T.C.

AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ

AÇIMLAYICI FAKTÖR ANALİZİ VE KÜMELEME ANALİZİ İLE MATEMATİK VE GEOMETRİ TUTUM ÖLÇEĞİ ÜZERİNE BİR ÇALIŞMA

Nurfer ÇİZMECİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK ANABİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS

ARALIK 2019

ANTALYA

T.C.

AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ

AÇIMLAYICI FAKTÖR ANALİZİ VE KÜMELEME ANALİZİ İLE MATEMATİK VE GEOMETRİ TUTUM ÖLÇEĞİ ÜZERİNE BİR ÇALIŞMA

Nurfer ÇİZMECİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK ANABİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS

ARALIK 2019

ANTALYA

T.C.
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

AÇIMLAYICI FAKTÖR ANALİZİ VE KÜMELEME ANALİZİ İLE MATEMATİK VE GEOMETRİ TUTUM ÖLÇEĞİ ÜZERİNE BİR ÇALIŞMA

Nurfer ÇİZMECİ

MATEMATİK ANABİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS

Bu tez T.C. Akdeniz Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri (BAP) Koordinasyon Birimi tarafindan FYL-2019-4384 nolu proje ile desteklenmiştir.

ARALIK 2019

T.C.

AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

AÇIMLAYICI FAKTÖR ANALİZİ VE KÜMELEME ANALİZİ İLE MATEMATİK VE GEOMETRİ TUTUM ÖLÇEĞİ ÜZERİNE

Nurfer ÇİZMECİ

MATEMATİK ANABİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS

Bu tez 26/12/2019 tarihinde jüri tarafından Oybirliği/Oyçokluğu ile kabul edilmiştir.

Dr. Öğr. Üyesi Füsun YALÇIN (Danışman)

Prof. Dr. Yılmaz ŞİMŞEK

Doç Dr. Murat Alper BAŞARAN

ÖZET

AÇIMLAYICI FAKTÖR ANALİZİ VE KÜMELEME ANALİZİ İLE MATEMATİK VE GEOMETRİ TUTUM ÖLÇEĞİ ÜZERİNE BİR ÇALIŞMA

Nurfer ÇİZMECİ

Yüksek Lisans, Matematik Anabilim Dalı

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Füsun YALÇIN

Aralık 2019; 98 sayfa

Öğrencilerin matematik ve geometri derslerine olan ilgilerinin azalmasıyla bu ilginin nasıl artırılacağına ilişkin yapılan çalışmalar, son yıllarda önem kazanmıştır. Matematik ve geometri derslerindeki akademik başarı öğrencilerin ileriki yaşamlarında da etkili olacağından öğrencilerin bu derslere olan tutumlarını ölçmek oldukça önemlidir. Bu araştırma için çok değişkenli istatistiksel yöntemlerden olan faktör analizi ve kümeleme analizi uygun bir istatistiksel analiz yöntemidir. Bu çalışmanın amacı öğrencilerin matematik ve geometri derslerine yönelik tutumlarını açımlayıcı faktör analizi ile kümeleme analizi yöntemlerini kullanılarak incelemektir. Ayrıca elde edilen açımlayıcı faktör analizi ile kümeleme analizi sonuçlarını karşılaştırmalı olarak incelemektir. Çalışmanın evrenini 2018-2019 eğitim öğretim yılında Antalya ilindeki 6 farklı ilçede bulunan adrese dayalı yerleştirme sistemiyle öğrenci kabul eden 8 farklı lisede öğrenim gören öğrenciler oluşturmaktadır. Çalışmanın örneklemini ise uygun örnekleme yöntemiyle seçilen 1320 tane 10., 11., 12. sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Araştırmaya katılan ortaöğretim öğrencilerinin matematik ve geometri derslerine yönelik tutumlarını belirlemek için Aşkar (1986) tarafından geliştirilen matematik dersi tutum ölçeği ve Cansız Aktaş ve Aktaş (2013) tarafından geliştirilen geometri dersine yönelik tutum ölçeği kullanılmıştır. Verilerin analizinde SPSS 23 paket programı kullanılmıştır. Matematik tutum ölçeği için faktör analizi sonucunda ilgi ve tutum şeklinde isimlendirilen 2 ayrı faktör elde edilmiştir. Geometri tutum ölçeği için özgüven, kaygı, kullanışlılık ve önemlilik şeklinde isimlendirilen 4 ayrı faktör elde edilmiştir. Ortaöğretim öğrencilerinin matematik ve geometri derslerine yönelik tutumlarının sınıflandırılmasında açımlayıcı faktör analizi ve kümeleme analizi yöntemleri benzer sonuçlar vermiştir.

ANAHTAR KELİMELER: Faktör analizi, Geometri, Kümeleme analizi, Matematik, Tutum ölçeği

JÜRİ: Dr. Öğr. Üyesi Füsun YALÇIN

Prof.Dr. Yılmaz ŞİMŞEK

Doç. Dr. Murat Alper BAŞARAN

ABSTRACT

A STUDY ON MATHEMATICS AND GEOMETRY ATTITUDE SCALE BY EXPLORATORY FACTOR ANALYSIS AND CLUSTERING ANALYSIS

Nurfer ÇİZMECİ

MSc Thesis in MATHEMATICS
Supervisor: Asst. Prof. Dr. Füsun YALÇIN
December 2019; 98 pages

In recent years, studies on how to increase the interest of students in mathematics and geometry lessons have gained importance. Since academic achievement in mathematics and geometry lessons will also affect the future lives of students, attitudes of students to these lessons are very important. In addition, factor analysis and clustering analysis, which are multivariate statistical methods, have gained interest in applied mathematics in recent years. The aim of this study is to investigate students' attitudes towards mathematics and geometry lessons by using exploratory factor analysis and clustering analysis methods. In addition, the results of the exploratory factor analysis and cluster analysis are examined comparatively. The universe of the study consists of students from 8 different high schools who accept students by address based placement system in 6 different districts of Antalya in 2018-2019 academic year. The sample of the study consists of 1320 10th, 11th, 12th grade students who were selected by appropriate sampling method. The attitude scale of mathematics lesson developed by Aşkar (1986) and the attitude scale for geometry lesson developed by Cansız Aktaş and Aktaş (2013) were used to determine the attitudes of high school students participating in the research towards mathematics and geometry lessons. SPSS 23 package program was used for data analysis. As a result of factor analysis for mathematics attitude scale, two different factors called interest and attitude were obtained. Four different factors named as self-confidence, anxiety, usefulness and materiality were obtained for the geometry attitude scale. In the classification of attitudes of high school students towards mathematics and geometry lessons, exploratory factor analysis and clustering analysis methods gave similar results.

KEYWORDS: Factor analysis, Geometry, Clustering analysis, Mathematics, Attitude scale

COMMITTEE: Asst. Prof. Dr. Füsun YALÇIN
Prof.Dr. Yılmaz ŞİMŞEK
Assoc. Prof. Dr. Murat Alper BAŞARAN

ÖNSÖZ

Matematik ve geometri eğitimi; zihinsel gelişim, analiz ve sentez yeteneğinin gelişmesi ve problem çözme yetisi açısından hem kişinin meslek hayatında hemde yaşamında oldukça etkilidir. Öğrencilerin bu derslerde başarılı olabilmeleri için ilgili derslere karşı olumlu tutumlar sergiliyor olmaları gerekmektedir. Bu sebeple tez konusunun öğrencilerin matematik ve geometri derslerine olan tutumlarını incelemeye yönelik olmasını istedim. Bu çalışma sayesinde Antalya ilinin farklı ilçelerinde bulunan farklı okullardaki öğrenci profillerini görme imkanına sahip oldum. Gittiğim okullardaki matematik ve geometri öğretmenleriyle öğrencilerin matematik ve geometri derslerine olan tutumları hakkında görüşmeler yaptım. Bu sayede öğretmenlerin, matematik ve geometri derslerine karşı öğrencilerin tutumlarını nasıl değerlendirdiklerini öğrenme fırsatı yakaladım. Altı farklı ilçede sekiz okula anket uygulamak zaman alıcı olmasına rağmen zevkli ve anlamlı bir çalışma olduğu düşüncesindeyim. Anketleri uygulamamda gittiğim okullarda bana yardımcı olan tüm meslektaşlarıma, Antalya İl Milli Eğitim Müdürlüğü' ne ve bu çalışmayı destekleyen Akdeniz Üniversitesi BAP Koordinasyon Birimi' ne teşekkürlerimi sunarım. Çalışmamın her aşamasında bilgisini ve desteğini benden esirgemeyen sayın hocam Dr. Öğr. Üyesi Füsun Yalçın' a teşekkür eder, saygılarımı sunarım. Hayatım boyunca her konuda benim yanımda olan ve tez dönemimde ilgi ve desteğini benden esirgemeyen babama ve anneme sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

AKADEMİK BEYAN

Yüksek Lisans olarak sunduğum “Açımlayıcı Faktör Analizi ve Kümeleme Analizi ile Matematik ve Geometri Tutum Ölçeği Üzerine Bir Çalışma ” adlı bu çalışmanın, akademik kurallar ve etik değerlere uygun olarak bulunduğunu belirtir, bu tez çalışmasında bana ait olmayan tüm bilgilerin kaynağını gösterdiğimi beyan ederim.

26/12/2019

Nurfer ÇİZMECİ

SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler:

λ	: Özdeğer
r	: Korelasyon katsayısı
S	: Kovaryans matrisi
R	: Korelasyon matrisi
$\sum$	: Kovaryans matrisi
μ	: Ortalama vektörü
ε	: Hata vektörü

Kısaltmalar:

KA	: Kümeleme analizi
AFA	: Açımlayıcı faktör analizi
KÇÇT	: Kareler ve çapraz çarpımlar toplamları
KT	: Kareler Toplamı
ÇT	: Çapraz çarpımlar toplamı
KMO	: Kaiser Mayer Olkin

ŞEKİLLER DİZİNİ

ÇİZELGELER DİZİNİ

1. GİRİŞ

İnsanlık tarihine baktığımıza ilkçağdan bu yana insanların günlük hayatta gereksinimleri doğrultusunda matematiğe ihtiyaç duydukları görülmektedir. Mısır ve Mezopotamya Uygarlıkları döneminde Nil Nehrinin taşması sonucu insanlar sahip oldukları arazileri tekrar ölçmek için geometriye ihtiyaç duymuşlardır. Yerleşik hayata geçen insanoğlu tarımda, ekonomide sayılarla hesaplamalarda yine matematiğe ihtiyaç duymuştur. İnsan unsuru olmasa da fizik, kimya, biyoloji, jeoloji, astronomi olayları yine de olurdu (Kart 1996). Ancak matematik insan olmasaydı olmazdı. Yani matematik insanoğlunun bir ürünüdür. Diğer bilimlerden matematiği ayıran özelliklerden biri de budur (Kart 1996). Matematik akla ve mantığa dayanan insanı düşündürmeye sevk eden bir bilim olduğu için diğer tüm bilimler matematik bilimi sayesinde olgunlaşmıştır (Balcı 2008). Teknolojinin hızla ilerlediği günümüzde de matematiğin önemi oldukça fazladır. Çünkü teknolojiyle matematik iç içedir, teknolojinin altyapısında yine matematik kullanılmaktadır. Örneğin robotları yönlendirirken ya da basit bir bilgisayar oyunu hazırlarken kod yazılır. Bu kodları yazarken yine problemi belirledikten sonra matematiksel olarak modelleyip matematiksel düşünme becerisi sayesinde gerekli olan en kısa ve doğru kod yazılır. İçinde bulunduğumuz çağın gereksinimlerine baktığımızda matematiğe gereken önemi veren, matematiksel düşünme gücü yüksek, problem çözme becerisine sahip, matematiği modelleme ve problem çözerken iyi kullanabilen bireylere ihtiyaç duyulmaktadır (MEB 2018). Öğretim programlarıda oluşan ihtiyaçlara göre güncellenmektedir. İşte bu yüzden matematik öğretim programının genel amacı, öğrencilerin problemlere farklı bakış açılarından bakarak problem çözme becerilerini geliştirmek, matematiksel düşünüp, düşündüğünü uygulama becerisi kazandırmak, matematiği doğru bir şekilde etkin ve faydalı kullanmalarını sağlamak, matematiğe ve matematiği öğrenmeye değer vermelerini sağlamak, günlük hayatta karşılaştıkları bir sorunun kendileri için problem olup olmadığına dair bakış açısı geliştirmelerini ve belli bir bilgi düzeyine erişebilmelerini sağlamaktır (MEB 2018). Matematiğin önemi sayılamayacak kadar çoktur ve her geçen gün önemi artmaktadır. Bir derste öğrencinin başarılı olması için öncelikle o dersi sevmesi yani derse karşı olumlu tutum sergilemesi gerekmetedir. Matematik dersinin önemi kadar geleceğimize ışık tutacak olan öğrencilerimizin matematik dersine karşı tutumlarını öğrenip buna göre gerekli önlemlerin alınmasıda oldukça önemlidir ve şarttır. Yapılan literatür taramalarında matematik ve geometri derslerine yönelik tutum ölçeklerine rastlanmaktadır. Bazı çalışmalarda matematik ve geometri derslerine yönelik tutum ölçekleri geliştirilmiştir (Duatepe ve Çilesiz 1999; Bulut vd. 2002; Bindak 2004; Cansız Aktaş ve Aktaş 2011). Bazı çalışmalarda ise daha önceden oluşturulmuş tutum ölçekleri kullanılarak uygulanmış ve istatistiksel yöntemlerle analiz edilmiştir (Yenilmez ve Özabacı 2003; Çağlayan 2010; Pehlivan ve Köseoğlu 2011; Yaratan ve Kasapoğlu 2012; Güner ve Çomak 2013; Avcı vd. 2014). Kaynak taraması bölümünde bu çalışmalardan söz edilmektedir.

Günümüzde ilköğretim matematik dersi müfredatından başlamak kaydıyla sarmal bir yapıda ilerleyerek her sınıf düzeyinde derse konu olan istatistik günlük hayatımızın hemen hemen her yerinde sıklıkla karşımıza çıkmaktadır. İstatistik var olan gerçekliği ya da bir olguyu sayısal olarak çizelge, grafik vb. araçlarla daha anlaşılır hale getirmeyi amaçlayarak özetlemektir (Gürsakal 2015). İstatistik sayesinde şirketler veya devletler sonraki yıllarda elde edeceği karın veya zararın öngörüsünü yapabilirler. Ayrıca istatistik, eğitimde uygulanacak yeni bir sistemin mevcut sistemle kıyaslamasını sağlayabileceği gibi yeni çıkan bir ilacın, hastalığın tedavisine olumlu etki edip etmediğini görmeyi de sağlayabilir. Örneğin; Gelen ve Beyazıt (2007) yaptıkları çalışmada eksi ve yeni ilköğretim programlarının temel öğelerini karşılaştırmak için istatistiksel yöntemlerden iki faktörlü varyans analizi ve t-testi kullanmışlardır. Verilen örneklerde de görüldüğü üzere istatistik, değişkenler arasındaki ilişkileri incelememize, tahminler ve öngörüler yapmamıza yarayarak doğru kararlar alabilmemiz için yol göstericidir. Herhangi bir topluluğunu, nesneleri ya da olayları ölçmekle, saymakla veya gözlemlemekle elde edilen sayıların tümüne veri denir (Gürsakal 2015). Bazı durumlarda verilerin hacmi oldukça büyük olabiliyor. Büyük verilerin istatistiğini elle yapmak oldukça güçtür ve hatalar doğurabilir. Yapılan en ufak hata istatistiğin yorumlamasının da yanlış yapılmasına neden olur. Hızla gelişen teknoloji sayesinde bilgisayarlar ve istatistik için hazırlanmış bilgisayar programları bu gibi durumlar için hayat kurtarır niteliktedir. Bu programlar sayesinde büyük veriler az zamanda ve sağlıklı bir şekilde analiz edip yorumlanabilir. Günümüzde Spss, Stata, Matlab, Eviews vb. istatistikçiler tarafından sıklıkla kullanılan bilgisayar programlarıdır.

İstatistik sayesinde elde edilen çok sayıda verinin analizi yapılır. Veri toplamanın birçok yolu vardır. Fakat en sık kullanılan veri toplama aracı anketlerdir. Belirlenen bir grubun bilgilerini almak herhangi bir konu hakkında görüşlerini tutumlarını ortaya çıkarmak için anketler kullanılır (Gelen 2007). Anketler bir veri toplama aracıdır. Anket yapmanın avantajlarının olduğu gibi sınırlılıkları da vardır. Peki, neden anket yapılır? Anket sayesinde zaman, para ve enerjiden tasarruf sağlayarak geniş kitlelere ulaşmak mümkündür. Aynı zamanda anketler, araştırmayı geniş coğrafi bölgelere ve çok sayıda insana uygulama imkânı verir. Böylece araştırmanın örneklemi genişler ve araştırmanın dış geçerlik derecesi artmış olur (Gelen 2007).

Çok değişkenli istatistiksel analiz yöntemlerinden olan faktör analizi ve kümeleme analizi günümüzde birçok alanda uygulanmaktadır ve gün geçtikçe önem kazanmaktadır.

Faktör analizi, aralarında belli bir ilişki bulunan birden fazla değişkenin daha anlamlı, kolay anlaşılır olmasını ve özetlenerek yorumlanmasını sağlayan çok değişkenli istatistiksel analiz yöntemlerinden biridir (Albayrak 2006). Birbiriyle ilişkili çok sayıda değişkenlerin bir kısmı bağımlı bir kısmı bağımsız veya beraber tanımlanıp yorumlanması gereken değişkenlerdir. Durum ne olursa olsun iki temel soru ortaya çıkmaktadır. Birincisi eldeki ham veri seti yerine daha az sayıda değişken içeren bir alt veri seti oluşturulabilir mi? İkincisi ise ölçülecek olan veri setinin temel özellikleri nelerdir? Burada ilk soru faktör analizinin asıl amaçlarından olan değişken sayısını azaltmak ile ilgilidir. Değişken sayısını azaltmadaki amaç ise birbiriyle ilişkili çok sayıda ve yorumlaması zor olan değişkeni birbirinden bağımsız, kavramsal olarak anlamlı daha az sayıda yeni yapılar (faktörler) elde ederek analizi basitleştirmektir (Albayrak 2006). Bu sayede birden fazla değişkenin bağımsız faktörlere indirgenmesi sağlanır. İkinci soru ise faktör analizinin direkt kendisiyle ilgilidir. Faktör analizi, çok değişkenli uzayda vektör alanı oluşturan çok sayıda değişken vektörlerinin birlikte ortaya çıkardıkları değişimi açıklayabilmek için gerekli olan en az sayıda ve birbirinden bağımsız faktör vektörlerini belirleyen çok değişkenli istatistiksel analiz yöntemidir. Burada faktör vektörlerine boyut (faktör) ismi verilir (Albayrak 2006). Faktör analizi birbirleriyle ilişkili p sayıda değişkenle açıklanabilen bir yapıyı kendi aralarında ilişkili fakat birbiriyle ilişkisiz k sayıda ($k<p$) gizli değişkenlerle (faktörle/boyutla/bileşenle) anlaşılması kolay olsun diye açıklamaya, özetlemeye çalışan çok değişkenli istatistiksel yöntemdir (Alpar 2017). Faktör analizinin temelde iki amacı vardır. Bunlar değişken sayısını azaltmak ve değişkenler arasındaki ilişkilerden yararanarak değişkenleri sınıflandırmaktır. Değişkenlerin tümü eş zamanlı olarak bir boyutu oluşturan

birbiriyle ilişkili değişkenlerdir. Faktör analizindeki değişkenler arasında bazı istatistiksel analiz yöntemlerinde olduğu gibi bağımlı veya bağımsız olarak isimlendirilecek bir yapı yoktur. Faktör analizi yöntemi bu sebeple çok değişkenli varyans analizi, ayırma analizi, çoklu regresyon analizi gibi yöntemlerden ayrılır. Çünkü bu yöntemlerde bir ya da birden fazla bağımlı değişkenlerle bağımsız değişkenler arasındaki bağımlılığın incelenmesi söz konusudur (Alpar 2017).

Albayrak (2006) tarafından bildirildiğine göre; Harman (1967) faktör analizinin matematiğe ilgisi fazla olan psikolog F. Galton, C. Spearman, G. H. Tomson, L. L. Thurstone, C. Burt, K. Pearson ve H. Hotelling isimli bilim insanları tarafından geliştirildiğini belirtmiştir. Mucuk (1978) tarafından yakın tarihte faktör analizine J. B. Carrol, J. O. Neahaus, C. Wrigley, H. F. Kaiser gibi bilim insanlarının katkılarının önem teşkil ettiği belirtilmiştir (Albayrak 2006). Günümüzde de B. Frunchter, J. R. Rummel ve H. H. Harman modern faktör analizinin mimarlarındandır. Karl Pearson ile 21. yüzyılın başlarında başlayan gelişmeler 1930 ve 1950 yıllarında da hızla devam etmiş ve yeni faktör analizi yaklaşımları geliştirilmiştir. Albayrak (2006) tarafından bildirildiğine göre; Mucuk (1978) daha sonra bilgisayar teknolojisinin gelişmesiyle faktör analizi alanında hızlı ve önemli gelişmelerin meydana geldiğini söylemiştir. Faktör analizi, matematik ve istatistik yönüyle uygulamalı matematiğin bir parçasıdır. Fakat psikoloji alanında kullanılmak üzere geliştirilmiştir. Araştırmacıları, bireylerin davranışlarını, yeteneklerini, zekasını matematiksel modellerle açıklamayı gereksinim olarak hissetmeleri sonucu bu bilimsel yöntemi geliştirmişlerdir (Albayrak 2006).

Son yıllarda çok değişkenli istatistiksel yöntemlerden biri olan faktör analizi ile ilgili yapılan çalışmalara baktığımızda birçok alanda kullanıldığı görülmektedir. İstatistik alanında, sağlık alanında, eğitim alanında yapılan çalışmalarda faktör analizi yöntemi kullanımı gün geçtikçe önemini artırmaktadır. Lise öğrencilerinin geometri dersine tutumlarını ölçmede kullanılabilecek güvenilir ve geçerli bir ölçek geliştirmek amacıyla Cansız Aktaş ve Aktaş (2013) tarafından geometri tutum ölçeği geliştirilmiştir. Bu amaçla Ordu ilinde öğrenim gören 639 lise öğrencisine 40 maddeden oluşan taslak ölçek uygulamışlardır. Elde ettikleri verilerin analizi sonucu 24 maddeye indirmişlerdir. O yıl değiştirilen öğretim programına uygun olarak hazırladıkları geometri dersi tutum ölçeği ile bu alandaki boşluğu doldurduklarını söylemişlerdir. Geliştirdikleri ölçeğin faktör analizini yapmışlardır.

Çağlayan (2018) tarafından ilköğretim öğrencilerinin matematik dersini öğrenmeye, matematik öğretmenine, matematik dersinde başarılı olmaya ilişkin metaforları, matematik dersine karşı yılmazlıkları ve matematik dersindeki başarıları arasındaki ilişkileri incelemek amacıyla ve bu değişkenlere bağlı olarak öğrencileri sınıflandırmak amacıyla çalışma gerçekleştirilmiştir ve kümeleme analizi yöntemi kullanılmıştır Bu çalışmada Yalçın (2012) tarafından geliştirilen matematik öğrenmeye ilişkin, matematik öğretmenine ilişkin ve matematik dersinde başarılı olmaya ilişkin düzenlenen metaforlar ölçeği olmak üzere üç ölçek ve Kooken vd. (2015) tarafından geliştirlen matematiksel yılmazlık ölçeği kullanılmıştır. Kullanılan ölçekler araştırmacı tarafından 2015-2016 eğitim öğretim yılında Bolu ilinde bulunan iki okulda öğrenim gören 500 tane ortaokul öğrencisine uygulanmıştır. Bu çalışmanın sonucunda araştırmacı matematik dersi, matematik öğretmeni ve matematik dersinde başarılı olmayla ilgili olumlu metaforlara sahip öğrencilerin daha başarılı ve matematiksel yılmazlıkların daha yüksek olduğu sonucuna ulaşmıştır.

Ertürk (2016) ise yüksek lisans tezinde üniversite öğrecilerine yönelik akademik güdülenmelerine etki eden faktörlerin belirlenmesi ve öğrencilerin güdülenme durumlarına göre sınıflandırılmasında faktör analizi, kümeleme analizi, diskriminant analizi ve lojistik regresyon tekniklerini kullanarak karşılaştırmasını yapmıştır.

Sarı (2018) yaptığı çalışmada yenilenebilir enerji kaynaklarından rüzgar enerjisi ile ilgili 10 maddelik bir ölçeği üniversite öğrencilerine uygulamıştır. Elde ettiği sonuçları doğrulayıcı ve açıklayıcı faktör analizini ile değerlendirmesini yapmıştır. Sarı, yaptığı çalışma ile ölçeğin geçerli ve doğrulanmış bir ölçek olduğu ve iki faktörlü yapıya sahip olduğu sonucuna varmıştır. İnceoğlu (2018) yaptığı çalışmada otizm spektrum bozukluğu olan 204 tane çocuğun ebeveynlerine çocuklarda yeme davranışı anketini uygulamıştır. Anketlerden elde ettiği verilerin açıklayıcı faktör analizini yapmıştır. Analizden elde ettiği boyutları doğrulamak için ise doğrulayıcı faktör analizi yapmıştır. İnceoğlu çalışmasında daha az sayıda boyut ile modellerin açıklanabileceğini uyum indeksleri ile karşılaştırmalı olarak göstermeyi hedeflemiştir. Bu hedef doğrultusunda kurduğu 6, 7 ve 8 alt boyutlu modellerin uyum iyiliği indekslerini karşılaştırmıştır. Örneklemi açıklamak için 6 alt boyutlu modelin yeterli olduğu sonucuna ulaşmıştır.

Karaaslan (2018) yaptığı çalışmada Adana ilinde bulunan eğitim araştırma hastanesindeki kardiyoloji alanından elde ettiği medikal verilerin faktör analizi ile alternatif kullanım alanlarını incelemiştir. Araştırmacı faktör analizi ile bazı değişkenlerin bireysel değil de birlikte değerlendirilmesinin daha yararlı olacağı sonucuna ulaşmıştır.

Eriş Hasırcı (2019) çalışmasında R programından elde ettiği farklı faktör yükü değerlerine sahip verilerden seçtiği farklı büyüklüklerdeki örneklemlerden öz düzenlemeli haritalar yöntemiyle elde ettiği yapı geçerliliği kanıtlarını faktör analizi ve kümeleme analizi yöntemleri ile karşılaştırmıştır. Araştırmacı kullandığı üç yöntemde de düşük faktör yüklerinin ve küçük örneklem büyüklüklerinin hedeflenen yapıyı yeterince ortaya koyamadığı sonucuna ulaşmıştır.

Faktör analizi, aralarında ilişki (korelasyon) bulunan gözlenebilen bir veri matrisindeki değişkenlerin bir araya gelmesi sonucu ortaya çıkan, gözlenemeyen rastgele faktörlerin oluşmasıdır (Özdamar 2004). Kendi aralarında anlamlı korelasyona sahip olan değişkenler sınıflandırılarak faktörler oluşturulmaktadır (Mert 2016). Faktör analizinde en temel amaç birbiriyle ilişkili çok sayıda değişkenden birbirinden bağımsız az sayıda ve anlamlı faktörler elde etmektir. Yani hem değişken sayısı azaltılıyor hem de değişkenler sınıflandırılıyor (Kalaycı 2010). Faktör analizinin, verilere uygulama amacına ya da uygulama biçimine göre farklı çeşitleri vardır. Bunlar, açımlayıcı faktör analizi, doğrulayıcı faktör analizi, Q tipi faktör analizi, R tipi faktör analizi, O tipi faktör analizi, S tipi faktör analizi ve T tipi faktör analizidir (Özdamar 2004). Bunlardan en sık kullanılan açımlayıcı faktör analizi ve doğrulayıcı faktör analizidir.

1.1. Açımlayıcı Faktör Analizi

Elimizdeki veri matrisindeki değişkenlerin aralarındaki ilişkiden faydalanarak daha az sayıda faktör ortaya çıkarmayı amaçlar (Özdamar 2004). Bu yönteme açımlayıcı faktör analizi denir. Açımlayıcı faktör analizinde, değişkenlerin varyansları birbirinden çok farklı ise yani heterojen bir yapıdalarsa korelasyon matrisinden faydalanılır. Fakat veriler arasında homojen bir yapı varsa ya da orijinal değerlerden yararlanılmak isteniyorsa kovaryans matrisinden faydalanılır. Faktör analizi ile ilgili yapılan literatürdeki tüm tanımlar açımlayıcı faktör analizine karşılık gelmektedir. Bu sebeple aksi söylenmedikçe faktör analizi ile kastedilen aslında açımlayıcı faktör analizidir denilebilir (Eriş Hasırcı 2019). Ayrıca açımlayıcı faktör analizinin uygulanabilmesi için verileri toplarken bazı koşullara uygun toplamak gerekir (Özdamar 2004). Bunlar kısaca verilerin hatasız olarak toplanması, verilerin aralıklı ya da oransal ölçekle ölçülmesi, verilerin çok değişkenli normal dağılıma sahip olması gerektiği, verilerin doğrusal olması ve veriler arasında en azından orta düzeyde ilişki olmasıdır (Özdamar 2004).

Hatasız Toplanmış Veri: Verilerin doğru ölçekle ölçülmüş olması ve hatalı ölçülmemiş olması gerekmektedir (Özdamar 2004).

Aralıklı(Oransal) Ölçekli Veri: Verilerin en azından aralıklı ölçekle ölçülmüş olmaları gerekmektedir. Fakat bazı ölçekler sıralı ölçekle ölçülmüş iseler metrik ölçüm yapısını koruması gerekir. Sıralı ölçekli verilerin en azından Likert, Goodman ya da Thurstone ölçekleriyle ölçülmüş olmalıdır. Bazı değişkenler ikili ölçümlerden oluşuyorsa aralarındaki korelasyonların orta seviyede(0.25-0.90) olması yani çok düşük ya da çok yüksek olmaması gerekir. Veri setinde çok sayıda sıralı ve ikili ölçekli değişken mevcutsa analizin sonucunda faktörleri yorumlamak çok zorlaşır (Özdamar 2004).

Çok Değişkenli Normal Dağılım: Maksimum benzerlik yöntemi kullanılarak föktör analizi yapılacak ise verilerin çok değişkenli normal dağılım göstermesi gerekmektedir. Ayrıca örnek hacmi küçük ise de verilerin çok değişkenli normal dağılım göstermesi gerekmektedir. Fakat faktör türetme modellerinden temel eksenler ve temel bileşenler faktör analizi modelleri uygulanacaksa bu şart aranmaz (Özdamar 2004).

Doğrusallık: Verilerin doğrusallık koşulunu taşıyor olmaları gerekmektedir. Yine temel eksenler ve temel bileşenler faktör analizi modelleri uygulanacaksa veriler doğrusallık koşulunu sağlamalıdırlar. Faktör skorları hesaplanırken regresyon yaklaşımının tercih edilmesi durumunda doğrusallık koşulunun sağlanması zorunludur (Özdamar 2004).

Değişkenler Arasında Orta Düzeyde İlişkinin Olması: Değişkenler arasındaki ilişkinin orta düzeyde ya da yüksek olması gerekir. Zaten faktör analizinin amacı birbiriyle ilişkili değişkenlerden ilişkisiz, gözlenemeyen ve daha az sayıda faktörler meydana getirmektir. Bu sebeple değişkenler arasında 0.25-0.90 aralığında korelasyon bulunmalıdır (Özdamar 2004).

1.2. Kümeleme Analizi

Kümeleme analizi, bir veri matrisinde yer alan, doğal gruplamaları net bir şekilde bilinmeyen değişkenleri ya da birimleri birbirleriyle benzer olan kümelere ayırma yani gruplama veya sınıflandırma yöntemidir (Özdamar 2004). Kümeleme analizi ile birimleri, değişkenler arasındaki benzerlikler ya da farklılıklarla hesaplanan bazı ölçülerden faydalanılarak homojen gruplar elde etmek amaçlanır (Özdamar 2004). Kümeleme analizinin amacı, bireyleri ya da nesneleri temel özelliklerine göre gruplamaktır (Uçar 2010). Bu sayede gruplanmamış verileri benzerlikleri ya da farklılıklarına göre gruplandırarak özet bilgiler elde edilir. Kümeleme analizi sonucu elde edilen kümelerdeki birimler kendi içlerinde homojen, birbirine çok yakın olmalı diğer kümeler ile heterojen birbirinden uzak olmalıdır. Kümeleme analizi verileri analiz etmede kullanılan oldukça yararlı çok değişkenli istatistiksel analiz yöntemidir. Özellikle anket çalışmalarında elde edilen çok sayıda veriyi gruplandırmak ve anlamlandırmak zordur. Kümeleme analizi yöntemiyle, belirlenen kriterlere göre elde edilen tüm verileri kümelendirmek ve özet blgiler elde etmek mümkündür. Kümeleme analizi ile faktör analizi bazı yönlerden benzerlik göstermektedir. Faktör analizi değişkenleri bağımlı ve bağımsız olmak üzere ikiye ayırmamaktadır. Kümeleme analizinde de durum böyledir. Ayrıca faktör analizi ve kümeleme analizi bireyleri ya da nesneleri aralarında bulunan benzerliklerden yola çıkarak sınıflandırma yapar. Yani iki analiz yönteminin ortak özelliklerinden biri de sınıflandırma yapmalarıdır (Uçar 2010). Kümeleme ve faktör analizi yöntemleri değişkenler arasındaki ilişkileri araştıran çok değişkenli istatistik yöntemlerindendir. Faktör analizinde elimizdeki verileri değişkenlerin varyans ve kovaryansına bakarak gruplandırma yapılırken kümeleme analizinde ise değişkenlerin uzaklık ölçütlerine bakarak gruplama yapılır (Hair vd. 2014). Kümeleme ve açımlayıcı faktör analizinin ikisinin kullanıldığı çalışmalar mevcuttur (Şimşek 2006; Doğan ve Başokçu 2010; Ertürk 2016).

