GAZİ ÜNİVERSİTESİ

1926

NADİR OLAYLARDA CEZALANDIRILMIŞ LOJİSTİK REGRESYON YÖNTEMLERİNİN KARŞILAŞTIRILMASI

Ezgi NAZMAN

DOKTORA TEZİ

İSTATİSTİK ANA BİLİM DALI

GAZİ ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

EKİM 2019

Ezgi NAZMAN tarafından hazırlanan “NADİR OLAYLARDA CEZALANDIRILMIŞ LOJİSTİK REGRESYON YÖNTEMLERİNİN KARŞILAŞTIRILMASI” adlı tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından OY BİRLİĞİ ile Gazi Üniversitesi İstatistik Ana Bilim Dalında DOKTORA TEZİ olarak kabul edilmiştir

Danışman: Prof. Dr. Semra ERBAŞ

İstatistik Ana Bilim Dalı, Gazi Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Doktora Tezi olduğunu onaylıyorum. …………………

Başkan: Prof. Dr. Hüseyin TATLIDİL

İstatistik Ana Bilim Dalı, Hacettepe Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Doktora Tezi olduğunu onaylıyorum. …………………

Üye: Prof. Dr. Hamza GAMGAM

İstatistik Ana Bilim Dalı, Gazi Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Doktora Tezi olduğunu onaylıyorum. …………………

Üye: Prof. Dr. Jülide YILDIRIM ÖCAL

Ekonomi Ana Bilim Dalı, TED Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Doktora Tezi olduğunu onaylıyorum. …………………

Üye: Doç. Dr. Hülya OLMUŞ

İstatistik Ana Bilim Dalı, Gazi Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Doktora Tezi olduğunu onaylıyorum. …………………

Tez Savunma Tarihi: 25/10/2019

Jüri tarafından kabul edilen bu çalışmanın Doktora Tezi olması için gerekli şartları yerine getirdiğini onaylıyorum

…………………………

Prof. Dr. Sena YAŞYERLİ

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

ETİK BEYAN

Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmasında;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Tez çalışmasında yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu,

bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

Ezgi NAZMAN

25/10/2019

NADİR OLAYLARDA CEZALANDIRILMIŞ LOJİSTİK REGRESYON YÖNTEMLERİNİN KARŞILAŞTIRILMASI

(Doktora Tezi)

Ezgi NAZMAN

GAZİ ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Ekim 2019

ÖZET

İkili lojistik regresyon (LR) yöntemi, yanıt değişkeni iki mümkün sonuca sahip olduğunda yaygın olarak kullanılan çok değişkenli istatistiksel bir yöntemdir. Örnek hacminin küçük ve ilgilenilen olayın nadir olduğu durumlarda LR yöntemi için en çok olabilirlik tahminleri tam olarak elde edilememektedir. Firth (1993), hem bu tahmin problemini hem de birinci mertebeden asimtotik yanlılığı ortadan kaldıran cezalandırılmış bir yöntem olarak Firth lojistik regresyon (FLR) yöntemini önermiştir. Daha sonra, FLR yöntemi kestirilen olasılıklara ilişkin sonuçlarda aşırı tahmine sebep olduğu için, Puhr ve diğerleri (2017) sabit terim düzeltmeli Firth lojistik regresyon (FLIC) yöntemini önermiştir. Öte yandan, ilgilenilen olay nadir iken açıklayıcı değişkenler arasında çoklu bağlantının olduğu durum için Shen ve Gao (2008) iki kat cezalandırılmış lojistik regresyon (DPLR) yöntemini önermişlerdir. Ancak, bu yöntem yine de kestirilen olasılıklarda aşırı tahmine sebep olmaktadır. Bu çalışmada, FLIC ve DPLR yöntemlerinden yola çıkarak sabit terim düzeltmeli iki kat cezalandırılmış lojistik regresyon (MDPLR) yöntemi yeni bir yaklaşım olarak önerilmiştir. MDPLR yöntemi ile LR, Ridge lojistik regresyon (RLR), FLR, DPLR, zayıflatılmış Firth lojistik regresyon (WFLR), FLIC ve eş değişken eklenmiş Firth lojistik regresyon (FLAC) yöntemleri parametreye ilişkin ortalama tahmin edilen yan, ortalama kestirilen olasılık yan, standart hatalar ve ortalama RMSE bakımından karşılaştırılmıştır. Modelde farklı sayıda açıklayıcı değişken olduğu durumlar ele alınarak, farklı örnek hacimleri ve farklı nadir olay oranlarına ek olarak çoklu bağlantının olduğu ve olmadığı durumlar için detaylı bir Monte Carlo simülasyon çalışması yürütülmüştür. Gözlemsel veriye dayalı ters koşullu dağılım kullanılarak ele alınan veri üretim yaklaşımı, literatürde ilk kez cezalandırılmış LR yöntemleri için kullanılmıştır. Ayrıca, gerçek bir veri seti ile simülasyon sonuçları değerlendirilmiştir. Sonuçlara göre, parametreye ilişkin istatistiksel çıkarsama yapmak için FLAC, DPLR ve MDPLR yöntemlerinin kullanılması ve kestirilen olasılık üzerine çalışmalar için FLIC, FLAC, RLR ve MDPLR yöntemlerinin kullanılması önerilmiştir.

Bilim Kodu	:	20512
Anahtar Kelimeler	:	nadir olay, cezalandırılmış lojistik regresyon, parametre tahmin yan, kestirilen olasılık yan, hata kareler ortalaması
Sayfa Adedi	:	115
Danışman	:	Prof. Dr. Semra ERBAŞ

COMPARISON OF PENALIZED LOGISTIC REGRESSION METHODS IN RARE EVENTS

(Ph. D. Thesis)

Ezgi NAZMAN

GAZİ UNIVERSITY
GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES

October 2019

ABSTRACT

Binary logistic regression (LR) method is a widely used multivariate statistical method when response variable has two possible outcomes. Maximum likelihood estimations cannot be exactly obtained for LR method in the cases where sample size is small and event of interest is rare. Firth (1993) suggested Firth's logistic regression (FLR) as a method which eliminates both this estimation problem and first order term of the asymtotic bias. Then, Puhr et al. (2017) suggested Firth's logistic regression with intercept correction because FLR method causes overestimation in predicted probability. On the other hand, Shen and Gao (2008) suggested double penalized logistic regression (DPLR) method for the case where rare event and multicollinearity occur simultaneously. However, this method has already caused overestimation in predicted probability. In this study, DPLR with intercept correction (MDPLR) method was suggested as a new approach considering FLIC and DPLR methods. MDPLR method was compared with LR, Ridge logistic regression (RLR), FLR, DPLR, weakened FLR (WFLR), FLIC and Firth's logistic regression with added covariate (FLAC) in terms of parameter estimation bias, average predicted probability bias, standard errors and average root mean suared error (RMSE). A detailed Monte Carlo simulation study was conducted considering that there are different number of explanatory variables in the model for multicollinearity and non-multicollinearity cases in addition to the different sample sizes and rare event rates. Data generation approach using inverse conditional distribution based on observational data was first used in the literature for penalized LR methods. Besides, simulation results were evaluated with a real data set. According to the results, it is recommended to use FLAC, DPLR, and MDPLR methods for statistical inferences on the parameter and to use with FLIC, FLAC, RLR, and MDPLR methods for studies on predicted probability.

Science Code	:	20512
Key Words	:	rare event, penalized logistic regression, parameter estimation bias, predicted probability bias, mean squared error
Page Number	:	115
Supervisor	:	Prof. Dr. Semra ERBAS

TEŞEKKÜR

Doktora tezimin hazırlanmasında göstermiş olduğu ilgi ve görüşlerinin yanı sıra lisansüstü eğitimim boyunca akademik çalışmalarımı destekleyerek her zaman daha ileriye adım atmam konusunda beni teşvik ettiği için danışman hocam Sayın Prof. Dr. Semra ERBAŞ'a en içten teşekkürlerimi sunarım. Tez çalışmamın başından sonuna kadar sürekli yanımda olduğunu hissettiren Sayın Doç. Dr. Hülya OLMUŞ'a, yardım ve destekleri için teşekkürü borç bilirim. Tez çalışmamın ilerlemesi süresince fikir ve katkıları ile tezimin daha ileriye taşınmasını sağlayan tez izleme komitesi üyelerim Sayın Prof. Dr. Hüseyin TATLIDİL'e ve Sayın Prof. Dr. Hamza GAMGAM'a en içten teşekkürlerimi sunarım. Yalnızca doktora sürecimde değil, tüm hayatım boyunca daha ileriye sağlam adımlarla yürümeme imkan ve olanak sağlayan emek ve destekleri için annem Meryem ÇABUK'a ve babam İhsan ÇABUK'a, desteği ile her zaman yanımda olduğunu hissettiren eşim Hüseyin NAZMAN'a en içten sevgi ve teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

Sayfa

Sayfa

ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge **Sayfa**

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil **Sayfa**

Şekil **Sayfa**

SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler	**Açıklamalar**
cm	santimetre
kg	kilogram
mg	miligram

Kısaltmalar	**Açıklamalar**
BRM	Bernoulli regresyon modeli
DPLR	İki kat cezalandırılmış lojistik regresyon
FLAC	Eş değişken eklenmiş Firth lojistik regresyon
FLIC	Sabit terim düzeltmeli Firth lojistik regresyon
FLR	Firth lojistik regresyon
MDPLR	Sabit terim düzeltmeli DPLR
ML	En çok olabilirlik
MSE	Hata kareler ortalaması
NR	Newton-Raphson
RLR	Ridge lojistik regresyon
RMSE	Hata kareler ortalamasının karekökü
WFLR	Zayıflatılmış Firth lojistik regresyon

1. GİRİŞ

İkili Lojistik Regresyon (LR) yöntemi ikili yanıt değişken ile kesikli ve/veya sürekli açıklayıcı değişkenler arasındaki ilişkiyi modellemek için yaygın olarak kullanılan çok değişkenli istatistiksel bir yöntemdir. LR modeli en küçük kareler yöntemine dayanan doğrusal regresyon ve genelleştirilmiş doğrusal modellerin temel varsayımlarının çoğunu gerektirmemektedir. Açıklayıcı ve yanıt değişkeni arasındaki doğrusallık ve hata terimlerinin normal dağılıma sahip olduğu ve hata terimlerinin eşit varyanslı olduğu varsayımına sahip değildir. Ancak, LR yöntemi yeterli örnek hacminin olmaması durumundan olumsuz olarak etkilenebilmektedir (Hastie, Tibsrihani ve Friedman, 2008). Bu yöntemde, ilgili çalışma için yeterli büyüklükte örnek hacminin belirlenmesi ve bazen belirlenen örnek hacmine ulaşılabilmesi bir problemdir. Örnek hacminin yeteri kadar büyük olmadığı çalışmalarda parametre tahminleri yanlı olabilmektedir (Gart ve Zweifel, 1967; Jewell, 1984; Nemes, Jonasson, Genell ve Steineck, 2009). Bazı durumlarda ise örnek hacmi yeterince büyük olmasına karşın ilgilenilen olayın meydana gelme oranı oldukça küçük olabilmektedir (Hosmer, Lemeshow ve Sturdivant, 2013; Hsieh, Bloch ve Larsen, 1998; Firth, 1993). Bu modelde, yanıt değişkeninde ilgilenilen durumun gerçekleşmeme (“0”) sayısı, gerçekleşme (“1”) sayısından çok daha fazla ise ilgilenilen durum nadir olay (rare event) adını almaktadır (King ve Zeng, 2001). Nadir görülen olaylara pek çok alanda rastlanmaktadır. Finansta sahte ticari faaliyet yapan naylon şirketler, borçlunun iflası; siyasette ülkeler arası savaş, ülkeler arası ambargolar; mühendislikte sistem hataları; tıpta salgın hastalıklar ve bir ilacın yan etkisi nadir görülen olaylara örnek olarak verilebilir. Yanıt değişkeninde ilgilenilen durumun nadir görülmesi iki şekilde olabilmektedir. Göreli nadirlik, dengeli olmayan veri anlamına da gelmektedir. Göreli nadirlik, ilgilenilen örnek içerisinde yanıt değişkenine ilişkin ilgilenilen durumla karşılaşma sayısı, karşılaşmama sayısından oldukça az olduğunda ortaya çıkmaktadır. Mutlak nadirlik ise, örnek hacmi oldukça az olduğunda ortaya çıkmaktadır. Her iki nadirlik durumda da en çok olabilirlik (ML) tahmin edicileri yanlı olabilmektedir (Rainey ve McCaskey, 2015).

LR modelinde β parametre tahminleri genellikle ML yöntemi için Newton-Raphson (NR) iterasyon algoritması kullanılarak elde edilir. Bu yöntemle elde edilen parametre tahmin edicilerinin küçük örnek hacimlerinde yanlı ancak asimptotik olarak yansız tahmin ediciler olduğu bilinmektedir (Nemes ve diğerleri, 2009). Bir tahmin edici için yan, ilgili parametrenin tahmin edicisinin beklenen değeri ile aynı parametrenin gerçek değeri arasındaki fark $Yan(\hat{\beta}) = E(\hat{\beta}) - \beta$ olarak tanımlanmaktadır. Bu tahmin ediciye ilişkin yan fonksiyonu Eş. 1.1'deki gibi örnek hacminin azalan kuvvetlerinde genişletilebilir (Firth, 1993; Kosmidis, 2014).

$$\mathrm{Yan}(\hat{\beta}) = \frac{\mathrm{Yan}_1(\hat{\beta})}{n} + \frac{\mathrm{Yan}_2(\hat{\beta})}{n^2} + \ldots \tag{1.1}$$

Yanlılığı düzeltme yöntemleri simülasyon yaklaşımları ve analitik yaklaşımlar olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. Simülasyon yaklaşımlarından olan Jacknife ve Bootstrap yaklaşımları yanı tahmin etmek için yeniden örnekleme ve yeniden hesaplamaya dayanmaktadır (Quenouille, 1956). Bu yaklaşımlar, birinci mertebeden yanı gösteren $O(n^{-1}) = \frac{Yan_1(\hat{\beta})}{n}$ ifadesinin hesaplanması gibi teorik bir hesaplama gerektirmez. Bu yüzden de elde edilen sonuçlarda kesinlik kaybına neden olmaktadır. Analitik yaklaşımlar ise yan için analitik bir ifadenin çözümlenmesine ve daha sonra bu ifadede yer alan belli parametrelerin doğrudan tahmin edilmesine dayanmaktadır (Bester ve Hansen, 2005). Analitik yaklaşım ve simülasyon yaklaşımları, ML tahminlerinin elde edilmesine dayanır ve bu yaklaşımların uygulanabilmesi için ilgili örneklere ilişkin ML tahminlerinin hesaplanması gerekmektedir. Öte yandan, birinci mertebeden yanlılığın ortadan kaldırılabilmesi için cezalandırma terimine dayalı olan farklı yöntemler ve Bayes yaklaşımları da mevcuttur (Firth, 1993; King ve Zeng, 2001; Gelman, Hwang, Pittau ve Su, 2008; Greenland ve Mansournia, 2015).

Örnek hacminin yetersiz olduğu durumlarda, tam ayrılma (complete seperation) ve yarı-tam ayrılma (quasi-complete seperation) ortaya çıkabilmektedir. Bu durumlarda, ML tahmin edicileri sonsuz çıkmakta ve buna bağlı olarak da parametre tahminleri yanlı olmaktadır (Heinze, 2006). Çizelge 1.1'de tam ayrılma ve yarı-tam ayrılma durumlarına ilişkin örnekler verilmiştir.

Çizelge 1.1. (a) Tam ayrılma ve (b) Yarı-tam ayrılma

	A	B
0	0	10
1	10	0

(a)

	A	B
0	0	7
1	10	3

(b)

Tam ayrılma ve yarı tam ayrılma durumlarında, Firth Lojistik Regresyon (FLR) yöntemi hem parametre tahminini sağlayan hem de tahmin edilen parametrelere ilişkin birinci mertebeden yanlılığı ortadan kaldıran cezalandırma temeline dayanan bir yöntem olarak sunulmuştur (Firth, 1993). Heinze ve Schemper (2002) ve Heinze (2006), küçük örnek hacimlerinde (30, 50, 100) tam ve yarı tam ayrılma durumundaki veri setine ideal bir çözüm göstermek amacı ile FLR yöntemini uygulamışlardır. Bu çalışmalarda, güven aralıklarının kapsama olasılıkları ve odds oranı yanlılıkları bakımından LR, kesin (exact) LR ve FLR yöntemlerini bir Monte Carlo simülasyon çalışması ile karşılaştırmışlardır. FLR yönteminin ayrılma problemine ideal bir çözüm sağladığını göstermişlerdir. Bull, Mak ve Greenwood (2002) küçük örnek hacimlerinde (50, 75, 100, 200) FLR yöntemini çok terimli LR yöntemine genişletmişlerdir. Bir Monte Carlo simülasyon çalışması ile LR, asimptotik yan düzeltilmiş tahmin ve FLR yöntemlerini ortalama yan ve hata kareler ortalaması (MSE) bakımından karşılaştırmışlardır. FLR tahminlerinin diğer yöntemlere göre daha rekabetçi ve çoğunlukla üstün olduğunu gözlemlemişlerdir. Ek olarak, Bull, Lewinger ve Lee (2007) parametre tahminlerine ilişkin güven aralıkları bakımından çok terimli FLR üzerine çalışmışlardır. Veri setinde ayrılma olduğunda küçük örnekler (25, 50, 100, 200) için FLR yöntemini tercih etmeyi önermişlerdir. Shen ve Gao (2008), FLR ve Ridge Lojistik Regresyon (RLR) yöntemlerinin olabilirlik fonksiyonlarında yer alan cezalandırma terimlerinin birlikte kullanılması ile iki kat cezalandırılmış lojistik regresyon (DPLR) yöntemini önermişlerdir. Bu yöntem ayrılma ve çoklu bağlantı problemlerine bir çözüm olarak açıklayıcı değişken sayısının (k=10) yüksek olduğu küçük örnek hacimleri (50, 80, 130, 200) için sunulmuştur. Bir simülasyon çalışması ile LR, FLR ve DPLR yöntemlerini MSE bakımından karşılaştırmışlardır. DPLR yöntemini diğer yöntemlere göre daha iyi sonuç verdiğini gözlemlemişlerdir. Sun, Sinha, Wang ve Maiti (2011) küçük örnek hacimlerinde (30, 50, 100) vaka-kontrol çalışmaları için FLR yöntemini koşullu FLR yöntemine uyarladılar. Koşullu LR, Jacknife ve koşullu FLR yöntemlerini log-odds oran parametresinin tahmini bakımından bir Monte Carlo simülasyon çalışması ile karşılaştırmışlardır. Sonuçta koşullu FLR yönteminin yalnızca yanı indirgemediğini aynı zamanda koşullu LR yöntemine göre parametre tahminine ilişkin varyansı azalttığını gözlemlemişlerdir. Elgmati, Fiaccone, Henderson ve Matthews (2015) FLR yönteminin olabilirlik fonksiyonunda yer alan cezalandırma teriminin ağırlığı üzerine küçük örnek hacmi (100) ile çalışmışlardır. Bu ağırlığın 0,5 yerine 0,1 olmasının parametre yan üzerinde daha uygun bir değer olduğunu gözlemlemiş ve yönteme zayıflatılmış FLR (WFLR) ismini vermişlerdir. Puhr, Heinze, Nold, Lusa ve Geroldinger (2017), FLR yöntemi için sabit terim düzenlemeli bir yöntem olarak FLIC ve eş değişken eklenmiş bir yöntem olarak da FLAC yöntemlerini büyük örnek hacimleri (500, 1400, 3000) için önermişlerdir. Önerilen bu iki yöntem, LR, FLR, WFLR, RLR ve Bayes temeline dayanan önseller ile Monte Carlo simülasyon çalışması kullanarak kestirilen olasılık yan ve hata kareler ortalamasının karekökü (RMSE) bakımından karşılaştırmışlardır. Çalışılan örnek hacimleri için iki yöntemin de yansız kestirilen olasılık (predicted probability) verdiğini gözlemlemişlerdir. FLAC yönteminin FLIC yönteminden biraz daha iyi performansa sahip olmasının yanı sıra bu iki yöntemin performanslarının genellikle FLR yönteminden daha iyi olduğu sonucuna varmışlardır. Öte yandan, açıklayıcı değişkenler arasında çoklu bağlantı olduğu durumda parametre tahminlerine ilişkin varyanslar yüksek veya sonsuz çıkabilmektedir (Lana, 2017). Bu sorunun önlenebilmesi için ilk olarak Hoerl ve Kennard (1970) tarafından önerilen Ridge regresyon, modelde yer alan katsayıların önüne bir kısıt koyarak parametre tahminlerine ilişkin varyansları azaltmaktadır. Daha sonraları Shaefer, Roi ve Wolfe (1984) ve Shaefer (1986) tarafından RLR önerilmiştir. Bu yönteme ilişkin log-olabilirlik fonksiyonunda model parametrelerinin normu, cezalandırma terimi olarak eklenmektedir (Duffy ve Satner, 1989). Puhr ve diğerleri (2017) parametre tahminlerine ilişkin hipotez testi veya güven aralığı gibi çıkarsama yapılmayacaksa ve veri setinde ayrılma durumu meydana gelmemişse RMSE ve kestirilen olasılık bakımından RLR yöntemini kullanmayı önermişlerdir.

ML için NR algoritması parametrelerin başlangıç değerine karşı duyarlıdır ve bu yüzden başlangıç parametre değerlerinin belirlenmesi NR için önemlidir (Kornerup ve Muller, 2006). Literatürde pek çok araştırmacı, başlangıç parametre değerleri olarak önceki çalışmalardan yararlanmaktadır. Öte yandan, Bernoulli Regresyon Modelinin (BRM) kullanımı ile elde edilen dağılım varsayımına dayalı ters koşullu dağılımlar aracılığıyla LR modeli için gerçek parametre değerleri elde edilebilmektedir (Day ve Karridge 1967; Kay ve Little 1987). BRM, gözlemsel çalışmalarda LR modeline ilişkin değişkenleri belirlemede önemli bir sistematik yol sağlamaktadır. Geriye yönelik çalışmalar ve nadir olay durumlarında gözlemsel veriler araştırmacılar için önemlidir. Bu nedenle, model belirlenmesi için istatistiksel bilginin elde edilmesinde ters koşullu dağılım kullanılmaktadır. Ters koşullu dağılımlar istatistiksel modelin fonksiyonel formu, seçimi ya da yanıt olasılıklarının tahmin edilmesinde önemli bilgi sağlayabilmektedir (Scrucca ve Weisberg, 2004; Bergtold, Spanos ve Onukwugha, 2010). Bergtold, Yeager ve Featherstone (2018), LR yöntemi için ters koşullu dağılımları kullanarak gözlemsel veriye dayalı bir Monte Carlo simülasyon çalışması ele almışlardır. Nadir olay, açıklayıcı değişkenlerin doğrusal olmama ve çoklu bağlantı durumları için genel olarak örnek hacminin 500’den daha az olduğu (özellikle 200’den daha az olduğu) durumlarda parametre tahminine ilişkin yanın daha yüksek olduğu sonucuna varmışlardır.

Bu tez çalışmasında FLIC ve DPLR yöntemlerinden yola çıkarak sabit terim düzeltmeli DPLR yöntemi (MDPLR) yeni bir yaklaşım olarak önerilmiştir. LR, RLR, FLR, DPLR, WFLR, FLIC, FLAC ve MDPLR yöntemleri, parametre tahmin ve kestirilen olasılık yanlılığı ile RMSE bakımından farklı örnek hacimleri, nadir olay ve çoklu bağlantının olduğu ve olmadığı durumlar için detaylı bir Monte Carlo simülasyon çalışması ile karşılaştırılmıştır. Bu simülasyon çalışmasında, gözlemsel veriye dayalı ters koşullu dağılımı ele alan veri üretim yaklaşımı literatürde ilk kez cezalandırılmış LR yöntemleri üzerine uygulanmıştır.

Çalışmanın 2. bölümünde LR, RLR, FLR, DPLR, WFLR, FLIC ve FLAC yöntemleri detaylı olarak verilmiştir. 3. bölümde önerilen yöntem MDPLR açıklanmıştır. 4. bölümde Monte Carlo simülasyon çalışmasına ilişkin detaylar ve bu çalışma doğrultusunda elde edilen sonuçlar çizelge ve şekiller ile yorumlanarak verilmiştir. 5. bölümde kalp hastalarına yönelik gerçek bir veri seti kullanılarak yapılan simülasyon çalışmasına paralel bir uygulama çalışması sunulmuştur. 6. bölümde hem simülasyon hem de uygulama çalışması sonucu elde edilen sonuçlara ilişkin genel sonuç ve çıkarımlar verilmiştir.

2. YÖNTEMLER

2.1. İkili Lojistik Regresyon (LR)

2.1.1. İkili lojistik regresyon modeli

Açıklayıcı değişkenler vektörü $\boldsymbol{X}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{T}} = \left[X_{\mathrm{i1}},...,X_{\mathrm{ik}}\right]$, regresyon katsayılar vektörü $\boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}} = (\beta_0, \beta_1,...,\beta_{\mathrm{k}})$ ve *i*-nci birim için hata terimi ε_i olmak üzere model denklemi Eş. 2.1'deki gibidir (Montgomery, Peck ve Vining, 2013: 422).

$$Y_{\mathrm{i}} = \boldsymbol{X}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\beta} + \varepsilon_{\mathrm{i}}, \quad i = 1,\ldots,n \tag{2.1}$$

Burada yanıt değişkeni Y_i, 0 ve 1 gibi iki mümkün sonuçlu Bernoulli dağılımına sahiptir. İlgilenilen sonucun meydana gelme olasılığı $\mathrm{P}(Y_{\mathrm{i}} = 1 \backslash \boldsymbol{X}_{\mathrm{i}}) = \pi(\boldsymbol{X}_{\mathrm{i}})$ ve gelmeme olasılığı $\mathrm{P}(Y_{\mathrm{i}} = 0 \backslash \boldsymbol{X}_{\mathrm{i}}) = 1 - \pi(\boldsymbol{X}_{\mathrm{i}})$ şeklindedir. Bu durumlar Çizelge 2.1'de gösterilmiştir.

Çizelge 2.1. Yanıt değişkeni için mümkün olasılıklar

Y_{i}	Olasılık
1	$\mathrm{P}(Y_{\mathrm{i}} = 1 \backslash \boldsymbol{X}_{\mathrm{i}}) = \pi(\boldsymbol{X}_{\mathrm{i}})$
0	$\mathrm{P}(Y_{\mathrm{i}} = 0 \backslash \boldsymbol{X}_{\mathrm{i}}) = 1 - \pi(\boldsymbol{X}_{\mathrm{i}})$

Yanıt değişkeni için beklenen değer Eş. 2.2'deki gibidir.

$$\mathrm{E}(Y_{\mathrm{i}}) = 1(\pi(\boldsymbol{X}_{\mathrm{i}})) + 0(1 - \pi(\boldsymbol{X}_{\mathrm{i}})) = \pi(\boldsymbol{X}_{\mathrm{i}}) \tag{2.2}$$

$\mathrm{E}(\varepsilon_i) = 0$ olduğundan yanıt değişkeninin beklenen değeri Eş. 2.3'deki gibi elde edilmektedir.

$$\mathrm{E}(Y_{\mathrm{i}}) = \boldsymbol{X}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\beta} = \pi(\boldsymbol{X}_{\mathrm{i}}) \tag{2.3}$$

Yanıt değişkeni iki mümkün sonuca sahip olduğu için yanıt fonksiyonunun şekli doğrusal değildir. Monoton artan ya da azalan S biçimli bir fonksiyondur ve bağlantı fonksiyonları aracılığı ile doğrusal hale getirilebilmektedir. Literatürde LR modeli için yaygın olarak lojit bağlantı fonksiyonu kullanılmaktadır (Huettmann ve Linke, 2003; Li, 2014; Adekanmbi, 2017). Lojit dönüşüm uygulanması ile elde edilen $\eta(\boldsymbol{X}_i)$ bağlantı fonksiyonu Eş. 2.4'deki gibidir (Turner, 2008).

$$\eta(\boldsymbol{X}_{\mathrm{i}}) = \ln\left(\frac{\pi(\boldsymbol{X}_{\mathrm{i}})}{1-\pi(\boldsymbol{X}_{\mathrm{i}})}\right) = \beta_0 + \beta_1 X_{\mathrm{i1}} + \ldots + \beta_{\mathrm{k}} X_{\mathrm{ik}} \tag{2.4}$$

Buradan lojistik yanıt fonksiyonu olan $\pi(\boldsymbol{X}_i)$ Eş. 2.5'deki gibi elde edilir.

$$\pi(\boldsymbol{X}_{\mathrm{i}}) = \frac{e^{\boldsymbol{X}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\beta}}}{1+e^{\boldsymbol{X}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\beta}}} = \frac{1}{1+e^{-\boldsymbol{X}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\beta}}} \quad ; \quad i = 1,\ldots.,n \tag{2.5}$$

LR modellerinin bağlantı fonksiyonlarının parametrelerde olduğu gibi açıklayıcı değişkenlerde de doğrusal olduğu varsayılır.

2.1.2. İkili lojistik regresyon modeli için en çok olabilirlik yöntemi

Literatürde, ikili lojistik regresyon modeli (LR) için parametre tahmin yöntemi olarak, ML yöntemi yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu tez çalışmasında, LR modeli için ML tahmin edicisinin kullanıldığı durum LR yöntemi olarak ifade edilmiştir. $Y_{\mathrm{i}} \sim \mathrm{Bernoulli}(\pi(\boldsymbol{X}_{\mathrm{i}}))$ olmak üzere LR modeline ilişkin log-olabilirlik fonksiyonu Eş. 2.6'da verilmiştir.

$$\ell(\boldsymbol{\beta}) = \sum_{i=1}^{n}\left\{Y_{\mathrm{i}}\ln(\pi(\boldsymbol{X}_{\mathrm{i}})) + (1-Y_{\mathrm{i}})\ln(1-\pi(\boldsymbol{X}_{\mathrm{i}}))\right\} \tag{2.6}$$

ML tahmin edicilerinin elde edilebilmesi için skor fonksiyonu ve Hessian matrisi sırasıyla Eş. 2.7 ve Eş. 2.8'deki gibidir.

$$\mathrm{U}(\boldsymbol{\beta}) = \frac{\partial \ell(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_{\mathrm{j}}} = \sum_{i=1}^{n}\left(Y_{\mathrm{i}} - \pi(\boldsymbol{X}_{\mathrm{i}})\right)X_{\mathrm{ij}} \tag{2.7}$$

$$\mathrm{H}(\boldsymbol{\beta}) = \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_{\mathrm{j}}\partial \beta_{\mathrm{s}}} = -\sum_{i=1}^{n} X_{\mathrm{ij}}X_{\mathrm{is}}\pi(\boldsymbol{X}_{\mathrm{i}})\left(1-\pi(\boldsymbol{X}_{\mathrm{i}})\right) \tag{2.8}$$

Skor eşitliğinin analitik bir çözümü yoktur, bu yüzden ML tahmin edicilerinin elde edilebilmesi için iteratif yöntemler kullanılmaktadır. Literatürde parametrelerin tahmin edilebilmesi için en yaygın olarak kullanılan algoritma NR iterasyon yöntemidir.

$\boldsymbol{Y}^{\mathrm{T}} = (Y_1, Y_2, \ldots, Y_n)$, $\mathbf{W} = \text{köş}\left(\pi(\boldsymbol{X}_{\mathrm{i}})(1-\pi(\boldsymbol{X}_{\mathrm{i}}))\right)$ ve $\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}} = \left(\pi(\boldsymbol{X}_1), \pi(\boldsymbol{X}_2), \ldots, \pi(\boldsymbol{X}_n)\right)$ olmak üzere *r* iterasyon için LR yöntemine ilişkin NR algoritmasının adımları aşağıdaki gibidir:

1) $\boldsymbol{\beta}^{r+1} = \boldsymbol{\beta}^{r} - \mathrm{H}^{-1}(\boldsymbol{\beta})\mathrm{U}(\boldsymbol{\beta})$

2) $\boldsymbol{\beta}^{r+1} = \boldsymbol{\beta}^{r} + \left(\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{W}\mathbf{X}\right)^{-1}\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{P}\right)$

3) $\boldsymbol{z} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}^{r} + \mathbf{W}^{-1}\left(\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{P}\right)$

4) $\boldsymbol{\beta}^{r+1} = \left(\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{W}\mathbf{X}\right)^{-1}\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{W}\boldsymbol{z}$

Burada, parametre tahminlerinin 0,001 gibi bir mutlak komşuluğa yakınsaması durumunda iterasyon sonlandırılır.

2.2.3. İkili lojistik regresyon modeli için cezalandırma teorisi

LR modelinde cezalandırma teorisinin temelini vermek amacıyla yalnızca sabit terimin olduğu model ele alınsın. π ilgilenilen olayın meydana gelme olasılığı Eş. 2.9'da verilmiştir (Greenland ve Mansournia, 2015).

$$\pi = \frac{e^{\beta}}{1+e^{\beta}} \tag{2.9}$$

n denemedeki başarıların sayısı *Y* olmak üzere olasılık fonksiyonu Eş. 2.10'da verilmiştir.

$$f(Y) = \pi(1-\pi)^{1-Y} \tag{2.10}$$

Eş. 2.10, Eş. 2.9 kullanılarak düzenlenirse olasılık fonksiyonu Eş. 2.11 elde edilmektedir.

$$f(Y) = \left(\frac{e^{\beta}}{1+e^{\beta}}\right)\left(1-\frac{e^{\beta}}{1+e^{\beta}}\right)^{1-Y} = \left(\frac{e^{\beta}}{1+e^{\beta}}\right)\left(\frac{1}{1+e^{\beta}}\right)^{1-Y} \tag{2.11}$$

Buradan olabilirlik fonksiyonu ve log-olabilirlik fonksiyonu sırasıyla Eş. 2.12 ve Eş. 2.13'deki gibi olmaktadır.

$$L(\beta)=\left(\frac{e^{n\beta}}{\left(1+e^{\beta}\right)^{n}}\right)\left(\frac{1}{1+e^{\beta}}\right)^{n-Y} \tag{2.12}$$

$$\begin{aligned}\ell(\beta)&=\ln L(\beta)=n\beta-n\ln\left(1+e^{\beta}\right)+\left(n-Y\right)\ln\left(\frac{1}{1+e^{\beta}}\right)\\&=Y\beta-n\ln\left(1+e^{\beta}\right)\end{aligned} \tag{2.13}$$

Log-olabilirlik fonksiyonunun ilgili parametreye göre birinci mertebeden kısmi türevinin alınması ile parametre tahmin edicisi Eş. 2.14'deki gibi elde edilmektedir.

$$\frac{\partial\ell(\beta)}{\partial\beta}=Y-n\frac{e^{\beta}}{1+e^{\beta}}=0 \quad \Rightarrow \; \hat{\beta}=\ln\left(\frac{Y}{n-Y}\right) \tag{2.14}$$

Eş. 2.11'de Y=8 ve n=10 olduğu durum için e^{β}=4 ve $\hat{\beta}$=1,3 olarak hesaplanır.

Fisher Bilgi matrisi, parametrenin ikinci mertebeden türevinin alınması ile Eş. 2.15'deki gibi elde edilmektedir.

$$\mathrm{I}(\beta)=-\frac{\partial^2\ell(\beta)}{\partial\beta^2}=n\left(\frac{e^{\beta}\left(1+e^{\beta}\right)-e^{\beta}e^{\beta}}{\left(1+e^{\beta}\right)^2}\right)=\frac{ne^{\beta}}{\left(1+e^{\beta}\right)^2} \tag{2.15}$$

Parametre tahmin edicisine ilişkin varyans Eş. 2.16'daki gibi hesaplanmaktadır.

$$\begin{aligned}\mathrm{V}(\hat{\beta})=\mathrm{I}^{-1}(\beta)&=\left(\frac{ne^{\beta}}{\left(1+e^{\beta}\right)^2}\right)^{-1}=\left(\frac{\left(1+e^{\beta}\right)^2}{ne^{\beta}}\right)=\frac{\left(1+e^{\beta}\right)\left(1+e^{\beta}\right)}{ne^{\beta}}=\frac{1+e^{\beta}}{ne^{\beta}}+\frac{1+e^{\beta}}{n}\\&=\frac{1+e^{\beta}}{ne^{\beta}}+\frac{1+e^{\beta}}{n(1+e^{\beta})-ne^{\beta}}=\frac{1+e^{\beta}}{ne^{\beta}}+\frac{1}{n-\dfrac{ne^{\beta}}{1+e^{\beta}}}\end{aligned} \tag{2.16}$$

$Y = n\dfrac{e^{\beta}}{\left(1+e^{\beta}\right)^2}$ bilgisi ışığında parametre tahmin edicisine ilişkin varyans, *n* hacimli bir örnekte ilgilenilen sonucun gözlenme sayısı *Y* olmak üzere, Eş. 2.17'deki gibi olmaktadır.

$$\mathrm{V}(\hat{\beta}) = \frac{1}{Y} + \frac{1}{n-Y} \tag{2.17}$$

Haldane (1956), birinci mertebeden yanı ortadan kaldırabilmek için Eş. 2.14'de elde edilen ifadenin pay ve paydasına $1/2$ ekleyerek parametre tahmin edicisini Eş. 2.18'deki gibi ifade etmiştir.

$$\hat{\beta}^{*} = \ln\left(\frac{Y+1/2}{n-Y+1/2}\right) \tag{2.18}$$

Eş. 2.18'de *Y*=8 ve *n*=10 olduğunda $e^{\hat{\beta}}$=3,4 olduğunda $\hat{\beta}$=1,22 olarak hesaplanır.

Cezalandırılmış log-olabilirlik $\ell(\beta) - \frac{1}{2}r(\beta)$ fonksiyonunun maksimize edilmesi ile aynı zamanda Eş. 2.19'da gösterilen ceza fonksiyonu $r(\beta)$'nın minimize edilmesini ifade eden bir fonksiyon tanımlamıştır.

$$\begin{aligned} r(\beta) &= \ln\left(\left|\mathrm{I}^{-1}(\beta)\right|\right) = \ln\left(\left|\mathrm{V}(\beta)\right|\right) = \ln\left(\left|\frac{ne^{\beta}}{\left(1+e^{\beta}\right)^2}\right|^{-1}\right) = \ln\left(\frac{\left(1+e^{\beta}\right)^2}{ne^{\beta}}\right) \\ &= 2\ln\left(1+e^{\beta}\right) - \ln\left(ne^{\beta}\right) = 2\ln\left(1+e^{\beta}\right) - \ln(n) - \beta \end{aligned} \tag{2.19}$$

Cezalandırılmış log-olabilirlik fonksiyonu Eş. 2.20'deki gibi ifade edilmektedir.

$$\begin{aligned} \ell^{*}(\beta) &= \ell(\beta) - \frac{1}{2}\ln\left(\mathrm{V}(\beta)\right) = Y\beta - n\ln\left(1+e^{\beta}\right) - \frac{1}{2}\left(2\ln\left(1+e^{\beta}\right) - \ln(n) - \beta\right) \\ &= Y\beta - n\ln\left(1+e^{\beta}\right) - \ln\left(1+e^{\beta}\right) + \frac{1}{2}\ln(n) + \frac{\beta}{2} \\ &= \beta\left(Y + \frac{1}{2}\right) - (n+1)\ln\left(1+e^{\beta}\right) + \frac{1}{2}\ln(n) \end{aligned} \tag{2.20}$$

Cezalandırılmış log-olabilirlik fonksiyonu $\frac{1}{2}\ln(n)$ göz ardı edilerek Eş. 2.21'deki gibidir.

$$\ell^*(\beta) = \beta\left(Y + \frac{1}{2}\right) - (n+1)\ln\left(1+e^{\beta}\right) \tag{2.21}$$

Firth (1993) birinci mertebeden yanı ortadan kaldırabilmek için Haldane (1956)'nin çalışmasını temel almıştır. LR modelinde yalnızca sabit terimin yer aldığı model üzerinden parametre tahmini eşitliğindeki ifadenin pay ve paydasına $1/2$ ekleyerek β parametre tahmini Eş. 2.22'deki gibi hesaplanmaktadır.

$$\mathrm{I}^*(\beta) = -\frac{\partial^2 \ell^*(\beta)}{\partial \beta^2} = -\frac{\partial\left(\left(Y + \frac{1}{2}\right) - (n+1)\frac{e^{\beta}}{1+e^{\beta}}\right)}{\partial \beta} = (n+1)\frac{e^{\beta}}{\left(1+e^{\beta}\right)^2} \tag{2.22}$$

Parametre tahmin edicisine ilişkin varyans Eş. 2.23'deki gibi elde edilmektedir.

$$\begin{aligned}
\mathrm{V}^*(\hat{\beta}) = \mathrm{I}^{*-1}\left(\hat{\beta}\right) &= \frac{\left(1+e^{\beta}\right)^2}{(n+1)e^{\beta}} = \frac{\left(1+e^{\beta}\right)}{(n+1)e^{\beta}} + \frac{\left(1+e^{\beta}\right)}{n+1} \\
&= \frac{1+\exp\left(\ln\left(\frac{Y+1/2}{n-Y+1/2}\right)\right)}{(n+1)\exp\left(\ln\left(\frac{Y+1/2}{n-Y+1/2}\right)\right)} + \frac{1+\exp\left(\ln\left(\frac{Y+1/2}{n-Y+1/2}\right)\right)}{n+1} \\
&= \frac{n+1}{n-Y+1/2}\left(\frac{1}{Y+1/2}\right)
\end{aligned} \tag{2.23}$$

$\hat{\beta}^* = \ln\left(\frac{Y+1/2}{n-Y+1/2}\right)$ olmak üzere, tahmin ediciye ilişkin varyans Eş. 2.24'deki gibidir.

$$\mathrm{V}^*(\hat{\beta}) = \frac{1}{Y+1/2} + \frac{1}{n-Y+1/2} = \frac{n+1}{(n-Y+1/2)}\left(\frac{1}{Y+1/2}\right) \tag{2.24}$$

2.2. Ridge Lojistik Regresyon (RLR)

Çoklu doğrusal regresyon ile çalışılırken, açıklayıcı değişkenler arasında çoklu bağlantı sorunu ortaya çıkabilir. Tam çoklu bağlantı durumunda parametre tahminleri bulunamaz. Güçlü çoklu bağlantı durumunda ise parametre tahminleri bulunabilir ancak parametre tahminlerine ilişkin varyanslar çok büyük çıkabilir (Gamgam ve Altunkaynak, 2017:232; Lana, 2017).

