

T.C.  
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ



**KARBON NANOTÜP TAKVİYELİ KOMPOZİT PLAKLARIN SERBEST  
TİTREŞİMİ**

**Mehmet Can SARU**

**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ**

**ANABİLİM DALI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**ARALIK 2019**

**ANTALYA**

**T.C.  
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ**



**KARBON NANOTÜP TAKVİYELİ KOMPOZİT PLAKLARIN SERBEST  
TİTREŞİMİ**

**Mehmet Can SARU**

**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ**

**ANABİLİM DALI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**ARALIK 2019**

**ANTALYA**

T.C.  
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

KARBON NANOTÜP TAKVİYELİ KOMPOZİT PLAKLARIN SERBEST  
TİTREŞİMİ

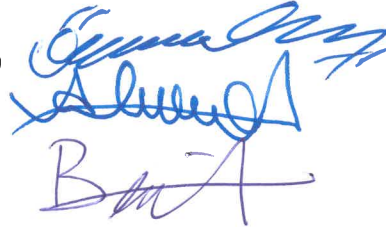
Mehmet Can SARU  
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ  
ANABİLİM DALI  
YÜKSEK LİSANS TEZİ

Bu tez 16./12./2019 tarihinde jüri tarafından Oybirliği / Oyçokluğu ile kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Ömer CİVALEK (Danışman)

Doç. Dr. Mehmet AVCAR

Dr. Öğr. Üyesi Bekir AKGÖZ



## ÖZET

### KARBON NANOTÜP TAKVİYELİ KOMPOZİT PLAKLARIN SERBEST TİTREŞİMİ

Mehmet Can SARU

Yüksek Lisans Tezi, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Ömer CİVALEK

Aralık 2019; 77 sayfa

Bu tez çalışmasında eksenel çubuklar ve çarpık plaklar nano boyutta modellenerek serbest titreşim analizleri yapılmıştır. Sürekli sistemlerin mikro ve nanoölçekteki modellerinin mekanik zorlamalar altında göstereceği davranışlar, mikro ve nano ölçekli yapının iç karakteristik boyutları titreşim problemi çözümüne katılacağı için klasik elastisite teorisi ile açıklanamaz. Bu sebeple nanoçubukların titreşim analizi, boyut etkisi katılarak gerçekleştirilmiştir. Boyut etkisindeki titreşim denklemi, yerel olmayan elastisite teorisi ile elde edilmiştir. Elde edilen denklem çözülerek, Karbon Nanotüp (CNT), Bor Nitrit Nanotüp (BNNT) ve Silika Karbit Nanotüp (SiCNT) malzemeleri için farklı mesnetlenme koşullarındaki çubuklara uygulanmıştır. Ayrıca karbon nanotüp takviyeli çarpık plakların da hareket denklemi elde edilmiştir. Eksenel çubukların ve çarpık plakların farklı parametreler etkisinde serbest titreşim frekansları hesaplanmıştır.

Sonuçlar incelendiğinde yerel olmayan ifadenin artışının titreşim frekansını düşürdüğü elde edilmiştir. Mod sayısı arttıkça yerel olmayan ifadenin frekansı daha büyük oranda düşürdüğü gözlemlenmiştir. Çubuk uzunluğu arttıkça yerel olmayan ifadenin frekansı yükseltici etkisi artmaktadır. Plaklar için, çarpıklık açısı arttıkça frekans değeri artmaktadır. Eksenel çubuk ve plak şeklinde modellenen nano cihazların tasarımı yapılırken boyut etkisinin dikkate alınmasının gerekli olduğu sonucuna varılmıştır.

**ANAHTAR KELİMELELER:** Eksenel nanoçubuk, Çarpık plak, Karbon nanotüp, Bor nitrit nanotüp, Silika karbit nanotüp, Yerel olmayan elastisite teorisi, Boyut etkisi, Nanoteknoloji, Serbest titreşim.

**JÜRİ:** Prof. Dr. Ömer CİVALEK

Doç. Dr. Mehmet AVCAR

Dr. Öğr. Üyesi Bekir AKGÖZ

## ABSTRACT

### FREE VIBRATION ANALYSIS OF CARBON NANOTUBE REINFORCED PLATES

Mehmet Can SARU

MSc. Thesis in Civil Engineering

Supervisor: Prof. Dr. Ömer CİVALEK

December 2019; 77 pages

In this thesis study, axial rods and skew plates are modeled at nano scale and longitudinal free vibration analysis was performed. The behavior of the micro and nano-scale models of continuous systems under mechanical influences cannot be explained by classical elasticity theory since the internal characteristic dimensions of micro and nano scale structure will be included in the solution of vibration problem. For this reason, vibration analysis of nanorods is performed by including the size effect. The equation of vibration in the effect of dimension is obtained by the theory of non-local elasticity. The obtained equation is solved and applied to the rods in different boundary conditions for Carbon Nanotube (CNT), Boron Nitride Nanotube (BNNT) and Silica Carbide Nanotube (SiCNT) materials. Also, equation of motion of CNT reinforced skew plates is obtained. Frequency values of axial rods and skew plates in different parameters are calculated.

When the results were examined, it is obtained that the increase in non-local expression decreases the vibration frequency. As the number of modes increased, the non-local expression decreased the frequency significantly. As the rod length increases, the frequency-enhancing effect of the non-local expression increases. When designing nano devices modeled as axial rods, it is concluded that size effect should be taken into consideration.

**KEYWORDS:** Axial nanorod, Carbon nanotube, Boron nitride nanotube, Silica carbide nanotube, Non-local elasticity theory, Size effect, Nanotechnology, Free vibration.

**COMMITTEE:** Prof. Dr. Ömer CİVALEK

Assoc. Prof. Mehmet AVCAR

Asst. Prof. Dr. Bekir AKGÖZ

## ÖNSÖZ

Son zamanlarda teknolojinin gelişmesi ile insanların ihtiyaç duyduğu bir çok problem için çözüm aranmış ve yaşam kalitesini yükseltecek adımlar atılmıştır. Günden güne imkanların artması ile mikro ve nano boyuttaki çalışmalar hız kazanmış olup imal edilen ürünlerin hafif, az yer kaplayan ve daha dayanıklı olması için çalışmalar sürmektedir. Bu özellikleri elde edebilmek için nanoteknoloji biliminin uygulamalarından yararlanılmaktadır.

Araştırmacılar, gelecekte modern yaşamın içinde nanoteknolojinin etkili olacağı ve bu sayede yaşam standartlarının ve kalitenin arttırılabileceğini düşünmektedir. Nanoteknoloji bilimi içerisinde, inşaat malzemelerinin ve tekstil ürünlerinin dayanıklılığını arttırabilecek; elektronik ürünlerin fonksiyonlarını geliştirebilecek, daha güvenli ve verimli bir ulaşım imkanı sağlayabilecek özellikler barındırmaktadır.

Günümüzde oluşan, maddeyi atomik boyutlarda inceleyerek işlemek fikri ve yapılan uygulamalar neticesinde nanoteknolojide gelişmeler yaşanmış, bilim ve teknolojide yeni bir boyut kazanılmıştır. Bu alanda bilime duyulan önemin kavranmasıyla Dünya genelinde toplumlar nanoteknoloji alanında öne çıkmak için çalışmalarına hız kazandırmıştır. Birçok gelişmiş ülkenin AR-GE faaliyetleri için ciddi bütçe ayırarak önemli çalışmalar gerçekleştirdiği nanoteknolojinin gelecekteki uygulama alanları olarak ise malzeme ve imalat sektörü, nano elektronik ve bilgisayar teknolojileri, sağlık sektörü, havacılık ve uzay araştırmaları ve savunma sanayisi görülmektedir.

Nano sistemlerin tasarım aşamasında, dış etkiler karşısındaki davranışı bilim insanlarınca araştırılmaktadır. Bu araştırmalardan elde edilen veriler ile yapılan çalışmalar neticesinde klasik fizik teorileri kullanılarak elde edilen sonuçların gerçekçi olmadığı görülmüştür. Bu tezde nanoteknoloji hakkında bilgi verilmiş ve klasik fizik teorisi kullanıldığında oluşan eksikliği gidermek için, boyut etkisi göz önüne alınarak yerel olmayan elastisite teorisi ile hesaplamalar yapılmıştır. Eksenel çubuklar karbon nanotüp, bor nitrit nanotüp ve silika karbid nanotüp malzemeleri ile modellenmiş ve eksenel çubukların titreşim analizi yapılmıştır.

Engin bilgileri ve değerli görüşleri ile bana yol gösteren ve desteklerini esirgemeyen danışman hocam Sayın Prof. Dr. Ömer CİVALEK'e ve her türlü desteği gösteren aile üyelerime içten teşekkürlerimi sunarım.

## İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	ii
ÖNSÖZ.....	iii
AKADEMİK BEYAN.....	vii
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	viii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	xi
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	xiv
1. GİRİŞ.....	1
1. KAYNAK TARAMASI.....	2
2.1. Nanoteknoloji Nedir?.....	2
2.2. Nanoteknolojinin Tarihçesi.....	2
2.3. Nanoteknolojinin Gelecekteki Uygulama Alanları.....	4
2.3.1. Malzeme ve imalat sektörü.....	5
2.3.2. Nano elektronik ve bilgisayar teknolojileri.....	5
2.3.3. Sağlık sektörü.....	5
2.3.4. Havacılık ve uzay araştırmaları.....	6
2.3.5. Çevre, biyoteknoloji, tarım ve enerji.....	6
2.3.6. Savunma sektörü.....	7
2.4. İnşaat Sektöründe Nanoteknoloji.....	7
2.5. Karbon Nanotüpler.....	7
2.6. Karbon Nanotüp Çeşitleri.....	8
2.6.1. Tek katmanlı nanotüpler.....	8
2.6.2. Çok katmanlı nanotüpler.....	9
2.7. Karbon Nanotüplerin Özellikleri.....	10
2.7.1. Yapısal özellikleri.....	10
2.7.2. Fiziksel ve kimyasal özellikleri.....	11
2.7.3. Elektriksel özellikleri.....	11
2.7.4. Mekaniksel özellikleri.....	12
2.8. Karbon Nanotüplerin Dayanıklılık Özellikleri.....	13
2.9. Karbon Nanotüplerin Elde Edilme Yöntemleri.....	13
2.9.1. Ark buharlaştırma tekniği.....	13

2.9.2. Kesikli lazer buharlaştırma .....	14
2.9.3. Kimyasal buhar biriktirme (CVD).....	15
2.9.4. Mekanik öğütme .....	15
2.9.5. Hidrotermal sentezleme .....	15
2.9.6. Elektroliz.....	17
2.10. Karbon Nanotüplerin İşlenmesi.....	17
2.11. Karbon Nanotüplerin Kullanım Alanları.....	18
3. MATERYAL VE METOT .....	20
3.1. Eksenel Çubukların Hareket Denklemi .....	20
3.2. Değişkenlere Ayırma Metodu İle Hareket Denklemine Çözümü.....	21
3.3. Çubukların Eksenel Titreşiminde Sınır Koşulları .....	23
3.3.1. İki ucun tutulu olması durumu.....	23
3.3.2. Bir ucu tutulu diğer ucu serbest olma durumu.....	24
3.3.3. Tutulu uç – kütle eklentili uç hali .....	25
3.3.4. Serbest uç – elastik yay eklentili uç.....	27
3.3.5. Tutulu uç – elastik yay eklentili uç .....	23
3.3.6. Tutulu uç – kütle ve elastik yay eklentili uç hali .....	24
3.3.7. Her iki ucun serbest olma hali .....	25
3.3.8. Serbest uç – kütle eklentili uç hali .....	27
3.4. Yerel Olmayan Elastisite Teorisi .....	34
3.5. Yerel Olmayan Elastisite Teorisi Denklemine Eldesi.....	34
3.6. Eksenel Çubukların Yerel Olmayan Titreşimi .....	34
3.7. Hareket Denklemine Çözümü.....	37
3.8. Eksenel Çubukların Yerel Olmayan Titreşiminde Sınır Koşulları.....	39
3.8.1. Tutulu uç – serbest uç hali .....	39
3.8.2. Tutulu uç – tutulu uç hali.....	41
3.8.3. Tutulu uç – kütle eklentili uç hali .....	42
3.8.4. Serbest uç – elastik yay eklentili uç hali.....	42
3.8.5. Tutulu uç – elastik yay eklentili uç hali.....	43
3.8.6. Tutulu uç – kütle ve elastik yay eklentili uç hali .....	44
3.8.7. Serbest uç – kütle eklentili uç hali.....	44
3.8.8. Her iki ucu serbest olma hali .....	44



3.9. Karbon Nanotüp Takviyeli Plakların Titreşimi.....	45
4. BULGULAR VE TARTIŞMA.....	51
4.1. İncelenecek Değişkenlerin Özellikleri .....	51
4.2. Eksenel Çubukların Titreşim Analizleri.....	52
4.3. Çarpık Plakların Titreşim Analizleri .....	69
5. SONUÇLAR .....	72
6. KAYNAKLAR .....	74
ÖZGEÇMİŞ	



## AKADEMİK BEYAN

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum “Karbon Nanotüp Takviyeli Kompozit Plakların Serbest Titreşimi” adlı bu çalışmanın, akademik kurallar ve etik değerlere uygun olarak bulunduğunu belirtir, bu tez çalışmasında bana ait olmayan tüm bilgilerin kaynağını gösterdiğimi beyan ederim.

16 / 12 /2019

Öğrencinin Adı, Soyadı ve İmzası

Mehmet Can SARU



## SİMGELER VE KISALTMALAR

### Simgeler

- $a$  : Malzeme iç karakteristik uzunluğu  
 $A$  : Kesit alanı  
 $A, B, C, D$  : Sınır ve başlangıç koşullara bağlı sabit katsayılar  
 $B_n, C_n$  : Mod şekli denklemi katsayısı  
 $c$  : Sönüm sabiti  
 $c_i$  : Sönümleyicilerin sönüm sabiti ( $i = 1, 2, 3, \dots, n$ )  
 $d$  : Dairesel kesit çapı  
 $e_0$  : Malzeme özelliğine göre deneysel olarak belirlenebilen malzeme sabiti  
 $E$  : Elastisite modülü  
 $f$  : Frekans  
 $f_j$  : Kütleli kuvvet  
 $F_e(t)$  : Elastik yay kuvveti  
 $F_{net}$  : Net kuvvet  
 $F_s(t)$  : Sönüm kuvveti  
 $I$  : Atalet momenti  
 $i$  : Karmaşık sayı ( $i = \sqrt{-1}$ )  
 $k, k_i$  : Elastik yay sabiti (rijitlik), elastik yayların rijitliği ( $i = 1, 2, 3, \dots, n$ )  
 $K$  : Kinetik enerji  
 $K_0$  : Modifiye Edilmiş Bessel Fonksiyonu  
 $L$  : Çubuk uzunluğu  
 $L_0$  : Doğrusal diferansiyel operatörü  
 $m, M$  : Çubuk kütlesi  
 $m_0$  : Birim uzunluğun kütlesi  
 $M(x, t)$  : Eğilme Momenti  
 $n$  : Mod Sayısı  
 $N$  : Eksenel yük  
 $N_x$  : Yerel olmayan eksenel kuvvet iç tesiri  
 $P$  : Eksenel iç tesir  
 $t$  : Zaman

$t_{ij}$  : Yerel olmayan gerilme  
 $T, T(x)$  : Periyot, Harmonik hareket şekil denklemi  
 $u_{ij}$  :  $j$ 'nin  $i$ 'ye göre birinci mertebeden türevi  
 $u(t)$  : Göreli hareketin ötelenme bileşeni  
 $u(x, t)$  : Eksenel titreşimde hareket denklemi  
 $V$  : Cismin kapladığı hacim  
 $x$  : Öteleme koordinatı  
 $X$  : Genlik  
 $\alpha, \beta, \mu$  : Frekans denklemi parametreleri  
 $w(x, t)$  : Enine yer değiştirme, çökme  
 $\varepsilon(x, t)$  : Eksenel şekil değiştirme  
 $\theta$  : Euler dönüşümü değişkeni  
 $\lambda, \mu$  : Lamé sabitleri  
 $\omega$  : Titreşim frekansı  
 $\omega_c$  : Klasik frekans  
 $\omega_n$  : Doğal açısal frekans  
 $\omega_{nl}$  : Yerel olmayan frekans  
 $\bar{\omega}$  : Boyutsuz frekans  
 $\delta$  : Varyasyon operatörü  
 $\rho$  : Birim hacim ağırlığı  
 $\varepsilon_{ij}$  : Şekil değiştirme tansörü  
 $u$  : Eksenel yer değiştirme  
 $u_i, u_j$  : Yer değiştirme vektörü  
 $\ddot{u}_{ij}$  : Hareketin ivmesi

### **Kısaltmalar**

AKM : Atomik Kuvvet Mikroskobu  
TDKNT : Tek duvarlı karbon nanotüp  
ÇDKNT : Çok duvarlı karbon nanotüp  
CNT : Karbon nanotüp  
BNNT : Bor nitrit nanotüp

SİCNT	: Silika karbid nanotüp
EKT	: Euler – Bernoulli Kiriş Teorisi
C – C	: Her iki ucu tutulu aksenal çubuk
C – F	: Bir ucu tutulu diğher ucu serbest aksenal çubuk
F – F	: Her iki ucu serbest aksenal çubuk
C-MA	: Bir ucu tutulu diğher ucu kütle eklentili aksenal çubuk
F-MA	: Bir ucu serbest diğher ucu kütle eklentili aksenal çubuk
C-SA	: Bir ucu tutulu diğher ucu elastik yay eklentili aksenal çubuk
F-SA	: Bir ucu serbest diğher ucu elastik yay eklentili aksenal çubuk
C-SMA	: Bir ucu tutulu diğher ucu elastik yay ve kütle eklentili aksenal çubuk
kg	: Kilogram
m	: Metre
nm	: Nanometre

Bu tezde sayıların ondalık kısmı nokta işareti (.) ile ayrılmıştır.

## ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1. Richard Feynman, William McLellan (soldaki) tarafından yapılan ilk mikromotora optik mikroskopla bakıyor. (1960).....	3
Şekil 2.2. Nano boyutta IBM yazısı.....	3
Şekil 2.3. Motorize bir nano araba.....	4
Şekil 2.4. Nanoteknoloji çalışma alanları .....	4
Şekil 2.5. Karbon nanotüpten yapılan çip.....	5
Şekil 2.6 Altın ile kaplanmış karbon nanotüp yardımıyla vücut içerisinde tümör iltihap vb. bulma.....	6
Şekil 2.7. Karbon nanotüp .....	8
Şekil 2.8. Tek katmanlı ve çok katmanlı nanotüpler .....	8
Şekil 2.9. Tek katmanlı nanotüp şekilleri .....	10
Şekil 2.10. Tek katmanlı karbon nanotüp .....	10
Şekil 2.11. Karbon nanotüpün kuvvet altındaki davranışı.....	12
Şekil 2.12. Ark buharlaştırma düzeneği.....	14
Şekil 2.13. Kesikli lazer düzeneği.....	14
Şekil 2.14. Hidrotermal sentezleme cihazı kurulumu.....	16
Şekil 2.15. Nanotüpün izole edilmiş bariyer içine yerleştirilmesi.....	17
Şekil 2.16. Nanotüpün işlenmesi .....	18
Şekil 3.1. Aksenal elemanların boyuna titreşimi. (a) $L$ boyunda değişken $A(x)$ kesit alanına sahip elastik çubuk (b) Çubuktan çıkarılmış $dx$ uzunluğundaki diferansiyel elemanın serbest cisim diyagramı.....	20
Şekil 3.2. Her iki ucundan tutulu aksenal çubuk. ....	23
Şekil 3.3. Bir ucundan tutulu diğer ucundan serbest olan aksenal çubuk.....	24
Şekil 3.4. (a) Bir ucundan tutulu diğer ucundan kütle eklentili çubuk (b) Çubuğun eklenti noktasında serbest cisim diyagramları.....	25
Şekil 3.5. (a) Bir ucundan serbest diğer ucundan elastik yay eklentili çubuk (b) Çubuğun eklenti noktasında serbest cisim diyagramları .....	27

<b>Şekil 3.6. (a)</b> Bir ucundan tutulu diğer ucundan elastik yay eklentili çubuk <b>(b)</b> Çubuğun eklenti noktasında serbest cisim diyagramları .....	29
<b>Şekil 3.7. (a)</b> Bir ucundan tutulu diğer ucundan kütle ve elastik yay eklentili çubuk <b>(b)</b> Çubuğun eklenti noktasında serbest cisim diyagramları .....	30
<b>Şekil 3.8.</b> Her iki ucundan serbest aksenal çubuk. ....	32
<b>Şekil 3.9.</b> Bir ucundan serbest diğer ucundan kütle eklentili aksenal çubuk. ....	33
<b>Şekil 3.10.</b> Yerel olmayan titreşimde C-F çubuğu.....	39
<b>Şekil 3.11.</b> Yerel olmayan titreşimde C-C çubuğu. ....	40
<b>Şekil 3.12.</b> Yerel olmayan titreşimde C-MA çubuğu. ....	41
<b>Şekil 3.13.</b> Yerel olmayan titreşimde F-SA çubuğu. ....	42
<b>Şekil 3.14.</b> Yerel olmayan titreşimde C-SA çubuğu.....	42
<b>Şekil 3.15.</b> Yerel olmayan titreşimde C-SMA çubuğu. ....	43
<b>Şekil 3.16.</b> Yerel olmayan titreşimde F-MA çubuğu.....	44
<b>Şekil 3.17.</b> Yerel olmayan titreşimde F-F çubuğu. ....	44
<b>Şekil 3.18.</b> Karbon nanotüp takviyeli çarpık plak.....	50
<b>Şekil 4.1.</b> Farklı sınır koşullarındaki aksenal çubukların ilk dört modu için frekans değerleri.....	60
<b>Şekil 4.2.</b> Farklı malzemeler için C-C aksenal çubuğunun ilk beş mod frekans değerleri.....	60
<b>Şekil 4.3.</b> Farklı malzemeler için C-F aksenal çubuğunun ilk beş mod frekans değerleri.....	61
<b>Şekil 4.4.</b> Farklı malzemeler için F-F aksenal çubuğunun ilk beş mod frekans değerleri.....	61
<b>Şekil 4.5.</b> Farklı malzemeler için C-MA aksenal çubuğunun ilk beş mod frekans değerleri.....	61
<b>Şekil 4.6.</b> Farklı malzemeler için F-MA aksenal çubuğunun ilk beş mod frekans değerleri.....	62
<b>Şekil 4.7.</b> Farklı malzemeler için C-SA aksenal çubuğunun ilk beş mod frekans değerleri.....	62
<b>Şekil 4.8.</b> Farklı malzemeler için F-SA aksenal çubuğunun ilk beş mod frekans değerleri.....	68

<b>Şekil 4.9.</b> Farklı malzemeler için C-SMA aksenal çubuğunun ilk beş mod frekans değerleri.....	63
<b>Şekil 4.10.</b> Farklı sınır koşullarında çubuk boyunun frekansa etkisi.....	63
<b>Şekil 4.11.</b> C-C aksenal çubuğunun karbon nanotüp malzemesi için 1. mod frekanslarının uzunluk ve boyutsuz yerel olmayan parametreye göre değişimi....	64
<b>Şekil 4.12.</b> C-C aksenal çubuğunun karbon nanotüp malzemesi için 2. mod frekanslarının uzunluk ve boyutsuz yerel olmayan parametreye göre değişimi....	64
<b>Şekil 4.13.</b> C-C sınır koşulundaki aksenal çubukun ilk beş mod için frekans değerlerinin çubuk boyu ile değişimi.....	65
<b>Şekil 4.14.</b> C-F sınır koşulundaki aksenal çubukun ilk beş mod için frekans değerlerinin çubuk boyu ile değişimi.....	65
<b>Şekil 4.15.</b> C-C çubuğunun ilk beş frekans değerinin boyutsuz atomik parametre ile değişimi.....	66
<b>Şekil 4.16.</b> C-F çubuğunun ilk beş frekans değerinin boyutsuz atomik parametre ile değişimi.....	66
<b>Şekil 4.17.</b> C-C çubuğunun temel frekans değerlerinin boyutsuz atomik parametre ile değişimi.....	67
<b>Şekil 4.18.</b> C-F çubuğunun temel frekans değerlerinin boyutsuz atomik parametre ile değişimi.....	67
<b>Şekil 4.19.</b> Aksenal çubukların iki farklı uzunluk değeri için boyutsuz yerel olmayan parametreye göre değişimi .....	68
<b>Şekil 4.20.</b> C-C aksenal çubuğunun farklı malzemeler için farklı boyutsuz atomik parametreler ile frekans değişimi.....	68
<b>Şekil 4.21.</b> C-F aksenal çubuğunun farklı malzemeler için farklı boyutsuz atomik parametreler ile frekans değişimi.....	69



## ÇİZELGELER DİZİNİ

<b>Çizelge 2.1.</b> Tek katmanlı nanotüplerin özellikleri.....	9
<b>Çizelge 2.2.</b> Çok katmanlı nanotüplerin özellikleri .....	9
<b>Çizelge 2.3.</b> Bazı malzemelerin mekaniksel değerleri.....	12
<b>Çizelge 4.1.</b> Analizlerde kullanılacak malzeme tiplerinin elastisite modülü ve birim hacim kütlesi değerleri .....	51
<b>Çizelge 4.2.</b> Hesaplamaları yapılacak olan sınır koşullar .....	51
<b>Çizelge 4.3.</b> Çeşitli sınır şartlarındaki aksenal çubukların iki farklı kesit alan ve uzunluk değeri için ilk dört titreşim moduna ait frekans değerleri (THz).....	52
<b>Çizelge 4.4.</b> Çeşitli sınır şartlardaki aksenal çubukların farklı malzemeler için temel frekansları (THz).....	53
<b>Çizelge 4.5.</b> Her iki ucundan tutulu (C-C) aksenal çubuğun farklı malzeme tipleri için ilk beş frekansı (THz) .....	53
<b>Çizelge 4.6.</b> Bir ucu tutulu diğer ucu serbest (C-F) aksenal çubuğun farklı malzeme tipleri için ilk beş frekansı (THz).....	53
<b>Çizelge 4.7.</b> İki ucu tutulu (F-F) aksenal çubuğun farklı malzeme tipleri için ilk beş frekansı (THz).....	54
<b>Çizelge 4.8.</b> Bir ucu tutulu diğer ucu kütle eklentili (C-MA) aksenal çubuğun farklı malzeme tipleri için ilk beş frekansı (THz).....	54
<b>Çizelge 4.9.</b> Bir ucu serbest diğer ucu kütle eklentili (F-MA) aksenal çubuğun farklı malzeme tipleri için ilk beş frekansı (THz).....	54
<b>Çizelge 4.10.</b> Bir ucu tutulu diğer ucu elastik yay eklentili (C-SA) aksenal çubuğun farklı malzeme tipleri için ilk beş frekansı (THz).....	55
<b>Çizelge 4.11.</b> Bir ucu serbest diğer ucu elastik yay eklentili (F-SA) aksenal çubuğun farklı malzeme tipleri için ilk beş frekansı (THz).....	55
<b>Çizelge 4.12.</b> Bir ucu tutulu diğer ucu elastik yay ve kütle eklentili (C-SMA) aksenal çubuğun farklı malzeme tipleri için ilk beş frekansı (THz) .....	55
<b>Çizelge 4.13.</b> Çeşitli sınır şartlarına sahip nanoçubukların iki farklı uzunluk ve boyutsuz atomik mesafe parametreleri için ilk dört yerel olmayan frekansları ve bunların klasik sonuçlar ile olan yakınsaklıkları (THz) .....	56
<b>Çizelge 4.14.</b> Çeşitli sınır şartlardaki nanoçubukların farklı boyutsuz atomik parametre değerleri için yerel olmayan temel frekans değerleri (THz) .....	57

<b>Çizelge 4.15.</b> Çeşitli sınır şartlardaki nanoçubukların farklı malzeme tipleri ve iki farklı boyutsuz atomik parametre için yerel olmayan temel frekans değerleri (THz).....	57
<b>Çizelge 4.16.</b> Çeşitli sınır şartlardaki nanoçubukların farklı malzeme tipleri ve iki farklı boyutsuz atomik parametre için yerel olmayan temel frekans değerleri (THz).....	58
<b>Çizelge 4.17.</b> Her iki ucundan tutulu aksenal nanoçubuğun farklı malzeme tipleri ve boyutsuz atomik parametre için ilk beş yerel olmayan frekans değerleri (THz).....	58
<b>Çizelge 4.18.</b> Her iki ucundan tutulu aksenal nanoçubukların farklı uzunluk değerleri için ilk beş yerel olmayan frekans değerleri (THz) .....	59
<b>Çizelge 4.19.</b> Her iki ucundan tutulu aksenal nanoçubuğun farklı boyutsuz atomik parametre değerleri için ilk beş yerel olmayan frekans değerleri (THz).....	59
<b>Çizelge 4.20.</b> Her iki ucundan tutulu aksenal nanoçubuğun farklı uzunluk ve boyutsuz atomik parametre değerleri için yerel olmayan temel frekans değerleri (THz).....	59
<b>Çizelge 4.21.</b> Temel frekans (Hz) değerinin çarpık plak için karşılaştırılması ( $a/b=1$ , $h/a=0.001$ , $\theta=75$ , $V_{cn}=0.12$ ).....	69
<b>Çizelge 4.22.</b> Ankastre kenarlı CNT takviyeli çarpık plağın boyutsuz frekansları ( $a/b=1$ , $h/a=0.001$ , FG-X, $\Omega = \omega b^2 \sqrt{\rho h / D}$ ).....	70
<b>Çizelge 4.23.</b> Ankastre kenarlı CNT takviyeli çarpık plağın boyutsuz frekansları ( $a/b=1$ , $h/a=0.05$ , $\theta=30$ , $\Omega = \omega b^2 \sqrt{\rho h / D}$ ).....	70
<b>Çizelge 4.24</b> Ankastre kenarlı CNT takviyeli çarpık plağın boyutsuz frekansları ( $a/b=1$ , UD, $V_{cn}=0.12$ , $\Omega = \omega b^2 \sqrt{\rho h / D}$ ).....	71

## 1. GİRİŞ

Günümüzde teknolojik imkânlar hızla gelişmekte ve kullanılmakta olan malzemelerin boyutları da buna paralel olarak azalmaktadır. Günlük hayatta kullanmış olduğumuz bilgisayar, cep telefonu ve bunun gibi birçok cihaz özellikleri sürekli olarak gelişmekte ve boyutları küçülmektedir. Bu cihazlarda kullanılan malzeme boyutu küçülmekteyken çalışma hızı da bir yandan artmaktadır.

Bilim insanları ve mühendisler gün geçtikçe daha küçük boyutlardaki malzemeler üretmeye ve daha az yer kaplayıp daha az enerji kullanarak çok daha hızlı çalışacak aygıtlar üretmek için çalışmalar yapmaya devam etmektedir.

Malzemelerin atomik ve atomik altı boyutlarda incelendiği nanoteknoloji bilimi, farklı özellikteki malzemeler üreterek insanların yaşam kalitesini arttırmaya çalışmaktadır. Bu nedenle nanoteknolojinin gelecek zamanlarda birçok bilimsel alanda gelişme sağlayacağı düşünülmektedir.

Nano boyutta çalışmalar yapılması için mekanik davranışların çok iyi bilinmesi gerekmektedir. Yapılan çalışmalarda malzeme boyutundaki azalmalar neticesinde klasik davranışların ötesinde kuantum davranışlar etkisini göstererek ortaya yeni fiziksel, kimyasal ve biyolojik özellikleri olan malzemelerin çıkmasını sağlamıştır. Burada klasik teori ile elde edilen sonuçların deneysel sonuçlar ile farklı olduğu görülmüştür. Bu farklılığı ortadan kaldırmak için yerel olmayan elastisite teorisinin kullanılmasıyla birlikte, boyut etkisinin varlığı ve mekanik davranışa olan etkisi araştırılmaktadır.

## 2. KAYNAK TARAMASI

### 2.1. Nanoteknoloji Nedir?

Nano kelimesi Yunanca cüce ya da yaşlı adam anlamına gelen ‘nannos’ kelimesinden gelmektedir. Bilim açısından nano; teknik bir ölçü birimi olarak kullanılmaktadır. Nano ifadesi herhangi bir ölçü biriminin milyarda birini göstermektedir. Örnek verilecek olursa 1 nanometre, metrenin milyarda biridir. (1nm = 1/1.000.000.000m). Yaklaşık 100 ile 1000 atom bir araya gelerek nano ölçekte bir nesne oluşturabilir.

Nanoteknoloji kavramı ilk kez Amerika’da ortaya çıkmıştır. Kaliforniya’daki Foresight Enstitüsü’nün kurucusu olan Dr. Eric Drexler’in nanoteknoloji üzerine yoğunlaşılmasıyla ortaya çıkmıştır. Massachusetts Teknoloji Enstitüsü’ndeki (MIT) eğitimi sırasında, biyolojik sistemlerden esinlenerek molekül makinelere yapılabileceğini öne sürmüştür.

