



**BOŞLUKLU FÜZE KANATÇIĞININ DİNAMİK MODELİNİN
BELİRLENMESİ**

Ali Murat GÜLTEKİN

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANA BİLİM DALI**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

MAYIS 2020

Ali Murat GÜLTEKİN tarafından hazırlanan “BOŞLUKLU FÜZE KANATÇIĞININ DİNAMİK MODELİNİN BELİRLENMESİ” adlı tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından OY BİRLİĞİ ile Gazi Üniversitesi Makine Mühendisliği Ana Bilim Dalında YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Danışman: Doç. Dr. Sinan KILIÇASLAN

Makine Mühendisliği Ana Bilim Dalı, Gazi Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu onaylıyorum.

Başkan: Prof. Dr. Mehmet EROĞLU

Makine Mühendisliği Ana Bilim Dalı, Gazi Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu onaylıyorum.

Üye: Prof. Dr. Engin TANIK

Makine Mühendisliği Ana Bilim Dalı, Hacettepe Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu onaylıyorum.

Tez Savunma Tarihi: 03/05/2020

Jüri tarafından kabul edilen bu tezin Yüksek Lisans Tezi olması için gerekli şartları yerine getirdiğini onaylıyorum.

.....
Prof. Dr. Sena YAŞYERLİ
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

ETİK BEYAN

Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Tez çalışmada yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu,

bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

Ali Murat GÜLTEKİN

03/05/2020

BOŞLUKLU FÜZE KANATÇIĞININ DİNAMİK MODELİNİN BELİRLENMESİ
(Yüksek Lisans Tezi)

Ali Murat GÜLTEKİN

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Mayıs 2020

ÖZET

Günümüzün en önemli mühimmatlarından olan füzelerin en önemli bileşenlerinden biri kanatçık tahrik sistemidir. Bu sistem füze kanatçıklarını döndürerek füzenin yönlendirilmesini sağlamaktadır. Bu tez kapsamında füze kanatçığının boşluk modları incelenecektir. Bu modları belirlemek için sırasıyla kuvvet kontrollü ve kuvvet kontrollü testin yaklaşık ortalama kök muadili deplasman kontrollü test yapılmıştır. Boşluk modu doğrusal zamanla değişmeyen varsayımına uymayan bir durum olduğu için deplasman kontrollü teste doğrusallaştırılarak doğrusal modal analize uygun hale getirilmiştir. Sistemin matematiksel modeli çıkarılırken doğrusal matematiksel modeller olan ARX ve OE modelleri, zaman ve frekans test verileriyle birlikte incelenmiştir. X ve y eksenlerindeki boşlukların sebep olduğu iki serbestlik derecesi sebebiyle boşluk modunun aktif mod sayısının iki olduğu değerlendirilmiştir. Bu sebeple model parametre sayıları belirlenirken bu değer referans alınmıştır. Bu kapsamda, doğrusal zamanla değişmeyen, ikinci derece diferansiyel yönetici denkleminde sahip kütle-viskoz sönüm-yay modeli seçilmiştir. Elde edilen modeller test verileriyle karşılaştırılmış ve test verilerine en yakın sonucu veren model kullanılarak sistemin modal parametreleri belirlenmiştir.

Bilim Kodu : 91420
Anahtar Kelimeler : Füze kanatçığı, Sistem tanımlama, Cevap kontrollü test, Doğrusallaştırma, Modal analiz, Boşluk modu
Sayfa Adedi : 96
Danışman : Doç. Dr. Sinan KILIÇASLAN

DETERMINATION OF DYNAMIC MODEL OF MISSILE FIN WITH FREEPLAY

(M. Sc. Thesis)

Ali Murat GÜLTEKİN

GAZİ UNIVERSITY

GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES

May 2020

ABSTRACT

Fin actuation system is one of the most important component of missiles, which are the most important ammunition today. In this study freeplay modes of missile fin are investigated. To determine these modes, force controlled and displacement controlled, which is counterpart of force controlled by way of root mean squares, tests are carried out. Since freeplay mode does not correspond to linear time invariant assumption, system is linearized by displacement controlled test for linear modal analysis. To get mathematical model of system, ARX and OE models, which are linear, are examined for both time and frequency domain data. Since freeplay of x and y axes lead degree of freedom to be two, mode number of freeplay is expected to be two, these are referenced for deciding on the number of model parameters. Thus, a mathematical model which has linear time invariant second order differential governing equation is preferred. Then, obtained models are compared with test data and by using the model fitted best to the test data, modal parameters of the system are determined.

Science Code : 91420

Key Words : Missile fin, System identification, Response controlled test, Linearization, Modal analysis, Freeplay mode

Page Number : 96

Supervisor : Assoc. Prof. Dr. Sinan KILIÇASLAN

TEŞEKKÜR

Bu çalışmaya değerli katkı ve yönlendirmelerinden dolayı başta Dr. Ersin DAŞ ve Berkay BAYKARA olmak üzere İsmail CANTÜRK, Dr. Galip Serdar TOMBUL, Dr. Ümit CEYHAN, Taylan KARAAĞAÇLI, Osman BAŞOĞLU ve danışmanım Doç. Dr. Sinan KILIÇASLAN'a, manevi destekleriyle beni yalnız bırakmayan çok değerli ailem ve eşim Gülsena ÜSTÜNDAĞ GÜLTEKİN'e, son olarak ikinci evim olarak gördüğüm TÜBİTAK SAGE'ye teşekkürü bir borç bilirim.



İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	iv
ABSTRACT	v
TEŞEKKÜR	vi
İÇİNDEKİLER	vii
ÇİZELGELERİN LİSTESİ	x
ŞEKİLLERİN LİSTESİ	xi
SİMGELER VE KISALTMALAR	xiii
1. GİRİŞ.....	1
2. DİNAMİK MODEL	13
2.1. Giriş.....	13
2.2. Doğrusal Zamanla Değişmeyen Sistemler	13
2.3. Model Tercihleri.....	13
2.3.1. Uzayda ve zamanda ayırıklaştırma	15
2.3.2. Zaman ve frekans boyutunda sistem tanımlamaları.....	15
2.4. Hesaplanabilir Sistem Tanımlamaları	18
2.4.1. Darbe cevabı.....	18
2.4.2. Transfer fonksiyonu ve frekans cevap fonksiyonu	19
2.4.3. Doğrusal dinamik sonlu eleman modeli.....	20
2.5. Ölçüm gürültüsü.....	20
2.6. Transfer fonksiyon modelleri ailesi	21
3. MODAL ANALİZ	23
3.1. Giriş.....	23
3.2. Tek Serbestlik Dereceli Titreşim	23
3.3. Çok Serbestlik Dereceli Titreşim	27

	Sayfa
3.3.1. Sönümsüz çok serbestlik dereceli sistem	27
3.3.2. Viskoz sönümlü çok serbestlik dereceli sistem.....	31
4. SİSTEM TANIMLAMA	37
4.1. Giriş.....	37
4.2. Sistemlerin Tanımlanması.....	37
4.3. Sistem Tanımlama Metotlarında Aranılan Özellikler	39
4.4. En Küçük Kareler Metodu	40
4.4.1. Giriş.....	40
4.4.2. ARX modelinin doğrusal en küçük kareler metoduyla tanımlanması	41
4.4.3. OE modelinin doğrusal olmayan en küçük kareler metoduyla tanımlanması.....	42
4.5. Model Doğrulama	44
5. DOĞRUSAL OLMAYAN SİSTEMLERİN DOĞRUSAL TAHMİNİ.	47
5.1. Giriş.....	47
5.2. Eşdeğer Çizgiselleştirme	49
5.3. Cevap Kontrollü Test	50
6. TEST DÜZENEGİ.....	53
7. BULGULAR	55
7.1. Giriş.....	55
7.2. Kuvvet Kontrollü Sinüs Tarama	55
7.2.1. 2 N (RMS 1,4 N).....	55
7.3. Cevap Kontrollü Sinüs Tarama.....	70
7.3.1. 0,03 mm (RMS 1,1 N)	70
7.4. Modal Parametreler	85
8. SONUÇ	89
KAYNAKLAR	91

ÖZGEÇMİŞ 95



ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge	Sayfa
Çizelge 1.1. Metotların karşılaştırılması.....	6
Çizelge 1.2. Sistem tanımlama gruplaması.....	7
Çizelge 1.3. Metotların karşılaştırılması_2.....	7
Çizelge 7.1. Benzetim verilerinin test verilerine uyum oranı -2 N-.....	58
Çizelge 7.2. Elde edilen matematiksel model parametreleri.....	67
Çizelge 7.3. Benzetim verilerinin test verilerine uyum oranı -0,03 mm-	73
Çizelge 7.4. Matematiksel modellerin parametre değerleri -0,03 mm-	82
Çizelge 7.5. Tercih edilen matematiksel modelin parametre değerleri	85

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 2.1. LTI sistem test algoritması	14
Şekil 2.2. Boyutlar arası dönüşümün grafiksel gösterimi	18
Şekil 2.3. Renkli gürültünün sistem üzerindeki etkisi	21
Şekil 3.1 Boyut dönüşümleri.....	23
Şekil 5.1 Doğrusal olmayan yapıların reseptansları	48
Şekil 5.2. Giriş tipine bağlı FRF a) Sinüs girişi b) Darbe girişi c) Hızlı süpürme girişi d) Rasgele giriş.....	50
Şekil 6.1. Kanatçık tahrik sisteminin şematik gösterimi.....	53
Şekil 7.1. ARX simülasyonları ve test verisinin karşılaştırılması -2 N-.....	56
Şekil 7.2. OE benzetimleri ve test verisinin karşılaştırılması -2 N-.....	57
Şekil 7.3. ARX-zaman- benzetim hatalarının kendisi ve giriş ile korelasyonları -2 N- .	59
Şekil 7.4. ARX-etf- benzetim hatalarının kendisi ve giriş ile korelasyonları -2 N-	60
Şekil 7.5. ARX-FRF- benzetim hatalarının kendisi ve giriş ile korelasyonları -2 N-	61
Şekil 7.6. OE-zaman- benzetim hatalarının kendisi ve giriş ile korelasyonları -2 N-	62
Şekil 7.7. OE-etf- benzetim hatalarının kendisi ve giriş ile korelasyonları -2 N-	63
Şekil 7.8. OE-frf- benzetim hatalarının kendisi ve giriş ile korelasyonları -2 N-.....	64
Şekil 7.9. Matematiksel modellerin kutup ve sıfır değerlerinin z kümesinde gösterimi -2 N-	65
Şekil 7.10. Matematiksel modellerin genlik/faz değerlerinin Bode diagramında gösterimi -2 N-	66
Şekil 7.11. ARX benzetimleri ve test verisinin karşılaştırılması -0,03 mm-	71
Şekil 7.12. OE benzetimleri ve test verisinin karşılaştırılması -0,03 mm-	72
Şekil 7.13. ARX-zaman- simülasyonlarının kendisi ve giriş ile korelasyonları -0,03 mm-	74
Şekil 7.14. ARX-etf- benzetimlerinin kendisi ve giriş ile korelasyonları -0,03 mm-.....	75
Şekil 7.15. ARX-FRF- benzetimlerinin kendisi ve giriş ile korelasyonları -0,03 mm-..	76

Şekil	Sayfa
Şekil 7.16. OE-zaman- benzetimlerinin kendisi ve giriş ile korelasyonları -0,03 mm-..	77
Şekil 7.17. OE-etf- benzetimlerinin kendisi ve giriş ile korelasyonları -0,03 mm-.....	78
Şekil 7.18. OE-FRF- benzetimlerinin kendisi ve giriş ile korelasyonları -0,03 mm-	79
Şekil 7.19. Matematiksel modellerin kutup ve sıfır değerlerinin z kümesinde gösterimi -0,03 mm-	80
Şekil 7.20. Matematiksel modellerin genlik ve faz değerlerinin Bode diagramında gösterimi -0,03 mm-	81
Şekil 7.21. Mod Şekli -Mod 1-	87
Şekil 7.22. Mod Şekli -Mod 2-	87

SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler

Açıklamalar

$(.)^*$	Karmaşık konjüge
$(.)^T$	Transpoze
n_{k_i}	i numaralı giriş gecikmesi
\bar{Q}_r	Ağırlık faktörü
$\hat{\theta}_N$	Tahmin edilen parametre vektörü
$[\phi_r]$	Kütle-normalize özvektör
$\{\psi_r'\}$	Durum-uzay özvektörü
$\{\psi_r\}$	Özvektör
$[C]$	Sönüm matrisi
c_c	Kritik sönüm
c_{eq}	Eşdeğer sönüm
$Cov(.)$	Kovaryans fonksiyonu
$[e]$	Köşegen olmayan sönüm matrisi
$\{F\}$	Harici kuvvet vektörü
$f'(t)$	Durum-uzay kuvvet vektörü
$f_d(\cdot)$	Ayrık zamanlı Fourier dönüşümü
f_1^D	Ayrık Fourier dönüşümü
$[I]$	Birim matris
$[K]$	Katılık matrisi
k_{eq}	Eşdeğer katılık
$[M]$	Kütle matrisi
\mathcal{M}^*	Model takımı
n_a	Kutup sayısı
n_b	Sıfır sayısı + 1
n_k	Ölü zaman

Simgeler**Açıklamalar**

$s_{1,2}$	Sistemin karmaşık kökleri
u_i	i numaralı giriş
\bar{X}	Karmaşık genlik (fazör)
$\{x\}$	Yer değiştirme vektörü
$\hat{y}(t \theta)$	Tahmin edilen fonksiyon
Z^N	Veri yığını
γ_r	Kütle-normalize ölçeği
$[\Phi]$	Kütle-normalize özvektör matrisi
$[\Psi']$	Durum-uzay özvektör matrisi
$[\Psi]$	Özvektör matrisi
ω_d	Sönümlü doğal frekans
ω_n	Sönümsüz doğal frekans
*	Konvolüsyon operatörü
A	Rezidü
A, B, C, D ve F	Polinom matrisleri
\mathbb{C}	Karmaşık sayılar kümesi
E	Beklenti operatörü
$e(.)$	Beyaz gürültü
$E(\theta)$	Maliyet fonksiyonu
F	Maksimum harmonik kuvvet genliği
$f(t)$	Sürekli zaman fonksiyonu
f_k	Zaman dizisi
$H(.)$	Transfer fonksiyonu
$\mathcal{L}[.]$	Laplace dönüşümü
\mathcal{M}	Model sınıfı
N	Toplam veri sayısı
N	Toplam veri sayısı
nu	Toplam giriş sayısı
$P(.)$	Olasılık
q(t)	Asal (modal) koordinat
q^{-1}	Zaman kaydırma operatörü

Simgeler**Açıklamalar**

\mathbb{R}	Reel sayılar kümesi
s	Laplace değişkeni
t	Sürekli zaman
T	Örnekleme zamanı
$u(t)$	Durum vektörü
X	Maksimum harmonik deplasman genliği
$y(t)$	t zamanındaki çıkış.
z	z -dönüşümü değişkeni
$\delta(\cdot)$	Dirac delta
ζ	Alternatif Laplace değişkeni ya da z dönüşüm değişkeni
Θ	Parametre uzayı
θ	Parametre vektörü
ξ	Sönüm oranı
σ	Laplace değişkeninin reel kısmı
τ	Zaman gecikmesi
ω	Dairesel frekans
Ω	Dairesel frekans çözünürlüğü

Kısaltmalar**Açıklamalar**

ARMA	Auto Regressive Moving Average
ARMA	Auto Regressive Moving Average with eXogenous input
ARX	Auto Regressive with eXogenous input
BJ	Box Jenkins
BSS	Blind Source Separation
CE	Complex Exponential
CF	Correlation Function
DFT	Discrete Fourier Transform

Kısaltmalar**Açıklamalar**

DHM	Doublet Hybrid Method
Eş.	Eşitlik
FDPI	Frequency Domain Parameter Identification
FRF	Frequency Response Function
FT	Fourier Transform
GE	General Error
HHT	Hilbert Huang Transform
IRF	Impulse Response Function
IV	Instrumental Variable
LCO	Limit Cycle Oscillation
LS	Least Squares
LS	Least Squares
LSCE	Least Squares Complex Exponential
LSCF	Least Squares Complex Frequency domain
LSFD	Least Squares Frequency Domain
LTI	Linear Time Invariant
Mat.	Matematiksel
ML	Maximum Likelihood
MSE	Mean Square Error
NMSE	Normalized Mean Square Error
NRMSE	Normalized Root Mean Square Error
OE	Output Error
OMA	Operational Modal Analysis
OP	Ortak Payda
PEM	Prediction Error Method
PRLSCE	Poly Reference Least Squares Complex Exponential
PSD	Power Spectral Density
RMS	Root Mean Square
SOE	Second Order Equivalent
SSI	Stochastic Subspace Identification
STSM	Statistical Time Series Mode

1. GİRİŞ

Günümüzün en önemli mühimmatlarından olan füzelerin kanatçık tahrik sistemi en önemli bileşenlerindedir. Bu tez kapsamında füze kanatçığının boşluk modları incelenecektir. Boşluk modlarının matematiksel modellerinin, mümkün olduğunca fiziksel sistemi temsil etmesi sağlanarak, çok uzun süren ve yüksek maliyetli test sayısının azaltılması hedeflenmektedir.

Matematiksel model çıkarılırken modal parametreler, transfer fonksiyonları, geçici zaman cevabı vb. birçok aeroservoelastik benzetim girdisi elde edilebilir. Bu sayede yıkım etkisine sebep olabilecek çarpıntı tahmini yapılabilir. Göge ve diğerleri çalışmalarında yeni bir uçağın prototipi üzerinde yer titreşim testlerinden elde ettikleri matematiksel modeli, uçuş testleri için çarpıntı tahmini yapmakta kullanmışlardır [1]. Köksal ve Sümer çalışmalarında mühimmat sertifikasyon sürecinde gerçekleştirilen yer titreşim testlerini ve elde edilen matematiksel modeli kullanarak sonlu elemanlar modeline girdi oluşturmuş ve aerodinamik modelleri birleştirerek çarpıntı analizlerinde kullanmışlardır. Füze havadayken kanatçık tahrik sistemi üzerine çeşitli aerodinamik yükler gelmektedir. Bu aerodinamik yükler sebebiyle oluşabilecek doğal frekans çakışması durumunda, kanatçık tahrik sistemi vb. füzenin bir kısmında ya da füzenin tümünde çarpıntı durumu meydana gelip sonuçları yıkıcı olabilir [2]. Ning ve diğerleri boşluklu katlanır kanatçığın çarpıntı karakteristiğini sayısal benzetimle ve çarpıntı rüzgâr tüneli testinde incelemişlerdir. Sıfır derece atak açısı için farklı seviyede boşluğa sahip kanatçıkları test etmişlerdir. Boşluk arttıkça titreşim ayrılma hızının arttığını ve çarpıntı sebebiyle kanatçıkta kalıcı deformasyon oluştuğunu gözlemlemişlerdir. Bu sebeple, maruz kalınması muhtemel aerodinamik yük spektrumu düşünülerek füzenin frekans cevap fonksiyonu buna uygun olarak tasarlanmalıdır [3].

Kanatçığın üzerine gelen yayılı yükleri benzetebilmek için rüzgâr tüneline ihtiyaç olsa da maliyet, zaman ve kontrollü test yapılabilmesi sebeplerinden ötürü elektrodinamik sarsıcı yardımıyla yarı fiziksel olarak test yapılabilir [1,2,4]. WU ve diğerleri çalışmalarında rüzgâr tüneli test koşullarının limitli olması sebebiyle sayısal benzetimin çokça tercih edildiğini; ancak, yapı üzerinde birçok varsayım, basitleştirme yapılması ve çeşitli doğrusal olmayan etkilerin yok sayılması sebebiyle benzetim sonuçlarının kayda değer ölçüde hatalı olduğunu söylemektedir. Çalışmasında füzenin çeşitli yerlerinden sarsıcıyla sarsarak durağan olmayan aerodinamikleri yarı fiziksel olarak benzetmiştir [4].

Yassin ve diğeri yayınladıkları tarama makalesinde sistem tanımlamadaki son gelişmeleri ve metodolojileri araştırmıştır. Yassin ve diğeri bu yayını şu şekilde organize etmişlerdir: sistem tanımlamaya giriş, sistem tanımlama sınıflandırması, sistem tanımlama metodolojisi, veri toplama ve işleme, model tipi ve tahminciyi seçme, yapı seçme ve parametre tahmini, metotların değerlendirilmesi [5]. Reynders yayınladığı tarama makalesinde (operasyonel) modal analiz için sistem tanımlama konularını incelemiş ve birbirleriyle karşılaştırmıştır. Reynders bu yayını ileri modelleme, geri modelleme (sistem tanımlama) ve Monte Carlo benzetim çalışmalarında yaklaşımların karşılaştırması olmak üzere üçe ayırmıştır. İleri modelleme bölümünde yapının dinamik modellerini ve bu modellerin modal boyutta tanımlamasını anlatmıştır. Sistem tanımlama bölümünde sistem tanımlama prensipleri ve stratejilerinin yanında sistem tanımlamanın hesaplanabilir/istatistik/karma durumlarında nasıl yapılması gerektiğini ve modal parametre çıkarma metotlarını anlatmıştır. Son bölümde ise sistem tanımlama bölümünde bahsettiği modelleri Monte Carlo benzetim çalışmalarında test ederek birbirleriyle karşılaştırmıştır [6]. Ramirez ve diğeri yaptıkları çalışmada zaman-frekans teknikleri kullanarak inşaat yapılarının modal parametrelerinin test verisinden türetilmesini anlatmışlardır. Ramirez ve diğeri bu çalışmada tahrik kaynağının ve sıcaklığın modal parametre tahmini üzerine etkilerini, modal parametre tahmininde kullanılan sinyal işleme tekniklerini ve bu tekniklerin avantajlarını dezavantajlarını ve yeni sinyal işleme tekniklerini anlatmıştır. Matematiksel model kurarken frekans, zaman, modal metotları vb. kullanılabilir [7]. Maia ve Silva çalışmalarında modal tanımlama metotlarını zaman ve frekans boyutu olmak üzere iki ana başlığa ve bu ana başlıkları kendi içinde dolaylı (modal) ve direkt metotlara ayırarak en önemli ve en çok kullanılan metotları ayrıntılı olarak anlatmaktadır. Dolaylı modeller modal parametreler -doğal frekans, sönüm oranı, modal sabitler ve fazlar- tabanlı, direkt modeller ise doğrudan uzaysal model tabanlıdır [8].

Modal parametre tahmininde kullanılan birçok yöntem vardır. Bu yöntemler uzay ve havacılık sanayinden inşaat-yapı sektörüne, otomotivden medikale kadar birçok alanda uygulanmıştır. Guillaume ve diğeri uçak uçuş çarpıntı testlerinde kullanılan modal parametrelerin belirlenmesi için çok değişkenli frekans boyutunda maksimum olabilirlik (maximum likelihood (ML)) tahmincisini önermektedir. En küçük kareler karmaşık eksponansiyel (İng. Least squares complex exponential (LSCE)) ve en küçük kareler frekans kümesi (İng. Least squares frequency domain (LSFD)) senteziyle önerdiği metodu karşılaştırdığında, önerdiği metodun daha iyi sonuç verdiğini göstermiştir [9]. Nestrović ve

diğerleri çalışmalarında manyetik rezonans tomografinin frekans cevaplarına bağlı olarak deneysel modal parametre belirleme metodolojisi önermektedir. Ayrıca karmaşık eksponansiyel (İng. Complex exponential (CE)), LSCE ve çok referanslı en küçük kareler karmaşık eksponansiyel (İng. Polyreference least squares complex exponential (PRLSCE)) metotlarını kullanarak karşılaştırmasını yapmıştır [10]. Böswald ve diğerleri çalışmalarında bazı modal analiz metotlarının yer testlerinde büyük uçak yapısına uygulanabilirliğini incelemişlerdir. Üç modal analiz metodu değerlendirilmiştir. Bunlar frekans boyutlu doğrudan parametre belirlemesi (İng. Frequency domain direct parameter identification (FDPI)), LSCE ve en küçük kareler karmaşık frekans kümesi (İng. Least squares complex frequency domain (LSCF)) metotlarıdır [11].

Bu çalışmada füze kanatçık sisteminin boşluk modu belirlenmesinde kullanılmak üzere sistem tanımlaması yapılacağı için benzer konularda literatür çalışması yapılmıştır. Ning ve diğerleri boşluklu katlanır kanatçığın sıfır derece atak açısında değişik boşluk miktarlarında çarpıntı karakteristiğini sayısal benzetimle ve çarpıntı rüzgâr tüneli testinde incelemişlerdir. Serbest arayüz elemanı mod sentez metodu (İng. Free-interface component mode synthesis method) kullanılarak doğrusal aeroelastik analiz yapılmıştır. Boşluk miktarı arttıkça titreşim ayrılma hızının arttığını ve çarpıntı sebebiyle kanatçıkta kalıcı deformasyon olduğunu gözlemlemişlerdir. Sayısal benzetim ve rüzgâr tüneli test sonuçlarının aynı yönelim ve aynı kritik hızları vermesi sebebiyle serbest arayüz elemanı mod sentez metodu ile doğrusal olmayan aeroelastik sistem analizi yapılabileceği gösterilmiştir [3]. Wu ve diğerleri kanatçık tahrik sisteminin yarı fiziksel benzetimi ve rüzgâr tüneli testi doğrulamasını incelemişlerdir. Hem matematiksel analizler hem rüzgâr tüneli testleri yaparak benzetimi desteklemiş ve doğrulamışlardır. Benzetimde aerodinamik yükleri oluşturmak için sarsıcı kullanmışlardır. Sarsıcılar arasında kuvvet etkileşim problemini çözmek için doğrusal olmayan değişken-yapılı kontrolcü kullanmışlardır. Bu yaklaşımla yapılan çarpıntı sınırı tahmini iyi uyum göstermiştir. Yarı fiziksel benzetimin, ekonomik ve pratik olduğu gösterilerek aeroelastik benzetim metodolojileri literatürünü zenginleştirmiştir [4]. Shin ve diğerleri doğrusal olmayan tahrik sistemi etkilerin tahrik dinamiğini, yinelemeli V-g metotlarını kullanarak kontrol kanatçığının aeroelastik karakteristiğini ve ek olarak eşlenmiş hibrit metodu (İng. Doublet hybrid method (DHM)) kullanarak durağan olmayan aerodinamik yükleri hesaplamışlardır. Boşluk gibi doğrusal olmayan etkiler sebebiyle tahrik sisteminin dinamiği değişebilir ve bu da çarpıntı sınırlarının çeşitlenmesine sebep olabilir. Sonuçlar aeroelastik karakteristiğin tahrik sistemi

dinamiğine oldukça bağlı olduğunu göstermiştir. Katlanma ve dönme katılıklarının oranı önemli olmasına rağmen bu çalışmada sadece yapısal doğrusal olmama durumu araştırılmıştır. Modal parametreleri çıkarırken hayali kütle metodu (İng. Fictitious mass method) kullanmışlardır. Aktarma mekanizması ve doğrusal olmayan kısmı incelenmiş ve sonuçta boşluğun dinamik katılığı ve dinamik katılığın da kutup/sıfır (İng. Pole/zero) değerlerini değiştirdiği gösterilmiştir. Limit çevrim salınımı (İng. Limit cycle oscillation (LCO)) değerlerinin sistemin doğrusal olması durumundaki çarpıntı değerinin hem altında hem de üstünde olacak şekilde gösterilmiştir [12]. WU ve diğerleri doğrusal olmayan çok serbestlik dereceli katlanır kanadın sistem tanımlamasını Hilbert dönüşümü tabanlı olarak bulmaya çalışmışlardır. Bağlı mod sentezi metodu (İng. Connected mode synthesis method) bağlı ilişkilerle genişletilerek doğrusal olmayan yönetici denklemleri kurulmuştur. Bağlı koşulların genişletilmesiyle serbest arayüz elemanı mod sentez metodu yerel doğrusal olmayan durumlarda dinamik denklemi kurmak için kullanılabilmesi gösterilmiştir [13]. Kim ve Tahk yaptıkları çalışmada elektromekanik tahrik sisteminin dinamik dayanımını modelleyerek deneysel olarak incelemişlerdir. Bu çalışmada doğrusal olmayan parametre tahminleri dahil edilerek elektromekanik tahrik sisteminin dinamik katılık modeli oluşturulmuştur. Benzetim ve deneysel sonuçlar dış kuvvet ve ön gerilmeye bağlı olduğunu göstermiştir. Ayrıca küçük boşluk ve elektromekanik tahrik sistemi parçalarının yüksek statik katılığı olması durumunda, elektromekanik tahrik sisteminin dinamik katılığının arttığı gösterilmiştir [14]. Monfared ve diğerleri boşluk tipinde doğrusal olmayan kanadın çarpıntı, LCO, dallanma ve stabilite durumlarını incelemişlerdir. Bu çalışmada iki boyutlu kanadın yunuslama ve dalma serbestlik dereceleri incelenmiştir. Boşluk olması durumunda hava hızına bağlı olarak çarpıntı başlayabileceği ve bunun LCO'ya sebep olabileceği gösterilmiştir. Bu amaçla LCO belirlemek için dört boyutlu Poincare haritasının sabit noktası elde edilmiştir. Süreksiz sistemler için kullanılan teorilerden yararlanarak dallanma bölgeleri bulunmuştur. Sayısal olarak bu bölgeler arası ani zıplama olduğu gösterilmiştir [15].

Matematiksel model kurarken sistem tanımlama metodlarının avantajları-dezavantajları incelenmiştir. Ramirez ve diğerleri yayınladıkları tarama makalesinde modal parametre tanımlaması için zaman-frekans tekniklerinin avantajlarını-dezavantajlarını göstermişlerdir [7]. Bu tekniklerin karşılaştırması Çizelge 1.1 ile gösterilmiştir. Reynders yaptığı çalışmada yapısal mekanikte sistem tanımlama ve modal analiz konusunu incelemiştir. Bu çalışma içeriğinde doğrusal sistem tanımlamayı öngörü hatası çerçevesi (İng. Prediction

error framework) ve sistem gerçekleştirme (İng. System realization) olmak üzere iki ana çizgiye ayırarak avantaj ve dezavantajlarını göstermişlerdir [16]. Bu tekniklerin karşılaştırması Çizelge 1.2 ile, eniyilenmiş modelleme ayarları ise Çizelge 1.3 ile yapılmıştır. Çizelge 1.3 ile gösterilen sistem tanımlamanın genel stratejileri hem zaman hem frekans boyutuna uygulanabilir. Dolayısıyla, çoğu zaman boyutunun frekans boyutu karşılığı vardır ve Fourier dönüşümü ve tersinin alınmasıyla alakalıdır. Bununla beraber deneysel modal analiz konusunun temel referans çalışmalarında farklı metotları ana sınıflandırma olarak zaman ve frekans boyutuna göre gruplandırmaktadır. Uygulama alanına bağlı olmak üzere, zaman ya da frekans boyutunda tanımlama yapmanın diğer boyutlara göre bazı avantajları vardır.

❖ Zayıf sönümlü sistemin darbe cevap fonksiyonu (İng. Impulse response function (IRF)) ve korelasyon fonksiyonunun (İng. Correlation function (CF)) zaman verisi çoktur. Bununla beraber frekans cevap fonksiyonu (İng. FRF) ve güç tayf yoğunluğu (İng. power spectral density (PSD)) çok kısıtlı frekans çizgisinde çoğu enerjiyi içermektedir. Sönüm oranı %0,3'ten büyükse frekans boyutlu metotlar, %5'den küçükse zaman boyutlu metotlar uygundur [17]. Çoğu yapının sönümü bu aralıkta olduğu için her iki yaklaşım da uygulanabilir.

❖ Rasgele tahrik durumunda, parametrik olmayan zaman boyutlu tahminler genellikle parametrik olmayan frekans boyutlu tahminlerinden daha doğru sonuç vermektedir. Frekans boyutlu tahminler blok sayısı içindeki veriye bölünür ve her biri için ayrı Fourier dönüşümü (İng. Discrete Fourier transform (DFT)) alınır. Blok uzunluğu toplam örnekleme sayısı blok sayısından çok azsa DFT alındığında ortaya çıkan sızıntı hataları genellikle ihmal edilemeyecek düzeydedir. Parametrik olmayan IRF sonlu miktardaki gürültüsüz giriş-çıkış verisini başlangıç şartları bilinmese bile tam olarak tahmin edebilir.

❖ Frekans boyutu tanımlamasında, parametre tahminini ilgililenen Nyquist frekansını aşmamak koşuluyla, ön filtre uygulanmadan ilgililenen frekans bandında sınırlamak mümkündür. Bununla beraber yeterince büyük frekans bandı seçilmezse sayısal hatalar probleme sebep olabilir.

❖ Sürekli-zaman sistem tanımlamaları için frekans boyutlu metotlar şu an için genellikle tercih edilen seçenektir. Bununla beraber, frekans değerleri sebebiyle sayısal hatalar çıkabilmektedir. Sonuç olarak, çoğu metotta sadece küçük bir frekans aralığında ve orta model derecesi seçilir. Bazı sayısal olarak gürbüz yaklaşımlar önerilmiştir. Bu

metotlar frekans ekseninin oranlanması ya da ortogonal polinom vektörlerinin kullanılması gibi tekniklerle bu limitleri genişletebilmektedirler.

Çizelge 1.1. Metotların karşılaştırılması

Boyut	Metot	Avantajlar	Dezavantajlar
Zaman	STSM	Dolambaçsız kullanım. Modal parametreler doğrudan modelden elde edilebilir. Düşük gürültü seviyelerinin üstesinden gelir.	Doğrusal ve durağan modeldir. Doğruluk gürültü seviyesine bağlıdır. Model derecesi zaman tüketen bir süreç olabilir.
	Serbest düşüş	Filtreleme özellikleri. Ham çevresel cevaplar işlenebilir. Basitlik. Uygulaması kolay.	Çoklu seviye düzenler. Artmış hesaplama yükü. Gürültüye karşı hassas. Genellikle durağan cevapları işlemekte kullanılır.
	SSI	Gürültü bağışıklığı. Yakın modların tespiti. Zayıf durağan olmayan sinyalleri işleyebilme.	Yüksek hesaplama yükü. Kalibrasyon gerekiyor. Suni modların üretimi.
Frekans	FT-tabanlı	Dolambaçsız kullanım. Modal parametreler doğrudan modelden elde edilebilir. Basitlik. Gerekli mod sayısının önceden bilinmesine gerek olmaması. Filtre özellikleri (FRF).	Sabit çözünürlük. Sadece durağan sinyallerin üstesinden gelir. Yakın modlar tespit edilemez. Gürültüye karşı hassas. Giriş tahriği FRF tahminine uygun olmalıdır. Eğer tahrik kaynağı harmonik sinyalse, tahmin edilen doğal frekans sapar.
	Yüksek çözünürlüklü	Gürültü bağışıklığı. Yakın modlar tespit edilebilir.	Hesaplama yükü. Kalibrasyon gerekli.
Zaman /Frekans	HHT ve türevleri	Uyarlanabilir metottur. Dolambaçsız kullanım. Bireysel modlar çıkarılabilir. Kullanıcı arayüzüne gerek yoktur.	Mod karıştırıcı. EMD değişkenlerinin kalibrasyona ihtiyacı var. Hesaplama yükü ve doğruluk seçilen algoritmaya bağlıdır.
	BSS	Frekans bileşenlerini ayırmak için iyi doğruluk seviyesi. Düşük enerjili modları tanımlayabilir.	Yüksek gürültüye gömülü sinyallerde ön filtre aşaması gereklidir. Yüksek sönüm oranları doğru bir şekilde tahmin edilemez.
	Olasılıksal	Yakın modlar tespit edilebilir. Önceden bilinen bilgiler birleştirilebilir. Gürültü yıkımlı ve tamamlanmamış verileri işleyebilir.	Yüksek hesaplama yükü. Kalibrasyon gerekli.

