KAYIPLI ORTAMLARDA
ELEKTROMAGNETİK DALGA YAYILIMININ
ZAMANDA SONLU FARKLAR METODU İLE
ANALİZİ VE SİMÜLASYONU

ÖMER HALİL ÇOLAK
YÜKSEK LİSANS TEZİ
ELEKTRONİK VE HABERLEŞME MÜHENDİSLİĞİ
ANABİLİM DALI

ISPARTA 2003

T.C.
SÜLEYMAN DEMİREL ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



# KAYIPLI ORTAMLARDA ELEKTROMAGNETİK DALGA YAYILIMININ ZAMANDA SONLU FARKLAR METODU İLE ANALİZİ VE SİMÜLASYONU

HAZIRLAYAN
ÖMER HALİL ÇOLAK

DANIŞMAN
PROF. DR. MUSTAFA MERDAN

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ELEKTRONİK VE HABERLEŞME MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

ISPARTA, 2003

**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE**

Bu çalışma jürimiz tarafından ELEKTRONİK VE HABERLEŞME ANABİLİM DALI'nda YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Prof. Dr. Osman ÇEREZCİ

Üye : Prof. Dr. Mustafa MERDAN

Üye : Yrd. Doç. Dr. Selçuk ÇÖMLEKÇİ

**ONAY**

Bu tez 13./01/2003 tarihinde Enstitü Yönetim Kurulunca belirlenen yukarıdaki jüri üyeleri tarafından kabul edilmiştir.

22/01/2003

**S.D.Ü. FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRÜ**
**Prof. Dr. Remzi KARAGÜZEL**

# İÇİNDEKİLER

**Sayfa**

# ÖZET

Bu çalışmada elektromanyetik dalga yayılım problemleri için, zamanda sonlu farklar algoritması kullanılarak, farklı ortamlarda dalga hareketlerinin analizleri yapılmış ve bunlarla ilgili simülasyonlar gerçekleştirilmiştir. Analitik yöntemlerle çözümü mevcut olan bir elektromanyetik problemin, deneysel olarak modellenebilmesindeki zorluklar, bu çözümlerin bilgisayar ortamına adaptasyonunu gerekli kılmıştır. Ancak analitik yöntemlerle yapılan çözümlerin yazılım kodlarına uygun olmamasına bağlı olarak ortaya çıkan problem, zamanda sonlu farklar yöntemiyle çözümler yapılarak ortadan kaldırılmıştır. Yapılan yazılımların, parametrelerin kullanıcı tarafından değişimine imkan verecek şekilde tasarımı, bu yazılımların, daha birçok, aynı tür, kompleks problemlerin çözümünde kullanılabilirliliğini sağlamıştır. Bu programlar sonucunda elektrik alan ve manyetik alan değerleri ile fourier genliği farklı ortam geçişleri için simüle edilmiştir.

**ANAHTAR KELİMELER:** Zamanda Sonlu Farklar Yöntemi, Elektromanyetik Dalga Yayılımı

## ABSTRACT

In this thesis, the wave propagation in different environment is analyzed and simulated using finite difference time domain algorithm. Because there are some difficulties to make an experimental model for the electromagnetic problems which have been solved analytically, computational methods have been used to solve these problems. Application of the solutions obtained by analytical method to the computer environment has created an adaptation problem. This problem has been solved using finite difference time domain method. Computer programs are written to solve variety of problems, using changeable parameters. Using these software, electric field, magnetic field and Fourier amplitude are simulated in different environment.

**KEY WORDS:** Finite Difference Time Domain Method, Electromagnetic Wave Propagation

## TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın hazırlanmasında gerekli ortamı hazırlayan ve çalışmanın her safhasında yardımlarını esirgemeyen Sayın Prof. Dr. Mustafa MERDAN' a, kaynak temin etme ve yazılımlar konusunda verdiği destek ile çalışmanın sonuca ulaşmasında yön gösterici olan Zürih Teknik Üniversitesi Öğretim üyesi Sayın Prof. Dr. Niyazi ARI' ya, bu tez çalışmasının gerçekleştirilmesi için eleştiri ve önerileriyle çalışmaya ışık tutan ve atılan her adımda desteğiyle yanımda olan Elektronik ve Haberleşme Yüksek Mühendisi Şükrü Özen'e, katkılarından dolayı Yrd. Doç. Dr. Selçuk ÇÖMLEKÇİ, Yrd. Doç. Dr. Ali MANZAK ve Elektronik ve Haberleşme Mühendisi Övünç POLAT'a teşekkür ederim.

## SİMGELER DİZİNİ

| | |
|---|---|
| ca(k) | Yazılım için Kullanılan Parametre |
| cb(k) | Yazılım için Kullanılan Parametre |
| eaf | Yazılım için Kullanılan Parametre |
| **B** | Manyetik Akı Yoğunluğu |
| **D** | Elektrik Akı Yoğunluğu |
| **E** | Elektrik Alan |
| $\tilde{E}$ | Normalize Elektrik Alan |
| f | frekans |
| **H** | Manyetik Alan Şiddeti |
| I | FDTD Çözüm için Yardımcı Parametre |
| kc | İkinci Ortam Sınırı |
| S | FDTD Çözüm için Yardımcı Parametre |
| T | Zaman Adımı |
| w | Açısal Frekans |
| $X_1$ | Suseptans |
| $\delta$ | Yardımcı Parametre |
| $\varepsilon_0$ | Boşluğun Dielektrik sabiti |
| $\varepsilon_r$ | Bağıl Dielektrik sabiti |
| $\mu_0$ | Boşluğun Manyetik Geçirgenlik Katsayısı |
| $\mu_r$ | Bağıl Manyetik Geçirgenlik Katsayısı |
| $\Delta x$ | x Yönündeki Hücre Mesafesi |
| $\Delta y$ | y Yönündeki Hücre Mesafesi |
| $\Delta z$ | z Yönündeki Hücre Mesafesi |
| $\sigma$ | İletkenlik |
| $\tau$ | Yansıma Katsayısı |
| $\Gamma$ | İletim Katsayısı |
| YDE | Yardımcı Diferansiyel Eşitlik Metodu |
| FDTD | Zamanda Sonlu Farklar Metodu |

## ŞEKİLLER DİZİNİ

**Sayfa**

## ÇİZELGELER DİZİNİ

**Sayfa**

# 1. GİRİŞ

Literatürde kısaca FDTD olarak bilinen zamanda sonlu farklar yöntemi, İngilizce Finite Difference Time Domain kelimelerinin kısaltılmasıdır. Yöntem, diferansiyel formdaki Maxwell denklemlerinin doğrudan zamanda ve konumda, merkezi farklar yöntemine göre ayrıklaştırılıp iteratif olarak adım adım çözülmesine dayanır. İlk kez 1966 yılında ortaya atılmasından buyana FDTD, hemen her türlü elektromanyetik problem çözümlerinde kullanılan bir yöntem olmuştur (Taflove,1995).

Yöntemin öncelikli uygulamaları, farklı türdeki ortamlarda darbe iletimi, geniş bantlı analizler ile özellikle biyomedikal alanında doku analizleri üzerine olmuştur. Bu uygulamalarda FDTD yöntemi, önceleri ele alınan ortam içerisinde ilgilenilen cisimlerin yakın civarındaki alanların hesabında kullanılmıştır. Atmosferden biyolojik materyallere ve deniz altlarına kadar farklı özelliklere sahip her ortamda elektromanyetik saçılım ve yayılım karakteristiklerinin incelenmesinde ve gerekli çözümlemelerin yapılmasında yaygın olarak kullanılan bir nümerik çözüm metodu olmuştur (Taflove, 1995).

FDTD yöntemi analitik türev operatörünün sayısallaştırılmasına dayanır ve FD sonlu farklar olarak isimlendirilir (Taflove, 1995). Ancak elektromanyetik dalga yayılımını modelleyen Maxwell denklemlerinin FD ile, zamana göre türevlerinin de sayısallaştırılarak genelleştirilmesi, FDTD yöntemi adıyla özel olarak anılmaktadır. Zamanda sonlu farklar metodunu nümerik bir metot olarak adlandırılmasının yanında, özellikle bu araştırmada öne çıkan özelliği, bilgisayarla ilişkili bir metot (computational method) olmasıdır. Elektromanyetik teori için gerekli olan analitik çözümlerin uzun ve bilgisayar yazılımına pek elverişli olmaması, bu işlemlerin, bu tür bir metot ile yapılmasını gerekli kılar (Kunz ve Luebbers, 1993).

Bu çalışmada yapılan çözümlemeler, dielektrik sabiti ve iletkenliği frekansla değişmeyen herhangi bir ortam ve 1 MHz-1000 Mhz aralığında değişken dielektrik sabiti ve iletkenliğe sahip herhangi bir kayıplı ortam simülasyonu ile örneklenmiştir. Bu ortamlar için gerekli analitik çözümler en basit şekilde izah edilmiştir. Nümerik çözümlemelerde, zamana ve konuma göre türevsel denklemlerin FDTD ile çözülmesiyle simülasyon için uygun denklemlere ulaşılmıştır. Hem analitik hem de FDTD çözümlemelerinde elde edilen denklemler MATLAB koduyla yazılıma dönüştürülmüştür ve simülasyonlar gerçekleştirilmiştir.

# 2. KAYNAK BİLGİSİ VE METOT

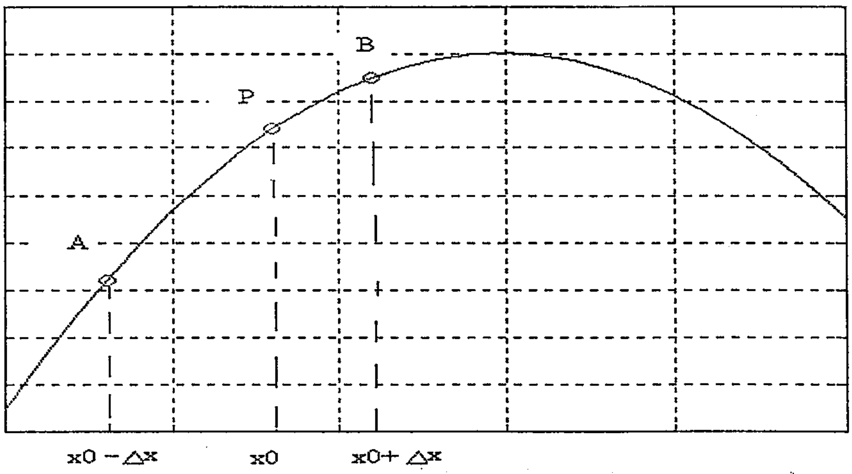
## 2.1 Zamanda Sonlu Farklar Yöntemi

Sonlu farklar çözümü temel olarak 3 adım içerir.

1. Düğümlerden oluşan ızgara şeklinde bir çözüm bölgesinin oluşturulması,
2. Diferansiyel denklemin, çözüm bölgesindeki her hangi bir noktadaki değerinin, komşu noktalardaki değerlere bağlı olarak değişen bir sonlu farklar denklemine dönüştürülmesi,
3. Önceden bilinen sınır şartları ve/veya başlangıç koşullarına bağlı olarak fark denklemlerinin çözülmesidir (Sadiku, 2000).

Verilen bir f(x) fonksiyonunun $x_0$ noktasındaki türevi ileri sonlu farklar formülü ile (forward difference formula) şöyle tanımlanır.

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} \qquad (2.1)$$




Şekil 2.1. Farklar tasarımının gösterilimi

Bu geriye sonlu farklar formülü ile şöyle ifade edilebilir.

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0) - f(x_0 - \Delta x)}{\Delta x} \qquad (2.2)$$

Sonuç olarak AB 'nin eğimi, merkezi farklar formülü ile

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x)}{2\Delta x} \qquad (2.3)$$

şeklinde ifade edilir.

Bu noktadan hareketle f(x) 'in P noktasındaki ikinci türevi hesaplanır.

$$f''(x_0) \approx \frac{f'(x_0 + \Delta x/2) - f'(x_0 - \Delta x/2)}{\Delta x}$$

$$f''(x_0) \approx \frac{1}{\Delta x}\left(\frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} - \frac{f(x_0) - f(x_0 - \Delta x)}{\Delta x}\right)$$

$$f''(x_0) \approx \frac{f(x_0 + \Delta x) - 2f(x_0) + f(x_0 - \Delta x)}{(\Delta x)^2} \qquad (2.4)$$

Taylor serisi açılımı kullanılarak aşağıdaki yaklaşıklar elde edilecektir.

$$f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + \Delta x \cdot f'(x_0) + \frac{1}{2!}(\Delta x)^2 \cdot f''(x_0) + \ldots.. \qquad (2.5)$$

$$f(x_0 - \Delta x) = f(x_0) - \Delta x \cdot f'(x_0) + \frac{1}{2!}(\Delta x)^2 \cdot f''(x_0) + \ldots.. \qquad (2.6)$$

$(\Delta x)^3$ 'lü terimler ihmal edilerek, 2.5 ve 2.6 denklemlerinin toplanması sonucunda

$$f(x_0 + \Delta x) + f(x_0 - \Delta x) = 2f(x_0) + (\Delta x)^2 \cdot f''(x_0)$$

$$f''(x_0) \approx \frac{f(x_0 + \Delta x) - 2f(x_0) + f(x_0 - \Delta x)}{(\Delta x)^2}$$ olarak bulunur (Sadiku 2000).

2.5 ve 2.6 denklemlerinde gerekli düzenlemeler yapılınca,

$$f(x_0+\Delta x)+f(x_0-\Delta x)=2\Delta x f'(x_0)$$

$$f'(x_0)\approx\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0-\Delta x)}{2\Delta x} \qquad (2.7)$$

elde edilir. f(x,t) fonksiyonunun, sonlu farklar metodu ile çözümünü bulmak için, x-t düzlemi üzerindeki çözüm bölgesi yüzeyi, Δx ve Δt şeklinde, eşit biçimde dikdörtgenlere yada ağlara bölünür.

$x=i\cdot\Delta x \qquad i=0,1,2......$

$t=j\cdot\Delta t \qquad j=0,1,2......$

P noktasında f 'in değeri,

$f_p=f(x,t)=f(i\Delta x, j\Delta t)=f(i,j)$ 'dir.