Bu tezin araştırma konusu ortaöğretim öğrencilerinin matematik ve geometri derslerine olan tutumlarının incelenmesi ile ölçeklerin faktör yapısını belirlemek için kullanılan açımlayıcı faktör analizi ve kümeleme analizinin sonuçlarının karşılaştırılması şeklindedir. Buna bağlı olarak aşağıda verilen alt problem cümlelerine bu çalışma çerçevesinde yanıt bulmaya çalışılacaktır.

1. Ortaöğretim öğrencilerine uygulanan matematik dersine yönelik tutum ölçeğinin açımlayıcı faktör analizi sonuçları nasıldır?

2. Ortaöğretim öğrencilerine uygulanan geometri dersine yönelik tutum ölçeğinin açımlayıcı faktör analizi sonuçları nasıldır?

3. Ortaöğretim öğrencilerine uygulanan matematik dersine yönelik tutum ölçeğinin kümeleme analizi sonuçları nasıldır?

4. Ortaöğretim öğrencilerine uygulanan geometri dersine yönelik tutum ölçeğinin kümeleme analizi sonuçları nasıldır?

5. Ortaöğretim öğrencilerine uygulanan matematik dersine yönelik tutum ölçeğinin açımlayıcı faktör analizi ve kümeleme analizi sonuçları arasındaki benzerlikler ve farklılıklar nelerdir?

6. Ortaöğretim öğrencilerine uygulanan geometri dersine yönelik tutum ölçeğinin açımlayıcı faktör analizi ve kümeleme analizi sonuçları arasındaki benzerlikler ve farklılıklar nelerdir?

1.3. Araştırmanın Kapsamı Amacı ve Önemi

Çalışmanın amacı matematik ve geometri derslerine yönelik ortaöğretim öğrencilerinin tutumlarını belirlemek ve elde edilen sonuçları değerlendirmektir. Bu tez, açımlayıcı faktör analizi ve kümeleme analizi kullanılarak matematik ve geometriye yönelik tutum ölçeği incelemesini ve Antalya ilinden seçilen uygun örnekleme ölçeklerin uygulamasını kapsamaktadır. Bu kapsamda elde edilen sonuçlarla Antalya ilindeki ortaöğretim öğrencilerinin matematik ve geometri derslerine yönelik tutumlarını ölçmek amaçlanmaktadır. Çalışmanın tamamlanması ile açımlayıcı faktör analizi ve kümeleme analizi yöntemlerinin uygulanacak ölçeklerdeki verileri sınıflandırmadaki yeri ve önemi vurgulanarak ortaöğretim öğrencilerinin matematik ve geometri derslerine yönelik tutumlarına uygun stratejilerin belirlenmesine yön vereceği ve tüm bu çalışmanın tamamlanması ile literatürdeki boşluğu dolduracağı düşünülmektedir.

Bu amaç doğrultusunda Antalya ilinde bulunan uygun örnekleme yöntemi ile seçilen ortaöğretim öğrencilerine geometri ve matematik tutum ölçeği uygulanmıştır. Elde edilen verilerle faktör analizi ve kümeleme analizi yapılmıştır. Çalışmada kullanılan matematik ve geometri derslerine yönelik tutum ölçeklerine öğrencilerin verdikleri cevaplar, öğrencilerin gerçek tutumlarını yansıtmaktadır.

2. KAYNAK TARAMASI

Duatepe ve Çilesiz (1999) üniversite öğrencilerinin 1.sınıfta aldıkları zorunlu temel matematik dersinde başarısız olanların çoğunun derse karşı olumsuz tutumlar sergiledik-lerini gözlemlemişler. Bu durumun altında yatan nedenleri araştırmak için öğrencilerin matematik dersine karşı tutumlarını saptayan bir tutum ölçeği geliştirmişlerdir. 50 mad-deden oluşan ölçek ODTÜ'de 1997-1998 yıllarında bahar dönemimde öğrenim gören 230 kişilik öğrenci grubuna uygulamışlar. Elde edilen verileri faktör analizi ve asal eksenlere göre döndürülmüş temel bileşenler yöntemiyle analiz etmişlerdir.

Yenilmez ve Özabacı (2003) tarafından yapılan çalışmada yatılı bölge öğretmen okul-larında okuyan öğrencilerin matematik tutumları ve matematik kaygıları ile bununla iliş-kili olabilecek demografik değişkenler arasındaki ilişkiyi belirlemek amaçlanmıştır. Bu amaçla rastlantısal örnekleme yöntemiyle seçilen 408 tane öğretmen lisesi öğrencisine Baykul (1990) tarafından geliştirilen matematik tutum ölçeği ve Richardson ve Suinn (1972) tarafından geliştirilen Math Anxiety Rating Scale –MARS-A isimli ölçeğin Erol (1989) tarafından Türkçeye uyarlanmış hali olan matematik kaygısı ölçeği kullanılmıştır. Ayrıca araştırmacılar tarafından hazırlanan demografik bilgi formu kullanılmıştır. Verile-rin analizinde ise t testi ve varyans analizi teknikleri kullanılmıştır.

Bindak (2004) tarafından lise öğrencilerinin geometriye yönelik tutumlarını ölçen ge-çerli ve güvenilir bir geometri tutum ölçeği geliştirmek amaçlanmıştır. Bu amaçla 46 mad-deden oluşan ölçek 113 öğrenciden oluşan pilot gruba uygulanmıştır ve madde analizi so-nucunda kalan 40 madde 131 kişilik öğrenci grubuna uygulamıştır. Elde edilen verilerin faktör analizini yapmıştır. 46 maddeden oluşan taslak ölçekten elde edilen verilerin madde analizi ve faktör analizi yapılması sonucunda 25 maddelik likert tipi ölçek geliştirmiştir. Ölçeğin güvenirliğine ilişkin iç tutarlılık katsayıları, test tekrar test, paralel formlar hesap-lamıştır ve ölçeğin iç tutarlılığı için Crobach alfa katsayısı, madde kalan toplam korelas-yonu teknikleri kullanmıştır. Ölçeğin geçerliliği için ise yapı geçerliği, benzer ölçek ge-çerliği ve faktör analizi hesaplamıştır. Son olarak geliştirilen geometri tutum ölçeğini uy-gulamak için 773 kişiden oluşan lise öğrencilerine ölçek ve demografik bilgilerden oluşan anket uygulamıştır. Bu çalışmada verilerin analizinde korelasyon t testi, varyans analizi, çok değişkenli teknikler kullanılmıştır ve faktör analizi yapılmıştır. Ancak bu çalışmanın asıl amacı geometri dersine yönelik tutum ölçeği geliştirmek olmuştur ve likert tipi bir ölçek geliştirilmiştir. Geometri tutum ölçeği uygulanan 773 öğrenci grubundan elde edilen veriler sonucunda kızların erkeklere göre geometri tutum puanları daha yüksek çıkmış fakat bu farkın istatistiksel olarak önemli olmadığını bulmuştur. Öğrencilerin üniversitede okumak istedikleri bölüm ile geometriye tutumları arasındaki ilişkiye bakıldığında ise fen bilimleri ve tıp okumak isteyen öğrencilerin geometri tutum puan ortalamalarının sosyal, sanat ve hukuk-siyasal okumak isteyen öğrencilerin geometri tutum puan ortalamalarından daha yüksek çıktığını bulmuştur. Ayrıca geometri gerektirecek bir alanla ilgili bölüm okumak isteyen öğrencilerin geometri gerektirmeyecek bir alan okumak isteyenlere göre geometri tutum puanlarının daha yüksek çıktığını bulmuştur. Ailelerin sosyoekonomik düzeyleri ile öğrencilerin geometriye tutumları arasından ilişki olmadığı sonucuna ulaşmıştır.

Şimşek (2006) yaptığı çalışmada Feza Baklaya (2011) tarafından geliştirilen çok boyutlu öfke ölçeğinin alt ölçeği olan kişiler arası öfke ölçeğini kullanarak elde ettiği verileri iki aşamadan oluşan süreç ile analiz etmiştir ve bu iki aşamada yapılan analizlerin uyumunu irdelemiştir. Çok değişkenli istatistiksel tekniklerden kümeleme analizi, çok boyutlu ölçekleme, doğrulayıcı ve açıklayıcı faktör analizi ile ulaşılan yapı geçerliliği kanıtları karşılaştırılmıştır.

Geometriye yönelik tutum ölçeği Bulut vd. (2002) tarafından bireylerin geometriye yönelik tutumlarını belirlemek amacıyla geliştirilmiştir. Geliştirdikleri ölçeğin güvenirliğine geçerliğine bakmışlar ve faktör analizi bu çalışmada kullanılmıştır. Araştırmacılar bu çalışmanın öncesinde öğretmenlerle ve öğrencilerle yaptıkları görüşmelere dayanarak matematik dersinin içinde yer alan geometri ve olasılık konularına karşı öğrencilerin farklı tutum sergilediklerini düşünerek çalışmayı tasarlamışlardır. Geometri dersinin tüm sınıf düzeylerinde geniş bir konu olarak okutulmasından ya da bir ders olarak okutulmasından kaynaklı geometri üzerine yoğunlaşmışlardır. Ölçek geliştirmek için hazırladıkları madde havuzundan eleyerek seçtikleri maddelerden geometriye yönelik tutum ölçeği oluşturmuşlar ve bu ölçeği ortaokul 8.sınıf ve lise 10. sınıf öğrencilerinden oluşan 239 kişilik öğrenci grubuna uygulamışlardır. Elde ettikleri verilerle ölçeğin madde analizini yapmışlar, güvenirliğini geçerliğini test etmişlerdir. Çok değişkenli istatistik yöntemlerinden temel bileşenler analizini kullanarak ölçeğin faktör yapısını belirlemeyi amaçlamışlardır.

Döndürülmüş temel bileşenler analizini uygulamışlar elde ettikleri boyutları yorumlamak için varimax yöntemiyle döndürülmüş temel bileşenler analizi yapmışlardır. Toplam 24 maddeden oluşan geometri tutum ölçeği hazırlamışlardır.

Çağlayan (2010) yaptığı çalışmada lise 1.sınıf öğrencilerinin geometri dersine öz yeterlilik algısı ve tutumunun geometri dersi akademik başarısını tahmin etmek amacıyla İstanbul'un Ümraniye İlçesinde öğrenim gören 553 lise 1. sınıf öğrencilerine demografik bilgiler içeren bir form, Geometri dersine yönelik öz yeterlilik ölçeği Günhan ve Başer (2007) ve geometri dersine yönelik öz yeterlilik ölçeği Paksu ve Ubuz (2003) uygulamıştır. Ölçeklerin yapı geçerliğini ve faktör yapısını incelemek için faktör analizi ve temel bileşenler analizi yöntemi uygulamıştır. Ölçeklerin güvenirliklerini de test etmiştir. Daha sonra ise geometri öz yeterlilik ölçeği ve geometri tutum ölçeğinin geometri dersi akademik başarısını tahmin etme derecesini bulabilmek için çok değişkenli istatistik yöntemlerinden regresyon analizi yöntemini uygulamıştır. Ölçeklerin, ölçeklere ait bağımsız değişkenlerin ve öğrencilerin karne notları arasındaki ilişkiyi incelemek için Pearson Korelasyon Analizi yöntemini uygulamıştır. Yapılan analizler sonucunda geometri dersine yönelik öz yeterlilik algısı ve tutumun geometri dersi akademik başarısını yordadığı sonucuna ulaşmıştır. Cinsiyete bağlı olarak incelediğinde ise kız öğrencilerin öz yeterlilik algılarının ve tutumunun geometri akademik başarısını yordadığı fakat erkek öğrencilerin geometri dersine öz yeterlilik algısının geometri dersi akademik başarısını yordadığı, geometri dersine yönelik tutumun ise akademik başarısını yordamadığı sonucuna ulaşmıştır. Öğrencilerinin geometri dersine karşı kendilerine güvenlerinin ve motivasyonlarının geometri dersindeki akademik başarılarını yordadığı sonucuna ulaşmıştır. Ayrıca öğrencilerin öz yeterlilik inançlarının geometri akademik başarısını yordadığı fakat geometri bilgisini kullanma inancının geometri akademik başarısını yordamadığı sonucuna ulaşmıştır. Bunun nedenini ise araştırmacı geometri dersi bilgilerinin somutlaştırılmamasına ve bilgilerin ezbere yönelik verilmesine bağlamıştır.

Lise öğrencilerinin geoemetri dersine ilişkin algılarını belirlemek amacıyla Horzum ve Yıldırım (2016) tarafından öğrencilerin geometri dersi hakkında oluşturdukları metaforlar belirlenmiştir. Araştırmacılar Çorum ilinde aynı okulda öğrenim gören her sınıf düzeyinden 166 lise öğrencisine bu çalışmayı uygulamışlardır. Betimsel olarak tasarlanan bu nitel araştırmada verilerin analizi için Saban (2009) tarafından belirlenen beş aşamalı yöntem kullanılmıştır.

Avcı vd. (2014) tarafından ortaöğretim öğrencilerinin geometri dersine tutumlarını bazı değişkenlere göre incelemek amacıyla çalışma gerçekleştirilmiştir. Araştırmacılar Mersin ilinin 5 ilçesinde öğrenim gören 935 lise öğrencisine geometri dersine ilişkin tutum ölçeğini uygulamışlardır. Bu çalışmada Su-Özenir (2008) tarafından geliştirilen Geometri Dersine İlişkin Tutum Ölçeği kullanılmıştır. Verilerin analizinde ise aritmetik ortalama, standart sapma, t Testi ve ANOVA kullanılmıştır. Bu çalışmanın sonucunda araştırmacılar öğrencilerin geometri dersine yönelik tutumları ile cinsiyetleri ve sınıf düzeyleri arasında anlamlı bir farkın olmadığı sonucuna ulaşmışlardır. Fakat geometri dersine yönelik tutumları ile alan türü ve okul türü arasında anlamlı fark bulmuşlardır.

Pehlivan ve Köseoğlu (2011) tarafından fen lisesinde öğrenim gören ortaöğretim öğrencilerinin matematik dersine yönelik tutumları ve akademik benlik tasarımlarını bazı değişkenlere göre incelemek amacıyla çalışma gerçekleştirilmiştir. Ankara ilinde öğrenim gören 345 fen lisesi öğrencisine Aiken (1985) tarafından geliştirilen 'Matematik Tutum Ölçeği'(araştırmacı tarafından uyarlanmış) ve Brookover et al (1964) tarafından geliştirilen 'Akademik Benlik Tasarım Ölçeği' uygulamışlardır. Araştırmacılar verilerin analizinde t testi, tek yönlü varyans analizi ve f testinin anlamlı olması durumunda Scheffe testi kullanmışlardır. Araştırmacılar öğrencilerin matematik dersine karşı tutumlarının cinsiyete göre farklılık gösterdiğini ve bu farklılığın erkek öğrenciler lehine olduğu sonucuna ve öğrencilerin sınıf düzeyi ile matematik dersi başarı düzeyi arasında anlamlı fark olduğu fakat öğrenim görmeyi planladıkları fakülte arasında anlamlı fark olmadığı sonucuna ulaşmışlardır.

Yaratan ve Kasapoğlu (2012) tarafından cinsiyet ve okulun bulunduğu yerdeki tutum, kaygı ve matematiksel başarıdaki farklılıkları araştırmak ve matematiğe yönelik kaygı ve tutumların, öğrencilerin cinsiyet ve okul yerlerini kontrol eden matematiksel başarılarını ne kadar iyi belirlediğini göstermek amacıyla çalışma gerçekleştirilmiştir. Araştırmacılar Kuzey Kıbrıs'ta kırsal ve kentsel kesimde öğrenim gören 188 tane 8.sınıf öğrencilerine Aşkar (1986) tarafından geliştirilen 'Matematik Tutum Ölçeği' ve Bindak (2005) tarafından geliştirilen 'Matematik Kaygı Ölçeği' uygulamışlardır. Verilerin analizinde t testi ve çoklu regresyon analizi yöntemi kullanmışlardır. Araştırmacılar öğrencilerin matematik dersine tutumlarında anlamlı farklılıklar bulmuşlardır fakat öğrencilerin cinsiyetlerine ve okulların konumlarına(kentsel/kırsal) göre kaygı düzeylerinde anlamlı bir fark bulamamışlardır. Bununla birlikte öğrencilerin cinsiyetlerine bağlı olarak matematik dersine karşı tutumları ve başarılarında farklılıklar gözlemlemişlerdir.

Yaşar vd. (2011) tarafından ortaöğretim öğrencilerinin matematik dersine yönelik tutumlarını etkileyen faktörleri belirlemek ve bazı değişkenlere göre matematik dersine yönelik öğrenci tutumunun farklılık gösterip göstermediğini araştırmak amacıyla çalışma gerçekleştirilmiştir. Araştırmacılar Türkiye genelinden seçilen 14 ilin 10 farklı lise türünde öğrenim gören 30170 öğrenciye geliştirdikleri 52 maddelik 'Matematik Dersi Tutum Ölçeği' ni uygulamışlardır. Verilerin analizinde tek yönlü varyans analizi, LSD Testi, faktör analizi yöntemlerini kullanmışlardır. Araştırmacılar öğrencilerin matematik dersine karşı tutumları ile okul türleri ve üniversite sınavında girmek istedikleri puan türüne göre her bölgede anlamlı farklılıklar gözlemlemişlerdir. Öğrencilerin matematik dersine karşı tutumlarının orta düzeyde olduğunu bulmuşlardır. Cinsiyet değişkenine göre öğrencilerin matematik dersine tutumları arasındaki farklılıkların her bölgeye göre değişkenlik gösterdiğini bulmuşlardır. Akdeniz bölgesinde bu farkın erkek öğrencilerin lehine olduğunu tespit etmişlerdir.

Güner ve Çomak (2013) tarafından yapılan çalışmada, Yaşar vd. (2011) tarafından geliştirilen ve Türkiye genelinde 30170 ortaöğretim öğrencisine uygulanan 'Matematik Dersi Tutum Ölçeği' verilerine bulanık mantık yöntemi uygulanmıştır ve daha önce elde edilen matematik dersi tutum ölçeğinin bulanıklaştırılması amaçlanmıştır. Araştırmacılar verileri cinsiyete göre, coğrafi bölgelere göre ve öğrenim gördükleri okul türlerine göre gruplandırdıklarında öğrencilerin matematik dersine karşı tutumlarının hep orta düzeyde olduğu sonucuna ulaşmışlardır.

Tezde kullanılan temel tanımlar, bağıntılar ve formüller aşağıda verilmiştir.

Tanım 2.1. *Matris cebirini 1857 yılında sistematik olarak ilk defa ortaya koyan Cayley' dir (Taşçı 2005).* $X = \{1, 2, ..., m\}$ *ve* $Y = \{1, 2, ..., n\}$ *olsun. F, reel veya karmaşık sayı cismini göstermek üzere X x Y kümesinden F cismine giden fonksiyona, F cismi üstünde m x n tipinde bir matris denir (Sabuncuoğlu 2008). Burada A : X x Y* $\rightarrow$ *F fonksiyonunun verilmesiyle her (i,j)* $\in$ *X x Y için A(i,j) elemanlarının verilmesi aynı durumu ifade eder. A(i,j)=*a_{ij} *olsun. F in bir alt kümesi olan*

$\{a_{11}, a_{21}, ..., a_{m1}, a_{12}, a_{22}, ..., a_{m2}, ..., a_{mn}\}$ *kümesinin verilmesiyle A fonksiyonu ve-*

rilmiş olur. Bu sebeple A fonksiyonu,

$$A\text{=}[a_{ij}]_{mxn} \text{ veya } A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & X_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}_{mxn} \quad \text{biçiminde gösterilebilir}$$

(Strang 2006; Sabuncuoğlu 2008).

Tanım 2.2. *Bir A matrisinin aynı numaraya sahip satır ve sütunlarının yer değiştirmesiyle elde edilen matrise A matrisinin transpozesi (devriği) denir. A^T veya $A^{'}$ ile gösterilir. Bir başka ifade ile $A = [a_{ij}]$ m x n tipinde bir matris olmak üzere $A^{'} = [a_{ji}]$ n x m tipinde matrisine A matrisinin transpozesi denir (Ağargün ve Burhanzade 2015).*

Tanım 2.3. *Veri matrisi, n tane birimden elde edilen p tane değişkenin değerini gösteren bir matris gösterimidir. X nxp boyutlu bir veri matrisi olmak üzere sembolik olarak aşağıdaki gibi gösterilsin.*

$$X_{nxp} = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1p} \\ X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{n1} & X_{n2} & \cdots & X_{np} \end{bmatrix}$$

Bir veri matrisinde değişkenler için istatistikler hesaplamak mümkündür (Strang 2006; Alpar 2017). Çünkü bir veri matrisinde bulunan her sütün bir değişkeni ifade etmektedir. Sadece bir gerçek sayı ile ifade edilemeyen ve doğrultu, yön ve konumlarınında bilinmesiyle ifade edilebilen büyüklüklere vektörel büyüklükler denir (Eren ve Razbonyalı 2004). Bu vektörel büyüklükler ise vektör ismi verilen yönlü doğru parçaları ile gösterilir. Vektörler belirli bir uzunluğu, doğrultusu ve yönü olan doğru parçalarıdır (Eren ve Razbonyalı 2004). Vektör elemanlarının toplamının eleman sayısına bölünmesiyle bir vektörün ortalaması hesaplanır. Matrislerde ise sütunların her birinin toplamının sıra sayısına bölünmesiyle ortalama vektörü elde edilir. X veri matrisindeki j. değişkenin ortalaması $\overline{X}_j$ ve varyansı $V(X_j)$ şu şekilde hesaplanır:

$$\overline{X}_j = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} X_{ij}}{n}$$

$$V(X_j) = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_{ij}^2 - (\sum_{i=1}^{n} X_{ij})^2/n}{n-1}$$

(Özdamar 2004).

Her bir değişken için ortalamalar elde edildikten sonra n tane birimden elde edilen ve değişken sayısı p olan X veri matrisinin ortalama vektörü aşağıdaki gibi iki şekilde de gösterilebilir:

$$\overline{X} = \begin{bmatrix} \overline{X}_1 \\ \overline{X}_2 \\ \overline{X}_3 \\ \vdots \\ \overline{X}_p \end{bmatrix} \textit{ ya da } \overline{X} = \begin{bmatrix} \overline{X}_1 & \overline{X}_2 & \overline{X}_3 & \cdots & \overline{X}_p \end{bmatrix}$$

(Özdamar 2004).

Örnek 2.4. *X veri matrisi 5 birimden elde edilen 3 değişkene sahip bir matris olsun.*

$$X = \begin{bmatrix} 7 & 3 & 7 \\ 8 & 4 & 5 \\ 7 & 3 & 12 \\ 11 & 5 & 9 \\ 5 & 4 & 10 \end{bmatrix}$$

X matrisindeki 3 değişkenin her biri için ortalamalar (2.3) de belirtildiği gibi aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$\overline{X}_1 = \frac{7+8+7+11+5}{5} = 7.6$$

$$\overline{X}_2 = \frac{3+4+3+5+4}{5} = 3.8$$

$$\overline{X}_3 = \frac{7+5+12+9+10}{5} = 8.6$$

Bu örnekte verilen X veri matrisinin ortalama vektörü ise aşağıdaki gibidir:

$$\overline{X} = \begin{bmatrix} 7.6 \\ 3.8 \\ 8.6 \end{bmatrix} \textit{ ya da } \overline{X'} = \begin{bmatrix} 7.6 & 3.8 & 8.6 \end{bmatrix}$$

Tanım 2.5. *Bazı istatistiksel analizlerde değişkenlerin düzeltilmemiş kareler toplamları (ΣX_i^2) ile çapraz çarpımlar toplamları (KÇÇT ya da SSCP) matrislerinden faydalanılır (Özdamar 2004). Kareler ve çapraz çarpımlar toplamları matrisinde bulunan kareler toplamı(KT) ve çapraz çarpımlar toplamı (ÇÇT) aşağıdaki gibi hesaplanır:*

$$KT_{X_iX_i} = S_{ii} = \sum_{i=1}^{n} X_i^2 - [(\Sigma X_i)^2/n]$$

$$ÇÇT_{X_iX_j} = S_{ij} = \sum_{i,j=1}^{n} X_iX_j - [(\Sigma X_i)(\Sigma X_j)/n]$$

(Özdamar 2004; Alpar 2017).

Verilen formüllerle hesaplanan değerler matriste yerine konarak kareler ve çapraz çarpımlar toplamı matrisi

$$KÇÇT = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1p} \\ S_{21} & S_{22} & \cdots & S_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{p1} & S_{p2} & \cdots & S_{pp} \end{bmatrix}$$

oluşturulur (Özdamar 2004).

Tanım 2.6. *Bir veri matrisinde yer alan değişkenlerin birlikte değişimlerini (S_{ij}, i≠j) ve değişkenlerin varyanslarını (S_{ij}, i=j) gösteren matrise kovaryans matrisi ya da varyans-kovaryans matrisi denir ve S, Σ ile gösterilir (Özdamar 2004; Alpar 2017).*

p sayıda değişken içeren S kovaryans matrisi aşağıdaki gibi gösterilir;

$$S = \begin{bmatrix} Var(X_1) & Kov(X_1X_2) & Kov(X_1X_3) & \cdots & Kov(X_1X_p) \\ Kov(X_2X_1) & Var(X_2) & Kov(X_1X_3) & \cdots & Kov(X_2X_p) \\ Kov(X_3X_1) & Kov(X_3X_2) & Var(X_3) & \cdots & Kov(X_3X_p) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ Kov(X_pX_1) & Kov(X_pX_2) & Kov(X_pX_3) & \cdots & Var(X_p) \end{bmatrix}$$ *(Alpar 2017).*

Kovaryans matrisinin n tane birimden oluştuğunu belirtebilmek için $S_n(X)$ gösterimi kullanılır. Eğer büyük verilerin kovaryans matrisi gösterilecekse yani populasyon kovaryans matrisi ise σ ve ya $S_N(X)$ ile ifade edilir. Bazı kaynaklarda daha kolay bir yazım ile ifade edebilmek için S(X), S, σ ifadeleri kullanılır (Özdamar 2004).

$$S_n(X) = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & \cdots & s_{1p} \\ s_{21} & s_{22} & \cdots & s_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{p1} & s_{p2} & \cdots & s_{pp} \end{bmatrix} \text{ ile } \Sigma = S_N(X) = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1p} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{p1} & \sigma_{p2} & \cdots & \sigma_{pp} \end{bmatrix}$$ *şeklinde*

gösterilir (Özdamar 2004). X veri matrisinin kovaryans matrisinin elemanları,

eğer i=j ise yani s_{ii} *ise* $s_{ii} = \dfrac{S_{ii}}{n-1} = \dfrac{\Sigma X_i^2 - (\Sigma X_i)^2/n}{n-1}$ *ile*

eğer $i \neq j$ *ise* $s_{ij} = \dfrac{S_{ij}}{n-1} = \dfrac{\Sigma X_i X_j - (\Sigma X_i)(\Sigma X_j)/n}{n-1}$ *ile hesaplanır. Yani Kareler ve çapraz çarpımlar toplamı matrisinin(KÇÇT) elemanlarını serbestlik derecesine (n-1) bölerek kovaryans matrisinin elemanları hesaplanır (Alpar 2017; Özdamar 2004).*

Örnek 2.7. *X veri matrisi 5 birimden elde edilen 3 değişkene sahip bir matris olsun.*

$$X = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 10 \\ 8 & 6 & 7 \\ 9 & 3 & 4 \\ 7 & 5 & 9 \\ 5 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

Aşağıdaki çizelge (2.1) de X veri matrisinin kareler ve çapraz çarpımlar toplamı matrisinin hesaplanması için gereken değerler verilmiştir.

Çizelge 2.1. KÇÇT Matrisi İçin Gerekli Değerler

Birim No	X_1	X_2	X_3	X_1^2	X_2^2	X_3^2	X_1X_2	X_1X_3	X_2X_3
1	5	4	10	25	16	100	20	50	40
2	8	6	7	64	36	49	48	56	42
3	9	3	4	81	9	16	27	36	12
4	7	5	9	49	25	81	35	63	45
5	5	4	3	25	16	9	20	15	12
Toplam	34	22	33	244	102	255	150	220	151

(2.5) ve (2.6) deki verilen formüllerden faydalanarak X veri matrisinin KÇÇT matrisini ve kovaryans matrisini hesaplayalım.

$S_{11} = 244 - (34)^2/5 = 12.8$; $S_{22} = 102 - (22)^2/5 = 5.2$

$S_{33} = 255 - (33)^2/5 = 37.2$; $S_{12} = 150 - (34x22)/5 = 0.4$

$S_{13} = 220 - (34x33)/5 = -4.4$; $S_{23} = 151 - (22x33)/5 = 5.8$

Hesaplanan değerleri kareler ve çapraz çarpımlar toplamı matrisinde (KÇÇT) yerine koyalım.

$$K\c{C}\c{C}T(X) = \begin{bmatrix} 12.8 & 0.4 & -4.4 \\ 0.4 & 5.2 & 5.8 \\ -4.4 & 5.8 & 37.2 \end{bmatrix}$$

$$s_{11} = \frac{12.8}{(5-1)} = 3.20 \text{ ; } s_{22} = \frac{5.2}{(5-1)} = 1.30$$

$$s_{33} = \frac{37.2}{(5-1)} = 9.30 \text{ ; } s_{12} = \frac{0.4}{(5-1)} = 0.10$$

$$s_{13} = \frac{-4.4}{(5-1)} = -1.10 \text{ ; } s_{23} = \frac{5.8}{(5-1)} = 1.45$$

Hesaplanan değerleri kovaryans matrisinde ($S_5(X)$) yerine koyalım.

$$S_5(X) = \begin{bmatrix} 3.20 & 0.10 & -1.10 \\ 0.10 & 1.30 & 1.45 \\ -1.10 & 1.45 & 9.30 \end{bmatrix}$$

Kovaryans matrisine baktığımızda değişkenlerden biri artarken diğeri artıyorsa ya da değişkenlerden biri azalırken diğeri de azalıyorsa iki değişken arasındaki korelasyon değeri pozitiftir. Değişkenlerden biri artarken diğeri azalıyorsa ya da birinin değeri azalırken diğerinin değeri artıyorsa iki değişken arasındaki korelasyon değeri negatiftir. İki değişken arasındaki korelasyon değeri sıfıra çok yakınsa değişkenler arasında belirgin bir ilişki yoktur denir (Alpar 2017). Ayrıca (2.6) deki kovaryans matrisinden de anlaşılacağı üzere bir değişkenin kendisiyle olan kovaryansına o değişkenin varyansı denir. Yani varyanslar ve kovaryanslar bir kovaryans matrisinde özetlenir (Albayrak 2006).

Tanım 2.8. *Korelasyon katsayısı, kovaryans değerinde olduğu gibi değişkenler arasındaki doğrusal ilişkinin, uzaklığın (benzerliğin) bir ölçüsüdür. Korelasyon katsayısı r ile gösterilir. Korelasyon katsayısı araştırılan fenomenin biriminden bağımsızdır ve -1 den $+1$ e kadar değerler alır ($-1 \leq r \leq +1$). İki değişken arasındaki ilişki korelasyon katsayısı -1 ile $+1$ e yaklaştıkça artar, sıfıra (0) yaklaştıkça azalır. Korelasyon katsayısı -1 çıkarsa değişkenler arasında tam negatif ilişki vardır denir. Korelasyon katsayısı $+1$ çıkarsa da değişkenler arasında tam pozitif ilişki vardır denir. Korelasyon matrisleri ise pxp boyutlu ve simetriktirler. Korelasyon matrisinde ana köşegenin üzerindeki elemanların değeri 1 dir. Fakat köşegen üzerindeki elemanlar dışındakilerin değeri -1 den $+1$ e kadar değerler alabilir ($-1 \leq r_{ij} \leq +1$). Çünkü köşegen üzerinde olmayan elemanlar* *değişkenler arasındaki ilişkiyi gösterir. Korelasyon matrisinin n tane birimden oluştuğunu göstermek için R_n ya da R_{pxp} şeklinde gösterilir. Büyük veriler için yani populasyonlar için ise korelasyon matrisi ρ (rho) şeklinde gösterilir (Özdamar 2004; Albayrak 2006; Alpar 2017). Korelasyon matrisleri veri setindeki maddeler arasındaki ilişkileri sayı ve sembollerle gösteren matrislerdir (Çokluk vd. 2018).*

n tane birimden elde edilen R_n korelasyon matrisi aşağıdaki gibi gösterilir:

$$R_n = \begin{bmatrix} 1 & r_{12} & \cdots & r_{1p} \\ r_{21} & 1 & \cdots & r_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{p1} & r_{p2} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

(Özdamar 2004).