Çizelge 1.2. Sistem tanımlama gruplaması

Grup	Açıklama
Parametrik olmayan sistem tanımlama	Bir parametreye bağlı olan matematiksel fonksiyon değildir, zaman gecikmesi ve frekans fonksiyonunun tablo şeklinde gösterimidir. Bazen doğrudan modal analiz için kullanılsa da genellikle parametrik tanımlama için ön işlenmiş veri olarak kullanılır.
Parametrik sistem tanımlama	Diğer adı parametre tahminidir. Deneysel veri model sınıfıyla alakalı olan parametreleri tanımlamak için kullanılır. Seçilen model sınıfına göre en iyi parametre seçimi için çeşitli teknikler vardır.

Çizelge 1.3. Metotların karşılaştırılması_2

Metot	Açıklama	Özel Durumlar
Prediction Error Method (PEM)	İstatistiksel metotları ve sayısal eniyileme kullanarak ölçülen ve tahmin edilen değerler arasındaki farkı minimize etmektedir. ML metotları optimal asimptotik istatistiksel özelliklere sahiptir. LS metotları yapay modların sönümlerini negatif yapmaya zorlayabilmektedir.	*(ağırlıklandırılmış) LS *ML *Bayesian çıkarımı
Instrumental Variable (IV)	Gözlemlenmeyen ve istenmeyen dinamiğin ilişkisini koparmak için gözlemlenmiş verileri (instrumental variables) kullanır. Altuzay metotları hesaplamalı olarak oldukça gübüz ve çok daha az emek ister. LS metotları yapay modların sönümlerini negatif yapmaya zorlayabilmektedir.	*(ağırlıklandırılmış) LS *altuzay tanımlaması, özel durum olarak sistem gerçeklemesini içermektedir.

Ljung çalışmasında zamanla değişen doğrusal olmayan sistemlerin, zamanla değişmeyen doğrusal modellerle tahmin edilmesinden bahsetmiştir. Standart sistemlerin LTI sistem tanımlamaları, nominal bir model ve belirsizlik bölgesini içermekte olup kalıntı analizi ve kovaryans tahminiyle elde edilmektedir. Sistem doğrusal olmayan ve/ya da zamanla değişen sistem olsa bile veri sayısı arttıkça belirsizlik bölgesi sıfıra doğru gider. Sanki-durağan (İng. quasi-stationary) sinyal üreten bir sistem olduğu sürece kullanılan veri sayısı sonsuza giderken belirsizliğin sıfıra gitmemesi için teknikler önermiştir [18]. Marmarelis çalışmasında Gauss beyaz gürültü tipinde olan giriş ve çıkış verilerinin doğrusallaştırılmış model tanımlamalarında bazı doğrusal olmama tiplerinin etkilerini incelemiştir. Bu doğrusallaştırılmış modeller genellikle giriş-çıkış çapraz spektrumu ve giriş tayfindan elde edilen görünür transfer fonksiyonundan elde edilir. Görünür transfer fonksiyonu frekans düzleminde birinci derece Wiener Kernel tahmini olduğu için, doğrusal olmayan diferansiyel denklemlerin Volterra-Wiener fonksiyonel genişlemesi çalışılmıştır. Açık analitik ifadeler türetilerek görünür transfer fonksiyonunun giriş gücü derecesine ve sistemin doğrusal olmamasına bağlı olduğu gösterilmiştir [19]. Makila ve Partington yaptığı çalışmada çeşitli sınıflardaki doğrusal olmayan zamanla değişmeyen sistemler için

en iyi LTI yaklaşımlarını analiz etmişlerdir. Doğrusal olmayan sonlu darbe cevaplı sistemler ve yumuşak geçişli olmayan sistemleri incelemişlerdir. Potansiyel iyi bir LTI model adayı olarak yumuşak geçişli doğrusal olmayan sistemin Fréchet türevini incelemişlerdir. Fréchet türevi doğrusal olmayan sonlu hafızalı sistemlerde ve Wiener sınıfı sistemlerde tanımlanır. Doğrusal kontrolcü tasarımı, doğrusal modellerin tanımlanması ve modellenmeyen dinamiğin büyüklüğünün tahmini çalışılmıştır. Sistem üzerindeki kazançların analitik sonuçları ve doğrusal olmayan sistemlerin yaklaşım özelliklerinin uygun olduğu gösterilmiştir [20]. Enqvist yaptığı çalışmada doğrusal olmayan sistemleri doğrusal zamanla değişmeyen yaklaşımlar kullanarak incelemiştir. Bu tarz yaklaşımlar sistem tanımlama ve hata tahmin metodu vb. birçok yoldan yapılabilir. Ortalama kare hatası açısından eniyelenmiş doğrusal zamanla değişmeyen yaklaşımları incelenmiştir. Hata tahmin modellerinin asimptotik özelliklerini incelemiştir. Dolayısıyla sonuçlar sadece çok büyük veri setleri için geçerlidir. OE-LTI-SOE ve GE-LTI-SOE modellerinin kalıntılarının girişle korelasyonunun olması sistemin kapalı çevrimde çalıştığına işaret edebilir. Bununla beraber, bazı sınıf giriş sinyalleri için, bu durum açık çevrimli doğrusal olmayan sistemlerde gerçekleşmez. Eğer giriş beyaz gürültünün minimum faz filtresi boyunca filtrelenmesiyle oluşturulduysa, giriş ve OE-LTI-SOE ve GE-LTI-SOE modellerinin kalıntılarının yapay korelasyonu olmayacak. Genel olarak doğrusal olmayan sistemlerin LTI yaklaşımını kullanarak belirlenmesiyle alakalı olarak hata-tahmin metodu ve büyük veri setlerini kullanmayı önermektedir. Giriş seçimiyle alakalı tam olarak bir çözüm olmasa da sonuç olarak Gauss tipi giriş sinyali uygulanmalı, eğer mümkün değilse minimum faz filtresi boyunca filtrelenmiş beyaz gürültü uygulanmalıdır [21]. Tang ve diğerleri yaptıkları çalışmada doğrusal olmayan sistemlerin doğrusal modellerle tanımlanmasını çalışmıştır. Eğer girişin spektral içeriği doğrusal olmayan sistemin çıkışıyla aynıysa, doğrusal olmayan sistemlerin bazı sınıflarının çıkışları rasgele olarak doğrusal dinamik sistemin çıkışına yakındır. Doğrusal olmayan statik elemanların basamaklı ya da geri beslemeli olduğu durumda doğrusal olmayan sistemler incelenmiştir. Eğer statik doğrusal olmama tek fonksiyon tarzında simetrikse ve giriş sinyali periyodikse, tahrik ısrarla tek harmoniklerle yapılıyorsa doğrusal sistemin ve doğrusal olmayan sistemin çıkışları rasgele yakın olur. Önerilen metot geleneksel yaklaşık doğrusal modellerinden operasyon noktasına göre daha geniş alanda doğrusal olmayan sistem davranışını yakalamaktadır. Doğrusal olmayan sistem tanımlaması doğrusal modelle yapıldığında, doğrusal olmama tipini uydurabilmek için giriş sinyali periyodik ve harmonik olmalıdır. Tek fonksiyon tipindeki simetrik doğrusal olmama durumunda giriş

tek fonksiyon tipi harmoniklerle periyodik olmak zorundadır. Bu durumda tanımlanmış model frekans cevabını doğru bir şekilde belirleyebilir. Tanımlanmış model operasyon noktası değiştiğinde daha iyi yaklaşım sağlamaktadır. Fiziksel sistemlerle yapılan sonuçlar umut vericidir [22].

Benzer sistem ve bu sistemler üzerine uygulanan teknikler literatür araştırmasıyla belirlenmiştir. Teknikler üzerinde yapılan avantaj-dezavantaj literatür taraması da ayrıca incelenmiştir. Tüm bunlara ek olarak doğrusal olmayan sistemleri yaklaşık olarak tahmin edebilmek için, oturmuş olan teorilere sahip doğrusal modeller ile cevap kontrollü yapılan çalışmalar incelenmiştir.

Link ve diğerleri yaptıkları çalışmada dinamik test prosedürü geliştirme çalışması yapmışlardır. Doğrusal yapısal davranış kabulü altında doğrusal olmayan uzay aracının değerlendirme metodu çalışılmıştır. Rezonans kayması ve FRF zirve değişimi görülen doğrusal olmayan sistemlere doğrusal olmayan değerlendirme prosedürlerinde genellikle yansımaz. Test sistemine fazla yüklenmeyi engellemek için çıkış değerleri belirli seviyelerde ve lokasyonlarda kontrol edilmesi için giriş değerleriyle oynanabilir. Bu yaklaşım farklı giriş seviyelerinde sanki-doğrusal yapı davranışını aktif hale getirerek klasik modal genişleme araçları her bir seviyede ayrı ayrı kullanılır. Bununla beraber, ölçülen dinamik cevaplar zirve kaymasını sebep olur ve genlik değişimi giriş seviyesine bağlıdır. Cevap seviyeleri sabit yapılarak üç farklı giriş seviyesi incelenmiştir. İnterpolasyon ve ekstrapolasyon kullanılarak ölçülmeyen giriş seviyesinde çıkış seviyesini tahmin etmişlerdir. Fiziksel anlamlı olarak ölçülen değerler arasında interpolasyon uygulayarak ölçüm alınmayan değerlerin modal davranışlarını tahmin etmişlerdir [23]. Kalaycıoğlu ve Özgüven yaptıkları çalışmada yapısal modifikasyon uygulanan tasarımları incelemişlerdir. Yapılar genellikle doğrusal olmayan ve doğrusal varsayımı yapılamayacak sistemlerdir. Bunun için doğrusal olmayan modifikasyon/eşleme tekniğini geliştirmek üzere yapısal modifikasyon/eşleme tekniği önermişlerdir. Doğrusal olmama tanımlama fonksiyonu (İng. Describing function) metodu kullanılarak sanki-doğrusallaştırılmış ve dolayısıyla doğrusal olmayan iç kuvvet vektörü cevap-bağımlı matrisle ifade edilmiştir. Cevap-bağımlı matris cevap seviyesi, bağımlı eşdeğer katılık matrisi olarak düşünülerek doğrusal olmama matrisi olarak adlandırılır. Yinelemeli çözüm prosedürü uygulanarak doğrusal yapı modifikasyonu/eşleme tekniği önerilmiştir. Önerilen bu metotta ek serbestlik dereceleri eklenerek doğrusal olmayan modifikasyonlar yapılmıştır. 1200 serbestlik

dereceli yapıya uygulanan bu yöntemde doğrusal olmayan cevaplar yinelemeli olarak hesaplanırsa da yakınsama problemleriyle karşılaşılacaktır. Doğrusal olmayan yapısal modifikasyonlarda hesaplama yapılması için bu metot önerilmektedir [24]. Zhang ve diğerleri yaptıkları çalışmada zayıf doğrusal olmayan çok serbestlik dereceli sistemin sabit cevaplı test tabanlı tanımlanmasını yeni bir stratejiyle incelemişlerdir. Sabit deplasmanlı frekans cevap fonksiyonu kademeli sinüs testinde deplasman sabit tutularak yapılabilir. Bu frekans cevap fonksiyonlarında (frequency response function (FRF)) doğrusal olmayan dengeleyici kuvvet etkili bir şekilde doğrusallaştırıldı ve doğal frekanslar doğrusal modal analizle bulunabilir. Sabit deplasman FRF'ler kullanılarak, eğri uydurmayla eşdeğer katılık ilişkisi ve deplasman arasında ilişki kurulabilir ve dolayısıyla doğrusal olmayan katılık karakterize edilebilir. Sabit tahrikle kademeli sinüs testlerinden gelen sabit deplasman FRF'lerini yeniden inşa edecek bir metot önerilmiştir. Bu metotla cevap ya da kuvvet genliğindeki kontrol gereksinimi engellenerek daha hızlı ve daha stabil test programı elde edilecektir. Sabit hız testleriyle elde edilen sönüm doğrusalsızlık karakterizasyonu ve tanımlaması benzer şekilde yeniden inşa edilebilir. Zayıf doğrusalsızlık durumunda bu yaklaşımla FRF'leri yeniden inşa etmek matematiksel olarak uygundur. Eşdeğer doğrusallaştırma ve harmonik denge metodu önerilen yaklaşım içerisinde kullanılarak eşdeğer katılık-deplasman ve eşdeğer sönüm-hız ilişkisi kurulmuştur. Rezonans bölgesinde çok farklı cevaplar verdiği için cevap genliğini sabit tutmak zor olduğu için güçlü doğrusalsızlıklar içeren sistemler, özellikle sıçrama fenomenli sistemler, incelenmemiştir [25].

İlk denemelerde giriş kontrollü testlerde zıplama fenomenleri gözlenmiştir. Bu durumda doğrusal zamanla değişmeyen (İng. Linear time invariant (LTI)) teorileri uygulayabilmek için ayrıca literatür araştırması yapılmıştır. Cevap kontrollü doğrusallaştırma tekniği uygulanmasına karar verilmiştir. Son olarak hem zaman boyutunda hem frekans boyutunda kullanılacak modeller olmasından dolayı, Çizelge 1.1 gösterilen istatistiksel zaman serisi modellerine (İng. Statistical time series models (STSM)) bağlı özbağlanımlı harici giriş (İng. Auto regressive exogenous (ARX)) ve çıkış hatası (İng. Output error (OE)) modellerinin kullanılmasına karar verilmiştir.

ARX ve OE modelleri sistem tanımlamada birçok alanda kullanılabilir. Takewaki ve Nakamura çalışmalarında 2004 Tokaido-oki, Japonya, depremine maruz kalan temel izoleli güçlendirilmiş betonun doğal frekans ve sönüm oran tahminlerini ARX modeliyle

birleştirilmiş en küçük kareler tahmin metodunu kullanarak incelemiştir [26]. Iovnovich ve diğerleri F-16 savaş uçağının transonik uçuş verisini değerlendirmek için birçok gelişmiş uçuş çarpıntı tekniğini karşılaştırmışlardır. Özbağlanımlı hareketli ortalama (İng. Auto regressive moving average (ARMA)), özbağlanımlı hareketli ortalama harici giriş (İng. Auto regressive moving average with exogenous input (ARMAX)), ARX metotları ile operasyonel modal analiz (İng. Operational modal analysis (OMA)) metodunu çeşitli türbülans ve önceden tanımlanmış sistemi cevabı kararlılık parametreleri kullanarak karşılaştırmıştır. ARX modeli de dahil olmak üzere tüm denenmiş metotlar kararlı olmayan başlatıcı durumu doğru tahmin etmiştir [27].

Modal analiz tanımlama metotlarıyla alakalı literatürde birçok uygulama alanı olmasına rağmen boşluk modunu elde etmek için kullanılan metotlar henüz olgunlaşmış değildir. Kanatçığın boşluk modu sistemsel hatalar (doğrusal olmama) içermekte hem de test verilerinde istatistiksel hatalar (gürültü) bulunabilmektedir. Bu iki çeşit hatanın tahmin metotlarına etkisi bulunmaktadır. Bu çalışmada, kanatçığın boşluk modunun belirlenmesinde uygulanan cevap kontrollü testin sistemsel hatalara ve polinom modellerinden ARX ve OE modellerine etkisi incelenecektir. ARX ve OE ile elde edilen LTI modeller kullanılarak klasik modal analiz teorisi uygulanabilecektir.

Tez genel olarak ikiye bölünmüştür. Birinci bölüm ileri modelleme, ikinci bölüm ise tersine modellemedir. İleri modelleme yapıları tanımlamak için fiziksel yasaları kullanırken, tersine modelleme ise ölçüm sonuçlarından birinci bölümdeki modelleri türeten modellerdir.



2. DİNAMİK MODEL

2.1. Giriş

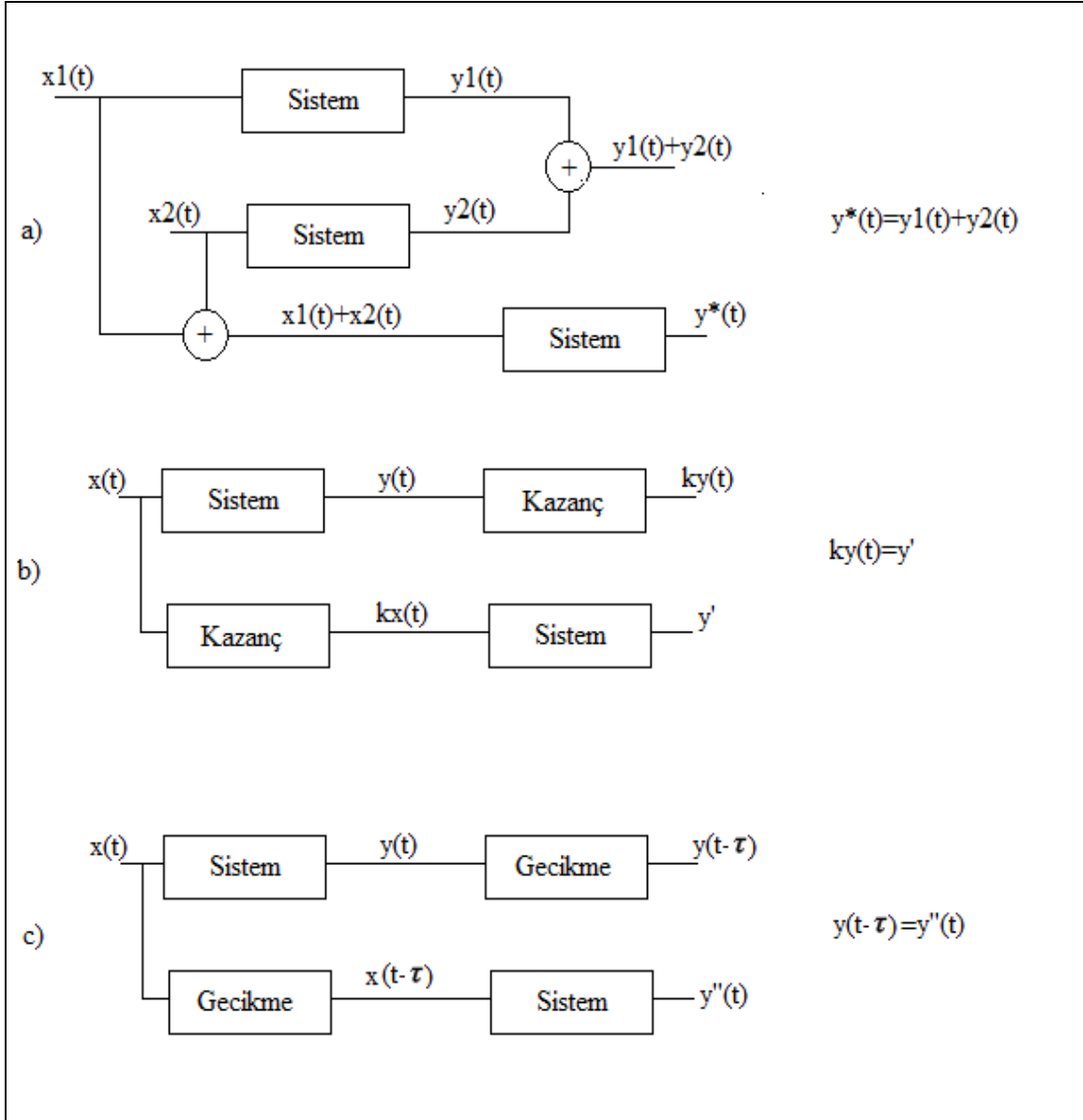
Bu tez kapsamında kullanılacak matematiksel modeller doğrusal zamanla değişmeyen durumlarda kullanılabilecek formdadır. Bu bölümde LTI sistemleri modellemek için kullanılan birçok prosedürden bahsedilmiştir. İleri ve tersine modeller açıklanmıştır. Daha iyi modelleme yapabilmek için ölçüm verilerini bozan gürültü modellemesi de anlatılmıştır.

2.2. Doğrusal Zamanla Değişmeyen Sistemler

Doğrusal modal analiz gibi klasik birçok teori LTI sistem varsayımı üzerine temellendirilmiştir. Bu sebeple klasik modeller doğrudan kullanılacaksa LTI sistem varsayımının kullanılıp kullanılmayacağı test edilmelidir. Sistemin doğrusal olup olmadığı Şekil 2.1 a ve b şikkı ile gösterilen algoritmalarla test edilebilir. Eğer bu algoritmalara uyuyorsa sistem doğrusaldır. Zamanla değişmeyen sistemde parametreler sabittir, dolayısıyla sistem aynı girişe zamanla farklı cevaplar üretmez. Bu durum Şekil 2.1 c şikkı ile gösterilen algoritmayla test edilebilir. Giriş ve sistem gecikmesinin sonuçları c şikkında gösterildiği gibi aynıysa sistem zamanla değişmeyen sistemdir. Ancak bu tez çalışmasında gösterildiği üzere sistem doğrusal olmasa bile parametrelerde doğrusallık olup sonrasında zamandan bağımsız kabul edilerek ilgili durumda LTI varsayımı kullanılabilir.

2.3. Model Tercihleri

Titreşen yapıların modellenmesinde iki yöntem vardır. Birinci yöntem, fiziksel yasalar kullanılarak elde edilen ileri yöntemdir. İkinci yöntem ise tersine yöntemdir. Tersine yöntemde, daha önceden belirlenmiş matematiksel model ölçülen veriye uydurulmaya çalışılır. Dolayısıyla fiziksel gerçeklik modeli elde edilmeye çalışılır.



Şekil 2.1. LTI sistem test algoritması

Bu tezde kullanılan modeller LTI modeller olsa da gerçekte sistemler hem doğrusal olmayan hem de zamanla değişebilen sistemlerdir. Bu duruma, kütle azalması, sıcaklığa bağlı malzeme özelliğinin değişmesi, temas durumu vb. örnek olarak verilebilirler. LTI ve diğer varsayımlar sebebiyle sistem ve model arasında uyumsuzluk olabilmektedir. Ancak LTI varsayımı yapılarak, LTI model tabanlı modal analiz teorisi vb. kullanılabilir. LTI varsayımı hem zaman hem de frekans boyutunda kullanılabilir.

2.3.1. Uzayda ve zamanda ayrıklaştırma

Uzayda ayrıklaştırma

Eğer yapının basit geometrisi, basit malzeme davranışı ve basit sınır koşulları varsa, elastodinamik denklemler sürekli zaman ve sürekli uzayda analitik olarak hem ileri hem ters yöntemle çözülebilir. Ancak çoğu yapı için ileri yöntemle analitik çözüm elde etmek oldukça karmaşıktır. Bu sebeple uzay boyutunda ayrıklaştırma yapan metotlar kullanılabilir. Sonlu elemanlar metodu bu tip metotlardandır.

Parametrik model sürekli sistem yerine ayrık uzayda tanımlansa bile, tanımlama işlemi ayrık uzaya bağlı değil sadece tahrik edilen modların sayısına bağlıdır. Dolayısıyla bu modeller sadece sonlu frekans aralığındaki sonlu sayıdaki özdeğer sayısında başarılıdır. Sadece parametrik olmayan tanımlar -IRF, CF, FRF, PSD vb.- sonsuz dereceli sistemlerde kullanılabilir.

Zamanda ayrıklaştırma

Dijital ölçme aletleri analog sinyali sürekli okuyamamakta olup bu sinyali örnekleyerek alması gerekmektedir. Bu sebeple örneklenmiş sürekli zaman fonksiyonu $f(t)$ ile tekabül eden ayrık zaman dizisi f_k 'nın matematiksel ilişkisi tanımlanacaktır. Sürekli fonksiyon $f(t)$ T zaman adımında $t=kT$ ($k=0\dots N-1$, N =veri sayısı) ile örneklenirse ayrık zaman dizisi elde edilir. Matematiksel olarak, örnekleme süreci Eş. 2.1 ile gösterilmiştir.

$$\sum_{k=0}^{N-1} f(t)\delta(t-kT) = \sum_{k=0}^{N-1} f(kT)\delta(t-kT) \quad (2.1)$$

2.3.2. Zaman ve frekans boyutunda sistem tanımlamaları

LTI sistemler zaman boyutundan frekans boyutuna geçilerek matematiksel hesaplama kolaylığından faydalanılabilir. $f(t)$ integrallenebilir fonksiyon iken Laplace dönüşümü Eş. 2.2 ile Fourier dönüşümü Eş. 2.3 ile gösterilmiştir.

$$\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C} : f(t) \rightarrow f(s) = \int_{\mathbb{R}} f(t)e^{-st} dt \quad (2.2)$$

$$\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C} : f(t) \rightarrow f(\omega) = \int_{\mathbb{R}} f(t)e^{-i\omega t} dt \quad (2.3)$$

$$s = \sigma + i\omega \quad (2.4)$$

Eş. 2.2- Eş. 2.4 incelendiğinde Fourier dönüşümü Laplace dönüşümünün sanal eksenindeki halidir. Fourier dönüşümü sadece durağan çözüm kısımlarını içerirken Laplace dönüşümü durağan çözümlerle birlikte geçici durumları da içerir. Ayrık zaman dizisi f_k nın Laplace dönüşümü Eş. 2.5 ile verilmiştir.

$$f_d(s) = \int_{\mathbb{R}} \sum_{k=0}^{N-1} f_k \delta(t-kT) e^{-st} dt = \sum_{k=0}^{N-1} f_k e^{-kTs} \quad (2.5)$$

Eş. 2.6 kullanılarak f_k dizisinin z dönüşümü Eş. 2.7 ile gösterilmiştir.

$$z = e^{Ts} \quad (2.6)$$

$$f(z) = \sum_{k=0}^{N-1} f_k z^{-k} \quad (2.7)$$

Sonuç olarak, örneklenmiş sürekli zaman fonksiyonunun Laplace dönüşümü, zaman dizisinin z dönüşümüne eşittir. f_k 'nın Fourier dönüşümü birim dairede kısıtlanmış z boyutunda ya da örneklenmiş fonksiyonu sanal ekseninde kısıtlanmış s boyutunda elde edilir. Ayrık zaman dizisi f_k nın Fourier dönüşümü Eş. 2.8 ile verilmiştir.

$$f_d(\omega) = \sum_{k=0}^{N-1} f_k e^{-i\omega kT} \quad (2.8)$$

f_d, ω içerisinde periyodu $2\pi/T$ olan sürekli periyodik bir fonksiyondur. f_d periyodik olduğundan, ω kümesinde ayrık karşılığının sadece tek periyot için hesaplanması yeterlidir.

$$\sum_{l=0}^{N-1} f_d(l\Omega)\delta(\omega-l\omega) = \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{N-1} f_k e^{-il\Omega kT} \delta(\omega-l\omega) \quad (2.9)$$

$$\Omega = \frac{2\pi}{NT} \quad (2.10)$$

Ayrıklaştırma kullanılarak DFT'nin elde edilmesi Eş. 2.11 ile gösterilmiştir.

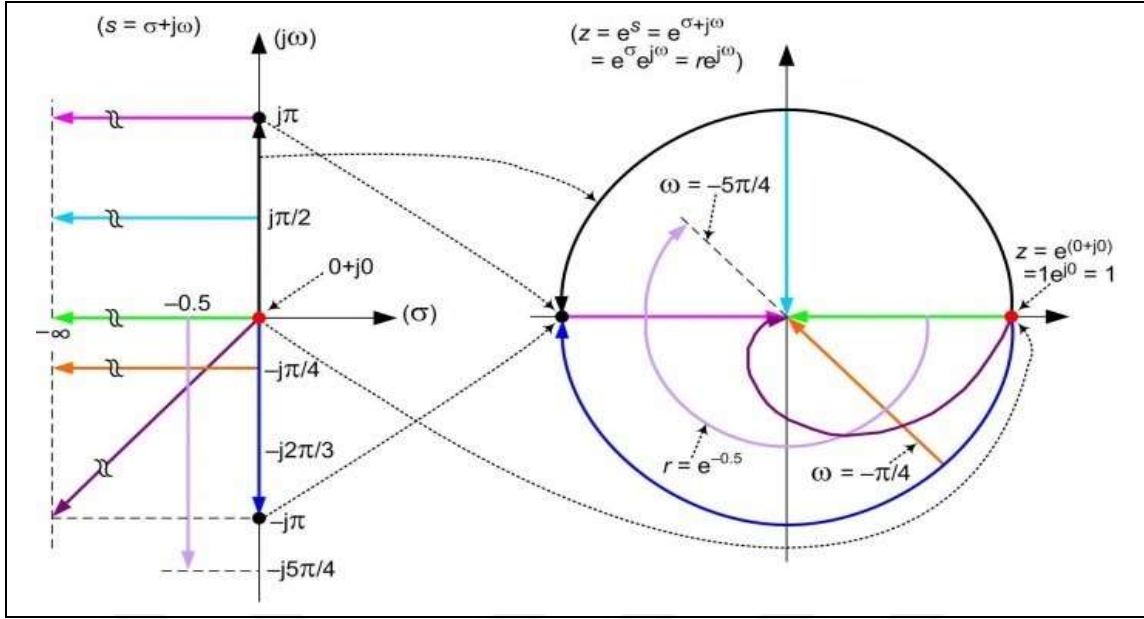
$$f_1^D = \sum_{k=0}^{N-1} f_k e^{-il\Omega kT} = \sum_{k=0}^{N-1} f_k e^{-i\frac{2\pi kl}{N}} \quad (2.11)$$

Zaman boyutundan frekans boyutuna dönüşümün olması gibi tersi de mümkündür. Ters Fourier dönüşümü Eş. 2.12 ile ayrık ters Fourier dönüşümü Eş. 2.13 ile gösterilmiştir.

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{R}} f(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (2.12)$$

$$f_k = \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1} f_1^D e^{i\frac{2\pi kl}{N}} \quad (2.13)$$

Sürekli sistem tanımları için Laplace kümesi kullanılırken, benzer şekilde ayrık zaman sistem tanımlamaları için de z kümesi kullanılır. Bu sebeple ζ hem s hem de z kümesi yerine kullanılacaktır. Kümeler arasındaki dönüşümün grafiksel gösterimi Şekil 2.2 ile gösterilmiştir.



Şekil 2.2. Boyutlar arası dönüşümün grafiksel gösterimi

2.4. Hesaplanabilir Sistem Tanımlamaları

2.4.1. Darbe cevabı

Başlangıç zamanında giriş serbestlik derecesine uygulanmış darbenin çıkış serbestlik derecesindeki cevabı, LTI varsayımında konvolüsyon hesabıyla bulunabilir. Konvolüsyon hesabı Eş. 2.14 ve Eş. 2.15 ile gösterilmiştir.

$$y(t) = \int_{\mathbb{R}} \delta(t-\tau)u(\tau)d\tau \quad (2.14)$$

$$y(t) = \int_{\mathbb{R}} H(t-\tau)u(\tau)d\tau = \int_{\mathbb{R}} H(\tau)u(t-\tau)d\tau = H(t) \star u(t) \quad (2.15)$$

Darbeyi örneklemek hem fiziksel hem matematiksel olarak imkânsız olduğu için ayrık sistemin darbe cevabı Eş. 2.16 ile gösterilen giriş cevap olarak tanımlanır. Diğer bir deyişle darbe cevabı hesabı yapılırken fiziksel sistemde sonsuz küçük zamanda (anlık, $t=0$) giriş kabulü yapılır. Bu varsayımla Eş. 2.16-Eş. 2.17 kullanılabilir.

$$u_k = \begin{cases} 1 & k=0 \\ 0 & k \neq 0 \end{cases} \quad (2.16)$$

LTI varsayımı uygulandığında, rasgele girişe karşı ayrık zamanda çıkış cevabı Eş. 2.17 ile gösterilmiştir.

$$y_k = \sum_{l=-\infty}^{\infty} H_{k-l} u_l = \sum_{l=0}^k H_{k-l} u_l \quad (2.17)$$

2.4.2. Transfer fonksiyonu ve frekans cevap fonksiyonu

Transfer fonksiyonu

Transfer fonksiyonu darbe cevabının Laplace dönüşümüdür. “m” serbestlik derecesinden sönümlü harmonik giriş uygulanırsa “l” serbestlik derecesinin cevabı Eş. 2.18 ile gösterilmiştir.

$$y_1(t) = \int_R H_{lm}(t-\tau) e^{s\tau} d\tau = \int_R H_{lm}(\tau) e^{s(t-\tau)} d\tau = H_{lm}(s) e^{st} \quad (2.18)$$

Konvolusyonun Laplace dönüşümü Laplace dönüşümlerinin çarpımı olduğundan Eş. 2.18, Eş. 2.19’ a dönüştürülebilir.

$$y(s) = H(s)u(s) \quad (2.19)$$

Benzer şekilde, ayrık sistemin transfer fonksiyonu ayrık darbe cevabının z dönüşümüdür. Bu ilişki Eş. 2.20 ile gösterilmiştir.

$$y(z) = H(z)u(z) \quad (2.20)$$

Frekans cevap fonksiyonu

Darbe cevabının Fourier dönüşümü olarak tanımlanır. Dolayısıyla FRF, transfer fonksiyonunun sürekli sistemlerde sanal ekseninde, ayrık sistemlerde ise birim dairede sınırlandırılmış halidir.

2.4.3. Doğrusal dinamik sonlu eleman modeli

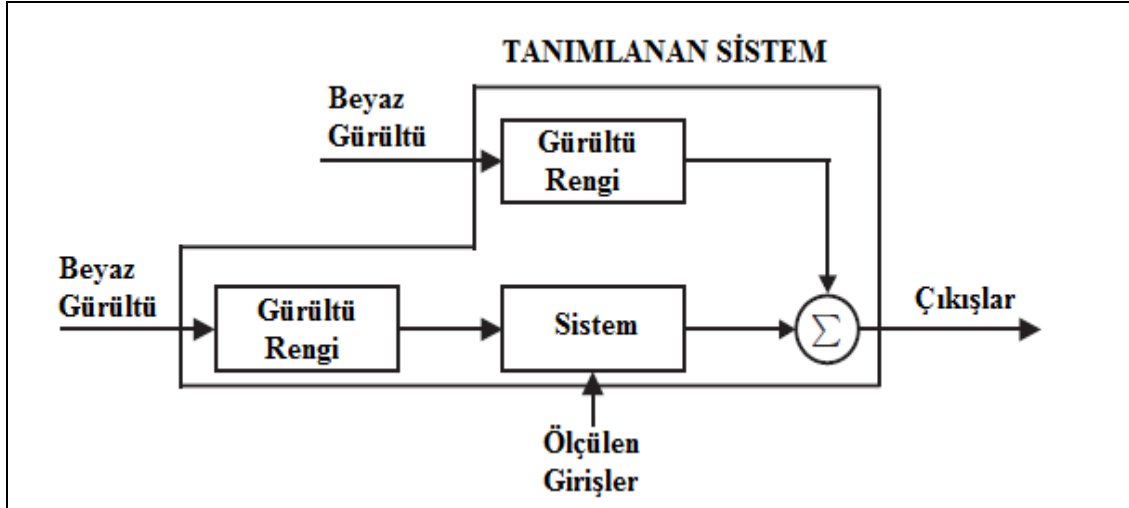
Sonlu elemanlar metodu, yapısal titreşimler konusunda ileri modelleme yapılırken ayırık metotlardan en çok tercih edilen araçlardandır. Kanatçık matematiksel modelinin yönetici denklemi kütle, sönüm ve katılık matrisinden oluşan ikinci dereceden diferansiyel denklem olarak düşünülmüştür. Doğrusal dinamik modelde viskoz sönüm için sistemin diferansiyel denklemi Eş. 2.21 ile gösterilmiştir.

$$[M]\{\ddot{x}\}+[C]\{\dot{x}\}+[K]\{x\}=\{F\} \quad (2.21)$$

Viskoz sönüm modelinden başka, histeretik (yapısal) ya da Coulomb sürtünme modelleri de vardır. Bu tez kapsamında sadece viskoz sönüm kullanılacak olup ayrıntılı sönüm modelleri için [8] numaralı kaynak incelenebilir.