Bu ifade ile merkezi farklar yaklaşımı kullanılarak (*i,j*) ninci düğümdeki $f$ 'in türevleri bulunabilir.

$$f_{x|i,j}\approx\frac{f(i+1,j)-f(i-1,j)}{2\Delta x} \quad \text{ve} \quad f_{t|i,j}\approx\frac{f(i,j+1)-f(i,j-1)}{2\Delta t} \qquad (2.8a)$$

$$f_{xx|i,j}\approx\frac{f(i+1,j)-2f(i,j)+f(i-1,j)}{(\Delta x)^2} \quad \text{ve}$$

$$f_{tt|i,j}\approx\frac{f(i,j+1)-2f(i,j)+f(i,j-1)}{(\Delta t)^2} \qquad (2.8b)$$

## 2.2 FDTD ile Serbest Uzayın Bir Boyutlu Modeli

Serbest uzayda zamana bağlı Maxwell 'in curl denklemleri,

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon_0} \nabla \times H \qquad (2.9a)$$

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0} \nabla \times E \qquad (2.9b)$$

olarak yazılır. **E** ve **H** üç boyutlu vektörlerdir (Bu çalışmada vektörler koyu harflerle gösterilecektir). (2.9a) ve (2.9b) denklemleri $E_x$ ve $H_y$'nin kullanıldığı bir boyutlu durum için aşağıdaki şekilde düzenlenebilir.

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = -\frac{1}{\varepsilon_0} \frac{\partial H_y}{\partial z} \qquad (2.10a)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial E_x}{\partial z} \qquad (2.10b)$$

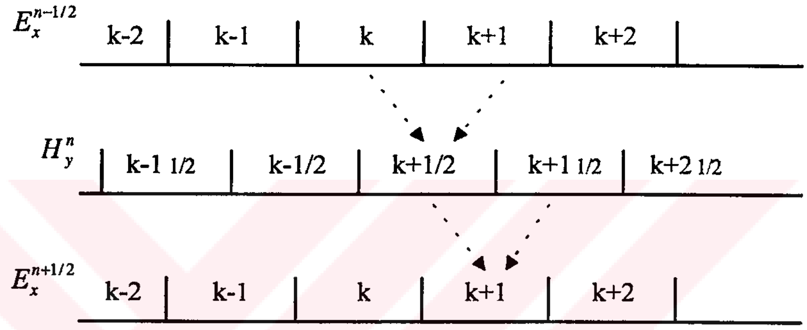
Bu denklemler, elektrik alanı x, manyetik alanı y doğrultusunda yönlendirilmiş ve z yönünde ilerleyen bir düzlemsel dalganın denklemleridir.

Geçici ve uzaysal türevlerin her ikisi ile beraber merkezi farklar yaklaşımı kullanılarak aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$\frac{E_x^{n+1/2}(k) - E_x^{n-1/2}(k)}{\Delta t} = -\frac{1}{\varepsilon_0} \frac{H_y^n(k+1/2) - H_y^n(k-1/2)}{\Delta x} \qquad (2.11a)$$

$$\frac{H_y^{n+1}(k+1/2) - H_y^n(k+1/2)}{\Delta t} = -\frac{1}{\mu_0} \frac{E_x^{n+1/2}(k+1) - E_x^{n+1/2}(k)}{\Delta x} \qquad (2.11b)$$

Burada n zamanı belirtir ve $t = \Delta t \cdot n$ şeklinde ifade edilir. Simülasyonda gerekli kod yazılımı için her şeyin ayrıştırılması zorunludur. n+1 terimi bir sonraki zaman adımını ifade eder. Parantezdeki terimler mesafeyi gösterir. k mesafeyi belirtir ve kullanımının daha fazla duyarlılık sağladığı görülebilir. Bununla birlikte uzaysal artışlarda genel olarak Δx kullanılır ve burada da Δx kullanılmıştır). 2.11a ve 2.11b denklemleri **E** ve **H** alanlarının mesafeyle ve zamana bağlı olarak birbirinden ayrıldığını farz eder. **E** alan değerleri arasına yerleştirilmiş olarak kabul edilen **H** alan değerlerini göstermek için k+1/2 ve k-1/2 ifadeleri kullanılır. Bu şekil1.1 de gösterilmektedir. Benzer olarak n+1/2 ve n-1/2 ifadeleri de sırasıyla n 'den önceki ve n 'den sonraki değerleri göstermektedir. 2.11a ve 2.11b iterasyonla oluşturulan bir algoritmayla yeniden düzenlenebilir.




Şekil 2.2. FDTD Formülasyonunda **E** ve **H** alanların zaman ve konumda ayrışımları.

$$E_x^{n+1/2}(k) = E_x^{n-1/2}(k) - \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \cdot \Delta x}\left[H_y^n(k+1/2) - H_y^n(k-1/2)\right] \tag{2.12a}$$

$$H_y^{n+1}(k+1/2) = H_y^n(k+1/2) - \frac{\Delta t}{\mu_0 \cdot \Delta x}\left[E_x^{n+1/2}(k+1) - E_x^{n+1/2}(k)\right] \tag{2.12b}$$

Dikkat edilmelidir ki hesaplamalar zaman ve mesafe olarak birbirinden ayrılmıştır. Örneğin 2.12a denkleminde $E_x$ 'in yeni değeri, önceki $E_x$ değerinden ve $H_y$ 'nin son değerlerinden hesaplanır. Bu, zamanda sonlu farklar metodunun temel paradigmasıdır (Umashankar ve Taflove, 1993). 2.12a ve 2.12b denklemleri birbirine çok benzerdir fakat buradaki fark $\varepsilon_0$ ve $\mu_0$ 'ın genlik değerinde oluşturduğu farktır, dolayısıyla $E_x$ ve $H_y$ genlik yönünden farklı olacaktır. Bundan aşağıdaki değişiklik yapılarak kaçınılır.

$$\widetilde{E} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\vec{E} \qquad (2.13)$$

Burada $\widetilde{E}$ normalize elektrik alan değeridir.

$$\widetilde{E}_x^{n+1/2}(k) = \widetilde{E}_x^{n-1/2}(k) - \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}\frac{\Delta t}{\Delta x}\left[H_y^n(k+1/2) - H_y^n(k-1/2)\right] \qquad (2.14a)$$

$$H_y^{n+1}(k+1/2) = H_y^n(k+1/2) - \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}\frac{\Delta t}{\Delta x}\left[\widetilde{E}_x^{n+1/2}(k+1) - \widetilde{E}_x^{n+1/2}(k)\right] \qquad (2.14b)$$

Hücre boyutu Δx seçildiğinde, zaman adımı Δt hesaplanabilir.

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{2 \cdot c_0} \qquad (2.15)$$

Burada $c_0$ serbest uzayda ışığın hızıdır. Buna bağlı olarak,

$$\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}\frac{\Delta t}{\Delta x} = c_0 \cdot \frac{\Delta x / 2 \cdot c_0}{\Delta x} = 1/2 \qquad (2.16)$$ olarak hesaplanır.

## 2.3 FDTD Metodu ve Kararlılık

Zaman adımının nasıl hesaplanıldığı çok önemli bir kavramdır. Yayılımda gerekli olan hücre mesafesi için minimum Δt = Δx /$c_0$ zamanı gerekir. Eğer iki boyutlu simülasyon yapılıyorsa çift yönde yayılıma izin verilmesi zorunludur. Bu durumda gereken zaman $\Delta t = \frac{\Delta x}{\sqrt{2}c_0}$ şeklindedir. 3 boyutlu simülasyon için de $\Delta t = \frac{\Delta x}{\sqrt{3}c_0}$ olacaktır. İyi bilinen "Courant Condition" ile bu ifade edilebilir.

$$\Delta t \le \frac{\Delta x}{\sqrt{n}c_0} \qquad (2.17)$$

Burada n simülasyon boyutudur. Bu çalışmada $\Delta t = \frac{\Delta x}{2 \cdot c_0}$ olarak kabul edilmiştir. Bu en geçerli formül olmamakla beraber, basit olduğu ve simülasyonu kolaylaştırdığı için bu ifade kullanılacaktır.

## 2.4 YEE' nin Sonlu Farklar Algoritması

1966' da Kane YEE ρ'=0 ve σ=0 olan kayıpsız malzemelerde zamana bağlı Maxwell'in curl denklemleri için bir sonlu farklar denklem grubu oluşturdu (Taflove, 1995). Yee' nin geliştirdiği algoritma bir dalga denklemiyle elektrik alanın ve manyetik alanın tek başına çözümünden ziyade, Maxwell' in curl denklemleri kullanılarak zaman ve mesafeye bağlı şekilde elektrik ve manyetik alanın her ikisini de çözer. **E** ve **H** bilgisinin her ikisinin de kullanılarak çözüm yapılması, çözümü daha kuvvetli kılar. Elektrik ve manyetik alanın her ikisinin de mevcut veya elde edilebilir olduğu durumda kenar ve köşelere yakın teğetsel manyetik alan özellikleri, ince tellerin yakınındaki manyetik alan özellikleri, kenarlarda ve ince teller yakınındaki elektriksel alan değerleri gibi herhangi bir alan bilgisi tek başına modellenebilir. Sonuç olarak Yee algoritması, eşzamanlı olarak, Maxwell denklemlerinin makroskobik integral formu ve diferansiyel formunun simülasyonunu sağlar (Taflove, 1995).

İzotropik bir ortamda Maxwell denklemleri

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\mu \frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t} \qquad (2.18a)$$

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \sigma \boldsymbol{E} + \varepsilon \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} \qquad (2.18b)$$

olarak yazılabilir (Taflove,1995).

2.18 denklemlerindeki vektör, kartezyen koordinat sisteminde belirtilen, altı tane skaler denklemden oluşan bir sistemi ifade eder.

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y}\right) \qquad (2.19a)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z}\right) \qquad (2.19b)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t}=\frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial E_x}{\partial y}-\frac{\partial E_y}{\partial x}\right) \qquad (2.19c)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t}=\frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\partial H_z}{\partial y}-\frac{\partial H_y}{\partial z}-\sigma E_x\right) \qquad (2.19d)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t}=\frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\partial H_x}{\partial z}-\frac{\partial H_z}{\partial x}-\sigma E_y\right) \qquad (2.19e)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t}=\frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\partial H_y}{\partial x}-\frac{\partial H_x}{\partial y}-\sigma E_z\right) \qquad (2.19f)$$

Yee' nin notasyonunu takip edersek, çözüm bölgesindeki bir ızgara noktasını

$$(i,j,k)=(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z) \qquad (2.20)$$

olarak ve mesafe ile zamanın fonksiyonunu

$$F^n(i,j,k)=F(i\delta, j\delta, k\delta, n\Delta t) \qquad (2.21)$$

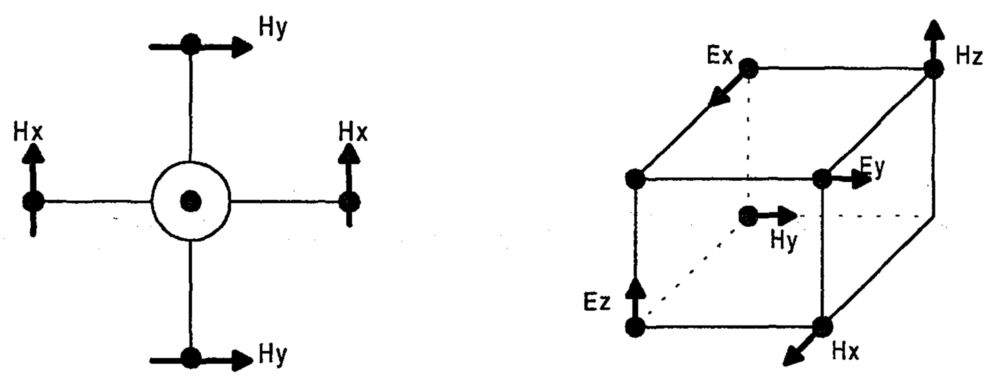
olarak tanımlayabiliriz.

Burada i, j, k ve n tamsayı olmak üzere $\delta = \Delta x = \Delta y = \Delta z$ mesafedeki artışı ve $\Delta t$ zamandaki artışı ifade eder. Uzay ve zaman türevleri için merkezi farklar yaklaşımı kullanılarak,

$$\frac{\partial F^n(i,j,k)}{\partial x}=\frac{F^n(i+1/2,j,k)-F^n(i-1/2,j,k)}{\delta}+O(\delta^2) \qquad (2.22)$$

$$\frac{\partial F^n(i,j,k)}{\partial t}=\frac{F^{n+1/2}(i,j,k)-F^{n-1/2}(i,j,k)}{\Delta t}+O(\Delta t^2) \qquad (2.23)$$

2.19' daki uzaysal türevlerin tümüne 2.22 denklemi uygulandığında, şekil 3.2 de gösterildiği gibi örgünün bir birim hücresinde, **E** ve **H** alan bileşenleri pozisyonlanır.




