frekans arttıkça yayılma hızı değişiminin yerel olmayan parametreye bağlı değişimi.....	95
Şekil 5.7. Tek tarafı ankastre mesnetli mikrotüpçüğün mod numarasına göre frekans değişimi (sonlu elemanlar çözümü 6 eleman ile yapılmıştır, $e_0a/L=0.1$).....	96
Şekil 5.8. Tek tarafı ankastre mesnetli mikrotüpçüğün çeşitli yerel olmayan parametre değerlerine göre burulmalı titreşim frekans değerleri (1. mod; sonlu elemanlar çözümü 6 eleman ile yapılmıştır)	96
Şekil 5.9. Boyutsuz yerel olmayan parametre ve winkler zemin parametresine göre farklı mesnet koşullarına sahip mikrotüpçüklerin kritik burkulma yükü oranı ($P_{kryerel}/P_{kryerel\ olmayan}$) a) İki tarafı basit mesnet; b) Tek tarafı ankastre tek tarafı basit mesnet; c) Tek tarafı ankastre mesnet.....	102
Şekil 5.10. Farklı mesnet koşullarına sahip mikrotüpçüklerin kritik burkulma yükünün mikrotüpçük tipi ve yerel olmayan parametreye göre değişimi ($K_w=150$) a) İki tarafı basit mesnet; b) İki tarafı ankastre mesnet; c) Tek tarafı ankastre tek tarafı basit mesnet; d) Tek tarafı ankastre mesnet.....	103
Şekil 5.11. İki tarafı basit mesnetli mikrotüpçüğün $K_w=100$ için farklı mod numarası ve yerel olmayan parametreye göre kritik burkulma yükü oranları ($P_{kryerel}/P_{kryerel\ olmayan}$)	104
Şekil 5.12. Tek tarafı ankastre mesnetli mikrotüpçüğün farklı winkler elastik zemin parametresi ve yerel olmayan parametreye göre kritik burkulma yükü değerleri ($R_{ort}= 8.27nm$)	104
Şekil 5.13. Burkulma yükü değerlerinin farklı mod numaraları ve zemin parametresi değerlerine göre değişimi (iki tarafı basit mesnet sınır koşuluna sahip 13_3 tipi mikrotüpçük) a) $\alpha=0$; b) $\alpha =0.1$; c) $\alpha =0.2$	105

Şekil 5.14. Winkler zemin parametresi ve yerel olmayan parametrenin burkulma yüküne etkisi (iki tarafı basit mesnet sınır koşuluna sahip 13_3 tipi mikrotüpçük) a) 1. mod; b) 2. mod; c) 3. mod; d) 4. mod	106
Şekil 5.15. İki tarafı basit mesnet sınır koşuluna sahip 13_3 tipi mikrotüpçük için farklı L/R_{ort} oranı ve mod numaralarına göre burkulma yükü değerleri, a) $\alpha=0$, $K_w=0$; b) $\alpha=0$, $K_w=300$; c) $\alpha=0.2$, $K_w=0$; d) $\alpha=0.2$, $K_w=300$	107
Şekil 5.16. İki tarafı basit mesnet sınır koşuluna sahip 13_3 tipi mikrotüpçük için farklı L/R_{ort} oranı, mod numarası ve winkler zemin parametresine göre burkulma yükü değerleri a) $\alpha=0$; b) $\alpha=0.1$; c) $\alpha=0.2$	108
Şekil 5.17. İki tarafı basit mesnetli mikro/nano kiriş için farklı sıcaklık, yerel olmayan parametre ve elastik zemin parametresine (K_w , K_p) göre boyutsuz frekans değerlerinin değişimi etkisine göre a) Sıcaklığın artması; b) Sıcaklığın azalması	112
Şekil 5.18. İki tarafı ankastre mesnetli mikro/nano kiriş için farklı sıcaklık, yerel olmayan parametre ve elastik zemin parametresine (K_w , K_p) göre boyutsuz frekans değerlerinin değişimi etkisine göre a) Sıcaklığın artması; b) Sıcaklığın azalması	112
Şekil 5.19. Silisyum karbür nanotüp için farklı yerel olmayan parametre ve L/d oranına göre frekansın değişimi a) İki tarafı basit mesnet; b) İki tarafı ankastre mesnet	113
Şekil 5.20. İki tarafı basit mesnetli sınır koşuluna sahip silisyum karbür nanotüp için farklı mod numarası ve L/d oranına göre frekansın değişimi a) $e_0a=0$; b) $e_0a=2nm$	114
Şekil 5.21. İki tarafı ankastre mesnetli silisyum karbür nanotüp için farklı mod numarası ve L/d oranına göre frekansın değişimi a) $e_0a=0$; b) $e_0a=2nm$	114
Şekil 5.22. Silisyum karbür nanotüp için farklı mod numarası ve winkler elastik zemin parametresi oranına göre frekansın değişimi a) $e_0a=0$, $L/d=10$; b) $e_0a=0$, $L/d=50$; c) $e_0a=2 nm$, $L/d=10$; d) $e_0a=2 nm$, $L/d=50$	115
Şekil 5.23. Silisyum karbür nanotüp için farklı mod numarası ve kayma zemin parametresi oranına göre frekansın değişimi a) $e_0a=0 nm$, $L/d=10$; b) $e_0a=0 nm$, $L/d=50$; c) $e_0a=2nm$, $L/d=10$; d) $e_0a=2 nm$, $L/d=50$	116
Şekil 5.24. Yerel olmayan parametre ve sıcaklığın değişimine göre iki tarafı basit mesnetli silisyum karbürün frekans değişimi ($L/d=20$) a) Birinci mod; b) İkinci mod; c)Üçüncü mod.....	117
Şekil 5.25. Yerel olmayan parametre ve sıcaklığın değişimine göre iki tarafı ankastre mesnetli silisyum karbürün frekans değişimi ($L/d=20$) a) Birinci mod; b) İkinci mod; c)Üçüncü mod.....	118
Şekil 5.26. Değişen elastik zemin parametrelerine göre sıcaklığın artmasıyla silisyum karbürün frekans oranı ($\omega_{yerel olmayan} / \omega_{yerel}$) değişimi ($L/d=20$, $e_0a=2nm$) a) İki tarafı basit mesnetli; b) İki tarafı ankastre mesnetli	119

Şekil 5.27. Tek tarafı ankastre mesnetli mikro/nano kiriş için yerel olmayan parametrenin kirişin farklı noktalarındaki deplasmana etkisi	119
Şekil 5.28. Tek tarafı ankastre mesnetli mikro/nano kiriş için yük mesnette iken yerel olmayan parametrenin kirişin farklı noktalarındaki deplasmana etkisi	120
Şekil 5.29. İki tarafı basit mesnetli mikro/nano kiriş için yük mesnette iken yerel olmayan parametrenin kirişin farklı noktalarındaki deplasmana etkisi	120
Şekil 5.30. Farklı mesnet koşullarına sahip mikro/nano kiriş için yerel olmayan parametrenin kirişin farklı noktalarındaki deplasmana etkisi	121
Şekil 5.31. İki tarafı basit mesnetli mikro/nano kiriş için winkler zemin parametresinin değişiminin deplasmana etkisi ($e_0a/L=0.1$)	123
Şekil 5.32. İki tarafı basit mesnetli mikro/nano kiriş için yerel olmayan parametrenin değişimi ile deplasmanın değişimi a) $K_w=5$; b) $K_w=150$	123
Şekil 5.33. İki tarafı basit mesnetli mikro/nano kiriş için yerel olmayan parametre ve elastik zemin etkisinin değişimi ile maksimum deplasman değerinin değişimi	124
Şekil 5.34. İki tarafı ankastre mesnetli mikro/nano kiriş için elastik zemin parametresinin değişimi ile maksimum deplasman değerinin değişimi ($e_0a/L=0.1$)	124
Şekil 5.35. İki tarafı ankastre mesnetli mikro/nano kiriş için yerel olmayan parametresinin değişimi ile maksimum deplasman değerinin değişimi a) $K_w=5$ ve b) $K_w=150$	125
Şekil 5.36. İki tarafı ankastre mesnetli mikro/nano kiriş için yerel olmayan parametrenin ve elastik zemin parametresinin değişimi ile maksimum deplasman değerinin değişimi	125
Şekil 5.37. Kafes dinamiği ile yerel olmayan sonlu elemanlar yönteminin çubuk elaman için karşılaştırılması (atom sayısı=3, eleman sayısı=2).....	126
Şekil 5.38. Yerel olmayan sonlu elemanlar yöntemine göre mod şekilleri (atom sayısı=3).....	126
Şekil 5.39. Kafes dinamiği ile yerel olmayan sonlu elemanlar yönteminin çubuk elaman için karşılaştırılması (atom sayısı=31, eleman sayısı=30).....	127
Şekil 5.40. Yerel olmayan sonlu elemanlar yöntemine göre mod şekilleri (atom sayısı=31).....	127
Şekil 5.41. İki elemanlı yerel olmayan sonlu elemanlar için frekans ve mod şekilleri	128
Şekil 5.42. Beş elemanlı yerel olmayan sonlu elemanlar için frekans ve mod şekilleri.....	129

Şekil 5.43. Onbeş elemanlı yerel olmayan sonlu elemanlar için frekans ve mod şekilleri..... 129



ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 2.1. Hücre iskeletinin yapı taşları ve mekanik özellikleri (Arslan 2010).....	10
Çizelge 5.1. Mikrotüpçüklerin geometri ve malzeme özellikleri (Gao ve Lei 2009; Wang vd. 2006).....	91
Çizelge 5.2. İki tarafı ankastre mesnetli çubuğun boyutuz aksenal ve burulmalı titreşim frekansları	91
Çizelge 5.3. Tek tarafı ankastre mesnetli çubuğun boyutsuz aksenal ve burulmalı titreşim frekansları	92
Çizelge 5.4. Mikrotüpçük tiplerine göre çap ve kalınlık değerleri değişimleri (Donhauser vd. 2010).....	97
Çizelge 5.5. İki tarafı ankastre mesnetli kiriş için kritik burkulma yükü ($P_{kr} * L^2 / EI$) değerinin karşılaştırılması	97
Çizelge 5.6. Lipid tüpçüğün kritik burkulma yükünün karşılaştırılması ($R_{ort}=236.2$ nm, $t=24.4$ nm, $E=1440$ Mpa, $L/R=200$, $m=1$).....	97
Çizelge 5.7. İki tarafı basit mesnet sınır koşuluna sahip farklı mikrotüpçük tiplerinin farklı boyutsuz winkler zemin parametresi ve boyutsuz yerel olmayan parametreye göre kritik burkulma yükü değerleri	98
Çizelge 5.8. Tek tarafı ankastre tek tarafı basit mesnet sınır koşuluna sahip farklı mikrotüpçük tiplerinin farklı boyutsuz winkler zemin parametresi ve boyutsuz yerel olmayan parametreye göre kritik burkulma yükü değerleri.....	99
Çizelge 5.9. İki tarafı ankastre mesnet sınır koşuluna sahip farklı mikrotüpçük tiplerinin farklı boyutsuz winkler zemin parametresi ve boyutsuz yerel olmayan parametreye göre kritik burkulma yükü değerleri.....	100
Çizelge 5.10. Tek tarafı ankastre mesnet sınır koşuluna sahip farklı mikrotüpçük tiplerinin farklı boyutsuz winkler zemin parametresi ve boyutsuz yerel olmayan parametreye göre kritik burkulma yükü değerleri.....	101
Çizelge 5.11. Nano/Mikro kirişin eleman sayısına bağlı olarak boyutsuz frekans değerlerini yakınsama çalışması ($K_w=100$, $K_P=10$, $P_{terminal}=5$).....	109
Çizelge 5.12. İki tarafı basit mesnetli kiriş için boyutsuz frekansın mod numarası ve elastik zemin parametreleri ile karşılaştırmalı değişimi.....	109
Çizelge 5.13. İki tarafı ankastre mesnetli nano/mikro kirişin ilk üç modunun boyutsuz frekans değerlerinin boyutsuz yerel olmayan parametreye bağlı değişiminin karşılaştırılması	110
Çizelge 5.14. Farklı boyutsuz yerel olmayan parametre ve boyutsuz sıcaklık etkisine bağlı boyutsuz frekans değerleri.....	110

Çizelge 5.15. Yerel olmayan parametre, winkler ve pasternak parametresi, sıcaklık etkisine bağlı boyutsuz frekans değerlerinin değişimi	111
Çizelge 5.16. İki tarafı basit mesnetli nano/mikro kirişin boyutsuz maksimum deplasmanlarının yerel olmayan parametreye göre değişiminin karşılaştırmalı sonuçları ($K_w=0$)	122
Çizelge 5.17. İki tarafı ankastre mesnetli nano/mikro kirişin boyutsuz maksimum deplasmanlarının yerel olmayan parametreye göre değişiminin karşılaştırmalı sonuçları ($K_w=0$)	122
Çizelge 5.18. İki tarafı basit mesnetli nano/mikro kirişin boyutsuz maksimum deplasmanlarının yerel olmayan parametre ve winkler zemin parametresine göre değişimi	123
Çizelge 5.19. İki tarafı ankastre mesnetli nano/mikro kirişin yayılı yük etkisi altında boyutsuz maksimum deplasman değerlerinin yerel olmayan parametre ve Winkler zemin parametresine göre değişimi.....	124
Çizelge 5.20. Kafes dinamiğine göre açısal frekans değerleri.....	128

1. GİRİŞ

Klasik sürekli ortamlar mekaniği bilindiği üzere fizik bilimlerinin birçok mühendislik uygulamalarında (inşaat, mekanik, uzay, biyomedikal, vb.) kullanılacak sağlam ve güvenilir elemanları geliştirmede ortaya çıkacak temel problemleri çözmek için yaygın olarak kullanılan bir yöntemdir. Makro boyuttaki yapıları tasarlamak için kullanılan klasik sürekli ortamlar mekaniğinin en temel özelliği, bir noktadaki gerilmenin sadece o noktadaki şekil değiştirme ile ilişkili olmasıdır. Doğada ise malzemeler birbirinden ayrı özelliklere sahiptirler ve malzeme özelliği olarak heterojendirler. Her malzeme mikro boyutlarda farklı fiziksel özellikler kazanabilmektedir. Günümüzde modern teknolojik uygulamalar (mikro veya nano-elektromekanik cihazlar 'MEMS', 'NEMS'), nano-makineler, biyoteknoloji ve biyomedikal gün geçtikçe daha küçük malzemelerle çalışmakta dolayısıyla mikro veya nano yapılar olarak tasarlanabilen sistemlerin kullanılmasını içermektedir.

Nanoyapıların başlıca özelliği boyutlarının atomlararası mesafeleri ile karşılaştırılabilir boyutta olması ve bu nedenle boyut etkisinin mekanik davranışta önemli hale gelmesidir. Deneysel olarak yapılan çalışmalarla boyut etkisinin varlığı tespit edilmiştir. Nanoyapıların modellenmesi moleküler dinamik simülasyonlar ile yapılabilir fakat çok fazla sayısal hesaplama gayreti ve dolayısıyla çok fazla zaman gereksinimi doğmaktadır. Ayrıca pratik değildir. Deneysel çalışmalar yine nano ölçekte kısıtlı olup her durumu benzeştirmek için çok çok pahalıdır. Bu nedenle araştırmacılar sürekli ortamlar mekaniğine yönelmişler ve nano/mikro sistemleri klasik çubuk, kiriş, plak, kabuk şeklinde modellemişlerdir. Fakat klasik sürekli ortamlar mekaniğinde boyut önemli olmadığı için modellemede boyut etkisi analiz sonuçlarında görünmez. 19. yüzyılda başlayan çalışmalarla beraber 20. yüzyılda hız kazanarak ölçek etkisini de dikkate alan yeni sürekli ortam teorileri (yerel olmayan elastisite teorisi ve diğer yüksek mertebeden elastisite teorileri) ortaya çıkmıştır. Yerel olmayan elastisite teorisi bir noktadaki gerilmenin diğer tüm noktadaki şekil değiştirmelere bağlı olduğunu, ilgili nokta ile komşu noktalar arasındaki mesafe arttıkça etkinin azaldığını savunmaktadır. Literatürde farklı yüksek mertebeden elastisite teorileri ile nano/mikro boyuttaki yapıların mekaniksel davranışını anlamaya yönelik pek çok analitik ve nümerik çözüm yöntemiyle çalışma mevcuttur. Modelleme sırasında nanoyapıların çubuk, kiriş, plak, kabuk olarak düşünüldüğü görülmektedir.

Boyut etkisi dikkate alınarak oluşturulan modellerden türetilen yönetici denklemler; analitik veya sayısal yaklaşımlar kullanılarak çözülebilir. Bununla birlikte, analitik yöntemlerin uygulanması, basit geometri, yükleme ve sınır koşulları ile belirli bir nanoyapı için sınırlıdır. Örneğin, Navier yöntemi sadece basit mesnetli sınır koşullarına sahip dikdörtgen plaklar için uygulanırken; Levy yöntemi ise iki karşı kenarın basit mesnetlendiği ve diğer iki kenarı herhangi bir sınır koşuluna sahip olan dikdörtgen plakların çözümü için uygundur. Değişik geometri ve sınır koşulları için içine girdiğinde analitik çözümlerin klasiği bile zorken bir de boyut etkisinden kaynaklı olarak denklemler daha karmaşık yapı aldığından çözüm çok daha zorlaşmaktadır. Bu nedenle sonlu elemanlar metodu, diferansiyel quadrature metodu, mesh-free metodu, ritz metodu, galerkin metodu vb. sayısal yaklaşımlar bu problemleri çözmek için daha uygundur. Farklı sayısal teknikler arasında sonlu elemanlar yöntemi en güçlü araçtır ve yapıların analizi için sıklıkla kullanılmaktadır.

Bu tez kapsamında, çubuk ve kiriş sistemlerinin hesaplamalarında yaygın olarak kullanılan sonlu elemanlar yöntemi Eringen tarafından önerilen yerel olmayan elastisite teorisi için geliştirilmiştir. Farklı parametrelerin etkisindeki (zemin etkisi, sıcaklık etkisi) çubuk ve kiriş modelleri, yerel olmayan elastisite teorisi aracılığıyla boyut etkisi de dikkate alınarak sonlu elemanlar yöntemi ile çözülmüştür. Farklı modellemelerin titreşim analizi üzerinde çalışılıp, boyut etkisinin frekansa etkisi araştırılmıştır. Ayrıca kiriş olarak modellenen sistemin burkulma yükleri winkler zemin parametresine bağlı olarak yine boyut etkisi altında saptanmıştır. Elastik zemin etkisinde boyut etkisine bağlı deplasmanlar da çalışmanın bir diğer inceleme konusu olmuştur.



2. KAYNAK TARAMASI

2.1. Nanoteknoloji

Nanoteknoloji kısaca yaklaşık 1 ila 100 nanometre boyutunda yapılan bilim, mühendislik ve teknolojidir. Nanobilim ve nanoteknoloji son derece küçük şeylerin çalışılması ve uygulanması olup; kimya, biyoloji, fizik, malzeme bilimi ve mühendislik, tıp gibi bilim alanlarında kullanılabilir. Nanoteknoloji nanoyapılara yeni atom ve moleküller ekleyerek yeni özellikler sentezleyebilmektedir. Yapının büyüklüğüne, atom yapısına, dışarıdan yapıya bağlanan atomun özelliklerine göre var olan özelliklerden çok farklı kimyasal ve fiziksel özellikler kazanabilmektedir (Çıracı 2005). Nanoteknolojinin en önemli koşulu atomlar ile işlem yapabilen nanomakinelerin icat edilmesidir. Bu sayede atomlar hareket ettirilebilecek ve istenilen dizilim sağlanarak farklı özellikte maddeler elde edilebilecektir. Ayrıca görülmüştür ki birçok nanomakine tasarlanırken aslında biyolojiden ilham alınmaktadır.

"Nanomakinelere en iyi örnek tüm canlıların hücrelerinde bulunan ve hemen hemen her çeşit proteini üretebilen ribozomlardır. Ribozomlar oldukça küçük organellerdir (sadece birkaç mikro metre küp boyutunda) ve amino asitleri hassas çizgisel bir sırayla arka arkaya dizerek proteinleri oluştururlar. Bu işlem için ribozomun belirli bir amino asiti seçebilme tekniği vardır. Bunu özel bir tür transfer RNA molekülünün yardımıyla yapar. Ribozomun bu işlemde izleyeceği sıra ona haberci RNA (mRNA) tarafından bildirilir. İşte ribozomların bu işleyiş prensibi, mühendislik alanında uygulanabildiğinde nanoteknoloji hayatımızın her yönüne hitap edecektir. Taramalı Tünelleme Mikroskobu (TTM) ve Atomik Kuvvet Mikroskobu (AKM)'nun icadıyla atomların yerleri değiştirilebildiğinden gün geçtikçe nanoteknolojide yerini bulabilecek çok çeşitli özelliklere sahip malzemeler de çıkmaya başlamıştır " (Anonim 1).

Nanobilim ve nanoteknolojinin kronolojik gelişimi çoğu kaynaktan rahatlıkla bulunabilecek şekilde aşağıdaki gibidir (Anonim 2; Anonymous 1; Erkoç 2007).

- "1959: Richard P. Feynman meşhur konuşmasını yaptı; "Eğer moleküler düzeyde malzemeler ve cihazlar yapılabilirse bu, yeni buluşların kaynağı olacaktır." Feynman küçük boyutlarda yerçekimi gibi kanunlarının önemini azalacağına, Van der Waals gibi mikro düzeydeki zayıf kuvvetlerin daha önemli hale geleceğini söylüyordu. Richard Feynman konuşmasının sonunda dinleyicilere iki soru sormuştur bunları bulana 1000\$ ödül vereceğini söyler. Bunlardan ilki nanomotor yapılabilir mi? İkinci ise 24 ciltlik Britannica ansiklopedisi bir çivinin üstüne yazılabilir mi? İlk soru nanomotor yapımı 1960'da çözüldü. İngiliz elektrik mühendisi olan William, 13 parçadan oluşan kenar uzunluğu 1/64 inch (0.3 mm) olan küp şeklindeki bir motor yaparak ilk ödülü aldı. İkinci soru ise 1985 yılında Standford Üniversitesi mezunu Tom Newman tarafından çözüldü. Çivinin tepesine elektron demeti ile Charles Dickens'in İki Şehrin Hikayesi adlı eserini yazdı ve ikinci 1000\$'lık ödülü aldı.
- 1974: Nanoteknoloji terimi ilk kez Taniguchi (1974) tarafından "Temel Nano-Teknoloji Konseptleri" adlı makalede dile getirildi. Nanoteknolojiyi şöyle tanımlıyordu Norio Taniguchi: "Atom ya da molekül ayırma, birleştirme, bozma sürecine nanoteknoloji denir".

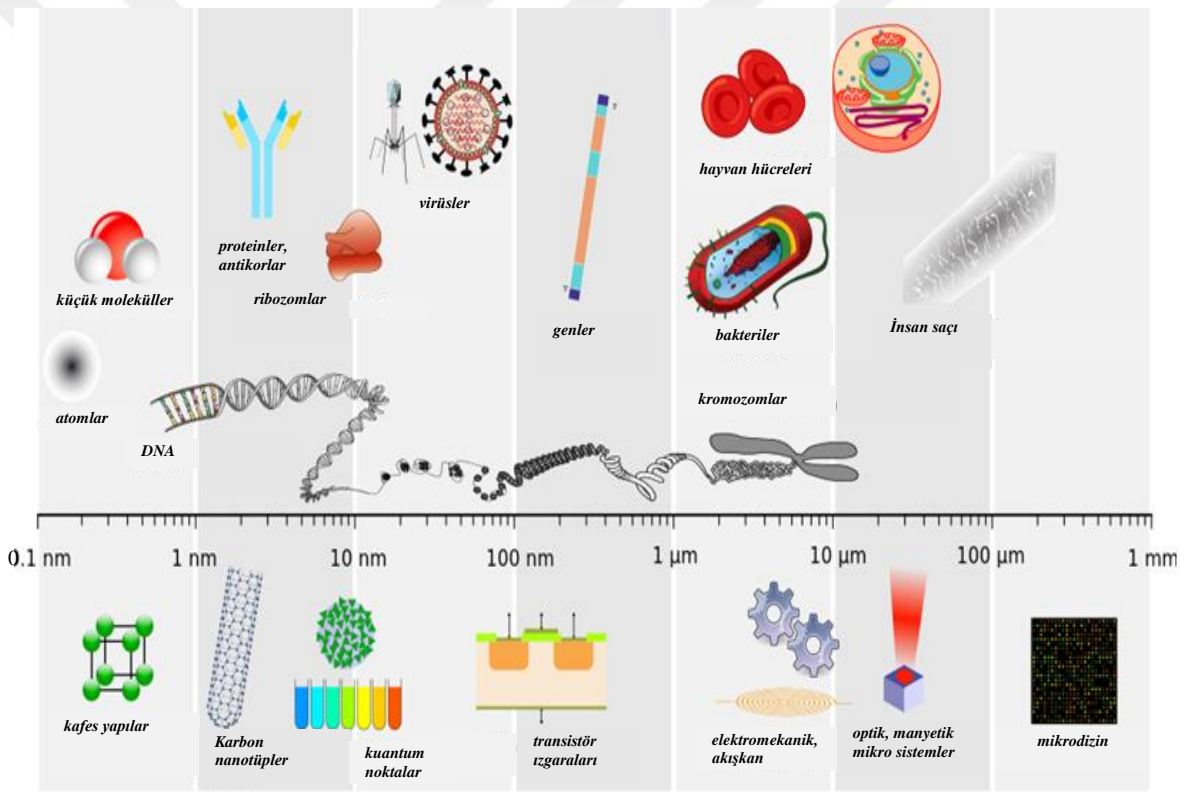
- 1974: Aviram ve Seiden ilk moleküler aygıt için patent aldı.
- 1981: Drexler (1981) ilk nanoteknoloji makalesini yayınladı.
- 1981: G.K. Binnig ve H. Rohrer atomları tek tek görüntüleyebilmek için Taramalı Tünelleme Mikroskobu (TTM)'nu icat etti. Bu mikroskop atomların yerlerini değiştirebiliyor. Buluşlarından dolayı 4 yıl sonra Nobel ödülü aldılar.
- 1985: R.F. Curl, H.W. Kroto, R.E. Smalley C60'ı keşfettiler. Bu 3 bilim adamı da 1996 yılında Kimya Dalında Nobel ödülünü aldı.
- 1986: G. Binnig, C.F. Quate, Ch. Gerber Atomik Kuvvet Mikroskobu (AKM)'nu icat ettiler.
- 1986: Drexler (1986) 'Engines of Creation' kitabını yayınladı (moleküler nanoteknoloji fikri).
- 1987: iletkenliğin kuantum özelliği ilk defa gözlemlendi. Fulton ve Dolan (1987) ilk defa tek elektron transistörü yaptı.
- 1988: W. De Grado ve ekibi ilk defa suni protein yaptılar.
- 1989: IBM (Zurich)'de 35 Xe atomundan IBM yazısı yazıldı.
- 1991: Iijima (1991) çok duvarlı karbon nanotüpleri keşfetti.
- 1993: Iijima ve Ichihashi (1993) ve Bethune vd. (1993) tek duvarlı karbon nanotüpleri keşfetti.
- 1993: Rice Üniversitesi'nde (ABD) ilk 'nanoteknoloji' laboratuvarı kuruldu.
- 1997: N. Seeman ilk defa DNA molekülü kullanarak nanomekanik aygıt yaptı.
- 1998: C. Dekker ve ekibi TUBEFET yaptı.
- 1999: M. Reed ve J.M. Tour ilk defa tek organik molekül ile elektronik anahtar yaptı.
- 2000: ABD'de ilk defa nanoteknoloji araştırmaları için 422 milyon\$ kaynak ayırdı.
- 2001: ilk defa nanotüplerden transistör ve mantık devreleri yapıldı.
- 2001: ZnO nanotel lazeri yapıldı.
- 2002: Süperörgü nanoteller yapıldı.
- 2005: ilk dört tekerlekli nano araba modeli hareket ettirildi
- 2008 ve sonrası Tel-Aviv Üniversitesi'nde Teknoloji için Disiplinlerarası Analiz ve Tahmin Etme Merkezi (ICTAF) tarafından nanobiyoteknolojinin gelişmesi hakkında hazırlanan raporun sonuçları aşağıdaki gibidir.
- 2008' de Hücre içi analizler için nanoajanlar yapılacak
- 2013'de Hücre içi manipülasyon için nanoaraçlar yapılacak
- 2015: Yapay sistemlerin kendi kendini onarabilmesi
- 2018: İnsan organlarının iç yapılanmasının tanımlanması
- 2021: Vücudun içinde nanomakineler".

2.2. Nanoyapılar ve Nanomalzemeler

Nanoyapı denilince, molekül ile mikrometre boyutlu yapılar arasındaki bir büyüklükte yapı akla gelmelidir (Şekil 2.1). Nanomalzemeler, nanosistem ve nanoteknolojinin temel taşlarıdır. Nanoyapıda bilim ve teknoloji, son yıllarda dünya çapında büyük bir hızla gelişen ve disiplinlerarası bir araştırma ve geliştirme faaliyetidir. Malzemelerin ve ürünlerin üretilme biçimleri ve ulaşılabilen işlevlerin çeşitliliği devrim yapma potansiyeline sahiptir. Ayrıca gelecekte emin adımlarla artacak olan önemli bir

ticari etkiye sahiptir. Bu nedenle, dünya çapında hergün kullanım alanına göre farklı bir nano ölçekli yapı tasarlanmakta, üretilmekte ve nanoteknolojide kullanılmaktadır.

Teknolojinin gün geçtikçe ilerlemesiyle daha hafif ve daha güçlü malzeme üretimi için nanoteknoloji kullanılmaya başlanmıştır. Sonuç olarak, elektronikten-otomobillere, uçaklara, teknelere ve uzay araçlarına kadar herşey şu andan daha hafif ve daha iyi performansa sahip olacaktır. Doğru imalat yapılabilmesi için doğru malzeme seçimi ve mekanik özelliklerinin doğru analiz edilmesi en önemli faktördür. İleri teknolojide (akıllı cep telefonları, avuç içi boyutundaki bilgisayarlar, akıllı saatler...) çokça kullanılan ve birbirinden farklı mekanik özelliklere (elastisite modülü, ısı dayanımı, kritik burkulma yükleri...) sahip olan bu malzemelerin birbirlerine göre avantajlı ve dezavantajlı olduğu kullanım alanları mevcuttur. Bunlar gibi nano malzemelerin kullanım alanlarına bağlı olarak önem arz eden malzeme özellikleri de değişecektir. Bu yüzden tek bir malzeme yerine mekanik özelliklerine göre farklı durumlar için farklı malzemelerin seçilmesi gerekmektedir.



Şekil 2.1. Nano malzemelerin boyutlarına genel bir bakış (Anonymous 2)

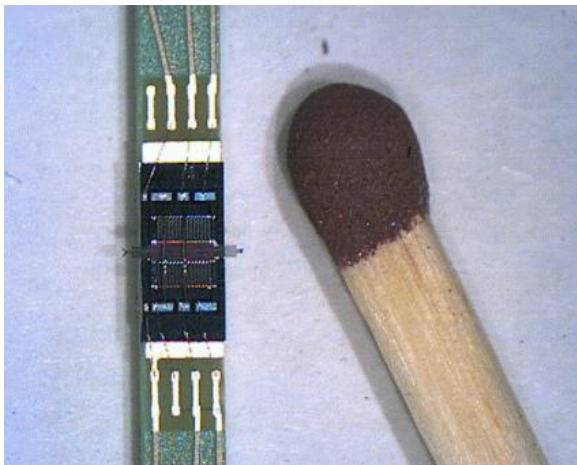
2.2.1. Popüler nanoyapılar

Nanobilim ve nanoteknoloji küçük ölçekli yapıların ve cihazların tasarımına büyük katkı sağlamıştır. Nano ölçekli yapılar; nanoparçacıklar, nanoteller, nanoçubuklar, nanokirişler, nano halkalar, nano şeritler, nano levhalar, nanotüpler birleşerek nanomakineleri oluştururlar.

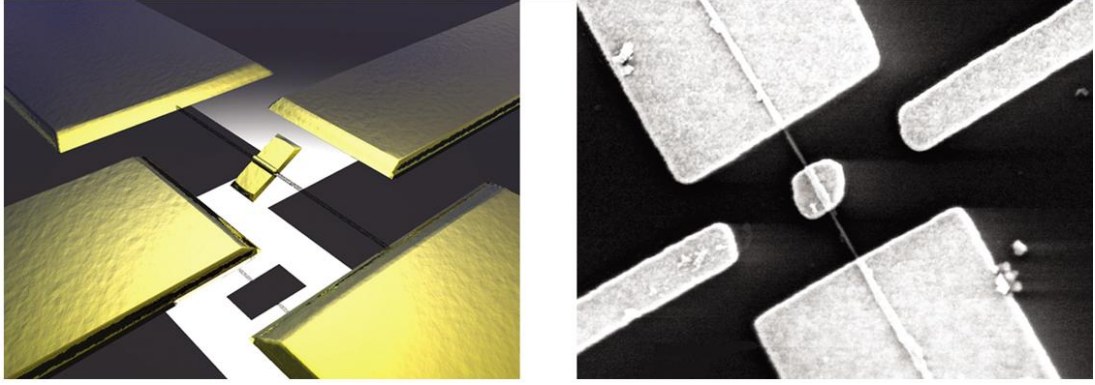
Nanoparçacıklar 1 ile 100 nm arasında değişen boyutlara sahiptir ve gelişmiş nanokompozit oluşturmak için ana malzeme içerisine dahil edilmektedir.

Nanoteller, nanometre boyutlarındaki bir boyutlu nanoyapılardır. Nano telleri uzunluğunun çapa oranı 1000 veya daha fazla olarak nitelendirmek mümkündür. Yeni nesil bilgi işlem cihazları ve güneş pil cihazlarını geliştirmek için kullanılabilirler (Karlicic vd. 2015).

Nanoçubuk ve nanokirişler bir boyutlu nanoyapılar olarak adlandırılırlar. Nanoçubuk ve nanokirişlerin potansiyel uygulamalarından birkaçı görüntü teknolojisi, mikroeletromekanik sistemler (MEMS), nanoeletromekanik sistemler (NEMS), atomik kuvvet mikroskobu (AKM), nanoaktüatörler ve nanosensörler'dir. Öte yandan ise sağlık alanında da nanoteknolojinin kullanımı hızlı artmakta ve olumlu sonuçları gözle görülür şekilde fark edilmektedir. Örneğin 'magic bullet' adı verilen nanocihaz, insan vücuduna enjekte edilerek damar içinden ilerleyip belirli alanlarda bulunan tümör hücrelerini yok etmekte kullanılmaktadır. Nanoçubuk gibi modellenebilen bu cihazlar diğer soy metal nanoparçacıkları ile birlikte ışınları absorbe edip ısı üretirler. Seçici olarak tümörlü hücreler tarafından alınan bu nanoçubuklar yerel olarak ısıtılır ve kanserli hücreyi yok ederler. Bunun en büyük avantajı kemoterapi esnasında bir hasta kızılötesi ışığına maruz kaldığında, seçici olarak tümör hücreleri tarafından alınan nano çubuklar yerel olarak ısıtılır ve yalnızca kanserli dokuyu yok eder ve sağlıklı hücelere zarar vermez. Yarı iletken malzemelerle üretilen nanoçubuk ve nanokirişler, enerji toplama, algılama ve ışık yayma uygulamaları olarak nanosensörler ve nanoaktüatörler şeklinde kullanılabilir. Şekil 2.2'de bir nanoaktüatör görülmektedir. Şekil 2.3.a'da bir nanoaktüatör motor modeli, Şekil 2.3.b'de ise taramalı elektron mikroskobundan gerçek bir görüntü yer almaktadır. Rotorun üç tarafı elektrotlarla çevrilidir. Elektrotlarla alternatif akım verildiğinde, nanomotor hareket etmektedir. Şekil 2.4'te genetik mutasyonun saptanması için kullanılan bir nanosensör örneği görülmektedir. Nanosensör 8 ankastre mesnetli kirişten oluşmakta ve toplam uzunluğu 500 μm 'dir. Yine silisyum karbür nanotüpün alan etkili transistör uygulaması mikro köprü kiriş örneği için ideal bir sistemdir (Şekil 2.5).



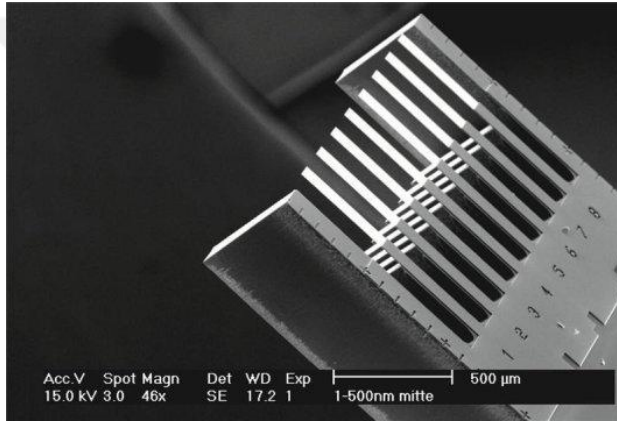
Şekil 2.2. Prototip bir MEMS kuvvet aktüatörü (Anonymous 3)



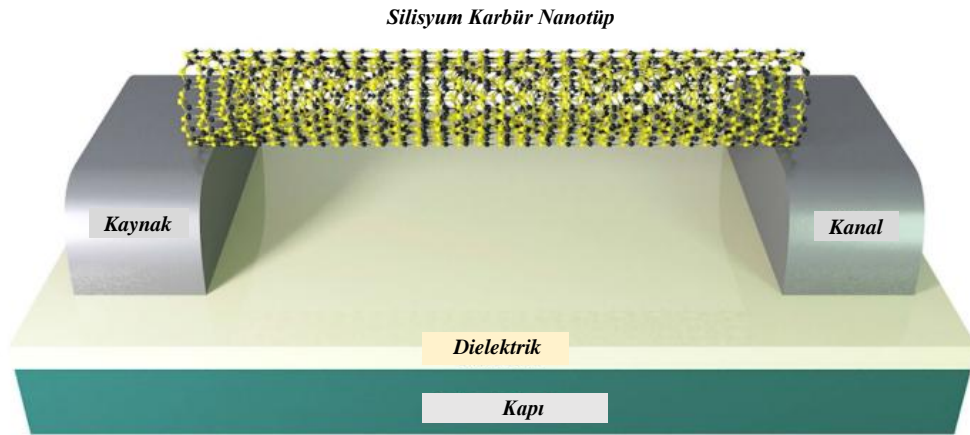
(a)

(b)

Şekil 2.3. Nanoaktüatör-motor (Anonymous 4)



Şekil 2.4. Nanosensör (Anonymous 5)



Şekil 2.5. Silisyum karbür nanotüpün MOSFET transistörde kullanımı (mikro köprü)

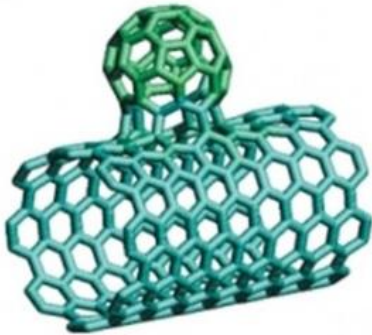
Nanoplaklar, iki boyutlu nanoyapılar olarak tanınırlar. İnce nanoplak örnekleri grafen levha, altın nano plaklar vb. şeklindedir. İki boyutlu nanoyapılar, bilgi depolama, katalizör, dönüştürücüler, güneş pilleri, MEMS/NEMS ve nanomakinelerdeki bileşenler gibi alanlarda potansiyel bir uygulamaya sahiptir.

Nano halkalar, halka şeklinde küçük kristal yapılar olarak tanımlanabilirler. Çapı 50 nm ve 1 µm arasındadır. Nanohalkalar nanometre ölçekli sensörler, rezonatörler ve transdüserler olarak görev yapabilirler. Bu küçük ölçekli yapılar, piezoelektrik etkileri ve diğer olayları küçük ölçekte incelemeye yardımcı olurlar.

Nano şeritler, bunlar ince şeritler halinde tekli karbon nanotüp (KNT)'lerdir. Grafen nano şeritler yarı iletken özellikleriyle silikon yarı iletkenlere teknolojik bir alternatif olabilir.

Nanotüpler, olağanüstü mekanik, elektronik, elektrokimyasal ve elektriksel özelliklerinden dolayı bilim topluluğunda büyük ilgi uyandırdı. Nanotüpler, periyodik altıgen bir düzende atomlardan oluşan moleküllerin uzun ve ince silindirleridir. Nanotüpler, süper kapasitörlerdeki elektrotlar, uzay asansörleri için kablo malzemeleri, süper güçlü ve iletken nanokompozitler, biyomedikal, biyoelektrik, süper hızlı mikroelektronik, güneş pilleri gibi potansiyel uygulama alanlarına sahiptir.

Diğer kompleks nanoyapılar: farklı nanoyapıların bir araya gelmesiyle oluşmuş nanoyapılardır. Örneğin karbon nanotüp (KNT)'ün tek ucuna veya nanotüp üzerinde herhangi bir yere nanotop eklenmesiyle nano tomurcuk, her iki ucuna da nanotop eklenmesiyle nano dambıl yapılar ortaya çıkmaktadır. Şekil 2.6'da gösterilen karbon nanotüpten yapılmış bir nano tomurcuğun elektrik iletiminin klasik karbon nanotüplerden çok daha iyi olduğunu savunan araştırmacılar dokunmatik ekranlar için nano tomurcukların kullanılabileceğini savunmuşlardır.



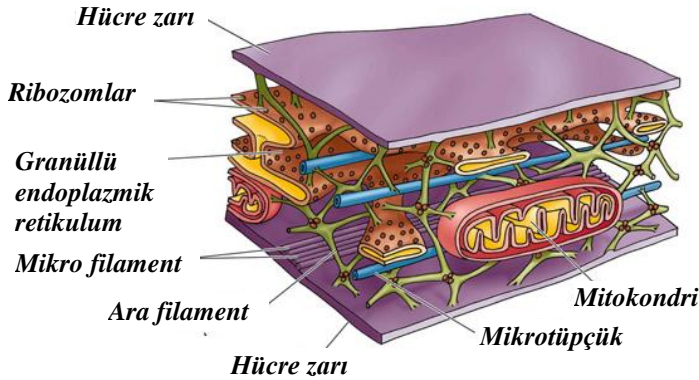
Şekil 2.6. Nano tomurcuk örneği (Anonymous 6)

2.2.2. Popüler nano/mikrotüpler

2.2.2.1. Mikrotüpçükler

Ökaryotik hücrelerin sitoplazmalarına daha yakından bakıldığında hücreyi saran ve iç içkilerinden oluşmuş bir yapı ile karşılaşılır. Hücre iskeleti adı verilen bu yapı, sitoplazmadaki tüm organelleri kapsayan bir iskelet'dir. Sitoplazmayı büyük bir oranda destekleyerek hücre bütünlüğü korunmuş olur (Howard ve Hyman 2003). Prokaryotik ve ökaryotik hücrelerin yanı sıra bitki ve hayvan hücreleri de dahil olmak üzere tüm hücrelerde bulunur. Hücrenin şeklini koruyan, bazı hücrelerin hareket etmesini sağlayan dinamik bir yapıdır ve hücreler arası nakillerde (örneğin veziküllerin ve organellerin hareketi) ve hücre bölünmesinde önemli rol oynar.

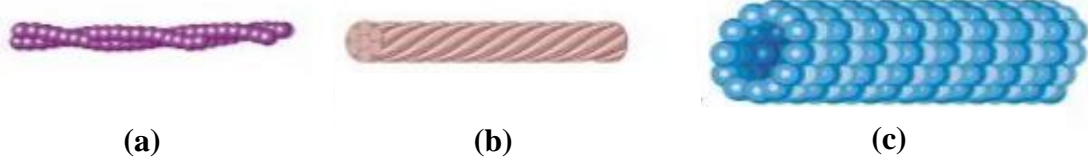
Hücre iskeleti (Şekil 2.7), sitoplazma içine batırılmış proteinlerden oluşur ve ökaryotik hücrelerin çerçevesine karşı kuvvetli mekanik destek ve güç sağlar. Hüresel hareketin oluşmasında önemli bir rol oynar; hücrenin bölünmesi, gen ifadesi, motilite ve yara iyileşmesi gibi diğer bazı hücre özellikleri, aynı zamanda hücre iskeletinin fiziksel nitelikleri vasıtasıyla sağlanır. Çeşitli organellerin iletişimini ve kontrolünü sağlayabilmek için çalışan bu yapı aynı zamanda hücre içindeki biyomalzemelerle ilişkili belirli hareketleri yönlendiren bir otoyol sistemi gibi çalışır.



Şekil 2.7. Hücre iskeleti (Anonymous 7)

Ökaryotik hücre iskeletindeki protein filamentlerinin üç büyük türü mikrofilamentler, ara filamentler ve mikrotüpçüklerdir. Bu tür bileşenler, çeşitli proteinlerden yapılmış iplik benzeri biyopolimerlerdir (Şekil 2.8). Aktin (mikro) filamentler, ara filamentler ve mikrotüpçükler her biri hücre iskeletindeki rollerine göre farklı fiziksel özelliklere sahiptir (Portet vd. 2005). Örneğin, en küçüğü ve yalnızca 6 nm çapında olan aktin (mikro) filamentler iki boyutlu lifler şeklindeki görünümü ile hücreye mekanik destek ve yük dağılım yollarının bakımında yer alan kablo benzeri yapıları oluşturduğu görülmektedir. Ayrıca kas kasılması, hücre bölünmesi ve vezikül ve organel hareketliliği gibi birçok önemli hüresel fonksiyona katılırlar, hücre sitoplazmasının akışı, bağırsaktan besin emiliminde de önemli bir yere sahiptir. Artı ve eksi uçlara sahiptir, artı ucunda ATP ile güçlenen büyüme oluşur.

Ara filamentler esas olarak hücre şekli ve bütünlüğünün muhafazasında yer alır. Ayrıca organellerin ve çekirdeğin hücre içinde sabit durabilmesine de yardımcı olurlar. Çizelge 2.1’de hücre iskeletini oluşturan en önemli üç proteinin mekanik özellikleri yer almaktadır.



Şekil 2.8. En önemli protein filament yapıları **a)** Mikro filament; **b)** Ara filament; **c)** Mikrotüpçük (Arslan 2010)

Çizelge 2.1. Hücre iskeletinin yapı taşları ve mekanik özellikleri (Arslan 2010)

	Çap (nm)	Uzunluk (μm)	Eğilme Rijitliği (Nm^2)	Elastisite Modülü (GPa)
Mikro filament	6-8	15	7×10^{-26}	1.3-2.5
Mikrotüpçük (uzuluk $> 1 \mu\text{m}$)	25	6000	2.6×10^{-23}	1.2
Ara filament	10	1-3	$4-12 \times 10^{-27}$	1.3

Mikrotüpçükler ökaryotik hücrelerden sorumlu olan temel bileşenlerden biridir. Sperm hücreleri gibi özel hücreler içinde kamçı, sil ve sentrozomun oluşumuna katılırlar. Hücre bölünmesinde kromozomların ayrılması sırasındaki iğ ipçiklerinin oluşmasında ve onların demiryolları gibi vezikül ve mitokondri vb. hücresel bileşenlerin hücre içinde taşınımını sağlamaktadır. Ayrıca hücrenin mekanik iskeletini sağlayıp hücrenin bütünlüğünü koruduğu gibi organel hareketine de yardımcı olmaktadır (Jiang ve Zhang 2008; Shi vd. 2008). Kamçı ve silin yapısına katılmasıyla hücrenin hareketini de sağlamaktadır. Gen ifadesi, hareket ve yara iyileşmesinde rol oynamasından dolayı antikanser ilaçları için de bir hedef olarak görülmektedir (Gao ve Lei 2009; Jiang ve Zhang 2008). Sinir liflerindeki aksonların içinde boydan boya uzanarak sinyal iletimini de sağlar (Alberts vd. 2002). Mikrotüpçükler Ledbetter ve Porter (1963) tarafından ilk defa tanımlanmıştır.

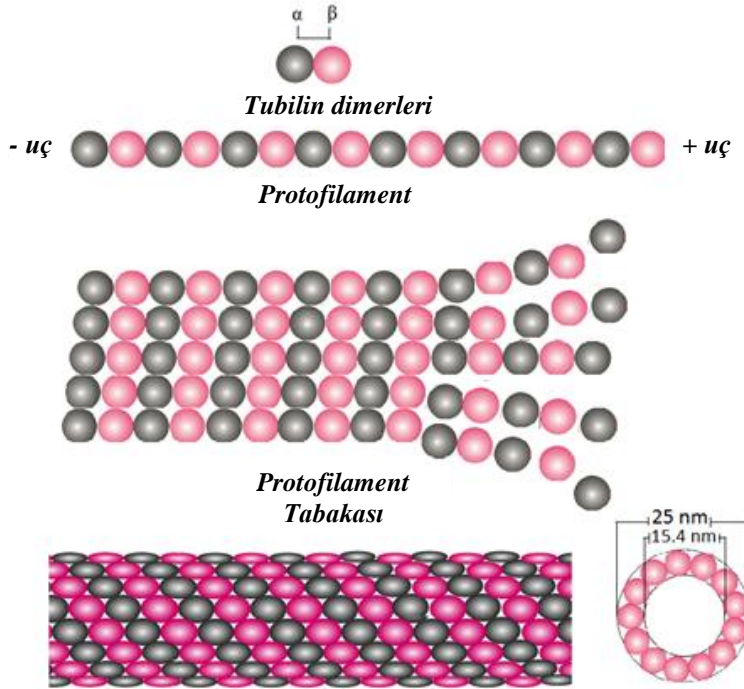
Mikrotüpçükler α ve β tubulinlerinin birbirine temas edecek şekilde yan yana dizilmesiyle oluşmuş cisimlerdir (Portet vd. 2005). Bu tubulinler yaklaşık 4-5 nm çapa ve 50000 dalton molekül ağırlığına sahiptirler. İki tubulin birbirleri ile normal koşullar altında ayrılmayacak şekilde birleşerek $\alpha\beta$ hetodimeri oluşturmaktadırlar (Arslan 2010). Doğru koşullar altında polimerizasyon ile uzun zincirli protofilamentleri oluşturmaktadırlar. Ardından oluşan bu protofilamenler de yanal olarak bağlanarak bir levha oluşturur, oluşan bu levha kapanır ve içi boş silindirik bir yapı oluşur (Jiang ve Zhang 2008). Mikrotüpçüklerin oluşumu Şekil 2.9 ile anlatılmıştır.

α - β tübülün dimerlerinin üzerlerinde iki GTP bağlayıcı bölge vardır. α -tübülün üzerinde bulunan GTP-bağlama bölgesi, GTP'yi geri döndürülemez biçimde bağlar ve onu hidroliz etmez. β tübülün üzerinde bulunan ise, GTP'yi geri dönüşebilir biçimde bağlar ve onu hidroliz eder. Bir mikrotüpçük kutupsal bir yapıdadır, kutupsallığı, bir

protofilament içinde ortaya çıkan α - β tübülün dimerlerinin dizilişinden kaynaklanmaktadır. Mikrotüpçüğün bir ucu α -tübülün ile başlar ve diğer ucu β -tübülün ile biter. Bu iki uç hızlı büyüyen (+) uç ve yavaş büyüyen (-) uç olarak adlandırılır (Lodish vd. 1995). Bu konu mikrotüpçüklerin hareket yönünü belirleyebilmek için önemli bir konudur.

Mikrotüpçüklerin iki türü vardır: kararlı, uzun yaşayan mikrotüpçükler ve kararsız, kısa yaşayan mikrotüpçükler. Genellikle kopyalanmayan hücreler gibi bazı hücreler, kararlı mikrotüpçüğe dayalı yapılardır. Örneğin, spermilerin flagellumundaki aksonem. Mikrotüpçüklerde oluşan hücre yapıları, mitotik hücreler gibi hızla bir araya gelip sökülmesi gerektiğinde kararsız mikrotüpçükler oluşur.

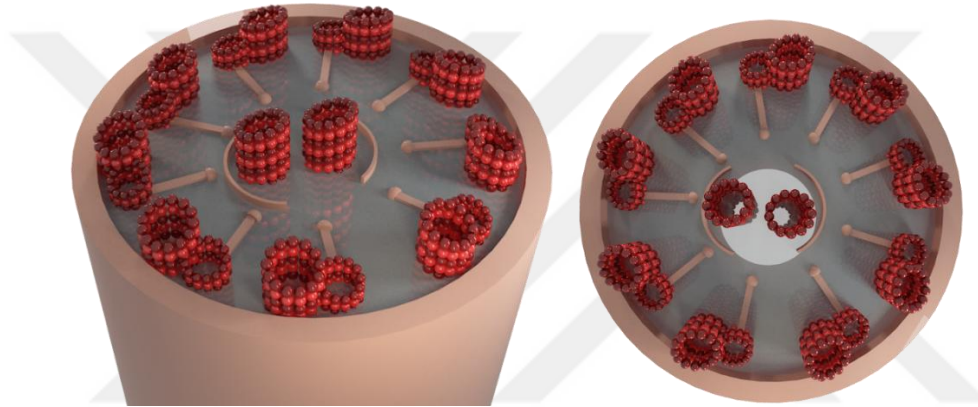
Çoğu hücrede, mikrotüpçükler bir mikrotüpçük organizasyon merkezinden (MTOC) dışarı doğru uzanır. Bu tür bir organizasyonda çoğunlukla eksi uçlar bu merkezlere bağlanır ve artı uçlar hücre membranına doğru uzanır. Sürekli uzama ve kısalma halinde olan mikrotüpçükler bu sayede kasılıp, gevşeme kabiliyetine sahiptirler. Mikrotüpçükler, merkezden hücre membranına doğru büyüme eğilimindedir.



Şekil 2.9. Tipik bir mikrotüpçük oluşumu

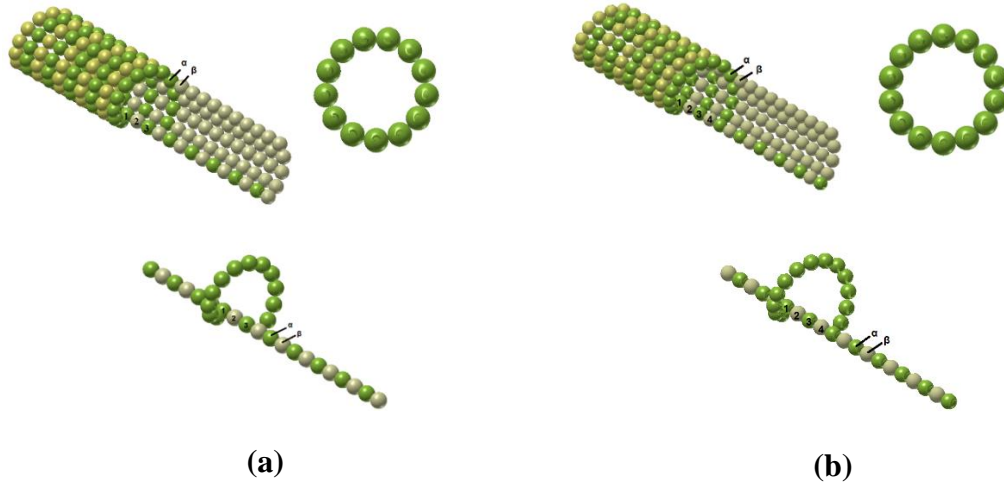
Ökaryotik hücrelerdeki mikrotüpçükler, aksonemal ve sitoplazmik mikrotüpçükler diye iki gruba ayrılabilirler. Birinci grup olan aksonemal mikrotüpçükler, hücre hareketi ile ilişkili spesifik yapılarda bulunan oldukça organize, kararlı mikrotüpçüklerdir. Sitoplazmik mikrotüpçükler, memeli hücrelerinde aksonları, sinir hücresi uzantılarını korurlar, mitoz ve mayoz dönemde kromozomların hareketi için gerekli olan mitotik ve mayotik iğ ipleri oluştururlar, hareketi yönlendirmek için organize bir lif sistemi sağlayarak veziküllerin ve diğer organellerin mekansal düzenine ve yönsel hareketine katkıda bulunur.

Mikrotüpçükler teker teker bulunabildiği gibi çiftli (silya ve flagella'da) veya üçlü demetler (santriyumlar, bazal cisimler) halinde de bulunabilir (Arslan 2010). Onları bir arada tutan ise demein proteinleridir. Şekil 2.10'da bir silya aksonem yapısı görülmektedir. Bütün ökaryotik silya, aksonem olarak adlandırılan plasma membranı ile çevrili dairesel dizilmiş 9 adet çift mikrotüpçük ve merkezde 2 adet tek mikrotüpçükten oluşur. Birbirine bağlı iki mikrotüpçüğün tekinde 13 protofilament varken diğerinde 10 protofilament bulunmaktadır. Silya enine kesit yapısı 9+2 modelindedir. Merkezde yerleşik olan iki mikrotüpçük tektir ve bunlar birbirlerinden ayrı olup, her biri enine kesitte 13 tane protofilamentten oluşmuş çembersel bir profil sergiler. Aksonem içindeki 9+2'lik mikrotüpçük düzeni, bunların hücreye bağlantı noktası olan bazal cisimciğe ulaşmış olduğu taban bölümü dışında, silyum uzunluğunun büyük bölümünde sürer. Bazal cisimciğin yapısı, 9 üclüden oluşması ve tekli içermemesi yönüyle bir sentriyolunkine benzer.



Şekil 2.10. Silya aksonem yapısı

Protofilamentler arasında yaklaşık 0.92 nm aralık vardır. Genellikle bir mikrotüpçükte 13 protofilament bulunmasına karşın 8-17 arasında değişmektedir denilebilir (Pierson vd. 1978; Portet vd. 2005). Hem canlı ortamda hem de laboratuvar ortamında mikrotüpçükler farklı sayıdaki protofilamentler ($8 \leq N \leq 17$) ve helis başlangıç numarasına ($2 \leq S \leq 4$) göre farklı konfigürasyonlar oluşturabilmektedir (Chretien ve Fuller 2000; Pierson vd. 1978; Wade vd. 1990). N_S şeklinde isimlendirilen bu mikrotüpçükler, ana protofilamentin eksene göre belirli bir açıyla sıralanmasından ve diğer protofilamentlerin de aynı şekilde ana protofilamente paralel olarak bağlanmasıyla oluşmaktadır (Meurer-Grob vd. 2001). Eğim açısı $< 2^\circ$ ile sınırlandırılmıştır çünkü daha fazla açılı olduğu zaman eğilme problemi ortaya çıkmaktadır (Donhauser vd. 2010). 13_3 mikrotüpçükte eğim açısı 0° 'dir yani eksene paraleldir (Hunyadi vd. 2007). Şekil 2.11'de 13_3 ve 14_4 mikrotüpçüklerde protofilamentlerin dizilimleri gösterilmektedir.