2.5. Ölçüm gürültüsü

Tüm girişler ölçülmüş, yapı tüm varsayımlara uygun ve herhangi bir model hatası olmasa da giriş ve çıkış verilerinin ölçülen değerleriyle gerçek değerleri arasında fark olabilir. Bu durum, ölçüm elemanındaki ya da kullanılan cihazlardaki elektrik/elektronik etkilerden kaynaklanmaktadır. Bu istenmeyen etkilere gürültü denir. Eğer ölçüm sinyal genlikleri gürültü zemininin genliğine kıyasla küçükse bu durum önemli hale gelir. Deneysel gözlemlere göre, elektriksel gürültüler genelde renkli gürültü doğasını taşımaktadırlar. Şekil 2.3 ile gösterildiği üzere, beyaz gürültü olmayan girdi/çıkış verisi beyaz gürültü olarak modellendiğinde, beyaz gürültü ayırıklaştırması varsayımına göre yapılan hesaplar gürültü ayırıklaştırmasını düzgün yapamadığı için gürültü rengi tanımlanan sistemin gömülü bir parçası haline gelir. Bu sebeple hesaplanabilir bölümle beraber gürültü modelinin de modellenmesi önem arz edebilir. Bu çalışmada Bölüm 2.6. ile gösterildiği üzere gürültü modellenmesinin de eklenmesiyle genelleştirilen OP (Ortak Payda) transfer fonksiyon ailesi gösterilmiştir.



Şekil 2.3. Renkli gürültünün sistem üzerindeki etkisi [16]

2.6. Transfer fonksiyon modelleri ailesi

Ortak payda (OP) model yapılarını ölçülmemiş istatistiksel giriş (gürültü) ve gürültü ölçümü hesaba katılarak genişletmek mümkündür. Genelleştirilmiş ortak payda transfer fonksiyon modeli Eş. 2.22 ile gösterilmiştir.

$$y(\zeta) = \sum_{i=1}^{nu} \frac{B_i(\zeta)}{F_i(\zeta)A(\zeta)} u(\zeta) + \frac{C(\zeta)}{D(\zeta)A(\zeta)} e(\zeta) \quad (2.22)$$

Ortak payda modellerinin -diğer adıyla polinom modelleri-, genelleştirilmiş transfer fonksiyonları, ayrık zaman durumunda zaman kaydırma operatörü -Eş. 2.23- kullanarak ayrıklaştırıldığında Eş. 2.24 elde edilir.

$$q^{-1}u(t) = u(t-T) \quad (2.23)$$

$$y(t) = \sum_{i=1}^{nu} \frac{B_i(q)}{F_i(q)A(q)} u_i(t-n_{k_i}) + \frac{C(q)}{D(q)A(q)} e(t) \quad (2.24)$$

Bu genelleştirilmiş transfer fonksiyon modelleri bazı önemli durumları içermektedir. Bazı kombinasyonlar ve açıklamaları aşağıda verilmiştir:

ARX modellerinde ölçülmemiş istatistiksel giriş ve gürültü hata denklemini oluşturur. *OP* model için *C*, *D* ve *F* değerleri birimdir yani bire eşittir. Polinom matrisleri “*A*” Auto Regressive ve “*B*” Exogenous parçalarıdır. Bu bileşenler *ARX* modelinin ismini oluşturmaktadır. *ARX* modelleri basit doğrusal en küçük kareler (doğrusal regresyon) tekniği kullanılarak tahmin yaptığı için sistem tanımlamada popüler modellerdendir.

ARMAX modellerinde hesaplanabilir ve istatistiksel dinamik tamamen bağılıktır yani tüm kutupları aynıdır. *OP* model yapısında bu “*F*” ve “*D*” bire eşit dolayısıyla “*e*” beyaz sistem ve proses gürültüsü sebebiyle yenilik belirtir. *ARMAX* modeli hareketli ortalama *MA* (Moving Average) -“*C*”- parçasının *ARX* modeline eklenmiş haliyle bu adı almaktadır. *AR* ve *ARMA* modelleri *ARX* ve *ARMAX* modellerinin “*B*” ve “*C*” polinomlarının sırasıyla sıfır alınmasıdır. Bu modeller aerodinamik yükler gibi girişin ölçülmediği durumlarda kullanılabilir.

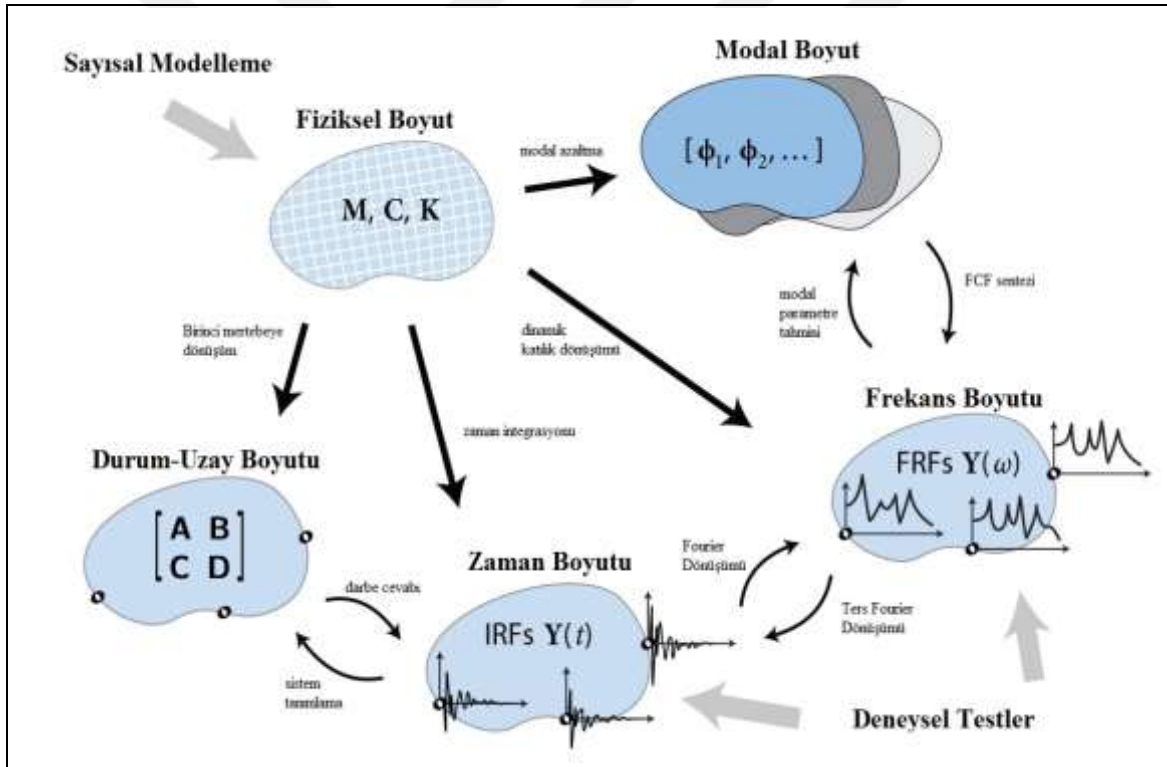
Box-Jenkins (BJ) modellerinde hesaplanabilir ve istatistiksel alt sistemler bağılık olarak düşünülmez. *OP* modelinde “*A*” bire eşittir.

Output-Error (OE) modelleri *BJ* modelinin “*C*” ve “*D*”nin bire eşit olması halidir. Bu model ölçülmeyen giriş ve çıkışta beyaz gürültü ölçümü var olduğunda yarar sağlayabilir.

3. MODAL ANALİZ

3.1. Giriş

İlgilenilen durumlar Şekil 3.1 ile gösterildiği üzere hesaplama kolaylığı vb. sebeplerle boyutlar arasında dönüşüm yapılabilir. Bu bölümde dinamik model bölümünde bahsedilen yönetici denklemlerin modal boyutuna çevrilmesi anlatılmıştır. LTI sistemlerin giriş olmaması durumunda gereksiz olmayan (İng. Nontrivial) çözümlerin elde edilmesi anlatılmıştır. Bu çözümlere sistemin modları denilmektedir. Her bir mod dört parametreyle -özfrekans, sönüm oranı, mod şekli ve modal oran faktörü- belirlenmektedir. Ayrıca modal ölçekleme faktörünün ölçülen veriden nasıl hesaplandığı anlatılmıştır.



Şekil 3.1 Boyut dönüşümleri

3.2. Tek Serbestlik Dereceli Titreşim

Fiziksel sistemler elastik yapıları gereği sonsuz serbestlik dereceli olsalar da tek serbestlik dereceli hareketin baskın olduğu durumlarda tek serbestlik dereceli olarak modellenebilmektedir. Bu modelleme yapılırken harici kuvvet, sönüm kuvveti, elastik

kuvvet ve atalet etkilerinin etkileşimi dikkate alınır. Tek serbestlik dereceli viskoz sönümlü bir sistemin yönetici denklemi Eş. 3.1 ile gösterilmiştir.

$$m\ddot{x}(t)+c\dot{x}(t)+kx(t)=f(t) \quad (3.1)$$

Yönetici denklem homojen olduğunda ($f(t)=0$) genel çözüm Eş. 3.2 ile gösterilmiştir.

$$x(t)=Xe^{st} \quad (3.2)$$

Viskoz sönüm tipinde sistemin titreşim yapıp yapmayacağını Eş. 3.3 ile gösterilen kritik sönüm değeri belirler. Sönüm oranı (Eş. 3.4) birden küçükse titreşim hareketi oluşmaktadır. Eş. 3.5 ile denklemin kökleri gösterilmiştir.

$$c_c=2\sqrt{km}=2m\omega_n \quad (3.3)$$

$$\xi=\frac{c}{c_c} \quad (3.4)$$

$$s_{1,2}=-\omega_n\xi\pm\omega_n\sqrt{\xi^2-1} \quad (3.5)$$

Viskoz sönümlü sistemlerde sönümlü doğal frekans ve sönümsüz doğal frekans arasındaki ilişki Eş. 3.6 ile gösterilmiştir.

$$\omega_d=\omega_n\sqrt{1-\xi^2} \quad (3.6)$$

Yönetici denklemin homojen olmadığı durumlarda ($f(t)\neq 0$) zorlanmış titreşim oluşmaktadır. Eş. 3.2 ile gösterilen genel çözümden farklı olarak $f(t)$ girdisine özel çözüm de çıkarılmalıdır. Harici kuvvet Eş. 3.7 ile gösterildiği üzere harmonik kuvvet olduğunda, özel çözüm Eş. 3.8 ile gösterildiği üzere faz kayması içeren, aynı frekansta olan bir cevaptır.

$$f(t)=Fe^{i\omega t} \quad (3.7)$$

$$x(t)=\bar{X}e^{i\omega t} \quad (3.8)$$

$$\bar{X} = X e^{i\theta} \quad (3.9)$$

Geçici çözüm (Eş. 3.2) hızlı bir şekilde yok olarak geriye durağan durum kalır. Durağan durumdaki cevap Eş. 3.10 ile gösterildiği üzere kuvvet genliği sabit olsa bile frekansın fonksiyonudur. Hem genlik hem faz bilgilerini içeren kuvvet girdili konum çıktılı FRF Eş. 3.11 ile gösterilmiştir.

$$\bar{X} = \frac{F}{\sqrt{(k - \omega^2 m)^2 + (c\omega)^2}} e^{i\theta} \quad (3.10)$$

$$\frac{\bar{X}}{F} = H(\omega) = \frac{1}{(k - \omega^2 m) + i c \omega} \quad (3.11)$$

Laplace Boyutu

Laplace dönüşümü problemi tanımlarken geçici çözümü de kapsamaktadır. Yönetici denklemin Laplace dönüşümü Eş. 3.12 -Eş. 3.13 ile gösterilmiştir.

$$\mathcal{L}[m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t)] = \mathcal{L}[f(t)] \quad (3.12)$$

$$m[s^2 X(s) - sx(0) - \dot{x}(0)] + c[sX(s) - x(0)] + kX(s) = F(s) \quad (3.13)$$

Başlangıç değerleri sıfır kabul edildiğinde giriş ve çıkış dönüşümü -transfer fonksiyonu- Eş. 3.14 ile gösterilmiştir. Eş. 3.14'ün başlangıç değerleri sıfır olduğunda sönümsüz ve durağan durumda Eş. 3.14 ile Eş. 3.11 aynıdır.

$$\frac{X(s)}{F(s)} = H(s) = \frac{1}{ms^2 + cs + k} \quad (3.14)$$

Karakteristik denklemin kökleri Eş. 3.15 ile gösterilmiştir.

$$s_{1,2} = \sigma \pm i\omega_d \quad (3.15)$$

$$\sigma = -\xi\omega_n \quad (3.16)$$

$$s_2 = s_1^* \quad (3.17)$$

Kökler karmaşık konjüge oldukları için, transfer fonksiyonun rezidü ve karmaşık konjugesinin kısmi kesirler formunda yazımı Eş. 3.18 ile gösterilmiştir.

$$H(s) = \frac{1}{m(s-s_1)(s-s_1^*)} = \frac{\mathbf{A}}{(s-s_1)} + \frac{\mathbf{A}^*}{(s-s_1^*)} \quad (3.18)$$

Rezidü Eş. 3.19 ile gösterilmiştir. Rezidü doğrudan darbe cevap fonksiyonunun genliğiyle alakalıdır.

$$\mathbf{A} = \frac{1}{i2m\omega_d} \quad (3.19)$$

Başlangıç değerleri sıfır kabul edilen sisteme birim darbe uygulandığındaki cevabı Eş. 3.20 ile gösterildiği üzere transfer fonksiyonuyla aynıdır.

$$X(s) = H(s)|_{F(s)=1} = \frac{\mathbf{A}}{(s-s_1)} + \frac{\mathbf{A}^*}{(s-s_1^*)} \quad (3.20)$$

Ters Laplace dönüşümün kullanılarak elde edilen darbe cevabı Eş. 3.21 ile gösterilmiştir.

$$x(t) = \mathcal{L}^{-1}[X(s)] = \mathbf{A}e^{s_1 t} + \mathbf{A}^* e^{s_1^* t} \quad (3.21)$$

Frekans cevap fonksiyonu

Laplace boyutu frekans boyutunu da içermektedir. Transfer fonksiyonunun sadece frekans eksenindeki değeri FRF'yi vermektedir. Frekans cevap fonksiyonunun rezidü ve karmaşık konjugesi formunda yazımı Eş. 3.22-Eş. 3.23 ile gösterilmiştir.

$$H(\omega) = H(s)|_{s=i\omega} = \left[\frac{\mathbf{A}}{(s-s_1)} + \frac{\mathbf{A}^*}{(s-s_1^*)} \right]_{s=i\omega} \quad (3.22)$$

$$\left[\frac{\mathbf{A}}{(s-s_1)} + \frac{\mathbf{A}^*}{(s-s_1^*)} \right]_{s=i\omega} = \frac{\mathbf{A}}{i(\omega-\omega_d) + \xi\omega_n} + \frac{\mathbf{A}^*}{i(\omega+\omega_d) + \xi\omega_n} \quad (3.23)$$

FRF'nin alternatif formları vardır. Bunlar Eş. 3.24-Eş. 3.26 ile gösterilen reseptans, mobilite ve akseleranstır. Aralarında türev ilişkisi olduğu için ve bu laplace boyutunun frekans eksenine tekabül ettiği için başlangıç değerlerinin sıfır olması durumunda her türev için $i\omega$ ile çarpılır. Dolayısıyla her bir türev için $\pi/2$ faz farkı eklenir.

$$\alpha(\omega) = \frac{x(t)}{f(t)} = \frac{\bar{X}e^{i\omega t}}{F e^{i\omega t}} = \frac{\bar{X}}{F} = \text{Reseptans} \quad (3.24)$$

$$Y(\omega) = \frac{\dot{x}(t)}{f(t)} = \frac{i\omega \bar{X}e^{i\omega t}}{F e^{i\omega t}} = i\omega \frac{\bar{X}}{F} = i\omega \alpha(\omega) = \text{Mobilite} \quad (3.25)$$

$$A(\omega) = \frac{\ddot{x}(t)}{f(t)} = \frac{-\omega^2 \bar{X}e^{i\omega t}}{F e^{i\omega t}} = -\omega^2 \frac{\bar{X}}{F} = -\omega^2 \alpha(\omega) = \text{Akselerans} \quad (3.26)$$

3.3. Çok Serbestlik Dereceli Titreşim

Fiziksel bir sistem sonsuz noktadan oluşsa da ayırık olarak sonlu serbestlik derecesinde - çok serbestlik dereceli- modellenenir. Çok serbestlik dereceli viskoz sönümlü bir sistemin yönetici denklemi Eş. 3.27 ile gösterilmiştir.

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{F\} \quad (3.27)$$

Çok serbestlik cisim dinamiğinde her bir serbestlik derecesinin dinamiği diğer serbestlik derecesinin dinamiğiyle bağlaşıklık olduğu için aynı anda çözmek gerekmektedir. Modal analiz teorisi bu bağlaşıklığı çözüp serbestlik derecesi kadar tek serbestlik dereceli denklemler elde edilmesini sağlamaktadır.

3.3.1. Sönümsüz çok serbestlik dereceli sistem

Doğal frekans, tek serbestlik dereceli sisteme ilk giriş verilip serbest bırakıldığında kendiliğinden ortaya çıkan hareketin frekansıdır. Çok serbestlik dereceli sistemde doğal frekans konusunun anlaşılabilmesi için ilk önce Eş. 3.28 ile gösterilen sönümsüz çok serbestlik dereceli sistemin modal dönüşümü anlaşılmalıdır.

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = \{0\} \quad (3.28)$$

Eş. 3.28 için her bir serbestlik derecesinin çözümünde aynı zaman değişim kuralı - senkronize- olacağı için sistemin cevabı Eş. 3.29 ile gösterilmiştir.

$$\{x(t)\}=\{\bar{X}\}e^{i\omega t} \quad (3.29)$$

Yönetici denklemde cevabın sıfırdan farklı -titreşim üreten- olması için Eş. 3.30 sağlanmalıdır.

$$\det \left[[K]-\omega^2 [M] \right] =0 \quad (3.30)$$

Eş. 3.30 sistemin karakteristi k denklemidir ve serbestlik derecesi kadar pozitif gerçek değerli çözüm elde etmektedir. Bu çözümler sistemin özdeğerleridir. Eş. 3.31 ile gösterildiği üzere sistemin sönümsüz doğal frekanslarıdır. Ayrıca her bir özdeğer için mod şeklini oluşturan özvektör Eş. 3.32 ile gösterilmiştir.

$$\begin{bmatrix} \ddots & & & & \\ & 0 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & 0 & \\ & & & & \ddots \\ & & & & & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \omega_r^2 \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

$$[\Psi]=[\{\psi_1\} \quad \{\psi_2\} \quad \dots \quad \{\psi_N\}] \quad (3.32)$$

$$r=N \quad (3.33)$$

Özvektörlerin birbirine diklik özelliği (ortogonal) olduğu için $r \neq s$ şartıyla Eş. 3.34-Eş. 3.36 sağlanmaktadır.

$$\{\psi_s\}^T \left[[K]-\omega_r^2 [M] \right] \{\psi_r\}=0 \quad (3.34)$$

$$\{\psi_s\}^T [M] \{\psi_r\}=0 \quad (3.35)$$

$$\{\psi_s\}^T [K] \{\psi_r\}=0 \quad (3.36)$$

Özdeğerleri aynı aldığımızda ($r=s$), Eş. 3.37'den yararlanılarak elde edilen modal (genelleştirilmiş) katılık ve kütle Eş. 3.40 ile gösterilmiştir.

$$\{\psi_r\}^T [K] \{\psi_r\} = \omega_r^2 \{\psi_r\}^T [M] \{\psi_r\} \quad (3.37)$$

Modal modelin diklik özelliğinden yararlanıldığında Eş. 3.38-Eş. 3.39 yazılabilir.

$$[\Psi]^T [M] [\Psi] = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & m_r & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

$$[\Psi]^T [K] [\Psi] = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & k_r & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

$$\frac{\{\psi_r\}^T [K] \{\psi_r\}}{\{\psi_r\}^T [M] \{\psi_r\}} = \omega_r^2 = \frac{k_r}{m_r} \quad (3.40)$$

Mod şekli vektörleri diklik özelliğinden dolayı birbirlerinden doğrusal bağımsızdırlar. Herhangi bir vektör bu bağımsız vektörlerin doğrusal kombinasyonlarıyla elde edilebilir. Dolayısıyla çok serbestlik dereceli sistemlerin rasgele kuvvetlerde ve ara frekanslardaki cevaplarını bulmak için kullanılabilir.

Doğal frekanslar sabit değerler olsalar da mod şekilleri serbestlik noktaları arasındaki ölçekleme sabit olmak şartıyla sonsuz olasılığı vardır. Dolayısıyla modal katılık ve modal kütle birbirinden bağımsız olarak alınamaz. Birbirlerine oranı Eş. 3.40 ile gösterildiği üzere sabittir. Mod şekilleri elde edilirken ölçekleme prosedürü gereklidir. Birçok ölçekleme prosedürü olmasına rağmen en yaygın olan Eş. 3.41-Eş. 3.45 ile gösterildiği üzere kütle-normalize ölçeklemedir.

$$[\Phi]^T [M] [\Phi] = [I] \quad (3.41)$$

$$[\phi_r]^T [M] [\phi_r] = \{\gamma_r \psi_r\}^T [M] \{\gamma_r \psi_r\} = \gamma_r^2 \{\psi_r\}^T [M] \{\psi_r\} = 1 \quad (3.42)$$

$$[\Phi_r] = \{\gamma_r \psi_r\} \quad (3.43)$$

$$\gamma_r = \frac{1}{\sqrt{\{\psi_r\}^T [M] \{\psi_r\}}} = \frac{1}{\sqrt{m_r}} \quad (3.44)$$

$$[\Phi]^T [K] [\Phi] = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & \omega_r^2 & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

Bu modal özelliklerden yararlanılarak serbest titreşim çözümü için Eş. 3.46 ile koordinat dönüşümü yapılabilir.

$$\{x(t)\} = [\Phi] \{q(t)\} \quad (3.46)$$

Dönüşümlü koordinat ve modal özelliklerden yararlanıldığında Eş. 3.47, Eş. 3.48'e dönüştürülerek birbirinden ayrıştırılmış N adet tek serbestlik dereceli denklem grubunu elde edebiliriz.

$$[\Phi]^T [M] [\Phi] \{\ddot{q}(t)\} + [\Phi]^T [K] [\Phi] \{q(t)\} = \{0\} \quad (3.47)$$

$$\{\ddot{\mathbf{q}}(t)\} + \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & \omega_r^2 & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \{\mathbf{q}(t)\} = \{0\} \quad (3.48)$$

Eğer ψ_r ile rasgele ölçeklenmiş modal matris kullanılmış olsaydı Eş. 3.48, Eş. 3.49'a dönüşür.

$$\begin{bmatrix} \ddots & & \\ & m_r & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \{\ddot{\mathbf{q}}(t)\} + \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & k_r & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \{\mathbf{q}(t)\} = \{0\} \quad (3.49)$$

Modal/asal koordinat olan “ \mathbf{q} ”ya göre çözüm yapıлып uzay koordinatı olan “ x ” çözümü elde edilebilir.

3.3.2. Viskoz sönümlü çok serbestlik dereceli sistem

Serbest titreşim yapan viskoz sönümlü çok serbestlik dereceli sistem

Oransal olmayan viskoz sönümlü -sönüm katsayısı, katılık ve atalet katsayısının doğrusal kombinasyonu olarak elde edilemeyen- çok serbestlik dereceli sisteme, sönümsüz çok serbestlik dereceli sistemde uygulanan modal ayrıştırma işlemini Eş. 3.50-Eş. 3.51 ile gösterildiği üzere e matrisi köşegen forma gelmediği için doğrudan yapamayız.

$$[\Phi]^T [M] [\Phi] \{\ddot{\mathbf{q}}(t)\} + [\Phi]^T [C] [\Phi] \{\dot{\mathbf{q}}(t)\} + [\Phi]^T [K] [\Phi] \{\mathbf{q}(t)\} = \{0\} \quad (3.50)$$

$$\{\ddot{\mathbf{q}}(t)\} + [e] \{\dot{\mathbf{q}}(t)\} + \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & \omega_r^2 & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \{\mathbf{q}(t)\} = \{0\} \quad (3.51)$$

Eğer sönüm küçükse köşegen dışı elemanlar yoksayılarak işlem kolaylaştırılabilir. Ancak birçok sistemde sönüm görece yüksek olduğu için bu işlem yapılamaz. Bu durumda genel çözüm elde edilmelidir. Genel çözüm Eş. 3.52 ile gösterilmiştir. Genel çözüm Eş. 3.27'de yerine konulursa Eş. 3.53 elde edilir.

$$\{\mathbf{x}(t)\} = \{\bar{\mathbf{X}}\} e^{st} \quad (3.52)$$

$$[s^2 [M] + s [C] + [K]] \{\bar{\mathbf{X}}\} = \{0\} \quad (3.53)$$

Eş. 3.53 karmaşık özdeğer problemine dönüşmüştür. Bu sebeple yönetici diferansiyel denklem Eş. 3.27 çözümü için karmaşık durum vektörü Eş. 3.54 ile gösterilmiştir.

$$\mathbf{u}(t) = \begin{Bmatrix} \{\mathbf{x}(t)\} \\ \{\dot{\mathbf{x}}(t)\} \end{Bmatrix} \quad (3.54)$$

Başlangıç değerleri sıfır olduğunda karmaşık durum vektörü yönetici denklemde yerine yazıldığında Eş. 3.55-Eş. 3.58 elde edilir.

$$\begin{bmatrix} [C] & [M] \\ [M] & [0] \end{bmatrix} \{\dot{\mathbf{u}}(t)\} + \begin{bmatrix} [K] & [0] \\ [0] & -[M] \end{bmatrix} \{\mathbf{u}(t)\} = \{0\} \quad (3.55)$$

$$[A]\{\dot{u}(t)\}+[B]\{u(t)\}=\{0\} \quad (3.56)$$

$$u(t)=\left\{\begin{matrix} \{\bar{X}\} \\ s\{\bar{X}\} \end{matrix}\right\}=\{\bar{U}\}e^{st} \quad (3.57)$$

$$\dot{u}(t)=\left\{\begin{matrix} s\{\bar{X}\} \\ s^2\{\bar{X}\} \end{matrix}\right\}=s\{\bar{U}\}e^{st} \quad (3.58)$$

Eş. 3.57 ile Eş. 3.58 denklemde yerine konulursa Eş. 3.59 ile elde edilir.

$$[s[A]+[B]]\{\bar{U}\}=\{0\} \quad (3.59)$$

Eş. 3.59 $2N$ adet özdeğerden oluşan genelleştirilmiş özdeğer problemidir. Sönüm oranı birin altında olan sistemler için kökler ve özvektörler hep karmaşık konjügedir. Konjüge olanlar * ile işaretlidir.

$$\{\Psi_r'\}=\left\{\begin{matrix} \{\Psi_r\} \\ s_r\{\Psi_r\} \end{matrix}\right\} \quad (3.60)$$

$$\{\Psi_r^{*}\}=\left\{\begin{matrix} \{\Psi_r^*\} \\ s_r^*\{\Psi_r^*\} \end{matrix}\right\} \quad (3.61)$$

Sönümsüz ya da oransal sönümlü sistemlerde özvektörler diklik özelliğine uyarlar. Dolayısıyla koordinat dönüşümü durum-uzay modal matrisi kullanılarak Eş. 3.62 ile tanımlanabilir.

$$\{u(t)\}=[\Psi']\{q(t)\} \quad (3.62)$$

$$[\Psi']^T[A][\Psi']\{\dot{q}(t)\}+[\Psi']^T[B][\Psi']\{q(t)\}=\{0\} \quad (3.63)$$

Eş. 3.63 gerekli işlemler sonucunda $2N$ adet tek serbestlik dereceli $2N$ adet ayrık denkleme Eş. 3.64'deki gibi dönüşür.

$$\begin{bmatrix} \ddots & & \\ & a_r & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \{\dot{\mathbf{q}}(t)\} + \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & b_r & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \{\mathbf{q}(t)\} = \{0\} \quad (3.64)$$

Çözüm formu Eş. 3.65 ile verilmiştir.

$$\mathbf{q}_r(t) = \bar{Q}_r e^{s_r t} \quad (3.65)$$

$$\{\mathbf{u}(t)\} = \sum_{r=1}^{2N} \{\psi_r'\} \bar{Q}_r e^{s_r t} \quad (3.66)$$

$$s_r = -\frac{b_r}{a_r} \quad (3.67)$$

Toplam cevaba her bir modun ağırlığını vermesinden ötürü \bar{Q}_r modal katılım faktörü olarak adlandırılır.

Özdeğerlerden konjüge olmayanlar Eş. 3.68 ile gösterilen formu alırlar.

$$s_r = -\omega_r \xi_r + i\omega_r \sqrt{1 - \xi_r^2} \quad (3.68)$$

p ve r farklı olmak üzere Eş. 3.69-Eş. 3.70 ile ayrıklaştırma işlemleri yapılır.

$$(s_r + s_p) \{\psi_p\}^T [M] \{\psi_r\} + \{\psi_p\}^T [C] \{\psi_r\} = \{0\} \quad (3.69)$$

$$(s_r - s_p) \{\psi_p\}^T [M] \{\psi_r\} - \{\psi_p\}^T [K] \{\psi_r\} = \{0\} \quad (3.70)$$

Diklik özelliğinden dolayı p ve r karmaşık konjüge kabul edildiğinde ortaya Eş. 3.71 ve Eş. 3.72 çıkar.

$$\frac{\{\psi_r^*\}^T [C] \{\psi_r\}}{\{\psi_r^*\}^T [M] \{\psi_r\}} = \frac{c_r}{m_r} = 2\omega_r \xi_r \quad (3.71)$$

$$\frac{\{\Psi_r^*\}^T [K] \{\Psi_r\}}{\{\Psi_r^*\}^T [M] \{\Psi_r\}} = \frac{k_r}{m_r} = \omega_r^2 \quad (3.72)$$

Sönümsüz sistemlerin çözümünde olduğu gibi modal kütle, modal katılığın yanında sönümsüz doğal frekans ve sönüm oranı modal parametreleri bulunmuştur. Ayrıca, sönümsüz sistemlerin mod şekilleri normal modlar olurken, sönüm içeren sistemlerde mod şekli karmaşıktır. Normal modlarda mod şekilleri 0 ya da 180 derece fazlarda olurken karmaşık modlarda ise fazlar 0-180 derece arasında değer almaktadır. Dolayısıyla karmaşık modlarda statik bir görüntüden ibaret mod şekli olamaz. Karmaşık mod şekli incelenirken animasyon şeklinde incelenmelidir.

Zorlanmış viskoz sönümlü çok serbestlik dereceli sistem

Daha önce bahsedildiği üzere oransal olmayan serbest titreşim yapan viskoz sönümlü modeli ayrıklaştırırken durum-uzay analizi yapılmıştır. Bu bölümde ise harici kuvvetin durum-uzay modeli eklenerek zorlanmış viskoz sönümlü çok serbestlik dereceli sistemin çözümü anlatılacaktır.

$$[A]\{\dot{u}(t)\} + [B]\{u(t)\} = \{f'(t)\} \quad (3.73)$$

$$\{f'(t)\} = \begin{Bmatrix} \{f(t)\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} \quad (3.74)$$

$$\begin{bmatrix} \ddots & & \\ & a_r & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \{\dot{q}(t)\} + \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & b_r & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \{q(t)\} = [\Psi]^T \{f'(t)\} \quad (3.75)$$

$$\dot{q}_r(t) - s_r q_r(t) = \frac{1}{a_r} \{\Psi_r'\}^T \begin{Bmatrix} \{f(t)\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} \quad (3.76)$$

Harici kuvvet Eş. 3.77 ile gösterildiği formda olursa cevap Eş. 3.78 ile gösterilen formda olmaktadır.

$$\{f(t)\} = \{\bar{F}\} e^{i\omega t} \quad (3.77)$$

$$\{\mathbf{q}(t)\} = \{\bar{\mathbf{Q}}\} e^{i\omega t} \quad (3.78)$$

$$\bar{\mathbf{Q}}_r = \left(\frac{1}{i\omega - s_r} \right) \frac{1}{a_r} \{\psi'_r\}^T \begin{Bmatrix} \{\bar{\mathbf{F}}\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} \quad (3.79)$$

Serbest titreşime benzer şekilde durum vektörü modal katılım faktörünün açılımıyla beraber Eş. 3.80 ile gösterilmiştir.

$$\{\mathbf{u}(t)\} = \sum_{r=1}^{2N} \{\psi'_r\} \left(\frac{1}{i\omega - s_r} \right) \frac{1}{a_r} \{\psi'_r\}^T \begin{Bmatrix} \{\bar{\mathbf{F}}\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} e^{i\omega t} \quad (3.80)$$

Özvektörler a_r ile normalize edilirse Eş. 3.81 elde edilir.

$$\{\phi'_r\} = \frac{1}{\sqrt{a_r}} \{\psi'_r\} = \begin{Bmatrix} \{\phi_r\} \\ s_r \{\phi_r\} \end{Bmatrix} \quad (3.81)$$

$$\{\mathbf{u}(t)\} = \sum_{r=1}^{2N} \{\phi'_r\} \left(\frac{1}{i\omega - s_r} \right) \{\phi'_r\}^T \begin{Bmatrix} \{\bar{\mathbf{F}}\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} e^{i\omega t} \quad (3.82)$$

Cevabın harmonik olduğu düşünülürse cevap genliği Eş. 3.83 ile genlikler arası oran - reseptans- Eş. 3.84 ile gösterilmiştir.

$$\{\bar{\mathbf{X}}\} = \sum_{r=1}^{2N} \{\phi_r\} \left(\frac{1}{i\omega - s_r} \right) \{\phi_r\}^T \{\bar{\mathbf{F}}\} \quad (3.83)$$

$$\alpha_{jk}(\omega) = \frac{\bar{X}_j}{\bar{F}_k} = \sum_{r=1}^{2N} \frac{\phi_{jr} \phi_{kr}}{i\omega - s_r} \quad (3.84)$$

Özdeğerler ve özvektörler karmaşık konjüge oldukları için Eş. 3.84 kısmi kesir formulu olarak Eş. 3.85 ile gösterilmiştir. Eş. 3.85 incelendiğinde her bir modun toplam cevaba katkısı görülmektedir. Eş. 3.85 rezidü gösterimine uygun olarak Eş. 3.86'ya dönüştürülebilir.

$$\alpha_{jk}(\omega) = \frac{\bar{X}_j}{\bar{F}_k} = \sum_{r=1}^N \frac{\phi_{jr} \phi_{kr}}{i\omega - s_r} + \frac{\phi_{jr}^* \phi_{kr}^*}{i\omega - s_r^*} \quad (3.85)$$

$$\alpha_{jk}(\omega) = \sum_{r=1}^N \left(\frac{{}_r A_{jk}}{\omega_r \xi_r + i \left(\omega - \omega_r \sqrt{1 - \xi_r^2} \right)} + \frac{{}_r A_{jk}^*}{\omega_r \xi_r + i \left(\omega + \omega_r \sqrt{1 - \xi_r^2} \right)} \right) \quad (3.86)$$



4. SİSTEM TANIMLAMA

4.1. Giriş

Bu bölümde fiziksel yasalar yardımıyla oluşturulan dinamik modellerin, ölçüm ile elde edilen veriye uydurulması gösterilecektir. LTI varsayımı üzerine işleyen yapılar, metotlarda aranılan istatistiksel ve hesaplama özellikleri ile metotlar arasından en küçük kareler metodunun ARX ve OE modeline uygulanması gösterilecektir.