Hoerl ve Kennard (1970) doğrusal regresyon modelinde çoklu bağlantı durumunda bir ridge tahmin edicisi sunmuştur. Bu yöntem, parametreler üzerine kısıtlar koyarak tahmin edilen parametrelere ilişkin varyansın indirgenmesini sağlamaktadır. Daha sonra bu tahmin edici Shaefer ve diğerleri (1984) ve Shaefer (1986) tarafından LR modeli için önerilmiştir. Bu ridge tahmin edicinin kullanılması ile parametrelerin normunun bir ayar parametresi kullanılarak cezalandırıldığı yeni olabilirlik fonksiyonu Eş. 2.25'deki gibi elde edilmektedir (Duffy ve Santner, 1989).

$$\ell_{RLR}(\boldsymbol{\beta}) = \ell(\boldsymbol{\beta}) - \frac{1}{2}\nu\|\boldsymbol{\beta}\|^2 \tag{2.25}$$

Burada ν terimi RLR yönteminin log-olabilirlik fonksiyonuna ilişkin ayar parametresidir. Ayar parametresi parametre tahminine ilişkin varyansın monoton azalan bir fonksiyonu iken yine bu parametreye ilişkin yanın monoton artan bir fonksiyonudur. Bu nedenle çoklu bağlantı sorununda varyansın indirgenmesi sağlanırken öte yandan parametre yan artmakta ve ayar parametresinin seçimi bu yüzden önem arz etmektedir. Ayar parametresinin seçilmesine ilişkin literatürde birçok tahmin edici simülasyon çalışmaları ile karşılaştırılmıştır (Kibria, 2003; Mansson ve Shukur, 2011; Kibria, Manson, Shukur, 2012; Williams, 2018). Genel olarak bu simülasyon çalışmalarında MSE bakımından en uygun yöntem genellikle Kibria (2003) tarafından önerilen tahmin edicidir. Bu nedenle bu tez çalışmasında ayar parametresinin seçimi için Kibria (2003) önerdiği Eş. 2.26'da verilen tahmin edici kullanılmıştır.

$$\hat{\nu} = \frac{s^2}{\left(\prod_{i=1}^{k} \hat{\alpha}_i^2\right)^{1/k}} \tag{2.26}$$

Burada $s^2 = \dfrac{\left(\boldsymbol{Y}-\hat{\boldsymbol{Y}}\right)^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Y}-\hat{\boldsymbol{Y}}\right)}{n-k-1}$ ve $\mathbf{X}^T\mathbf{W}\mathbf{X}$ matrisinin öz vektörü $\boldsymbol{\gamma}$ olmak üzere $\hat{\boldsymbol{\alpha}}^2 = \boldsymbol{\gamma}\boldsymbol{\beta}_{LR}$ şeklindedir. $\mathbf{I}$ ifadesi birim matrisi göstermek üzere, RLR yöntemine ilişkin skor fonksiyonu ve Hessian matrisi sırasıyla Eş. 2.27 ve Eş. 2.28'de verilmiştir.

$$\mathrm{U}_{RLR}\left(\boldsymbol{\beta}\right) = \frac{\partial \ell_{RLR}(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta} = \sum_{i=1}^{n}\left(Y_{\mathrm{i}} - \pi(\boldsymbol{X}_{\mathrm{i}})\right)X_{\mathrm{ij}} - \nu\sum_{i=1}^{k}\beta_{\mathrm{j}} \tag{2.27}$$

$$\mathrm{H}_{RLR}(\boldsymbol{\beta}) = \frac{\partial^2 \ell_{RLR}(\boldsymbol{\beta})}{\partial\beta_{\mathrm{j}}\partial\beta_{\mathrm{s}}} = -\sum_{i=1}^{n} X_{\mathrm{ij}}X_{\mathrm{is}}\pi(\boldsymbol{X}_{\mathrm{i}})\left(1-\pi(\boldsymbol{X}_{\mathrm{i}})\right) - \nu\mathbf{I} \tag{2.28}$$

RLR yöntemine ilişkin parametre tahmin adımları aşağıdaki gibidir:

1) $\boldsymbol{\beta}^{r+1} = \boldsymbol{\beta}^{r} - \mathrm{H}_{RLR}^{-1}\left(\boldsymbol{\beta}\right)\mathrm{U}_{RLR}\left(\boldsymbol{\beta}\right)$

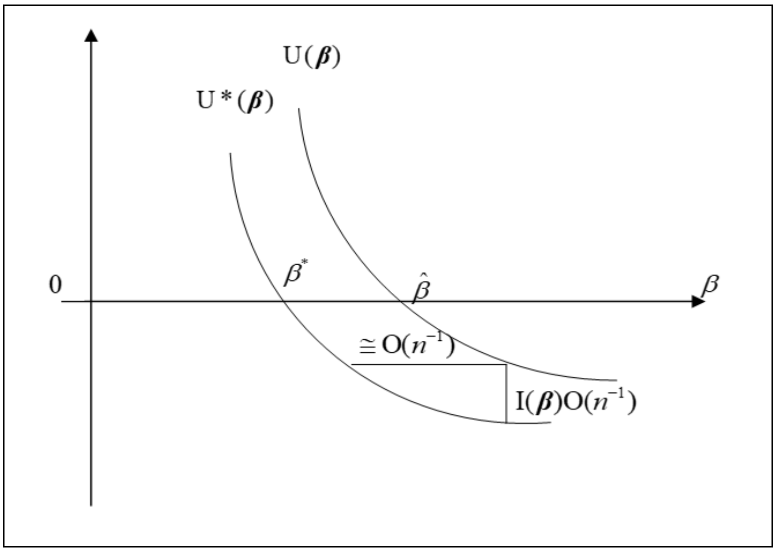
2) $\boldsymbol{\beta}^{r+1} = \boldsymbol{\beta}^{r} + \left(\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{W}\mathbf{X} + \lambda\mathrm{I}\right)^{-1}\left(\mathbf{X}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{P}) - \lambda\boldsymbol{\beta}^{r}\right)$

3) $\boldsymbol{z} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}^{r} + \mathbf{W}^{-1}\left(\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{P}\right)$

4) $\boldsymbol{\beta}^{r+1} = \boldsymbol{\beta}^{r} + \left(\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{W}\mathbf{X} + \lambda\mathbf{I}\right)^{-1}\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{W}\boldsymbol{z}$

2.3. Firth Lojistik Regresyon (FLR)

Yanıt değişkeninde ilgilenilen durum nadir olarak meydana geldiğinde, ML tahmin edicilerinin elde edilmesini mümkün kılarken aynı zamanda parametrelere ilişkin birinci mertebeden yanı $O(n^{-1})$ ortadan kaldırmaktadır. Bu amaçla FLR, LR yöntemine ilişkin skor fonksiyonu olan $\mathrm{U}(\beta)$ için uygun düzenlemeyi bir basit üçgen geometrisi ile Şekil 2.1'deki gibi göstermektedir.



Şekil 2.1. Firth lojistik regresyona ilişkin skor fonksiyonu

$\mathrm{U}(\boldsymbol{\beta})$ skor fonksiyonu ile elde edilen $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ parametre tahmininden birinci mertebe yan $\mathrm{O}(n^{-1})$ çıkarıldığında düzenlenmiş skor fonksiyonu $\mathrm{U}^*(\boldsymbol{\beta})$ Şekil 2.1'deki gibi elde edilmektedir. Burada $\boldsymbol{\beta}^*$ parametre tahmini düzenlenmiş skor fonksiyonu $\mathrm{U}_{FLR}(\boldsymbol{\beta})$ ile elde edilen parametre tahminidir. $\mathrm{U}(\boldsymbol{\beta})$ skor fonksiyonu ile elde edilen $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ parametre tahmininden $\mathrm{O}(n^{-1})$ çıkarıldığında eğim $\mathrm{I}(\boldsymbol{\beta})\mathrm{O}(n^{-1})$ kadar aşağıya kaymaktadır. $\mathrm{I}(\boldsymbol{\beta})$ ifadesi Fisher Bilgi matrisi olmak üzere Eş. 2.29'daki gibi gösterilmektedir.

$$\mathrm{I}(\boldsymbol{\beta}) = -\frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_{\mathrm{j}}\, \partial \beta_{\mathrm{s}}} = \mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{W}\mathbf{X} \qquad (2.29)$$

Skor fonksiyonunun düzenlenmesi ile elde edilen yeni skor fonksiyonu Eş. 2.30'da verilmiştir.

$$\mathrm{U}^*(\boldsymbol{\beta}) = \mathrm{U}(\boldsymbol{\beta}) - \mathrm{I}(\boldsymbol{\beta})\mathrm{O}(n^{-1}) \qquad (2.30)$$

LR yöntemine ilişkin skor fonksiyonundan $\mathrm{I}(\boldsymbol{\beta})\mathrm{O}(n^{-1})$ ifadesinin çıkarılması ile elde edilen FLR yöntemine ilişkin yeni skor fonksiyonu Eş. 2.31'daki gibi elde edilmektedir.

$$\mathrm{U}_{FLR}(\boldsymbol{\beta}) = \mathrm{U}(\boldsymbol{\beta}) - \mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{W}\boldsymbol{\xi} \qquad (2.31)$$

Burada, $\mathbf{H}=\mathbf{W}^{1/2}\mathbf{X}\left(\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{W}\mathbf{X}\right)^{-1}\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{W}^{1/2}$ şapka matrisi olmak üzere Eş. 2.31'de yer alan $\mathbf{W}\boldsymbol{\xi}$ ifadesi $\mathbf{W}\boldsymbol{\xi}=\operatorname{diag}\left(\mathbf{H}\right)=h_i\left(\pi(\boldsymbol{X}_i)-\frac{1}{2}\right)$ şeklindedir. Eş. 2.31 düzenlendiğinde FLR yöntemine ilişkin yeni skor fonksiyonu Eş. 2.32'deki gibi elde edilir.

$$\mathrm{U}_{FLR}(\boldsymbol{\beta})=\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i-\pi(\boldsymbol{X}_i)+h_i\left(\frac{1}{2}-\pi(\boldsymbol{X}_i)\right)\right)X_{ij}=0 \tag{2.32}$$

$\boldsymbol{\beta}^*$ parametre tahmini, düzenlenmiş skor fonksiyonunun sıfıra eşitlenmesi $\mathrm{U}_{FLR}(\boldsymbol{\beta})=\mathbf{0}$ ile elde edilir. Firth cezalandırılmış olabilirlik fonksiyonundaki cezalandırma terimi veriye bağlı olmadığı için cezalandırılmış ve cezalandırılmamış Hessian matrisleri aynıdır. $\mathrm{U}_{FLR}(\boldsymbol{\beta})=\mathbf{0}$ skor fonksiyonunun çözümü olabilirlik fonksiyonunun Fisher bilgi matrisinin determinantının karekökü, yani $\left|\mathrm{I}(\boldsymbol{\beta})\right|^{1/2}$ terimi ile Eş. 2.33'de gösterildiği gibi cezalandırıldığında mümkün olmaktadır.

$$L_{FLR}(\boldsymbol{\beta})=L(\boldsymbol{\beta})\left|\mathrm{I}(\boldsymbol{\beta})\right|^{1/2} \tag{2.33}$$

Eş. 2.34'de verilen cezalandırılmış log-olabilirlik fonksiyonu, Eş. 2.33'ün logaritması alınarak elde edilir.

$$\ell_{FLR}(\boldsymbol{\beta})=\ell(\boldsymbol{\beta})+\frac{1}{2}\log\left|\mathrm{I}(\boldsymbol{\beta})\right| \tag{2.34}$$

Elde edilen cezalandırılmış log-olabilirlik fonksiyonu Eş. 2.35'deki gibidir.

$$\ell_{FLR}(\boldsymbol{\beta})=\sum_{i=1}^{n}\left\{Y_i\log(\pi(\boldsymbol{X}_i))+(n_i-Y_i)\log(1-\pi(\boldsymbol{X}_i))\right\}+\frac{1}{2}\log\left|\mathrm{I}(\boldsymbol{\beta})\right| \tag{2.35}$$

Eş. 2.35'in en sağında yer alan ifade $\pi(\boldsymbol{X}_i)=0,5$ noktasında ve $\boldsymbol{\beta}=\mathbf{0}$ olduğunda Fisher Bilgi matrisinin determinantı maksimum olur ve bu sayede parametreler tahmin edilebilir. Bu durumda cezalandırılmış olabilirlik fonksiyonu da maksimum değerini almış olur.

FLR yöntemi için NR algoritmasına ilişkin iterasyon adımları şu şekildedir:

1) $\boldsymbol{\beta}^{r+1} = \boldsymbol{\beta}^{r} - \mathrm{H}^{-1}(\boldsymbol{\beta})\mathrm{U}_{FLR}(\boldsymbol{\beta})$

2) $\boldsymbol{\beta}^{r+1} = \boldsymbol{\beta}^{r} + \left(\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{W}\boldsymbol{X}\right)^{-1}\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\left[\mathrm{U}(\boldsymbol{\beta}) - \boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{W}\boldsymbol{\xi}\right]$

3) $\boldsymbol{\beta}^{r+1} = \boldsymbol{\beta}^{r} + \left(\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{W}\boldsymbol{X}\right)^{-1}\left[\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{P}) - \boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{h}_i\left(\pi(\boldsymbol{X}_i) - 1/2\right)\right)\right]$

FLR yönteminin temelini daha açık gösterebilmek için 2×2 boyutlu bir olumsallık tablosu ele alınsın (Çizelge 2.2).

Çizelge 2.2. Olumsallık tablosu

		X	
		0	1
Y	0	n_{00}	n_{01}
	1	n_{10}	n_{11}
		n_0	n_1

$\pi_1(X_\mathrm{i}) = \mathrm{P}(Y_\mathrm{i} = 1 \setminus X_\mathrm{i} = 1) = \dfrac{1}{1+e^{-\beta}}$ ve $\pi_0(X_\mathrm{i}) = \mathrm{P}(Y_\mathrm{i} = 1 \setminus X_\mathrm{i} = 0) = \dfrac{1}{2}$ olmak üzere ilgili olabilirlik fonksiyonu Eş. 2.36'daki gibi olacaktır.

$$L = \pi_0(X_\mathrm{i})^{n_{10}}\left(1-\pi_0(X_\mathrm{i})\right)^{n_{00}}\pi_1(X_\mathrm{i})^{n_{11}}\left(1-\pi_1(X_\mathrm{i})\right)^{n_1-n_{11}} \tag{2.36}$$

Burada $\pi_0(X_\mathrm{i})^{n_{10}}\left(1-\pi_0(X_\mathrm{i})\right)^{n_{00}}$ ifadesi β parametresini içermediği için C sabiti ile gösterilsin. Buradan log-olabilirlik fonksiyonu Eş. 2.37'deki gibi olacaktır.

$$\ell = \log C + n_{11}\log\left(\pi_1(X_\mathrm{i})\right) + \left(n_1 - n_{11}\right)\log\left(1-\pi_1(X_\mathrm{i})\right) \tag{2.37}$$

Eş. 2.37'de log-olabilirlik fonksiyonu düzenlendiğinde Eş. 2.38'deki gibi elde edilir.

$$\ell = \log C + n_{11}\log\left(1+e^{-\beta}\right) + \left(n_1 - n_{11}\right)\log\left(\frac{e^{-\beta}}{1+e^{-\beta}}\right) \tag{2.38}$$

Eş. 2.38'deki log-olabilirlik ifadesinin β parametresine göre birinci mertebeden kısmi türevinin alınması ile LR yöntemine ilişkin tahmin Eş. 2.39'daki gibi elde edilir.

$$\hat{\beta}_{LR} = \log\left(\frac{n_{11}}{n_1 - n_{11}}\right) \tag{2.39}$$

Eş. 2.39'dan görüleceği üzere $n_1 = n_{11}$ olduğunda $X_i = 1$ ve $Y_i = 0$ olduğu durum bulunmamaktadır. Bu durumda, veri setinde tam ayrılma durumu ortaya çıkar ve ML tahminleri sonsuz olduğundan elde edilememektedir. Parametre tahmin probleminin önüne geçmek için n_{11} ve $(n_1 - n_{11})$ terimlerine $1/2$ eklenerek Eş 2.36 tekrar düzenlenirse, FLR yöntemine ilişkin cezalandırılmış olabilirlik fonksiyonu Eş. 2.40'daki gibi elde edilir.

$$L = C\pi_1(X_{\mathrm{i}})^{n_{11}+1/2}\left(1-\pi_1(X_{\mathrm{i}})\right)^{n_1-n_{11}+1/2} \tag{2.40}$$

Bu durumda, log-olabilirlik fonksiyonu da Eş. 2.41'deki gibidir.

$$\ell = \log C + \left(n_{11} + \frac{1}{2}\right)\log\left(1+e^{-\beta}\right) + \left(n_1 - n_{11} + \frac{1}{2}\right)\log\left(\frac{e^{-\beta}}{1+e^{-\beta}}\right) \tag{2.41}$$

Buradan β parametresine göre birinci mertebeden kısmi türevinin alınması ile FLR yöntemine ilişkin parametre tahmini Eş. 2.42'deki gibi elde edilir.

$$\hat{\beta}_{FLR} = \log\left(\frac{n_{11} + \frac{1}{2}}{n_1 - n_{11} + \frac{1}{2}}\right) \tag{2.42}$$

Bir yanıt değişken ve iki mümkün sonuca sahip bir açıklayıcı değişkenin olduğu durumda 2×2 boyutlu olumsallık tablosunda FLR yönteminin her bir hücreye $1/2$ ekleme yapmaya denk olduğu görülmektedir.

2.4. İki Kat Cezalandırılmış Lojistik Regresyon (DPLR)

DPLR yöntemi, Shen ve Gao (2008) tarafından nadir olay ve çoklu bağlantı problemlerine bir çözüm olarak önerilmiştir. Bu yöntem, FLR yöntemine ilişkin cezalandırma terimi ile RLR yöntemine ilişkin cezalandırma teriminin aynı anda olabilirlik fonksiyonuna eklenmesi ile elde edilmiştir. İki kat cezalandırılmış olabilirlik fonksiyonu Eş. 2.43'de verilmiştir.

$$\ell_{DPLR}(\boldsymbol{\beta}) = \ell(\boldsymbol{\beta}) + \frac{1}{2}\left|\mathrm{I}(\boldsymbol{\beta})\right| - \nu\left\|\boldsymbol{\beta}\right\|^2 \tag{2.43}$$

Eş 2.43'de verilen ν terimi, RLR yönteminde tanımlandığı gibi ayar parametresi olmak üzere, iki kat cezalandırılmış olabilirlik fonksiyonuna ilişkin skor fonksiyonu Eş. 2.44'deki gibidir.

$$\mathrm{U}_{DPLR}(\boldsymbol{\beta}) = \mathrm{U}(\boldsymbol{\beta}) - \boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W\xi} - 2\nu\boldsymbol{\beta} = \sum_{i=1}^{n}\left(Y_i - \pi(\boldsymbol{X}_i)\right)X_{ij} - h_i\left(\pi(\boldsymbol{X}_i) - \frac{1}{2}\right)X_{ij} - 2\nu\boldsymbol{\beta} \tag{2.44}$$

İki kat cezalandırılmış olabilirlik fonksiyonuna ilişkin Hessian matrisi Eş. 2.45'deki gibidir.

$$\mathrm{H}_{DPLR}(\boldsymbol{\beta}) = \mathrm{H}_{DPLR}(\boldsymbol{\beta}) - 2\nu\mathbf{I} \tag{2.45}$$

DPLR yöntemi için parametre tahminine ilişkin NR algoritması adımları şu şekildedir:

1) $\boldsymbol{\beta}^{r+1} = \boldsymbol{\beta}^r - \mathrm{H}_{DPLR}^{-1}\left(\boldsymbol{\beta}\right)\mathrm{U}_{DPLR}\left(\boldsymbol{\beta}\right)$

2) $\boldsymbol{\beta}^{r+1} = \boldsymbol{\beta}^r + \left(\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{WX} + 2\nu\mathbf{I}\right)^{-1}\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\left[\mathrm{U}\left(\boldsymbol{\beta}\right) - \mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{W}\boldsymbol{\xi} - 2\nu\boldsymbol{\beta}^r\right]$

2.5. Zayıflatılmış Firth Lojistik Regresyon (WFLR)

WFLR yöntemi, Elgmati ve diğerleri (2015) tarafından önerilmiştir. Modelde yalnızca β_0 olduğu durum için log-olabilirlik fonksiyonu Eş. 2.46'daki gibi elde edilmektedir.

$$\ell_{WFLR}(\beta) = \ell(\beta) - \tau r(\beta) = \beta_0\left(y + \tau\right) - \left(n + 2\tau\right) - \ln\left(1 + e^{\beta_0}\right) \tag{2.46}$$

Log-olabilirlik fonksiyonu kullanılarak elde edilen skor fonksiyonu Eş. 2.47'de verilmiştir.

$$\mathrm{U}_{WFLR}(\beta) = \frac{\partial \ell_{WFLR}(\beta)}{\partial \beta_0} = y + \tau - \left(n + 2\tau\right)\frac{e^{\beta_0}}{1+e^{\beta_0}} = y - n\pi + \left(\tau - 2\tau\pi\right) \tag{2.47}$$

π olasılığının önünde yer alan katsayılar göz ardı edildiğinde WFLR için skor fonksiyonu Eş. 2.48'deki gibi olmaktadır.

$$\mathrm{U}_{WFLR}(\beta) = y - \pi + \left(\tau - \pi\right) \tag{2.48}$$

FLR'de Eş. 2.32'de yer alan ½ ifadesi yerine, WFLR yönteminde Eş. 2.48'de τ ifadesi gelmektedir. Bu τ değeri WFLR yöntemi için 0 ile 1/2 aralığında değişmekte ve $\tau = 0{,}10$ olduğunda log-olabilirlik fonksiyonu maksimum olurken daha düşük yanlı parametreler elde edilebilmektedir (Elgmati ve diğerleri, 2015).

2.6. Sabit Terim Düzeltmeli Firth Lojistik Regresyon (FLIC)

Bu yöntemin temeli, FLR yöntemi kullanılarak parametre tahminleri elde edilirken modelde yer alan sabit terim için düzeltme yapmaya dayanmaktadır. Puhr ve diğerleri (2017) kestirilen olasılığın FLR yöntemi ile aşırı tahmin edildiğini (overestimation) göstermiş ve parametre tahmin adımlarında modelde yer alan sabit terim için cezalandırma uygulamamışlardır.

FLIC yöntemine ilişkin parametre tahmin adımları aşağıdaki gibidir:

1) Parametre tahminleri FLR yöntemi ile elde edilir $(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{FLR})$.

2) β_0 ihmal edilerek doğrusal tahmin edici $\hat{\eta}(\boldsymbol{X}_i) = \hat{\beta}_{FLR,1}X_{i1} + ... + \hat{\beta}_{FLR,k}X_{ik}$ hesaplanır.

3) $P(Y_i = 1) = \left(1 + \exp\left(-\beta_0 - \hat{\eta}(\boldsymbol{X}_i)\right)\right)^{-1}$ modelinde sabit terim için ML tahmini belirlenir.

4) FLIC tahminleri $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{FLIC} = (\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_{FLR,1}, ..., \hat{\beta}_{FLR,k})$ olarak elde edilir.

2.7. Eş Değişken Eklenmiş Firth Lojistik Regresyon (FLAC)

Puhr ve diğerleri (2017) tarafından önerilen FLAC yöntemi veri setinin genişletilmesi ve bir gösterge değişkeni (g) kullanılması temeline dayanmaktadır. Eş. 2.32'de verilen FLR yöntemine ilişkin skor fonksiyonu düzenlendiğinde FLAC yöntemine ilişkin skor fonksiyonu Eş. 2.49'daki gibi elde edilir.

$$\underbrace{\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i-\pi(\boldsymbol{X}_i)\right)X_{ij}}_{\substack{\textit{orjinal veri}\\ \\ g=0}}+\underbrace{\sum_{i=1}^{n}\underbrace{\frac{h_i}{2}\left(Y_i-\pi(\boldsymbol{X}_i)\right)X_{ij}}_{\substack{\frac{h_i}{2}\ \textit{ile ağırlıklandırılmış}\\ \textit{orjinal veri}}}+\sum_{i=1}^{n}\underbrace{\frac{h_i}{2}(1-Y_i-\pi(\boldsymbol{X}_i))}_{\substack{\frac{h_i}{2}\ \textit{ile ağırlıklandırılmış}\\ \textit{orjinal veri}}}}_{\substack{\textit{Yapay veri}\\ g=1}}=0 \qquad (2.49)$$

Bu yönteme ilişkin parametre tahmin adımları aşağıdaki gibidir:

1) Öncelikle FLR uygulanır ve **H** şapka matrisinin köşegen elemanları olan h_i'ler elde edilir.

2) Aşağıdaki adımlar uygulanarak orjinal veri seti genişletilerek yeni bir veri seti oluşturulur:

i) Yanıt değişkeni Y_{i} 'ye karşılık gelen orjinal gözlemler 1 ile ağırlıklandırılır.

ii) Yanıt değişkeni Y_{i}'ye karşılık gelen orjinal gözlemler $h_i/2$ ile ağırlıklandırılır.

iii) Y_{i} yerine $1-Y_{\mathrm{i}}$ göz önüne alınarak orjinal gözlemler $h_i/2$ ile ağırlıklandırılır.

3) 2(*i*) için g=0 ve 2(*ii*) ve 2(*iii*) için ise g=1 olacak şekilde genişletilmiş veri seti üzerinde gösterge değişkeni g tanımlanır.

4) Gösterge değişken olarak tanımlanan g 'nin regresyon modelinde bir açıklayıcı değişken olduğu düşünülerek parametrelere ilişkin tahminleri MLE yöntemi ile hesaplanır. Parametre tahminleri modelde yerine konulurken gösterge değişkeni göz ardı edilir.

1 birim için 4 açıklayıcı değişkenin yer aldığı bir örnek üzerinde genişletilmiş verinin oluşumu açıklansın. Açıklayıcı değişken vektörü $\boldsymbol{X}=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3 & 4\end{pmatrix}$ ve yanıt değişkeni vektörü $\boldsymbol{Y}=\begin{pmatrix}0 & 1 & 1 & 0\end{pmatrix}$ şeklinde olsun. Bu durumda, parametre tahmininin 2. adımı aşağıdaki gibi olacaktır.

$$\boldsymbol{Y}_{yeni} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{X}_{yeni} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \end{bmatrix} \qquad ağırlıkvektörü = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ h/2 \\ h/2 \\ h/2 \\ h/2 \\ h/2 \\ h/2 \\ h/2 \\ h/2 \end{bmatrix}$$

Orijinal veri setinin genişletilmesi ile elde edilen yeni veri seti yukarıdaki gibidir.

3. ÖNERİLEN SABİT TERİM DÜZELTMELİ İKİ KAT CEZALANDIRILMIŞ LOJİSTİK REGRESYON YÖNTEMİ (MDPLR)

MDPLR yönteminin temeli Shen ve Gao (2008) tarafından önerilen DPLR ve Puhr ve diğerleri (2017) tarafından önerilen FLIC yöntemlerine dayanmaktadır. Firth (1993) önerdiği cezalandırılmış olabilirlik fonksiyonu ile modelde yer alan sabit terime de cezalandırma uygulamaktadır. Ancak, sabit terime cezalandırma teriminin uygulanması, elde edilen kestirilen olasılıkların aşırı tahmin edilmesine neden olmaktadır. Bu sorunun giderilmesi için Puhr ve diğerleri (2017) FLIC yöntemini önermişlerdir. Önerilen bu yöntem sayesinde, kestirilen olasılık yanları oldukça düşük hatta örnek hacmi 500 ve üzeri olduğunda sıfır olmaktadır. Öte yandan, DPLR yöntemi hem nadir olay hem de çoklu bağlantı problemlerine bir çözüm olarak önerilmiş olmasına rağmen, kestirilen olasılıkların aşırı tahmine neden olmaktadır. Bundan ötürü, bu tez çalışmasında, DPLR yönteminde parametreler tahmin edilirken sabit terim için bir düzeltme önerilmiş ve bu yönteme sabit terim düzeltmeli iki kat cezalandırılmış lojistik regresyon (MDPLR) adı verilmiştir.

3.1. Kestirilen Olasılığın Aşırı Tahmin Edilmesi

Çizelge 3.1'de yer alan örnek veri seti için LR, FLR, FLIC, DPLR ve MDPLR yöntemlerinin kestirilen olasılığı aşırı tahmin etme üzerine etkileri göz önüne alınsın (Puhr ve diğerleri, 2017).

Çizelge 3.1. Örnek veri seti

		X	
		0	1
Y	0	95	4
	1	5	1

Çizelge 3.1'deki olumsallık tablosu göz önüne alınarak, ele alınan yöntemlere ilişkin kestirilen olasılıklar ve genel kestirilen olasılıklar Çizelge 3.2'de verilmiştir.

Çizelge 3.2. Yöntemlere ilişkin kestirilen olasılık sonuçları

Yöntemler	Kestirilen olasılıklar		Genel kestirilen olasılık
	$\mathrm{P}(Y=1\setminus X=0)$	$\mathrm{P}(Y=1\setminus X=1)$	
LR	0,05	0,20	$(0,05\times100+0,20\times5)/105=0,0571$
FLR	0,0545	0,25	$(0,0545\times100+0,25\times5)/105=0,0638$
FLIC	0,0486	0,2282	$(0,0486\times100+0,2282\times5)/105=0,0571$
DPLR	0,0554	0,2442	$(0,0554\times100+0,2442\times5)/105=0,0644$

FLR yöntemi her bir hücreye 0,5 birimlik bir ekleme yaptığı için elde edilen kestirilen olasılık sonucunun %11,6 aşırı tahminde bulunduğu ve FLIC yöntemi kullanılarak elde edilen kestirilen olasılıklar ile aşırı tahminin önüne geçildiği Çizelge 3.2'de görülmektedir. DPLR yöntemi nadir olay ve çoklu bağlantı problemlerine bir çözüm olarak önerilmiş olmasına rağmen kestirilen olasılık için halen aşırı tahmine sebep olmaktadır. FLIC yönteminin bu avantajı göz önünde bulundurularak, DPLR yönteminde kestirilen olasılık için aşırı tahminin önüne geçilebilmesi için parametre tahmin aşamasında sabit terimin tahmini için bir düzeltme önerilmiş ve parametre tahmin adımları aşağıdaki gibidir:

1) Parametre tahminleri DPLR yöntemi ile elde edilir $(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{DPLR})$.

2) β_0 ihmal edilerek doğrusal tahmin edici $\hat{\eta}(\boldsymbol{X}_i)=\hat{\beta}_{DPLR,1}X_{i1}+\ldots+\hat{\beta}_{DPLR,k}X_{ip}$ hesaplanır.

3) $P(Y_i=1)=\left(1+\exp\left(-\beta_0-\hat{\eta}(\boldsymbol{X}_i)\right)\right)^{-1}$ modelinde sabit terim için ML tahmini belirlenir.

4) MDPLR tahminleri $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{MDPLR}=(\hat{\beta}_0,\hat{\beta}_{DPLR,1},\ldots,\hat{\beta}_{DPLR,p})$ olarak elde edilir.

MDPLR yöntemi kullanılarak elde edilen kestirilen olasılıklar sırası ile $\mathrm{P}(Y=1\setminus X=0)=0,04895$ ve $\mathrm{P}(Y=1\setminus X=1)=0,2210$ olmak üzere genel kestirilen olasılık $(0,04895\times100+0,2210\times5)/105=0,0571$ olarak elde edilmektedir. DPLR yönteminde sabit terim için yapılan düzeltme sayesinde önerilen MDPLR yöntemi nadir olay ve çoklu bağlantı problemlerine bir çözüm olmakla beraber kestirilen olasılık için aşırı tahminin önüne geçmektedir.

4. MONTE CARLO SİMÜLASYON ÇALIŞMASI

Bu bölümde, önceki bölümlerde verilen LR modelinin parametre tahmini için verilen parametre tahmin yöntemleri ile önerilen tahmin yöntemi parametreye ilişkin ortalama tahmin edilen yan, ortalama kestirilen olasılık yan ile ilgili standart hatalar ve ortalama RMSE bakımından karşılaştırılması amacı ile detaylı bir Monte Carlo simülasyon çalışması yapılmıştır. Bu simülasyon çalışmasında, açıklayıcı değişken sayısının 2 ve 5 olduğu iki farklı senaryo kullanılmıştır. Her iki senaryoda da ters koşullu çok değişkenli normal dağılımdan veri üretilmiştir. Bu simülasyon senaryolarında örnek hacmi, olay oranı ve çoklu bağlantı için farklı durumlar dikkate alınmıştır. Simülasyon çalışmasına yönelik ele alınan durumlar, senaryolar, ilgili sonuçlar ve grafikler aşağıdaki bölümlerde verilmiştir.

4.1. Simülasyon Senaryoları İçin Farklı Durumların Belirlenmesi

4.1.1. Başlangıç parametrelerinin belirlenmesi ve veri üretimi

Lojistik regresyon modelinde gözlemsel veri üretimi için iki temel durum bulunmaktadır. Modelde yer alan $X_1, X_2, \ldots, X_k$ açıklayıcı değişkenlerinin aldığı değerlerin belirlenmesi araştırmacının kontrolünde ise açıklayıcı değişkenler matematiksel değişkenler olarak dikkate alınmaktadır. Bu durumda, açıklayıcı değişkenlerin aldığı değerlerin bilindiği varsayımı altında önce açıklayıcı değişken değerleri üretilmekte ve ardından da bu açıklayıcı değişkenler kullanılarak yanıt değişkeni olan Y_i üretilmektedir (Model 1). Eğer açıklayıcı değişkenlerin aldığı değerlerin belirlenmesi araştırmacının kontrolünde değil ise bu değişkenler rasgele ya da stokastik değişkenler olarak düşünülmektedir (Day ve Kerridge, 1967; McSweeney ve Schmidt, 1977; Kay ve Little, 1987). Bu durumda ise yanıt değişkeninin alacağı değerlerin 0 ve 1 olduğu her bir durum için açıklayıcı değişkenler üretilmektedir (Model 2). Eğer bir doktor verilen belli bir ilaç dozu ile hastanın yaşayıp yaşamayacağını incelemek istiyorsa Model 1'in kullanımı söz konusu olmaktadır. Öte yandan, hastanın yaşaması için ne miktarda ilaç vermesi gerektiğini belirlemek istiyorsa bu durumda Model 2'nin kullanımı söz konusudur.

Model 2’ ye ilişkin olarak Arnold, Castillo ve Sarabia (1999), gözlemsel veri ile çalışılan durumlarda lojistik regresyon modelinin varlığının koşullu dağılım $f(Y_i \setminus \mathbf{X}_i;\boldsymbol{\beta})$ ve ters koşullu dağılım $f(\mathbf{X}_i \setminus Y_i;\boldsymbol{\beta})$ arasındaki uyumluluğa bağlı olduğunu,

$$f(Y_i \setminus \mathbf{X}_i;\boldsymbol{\beta})\, f(\mathbf{X}_i;\nu) = f(\mathbf{X}_i \setminus Y_i;\boldsymbol{\beta})\, f(Y_i;p) = (Y_i \setminus \mathbf{X}_i;\boldsymbol{\varphi})$$

olarak göstermişlerdir. Burada, $f(\mathbf{X}_i;\nu)$ $\mathbf{X}_i$ rasgele değişkeninin çok değişkenli marjinal dağılımı, $f(Y_i;p)$ Y_i rasgele değişkeninin marjinal dağılımını, ν ve $\boldsymbol{\varphi}$ uygun parametre setlerini gösterir. Bundan dolayı, veri seti $f(Y_i \setminus \mathbf{X}_i;\boldsymbol{\beta})$ koşullu dağılımı ve $f(\mathbf{X}_i;\nu)$ marjinal dağılımı ya da ters koşullu dağılım $f(\mathbf{X}_i \setminus Y_i;\boldsymbol{\beta})$ ve $f(Y_i;p)$ marjinal dağılımı kullanılarak üretilebilir.

Scrucca ve Weisberg (2004), Bergtold ve diğerleri (2010) ve Bergtold ve diğerleri (2018), ters koşullu dağılım ile veri üretim tekniğini kullanarak ikili lojistik regresyon modelinde parametre tahminlerindeki yanlılığı araştırmışlardır. Bu veri üretim yaklaşımının avantajı, ikili lojistik regresyon modeli için önsel bir teorik varsayım gerektirmeyen tamamen istatistiksel bir yöntem olmasıdır. Ayrıca, yanıt değişkeninin her bir kategorisine ilişkin olasılıkların dikkate alınmasını ve bu sayede de parametreler tahmin edilmeden önce yansız tahmin edicilerinin başlangıç parametreleri olarak göz önüne alınmasını sağlamaktadır.

$\pi(X_i)$, ilgilenilen olayın meydana gelme koşullu olasılığı ve p de onun koşullu olmayan olasılığını göstersin. n_1 ve n_0 sırasıyla verilen doz miktarında yaşamını sürdüren ve sürdürmeyen hasta sayısını göstermek üzere koşullu olasılık Eş. 4.1’deki gibidir.

$$\pi(x_i) = \frac{(p)\, f(X \setminus Y=1)}{(p)\, f(X \setminus Y=1) + (1-p)\, f(X \setminus Y=0)} = \frac{1}{1+\dfrac{(1-p)\, f(X \setminus Y=0)}{(p)\, f(X \setminus Y=1)}} \tag{4.1}$$

$f(X \setminus Y=1) \sim \mathrm{N}(\mu_1,\sigma^2)$ ve $f(X \setminus Y=0) \sim \mathrm{N}(\mu_0,\sigma^2)$ olmak üzere, yanıt değişkeninin aldığı her bir değer için açıklayıcı değişkenlerin koşullu dağılımlarıdır. Eş. 4.1’de yanıt değişkeninin 1 ve 0 değerini aldığı durumlara ilişkin koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonları Eş. 4.2’de verilmiştir.

$$f(X \backslash Y=1)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left\{-\frac{(X-\mu_1)}{\sigma^2}\right\};\quad f(X \backslash Y=0)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left\{-\frac{(X-\mu_0)}{\sigma^2}\right\} \tag{4.2}$$

Eğer koşullu dağılımlar eşit varyanslı ve sırası ile μ_1 ve μ_0 ortalamaları ile tek değişkenli normal dağılıma sahip iseler Eş. 4.1'de verilen koşullu olasılık Eş. 4.3'deki gibi olmaktadır.

$$\begin{aligned}\pi(x_i)&=\frac{1}{1+\frac{(1-p)}{p}exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\left[(X-\mu_0)^2-(X-\mu_1)^2\right]\right\}}\\&=\frac{1}{1+\frac{(1-p)}{p}exp\left\{-\left(\frac{\mu_1-\mu_0}{\sigma^2}\right)\left[X-\left(\frac{\mu_0-\mu_1}{2}\right)\right]\right\}}\end{aligned} \tag{4.3}$$

İlgili parametreleri elde etmek için Eş. 4.3'e lojit dönüşümü uygulanarak Eş. 4.4 elde edilir.

$$\begin{aligned}\ln\left(\frac{\pi(x_i)}{1-\pi(x_i)}\right)&=\ln\left(\frac{p}{1-p}exp\left\{-\left(\frac{\mu_1-\mu_0}{\sigma^2}\right)\left[X-\left(\frac{\mu_0+\mu_1}{2}\right)\right]\right\}\right)\\&=\ln\left(\frac{p}{1-p}\right)-\left(\frac{\mu_1-\mu_0}{\sigma^2}\right)\left(X-\left(\frac{\mu_0+\mu_1}{2}\right)\right)\end{aligned} \tag{4.4}$$

Eş. 4.4 kullanılarak modelde yer alan ilgili parametrelerin gerçek değerlerine Eş. 4.5'deki gibi ulaşılabilir.

$$\beta_0=\ln\left(\frac{p}{1-p}\right)-\left(\frac{\mu_1-\mu_0}{\sigma^2}\right)\left(\frac{\mu_0+\mu_1}{2}\right)\ ;\quad \beta_1=\frac{\mu_1-\mu_0}{\sigma^2} \tag{4.5}$$

Öte yandan modelde yer alan parametrelere ilişkin ML tahminlerinin elde edilmesi için olabilirlik fonksiyonu ve log-olabilirlik fonksiyonları sırasıyla Eş. 4.6 ve Eş. 4.7'deki gibi hesaplanmaktadır.

$$L=\binom{n_0+n_1}{n_1}p^{n_1}(1-p)^{n_0}\prod_{i=1}^{n_0}f(X_i \backslash Y=1)\prod_{i=1}^{n_0}f(X_i \backslash Y=1) \tag{4.6}$$

$$\ln(L)=n_1\ln\left(p\right)+n_0\ln\left(1-p\right)-\frac{n_0+n_1}{2}\ln(\sigma^2)-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n_1}\left(\frac{X_i-\mu_1}{\sigma^2}\right)-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n_0}\left(\frac{X_i-\mu_0}{\sigma^2}\right) \tag{4.7}$$

Log-olabilirlik fonksiyonunun p‘ye göre kısmi türevinin alınması ile Eş. 4.8’de yer alan tahmin değeri elde edilir.

$$\frac{\partial\ln(L)}{\partial p}=\frac{n_1}{p}-\frac{n_0}{1-p}=0\ \Rightarrow\ \hat{p}=\frac{n_1}{n_0+n_1} \tag{4.8}$$

Log-olabilirlik fonksiyonunda $\sum_{i=1}^{n_1}\left(X_i-\hat{\mu}_1\right)$ ifadesinin sıfır olabilmesi için ortalamaya ilişkin tahminler Eş. 4.9’daki gibi olacaktır.

$$\sum_{i=1}^{n_1}\left(X_i-\hat{\mu}_1\right)=0\ \Rightarrow\ \hat{\mu}_1=\overline{X}_1 \quad \text{ve} \quad \sum_{i=1}^{n_0}\left(X_i-\hat{\mu}_0\right)=0\ \Rightarrow\ \hat{\mu}_0=\overline{X}_0 \tag{4.9}$$

Log-olabilirlik fonksiyonunda varyansın tahmini ise Eş. 4.10’daki gibi elde edilmektedir.

$$-\left(\frac{n_0+n_1}{2\hat{\sigma}^2}\right)+\frac{1}{2\hat{\sigma}^2}\left[\sum_{i=1}^{n_1}\left(X_i-\mu_1\right)^2+\sum_{i=1}^{n_0}\left(X_i-\mu_0\right)^2\right]=0\ \Rightarrow \hat{\sigma}^2=\frac{\sum_{i=1}^{n_1}\left(X_i-\mu_1\right)^2}{n_0+n_1}=\frac{\sum_{i=1}^{n_0}\left(X_i-\mu_0\right)^2}{n_0+n_1} \tag{4.10}$$

Varyans için yansız tahmin edicisi Eş. 4.11’deki gibi elde edilir.

$$s^2=\frac{\sum_{i=1}^{n_1}\left(X_i-\mu_1\right)^2}{n_0+n_1-2}=\frac{\sum_{i=1}^{n_0}\left(X_i-\mu_0\right)^2}{n_0+n_1-2} \tag{4.11}$$

Buradan β_0 ve β_1 parametrelerinin tahmin edicileri Eş. 4.12’deki gibi olmaktadır.

$$\hat{\beta}_0=\ln\left(\frac{\hat{p}}{1-\hat{p}}\right)-\left(\frac{\overline{X}_1-\overline{X}_0}{s^2}\right)\left(\frac{\overline{X}_0+\overline{X}_1}{2}\right)\ ; \quad \hat{\beta}_1=\frac{\overline{X}_1-\overline{X}_0}{s^2} \tag{4.12}$$

Eş. 4.12’de elde edilen tahmin ediciler Eş. 4.5’de yer alan parametre tahminlerini verir.