Şekil 2.3 Yee örgüsünün bir birim hücresinde alan bileşenlerinin pozisyonları

Bu denklemlere bağlı olarak 2.19 denkleminin sonlu farklar yaklaşımı

$$
\begin{aligned}
&H_x^{n+1/2}(i,j+1/2,k+1/2)=H_x^{n-1/2}(i,j+1/2,k+1/2)\\
&+\frac{\delta t}{\mu(i,j+1/2,k+1/2)\delta}[E_y^n(i,j+1/2,k+1)-E_y^n(i,j+1/2,k)\\
&+E_z^n(i,j,k+1/2)-E_z^n(i,j+1,k+1/2)]
\end{aligned}
\tag{2.24a}
$$

$$
\begin{aligned}
&H_y^{n+1/2}(i+1/2,j,k+1/2)=H_y^{n-1/2}(i+1/2,j,k+1/2)\\
&+\frac{\delta t}{\mu(i+1/2,j,k+1/2)\delta}[E_z^n(i+1,j,k+1/2)-E_z^n(i,j,k+1/2)\\
&+E_x^n(i+1/2,j,k)-E_x^n(i+1/2,j,k+1)]
\end{aligned}
\tag{2.24b}
$$

$$
\begin{aligned}
&H_z^{n+1/2}(i+1/2,j+1/2,k)=H_z^{n-1/2}(i+1/2,j+1/2,k)\\
&+\frac{\delta t}{\mu(i+1/2,j+1/2,k)\delta}[E_x^n(i+1/2,j+1,k)-E_x^n(i+1/2,j,k)\\
&+E_y^n(i,j+1/2,k)-E_y^n(i+1,j+1/2,k)]
\end{aligned}
\tag{2.24c}
$$

$$
\begin{aligned}
&E_x^{n+1}(i+1/2,j,k)=\left(1-\frac{\sigma(i+1/2,j,k)\delta t}{\varepsilon(i+1/2,j,k)}\right)E_x^n(i+1/2,j,k)\\
&+\frac{\delta t}{\varepsilon(i+1/2,j,k)\delta}[H_z^{n+1/2}(i+1/2,j+1/2,k)-H_z^{n+1/2}(i+1/2,j-1/2,k)\\
&+H_y^{n+1/2}(i+1/2,j,k-1/2)-H_y^{n+1/2}(i+1/2,j,k+1/2)]
\end{aligned}
\tag{2.24d}
$$

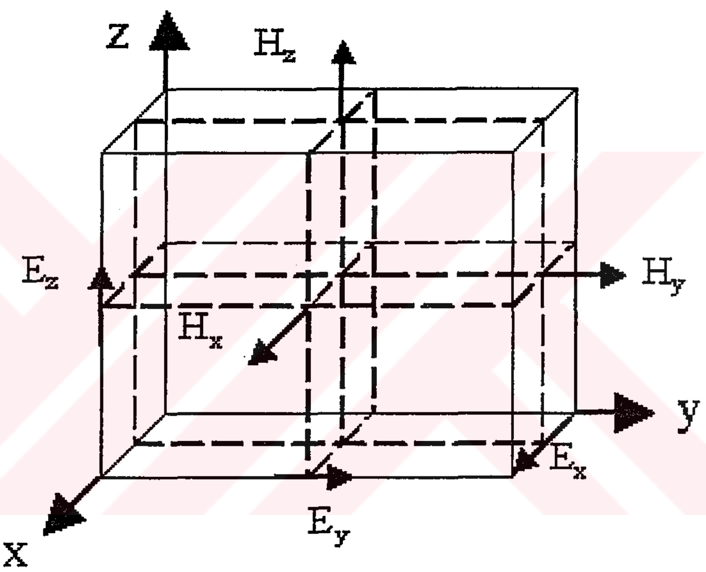
$$
\begin{aligned}
&E_y^{n+1}(i,j+1/2,k)=\left(1-\frac{\sigma(i,j+1/2,k)\delta t}{\varepsilon(i,j+1/2,k)}\right)E_y^n(i,j+1/2,k)\\
&+\frac{\delta t}{\varepsilon(i,j+1/2,k)\delta}[H_x^{n+1/2}(i,j+1/2,k+1/2)-H_x^{n+1/2}(i,j+1/2,k-1/2)\\
&+H_z^{n+1/2}(i-1/2,j+1/2,k)-H_z^{n+1/2}(i+1/2,j+1/2,k)]
\end{aligned}
\tag{2.24e}
$$

$$E_z^{n+1}(i,j,k+1/2) = \left(1 - \frac{\sigma(i,j,k+1/2)\delta t}{\varepsilon(i,j,k+1/2)}\right) E_z^n(i,j,k+1/2)$$

$$+\frac{\delta t}{\varepsilon(i,j,k+1/2)\delta}[H_y^{n+1/2}(i+1/2,j,k+1/2) - H_y^{n+1/2}(i-1/2,j,k+1/2) \qquad (2.24f)$$

$$+H_x^{n+1/2}(i,j-1/2,k+1/2) - H_x^{n+1/2}(i,j+1/2,k+1/2)]$$

olarak ifade edilir (Taflove, 1995; Inumaru ve Hashimoto, 2000).




Şekil 2.4 3D Yee Birim Hücresi

Şekil 2.4 de verilen Yee birim hücresi incelendiğinde FDTD yapısı için şu noktaların altını çizmek önemlidir.

1. Her hücrede 3 elektrik alan ve 3 manyetik alan bileşeni vardır; hücre numarası (i,j,k) olarak ifade edilmektedir.

2. (i,j,k) hücresinde, örneğin elektrik alanın x bileşeni $E_x$(i,j,k) ve manyetik alanın y bileşeni $H_y$(i,j,k) aynı indislerle belirtilmelerine karşın hücre içerisindeki konumları farklıdır. Elektrik alan bileşenleri hücrenin soldaki üç

kenarın ortalarında, manyetik alan bileşenleri ise yine soldaki üç yüzey ortalarında tanımlıdır.

3. Hücre içerisinde farklı konumda olmalarının yanı sıra elektrik ve manyetik alan bileşenleri arasında zamanda da Δt/2 kadar fark vardır. Yani t=0, Δt,2Δt,... anlarında elektrik alan bileşenleri hesaplanırken t=Δt/2, 3Δt/2 anlarında manyetik alan bileşeni hesaplanır.
4. FDTD uzayında herhangi bir noktada alan bileşenleri komşu noktalardaki bileşenlerin aritmetik ortalaması ile bulunur. Örneğin (i,j,k) hücresinin merkezindeki $E_z$' i bulmak için

$$E_z = \frac{E_z(i,j,k) + E_z(i+1,j,k) + E_z(i,j+1,k) + E_z(i+1,j+1,k)}{4} \quad (2.25)$$

kullanılmaktadır.

5. FDTD hacmi içerisindeki yüz binlerce hücrede, zaman iterasyonu boyunca (V/m) olarak elektrik alan ve (A/m) olarak manyetik alan değerleri hesaplanmaktadır. Herhangi bir noktada istenilen alan bileşenleri biriktirilerek E(t) ve H(t) zaman değişimi elde edilebilir. Bu sayede yapının hem geçici hem de sürekli zaman davranışı gözlenebilmektedir. Zaman davranışından da Fourier dönüşümü ile E(f) ve/veya H(f) frekans davranışı çıkabilir.

6. FDTD hacmi içinde kaynak uygulama problemi oldukça kolay bir şekilde çözümlenebilmektedir. Modellenen yapıya ve gerçekleştirilmek istenen analize bağımlı olarak kaynağın farklı noktalara ve farklı şekilde uygulanması gerekebilir. Kaynak tek bir noktada tek bir bileşene uygulanabileceği gibi, birden fazla noktada ve/veya birkaç bileşene de uygulanabilir.

7. FDTD hacmi içerisindeki tüm hücrelerde elektrik ve manyetik alan bileşenleri hesaplandığı için, yapının herhangi bir noktasındaki gerilim ve akım değerlerini hesaplamak mümkündür. Genel olarak $x_1$ ve $x_2$ olarak

tanımlanan iki nokta arasında t anındaki potansiyel farkı, iki noktayı birleştiren doğru üzerindeki elektrik alanın integrali alınarak bulunabilir. Sayısal olarak ise, herhangi bir (i,j,k) hücresindeki gerilim ve akım Gauss ve Amper yasasından elde edilir. Örneğin $V_z$ ve $I_z$

$$V_z(i,j,k) = -E_z(i,j,k)\times\Delta z \tag{2.25}$$

$$I_z(i,j,k) = [H_x(i,j-1,k) - H_x(i,j,k)]\times\Delta x + [H_y(i,j,k) - H_y(i-1,j,k)]\times\Delta y \tag{2.26}$$

Bu denklem ve algoritmalara bağlı olarak, 2.14a ve 2.14b denklemleri bilgisayar koduna şu şekilde dönüştürülür.

*Ex(k) = Ex(k) + 0.5 * ( Hy(k-1) – Hy(k) )* (2.27a)

*Hy(k) = Hy(k) + 0.5 * ( Ex (k) – Ex (k+1))* (2.27b)

* işareti programda çarpma işlemini tanımlamaktadır.

Burada n, (n+1/2) ve (n-1/2) ifadeleri bulunmadığına dikkat edilmelidir. FDTD metotta zaman, ima edilir. 2.27a denkleminde eşitliğin sağ tarafındaki *Ex* değeri, n-1/2 de ki önceki *Ex* değerini, sol taraftaki *Ex* değeri ise n+1/2 anındaki son *Ex* değerini göstermektedir. Bununla beraber pozisyonlar açıkça belirtilmiştir. Tek fark program içinde gösterilimde (k+1/2) ve (k-1/2) yerine k ve (k-1) kullanılmasıdır.

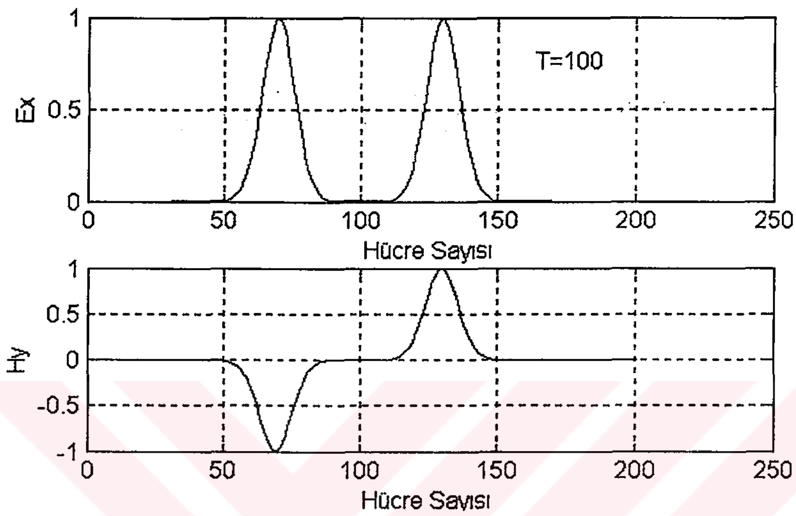
Çizelge 2.1 Boşlukta 1D FDTD simülasyonu için hazırlanan yazılım

```
%f1d11.m BOSLUKTA 1D FDTD SİMÜLASYONU
%SABİTLER
KE=200;     %Kullanılacak Hücre Sayısı
to=40;      %Gelen darbenin merkezi
kc=KE/2;    %Problem uzayının merkezi
spread=12;  %Gelen darbenin genişliği
Eo=1;
T=0;
dt=0.5;       %Zaman Adımı
dx=0.5;
```

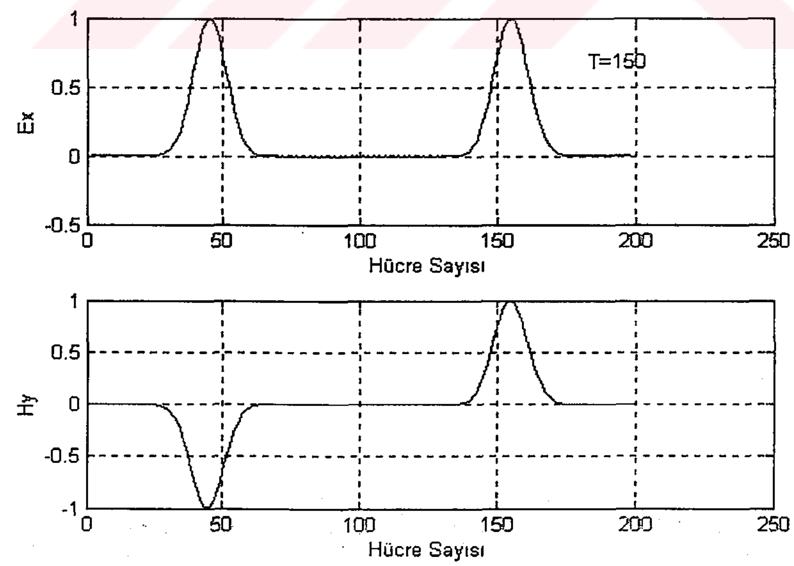
Çizelge 2.1 devam

```
Nstep=150;      % iterasyon sayısı (değiştirilebilir)
%ilk sartlar
for k=1:KE+1
  Ex(k)=0;
  Hy(k)=0;
end

%Gauss darbesi
for n=1:Nstep
  T=T+1;
    for k=2:KE
   Ex(k)=Ex(k)+0.5*(Hy(k-1)-Hy(k));
 end
   pulse=exp(-0.5*((to-T)/spread)^2);
   Ex(kc)=pulse;
for k=2:KE
  Hy(k)=Hy(k)+0.5*(Ex(k)-Ex(k+1));
end
end

subplot(2,1,1);
plot(Ex);
xlabel('Hücre Sayısı');
ylabel('Ex');
subplot(2,1,2);
plot(Hy);
xlabel('Hücre Sayısı');
ylabel('Hy');
```

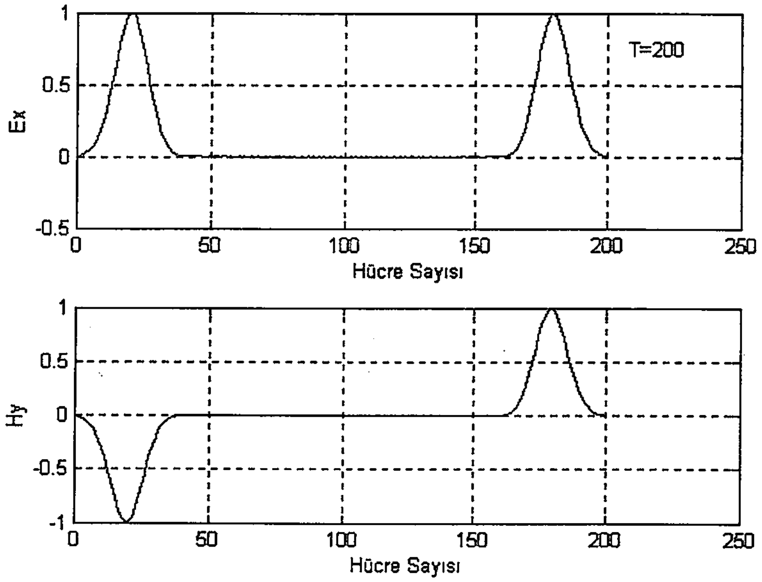
2) f1d11.m programı temel, bir boyutlu FDTD programıdır. Program, problem uzayının merkezinde bir Gaussian darbesi üretir ve darbe şekil 1.2 de gösterildiği gibi her iki yönde yayılır. Her iki yönde de $E_x$ alanı pozitiftir, fakat $H_y$ alanı negatif yönde negatif değerler alır.