4.2. Sistemlerin Tanımlanması

Sistem tanımlama, belirlenen modellerin ölçüm verisine uydurulma metodudur. Sadece girdi ve çıktı verisinin bilindiği, gürültü modeli farklılığı vb. birçok yönden incelenebilecek sistem model ve metotları bulunmaktadır. Elde edilen modelle birlikte hesaplanan modal parametreler yardımıyla model güncellemesi, aeroelastik karakteristik, hasar durumu vb. birçok alanda inceleme yapılabilmektedir. Fiziksel sistemler sonsuz serbestlik derecesine sahip olduğu için, fiziksel sistemi tam olarak temsil eden bir matematiksel model yerine yaklaşık model elde edilebilir.

Sistem tanımlaması veri yığınının toplanması, aday modellerin belirlenmesi ve tanımlama metodunun seçilmesi olmak üzere üç ana başlıktan oluşmaktadır [28].

Veri yığınının toplanması

Yapının mümkün olduğunca doğru tanımlanmasını sağlayacak test verisi toplanmasıdır. Veri takımı diğer adıyla yapı yörüngesi Z^N Eş. 4.1 ile gösterilmiştir.

$$Z^N = \{(u_0, y_0), (u_1, y_1), \dots, (u_{N-1}, y_{N-1})\} \quad (4.1)$$

Aday modellerin belirlenmesi

Yapıyı en iyi ifade edeceği düşünülen matematiksel modeldir. Bu matematiksel modellere bu tezde kullanılan ARX, OE vb. birçok model örnek verilebilir.

Tanımlama metodunun seçilmesi

Seçilen modelin ve parametrelerinin en uygun sayısal algoritmayla belirlenmesidir. Bu tezde kullanılan ARX modelinin parametrelerini belirlemek için kullanılan eniyileme algoritmasına doğrusal LS, OE modelinin parametrelerini belirlemek için kullanılan eniyileme algoritmasına ise doğrusal olmayan LS metotları örnek verilebilir.

Literatürde sistem tanımlama üzerine birçok algoritma olmasına rağmen bu algoritma uygulamalarının bazı genel yaklaşımları bulunmaktadır [28].

❖ Parametrik olmayan sistem tanımlama

IRF, FRF, CF ve PSD herhangi bir parametreye bağlı matematiksel model yerine frekans ya da zaman gecikmesinin fonksiyonu olan tablolanmış değerlerdir. Bazı parametrik olmayan tanımlamalar doğrudan modal analiz için kullanılsa da genel olarak parametre tanımlanmasında ön işlem olarak kullanılmaktadır.

❖ Parametrik sistem tanımlama

Diğer ismiyle parametre tahminidir. Bu durumda model sınıfı \mathcal{M} 'nin, parametre setini θ matrisi içinde toplayarak parametre belirlemesi yapılır. Eş. 4.2 ile gösterildiği üzere \mathcal{M} , parametre uzayından \mathcal{M}^* model setine haritalandırır.

$$\theta: \mathcal{M}^* = \{M(\theta) \mid \theta \in \Theta\} \quad (4.2)$$

$$Z^N \rightarrow \hat{\theta}_N \in \Theta \quad (4.3)$$

Çoğu yaklaşım en iyi model takımını oluştururken iki kategoriye girer:

- PEM, istatistiksel metotları ve sayısal eniyilemeyi kullanarak, doğru sistem modeli ve tahmin edilen sistem modeli arasındaki farkı minimize etmeye çalışır. LS, ML ve Bayesian girişimi (İng. Bayesian inference) olmak üzere üç özel durumu vardır.
- IV (Instrumental Variable) metodu gözlemlenen veri matrisiyle gözlemlenemeyen ve istenmeyen dinamiğin ilişkisini inceler. LS ve alt-uzay olmak üzere iki özel durumu vardır.

Her metodun bazı avantajları vardır. Alt-uzay metodlarının mantıklı varsayımları vardır ve hesaplama yönünden etkindir. Maksimum olabilirlik metotları tutarlı ve statik olarak etkindir. LS suni modlarda sönümü negatif değer almaya zorlar [16]. LS metodu her iki kategoriye girebilen metottur.

Zaman ve frekans boyutlu sistem tanımlama

Literatür araştırmasında gösterildiği üzere ana referanslar sistem tanımlamayı başlıca zaman ve frekans kümesinde olmak üzere ikiye ayırmaktadırlar. Bu çalışmada sadece yüzeysel olarak ayırım yapılacak olup temel prensiplerde ortak payda kullanılacaktır. Uygulama alanına bağlı olmakla beraber, zaman ya da frekans kümesinin diğer kümelere göre bazı avantajları literatür araştırması bölümünde açıklanmıştır.

4.3. Sistem Tanımlama Metotlarında Aranılan Özellikler

Sistem tanımlama metotlarının aranılan bazı özellikleri vardır. Bu aranılan özelliklere sahip metot diğer metotlara göre daha avantajlı bir kullanıma sahip olabilir. Bu özelliklere yakınsama, istatistiksel etkinlik ve hesaplama etkinliği örnek verilebilir [16].

Yakınsama ve tutarlılık

Sistem tanımlama metotlarının özellikleri incelenirken ilk olarak “toplam veri sayısı sonsuza giderken tahmin edilen parametreler doğru sistem parametrelerine yakınsıyor mu?” sorusu sorulmalıdır. Cevap evet ise sıradaki soru verinin üzerindeki hangi gürültü koşulunda olmalıdır. Bu soruya cevap vermek için olasılık çerçevesi adapte edilirken çıkışın olasılıksal parçasının zamanla değişmeyen istatistiksel özelliklere sahip olduğu varsayılmalıdır. Sonuç olarak $\hat{\theta}_N$ rasgele bir değişkendir. Aynı test yapılmasına rağmen rasgele bir belirsizlik verebilir. İstatistiksel dizi $\hat{\theta}_N$ Eş. 4.4 sağlandığında olasılık değeri 1 olarak neredeyse tüm gerçekleşmiş $\hat{\theta}_N$ değerinde yakınsar.

$$\lim_{N \rightarrow \infty} P(\|\hat{\theta}_N\| \leq \epsilon) = 1 : \forall \epsilon > 0 \quad (4.4)$$

Eş. 4.5 olması durumunda istatistiksel dizi tahmini $\hat{\theta}_N$ için güçlü tutarlılıktan bahsedebiliriz.

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \hat{\theta}_N = \theta^* \quad (4.5)$$

Gerçekçi varsayımlar altında tutarlılık çok istenilen bir sistem tanımlama metodudur. Hatta asimptotik gecikmeme özelliğine göre çok daha önemlidir. Bu durum Eş. 4.6 ile gösterilmiştir. Bunun sebebi, tutarlılık $\hat{\theta}_N$ 'nin asimptotik olasılık yoğunluk fonksiyonu (İng. Probability density function (PDF)) θ^* 'de Dirac darbesi gibi tek nokta değeridir. Bununla beraber sonsuz sayıdaki gerçeğin ortalaması değeri asimptotik olarak θ^* değeriyle eşleşmekteyse asimptotik gecikme oluşmamaktadır.

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \mathcal{E}(\hat{\theta}_N) = \theta^* \quad (4.6)$$

Parametre dağılımı ve istatistiksel etkinlik

Yakınsama sağlandıktan sonraki soru, yakınsama ne kadar hızlı oluyor olmalı. Kovaryans matrisi -daha genel olarak $\hat{\theta}_N - \theta^*$ PDF Eş. 4.7 ile gösterilmiştir. Eğer küçük kovaryans değeri varsa sistem tanımlama metodu istatistiksel olarak etkindir.

$$\text{Cov}(\hat{\theta}_N) = \mathcal{E}((\hat{\theta}_N - \theta^*)(\hat{\theta}_N - \theta^*)^T) \quad (4.7)$$

Hesaplama etkinliği

$\hat{\theta}_N$ tahminini tanımlarken bazı algoritmalar daha az maliyetli olduğu için hesaplama etkinliği açısından farklılıklar mevcuttur. ML gibi bazı tanımlama metodları doğrusal olmayan eniyileme teknikleri kullanır; ancak yerel minimum olmayan yerlerde bile hesaplaması daha ucuz modeller kullanılarak iyi bir başlangıç noktası elde edilebilir. Bu sayede çok ciddi hesaplama performansı bu tarz metodları hızlandırabilir.

4.4. En Küçük Kareler Metodu

4.4.1. Giriş

LS metodu çok eski bir metot olsa da hesaplama açısından en etkili metotlardan birisidir. Literatür araştırmasında görüldüğü üzere LS metodu oldukça yaygın olarak kullanılmaktadır. LS metodu -diğer adıyla doğrusal regresyon- AR(X) tip modellerinde

kullanılabilir. Çünkü bu tip modeller doğrusal parametreler içermektedir. Buna örnek olarak modal testlerde kullanılan popüler yöntemlerden olan çok referanslı en küçük kareler karmaşık eksponansiyel (İng. Polyreference least squares complex exponential (pLSCE)) ve çok referanslı en küçük kareler karmaşık frekans boyutu (İng. Polyreference least squares complex frequency domain (pLSCF)) örnek verilebilir. pLSCF -ticari adıyla PolyMAX- stabil ARX modelini kullanarak tahmin yapmaktadır. Ancak olduğundan daha fazla tahmin edilen model mertebesinde LS metoduna bazı sınırlamalar getirildiğinde suni kutuplar stabil olmamaktadır. Bu kullanışlı özelliğiyle PolyMAX modal test için yeni bir standart olarak önerilmiştir [29]. Ayrıca doğrusal olmayan LS metodu doğrusal olmayan eniyileme algoritması kullanan OE, ARMAX, BJ matematiksel modellerinde kullanılabilir.

4.4.2. ARX modelinin doğrusal en küçük kareler metoduyla tanımlanması

Bu çalışmada polinom modellerinden seçilerek kullanılan ARX modeli, gürültünün ve sistem dinamiğinin aynı paydaya sahip olduğu varsayılan durumlarda kullanılabilir. ARX modelinin sıkıştırılmış yolla yazılmış fark denklemi ve bileşenleri Eş. 4.8–Eş. 4.12 ile gösterilmiştir:

$$A(q)y(t) = \sum_{i=1}^{nu} B_i(q)u_i(t-n_{k_i}) + e(t) \quad (4.8)$$

$$A(q) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_{n_a}q^{-n_a} \quad (4.9)$$

$$B(q) = b_1 + b_2q^{-1} + \dots + b_{n_b}q^{-n_b+1} \quad (4.10)$$

$$\theta^T = [a_1 \dots a_{n_a} \ b_1 \dots b_{n_b}] \quad (4.11)$$

$$\varphi^T(t) = [-y(t-1) \dots -y(t-n_a) \ u(t-n_k) \dots u(t-n_b-n_k+1)] \quad (4.12)$$

Denklemin açık hali bir giriş bir çıkışlı model için Eş. 4.13 ile gösterilmiştir.

$$y(t) + a_1y(t-1) + \dots + a_{n_a}y(t-n_a) = b_1u(t-n_k) + \dots + b_{n_b}u(t-n_b-n_k+1) + e(t) \quad (4.13)$$

Tahmin edilen ve gerçek çıkış verileri sırasıyla Eş. 4.14-Eş. 4.15 ile gösterilmiştir.

$$\hat{y}(t|\theta)=\varphi^T(t)\theta \quad (4.14)$$

$$y(t|\theta)=\varphi^T(t)\theta+e(t) \quad (4.15)$$

Karesel maliyet fonksiyonu Eş. 4.16 ile gösterilmiştir.

$$E(\theta)=\sum_{t=1}^N (y(t)-\varphi^T(t)\theta)^2 = \sum_{t=1}^N e^2(t) \quad (4.16)$$

Maliyet fonksiyonunun en büyük ya da en küçük değerlerini bulmak için parametre değişimine göre kısmi türevi sıfıra eşitlenir.

$$\frac{\partial E}{\partial \theta} = 0 \quad (4.17)$$

$$\hat{\theta} = \left[\sum_{t=1}^N \varphi(t)\varphi^T(t) \right]^{-1} \left[\sum_{t=1}^N \varphi(t)y(t) \right] \quad (4.18)$$

Maliyet fonksiyonunun en küçük değerde olması için Eş. 4.19'un pozitif belirli olması gerekmektedir.

$$\frac{\partial^2 E}{\partial \theta^2} = \sum_{t=1}^N \varphi(t)\varphi^T(t) > 0 \quad (4.19)$$

4.4.3. OE modelinin doğusal olmayan en küçük kareler metoduyla tanımlanması

Bu çalışmada polinom modellerinden seçilerek kullanılan OE modeli, gürültü modeline tahmine gerek duyulmadığı, sadece dinamik parametrelerin belirlenmesinin gerekli olduğu, gürültünün sadece çıkışı etkilediği durumlarda kullanılabilir [28]. OE modelinin sıkıştırılmış yolla yazılmış fark denklemi ve bileşenleri Eş. 4.20–Eş. 4.24 ile gösterilmiştir.

$$y(t) = \sum_{i=1}^{nu} \frac{B_i(q)}{F_i(q)} u_i(t-n_{k_i}) + e(t) \quad (4.20)$$

$$B(q) = b_1 + b_2 q^{-1} + \dots + b_{n_b} q^{-n_b+1} \quad (4.21)$$

$$F(q) = 1 + f_1 q^{-1} + \dots + f_{n_f} q^{-n_f} \quad (4.22)$$

$$\theta^T = [f_1 \dots f_{n_f} \ b_1 \dots b_{n_b}] \quad (4.23)$$

$$\varphi^T(t) = [-y(t-1) + e(t-1) \dots -y(t-n_f) + e(t-n_f) \ u(t-n_k) \dots u(t-n_b-n_k+1)] \quad (4.24)$$

Denklemin açık hali bir giriş bir çıkışlı model için Eş. 4.25 ile gösterilmiştir.

$$y(t) + f_1 y(t-1) + \dots + f_{n_f} y(t-n_f) = b_1 u(t-n_k) + \dots + b_{n_b} u(t-n_b-n_k+1) + e(t) + f_1 e(t-1) + \dots + f_{n_f} e(t-n_f) \quad (4.25)$$

Tahmin edilen ve gerçek çıkış verileri sırasıyla Eş. 4.26-Eş. 4.27 ile gösterilmiştir.

$$\hat{y}(t|\theta) = \varphi^T(t)\theta \quad (4.26)$$

$$y(t|\theta) = \varphi^T(t)\theta + e(t) \quad (4.27)$$

Karesel maliyet fonksiyonu benzer şekilde Eş. 4.16-Eş. 4.19 ile hesaplanabilir. ARX modelinde doğrusal eniyileme olan doğrusal LS metodu kullanılabilirken, parametrelerde doğrusallık olmadığı için OE modelinde doğrusal eniyileme kullanılamaz. Bunun yerine doğrusal olmayan eniyileme metodu kullanılmalıdır. Doğrusal olmayan eniyileme metotlarına örnek olarak verilebilecek doğrusal olmayan LS metodu kullanılabilir. Doğrusal olmayan eniyileme yapılırken iteratif şekilde hesaplama yapılmalıdır. İterasyon gerektiği için arama metotları kullanılmalıdır. Bu arama metotlarına Gauss-Newton, Adaptive Gauss-Newton, Levenberg-Marquardt örnek verilebilir. Doğrusal olmayan eniyileme iteratif çalıştığı için genel minimum/maksimum noktasını garanti etmez ve çözümü genellikle yerel optimum noktadır. Bu tez çalışmasında MATLAB 2018b paket programında arama metotları seçeneği “auto” olarak bırakılmıştır. Bu seçenekte her bir

iterasyonda arama metotları sırasıyla denenmektedir. Bu tez kapsamında kullanılan arama metotları Gauss-Newton, Adaptive Gauss-Newton, Levenberg-Marquardt arama metotlarıdır.

4.5. Model Doğrulama

Sistem tanımlama yapıldığında elde edilen matematiksel modelin doğru olup olmadığı çeşitli yöntemlerle test edilmelidir. Test verisi ve benzetim kıyaslaması ilk yapılacak incelemedir. Ancak benzetim hata verilerinin içerisinde gömülü dinamiklerin olup olmadığı incelenmelidir. Bu gömülü dinamikler otokorelasyon ve çapraz korelasyon fonksiyonlarıyla ortaya çıkarılabilir.

Test verisi ve benzetim uyumu

Test verisi ve benzetim uyumu -uyum maliyet fonksiyonu- incelenirken bazı hesaplama yöntemleri vardır. Bu hesaplama yöntemlerine ortalama kare hatası (İng. Mean square error (MSE)), normalize ortalama karekök hatası (İng. Normalized root mean square error (NRMSE)) ve normalize ortalama kare hatası (İng. Normalized mean square error (NMSE)) örnek verilebilir. Bulgular bölümünde verilen yüzde uyum değerleri NRMSE yöntemiyle elde edilmiştir. NRMSE yöntemi Eş. 4.28 ile gösterilmiştir.

$$\text{NRMSE} = \frac{\|\text{referans veri-benzetim verisi}\|}{\|\text{referans veri-referans veri ortalaması}\|} \quad (4.28)$$

Korelasyon

Korelasyon, iki sinyal/değişken arasındaki doğrusal ilişkiyi ölçmeye yarar. Korelasyon transfer fonksiyonun hesaplanmasında kullanılmasının yanı sıra matematiksel modelin oluşturduğu benzetim verisi içinden gömülü dinamik olup olmadığını kontrol etmemizi sağlar. Korelasyon, sinyalin zaman kaydırmasına bağlı olarak kendi içerisindeki ilişki otokorelasyon adını alırken başka bir sinyalle olduğunda çapraz korelasyon adını alır. Model doğruluğunu incelemenin bir yolu da kalıntı/hata sinyalinin otokorelasyonu ve girişle çıkış sinyali arasında çarpaz korelasyonların incelenmesidir. Hata sinyalinin kendini tekrar etmesiyle korelasyon değerleri artış göstererek modellenemeyen dinamiği işaret edecektir. Giriş ve çıkış sinyali arasında yapılan çapraz korelasyonda ise gerçek modelden

bilgiler kalıp kalmadığının incelenmesi sağlanacaktır. Eş. 4.29 ve Eş. 4.30 ile korelasyonlar açık hale getirilip hesaplanabilir.

$$\hat{R}_u^N[\tau] = \frac{1}{N} \sum_{k=\tau}^{N-1} u[k]u[k-\tau] \quad (4.29)$$

$$\hat{R}_{yu}^N[\tau] = \frac{1}{N} \sum_{k=\tau}^{N-1} y[k]u[k-\tau] \quad (4.30)$$

Ancak her korelasyonun nedenselliği kanıtlayacağı ifadesi anlaşılmalıdır. Korelasyon nedensellik için bir ipucu olup dikkatle incelenmesi gerekmektedir.

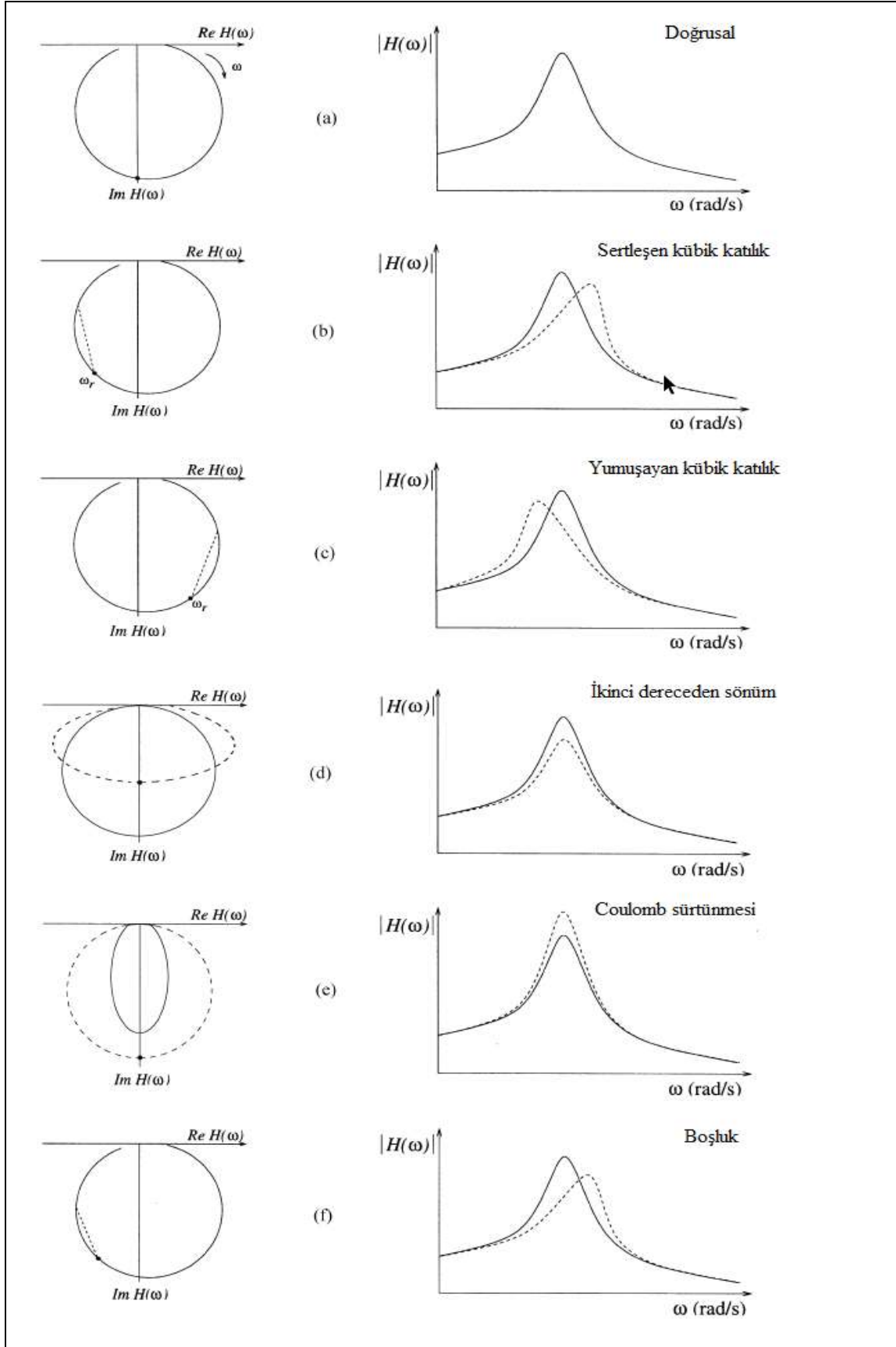


5. DOĞRUSAL OLMAYAN SİSTEMLERİN DOĞRUSAL TAHMİNİ

5.1. Giriş

Tüm mühendislik yapılarında bir miktar da olsa doğrusal olmama durumu vardır. Doğrusal olmama durumu tek bir sebepten ya da birkaç sebebin birleşiminden kaynaklanabilir. Doğrusal olmama durumuna -yapısal bağlantılardaki gevşeklikler, sürtünme karakteristiği, sınır koşulunun değişmesi sebebiyle değişken katılık, genliğe bağlı malzemeler, giriş türü/seviyesi bağımlı değişken yapı dinamikleri vb.- birçok örnek verilebilir. Doğrusal olmama durumuna yönelik tek bir analitik ya da deneysel yaklaşım yoktur. Dolayısıyla yapının doğrusal ya da doğrusal olmama durumunu belirlemek için bazı yaklaşımlar kullanılarak test yapılması gerekmektedir. Birçok analiz prosedürünün temeli doğrusallığa dayanmaktadır. Bu sebeple doğrusal olmayan yapıların, doğrusal olarak modellenebilirliğinin -doğrusallık derecesi- test edilmesi için bazı test formlarının icra edilmesi zorunlu olmaktadır. Bu kurallara riayet edilmezse, modal analiz gibi doğrusallık üzerine kurulu teoriler, doğrusal olmayan sisteme doğrudan uygulandığında veri işleme prosedüründe ve dolayısıyla doğrusal parametre tahminlerinde hatalar ortaya çıkabilmektedir. Bu sebeple ilk prosedür yapının doğrusallık derecesinin belirlenmesidir. Çeşitli doğrusallaştırma yaklaşımları uygulanarak doğrusal olmayan sistemde doğrusal model üzerine kurulu teoriler kullanılabilir. Bir sonraki süreçte, yapı zamanla değişmeyen ve kararlı olarak kabul edilir [30].

Sistemin doğrusallık derecesinin kontrolü için birinci derece FRF'ler incelenebilir. Şekil 5.1 ile gösterildiği üzere kübik katılık, boşluk, Coulomb sürtünmesi gibi çeşitli doğrusal olmama tipine göre birinci derece FRF grafiğinde bozulmalar meydana gelmektedir.



Şekil 5.1 Doğrusal olmayan yapıların reseptansları [30]

5.2. Eşdeğer Çizgiselleştirme

LS metodu zıplama gibi sürekli olmayan ya da doğrusal olmayan fonksiyonları da tahmin etmede kullanılsa da bu tez kapsamında kullanılan doğrusal modeller ARX ve OE, zıplama gibi sürekli olmayan ya da doğrusal olmayan sistemleri tanımlamada pek başarılı olmadığı için; sistemin matematiksel modelini doğrusallaştırarak ilerlemek gerekiyor.

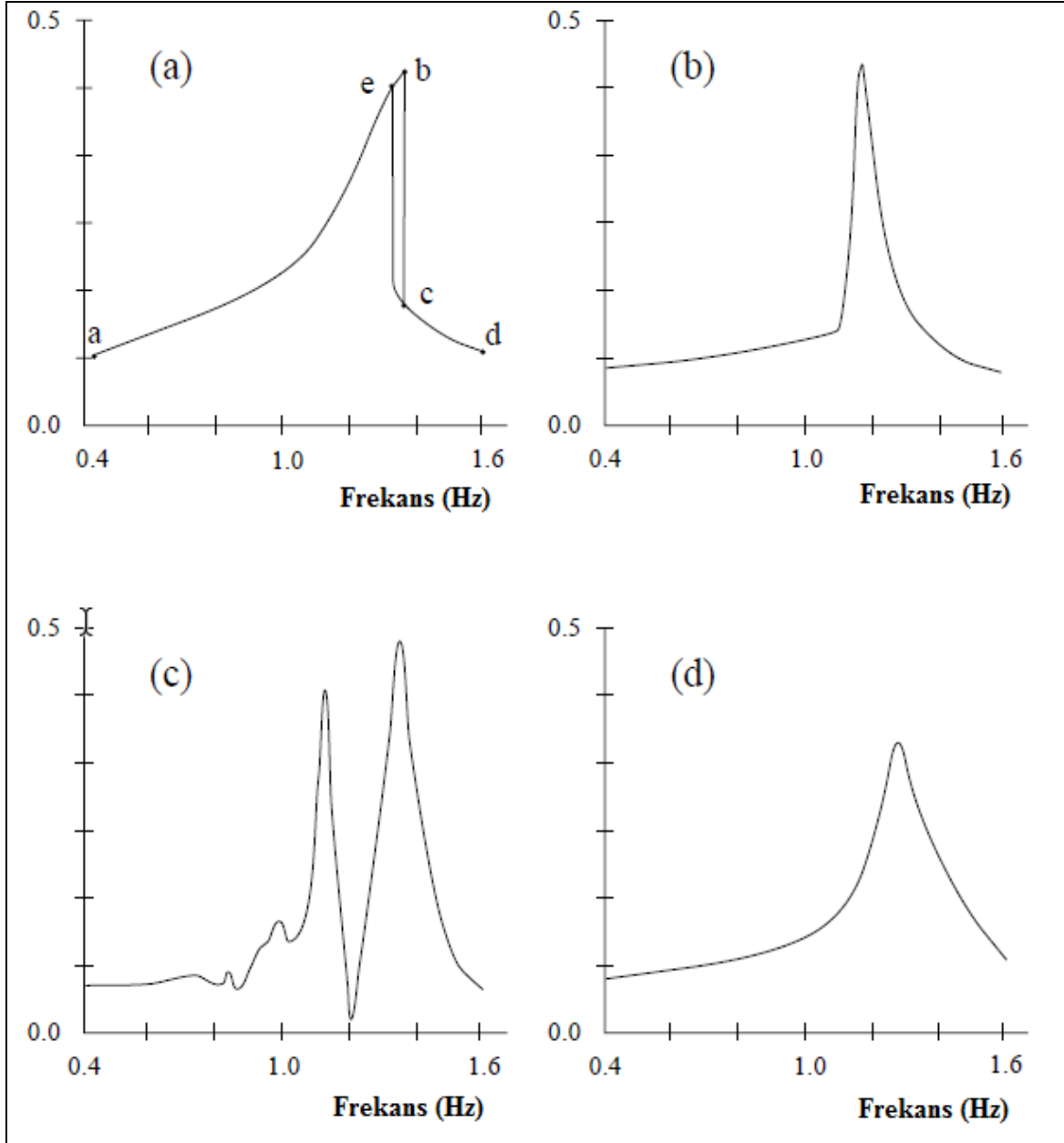
Modal analiz doğrusal sistemlerde oldukça güçlü bir teoridir ve klasik prosedürlerle doğrusal olmayan sistemlere doğrudan uygulanamaz. Ancak, modal analiz teorisi doğrusal olmayan sistemlere doğrudan uygulanırsa; kullanılan eğri uydurma algoritması, sistemi en iyi tanımlayan doğrusal modelle ilişkilendirecektir. Doğrusal olmama durumu ayrılabilir eklemeli olarak yazılabilen sistemlerin hareket denklemi Eş. 5.1 ile eşdeğer doğrusallaştırma teorisine göre ise Eş. 5.2 ile gösterilmiştir. Doğrusal olmayan iç kuvvetlerin matrisine dahil edilmesi de Eş. 5.3 ile gösterilmiştir.

$$[M]\{\ddot{x}\}+[C]\{\dot{x}\}+[K]\{x\}+[f_{nl}(x,\dot{x})]=\{f(t)\} \quad (5.1)$$

$$[M]\{\ddot{x}\}+[C]\{\dot{x}\}+[K]\{x\}+[C_{eq}]\{\dot{x}\}+[K_{eq}]\{x\}=\{f(t)\} \quad (5.2)$$

$$[M]\{\ddot{x}\}+[C+C_{eq}]\{\dot{x}\}+[K+K_{eq}]\{x\}=\{f(t)\} \quad (5.3)$$

Bu tür modeller doğrusallaştırılmış modellerdir. Doğrusal olmayan sistemlerin FRF'si girdiye bağlı olup tahrik seviyesi ile değiştiğinden, herhangi bir doğrusallaştırma sadece belli bir tahrik seviyesi için geçerlidir. Ayrıca, FRF'nin formu da Şekil 5.2 ile gösterildiği üzere tahrik tipine bağlı olduğu için, nominal olarak aynı seviyedeki giriş genlikleri, farklı tipteki tahrikler için farklı “doğrusallaştırmalar” verecektir.



Şekil 5.2. Giriş tipine bağlı FRF a) Sinüs girişi b) Darbe girişi c) Hızlı süpürme girişi d) Rasgele giriş

5.3. Cevap Kontrollü Test

Eş. 5.1 incelendiğinde, sistem denkleminin doğrusal olmayan kısmının deplasman ve çıkış hızına bağlı olduğu varsayılmaktadır. Bu iki değişken sabit tutulduğunda doğrusal olmama etkileri minimize edilebilir. Doğrusal olmayan sistemlerde girdi sabit tutulduğunda çıkışta ani değişimler olabilmektedir. Ancak giriş genliği sabit cevabı elde edecek şekilde ayarlanabilirse sistem sanki-doğrusal hal alarak çıkışta ani değişimler gözlenmez. Bu tez

çalışması kapsamında sadece sabit deplasman doğrusallaştırması incelenmiştir. Sönüm katsayısı sabit kabul edildiği için hız sabitlemesiyle alakalı bir çalışma yapılmamıştır.

Genellikle sinüsoidal tahrik verildiğinde üç tip sabit dinamik test kullanılmaktadır; sabit kuvvet, sabit deplasman ve sabit hız. İlgilenilen frekans aralığında kontrolcü yardımıyla kuvvet sabit tutularak sinüs taraması yapılması en yaygındır. Sabit deplasman/hız için ise ilgili frekans aralığında sinüs taraması yapılırken, kontrolcü yardımıyla -özellikle zayıf sönümlü yapıların rezonans bölgesinde- durağan durumda cevap genliği sabit tutularak yapılır. Rezonans bölgesinde sarsıcı ve yapı arasındaki etkileşimden dolayı deplasman cevabının genliğinde düşüş olacağı için kuvvet kontrolcüsünün kullanılması gerekebilir.

Sabit deplasman için kullanılan sinüs taramasının sabit deplasmanı sağlayabilmesi için ilgili frekans değerlerine göre giriş genliği ayarlaması yapmalıdır. Bunun aksine geleneksel sinüs tarama testlerinde sabit voltaj uygulanır. Sabit deplasman FRF'sinde eşdeğer katılık her bir frekansta aynıdır. Yani eşdeğer katılık hesabı yapılırken frekanstan (hızdan) bağımsız kabul edilerek katılık doğrusalsızlığı sabit deplasman testleriyle doğrusallaştırılır. Dolayısıyla doğrusal modal analiz teknikleri belirli deplasman cevabı genliğine göre hesaplanabilir. Benzer durum sabit hız testinde de vardır. Sabit hız testinde ise sönüm doğrusalsızlığı doğrusallaştırılır.

Doğrusal olmayan parçalar ayrılabilir olarak eklenebiliyor (Eş 5.3) ve doğrusalsızlıklar zayıf harmonik kuvvetler uygulandığında Eş. 5.4 yazılabilir.

$$m\ddot{x}+(c+c_{eq})\dot{x}+(k+k_{eq})x=F\sin(\omega t) \quad (5.4)$$

$$f_s(x)=k_{eq}x \quad (5.5)$$

$$f_d(\dot{x})=c_{eq}\dot{x} \quad (5.6)$$

Doğrusal olmayan denklemlerin durağan durum cevaplarını hesaplamak için harmonik denge (İng. Harmonic balance) yöntemi kullanılarak eşdeğer katılık ve eşdeğer sönüm elde edilebilmektedir [25]. Bu yönteme göre, zayıf doğrusal olmayan etkilere sahip sistemlerde temel harmonik cevap baskındır. Dolayısıyla ilk harmonik tutularak, alt-harmonik ve üst-harmonikler yoksayılarak harmonik denge metodu kullanılabilir. Ancak, güçlü doğrusal

olmayan etkilere sahip sistemlerde harmonik dengeleme metodu uygulandığında, temel harmonikler dışındaki alt/üst harmoniklerin de hesaba katılması gerekebilir.