Çoklu lojistik regresyon modelinde açıklayıcı değişken vektörü $\boldsymbol{X} = (1, X_1, X_2, \dots, X_k)$, $f(\boldsymbol{X} \setminus Y=1) \sim \mathrm{N}_k(\boldsymbol{\mu}_1, \Sigma_1)$ ve $f(\boldsymbol{X} \setminus Y=0) \sim \mathrm{N}_k(\boldsymbol{\mu}_0, \Sigma_0)$ olmak üzere koşullu dağılım fonksiyonları sırası ile yanıt değişkeninin 1 ve 0 olduğu durumlar için Eş. 4.13 ve Eş. 4.14'de verilmiştir.

$$f(\boldsymbol{X} \setminus Y=1) = \frac{1}{(2\pi)^{k/2} |\Sigma|^{1/2}} \exp\left\{ -\frac{1}{2} (\boldsymbol{X} - \mu_1)^{\mathrm{T}} \Sigma^{-1} (\boldsymbol{X} - \mu_1) \right\} \tag{4.13}$$

$$f(\boldsymbol{X} \setminus Y=0) = \frac{1}{(2\pi)^{k/2} |\Sigma|^{1/2}} \exp\left\{ -\frac{1}{2} (\boldsymbol{X} - \mu_0)^{\mathrm{T}} \Sigma^{-1} (\boldsymbol{X} - \mu_0) \right\} \tag{4.14}$$

Koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonları eşit kovaryans matrisi ile μ_0 ve μ_1 ortalamalı çok değişkenli normal dağılıma sahip olsun. *p* ve (1-*p*) sırası ile yanıt değişkeninin 1 ve 0 değerini alması olasılıkları olmak üzere birikimli bileşik (cumulative compound) olasılık dağılım fonksiyonu Eş. 4.15'deki gibi olacaktır.

$$\begin{aligned} \pi(X_i) &= \frac{(p)\, f(\boldsymbol{X} \setminus Y=1)}{(p)\, f(\boldsymbol{X} \setminus Y=1) + (1-p)\, f(\boldsymbol{X} \setminus Y=0)} = \frac{1}{1 + \dfrac{(1-p)\, f(\boldsymbol{X} \setminus Y=0)}{(p)\, f(\boldsymbol{X} \setminus Y=1)}} \\ &= \frac{1}{1 + \dfrac{(1-p)}{p} exp\left\{ -\dfrac{1}{2} \left[(\boldsymbol{X} - \boldsymbol{\mu}_0)^{\mathrm{T}} \Sigma^{-1} (\boldsymbol{X} - \boldsymbol{\mu}_0) - (\boldsymbol{X} - \boldsymbol{\mu}_1)^{\mathrm{T}} \Sigma^{-1} (\boldsymbol{X} - \boldsymbol{\mu}_1) \right] \right\}} \end{aligned} \tag{4.15}$$

Eş. 4.15'deki lojistik regresyon fonksiyonuna lojit dönüşümü uygulandığında (*k*+1) adet parametrenin yer aldığı lojistik regresyon modeli ve birikimli olasılık fonksiyonu sırasıyla Eş. 4.16 ve Eş. 4.17'deki gibi elde edilir.

$$\ln\left(\frac{\pi(X_i)}{1 - \pi(X_i)} \right) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_k X_k \tag{4.16}$$

$$\pi(X_i) = \frac{1}{1 + exp\{ -(\beta_0 + \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_k X_k) \}} \tag{4.17}$$

Buradan model parametreleri Eş. 4.18'deki gibi elde edilir.

$$\beta_0 = -\ln\left(\frac{1-p}{p}\right) - \frac{1}{2}\left[\boldsymbol{\mu}_1^{\mathrm{T}}\Sigma^{-1}\boldsymbol{\mu}_1 - \boldsymbol{\mu}_0^{\mathrm{T}}\Sigma^{-1}\boldsymbol{\mu}_0\right] \; ; \quad \boldsymbol{\beta} = \Sigma^{-1}\left(\boldsymbol{\mu}_1 - \boldsymbol{\mu}_0\right) \tag{4.18}$$

Lojistik regresyon modeli için koşullu olabilirlik fonksiyonu Eş. 4. 19'da verilmiştir.

$$\begin{aligned} L &= \binom{n_0+n_1}{n_1} p^{n_1}(1-p)^{n_0} \prod_{i=1}^{n_1} f(\boldsymbol{X} \backslash Y=1) \prod_{i=1}^{n_0} f(\boldsymbol{X} \backslash Y=0) \\ &= \binom{n_0+n_1}{n_1} p^{n_1}(1-p)^{n_0} \prod_{i=1}^{n_1} \frac{1}{(2\pi)^{k/2}|\Sigma|^{1/2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\boldsymbol{X}_i-\boldsymbol{\mu}_1\right)^{\mathrm{T}} \Sigma^{-1}\left(\boldsymbol{X}_i-\boldsymbol{\mu}_1\right)\right\} \\ &\cdot \prod_{i=1}^{n_0} \frac{1}{(2\pi)^{k/2}|\Sigma|^{1/2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\boldsymbol{X}_i-\boldsymbol{\mu}_0\right)^{\mathrm{T}} \Sigma^{-1}\left(\boldsymbol{X}_i-\boldsymbol{\mu}_0\right)\right\} \end{aligned} \tag{4.19}$$

Log-olabilirlik fonksiyonu Eş. 4.20'deki gibi elde edilmektedir.

$$\begin{aligned} \ln(L) &= n_1\ln(p) + n_0\ln(1-p) - \frac{(n_0+n_1)}{2}\left(\ln|\Sigma| + k\ln(2\pi)\right) \\ &-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n_0}\left(\boldsymbol{X}_i-\boldsymbol{\mu}_1\right)^{\mathrm{T}}\Sigma^{-1}\left(\boldsymbol{X}_i-\boldsymbol{\mu}_1\right) - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n_1}\left(\boldsymbol{X}_i-\boldsymbol{\mu}_0\right)^{\mathrm{T}}\Sigma^{-1}\left(\boldsymbol{X}_i-\boldsymbol{\mu}_0\right) \end{aligned} \tag{4.20}$$

$\overline{\boldsymbol{X}}_1$ ve $\overline{\boldsymbol{X}}_0$ ile S_1 ve S_0 sırası ile yanıt değişkeninin 1 ve 0 olduğu duruma ilişkin örnek ortalama vektörleri ile kovaryans matrislerini göstersin. Bu durumda log-olabilirlik fonksiyonu Eş. 4.21'deki gibi olur.

$$\begin{aligned} \ln L &= n_1\ln(p) + n_0\ln(1-p) - \frac{(n_0+n_1)}{2}\left(\ln|\Sigma| + k\ln(2\pi)\right) \\ &-\frac{1}{2}\mathrm{iz}(\Sigma^{-1}S_0) - \frac{1}{2}n_0\left(\overline{\boldsymbol{X}}_0-\boldsymbol{\mu}_0\right)^{\mathrm{T}}\Sigma^{-1}\left(\overline{\boldsymbol{X}}_0-\boldsymbol{\mu}_0\right) - \frac{1}{2}\mathrm{iz}(\Sigma^{-1}S_1) - \frac{1}{2}n_1\left(\overline{\boldsymbol{X}}_1-\boldsymbol{\mu}_1\right)^{\mathrm{T}}\Sigma^{-1}\left(\overline{\boldsymbol{X}}_1-\boldsymbol{\mu}_1\right) \end{aligned} \tag{4.21}$$

Buradan log-olabilirlik fonksiyonunun p'ye göre kısmi türevinin alınması ile Eş. 4.22'deki tahmin elde edilir.

$$\frac{\partial\ln(L)}{\partial p} = \frac{n_1}{p} - \frac{n_0}{1-p} = 0 \;\Rightarrow\; \hat{p} = \frac{n_1}{n_0+n_1} \tag{4.22}$$

Σ pozitif tanımlı bir matris olduğu için $n_0\left(\overline{\boldsymbol{X}}_0-\boldsymbol{\mu}_0\right)^{\mathrm{T}}\Sigma^{-1}\left(\overline{\boldsymbol{X}}_0-\boldsymbol{\mu}_0\right)\geq 0$ ve $n_1\left(\overline{\boldsymbol{X}}_1-\boldsymbol{\mu}_1\right)^{\mathrm{T}}\Sigma^{-1}\left(\overline{\boldsymbol{X}}_1-\boldsymbol{\mu}_1\right)\geq 0$ eşitsizlikleri mümkündür. Bu eşitsizlikler ancak $\boldsymbol{\mu}_0=\overline{\boldsymbol{X}}_0$ ve $\boldsymbol{\mu}_1=\overline{\boldsymbol{X}}_1$ olduğunda sıfıra eşit olmaktadır.

Buradan log-olabilirlik fonksiyonu ise Eş. 4.23'deki gibi elde edilir.

$$\ln L = n_1\ln(p)+n_0\ln(1-p)-\frac{(n_0+n_1)}{2}\left(\ln|\Sigma|+k\ln(2\pi)\right) \tag{4.23}$$

Eş. 4.23'ün Σ 'ya göre birinci mertebeden kısmi türevinin alınması ile Eş. 4.24 elde edilir.

$$\begin{aligned}\frac{\partial \ln \mathrm{L}}{\partial \Sigma} &= -\left(\frac{\mathrm{n}_0+\mathrm{n}_1}{2}\right)\left(2\Sigma^{-1}-\text{köş}\Sigma^{-1}\right)+\Sigma^{-1}\mathrm{S}_0\Sigma^{-1}-\frac{1}{2}\text{köş}\Sigma^{-1}\mathrm{S}_0\Sigma^{-1}+\Sigma^{-1}\mathrm{S}_1\Sigma^{-1}-\frac{1}{2}\text{köş}\Sigma^{-1}\mathrm{S}_1\Sigma^{-1}\\ &= -\left[\left(\mathrm{n}_0+\mathrm{n}_1\right)\Sigma^{-1}-\Sigma^{-1}\mathrm{S}_0\Sigma^{-1}-\Sigma^{-1}\mathrm{S}_1\Sigma^{-1}\right]+\text{köş}\left[\left(\mathrm{n}_0+\mathrm{n}_1\right)\Sigma^{-1}-\Sigma^{-1}\mathrm{S}_0\Sigma^{-1}-\Sigma^{-1}\mathrm{S}_1\Sigma^{-1}\right]\\ &= 0\end{aligned} \tag{4.24}$$

Log-olabilirliğin Σ'ya göre türevlenebilmesi için $\left(n_0+n_1\right)\Sigma^{-1}-\Sigma^{-1}S_0\Sigma^{-1}-\Sigma^{-1}S_1\Sigma^{-1}=0$ eşitliğinden ötürü $(n_0+n_1)\Sigma^{-1}=\Sigma^{-1}(S_0+S_1)\Sigma^{-1}$ olur. Kovaryans matrisinin tahmin edicisi Eş. 4.25'deki gibi elde edilir. Burada $\hat{\Sigma}$, S 'ye ilişkin yansız tahmin edicidir.

$$S=\frac{S_0+S_1}{n_0+n_1}\ ;\quad \hat{\Sigma}=\frac{S_0+S_1}{n_0+n_1-2} \tag{4.25}$$

Bu durumda parametre tahmin edicileri Eş. 4.26'daki gibi elde edilir.

$$\hat{\beta}_0=-\ln\left(\frac{1-p}{p}\right)-\frac{1}{2}\left[\overline{\boldsymbol{X}}_1^T\Sigma^{-1}\overline{\boldsymbol{X}}_1-\overline{\boldsymbol{X}}_0^T\Sigma^{-1}\overline{\boldsymbol{X}}_0\right];\quad \hat{\boldsymbol{\beta}}=\Sigma^{-1}\left(\overline{\boldsymbol{X}}_1-\overline{\boldsymbol{X}}_0\right) \tag{4.26}$$

Eş. 4.26' da elde edilen parametre tahminleri Eş. 4.18'deki gerçek değerlere ilişkin tahminlerdir.

4.1.2. Örnek hacmi

Gözlemsel veri üzerine yanlılığa etkilerini inceleyebilmek için simülasyon çalışmasında farklı örnek hacimleri (n) göz önüne alınmıştır. Literatürde yapılan çalışmalarda FLR yöntemi üzerine yapılan çalışmalarda küçük örnek hacimleri (200 ve daha az) için çalışmalar yapıldığı görülmüştür (Heinze ve Schemper 2002; Heinze 2006; Rainey ve McCaskey 2015). FLIC ve FLAC yöntemlerinin önerildiği Puhr ve diğerleri (2017) çalışmasında 500 ve üzeri örnek hacimleri ile çalışmıştır. Ek olarak, Bergtold ve diğerleri (2018) küçük ve büyük örnek hacimlerini birlikte göz önüne almıştır. Bu çalışmada, Senaryo I için küçük örnek hacmi olarak 50 ve 100, büyük örnek hacimleri olarak ise 250 ve 500 ile çalışılmıştır. Senaryo II durumunda ise 100 ve 250 küçük örnek hacmi, 500 ise büyük örnek hacmi olarak düşünülmüştür.

4.1.3. Olay oranı

Tıp, finans ve siyaset bilimi gibi gözlemsel veriye dayalı alanlarda nadir olay oranı farklılık gösterebilmektedir. King ve Zeng (2001)'e göre ilgilenilen olayın meydana gelmesi olasılığı 0,05 ve daha az olduğu durumlar genellikle nadir olarak tanımlanmaktadır. Araştırmacılar literatürde düşük olay oranları ile çalışmak istediklerinde, olay oranı genellikle 0,10 ve daha az seçilmiştir (Duffy and Santner, 1989; Badi, 2017; Puhr ve diğerleri, 2017; Bergtold ve diğerleri, 2018). Bu simülasyon çalışmasında büyük ve/ya küçük örnek hacimleri ile çalışan farklı alanlardaki araştırmacılara genel bir bakış açısı sağlayabilmek için belirlenen örnek hacimleri dikkate alınarak, ilgilenilen olayın beklenen meydana gelme sayısı 5 ve daha fazla olacak şekilde nadir olay oranları 0,01, 0,05 ve 0,10 olarak düşünülmüştür.

4.1.4. Çoklu bağlantı

Bu çalışmada, cezalandırılmış LR yöntemleri ile önerilen MDPLR yönteminin nadir olay ve çoklu bağlantının olduğu durumlarda kestirilen olasılıklara ilişkin aşırı tahminin önüne geçmek için ele alınmıştır. Bu nedenle yöntemlerin performansları karşılaştırılırken çoklu bağlantının olmadığı düşük korelasyon ($\rho = 0,25$) ve çoklu bağlantının olduğu yüksek korelasyon ($\rho = 0,90$) durumları ele alınmıştır.

4.2. Yöntemlerin performanslarının değerlendirilmesi

Çalışmanın giriş kısmında belirtildiği üzere önceki çalışmalarda cezalandırılmış lojistik regresyon yöntemlerinin performanslarını karşılaştırmak için parametreye ilişkin ortalama tahmin edilen yan, kestirilen olasılık yan, odds oran yan, güven aralığı kapsama oranı ve RMSE sonuçları ele alınmıştır. Bu tez çalışmasında cezalandırılmış LR yöntemleri ve önerilen MDPLR yönteminin performanslarını karşılaştırmak için parametreye ilişkin ortalama tahmin edilen yan, ortalama kestirilen olasılık yan ve RMSE değerleri hesaplanmıştır. S tekrar için ortalama kestirilen olasılık yan ve RMSE sırasıyla Eş. 4.27 ve Eş. 4.28 kullanılarak hesaplanmıştır.

$$\frac{1}{Sxn}\sum_{s=1}^{S}\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{\pi}(\boldsymbol{X}_{si})-\pi(\boldsymbol{X}_{si})\right) \tag{4.27}$$

$$\sqrt{\frac{1}{Sxn}\sum_{s=1}^{S}\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{\pi}(\boldsymbol{X}_{si})-\pi(\boldsymbol{X}_{si})\right)^{2}} \tag{4.28}$$

Monte Carlo simülasyon çalışması MATLAB R2017b programında 1000 tekrar kullanılarak yürütülmüş olup ilgili kodlar yazarda mevcuttur.

4.3. Senaryo I İçin Simülasyon Çalışması

İki açıklayıcı değişkenin yer aldığı LR modelinde $f(\mathbf{X} \backslash Y=1) \sim \mathrm{N}_k\left(\boldsymbol{\mu}_1, \Sigma_1\right)$ ve $f(\boldsymbol{X} \backslash Y=0) \sim \mathrm{N}_k\left(\boldsymbol{\mu}_0, \Sigma_0\right)$ olmak üzere koşullu olasılık fonksiyonları Çizelge 4.1'deki gibi seçilmiştir.

Çizelge 4.1. Senaryo I için ters koşullu dağılım varsayımları

$f_{X \backslash Y=i}=\left(X;\theta_i\right)$
$f\left(\mathbf{X} \backslash Y=0 \sim \mathrm{N}\left(\begin{bmatrix}1\\1,5\end{bmatrix},\begin{bmatrix}1 & \rho\\ \rho & 1\end{bmatrix}\right)\right)$
$f\left(\mathbf{X} \backslash Y=1 \sim \mathrm{N}\left(\begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix},\begin{bmatrix}1 & \rho\\ \rho & 1\end{bmatrix}\right)\right)$

Parametrelerin gerçek değerleri iki değişkenli ters koşullu normal dağılım kullanılarak elde edilmiştir. Parametre tahmin aşamasının başlangıç değerleri olarak belirlenen bu değerler Çizelge 4.2'de verilmiştir.

Çizelge 4.2. Senaryo I için parametre başlangıç değerleri

ρ	Olay oranı	β_0	β_1	β_2
	0,01	-7,2618	0,2667	0,9333
0,25	0,05	-5,6111	0,2667	0,9333
	0,10	-4,8639	0,2667	0,9333
	0,01	-9,2004	-2,1053	2,8947
0,90	0,05	-7,5497	-2,1053	2,8947
	0,10	-6,8025	-2,1053	2,8947

Örnek hacmi 50 ve olay oranı 0,01 olduğunda ilgilenilen durum meydana gelmediğinden ML tahminlerine ilişkin sonuçlar elde edilememektedir. Bu durumlar çizelgelerde (–) ile gösterilmiştir.

4.3.1. Ortalama parametre tahminine ve ortalama standart hataya ilişkin sonuçlar

Her bir örnek hacmi için ortalama parametre tahmin ve ortalama standart hataya ilişkin sonuçlar EK 1-4'de verilmiş ve açıklık getirmek amacıyla Şekil 4.1-4.4 ile görselleştirilmiştir. Bu sonuçlara ilişkin önemli bulgular aşağıdaki gibidir:

Eklerde (-) ifadelerinin yer aldığı kısımlarda ilgilenilen olay en fazla 1 kez meydana gelebildiğinden ML sonuçları elde edilememektedir.

- Ele alınan tüm yöntemlere ilişkin elde edilen tahmin değerleri Çizelge 4.2'deki gerçek parametre değerleri ile karşılaştırıldığında tüm parametre tahminlerinin yanlı olduğu görülmektedir.

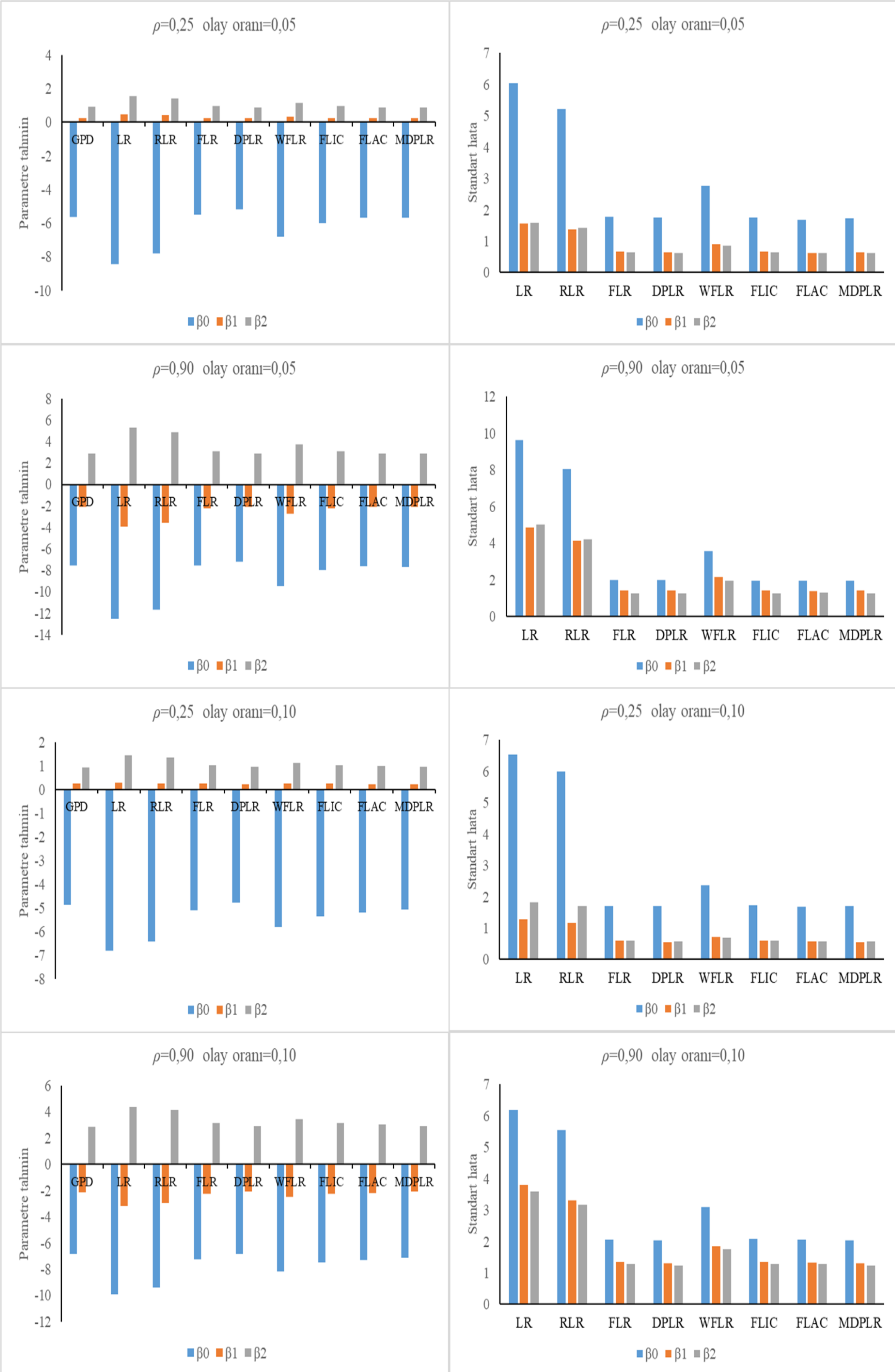
- Ele alınan tüm olay oranları için çoklu bağlantının olduğu ve olmadığı her iki durumda da örnek hacmi arttıkça ele alınan yöntemlerin parametre tahminlerine ilişkin standart hatalarının azaldığı gözlemlenmiştir.

- Büyük örnek hacimleri için ilgilenilen yöntemlerin parametre tahminlerine ilişkin standart hata değerleri birbirine oldukça yakındır.

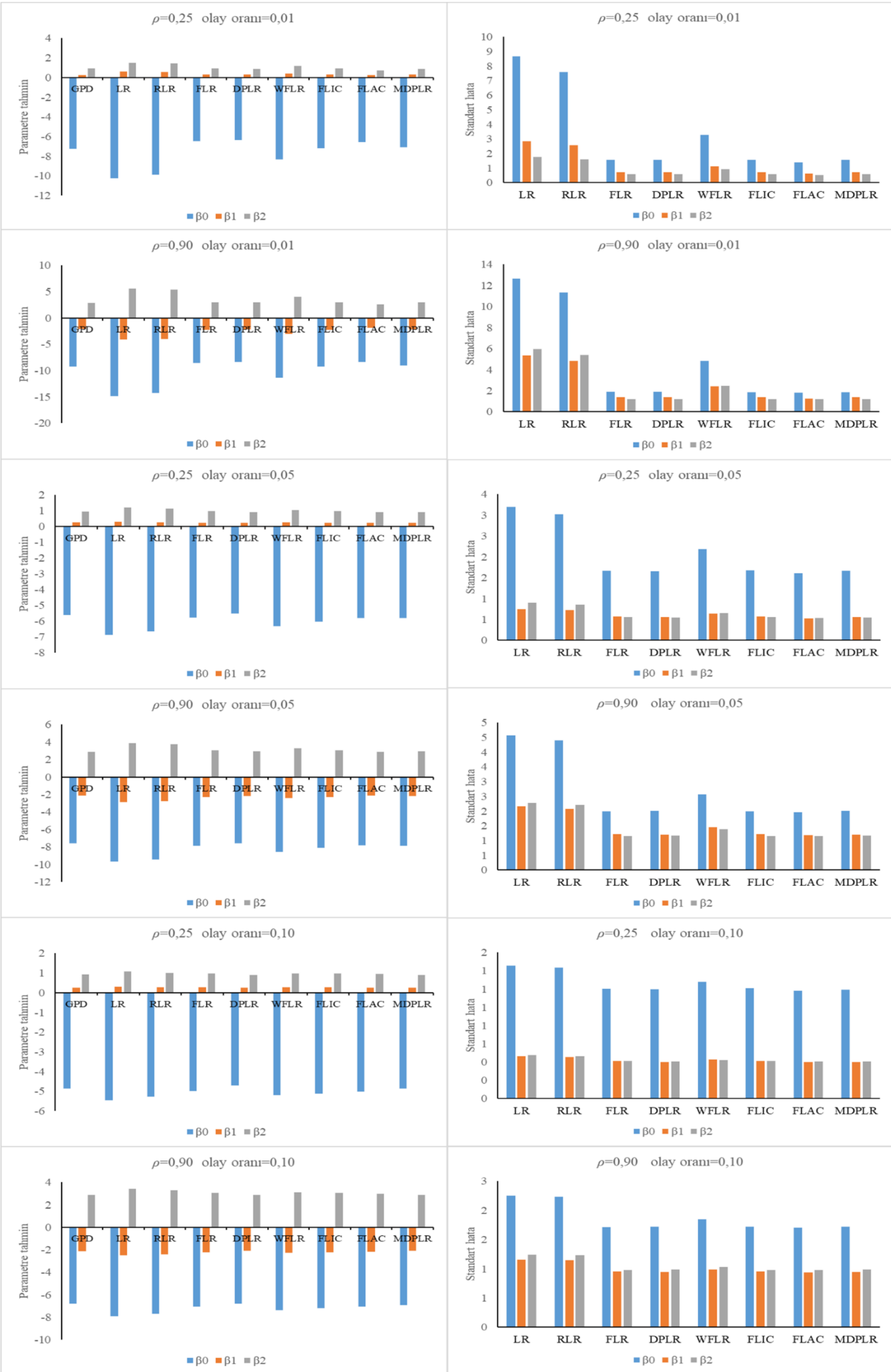
- Ele alınan tüm olay oranları ve örnek hacimleri için çoklu bağlantının olduğu durumlarda, parametre tahminlerine ilişkin standart hataların artma eğiliminde olduğu görülmüştür.

- Ele alınan tüm örnek hacimleri için çoklu bağlantının olduğu ve olmadığı her iki durumda ilgilenilen olay oranı arttıkça ele alınan yöntemlerin parametre tahminlerine ilişkin standart hatalarının sabit terim hariç olmak üzere genellikle azaldığı görülmüştür.

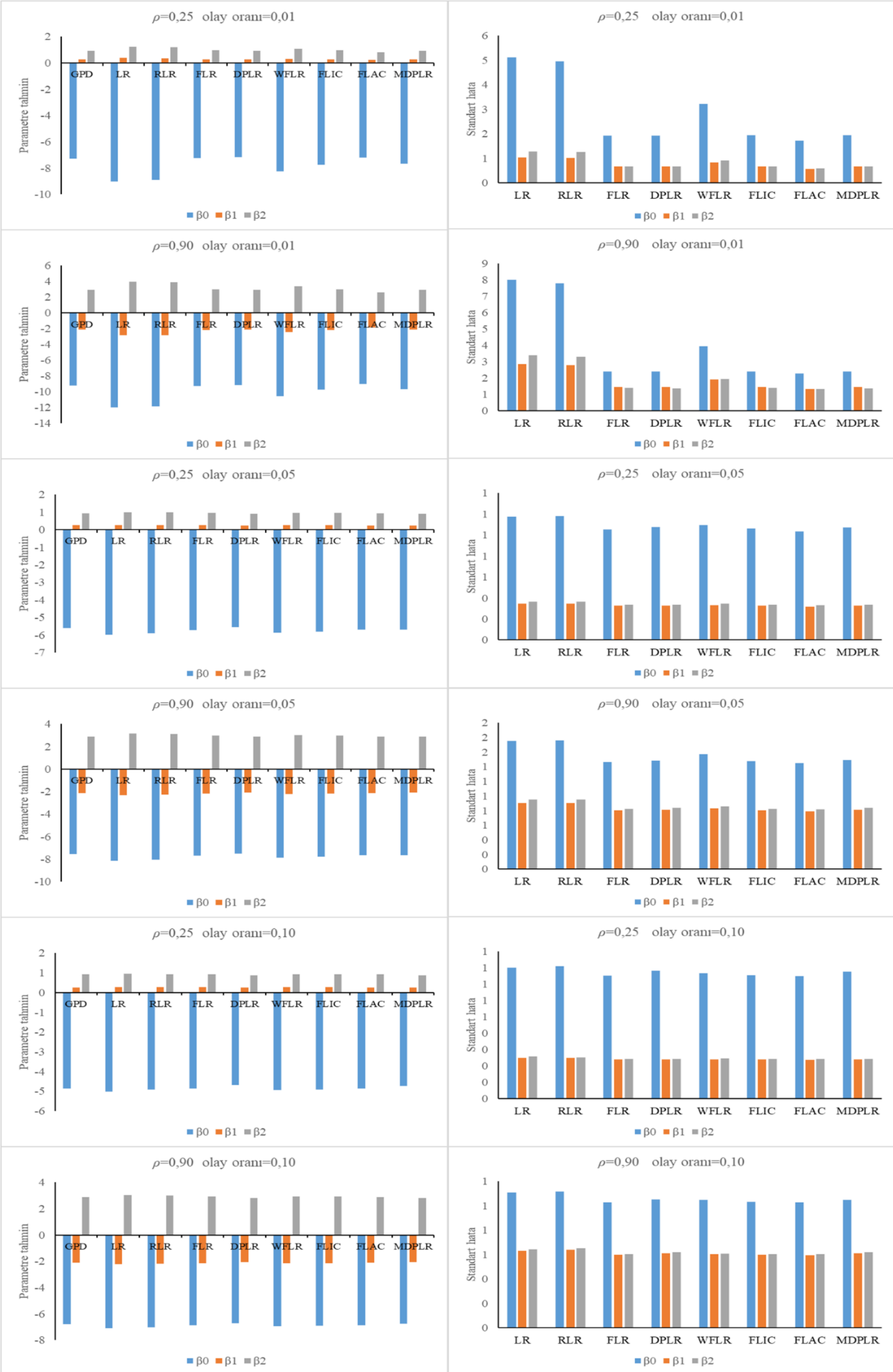
- Çoklu bağlantı olduğunda ve olmadığında ele alınan tüm örnek hacimleri ve olay oranları için ortalama parametre tahminlerine ilişkin standart hatalar bakımından FLAC yönteminin öne çıktığı gözlenmiştir. FLAC yönteminin yanı sıra MDPLR, DPLR, FLR ve FLIC yöntemlerinin de ortalama parametre tahminlerinin standart hataları düşüktür.



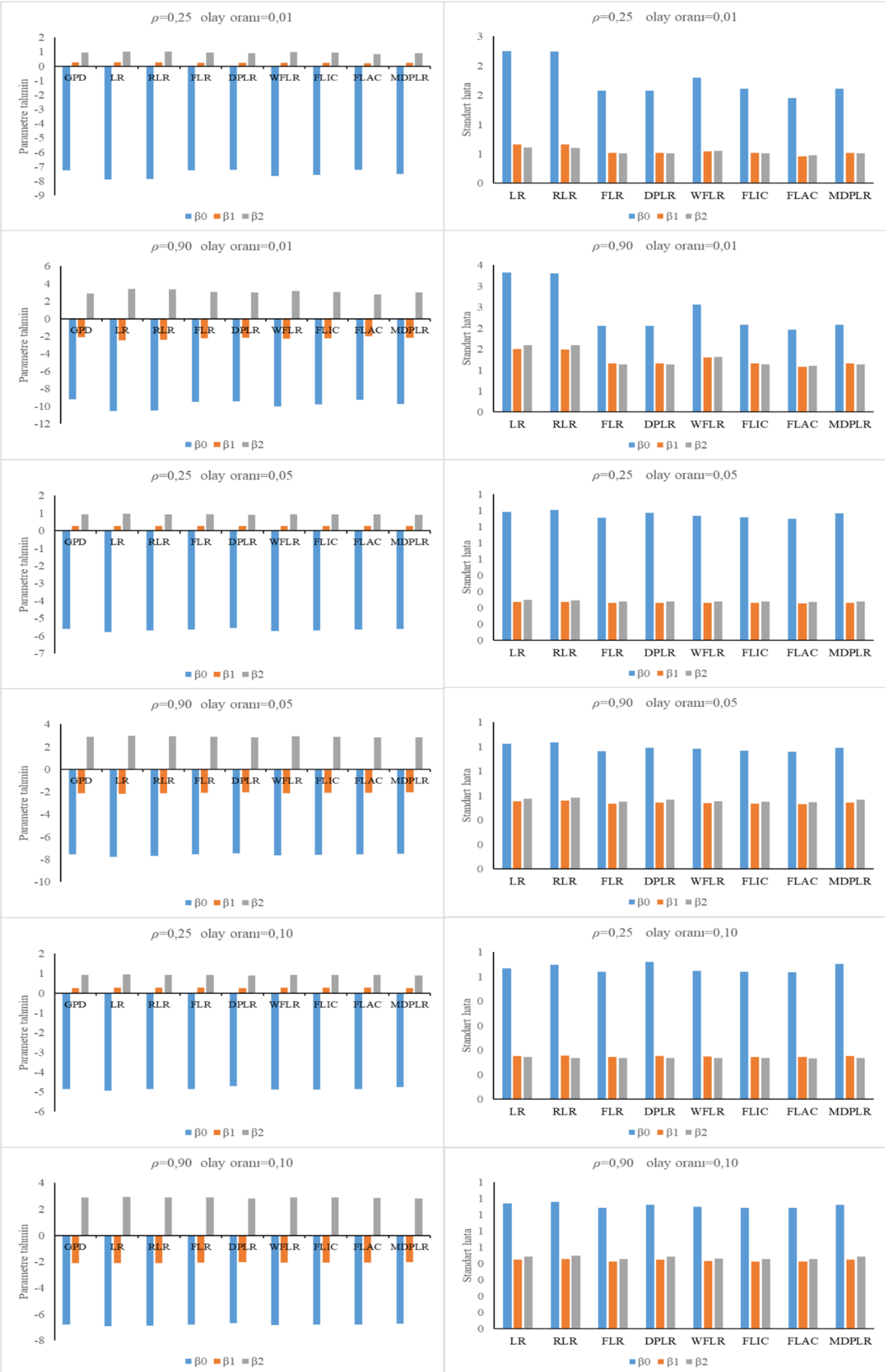
Şekil 4.1. Senaryo I için ortalama parametre tahminleri ve ortalama standart hatalar (n=50)



Şekil 4.2. Senaryo I için ortalama parametre tahminleri ve ortalama standart hatalar (n=100)



Şekil 4.3. Senaryo I için ortalama parametre tahminleri ve ortalama standart hatalar (n=250)



Şekil 4.4. Senaryo I için ortalama parametre tahminleri ve ortalama standart hatalar (n=500)

4.3.2. Parametreye ilişkin ortalama tahmin edilen yana ve ortalama standart hataya ilişkin sonuçlar

Modelde yer alan her bir parametreye ilişkin ortalama tahmin edilen yan ve ilgili standart hatalar her bir örnek hacmi için EK 5-8'de verilmiştir. Öte yandan, açıklık getirmek amacıyla bu sonuçlar, Şekil 4.5- 4.7 ile görselleştirilmiştir. Elde edilen sonuçlara ilişkin önemli bulgular aşağıda verilmiştir. Bu sonuçlara ilişkin yorumlamalar yapılırken parametreye ilişkin ortalama tahmin edilen yan değerleri mutlak bakımdan ele alınmıştır.

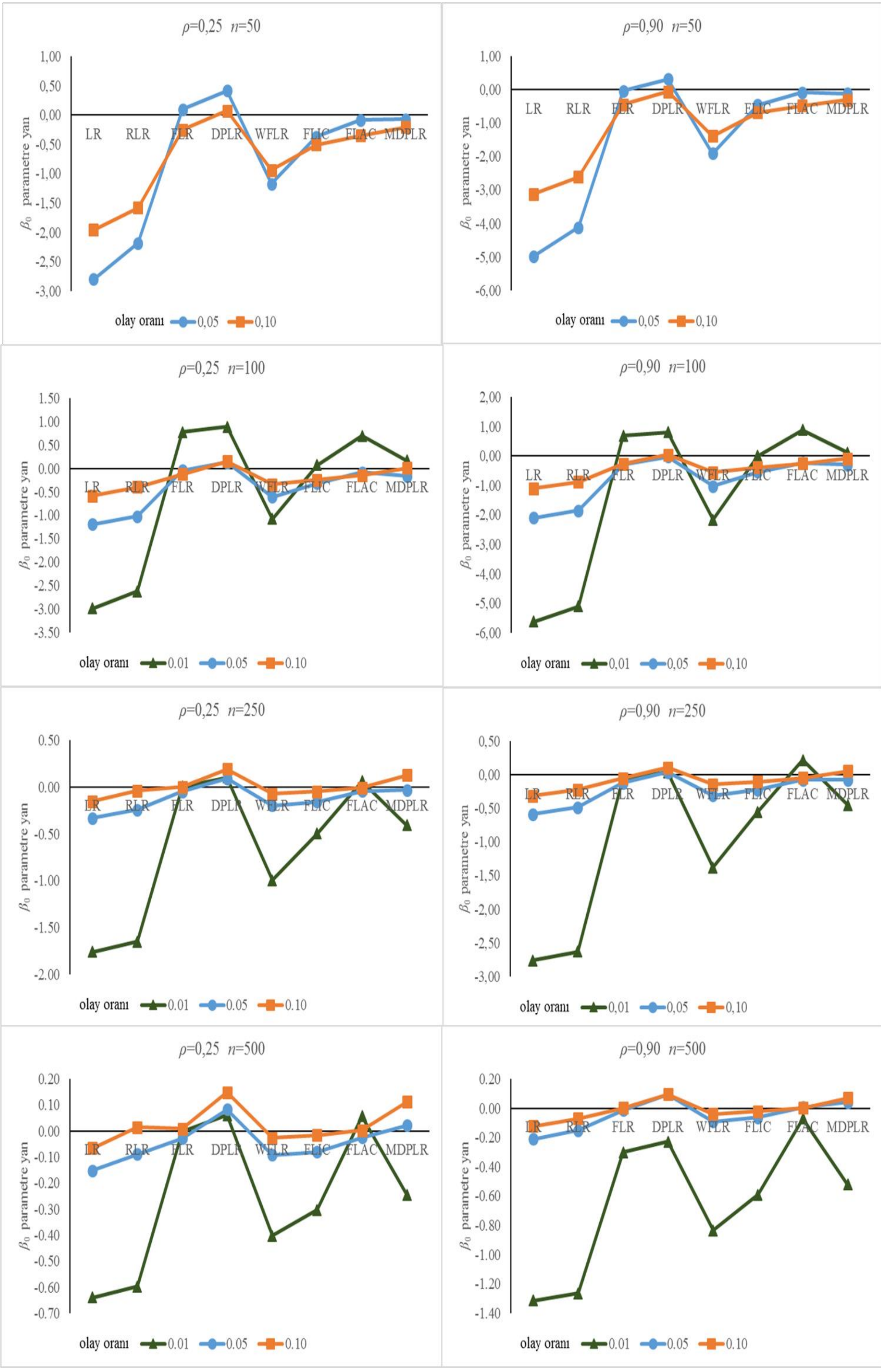
- Çoklu bağlantının olduğu ve olmadığı her iki durumda, örnek hacmi arttıkça ele alınan tüm olay oranları için parametreye ilişkin ortalama tahmin edilen yan değerlerinin genellikle azaldığı görülmektedir.

- İlgilenilen olay oranı 0,01 olduğunda, parametreye ilişkin ortalama tahmin edilen yan değerleri çoğunlukla tüm durumlarda en yüksek değeri vermektedir. Ayrıca, olay oranı arttıkça, parametreye ilişkin ortalama tahmin edilen yan değerlerinin azaldığı görülmektedir.