Nanoteknoloji genel olarak, 1 den 100 nanometreye kadar olan maddelerin incelenmesi, kontrolü ve atomsal seviyede değiştirilerek işlevsel hale getirilmesi şeklinde belirtiliyor. Fizik, kimya, biyoloji, mühendislik gibi disiplinler arası etkileşiminin yanı sıra, endüstri, uzay, elektronik, tarım ve sağlık gibi çeşitli alanlara da potansiyel etkisi bulunmaktadır. Gelişmiş birçok ülke tarafından, en kritik araştırma alanı olarak desteklenmektedir.

### 2.2. Nanoteknolojinin Tarihçesi

Nanoteknolojinin ortaya çıkışı, ünlü Amerikalı fizikçi Richard Feynman’ın yapmış olduğu malzeme ve cihazların moleküler boyutlarda üretilmesi ile ilgili konuşmasına (1959) dayandırılabilir. Feynman bir konferansta “‘There is plenty of room at the bottom’” (Aşağıda daha çok yer var) başlıklı konuşmasında ilk defa nano boyutlardaki gizeme değinmiştir. Feynman eğer atom ve molekül büyüklüklerde imalat yapılabilirse birçok yeni keşiflerin ortaya çıkacağını bildirmiştir. Fakat nano boyutlarda uğraşların olabilmesi için, öncelikle nano ölçekte ölçme ve üretim yöntemlerinin geliştirilmesi gerektiği vurgulanmıştır.

Bu konuşmasında Feynman, minyatürize edilmiş enstrümanlar ile nanoyapıların ölçülebileceği ve yeni amaçlar doğrultusunda kullanılabileceğini belirtmiştir. Ancak, nano boyutlara gelindiğinde kuantum gibi farklı fizik kuralları işlemeye başlamakta, geleneksel malzeme özelliklerinin de değiştiği görülmektedir. Araştırmacıların daha küçük boyutlarda çalışmaya başlamasıyla birlikte birçok problem de ortaya çıkmaya başlamıştır. Boyutlar küçüldükçe yapılan çalışmaları izlemek zorlaşmıştır.

Nanoteknolojisinin gelişim kronolojisini inceleyecek olursak;

1959: Richard Feynman’ın meşhur konferansı.

1965: Kuantum elektrodinamiği alanında yapmış olduğu çalışmalarla Richard Feynman Nobel Ödülü almıştır



**Şekil 2.1.** Richard Feynman, William McLellan (soldaki) tarafından yapılan ilk mikromotora optik mikroskolla bakıyor (1960)

1974: Aviram ve Seiden ilk moleküler elektronik aygıt için patent aldı.

1981: G.K. Binnig ve H. Rohrer atomları tek tek görüntüleyebilmek için Taramalı Tünellemeli Mikroskobu (STM) icat ettiler.

1985: R. Curl Jr. , H. Kroto, R. Smalley C60 'ı keşfettiler.

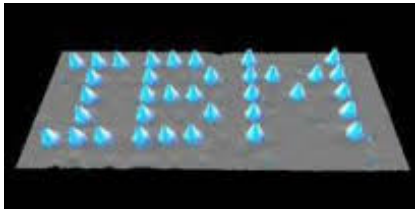
1986: Binnig, Quate ve Gerber atomik kuvvet mikroskobunu bulmuşlardır. Daha önce de bulunan taramalı tünelleme mikroskobu ile birlikte nanoteknolojinin değişimi için çok önemli buluşlar gerçekleştirmişlerdir.

1986 yılında Drexler'in "Engines of Creation" kitabı yayınlanmıştır.

1987: İletkenliğin kuantum özelliği ilk defa gözlemlendi, T.A. Fulton ve G.J. Dolan ilk defa tek elektron transistörünü yaptılar. Moleküler transistör yapımının başarılması, Bell Laboratuvarları'nda 1940'lı yıllarda Shockley, Bardeen ve Brattain tarafından yapılan ve bir yumruk büyüklüğünde olan katı hal transistörün boyutunun, yaklaşık yüz milyonda bir küçülmesi anlamına gelmekte. Ancak, moleküler transistörlerin birbirlerine iletken tellerle bağlanmaları ve bu transistörlerden bütünleşik devre yapılması, çözümü zor problemleri de beraberinde getirdi.

1988: W. De Grado ekibiyle beraber suni protein yapmayı başardılar.

1989: Schweizer ve Eigler IBM logosunu nikel bir yüzey üzerinde duran xenon(35 Xe atomu) atomlarının yerlerini yeniden düzenleyerek yazdılar.



**Şekil 2.2.** Nano boyutta IBM yazısı

1991: Japon Lijima çok duvarlı karbon nanotüpleri keşfetti.

1993: Lijima ve Bethune tek duvarlı karbon nanotüpleri keşfettiler.

1996'da Rice Üniversitesi araştırma grubu, Sumio Iijima'nın kullandığı ark buharlaştırma tekniğinden farklı olarak lazer buharlaşma tekniğini geliştirmişlerdir.

1997: N. Seeman ilk kez DNA molekülünü kullanarak nanomekanik aygıt yaptı ve aynı yıl içinde Rice Üniversitesinde (ABD) Nanoteknoloji laboratuvarı kuruldu.

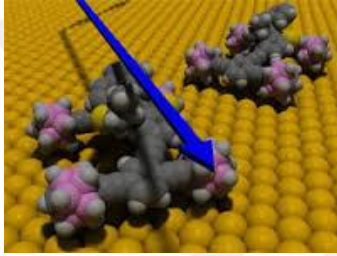
1998 yılında Dekker grubu TUBEFET'i yaptı.

1999: M. Reed ve J.M. Tour ilk defa tek organik molekül ile elektronik anahtar yaptılar.

2001: ZnO nanotel laseri yapıldı.

2002: Süperörgü nanoteller yapıldı.

2005: Dört tekerlekli nano araba modeli hareket ettirildi.



Şekil 2.3. Motorize bir nano araba

### 2.3. Nanoteknolojinin Gelecekteki Uygulama Alanları

Son zamanlarda nanoteknoloji ve nano boyutlar popüler ilgi alanlarından biri haline gelmiştir. Gelecekte dev bir uygulama alanına sahip olma potansiyeli bulunan nanoteknoloji birçok araştırmacı ve bilim insanı için çalışma alanı haline gelmiştir. Önümüzdeki yıllarda modern yaşam içerisinde nanoteknolojinin etkili olacağı düşünülmekte, yaşam standartları ve kalitesinin arttırılabileceğine inanılmaktadır.



Şekil 2.4. Nanoteknoloji çalışma alanları

Nanoteknoloji; fizik, kimya, moleküler biyoloji, genetik ve malzeme bilimleri, mühendislik bilimleri gibi alanlarla yoğun bir ilişki içerisindeyiz diyebiliriz. Nanoteknolojinin gelişimini de günlük yaşama hızla yansıtacak disiplinlerarası bir süreç

olarak değerlendirebiliriz. Bu bilim sayesinde, farklı alanlarda daha verimli, dayanıklı ve güvenli üretimler yapılabileceği ön görülmektedir.

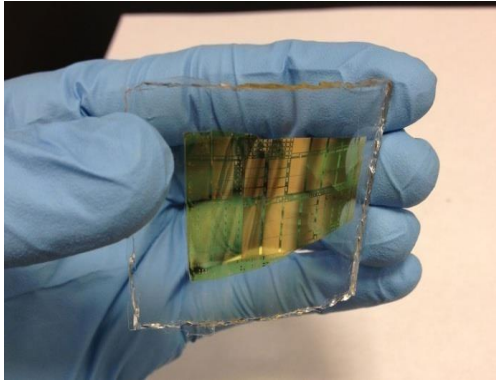
### 2.3.1. Malzeme ve imalat sektörü

Nanoteknoloji ile birlikte malzemelerin atomik ve moleküler boyutlardan başlayarak inşa edilmesi, konvansiyonel metotlar ile elde edilen malzemelere göre daha sağlam ve hafif maddelerin ortaya çıkmasını sağlayacaktır. Ortaya çıkan bu malzemeler, hata seviyelerinin düşük olması ve dayanıklı olmaları ile mevcut birçok endüstriyel süreç için yenilikler getirecektir. Benzersiz ve alışılmamış özellikleri ile nanotüpler, elyaflar, lifler ve kaplama malzemeleri imalat yöntem ve tekniklerinin gelişmesine imkan sağlayacaktır.

Nano ölçekteki malzemelerin daha hafif, daha sağlam olarak programlanabilir malzemeler olması, daha az malzeme kullanılması, üretim proseslerinde daha az enerjiye gereksinim duyması, artık malzeme üretmemesi gibi avantajları nano imalatta önemli hususlardandır.

### 2.3.2. Nano elektronik ve bilgisayar teknolojileri

Nanometre ölçeklerinde elde edilen elektronik araçların, mevcut sistemlerine göre birkaç kat artmış işlem gücü ve kapasiteleri olacaktır. Nano ölçekte üretilecek olan devre elemanlarının işlevlerini yerine getirmek için daha az enerji harcayacağı için nanoteknoloji ile üretilen bilgisayar sistemlerinin günümüzde üretilen bilgisayarlara göre daha küçük boyutlarda olacağı, daha az enerji tüketmesi nedeniyle daha ekonomik olacağı, hız ve kapasitelerinin gelişmiş olacağı ön görülmektedir. Nano teknolojinin kullanım alanlarından olan kuantum bilgisayarların geliştirilmesi ile günümüzdeki modern bilgisayarlar olan Pentium bilgisayarlar ile kıyaslanamayacak derecede işlem gücü elde etmek mümkün olacaktır. Ayrıca elektronik araçlarda kullanılan sensör, gösterge sistemleri ve sinyal iletimi alanlarında ciddi ilerlemeler olacaktır.

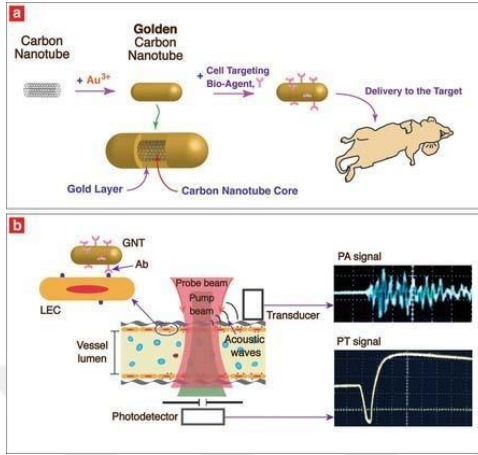


Şekil 2.5. Karbon nanotüpten yapılan bir çip

### 2.3.3. Sağlık sektörü

Nanoteknolojideki gelişmeler sayesinde hem teşhiste hem de tedavide yeni yöntemlerin geliştirilmesinin sağlanacağı düşünülmektedir. Yaşayan sistemlere moleküler düzeylerde müdahale etme imkanı oluşabilir ve çalışmalarındaki zorluklar nano ölçekteki aygıtlarla giderilebilir. Bu sayede yaşayan organizmalar ile etkileşime

geçebilecek boyutlarda araçlar üretilerek birçok yeni teşhis ve tedavi yöntemleri geliştirilebilir. Sadece hastalıklı olan veya hastalığın yayılmış olduğu bölgelere ilaç veren makineler, insan vücudunda hareket edilmesine imkan sağlayan teşhis araçları, vücut tarafından reddedilmeye dayanıklı suni doku organ malzemesi üretimi nanoteknolojinin sağlık sektörü üzerindeki potansiyel uygulamaları arasında gösterilebilir.



**Şekil 2.6.** Altın ile kaplanmış karbon nanotüp yardımıyla vücut içerisinde tümör, iltihap vb. bulma

### 2.3.4. Havacılık ve uzay araştırmaları

Çok maliyetli olan havacılık ve uzay araçları teknolojisinde nanoteknolojiden yararlanılarak, bu araçların imalatı sırasında kullanılan malzemelerin ağırlığı önemli ölçüde azaltılıp, maliyetin düşürülmesi sağlanabilir. Örneğin; uzay yolculuklarında ihtiyaç duyulan yakıt hem ağırlık hem de hacim bakımından günümüz teknolojileri ile sınırlı miktarda alınabilmektedir. Nanoteknoloji ürünü malzemeler ve aygıtların kullanılması bu sahadaki zorluklara da çözüm getirecektir.

Çekme direnci çelikten yüksek olan nanotüpler sayesinde dünya yüzeyinden atmosfere kadar yükselebilecek yapılar inşaat edilmesi potansiyel uygulama alanları içinde yer alabilir. Bu sayede, uzay araştırma maliyetlerinin büyük bir kısmını oluşturan fırlatma maliyetleri düşürülebilir. Uygulamaları olarak; makroölçekteki uzay araçlarında kullanılması düşünülen nanoölçekli aletler, az enerji gerektiren, radyasyona karşı dayanıklı, yüksek verimli bilgisayar yapımı, nano elektronik ile desteklenen uçuş sistemleri yapımı, ısıya dayanıklı nano yapıları kaplama malzemeleri gösterilebilir.

### 2.3.5. Çevre, biyoteknoloji, tarım ve enerji

Nano malzemelerin ve nano kompozitlerin fosil yakıt endüstrilerinin verimliliğini geliştirme potansiyeli bulunmaktadır. Nano kompozitlerin yaygın olarak kullanılması ile daha yüksek verimliliğe sahip motorların, dolayısı ile daha temiz ve çevre dostu ulaşım sistemlerinin kurulması mümkün olacaktır.

Biyolojik yapıtaşlarının suni malzemelerin ve aygıtların içine yerleştirilmesi ile biyolojik işlev ve istenen başka özelliklere sahip malzemeler üretilebilir.



Tarımda ise nanoteknoloji kullanımı ile bitkileri böceklere karşı korumak için moleküler seviyede kimyasalların geliştirilmesi, hayvanlar ve bitkilerin genlerinin hayvanlar için ilaçların, DNA testleri için nanoölçekte kontrol yöntemlerinin geliştirilmesi sağlanabilir.

### 2.3.6. Savunma sektörü

Nanoteknolojinin savunma sanayinde önemli bir yeri vardır ve askeri uygulamalar konusunda birçok alanda potansiyel vaat etmektedir. Örneğin; elektronik savaş kapasitesinin geliştirilmesi, silah sistemlerinin iyileştirilmesi, kamuflaj ve akıllı sistemlerin geliştirilmesi gibi birçok Ar-Ge çalışmasının gerçekleştirildiği alanlardır.

### 2.4. İnşaat Sektöründe Nanoteknoloji

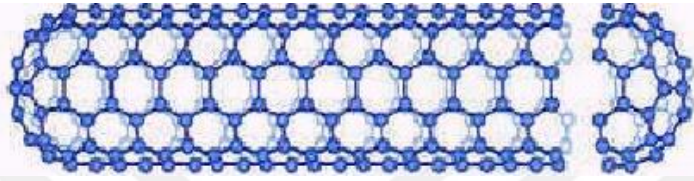
Nanoteknolojinin inşaat alanında büyük farklılıklar yaratabileceği öngörülmektedir. Şu anki mevcut durum incelenmeye kalkıldığında nanoteknoloji ile geliştirilmiş olan bazı ürünlerin piyasada yerini aldığı görülebilir. Örneğin çevre ile ilgili olarak titanyum dioksit nanoparçacıklar barındıran yeni akıllı malzemelerin kendi kendini temizleyen pencerelerde kullanıldığı, binalarda hatta karayollarında uygulama alanı bulunduğu görülmektedir. Milano'da 7 bin m<sup>2</sup> yolun bu tip akıllı malzemelerle kaplandığı, böylece nitrojen dioksit seviyesinde %60 oranında indirim sağlanabildiği ölçülmüştür. Bazı diğer nanomalzemelerin yeni inşaat malzemelerinde kullanıldığı, bu kullanımın ana amaçlarından birinin mekanik mukavemeti, dayanıklılığı ve yalıtım özelliğini artırmak olduğu, kullanımın geleneksel malzemelere göre aynı zamanda ağırlığı da azalttığı ortaya çıkmaktadır. (<http://metaldunyasi.com.tr/haber/detay/33>)

Nanoteknolojinin inşaat sektörünün birçok alanında farklı uygulamaları mevcuttur. Özellikle yapı malzemeleri alanında, mevcut malzemelerin özelliklerinin iyileştirilmesi ve yeni malzemelerin geliştirilmesi gibi birçok fırsat penceresi bulunmaktadır. Taşıyıcı sisteme ilişkin, nano-işlenmiş beton, daha mukavim ve plastik özellikleri daha yüksek nanokompozit çelik, daha hafif, dayanıklı ve suya mukavim nanokompozit alçı duvar gibi uygulamalar yapılmaktadır. Koruma amaçlı yüzey uygulamalarında kendi kendini temizleyen, kirlenmeyen, su ve kir tutmayan yüzeylerin geliştirilmesi, yanma geciktiricili nano katkı malzemelerinin kullanımı, antimikrobiyel kaplamalar önemli gelişmelerdendir. Isı, ses ve ışık yalıtımında da, arojel translusent termal-akustik yalıtım, nanoporoz ses yalıtım malzemeleri, ışık kontrol filmleri ve kaplamalar gibi uygulama alanları bulunmakta. (Orhan TURAN, İMSAD-İnşaat Malzemesi Sanayicileri Derneği Yönetim Kurulu Başkanı, Bir Fırsat Penceresi: İnşaat Sektöründe Nanoteknoloji)

### 2.5. Karbon Nanotüpler

Teknolojideki hızlı gelişim neticesinde nanoteknoloji ortaya çıkmış ve önemli çalışma alanlarından biri olmuştur. Nano parçacıklar, ince filmler ve nanotüpler olarak elde edilen malzemeler, gösterdikleri farklı fiziksel özellikler ve küçük boyutları nedeniyle teknolojiye büyük bir kullanım alanı vardır. Bu kullanım alanının çoğunu barındıran yapı ise karbon nanotüplerdir. Bu nedenle nanoteknolojinin en önemli konularından biri karbon nanotüplerdir.

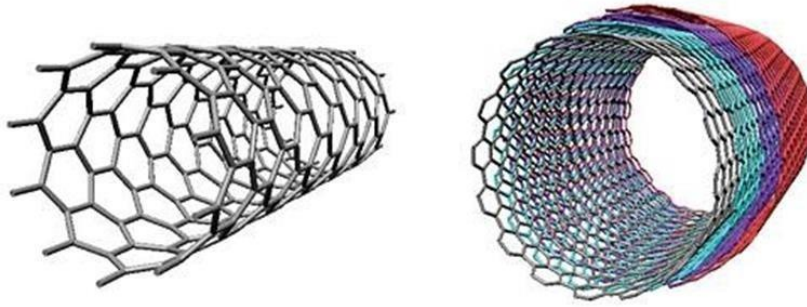
Karbon nanotüp, yapısında sadece karbon atomu bulunan, silindir şeklinde bir karbon allotropudur. 1985 yılında 60 veya daha fazla karbon atomu birleştirilmesiyle oluşan futbol topu şeklindeki moleküllerin bulunması, karbon nanotüplerin ortaya çıkmasında ilk adım olmuştur. Oluşan bu toplara benzeyen moleküllerin, diğer atom veya moleküllerle yaptığı bileşiklere fulleren denir. İlk kez 1991 yılında Japon Sumia lijima, bu fullerenlerin ark-buharlaşması sentezi sırasında katodda toplanan malzemeyi araştırırken tüp şeklindeki moleküller ile karşılaşmıştır. Ardından Thomas Ebbeson ve Pulickel Ajayan, çeşitli ark-buharlaşması koşulları altında çok miktarda nanotüp üretilebileceğini göstermişlerdir. Ancak bu koşullar altında yalnızca çok katmanlı tüpler üretilmiştir. Daha sonra yapılan araştırmalar neticesinde grafit elektrotuna kobalt gibi bazı metallerin eklenmesiyle tek katmanlı nanotüpler elde edilmiştir.



**Şekil 2.7.** Karbon nanotüp

Karmaşık bir yapıya sahip olan karbon nanotüplerin uzunluk/çap oranları 1.000.000'dur. Fiziksel ve kimyasal özellikleri kolayca değişebilir. Karbon nanotüplerin kendilerine has elektriksel özelliği olup ısıyı iyi iletmektedirler. Çelik malzemesine göre 100 kat daha sağlam ve 6 kat daha hafiftir.

## 2.6. Karbon Nanotüp Çeşitleri



**Şekil 2.8.** Tek katmanlı ve çok katmanlı nanotüpler

### 2.6.1. Tek katmanlı nanotüpler

Karbon nanotüp, silindir şeklindeki bir karbon allotropudur, sıfır karbon atomu içerir. Karbon nanotüplerin kıvrılmış grafin yüzeyine benzetebiliriz. Beyaz kağıdı grafin olarak düşürsek; boylamasına elde ettiğimiz silindir karbon nanotüptür. Uçları açık ya da kapalı olabilir. Bir karbon nanotüp yaklaşık olarak 0.4 nm çapında ve 100nmkadar bir uzunluktadır. Eğer bir tane grafin yüzeyini kıvrırırsak elde ettiğimiz bu tüp tek katmanlı nanotüp olarak adlandırılır ve çapları genellikle 1 nm olmasıyla beraber iki ucu da kapalıdır. Tek katmanlı nanotüpler katlanmış şekillerine göre; armchair, zigzag ve chiral şeklinde olabilir.

**Çizelge 2.1.** Tek katmanlı nanotüplerin özellikleri

Özellik	Değer
TDKNT dış çapı	1-2nm
TDKNT İç çapı	0.8-1.6nm
TDKNT saflığı	>90 wt%
ÇDKNT içeriği	>5wt%
Amorf Karbon içeriği	<3wt%
TDKNT uzunluğu	5-30µm
TDKNT Spesifik yüzey alanı	407 m <sup>2</sup> /g
TDKNT Elektriksel İletkenliği	>10 S/cm

### 2.6.2. Çok katmanlı nanotüpler

Üst üste birkaç grafin konulup katlanırsa iç içe geçmiş karbon nanotüpler elde edilir. Bu tip nanotüplere çok katmanlı nanotüpler ( MWNT ) denir. Çok duvarlı karbon nanotüplerin her iki katmanı arasındaki mesafe yaklaşık olarak 0,34 nm kadardır. Bal peteği dizilişi ile oluşan hegzagonal yapıli levhaların sarmal formlarında, iç içe geçmiş silindirik tüp yüzeylerinde yer alan atomların yapılandırma durumlarına göre bu tüplerin elektriksel özellikleri yarı iletken veya metalik niteliklerde olabilir.

**Çizelge 2.2.** Çok katmanlı nanotüplerin özellikleri

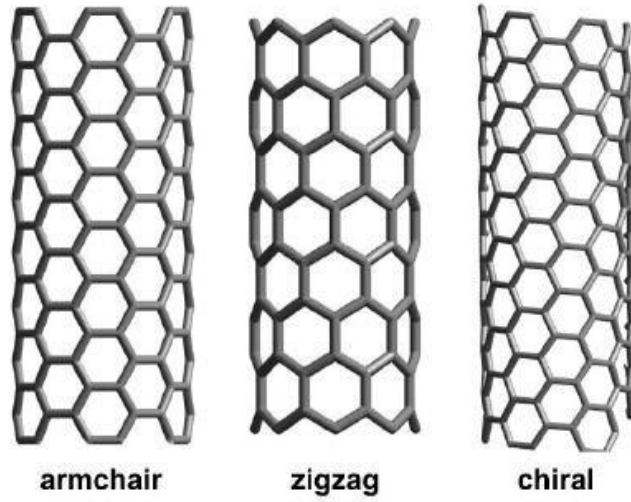
Özellik	Değer
MWNT Dış Çapı	<8nm
MWNT İç Çapı	2-5nm
MWNT Saflığı	>95 wt%
MWNT Uzunluğu	10-30µm
MWNTs Spesifik Yüzel Alanı	500 m <sup>2</sup> /g
MWNTs Elektriksel İletkenliği	>10 <sup>-2</sup> S/cm

## 2.7. Karbon Nanotüplerin Özellikleri

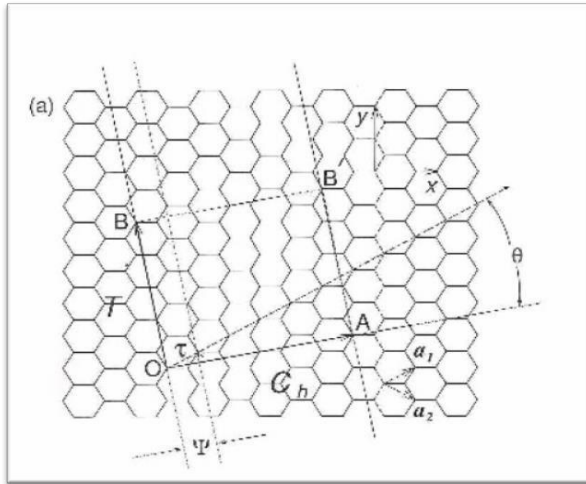
### 2.7.1. Yapısal özellikleri

Yapılan deneyler neticesinde nanotüplerin, kristal grafitlerden oluşan hegzagonal örgüdeki karbon atomlarının oluşturduğu silindirik yapılar olduğu anlaşılmıştır. Karbon nanotüpler, tek katmanlı ve çok katmanlı nanotüpler olmak üzere ikiye ayrılır.

Nanotüp, kıvrılmış grafin yüzeyi gibi düşünüldüğünde sadece bir grafin yüzeyini kıvrılarak elde edilen nanotübe “tek katmanlı nanotüp” denir. Tek katmanlı nanotüpler genelde 0,4 – 20 nm çapında ve 100 nm – 10 mikrometre uzunluğundadır ve iki uçları da kapalıdır. Tek katmanlı nanotüpler, armchair(koltuk), zigzag(zikzak) ve chiral(kiral) olmak üzere üç farklı şekilde olabilir.



Şekil 2.9. Tek katmanlı nanotüp şekilleri



Şekil 2.10. Tek katmanlı karbon nanotüpün kiriş açısı

Birden çok grafin yüzeyinin üst üste koyularak katlanmasıyla “çok katmanlı nanotüpler” elde edilir. Çok katmanlı nanotüpler, 4 – 30 nm çapında ve en fazla 1

mikrometre uzunluğundadır. Matruşka ve parşömen olmak üzere iki çeşir çok katmanlı nanotüp vardır.

Matruşka tipi nanotüp iç içe geçmiş tek katmanlı nanotüplerden oluşur. Bunu matruşka denilen iç içe geçmiş bebeklere benzetmek mümkündür. En küçük çapa sahip nanotüp en içte, en büyük çapa sahip nanotüp ise en dışta bulunur.

Parşömen tipi nanotüp ise grafin yüzeyin kendi içinde bir kereden fazla döndürülmesiyle oluşur. Bu tip nanotüp tek katmanlı nanotüpün kendi etrafında birden çok döndürülmesi ile oluşur ve çok katmanlı nanotüp elde edilir.

### 2.7.2. Fiziksel ve kimyasal özellikleri

Karbon nanotüplerin yapılarındaki bağ tipi polar olmadığından suda çözünmezler. Kimyasal müdahaleler olmadığı sürece genellikle herhangi bir çözücüde de çözünmezler.

Tek katmanlı nanotüpler, toluen, dimetil formamit ve tetrahidrofuran gibi organik çözücüler ile kararlı çözeltiler oluşturabilir.

Vakum ile 1500 °C'ye kadar, açık havada ise 750 °C'ye kadar kararlı halde durabilirler. Yüzey alanı / hacim oranı yüksektir.

Çok katmanlı nanotüplerin kimyasallara karşı direnci, tek katmanlı nanotüplere göre daha yüksektir.

Tek katmanlı nanotüplerde, kopan atomun altında başka bir atom bulunmadığı için, nanotüpteki karbon atomu kimyasal reaksiyon sonucu koparsa, boşluk oluşur. Çok katmanlı nanotüplerde ise alt katmandaki karbon boşluğu kapatacağı için yüzeyden karbon atomunun kopması boşluk oluşturmaz.

### 2.7.3. Elektriksel özellikleri

Bir tek grafit levhası yarı metaldir. Bunun anlamı sahip olduğu özellikleri yarı iletken ile metal arasında orta düzeyde olmasıdır. Grafit levha yuvarlanarak nanotüp oluşturulduğunda, daire çevresinde yalnızca karbon atomları değil aynı zamanda elektronların kuantum mekaniksel dalga fonksiyonları da uyumlu olarak düzenlenir.

Kuantum sınırları nedeniyle elektronlar sadece nanotüp eksenini boyunca etkili olmaktadır, dalga vektörleri de bu doğrultuda işaretlenir. Bu basit düşünce tek boyutlu bandın dağılımı bağıntısını hesaplamakta kullanılır. Bu da çok iyi bilinen grafit levhası üzerinden, dalga vektörünü enerjiye bağlar. Noriaki Hamada ve meslektaşları küçük çaplı nanotüpler için dağılım bağıntısını hesaplamışlardır. Elde edilen sonuçlara göre, küçük çaplı nanotüplerin 1/3'ü metalik, geri kalanı ise çaplarına ve giriş açalarına bağlı olarak yarıiletkenidir. Genel olarak  $(n,m)$  bir karbon nanotüp  $n-m = 3k$  ( $k$  tam sayı) olmak şartıyla metaliktir. Bütün "koltuk" nanotüpler metaliktir, "zikzak" nanotüplerin 1/3'ü de metaliktir. Bu alanda Dr. Alex Zettle ve onun araştırma grubu gösterdiler ki; birbirine küçük farklarla benzemeyen iki nanotüp molekülü uç uca birleşirse, birleşme noktası diyod adı verilen bir elektrik devresi gibi işlev görür. Diyotlar devrelerde genellikle alternatif akımı, doğru akıma çevirmekte kullanılır.

Gelecekte nanotüplerin devrelerde kullanılmasıyla, bunlarla transistörlerin yapılıyor olması kaçınılmaz olacaktır. Transistörler tamamlanmış devrelerin temel yapı bloklarıdır. Bağımsız çok katmanlı ve tek katmanlı nanotüpler kullanılarak başarıyla üretilmiş ve test edilmiş nanotüp transistörleri, “Alan Etkili Transistör Kanalları” (AET) gibidir. AET, oda ısısından 4 °K’e soğutulduğunda, devrenin davranışlarındaki değişim görülebilir. Devre oda ısısında alan etkili transistör gibi hareket ederken, 4°K’de davranışları “Tek Elektronlu Transistör” (SET) gibidir.

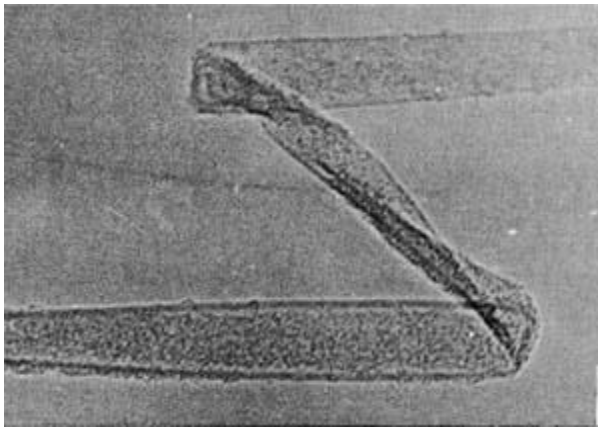
#### 2.7.4. Mekaniksel özellikleri

Karbon nanotüplerin mekaniksel özellikleri üzerine yapılan araştırmalar sonucunda çok ilginç değerlerle karşılaşmıştır (Bkz. Çizelge 3.1). Grafit ve karbon fiberleri gibi, nanotüplerin çok sağlam ve elastisite modülünün yüksek olması beklenmektedir. North Caroline Üniversitesi’nden Jerzy Bernhole ve arkadaşlarının hesaplarına göre bir nanotüp kırılmadan yüksek oranda uzayabilmektedir.

Çizelge 2.3. Bazı malzemelerin mekaniksel değerleri

Malzeme	Elastisite Modülü (Gpa)	Gerilme Mukavemeti(Gpa)	Yoğunluk (gr/cm <sup>3</sup> )
<b>Tek Katmanlı Nanotüp</b>	1054	150	1,4
<b>Çok Katmanlı Nanotüp</b>	1200	150	2,6
<b>Elmas</b>	600	130	3,5
<b>Çelik</b>	208	1,0	7,3
<b>Ahşap</b>	16	0,008	0,4

Ayrıca bu esnek olma özelliklerinden dolayı karbon nanotüpler; bükülebilir, düzleştirilebilir, küçük daireler şeklinde kıvrılabilir. Ya da dışarıdan gelen çeşitli zorlamalar sonucunda kırılmadan kalabilir. Dahası Bernhole ve arkadaşları, nanotüp üzerindeki etki çekildiği zaman eski orijinal şeklini aldığını gözlemlemiştir.