Şekil 2.5 100 zaman adımından sonra serbest uzayda bir darbenin FDTD simülasyonu




Şekil 2.6 150 zaman adımından sonra serbest uzayda bir darbenin FDTD simülasyonu




Şekil 2.7 200 zaman adımından sonra serbest uzayda bir darbenin FDTD simülasyonu

Programla ilgili dikkate değer noktalar şöyle belirtilebilir.

1) $E_x$ ve $H_y$ değerleri ayrı döngülerle hesaplanır ve yukarıda tanımlandığı gibi birbirinden ayrı çalışır.

2) $E_x$ değeri hesaplandıktan sonra kaynak hesaplanır. $k=kc$ noktasındaki $E_x$ 'in değeri basitçe belirlenir. Bu "hard source" olarak tanımlanır, belirli bir değer FDTD ızgarası üzerine uygulanır.

# 3. BULGULAR VE TARTIŞMA

## 3.1 Dielektrik Bir Ortamda Yayılım

Dielektrik sabiti birden farklı olan, yani boşluk olmayan bir ortamdaki yayılımın simülasyonunu gerçekleştirebilmek için öncelikle bağıl dielektrik sabiti $\varepsilon_r$, Maxwell denklemlerine ilave edilir (Grote,2000).

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon_r \varepsilon_0} \nabla \times H \qquad (3.1a)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0} \nabla \times E \qquad (3.1b)$$

Burada yapılacak olan yine bir boyutlu simülasyondur. Denklem 2.13, yeniden düzenlenirse,

$$\frac{\partial \widetilde{E}_x(t)}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon_r \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \frac{\partial H_y(t)}{\partial z}$$

$$\frac{\partial H_y(t)}{\partial t} = -\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \frac{\partial \widetilde{E}_x(t)}{\partial z}$$

ve sonlu farklar yaklaşımı kullanılırsa,

$$\frac{\widetilde{E}_x^{n+1/2}(k) - \widetilde{E}_x^{n-1/2}(k)}{\Delta t} = \frac{1}{\varepsilon_r \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \cdot \frac{H_y^n(k+1/2) - H_y^n(k-1/2)}{\Delta x} \qquad (3.2a)$$

$$\frac{H_y^{n+1}(k+1/2) - H_y^n(k+1/2)}{\Delta t} = -\frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{\widetilde{E}_x^{n+1/2}(k+1) - \widetilde{E}_x^{n+1/2}(k)}{\Delta x} \qquad (3.2b)$$

denklemleri elde edilir.

$\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \frac{\Delta t}{\Delta x} = \frac{1}{2}$ olduğuna göre bunu 3.2 denkleminde uygularsak,

$$\tilde{E}_x^{n+1/2}(k) = \tilde{E}_x^{n-1/2}(k) + \frac{1/2}{\varepsilon_r}[H_y^n(k+1/2) - H_y^n(k-1/2)] \tag{3.3a}$$

$$H_y^{n+1}(k+1/2) = H_y^n(k+1/2) - \frac{1}{\mu_0}[\tilde{E}_x^{n+1/2}(k+1) - \tilde{E}_x^{n+1/2}(k)] \tag{3.3b}$$

denklemlerine ulaşılır.

Bu denklemlere bağlı olarak program için gerekli kodlar belirlenebilir.

*Ex(k) = Ex(k) + cb(k)*( Hy (k-1) - Hy(k))* (3.4a)

*Hy(k) = Hy(k) + 0.5*( Ex(k) – Ex(k+1) )* (3.4b)

Burada dielektrik malzemeyi belirten k'nın değerleri üzerinde

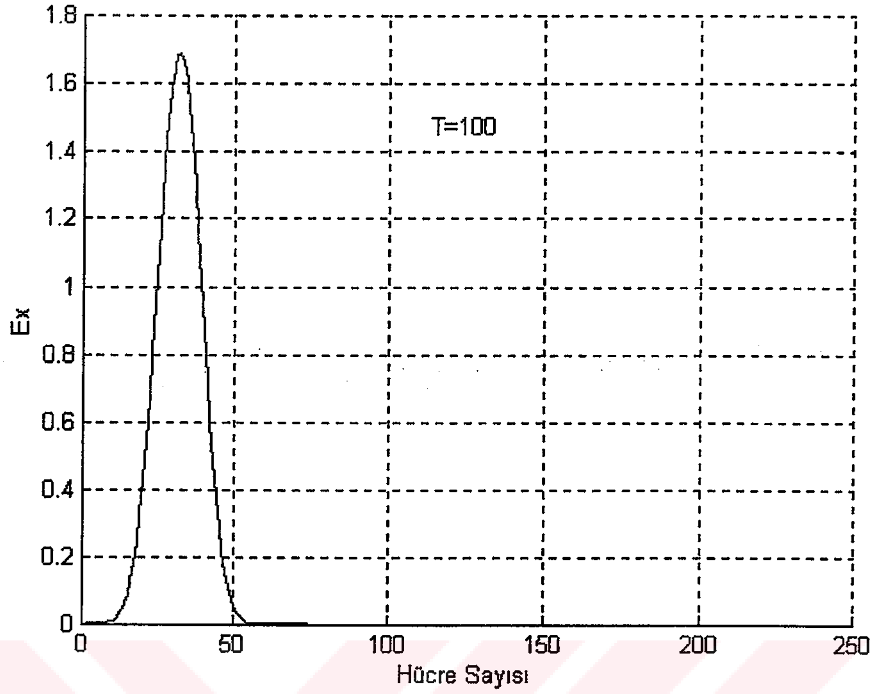
*cb(k) = .5 / epsilon* (3.5) olur.

Çizelge 3.1. Dielektrik ortama çarpan darbenin simülasyonu için hazırlanan yazılım

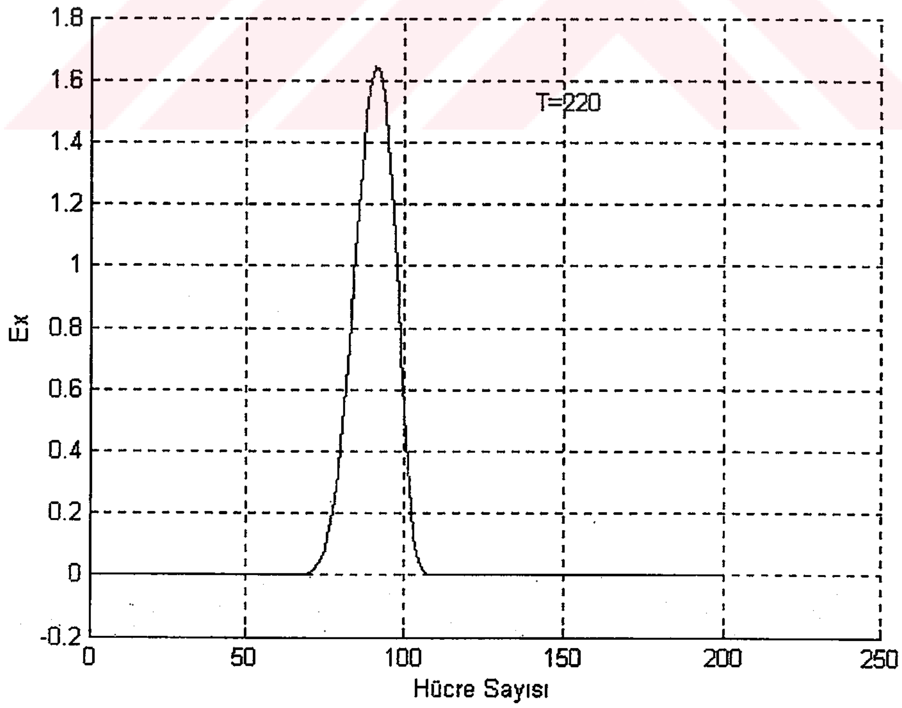
```
%f1d13.m Dielektrik ortama çarpan darbenin simülasyonu
KE=200;
to=40;
kc=KE/2;
spread=12;
T=0;
%Nstep=100;
%Nstep=220;
Nstep=400;
kstart=100;
epsilon=4;
%ilk sartlar
for k=1:KE+1
  Ex(k)=0;
  Hy(k)=0;
end
```

Çizelge 3.1. devam

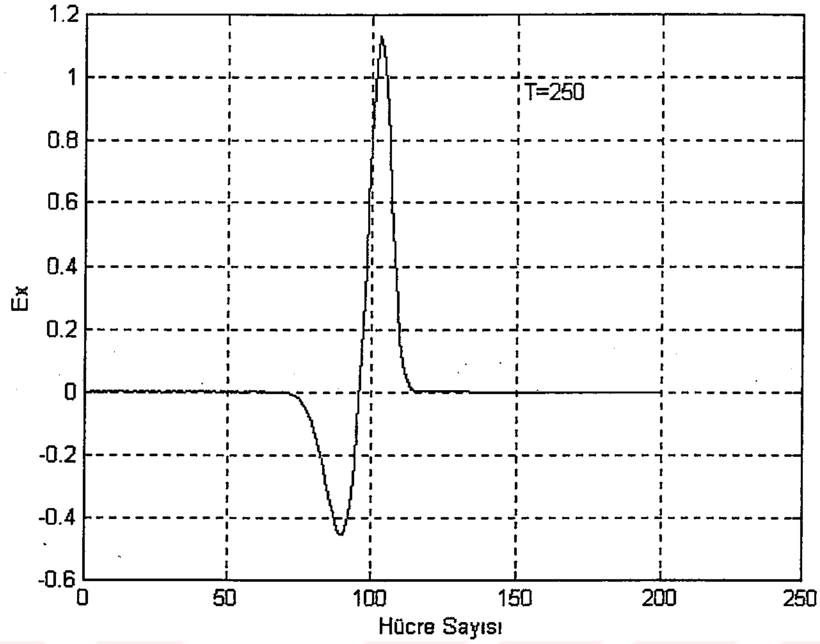
```
for k=1:KE+1
   cb(k)=0.5;
end
for k=kstart:KE+1
   cb(k)=0.5/epsilon;
end

%gauss darbesi
for n=1:Nstep
   T=T+1;

    for k=2:KE
       Ex(k)=Ex(k)+cb(k)*(Hy(k-1)-Hy(k));
    end

   pulse=exp(-0.5*((to-T)/spread)^2);
   Ex(5)=Ex(5)+pulse;

  for k=2:KE
     Hy(k)=Hy(k)+0.5*(Ex(k)-Ex(k+1));
  end
end

plot(Ex);
xlabel('Hücre Sayısı');
ylabel('Ex');
```



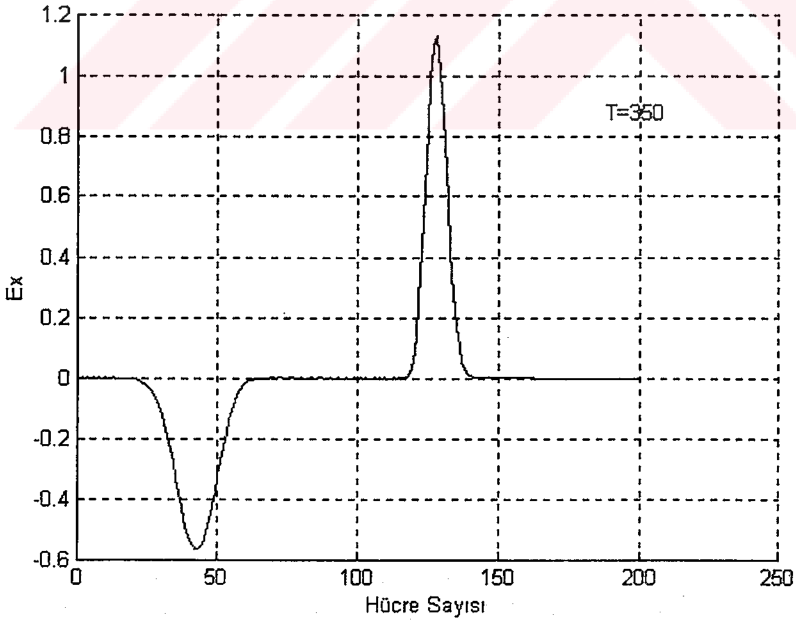

Şekil 3.1 T=100 için dielektrik sabiti 4 olan bir ortamın simülasyon sonuçları



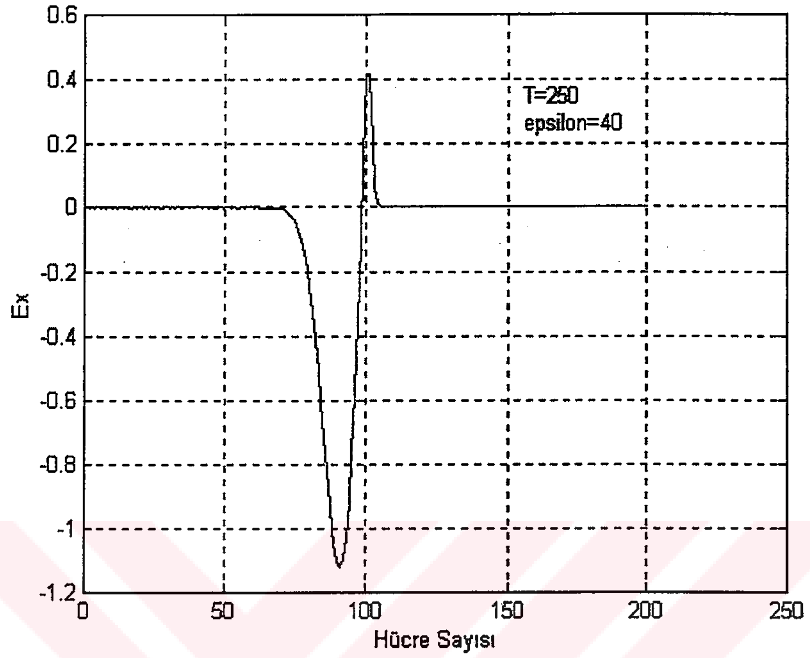

Şekil 3.2 T=220 için dielektrik sabiti 4 olan bir ortamın simülasyon sonuçları




Şekil 3.3  T=250 için dielektrik sabiti 4 olan bir ortamın simülasyon sonuçları




Şekil 3.4 T=350 için dielektrik sabiti 4 olan bir ortamın simülasyon sonuçları




Şekil 3.5 T=250 için dielektrik sabiti 40 olan bir ortamın simülasyon sonuçları

fld13.m programında boşlukta ilerleyip dielektrik bir ortama çarpan darbenin simülasyonu yapılmıştır. Bu ortam (3.15) eşitliğindeki *cb* parametresi ile açıkça belirtilmiştir. Şekil 3.1, Şekil 3.2 ve Şekil 3.3 dielektrik sabiti 4 olan bir ortamın simülasyon sonuçlarını göstermektedir. Değişen sadece iterasyon sayısıdır. Burada, EM teorinin temel prensiplerine göre darbenin bir kısmı ortam içerisinde ilerlerken bir kısmı da geri yansımaktadır.