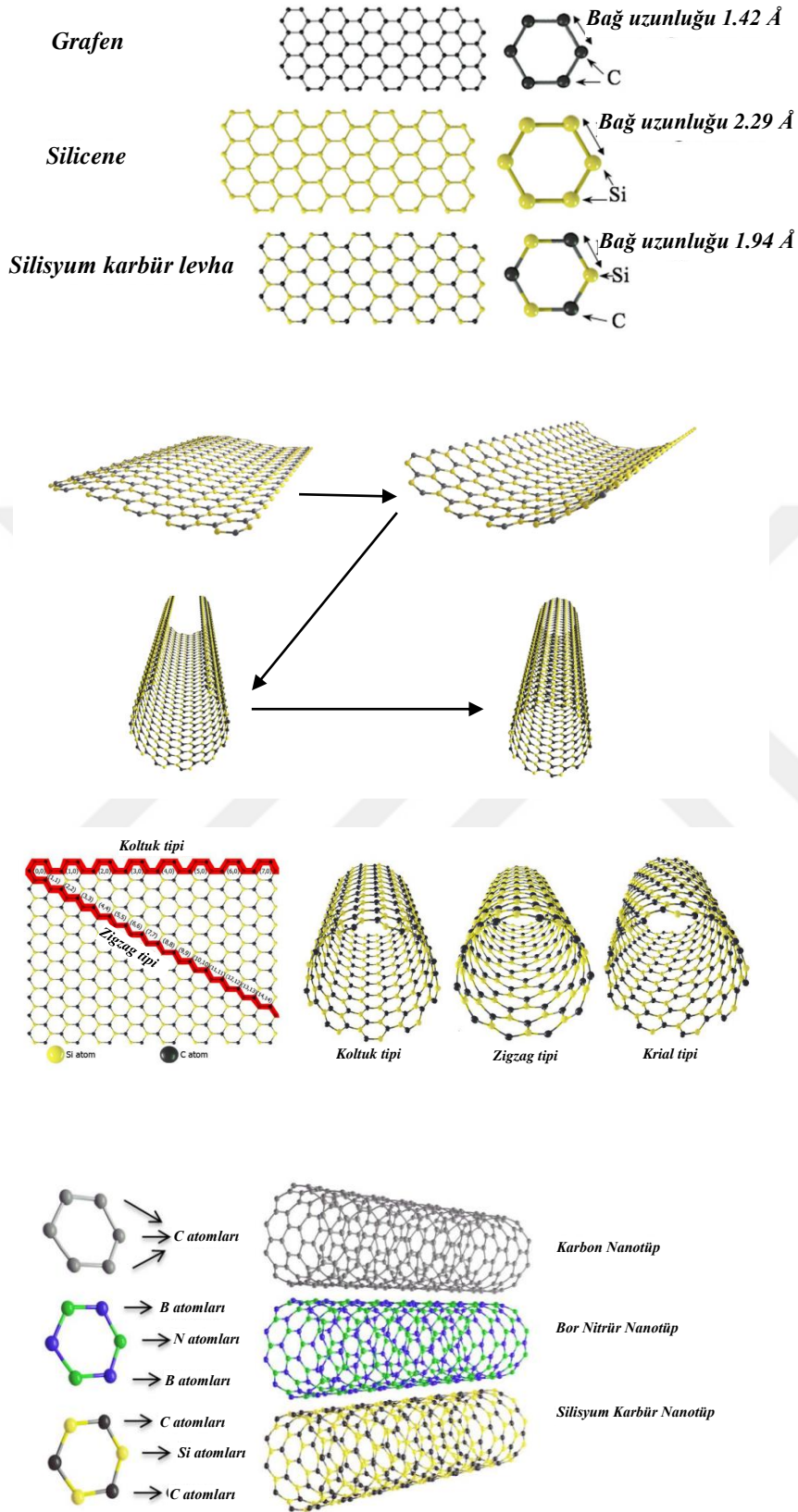
Şekil 2.11. a) 13_3; b) 14_4 mikrotüpçüklerinin şematik gösterimi

Protein mikrotüpçüklerin mekanik davranışı araştırmacılar tarafından büyük ilgi görmüş ve mekanik özelliklerini belirlemek için deneyler ve teorik araştırmalar yapılmıştır. Nümerik simülasyon yöntemleri, yapıların nano ve mikro ölçekte mekanik davranışlarını anlamada önemli bir rol oynamaktadır. Çok küçük ölçeklerde deneysel ölçümlerle karşılaştırıldığında, hesaplama modelleme yaklaşımlarının, karmaşık yükleme ve sınırlanmış ortamlar altında sonuçları doğru şekilde tahmin edebildiği düşünülmektedir. Biyoyapıları hem sonuç doğruluğu hem de bilgisayar verimliliği ile göz önüne alacak pratik teoriler geliştirilmesine önem verilmelidir.

2.2.2.2. Diğer nanotüpler

Karbon nanotüpler, sadece karbon atomundan oluşan eşsiz fiziksel, kimyasal, optik, elektriksel ve mekanik özelliklere sahip silindirik yapılardır. İlk kez 1991 yılında fullerenlerin ark-buharlaşması sentezi sırasında katotta toplanan malzeme araştırılırken tesadüfen tüp şeklindeki bu moleküller keşfedilmiştir. Grafen plakanın kıvrılmasıyla tek katmanlı karbon nanotüpler elde edilirken birden fazla grafen yüzeyinin iç içe katlanmasıyla da çok katmanlı karbon nanotüpler elde edilir. Karbon nanotüpler grafen plakanın kıvrılma açısına bağlı olarak metalik ve yarı iletken özellikler gösterebilirler. Elastisite modülü yaklaşık 1 TPa olup çelikten yaklaşık 100 kat daha sağlam ve 6 kat daha hafiftirler.

Karbon nanotüplerle yapılan çalışmalar eşsiz özelliklerinin keşfini sağladığı kadar yetersiz olduğu durumları da ortaya koymuştur. 600°C sıcaklığa kadar dayanabilen karbon nanotüpler, nanoteknolojinin ilerlemesi ile uzay ve havacılık teknolojisi için yetersiz kalmış ve silisyum karbür nanotüpler elde edilmiştir. Bunun yanında bor nitrid nanotüp 1.8 TPa elastisite modülü ile bahsedilen üç malzeme arasında en yüksek dayanıma sahip olanıdır. Şekil 2.12’de farklı atomlardan oluşan nanotüplerin oluşumları ile ilgili detaylar yer almaktadır.

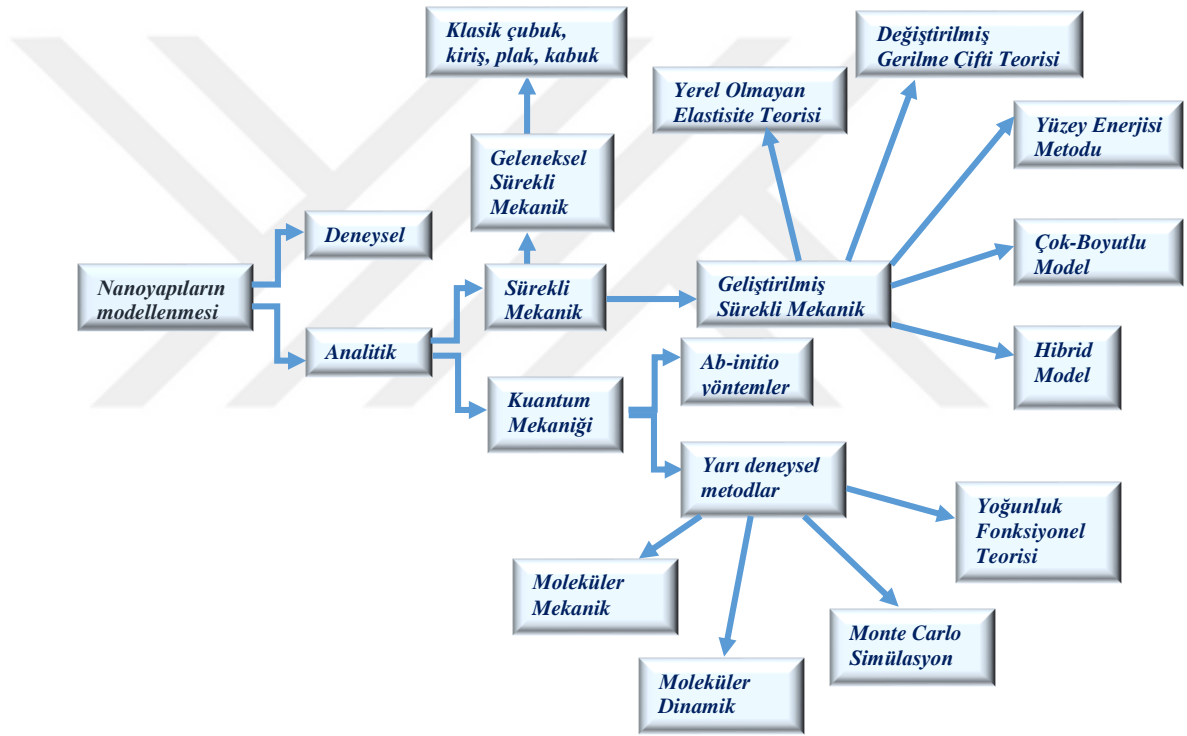


Şekil 2.12. Nanotüplerin oluşum aşamaları

Genellikle, karbon nanotüpler iki çeşidi ayrılmıştır; tek duvarlı karbon nanotüp (TDKNT) ve çok duvarlı karbon nanotüp (ÇDKNT). Karbon nanotüpler (KNT), potansiyel elektrotlarda süper kapasitörlerdeki elektrotlar, uzay asansörleri için kablo malzemeleri, nano ölçekli cihazlardaki yapısal elementler ve süper güçlü ve iletken nano kompozitler, biyomedikal, biyoelektrik, süper hızlı mikroelektronik, güneş enerjisinde güçlendirici element olarak uygulama alanları olabilir.

2.3. Günümüzde Nanoyapıların Modellenmesi için Kullanılan Yaklaşımlar

Birçok mühendislik uygulamasında bu kadar geniş uygulaması olan nanoboyutlu sistemlerin kullanımını artırmak ve yeni tasarımlar önermek için mekanik davranışları araştırılmalı ve iyi tanımlanmalıdır. Mekanik davranışlarını anlayabilmek için nanoyapıların modellenmesini en genel anlamda analitik ve deneysel olarak gruplamak mümkündür (Şekil 2.13)



Şekil 2.13. Nanoyapıların modellenmesinde kullanılan yaklaşımlar (Karlicic vd. 2015)

Mekaniğin sözlük anlamına bakıldığı zaman iki açıklama dikkati çekmektedir

- Kuvvetlerin ve enerjinin fiziksel cisim üzerindeki etkisini araştıran fizik dalı
- Bu bilimin, makine, araç veya yapı gibi sistemlerin veya cihazların tasarımı, inşası veya işletilmesi için uygulanması.

Bu açıklamalar sırasıyla bilimsel ve mühendislik odaklıdır. Fakat bu tanımlamalar oldukça genel herkesin bildiği açıklamalardır. Daha geniş kapsamlı açıklama yapmak için mekaniği 4 gruba ayırabiliriz.

- Teorik mekanik, uygulamalı mekanik, hesaplamalı mekanik, deneysel

Teorik mekanik, belirli bir fiziksel problemi yönetmek için gerekli olan yasalar ve ilkelerle ilgilenmektedir. Uygulamalı mekanik, bu teorik bilgiyi problemlerin matematiksel modellerinin oluşturulmasına ilişkin bilimsel ve mühendislik uygulamalarına aktarır. Hesaplamalı mekanik, bilgisayar tabanlı uygulanan sayısal yöntemlerle model tabanlı simülasyon ile spesifik problemleri çözer. Deneysel mekanik ise teori, uygulama ve simülasyondan elde edilen bilgiyi gözlemin nihai testine tabi tutmaktadır.

Deneysel olarak, eğilme etkisi altında nano/mikro yapıları malzemeler ile yapılan çalışmalarda mekanik özelliklerini etkileyen boyuta bağlı parametrelere sahip olduğu gözlenmiştir. Fakat deneysel çalışmalar çok zor; her parametrenin nano boyutta ele alınması karışık ve güç bir iştir.

Deneysel çalışmaların yanısıra nanomalzemeleri teorik olarak modellemek için üç farklı yaklaşım vardır; a) atomik modelleme, b) hibrid atomistik-sürekli ortamlar mekaniği ve c) sürekli ortamlar mekaniği. Bunlardan atomik modelleme, klasik moleküler dinamikler (MD), sıkı-bağ moleküler dinamik (SBMD) ve yoğunluk fonksiyonel teorisi (YFT) gibi teknikleri içerir (Hernandez vd. 1998; Iijima vd. 1996; Sanchez-Portal vd. 1999; Jakobson vd. 1997). Hibrid atomistik-sürekli ortamlar mekaniği, nano yapıları bir maddenin moleküler potansiyel enerjisini sürekli modelin mekanik zorlama enerjisiyle eşitleyerek, atomlararası potansiyeli analize doğrudan dahil etmeyi sağlar. Bunlar gibi bilgisayar simülasyon yöntemleri, makroskopik malzeme sistemleri için hesaplama açısından çok pahalı ve zaman alıcıdır. Ayrıca, bir mühendisin bakış açısı ile MD; atomlar, moleküller, bağlar ve atomlar arası kuvvetlerle ilgili çok fazla kimya bilgisi içerdiğinden uzmanlık sahibi olamayabiliriz. Sürekli ortamlar mekaniği ise çubuk, kiriş, plak ve kabuk teorilerini kapsar. Sürekli ortamlar mekaniği ile çözümde diğer iki yöntemle göre hem daha az sayısal hesaplama ve dolayısıyla nispeten daha az zaman gereksinimi doğmaktadır. Bu nedenle araştırmacılar sürekli ortamlar mekaniğine yönelmişlerdir (Arash ve Wang 2012).

2.3.1. Sürekli ortamlar mekaniği

En genel anlamda, sürekli ortamlar mekaniği, kuvvetlere maruz kalmış bir cismin hareketini (deformasyon, frekans...) inceleyen mekanik dalıdır. Sürekli ortamlar mekaniği, modellemede sürekli varsayım üzerine kurulduğundan, teoriden elde edilen sonuçların moleküler dinamik simülasyonları veya deneylerle doğrulanması gerekmektedir. Klasik (yerel) elastisite teorisi ve sürekli ortamlar mekaniğinin uygulamalı bilim ve mühendislik alanında geniş bir kullanım alanı mevcuttur. Fakat fiziksel yapı küçük moleküllerden (iki veya daha fazla atom yığılması) oluşur. Deneyler vasıtasıyla, bu bileşenlerin homojen dağılmadığı, aralarında boşluklar olduğu gözlemleniyor. Bununla birlikte, klasik sürekli ortamlar mekaniği kapsamında bu boşluklar dikkate alınmaz. Klasik sürekli ortamlar mekaniğinde temel hipotez, ortamın oluşturduğu maddenin sürekli dağıldığı ve probleme dahil olan değişkenlerin (hız, basınç, kütle yoğunluğu, vb.) sürekli fonksiyonlar olmasıdır. Boyutlar küçüldükçe boşluklu yapının önemli boyutlara ulaşmasından dolayı klasik teoriler yapıların davranışını belirli bir büyüklüğe kadar yorumlayabilmektedir. Yapılan deneysel çalışmalar da göstermiştir ki yapı boyutu küçüldükçe (yapının uzunluğu atomlar arası mesafelerle karşılaştırılabilir boyutta ise) atom ve moleküller arasındaki etkileşim önem kazanmaktadır ve klasik elastisite teorisi, boyutlar nano/mikro boyuta inince doğru sonuç vermemektedir.

Küçük ölçek (boyut) etkisi adı verilen bu etkileşimi hesaba katmak için, yüksek mertebeden elastisite teorileri önerilmiştir. Yüksek mertebeden elastisite teorileri 19. yy'da Piola (Dell'Isola vd. 2015; Dell'Isola vd. 2016) ve 1909'da Cosserat kardeşlerin (Cosserat ve Cosserat 1909) çalışmaları ile başlamıştır. 1960'lara gelindiğinde Cosserat kardeşlerin araştırmaları büyük ilgi görmüştür ve yüksek mertebeden elastisite teorileri ortaya çıkmıştır. Genel olarak, bu teori, şekil değiştirme gradyanı ailesi, mikro süreklilik ve yerel olmayan elastisite teorileri olmak üzere üç farklı sınıfa ayrılabilir.

Şekil değiştirme gradyan ailesi, gerilme çifti teorisi, birinci ve ikinci değiştirilmiş gerilme teorileri, değiştirilmiş gerilme çifti teorisi ve değiştirilmiş şekil değiştirme gradyanı teorisinden oluşur.

Mikro süreklilik teorisi, mikro polar, mikro gerilme ve mikro morfik (3M) teorilerinden oluşur ve Eringen (1964, 1966, 1969) tarafından geliştirilmiştir (Thai vd. 2017).

Gurtin (1965)'in çalışması yerel olmayan sürekli ortamlar üzerinedir. Kafes dinamiklerini kullanan yerel olmayan elastisite teorisinin kurucu denklemlerinin öncü formülasyonları Kröner (1967), Kunin (1968) ve Krumhansl (1968) tarafından verilmiştir. Mikro yapıli elastik malzemeler üzerine çalışma Kunin (1968) tarafından yapılmıştır. Kröner (1967) sürekli ortamlar mekaniği ile ilgili çalışmasında yerel olmayan elastisite konusunu ele almış ve öneminine değinmiştir. Edelen (1969) yerel olmayan elastisite teorisinde varyasyon hesabı üzerine çalışmıştır. Eringen ve Edelen (1972) ve Eringen (1972a) öncü formülasyonlarda ilave edilmemiş olan denge yasalarını küresel bir biçimde denklemlere ilave ederek yerel olmayan kurucu denklemleri formüle etmiştir. Bu çalışmada elastik dalga yayılımı problemleri üzerine yol gösterici sonuçlar elde etmiştir. Eringen (1972b), yerel olmayan elastisitenin denklemlerini yerel olmayan polar elastik ortamlar için elde etmiştir. Bir diğer çalışmasında ise yerel olmayan akışkanlar için denklemlerin elde edilmesi ile ilgili olmuştur (Eringen 1972c). Chen vd. (2004), yerel olmayan elastisite teorilerinin moleküler dinamik perspektifinden fiziksel olarak yorumlanabileceğini göstermiştir.

2.4. Yerel Olmayan Elastisite Teorisi

Herhangi bir cismin herhangi bir 'x' noktasındaki gerilmesi, klasik elastisite teorisine göre yine 'x' noktasındaki şekil değiştirmesiyle ilişkili olduğu bilinmektedir. Sürekli ortamlar mekaniğinde, nanoyapının mekanik davranışı, ayrı parçacıklar yerine sürekli bir kütle olarak modellenir ve parçacıklar (atomlar) arasında boşluk olmadığı kabul edilir. Bununla birlikte makro boyuttaki yapılar için bu teori, atomik kafes dinamiği ve deneysel çalışmalar ile çelişmez. Fakat malzeme boyutu küçüldükçe klasik teoriler geçersiz hale gelmektedir. Bu noktada yüksek mertebeden elastisite teorileri ortaya çıkmaktadır. Bunlardan en yaygın olarak bilineni Eringen (1972a) tarafından önerilen yerel olmayan elastisite teorisidir. Küçük ölçek etkisini dikkate alan bu teorilerde klasik teoriden bildiğimiz kurucu denklemler değişmektedir. Yerel olmayan elastisite teorisi temel iki yasa üzerine kurulmuştur.

- 1) Enerji korunumu yasası tüm malzeme için geçerlidir
- 2) Malzemenin bir noktadaki durumu diğer noktaların fonksiyoneli olarak ifade edilebilir.

Bunun anlamı yerel olmayan elastisite teorisinde malzeme sürekli olarak tanımlanır ve üzerine fiziksel olarak bağımsız değişkenler atanabilir (kütle, yük, elektrik alanı, manyetik alan gibi). Bu değişkenler bir noktanın konumunu başka bir sınıf olarak etkileyebilir (gerilme, iç enerji, sıcaklık gibi). Bu nedenle bir noktanın konumunu belirleyebilmek için malzemenin her noktasındaki bağımsız değişkenlerin bilinmesi gerekmektedir (Eringen 2002).

Eringen (2002)'e göre yerel veya yerel olmayan elastisite teorisinin kullanılması tamamen uzunluk ve zaman ölçekleriyle ilgilidir. L dış karakteristik uzunluğu (örneğin, çatlak uzunluğu, dalga boyu, uygulanan yüklerin pürüzsüz olduğu bir uzunluk) ve l iç karakteristik uzunluğu (örneğin granüler mesafe, kafes parametresi) belirtmek üzere eğer $L/l \gg 1$ ise yerel (klasik) elastisite teorisi doğru sonuç vermektedir. Diğer yandan $L/l \approx 1$ olduğunda klasik teori başarısız kalır ve atomlar arası mesafeyi de dikkate alan yerel olmayan elastisite teorisinin kullanılması gerekir. Dinamik durum için ise benzer bir yaklaşımla, T dış karakteristik zamanı (örneğin, uygulanan yükün zaman ölçeği) ve τ iç karakteristik zamanı (gelen sinyalin atomlararası iletim zaman ölçeği) ifade etmek üzere $T/\tau \gg 1$ ise klasik elastisite teorisi $T/\tau \approx 1$ ise yerel olmayan elastisite teorisi kullanılmalıdır.

Burada malzemenin ayrı atomlardan oluştuğu ve atomlar arası kuvvetle bir arada olduğu varsayılmaktadır. Bu nedenle kafes dinamiği sonuçları ile benzer sonuçların yakalanması beklenmektedir. Eringen (1983), kafes dinamiği ve fonon dağılımı deneylerinden elde edilen sonuçlarla, uygun kernel seçiminde mükemmel uyum gösterdiğini savunmuştur. Düzlem dalgalar için yerel olmayan elastisite teorisi ile elde edilen dağılıma eğrisi (Eringen ve Edelen 1972), Born-Kármán kafes dinamiği teorisi ile karşılaştırmış ve yakın sonuçlar elde etmiştir. Bunun için kernelleri, atomlar arası kuvvet potansiyeli veya ilgileşim fonksiyonları cinsinden ifade etmiştir. Dahası, yerel olmayan elastisite teorisi, uzun dalga boyu sınırında klasik (yerel) teori ve kısa dalga boyu sınırında atomik kafes dinamiklerine dönüştüğünü vurgulamıştır (Eringen ve Kim 1977). Bunlar ve diğer bazı hususlar, yerel olmayan elastisite teorisinin, mikro ölçekten makro ölçeğe kadar değişen karakteristik uzunluklara sahip geniş bir fiziksel sınıf için mükemmel yaklaşımın sağlayabileceği öngörülüyor. Bu durum yapının iç (atomik) yapısının karakterize edilmesi zor olmasından dolayı; kusurlu katı cisimler, dislokasyon ve çatlaklar için de bir çözüm yolu olmaktadır. Klasik elastisite teorisine göre keskin bir çatlak ucunda gerilme sonsuz olur. Bu, araştırmacıların çatlak ucundaki gerilme durumundan bağımsız olarak birkaç kırılma ölçütünü (örneğin, Griffith, kırılma tokluğu, enerji salınma hızı, J-integral vb.) keşfetmelerine yol açtı. Eringen ve Kim (1974) yerel olmayan elastisite çözümü ile bir çatlak ucundaki gerilmenin sonlu olduğunu, maksimuma çıktığını ve daha sonra çatlak ucundan uzaklaştığında azaldığını göstermiştir.

Eringen (1983), yerel olmayan elastisite teorisinin, homojen ve izotropik cisimlerin yer değiştirme vektörleri için integrale bağlı bir kısmi diferansiyel denklem setine yol açtığını savunmuştur. Bu denklemlerin çözümleri genel olarak zordur. Bununla birlikte, bu denklemler bazı özel kernel türleri ile tekil kısmi denkleme indirgenebilir. Böylece, yerel olmayan elastisite teorisinin kurucu denklemlerinde bu integraller, belirli koşullar altında eşdeğer diferansiyel denklemlere dönüştürülebilir.

Bununla birlikte özellikle karışık sınır değer problemleri için kısmi integral içeren diferansiyel denklemlerin çözümü hakkında çok az şey bilinmesinden dolayı, yerel

olmayan elastisite teorisinin matematiksel olarak çözümü zordur. Bu nedenle tekil diferansiyel denklemlerle bu problemin çözülebilmesi çok büyük kolaylıktır.

2.4.1. Yönetici denklemlerin çözümü

Sürekli ortamlar mekaniği; belirli ilkelere dayanarak, verilen fiziki problemlerin yönetici denklemlerini kısmi diferansiyel denklemler vasıtasıyla formüle etmeye çalışır. Bunlara, probleme özel sınır ve başlangıç koşulları eklenir. Bu kısmi diferansiyel denklemler kümesi ve sınır koşulları, sınır değer problemini oluşturur.

Boyut etkisi dikkate alınarak oluşturulan modellerden türetilen yönetici denklemler; analitik (kesin) veya sayısal yaklaşımlar kullanılarak çözülebilir. Analitik bir çözüm, yapının herhangi bir yerinde istenebilecek bilinmeyen değerlerini veren ve dolayısıyla bileşen içindeki sonsuz sayıdaki nokta için geçerli olan matematiksel bir ifadedir (Narasaiah 2008). Bununla birlikte, analitik yöntemlerin uygulanması, basit geometri, yükleme ve sınır koşulları ile belirli bir nanoyapı için sınırlıdır. Örneğin, Navier yöntemi sadece basit mesnetli sınır koşullarına sahip dikdörtgen plaklar için uygulanırken; Levy yöntemi ise iki karşı kenarın basit mesnetlendiği ve diğer iki kenarı herhangi bir sınır koşuluna sahip olan dikdörtgen plakların çözümü için uygundur. Değişik geometri ve sınır koşulları için içine girdiğinde analitik çözümlerin klasiği bile zor bir de boyut etkisinden kaynaklı olarak denklemler daha karmaşık yapı aldığından çözüm imkansız denecek kadar zorlaşmaktadır. Bu nedenle sayısal yöntemler kullanılabilir. Bununla birlikte, basit problemler için analitik çözümün elde edilmesi, kullanılan sayısal tekniğin doğruluk derecesini (hassasiyetini) göstermek için referans olarak görev yaptığı için çok önemlidir.

Sayısal yöntemler sürekli matematiksel modelin ayrıklaştırıldığı, diğer bir deyişle sonlu sayıdaki serbestlik sayısının ayrık bir modeline dönüştürüldüğü ayrıklaştırma yöntemine dayanır. Bunlar içinde en çok kullanılanlar (Chaves 2013)

- Sonlu Elemanlar Yöntemi
- Sınır Eleman Yöntemi
- Sonlu Farklar Yöntemi
- Sonlu Hacimler Yöntemi
- Spektral Yöntemi
- Mesh-free Yöntemi
- Diferansiyel Quadrature metodu

Doğrusal problemlerde sonlu elemanlar yönteminin kullanım alanı çok fazladır. Bu problem tipleri için ikinci bir seçenek ise sınır eleman yöntemidir. Doğrusal olmayan problemlerde de sonlu elemanlar yönteminin kullanım alanı oldukça fazladır. Katı ve yapısal mekanikte sonlu farklar metodunun kullanımı nerdeyse kaybolmuştur. Bununla birlikte akışkanlar mekaniğinde kullanımı yaygındır. Sonlu hacimler yöntemleri, yine akışkanlar mekaniğinin doğrusal olmayan problemlerinde tercih edilmektedir. Spektral yöntemler, problemin verimli bir şekilde çözülebileceği fiziksel hesaplama alanını haritalandıran, yönetici denklemlerin özdeğer ayrıklaştırılmasına dayanan genel dönüşümlere dayanmaktadır. Bu grup içerisindeki en yeni yöntem ızgara içermeyen

yöntemlerdir. Bunlar, sonlu elemanlar tekniklerinin bir alt kümesini kullanarak inşa edilen keyfi ızgaralar üzerine kurulu son derece farklı yöntemlerdir.

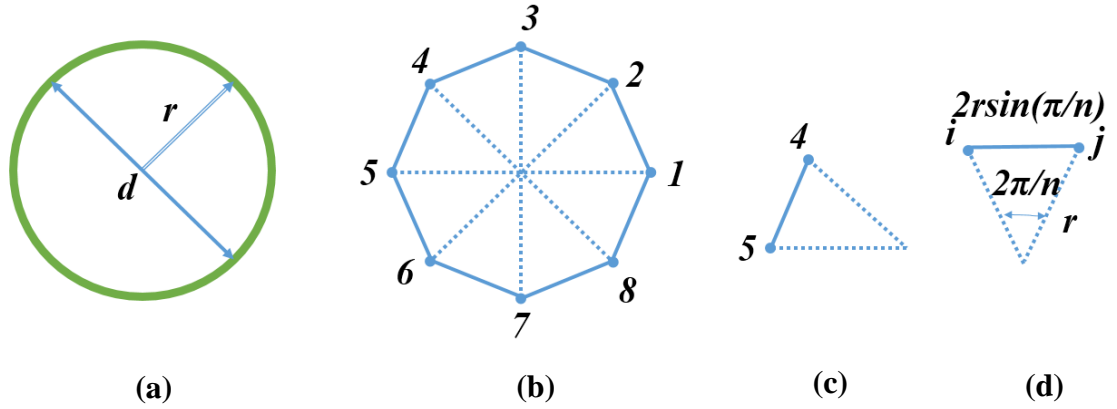
2.5. Sonlu Elemanlar Yöntemi

Sonlu elemanlar yöntemi diferansiyel denklem ile yönetilen sınır değer problemlerini ve integral denklemlerini çözmek için kullanılabilir sayısal bir yöntemdir. Fiziksel sistemlerin davranışı diferansiyel denklemler ile temsil edilebildiğinden analiz etmek için sonlu elemanlar yöntemi kullanılabilir. Yöntem, karmaşık yapısal sistemleri analiz etmek için kullanılan bir tekniktir. Metodun keşfi Courant (1943) tarafından yapılmıştır ve başlangıçta yapısal mekanik problemlerini çözmeye bir gerilme analizi metodu olarak popülerite kazanmıştır İlk olarak uçak yapılarındaki gerilmeleri incelemek için yöntemin kullanımı Turner (1956) tarafından geliştirilmesine rağmen yöntemin adını koyan Clough (1960) olmuştur. Akışkanlar mekaniği ve ısı transferi, elektromanyetizma ve imalat prosesi de dahil olmak üzere geniş bir uygulama alanına sahiptir.

Sonlu elemanlar yöntemi sadece yaklaşık çözüm veren bir yöntem olduğu için esasen ilk tercih edilecek yöntem değildir. En doğru çözüm bir diferansiyel denklem ile ifade edilen fiziksel problemi analitik olarak çözmektir. Fakat analitik çözümü her durum için benzeştirebilmek hem çok zor hem de her zaman mümkün olmayabilir. Örneğin, viskoz bir akış alanında bulunan rastgele şekilli bir cisme etki eden kuvveti belirlemek istenebilir. Analitik çözüm elde etmek için cismin şekli matematiksel formda bilinmelidir. Aksi takdirde uygun sınır koşullarını uygulanamaz. Cismin şekli düzensizse yani matematiksel bir gösterim yapılamıyorsa, problemi analitik yöntemle çözmek imkansızdır. Cisim düzenli bir şekle sahip olsa da problemin yönetici diferansiyel denklemi doğrusal olmayabilir. Doğrusal olmayan kısmi diferansiyel denklemlerin çözümü için kullanılabilir genel bir analitik yöntem yoktur.

2.5.1. Sonlu elemanın tanımı

Bunu bir örnek ile anlatmak gerekirse, çapı d olan bir çemberin çevresini (L) bulunacaktır. Aslında problem $L = \pi d$ olduğu için π için sayısal bir değer elde etmeye eşdeğerdir. Şekil 2.14.a'da olduğu gibi yarıçap r ve çap $d = 2r$ olan bir daire çizilir. Ardından çizilen daireyi tanımlamak için n kenarlıklı (Şekil 2.14.b'de $n=8$) normal bir çokgen ile yaklaşık olarak tarif edilebilir. Çokgen yüzlerini 'elemanlar' ve köşeleri de 'düğüm' olarak yeniden adlandırılırsa ve her düğüm bir tamsayı ile numaralandırılır. Ardından Şekil 2.14.c'deki gibi bir eleman ayrılır. Bu eleman en genel halde Şekil 2.14.d'deki gibi bir elemandır. Elemanın uzunluğu $L_{ij} = 2r \sin(\pi/n)$. Bu durumda dairemizin çevresi $L_n = nL_{ij}$ olarak tarif edilebilir. Dolayısıyla π 'ye yakınlık da $\pi_n = L_n / d = n \sin(\pi/n)$ olarak tarif edilebilir. Sonuç olarak görülür ki n sayısı arttırıldıkça π 'nin gerçek değerine yaklaşma artacaktır.



Şekil 2.14. Sonlu eleman kavramlarıyla oluşturulmuş "pi'yi bul" problemi: **a)** Sürekli eleman; **b)** Ayrık yazılmış poligonlarla yaklaşma; **c)** Tek bir eleman; **d)** Genel eleman

Sonlu elemanlar yönteminde amaç sonlu elemanlar olarak adlandırılan alt alanlarla toplam alanın temsilidir (ilgili alan bir dizi öğeye bölünür). Diferansiyel denklemler, elemanlar üzerindeki değişkenler için uygun yaklaşımları kullanarak cebirsel denklemlere indirgenir. Herhangi bir karmaşık yapının bile sınır koşullarının uygulanması çok kolaydır. Karmaşık geometriler ve malzeme özelliklerinin çeşitliliği pek sorun oluşturmaz. Dolayısıyla yöntem, çok yönlü ve güçlü bir hesaplamalı mühendislik aracı olarak ortaya çıkmıştır (Dixit 2007).

2.6. Yerel Olmayan Elastisite Teorisinin Gelişimi

Aşağıda yerel olmayan elastisite teorisi ile ilgili literatür çalışması yer almaktadır.

İlk olarak nanoçubukların aksel titreşimi literatürde araştırılmıştır. Aydogdu (2009a), yerel olmayan elastisite teorisine dayanarak çubuk modelin titreşimi için açık denklemler geliştirmiştir. Denklemler analitik olarak çözülmüştür. Mesnet koşulları olarak ankastre-ankastre ve ankastre-serbest uç kullanmıştır. Yerel olmayan elastisite sonuçlarının küçük ölçek etkisinden dolayı klasik sonuçlardan daha küçük olduğu ve ayrıca küçük ölçek parametresinin artırılmasının da frekansı düşürdüğü sonucuna varılmıştır.

Narendar ve Gopalakrishnan (2010), yerel olmayan elastisite teorisi ile nano çubukları modellemiştir. Modelleme sırasında Euler-Bernoulli çubuk teorisi kullanılmıştır. Nano çubukların, makroskopik çubuklardan farklı dalga davranışlarına sahip olduğu vurgulanmıştır. Nano çubukların dalgaları ve dalga hızları için açık ifadeler çıkartılmıştır. Analizler, dalga özelliklerinin, klasik çubuk modeliyle aşırı büyük bir şekilde tahmin edildiğini ve bu da küçük uzunluktaki ölçeğin etkisini göz ardı ettiğini göstermektedir. Çalışmalar aynı zamanda, yerel olmayan ölçek parametresinin, dalga yayılımının gerçekleşmediği aksel dalga modunda belirli bant aralığı bölgesinin olduğunu ortaya koymaktadır.

Aydogdu (2012), yerel olmayan elastisite teorisi ile elastik bir ortama gömülü tek duvarlı karbon nanotüpün aksel titreşimini incelemiştir. Elastik zemin parametresi, sınır koşulları ve küçük ölçek parametresinin çubukların aksel titreşime etkisi

tartışılmıştır. Zemin etkisinin $k > 10^9 \text{N/m}^2$ den sonra ortaya çıkmaktadır ve yüksek modlarda klasik sonuçlarla arasındaki fark daha belirgindir.

Danesh vd. (2012), değişken kesitli bir nano çubuğun aksel titreşimi üzerindeki küçük ölçek etkisini, yerel olmayan elastisite teorisini kullanarak araştırmışlardır. Tek tarafı ankastre tek tarafı serbest ve iki tarafı ankastre mesnet koşulları dikkate alınmıştır. Çözüm sırasında diferansiyel kuadratür yöntemi kullanılmıştır. Yerel olmayan titreşim frekansı değerlerinin her zaman klasik sonuçlardan daha küçük olduğu vurgulanmıştır. Ayrıca değişken kesitli ve düzgün kesitli nano çubukların frekansları arasındaki oran (yerel olmayan doğal frekans / klasik doğal frekans), çubuk uzunluğunun küçük değerlerinde ve iki tarafı ankastre sınır koşullarında anlamlı olduğu sonucuna varılmıştır.

Küçük ölçek etkisindeki nanokirişlerin eğilme, titreşim ve burkulması da pek çok araştırmacının dikkatini çeken bir konudur. Kiriş eksenine dik doğrultudaki statik yükler, nano malzemelerin eğilmesine yol açtığından, nano malzemelerin statik yükler üzerindeki ölçek etkilerini araştıran yerel olmayan sürekli ortam mekaniğinin geliştirilmesi ve uygulanması, mekanik davranışlarının incelenmesinde büyük önem taşır. Eğilme konusunu ilk çalışan Peddieson vd. (2003)'tür. Yerel olmayan elastisite teorisine dayanarak Euler-Bernoulli kiriş modeline ait yönetici denklemleri çıkartmışlardır. Her iki ucu basit mesnetli ve bir ucu ankastre diğer ucu serbest kirişlerin statik yükleme altında eğilme problemini dikkate almışlardır.

Wang ve Liew (2007) tarafından yapılan çalışma, nano malzemelerin statik yükler altındaki nanomalzemelerin küçük ölçek etkileri ile ilgilidir. Wang vd. (2008a), Eğilme problemini, Eringen tarafından önerilen yerel olmayan elastisite teorisine göre Timoshenko kiriş teorisi kullanarak incelemişlerdir. Virtüel iş prensibinden yararlanılarak elde edilen yönetici denklemler, farklı sınır koşulları altında olan nano/mikro kirişlerin farklı yükleme tipleri için genel denklemleri analitik yöntemlerle elde edilmiştir.

Reddy ve Pang (2008), karbon nanotüpü yerel olmayan Euler-Bernoulli ve Timoshenko kiriş teorileri ile modelleyerek statik ve dinamik analizlerini yapmışlardır. Her iki ucu basit mesnetli, her iki ucu ankastre mesnetli, bir ucu ankastre mesnetli diğer ucu serbest ve bir ucu ankastre diğer ucu basit mesnetli olmak üzere dört farklı durum için sonuç elde etmişlerdir. Bu sonuçlar incelendiğinde küçük ölçek ve kayma deformasyonu parametreleri değerleri arttığında bir ucu ankastre diğer ucu serbest kiriş hali dışında diğer durumlar için eğilmede deplasman değerleri artmakta, burkulma yükü ve doğal frekans değerleri ise tüm durumlar için azalmaktadır.

Aydogdu (2009b), nano kirişlerin eğilme, burkulma ve serbest titreşimi için genel bir yerel olmayan kiriş teorisi türetmiştir. Formülasyonlarda Eringen'in yerel olmayan kurucu denklemleri kullanılır. Yönetici denklemleri türettikten sonra Euler-Bernoulli, Timoshenko, Reddy, Levinson ve Aydoğdu kiriş teorilerinin hepsini içeren genel bir ifade türetilerek her defasında yönetici denklemlerin tekrar tekrar türetilmesinin önüne geçilmek hedeflenmiştir. Analitik çözüm yöntemi kullanılmıştır. Tek duvarlı karbon nanotüplerinin statik ve dinamik analizleri için analizler yapılmıştır.

Civalek ve Demir (2011), Euler-Bernoulli kiriş teorisinden yararlanarak mikrotüpçükler için eğilme analizini gerçekleştirmişlerdir. Küçük ölçek etkisinin

Eringen'in yerel olmayan elastisite teorisi ile dikkate almışlardır. Çözüm yöntemi olarak diferansiyel kuadratür yönteminden yararlanmışlardır. Farklı mesnet tipleri için yapılan çözümlerde küçük ölçek etkisinin mikrotüpçükler için önemi vurgulanmıştır. Yerel olmayan elastisite teorisine göre kirişin analitik çözümü pek çok araştırmacı tarafından yapılmıştır.

Shen ve Zhang (2011), sıcaklık etkisindeki elastik bir zemin üzerine oturan tek duvarlı karbon nanotüplerin eğilmesini incelemişlerdir. Küçük ölçek etkisinin elastik bir zemin üzerine oturan karbon nanotüplerin eğilmesini azalttığı vurgulanmıştır. Ayrıca, sıcaklığın artırılması deplasmanı minimum düzeyde etkilemektedir. Yüzey enerjisinin ve yerel olmayan elastisitenin birlikte etkileri Juntarasaid vd. (2012) tarafından araştırılmıştır. Farklı sınır koşullarına sahip nanotellerin eğilmesi için analitik ifadeler geliştirdiler. Yüzey gerilmelerinin nanotellerin rijitliğini arttırdığını gösterdiler. Ayrıca, yerel olmayan elastisite ve yüzey gerilmelerinin birlikte uygulanmasıyla oluşan deplasman ayrı ayrı uygulandığından çok daha düşük olmuştur

Janghorban (2012), diferansiyel kuadratür ve harmonik diferansiyel kuadratür yöntemlerini kullanarak, sıcaklık etkisindeki tek tarafı ankastre tek tarafı serbest ve iki tarafı ankastre mikro kirişlerin statik analizi üzerinde çalışmıştır. Bulgular, yerel olmayan parametrenin artması nedeniyle deplasmanda bir artış olduğunu göstermektedir.

Literatürde çalışılan bir diğer konu ise nano kirişlerin burkulmasıdır. Nanoyapılar, düzlemsel basınç kuvvetlerine maruz kaldıklarında burkulma eğilimi gösterirler.

Sudak (2003) Euler-Bernoulli kiriş teorisini kullanarak van der Waals etkisi altındaki çok duvarlı karbon nanotüplerin kritik burkulmasını inceledi. Ansari ve Ramezannezhad (2011) yerel olmayan elastisite teorisi ile modellenen tek duvarlı karbon nanotüplerin sıcaklık etkisindeki burkulması üzerine çalışmışlardır. Farklı sınır koşulları için Timoshenko kiriş teorisi kullanılmış ve genelleştirilmiş diferansiyel kuadratür yöntemiyle sonuca ulaşılmıştır. Kritik sıcaklığın küçük ölçek etkisinin artmasıyla azaldığı sonucuna varmışlardır. Bu etkinin iki tarafı ankastre mesnette iki tarafı basit mesnete göre daha belirgin olduğunu vurgulamışlardır.

Murmu ve Adhikari (2011), yerel olmayan çift nano kiriş sistemin aksel elastik stabilitesi üzerine çalışmışlardır. Yerel olmayan elastisite teorisinden yararlanarak tek duvarlı karbon nanotüplerin elastik zemin etkisinde burkulması ile ilgili çalışmışlardır. Zemin modeli olarak Pasternak zemin modeli küçük ölçekli malzemeler için ilk defa bu makalede kullanılmıştır. Kiriş modeli olarak Timoshenko kiriş modeli kullanılmıştır. Diferansiyel kuadratür yaklaşımı ile kritik burkulma yükleri için sayısal çözümler elde edilmiştir. Küçük ölçek etkisi, Winkler zemin parametresi, Pasternak kayma modülü parametresi ve karbon nanotüpün en/boy oranının kritik burkulma yükleri üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Karbon nanotüpün kritik burkulma yüklerinin, küçük ölçek parametresine ve çevreleyen maddenin rijitliğine kuvvetle bağımlı olduğunu göstermektedir.

Yang ve Lim (2012a) ve Lim vd. (2012) geometrik bakımdan lineer olmayan boyut etkili Timoshenko kiriş olarak modellenen karbon nanotüpün sıcaklık etkisindeki burkulmasını araştırmışlardır. Burkulma ve burkulma sonrası analizi için kesin ve yaklaşık çözümler sundular. Farklı sınır koşulları için çözümler yapılmıştır. Kritik

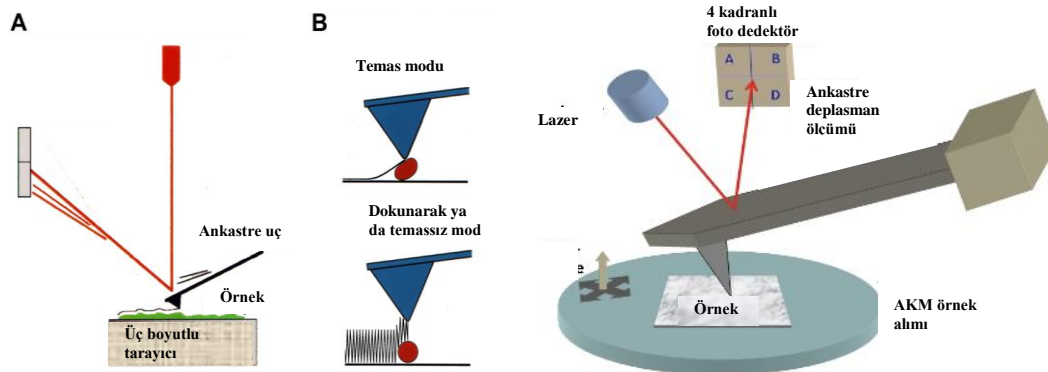
burkulma yükünün sıcaklık değişimine bağımlılığının, düşük sıcaklıktan yüksek sıcaklığa niteliksel olarak farklı olduğunu bildirmişlerdir.

Xu vd. (2012) burkulma yükleri ve burkulma konfigürasyonları için çözümler sunmak için pertürbasyon yöntemi kullandılar. Yerel olmayan parametrenin burkulma yüklerini azalttığını ve burkulma sonrası deformasyonunu arttırdığını gösterdiler.

Ansari vd. (2013), Yerel olmayan elastisite teorisine göre Euler-Bernoulli kiriş teorisi ile modellenmiş sıcaklık etkisindeki karbon nanotüpün burkulma sonrası davranışını inceledi. İki tarafı basit mesnetli karbon nanotüp için yerel olmayan etkinin aksenal burkulma yükünü azalttığını buldular. Ayrıca düşük sıcaklık durumunda sıcaklık arttıkça burkulma yükü artar, yüksek sıcaklık durumunda sıcaklık arttıkça burkulma yükü azalır.

Ansari vd. (2015), Timoshenko ve Euler-Bernoulli kiriş modellerine dayanılarak tahmin edilen kritik burkulma yük oranını küçük ölçek parametresinin etkilemediği sonucuna varmışlardır.

Mikro / nano elektromekanik sistemlerin anahtar bileşenleri olan nano kiriş aygıtların titreşim özelliklerini anlamak uygulamada çok önemlidir. Karbon nanotüplerin titreşimleri, elastisite modülünü ölçmek için Poncharal vd. (1999) tarafından deneysel olarak kullanılmıştır. Bir tarafı ankastre mesnetlenmiş kirişin zorlanmış titreşimi analizi, atomik kuvvet mikroskopunda (AKM) ile yapılmıştır. Şekil 2.15'de atomik kuvvet mikroskopunun (AKM) çalışma prensibi yer almaktadır. Sivri uç (manivela) yüzeyi tarar ve yüzey ile arasındaki kuvvet ölçülür. Taramalı Tünelleme Mikroskopları'nda (TTM) tünelleme akımı sayesinde görüntüler oluşturuluyordu. Atomik Kuvvet Mikroskobu'nda ise tünelleme akımının yerini atomik kuvvet alıyor. Atomik kuvveti ise manivelanın ucundaki atom ile yüzeydeki atom arasındaki kuvvet şeklinde tanımlayabiliriz. Mikroskobun iki modu var: itici, çekici. TTM genellikle bir yüzeyin karakteristiği öğrenmek istenildiğinde kullanılır. Yüzeydeki atomların yerlerini değiştirmede kullanılır. Bir bölgenin elektronik durumu hakkında bilgi toplanır. Metal yüzeylerin 2 boyutlu görüntülerini oluşturmakta kullanılır. Yüzey pürüzsüzlüğünü ölçmede kullanılır. Yüzeydeki bozuklukları bulmada kullanılır. AKM, yüzeylerin, DNA'nın, proteinlerin ve polimerlerin atomik ve nano ölçekli tomografisi için güçlü bir teknik olarak görünmektedir (Garcia vd. 2006; Garcia ve Perez 2002)



Şekil 2.15. Atomik kuvvet mikroskobu (Anonymous 8)

Lu vd. (2007), yerel olmayan kiriş modellerine dayalı tek veya çok duvarlı karbon nanotüplerin dalga ve titreşim özellikleri araştırmışlardır. Bu makalede yerel olmayan Euler ve Timoshenko kiriş modelleri için hareket denklemleri verilmektedir ve yerel olmayan kiriş teorileri üzerine bazı konular tartışılmaktadır. Modeller daha sonra tek ve çift duvarlı nanotüplerin dalga özellikleri üzerine uygulanmıştır. Verilen yerel olmayan kiriş denklemlerine göre nanotüplerin dalga ve titreşim özellikleri araştırılmış ve ölçek etkileri tartışılmıştır.

Xu (2006), nano-mikro ölçekli kirişlerin serbest titreşimlerini araştırmış ve kirişin uzunluğu nanometreye ulaştığında, yerel olmayan etki, özellikle yüksek moddaki doğal frekanslar için önemli hale geldiğini vurgulamışlardır.

Lu (2007), Murmu ve Adhikari (2010), Lim vd. (2010) ve Li vd. (2011b) ve önerilmeli yerel olmayan Euler-Bernoulli kirişinin frekans denklemlerini çıkarmışlardır. Wang ve Varadan (2006), Wang vd. (2007), Zhang vd. (2010) ve Civalek vd. (2010), Demir vd. (2010) tek ve çok duvarlı karbon nanotüplerin titreşimlerini incelemek için Yerel olmayan Euler-Bernoulli ve Timoshenko kiriş modeli oluşturmuşlardır. Li ve Wang (2009) ve Yang vd. (2010), uzunluk ölçeğinin, kayma deformasyonu ve dönme ataletin etkilerini dikkate alarak Timoshenko nano kirişin doğal frekansları için açık ifadeler sunmuşlardır.

Murmu ve Pradhan (2009b), değişken kesitler göz önüne alınarak nano ankastre mesnetli Euler-Bernoulli kirişinin titreşimini araştırmışlardır. Nano ankastre mesnetli kirişin yerel olmayan frekans çözümlerinin, kritik yükseklik oranı dikkate alınarak yerel çözümlerle karşılaştırıldığında daha büyük olduğunu gösterdiler. Yang ve Lim (2009), nanokirişlerin küçük ölçek etkisinde doğrusal olmayan titreşimini incelemiştir. Yang ve Lim (2012b), dos Santos ve Mota Soares (2012), yerel olmayan Timoshenko nano kirişlerin analitik bir çözümünü geliştirdiler ve moleküler dinamik simülasyonları ile yerel olmayan nano ölçek etkilerini doğruladılar. Li vd. (2011a), şekil değiştirme değişimi yöntemini kullanarak aksenal kuvvetlere maruz kalmış yerel olmayan nano kirişlerin titreşimlerini incelemişlerdir. Küçük ölçek parametresinin artmasıyla titreşim frekanslarının arttığını söylemişlerdir.

Sıcaklık etkisinde, Benzair vd. (2008), Ansari ve Ramezannezhad (2011) ve Zidour vd. (2012), yerel olmayan Timoshenko kiriş modeli kullanarak tek duvarlı karbon nanotüplerin titreşimlerini incelemişlerdir. Sonuçlar, sıcaklık etkileri içeren doğal frekansların, sıcaklık etkisinin dikkate alınmayanlara göre daha büyük olduğunu gösterdi. Maachou vd. (2011), sıcaklık etkisindeki bir tek duvarlı karbon nanotüpün serbest titreşimlerini incelemek için yerel olmayan Levinson kiriş modelini geliştirdi.

2.7. Yerel Olmayan Elastisite Teorisinde Sonlu Elemanlar Formülasyonunun Gelişimi

Aşağıda yerel olmayan elastisite teorisi için sonlu elemanlar yöntemi ile kirişlerin analizi ile ilgili literatür özeti yer almaktadır.

Phadikar ve Pradhan (2010), en genel halde kirişlerin ve plakların eğilme, titreşim ve burkulması için sonlu elemanlar formülasyonunu geliştirmişlerdir. Pradhan ve Mandal

(2013), yerel olmayan Timoshenko kiriş modelini kullanarak ve sonlu elemanlar formülasyonundan yararlanarak karbon nanotüplerde sıcaklık etkisini incelemişlerdir.

Eltaher vd. (Eltaher vd. 2013a; Eltaher vd. 2013b; Eltaher vd. 2012, 2013c; Mahmoud vd. 2012), yerel olmayan Euler-Bernoulli kiriş modelini ile fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler (Eltaher vd. 2013a; Eltaher vd. 2012, 2013c) ve izotropik malzemelerden (Alshorbagy vd. 2013; Eltaher vd. 2013b) yapılmış nanokirişler için yerel olmayan sonlu elemanlar geliştirdiler. Euler-Bernoulli kiriş elemanı, dört serbestlik derecesine ve iki düğüm noktasına sahiptir; burada, eksenel ve enine yer değiştirmeler için sırasıyla Lagrange ve Hermite kübik interpolasyon fonksiyonları kullanılmıştır. Eltaher vd. (2013b) fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin serbest titreşim problemi, Eltaher vd. (2013c) ise fonksiyonel derecelendirilmiş nanokirişlerin eğilme ve burkulma problemlerini araştırmışlardır. Alshorbagy vd. (2013) izotropik nano kirişlerin statik eğilmesini çalışmışlardır.

Demir ve Civalek (2013), mikrotüpçüğü Eringen'in yerel olmayan elastisite teorisine göre çubuk olarak modelleyerek sonlu elemanlar yöntemi ile ve analitik olarak çözümünü gerçekleştirmişlerdir. Ayrıca faz hızı ve grup hızı gibi kavramları da küçük ölçek etkisini de dikkate katarak irdelenmiştir. İki tarafı ankastre ve tek tarafı ankastre tek tarafı serbest çubuklar için değişik küçük ölçek parametresinin eksenel ve burulmalı titreşim frekanslarını nasıl değiştirdiği üzerinde durulmuştur. Her iki mesnet koşulunda da eksenel titreşimin frekansının burulmalı titreşime göre daha fazla olduğu ayrıca küçük ölçek etkisinin frekansı düşürdüğü sonucuna varılmıştır. Sürekli modele göre sonlu elemanlar yönteminin frekansları daha yüksek olmakla birlikte eleman sayısı artırıldıkça sonlu elemanlar yöntemi sonuçları analitik çözüm sonuçlarına yaklaşmaktadır.

Adhikari vd. (2013), Sönümlü nano çubukların serbest ve zorlanmış eksenel titreşimlerini incelemişlerdir. İki farklı sönümleme tipine göre çalışmışlardır. Zorlanmış titreşim tepkisini elde etmek için frekansa bağlı bir dinamik sonlu elemanlar yöntemi geliştirilmiştir. Dinamik rijitlik matrisini elde etmek için frekansa uyarlanabilir kompleks değerli şekil fonksiyonları önerilmiştir. Yerel olmayan çubuğun rijitlik ve kütle matrisleri de klasik sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak elde edilmiştir. Dinamik sonlu elemanlar yöntemi ile klasik sonlu elemanlar yöntemi sonuçları karşılaştırılmıştır. Bir asimptotik analiz kullanılarak, klasikten farklı olarak, yerel olmayan bir çubuğun maksimum bir kesme frekansı olduğu gösterilmiştir. Sönümsüz ve sönümlenmiş sistemler için bu maksimum frekans için yerel olmayan parametrenin bir fonksiyonu olarak kapalı formulu bir tam ifade elde edilmiştir. Önerilen dinamik sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak elde edilen frekans tepki fonksiyonu, maksimum frekansın yakınında son derece yüksek modsal yoğunluğu göstermektedir.

de Sciarra ve Barretta (2014), yerel olmayan Euler-Bernoulli kiriş teorisi ile izotropik nanokirişlerin statik eğilme analizini yerel olmayan elastisite teorisine göre gerçekleştirmiştir. Kullandığı eleman, iki düğüm noktasına ve 6 serbestlik derecesine sahiptir. Bu çalışmada yüksek dereceli şekil fonksiyonları kullanmışlardır. Kullandıkları şekil fonksiyonu ile eğilme davranışını doğru bir şekilde elde ettiklerini söylemişlerdir. Bu yöntemle tek tarafı ankastre mesnetli kirişe yapılan tekil yüklemde hem yüklemmeden önceki kısmın hem de yüklemmeden sonra kısmın küçük ölçek parametresinden etkilendiğini vurgulamışlardır. Bu gözlem var olan sonlu elemanlar yöntemi ve analitik

yöntemlere göre farklıdır çünkü var olan yöntemlerde yerel olmayan etkinin tekil yüklemekten sonra çıktığı savunulmaktadır.

Nguyen vd. (2015), izotropik nano kirişlerin statik eğilme analizi için yerel olmayan karışık bir element geliştirdi. İki düğümlü elemana sahiptir ve hem deplasman hem de eğilme momenti için Lagrange interpolasyon işlevlerine dayanılarak oluşturulmuştur. Karışık eleman, tek tarafı ankastre mesnetli kirişe uygulanan tekil yükün her iki tarafındaki yerel olmayan etkiyi de yakalayabilmektedir. Civalek ve Demir (2016), sonlu elemanlar yöntemi ile mikrotüpçüklerin Winkler tipi zemin modeli ile burkulması ile ilgili çalışmışlardır.

Eltaher vd. (2016a) nanomekanik bir kütle sensörü olarak karbon nanotüplerin potansiyel uygulamasını araştırmak için basitleştirilmiş bir yerel olmayan sonlu eleman formülasyonu sunmaktadır. Demir ve Civalek (2017) sonlu elemanlar yöntemi ile Pasternak zemin üzerindeki nano kirişin sıcaklık etkisi ile titreşimini Euler-Bernoulli kiriş teorisinden yararlanarak incelemişlerdir. Bütün etkilerin sonlu elemanlarla matrislerini teker teker sunarak hem boyutsuz formda hem de silisyum karbür üzerinde değişik parametlerin frekansa etkisi araştırılmıştır.

Yukarıda belirtilen çalışmalarda yerel olmayan Euler-Bernoulli kiriş teorisine göre yapılan çalışmalardır. Buna ek olarak, yerel olmayan nanotüplerde kayma deformasyon etkisini elde etmek için yerel olmayan Timoshenko kiriş teorisi geliştirildi. Reddy ve El-Borgi (2014) yerel olmayan elastisite teorisine göre Euler-Bernoulli ve Timoshenko kiriş teorisi yardımıyla doğrusal olmayan eğilme denklemlerini ve sonlu eleman formülasyonunu geliştirmişlerdir. Deplasmanların mesnet koşullarına ve uygulanan yüklemeye bağlı olduğundan bahsedilmiştir. Genel olarak yerel olmayan etkinin kiriş rijitliğini azaltma eğiliminde olduğu vurgulanmıştır.

Tek bir ilave parametre ile sonuçları moleküler dinamik ve atomistik sonuçlara çok yakın olarak tahmin edebilen yerel olmayan elastisite teorisi ile literatürde oldukça fazla çalışma bulunmaktadır. Yakın zamanda eğilme, burkulma ve titreşim için yapılan çalışmaları toplu olarak sunan makaleler ön plana çıkmaya başlamıştır (Arash ve Wang 2012; Eltaher vd. 2016b; Thai ve Kim 2015; Thai vd. 2017)

2.8. Yerel Olmayan Elastisite Teorisindeki Paradokslar

Yerel olmayan elastisite teorisi ile ilgili nano yapıların eğilme, titreşimi ve burkulması ile ilgili birçok çalışma yapılmış ve yapılmaktadır. Fakat bu noktada şunu da dile getirmek gerekir ki, teknolojiyi hızla takip edebilmek için en önemli faktörler biri nanoyapıların doğru modellenmesi ve bu modellere doğru çözüm yönteminin uygulanmasıdır. Yanlış çözüm yapmak, hatalı tasarıma neden olur. Birçok araştırmacı tek tarafı ankastre mesnetli kiriş modelinin sonuçlarında diğer sınır koşullarına göre bir tutarsızlık olduğunu vurgulamışlardır (Barretta vd. 2016; Challamel vd. 2016; Challamel ve Wang 2008; Challamel vd. 2014; Fernández-Sáez vd. 2016; Khodabakhshi ve Reddy 2015; Romano ve Barretta 2017; Tuna ve Kirca 2016). Bu çelişkilerden birincisi sonunda noktasal yük bulunan tek tarafı ankastre mesnetli kirişte, yerel olmayan elastisite teorisinin diğer bir deyişle ilave parametrenin hiçbir etkisi yoktur. Bir diğer çelişki ise yayılı yük uygulanan kirişte, diğer tüm sınır koşullarında yerel olmayan elastisite teorisi deplasmanı azaltırken, tek tarafı ankastre mesnetli sınır koşulunda deplasmanda artma

ortaya çıkar. Challamel vd. (2016), bu çelişkinin çözümünün yerel ve yerel olmayan eğrilerin kombinasyonuna dayanan yerel olmayan integral modelin türetilmesiyle çözülebileceğini savunmuştur. Challamel vd. (2016), bu paradoksu yerel olmayan diferansiyel modeline bazı yerel olmayan süreksiz kinematik ilave ederek çözmüşlerdir. Kesme ve momentte süreksizlik gerektiren kinematikler olduğunu vurgulamışlardır. Fernández-Sáez vd. (2016), eğer sınır koşulları doğru uygulanırsa (Benvenuti ve Simone 2013; Polyanin ve Manzhirov 2008) integral model ile diferansiyel modelin çakıştığını vurgulamıştır ve integral modelin çözümü için bir metod sunmuşlardır. Önerdikleri modeli diferansiyel model ile karşılaştırmışlardır Bu problemi çözmek için birçok araştırmacı farklı yöntemler düşünmüşlerdir (Lu vd. 2017; Romano ve Barretta 2017; Tuna ve Kirca 2017; Zhu vd. 2017). Khodabakhshi ve Reddy (2015) yükleme altında Euler-Bernolli kiriş teorisine göre kirişlerin davranışını araştırmışlar ve yerel/yerel olmayan iki fazlı integral denklemleri için sonlu elamanlar yöntemini geliştirmişlerdir. Lim vd. (2015) gerilme çifti ve yerel olmayan gerilmelerini birleştiren üst düzey bir model sağlayarak dalga yayılım analizi yapmıştır. Romano ve Barretta (2017) gerilmeye bağlı integral modelini araştırmıştır. Barretta vd. (2016), problemlili (fakat popüler) Eringen diferansiyel yasasını Fernández-Sáez vd. (2016) katkılarıyla daha verimli bir versiyonla değiştirerek nanoteknolojik uygulamalar için basit bir kurucu strateji belirledi. Yeni geliştirilen yöntem, daha önce belirtilen iki paradoksu ortadan kaldırır ve integral yöntemiyle (Fernández-Sáez vd. 2016) uyum içindedir.