R_n matrisinin köşegen dışındaki i ve k elemanları arasındaki korelasyon katsayıları aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$r_{ik} = \frac{\sum_{j=1}^{n}(X_{ij} - \overline{X}_i)(X_{ik} - \overline{X}_k)}{\sqrt{\left[\sum_{j=1}^{n}(X_{ij} - \overline{X}_i)^2\right]\left[\sum_{j=1}^{n}(X_{ik} - \overline{X}_k)^2\right]}} = \frac{ÇÇT_{X_iX_k}}{\sqrt{KT_{X_i} \times KT_{X_k}}}$$

(Özdamar 2004).

Korelasyon matrisinin elemanları, kareler ve çapraz çarpımlar matrisi elemanlarıyla KÇÇT(X) kovaryans matrisi $S_n(X)$ elemanlarından faydalanarak da hesaplanabilir. Sırasıyla, KÇÇT matrisi elemanlarından ve kovaryans matrisi elemanlarından faydalanılarak korelasyon matrisinin elemanlarının hesaplanması aşağıdaki gibidir:

$$r_{ik} = \frac{S_{ik}}{\sqrt{S_{ii} \times S_{kk}}}$$

$$r_{ik} = \frac{s_{ik}}{\sqrt{s_{ii} \times s_{kk}}}$$

(Özdamar 2004).

Örnek 2.9. *X veri matrisi 5 birimden elde edilen 3 değişkenli matris olsun.*

$$X = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 8 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 7 \\ 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 \end{bmatrix}$$

X matrisinin kareler ve çapraz çarpım matrisi (2.5) deki formüllerden faydalanılarak hesaplanınca aşağıdaki gibi bulunur:

$$KÇÇT(X) = \begin{bmatrix} 2.0 & 1.0 & 3.0 \\ 1.0 & 2.8 & 5.0 \\ 3.0 & 5.0 & 10.0 \end{bmatrix}$$

R korelasyon matrisinin elemanları ise (2.8) deki formülden faydalanılarak aşağıdaki gibi hesaplanır;

$$r_{12} = \frac{S_{12}}{\sqrt{S_{11} \times S_{22}}} = \frac{1.0}{\sqrt{2.0 \times 2.8}} = 0.423$$

$$r_{13} = \frac{S_{13}}{\sqrt{S_{11} \times S_{33}}} = \frac{3.0}{\sqrt{2.0 \times 10}} = 0.671$$

$$r_{23} = \frac{S_{23}}{\sqrt{S_{22} \times S_{33}}} = \frac{5.0}{\sqrt{2.8 \times 10.0}} = 0.945$$

R korelasyon matrisinin simetri özelliğinden $r_{12} = r_{21} = 0.423$*;* $r_{13} = r_{31} = 0.671$*;* $r_{23} = r_{32} = 0.945$ *ve* $r_{11} = r_{22} = r_{33} = 1.00$ *olarak yazılabilir. Hesaplanan elemanlar yerine konularak;*

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0.423 & 0.671 \\ 0.423 & 1 & 0.945 \\ 0.671 & 0.945 & 1 \end{bmatrix}$$ *korelasyon matrisi oluşturulur.*

Tanım 2.10. *V, F cismi üstünde n boyutlu bir vektör uzayı ve L: V→V lineer dönüşüm olsun.* $\Lambda \in F$ *olmak üzere* $L(u) = \lambda u$ *olacak şekilde V nin sıfırdan farklı en az bir u vektörü varsa* λ *sayısına L' nin bir karakteristik kökü (özdeğeri) denir (Sabuncuoğlu 2008). A nxn boyutlu bir kare matris olmak üzere,* $det(A - \lambda I)$ *A matrisinin karakteristik determinantıdır. Bu determinantın açılımına karakteristik polinomda denir.* $det(A - \lambda I) = 0$ *eşitliğine ise A matrisinin karakteristik eşitliği denir.* $det(A - \lambda I)$ *denkleminden elde edilen A matrisinin karakteristik kökleri olan* λ *değerlerine matrisin özdeğerleri denir (Eren ve Razbonyalı 2004). Matrislerin özdeğerleri aşağıdaki gibi hesaplanır;*

$|A_{nxn} - \lambda I_{nxn}| = 0$ *denkelimin çözümünden elde edilen* λ *köklerine A matrisinin özdeğerleri denir (Taşçı 2005; Shakhmurov ve Uzgören 2010).*

Tanım 2.11. *A, nxn boyutlu bir kare matris olmak üzere* $(A - \lambda I)x = 0$ *denkleminin sıfır olmayan x çözümlerine A matrisinin özvektörleri (karakteristik vektörleri) denir (Strang 2006). Matrislerin kaç tane özdeğeri varsa o sayıda da özvekörü bulunur. Matrisin tüm özdeğerlerine karşılık elde edilen vektörlere o matrisin i' inci köküne ilişkin özvektörü denir. Bir matristen hesaplanan özvektörlerden oluşan matrise ise özvektörler matrisi denir (Strang 2006).*

Tanım 2.12. *kxk tipindeki kare matrislerin determinantı bulunabilir.* $X = (x_{ij})$ *biçiminde k. dereceden bir kare matrisin determinantı sabit bir değere eşittir. X matrisinin determinantı |X| ya da det(X) biçiminde gösterilir. 2x2 tipindeki kare matrisin determinantı* $|X| = x_{11}x_{22} - x_{12}x_{21}$ *şeklinde hesaplanır (Eren ve Razbonyalı 2004).*

Faktör analizinde korelasyon matrisinin determinantı alınarak faktörlenebilirliği hakkında yorum yapılır. Korelasyon matrisinin determinantı sıfır ve bir arasında değerler alır. Korelasyon matrisinin determinantı sıfıra yaklaştıkça faktörlenebilirliği artar. Yani sıfıra ne kadar yakında o kadar faktörleşmeye uygundur denir (Alpar 2017).

1 x 1 tipindeki X=[x] kare matrisinin determinantı det(X)=|x|= x

2 x 2 tipindeki $X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{bmatrix}$ *kare matrisinin determinantı*

$$|X| = \begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{vmatrix} = x_{11}x_{22} - x_{12}x_{21}$$

3 x3 tipindeki $X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{bmatrix}$ *kare matrisinin determinantı*

$$|X| = \begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{vmatrix} = x_{11} \begin{vmatrix} x_{22} & x_{23} \\ x_{32} & x_{33} \end{vmatrix} - x_{12} \begin{vmatrix} x_{21} & x_{23} \\ x_{31} & x_{33} \end{vmatrix} + x_{13} \begin{vmatrix} x_{21} & x_{22} \\ x_{31} & x_{32} \end{vmatrix}$$

$= x_{11}(x_{22}x_{33} - x_{23}x_{32}) - x_{12}(x_{21}x_{33} - x_{23}x_{31}) + x_{13}(x_{21}x_{32} - x_{22}x_{31})$ *'dir (Ağargün ve Burhanzade 2015).*

$X = [x_{ij}]$ *k x k tipinde bir matris,* M_{ij} *ise* x_{ij} *elemanının bulunduğu satır ve sütunun silinmesiyle X matrisinden elde edilen (k-1) x (k-1) tipinde matris olsun.* M_{ij} *matrisinin determantına,* x_{ij} *elemanının minörü denir ve* $X_{ij} = (-1)^i + j|Mij|$ *değerine* x_{ij} *elemanının kofaktörü (eşçarpanı) denir (Strang 2006; Sabuncuoğlu 2008; Ağargün ve Burhanzade 2015).*

X, k x k tipinde bir kare matris olmak üzere X matrisinin mertebesi $n \geq 2$ *ise i=1,2,...,k ve j=1,2,...,k için i. satıra göre açılımı ile* $det(X) = |X| = x_{i1}X_{i1} + x_{i2}X_{i2} + ... + x_{ik}X_{ik}$ *olarak hesaplanır ve j. sütuna göre açılımı ile* $det(X) = |X| = x_{1j}X_{1j} + x_{2j}X_{2j} + ... + x_{kj}X_{kj}$ *olarak hesaplanır (Taşçı 2005). Bir matrisin determinantının herhangi bir satır ya da herhangi bir sütun açılımına göre hesaplanmasına Laplace açılımı denir (Ağargün ve Burhanzade 2015). Satır ya da sütunları seçerken sıfir elemanının fazla olduğu satır ya da sütunun tercih edilmesi determinant hesabında kolaylık sağlar.*

Tanım 2.13. *kxk tipindeki bir kare matris ortogonal(dik) ise* $XX^{'} = X^{'}X = I$ *eşitliğini sağlar. Dik matrislerin tersi transpozuna eşit olup* $X^{-1} = X^{'}$ *determinantlarıda +1 ya da -1 değerlidir (Alpar 2017).*

3. MATERYAL VE METOT

3.1. Araştırmanın Evreni ve Örneklemi

Araştırmanın çalışma evrenini 2018-2019 eğitim öğretim yılında Antalya ilindeki adrese dayalı sistemle öğrenci kabul eden 8 ayrı lisede öğrenim gören 6084 tane ortaöğretim öğrencileri oluşturmaktadır. Araştırmanın örneklemini ise uygun örnekleme yöntemiyle seçilen 1320 tane 10., 11. ve 12. sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Antalya ilinin Muratpaşa, Kepez, Konyaaltı, Korkuteli, Döşemealtı, Aksu olmak üzere toplam 6 ilçesinde çalışma gerçekleştirilmiştir. Muratpaşa ve Kepez ilçelerinin nüfusları diğer ilçelere göre daha fazla olduğu için Muratpaşa ve Kepez ilçelerinden ikişer okul, diğer ilçelerden birer okul olmak üzere toplam 8 okul seçilmiştir. Çalışmanın gerçekleştirildiği bu okullar; Aldemir Atilla Konuk Anadolu Lisesi, Metin Nuran Çakallıklı Anadolu Lisesi, Kepez Anadolu Lisesi, Atatürk Anadolu Lisesi, Akdeniz Anadolu Lisesi, Hacı Ethem Şerife Kavukçu Anadolu Lisesi, Halil Akyüz Anadolu Lisesi, Aksu Anadolu Lisesi' dir.

3.2. Veri Toplama Araçları ve Verilerin Toplanması

Bu çalışmada veriler, bazı demografik bilgiler içeren anket soruları, öğrencilerin geometri dersine yönelik tutumlarını ölçmek için Cansız Aktaş ve Aktaş(2013) tarafından geliştirilen "Geometri Dersine Yönelik Tutum Ölçeği" ve öğrencilerin matematik dersine yönelik tutumlarını ölçmek için Aşkar (1986) tarafından geliştirilen "Matematik Dersine Yönelik Tutum Ölçeği" aracılığıyla toplanmıştır.

Antalya İl Milli Eğitim Müdürlüğü'nden ve Akdeniz Üniversitesi Etik Kurulu' ndan gerekli izinler alınarak dersleri aksatyamayacak şekilde bu veri toplama araçları ile Antalya ilinin 6 ilçesinde bulunan 8 tane lisede 2018-2019 eğitim öğretim yılında öğrenim görmekte olan 1320 tane lise öğrencilerinden veriler toplanmıştır. Verilerin toplanması ile ilgili tüm süreç araştırmacı tarafından gerçekleştirilmiştir. Verilerin toplanacağı okullar araştırmacı tarafından tek tek ziyaret edilip veri toplama araçlarının öğrencilere dağıtılacağı en uygun zaman dilimi hakkında bilgi alınmıştır. Bu görüşmeler doğrultusunda farklı derslerde farklı öğretmenler yardımıyla gönüllülük esas alınarak öğrencilere veri toplama araçları dağıtılmıştır. Veri toplama araçları dağıtılmadan önce öğrencilere araştırmacı tarafından gerekli bilgilendirmeler yapılmıştır. Öğrencilerin aklına takılan sorular cevaplandırılmıştır. Öğrencilere araştırmaya katılımada gönüllülüğün esas olduğu bilgisi de verilmiştir. Araştırmaya dahil olan okulların hiçbirinde araştırmaya katılmak istemeyen öğrenci çıkmamıştır. Araştırmaya katılım oranı %100 ' dür. Dolayısıyla öğrencilerin bu araştırmaya katılımdaki isteklilikleri oldukça yüksektir.

3.2.1. Demografik bilgiler

Demografik bilgiler bölümü araştırmaya katılan kişi, birim ya da deneklerin kilo, boy, cinsiyet, yaş, gelir, meslek, eğitim durumu gibi bilgilerini sorgulayan kısımdır. Bu bölümde incelenen değişkenler araştırılmak istenen asıl konu ya da olayı doğrudan ya da dolaylı olarak etkileyen faktörlerdir (Özdamar 2017). Bu araştırmada kullanılan anketin ilk bölümü olan demografik bilgiler bölümünde öğrencilerin matematik ve geometri derslerine yönelik tutumlarını doğrudan ya da dolaylı etkileyebilecek olan değişkenlerden cinsiyet, sınıf düzeyi, okuduğu okul, kardeş sayısı, anne-baba eğitim durumu ve yükseköğretimde okumak istediği bölüm sorgulanmıştır.

3.2.2. Geometri tutum ölçeği

Çalışmada uygulanan anketin ikinci bölümününde öğrencilerin geometri dersine yönelik tutumlarını ölçmek amacıyla Cansız Aktaş ve Aktaş (2013) tarafından geliştirilen ”Geometri Dersine Yönelik Tutum Ölçeği” yer almaktadır. Bu ölçek, 40 maddelik taslak ölçeğin Ordu ilinde öğrenim gören öğrencilere uygulanması sonucu elde edilen verilerden yola çıkarak, 16 maddenin ölçekten çıkarılmasıyla kalan 24 madde ile oluşturulmuştur. Araştırmacılar, yenilenen öğretim programına uygun olan bir geometri tutum ölçeği olmadığı için geliştirdikleri bu ölçek sayesinde literatürdeki boşluğu doldurduklarını belirtmişlerdir. Yenilenen öğretim programına uygun geliştirilen son geometri tutum ölçeği olduğu için bu çalışmada Cansız Aktaş ve Aktaş (2013) tarafından geliştirilen geometri tutum ölçeği kullanılmıştır. 5'li likert tipi cevap formatında olan bu ölçek, 12 maddesi olumlu ve 12 maddesi olumsuz olmak üzere toplam 24 maddeden oluşmaktadır.

3.2.3. Matematik tutum ölçeği

Çalışmada uygulanan anketin üçüncü ve son bölümününde ise öğrencilerin matematik dersine yönelik tutumlarını ölçmek amacıyla Aşkar (1986) tarafından geliştirilen ”Matematik Dersine Yönelik Tutum Ölçeği" yer almaktadır. Literatürde öğrencilerin matematik dersine yönelik tutumlarını ölçmek için çoğunlukla Aşkar (1986) tarafından geliştirilen "Matematik Dersine Yönelik Tutum Ölçeği" kullanıldığı ve bu çalışmanın konusuna uygun olduğu için bu çalışmada Aşkar (1986) tarafından geliştirilen matematik dersine yönelik tutum ölçeği kullanılmıştır. 5'li likert tipi cevap formatında olan bu ölçek, 10 maddesi olumlu ve 10 maddesi olumsuz olmak üzere toplam 20 maddeden oluşmaktadır.

3.3. Verilerin Analizi

Elde edilen veriler bilgisayar ortamında SPSS programına aktarılmıştır. Veriler incelendiğinde 55 tane öğrenciden alınan bilgilerin hatalı olduğu görülüp çalışmaya dahil edilmemiştir. Bu durumda 1265 tane öğrenciden elde edilen veriler kullanılarak analizler gerçekleştirilmiştir. Ölçeklerin güvenirliğini test etmek için Cronbach Alfa Güvenirlik Katsayıları hesaplanmıştır. Lise öğrencilerinin matematik ve geometri derslerine yönelik tutumlarını gözlemlemek, incelemek, kıyaslamak ve sınıflandırmak amacıyla SPSS 23 programı aracılığıyla açımlayıcı faktör analizi ve kümeleme analizi yapılmıştır.

3.4. Güvenirlik Analizi

Olguların; bilişsel, duyuşsal, davranışsal, eğitimsel, duygu ve durum özelliklerinin hissedildiği, bilindiği ancak gözlenemediği için sayısallaştırarak geliştirilen ölçü araçlarına ölçek denir (Özdamar 2017). Bireylerin psiko-sosyal, yargısal, davranışsal, duygu ve durum özelliklerine ilişkin tutumlarını sayısallaştırarak ölçmek için en sık kullanılan ölçek tipi likert ölçeklerdir. Bir ölçeğin istenilen özelliği tam anlamıyla sorgulaması önemlidir. Ölçeklerin istenen özelliği sorgulamadaki yeterliliğini ve gücünü test etme yöntemlerinden biri güvenirlik analizidir. Bir ölçeğin güvenirliğini test etmek için kullanılan birçok yöntem vardır. Bunlardan en sık kullanılanı Cronbach Alfa Katsayısıdır. Cronbach Alfa Katsayısı; sürekli, aralıklı ya da ardışık dört-beş seçenekli cevaplar barındıran maddelerden oluşan bir ölçeğin istenilen özelliği sorgulama yeterliliğini ve güvenirliğini ölçen güvenirlik katsayısıdır. Bu yöntem ile ölçekte bulunan k sayıda maddenin homojen yapıya sahip bir bütünü ifade edip etmediği araştırılır. Burada ağırlıklı standart değişim ortalaması olan α güvenirlik katsayısı ölçektedi k tane maddenin varyanslarının toplamının genel varyansa oranlanması ile elde edilir. Bu katsayı 0 ile 1 arasında değer alır.

Likert tipi bir ölçeğin uygulanması sonucu elde edilen veri seti X matrisi ile gösterilsin. Burada ölçek k (j=1,2,...,k) sayıda madde içersin ve n (i=1,2,...,n) tane birime uygulansın. X veri(puan) matrisinin elemanları olan X_{ij} değerleri i. kişinin j. maddeye verdiği puan değerini gösterir (Kalaycı 2010; Özdamar 2017).

$$X = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1j} & \cdots & X_{1k} \\ X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2j} & \cdots & X_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ X_{i1} & X_{i2} & \cdots & X_{ij} & \cdots & X_{ik} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ X_{n1} & X_{n2} & \cdots & X_{nj} & \cdots & X_{nk} \end{bmatrix}$$

(Özdamar 2017).

Ölçekteki madde sayısı k, her bir maddenin varyansı s_i^2 ve genel varyans s_k^2 olmak üzere güvenirlik katsayısı cronbach alfa

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left(1 - \frac{\sum_{i=1}^{k} s_i^2}{s_k^2}\right)$$

formülü ile hesaplanır (Özdamar 2017).

Burada T soru skor toplamı ve $\overline{T}$ soru skor ortalaması olmak üzere; T, $\overline{T}$, s_i^2 ve s_k^2 değerleri aşağıdaki gibi hesaplanır:

$T_i = \sum_{j=1}^{n} X_{ji}$

$\overline{T} = \dfrac{T_i}{n}$

$s_i^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i} X_{ji} - n\overline{T}^2}{n-1}$

$s_k^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2}{n-1}$

(Özdamar 2017).

$\overline{r}$ maddeler arası korelasyon katsayısının ortalaması, k madde sayısı olmak üzere, bir ölçekteki maddeler z ile standartlaştırılırsa Cronbach Alfa (α) katsayısı;

$\alpha = \dfrac{k\overline{r}}{1 + (k-1)\overline{r}}$ ile hesaplanır (Alpar 2017).

Burada bulunan Cronbach alfa katsayısı $\alpha < 0.40$ ise ölçeğin güvenilir olmadığı ve yeniden düzenlenmesi gerektiğine, $0.40 \leq \alpha < 0.50$ ise ölçeğin güvenirliğinin çok düşük olduğuna ve yeniden düzenlenmesi ve düzeltilmesi gerektiğine, $0.50 \leq \alpha < 0.60$ ise ölçeğin güvenirliğinin düşük olduğu ve iyileştirmeye gidilmesine, $0.60 \leq \alpha < 0.70$ ise ölçeğin yeterli güvenirlik düzeyine sahip olduğuna ve istenilen özelliği ölçebilecek durumda olduğuna, $0.70 \leq \alpha < 0.90$ ise ölçeğin güvenirliğinin yüksek olduğuna ve istenilen bir özelliği ölçmek ve bilimsel bir kararların oluşturulmasında kullanılabilir olduğuna, $0.90 \leq \alpha$ ise ölçeğin güvenirliğinin çok yüksek olduğuna ve istenilen özelliği ölçme ile ilgili yüksek geçerlik ve güvenirlikte bilimsel kararların oluşturulmasında güvenle kullanılabilir olduğuna karar verilir Özdamar (2017). Alpar (2017) tarafından α güvenirlik katsayısının 0.00-0.39 arasında ise geliştirilen ölçeğin güvenilir olmadığı, 0.40-0.59 arasında ise geliştirilen ölçeğin güvenirliğinin düşük olduğu, 0.60-0.79 arasında ise geliştirilen ölçeğin oldukça güvenilir olduğu, 0.80-1.00 arasında ise geliştirilen ölçeğin güvenirliğinin oldukça yüksek olduğu söylenmiştir. Kalaycı (2010) tarafından α güvenirlik katsayısının $0.00 \leq \alpha < 0.40$ ise ölçeğin güvenilir olmadığı, $0.40 \leq \alpha < 0.60$ ise ölçeğin güvenirliğinin düşük olduğu, $0.60 \leq \alpha < 0.80$ ise ölçeğin güvenirliğinin oldukça yüksek olduğu, $0.80 \leq \alpha < 1.00$ ise ölçeğin güvenirlik derecesinin çok yüksek olduğu söylenmiştir.

3.4.1. Güvenirlik analizi varsayımları

Kalaycı (2010) tarafından güvenirlik analizi varsayımlarını şu şekilde açıklanmıştır;

- Bir ölçeğin uygulanacağı birimler birbirinden bağımsız olmalıdır ve ölçeği oluşturan maddeler arasındaki hatalar birbiri ile ilişkisiz olmalıdır.
- Ölçekteği oluşturan soru çiftlerinin hepsi iki değişkenli normal dağılıma sahip olmalıdır.
- Ölçek toplanabilir özellikte olmalı. Bu sayede ölçeği oluşturan her soru ile toplam skor doğrusal ilişkili olacaktır.
- İlk üç maddeye ek olarak güvenirlik analizinin yapılabilmesi için ölçeği oluşturan madde sayısı 30 dan fazla olmalı ve ölçeğin uygulanacağı bağımsız birim sayısı 50 den fazla olmalıdır.

3.5. Faktör Analizi

Faktör analizi, bir araya gelen birbiri ile ilişkili çok sayıda değişkenden birbirinden bağımsız, kavramsal olarak anlamlı daha az sayıda yeni değişkenler (faktörler) meydana getirerek durumu özetleyen çok değişkenli istatistiksel yöntemdir (Büyüköztürk 2002). Faktör analizinin uygulama aşamaları şu şekilde özetlenebilir; faktör analizi için gereken varsayımların sağlanıp sağlanmadığının belirlenmesi, faktör analizinin uygulanacağı veri setinin faktör çıkarmaya yani faktörlenebilir olup olmadığının değerlendirilmesi, faktör türetme (çıkarma) yönteminin belirlenmesi, bazı yaklaşımlarla faktör sayısının belirlenmesi, faktörleri daha kolay yorumlayabilmek için faktörlerin rotasyonu (döndürülmesi) ve faktörlerin isimlendirilmesi (Kalaycı 2010; Mert 2016; Alpar 2017).

Faktör analizinde faktör çıkarmada hangi matrisin kullanılacağına karar vermek gerekir. Burada iki durum söz konusudur. Bunlardan biri matrisin köşegen elemanlarının değişkenlerin varyansından oluşan kovaryans (S) matrisidir. Diğeri ise matrisin köşegen elemanlarının 1 olduğu korelasyon (R) matrisidir. Kovaryans matrisi kullanıldığında belirtilen bu farklılıktan dolayı veri setindeki varyansı büyük olan değişken daha fazla öneme sahip olacağından veri setine katkısı daha fazla olur. Başka bir değişle varyansı büyük olan verinin değişkenliği çok olacağından değişkenin ağırlığı daha fazla olur. Yani faktör yapılarını etkiler. Korelasyon matrisinde ise köşegen elemanları 1 olduğu için tüm değişkenler eşit ağırlığa sahip olur. O halde veri setinin aynı ölçü birimine sahip değişkenlerden oluştuğu ve varyanslarının birbirine yakın olduğu durumlarda kovaryans (S) matrisinden yararlanılır. Tersi durumda ise korelasyon (R) matrisinden yararlanılır. Fakat X veri matrisini Z ile standartlaştırıp elde edilen Z standarize değerler matrisinden oluşturulan kovaryans matrisi ile korelasyon matrisi aynıdır. Bu sebeple veri seti Z ile standartlaştırılırsa kovaryans (S) ve korelasyon (R) matrislerinden elde edilen faktörlerde benzerlik gösterir (Kalaycı 2010; Alpar 2017; Çokluk vd. 2018).

3.5.1. Faktör analizinin varsayımları

Faktör analizinin varsayımları istatistiksel olmaktan ziyade daha çok kavramsaldır. Faktör analizi uygulanmak istenen verilerin oransal ya da aralıklı ölçek türünde olması gerekir. Faktör analizinin temel varsayımı verinin çok değişkenli normal dağılım gösteren bir populasyondan çekilmiş olması gerekliliğidir. Faktör analizi ile değişkenler arasındaki ilişkiler belirlendiği için değişkenlerin ikişerli olarak birbirleriyle ilişkili olması istenir. Fakat birbiriyle yüksek dereceli ilişkili olan değişkenlerden kaçınılması gerekir. Çünkü böyle durumlarda değişkenler birbiri yerine geçebilir. Buna çoklu bağlantı denir. Burada 0.90 değeri kıstas alınır. Değişkenler arasındaki korelasyon katsayısının r_{xy} 0.30 değerinden büyük olması istenir. Fakat aşırı çoklu bağlantıdan $(r_{xy} > 0.90)$ kaçınılmalıdır. Bir diğer varsayım değişkenler arasında doğrusal ilişki olması gerekliliğidir. Çok değişkenli normallik varsayımı değişken ikilileri arasındaki ilişkinin doğrusal olduğunun göstergesidir. Veri setinde aşırı gözlemler (uç değerler) varsa tespit edilip giderilmesi gerekir. Faktör analizinde gözlem sayısı da önemlidir. Gözlem sayısı yeterli sayıda değilse normallik varsayımını olumsuz etkileyebilir. Literatüre bakıldığında faktör analizinde ”gözlem sayısı değişken sayısının en az 5 katı olması” gerekliliğinden söz edilmektedir (Albayrak 2006; Mert 2016; Alpar 2017; Çokluk vd. 2018).

3.5.2. Veri setinin faktör analizi için uygunluğunun incelenmesi

Çok değişkenli istatistiksel yöntemlerden olan faktör analizinin uygulanabilmesi için yukarıda belirtilen varsayımların yanı sıra veri setinin faktörlenebilirliği ile ilgili bazı sınırlılıklar mevcuttur. Faktör analizinin veri setine uygulanabilirliğini değerlendirmek için korelasyon matrisi oluşturulup korelasyon katsayıları incelenir, korelasyon matrisinin birim matrise eşit olup olmadığını test eden Bartlett Testi yapılır ve değişkenler arasındaki korelasyon katsayısının kısmi korelasyon katsayısına oranlanması ile bulunan KMO değeri incelenir.

Korelasyon matrisinin incelenmesi

Faktör analizinin uygulanabilirliğini incelemek için ilk yapılması gereken korelasyon matrisinin incelenmesidir. Değişkenler arasındaki korelasyon katsayılarının yüksek çıkması veri setinin faktör çıkarmaya uygun olduğunu gösterir. Ancak burada da bir kısıtlama vardır. Değişkenler arasındaki korelasyon katsayısının 0.30 ile 0.90 arasında olması beklenir. Bu katsayı çoğunlukla 0.30 değerinin altında çıkarsa veri seti faktörleşmeye uygun değildir denir. Korelasyon matrisinde, bazı değişkenlerin diğer değişkenlerle ilişki katsayısı 0.30 un altında ise bu değişkenler analizden çıkarılır. İki değişken arasındaki korelasyon katsayısı $r_{xy} > 0.90$ olur ise bu iki değişken birbirinin yerine geçebilecek kadar benzerdir denir ve aynı şeyi ifade eden değişkenlerin varlığı istenmeyen bir durumdur. Böyle bir durumla karşılaşıldığında araştırmacı değişkenlerden birini analize dahil eder ve diğer değişkeni etkisiz olarak kabul eder. (Kalaycı 2010; Albayrak 2006; Alpar 2017).

Bartlett Testi

Veri setinin faktör analizi için uygunluğunun değerlendirilmesi için Bartlett Küresellik Testi ile korelasyon matrisi bir bütün olarak test edilir (Bartlett 1950). Bu test sayesinde korelasyon matrisindeki değişkenlerin en azından bir kaçının arasında yüksek korelasyonların olma olasılığını test eder (Kalaycı 2010). Bartlett Küresellik testi veri setinin çok değişkenli normal dağılıma uyan bir populasyondan çekildiğini varsayar. Ayrıca genellikle birim sayısı 150 den fazla olan veri setleri için geçerlidir. Değişkenler arasında kayda değer bir ilişki olmayınca birbirinden bağımsız değişkenlerin ortaya çıkması beklenemez yani faktörleştirme de olmaz. Bu test sayesinde en azından bazı değişkenler arasında anlamlı korelasyonların olup olmadığı test edilir (Alpar 2017). Bartlett küresellik testi, Ki-Kare χ^2 test istatistiğine p(p-1)/2 serbestlik derecesiyle uyar. χ^2 test istatistiğinde anlamlılık değerine bakıldığı gibi Barttlet küresellik testinde de anlamlılık değerine bakılır. Faktör analizine devam edebilmek için istenen, Barttlet küresellik testinde ”korelasyon matrisi birim matristir” şeklinde kurulan H_0 hipotez testinin reddedilmesi gerekir. Anlamlılık düzeyi %5’ den küçük (p<0.05) ise H_0 hipotez testi reddedilir. Yani korelasyon matrisinin faktörleşebileceği yorumu yapılır. Fakat anlamlılık düzeyi %5’ den büyük çıkarsa H_0 hipotez testi kabul edilmiş olunur ve analize devam edilmez. Çünkü korelasyon matrisinin birim matrise eşitliği durumunda matrisin köşegen elemanları dışındaki tüm elemanlar sıfır olacağından değişkenler arasında anlamlı bir ilişkinin varlığından söz edilemez (Albayrak 2006). Burada dikkat edilmesi gereken bir nokta vardır. Örneklem büyüklüğü arttıkça ki-kare test istatistiğindeki anlamlılık değeride artacaktır. Bu sebeple Barttlet Küresellik testi yapılırken dikkatli olmak gerekir (Çokluk vd.2018).

I birim matris, R korelasyon matrisi olmak üzere, Barttlet Küresellik testi için kurulan hipotez aşağıdaki gibidir:

$H_0 : R = I$

$H_1 : R \neq I$ (Alpar 2017).

Ln |R| değeri korelasyon matrisinin doğal algoritması olmak üzere N tane birimden oluşan p tane değişkenli korelasyon matrisinin birim matris olup olmadığına yönelik Barttlet Küresellik test istatistiği (x) için χ^2 değeri ise aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\chi^2 = -[n - 1 - (\frac{1}{6})(2p + 5)]Ln|R| = \frac{(11 + 2p - 6N)}{6}Ln|R|$$

(Albayrak 2006).

Bir korelasyon matrisinin determinantı |R| faktörlerin varyansa katılım oranını gösteren özdeğerlerin tümünün çarpımı ile hesaplanabilir (Albayrak 2006).

Kaiser-Meyer-Olkin (KMO)

Kaiser Meyer Olkin (KMO) değişkenler arasındaki korelasyonları bir bütün olarak ölçerek ve örneklem yeterliği ölçüsünü test ederek faktör analizinin uygunluğunu belirleyen bir ölçüdür. KMO testinin değeri 0 ile 1 aralığında değerler alır. Veri setindeki bir değişkenin diğer değişkenler tarafından hatasız olarak tahmin edilmesi durumunda KMO değeri 1 olur. KMO testinin değeri basit korelasyon katsayılarının kısmi korelasyon katsayılarına oranlanması (karşılaştırılması) ile hesaplanır. Bu karşılaştırmada kısmi korelasyon katsayılarının kareleri toplamı basit korelasyonların kareleri toplamından küçükse KMO değeri 1'e yaklaşır. Başka bir değişle kısmi korelasyon katsayısı sıfıra yaklaştıkça KMO değeri 1' yaklaşır. Tersi durumda KMO değeri küçüleceğinden değişken çiftleri arasındaki ilişkiler diğer değişkenler tarafından açıklanamaz yani veri seti faktör analizi için uygun değildir denir (Albayrak 2006; Kalaycı 2010; Alpar 2017).

i. ve j. değişkenler arasındaki basit korelasyon katsayısı r_{ij} ve i. ve j. değişkenler arasındaki kısmi korelasyon katsayısı a_{ij} olmak üzere Kaiser Mayer Olkin örneklem yeterliği ölçüsü aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$KMO = \frac{\sum\limits_{i \neq j}\sum r_{ij}^2}{\sum\limits_{i \neq j}\sum r_{ij}^2 + \sum\limits_{i \neq j}\sum a_{ij}^2}$$

(Albayrak 2006).