## 3.2 Kayıplı Bir Ortamda Yayılım

Şimdiye kadar yapılan simülasyonlar, bağıl dielektrik sabiti $\varepsilon_r$'nin belirtildiği basit bir ortamın yada serbest uzaydaki elektromanyetik yayılımın simülasyonlarıdır. Bununla birlikte, birçok ortam iletkenlik olarak belirtilen bir kayıp terimine sahiptir. Bu kayıp sonucunda yayılan enerjide zayıflama meydana gelir. Önce zamana bağlı Maxwell' in Curl denklemleri ele alınıp, bunlar, iletkenliği olan bir ortamdaki yayılımı simule etmek için daha genel bir formda yazılmalıdır.

$$\varepsilon \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} = \nabla \times \boldsymbol{H} - \boldsymbol{J} \tag{3.6a}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \boldsymbol{E} \tag{3.6b}$$

**J** akım yoğunluğu olup $\boldsymbol{J}=\sigma\boldsymbol{E}$ 'dir. Burada $\sigma$ iletkenliktir. Bu, (3.6a) denkleminde yazılıp dielektrik sabitine bölünürse,

$$\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon_r.\varepsilon_0} \nabla \times \boldsymbol{H} - \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \boldsymbol{E} \qquad \text{olur.}$$

Temel bir boyutlu simülasyon denklemi düzenlenirse,

$$\frac{\partial E_x(t)}{\partial t} = -\frac{1}{\varepsilon_r \varepsilon_0} \cdot \frac{\partial H_y(t)}{\partial z} - \frac{\sigma}{\varepsilon_r \varepsilon_0} E_x(t)$$

ve (2.13)denklemindeki değişken dönüşümü yapılırsa,

$$\frac{\partial \tilde{E}_x(t)}{\partial t} = -\frac{1}{\varepsilon_r \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \cdot \frac{\partial H_y(t)}{\partial z} - \frac{\sigma}{\varepsilon_r \varepsilon_0} \tilde{E}_x(t) \tag{3.7a}$$

$$\frac{\partial H_y(t)}{\partial t} = -\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \frac{\partial \tilde{E}_x(t)}{\partial z} \tag{3.7b}$$

denklemleri elde edilir.

(2.11) denklemine benzer olarak, konuma ve zamana bağlı türevlerin her ikisi içinde, sonlu farklar yaklaşımı ele alındığında,

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{E}_x^{n+1/2}(k) - \tilde{E}_x^{n-1/2}(k)}{\Delta t} &= -\frac{1}{\varepsilon_r \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \frac{H_y^n(k+1/2) - H_y^n(k-1/2)}{\Delta x} \\ &- \frac{\sigma}{\varepsilon_r \varepsilon_0} \frac{\tilde{E}_x^{n+1/2}(k) + \tilde{E}_x^{n-1/2}(k)}{2} \end{aligned} \tag{3.8}$$

denklemine ulaşılır.

Daha önce elde ettiğimiz,

$$\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \frac{\Delta t}{\Delta x} = \frac{1}{2}$$ denklemini kullanarak,

$$\tilde{E}_x^{n+1/2}(k)\left[1+\frac{\Delta t \cdot \sigma}{2\varepsilon_r \varepsilon_0}\right] = \tilde{E}_x^{n-1/2}(k)\left[1-\frac{\Delta t \cdot \sigma}{2\varepsilon_r \varepsilon_0}\right] - \frac{1/2}{\varepsilon_r}\left[H_y^n(k+1/2) - H_y^n(k-1/2)\right] \quad (3.9)$$

denklemi elde edilir. Bu denklemler, artık, program için gerekli kodlara dönüştürülebilir.

*Ex(k) = ca(k) * Ex(k) + cb(k) * ( Hy(k-1) – Hy(k) )* (3.9a)

*Hy(k) = Hy(k) + 0.5 * ( Ex(k) – Ex(k+1) )* (3.9b)

Burada

*eaf = dt * sigma / (2 * epsz * epsilon)* (3.10a)

*ca(k) = ( 1- eaf ) / (1 + eaf )* (3.10b)

*cb(k) = 0.5 / ( epsilon * ( 1 +eaf ))* (3.11c)

Çizelge 3.2. Kayıplı ortamların simülasyonu için hazırlanan yazılım

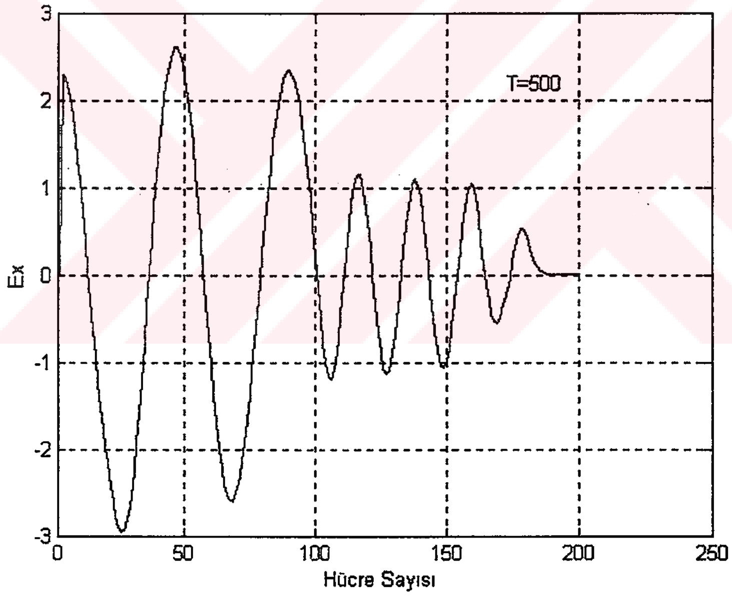
```
%f1d15.m Kayıplı ortamın simülasyonu
KE=200;
to=40;
kc=KE/2;
spread=12;
T=0;
Nstep=200;%(Nstep değiştirilebilir)
kstart=100;
ddx=0.01;
dt=ddx/(6e8);
epsz=8.85419e-12;
%ilk sartlar
%f=700e6;
```

Çizelge 3.2. (devam)

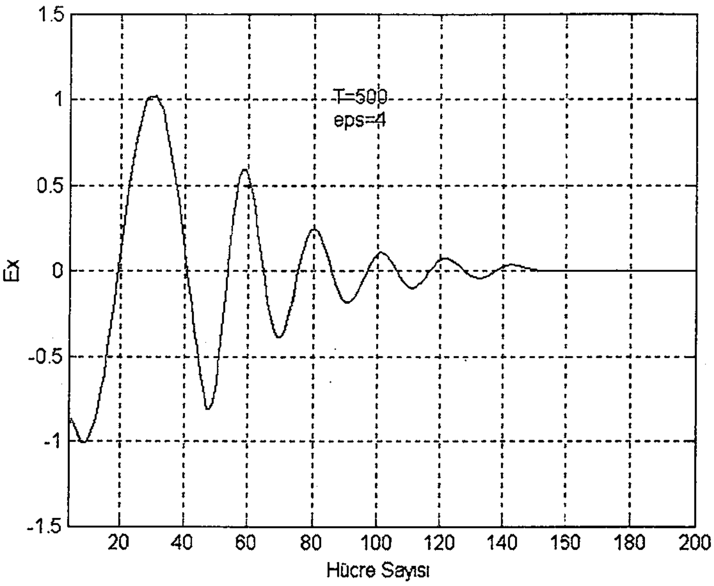
```
%sigma=0.003;
sigma=0.04;
epsilon=4;
for k=1:KE+1
   ca(k)=1;
   cb(k)=0.5;
end
eaf=dt*sigma/(2*epsz*epsilon);

for k=1:KE+1
  Ex(k)=0;
  Hy(k)=0;
end

for k=kstart:KE+1
   ca(k)=(1-eaf)/(1+eaf);
   cb(k)=0.5/(epsilon*(1.+eaf));
end

%gauss darbesi
for n=1:Nstep
   T=T+1;
 for k=2:KE
    Ex(k)=ca(k)*Ex(k)+cb(k)*(Hy(k-1)-Hy(k));
 end
% pulse=sin(2*pi*f*dt*T);
    pulse=exp(-0.5*((to-T)/spread)^2);
    Ex(5)=Ex(5)+pulse;
```

Çizelge 3.2. (devam)

```
for k=2:KE
        Hy(k)=Hy(k)+0.5*(Ex(k)-Ex(k+1));
    end
end
plot(Ex);
xlabel('Hücre Sayısı');
ylabel('Ex');
```



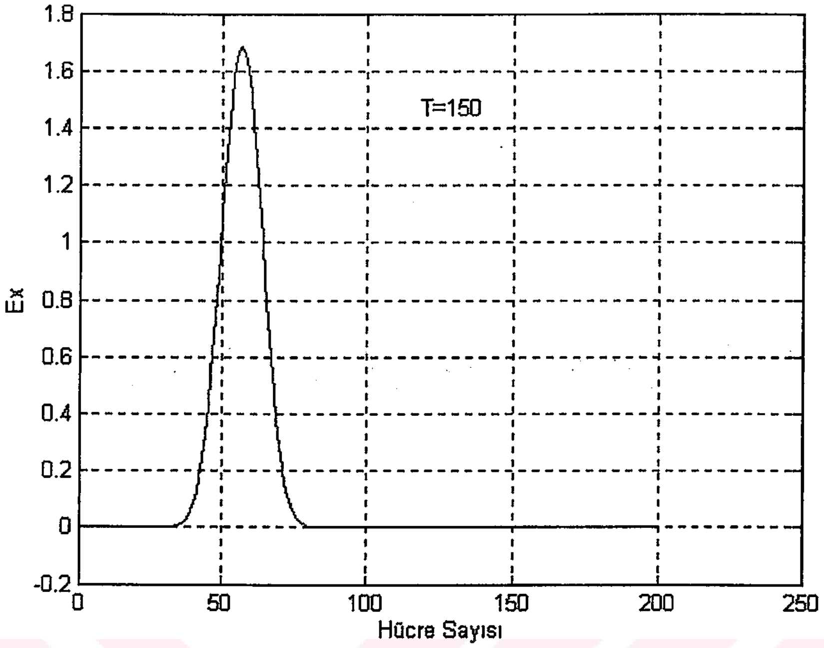

Şekil 3.6 Dielektrik sabiti 4, iletkenliği 0.003(S/m) olan kayıplı bir ortama çarpan sinüzoidal dalganın simülasyonu



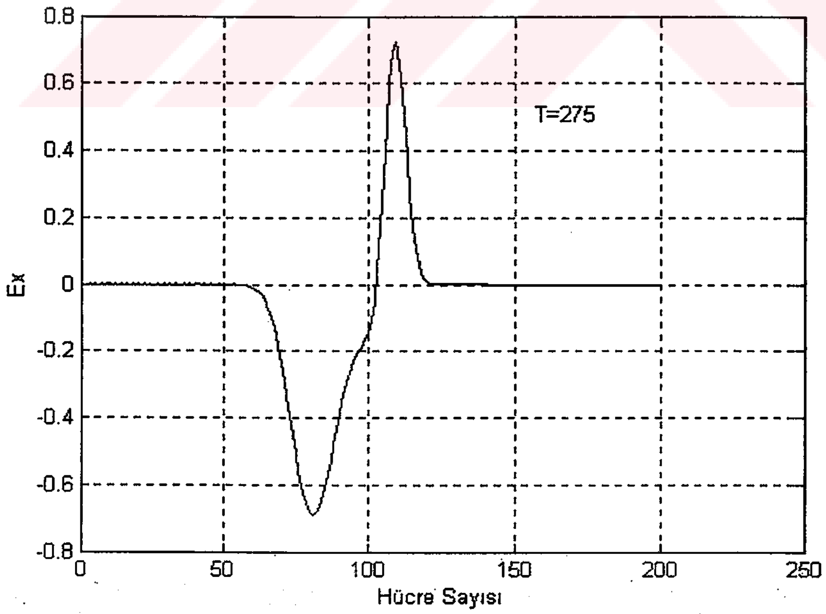

Şekil 3.7 Dielektrik sabiti 4, iletkenliği 0.04(S/m) olan kayıplı bir ortama çarpan sinüzoidal dalganın simülasyonu

fld15.m programı, dielektrik sabiti 4 ve iletkenliği 0.003 olan kayıplı bir ortama çarpan sinüzoidal dalgayı simüle eder. Burada kaynak 700 MHz' dir ve 5 numaralı hücreye yerleştirilmiştir. Dalga en sol noktada üretilir ve sağa doğru yayılır. Diğer ortama çarptığı hücre 100'üncü hücredir. İkinci ortamın tanımlandığı, başlangıç noktası olan bu hücreye bağlı olarak sonuçlar elde edilir. Sinüzoidal dalga ortama çarpınca bir kısmı geri yansır diğer kısmı iletilir. İkinci ortamın iletkenlik değerine bağlı olarak dalga sönümlenir.