3. MATERYAL VE METOT

3.1. Yerel Olmayan Elastisite Teorisinin Matematiksel Formülasyonu

Eringen'in (Eringen 1976, 1977; Eringen ve Edelen 1972) yerel olmayan elastisite teorisine göre, cismin herhangi bir referans noktasındaki gerilme, sadece bu noktadaki şekil değiştirmelere değil aynı zamanda cismin diğer noktalarındaki şekil değiştirmelere de bağlıdır. Eringen'in yerel olmayan elastisitesinin bu tanımı, bazı deneysel gözlemlere dayanmaktadır. Bu teoriye göre diğer noktadaki şekil değiştirmelerin etkileri ihmal edilirse klasik (yerel) elastisite teorisine dönmüş olunur. Bu teoride, atomlar üzerindeki uzun menzilli kuvvet düşünülür ve böylece iç ölçek etkisi, kurucu denklemde ortaya çıkar. Temel denklemler, cismin ilgili noktadaki şekil değiştirme tansörünün ağırlıklı ortalamalarını temsil eden kısmi integraller içerir. Böylece teori, kısmi integralin ilişkisiyle küçük uzunluk ölçeğini ortaya çıkarır. Homojen ve izotropik bir elastik malzeme için ana denklemler aşağıdaki eşitliklerle açıklanmaktadır (Eringen 1983)

$$t_{kl,k} + \rho(f_1 - \ddot{u}_1) = 0 \quad (3.1)$$

$$t_{kl}(x) = \int_V \alpha(|x' - x|, \tau) \sigma_{kl}(x') dv(x') \quad (3.2)$$

$$\sigma_{kl}(x') = \lambda e_{rr}(x') \delta_{kl} + 2\mu e_{kl}(x') \quad (3.3)$$

$$e_{kl}(x') = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k(x')}{\partial x'_l} + \frac{\partial u_l(x')}{\partial x'_k} \right) \quad (3.4)$$

Burada t_{kl} gerilme tansörünü, ρ kütle yoğunluğu, f yük yoğunluğunu, u cismin u referans noktasındaki deplasman vektörünü, t zamanı ifade etmektedir. Ayrıca $\sigma_{ij}(x')$ cismin x' noktasındaki klasik veya yerel gerilme tansörü, $\varepsilon_{ij}(x')$ cismin x' noktasındaki lineer şekil değiştirme tansörü, λ ve μ Lamé sabitleridir. Denklemler (3.1)-(3.4) incelendiğinde klasik elastisite teorisi ile yerel olmayan elastisite arasındaki tek fark, Denklem (3.3)'deki kural yerine Denklem (3.2)'nin kullanılmasıdır. Denklem (3.2)'de cismin V hacim üzerinden integral alındığı görülmektedir. Denklem (3.2)'nin Denklem (3.1)'de yerine yazılmasıyla

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha}{\partial x_k} \sigma_{kl}(x') &= -\frac{\partial \alpha}{\partial x'_k} \sigma_{kl}(x') \quad (3.5) \\ &= -\frac{\partial}{\partial x'_k} [\alpha \sigma_{kl}(x')] + \alpha \frac{\partial \sigma_{kl}}{\partial x'_k} - \int_{\partial V} \alpha(|x' - x|) \sigma_{kl}(x') n'_k da(x') + \int_V \alpha(|x' - x|) \\ &\times \sigma_{kl,k} dv(x') + \rho(f_1 - \ddot{u}_1) = 0 \end{aligned}$$

Burada alan üzerinden birinci integral, yüzey gerilmelerini temsil eder. Sonuç olarak, yerel olmayan elastisite teorisi, klasik kuramlara dahil edilmeyen önemli bir varlık

olan yüzey fiziğini de içermektedir. Denklemler (3.3) ve (3.4), Denklem (3.5)'te kullanırsa

$$- \int_{\partial V} \alpha(|x' - x|) [\lambda u'_{r,r} \delta_{kl} + \mu(u'_{k,l} + u'_{l,k})] n'_k da' + \int_V [(\lambda + \mu) u'_{k,lk} + \mu u'_{l,kk}] dv' + \rho(f_1 - \ddot{u}_1) = 0 \quad (3.6)$$

elde edilir. Denklem (3.6)'da (') ile ifade edilmek istenen x' ifadesine bağlıdır. Örnek verilmek gerekirse, $u' = u(x')$. Uygun sınır ve başlangıç koşullarında Denklem (3.6) çözüldüğü takdirde $u(x,t)$ yerdeğiştirme vektörü elde edilebilir. Sınır ve başlangıç koşulları klasikle aynıdır. Başlangıç koşulları σ_{kl} 'ye değil t_{kl} 'ye bağlı olacaktır. $t_{(n)l}$ öngörülen sınır ifadesi olmak üzere,

$$\tau_{kl} n_k = t_{(n)l} \quad (3.7)$$

3.1.1. Yerel olmayan elastisite teorisinde yerel olmayan parametrenin tanımı

Denklem (3.2)'deki yerel olmayan parametrenin $(\alpha|x - x'|)$ birimi (uzunluk)⁻³ olarak görülmektedir. Dolayısıyla yerel olmayan parametre, bir iç karakteristik uzunluk (a) (örneğin; kafes parametresi, taneli mesafe) olduğu ve bir dış karakteristik uzunluğun (l) (örneğin; çatlak uzunluğu, dalga boyu) bulunduğu karakteristik bir uzunluk oranına (a/l) bağlı olacaktır. α daha uygun bir biçimde ifade edilecek olursa

$$\alpha = (\alpha|x' - x|, \tau), \quad \tau = \frac{e_0 a}{l} \quad (3.8)$$

Burada e_0 her malzeme için ayrı bir sabittir. Yerel olmayan parametrenin özellikleri aşağıdaki gibidir.

1. Maksimum değerine $x' = x$ olduğunda ulaşır ve $|x' - x|$ ifadesine bağlı olarak değeri azalır.
2. $\tau \rightarrow 0$ değerine ulaşırken α Dirac delta fonksiyonuna dönüşür. Böylece klasik elastisite sınırı, iç karakteristik uzunluğunun yok olma sınırına dahil edilir.

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} (\alpha|x' - x|, \tau) = \delta(\alpha|x' - x|) \quad (3.9)$$

Bu nedenle, α 'nın bir delta dizisi olması beklenmektedir.

3. Küçük iç karakteristik uzunluklarında (örneğin $\tau \rightarrow 1$) yerel olmayan elastisite teorisi atomik kafes dinamiğe yaklaşmalıdır.
4. Dalga yayılım eğrilerini atomik kafes dinamiği (veya deneylerin) yayılım eğrileri ile eşleştirerek, belirli bir malzeme için α 'yı belirleyebiliriz. Araştırmalar sonucunda çeşitli formlar elde edilmiştir (Ari ve Eringen 1983; Eringen 1972a). Bunlardan birkaçı

a) Bir boyutlu parametre

$$\alpha(|x|, \tau) = \frac{1}{l\tau} \left(1 - \frac{|x|}{l\tau} \right), |x| \leq l\tau \quad (3.10)$$

$$\alpha(|x|, \tau) = 0, |x| \geq l\tau$$

$$\alpha(|x|, \tau) = \frac{1}{2l\tau} e^{-\frac{|x|}{l\tau}} \quad (3.11)$$

$$\alpha(|x|, \tau) = \frac{1}{l\sqrt{\pi\tau}} e^{-\frac{x^2}{l^2\tau}} \quad (3.12)$$

b) İki boyutlu parametre

$$\alpha(|x|, \tau) = \frac{1}{2\pi l^2 \tau^2} K_0 \left(\frac{\sqrt{x \cdot x}}{l\tau} \right) \quad (3.13)$$

Burada K_0 modifiye edilmiş Bessel fonksiyonudur.

c) Üç boyutlu parametre

$$\alpha(|x|, t) = \frac{1}{8(\pi)^{3/2}} e^{-\frac{x \cdot x}{4t}}, t = \frac{l^2 \tau}{4} \quad (3.14)$$

$$\alpha(|x|, \tau) = \frac{1}{4\pi l^2 \tau^2 \sqrt{x \cdot x}} e^{-\frac{\sqrt{x \cdot x}}{d}} \quad (3.15)$$

Denklem (3.10) incelendiğinde, yerel olmayan elastisite teorisi ve atomik kafes dinamiğine bağlı Born-Kármán modeline dayanan tek boyutlu düzlem dalgaların dağılım eğrisi ile mükemmel bir uyum sağladığı görülmektedir. İki boyutlu parametre ile analiz yapıldığında ise maksimum hatanın %1.2 olduğu görülmektedir (Ari ve Eringen 1983).

5. Tüm yerel olmayan parametrelerin integralleri alındığında (uzunluk, alan veya hacim üzerinden) normallize edilmiş olduğu görülmektedir. Ayrıca hepsinde $\tau \rightarrow 0$ olduğunda Dirac delta fonksiyonu elde edilmektedir. Bu özellik sayesinde Denklem (3.2)'de dirac ifadesi kullanıldığında klasik elastisite teorisine dönüldüğü ve Hooke yasasının geçerli duruma geldiği görülmektedir. Bu gözlem Eringen (Eringen 1983) tarafından şu şekilde geliştirilmiştir:
6. α , Green fonksiyonun doğrusal diferansiyel operatörü olmak üzere,

$$L\alpha(|x' - x|, \tau) = \delta(|x' - x|) \quad (3.16)$$

Denklem (3.16), Denklem (3.2)'de yerine yazılırsa

$$Lt_{kl} = \sigma_{kl} \quad (3.17)$$

ifadesine ulaşılır. L 'nin sabit katsayılarla sahip bir diferansiyel operatör olduğunu varsayılırsa

$$(Lt_{kl})_{,k} = Lt_{kl,k} \quad (3.18)$$

olur. Bu durumda Denklemler (3.17) ve (3.18)'in yardımıyla Denklem (3.1) aşağıdaki hali alır

$$\sigma_{kl,k} + L\rho(f_1 - \ddot{u}_1) = 0 \quad (3.19)$$

Artık kısmi integrale sahip olan denklemin yerine kısmi diferansiyel ifadelere sahip bir denklem bulunmaktadır. Statik problemler için $L\rho(f_1 - \ddot{u}_1) = 0$ olduğundan Denklem (3.19)

$$\sigma_{kl,k} = 0 \quad (3.20)$$

halini alır. Bu denklem, Denklem (3.3)'te kullanılırsa Navier denklemi elde edilir. Denklem (3.12)'teki Green fonksiyon olan yerel olmayan parametrenin diferansiyel denklemi

$$\nabla^2 \alpha - \frac{\partial \alpha}{\partial t} = 0, \quad \alpha(x,0) = \delta(x) \quad (3.21)$$

şeklindedir. Diferansiyel operatör ise Denklem (3.13) için aşağıdaki gibi tanımlanabilir

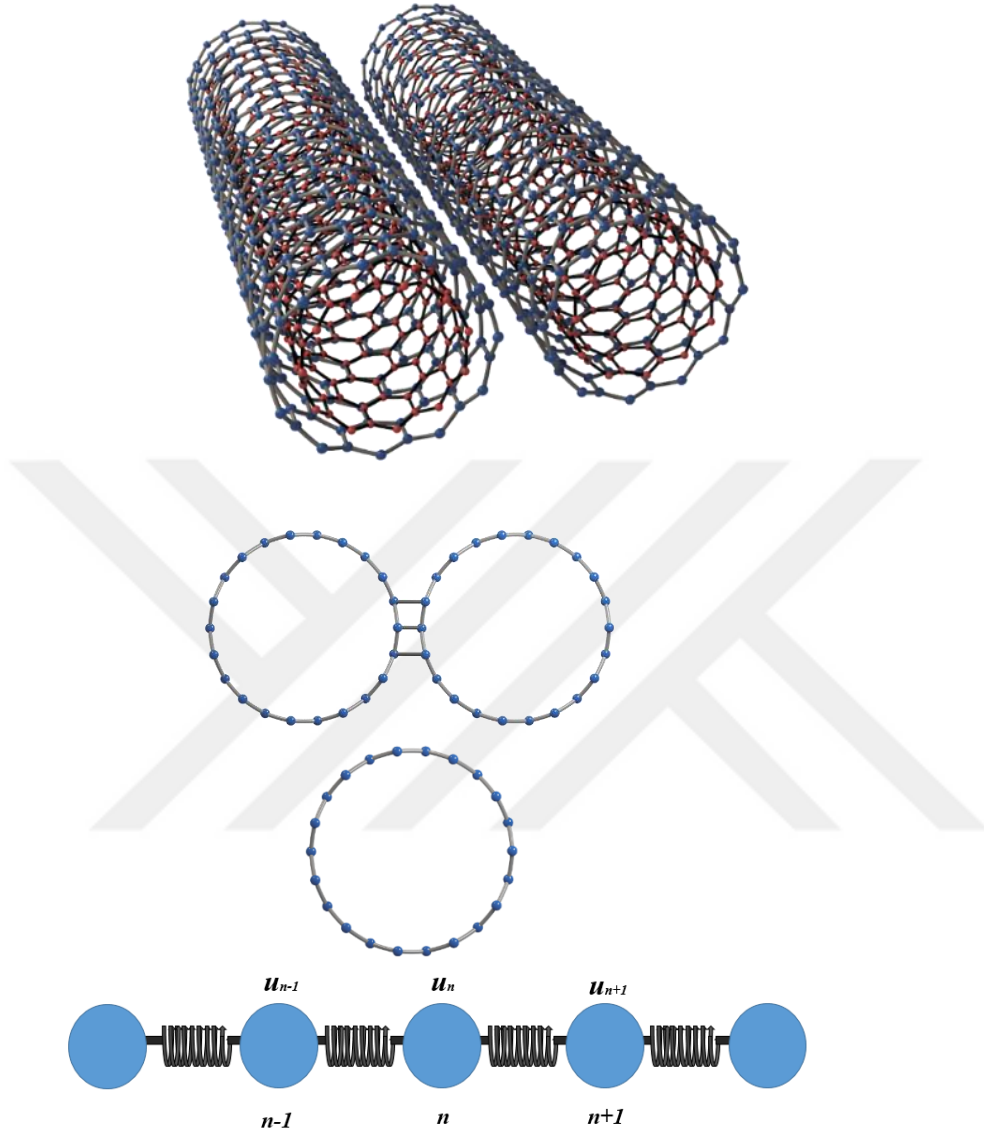
$$L = 1 - \tau^2 l^2 \nabla^2 \quad (3.22)$$

Bu ifade Denklem (3.17)'de kullanılırsa

$$(1 - \tau^2 l^2 \nabla^2) t = \sigma \quad (3.23)$$

Bu sonucun doğruluğu atomik dağılım ilişkisiyle gösterilebilir. Bunun için Born-Kármán modelinden elde edilen frekans ifadesini düzlem dalgalar için yerel olmayan elastisite teorisi ifadesine eşitlemek gerekmektedir.

3.1.2. Kafes dinamiği ile modelleme



Şekil 3.1. Bir boyutlu lineer zincir

Kafes dinamiği, yerdeğiştirmelerin küçük olması şartıyla harmonik yaklaşım olarak bilinmektedir. Zincirde atomlar elastik yaylarla birbirine bağlı düşünülebilir. Bu nedenle, zincirdeki n . atoma uygulanan kuvvet şu şekilde yazılabilir (Şekil 3.1)

$$F_n = K(u_{n+1} - u_n) + K(u_{n-1} - u_n) \quad (3.24)$$

Burada K atomlar arası kuvvet (elastik) sabitidir. Newton'un ikinci yasası n . atoma uygulanırsa

$$M \frac{d^2 u_n}{dt^2} = F_n = K(u_{n+1} - u_n) + K(u_{n-1} - u_n) = -K(2u_n - u_{n+1} - u_{n-1}) \quad (3.25)$$

Yukarıdaki ifadede M atomun kütesini ifade etmektedir. Benzer şekilde kafesteki her atom için denklem yazılmalıdır. N ; toplam atom sayısını ifade etmek üzere, sonuçta eşzamanlı olarak çözülmesi gereken N tane denklem olacaktır. Buna ek olarak, kafesteki son atoma uygulanan sınır koşulları da dikkate alınmalıdır. Çözüm için aşağıdaki dönüşüm kullanılacaktır

$$u_n = A e^{i(kx_n - \omega t)} \quad (3.26)$$

Burada x_n , n . atomun konumunu ifade etmektedir ve $x_n = na$ 'dır. Bu denklem, tüm atomların aynı frekansta (ω), aynı A genliği ile salınım yaptığı ve k dalga boyuna sahip olan bir hareketli dalgayı temsil eder. Denklem (3.26), Denklem (3.25)'te yerine yazılırsa

$$M(-\omega^2) e^{ikna} = -K(2e^{ikna} - e^{ik(n+1)a} - e^{ik(n-1)a}) \quad (3.27)$$

Denklem sadeleştirildiğinde

$$M\omega^2 = K(2 - e^{ika} - e^{-ika}) = 2K(1 - \cos ka) \quad (3.28)$$

$$\frac{M}{K} \omega^2 = 2(1 - \cos ka) \quad (3.29)$$

Gerekli dönüşümler yapılırsa

$$\frac{M}{K} \omega^2 = 2(1 - \cos ka) = 4 \sin^2 \frac{ka}{2} \quad (3.30)$$

Sonuç olarak en genel anlamda frekans ilişkisi iki tarafı ankastre mesnet sınır koşulu için (Challamel vd. 2018)

$$\omega_{m,n} = 4n^2 \sin^2 \frac{m\pi}{2n}; \quad m = 1, 2, \dots, n-1, n \quad (3.31)$$

3.1.3. Yerel olmayan denklemlerin elde edilmesinde yaklaşık yöntem

İki atom arasında kafes dinamiği ile elde edilen sonuçların yerel olmayan elastisite sonuçlarıyla aynı olmasını beklenmektedir. Bu durumda

$$\alpha(k) = \frac{\omega_j^2(k)}{\omega_{oj}^2} = \left(\frac{2K}{\pi k} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{\pi k}{2K} \right) \quad (3.32)$$

elde edilir. Burada

$$\omega_{oj}^2 = c_0^2 k^2 \quad (3.33)$$

şeklinde klasik çubuk titreşimindeki açısal frekansıdır. O halde $c_0 = \sqrt{E/\rho}$ 'yi ifade etmektedir. κ ise Brillouin bölgesi üst sınırında k 'nın aldığı değerdir. Bir boyutlu kafes dinamiği için bu değer $\kappa = \pi/a$ 'dır. Bu bilgiler ışığında Denklem (3.32) tekrar düzenlenirse

$$\alpha(k) = \frac{\omega_j^2(k)}{\omega_{oj}^2} = \left(\frac{2}{ka}\right)^2 \sin^2\left(\frac{ka}{2}\right) \quad (3.34)$$

Bu denklemi kosinüs türünden yazacak olursak

$$\alpha(k) = \frac{\omega_j^2(k)}{\omega_{oj}^2} = \frac{2}{k^2 a^2} (1 - \cos ka) \quad (3.35)$$

Denklem (3.35) Maclaurin serisine açılacak olursa

$$\cos ka = 1 - \frac{(ka)^2}{2!} + \frac{(ka)^4}{4!} - \frac{(ka)^6}{6!} + \dots \quad (3.36)$$

$$1 - \cos ka = \frac{(ka)^2}{2!} - \frac{(ka)^4}{4!} + \frac{(ka)^6}{6!} - \dots \quad (3.37)$$

$$\alpha(k) = \frac{2}{(ka)^2} (1 - \cos ka) = 1 - \frac{(ka)^2}{12} + \frac{(ka)^4}{360} - \dots \quad (3.38)$$

Denklem (3.38)'de $\alpha(k)$, $\alpha|x' - x|$ ifadesinin Fourier transformunu ifade etmektedir.

3.1.3.1. Birinci derece yaklaşım

Denklem (3.38)'in polinomal formunun ilk iki terim ile açılması yeterli olacaktır.

$$\frac{1}{\alpha} = 1 + \varepsilon^2 k^2, \quad \varepsilon = e_0 a \quad (3.39)$$

halini alır. Denklem daha düzenli hale getirilmek istenirse

$$\alpha = (1 + e_0^2 a^2 k^2)^{-1}, \quad (1 + e_0^2 a^2 k^2) \bar{f}_{kl} = \bar{\sigma}_{kl}, \quad (1 - e_0^2 a^2 \nabla^2 + \dots) f_{kl} = \sigma_{kl} \quad (3.40)$$

Yeni boyutsuz frekans yerel olmayan elastisite teorisine göre

$$\frac{\omega a}{c_0} = ka(1 + e_0^2 a^2 k^2)^{-1/2} \quad (3.41)$$

kafes dinamiğine göre

$$\frac{\omega a}{c_0} = 2 \sin(ka/2) \quad (3.42)$$

olduğu bilinmektedir. Denklem (3.41) ve Denklem (3.42) $ka = \pi$ için eşitlendiğinde

$$ka(1 + e_0^2 a^2 k^2)^{-1/2} = 2 \sin(ka/2) \quad (3.43)$$

$$\pi(1 + e_0^2 \pi^2)^{-1/2} = 2 \sin(\pi/2)$$

$$e_0 = 0.39$$

olarak yerel olmayan parametre tahmin edilmiş olur.

3.1.3.2. İkinci derece yaklaşım

Denklem (3.38) polinomal formda ilk 3 terim için açılacak olursa,

$$\frac{1}{\alpha} = 1 + \varepsilon^2 k^2 + \gamma^4 k^4, \quad \varepsilon = e_0 a, \quad \gamma = \gamma_0 a \quad (3.44)$$

ve yerel olmayan gerilme yönetici denklemi

$$\alpha = (1 + e_0^2 a^2 k^2 + \gamma_0^4 a^4 k^4)^{-1}, \quad (1 + e_0^2 a^2 k^2 + \gamma_0^4 a^4 k^4) \bar{t}_{kl} = \bar{\sigma}_{kl} \quad (3.45)$$

Burada \bar{t}_{kl} ve $\bar{\sigma}_{kl}$, t_{kl} ve σ_{kl} 'nin Fourier transformlarını ifade etmektedir. Denklem (3.45)'in ters Fourier dönüşümü yapılırsa

$$(1 - e_0^2 a^2 \nabla^2 + \gamma_0^4 a^4 \nabla^4 - \dots) t_{kl} = \sigma_{kl} \quad (3.46)$$

olur. Gerilme için yönetici denklem

$$\sigma_{kl,k} + (1 - e_0^2 a^2 \nabla^2 + \gamma_0^4 a^4 \nabla^4)(\rho f_l - \rho \ddot{u}_l) = 0 \quad (3.47)$$

halini alır. Bu denklemler, Navier'in klasik elastisite denklemlerinin yerini almışlardır. Yeni boyutsuz frekans yerel olmayan elastisite teorisine göre

$$\frac{\omega a}{c_0} = ka(1 + e_0^2 a^2 k^2 + \gamma_0^4 a^4 k^4)^{-1/2} \quad (3.48)$$

Burada Lazar vd. (2006) $\varepsilon^4 = 4\gamma^4$ olması gerektiğini savunmuştur. Kafes dinamiğine göre

$$\frac{\omega a}{c_0} = 2 \sin(ka/2) \quad (3.49)$$

şeklindedir. Denklem (3.48) ve (3.49) $ka = \pi$ için eşitlendiğinde

$$ka \left(1 + e_0^2 a^2 k^2 + \gamma_0^4 a^4 k^4\right)^{-1/2} = 2 \sin(ka/2) \quad (3.50)$$

$$\pi \left(1 + 2\gamma_0^2 \pi^2 + \gamma_0^4 \pi^4\right)^{-1/2} = 2 \sin(\pi/2)$$

$$\gamma_0 = 0.24, \quad \varepsilon_0 = 0.339$$

olur.

3.2. Nano/Mikro Çubuk Modeli için Yerel Olmayan Elastisite Teorisi ile Yönetici Denklemlerin Elde Edilmesi

Yapısal mekanikte çubuk, iki özellik ile karakterize edilen bir yapısal bileşendir (Gross vd. 2011) :

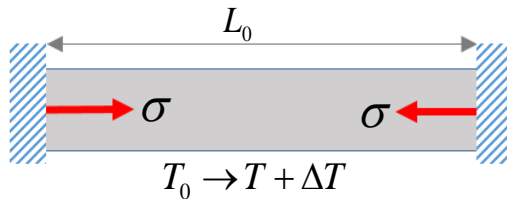
- Uzunlamasına boy veya eksenel boy, enine boyutlar olarak bilinen diğer iki boyuttan daha fazladır. Eksenel boyda dik olan düzlem çubuk kesitlerini ve eksenel boy çubuk eksenini tanımlar.
- Çubuk, eksenel boyu boyunca bir iç eksenel kuvvete karşı koyar.

Çubuk elemanlar kafeslere ek olarak, kabloları, zincirleri ve halatları modellemek için kullanılır. Kesitleri değişebilir ve yer değiştirmelerin sonsuz küçük olduğu varsayılmaktadır. Bir çubuktaki gerilmeleri ve şekil değiştirmeleri belirlememizi sağlayan üç farklı denklem türü vardır: denge durumu, kinematik ilişki ve Hooke yasası. Bunlardan Hooke yasası nano/mikro boyutlar için yerini yerel olmayan elastisite teorisine bırakmıştır.

3.2.1. Denge denklemleri yardımıyla

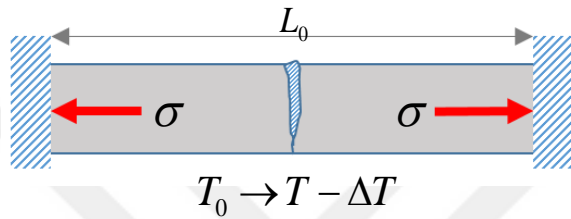
Probleme bağlı olarak, denge durumu tüm çubuk, çubuğun bir kısmı veya çubuğun bir elemanı için formüle edilebilir.

3.2.1.1. Sıcaklık etkisi



Şekil 3.2. İki tarafı ankastre mesnetli çubukta sıcaklık artması ile oluşan gerilmeler

Şekil 3.2’de görülen iki ucu ankastre mesnetlenmiş uzunluğu L_0 olan bir çubuk düşünülür. Çubuğun, sıcaklığının T_0 değerinde olduğu varsayılır. Bu, sıcaklığın değeri T_0 iken herhangi bir gerilme olmadığı anlamına gelmektedir. Sıcaklığın değeri T_0 değerinden T değerine yükselirse, çubuk genişlemeye çalışır fakat iki tarafı ankastre mesnet tarafından tutulduğu için iki ankastre mesnetin uyguladığı bir basınç gerilmesine maruz kalır. Sıcaklık azalır, çubuk kısalmaya çalışır, ancak ankastre mesnetler tarafından engellenir ve böylece çekme gerilmeleri oluşur. Sıcaklık değişimine bağlı olan bu gerilmelere termal gerilmeler denir. Termal gerilmeler çok büyükse, çubuk malzemenin akma direncini aşabilir ve plastik deformasyona ve hatta kırılmaya neden olabilirler. Çubuğun kırılma bir malzemeden yapıldığını ve sıcaklık nedeniyle oluşan gerilmenin, çatlak yayılımı (Griffith kritik gerilmesi) için kritik gerilmeyi aşarak çok düştüğünü varsayılırsa, bu durumda çubuk Şekil 3.3’de gösterildiği gibi kırılır.



Şekil 3.3. İki tarafı ankastre mesnette sıcaklık düşüşüne bağlı olarak termal çekme gerilmesinin çatlak yayılımı için kritik gerilimi aşarak kırılma malzemenin çatlama

Şekil 3.2’deki çubuk, ΔT kadar sıcaklık değiştiğinde serbestçe genişleyebilirse, o zaman bu sıcaklık değişiminden kaynaklanan şekil değiştirme (termal şekil değiştirme)

$$\varepsilon_{\text{termal}} = \alpha \Delta T \quad (3.48)$$

ile ifade edilebilir. Fakat çubuk Şekil 3.2’deki gibi ankastre mesnetlenir ve genişlemesine izin verilmez ise, çubukta termal şekil değiştirmeyi dengelemek için eşit ve ters mekanik şekil değiştirme ($\varepsilon_{\text{mekanik}}$) oluşturacak bir σ gerilmesi oluşur. Şekile göre,

$$\varepsilon_{\text{termal}} + \varepsilon_{\text{mekanik}} = 0 \quad (3.49)$$

olmalıdır. Yerel olmayan elastisite teorisine göre mekanik şekil değiştirme ε_m Denklem (3.23) veya (3.40) yardımıyla

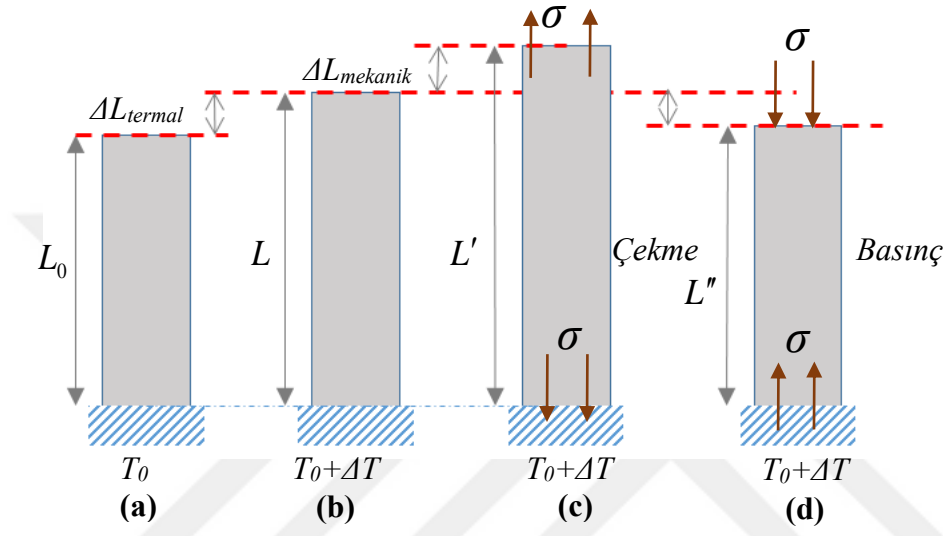
$$\sigma_{xx} - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2 \sigma_{xx}}{\partial x^2} = E \varepsilon \quad (3.50)$$

olduğuna göre Denklem (3.49)’un Denklem (3.50)’de kullanılmasıyla

$$\sigma_{xx} - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2 \sigma_{xx}}{\partial x^2} = -E \alpha \Delta T \quad (3.51)$$

elde edilmiş olur. Sıcaklıktaki artış, pozitif ΔT ’dir ve dolayısıyla malzemede sıkıştırmayı temsil eden negatif bir gerilmeye (σ) neden olmaktadır. Sıcaklığın düşmesi, negatif bir ΔT , pozitif bir gerilme oluşturur. Termal gerilmeler, çubuk mesnetlenmediğinde de ortaya çıkabilir. Aniden sıcak bir bardağın buzlu suya bırakıldığını veya bulaşık makinesinden

çıkan sıcak bir camın içine soğuk bir içecek döküldüğünü düşünülebilir. Sıcaklık değişiklikleri ani olduğundan camın farklı bölümleri farklı sıcaklıklara sahip ve farklı termal uzama veya kısalma oranlarıyla karşılaşır. Maddenin farklı bölümleri arasındaki termal genişlemede uyumsuzluk da termal gerilmelere neden olur ve bu gerilmeler kırılmaya (sıcak bir camın buzlu bir su dökerek kırılması gibi) yol açabilir. Yukarıdaki durum uzunluğu, değişmeyen çubuklar için geçerlidir. Bu özel durumu, orijinal uzunluğu L_0 olan, ΔT sıcaklık değişimine maruz kalmış ve σ gerilmesi altında, yeni bir L uzunluğuna dönmüş bir durum için genellemek mümkündür. Şekil 3.4.a, T_0 sıcaklığında ve L_0 uzunluğunda bir serbest çubuğu gösterir.



Şekil 3.4. a) T_0 sıcaklığında L_0 uzunluğunda bir örnek; **b)** Herhangi bir dış etki olmaksızın termal genişleme ile uzunluğu L' ye dönüşmesi; **c)** Uygulanan bir dış kuvvet, uzunluğu daha da arttırarak L' olarak değiştirmesi; **d)** Uygulanan kuvvet basınç ise, yeni uzunluk L'' olması

Sıcaklık, $T_0 + \Delta T$ ye yükseldiğinde, termal genişleme ile serbest çubuk uzunluğu Şekil 3.4.b'de olduğu gibi ΔL_{termal} kadar artarak L olur. Çubuk üzerinde harici bir kuvvet yoktur, böylece termal genişleme,

$$\Delta L_{\text{termal}} = L_0 \varepsilon_{\text{termal}} = \alpha L_0 \Delta T \quad (3.52)$$

olur. Burada $\varepsilon_{\text{termal}}$ termal şekil değiştirmeyi ifade etmektedir. Şekil 3.4.c'deki gibi, çubukta σ gerilmesi oluşması için bir dış kuvvet uygulandığını varsayılırsa, uygulanan kuvvet çekme kuvveti ise, çubuk uzunluğu mekanik olarak $\Delta L_{\text{mekanik}}$ kadar uzayarak L iken L' olur. σ basınç gerilmesi ise, Şekil 3.4.d'de olduğu gibi mekanik olarak $\Delta L_{\text{mekanik}}$ kadar kısalır ve çubuğun boyu L uzunluğundan L'' uzunluğuna düşer. $\varepsilon_{\text{mekanik}}$, uygulanan σ gerilmesi ile ortaya çıkan mekanik şekil değiştirme

$$\varepsilon_{\text{mekanik}} = \frac{du}{dx} \quad (3.53)$$

şeklinde ifade edilebilmektedir. Bu denklemin integrali alınırsa

$$\int du = \int \varepsilon_{mekanik} dx \quad (3.54)$$

Denklem düzenlenirse

$$u(x) - u(0) = \int_0^x \varepsilon_{mekanik} dx \quad (3.55)$$

Uzama ΔL , çubuğun $x=L$ ve $x=0$ uçlarındaki yer değiştirmelerin farkı olarak yazılabilir

$$\Delta L = u(L) - u(0) = \int_0^L \varepsilon_{mekanik} dx \quad (3.56)$$

Denklem düzenlenirse

$$\frac{\Delta L}{L} = \varepsilon_{mekanik} \quad (3.57)$$

elde edilir (Gross vd. 2011) .

$$\frac{L}{E} \left[\sigma_{xx} - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2 \sigma_{xx}}{\partial x^2} \right] = \varepsilon_{mekanik} L = \Delta L_{mekanik} \quad (3.58)$$

Çubuğun boyu L_0 iken L' olana kadar, çubuk uzunluğunun toplam değişimi ΔL aşağıdaki şekilde ifade edilebilir

$$\Delta L = \Delta L_{termal} + \Delta L_{mekanik} = L_0 \varepsilon_{termal} + L \varepsilon_{mekanik} \quad (3.59)$$

Şekil 3.4'e göre

$$L = L_0 (1 + \varepsilon_{termal}) \quad (3.60)$$

dolayısıyla Denklem (3.60) $\varepsilon_{mekanik}$ ile genişletilirse

$$\varepsilon_{mekanik} L = L_0 (\varepsilon_{mekanik} + \varepsilon_{termal} \varepsilon_{mekanik}) \quad (3.61)$$

elde edilir. Burada $\varepsilon_{termal} \varepsilon_{mekanik}$ ifadesi çok küçük olduğu için ihmal edilirse toplam şekil değiştirme Denklemler (3.59) ve (3.61)'in yardımıyla

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} = \varepsilon_{termal} + \varepsilon_{mekanik} = \alpha \Delta T + \frac{1}{E} \left[\sigma_{xx} - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2 \sigma_{xx}}{\partial x^2} \right] \quad (3.62)$$

Denklem (3.62) üzerinde kuvvet olan ve sıcaklık değişimi olan serbest çubuk için geçerlidir. Eğer çubuk mesnetlenmiş ve uzayamayacak olsaydı o halde $\Delta L = 0$, dolayısıyla $\varepsilon = 0$ olacak ve Denklem (3.62), Denklem (3.51)'e dönüşecektir.

$$\sigma_{xx} - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2 \sigma_{xx}}{\partial x^2} = -E \alpha \Delta T \quad (3.63)$$

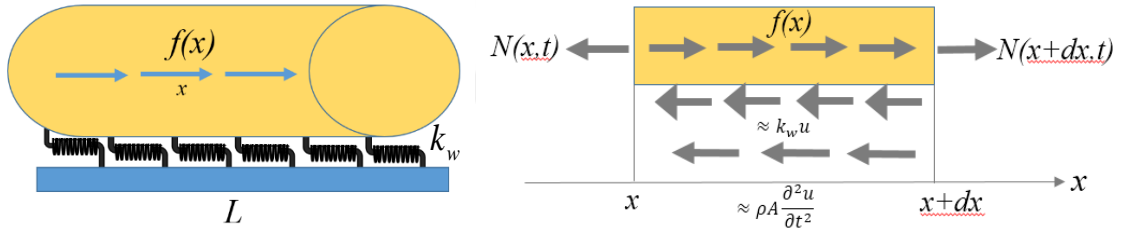
Eğer Denklem (3.62) alan üzerinde integre edilirse (Narendar 2017)

$$N - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2 N}{\partial x^2} = EA \frac{\partial u}{\partial x} - EA \alpha \Delta T \quad (3.64)$$

elde edilmiş olur.

3.2.1.2. Eksenel titreşim

Düz bir çubuğun eksenel titreşimi sırasında oluşan şekil değiştirmeler, kesit alanlarının çubuk boyu doğrultusunda ötelenmeleri ile gerçekleşir. Kesit ötelenmeleri $u(x, t)$, kesit alanı A ve elastisite modülü de E ise, genelde kesit alanı ve malzeme özellikleri uzunluk boyunca değişebileceğinden $E = E(x)$ ve $A = A(x)$ olur. Eksenel titreşim probleminde çubuk enkesiti çubuk eksenine diktir.



Şekil 3.5. Eksenel titreşim çubuk modeli ve çubukta oluşan iç kuvvetler

Kiriş kesitinde herhangi bir x noktasında ve herhangi bir t anındaki deplasmanı u olsun. dx uzunluğundaki çubuk elemanın x yönündeki dinamik dengesini Newton'un ikinci yasası yardımıyla göz önüne alınırsa (Şekil 3.5),

$$\sum F_x = m a_x \quad (3.65)$$

$$-N(x) + f(x)dx - k_w u(x)dx + N(x+dx) = \rho A dx \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.66)$$

Denkem Taylor serisine açılırsa

$$-N(x) + f(x)dx - k_w u(x)dx + N(x) + \frac{\partial N(x)}{\partial x} dx = \rho A dx \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.67)$$

Denklem sadeleştirildiğinde

$$\frac{\partial N(x)}{\partial x} = -f(x) + k_w u(x) + \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.68)$$

elde edilmiş olur. Denklemden görüldüğü gibi zemin etkisinden kaynaklı kuvvet yayılı yükün tersi yönündedir. Denklem (3.64) tekrar hatırlanacak olursa (Narendar 2017)

$$N - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2 N}{\partial x^2} = EA \frac{\partial u}{\partial x} - EA \alpha \Delta T \quad (3.69)$$

Denklem (3.68)'in bir kere konuma göre türevi alınarak Denklem (3.69)'da kullanılmasıyla yerel olmayan elastisite teorisine göre titreşim için sınır koşulu

$$N = EA \frac{\partial u}{\partial x} - EA \alpha \Delta T \quad (3.70)$$

$$+ (e_0 a)^2 \frac{\partial}{\partial x} \left(-f(x) + k_w u(x) + \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right)$$

olur. Denklem (3.69)'un bir kere türevi alınarak, Denklem (3.68), türevi alınan denklemde yerine yazılırsa (Adhikari vd. 2013; Adhikari vd. 2014; Challamel vd. 2018)

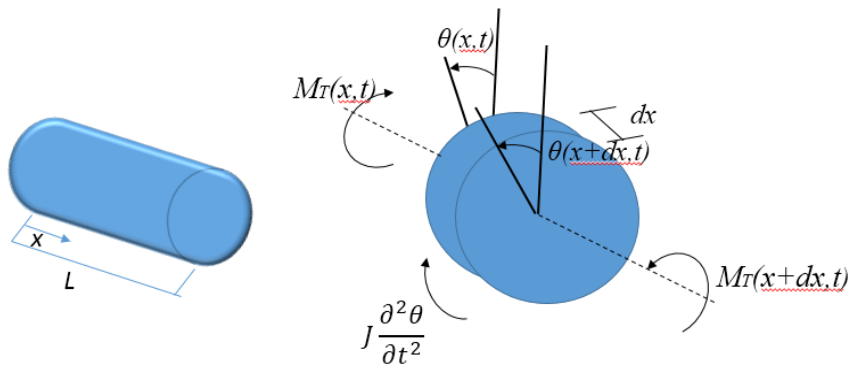
$$EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - (EA \alpha \Delta T)' + f(x) - k_w u(x) - \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.71)$$

$$- (e_0 a)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(f(x) - k_w u(x) - \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) = 0$$

şeklinde yönetici denklem elde edilmiş olur.

3.2.1.3. Burulmalı titreşim

Dairesel kesitli ve düz akselli bir çubuğun burulması sırasında oluşan şekil değiştirme, alanlarının kendi etrafında dönmesi ile olur (bu varsayım dairese kesitli çubukların küçük genlikli burulmaları için doğrudur)(Yerlici ve Luş 2007)



Şekil 3.6. Dairesel kesitli çubuğun burulması

Çubuk ucundan x kadar uzaklıktaki bir kesitin t anındaki dönme miktarı Şekil 3.6'daki gibi $\theta(x, t)$ ile gösterilirse, o anda kesitteki burulma momenti $M_T(x, t)$ ile dönme arasındaki ilişki,

$$M_T(x, t) = GJ \frac{\partial \theta(x, t)}{\partial x} \quad (3.72)$$

denklemleriyle tanımlanır. Burada $G = G(x)$, malzemenin kayma modülü, $J = J(x)$ ise x 'deki kesit alanının merkeze göre kutupsal momentidir. Burulan çubuğun x ile $x + \Delta x$ arasında kalan küçük bir kısmının serbest cisim diyagramı Şekil 3.6'da görülmektedir. Çubuğun, dönme eksenine göre birim boydaki kütle eylemsizlik momenti ρJ ise, bu parçanın kütle eylemsizlik momenti $\rho J \Delta x$ kadar, bu parçaya etkiyen ivme tepki momenti de

$$\text{ivme tepki momenti} = \rho J \frac{\partial^2 \theta(x, t)}{\partial t^2} dx \quad (3.73)$$

kadar olur. Dolayısıyla parçaya etkiyen tüm momentlerin dengesi

$$\rho J \frac{\partial^2 \theta(x, t)}{\partial t^2} dx + M_T(x, t) - \left[M_T(x, t) + \frac{\partial M_T(x, t)}{\partial x} dx \right] = 0 \quad (3.74)$$

olup, gerekli sadeleştirmeler yapıldığı takdirde

$$\rho J \frac{\partial^2 \theta(x, t)}{\partial t^2} - \frac{\partial M_T}{\partial x} = 0 \quad (3.75)$$

bağıntısı elde edilir. Yerel olmayan elastisite teorisinde gerilme ile şekil değiştirme ve burulma momenti ile deplasman arasındaki ilişki aşağıdaki şekilde ifade edilebilir (Reddy 2007; Reddy ve Pang 2008).

$$\tau - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2 \tau}{\partial x^2} = 2G\varepsilon \quad (3.76)$$

$$M_T - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2 M_T}{\partial x^2} = GJ \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (3.77)$$

Denklem (3.77)'nin her iki tarafının bir kere konuma göre türevi alınır ve Denklem (3.75) elde edilen yeni denklemde yerine yazılırsa (Demir ve Civalek 2013)

$$GJ \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + (e_0 a)^2 \rho J \frac{\partial^4 \theta}{\partial x^2 \partial t^2} - \rho J \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = 0 \quad (3.78)$$

şeklinde burulmalı titreşim için yönetici denklem elde edilmiş olur. Sınır koşulu ise Denklem (3.75)'in bir kere konuma göre türevi alınarak Denklem (3.77)'de yerine yazılmasıyla elde edilir

$$M_T = GJ \frac{\partial \theta}{\partial x} + (e_0 a)^2 \rho J \frac{\partial^3 \theta}{\partial x \partial t^2} \quad (3.79)$$

3.2.2. Hamilton prensibi yardımıyla

3.2.2.1. Eksenel titreşim

Sürekli sistemler için Hamilton prensibine göre (Omurtag 2010; Reddy 1984) ,

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} [T - (U - W)] dt = 0 \quad (3.80)$$

şeklinde tanımlanır. Euler-Langrange denklemi ise,

$$\Pi = U - W \quad (3.81)$$

halini alır. Burada T kinetik enerjiyi, Π dış kuvvetlerin şekil değiştirme ve potansiyel enerjisinin toplamıdır ve toplam potansiyel enerji olarak isimlendirilmektedir. Şimdi uzunluğu L , alanı A , elastisite modülü E , yoğunluğu ρ , birim uzunluktaki yayılı yük f olan ve L ucunda P dış yükü etkisindeki bir çubuğun hareket denklemi çıkarılacak olursa, sistemin kinetik ve toplam potansiyel enerjisi (Reddy 1984)

$$T = \int_V \frac{\rho}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 dV = \int_0^L \frac{\rho A}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 dx \quad (3.82)$$

$$\Pi = \int_V \frac{1}{2} \sigma \epsilon dV + \int_0^L \frac{1}{2} k_w (u)^2 dx - \int_0^L f u dx - P u(L) \quad (3.83)$$

$$= \int_0^L \frac{A}{2} \sigma \epsilon dx + \int_0^L \frac{1}{2} k_w (u)^2 dx - \int_0^L f u dx - P u(L) \quad (3.84)$$

olarak bulunur. Denklemler (3.82) ve (3.84), Denklem (3.80)'deki yerine yazılırsa,

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_0^L A \sigma \delta \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) dx dt = \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \int_0^L \left[\rho A \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial \delta u}{\partial t} dt \right] dx \right\} dt \quad (3.85)$$

$$+ \int_0^L \left[f \delta u - k_w u \delta u \right] dx + P \delta u(L)$$

elde edilir. Denklemin varyasyonu alınır,

$$\int_0^L \left[\int_{t_1}^{t_2} -\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho A \frac{\partial u}{\partial t} \right) \delta u dt + \rho A \frac{\partial u}{\partial t} \delta u \Big|_{t_1}^{t_2} \right] dx \quad (3.86)$$

$$+ \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \int_0^L \left[\frac{\partial}{\partial x} (A\sigma) + f - k_w u \right] \delta u dx - (A\sigma \delta u) \Big|_0^L + P \delta u(L) \right\} dt = 0$$

olur. Bu durumda yönetici denklem,

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho A \frac{\partial u}{\partial t} \right) - \frac{\partial}{\partial x} (A\sigma) - f + k_w u = 0 \quad (3.87)$$

Sınır koşulu ise

$$(A\sigma) \Big|_{x=L} - P = 0 \text{ veya } u=0 \quad (3.88)$$

Yerel olmayan elastisite teorisine göre

$$\sigma - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2} = E(\varepsilon - \varepsilon_T) \quad (3.89)$$

olduğu Denklem (3.23)'den bilinmektedir. Bu denklemin alan üzerinden integrali alınırsa

$$N = \int_A \sigma dA = \sigma A \text{ oldundan,}$$

$$N - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2 N}{\partial x^2} = EA(\varepsilon - \varepsilon_T) \quad (3.90)$$

Denklem (3.90)'ın bir kere türevi alınarak, Denklem (3.87)'de elde edilen ifade bu denklemde yerine yazılırsa,

$$N = (e_0 a)^2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho A \frac{\partial u}{\partial t} \right) - f + k_w u \right) + EA(\varepsilon - \varepsilon_T) \quad (3.91)$$

olur. Elde edilen yerel olmayan normal kuvvet denklemi Denklem (3.86)'da ve sınır koşullarında yerine yazıldığı takdirde

$$\int_0^L \left[\int_{t_1}^{t_2} -\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho A \frac{\partial u}{\partial t} \right) \delta u dt + \rho A \frac{\partial u}{\partial t} \delta u \Big|_{t_1}^{t_2} \right] dx \quad (3.92)$$

$$+ \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \int_0^L \left[(e_0 a)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho A \frac{\partial u}{\partial t} \right) - f + k_w u \right) + EA \frac{\partial}{\partial x} (\varepsilon - \varepsilon_T) + f - k_w u \right] \delta u dx - (A\sigma \delta u) \Big|_0^L + P \delta u(L) \right\} dt = 0$$

Yerel olmayan elastisite teorisine göre yönetici denklem

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho A \frac{\partial u}{\partial t} \right) - f + k_w u - \left[(e_0 a)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho A \frac{\partial u}{\partial t} \right) - f + k_w u \right) - A \frac{\partial}{\partial x} (E \varepsilon - \varepsilon_T) \right] = 0 \quad (3.93)$$

ve sınır koşulu ise aşağıdaki şekildedir.

$$\left[(e_0 a)^2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho A \frac{\partial u}{\partial t} \right) - f + k_w u \right) + EA(\varepsilon - \varepsilon_T) \right] \Big|_{x=L} - P(L) = 0 \quad (3.94)$$

3.2.2.2. Burulmalı titreşim

Burulmalı titreşim için çubuğun yer değiştirme bileşenleri (Rao 2007)

$$u(x, t) = 0, v(x, t) = -z\theta(x, t), w(x, t) = y\theta(x, t) \quad (3.95)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada u, v, w sırasıyla yer değiştirme vektörlerinin x, y, z bileşenlerini ifade etmektedir. Şekil değiştirme ile deplasmanlar arasındaki ilişki ise aşağıdaki şekilde tanımlanabilir.

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} = 0, \varepsilon_{yy} = \frac{\partial v(x, t)}{\partial y} = 0, \varepsilon_{zz} = \frac{\partial w(x, t)}{\partial z} = 0 \quad (3.96)$$

$$\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u(x, t)}{\partial y} + \frac{\partial v(x, t)}{\partial x} \right] = -\frac{z}{2} \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (3.97)$$

$$\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{zx} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u(x, t)}{\partial z} + \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \right] = \frac{y}{2} \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (3.98)$$

$$\varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zy} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial v(x, t)}{\partial z} + \frac{\partial w(x, t)}{\partial y} \right] = 0 \quad (3.99)$$

Hamilton prensibi ile burulmalı titreşim denkleminin elde edilebilmesi için çubuğa ait genel şekil değiştirme enerjisi formülü

$$U = \frac{1}{2} \int_V \{\sigma\} \{\varepsilon\} dV \quad (3.100)$$

olmak üzere burada $\{\sigma\}$ bütün gerilme bileşenlerini, $\{\varepsilon\}$ bütün şekil değiştirme bileşenlerini ifade etmektedir. Burulmalı çubukta τ_{xy} ve τ_{xz} olmak üzere iki adet gerilme ifadesi bulunmaktadır. Bu durumda şekil değiştirme ifadesi

$$U = \frac{1}{2} \int_V (\tau_{xz} \varepsilon_{xz} + \tau_{xy} \varepsilon_{xy}) dV \quad (3.101)$$

$$U = \frac{1}{2} \int_V \left(\tau_{xz} \left(y \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \tau_{xy} \left(-z \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \right) dV \quad (3.102)$$

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L M_T \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right) dx \quad (3.103)$$

Kinetik enerji ifadesi ise aşağıdaki şekilde ifade edilebilir

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \int_A \left[\rho(0)^2 + \rho \left(-z \frac{\partial \theta}{\partial t} \right)^2 + \rho \left(y \frac{\partial \theta}{\partial t} \right)^2 \right] dAdz \quad (3.104)$$

Burada $J = \int_A (z^2 + y^2) dA$ ifadesi polar (kutupsal) eylemsizlik momentini ve M_T burulma momentini ifade etmektedir. Bu durumda kinetik enerji ifadesinin son hali

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \rho J \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} \right)^2 dz \quad (3.105)$$

Son olarak dış kuvvetlerin yapmış olduğu iş

$$W = \int_0^L M(x, t) \theta dz \quad (3.106)$$

Hamilton prensibine göre

$$\prod = \int_{t_1}^{t_2} \delta(T - (U - W)) = 0 \quad (3.107)$$

ise, Denklemler (3.103), (3.105) ve (3.106)'nın Denklem (3.107)'de kullanılmasıyla yönetici hareket denklemi

$$-\frac{\partial M_T}{\partial x} + \rho J \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = M \quad (3.108)$$

ve $x = 0$ ve $x = L$ için sağlanması gereken sınır koşulları;

$$M_T \text{ ya da } \theta \quad (3.109)$$

Şeklindedir. Eğer $M = 0$ ise yönetici denklem

$$\frac{\partial M_T}{\partial x} = \rho J \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \quad (3.110)$$

halini alır. Yerel olmayan elastisite teorisine göre kayma gerilmesi ifadesi

$$\tau - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2 \tau}{\partial x^2} = 2G\varepsilon \quad (3.111)$$

şeklindedir. Burulma momenti ifadesi ise

$$M_T - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2 M_T}{\partial x^2} = GJ \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (3.112)$$

olarak tanımlanabilir. Denklem (3.112)'nin her iki tarafının bir kere konuma göre türevi alınırsa ardından Denklem (3.110) türevi alınan denklemde yerine yazılırsa yönetici denklem ve sınır koşulu (Demir ve Civalek 2013),

$$GJ \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + (e_0 a)^2 \rho J \frac{\partial^4 \theta}{\partial x^2 \partial t^2} - \rho J \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = 0, \quad M_T = GJ \frac{\partial \theta}{\partial x} + (e_0 a)^2 \rho J \frac{\partial^3 \theta}{\partial x \partial t^2} \quad (3.113)$$

olur. Burada G kayma modülünü, τ kayma gerilmesi bileşenini, ρ cismin yoğunluğunu J polar eylemsizlik momentini ifade etmektedir. Yukarıdaki denklem ince çubukların yerel olmayan burulmalı titreşimi için ana denklemdir. $e_0 a$ değeri 0'a eşitlendiğinde klasik çubuk modeli elde edilir.

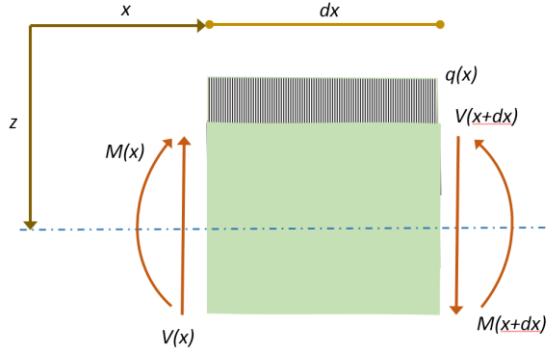
3.3. Nano/Mikro Kiriş Modeli için Yerel Olmayan Elastisite Teorisi ile Yönetici Denklemlerin Elde Edilmesi

Kirişler genel olarak, boyuna yönde yüklenirler. Bununla birlikte iç gerilme ve şekil değiştirmeye neden olan kuvvetler ise eğilme momenti ve kesme kuvvetidir. Burada kesme kuvvetinin etkisi kesit yüksekliğinin açıklık yanında önemli olduğu kısa kirişler için önemli olmasına karşın, açıklık arttıkça eğilme momentinin yanında önemi azalmaktadır. Kirişlerde yalnız eğilme etkisinin incelendiği kiriş teorisine Euler-Benroulli kiriş teorisi denmektedir.

3.3.1. Denge denklemleri yardımıyla

3.3.1.1. Yayılı ve tekil yük etkisi

Denge koşulları yazılırken, yayılı $q(x)$ ile yüklenmiş, uzunluğu dx olan ince uzun kiriş elemanı düşünülür. Kesme yüzeyinde oluşan iç kuvvetler Şekil 3.7'de gösterildiği gibidir.



Şekil 3.7. Eğilme etkisindeki dx genişliğindeki sonsuz küçük parçacık

Sistemin statik denge denklemleri yazılırsa,

$$\sum F_x = 0 \quad (3.114)$$

$$\sum F_z = 0 \quad (3.115)$$

$$-V(x) + V(x + dx) + q(x)dx = 0 \quad (3.116)$$

Kesme kuvveti aşağıdaki şekilde Taylor serisine açılırsa

$$-V(x) + V(x) + \frac{dV}{dx} dx + q(x)dx = 0 \quad (3.117)$$

$$\frac{dV}{dx} = -q(x)$$

elde edilir. Moment dengesi yazılacak olursa

$$\sum M = 0 \quad (3.118)$$

$$-M + \left(M + \frac{dM}{dx} dx \right) - \left(V + \frac{dV}{dx} dx \right) dx - q(x)dx \frac{dx}{2} = 0 \quad (3.119)$$

Küçük mertebede olan ifadeler ihmal edilirse

$$\frac{dM}{dx} = V \quad (3.120)$$

şeklinde son halini alır. Denklem (3.120)'de elde edilen ifadenin bir kere türevi alınıp Denklem (3.117)'de yerine yazılırsa

$$\frac{d^2 M}{dx^2} = -q(x,t) \quad (3.121)$$

elde edilir. Yerel olmayan elastisite teorisinde ifade edilen Denklem (3.23)'ün her iki tarafı z ile çarpılıp alan üzerinden integrali alınırsa ($M = \int_A z \sigma dA$) ve iki kere türevi alınırsa,

$$M - (e_0 a)^2 \frac{d^2 M}{dx^2} = -EI \frac{d^2 w}{dx^2}, \quad \frac{d^2 M}{dx^2} \left(1 - (e_0 a)^2 \frac{d^2}{dx^2} \right) = -EI \frac{d^4 w}{dx^4} \quad (3.122)$$

Denklem (3.121)'de elde edilen ifade yerel olmayan elastisite teorisinde; Denklem (3.122)'de kullanılırsa yönetici denklem (Reddy 2007; Reddy ve Pang 2008)

$$-EI \frac{d^4 w}{dx^4} - (e_0 a)^2 \frac{d^2 q}{dx^2} = -q \quad (3.123)$$

ifadesine ulaşılır. Bu ifade yerel olmayan elastisite teorisine göre Euler-Bernoulli kirişinin eğilme denklemdir. Burada EI eğilme rijitliği, M eğilme momenti, q kiriş üzerindeki yayılı yükü tanımlamaktadır. Bu durumda sınır koşulları ise

$$M = -(e_0 a)^2 q - EI \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (3.124)$$

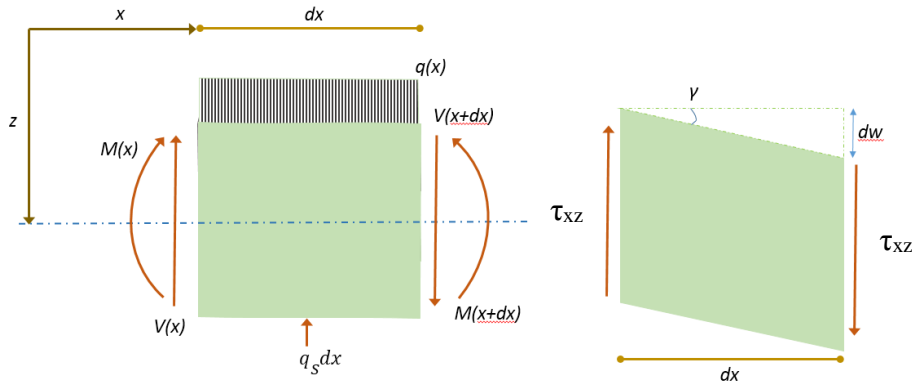
$$V = \frac{d}{dx} \left(-(e_0 a)^2 q - EI \frac{d^2 w}{dx^2} \right)$$

$$w = 0, \quad \frac{dw}{dx} = 0$$

Yukarıdaki denklemlerde e_0 parametresi '0' alındığında ise denklemlerin klasik denklemlere dönüşeceği açık bir şekilde görülmektedir. Tekil yük etkisini incelemek için ise dirac delta fonksiyonundan yararlanmak gerekmektedir ve daha detaylı bilgi için Wang ve Liew (2007) incelenebilir. Bu durumda yönetici denklemde ve sınır koşullarında $q = Q(x-a)$ ile değiştirilir. Burada Q tekil yükün değerini a ise tekil yükün konumunu ifade etmektedir.