Bu yöntemlerin dışında bazı kaynaklarda korelasyon matrisinin determinantının alınması, kısmi korelasyon katsayılarının incelenmesi, değişkenler arasındaki ilişkiyi görmemizi sağlayan φ değerinin incelenmesi, korelasyon matrisinin tersinin alınması gibi yöntemlerinde veri setinin faktör analizi için uygunluğunun incelenmesi için kullanıldığı belirtilmiştir (Alpar 2017).

Korelasyon matrisinin determinantı 0 ile 1 arasında değerler alır. Bu değer sıfıra yaklaştıkça değişkenler arasında bağımlılık artacağından verilerin faktörlenebilirliği ile ilgili bilgiye ulaşılacaktır. Korelasyon matrisinin determinantı özdeğerlerin çarpılması ile de hesaplanabilir.

Bir veri setinin faktör analizi için uygunluğu araştırılırken öncelikle korelasyon matrisi incelenir. Fakat korelasyon matrisinde değişkenler arasında anlamlı ve yüksek korelasyonların varlığı bize herzaman veri setinin faktörlenebileceği hakkında net bilgi vermeyebilir. Bu durumda kısmi korelasyon katsayılarının incelenmesi gerekmektedir. Kısmi korelasyon katsayısı ile herhangi iki değişkenin aralarındaki ilişki katsayısı, diğer tüm değişkenlerin etkisi gözardı edilerek hesaplanır. Eğer faktörleşme varsa yüksek çıkan korelasyon katsayılarının, düşük kısmi korelasyon katsayılarına sahip oldukları görülür. Yani bir korelasyon matrisinde faktörleşme varsa oldukça düşük kısmi korelasyonlara rastlanır. Kısmi korelasyon katsayıları yüksek çıkarsa veri setinin faktör analizi için uygun olmadığı kanısına varılır.

Veri setindeki değişkenlerin birbirleriyle ne düzeyde ilişkili olduklarını gösteren bir başka ölçüde φ değeridir. r_{ij} i. ve j. değişkenlerin arasındaki korelasyon katsayısı, p değişken sayısı olmak üzere, φ değeri aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\varphi = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{p} r_{ij}^2 - p}{p(p-1)}}$$

(Alpar 2017).

Değişkenler arasında ilişki olmadığında $\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{p} r_{ij}^2 = p$ olur ve böylece φ değeri sıfıra eşit olur. Değişkenler arasında tam bir ilişki vardır diyebilmek için φ değerinin 1'e eşit olması gerekir. Buradan yola çıkarak φ değeri 0' a yaklaştıkça değişkenlerin birbirleriyle ilişkili olmadığı, 1' e yaklaştıkça değişkenlerin birbirleriyle ilişkii olduğu söylenir (Alpar 2017).

Veri setinden faktör çıkarılabileceğinin anlaşılmasının bir başka yolu ise korelasyon matrisinin tersinin alınmasıyla elde edilen matrisin köşegen elemanlarının incelenmesidir. Korelasyon matrisinin tersinin alınması ile elde edilen ters matrisin köşegen elemanlarına varyans şişme değerleri denir. Varyans şişme değerleri VIF_j ile gösterilir. Değişkenler arasında ilişkinin olması durumunda bu değer 5 veya 10'un üzerinde olmalıdır. Buda çoklu bağlantının güçlü olduğunu gösterir (Alpar 2017). Korelasyon matrisinin tersinin alınmasıyla elde edilen ters görüntü matrisinin köşegen dışı elemanları, değişkenlerin kısmi korelasyon katsayılarının -1 ile çarpımına eşittir. Veri seti faktörleşmeye uygunsa bu değerlerin çoğunun anlamsız çıkması gerekmektedir (Albayrak 2006).

3.6. Açımlayıcı Faktör Analizi

3.6.1. Faktör modelleri

X, k tane değişken ve n tane birimden meydana gelen rasgele veri matrisi ve X veri matrisinin kovaryans matrisi $\sum$, ortalama vektörü μ olmak üzere X rasgele veri matrisinin k tane değişkenine ilişkin gözlem değerleri $X_1, X_2, X_3, ...X_k$ olsun. Gözlenebilen $X = (X_1, X_2, X_3, ...X_k)$ değişkenlerinden daha az sayıda (m<k) gözlenemeyen $F_1, F_2, F_3, ..., F_m$ faktörleri arasında faktör modeli kurulabilir (Özdamar 2017). Kurulan faktör modeli gözlenemeyen F faktörleri ile X değişkenlerinin birbiriyle ilişkisiz olduğunu gösterir (Sayılgan 2015).

Burada iki tür faktör modeli kurulabilir. Bunlar ortogonal faktör modeli ve oblik faktör modelidir. Ortogonal faktör modelinde X veri matrisiyle doğrusal olarak bağımlı fakat kendi aralarında bağımsız olan m tane gözlenemeyen ortak faktörlerin $F_1, F_2, F_3, ..., F_m$ olduğunu ayrıca k tane hata ya da özgün (spesifik) olarak isimlendirilen özel faktörlerin $\varepsilon_1, \varepsilon_2, ..., \varepsilon_k$ olduğu varsayımına dayanarak faktörlerin elde edilmesi amaçlanır. Oblik faktör modelinin ortogonal faktör modelinden farkı X veri matrisiyle gözlenemeyen F ortak faktörlerinin eğrisel olarak bağımlı olmasıdır (Özdamar 2017). Başka bir ifade ile k değişkenli X veri matrisinden türetilen m sayıdaki faktörler birbirinden bağımsız ise ortogonal, birbiri ile bağımlı ise oblik faktör modeli oluşur (Albayrak 2006).

l_{ij} katsayısı $i = 1, ..., k$ olmak üzere i. değişkenin, $j = 1, ..., m$ olmak üzere j. faktör üzerindeki ağırlığı (yükü) olsun bu durumda çok faktörlü faktör analizi modeli aşağıdaki gibi oluşturulur:

$$x_1 = \mu_1 + l_{11}F_1 + l_{12}F_2 + \cdots + l_{1m}F_m + \varepsilon_1$$
$$x_2 = \mu_2 + l_{21}F_1 + l_{22}F_2 + \cdots + l_{2m}F_m + \varepsilon_2$$
$$\vdots$$
$$x_k = \mu_k + l_{k1}F_1 + l_{k2}F_2 + \cdots + l_{km}F_m + \varepsilon_k$$

(Albayrak 2006; Özdamar 2017).

l_{ij} faktör yükleri katsayılarından oluşan (kxm) boyutlu faktör yükleri matrisi L, (nxk) boyutlu veri matrisi X, (kx1) boyutlu ortalama vektörü μ ve (kx1) boyutlu hata vektörü ε olmak üzere faktör analizinin matris notasyonunda genel modeli aşağıdaki gibidir:

$$X = \mu + LF + \varepsilon$$

(Özdamar 2017).

X, k değişkenli n birimli rasgele veri matrisinden m tane faktör elde edilmişse burada X-matris ve μ-ortalama vektörü olmak üzere,

$$X_{(kx1)} = \mu_{(kx1)} + L_{(kxm)}F_{(mx1)} + \varepsilon_{(kx1)}$$

eşitliğinde $\mu_{(kx1)}$ ortalama vektörünü eşitliğin sol tarafına geçirince oluşan (kx1) boyutlu $X - \mu$ vektörüne fark vektörü denir

$$X_{(kx1)} - \mu_{(kx1)} = L_{(kxm)}F_{(mx1)} + \varepsilon_{(kx1)} \tag{3.1}$$

(Özdamar 2004).

Burada ε_i, i. özgün (spesifik) faktördür ve sadece X_i değişkeninin cevabı ile ilgilidir (Sayılgan 2015).

Ortogonal faktör analizi modelinde F_{kx1} faktör vektörü ve ε_{px1} boyutlu hata (spesifik) vektörünün sağlaması gereken bazı varsayımlar aşağıdaki gibidir:

i) Faktör matrisinin beklenen değeri sıfırdır. $E(F) = 0_{mx1}$

ii) Faktör matrisinin kovaryansı birim matrisidir. $Cov(F) = E[FF^{'}] = I_{mxm}$

iii) Hata matrisinin (ε) beklenen değeri sıfırdır. $E(\varepsilon) = 0_{kx1}$

iv) Hata matrisinin (ε) kovaryansı $Cov(\varepsilon\varepsilon^{'}) = E[\varepsilon\varepsilon^{'}]$=$\Psi_{kxk} = \begin{bmatrix} \Psi_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \Psi_2 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \Psi_k \end{bmatrix}$

v) F faktör matrisi ile ε hata(spesifik) matrisi birbirinden bağımsız oldukları için $Cov(F, \varepsilon) = E(\varepsilon F^{'}) = 0_{kxm}$

(Özdamar 2004; Albayrak 2006; Sayılgan 2015).

Verlien varsayımlardan yola çıkarak ve bazı ilgili işlemler yapılarak X veri matrisinin faktör belirlemede kullanılan kovaryans ya da korelasyon matrisinin nasıl yazıldığı elde edilir. Ayrıca X veri matrisi ve F faktör matrisi arasındaki kovaryans matrisi ve herbir X değişkeni için varyans değeri olan $Var(X_i)$ belirlenir.

Elde edilen (3.1) eşitliğin her iki tarafı transpozu ile çarpılırsa;

$(X - \mu)(X - \mu)^{'} = (LF + \varepsilon)(LF + \varepsilon)^{'}$

$(X - \mu)(X - \mu)^{'} = (LF + \varepsilon)((LF)^{'} + \varepsilon^{'})$

$(X - \mu)(X - \mu)^{'} = (LF)(LF)^{'} + LF\varepsilon^{'} + \varepsilon(LF)^{'} + \varepsilon\varepsilon^{'}$ elde edilir. Şimdi ise her iki tarafın beklenen değeri alınırsa;

$E[(X - \mu)(X - \mu)^{'}] = E[(LF)(LF)^{'} + LF\varepsilon^{'} + \varepsilon(LF)^{'} + \varepsilon\varepsilon^{'}]$

$Cov(X) = \sum = LE(FF)^{'}(L)^{'} + LE(F\varepsilon^{'}) + LE(\varepsilon F^{'}) + E(\varepsilon\varepsilon^{'})$ elde edilir.

F faktör matrisinin kovaryansının birim matris olduğu ($Cov(F) = E[FF^{'}] = I_{mxm}$), hata matrisinin beklenen değerinin sıfır matrisine eşit olduğu ($E(\varepsilon) = 0_{kx1}$) ve hata matrisinin kovaryansının spesifik varyansa (ψ) eşit olduğu varsayımlarına göre; faktör belirlemede faydalanılan $X_1, X_2, X_3, ...X_k$ değişkenlerinin kovaryans $S = Cov(X) = \sum$ ya da korelasyon $R = Corr(X)$ matrisi aşağıdaki gibi elde edilir:

$$S = Cov(X) = LL^{'} + \psi$$
$$R = Corr(X) = LL^{'} + \psi$$

(Albayrak 2006; Özdamar 2017). Burada R-korelasyon matrisini, S-kovaryans matrisini, L-faktör ağırlıkları (yükleri) matrisini, ψ köşegen matrisi ise spesifik varyansları veren matrisi göstermektedir. R korelasyon matrisinin köşegen elemanlarının değerleri ile ψ spesifik matrisinin köşegen elemanlarının değerleri arasındaki fark $(R - \psi)$, ortak varyanslara eşittir. R korelasyon matrisinin köşegen dışı elemanları değişkenlerin birbirleriyle ilişkisini gösteren korelasyon değerlerini göstermektedir. Elde edilen eşitliklerden de anlaşılacağı üzere L-faktör yükleri matrisi ve ψ-spesifik varyanslar matrisi faktör modelinin paremetreleridir. R-korelasyon matrisi ise L ve ψ matrisleri parametrelerinin fonksiyonudur. Faktör analizi ile R-korelasyon matrisinden yararlanarak bu parametleri hesaplar (Albayrak 2006).

X veri matrisi ile F faktör matrisi arasındaki kovaryansı elde edebilmek için (3.1) eşitliğinin her iki tarafı sağdan faktör matrisinin transpozu ($F^{'}$) ile çarpılıp beklenen değeri alınır. Faktör matrisinin kovaryansının birim matrise eşit olduğu ($Cov(F) = E[FF^{'}] = I_{mxm}$) ve hata matrisinin beklenen değerinin sıfır matrise eşit olduğu ($E(\varepsilon) = 0_{kx1}$) varsayımlarından yola çıkarak X ile F arasındaki kovaryans aşağıdaki gibi hesaplanır:

$(X - \mu)F^{'} = (LF + \varepsilon)F^{'}$

$(X - \mu)F^{'} = LFF^{'} + \varepsilon F^{'}$

$E(X - \mu)F^{'} = E[LFF^{'} + \varepsilon F^{'}]$

$E(X - \mu)F^{'} = E(LFF^{'}) + E(\varepsilon F^{'})$

$Cov(X, F) = LE(FF^{'}) + E(\varepsilon F^{'}) = L$

(Albayrak 2006; Özdamar 2017).

Ortak varyans, faktör analizindeki herhangi bir değişkenin çıkarılan (türetilen) faktörler tarafından açıklanan kısmını ifade eder. Hair vd. tarafından (1998) ortak varyansın, bir analizde bulunan değişkenin diğer değişkenlerle paylaştığı varyans miktarı olduğu belirtilmiştir (Kalaycı 2010). Faktör analizinde faktörlerin, değişkenlerin her biri üzerinde etkili oldukları ortak faktör varyansın artması amaçlanmaktadır. Ortak faktör varyansı değeri değişkenlerin her bir faktördeki yük değerleri karşılığının kareleri toplamına eşittir ve h^2 ile gösterilir. Faktör yük değeri katsayısı ise değişkenlerin faktörlerle ilişkisini açıklar. Başka bir değişle ortak varyans değişkenlerdeki değişimin yüzde kaçının faktörler tarafından açıklandığını gösterir (Albayrak 2006; Alpar 2017).

Tüm değişkenlerin varyans değerleri olan $Var(X_i)$ ortak varyans ile spesifik varyansın (ψ) toplamına eşittir. Spesifik varyans değeri (ψ), bir değişkenin toplam varyansının diğer değişkenlerle ilgili olmayan kısmıdır (Albayrak 2006). m tane faktörlü X veri matrisinde bulunan tüm değişkenlerin varyans değerleri $Var(X_i)$ ise aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$Var(X_i) = \sigma_{ii} = h_i^2 + \psi_i$$
$$Var(X_i) = \sigma_{ii} = l_{i1}^2 + l_{i2}^2 + ... + l_{im}^2 + \psi_i$$

(Albayrak 2006; Özdamar 2017).

$R = Corr(X) = LL' + \psi$ eşitliğinden yola çıkarak faktörlere ilişki varyans matrisi (h_i^2) ve spesifik varyans matrisi (ψ) değerleri hesaplanabilir. Faktörlere ilişkin varyanslar, faktörlerin her biri için hesaplanmalarında kullanılan özdeğere eşittir. Yani i. faktörün varyans değeri olan h_i^2, i. faktörün hesaplanmasında yararlanılan özdeğere λ_i' ye eşittir.

$$h_i^2 = l_{i1}^2 + l_{i2}^2 + \cdots + l_{ik}^2 = (\sqrt{\lambda_i} e_i)'(\sqrt{\lambda_i} e_i) = \lambda_i$$

Her faktöre ilişkin spesifik varyans değerleri (ψ_i) ise o faktöre ilişkin varyans değerinin 1'den çıkarılması ile aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\psi_i = 1 - h_i^2$$

(Albayrak 2006; Özdamar 2017).

3.6.2. Faktörlerin geometrik olarak izahı

Faktör analizi ile birbiri ile ilişkili k tane değişkenden birbiri ile ilişkisiz daha az sayıda $(m \leq k)$ m tane faktör olarak isimlendirilen faktörler türetilir. Burada $X_1, X_2, ..., X_k$ değişkenlerine olayı tanımlayan değişken vektörleri denir (Albayrak 2006). Bu değişken vektörleri çok değişkenli uzayda vektör mekanı oluştururlar. Faktör analizi sonucunda bu vektör alanı içinde, çok sayıdaki (k tane) vektörlerin değişimini en iyi şekilde açıklayabilmek için birbirinden bağımsız daha az sayıda (m tane) eksenler yani faktör vektörleri $F_1, F_2, ..., F_m$ belirlenir. Bu faktör vektörleri gözle görülemez ve ölçülemez. Faktör vektörlerine aynı zamanda boyut ya da faktör denir. Aralarında ortak özellikler bulunduran yani ilişkili değişkenler gruplaşma gösterir. Geometrik olarak, gruplaşma gösteren bu değişkenler tek bir vektör ile ifade edilebilir. Ancak bazı değişkenlerin türütelin ortak faktörler tarafından açıklanmadığı görülür. Bu durumda başka ortak faktörlerin varlığından söz edilir. Ancak diğer ortak faktörlerin aynı şekil üzerinde gösterilemeyeceğinden faktör analizi, matematiksel olarak faktör eksenlerini (vektörlerini) değişkenlerin oluşturduğu grupların ortasından geçirir. Buda faktörlerin rotasyonu aşamasında sağlanır. Faktör vektörleri ile değişken vektörleri arasındaki açının kosinüs değeri faktör yüklerine (l_{ij}) eşittir. Faktör analizi ile m tane faktör türetilmiş olsun bu durumda m tane faktöre göre i. değişkenin faktör yükleri (koordinatları) $l_{i1}, l_{i2}, ..., l_{im}$ şeklinde ifade edilir. Bir değişkenin faktör ağırlıklarının kareleri toplamının 1' e eşit olması, o değişkenin ortak faktörler tarafından tam anlamıyla açıklandığını ifade eder. l_i^2 i. değişkenin ortak faktörlerce açıklanan toplam varyansı, her bir değişkeni ifade eden vektör uzunluğu l olmak üzere, bu l vektör uzunluğu aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$l_i^2 = l_{i1}^2 + l_{i2}^2 + ... + l_{im}^2 = 1 \qquad l = \sqrt{\sum_{j=1}^{m} l_{ij}^2}$$

(Albayrak 2006).

3.6.3. Faktör türetme yönteminin belirlenmesi

Açımlayıcı faktör analizindeki asıl amaç faktörlerde bulunan değişkenlerin belirlenmesini sağlayacak olan faktör yükleri matrisine ulaşmaktır. Değişkenlerin satırlarda, çıkarılan (türetilen) faktör yüklerinin (l_{ij}) sütunlarda bulunduğu matrise faktör yükleri matrisi (L) denir. Faktör yükleri matrisinin elemanları olan faktör yüklerine (l_{ij}), değişkenlerin ilgili oldukları faktörlerle ilişkisini gösteren korelasyon katsayıları denir. Faktör yükleri matrisinde, faktörler üzerindeki yüklerinin yüksek çıktığı değişkenlerden oluşan kümelerin her birinin bir yapıyı tanımladığı söylenir (Alpar 2017). Açımlayıcı faktör analizinde hangi faktör türetme yönteminin seçileceği araştırmanın sayıltılarına ve amacına göre değişkenlik gösterir (Şencan 2005). Faktör türetme yöntemleri 7 tanedir. Bunlar; temel (ana) bileşenler yöntemi, en büyük benzerlik yöntemi, ağırlıksız en küçük kareler yöntemi, genelleşmiş en küçük kareler yöntemi, anaeksen faktörizasyonu yöntemi, alfa faktörizasyon yöntemi ve imge faktörizasyonu yöntemidir. Araştırmalarda en sık kullanılanları ise temel bileşenler yöntemi ve en büyük benzerlik yöntemidir (Özdamar 2017). Bu iki yöntem arasında benzerliklerde vardır farklılıklarda vardır. Temel bileşenler analizinde bileşenlerce türetilen faktörler değişkenlerin doğrusal bileşenidir, ortak faktör analizinde ise elde edilen faktörler gizil değişkenlerdir. Temel bileşenler analizinde değişkenler arasındaki ortak varyans dikkate alınır. Bu sebeple değişken sayısı kadar faktör türetilir. Ortak faktör analizinde ise faktör türetmede ortak varyansı tekrarlı yöntemlerle tahmin eder yani ortak varyansın kestirimidir. Bu sebeple türetilen faktör sayısı değişken sayısından azdır (Büyüköztürk 2013; Alpar 2017; Çokluk vd. 2018).

Harman 1976 tarafından belirtildiğine göre tüm faktör çıkarma yöntemleri bir çözüm vermektedir ve tüm faktör çıkarma yöntemlerinin öncelikli iki temel amacının olduğu belirtilmiştir. Bu amaçların; ikincil veri setindeki (varyans-kovaryans ya da korelasyon matrisi) değişkenler arasındaki korelasyonları en iyi şekilde yeniden çıkarmak ve değişkenlerin varyanslarını maksimum düzeyde açıklamak olduğu belirtilmiştir (Albayrak 2006).

Temel (Ana) bileşenler yöntemi

Temel bileşenler yönteminde asıl amaç değişkenlerin varyanslarını maksimum düzeyde açıklayabilmektir. Başka bir değişle veri setinden, her bir bileşenle en fazla varyansı çıkartmaktır. Bu yöntemle toplam varyans analiz edilir. Korelasyon matrisinde her değişkenin kendisiyle olan korelasyonu 1' e eşittir. Bu değer değişkenin toplam varyansına da eşittir. Bu sebeple k sayıda değişken içeren veri için faktörler korelasyon matrisi kullanılarak türetilecekse toplam varyans değişken sayısı k' ya eşit olacaktır. Bu da korelasyon matrisinin köşegen elemanlarının toplamına eşit olur. Veriler temel bileşenler yöntemiyle analiz edildiğinde türetilen temel bileşenler yani faktörler, değişkenlerin doğrusal bileşenleri olup veri setindeki maksimum değişimin derece derece değişimini gösterir. Değişken sayısı k ve faktör sayısı m olmak üzere; temel bileşenler (faktörler), birinci faktörden başlamak üzere değişken sayısı k kadar (m $\leq$ k) bileşenden (faktörden) oluşur. Burada toplam varyans (özdeğer), her biri faktörlerle (özvektörlerle) tanımlanmış yeni değişkenlerle ifade edilir. Özdeğerler (λ_i) olmak üzere; değişkenlerdeki değişimin en fazla olan kısmı birinci faktör (λ_1), birinci faktörden daha az olan kısmını ikinci faktör (λ_2), en az olan kısmını ise sonuncu faktör (λ_m) açıklar. Yani tüm bileşenler (faktörler) birbiri ile ilişkisiz olmak üzere birinci bileşen en büyük varyansa sahiptir. Diğer bileşenlerin varyansları sürekli azalarak devam eder. Özdeğerler (λ_i), toplam varyansın (λ) faktörler tarafından açıklanan bileşenleridir. Her faktörde bulunan faktör yükleri, her değişkenin ilgili faktöre katkısını gösterir (Alpar 2017; Özdamar 2017).

Temel bileşenler faktör modeli k değişken sayısı, m faktör sayısı (m $\leq$ k) olmak üzere m sayıda ortak faktörle kurulur. Değişken sayısı k, j. değişken x_j, ortak faktörler F, faktör yükleri l olmak üzere j. değişken (j=1,2,...,k) için faktör modeli aşağıdaki gibi kurulur:

$$x_j = l_{j1}F_1 + l_{j2}F_2 + l_{j3}F_3 + ... + l_{jk}F_k$$

(Albayrak 2006).

Temel bileşenler yöntemi tahmin edilen ortak varyansların 1' e eşit olduğunu varsayar. Toplam varyans, ortak varyans ve kalan varyans olarak ayrılmaz. Temel bileşenler yöntemi başlangıçta değişken sayısının ortak faktör sayısına eşit olduğunu varsayarak bu ortak faktörlerin birkaçının toplam varyansın önemli bir bölümünü açıklayıp geriye kalan faktörlerin ise spesifik varyansları ifade edeceğini varsayar (Albayrak 2006).

3.6.4. Faktör sayısının belirlenmesi

Faktör analizinde en fazla değişken sayısı kadar faktör türetilebilir. Bu durumda her değişken bir faktörle temsil edilir ve boyut indirgemeden beklenen yönde kazanç elde edilemez. Çünkü amaç toplam varyansı (değişimi) eldeki değişken sayısı kadar bileşenle (faktörle) açıklamak değildir. Amaç toplam varyansı daha az sayıda bileşenle (faktörle) açıklayabilmektir. Böylece değişkenler arasındaki ilişkiyi en iyi şekilde açıklayan daha az sayıda faktörler elde edilir. Toplam varyans dikkate alındığından bütün faktörler kullanılırsa faktör modelinde spesifik faktöre ihtiyaç duyulmaz. Faktör sayısını belirlerken, toplam varyansın her bir faktörce yüzde(%) kaçını açıkladığına dikkat edilmesi gerekir. Faktör analizinde değişkenler standarize edilirse toplam varyans değişken sayısına eşit olur. Faktör analizi ile türetilecek önemli faktörlerin ve faktörlerin sayısının belirlenmesi önemli kararlardan biridir. Bu çerçevede ölçütler, grafikler, testler gibi çeşitli yaklaşımlar geliştirilmiştir. Aşağıda bazı önemli faktör sayısını belirleme yaklaşımlarından bahsedilmiştir. Bu yaklaşımlardan en sık kullanılanları, varyansa katılma (kaiser/özdeğer) kriteri ve scree test (yamaç/eğim grafiği) kriteridir (Mert 2016; Alpar 2017).

Varyansa katılma (Kaiser/özdeğer) kriteri

Varyansa katılma ölçütü hem ortak faktör analizi yöntemine hemde temel bileşenler yöntemine uygulanabilir. Kaiser 1960 tarafından önerilen bu kriter Kaiser ölçütü olarakta adlandırılır. Öncelikle korelasyon (R) ya da kovaryans (S) matrisinin özdeğerleri (λ) belirlenir. Bu ölçüte göre varyansa katılma değeri (özdeğeri) 1' den büyük olan faktörler türetilir. Burada varyansa katılma değeri (özdeğeri) 1' den büyük olan faktörler anlamlı, 1' e eşit ya da 1' den küçük olanlar ise anlamsız olarak varsayılır. Değişken sayısı 20 ile 30 arasında olduğu durumlarda kullanılması önerilir. Bu ölçütün bazı olumsuz yönleride vardır. Özdeğeri 1' e çok yakın fakat 1' den küçük olan faktörlerin anlamsız sayılması olumsuz yönlerindendir. Değişken sayısının az olduğu durumlarda olması gerekenden daha az faktör anlamlı çıkarken, değişken sayısının fazla olduğu durumlarda olması gerekenden daha fazla faktör anlamlı sayılmaktadır (Albayrak 2006; Özdamar 2017; Alpar 2017).

Varyans yüzdesi ölçütü

Korelasyon ya da kovaryans matrisindeki özdeğerlerin büyüklük sırasına göre açıkladıkları yığılımlı varyans yüzdesi değerleri belirlenir. Başka bir değişle toplam varyansın ardışık faktörlerce açıklanan birikimli yüzdesinin belirlenmesi esasına dayanır. k değişken sayısı, m önemli özdeğer sayısı olmak üzere açıklanan yığılımlı varyans yüzdesinin en az %66,6≅67 olması beklenir. Yani en az 2/3 oranında olması beklenir (Albayrak 2006; Özdamar 2017). Birinci faktörce açıklanan varyans değeri (λ_1/k) 1' e yakın çıkarsa diğer faktörler ihmal edilebilir. (λ_1/k) değeri 1' den küçük çıkarsa ikinci faktör devreye girer ve $(\lambda_1+\lambda_2/k)$ değerine bakılır. $(\lambda_1+\lambda_2/k)$ değeride 1' den küçük çıkarsa üçüncü faktör devreye girer (Polat 2012). Bu şekilde özdeğerler tarafından açıklanan yığılımlı varyans oranı 2/3 ya da %66,6≅67 çıkana kadar devam eder. Bu durumda;

$$2/3 \leq \left(\sum_{j=1}^{m}\lambda_i/k\right) \text{ ya da } 0,66 \leq \left(\sum_{j=1}^{m}\lambda_i/k\right)$$

koşulunun sağlandığı en küçük m değeri önemli faktör (bileşen) sayısıdır (Alpar 2017).

Joliffe ölçütü

Kaiser kriterinde 1' den büyük özdeğerlerin sayısı kadar faktör belirlenirken Joliffe kriterine göre 0,7' den büyük özdeğerlerin sayısı kadar faktör belirlenir. Bu durumda Kaiser kriterine göre daha fazla sayıda faktörün olacağı söylenebilir. Fakat bu kriter örneklem hacminin küçük, değişken sayısının az olduğu durumlarda kullanıldığında faktör sayısının beklenenden çok fazla çıkacağı ve böylece sahte faktörlerin varlığına neden olur (Özdamar 2017).

Yamaç-eğim grafiği (scree plot)

Scree test kriteri, önemli faktörlerin sayısını belirlemek için Cattell tarafından geliştirilmiştir (Albayrak 2006). Burada Scree kelimesi "bir dağ eteğindeki yığıntı", plot kelimesi ise "bir haritadaki noktaları birleştirme" anlamına gelmektedir (Çokluk vd. 2018). Scree test kriteri, baskın olan faktörleri belirleyerek özdeğer kriterine göre faktörleri daha başarılı bir şekilde azaltır. Bu sebeple faktör analizinin asıl amacına daha çok uyar. Yamaç grafiğinde dikey eksende büyüklük sırasına göre korelasyon ya da kovaryans matrisinin özdeğerleri, yatay eksende ise faktör (bileşen) sayısı yer alır. Bu grafikte bileşen sayısı arttıkça özdeğerlerin azaldığı görülür. Bu azalma eğilimi özdeğerlerin varyansa yaptıkları katkıyı ifade eder. Eğimin azalıp kaybolmaya başladığı noktadaki bileşen sayısı faktör sayısı olarak alınır. Çünkü eğim azaldıkça faktörlerin varyansa yaptıkları katkı birbirine yakın olacaktır (Özdamar 2017; Çokluk vd. 2018).

Türetilecek faktör sayısının önceden belirlenmesi

Bu kriter, faktör analizini yapmadan önce çıkarılacak faktör sayısının bilinmesi durumunda uygulanır. Bu durumda araştırmacı tarafından istenen faktör sayısı bilgisayar programına yazılır ve faktör analizi yapılır (Albayrak 2006).

3.6.5. Faktör yüklerinin hesaplanması

R korelasyon ve S kovaryans matrisleri simetrik kare matris özelliği taşır. kxk boyutlu bir kare matrisin karakteristik köklerine özdeğer adı verilir ve λ ile gösterilir. Bu λ değerleri $|R_{kxk} - \lambda I_{kxk}| = 0$ denkleminin çözümü ile elde edilen kök değerleridir. $(R - \lambda I)e = 0$ denkleminin çözümünden elde edilen e vektörlerine ise özvektör denir. Her bir özdeğere (λ_i) ilişkin elde edilen özvektörlere (e_i) ise matrisin i. köküne ilişkin özvektörü denir. Bir kare matrisin k tane özdeğeri ve buna karşılık k tane özvektörü vardır. Özvektörlerden oluşan matrise özvektörler matrisi denir (Özdamar 2017).

Kline 1994 tarafından faktör yüklerinin, değişkenlerin faktörlerle olan ilişkilerini açıklayan bir katsayı olduğu belirtilmiştir (Çokluk vd. 2018). Değişkenlerin bulundukları faktörlerdeki yük değerlerinin yüksek olması istenir. Faktör yükleri, ortogonal faktör modelinde her bir faktörün türetilmesinde değişkenlerin katkılarını ifade eder. Faktör yükleri özdeğerler (λ_i) ve bu özdeğerlere karşılık gelen özvektörlerle (e_i) hesaplanır. L faktör yükleri matrisinin elemanları olan l_{ij} değerleri her bir özdeğerin karekök değeri ile o özdeğere karşılık gelen özvektörün çarpılması sonucu aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$l_{ij} = \sqrt{\lambda_i} e_i$$

(Özdamar 2017).

Özvektörler matrisinin sadece birinci sütununda bulunan özvektör değerlerinin işaretlerinin toplama işlemine göre tersi alınarak hesaplama yapılır. Birinci faktörün yük değerleri olan l_{1i}, $\sqrt{\lambda_1}$ ile birinci sutunda bulunan özvektörlerin toplama işlemine göre tersi alındıktan sonraki değerleri ile (e_i) çarpılması sonucu hesaplanır. Aynı şekilde ikinci faktörün yük değerleri olan l_{2i},$\sqrt{\lambda_2}$ ile özvektörler matrisinin ikinci sütununda bulunan özvektörler (e_i) ile çarpılması sonucu hesaplanır. Bu şekilde kaç faktör varsa işleme devam edilir. k değişkenli korelasyon ya da kovaryans matrsi için m tane faktörlere ilişkin L_m yük vektörleri;

$L_1 = [l_{11}, l_{12}, l_{13}, \cdots l_{1k}]$

$L_2 = [l_{21}, l_{22}, l_{23}, \cdots l_{2k}]$

:

$L_m = [l_{m1}, l_{m2}, l_{m3}, \cdots l_{mk}]$

şeklinde oluşturulur (Özdamar 2017).

m tane faktöre ilişkin L yük matrisi ise;

$L = [\sqrt{\lambda_1}e_1 \vdots \sqrt{\lambda_2}e_2 \vdots \sqrt{\lambda_3}e_3 \vdots \cdots \vdots \sqrt{\lambda_m}e_m]$

şeklinde oluşturulur (Özdamar 2017).