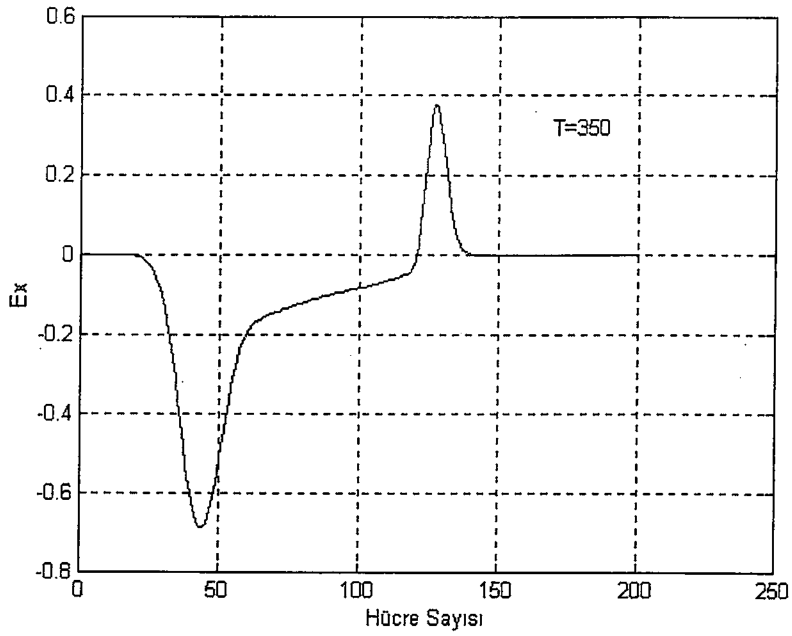
Eğer, kaynak olarak sinüzoidal dalga değil de bir gauss darbesi kullanılırsa aşağıdaki sonuçlar elde edilir. Bu yazılım içinde ortam değişiminin başladığı hücre 100' üncü hücre alınmıştır. Kaynak da yine 5 numaralı hücreye yerleştirilmiştir.



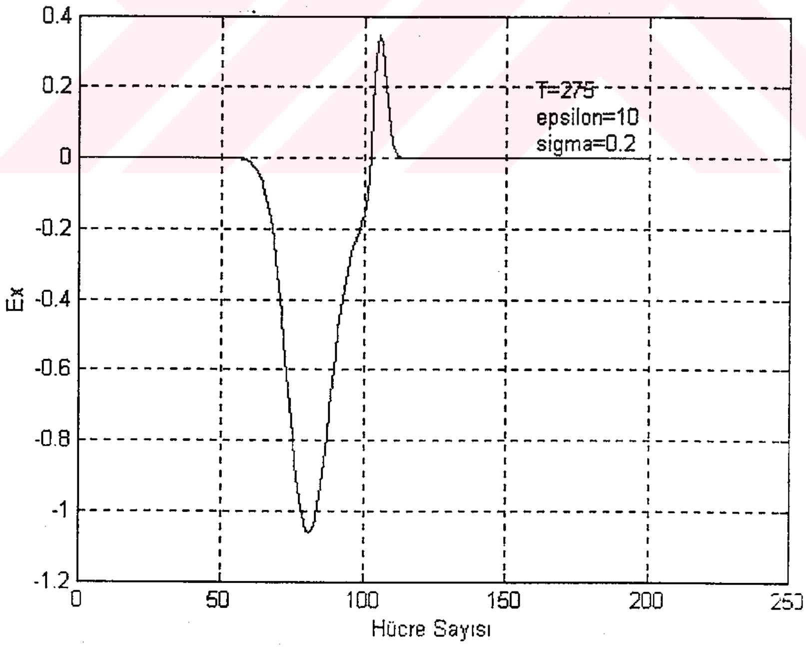

Şekil 3.8 Dielektrik sabiti 4, iletkenliği 0.04(S/m) olan kayıplı bir ortama çarpan Gauss darbesinin simülasyonu (T=150)



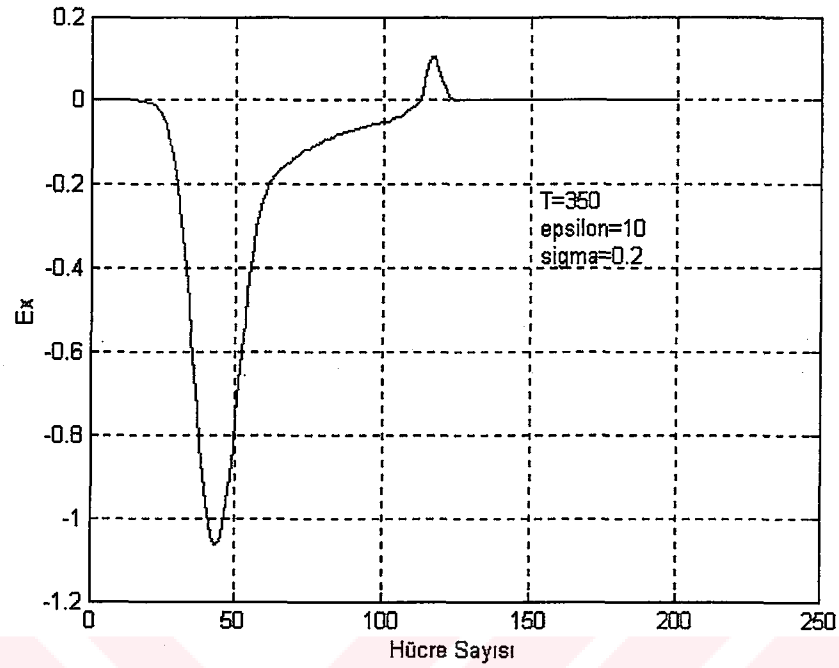

Şekil 3.9 Dielektrik sabiti 4, iletkenliği 0.04(S/m) olan kayıplı bir ortama çarpan Gauss darbesinin simülasyonu (T=275)




Şekil 3.10 Dielektrik sabiti 4, iletkenliği 0.04(S/m) olan kayıplı bir ortama çarpan Gauss darbesinin simülasyonu (T=350)




Şekil 3.11 Dielektrik sabiti 10, iletkenliği 0.2 (S/m) olan kayıplı bir ortama çarpan Gauss darbesinin simülasyonu (T=275)




Şekil 3.12 Dielektrik sabiti 10, iletkenliği 0.2 (S/m) olan kayıplı bir ortama çarpan Gauss darbesinin simülasyonu (T=350)

Darbe ikinci ortam içerisinde ilerlerken iletkenliğe bağlı olarak genliği azalır. Yansıyan dalganın genliği ise herhangi bir kayıp olmadığından sabit kalır.

### 3.3 Kullanılan Akı Yoğunluğunun Yeniden Formülasyonu

Maxwell denklemlerinin daha genel bir formu;

$$\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} = \nabla \times \boldsymbol{H} \qquad (3.12a)$$

$$\boldsymbol{D}(w) = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r^*(w) \cdot \boldsymbol{E}(w) \qquad (3.12b)$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t} = \frac{-1}{\mu_0} \nabla \times \boldsymbol{E} \qquad (3.12c)$$

şeklindedir (Haznadar ve Stih, 2000).

Burada D elektrik akı yoğunluğudur. Dikkat edilmelidir ki 3.12b eşitliği frekans domeninde yazılmıştır. Bu eşitliklerin normalize edilmesiyle,

$$\tilde{E} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \cdot E \tag{3.13a}$$

$$\tilde{D} = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_0 \mu_o}}.D \tag{3.13b}$$

ve bu denklemlerin kullanılmasıyla

$$\frac{\partial \tilde{D}}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \nabla \times H \tag{3.14a}$$

$$\tilde{D}(w) = \varepsilon_r^*(w) \cdot \tilde{E}(w) \tag{3.14b}$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \nabla \times \tilde{E} \tag{3.14c}$$

denklemleri elde edilir.

Bölüm 1' de görüldüğü üzere gibi 3.14a ve 3.14b denklemlerinin bu formu, çok basit sonlu fark denklemleri olan 2.11a ve 2.11b denklemlerinin yeniden düzenlenmesine öncülük edecektir. Ancak FDTD içerisinde uygulayabilmek için, 3.14b denklemini, zaman domeni fark denklemi içerisinde elde etmek gerekmektedir. Bunu yapmak için ilk adım frekans domeninden zaman domenine geçiştir. Kayıpsız dielektrik ortamlarla ilgilenirken aşağıdaki form kullanılır (Routhwell and Cloud, 2000).

$$\varepsilon_r^*(w) = \varepsilon_r + \frac{\sigma}{jw\varepsilon_0} \tag{3.15}$$

3.15 denklemi, 3.14b denkleminde yazılırsa,

$$D(w) = \varepsilon_r \cdot E(w) + \frac{\sigma}{jw\varepsilon_0} E(w) \tag{3.16}$$

elde edilir.

Bu denklemin ilk terimini zaman domeni içerisine almak önemli bir problem oluşturmamaktadır. Çünkü, bu, basit bir çarpma işlemidir. İkinci terimdeki 1/jw ise Fourier teorisine göre zaman domeninde bir integrasyondur. Yani 3.16 denklemi olarak yazılabilir.

Buradan örneklenmiş zaman domenine geçilir. Yani integral, Δt zaman aralıklarında bir toplama yaklaştırılır.

$$D^n = \varepsilon_r \cdot E^n + \frac{\sigma \cdot \Delta t}{\varepsilon_0} \sum_{i=0}^{n} E^i \qquad (3.17)$$

Dikkat edilmelidir ki E ve D, t=n·Δt zamanında açıkça belirtilmiştir. 3.14b denklemine dönüp baktığımızda kalan tek problem, $D^n$ değerinden $E^n$ değerinin çözülmek zorunda olunmasıdır. Malesef toplam hesabı içerisinde $E^n$ 'e ihtiyaç duyulmaktadır. Bu problem, $E^n$ 'li terimleri toplamdan ayırmak suretiyle çözülür.

$$D^n = \varepsilon_r \cdot E^n + \frac{\sigma \cdot \Delta t}{\varepsilon_0} E^n + \frac{\sigma \cdot \Delta t}{\varepsilon_0} \sum_{i=0}^{n-1} E^i$$

Buradan $E^n$ 'i hesaplanırsa

$$E^n = \frac{D^n - \frac{\sigma \cdot \Delta t}{\varepsilon_0} \sum_{i=0}^{n-1} E^i}{\varepsilon_r + \frac{\sigma \cdot \Delta t}{\varepsilon_0}} \qquad (3.18)$$ bulunur.

$E^n$ (E 'nin mevcut değeri), D 'nin şu anki değeri ve E'nin daha önceki değerinden hesaplanabilir. Bu, toplam için yeni parametreler tanımlamada avantaj sağlayacaktır.

$$I^n = \frac{\sigma \cdot \Delta t}{\varepsilon_0} \sum_{i=0}^{n} E^i$$

Yani 3.18 denklemi aşağıdaki şekilde iki yeni denkleme dönüşür.

$$E^n = \frac{D^n - I^{n-1}}{\varepsilon_r + \frac{\sigma \cdot \Delta t}{\varepsilon_0}} \qquad (3.19a)$$

$$I^n = I^{n-1} + \frac{\sigma \cdot \Delta t}{\varepsilon_0} E^n \qquad (3.19b)$$

Buradan görülmektedir ki, 3.19b denklemi, her n zaman adımında $E^n$ değerinin sabit bir terimle çarpılıp, n-1 'deki toplamın önceki değerlerine eklenmesiyle elde edilir ve toplam bu denklemle hesaplanır. Sıfırdan n' e tüm $E^n$ değerlerinin hesaplanması gereksizdir. Şimdi, tüm FDTD formülasyonu;

*dx(k) = dx(k) + .5*( hy(k-1) –hy(k) )* (3.20a)

*ex(k) = gax(k) * ( dx(k) – ix(k) )* (3.20b)

*ix(k) = ix(k) + gbx(k) * ex(k)* (3.20c)

*hy(k) = hy(k) + .5* ( ex(k) – ex(k+1) )* (3.20d)

şeklindedir.

Burada;

*gax(k) = 1 / (epsilon+(sigma*dt/epsz) )* (3.21a)

*gbx(k) = sigma*dt/epsz* (3.21b) 'dir.

Çizelge 3.3. Dielektrik bir ortama çarpan darbenin simülasyon yazılımı

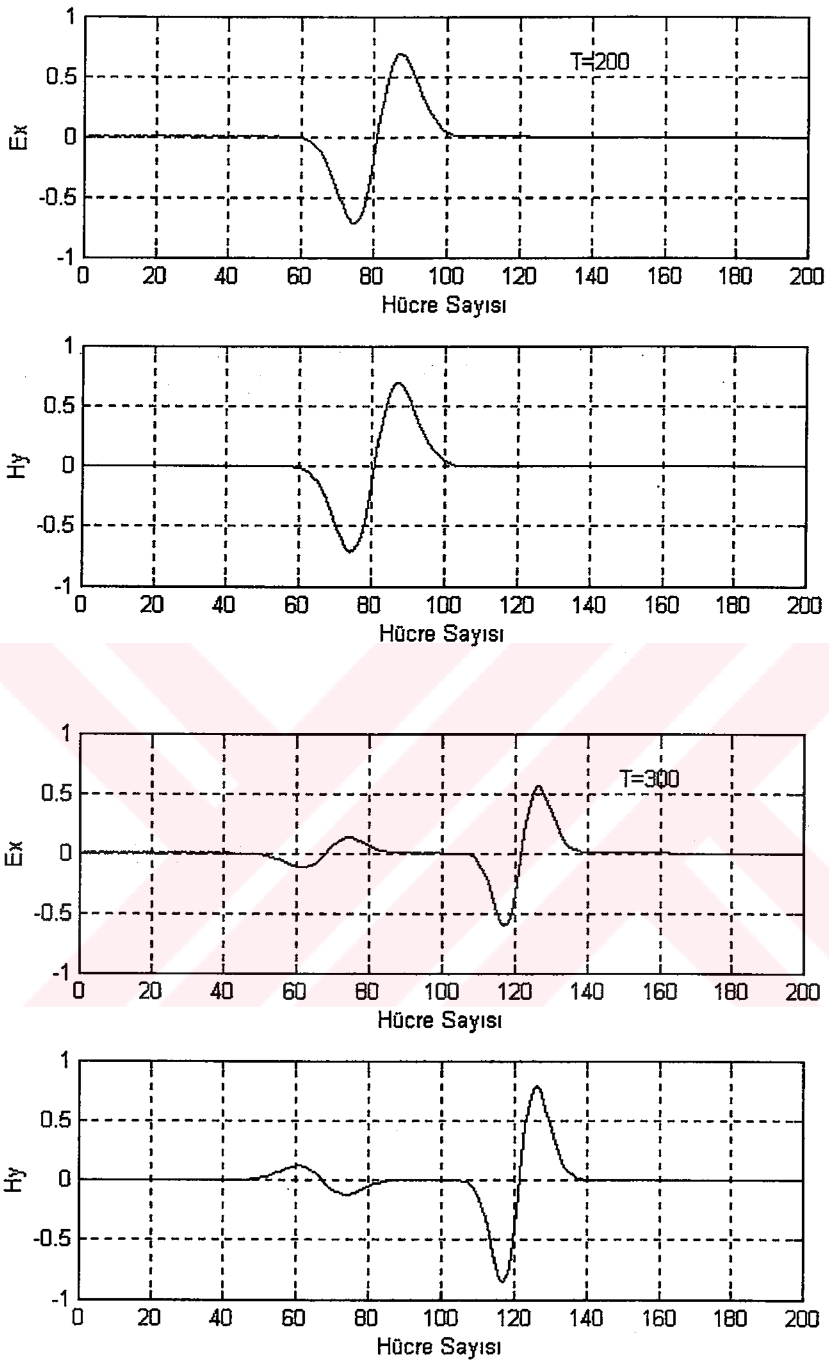
```
% Dielektrik Bir Ortama Çarpan Darbenin FDTD Simülasyonu (f1d21)
%Aki Yogunlugunu Kullanan Yeni Formülasyon

KE=200;
kc=KE/2;        %Problem uzayının merkezi
ddx=0.01;       %Hücre boyu
dt=ddx/6e8;     %Zaman adımı
epso=8.8541878*(10^-12);    %Boşluğun dielektrik sabiti
pi=3.14159;
kstart=100;
epsilon=2;
```