3.3.1.2. Elastik zemin etkisi

Elastik ortam ile çevrenme genellikle winkler zemin olarak modellenmektedir. Bununla birlikte winkler zemin modeli mekaniksel davranış için kaba bir yaklaşımdır. Yaylar arasındaki etkileşim dikkate alınmadığından zeminin bütünlüğünü ve devamlılığını sağlayamamaktadır. Daha gerçekçi modelleme iki parametrelili zemin modeli ile sağlanabilmektedir. Bu modellerden biri de pasternak zemin modeli olarak anılmaktadır. Winkler zemin modeline ilave olarak yaylar arasına sıkıştırılmaz bir kesme tabakası eklenmiştir. İki zemin parametresinin kiriş üzerine etkisi birbirine zıt yöndedir.



Şekil 3.8. Üzerinde yayılı yük bulunan kiriş elemanına elastik zemin etkimesiyle oluşan iç tesirler

Kayma gerilmelerine maruz kalmış bir elemanda $\gamma_{xz} = \frac{dw}{dx}$ 'dir. Kayma şekil değiştirme ifadesi kayma gerilmesi bağıntısında ($\tau_{xz} = G\gamma_{xz}$) yerine yazıldığında $\tau_{xz} = G \frac{dw}{dx}$ olur. Ayrıca biliniyor ki kesme kuvveti birim kalınlık için $V = \int_0^1 \tau_{xz} dz$ denklemi ile ifade edilebilir. Bu durumda $V = G \frac{dw}{dx}$ olur (Kerr 1964). Şekil 3.8 için z yönünde denge şartı yazılacak olursa

$$\sum F_z = 0, \frac{dV}{dx} dx + q dx - q_s dx = 0 \quad (3.125)$$

$q_s = k_w w$ denilerek Denklem (3.125)'de gerekli düzenlemeler yapıldığında

$$\frac{dV}{dx} = k_w w - q, \quad q = k_w w - G \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (3.126)$$

elde edilir. Denklem (3.126)'da $G = k_p$ denilerek elde edilen ifadelerle göre denge denklemi yeniden türetilen olursa

$$\frac{d^2 M}{dx^2} = -q + k_w w - k_p \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (3.127)$$

şeklinde son halini alır. Elde edilen bu son ifade Denklem (3.122)'de yerine yazılırsa

$$-EI \frac{d^4 w}{dx^4} - (e_0 a)^2 \frac{d^2}{dx^2} \left(q - k_w w(x) + k_p \frac{d^2 w(x)}{dx^2} \right) = -q + k_w w(x) - k_p \frac{d^2 w(x)}{dx^2} \quad (3.128)$$

şeklinde yönetici denklem elde edilmiş olur. Sınır koşulları ise Denklem (3.122)'de Denklem (3.127)'nin yazılmasıyla

$$M = (e_0 a)^2 \left(-q + k_w w(x) - k_p \frac{d^2 w(x)}{dx^2} \right) - EI \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (3.129)$$

Denklem (3.129)'un bir kere türevi alınmasıyla kesme kuvveti

$$V = \frac{d}{dx} \left((e_0 a)^2 \left(-q + k_w w(x) - k_p \frac{d^2 w(x)}{dx^2} \right) - EI \frac{d^2 w}{dx^2} \right)$$

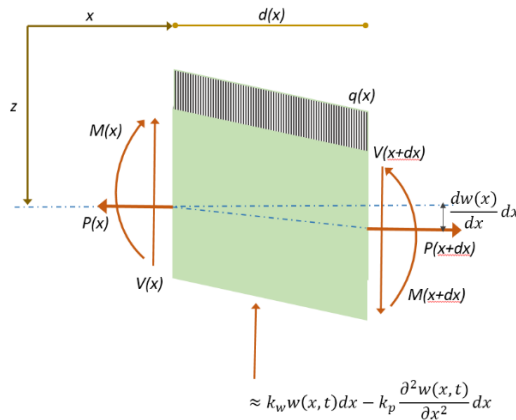
olur. Burada dikkat edilecek husus genel kesme kuvvetinin sadece enine kesme kuvveti değil aynı zamanda k_p ile ilgili zemin direncini de içermesi gerekmektedir. Bu nedenle toplam kesme kuvveti aşağıdaki şekilde ifade edilir (Zhaohua ve Cook 1983).

$$V_T = V + V_1, \quad (3.130)$$

$$V = \frac{d}{dx} \left((e_0 a)^2 \left(-q + k_w w(x) - k_p \frac{d^2 w(x)}{dx^2} \right) - EI \frac{d^2 w}{dx^2} \right),$$

$$V_1 = k_p \frac{dw}{dx}$$

3.3.1.3. Eksenel kuvvet etkisi



Şekil 3.9. Dik yüklere ek olarak eksenel kuvvet taşıyan nano kirişin serbest cisim diyagramı

Sistemin statik denge denklemleri yazılırsa,

$$\sum F_x = 0, \quad \sum F_z = 0, \quad \sum M = 0 \quad (3.131)$$

Denge denklemleri Şekil 3.9'a uygulandığında

$$\frac{dV}{dx} = -q(x) + k_w w(x) - k_p \frac{d^2 w(x)}{dx^2}, \quad \frac{dM}{dx} = V - P \frac{dw}{dx} \quad (3.132)$$

elde edilir. Son olarak Denklem (3.132)'de gerekli düzenlemeler yapılırsa

$$\frac{d^2 M}{dx^2} = -q(x) + k_w w(x) - k_p \frac{d^2 w(x)}{dx^2} - P \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (3.133)$$

elde edilir. Burada aksel yük basınç yükünü ifade ediyorsa P ifadesi yerine $-P$ kullanılmalıdır. Denklem (3.133), Denklem (3.122)'deki yerel olmayan elastisite teorisi ifadelerinde kullanılırsa elastik zemin üzerine oturan aksel basınç yükü etkisindeki Euler-Bernoulli kirişinin yönetici denklemi (Civalek ve Demir 2016; Murmu ve Pradhan 2009a)

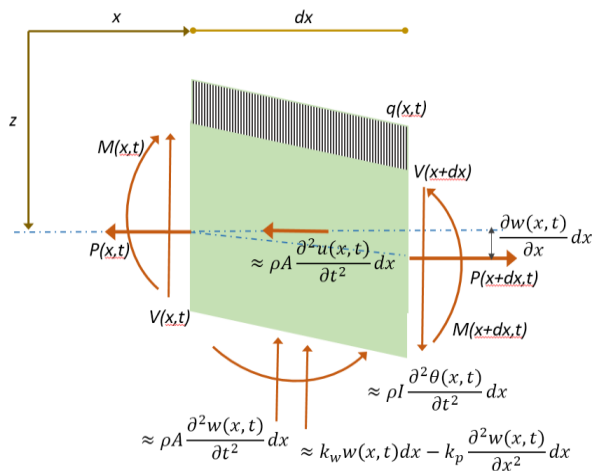
$$\begin{aligned} & -EI \frac{d^4 w}{dx^4} - (e_0 a)^2 \frac{d^2}{dx^2} \left(\begin{array}{l} q(x) - k_w w(x) + k_p \frac{d^2 w(x)}{dx^2} \\ -P \frac{d^2 w}{dx^2} \end{array} \right) \\ & = - \left(q(x) - k_w w(x) + k_p \frac{d^2 w(x)}{dx^2} - P \frac{d^2 w}{dx^2} \right) \end{aligned} \quad (3.134)$$

ifadesine ulaşılır. Sınır koşulları ise Denklem (3.122) ve (3.130)'dan yararlanarak aşağıdaki şekilde olur.

$$M = (e_0 a)^2 \left(-q(x) + k_w w(x) - k_p \frac{d^2 w(x)}{dx^2} + P \frac{d^2 w}{dx^2} \right) - EI \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (3.135)$$

$$\begin{aligned} V_T &= -P \frac{dw}{dx} + k_p \frac{dw}{dx} \\ &+ \frac{d}{dx} \left(\begin{array}{l} (e_0 a)^2 \left(-q(x) + k_w w(x) - k_p \frac{d^2 w(x)}{dx^2} + P \frac{d^2 w}{dx^2} \right) \\ -EI \frac{d^2 w}{dx^2} \end{array} \right), w=0, \frac{dw}{dx}=0 \end{aligned} \quad (3.136)$$

3.3.1.4. Serbest titreşim



Şekil 3.10. Nano/Mikro kirişin boyuna titreşimi ile oluşan iç tesirler

Şekil 3.10'da görülen sisteme dinamik denge şartları uygulanırsa,

$$\sum F_x = ma_x, \sum M = I_0\alpha, \sum F_z = ma_z \quad (3.137)$$

Burada I_0 kütle ataleti olup çubuk kesitler için $I_0 = m_0I/A$ ile ifade edilmektedir. α ise cismin açısal ivmesi anlamına gelmektedir ve $\partial^3w/\partial x\partial t^2$ şeklinde yazılabilmektedir. Kütle atalet momentleri aşağıdaki şekilde ifade edilebilir;

$$\begin{Bmatrix} m_0 \\ m_1 \\ m_2 \end{Bmatrix} = \int_A \begin{Bmatrix} 1 \\ z \\ z^2 \end{Bmatrix} \rho dA \quad (3.138)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P(x)}{\partial x} &= \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial M}{\partial x} + P \frac{\partial w}{\partial x} + \rho I \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial t^2} = V, \\ \frac{\partial V}{\partial x} &= -q(x) + k_w w(x) - k_p \frac{\partial^2 w(x)}{\partial x^2} + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (3.139)$$

elde edilir. Denklemler arasında gerekli dönüşümler yapıldığında

$$\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} = m_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - m_2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} - P \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - q(x) + k_w w(x) - k_p \frac{\partial^2 w(x)}{\partial x^2} \quad (3.140)$$

Burada eksenel yük basınç yükünü ifade ediyorsa P ifadesi yerine $-P$ kullanılmalıdır. Elde edilen bu denklem yerel olmayan elastisite teorisinde kullanılırsa eksenel basınç yükü etkisinde elastik zemine oturan Euler-Bernoulli kirişinin hareket denklemi (Demir 2016; Murmu ve Pradhan 2009c; Phadikar ve Pradhan 2010; Pradhan 2012; Pradhan ve Mandal 2013; Pradhan ve Reddy 2011)

$$\begin{aligned} -EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + (e_0 a)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\begin{aligned} &m_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - m_2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} + P \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ &-q(x) + k_w w(x) - k_p \frac{d^2 w(x)}{dx^2} \end{aligned} \right) \\ = \left(m_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - m_2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} + P \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - q(x) + k_w w(x) - k_p \frac{d^2 w(x)}{dx^2} \right) \end{aligned} \quad (3.141)$$

ifadesine ulaşılır. Sınır koşulları ise Denklem (3.122) ve (3.130)'dan yararlanarak aşağıdaki gibidir

$$M = (e_0 a)^2 \left(\begin{aligned} &m_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - m_2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} + P \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ &-q(x) + k_w w(x) - k_p \frac{d^2 w(x)}{dx^2} \end{aligned} \right) - EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (3.142)$$

$$V_T = -P \frac{\partial w}{\partial x} + k_p \frac{dw}{dx} + m_2 \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial t^2} \quad (3.143)$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x} \left((e_0 a)^2 \left(m_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - m_2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} + P \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) - EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right), w=0, \frac{dw}{dx}=0$$

3.3.2. Hamilton prensibi yardımıyla

Euler-Bernoulli kiriş teorisine göre deplasmanlar aşağıdaki şekilde ifade edilebilir (Rao 2007; Reddy 1984) .

$$u = u - z \frac{\partial w}{\partial x}, v = 0, w = w(x, t) \quad (3.144)$$

Burada ‘ u ’ boyuna ve ‘ w ’ enine deplasmanı ifade etmektedir. Euler-Bernoulli kiriş teorisine göre şekil değiştirme ve deplasmanlar arasındaki ilişki aşağıdaki şekilde tanımlanabilir.

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(x, t), \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = \varepsilon_{xy} = \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0 \quad (3.145)$$

Gerilme ile deplasmanlar arasındaki ilişki ise

$$\sigma_{xx} = EA \frac{\partial u}{\partial x} - Ez \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(x, t) \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = \tau_{xy} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \quad (3.146)$$

şeklindedir. Yerel olmayan Euler-Bernoulli kiriş teorisine göre gerilme ifadeleri tekrar hatırlanacak olursa (Reddy 2007,2008)

$$\sigma_{xx} - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2 \sigma_{xx}}{\partial x^2} = E \varepsilon_{xx}, \sigma_{yy} = 0, \sigma_{zz} = 0 \quad (3.147)$$

$$\tau_{xy} - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x^2} = 0, \tau_{yx} = 0, \tau_{xz} = \tau_{zx} = 0, \tau_{yz} = \tau_{zy} = 0 \quad (3.148)$$

şeklindedir. Toplam potansiyel enerji iç kuvvetlerin yapmış olduğu iş ile dış kuvvetlerin yapmış olduğu işin birbirinden çıkarılması suretiyle bulunmaktadır. O halde (Reddy 1984)

$$\delta \int_0^t [T - (U - W)] dt = 0 \quad (3.149)$$

olarak tanımlanır. Burada T , U ve W sırasıyla kinetik enerji, şekil değiştirme enerjisi ve dış kuvvetlerin yapmış olduğu iştir. Şekil değiştirme ve kinetik enerjinin tanımları aşağıdaki formülle ifade edilebilir. Kirişin kinetik enerji ifadesi

$$\delta \int_0^t T dt = \int_0^t \int_0^L \left[m_0 \frac{\partial u}{\partial t} \delta \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) + m_2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} \delta \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} \right) + m_0 \frac{\partial w}{\partial t} \delta \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right) \right] dx dt \quad (3.150)$$

İfadelerin varyasyonu alınırsa,

$$\int_0^t \int_0^L m_0 \frac{\partial u}{\partial t} \delta \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) dx dt = \int_0^L m_0 \left[\frac{\partial u}{\partial t} \delta u dx \Big|_0^t - \int_0^t \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \delta u dx dt \right] \quad (3.151)$$

$$\begin{aligned} & \int_0^t \int_0^L m_2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} \delta \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} \right) dx dt \\ &= \int_0^L m_2 \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} \delta \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) dx \Big|_0^t - \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial t^2} \delta w dx \Big|_0^t + \int_0^t \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} \delta w dx dt \right] \end{aligned}$$

$$\int_0^t \int_0^L m_0 \frac{\partial w}{\partial t} \delta \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right) dx dt = \int_0^L m_0 \left[\frac{\partial w}{\partial t} \delta w dx \Big|_0^t - \int_0^t \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \delta w dx dt \right]$$

Şekil değiştirme enerjisi ve birinci varyasyonu

$$U = \int_0^t \int_0^V \left[\frac{1}{2} \sigma_{xx} \varepsilon_{xx} + \frac{1}{2} \sigma_{yy} \varepsilon_{yy} + \frac{1}{2} \sigma_{zz} \varepsilon_{zz} + \tau_{xy} \varepsilon_{xy} + \tau_{yz} \varepsilon_{yz} + \tau_{zx} \varepsilon_{zx} \right] dV dt \quad (3.152)$$

$$U = \frac{1}{2} \int_0^t (\sigma_{xx}) \left(\frac{\partial u}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) dA dx, \quad \delta \int_0^t U dt = \int_0^t \int_0^L \left[N \frac{\partial u}{\partial x} - M \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] dx dt$$

şeklinde elde edilir. Fonksiyonun varyasyonu alınırsa,

$$\int_0^t \int_0^L N \delta \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) dx dt = \int_0^t \left[N \delta u dt \Big|_0^L - \int_0^L \frac{\partial N}{\partial x} \delta u dx dt \right] \quad (3.153)$$

$$-\int_0^t \int_0^L M \delta \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) dx dt = -\int_0^t \left[\left(M \delta \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) \Big|_0^L - \frac{\partial M}{\partial x} \delta(w) \Big|_0^L \right) dt + \left(\int_0^L \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} \delta(w) dx dt \right) \right] \quad (3.154)$$

Elastik zeminden kaynaklı şekil değiştirme enerjisi ve birinci varyasyonu (Dinev 2012)

$$U_z = \frac{1}{2} \int_0^L \left[k_p \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + k_w (w)^2 \right] dx, \quad U_z = \int_0^L \left[k_p \frac{\partial w}{\partial x} \delta \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) + k_w w \delta(w) \right] dx \quad (3.155)$$

$$\int_0^t U_z dt = \int_0^t \left[k_p \frac{\partial w}{\partial x} \delta(w) dt \Big|_0^L - \int_0^L k_p \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \delta w dx dt + \int_0^L k_w w \delta w dx dt \right]$$

olur. P aksel basınc yükünü, k_w lineer yay katsayısını, k_p kayma tabakasındaki kayma katsayısını, q yayılı yükü ve Q 'a' noktasına etki ettirilmiş noktasal yükü ifade etmek üzere dış kuvvetlerin yapmış olduğu potansiyel enerji ifadesi (Dinev 2012)

$$W = \frac{1}{2} \int_0^L \left[P \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] dx + \int_0^L [q w + Q \delta(x-a) w] dx \quad (3.156)$$

Denklem (3.156)'nın birinci varyasyonu aşağıdaki şekilde ifade edilebilir

$$\delta \int_0^t W = \int_0^t \int_0^L \left(P \frac{\partial w}{\partial x} \delta \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) + q \delta(w) + Q \delta(x-a) \delta(w) \right) dx dt \quad (3.157)$$

Dış kuvvetlerin yapmış olduğu işin varyasyonu alınırsa

$$\delta \int_0^t W = \int_0^t \int_0^L \left(-P \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \delta(w) + q \delta(w) + Q \delta(x-a) \delta(w) \right) dx dt + \int_0^t P \frac{\partial w}{\partial x} \delta(w) \Big|_0^L dt \quad (3.158)$$

Toplam potansiyel enerji iç kuvvetlerin yapmış olduğu iş ile dış kuvvetlerin yapmış olduğu işin birbirinden çıkarılması suretiyle bulunmaktadır. O halde

$$\begin{aligned} & \int_0^t \int_0^L \left[\begin{aligned} & \left[-m_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial N}{\partial x} \right] \delta u \\ & + \left(\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + m_2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} - m_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + q + Q \delta(x-a) \right) \delta w \\ & - \left((P - k_p) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - k_w w \right) \delta w \end{aligned} \right] dx dt \quad (3.159) \\ & + \int_0^t \left[\begin{aligned} & m_0 \frac{\partial u}{\partial t} \delta u dx \Big|_0^L + \left(-m_2 \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial t^2} \Big|_0^L + m_0 \frac{\partial w}{\partial t} \Big|_0^L \right) \delta w dx \\ & + m_2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} \delta \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) dx \Big|_0^L \end{aligned} \right] \\ & + \int_0^t \left(M \delta \left(\frac{dw}{dx} \right) \Big|_0^L - \frac{\partial M}{\partial x} + (P - k_p) \frac{\partial w}{\partial x} \delta(w) \Big|_0^L - N \delta u \Big|_0^L \right) dt \end{aligned}$$

İlk kısım Euler-Langrange denklemi olup,

$$\frac{\partial N}{\partial x} = m_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (3.160)$$

$$-\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} = m_2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} - m_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + q + Q\delta(x-a) - (P - k_p) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - k_w w$$

şeklinde denge denklemleriyle çıkarılan ifadenin aynısı elde edilmiş olur. Yerel olmayan elastisite teorisinin birinci yaklaşımına göre moment ifadesi tekrar hatırlanacak olursa

$$M - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} = -EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (3.161)$$

Denklem (3.160), Denklem (3.161)'deki yerine yazıldığında yerel olmayan elastisite teorisine göre moment ifadesi

$$M = -(e_0 a)^2 \left(\begin{array}{l} m_2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} - m_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + q + Q\delta(x-a) \\ -(P - k_p) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - k_w w \end{array} \right) - EI \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (3.162)$$

Son olarak Denklem (3.162)'nin iki kere türevi alınarak, Denklem (3.160)'da yerine yazılırsa

$$\begin{aligned} & -\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left((e_0 a)^2 \left(\begin{array}{l} -m_2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} + m_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - q - Q\delta(x-a) \\ + (P - k_p) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + k_w w \end{array} \right) - EI \frac{d^2 w}{dx^2} \right) \quad (3.163) \\ & = m_2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} - m_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + q + Q\delta(x-a) - (P - k_p) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - k_w w \end{aligned}$$

ifadesine ulaşılmış olur. Termal şekil değiştirme konusundan daha önceki bölümlerde bahsedilmiş ve Denklem (3.48) ile ifade edilmişti. Tekrar hatırlanacak olursa sıcaklık etkisinde toplam şekil değiştirme aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\varepsilon_{toplam} = \varepsilon_{termal} + \varepsilon_{mekanik} \quad (3.164)$$

Isı kaynaklı termal şekil değiştirme şu şekilde yazılabilir

$$\varepsilon_{termal} = \alpha \Delta T \quad (3.165)$$

Uçlardan tutulu olmayan ve aksnel yük olmadan sıcaklık doğrusal olarak arttığında kirişin uzunluğu artar. Bu nedenle, toplam şekil değiştirme, termal şekil değiştirmeye eşit olacaktır. Kirişin uçlarında herhangi bir mekanik zorlanma olmadığından, herhangi bir gerilme oluşmaz. Ancak, kirişlerin aksnel yönde uzama özgürlüğü yoksa düzgün yayılı sıcaklık artışı aksnel sınırlamalar ile tutulur. Sonuç olarak termal genleşme, sınırlama kuvvetine eşit olacak, ancak negatif yönde olacaktır.

$$P = EA\alpha\Delta T \quad (3.166)$$

burada α lineer termal genleşme katsayısını ve ΔT ise sıcaklık değişimini ifade etmektedir.

3.4. Sonlu Elemanlar Metodunda Çözüm Yöntemleri

Sonlu elemanlar denklemleri elde ediliş yöntemine göre farklı formülasyonlar ile elde edilebilmesine karşın hepsi sonlu elemanlar yönteminin ana denklemiyle sonuçlanmaktadır. Farklı formülasyonlar aşağıdaki şekillerde elde edilebilir

- Direk yaklaşım
- Enerji metodu
- Ağırlıklı artıklar metodu

Eksnel çubuk probleminde, genellikle, çubuktaki her noktanın, belirtilen yük hareketi esnasında aksnel yer değiştirmesini bulunur, kirişte ise her noktada düşey yer değiştirme ve dönme bulunması gerekir. Bundan dolayı aksnel çubuk problemi, düğüm problemi başına bir serbestlik derecesine ve kiriş problemi, düğüm problemi başına iki serbestlik derecesine sahiptir. Bununla birlikte, sonlu elemanlar prosedürünün her iki problem için de benzer olduğu görülmektedir. Sonlu elemanlar yöntemi aşağıdaki adımları izler:

- ✓ Ön-işlem: Bu adımda, problemi çözülecek olan geometri birkaç küçük elemanlara ayrılır. Elemanlar farklı şekillerde olabilir. Her eleman ve elemada bulunan 'düğüm' numaralandırılır. Bu elemanların üretilmesi işleme mesh (ağ) üretimi denir.
- ✓ Eleman türü seçimi ve şekil fonksiyonu: Her bir elemanın fiziksel davranışını belirleyecek olan şekil fonksiyonunu belirlenir.
- ✓ Temel denklemlerin elde edilmesi: Bu adımda, her eleman için cebirsel denklemler elde edilir. Bu amaçla bir takım yöntemler kullanılabilir.
- ✓ Montaj: Bu adımda, eleman için üretilen denklemler, küresel bir denklem sistemini oluşturmak üzere birleştirilir.
- ✓ Sınır koşullarının uygulanması: Bu aşamada, denklemlerin bir araya getirilmiş hali, öngörülen sınır koşullarının eklenmesiyle değiştirilir.
- ✓ Çözüm: Bu adımda, aksnel çubuk probleminde düğüm noktasına ait aksnel yer değiştirmeler ve kiriş probleminde düğüm noktasına ait çökmeler ve dönmeler

gibi düğümlerdeki birincil değişken değerleri elde etmek için modifiye küresel denklem sistemi çözülür.

- ✓ Sonradan işleme: Bu adımda, elde edilen çözümden çeşitli ikincil miktarlar hesaplanır. Örneğin, aksenal çubuk probleminde elde edilen düğüm noktasına ait yer değiştirmelerden gerilmeler ve şekil değiştirmeler hesaplanmaktadır (Dixit 2007).

3.4.1. Ağırlıklı artıklar yöntemi

Ağırlıklı artıklar yöntemi, yönetici diferansiyel denkleminin yaklaşık çözümlerini elde etmek için yararlıdır. Yöntemleri açıklamak için, aşağıdaki örnek problem düşünülebilir. Bu bölümle ilgili detaylı bilgiye Kwon ve Bang (2000)'den ulaşılabilir.

$$\frac{d^2u}{dx^2} - u = -x, \quad 0 < x < 1, \quad u(0) = 0, \quad u(1) = 0 \quad (3.167)$$

Ağırlıklı artıklar yönteminde ilk adım, daha sonra belirlenecek olan bilinmeyen katsayıları içeren bir deneme fonksiyonu varsaymaktır. Örneğin, deneme fonksiyonu $\tilde{u} = ax(1-x)$, eşitlik için yaklaşık çözüm olarak seçilir. Burada, \tilde{u} kesin çözümden genellikle farklı olan yaklaşık bir çözümdür. Deneme fonksiyonu, sınır koşullarını (yani, $u(0) = 0, u(1) = 0$) karşılayacak şekilde seçilir ve belirlenmek üzere bilinmeyen bir katsayısı içerir. Genel olarak, yaklaşık bir çözümün doğruluğu, deneme fonksiyonunun doğru seçilmesine bağlıdır. Bununla birlikte, mevcut örnek için ağırlıklı artıklar yönteminin basit prosedürünü göstermek için basit bir deneme fonksiyonu biçimi seçilmiştir. Deneme fonksiyonu seçildikten sonra deneme fonksiyonunu diferansiyel denklemde kullanarak kalıntı hesaplanır. Yani kalıntı R ,

$$R = \frac{d^2\tilde{u}}{dx^2} - \tilde{u} + x = -2a - ax(1-x) + x \quad (3.168)$$

\tilde{u} kesin çözümden farklı olduğu için, kalıntı tam olarak kaybolmaz. Bir sonraki adım, bilinmeyen sabiti 'a' seçmektir, böylece seçilen test fonksiyonu kesin çözüme en iyi yaklaşıp. Bu amaçla, bir test (veya ağırlıklandırma) fonksiyonu 'w' seçilir ve problem alanındaki kalıntıların ağırlıklandırılmış hali sıfıra ayarlanır. Yani

$$I = \int_0^1 wR dx = \int_0^1 w \left(\frac{d^2\tilde{u}}{dx^2} - \tilde{u} + x \right) dx \quad (3.169)$$

$$= \int_0^1 wR dx = \int_0^1 w \{-2a - ax(1-x) + x\} dx = 0 \quad (3.170)$$

Bir sonraki adım test fonksiyonunu belirlemektir. Yaklaşık çözüm test fonksiyonuna göre değişmektedir. Ağırlıklı artıklar yöntemi test fonksiyonunun nasıl belirlendiğine göre sınıflandırılabilir. Ağırlıklı artıklar yönteminden bazıları şunlardır:

Kollakasyon Yöntemi

Dirac delta fonksiyonu $\delta(x-x_i)$, test fonksiyonu olarak kullanılır, burada örnekleme noktası x_i , $0 < x_i < 1$ alanına girmelidir. Diğer bir deyişle,

$$w = \delta(x - x_i) \quad (3.171)$$

$x_i=0.5$ için test fonksiyonunu Denklem (3.167)'de kullanarak ağırlıklı artıklar haline getirmeye çalışılırsa

$$I = -2a - a(0.5)(1-0.5) + 0.5 = 0, \quad a = 0.2222 \quad (3.172)$$

buradan yaklaşık çözüm

$$\begin{aligned} \tilde{u} &= ax(1-x), \quad \tilde{u} = 0.2222x(1-x), \\ \tilde{u}(0.5) &= 0.2222(0.5)(1-0.5) = 0.0556 \end{aligned} \quad (3.173)$$

olur.

En Küçük Kareler Yöntemi

Test fonksiyonu kalıntıdan şu şekilde belirlenir:

$$w = \frac{dR}{da} = \frac{-2a - ax(1-x) + x}{da} = -2 - x(1-x) \quad (3.174)$$

Denklem (3.174), Denklem (3.169) 'a uygulandığında,

$$I = \int_0^1 \{-2 - x(1-x)\} \{-2a - ax(1-x) + x\} dx = 0, \quad a = 0.2305 \quad (3.175)$$

Buradan yaklaşık çözüm

$$\begin{aligned} \tilde{u} &= ax(1-x), \quad \tilde{u} = 0.2305x(1-x), \\ \tilde{u}(0.5) &= 0.2305(0.5)(1-0.5) = 0.057625 \end{aligned} \quad (3.176)$$

elde edilir.

Galerkin Yöntemi

Galerkin yöntemi için test fonksiyonu, seçilen deneme fonksiyonundan gelir. Yani

$$w = \frac{d\tilde{u}}{da} = \frac{ax(1-x)}{da} = x(1-x) \quad (3.177)$$

Denklem (3.177), Denklem (3.169)'a uygulandığında,

$$I = \int_0^1 \{x(1-x)\} \{-2a - ax(1-x) + x\} dx = 0, \quad a = 0.2272 \quad (3.178)$$

Buradan yaklaşık çözüm

$$\begin{aligned} \tilde{u} &= ax(1-x), \quad \tilde{u} = 0.2272x(1-x), \\ \tilde{u}(0.5) &= 0.2272(0.5)(1-0.5) = 0.0568 \end{aligned} \quad (3.179)$$

elde edilir. Denklem (3.167)'nin kesin çözümü 0.0566'dır. Görüldüğü gibi, her üç yöntem de Denklem (3.167)'ye makul hassas çözümler getirir. Yaklaşık çözümleri geliştirmek için daha önce seçilen deneme fonksiyonuna daha fazla terim eklenebilir. Örneğin, deneme fonksiyonu

$$\tilde{u} = a_1x(1-x) + a_2x^2(1-x) \quad (3.180)$$

olabilir. Bu deneme fonksiyonunun bilinmesi gereken iki sabiti vardır. Mevcut deneme fonksiyonu kullanılarak kalıntılar tekrar hesaplanacak olursa

$$R = \frac{d^2\tilde{u}}{dx^2} - \tilde{u} + x = a_1(-2 - x + x^2) + a_2(2 - 6x - x^2 + x^3) + x \quad (3.181)$$

Bilinmeyen sabit ile aynı sayıda test fonksiyonuna ihtiyaç vardır. Böylelikle her bir metot için test fonksiyonları aşağıdaki gibidir

$$\text{Kollokasyon Metodu: } w_1 = \delta(x - x_1), \quad w_2 = \delta(x - x_2) \quad (3.182)$$

$$\begin{aligned} \text{En Küçük Kareler Metodu: } w_1 &= -2 - x + x^2, \\ w_2 &= 2 - 6x - x^2 + x^3 \end{aligned} \quad (3.183)$$

$$\text{Galerkin Metodu: } w_1 = x(1-x), \quad w_2 = x^2(1-x) \quad (3.184)$$

Kollakasyon yöntemi için, x_1 ve x_2 , elde edilen ağırlıklı artıklar, bilinmeyen a_1 ve a_2 'yi belirlemek için iki bağımsız denklem üretebilecek şekilde seçilmelidir. En küçük kareler yöntemi, seçilen bir deneme fonksiyonundan bağımsız olarak simetrik bir matris üretir. Galerkin yöntemi simetrik bir matrise yol açacağı kesin değildir. Ancak Galerkin yöntemi, belirli koşullar altında simetrik bir matris oluşturabilir.

Zayıf Formülasyon

Önceki bölümde anlatılan formülasyona ağırlıklı artıklar metodun kuvvetli formülasyonu denir. Kuvvetli formülasyon, diferansiyel denklemde türev teriminin en üst katsayısını içeren $\int_0^1 w \left(\frac{d^2 \tilde{u}}{dx^2} \right) dx$ 'nın değerlendirilmesini gerektirir. Diferansiyel denklem için anlamlı bir yaklaşık çözüm üretmek için integralin sıfır olmayan sonlu bir değere sahip olması gerekir. Bu, deneme fonksiyonunun iki kez türevlenebilir olması ve ikinci türevi ortadan kaldırılmaması gerektiği anlamına gelir. Türevlenebilirlik derecesine göre deneme fonksiyonu gereksinimini azaltmak için kuvvetli formülasyona parçalı integral uygulanır. Denklemin nihai hali

$$I = \int_0^1 w \left(\frac{d^2 \tilde{u}}{dx^2} - \tilde{u} + x \right) dx \quad (3.185)$$

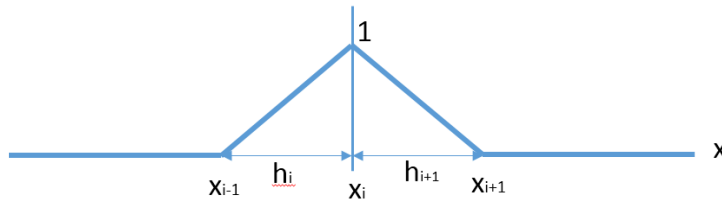
$$= \int_0^1 \left(-\frac{dw}{dx} \frac{d\tilde{u}}{dx} - w\tilde{u} + xw \right) dx + \left[w \frac{d\tilde{u}}{dx} \right]_0^1 = 0$$

olur. Denklemden görüldüğü gibi deneme fonksiyonu ikinci dereceden türevlenebilme yerine birinci dereceden türevlenebilmeye ihtiyaç duyar. Sonuç olarak, deneme fonksiyonu gereksinimi denklem için azaltılır. Bu formülasyona zayıf formülasyon denir. Zayıf formülasyon, test fonksiyonlarının doğrudan seçilen deneme fonksiyonundan elde edildiği galerkin yöntemi için bir avantaja sahiptir. Galerkin yöntemi zayıf formülasyonla sayesinde deneme fonksiyonunun bilinmeyen katsayılarıyla simetrik bir matrise dönüşür. Zayıf formülasyon için $\tilde{u} = ax(1-x)$ deneme fonksiyonunun kullanılması, beklendiği gibi kuvvetli formülasyondan elde edilenle aynı çözümü sağlar. Bununla birlikte, bir parça fonksiyonu deneme fonksiyonu olarak seçildiğinde, güçlü(kuvvetli) formülasyon üzerinde zayıf formülasyonun avantajını görürüz.

Parçalı Sürekli Deneme Fonksiyonu

Zayıf veya güçlü formülasyona bakılmaksızın, yaklaşık bir çözümün doğruluğu seçilen deneme fonksiyonuna bağlıdır. Bununla birlikte, bilinmeyen kesin çözüm için uygun bir deneme fonksiyonu varsaymak kolay bir iş değil. Bilinmeyen kesin çözümün, alanın iki boyutlu veya üç boyutlu problemlerde karmaşık bir şekle sahip olması ve/veya problemin karmaşık sınır koşullarına sahip olması durumunda, deneme fonksiyonu daha da karmaşıklaşacaktır. Bu problemlerin üstesinden gelmek için, deneme fonksiyonu parçalı sürekli fonksiyonlar kullanılarak tanımlanabilir. Bir boyutlu bir bölgede parçalı doğrusal fonksiyonları aşağıdaki gibi düşünülebilir (Şekil 3.11)

$$\phi_i(x) = \begin{cases} (x - x_{i-1})/h_i & x_{i-1} \leq x \leq x_i \\ (x_{i+1} - x)/h_{i+1} & x_i \leq x \leq x_{i+1} \\ 0 & \text{aksihalde} \end{cases} \quad (3.186)$$

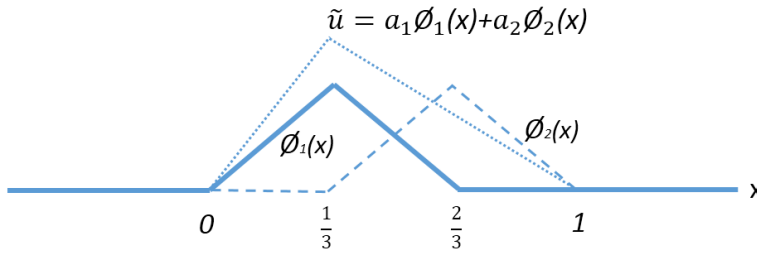


Şekil 3.11. Bir boyutlu bir bölgede tek parçalı doğrusal fonksiyon

Daha iyi bir yaklaşım için deneme fonksiyonuna daha fazla terim eklenebilir ve deneme fonksiyonu

$$\tilde{u} = a_1\phi_1 + a_2\phi_2 \quad (3.187)$$

şeklinde seçilebilir (Şekil 3.12).



Şekil 3.12. Bir boyutlu bir bölgede iki parçalı doğrusal fonksiyon

Bu durumda şekilden yararlanarak ϕ_1 ve ϕ_2 aşağıdaki şekilde elde edilir

$$\phi_1(x) = \begin{cases} 3x & 0 \leq x \leq 1/3 \\ 2-3x & 1/3 \leq x \leq 2/3 \\ 0 & 2/3 \leq x \leq 1 \end{cases} \quad (3.188)$$

$$\phi_2(x) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x \leq 1/3 \\ 3x-1 & 1/3 \leq x \leq 2/3 \\ 3-3x & 2/3 \leq x \leq 1 \end{cases} \quad (3.189)$$

Mevcut deneme fonksiyonu için, problem alanı üç alt alana bölünmüştür ve iki parçalı doğrusal fonksiyonlar kullanılmaktadır. Elbette, yaklaşık çözümün doğruluğunu iyileştirmek için daha fazla bölüm alanı fonksiyonları daha fazla alt alanla birlikte kullanılabilir. Deneme fonksiyonu şu şekilde yazılabilir:

$$\tilde{u} = \begin{cases} a_1(3x) & 0 \leq x \leq 1/3 \\ a_1(2-3x) + a_2(3x-1) & 1/3 \leq x \leq 2/3 \\ a_2(3-3x) & 2/3 \leq x \leq 1 \end{cases} \quad (3.190)$$

Galerkin metodu kullanılırsa test fonksiyonu aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$w_1 = \begin{cases} 3x & 0 \leq x \leq 1/3 \\ 2-3x & 1/3 \leq x \leq 2/3 \\ 0 & 2/3 \leq x \leq 1 \end{cases} \quad (3.191)$$

$$w_2 = \begin{cases} 0 & 0 \leq x \leq 1/3 \\ 3x-1 & 1/3 \leq x \leq 2/3 \\ 3-3x & 2/3 \leq x \leq 1 \end{cases} \quad (3.192)$$

Bu durumda Denklem (3.167) tekrar ele alınacak olursa

$$I_1 = \int_0^1 \left(-\frac{dw_1}{dx} \frac{d\tilde{u}}{dx} - w_1 \tilde{u} + xw \right) dx + \left[w_1 \frac{d\tilde{u}}{dx} \right]_0^1 = 0 \quad (3.193)$$

$$I_2 = \int_0^1 \left(-\frac{dw_2}{dx} \frac{d\tilde{u}}{dx} - w_2 \tilde{u} + xw \right) dx + \left[w_2 \frac{d\tilde{u}}{dx} \right]_0^1 = 0$$

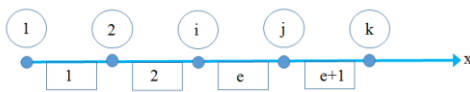
Burada $w_1(0) = w_1(1) = w_2(0) = w_2(1) = 0$ olduğu için $\left[w \frac{d\tilde{u}}{dx} \right]_0^1$ ihmal edilir. Ardından Denklem (3.191) ve (3.192), Denklem (3.193)'de kullanılarak a_1 ve a_2 elde edilebilir. Sonuç olarak yaklaşık çözüm, $\tilde{u} = 0.0448\phi_1(x) + 0.0569\phi_2(x)$, olarak elde edilir. Burada şunu unutmamak gerekir ki zayıf formülasyon yerine güçlü formülasyon kullanılırdı test fonksiyonu iki kere türevlenebilir olmaması nedeniyle sonuç vermeyecekti.

3.4.2. Galerkin sonlu elemanlar formülasyonu

Deneme fonksiyonu için parçalı sürekli fonksiyonların kullanılması avantajlara sahiptir. Parçalı fonksiyonlarda alt alan sayısını arttırarak, basit parçalı doğrusal fonksiyonların toplamını kullanarak karmaşık bir fonksiyonu temsil edebiliriz. Bu durumda, alt alanlara sonlu elemanlar denir. Bu bölüm ağırlıklı artıkların sonlu elemanlar ve parçalı sürekli fonksiyonları kullanarak sistematik bir şekilde nasıl hesaplanacağını göstermektedir. Önceki bölümde, parçalı sürekli fonksiyonlar genelleştirilmiş katsayılarla tanımlanmıştır. Sistematik formülasyon için, parçalı sürekli fonksiyonlar, düğüm değişkenleri ile tanımlanır.

3.4.2.1. Çubuk için şekil fonksiyonu

Şekil 3.13'de gösterilen bir alt alan veya sonlu eleman düşünülür. Eleman her iki ucunda bir tane olmak üzere iki düğüme sahiptir. Her düğüme, karşılık gelen koordinat değeri ve düğüm değişkeni atanır (Omurtag 2010).

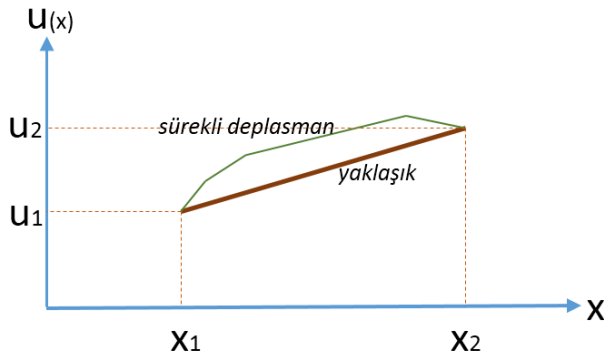


Şekil 3.13. Doğru eksenli bir çubuğun alt bölgeleri

Örneğin, e elemanın i ve j noktalarındaki yer değiştirmeleri sırasıyla u_i ve u_j ile ifade edilecek olursa, eleman üzerindeki herhangi bir noktadaki yerdeğiştirme u^e , deneme fonksiyonu (şekil fonksiyonu) olarak

$$u^e = [1 \quad x] \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} \quad (3.194)$$

olur. Elemandaki düğüm noktası ile şekil fonksiyonları sayısı birbirine eşittir. Dolayısıyla her düğüm noktası için şekil fonksiyonlarının bir sayısal değeri olacaktır. Şekil fonksiyonu seçimi için diferansiyel denklemin derecesinden bir küçük olacak şekilde birinci dereceden yani; iki düğüm noktası arasında lineer değişimi olduğunu düşünülebilir (Şekil 3.14).



Şekil 3.14. Linear yaklaşım ile deplasman dağılımı

Bu durumda,

$$u_i = c_1 + c_2 x_i \quad \text{ve} \quad u_j = c_1 + c_2 x_j \quad (3.195)$$

Denklemlerde c_1 ve c_2 'yi çekilirse,

$$c_1 = \frac{u_i x_j - u_j x_i}{x_j - x_i} \quad \text{ve} \quad c_2 = \frac{u_j - u_i}{x_j - x_i} \quad (3.196)$$

olur. $x_j - x_i = L$ denilir ve ardından ifade düzenlenirse,

$$u^e = \left(\frac{x_j - x}{L} \quad \frac{x - x_i}{L} \right) \begin{bmatrix} u_i \\ u_j \end{bmatrix} \quad (3.197)$$

elde edilmiş olur. Bu durumda doğrusal şekil fonksiyonları,

$$\phi_1(x) = \frac{x_j - x}{L} \quad \text{ve} \quad \phi_2(x) = \frac{x - x_i}{L} \quad (3.198)$$

şeklinde tanımlanır. Her şekil fonksiyonu kendi düğüm noktası üstünde birim şiddetinde iken, diğer düğüm noktalarında sıfır olur. Düğüm noktası değerleri;

$$u^e = \phi u^{(e)} \quad (3.199)$$

denilebilir. Burada,

$$\Phi = \{\Phi_1 \quad \Phi_2\} \text{ ve } u^{(e)} = \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \end{Bmatrix} \quad (3.200)$$

dir. Böylece doğrusal şekil fonksiyonlarına ulaşılmış olur. Şekil fonksiyonu için yerel takımında tarifli, boyutsuz ve normalize edilmiş ($0 \leq \xi \leq 1$) bir koordinat kullanılabilir. Bu durumda lineer interpolasyon yapılmalıdır. Yöntem sırasında ileri sonlu fark kullanılacak olursa,

x	ξ	$\Delta\xi$
x_i	0	1
x_j	1	

$$\xi = \xi_i + s\Delta\xi_i \quad \text{ve} \quad s = \frac{x-x_i}{L} \quad (3.201)$$

olduğuna göre,

$$\xi = \frac{x - x_i}{L} \quad (3.202)$$

sonucuna ulaşılmış olur.



Şekil 3.15. Koordinatı $0 \leq \xi \leq 1$ olarak tarif edilen sonlu eleman

Boyutsuz ξ koordinatı cinsinden şekil fonksiyonları için ise Lagrange interpolasyon polinomu kullanılacak olursa,

$$u(x) = \sum_{m=1}^n L_m(x)u_m \quad (3.203)$$

$$L_m(x) = \frac{(\xi - \xi_1)(\xi - \xi_2) \dots (\xi - \xi_{m-1})(\xi - \xi_{m+1}) \dots (\xi - \xi_n)}{(\xi_m - \xi_1)(\xi_m - \xi_2) \dots (\xi_m - \xi_{m-1})(\xi_m - \xi_{m+1}) \dots (\xi_m - \xi_n)} \quad (3.204)$$

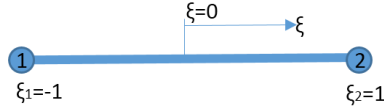
Şekil 3.15 için yer değiştirme hesaplanacak olursa

$$u^e = \left(\frac{\xi - 1}{0 - 1} \right) u_i + \left(\frac{\xi - 0}{1 - 0} \right) u_j \quad (3.205)$$

şeklinde bulunur. Buradan da,

$$\Phi_1 = 1 - \xi \text{ ve } \Phi_2 = \xi \quad (3.206)$$

elde edilmiş olur.



Şekil 3.16. Koordinatı $-1 \leq \xi \leq 1$ olarak tarif edilen sonlu eleman

Şekil 3.16 için yer değiştirme hesaplanacak olursa

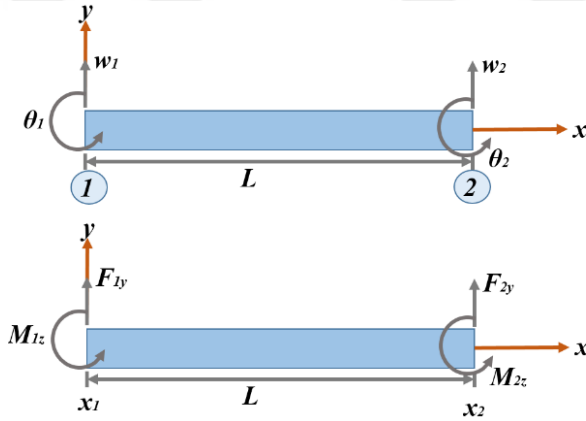
$$u^e = \left(\frac{(\xi - 1)}{(-1 - 1)} \right) u_i + \left(\frac{(\xi - (-1))}{(1 - (-1))} \right) u_j \quad (3.207)$$

şeklinde bulunur. Buradan da,

$$\phi_1 = \frac{1}{2}(1 - \xi) \text{ ve } \phi_2 = \frac{1}{2}(1 + \xi) \quad (3.208)$$

elde edilmiş olur.

3.4.2.2. Kiriş için şekil fonksiyonu



Şekil 3.17. Eğilme elemanı için pozitif yönünün tarifi **a)** deplasman parametreleri **b)** yük parametreleri

Deformasyon parametreleri her iki düğümde 2'şer tane olduğundan (u_y ve $\theta_z = \frac{du_y}{dx}$), dört bilinmeyen parametreye sahip bir polinom değerlendirilmelidir (Öchsner ve Merkel 2012)

$$u_y(x) = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 x^2 + \alpha_3 x^3 = [1 \quad x \quad x^2 \quad x^3] \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix} \quad (3.209)$$

Dönme $\theta_z = \frac{du_y}{dx}$ şeklinde ifade edildiğine göre denklemin bir kere x 'e göre türevinin alınmasıyla

$$\theta_z(x) = \frac{du_y(x)}{dx} = \alpha_1 + 2\alpha_2 x + 3\alpha_3 x^2 \quad (3.210)$$

$x = 0$ ve $x = L$ noktalarında her iki düğümdeki deformasyon dağılımlarının ($u_y(x)$ ve $\theta_z(x)$) değerlendirilmesi için aşağıdakilerin sağlanması gerekir.

$$\text{birinci düğümde } u_y(0) = \alpha_0, \quad (3.211)$$

$$\theta_z(0) = \alpha_1$$

$$\text{ikinci düğümde } u_y(L) = \alpha_0 + \alpha_1 L + \alpha_2 L^2 + \alpha_3 L^3$$

$$\theta_z(L) = \alpha_1 + 2\alpha_2 L + 3\alpha_3 L^2$$

Yukarıda elde edilen ifadeler matris formunda yazılacak olursa

$$\begin{bmatrix} u_{1y} \\ \theta_{1z} \\ u_{2y} \\ \theta_{2z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & L & L^2 & L^3 \\ 0 & 1 & 2L & 3L^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix} \quad (3.212)$$

Denklem (3.212)'ten $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ katsayıları çekilecek olursa

$$\begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -3 & -2 & 3 & -1 \\ \frac{2}{L^3} & \frac{1}{L^2} & -\frac{2}{L^3} & \frac{1}{L^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{1y} \\ \theta_{1z} \\ u_{2y} \\ \theta_{2z} \end{bmatrix} \quad (3.213)$$

Buradan Denklem (3.213)'ün Denklem (3.209)'da kullanılmasıyla şekil fonksiyonları aşağıdaki gibi elde edilir

$$\phi = \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3 \\ L(1 - 2\xi^2 + \xi^3) \\ 3\xi^2 - 2\xi^3 \\ L(\xi^2 - \xi^3) \end{Bmatrix} \quad (3.214)$$

3.4.3. Çubuk yönetici denkleminde ağırlıklı artıklar yönteminin uygulanması

3.4.3.1. Eksenel titreşim

Sonlu elemanlar formülasyonu yaklaşık fonksiyonların belirlenmesi ile kesin sonuca yaklaşık değerlerin elde edilmesine dayanır. Eksenel titreşimin probleminin kesin çözümünde denklemin sağ tarafının sıfıra eşit olması gerekmektedir. Denkleminde eksenel deplasman u yaklaşık yöntemle çözülmeye çalışıldığında, denklemin sağ tarafı tam olarak sıfıra eşit olmaz. Bu durumda kalıntı aşağıdaki şekilde ifade edilir

$$EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - (EA \alpha \Delta T)' + f(x) - k_w u(x) - \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.215)$$

$$= \text{artık}$$

$$-(e_0 a)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(f(x) - k_w u(x) - \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) = 0$$

Sonlu elemanlar yöntemi bu kalıntıyı sıfır yapamaz. Aksine sonlu elemanlar ağırlıklı artık (kalıntı) yı sıfır yapmaya çalışır. Denklem (3.215) ağırlıklı artığı tanımlamak amacıyla ifade edilecek olan w ile çarpılır.

$$w \left[\begin{array}{l} EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - (EA \alpha \Delta T)' + f(x) - k_w u(x) - \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(f(x) - k_w u(x) - \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) \end{array} \right] = \text{ağırlıklı} \quad (3.216)$$

artık

Ağırlıklı artık (kalıntı) hesaplama uzunluğu üzerinden integre edilirse,

$$\int_0^L w \left[\begin{array}{l} EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - (EA \alpha \Delta T)' + f(x) - k_w u(x) - \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(f(x) - k_w u(x) - \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) \end{array} \right] dx \quad (3.217)$$

= ortalama ağırlıklı artık

Denklem (3.217) sekiz integrale ayrılabilir,

$$I = \int_0^L w EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} dx - \int_0^L w (EA \alpha \Delta T)' dx + \int_0^L w f(x) dx \quad (3.218)$$

$$- \int_0^L w k_w u(x) dx - \int_0^L w \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} dx - \int_0^L (e_0 a)^2 w \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} dx + \int_0^L (e_0 a)^2 k_w \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} dx$$

$$+ \int_0^L w (e_0 a)^2 \rho A \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) dx = \text{ortalama ağırlıklı artık}$$

Denkleme zincir kuralı uygulanırsa,

$$I_1 = \int_0^L w EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} dx = w EA \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_0^L - \int_0^L EA \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} dx \quad (3.219)$$

Burada dikkat edilecek husus zincir kuralı uygulanırken, diferansiyel denklemlerin mertebelerinin eşit olmasıdır. Benzer kural diğer integrallere de uygulanır ve elde edilen ifadeler Denklem (3.218)'de yerine konulursa, aksel yer değiştirme u , ortalama ağırlıklı artık sıfır olacak şekilde sonlu elemanlar yöntemi ile çözülebilir. Diferansiyel denklemin zayıf formülasyonu

$$\int_0^L \left[EA \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} - EA \alpha \Delta_T \frac{\partial w}{\partial x} - wf(x) + wk_w u(x) + \rho A w \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right. \\ \left. + (e_0 a)^2 f(x) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + (e_0 a)^2 k_w \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + (e_0 a)^2 \rho A \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial t^2} \frac{\partial w}{\partial x} \right] dx \quad (3.220)$$

Sınır koşullarınca deplasmanın ağırlıklı değerleri

$$w \left(EA \frac{\partial u}{\partial x} - EA \alpha_T \Delta_T + (e_0 a)^2 \left(-\frac{\partial f}{\partial x} + k_w \frac{\partial u}{\partial x} + \rho A \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial t^2} \right) \right) + f \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_0^L \quad (3.221)$$

Buradan yola çıkarak

$$\{u^e\} = [\phi_1 \quad \phi_2] \begin{bmatrix} u_i \\ u_j \end{bmatrix}, \quad (3.222)$$

Olduğu tekrar hatırlanırsa, Birim şekil değiştirmeler ve yer değiştirmeler arasında kurulan kinematik bağıntı,

$$\frac{\partial u}{\partial x} = D^k u, \quad \frac{\partial u}{\partial x} = (D^k \phi) u^{(e)} \quad (3.223)$$

olarak ifade edilebilir. Yukarıdaki denklemi, türev operatörünü şekil fonksiyonları üstüne kaydırarak tekrar düzenlersek,

$$\frac{\partial u}{\partial x} = B u^{(e)} \quad (3.224)$$

elde edilir. Burada B , bir türev operatörü olan D^k 'nin şekil fonksiyonları üstüne uygulanması olup,

$$B = D^k \phi \quad (3.225)$$

Buradan yola çıkarak,

$$\int_0^L EA (B^T B) u dx + k_w [\phi^T \phi] + (e_0 a)^2 k_w [B^T B] \\ + \int_0^L \rho A \{ (e_0 a)^2 [B^T B] + [\phi^T \phi] \} \ddot{u} dx \\ = \int_0^L EA \alpha \Delta_T B^T dx + \int_0^L f \phi^T dx \\ - \int_0^L (e_0 a)^2 (B^T)' f dx \quad (3.226)$$

Bu denklemi en genel halde aşağıdaki şekilde yazabiliriz

$$Ku + (M_Y + M_{Y0})\ddot{u} = P + f_T + f_Y + f_{Y0} \quad (3.227)$$

3.4.3.2. Burulmalı titreşim

Eksenel titreşimdeki benzer işlemler burada da yapıldığında

$$\int_0^L GJ(B^T B)u dx + \int_0^L \rho J \{ (e_0 a)^2 [B^T B] + [\phi^T \phi] \} \ddot{u} dx = 0 \quad (3.228)$$

3.4.4. Kiriş yönetici denklemine ağırlıklı artıklar yönteminin uygulanması

Varyasyonel ilkenin bilinmesi durumunda, sonlu elemanlar denklemleri, enerji yöntemleri ile elde edilebilir. Fakat katı cisimler mekaniğin dışında bazı alanlarda varyasyonel ilke mevcut olmayabilir. Bu durumda sadece diferansiyel denklemler ve sınır koşulları vardır. Böyle bir durumda, sonlu elemanlar denklemleri ağırlıklı artıklar yöntemiyle elde edilebilir. Sonlu elemanlar yöntemi, kesin çözümü temsil eden fonksiyonların tanımına dayanır. Deplasman için kesin çözüm, diferansiyel denklemin sağ tarafının tam olarak sıfıra eşit olması gerekliliğidir. Enine yer değiştirme için yaklaşık çözümde, sonuç sıfıra eşit olmayacaktır. Yerel olmayan Euler-Bernoulli kiriş teorisine göre Denklem (3.143) veya (3.161) ile elde edilen en genel halde hareket denkleminin zayıf formunu elde etmek için kalıntı aşağıdaki şekilde ifade edilebilir

$$I = \left[\rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + (e_0 a)^2 \left(-\rho A \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} + Q \delta''(x-a) \right) \right] \quad (3.229)$$

$$+ \left[(k_p - EA \alpha \Delta T) \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - k_w \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right]$$

$$+ \left[EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - (k_p - EA \alpha \Delta T) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + k_w w - q - Q \delta(x-a) \right] = \text{artık}$$

Denklem (3.229), ağırlıklı artığı tanımlamak için bir ağırlıklandırma fonksiyonuyla (ϕ) çarpılır. Amaç ortalama ağırlıklı artığı sıfıra eşitlemektir. Ağırlıklı artık uzunluğu boyunca integrali aşağıdaki şekilde alınır.

$$\int_0^L \phi I dx = 0 \quad (3.230)$$

Denklem (3.230) en genel halde yazılacak olursa

$$\int_0^L \left[\begin{aligned} & \phi \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \phi (e_0 a)^2 \rho A \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} + (e_0 a)^2 (k_p - EA \alpha \Delta T) \phi \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \\ & + \phi (e_0 a)^2 \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} + \phi (e_0 a)^2 Q \delta''(x-a) \\ & - (e_0 a)^2 k_w \phi \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + EI \phi \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - (k_p - EA \alpha \Delta T) \phi \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ & + k_w \phi w - q \phi - Q \delta(x-a) \phi \end{aligned} \right] dx = 0 \quad (3.231)$$

Denklem (3.231)'e zincir kuralı uygulandığında, zayıf formdaki diferansiyel denklem

$$\int_0^L \left[\begin{aligned} &\rho A \phi \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + (e_0 a)^2 \rho A \phi' \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial t^2} + (e_0 a)^2 (k_p - EA \alpha \Delta T) \phi'' \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ &+ \phi'' (e_0 a)^2 q + \phi'' (e_0 a)^2 Q \delta(x-a) \\ &+ (e_0 a)^2 k_w \phi' \frac{\partial w}{\partial x} + EI \phi'' \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + (k_p - EA \alpha \Delta T) \phi' \frac{\partial w}{\partial x} \\ &+ k_w \phi w - q \phi - Q \delta(x-a) \phi \end{aligned} \right] dx \quad (3.232)$$

En genel halde bir eleman için Denklem (3.232) aşağıdaki şekilde ifade edilebilir

$$\int_0^L \left[\begin{aligned} &EI \{\phi''\} [\phi''] + (k_p - EA \alpha \Delta T) \{\phi'\} [\phi'] + (e_0 a)^2 (k_p - EA \alpha \Delta T) \{\phi''\} [\phi''] \\ &+ k_w \{\phi\} [\phi] + (e_0 a)^2 k_w \{\phi'\} [\phi'] \\ &- q \{\phi\} + (e_0 a)^2 q \{\phi''\} - Q \delta(x-a) \{\phi\} + (e_0 a)^2 Q \delta(x-a) \{\phi''\} \end{aligned} \right] dx \quad (3.233)$$

$$+ \int_0^L [\rho A \{\phi\} [\phi] + (e_0 a)^2 \rho A \{\phi'\} [\phi']] \ddot{w} dx = 0$$

3.4.5. Sonlu elemanlar yönteminde kütle matrisi üzerine

Kütle matrisi, bir elamanın kütlelerinin sürekli dağılımının bir temsilidir. Görünüşte basit bir konu olmasına rağmen, kütle matrislerinin gelişimi, geçmişte farklı yaklaşımlar kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Bu yaklaşımlar ile ilgili bilgiler bu bölümde ele alınmaktadır. Ek bilgi için, Cook vd. (1974), Hughes (1987) ve Zienkiewicz ve Taylor (1977), Kaliakin (2014)'den yararlanılabilir.