Şekil 2.11. Karbon nanotüpün kuvvet altındaki davranışı

Ancak, aşırı zorlamalar sonucunda şekil değiştirmeler kalıcı olabilir. Baskı altında kolayca kırılan karbon fiberlerinin aksine, karbon nanotüpler etki uygulandığında yüksek elastikiyeti sağlayan tek benzer yapıyı oluştururlar. Sonuç olarak nanotüpler sadece karbon fiberlerden daha üstün niteliklere sahiptir. Bu özellikler tek başlarına ya da diğer özelliklerle birlikte kullanılabilir. Örneğin; bu moleküllerden az miktarda plastiğe katılarak, plastik elektriksel olarak iletken hale getirilmiştir. İletken plastikler, otomotiv sektöründe elektriksel olarak yüklü boya üretmek için kullanılmaktadır. Bu elektrostatik boya, sprey boya yöntemine göre daha fazla boya tasarrufu sağlamaktadır.

## 2.8. Karbon Nanotüplerin Dayanıklılık Özellikleri

Karbon nanotüpler çekme dayanımı ve elastik modülü açısından keşfedilen güçlü malzemelerdir. Bu mukavemet bireysel karbon atomları arasında bir kovalent bağdan kaynaklanır. 2000 yılında, çok duvarlı karbon nanotüpde 63 gigapascal (Gpa) bir gerilme gücü tespit edilmiştir. 2008 yılında yapılan ilave çalışmalar, bireysel KNT kabukları kuantum/atomistik modelleri ile iyi bir uyum içinde yaklaşık 100 GPa, kadar güçlü olduğunu göstermiştir.(Peng vd.,2008). Karbon nanotüpler 1,3 g/cm<sup>3</sup> katı için düşük yoğunluklu olduğundan, kendine özgü gücü 48,000 kN/m olarak bilinen en iyi malzemedir.

Basınçtaki davranışına gelince karbon nanotüpler güçlü değildirler. Çünkü KNT'lerin içi boş bir yapı ve yüksek en boy oranı, basınç altında burulma, bükülme eğilimindedir. (Jensen vd. 2007).

$$\text{Elastisite Modülü, } E = \frac{\text{Çekme Çekme Dayanımı}}{\text{Kopma Dayanımı}} = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{F/A}{\Delta L/L}$$

Burada, F: Malzemeye uygulanan kuvvet, A0: Kuvvetin uygulandığı dik kesit, L0: Malzemenin kuvvet uygulanmadan önceki uzunluğu,  $\Delta L$ : Malzemedeki uzunluk değişimi olarak tanımlanır.

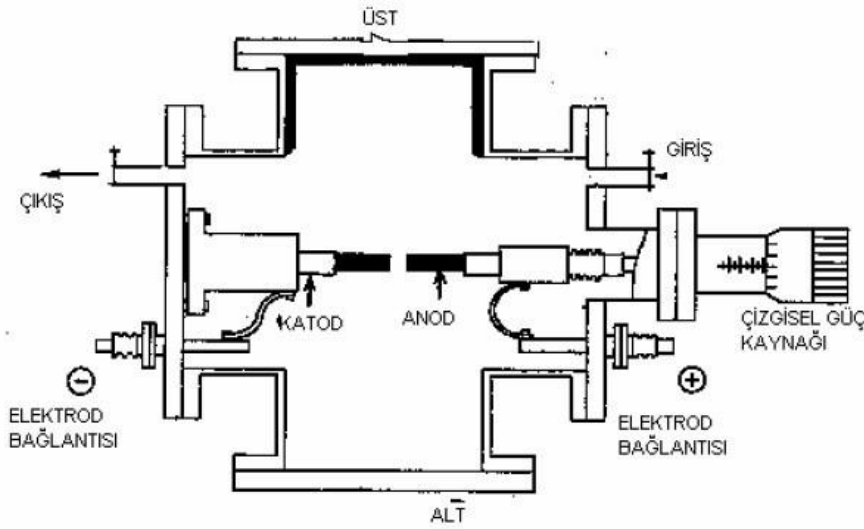
## 2.9. Karbon Nanotüplerin Elde Edilme Yöntemleri

Büyük boyutlarda nanotüp üretmek için birkaç teknik geliştirilmiştir. Tek katmanlı nanotüp üretmek için kısmen verimli olan şu yöntemler belirlenmiştir, bunlar lazer buharlaştırma, ark buharlaştırma, kimyasal buhar biriktirme ve mekanik öğütme yöntemidir.

### 2.9.1. Ark buharlaştırma tekniği

Bu yöntem, helyum ve argon atmosferinde iki elektrodun arasına elektrik akımı uygulamaya dayanır. Nanotüp sentezi amacıyla difüzyon pompalı bir vakum hattına ve bir helyum kaynağına bağlı olan paslanmış çelikten üretilmiş bir vakum odası kullanılır. Elektrotlar yüksek saflıkta iki grafin çubuktan oluşur. Boyutlandırma olarak anot 6mm çapında ve uzun, katot ise daha kısa ve 9mm çapındadır. Akım genellikle 50-120 A büyüklüğündedir. Arklama işlemi sırasında elektrotlar birbirinden ayrı tutulmaktadır. 5000°C'de grafinler buharlaşır. Anottan buharlaşan karbonun bir bölümü katotta silindirik olarak tekrar buharlaşır. Bu silindirik tortunun merkezinde nanotüpler ve nano parçacıklar bulunur. Odadaki helyum basıncı arttıkça buna paralel olarak nanotüp

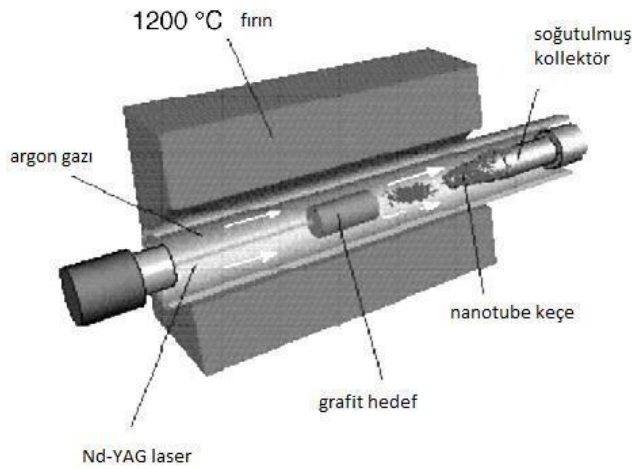
sayısı da önemli ölçüde artar. Nanotüplerin oluşumunda kobalt-nikel katalizörü kullanılabilir.



Şekil 2.12. Ark buharlaştırma düzeneği

### 2.9.2. Kesikli lazer buharlaştırma

Tek katmanlı Karbon demeti üretebilmenin en verimli yolu Kesikli Lazer buharlaştırmasıdır.  $1200^{\circ}\text{C}$  sıcaklıkta argon akışında Co ve Ni tozlarının aynı oranda karışımından oluşan grafit çubuklarının lazer depolaması işlemi sırasında elde edilen ürünler fullerenleri temizlemek için  $1000^{\circ}\text{C}$ 'de ısıl işlemi izlerler. Hareketsiz lazer pulsü, ikinci bir puls hedefi buharlaştırmak için izler. İki tane birbirini izleyen lazer pulsü kullanımının amacı karbon kırı birikintisini azaltmaktır. İkinci lazer pulsü ilkinden gelen daha büyük parçacıkları durdurarak büyüyen nanotüp yapısına ekler. Bu yöntemle üretilen malzemenin çapı katalist bileşenlerine ve diğer parametrelere bağlı olarak değişiklik gösterir.  $10\text{-}20\text{ nm}$ 'den  $100\text{ }\mu\text{m}$ 'ye varan hatta daha uzun olabilen ip demetleri halinde görülmektedir. Her ip SWNT (Single- Wall Nano Tube) yapıları oluşturmaya katkıda bulunur.



Şekil 2.13. Kesikli lazer düzeneği



### 2.9.3. Kimyasal buhar biriktirme (CVD)

CVD, genel olarak karbon nano tüplerin ticari üretim amacı için kullanılır. CVD yönteminde metal nano parçacıklar MgO gibi bazı katalizörlerle karıştırılır bu sayede karbon hammaddeli metal parçacıkların katalizör reaksiyonunun yüksek verimi için gerekli olan yüzey alanı artırılır. Bazı zamanlar katalizörler, karbon tüplerin orijinal şekillerini ve yapılarını değiştirebilecek asit işlemiyle değiştirilebilirler. Karbon hammaddeli metal parçacıkların katalizör reaksiyonunun yüksek verimi için olan yüzey alanını arttırmak amacıyla alternatif katalizör katılması. Bu sentez rotadaki bir problem, katalizör desteğinin bazı durumlarda karbon tüplerin orijinal yapılarını bozabilen asit işlemiyle kaldırılmasıdır. Bu duruma rağmen, suda çözülebilir alternatif katalizör desteğinin fulleren tüplerin büyümesi için etkili olduğu kanıtlanmıştır.

### 2.9.4. Mekanik öğütme

Mekanik öğütme ve ardışık tavlama nanotüp üretimi için basit yöntemlerdir. Mekanik öğütme işlemi oda sıcaklığında 150 saate kadar sürmektedir. Öğütmeyi takiben elde edilen toz, 1400°C'de 6 saatlik nitrojen ya da argon gazı akışı altında tavllanır. Bu oluşumun mekanizması tam olarak bilinmemekle birlikte mekanik öğütmenin nanotüp çekirdeğini oluşturduğu, tavlama işleminin nanotüp büyümesini hızlandırdığı düşünülmektedir.

### 2.9.5. Hidrotermal sentezleme

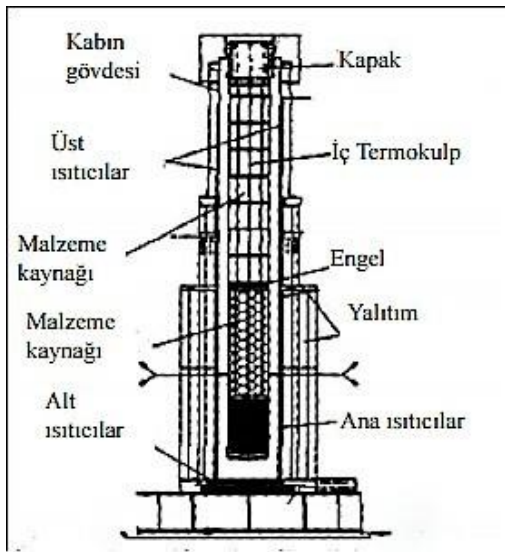
Hidrotermal sentezleme yönteminde, çeşitli teknikler kullanılarak yüksek basınç altında bir sulu çözeltiden maddeler kristalize edilmektedir. Yöntem "hidrotermal metot" olarak da anılmaktadır. Kristal büyümesi, besleyici malzemenin su ile beraber yollandığı çelikten yapılmış basınçlı bir kap olan otoklav içinde gerçekleşir. Odanın karşılıklı tarafları farklı sıcaklıklardadır. Bu sayede sıcak tarafta besleyici madde çözülürken, soğuk tarafta tohumların ek büyümesi sağlanır.

Farklı sınıflara ait birçok bileşik, hidrotermal koşullarda üretilebilmektedir. Elementler, basit ve karmaşık oksitler, tungstatlar, molibdetler, karbonatlar, silikatlar, germanatlar üretilen bileşiklere örnek olarak verilebilir. Hidrotermal sentezleme ticari değeri olan sentetik kuartz ve değerli taşların üretiminde kullanılır. Verimli bir şekilde üretilen kristallerden bazıları zümrüt, yakut, kuartz ve aleksandritlerdir.

Hidrotermal metotta üç farklı çeşit uygulama vardır. En çok kullanılan yöntem sıcaklık farkı yöntemidir. Aşırı doyurma işlemi kristal büyüme bölgesinde sıcaklığın düşürülmesiyle sağlanır. Besleyici madde otoklavın alt kısmında belirli bir miktar çözücüyle beraber konur. Otoklav, farklı iki sıcaklık bölgesi oluşturulacak şekilde ısıtılır. Besleyici malzeme daha sıcak bölgede çözünürken, alt kısımdaki doymuş sulu çözelti, çözeltinin konvektif hareketiyle üst kısma taşınır. Üst kısımdaki daha soğuk ve yoğun çözelti alçalırken, karşı akıştaki çözelti yükselir. Sıcaklıktaki düşüş sebebiyle çözelti üst kısımda aşırı doymuş hâle gelir ve kristalizasyon başlar.

İkinci yöntem olan sıcaklık düşürme yönteminde kristalizasyon, büyütme ve ayrışma bölgeleri arasında sıcaklık farkı olmadan oluşur. Aşırı doyurma çözeltinin otoklav içinde dereceli bir şekilde soğutulmasıyla yapılır. Bu yöntemin dezavantajı büyüme işleminin kontrolünün ve tohum kristalin girişinin zor yapılmasıdır. Bu sebepten

ötürü bu teknik çok nadir kullanılır. Yarı kararlı faz yönteminde ise, büyütülecek faz ile başlangıç malzemesi görevi yapan fazın arasındaki çözünebilirlik farkından yararlanır. Besleyici madde içerisinde büyütme koşullarında termodinamik olarak kararsız davranan bileşenler konulur. Yarı kararlı fazın çözünebilirliği kararlı fazinkini geçer. Kararlı faz yarı kararlı fazın çözünmesine bağlı olarak kristalleşir. Bu teknik genel olarak diğer iki teknikle beraber birlikte kullanılırlar. Hidrotermal sentezleme karbon malzemelerin üretiminde de önemli bir yöntem olmuştur [14]. Polivinil klorür bazlı kokun 100 MPa ve 600o C gibi düşük basınç ve sıcaklık değerlerinde su ve kalsiyum karbonat ile tepkimeye girerek grafitize olduğu görülmüştür, aynı araştırma dahilinde 1 GPa ve 1400o C değerlerinde su kullanılmadığı durumda grafitizasyon görülmemiştir. Karbon kaplamalar, yüksek basınç ve yüksek sıcaklıkta suyla oluşturulabilmektedir. Daha sonra yapılan hidrotermal deneylerde içi boş bazı karbon yapılarına rastlanmıştır. Bambu benzeri karbon filamanların, bir altlık üzerinde dizilmiş halde de üretimi dahil olmak üzere, hidrotermal sentezlenmesi, bu yöntemin KNT'lerin üretimi için belli bir potansiyel taşıdığını göstermiştir [13 – 15]. Bu yöntemin uygulandığı deneylerde yüksek yoğunluklu polietilen levha ya da etilen glikol, su ve nikel tozu kullanılmış, bunlar altın kapsüller içinde yüksek basınç ve sıcaklık altında tepkimeye uğratılmıştır. Sonuç olarak, çapları 10 nm ila 1,3 µm arasında değişen çok duvarlı tüpler elde edilmiştir. Oluşan tüpler oldukça düzgün sıralanmış grafitik duvar yapılarına ve geniş kanallara sahiptirler. Grafitik çökeltilerin şekilleri karbon filamanlarına oldukça benzemektedir. Yüksek derecedeki grafitizasyonları ve geniş iç kanalları sayesinde farklılık göstermektedirler. Tüp içinde sıvı tutabilmeleri, grafit tabakası sürekliliklerinin yüksek derecede olduğunu ve yüksek dayanıma sahip olduklarını ispatlamaktadır. Hidrotermal karbon tüplerinin sentezlenmesi, karbon, oksijen ve hidrojen atomlarının gerekli oranının sağlanması dışında kullanılan karbon kaynağının çeşidine bağlı değildir. Hemen hemen her hidrokarbon/su karışımı uygun bir şekilde formüle edilebilir. Her ne kadar nikel katalizörü işlem için zorunlu gözükse de, grafitin büyümesinin nikel ile ilişkili olmadığı görülmüştür. Ortamdaki suyun büyük iç kanalların ve yüksek grafitik yapının oluşumundan sorumlu olduğu gözükmektedir. Su olmadan yapılan uygulamalarda daha az grafitik yapı, çok sayıda kapalı iç yapıların oluşumuyla karşılaşmıştır.



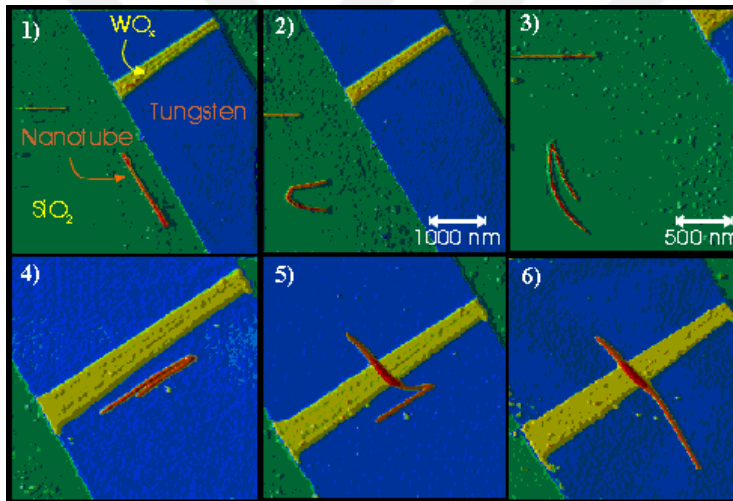
Şekil 2.14. Hidrotermal sentezleme cihazı kurulumu

### 2.9.6. Elektroliz

Bu yöntemde ergiyik lityum klorürün, grafit bir hücre kullanılarak elektrolize edilmesiyle çok duvarlı nanotüplerin üretimi yapılır. Grafit hücrenin içindeki anot grafit bir potadır. Grafit potanın atmosferdeki sıcaklığı yaklaşık 6000 C'dir. 3–20 A ve 20 V'den az DC güç kullanıldığında 2–10 nm çaplı ve 0,5 µm ya da daha fazla uzunlukta çok duvarlı nanotüpler bu yöntemle üretilebilmektedir. Amorf karbonlar KNT'lerin içinde yan ürün olarak oluşmaktadır.

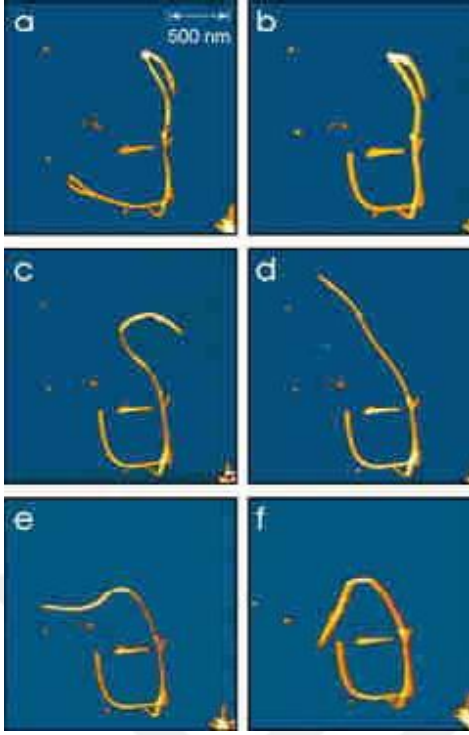
### 2.10. Karbon Nanotüplerin İşlenmesi

Nanotüpün konumunu, şeklini ve yönelimini değiştirebilmek için atomik kuvvet mikroskobu (AKM) kullanılır. AKM'den ilk kez kontak yapmayan modelde, AKM ucunu tarayarak nanotüp görüntüsünü elde etmek için yararlanılır. Sonrasında AKM ucu zemine getirilerek, nanotüpü hareket ettirmek için kullanılır. Nanotüp ve zemin arasındaki güçlü Van der Waals etkileşmesinden dolayı doğal dik şekline dönmeyerek bırakıldığı gibi kalır, pozisyonunu korur. Şekil 16'da içinden akımın geçebilmesi için nanotüpün izole edilmiş bariyer içine yerleştirilmesi görülüyor.



Şekil 2.15. Nanotüpün izole edilmiş bariyer içine yerleştirilmesi

Şekil 16'da bir nanotüpün karmaşık şekiller oluşturmak üzere işlenebileceğini gösteren 6 adet, silikon üzerinde nanotüplerin AKM görüntüleri yer alıyor. AKM çubuğu ile 2,5 mikron boyunda "θ" oluşturulmuştur.



**Şekil 2.16.** Nanotüpün işlenmesi

## 2.11. Karbon Nanotüplerin Kullanım Alanları

Nanotüplerin taşıdıkları önem uygulamalarda sağladıkları farklarla rahatça anlaşılabilir. Dünyada ve ülkemizde nanotüpler üzerinde yapılan kimi çalışmalarda ticari uygulamalara dahi geçilmiştir, kimi çalışmalar ise şu an teoride beklemektedir. Özellikle mühendislik açısından günümüzde uygulamaların ve geleceğe dair öngörülerin anlaşılması, bu teknolojiye dair açık bir vizyonun oluşumunu sağlayacaktır. Konunun dünya üzerindeki önemini anlaşılması adına bir bilimsel makale arama sitesinden bakıldığında, sadece bir yıllık süre içinde bile KNT'lerle ilgili 1000'den fazla yayım olduğu görülmektedir.

Nanotüpler, tüm dünyada birçok araştırma grubu tarafından üzerinde çalışma yapılan bir alandır. Yaklaşık 20 senedir yapılan çalışmaların sonuçları günümüzde alınmaya başlanmıştır. Halihazırda sınırlı endüstriyel boyutta uygulamalarına dahi geçilmiş olsa da büyük çaplı endüstriyel uygulamalar için, bir miktar zamana daha ihtiyaç bulunmaktadır. Özellikle, geleceğe dair uygulama planları çok önemli kazanımlar vaat etmektedir.

Karbon nanotüplerin kullanım alanları çok geniştir. Bu kullanım alanları içerisinde sağlık sektöründen uzay araştırmalarına kadar birçok sektörde kullanılmaktadır. Bu alanların bazıları şunlardır:

**Depolama:** Lityum atomlarının karbon nanotüplerde depolanabilmesinin bulunmasından sonra, karbon nanotüplerin pil yapımında kullanılması düşünülmüştür. Ancak, bu geçişi engelleyen iki durum bulunmaktadır: birincisi TKKN'lerin sabit bir voltajla yüklerini boşaltamaması, ikincisi yüksek miktarda Lityum depolanamadığı için ağırlık açısından verimin düşük olmasıdır. Böyle olmasına rağmen karbon anotlarına 20% düzeyine kadar

karbon nanotüp yedirildikten sonra, yük depolama kapasitesinde artış gözlemlenmiştir. Onun için karbon nanotüpler lityum iyon pillerin yerini almada en kuvvetli aday.

Karbon nanotüpler ayrıca hidrojen depolamada da kullanılıyor. Hidrojen enerjisini kullanmada en büyük engellerden biri de hidrojenin depolanmasıdır. Günümüzde birçok grup karbon nanotüpler sayesinde hidrojen depolamaya çalışıyor; fakat şu ana kadar istenilen performansı sağlayan bir sistem üretilmedi. Yine de karbon nanotüpler hidrojen depolama için umut verici malzemeler olarak görülmektedir.

**Yapı Malzemesi:** Karbon nanotüpler AKM sivri ucu olarak kullanılarak daha yüksek çözünürlükte görüntüler elde ediliyor. Ancak malzeme yapımında çeşitli zorluklarla karşılaşmaktadır. Örneğin; karbon nanotüplerin çok pahalı olması, her zaman istenildiği biçimde dizilememesi ve yüzeylerine atom bağlanamadığından kompozit malzeme yapımının güç olması gibi.

**Sensör:** Karbon nanotüpler, çevredeki değişime çok etkili bir elektronik tepki verdiği için, birçok şirket nanotüplerden sensör üretmeye çalışmaktadır. Karbon nanotüpler, belirli bir takım gazlarla temas geçtiklerinde iletkenlikleri değişmektedir. Eğer nanotüp belli bir antijenle birleşecek yapıda yapılırsa, mekanik rezonansındaki değişime göre nanotüpün bu antijeni tutup tutmadığı anlaşılabilir. Karbon nanotüpten yapılmış ve CO gazına çok hassas bir sensör ile soba zehirlenmeleri azaltılabilir. Ya da fabrikalardaki tehlikeli maddelerinin sızıntıları anında tespit edilebilir.

**Uzay Araştırmaları:** Uzay çalışmaları hala çok pahalı olduğundan, bilim adamları bu maliyeti azaltabilmek için çalışmalarını sürdürmektedirler. Roket yakıtının %90'ı ilk birkaç yüz kilometrede harcanır. Bu yakıt problemine çözüm olarak ise uzay asansörü yapılması düşünülmektedir. Nanotüpler, uzaydan sarkıtılıp Dünya'nın dönmesine karşı direnebilen bir malzeme olduğu için nanotüpten yapılan bir asansörle uzaya çıkılabileceği tahmin edilmektedir.

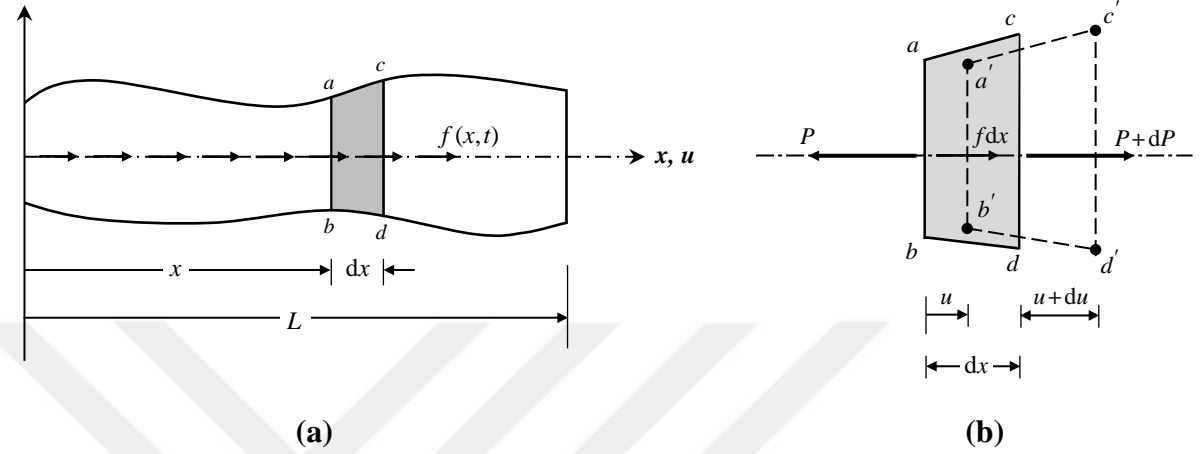
**Elektronik:** Bilim adamları, karbon nanotüpten işlemci yapmak için uğraşmaktadırlar. “Ve” ve “Değil” gateleri üretilmiştir. Transistor, ekran, süper iletkenler, mıknatıs da uygulamaların içinde bulunmaktadır.

**Sağlık Sektörü:** Dış yüzeyinin fonksiyonlaştırılması sonucu, nanotüplerin tıbbi uygulamalarda kullanılması düşünülmektedir. Örneğin; nanotüplerle ilaç taşıması yapmak gibi. En büyük sorun ise nanotüplerin insan sağlığı için uygun olup olmadığı konusunda net bir bilginin bulunmamasıdır.

### 3. MATERYAL VE METOT

#### 3.1. Eksenel Çubukların Hareket Denklemi

Hareket denkleminin oluşturulması için kullanılacak  $L$  uzunluğunda ve  $A(x)$  kesit alanına sahip bir elastik çubuk belirlenir.



**Şekil 3.1.** Eksenel elemanların boyuna titreşimi: (a)  $L$  boyunda değişken  $A(x)$  kesit alanına sahip elastik çubuk (b) Çubuktan çıkarılmış  $dx$  uzunluğundaki diferansiyel elemanın serbest cisim diyagramı

Bu çubuktan  $dx$  uzunluğunda olan bir parça veya diferansiyel eleman çıkarıldığını düşünürsek, eksenel dış yük için;

$$P = \sigma A = \varepsilon E A = E A \frac{\partial u}{\partial x} \quad (4.1)$$

bağıntısı yazılabilir. Bu bağıntıda  $\varepsilon$  eksenel yer değiştirmeyi,  $\sigma$  eksenel gerilmeyi,  $E$  elastisite modülünü,  $A$  kesit alanını ifade eder.  $X$  yönündeki eksenel yer değiştirmeyi  $w$  olarak ifade edersek, şekil değiştirme ifadesi  $\partial w / \partial x$  olacaktır. Dış kuvvetler etkisindeki eksenel çubuk eleman dengede ise net kuvvet;

$$(P + dP) - P + f dx = dP + f dx \quad (3.2)$$

olarak ifade edilir. Buradaki  $f = f(x, t)$  birim uzunluktaki dış yükü belirtmektedir. Buna bağlı olarak  $f dx$  ise diferansiyel eleman üzerindeki eksenel yayılı yükü göstermektedir. Newton'un İkinci Hareket Yasası'ndan yararlanılarak bu eleman için;

$$dm \times a = dF \quad (3.3)$$

yazılabilir. Bu ifadede;

$$\text{Diferansiyel elemanın kütlesi için ;} \quad dm = \rho A dx \quad (3.4a)$$

Diferansiyel elemanın hareketi için

$$a = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.4b)$$

Eşitlikleri yazılabilir. Dış yük için;

$$\frac{dP}{dx} = \frac{\partial P}{\partial x} \quad (3.5a)$$

$$dP = \frac{\partial P}{\partial x} dx \quad (3.5b)$$

eşitliği elde edilir. Kütle ve hareket için belirlenen denklemler ile birlikte, denklem 4.2'de yerine konulur ve düzenlenirse;

$$\rho A dx \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{\partial P}{\partial x} dx + f dx \quad (3.6a)$$

$$\rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{\partial P}{\partial x} + f \quad (3.6b)$$

elde edilir. Bu denklem üniform olmayan çubuk için düzenlenerek tekrar yazılırsa;

$$\rho A(x) \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = \frac{\partial P}{\partial x} + f \quad (3.7)$$

elde edilir. Burada 1.1 denklemini kullanılarak;

$$\rho A(x) \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ EA(x) \frac{\partial w(x,t)}{\partial x} \right] + f(x,t) \quad (3.8)$$

denklemini elde edilir. Bu denklem üniform çubuklar için düzenlenirse;

$$EA \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} + f(x,t) = \rho A \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} \quad (3.9)$$

Eksenel çubukların boyuna titreşimi için oluşturulan en genel hareket denklemi elde edilir.

### 3.2. Değişkenlere Ayırma Metodu İle Hareket Denkleminin Çözümü

Hareket denkleminin serbest titreşim çözümü için değişkenlere ayırma metodu kullanılacaktır. Serbest titreşim için zorlama ifadesi  $f(x, t) = 0$  olacaktır. Denklemin kalan elemanlarını düzenlemek için sırasıyla iki tarafı da  $\rho A$ 'ya böldükten sonra  $c^2 = E/\rho$  ifadesini yerine yazalım;

$$EA \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} + f(x,t) = \rho A \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} \quad (3.10a)$$

$$\frac{E}{\rho} \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} \quad (3.10b)$$

Gerekli değerler yerine konulduğunda genel titreşim denklemi aşağıdaki gibi ifade edilebilir;

$$c^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (3.11)$$

Titreşim denkleminin çözümü için değişkenlerine ayırma yönteminin;

$$w(x,t) = W(x) * T(t) \quad (3.12)$$

kalıbından yararlanılacaktır. Bu ifadede  $W(x)$  sadece  $x$ 'e bağlı,  $T(t)$  ise sadece  $t$ 'ye bağlı bir fonksiyondur. (3.11) denklemi (3.12) denkleminde yerleştirilerek düzenlenirse;

$$\frac{c^2}{W} \frac{d^2 W}{dx^2} = \frac{1}{T} \frac{d^2 T}{dt^2} = -\omega^2 \quad (3.13)$$

Elde edilen denklemin sol tarafı sadece  $x$ 'e bağlı, sağ tarafı ise sadece  $t$ 'ye bağlı bir ifadedir. Burada iki tarafı da sabit bir sayı olan  $-\omega^2$  terimine eşitleriz ve elde edilen denklemi iki ayrı denklem şeklinde ayırırız.

$$\frac{d^2 W}{dx^2} + \frac{\omega^2}{c^2} W = 0 \quad (3.14a)$$

$$\frac{d^2 T}{dt^2} + \omega^2 T = 0 \quad (3.14b)$$

Elde edilen bu ifadelere Euler dönüşümü yapılarak aşağıdaki denklemler elde edilir;

$$W(x) = A \cos \frac{\omega x}{c} + B \sin \frac{\omega x}{c} \quad (3.15a)$$

$$T(t) = C \cos \omega t + D \sin \omega t \quad (3.15b)$$

Burada  $A$  ve  $B$  sabitleri sınır koşullarından,  $C$  ve  $D$  sabitleri ise başlangıç koşullarından elde edilir. Bu ifadede  $\omega$  titreşim frekansıdır. Elde edilen denklemler yerine yazılırsa, hareket denklemi aşağıdaki gibi elde edilir;

$$w(x,t) = \left( A \cos \frac{\omega x}{c} + B \sin \frac{\omega x}{c} \right) * (C \cos \omega t + D \sin \omega t) \quad (3.16)$$

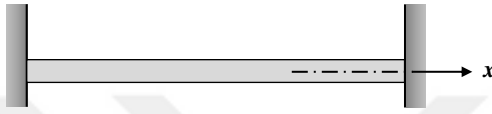
Elde edilen denklem kullanılarak farklı sınır koşulları için çözümler yapılacaktır.