3.6.6. Faktörlerin rotasyonu

Tatlıdil (1996) tarafından, faktör analizi sonucunda çıkarılan faktörlerin değişken sayısından az (boyut indirgeme), birbirinden göreceli olarak bağımsız (yaklaşık bağımsız) ve kavramsal olarak anlamlı (yorumlanabilir) olması gerektiğinden bahsedilmiştir (Albayrak 2006). Faktörlerin rotasyonu aşaması, son durumda bahsedilen çok soyut ve göreceli bir kavram olan kavramsal anlamlılıkla ilgilidir. Faktörlerin rotasyonu faktör matrisini daha kolay anlamlandırmak ve yorumlayabilmek için uygulanır. Hair vd. (1998) tarafından, faktörlerin çıkartılmasında faktörlerle değişkenler arasındaki ilişkiyi ifade eden faktör yükleri matrisinden yararlanılmasının güç olduğu diğer tüm araştırmacıların da ortak görüşü olduğu belirtilmiştir (Albayrak 2006). Her ne kadar faktörlerin rotasyonu ile faktörlerin daha kolay yorumlanması amaçlansa da bunun garantisi yoktur. Yani rotasyon ile elde edilen sonuçlar ilk sonuçlardan daha anlamsız da çıkabilmektedir. Faktörlerin rotasyonu aşamasında faktörlerin referans eksenleri orijin etrafında döndürülerek daha farklı bir durum alır. Burada amaç faktör matrisini rotasyona uğratarak kolay anlaşılır bir faktör matrisi elde etmek ve böylece ilk durumdaki faktörlerin açıkladığı toplam varyansı faktörler arasında yeniden paylaştırmaktır. Rotasyon ile faktör matrisi değişir ancak ortak varyans ve açıklanan toplam varyans yüzdesi değişmez. Sadece faktör modelinin açıkladığı toplam varyans faktörlere yeniden dağıtılır ve her faktörün açıkladığı toplam varyasn değişir (Albayrak 2006). Rotasyon işlemi ile eksenlerin döndürülmesi sonucu değişkenlerin bir fakördeki yük değeri artış gösterirken başka bir faktördeki yük değeri azalış gösterir. Bunun sonucunda da değişkenler yüksek ilişki gösterdiği faktörler ile eşleşmiş olur ve faktör matrisi daha kolay yorumlanır duruma gelir (Çokluk vd. 2018).

Faktör döndürmenin birden fazla yöntemi vardır fakat yalnızca bir kısmı sıklıkla kullanılır. Faktörlerin rotasyonu dik (ortogonal) ve eğik (oblik) olmak üzere ikiye ayrılır. Dik döndürme yöntemleri varimax, quartimax, equamax, orthomax, biquartimax yöntemleridir. Eğik döndürme yöntemleri ise direct oblimin, promax, oblimax, quartimin, covarimin, biquartimin, binoramin yöntemleridir. Dik döndürme yöntemlerinden en sık kullanılanlar varimax (maksimum değişkenlik), quartimax(en büyük çeyrek) ve equamax (eşit ölçüde maksimize etme) yöntemleridir. Eğik döndürme yöntemlerinden en sık kullanılanlar ise direct oblimin ve promax yöntemleridir (Alpar 2017; Çokluk vd. 2018).

Dik (ortogonal) döndürme yöntemleri

Dik döndürme yönteminde faktörler birbiriyle ilişkisiz ve eksenlerin durumu değiştirilmeden $90°$ açı ile döndürülür. Ortogonal yöntemle elde edilen faktörler birbirinden bağımsızdır. Faktörleri daha kolay yorumlamak amacıyla faktör eksenlerinin aralarındaki $90°$' lik açıyı koruyarak saat yönünde ya da saat yönünün tersinde döndürülmelerine dik (ortogonal) döndürme denir. Faktör eksenlerinin değişkenleri temsil eden noktalara uzaklıklarının karesinin en az olacağı ana kadar döndürme işlemi devam eder (Şencan 2005). Ortogonal rotasyona uğramamış faktör yükleri matrisi L, ortogonal rotasyona uğramış faktör yükleri matrisi L^* olsun. Burada L matrisi ortogonal $(TT^{'} = T^{'}T = I)$ matris özelliği taşıyan T matrisi ile çarpılır ve L^* matrisinin elde edilmesi amaçlanır. Bir başka ifade ile $L^* = L.T$ eşitliğini sağlayan bir dönüşüm matrisi bulmaya çalışılır. Ortak faktörlerin oluşumuna katkıda bulunan değişkenler faktör eksenlerinin belli bir açıyla (θ) döndürülmesiyle ilgili oldukları faktör eksenine yakınlaştırılır. Rotasyona uğratılmamış faktör yüklerinden elde edilen F1 ve F2 faktörlerinin xy koordinat sisteminde değişkenlerin eksenlere uzaklığı, rotasyona uğratılmış faktör yüklerinden elde edilen F1* ve F2* faktörlerinin xy koordinat sisteminde değişkenlerin eksenlere uzaklığından daha fazladır. Yani döndürülmüş faktörler xy koordinat sisteminde incelendiğinde değişkenler eksenlere daha yakındır (Albayrak 2006; Özdamar 2017).

$$R = LL' + \psi = LTT'L' + \psi = L^*L^{*'} + \psi$$

(Özdamar 2017).

k değişkenli, F1 ve F2 olmak üzere iki faktörlü bir yapı olsun. L rotasyona uğramamış faktör matrisi, L^* rotasyona uğramış faktör matrisi olmak üzere. F1 ve F2 faktör vektörleri xy koordinat sisteminde θ açısıyla saat yönünde ya da saat yönünün tersinde döndürülürse yani rotasyona uğrarsa, θ açısının sinüs ve kosinüs değerlerinden faydalanılarak değişkenlerin yeni faktör yükleri hesaplanabilir.

Rotasyon saat yönünde θ açısıyla gerçeklerştirilirse L^* matrisi aşağıdaki gibi elde edilir:

$L = \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} \\ l_{21} & l_{22} \\ \vdots & \vdots \\ l_{k1} & l_{k2} \end{bmatrix}$ ve $T = \begin{bmatrix} Cos\theta & Sin\theta \\ -Sin\theta & Cos\theta \end{bmatrix}$ olmak üzere;

$L.T = L^*$

$$\begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} \\ l_{21} & l_{22} \\ \vdots & \vdots \\ l_{k1} & l_{k2} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} Cos\theta & Sin\theta \\ -Sin\theta & Cos\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{11}Cos\theta - l_{12}Sin\theta & l_{11}Sin\theta + l_{12}Cos\theta \\ l_{21}Cos\theta - l_{22}Sin\theta & l_{21}Sin\theta + l_{22}Cos\theta \\ \vdots & \vdots \\ l_{k1}Cos\theta - l_{k2}Sin\theta & l_{k1}Sin\theta + l_{k2}Cos\theta \end{bmatrix}$$

(Albayrak 2006).

Rotasyon saat yönünün tersine θ açısıyla gerçeklerştirilirse L^* matrisi aşağıdaki gibi elde edilir:

$L = \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} \\ l_{21} & l_{22} \\ \vdots & \vdots \\ l_{k1} & l_{k2} \end{bmatrix}$ ve $\begin{bmatrix} Cos\theta & -Sin\theta \\ Sin\theta & Cos\theta \end{bmatrix}$ olmak üzere;

$$L.T = L^*$$

$$\begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} \\ l_{21} & l_{22} \\ \vdots & \vdots \\ l_{k1} & l_{k2} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} Cos\theta & -Sin\theta \\ Sin\theta & Cos\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{11}Cos\theta + l_{12}Sin\theta & -l_{11}Sin\theta + l_{12}Cos\theta \\ l_{21}Cos\theta + l_{22}Sin\theta & -l_{21}Sin\theta + l_{22}Cos\theta \\ \vdots & \vdots \\ l_{k1}Cos\theta + l_{k2}Sin\theta & -l_{k1}Sin\theta + l_{k2}Cos\theta \end{bmatrix}$$

(Albayrak 2006).

En sık kullanılan bazı dik (ortogonal) döndürme yöntemlerinden aşağıda bahsedilmiştir.

Quartimax (en büyük çeyrek) döndürme yöntemi: Bu yöntemde bir değişkenin bir faktör üzerinde olabildiğince yüksek derecede 1' e yakın değerle yüklenmesi ve diğer faktörler üzerinde ise sıfır ya da sıfıra yakın değerle yüklenmesi amaçlanır (Çokluk vd. 2018). Her değişkenin ortak varyansının değişmeyeceği varsayımını gözönünde bulundurarak, değişkenlerin tümünü açıklamak için gerekli olan faktör sayısını en aza indirgemek için yararlanılan rotasyon yöntemidir. i. değişkenin ortak varyansı Q_i, i. değişkenin j. faktör üzerindeki yükünün (ağırlığının) karesi l_{ij}^2, i. değişkenin kareli ağırlıklarının ortalaması $\bar{l}_i^2$ ve m faktör sayısı olmak üzere i. değişkenin ortak varyansı aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$Q_i = \frac{\sum\limits_{i=1}^{m}(l_{ij}^2 - \bar{l}_i^2)^2}{m} = \frac{m\sum\limits_{i=1}^{m} l_{ij}^4 - (\sum\limits_{i=1}^{m} l_{ij}^2)^2}{m^2}$$

(Albayrak 2006).

Tüm değişkenlerin toplam varyansı (Q) ise aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$Q = \sum_{i=1}^{k} Q_i = \sum_{i=1}^{k} \left[\frac{m\sum\limits_{i=1}^{m} l_{ij}^4 - (\sum\limits_{i=1}^{m} l_{ij}^2)^2}{m^2} \right]$$

(Albayrak 2006).

Quartimax yönteminde rotasyon matrisi olan T, her değişkenin ortak varyansı sabit kalacak varsayımıyla maksimize edilerek bulunur. İlk faktör çözümünün elde edilmesiyle m faktör sayısı sabit kalır. Ayrıca değişkenlerin ortak varyansı olan $\left(\sum\limits_{j=1}^{m} \bar{l}_{ij}^2\right)$ da sabittir. Bu sebeple i. değişkenin ortak varyansının (Q_i) maksimizasyonu olan (Q) aşağıdaki eşitlikle ifade edilebilir:

$$Q = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{m} l_{ij}^4$$

(Albayrak 2006).

Varimax (maksimum değişkenlik) döndürme yöntemi: Burada amaç faktör yükleri matrisinde, sütunlardaki az sayıda bazı yüklerin değerlerinin 1'e yaklaşması ve geriye kalan çok sayıda yüklerin değerlerinin de olabildiğince sıfıra yakın olmasıdır. Faktörlerin her birinde yüksek yük değerlerine sahip değişken sayısının en az olması istenir (Alpar 2017). Bu yöntem Kaiser 1985 tarafından önerilmiştir ve quartimax yöntemine benzemektedir (Çokluk vd. 2018). Başka bir değişke varimax rotasyon yöntemiyle rotasyon matrisi olan T matrisini, herhangi bir faktörün bazı değişkenler ile yüksek diğer değişkenler ile de düşük korelasyona sahip olacak şekilde oluşturmaktır (Albayrak 2006). Bu durum ise tüm faktörlerin ortak varyansının değişmeyeceği varsayımını gözönünde bulundurarak değişkenlerin kareli ağırlıklarının varyansını en yüksek seviyeye getirerek sağlanır. j faktörü ile değişkenlerin maksimum ortak varyansı V_j, j faktörü için ortalama kareli ağırlıklar $l_{.j}$ olmak üzere, tüm değişkenler için toplam varyans (V) aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$V_j = \frac{\sum_{i=1}^{k}(l_{ij}^2 - l_{.j}^2)^2}{k} = \frac{k\sum_{i=1}^{k} l_{ij}^4 - (\sum_{i=1}^{k} l_{ij}^2)^2}{k^2}$$

$$V = \sum_{j=1}^{m} V_j = \sum_{j=1}^{m}\left(\frac{k\sum_{i=1}^{k} l_{ij}^4 - (\sum_{i=1}^{k} l_{ij}^2)^2}{k^2}\right) = \frac{\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{k} l_{ij}^4}{k} - \frac{\sum_{j=1}^{m}(\sum_{i=1}^{k} l_{ij}^2)^2}{k^2}$$

değişken sayısı olan k sabit sayı olduğu için aşağıdaki eşitlik yazılabilir,

$$V = k\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{k} l_{ij}^4 - \sum_{j=1}^{m}(\sum_{i=1}^{k} l_{ij}^2)^2$$

(Albayrak 2006).

Equimax (eşit ölçüde maksimize etme) döndürme yöntemi: Faktörleri basitleştiren varimax yöntemi ile değişkenleri basitleştiren quartimax yönteminin melezidir. Yani hem faktörleri hem değişkenleri basitleştirmek amacıyla eş zamanlı olarak çalışır. Yani bu yöntemin amacı bir faktör üzerindeki yüksek faktör yüküne sahip değişken sayısı ile değişkenleri açıklayabilmek için gerekli olan faktör sayısını en aza indirgemektir (Alpar 2017;

Çokluk vd. 2018). Varimax yöntemi ile faktör matrisinde sütunları basitleştirilir, quartimax yöntemi ile de satırları basitleştirilir. Quartimax yönteminin maksimize ettiği büyüklük Q, verimax yönteminin maksimize ettiği büyüklük V ve α ile β ağırlıkları göstermek üzere faktör matrisinin hem satır hem de sütun varyanslarını ağırlıklı olarak en büyük değerli olacak şekilde elde edebilecek rotasyon yöntemi aşağıdaki gibi elde edilir:

$$Z = \alpha Q + \beta V$$

$$Z = \sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{k} l_{ij}^4 - \gamma \frac{\sum_{j=1}^{m}(\sum_{i=1}^{k} l_{ij}^2)^2}{k} \qquad \gamma = \beta/(\alpha+\beta) \tag{3.2}$$

(Albayrak 2006).

(3.2) eşitliğinde γ nın alacağı farklı değerler için farklı rotasyon yöntemleri elde edilir. Buna göre $\gamma = 1; (\alpha = 0, \beta = 1)$ için varimax rotasyon yöntemi, $\gamma = 0; (\alpha = 1, \beta = 0)$ için quartimax rotsyon yöntemi, $\gamma = 0,5; (\alpha = 1, \beta = 1)$ için biquartimax rotasyon yöntemi ve $\gamma = m/2; (\alpha = 1, \beta = 0)$ için equimax rotasyon yöntemi elde edilir (Özdamar 2017).

Eğik (oblik) döndürme yöntemleri

Dik döndürme yönteminde faktör vektörlerinin birbirinden bağımsız olma koşulu varken eğik döndürme yönteminde böyle bir koşul yoktur. Dik döndürme yönteminde eksenler dik açılı olarak çevrilir, eğik döndürme yönteminde eksenler bağımsız çevrilir. Yani her faktör birbirinden bağımsız döndürülür. Böylece eğik döndürme yönteminde iki faktör vektörü birden değişken gruplarının olduğu yere getirilebilir. Ancak dik döndürme yönteminde faktörlerden biri değişken gruplarına yaklaştırılmak istendiğinde aradaki açı dik açı olarak değişmeme koşulu olduğundan dolayı diğer faktör vektörü değişken gruplarından uzaklaşır. Eğik döndürme yöntemi sonucu değişkenlerle ilgili açıklanan toplam varyans değişmez fakat faktörlerin açıkladığı varyans değişir. En sık kullanılan bazı eğik (oblik) döndürme yöntemlerinden aşağıda bahsedilmiştir.

Direct oblimin döndürme yöntemi: Bu yöntemle faktörlerin birbiriyle ilişkili olmasına izin verilerek $90°$' nin dışında bir açıyla döndürülmesi sağlanır. Burada bir delta değeri hesaplanmaya çalışılır ve bu delta değeri faktörlerin kendi aralarındaki ilişki derecesini gösterir. Bu delta değeri sıfır ve negatif değerler alır. İstenen ise sıfıra yakın değerler almasıdır. Büyük negatif değerler aldığında dik döndürme yöntemiyle benzer sonuçlar gösterir (Çokluk vd. 2018).

Promax döndürme yöntemi: Eğik döndürme yöntemlerinden en çok tercih edilen yöntem promax döndürme yöntemidir. Burada ”eksen gücü” olarakta adlandırılan bir κ (kappa) değeri hesaplanır. Bu kappa değeri 2, 4, ve 6 değerlerini alır. Analiz için en iyi çözümün sağlanması için kappa değerinin 4 olması gerekir. Genellikle büyük veri setleri ile çalışıldığında kullanılır (Alpar 2017; Çokluk vd. 2018).

Literatür incelendiğinde dik ya da eğik döndürme yöntemlerinden hangisinin tercih edilmesiyle ilgili kesin bir ayrım yoktur. Her iki yönteminde kendine göre olumlu tarafları vardır.

3.6.7. Faktörlerin isimlendirilmesi

Faktörleri isimlendirebilmek için bir faktör (boyut) altında yüksek faktör yüklerine sahip olan değişkenleri gruplamak gerekmektedir. Yani faktör analizi ile meydana gelen faktör yükleri incelenerek faktör ya da birden fazla türetilen faktörler altında gruplanabilecek değişkenler oluşturulur. Bu aşamadan sonra araştırmacı faktörlere uygun isimleri bulmaya çalışır. Faktör isimlendirmeye etiketleme de denilmektedir. Faktörlere verilen isimler sayesinde sonuçlar hakkında yorum yapma ve tartışma kolaylaşır. Faktörlere isim verme işi bazı analiz sonuçlarında kolayken bazılarında oldukça zordur. Burada araştırmacıya büyük iş düşmektedir. Araştırmacının sezgisel gücü, alanyazın bilgisi, konuya olan hakimiyeti, kelime dağarcığının genişliği gibi etkenler önem taşımaktadır. Faktörlere isim verilirken öncelikli olarak faktör altında en yüksek yük değerlerine sahip olan değişkenler gözönünde bulundurulmalıdır. Ayrıca faktör altında toplanan değişkenleri bir bütün olarak ele alıp ortak özelliklerini belirleyerek faktör isimlendirmesi yapılmalıdır (Kalaycı 2010; Mert 2016; Çokluk vd. 2018).

3.7. Kümeleme Analizi

Kümeleme analizi, değişkenler baz alınarak birbirine benzer bireyleri ya da nesneleri gruplayan çok değişkenli istatistiksel yöntemdir (İslamoğlu 2009). Kümeleme analizi ile oluşan birbirinden farklı gruplar, kendi içlerinde türdeş (homojen) ve gruplar arasında heterojendir. Gruplar geometrik anlamda birbirinden uzaktır. Kümeleme analizi değişkenleri gözönünde bulundurarak nesneleri ya da bireyleri birbirine uzaklıklarına bakarak gruplandırır. Kümeleme analizi uygulanırken veriler standartlaştırılmalıdır. Değişken sayısının artışına göre gözlem sayısıda artırılmalıdır. Burada ideal olan değişken sayısının 3 ya da 4 katı kadar gözlem sayısının olmasıdır. Kümeleme analizinin uygulanabilmesi için modelin KMO testi ile geçerliliğin test edilmesi gerekmektedir (İslamoğlu 2009). Kümeleme analizi, sınıflandırma yapabilmek için kullanılan çok sayıda işlemi ifade eder (Çokluk vd. 2018). Kümeleme analizinde objeleri gruplandırma sözkonusu iken faktör analizinde değişkenler gruplandırılır. Faktör analizinde gruplandırma verilerdeki değişime yani varyans-kovaryansa bağlı olarak yapılırken kümeleme analizinde gruplandırma yakınlık-uzaklık ilişkisine bağlı olarak yapılır (Hair vd. 2006). Kümeleme analizi verileri düzenlemede çok faydalı bir istatistik çeşidirir. Özellikle anket çalışmalarında çok fazla veri elde edilmekte. Bu verileri belirli özelliklere göre sınıflandırma yapmak, özet bilgiler elde etmek için kümeleme analizi sıklıkla başvurulan yöntemlerdendir. Kümeleme analizi ile elde edilen verilerin benzerliklerinden yola çıkarak verileri iki ya da daha fazla sayıda gruplara ayırmayı amaçlar (Kalaycı 2010). Kümeleme analizi çoğunlukla birimleri ya da nesneleri değişkenlere göre sınıflamak için kullanılır fakat bazı durumlarda değişkenleri kümelemek amacıyla da kullanılır (Alpar 2017). Kümeleme analizinin dört farklı amacı vardır. Bunlar Özdamar 2017 tarafından şu şekilde özetlenmiştir:

1. n sayıda bireyi, nesneyi k tane değişkenin belirlenen özelliklerine göre kendi içlerinde türdeş (homojen), kendi aralarında farklı (hetorojen) kümelere ayırmak

2. n sayıda birimden elde edilen bilgilere göre k sayıda değişkeni ortak özellikleri açıkladığı varsayılan alt kümelere ayırarak kümelerin ortak yapılarını ortaya koymak

3. Birimler ve değişkenleri birlikte ele alarak ortak n tane birimi k tane değişkene göre ortak özelliklere sahip alt kümelere ayırmak

4. Birimlerin, k tane değişkene göre belirlenen değerlere göre biyolojik ya da taksonomik sınıflanmasını yapmak.

Kümeleme analizi yapılırken dört aşama sözkonusudur. Bunlar veri matrisini elde etmek, uzaklık (benzerlik/farklılık) matrisinin elde etmek ve hesaplamak, kümeleme yöntemini belirlemek ve kümeleri oluşturmak, sonuçları yorumlamaktır (Alpar 2017; Özdamar 2017). Birimlerin ya da değişkenlerin doğal sınıflanması hakkında net bilgilerin bulunmadığı durumlarda n sayıda örnek birimden k sayıda değişkene ilişkin veriler elde edilerek veri matrisi oluşturulur. Birimlerin, değişkenlerin ya da hem birimlerin hem değişkenlerin birbirine olan uzaklıklarını, benzerliklerini, farklılıklarını ifade etmek için uygun olan benzerlik ya da uzaklık ölçüsü ile uzaklık (benzerlik/farklılık) matrisi elde edilir. Uzaklık (benzerlik/farklılık) matrisinin elde edilme aşaması hiyerarşik (aşamalı) kümeleme yöntemi için geçerlidir. Uygun olan kümeleme yöntemi seçilerek uzaklık (benzerlik/farklılık) matrisine göre birimler, değişkenler en uygun sayıda kümelere ayrılır. Son olarak kümeleme analizi ile elde edilen kümeler en doğru şekilde yorumlanır ayrıca kümeleme yapısına dayanarak kurulan hipotezleri doğrulamak amacıyla analitik yöntemler uygulanır, kümeler denetlenip test edilir (Alpar 2017).

Kümeleme analizi bazı adımlardan oluşan çok değişkenli istatistik yöntemidir. Analizin ilk adımı verilerin girişi ile yani veri matrisinin oluşturulması ile başlar. Doğal sınıflamaları hakkında net bilginin olmadığı populasyonlardan alınan n tane birimin araştırılan k sayıda değişkene ilişkin gözlem değerleri elde edilerek veri matrisi oluşturulur. Bu aşamadan sonra verilerin ölçü birimine uygun olacak şekilde benzerlik ölçüsü ve uzaklık matrisi elde edilir. Amaca en uygun olacak şekilde kümeleme yöntemi seçilir ve uygulanır. Birimler veya değişkenler kümelere ayrılmış olur. Analizin son aşaması ise kümeleme sonuçlarının anlamlılığının yorumlanmasıdır (Çokluk vd. 2018).

Kümeleme analizinde kullanılan veri matrisi ve uzaklık matris formu aşağıdaki gibidir.

Veri matrisi

Veri matrisi k tane değişkenden ve n tane birimden oluşan kxn boyutlu bir matristir. Burada birimler (n) satırları, değişkenler (k) sütunları göstermektedir. Yani her bir sütun bir fenomeni buna karşılık her bir satır ise fenomenlere ilişkin değerleri belirtir. X, k değişkenli n birimli bir veri matrisi ve x_{ij} değerleri i. birimin j. değişkene karşılık gelen değerini gösteren veri matrisinin elemanları olmak üzere, aşağıdaki gibi oluşturulur.

$$X_{nxk} = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1k} \\ X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{n1} & X_{n2} & \cdots & X_{nk} \end{bmatrix}$$

(Taşatan 2018).

Uzaklık matrisi

Uzaklık matrisinin elemanları birimlerin birbirlerine olan uzaklıklarını ifade eder. Bu matris nxn tipinde karesel matris özelliği gösterir. Uzaklık matrisine benzerlik ya da farklılık matrisi de denir. Bu matriste asal köşegenin altında kalan elemanları ile üstünde kalan elemanları simetriktir. Çünkü birimlerin karşılıklı uzaklıkları birbirine eşittir. Asal köşegen üzerindeki elemanların değeri ise sıfırdır. Bu sebeple bu matris asal köşegeni ile altında kalan elemanlardan oluşur yani tek yönlüdür (Taşatan 2018). d_{ij} uzaklık matrisinin elemanları olmak üzere nxn tipinde D uzaklık matrisi aşağıdaki gibi oluşturulur:

$$D = \begin{bmatrix} 0 & d_{12} & d_{13} & \cdots & d_{1n} \\ d_{21} & 0 & d_{23} & \cdots & d_{2n} \\ d_{31} & d_{32} & 0 & \dots & d_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{n1} & d_{n2} & d_{n3} & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

(Taşatan 2018).

3.7.1. Kümeleme analizinin varsayımları

Kümeleme analizi ile gözlemlerin yapısal özellikleri değerlendirilir. Kümeleme analizi yapılacak olan ana kütlenin doğru ve güvenilir bir şekilde seçilmiş olması gerekmektedir ve bu oldukça önemlidir. Çünkü kümeleme analizi yönteminin doğru sonuçlar vermesi güvenilir ve en iyi şekilde seçilen örnekleme bağlıdır. Değişken sayısı arttıkça gözlem sayısınında artırılması gerekmektedir. Gözlem sayısı, değişken sayısının 3 ya da 4 katı kadar olması gerekmektedir. Kümeleme analizinde örneklemin evreni en iyi şekilde temsil etmesi ve çoklu bağlantılı değişkenlerin olmaması istenir. Kümeleme analizindeki çoklu bağlantının etkisi diğer analizlerdekine göre farklıdır. Birbiriyle ilişkili değişkenken gruplarındaki değişken sayılarının, değişkenlerin katkısının eşit bir şekilde ağırlıklandırılabilmesi için eşit olması istenir. Ayrıca kümeleme analizinin yapılacağı veri setinden aşırı gözlemlerin çıkarılması gerekmektedir. (Kalaycı 2010; Alpar 2017; Çokluk vd. 2018).

3.7.2. Verilerin standarizasyonu dönüştürülmesi ve normalizasyonu

Değişkenlerin sayısı arttıkça ölçtüldükleri ölçeklerde değişkenlik gösterir. Bir veri grubunda bazı değişkenler likert tipi ölçeği kullanılarak ölçülmüş ve diğer değişkenler de metre, yıl, para litre vb. birimlerle ölçülmüş olsun. Bu durumda değişkenleri bir arada analiz etmek hatalı sonuçlara neden olur ve veriler standarize edilir. Standarize ederek analize alınacak bütün değişkenlerin aynı değer ile ifade edilmesi sağlanır. Yani verilerin aynı birimde olması daha iyi sonuçlar vereceğinden değişkenler standartlaştırılır ve aynı birime dönüştürülür. Hiyerarşik kümeleme yöntemlerinde verilerin uzaklık ölçüleri kullanıldığı için verilerin standartlaştırılması uygun görülür. Çünkü değişkenlerin ölçü birimlerinin farklı olmasına karşı çok duyarlıdır. Bir değişkenin yaygınlığı fazla ise uzaklık ya da benzerlik ölçülerine olan etkisi fazladır. En sık kullanılan standartlaştırma şekli Z standarizasyonudur. Z dönüştürmesinde her bir ham puan değerinden (X) ortalama değeri $(\overline{X})$ çıkarılıp standart sapma değerine (S) bölünür. Bu sayede tüm veriler aritmetik ortalaması sıfır ve standart sapması bir olan dağılıma dönüştürülür. Yani farklı ölçketeki veriler aynı değer ile ifade edilerek standartlaştırılır. Z standarizasyonu normal dağılıma sahip olduğu varsayılan aralıklı ya da oran ölçeğiyle elde edilen verilere uygulanabilir (Kalaycı 2010; Alpar 2017; Çokluk vd. 2018). Z standarizasyonu ile değerler aşağıdaki gibi Z skorlarına dönüştürülür:

$$Z_i = \frac{X_i - \overline{X}}{S}$$

(Çokluk vd. 2018).

Z standarizasyonunun dışında farklı standarize ve belirli aralıklara göre dönüştürme yöntemleri de mevcuttur. Bunlar, $-1 \leq x \leq +1$ aralığına dönüştürme, $0 \leq x \leq 1$ aralığına dönüştürme, maksimum değer bir (1) olacak şekilde dönüştürme, dönüşüm ortalaması bir (1) olacak şekilde dönüştürme ve dönüşüm dizisinin standart sapması bir (1) olacak şekilde dönüştürmedir.

Değişim genişliğine (R) göre normalizasyon:

Değişim aralıkları çok farklı çıkan değişkenlerin değerlerini her bir değişkenin değişim aralığı olan R değerine bölünmesiyle aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$x = \frac{X_i}{X_{max} - X_{min}}$$

(Özdamar 2004).

-1 $\leq$ x $\leq$ +1 Aralığına dönüştürme:

Değişkenler heterojense, uç değerler içeriyorsa ya da artı ve eksi değerler içeriyorsa tercih edilir. Veri setindeki en büyük değere sahip değişken X_{max} olmak üzere dönüştürme işlemi aşağıdaki gibi yapılır:

$$x_i = \frac{X_i}{X_{max}}$$

(Alpar 2017; Özdamar 2017).

0 $\leq$ x $\leq$ 1 Aralığına dönüştürme:

Değişkenler heterojense, uç değerler içeriyorsa tercih edilir. Bu durumda değerleri pozitif ve sıfır ile bir arasında değişecek biçimde dönüştürme yapılır. Her bir değişken değerinden en küçük değişkenin değeri çıkarılır ve elde edilen değerin R dağılım aralığına bölünür. Veri setindeki en büyük değere sahip değişken X_{max}, en küçük değere sahip değişken X_{min} ve R (range) değişim genişliği $R = X_{max} - X_{min}$ olmak üzere dönüştürme işlemi aşağıdaki gibi yapılır:

$$x_i = \frac{X_i - X_{min}}{R}$$

(Alpar 2017; Özdamar 2017).

Maksimum değer 1 olacak şekilde dönüştürme:

Verideki değişkenlerin değerlerinin en büyük olanının değerinin bir olması istendiğinde uygulanır. Her bir değişkenin değerinin en büyük değere bölünmesi ile aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$x_i = \frac{X_i}{X_{max}}$$

(Alpar 2017; Özdamar 2017).

Eğer verideki en büyük değere sahip değişkenin değeri sıfır ise payda sıfır olamayacağından dönüştürme işlemi aşağıdaki gibi yapılır:

$$x_i = \frac{X_i}{|X_{min}|} + 1$$

(Alpar 2017; Özdamar 2017).

Aritmetik ortalama 1 olacak şekilde standartlaştırma:

Standartlaştırılmış verilerin ortalamasının bir ya da pozitif değerli olması isteniyorsa uygulanır. Değişkenlerin her birinin değerlerinin aritmetik ortalamaya bölünmesi ile aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$x_i = \frac{X_i}{\overline{x}}$$

Eğer değişkenlerin ortalaması sıfır ise dönüştürme işlemi aşağıdaki gibi yapılır:

$$x_i = \frac{X_i + 1}{\overline{x} + 1}$$

(Alpar 2017; Özdamar 2017).

Standart sapma 1 olacak şekilde standartlaştırma:

Standartlaştırılmış verilerin standart sapmasının bir olması isteniyorsa uygulanır. Değişkenlerin her birinin değerlerinin standart sapmasına bölünmesi ile aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$x_i = \frac{X_i}{S}$$

(Alpar 2017; Özdamar 2017).

Eğer değişkenler artı ve eksi değerli ise ve standart sapmanın değeri sıfır ise verilere dönüştürme işlemi yapılmaz. Fakat böyle bir durumda dönüştürme yapılması şartsa dönüştürme yöntemlerinden en uygun olanı seçilerek uygulanır (Özdamar 2004).

Kümeleme analizi farklı amaçlar doğrultusunda farklı teknikler içerir. Veri setindeki değişkenlerin ölçü birimlerinin ve ölçüm tekniklerinin farklılıkları durumunda birimlerin benzerliklerini ortaya çıkarmak için farklı benzerlik ölçüleri kullanılır. Kümeleme analizinde kullanılan çok sayıda uzaklık, yakınlık, benzerlik, farklılık ölçüleri vardır.