3.4.5.1. Sürekli kütle modeli

Kütle matrisi aşağıdaki formül ile hesaplanır

$$[M] = \int_V \rho [\phi]^T [\phi] dV \quad (3.234)$$

Burada ρ yoğunluğu ifade etmektedir. Denklem (3.234) ile elde edilen kütle matrisi sürekli (tutarlı) olarak adlandırılmıştır. Sürekli kütle matrisleri simetrik ve genellikle doludur. Bir araya getirildiğinde, $[K]$ matrisi ile aynı aralıklarla birleştirilir. Çubuk eleman için sürekli kütle matrisi elde edilecek olursa daha önce elde edilen aşağıdaki şekil fonksiyonları kullanılabilir

$$N_1 = \frac{1}{2}(1 - \xi) \text{ ve } N_2 = \frac{1}{2}(1 + \xi) \quad (3.235)$$

Sürekli kütle matrisi aşağıdaki şekilde hesaplanır

$$[M] = \int_V \rho [\phi]^T [\phi] dV = \int_{-1}^1 \rho [\phi]^T [\phi] A \left(\frac{L}{2} d\xi\right) \quad (3.236)$$

$$= \frac{\rho AL}{2} \int_{-1}^1 \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} [\phi_1 \quad \phi_2] d\xi \quad (3.237)$$

$$= \frac{\rho AL}{2} \int_{-1}^1 \begin{bmatrix} \phi_1 \phi_1 & \phi_1 \phi_2 \\ \phi_1 \phi_2 & \phi_2 \phi_2 \end{bmatrix} d\xi \quad (3.238)$$

$$= \frac{\rho AL}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (3.239)$$

Burada ρ , A , h sırasıyla elemanın yoğunluğu, sabit kesit alanını ve uzunluğunu temsil eder.

3.4.5.2. Topaklanmış kütle modeli

Dinamik sonlu elemanlar analizinde, elemanların kütlesi, yoğunlaştırılmış halde bir kütle mevcut olmasa bile, düğüm noktalarında biriktirilir. Dolayısıyla diyogonal bir kütle matrisi elde edilir. Topaklama işlemi genel olarak eleman üzerindeki her düğüm için kütle parçasının etki ettirilmesiyle olur ve aşağıdaki formülle ifade edilebilir.

$$\sum_{j=1}^{N_{en}} \bar{m}_j = \int_V \rho dV \quad (3.240)$$

Burada N_{en} ile ifade edilmek istenen eleman içindeki düğümlerin toplam serbestlik derecesidir. Keyfi olarak atanmadığı sürece, topaklanmış kütlelerin dönme eylemsizliği yoktur. Oldukça basit unsurlar için, kütle topaklanması, yüksek dereceli elemanlar ve/veya düzensiz geometrilere sahip elemanlar için daha sistematik yaklaşımlar gereklidir. Daha sık kullanılan yaklaşımlardan birkaçı aşağıdaki açıklanacaktır.

-Alternatif İnterpolasyon Fonksiyonları Kullanarak Topaklaştırma (Köşegenleştirme)

Pratik olarak bu yaklaşım yalnızca basit öğeler için geçerlidir. Tutarlı kütle matrisinin yerine, aşağıda girdileri verilen kütle matrisinin değiştirilmesiyle topaklaştırma işlemi yapılır.

$$m_{ij} = \int_V \rho \phi_i \phi_j dV, \bar{m}_{ij} = \int_V \rho \phi_i^* \phi_j^* dV \quad (3.241)$$

Burada N_i^* parçalı sabiti temsil etmektedir. Bu fonksiyonlar, elemanın tamamında tanımlanır; böylece, i düğümünde $N_i^* = 1$ ve diğer tüm düğümlerde $N_i^* = 0$ olur. Olağan sonlu elemanlar kriterlerinin sağlanması şartıyla, farklı interpolasyon fonksiyonları ile de böyle bir yaklaşım kabul edilebilir. Bu yöntem en genel anlamda aşağıdaki şekilde tanımlanabilir.

$$\sum_{i=1}^{N_{en}} \phi_i^* = 1 \quad (3.242)$$

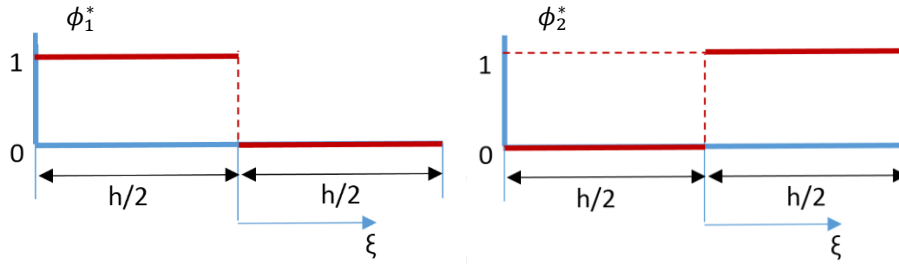
Çubuk elemanda topaklanmış kütle matrisi elde etmek için aşağıdaki interpolasyon fonksiyonları seçilebilir (Şekil 3.18).

$$\phi_1^* = 1 - H(\xi); \phi_2^* = H(\xi) \quad (3.243)$$

Burada

$$H(\xi) = \begin{cases} 1 & \xi > 0 \\ 0 & \xi \leq 0 \end{cases} \quad (3.244)$$

şeklinde birim basamak fonksiyonunu tanımlar.



Şekil 3.18. Alternatif interpolasyon fonksiyonları

Ya $\phi_1^* = 1$ ya da $\phi_2^* = 1$ olduğundan

$$\phi_1^* \phi_1^* = \phi_2^* \phi_2^* = 1 \quad (3.245)$$

Dolayısıyla

$$\phi_1^* \phi_2^* = \phi_2^* \phi_1^* = 0 \quad (3.246)$$

Elde edilen sonuçları daha genel bir formda yazmak gerekirse

$$\int_{-1}^1 \phi_1^* \phi_1^* d\xi = \int_{-1}^0 d\xi = 1, \int_{-1}^1 \phi_2^* \phi_2^* d\xi = \int_0^1 d\xi = 1 \quad (3.247)$$

Denklem (3.241)'de Denklem (3.247)'nin kullanılmasıyla topaklanmış kütle matrisi

$$[\bar{M}] = \frac{\rho AL}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.248)$$

olur.

- Satır Toplama Yöntemi Kullanarak Topaklaştırma (Köşegenleştirme)

Bu yaklaşımda, topaklanmış eleman kütle matrisinin girdileri,

$$\bar{m}_{ii} = \sum_{j=1}^{N_{en}} m_{ij}; i = 1, 2, \dots, N_{en} \quad (3.249)$$

burada m_{ij} sürekli kütle matrisi için hesaplanan değerlerdir ve tekrarlanan indeksler üzerinde herhangi bir toplam bulunmamaktadır. Genel olarak

$$m_{ij} = \int_V \rho \phi_i \phi_j dV, \quad (3.250)$$

$$\begin{aligned} \bar{m}_{ii} &= \sum_{j=1}^{N_{en}} m_{ij} = \sum_{j=1}^{N_{en}} \int_V \rho \phi_i \phi_j dV \\ &= \int_V \rho \phi_i (\sum_{j=1}^{N_{en}} \phi_j) dV = \int_V \rho \phi_i dV \end{aligned} \quad (3.251)$$

Elde edilir. Çubuk eleman için topaklanmış kütle matrisini elde ederken her bir elemandaki iki düğüm ve her düğümde tek serbestlik derecesi bulunmaktadır. Dolayısıyla

$$\bar{m}_{ii} = \sum_{j=1}^2 m_{ij}; i = 1,2 \quad (3.252)$$

Denklem (3.252)'deki sürekli kütle matrisinde $i=1$ için;

$$\bar{m}_{11} = \sum_{j=1}^2 m_{1j} = \frac{\rho AL}{6} (2 + 1) = \frac{\rho AL}{2} \quad (3.253)$$

Benzer şekilde

$$\bar{m}_{22} = \frac{\rho AL}{2} \quad (3.254)$$

Sonuç olarak alternatif interpolasyon fonksiyonlarıyla aynı kütle matrisi elde edilmiş olur

$$[\bar{M}] = \frac{\rho AL}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.255)$$

- Diyagonal Ölçek Kullanarak Topaklaştırma (Köşegenleştirme)

Bu yöntemdeki mantık sürekli kütle matrisinin diyagonal elemanlarının bir sabit katı olacak şekilde topaklanmış kütle matrisinin elemanları oluşmaktadır. Şöyle ki

$$\bar{m}_{ii} = c m_{ii}; i=1,2,\dots, N_{em} \quad (3.256)$$

Burada c sürekli kütle değerleri kullanarak elde edilen bir sabittir. Bundan sonraki aşamada aşağıdaki adımlar izlenmelidir.

- Sürekli kütle matrisinin diyagonal elemanları bulunur
- Elemanın toplam kütlesi (M) hesaplanır
- Aynı yöndeki serbestlik dereceleri ile ilişkili diyagonal katsayıları toplayarak bir skaler sabiti c hesaplanır
- Tüm diyagonal katsayıları, M/c oranıyla çarpılır, böylece elemanın toplam kütlesi korunur. Bu yöntemin en önemli özelliği her zaman pozitif toplanmış kütleler üretmesidir. Bu adımları çubuk eleman için uygulayacak olursak (Cook vd. 1974; Hughes 1987)
- Tek bir düğüm için diyagonal elemanlar Denklem (3.256) yardımıyla aşağıdadır

$$m_{11} = m_{22} = \frac{2\rho AL}{6} \quad (3.257)$$

- Toplam kütle (M) aşağıdaki gibi ise

$$M = \rho AL \quad (3.258)$$

-c katsayısının hesabı tek bir elemanın aynı yöndeki diyagonal elemanların toplanmasıyla

$$c = m_{11} + m_{22} = \frac{\rho AL}{6} (2 + 2) \quad (3.259)$$

- 1 ve 2 numaralı satırlar için M/c oranı Denklem (3.258)'in Denklem (3.259)'a bölünmesiyle,

$$M/c = \frac{\rho AL}{\frac{4\rho AL}{6}} = \frac{3}{2} \quad (3.260)$$

Bundan sonraki adımda Denklem (3.256)'ya tekrar dönülecek olursa

$$\bar{m}_{11} = \frac{3}{2} \left(\frac{2\rho AL}{6} \right) = \frac{\rho AL}{2}, \quad \bar{m}_{22} = \frac{3}{2} \left(\frac{2\rho AL}{6} \right) = \frac{\rho AL}{2} \quad (3.261)$$

Sonuç olarak diğer iki yöntemle aynı kütle matrisi elde edilmiş olur

$$[\bar{M}] = \frac{\rho AL}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.262)$$

-Düğüm Quadrature Yöntemi Kullanarak Topaklaştırma (Köşegenleştirme)

$p=[N]$ 'deki en yüksek tam polinom derecesini ve m =çarpma enerjisi ifadesinde en yüksek mertebeden türevi ifade etmek üzere, $2(p-m)$ hassasiyet derecesine sahip bir kuralı, karşılaştırılabilir doğruluk sağlayacak ve sürekli kütle matrisleri ile hali hazırda sonlu elemanlar analizinde var olanın ötesinde herhangi bir yakınsaklık kaybı yaşamayacaktır. Bu şekilde entegre olan diyagonal kütle matrislerinin optimal olarak toplandığı söylenir. Çubuk eleman için $p=1$ ve $m=1$, dolayısıyla $2(p-m)=0$ olur. Düğüm noktaları olarak düğümleri kullanan en basit formül, Trapez kuralıdır (yani, $n = 1$ için Newton-Cotes formülüdür);

$$\int_{x_0}^{x_1} f(x) dx \approx \left(\frac{x_1 - x_0}{2} \right) [f(x_0) + f(x_1)] \quad (3.263)$$

Burada $\left(\frac{x_1 - x_0}{2} \right) = \frac{1 - (-1)}{2} = 1$ olmaktadır.

$$[\bar{M}] = \int_{-1}^1 \rho A [\phi]^T [\phi] \left(\frac{L}{2} d\xi \right) \quad (3.264)$$

$$\approx \frac{\rho AL}{2} [([\phi]^T[\phi])|_{\xi=-1} + ([\phi]^T[\phi])|_{\xi=1}]$$

Daha açık formda yazılacak olursa

$$[N]^T[N] = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} [\phi_1 \quad \phi_2] = \begin{bmatrix} \phi_1\phi_1 & \phi_1\phi_2 \\ \phi_1\phi_2 & \phi_2\phi_2 \end{bmatrix} \quad (3.265)$$

Burada $\phi_1 = \frac{1}{2}(1 - \xi)$ ve $\phi_2 = \frac{1}{2}(1 + \xi)$ ise

$$\phi_1\phi_1 = \frac{1}{4}(1 - \xi)^2 = \begin{cases} 1 & \text{için } \xi = -1 \\ 0 & \text{için } \xi = +1 \end{cases} \quad (3.266)$$

$$\phi_1\phi_2 = \frac{1}{4}(1 - \xi^2) = \begin{cases} 0 & \text{için } \xi = -1 \\ 0 & \text{için } \xi = +1 \end{cases} \quad (3.267)$$

$$\phi_2\phi_2 = \frac{1}{4}(1 + \xi)^2 = \begin{cases} 0 & \text{için } \xi = -1 \\ 1 & \text{için } \xi = +1 \end{cases} \quad (3.268)$$

Sonuç olarak topaklanmış kütle matrisi

$$[\bar{M}] = \frac{\rho AL}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.269)$$

-Yüksek Dereceden Kütle Matrisleri

Hughes (1987) tarafından tartışılan bir konu sürekli kütle matrislerinin diyagonal olmayan kütle matrisleri içinde en iyi sonuç vermediği gerçeğidir. Bazı durumlar için sürekli kütleye üstün doğruluk sergileyen diyagonal olmayan kütle matrisleri geliştirilmiştir. Bununla birlikte yüksek dereceli kütle matrislerini elde etmede, henüz genel bir teori yokken, yerel olmayan elastisite teorisi belki de bize yardımcı olacaktır. Klasik iki düğümlü bir çubuk eleman düşünülecek olursa sürekli ve topaklanmış kütle matrisleri

$$[M] = \frac{\rho AL}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (3.270)$$

$$[\bar{M}] = \frac{\rho AL}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.271)$$

şeklindedir. Aşağıdaki yüksek dereceli kütle matrisi Goudreau (1970) tarafından bulunmuştur.

$$[\check{M}] = \frac{\rho AL}{12} \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} \quad (3.272)$$

Dördüncü dereceden doğru frekansları veren bu kütle matrisi $[\tilde{M}]$, $[M]$ ve $[\bar{M}]$ matrislerinin ortalaması alınarak hesaplanabilir.

$$[\tilde{M}] = \frac{1}{2}([M] + [\bar{M}]) \quad (3.273)$$

Hughes (1987), $[\tilde{M}]$ kütle matrisinin aşağıdaki alternatif biçimde türetilebileceğini belirtmiştir

$$\begin{aligned} [\tilde{M}] &= [M] + \left(\frac{1}{6} - r\right)[K] \\ &= \frac{\rho AL}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} + \left(\frac{1}{6} - r\right) \rho AL \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.274)$$

Burada $r = 1/12$ alınır

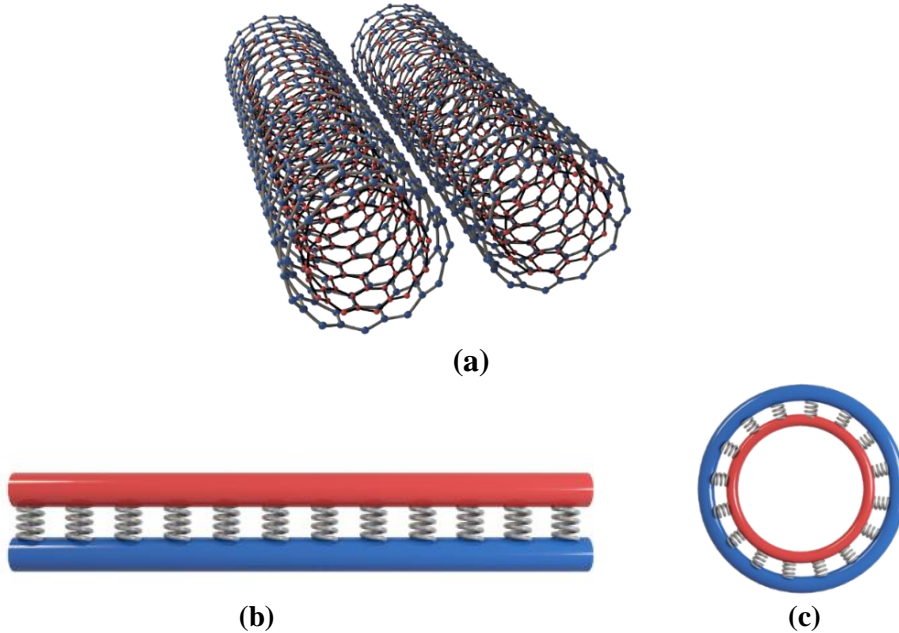
$$[\tilde{M}] = \frac{\rho AL}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} + \frac{\rho AL}{12} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{\rho AL}{12} \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} \quad (3.275)$$

$r = 0$ alınır Goudreau (1970) tarafından önerilen matrise karşılık gelir

$$[\tilde{M}] = \frac{\rho AL}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} + \frac{\rho AL}{6} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{\rho AL}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.276)$$

Son olarak $r = 1/6$ alınır sürekli kütle matrisi elde edilir.

3.4.6. İkili nanotüp sistemi-çift duvarlı nanotüp sistemi



Şekil 3.19. a) Çift duvarlı ikili nanotüp sistemi; b) İkili nanotüpün sürekli modeli; c) Çift duvarlı nanotüpün sürekli modeli

İkili nanotüp veya çift duvarlı nanotüp sisteminin (Şekil 3.19) kiriş olarak modellenmesi sırasında denklemlerin elde edilmesi tamamen aynıdır. Bunun yanında çift duvarlı nanotüp sisteminin sınır koşulları olarak iki tarafı basit mesnet sınır koşulu düşünülmesi belki de daha doğrudur. Sonuç olarak iki adet yönetici denklem elde edilir (Karlicic vd. 2015)

1. nanokiriş

$$E_1 I_1 w_1''''(x,t) + k_w [w_1(x,t) - w_2(x,t)] - (e_0 a)^2 k_w [w_1''(x,t) - w_2''(x,t)] + m_1 \ddot{w}_1(x,t) - (e_0 a)^2 m_1 \ddot{w}_1''(x,t) = 0 \quad (3.277)$$

2. nanokiriş

$$E_2 I_2 w_2''''(x,t) - k_w [w_1(x,t) - w_2(x,t)] + (e_0 a)^2 k_w [w_1''(x,t) - w_2''(x,t)] + m_2 \ddot{w}_2(x,t) - (e_0 a)^2 m_2 \ddot{w}_2''(x,t) = 0 \quad (3.278)$$

Bununla birlikte sonlu elemanlar formülasyonunun elde edilmesi tek nano/mikro kiriş için elde edilenlerle aynı olmasından dolayı tekrar sonlu elemanlar denklemleri elde edilmemiştir.

3.4.7. Nano/Mikro çubuk için spektral eleman formülasyonu

Spektral eleman yöntemiyle ilgili daha fazla bilgiye Lee (2009)'den ulaşılabilir. Denklem (3.72)'den nanoçubuk denklemi (Narendar ve Gopalakrishnan 2011)

$$EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - k_w u(x) + (e_0 a)^2 k_w \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - (e_0 a)^2 m \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial t^2} \quad (3.279)$$

şeklinde yönetici denklem elde edilmiş olur. Sınır koşulu ise Denklem (3.71) yardımıyla

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{N}{EA} + \frac{(e_0 a)^2}{EA} \left(-m \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial t^2} - k_w \frac{\partial u}{\partial x} \right) \text{ veya } u=0 \quad (3.280)$$

Denklem (3.279)'un spektral formda çözümü

$$u(x,t) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} U_n(x; \omega_n) e^{i\omega_n t} \quad (3.281)$$

Deplasmanın konuma göre türevi

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} e^{i\omega_n t} \frac{\partial^2 U_n}{\partial x^2} \quad (3.282)$$

Zamana göre türevi ise

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} -\omega_n^2 e^{i\omega_n t} U_n \quad (3.283)$$

Zamana ve konuma göre türevi yazılacak olursa

$$\frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial t^2} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} -\omega_n^2 e^{i\omega_n t} \frac{\partial^2 U_n}{\partial x^2} \quad (3.284)$$

Denklemler (3.280)-(3.284), Denklem (3.279)'da kullanılırsa

$$EAU'' - k_w U + (e_0 a)^2 k_w U'' = -\omega^2 m U + \omega^2 (e_0 a)^2 m U'' \quad (3.285)$$

elde edilmiş olur. Denklem (3.285) düzenlenecek olursa

$$U'' + \lambda^2 U = 0 \quad (3.286)$$

Burada

$$\lambda^2 = \frac{-\omega^2 m + k_w}{EA + (e_0 a)^2 k_w - \omega^2 (e_0 a)^2 m} \quad (3.287)$$

Denklem (3.287)'ye e^{mx} dönüşümü uygulanırsa

$$m^2 e^{mx} + \lambda^2 e^{mx} = 0 \quad (3.288)$$

olur. Buradan da

$$m^2 + \lambda^2 = 0 \text{ ve } m_1 = -i\lambda \text{ ve } m_2 = i\lambda \quad (3.289)$$

olarak elde edilir. L uzunluğunda bir sonlu çubuk elemanı için, Denklem (3.289)'un genel çözümü

$$U(x) = a_1 e^{-i\lambda x} + a_2 e^{i\lambda x} = e(x; \omega) a \quad (3.290)$$

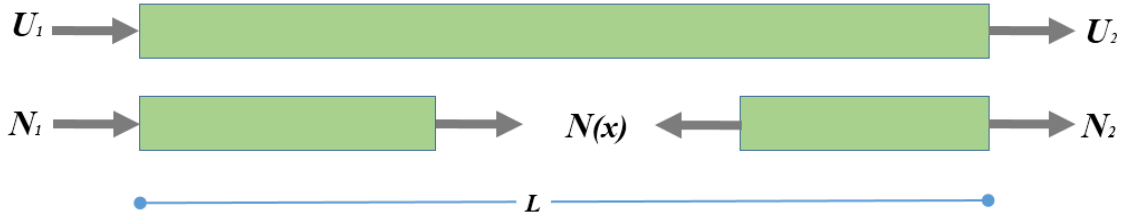
Şeklindedir. Burada

$$e(x; \omega) = [e^{-i\lambda x} \quad e^{i\lambda x}] \quad (3.291)$$

$$a = \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix} \quad (3.292)$$

Sonlu çubuk elemanın spektral uç yer değiştirmeleri

$$d = \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} U(0) \\ U(1) \end{Bmatrix} \quad (3.293)$$



Şekil 3.20. Çubuk eleman için işaret kabulü

Denklem (3.280)'deki sınır koşulları Denklem (3.293)'e uygulanırsa

$$d = \begin{bmatrix} e(0; \omega)a \\ e(1; \omega)a \end{bmatrix} = Z(\omega)a \quad (3.294)$$

Burada

$$Z(\omega) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ e^{-i\lambda} & e^{i\lambda} \end{bmatrix} \quad (3.295)$$

Denklem (3.295)'in her iki tarafını $Z(\omega)$ matrisinin tersi ile soldan çarpacak olursak

$$Z^{-1}(\omega)d = \begin{bmatrix} e(0; \omega)a \\ e(1; \omega)a \end{bmatrix} = Z^{-1}(\omega)Z(\omega)a \quad (3.296)$$

Elde edilmiş olur. Ortogonalite nedeniyle

$$Z^{-1}(\omega)Z(\omega) = I \quad (3.297)$$

olduğu düşünülecek olursa

$$Z^{-1}(\omega)d = a \quad (3.298)$$

Elde edilir. Elde edilen bu denklemin, Denklem (3.296)'da yerine yazılmasıyla

$$U(x) = e(x; \omega)Z^{-1}(\omega)d \quad (3.299)$$

Şeklinde nodal yer değiştirmelere ulaşılır. Burada

$$Z^{-1}(\omega) = \begin{bmatrix} \frac{e^{2iL\lambda}}{e^{2iL\lambda} - 1} & -\frac{e^{iL\lambda}}{e^{2iL\lambda} - 1} \\ 1 & e^{iL\lambda} \\ -\frac{e^{2iL\lambda}}{e^{2iL\lambda} - 1} & \frac{e^{iL\lambda}}{e^{2iL\lambda} - 1} \end{bmatrix} \quad (3.300)$$

Dir. Denklem (3.300)'ün Denklem (3.290)'da kullanılmasıyla matrisler açılacak olursa (Adhikari vd. 2013; Narendar ve Gopalakrishnan 2011)

$$U(x) = \begin{bmatrix} e^{i\lambda x} & e^{-i\lambda x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{e^{2iL\lambda}}{e^{2iL\lambda} - 1} & -\frac{e^{iL\lambda}}{e^{2iL\lambda} - 1} \\ \frac{1}{e^{2iL\lambda} - 1} & \frac{e^{iL\lambda}}{e^{2iL\lambda} - 1} \end{bmatrix} d \quad (3.301)$$

$$U(x) = \begin{bmatrix} \frac{\sin(\lambda(L-x))}{\sin(L\lambda)} & \frac{\sin(L\lambda)}{2 \sin\left(\frac{L\lambda}{2}\right) \cos\left(\frac{L\lambda}{2}\right)} \end{bmatrix} d \quad (3.302)$$

Denklemi sadeleştirmek için aşağıdaki dönüşümler kullanılacaktır.

$$\sin(2x) = 2 \sin(x) \cos(x), \csc(x) = 1/\sin(x), \cot(x) = \cos(x)/\sin(x) \quad (3.303)$$

Denklem (3.303)'ün Denklem (3.302)'de kullanılmasıyla

$$U(x) = [\csc(L\lambda) \sin(\lambda(L-x)) \quad \csc(L\lambda) \sin(Lx)] d \quad (3.304)$$

Eksenel kuvvet

$$N = \frac{\partial U}{\partial x} (EA - (e_0 a)^2 (m\omega^2 - k_w)) \quad (3.305)$$

Denklem (3.304)'ün bir kere x 'e göre türevi alınarak Denklem (3.305)'te yerine yazılırsa

$$N = (EA - (e_0 a)^2 (m\omega^2 - k_w)) \begin{bmatrix} -\lambda \csc(L\lambda) \cos(\lambda(L-x)) & \lambda \csc(L\lambda) \cos(x\lambda) \end{bmatrix} d \quad (3.306)$$

Sonlu çubuk eleman için tanımlanan spektral nodal eksenel kuvvetler (Şekil 3.20)

$$f(\omega) = \begin{Bmatrix} N_1 \\ N_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -N(0) \\ +N(L) \end{Bmatrix} \quad (3.307)$$

Denklem (3.306)'daki sınır koşulları Denklem (3.307)'de kullanılırsa

$$f(\omega) = \begin{Bmatrix} N_1 \\ N_2 \end{Bmatrix} \quad (3.308)$$

$$= (EA - (e_0 a)^2 (m\omega^2 - k_w)) \begin{Bmatrix} \lambda \csc(\lambda L) \cos(\lambda L) & -\lambda \csc(\lambda L) \\ -\lambda \csc(\lambda L) & \lambda \csc(\lambda L) \cos(\lambda L) \end{Bmatrix}$$

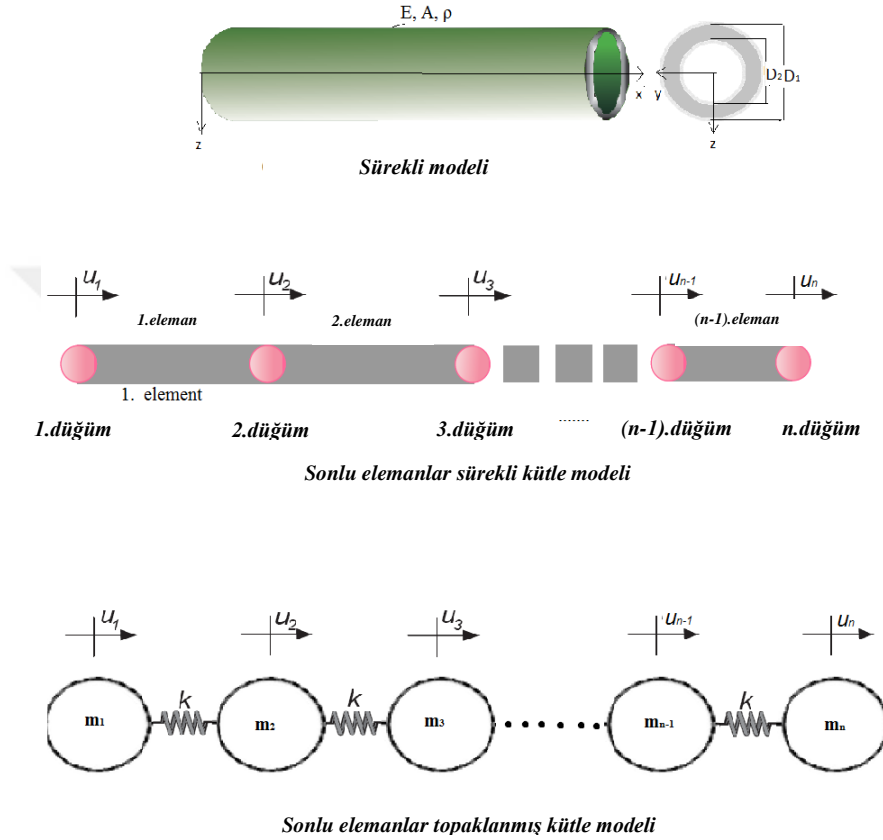
Denklem (3.308) daha sade formda yazılacak olursa aşağıdaki şekli alır.

$$f(\omega) = \begin{Bmatrix} N_1 \\ N_2 \end{Bmatrix} = (EA - (e_0 a)^2 (m\omega^2 - k_w)) \begin{Bmatrix} \lambda \cot(\lambda L) & -\lambda \csc(\lambda L) \\ -\lambda \csc(\lambda L) & \lambda \cot(\lambda L) \end{Bmatrix} \quad (3.309)$$

4. BULGULAR

4.1. Nano/Mikro Çubuk

4.1.1.Eksenel titreşim problemi



Şekil 4.1. Protein mikrotüpüklerin sürekli ve sonlu elemanlar modeli

Şekil 4.1.'de görünen mikrotüpüğün çubuk olarak modellenerek eksenel titreşiminin araştırılması için zayıf formülasyon Denklem (3.226) yardımıyla

$$I = \int_0^L \left[EA \begin{Bmatrix} \phi_1' \\ \phi_2' \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_1' & \phi_2' \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_{i+1} \end{Bmatrix} \right] dx \quad (4.1)$$

$$+ \int_0^L \left[(e_0 a)^2 \rho A \begin{Bmatrix} \phi_1' \\ \phi_2' \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_1' & \phi_2' \end{Bmatrix} + \rho A \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_1 & \phi_2 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_i \\ \ddot{u}_{i+1} \end{Bmatrix} \right] dx$$

şeklinde elde edilebilir. Denklem (3.206)'daki çubuk için şekil fonksiyonu Denklem (4.1)'e uygulandığında

$$K = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, M = \frac{\rho AL}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} + \left(\frac{e_0 a}{L}\right)^2 \rho AL \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

olarak elde edilebilir. Denklem (4.2)'nin en genel halde aşağıdaki özdeğer problemine dönüşür

$$|K - \omega^2 M| = 0 \quad (4.3)$$

Denklem 'n' eleman için yazılacak olursa (Adhikari vd. 2013; Demir ve Civalek 2013)

$$K = \frac{nEA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}_{n+1 \times n+1} \quad (4.4)$$

$$M_1 = \frac{\rho AL}{6n} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 4 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}_{n+1 \times n+1}$$

$$M_2 = \frac{n(e_0 a)^2 \rho A}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}_{n+1 \times n+1}$$

Denklem (4.2) ve (4.4) incelendiğinde a ile L/n eşit olduğu durumda $e_0^2 = 1/6$ iken kütle matrisinin topaklanmış kütle matrisine dönüştüğü görülmektedir.

4.1.2. Burulmalı titreşim problemi

Eksenel titreşim problemindeki benzer prosedürler burulmalı titreşim için uygulandığında (Demir ve Civalek 2013)

$$K = \frac{GJ}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, M_1 = \frac{\rho JL}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, M_2 = \frac{(e_0 a)^2 \rho J}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$$|K - \omega^2 M| = 0 \quad (4.6)$$

sonucuna ulaşılır.

4.2. Nano/Mikro Kiriş

En genel halde Euler-Bernoulli kirişinin zayıf formülasyonu olan Denklem (3.233)'e Denklem (3.214)'deki kiriş için şekil fonksiyonu uygulandığında aşağıdaki matrisler elde edilir. Eğilme etkisinden kaynaklı rijitlik matrisi

$$K_e = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ \theta_1 \\ w_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Zeminin lineer yay katsayısından kaynaklı rijitlik matrisi,

$$K_{w1} = \frac{k_w}{420} \begin{bmatrix} 156L & 22L^2 & 54L & -13L^2 \\ 22L^2 & 4L^3 & 13L^2 & -3L^3 \\ 54L & 13L^2 & 156L & -22L^2 \\ -13L^2 & -3L^3 & -22L^2 & 4L^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ \theta_1 \\ w_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

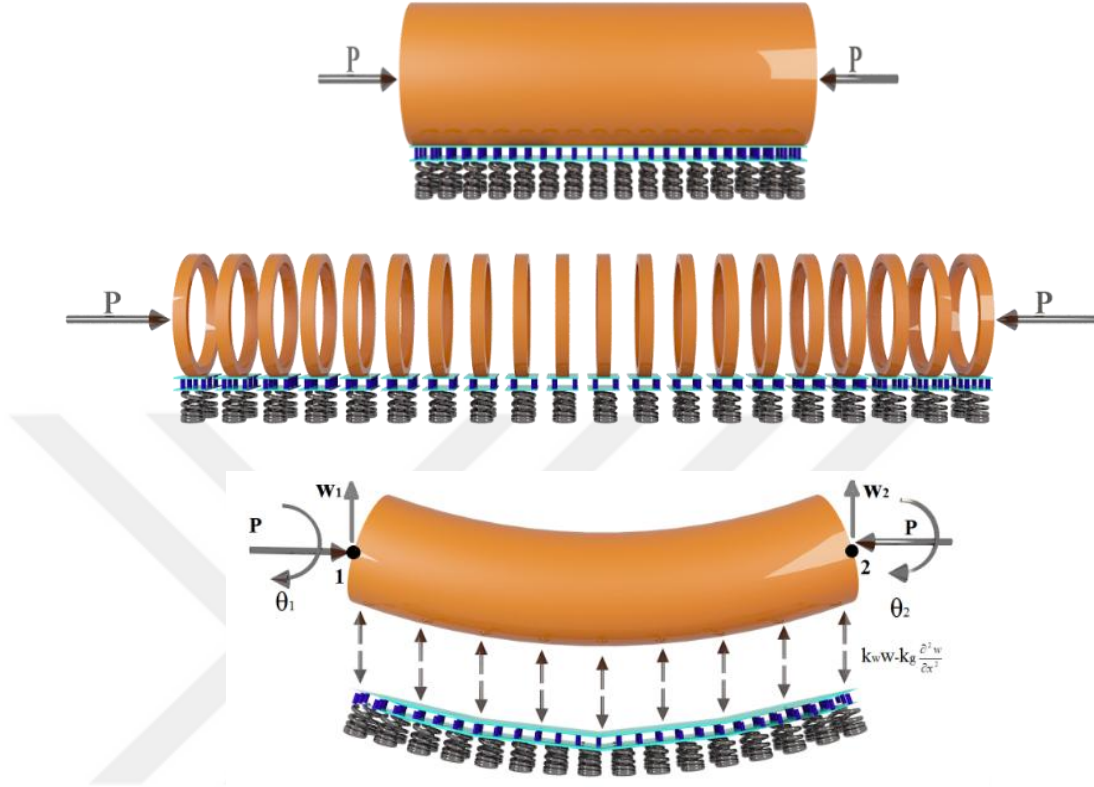
$$K_{w2} = \frac{(e_0 a)^2 k_w}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 3L & -36 & 3L \\ 3L & 4L^2 & -3L & -L^2 \\ -36 & -3L & 36 & -3L \\ 3L & -L^2 & -3L & 4L^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ \theta_1 \\ w_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix}$$

Zeminin kayma tabakasından kaynaklı rijitlik matrisi, geometrik rijitlik matrisi ve kütle matrisi de benzer şekilde çıkarılabilir. Yayılı yük durumunda yük vektörü (Demir vd. 2018; Mahmoud vd. 2012)

$$F_1 = q \begin{bmatrix} L/2 \\ L^2/12 \\ L/2 \\ -L^2/12 \end{bmatrix}, F_2 = -(e_0 a)^2 q \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Benzer şekilde tekil yük durumunda yük vektörü de aynı yöntemle elde edilebilir.

4.2.1. Titreşim problemi



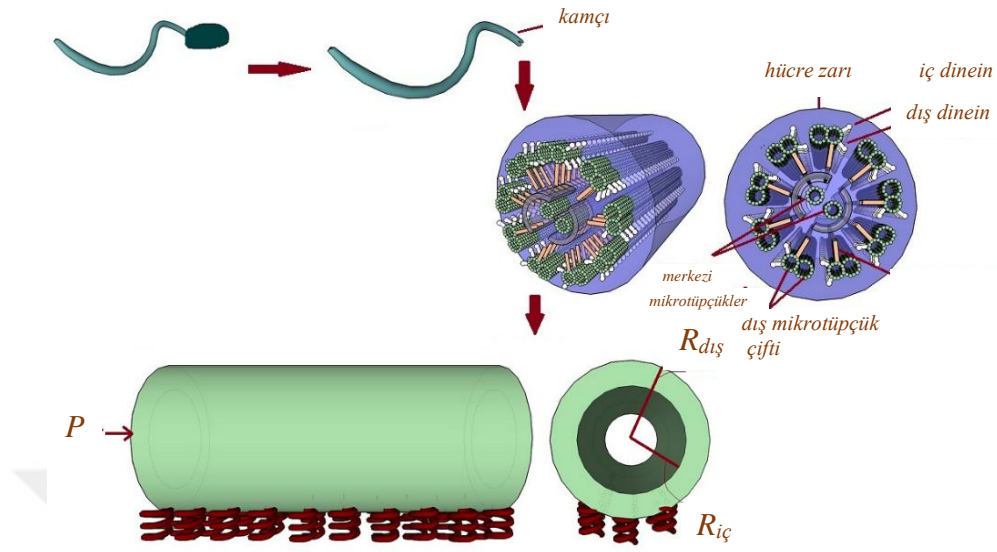
Şekil 4.2. Elastik matris üzerinde ve aksel kuvvet etkisindeki mikro/nano kirişin sürekli ve sonlu elemanlar modeli (Demir ve Civalek 2017).

Şekil 4.2.'de gösterilen nano/mikro kiriş örneği için aşağıdaki özdeğer probleminin çözülmesi gerekmektedir

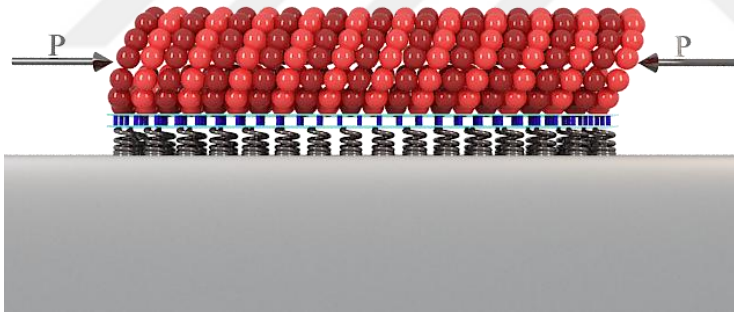
$$|K - \omega^2 M| = 0 \quad (4.10)$$

Burada $[K]$ en genel halde rijitlik matrisini ve $[M]$ ise en genel halde kütle matrisini ifade etmektedir. Zemin etkisinden, aksel kuvvet etkisinden ve sıcaklık etkisinden kaynaklı matrisler $[K]$ matrisi içinde yer almaktadır (Demir 2016; Demir ve Civalek 2017; Murmu ve Pradhan 2009c; Phadikar ve Pradhan 2010; Pradhan 2012; Pradhan ve Mandal 2013; Pradhan ve Reddy 2011).

4.2.2. Burkulma problemi



Şekil 4.3. Elastik matris üzerindeki protein mikrotüpçük için sürekli model



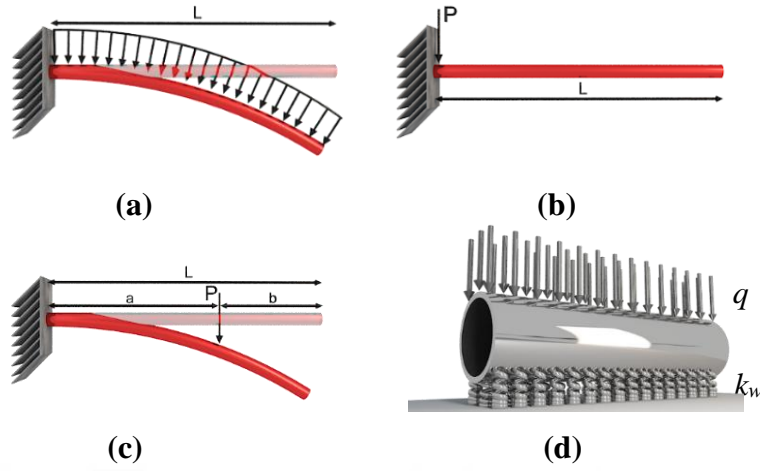
Şekil 4.4. Burkulma sırasında protein mikrotüpçük üzerine gelen yükler

Şekil 4.3 ve Şekil 4.4'te gösterilen mikrotüpçük örneği için aşağıdaki özdeğer probleminin çözülmesi gerekmektedir

$$|K - \lambda K_g| = 0 \quad (4.11)$$

Burada $[K]$ en genel halde rijitlik matrisini ve $[K_g]$ ise en genel halde geometrik matrisi ifade etmektedir. Zemin etkisinden kaynaklı matrisler $[K]$ matrisi içinde yer almakta iken aksenal kuvvet geometrik matris içindedir (Civalek ve Demir 2016).

4.2.3. Eğilme problemi



Şekil 4.5. Sonlu elemanlar yöntemi deplasmanı araştırılan nano/mikro kiriş modelleri

Şekil 4.5'te gösterilen nano/mikro kiriş örneği için aşağıdaki probleminin çözülmesi gerekmektedir

$$[K] = \{F\} \quad (4.12)$$

Burada $[K]$ en genel halde rijitlik matrisini ve $\{F\}$ ise en genel halde yük vektörünü ifade etmektedir (Demir vd. 2018).

4.4. Nano/Mikro Kiriş Sistemleri

Denklem (3.337) ve (3.338)'deki denklem takımının sonlu elemanlar ile en genel şekilde ifadesi aşağıdaki gibidir.

$$K = \begin{bmatrix} K_1 + K_3 + K_5 & -(K_4 + K_6) \\ -(K_3 + K_5) & K_2 + K_4 + K_6 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

$$M = \begin{bmatrix} M_1 + M_3 & 0 \\ 0 & M_2 + M_4 \end{bmatrix}$$

Burada $[K]$ en genel halde rijitlik matrisini ve $[M]$ ise en genel halde kütle matrisini ifade etmektedir. Zemin etkisi K_3 , K_4 , K_5 ve K_6 ile numaralandırılan matrisler içinde yer almaktadır (Khan ve Hashemi 2016).

5. TARTIŞMA

Çizelge 5.1. Mikrotüpçüklerin geometri ve malzeme özellikleri (Gao ve Lei 2009; Wang vd. 2006)

Parametreler	Değerleri
G	$1 \times 10^6 \text{ N/m}^2$
E	$2 \times 10^9 \text{ N/m}^2$
ρ	1470 kg/m^3
ν	0.3
L	$5 \times 10^{-7} \text{ m}$

İlk çalışma mikrotüpçüğün aksenal ve burulmalı titreşim üzerinedir. Mikrotüpçüğün geometri ve malzeme özellikleri Çizelge 5.1’de verilmiştir. İlk olarak sürekli model (Aydogdu 2009a; Işık 2011) ile sonlu eleman modelinin karşılaştırması Çizelge 5.2 ve Çizelge 5.3’te yapılmıştır. İki tarafı ankastre mesnette eleman sayısı 10 için tek tarafı ankastre mesnette eleman sayısı 6 için sonlu eleman sonucunun sürekli modele yakınlığı belirlenmiştir. Her iki çubuk modelinde de, eleman sayısı arttıkça sonuçların sürekli model sonucuna yaklaştığı söylenebilir. Boyutsuz frekans $\Omega = \sqrt{m_0 \omega^2 L^2 / EA}$ olarak elde edilmektedir.

Çizelge 5.2. İki tarafı ankastre mesnetli çubuğun boyutuz aksenal ve burulmalı titreşim frekansları

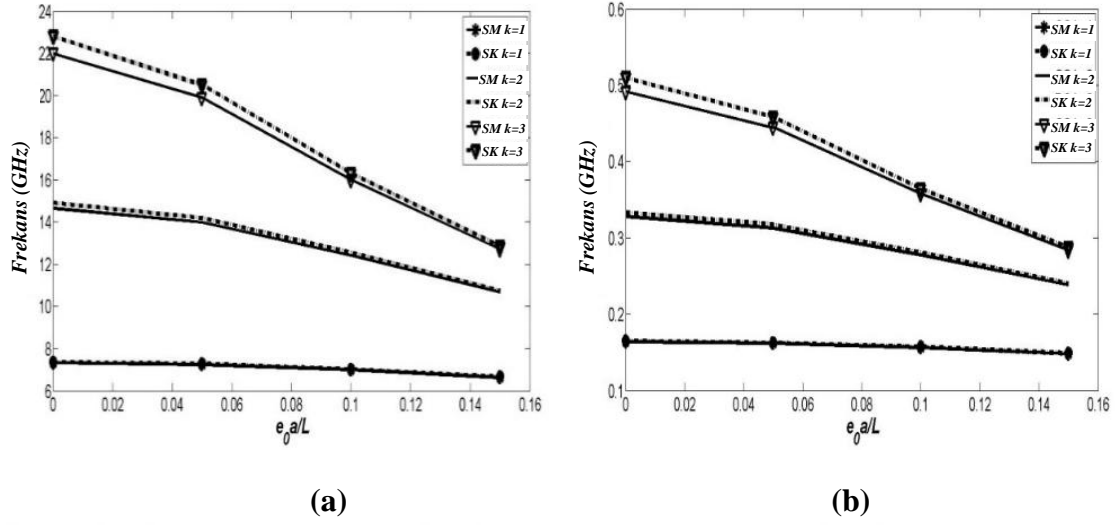
Mod no	YOP	Sürekli model		Sonlu elemanlar modeli								
		Eleman sayısı										
		-	10	9	8	7	6	5	4	3	2	
Boyutsuz Frekans	$e_{0a}/L=0$	1	3.1416	3.1545	3.1576	3.1618	3.1680	3.1776	3.1935	3.2228	3.2863	3.4641
		2	6.2832	6.3870	6.4114	6.4457	6.4956	6.5727	6.6999	6.9282	7.3485	-
		3	9.4248	9.7763	9.8590	9.9744	10.1413	10.3923	10.7758	11.2586	-	-
		4	12.5664	13.3917	13.5927	13.8564	14.2200	14.6969	15.0943	-	-	-
		5	15.7080	17.3205	17.6724	18.1188	18.6212	18.8532	-	-	-	-
	$e_{0a}/L=0.05$	1	3.1035	3.1160	3.1189	3.1230	3.1290	3.1382	3.1535	3.1818	3.2428	3.4133
		2	5.9943	6.0843	6.1054	6.1349	6.1780	6.2441	6.3529	6.5465	6.8976	-
		3	8.5256	8.7831	8.8430	8.9259	9.0450	9.2217	9.4865	9.8109	-	-
		4	10.6404	11.1322	11.2442	11.3899	11.5893	11.8431	12.0481	-	-	-
		5	12.3534	13.0931	13.2431	13.4279	13.6286	13.7187	-	-	-	-
	$e_{0a}/L=0.1$	1	2.9972	3.0084	3.0110	3.0147	3.0201	3.0284	3.0421	3.0675	3.1221	3.2733
		2	5.3202	5.3828	5.3974	5.4177	5.4473	5.4925	5.5661	5.6949	5.9216	-
		3	6.8587	6.9906	7.0207	7.0620	7.1205	7.2058	7.3300	7.4766	-	-
		4	7.8248	8.0143	8.0550	8.1088	8.1799	8.2677	8.3365	-	-	-
		5	8.4356	8.6603	8.7033	8.7551	8.8100	8.8342	-	-	-	-
$e_{0a}/L=0.15$	1	2.8419	2.8514	2.8537	2.8568	2.8614	2.8684	2.8801	2.9016	2.9477	3.0739	
	2	4.5724	4.6120	4.6212	4.6339	4.6524	4.6805	4.7257	4.8038	4.9375	-	
	3	5.4427	5.5079	5.5226	5.5426	5.5708	5.6113	5.6694	5.7364	-	-	
	4	5.8892	5.9688	5.9855	6.0075	6.0362	6.0712	6.0983	-	-	-	
	5	6.1368	6.2217	6.2376	6.2566	6.2765	6.2853	-	-	-	-	

Çizelge 5.3. Tek tarafı ankastre mesnetli çubuğun boyutsuz eksenel ve burulmalı titreşim frekansları

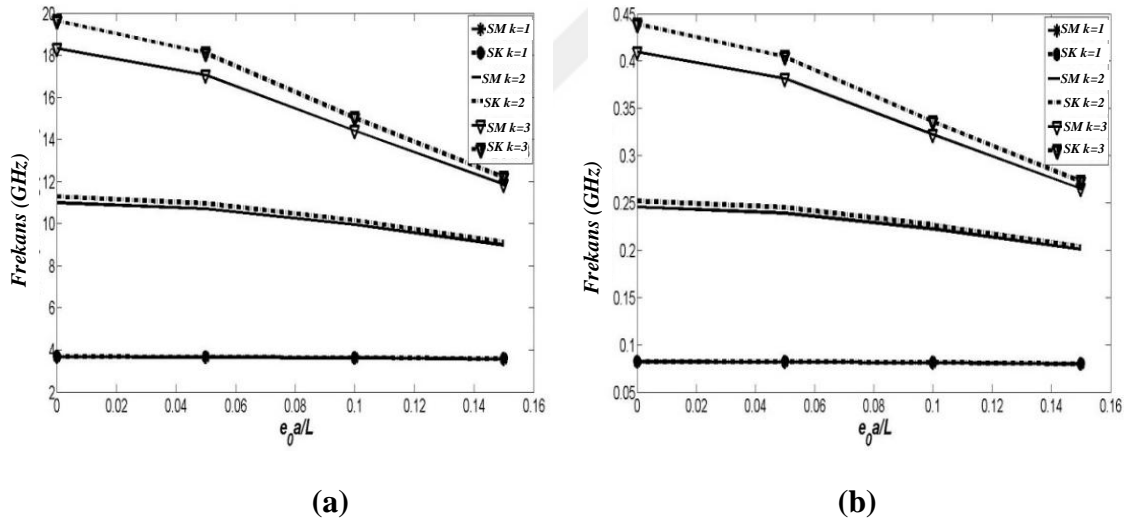
Mod no	YOP	Sürekli model		Sonlu elemanlar modeli				
		Eleman sayısı						
		-	6	5	4	3	2	
Boyutsuz Frekans	$e_{0a}/L=0$	1	1.5708	1.5753	1.5773	1.5809	1.5888	1.6140
		2	4.7124	4.8342	4.8881	4.9872	5.1962	5.6293
		3	7.8540	8.4188	8.6603	9.0594	9.4266	-
		4	10.9956	12.4964	12.7034	13.0070	-	-
		5	14.1372	16.8879	16.7034	-	-	-
	$e_{0a}/L=0.05$	1	1.5660	1.5704	1.5724	1.5760	1.5838	1.6062
		2	4.5868	4.6989	4.7484	4.8390	5.0292	5.4187
		3	7.3105	7.7593	7.9472	8.2523	8.5269	-
		4	9.6354	10.5978	10.8918	10.9589	-	-
		5	11.5443	12.9032	12.8203	-	-	-
	$e_{0a}/L=0.1$	1	1.5518	1.5561	1.5580	1.5615	1.5691	1.5909
		2	4.2628	4.3524	4.3916	4.4630	4.6108	4.9055
		3	6.1767	6.4403	6.5465	6.7139	6.8594	-
		4	7.3981	7.8078	7.9232	7.9489	-	-
		5	8.1640	8.6046	8.5799	-	-	-
	$e_{0a}/L=0.15$	1	1.5289	1.5331	1.5349	1.5382	1.5455	1.5663
		2	3.8481	3.9136	3.9420	3.9934	4.0983	4.3011
		3	5.0825	5.2264	5.2827	5.3695	5.4430	-
		4	5.7007	5.8820	5.9308	5.9416	-	-
		5	6.0298	6.2010	6.1917	-	-	-

Genel olarak, boyutsuz frekans değerleri, yerel olmayan parametrenin artmasına bağlı olarak azalmaktadır. Ayrıca, yerel olmayan parametrenin daha yüksek modlar için daha belirgin olduğu görülmektedir. Sonlu elemanlar modeli beklenildiği gibi frekansları daha yüksek olarak tahmin etmektedir. Bir diğer sonuç tek tarafı ankastre mesnetli kirişin kesin sonucu yakalaması iki tarafı ankastre mesnetli kirişe göre daha az elemanla olmaktadır.

Mikrotüpçükler için yerel olmayan parametre ile frekans değerlerinin değişimi ilk üç mod için Şekiller 5.1 ve 5.2’de iki farklı sınır koşulu için sunulmaktadır. Burulmalı ve eksenel titreşim frekans değerleri, sürekli ve sonlu elemanlar modelleri ile elde edilmiştir. Genel olarak frekanslar, yerel olmayan parametrenin değerinin artması ile azalmaktadır. Bununla birlikte, yerel olmayan parametrenin etkisi iki tür sınır koşulunda da daha yüksek modlar için daha belirgin olduğu açıkça görülmektedir.



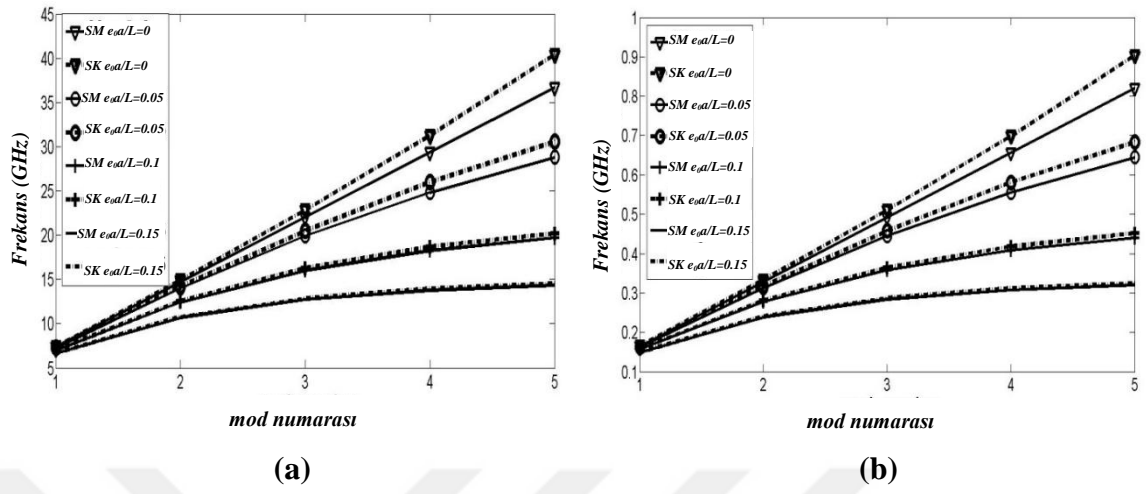
Şekil 5.1. İki tarafı ankastre mesnetlenmiş mikrotüpçüğün sürekli model (SM) ve sonlu elemanlar modeli (SK) ile çeşitli yerel olmayan parametre değerlerine göre frekans değerleri **a)** Eksenel titreşim; **b)** Burulmalı titreşim



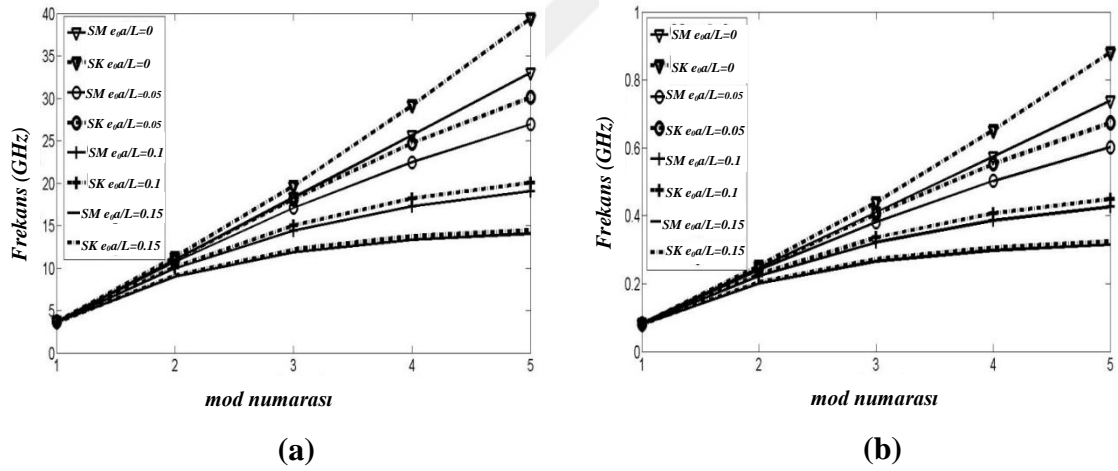
Şekil 5.2. Tek tarafı ankastre mesnetlenmiş diğer ucu serbest olan mikrotüpçüğün sürekli model (SM) ve sonlu elemanlar modeli (SK) ile çeşitli yerel olmayan parametre değerlerine göre frekans değerleri (ilk 3 mod için) **a)** Eksenel titreşim; **b)** Burulmalı titreşim

Daha sonra mod numarasının mikrotüpçüklerin burulmalı ve eksenel titreşim davranışları üzerindeki etkisini incelenmiştir. Şekil 5.3 ve Şekil 5.4 iki tarafı ankastre mesnetlenmiş ve tek tarafı ankastre mesnetlenmiş mikrotüpçüklerin sonlu elemanlar (SK) ve sürekli model (SM) için mod numarasına bağlı olarak frekans değerlerinin değişimini göstermektedir. Mod numaraları arttıkça frekans değerlerinin arttığı açıktır. Ayrıca, şekillerde, yerel olmayan parametredeki artışın, hem burulmalı hem de eksenel titreşim durumunda frekans değerlerini düşürdüğü gösterilmektedir. Bir diğer sonuç ise

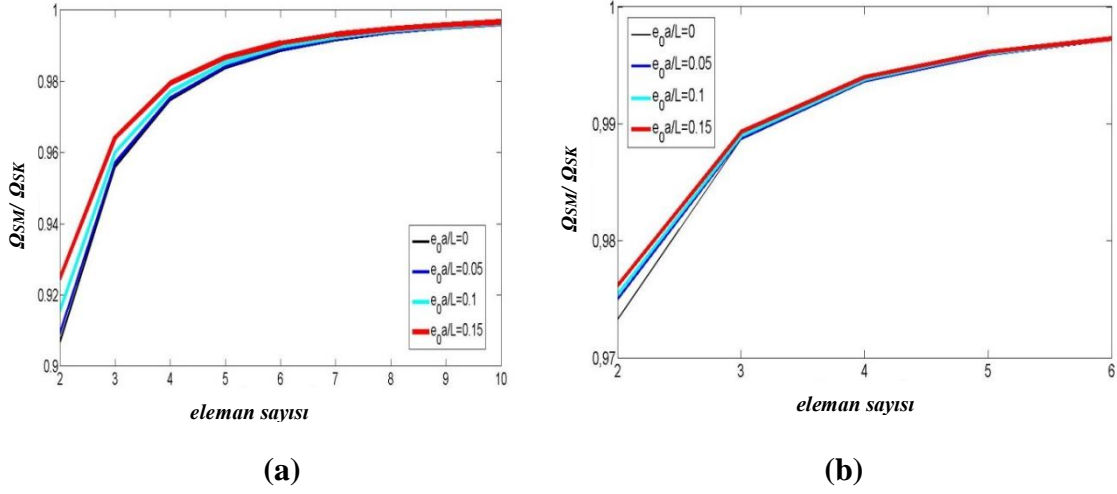
mikrotüpçüğün burulmalı titreşim frekansları aksel titreşim frekanslarına göre daha küçüktür.