### 3.3. Çubukların Eksenel Titreşiminde Sınır Koşulları

Çubuk sisteminin sınır şartları ve sistem hareketinin başlangıç koşulları kullanılarak, çubukların eksenel titreşimi için elde edilmiş olan (3.16) denkleminin çözümü yapılabilir. Sistemin uç noktalarının tutulu olup olmaması koşulları ve bu uçlardaki bağlantıların hareket sırasında gösterdiği davranışı gösteren dinamik şartlardan meydana gelen sınır koşulları, sistem hareketinin başlangıç ( $t=0$ ) anında tutululuk yönünden incelenen noktalardaki konum, hız ve ivme gibi kinematik şartlar başlangıç koşulları şeklinde ifade edilir. Bu çalışmada sınır koşulları incelenecektir. Kinematik şartlar incelenmeyeceği için (3.15a) denklemini kullanılarak çözümlere devam edilecektir.

#### 3.3.1. İki ucun tutulu olması durumu



Şekil 3.2. Her iki ucundan tutulu eksenel çubuk.

Başlangıçta yer değiştirme 0'dır. (Çökme=0)  $u(0,t)=0$

L uzunluğundaki çubuğun sonunda yer değiştirme 0'dır. (Çökme=0)  $u(l,t)=0$

Sınır koşulları sırasıyla genel titreşim denkleminde yerine konulursa;

$$U(x) = A \cos \frac{\omega x}{c} + B \sin \frac{\omega x}{c} \quad (3.17a)$$

$$A \cos 0 + B \sin 0 = 0 \quad (3.17b)$$

Buradan  $A=0$  elde edilir.

İkinci sınır koşulu denkleminde yerine konularak çözüme devam edilirse;

$$A \cos \frac{\omega l}{c} + B \sin \frac{\omega l}{c} = 0 \quad (3.18)$$

$A=0$  olarak bulunmuştu, bu değer yerine konulursa ;  $B \sin \frac{\omega l}{c} = 0$  ifadesi elde edilir.  $B=0$  olması aşıkır çözümdür. Buradan  $\sin \frac{\omega l}{c} = 0$  ifadesi elde edilir. Bu denklemin, frekans veya karakteristik denklem denir. Denklemin kökleri olan  $\omega$  değerlerine özdeğerler denir. Elde edilen denklemin n. dereceden kökü aşağıdaki gibi ifade edilebilir;

$$\frac{\omega_n l}{c} = n\pi, \quad n=1,2,3\dots \quad (3.19)$$

Çubuğun n. dereceden doğal titreşim frekansı aşağıdaki gibi yazılır;

$$\omega_n = \frac{n\pi c}{l}, \quad n=1,2,3\dots \quad (3.20)$$

Bu ifadeden normal mod denklemleri aşağıdaki gibi elde edilir:

$$W(x) = B_n \sin \frac{n\pi x}{l}, \quad n=1,2,3\dots \quad (3.21)$$

### 3.3.2. Bir ucu tutulu diğer ucu serbest olma durumu



**Şekil 3.3.** Bir ucundan tutulu diğer ucundan serbest olan aksenal çubuk.

Başlangıçta aksenal yer değiştirme 0'dır.

$$u(0,t)=0$$

L uzunluğundaki telin sonunda şekil değiştirme 0'dır.

$$\frac{\partial u(l,t)}{\partial x} = 0$$

Sınır koşulları sırasıyla genel titreşim denkleminde yerine konulursa;

$$U(x) = A \cos \frac{\omega x}{c} + B \sin \frac{\omega x}{c} \quad (3.22a)$$

$$A \cos 0 + B \sin 0 = 0 \quad (3.22b)$$

Buradan  $A=0$  elde edilir.

İkinci sınır koşulu denkleminde yerine konularak çözüme devam edilirse aşağıdaki denklem elde edilir;

$$B \frac{\omega}{c} \cos \frac{\omega l}{c} = 0 \quad (3.23)$$

Şeklindeki denklem elde edilir. Bu denklemde  $\omega$  (açısal frekans) ve  $c$  değerleri sıfır olamayacaktır.  $B$  değeri de mekanik anlamda sıfır olamayacağı için;

$$\cos \frac{\omega l}{c} = 0 \quad (3.24)$$

olmalıdır. Trigonometrik olarak çözüm yapılırsa aşağıdaki ifade elde edilir;

$$\frac{\omega_n l}{c} = \left( \frac{2n-1}{2} \right) \pi \quad (3.25)$$

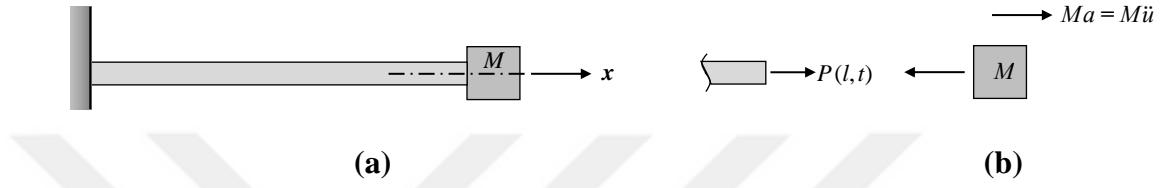
Bu ifade düzenlenerek titreşim frekansı denklemleri aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\omega_n = \left(\frac{2n-1}{2l}\right)\pi c \quad (3.26)$$

Burada,  $\omega_n$  doğal açısal frekans, n mod sayısı olarak ifade edilir. Belirlenen sınır şartları denklemde yerine yazılırsa, normal mod şekli denklemi aşağıdaki gibi elde edilir:

$$W(x) = B_n \sin\left(\frac{2n-1}{2l}nx\right) \quad n=1,2,3\dots \quad (3.27)$$

### 3.3.3. Tutulu uç – kütle eklentili uç hali



**Şekil 3.4.** (a) Bir ucundan tutulu diğer ucundan kütle eklentili çubuk (b) Çubuğun eklenti noktasında serbest cisim diyagramları

Başlangıçta aksenal yer değiştirme 0'dır.  $w(0,t)=0$

Sınır koşulları sırasıyla genel titreşim denkleminde yerine konulursa;

$$W(x) = A \cos \frac{\omega x}{c} + B \sin \frac{\omega x}{c} \quad (3.28a)$$

$$A \cos 0 + B \sin 0 = 0 \quad (3.28b)$$

Buradan  $A=0$  elde edilir. Diğer sınır koşul için çubuğun  $x=l$  ucunda dinamik bir sınır koşul yazılmalıdır. İç reaksiyon kuvvetleri ile atalet momenti arasındaki ilişkiye dayanarak;

$$P(l,t) = -M \frac{\partial^2 w(l,t)}{\partial t^2} \quad (3.29)$$

denklemi yazılabilir. Reaksiyon kuvveti  $P=\sigma A$  eşitliği kullanılarak;

$$P(l,t) = \sigma(l,t)A = AE \frac{\partial w(l,t)}{\partial x} \quad (3.30)$$

İfadesi elde edilir.  $P(l,t)$  değerleri birbirine eşitlenerek;

$$AE \frac{\partial w(l,t)}{\partial x} = -M \frac{\partial^2 w(l,t)}{\partial t^2} \quad (3.31)$$

eşitliği oluşturulur. Bu ifadeyi kütle eklentili uçta ( $x=l$ ) yazılabilecek bir dinamik koşul olarak belirtebiliriz. Bunun için genel denklemin gerekli parametrelere göre türevlerini alalım;

$$w(x,t)=(A\cos\frac{\omega x}{c}+B\sin\frac{\omega x}{c})*(C\cos\omega t+D\sin\omega t) \quad (3.32)$$

A=0 olarak denklemde yerine konulur ve denklemin x ve t'ye göre türevleri alınır;

$$w(x,t)=(B\sin\frac{\omega x}{c})*(C\cos\omega t+D\sin\omega t) \quad (3.33a)$$

$$\frac{\partial w}{\partial x}=(B\frac{\omega}{c}\cos\frac{\omega x}{c})*(C\cos\omega t+D\sin\omega t) \quad (3.33b)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t}=(B\sin\frac{\omega x}{c})*(-\omega C\sin\omega t+\omega D\cos\omega t) \quad (3.33c)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=(B\sin\frac{\omega x}{c})*(-\omega^2 C\cos\omega t-\omega^2 D\sin\omega t) \quad (3.33d)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}=(-\omega^2 B\sin\frac{\omega x}{c})*(C\cos\omega t+D\sin\omega t) \quad (3.33e)$$

denklemleri elde edilir. Elde edilen bu denklemler ikinci sınır koşulunda yerine konularsa;

$$AE(B\frac{\omega}{c}\cos\frac{\omega l}{c})*(C\cos\omega t+D\sin\omega t)=M\omega^2 B\sin\frac{\omega l}{c}*(C\cos\omega t+D\sin\omega t) \quad (3.34)$$

Eşitlik sadeleştirilir ve düzenlenirse;

$$\tan\frac{\omega l}{c}=\frac{AE}{M\omega c} \quad (3.35)$$

ifadesi elde edilir. Çubuk kütlesi  $m=\rho Al$  ifadesinden A çekilip c sabiti ile birlikte yerine yazılırsa;

$$\tan\frac{\omega l}{c}=\frac{mE}{M\omega\sqrt{\frac{E}{\rho}}}=\frac{m\omega c}{M\omega} \quad (3.36)$$

Eşitliği elde edilir. Paydadaki  $\omega l$  karşıya atılıp eşitliğin iki tarafı c'ye bölünürse;

$$\frac{\omega l}{c}\tan\frac{\omega l}{c}=\frac{m}{M} \quad (3.37)$$

elde edilir. Bu ifadeyi  $\alpha=\beta$  şeklinde yazabiliriz. Bunun için kullanılacak katsayılar;

$$\alpha=\frac{\omega l}{c} \quad (3.38a)$$

$$\beta=\frac{m}{M} \quad (3.38b)$$

şeklinde oluşturulursa, bu sınır şartları için frekans denklemi;

$$\alpha \tan \alpha = \beta \quad (3.39)$$

olarak elde edilir. Daha sonra, doğal açısal frekansı;

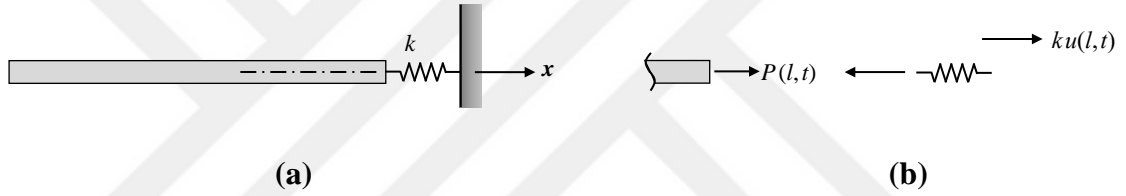
$$\alpha_n = \frac{\omega_n l}{c} \Rightarrow \omega_n = \frac{\alpha_n c}{l} \quad (3.40)$$

şeklinde yazılabilir. Mod şekli denklemi ise;

$$W_n(x) = B_n \sin \frac{\alpha_n x}{l}, \quad n=1,2,3\dots \quad (3.41)$$

olarak ifade edilir.

### 3.3.4. Serbest uç – elastik yay eklentili uç



**Şekil 3.5. (a)** Bir ucundan serbest diğer ucundan elastik yay eklentili çubuk **(b)** Çubuğun eklenti noktasında serbest cisim diyagramları

Her iki ucu serbest olan durumda uzama görülemeyeceğinden dolayı şekil değiştirme 0'dır. Eklentili uçta sınır şartları, kurulacak bir dinamik ifadeye bağlıdır. Sınır koşulları sırasıyla genel titreşim denkleminin x'e göre 1. türevi alınarak yerine konulursa;

$$W(x) = A \cos \frac{\omega x}{c} + B \sin \frac{\omega x}{c} \quad (3.42a)$$

$$W'(x) = -A \frac{\omega}{c} \sin 0 + B \frac{\omega}{c} \cos 0 = 0 \quad (3.42b)$$

Bu ifadeden B=0 olarak elde edilir. İkinci sınır şartı için genel denlem ve x'e göre türetilmiş halleri;

$$w(x,t) = \left( A \cos \frac{\omega x}{c} \right) * (C \cos \omega t + D \sin \omega t) \quad (3.43a)$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \left( -A \frac{\omega}{c} \sin \frac{\omega x}{c} \right) * (C \cos \omega t + D \sin \omega t) \quad (3.43b)$$

olarak yazılır. İç reaksiyon kuvveti elastik yayda oluşacak tepkinin zıt yönüne eşit olacaktır.

$$AE \frac{\partial w(l,t)}{\partial x} = -kw(l,t) \quad (3.44)$$

Yukarıdaki eşitliği genel denklem ve türevine göre düzenleyecek olursak;

$$AE \left( -A \frac{\omega}{c} \sin \frac{\omega l}{c} \right) * (C \cos \omega t + D \sin \omega t) = -k(A \cos \frac{\omega l}{c}) * (C \cos \omega t + D \sin \omega t) \quad (3.45)$$

İfadesini elde ederiz. Burada eğilme rijitliğinin içindeki kesit alanı A ve sınır şartlarında kullanılan A notasyonu farklıdır. Bunlara dikkat edilerek sadeleştirmeler yapılırsa;

$$AE \left( \frac{\omega}{c} \sin \frac{\omega l}{c} \right) = k \cos \frac{\omega l}{c} \quad (3.46)$$

Elde edilir. Denklemin her iki tarafını  $\sin \frac{\omega l}{c}$  ve k elastik yay sabitine bölersek;

$$\frac{AE \omega}{ck} = \cot \frac{\omega l}{c} \quad (3.47)$$

Eşitliği elde edilir. Burada çubuk sabiti  $k_{\zeta} = AE/l$  ifadesindeki uzama-kısalma rijitliği AE çekilir ve eşitlikte yerine yazılırsa;

$$\frac{k_{\zeta} \omega l}{ck} = \cot \frac{\omega l}{c} \quad (3.48)$$

Bu denklemin içerisindeki katsayıları aşağıdaki gibi ifade edebiliriz;

$$\alpha = \frac{\omega l}{c} \quad (3.49a)$$

$$\beta = \frac{k_{\zeta}}{k} = \frac{AE}{lk} \quad (3.49b)$$

Buradan frekans denklemi

$$\alpha \cot \alpha = \beta \quad (3.50)$$

olarak elde edilir. Doğal açısal frekansı ise;

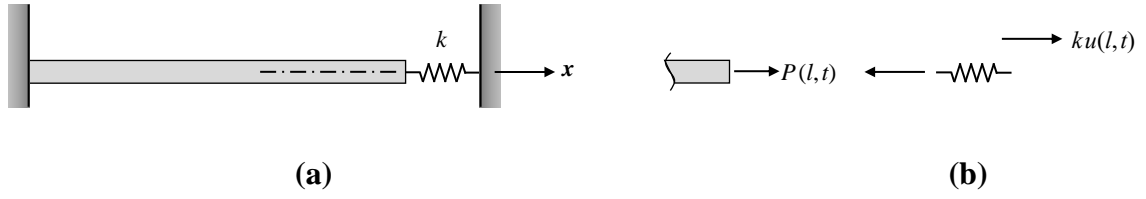
$$\alpha_n = \frac{\omega_n l}{c} \Rightarrow \omega_n = \frac{\alpha_n c}{l} \quad (3.51)$$

Olarak yazılır. Mod şekli denklemi ise;

$$W_n(x) = B_n \sin \frac{\alpha_n x}{l}, \quad n=1,2,3,\dots \quad (3.52)$$

olarak yazılır.

### 3.3.5. Tutulu uç – elastik yay eklentili uç



**Şekil 3.6.** (a) Bir ucundan tutulu diğer ucundan elastik yay eklentili çubuk (b) Çubuğun eklenti noktasında serbest cisim diyagramları

Başlangıçta aksenal yer değiştirme 0'dır. Sınır koşulları sırasıyla genel titreşim denkleminde yerine konulursa;

$$W(x) = A \cos \frac{\omega x}{c} + B \sin \frac{\omega x}{c} \quad (3.53a)$$

$$A \cos 0 + B \sin 0 = 0 \quad (3.53b)$$

Buradan  $A=0$  elde edilir. İkinci sınır şartı için genel denlem ve  $x$ 'e göre türetilmiş halleri;

$$w(x,t) = \left( B \sin \frac{\omega x}{c} \right) * (C \cos \omega t + D \sin \omega t) \quad (3.54a)$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \left( B \frac{\omega}{c} \cos \frac{\omega x}{c} \right) * (C \cos \omega t + D \sin \omega t) \quad (3.54b)$$

olarak yazılır. İç reaksiyon kuvveti elastik yayda oluşacak tepkinin zıt yönüne eşit olacaktır:

$$AE \frac{\partial w(l,t)}{\partial x} = -k w(l,t) \quad (3.55)$$

Yukarıdaki eşitliği genel denklemin ve türevine göre düzenleyecek olursak;

$$AE \left( B \frac{\omega}{c} \cos \frac{\omega l}{c} \right) * (C \cos \omega t + D \sin \omega t) = -k \left( B \sin \frac{\omega l}{c} \right) * (C \cos \omega t + D \sin \omega t) \quad (3.56)$$

elde edilir. Gerekli sadeleştirme ve düzenlemeler yapırsa;

$$AE \left( \frac{\omega}{c} \cos \frac{\omega l}{c} \right) = -k \sin \frac{\omega l}{c} \quad (3.57)$$

Elde edilir. Denklemin her iki tarafını  $\cos \frac{\omega l}{c}$  ve  $k$  elastik yay sabitine bölersek;

$$\frac{AE\omega}{ck} = -\tan \frac{\omega l}{c} \quad (3.58)$$

eşitliği elde edilir. Burada çubuk kütlesi  $m = \rho Al$  ifadesinden  $A$  çekilir ve  $c^2 = \frac{E}{\rho}$  ifadesindeki  $E$  çekilip yerine yazılırsa;

$$-\frac{m\omega c}{lk} = \tan \frac{\omega l}{c} \quad (3.59a)$$

$$\frac{\omega l}{c} \tan \frac{\omega l}{c} = -\frac{m\omega^2}{k} \quad (3.59b)$$

elde edilir. Bu denklemin içerisindeki katsayıları aşağıdaki gibi ifade edebiliriz;

$$\alpha = \frac{\omega l}{c} \quad (3.60a)$$

$$\beta = -\frac{m\omega^2}{k} \quad (3.60b)$$

Buradan frekans denklemi

$$\alpha \tan \alpha = \beta \quad (3.61)$$

olarak elde edilir. Doğal açısal frekansı ise;

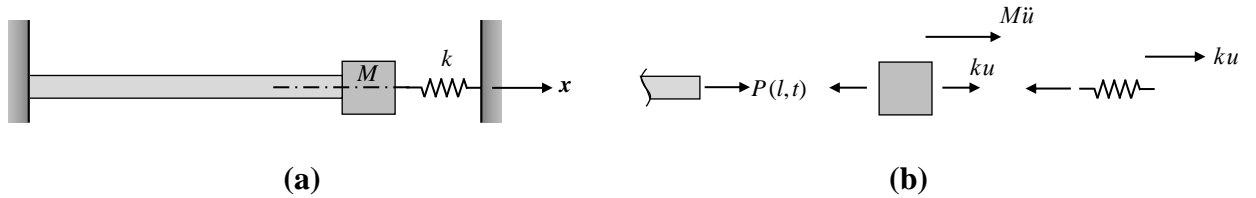
$$\alpha_n = \frac{\omega_n l}{c} \Rightarrow \omega_n = \frac{\alpha_n c}{l} \quad (3.62)$$

Olarak yazılır. Mod şekli denklemi ise;

$$W_n(x) = B_n \sin \frac{\alpha_n x}{l}, \quad n=1,2,3,\dots \quad (3.63)$$

olarak yazılır.

### 3.3.6. Tutulu uç – kütle ve elastik yay eklentili uç hali



**Şekil 3.7.** (a) Bir ucundan tutulu diğer ucundan kütle ve elastik yay eklentili çubuk (b) Çubuğun farklı eklenti noktalarında serbest cisim diyagramları



Başlangıçta aksenal yer değıştirme 0'dır. Sınır koşulları sırasıyla genel titreşim denkleminde yerine konulursa;

$$W(x)=A\cos\frac{\omega x}{c}+B\sin\frac{\omega x}{c} \quad (3.64a)$$

$$A\cos 0+B\sin 0=0 \quad (3.64b)$$

Buradan A=0 elde edilir. İkinci sınır şartı için genel denlem ve x'e göre türetilmiş halleri;

$$w(x,t)=(B\sin\frac{\omega x}{c})*(C\cos\omega t+D\sin\omega t) \quad (3.65a)$$

$$\frac{\partial w}{\partial x}=(B\frac{\omega}{c}\cos\frac{\omega x}{c})*(C\cos\omega t+D\sin\omega t) \quad (3.65b)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t}=(B\sin\frac{\omega x}{c})*(-\omega C\sin\omega t+\omega D\cos\omega t) \quad (3.65c)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=(-B\omega^2\sin\frac{\omega x}{c})*(C\cos\omega t+D\sin\omega t) \quad (3.65d)$$

olarak elde edilir. Daha önce kütle ve elastik yay eklentileri için oluşturduğumuz çözümleri burada birleştiriyoruz. Eklentilerin olduğu uçtaki sınır şartını yazarken, iç reaksiyonun atalet kuvveti ve elastik yayda oluşan tepki kuvvetinin toplamının zıt değeri alınacaktır. Buna göre;

$$AE\frac{\partial w(l,t)}{\partial x}=-M\frac{\partial^2 w(l,t)}{\partial t^2}-kw(l,t) \quad (3.66)$$

eşitliği oluşturulur. Yukarıda bulunan türetilmiş denklemler bu eşitlikte yerine yazılırsa;

$$AE\left(B\frac{\omega}{c}\cos\frac{\omega l}{c}\right)*(C\cos\omega t+D\sin\omega t)=-M\left(-B\omega^2\sin\frac{\omega l}{c}\right)*(C\cos\omega t+D\sin\omega t)\dots \quad (3.67)$$

$$\dots-k\left(B\sin\frac{\omega l}{c}\right)*(C\cos\omega t+D\sin\omega t)$$

eşitliği oluşturulur ve bu denklem sadeleştirilirse;

$$AE\left(\frac{\omega}{c}\cos\frac{\omega l}{c}\right)=M\left(\omega^2\sin\frac{\omega l}{c}\right)-k\left(\sin\frac{\omega l}{c}\right) \quad (3.68a)$$

$$AE\left(\frac{\omega}{c}\cos\frac{\omega l}{c}\right)=(M\omega^2-k)\left(\sin\frac{\omega l}{c}\right) \quad (3.68b)$$

denklemini elde edilir. Bu denklemdeki ifadeleri düzenlersek;

$$\cot\frac{\omega l}{c}=\frac{c(M\omega^2-k)}{AE\omega} \quad (3.69)$$

ifadesi elde edilir. Burada çubuk sabiti  $k_{\zeta}=AE/l$  ifadesindeki uzama-kısalma rijitliği  $AE$  çekilir ve eşitlikte yerine yazılırsa;

$$\cot \frac{\omega l}{c} = \frac{c(M\omega^2 - k)}{k_{\zeta} l \omega} \quad (3.70a)$$

$$\frac{\omega l}{c} \cot \frac{\omega l}{c} = \frac{M\omega^2}{k_{\zeta}} - \frac{k}{k_{\zeta}} \quad (3.70b)$$

ifadesi elde edilir. Burada çubuk sabiti  $k_{\zeta}=AE/l$  ifadesini koyarsak,

$$\frac{\omega l}{c} \cot \frac{\omega l}{c} = \frac{M\omega^2 l}{AE} - \frac{k}{k_{\zeta}} \quad (3.71)$$

ifadesi elde edilir. Burada çubuk kütlesi  $m=\rho Al$  ifadesinden  $A$  çekilir ve  $c^2=\frac{E}{\rho}$  ifadesindeki  $E$  çekilip yerine yazılır ve ifadeler sadeleştirilirse;

$$\frac{\omega l}{c} \cot \frac{\omega l}{c} = \frac{M\omega^2 l^2}{mc^2} - \frac{k}{k_{\zeta}} \quad (3.72a)$$

$$\alpha \cot \alpha = \alpha^2 \frac{M}{m} - \frac{k}{k_{\zeta}} \quad (3.72b)$$

İfadesi elde edilir. Burada  $m/M=\mu$  olarak yazılırsa, çubuğun frekans denklemi;

$$\alpha \cot \alpha = \frac{\alpha^2}{\mu} - \frac{k}{k_{\zeta}} \quad (3.73)$$

olarak elde edilir.

### 3.3.7. Her iki ucun serbest olma hali



**Şekil 3.8.** Her iki ucundan serbest eksenel çubuk.

Her iki ucu serbest olan durumda uzama görülemeyeceğinden dolayı şekil değiştirme 0'dır. Genel titreşim denkleminin  $x$ 'e göre 1. türevi alınarak yerine konulursa;

$$W(x) = A \cos \frac{\omega x}{c} + B \sin \frac{\omega x}{c} \quad (3.74a)$$

$$W'(x) = -A \frac{\omega}{c} \sin 0 + B \frac{\omega}{c} \cos 0 = 0 \quad (3.74b)$$

Bu ifadeden  $B=0$  olarak elde edilir. İkinci sınır şartı denklemde yerine konulursa;

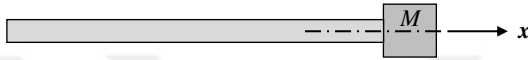
$$W'(x) = -A \frac{\omega}{c} \sin \frac{\omega l}{c} = 0 \quad (3.75)$$

Şeklindeki denklem elde edilir. Bu denklemde  $\omega$  (açısal frekans) ve  $c$  değerleri sıfır olamayacaktır.  $A$  değeri de mekanik anlamda sıfır olamayacağı için;

$$\sin \frac{\omega l}{c} = 0 \quad (3.76)$$

denklemini elde edilir.

### 3.3.8. Serbest uç – kütle eklentili uç hali:



**Şekil 3.9.** Bir ucundan serbest diğer ucundan kütle eklentili eksenel çubuk

Bu durum için aşağıdaki sınır koşulları yazılabilir;

$$\frac{\partial w(0,t)}{\partial x} = 0 \quad (3.77a)$$

$$AE \frac{\partial w(l,t)}{\partial x} = -M \frac{\partial^2 w(l,t)}{\partial t^2} \quad (3.77b)$$

Sınır koşulları sırasıyla genel titreşim denkleminin  $x$ 'e göre 1. türevi alınarak yerine konulursa;

$$W(x) = A \cos \frac{\omega x}{c} + B \sin \frac{\omega x}{c} \quad (3.78a)$$

$$W'(x) = -A \frac{\omega}{c} \sin 0 + B \frac{\omega}{c} \cos 0 = 0 \quad (3.78b)$$

Bu ifadeden  $B=0$  olarak elde edilir. İkinci sınır şartında çözüme devam edebilmek için denklemlerin türetilmesi gerekmektedir. Genel titreşim denklemi türetilerek;

$$w(x,t) = \left( A \cos \frac{\omega x}{c} + B \sin \frac{\omega x}{c} \right) * (C \cos \omega t + D \sin \omega t) \quad (3.79)$$

$B=0$  olarak denklemde yerine konulur ve denklemin  $x$  ve  $t$ 'ye göre türevleri alınırsa;

$$w(x,t) = \left( A \cos \frac{\omega x}{c} \right) * (C \cos \omega t + D \sin \omega t) \quad (3.80a)$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \left( -A \frac{\omega}{c} \sin \frac{\omega x}{c} \right) * (C \cos \omega t + D \sin \omega t) \quad (3.80b)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \left( A \cos \frac{\omega x}{c} \right) * (-\omega C \sin \omega t + \omega D \cos \omega t) \quad (3.80c)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \left( A \cos \frac{\omega x}{c} \right) * (-\omega^2 C \cos \omega t - \omega^2 D \sin \omega t) \quad (3.80d)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = (-\omega^2 A \cos \frac{\omega x}{c}) * (C \cos \omega t + D \sin \omega t) \quad (3.80e)$$

denklemleri elde edilir. Elde edilen bu denklemler 2. sınır koşulunda yerine konularsa;

$$AE \left( -A \frac{\omega}{c} \sin \frac{\omega l}{c} \right) * (C \cos \omega t + D \sin \omega t) = M \omega^2 A \cos \frac{\omega l}{c} * (C \cos \omega t + D \sin \omega t) \quad (3.81)$$

İfade sadeleştirilir ve düzenlenirse;

$$\tan \frac{\omega l}{c} = - \frac{M \omega c}{AE} = - \frac{M \omega l}{m c} \quad (3.82)$$

denklemleri elde edilir. Burada  $\omega l/c = \alpha$  ve  $m/M = \mu$  olarak alınırsa çubuğun frekans denklemi;

$$\tan \alpha = - \alpha \mu \quad (3.83)$$

olarak elde edilir.

### 3.4. Yerel Olmayan Elastisite Teorisi

Makro yapıların mekanik zorlamalar altındaki tasarımı elde edilirken kullanılan klasik elastisite teorisi, mikro yapılara inildiğinde geçerliliğini kaybeder. Yani klasik elastisite teorisi ile elde edilen sonuçlar gerçekçi değildir. Bunun sebebi, mikro malzemenin karakteristik iç boyutlarının etkisidir.

Klasik teorilere göre denge ve enerji denklemleri maddenin her noktasında geçerli olmaktadır. Ancak mikro yapılar incelenirken her noktaya, komşu olan noktalardaki gerilme ve şekil değiştirme durumlarını da incelemek ve etkileşimini göz önünde bulundurmak gerekmektedir. Yerel olmayan elastisite teorisi bu bağlamda mikro yapıların mekanik analizi için önemli bir yere sahiptir. Yer değiştirme sırasında cisimlerin yapısında meydana gelen düzensizlikler ek gerilmeler ortaya çıkarır ve gerilme enerjisinin sonsuza gitmesine neden olur. Yerel olmayan elastisite teorisi kullanılarak bu sorun ortadan kaldırılır.

### 3.5. Yerel Olmayan Elastisite Teorisi Denklemi

Homojen ve izotrop bir cismin Cauchy hareket denklemi;

$$\sigma_{ij} + \rho (f_j - \ddot{u}_j) = 0 \quad (3.84)$$

olarak ifade edilir. Burada  $\sigma_{ij}$  yerel olmayan gerilme tansörünü,  $\rho$  kütleli yoğunluğu,  $f_j$  kütleli kuvveti ve  $\ddot{u}_j$  yer değiştiriminin ikinci mertebeden türevini ifade eder. Yerel olmayan şekil değiştirme ifadesi ise;

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{ij} + u_{ji}) \quad (3.85)$$

olarak yazılmaktadır. Burada  $\varepsilon_{ij}$  yerel olmayan şekil değiştirir. Bünye denkleminin ifadesi ise;

$$\sigma_{ij}(x') = \int_V C_{klmn}(x'-x) \varepsilon_{mn} dv(x') \quad (3.86)$$

şeklindedir. Buradaki  $x'$  konumu,  $C_{klmn}$  dördüncü mertebeden elastisite tansörünü ve  $(x'-x)$  uzunluğun bir fonksiyonunu,  $V$  cismin kapladığı hacmi belirtmektedir. Çift notasyonlu alt indisi;

$$u_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (3.87)$$

şeklindedir. İzotropik cisimlerde gerilme tansörü ve bunun izotropik cisimlerdeki şekli ise;

$$\sigma_{ij}(x') = \int_V \alpha(|x' - x|) \sigma_{ij}^c(x') dv(x') \quad (3.88)$$

$$\sigma_{ij}^c(x') = \lambda \varepsilon_{rr} \sigma_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad (3.89)$$

denklemleri ile ifade edilir. Burada  $\sigma_{ij}^c(x')$  klasik gerilmeyi,  $\alpha(|x' - x|)$  Öklidyen formdaki uzaklığı,  $\lambda$  ve  $\mu$  ise Lamé sabitlerini göstermektedir. Öklidyen formdaki uzaklık ise;

$$L_0 \alpha(|x'-x|, \phi) = \delta(|x'-x|) \quad (3.90)$$

bağıntısı ile yerel olmayan elastisite teorisinin kurucu denklemini belirtir. Burada  $\delta(|x' - x|)$  Dirac fonksiyonunu,  $L_0$  doğrusal diferansiyel operatörü ve  $\phi$  ise bir malzeme sabitini ifade etmektedir. Bunlar için;

$$L_0 = 1 - l^2 \phi^2 \nabla^2 \quad (3.91)$$

$$\phi = e_0 \frac{a}{l} \quad (3.92)$$

ifadeleri yazılabilir. Burada,  $a$  karakteristik iç uzunluğu,  $l$  karakteristik dış uzunluğu ve  $e_0$  ise malzeme tipine bağlı deneysel belirlenen bir sabit olarak belirtilir. Bu ifadeyi daha sade bir şekilde yazarsak;

$$L_0 \sigma_{ij} = \sigma_{ij}^c \quad (3.93)$$

(1.8) ve (1.6) ifadesi (1.10)'da yerine yazılırsa;

$$(1 - I^2 \phi^2 \nabla^2) \sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{rr} \sigma_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad (3.94)$$

elde edilir. Bu denklemde (1.7)'yi yazarsak;

$$(1 - (e_0 a)^2 \nabla^2) \sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{rr} \sigma_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad (3.95)$$

ifadesine ulaşırız. Bu bağıntı en genel halde;

$$\left(1 - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) \sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{ij}^c \quad (3.96)$$

olarak elde edilir. Farklı gerilme bileşenleri için denklem düzenlenirse yerel olmayan elastisite teorisinin en temel gerilme denklemi;

$$\left(1 - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) \sigma_{xx} = E \varepsilon_{xx} \quad (3.97a)$$

$$\left(1 - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) \sigma_{xz} = 2G \varepsilon_{xz} \quad (3.97b)$$

olarak elde edilir. Bu ifadede  $(e_0 a)^2$  yerel olmayan parametre olarak tanımlanır.