Doğrusal sistem yaklaşımı varsayımı ile sinüs tahriğine karşı aynı frekansta cevap çıkışı olacağından dolayı, deplasman ve hız durağan durum cevabı Eş 5.7 ve Eş 5.8 ile ifade edilebilir.

$$x=A\sin(\omega t+\varphi) \quad (5.7)$$

$$\dot{x}=\omega A\sin(\omega t+\varphi+\frac{\pi}{2}) \quad (5.8)$$

Harmonik denge metodu uygulandığında eşdeğer katılık ve eşdeğer sönüm Eş 5.9 ve Eş 5.10 ile gösterilmiştir.

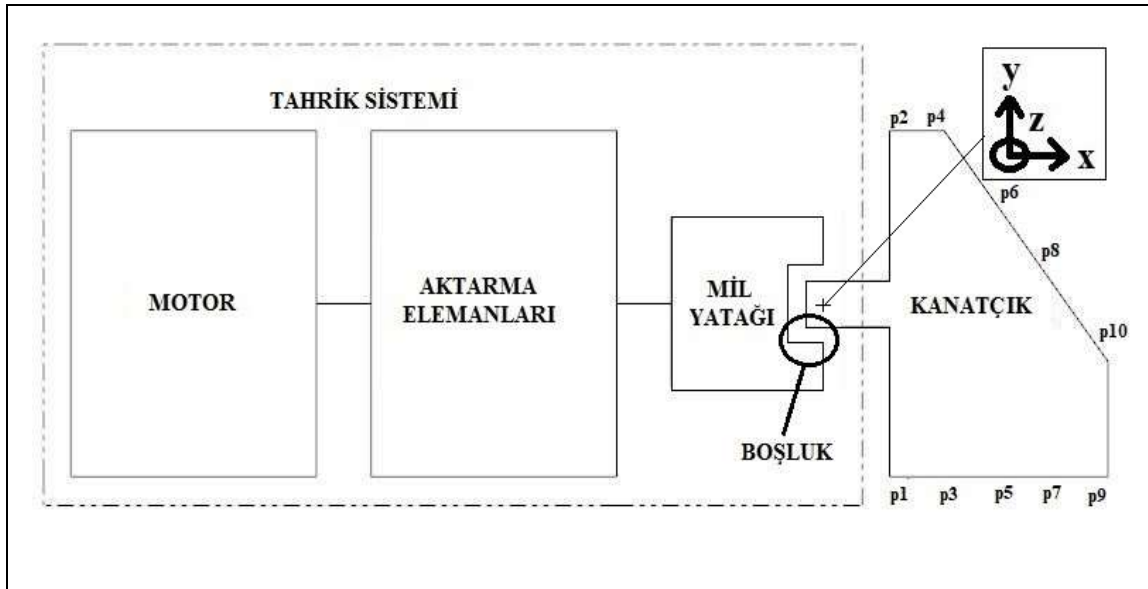
$$k_{eq}=\frac{1}{\pi A}\int_0^{2\pi} f_s(A\sin\theta)\sin\theta d\theta=f(A) \quad (5.9)$$

$$c_{eq}=\frac{1}{\pi\omega A}\int_0^{2\pi} f_d(\omega A\sin\theta)\cos\theta d\theta=g(\omega A) \quad (5.10)$$

Eş 5.9 ve Eş 5.10 incelendiğinde eşdeğer katılık ve eşdeğer sönüm sırasıyla deplasman ve hız genliğinin fonksiyonudur. Dolayısıyla, ilgilenilen frekans aralığında sinüsoidal kuvvet uygulanarak, karşılık olarak sinüsoidal olması beklenen deplasman cevabı (A) sabit tutulursa doğrusal olmayan katılık etkisi küçültülebilir. Aynı şekilde, hız cevabı (ωA) sabit tutularak doğrusal olmayan sönüm etkisi küçültülebilir. En sonunda, istenirse eldeki veriler birleştirilerek doğrusal olmayan sistem cevabı tahmin edilebilir.

6. TEST DÜZENEĞİ

Kullanılacak test düzeneğinin şematik gösterimi Şekil 6.1 ile verilmiştir. Test düzeneği tahrik sistemi, kanatçık ve ikisi arasındaki mekanik boşluktan oluşmaktadır. Kanatçık tahrik sistemi motor, aktarma elemanları ve çıkış milinden oluşmaktadır. Test açık çevrim yapıldığı ve sadece boşluk modları incelendiği için kanatçık tahrik sisteminin konumu sabit tutulmuştur. Elektrodinamik sarsıcı ucuna bağlanmış ve aynı zamanda p1 noktasına yerleştirilmiş piezoelektrik özellikli bir adet yük ölçer ile p1-p10 arasındaki noktalara yerleştirilmiş on adet ivme ölçer kullanılarak tek girişli çok çıkışlı test yapılmıştır. Sarsıcı z doğrultusundadır. Bu test düzeneğinde girdi p1 noktasından elektrodinamik sarsıcı yardımıyla sinüs tarama biçiminde uygulanan kuvvettir. Çıktı ise p1-p10 noktalarından alınan ivme/deplasman verileridir. Kuvvet kontrollü testte p1 noktasındaki yük ölçer verileri, deplasman kontrollü testte ise p1 noktasındaki ivme ölçerden elde edilen deplasman verileri referans değer olarak kullanılmıştır. Yük ölçer verisi doğrudan elde edilebilir olduğundan elektrodinamik sarsıcı ve tahrik sistemi/kanatçık arasındaki etkileşimin hesaplamalara etkisinin ihmal edilebilir olduğu düşünülmüştür. Bu sebeple elektrodinamik sarsıcının kontrol algoritması bu tezin kapsamı dışında tutulmuştur.



Şekil 6.1. Kanatçık tahrik sisteminin şematik gösterimi



7. BULGULAR

7.1. Giriş

Bu tez çalışması kapsamında füze kanatçığının sistem tanımlaması yapılırken, kuvvet ve cevap kontrollü sinüs tarama testlerinin zaman/frekans kümesi verileri kullanılarak; ARX ve OE algoritmaları ile modellemeleri incelenecektir. Frekans kümesi verileri elde edilirken FRF ve Hamming penceresi kullanılarak deneysel spektral verinin pürüzleri giderilmiş, deneysel transfer fonksiyonundan (İng. Experimental transfer function (ETF)) elde edilmiş veriler kullanılacaktır. Sinüs tarama testlerinde, 2 N değerine sahip kuvvet kontrollü test ve bu kuvvete denk gelen ortalama karekök değerlerinin muadili olan 0,03 mm değerine sahip deplasman kontrollü test yapılmıştır.

ARX ve OE modellerinin katsayıları belirlenirken, füze kanatçığının yeterince rijit olduğu, x ve y eksenlerindeki boşlukların sebep olduğu iki serbestlik derecesi sebebiyle boşluk modunun aktif mod sayısının iki olduğu testlerde görülmüştür. Bu sebeple model parametre sayıları belirlenirken bu değer referans alınmıştır. Sönüm modeli olarak viskoz sönüm tercih edilmiştir. Paket program olarak kullanılan MATLAB 2018b komutlarında, ARX ve OE modellerinde opsiyon olarak kararlı model (z kümesindeki transfer fonksiyon kökü birim çember içerisinde) seçilerek yakınsama problemi kontrol altına alınmıştır.

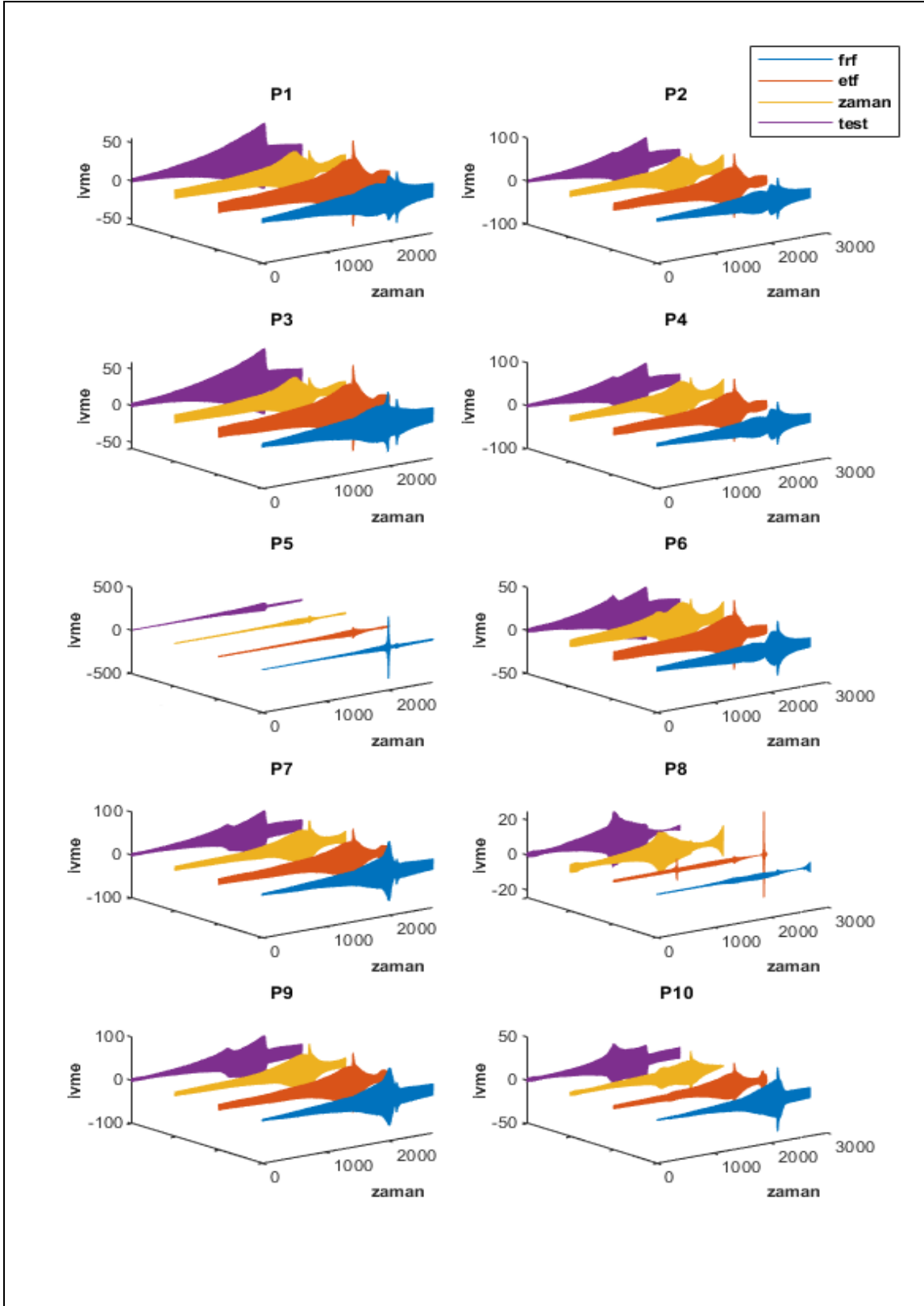
7.2. Kuvvet Kontrollü Sinüs Tarama

Kuvvet kontrollü testlerde kontrolcü yardımıyla sinüs biçimdeki kuvvetin maksimum genliği sabit tutularak ilgilenilen frekans aralığında sinüs tarama testi yapılmıştır. Kuvvet kontrollü testler 2 N değeri ile yapılmıştır. Zaman ve frekans boyutu verileri kullanılarak ARX ve OE algoritmaları ile modellemeler incelenmiştir.

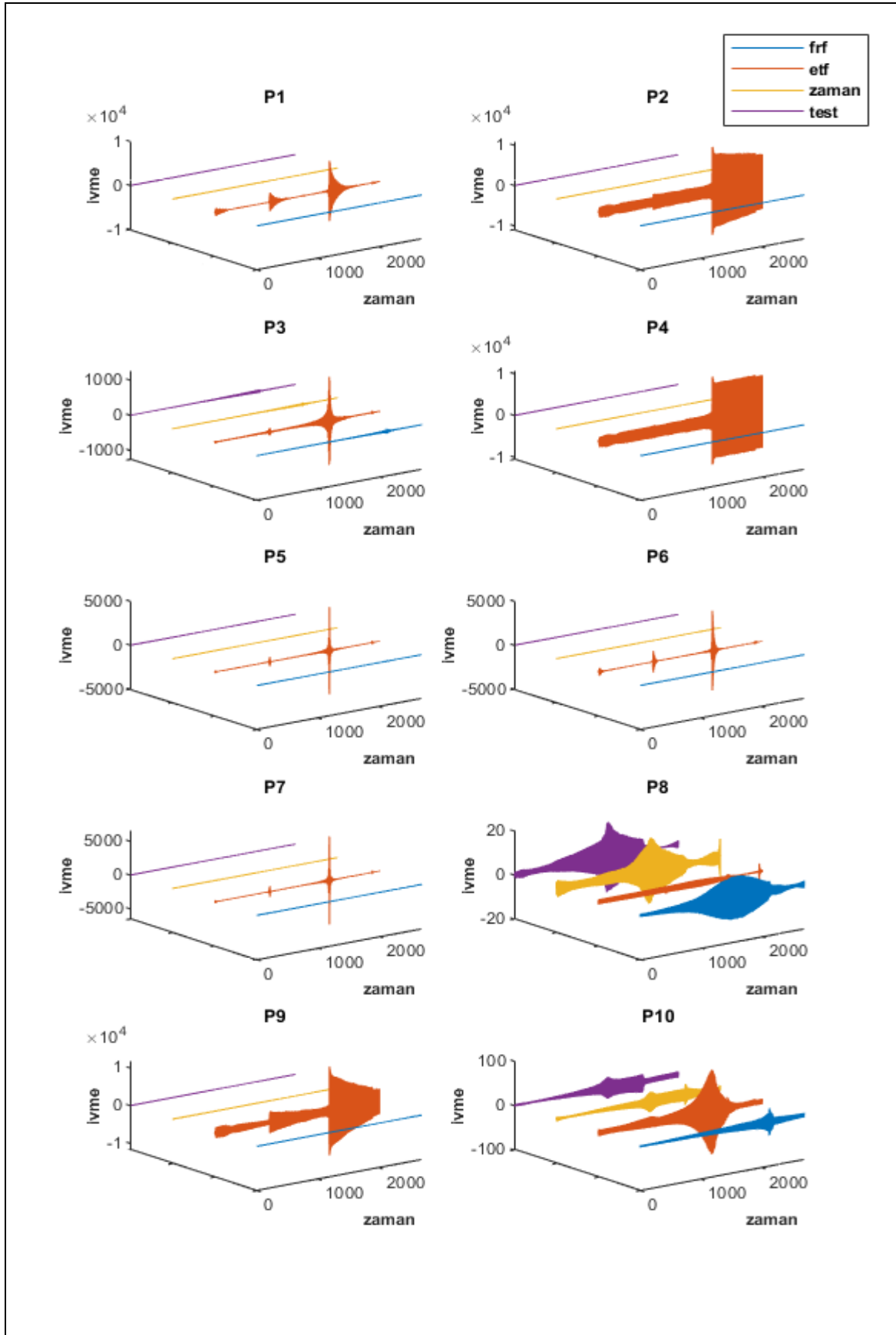
7.2.1. 2 N (RMS 1,4 N)

Kuvvet kontrollü (2 N) testte elde edilen verisi ile zaman verisinden türetilen model tabanlı benzetim, ETF verisinden türetilen model tabanlı benzetim, FRF verisinden türetilen model tabanlı benzetim karşılaştırmaları Şekil 7.1-Şekil 7.2 ile gösterilmiştir. Mor renkle gösterilen testin zaman verisinde cevap genliğinin ani düşüş yaptığı görülmektedir. Bunun

sebebi doğrusal olmayan sistemlerde zıplama fenomeni görülebilmektedir. Sabit deplasman testinde bu zıplama fenomeninin ortadan kalktığı gösterilmiştir.



Şekil 7.1. ARX simülasyonları ve test verisinin karşılaştırılması -2 N-



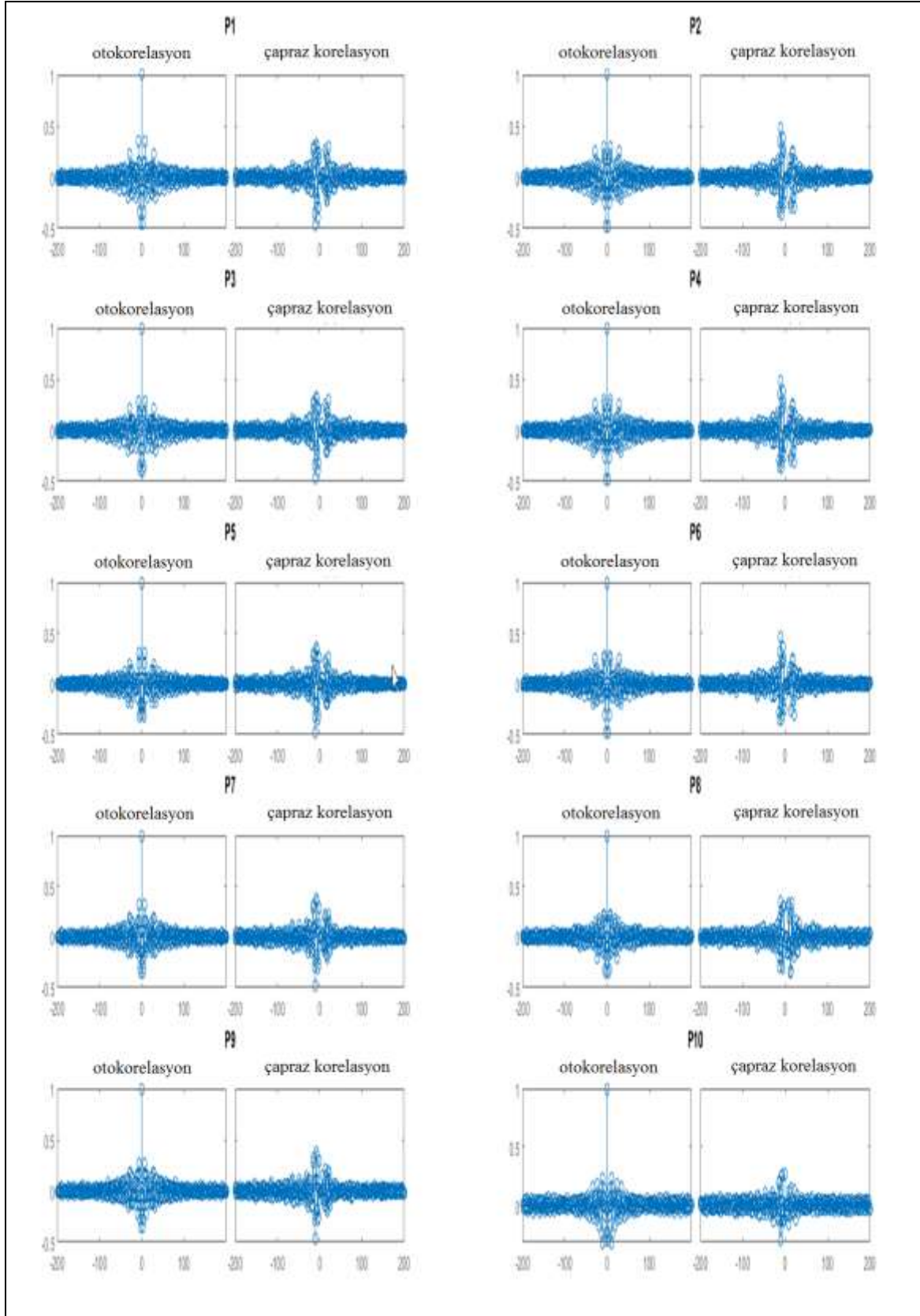
Şekil 7.2. OE benzetimleri ve test verisinin karşılaştırılması -2 N-

Test verisi ve benzetim değerleri arasındaki uyum Çizelge 7.1 ile gösterilmiştir. Görüldüğü üzere uyum oranı düşük çıkmıştır. Bu haliyle modellemeye pek uygun görünmemektedir.

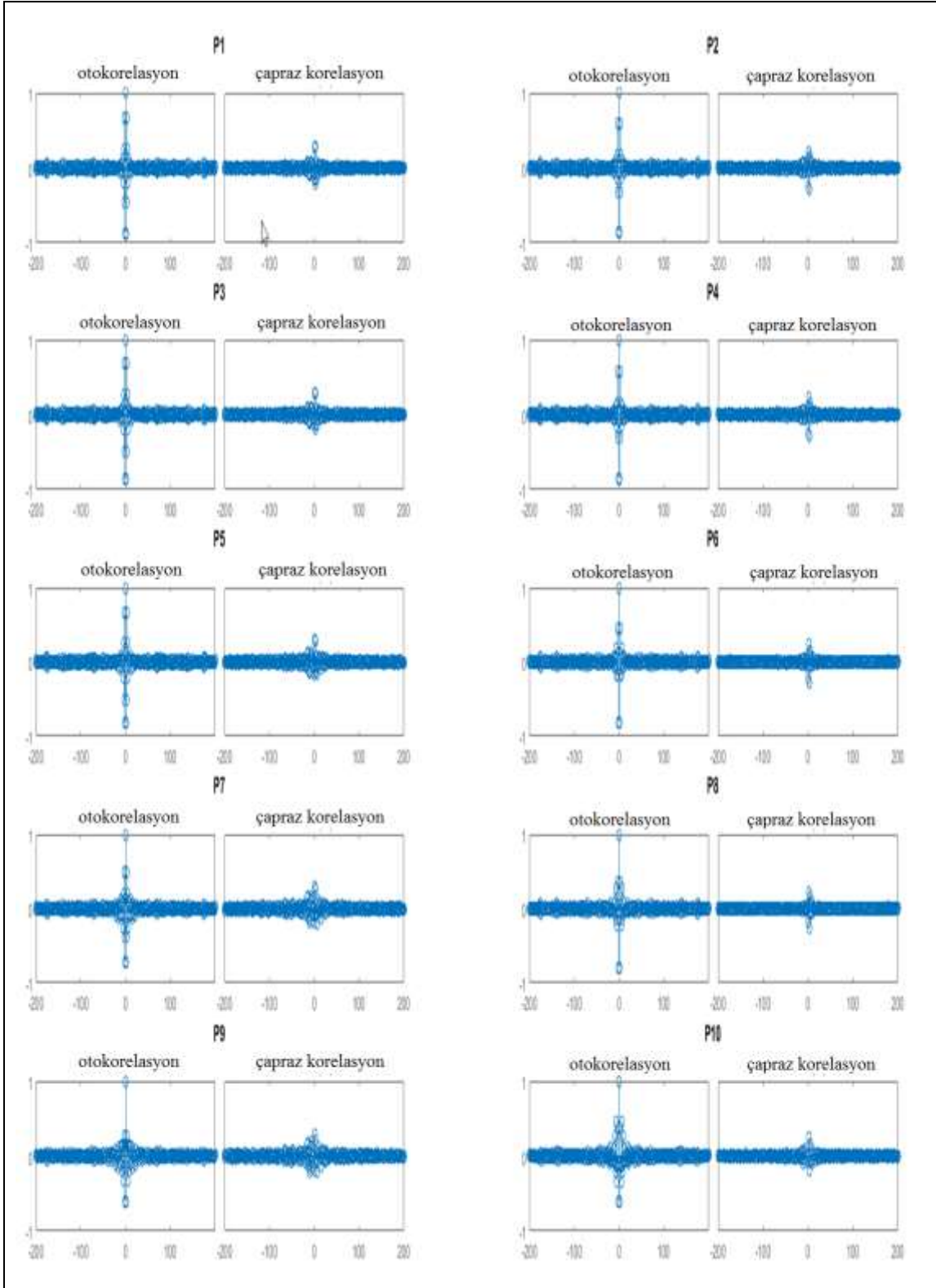
Çizelge 7.1. Benzetim verilerinin test verilerine uyum oranı -2 N-

Benzetim Verisi	Uyum [%]	Benzetim Verisi	Uyum [%]
ARX450_p1 (zaman)	33,02	ARX450_p6 (zaman)	41,25
ARX450_p1 (etf)	52,74	ARX450_p6 (etf)	44,37
ARX450_p1 (FRF)	43,53	ARX450_p6 (FRF)	39,83
OE540_p1 (zaman)	58,15	OE540_p6 (zaman)	57,46
OE540_p1 (etf)	-6601	OE540_p6 (etf)	-2961
OE540_p1 (FRF)	53,79	OE540_p6 (FRF)	44,88
ARX450_p2 (zaman)	39,35	ARX450_p7 (zaman)	44,9
ARX450_p2 (etf)	51,25	ARX450_p7 (etf)	52,48
ARX450_p2 (FRF)	44,29	ARX450_p7 (FRF)	21,39
OE540_p2 (zaman)	57,71	OE540_p7 (zaman)	57,03
OE540_p2 (etf)	-2.594e4	OE540_p7 (etf)	-1451
OE540_p2 (FRF)	52,14	OE540_p7 (FRF)	54
ARX450_p3 (zaman)	31,43	ARX450_p8 (zaman)	24,95
ARX450_p3 (etf)	53,44	ARX450_p8 (etf)	0,7996
ARX450_p3 (FRF)	38,08	ARX450_p8 (FRF)	-4,188
OE540_p3 (zaman)	58,24	OE540_p8 (zaman)	53,94
OE540_p3 (etf)	-532,9	OE540_p8 (etf)	2,719
OE540_p3 (FRF)	54,48	OE540_p8 (FRF)	-47,18
ARX450_p4 (zaman)	40,62	ARX450_p9 (zaman)	45,46
ARX450_p4 (etf)	50,38	ARX450_p9 (etf)	51,27
ARX450_p4 (FRF)	44,84	ARX450_p9 (FRF)	21,9
OE540_p4 (zaman)	57,66	OE540_p9 (zaman)	55,78
OE540_p4 (etf)	-2.596e4	OE540_p9 (etf)	-2,4e4
OE540_p4 (FRF)	51,21	OE540_p9 (FRF)	52,95
ARX450_p5 (zaman)	39,42	ARX450_p10 (zaman)	42,83
ARX450_p5 (etf)	53,92	ARX450_p10 (etf)	32,04
ARX450_p5 (FRF)	-26,73	ARX450_p10 (FRF)	22,63
OE540_p5 (zaman)	62,2	OE540_p10 (zaman)	53,07
OE540_p5 (etf)	-1173	OE540_p10 (etf)	-152,1
OE540_p5 (FRF)	55,32	OE540_p10 (FRF)	35,37

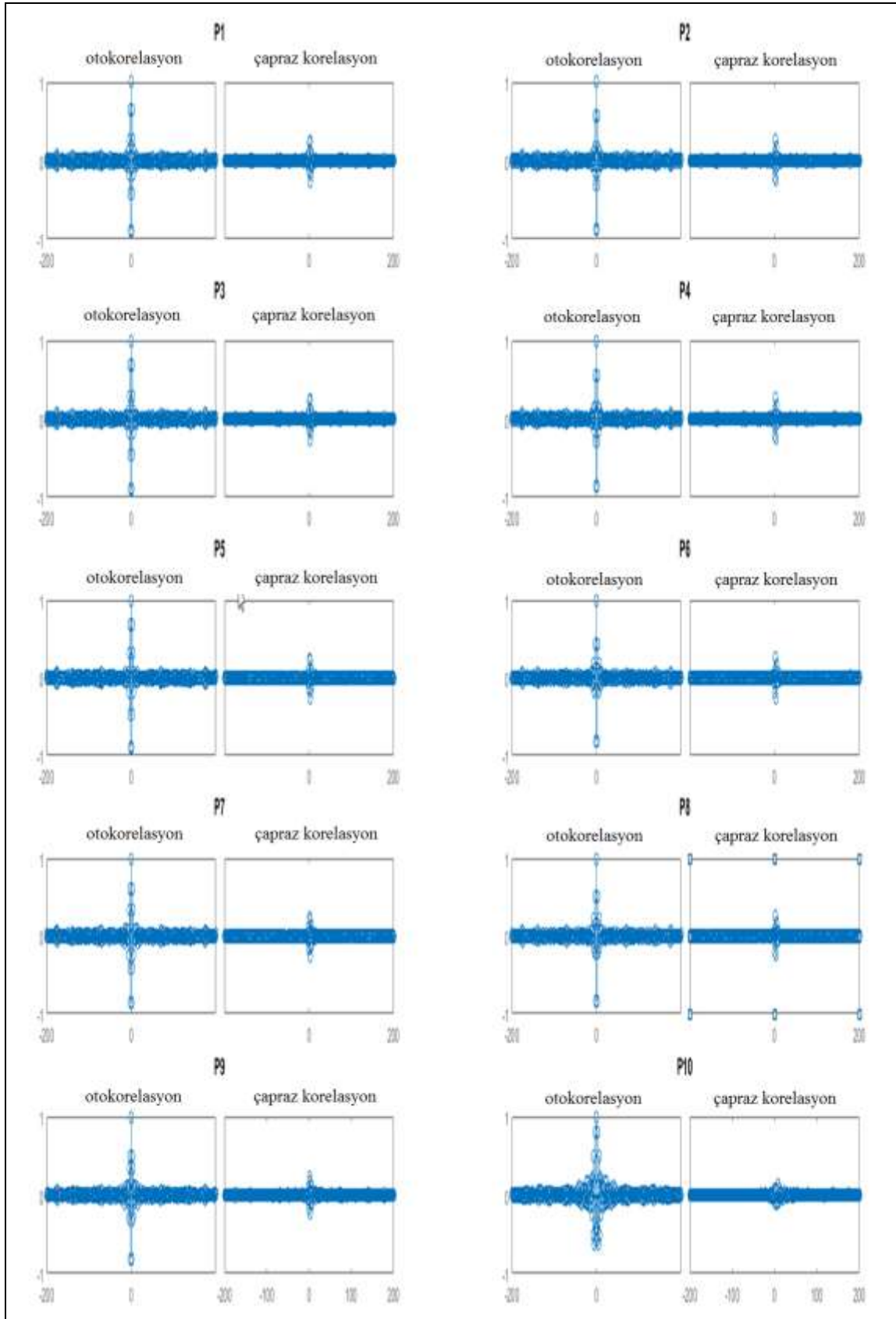
Elde edilen matematiksel model hatalarının otokorelasyonu ve giriş verisi ile çapraz korelasyon değerleri Şekil 7.3-Şekil 7.8 ile gösterilmiştir.