Şekil 5.3. İki tarafı ankastre mesnetlenmiş mikrotüpçüğün sürekli model (SM) ve sonlu elemanlar modeli (SK) ile çeşitli yerel olmayan parametre değerlerine göre frekans değerleri (yerel olmayan parametrenin değişik değerleri için) **a)** Aksel titreşim; **b)** Burulmalı titreşim

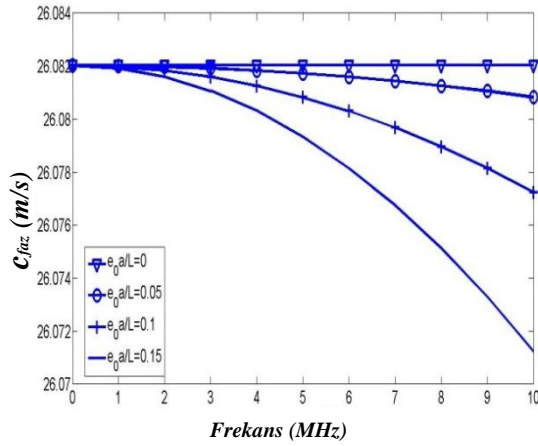


Şekil 5.4. Tek tarafı ankastre mesnetlenmiş mikrotüpçüğün sürekli model (SM) ve sonlu elemanlar modeli (SK) ile çeşitli yerel olmayan parametre değerlerine göre frekans değerleri (yerel olmayan parametrenin değişik değerleri için) **a)** Aksel titreşim; **b)** Burulmalı titreşim



Şekil 5.5. Eleman sayısı arttıkça boyutsuz frekans oranlarının (sürekli model/sonlu eleman modeli) yerel olmayan parametreye göre değişimi **a)** İki tarafı ankastre mesnet; **b)** Tek tarafı ankastre mesnet

Şekil 5.5'te eleman sayısının artmasıyla sürekli model ve sonlu eleman modelinin yakınsaması gösterilmiştir. Eleman sayısı arttıkça sonuçların birbirine çok yaklaştığı görülmektedir.

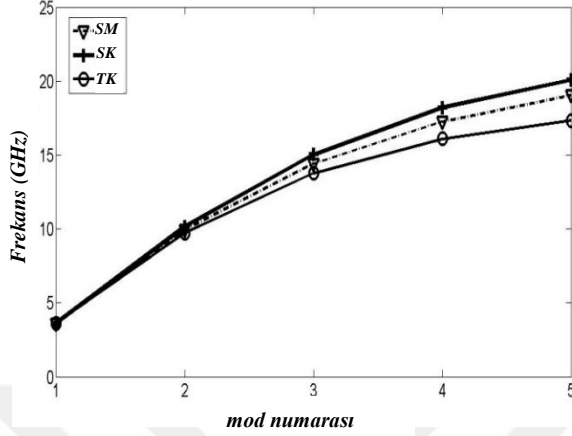


Şekil 5.6. Tek tarafı ankastre mesnetli mikrotüpçüğün frekans arttıkça yayılma hızı değişiminin yerel olmayan parametreye bağlı değişimi

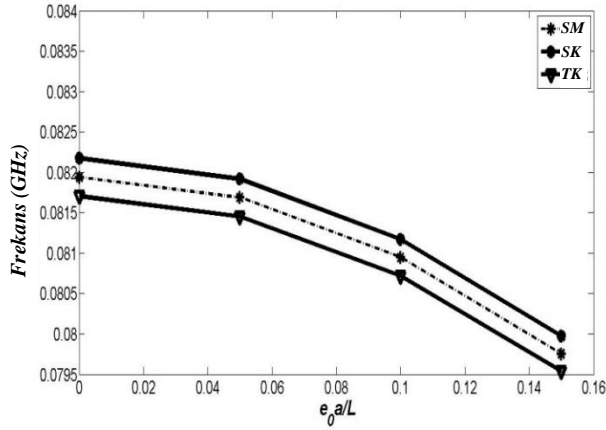
Farklı yerel olmayan parametrelerle mikrotüpçüklerin titreşimi için faz hızı değişimi Demir ve Civalek (2013)'ten yararlanılarak Şekil 5.6'da gösterilmektedir. Yerel olmayan parametrenin artmasıyla yüksek frekanslar için faz hızının hızla düştüğü açıkça görülmektedir.

Daha ayrıntılı karşılaştırmalar yapmak için Şekil 5.7 ve Şekil 5.8 verilmiştir. Bu şekillerde üç yaklaşım gösterilmektedir; sürekli model (SM) ile elde edilen frekans değerleri, sürekli kütle modeli kullanılarak sonlu elemanlar modeli (SK) ile elde edilen frekanslar ve topaklanmış kütle modeli kullanılarak sonlu elemanlar modeli (TK) ile elde

edilen sonuçlar. Her üç yaklaşımda da frekans değerleri, mod numaraları arttıkça artar. Ayrıca, yerel olmayan parametredeki artış bu yaklaşımların tümü için frekans değerlerini düşürür. Bununla birlikte, toplanmış kütle modeli tarafından üretilen sonuçlar genellikle diğerlerinden daha küçüktür.



Şekil 5.7. Tek tarafı ankastre mesnetli mikrotüpçüğün mod numarasına göre frekans değişimi (sonlu elemanlar çözümü 6 eleman ile yapılmıştır, $e_{0a}/L=0.1$)



Şekil 5.8. Tek tarafı ankastre mesnetli mikrotüpçüğün çeşitli yerel olmayan parametre değerlerine göre burulmalı titreşim frekans değerleri (1. mod; sonlu elemanlar çözümü 6 eleman ile yapılmıştır)

Çizelge 5.4. Mikrotüpçük tiplerine göre çap ve kalınlık değerleri değişimleri (Donhauser vd. 2010)

Mikrotüpçük tipi	t(nm)	R _{ort} (nm)	R _{iç} (nm)
10_2	2.75	8.27	6.90
11_2a	2.82	8.82	7.42
11_2b	2.80	8.89	7.50
12_2	2.76	10.01	8.64
12_3	2.73	10.18	8.81
13_3	2.79	10.72	9.32
14_4	2.83	11.35	9.94
14_3	2.79	11.59	10.19
15_4	2.83	12.17	10.75
15_3	2.84	12.19	10.78

İkinci çalışma mikrotüpçüğün elastik zemin etkileşimiyle burkulması üzerinedir. Çizelge 5.4'te yer alan farklı tipteki mikrotüpçüklerin (ortalama yarıçap, et kalınlığı ve iç çaplar dikkate alınarak) burkulma analizi yapılmıştır. Sayısal olarak hesaplanan değerlerde $E=0.6 \text{ GPa}$, $L=500 \text{ nm}$ alınmıştır (Donhauser vd. 2010). Atalet momenti Çizelge 5.4'te verilen ortalama yarıçap kullanılarak $I = \pi t R_{ort}^3$ denkleminde yararlanılarak hesaplanmıştır. İlk olarak sonlu elemanlar sonuçlarının doğruluğunu kanıtlamak için Çizelge 5.5 ve Çizelge 5.6'da iki farklı karşılaştırma yapılmış ve sonuçların doğruluğu kanıtlanmıştır.

Çizelge 5.5. İki tarafı ankastre mesnetli kiriş için kritik burkulma yükü ($P_{kr} * L^2 / EI$) değerinin karşılaştırılması

$(e_0 a)^2$ (nm ²)	$p_{kr} (P_{kr} * L^2 / EI)$				
	Reddy (2007)	n=11	n=9	n=7	n=5
0	9.8696	9.8696	9.8698	9.8702	9.8717
0.5	9.4055	9.4055	9.4056	9.4060	9.4074
1.0	8.9830	8.9830	8.9832	8.9835	8.9848
1.5	8.5969	8.5969	8.5970	8.5973	8.5985
2.0	8.2426	8.2426	8.2427	8.2430	8.2440
2.5	7.9163	7.9163	7.9165	7.9167	7.9177
3.0	7.6149	7.6149	7.6150	7.6152	7.6162
3.5	7.3356	7.3356	7.3357	7.3359	7.3368
4.0	7.0761	7.0761	7.0762	7.0764	7.0772
4.5	6.8343	6.8343	6.8344	6.8345	6.8353
5.0	6.6085	6.6085	6.6086	6.6087	6.6094

Çizelge 5.6. Lipid tüpçüğün kritik burkulma yükünün karşılaştırılması ($R_{ort}=236.2 \text{ nm}$, $t=24.4 \text{ nm}$, $E=1440 \text{ Mpa}$, $L/R=200$, $m=1$)

$e_0 a (\mu\text{m})$	$P_{kr} \text{ (nN)}$ Shen (2011)	$P_{kr} \text{ (nN)}$ Elde Edilen
0.0	6.433	6.4331
1.0	6.405	6.4048
2.0	6.321	6.3213
3.0	6.187	6.1869

Farklı boyutsuz winkler zemin parametresi ($K_w=k_wL^4/EI$) ve boyutsuz yerel olmayan parametre değerleri ($\alpha=e_0a/L$) için protein mikrotüpçüklerin burkulma yükleri Çizelge 5.7-5.10'da farklı mesnet koşulları için sunulmuştur. Bu tablolardan, winkler zemin parametrelerinde ve mikrotüpçük yarıçaplarındaki artışın burkulma yüklerini arttırdığı sonucuna varılabilir. Ayrıca, yerel olmayan parametrenin artması kritik burkulma yükünü azaltmaktadır.

Çizelge 5.7. İki tarafı basit mesnet sınır koşuluna sahip farklı mikrotüpçük tiplerinin farklı boyutsuz winkler zemin parametresi ve boyutsuz yerel olmayan parametreye göre kritik burkulma yükü değerleri

K_w	α	P_{kr} (pN)				
		Mikrotüpçük tipi				
		10_2	11_2a	11_2b	12_2	12_3
0	0	115.7470	143.9844	146.3942	206.0023	214.3219
	0.05	112.9599	140.5174	142.8692	201.0419	209.1612
	0.10	105.3495	131.0504	133.2437	187.4972	195.0695
	0.15	94.7143	117.8206	119.7925	168.5689	175.3768
100	0	234.5729	291.7987	296.6825	417.4840	434.3447
	0.05	231.7857	288.3316	293.1573	412.5235	429.1839
	0.10	224.1753	278.8646	283.5318	398.9788	415.0921
	0.15	213.5400	265.6348	270.0806	380.0506	395.3994
200	0	353.3986	439.6130	446.9706	628.9657	654.3673
	0.05	350.6114	436.1458	443.4454	624.0052	649.2065
	0.10	343.0010	426.6788	433.8200	610.4604	635.1147
	0.15	304.6057	378.9166	385.2584	542.1259	564.0204
0	0	255.7698	307.9177	323.2326	379.5936	382.8160
	0.05	249.6110	300.5033	315.4494	370.4532	373.5981
	0.10	232.7941	280.2576	294.1968	345.4948	348.4278
	0.15	209.2930	251.9650	264.4970	310.6164	313.2533
100	0	518.3429	624.0258	655.0630	769.2840	775.8147
	0.05	512.1839	616.6112	647.2796	760.1435	766.5965
	0.10	495.3670	596.3655	626.0269	735.1851	741.4263
	0.15	471.8659	568.0729	596.3272	700.3066	706.2517
200	0	780.9158	940.1338	986.8932	1158.9743	1168.8132
	0.05	774.7569	932.7191	979.1098	1149.8337	1159.5950
	0.10	757.9399	912.4734	957.8571	1124.8753	1134.4247
	0.15	673.0965	810.3317	850.6351	998.9574	1007.4378

Çizelge 5.8. Tek tarafı ankastre tek tarafı basit mesnet sınır koşuluna sahip farklı mikrotüpçük tiplerinin farklı boyutsuz winkler zemin parametresi ve boyutsuz yerel olmayan parametreye göre kritik burkulma yükü değerleri

K_w	α	P_{kr} (pN)					
		Mikrotüpçük tipi					
		10_2	11_2a	11_2b	12_2	12_3	
0	0	236.7896	294.5563	299.4861	421.4293	438.4493	
	0.05	225.4115	280.4024	285.0954	401.1790	417.3812	
	0.10	197.0115	245.0740	249.1757	350.6337	364.7946	
	0.15	162.8213	202.5428	205.9326	289.7832	301.4865	
100	0	331.9700	412.9567	419.8681	590.8278	614.6892	
	0.05	318.6829	396.4281	403.0629	567.1800	590.0863	
	0.10	285.4583	355.0981	361.0412	508.0481	528.5663	
	0.15	245.1906	305.0068	310.1116	436.3812	454.0050	
200	0	423.0924	526.3091	535.1177	753.0041	783.4152	
	0.05	407.5031	506.9167	515.4007	725.2588	754.5494	
	0.10	367.6860	457.3859	465.0409	654.3938	680.8224	
	0.15	313.8704	390.4415	396.9761	558.6148	581.1752	
0		13_3	14_4	14_3	15_4	15_3	
	0	0	523.2412	629.9229	661.2534	776.5539	783.1462
		0.05	498.0988	599.6543	629.4793	739.2394	745.5150
		0.10	435.3424	524.1027	550.1700	646.1012	651.5862
	0.15	359.7911	433.1476	454.6910	533.9739	538.5070	
100	0	733.5643	883.1279	927.0520	1088.6989	1097.9411	
	0.05	704.2034	847.7808	889.9468	1045.1238	1053.9961	
	0.10	630.7860	759.3946	797.1646	936.1634	944.1108	
	0.15	541.8053	652.2719	684.7140	804.1051	810.9314	
200	0	934.9203	1125.5377	1181.5186	1387.5358	1399.3150	
	0.05	900.4721	1084.0660	1137.9841	1336.4105	1347.7556	
	0.10	812.4870	978.1420	1026.7918	1205.8299	1216.0665	
	0.15	693.5690	834.9782	876.5075	1029.3410	1038.0794	

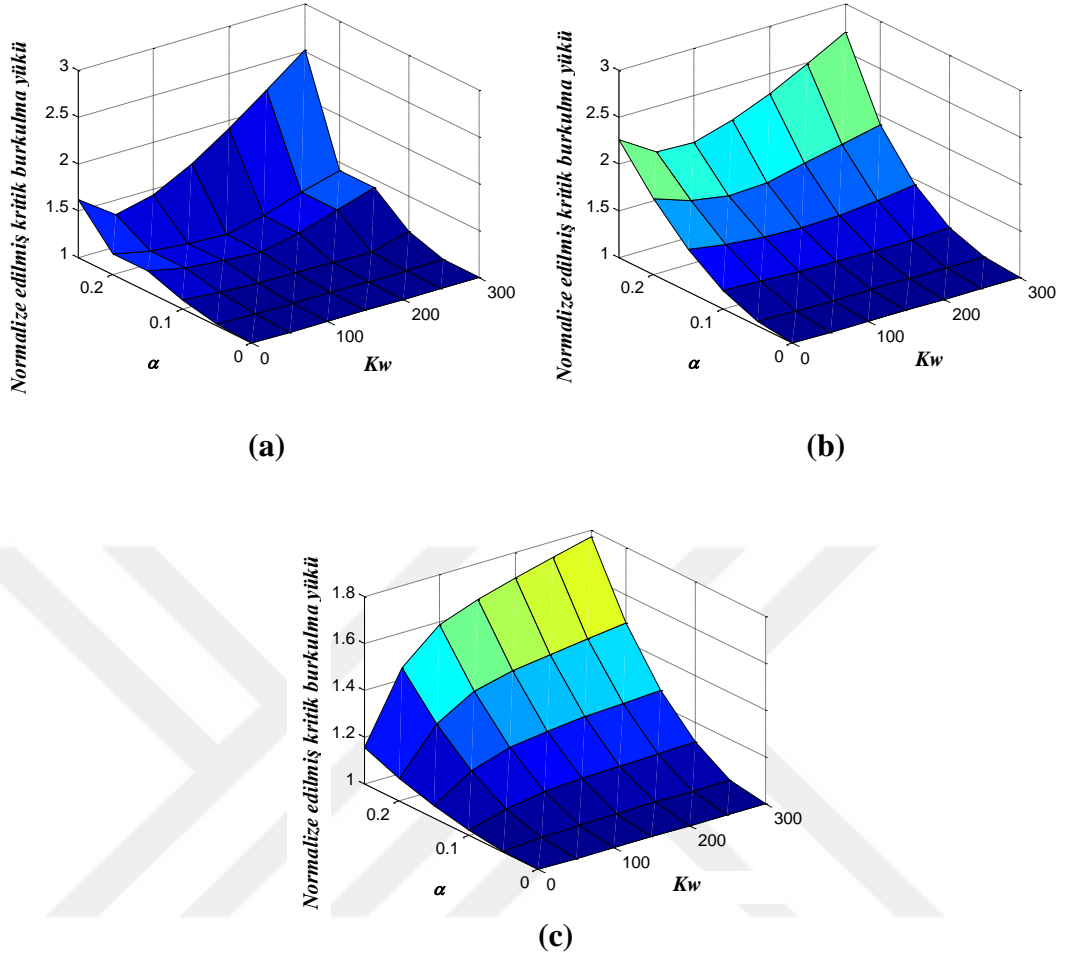
Çizelge 5.9. İki tarafı ankastre mesnet sınır koşuluna sahip farklı mikrotüpçük tiplerinin farklı boyutsuz winkler zemin parametresi ve boyutsuz yerel olmayan parametreye göre kritik burkulma yükü değerleri

K_w	α	P_{kr} (pN)				
		Mikrotüpçük tipi				
		10_2	11_2a	11_2b	12_2	12_3
0	0	462.9896	575.9395	585.5788	824.0116	857.2905
	0.05	421.3991	524.2026	532.9760	749.9903	780.2797
	0.10	331.9433	412.9234	419.8344	590.7803	614.6398
	0.15	245.1929	305.0096	310.1144	436.3852	454.0092
100	0	551.2777	685.7662	697.2436	981.1435	1020.7683
	0.05	504.3297	627.3649	637.8648	897.5872	933.8375
	0.10	403.3194	501.7123	510.1093	717.8128	746.8027
	0.15	305.2417	379.7078	386.0628	543.2578	565.1980
200	0	637.7730	793.3627	806.6409	1135.0846	1180.9266
	0.05	585.3303	728.1262	740.3126	1041.7491	1083.8216
	0.10	472.1771	587.3684	597.1990	840.3632	874.3025
	0.15	360.4430	448.3759	455.8802	641.5030	667.4110
0		13_3	14_4	14_3	15_4	15_3
	0	1023.0823	1231.6747	1292.9345	1518.3790	1531.2689
	0.05	931.1784	1121.0329	1176.7897	1381.9824	1393.7144
	0.10	733.5053	883.0569	926.9775	1088.6113	1097.8528
	0.15	541.8103	652.2779	684.7202	804.1125	810.9389
100	0	1218.1752	1466.5444	1539.4859	1807.9207	1823.2686
	0.05	1114.4328	1341.6503	1408.3800	1653.9543	1667.9952
	0.10	891.2272	1072.9362	1126.3008	1322.6900	1333.9186
	0.15	674.5019	812.0236	852.4112	1001.0432	1009.5413
200	0	1409.3066	1696.6449	1781.0309	2091.5830	2109.3390
	0.05	1293.4224	1557.1334	1634.5805	1919.5966	1935.8926
	0.10	1043.3843	1256.1160	1318.5914	1548.5096	1561.6553
	0.15	796.4819	958.8737	1006.5651	1182.0764	1192.1114

Çizelge 5.10. Tek tarafı ankastre mesnet sınır koşuluna sahip farklı mikrotüpçük tiplerinin farklı boyutsuz winkler zemin parametresi ve boyutsuz yerel olmayan parametreye göre kritik burkulma yükü değerleri

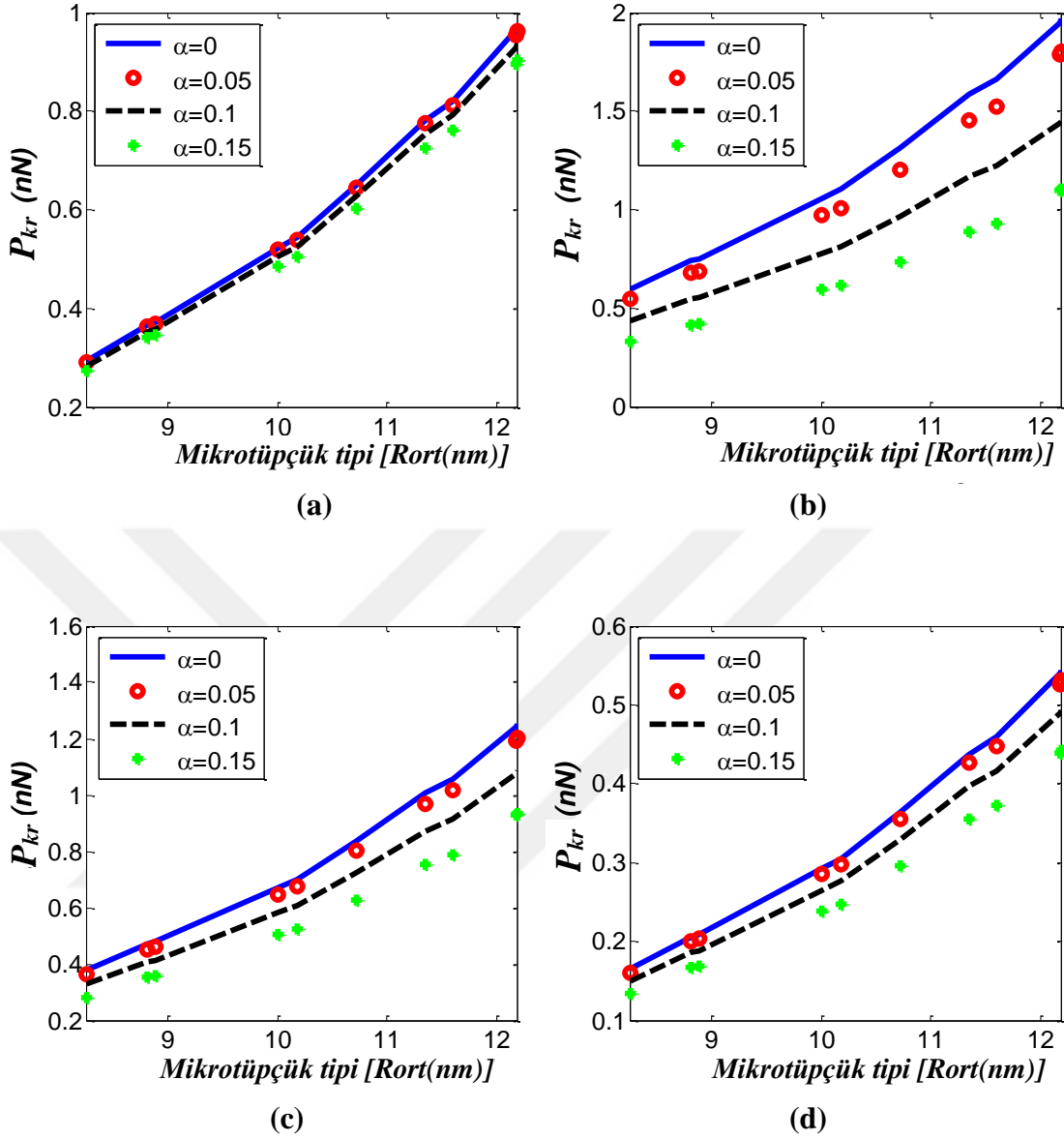
K_w	α	P_{kr} (pN)				
		Mikrotüpçük tipi				
		10_2	11_2a	11_2b	12_2	12_3
0	0	28.9368	35.9961	36.5986	51.5006	53.5805
	0.05	28.7594	35.7754	36.3742	51.1849	53.2520
	0.10	28.2400	35.1293	35.7173	50.2605	52.2903
	0.15	27.4148	34.1029	34.6736	48.7918	50.7624
100	0	140.6896	175.0119	177.9410	250.3940	260.5065
	0.05	137.5386	171.0922	173.9557	244.7860	254.6720
	0.10	128.8555	160.2908	162.9735	229.3322	238.5941
	0.15	116.5642	145.0009	147.4277	207.4565	215.8350
200	0	183.4477	248.6856	232.0205	326.4934	339.6793
	0.05	178.5877	241.9604	225.8737	317.8438	330.6804
	0.10	165.3697	223.3112	209.1559	294.3188	306.2053
	0.15	147.1572	197.8638	186.1211	261.9049	272.4823
0		13_3	14_4	14_3	15_4	15_3
	0	63.9425	76.9795	80.8082	94.8984	95.7041
	0.05	63.5505	76.5075	80.3128	94.3166	95.1173
	0.10	62.4027	75.1258	78.8623	92.6133	93.3995
	0.15	60.5793	72.9306	76.5580	89.9071	90.6704
100	0	310.8860	374.2714	392.8866	461.3928	465.3097
	0.05	303.9232	365.8889	384.0871	451.0590	454.8882
	0.10	284.7360	342.7897	359.8390	422.5829	426.1703
	0.15	257.5754	310.0915	325.5145	382.2733	385.5186
200	0	405.3701	488.0195	512.2921	601.6186	606.7260
	0.05	394.6308	475.0906	498.7202	585.6803	590.6523
	0.10	365.4225	439.9271	461.8078	542.3316	546.9356
	0.15	325.1778	391.4771	410.9480	482.6036	486.7006

Farklı yerel olmayan parametre ve winkler zemin parametreleri ile burkulma yüklerinin değişimi Şekil 5.9'da gösterilmektedir. Üç farklı sınır şartı göz önüne alınmıştır. Tüm tip sınır koşullarında boyutsuz winkler zemin parametresi (K_w)'nin artmasıyla burkulma yüklerinin genel olarak arttığı gözlenmiştir. Boyutsuz yerel olmayan parametre ($\alpha=e_0a/L$) arttığı zaman mikrotüpçüklerin kritik burkulma yükünün azaldığı da görülmektedir.



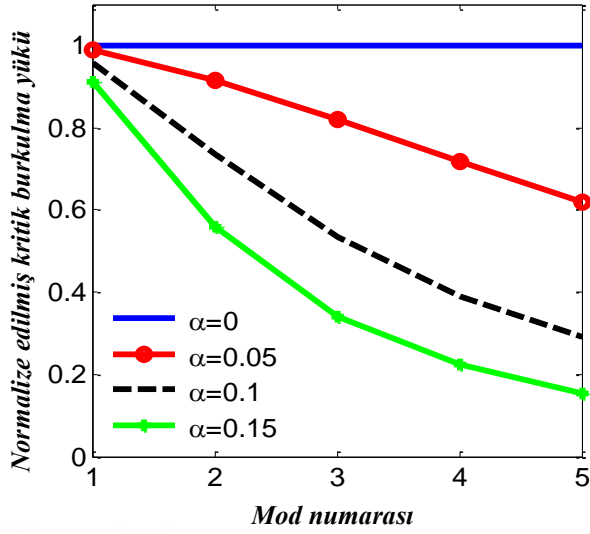
Şekil 5.9. Boyutsuz yerel olmayan parametre ve winkler zemin parametresine göre farklı mesnet koşullarına sahip mikrotüpçüklerin kritik burkulma yükü oranı ($P_{kryerel}/P_{kryerel}$ olmayan) **a)** İki tarafı basit mesnet; **b)** Tek tarafı ankastre tek tarafı basit mesnet; **c)** Tek tarafı ankastre mesnet

Şekil 5.10'da farklı sınır koşulları için farklı yarıçaplara sahip mikrotüpçüklerin yerel olmayan parametrenin etkisiyle kritik burkulma yükü analiz edilmiştir ($K_w=150$ için). Bu şekillerden yarıçap değeri arttıkça mikrotüpçüklerin kritik burkulma yükleri, dört sınır koşulunda da artar. Ayrıca yerel olmayan parametre de kritik burkulma yükünü azaltmaktadır. Bir diğer sonuç ise en çok yerel olmayan parametreden etkilenen sınır koşulu iki tarafı ankastre mesnet iken en az etkilenen ise iki tarafı basit mesnetli sınır koşulu olduğu açık bir şekilde görülmektedir.



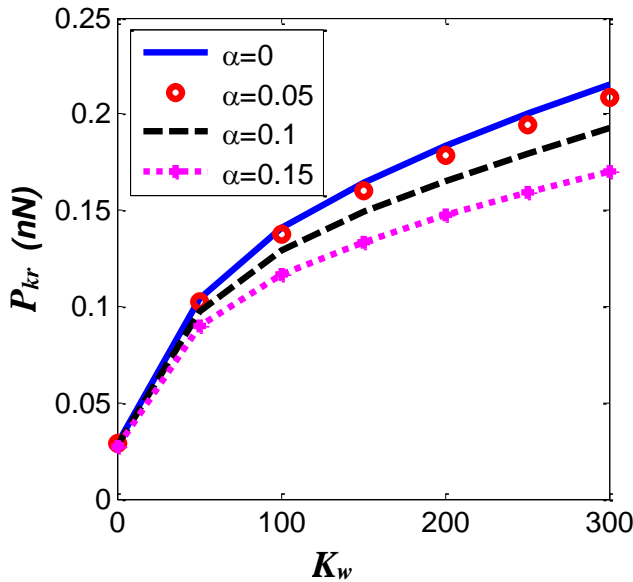
Şekil 5.10. Farklı mesnet koşullarına sahip mikrotüpçüklerin kritik burkulma yükünün mikrotüpçük tipi ve yerel olmayan parametreye göre değişimi ($K_w=150$) **a)** İki tarafı basit mesnet; **b)** İki tarafı ankastre mesnet; **c)** Tek tarafı ankastre tek tarafı basit mesnet; **d)** Tek tarafı ankastre mesnet

Farklı yerel olmayan parametre değerlerine sahip iki tarafı basit mesnetli mikrotüpçüklerin sabit winkler zemin parametresi ($K_w=100$) için normalize edilmiş burkulma yükleri ($P_{kryerel}/P_{kryerel\ olmayan}$) mod numarasının değişimine bağlı olarak Şekil 5.11'de gösterilmektedir. Normalize edilmiş burkulma yükünün, yerel olmayan parametrenin artmasıyla azaldığı görülmektedir. Ancak, yerel olmayan parametrenin burkulma üzerindeki etkisi daha yüksek modlar için daha belirgindir. Bir diğer önemli husus ise yerel olmayan parametrenin yüksek değerleri için mod sayısının artmasıyla oranın sabitlenmeye başladığı görülmektedir.



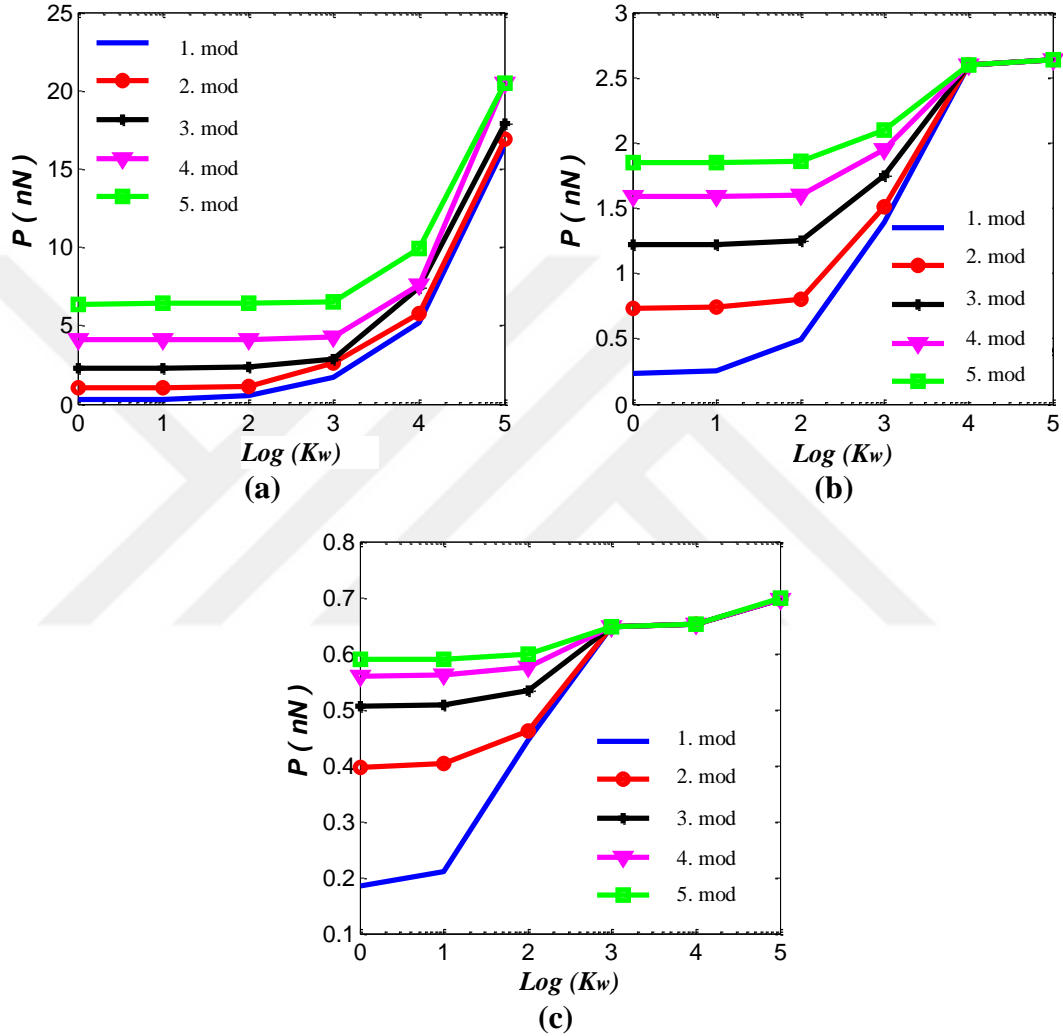
Şekil 5.11. İki tarafı basit mesnetli mikrotüpçüğün $K_w=100$ için farklı mod numarası ve yerel olmayan parametreye göre kritik burkulma yükü oranları ($P_{kryerel}/P_{kryerel\ olmayan}$)

Farklı winkler zemin parametresi ve yerel olmayan parametreye sahip tek tarafı ankastre mesnetli mikrotüpçükler için kritik burkulma yükleri 10_2 tipi mikrotüpçük ($R_{ort} = 8.27\text{ nm}$) için Şekil 5.12'de gösterilmiştir. Winkler zemin parametresinin artmasıyla burkulma yükünün arttığı kolayca görülebilir. Yerel olmayan parametrenin artmasıyla kritik burkulma yükünün azaldığı da gözlemlenmiştir. Yine burada da winkler zemin parametresinin yüksek değerleri için kritik burkulma yükü değerinin sabitlenmeye başladığı görülmektedir.



Şekil 5.12. Tek tarafı ankastre mesnetli mikrotüpçüğün farklı winkler elastik zemin parametresi ve yerel olmayan parametreye göre kritik burkulma yükü değerleri ($R_{ort}=8.27\text{nm}$)

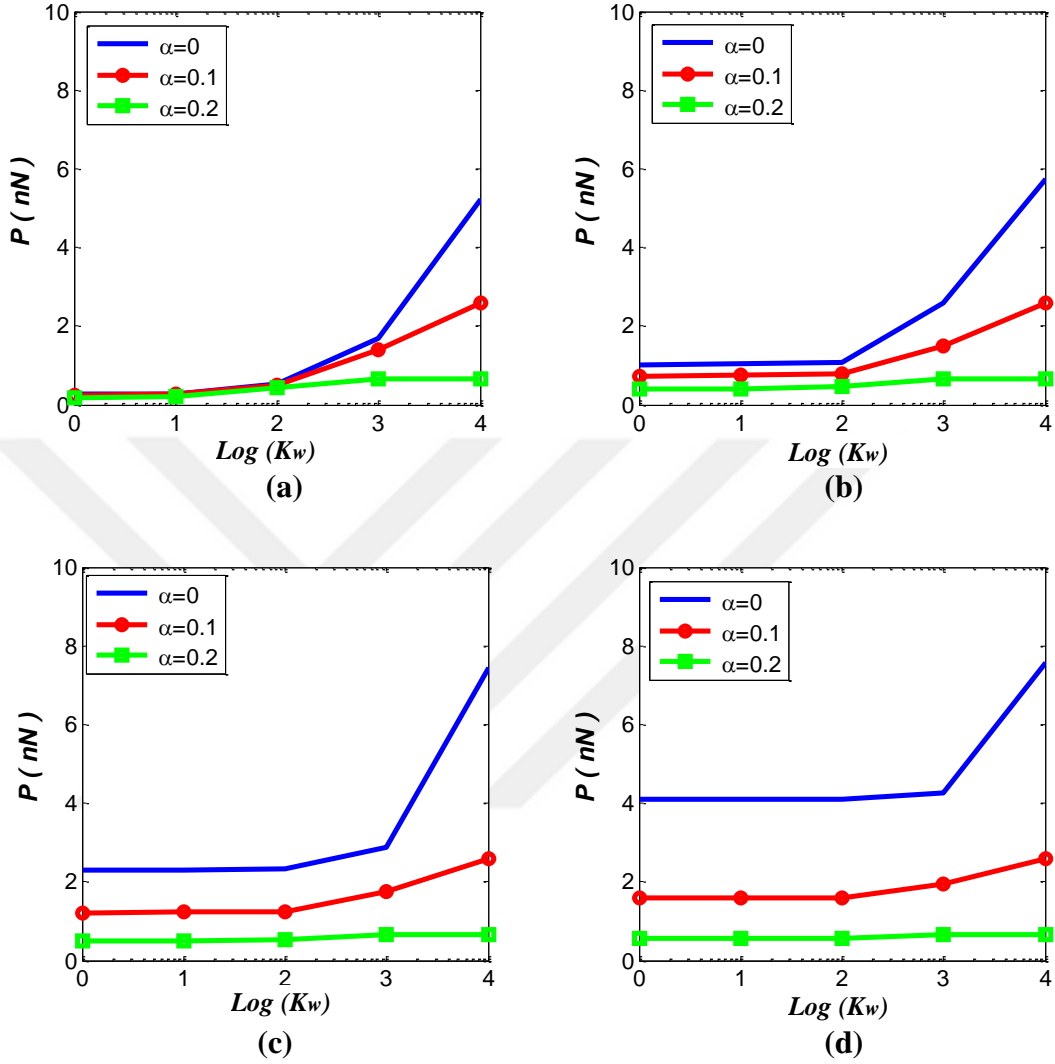
Şekil 5.13’de winkler zemin parametresi için geniş bir aralık seçilerek iki tarafı basit mesnet sınır koşuluna sahip 13_3 tipi mikrotüpçüğün mod numaraları değişimi ile burkulma yüklerinin değişimi gösterilmiştir. Ayrıca yerel olmayan parametrenin değişimine göre farklı şekiller elde edilmiştir. Winkler zemin parametresindeki artışın tüm modlar için burkulma yüklerinde artışa neden olduğu gözlenmiştir. Ayrıca, boyutsuz yerel olmayan parametrenin artmasıyla, burkulma yükleri azaldığı ve bu etkilerin daha düşük winkler zemin parametrelerinin değerleri için belirgin olduğu söylenebilir.



Şekil 5.13. Burkulma yükü değerlerinin farklı mod numaraları ve zemin parametresi değerlerine göre değişimi (iki tarafı basit mesnet sınır koşuluna sahip 13_3 tipi mikrotüpçük) a) $\alpha=0$; b) $\alpha=0.1$; c) $\alpha=0.2$

Şekil 5.14’te, iki tarafı basit mesnet sınır koşuluna sahip 13_3 tipi mikrotüpçük için winkler zemin parametresindeki ve yerel olmayan parametredaki artışın kritik burkulma yüklerine etkilerini göstermektedir. Ayrıca her bir şekil artan mod numarasını göstermektedir. Şekillerde yüksek modlarda daha büyük burkulma yükünün meydana geldiği görülmektedir. Daha önce de belirtildiği gibi, boyutsuz yerel olmayan parametrelerdeki bir artış, tüm modlar için burkulma yüklerinde azalma meydana getirir.

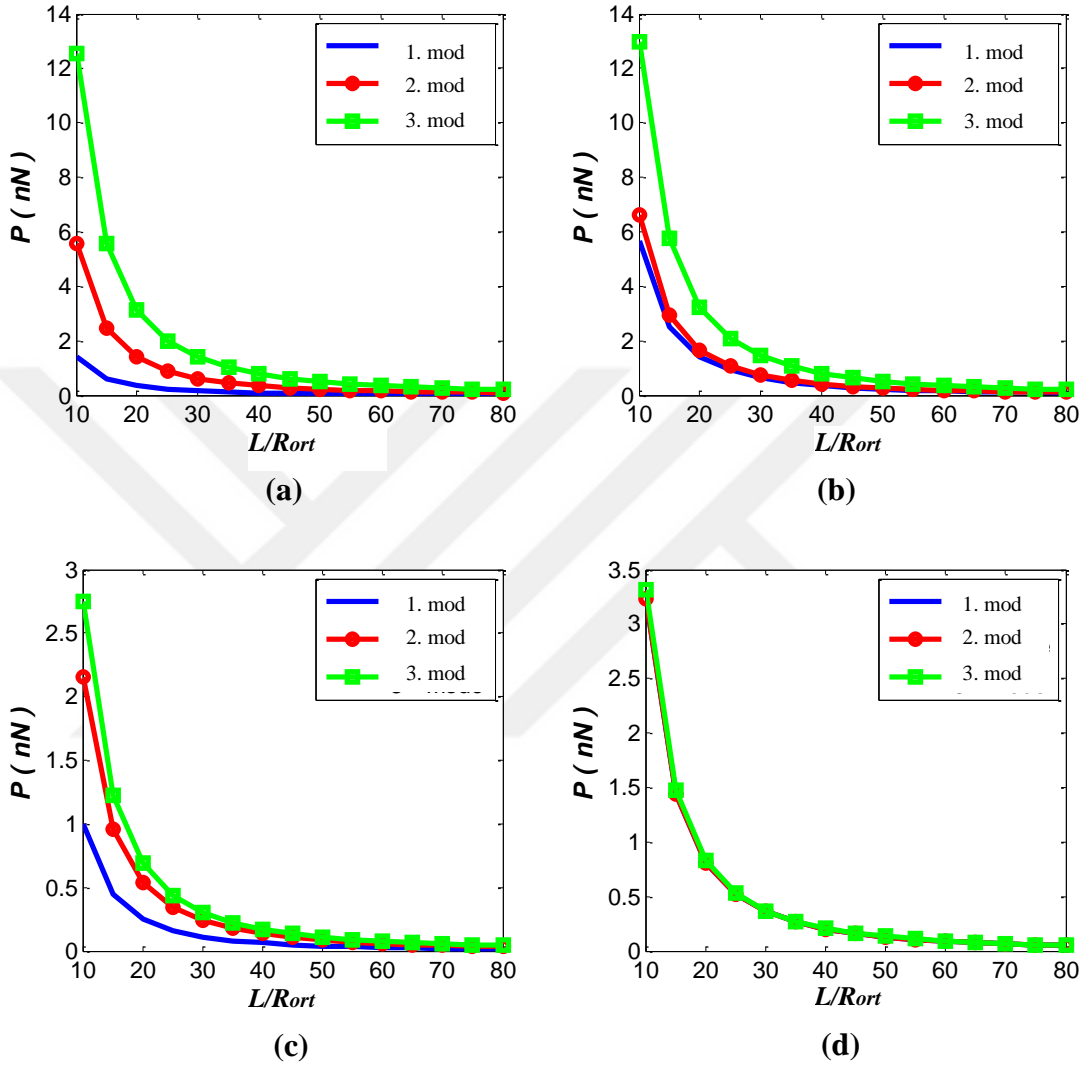
Ayrıca winkler zemin parametresinin düşük değerleri için yerel olmayan parametrenin etkisi daha yüksek modlarda daha belirgindir.



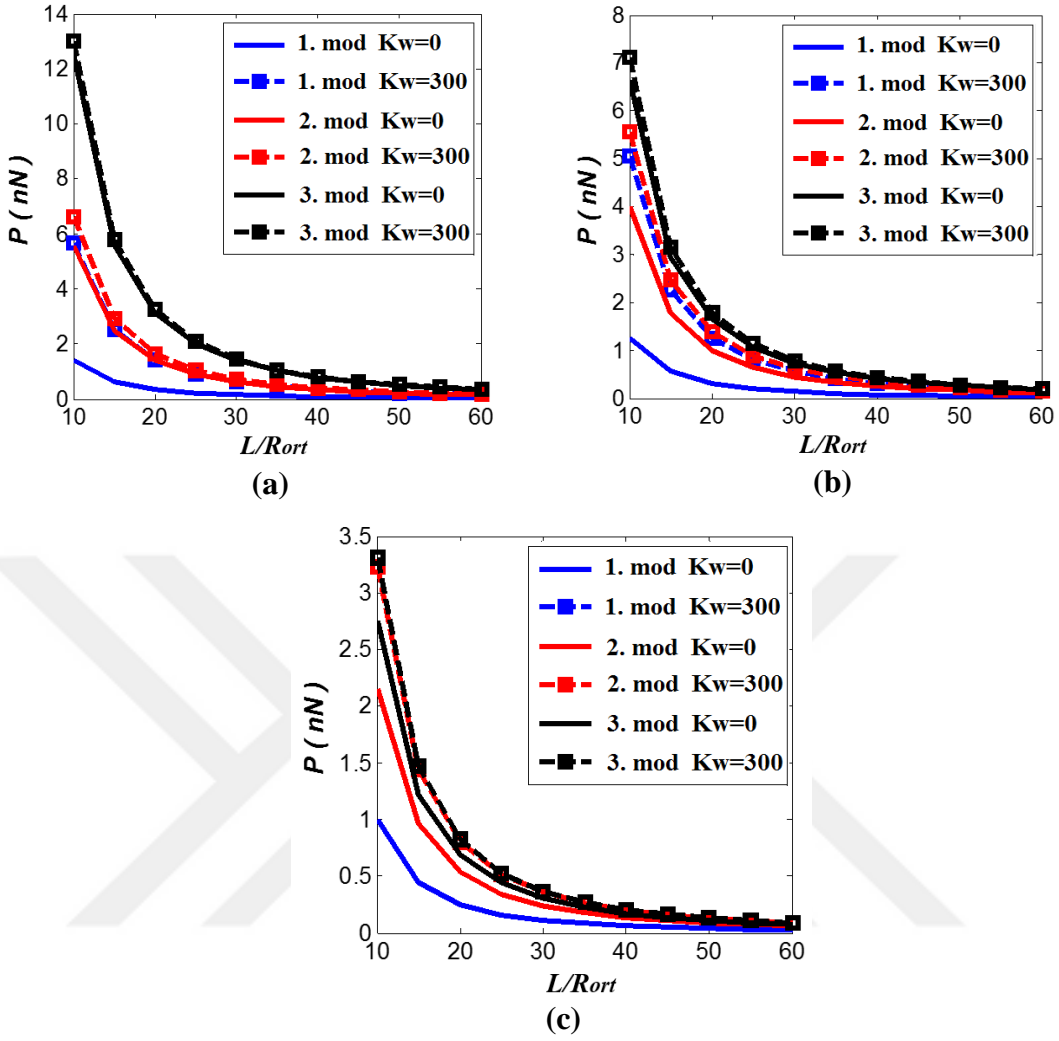
Şekil 5.14. Winkler zemin parametresi ve yerel olmayan parametrenin burkulma yüküne etkisi (iki tarafı basit mesnet sınır koşuluna sahip 13_3 tipi mikrotüpçük) **a)** 1. mod; **b)** 2. mod; **c)** 3. mod; **d)** 4. mod

Diğer geometrik ve malzeme parametrelerinin mikrotüpçüklerin burkulma yüküne olan etkilerini araştırmak için, Şekil 5.15 ve 5.16 hazırlanmıştır. Şekil 5.15'te iki tarafı basit mesnet sınır koşuluna sahip 13_3 tipi mikrotüpçük için ($R_{ort} = 10.72$ nm) uzunluğun artmasının farklı modlar için burkulma yüküne etkisi düşünülmüştür. Farklı şekillerde winkler zemin parametresinin ve yerel olmayan parametrenin ayrı ve birlikte etkisi de irdelenmiştir. Şekil 5.15 ve 5.16'dan burkulma yükünün uzunluk/yarıçap oranlarının artmasıyla azaldığı açıkça görülmektedir. Bu azalmayı en çok etkileyen faktörlerden biri mikrotüpçüğün kısa olması ikincisi ise yerel olmayan parametrenin artmasıdır. Winkler zemin ve yerel olmayan parametrenin yüksek değerlerinde 3 mod için de aynı burkulma yükü değeri olduğu da ayrıca çıkarılan bir sonuçtur. Görüldüğü gibi

winkler zemin parametresinin ve mod numarasının artmasıyla burkulma yükü artar. Yerel olmayan parametrenin etkisi, küçük uzunluk ve daha yüksek modlar için daha belirgindir. Uzunluk arttıkça burkulma yükünde yerel olmayan parametrenin etkisinin kaybolduğu açıktır.



Şekil 5.15. İki tarafı basit mesnet sınır koşuluna sahip 13_3 tipi mikrotüpçük için farklı L/R_{ort} oranı ve mod numaralarına göre burkulma yükü değerleri, **a)** $\alpha=0, K_w=0$; **b)** $\alpha=0, K_w=300$; **c)** $\alpha=0.2, K_w=0$; **d)** $\alpha=0.2, K_w=300$



Şekil 5.16. İki tarafı basit mesnet sınır koşuluna sahip 13_3 tipi mikrotüpçük için farklı L/R_{ort} oranı, mod numarası ve winkler zemin parametresine göre burkulma yükü değerleri **a)** $\alpha=0$; **b)** $\alpha=0.1$; **c)** $\alpha=0.2$

Üçüncü çalışma olarak elastik zemin ve sıcaklık etkisi ile nano/mikro kirişlerin titreşimi üzerine yapılmıştır. Titreşim analizleri için boyutsuz yerel olmayan parametre sırasıyla $e_0a/L=0.0, 0.1$ ve 0.2 olarak alınmıştır. Hesapların yapılabilmesi için sonlu elemanlar yöntemine bağlı olarak bilgisayar kodu geliştirilmiştir. Farklı yerel olmayan parametrelere göre iki tarafı basit mesnet ve iki tarafı ankastre mesnet sınır koşulları için optimum eleman sayısı Çizelge 5.11’de verilmiştir. Görülebileceği gibi, yerel olmayan parametre etkisinde iki tarafı basit mesnetli sınır koşulunda $n = 7$ ve iki tarafı ankastre mesnet sınır koşulunda en $n = 10$ olduğu zaman sonuçlar özellikle birinci mod için sabitlenmeye başlamaktadır. Bu nedenle daha yüksek mod numaraları için doğru sonuçlar elde etmek için eleman numarası 10’dan daha yüksek seçilmelidir (mod sayı üç için $n = 20$ gereklidir). Çizelge 5.11’den de görüleceği üzere eleman sayısının artmasıyla sonuçların doğruluğu artmaktadır. Yerel olmayan parametre, zemin parametresi ve termal parametre doğru eleman sayısını önemli ölçüde etkilememektedir. Analizler sırasında boyutsuzlaştırma için kullanılan parametreler sırasıyla; boyutsuz winkler zemin

parametresi $K_w = \frac{k_w L^4}{EI}$, pasternak zemin parametresi $K_p = \frac{k_p L^2}{EI}$, aksel kuvvet parametresi $p = \frac{PL^2}{EI}$, sıcaklıktan kaynaklanan aksel kuvvet parametresi $P_{termal} = \frac{P_{termal} L^2}{EI}$ ve boyutsuz frekans $\Omega = \sqrt{\frac{m_0 \omega^2 L^4}{EI}}$ olarak verilebilir.

Çizelge 5.11. Nano/Mikro kirişin eleman sayısına bağlı olarak boyutsuz frekans değerlerini yakınsama çalışması ($K_w=100$, $K_p=10$, $P_{termal}=5$)

eoa/L mod	Eleman sayısı (n)										
	20	16	15	12	11	10	9	8	7	6	5
İki tarafı basit mesnet											
0.0	1	3.9634	3.9634	3.9634	3.9634	3.9634	3.9634	3.9634	3.9634	3.9634	3.9635
	2	6.5636	6.5636	6.5636	6.5637	6.5638	6.5639	6.5640	6.5643	6.5648	6.5682
	3	9.5834	9.5836	9.5837	9.5844	9.5849	9.5856	9.5869	9.5890	9.5930	9.6189
0.2	1	3.8477	3.8477	3.8477	3.8477	3.8477	3.8477	3.8477	3.8477	3.8477	3.8478
	2	5.4798	5.4798	5.4798	5.4799	5.4799	5.4800	5.4801	5.4803	5.4807	5.4834
	3	6.9080	6.9081	6.9082	6.9087	6.9090	6.9095	6.9104	6.9118	6.9145	6.9316
İki tarafı ankastre mesnet											
0.0	1	5.0722	5.0722	5.0722	5.0722	5.0723	5.0723	5.0723	5.0724	5.0725	5.0733
	2	8.0183	8.0184	8.0185	8.0187	8.0189	8.0192	8.0197	8.0206	8.0223	8.0332
	3	11.106	11.107	11.107	11.108	11.109	11.111	11.114	11.118	11.127	11.180
0.2	1	4.8274	4.8274	4.8274	4.8275	4.8275	4.8275	4.8275	4.8276	4.8277	4.8285
	2	6.4898	6.4899	6.4900	6.4903	6.4904	6.4907	6.4912	6.4921	6.4936	6.5031
	3	7.8338	7.8343	7.8345	7.8359	7.8368	7.8382	7.8405	7.8443	7.8512	7.8877

Literatürde, iki parametrelili elastik zemin üzerine oturan kirişin sıcaklık etkisindeki titreşimi için yerel olmayan elastisite teorisi ile karşılaştırma yapılabilecek çalışma bulmak zor. Bu nedenle öncelikle klasik elastisite teorisi ile ve sıcaklık etkisi ihmal edilerek bir karşılaştırma düşünülmüştür. Bu bağlamda, Çizelge 5.12'de, farklı zemin parametreleri için iki tarafı basit mesnetli kirişlerin boyutsuz ilk beş frekansı Togun ve Bağdatlı (2016), Mustapha ve Zhong (2010) ve Yokoyama (1987) ile karşılaştırılmıştır. Çizelge 5.12'den anlaşılacağı gibi dört sonuç arasında iyi bir uyum vardır.

Çizelge 5.12. İki tarafı basit mesnetli kiriş için boyutsuz frekansın mod numarası ve elastik zemin parametreleri ile karşılaştırmalı değişimi

Mod numarası	Boyutsuz Frekans Değerleri						
	$K_w=25, K_p=25$				$K_w=36, K_p=36$		
	Elde Edilen	Togun ve Bağdatlı (2016)	Mustapha ve Zhong (2010)	Yokoyama (1987)	Elde Edilen	Togun ve Bağdatlı (2016)	Mustapha ve Zhong (2010)
1	19.2133	19.2133	19.2178	19.21	22.1069	22.1069	22.1112
2	50.7004	50.7002	50.7804	50.71	54.9162	54.916	55.1873
3	100.6794	100.677	-	-	105.4724	105.47	-
4	170.0439	170.028	-	-	175.1085	175.093	-
5	259.0480	258.987	-	-	264.2556	264.196	-

Bir diğer karşılaştırma iki tarafı ankastre mesnetli nanokirişler için boyutsuz ilk üç doğal frekansın çeşitli yerel olmayan parametreye göre karşılaştırılması Çizelge 5.13'de sunulmuştur. Çizelge 5.13'den görülebileceği gibi, sonuçlar Togun ve Bağdatlı (2016) ve diğer bulunan sonuçlar ile iyi bir uyum yakalamıştır.

Çizelge 5.13. İki tarafı ankastre mesnetli nano/mikro kirişin ilk üç modunun boyutsuz frekans değerlerinin boyutsuz yerel olmayan parametreye bağlı değişiminin karşılaştırılması

e_0a/L	Boyutsuz Frekans Değerleri					
	$K_w=10, K_p=50$					
	Ω_1		Ω_2		Ω_3	
Elde Edilen	Togun ve Bağdatlı (2016)	Elde Edilen	Togun ve Bağdatlı (2016)	Elde Edilen	Togun ve Bağdatlı (2016)	
0.0	33.3266	33.3268	78.0638	78.0648	139.862	139.8687
0.1	34.9378	34.9378	74.1135	74.1144	116.255	116.2609
0.2	37.7969	37.7969	69.3394	69.3406	99.5596	99.5668
0.3	40.0275	40.0276	66.8639	66.8653	93.7733	93.7813
0.4	41.4571	41.4573	65.6397	65.6412	91.529	91.5374
0.5	42.3505	42.3506	64.9805	64.9822	90.5076	90.5162

Boyutsuz doğal frekans, boyutsuz sıcaklık etkisi ve boyutsuz yerel olmayan parametre arasındaki ilişki iki tarafı basit mesnet ve iki tarafı ankastre mesnet düşünülerek Çizelge 5.14’te sunulmuştur. Sonuçlardan açıkça görülebileceği gibi, her iki sınır şartı için de boyutsuz doğal frekanslar negatif sıcaklık değişimi için artarken, pozitif sıcaklık değişimi için azalmıştır. Karbon nanotüpler için bu durum düşük veya oda sıcaklığında ya da yüksek sıcaklık olması durumuna göre değişmekte olduğu daha önce Murmu ve Pradhan (2009c), Wang vd. (2008b) ve Zhang vd. (2007) tarafından vurgulanmıştır. Buna göre düşük ya da oda sıcaklığında termal katsayı negatif değer almakta ve yüksek sıcaklıkta pozitif değer almaktadır. Hsu vd. (2008) yaptığı çalışmada pozitif termal katsayılar kullanmış ve sıcaklığın artmasıyla frekansın azaldığı sonucuna varmıştır. Ayrıca Çizelge 5.14’ten çıkarılacak bir diğer sonuç da yerel olmayan parametrenin artmasıyla yerel olmayan Euler-Bernoulli kiriş için elde edilen frekanslar, klasik kiriş modeli ile elde edilen frekanslardan daha küçük olur. Ayrıca iki tarafı ankastre mesnetli kirişin frekanslarının her zaman iki tarafı basit mesnetli kirişlerin frekanslarından daha büyük olduğuna dikkat edilmelidir.