### 3.6. Eksenel Çubukların Yerel Olmayan Titreşimi

Bu bölümde boyut etkisi ile eksenel çubuk elemanların titreşimi incelenecektir. Hareket denklemi elde edilip çözülecek ve uygulamaları yapılacaktır. Diferansiyel uzunluktaki bir eleman eleman ele alınacak ve bu elemana P ve P+dP eksenel yüklerinin etkidiği düşünölsün. Yani birim uzunluğa etki eden bir eksenel zorlama olmasın. Bu durumda hareket yasanına göre;

$$\left[P + \frac{\partial P}{\partial x} dx\right] - P = dm \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.98)$$

ifadesi yazılır. Burada  $dm = \rho A dx$  (Diferansiyel elemanın kütlesi) yerine konulur ve diferansiyel uzunluk olan dx sadeleştirilirse;

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.99)$$

elde edilir. Denklemdaki  $\rho A = m_0$  birim uzunluğa düşen kütleyi belirtmektedir. (3.97a) denkleminin iki tarafının alan integrali alınırsa;

$$\int_A \sigma_{xx} dA - \int_A (e_0 a)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \sigma_{xx} dA = \int_A E \varepsilon_{xx} dA \quad (3.100)$$

denklem düzenlenip aşağıdaki iki ifade;

$$\text{Eksenel Y\u00fck} \quad N = \int_A \sigma_{xx} dA \quad (3.101a)$$

$$\text{Birim \u015ekil De\u011fi\u015ftirme} \quad \varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3.101b)$$

(3.100) denkleminde yerine konulursa;

$$N - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} N = EA \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3.102)$$

elde edilir. Bu denklemde sol taraf yerel olmayan eksenel y\u00fck parantezine alınıp denklemin iki tarafının konuma g\u00f6re t\u00fcrevi alınır;

$$\left[ 1 - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] \frac{\partial N}{\partial x} = EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (3.103)$$

elde edilir. (3.99) denklemini burada yerine yazılırsa;

$$\left[ 1 - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] m_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (3.104)$$

elde edilir. Yerel olmayan eksenel y\u00fck\u00fcn t\u00fcrevinin e\u015it oldu\u011fu (3.99) ifadesi parantez i\u00e7erisine da\u011fıtılıp  $\mu = (e_0 a)^2$  e\u015itli\u011fi ile d\u00fczenlenirse;

$$m_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \mu m_0 \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial t^2} = EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (3.105a)$$

$$m_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \mu m_0 \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial t^2} \quad (3.105b)$$

ifadesi yerel olmayan hareket denklemini olarak elde edilir. Klasik durum i\u00e7in daha \u00f6nce bulunmu\u015f olan sonu\u00e7 olan;

$$m_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (3.106)$$

ifadesi ile kar\u015fıla\u015ftırılırsa, malzeme parametresi  $\mu = (e_0 a)^2 = 0$  i\u00e7in sonu\u00e7lar klasik durum ile aynı olacaktır.

### 3.7. Hareket Denkleminin \u00c7\u00f6z\u00fcm\u00fc

Eksenel \u00e7ubukların yerel olmayan hareket denklemini \u00e7\u00f6z\u00fcm\u00fc i\u00e7in;

$$u(x, t) = W(x) \sin(\omega t - \alpha) \quad (3.107)$$

ifadesi kullanılacaktır. Bu denklemin (6.8b)'de yerine yazılacak olan t\u00fcrevsel ifadeleri;

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial W}{\partial x} \sin(\omega t - \alpha) \quad (3.108a)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \sin(\omega t - \alpha) \quad (3.108b)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \omega W \cos(\omega t - \alpha) \quad (3.109c)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -\omega^2 W \sin(\omega t - \alpha) \quad (3.110d)$$

$$\frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial t^2} = -\omega^2 \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \sin(\omega t - \alpha) \quad (3.110e)$$

olarak bulunur. Bu ifadeler (3.105b)'de yerine konulursa;

$$-m_0 \omega^2 W \sin(\omega t - \alpha) = EA \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \sin(\omega t - \alpha) - \mu m_0 \omega^2 \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \sin(\omega t - \alpha) \quad (3.111)$$

elde edilir. Gerekli sadeleştirmeler yapıldıktan sonra denklemin sağ tarafı  $\partial^2 W / \partial x^2$  parantezine alınıp ifade düzenlenirse;

$$(EA - \mu m_0 \omega^2) \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + m_0 \omega^2 W = 0 \quad (3.112)$$

elde edilir. Burada ikinci mertebe türevli ifadenin katsayısını 1 yapmak için;

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \left( \frac{m_0 \omega^2}{EA - \mu m_0 \omega^2} \right) W = 0 \quad (3.113)$$

şeklinde yazılır. Elde edilen bu denklem;

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \eta^2 W = 0 \quad (3.114a)$$

formunda yazılırsa;

$$\eta^2 = \frac{m_0 \omega^2}{EA - \mu m_0 \omega^2} \quad (3.115)$$

olacaktır. Burada  $\rho A = m_0$  yerine yazılır ve gerekli sadeleştirmeler yapılır. Ardından klasik teoride kullanılan  $E / \rho = c^2$  ifadesi yerine konulursa;

$$\eta^2 = \frac{\omega^2}{c^2 - \mu \omega^2} \quad (3.116)$$

elde edilir. (3.114) denklemini sabit katsayılı ve ikinci mertebeden homojen bir diferansiyel denklemi belirtir. Çözümü için;



$$W = e^{mx} \quad (3.117)$$

ifadesinin kendisi ve ikinci türevi (3.114)'te yerleştirildiği zaman karakteristik denklem ve çözümleri;

$$m^2 + \eta^2 = 0 \quad (3.118a)$$

$$m_1 = i\eta \quad , \quad m_2 = -i\eta \quad (3.118b)$$

olarak yazılır. (6.15a) denkleminin genel çözümü;

$$W = C_1 e^{i\eta x} + C_2 e^{-i\eta x} \quad (3.119a)$$

$$W = C_1 (\cos \eta x + i \sin \eta x) + C_2 (\cos \eta x - i \sin \eta x) \quad (3.119b)$$

elde edilir. Mod şekli denklemi;

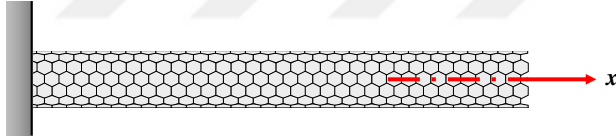
$$W = A \cos \eta x + B \sin \eta x \quad (3.120)$$

olarak yazılır.

### 3.8. Eksenel Çubukların Yerel Olmayan Titreşiminde Sınır Koşullar

Üçüncü bölümde incelenen tüm sınır şartları için (6.21) denklemi analiz edilecektir.

#### 3.8.1. Tutulu uç – serbest uç hali



**Şekil 3.10.** Yerel olmayan titreşimde C-F çubuğu

Başlangıçta eksenel yer değiştirme 0'dır ( $W(0)=0$ ) Çubuğun sonunda şekil değiştirme 0'dır ( $\frac{\partial W(l)}{\partial x}=0$ ). Sınır koşullarından ilki (3.120)'de yerine konulursa,  $A=0$  olarak bulunur. İkinci sınır koşulu için (3.120)'in  $x$ 'e göre türevi alınmalıdır.

$$\frac{\partial W}{\partial x} = \eta B \cos \eta x \quad (3.121)$$

Türevi alınan ifadede ikinci sınır koşulu yerine yazılır. Elde edilen denklemde  $\eta$  veya  $B$  parametrelerinin sıfır olması titreşim olmadığı anlamına geldiği için;

$$\cos \eta l = 0 \quad (3.122)$$

ifadesi anlamlı çözüm olacaktır. Bu trigonometrik denklemin çözümü;

$$\eta l = \frac{(2n-1) \pi}{2} \quad (3.123a)$$

$$\eta = \frac{(2n-1) \pi}{2l} \quad (3.123b)$$

şeklinde düzenlenmiş olarak ifade edilir. Bu ifade (3.116)'da yerine konulursa;

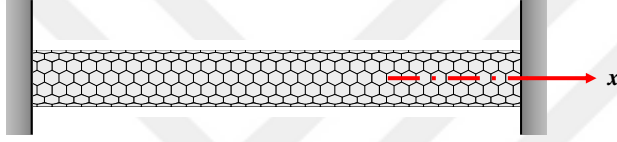
$$\left( \frac{(2n-1) \pi}{2l} \right)^2 = \frac{\omega^2}{c^2 - \mu \omega^2} \quad (3.124)$$

ifadesi yazılır. Bu ifade düzenlenerek frekans denklemi;

$$\omega^2 = \frac{[(2n-1) \pi c]^2}{[(2n-1) \pi (e_0 a)]^2 + 4l^2} \quad (3.125)$$

olarak elde edilir.

### 3.8.2. Tutulu uç – tutulu uç hali



**Şekil 3.11.** Yerel olmayan titreşimde C-C çubuğu

Başlangıçta aksenal yer değiştirme 0'dır. Çubuğun sonunda yer değiştirme 0'dır. Sınır koşullarından ilki (3.120)'de yerine konulursa,  $A=0$  olarak bulunur. İkinci sınır koşulu (3.120)'de yerine konulursa;

$$B \sin \eta l = 0 \quad (3.126)$$

elde edilir. Titreşim olabilmesi için B ifadesinin sıfırdan farklı olması gereklidir. Bu yüzden;

$$\sin \eta l = 0 \quad (3.127)$$

olur. Bu trigonometrik denklemin çözümü;

$$\eta l = n \pi \quad (3.128a)$$

$$\eta = \frac{n \pi}{l} \quad (3.128b)$$

şeklinde olmalıdır. Elde edilen ifadeler (3.116)'da yerine konulursa;

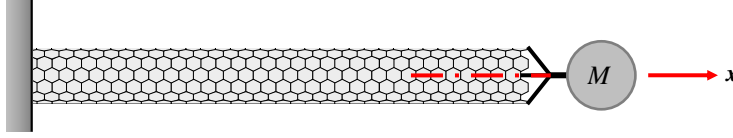
$$\left( \frac{n \pi}{l} \right)^2 = \frac{\omega^2}{c^2 - \mu \omega^2} \quad (3.129)$$

olacaktır. Bu ifade düzenlenerek frekans denklemi;

$$\omega^2 = \frac{(n \pi c)^2}{[n \pi (e_0 a)]^2 + 1^2} \quad (3.130)$$

olarak elde edilir.

### 3.8.3. Tutulu uç – kütle eklentili uç hali



**Şekil 3.12.** Yerel olmayan titreşimde C-MA çubuğu

Başlangıçta aksenal yer değiştirme 0'dır. Başlangıç sınır koşulu (3.120)'de yerine konulursa,  $A=0$  olarak bulunur. İkinci sınır koşulunda kütle eklentili uç için dinamik sınır şartına ihtiyaç vardır. Bu tip çubukların eklenti noktalarında serbest cisim diyagramı değişmeyeceği için dinamik sınır şartları uçtaki aksenal yük üzerinden oluşturulur. Nanoçubukların analizinde yerel olmayan etkiler göz önüne alınmalıdır. Bu ifadeye göre uçta aksenal yük;

$$-M \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = (EA - \mu \rho A \omega^2) \frac{\partial W}{\partial x} \sin(\omega t - \alpha) \quad (3.131)$$

olarak yazılır. Burada (3.107) ifadesi yerine konulursa;

$$M \omega^2 W \sin(\omega t - \alpha) = (EA - \mu \rho A \omega^2) \frac{\partial W}{\partial x} \sin(\omega t - \alpha) \quad (3.132)$$

elde edilir. Denklem üzerinde gerekli olan sadeleştirmeler yapıldıktan sonra (3.120) denklemi ve ilgili türevsel ifadeler olan;

$$W = B \sin \eta x \quad (3.133a)$$

$$\frac{\partial W}{\partial x} = B \eta \cos \eta x \quad (3.133b)$$

yerine konulursa;

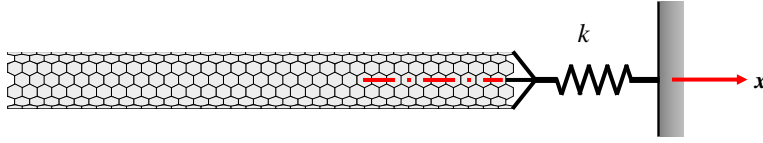
$$M \omega^2 B \sin \eta x = (EA - \mu \rho A \omega^2) B \eta \cos \eta x \quad (3.134)$$

elde edilir. Gerekli sadeleştirme ve düzenlemeler yapıldıktan sonra, frekans denklemi;

$$\tan \eta l = \frac{(EA - \mu \rho A \omega^2) \eta}{M \omega^2} \quad (3.135)$$

olarak elde edilir.

### 3.8.4. Serbest uç – elastik yay eklentili uç hali



**Şekil 3.13.** Yerel olmayan titreşimde F-SA çubuğu

Serbest olan uçta uzama görülemeyeceğinden dolayı şekil değiştirme 0'dır. Eklentili uçta sınır şartları, kurulacak bir dinamik ifadeye bağlıdır. İlk sınır koşulu (3.120)'de yerine konulursa  $B=0$  olarak bulunur. İkinci sınır koşulu için yazılacak ifade;

$$-k u = (EA - \mu\rho A\omega^2) \frac{\partial W}{\partial x} \sin(\omega t - \alpha) \quad (3.136)$$

şeklindedir. Mod şekli denklemini burada yerine yazacak olursak;

$$-k W \sin(\omega t - \alpha) = (EA - \mu\rho A\omega^2) \frac{\partial W}{\partial x} \sin(\omega t - \alpha) \quad (3.137)$$

elde edilir. Burada gerekli sadeleştirme işlemleri yapıldıktan sonra;

$$W = A \cos \eta x \quad (3.138a)$$

$$\frac{\partial W}{\partial x} = -A\eta \sin \eta x \quad (3.138b)$$

Buradan

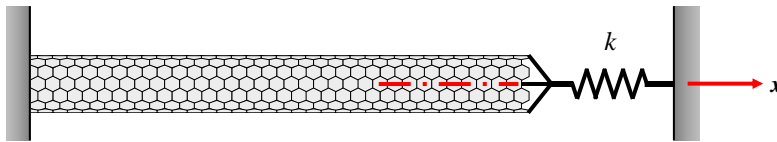
$$-k A \cos \eta x = -(EA - \mu\rho A\omega^2) A\eta \sin \eta x \quad (3.139)$$

elde edilir. Burada gerekli sadeleştirmeler yapıldıktan sonra frekans denklemi;

$$\cot \eta l = \frac{(EA - \mu\rho A\omega^2)\eta}{k} \quad (3.140)$$

olarak elde edilir.

### 3.8.5. Tutulu uç – elastik yay eklentili uç hali



**Şekil 3.14.** Yerel olmayan titreşimde C-SA çubuğu

Başlangıçta aksenal yer değiştirme 0'dır. Sınır koşullarından ilki (3.120)'de yerine konulursa,  $A=0$  olarak bulunur. İkinci sınır koşulu için yazılacak ifade;

$$-k u = (EA - \mu \rho A \omega^2) \frac{\partial W}{\partial x} \sin(\omega t - \alpha) \quad (3.141)$$

şeklindedir. Mod şekli denklemini burada yerine yazacak olursak;

$$-k W \sin(\omega t - \alpha) = (EA - \mu \rho A \omega^2) \frac{\partial W}{\partial x} \sin(\omega t - \alpha) \quad (3.142)$$

elde edilir. Burada gerekli sadeleştirme işlemleri yapıldıktan sonra;

$$W = B \sin \eta x \quad (3.143a)$$

$$\frac{\partial W}{\partial x} = B \eta \cos \eta x \quad (3.143b)$$

Buradan,

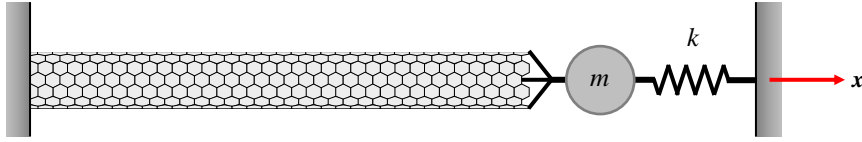
$$-k B \sin \eta x = (EA - \mu \rho A \omega^2) B \eta \cos \eta x \quad (3.144)$$

elde edilir. Burada gerekli sadeleştirmeler yapıldıktan sonra frekans denklemi;

$$\tan \eta l = - \frac{(EA - \mu \rho A \omega^2) \eta}{k} \quad (3.145)$$

olarak elde edilir.

### 3.8.6. Tutulu uç – kütle ve elastik yay eklentili uç hali



Şekil 3.15. Yerel olmayan titreşimde C-SMA çubuğu

Başlangıçta aksenal yer değiştirme 0'dır. Başlangıç sınır koşulu ( $x=0$  noktası) (3.120)'de yerine konulursa,  $A=0$  olarak bulunur. İkinci sınır koşulu değerlendirilirken yazılacak olan dinamik sınır şartı için klasik çözüm yapılırken kütle eklentili uç ve elastik yay eklentili uç durumlarının birleşimi şeklinde olacağı belirlenmişti. Uç noktada serbest cisim diyagramından oluşan ifade;

$$M \omega^2 W \sin(\omega t - \alpha) - k W \sin(\omega t - \alpha) = (EA - \mu \rho A \omega^2) \frac{\partial W}{\partial x} \sin(\omega t - \alpha) \quad (3.146)$$

şeklinde yazılır. Burada gerekli ifadeler sadeleştirildikten sonra mod şekli ve konuma göre türevi yerine yazılırsa;

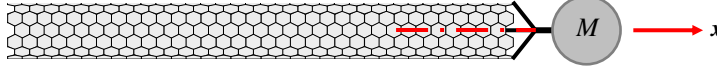
$$(M \omega^2 - k) B \sin \eta x = (EA - \mu \rho A \omega^2) B \eta \cos \eta x \quad (3.147)$$

ifadesi yazılır. Gerekli düzenlemeler yapıldıktan sonra frekans denklemi;

$$\tan \eta l = \frac{(EA - \mu \rho A \omega^2) \eta}{M \omega^2 - k} \quad (3.148)$$

olarak elde edilir.

### 3.8.7. Serbest uç – kütle eklentili uç hali



**Şekil 3.16.** Yerel olmayan titreşimde F-MA çubuğu

Serbest olan uçta uzama görülemeyeceğinden dolayı şekil değiştirme 0'dır. Eklentili uçta sınır şartları, kurulacak bir dinamik ifadeye bağlıdır. İlk sınır koşulu (3.120)'de yerine konulursa  $B=0$  olarak bulunur. İkinci sınır koşulu için öncelikle yerel olmayan eksenel yük iç tesirine göre yazılan dinamik sınır şartını tekrar ele alalım;

$$M \omega^2 W \sin(\omega t - \alpha) = (EA - \mu \rho A \omega^2) \frac{\partial W}{\partial x} \sin(\omega t - \alpha) \quad (3.149)$$

Mod şekli değişimi olacağı için mod şekli denklemini ve konuma göre türevi;

$$W = A \cos \eta x \quad (3.150a)$$

$$\frac{\partial W}{\partial x} = -A \eta \sin \eta x \quad (3.150b)$$

şeklinde yazılır. Buradan

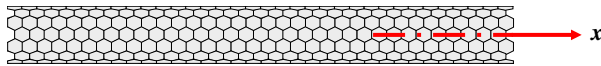
$$M \omega^2 A \cos \eta x = -(EA - \mu \rho A \omega^2) A \eta \sin \eta x \quad (3.151)$$

ifadesini buluruz. Burada gerekli sadeleştirme ve düzenlemeler yapılarak frekans denklemi;

$$\cot \eta l = -\frac{(EA - \mu \rho A \omega^2) \eta}{M \omega^2} \quad (3.152)$$

olarak elde edilir.

### 3.8.8. Her iki ucu serbest olma hali



**Şekil 3.17.** Yerel olmayan titreşimde F-F çubuğu

Her iki ucu serbest olan durumda uzama görülemeyeceğinden dolayı eksenel şekil değiştirme 0'dır. İlk sınır koşulu (3.120)'de yerine konulursa  $B=0$  olarak bulunur. Mod şekli denklemini ve konuma göre türevi;

$$W = A \cos \eta x \quad (3.153a)$$

$$\frac{\partial W}{\partial x} = -A\eta \sin \eta x \quad (3.153b)$$

olarak yazılır. Burada  $A$  ve  $\eta$  sıfır olamayacağı için;

$$\sin \eta l = 0 \quad (3.154)$$

olmalıdır. Trigonometrik denklemin çözümünü yazarsak;

$$\eta l = n \pi \quad (3.155a)$$

$$\eta = \frac{n \pi}{l} \quad (3.155b)$$

ifadeleri elde edilir. Bunlar (3.116)'da yerine yazılırsa;

$$\left(\frac{n \pi}{l}\right)^2 = \frac{\omega^2}{c^2 - \mu \omega^2} \quad (3.156)$$

eşitliği bulunur. Bu ifade düzenlenirse frekans denklemi;

$$\omega^2 = \frac{(n \pi c)^2}{[n \pi (\epsilon_0 a)]^2 + l^2} \quad (3.157)$$

olarak elde edilir.

### 3.9. Karbon Nanotüp Takviyeli Plakların Titreşimi

Birinci mertebeden plak teorisi kullanılarak bir dikdörtgen plağın elde edilen titreşim denklemi

$$L_{11}(\theta_x) + L_{12}(\theta_y) + L_{13}(w) + L_{14} = L_{15}(\theta_x) \quad (3.158)$$

$$L_{21}(\theta_x) + L_{22}(\theta_y) + L_{23}(w) + L_{24} = L_{25}(\theta_y) \quad (3.159)$$

$$L_{31}(\theta_x) + L_{32}(\theta_y) + L_{33}(w) + L_{34} = L_{35}(w) \quad (3.160)$$

şeklinde ifade edilir. Bu denklemdaki türev ifadeler

$$L_{11} = D_{11} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + D_{66} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + 2D_{16} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \quad (3.161)$$

$$L_{12} = D_{16} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + D_{26} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + (D_{12} + D_{66}) \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \quad (3.162)$$

$$L_{13} = -kA_{45} \frac{\partial}{\partial y} - kA_{55} \frac{\partial}{\partial x} \quad (3.163)$$

$$L_{14} = -kA_{45}\theta_y - kA_{55}\theta_x \quad (3.164)$$

$$L_{15} = I_2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \quad (3.165)$$

$$L_{21} = D_{16} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + D_{26} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + (D_{12} + D_{66}) \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \quad (3.166)$$

$$L_{22} = D_{66} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + D_{22} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + 2D_{26} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \quad (3.167)$$

$$L_{23} = -kA_{44} \frac{\partial}{\partial y} - kA_{45} \frac{\partial}{\partial x} \quad (3.168)$$

$$L_{24} = -kA_{44}\theta_y - kA_{45}\theta_x \quad (3.169)$$

$$L_{25} = I_2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \quad (3.170)$$

$$L_{31} = kA_{55} \frac{\partial}{\partial x} + kA_{45} \frac{\partial}{\partial y} \quad (3.171)$$

$$L_{32} = kA_{45} \frac{\partial}{\partial x} + kA_{44} \frac{\partial}{\partial y} \quad (3.172)$$

$$L_{33} = kA_{55} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + kA_{44} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + 2kA_{45} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \quad (3.173)$$

$$L_{34} = 0 \quad (3.174)$$

$$L_{35} = I_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \quad (3.175)$$

Dönüşüm için kullanılacak formüllerde koordinatlar

$$x = \sum_{i=1}^N x_i \Phi_i(\xi, \eta) \quad \text{ve} \quad y = \sum_{i=1}^N y_i \Phi_i(\xi, \eta) \quad (3.176)$$

olarak tanımlanır. Bu denklemden  $x_i$  ve  $y_i$  değerleri  $i$ . düğümün koordinatları,  $N$  düğüm nokta sayısı, ve  $\Phi_i(\xi, \eta)$ ;  $i=1,2,3,\dots,N$  değerleri şekil fonksiyonlarıdır. Bu değerler  $i$ . düğüm için,



$$\Phi_i(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 + \xi \xi_i)(1 + \eta \eta_i) \quad (3.177)$$

olarak ifade edilmektedir. Birinci ve ikinci mertebeden türevler bu dönüşüm ile,

$$\begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \end{Bmatrix} = [J_{11}]^{-1} \begin{Bmatrix} u_\xi \\ u_\eta \end{Bmatrix} \quad (3.178)$$

$$\begin{Bmatrix} u_{xx} \\ u_{yy} \\ 2u_{yx} \end{Bmatrix} = [J_{22}]^{-1} \begin{Bmatrix} u_{\xi\xi} \\ u_{\eta\eta} \\ 2u_{\xi\eta} \end{Bmatrix} - [J_{22}]^{-1}[J_{21}][J_{11}]^{-1} \begin{Bmatrix} u_\xi \\ u_\eta \end{Bmatrix} \quad (3.179)$$

olarak yazılır. Burada “ $J_{ij}$ ” değerleri Jakobiyen matrisin elemanlarıdır. Örneğin x ve y koordinatlarına göre ikinci mertebeden türev ifadeleri aşağıdaki gibidir.

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = [J_{22}]^{-1} \sum_{i=-M}^M \delta^{(2)}_{\Delta, \sigma}(k\Delta\xi) w_{ik} - [J_{22}]^{-1}[J_{21}][J_{11}]^{-1} \sum_{i=-M}^M \delta^{(1)}_{\Delta, \sigma}(k\Delta\xi) w_{ik} \quad (3.180)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = [J_{22}]^{-1} \sum_{i=-M}^M \delta^{(2)}_{\Delta, \sigma}(k\Delta\eta) w_{jk} - [J_{22}]^{-1}[J_{21}][J_{11}]^{-1} \sum_{i=-M}^M \delta^{(1)}_{\Delta, \sigma}(k\Delta\eta) w_{jk} \quad (3.181)$$

$$\frac{\partial W}{\partial x} = [J_{11}]^{-1} \frac{\partial W}{\partial \xi} \quad (3.182)$$

$$\frac{\partial W}{\partial y} = [J_{11}]^{-1} \frac{\partial W}{\partial \eta} \quad (3.183)$$

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = [J_{22}]^{-1} \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} - [J_{22}]^{-1}[J_{21}][J_{11}]^{-1} \frac{\partial W}{\partial \xi} \quad (3.184)$$

$$\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} = [J_{22}]^{-1} \frac{\partial^2 W}{\partial \eta^2} - [J_{22}]^{-1}[J_{21}][J_{11}]^{-1} \frac{\partial W}{\partial \eta} \quad (3.185)$$