Çizelge 3.3. (devam)

```
sigma=0;
nsteps=300;
%Başlangıç Koşulları
for k=1:KE
  ga(k)=1;
  gb(k)=0;
  ex(k)=0;
  dx(k)=0;
  hy(k)=0;
  ix(k)=0;
end

for k=kstart:KE
  ga(k)=(1/(epsilon+sigma*(dt/epso)));
  gb(k)=sigma*(dt/epso);
end

%Giris Darbesini Belirleyen Parametreler
to=40.0;
w=12.0;%spread
T=0;

for n=1:nsteps
  T=T+1;
    %Dx'in Hesabi
  for k=2:KE
    dx(k)=dx(k)+0.5*(hy(k-1)-hy(k));
  end
```

Çizelge 3.3. (devam)

```
%Gauss Darbesinin Yerleştirilmesi
freq_in=700e6;
  %pulse=sin(2*pi*freq_in*dt*T);
  pulse=exp(-0.5*((to-T)/w)^2);
  dx(5)=dx(5)+pulse;

  %Dx den Ex'in Hesabi
  for k=1:KE-1
    ex(k)=ga(k)*(dx(k)-ix(k));
    ix(k)=ix(k)+gb(k)*ex(k);
  end

  %Hy ALANININ HESABI

  for k=1:KE-1
    hy(k)=hy(k)+0.5*(ex(k)-ex(k+1));
  end
end
display(ex);
subplot(2,1,1);
plot(ex);
xlabel('Hücre Sayısı');
ylabel('Ex');

subplot(2,1,2);
plot(hy);
xlabel('Hücre Sayısı');
ylabel('Hy');
```




Şekil 3.13 T=200 ve T=300 için dielektrik bir ortama çarpan darbenin simülasyonu

Buradaki önemli nokta, eşitlik 3.20b ve 3.20c kodlarının ortama bağlı tüm bilgileri içermesidir. Serbest uzay için *gax=1* ve *gbx=0* 'dır. Kayıplı malzemeler için *gax* ve *gbx*, 3.21a ve 3.21b eşitlikleriyle hesaplanır. k noktasında *ex(k)* 'nın hesaplanmasında sadece, *ex(k)* 'nın önceki değeriyle $dx(k)$ değeri kullanılır. İlk bölümdeki formüllerle karşılaştırdığımızda burada daha karmaşık bir yapı görülmektedir. Artık $E_x$ kadar, $D_x$ 'e ve bir yardımcı parametre olan $i_x$' e ihtiyaç duyulmaktadır. Daha kompleks malzemelerle uğraşıldığında, karmaşıklığın azaltılmasında $i_x$' in gerçek avantajı ortaya çıkacaktır.

### 3.4 Frekans Domeni Çıkış Hesabı

Değişik frekanslara bağlı olarak, dielektrik bir ortam için her noktada E alanı hesaplanmak istenirse ortamda, ilgilenilen her noktada sonuca, genlik ve faz belirleninceye ve durgun duruma ulaşılıncaya kadar FDTD programının tekrarı yapılarak ulaşılabilir. Sistem teorisine göre eğer kaynak olarak bir darbe kullanılırsa, her bir frekansın tepkisi elde edilebilir. Gaussian dağılımına göre, eğer dağılım yeterince dar ise iyi bir impulsa yaklaşılır. Daha sonra darbe sönünceye kadar FDTD programı tekrarlanır ve E alanının Fourier dönüşümünü elde edilir. Eğer bir noktadaki E alanının Fourier dönüşümü biliniyorsa, herhangi bir sinüzoidal kaynak ile oluşan E alanının, fazı ve genliği hesaplanabilir. İlgilenilen her noktada, zaman domeni verilerinin tümü için, E alanının, FDTD program tekrarlanıncaya yani verinin Fourier dönüşümü, tahmin edilir bir FFT kullanılarak hesaplanıncaya kadar depolanmak zorunda olması mantıksal bir zorluk ortaya çıkarır (Taflove,1995).

Buna alternatif bir çözüm gerekmektedir. $f_1$ frekansında E(t) alanının fourier dönüşümünü hesaplanmak istenildiğinde bu;

$$E(f_1) = \int_0^{t_T} E(t) \cdot e^{-j2\pi f_1 t_1} dt \tag{3.22}$$

denklemiyle yapılabilir.

Burada, FDTD program, tüm fonksiyonları nedensel fonksiyon varsaydığı için alt sınır sıfırdır. Üst sınır $t_T$ , FDTD iterasyonunun duraklama zamanıdır. 3.22' i sonlu farklar formunda yeniden yazarsak,

$$E(f_1) = \sum_{n=0}^{T} E(n \cdot \Delta t) \cdot e^{-j2\pi f_1 (n \cdot \Delta t)} dt \tag{3.23}$$

denklemi elde edilir (Kunz ve Luebbers, 1993).

T iterasyon sayısı ve Δt zaman adımıdır. Yani $t_T$= T·Δt 'dir. 3.23 eşitliği gerçek ve sanal kısımlarına ayrılabilir.

$$E(f_1) = \sum_{n=0}^{T} E(n \cdot \Delta t) \cdot \cos(2\pi f_1 \cdot \Delta t \cdot n) - j \sum_{n=0}^{T} E(n \cdot \Delta t) \cdot \sin(2\pi f_1 \cdot \Delta t \cdot n) \qquad (3.24)$$

Bu bilgisayar koduyla,

*realpt(m,k) = realpt(m,k) + ex(k)*cos(2*pi*freq(m)*dt*n)* (3.25a)

*imagpt(m,k) = imagpt(m,k) + ex(k)*sin(2*pi*freq(m)*dt*n)* (3.25b)

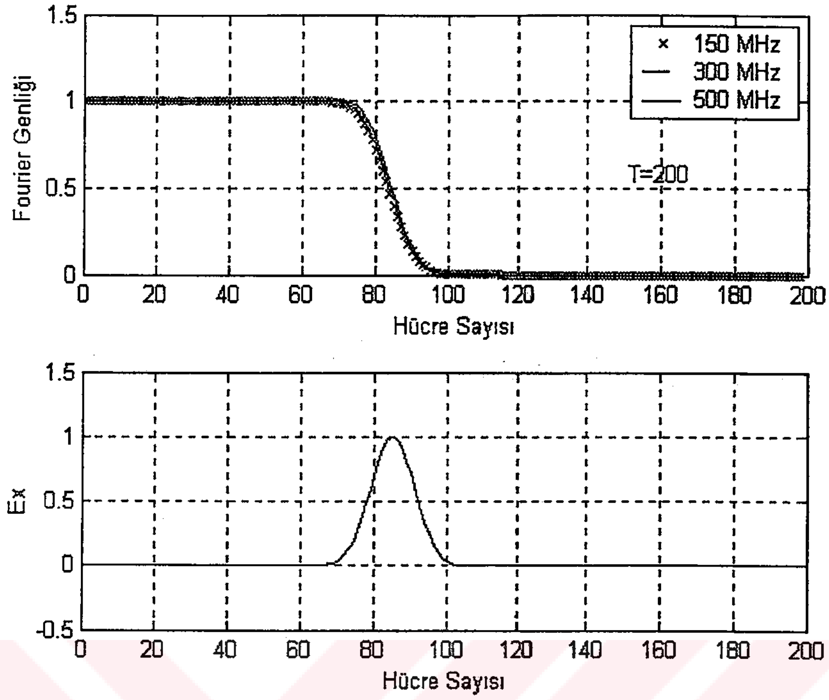
şeklinde belirtilir.

Çözüm bölgesinde, her k noktasında, ilgilenilen her $f_m$ frekansı için sadece iki değişkene gereksinim vardır. Herhangi bir k noktasında $E(f_i)$' nin reel kısmı *realpt(m,k)* ve sanal parçası *imagpt(m,k)* kullanılarak $f_m$ frekansındaki genlik ve faz hesaplanabilir.

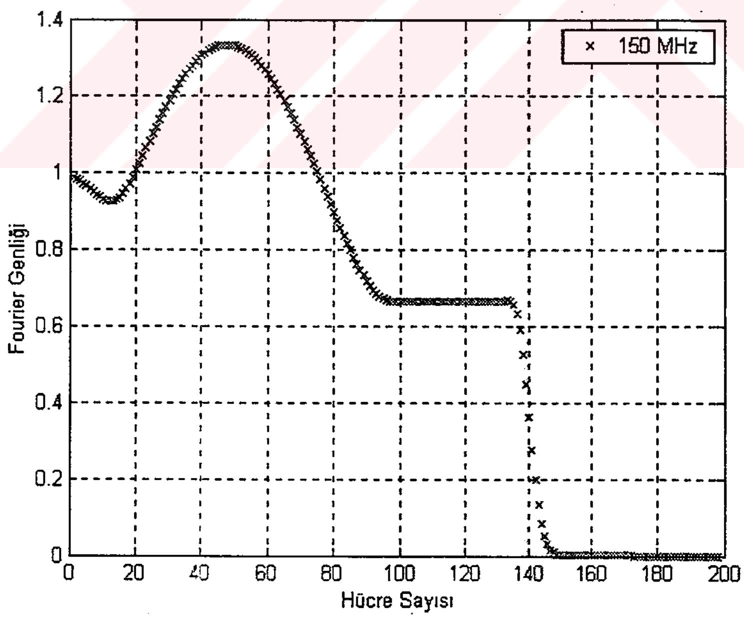
*amp(m,k) = sqrt(pow(realpt(m,k),2.)+pow(imagpt(m,k),2.))* (3.26a)

*phase(m,k) = atan2(imagpt(m,k),realpt(m,k))* (3.26b)

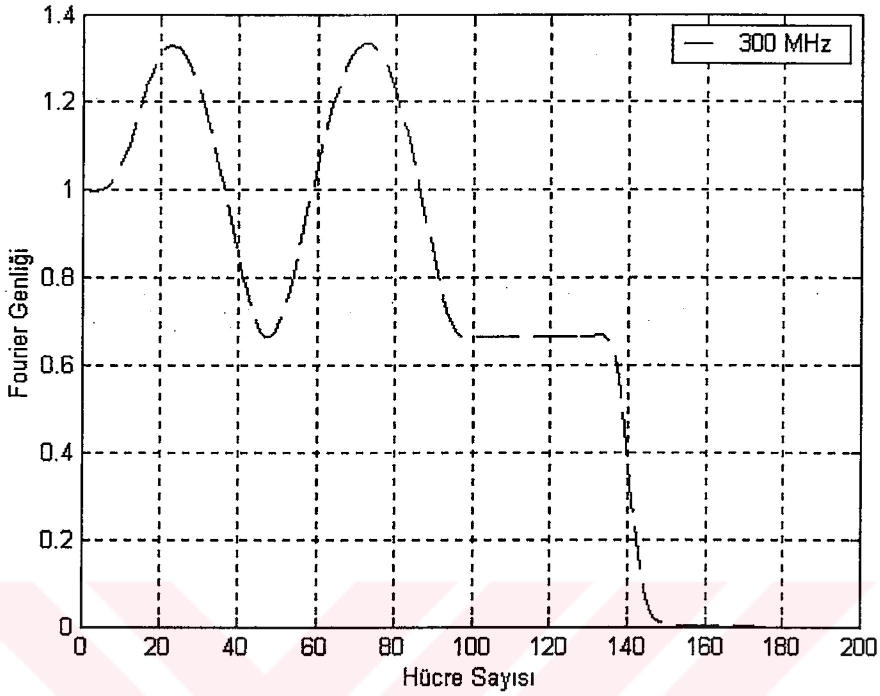
Dikkat edilmelidir ki buradaki genlik ve faz, her bir hücre için, her bir frekansla birleştirilen genlik ve faz değerleridir. Çizelge 3.2. (fld21.m programı) içerisine yukarıdaki kodların yerleştirilmesiyle, problem uzayı boyunca 3 frekanstaki frekans tepkisini hesaplanabilir.