3.7.3. Uzaklık yakınlık benzerlik farklılık ölçüleri

Kümeleme analizi uygulamasında ilk adım benzerlik ya da uzaklık matrisinin elde edilmesidir. Kümeleme analizinde birimleri ya da değişkenleri benzerliklerine (yakınlıklarına) ya da farklılıklarına (uzaklıklarına) bakarak kümelemek amaçlanmaktadır. Bu amaç doğrultusunda k sayıda değişkenin k boyutlu uzayda yakınlıkları ya da uzaklıkları dikkate alınarak kümeler oluşturulur. Birbirine yakın (benzer) olan birimler bir küme oluştururken bu kümenin birimleriyle farklılık gösteren diğer birimlerde kendi içlerinde homojen (türdeş), diğer birimlerle heterojen (farklı) olacak şekilde kümeler oluştururlar. Değişkenlerin ya da birimlerin aralarındaki uzaklıkları hesaplayabilmek için bazı geometrik yaklaşımlara başvurulur. xy koordinat düzleminde iki nokta arası uzaklık Pisagor bağıntısı ile kolayca hesaplanabilir. İkiden fazla boyut olduğunda ise noktalar arası uzaklık çok boyutlu olacak şekilde hesaplanır (Kalaycı 2010; Özdamar 2017; Alpar 2017).

Kümeleme analizinde k sayıda değişkene ilişkin birimlerin aralarındaki uzaklıkları hesaplamada ölçü birimlerinin farklılığı dikkate alınmalıdır. Yani verilerin seçilecek benzerlik ölçümü verilerin metrik ya da kategorik (metrik olmayan) olmasına göre farklılık gösterir. Metrik değişkenler kullanılarak yapılan analizde benzerliği ölçmek için korelasyona dayalı ölçüler ile uzaklık ölçüleri kullanılır. Kategorik değişkenler kullanılıyorsa ortaklık ölçüleri tercih edilir. Metrik veriler için; Öklit uzaklığı, kareli öklit uzaklığı, Pearson uzaklığı, karesel Pearson uzaklığı, korelasyon katsayısı, korelasyon uzaklığı, mutlak korelasyon uzaklığı, Chebychev uzaklığı, blok (Manhattan/City-blok) uzaklığı, Minkowski uzaklığı, Mahalanobis uzaklığı ve Hotelling T^2 uzaklığı kullanılır. Kategorik veriler için; Ki-kare uzaklığı ile Phi-kare uzaklığı kullanılır. İkili (Binary) gözlemler için; Öklit uzaklığı, kareli Öklid uzaklığı, örüntü farkı, büyüklük farkı, varyans, dağılım, biçim, basit eşleşme, Phi dört noktalı korelasyon, Lambda, Abderberg' in D' si, Hamann, Jaccard, Kulczynski-1, Kulczynski-2, Lance ve Williams, Ochiai, Rogers ve Tanimato, Russel ve Rao, Sokal ve Sneath, Yule Q uzaklık ölçümlerinden biri tercih edilir (Alpar 2017; Çokluk vd. 2018). Kümeleme analizinde birimler arasındaki uzaklıkları hesaplamada sıklıkla yararlanılan ölçülerden aşağıda bahsedilmiştir.

Öklid uzaklık ölçüsü

En çok kullanılan uzaklık ölçüsü Öklid uzaklık ölçüsdür. Eğer birim sayısı 100' den fazla ise Öklid uzaklık ölçümünün kullanılması önerilir. Öklid uzaklığı geometrik anlamda bir dik üçgenin hipotenüs uzunluğunu ifade eder ve X gözlemlerinin farklarının karesi ile Y gözlemlerinin farklarının karelerinin toplamının karekök değerine eşittir (Çokluk vd. 2018). d_{ij} i. ve j. gözlemler arasındaki uzaklık, x_{in} i. gözlemin n. değişken değeri, x_{jn} j. gözlemin n. değişken değeri olmak üzere, k değişkenli bir yapıda i. ve j. gözlemler/birimler/nesneler arasındaki uzaklığı hesaplamada kullanılan Öklid uzaklık ölçüsü aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$d_{ij} = \sqrt{\sum_{n=1}^{k}(x_{in} - x_{jn})^2} \tag{3.3}$$

(Alpar 2017).

Kare öklid uzaklık ölçüsü

Eşitlik (3.3) de verilen Öklid uzaklığının karesine eşittir:

$$d_{ij} = \sum_{n=1}^{k}(x_{in} - x_{jn})^2$$

(Alpar 2017).

Manhattan (city-block) uzaklık ölçüsü

Birimler arasındaki mutlak uzaklıkların toplanmasıyla elde edilir. Yani farkların mutlak değerlerinin toplamı alınarak aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$d_{ij} = \sum_{n=1}^{k}|x_{in} - x_{jn}| \tag{3.4}$$

(Alpar 2017).

Minkowski uzaklık ölçüsü

Genel olarak, k sayıda değişkenin aralarındaki uzaklıkları hesaplamada yararlanılan uzaklık ölçülerine Minkowski uzaklık ölçüsü denir ve n üs değeri, d_{ij} iki değişkenin arasındaki uzaklığı göstermek üzere aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$d_{ij} = \left[\sum_{i=1}^{k} |x_i - y_i|^n \right]^{1/n}$$

(Özdamar 2017).

Minkowski uzaklık formülünde n=1 için eşitlik (3.4) teki Manhattan (City-block) uzaklık ölçüsü, n=2 değeri için eşitlik (3.3) deki Öklid uzaklık ölçüsü elde edilir (Özdamar 2017; Çokluk 2018).

Pearson uzaklık ölçüsü ve karesel pearson uzaklık ölçüsü

Pearson uzaklık ölçüsüne standartlaştırılmış Öklid uzaklık ölçüsü de denir. Pearson uzaklık ölçüsü eşitlik (3.3) deki Öklid uzaklığının değişkenlerin varyansı olan S_n^2 değerlerine oranlanması ile aşağıdaki gibi elde edilir:

$$d_{ij} = \sqrt{\sum_{n=1}^{k} (x_{in} - x_{jn})^2 / S_n^2} \tag{3.5}$$

(Alpar 2017).

Karesel Pearson uzaklık ölçüsü, eşitlik (3.5) deki Pearson uzaklık ölçüsünün karesi alınarak aşağıdaki gibi elde edilir:

$$d_{ij}^2 = \sum_{n=1}^{k} (x_{in} - x_{jn})^2 / S_n^2$$

(Alpar 2017).

Mahalanobis uzaklık ölçüsü

Verilerin ortalama, varyans ve kovaryans değerlerinin biliniyor olması durumunda çok değişkenli örneklemlerin aralarındaki uzaklıkların hesaplanmasına ilişkin birçok yaklaşım vardır. Bu yaklaşımlardan en sık kullanılanlar Mahalanobis uzaklık ölçüsü, Penrose uzaklık ölçüsü ve Hotelling T^2 uzaklık ölçüsüdür (Alpar 2017). Mahalanobis uzaklık ölçüsünün diğer uzaklık ölçülerine göre daha avantajlıdır çünkü aykırı olan noktaların da uzaklığını hesaplayabilir (Günay Atbaş 2008). k değişkenden oluşan analizde S' ortak varyans-kovaryans matrisinin tersi, i ve j değişkenleri arasındaki Mahalanobis uzaklık ölçüsü aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$d_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)' S^{-1} (x_i - x_j)}$$

(Günay Atbaş 2008; Alpar 2017).

Kümeleme analizinin iki çeşidi vardır. Bunlar hiyerarşik kümeleme analizi ve hiyerarşik olmayan kümeleme analizidir.

3.8. Kümeleme Yöntemleri

Kümeleme yöntemi uzaklık, benzerlik veya farklılık matrislerinden faydalanarak değişkenleri veya birimleri kendi içlerinde homojen aralarında heterojen olacak şekilde sınıflara ayırırken yani kümelerken çeşitli yaklaşımlar mevcuttur. Hangi yaklaşım kullanılırsa kullanılsın hepsinin temel amacı kümelerin kendi içlerindeki benzerliklerin ve aralarındaki farklılıkların maksimum olmasını sağlamaktır. Bu yaklaşımlardan, hiyerarşik (aşamalı) ve hiyerarşik olmayan (aşamalı olmayan) kümeleme yöntemleri en sık kullanılan temel yaklaşımlar olarak kabul edilir. Kümeleme analizi yapılırken uzaklık, benzerlik matrisinin elde edilmesinden sonra değişkenleri, birimleri kümelemek için yararlanılacak yöntemin seçimi gelir (Ertürk 2016; Çokluk vd. 2018). Bu iki yöntemden aşağıda bahsedilmiştir.

3.8.1. Hiyerarşik (aşamalı) kümeleme yöntemleri

Hiyerarşik ve hiyerarşik olmayan yöntemler arasında en çok kullanılan hiyerarşik yöntemlerdir. Hiyerarşik yöntemlerde kendi içinde birleştirici (yığmacı) hiyerarşik kümeleme yöntemi ve ayırıcı (bölünmeli) hiyerarşik kümeleme yöntemi olarak ikiye ayrılır. Birleştirici ve ayırıcı yöntemler arasında da en sık kullanılan birleştirici (yığmacı) hiyerarşik kümeleme yöntemidir. Birleştirici hiyerarşik kümeleme yönteminde başlangıçta her birim kendi başına bir küme olarak kabul edilir. Yani n tane birey ve n tane küme vardır denilerek işleme başlanır. Sonraki adımda birbirine en yakın iki küme (gözlem) yeni bir küme oluşturacak şekilde birleştirilir ve benzerlik/uzaklık matrisi tekrar oluşturulur. Bu şekilde benzerlik ve uzaklık matrisi dikkate alınarak her seferinde küme sayısı bir azaltılarak işleme devam edilir. Bu süreç tüm birimler bir kümede toplanana kadar devam eder. Ayırıcı hiyerarşik kümeleme yöntemi ise birleştirici hiyerarşik kümeleme yönteminin tam tersidir. Ayırıcı hiyerarşik kümeleme yönteminde gözlemlerin tümü tek bir küme olarak kabul edilir. Daha sonra bu kümeye en aykırı (uzak/benzemez/farklı) olan gözlemleri tek tek kümeden ayırarak farklı daha küçük kümelerin oluşumunu sağlar. Başka bir değişle bütün gözlemler tek bir küme olarak kabul edildikten sonra küme sayısı bir indirgenir ve benzerlik/uzaklık matrisi tekrar oluşturulur. Oluşturulan benzerlik/uzaklık matrisi dikkate alınarak benzer olan birimler bir araya toplanır. Bu süreç n tane birim aşamalı olarak n tane kümeye yerleştirilene kadar devam eder (Kalaycı 2010; Alpar 2017; Çokluk vd. 2018).

Hiyerarşik kümeleme yöntemleri aşamalardan oluşur ve birimleri/değişkenleri kümelerken uygun olan uzaklık/benzerlik ölçülerini dikkate alır. Aşamaların ve kümelerin kolay anlaşılıp yorumlanabilmesi için dendrogram denilen ağaç diyagramlarından ve buz saçağı grafiklerinden faydalanılır (Alpar 2017).

Birleştirici aşamalı kümeleme yönteminde birimlerin ya da değişkenlerin birleştirmesinde farklı yaklaşımlar mevcuttur. Bu yaklaşımlardan sıklıkla kullanılanlar tek bağlantı kümeleme yöntemi, ortalama bağlantı kümeleme yöntemi, tam bağlantı kümeleme yöntemi, McQuitty bağlantı kümeleme yöntemi, küresel ortalama bağlantı kümeleme yöntemi, ortanca bağlantı kümeleme yöntemi ve Ward (varyans) bağlantı kümeleme yöntemidir. Her birinin birimleri/değişkenleri birleştirmede uydukları ölçütler farklılık göstermektedir. Bu yaklaşımlardan bazıları aşağıda açıklanmıştır.

Tek bağlantı kümeleme yöntemi

En yakın komşuluk esasına dayanır. Birbirine en yakın iki gözlem bir küme oluşturur. Daha sonra birbirine yakın iki farklı gözlemi birleştirir ya da oluşan kümeye en yakın gözlemi bulup kümeyi genişletir. Bir başka değişle yeni gözlem kendisine yakın bir gözlemle bir küme oluşturabilir ya da ilk iki gözlemin oluşturduğu kümeye katılabilir. Yani birden fazla küme de oluşabilmektedir (Alpar 2017). c. kümenin kendinden önce oluşan a. ve b. kümelerden hangisi ile birleşerek oluşacağına j. kümenin a. ve b. kümeler ile uzaklıklarına bakılarak karar verilir. Bu uzaklıklardan hangisi daha küçükse c. küme o kümeyle birleşir. c. kümenin j. küme ile arasındaki uzaklık d_{cj} aşağıdaki gibi belirlenir:

$$d_{cj} = min(d_{aj}, d_{bj}) \ .$$

Tam bağlantı kümeleme yöntemi

Tam bağlantı kümeleme yöntemi tek bağlantı kümeleme yöntemine benzemektedir. Tam bağlantı kümeleme yöntemi en uzak komşuluk esasına dayanır. Yani tek bağlantı kümeleme yönteminden bir tek farkı vardır, o da en uzak olan iki gözlemden başlamasıdır (Kalaycı 2010). c. kümenin kendidinden önce oluşan a. ve b. kümelerden hangisi ile birleşerek oluşacağına j. kümenin a. ve b. kümeler ile uzaklıklarına bakılarak karar verilir. Bu uzaklıklardan hangisi daha büyükse c. küme o kümeyle birleşir. c. kümenin j. küme ile arasındaki uzaklık d_{cj} aşağıdaki gibi belirlenir:

$$d_{cj} = max(d_{aj}, d_{bj}) \ .$$

Ortalama bağlantı kümeleme yöntemi

Tek bağlantı ve tam bağlantı kümeleme yöntemlerine benzerlik gösterir. Bu yöntemin ayrıcalığı aşırı uç değerlerden en az derecede etkilenmesidir. Ortalama bağlantı yöntemi gözlemler arasındaki benzerliğin ortalamasını kriter alır. Burada benzerlik uç noktalarda yer alan gözlemler yerine kümede bulunan tüm gözlemlerin benzerliğine dayanmaktadır (Çokluk vd. 2018). c. kümenin kendisinden önce oluşan a. ve b. kümelerden hangisi ile birleşerek oluşacağına j. kümenin a.ve b. kümelere olan uzaklıklarına bakılır. Bu uzaklıklar a. kümenin eleman sayısı N_a, b. kümenin eleman sayısı N_b olmak üzere a. ve b. kümelerinin eleman sayıları ile çarpılıp toplanır ve böylece ağırlıklandırılır. Elde edilen değer c. kümenin eleman sayısı olan N_c ye bölünür. c. kümenin j. küme ile arasındaki uzaklık d_{cj} aşağıdaki gibi belirlenir:

$$d_{cj} = (N_a d_{aj} + N_b d_{bj})/N_c \ .$$

Ward (varyans) bağlantı kümeleme yöntemi

Ward bağlantı kümeleme yönteminde varyansı kendi içinde en az olacak şekilde kümeler belirlenir. Ward' ın en küçük varyans yöntemi olarakta isimlendirilir. Bu yöntem ile kümelerin gözlem sayısını eşit sayıda olacak şekilde oluşturulmaya çalışılır. Araştırmacının elde etmek istediği kümelerin gözlem sayısının birbirine yakın olmasını istemesi durumunda tercih edilmesi önerilir. Ward yönteminde uzaklık ölçüsü olarak genellikle kare Öklid uzaklık ölçüsünden faydalanılır. Bu yöntem ile bir kümenin ortasında bulunan gözlemin, o kümede bulunan diğer gözlemlerden ortalama uzaklığını temel alır. Burada küme içi hata kareler toplamını en aza indirgeyerek homojenliği en fazla olan kümeler elde edilir. Her aşamasında oluşan kümelerden hata kareler toplamı en küçük olan kümeler birleştirilerek kümeler elde edilir. Bu yöntemde temel amaç kümeler içinde homojenliği, kümeler arasında da heterojenliği en fazla olan kümeleri elde etmektir (Kalaycı 2010; Alpar 2017; Çokluk vd. 2018). Ward bağlantı kümeleme yönteminde a. kümenin eleman sayısı N_a, b. kümenin eleman sayısı N_b, c. kümenin eleman sayısı N_c, j. kümenin eleman sayısı N_j olmak üzere, c. kümenin j. küme ile arasındaki uzaklık d_{cj} aşağıdaki gibi belirlenir:

$$d_{cj} = [(N_j + N_a)d_{aj} + (N_j + N_b)d_{bj} - N_j d_{ab}]/(N_j + N_c).$$

3.8.2. Hiyerarşik olmayan (aşamalı olmayan) kümeleme yöntemleri

Hiyerarşik olmayan (aşamalı olmayan) kümeleme yönteminde herhangi bir aşamalı işlem yoktur. Bu yöntemde birimler en başta belirlenen kümelere atanarak işlemler gerçekleştirilir ve birimlerin en son oluşan kümelerdeki üyelikleri önemlidir. Hiyerarşik olmayan kümeleme yönteminde metoid kümeleme, fuzzy kümeleme, yığma kümeleme ve k-ortalamalar kümeleme yöntemleri gibi farklı aşamalı kümeleme yöntemleri vardır. En sık kullanılanı ise k-ortalamalar kümeleme yöntemidir. Hiyerarşik olmayan kümeleme yönteminde araştırmacının tecrübesine ve ön bilgisine dayanarak ya da rastgele olacak şekilde ilk olarak küme sayısı belirlenir. Daha sonra her kümenin küme başlangıç noktası belirlenir. Bu noktalar kümelerin başlangıç merkezleridir ve çekirdek noktalar olarakta isimlendirilir. Benzer gözlemler belirlenen noktalar etrafında kümelendirilir. Bu yöntemde kümeleri oluşturan gözlemlerin değişkenlere göre ortalamalarına bakılır. Bu yöntemin en üstün yönü güvenilir olmasıdır. Buna karşın tek dezavantajı yorumunun zor olmasıdır. Hiyerarşik olmayan kümeleme yönteminde ağaç diyagramı denilen dendogramlar kullanılmaz. Hiyerarşik kümeleme yönteminde olduğu gibi yöntemin başında gözlem sayısı boyutunda (nxn) tipinde benzerlik ya da uzaklık matrisi hesaplanmaz. Bu sebeple aşamalı olmayan kümeleme yöntemi büyük veri setlerine kolaylıkla uygulanabilir. Hiyerarşik kümeleme yönteminde hem değişkenler hem de birimler farklı benzerlik düzeylerinde kümelenirken hiyerarşik olmayan kümeleme yönteminde sadece birimler kümelenir. Hiyerarşik olmayan kümeleme yönteminde küme sayısı en az 2, en fazla ise gözlem sayısı ile eşit sayıda ya da daha az sayıda olacak şekilde belirlenir (Kalaycı 2010; Alpar 2017; Özdamar 2017; Çokluk vd. 2018). En sık kullanılan hiyerarşik olmayan kümeleme yöntemi olan k-ortalamalar yöntemi aşağıda kısaca özetlenmiştir.

K-ortalamalar yöntemi

K-ortalamalar yöntemi, çok sayıda n tane birimden ve k tane değişkenden oluşan veri setinin küme içindeki kareler toplamlarını en az olacak şekilde m sayıda kümeye ayırmayı amaçlar. Birimlerin az sayıda kümelere yerleştirilmesi işlemi tekrarlanarak gerçekleştirilir. Birimler her tekrarlamada farklı kümelere atanır ve böylece en uygun çözüm elde edilmeye çalışılır. İlk aşamada seçilen kümelerin merkez noktaları değişmeksizin diğer birimler tekrarlanarak kümelere atanır. Her bir atamada herhangi bir birim bulunduğu kümeden çıkarılarak daha fazla homojenlik gösterdiği başka bir kümeye alınabilir. Birimleri atama süreci kümelerin, kendi aralarında maksimum homojenliğe ve diğer kümeler arasında maksimum heterojenliğe ulaştığı anda sonlanır (Özdamar 2017). Kümelerin benzerliğine kümenin merkez noktası olarak kabul edilen birimin, kümenin diğer birimleri ile uzaklıklarının ortalamasına bakılarak karar verilir (Han and Kamber 2006). Bir başka değişle ilk olarak k tane gözlemin her biri küme merkezi olacak şekilde k tane bir elemanlı küme elde edilir. Başlangıçta bulunan n tane birimden geriye kalan (n-k) tane birim küme ortalaması en yakın olan kümelere atanırlar. Her atanma işleminden sonra küme ortalamaları yeniden hesaplanır. Birimlerin tümü başlangıçta belirlenen k tane kümeye atandıktan sonra her defasında yeniden hesaplanan küme ortalamaları merkez nokta kabul edilir. Bu süreç kküme elemanlarının yerleri sabit kalana kadar devam edilir (Ertürk 2016).

4. BULGULAR VE TARTIŞMA

Çalışmadan elde edilen sonuçlar 2018-2019 eğitim öğretim yılında Antalya ilinin 5 farklı ilçesinde bulunan adrese dayalı sistemle öğrenci kabul eden 8 tane lisede öğrenim görmekte olan 1265 tane 10., 11. ve 12. sınıf öğrencilerinin matematik tutum ölçeği ve geometri tutum ölçeğine verdikleri cevaplarla sınırlıdır.

4.1. Demografik Bulgular

Çizelge 4.2. Cinsiyetiniz Nedir?

Cinsiyet	Frekans (f)	Yüzde(%)
Kız	708	56
Erkek	557	44
Toplam	1265	100

Çizelge (4.2)' deki verilere göre araştırmaya katılan 1265 tane lise öğrencilerinin 708 tanesi kız (%56), 557 tanesi erkektir (%44). Araştırmaya katılan kız öğrenci sayısı erkek öğrenci sayısından fazladır.

Çizelge 4.3. Kaçıncı Sınıfta Okuyorsunuz?

Sınıf Düzeyi	Frekans (f)	Yüzde(%)
10. Sınıf	441	34.9
11. Sınıf	436	34.5
12. Sınıf	388	30.7
Toplam	1265	100

Çizelge (4.3)' te görüldüğü gibi araştırmaya katılan öğrencilerin 441 tanesi (%34.9) 10. sınıf, 436 tanesi (%34.5) 11. sınıf ve 388 tanesi (%30.7) 12. sınıf öğrencisidir. 12. sınıflar üniversite sınavlarına hazırlandıkları için araştırmaya katılım oranları diğer sınıf düzeylerine göre daha azdır.

Araştırma 6 farklı ilçede bulunan 8 okulda gerçekleştirilmiştir. Çizelge (4.4)' te görüldüğü üzere Hacı Ethem Şerife Kavukçu Anadolu Lisesi' nden 122 öğrenci (%9.6), Kepez

Çizelge 4.4. Okuduğunuz Okulun Adı Nedir?

Okul İsmi/Bulunduğu İlçe	Frekans (f)	Yüzde(%)
Hacı Şerife Ethem Kavukçu Anadolu Lisesi/Korkuteli	122	9.6
Kepez Anadolu Lisesi/Kepez	158	12.5
Aldemir Atilla Konuk Anadolu Lisesi/Muratpaşa	180	14.2
Halil Akyüz Anadolu Lisesi/Döşemealtı	152	12
Akdeniz Anadolu Lisesi/Konyaaltı	183	14.5
Metin Nuran Çakallıklı Anadolu Lisesi/Muratpaşa	166	13.1
Aksu Anadolu Lisesi/Aksu	160	12.6
Atatürk Anadolu Lisesi/Kepez	144	11.4
Toplam	1265	100

Anadolu Lisesi' nden 158 öğrenci (%12.5), Aldemir Atilla Konuk Anadolu Lisesi' nden 180 öğrenci (%14.2), Halil Akyüz Anadolu Lisesi' nden 152 öğrenci (%12), Akdeniz Anadolu Lisesi' nden 183 öğrenci (%14.5), Metin Nuran Çakallıklı Anadolu Lisesi' nden 166 öğrenci (13.1), Aksu Anadolu Lisesi 'nden 160 öğrenci (%12.6) ve Atatürk Anadolu Lisesi' nden 144 öğrenci (%11.4) araştırmaya katılmışlardır. Korkuteli ilçesinden 122 öğrenci, Kepez ilçesinden 302 öğrenci, Muratpaşa ilçesinden 346 öğrenci, Döşemealtı ilçesinden 152 öğrenci, Konyaaltı ilçesinden 183 öğrenci ve Aksu ilçesinden 160 öğrenci araştırmaya katılmıştır.

Çizelge 4.5. Kaç Kardeşsiniz?

Kardeş Sayısı	Frekans (f)	Yüzde(%)
1-2	671	53
3-4	513	40.6
5 ve daha fazlası	81	6.4
Toplam	1265	100

Çizelge (4.5)' e baktığımızda araştırmaya katılan öğrencilerin kendileri dahil kardeş sayısı 1-2 tane olanlar 671 kişi (%53), 3-4 tane olanlar 513 kişi (%40.6), 5 ve daha fazla olanlar ise 81 kişi (%6.4)' dir. Araştırmaya katılan öğrencilerin yarıdan fazlası %53' lük bir oranla 1-2 kardeşlidir.

Çizelge 4.6. Annenizin Eğitim Durumu Nedir?

Anne Eğitim Durumu	Frekans (f)	Yüzde(%)
Üniversite	165	13
Lise	347	27.4
Ortaokul	286	22.6
İlkokul	422	33.4
Okumamış	45	3.6
Toplam	1265	100

Araştırmaya katılan öğrencilerin Çizelge (4.6)' ya baktığımızda annesinin eğitim düzeyi üniversite olanların sayısı 165 tane (%13), lise olanların sayısı 347 tane (%27.4), ortaokul olanların sayısı 286 tane (%22.6), ilkokul olanların sayısı 422 tane (%33.4) ve okumamış olanların sayısı 45 tanedir (%3.6). Buna göre araştırmaya katılan öğrencilerin anne eğitim durumunun ilkokul düzeyinde olanların sayısının en fazla olduğu görülmektedir.

Çizelge 4.7. Babanızın Eğitim Durumu Nedir?

Baba Eğitim Durumu	Frekans (f)	Yüzde(%)
Üniversite	284	22.5
Lise	403	31.9
Ortaokul	289	22.8
İlkokul	282	22.3
Okumamış	7	0.6
Toplam	1265	100

Araştırmaya katılan öğrencilerin Çizelge (4.7)' ye baktığımızda baba eğitim düzeyi üniversite olanların sayısı 284 tane (%22.5), lise olanların sayısı 403 tane (%31.9), ortaokul olanların sayısı 289 tane (%22.8), ilkokul olanların sayısı 282 tane (%22.3) ve okumamış olanların sayısı 7 tanedir (%0.6). Buna göre araştırmaya katılanların %54.4' lük bir oranla yarıdan fazlasının baba eğitim düzeyi lise ve üniversitedir. Ayrıca baba eğitim durumunun lise düzeyinde olanların sayısının en fazla olduğu görülmektedir.

4.2. Faktör Analizi Sonuçları

Bu çalışmada kullanılan matematik ve geometri tutum ölçeklerinin faktörlerini belirlemek için açımlayıcı faktör analizinin ölçeklere uygulanmasından elde edilen bulgulardan bahsedilecektir. Faktör analizini uygulamadan önce veri setinin sağlaması gereken birtakım kavramsal varsayımlar vardır (normal dağılım, çoklu bağlantı, doğrusallık, aşırı gözlemler, kayıp değerler, örneklem büyüklüğü).

Açımlayıcı faktör analizi uygulamasına geçmeden önce her iki ölçek için örneklem büyüklüğünün faktörleştirmeye uygun olup olmadığını test edebilmek amacıyla Kaiser Mayer Olkin (KMO) testi uygulanmıştır. Matematik tutum ölçeği için analiz sonucunda KMO değerinin 0.973 (%97,3) olduğu görülmüştür. Geometri tutum ölçeği için analiz sonucunda KMO değerinin 0.944 (%94,4) olduğu görülmüştür. Bu bulgular doğrultusunda KMO değeri 0.90 (%90) dan büyük olduğundan örneklem büyüklüğünün faktör analizini uygulamak için ”mükemmel derecede” yeterli olduğu görülmüştür (Kalaycı 2010; Şencan 2005).

Matematik tutum ölçeği için Bartlett küresellik testi sonuçlarına bakıldığında ki-kare (χ^2) değerinin $[\chi^2 = 17800,958; p = 0.00 < 0.01]$ anlamlı olduğu görülmüştür. Geometri tutum ölçeği için Bartlett küresellik testi sonuçlarına bakıldığında ise ki-kare (χ^2) değerinin $[\chi^2 = 9213,16; p = 0.00 < 0.01]$ anlamlı olduğu görülmüştür. Bartlett küresellik testinden elde edilen sonuçlar doğrultusunda matematik tutum ölçeği ve geometri tutum ölçeğinden elde edilen veriler çok değişkenli normal dağılımdan gelmektedir. Bartlett küresellik testi ile her iki ölçekte p değeri (Sig.) 0.01’ den küçük çıktığı için anlamlıdır ve korelasyon matrisinin birim matrise eşit olduğunu varsayan yokluk hipotezi reddedilmiştir. Yani değişkenler arasında yüksek korelasyonlar vardır ve veri seti faktörleşmeye uygundur denilebilir (Kalaycı 2010).

Matematik tutum ölçeği ve geometri tutum ölçeğindeki her bir değişken için kayıp değerler incelenmiş ve her iki ölçek içinde kayıp değer olmadığı görülmüştür. Mahalanobis uzaklıklarının hesaplanması ile veri setinde her iki ölçek için aşırı gözlemlerin olmadığı görülmüştür.

Değişkenler arasında korelasyonların yüksek olması durumunda ortaya çıkan probleme çoklu bağlantı problemi denir. Çoklu bağlantı probleminin varlığını incelemek için değişkenler arasındaki basit (ikili) korelasyonlar incelenmiştir. Bu inceleme sonucunda her iki ölçek için de değişkenler arasındaki basit korelasyon katsayılarının tümünün 0.30 ile 0.90 arasında olduğu görülmüştür. Bu durumda 0.90 dan büyük değer olmadığı için çoklu bağlantı probleminin olmadığı kanısına varılmıştır.

Böylece her iki ölçekte veri seti için faktör analizinin kavramsal varsayımları ile faktör analizine uygunluğu incelenmiştir ve faktör analizine geçilebileceği görülmüştür. Araştırmada veri toplama aracı olarak kullanılan matematik dersine yönelik tutum ölçeğinin Cronbach alfa (α) güvenirlik katsayısı 0,959 ve geometri dersine yönelik tutum ölçeğinin Cronbach alfa (α) güvenirlik katsayısı 0,905 olarak bulunmuştur. Bulunan Cronbach alfa (α) katsayıları her iki ölçek için 1' e çok yakın olduğundan ölçeklerin güvenirliklerinin oldukça yüksek olduğu söylenebilir (Mert 2016).

4.2.1. Ortaöğretim öğrencilerine uygulanan matematik dersine yönelik tutum ölçeğinin açımlayıcı faktör analizine ilişkin sonuçlar

Matematik dersine yönelik tutum ölçeğinin faktör desenini ortaya koyabilmek için faktör türetme yöntemi olarak temel bileşenler analizi tercih edilmiştir. Faktörleri daha kolay yorumlayabilmek için ise rotasyon (döndürme) yöntemi olarak dik (ortogonal) döndürme yöntemlerinden maksimum değişkenlik (varimax) tercih edilmiştir. Dik döndürme yöntemlerinden en sık kullanılan quartimax, varimax ve equimax yöntemlerinin üçü de uygulanmıştır fakat en iyi sonuç varimax dik döndürme yönteminde elde edildiği için varimax dik döndürme yöntemi tercih edilmiştir. Veri setinin faktörleşmeye uygunluğu test edildikten sonra faktör sayısını belirlemek için varyansa katılma (özdeğer kriteri) ölçütüne göre varyansa katılma değeri yani özdeğeri 1' den büyük olan iki faktör olduğu görülmüştür. Faktör sayısını belirlemek için Şekil (4.1.)' de gösterildiği gibi yamaç-birikinti grafiği incelenmiş ve yine ölçeğin 2 faktörlü yapıda olduğu görülmüştür. Fakat rotasyon işleminden önce birinci faktörün varyansa katılma oranının %56,449 ve ikinci faktörün varyansa katılma oranının %5,266 olduğu görülmüştür. Rotasyon işleminden sonra ise birinci faktörün toplam varyansa katkısının %31,877 ve ikinci faktörün toplam varyansa katkısının %29,838 olduğu görülmüştür. Her bir faktörün toplam varyansa yaptığı katkı önemli olduğu için ve rotasyon işleminden sonra faktörleri yorumlamasının daha kolay olacağından rotasyon işleminden sonraki değerler dikkate alınmıştır. Böylece faktörlerin toplam varyansı açıklama oranının %61,715 olduğu görülmüştür. Bu durumda matematik tutum ölçeğinin yapısının toplam 2 faktörlü ve 20 maddeden oluştuğu tespit edilmiştir. Açımlayıcı faktör analizi sonucunda maddelerin varyansa katılma oranları, faktörlerin varyans açıklama oranları ve toplam varyansı açıklama oranı çizelge (4.8)' da verilmiştir. Açımlayıcı faktör analizi sonucu değişkenlerin faktörlerdeki yük değerleri ise çizelge (4.9)' da verilmiştir. Yani çizelge (4.9) her bir değişkenin faktörlerle olan ilişkisini göstermektedir.