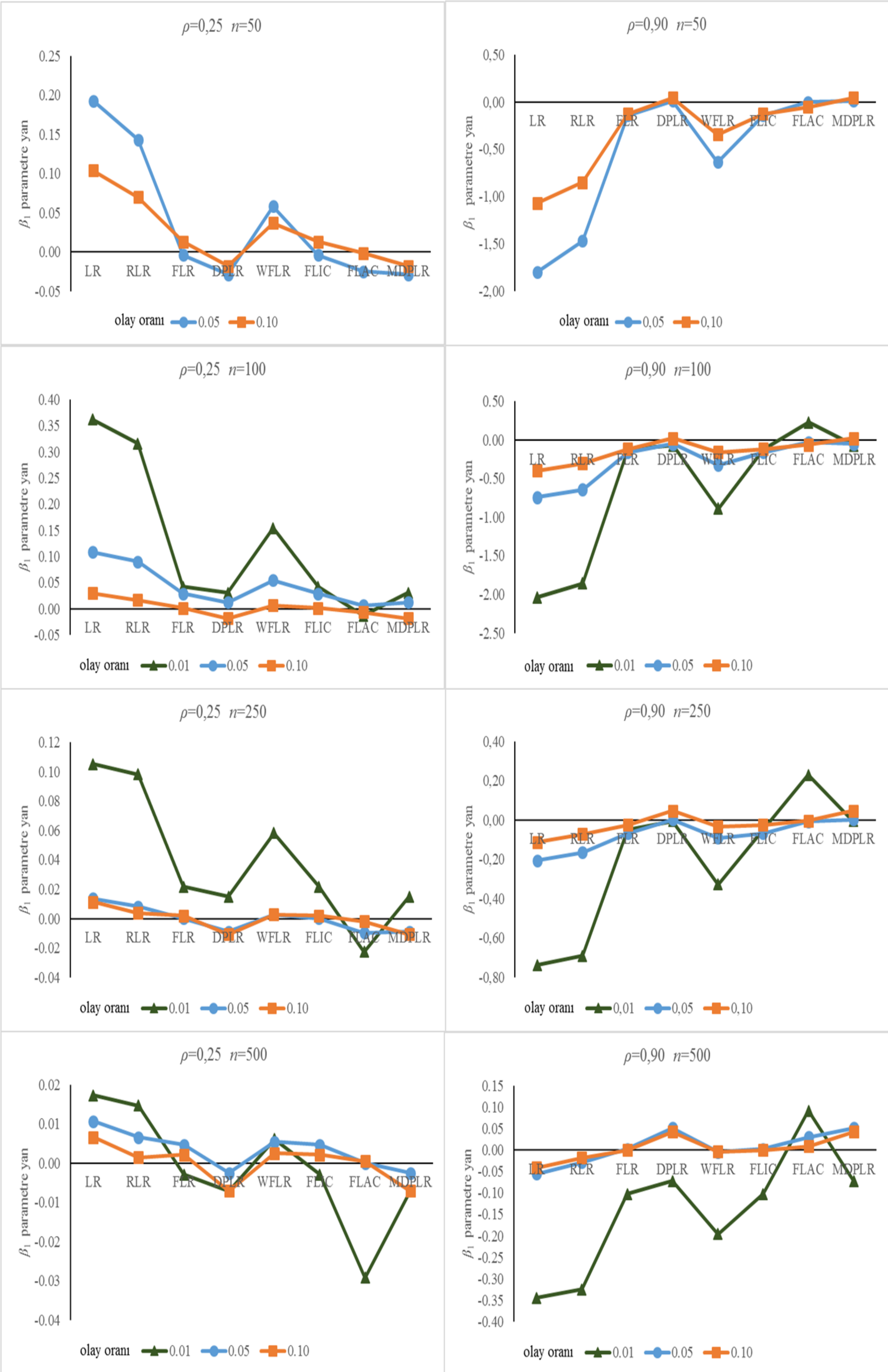
- Ele alınan tüm örnek hacimleri için ilgilenilen olay oranı 0,01 iken çoklu bağlantının olduğu ve olmadığı her iki durumda da RLR yöntemi diğer cezalandırılmış LR yöntemlerine göre en yüksek parametreye ilişkin ortalama tahmin edilen yan değerine sahiptir. Ancak, olay oranı 0,10 ve çoklu bağlantı olduğunda, büyük örnek hacimleri için RLR yöntemi parametreye ilişkin ortalama tahmin edilen yan değerlerinin azaldığı görülmüştür.

- İlgilenilen olay oranının 0,05 ve 0,10 olduğu tüm örnek hacimleri ve çoklu bağlantının olduğu ve olmadığı durumlarda, genellikle FLIC, FLAC, FLR, DPLR ve MDPLR yöntemlerinin parametreye ilişkin ortalama tahmin edilen yan değerleri bakımından üstün oldukları söylenebilmektedir. Ayrıca, örnek hacmi arttıkça WFLR yönteminin de parametreye ilişkin ortalama tahmin edilen yan bakımından iyi performans sergilediği görülmektedir.

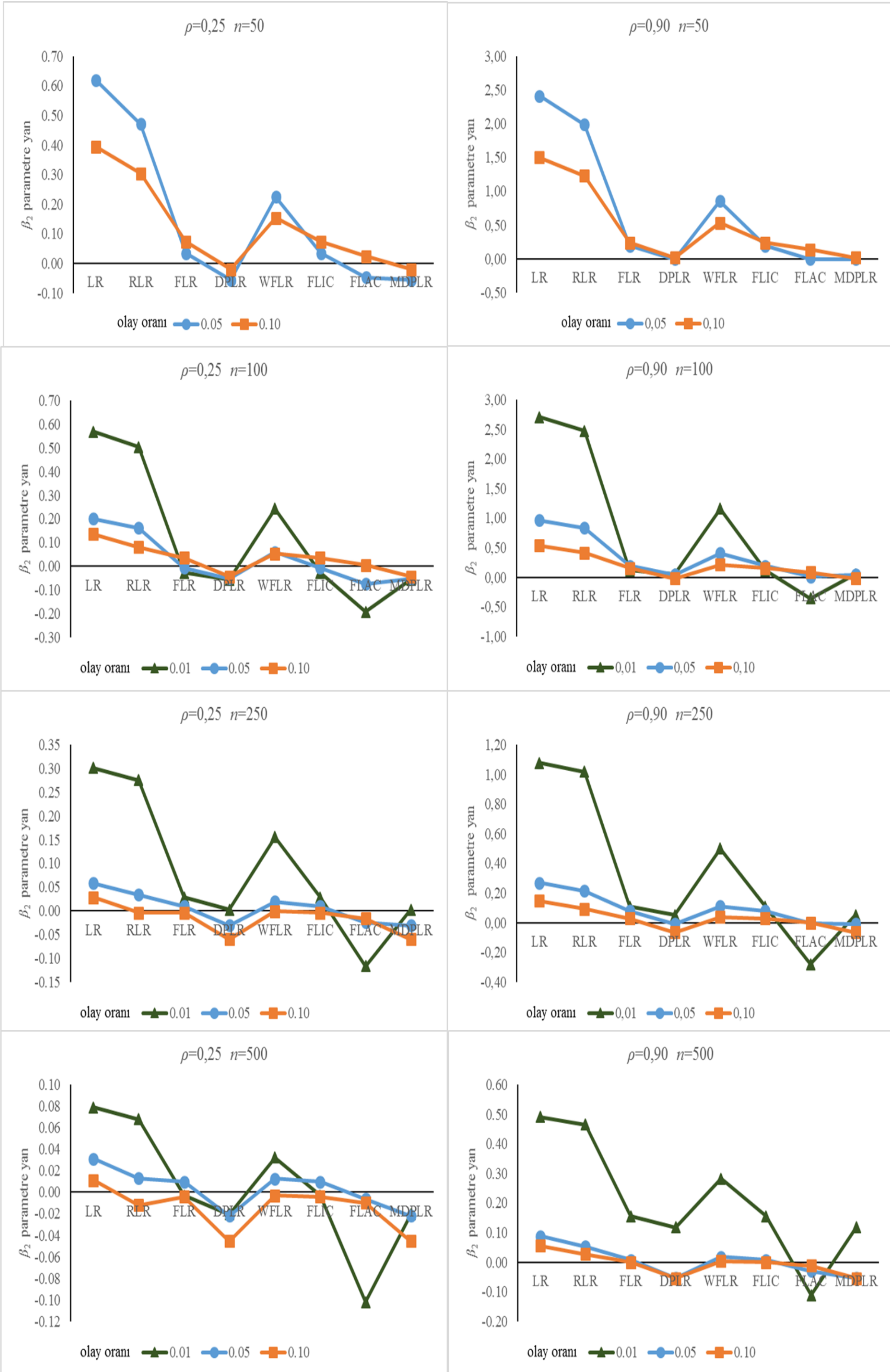
- Ele alınan tüm örnek hacimleri için çoklu bağlantının olduğu ve olmadığı her iki durumda, olay oranı 0,05 ve 0,10 iken MDPLR yöntemine ilişkin parametreye ilişkin ortalama tahmin edilen yan değeri genellikle düşük olma eğilimindedir.



Şekil 4.5. Senaryo I için β_0 parametresine ilişkin ortalama tahmin edilen yan sonuçları



Şekil 4.6. Senaryo I için β_1 parametresine ilişkin ortalama tahmin edilen yan sonuçları



Şekil 4.7. Senaryo I için β_2 parametresine ilişkin ortalama tahmin edilen yan sonuçları

4.3.3. Ortalama kestirilen olasılık yana ve ortalama RMSE değerine ilişkin sonuçlar

Bu çalışmada, ele alınan yöntemlerin performanslarını değerlendirmek amacıyla hesaplanan ortalama kestirilen olasılık yan ve bu değerlerin ortalama standart hatalar ile RMSE değerlerine ilişkin sonuçlar her bir örnek hacmi için EK 9-12'de verilmiştir. Ayrıca, açıklık getirmek amacıyla kestirilen olasılık yan değerlerine ilişkin sonuçlar Şekil 4.8 ile RMSE değerlerine ilişkin sonuçlar ise Şekil 4.9 ile görselleştirilmiştir.

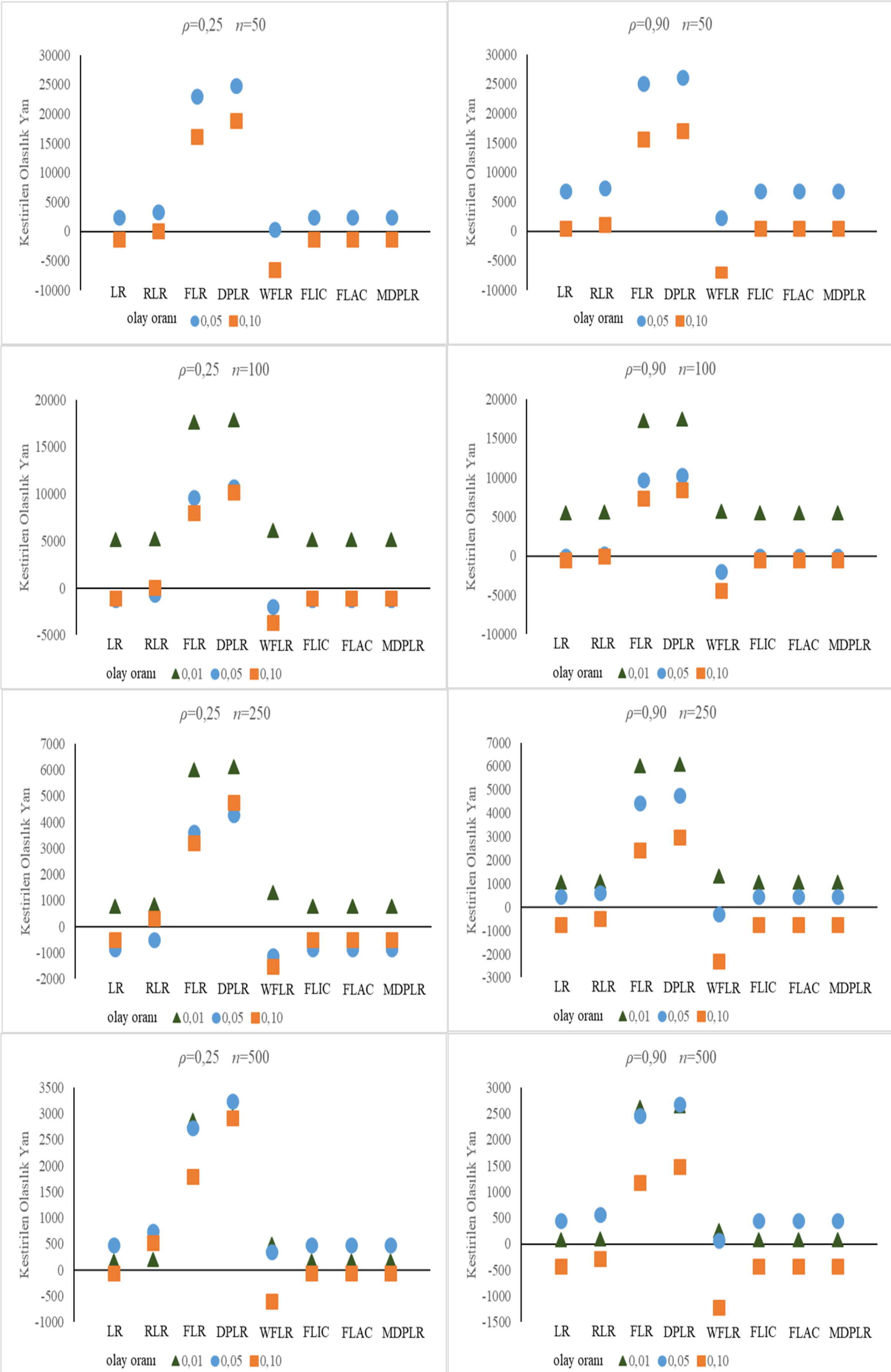
Yöntemlere ilişkin ortalama kestirilen olasılık yan bakımından elde edilen sonuçlar, mutlak olarak değerlendirilmiş ve bu sonuçlara ilişkin önemli bulgular aşağıda verilmiştir.

- Tüm olay oranları ve çoklu bağlantının olduğu ve olmadığı durumda, örnek hacmi arttıkça ortalama kestirilen olasılık yan değerleri azalmaktadır.

- Küçük örnek hacimleri için çoklu bağlantının olduğu ve olmadığı durumlarda, olay oranı arttıkça ortalama kestirilen olasılık yan değerleri genellikle azalmaktadır.

- İlgilenilen olay oranı 0,01 olduğunda, örnek hacmi arttıkça, ele alınan yöntemlere ilişkin ortalama kestirilen olasılık yan değerleri azalmaktadır.

- Ele alınan tüm örnek hacimlerinde ilgilenilen olay oranlarının tümü için çoklu bağlantının olduğu ve olmadığı her iki durumda, FLIC, FLAC ve RLR yöntemlerinin yanı sıra MDPLR yönteminin de ortalama kestirilen olasılık yan değeri genellikle oldukça düşüktür.



Şekil 4.8. Senaryo I için ortalama kestirilen olasılık yan sonuçları

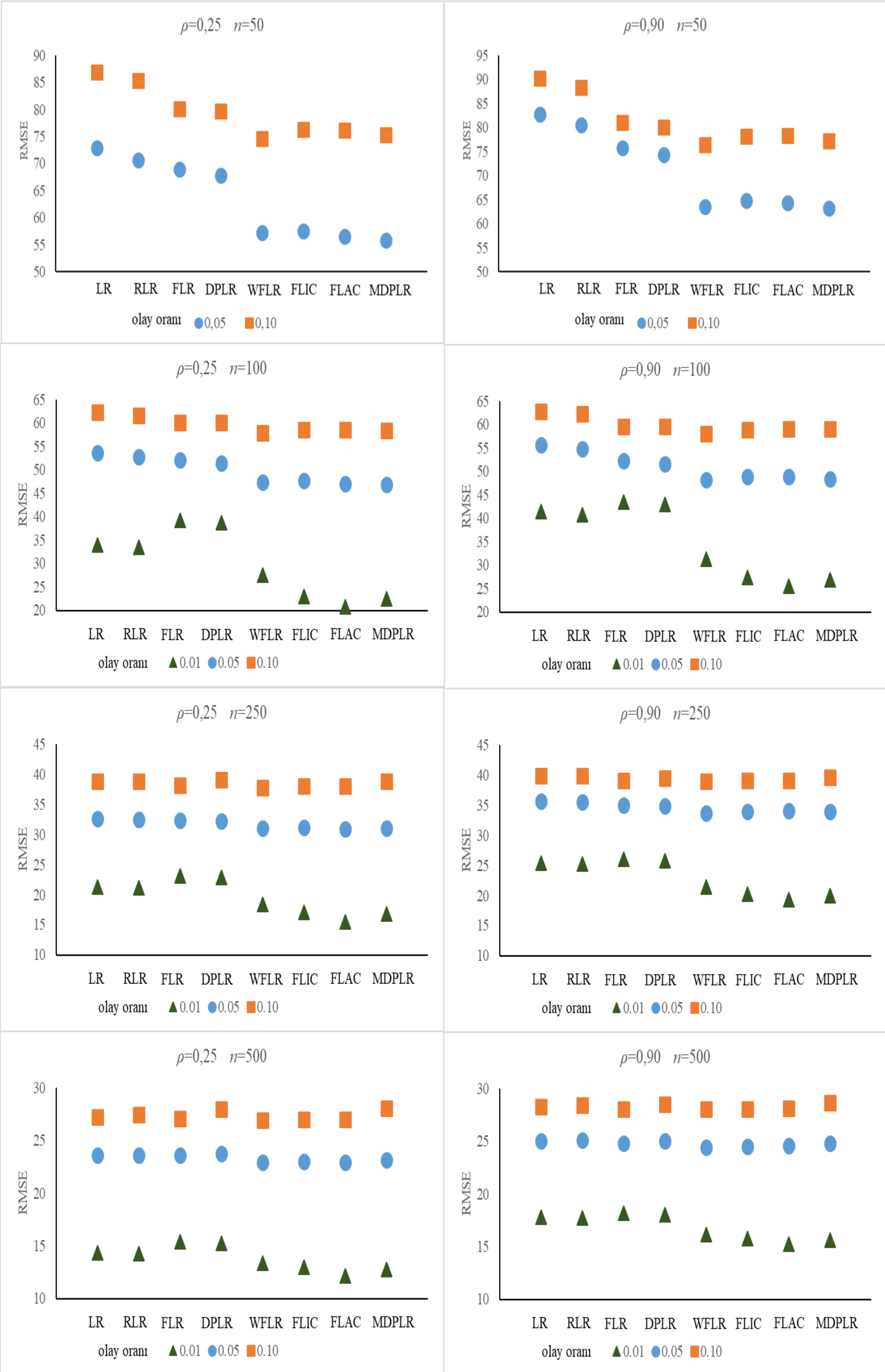
RMSE sonuçlarına ilişkin önemli bulgular aşağıda verilmiştir:

- Örnek hacmi arttıkça ve ilgilenilen olay oranı azaldıkça ele alınan yöntemlere ilişkin RMSE değerleri azalmaktadır.

- İlgilenilen olay oranı 0,05 ve 0,10 olduğunda, örnek hacmi arttıkça, ele alınan tüm yöntemlere ilişkin RMSE değerleri birbirine yakın çıkmıştır.

- Küçük örnek hacimleri için çoklu bağlantının olduğu ve olmadığı durumlarda ilgilenilen tüm olay oranları için WFLR, FLAC ve FLIC yöntemlerinin yanı sıra MDPLR yönteminin de iyi performansa sahip olduğu görülmüştür.

- Büyük örnek hacimleri için çoklu bağlantının olduğu ve olmadığı her iki durum için de ilgilenilen tüm olay oranları ele alındığında, genellikle FLAC, FLIC, WFLR ve MDPLR yöntemlerinin daha iyi performansa sahip olduğu görülmektedir. Ancak, özellikle örnek hacminin 500 ve olay oranının 0,01 olduğu durumlarda, MDPLR yöntemi RMSE bakımından iyi performansa sahiptir.



Şekil 4.9. Senaryo I için ortalama RMSE sonuçları

4.4. Senaryo II İçin Simülasyon Çalışması

Beş açıklayıcı değişkenin yer aldığı LR modelinde $f(\boldsymbol{X} \backslash Y=1) \sim \mathrm{N}_k\left(\boldsymbol{\mu}_1, \Sigma_1\right)$ ve $f(\boldsymbol{X} \backslash Y=0) \sim \mathrm{N}_k\left(\boldsymbol{\mu}_0, \Sigma_0\right)$ olmak üzere koşullu olasılık fonksiyonları Çizelge 4.3'deki gibi seçilmiştir. Ayrıca, çoklu bağlantının olup olmadığı varyans şişme değerleri (VIF) ile kontrol edilmiştir.

Çizelge 4.3. Senaryo II için ters koşullu dağılım varsayımları

$$f_{X \backslash Y=i}=\left(X;\theta_i\right)$$

$$f\left(\boldsymbol{X} \backslash Y=0 \sim \mathrm{N}\left(\begin{bmatrix}1\\3\\5\\7\\9\end{bmatrix},\begin{bmatrix}1 & \rho & 0,10 & 0,10 & 0,10\\ \rho & 1 & 0,05 & 0,05 & 0,05\\ 0,10 & 0,05 & 1 & 0,25 & 0,25\\ 0,10 & 0,05 & 0,25 & 1 & 0,25\\ 0,10 & 0,05 & 0,25 & 0,25 & 1\end{bmatrix}\right)\right)$$

$$f\left(\mathbf{X} \backslash Y=1 \sim \mathrm{N}\left(\begin{bmatrix}2\\6\\10\\14\\18\end{bmatrix},\begin{bmatrix}1 & \rho & 0,10 & 0,10 & 0,10\\ \rho & 1 & 0,05 & 0,05 & 0,05\\ 0,10 & 0,05 & 1 & 0,25 & 0,25\\ 0,10 & 0,05 & 025 & 1 & 0,25\\ 0,10 & 0,05 & 0,25 & 0,25 & 1\end{bmatrix}\right)\right)$$

Bu durumlar için gerçek parametre değerleri olan başlangıç parametre değerleri ters koşullu çok değişkenli normal dağılım kullanılarak Çizelge 4.4'deki gibi elde edilmiştir.

Çizelge 4.4. Senaryo II için parametre başlangıç değerleri

ρ	Olay oranı	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5
	0,01	-11,4934	-0,0414	0,1025	0,0793	0,1860	0,2927
0,25	0,05	-9,8427	-0,0414	0,1025	0,0793	0,1860	0,2927
	0,10	-9,0955	-0,0414	0,1025	0,0793	0,1860	0,2927
	0,01	-13,4040	-0,5344	0,5705	0,0966	0,2033	0,3099
0,90	0,05	-11,7533	-0,5344	0,5705	0,0966	0,2033	0,3099
	0,10	-11,0061	-0,5344	0,5705	0,0966	0,2033	0,3099

4.4.1. Ortalama parametre tahminine ve ortalama standart hataya ilişkin sonuçlar

Her bir örnek hacmi için ortalama parametre tahmin ve ortalama standart hataya ilişkin sonuçlar EK 13-15'de verilmiş ve açıklık getirmek amacıyla Şekil 4.10-4.12 ile görselleştirilmiştir. Bu sonuçlara ilişkin önemli bulgular aşağıdaki gibidir:

Eklerde (-) ifadelerinin yer aldığı kısımlarda ilgilenilen olay en fazla 1 kez meydana gelebildiğinden ML sonuçları elde edilememektedir.

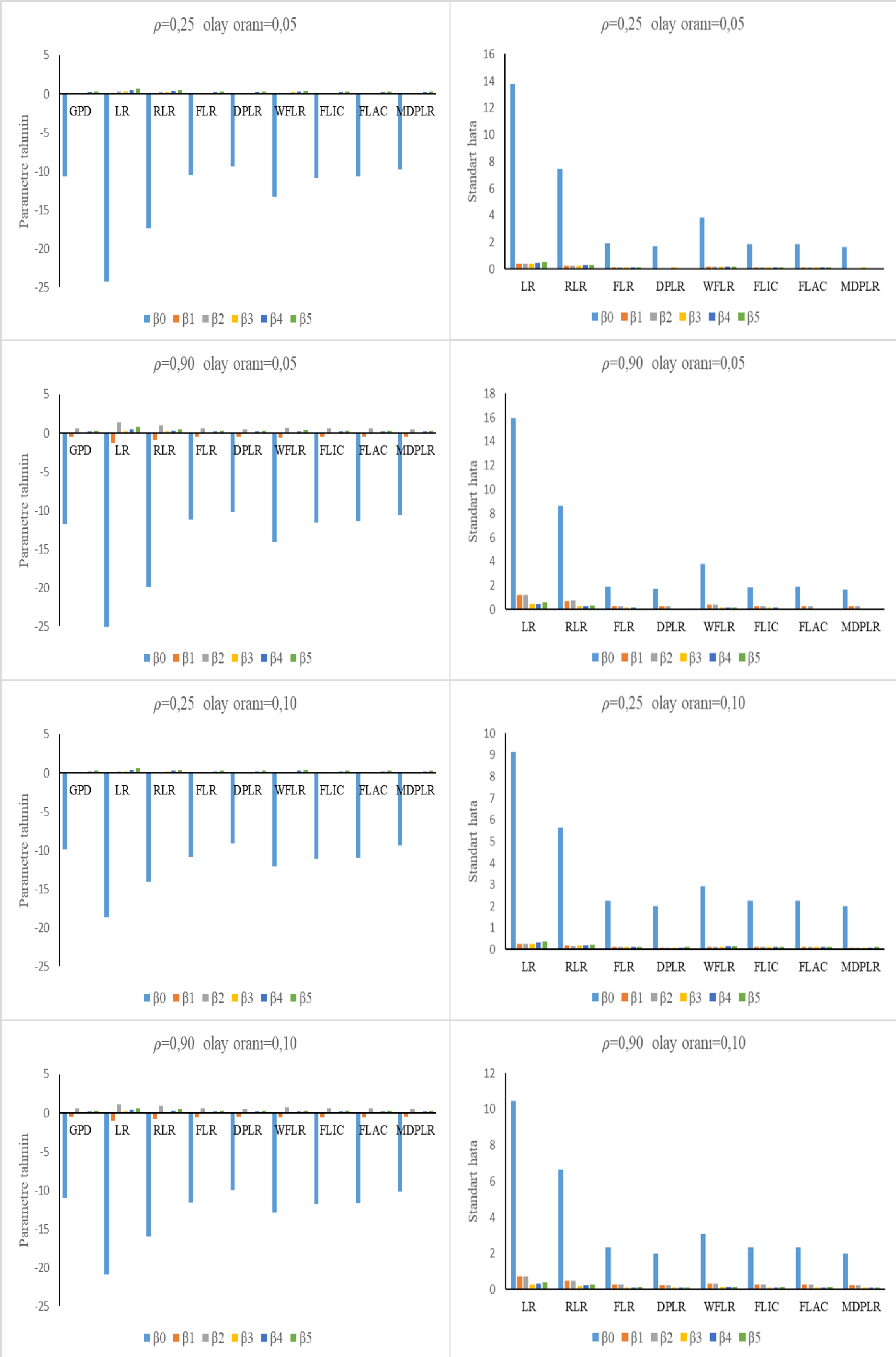
- Ele alınan tüm yöntemlere ilişkin elde edilen tahmin değerleri Çizelge 4.3'deki gerçek parametre değerleri ile karşılaştırıldığında tüm tahminlerin yanlı olduğu görülmektedir.

- Çoklu bağlantının olduğu ve olmadığı tüm olay oranlarında, örnek hacmi arttıkça ele alınan yöntemlerin parametre tahminlerine ilişkin standart hatalarının genellikle azaldığı gözlemlenmiştir.

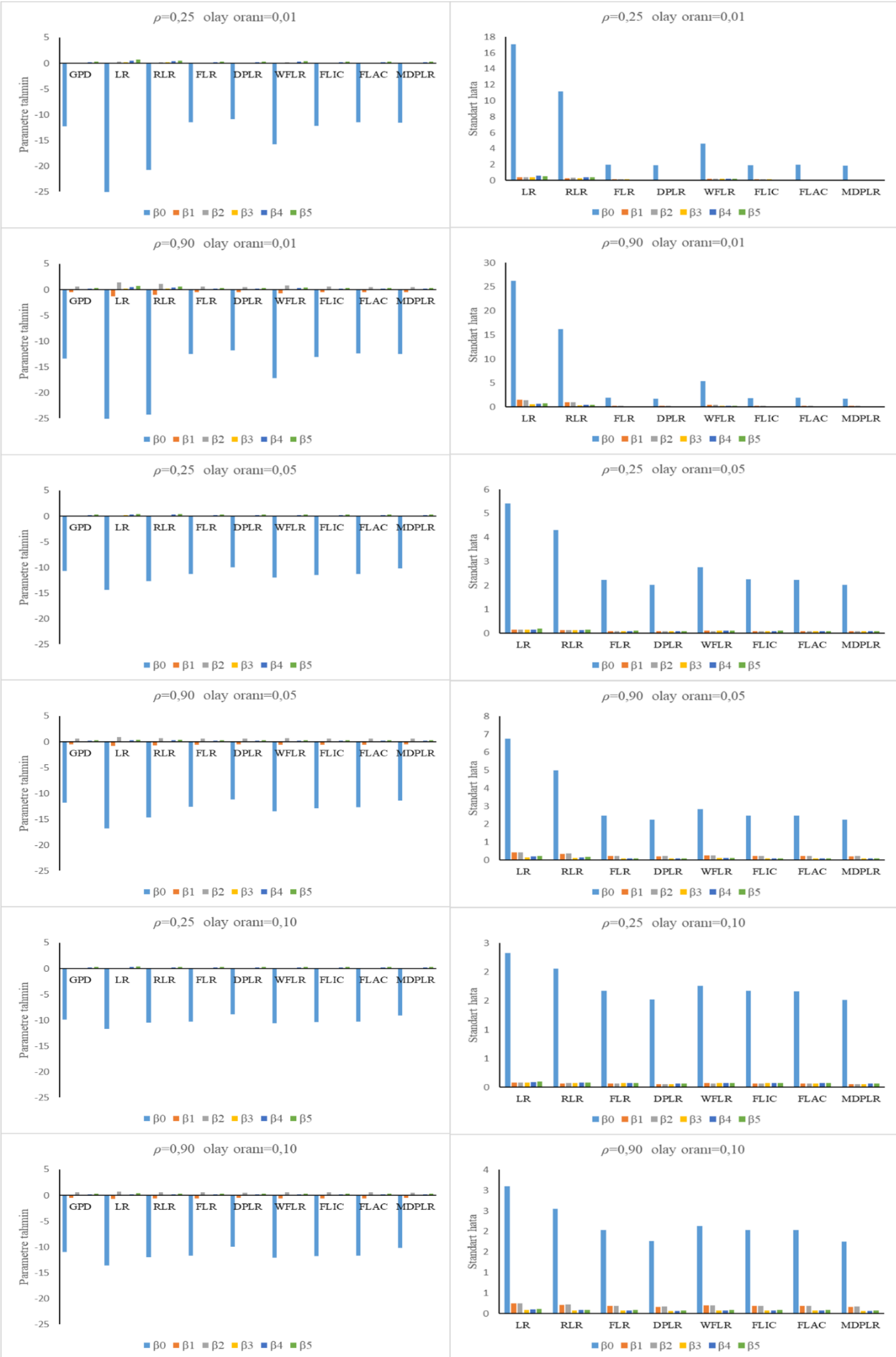
- Tüm örnek hacimleri ve olay oranları için çoklu bağlantının olduğu durumda, parametre tahminlerine ilişkin standart hataların genellikle artış eğiliminde olduğu görülmüştür.

- Ele alınan tüm örnek hacimleri için çoklu bağlantının olduğu ve olmadığı her iki durumda da, ilgilenilen olay oranı arttıkça ele alınan yöntemlerin parametre tahminlerine ilişkin standart hatalarının sabit terim hariç genellikle azaldığı görülmüştür.

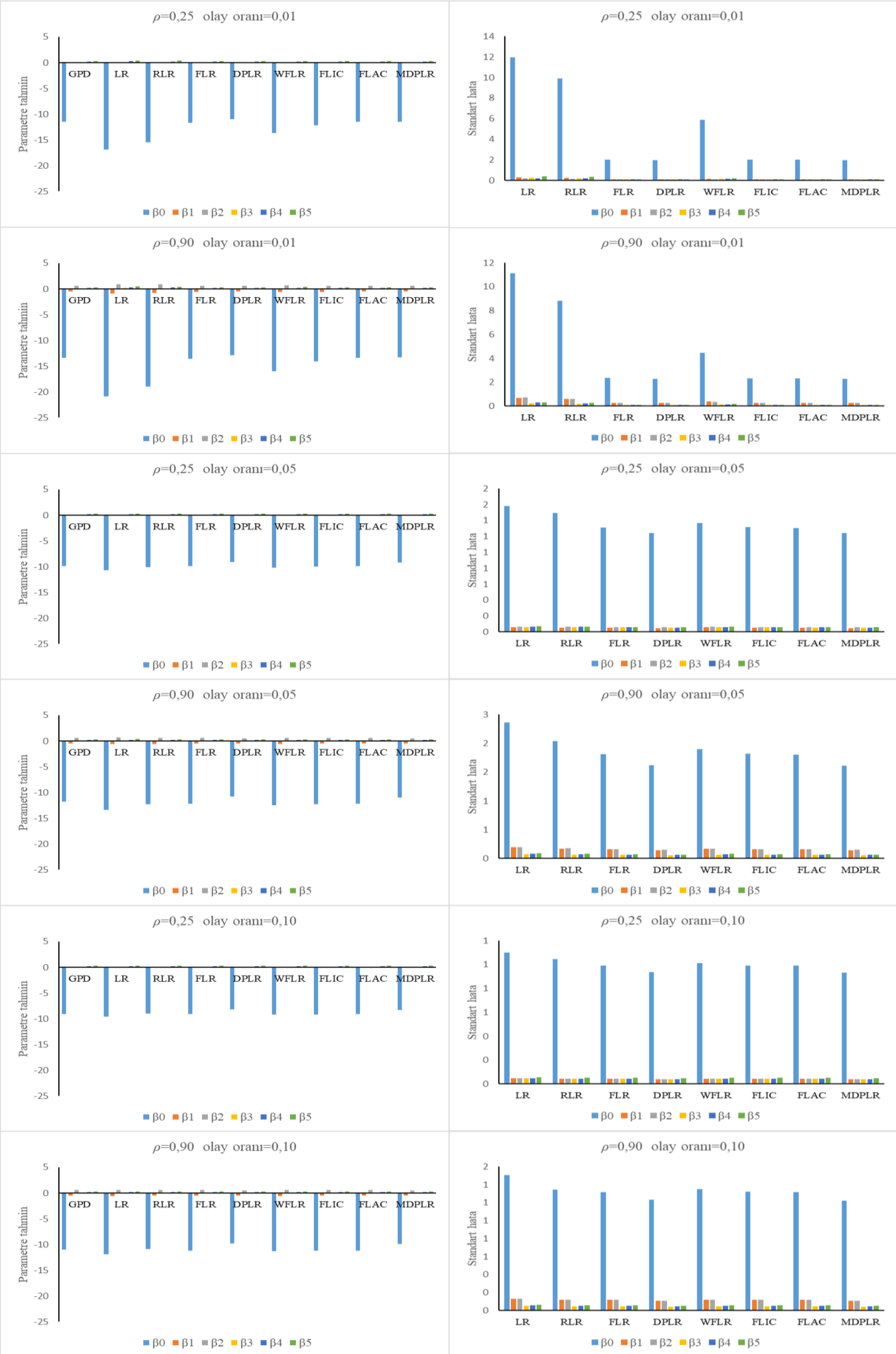
- Küçük örnek hacmi için ele alınan olay oranlarında, çoklu bağlantının olduğu ve olmadığı her iki durum için de parametre tahminlerine ilişkin standart hatalar bakımından DPLR ve MDPLR yöntemler en iyi performansa sahiptir. Büyük örnek hacimlerinde ilgilenilen olay oranı 0,01 olduğunda ise bu yöntemlerin yanı sıra FLAC yöntemi de öne çıkmaktadır.



Şekil 4.10. Senaryo II için ortalama parametre tahminleri ve ortalama standart hatalar (n=100)



Şekil 4.11. Senaryo II için ortalama parametre tahminleri ve ortalama standart hatalar (n=250)



Şekil 4.12. Senaryo II için ortalama parametre tahminleri ve ortalama standart hatalar (n=500)

4.4.2. Parametreye ilişkin ortalama tahmin edilen yana ve ortalama standart hataya ilişkin sonuçlar

Parametreye ilişkin ortalama tahmin edilen yan ve ortalama standart hatalar bakımından sonuçlar her bir örnek hacmi için EK 16-18'de verilmiştir. Burada, parametreye ilişkin ortalama tahmin edilen yan değerleri mutlak bakımdan ele alınmıştır. Ayrıca, okuyucuya açıklık getirmek amacıyla verilen sonuçlar Şekil 4.13-4.18 ile görselleştirilmiştir. Parametreye ilişkin ortalama tahmin edilen yan sonuçlarına ilişkin önemli bulgular aşağıdaki gibidir.

- Çoklu bağlantının olduğu ve olmadığı her iki durumda, örnek hacmi arttıkça ele alınan tüm olay oranları için parametreye ilişkin ortalama tahmin edilen yan değerlerinin genellikle azaldığı görülmektedir.

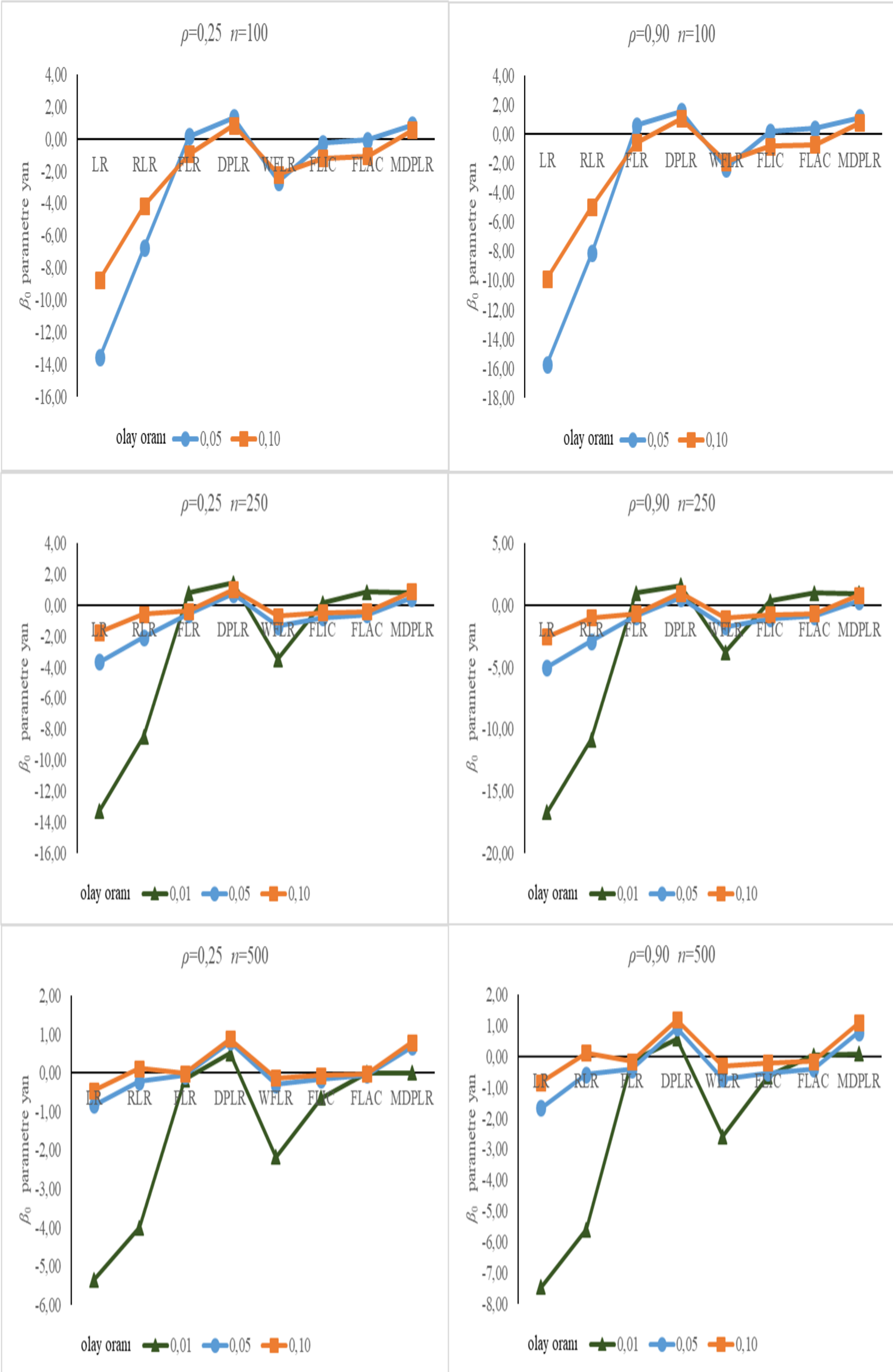
- Çoklu bağlantının olduğu ve olmadığı her iki durumda, ilgilenilen olay oranı arttıkça, tüm örnek hacimleri için parametreye ilişkin ortalama tahmin edilen yan değerlerinin genellikle azaldığı görülmektedir.

- İlgilenilen tüm örnek hacimlerinde olay oranı 0,01 iken çoklu bağlantının olduğu ve olmadığı her iki durumda da, RLR yöntemi en yüksek parametreye ilişkin ortalama tahmin edilen yana sahiptir.

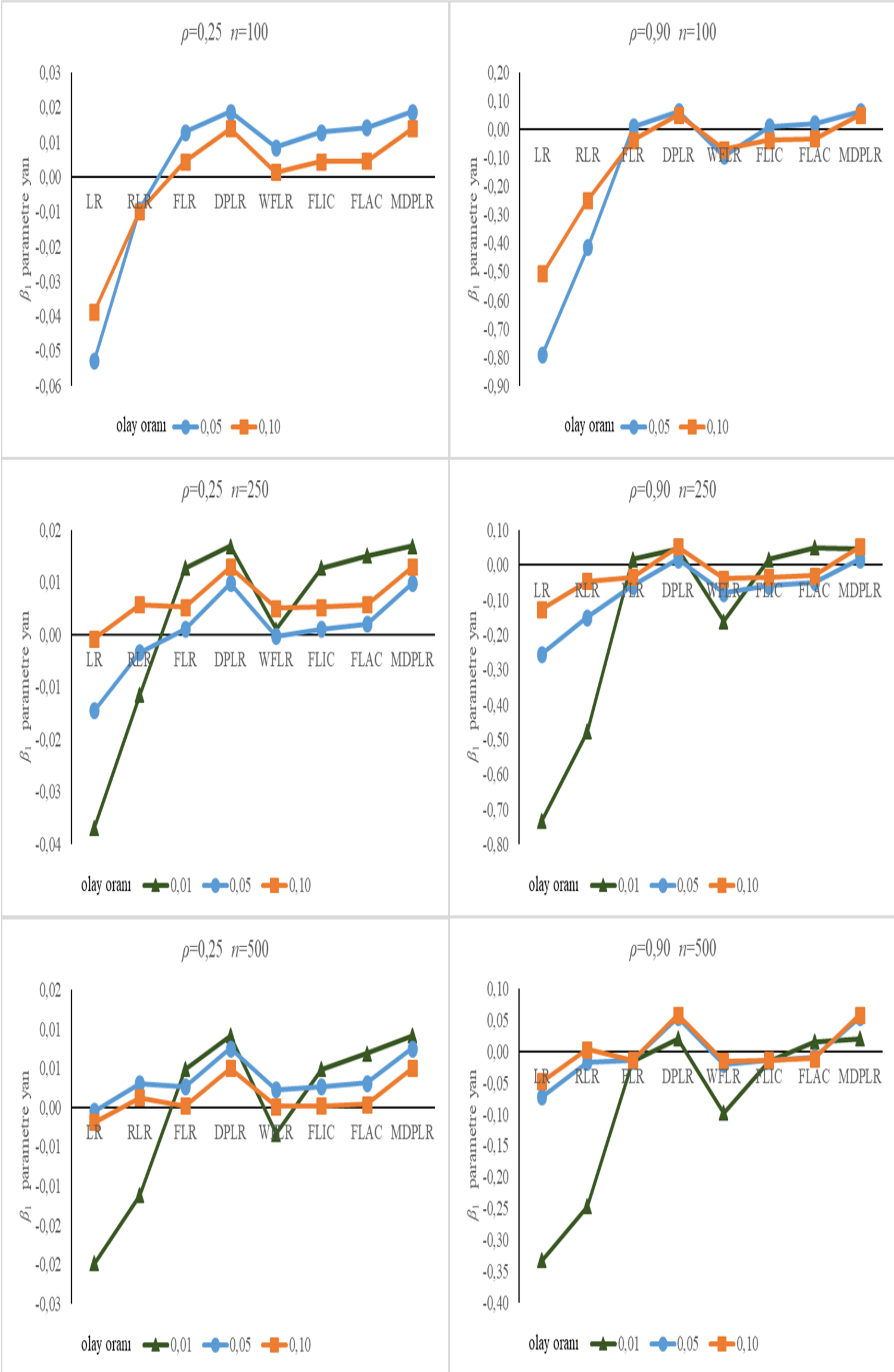
- Büyük örnek hacminde, ilgilenilen olay oranı 0,05 ve 0,10 olduğunda, ele alınan yöntemlerin parametreye ilişkin ortalama tahmin edilen yan sonuçlarının genellikle birbirine çok yakın olduğu görülmektedir.