Böylelikle (8.1) ve (8.3) ile verilen denklemler Şekil 8.1 deki çarpık plak için şu hale gelir:

$$F_{11}(\Psi_x) + F_{12}(\Psi_y) + F_{13}(W) + F_{14} = F_{15} \quad (3.186)$$

$$F_{21}(\Psi_x) + F_{22}(\Psi_y) + F_{23}(W) + F_{24} = F_{25} \quad (3.187)$$

$$F_{31}(\Psi_x) + F_{32}(\Psi_y) + F_{33}(W) + F_{34} = F_{35} \quad (3.188)$$

Buradaki yeni operatörler

$$\begin{aligned}
F_{11} = & D_{11} \left\{ [J_{22}]^{-1} \sum_{i=-M}^M \delta^{(2)}_{\Delta,\sigma}(k\Delta\xi) w_{ik} - [J_{22}]^{-1} [J_{21}] [J_{11}]^{-1} \sum_{i=-M}^M \delta^{(1)}_{\Delta,\sigma}(k\Delta\xi) w_{ik} \right\} \\
& + D_{66} \left\{ [J_{22}]^{-1} \sum_{i=-M}^M \delta^{(2)}_{\Delta,\sigma}(k\Delta\eta) w_{jk} - [J_{22}]^{-1} [J_{21}] [J_{11}]^{-1} \sum_{i=-M}^M \delta^{(1)}_{\Delta,\sigma}(k\Delta\eta) w_{jk} \right\} \\
& + 2D_{16} \left\{ [J_{22}]^{-1} \sum_{i=-M}^M \delta^{(1)}_{\Delta,\sigma}(k\Delta\xi) \sum_{i=-M}^M \delta^{(1)}_{\Delta,\sigma}(k\Delta\eta) w_{ik} \right\} \quad (3.189)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_{12} = & D_{16} \left\{ [J_{22}]^{-1} \sum_{i=-M}^M \delta^{(2)}_{\Delta,\sigma}(k\Delta\xi) w_{ik} - [J_{22}]^{-1} [J_{21}] [J_{11}]^{-1} \sum_{i=-M}^M \delta^{(1)}_{\Delta,\sigma}(k\Delta\xi) w_{ik} \right\} \\
& + D_{26} \left\{ [J_{22}]^{-1} \sum_{i=-M}^M \delta^{(2)}_{\Delta,\sigma}(k\Delta\eta) w_{jk} - [J_{22}]^{-1} [J_{21}] [J_{11}]^{-1} \sum_{i=-M}^M \delta^{(1)}_{\Delta,\sigma}(k\Delta\eta) w_{jk} \right\} \\
& + 2(D_{12} + D_{66}) \left\{ [J_{22}]^{-1} \sum_{i=-M}^M \delta^{(1)}_{\Delta,\sigma}(k\Delta\xi) \sum_{i=-M}^M \delta^{(1)}_{\Delta,\sigma}(k\Delta\eta) w_{ik} \right\} \quad (3.190)
\end{aligned}$$

$$F_{13} = -kA_{45} \left\{ [J_{11}]^{-1} \sum_{i=-M}^M \delta^{(1)}_{\Delta,\sigma}(k\Delta\eta) w_{jk} \right\} - kA_{55} \left\{ [J_{11}]^{-1} \sum_{i=-M}^M \delta^{(1)}_{\Delta,\sigma}(k\Delta\xi) w_{ik} \right\} \quad (3.191)$$

$$F_{14} = -kA_{45} \Psi_y - kA_{55} \Psi_x \quad (3.192)$$

$$F_{15} = -I_2 \omega^2 \Psi_x \quad (3.193)$$

$$\begin{aligned}
F_{21} = & D_{16} \left\{ [J_{22}]^{-1} \sum_{i=-M}^M \delta^{(2)}_{\Delta,\sigma}(k\Delta\xi) w_{ik} - [J_{22}]^{-1} [J_{21}] [J_{11}]^{-1} \sum_{i=-M}^M \delta^{(1)}_{\Delta,\sigma}(k\Delta\xi) w_{ik} \right\} \\
& + D_{26} \left\{ [J_{22}]^{-1} \sum_{i=-M}^M \delta^{(2)}_{\Delta,\sigma}(k\Delta\eta) w_{jk} - [J_{22}]^{-1} [J_{21}] [J_{11}]^{-1} \sum_{i=-M}^M \delta^{(1)}_{\Delta,\sigma}(k\Delta\eta) w_{jk} \right\} \\
& + 2(D_{12} + D_{66}) \left\{ [J_{22}]^{-1} \sum_{i=-M}^M \delta^{(1)}_{\Delta,\sigma}(k\Delta\xi) \sum_{i=-M}^M \delta^{(1)}_{\Delta,\sigma}(k\Delta\eta) w_{ik} \right\} \quad (3.194)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_{22} = & D_{66} \left\{ [J_{22}]^{-1} \sum_{i=-M}^M \delta^{(2)}_{\Delta,\sigma}(k\Delta\xi) w_{ik} - [J_{22}]^{-1} [J_{21}] [J_{11}]^{-1} \sum_{i=-M}^M \delta^{(1)}_{\Delta,\sigma}(k\Delta\xi) w_{ik} \right\} \\
& + D_{22} \left\{ [J_{22}]^{-1} \sum_{i=-M}^M \delta^{(2)}_{\Delta,\sigma}(k\Delta\eta) w_{jk} - [J_{22}]^{-1} [J_{21}] [J_{11}]^{-1} \sum_{i=-M}^M \delta^{(1)}_{\Delta,\sigma}(k\Delta\eta) w_{jk} \right\} \\
& + 2D_{26} \left\{ [J_{22}]^{-1} \sum_{i=-M}^M \delta^{(1)}_{\Delta,\sigma}(k\Delta\xi) \sum_{i=-M}^M \delta^{(1)}_{\Delta,\sigma}(k\Delta\eta) w_{ik} \right\} \quad (3.195)
\end{aligned}$$

$$F_{23} = -kA_{44} \left\{ [J_{11}]^{-1} \sum_{i=-M}^M \delta^{(1)}_{\Delta, \sigma}(k\Delta\eta) w_{jk} \right\} - kA_{45} \left\{ [J_{11}]^{-1} \sum_{i=-M}^M \delta^{(1)}_{\Delta, \sigma}(k\Delta\xi) w_{ik} \right\} \quad (3.196)$$

$$F_{24} = -kA_{44} \Psi_y - kA_{45} \Psi_x \quad (3.197)$$

$$F_{25} = -I_2 \omega^2 \Psi_y \quad (3.198)$$

$$F_{31} = kA_{55} \left\{ [J_{11}]^{-1} \sum_{i=-M}^M \delta^{(1)}_{\Delta, \sigma}(k\Delta\xi) w_{ik} \right\} + kA_{45} \left\{ [J_{11}]^{-1} \sum_{i=-M}^M \delta^{(1)}_{\Delta, \sigma}(k\Delta\eta) w_{jk} \right\} \quad (3.199)$$

$$F_{32} = kA_{45} \left\{ [J_{11}]^{-1} \sum_{i=-M}^M \delta^{(1)}_{\Delta, \sigma}(k\Delta\xi) w_{ik} \right\} + kA_{44} \left\{ [J_{11}]^{-1} \sum_{i=-M}^M \delta^{(1)}_{\Delta, \sigma}(k\Delta\eta) w_{jk} \right\} \quad (3.200)$$

$$F_{33} = kA_{55} \left\{ [J_{22}]^{-1} \sum_{i=-M}^M \delta^{(2)}_{\Delta, \sigma}(k\Delta\xi) w_{ik} - [J_{22}]^{-1} [J_{21}] [J_{11}]^{-1} \sum_{i=-M}^M \delta^{(1)}_{\Delta, \sigma}(k\Delta\xi) w_{ik} \right\} \\ + kA_{44} \left\{ [J_{22}]^{-1} \sum_{i=-M}^M \delta^{(2)}_{\Delta, \sigma}(k\Delta\eta) w_{jk} - [J_{22}]^{-1} [J_{21}] [J_{11}]^{-1} \sum_{i=-M}^M \delta^{(1)}_{\Delta, \sigma}(k\Delta\eta) w_{jk} \right\} \\ + 2kA_{45} \left\{ [J_{22}]^{-1} \sum_{i=-M}^M \delta^{(1)}_{\Delta, \sigma}(k\Delta\xi) \sum_{i=-M}^M \delta^{(1)}_{\Delta, \sigma}(k\Delta\eta) w_{ik} \right\} \quad (3.201)$$

$$F_{34} = 0 \quad (3.202)$$

$$F_{35} = -I_0 \omega^2 W \quad (3.203)$$

Çalışmada 4 farklı tip takviye yada karbon nanotüp değişiminin etkisi incelenmiştir. Bunlar

$$\text{UD: } V_{CN} = V_{CN}^* \quad (3.204)$$

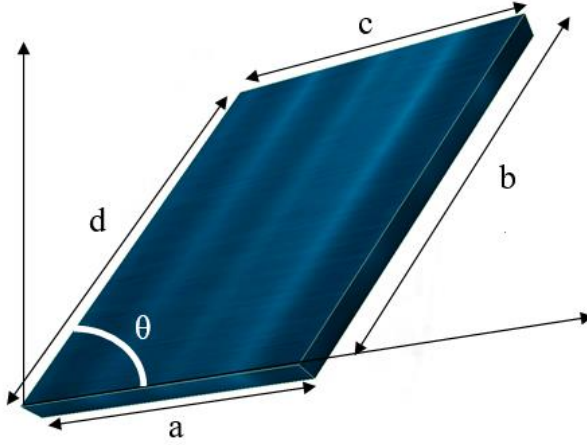
$$\text{FG-V: } V_{CN} = \left( 2 \frac{z}{h} + 1 \right) V_{CN}^* \quad (3.205)$$

$$\text{FG-O: } V_{CN} = \left( -2 \frac{|z|}{h} + 1 \right) V_{CN}^* \quad (3.206)$$

$$\text{FG-X: } V_{CN} = \left( 2 \frac{|z|}{h} \right) V_{CN}^* \quad (3.207)$$

Burada  $V_{CN}^*$  aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$V_{CN}^* = \frac{m_{cn}}{m_{cn} + (\rho_{CN} / \rho_M) - (\rho_{CN} / \rho_M)m_{cn}} \quad (3.208)$$



Şekil 3.18. Karbon nanotüp takviyeli çarpık plak

#### 4. BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu bölümde, bu tez kapsamında incelenen eksenel çubukların klasik ve yerel olmayan titreşimi farklı özellikler altında incelenecek ve elde edilen sonuçlar yorumlanacaktır. Ayrıca plaklara ait sonuçlar verilecektir. Frekans değeri ele alınarak yapılacak olan bu incelemede mod sayısı, sınır koşullar, geometrik ve mekanik özellikler, fiziksel, mekanik ve atomik malzeme özellikleri gibi değişkenlerin frekans üzerindeki etkisi incelenecektir.

##### 4.1. İncelenecek Değişkenlerin Özellikleri

Bu kısımda frekans değerlerine etki edecek parametreler yani farklı sınır koşulları ile mod sayısı, kesit alanı, uzunluk, kesit tipi ve malzeme değişiminin etkisi incelenecektir. Yerel olmayan titreşim konusu incelenirken atomik parametre de eklenecektir. Eksenel çubuklar için genellikle ilk dört mod kullanılarak, 10 farklı kesit tipi ile hesaplar yapılmıştır. İçi boş geometrili kesitlerde et kalınlığı (aksi belirtilmedikçe) alanın %5'i olarak alınmıştır.

Malzeme özelliklerindeki değişimin etkilerini incelemek için seçilen malzemeler için elastisite modülü ve birim hacim kütleleri tabloda verilmiştir.

**Çizelge 4.1.** Analizlerde kullanılacak malzeme tiplerinin elastisite modülü ve birim hacim kütlesi değerleri

Malzeme	Elastisite Modülü (MPa)	Birim Hacim Kütlesi (kg/m <sup>3</sup> )
Karbon Nanotüp (CNT)	10 <sup>6</sup>	2000
Bor Nitrit Nanotüp (BNNT)	4.7×10 <sup>4</sup>	2100
Silika Karbit Nanotüpler (SiCNT)	4.5×10 <sup>5</sup>	2300

Uzunluk değeri için 10 nm'den 100 nm'ye kadar, kesit alanı için 1 nm<sup>2</sup>'den 20 nm<sup>2</sup>'ye kadar olan değerler kullanılacaktır. Yerel olmayan çözüm yapılırken  $e_0a$  parametre etkisi boyutsuz olarak 0'dan 0.5'e kadar olan değerler için analiz edilecektir.

İncelenecek olan sınır şartları için aşağıdaki gösterimler kullanılacaktır:

**Çizelge 4.2.** Hesaplamaları yapılacak olan sınır koşullar

Sınır Şartları	Kısa Gösterim
Her iki ucu tutulu	C-C
Bir ucu tutulu diğer ucu serbest	C-F
Her iki ucu serbest	F-F
Bir ucu tutulu diğer ucu kütle eklentili	C-MA
Bir ucu serbest diğer ucu kütle eklentili	F-MA
Bir ucu tutulu diğer ucu elastik yay eklentili	C-SA
Bir ucu serbest diğer ucu elastik yay eklentili	F-SA
Bir ucu tutulu diğer ucu elastik yay ve kütle eklentili	C-SMA

## 4.2. Eksenel Çubukların Titreşim Analizleri

Bu kısımda ilk olarak eksenel çubukların klasik çözüm ile analiz sonuçları incelenecek ardından yerel olmayan çözüm için hesaplar yapılacak ve sonuçlar tablo ve grafikler halinde eklenecektir.

Tabloda Karbon nanotüp için farklı kesit alanları ve uzunluk değerleri için eksenel çubuk sayısal sonuçları elde edilmiştir. Eklentili çubuklarda çubuk kütlesi ve yay sabiti ise 10 olarak sabit değer kabul edilmiştir.

**Çizelge 4.3.** Çeşitli sınır şartlarındaki eksenel çubukların iki farklı kesit alan ve uzunluk değeri için ilk dört titreşim moduna ait frekans değerleri (THz)

<i>Sınır Şartı</i>	$L = 20 \text{ nm}, A = 10 \text{ nm}^2$				$L = 20 \text{ nm}, A = 20 \text{ nm}^2$			
	1	2	3	4	1	2	3	4
<i>C-C</i>	3.512	7.024	10.537	14.049	3.512	7.024	10.537	14.049
<i>C-F</i>	1.756	5.268	8.7810	12.293	1.756	5.268	8.781	12.293
<i>F-F</i>	3.512	7.024	10.537	14.049	3.512	7.024	10.537	14.049
<i>C-MA</i>	0.347	3.547	7.0425	10.549	0.347	3.547	7.042	10.549
<i>F-MA</i>	1.824	5.292	8.7952	12.303	1.824	5.292	8.795	12.303
<i>C-SA</i>	3.200	6.440	9.7361	13.083	3.200	6.440	9.736	13.083
<i>F-SA</i>	1.597	4.814	8.0812	11.404	1.597	4.814	8.081	11.404
<i>C-SMA</i>	1.152	3.551	7.0430	10.549	1.152	3.551	7.043	10.549
<i>Sınır Şartı</i>	$L = 100 \text{ nm}, A = 10 \text{ nm}^2$				$L = 100 \text{ nm}, A = 20 \text{ nm}^2$			
	1	2	3	4	1	2	3	4
<i>C-C</i>	0.702	1.404	2.107	2.809	0.702	1.404	2.107	2.809
<i>C-F</i>	0.351	1.053	1.756	2.458	0.351	1.053	1.756	2.458
<i>F-F</i>	0.702	1.404	2.107	2.809	0.702	1.404	2.107	2.809
<i>C-MA</i>	0.069	0.709	1.408	2.109	0.069	0.703	1.408	2.109
<i>F-MA</i>	0.364	1.058	1.759	2.460	0.364	1.058	1.759	2.460
<i>C-SA</i>	0.640	1.288	1.947	2.616	0.640	1.288	1.947	2.616
<i>F-SA</i>	0.319	0.962	1.616	2.280	0.319	0.962	1.616	2.280
<i>C-SMA</i>	0.230	0.710	1.408	2.109	0.230	0.710	1.408	2.109

Aynı uzunluk değeri altında iki farklı kesit alanı için yapılan analizler sonucunda frekans değerleri aynı kalmıştır. Buradan kesit alanı değişiminin, çubukların eksenel titreşimi üzerinde etkisi olmadığı sonucuna varılmıştır. Aynı kesit alanı kullanılarak uzunluk değeri değiştirilip tekrar analizler yapılmıştır. Bu analiz sonucunda ise uzunluk değerindeki artışın frekans üzerinde düşürücü bir etkiye sebep olduğu görülmüştür. Analizlerde uzunluk değerinin beş katına çıkartılması frekans değerlerini beşte birine düşürmüştür.

Elde edilen analiz sonuçları değerlendirildiğinde çubuklara yapılan eklentilerin frekans değerini düşürdüğü gözlemlenmiştir. Bunun sebebi uçta oluşan eksenel iç etki olarak belirtilebilir. Her iki ucu serbest çubuk ve bir ucu tutulu diğer ucu serbest olan çubuk karşılaştırıldığında, iki ucu serbest olan çubuğun frekans değerinin 2 kat daha yüksek olduğu görülür. Başlangıç koşulu aynı olan, hem kütle hem yay eklentili sistemler, yalnızca kütle eklentili sistemler ile karşılaştırıldığında daha yüksek frekans değerleri verdiği, yalnızca yay eklentili sistemler ile karşılaştırıldığında ise daha düşük frekans değerleri verdiği gözlemlenmiştir. Buradan çıkarılabilecek sonuç; yay eklentili sistemler genel olarak kütle eklentili sistemlere göre daha yüksek frekans değerleri vermektedir.

**Çizelge 4.4.** Çeşitli sınır şartlardaki eksenel çubukların farklı malzemeler için temel frekansları (THz)

<i>Sınır Şartı</i>	<i>A = 10 nm<sup>2</sup>, L = 100 nm</i>		
	<b>CNT</b>	<b>BNNT</b>	<b>SiCNT</b>
<i>C-C</i>	0.70248	0.14862	0.43943
<i>C-F</i>	0.35124	0.07431	0.21971
<i>F-F</i>	0.70248	0.14862	0.43943
<i>C-MA</i>	0.06955	0.01471	0.04350
<i>F-MA</i>	0.36492	0.07720	0.22827
<i>C-SA</i>	0.64013	0.13543	0.40043
<i>F-SA</i>	0.31950	0.06759	0.19986
<i>C-SMA</i>	0.23041	0.04874	0.14413

Tüm sınır koşulları için farklı elastisite modülü ve birim hacim ağırlığa sahip malzemeler ile analizler gerçekleştirilip tablo halinde yukarıda gösterilmiştir. Elde edilen sonuçlar incelendiğinde elastisite modülünün birim hacim ağırlığına oranı yüksek olan malzemelerde frekans değerinin daha yüksek çıktığı gözlemlenmiştir.

**Çizelge 4.5.** Her iki ucundan tutulu (C-C) eksenel çubuğun farklı malzeme tipleri için ilk beş frekansı (THz)

<i>Mod Sayısı</i>	<i>A = 10 nm<sup>2</sup>, L = 100 nm</i>		
	<b>CNT</b>	<b>BNNT</b>	<b>SiCNT</b>
<i>1</i>	0.70248	0.14862	0.43943
<i>2</i>	1.40496	0.29724	0.87886
<i>3</i>	2.10744	0.44587	1.31829
<i>4</i>	2.80992	0.59449	1.75773
<i>5</i>	3.51240	0.74312	2.19716

Her iki ucundan tutulu olan sınır koşul için farklı elastisite modülü ve birim hacim ağırlığa sahip malzemelerin ilk 5 mod için frekans değerleri yukarıda gösterilmiştir.

**Çizelge 4.6.** Bir ucu tutulu diğer ucu serbest (C-F) eksenel çubuğun farklı malzeme tipleri için ilk beş frekansı (THz)

<i>Mod Sayısı</i>	<i>A = 10 nm<sup>2</sup>, L = 100 nm</i>		
	<b>CNT</b>	<b>BNNT</b>	<b>SiCNT</b>
<i>1</i>	0.35124	0.07431	0.21972
<i>2</i>	1.05372	0.22294	0.65915
<i>3</i>	1.75620	0.37156	1.09858
<i>4</i>	2.45868	0.52018	1.53801
<i>5</i>	3.16117	0.66881	1.97745

Bir ucu tutulu diğer ucu serbest olan sınır koşul için farklı elastisite modülü ve birim hacim ağırlığa sahip malzemelerin ilk 5 mod frekans değerleri yukarıdaki tabloda gösterilmiştir.

**Çizelge 4.7.** İki ucu tutulu (F-F) aksenal çubuğun farklı malzeme tipleri için ilk beş frekansı (THz)

<i>Mod Sayısı</i>	<i>A = 10 nm<sup>2</sup>, L = 100 nm</i>		
	<b>CNT</b>	<b>BNNT</b>	<b>SiCNT</b>
<b>1</b>	0.70248	0.14862	0.43943
<b>2</b>	1.40496	0.29724	0.87886
<b>3</b>	2.10744	0.44587	1.31829
<b>4</b>	2.80992	0.59449	1.75773
<b>5</b>	3.51240	0.74312	2.19716

İki ucu tutulu olan sınır koşul için farklı elastisite modülü ve birim hacim ağırlığa sahip malzemelerin ilk 5 mod frekans değerleri yukarıdaki tabloda gösterilmiştir.

**Çizelge 4.8.** Bir ucu tutulu diğer ucu kütle eklentili (C-MA) aksenal çubuğun farklı malzeme tipleri için ilk beş frekansı (THz)

<i>Mod Sayısı</i>	<i>A = 10 nm<sup>2</sup>, L = 100 nm</i>		
	<b>CNT</b>	<b>BNNT</b>	<b>SiCNT</b>
<b>1</b>	0.19238	0.04070	0.12034
<b>2</b>	0.76599	0.16206	0.47916
<b>3</b>	1.43942	0.30454	0.90042
<b>4</b>	2.13082	0.45082	1.33292
<b>5</b>	2.82757	0.59823	1.76877

Bir ucu tutulu diğer ucu kütle eklentili olan sınır koşul için farklı elastisite modülü ve birim hacim ağırlığa sahip malzemelerin ilk 5 mod frekans değerleri yukarıdaki tabloda gösterilmiştir.

**Çizelge 4.9.** Bir ucu serbest diğer ucu kütle eklentili (F-MA) aksenal çubuğun farklı malzeme tipleri için ilk beş frekansı (THz)

<i>Mod Sayısı</i>	<i>A = 10 nm<sup>2</sup>, L = 100 nm</i>		
	<b>CNT</b>	<b>BNNT</b>	<b>SiCNT</b>
<b>1</b>	0.45364	0.09598	0.28377
<b>2</b>	1.09862	0.23244	0.68723
<b>3</b>	1.78408	0.37746	1.11602
<b>4</b>	2.47880	0.52444	1.55060
<b>5</b>	3.17688	0.67213	1.98728

Bir ucu serbest diğer ucu kütle eklentili olan sınır koşul için farklı elastisite modülü ve birim hacim ağırlığa sahip malzemelerin ilk 5 mod frekans değerleri yukarıdaki tabloda gösterilmiştir.



**Çizelge 4.10.** Bir ucu tutulu diğer ucu elastik yay eklentili (C-SA) aksenal çubuğun farklı malzeme tipleri için ilk beş frekansı (THz)

<i>Mod Sayısı</i>	<i>A = 10 nm<sup>2</sup>, L = 100 nm</i>		
	<b>CNT</b>	<b>BNNT</b>	<b>SiCNT</b>
<b>1</b>	0.45364	0.09598	0.28377
<b>2</b>	1.09862	0.23244	0.68723
<b>3</b>	1.78408	0.37746	1.11602
<b>4</b>	2.47880	0.52444	1.55060
<b>5</b>	3.17688	0.67213	1.98728

Bir ucu tutulu diğer ucu elastik yay eklentili olan sınır koşul için farklı elastisite modülü ve birim hacim ağırlığa sahip malzemelerin ilk 5 mod frekans değerleri yukarıdaki tabloda gösterilmiştir.

**Çizelge 4.11.** Bir ucu serbest diğer ucu elastik yay eklentili (F-SA) aksenal çubuğun farklı malzeme tipleri için ilk beş frekansı (THz)

<i>Mod Sayısı</i>	<i>A = 10 nm<sup>2</sup>, L = 100 nm</i>		
	<b>CNT</b>	<b>BNNT</b>	<b>SiCNT</b>
<b>1</b>	0.19238	0.04070	0.12034
<b>2</b>	0.76599	0.16206	0.47916
<b>3</b>	1.43942	0.30454	0.90042
<b>4</b>	2.13082	0.45082	1.33292
<b>5</b>	2.82757	0.59823	1.76877

Bir ucu serbest diğer ucu elastik yay eklentili olan sınır koşul için farklı elastisite modülü ve birim hacim ağırlığa sahip malzemelerin ilk 5 mod frekans değerleri yukarıdaki tabloda gösterilmiştir.

**Çizelge 4.12.** Bir ucu tutulu diğer ucu elastik yay ve kütle eklentili (C-SMA) aksenal çubuğun farklı malzeme tipleri için ilk beş frekansı (THz)

<i>Mod Sayısı</i>	<i>A = 10 nm<sup>2</sup>, L = 100 nm</i>		
	<b>CNT</b>	<b>BNNT</b>	<b>SiCNT</b>
<b>1</b>	0.27007	0.05714	0.16894
<b>2</b>	0.77105	0.16313	0.48232
<b>3</b>	1.44024	0.30471	0.90093
<b>4</b>	2.13108	0.45087	1.33308
<b>5</b>	2.82768	0.59825	1.76884

Bir ucu tutulu diğer ucu elastik yay ve kütle eklentili olan sınır koşul için farklı elastisite modülü ve birim hacim ağırlığa sahip malzemelerin ilk 5 mod frekans değerleri yukarıdaki tabloda gösterilmiştir. Elde edilen sonuçlar incelendiğinde elastisite modülünün birim hacim ağırlığına oranı yüksek olan malzemelerde frekans değerinin daha yüksek çıktığı gözlemlenmiştir.

**Çizelge 4.13.** Çeşitli sınır şartlara sahip nanoçubukların iki farklı uzunluk ve boyutsuz atomik parametre için ilk dört yerel olmayan frekansları ve bunların klasik sonuçlar ile olan yakınsaklıkları (THz)

$e_0a/L = 0.1$								
<i>Sınır Şartı</i>	$A = 10 \text{ nm}^2, L = 20 \text{ nm}$				<i>Yüzde yakınsaklık <math>\omega_{nl}/\omega_c</math></i>			
	1	2	3	4	1	2	3	4
<i>C – C</i>	3.35094	5.94814	7.66822	8.74838	95.40	84.67	72.77	62.27
<i>C – F</i>	1.73493	4.76594	6.90573	8.27127	98.79	90.46	78.64	67.28
<i>F – F</i>	3.35094	5.94814	7.66822	8.74838	95.40	84.67	72.77	62.27
<i>C – MA</i>	0.34760	3.38148	5.95891	7.67279	99.95	95.32	84.61	72.73
<i>F – MA</i>	1.80080	4.78340	6.91264	8.27437	98.69	90.39	78.60	67.25
<i>C – SA</i>	3.09571	5.66089	7.46246	8.62097	96.72	87.90	76.65	65.89
<i>F – SA</i>	1.58425	4.46938	6.65510	8.10799	99.17	92.84	82.35	71.10
<i>C – SMA</i>	1.15150	3.38517	5.95930	7.67288	99.95	95.32	84.61	72.73
$e_0a/L = 0.1$								
<i>Sınır Şartı</i>	$A = 10 \text{ nm}^2, L = 100 \text{ nm}$				<i>Yüzde yakınsaklık <math>\omega_{nl}/\omega_c</math></i>			
	1	2	3	4	1	2	3	4
<i>C – C</i>	0.67019	1.18963	1.53364	1.74968	95.40	84.67	72.77	62.27
<i>C – F</i>	0.34698	0.95319	1.38115	1.65425	98.79	90.46	78.64	67.28
<i>F – F</i>	0.67019	1.18963	1.53364	1.74968	95.40	84.67	72.77	62.27
<i>C – MA</i>	0.06952	0.67630	1.19178	1.53456	99.96	95.32	84.61	72.73
<i>F – MA</i>	0.36016	0.95668	1.38252	1.65487	98.70	90.39	78.59	67.25
<i>C – SA</i>	0.61914	1.13218	1.49249	1.72419	96.72	87.90	76.65	65.89
<i>F – SA</i>	0.31685	0.89388	1.33102	1.62160	99.17	92.84	82.35	71.10
<i>C – SMA</i>	0.23030	0.67703	1.19186	1.53458	99.95	95.32	84.61	72.73
$e_0a/L = 0.2$								
<i>Sınır Şartı</i>	$A = 10 \text{ nm}^2, L = 20 \text{ nm}$				<i>Yüzde yakınsaklık <math>\omega_{nl}/\omega_c</math></i>			
	1	2	3	4	1	2	3	4
<i>C – C</i>	2.97407	4.37419	4.93826	5.19411	84.67	62.27	46.86	36.97
<i>C – F</i>	1.67546	3.83411	4.71566	5.08875	95.40	72.77	53.70	41.39
<i>F – F</i>	2.97407	4.37419	4.93826	5.19411	84.67	62.27	46.86	36.97
<i>C – MA</i>	0.34709	2.99536	4.37846	4.93948	99.80	84.43	62.17	46.82
<i>F – MA</i>	1.73457	3.84318	4.71786	5.08947	95.06	72.62	53.64	41.37
<i>C – SA</i>	2.82412	4.30683	4.91387	5.18424	88.24	66.87	50.47	39.62
<i>F – SA</i>	1.54579	3.72527	4.67541	5.07349	96.76	77.38	57.85	44.49
<i>C – SMA</i>	1.14978	2.99874	4.37876	4.93955	99.80	84.44	62.17	46.82
<i>Sınır Şartı</i>	$A = 10 \text{ nm}^2, L = 100 \text{ nm}$				<i>Yüzde yakınsaklık <math>\omega_{nl}/\omega_c</math></i>			
	1	2	3	4	1	2	3	4
<i>C – C</i>	0.59481	0.87484	0.98765	1.03882	84.67	62.27	46.86	36.97
<i>C – F</i>	0.33509	0.76682	0.94313	1.01775	95.40	72.77	53.70	41.39
<i>F – F</i>	0.59481	0.87484	0.98765	1.03882	84.67	62.27	46.86	36.97
<i>C – MA</i>	0.06942	0.59907	0.87569	0.98790	99.81	84.43	62.17	46.82
<i>F – MA</i>	0.34691	0.76864	0.94357	1.01789	95.06	72.62	53.64	41.37
<i>C – SA</i>	0.56483	0.86137	0.98277	1.03685	88.24	66.87	50.47	39.62
<i>F – SA</i>	0.30916	0.74506	0.93508	1.01470	96.76	77.38	57.85	44.49
<i>C – SMA</i>	0.22996	0.59975	0.87575	0.98791	99.80	84.44	62.17	46.82

Daha önce elde edilen klasik sonuçlar ile bu kısımda analizi yapılan yerel olmayan sonuçlar karşılaştırılmıştır. Karbon nanotüplerin yerel olmayan analiz sonuçları elde edilmiş ve tablolarda gösterilmiştir. Bu tablolar incelendiğinde uzunluk değerinin frekans üzerinde etkisi olduğu görülmekte fakat klasikten sapmalar incelendiğinde uzunluk değişiminin etkisinin çok düşük olduğu görülmüştür. Yerel olmayan parametre artışı incelendiğinde ters orantı olduğu gözlemlenmiş ve parametre arttıkça yakınsaklık değerinin azaldığı sonucuna varılmıştır. Klasikten en uzak sonuçlar yerel olmayan parametrenin yüksek olduğu durumda elde edilmiştir. Mod sayısı arttıkça yerel olmayan etkiler daha çok

görölmeye başlanmış ve klasikten en uzak sonuçlar her iki ucu tutulu ve her iki ucu serbest olan sistemlerde elde edilmiştir.

**Çizelge 4.14.** Çeşitli sınır şartlardaki nanoçubukların farklı boyutsuz atomik parametre değerleri için yerel olmayan temel frekans değerleri (THz)

$A = 10 \text{ nm}^2, L = 50 \text{ nm}$							
$e_0a/L$	0	0.01	0.02	0.05	0.1	0.2	0.5
$C - C$	0.70248	0.70213	0.70110	0.69397	0.67019	0.59481	0.37725
$C - F$	0.35124	0.35120	0.35107	0.35016	0.34699	0.33509	0.27623
$F - F$	0.70248	0.70213	0.70110	0.69397	0.67019	0.59481	0.37725
$C - MA$	0.06955	0.06955	0.06955	0.06954	0.06951	0.06942	0.06872
$F - MA$	0.36492	0.36488	0.36473	0.36372	0.36016	0.34691	0.28274
$C - SA$	0.64013	0.63992	0.63926	0.63474	0.61914	0.56483	0.37398
$F - SA$	0.31950	0.31948	0.31939	0.31884	0.31685	0.30916	0.26550
$C - SMA$	0.23041	0.23041	0.23040	0.23039	0.23030	0.22996	0.22758

Yukarıdaki tabloda karbon nanotüp için farklı yerel olmayan parametre değerleri ve sınır koşulları altında elde edilen analiz sonuçları verilmiştir. Buna göre boyutsuz yerel olmayan parametre artışı frekans değerinde düşüşe neden olmaktadır. En yüksek frekans düşüşü her iki ucu tutulu durumda gözlemlenmiştir. Eklentili çubuklarda yerel olmayan parametre artışı frekans değerini daha düşük miktarda etkilemiştir.

**Çizelge 4.15.** Çeşitli sınır şartlardaki nanoçubukların farklı malzeme tipleri ve iki farklı boyutsuz atomik parametre için yerel olmayan temel frekans değerleri (THz)

$A = 10 \text{ nm}^2, L = 100 \text{ nm}$			
<i>Sınır Şartı</i>	$e_0a/L = 0.1$		
	CNT	BNT	SiCNT
$C - C$	0.67019	0.14179	0.41923
$C - F$	0.34699	0.07341	0.21705
$F - F$	0.67019	0.14179	0.41923
$C - MA$	0.06952	0.01471	0.04349
$F - MA$	0.36016	0.07620	0.22530
$C - SA$	0.61914	0.13099	0.38730
$F - SA$	0.31685	0.06704	0.19820
$C - SMA$	0.23030	0.04872	0.14406
<i>Sınır Şartı</i>	$e_0a/L = 0.2$		
	CNT	BNT	SiCNT
$C - C$	0.59481	0.12584	0.37208
$C - F$	0.33509	0.07090	0.20961
$F - F$	0.59481	0.12584	0.37208
$C - MA$	0.06942	0.01469	0.04342
$F - MA$	0.34691	0.07340	0.21701
$C - SA$	0.56483	0.11950	0.35332
$F - SA$	0.30916	0.06541	0.19339
$C - SMA$	0.22996	0.04865	0.14385

**Çizelge 4.16.** Çeşitli sınır şartlardaki nanoçubukların farklı malzeme tipleri ve iki farklı boyutsuz atomik parametre için yerel olmayan temel frekans değerleri (THz)

$e_0a/L = 0.1$						
<i>Sınır Şartı</i>	$A = 10 \text{ nm}^2, L = 100 \text{ nm}$			Yüzde yakınsaklık $\omega_{nl}/\omega_c$		
	CNT	BNT	SiCNT	1	2	3
<i>C – C</i>	0.67019	0.14179	0.41923	95.40	95.40	95.40
<i>C – F</i>	0.34699	0.07341	0.21705	98.79	98.79	98.79
<i>F – F</i>	0.67019	0.14179	0.41923	95.40	95.40	95.40
<i>C – MA</i>	0.06952	0.01471	0.04349	99.96	100.00	99.98
<i>F – MA</i>	0.36016	0.07620	0.22530	98.70	98.70	98.70
<i>C – SA</i>	0.61914	0.13099	0.38730	96.72	96.72	96.72
<i>F – SA</i>	0.31685	0.06704	0.19820	99.17	99.19	99.17
<i>C – SMA</i>	0.23030	0.04872	0.14406	99.95	99.96	99.95
$e_0a/L = 0.2$						
<i>Sınır Şartı</i>	$A = 10 \text{ nm}^2, L = 100 \text{ nm}$			Yüzde yakınsaklık $\omega_{nl}/\omega_c$		
	CNT	BNT	SiCNT	1	2	3
<i>C – C</i>	0.59481	0.12584	0.37208	84.67	84.67	84.67
<i>C – F</i>	0.33509	0.07090	0.20961	95.40	95.41	95.40
<i>F – F</i>	0.59481	0.12584	0.37208	84.67	84.67	84.67
<i>C – MA</i>	0.06942	0.01469	0.04342	99.81	99.86	99.82
<i>F – MA</i>	0.34691	0.07340	0.21701	95.06	95.08	95.07
<i>C – SA</i>	0.56483	0.11950	0.35332	88.24	88.24	88.24
<i>F – SA</i>	0.30916	0.06541	0.19339	96.76	96.77	96.76
<i>C – SMA</i>	0.22996	0.04865	0.14385	99.80	99.82	99.81

Farklı malzemeler ile boyutsuz yerel olmayan parametre değerleri için yapılan analizlerde elde edilen sonuçlar yukarıdaki tablolarda verilmiştir. Elde edilen sonuçlara göre malzeme değişse bile klasik değerden sapma oranları aynı kalmıştır. En fazla sapma oranı iki ucu tutulu çubukta elde edilmiştir. Ayrıca en yüksek frekans değeri yine iki ucu tutulu olan C-C çubuğunda elde edilmiştir. Tablodaki değerlere bakıldığında yerel olmayan parametre artışı, çubuklar arasındaki frekans değeri farkının azalmasına neden olmaktadır.