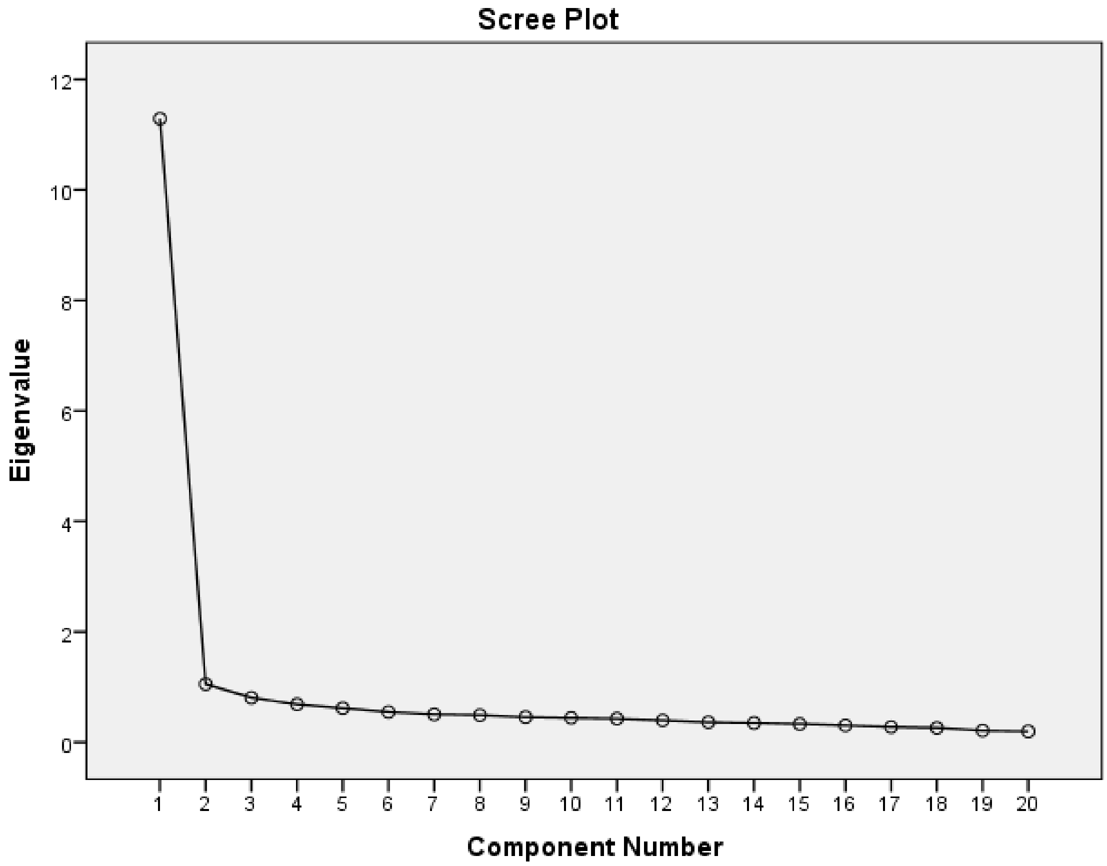
Birinci faktörde (ilgi); diğer derslere göre matematiği daha çok severek çalışırım (0,748), yıllarca matematik okusam bıkmam (0,747), matematik benim için ilgi çekicidir (0,731), çalışma zamanımın çoğunu matematiğe ayırmak isterim (0,726), matematik dersi eğlenceli bir derstir (0,699), matematik dersinde neşe duyarım (0,695), matematikten hoşlanırım (0,668), arkadaşlarımla matematik tartışmaktan zevk alırım (0,666), matematiğe ayrılan ders saatlerinin fazla olmasını dilerim (0,659), matematik sevdiğim bir derstir (0,646) değişkenleri (faktörlerdeki yük değerleri) yer almaktadır. İkinci faktörde (kaygı); matematik beni ürkütür (0,769), matematik bütün dersler için en korktuğum derstir (0,762), matematik dersi beni huzursuz eder (0,745), matematik dersine girerken büyük bir sıkıntı duyarım (0,695), derslerin içinde en sevimsiz matematiktir (0,647), matematik dersi benim için bir angaryadır (0,636), matematik dersinde zaman geçmek bilmez (0,604), matematik dersi sınavından çekinirim (0,602), matematik dersi olmasa öğrencilik hayatı daha zevkli olur (0,582), matematik dersi çalışırken canım sıkılır (0,551) değişkenleri (faktörlerdeki yük değerleri) yer almaktadır.

Çizelge 4.8. Matematik Tutum Ölçeğinin Faktör Analizi Sonuçları

KMO=0,973 Bartlett testi için Ki-Kare=17800,958 Toplam varyans açıklama oranı=%61,715 Cronbach Alpha=0,959
Faktör 1: İlgi **(Varyans açıklama oranı: %31,877)** M14. Diğer derslere göre matematiği daha çok severek çalışırım (0,706) M13. Yıllarca matematik okusam bıkmam (0,630) M11. Matematik benim için ilgi çekicidir (0,706) M20. Çalışma zamanımın çoğunu matematiğe ayırmak isterim (0,579) M17. Matematik dersi eğlenceli bir derstir (0,704) M18. Matematik dersinde neşe duyarım (0,658) M8. Matematikten hoşlanırım (0,704) M4. Arkadaşlarımla matematik tartışmaktan zevk alırım (0,579) M5. Matematiğe ayrılan ders saatlerinin fazla olmasını dilerim (0,528) M1. Matematik sevdiğim bir derstir (0,660)
Faktör 2: Kaygı **(Varyans açıklama oranı:%29,838)** M16. Matematik beni ürkütür (0,682) M12. Matematik bütün dersler içinde en korktuğum derstir (0,646) M15. Matematik dersi beni huzursuz eder (0,728) M2. Matematik dersine girerken büyük bir sıkıntı duyarım (0,605) M19. Derslerin içinde en sevimsiz matematiktir (0,539) M7. Matematik dersi benim için bir angaryadır (0,515) M9. Matematik dersinde zaman geçmek bilmez (0,601) M10. Matematik dersi sınavından çekinirim (0,448) M3. Matematik dersi olmasa öğrencilik hayatı daha zevkli olur (0,560) M6. Matematik dersi çalışırken canım sıkılır (0,565)
Parantez içinde maddelerin oransal değişimleri (communalities) verilmiştir.

Çizelge 4.9. Matematik Tutum Ölçeğine Ait Faktör Yük Değerleri

Maddeler	Faktör 1	Faktör 2
M14	**0,748**	0,383
M13	**0,747**	
M11	**0,731**	0,415
M20	**0,726**	
M17	**0,699**	0,464
M18	**0,695**	0,419
M8	**0,668**	0,508
M4	**0,666**	0,366
M5	**0,659**	0,307
M1	**0,646**	0,492
M16	0,302	**0,769**
M12		**0,762**
M15	0,417	**0,745**
M2	0,349	**0,695**
M19	0,346	**0,647**
M7	0,333	**0,636**
M9	0,485	**0,604**
M10		**0,602**
M3	0,470	**0,582**
M6	0,512	**0,551**
*0,30' un altındaki yük değerleri verilmemiştir.		



Şekil 4.1. Matematik Tutum Ölçeğine İlişkin Faktör Analizinin Yamaç-Birikinti Grafiği

4.2.2. Ortaöğretim öğrencilerine uygulanan geometri dersine yönelik tutum ölçeğinin açımlayıcı faktör analizine ilişkin sonuçlar

Geometri dersine yönelik tutum ölçeğinin faktör desenini ortaya koyabilmek için de faktör türetme yöntemlerinden temel bileşenler analizi tercih edilmiştir. Matematik tutum ölçeğinde olduğu gibi geometri tutum ölçeğinde de rotasyon (döndürme) yöntemi olarak tüm dik döndürme yöntemleri uygulanmıştır ve yine en iyi kavramsal anlamlılık varimax dik döndürme yönteminde elde edildiği için varmimax dik döndürme yöntemi tercih edilmiştir. Geometri tutum ölçeği ile elde edilen veri setinin faktörleşmeye uygunluğu test edildikten sonra faktör sayısını belirlemek için varyansa katılma ölçütüne göre özdeğeri 1' den büyük olan dört faktör olduğu görülmüştür. Şekil (4.2.)' de yamaç birikinti grafiği incelendiğinde ölçeğin yine dört faktörlü yapıda olduğu görülmüştür. Rotasyon işleminden önce birinci faktörün varyansa katılma oranının %31,794 ikinci faktörün varyansa katılma oranının %6,686 üçüncü faktörün varyansa katılma oranının %5,512 ve dördüncü faktörün varyansa katılma oranının %4,874 olduğu görülmüştür. Rotasyon işleminden sonra ise birinci faktörün toplam varyansa katkısının %13,999 ikinci faktörün toplam varyansa katkısının %13,067 üçüncü faktörün toplam varyansa katkısının 12,742 ve dördüncü faktörün toplam varyansa katkısının %9,057 olduğu görülmüştür. İkinci, üçüncü ve dördüncü faktörlerin toplam varyansa katkısı rotasyon işleminden sonra arttığı ve faktörlerin daha kolay yorumlanacağı görülmüştür. Bu sebeple rotasyon işleminden sonraki değerler dikkate alınmıştır. Böylece faktörlerin toplam varyansı açıklama oranının %48,866 olduğu görülmüştür. Bu durumda geometri tutum ölçeğinin yapısının toplam 4 faktörlü ve 24 maddeden oluştuğu tespit edilmiştir. Açımlayıcı faktör analizi sonucunda maddelerin varyansa katılma oranları, faktörlerin varyans açıklama oranları ve toplam varyansı açıklama oranı Çizelge (4.10)' da verilmiştir. Açımlayıcı faktör analizi sonucu değişkenlerin faktörlerdeki yük değerleri ise Çizelge (4.11)' de verilmiştir.

Birinci faktörde (özgüven); zor bir geometri problemi olsa da sonunda çözüme ulaşabileceğime olan inancım tamdır (0,644), geometride kendimi başarılı görüyorum (0,633), geometri ile ilgili çözülebilir bir problem oluşturabilirim (0,588), bir sorunun farklı yollardan çözümünü yapabilirim (0,586), geometrik bir problemin farklı yollardan çözülmesi hoşuma gidiyor (0,558), gördüğüm bir şekle ait geometrik çizimi yapabilirim (0,515), boş zamanlarımda geometri problemi çözmekten hoşlanırım (0,485) değişkenleri (faktör yük değerleri) yer almaktadır. İkinci faktörde (kaygı); geometride öğrendiğim konular arasında ilişki kuramam (0,667), geometride kullanılan formülleri çıkaramam (0,640), geometri bilgilerimi diğer derslerde kullanamam (0,539), geometri derslerinde kendimi rahat hissetmiyorum (0,525), geometrik ilişkileri görmede kendime güvenmiyorum (0,516), geometri ile ilgili konularda tartışmalara katılmak hoşuma gitmez (0,516), geometrik ispatları yapamam (0,512) değişkenleri (faktör yük değerleri) yer almaktadır. Üçüncü faktör (kullanışlılık); geometri etraftaki nesneleri daha iyi anlamamda yardımcı olur (0,699), geometri bilgileri gerçek yaşamdaki bilgilerle bağlantılı değildir (0,664), geometri dünyayı anlamamızda etkilidir (0,636), geometri bilgilerimi günlük hayatta kullanabilirim (0,608), geometri sadece sınavlarda işime yarar (0,595), geometri herkes için gereklidir (0,508), günlük hayatla ilişkili örnekler görmek geometri öğrenme isteğimi artırmaz (0,461) değişkenleri (faktör yük değerleri) yer almaktadır. Dördüncü faktörde (önemlilik); geometri dersinin yalnızca seçmeli ders olarak okutulması gerektiğini düşünürüm (0,679), geometri dersinin haftalık ders saatlerinin artırılmasını isterim (0,664), 9. sınıfta bütün öğrencilere geometri dersi okutulmasını gereksiz bulurum (0,623) değişkenleri (faktör yük değerleri) yer almaktadır.

Çizelge 4.10. Geometri Tutum Ölçeğinin Faktör Analizi Sonuçları

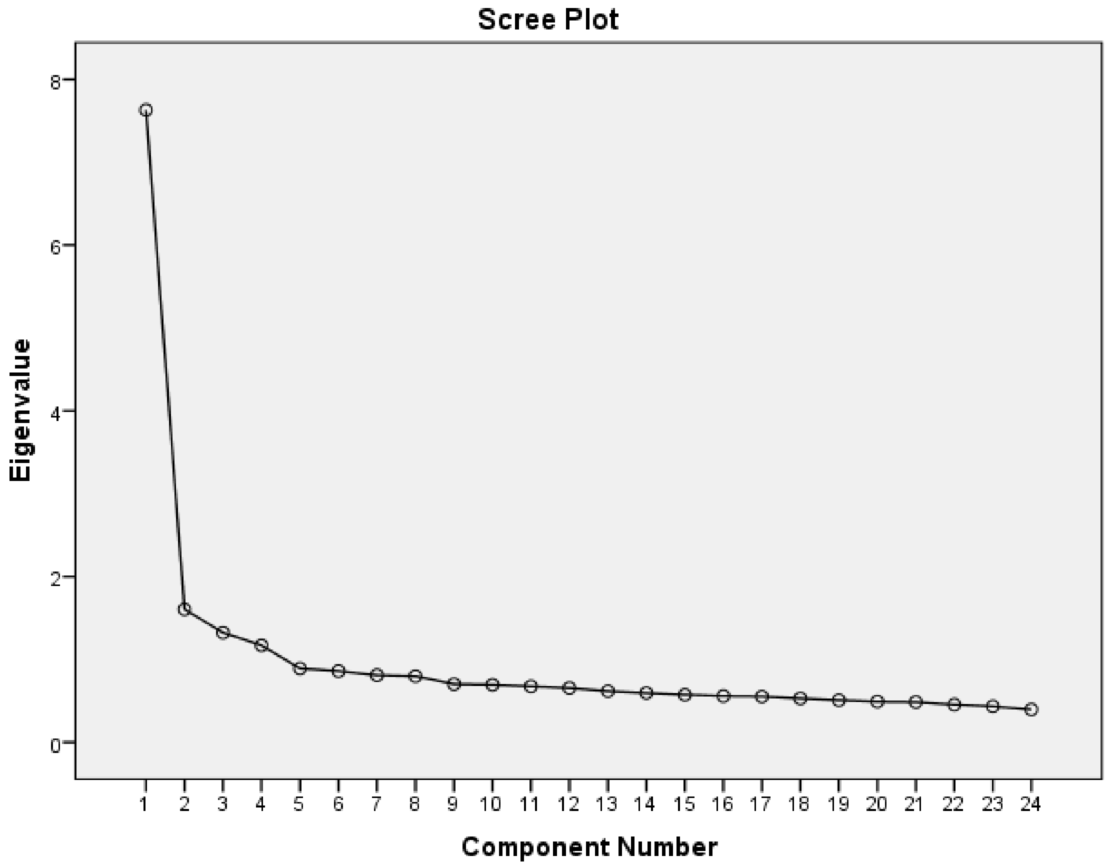
KMO=0,944 Bartlett testi için Ki-Kare=9213,16 Toplam varyans açıklama oranı=%48,866 Cronbach Alpha=0,905
Faktör 1: Özgüven **(Varyans açıklama oranı:%13,999)** G22. Zor bir geometri problemi olsa da sonunda çözüme ulaşabileceğime olan inancım tamdır (0,516) G10. Geometride kendimi başarılı görüyorum (0,590) G19. Geometri ile ilgili çözülebilir bir problem oluşturabilirim (0,455) G13. Bir sorunun farklı yollardan çözümünü yapabilirim (0,436) G1. Geometrik bir problemin farklı yollarla çözülmesi hoşuma gidiyor (0,451) G7. Gördüğüm bir şekle ait geometrik çizimi yapabilirim (0,345) G11. Boş zamanlarımda geometri problemleri çözmekten hoşlanırım (0,438)
Faktör 2: Kaygı **(Varyans açıklama oranı:%13,067)** G16. Geometride öğrendiğim konular arasında ilişki kuramam (0,537) G14. Geometride kullanılan formülleri çıkaramam (0,450) G24. Geometri bilgilerimi diğer derslerde kullanamam (0,426) G18. Geometri derslerinde kendimi rahat hissetmiyorum (0,511) G12. Geometrik ilişkileri görmede kendime güvenmiyorum (0,369) G20. Geometri ile ilgili konularda tartışmalara katılmak hoşuma gitmez (0,464) G4. Geometrik ispatları yapamam (0,390)

Çizelge 4.10’un devamı

Faktör 3: Kullanışlılık **(Varyans açıklama oranı:%12,742)** G15. Geometri etrafımdaki nesneleri daha iyi algılamamda yardımcı olur (0,591) G8. Geometri bilgileri gerçek yaşamdaki bilgilerle bağlantılı değildir (0,606) G5. Geometri dünyayı anlamamızda etkilidir (0,552) G9. Geometri bilgilerimi günlük hayatta kullanabilirim (0,559) G3. Geometri sadece sınavlarda işime yarar (0,468) G2. Geometri herkes için gereklidir (0,479) G23. Günlük hayatla ilişkili örnekler görmek geometri öğrenme isteğimi artırmaz (0,408)
Faktör 4: Önemlilik **(Varyans açıklama oranı:%9,057)** G17. Geometri dersinin yalnız seçmeli ders olarak okutulması gerektiğini düşünürüm (0,540) G21. Geometri dersinin haftalık ders saatlerinin artırılmasını isterim (0,630) G6. Geometri dersinin bütün öğrencilere okutulmasını gereksiz bulurum (0,517)
Parantez içinde maddelerin oransal değişimleri (communalities) verilmiştir

Çizelge 4.11. Geometri Tutum Ölçeğine Ait Faktör Yük Değerleri

Maddeler	Faktör 1	Faktör 2	Faktör 3	Faktör 4
G22	**0,644**			
G10	**0,633**	0,372		
G19	**0,588**			
G13	**0,586**			
G1	**0,558**			
G7	**0,515**			
G11	**0,485**			0,349
G16		**0,667**		
G14		**0,640**		
G24		**0,539**	0,324	
G18		**0,525**		0,378
G12	0,318	**0,516**		
G20	0,302	**0,516**		
G4	0,344	**0,512**		
G15	0,313		**0,699**	
G8		0,366	**0,664**	
G5	0,349		**0,636**	
G9	0,378		**0,608**	
G3			**0,595**	
G2			**0,508**	
G23		0,363	**0,461**	
G17				**0,679**
G21	0,393			**0,664**
G6				**0,623**
*0,30' un altındaki yük değerleri verilmemiştir.				



Şekil 4.2. Geometri Tutum Ölçeğine İlişkin Faktör Analizinin Yamaç-Birikinti Grafiği

4.3. Kümeleme Analizi Sonuçları

Bu kısımda, araştırmada kullanılan matematik dersine yönelik tutum ölçeği ve geometri dersine yönelik tutum ölçeğinin faktör yapılarını belirlemek için uygulanan kümeleme analizi bulgularından bahsedilecektir. Kümeleme analizine geçmeden önce verilerin kümeleme analizine ilişkin sayıltıları karşılayıp karşılamadığını incelemek gerekir. Bu sayıltılar faktör analizi için incelendiği ve karşıladığı görüldüğü için kümeleme analizine geçilmiştir.

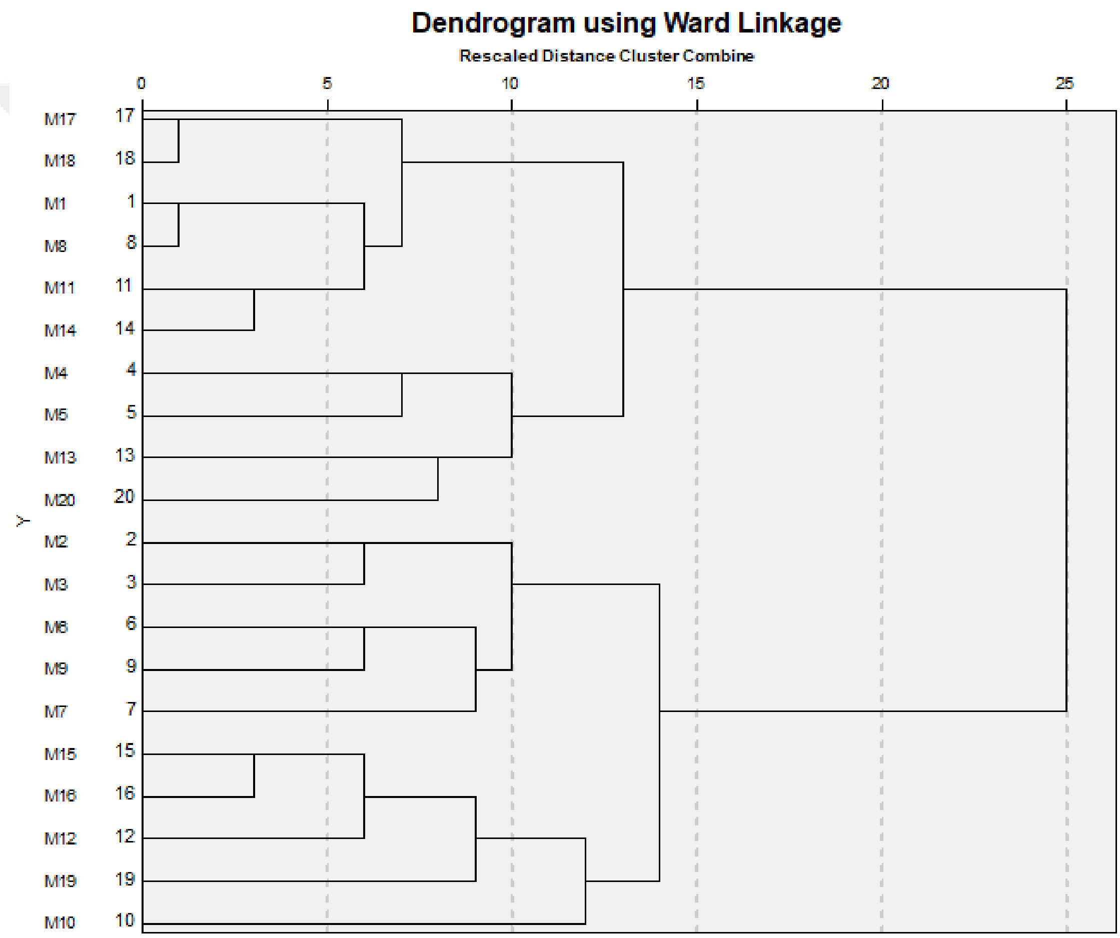
4.3.1. Ortaöğretim öğrencilerine uygulanan matematik dersine yönelik tutum ölçeğinin kümeleme analizine ilişkin sonuçlar

Matematik dersine yönelik tutum ölçeğinin ortaöğretim öğrencilerine uygulanmasından elde edilen verilere kümeleme analizi uygulayabilmek öncelikle değişkenler arasındaki uzaklığı belirlemek için öklid uzaklığı kullanılmıştır. Kümeleme analizinde hiyerarşik kümeleme yöntemlerinden Ward' s bağlantı (en küçük varyans) yöntemi kullanılmıştır. Kümeleme analizinde benzerlik veya farklılıklarına göre kendi aralarında homojen kümeler arasında heterojen olacak şekilde birimleri veya nesneleri değişkenlere göre sınıflandırır ya da bazı durumlarda değişkenleri kümeler demiştik. Değişkenler aynı ölçü birimine sahip oldukları için değişkenlerin ölçeklerindeki farklılıklar nedeniyle standarize etmeye gerek yoktur. Fakat kümelemenin yorumlanmasını kolaylaştıracağından standarizasyon işlemi uygulanır (Hair vd. 2014). Bu sebeple ham veri puanları Z standart puanıyla standarize edilmiştir. Hiyerarşik kümeleme analizi yöntemlerinden Ward' s bağlantı tekniği kullanılarak analiz sonucunda değişkenler 2 kümede toplanmıştır. Ward' s bağlantı yöntemiyle kümeleme analizi sonucunda 2 kümeye göre elde edilen değişkenler Çizelge(4.13)' de verilmiştir. Elde edilen ağaç diyagramı (dendrogram) grafiği ise Şekil (4.1)' de gösterilmiştir.

Şekil (4.1)' deki ağaç diyagramı (dendrogram) grafiğine göre 17, 18, 1, 8, 11, 14, 4, 5, 13, 20. değişkenler bir kümede toplanmış ve 2, 3, 6, 9, 7, 15, 16, 12, 9, 10 değişkenler ikinci bir kümede toplanmış denilebilir. Oluşan her bir kümeyi faktör olarak düşünebiliriz.

Ward' s bağlantı yöntemi birleştirme sonuçlarının yer aldığı Çizelge (4.12) incelendiğinde birinci aşamanın yer aldığı ilk satır kümeleme analizinin başlangıcını ifade etmektedir. Birinci aşamadaki birleştirilmiş küme başlığı altındaki küme 1' de 17. değişken ve küme 2' de 18. değişken birbirine en yakın olan iki değişkendir. Katsayılar sütununda yer alan değerler değişkenler arasındaki mesafeyi göstermektedir. Yani 17. ve 18. değişkenler arasındaki Öklit uzaklığı 11,932 dir. Bir kümenin hangi aşamada oluştuğunu kümelerin ilk görüldüğü aşamalar sütununda ifade edilir. Bir satırda bulunan iki değişkenin kaçıncı aşamada bir diğer üçüncü değişkenler birleşerek küme oluşturacağını sonraki aşama sütunu gösterir. Birinci satırda 17. ve 18. değişkenler birleşir ve sonraki aşama sütununda yer alan 10 değeri 10. aşamaya gitmemizi söyler. 10. aşamada 17. ve 18. değişkenlere 1.

değişken katılır. Kümelerin ilk görüldüğü aşamalar başlığı altındaki küme 2 sütununda gösterildiği gibi 1. küme oluşur. Fakat burda küme 1' de yazan 6 değeri, 17. ve 18. değişkenlere katılan 1. değişkenin 6. kümenin de elemanı olduğunu ifade eder. Bir başka örnek vermek gerekirse 3. aşamada bulunan 15. ve 16. değişkenler birleşir, sonraki aşama olan 7. aşamada 12. değişkende onlara katılır ve kümelerin ilk görüldüğü aşamalar başlığındaki küme 2 sütununda belirtildiği gibi 3. bir kümenin oluştuğu görülür. Son aşamaya kadar işlemler bu şekilde devam eder ve son aşama olan 19. aşamada ise değişkenler arasındaki mesafe giderek artmış ve tüm değişkenler tek bir küme altında birleşmiştir.



Şekil 4.3. Matematik Tutum Ölçeğine İlişkin Kümeleme Analizinin Dendegrom Grafiği

Çizelge 4.12. Matematik Tutum Ölçeğine İlişkin Ward' s Bağlantı Yöntemi Birleştirme Sonuçları

Aşama	Birleştirilmiş Küme		Katsayılar	Kümelerin İlk Görüldüğü Aşamalar		Sonraki Aşama
	Küme1	Küme2		Küme1	Küme2	
1	17	18	11,932	0	0	10
2	1	8	24,062	0	0	6
3	15	16	37,534	0	0	7
4	11	14	51,550	0	0	6
5	6	9	67,052	0	0	12
6	1	11	82,650	2	4	10
7	12	15	98,516	0	3	13
8	2	3	114,422	0	0	15
9	4	5	130,994	0	0	14
10	1	17	147,923	6	1	17
11	13	20	164,861	0	0	14
12	6	7	182,324	5	0	15
13	12	19	200,005	7	0	16
14	4	13	218,114	9	11	17
15	2	6	236,247	8	12	18
16	10	12	255,531	0	13	18
17	1	4	275,727	10	14	19
18	2	10	296,274	15	16	19
19	1	2	323,389	17	18	0

Çizelge 4.13. Matematik Tutum Ölçeğine Ait Maddelerin Ait Oldukları Kümeler

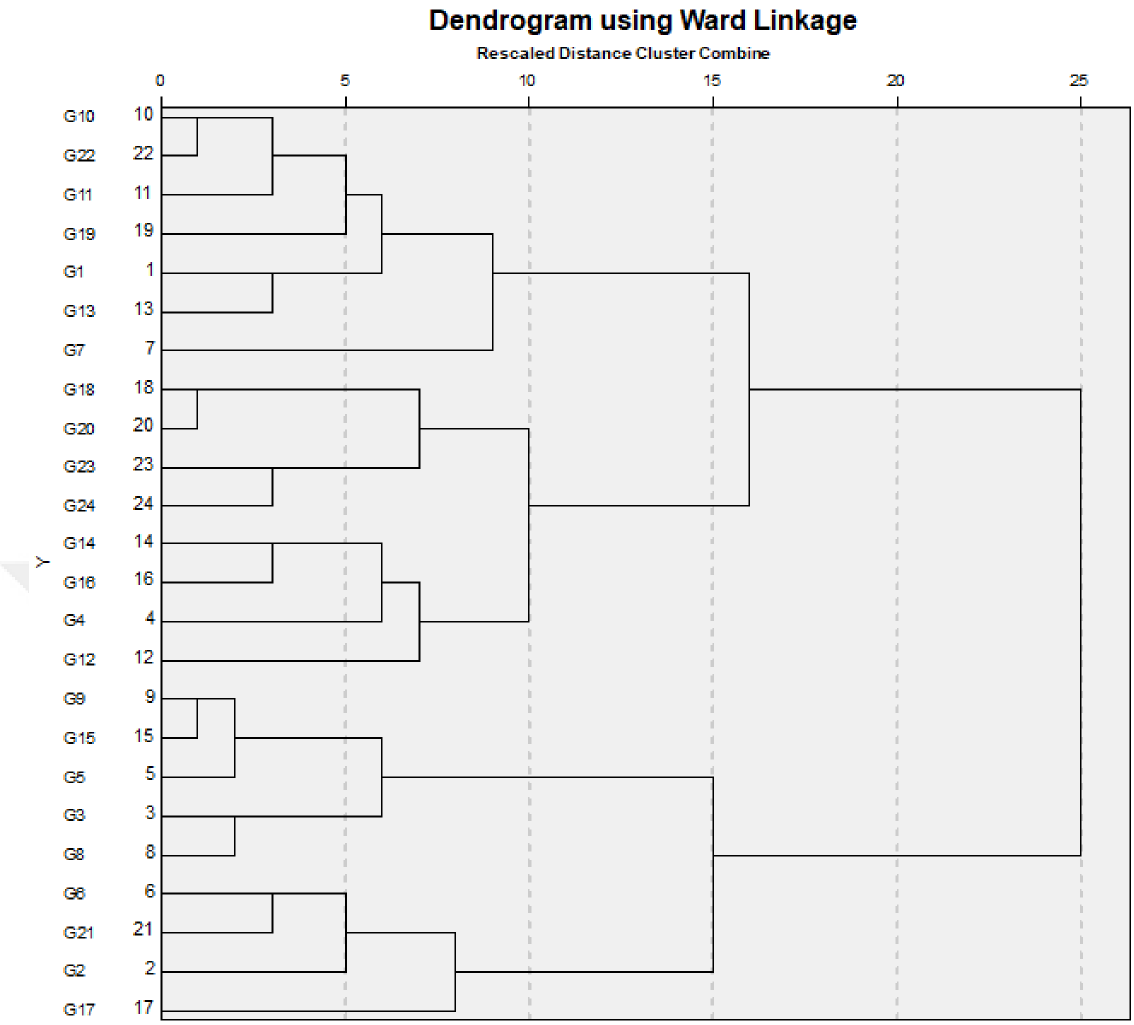
Maddeler	Kümeler	Maddeler	Kümeler
M1	1	M11	1
M2	2	M12	2
M3	2	M13	1
M4	1	M14	1
M5	1	M15	2
M6	2	M16	2
M7	2	M17	1
M8	1	M18	1
M9	2	M19	2
M10	2	M20	1

4.3.2. Ortaöğretim öğrencilerine uygulanan geometri dersine yönelik tutum ölçeğinin kümeleme analizine ilişkin sonuçlar

Geometri dersine yönelik tutum ölçeğinin ortaöğretim öğrencilerine uygulanmasından elde edilen verilere kümeleme analizi uygulayabilmek öncelikle değişkenler arasındaki uzaklığı belirlemek için öklid uzaklığı kullanılmıştır. Kümeleme analizi yöntemi olarak hiyerarşik kümeleme yöntemlerinden Ward' s bağlantı (en küçük varyans) yöntemi kullanılmıştır. Ham veri puanları Z standart puanıyla standarize edilmiştir. Hiyerarşik kümeleme analizi yöntemlerinden Ward' s bağlantı tekniği kullanılarak analiz sonucunda değişkenler 4 kümede toplanmıştır. Ward' s bağlantı yöntemiyle kümeleme analizi sonucunda 4 kümeye göre elde edilen değişkenler Çizelge (4.15)' de verilmiştir. Elde edilen ağaç diyagramı (dendrogram) grafiği Şekil (4.2)' de gösterilmiştir.

Şekil (4.2)' deki ağaç diyagramı (dendrogram) grafiğine göre 10, 22, 11, 19, 1, 13, 7. değişkenler bir kümede toplanmış, 18, 20, 23, 24, 14, 16, 4, 12. değişkenler ikinci bir kümede toplanmış, 9, 15, 5, 3, 8. değişkenler üçüncü bir kümede toplanmış ve 6, 21, 2, 17. değişkenler dördüncü kümede toplanmış denilebilir. Oluşan her bir kümeyi faktör olarak düşünebiliriz.