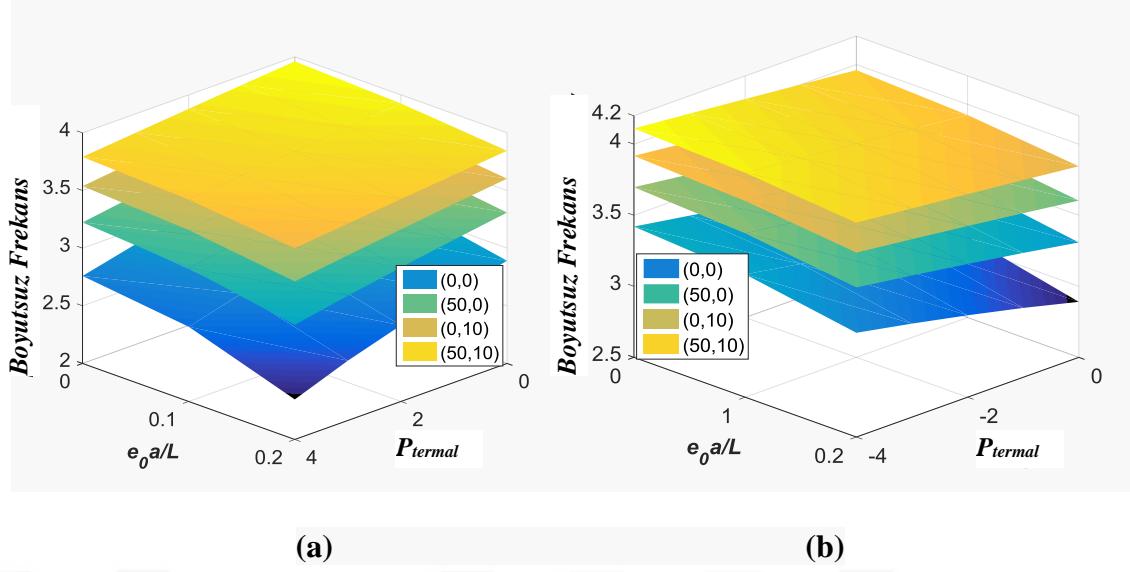
Çizelge 5.14. Farklı boyutsuz yerel olmayan parametre ve boyutsuz sıcaklık etkisine bağlı boyutsuz frekans değerleri

P_{termal}	e_0a/L			P_{termal}	e_0a/L		
	0	0.1	0.2		0	0.1	0.2
İki tarafı basit mesnet							
0	3.1416	3.0685	2.8908	0	3.1416	3.0685	2.8908
1	3.0588	2.9793	2.7828	-1	3.2183	3.1506	2.9880
2	2.9687	2.8813	2.6605	-2	3.2899	3.2267	3.0764
3	2.8695	2.7721	2.5185	-3	3.3571	3.2977	3.1579
İki tarafı ankastre mesnet							
0	4.7300	4.5945	4.2766	0	4.7300	4.5945	4.2766
1	4.7007	4.5541	4.2054	-1	4.7588	4.6338	4.3444
2	4.6707	4.5125	4.1304	-2	4.7871	4.6721	4.4092
3	4.6402	4.4697	4.0510	-3	4.8148	4.7095	4.4712

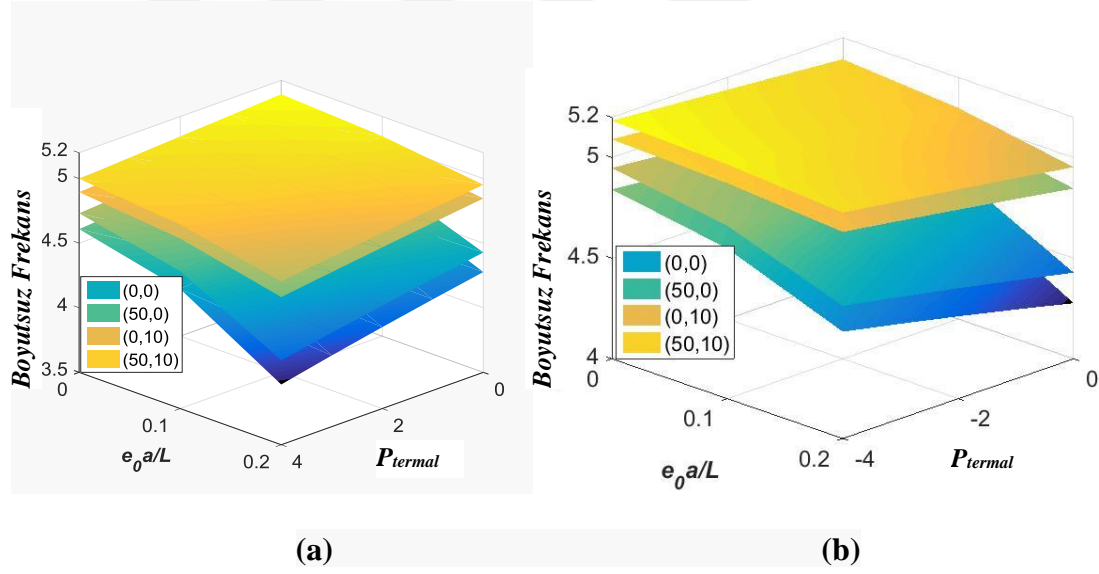
Çizelge 5.15, Şekil 5.17 ve Şekil 5.18 değişken yerel olmayan parametreler için elastik zemin parametrelerinin ve sıcaklık değişiminin doğal frekans üzerindeki etkisini göstermektedir. Şekil 5.17.a ve Şekil 5.18.a, pozitif sıcaklık değişimindeki artışı göstermektedir. Açık ki, pozitif sıcaklık değişiminin artması doğal frekansları azaltır. Şekil 5.17.b ve Şekil 5.18.b ise negatif sıcaklık değişimi için bu durumun tam tersini açıklamaktadır. Bununla birlikte, elastik zemin parametrelerinde bir artış ile doğal frekansların her durumda arttığı ortaya çıkmaktadır. Buna ek olarak, bu şekillerden ve tablodan da anlaşılacağı gibi kayma tabakasının kayma modülünün artmasıyla boyutsuz frekansları artırmada etkisi daha baskındır. Sıcaklık etkisi ile oluşan aksel kuvvetin pozitif veya negatif olabileceği unutulmamalıdır. Pozitif sıcaklık etkisi için, sıcaklık değişikliği (ΔT) ve termal genleşme katsayısı (α_T)'nın ya ikisinin de negatif ya da ikisinin de pozitif olmasıyla mümkündür. Negatif sıcaklık etkisi için, sıcaklık değişikliği (ΔT) negatif ve termal genleşme katsayısı (α_T) pozitif veya tersi olmasıyla mümkündür.

Çizelge 5.15. Yerel olmayan parametre, winkler ve pasternak parametresi, sıcaklık etkisine bağlı boyutsuz frekans değerlerinin değişimi

P_{termal}	(K_w, K_p)	İki tarafı basit mesnet			İki tarafı ankastre mesnet		
		$e_0 a/L$					
		0	0.1	0.2	0	0.1	0.2
0	(0,0)	3.1416	3.0685	2.8908	4.7300	4.5945	4.2766
	(0,5)	3.4806	3.4275	3.3041	4.8687	4.7817	4.5880
	(100,0)	3.7484	3.7061	3.6100	4.9504	4.8330	4.5656
	(100,5)	3.9634	3.9278	3.8477	5.0722	4.9956	4.8274
0.2	(0,0)	3.1256	3.0513	2.8702	4.7242	4.5865	4.2627
	(0,5)	3.4688	3.4152	3.2904	4.8634	4.7746	4.5767
	(100,0)	3.7390	3.6964	3.5995	4.9453	4.8261	4.5541
	(100,5)	3.9554	3.9196	3.8390	5.0675	4.9894	4.8177
0.4	(0,0)	3.1093	3.0338	2.8491	4.7184	4.5784	4.2486
	(0,5)	3.4569	3.4027	3.2764	4.8581	4.7675	4.5653
	(100,0)	3.7295	3.6866	3.5888	4.9402	4.8192	4.5426
	(100,5)	3.9474	3.9114	3.8303	5.0628	4.9832	4.8080
0.6	(0,0)	3.0927	3.0160	2.8275	4.7125	4.5703	4.2343
	(0,5)	3.4449	3.3901	3.2623	4.8527	4.7604	4.5539
	(100,0)	3.7199	3.6767	3.5781	4.9351	4.8123	4.5310
	(100,5)	3.9394	3.9031	3.8215	5.0581	4.9769	4.7982
0.8	(0,0)	3.0759	2.9978	2.8054	4.7066	4.5622	4.2199
	(0,5)	3.4328	3.3774	3.2480	4.8474	4.7532	4.5423
	(100,0)	3.7103	3.6667	3.5673	4.9300	4.8054	4.5192
	(100,5)	3.9313	3.8948	3.8126	5.0534	4.9707	4.7884
1.0	(0,0)	3.0588	2.9793	2.7828	4.7007	4.5541	4.2054
	(0,5)	3.4205	3.3645	3.2335	4.8420	4.7460	4.5307
	(100,0)	3.7006	3.6567	3.5564	4.9248	4.7984	4.5074
	(100,5)	3.9232	3.8864	3.8037	5.0486	4.9644	4.7784



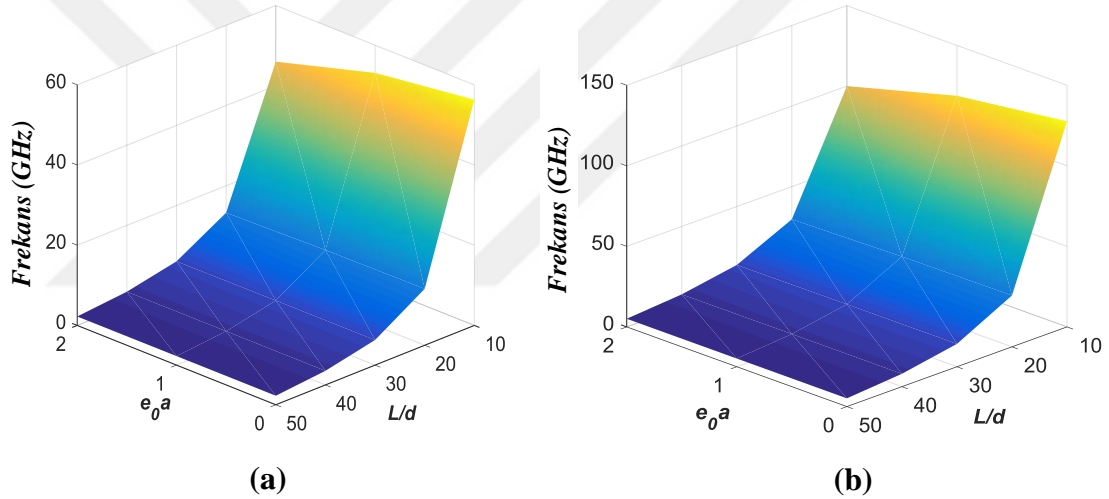
Şekil 5.17. İki tarafı basit mesnetli mikro/nano kiriş için farklı sıcaklık, yerel olmayan parametre ve elastik zemin parametresine (K_w , K_p) göre boyutsuz frekans değerlerinin değişimi etkisine göre **a)** Sıcaklığın artması; **b)** Sıcaklığın azalması



Şekil 5.18. İki tarafı ankastre mesnetli mikro/nano kiriş için farklı sıcaklık, yerel olmayan parametre ve elastik zemin parametresine (K_w , K_p) göre boyutsuz frekans değerlerinin değişimi etkisine göre **a)** Sıcaklığın artması; **b)** Sıcaklığın azalması

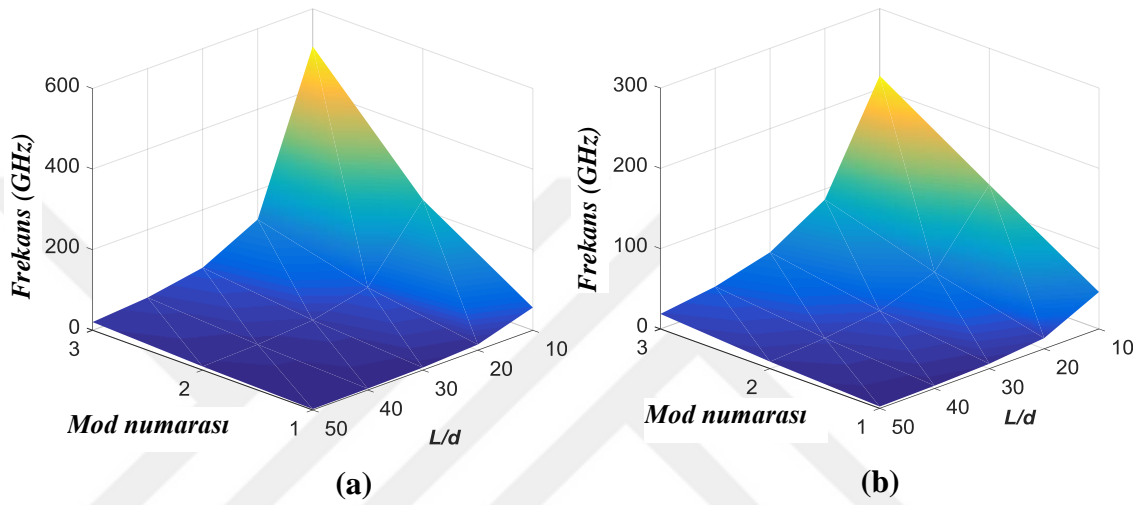
Boyutsuz olarak elde edilen titreşim analizi bu bölümde silisyum karbür için çalışılmıştır. Silisyum karbür nanotüpün hesaplamasında kullanılan parametreler aşağıdaki gibidir: Elastisite modülü, $E = 504.8 \text{ GPa}$, $\text{çap} = 0.89 \text{ nm}$ ve kütle yoğunluğu $\rho = 3.10 \text{ g/cm}^3$ (Makeev vd. 2006). Porter vd. (1997) silisyum karbür için termal genleşme katsayısının $6\mu/K$ 'den küçük olması gerektiğinden bahsetmiştir. Titreşim çalışmamızda Wieligor vd. (2010) tarafından kullanılan termal genleşme katsayısı, $\alpha = 4 \times 10^{-6}/K$ kullanılmıştır. Yerel olmayan parametre $e_0 a = 0, 1$ ve 2 nm olarak düşünülmüştür.

Bu bölümde ilk olarak elastik zemin etkisi olmayan silisyum karbür nanotüplerin temel frekansı için yeni sonuçlar Euler-Bernoulli kiriş teorisine göre yalnızca yerel olmayan parametre ve L/d oranının değişimine göre iki farklı sınır koşulu için Şekil 5.19'da incelenmiştir. Şekilden, uzunluk/çap oranı arttıkça, temel frekansların azalma eğilimi gösterdiği bulunmuştur. Ayrıca, basit mesnetli nanotüp için değerlendirilen frekansların iki tarafı ankastre mesnetli nanotüp için elde edilen frekanslardan daha küçük olduğu yorumlanabilir. Bir diğer sonuç ise yerel olmayan parametrelerdeki artış doğal frekanslarda azalmaya yol açmaktadır.

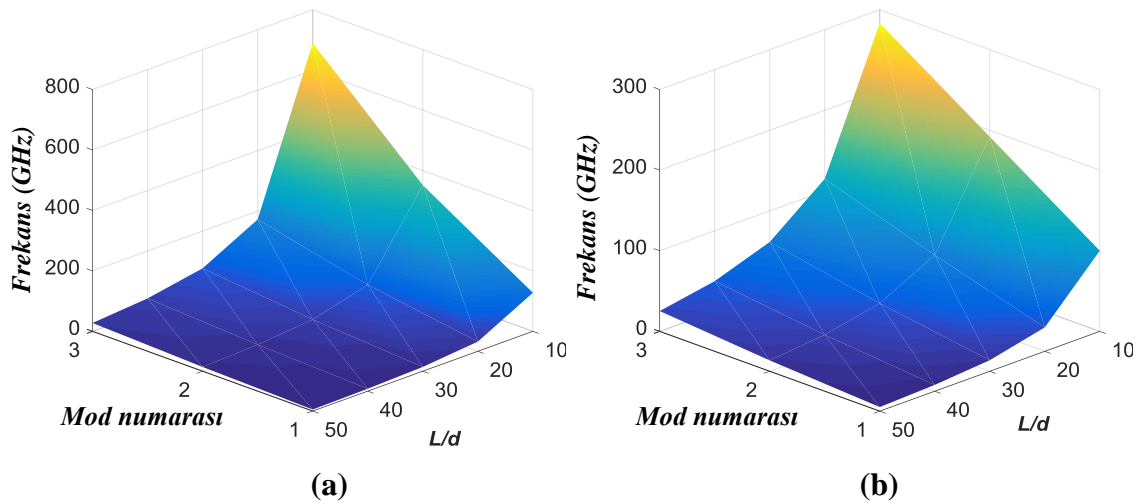


Şekil 5.19. Silisyum karbür nanotüp için farklı yerel olmayan parametre ve L/d oranına göre frekansın değişimi **a)** İki tarafı basit mesnet; **b)** İki tarafı ankastre mesnet

Şekil 5.20 ve Şekil 5.21’de, sırasıyla, farklı yerel olmayan parametreler için değişken uzunluk/çap oranı ile iki tarafı basit mesnetlenmiş ve iki tarafı ankastre mesnetlenmiş silisyum karbür nanotüplerin ilk üç frekansı gösterilmektedir. Şekillerden görüleceği üzere, frekanslar iki farklı sınır koşulunda da artan uzunluk/çap oranı ve yerel olmayan parametre ile azalmaktadır. İki tarafı ankastre mesnetli nanotüplerin frekanslarının, iki tarafı basit mesnetli nanotüplerin frekanslarından nispeten daha büyük olduğu söylenebilir. Beklendiği gibi, mod numarası arttıkça, frekanslar artar. Buna ek olarak, yerel olmayan parametrenin etkisinin L/d 'nin daha küçük değerlerinde daha belirgin olduğu sonucuna varılabilir.

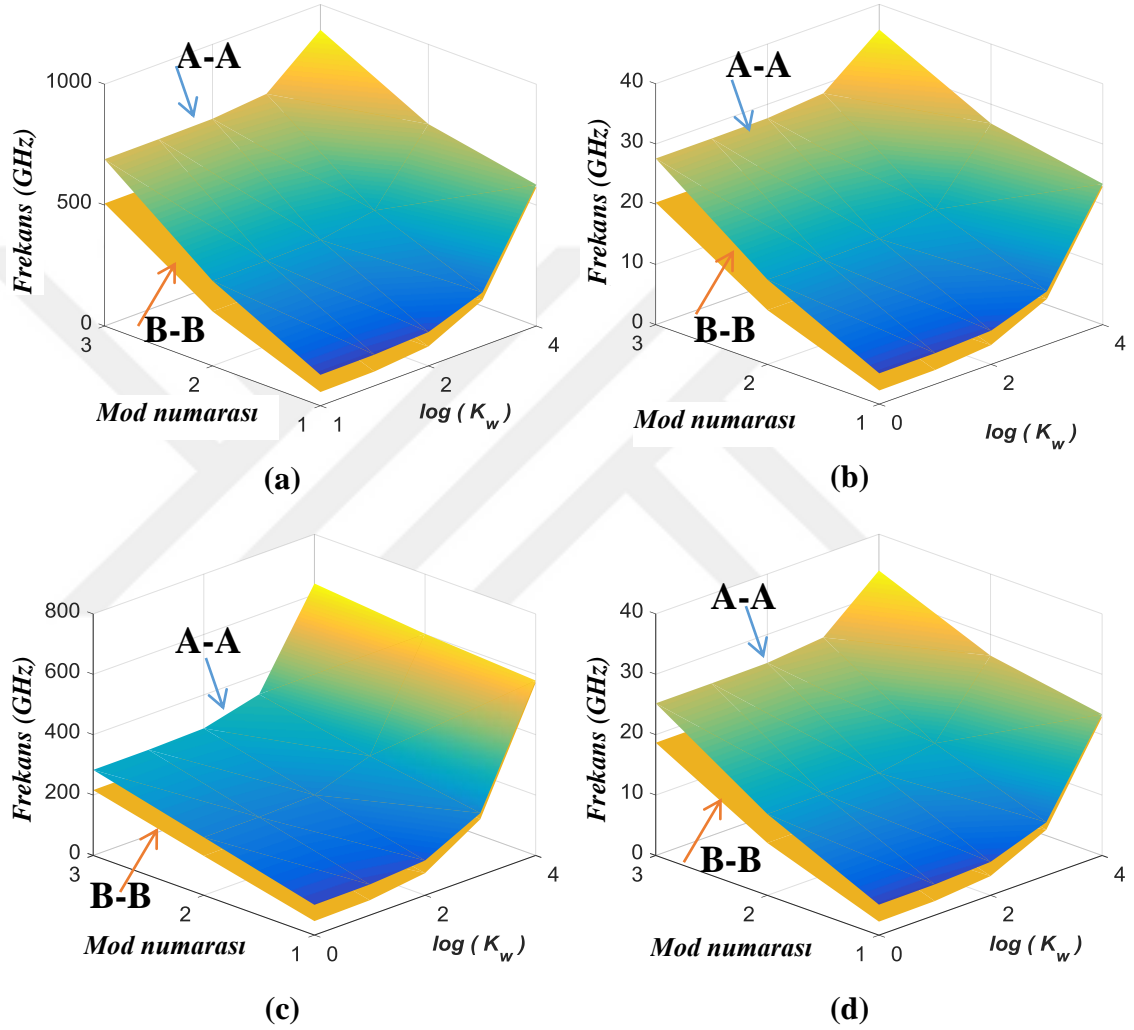


Şekil 5.20. İki tarafı basit mesnetli sınır koşuluna sahip silisyum karbür nanotüp için farklı mod numarası ve L/d oranına göre frekansın değişimi **a)** $e_0a=0$; **b)** $e_0a=2\text{nm}$

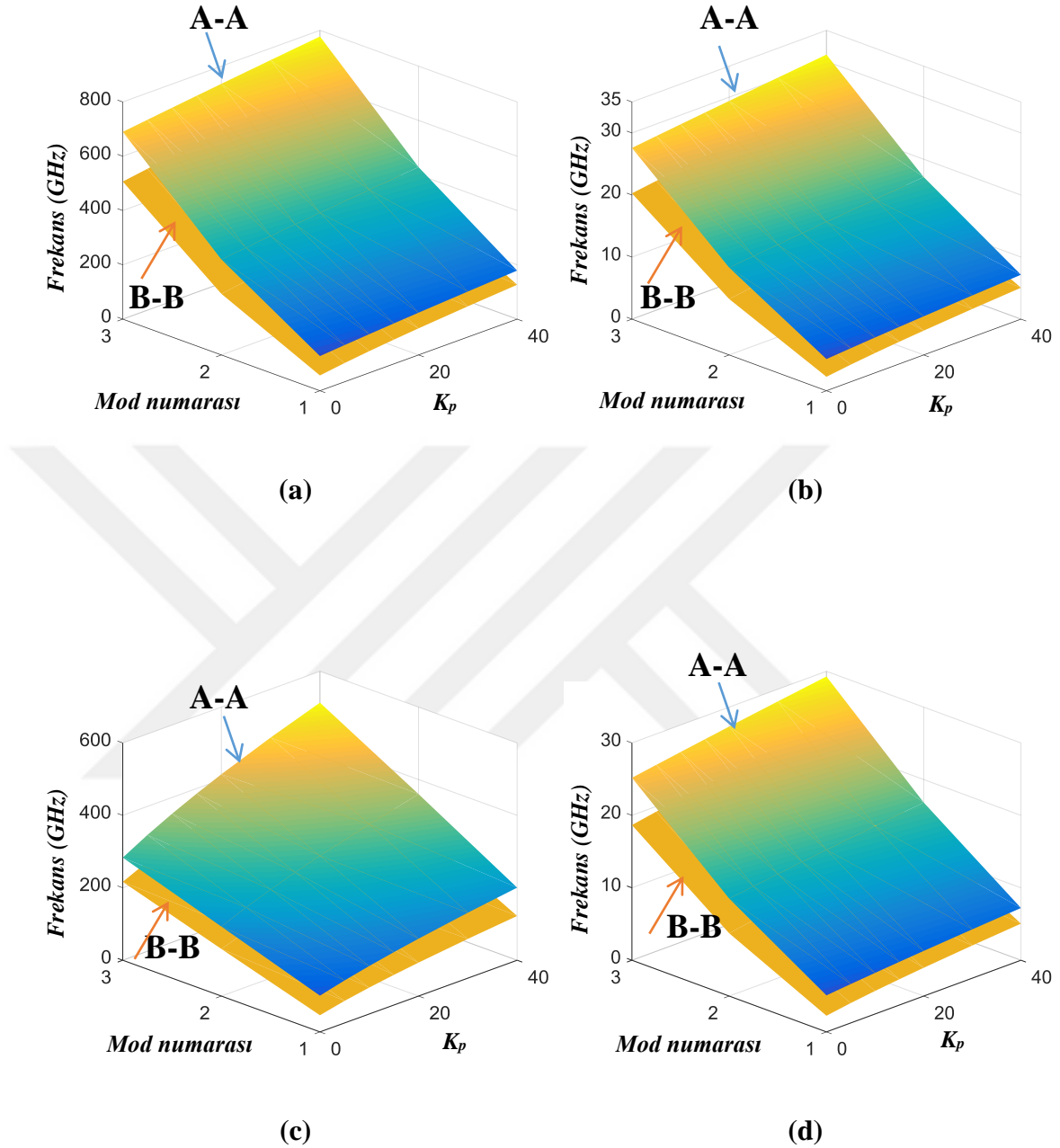


Şekil 5.21. İki tarafı ankastre mesnetli silisyum karbür nanotüp için farklı mod numarası ve L/d oranına göre frekansın değişimi **a)** $e_0a=0$; **b)** $e_0a=2\text{nm}$

Şekil 5.22, değişken uzunluk/çap oranları için (sırasıyla $L/d = 10$ ve $L/d = 50$) iki tarafı ankastre mesnet (A-A) ve iki tarafı basit mesnet (B-B) sınır koşuluna sahip olan silisyum karbür nanotüpün (parametreler sırasıyla $e_{0a} = 0$ ve $e_{0a} = 2$ nm) en düşük üç frekansında winker zemin parametresinin etkilerini göstermektedir. Şekil 5.23 ise kayma zemin parametresi için hazırlanmıştır. İki zemin parametresinin de sırasıyla artırılması frekansları artırmaktadır. Bununla birlikte, uzunluk/çap oranındaki ve yerel olmayan parametredeki artış frekans değerlerinde bir düşüşe neden olmaktadır.

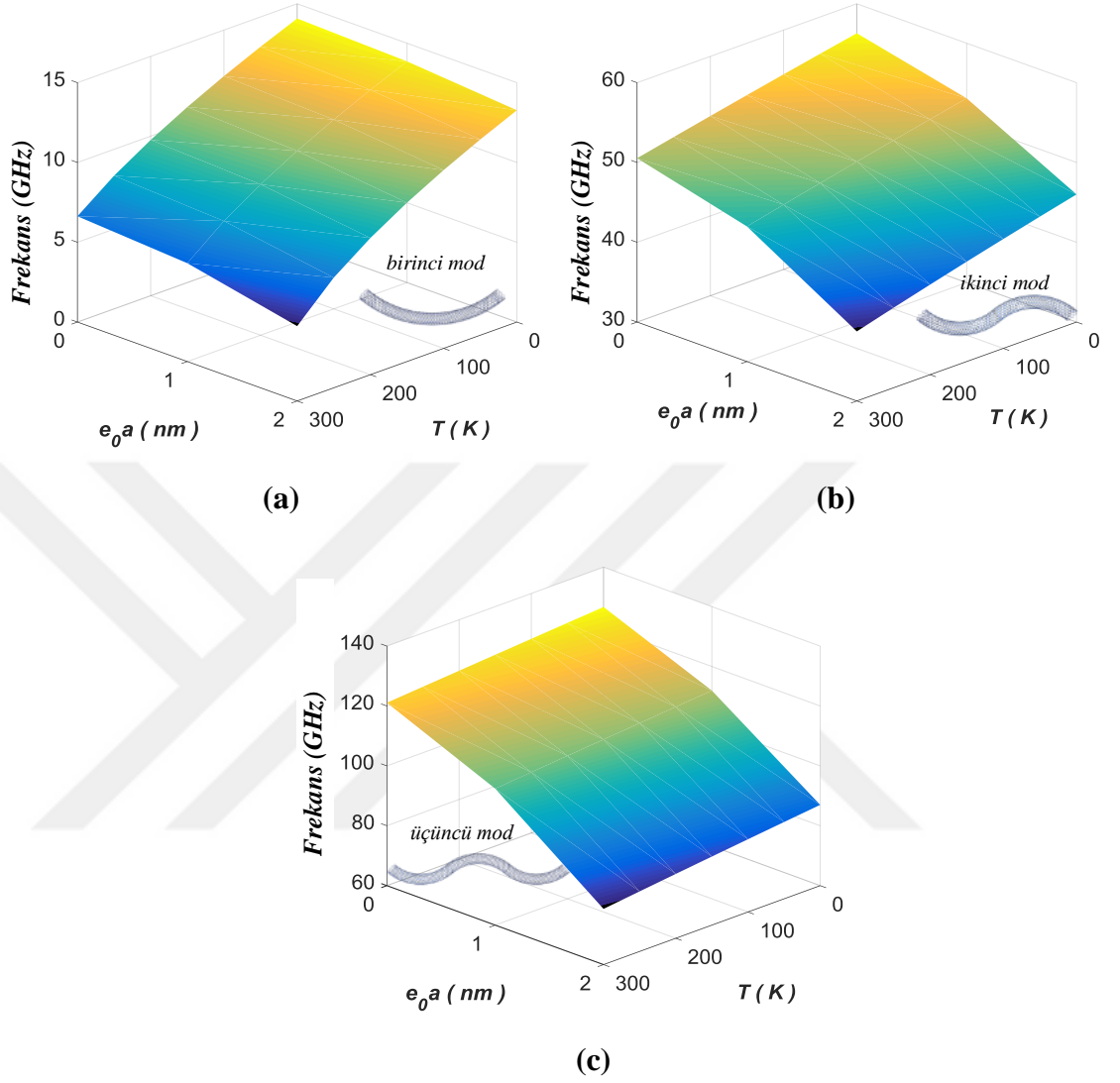


Şekil 5.22. Silisyum karbür nanotüp için farklı mod numarası ve winker elastik zemin parametresi oranına göre frekansın değişimi **a)** $e_{0a}=0$, $L/d=10$; **b)** $e_{0a}=0$, $L/d=50$; **c)** $e_{0a}=2$ nm, $L/d=10$; **d)** $e_{0a}=2$ nm, $L/d=50$

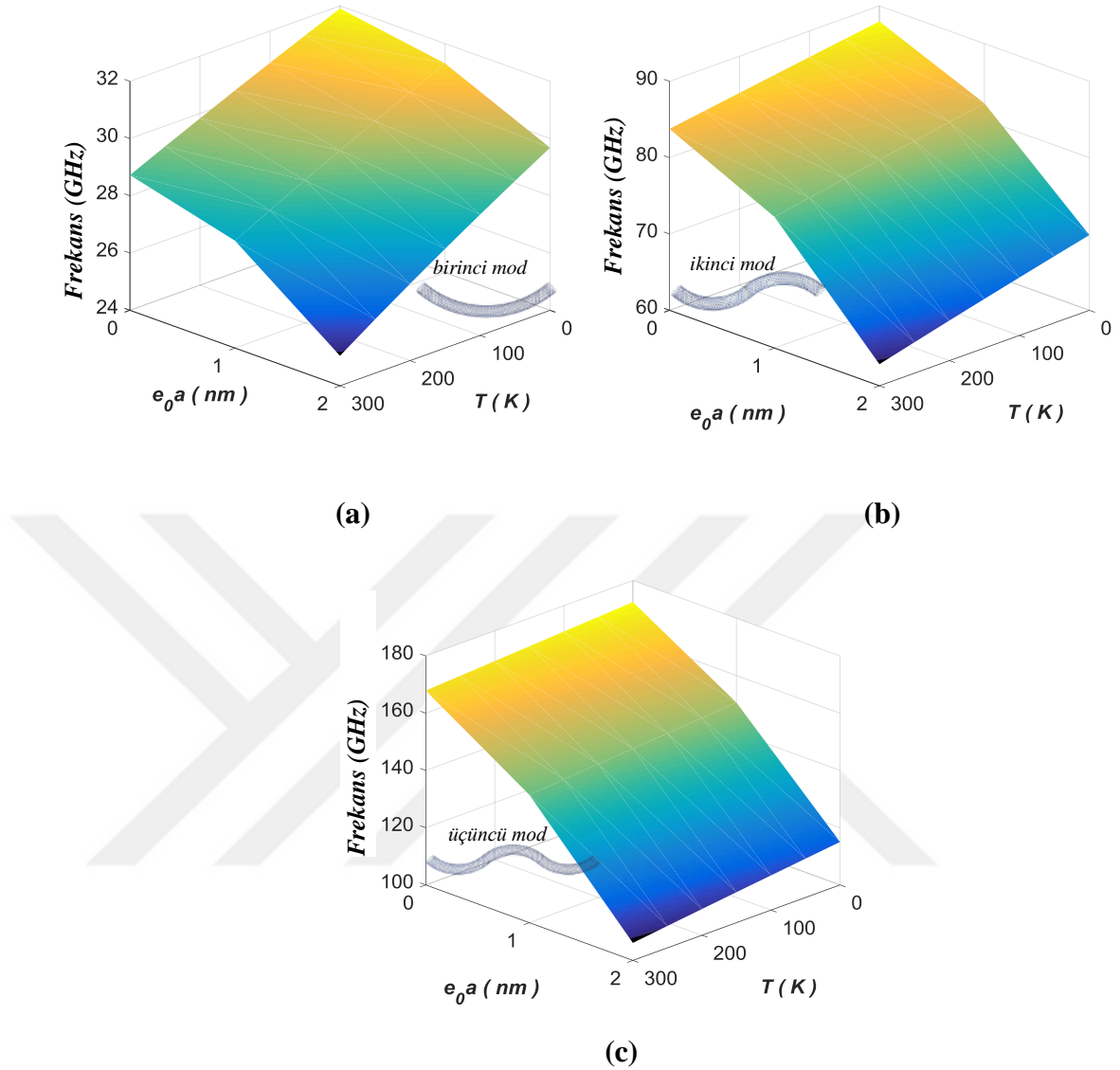


Şekil 5.23. Silisyum karbür nanotüp için farklı mod numarası ve kayma zemin parametresi oranına göre frekansın değişimi **a)** $e_0a=0$ nm, $L/d=10$; **b)** $e_0a=0$ nm, $L/d=50$; **c)** $e_0a=2$ nm, $L/d=10$; **d)** $e_0a=2$ nm, $L/d=50$

Şekil 5.24 ve Şekil 5.25 sırasıyla iki tarafı basit mesnet ve iki tarafı ankastre mesnet sınır koşullarında $L/d=20$ için yerel olmayan parametre ve sıcaklık değişimi ile silisyum karbür nanotüpün en düşük üç frekansını göstermektedir. Şekillerden silisyum karbür nanotüpün frekansının sıcaklığın artması ile azaldığı görülebilir. Aynı zamanda frekans, yerel olmayan parametrenin artması ile azalır ve bu daha yüksek modlarda daha belirgin hale gelir.

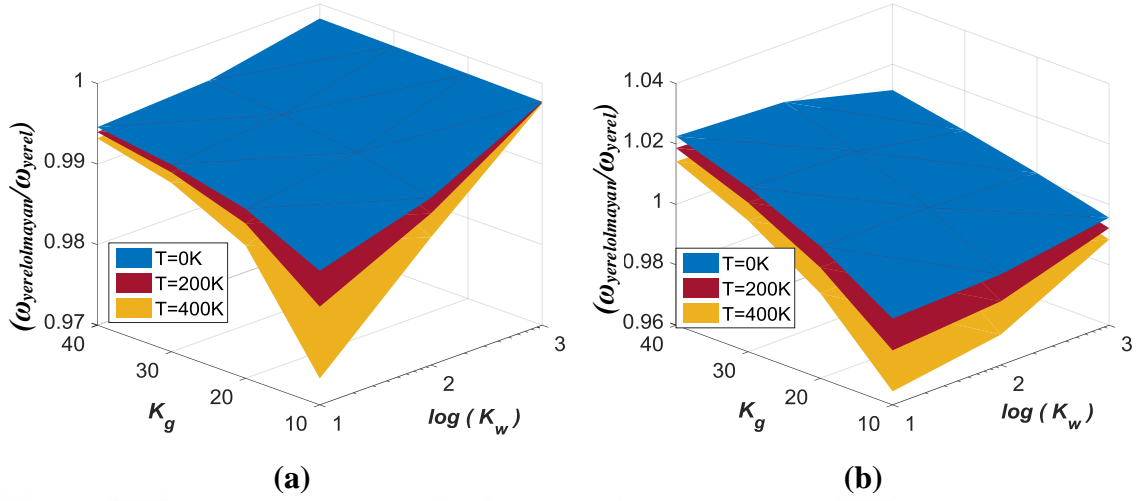


Şekil 5.24. Yerel olmayan parametre ve sıcaklığın değişimine göre iki tarafı basit mesnetli silisyum karbürün frekans değişimi ($L/d=20$) **a)** Birinci mod; **b)** İkinci mod; **c)** Üçüncü mod



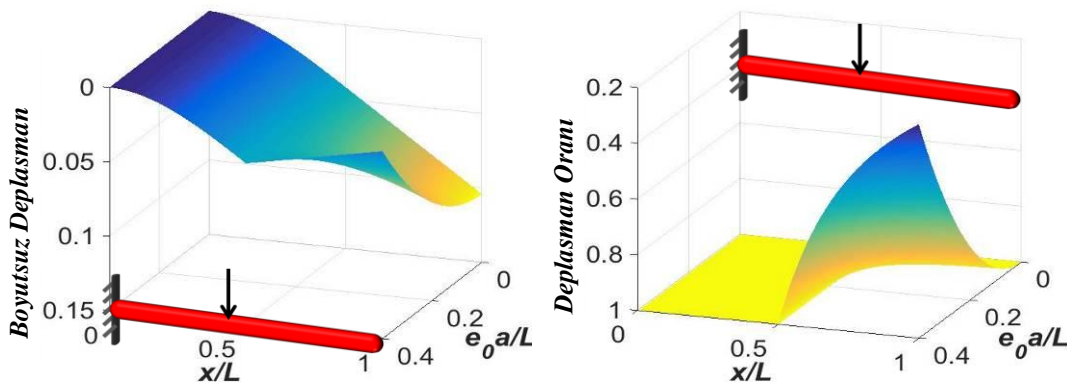
Şekil 5.25. Yerel olmayan parametre ve sıcaklığın değişimine göre iki tarafı ankastre mesnetli silisyum karbürün frekans değişimi ($L/d=20$) **a)** Birinci mod; **b)** İkinci mod; **c)** Üçüncü mod

Son olarak yerel olmayan parametre etkisinde, sıcaklık ve elastik zemin parametrelerinin frekans üzerindeki etkisine genel olarak bakmak için Şekil 5.26 hazırlanmıştır. Şekillerden görülebileceği gibi bir şekilde sırasıyla sarı, kırmızı ve mavi renklerde üç farklı sıcaklıkta ($T = 400$ K, 200 K, 0 K) üç farklı grafik çizilmiştir. Şekil 5.26'da, iki tarafı basit mesnet sınır koşulunda frekans oranının ($\omega_{yerel\ olmayan} / \omega_{yerel}$) daima birden daha az olduğu görülmektedir. Ancak iki tarafı ankastre mesnet sınır koşulunda oran, elastik zemin parametresinin daha büyük değerleri (yaklaşık olarak $K_w = 100$ ve $K_p = 20$ 'den sonra) için birden daha büyük değer almaya başlar.

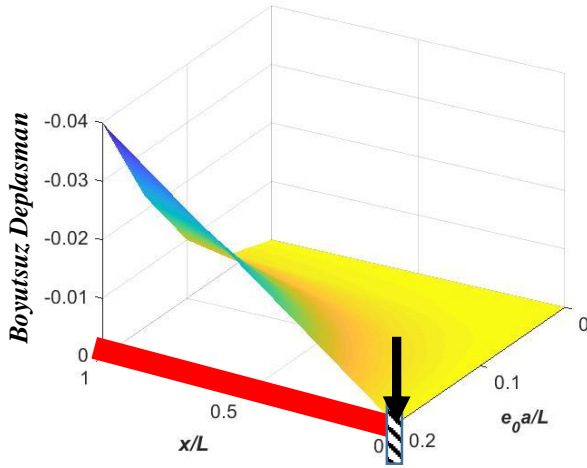


Şekil 5.26. Değişen elastik zemin parametrelerine göre sıcaklığın artmasıyla silisyum karbürün frekans oranı ($\omega_{yerel olmayan} / \omega_{yerel}$) değişimi ($L/d=20$, $e_0a=2nm$) **a)** İki tarafı basit mesnetli; **b)** İki tarafı ankastre mesnetli

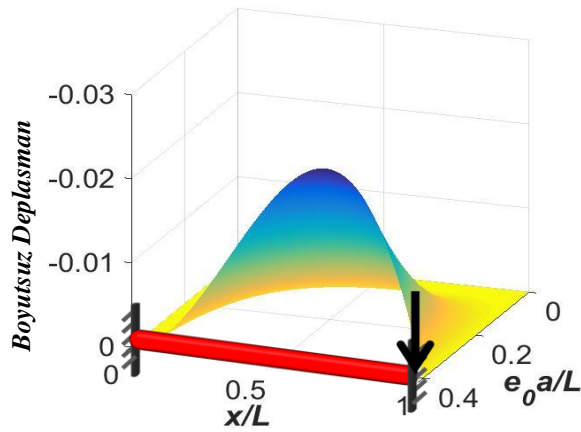
Dördüncü çalışma olarak nano/mikro kirişlerin eğilmesi ile ilgili yapılmıştır. Şekil 5.27’de görüldüğü gibi tek tarafı ankastre mesnet sınır koşulunda yükleme nano/mikro kirişin tam ortasından yapıldığı zaman boyutsuz deplasman ($\frac{qL^4}{EI}$) değeri tekil yüklemenin etki ettiği noktaya kadar yerel olmayan parametreden etkilenmemektedir. Yüklemeden sonra ise yerel olmayan parametrenin artmasıyla deplasman azalmaktadır. Şekil 5.28 incelendiğinde tekil yük mesnete uygulandığında şaşırtıcı bir şekilde kiriş üzerinde deplasman oluştuğu ve değerinin kiriş sonunda $-P(e_0a/L)^2$ ’ne eşit olduğu şekilden rahatlıkla söylenebilir.



Şekil 5.27. Tek tarafı ankastre mesnetli mikro/nano kiriş için yerel olmayan parametrenin kirişin farklı noktalarındaki deplasmana etkisi



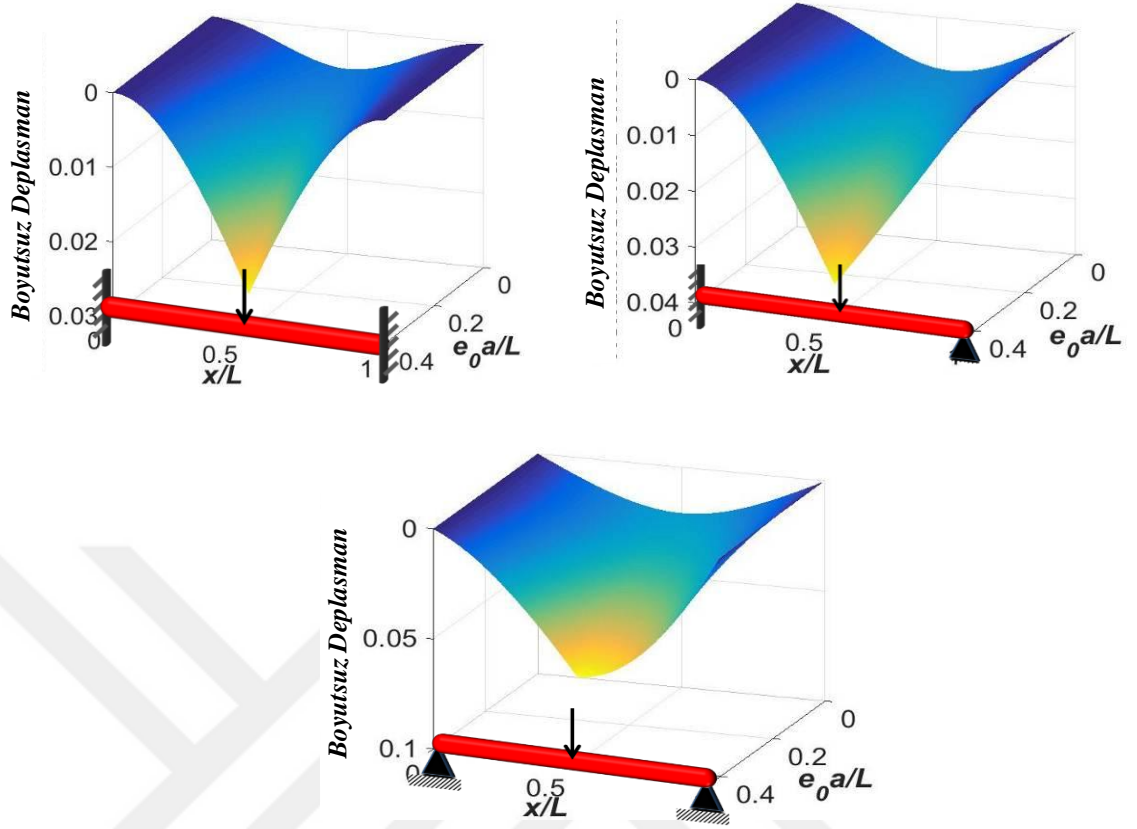
Şekil 5.28. Tek tarafı ankastre mesnetli mikro/nano kiriş için yük mesnette iken yerel olmayan parametrenin kirişin farklı noktalarındaki deplasmana etkisi



Şekil 5.29. İki tarafı basit mesnetli mikro/nano kiriş için yük mesnette iken yerel olmayan parametrenin kirişin farklı noktalarındaki deplasmana etkisi

Şekil 5.29 incelendiğinde ise yine ankastre mesnet üzerine kuvvet uygulandığında kirişin orta noktasında maksimum olacak şekilde deplasman oluştuğu söylenebilir. Değeri ise $-P(e_0a/L)^2/8^3$ e eşit gibi görünmektedir. Ankastre mesnet dışındaki sınır koşullarında bu problem görülmemektedir. Bu durum tekil yük kirişte süreksizlik mi oluşturuyor sorusunu akla getiriyor. Challamel vd. (2016) tek tarafı ankastre mesnet sınır koşulunun $w(0) = 0$, $EIw'(0) = P(e_0a)^2$ ve $w(b) = 0$, $EIw'(b) = -P(e_0a)^2$ şeklinde olması gerektiğini savunmuşlardır.

Şekil 5.30 incelendiğinde diğer mesnet koşullarında açıklık ortasından tekil yük ile yüklenmiş nano/mikro kiriş için yerel olmayan parametrenin artması deplasmanı artırmaktadır. İki tarafı ankastre ve tek tarafı ankastre tek tarafı basit mesnet koşullarında deplasmanlar birbirine çok yakınken iki tarafı ankastre mesnet koşuluna sahip kirişin en fazla deplasman yaptığı söylenebilir.



Şekil 5.30. Farklı mesnet koşullarına sahip mikro/nano kiriş için yerel olmayan parametrenin kirişin farklı noktalarındaki deplasmana etkisi

Çalışmanın bu bölümünde, üzerinde yayılı yük bulunan ve winkler zemine oturan çeşitli sınır koşullarına sahip nanokirişlerin eğilme davranışı araştırmak için ayrıntılı bir parametrik çalışma yapılmıştır. İlk olarak sonlu elemanlar ile yapılan çözümün geçerliliğini kontrol etmek için karşılaştırmalı bir çalışma yapılmıştır. Bu amaçla, üzerinde yayılı yük bulunan iki tarafı basit mesnetlenmiş nanokirişlerin maksimum deplasmanı, Reddy ve Pang (2008) ve Thai (2012) ile Çizelge 5.16'da karşılaştırılmıştır. Ayrıca Çizelge 5.17'de de iki tarafı ankastre mesnetlenmiş nanokirişlerin maksimum deplasmanı, Reddy ve Pang (2008) ile karşılaştırılmıştır. Çizelge 5.16 ve 5.17'den açıkça görüleceği üzere, sonuçlar arasında iyi bir uyum vardır. Burada $e_0 a/L = 0$ için verilen sonuçların klasik sonuçları gösterdiğine dikkat edilmelidir. Ayrıca Çizelge 5.16'da Euler-Bernoulli kiriş teorisinde $e_0 a/L$ değişmesiyle maksimum deplasmanların değiştiği fakat maksimum deplasmanların h/L oranına bağlı olmadığı görülmüştür. Öte yandan, h/L oranı 20'den büyük olduğunda Euler-Bernoulli kiriş teorisi (EBKT) doğru sonuçlar verdiğini unutmamak gerekir. h/L oranı 20'den küçük olması durumunda ise Timoshenko kiriş teorisi (TKT) kullanılmalıdır. Ayrıca, Çizelge 5.16'dan görüleceği gibi yerel olmayan parametredeki bir artışın, iki tarafı basit mesnetli nanokiriş için boyutsuz maksimum deplasmanda artışa neden olduğu bulunmuştur. Ayrıca, Çizelge 5.17'den görüleceği üzere iki tarafı ankastre mesnetlenmiş nanokirişlerin boyutsuz maksimum deplasmanının, yerel olmayan parametreden etkilenmediği görülmektedir.

Çizelge 5.16. İki tarafı basit mesnetli nano/mikro kirişin boyutsuz maksimum deplasmanlarının yerel olmayan parametreye göre değişiminin karşılaştırmalı sonuçları ($K_w=0$)

	$e_0 a / L$	EBKT Reddy ve Pang (2008)	EBKT Thai (2012)	TKT Thai (2012)	EBKT Elde Edilen
$h/L=5$	0	0.013021	0.013021	0.014321	0.013021
	0.05	0.013333	-	-	0.013333
	0.10	0.014271	0.014271	0.015674	0.014271
	0.15	0.015833	-	-	0.015833
	0.20	0.018021	0.018021	0.019734	0.018021
	0.25	0.020833	-	-	0.020833
$h/L=10$	0	0.013021	0.013021	0.013346	0.013021
	0.05	0.013333	-	-	0.013333
	0.10	0.014271	0.014271	0.014622	0.014271
	0.15	0.015833	-	-	0.015833
	0.20	0.018021	0.018021	0.018449	0.018021
	0.25	0.020833	-	-	0.020833
$h/L=20$	0	0.013021	0.013021	0.013102	0.013021
	0.05	0.013333	-	-	0.013333
	0.10	0.014271	0.014271	0.014359	0.014271
	0.15	0.015833	-	-	0.015833
	0.20	0.018021	0.018021	0.018128	0.018021
	0.25	0.020833	-	-	0.020833
$h/L=100$	0	0.013021	0.013021	0.013024	0.013021
	0.05	0.013333	-	-	0.013333
	0.10	0.014271	0.014271	0.014274	0.014271
	0.15	0.015833	-	-	0.015833
	0.20	0.018021	0.018021	0.018025	0.018021
	0.25	0.020833	-	-	0.020833

Çizelge 5.17. İki tarafı ankastre mesnetli nano/mikro kirişin boyutsuz maksimum deplasmanlarının yerel olmayan parametreye göre değişiminin karşılaştırmalı sonuçları ($K_w=0$)

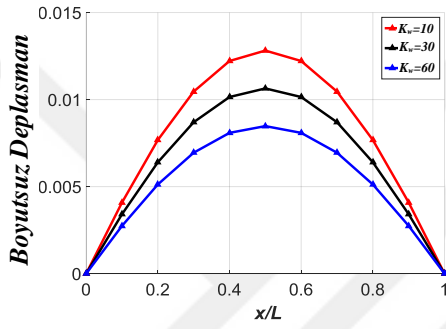
$e_0 a / L$	Reddy ve Pang (2008)	Elde Edilen
0	0.002604	0.002604
0.05	0.002604	0.002604
0.10	0.002604	0.002604
0.15	0.002604	0.002604
0.20	0.002604	0.002604
0.25	0.002604	0.002604

İki tarafı basit mesnetli nano/mikro kirişin boyutsuz maksimum deplasman değerlerinin winker zemin parametresi ve boyutsuz yerel olmayan parametreye bağlı değişimi Çizelge 5.18, Şekil 5.31 ve Şekil 5.32’de gösterilmiştir. Nano/mikro kiriş için winker zemin parametresinin boyutsuz deplasman üzerindeki etkileri Şekil 5.31’de gösterilmiştir. Çizelge 5.18 ve Şekil 5.31’den açıkça görülebilir ki çeşitli winker zemin parametrelerine karşılık gelen maksimum deplasman, beklendiği gibi zemin parametresinin değerleri küçükken daha fazladır. Ayrıca Çizelge 5.18’den de anlaşılacağı gibi, yerel olmayan parametredeki artış deplasmanı arttırmaktadır. Şekil 5.32’den kolayca

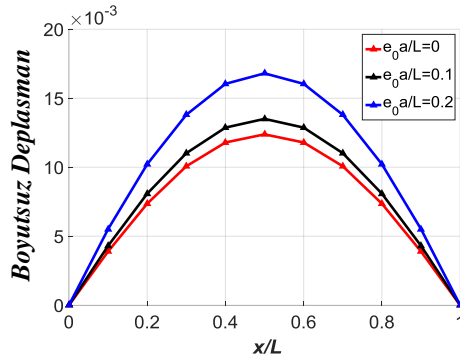
görülebileceği üzere, winkler zemin parametresinin küçük değerlerinde yerel olmayan parametrenin etkisi daha iyi görülmektedir.

Çizelge 5.18. İki tarafı basit mesnetli nano/mikro kirişin boyutsuz maksimum deplasmanlarının yerel olmayan parametre ve winkler zemin parametresine göre değişimi

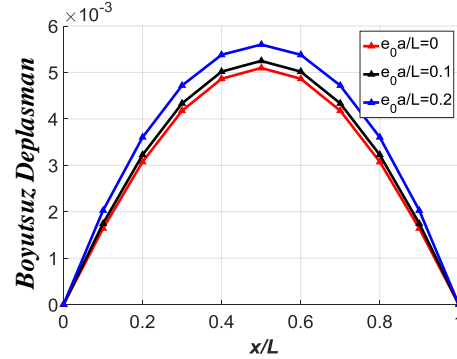
$e_0 a / L$	K_w				
	1	10	25	50	100
0	0.01289	0.01181	0.01037	0.00862	0.00643
0.05	0.01320	0.01207	0.01056	0.00874	0.00650
0.10	0.01411	0.01283	0.01113	0.00912	0.00669
0.15	0.01564	0.01406	0.01204	0.00970	0.00697
0.20	0.01777	0.01575	0.01324	0.01044	0.00732
0.25	0.02049	0.01784	0.01466	0.01128	0.00767



Şekil 5.31. İki tarafı basit mesnetli mikro/nano kiriş için winkler zemin parametresinin değişiminin deplasmana etkisi ($e_0 a / L = 0.1$)



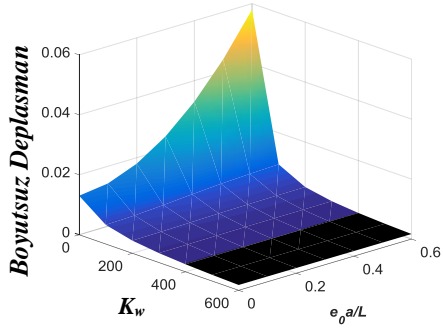
(a)



(b)

Şekil 5.32. İki tarafı basit mesnetli mikro/nano kiriş için yerel olmayan parametrenin değişimi ile deplasmanın değişimi a) $K_w=5$; b) $K_w=150$

Winkler zemin parametresinin daha yüksek değerlerinin ve yerel olmayan parametrenin etkisini incelemek için Şekil 5.33 çizilmiştir. Şekil 5.33'te açıkça görülebileceği gibi, yüksek winkler zemin parametresinde, yerel olmayan parametrenin etkisi neredeyse sıfırdır; yerel olmayan parametrenin deplasmanı arttırması düşük winkler zemin parametresi değerlerinde daha net bir şekilde görülmektedir.

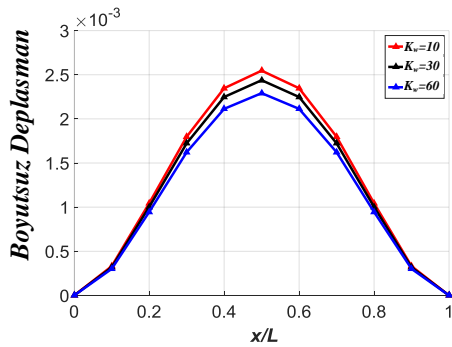


Şekil 5.33. İki tarafı basit mesnetli mikro/nano kiriş için yerel olmayan parametre ve elastik zemin etkisinin değişimi ile maksimum deplasman değerinin değişimi

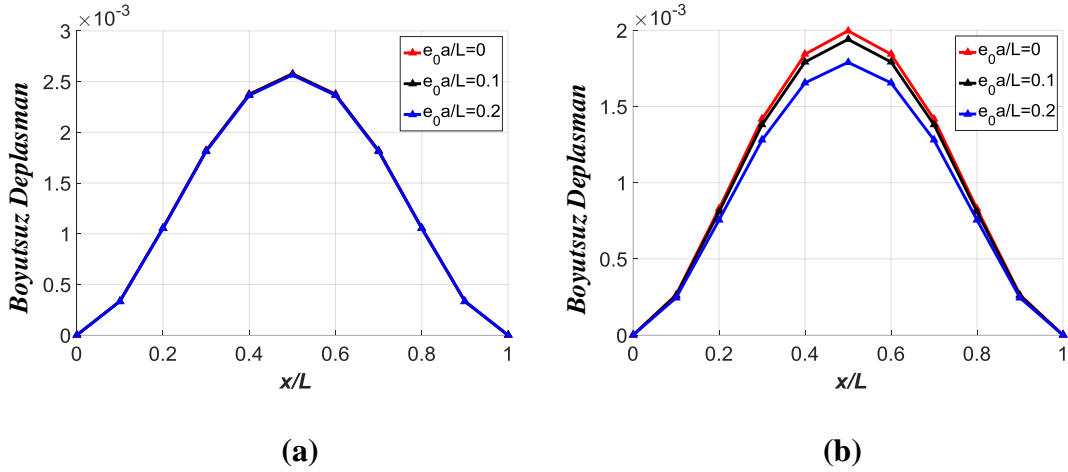
Benzer şekilde, Çizelge 5.19, Şekil 5.34 ve Şekil 5.35, iki tarafı ankastre mesnetli nano/mikro kiriş için winkler zemin parametresi ve yerel olmayan parametrelerin boyutsuz deplasman üzerindeki etkisini göstermektedir. Bu durumda, winkler zemin parametresi sıfıra eşit olduğunda, yerel olmayan parametre deplasmanı etkilemez. Şekil 5.33'ün aksine, Şekil 5.36'da yüksek zemin parametresi değerlerinde yerel olmayan parametrenin etkisi açıkken, düşük zemin parametresi değerlerinde herhangi bir etkisi yoktur. Ayrıca iki tarafı basit mesnetli sınır koşuluna benzer olarak, winkler zemin parametresinin değerindeki artış deplasmanı azaltır.

Çizelge 5.19. İki tarafı ankastre mesnetli nano/mikro kirişin yayılı yük etkisi altında boyutsuz maksimum deplasman değerlerinin yerel olmayan parametre ve Winkler zemin parametresine göre değişimi

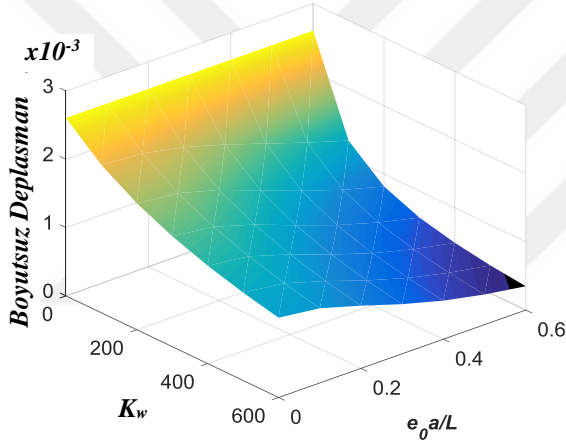
$e_0 a / L$	K_w				
	1	10	25	50	100
0	0.00260	0.00255	0.00248	0.00237	0.00218
0.05	0.00260	0.00255	0.00248	0.00237	0.00217
0.10	0.00260	0.00255	0.00247	0.00235	0.00214
0.15	0.00260	0.00254	0.00245	0.00232	0.00208
0.20	0.00260	0.00253	0.00243	0.00227	0.00201
0.25	0.00260	0.00252	0.00239	0.00222	0.00192



Şekil 5.34. İki tarafı ankastre mesnetli mikro/nano kiriş için elastik zemin parametresinin değişimi ile maksimum deplasman değerinin değişimi ($e_0 a / L = 0.1$)



Şekil 5.35. İki tarafı ankastre mesnetli mikro/nano kiriş için yerel olmayan parametresinin değişimi ile maksimum deplasman değerinin değişimi **a)** $K_w=5$ ve **b)** $K_w=150$

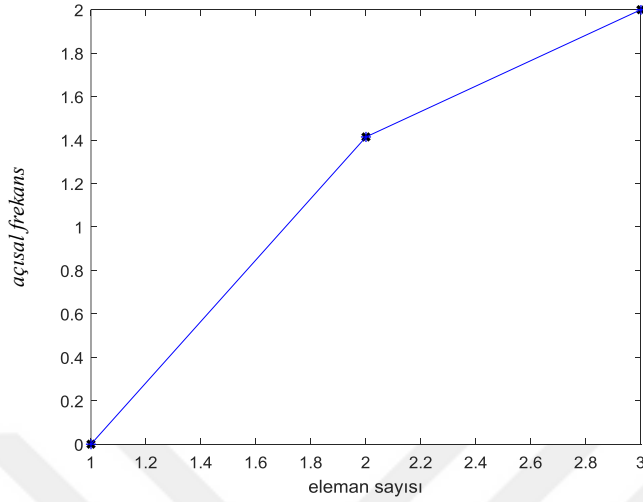


Şekil 5.36. İki tarafı ankastre mesnetli mikro/nano kiriş için yerel olmayan parametrenin ve elastik zemin parametresinin değişimi ile maksimum deplasman değerinin değişimi

İki mesnet koşulu karşılaştırıldığında iki tarafı ankastre mesnetli nano/mikro kirişlerde winker zemin parametresinin boyutsuz maksimum deplasman üzerindeki etkisinin iki tarafı ankastre mesnetli nano/mikro kirişlerden daha belirgin olduğu yorumlanabilir. Dahası, winker zemin parametresinin küçük değerleri için iki tarafı basit mesnet koşulunda yerel olmayan parametrenin artması deplasmanı artırırken iki tarafı ankastre mesnette azaltır. İki tarafı ankastre mesnet sınır koşulunda, yerel olmayan parametrenin etkisi, winker zemin parametresinin büyük değerlerinde daha belirgin, iki tarafı basit mesnetlide winker zemin parametresinin küçük değerlerinde belirgindir. Genel olarak, iki sınır şartıyla karşılaştırıldığında, iki tarafı ankastre mesnetli kirişin deplasman değerleri, iki tarafı basit mesnetli nano/mikro kiriş deplasmanlarından daha küçüktür denilebilir.