**Çizelge 4.17.** Her iki ucundan tutulu aksenal nanoçubuğun farklı malzeme tipleri ve boyutsuz atomik parametre için ilk beş yerel olmayan frekans değerleri (THz)

$e_0a/L = 0.1$						
<i>Mod sayısı</i>	$A = 10 \text{ nm}^2, L = 100 \text{ nm}$			Yüzde yakınsaklık $\omega_{nl}/\omega_c$		
	CNT	BNT	SiCNT	1	2	3
<i>1</i>	0.67019	0.14179	0.41923	95.40	95.40	95.40
<i>2</i>	1.18963	0.25169	0.74416	84.67	84.68	84.67
<i>3</i>	1.53364	0.32447	0.95936	72.77	72.77	72.77
<i>4</i>	1.74967	0.37018	1.09450	62.27	62.27	62.27
<i>5</i>	1.88626	0.39908	1.17994	53.70	53.70	53.70
$e_0a/L = 0.2$						
<i>Mod sayısı</i>	$A = 10 \text{ nm}^2, L = 100 \text{ nm}$			Yüzde yakınsaklık $\omega_{nl}/\omega_c$		
	CNT	BNT	SiCNT	1	2	3
<i>1</i>	0.59481	0.12584	0.37208	84.67	84.67	84.67
<i>2</i>	0.87484	0.18509	0.54725	62.27	62.27	62.27
<i>3</i>	0.98765	0.20896	0.61781	46.86	46.87	46.86
<i>4</i>	1.03882	0.21978	0.64983	36.97	36.97	36.97
<i>5</i>	1.06536	0.22540	0.66643	30.33	30.33	30.33

Tabloda verilen aynı uzunluk değeri altında farklı malzemeler için ilk 5 mod değeri incelenirse; İlk modda %84.67 olan yakınsaklığın 5. mod değeri için %30.33 seviyesine düştüğü görülmektedir.

**Çizelge 4.18.** Her iki ucundan tutulu aksenal nanoçubukların farklı uzunluk değerleri için ilk beş yerel olmayan frekans değerleri (THz)

Mod sayısı	$e_0a/L = 0.1, C - C$ Nanoçubuğu						
	L (nm)	10	20	40	50	80	100
1		6.70187	3.35093	1.67547	1.34037	0.83773	0.67019
2		11.89628	5.94814	2.97407	2.37926	1.48704	1.18963
3		15.33645	7.66822	3.83411	3.06729	1.91706	1.53364
4		17.49676	8.74838	4.37419	3.49935	2.18709	1.74968
5		18.86266	9.43133	4.71566	3.77253	2.35783	1.88626

Karbon nanotüp için yapılan aynı yerel olmayan parametre ve farklı uzunluk değerleri için ilk 5 mod frekansı tabloda gösterilmiştir. Sonuçlar incelendiğinde uzunluk artışının aynı mod değeri için frekansta düşmeye sebep olduğu sonucuna varılabilir.

**Çizelge 4.19.** Her iki ucundan tutulu aksenal nanoçubuğun farklı boyutsuz atomik parametre değerleri için ilk beş yerel olmayan frekans değerleri (THz)

Mod No.	$e_0a/L$	L = 100 nm, C - C Nanoçubuğu						
		0	0.01	0.02	0.05	0.1	0.2	0.5
1		0.70248	0.70213	0.70110	0.69397	0.67019	0.59481	0.37725
2		1.40496	1.40220	1.39399	1.34037	1.18963	0.87484	0.42615
3		2.10744	2.09815	2.07097	1.90638	1.53364	0.98765	0.43747
4		2.80992	2.78799	2.72517	2.37926	1.74968	1.03882	0.44363
5		3.51241	3.46986	3.35094	2.76229	1.88627	1.06536	0.44537

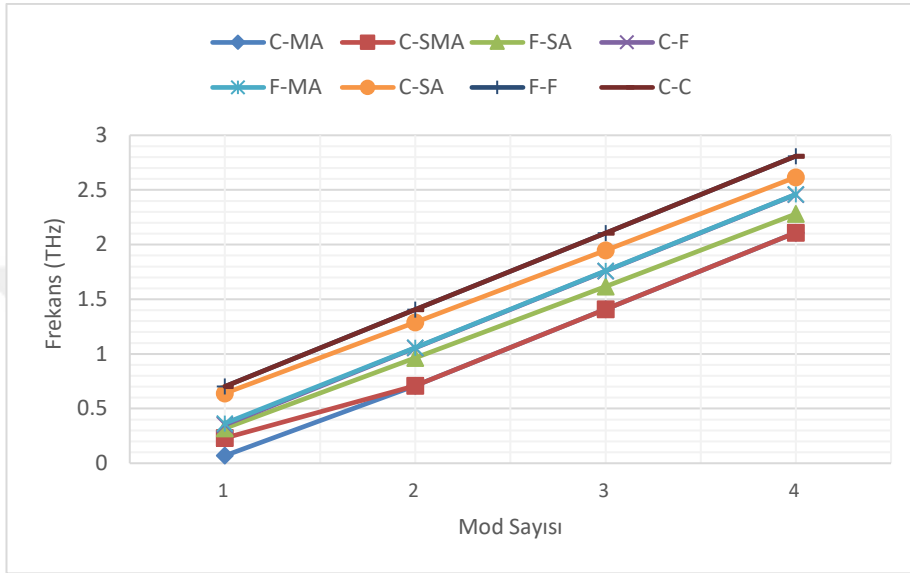
**Çizelge 4.20.** Her iki ucundan tutulu aksenal nanoçubuğun farklı uzunluk ve boyutsuz atomik parametre değerleri için yerel olmayan temel frekans değerleri (THz)

Uzunluk	$e_0a/L$	C - C Nanoçubuğu						
		0	0.01	0.02	0.05	0.1	0.2	0.5
10 nm		7.02481	7.02135	7.01099	6.93972	6.70187	5.94814	3.77253
20 nm		3.51241	3.51068	3.50549	3.46986	3.35093	2.97407	1.88627
40 nm		1.75620	1.75534	1.75275	1.73493	1.67547	1.48703	0.94313
50 nm		1.40496	1.40427	1.40220	1.38794	1.34037	1.18963	0.75451
80 nm		0.87810	0.87767	0.87637	0.86746	0.83773	0.74352	0.47157
100 nm		0.70248	0.70213	0.70110	0.69397	0.67019	0.59481	0.37725

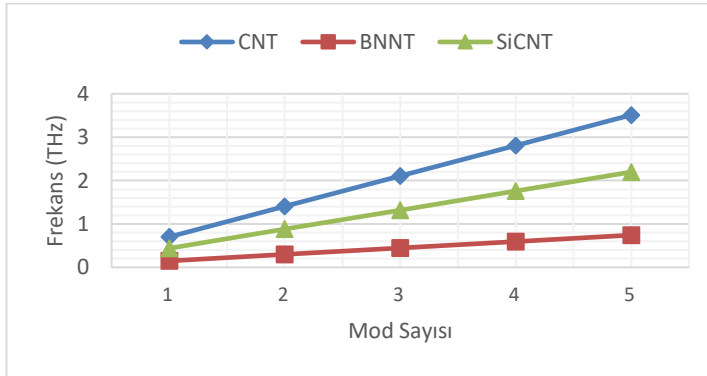
Karbon nanotüpler için yerel olmayan parametre değişiminin frekans üzerindeki etkisi farklı boyut ve modlar için yukarıdaki tablolarda gösterilmiştir. Elde edilen sonuçlar değerlendirildiğinde, küçük boyutsuz parametreler ve mod sayılarında frekans değeri çok fazla etkilenmezken mod sayısı arttıkça boyutsuz parametre artışı frekans büyük oranda değiştirmeye başlar. Aynı mod sayısında inceleme yapılırsa, boyutsuz

parametrenin artışı frekans değerinde düşmeye neden olmaktadır. Uzunluk artışı incelendiğinde, aynı uzunluk değeri için boyutsuz parametre artışı frekansta düşmeye neden olmuştur. Aynı parametre altında uzunluğun artışı ise frekansı oldukça fazla etkilemiştir. 10 nm için bulunan frekans ile 100 nm uzunluk için bulunan değerler karşılaştırıldığında, frekans değerinin 10'da birine düştüğü sonucu elde edilmiştir.

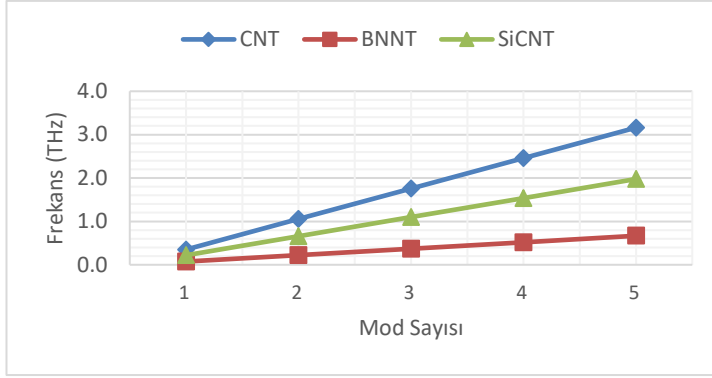
Elde edilen frekans sonuçları bu bölümde grafikler yardımı ile karşılaştırılacak ve yorumlanacaktır.



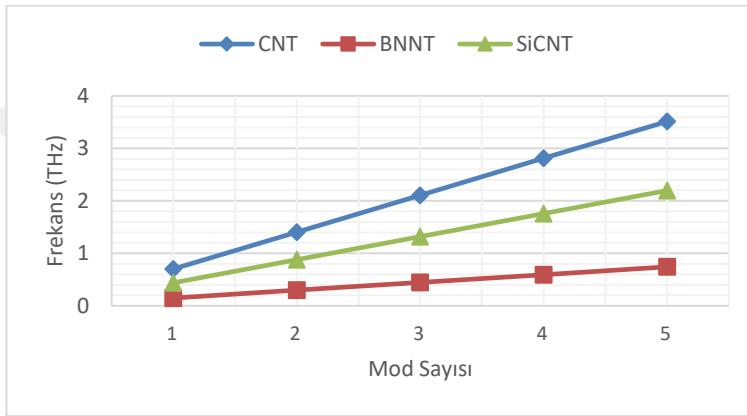
**Şekil 4.1.** Farklı sınır koşullarındaki aksel çubukların ilk dört modu için frekans değerleri



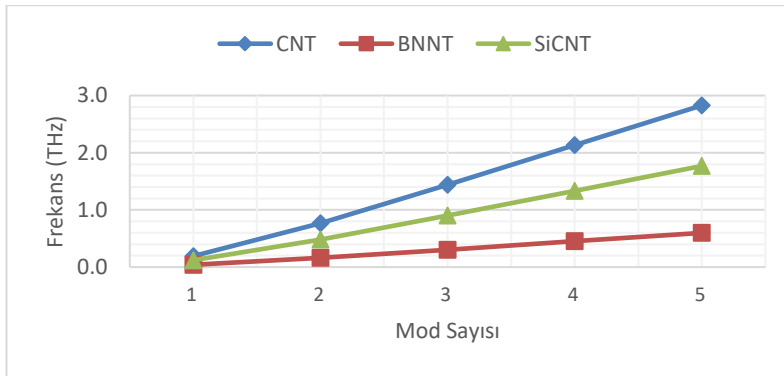
**Şekil 4.2.** Farklı malzemeler için C-C aksel çubuğunun ilk beş mod frekans değerleri



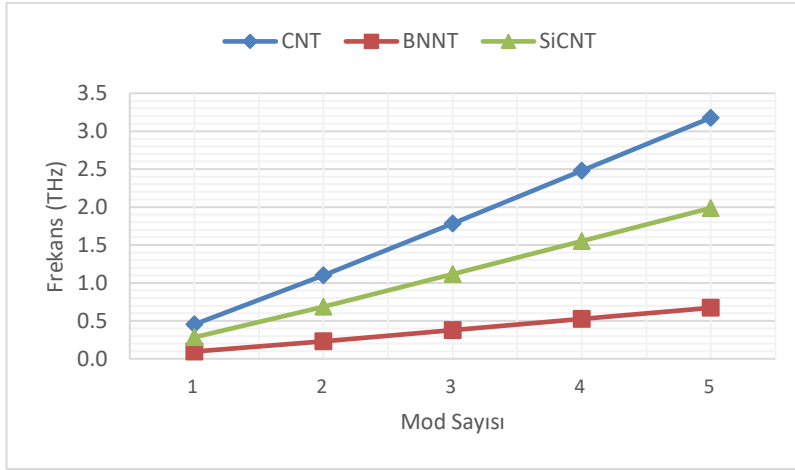
**Şekil 4.3.** Farklı malzemeler için C-F aksenal çubuğunun ilk beş mod frekans değerleri



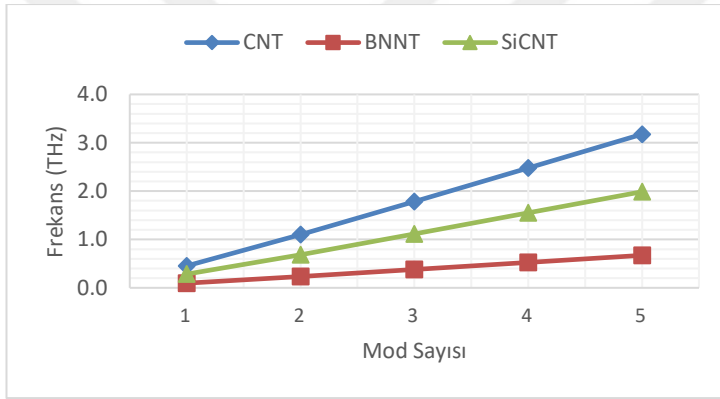
**Şekil 4.4.** Farklı malzemeler için F-F aksenal çubuğunun ilk beş mod frekans değerleri



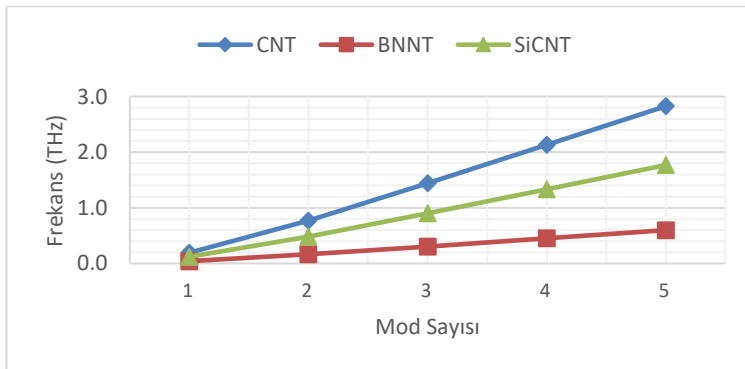
**Şekil 4.5.** Farklı malzemeler için C-MA aksenal çubuğunun ilk beş mod frekans değerleri



Şekil 4.6. Farklı malzemeler için F-MA aksel çubuğunun ilk beş mod frekans değerleri

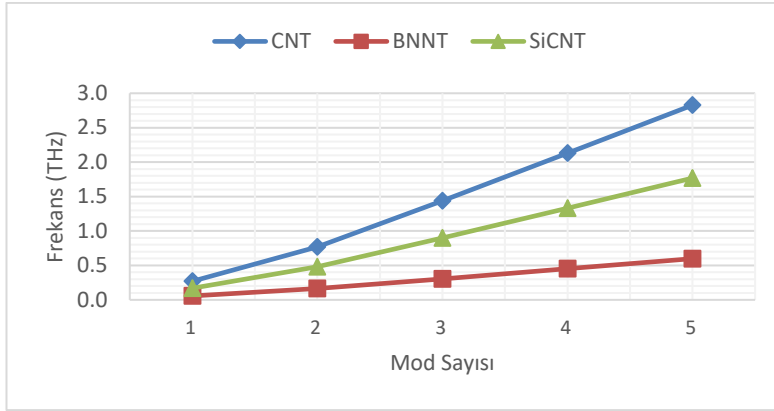


Şekil 4.7. Farklı malzemeler için C-SA aksel çubuğunun ilk beş mod frekans değerleri



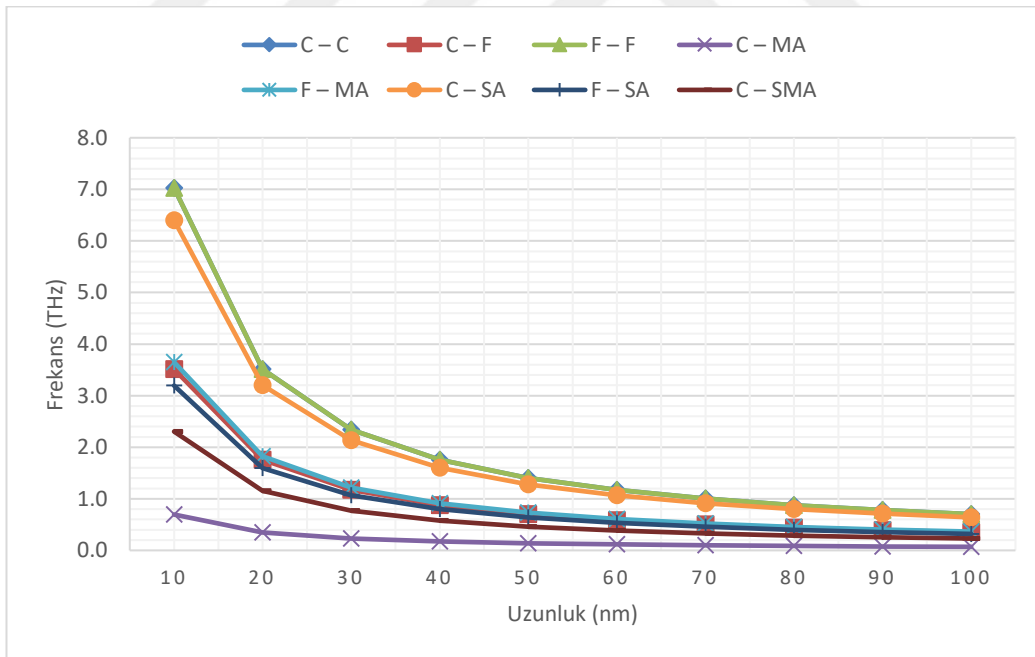
Şekil 4.8. Farklı malzemeler için F-SA aksel çubuğunun ilk beş mod frekans değerleri





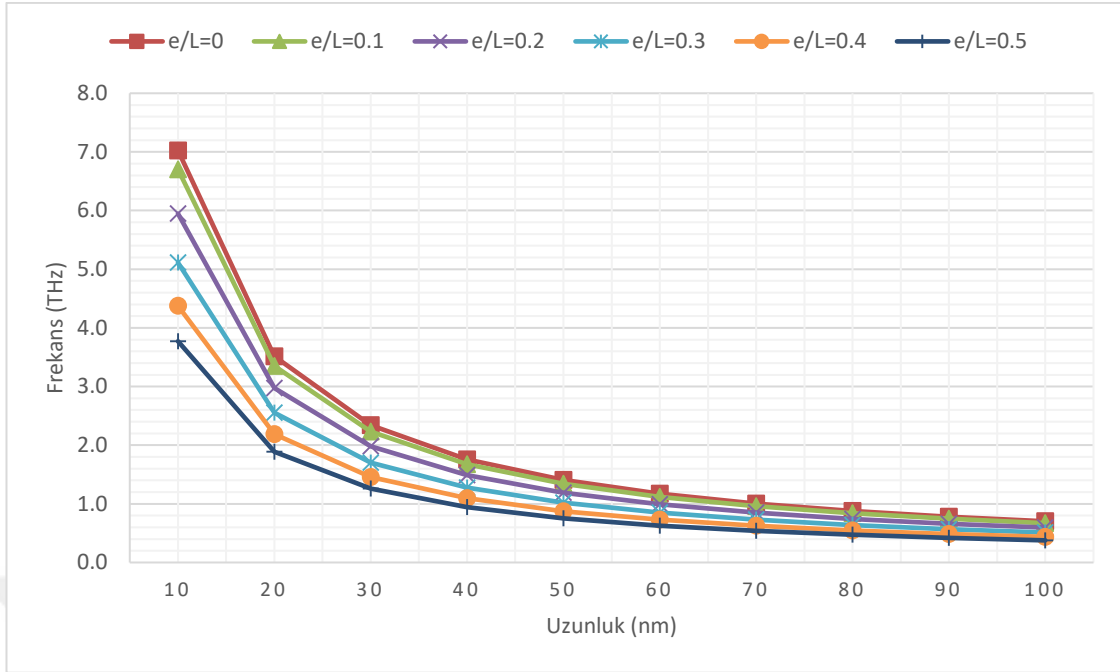
**Şekil 4.9.** Farklı malzemeler için C-SMA aksel çubuğunun ilk beş mod frekans değerleri

İlk grafik  $L=100$  nm uzunluğundaki aksel çubukta farklı sınır koşulları için elde edilen frekans değerlerini göstermektedir. Grafik incelendiğinde en yüksek frekans değerinin C-C ve F-F çubuklarında elde edildiği görülmektedir. Farklı malzeme değerleri için elde edilen ikinci grafik incelendiğinde karbon nanotüp malzemesinin frekans değerinin diğerlerine göre yüksek çıktığı görülmektedir. Bunun sebebi elastisite modülünün yüksek olmasıdır.

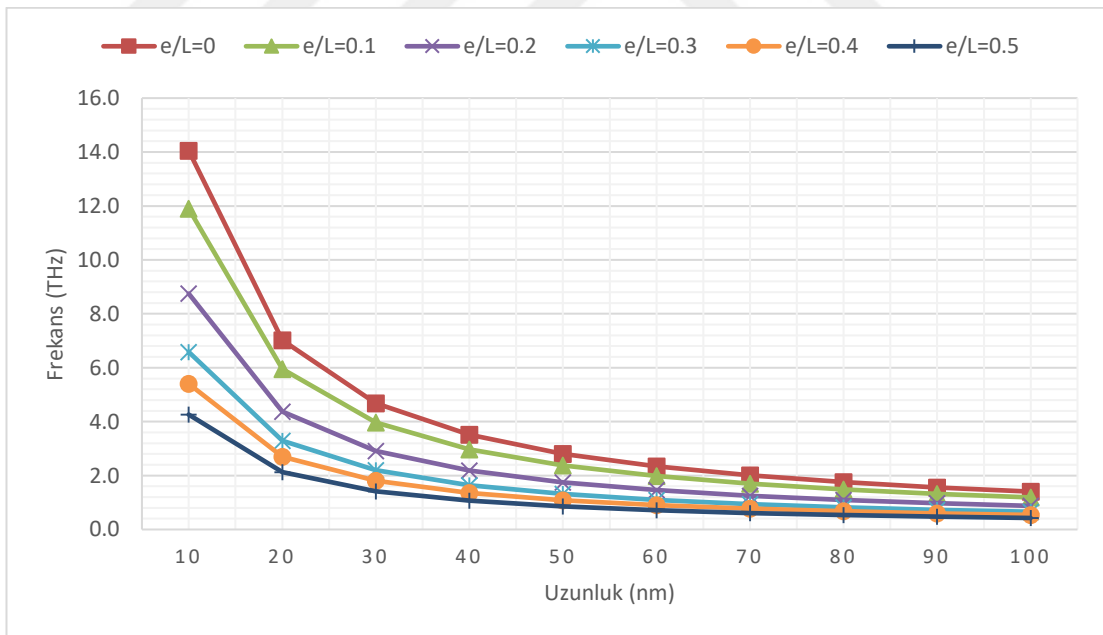


**Şekil 4.10.** Farklı sınır koşullarında çubuk boyunun frekansa etkisi

Yukarıdaki grafikte karbon nanotüp malzemesi için farklı sınır şartları ve uzunluklardaki frekans değişimi incelenmiştir. Uzunluk arttıkça frekansın azaldığı ve frekans değerlerinin birbirine yaklaştığı görülmektedir.

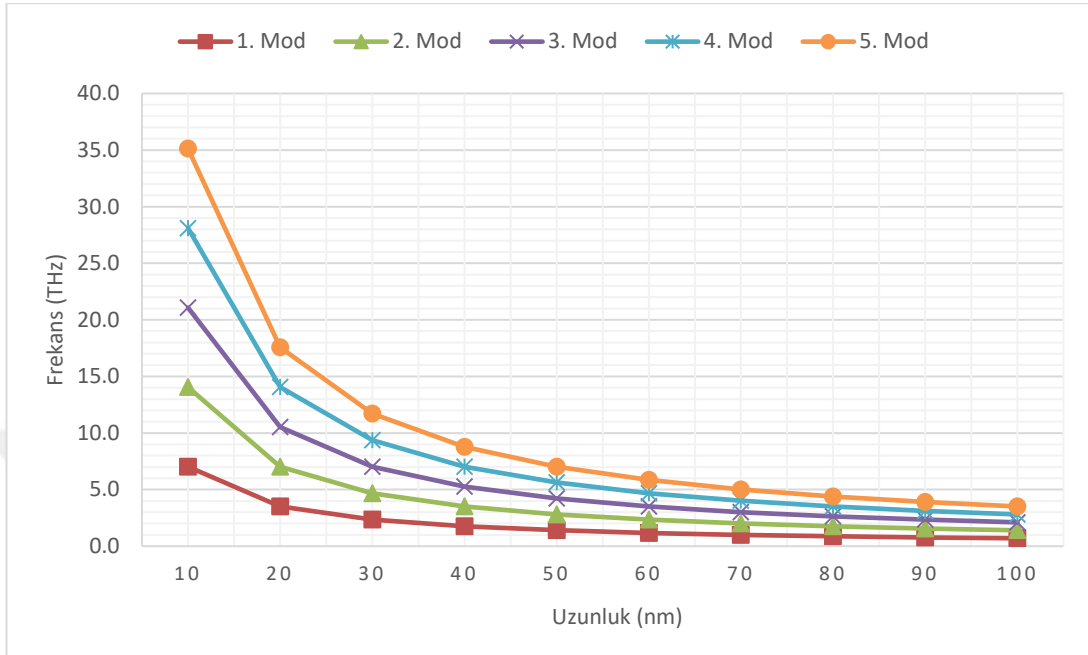


**Şekil 4.11.** C-C eksenel çubuğunun karbon nanotüp malzemesi için 1. mod frekanslarının uzunluk ve boyutsuz yerel olmayan parametreye göre değişimi

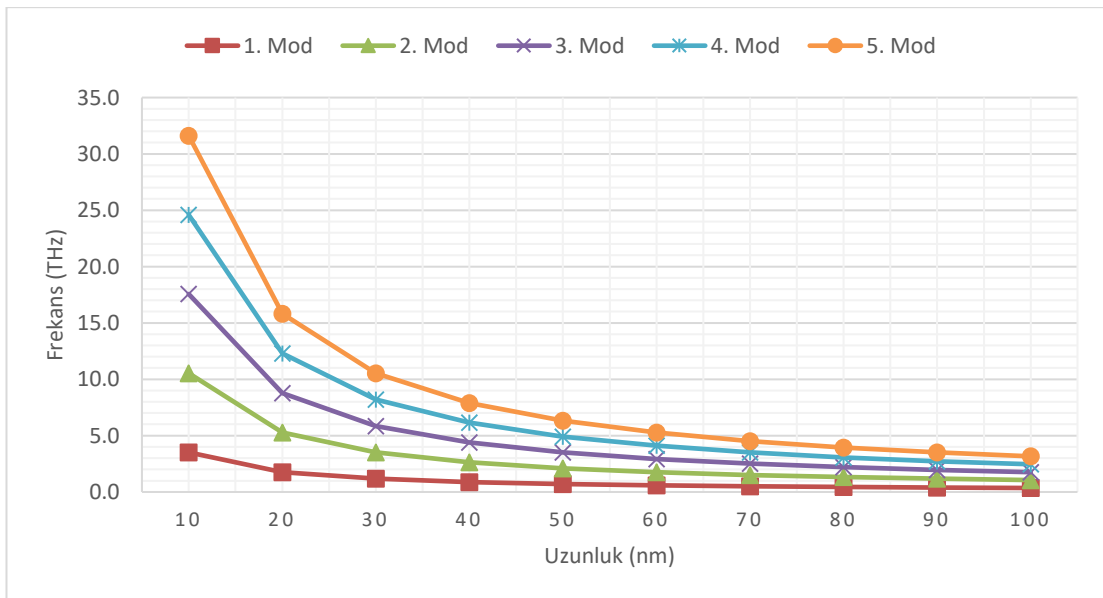


**Şekil 4.12.** C-C eksenel çubuğunun karbon nanotüp malzemesi için 2. mod frekanslarının uzunluk ve boyutsuz yerel olmayan parametreye göre değişimi

Yukarıdaki grafiklerde karbon nanotüp malzemesinin C-C sınır koşulu için 1. ve 2. Mod değerleri incelenmiştir. Buna göre boyutsuz yerel olmayan parametre, mod sayısı arttıkça etkisini göstermeye başlamaktadır.

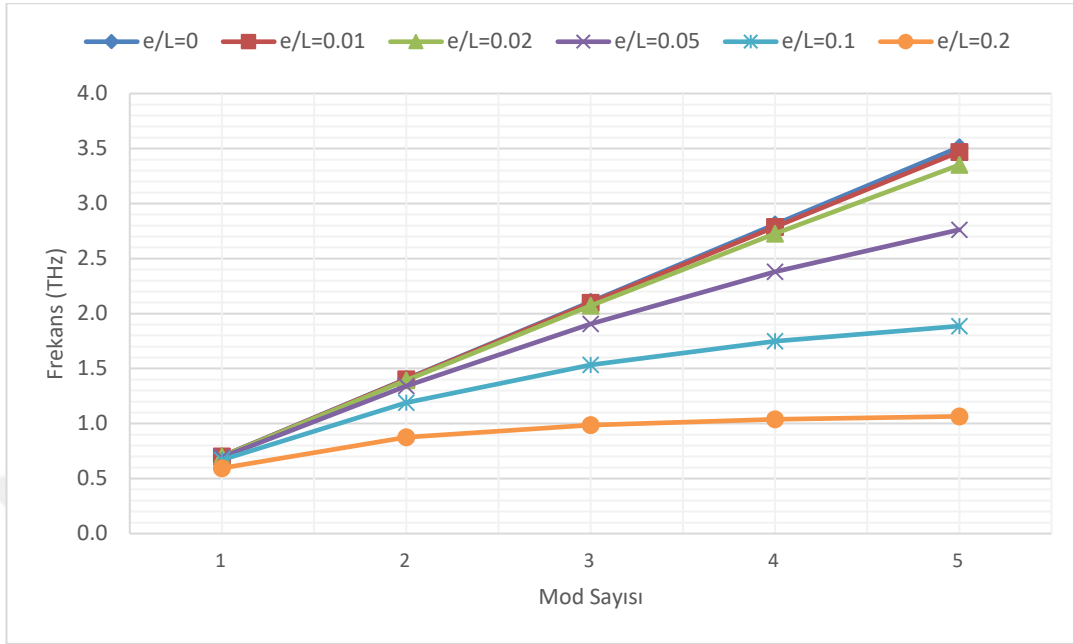


**Şekil 4.13.** C-C sınır koşulundaki aksenal çubuğun ilk beş mod için frekans değerlerinin çubuk boyu ile değişimi

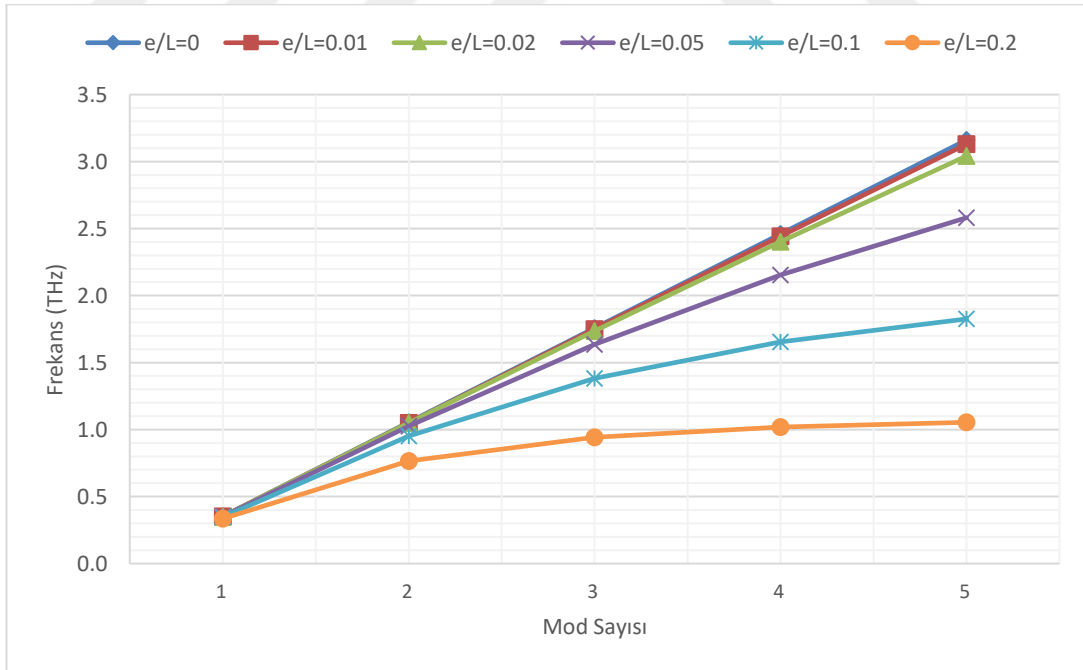


**Şekil 4.14.** C-F sınır koşulundaki aksenal çubuğun ilk beş mod için frekans değerlerinin çubuk boyu ile değişimi

Yukarıdaki grafikler incelendiğinde tüm sınır koşulları için uzunluk arttıkça frekans değerleri birbirine yaklaşmaktadır.