- Küçük örnek hacimlerinde çoklu bağlantının olduğu ve olmadığı durumlarda ve tüm olay oranlarında özellikle LR ve RLR yöntemleri hariç diğer cezalandırılmış LR yöntemleri sabit terim bakımından yansız olma eğilimindedir. Ayrıca, sabit terim parametresi bakımından FLR, FLIC, FLAC yöntemlerinin yanı sıra MDPLR yöntemi de iyi bir performansa sahiptir. Büyük örnek hacmi için olay oranı azaldıkça sabit terime ilişkin ortalama tahmin edilen parametre yan değerleri azalmaktadır.

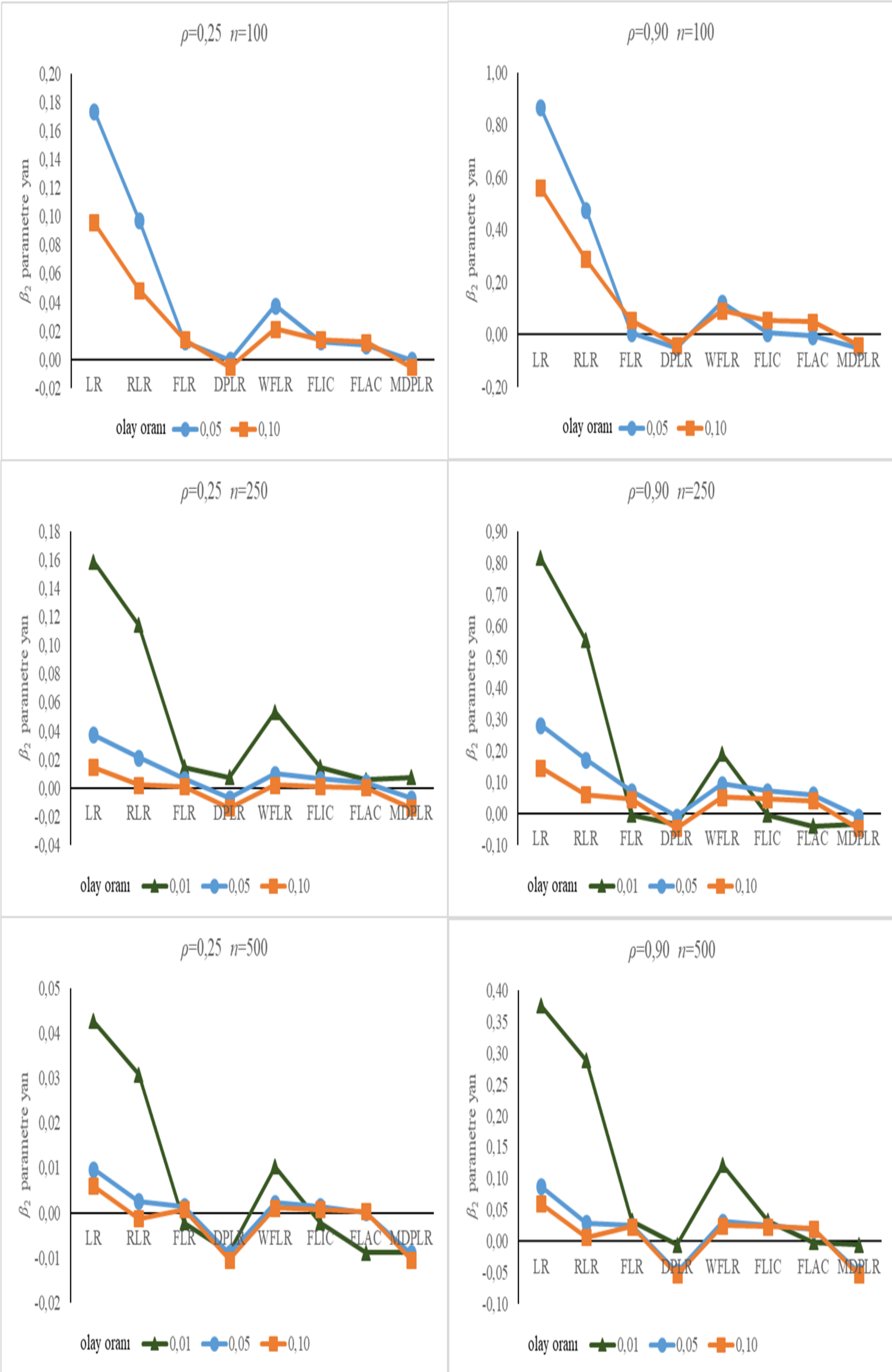
- Tüm durumlar incelendiğinde, genellikle MDPLR yönteminin yanı sıra FLAC, FLR, DPLR ve FLIC yöntemlerinin parametreye ilişkin ortalama tahmin edilen yan bakımından üstün oldukları görülmüştür.



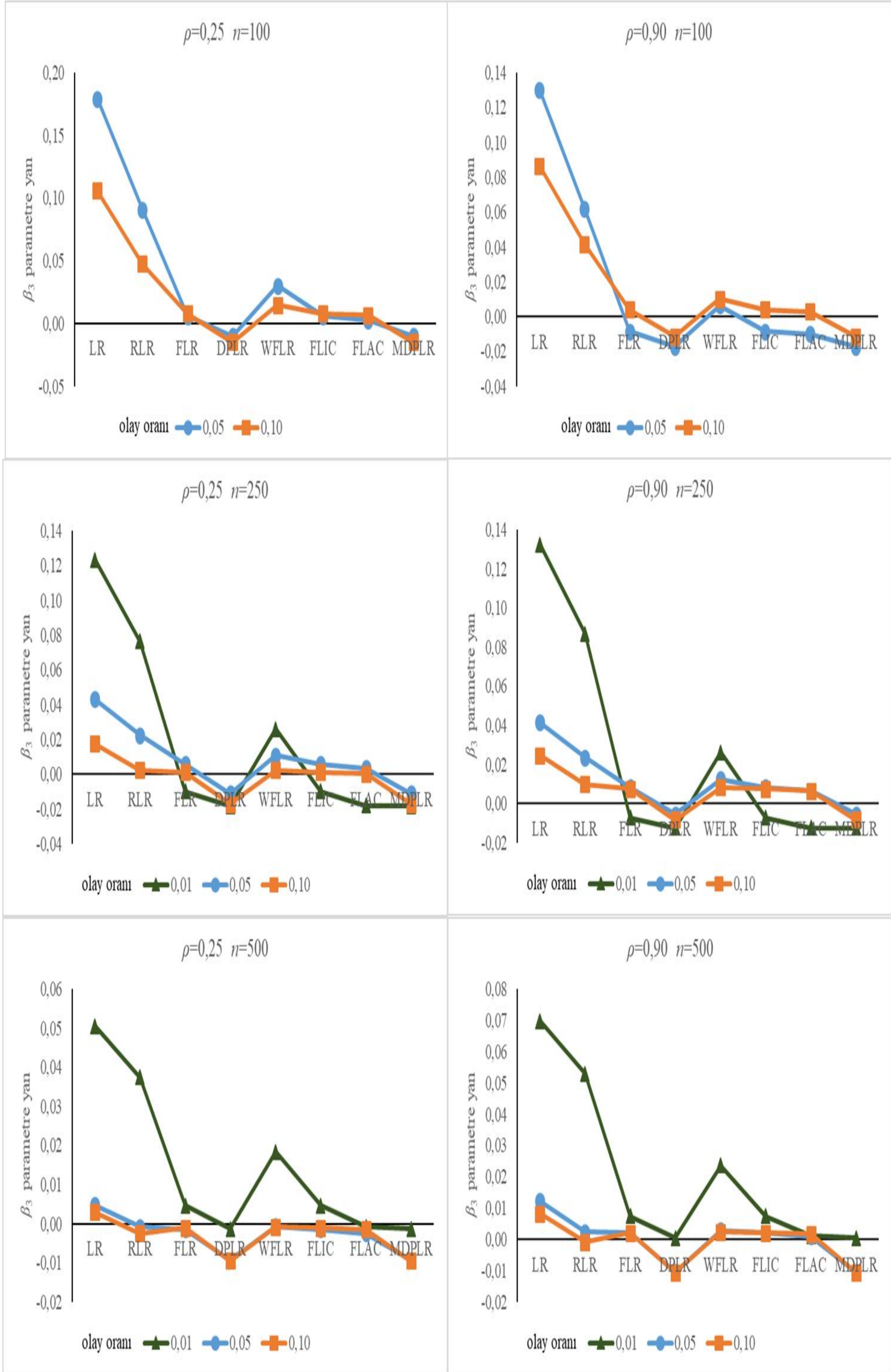
Şekil 4.13. Senaryo II için β_0 parametresine ilişkin ortalama tahmin edilen yan sonuçları



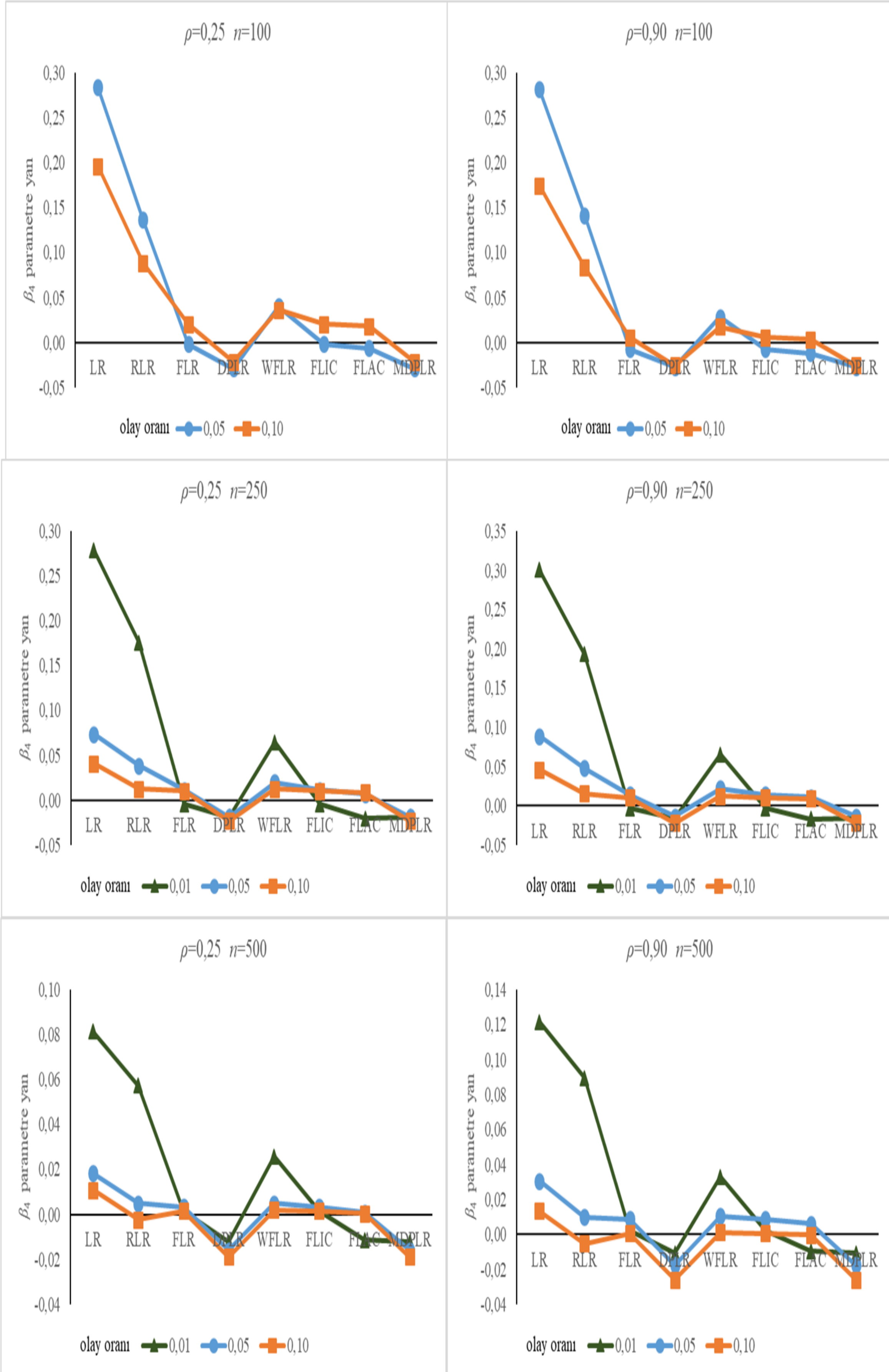
Şekil 4.14. Senaryo II için β_1 parametresine ilişkin ortalama tahmin edilen yan sonuçları



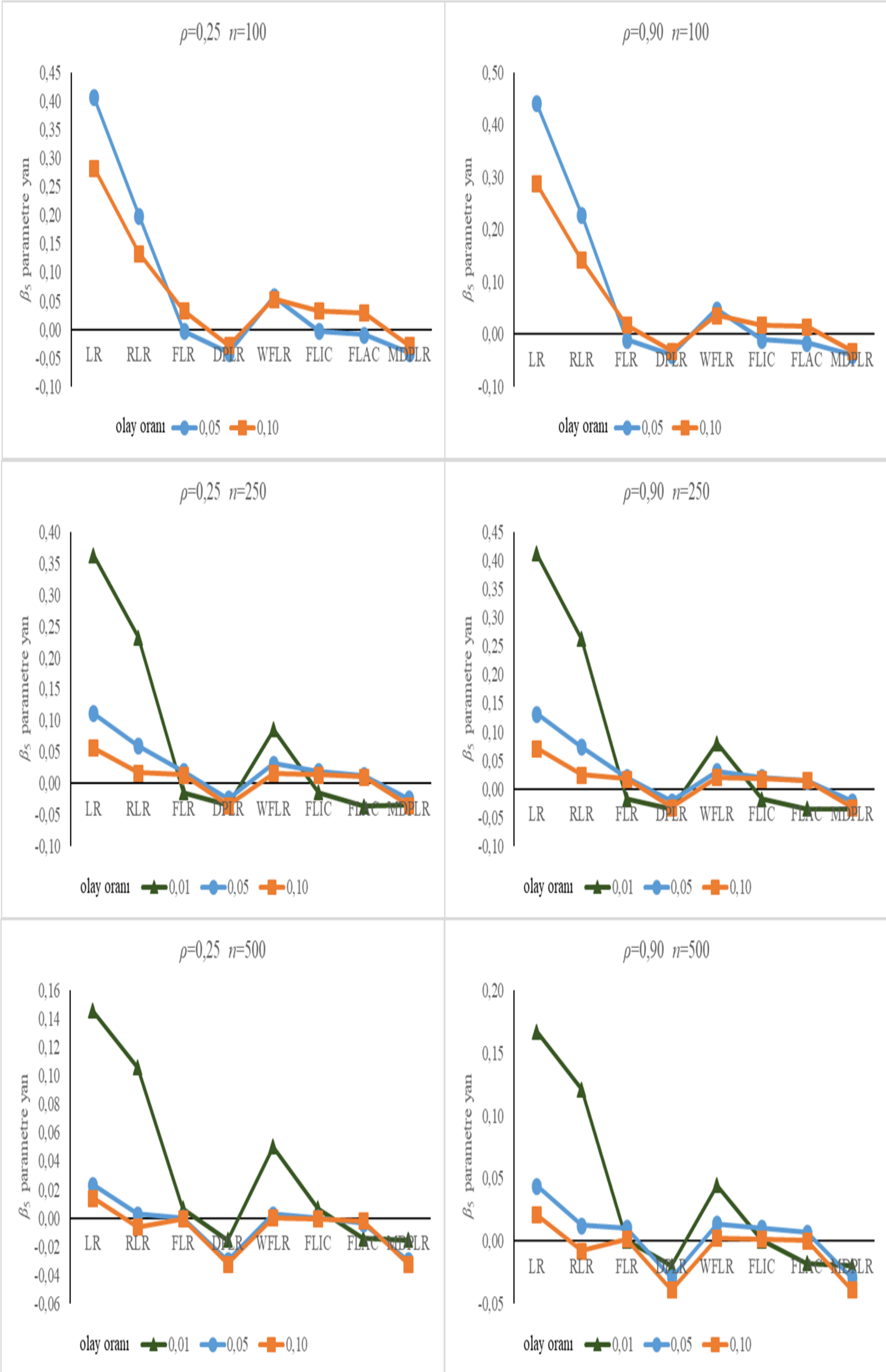
Şekil 4.15. Senaryo II için β_2 parametresine ilişkin ortalama tahmin edilen yan sonuçları



Şekil 4.16. Senaryo II için β_3 parametresine ilişkin ortalama tahmin edilen yan sonuçları



Şekil 4.17. Senaryo II için β_4 parametresine ilişkin ortalama tahmin edilen yan sonuçları



Şekil 4.18. Senaryo II için β_5 parametresine ilişkin ortalama tahmin edilen yan sonuçları

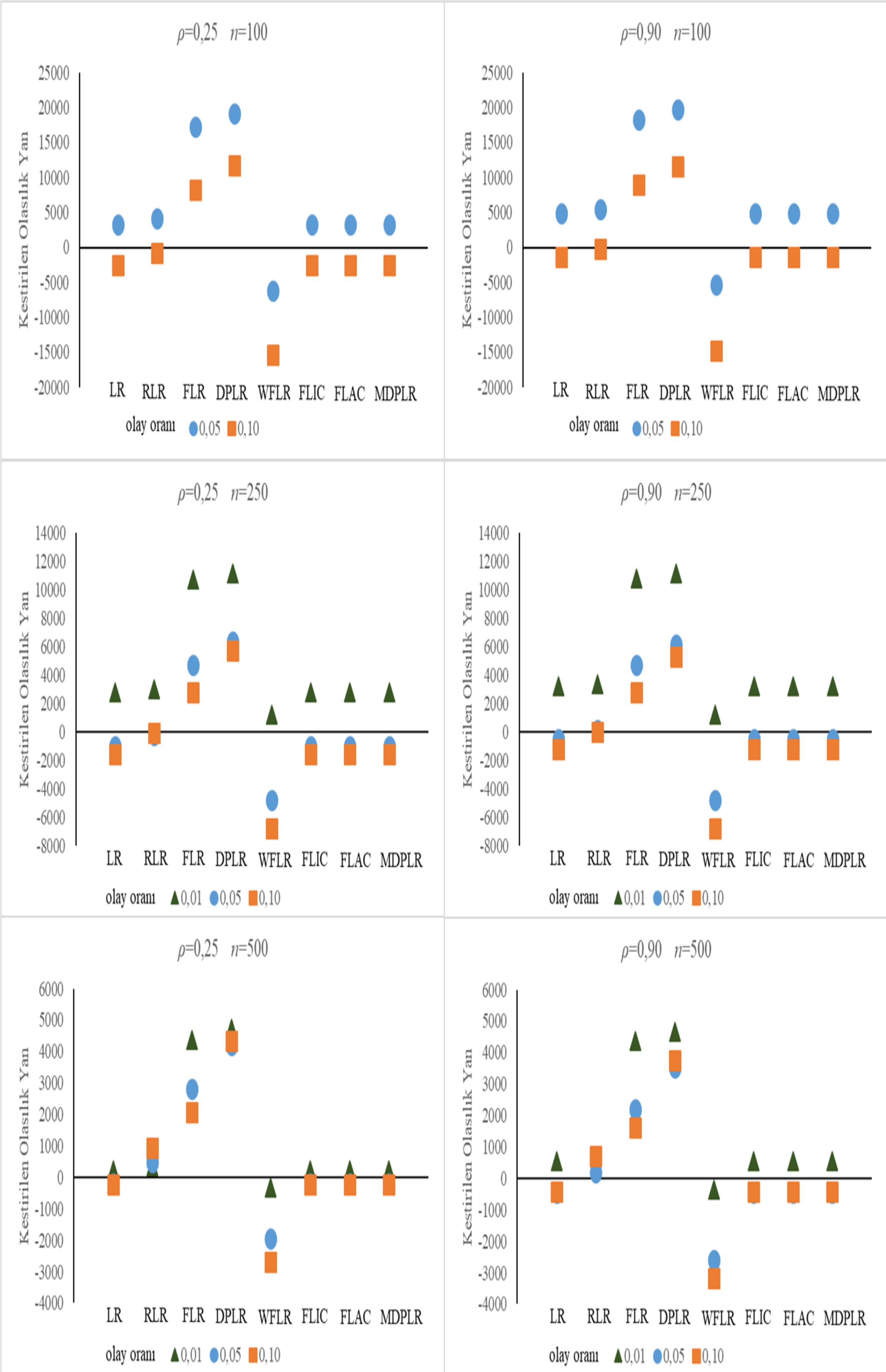
4.4.3. Ortalama kestirilen olasılık yana ve ortalama RMSE değerlerine ilişkin sonuçlar

Bu çalışmada ele alınan yöntemlerin performanslarını değerlendirmek amacıyla hesaplanan ortalama kestirilen olasılık yan ve ilgili standart hatalar her bir örnek hacmi için EK 19-21'de verilmiştir. Ayrıca, okuyucuya açıklık getirmek amacıyla bu sonuçlar kestirilen olasılık yanlılığı ve RMSE bakımından sırasıyla Şekil 4.19 ve Şekil 4.20 ile görselleştirilmiştir. Ortalama kestirilen olasılık sonuçları mutlak olarak değerlendirilmiş ve bu sonuçlara ilişkin önemli bulgular aşağıda verilmiştir.

- Çoklu bağlantının olduğu ve olmadığı her iki durumda da, örnek hacmi arttıkça ortalama kestirilen olasılık yan değerleri azalmaktadır.

- Örnek hacmi arttıkça ve ilgilenilen olay oranı 0,01 iken ortalama kestirilen olasılık yan değerleri azalmaktadır.

- Ele alınan tüm örnek hacimlerinde ilgilenilen olay oranlarının tümü için çoklu bağlantının olduğu ve olmadığı her iki durumda, FLIC, FLAC ve RLR yöntemlerinin yanı sıra MDPLR yönteminin de ortalama kestirilen olasılık yan değeri oldukça düşüktür.



Şekil 4.19. Senaryo II için ortalama kestirilen olasılık yan sonuçları

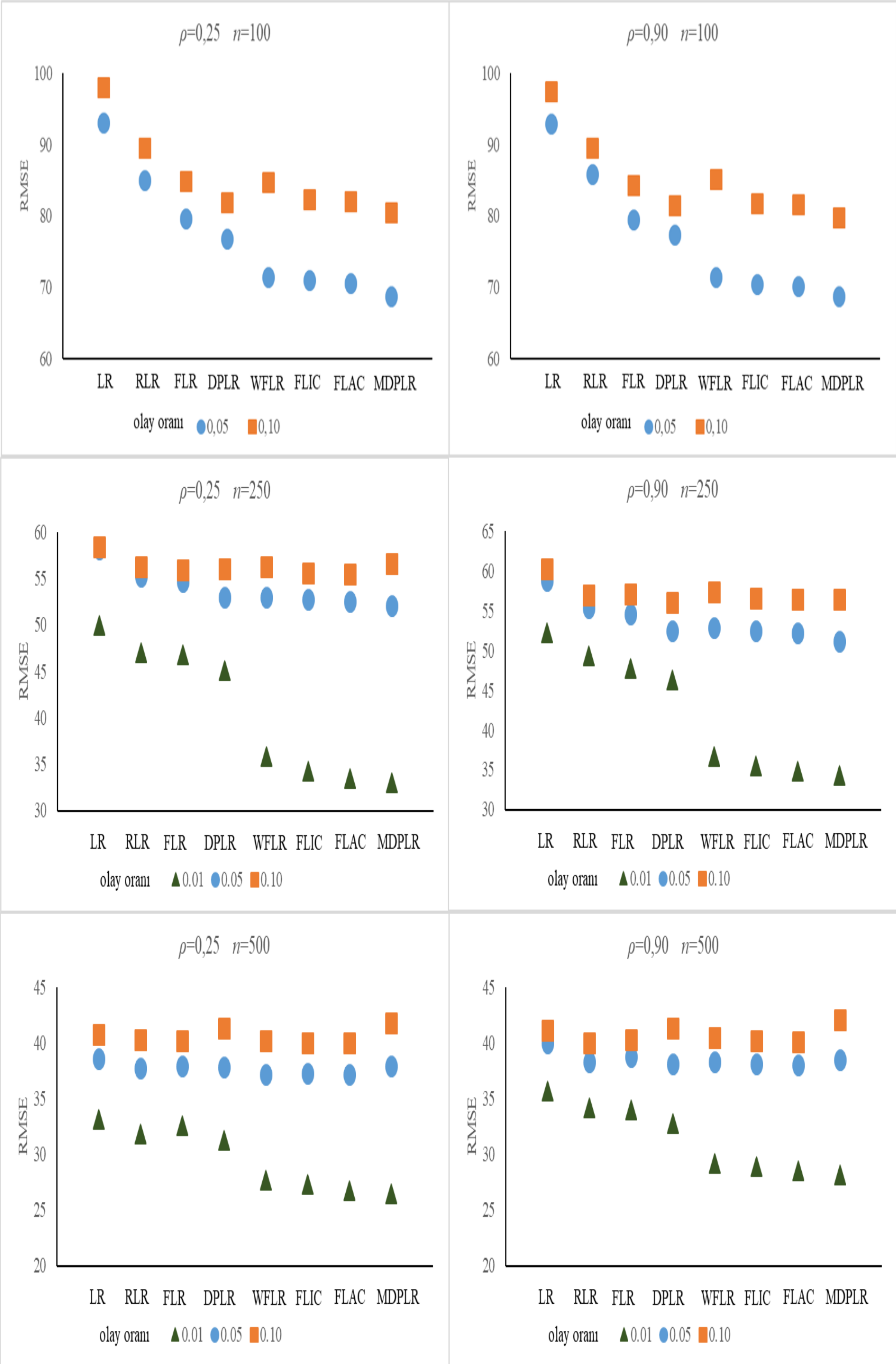
RMSE sonuçlarına ilişkin bulgular aşağıda verilmiştir.

- Örnek hacmi arttıkça ve ilgilenilen olay oranı azaldıkça ele alınan yöntemlere ilişkin RMSE değerleri azalmaktadır.

- İlgilenilen olay oranı 0,05 ve 0,10 olduğunda örnek hacmi arttıkça, ele alınan tüm yöntemlere ilişkin RMSE değerleri birbirine yakın çıkmıştır.

- İlgilenilen olay oranının 0,01 ve 0,05 olduğu küçük örnek hacimlerinde, çoklu bağlantının olduğu ve olmadığı her iki durum için MDPLR yönteminin çok az farkla WFLR, FLAC ve FLIC yöntemlerinden daha iyi performans verdiği söylenebilir. Olay oranı 0,10 olduğunda ise MDPLR yöntemi, FLIC, FLAC ve DPLR yöntemleri ile hemen hemen yakın performansa sahiptir.

- Büyük örnek hacminde çoklu bağlantının olduğu ve olmadığı her iki durumda da ilgilenilen olay oranı 0,01 iken MDPLR yöntemi öne çıkmaktadır. Olay oranı arttıkça MDPLR yöntemin performansının düştüğü gözlenmiştir. Bu durumda, FLAC, FLIC, WFLR ve RLR yöntemleri daha iyi performans göstermektedir.



Şekil 4.20. Senaryo II için ortalama RMSE sonuçları

5. UYGULAMA

Tedavi amacıyla kullanılan ilaçlarda nadir olarak çeşitli yan etkiler ortaya çıkabilmektedir. Yan etki, hastada kabul edilmiş normal tedavi dozlarında amaçlanmış etkiye ilave ortaya çıkabilecek, tedavi sürecinde oluşabilecek amaçlanmamış diğer etki veya etkilerdir (Akıcı ve Şardaş, 2009: 60). Bu bölümde, kalp hastalarının yaygın olarak kullandığı varfarin ilacının yan etkisi üzerine yapılan bir uygulama çalışması sunulmuştur.

Varfarin, bir K vitamini inhibitörü olup kalp ve damar sisteminde pıhtılaşmaya karşı kullanılan bir antikoagülan ilaçtır. Aynı etkiyi gösteren ilaçların en eski kuşağındandır ve ekonomiktir. Bu ilaç, K vitamininin etki ettiği kanda bulunan pıhtılaşma faktörlerinden bazılarının etkinliğini azaltarak pıhtılaşmayı önler. Bu yüzden, kalp ritm bozukluğu (atriyal fibrilasyon) ve akciğerde pıhtı oluşumu (pulmoner tromboemboli) olan hastalar ile yapay kalp kapak yerleşimi (mekanik kalp kapak replasmanı) yapılan hastalarda, kanda pıhtı oluşumu sonrası meydana gelebilecek iskemik felç riski yüksek olduğu için kanda pıhtı oluşumunu önlemek amacıyla kullanılmaktadır.

Varfarin ilacının standart bir dozu olmamakla birlikte etkin ilaç doz düzeyleri düzenli aralıklarla kan testleri ile bakılan International Normalized Ratio (INR) ölçümü ile hastalar için haftalık doz olarak belirlenmektedir. Kalp ritm bozukluğu ve akciğerde pıhtı oluşumu olan hastalarda INR'nin etkili değerinin 2-3, yapay kapak yerleşimi yapılan hastalarda ise 2.5-3.5 arasında tutulması önerilmektedir (Apostolakis ve diğerleri, 2013).

Time in Theuropatic Range (TTR) belli bir zaman aralığında, hastanın yüzdesel olarak INR etkili değerinde ne kadar süre geçirdiğidir. Varfarinin iskemik felçlere karşı etkili olabilmesi için TTR değerinin %60 ve üzerinde tutulması gerekmektedir. Ancak, INR üst sınır değeri aşıldıkça nadir olarak hastalarda bir yan etki olan kanamaya bağlı felç ortaya çıkabilmektedir. Öte yandan, kanamaya bağlı felç riski üzerinde yaş, vücut kitle indeksi ve haftalık varfarin dozunun etkisinin olduğu da öngörülmektedir.

Bu uygulama çalışması için bir üniversite hastanesinin Kardiyoloji servisinde 01/01/2010-01/01/2015 tarihleri arasında varfarin tedavisi gören 100 hasta çalışmaya alınmıştır. Hastalara verilen haftalık varfarin doz miktarının (mg) yanı sıra felç meydana gelmesi üzerinde etkisi olabileceği düşünülen yaş (yıl), boy (cm), kilo (kg), ve TTR (%) değişkenleri de çalışmaya dahil edilmiştir. Ele alınan değişkenlere ilişkin tanımlayıcı istatistikler Çizelge 5.1'de verilmiştir.

Çizelge 5.1. Açıklayıcı değişkenlere ilişkin tanımlayıcı istatistikler

	Yaş	Boy	Kilo	Varfarin dozu	TTR
Ortalama	68,62	164,12	75,22	32,35	47,5
Standart hata	12,15	8,76	11,82	11,69	0,22

Bu hastaların 5'inde kanamaya bağlı felç ortaya çıktığı görülmüş ve olay oranı 0,05 olarak ele alınmıştır. Çizelge 5.1'de verilen değişkenlere ilişkin korelasyon matrisi Çizelge 5.2'de verilmiştir.

Çizelge 5.2. Açıklayıcı değişkenlere ilişkin korelasyon matrisi

Değişken	Yaş	Boy	Kilo	Varfarin dozu	TTR
Yaş	1	0,2336	-0,0193	-0,1492	0,0040
Boy	0,2336	1	0,3713	-0,0812	0,0465
Kilo	-0,0193	0,3713	1	0,1370	0,0475
Varfarin dozu	-0,1492	-0,0812	-0,1370	1	-0,0678
TTR	0,0040	0,0465	0,0475	-0,0678	1

Analize başlamadan önce ele alınan değişkenler için standartlaştırma yapılmıştır. Heinze Zirkler testi ile R programında yer alan *mvnTest* paketi kullanılarak çok değişkenli normallik testi sonucuna göre ele alınan değişkenlerin çok değişkenli normal dağılımdan geldiğine karar verilmiştir (p-değeri=0.8508). Çok değişkenli ters koşullu normal dağılım kullanılarak elde edilen model parametrelerine ilişkin gerçek değerler Çizelge 5.3'de verilmiştir.

Çizelge 5.3. Model parametrelerine ilişkin gerçek değerler

	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5
Gerçek değer	-4,3408	0,1922	0,6899	0,1609	-0,1227	-1,5923

Veri seti kullanılarak LR, RLR, FLR, DPLR, WFLR, FLIC, FLAC ve MDPLR yöntemleri için parametreye ilişkin tahmin edilen yan, kestirilen olasılık yan ve RMSE değerleri hesaplanmıştır. Ele alınan yöntemler için parametreye ilişkin tahmin edilen yan sonuçları Çizelge 5.4'de verilmiştir.

Çizelge 5.4. Yöntemler için parametreye ilişkin tahmin edilen yan sonuçları

	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	$\hat{\beta}_5$
LR	-0,7012	-0,2170	0,1888	0,2235	0,4863	-0,7564
RLR	-0,6460	-0,2121	0,1760	0,2155	0,4731	-0,7237
FLR	0,5276	-0,1723	-0,0513	0,1659	0,5514	-0,1481
DPLR	0,5693	-0,1699	-0,0614	0,1573	0,5363	-0,1222
WFLR	-0,2669	-0,2390	0,0462	0,1975	0,4562	-0,3419
FLIC	0,0916	-0,1722	-0,0513	0,1659	0,5514	-0,1481
FLAC	0,1500	-0,1681	-0,0470	0,1191	0,4153	-0,1142
MDPLR	0,1267	-0,1699	-0,0614	0,1573	0,5364	-0,1222

Elde edilen bu değerler, gerçek parametre değerleri ile karşılaştırıldığında tüm yöntemlerin yanlı olduğu görülmektedir. En düşük parametre yan değerine sahip yöntemler genellikle FLAC, DPLR, MDPLR, FLR ve FLIC yöntemleridir. Bu yöntemlere ilişkin kestirilen olasılık yan ve RMSE sonuçları Çizelge 5.5'de verilmiştir.

Çizelge 5.5. Kestirilen olasılık yan ve RMSE sonuçları

	Kestirilen olasılık yan	RMSE
LR	0,0069312901	0,00904078
RLR	0,0071877907	0,00884469
FLR	0,0259099004	0,00946435
DPLR	0,0263802673	0,00948894
WFLR	0,0292553189	0,00890159
FLIC	0,0069312886	0,00884107
FLAC	0,0069312892	0,00884107
MDPLR	0,0069312886	0,00878896

Kestirilen olasılık yan bakımından FLIC, FLAC ve MDPLR yöntemleri en düşük yan değerine sahiptir. Ayrıca, RMSE sonuçlarına göre, MDPLR yöntemi ile beraber FLIC ve FLAC yöntemlerinin de en iyi performansa sahip yöntemler olduğu söylenebilir. Elde edilen bu sonuçlar 4. bölüm Monte Carlo simülasyon çalışmasında yer alan Senaryo II'deki örnek hacminin 100, korelasyon oranının 0,25 ve olay oranının 0,05 olduğu durum ile örtüşmektedir. Simülasyon sonuçlarında çoklu bağlantının olduğu ve olmadığı her iki durum için de benzer bulgular elde edildiği görülmüştür. Bu nedenle, uygulama çalışmasında korelasyon oranının yaklaşık 0,25 olduğu duruma ilişkin bir uygulama çalışması sunulmuştur.

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

LR yöntemi, yanıt değişkeninin iki mümkün sonuca sahip olduğu veriyi modellemek için finans, siyaset, mühendislik ve tıp gibi birçok alanda yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu alanlarda, yanıt değişkeninde ilgilenilen durum nadir olarak ortaya çıkabileceği gibi aynı zamanda açıklayıcı değişkenler arasında da çoklu bağlantı durumu ortaya çıkabilir. Bu durumlarda, modele ilişkin parametre tahminleri elde edilemediğinden, en çok olabilirlik fonksiyonuna bir cezalandırma teriminin eklenmesiyle hem parametre tahminine ilişkin yanı azaltan hem de parametre tahminlerinin elde edilmesine imkan sağlayan çeşitli cezalandırılmış LR yöntemleri vardır. Literatürde çoklu bağlantı problemine çözüm olarak RLR, nadir olay problemine çözüm olarak ise FLR, WFLR, FLIC ve FLAC yöntemleri önerilmiştir. Öte yandan, her iki problemin ortaya çıktığı durumda da DPLR yöntemi bir çözüm olarak önerilmiştir.

FLIC ve DPLR yöntemlerinden yola çıkarak nadir olay ve çoklu bağlantı durumlarında kestirilen olasılıklarda aşırı tahminin önüne geçebilmek amacı ile MDPLR yöntemi yeni bir yaklaşım olarak literatüre katkı sağlamak amacıyla önerilmiştir. LR, RLR, FLR, DPLR, WFLR, FLIC, FLAC ve MDPLR yöntemlerinin performanslarını değerlendirmek için RMSE sonuçları değerlendirilmiştir. Bunun için modelde farklı değişken sayılarının olduğu durumlar göz önüne alınarak, farklı örnek hacimleri, farklı nadir olay oranları ile çoklu bağlantının olduğu ve olmadığı her iki durum için detaylı bir Monte Carlo simülasyon çalışması yürütülmüştür. Bu simülasyon çalışmasında, gözlemsel veriye dayalı çok değişkenli ters koşullu normal dağılımın ele alındığı veri üretim yaklaşımı kullanılmıştır. Ayrıca, simülasyon sonuçlarını desteklemek amacıyla gerçek bir veri seti üzerinde sonuçlar değerlendirilmiştir. Bu sonuçların simülasyon sonuçları ile örtüştüğü görülmüştür.

Elde edilen sonuçlar genel olarak değerlendirildiğinde, ele alınan tüm yöntemlere ilişkin parametre tahmin değerlerinin tüm durumlarda, gerçek parametre değerleri ile karşılaştırıldığında yanlı olduğu, ancak asimptotik olarak yansız olma eğiliminde olduğu görülmektedir. Beklenildiği üzere, LR ile elde edilen tahminler, genellikle cezalandırılmış LR yöntemlerinden daha yanlıdır. Tüm örnek hacimleri için çoklu bağlantının olduğu ve olmadığı her iki durumda da ilgilenilen olay oranı arttıkça önerilen yöntem olan MDPLR yöntemi ile elde edilen parametrelere ilişkin standart hata sonuçları oldukça düşüktür.

Örnek hacmi arttıkça ortalama kestirilen olasılık yan değerleri, çoklu bağlantının olduğu ve olmadığı her iki durumda da azalmıştır. Açıklayıcı değişken sayısı arttıkça ise kestirilen olasılık yan değerleri genellikle artma eğiliminde iken, kestirilen olasılıklara ilişkin standart hataların azalma eğiliminde olduğu görülmüştür. FLIC, FLAC, RLR ve MDPLR yöntemlerinin kestirilen olasılık yanlılıkları açıklayıcı değişken sayısı fazla olduğunda en düşüktür. Ancak, kestirilen olasılığa ilişkin hesaplamada zıt işaretli yan değerleri ortaya çıkabilmektedir. Bu nedenle, ele alınan yöntemlerden uygun olanının belirlenmesi için RMSE sonuçları göz önüne alınmalıdır.

Modelde açıklayıcı değişken sayısı 2 iken FLIC, FLAC ve WFLR yöntemlerinin yanı sıra önerilen yöntem olan MDPLR yönteminin de RMSE bakımından en iyi performansa sahip olduğu görülmüştür. Öte yandan, değişken sayısı 5 iken küçük örnek hacimlerinde önerilen yöntem MDPLR daha çok öne çıkmaktadır. MDPLR yöntemi, değişken sayısının 2'den daha fazla olduğu küçük örnek hacimlerinde daha başarılı olduğu için araştırmacılar tarafından tercih edilmelidir. Buna ek olarak, MDPLR yöntemi, büyük örnek hacimlerinin yer aldığı çalışmalarda ise ilgilenilen olay oranının oldukça düşük olduğu durumlarda, RMSE bakımından en iyi performansa sahip olmasından ötürü araştırmacılar tarafından tercih edilmelidir.

Araştırmacı, parametrelerin anlamlılığı için hipotez testi ve güven aralıkları gibi istatistiksel çıkarsama yapmak isterse FLAC, DPLR ve MDPLR yöntemlerini tercih etmelidir. Öte yandan, en uygun tahmin yöntemini belirlemek için RMSE değeri dikkate alınıyorsa FLIC, FLAC ve MDPLR yöntemleri tercih edilmelidir. Her iki durumun da birlikte göz önüne alındığı çalışmalar da ise MDPLR yönteminin kullanılması araştırmacıya tavsiye edilmektedir.

Gözlemsel verinin ele alındığı hem nadir olay hem de çoklu bağlantı durumlarının bulunduğu Bayes önseli kullanılan cezalandırılmış lojistik regresyon yaklaşımlarına yönelik çalışmalar araştırmacılar için halen çalışılmaya açıktır.

KAYNAKLAR

Adekanmbi, D. B. (2017). Comparison of probit and logit models for binary response variable with applications to birth data in south-western, Nigeria. *American Journal of Mathematics and Statistics*, 7(5), 199-208.

Akıcı, A., Şardaş, S. (2009). Farmakovijilans (İlaç Güvenliliği), *Acilde Klinik Toksikoloji Kitabı*, Nobel Kitabevi: 60.

Apostolakis, S., Sullivan, R. M., Olshansky, B., and Lip, G. Y. H. (2013). Factors affecting quality of anticoagulation control among patients with atrial fibrillation on warfarin. *Chest*, 144 (5), 1555-1563.

Arnold, B. C., Castillo, E. and Sarabia, J. M. (1999). *Conditional specification of statistical models*, Springer Verlag, New York, NY.

Bergtold, J. S., Spanos, A. and Onukwugha, E. (2010). Bernoulli regression models: revisiting the specification of statistical models with binary dependent variables. *Journal of Choice Modelling*, 3 (2), 1-28.

Bergtold, J. S., Yeager, E. A. and Featherstone, A. M. (2018). Inferences from logistic regression models in the presence of small samples, rare events, nonlinearity, and multicollinearity with observational data. *Journal of Applied Statistics*, 45 (3), 528-546.

Bester, A. and Hansen, C. (2005). *Bias reduction for bayesian and frequenstist estimators*. Manuscript, University of Chicago Graduate School of Business.