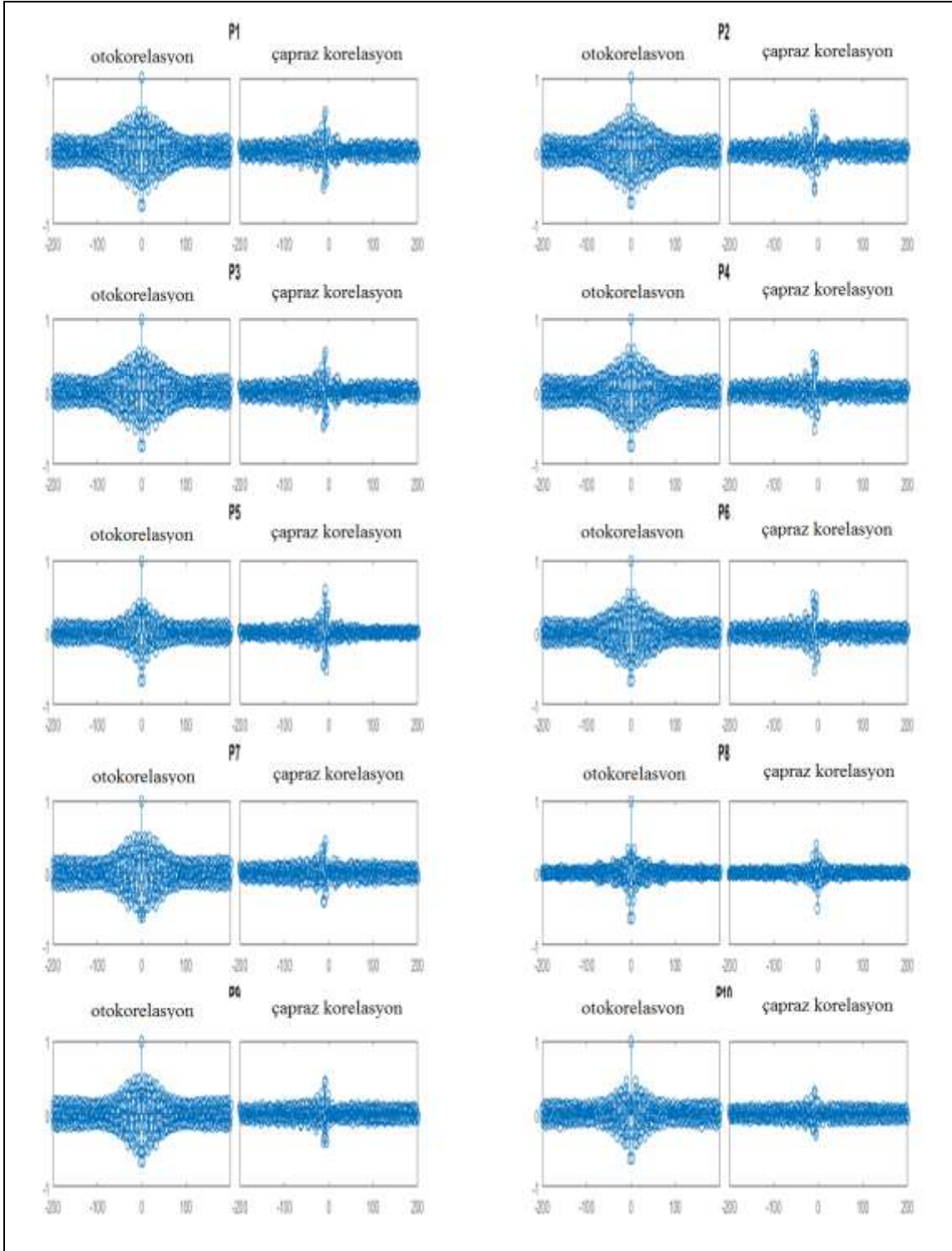
Şekil 7.3. ARX-zaman- benzetim hatalarının kendisi ve giriş ile korelasyonları $-2N$ -



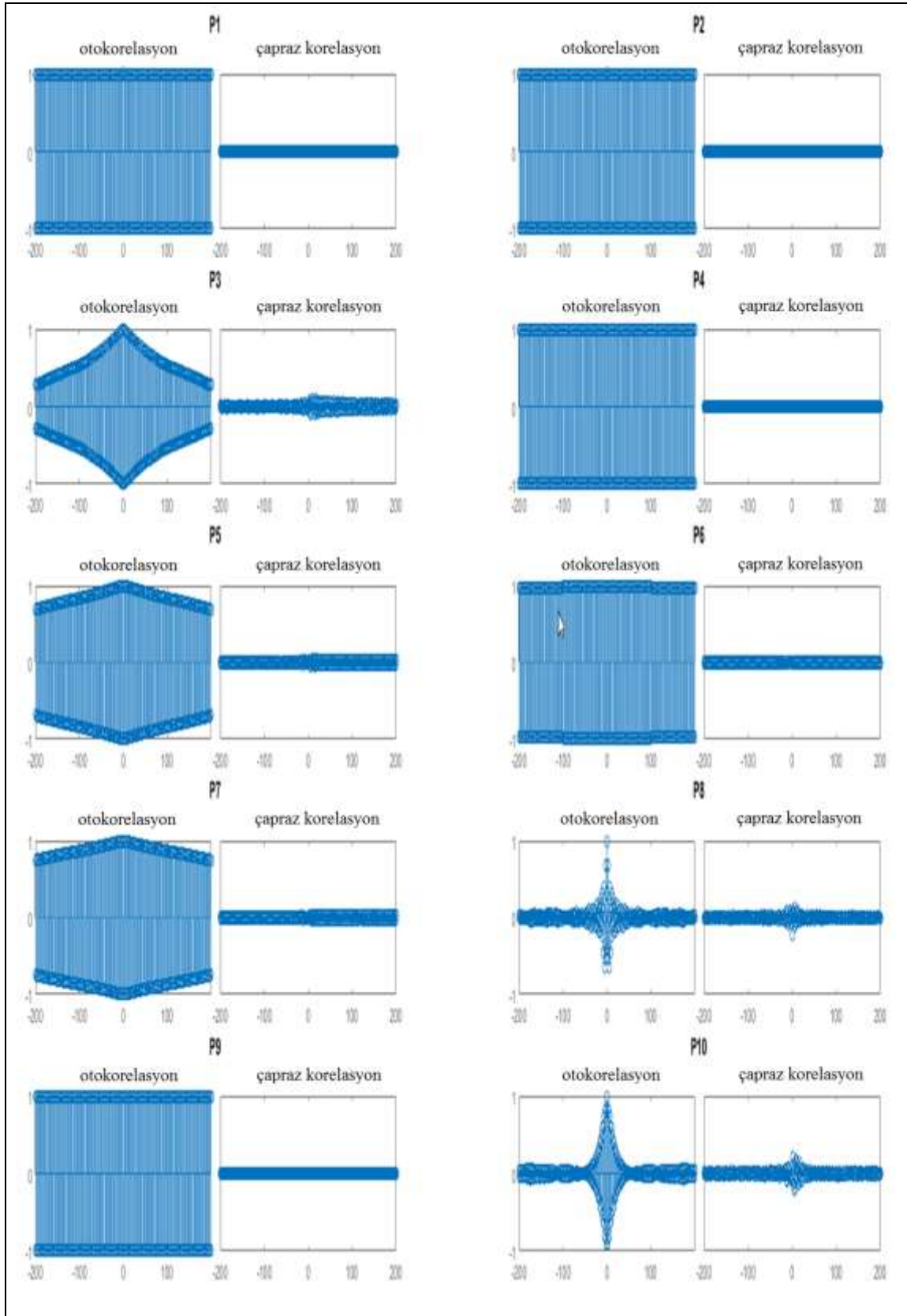
Şekil 7.4. ARX-etc- benzetim hatalarının kendisi ve giriş ile korelasyonları $-2N$ -



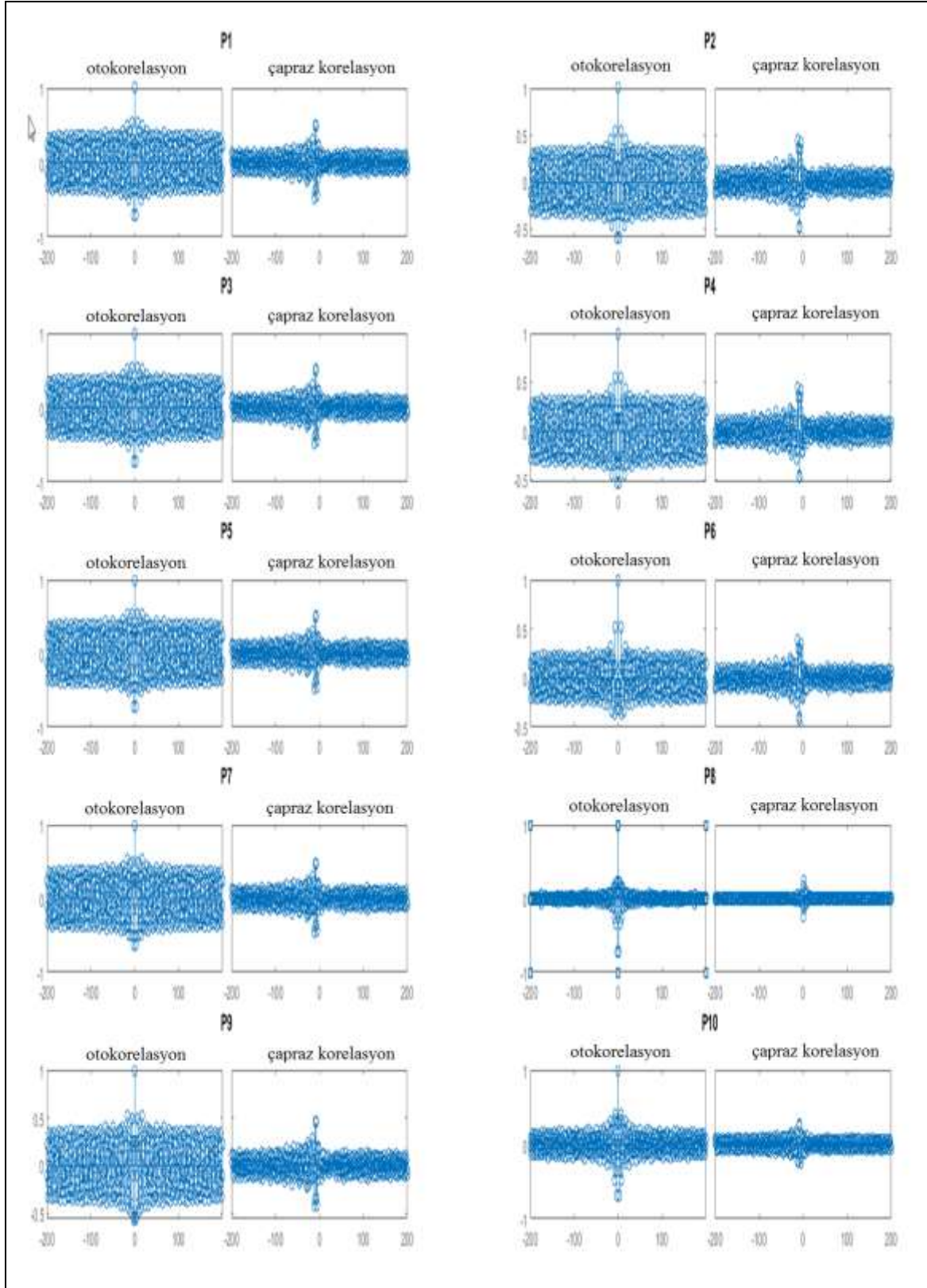
Şekil 7.5. ARX-FRF- benzetim hatalarının kendisi ve giriş ile korelasyonları $-2N$ -



Şekil 7.6. OE-zaman- benzetim hatalarının kendisi ve giriş ile korelasyonları -2 N-



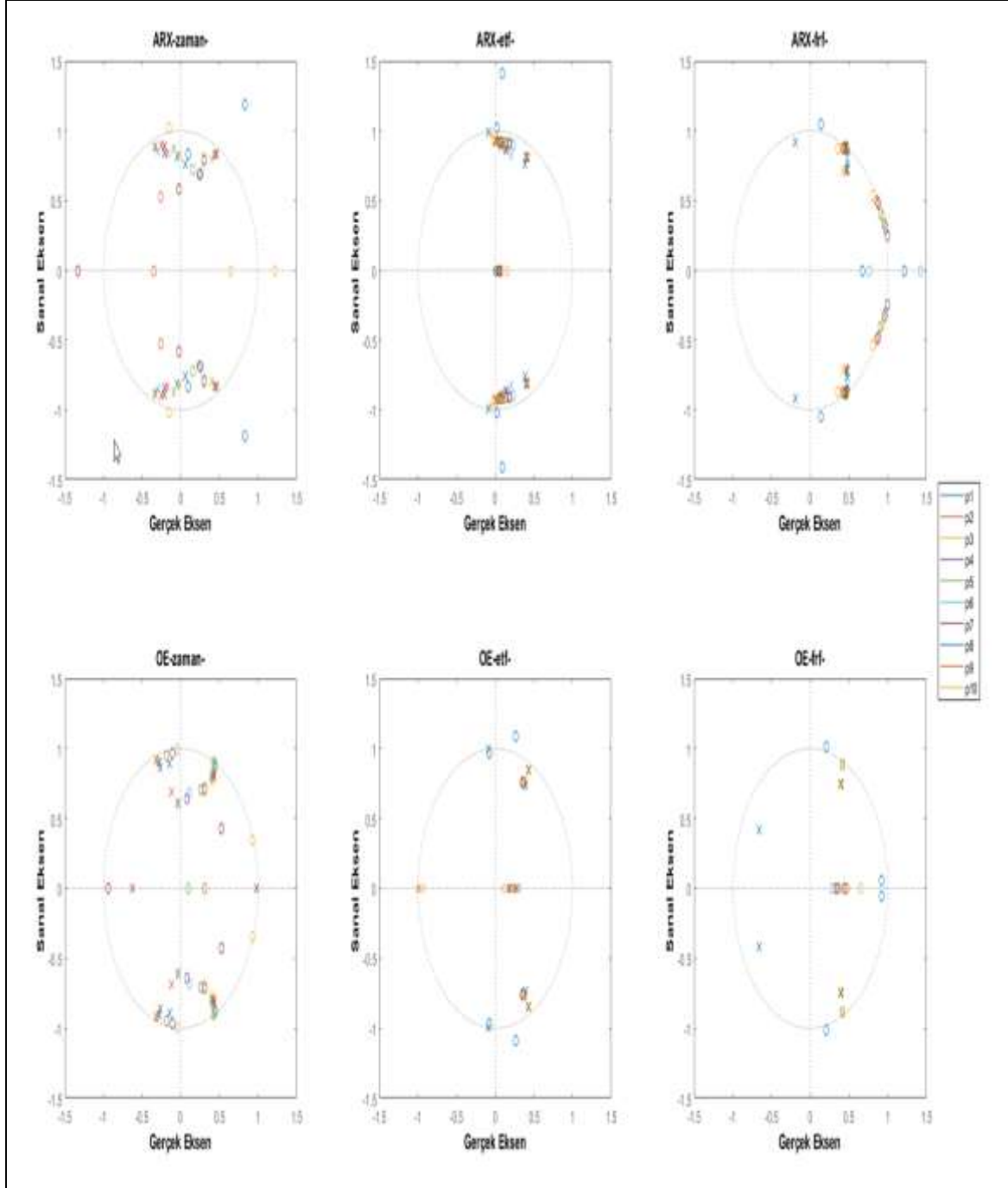
Şekil 7.7. OE-ETF- benzetim hatalarının kendisi ve giriş ile korelasyonları $-2N$ -



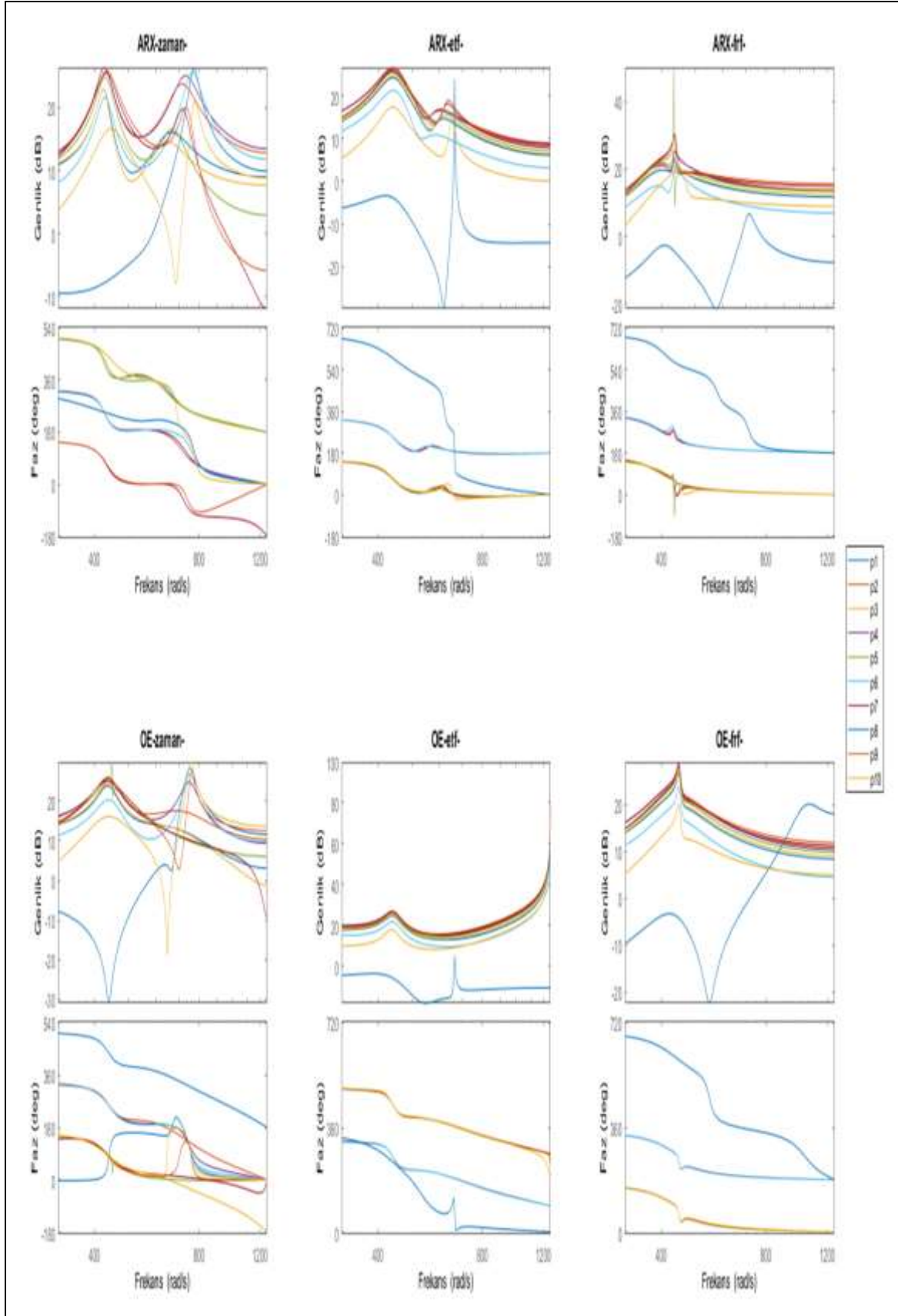
Şekil 7.8. OE-frf- benzetim hatalarının kendisi ve giriş ile korelasyonları -2 N-

Matematiksel modellerin kutup-sıfır değerlerinin z-kümesindeki değerleri Şekil 7.9 ile bode grafikleri Şekil 7.10 ile gösterilmiştir. Kanatçığın doğrusala yakın olduğu

varsayılarak incelenen sistemde her bir mod için her noktanın aynı kutup değerine sahip olması beklenmektedir.



Şekil 7.9. Matematiksel modellerin kutup ve sıfır değerlerinin z kümesinde gösterimi -2 N-



Şekil 7.10. Matematiksel modellerin genlik/faz değerlerinin Bode diagramında gösterimi
-2 N-

Elde edilen matematiksel model parametreleri Çizelge 7.2 ile gösterilmiştir.

Çizelge 7.2. Elde edilen matematiksel model parametreleri

Matematiksel Model		Matematiksel Model	
ARX450_p1 (zaman)	A= [1;-0,84;1,5;-0,54;0,61] B= [-0,99;1,49;-4,89;2,79;-2,57] C= [1] D= [1] F= [1]	ARX450_p6 (zaman)	A= [1;-0,31;1,17;-0,20;0,73] B= [0,67;-2,07;5,41;-2,94;2,23] C= [1] D= [1] F= [1]
ARX450_p1 (etf)	A= [1;-0,98;1,75;-0,79;0,65] B= [1,37;-3,90;2,21;-3,01;0,03] C= [1] D= [1] F= [1]	ARX450_p6 (etf)	A=[1;-1,19;1,85;-0,90;0,59] B= [-0,83;2,91;-1,96;2,19;-0,05] C= [1] D= [1] F= [1]
ARX450_p1 (FRF)	A= [1;-1,89;2,62;-1,64;0,73] B= [2,60;-7,42;9,90;-7,40;2,63] C= [1] D= [1] F= [1]	ARX450_p6 (FRF)	A= [1;-1,86;2,58;-1,60;0,72] B= [-1,38;4,34;-5,70;4,30;-1,42] C= [1] D= [1] F= [1]
OE540_p1 (zaman)	A= [1] B= [-0,16;-1,31;-2,76;1,33;-2,14] C= [1] D= [1] F= [1;-0,79;1,19;-0,26;0,33]	OE540_p6 (zaman)	A= [1] B= [1,09;-1,06;5,06;-1,38;2,08] C= [1] D= [1] F= [1;-0,25;1,24;-0,25;0,74]
OE540_p1 (etf)	A= [1] B= [-3,26;2,19;-12,73;7,4;-7,28] C= [1] D= [1] F= [1;-0,12;0,00;0,88;-0,24]	OE540_p6 (etf)	A= [1] B= [2,42;-1,52;9,00;-5,17;5,20] C= [1] D= [1] F= [1;-0,16;-4,01e-05;0,88;-0,27]
OE540_p1 (FRF)	A= [1] B= [1,38;-5,23;5,91;-4,90;1,16] C= [1] D= [1] F= [1;-1,65;2,36;-1,38;0,69]	OE540_p6 (FRF)	A= [1] B= [-0,85;3,45;-3,80;3,20;-0,67] C= [1] D= [1] F= [1;-1,65;2,37;-1,39;0,69]
ARX450_p2 (zaman)	A= [1;-0,57;1,32;-0,36;0,66] B= [0,84;-2,13;7,11;-3,88;3,17] C= [1] D= [1] F= [1]	ARX450_p7 (zaman)	A= [1;-0,46;1,34;-0,37;0,73] B= [0,62;-0,86;-2,10;-0,39;-0,77] C= [1] D= [1] F= [1]
ARX450_p2 (etf)	A= [1;-1,06;1,79;-0,83;0,63] B= [-1,82;5,4;-3,46;4,16;-0,18] C= [1] D= [1] F= [1]	ARX450_p7 (etf)	A= [1;-0,84;1,70;-0,73;0,71] B= [1,83;-4,49;2,35;-3,62;0,18] C= [1] D= [1] F= [1]

Çizelge 7.2. (devam) Elde edilen matematiksel model parametreleri

ARX450_p2 (FRF)	A= [1;-1,88;2,61;-1,63;0,73] B= [-3,30;9,51;-12,67;9,48;-3,35] C= [1] D= [1] F= [1]	ARX450_p7 (FRF)	A= [1;-1,85;2,56;-1,58;0,71] B= [3,99;-10,53;14,00;-10,26;3,84] C= [1] D= [1] F= [1]
OE540_p2 (zaman)	A= [1] B= [0,59;0,63;5,47;-2,46;3,20] C= [1] D= [1] F= [1;-0,61;1,14;-0,20;0,41]	OE540_p7 (zaman)	A= [1] B= [0,14;-4,07;0,42;2,21;-1,75] C= [1] D= [1] F= [1;-1,22;0,51;0,23;-0,50]
OE540_p2 (etf)	A= [1] B= [4,37;-3,12;17,14;-10,00;9,72] C= [1] D= [1] F= [1;-0,10;0,00;0,88;-0,22]	OE540_p7 (etf)	A= [1] B= [-4,11;3,71;-17,12;10,36;-9,61] C= [1] D= [1] F= [1;-0,04;0,01;0,88;-0,16]
OE540_p2 (FRF)	A= [1] B= [-1,82;6,89;-7,86;6,51;-1,58] C= [1] D= [1] F= [1;-1,65;2,37;-1,39;0,69]	OE540_p7 (FRF)	A= [1] B= [2,04;-7,01;8,30;-6,68;1,85] C= [1] D= [1] F= [1;-1,65;2,36;-1,38;0,68]
ARX450_p3 (zaman)	A= [1;-0,90;1,57;-0,60;0,62] B= [-0,98;1,18;-4,37;2,42;-2,45] C= [1] D= [1] F= [1]	ARX450_p8 (zaman)	A= [1;0,54;1,37;0,27;0,50] B= [0,71;-1,32;2,23;-1,12;1,05] C= [1] D= [1] F= [1]
ARX450_p3 (etf)	A= [1;-0,94;1,74;-0,77;0,66] B= [1,43;-4,01;2,19;-3,13;0,05] C= [1] D= [1] F= [1]	ARX450_p8 (etf)	A= [1;-0,59;1,58;-0,64;0,72] B= [0,12;-0,02;0,39;-0,03;0,27] C= [1] D= [1] F= [1]
ARX450_p3 (FRF)	A= [1;-1,88;2,63;-1,64;0,74] B= [2,87;-8,04;10,76;-8,03;2,90] C= [1] D= [1] F= [1]	ARX450_p8 (FRF)	A= [1;-0,57;1,34;-0,53;0,72] B= [-0,19;0,41;-0,47;0,45;-0,17] C= [1] D= [1] F= [1]
OE540_p3 (zaman)	A= [1] B= [0,06;-1,81;-2,12;0,95;-1,88] C= [1] D= [1] F= [1;-0,80;1,17;-0,25;0,31]	OE540_p8 (zaman)	A= [1] B= [1,55;-1,07;2,68;-0,99;1,41] C= [1] D= [1] F= [1;0,84;1,86;0,71;0,72]
OE540_p3 (etf)	A= [1] B= [-3,46;2,53;-13,65;7,97;-7,71] C= [1] D= [1] F= [1;-0,09;0,01;0,87;-0,20]	OE540_p8 (etf)	A= [1] B= [0,27;-0,10;0,58;-0,08;0,32] C= [1] D= [1] F= [1;-0,60;1,54;-0,65;0,69]

Çizelge 7.2. (devam) Elde edilen matematiksel model parametreleri

OE540_p3 (FRF)	A= [1] B= [1,50;-5,58;6,41;-5,28;1,32] C= [1] D= [1] F= [1;-1,65;2,37;-1,38;0,69]	OE540_p8 (FRF)	A= [1] B= [-0,63;1,44;-1,71;1,49;-0,58] C= [1] D= [1] F= [1;0,50;0,26;0,44;0,43]
ARX450_p4 (zaman)	A= [1;-0,49;1,26;-0,30;0,67] B= [0,79;-2,30;7,37;-3,96;3,15] C= [1] D= [1] F= [1]	ARX450_p9 (zaman)	A= [1;-0,36;1,28;-0,31;0,74] B= [1,10;-1,43;-1,46;-1,10;-0,28] C= [1] D= [1] F= [1]
ARX450_p4 (etf)	A= [1;-1,09;1,80;-0,84;0,62] B= [-1,72;5,30;-3,45;4,06;-0,18] C= [1] D= [1] F= [1]	ARX450_p9 (etf)	A= [1;-0,82;1,70;-0,72;0,72] B= [1,96;-4,62;2,46;-3,77;0,26] C= [1] D= [1] F= [1]
ARX450_p4 (FRF)	A= [1;-1,87;2,60;-1,62;0,73] B= [-3,05;8,95;-11,88;8,90;-3,10] C= [1] D= [1] F= [1]	ARX450_p9 (FRF)	A= [1;-1,83;2,53;-1,55;0,69] B= [4,36;-11,29;14,95;-10,88;4,12] C= [1] D= [1] F= [1]
OE540_p4 (zaman)	A= [1] B= [0,75;0,04;6,05;-0,91;2,43] C= [1] D= [1] F= [1;-0,30;1,21;-0,23;0,68]	OE540_p9 (zaman)	A= [1] B= [2,25;-4,73;1,60;-4,59;1,39] C= [1] D= [1] F= [1;-0,20;1,22;-0,27;0,75]
OE540_p4 (etf)	A= [1] B= [4,26;-2,92;16,49;-9,62;9,40] C= [1] D= [1] F= [1;-0,12;0,00;0,88;-0,24]	OE540_p9 (etf)	A= [1] B= [-4,25;4,09;-18,10;11,05;-10,09] C= [1] D= [1] F= [1;-0,01;0,01;0,89;-0,14]
OE540_p4 (FRF)	A= [1] B= [-1,72;6,61;-7,49;6,22;-1,47] C= [1] D= [1] F= [1;-1,65;2,37;-1,39;0,69]	OE540_p9 (FRF)	A= [1] B= [2,23;-7,47;8,93;-7,13;2,04] C= [1] D= [1] F= [1;-1,65;2,36;-1,38;0,68]
ARX450_p5 (zaman)	A= [1;-0,72;1,50;-0,53;0,68] B= [-0,28;0,16;-3,16;0,97;-1,63] C= [1] D= [1] F= [1]	ARX450_p10 (zaman)	A= [1;-0,13;1,16;-0,18;0,72] B= [1,37;-2,15;1,76;-2,39;1,15] C= [1] D= [1] F= [1]
ARX450_p5 (etf)	A= [1;-0,90;1,73;-0,76;0,69] B= [1,61;-4,26;2,27;-3,41;0,11] C= [1] D= [1] F= [1]	ARX450_p10 (etf)	A= [1;-0,71;1,68;-0,69;0,78] B= [0,80;-1,62;0,88;-1,41;0,21] C= [1] D= [1] F= [1]

Çizelge 7.2. (devam) Elde edilen matematiksel model parametreleri

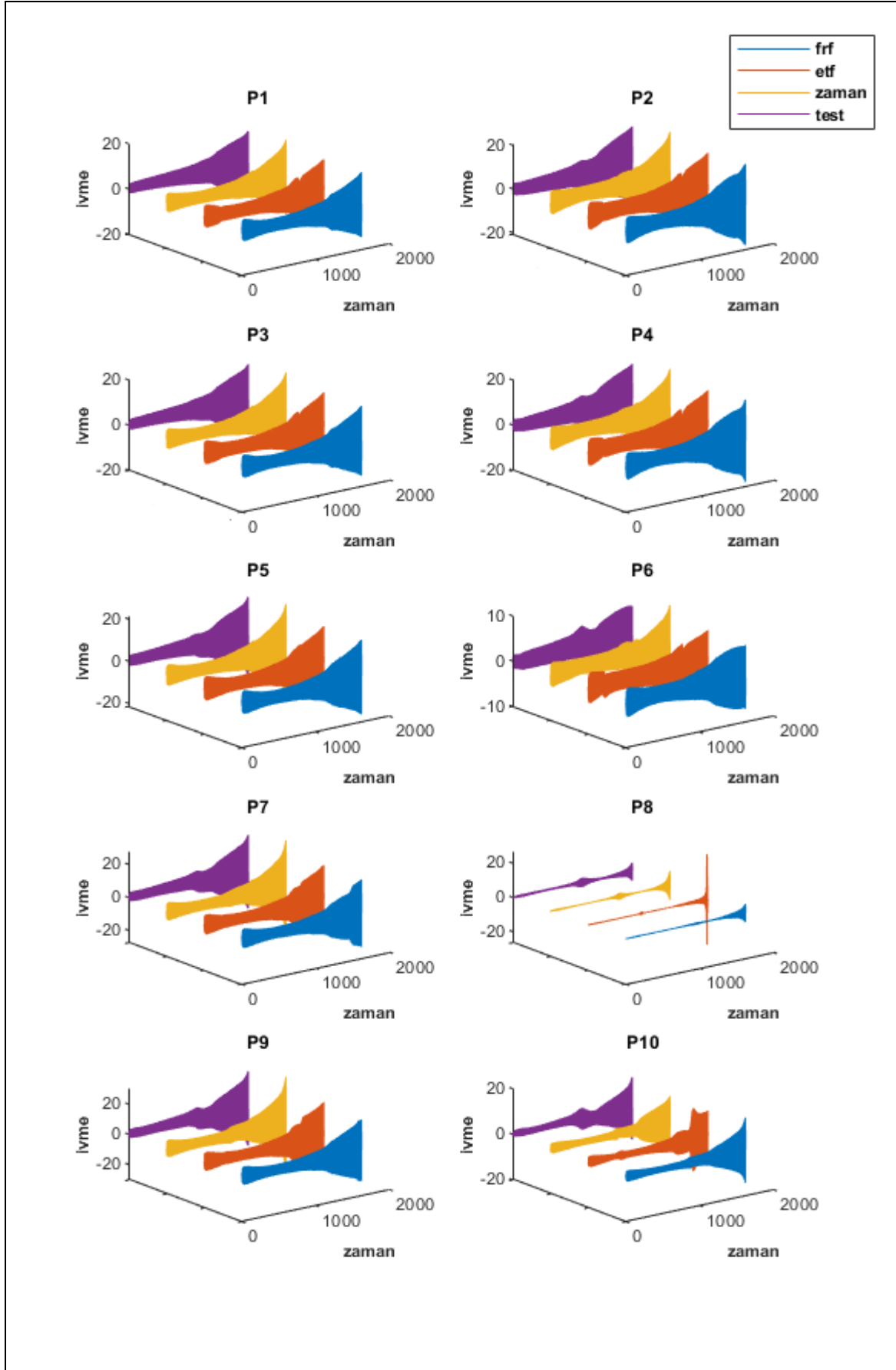
ARX450_p5 (FRF)	A= [1;-1,88;2,64;-1,65;0,75] B= [3,29;-8,99;12,01;-8,93;3,23] C= [1] D= [1] F= [1]	ARX450_p10 (FRF)	A= [1;-1,66;2,31;-1,35;0,64] B= [2,09;-4,89;6,26;-4,41;1,75] C= [1] D= [1] F= [1]
OE540_p5 (zaman)	A= [1] B= [1,12-4,67;4,65;-3,99;0,34] C= [1] D= [1] F= [1;-1,65;2,47;-1,47;0,78]	OE540_p10 (zaman)	A= [1] B= [2,24;-3,95;4,01;-3,91;2,17] C= [1] D= [1] F= [1;-0,21;1,18;-0,31;0,69]
OE540_p5 (etf)	A= [1] B= [-4,05;3,36;-15,80;9,49;-8,88] C= [1] D= [1] F= [1;-0,11;0,00;0,88;-0,22]	OE540_p10 (etf)	A= [1] B= [-1,68;2,08;-7,48;4,91;-4,10] C= [1] D= [1] F= [1;-0,03;0,08;0,83;-0,08]
OE540_p5 (FRF)	A= [1] B= [1,68;-6,13;7,05;-5,77;1,44] C= [1] D= [1] F= [1;-1,65;2,37;-1,39;0,70]	OE540_p10 (FRF)	A= [1] B= [1,08;-3,24;4,05;-3,13;1,02] C= [1] D= [1] F= [1;-1,64;2,34;-1,36;0,67]

7.3. Cevap Kontrollü Sinüs Tarama

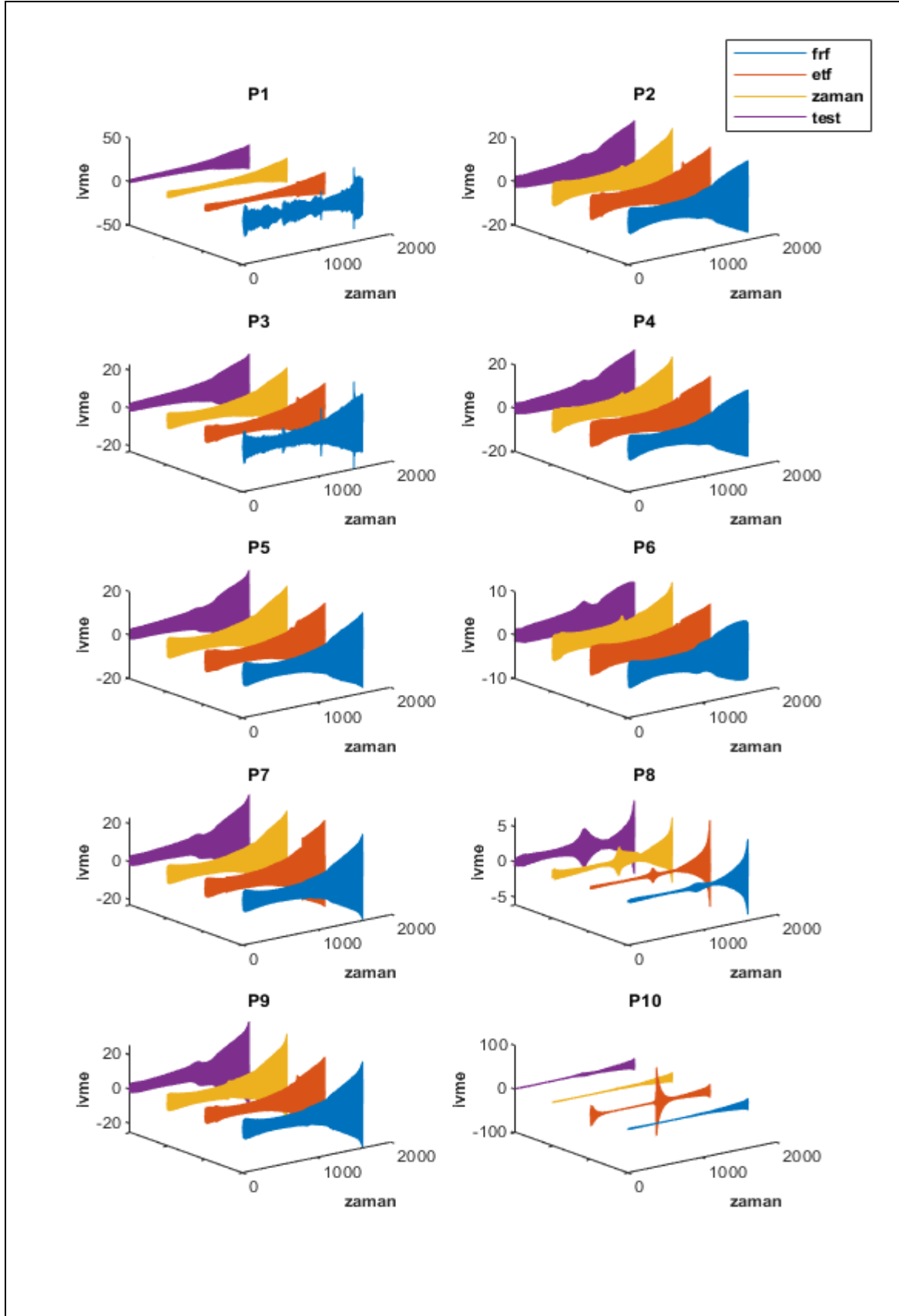
Cevap kontrollü testlerde deplasman sabit tutularak ilgilenilen frekans aralığında deplasmanın sinüs tarama testi yapılmıştır. Kuvvet kontrollü testler 2 N ile yapılmıştır. Kuvvet kontrollü testlerin ortalama karekök değerlerinin yaklaşık muadili olan 0,03 mm ile deplasman kontrollü testler yapılmıştır. Zaman ve frekans boyutu verileri kullanılarak ARX ve OE modellemeleri incelenmiştir.