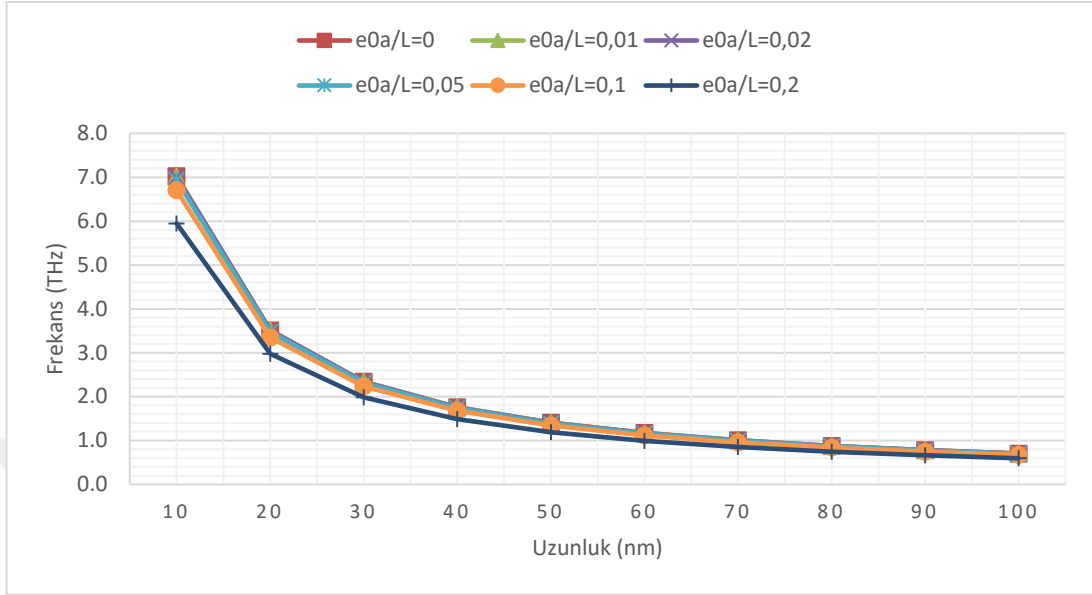


Şekil 4.15. C-C çubuğunun ilk beş frekans değerinin boyutsuz atomik parametre ile değişimi

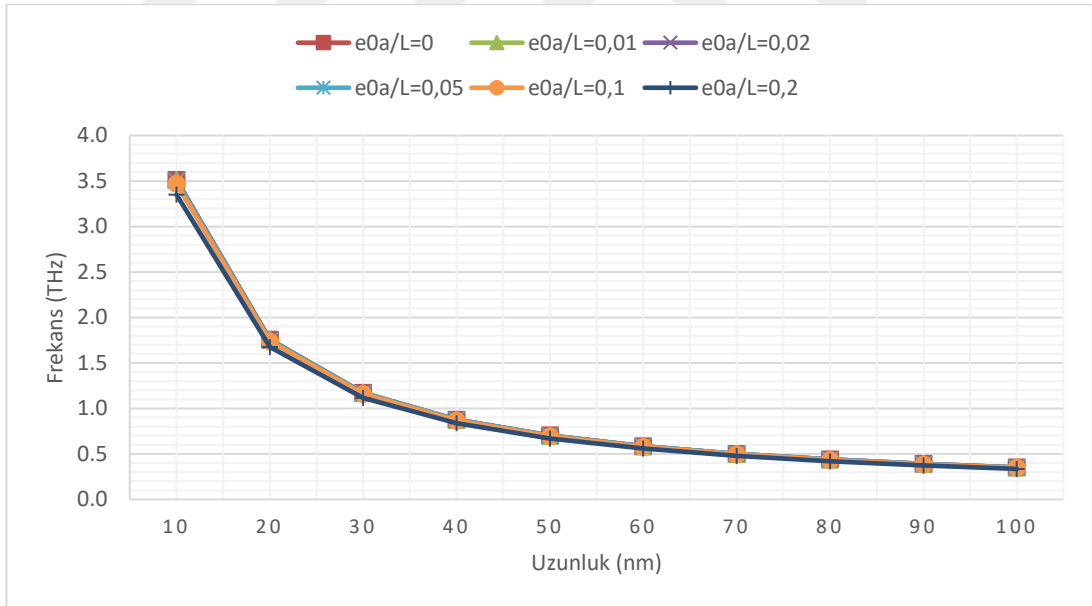


Şekil 4.16. C-F çubuğunun ilk beş frekans değerinin boyutsuz atomik parametre ile değişimi

Yukarıdaki grafiklerde farklı yerel olmayan parametre değerleri için elde edilen frekans değerleri gösterilmiştir. Buna göre en yüksek frekans değerleri C-C çubuğunda elde edilmiştir.

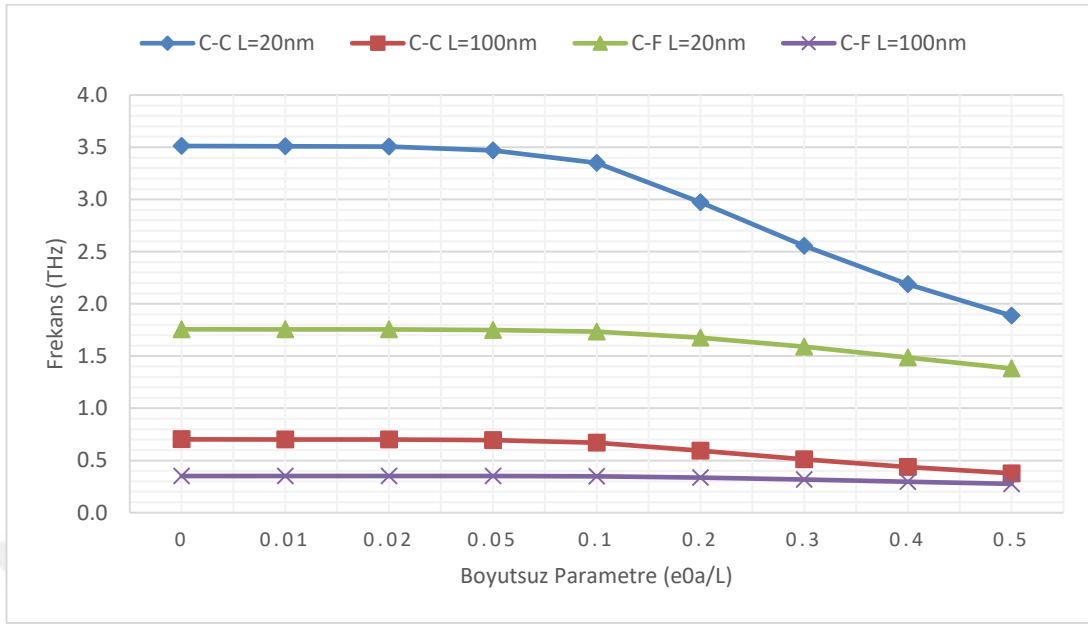


**Şekil 4.17.** C-C çubuğunun temel frekans değerlerinin boyutsuz atomik parametre ile değişimi



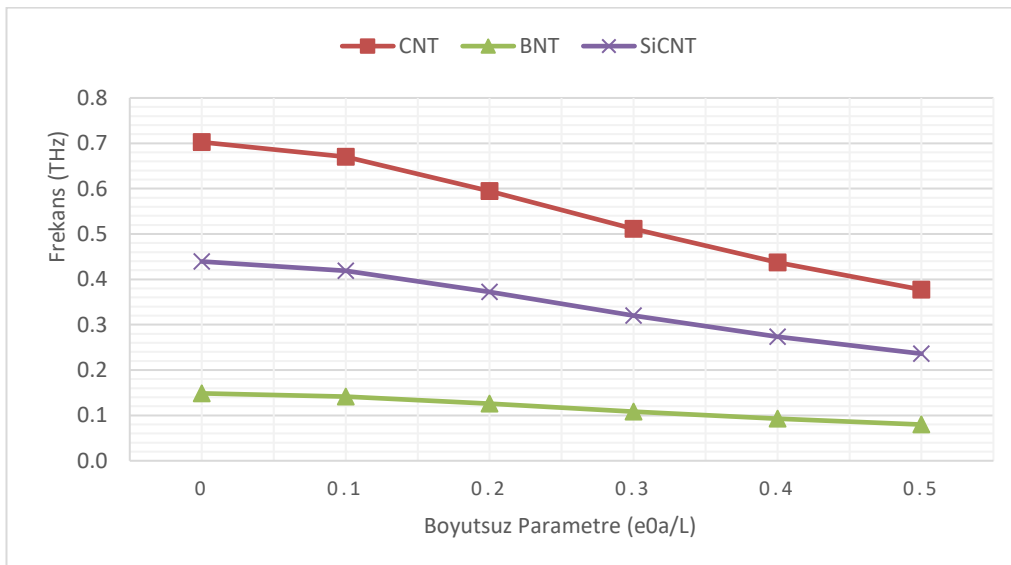
**Şekil 4.18.** C-F çubuğunun temel frekans değerlerinin boyutsuz atomik parametre ile değişimi

Yukarıdaki grafiklerde farklı sınır koşulları için boyutsuz yerel olmayan parametrenin frekans üzerindeki etkileri incelenmiştir. Buna göre C-C çubuğunda yerel olmayan parametre etkisi C-F çubuğuna göre daha fazladır. Uzunluğun artması ile yerel olmayan parametre etkisi azalmakta ve frekans sonuçları klasiğe yakınsamaktadır.

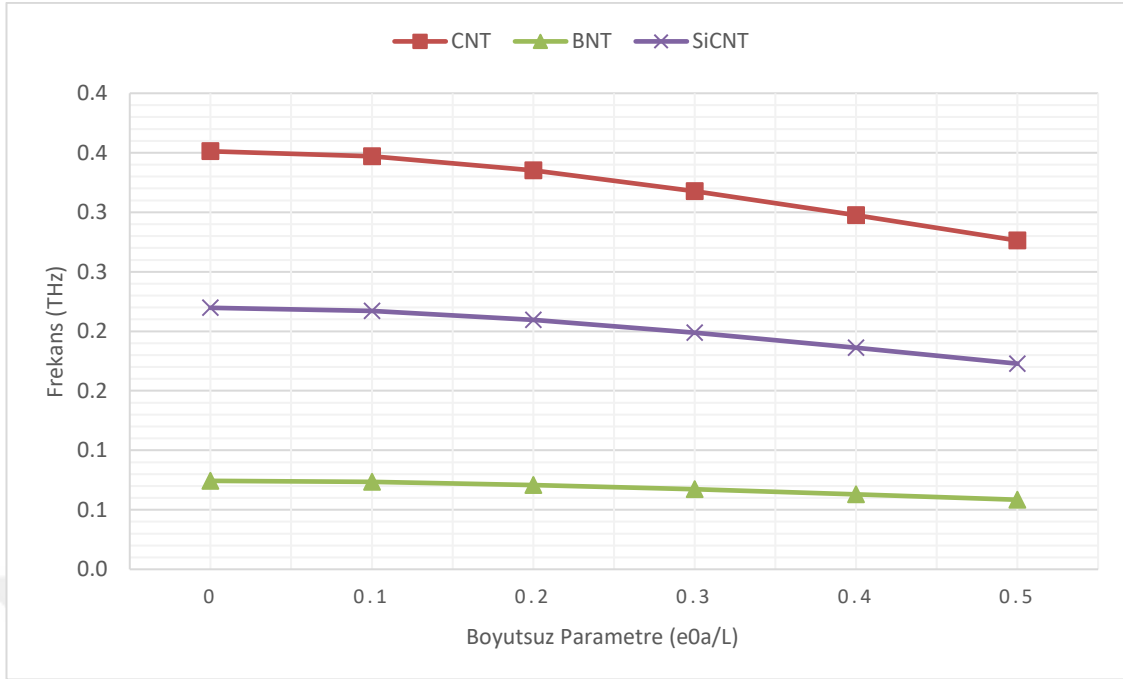


**Şekil 4.19.** Eksenel çubukların iki farklı uzunluk değeri için boyutsuz yerel olmayan parametreye göre değişimi

Yukarıdaki grafikte, Karbon nanotüp malzemesi için farklı uzunluklar ile yerel olmayan parametre değişiminin etkisi incelenmiştir. Grafiğe göre C-C çubuğunda, yerel olmayan parametre değeri arttıkça frekans değerlerindeki değişim diğer sınır koşuluna göre daha yüksek olmuştur. 20 nm uzunluğundaki C-C ve C-F çubukları incelendiğinde, C-F çubuğunun daha az frekans kaybı yaptığı görülmektedir.



**Şekil 4.20.** C-C eksenel çubuğunun farklı malzemeler için farklı boyutsuz atomik parametreler ile frekans değişimi



**Şekil 4.21.** C-F aksenal çubuğunun farklı malzemeler için farklı boyutsuz atomik parametreler ile frekans değişimi

Yukarıdaki grafiklerde farklı malzeme ve boyutsuz parametreler ile frekans değişimi incelenmiştir. Buna göre malzeme değişiminin frekans üzerinde etkisinin büyük olduğu anlaşılmaktadır. Elastisite modülünün birim hacim ağırlığına oranının yüksek olduğu malzemelerde etkinin arttığı görülmektedir.

### 4.3. Çarpık Plakların Titreşim Analizleri

Bu bölümde çarpık plakların serbest titreşim frekansları farklı parametrelerin etkisi altında hesaplanacaktır.

**Çizelge 4.21.** Temel frekans (Hz) değerinin çarpık plak için karşılaştırılması ( $a/b=1$ ;  $h/a=0.001$ ;  $\theta=75$ ;  $V_{cn}=0.12$ )

$V_{cn}$	CNT tipi	Ansari vd. (2019)	Bu çalışma
0.17	FG-X	26.83	27.0548
	UD	22.36	22.3864
	FG-A	18.32	18.3403
	FG-O	16.45	16.4619

**Çizelge 4.22.** Ankastre kenarlı CNT takviyeli çarpık plağın boyutsuz frekansları ( $a/b=1$ ;  $h/a=0.001$ , FG-X,  $\Omega = \omega b^2 \sqrt{\rho h / D}$ )

Çarpık k açısı	CNT oranı	Mod sayıları					
		1	2	3	4	5	6
30	0.12	159.8119	180.0643	225.7791	301.0027	400.8571	436.0527
	0.17	193.5293	222.0483	285.0391	386.3022	517.0715	533.8143
	0.28	241.9020	271.0992	337.2493	448.1027	594.9515	662.4902
45	0.12	168.3715	208.8102	296.6664	407.6817	449.2653	482.5871
	0.17	205.6282	261.3787	369.2465	521.3529	546.4957	593.0576
	0.28	253.9409	312.8093	430.9947	605.5722	678.9814	726.4049
60	0.12	210.5147	311.8824	458.5309	529.6824	634.6570	642.6948
	0.17	262.6499	396.4748	582.9067	655.7059	803.9414	809.4506
	0.28	316.0839	465.1179	684.0051	795.5903	946.9004	961.0228

**Çizelge 4.23.** Ankastre kenarlı CNT takviyeli çarpık plağın boyutsuz frekansları ( $a/b=1$ ;  $h/a=0.05$ ,  $\theta=30$ ,  $\Omega = \omega b^2 \sqrt{\rho h / D}$ )

CNT tipi	CNT dağılımı	Mod sayıları					
		1	2	3	4	5	6
FG-X	0.12	95.4519	122.4087	173.3494	190.3807	212.9120	31.1308
	0.17	121.5007	158.0173	225.2841	243.7904	274.3845	299.7250
	0.28	136.2449	176.4396	250.4218	268.9862	302.9188	331.2811
UD	0.12	89.4294	116.5560	166.4587	182.3527	204.6571	222.4358
	0.17	112.8766	148.5582	213.1301	231.5240	261.1872	286.2461
	0.28	125.1929	160.7719	227.7342	253.5906	282.3772	306.0427
FG-V	0.12	79.4515	112.8174	163.6065	174.3781	207.7403	218.1201
	0.17	105.4083	143.7409	209.5912	223.0885	255.6859	279.3137
	0.28	119.6521	158.6548	227.3374	246.2545	278.7205	302.9978
FG-0	0.12	78.6325	107.4947	157.1250	166.4042	191.0834	210.2235
	0.17	98.0162	135.5338	199.4563	209.4714	242.1068	266.5829
	0.28	111.1347	146.4609	211.2426	234.2992	263.1058	284.8663



**Çizelge 4.24.** Ankastre kenarlı CNT takviyeli çarpık plağın boyutsuz frekansları ( $a/b=1$ ;  $UD, V_{cn}=0.12, \Omega = \omega b^2 \sqrt{\rho h / D}$ )

Çarpıklık açısı	h/b	Mod sayıları					
		1	2	3	4	5	6
45	0.001	142.0719	184.0826	263.6497	369.9285	379.4981	11.5585
	0.01	136.0136	177.8907	255.4342	342.2808	361.2285	385.0645
	0.025	122.2557	163.9242	216.8032	283.1656	308.4957	326.4308
	0.05	90.9984	127.9201	179.9972	181.8139	223.6450	231.5113
	0.075	73.4160	107.5508	137.7945	109.7521	176.7563	182.9675
	0.1	60.4838	88.9004	112.5203	117.5075	144.3812	149.1014
	0.15	45.4899	69.0992	88.0345	94.4312	102.7561	117.4077
	0.20	36.0971	51.8578	63.9668	65.9427	79.6881	81.7213

## 5. SONUÇLAR

Gün geçtikçe teknolojik imkanlar artmakta ve daha küçük, hafif ve dayanımı yüksek malzemelere duyulan gereksinim artmaktadır. Başta elektronik ürünler olmak üzere bir çok malzemenin boyutu küçülmesine rağmen özellikleri güçlenmektedir. Bu malzemelerin imalat aşamasında mekanik özelliklerinin iyi bilinmesi ve buna göre üretim yapılması gerekir. Bu özellikleri belirlemek için yapılan modellerde malzeme boyutu küçüldükçe fiziksel özelliklerde farklılıklar olduğu gözlemlenmiştir. Bu farklılıklar nedeniyle klasik teori dışında farklı teoriler de geliştirilmiştir.

Bu tez çalışmasında aksel nanoçubukların klasik ve yerel olmayan elastisite teorileri ile atomik boyut etkisine dayalı aksel serbest titreşim analizi yapılmıştır. Ancak tezin asıl amacı karbon nanotüp takviyeli plakların titreşim analizidir. Analiz sonuçları farklı parametrelere göre karşılaştırılarak detaylı incelenmiştir. Elde edilen bulgular grafik ve tablolar şeklinde gösterilmiştir. Bu sonuçlardan aşağıda bahsedilmiştir.

1. İncelenen tüm malzemeler için her titreşim modunda C – C çubuğunun frekans değerleri diğer tüm sınır koşullarının frekanslarından daha yüksektir.
2. Tüm sınır koşulları ve malzemelerde mod sayısı arttıkça frekans artmaktadır.
3. Farklı malzemelerde yerel olmayan parametredeki artış incelendiğinde, Karbon nanotüp malzemesinin diğerlerine göre yerel olmayan parametre artışından daha fazla etkilendiği görülmektedir. Yerel olmayan etki arttıkça frekans değerinde daha hızlı bir düşüş gerçekleşmiştir.
4. Mod sayısı arttıkça atomik boyut etkisinin frekans üzerindeki düşürücü etkisi daha fazla olmaktadır.
5. Tüm sınır koşulları için nanoçubuk boyutundaki artışın frekans düşürücü etkisi olduğu sonucuna varılmıştır.
6. Yerel olmayan parametre değerindeki artış ile frekans değişimi incelendiğinde, atomik boyut etkisi titreşim frekanslarını azaltıcı etki göstermiştir. C-C ve C-F sınır koşulları karşılaştırıldığında C-C çubuğunun C-F çubuğuna göre atomik parametreden daha fazla etkilendiği sonucuna varılmıştır.
7. Tüm sınır koşullarında atomik parametre değeri arttıkça frekansın azalma eğilimi artmıştır.
8. Nanoçubuk uzunluğu arttıkça boyut etkisi azalmakta ve sonuçlar üzerinde klasik elastisite teorisi geçerli olmaya başlamaktadır. Küçük boyutlu nano yapılar için önemli bir bulgudur.
9. Plak için en büyük frekans değeri FG-X durumunda elde edilmiştir. En küçük değer üniform dağılımda hesaplanmıştır.
10. Paralel kenar ya da çarpık plak için çarpıklık açısı artınca frekans değeri artmaktadır.
11. Plak kalınlığı artınca frekans değerleri belirgin olarak azalmaktadır.

12. Dönüşüm formülleri kullanılarak diğer geometrilerdeki (yamuk, deltoit, sektör, üçgen vb.) plaklarında çözümünün yapılabilmesi mümkündür.
13. Dönüşüm formülleri nano ölçekli sistemlerin doğrusal olmayan analizlerinde de kullanabilecektir.



## 6. KAYNAKLAR

- Adhikari, S., Murmu, T. and McCarthy, M.A. 2014. Frequency domain analysis of Nonlocal rods embedded in an elastic medium. *Physica E*, 59: 33-40.
- Akgöz, B. 2010. Yüksek mertebeden elastisite teorileriyle mikro ve nano yapıların lineer ve lineer olmayan analizleri. Yüksek lisans tezi, Akdeniz Üniversitesi, 72s.
- Ansari, R., Torabi, J., Hassani, R.A. 2019. Comprehensive study on the free vibration of arbitrary shaped thick functionally graded CNT reinforced composite plates. *Engineering Structures*;181:653-669.
- Aydoğdu, M. 2009. Axial vibration of the nanorods with the nonlocal continuum rod model. *Physica E*, 41(5): 861-864.
- Cenger, Y. 2006. Nanoteknoloji ve karbon nanoyapılar. Lisans tezi, Ankara Üniversitesi, 80s.
- Chen, Y. 2014. Nanotubes and nanosheets, CRC Press, Boca Raton, 607 s.
- Ciofani, G. and Mattoli, V. 2016. Boron Nitride Nanotubes in Nanomedicine. Elsevier, 228 s.
- Civalek, Ö. and Demir, Ç. 2011. Bending analysis of microtubules using Nonlocal Euler–Bernoulli beam theory. *Applied Mathematical Modelling*, 35(5): 2053-2067.
- Civalek, Ö. and Akgöz, B. 2010. Free vibration analysis of Microtubules as Cytoskeleton Components: Nonlocal Euler-Bernoulli Beam Modeling. *Scientia Iranica*, 17(5): 367-375.
- Cireli, A., Kutlu, B., Onar, N., Erkan, G. 2006. Tekstilde ileri teknolojiler. TMMOB *Tekstil Mühendisleri Odası Tekstil ve Mühendis Dergisi*.
- Civalek, Ö., and Demir, C. 2016. A simple mathematical model of microtubules surrounded by an elastic matrix by nonlocal finite element method. *Applied Mathematics and Computation*, 289, 335-352.
- Civalek, Ö., and Demir, Ç. 2011. Bending analysis of microtubules using nonlocal Euler–Bernoulli beam theory. *Applied Mathematical Modelling*, 35(5), 2053-2067.
- Civalek, Ö., Demir, Ç., and Akgöz, B. 2010. Free vibration and bending analyses of cantilever microtubules based on nonlocal continuum model. *Mathematical and Computational Applications*, 15(2), 289-298.
- Çıracı, S. 2005. Nanoteknolojide yeni ufuklar, *Bilim ve Teknik Dergisi*.
- Elibol K. 2012. Karbon elementi ve nanoteknolojideki yeri. <http://www.kuark.org/2012/08/karbon-elementi-ve-nanoteknolojideki-yeri/>. [Son

erişim tarihi: 05.07.2016]

- Emrulloğlu, Ö.F., Emrulloğlu, C.B., Günaydın, S. 2002. Bor nitrür üretimi, sf 124-128, 3-4 Ekim, 1. Uluslararası Bor Sempozyumu, Kütahya Dumlupınar Üniversitesi, Kütahya.
- Eringen, A.C. 1972a. Nonlocal polar elastic continua. *International Journal of Engineering Science*. 10(1): 1-16.
- Eringen, A.C. 1972b. On nonlocal elasticity. *International Journal of Engineering Science*. 10(3): 233-248.
- Eringen, A.C. 1983. On differential equations of nonlocal elasticity and solutions of screw dislocation and surface waves. *Journal of Applied Physics*, 54: 4703-4710.
- Erkoç, Ş. 2001. Karbon nano yapılar, *Bilim ve Teknik Dergisi*.
- Gümüş, F. 2015. Nano Malzeme Nedir?. <https://www.muhendisbeyinler.net/nano-malzeme-n>
- Reddy, J.N. 2007. Nonlocal theories for bending, buckling and vibration of beams. *International Journal of Engineering Science*, 45(2-8): 288-307.
- Işık, Ç. 2011. Nano ve mikro yapıların yerel olmayan elastisite teorisi ile eğilme ve titreşim hesabı. Yüksek lisans tezi, Akdeniz Üniversitesi, 143s.
- İnan, M. 1970. Cisimlerin Mukavemeti. Ofset Matbaacılık, İstanbul, 560 s.
- Karaoğlu, P. 2011. Karbon nanotüplerin sürekli ortam kiriş modelleri ile titreşim analizi. Yüksek lisans tezi, Trakya Üniversitesi, 50 s.
- Karlicic, D., Murmu, T., Adhikari, S. and McCarthy, M. 2016. Non-local Structural Mechanics. Iste – Wiley, 354 s.
- Katı, F. 2018. Karbon nanotüp ve grafen tabakaların mekanik özellikleri. Seminer Çalışması (yayınlanmamış), Akdeniz Üniversitesi, 50s.
- Kösegil Toksöz, A. 2010. Yerel olmayan elastisite teorisinde Açık ve Ritz yöntemlerinin nanoteknolojiye uygulanması. Doktora tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, 134s.
- Kutucu, B. 2010. Nanoteknoloji ve çift duvarlı karbon nanotüplerin incelenmesi, Yüksek lisans tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, 84 s.
- Murmu, T., Adhikari, S., McCarthy, M.A., 2014. Axial vibration of embedded nanorods under transverse magnetic field effects via. *Journal of Computational and Theoretical Nanoscience*, 11: 1-7.
- Omurtag, M.H. 2013. Mukavemet Cilt 2. Birsen Yayınevi, İstanbul, 480 s.

- Omurtag, M.H. 2014. Mukavemet Cilt 1. Birsen Yayınevi, İstanbul, 484 s.
- Özbyayram. F. 2014. 'Impermeable' graphene yields to protons. <https://malzemebilimi.net/kompozit-malzemelerde-bor-nitrur-kullanimi.html>. [Son erişim tarihi: 04.06.2017]
- Özer, Y. 2008. Nanobilim ve nanoteknoloji: Ülke güvenliği/etkinliği açısından doğru modeli belirlenmesi. Yüksek lisans tezi, Kara Harp Okulu, 197 s.
- Pakdel, A., Zhi, C., Bando Y. and Golberg, D. 2012. Low-dimensional boron nitride nanomaterials. *Materials Today*, 15(6): 256-265.
- Rawat, R.S. 2015. Dense plasma focus – from alternative fusion source to versatile high energy density plasma source for plasma nanotechnology. *Journal of Physics Conference Series*, 591: 012021.
- Rafı – Tabar, H. 2007. Computational physics of carbon nanotubes. Cambridge University Press, Cambridge, 493 s.
- Reddy, J.N. 2007. Nonlocal theories for bending, buckling and vibration of beams. *International Journal of Engineering Science*, 45(2-8): 288-307.
- Reddy, J.N., Pang S.D. 2008. Nonlocal continuum theories of beams for the analysis of carbon nanotubes. *Journal of Applied Physics*, 103(2): 1-16.
- Seçgin, S. 2010. Karbon nanotüplerin çökme davranışlarının sürekli ortam kiriş modelleri kullanılarak incelenmesi. Yüksek lisans tezi, Trakya Üniversitesi, 51 s.
- Sevi, A.H. 2006. Nanoteknolojide karbon nanotüplerin dayanıklılık simülasyonu, Yüksek lisans tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi, 43 s.
- Süngü, B. 2006. Sıkı bağ moleküler dinamik yöntemiyle karbon nanotüplerin bilgisayar simülasyonu. Doktora tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi, 134s.
- Tepe, A. 2007. Nanoteknolojide nano ölçekteki yapıların yerel olmayan elastisite çerçevesinde incelenmesi. Doktora tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, 99 s.
- Thai, H.T., 2012. A nonlocal beam theory for bending, buckling and vibration of nanobeams. *International Journal of Engineering Science*, 52: 56–64.
- Thai, S., Thai H.T., Vo, T.P. and Patel, V.I. 2018. A simple shear deformation theory for nonlocal beams. *Composite Structures*, 183: 262-270.
- Thai, S., Thai H.T., Vo, T.P. and Patel, V.I. 2018. A simple shear deformation theory for nonlocal beams. *Composite Structures*, 183: 262-270.
- Yaylı, M.Ö. 2010. Yerel olmayan elastisite teorisine göre nano ölçekteki kirişlerin doğrusal olmayan teoriye göre incelenmesi. Doktora tezi, İstanbul Teknik

Üniversitesi, 85s.

Yap, Y.K. 2009. B-C-N Nanotubes and Related Nanostructures. Springer, 299 s.

Xu, X.J., Zheng, M.L. and Wang, X.C. 2017. On vibration of nonlocal rods: Boundary conditions, exact solutions and their asymptotics. *International Journal of Engineering Science*, 119: 217-231.

Xu, X.J., Zheng, M.L. and Wang, X.C. 2017. On vibration of nonlocal rods: Boundary conditions, exact solutions and their asymptotics. *International Journal of Engineering Science*, 119: 217-231.

Zhi, C., Bando, Y., Tan, C. and Golberg, D. 2005. Effective precursor for high yield synthesis of pure BN nanotubes. *Solid State Communications*, 135(1): 67-70.

Anonim 1: Bor nitrür nanotüp kompozitler karbon nanotüplerden daha iyi performans gösteriyor. <https://www.kimyahaberleri.com/bor-nitrur-nanotup-kompozitler-karbon-nanotuplerden-daha-iyi-performans-gosteriyor/> [Son erişim tarihi: 10.05.2017].

Anonim 2: Kompozit Malzemelerde Bor Nitrür Kullanımı. <https://malzemebilimi.net/kompozit-malzemelerde-bor-nitrur-kullanimi.html> [Son erişim tarihi: 10.05.2017].

Anonymous 1: Des molécules de fullerènes découvertes dans l'espace. <https://archipeldessciences.wordpress.com/2012/02/24/des-molecules-de-fullerenes-decouvertes-dans-lespace/> [Son erişim tarihi: 14.05.2017].

Anonymous 2: <https://www.sciencephoto.com/media/775019/view/ibm-atom-manipulation-demonstration-1989> [Son erişim tarihi: 14.05.2017].

Anonymous 3: Boron Nitride. [https://en.wikipedia.org/wiki/Boron\\_nitride](https://en.wikipedia.org/wiki/Boron_nitride) [Son erişim tarihi: 25.05.2017].

## ÖZGEÇMİŞ

**Mehmet Can SARU**

mcs\_281@hotmail.com



### ÖĞRENİM BİLGİLERİ

Yüksek Lisans 2017–2019	Akdeniz Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı, Antalya
Lisans 2012–2016	Akdeniz Üniversitesi Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği, Antalya

### MESLEKİ VE İDARİ GÖREVLER

Proje Mühendisi 2018–Devam Ediyor	Afyonkarahisar Belediyesi, Afyonkarahisar
--------------------------------------	---