Ward' s bağlantı yöntemi birleştirme sonuçlarının yer aldığı Çizelge (4.14) incelendiğinde birinci aşamanın yer aldığı ilk satırda bulunan 10. ve 22. değişkenler birbirine en yakın değişkenlerdir. Burada 10. ve 22. değişkenler arasındaki Öklit uzaklığı 17,918' dir. Sonraki aşamada yazan 9 değeri, 9. aşamaya gitmemizi söyler. 9. aşama satırında 10. ve 22. değişkenlere 11. değişken katılır ve kümelerin ilk görüldüğü aşamalar bağlığı altındaki küme 1 sütununda ifade edildiği gibi 1. küme oluşur. 2. aşamada 9. ve 15. değişkenler birbirine en yakın ikinci değişkenlerdir. Bu değişkenler arasındaki Öklit uzaklığı 36,035' dir. İkinci satırda sonraki aşama sütunu bize 4. aşamaya gitmemizi ister. 4. aşama satırında 5. değişken 9. ve 15. değişkenlere katılır ve kümelerin ilk görüldüğü aşamalar başlığı altındaki küme 2 sütununda belirtildiği gibi 2. küme oluşur. 3. aşamada 18. ve 20. değişkenler birleşir ve 16 aşamada bulunan 23. değişken onlara katılır ve kümelerin ilk görüldüğü aşamalar başlığı altındaki küme 1 sütununda belirtildiği gibi 3. küme oluşur. Fakat burda 23. değişken hem oluşan 3. kümenin elemanıdır hemde küme 2 sütununda belirtildiği gibi 10. kümenin elemanıdır. Son aşama olan 23. aşamaya kadar işlemler bu şekilde devam eder. 23. aşamaya kadar değişkenler arasındaki mesafe giderek artmıştır. Böylece tüm değişkenler tek bir küme altında birleşmiştir.



Şekil 4.4. Geometri Tutum Ölçeğine İlişkin Kümeleme Analizinin Dendegrom Grafiği

Çizelge 4.14. Geometri Tutum Ölçeğine İlişkin Ward' s Bağlantı Yöntemi Birleştirme Sonuçları

Aşama	Birleştirilmiş Küme		Katsayılar	Kümelerin İlk Görüldüğü Aşamalar		Sonraki Aşama
	Küme1	Küme2		Küme1	Küme2	
1	10	22	17,918	0	0	9
2	9	15	36,035	0	0	4
3	18	20	54,158	0	0	16
4	5	9	72,738	0	2	15
5	3	8	91,696	0	0	15
6	1	13	110,922	0	0	13
7	14	16	130,196	0	0	14
8	6	21	149,500	0	0	12
9	10	11	168,848	1	0	11
10	23	24	188,382	0	0	16
11	10	19	208,736	9	0	13
12	2	6	229,271	0	8	18
13	1	10	250,354	6	11	19
14	4	14	271,595	0	7	17
15	3	5	293,039	5	4	21
16	18	23	314,520	3	10	20
17	4	12	336,283	14	0	20
18	2	17	358,175	12	0	21
19	1	7	381,092	13	0	22
20	4	18	404,431	17	16	22
21	2	3	430,625	18	15	23
22	1	4	457,057	19	20	23
23	1	2	488,525	22	21	0

Çizelge 4.15. Geometri Tutum Ölçeğine Ait Maddelerin Ait Oldukları Kümeler

Maddeler	Kümeler	Maddeler	Kümeler
G1	1	G13	1
G2	4	G14	2
G3	3	G15	3
G4	2	G16	2
G5	3	G17	4
G6	4	G18	2
G7	1	G19	1
G8	3	G20	2
G9	3	G21	4
G10	1	G22	1
G11	1	G23	2
G12	2	G24	2

4.4. Ortaöğretim Öğrencilerine Uygulanan Matematik Dersine Yönelik Tutum Ölçeğinin Açımlayıcı Faktör Analizi ve Kümeleme Analizi Sonuçları Arasındaki Benzerlikler ve Farklılıklar

Ortaöğretim öğrencilerine uygulanan matematik dersi tutum ölçeğinin açımlayıcı faktör analizi (AFA) ve kümeleme analizi (KA) sonuçları arasındaki benzerlikler ve farklılıklar bu bölümde verilecektir. Açımlayıcı faktör analizi ve kümeleme analizi sonuçlarını karşılaştırırken analiz sonuçlarında elde edilen faktörlere maddelerin dağılımı incelenmiştir. Bu yönde elde edilen bulgular Çizelge (4.16)' da ifade edilmiştir.

Çizelge 4.16. Matematik Dersine Yönelik Tutum Ölçeğine İlişkin Açımlayıcı Faktör Analizi ve Kümeleme Analizi ile Oluşan Faktör Yapıları ve Faktörlere Düşen Maddeler

	AFA faktörlerde görülen maddeler	KA kümelerde görülen maddeler
İlgi	**14, 13, 11, 20, 17, 18, 8, 4, 5, 1**	**14, 13, 11, 20, 17, 18, 8, 4, 5, 1**
Kaygı	**16, 12, 15, 2, 19, 7, 9, 10, 3, 6**	**16, 12, 15, 2, 19, 7, 9, 10, 3, 6**

Matematik tutum ölçeğine uygulanan açımlayıcı faktör analizi ve kümeleme analizi sonucu elde edilen yapı iki faktörlüdür. Bu sebeple faktör sayıları açısından açımlayıcı faktör analizi ve kümeleme analizi ile benzer sonuçlar elde edilmiştir. Çizelge (4.16)' da gösterildiği üzere açımlayıcı faktör analizinde faktörlere düşen maddeler ile kümeleme analizinde kümelere düşen maddeler birebir aynıdır. Açımlayıcı faktör analizi için ilgi faktörüne düşen madde sayısı 10 tanedir. Kümeleme analizi için yine ilgi faktörüne düşen madde sayısı 10 tanedir. Açımlayıcı faktör analizi için kaygı faktörüne düşen madde sayısı 10 tanedir. Kümeleme analizi için yine kaygı faktörüne düşen madde sayısı 10 tanedir. Yani faktörlere düşen madde sayıları açısından her iki analiz yöntemi yine benzerlik göstermektedir.

Çizelge 4.17. Matematik Dersine Yönelik Tutum Ölçeğine İlişkin Açımlayıcı Faktör Analizi ve Kümeleme Analizi İle Oluşan Faktör Yapılarının İç Tutarlıkları

	AFA Faktörlerin α Değerleri	KA kümelerin α Değerleri
İlgi	0,937	0,937
Kaygı	0,919	0,919

Çizelge (4.17)' de gösterildiği üzere matematik dersi tutum ölçeği için açımlayıcı faktör analizi ile elde edilen faktörlere düşen maddeler ile kümeleme analizi ile elde edilen faktörlere düşen maddeler aynı olduğu için iç tutarlık katsayılarıda aynıdır. Elde edilen ilgi ve kaygı faktörlerinin iç tutarlık değerleri oldukça yüksek çıkmıştır.

4.5. Ortaöğretim Öğrencilerine Uygulanan Geometri Dersine Yönelik Tutum Ölçeğinin Açımlayıcı Faktör Analizi ve Kümeleme Analizi Sonuçları Arasındaki Benzerlikler ve Farklılıklar

Ortaöğretim öğrencilerine uygulanan geometri dersi tutum ölçeğinin açımlayıcı faktör analizi (AFA) ve kümeleme analizi (KA) sonuçları arasındaki benzerlikler ve farklılıklar bu kısımda verilecektir. Açımlayıcı faktör analizi ve kümeleme analizi sonuçlarını karşılaştırırken analiz sonuçlarında elde edilen faktörlere maddelerin dağılımı incelenmiştir. Bu yönde elde edilen bulgular Çizelge (4.18)' de ifade edilmiştir.

Geometri tutum ölçeğine uygulanan açımlayıcı faktör analizi ve kümeleme analizi sonucu elde edilen yapı dört faktörlüdür. Bu sebeple faktör sayıları açısından açımlayıcı

Çizelge 4.18. Geometri Dersine Yönelik Tutum Ölçeğine İlişkin Açımlayıcı Faktör Analizi ve Kümeleme Analizi ile Oluşan Faktör Yapıları ve Faktörlere Düşen Maddeler

	AFA faktörlerde görülen maddeler	KA kümelerde görülen maddeler
Özgüven	**22, 10, 19, 13, 1, 7, 11**	**10, 22, 11, 19, 1, 13, 7**
Kaygı	**16, 14, 24, 18, 12, 20, 4**	**18, 20**, 23, **24, 14, 16, 4, 12**
Kullanışlılık	**15, 8, 5, 9, 3**, 2, 23	**9, 15, 5, 3, 8**
Önemlilik	**7, 21, 6**	**6, 21**, 2, **17**

faktör analizi ve kümeleme analizi ile benzer sonuçlar elde edilmiştir. Çizelge (4.18)' de gösterildiği üzere açımlayıcı faktör analizinde faktörlere düşen maddeler ile kümeleme analizinde kümelere düşen maddelerden bazısı az da olsa farklılık göstermektedir. Faktörleri tek tek incelediğimizde özgüven faktöründe açımlayıcı faktör analizinde 7 madde gözükürken kümeleme analizinde de 7 madde gözükmektedir. Bu maddeler birbirinin aynısıdır. Kaygı faktöründe, açımlayıcı faktör analizinde 7 madde gözükürken kümeleme analizinde 8 madde gökükmektedir. Kümeleme analizinde madde sayısının 1 fazla çıkmasına sebep olan madde 23. maddedir. Diğer tüm maddeler her iki analiz yönteminde bire bir aynı maddelerdir. Kullanışlılık faktöründe, açımlayıcı faktör analizinde 7 madde gözükürken kümeleme analizinde 5 madde gökükmektedir. Açımlayıcı faktör analizinde madde sayısının 2 fazla çıkmasına sebep olan maddeler 2. ve 23. maddedir. Diğer tüm maddeler her iki analiz yönteminde bire bir aynı maddelerdir. Önemlilik faktöründe, açımlayıcı faktör analizinde 3 madde gözükürken kümeleme analizinde 4 madde gözükmektedir. Kümeleme analizinde madde sayısının 1 fazla çıkmasına sebep olan madde 2. maddedir. Diğer tüm maddeler her iki analiz yönteminde bire bir aynı maddelerdir.

Çizelge 4.19. Geometri Dersine Yönelik Tutum Ölçeğine İlişkin Açımlayıcı Faktör Analizi ve Kümeleme Analizi İle Oluşan Faktör Yapılarının İç Tutarlıkları

	AFA Faktörlerin α Değerleri	KA kümelerin α Değerleri
Özgüven	0,795	0,795
Kaygı	0,777	0,792
Kullanışlılık	0,804	0,775
Önemlilik	0,615	0,662

Çizelge (4.19)' da gösterildiği üzere geometri dersi tutum ölçeği için açımlayıcı faktör analizi ve kümeleme analizi ile elde edilen özgüven faktörüne düşen maddeler aynı olduğu için iç tutarlıklarıda aynıdır ve oldukça yüksektir. Fakat diğer üç faktör için faktörlere düşen maddeler değiştiğinden iç tutarlıklarıda farklılaşmıştır. Burada kaygı faktörü için 23. maddenin yer değiştirmesiyle α güvenirlik değerinde önemsenecek düzeyde bir yükselme olduğu görülmüştür. Kullanışlılık faktörü için 2 ve 23. maddelerin yer değiştirmesiyle α güvenirlik değerinde önemsenecek düzeyde bir azalma olduğu görülmüştür. Önemlilik faktörü için 2. maddenin yer değiştirmesiyle ise α güvenirlik değerinde önemsenecek düzeyde bir yükselme olduğu görülmüştür. Ayrıca her iki analiz sonucu elde edilen tüm faktörler için α güvenirlik değerinin yüksek çıkmıştır.

Literatür incelendiğinde açımlayıcı faktör analizi ve kümeleme analizinin karşılaştırılmasına ilişkin yapılan çalışmaların az olduğu görülmektedir. Ertürk (2016) tarafından yapılan çalışmada Pintrich, Smith, Garcia ve McKeachie (1991) tarafından geliştirilen ölçeğe ait güdülenme alt ölçeği kullanılarak faktör analizi ve kümeleme analzinin karşılaştırılması yer almaktadır. Araştırmacı bu karşılaştırma sonucunda her iki analiz için benzer sonuçlar elde etmiştir. Açımlayıcı faktör analizi ve kümeleme analizi için faktör sayılarının aynı olduğu, faktörlere düşen maddelerin azda olsa farklılık gösterdiği ve faktörlerin iç tutarlıklarının birbirine yakın olduğu sonucuna ulaşmıştır. Bu çalışmada da matematik ve geometri tutum ölçeklerinden her iki yöntem için elde edilen faktörlerin sayısının aynı olması ve geometri dersine yönelik tutum ölçeğinden elde edilen faktörlerin iç tutarlıklarının her iki yöntem için biraz farklılık göstermesi sebebiyle Ertürk (2016) tarafından yapılan çalışma ile benzerlik göstermektedir.

Doğan ve Başokçu (2010) tarafından yapılan çalışmada ise ölçek geliştirmede açımlayıcı faktör analizi ve kümeleme analizinin benzer sonuçlar verip vermediğini araştırmak amaçlamışlar. Bu amaçla istatistiğe karşı tutum ölçeğini geliştirme sürecinde açımlaycı faktör analizi ile kümeleme analzinin benzer sonuçlar verdiğini söylemişlerdir. Faktörlere ilişkin maddeler ve madde sayılarında küçük farklılıkların olduğunu söylemişlerdir. Bu çalışmada da geometri dersine yönelik tutum ölçeğinden her iki yöntem için elde edilen faktörlere ilişkin maddeler ve madde sayıları açısından Doğan ve Başokçu (2010) tarafından yapılan çalışmadan elde edilen sonuçlarla benzerlik göstermektedir.

Şimşek (2006) yaptığı çalışmada Feza Baklaya (2001) tarafından geliştirilen çok boyutlu öfke ölçeğinin kişiler arası öfke alt ölçeğini 542 kişilik üniversite öğrencisine uygulamıştır. Araştırmacı faktörlere ilişkin maddelerin açımlayıcı faktör analizi ve kümeleme analizi için farklılık gösterdiği, faktörlerin iç tutarlıklarının birbirine yakın çıktığı sonucuna ulaşmıştır. Bu çalışmada da geometri dersine yönelik tutum ölçeğinden her iki yöntem için elde edilen sonuçlarla Şimşek (2006) tarafından yapılan çalışma benzerlik göstermektedir.

5. SONUÇLAR

Ortaöğretim öğrencilerine yönelik matematik tutum ölçeğine açımlayıcı faktör analizinin uygulanması sonucu 2 faktörlü bir yapı elde edilmiştir. Faktör çıkarma yöntemlerinden temel bileşenler analizi, rotasyon yöntemi olarak da varimax dik döndürme yöntemi uygulanmıştır. Elde edilen sonuçlar incelendiğinde özdeğeri 1' den büyük 2 faktör olduğu görülmüştür. Bu iki faktörün toplam varyansın % 61,715' ini açıkladığı tespit edilmiştir. Yine ortaöğretim öğrencilerine yönelik matematik tutum ölçeğine kümeleme analizi uygulanmıştır. Uzaklık ölçütü olarak Öklit uzaklığı kullanılmıştır. Elde edilen ölçek verilerinin ham puanları Z standart puanına çevrilmiştir. Kümeleme yöntemi olarakta aşamalı kümeleme yöntemlerinden ward's kümeleme yöntemi kullanılmıştır. Ward's kümeleme analizi sonucunda ise matematik tutum ölçeğini oluşturan maddeler 2 kümede sınıflandırılmıştır.

Ortaöğretim öğrencilerine uygulanan matematik tutum ölçeğine açımlayıcı faktör analizinin ve kümeleme analizinin uygulanması sonucu elde edilen faktör yapılarının birebir aynı olduğu görülmüştür. Her iki analiz yönteminde de 2 faktörlü yapı meydana gelmiştir. Ayrıca faktörlere düşen madde sayılarının ve madddelerin bibebir aynı olduğu sonucu elde edilmiştir. Faktörlere düşen her bir madde de aynı olduğu için faktörlerin Cronbach Alpha değerleride aynı çıkmıştır. Matematik dersine yönelik tutum ölçeği için açımlayıcı faktör analizi ve kümeleme analizi benzer sonuçlar vermiştir şeklinde yorumlanabilir.

Ortaöğretim öğrencilerine yönelik geometri tutum ölçeğine açımlayıcı faktör analizinin uygulanması sonucu 4 faktörlü bir yapıda olduğu tespit edilmiştir. Faktör çıkarma yöntemlerinden temel bileşenler analizi, rotasyon yöntemi olarak da varimax dik döndürme yöntemi uygulanmıştır. Elde edilen sonuçlara bakıldığında özdeğeri 1' den büyük 4 faktör olduğu görülmüştür. Bu dört faktörün toplam varyansı açıklama oranının % 48,866 olduğu görülmüştür. Yine ortaöğretim öğrencilerine yönelik geometri tutum ölçeğine kümeleme analizi uygulanmıştır. Uzaklık ölçütü olarak Öklit uzaklığı kullanılmıştır. Elde edilen ölçek verilerinin ham puanları Z standart puanına çevrilmiştir. Kümeleme yöntemi olarakta aşamalı kümeleme yöntemlerinden ward's kümeleme yöntemi kullanılmıştır. Ward's kümeleme analizi sonucunda ise matematik tutum ölçeğini oluşturan maddeler 4 kümede sınıflandırılmıştır.

Ortaöğretim öğrencilerine uygulanan geometri tutum ölçeğine açımlayıcı faktör analizinin ve kümeleme analizinin uygulanması sonucu elde edilen faktör yapılarının sayıca aynı oldukları görülmüştür. Her iki analiz yöntemiyle 4 faktörlü yapı ortaya çıkmıştır. Elde edilen faktör sayısı açısından her iki analiz yöntemi benzerlik göstermektedir. Faktörlere düşen madde sayıları ve maddeler incelendiğinde sadece birinci faktör olan özgüven faktörü altında toplanan maddeler birebir aynıdır. Diğer faktörlere düşen maddeler incelendiğinde ise küçük farklılıkların olduğu görülmüştür. İkinci faktör olan kaygı faktöründe bir madde (23.) dışında diğer yedi madde (16., 14., 24., 18., 12., 20., 4.) örtüşmektedir. Üçüncü faktör olan kullanışlılık faktöründe iki madde (2. ve 23.) dışında diğer beş madde (15., 8.,5.,9.,3.) örtüşmektedir. Son olarak dördüncü faktör olan önemlilik faktöründe bir madde (2.) dışında diğer üç madde (7., 21., 6.) örtüşmektedir. Geometri dersine yönelik tutum ölçeği için açımlayıcı faktör analizi ve kümeleme analizi için elde edilen faktörlerin Cronbach Alpha değerleri karşılaştırıldığında üç faktör için farklılaştığı görülmüştür. Geometri dersine yönelik tutum ölçeği için açımlayıcı faktör analizi ve kümeleme analizinin farklılıktan çok benzer sonuçlar verdiği görülmüştür ve görecelide olsa aynı sonuçlar verdiği yorumu yapılabilir.

Literatür incelendiğinde gerek matematik tutum ölçeğinin gerekse geometri tutum ölçeğine faktör analizi veya kümeleme analizinin uygulanarak faktör yapılarının elde edildiği çalışamalara rastlanmıştır. Bu çalışmada her iki ölçek için de elde edilen faktör yapıları ile literatürdeki çalışmalarda elde edilen faktör yapılarının benzerlik gösterdiği görülmüştür. Fakat literatür taraması sonucu açımlayıcı faktör analizi ve kümeleme analizinin karşılaştırılması ile ilgili yapılan çalışmaların sayısının oldukça az olduğu görülmüştür. Şimşek (2006) yaptığı çalışmada üniversite öğrencilerine öfke alt ölçeğini uygulamıştır. Araştırmacı çalışmasında açımlayıcı faktör analizi ve kümeleme analizi ile elde ettiği faktörlere düşen maddelerin farklılık gösterdiği fakat faktörlerin iç tutarlıkların yakın değerlerde olduğu sonucuna ulaşmıştır. Doğan ve Başokçu (2010) tarafından yapılan çalışmada istatistiğe karşı tutum ölçeğini geliştirme sürecinde açımlayıcı faktör analizi ve kümeleme analizi sonuçlarının benzer sonuçlar verip vermediğini araştırmayı amaçlamış ve her iki yöntemdende benzer sonuçlar elde etmişlerdir. Doğan ve Başokçu (2010) faktör analizi faktörlere ilişkin maddeler ile madde sayılarında küçük farklılıklar olduğunu belirtmişlerdir. Ertürk (2016) yaptığı çalışmada üniversite öğrencilerine güdülenme alt ölçeğini uygulamıştır. Araştırmacı çalışmasında açımlayıcı faktör analizi ve kümeleme analizi ile elde ettiği faktörlere düşen maddelerin azda olsa farklılık gösterdiği, faktör sayılarının aynı olduğu ve faktörlerin iç tutarlıklarının birbirine yakın olduğu sonucuna ulaşmıştır. Şimşek (2006) tarafından, Doğan ve Başokçu (2010) tarafından ve Ertürk (2016) tarafından yapılan çalışmalar ile bu çalışmadaki geometri dersine yönelik tutum ölçeğinden elde edilen açımlayıcı faktör analizi ve kümeleme analizi sonuçlarının benzerlik gösterdiği görülmüştür. Açımlayıcı faktör analizi ile kümeleme analizinin karşılaştırılmasına ilişkin bu çalışmadan elde edilen sonuçlarla literatürdeki yapılan çalışmalardan elde edilen sonuçların örtüştüğü görülmüştür.

6. KAYNAKLAR

Ağargün, G., Burhanzede, H. 2015. Lineer cebir ve çözümlü problemleri. Yıldız Teknik Üniversitesi. Lord Matbaacılık ve Kağıtçılık, İstanbul, pp. 44-81.

Aktaş Cansız, M., Cansız, D.Y. 2013. Geometriye Yönelik Güncel Bir Tutum Ölçeğinin Geliştirilmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 7(2): 225-247.

Albayrak, A. S. 2006. Uygulamalı çok değişkenli istatistik teknikleri. Asil yayın dağıtım, Ankara, pp. 107-205.

Alpar, R. 2017. Uygulamalı çok değişkenli istatistik teknikleri. Detay yayıncılık, Ankara, pp. 245-294.

Alpar, R. 2017. Uygulamalı çok değişkenli istatistik teknikleri. Detay yayıncılık, Ankara, pp. 303-341.

Aşkar, P. 1986. Matematik dersine yönelik tutumu ölçen likert tipi bir ölçeğin geliştirilmesi. *Eğitim ve Bilim*, 11(62), 31-36.

Avcı, E., Özenir, Ö. S., Coşkuntuncel, O., Özcihan, H. ve Su, G. 2014. Ortaöğretim öğrencilerinin geometri dersine yönelik tutumları. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 5(3): 304-317.

Balcı, M. 2008. Genel matematik, Cilt I. Balcı Yayınları, 1 p.

Bartlett, M. S. 1950. Tests of significance in factor analysis. *British Journal of statistical psychology*, 3(2): 77-85.

Bindak, R. 2004. Geometri Tutum Ölçeği Güvenirlik Geçerlik Çalışması ve Bir Uygulama. Doktora tezi, Dicle Üniversitesi, Diyarbakır, 121.

Bulut, S., Ekici, C., İşeri, A. İ. ve Helvacı, E. 2002. Geometriye yönelik bir tutum ölçeği. *Eğitim ve Bilim*, 27(125): 3-7.

Büyüköztürk, S., Kilic Cakmak, E., Akgun, O. E., Karadeniz, S. ve Demirel, F. 2013. Bilimsel araştırma yöntemleri. Ankara: Pegem Yayıncılık.

Büyüköztürk, Ş. (2002). Faktör analizi: Temel kavramlar ve ölçek geliştirmede kullanımı. *Kuram ve uygulamada eğitim yönetimi*, 32(32): 470-483.

Çağlayan, Ç. 2018. Matematik Dersine İlişkin Meteforlar ve Matematiksel Yılmazlık: Bir Kümeleme Analizi Yaklaşımı. Yükseklisans Tezi, Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Bolu, 70.

Çağlayan, Ö.S. 2010. Lise 1. sınıf öğrencilerinin geometri dersine yönelik özyeterlik algısı ve tutumunun geometri dersi akademik başarısını yordama gücü. Yüksek lisans tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul, 65.

Çokluk, Ö., Şekercioğlu, G. ve Büyüköztürk, Ş. 2018. Çok değişkenli istatistik SPSS ve LISREL uygulamaları. Beşinci Baskı. Ankara: Pegem Akademi Yayınları. pp. 137-246.

Doğan, N., Başokçu, T.O. 2010. İstatistik Tutum Ölçeği İçin Uygulanan Faktör Analizi ve Aşamalı Kümeleme Analizi Sonuçlarının Karşılaştırılması. *Eğitimde ve Psikolojide Ölçeme ve Değerlendirme Dergisi*, 1(2): 65-71.

Duatepe, A., Çilesiz, Ş. 1999. Matematik tutum ölçeği geliştirilmesi. *Hacettepe Üniversitesi Dergisi*, 16(17): 45-52.

Eren, Ş., Razbonyalı, M. 2004. Lineer Cebir. TC Maltepe Üniversitesi. Safa Tanıtım ve Matbaacılık Hizmetleri, İstanbul, pp. 223-281.

Eriş Hasırcı, H. M. 2018. Öz Düzenlemeli Haritalar Yöntemi ile Elde Edilen Yapı Geçerliği Kanıtlarının Faktör Analizi ve Kümeleme Analizi ile Karşılaştırılması. Doktora Tezi, Ankara Üniversitesi, Ankara, 102.

Ertürk, Z. 2016. Ölçeklerin Faktör Yapısını Belirlemede Kullanılan Açımlayıcı Faktör Analizi ve Kümeleme Analizi ile Verilerin Sınıflandırılmasında Kullanılan Diskriminant ve Lojistik Regresyon Analizi Tekniklerinin Karşılaştırılması. Yükseklisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara, 138.

Gelen, İ. 2007. Bilimsel araştırma yöntemler. Ekiz, D.(Ed.), Lisans yayıncılık, İstanbul, pp. 126-159.

Gelen, İ., Beyazıt, N. 2007. Eski ve Yeni İlköğretim Programları İle İlgili Çeşitli Görüşlerin Karşılaştırılması. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Yönetimi* , 51(51), 457-476.

Günay Atbas, A.C. 2018. Kümeleme Analizinde Küme Sayısının Belirlenmesi Üzerine Bir Çalışma. Yükseklisans Tezi, Ankara Üniversitesi, Ankara, 68.

Güner, N., Çomak, E. 2014. Lise öğrencilerinin matematik dersine yönelik tutumlarının bulanık mantık yöntemi ile incelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 20(5), 189-196.

Gürsakal, N. 2015. Betimsel istatistik: İstatistik I. Dora Basım Yayın Dağıtım.

Hair, J. F., Black, W. C., Babin, B. J. and Anderson, R. E. 2014. Multivariate data analysis: Harlow. UK: Pearson Education Limited, pp. 415-474.

Hair, J. F., Black, W. C., Babin, B. J., Anderson, R. E. and Tatham, R. L. 2006. Multivariate data analysis (Vol. 6).

Hair, J. F., Black, W. C., Babin, B. J. and Anderson, R. E. 2014. Multivariate data analysis: Harlow. UK: Pearson Education Limited, pp. 415-474.

Horzum, T. ve Yıldırım G. 2016. Lise Öğrencilerinin Geometri Hakkında Oluşturdukları Metaforlar. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesin Eğitim Fakültesi Dergisi*, 40: 357-374.

İnceoğlu, F. 2018. Doğrulayıcı Faktör Analizinde Yarışan Modeller ve Klinik Bir Uygulaması. Doktora Tezi, İnönü Üniversitesi, Malatya, 229.

İslamoğlu, A. H. 2009. Sosyal bilimlerde araştırma yöntemleri:(SPSS uygulamalı). Beta Basım Yayım Dağıtım AŞ.

Kaiser, H. F. 1960. The application of electronic computers to factor analysis. *Educational and psychological measurement*, 20(1), 141-151.

Kalaycı, Ş. 2010. SPSS uygulamalı çok değişkenli istatistik teknikleri. Dinamik akademi yayın dağıtım, Ankara, pp. 321-331.

Karaaslan, B. 2018. Faktör Analizi Yaklaşımının Medikal Verilerde Kullanımı: Kardiyoloji Alanına Bir uygulama. Yükseklisans Tezi, Çukurova Üniversitesi, Adana, 84.

Kart, C. 1996. Matematik ve ülke kalkınmasındaki rolü. *Çağdaş Eğitim Dergisi*, 252, 3-6.

MEB. 2018. Ortaöğretim matematik dersi öğretim programı. http://mufredat.meb.gov.tr/ProgramDetay.aspx?PID=343 [Son erişim tarihi: 14.10.2019].

Mert, M. 2016. Yatay kesit veri analizi bilgisayar uygulamaları. Detay yayıncılık, Ankara, pp. 113-122.

Özdamar, K. 2004. Paket programlar ile istatistiksel veri analizi (çok değişkenli analizler). Kaan Kitapevi, Eskişehir, pp. 235-351.

Özdamar, K. 2017. Ölçek ve test geliştirme yapısal eşitlik modellemesi. Nisan Kitapevi, Eskişehir, pp. 109-154.

Özdamar, K. 2018. Paket programlar ile istatistiksel veri analizi (çok değişkenli analizler). Kaan Kitapevi, Eskişehir, pp. 215-345.

Pehlivan, H., Köseoğlu, P. 2011. Ankara fen lisesi öğrencilerinin matematik dersine yönelik tutumları ile akademik benlik tasarımları. *Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, (31), 153-167.

Sabuncuoğlu, A. 2008. Lineer cebir. Nobel Yayın Dağıtım, Ankara, pp. 1-142.

Sarı, E. 2018. Doğrulayıcı Faktör Analizi ve Rüzgar Enerjisi Ölçeğine Uygulaması. Yükseklisans Tezi, Uludağ Üniversitesi, Bursa, 86.

Sayılgan, E. 2015. Türkiyede İllerin Sosyoekonomik Gelişmişlik Düzeylerinin Faktör Analizi ile İncelenmesi. Yükseklisans Tezi, Çukurova Üniversitesi, Adana, 109.

Shakhmurov, V. ve Uzgören, G. 2010. Linear Algebra and Applications. Okan Üniversitesi Yayınları, İstanbul, pp. 1-73.

Strang, G. 2006. Linear Algebra and Its Application. Cengage Learning, pp. 233-307, Canada.

Şencan, H. 2005. Güvenilirlik ve geçerlilik. Ankara, pp. 355-410.

Şimşek, D. 2006. Kümeleme Analizi, Çok Boyutlu Ölçekleme, Doğrulayıcı ve açıklayıcı faktör analizi ile Elde Edilen Yapı Geçerliği Kanıtlarının Karşılaştırılması . Yükseklisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara, 106.

Taşatan, A. 2018. Hiyerarşik Kümeleme Tekniklerinde Küme Eleman Sayisinin Eşitlenmesine Yönelik Bir Yaklaşim Önerisi Ve Gerçek Karayolu Uzaklik Verilerine Dayali Kümeleme Analizi. Yükseklisans Tezi, Kocaeli Üniversitesi, Kocaeli, 82.

Taşçı, D. 2005. Lineer Cebir. Gazi Kitapevi, Ankara, p. 244.

Uçar, N. 2010. SPSS uygulamalı çok değişkenli istatistik teknikleri. Kalaycı, Ş.(Ed.), Dinamik akademi yayın dağıtım, Ankara, pp. 321-331.

Yaratan, H. ve Kasapoğlu, L. 2012. Eighth grade students' attitude, anxiety, and achievement pertaining to mathematics lessons. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 46, 162-171.

Yaşar, M., Çermik, H. ve Güner, N. 2011. Türkiye'de Öğrenim Gören Lise Öğrencilerinin Matematik Dersine Yönelik Tutumları ve Bu Tutumların Bazı Değişkenler Açısından İrdelenmesi Proje No: 2006EĞT003.

Yenilmez, K. ve Özabacı, N. Ş. 2003. Yatılı öğretmen okulu öğrencilerinin matematik ile ilgili tutumları ve matematik kaygı düzeyleri arasındaki ilişki üzerine bir araştırma. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14(2): 132-146.

ÖZGEÇMİŞ

NURFER ÇİZMECİ

E-mail: ncizmeci17@gmail.com

ÖĞRENİM BİLGİLERİ

Yüksek Lisans 2017-2020	Akdeniz Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik Anabilim Dalı, Antalya
Lisans 2012-2014	Akdeniz Üniversitesi Eğitim Fakültesi, İlköğretim Matematik Öğretmenliği, Antalya
Lisans 2010-2012	Karadeniz Teknik Üniversitesi Eğitim Fakültesi, İlköğretim Matematik Öğretmenliği, Trabzon

MESLEKİ VE İDARİ GÖREVLER

Öğretmen 2015-Devam ediyor	Yazır Fevziye Polat Ortaokulu Korkuteli, Antalya

ESERLER:

Uluslararası bilimsel toplantılarda sunulan ve bildiri kitaplarında basılan bildiriler

1- Çizmeci, N. ve Yalçın, F. (2018). Eğitim bilişim ağı sisteminin faktör analizi ile değerlendirilmesi. 4. International Social Research and Behavioral Sciences Symposium, October 19-21, 2018, Antalya, TURKEY, p. 91.

2- Cizmeci, N. and Yalcin, F. (2019). Analysis of the Students' Attitudes Towards Math and Geometry Courses by Using Exploratory Factor Analysis. The 2nd Mediterranean International Conference of Pure&Applied Mathematics and Related Areas (MICOPAM 2019), Paris, FRANSA, pp. 36-40.