Bull, S., Mak, C. and Greenwood, C. (2002). A modified score function estimator for multinomial logistic regression in small samples. *Computational Statistics and Data Analysis*, 39(1), 57-74.

Bull, S. B., Lewinger, J. B. and Lee, S. S. F. (2007). Confidence intervals for multinomial logistic regression in sparse data. *Statistics in Medicine*, 26, 903–918.

Day, N. E. and Kerridge, D. F. (1967). A general maximum likelihood discriminant. *International Biometric Society*, 23(2), 313-323.

Duffy, D. E. and Santner, T. J. (1989). On the small sample properties of norm restricted maximum likelihood estimators for logistic regression models. *Communication in Statistics- Theory and Methods*, 18, 959-980.

Elgmati, E., Fiaccone, R. L., Henderson, R. and Matthews, J. N. S. (2015). Penalised logistic regression and dynamic prediction for discrete time recurrent event data. *Lifetime Data Analysis*, 21, 542-560.

Firth, D. (1993). Bias reduction of maximum likelihood estimates. *Biometrika*, 80(1), 27-31.

Gamgam, H. ve Altunkaynak, B. (2017). *Regresyon analizi*. (Genişletilmiş 2. Baskı). Seçkin Yayıncılık, Ankara: 232.

Gart, J. and Zweifel, J. (1967). On the bias of various estimators of the logit and its variance with apliaction to quantal bioassay. *Biometrica*, 1, 181-187.

Gelman, A., Hwang, A., Pittau, M. G. and Su, Y. S. (2008). A weekly informative default prior distribution for logistic and other regression models, *The Annals of Applied Statistics*, 2 (4), 1360-1383.

Greenland, S. and Mansournia, M. A. (2015). Penalization, bias reduction, and default priors in logistic and related categorical and survival regressions. *Statistics in Medicine*, 34, 3133-3143.

Haldane, J. B. S. (1956). The estimation and significance of the logarithm of a ratio of frequencies. *Annals of Human Genetics*, 20 (4), 309-311.

Hastie, T., Tibsrihani, R. and Friedman, J. (2008). *The elements of statistical learning: data mining, inference and prediction* (Second edition). Springer Series in Statistics, 2008.

Heinze, G. and Schemper, M. (2002). A solution to the problem of seperation in logistic regression. *Statistics in Medicine*, 21 (16), 2409-2419.

Heinze, G. (2006). A comparative investigation of methods for logistic regression with separated or nearly separated data. *Statistics in Medicine*, 25, 4216-4226.

Hoerl, A. E. and Kennard, R. W. (1970). Ridge regression: biased estimation for nonorthogonal problems. *Technometrics*, 12 (1), 55-67.

Hosmer, D., Lemeshow, S. and Sturdivant, R. (2013). *Applied logistic regression*. Canada: Wiley and Sons Publications.

Hsieh, F. Y., Bloch, D. A. and Larsen, M. D. (1998). A simple method of sample size calculation for linear and logistic regression. *Statistics in Medicine*, 17 (14), 1623-1634.

Huettmann, F. and Linke, J. (2003). *Assessment of different link functions for modeling binary data to derive sound inferences and predictions*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 43-48.

Jewell, N. (1984). Small-sample bias of point estimators of the odds ratio from matched sets. *Biometrics*, 40(2), 421-435.

Kay, R. and Little, S. (1987). Transformations of the explanatory variables in the logistic regression model for binary data. *Biometrika*, 74 (3), 495-501.

Kibria, B. M. G. (2003). Performance of some new ridge regression estimators. *Communication in Statistics-Simulation and Computation*, 32 (2), 419-435.

Kibria, B. M. G., Mansson, K. and Shukur, G. (2012). Performance of some logistic ridge regression estimators. *Computational Economics*, 40, 401-414.

King, G. and Zeng, L. (2001). Logistic regression in rare events data. *Political Analysis*, 9 (2), 137-163.

Kornerup, P. and Muller, J. M. (2006). Choosing starting values for certain Newton-Raphson iterations, *Theoretical Computer Science*, 351, 101-110.

Kosmidis, I. (2014). Bias in parametric estimation: reduction and useful side-effects. *WIREs Computational Statistics*, 6, 185-196.

Lana, V. S. (2017). *Penalized logistic regression*. Trabajo Fin de Grado, Universidad de Cantabria.

Li, J. (2014). *Choosing the proper link function for binary data*. Master Thesis. The University of Texas at Austin.

Mansson, K. and Shukur, G. (2011). On ridge parameters in logistic regression. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 40 (18), 3366-3381.

McSweeney, M. and Schmidt, W. H. (1977). Quantal response techniques for random predictor variables. *Journal of Educational Statistics*, 2 (4), 257-87.

Montgomery, D. C., Peck, E. A. and Vining, G. G. (2013). *Linear Regression Analysis*. (çev. A. Erar). Nobel Yayınları No:717. (Eserin orjinali 2012'de yayımlandı), 422.

Nemes, S., Jonasson, J. M., Genell, A. and Steineck, G. (2009). Bias in odds ratios by logistic regression modelling and sample size. *BMC Medical Research Methodology*, 9 (56).

Puhr, R., Heinze, G., Nold, M., Lusa, L. and Geroldinger, A. (2017). Firth's logistic regression with rare events: accurate effect estimates and predictions?. *Statistics in Medicine*, 36, 2302-2317.

Quenouille, M. H. (1956). Notes on bias in estimation. *Biometrika*, 43, 353-360.

Rainey, C. and McCaskey, K. (2015). *Estimating logit models with small samples*. Texas A&M, Austin, Texas.

Scrucca, L. and Weisberg, S. (2004). A simulation study to investigate the behavior of the log-density ratio under normality. *Communications in Statistics: Simulation and Computation*, 33(1), 159-178.

Shaefer, R. L., Roi, L. and Wolfe, R. (1984). A ridge logistic estimator. *Communication in Statistics -Theory and Methods*, 13(1), 99-113.

Shaefer, R. L. (1986). Alternative estimators in logistic regression when the data is collinear. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 25, 75-91.

Shen, J. and Gao, S. (2008). A solution to separation and multicollinearity in multiple logistic regression. *Journal of Data Science*, 6 (4), 515-531.

Sun, J. X., Sinha, S., Wang, S. and Maiti, T. (2011). Bias reduction in conditional logistic regression. *Statistics in Medicine*, 30, 348-355.

Turner, H. (2008). *Introduction to Generalized Linear Models*. UK: ESRC National Center for Research Methods, UK and Department of Statistics University of Warwick.

Williams, U. P. (2018). *On some ridge regression estimators for logistic regression models*. Master Thesis. Florida International University, FIU Digital Commons.

EKLER

EK-1. Senaryo I için ortalama parametre tahminleri ve ortalama standart hatalar* (n=50)

Yöntemler	ρ	Olay oranı	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$
LR	0,25	0,01	-	-	-
		0,05	-8,4097 (6,0438)	0,4592 (1,5690)	1,5534 (1,5996)
		0,10	-6,8189 (6,5331)	0,2929 (1,2747)	1,4334 (1,8301)
	0,90	0,01	-	-	-
		0,05	-12,5243 (9,6327)	-3,9040 (4,8509)	5,3100 (5,0076)
		0,10	-9,9196 (6,1872)	-3,1721 (3,7997)	4,3982 (3,5885)
RLR	0,25	0,01	-	-	-
		0,05	-7,7931 (5,2081)	0,4097 (1,3692)	1,4044 (1,4173)
		0,10	-6,4419 (5,9887)	0,2630 (1,1624)	1,3360 (1,7005)
	0,90	0,01	-	-	-
		0,05	-11,6661 (8,0357)	-3,5727 (4,1445)	4,8807 (4,2060)
		0,10	-9,4111 (5,5457)	-2,9549 (3,3174)	4,1233 (3,1644)
FLR	0,25	0,01	-	-	-
		0,05	-5,5119 (1,7802)	0,2627 (0,6719)	0,9671 (0,6451)
		0,10	-5,1155 (1,7088)	0,2380 (0,5921)	1,0383 (0,5898)
	0,90	0,01	-	-	-
		0,05	-7,5853 (1,9981)	-2,2457 (1,4519)	3,0845 (1,2900)
		0,10	-7,2471 (2,0709)	-2,2308 (1,3554)	3,1345 (1,2734)
DPLR	0,25	0,01	-	-	-
		0,05	-5,1952 (1,7504)	0,2377 (0,6433)	0,8775 (0,6291)
		0,10	-4,7932 (1,6984)	0,2104 (0,5589)	0,9473 (0,5856)
	0,90	0,01	-	-	-
		0,05	-7,2378 (1,9965)	-2,0938 (1,4166)	2,8897 (1,2768)
		0,10	-6,8567 (2,0460)	-2,0614 (1,3135)	2,9142 (1,2465)

* Parantez içerisinde gösterilen değerler ortalama standart hatalardır.

EK-1. (devam) Senaryo I için ortalama parametre tahminleri ve ortalama standart hatalar* (n=50)

Yöntemler	ρ	Olay oranı	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$
WFLR	0,25	0,01	-	-	-
		0,05	-6,7849 (2,7706)	0,3247 (0,9176)	1,1585 (0,8584)
		0,10	-5,8038 (2,3669)	0,2591 (0,7155)	1,1343 (0,7041)
	0,90	0,01	-	-	-
		0,05	-9,4523 (3,5532)	-2,7422 (2,1617)	3,7526 (1,9765)
		0,10	-8,1838 (3,0956)	-2,4508 (1,8572)	3,4293 (1,7511)
FLIC	0,25	0,01	-	-	-
		0,05	-5,9781 (1,7512)	0,2627 (0,6719)	0,9671 (0,6451)
		0,10	-5,3688 (1,7212)	0,2380 (0,5921)	1,0383 (0,5898)
	0,90	0,01	-	-	-
		0,05	-8,0042 (1,9630)	-2,2457 (1,4519)	3,0845 (1,2900)
		0,10	-7,4832 (2,0731)	-2,2308 (1,3554)	3,1345 (1,2734)
FLAC	0,25	0,01	-	-	-
		0,05	-5,6928 (1,6827)	0,2420 (0,6146)	0,8860 (0,6195)
		0,10	-5,2142 (1,6818)	0,2251 (0,5688)	0,9930 (0,5806)
	0,90	0,01	-	-	-
		0,05	-7,6340 (1,9770)	-2,1039 (1,4013)	2,8860 (1,3024)
		0,10	-7,2847 (2,0587)	-2,1565 (1,3264)	3,0280 (1,2722)
MDPLR	0,25	0,01	-	-	-
		0,05	-5,6834 (1,7213)	0,2377 (0,6433)	0,8775 (0,6291)
		0,10	-5,0712 (1,7065)	0,2104 (0,5589)	0,9473 (0,5856)
	0,90	0,01	-	-	-
		0,05	-7,6675 (1,9631)	-2,0938 (1,4166)	2,8897 (1,2768)
		0,10	-7,1055 (2,0474)	-2,0614 (1,3135)	2,9142 (1,2465)

* Parantez içerisinde gösterilen değerler ortalama standart hatalardır.

EK-2. Senaryo I için ortalama parametre tahminleri ve ortalama standart hatalar* (n=100)

Yöntemler	ρ	Olay oranı	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$
LR	0,25	0,01	-10,2472	0,6282	1,5014
			(8,6564)	(2,8498)	(1,7635)
		0,05	-6,8538	0,2995	1,1919
			(3,2003)	(0,7423)	(0,8999)
		0,10	-5,4508	0,2966	1,0689
			(1,4567)	(0,4669)	(0,4739)
	0,90	0,01	-14,8184	-4,1444	5,6011
			(12,6299)	(5,3541)	(5,9783)
		0,05	-9,6502	-2,8474	3,8608
			(4,5622)	(2,1617)	(2,2819)
		0,10	-7,9013	-2,5017	3,4319
			(2,2542)	(1,1568)	(1,2409)
RLR	0,25	0,01	-9,8824	0,5827	1,4375
			(7,5902)	(2,5804)	(1,6105)
		0,05	-6,6418	0,2855	1,1351
			(3,0221)	(0,7207)	(0,8581)
		0,10	-5,2613	0,2832	1,0146
			(1,4349)	(0,4561)	(0,4653)
	0,90	0,01	-14,3001	-3,9637	5,3666
			(11,3485)	(4,8165)	(5,3815)
		0,05	-9,4058	-2,7458	3,7317
			(4,3950)	(2,0830)	(2,2043)
		0,10	-7,6826	-2,4066	3,3096
			(2,2329)	(1,1481)	(1,2353)
FLR	0,25	0,01	-6,4844	0,3087	0,9055
			(1,5788)	(0,7334)	(0,5868)
		0,05	-5,7509	0,2448	0,9814
			(1,6679)	(0,5765)	(0,5605)
		0,10	-4,9827	0,2681	0,9691
			(1,2007)	(0,4140)	(0,4106)
	0,90	0,01	-8,5132	-2,2305	3,0102
			(1,9111)	(1,3951)	(1,2146)
		0,05	-7,8365	-2,2664	3,0852
			(1,9929)	(1,2221)	(1,1597)
		0,10	-7,0719	-2,2219	3,0482
			(1,7150)	(0,9507)	(0,9837)
DPLR	0,25	0,01	-6,3748	0,2971	0,8773
			(1,5762)	(0,7191)	(0,5878)
		0,05	-5,5134	0,2284	0,9136
			(1,6538)	(0,5588)	(0,5508)
		0,10	-4,7084	0,2483	0,8893
			(1,1958)	(0,3996)	(0,4046)
	0,90	0,01	-8,3916	-2,1777	2,9437
			(1,9075)	(1,3777)	(1,2077)
		0,05	-7,5791	-2,1541	2,9422
			(2,0027)	(1,2108)	(1,1627)
		0,10	-6,7645	-2,0850	2,8731
			(1,7166)	(0,9484)	(0,9904)

* Parantez içerisinde gösterilen değerler ortalama standart hatalardır.

EK-2. (devam): Senaryo I için ortalama parametre tahminleri ve ortalama standart hatalar* (n=100)

Yöntemler	ρ	Olay oranı	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$
WFLR	0,25	0,01	-8,3369	0,4209	1,1762
			(3,2784)	(1,1201)	(0,9289)
		0,05	-6,3166	0,2605	1,0526
			(2,1825)	(0,6358)	(0,6587)
		0,10	-5,2020	0,2732	0,9862
			(1,2774)	(0,4262)	(0,4225)
	0,90	0,01	-11,3595	-2,9965	4,0554
			(4,8393)	(2,4430)	(2,4623)
		0,05	-8,5738	-2,4289	3,2990
			(2,5660)	(1,4491)	(1,3850)
		0,10	-7,3600	-2,2634	3,1055
			(1,8462)	(0,9885)	(1,0276)
FLIC	0,25	0,01	-7,1929	0,3087	0,9055
			(1,5661)	(0,7334)	(0,5868)
		0,05	-6,0317	0,2448	0,9814
			(1,6817)	(0,5765)	(0,5605)
		0,10	-5,1074	0,2681	0,9691
			(1,2070)	(0,4140)	(0,4106)
	0,90	0,01	-9,1990	-2,2305	3,0102
			(1,8593)	(1,3951)	(1,2146)
		0,05	-8,0987	-2,2664	3,0852
			(1,9986)	(1,2221)	(1,1597)
		0,10	-7,1923	-2,2219	3,0482
			(1,7190)	(0,9507)	(0,9837)
FLAC	0,25	0,01	-6,5687	0,2532	0,7400
			(1,4115)	(0,6054)	(0,5184)
		0,05	-5,7879	0,2246	0,9130
			(1,6071)	(0,5285)	(0,5410)
		0,10	-5,0065	0,2596	0,9386
			(1,1832)	(0,4000)	(0,4058)
	0,90	0,01	-8,3222	-1,8775	2,5398
			(1,8335)	(1,2545)	(1,1956)
		0,05	-7,7758	-2,1369	2,9101
			(1,9622)	(1,1880)	(1,1596)
		0,10	-7,0620	-2,1689	2,9755
			(1,7042)	(0,9383)	(0,9832)
MDPLR	0,25	0,01	-7,0900	0,2971	0,8773
			(1,5637)	(0,7191)	(0,5878)
		0,05	-5,8123	0,2284	0,9136
			(1,6648)	(0,5588)	(0,5508)
		0,10	-4,8564	0,2483	0,8893
			(1,1951)	(0,3996)	(0,4046)
	0,90	0,01	-9,0810	-2,1777	2,9437
			(1,8567)	(1,3777)	(1,2077)
		0,05	-7,8506	-2,1541	2,9422
			(2,0067)	(1,2108)	(1,1627)
		0,10	-6,8965	-2,0850	2,8731
			(1,7170)	(0,9484)	(0,9904)

* Parantez içerisinde gösterilen değerler ortalama standart hatalardır.

EK-3. Senaryo I için ortalama parametre tahminleri ve ortalama standart hatalar* (n=250)

Yöntemler	ρ	Olay oranı	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$
LR	0,25	0,01	-9,0210	0,3719	1,2342
			(5,1198)	(1,0331)	(1,2909)
		0,05	-5,9836	0,2743	1,0087
			(1,1734)	(0,3479)	(0,3667)
		0,10	-5,0179	0,2779	0,9620
			(0,8020)	(0,2496)	(0,2575)
	0,90	0,01	-11,9618	-2,8428	3,9731
			(8,0034)	(2,8464)	(3,3954)
		0,05	-8,1317	-2,3105	3,1636
			(1,7547)	(0,9043)	(0,9489)
		0,10	-7,1174	-2,2177	3,0421
			(1,1078)	(0,6321)	(0,6422)
RLR	0,25	0,01	-8,9123	0,3648	1,2089
			(4,9594)	(1,0150)	(1,2575)
		0,05	-5,8929	0,2686	0,9828
			(1,1782)	(0,3467)	(0,3648)
		0,10	-4,9049	0,2705	0,9290
			(0,8093)	(0,2494)	(0,2542)
	0,90	0,01	-11,8320	-2,7960	3,9121
			(7,7939)	(2,7860)	(3,3193)
		0,05	-8,0348	-2,2688	3,1102
			(1,7572)	(0,9058)	(0,9528)
		0,10	-7,0232	-2,1756	2,9886
			(1,1172)	(0,6380)	(0,6512)
FLR	0,25	0,01	-7,2552	0,2884	0,9617
			(1,9195)	(0,6747)	(0,6724)
		0,05	-5,7009	0,2606	0,9589
			(1,0550)	(0,3286)	(0,3386)
		0,10	-4,8630	0,2687	0,9296
			(0,7540)	(0,2406)	(0,2450)
	0,90	0,01	-9,2649	-2,1547	3,0028
			(2,4109)	(1,4784)	(1,3933)
		0,05	-7,6712	-2,1720	2,9738
			(1,4659)	(0,8057)	(0,8241)
		0,10	-6,8567	-2,1302	2,9224
			(1,0293)	(0,5985)	(0,6032)
DPLR	0,25	0,01	-7,1613	0,2816	0,9362
			(1,9187)	(0,6676)	(0,6689)
		0,05	-5,5526	0,2510	0,9161
			(1,0744)	(0,3268)	(0,3386)
		0,10	-4,6732	0,2561	0,8738
			(0,7825)	(0,2403)	(0,2445)
	0,90	0,01	-9,1591	-2,1103	2,9463
			(2,4172)	(1,4656)	(1,3908)
		0,05	-7,5133	-2,1029	2,8857
			(1,4812)	(0,8110)	(0,8352)
		0,10	-6,6935	-2,0567	2,8291
			(1,0500)	(0,6097)	(0,6206)

* Parantez içerisinde gösterilen değerler ortalama standart hatalardır.

EK-3. (devam) Senaryo I için ortalama parametre tahminleri ve ortalama standart hatalar* (n=250)

Yöntemler	ρ	Olay oranı	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$
WFLR	0,25	0,01	-8,2556	0,3248	1,0885
			(3,2212)	(0,8314)	(0,9163)
		0,05	-5,8499	0,2633	0,9690
			(1,0974)	(0,3334)	(0,3455)
		0,10	-4,9350	0,2695	0,9329
			(0,7678)	(0,2420)	(0,2465)
	0,90	0,01	-10,5799	-2,4324	3,3944
			(3,9488)	(1,9285)	(1,9571)
		0,05	-7,8558	-2,1959	3,0067
			(1,5712)	(0,8331)	(0,8595)
		0,10	-6,9451	-2,1382	2,9334
			(1,0488)	(0,6034)	(0,6091)
FLIC	0,25	0,01	-7,7577	0,2884	0,9617
			(1,9473)	(0,6747)	(0,6724)
		0,05	-5,8093	0,2606	0,9589
			(1,0606)	(0,3286)	(0,3386)
		0,10	-4,9108	0,2687	0,9296
			(0,7563)	(0,2406)	(0,2450)
	0,90	0,01	-9,7484	-2,1547	3,0028
			(2,4120)	(1,4784)	(1,3933)
		0,05	-7,7733	-2,1720	2,9738
			(1,4743)	(0,8057)	(0,8241)
		0,10	-6,9023	-2,1302	2,9224
			(1,0305)	(0,5985)	(0,6032)
FLAC	0,25	0,01	-7,2019	0,2441	0,8168
			(1,7262)	(0,5695)	(0,6037)
		0,05	-5,6942	0,2515	0,9247
			(1,0320)	(0,3158)	(0,3340)
		0,10	-4,8695	0,2649	0,9169
			(0,7492)	(0,2376)	(0,2437)
	0,90	0,01	-8,9824	-1,8743	2,6137
			(2,2986)	(1,3433)	(1,3526)
		0,05	-7,6239	-2,1113	2,8917
			(1,4476)	(0,7875)	(0,8159)
		0,10	-6,8507	-2,1090	2,8934
			(1,0261)	(0,5954)	(0,6025)
MDPLR	0,25	0,01	-7,6701	0,2816	0,9362
			(1,9460)	(0,6676)	(0,6689)
		0,05	-5,6740	0,2510	0,9161
			(1,0739)	(0,3268)	(0,3386)
		0,10	-4,7383	0,2561	0,8738
			(0,7763)	(0,2403)	(0,2445)
	0,90	0,01	-9,6463	-2,1103	2,9463
			(2,4187)	(1,4656)	(1,3908)
		0,05	-7,6219	-2,1029	2,8857
			(1,4874)	(0,8110)	(0,8352)
		0,10	-6,7458	-2,0567	2,8291
			(1,0486)	(0,6097)	(0,6206)

* Parantez içerisinde gösterilen değerler ortalama standart hatalardır.

EK-4. Senaryo I için ortalama parametre tahminleri ve ortalama standart hatalar* (n=500)

Yöntemler	ρ	Olay oranı	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$
LR	0,25	0,01	-7,8836	0,2654	1,0230
			(2,2492)	(0,6623)	(0,6064)
		0,05	-5,7634	0,2774	0,9645
			(0,7928)	(0,2369)	(0,2488)
		0,10	-4,9298	0,2733	0,9445
			(0,5348)	(0,1767)	(0,1717)
	0,90	0,01	-10,5140	-2,4502	3,3854
			(3,3221)	(1,5002)	(1,5960)
		0,05	-7,7609	-2,1603	2,9823
			(1,0216)	(0,5561)	(0,5755)
		0,10	-6,9082	-2,1212	2,9293
			(0,7699)	(0,4242)	(0,4423)
RLR	0,25	0,01	-7,8399	0,2629	1,0113
			(2,2399)	(0,6589)	(0,6036)
		0,05	-5,6997	0,2733	0,9463
			(0,8040)	(0,2379)	(0,2481)
		0,10	-4,8499	0,2681	0,9212
			(0,5481)	(0,1782)	(0,1694)
	0,90	0,01	-10,4639	-2,4302	3,3598
			(3,3089)	(1,4938)	(1,5902)
		0,05	-7,6996	-2,1334	2,9482
			(1,0346)	(0,5606)	(0,5836)
		0,10	-6,8563	-2,0979	2,8997
			(0,7784)	(0,4298)	(0,4498)
FLR	0,25	0,01	-7,2663	0,2424	0,9475
			(1,5778)	(0,5174)	(0,5084)
		0,05	-5,6389	0,2714	0,9432
			(0,7565)	(0,2313)	(0,2399)
		0,10	-4,8560	0,2689	0,9291
			(0,5197)	(0,1736)	(0,1678)
	0,90	0,01	-9,5012	-2,2073	3,0505
			(2,0599)	(1,1600)	(1,1374)
		0,05	-7,5634	-2,1021	2,9023
			(0,9650)	(0,5350)	(0,5493)
		0,10	-6,7859	-2,0808	2,8736
			(0,7436)	(0,4137)	(0,4294)
DPLR	0,25	0,01	-7,2000	0,2383	0,9290
			(1,5782)	(0,5150)	(0,5060)
		0,05	-5,5281	0,2642	0,9112
			(0,7868)	(0,2330)	(0,2419)
		0,10	-4,7156	0,2597	0,8880
			(0,5596)	(0,1762)	(0,1690)
	0,90	0,01	-9,4292	-2,1774	3,0122
			(2,0609)	(1,1552)	(1,1354)
		0,05	-7,4541	-2,0538	2,8411
			(0,9919)	(0,5444)	(0,5657)
		0,10	-6,6899	-2,0374	2,8186
			(0,7615)	(0,4243)	(0,4442)

* Parantez içerisinde gösterilen değerler ortalama standart hatalardır.

EK-4. (devam) Senaryo I için ortalama parametre tahminleri ve ortalama standart hatalar* (n=500)

Yöntemler	ρ	Olay oranı	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$
WFLR	0,25	0,01	-7,6347	0,2484	0,9780
			(1,7986)	(0,5418)	(0,5474)
		0,05	-5,7027	0,2722	0,9458
			(0,7690)	(0,2324)	(0,2416)
		0,10	-4,8899	0,2692	0,9303
			(0,5240)	(0,1740)	(0,1683)
	0,90	0,01	-10,0339	-2,3010	3,1769
			(2,5591)	(1,2957)	(1,3084)
		0,05	-7,6404	-2,1095	2,9121
			(0,9822)	(0,5396)	(0,5550)
		0,10	-6,8267	-2,0839	2,8776
			(0,7502)	(0,4154)	(0,4315)
FLIC	0,25	0,01	-7,5574	0,2424	0,9475
			(1,6120)	(0,5174)	(0,5084)
		0,05	-5,6907	0,2714	0,9432
			(0,7591)	(0,2313)	(0,2399)
		0,10	-4,8795	0,2689	0,9291
			(0,5205)	(0,1736)	(0,1678)
	0,90	0,01	-9,7914	-2,2073	3,0505
			(2,0812)	(1,1600)	(1,1374)
		0,05	-7,6131	-2,1021	2,9023
			(0,9667)	(0,5350)	(0,5493)
		0,10	-6,8084	-2,0808	2,8736
			(0,7441)	(0,4137)	(0,4294)
FLAC	0,25	0,01	-7,2058	0,2169	0,8511
			(1,4511)	(0,4586)	(0,4719)
		0,05	-5,6364	0,2667	0,9270
			(0,7497)	(0,2274)	(0,2382)
		0,10	-4,8612	0,2672	0,9235
			(0,5184)	(0,1726)	(0,1675)
	0,90	0,01	-9,2699	-2,0134	2,7828
			(1,9593)	(1,0831)	(1,1057)
		0,05	-7,5435	-2,0747	2,8642
			(0,9604)	(0,5311)	(0,5483)
		0,10	-6,7860	-2,0718	2,8611
			(0,7429)	(0,4130)	(0,4295)
MDPLR	0,25	0,01	-7,4962	0,2383	0,9290
			(1,6115)	(0,5150)	(0,5060)
		0,05	-5,5900	0,2642	0,9112
			(0,7830)	(0,2330)	(0,2419)
		0,10	-4,7519	0,2597	0,8880
			(0,5518)	(0,1762)	(0,1690)
	0,90	0,01	-9,7221	-2,1774	3,0122
			(2,0823)	(1,1552)	(1,1354)
		0,05	-7,5085	-2,0538	2,8411
			(0,9912)	(0,5444)	(0,5657)
		0,10	-6,7163	-2,0374	2,8186
			(0,7604)	(0,4243)	(0,4442)

* Parantez içerisinde gösterilen değerler ortalama standart hatalardır.

EK-5. Senaryo I için parametreye ilişkin ortalama tahmin edilen yanlar ve ortalama standart hatalar* (*n*=50)

Yöntemler	ρ	Olay oranı	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$
LR	0,25	0,01	-	-	-
		0,05	-2,7986 (6,0438)	0,1925 (1,5690)	0,6201 (1,5996)
		0,10	-1.6707 (6,5331)	0.1037 (1,2747)	0.3948 (1,8301)
	0,90	0,01	-	-	-
		0,05	-4,9746 (9,6327)	-1,7988 (4,8509)	2,4153 (5,0076)
		0,10	-3,1171 (6,1872)	-1,0668 (3,7997)	1,5034 (3,5885)
RLR	0,25	0,01	-	-	-
		0,05	-2,1820 (5,2081)	0,1430 (1,3692)	0,4710 (1,4173)
		0,10	-1,3184 (5,9887)	0.0701 (1,1624)	0.3035 (1,7005)
	0,90	0,01	-	-	-
		0,05	-4,1164 (8,0357)	-1,4674 (4,1445)	1,9860 (4,2060)
		0,10	-2,6086 (5,5457)	-0,8496 (3,3174)	1,2286 (3,1644)
FLR	0,25	0,01	-	-	-
		0,05	0,0992 (1,7802)	-0,0040 (0,6719)	0,0338 (0,6451)
		0,10	-0.2237 (1,7088)	0.0130 (0,5921)	0.0726 (0,5898)
	0,90	0,01	-	-	-
		0,05	-0,0356 (1,9981)	-0,1405 (1,4519)	0,1897 (1,2900)
		0,10	-0,4446 (2,0709)	-0,1255 (1,3554)	0,2397 (1,2734)
DPLR	0,25	0,01	-	-	-
		0,05	0,4159 (1,7504)	-0,0290 (0,6433)	-0,0558 (0,6291)
		0,10	0.1082 (1,6984)	-0.0181 (0,5589)	-0.0200 (0,5856)
	0,90	0,01	-	-	-
		0,05	0,3119 (1,9965)	0,0115 (1,4166)	-0,0050 (1,2768)
		0,10	-0,0542 (2,0460)	0,0438 (1,3135)	0,0195 (1,2465)

* Parantez içerisinde gösterilen değerler ortalama standart hatalardır.

EK-5. (devam) Senaryo I için parametreye ilişkin ortalama tahmin edilen yanlar ve ortalama standart hatalar* (n=50)

Yöntemler	ρ	Olay oranı	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$
WFLR	0,25	0,01	-	-	-
		0,05	-1,1738 (2,7706)	0,0580 (0,9176)	0,2252 (0,8584)
		0,10	-0.8574 (2,3669)	0.0368 (0,7155)	0.1532 (0,7041)
	0,90	0,01	-	-	-
		0,05	-1,9026 (3,5532)	-0,6369 (2,1617)	0,8578 (1,9765)
		0,10	-1,3813 (3,0956)	-0,3455 (1,8572)	0,5345 (1,7511)
FLIC	0,25	0,01	-	-	-
		0,05	-0,3670 (1,7512)	-0,0040 (0,6719)	0,0338 (0,6451)
		0,10	-0.4808 (1,7212)	0.0130 (0,5921)	0.0726 (0,5898)
	0,90	0,01	-	-	-
		0,05	-0,4545 (1,9630)	-0,1405 (1,4519)	0,1897 (1,2900)
		0,10	-0,6808 (2,0731)	-0,1255 (1,3554)	0,2397 (1,2734)
FLAC	0,25	0,01	-	-	-
		0,05	-0,0817 (1,6827)	-0,0247 (0,6146)	-0,0474 (0,6195)
		0,10	-0.3172 (1,6818)	-0.0016 (0,5688)	0.0243 (0,5806)
	0,90	0,01	-	-	-
		0,05	-0,0843 (1,9770)	0,0014 (1,4013)	-0,0087 (1,3024)
		0,10	-0,4822 (2,0587)	-0,0513 (1,3264)	0,1332 (1,2722)
MDPLR	0,25	0,01	-	-	-
		0,05	-0,0723 (1,7213)	-0,0290 (0,6433)	-0,0558 (0,6291)
		0,10	-0.1743 (1,7065)	-0.0181 (0,5589)	-0.0200 (0,5856)
	0,90	0,01	-	-	-
		0,05	-0,1178 (1,9631)	0,0115 (1,4166)	-0,0050 (1,2768)
		0,10	-0,3030 (2,0474)	0,0438 (1,3135)	0,0195 (1,2465)

* Parantez içerisinde gösterilen değerler ortalama standart hatalardır.

EK-6. Senaryo I için parametreye ilişkin ortalama tahmin edilen yanlar ve ortalama standart hatalar* (n=100)

Yöntemler	ρ	Olay oranı	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$
LR	0,25	0,01	-2,9854 (8,6564)	0,3616 (2,8498)	0,5680 (1,7635)
		0,05	-1.1879 (3,2003)	0.1081 (0,7423)	0.2006 (0,8999)
		0,10	-0,5869 (1,4567)	0,0299 (0,4669)	0,1355 (0,4739)
	0,90	0,01	-5,6180 (12,6299)	-2,0391 (5,3541)	2,7064 (5,9783)
		0,05	-2,1005 (4,5622)	-0,7422 (2,1617)	0,9660 (2,2819)
		0,10	-1,0988 (2,2542)	-0,3964 (1,1568)	0,5372 (1,2409)
RLR	0,25	0,01	-2,6206 (7,5902)	0,3160 (2,5804)	0,5042 (1,6105)
		0,05	-1.0218 (3,0221)	0.0903 (0,7207)	0.1618 (0,8581)
		0,10	-0,3974 (1,4349)	0,0165 (0,4561)	0,0813 (0,4653)
	0,90	0,01	-5,0997 (11,3485)	-1,8584 (4,8165)	2,4719 (5,3815)
		0,05	-1,8561 (4,3950)	-0,6405 (2,0830)	0,8370 (2,2043)
		0,10	-0,8801 (2,2329)	-0,3013 (1,1481)	0,4149 (1,2353)
FLR	0,25	0,01	0,7774 (1,5788)	0,0420 (0,7334)	-0,0278 (0,5868)
		0,05	-0.0407 (1,6679)	0.0289 (0,5765)	-0.0071 (0,5605)
		0,10	-0,1188 (1,2007)	0,0014 (0,4140)	0,0357 (0,4106)
	0,90	0,01	0,6872 (1,9111)	-0,1252 (1,3951)	0,1155 (1,2146)
		0,05	-0,2868 (1,9929)	-0,1611 (1,2221)	0,1905 (1,1597)
		0,10	-0,2695 (1,7150)	-0,1166 (0,9507)	0,1534 (0,9837)
DPLR	0,25	0,01	0,8870 (1,5762)	0,0304 (0,7191)	-0,0561 (0,5878)
		0,05	0.1279 (1,6538)	0.0122 (0,5588)	-0.0520 (0,5508)
		0,10	0,1555 (1,1958)	-0,0184 (0,3996)	-0,0440 (0,4046)
	0,90	0,01	0,8088 (1,9075)	-0,0725 (1,3777)	0,0490 (1,2077)
		0,05	-0,0294 (2,0027)	-0,0488 (1,2108)	0,0474 (1,1627)
		0,10	0,0380 (1,7166)	0,0203 (0,9484)	-0,0217 (0,9904)

* Parantez içerisinde gösterilen değerler ortalama standart hatalardır.

EK-6. (devam) Senaryo I için parametreye ilişkin ortalama tahmin edilen yanlar ve ortalama standart hatalar* (n=100)

Yöntemler	ρ	Olay oranı	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$
WFLR	0,25	0,01	-1,0751 (3,2784)	0,1542 (1,1201)	0,2429 (0,9289)
		0,05	-0.6055 (2,1825)	0.0545 (0,6358)	0.0598 (0,6587)
		0,10	-0,3381 (1,2774)	0,0065 (0,4262)	0,0529 (0,4225)
	0,90	0,01	-2,1591 (4,8393)	-0,8912 (2,4430)	1,1607 (2,4623)
		0,05	-1,0241 (2,5660)	-0,3236 (1,4491)	0,4043 (1,3850)
		0,10	-0,5576 (1,8462)	-0,1581 (0,9885)	0,2108 (1,0276)
FLIC	0,25	0,01	0,0689 (1,5661)	0,0420 (0,7334)	-0,0278 (0,5868)
		0,05	-0.3191 (1,6817)	0.0289 (0,5765)	-0.0071 (0,5605)
		0,10	-0,2435 (1,2070)	0,0014 (0,4140)	0,0357 (0,4106)
	0,90	0,01	0,0014 (1,8593)	-0,1252 (1,3951)	0,1155 (1,2146)
		0,05	-0,5490 (1,9986)	-0,1611 (1,2221)	0,1905 (1,1597)
		0,10	-0,3898 (1,7190)	-0,1166 (0,9507)	0,1534 (0,9837)
FLAC	0,25	0,01	0,6930 (1,4115)	-0,0135 (0,6054)	-0,1933 (0,5184)
		0,05	-0.0780 (1,6071)	0.0066 (0,5285)	-0.0740 (0,5410)
		0,10	-0,1426 (1,1832)	-0,0070 (0,4000)	0,0053 (0,4058)
	0,90	0,01	0,8782 (1,8335)	0,2278 (1,2545)	-0,3549 (1,1956)
		0,05	-0,2261 (1,9622)	-0,0316 (1,1880)	0,0153 (1,1596)
		0,10	-0,2595 (1,7042)	-0,0636 (0,9383)	0,0808 (0,9832)
MDPLR	0,25	0,01	0,1718 (1,5637)	0,0304 (0,7191)	-0,0561 (0,5878)
		0,05	-0.1634 (1,6648)	0.0122 (0,5588)	-0.0520 (0,5508)
		0,10	0,0075 (1,1951)	-0,0184 (0,3996)	-0,0440 (0,4046)
	0,90	0,01	0,1194 (1,8567)	-0,0725 (1,3777)	0,0490 (1,2077)
		0,05	-0,3009 (2,0067)	-0,0488 (1,2108)	0,0474 (1,1627)
		0,10	-0,0940 (1,7170)	0,0203 (0,9484)	-0,0217 (0,9904)

EK-7. Senaryo I için parametreye ilişkin ortalama tahmin edilen yanlar ve ortalama standart hatalar* (n=250)

Yöntemler	ρ	Olay oranı	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$
LR	0,25	0,01	-1,7593	0,1052	0,3009
			(5,1198)	(1,0331)	(1,2909)
		0,05	-0.3300	0.0137	0.0586
			(1,1734)	(0,3479)	(0,3667)
		0,10	-0,1540	0,0112	0,0286
			(0,8020)	(0,2496)	(0,2575)
	0,90	0,01	-2,7615	-0,7375	1,0783
			(8,0034)	(2,8464)	(3,3954)
		0,05	-0,5820	-0,2052	0,2689
			(1,7547)	(0,9043)	(0,9489)
		0,10	-0,3149	-0,1124	0,1474
			(1,1078)	(0,6321)	(0,6422)
RLR	0,25	0,01	-1,6505	0,0981	0,2756
			(4,9594)	(1,0150)	(1,2575)
		0,05	-0.2442	0.0083	0.0342
			(1,1782)	(0,3467)	(0,3648)
		0,10	-0,0410	0,0039	-0,0043
			(0,8093)	(0,2494)	(0,2542)
	0,90	0,01	-2,6317	-0,6908	1,0174
			(7,7939)	(2,7860)	(3,3193)
		0,05	-0,4851	-0,1635	0,2155
			(1,7572)	(0,9058)	(0,9528)
		0,10	-0,2207	-0,0703	0,0938
			(1,1172)	(0,6380)	(0,6512)
FLR	0,25	0,01	0,0066	0,0217	0,0284
			(1,9195)	(0,6747)	(0,6724)
		0,05	-0.0496	0.0003	0.0094
			(1,0550)	(0,3286)	(0,3386)
		0,10	0,0009	0,0021	-0,0038
			(0,7540)	(0,2406)	(0,2450)
	0,90	0,01	-0,0645	-0,0494	0,1080
			(2,4109)	(1,4784)	(1,3933)
		0,05	-0,1215	-0,0667	0,0790
			(1,4659)	(0,8057)	(0,8241)
		0,10	-0,0542	-0,0249	0,0277
			(1,0293)	(0,5985)	(0,6032)
DPLR	0,25	0,01	0,1005	0,0150	0,0028
			(1,9187)	(0,6676)	(0,6689)
		0,05	0.0910	-0.0089	-0.0311
			(1,0744)	(0,3268)	(0,3386)
		0,10	0,1907	-0,0106	-0,0595
			(0,7825)	(0,2403)	(0,2445)
	0,90	0,01	0,0413	-0,0050	0,0515
			(2,4172)	(1,4656)	(1,3908)
		0,05	0,0364	0,0024	-0,0091
			(1,4812)	(0,8110)	(0,8352)
		0,10	0,1090	0,0486	-0,0656
			(1,0500)	(0,6097)	(0,6206)

* Parantez içerisinde gösterilen değerler ortalama standart hatalardır.

EK-7. (devam) Senaryo I için parametreye ilişkin ortalama tahmin edilen yanlar ve standart hatalar* (n=250)

Yöntemler	ρ	Olay oranı	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$
WFLR	0,25	0,01	-0,9938	0,0582	0,1552
			(3,2212)	(0,8314)	(0,9163)
		0,05	-0.1975	0.0028	0.0194
			(1,0974)	(0,3334)	(0,3455)
		0,10	-0,0712	0,0029	-0,0005
			(0,7678)	(0,2420)	(0,2465)
	0,90	0,01	-1,3795	-0,3272	0,4997
			(3,9488)	(1,9285)	(1,9571)
		0,05	-0,3061	-0,0907	0,1119
			(1,5712)	(0,8331)	(0,8595)
		0,10	-0,1426	-0,0330	0,0387
			(1,0488)	(0,6034)	(0,6091)
FLIC	0,25	0,01	-0,4959	0,0217	0,0284
			(1,9473)	(0,6747)	(0,6724)
		0,05	-0.1580	0.0003	0.0094
			(1,0606)	(0,3286)	(0,3386)
		0,10	-0,0470	0,0021	-0,0038
			(0,7563)	(0,2406)	(0,2450)
	0,90	0,01	-0,5480	-0,0494	0,1080
			(2,4120)	(1,4784)	(1,3933)
		0,05	-0,2236	-0,0667	0,0790
			(1,4743)	(0,8057)	(0,8241)
		0,10	-0,0998	-0,0249	0,0277
			(1,0305)	(0,5985)	(0,6032)
FLAC	0,25	0,01	0,0599	-0,0225	-0,1166
			(1,7262)	(0,5695)	(0,6037)
		0,05	-0.0428	-0.0097	-0.0246
			(1,0320)	(0,3158)	(0,3340)
		0,10	-0,0056	-0,0018	-0,0164
			(0,7492)	(0,2376)	(0,2437)
	0,90	0,01	0,2180	0,2309	-0,2810
			(2,2986)	(1,3433)	(1,3526)
		0,05	-0,0742	-0,0060	-0,0031
			(1,4476)	(0,7875)	(0,8159)
		0,10	-0,0482	-0,0038	-0,0013
			(1,0261)	(0,5954)	(0,6025)
MDPLR	0,25	0,01	-0,4083	0,0150	0,0028
			(1,9460)	(0,6676)	(0,6689)
		0,05	-0.0299	-0.0089	-0.0311
			(1,0739)	(0,3268)	(0,3386)
		0,10	0,1256	-0,0106	-0,0595
			(0,7763)	(0,2403)	(0,2445)
	0,90	0,01	-0,4459	-0,0050	0,0515
			(2,4187)	(1,4656)	(1,3908)
		0,05	-0,0722	0,0024	-0,0091
			(1,4874)	(0,8110)	(0,8352)
		0,10	0,0567	0,0486	-0,0656
			(1,0486)	(0,6097)	(0,6206)

* Parantez içerisinde gösterilen değerler ortalama standart hatalardır.