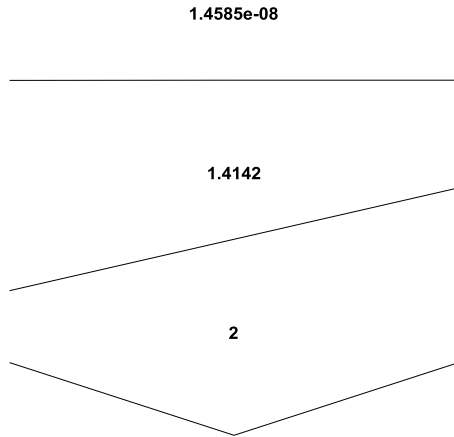
Son olarak yerel olmayan sonlu elemanlar ile kafes dinamiğinin karşılaştırılması yapılarak yerel olmayan parametre için bir değer elde edilmeye çalışılacaktır. Bu amaçla ilk olarak Denklem (3.30) yardımıyla dalga yayılım eğrisi çizilecektir. Yerel olmayan

sonlu eleman çubuk modeline göre $e_0^2=1/6$ seçilip ilk olarak her iki yöntem için de 3 eleman seçilecektir.



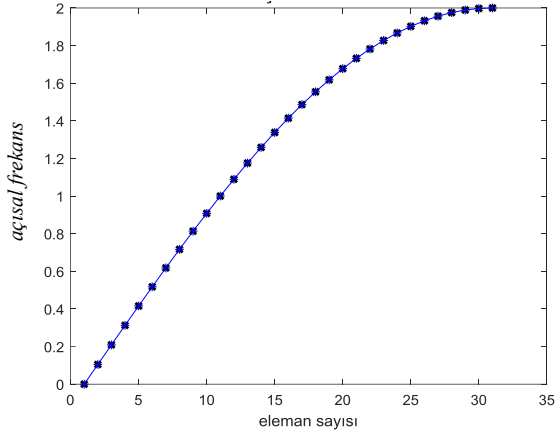
Şekil 5.37. Kafes dinamiği ile yerel olmayan sonlu elemanlar yönteminin çubuk eleman için karşılaştırılması (atom sayısı=3, eleman sayısı=2)

Şekil 5.37'den görüldüğü gibi iki sonuç arasında mükemmel bir uyum söz konusudur. Şekil 5.38'den okunabileceği üzere son atomun frekansı kafes dinamiği ile aynı olarak '2' ve ortadaki atomun frekansı '1.4142'dir. ilk atomun frekansı ise '0' denebilecek kadar küçüktür. Şunu belirtmek gerekir ki yararlanılan bu denklem $n=1$ olması durumunda geçerlidir.

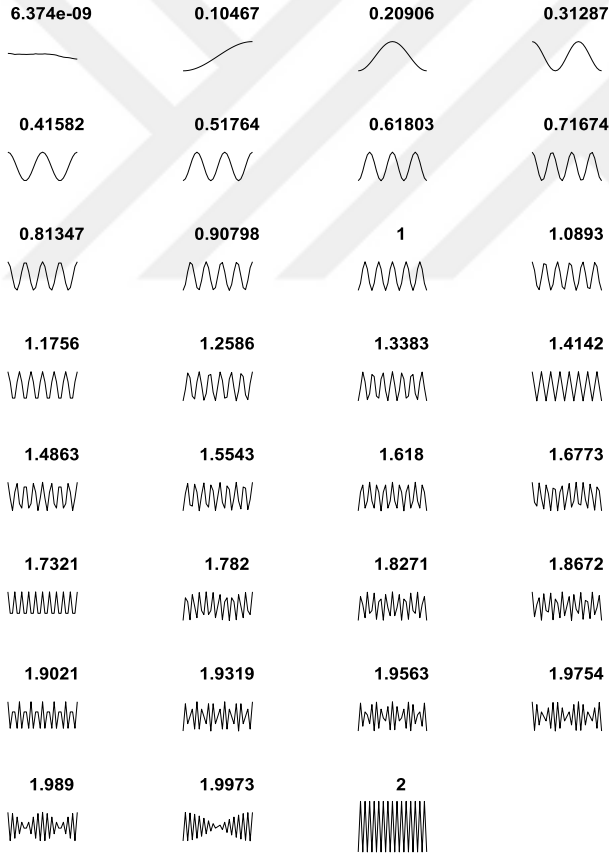


Şekil 5.38. Yerel olmayan sonlu elemanlar yöntemine göre mod şekilleri (atom sayısı=3)

Eleman sayısını arttırarak daha fazla atom için aynı karşılaştırma tekrar yapılacak olursa,



Şekil 5.39. Kafes dinamiği ile yerel olmayan sonlu elemanlar yönteminin çubuk eleman için karşılaştırılması (atom sayısı=31, eleman sayısı=30)



Şekil 5.40. Yerel olmayan sonlu elemanlar yöntemine göre mod şekilleri (atom sayısı=31)

Şekil 5.39 ve Şekil 5.40 karşılaştırıldığında şu sonuca varılıyor ki aynı aralıklar seçilmek koşuluyla iki yöntem birbiriyle tam bir uyum içerisindedir. Bunun yanı sıra son

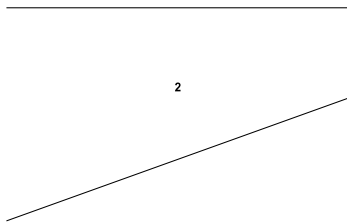
atomun frekansının her zaman '2' olduğuna dikkat edilmelidir. Burada dikkat edilmesi gereken şekiller elde edilirken toplam uzunluk olarak olarak iki atom arasındaki mesafe 'a' alınmıştır. Eğer m ve n değerleri farklı ise bu durumda Denklem (3.31)'den yararlanmak gerekmektedir. Denklem (3.31)'in değerleri Çizelge 5.20'de sunulmuştur.

Çizelge 5.20. Kafes dinamiğine göre açısız frekans değerleri

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2.0000	0.0000	2.0000	0.0000	2.0000	0.0000	2.0000	0.0000	2.0000	0.0000
2	2.8284	4.0000	2.8284	0.0000	2.8284	4.0000	2.8284	0.0000	2.8284	4.0000
3	3.0000	5.1962	6.0000	5.1962	3.0000	0.0000	3.0000	5.1962	6.0000	5.1962
4	3.0615	5.6569	7.3910	8.0000	7.3910	5.6569	3.0615	0.0000	3.0615	5.6569
5	3.0902	5.8779	8.0902	9.5106	10.0000	9.5106	8.0902	5.8779	3.0902	0.0000
6	3.1058	6.0000	8.4853	10.3923	11.5911	12.0000	11.5911	10.3923	8.4853	6.0000
7	3.1153	6.0744	8.7289	10.9456	12.6136	13.6490	14.0000	13.6490	12.6136	10.9456
8	3.1214	6.1229	8.8891	11.3137	13.3035	14.7821	15.6926	16.0000	15.6926	14.7821
9	3.1257	6.1564	9.0000	11.5702	13.7888	15.5885	16.9145	17.7265	18.0000	17.7265
10	3.1287	6.1803	9.0798	11.7557	14.1421	16.1803	17.8201	19.0211	19.7538	20.0000
11	3.1309	6.1981	9.1391	11.8941	14.4069	16.6265	18.5076	20.0119	21.1088	21.7761
12	3.1326	6.2117	9.1844	12.0000	14.6103	16.9706	19.0405	20.7846	22.1731	23.1822
13	3.1340	6.2222	9.2197	12.0828	14.7697	17.2412	19.4613	21.3976	23.0219	24.3104
14	3.1350	6.2306	9.2478	12.1487	14.8969	17.4577	19.7990	21.8913	23.7083	25.2271
15	3.1359	6.2374	9.2705	12.2021	15.0000	17.6336	20.0739	22.2943	24.2705	25.9808

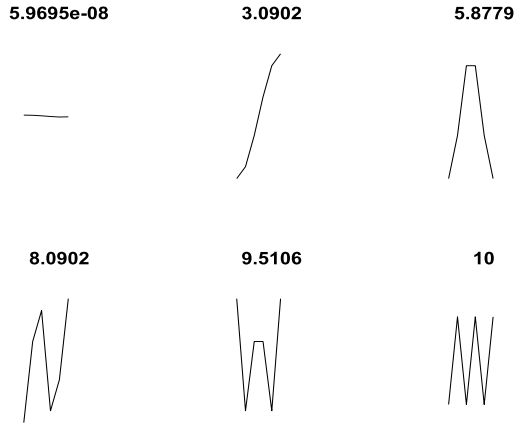
Bu durum için sonlu elemanlardaki toplam uzunluğu eleman sayısına bölmek gerekmektedir. İlk olarak 2 atomluk yani bir eleman ve elemanın uzunluğu toplam uzunluk/eleman sayısı olarak düşünülürse

$$1.4901e-08$$



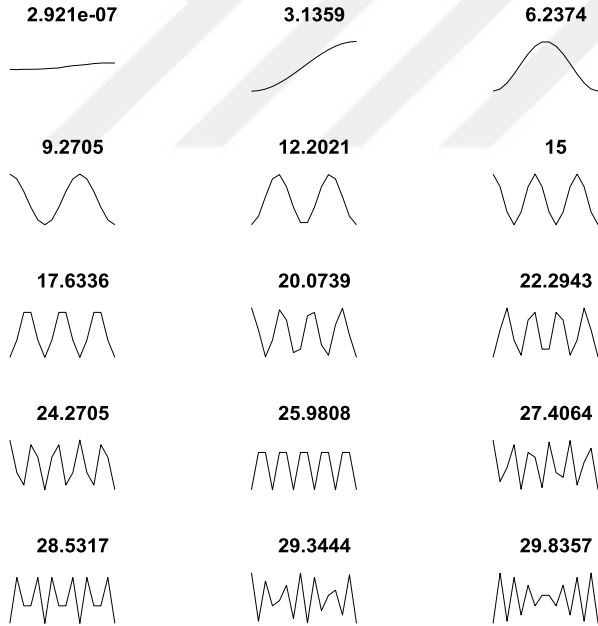
Şekil 5.41. İki elemanlı yerel olmayan sonlu elemanlar için frekans ve mod şekilleri

Şekil 5.41'de görüldüğü gibi kafes dinamiğinde n=1 için frekanslarla aynı frekanslar elde ediliyor. Bir sonraki aşamada 5 eleman yani 6 atom için hesap yapıldığında n=5 için kafes dinamiğiyle aynı sonuçların elde edilmesi beklenmektedir.



Şekil 5.42. Beş elemanlı yerel olmayan sonlu elemanlar için frekans ve mod şekilleri

Elde edilen sonlu elemanlar çözümleri iki tarafı serbest çubuk elde edildiğinden ilk frekanslar elenirse görülüyor ki eleman sayısı arttıkça sonuçlar klasik sonuçlara yaklaşıyor (Şekil 5.42). Son olarak 15 eleman yani 16 atom için tekrar mod şekilleri hesaplanırsa



Şekil 5.43. Onbeş elemanlı yerel olmayan sonlu elemanlar için frekans ve mod şekilleri

Şekil 5.43'den görülüyor ki sonuçlar hem klasiğe çok yaklaşmış hem de kafes dinamiği ile aynı sonuçlardır.

6. SONUÇLAR

Nano/mikro boyuttaki çubuk ve kirişler için yerel olmayan elastisite teorisi değişik parametreler altında denge denklemleri ve enerji yöntemleri ile ayrıntılı bir şekilde elde edilmiştir. Ardından galerkin ağırlıklı artıklar yöntemi uygulanarak sonlu eleman formları en genel halde verilerek değişik malzemeler için analizler yapılmıştır.

Mikrotüpçüklerin burulmalı ve eksenel titreşim analizi yerel olmayan sonlu elemanlar modeli ile çalışılmıştır. Basit bir sonlu elemanlar modeli kurularak analitik çözümler ile karşılaştırmalı sonuçlar verilmiştir. Genel olarak, yerel olmayan parametrenin etkisi, tüm tip sınır koşulları için mikrotüpçük frekanslarını azaltmaktadır. Ayrıca mikrotüpçüklerin burulmalı titreşim frekanslarının eksenel titreşim frekanslarından her zaman daha küçük olduğu söylenebilir. Mevcut sonuçlardan, mikrotüpçüklerin eksenel ve burulmalı titreşim problemi için klasik elastisite teorisine bağlı çubuk modelinin doğru olmadığı açık bir şekilde görülebilir. Yerel olmayan parametrelerin etkileri daha yüksek modlardaki frekanslarda daha belirgindir.

Protein mikrotüpçüklerin burkulma analizi için basit bir yerel olmayan sonlu elemanlar modeli geliştirilmiştir. Euler-Bernoulli kiriş modeline göre analizler yapılmıştır. Mikrotüpçüklerin etrafını saran elastik matris winkler zemin modeli olarak kurgulanmıştır. Sonuçlardan, yerel olmayan parametrenin etkisinin genel olarak tüm tip sınır koşulları için mikrotüpçüklerin burkulma yükünü azalttığını söylemek mümkündür. Tüm sınır koşulları ve mikrotüpçük türleri için winkler zemin parametresinin artmasıyla burkulma yükleri belirgin şekilde artmaktadır. Bununla birlikte, yerel olmayan parametrenin burkulma üzerindeki etkisi, yüksek modlar ve winkler zemin parametresinin büyük değerleri için daha belirgindir. Ayrıca, burkulma yükü, uzunluk/yarıçap oranlarının artması ile azalır. Bu azalış küçük uzunluk ve yerel olmayan parametrelerinin büyük değerlerinde aniden gerçekleşmektedir.

Yerel olmayan Euler-Bernoulli kiriş teorisine göre, iki parametrelili elastik bir zemin ile çevrelenmiş nano kirişlerin ve silisyum karbür nanotüpün termo-mekanik titreşimleri için sonlu eleman çözümü sunulmuştur. Mevcut analizin doğruluğunu ve geçerliliğini göstermek için literatürde mevcut önceki çalışmalarla bazı karşılaştırmalı sonuçlar sunulmuştur. Klasik kiriş modelinin frekansları ile yerel olmayan kiriş modelinin frekansları arasındaki farkın, mod numarası ve yerel olmayan parametre arttıkça arttığı gözlenmiştir. Ayrıca frekansların termal etkiyi de dikkate alarak azaldığı, elastik zemin etkileri ile frekansların arttığı yorumlanabilir.

Elastik zemin üzerindeki nano/mikro kirişin statik analizi, yerel olmayan Euler-Bernoulli kiriş teorisine dayanarak araştırılmaktadır. İki tarafı basit mesnetli ve iki tarafı ankastre mesnetli nano/mikro kirişlerin deplasmanı sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak düzgün yayılı yük ve tekil yük altında değerlendirilmiştir. Her iki sınır koşulunda da nano/mikro kirişlerin deplasmanlarındaki azalma, winkler zemin parametresinin artırılmasıyla gözlenmiştir. Bir başka sonuç ise, iki tarafı basit mesnet sınır koşulunun aksine, iki tarafı ankastre mesnet sınır koşulunda winkler zemin parametresinin yüksek değerlerinde yerel olmayan parametrenin deplasman üzerinde daha önemlidir. Ayrıca unutulmamalıdır ki nano/mikro kiriş winkler zemin etkisindeyken, yerel olmayan

parametrenin artması iki tarafı ankastre mesnet durumunda deplasmanın azalmasına ve iki tarafı basit mesnet durumunda deplasmanın artmasına neden olur.

Bir diğer sonuç ise yerel olmayan çubuk eleman için sonlu elemanların amacı belki de topaklanmış kütle matrisi elde etmektir denilebilir. Bu durumda e_0^2 parametresinin değeri bellidir ve $1/6$ değerine eşittir.



7. KAYNAKLAR

- Adhikari, S., Murmu, T. and Mccarthy, M. A. 2013. Dynamic finite element analysis of axially vibrating nonlocal rods. *Finite Elements in Analysis and Design*, 63: 42-50.
- Adhikari, S., Murmu, T. and Mccarthy, M. A. 2014. Frequency domain analysis of nonlocal rods embedded in an elastic medium. *Physica E-Low-Dimensional Systems & Nanostructures*, 59: 33-40.
- Alberts, B., Johnson, A., Lewis, J., Raff, M., Roberts, K. and Walter, P. 2002. *Molecular Biology of the Cell Garland, New York*.
- Alshorbagy, A. E., Eltaher, M. A. and Mahmoud, F. F. 2013. Static analysis of nanobeams using nonlocal FEM. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 27(7): 2035-2041.
- Anonim 1: <https://yasirkula.com/2012/06/24/nanoteknolojiyi-merak-etmiyor-musunuz-bilim-teknikin-nanoteknoloji-ekini-icerir/> [Son erişim tarihi: 05.06.2015].
- Anonim 2: <http://nanoturkiye.blogspot.com.tr/2008/02/nano-101-nanoteknolojinin-tarihi.html> [Son erişim tarihi: 10.09.2017].
- Anonymous 1: <http://www.foresight.org/nano/history.html> [Son erişim tarihi: 05.09.2017].
- Anonymous 2: <https://study.com/academy/lesson/nanometers-definition-symbol-quiz.html> [Son erişim tarihi: 12.02.2016].
- Anonymous 3: <https://www.ptb.de/cms/en/ptb/fachabteilungen/abt5/fb-51/ag-5110/antastverfahren0/mems0.html> [Son erişim tarihi: 03.11.2016].
- Anonymous 4: <http://eng.thesaurus.rusnano.com/wiki/article503> [Son erişim tarihi: 07.10.2016].
- Anonymous 5: <https://www.sciencedaily.com/releases/2013/02/130214075439.htm> [Son erişim tarihi: 23.08.2016].
- Anonymous 6: <https://www.technologyreview.com/s/532906/nanobuds-could-turn-almost-any-surface-into-a-touch-sensor/> [Son erişim tarihi: 19.06.2015].
- Anonymous 7: <https://www.slideshare.net/janmuhammad99/cytoskeleton-cell-shape-and-cell-motility> [Son erişim tarihi: 05.01.2016].
- Anonymous 8: <https://ccem.mcmaster.ca/atomic-force-microscope/> [Son erişim tarihi: 21.01.2015].
- Ansari, R., Gholami, R. and Sahmani, S. 2013. Prediction of compressive post-buckling behavior of single-walled carbon nanotubes in thermal environments. *Applied Physics a-Materials Science & Processing*, 113(1): 145-153.
- Ansari, R. and Ramezannezhad, H. 2011. Nonlocal Timoshenko beam model for the large-amplitude vibrations of embedded multiwalled carbon nanotubes including thermal effects. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 43(6): 1171-1178.

- Ansari, R., Shojaei, M. F., Mohammadi, V., Gholami, R. and Rouhi, H. 2015. Buckling and postbuckling of single-walled carbon nanotubes based on a nonlocal Timoshenko beam model. *Zamm-Zeitschrift Fur Angewandte Mathematik Und Mechanik*, 95(9): 939-951.
- Arash, B. and Wang, Q. 2012. A review on the application of nonlocal elastic models in modeling of carbon nanotubes and graphenes. *Computational Materials Science*, 51(1): 303-313.
- Ari, N. and Eringen, A. C. 1983. Nonlocal Stress-Field at Griffith Crack. *Crystal Lattice Defects and Amorphous Materials*, 10(1): 33-38.
- Arslan, M. 2010. Micromechanical modeling of microtubules. École nationale supérieure des mines de Paris,
- Aydogdu, M. 2009a. Axial vibration of the nanorods with the nonlocal continuum rod model. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 41(5): 861-864.
- Aydogdu, M. 2009b. A general nonlocal beam theory: its application to nanobeam bending, buckling and vibration. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 41(9): 1651-1655.
- Aydogdu, M. 2012. Axial vibration analysis of nanorods (carbon nanotubes) embedded in an elastic medium using nonlocal elasticity. *Mechanics Research Communications*, 43: 34-40.
- Barretta, R., Feo, L., Luciano, R. and De Sciarra, F. M. 2016. Application of an enhanced version of the Eringen differential model to nanotechnology. *Composites Part B: Engineering*, 96: 274-280.
- Benvenuti, E. and Simone, A. 2013. One-dimensional nonlocal and gradient elasticity: closed-form solution and size effect. *Mechanics Research Communications*, 48: 46-51.
- Benzair, A., Tounsi, A., Besseghier, A., Heireche, H., Moulay, N. and Boumia, L. 2008. The thermal effect on vibration of single-walled carbon nanotubes using nonlocal Timoshenko beam theory. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 41(22): 225404.
- Bethune, D., Kiang, C. H., De Vries, M., Gorman, G., Savoy, R., Vazquez, J. and Beyers, R. 1993. Cobalt-catalysed growth of carbon nanotubes with single-atomic-layer walls. *Nature*, 363(6430): 605.
- Challamel, N., Aydogdu, M. and Elishakoff, I. 2018. Statics and dynamics of nanorods embedded in an elastic medium: Nonlocal elasticity and lattice formulations. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 67: 254-271.
- Challamel, N., Reddy, J. N. and Wang, C. M. 2016. Eringen's Stress Gradient Model for Bending of Nonlocal Beams. *Journal of Engineering Mechanics*, 142(12): 04016095.
- Challamel, N. and Wang, C. M. 2008. The small length scale effect for a non-local cantilever beam: a paradox solved. *Nanotechnology*, 19(34): 345703.
- Challamel, N., Zhang, Z., Wang, C. M., Reddy, J. N., Wang, Q., Michelitsch, T. and Collet, B. 2014. On nonconservativeness of Eringen's nonlocal elasticity in beam

- mechanics: correction from a discrete-based approach. *Archive of Applied Mechanics*, 84(9-11): 1275-1292.
- Chaves, E. W. 2013. Notes on continuum mechanics: Springer Science & Business Media.
- Chen, Y. P., Lee, J. D. and Eskandarian, A. 2004. Atomistic viewpoint of the applicability of microcontinuum theories. *International Journal of Solids and Structures*, 41(8): 2085-2097.
- Chretien, D. and Fuller, S. D. 2000. Microtubules switch occasionally into unfavorable configurations during elongation. *Journal of molecular biology*, 298(4): 663-676.
- Civalek, Ö. and Demir, C. 2016. A simple mathematical model of microtubules surrounded by an elastic matrix by nonlocal finite element method. *Applied Mathematics and Computation*, 289: 335-352.
- Civalek, Ö. and Demir, Ç. 2011. Bending analysis of microtubules using nonlocal Euler–Bernoulli beam theory. *Applied Mathematical Modelling*, 35(5): 2053-2067.
- Civalek, Ö., Demir, Ç. and Akgöz, B. 2010. Free vibration and bending analyses of cantilever microtubules based on nonlocal continuum model. *Mathematical and Computational Applications*, 15(2): 289-298.
- Clough, R. W. 1960. The finite element method in plane stress analysis.
- Cook, R. D., Malkus, D. S., Plesha, M. E. and Witt, R. J. 1974. Concepts and applications of finite element analysis (Vol. 4): Wiley New York.
- Cosserat, E. and Cosserat, F. 1909. Théorie des corps déformables.
- Courant, R. 1943. Variational methods for the solution of problems of equilibrium and vibrations. *Bulletin of the American mathematical Society*, 49(1): 1-23.
- Çıracı, S. 2005. Nanoteknolojide yeni ufuklar. *Bilim ve Teknik Dergisi*.
- Danesh, M., Farajpour, A. and Mohammadi, M. 2012. Axial vibration analysis of a tapered nanorod based on nonlocal elasticity theory and differential quadrature method. *Mechanics Research Communications*, 39(1): 23-27.
- De Sciarra, F. M. and Barretta, R. 2014. A new nonlocal bending model for Euler–Bernoulli nanobeams. *Mechanics Research Communications*, 62: 25-30.
- Dell'isola, F., Andreaus, U. and Placidi, L. 2015. At the origins and in the vanguard of peridynamics, non-local and higher-gradient continuum mechanics: An underestimated and still topical contribution of Gabrio Piola. *Mathematics and Mechanics of Solids*, 20(8): 887-928.
- Dell'isola, F., Della Corte, A., Esposito, R. and Russo, L. 2016. Some Cases of Unrecognized Transmission of Scientific Knowledge: From Antiquity to Gabrio Piola's Peridynamics and Generalized Continuum Theories. *Generalized Continua as Models for Classical and Advanced Materials*, 42: 77-128.
- Demir, C., Mercan, K., Numanoglu, H. M. and Civalek, O. 2018. Bending Response of Nanobeams Resting on Elastic Foundation. *Journal of Applied and Computational Mechanics*, 4(2): 105-114.

- Demir, Ç. 2016. Nonlocal Vibration Analysis for Micro/Nano Beam on Winkler Foundation via DTM.
- Demir, Ç. and Civalek, Ö. 2013. Torsional and longitudinal frequency and wave response of microtubules based on the nonlocal continuum and nonlocal discrete models. *Applied Mathematical Modelling*, 37(22): 9355-9367.
- Demir, Ç. and Civalek, Ö. 2017. A new nonlocal FEM via Hermitian cubic shape functions for thermal vibration of nano beams surrounded by an elastic matrix. *Composite Structures*, 168: 872-884.
- Demir, Ç., Civalek, Ö. and Akgöz, B. 2010. Free vibration analysis of carbon nanotubes based on shear deformable beam theory by discrete singular convolution technique. *Mathematical and Computational Applications*, 15(1): 57-65.
- Dinev, D. 2012. Analytical solution of beam on elastic foundation by singularity functions. *Engineering Mechanics*, 19(6): 381-392.
- Dixit, U. S. 2007. Finite element Methods in Engineering. *Department of Mechanical Engineering Indian Institute of Technology Guwahati, Assam, India*.
- Donhauser, Z. J., Jobs, W. B. and Binka, E. C. 2010. Mechanics of Microtubules: Effects of Protofilament Orientation. *Biophysical Journal*, 99(5): 1668-1675.
- Dos Santos, J. V. A. and Mota Soares, C. M. 2012. Nonlocal material properties of single-walled carbon nanotubes. *International Journal of Smart and Nano Materials*, 3(2): 141-151.
- Drexler, K. E. 1981. Molecular engineering: An approach to the development of general capabilities for molecular manipulation. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 78(9): 5275-5278.
- Drexler, K. E. 1986. Engines of creation: Anchor.
- Edelen, D. G. B. 1969. Non-local variational mechanics—I stationarity conditions with one unknown. *International Journal of Engineering Science*, 7(3): 269-285.
- Eltaher, M. A., Agwa, M. A. and Mahmoud, F. F. 2016a. Nanobeam sensor for measuring a zeptogram mass. *International Journal of Mechanics and Materials in Design*, 12(2): 211-221.
- Eltaher, M. A., Alshorbagy, A. E. and Mahmoud, F. F. 2013a. Determination of neutral axis position and its effect on natural frequencies of functionally graded macro/nanobeams. *Composite Structures*, 99: 193-201.
- Eltaher, M. A., Alshorbagy, A. E. and Mahmoud, F. F. 2013b. Vibration analysis of Euler–Bernoulli nanobeams by using finite element method. *Applied Mathematical Modelling*, 37(7): 4787-4797.
- Eltaher, M. A., Emam, S. A. and Mahmoud, F. F. 2012. Free vibration analysis of functionally graded size-dependent nanobeams. *Applied Mathematics and Computation*, 218(14): 7406-7420.
- Eltaher, M. A., Emam, S. A. and Mahmoud, F. F. 2013c. Static and stability analysis of nonlocal functionally graded nanobeams. *Composite Structures*, 96: 82-88.

- Eltaher, M. A., Khater, M. E. and Emam, S. A. 2016b. A review on nonlocal elastic models for bending, buckling, vibrations, and wave propagation of nanoscale beams. *Applied Mathematical Modelling*, 40(5-6): 4109-4128.
- Eringen, A. C. 1964. Simple microfluids. *International Journal of Engineering Science*, 2(2): 205-217.
- Eringen, A. C. 1966. Linear theory of micropolar elasticity. *Journal of Mathematics and Mechanics*: 909-923.
- Eringen, A. C. 1969. Micropolar fluids with stretch. *International Journal of Engineering Science*, 7(1): 115-127.
- Eringen, A. C. 1972a. Linear Theory of Nonlocal Elasticity and Dispersion of Plane-Waves. *International Journal of Engineering Science*, 10(5): 425-435.
- Eringen, A. C. 1972b. Nonlocal Polar Elastic Continua. *International Journal of Engineering Science*, 10(1): 1-&.
- Eringen, A. C. 1972c. On nonlocal fluid mechanics. *International Journal of Engineering Science*, 10(6): 561-575.
- Eringen, A. C. 1976. Nonlocal polar field theories. *Continuum physics*, 4(Part III): 205-264.
- Eringen, A. C. 1977. Screw Dislocation in Nonlocal Elasticity. *Journal of Physics D-Applied Physics*, 10(5): 671-678.
- Eringen, A. C. 1983. On differential equations of nonlocal elasticity and solutions of screw dislocation and surface waves. *Journal of applied physics*, 54(9): 4703-4710.
- Eringen, A. C. 2002. Nonlocal continuum field theories: Springer Science & Business Media.
- Eringen, A. C. and Edelen, D. G. B. 1972. On nonlocal elasticity. *International Journal of Engineering Science*, 10(3): 233-248.
- Eringen, A. C. and Kim, B. S. 1974. Stress concentration at the tip of crack. *Mechanics Research Communications*, 1(4): 233-237.
- Eringen, A. C. and Kim, B. S. 1977. Relation between Nonlocal Elasticity and Lattice-Dynamics. *Crystal Lattice Defects*, 7(2): 51-57.
- Erkoç, Ş. 2007. Nanobilim ve nanoteknoloji.
- Fernández-Sáez, J., Zaera, R., Loya, J. A. and Reddy, J. N. 2016. Bending of Euler–Bernoulli beams using Eringen’s integral formulation: a paradox resolved. *International Journal of Engineering Science*, 99: 107-116.
- Fulton, T. A. and Dolan, G. J. 1987. Observation of single-electron charging effects in small tunnel junctions. *Physical review letters*, 59(1): 109.
- Gao, Y. W. and Lei, F. M. 2009. Small scale effects on the mechanical behaviors of protein microtubules based on the nonlocal elasticity theory. *Biochemical and Biophysical Research Communications*, 387(3): 467-471.

- Garcia, R., Gomez, C. J., Martinez, N. F., Patil, S., Dietz, C. and Magerle, R. 2006. Identification of nanoscale dissipation processes by dynamic atomic force microscopy. *Physical review letters*, 97(1).
- Garcia, R. and Perez, R. 2002. Dynamic atomic force microscopy methods. *Surface Science Reports*, 47(6-8): 197-301.
- Goudreau, G. L. 1970. Evaluation of discrete methods for the linear dynamic response of elastic and viscoelastic solids: Structural Engineering Laboratory, University of California.
- Gross, D., Hauger, W., Schröder, J., Wall, W. A. and Bonet, J. (2011). Tension and Compression in Bars *Engineering Mechanics 2* (pp. 5-46): Springer.
- Gurtin, M. E. 1965. Thermodynamics and the possibility of spatial interaction in elastic materials. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 19(5): 339-352.
- Hernandez, E., Goze, C., Bernier, P. and Rubio, A. 1998. Elastic properties of C and BxCyNz composite nanotubes. *Physical review letters*, 80(20): 4502-4505.
- Howard, J. and Hyman, A. A. 2003. Dynamics and mechanics of the microtubule plus end. *Nature*, 422(6933): 753-758.
- Hsu, J. C., Chang, R. P. and Chang, W. J. 2008. Resonance frequency of chiral single-walled carbon nanotubes using Timoshenko beam theory. *Physics Letters A*, 372(16): 2757-2759.
- Hughes, T. J. R. (1987). The finite element method: linear static and dynamic finite element analysis: Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Hunyadi, V., Chrétien, D., Flyvbjerg, H. and Jánosi, I. M. 2007. Why is the microtubule lattice helical? *Biology of the Cell*, 99(2): 117-128.
- Iijima, S. 1991. Helical microtubules of graphitic carbon. *Nature*, 354(6348): 56.
- Iijima, S., Brabec, C., Maiti, A. and Bernholc, J. 1996. Structural flexibility of carbon nanotubes. *Journal of Chemical Physics*, 104(5): 2089-2092.
- Iijima, S. and Ichihashi, T. 1993. Single-shell carbon nanotubes of 1-nm diameter. *Nature*, 363(6430): 603.
- İşık, Ç. 2011. Nano ve mikro yapıların yerel olmayan elastisite teorisi ile eğilme ve titreşim hesabı. Yüksek Lisans Tezi, Akdeniz Üniversitesi, Antalya, 143 s.
- Janghorban, M. 2012. Two different types of differential quadrature methods for static analysis of microbeams based on nonlocal thermal elasticity theory in thermal environment. *Archive of Applied Mechanics*, 82(5): 669-675.
- Jiang, H. Q. and Zhang, J. P. 2008. Mechanics of Microtubule Buckling Supported by Cytoplasm. *Journal of Applied Mechanics-Transactions of the Asme*, 75(6).
- Juntarasaid, C., Pulngern, T. and Chucheeesakul, S. 2012. Bending and buckling of nanowires including the effects of surface stress and nonlocal elasticity. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 46: 68-76.
- Kaliakin, V. N. 2014. Chapter 15: Solution of Transient and Dynamic Problems Using the Finite Element Method.

- http://www.ce.udel.edu/faculty/kaliakin/fem_chap_15.pdf. [Son erişim tarihi: 15.02.2015].
- Karlicic, D., Murmu, T., Adhikari, S. and Mccarthy, M. 2015. Non-local structural mechanics: John Wiley & Sons.
- Kerr, A. D. 1964. Elastic and viscoelastic foundation models. *Journal of Applied Mechanics*, 31(3): 491-498.
- Khan, I. A. and Hashemi, S. M. (2016). On Finite Element Vibration Analysis of Carbon Nanotubes *Perusal of the Finite Element Method*: InTech.
- Khodabakhshi, P. and Reddy, J. N. 2015. A unified integro-differential nonlocal model. *International Journal of Engineering Science*, 95: 60-75.
- Kröner, E. 1967. Elasticity theory of materials with long range cohesive forces. *International Journal of Solids and Structures*, 3(5): 731-742.
- Krumhansl, J. A. (1968). Some considerations of the relation between solid state physics and generalized continuum mechanics *Mechanics of generalized continua* (pp. 298-311): Springer.
- Kunin, I. A. (1968). The theory of elastic media with microstructure and the theory of dislocations *Mechanics of generalized continua* (pp. 321-329): Springer.
- Kwon, Y. W. and Bang, H. 2000. The finite element method using MATLAB: CRC press.
- Lazar, M., Maugin, G. A. and Aifantis, E. C. 2006. On a theory of nonlocal elasticity of bi-Helmholtz type and some applications. *International Journal of Solids and Structures*, 43(6): 1404-1421.
- Ledbetter, M. and Porter, K. 1963. A " microtubule" in plant cell fine structure. *The Journal of cell biology*, 19(1): 239-250.
- Lee, U. 2009. Spectral element method in structural dynamics: John Wiley & Sons.
- Li, C., Lim, C. W. and Yu, J. L. 2011a. Dynamics and stability of transverse vibrations of nonlocal nanobeams with a variable axial load. *Smart Materials and Structures*, 20(1).
- Li, C., Lim, C. W., Yu, J. L. and Zeng, Q. C. 2011b. Transverse vibration of pre-tensioned nonlocal nanobeams with precise internal axial loads. *Science China-Technological Sciences*, 54(8): 2007-2013.
- Li, X. F. and Wang, B. L. 2009. Vibrational modes of Timoshenko beams at small scales. *Applied Physics Letters*, 94(10).
- Lim, C. W., Li, C. and Yu, J. L. 2010. Free vibration of pre-tensioned nanobeams based on nonlocal stress theory. *Journal of Zhejiang University-Science A*, 11(1): 34-42.
- Lim, C. W., Yang, Q. and Zhang, J. B. 2012. Thermal buckling of nanorod based on non-local elasticity theory. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 47(5): 496-505.
- Lim, C. W., Zhang, G. and Reddy, J. N. 2015. A higher-order nonlocal elasticity and strain gradient theory and its applications in wave propagation. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 78: 298-313.

- Lodish, H., Berk, A., Zipursky, S. L., Matsudaira, P., Baltimore, D. and Darnell, J. 1995. Molecular cell biology (Vol. 3): Scientific American Books New York.
- Lu, L., Guo, X. M. and Zhao, J. Z. 2017. Size-dependent vibration analysis of nanobeams based on the nonlocal strain gradient theory. *International Journal of Engineering Science*, 116: 12-24.
- Lu, P. 2007. Dynamic analysis of axially prestressed micro/nanobeam structures based on nonlocal beam theory. *Journal of applied physics*, 101(7): 073504.
- Lu, P., Lee, H. P., Lu, C. F. and Zhang, P. Q. 2007. Application of nonlocal beam models for carbon nanotubes. *International Journal of Solids and Structures*, 44(16): 5289-5300.
- Maachou, M., Zidour, M., Baghdadi, H., Ziane, N. and Tounsi, A. 2011. A nonlocal Levinson beam model for free vibration analysis of zigzag single-walled carbon nanotubes including thermal effects. *Solid State Communications*, 151(20): 1467-1471.
- Mahmoud, F. F., Eltahir, M. A., Alshorbagy, A. E. and Meletis, E. I. 2012. Static analysis of nanobeams including surface effects by nonlocal finite element. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 26(11): 3555-3563.
- Makeev, M. A., Srivastava, D. and Menon, M. 2006. Silicon carbide nanowires under external loads: An atomistic simulation study. *Physical Review B*, 74(16).
- Meurer-Grob, P., Kasparian, J. and Wade, R. H. 2001. Microtubule structure at improved resolution. *Biochemistry*, 40(27): 8000-8008.
- Murmu, T. and Adhikari, S. 2010. Nonlocal effects in the longitudinal vibration of double-nanorod systems. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 43(1): 415-422.
- Murmu, T. and Adhikari, S. 2011. Axial instability of double-nanobeam-systems. *Physics Letters A*, 375(3): 601-608.
- Murmu, T. and Pradhan, S. C. 2009a. Buckling analysis of a single-walled carbon nanotube embedded in an elastic medium based on nonlocal elasticity and Timoshenko beam theory and using DQM. *Physica E-Low-Dimensional Systems & Nanostructures*, 41(7): 1232-1239.
- Murmu, T. and Pradhan, S. C. 2009b. Small-scale effect on the vibration of nonuniform nanocantilever based on nonlocal elasticity theory. *Physica E-Low-Dimensional Systems & Nanostructures*, 41(8): 1451-1456.
- Murmu, T. and Pradhan, S. C. 2009c. Thermo-mechanical vibration of a single-walled carbon nanotube embedded in an elastic medium based on nonlocal elasticity theory. *Computational Materials Science*, 46(4): 854-859.
- Mustapha, K. and Zhong, Z. 2010. Free transverse vibration of an axially loaded non-prismatic single-walled carbon nanotube embedded in a two-parameter elastic medium. *Computational Materials Science*, 50(2): 742-751.
- Narasaiah, G. L. 2008. Finite element analysis: BS Publications.
- Narendar, S. 2017. Nonlocal thermodynamic response of a rod. *Journal of Thermal Stresses*, 40(12): 1595-1605.

- Narendar, S. and Gopalakrishnan, S. 2010. Nonlocal scale effects on ultrasonic wave characteristics of nanorods. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 42(5): 1601-1604.
- Narendar, S. and Gopalakrishnan, S. 2011. Spectral Finite Element Formulation for Nanorods via Nonlocal Continuum Mechanics. *Journal of Applied Mechanics-Transactions of the Asme*, 78(6).
- Nguyen, N. T., Kim, N. I. and Lee, J. D. 2015. Mixed finite element analysis of nonlocal Euler–Bernoulli nanobeams. *Finite Elements in Analysis and Design*, 106: 65-72.
- Omurtag, M. H. 2010. Çubuk sonlu elemanlar: Birsen Yayinevi.
- Öchsner, A. and Merkel, M. 2012. One-dimensional finite elements: an introduction to the FE method: Springer Science & Business Media.
- Peddieson, J., Buchanan, G. R. and Mcnitt, R. P. 2003. Application of nonlocal continuum models to nanotechnology. *International Journal of Engineering Science*, 41(3): 305-312.
- Phadikar, J. K. and Pradhan, S. C. 2010. Variational formulation and finite element analysis for nonlocal elastic nanobeams and nanoplates. *Computational Materials Science*, 49(3): 492-499.
- Pierson, G. B., Burton, P. R. and Himes, R. H. 1978. Alterations in number of protofilaments in microtubules assembled in vitro. *The Journal of cell biology*, 76(1): 223-228.
- Polyanin, A. D. and Manzhirov, A. V. 2008. Handbook of integral equations: CRC press.
- Poncharal, P., Wang, Z. L., Ugarte, D. and De Heer, W. A. 1999. Electrostatic deflections and electromechanical resonances of carbon nanotubes. *Science*, 283(5407): 1513-1516.
- Porter, L. J., Li, J. and Yip, S. 1997. Atomistic modeling of finite-temperature properties of beta-SiC .1. Lattice vibrations, heat capacity, and thermal expansion. *Journal of Nuclear Materials*, 246(1): 53-59.
- Portet, S., Tuszynski, J. A., Hogue, C. W. V. and Dixon, J. M. 2005. Elastic vibrations in seamless microtubules. *European Biophysics Journal with Biophysics Letters*, 34(7): 912-920.
- Pradhan, S. C. 2012. Nonlocal finite element analysis and small scale effects of CNTs with Timoshenko beam theory. *Finite Elements in Analysis and Design*, 50: 8-20.
- Pradhan, S. C. and Mandal, U. 2013. Finite element analysis of CNTs based on nonlocal elasticity and Timoshenko beam theory including thermal effect. *Physica E-Low-Dimensional Systems & Nanostructures*, 53: 223-232.
- Pradhan, S. C. and Reddy, G. K. 2011. Buckling analysis of single walled carbon nanotube on Winkler foundation using nonlocal elasticity theory and DTM. *Computational Materials Science*, 50(3): 1052-1056.
- Rao, S. S. 2007. Vibration of continuous systems: John Wiley & Sons.
- Reddy, J. N. 1984. Energy principles and variational methods in applied mechanics: John Wiley & Sons.

- Reddy, J. N. 2007. Nonlocal theories for bending, buckling and vibration of beams. *International Journal of Engineering Science*, 45(2): 288-307.
- Reddy, J. N. and El-Borgi, S. 2014. Eringen's nonlocal theories of beams accounting for moderate rotations. *International Journal of Engineering Science*, 82: 159-177.
- Reddy, J. N. and Pang, S. D. 2008. Nonlocal continuum theories of beams for the analysis of carbon nanotubes. *Journal of applied physics*, 103(2).
- Romano, G. and Barretta, R. 2017. Nonlocal elasticity in nanobeams: the stress-driven integral model. *International Journal of Engineering Science*, 115: 14-27.
- Sanchez-Portal, D., Artacho, E., Soler, J. M., Rubio, A. and Ordejon, P. 1999. Ab initio structural, elastic, and vibrational properties of carbon nanotubes. *Physical Review B*, 59(19): 12678-12688.
- Shen, H.-S. 2011. Nonlinear analysis of lipid tubules by nonlocal beam model. *Journal of theoretical biology*, 276(1): 50-56.
- Shen, H. S. and Zhang, C. L. 2011. Nonlocal beam model for nonlinear analysis of carbon nanotubes on elastomeric substrates. *Computational Materials Science*, 50(3): 1022-1029.
- Shi, Y. J., Guo, W. L. and Ru, C. Q. 2008. Relevance of Timoshenko-beam model to microtubules of low shear modulus. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 41(2): 213-219.
- Sudak, L. J. 2003. Column buckling of multiwalled carbon nanotubes using nonlocal continuum mechanics. *Journal of applied physics*, 94(11): 7281-7287.
- Taniguchi, N. (1974). *On the basic concept of nano-technology*. Paper presented at the Proc. Intl. Conf. Prod. London, 1974.
- Thai, H.-T. 2012. A nonlocal beam theory for bending, buckling, and vibration of nanobeams. *International Journal of Engineering Science*, 52: 56-64.
- Thai, H.-T. and Kim, S.-E. 2015. A review of theories for the modeling and analysis of functionally graded plates and shells. *Composite Structures*, 128: 70-86.
- Thai, H.-T., Vo, T. P., Nguyen, T.-K. and Kim, S.-E. 2017. A review of continuum mechanics models for size-dependent analysis of beams and plates. *Composite Structures*.
- Togun, N. and Bağdatlı, S. M. 2016. Nonlinear Vibration of a Nanobeam on a Pasternak Elastic Foundation Based on Non-Local Euler-Bernoulli Beam Theory. *Mathematical and Computational Applications*, 21(1): 3.
- Tuna, M. and Kirca, M. 2016. Exact solution of Eringen's nonlocal integral model for bending of Euler-Bernoulli and Timoshenko beams. *International Journal of Engineering Science*, 105: 80-92.
- Tuna, M. and Kirca, M. 2017. Respond to the comment letter by Romano and Barretta on the paper "Exact solution of Eringen's nonlocal integral model for bending of Euler-Bernoulli and Timoshenko beams". *International Journal of Engineering Science*, 116: 141-144.

- Turner, M. 1956. Stiffness and deflection analysis of complex structures. *Journal of the Aeronautical Sciences*, 23(9): 805-823.
- Wade, R. H., Chrétien, D. and Job, D. 1990. Characterization of microtubule protofilament numbers: how does the surface lattice accommodate? *Journal of molecular biology*, 212(4): 775-786.
- Wang, C. M., Kitipomchai, S., Lim, C. W. and Eisenberger, M. 2008a. Beam bending solutions based on nonlocal Timoshenko beam theory. *Journal of Engineering Mechanics-Asce*, 134(6): 475-481.
- Wang, C. M., Zhang, Y. Y. and He, X. Q. 2007. Vibration of nonlocal Timoshenko beams. *Nanotechnology*, 18(10).
- Wang, C. Y., Ru, C. Q. and Mioduchowski, A. 2006. Vibration of microtubules as orthotropic elastic shells. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 35(1): 48-56.
- Wang, L., Ni, Q., Li, M. and Qian, Q. 2008b. The thermal effect on vibration and instability of carbon nanotubes conveying fluid. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 40(10): 3179-3182.
- Wang, Q. and Liew, K. M. 2007. Application of nonlocal continuum mechanics to static analysis of micro-and nano-structures. *Physics Letters A*, 363(3): 236-242.
- Wang, Q. and Varadan, V. K. 2006. Vibration of carbon nanotubes studied using nonlocal continuum mechanics. *Smart Materials and Structures*, 15(2): 659-666.
- Wieligor, M., Rich, R. and Zerda, T. W. 2010. Study on silicon carbide nanowires produced from carbon blacks and structure of carbon blacks. *Journal of Materials Science*, 45(7): 1725-1733.
- Xu, M. T. 2006. Free transverse vibrations of nano-to-micron scale beams. *Proceedings of the Royal Society a-Mathematical Physical and Engineering Sciences*, 462(2074): 2977-2995.
- Xu, S. P., Wang, C. M. and Xu, M. R. 2012. Buckling analysis of shear deformable nanorods within the framework of nonlocal elasticity theory. *Physica E-Low-Dimensional Systems & Nanostructures*, 44(7-8): 1380-1385.
- Yakobson, B. I., Campbell, M. P., Brabec, C. J. and Bernholc, J. 1997. High strain rate fracture and C-chain unraveling in carbon nanotubes. *Computational Materials Science*, 8(4): 341-348.
- Yang, J., Ke, L. L. and Kitipornchai, S. 2010. Nonlinear free vibration of single-walled carbon nanotubes using nonlocal Timoshenko beam theory. *Physica E-Low-Dimensional Systems & Nanostructures*, 42(5): 1727-1735.
- Yang, Q. and Lim, C. W. 2012a. Thermal effects on buckling of shear deformable nanocolumns with von Kármán nonlinearity based on nonlocal stress theory. *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, 13(2): 905-922.
- Yang, X. D. and Lim, C. W. 2009. Nonlinear vibrations of nano-beams accounting for nonlocal effect using a multiple scale method. *Science in China Series E-Technological Sciences*, 52(3): 617-621.

- Yang, Y. and Lim, C. W. 2012b. Non-classical stiffness strengthening size effects for free vibration of a nonlocal nanostructure. *International Journal of Mechanical Sciences*, 54(1): 57-68.
- Yerlici, V. A. and Luş, H. 2007. Yapı dinamiğine giriş: Boğaziçi Üniversitesi.
- Yokoyama, T. 1987. Vibrations and transient responses of Timoshenko beams resting on elastic foundations. *Ingenieur-Archiv*, 57(2): 81-90.
- Zhang, Y. Q., Liu, X. and Liu, G. R. 2007. Thermal effect on transverse vibrations of double-walled carbon nanotubes. *Nanotechnology*, 18(44): 445701.
- Zhang, Y. Y., Wang, C. M. and Challamel, N. 2010. Bending, Buckling, and Vibration of Micro/Nanobeams by Hybrid Nonlocal Beam Model. *Journal of Engineering Mechanics-Asce*, 136(5): 562-574.
- Zhaohua, F. and Cook, R. D. 1983. Beam elements on two-parameter elastic foundations. *Journal of Engineering Mechanics*, 109(6): 1390-1402.
- Zhu, X. W., Wang, Y. B. and Dai, H. H. 2017. Buckling analysis of Euler-Bernoulli beams using Eringen's two-phase nonlocal model. *International Journal of Engineering Science*, 116: 130-140.
- Zidour, M., Benrahou, K. H., Semmah, A., Naceri, M., Belhadj, H. A., Bakhti, K. and Tounsi, A. 2012. The thermal effect on vibration of zigzag single walled carbon nanotubes using nonlocal Timoshenko beam theory. *Computational Materials Science*, 51(1): 252-260.
- Zienkiewicz, O. C. and Taylor, R. L. 1977. The finite element method (Vol. 3): McGraw-hill London.

ÖZGEÇMİŞ

ÇİĞDEM IŞIK

c_demir86@yahoo.com



ÖĞRENİM BİLGİLERİ

Yüksek Lisans 2009-2011	Akdeniz Üniversitesi Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Antalya
Lisans 2004-2008	Akdeniz Üniversitesi Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Antalya

MESLEKİ VE İDARİ GÖREVLER

Araştırma Görevlisi 2009-2018	Akdeniz Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Antalya
----------------------------------	--

ESERLER:

Uluslararası Hakemli Dergilerde Yayımlanan Makaleler (SCI/SSCI/ESCI)

1. Demir, Ç., Civalek, Ö., Akgöz, B. (2010). Free vibration analysis of carbon nanotubes based on shear deformable beam theory by discrete singular convolution technique. *Mathematical and Computational Applications*, 15(1), 57-65.
2. Civalek, Ö., Demir, Ç., Akgöz, B. (2010). Free vibration and bending analyses of cantilever microtubules based on nonlocal continuum model. *Mathematical and Computational Applications*, 15(2), 289-298.
3. Civalek, Ö., Korkmaz, A., Demir, Ç. (2010). Discrete singular convolution approach for buckling analysis of rectangular Kirchhoff plates subjected to

- compressive loads on two-opposite edges. *Advances in Engineering Software*, 41(4), 557-560.
4. Civalek, Ö., Demir, Ç. (2011). Bending analysis of microtubules using nonlocal Euler–Bernoulli beam theory. *Applied Mathematical Modelling*, 35(5), 2053-2067.
 5. Demir, Ç., Civalek, Ö. (2013). Torsional and longitudinal frequency and wave response of microtubules based on the nonlocal continuum and nonlocal discrete models. *Applied Mathematical Modelling*, 37 (22), 9355-9367.
 6. Demir, Ç., Mercan, K., Civalek, Ö. (2016). Determination of critical buckling loads of isotropic, FGM and laminated truncated conical panel. *Composites Part B: Engineering*, 94, 1-10.
 7. Mercan, K., Demir, Ç., Civalek, Ö. (2016) Vibration analysis of FG cylindrical shells with power-law index using discrete singular convolution technique. *Curved and Layered Structures*, 3(1), 2353-7396.
 8. Civalek, Ö., Demir, Ç. (2016). A simple mathematical model of microtubules surrounded by an elastic matrix by nonlocal finite element method. *Applied Mathematics and Computation*, 289, 335-352.
 9. Demir, Ç., Civalek, Ö. (2017). A new nonlocal FEM via Hermitian cubic shape functions for thermal vibration of nano beams surrounded by an elastic matrix. *Composite Structures*, 168, 872-884.
 10. Demir, Ç., Akgöz, B., Erdinç, M.C., Mercan, K., Civalek Ö. (2017). Free vibration analysis of graphene sheets on elastic matrix. *Journal of The Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 32(2), 551-562.
 11. Demir, Ç., Ersoy, H., Mercan, K., Civalek, Ö. (2017). Free vibration analysis of annular sector plates via conical shell equations. *Curved and Layered Structures*, 4(1), 146-157.
 12. Mercan, K., Numanoglu, H.M., Akgöz, B., Demir, Ç., Civalek Ö. (2017). Higher-order continuum theories for buckling response of silicon carbide nanowires (SiCNWs) on elastic matrix. *Archive of Applied Mechanics*, 87(11),1797–1814.
 13. Demir, Ç., Civalek, Ö. (2017). On the Analysis of Microbeams. *International Journal of Engineering Science*, 121,14-33, 2017.

Diğer Uluslararası ve Ulusal Hakemli Dergilerde Yayımlanan Makaleler

1. Civalek, Ö., Demir, Ç., Akgöz, B. (2009). Static analysis of single walled carbon nanotubes (SWCNT) based on Eringen's nonlocal elasticity theory. *International Journal of Engineering and Applied Sciences*, 1(2), 47-56.
2. Civalek, Ö., Demir, Ç. (2009). Elastik zemine oturan kirişlerin ayrık tekil konvolüsyon ve harmonik diferansiyel quadrature yöntemleriyle analizi. *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 11(1), 56-71.
3. Demir, Ç., Akçal, N., Civalek, Ö. (2009). İki parametrelili zemine gömülü bir kazığın serbest titreşimi. *Yapı Dünyası*, 159, 53-55.
4. Ersoy, H., Özpolat, L., Demir, Ç., Civalek, Ö. (2009). Dairesel ve boşluklu dairesel zarların serbest titreşim hesabı. *Engineer & the Machinery Magazine*, 50(594), 25-32.

5. Öztürk, B., Akgöz, B., Baltacıoğlu, A.K., Demir, Ç., Civalek, Ö. (2010). Deprem Hasarlarının Mevcut Çatlaklara Dayalı Olarak Tespitinde Uzman Sistemlerin Kullanımı: Antalya Örneği. İMO Antalya Bülteni 60, 18-22.
6. Civalek, Ö., Demir, Ç. (2011). Buckling and bending analyses of cantilever carbon nanotubes using the euler-bernoulli beam theory based on non-local continuum model. Asian Journal of Civil Engineering (Building and Housing), 12(5), 651-66.
7. Mercan, K., Demir, Ç., Akgöz, B., Civalek, Ö. (2015). Coordinate Transformation for Sector and Annular Sector Shaped Graphene Sheets on Silicone Matrix. International Journal of Engineering and Applied Sciences, 7(2), 56-73.
8. Demir, Ç., Civalek, Ö. (2015). Nonlocal deflection of microtubules under point load. International Journal of Engineering and Applied Sciences, 7(3), 33-39.
9. Mercan, K., Demir, Ç., Ersoy, H., Civalek, Ö. (2016). The effects of thickness on Frequency values for rotating circular shells. International Journal of Engineering & Applied Sciences, 8(1), 26-37.
10. Demir, Ç., Civalek, Ö. (2016). Nonlocal finite element formulation for vibration. International Journal of Engineering and Applied Sciences, 8(2), 33-39.
11. Akgöz, B, Mercan, K, Demir, Ç., Civalek, Ö. (2016). Static analysis of beams on elastic foundation by the method of discrete singular convolution. International Journal of Engineering & Applied Sciences, 8 (3), 67-73.
12. Demir, Ç., Civalek, Ö. (2016). Tek katmanlı grafen tabakaların eğilme ve titreşimi. Mühendislik Bilimleri ve Tasarım Dergisi, 4(3), 173-183.
13. Demir, Ç. (2016). Nonlocal Vibration Analysis for Micro/Nano Beam on Winkler Foundation via DTM. International Journal of Engineering & Applied Sciences, 8(4), 108-118.
14. Mercan, K., Akgöz, B., Demir, Ç., Civalek, Ö. (2017). Frequencies values of orthotropic composite circular and annular plates. International Journal of Engineering & Applied Sciences, 9(2), 55-65, 2017.
15. Mercan, K., Demir, Ç., Civalek, Ö. (2017). Nano ölçekli plakların serbest titreşimi ve tek katmanlı grafen uygulaması. Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi, 19(1), 104-117, 2017.
16. Demir, Ç., Mercan, K., Ersoy, H., Civalek, Ö. (2017). Vibration analysis of graphene sheets using membrane model. Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi, 19(1), 104-117.
17. Demir, Ç., Mercan, K., Numanoglu, H.M., Civalek, Ö. (2018). Bending response of nanobeams resting on elastic foundation. Journal of Applied and Computational Mechanics, 4(2), 105-114.

Uluslararası Bilimsel Toplantılarda Sunulan ve Bildiri Kitabında Basılan Bildiriler

1. Demir, Ç., Civalek, Ö., Korkmaz, A. (2009). Frequencies analysis of tapered carbon nanotubes embedded in two-parameter elastic foundation, International Symposium on Engineering and Architectural Sciences of Balkan, 22-24 October 2009, Isparta.
2. Demir, Ç., Akgöz, B., Civalek, Ö. (2009). Free vibration and bending analysis of carbon nanotubes using nonlocal euler beam theory. International Symposium on Engineering and Architectural Sciences of Balkan, 22-24 October, Isparta.

3. Civalek, Ö., Akgöz, B., Mercan, K., Demir, Ç. (2015). The effect of geometric and material parameters on the static behavior of laminated plates. International Conference on Advances in Composite Materials and Structures, 13-15 April, Istanbul.
4. Civalek, Ö., Mercan, K., Akgöz, B., Demir, Ç. (2016). Buckling of boron nitride nanotubes surrounded by an elastic matrix. 2nd Mechanics of Composites, 11-14 July, Porto.
5. Civalek, Ö., Mercan, K., Demir, Ç. (2017). Frequency response of graphene sheets using the stretched membrane model. International Conference on Composites or Nano Engineering. 16 -22 July, Rome, Italy.
6. Ersoy, H., Demir, Ç., Civalek, Ö. (2017). Static analysis of CNTs using Eringen's Nonlocal Elasticity Theory. 20th International Conference on Composite Structures, 4-7 September, Paris, France.
7. Akgöz B., Demir, Ç., Mercan K., Civalek Ö. (2017). An investigation for the multiple effects on vibration response of functionally graded thick microbeams. 20th International Conference on Composite Structures, 4-7 September, Paris, France.
8. Akgöz B., Demir, Ç., Mercan K., Civalek Ö. (2017). An exponential shear deformation microbeam model via strain gradient elasticity. 20th International Conference on Composite Structures, 4-7 September, Paris, France.