7.3.1. 0,03 mm (RMS 1,1 N)

Sabit deplasman (0,03 mm) testinde test verisi ile zaman verisinden türetilen model tabanlı benzetim, etf verisinden türetilen model tabanlı benzetim, FRF verisinden türetilen model tabanlı benzetim karşılaştırmaları Şekil 7.11-Şekil 7.12 ile gösterilmiştir. Doğrusal olmayan sistemlerde zıplama fenomeni kuvvet kontrollü testte görülmüştür. Sabit deplasman testinde bu zıplama fenomeninin ortadan kalktığı gösterilmiştir.



Şekil 7.11. ARX benzetimleri ve test verisinin karşılaştırılması -0,03 mm-



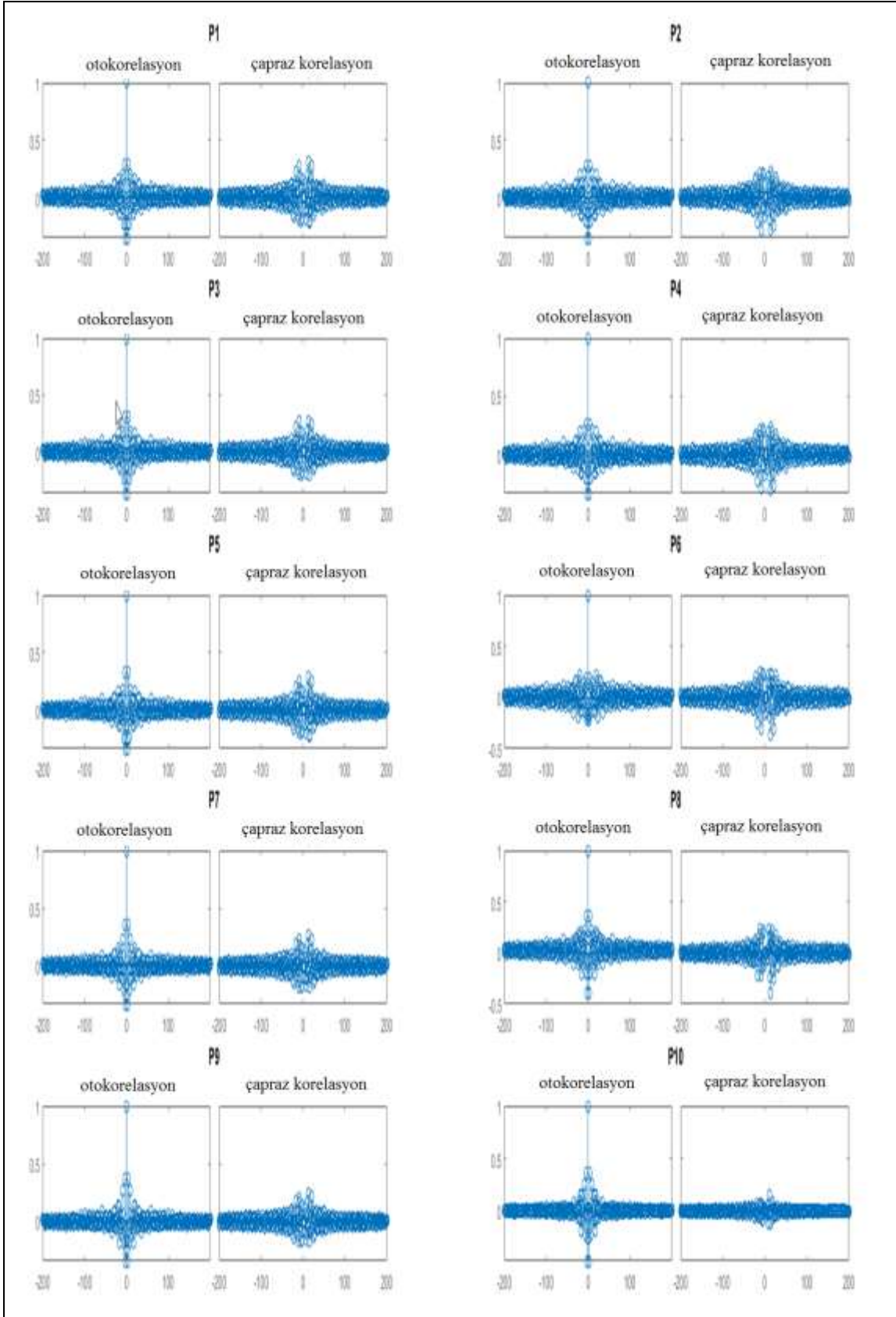
Şekil 7.12. OE benzetimleri ve test verisinin karşılaştırılması -0,03 mm-

Test verisi ve benzetim değerleri arasındaki uyum izelge 7.3 ile gösterilmiştir. Kuvvet kontrollü testle eldilen matematiksel model uyumlarına göre genel olarak oldukça artış olsa da iyileştirmeler yapılması gerekmektedir.

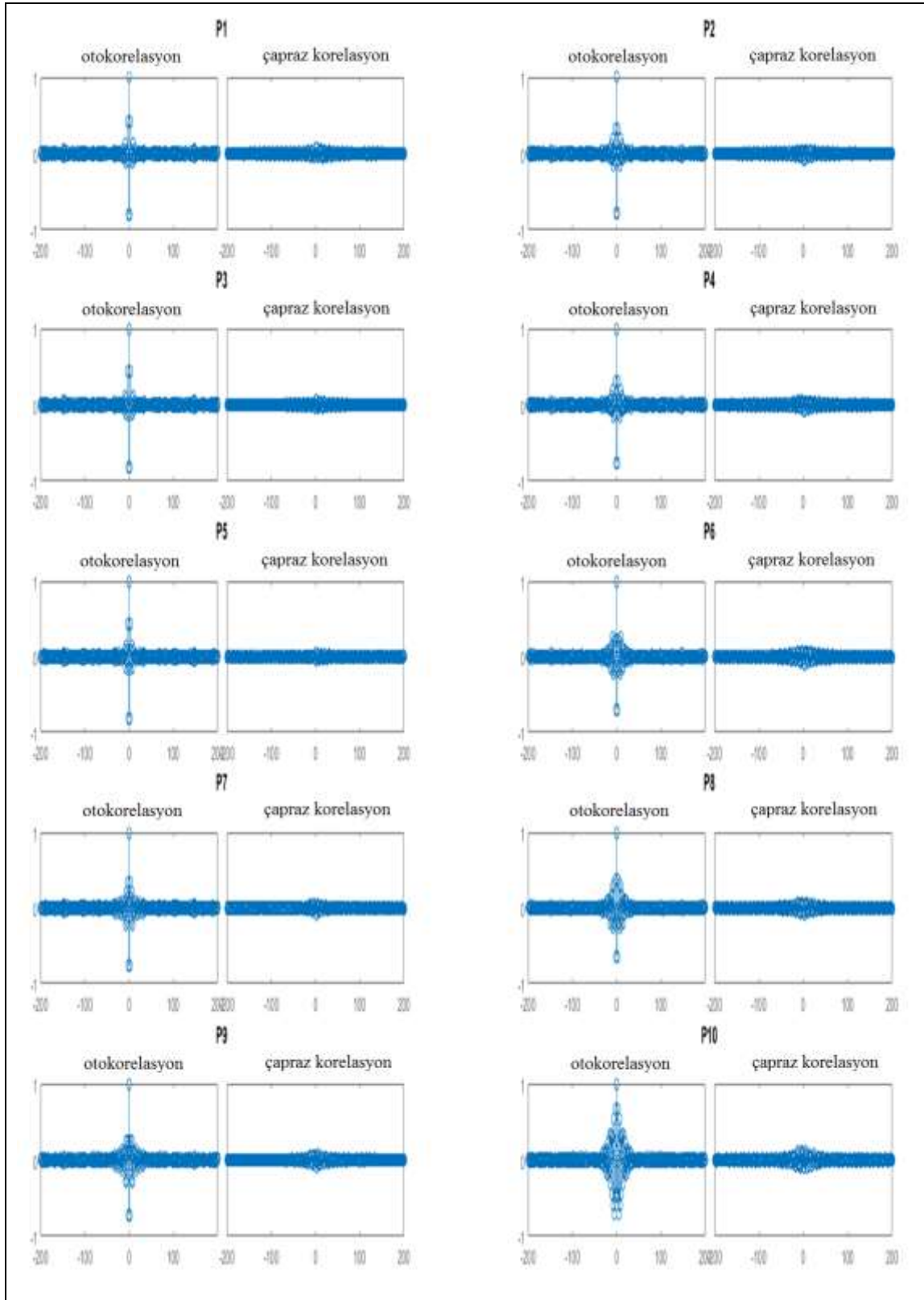
Çizelge 7.3. Benzetim verilerinin test verilerine uyum oranı -0,03 mm-

Benzetim Verisi	Uyum [%]	Benzetim Verisi	Uyum [%]
ARX450_p1 (zaman)	74,39	ARX450_p6 (zaman)	67,11
ARX450_p1 (etf)	73,38	ARX450_p6 (etf)	55,46
ARX450_p1 (FRF)	74,07	ARX450_p6 (FRF)	66,38
OE540_p1 (zaman)	75,31	OE540_p6 (zaman)	70,07
OE540_p1 (etf)	74,28	OE540_p6 (etf)	66,55
OE540_p1 (FRF)	-24,17	OE540_p6 (FRF)	64,44
ARX450_p2 (zaman)	73,84	ARX450_p7 (zaman)	72,39
ARX450_p2 (etf)	73,09	ARX450_p7 (etf)	71,95
ARX450_p2 (FRF)	72,97	ARX450_p7 (FRF)	72,51
OE540_p2 (zaman)	75,1	OE540_p7 (zaman)	74,57
OE540_p2 (etf)	73,69	OE540_p7 (etf)	66,71
OE540_p2 (FRF)	72,54	OE540_p7 (FRF)	73,67
ARX450_p3 (zaman)	74,26	ARX450_p8 (zaman)	22,28
ARX450_p3 (etf)	73,75	ARX450_p8 (etf)	-49,15
ARX450_p3 (FRF)	74,23	ARX450_p8 (FRF)	16,11
OE540_p3 (zaman)	75,43	OE540_p8 (zaman)	40,15
OE540_p3 (etf)	74,35	OE540_p8 (etf)	26,81
OE540_p3 (FRF)	66,55	OE540_p8 (FRF)	16,87
ARX450_p4 (zaman)	73,03	ARX450_p9 (zaman)	71,77
ARX450_p4 (etf)	71,8	ARX450_p9 (etf)	70,65
ARX450_p4 (FRF)	72,24	ARX450_p9 (FRF)	72,8
OE540_p4 (zaman)	74,51	OE540_p9 (zaman)	74,35
OE540_p4 (etf)	72,75	OE540_p9 (etf)	72,05
OE540_p4 (FRF)	71,64	OE540_p9 (FRF)	72,94
ARX450_p5 (zaman)	73,01	ARX450_p10 (zaman)	64,49
ARX450_p5 (etf)	72,97	ARX450_p10 (etf)	47,85
ARX450_p5 (FRF)	73,4	ARX450_p10 (FRF)	64,97
OE540_p5 (zaman)	74,87	OE540_p10 (zaman)	67,18
OE540_p5 (etf)	73,94	OE540_p10 (etf)	-136,2
OE540_p5 (FRF)	73,7	OE540_p10 (FRF)	63,2

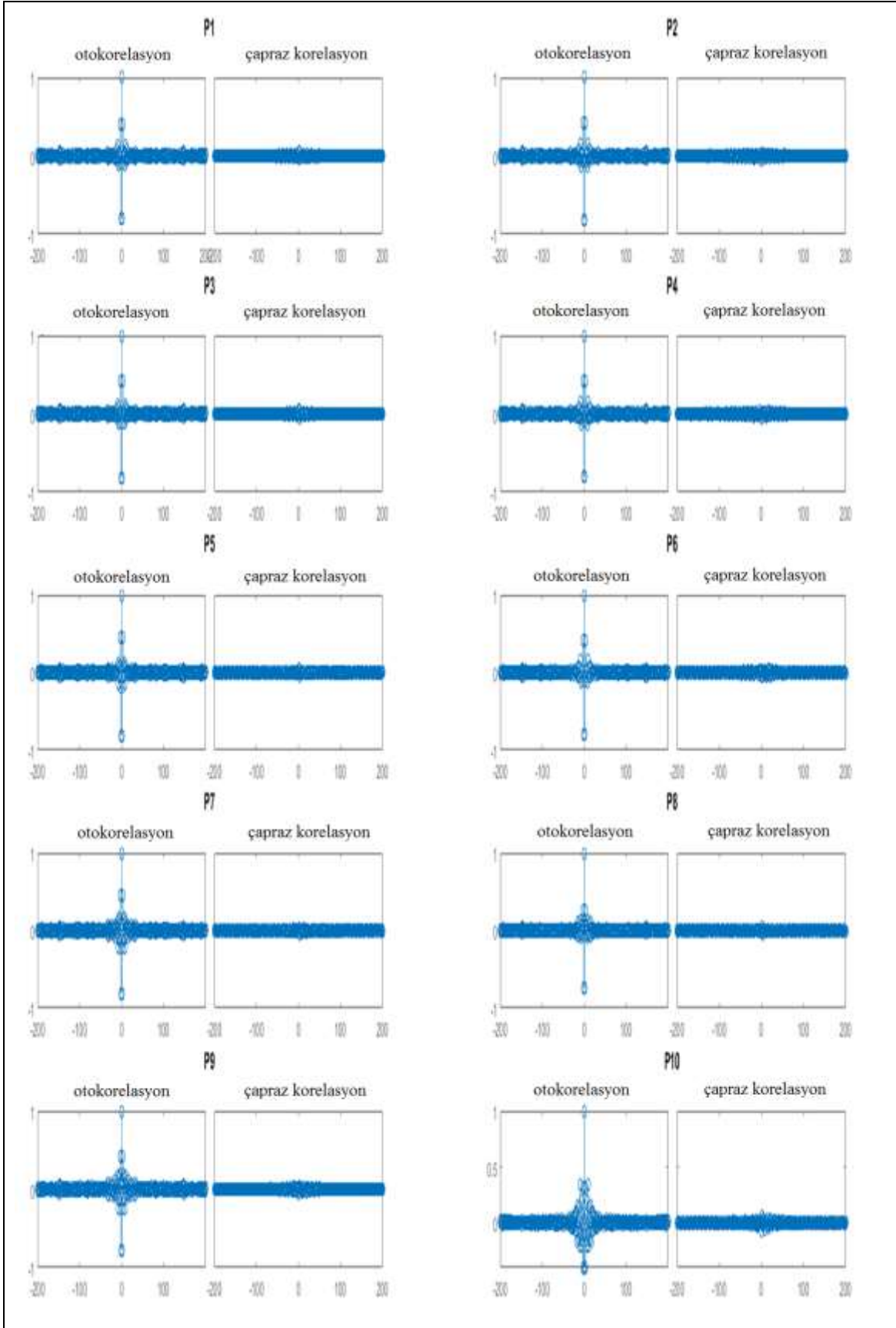
Elde edilen matematiksel model hatalarının otokorelasyon ve giriş verisi ile çapraz korelasyon değerleri Şekil 7.13- Şekil 7.18 ile gösterilmiştir.



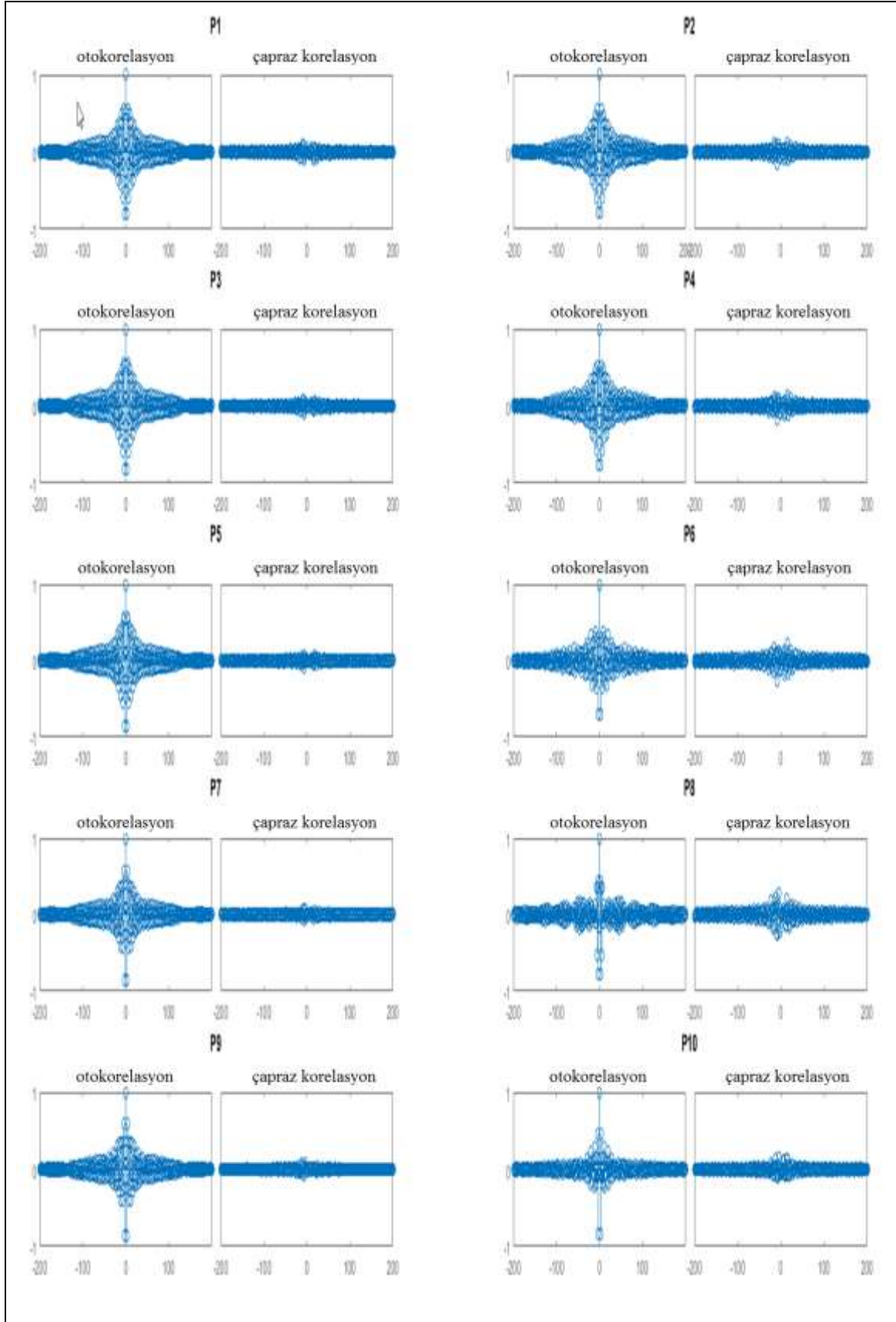
Şekil 7.13. ARX-zaman- simülasyonlarının kendisi ve giriş ile korelasyonları -0,03 mm-



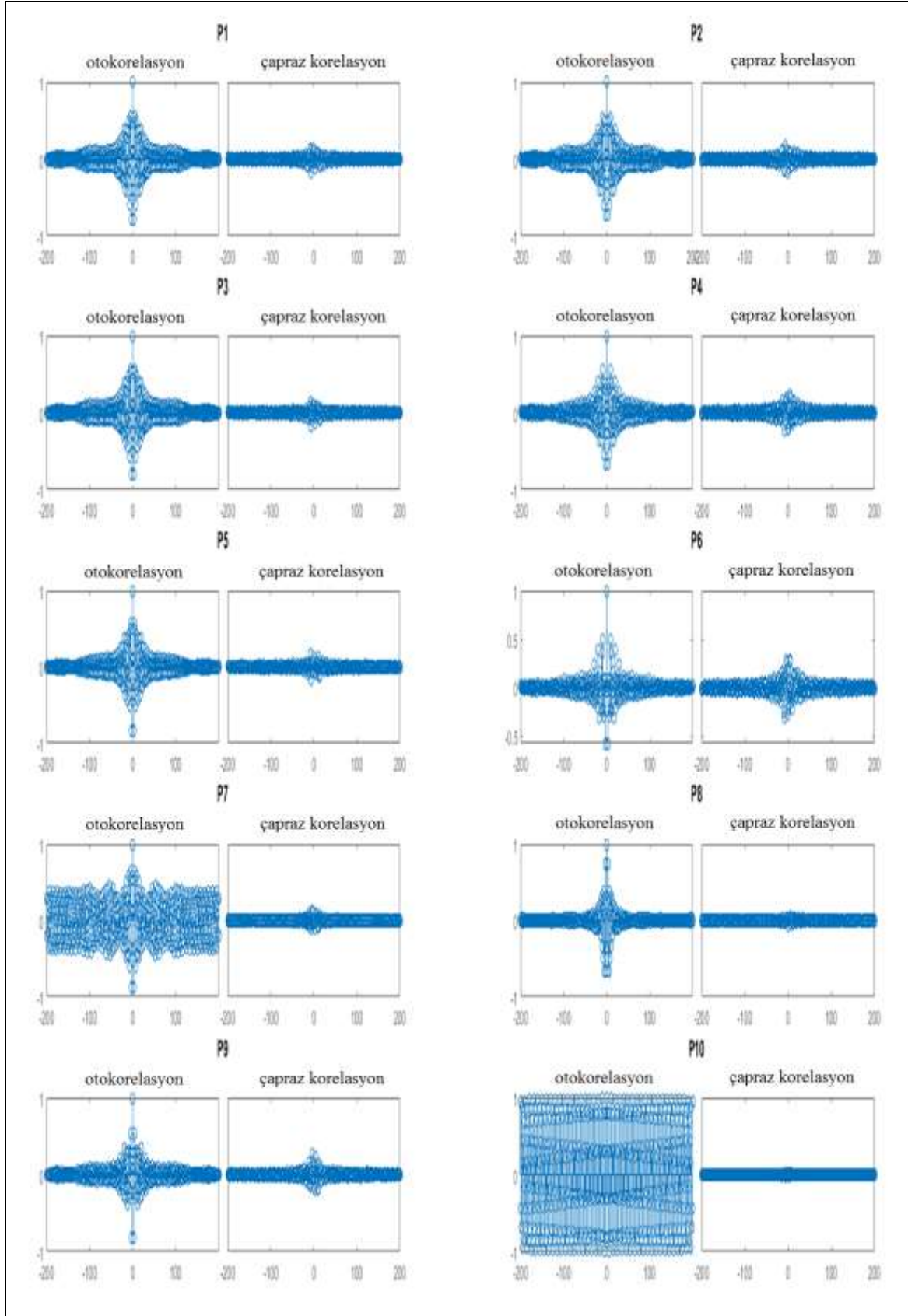
Şekil 7.14. ARX-etf- benzetimlerinin kendisi ve giriş ile korelasyonları -0,03 mm-



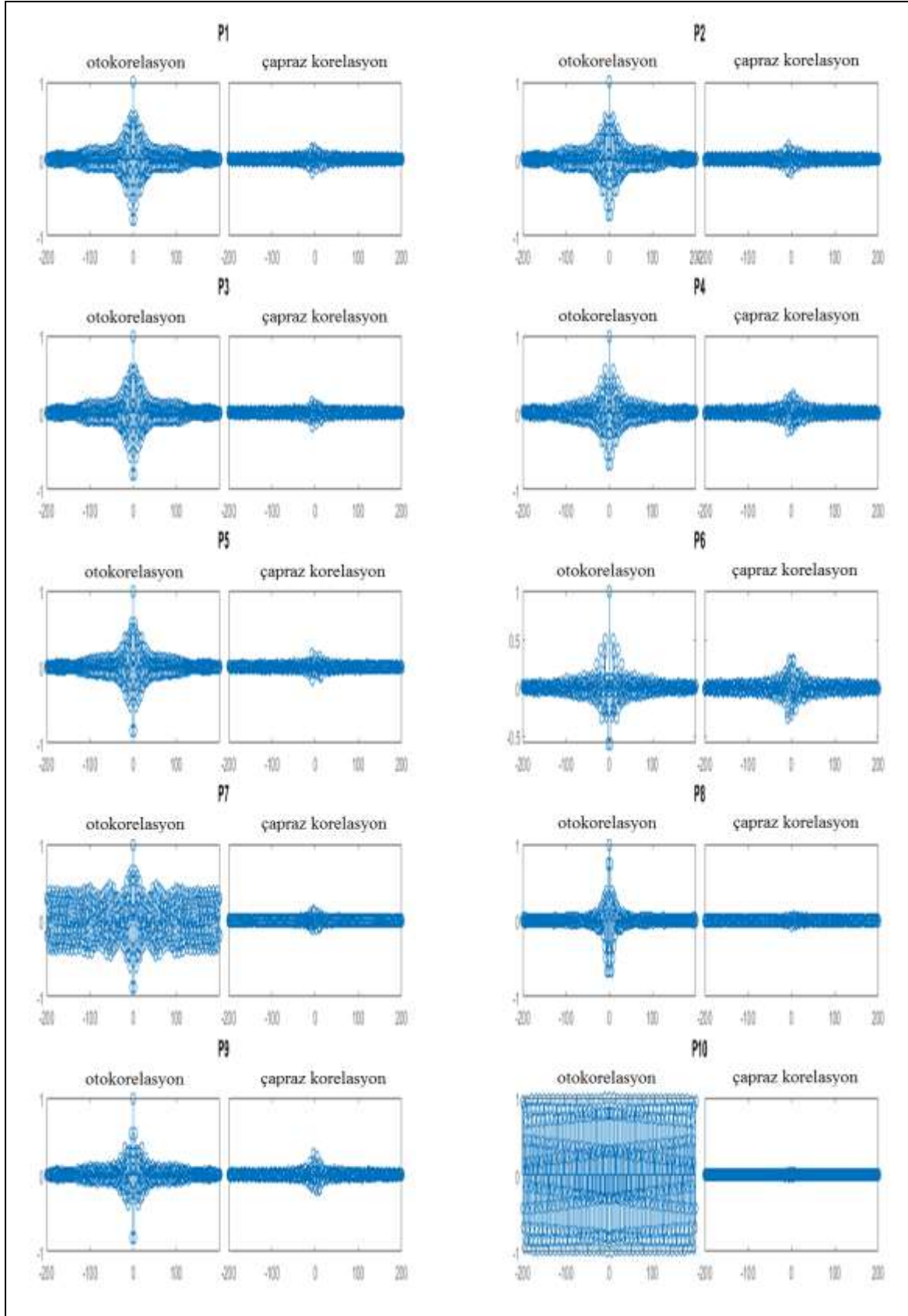
Şekil 7.15. ARX-FRF- benzetimlerinin kendisi ve giriş ile korelasyonları -0,03 mm-



Şekil 7.16. OE-zaman- benzetimlerinin kendisi ve giriş ile korelasyonları -0,03 mm-

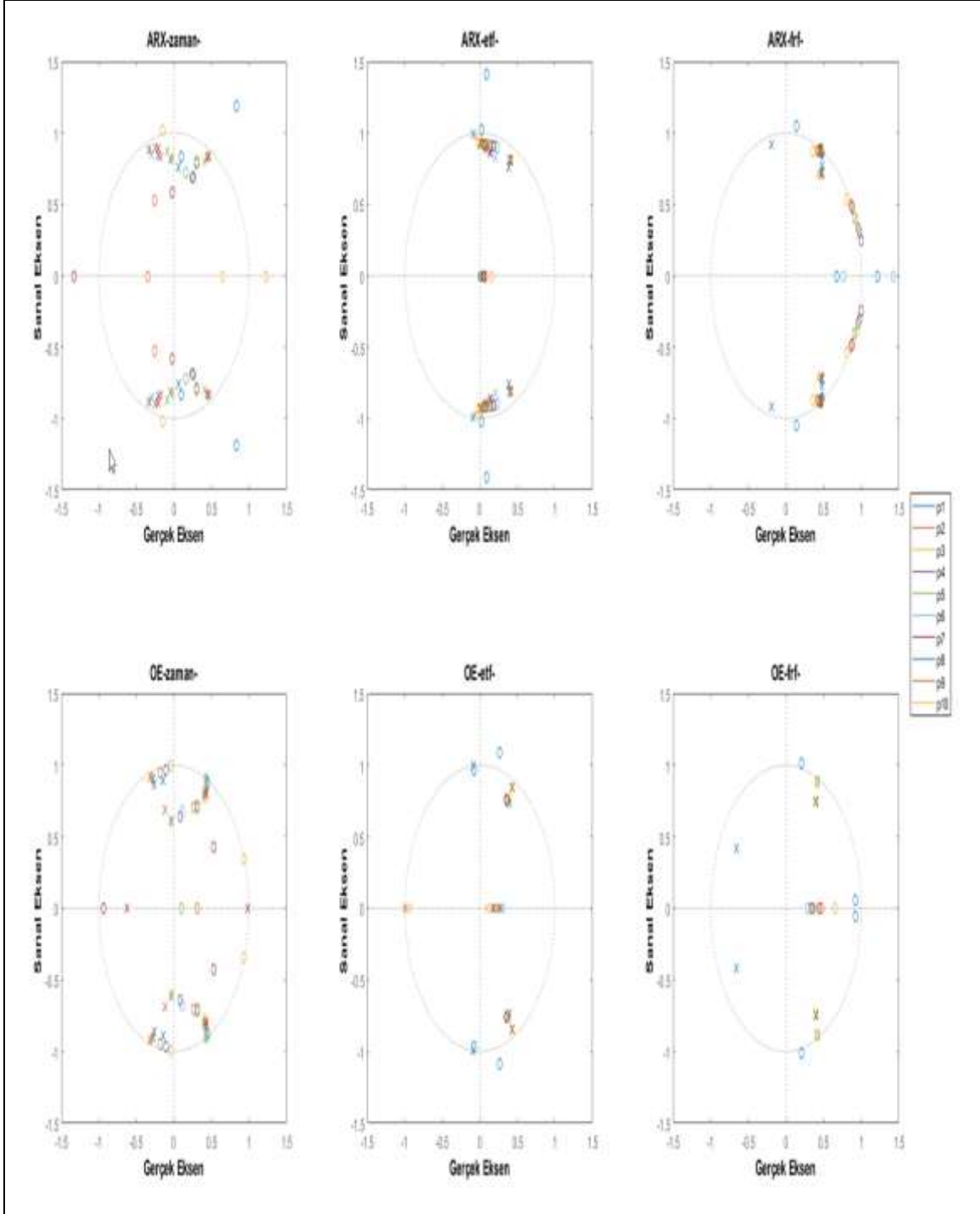


Şekil 7.17. OE-etf- benzetimlerinin kendisi ve giriş ile korelasyonları -0,03 mm-

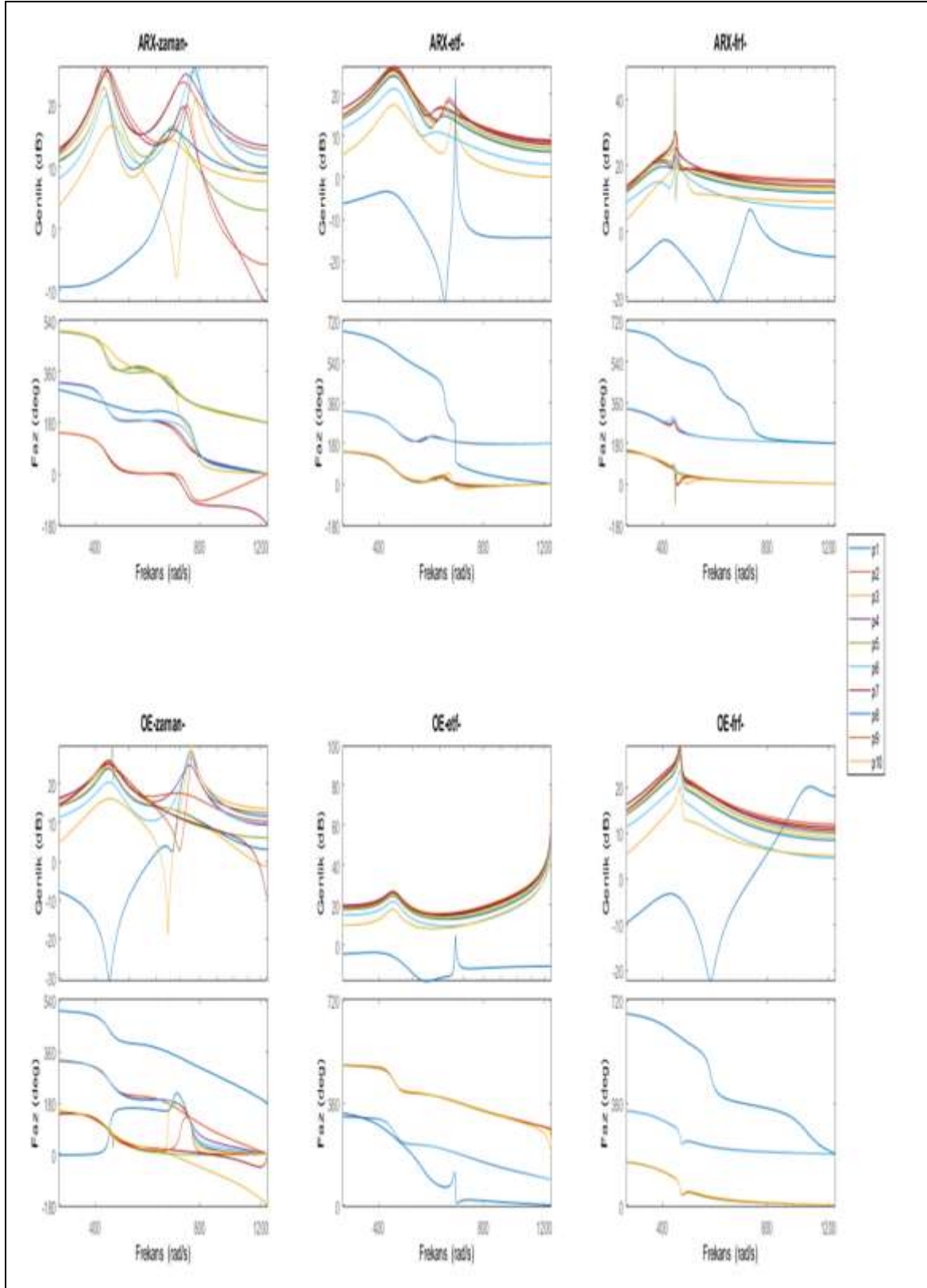


Şekil 7.18. OE-FRF- benzetimlerinin kendisi ve giriş ile korelasyonları -0,03 mm-

Matematiksel modellerin kutup-sıfır değerlerinin z-kümesindeki değerleri Şekil 7.19 ile bode grafikleri Şekil 7.20 ile gösterilmiştir. İncelenen sistemde her mod için her noktanın aynı kutup değerine sahip olması beklenmektedir.



Şekil 7.19. Matematiksel modellerin kutup ve sıfır değerlerinin z kümesinde gösterimi
-0,03 mm-



Şekil 7.20. Matematiksel modellerin genlik ve faz değerlerinin Bode diagramında gösterimi -0,03 mm-

Elde edilen matematiksel model parametreleri Çizelge 7.4 ile gösterilmiştir.