EK-8. Senaryo I için parametreye ilişkin ortalama tahmin edilen yanlar ve ortalama standart hatalar* (n=500)

Yöntemler	ρ	Olay oranı	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$
LR	0,25	0,01	-0.6405 (2,2492)	0.0173 (0,6623)	0.0790 (0,6064)
		0,05	-0,1523 (0,7928)	0,0107 (0,2369)	0,0312 (0,2488)
		0,10	-0,0659 (0,5348)	0,0066 (0,1767)	0,0112 (0,1717)
	0,90	0,01	-1,3137 (3,3221)	-0,3450 (1,5002)	0,4907 (1,5960)
		0,05	-0,2112 (1,0216)	-0,0550 (0,5561)	0,0876 (0,5755)
		0,10	-0.1208 (0,7699)	-0.0408 (0,4242)	0.0562 (0,4423)
RLR	0,25	0,01	-0.5982 (2,2399)	0.0148 (0,6589)	0.0678 (0,6036)
		0,05	-0,0886 (0,8040)	0,0067 (0,2379)	0,0130 (0,2481)
		0,10	0,0140 (0,5481)	0,0015 (0,1782)	-0,0121 (0,1694)
	0,90	0,01	-1,2636 (3,3089)	-0,3250 (1,4938)	0,4651 (1,5902)
		0,05	-0,1499 (1,0346)	-0,0281 (0,5606)	0,0534 (0,5836)
		0,10	-0.0691 (0,7784)	-0.0175 (0,4298)	0.0266 (0,4498)
FLR	0,25	0,01	-0.0024 (1,5778)	-0.0029 (0,5174)	-0.0030 (0,5084)
		0,05	-0,0278 (0,7565)	0,0047 (0,2313)	0,0098 (0,2399)
		0,10	0,0079 (0,5197)	0,0022 (0,1736)	-0,0042 (0,1678)
	0,90	0,01	-0,3008 (2,0599)	-0,1020 (1,1600)	0,1557 (1,1374)
		0,05	-0,0137 (0,9650)	0,0031 (0,5350)	0,0075 (0,5493)
		0,10	0.0013 (0,7436)	-0.0001 (0,4137)	0.0002 (0,4294)
DPLR	0,25	0,01	0.0609 (1,5782)	-0.0070 (0,5150)	-0.0206 (0,5060)
		0,05	0,0830 (0,7868)	-0,0024 (0,2330)	-0,0221 (0,2419)
		0,10	0,1483 (0,5596)	-0,0070 (0,1762)	-0,0453 (0,1690)
	0,90	0,01	-0,2288 (2,0609)	-0,0721 (1,1552)	0,1175 (1,1354)
		0,05	0,0956 (0,9919)	0,0514 (0,5444)	-0,0537 (0,5657)
		0,10	0.0967 (0,7615)	0.0430 (0,4243)	-0.0544 (0,4442)

* Parantez içerisinde gösterilen değerler ortalama standart hatalardır.

EK-8. (devam) Senaryo I için parametreye ilişkin ortalama tahmin edilen yanlar ve ortalama standart hatalar* (n=500)

Yöntemler	ρ	Olay oranı	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$
WFLR	0,25	0,01	-0.4019 (1,7986)	0.0062 (0,5418)	0.0323 (0,5474)
		0,05	-0,0916 (0,7690)	0,0055 (0,2324)	0,0125 (0,2416)
		0,10	-0,0261 (0,5240)	0,0025 (0,1740)	-0,0031 (0,1683)
	0,90	0,01	-0,8335 (2,5591)	-0,1957 (1,2957)	0,2821 (1,3084)
		0,05	-0,0907 (0,9822)	-0,0043 (0,5396)	0,0174 (0,5550)
		0,10	-0.0389 (0,7502)	-0.0030 (0,4154)	0.0041 (0,4315)
FLIC	0,25	0,01	-0.3034 (1,6120)	-0.0029 (0,5174)	-0.0030 (0,5084)
		0,05	-0,0796 (0,7591)	0,0047 (0,2313)	0,0098 (0,2399)
		0,10	-0,0156 (0,5205)	0,0022 (0,1736)	-0,0042 (0,1678)
	0,90	0,01	-0,5910 (2,0812)	-0,1020 (1,1600)	0,1557 (1,1374)
		0,05	-0,0634 (0,9667)	0,0031 (0,5350)	0,0075 (0,5493)
		0,10	-0.0210 (0,7441)	-0.0001 (0,4137)	0.0002 (0,4294)
FLAC	0,25	0,01	0.0573 (1,4511)	-0.0292 (0,4586)	-0.1020 (0,4719)
		0,05	-0,0253 (0,7497)	0,0000 (0,2274)	-0,0064 (0,2382)
		0,10	0,0027 (0,5184)	0,0006 (0,1726)	-0,0098 (0,1675)
	0,90	0,01	-0,0695 (1,9593)	0,0919 (1,0831)	-0,1119 (1,1057)
		0,05	0,0062 (0,9604)	0,0306 (0,5311)	-0,0305 (0,5483)
		0,10	0.0014 (0,7429)	0.0090 (0,4130)	-0.0123 (0,4295)
MDPLR	0,25	0,01	-0.2450 (1,6115)	-0.0070 (0,5150)	-0.0206 (0,5060)
		0,05	0,0211 (0,7830)	-0,0024 (0,2330)	-0,0221 (0,2419)
		0,10	0,1120 (0,5518)	-0,0070 (0,1762)	-0,0453 (0,1690)
	0,90	0,01	-0,5217 (2,0823)	-0,0721 (1,1552)	0,1175 (1,1354)
		0,05	0,0412 (0,9912)	0,0514 (0,5444)	-0,0537 (0,5657)
		0,10	0.0705 (0,7604)	0.0430 (0,4243)	-0.0544 (0,4442)

* Parantez içerisinde gösterilen değerler ortalama standart hatalardır.

EK-9. Senaryo I için ortalama kestirilen olasılık yanlar ve ilgili standart hatalar ile RMSE değerleri (n=50)

Yöntemler	ρ	Olay oranı	Kestirilen olasılık Yan	Kestirilen olasılık Standart hata	RMSE
LR	0,25	0,01	-	-	-
		0,05	2454,6963	1,2450	72,8585
		0,10	-1322,9841	1,9301	86,8296
	0,90	0,01	-	-	-
		0,05	6843,3439	1,2863	82,7404
		0,10	451,6561	1,8026	90,1991
RLR	0,25	0,01	-	-	-
		0,05	3370,4193	1,2594	70,6860
		0,10	82,1866	1,9515	85,3250
	0,90	0,01	-	-	-
		0,05	7267,1097	1,2918	80,4623
		0,10	1106,6938	1,8121	88,2797
FLR	0,25	0,01	-	-	-
		0,05	22989,6092	1,1379	68,9443
		0,10	16131,8920	1,8074	80,0294
	0,90	0,01	-	-	-
		0,05	25115,9748	1,1743	75,7583
		0,10	15570,5056	1,6945	81,0603
DPLR	0,25	0,01	-	-	-
		0,05	24753,5614	1,1702	67,8469
		0,10	18819,7734	1,8501	79,7065
	0,90	0,01	-	-	-
		0,05	26117,4961	1,1883	74,2813
		0,10	17026,5982	1,7147	80,0086
WFLR	0,25	0,01	-	-	-
		0,05	359,7200	1,1355	57,1968
		0,10	-6599,0362	1,8053	74,6322
	0,90	0,01	-	-	-
		0,05	2293,7342	1,1709	63,4589
		0,10	-7309,0155	1,6905	76,4289
FLIC	0,25	0,01	-	-	-
		0,05	2454,6971	1,2450	57,4791
		0,10	-1322,9830	1,9301	76,2686
	0,90	0,01	-	-	-
		0,05	6843,3450	1,2863	64,7471
		0,10	451,6577	1,8026	78,1747
FLAC	0,25	0,01	-	-	-
		0,05	2454,6962	1,2450	56,5111
		0,10	-1322,9847	1,9301	76,0905
	0,90	0,01	-	-	-
		0,05	6843,3441	1,2863	64,2692
		0,10	451,6561	1,8026	78,2950
DPLR	0,25	0,01	-	-	-
		0,05	2454,6973	1,2450	55,8599
		0,10	-1322,9827	1,9301	75,3048
	0,90	0,01	-	-	-
		0,05	6843,3450	1,2863	63,2761
		0,10	451,6576	1,8026	77,1757

EK-10. Senaryo I için ortalama kestirilen olasılık yanlar ve ilgili standart hatalar ile RMSE değerleri (n=100)

Yöntemler	ρ	Olay oranı	Kestirilen olasılık Yan	Kestirilen olasılık Standart hata	RMSE
LR	0,25	0,01	5138,4985	0,6914	34,0507
		0,05	-1209,0376	2,0396	53,6093
		0,10	-1057,2707	2,7954	62,2654
	0,90	0,01	5501,0431	0,6946	41,4551
		0,05	-12,9659	1,9091	55,5494
		0,10	-533,3918	2,6360	62,8205
RLR	0,25	0,01	5247,6968	0,6950	33,4390
		0,05	-651,2658	2,0611	52,7520
		0,10	80,5111	2,8212	61,6024
	0,90	0,01	5555,8041	0,6960	40,7840
		0,05	243,9650	1,9161	54,8173
		0,10	-31,7889	2,6451	62,2965
FLR	0,25	0,01	17649,4288	0,6451	39,1610
		0,05	9592,3431	1,9529	52,0324
		0,10	7959,3874	2,7039	59,9555
	0,90	0,01	17273,9765	0,6202	43,4265
		0,05	9623,1339	1,8189	52,2505
		0,10	7293,6955	2,5500	59,5296
DPLR	0,25	0,01	17870,5589	0,6537	38,6851
		0,05	10703,5822	1,9983	51,3183
		0,10	10159,9818	2,7571	59,9807
	0,90	0,01	17411,3115	0,6247	42,9115
		0,05	10216,6609	1,8354	51,5827
		0,10	8369,3767	2,5691	59,4979
WFLR	0,25	0,01	6102,0493	0,6466	27,6143
		0,05	-1980,3854	1,9503	47,2756
		0,10	-3674,3967	2,7006	57,7580
	0,90	0,01	5679,0273	0,6198	31,2916
		0,05	-1968,9868	1,8154	48,1213
		0,10	-4379,4701	2,5461	58,0652
FLIC	0,25	0,01	5138,4986	0,6914	23,0221
		0,05	-1209,0369	2,0396	47,7590
		0,10	-1057,2693	2,7954	58,5796
	0,90	0,01	5501,0435	0,6946	27,3464
		0,05	-12,9649	1,9091	48,8645
		0,10	-533,3903	2,6360	58,8549
FLAC	0,25	0,01	5138,4983	0,6914	20,7282
		0,05	-1209,0382	2,0396	47,0270
		0,10	-1057,2714	2,7954	58,4483
	0,90	0,01	5501,0433	0,6946	25,4463
		0,05	-12,9660	1,9091	48,8433
		0,10	-533,3919	2,6360	59,0542
MDPLR	0,25	0,01	5138,4986	0,6914	22,5042
		0,05	-1209,0370	2,0396	46,8426
		0,10	-1057,2693	2,7954	58,3826
	0,90	0,01	5501,0435	0,6946	26,8862
		0,05	-12,9650	1,9091	48,3656
		0,10	-533,3900	2,6360	59,0174

EK-11. Senaryo I için ortalama kestirilen olasılık yanlar ve ilgili standart hatalar ile RMSE değerleri (n=250)

Yöntemler	ρ	Olay oranı	Kestirilen olasılık Yan	Kestirilen olasılık Standart hata	RMSE
LR	0,25	0,01	771,4360	1,3460	21,2810
		0,05	-844,5630	3,2200	32,6002
		0,10	-491,9314	4,5190	38,7265
	0,90	0,01	1074,7071	1,4130	25,3942
		0,05	457,2908	3,1480	35,6482
		0,10	-742,7168	4,2687	39,7820
RLR	0,25	0,01	827,2045	1,3526	21,0647
		0,05	-503,3618	3,2497	32,4506
		0,10	307,6017	4,5721	38,8004
	0,90	0,01	1105,6063	1,4170	25,1622
		0,05	610,6493	3,1581	35,5037
		0,10	-479,3351	4,2756	39,8703
FLR	0,25	0,01	5998,1808	1,3163	23,0853
		0,05	3618,5879	3,1655	32,2552
		0,10	3206,5163	4,4606	38,1462
	0,90	0,01	6018,5028	1,3651	25,9948
		0,05	4419,0944	3,0903	34,8837
		0,10	2435,7207	4,2210	38,9930
DPLR	0,25	0,01	6112,6519	1,3309	22,7981
		0,05	4290,8609	3,2290	32,2187
		0,10	4741,4871	4,5736	38,9697
	0,90	0,01	6092,3426	1,3748	25,6759
		0,05	4748,3342	3,1119	34,7788
		0,10	2977,1764	4,2360	39,4526
WFLR	0,25	0,01	1305,5853	1,3167	18,3727
		0,05	-1101,3552	3,1637	30,9405
		0,10	-1531,3160	4,4594	37,6994
	0,90	0,01	1333,4360	1,3639	21,3396
		0,05	-303,7393	3,0881	33,6061
		0,10	-2309,3939	4,2200	38,8557
FLIC	0,25	0,01	771,4361	1,3460	17,0511
		0,05	-844,5622	3,2200	31,1086
		0,10	-491,9301	4,5190	37,9283
	0,90	0,01	1074,7074	1,4130	20,2380
		0,05	457,2918	3,1480	33,9483
		0,10	-742,7155	4,2687	38,9751
FLAC	0,25	0,01	771,4357	1,3460	15,5133
		0,05	-844,5637	3,2200	30,8765
		0,10	-491,9321	4,5190	37,9706
	0,90	0,01	1074,7071	1,4130	19,2721
		0,05	457,2906	3,1480	33,9786
		0,10	-742,7170	4,2687	39,0917
MDPLR	0,25	0,01	771,4361	1,3460	16,7634
		0,05	-844,5624	3,2200	31,0559
		0,10	-491,9302	4,5190	38,7577
	0,90	0,01	1074,7074	1,4130	19,9679
		0,05	457,2918	3,1480	33,9582
		0,10	-742,7152	4,2687	39,5924

EK-12. Senaryo I için ortalama kestirilen olasılık yanlar ve ilgili standart hatalar ile RMSE değerleri (n=500)

Yöntemler	ρ	Olay oranı	Kestirilen olasılık		RMSE
			Yan	Standart hata	
LR	0,25	0,01	165,7085	2,1163	14,3646
		0,05	480,7711	4,7795	23,5700
		0,10	-65,8212	6,1636	27,2251
	0,90	0,01	79,9223	2,1191	17,8227
		0,05	446,8403	4,4969	25,0393
		0,10	-429,8940	6,1294	28,2303
RLR	0,25	0,01	201,4648	2,1267	14,2623
		0,05	737,5746	4,8159	23,5505
		0,10	521,2343	6,2367	27,4308
	0,90	0,01	97,0872	2,1235	17,7175
		0,05	554,0288	4,5071	25,0912
		0,10	-278,2654	6,1275	28,4164
FLR	0,25	0,01	2862,4753	2,0943	15,4000
		0,05	2726,9682	4,7429	23,5626
		0,10	1788,6108	6,1233	27,0402
	0,90	0,01	2609,8172	2,0804	18,1761
		0,05	2452,4318	4,4573	24,8196
		0,10	1169,2780	6,0954	27,9794
DPLR	0,25	0,01	2934,6912	2,1159	15,2288
		0,05	3227,1608	4,8245	23,7028
		0,10	2912,7518	6,2900	27,9699
	0,90	0,01	2649,0925	2,0905	17,9904
		0,05	2673,3279	4,4792	25,0051
		0,10	1476,2583	6,0932	28,4648
WFLR	0,25	0,01	496,7652	2,0923	13,3784
		0,05	348,0370	4,7421	22,9196
		0,10	-595,5991	6,1229	26,8667
	0,90	0,01	249,3283	2,0792	16,1081
		0,05	72,6542	4,4564	24,3878
		0,10	-1216,7726	6,0950	28,0066
FLIC	0,25	0,01	165,7086	2,1163	12,9599
		0,05	480,7715	4,7795	22,9967
		0,10	-65,8199	6,1636	26,9418
	0,90	0,01	79,9225	2,1191	15,7877
		0,05	446,8414	4,4969	24,4877
		0,10	-429,8925	6,1294	28,0297
FLAC	0,25	0,01	165,7081	2,1163	12,1473
		0,05	480,7699	4,7795	22,8867
		0,10	-65,8222	6,1636	26,9624
	0,90	0,01	79,9222	2,1191	15,2456
		0,05	446,8400	4,4969	24,5374
		0,10	-429,8943	6,1294	28,0902
MDPLR	0,25	0,01	165,7085	2,1163	12,7855
		0,05	480,7716	4,7795	23,1568
		0,10	-65,8203	6,1636	27,9871
	0,90	0,01	79,9225	2,1191	15,6342
		0,05	446,8414	4,4969	24,7683
		0,10	-429,8926	6,1294	28,6355

EK-13. Senaryo II için ortalama parametre tahminleri ve ortalama standart hatalar* (n=100)

Yöntemler	ρ	Olay oranı	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	$\hat{\beta}_5$
LR	0,25	0,01	-	-	-	-	-	-
		0,05	-24,2330 (13,7482)	-0,1023 (0,4202)	0,2739 (0,4390)	0,3004 (0,4214)	0,4992 (0,4986)	0,7167 (0,5048)
		0,10	-18,6529 (9,1325)	-0,0883 (0,2645)	0,1960 (0,2464)	0,2273 (0,2732)	0,4111 (0,3151)	0,5927 (0,3489)
	0,90	0,01	-	-	-	-	-	-
		0,05	-27,4656 (15,9504)	-1,3239 (1,2088)	1,4384 (1,2320)	0,2270 (0,4486)	0,4847 (0,4794)	0,7508 (0,5720)
		0,10	-20,8624 (10,4734)	-1,0407 (0,7218)	1,1306 (0,7116)	0,1832 (0,2765)	0,3775 (0,3224)	0,5977 (0,3852)
RLR	0,25	0,01	-	-	-	-	-	-
		0,05	-17,4042 (7,4830)	-0,0589 (0,2586)	0,1973 (0,2684)	0,2124 (0,2643)	0,3516 (0,2868)	0,5087 (0,2963)
		0,10	-14,0677 (5,6235)	-0,0595 (0,1799)	0,1487 (0,1701)	0,1688 (0,1857)	0,3036 (0,1976)	0,4429 (0,2307)
	0,90	0,01	-	-	-	-	-	-
		0,05	-19,8896 (8,6182)	-0,9484 (0,7439)	1,0466 (0,7665)	0,1588 (0,2755)	0,3449 (0,2920)	0,5383 (0,3304)
		0,10	-15,9709 (6,6604)	-0,7827 (0,4766)	0,8588 (0,4862)	0,1382 (0,1857)	0,2869 (0,2148)	0,4523 (0,2586)
FLR	0,25	0,01	-	-	-	-	-	-
		0,05	-10,5034 (1,9085)	-0,0368 (0,1241)	0,1126 (0,1229)	0,1271 (0,1286)	0,2136 (0,1251)	0,3069 (0,1200)
		0,10	-10,8468 (2,2577)	-0,0452 (0,1211)	0,1139 (0,1132)	0,1294 (0,1224)	0,2357 (0,1210)	0,3425 (0,1236)
	0,90	0,01	-	-	-	-	-	-
		0,05	-11,1660 (1,9244)	-0,5237 (0,2915)	0,5764 (0,2798)	0,0880 (0,1257)	0,1956 (0,1247)	0,2996 (0,1189)
		0,10	-11,5696 (2,3174)	-0,5719 (0,2764)	0,6250 (0,2704)	0,1006 (0,1213)	0,2087 (0,1228)	0,3280 (0,1300)
DPLR	0,25	0,01	-	-	-	-	-	-
		0,05	-9,3422 (1,6997)	-0,0310 (0,1095)	0,0998 (0,1097)	0,1115 (0,1119)	0,1864 (0,1090)	0,2683 (0,1029)
		0,10	-9,0867 (2,0056)	-0,0358 (0,0991)	0,0948 (0,0945)	0,1067 (0,1007)	0,1938 (0,1011)	0,2819 (0,1043)
	0,90	0,01	-	-	-	-	-	-
		0,05	-10,1782 (1,7221)	-0,4714 (0,2612)	0,5209 (0,2542)	0,0793 (0,1130)	0,1761 (0,1116)	0,2699 (0,1058)
		0,10	-9,9475 (1,9953)	-0,4831 (0,2322)	0,5299 (0,2307)	0,0853 (0,1003)	0,1776 (0,1039)	0,2779 (0,1090)

* Parantez içerisinde gösterilen değerler ortalama standart hatalardır.

EK-13. (devam) Senaryo II için ortalama parametre tahminleri ve ortalama standart hatalar* (n=100)

Yöntemler	ρ	Olay oranı	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	$\hat{\beta}_5$
WFLR	0,25	0,01	-	-	-	-	-	-
		0,05	-13,3102 (3,8019)	-0,0412 (0,1703)	0,1378 (0,1726)	0,1515 (0,1796)	0,2555 (0,1880)	0,3675 (0,1781)
		0,10	-12,1269 (2,9276)	-0,0483 (0,1384)	0,1214 (0,1286)	0,1360 (0,1386)	0,2517 (0,1389)	0,3627 (0,1414)
	0,90	0,01	-	-	-	-	-	-
		0,05	-14,0770 (3,7733)	-0,6273 (0,4275)	0,6934 (0,4188)	0,1031 (0,1794)	0,2313 (0,1735)	0,3576 (0,1729)
		0,10	-12,9085 (3,0693)	-0,6048 (0,3168)	0,6627 (0,3104)	0,1067 (0,1387)	0,2209 (0,1424)	0,3465 (0,1507)
FLIC	0,25	0,01	-	-	-	-	-	-
		0,05	-10,9316 (1,8531)	-0,0368 (0,1241)	0,1126 (0,1229)	0,1271 (0,1286)	0,2136 (0,1251)	0,3069 (0,1200)
		0,10	-11,1051 (2,2421)	-0,0452 (0,1211)	0,1139 (0,1132)	0,1294 (0,1224)	0,2357 (0,1210)	0,3425 (0,1236)
	0,90	0,01	-	-	-	-	-	-
		0,05	-11,5807 (1,8838)	-0,5237 (0,2915)	0,5764 (0,2798)	0,0880 (0,1257)	0,1956 (0,1247)	0,2996 (0,1189)
		0,10	-11,8293 (2,3067)	-0,5719 (0,2764)	0,6250 (0,2704)	0,1006 (0,1213)	0,2087 (0,1228)	0,3280 (0,1300)
FLAC	0,25	0,01	-	-	-	-	-	-
		0,05	-10,7156 (1,8641)	-0,0355 (0,1197)	0,1099 (0,1189)	0,1238 (0,1242)	0,2090 (0,1213)	0,3002 (0,1173)
		0,10	-10,9917 (2,2455)	-0,0451 (0,1188)	0,1124 (0,1109)	0,1281 (0,1204)	0,2334 (0,1192)	0,3388 (0,1227)
	0,90	0,01	-	-	-	-	-	-
		0,05	-11,3752 (1,9079)	-0,5137 (0,2830)	0,5646 (0,2722)	0,0868 (0,1216)	0,1911 (0,1214)	0,2941 (0,1163)
		0,10	-11,7248 (2,3132)	-0,5665 (0,2724)	0,6192 (0,2670)	0,0995 (0,1194)	0,2069 (0,1212)	0,3250 (0,1289)
MDPLR	0,25	0,01	-	-	-	-	-	-
		0,05	-9,7882 (1,6602)	-0,0310 (0,1095)	0,0998 (0,1097)	0,1115 (0,1119)	0,1864 (0,1090)	0,2683 (0,1029)
		0,10	-9,3792 (1,9909)	-0,0358 (0,0991)	0,0948 (0,0945)	0,1067 (0,1007)	0,1938 (0,1011)	0,2819 (0,1043)
	0,90	0,01	-	-	-	-	-	-
		0,05	-10,6052 (1,6932)	-0,4714 (0,2612)	0,5209 (0,2542)	0,0793 (0,1130)	0,1761 (0,1116)	0,2699 (0,1058)
		0,10	-10,2307 (1,9849)	-0,4831 (0,2322)	0,5299 (0,2307)	0,0853 (0,1003)	0,1776 (0,1039)	0,2779 (0,1090)

* Parantez içerisinde gösterilen değerler ortalama standart hatalardır.

EK-14. Senaryo II için ortalama parametre tahminleri ve standart hatalar* (n=250)

Yöntemler	ρ	Olay oranı	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	$\hat{\beta}_5$
LR	0,25	0,01	-25,5862	-0,0865	0,2591	0,2445	0,4944	0,6729
			(17,0519)	(0,4237)	(0,4281)	(0,4192)	(0,5673)	(0,5599)
		0,05	-14,3349	-0,0640	0,1374	0,1642	0,2892	0,4212
			(5,4128)	(0,1499)	(0,1489)	(0,1495)	(0,1522)	(0,1966)
		0,10	-11,6621	-0,0504	0,1148	0,1388	0,2559	0,3662
			(2,3302)	(0,0797)	(0,0786)	(0,0812)	(0,0938)	(0,0963)
	0,90	0,01	-30,1027	-1,2669	1,3856	0,2290	0,5041	0,7222
			(26,2552)	(1,4799)	(1,4069)	(0,5554)	(0,7204)	(0,7669)
		0,05	-16,7629	-0,7896	0,8535	0,1380	0,2918	0,4421
			(6,7553)	(0,4406)	(0,4442)	(0,1547)	(0,1998)	(0,2241)
		0,10	-13,5439	-0,6614	0,7173	0,1212	0,2490	0,3810
			(3,0939)	(0,2459)	(0,2510)	(0,0932)	(0,1057)	(0,1182)
RLR	0,25	0,01	-20,7960	-0,0612	0,2143	0,1976	0,3909	0,5414
			(11,1323)	(0,3006)	(0,3138)	(0,3035)	(0,3815)	(0,3846)
		0,05	-12,7201	-0,0529	0,1214	0,1437	0,2538	0,3692
			(4,2997)	(0,1266)	(0,1285)	(0,1251)	(0,1260)	(0,1598)
		0,10	-10,4840	-0,0439	0,1024	0,1237	0,2281	0,3261
			(2,0561)	(0,0694)	(0,0703)	(0,0724)	(0,0836)	(0,0849)
	0,90	0,01	-24,2303	-1,0125	1,1227	0,1834	0,3963	0,5727
			(16,1670)	(1,0246)	(0,9874)	(0,3911)	(0,4527)	(0,4892)
		0,05	-14,6805	-0,6848	0,7438	0,1202	0,2515	0,3835
			(4,9979)	(0,3459)	(0,3631)	(0,1300)	(0,1504)	(0,1750)
		0,10	-12,0022	-0,5811	0,6317	0,1065	0,2188	0,3348
			(2,5526)	(0,2119)	(0,2215)	(0,0815)	(0,0904)	(0,0970)
FLR	0,25	0,01	-11,5307	-0,0368	0,1148	0,1114	0,2108	0,2945
			(1,9984)	(0,1276)	(0,1281)	(0,1238)	(0,1234)	(0,1172)
		0,05	-11,2616	-0,0485	0,1066	0,1271	0,2270	0,3291
			(2,2359)	(0,1021)	(0,0945)	(0,0971)	(0,0963)	(0,1041)
		0,10	-10,3102	-0,0443	0,1013	0,1224	0,2257	0,3229
			(1,6715)	(0,0689)	(0,0675)	(0,0697)	(0,0764)	(0,0765)
	0,90	0,01	-12,4450	-0,5178	0,5664	0,0894	0,1998	0,2922
			(1,9281)	(0,2798)	(0,2638)	(0,1284)	(0,1264)	(0,1226)
		0,05	-12,6227	-0,5936	0,6423	0,1048	0,2178	0,3302
			(2,4748)	(0,2494)	(0,2474)	(0,1030)	(0,1086)	(0,1100)
		0,10	-11,6800	-0,5692	0,6175	0,1042	0,2138	0,3278
			(2,0339)	(0,1937)	(0,1950)	(0,0776)	(0,0831)	(0,0879)
DPLR	0,25	0,01	-10,8889	-0,0327	0,1074	0,1029	0,1966	0,2746
			(1,8982)	(0,1194)	(0,1199)	(0,1158)	(0,1159)	(0,1105)
		0,05	-9,9481	-0,0398	0,0930	0,1101	0,1968	0,2854
			(2,0209)	(0,0879)	(0,0842)	(0,0849)	(0,0844)	(0,0913)
		0,10	-8,9026	-0,0367	0,0863	0,1041	0,1920	0,2744
			(1,5195)	(0,0576)	(0,0584)	(0,0602)	(0,0670)	(0,0672)
	0,90	0,01	-11,8305	-0,4882	0,5354	0,0842	0,1876	0,2750
			(1,7734)	(0,2646)	(0,2519)	(0,1213)	(0,1184)	(0,1139)
		0,05	-11,1759	-0,5173	0,5621	0,0913	0,1895	0,2884
			(2,2456)	(0,2177)	(0,2238)	(0,0893)	(0,0944)	(0,0968)
		0,10	-10,0279	-0,4816	0,5238	0,0883	0,1811	0,2778
			(1,7603)	(0,1649)	(0,1719)	(0,0662)	(0,0702)	(0,0733)

* Parantez içerisinde gösterilen değerler ortalama standart hatalardır.

EK-14. (devam) Senaryo II için ortalama parametre tahminleri ve ortalama standart hatalar* (n=250)

Yöntemler	ρ	Olay oranı	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	$\hat{\beta}_5$
WFLR	0,25	0,01	-15,8015	-0,0486	0,1536	0,1473	0,2801	0,3948
			(4,6214)	(0,1953)	(0,1948)	(0,1971)	(0,2008)	(0,2122)
		0,05	-12,0295	-0,0498	0,1102	0,1321	0,2355	0,3405
			(2,7495)	(0,1090)	(0,1021)	(0,1044)	(0,1053)	(0,1155)
		0,10	-10,6292	-0,0445	0,1021	0,1235	0,2277	0,3259
			(1,7602)	(0,0701)	(0,0687)	(0,0706)	(0,0780)	(0,0782)
	0,90	0,01	-17,2055	-0,6954	0,7613	0,1227	0,2689	0,3900
			(5,4428)	(0,5194)	(0,4865)	(0,2112)	(0,2109)	(0,2199)
		0,05	-13,4709	-0,6147	0,6655	0,1091	0,2253	0,3409
			(2,8390)	(0,2690)	(0,2679)	(0,1112)	(0,1168)	(0,1196)
		0,10	-12,0394	-0,5740	0,6227	0,1049	0,2156	0,3304
			(2,1367)	(0,1971)	(0,1984)	(0,0789)	(0,0850)	(0,0894)
FLIC	0,25	0,01	-12,1847	-0,0368	0,1148	0,1114	0,2108	0,2945
			(1,9292)	(0,1276)	(0,1281)	(0,1238)	(0,1234)	(0,1172)
		0,05	-11,4801	-0,0485	0,1066	0,1271	0,2270	0,3291
			(2,2519)	(0,1021)	(0,0945)	(0,0971)	(0,0963)	(0,1041)
		0,10	-10,4115	-0,0443	0,1013	0,1224	0,2257	0,3229
			(1,6757)	(0,0689)	(0,0675)	(0,0697)	(0,0764)	(0,0765)
	0,90	0,01	-13,0726	-0,5178	0,5664	0,0894	0,1998	0,2922
			(1,8602)	(0,2798)	(0,2638)	(0,1284)	(0,1264)	(0,1226)
		0,05	-12,8445	-0,5936	0,6423	0,1048	0,2178	0,3302
			(2,4853)	(0,2494)	(0,2474)	(0,1030)	(0,1086)	(0,1100)
		0,10	-11,7872	-0,5692	0,6175	0,1042	0,2138	0,3278
			(2,0410)	(0,1937)	(0,1950)	(0,0776)	(0,0831)	(0,0879)
FLAC	0,25	0,01	-11,4763	-0,0345	0,1057	0,1032	0,1950	0,2732
			(1,9643)	(0,1155)	(0,1169)	(0,1118)	(0,1134)	(0,1118)
		0,05	-11,2737	-0,0476	0,1041	0,1248	0,2224	0,3222
			(2,2362)	(0,0992)	(0,0919)	(0,0945)	(0,0944)	(0,1024)
		0,10	-10,3323	-0,0439	0,1003	0,1214	0,2237	0,3202
			(1,6663)	(0,0681)	(0,0668)	(0,0689)	(0,0758)	(0,0759)
	0,90	0,01	-12,4157	-0,4847	0,5306	0,0841	0,1867	0,2752
			(1,9143)	(0,2595)	(0,2463)	(0,1168)	(0,1167)	(0,1157)
		0,05	-12,6408	-0,5831	0,6306	0,1030	0,2142	0,3244
			(2,4802)	(0,2454)	(0,2436)	(0,1006)	(0,1065)	(0,1081)
		0,10	-11,7020	-0,5647	0,6125	0,1032	0,2121	0,3253
			(2,0306)	(0,1917)	(0,1931)	(0,0767)	(0,0824)	(0,0872)
MDPLR	0,25	0,01	-11,5528	-0,0327	0,1074	0,1029	0,1966	0,2746
			(1,8442)	(0,1194)	(0,1199)	(0,1158)	(0,1159)	(0,1105)
		0,05	-10,1988	-0,0398	0,0930	0,1101	0,1968	0,2854
			(2,0310)	(0,0879)	(0,0842)	(0,0849)	(0,0844)	(0,0913)
		0,10	-9,0482	-0,0367	0,0863	0,1041	0,1920	0,2744
			(1,5135)	(0,0576)	(0,0584)	(0,0602)	(0,0670)	(0,0672)
	0,90	0,01	-12,4645	-0,4882	0,5354	0,0842	0,1876	0,2750
			(1,7168)	(0,2646)	(0,2519)	(0,1213)	(0,1184)	(0,1139)
		0,05	-11,4235	-0,5173	0,5621	0,0913	0,1895	0,2884
			(2,2492)	(0,2177)	(0,2238)	(0,0893)	(0,0944)	(0,0968)
		0,10	-10,1744	-0,4816	0,5238	0,0883	0,1811	0,2778
			(1,7571)	(0,1649)	(0,1719)	(0,0662)	(0,0702)	(0,0733)

* Parantez içerisinde gösterilen değerler ortalama standart hatalardır.

EK-15. Senaryo II için ortalama parametre tahminleri ve ortalama standart hatalar* (n=500)

Yöntemler	ρ	Olay oranı	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	$\hat{\beta}_5$
LR	0,25	0,01	-16,8365	-0,0613	0,1452	0,1299	0,2673	0,4382
			(11,9553)	(0,3007)	(0,2150)	(0,2790)	(0,2292)	(0,4164)
		0,05	-10,6673	-0,0418	0,1122	0,0841	0,2044	0,3162
			(1,5807)	(0,0606)	(0,0682)	(0,0617)	(0,0668)	(0,0699)
		0,10	-9,5517	-0,0433	0,1085	0,0823	0,1969	0,3069
			(1,1000)	(0,0467)	(0,0470)	(0,0480)	(0,0481)	(0,0546)
	0,90	0,01	-20,8599	-0,8666	0,9460	0,1663	0,3248	0,4772
			(11,1182)	(0,7088)	(0,7133)	(0,2423)	(0,2975)	(0,3223)
		0,05	-13,4158	-0,6063	0,6579	0,1089	0,2339	0,3540
			(2,3640)	(0,1919)	(0,1921)	(0,0734)	(0,0794)	(0,0930)
		0,10	-11,8422	-0,5819	0,6305	0,1048	0,2167	0,3310
			(1,5082)	(0,1289)	(0,1286)	(0,0529)	(0,0584)	(0,0642)
RLR	0,25	0,01	-15,4894	-0,0526	0,1333	0,1168	0,2433	0,3984
			(9,9197)	(0,2628)	(0,1864)	(0,2401)	(0,1976)	(0,3530)
		0,05	-10,0567	-0,0383	0,1050	0,0786	0,1910	0,2953
			(1,4932)	(0,0560)	(0,0647)	(0,0580)	(0,0630)	(0,0653)
		0,10	-8,9792	-0,0402	0,1012	0,0769	0,1837	0,2865
			(1,0468)	(0,0433)	(0,0442)	(0,0449)	(0,0452)	(0,0514)
	0,90	0,01	-19,0102	-0,7816	0,8583	0,1495	0,2927	0,4309
			(8,8358)	(0,6055)	(0,6190)	(0,2035)	(0,2464)	(0,2549)
		0,05	-12,3293	-0,5515	0,5996	0,0989	0,2133	0,3224
			(2,0420)	(0,1697)	(0,1747)	(0,0658)	(0,0718)	(0,0809)
		0,10	-10,8905	-0,5314	0,5764	0,0958	0,1979	0,3023
			(1,3442)	(0,1178)	(0,1205)	(0,0480)	(0,0520)	(0,0573)
FLR	0,25	0,01	-11,6554	-0,0366	0,1003	0,0840	0,1873	0,2993
			(2,0408)	(0,1156)	(0,1121)	(0,1188)	(0,1164)	(0,1170)
		0,05	-9,9045	-0,0387	0,1039	0,0779	0,1895	0,2931
			(1,3090)	(0,0560)	(0,0624)	(0,0569)	(0,0604)	(0,0619)
		0,10	-9,1058	-0,0412	0,1033	0,0783	0,1875	0,2922
			(0,9912)	(0,0444)	(0,0446)	(0,0456)	(0,0452)	(0,0507)
	0,90	0,01	-13,5674	-0,5508	0,6031	0,1041	0,2055	0,3102
			(2,3558)	(0,2792)	(0,2736)	(0,1212)	(0,1199)	(0,1239)
		0,05	-12,1740	-0,5490	0,5958	0,0987	0,2119	0,3205
			(1,8114)	(0,1652)	(0,1643)	(0,0653)	(0,0690)	(0,0780)
		0,10	-11,1593	-0,5477	0,5934	0,0987	0,2039	0,3115
			(1,3184)	(0,1187)	(0,1180)	(0,0495)	(0,0540)	(0,0583)
DPLR	0,25	0,01	-10,9917	-0,0323	0,0936	0,0781	0,1736	0,2774
			(1,9797)	(0,1081)	(0,1060)	(0,1123)	(0,1091)	(0,1107)
		0,05	-9,0369	-0,0339	0,0935	0,0700	0,1701	0,2631
			(1,2416)	(0,0499)	(0,0577)	(0,0518)	(0,0556)	(0,0568)
		0,10	-8,2202	-0,0364	0,0920	0,0699	0,1671	0,2604
			(0,9386)	(0,0393)	(0,0405)	(0,0410)	(0,0412)	(0,0465)
	0,90	0,01	-12,8354	-0,5140	0,5645	0,0970	0,1925	0,2900
			(2,3012)	(0,2633)	(0,2620)	(0,1141)	(0,1137)	(0,1167)
		0,05	-10,8242	-0,4799	0,5221	0,0862	0,1858	0,2808
			(1,6165)	(0,1438)	(0,1487)	(0,0566)	(0,0616)	(0,0676)
		0,10	-9,8256	-0,4763	0,5169	0,0861	0,1775	0,2710
			(1,2345)	(0,1073)	(0,1109)	(0,0432)	(0,0469)	(0,0520)

* Parantez içerisinde gösterilen değerler ortalama standart hatalardır.

EK-15. (devam) Senaryo II için ortalama parametre tahminleri ve standart hatalar* (n=500)

Yöntemler	ρ	Olay oranı	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	$\hat{\beta}_5$
WFLR	0,25	0,01	-13,6669 (5,9061)	-0,0447 (0,1810)	0,1127 (0,1404)	0,0977 (0,1727)	0,2118 (0,1477)	0,3429 (0,2311)
		0,05	-10,1376 (1,3685)	-0,0391 (0,0568)	0,1047 (0,0634)	0,0786 (0,0577)	0,1910 (0,0613)	0,2954 (0,0630)
		0,10	-9,2286 (1,0107)	-0,0413 (0,0447)	0,1035 (0,0448)	0,0785 (0,0459)	0,1879 (0,0455)	0,2930 (0,0510)
	0,90	0,01	-15,9845 (4,4492)	-0,6320 (0,3760)	0,6918 (0,3710)	0,1203 (0,1553)	0,2362 (0,1623)	0,3544 (0,1705)
		0,05	-12,4803 (1,9019)	-0,5542 (0,1689)	0,6015 (0,1683)	0,0995 (0,0665)	0,2137 (0,0702)	0,3236 (0,0797)
		0,10	-11,3145 (1,3490)	-0,5495 (0,1198)	0,5954 (0,1190)	0,0990 (0,0499)	0,2045 (0,0544)	0,3125 (0,0588)
FLIC	0,25	0,01	-12,1427 (2,0250)	-0,0366 (0,1156)	0,1003 (0,1121)	0,0840 (0,1188)	0,1873 (0,1164)	0,2993 (0,1170)
		0,05	-10,0068 (1,3139)	-0,0387 (0,0560)	0,1039 (0,0624)	0,0779 (0,0569)	0,1895 (0,0604)	0,2931 (0,0619)
		0,10	-9,1537 (0,9926)	-0,0412 (0,0444)	0,1033 (0,0446)	0,0783 (0,0456)	0,1875 (0,0452)	0,2922 (0,0507)
	0,90	0,01	-14,0462 (2,3407)	-0,5508 (0,2792)	0,6031 (0,2736)	0,1041 (0,1212)	0,2055 (0,1199)	0,3102 (0,1239)
		0,05	-12,2836 (1,8179)	-0,5490 (0,1652)	0,5958 (0,1643)	0,0987 (0,0653)	0,2119 (0,0690)	0,3205 (0,0780)
		0,10	-11,2104 (1,3201)	-0,5477 (0,1187)	0,5934 (0,1180)	0,0987 (0,0495)	0,2039 (0,0540)	0,3115 (0,0583)
FLAC	0,25	0,01	-11,4922 (2,0039)	-0,0345 (0,1048)	0,0935 (0,1021)	0,0785 (0,1085)	0,1746 (0,1071)	0,2783 (0,1115)
		0,05	-9,8952 (1,3017)	-0,0383 (0,0551)	0,1026 (0,0614)	0,0769 (0,0560)	0,1870 (0,0595)	0,2891 (0,0612)
		0,10	-9,1150 (0,9891)	-0,0410 (0,0441)	0,1028 (0,0443)	0,0779 (0,0453)	0,1865 (0,0450)	0,2907 (0,0505)
	0,90	0,01	-13,3749 (2,3277)	-0,5191 (0,2643)	0,5683 (0,2599)	0,0977 (0,1120)	0,1936 (0,1116)	0,2922 (0,1178)
		0,05	-12,1571 (1,8038)	-0,5428 (0,1634)	0,5890 (0,1625)	0,0975 (0,0642)	0,2094 (0,0681)	0,3168 (0,0771)
		0,10	-11,1669 (1,3166)	-0,5453 (0,1183)	0,5909 (0,1176)	0,0983 (0,0493)	0,2031 (0,0538)	0,3101 (0,0581)
MDPLR	0,25	0,01	-11,4953 (1,9674)	-0,0323 (0,1081)	0,0936 (0,1060)	0,0781 (0,1123)	0,1736 (0,1091)	0,2774 (0,1107)
		0,05	-9,1730 (1,2390)	-0,0339 (0,0499)	0,0935 (0,0577)	0,0700 (0,0518)	0,1701 (0,0556)	0,2631 (0,0568)
		0,10	-8,3056 (0,9337)	-0,0364 (0,0393)	0,0920 (0,0405)	0,0699 (0,0410)	0,1671 (0,0412)	0,2604 (0,0465)
	0,90	0,01	-13,3249 (2,2917)	-0,5140 (0,2633)	0,5645 (0,2620)	0,0970 (0,1141)	0,1925 (0,1137)	0,2900 (0,1167)
		0,05	-10,9677 (1,6114)	-0,4799 (0,1438)	0,5221 (0,1487)	0,0862 (0,0566)	0,1858 (0,0616)	0,2808 (0,0676)
		0,10	-9,9160 (1,2222)	-0,4763 (0,1073)	0,5169 (0,1109)	0,0861 (0,0432)	0,1775 (0,0469)	0,2710 (0,0520)

* Parantez içerisinde gösterilen değerler ortalama standart hatalardır.

EK-16. Senaryo II için parametreye ilişkin ortalama tahmin edilen yanlar ve ortalama standart hatalar* (n=100)

Yöntemler	ρ	Olay oranı	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	$\hat{\beta}_5$
LR	0,25	0,01	-	-	-	-	-	-
		0,05	-13,5641 (13,7482)	-0,0526 (0,4202)	0,1738 (0,4390)	0,1792 (0,4214)	0,2839 (0,4986)	0,4073 (0,5048)
		0,10	-8,7314 (9,1325)	-0,0386 (0,2645)	0,0959 (0,2464)	0,1061 (0,2732)	0,1958 (0,3151)	0,2833 (0,3489)
	0,90	0,01	-	-	-	-	-	-
		0,05	-15,7124 (15,9504)	-0,7895 (1,2088)	0,8679 (1,2320)	0,1303 (0,4486)	0,2814 (0,4794)	0,4409 (0,5720)
		0,10	-9,8564 (10,4734)	-0,5063 (0,7218)	0,5601 (0,7116)	0,0866 (0,2765)	0,1742 (0,3224)	0,2878 (0,3852)
RLR	0,25	0,01	-	-	-	-	-	-
		0,05	-6,7354 (7,4830)	-0,0093 (0,2586)	0,0972 (0,2684)	0,0911 (0,2643)	0,1363 (0,2868)	0,1992 (0,2963)
		0,10	-4,1462 (5,6235)	-0,0099 (0,1799)	0,0486 (0,1701)	0,0476 (0,1857)	0,0882 (0,1976)	0,1334 (0,2307)
	0,90	0,01	-	-	-	-	-	-
		0,05	-8,1363 (8,6182)	-0,4140 (0,7439)	0,4761 (0,7665)	0,0622 (0,2755)	0,1416 (0,2920)	0,2283 (0,3304)
		0,10	-4,9648 (6,6604)	-0,2483 (0,4766)	0,2883 (0,4862)	0,0416 (0,1857)	0,0836 (0,2148)	0,1423 (0,2586)
FLR	0,25	0,01	-	-	-	-	-	-
		0,05	0,1654 (1,9085)	0,0128 (0,1241)	0,0125 (0,1229)	0,0059 (0,1286)	-0,0017 (0,1251)	-0,0025 (0,1200)
		0,10	-0,9252 (2,2577)	0,0045 (0,1211)	0,0138 (0,1132)	0,0081 (0,1224)	0,0204 (0,1210)	0,0331 (0,1236)
	0,90	0,01	-	-	-	-	-	-
		0,05	0,5873 (1,9244)	0,0107 (0,2915)	0,0059 (0,2798)	-0,0086 (0,1257)	-0,0077 (0,1247)	-0,0104 (0,1189)
		0,10	-0,5635 (2,3174)	-0,0375 (0,2764)	0,0545 (0,2704)	0,0040 (0,1213)	0,0054 (0,1228)	0,0180 (0,1300)
DPLR	0,25	0,01	-	-	-	-	-	-
		0,05	1,3266 (1,6997)	0,0187 (0,1095)	-0,0003 (0,1097)	-0,0098 (0,1119)	-0,0290 (0,1090)	-0,0412 (0,1029)
		0,10	0,8349 (2,0056)	0,0139 (0,0991)	-0,0053 (0,0945)	-0,0145 (0,1007)	-0,0216 (0,1011)	-0,0276 (0,1043)
	0,90	0,01	-	-	-	-	-	-
		0,05	1,5751 (1,7221)	0,0630 (0,2612)	-0,0496 (0,2542)	-0,0173 (0,1130)	-0,0272 (0,1116)	-0,0401 (0,1058)
		0,10	1,0585 (1,9953)	0,0513 (0,2322)	-0,0406 (0,2307)	-0,0114 (0,1003)	-0,0257 (0,1039)	-0,0320 (0,1090)

* Parantez içerisinde gösterilen değerler ortalama standart hatalardır.

EK-16. (devam) Senaryo II için parametreye ilişkin ortalama tahmin edilen yanlar ve standart hatalar* (n=100)

Yöntemler	ρ	Olay oranı	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	$\hat{\beta}_5$
WFLR	0,25	0,01	-	-	-	-	-	-
		0,05	-2,6414 (3,8019)	0,0085 (0,1703)	0,0377 (0,1726)	0,0303 (0,1796)	0,0401 (0,1880)	0,0580 (0,1781)
		0,10	-2,2054 (2,9276)	0,0013 (0,1384)	0,0213 (0,1286)	0,0147 (0,1386)	0,0364 (0,1389)	0,0532 (0,1414)
	0,90	0,01	-	-	-	-	-	-
		0,05	-2,3237 (3,7733)	-0,0929 (0,4275)	0,1229 (0,4188)	0,0065 (0,1794)	0,0281 (0,1735)	0,0476 (0,1729)
		0,10	-1,9024 (3,0693)	-0,0703 (0,3168)	0,0922 (0,3104)	0,0101 (0,1387)	0,0176 (0,1424)	0,0366 (0,1507)
FLIC	0,25	0,01	-	-	-	-	-	-
		0,05	-0,2628 (1,8531)	0,0128 (0,1241)	0,0125 (0,1229)	0,0059 (0,1286)	-0,0017 (0,1251)	-0,0025 (0,1200)
		0,10	-1,1835 (2,2421)	0,0045 (0,1211)	0,0138 (0,1132)	0,0081 (0,1224)	0,0204 (0,1210)	0,0331 (0,1236)
	0,90	0,01	-	-	-	-	-	-
		0,05	0,1726 (1,8838)	0,0107 (0,2915)	0,0059 (0,2798)	-0,0086 (0,1257)	-0,0077 (0,1247)	-0,0104 (0,1189)
		0,10	-0,8232 (2,3067)	-0,0375 (0,2764)	0,0545 (0,2704)	0,0040 (0,1213)	0,0054 (0,1228)	0,0180 (0,1300)
FLAC	0,25	0,01	-	-	-	-	-	-
		0,05	-0,0468 (1,8641)	0,0142 (0,1197)	0,0098 (0,1189)	0,0026 (0,1242)	-0,0063 (0,1213)	-0,0093 (0,1173)
		0,10	-1,0701 (2,2455)	0,0046 (0,1188)	0,0123 (0,1109)	0,0069 (0,1204)	0,0180 (0,1192)	0,0293 (0,1227)
	0,90	0,01	-	-	-	-	-	-
		0,05	0,3781 (1,9079)	0,0207 (0,2830)	-0,0059 (0,2722)	-0,0098 (0,1216)	-0,0121 (0,1214)	-0,0159 (0,1163)
		0,10	-0,7187 (2,3132)	-0,0321 (0,2724)	0,0487 (0,2670)	0,0029 (0,1194)	0,0036 (0,1212)	0,0150 (0,1289)
MDPLR	0,25	0,01	-	-	-	-	-	-
		0,05	0,8806 (1,6602)	0,0187 (0,1095)	-0,0003 (0,1097)	-0,0098 (0,1119)	-0,0290 (0,1090)	-0,0412 (0,1029)
		0,10	0,5423 (1,9909)	0,0139 (0,0991)	-0,0053 (0,0945)	-0,0145 (0,1007)	-0,0216 (0,1011)	-0,0276 (0,1043)
	0,90	0,01	-	-	-	-	-	-
		0,05	1,1481 (1,6932)	0,0630 (0,2612)	-0,0496 (0,2542)	-0,0173 (0,1130)	-0,0272 (0,1116)	-0,0401 (0,1058)
		0,10	0,7754 (1,9849)	0,0513 (0,2322)	-0,0406 (0,2307)	-0,0114 (0,1003)	-0,0257 (0,1039)	-0,0320 (0,1090)

* Parantez içerisinde gösterilen değerler ortalama standart hatalardır.

EK-17. Senaryo II için parametreye ilişkin ortalama tahmin edilen yanlar ve ortalama standart hatalar* (n=250)

Yöntemler	ρ	Olay oranı	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	$\hat{\beta}_5$
LR	0,25	0,01	-13,2667	-0,0369	0,1590	0,1233	0,2791	0,3634
			(17,0519)	(0,4237)	(0,4281)	(0,4192)	(0,5673)	(0,5599)
		0,05	-14,3349	-0,0640	0,1374	0,1642	0,2892	0,4212
			(5,4128)	(0,1499)	(0,1489)	(0,1495)	(0,1522)	(0,1966)
		0,10	-11,6621	-0,0504	0,1148	0,1388	0,2559	0,3662
			(2,3302)	(0,0797)	(0,0786)	(0,0812)	(0,0938)	(0,0963)
	0,90	0,01	-30,1027	-1,2669	1,3856	0,2290	0,5041	0,7222
			(26,2552)	(1,4799)	(1,4069)	(0,5554)	(0,7204)	(0,7669)
		0,05	-16,7629	-0,7896	0,8535	0,1380	0,2918	0,4421
			(6,7553)	(0,4406)	(0,4442)	(0,1547)	(0,1998)	(0,2241)
		0,10	-13,5439	-0,6614	0,7173	0,1212	0,2490	0,3810
			(3,0939)	(0,2459)	(0,2510)	(0,0932)	(0,1057)	(0,1182)
RLR	0,25	0,01	-8,4766	-0,0115	0,1142	0,0763	0,1756	0,2320
			(11,1323)	(0,3006)	(0,3138)	(0,3035)	(0,3815)	(0,3846)
		0,05	-12,7201	-0,0529	0,1214	0,1437	0,2538	0,3692
			(4,2997)	(0,1266)	(0,1285)	(0,1251)	(0,1260)	(0,1598)
		0,10	-10,4840	-0,0439	0,1024	0,1237	0,2281	0,3261
			(2,0561)	(0,0694)	(0,0703)	(0,0724)	(0,0836)	(0,0849)
	0,90	0,01	-24,2303	-1,0125	1,1227	0,1834	0,3963	0,5727
			(16,1670)	(1,0246)	(0,9874)	(0,3911)	(0,4527)	(0,4892)
		0,05	-14,6805	-0,6848	0,7438	0,1202	0,2515	0,3835
			(4,9979)	(0,3459)	(0,3631)	(0,1300)	(0,1504)	(0,1750)
		0,10	-12,0022	-0,5811	0,6317	0,1065	0,2188	0,3348
			(2,5526)	(0,2119)	(0,2215)	(0,0815)	(0,0904)	(0,0970)
FLR	0,25	0,01	0,7888	0,0128	0,0147	-0,0098	-0,0046	-0,0149
			(1,9984)	(0,1276)	(0,1281)	(0,1238)	(0,1234)	(0,1172)
		0,05	-11,2616	-0,0485	0,1066	0,1271	0,2270	0,3291
			(2,2359)	(0,1021)	(0,0945)	(0,0971)	(0,0963)	(0,1041)
		0,10	-10,3102	-0,0443	0,1013	0,1224	0,2257	0,3229
			(1,6715)	(0,0689)	(0,0675)	(0,0697)	(0,0764)	(0,0765)
	0,90	0,01	-12,4450	-0,5178	0,5664	0,0894	0,1998	0,2922
			(1,9281)	(0,2798)	(0,2638)	(0,1284)	(0,1264)	(0,1226)
		0,05	-12,6227	-0,5936	0,6423	0,1048	0,2178	0,3302
			(2,4748)	(0,2494)	(0,2474)	(0,1030)	(0,1086)	(0,1100)
		0,10	-11,6800	-0,5692	0,6175	0,1042	0,2138	0,3278
			(2,0339)	(0,1937)	(0,1950)	(0,0776)	(0,0831)	(0,0879)
DPLR	0,25	0,01	1,4305	0,0169	0,0073	-0,0183	-0,0188	-0,0348
			(1,8982)	(0,1194)	(0,1199)	(0,1158)	(0,1159)	(0,1105)
		0,05	-9,9481	-0,0398	0,0930	0,1101	0,1968	0,2854
			(2,0209)	(0,0879)	(0,0842)	(0,0849)	(0,0844)	(0,0913)
		0,10	-8,9026	-0,0367	0,0863	0,1041	0,1920	0,2744
			(1,5195)	(0,0576)	(0,0584)	(0,0602)	(0,0670)	(0,0672)
	0,90	0,01	-11,8305	-0,4882	0,5354	0,0842	0,1876	0,2750
			(1,7734)	(0,2646)	(0,2519)	(0,1213)	(0,1184)	(0,1139)
		0,05	-11,1759	-0,5173	0,5621	0,0913	0,1895	0,2884
			(2,2456)	(0,2177)	(0,2238)	(0,0893)	(0,0944)	(0,0968)
		0,10	-10,0279	-0,4816	0,5238	0,0883	0,1811	0,2778
			(1,7603)	(0,1649)	(0,1719)	(0,0662)	(0,0702)	(0,0733)

* Parantez içerisinde gösterilen değerler ortalama standart hatalardır.

EK-17. (devam) Senaryo II için parametreye ilişkin ortalama tahmin edilen yanlar ve standart hatalar* (n=250)

Yöntemler	ρ	Olay oranı	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	$\hat{\beta}_5$
WFLR	0,25	0,01	-3,4821	0,0010	0,0534	0,0261	0,0647	0,0853
			(4,6214)	(0,1953)	(0,1948)	(0,1971)	(0,2008)	(0,2122)
		0,05	-12,0295	-0,0498	0,1102	0,1321	0,2355	0,3405
			(2,7495)	(0,1090)	(0,1021)	(0,1044)	(0,1053)	(0,1155)
		0,10	-10,6292	-0,0445	0,1021	0,1235	0,2277	0,3259
			(1,7602)	(0,0701)	(0,0687)	(0,0706)	(0,0780)	(0,0782)
	0,90	0,01	-17,2055	-0,6954	0,7613	0,1227	0,2689	0,3900
			(5,4428)	(0,5194)	(0,4865)	(0,2112)	(0,2109)	(0,2199)
		0,05	-13,4709	-0,6147	0,6655	0,1091	0,2253	0,3409
			(2,8390)	(0,2690)	(0,2679)	(0,1112)	(0,1168)	(0,1196)
		0,10	-12,0394	-0,5740	0,6227	0,1049	0,2156	0,3304
			(2,1367)	(0,1971)	(0,1984)	(0,0789)	(0,0850)	(0,0894)
FLIC	0,25	0,01	0,1347	0,0128	0,0147	-0,0098	-0,0046	-0,0149
			(1,9292)	(0,1276)	(0,1281)	(0,1238)	(0,1234)	(0,1172)
		0,05	-11,4801	-0,0485	0,1066	0,1271	0,2270	0,3291
			(2,2519)	(0,1021)	(0,0945)	(0,0971)	(0,0963)	(0,1041)
		0,10	-10,4115	-0,0443	0,1013	0,1224	0,2257	0,3229
			(1,6757)	(0,0689)	(0,0675)	(0,0697)	(0,0764)	(0,0765)
	0,90	0,01	-13,0726	-0,5178	0,5664	0,0894	0,1998	0,2922
			(1,8602)	(0,2798)	(0,2638)	(0,1284)	(0,1264)	(0,1226)
		0,05	-12,8445	-0,5936	0,6423	0,1048	0,2178	0,3302
			(2,4853)	(0,2494)	(0,2474)	(0,1030)	(0,1086)	(0,1100)
		0,10	-11,7872	-0,5692	0,6175	0,1042	0,2138	0,3278
			(2,0410)	(0,1937)	(0,1950)	(0,0776)	(0,0831)	(0,0879)
FLAC	0,25	0,01	0,8431	0,0151	0,0056	-0,0181	-0,0204	-0,0363
			(1,9643)	(0,1155)	(0,1169)	(0,1118)	(0,1134)	(0,1118)
		0,05	-11,2737	-0,0476	0,1041	0,1248	0,2224	0,3222
			(2,2362)	(0,0992)	(0,0919)	(0,1213)	(0,1184)	(0,1139)
		0,10	-10,3323	-0,0439	0,1003	0,1214	0,2237	0,3202
			(1,6663)	(0,0681)	(0,0668)	(0,0689)	(0,0758)	(0,0759)
	0,90	0,01	-12,4157	-0,4847	0,5306	0,0841	0,1867	0,2752
			(1,9143)	(0,2595)	(0,2463)	(0,1168)	(0,1167)	(0,1157)
		0,05	-12,6408	-0,5831	0,6306	0,1030	0,2142	0,3244
			(2,4802)	(0,2454)	(0,2436)	(0,1006)	(0,1065)	(0,1081)
		0,10	-11,7020	-0,5647	0,6125	0,1032	0,2121	0,3253
			(2,0306)	(0,1917)	(0,1931)	(0,0767)	(0,0824)	(0,0872)
MDPLR	0,25	0,01	0,7667	0,0169	0,0073	-0,0183	-0,0188	-0,0348
			(1,8442)	(0,1194)	(0,1199)	(0,1158)	(0,1159)	(0,1105)
		0,05	-10,1988	-0,0398	0,0930	0,1101	0,1968	0,2854
			(2,0310)	(0,0879)	(0,0842)	(0,0945)	(0,0944)	(0,1024)
		0,10	-9,0482	-0,0367	0,0863	0,1041	0,1920	0,2744
			(1,5135)	(0,0576)	(0,0584)	(0,0602)	(0,0670)	(0,0672)
	0,90	0,01	-12,4645	-0,4882	0,5354	0,0842	0,1876	0,2750
			(1,7168)	(0,2646)	(0,2519)	(0,0849)	(0,0844)	(0,0913)
		0,05	-11,4235	-0,5173	0,5621	0,0913	0,1895	0,2884
			(2,2492)	(0,2177)	(0,2238)	(0,0893)	(0,0944)	(0,0968)
		0,10	-10,1744	-0,4816	0,5238	0,0883	0,1811	0,2778
			(1,7571)	(0,1649)	(0,1719)	(0,0662)	(0,0702)	(0,0733)

* Parantez içerisinde gösterilen değerler ortalama standart hatalardır.

EK-18. Senaryo II için parametreye ilişkin ortalama tahmin edilen yanlar ve ortalama standart hatalar* (n=500)

Yöntemler	ρ	Olay oranı	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	$\hat{\beta}_5$
LR	0,25	0,01	-5,3431	-0,0199	0,0428	0,0505	0,0813	0,1455
			(11,9553)	(0,3007)	(0,2150)	(0,2790)	(0,2292)	(0,4164)
		0,05	-0,8246	-0,0004	0,0098	0,0048	0,0184	0,0235
			(1,5807)	(0,0606)	(0,0682)	(0,0617)	(0,0668)	(0,0699)
		0,10	-0,4562	-0,0019	0,0060	0,0029	0,0108	0,0142
			(1,1000)	(0,0467)	(0,0470)	(0,0480)	(0,0481)	(0,0546)
	0,90	0,01	-7,4559	-0,3322	0,3755	0,0697	0,1215	0,1672
			(11,1182)	(0,7088)	(0,7133)	(0,2423)	(0,2975)	(0,3223)
		0,05	-1,6625	-0,0719	0,0874	0,0123	0,0307	0,0441
			(2,3640)	(0,1919)	(0,1921)	(0,0734)	(0,0794)	(0,0930)
		0,10	-0,8362	-0,0474	0,0600	0,0082	0,0134	0,0210
			(1,5082)	(0,1289)	(0,1286)	(0,0529)	(0,0584)	(0,0642)
RLR	0,25	0,01	-3,9960	-0,0112	0,0309	0,0374	0,0573	0,1057
			(9,9197)	(0,2628)	(0,1864)	(0,2401)	(0,1976)	(0,3530)
		0,05	-0,2140	0,0031	0,0026	-0,0008	0,0050	0,0027
			(1,4932)	(0,0560)	(0,0647)	(0,0580)	(0,0630)	(0,0653)
		0,10	0,1163	0,0013	-0,0013	-0,0025	-0,0023	-0,0062
			(1,0468)	(0,0433)	(0,0442)	(0,0449)	(0,0452)	(0,0514)
	0,90	0,01	-5,6062	-0,2472	0,2878	0,0529	0,0895	0,1210
			(8,8358)	(0,6055)	(0,6190)	(0,2035)	(0,2464)	(0,2549)
		0,05	-0,5760	-0,0171	0,0291	0,0023	0,0100	0,0125
			(2,0420)	(0,1697)	(0,1747)	(0,0658)	(0,0718)	(0,0809)
		0,10	0,1156	0,0031	0,0059	-0,0008	-0,0054	-0,0077
			(1,3442)	(0,1178)	(0,1205)	(0,0480)	(0,0520)	(0,0573)
FLR	0,25	0,01	-0,1619	0,0048	-0,0022	0,0047	0,0013	0,0066
			(2,0408)	(0,1156)	(0,1121)	(0,1188)	(0,1164)	(0,1170)
		0,05	-0,0618	0,0027	0,0015	-0,0014	0,0035	0,0004
			(1,3090)	(0,0560)	(0,0624)	(0,0569)	(0,0604)	(0,0619)
		0,10	-0,0103	0,0002	0,0008	-0,0010	0,0014	-0,0005
			(0,9912)	(0,0444)	(0,0446)	(0,0456)	(0,0452)	(0,0507)
	0,90	0,01	-0,1635	-0,0164	0,0326	0,0075	0,0022	0,0002
			(2,3558)	(0,2792)	(0,2736)	(0,1212)	(0,1199)	(0,1239)
		0,05	-0,4207	-0,0146	0,0253	0,0021	0,0086	0,0106
			(1,8114)	(0,1652)	(0,1643)	(0,0653)	(0,0690)	(0,0780)
		0,10	-0,1532	-0,0132	0,0229	0,0021	0,0007	0,0016
			(1,3184)	(0,1187)	(0,1180)	(0,0495)	(0,0540)	(0,0583)
DPLR	0,25	0,01	0,5018	0,0092	-0,0088	-0,0013	-0,0124	-0,0153
			(1,9797)	(0,1081)	(0,1060)	(0,1123)	(0,1091)	(0,1107)
		0,05	0,8059	0,0076	-0,0089	-0,0094	-0,0159	-0,0296
			(1,2416)	(0,0499)	(0,0577)	(0,0518)	(0,0556)	(0,0568)
		0,10	0,8754	0,0050	-0,0105	-0,0094	-0,0190	-0,0322
			(0,9386)	(0,0393)	(0,0405)	(0,0410)	(0,0412)	(0,0465)
	0,90	0,01	0,5686	0,0204	-0,0060	0,0004	-0,0107	-0,0199
			(2,3012)	(0,2633)	(0,2620)	(0,1141)	(0,1137)	(0,1167)
		0,05	0,9291	0,0545	-0,0484	-0,0105	-0,0175	-0,0291
			(1,6165)	(0,1438)	(0,1487)	(0,0566)	(0,0616)	(0,0676)
		0,10	1,1805	0,0582	-0,0536	-0,0106	-0,0258	-0,0389
			(1,2345)	(0,1073)	(0,1109)	(0,0432)	(0,0469)	(0,0520)

* Parantez içerisinde gösterilen değerler ortalama standart hatalardır.

EK-18. (devam) Senaryo II için parametreye ilişkin ortalama tahmin edilen yanlar ve standart hatalar* (n=500)

Yöntemler	ρ	Olay oranı	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	$\hat{\beta}_5$
WFLR	0,25	0,01	-2,1735	-0,0033	0,0103	0,0184	0,0258	0,0502
			(5,9061)	(0,1810)	(0,1404)	(0,1727)	(0,1477)	(0,2311)
		0,05	-0,2949	0,0023	0,0023	-0,0007	0,0050	0,0027
			(1,3685)	(0,0568)	(0,0634)	(0,0577)	(0,0613)	(0,0630)
		0,10	-0,1331	0,0001	0,0011	-0,0008	0,0019	0,0003
			(1,0107)	(0,0447)	(0,0448)	(0,0459)	(0,0455)	(0,0510)
	0,90	0,01	-2,5805	-0,0975	0,1213	0,0237	0,0329	0,0444
			(4,4492)	(0,3760)	(0,3710)	(0,1553)	(0,1623)	(0,1705)
		0,05	-0,7270	-0,0198	0,0310	0,0029	0,0104	0,0136
			(1,9019)	(0,1689)	(0,1683)	(0,0665)	(0,0702)	(0,0797)
		0,10	-0,3084	-0,0150	0,0249	0,0024	0,0012	0,0025
			(1,3490)	(0,1198)	(0,1190)	(0,0499)	(0,0544)	(0,0588)
FLIC	0,25	0,01	-0,6493	0,0048	-0,0022	0,0047	0,0013	0,0066
			(2,0250)	(0,1156)	(0,1121)	(0,1188)	(0,1164)	(0,1170)
		0,05	-0,1641	0,0027	0,0015	-0,0014	0,0035	0,0004
			(1,3139)	(0,0560)	(0,0624)	(0,0569)	(0,0604)	(0,0619)
		0,10	-0,0582	0,0002	0,0008	-0,0010	0,0014	-0,0005
			(0,9926)	(0,0444)	(0,0446)	(0,0456)	(0,0452)	(0,0507)
	0,90	0,01	-0,6422	-0,0164	0,0326	0,0075	0,0022	0,0002
			(2,3407)	(0,2792)	(0,2736)	(0,1212)	(0,1199)	(0,1239)
		0,05	-0,5303	-0,0146	0,0253	0,0021	0,0086	0,0106
			(1,8179)	(0,1652)	(0,1643)	(0,0653)	(0,0690)	(0,0780)
		0,10	-0,2043	-0,0132	0,0229	0,0021	0,0007	0,0016
			(1,3201)	(0,1187)	(0,1180)	(0,0495)	(0,0540)	(0,0583)
FLAC	0,25	0,01	0,0012	0,0069	-0,0089	-0,0008	-0,0114	-0,0144
			(2,0039)	(0,1048)	(0,1021)	(0,1085)	(0,1071)	(0,1115)
		0,05	-0,0524	0,0031	0,0001	-0,0024	0,0010	-0,0036
			(1,3017)	(0,0551)	(0,0614)	(0,0560)	(0,0595)	(0,0612)
		0,10	-0,0195	0,0004	0,0003	-0,0014	0,0005	-0,0019
			(0,9891)	(0,0441)	(0,0443)	(0,0453)	(0,0450)	(0,0505)
	0,90	0,01	0,0291	0,0153	-0,0022	0,0011	-0,0096	-0,0177
			(2,3277)	(0,2643)	(0,2599)	(0,1120)	(0,1116)	(0,1178)
		0,05	-0,4039	-0,0084	0,0185	0,0009	0,0061	0,0069
			(1,8038)	(0,1634)	(0,1625)	(0,0642)	(0,0681)	(0,0771)
		0,10	-0,1608	-0,0109	0,0204	0,0017	-0,0002	0,0002
			(1,3166)	(0,1183)	(0,1176)	(0,0493)	(0,0538)	(0,0581)
MDPLR	0,25	0,01	-0,0018	0,0092	-0,0088	-0,0013	-0,0124	-0,0153
			(1,9674)	(0,1081)	(0,1060)	(0,1123)	(0,1091)	(0,1107)
		0,05	0,6698	0,0076	-0,0089	-0,0094	-0,0159	-0,0296
			(1,2390)	(0,0499)	(0,0577)	(0,0518)	(0,0556)	(0,0568)
		0,10	0,7900	0,0050	-0,0105	-0,0094	-0,0190	-0,0322
			(0,9337)	(0,0393)	(0,0405)	(0,0410)	(0,0412)	(0,0465)
	0,90	0,01	0,0791	0,0204	-0,0060	0,0004	-0,0107	-0,0199
			(2,2917)	(0,2633)	(0,2620)	(0,1141)	(0,1137)	(0,1167)
		0,05	0,7856	0,0545	-0,0484	-0,0105	-0,0175	-0,0291
			(1,6114)	(0,1438)	(0,1487)	(0,0566)	(0,0616)	(0,0676)
		0,10	1,0901	0,0582	-0,0536	-0,0106	-0,0258	-0,0389
			(1,2222)	(0,1073)	(0,1109)	(0,0432)	(0,0469)	(0,0520)

* Parantez içerisinde gösterilen değerler ortalama standart hatalardır.

EK-19. Senaryo II için ortalama kestirilen olasılık yanlar ve ilgili standart hatalar ile RMSE değerleri (n=100)

Yöntemler	ρ	Olay oranı	Kestirilen olasılık Yan	Standart hata	RMSE
LR	0,25	0,01	-	-	-
		0,05	3247,2498	1,4951	93,0368
		0,10	-2582,5901	1,9447	98,0415
	0,90	0,01	-	-	-
		0,05	4842,3331	1,3812	92,8680
		0,10	-1440,1168	1,9008	97,4766
RLR	0,25	0,01	-	-	-
		0,05	4148,9432	1,5104	85,0034
		0,10	-864,0326	1,9650	89,5758
	0,90	0,01	-	-	-
		0,05	5479,9393	1,3903	85,8828
		0,10	-194,2663	1,9173	89,5709
FLR	0,25	0,01	-	-	-
		0,05	17231,4163	1,3751	79,6938
		0,10	8162,2077	1,8521	84,8183
	0,90	0,01	-	-	-
		0,05	18249,2750	1,2902	79,5411
		0,10	8993,4100	1,8432	84,2837
DPLR	0,25	0,01	-	-	-
		0,05	19208,6605	1,4111	76,8346
		0,10	11713,3450	1,8869	81,8992
	0,90	0,01	-	-	-
		0,05	19689,2650	1,3091	77,3437
		0,10	11597,1570	1,8694	81,4930
WFLR	0,25	0,01	-	-	-
		0,05	-6241,1342	1,3800	71,4531
		0,10	-15425,9560	1,8535	84,6966
	0,90	0,01	-	-	-
		0,05	-5370,0755	1,2967	71,4017
		0,10	-14792,2121	1,8441	85,2066
FLIC	0,25	0,01	-	-	-
		0,05	3247,2504	1,4951	71,0066
		0,10	-2582,5895	1,9447	82,3682
	0,90	0,01	-	-	-
		0,05	4842,3336	1,3812	70,5150
		0,10	-1440,1162	1,9008	81,8295
FLAC	0,25	0,01	-	-	-
		0,05	3247,2501	1,4951	70,5733
		0,10	-2582,5900	1,9447	82,0343
	0,90	0,01	-	-	-
		0,05	4842,3333	1,3812	70,1577
		0,10	-1440,1167	1,9008	81,6617
MDPLR	0,25	0,01	-	-	-
		0,05	3247,2506	1,4951	68,7500
		0,10	-2582,5893	1,9447	80,4852
	0,90	0,01	-	-	-
		0,05	4842,3335	1,3812	68,7351
		0,10	-1440,1161	1,9008	79,8362

EK-20. Senaryo II için ortalama kestirilen olasılık yanlar ve ilgili standart hatalar ile RMSE değerleri (n=250)

Yöntemler	ρ	Olay oranı	Kestirilen olasılık Yan	Standart hata	RMSE
LR	0,25	0,01	2820,7863	1,1165	49,9339
		0,05	-953,7200	2,6247	58,1529
		0,10	-1554,5574	3,3449	58,4285
	0,90	0,01	3244,3953	1,0206	52,2137
		0,05	-507,0696	2,4185	58,7415
		0,10	-1211,9593	3,1371	60,1500
RLR	0,25	0,01	2990,2737	1,1275	46,9452
		0,05	-176,4896	2,6625	55,2644
		0,10	-76,8020	3,3840	56,1968
	0,90	0,01	3376,3719	1,0276	49,2605
		0,05	120,0853	2,4452	55,3117
		0,10	23,3729	3,1619	56,9337
FLR	0,25	0,01	10690,2031	0,9816	46,7333
		0,05	4683,1042	2,5612	54,6753
		0,10	2775,4379	3,3110	55,9257
	0,90	0,01	10779,2240	0,9011	47,7613
		0,05	4744,9090	2,3806	54,5973
		0,10	2801,6635	3,1140	57,0618
DPLR	0,25	0,01	11127,4534	1,0144	45,0974
		0,05	6384,0862	2,6375	52,9926
		0,10	5718,9230	3,3851	55,9616
	0,90	0,01	11127,3452	0,9238	46,3067
		0,05	6147,2224	2,4348	52,4438
		0,10	5283,3358	3,1598	55,9837
WFLR	0,25	0,01	1223,9636	0,9883	35,8388
		0,05	-4781,5573	2,5623	52,9662
		0,10	-6735,4426	3,3104	56,2835
	0,90	0,01	1226,3680	0,9068	36,6733
		0,05	-4776,3869	2,3842	52,8845
		0,10	-6751,0598	3,1150	57,2988
FLIC	0,25	0,01	2820,7866	1,1165	34,2563
		0,05	-953,7195	2,6247	52,7697
		0,10	-1554,5568	3,3449	55,5259
	0,90	0,01	3244,3956	1,0206	35,4640
		0,05	-507,0692	2,4185	52,5038
		0,10	-1211,9588	3,1371	56,5124
FLAC	0,25	0,01	2820,7864	1,1165	33,4151
		0,05	-953,7199	2,6247	52,4786
		0,10	-1554,5574	3,3449	55,4030
	0,90	0,01	3244,3954	1,0206	34,7471
		0,05	-507,0696	2,4185	52,2350
		0,10	-1211,9593	3,1371	56,3430
MDPLR	0,25	0,01	2820,7866	1,1165	32,9940
		0,05	-953,7193	2,6247	52,0215
		0,10	-1554,5567	3,3449	56,5838
	0,90	0,01	3244,3956	1,0206	34,3266
		0,05	-507,0691	2,4185	51,1958
		0,10	-1211,9587	3,1371	56,3361

EK-21. Senaryo II için ortalama kestirilen olasılık yanlar ve ilgili standart hatalar ile RMSE değerleri (n=500)

Yöntemler	ρ	Nadir olay	Kestirilen olasılık		RMSE
			Yan	Standart hata	
LR	0,25	0,01	211,6937	1,8216	33,1353
		0,05	-190,3965	3,7040	38,5834
		0,10	-234,4305	4,7414	40,7449
	0,90	0,01	561,3868	1,7192	35,6162
		0,05	-444,4634	3,5134	39,9382
		0,10	-407,6805	4,5415	41,1036
RLR	0,25	0,01	353,3685	1,8422	31,7821
		0,05	488,0178	3,7503	37,7652
		0,10	927,4992	4,7944	40,2827
	0,90	0,01	667,7403	1,7361	34,1219
		0,05	191,2405	3,5459	38,3122
		0,10	698,3790	4,5561	40,0210
FLR	0,25	0,01	4371,9496	1,7321	32,5709
		0,05	2803,2352	3,6620	37,8680
		0,10	2074,0840	4,7142	40,1816
	0,90	0,01	4384,0555	1,6307	34,0064
		0,05	2197,6504	3,4861	38,7283
		0,10	1615,1177	4,5331	40,2718
DPLR	0,25	0,01	4723,1323	1,7836	31,2534
		0,05	4199,3273	3,7570	37,8006
		0,10	4351,2781	4,8216	41,3198
	0,90	0,01	4663,7644	1,6744	32,7710
		0,05	3512,0826	3,5582	38,1350
		0,10	3757,3722	4,5825	41,2952
WFLR	0,25	0,01	-334,7440	1,7374	27,6341
		0,05	-1951,2948	3,6609	37,2002
		0,10	-2698,2358	4,7140	40,1541
	0,90	0,01	-365,3474	1,6393	29,2049
		0,05	-2578,3484	3,4875	38,2960
		0,10	-3172,5921	4,5346	40,4763
FLIC	0,25	0,01	211,6939	1,8216	27,2504
		0,05	-190,3959	3,7040	37,2369
		0,10	-234,4298	4,7414	40,0202
	0,90	0,01	561,3870	1,7192	28,9208
		0,05	-444,4629	3,5134	38,1290
		0,10	-407,6800	4,5415	40,1258
FLAC	0,25	0,01	211,6938	1,8216	26,7422
		0,05	-190,3965	3,7040	37,1700
		0,10	-234,4305	4,7414	39,9866
	0,90	0,01	561,3869	1,7192	28,4728
		0,05	-444,4634	3,5134	38,0257
		0,10	-407,6805	4,5415	40,1006
MDPLR	0,25	0,01	211,6939	1,8216	26,4322
		0,05	-190,3959	3,7040	37,9270
		0,10	-234,4296	4,7414	41,8055
	0,90	0,01	561,3870	1,7192	28,1491
		0,05	-444,4628	3,5134	38,4964
		0,10	-407,6799	4,5415	42,0659

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı	: NAZMAN, Ezgi
Uyruğu	: T.C.
Doğum tarihi ve yeri	: 27.09.1987, Tokat
Medeni hali	: Evli
Telefon	: 0 (506) 350 22 98
e-mail	: ezgicabuk@gazi.edu.tr

Eğitim Derece	**Eğitim Birimi**	**Mezuniyet Tarihi**
Doktora	Gazi Üniversitesi / İstatistik	Devam ediyor
Yüksek lisans	Gazi Üniversitesi / İstatistik	2015
Lisans	Ege Üniversitesi / İstatistik	2012

İş Deneyimi

Yıl	**Yer**	**Görev**
2013-2014	Sivas Cumhuriyet Üniversitesi	Araştırma Görevlisi
2014-Halen	Gazi Üniversitesi	Araştırma Görevlisi

Yabancı Dili

İngilizce

Yayınlar

Uluslararası hakemli dergilerde yayımlanan makaleler

Olmuş, H., Beşpınar, E., and Nazman, E. (2019). Performance evaluation of some propensity score matching methods by using binary logistic regression model. *Communication in Statistics-Simulation and Computation*. https://doi.org/10.1080/03610918.2019.1679181.

Olmuş, H., Nazman, E. and Erbaş, S. (2019). Comparison of penalized logistic regression models for rare event case. *Communication in Statistics-Simulation and Computation*. https://doi.org/10.1080/03610918.2019.1676438.

Nazman, E., Olmuş, H. and Erbaş, S. (2018). Investigating potential risk factors affecting on suicidal ideation among adolescents in Turkey. *Toplum ve Sosyal Hizmet*. 29 (2), 270-291.

Ünsal, M. G. and Nazman, E. (2018). Investigating socio-economic ranking of cities in Turkey using data envelopment analysis (DEA) and linear discriminant analysis (LDA). *Annals of Operations Research*. https://doi.org/10.1007/s10479-017-2748-0.

Nazman, E. and Erbaş, S. (2017). Evaluation of group homogeneity in gaussian mixture models using combined cluster and discriminant analysis. *Sinop University Journal of Science*. 2 (1), 121-132.

Olmuş, H., Nazman, E. and Erbaş, S. (2017). An evaluation of the two parameter (2-PL) IRT models through a simulation study. *Gazi University Journal of Science*, 30 (1), 235-249.

Uluslararası bilimsel toplantılarda sunulan bildiriler

Nazman, E., Olmuş, H. and Erbaş, S. (2019). *Inferences of Firth LR, FLIC and FLAC in terms of bias in rare event case*. International Conference on Advances in Statistics, Atina.

Nazman, E., Erbaş, S. and Olmuş, H. (2018). *Penalized logistic regression for classification: a case study for non-OECD countries*. 4th International Researchers, Statisticians and Young Statisticians Congress. Bodrum/Muğla.

Olmuş, H., Nazman, E. and Erbaş, S. (2018). *Power analysis of Mantel-Haenszel chi-square statistic by using several scores for ordered contingency tables*. 4th International Researchers, Statisticians and Young Statisticians Congress. Çeşme/İzmir.

Nazman, E., Erbaş, S. and Olmuş, H. (2018). *Determining efficiency of different product concepts using conjoint analysis (CA) and data envelopment analysis (DEA)*. 4th International Researchers, Statisticians and Young Statisticians Congress, Çeşme/İzmir.

Şener, H., Erbaş, S. and Nazman, E. *A comparison on the ranking of decision making units of data envelopment and linear discriminant analysis*. 10th ISC2017 International Statistics Congress, Ankara.

Nazman, E., Erbaş, S. and Olmuş, H. (2017). *Determining efficiencies of different product concepts using conjoint analysis (CA)*. 3rd International Researchers, Statisticians and Young Statisticians Congress, Konya.

Olmuş, H., Nazman, E., and Erbaş, S. (2017). *Investigating of ability parameter estimation using Bootstrap method for 2-parameter logistic model*. 3rd International Researchers, Statisticians and Young Statisticians Congress, Konya.

Çabuk, E. and Erbaş, S., (2015). *Determining homogeneity of provinces according to the health facilities in Turkey*. The 8th Conference of Eastern Mediterranean Region of the International Biometric Society, Nevşehir.

Dağlıoğlu, H., Erbaş, S., ve Çabuk, E. (2014). *Sürekli bağımsız değişkenler için oransal odds modeli, karar ağacı ve yapay sinir ağları yöntemlerinin sınıflandırma performanslarının karşılaştırılması*. 15th International Symposium on Econometrics, Operation Research and Statistics, Isparta.

Yazılan kitaplar

Olmuş, H., Erbaş, O. S. ve Nazman, E. (2017). *Araştırmacılar için SPSS uygulamalı istatistiksel deney tasarımı*, Gazi Kitabevi, Ankara.

Hobiler

Seyahat, yüzme, müzik

GAZİ GELECEKTİR...