Çizelge 7.4 Matematiksel modellerin parametre değerleri -0,03 mm-

Matematiksel Model		Matematiksel Model	
ARX450_p1 (zaman)	A= [1;0,07;1,04;0,19;0,54] B= [1,16;-1,22;-1,41;0,16;0,30] C= [1] D= [1] F= [1]	ARX450_p6 (zaman)	A= [1;0,23;1,09;0,23;0,68] B= [-0,55;0,42;1,36;-0,08;-0,12] C= [1] D= [1] F= [1]
ARX450_p1 (etf)	A= [1;-1,0;2,054;-0,92;0,81] B= [1,93;-4,71;5,25;-4,53;1,72] C= [1] D= [1] F= [1]	ARX450_p6 (etf)	A= [1;-1,01;2,08;-0,94;0,84] B= [-0,84;2,42;-2,49;2,42;-0,79] C= [1] D= [1] F= [1]
ARX450_p1 (FRF)	A= [1;-0,97;1,78;-0,74;0,59] B= [2,07;-4,85;4,96;-3,6;1,44] C= [1] D= [1] F= [1]	ARX450_p6 (FRF)	A= [1;-0,17;1,39;-0,12;0,69] B= [-1,53;2,44;-1,71;2,02;-1,18] C= [1] D= [1] F= [1]
OE540_p1 (zaman)	A= [1] B= [1,69;-1,97;-0,98;0,29;0,49] C= [1] D= [1] F= [1;0,15;0,74;0,40;0,32]	OE540_p6 (zaman)	A= [1] B= [-0,68;0,95;0,53;0,83;-0,43] C= [1] D= [1] F= [1;0,10;1,36;0,02;0,82]
OE540_p1 (etf)	A= [1] B= [1,77;-4,61;5,27;-4,49;1,68] C= [1] D= [1] F= [1;-1,10;2,13;-1,01;0,83]	OE540_p6 (etf)	A= [1] B= [-0,85;2,66;-2,79;2,50;-0,69] C= [1] D= [1] F= [1;-1,17;2,16;-1,06;0,82]
OE540_p1 (FRF)	A= [1] B= [2,30;-4,29;0,39;2,93;-1,18] C= [1] D= [1] F= [1;-0,43;-0,07;0,65;-0,70]	OE540_p6 (FRF)	A= [1] B= [-1,63;2,34;-1,43;2,02;-1,27] C= [1] D= [1] F= [1;0,03;1,32;0,02;0,73]
ARX450_p2 (zaman)	A= [1;0,17;1,04;0,25;0,59] B= [-1,49;1,31;2,11;-0,22;-0,47] C= [1] D= [1] F= [1]	ARX450_p7 (zaman)	A= [1;-0,07;1,34;-0,05;0,72] B= [1,51;-1,68;-0,76;-0,82;0,85] C= [1] D= [1] F= [1]
ARX450_p2 (etf)	A= [1;-1,03;2,08;-0,95;0,82] B= [-2,36;5,87;-6,63;5,72;-2,19] C= [1] D= [1] F= [1]	ARX450_p7 (etf)	A= [1;-0,93;2,01;-0,85;0,81] B= [3,09;-6,71;7,75;-6,39;2,72] C= [1] D= [1] F= [1]

Çizelge 7.4. (devam) Matematiksel modellerin parametre değerleri -0,03 mm-

ARX450_p2 (FRF)	A= [1;-0,58;1,70;-0,50;0,73] B= [-2,71;5,19;-4,80;4,56;-2,25] C= [1] D= [1] F= [1]	ARX450_p7 (FRF)	A= [1;-0,62;1,80;-0,58;0,80] B= [2,92;-5,56;5,65;-5,25;2,58] C= [1] D= [1] F= [1]
OE540_p2 (zaman)	A= [1] B= [-1,97;2,42;-0,04;2,22;-1,72] C= [1] D= [1] F= [1;0,11;1,32;0,03;0,79]	OE540_p7 (zaman)	A= [1] B= [2,32;-2,66;-1,16;1,35;0,10] C= [1] D= [1] F= [1;-0,02;0,71;0,34;0,21]
OE540_p2 (etf)	A= [1] B= [-2,23;5,85;-6,70;5,72;-2,15] C= [1] D= [1] F= [1;-1,10;2,13;-1,02;0,83]	OE540_p7 (etf)	A= [1] B= [2,78;-6,24;7,37;-6,22;2,72] C= [1] D= [1] F= [1;-0,96;2,05;-0,90;0,84]
OE540_p2 (FRF)	A= [1] B= [-2,99;3,85;-1,71;3,02;-2,28] C= [1] D= [1] F= [1;0,10;1,24;0,10;0,70]	OE540_p7 (FRF)	A= [1] B= [2,63;-3,47;1,83;-3,04;2,15] C= [1] D= [1] F= [1;-0,07;1,44;-0,10;0,77]
ARX450_p3 (zaman)	A= [1;0,01;1,09;0,14;0,55] B= [1,22;-1,31;-1,32;0,13;0,32] C= [1] D= [1] F= [1]	ARX450_p8 (zaman)	A= [1;0,89;1,68;0,62;0,56] B= [0,21;-0,36;0,72;-0,65;0,46] C= [1] D= [1] F= [1]
ARX450_p3 (etf)	A= [1;-1,0;2,05;-0,92;0,81] B= [2,17;-5,13;5,80;-4,93;1,94] C= [1] D= [1] F= [1]	ARX450_p8 (etf)	A= [1;-0,25;1,72;-0,28;0,87] B= [0,12;-0,07;0,15;-0,08;0,14] C= [1] D= [1] F= [1]
ARX450_p3 (FRF)	A= [1;-1,09;1,96;-0,91;0,69] B= [2,23;-5,42;6,07;-4,64;1,77] C= [1] D= [1] F= [1]	ARX450_p8 (FRF)	A= [1;0,03;1,33;0,01;0,73] B= [-0,16;0,53;-0,75;0,57;-0,16] C= [1] D= [1] F= [1]
OE540_p3 (zaman)	A= [1] B= [1,81;-2,52;-0,69;1,21;-0,12] C= [1] D= [1] F= [1;-0,11;0,61;0,36;0,08]	OE540_p8 (zaman)	A= [1] B= [0,82;-0,85;1,47;-1,21;1,00] C= [1] D= [1] F= [1;0,39;1,08;-0,04;0,25]
OE540_p3 (etf)	A= [1] B= [1,95;-4,97;5,78;-4,86;1,87] C= [1] D= [1] F= [1;-1,10;2,13;-1,02;0,83]	OE540_p8 (etf)	A= [1] B= [-0,06;0,28;-0,35;0,25;0,01] C= [1] D= [1] F= [1;-0,06;1,49;-0,12;0,79]

Çizelge 7.4. (devam) Matematiksel modellerin parametre değerleri -0,03 mm-

OE540_p3 (FRF)	A= [1] B= [2,33;-3,64;-0,66;2,97;-0,99] C= [1] D= [1] F= [1;-0,16;0,02;0,71;-0,47]	OE540_p8 (FRF)	A= [1] B= [-0,14;0,50;-0,71;0,54;-0,14] C= [1] D= [1] F= [1;0,02;1,34;0,00;0,74]
ARX450_p4 (zaman)	A= [1;0,19;1,04;0,26;0,61] B= [-1,43;1,21;2,09;-0,16;-0,47] C= [1] D= [1] F= [1]	ARX450_p9 (zaman)	A= [1;-0,06;1,39;-0,06;0,76] B= [1,65;-1,79;-0,58;-1,17;1,11] C= [1] D= [1] F= [1]
ARX450_p4 (etf)	A= [1;-1,03;2,08;-0,95;0,82] B= [-2,17;5,52;-6,17;5,40;-2,04] C= [1] D= [1] F= [1]	ARX450_p9 (etf)	A= [1;-0,91;1,99;-0,83;0,81] B= [3,38;-7,17;8,33;-6,82;2,97] C= [1] D= [1] F= [1]
ARX450_p4 (FRF)	A= [1;-0,40;1,53;-0,31;0,68] B= [-2,72;4,76;-3,86;3,86;-2,11] C= [1] D= [1] F= [1]	ARX450_p9 (FRF)	A= [1;-0,43;1,70;-0,43;0,81] B= [2,99;-5,10;4,72;-4,86;2,67] C= [1] D= [1] F= [1]
OE540_p4 (zaman)	A= [1] B= [-1,82;2,28;0,07;2,08;-1,54] C= [1] D= [1] F= [1;0,11;1,33;0,03;0,80]	OE540_p9 (zaman)	A= [1] B= [2,63;-3,61;2,38;-3,57;2,57] C= [1] D= [1] F= [1;-0,13;1,50;-0,19;0,80]
OE540_p4 (etf)	A= [1] B= [-1,95;5,54;-6,19;5,26;-1,70] C= [1] D= [1] F= [1;-1,17;2,16;-1,07;0,82]	OE540_p9 (etf)	A= [1] B= [3,05;-7,02;8,72;-6,88;2,97] C= [1] D= [1] F= [1;-1,10;2,12;-1,01;0,83]
OE540_p4 (FRF)	A= [1] B= [-2,97;3,99;-1,85;2,77;-2,10] C= [1] D= [1] F= [1;0,07;1,17;0,13;0,63]	OE540_p9 (FRF)	A= [1] B= [2,71;-3,31;1,51;-2,91;2,24] C= [1] D= [1] F= [1;-0,03;1,42;-0,06;0,78]
ARX450_p5 (zaman)	A= [1;-0,06;1,22;0,03;0,62] B= [1,34;-1,56;-0,99;-0,28;0,51] C= [1] D= [1] F= [1]	ARX450_p10 (zaman)	A= [1;0,08;1,43;-0,00;0,78] B= [1,11;-1,24;0,61;-1,36;1,15] C= [1] D= [1] F= [1]
ARX450_p5 (etf)	A= [1;-0,97;2,04;-0,89;0,82] B= [2,57;-5,84;6,64;-5,58;2,27] C= [1] D= [1] F= [1]	ARX450_p10 (etf)	A= [1;-0,73;1,90;-0,69;0,82] B= [1,60;-3,03;3,50;-2,86;1,37] C= [1] D= [1] F= [1]

Çizelge 7.4. (devam) Matematiksel modellerin parametre değerleri -0,03 mm-

ARX450_p5 (FRF)	A= [1;-0,86;1,88;-0,75;0,74] B= [2,61;-5,62;6,01;-4,99;2,17] C= [1] D= [1] F= [1]	ARX450_p10 (FRF)	A= [1;-0,06;1,42;-0,08;0,77] B= [0,99;-1,04;0,24;-0,85;0,81] C= [1] D= [1] F= [1]
OE540_p5 (zaman)	A= [1] B= [2,08;-2,79;-0,91;1,72;-0,26] C= [1] D= [1] F= [1;-0,12;0,55;0,39;0,02]	OE540_p10 (zaman)	A= [1] B= [1,38;-1,60;1,34;-1,79;1,62] C= [1] D= [1] F= [1;-0,01;1,40;-0,12;0,76]
OE540_p5 (etf)	A= [1] B= [2,16;-5,50;6,28;-5,12;1,87] C= [1] D= [1] F= [1;-1,12;2,11;-1,01;0,80]	OE540_p10 (etf)	A= [1] B= [0,64;-0,67;-0,18;-0,83;0,89] C= [1] D= [1] F= [1;0,00;1,46;-0,09;0,83]
OE540_p5 (FRF)	A= [1] B= [2,53;-5,52;5,95;-5,03;2,15] C= [1] D= [1] F= [1;-0,87;1,92;-0,77;0,77]	OE540_p10 (FRF)	A= [1] B= [0,92;-0,77;-0,23;-0,47;0,67] C= [1] D= [1] F= [1;0,01;1,33;0,00;0,73]

7.4. Modal Parametreler

Mod şekilleri belirlenirken, görece en iyi uyum değerine sahip modelin gerçeğe en yakın sonucu vereceği düşünülerek, sabit deplasman testinin zaman verileri kullanılarak elde edilen ARX modelinin kullanılmasına karar verilmiştir. Her bir nokta için ayrı ayrı elde edilen ARX modellerinin kutup değerleri, doğrusalsızlıklar vb. sebebiyle bir miktar farklılık göstermektedir. Bu sebeple, doğal frekanslar seçilirken en doğru modeli vereceği düşünülen nokta, tahriğin yapıldığı ve nokta FRF'nin elde edilebildiği p1 noktası olarak alınmıştır. Kutup değerlerinde (doğal frekanslarda) FRF'nin gerçek kısmı sıfır olacağı için FRF'nin sadece sanal kısımları kullanılarak mod şekilleri elde edilmiştir. Matematiksel model olarak Çizelge 7.5 kullanılacaktır.

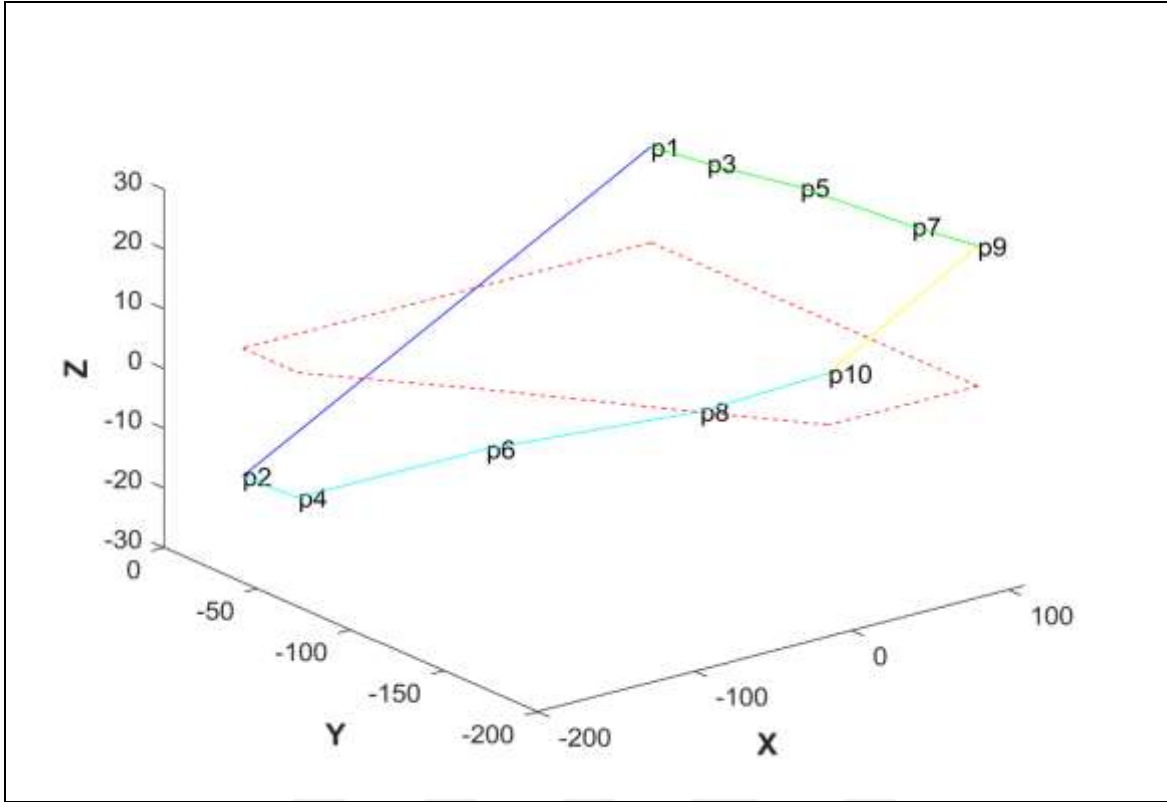
Çizelge 7.5. Tercih edilen matematiksel modelin parametre değerleri

Matematiksel Model		Matematiksel Model	
ARX450_p1 (zaman)	A= [1;0,07;1,04;0,19;0,54] B= [1,16;-1,22;-1,41;0,16;0,30] C= [1] D= [1] F= [1]	ARX450_p6 (zaman)	A= [1;0,23;1,09;0,23;0,68] B= [-0,55;0,42;1,36;-0,08;-0,12] C= [1] D= [1] F= [1]

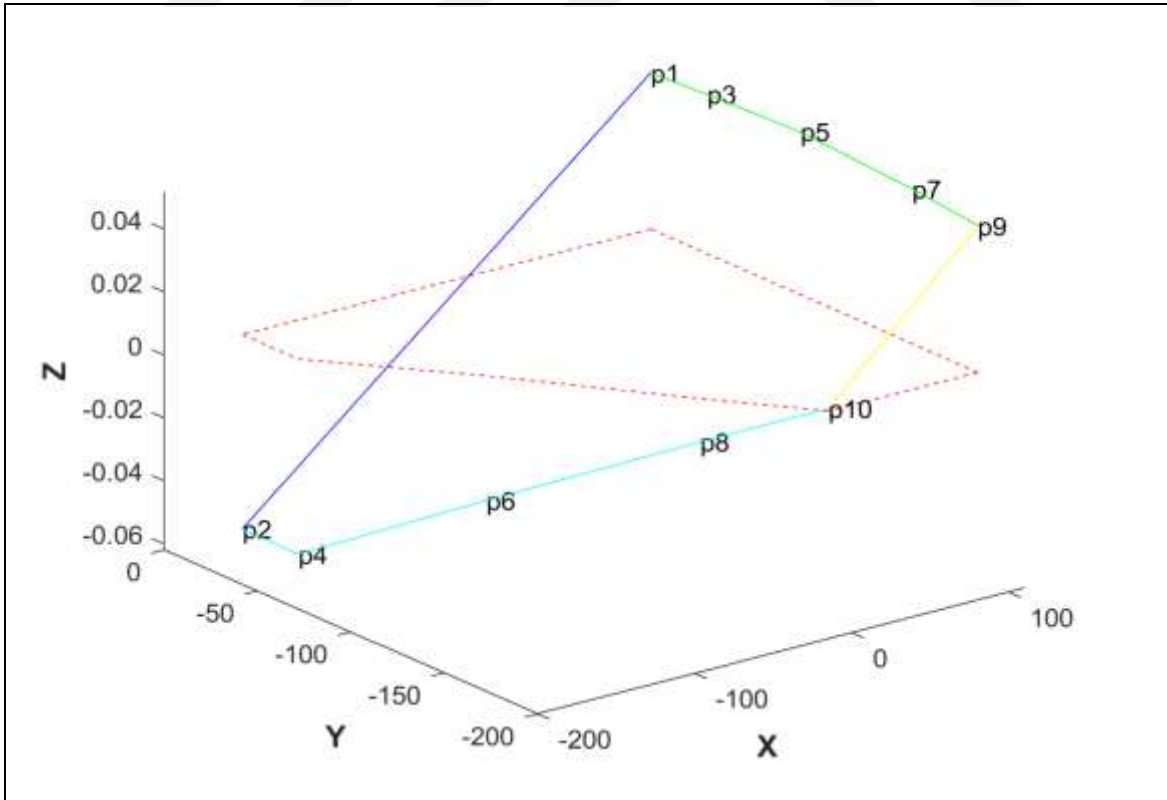
Çizelge 7.5. (devam) Tercih edilen matematiksel modelin parametre değerleri

ARX450_p2 (zaman)	A= [1;0,17;1,04;0,25;0,59] B= [-1,49;1,31;2,11;-0,22;-0,47] C= [1] D= [1] F= [1]	ARX450_p7 (zaman)	A= [1;-0,07;1,34;-0,05;0,72] B= [1,51;-1,68;-0,76;-0,82;0,85] C= [1] D= [1] F= [1]
ARX450_p3 (zaman)	A= [1;0,01;1,09;0,14;0,55] B= [1,22;-1,31;-1,32;0,13;0,32] C= [1] D= [1] F= [1]	ARX450_p8 (zaman)	A= [1;0,89;1,68;0,62;0,56] B= [0,21;-0,36;0,72;-0,65;0,46] C= [1] D= [1] F= [1]
ARX450_p4 (zaman)	A= [1;0,19;1,04;0,26;0,61] B= [-1,43;1,21;2,09;-0,16;-0,47] C= [1] D= [1] F= [1]	ARX450_p9 (zaman)	A= [1;-0,06;1,39;-0,06;0,76] B= [1,65;-1,79;-0,58;-1,17;1,11] C= [1] D= [1] F= [1]
ARX450_p5 (zaman)	A= [1;-0,06;1,22;0,03;0,62] B= [1,34;-1,56;-0,99;-0,28;0,51] C= [1] D= [1] F= [1]	ARX450_p10 (zaman)	A= [1;0,08;1,43;-0,00;0,78] B= [1,11;-1,24;0,61;-1,36;1,15] C= [1] D= [1] F= [1]

Şekil 7.21-Şekil 7.22 ile gösterilen mod şekilleri incelendiğinde boşluk modlarının rijit cisim hareketi yaptığı görülmektedir. Birinci mod şekli x ekseninde dönme ve y ekseninde dönmenin bileşkesini içerirken ikinci mod şekli sadece y eksenindeki dönmeden oluşmaktadır.



Şekil 7.21. Mod Şekli -Mod 1-



Şekil 7.22. Mod Şekli -Mod 2-



8. SONUÇ

Tez kapsamı ile ilgili yapılan literatür araştırmasında, çeşitli fiziksel sistemlerin sistem tanımlaması yapılırken, birçok matematiksel modelin farklı metotlarla elde edildiği çalışmalar incelenmiştir. İlgilenilen fiziksel sistem olan füze kanatçığının boşluk modlarının incelenmesi literatürde taranmıştır. Yazarın bu konuyla ilgili olarak literatür araştırmaları kapsamında bulamadığı, doğrusal olmayan füze boşluk modlarının belirlenmesinde kuvvet kontrollü ve deplasman kontrollü testlerin zaman ve frekans verilerinin, doğrusal matematiksel modeller olan ARX ve OE ile modellemeleri incelenmiştir.

LTI sistem varsayımı temelli matematiksel modeller kullanılsa da sistemin LTI olmadığı ve farklı kuvvet seviyelerindeki modal parametreleri değişen FRF'ler ile gösterilmiştir. Ayrıca x eksenli dönme modunun frekansı sabit olsa da y eksenli dönme modunun frekansı değişerek x eksenli dönme moduyla bağlaşıklık hale gelebilmektedir. Ancak, bulgular incelendiğinde; deplasman bağımlı parametreler sebebiyle deplasman kontrollü testlerde sanki-doğrusal FRF elde edilebildiği için sistemin kendi içerisinde doğrusal olarak değerlendirilebileceği sonucuna ulaşılmıştır. Bu sebeple LTI temelli birinci derece FRF kullanılabilir hale getirilmiştir. Deplasman kontrollü test verilerinden elde edilen matematiksel modeller ile yapılan benzetim sonuçlarının uyumu, kuvvet kontrollü test verilerinden elde edilen matematiksel modeller ile yapılan benzetim sonuçlarının uyumundan çok daha fazla çıkmıştır. Ayrıca benzetim hatalarının kendi içerisinde ve girişle olan korelasyonları incelenerek hesaba katılmayan dinamiklerin olup olmadığı incelenmiştir. Bu inceleme sonucunda ARX modelinin hata korelasyon değerleri OE modelinin korelasyon değerlerine göre daha düşük çıkmıştır. Fakat uyum yüzdesi istenen seviyede elde edilemediği için sistem tam doğrusal kabul edilemez.

Literatürde bahsedildiği üzere, frekans kümesindeki veri sayısının zaman düzleminin veri sayısından daha az olması sebebiyle, frekans verilerinden elde edilen modellerde analiz süresi, zaman verilerinden elde edilen modellerdeki analiz süresine göre oldukça hızlı olmuştur. Ancak zaman verilerinden elde edilen modellerde, frekans bandında kayar yapıya sahip olan ikinci mod -y eksenli dönme modu-, frekans verilerinden elde edilen modellere göre daha belirgin olarak ortaya çıkmıştır. Bunun sebebi, zaman verilerinin ilgili frekans bandı dışında etkiyen yüksek frekanslara karşı da duyarlı olması ve ikinci modun

frekans bandında kayar modda -zamana bağı- olmasından kaynaklandığı düşünülmüştür. Birinci mod tüm modellerde tutarlı bir şekilde elde edilirken, ARX modelindeki her bir noktanın frekans bandında kayar mod olan ikinci mod kutup değerleri, OE modelindeki her bir noktanın frekans bandında kayar mod olan ikinci mod kutup değerlerine göre daha az saçılım göstermiştir. Bu durumda ARX daha iyi sonuç vermiştir.

Görece en yüksek uyum değerine sahip modelin gerçeğe en yakın modeli vereceği düşünülerek, mod şekilleri belirlenirken; sabit deplasman testinin zaman verileri kullanılarak elde edilen ARX modelinin kullanılmasına karar verilmiştir. Her bir nokta için elde edilen ARX modellerinin kutup değerleri doğrusalsızlıklar vb. sebebiyle bir miktar farklılık göstermektedir. Bu sebeple, doğal frekanslar seçilirken en doğru modeli vereceği düşünülen nokta, tahriğin yapıldığı ve nokta FRF'nin elde edilebildiği p1 noktası olarak alınmıştır. Kutup değerlerinde (doğal frekanslarda) FRF'nin gerçek kısmı sıfır olacağı için FRF'nin sadece sanal kısımları kullanılarak mod şekilleri elde edilmiştir.

KAYNAKLAR

1. Göge, D., Böswald, M., Füllekrug, U. and Lubrina, P. (2007, February). *Ground Vibration Testing of Large Aircraft – State-of-the-Art and Future Perspectives*. International Modal Analysis Conference 25, Orlando, Florida, USA, 2775-2787.
2. Köksal, S. ve Sümer, Ö. (2012, Haziran). *Mühimmat Sertifikasyon Sürecinde Yer Titreşim Testleri ve Model Güncelleme*. Savunma Teknolojileri Kongresi, ODTÜ, Ankara.
3. Ning, Y., Nan, W., Xin, Z. and Wei, L. (2016). Nonlinear Flutter Wind Tunnel Test and Numerical Analysis of Folding Fins with Freeplay Nonlinearities. *Chinese Journal of Aeronautics*, 29(1), 144–159.
4. Wu, Z., Chu, L., Yuan, R., Yang, C. and Tang C. (2012). Studies on Aeroservoelastic Semi-Physical Simulation Test for Missiles. *Science China Technological Sciences*, 55 (9), 2482-2488.
5. Yassin, I. M., Taib, M. N. and Adnan, R. (2013). Recent Advancements and Methodologies in System Identification: A Review. *Scientific Research Journal*, 1(1), 14-33.
6. Reynders, E. (2012). System Identification Methods for (Operational) Modal Analysis: Review and Comparison. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 19(1), 51-124.
7. Ramirez, C. A. P., Sanchez, J. P. A., Adeli, H., Rodriguez, M. V., Troncoso, R. J. R., Gonzalez, A. D. and Rios, R. A. O. (2016). Time-Frequency Techniques for Modal Parameters Identification of Civil Structures from Acquired Dynamic Signals. *Journal of Vibroengineering*, 18(5), 3164-3185.
8. Maia, N. M. M. and Silva, J. M. (1998). *Theoretical and Experimental Modal Analysis*. England: Research Studies Press, 32-48, 185-264.
9. Guillaume, P, Verboven, P. and Vanlanduit, S. (1998, September). *Frequency-Domain Maximum Likelihood Identification of Modal Parameters with Confidence Intervals*. In Proceedings of International Conference on Noise and Vibration Engineering 23, Leuven, Belgium.
10. Nestrović, T., Trajkov, M. and Patalong, M. (2016). Identification of Modal Parameters for Complex Structures by Experimental Modal Analysis Approach. *Advances in Mechanical Engineering*, 8(5), 1–16.
11. Böswald, M., Göge, D., Füllekrug, U. and Govers, Y. (2006, September). *A Review of Experimental Modal Analysis Methods with respect to their Applicability to Test Data of Large Aircraft Structures*. Proceeding of International Conference on Noise and Vibration Engineering, 2461-2481.

12. Shina, W. H., Lee, S. J., Lee, I and Baeb, J.S. (2007). Effects of Actuator Nonlinearity on Aeroelastic Characteristics of a Control Fin. *Journal of Fluids and Structures*, 23, 1093–1105.
13. Wu Z. G., Yang N. and Yang C. (2014). Identification of Nonlinear Multi-Degree-of-Freedom Structures Based on Hilbert Transformation. *Science China Physics, Mechanics and Astronomy*, 57(9), 1725–1736.
14. Kim, S. H. and Tahk, M. J. (2016). Modeling and Experimental Study on the Dynamic Stiffness of an Electromechanical Actuator. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 53(4), 1-12.
15. Monfared, Z., Afsharnezhad, Z. and Esfahani, J. A. (2017). Flutter, Limit Cycle Oscillation, Bifurcation and Stability Regions of an Airfoil with Discontinuous Freeplay Nonlinearity. *Nonlinear Dynamics*, (90), 1965–1986.
16. Reynders, E. (2009). *System Identification and Modal Analysis in Structural Mechanics*. PhD Thesis, Katholieke Universiteit Leuven Faculteit Ingenieurswetenschappen Departement Burgerlijke Bouwkunde, Leuven, Belgium, 15-95.
17. Heylen, W., Lammens, S. and Sas, P. (1997). *Modal Analysis Theory and Testing*. Belgium: Department of Mechanical Engineering Katholieke Universiteit Leuven, 86.
18. Ljung, L. (2001). Estimating Linear Time-Invariant Models of Nonlinear Time-Varying Systems. *European Journal of Control*, (7), 203-219.
19. Marmarelis, V. Z. (1989). Linearized Models of a Class of Nonlinear Dynamic Systems. *Applied Mathematical Modelling*, 13(1), 21-26.
20. Mäkilä, P. M. and Partington, J. R. (2003). On Linear Models for Nonlinear Systems. *Automatica*, 39, 1 – 13.
21. Enqvist, M. (2003). *Some Results on Linear Models of Nonlinear Systems*. Thesis, Linköping Studies in Science and Technology Thesis No. 1046, 91-92.
22. Tang, J., Doraiswami, R. and Diduch, C. P. (2009, December). Identification of a Linear Model for Nonlinear Systems. *IEEE International Conference on Control and Automation Christchurch*, New Zealand, 1036-1042.
23. Link, M., Boeswald, M., Laborde, S., Weiland, M. and Calvi, A. (2010, February). *An Approach to Non-linear Experimental Modal Analysis*. Proceedings of the International Modal Analysis Conference 28, Jacksonville, Florida, 119-128.
24. Kalaycıoğlu, T. and Özgüven, H. N. (2011, July). *Harmonic Response of Large Engineering Structures with Nonlinear Modifications*. Proceedings of the 8th International Conference on Structural Dynamics, EURODDYN, Belgium.

25. Zhang, G., Zang, C. and Friswell, M. I. (2019). Identification of Weak Nonlinearities in MDOF Systems Based on Reconstructed Constant Response Tests. *Archive of Applied Mechanics*, 89, 2053–2074.
26. Takewaki, I. and Nakamura, M. (2010). Temporal Variation of Modal Properties of a Base-Isolated building During an Earthquake. *Journal of Zhejiang University- Science A: Applied Physics & Engineering*, 11(1), 1-8.
27. Iovnovich, M., Nahom, T., Presman, M., Avsaid, D. and Braier, T. and Raveh, D. E. (2017, June). *Assessment of Advanced Flutter Flight Test Techniques and Flutter Boundary Prediction Methods*. International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics, Como, Italy, 97.
28. Ljung, L. (1999). *System Identification Theory for the User*. (Second Edition). New Jersey: Prentice Hall Information and System Sciences Series, 13, 85.
29. Peeters, B., Van der Auwerser, H., Guillaume, P. and Leuridan, J. (2004). The PolyMAX Frequency-Domain Method: A New Standard for Modal Parameter Estimation? *Shock and Vibration*, (11), 395-409.
30. Worden, K. and Tomlinson, G. R. (2001). *Nonlinearity in Structural Dynamics*. Bristol and Philadelphia: Institute of Physics Publishing, 52-90.



ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı : GÜLTEKİN, Ali Murat
 Uyruğu : T,C,
 Doğum tarihi ve yeri : 13.03.1990, Ankara
 Medeni hali : Evli
 Telefon : 0 (555) 433 28 11
 e-mail : ali.gultekin@tubitak.gov.tr



Eğitim

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet Tarihi
Yüksek lisans	Gazi Üniversitesi Makine Mühendisliği	Devam Ediyor
Lisans	Gazi Üniversitesi Makine Mühendisliği	2013
Lise	Gazi Anadolu Lisesi	2008

İş Deneyimi

Yıl	Yer	Görev
2018-Halen	TÜBİTAK SAGE	Uzman Araştırmacı
2014-2018	TÜBİTAK SAGE	Araştırmacı
2013-2014	Foras Medikal A.Ş.	Tasarım Mühendisi
2013-2013	Fankom Mühendislik A.Ş.	Analiz Mühendisi

Yabancı Dil

İngilizce

Yayınlar

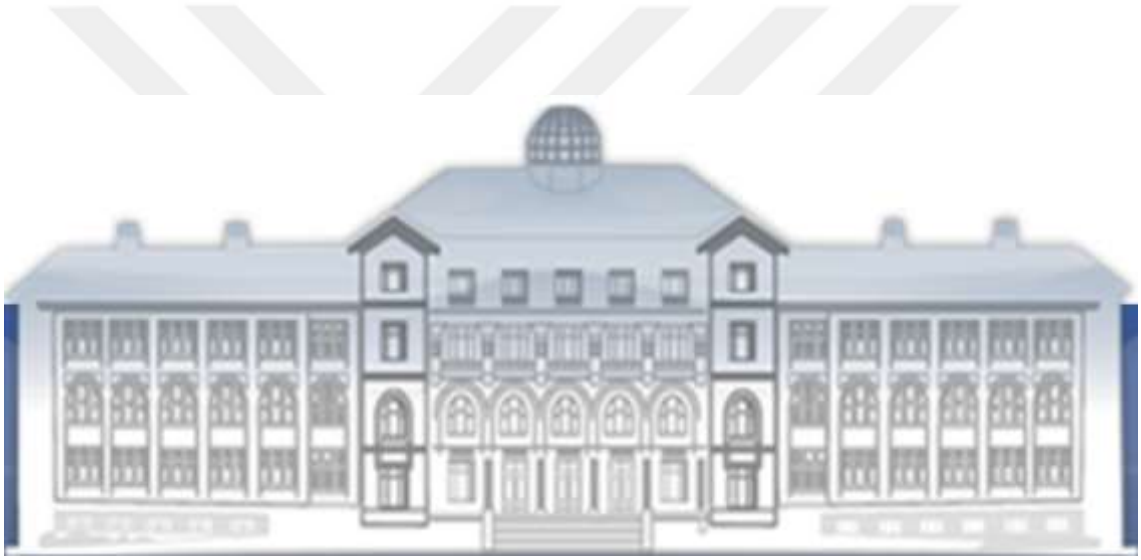
1. Gültekin, A. M. ve Kılıçaslan, S. (2019, Ekim). Füze kanatçık tahrik sistemi transfer fonksiyonunun ARX metodu kullanılarak belirlenmesi. *Ankara Uluslararası Bilimsel Araştırmalar Kongresi Özet Kitabı*, 171-172.

2. Turgut, O., Khastar, F. ve Gültekin, A. M. (2014). Dikdörtgen Kesitli Kanallarda Laminer Akış ve Isı Transferinin Sayısal Olarak İncelenmesi. *Journal of Natural and Applied Science*, 18(1), 22-29.

Hobiler

Futbol, Basketbol, Yüzme, Doğa Yürüyüşü





GAZİ GELECEKTİR..