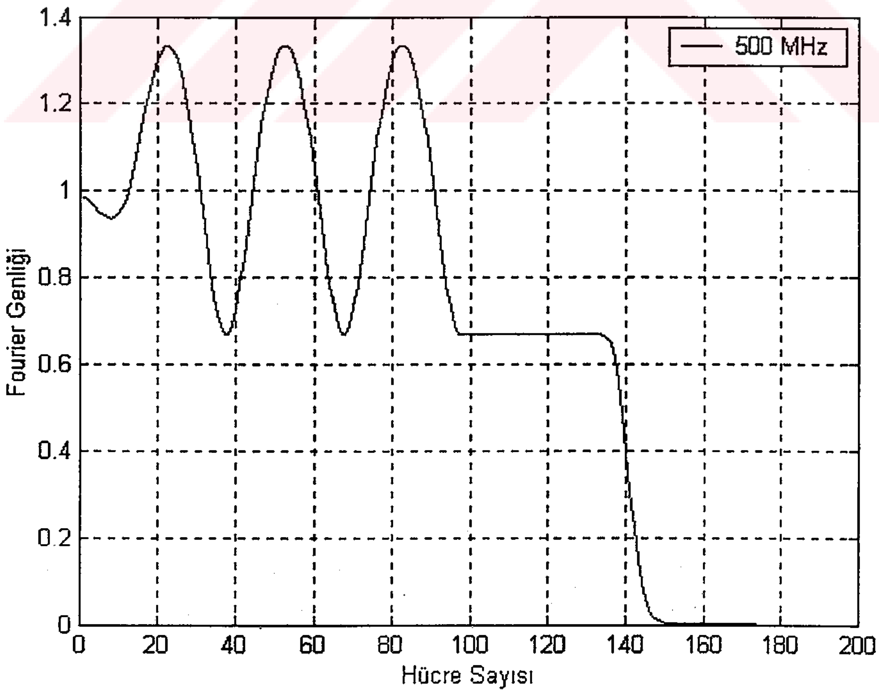

Şekil 3.14 T=200 de, darbe ortama çarpmadan önce frekans tepkisi ve elektrik alan



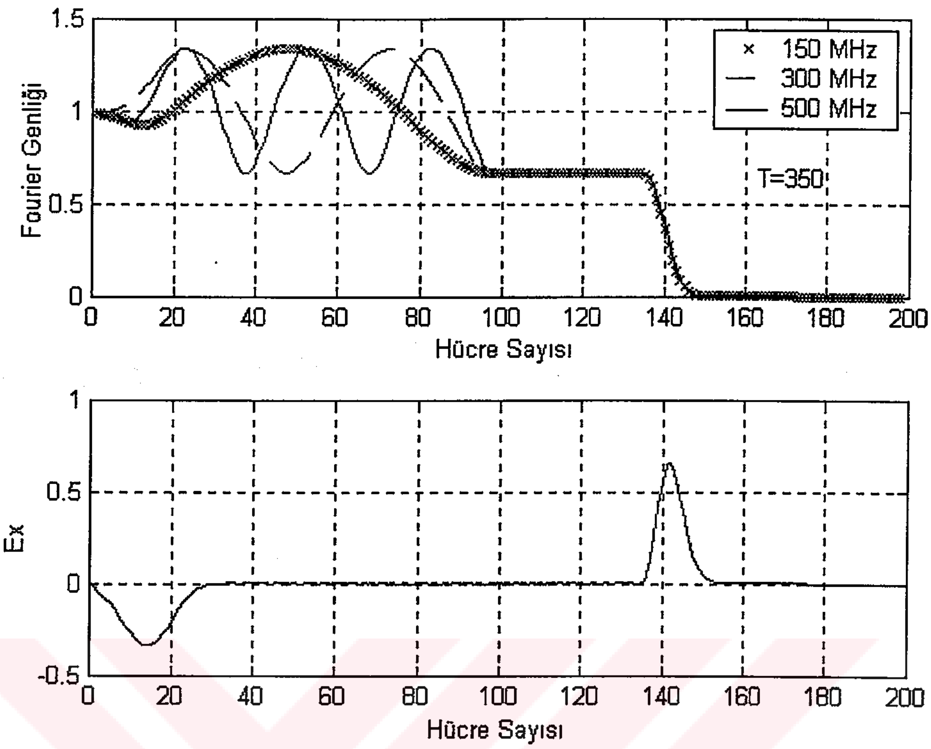

Şekil 3.15. T=350 de, darbe ortama çarptıktan sonra Fourier genliği (f =150 MHz)




Şekil 3.16. T=350 de, darbe ortama çarptıktan sonra fourier genliği (f =300 MHz)




Şekil 3.17. T=350 de, darbe ortama çarptıktan sonra fourier genliği (f =500 MHz)




Şekil 3.18. T=350 de, darbe ortama çarptıktan sonra frekans tepkisi ve elektrik alan

Yansıyan ve iletilen darbenin genliği;

$$\Gamma = \frac{E_{ref}}{E_{inc}} = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} \tag{3.27}$$

$$\tau = \frac{E_{trans}}{E_{inc}} = \frac{2\eta_2}{\eta_2 + \eta_1} \tag{3.28}$$

Empedans $\eta = \sqrt{\dfrac{\mu}{\varepsilon_0 \varepsilon_r^*}}$

$$\varepsilon_r^* = \varepsilon_r + \frac{\sigma}{jw\varepsilon_0}$$

$\mu = \mu_0$ olması durumunda

$$\Gamma = \frac{\dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_2^*}} - \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_1^*}}}{\dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_2^*}} + \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_1^*}}} = \frac{\sqrt{\varepsilon_1^*} - \sqrt{\varepsilon_2^*}}{\sqrt{\varepsilon_1^*} + \sqrt{\varepsilon_2^*}}$$

$$\tau = \frac{2/\sqrt{\varepsilon_2^*}}{\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_2^*}}+\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_1^*}}} = \frac{2\cdot\sqrt{\varepsilon_1^*}}{\sqrt{\varepsilon_1^*}+\sqrt{\varepsilon_2^*}}$$

denklemleriyle hesaplanır (Balanis 1989).

$$\tau = \frac{\sqrt{1}\cdot 2}{1+\sqrt{4}} = .667 \qquad \tau = \frac{1-\sqrt{4}}{1+\sqrt{4}} = 0.333$$

FDTD çözümüyle ulaştığımız simülasyon sonuçları ve analitik çözümler arasında tam bir uyum olduğu görülmektedir (Bkz. Şekil 3.18.)

### 3.5 Frekansa Bağlı Ortamlar

Ortamların dielektrik sabitleri ve iletkenlikleri frekansa bağlılık gösterir. Bölüm 1 ve Bölüm 2 de kaynak olarak kullanılan darbeler bir frekans spektrumu içerirler. Dolayısıyla frekansa bağlı malzemeyi simüle edebilmek için bir analize ihtiyaç duyulmaktadır. FDTD metodundaki başarılı gelişmelerden biri frekansa bağlı malzemelerin simüle edilmesidir.

Örneğin, 10 MHz-1000 MHz frekans aralığında dielektrik sabiti ve iletkenliği değişen bir ortam için gerekli denklemler aşağıdaki gibi yeniden düzenlenebilir.

$$\varepsilon_r^*(w) = \varepsilon_r + \frac{\sigma}{jw\varepsilon_0} + \frac{\chi_1}{1+jwt_0} \tag{3.29}$$

Bu eşitlik Debye formülünü işaret eder (Kunz ve Luebbers, 1993). Bu formülde dielektrik sabiti $\varepsilon_r$ ve iletkenlik $\sigma$'nın yanında frekansa bağlı birde terim vardır. Aşağıdaki parametreler şekil 3.3'ün ortamı için verilmiştir.

$\varepsilon_r = 2$ $\quad\sigma = 0.01$ $\quad X_1 = 2$ $\quad t_0 = 0.001\ \mu s$

FDTD' de bu ortamın simülasyonunu gerçekleştirmek için, 3.29 denklemi, örneklenmiş zaman domeni içerisine konulmalıdır. Son terimle elektriksel alanın çarpımı,

$$S(w) = \frac{\chi_1}{1+jwt_0}E(w) \tag{3.30}$$

şeklinde tanımlanabilir.

Debye teriminin ters Fourier dönüşümü $(X_1/t_0)e^{-(t/to)}$ $u$(t) şeklindedir (Kunz ve Luebbers, 1993). Burada $u$(t), t<0 için 0 ve daha sonra 1 olan dikdörtgensel fonksiyondur (Hazırlanan yazılım başlangıç alan değerlerini sıfır olarak kabul ettiği için FDTD 'nin tüm fonksiyonları nedensel olarak aldığı hatırlanmalıdır). Frekans domenindeki 3.30 denklemi, zaman domeninde konvolüsyon olur.

$$S(t) = \frac{\chi_1}{t_0} \int_0^t e^{-(t'-t)/t_0} E(t') \cdot dt'$$

Bu denklem örneklenmiş zaman domeninde bir toplama yaklaştırılırsa,

$$S^n = \chi_1 \cdot \frac{\Delta t}{t_0} \sum_{i=0}^{n} e^{-\Delta t(n-i)/t_0} \cdot E^i = \chi_1 \cdot \frac{\Delta t}{t_0} (E^n + \sum_{i=0}^{n-1} e^{-\Delta t(n-i)/t_0} \cdot E^i) \qquad (3.31)$$

elde edilir.

Burada

$$S^{n-1} = \chi_1 \cdot \frac{\Delta t}{t_0} \sum_{i=0}^{n-1} e^{-\Delta t(n-1-i)/t_0} \cdot E^i = \chi_1 \cdot \frac{\Delta t}{t_0} e^{\Delta t/t_0} \sum_{i=0}^{n-1} e^{-\Delta t(n-i)/t_0} \cdot E^i$$

olduğuna dikkat edilmelidir.

Bu denklem 3.31 de yazılırsa,

$$S^n = \chi_1 \cdot \frac{\Delta t}{t_0} \cdot E^n + e^{-\Delta t/t_0} S^{n-1} \qquad (3.32)$$

olmaktadır.

Benzer yolla kayıplı dielektrik ortamlar için,

$$D^n = \varepsilon_r \cdot E^n + I^n + S^n$$

$$D^n = \varepsilon_r \cdot E^n + \left[ \frac{\sigma \cdot \Delta t}{\varepsilon_0} \cdot E^n + I^{n-1} \right] + \left[ \chi_1 \cdot \frac{\Delta t}{t_0} \cdot E^n + e^{-t/t_0} \cdot S^{n-1} \right] \qquad (3.33)$$

olarak yazılabilir.

$E^n$ için çözüm,

$$E^n = \frac{D^n - I^{n-1} - e^{-\Delta t/t_0} S^{n-1}}{\varepsilon_r + \dfrac{\sigma \cdot \Delta t}{t_0} + \chi_1 \cdot \dfrac{\Delta t}{t_0}} \tag{3.34a}$$

$$I^n = I^{n-1} + \frac{\sigma \cdot \Delta t}{t_0} \cdot E^n \tag{3.34b}$$

$$S^n = e^{-\Delta t/t_0} S^{n-1} + \chi_1 \cdot \frac{\Delta t}{t_0} \cdot E^n \tag{3.34c}$$

denklemleriyle elde edilir.

### 3.5.1 Yardımcı Diferansiyel Eşitlik Metodu

3.29 denklemi ile tanımlanan dispersive ortamların simülasyonu için, farklı bir yaklaşım kullanılabilir. Buradaki metot yardımcı diferansiyel eşitlik metodu (YDE) olarak adlandırılır. 3.30 denklemini aşağıdaki şekilde yeniden yazabiliriz.

$$(1 + jwt_0) S(w) = \chi_1 E(w) \tag{3.35}$$

Yeniden FDTD formülasyonunda işlem yapabilmek, dolayısıyla ayrık zaman domenine geçmek için bir yönteme ihtiyaç duyulmaktadır. Bu sürece sürekli zaman domenine geçişle başlanabilir. Yani 3.35 denklemi,

$$s(t) + t_0 \frac{ds(t)}{dt} = \chi_1 e(t) \tag{3.36}$$

şeklinde yazılabilir. Bu ifade örneklenmiş zaman domeninde,

$$\frac{S^n + S^{n-1}}{2} + t_0 \frac{S^n - S^{n-1}}{\Delta t} = \chi_1 E^n \quad \text{olarak ifade edilir.}$$

Dikkat edilmelidir ki n ve (n-1) zaman adımlarında, yani 2 zaman adımı içerisinde s(t) terimine yaklaşılmıştır. Böyle bir türetmede, $S^n$ çözülürse,

$$S^n = \frac{(1 - \dfrac{\Delta t}{2 \cdot t_0})}{(1 + \dfrac{\Delta t}{2 \cdot t_0})} S^{n-1} + \frac{\left(\dfrac{\Delta t}{t_0}\right) \cdot \chi_1 \cdot E^n}{(1 + \dfrac{\Delta t}{2 \cdot t_0})} \tag{3.37}$$

eşitliği elde edilir.

3.34 denklemindeki $E^n$ ‘i hesaplamak için 3.32 denklemi yerine 3.37 denklemi kullanılabilir. Bunun eşdeğer bir çözümü vereceğinden bazı yaklaşımlarla emin olmak mümkündür.

$$1-\delta \cong e^{-\delta} \qquad \delta \ll 1 \text{ ise}$$

$$\frac{1}{1+\delta} \cong e^{-\delta} \qquad \delta \ll 1 \text{ ise}$$

İkisi birlikte ele alındığında:

$$\frac{1-\delta}{1+\delta} \cong e^{-2\delta} \qquad \delta \ll 1 \text{ ise}$$

Bu durumda,

$$\delta = \frac{\Delta t}{2 \cdot t_0}$$

$$\frac{(1-\frac{\Delta t}{2 \cdot t_0})}{(1+\frac{\Delta t}{2 \cdot t_0})} \cong e^{-\Delta t / t_0} \tag{3.38}$$

elde edilir.

Bu yaklaşımlar sadece şu sorunun yanıtlanmasını sağlayacaktır. $\Delta t/t_0$ ‘ın yeterince küçük olduğu nasıl bilinmektedir? Simülasyonda, en küçük dalga boyunda, dalga boyu başına yaklaşık on nokta elde edebilmek için, hücre boyutu yeterince küçük olmalıdır. Bu da benzer bir durumdur. Simüle edilmek istenen ortam $t_0$ zaman sabitli Debye terimine sahipse, zaman adımlarımızı $t_0$ ile karşılaştırdığımızda küçüktür ve $\Delta t \leq t_0/10$ ‘dur (Kunz ve Luebbers, 1993). Bu 3.38 denkleminin oldukça iyi bir yaklaşım olduğunu ispatlar.

### 3.5.2 z - Dönüşümü Kullanılarak Formülasyon

Debye ortamında E 'nin hesaplanması problemine geri dönerek, frekans domeni eşitliği;

$$D(w) = (\varepsilon_r + \frac{\sigma}{jw\varepsilon_0} + \frac{\chi_1}{1 + jwt_0}) \cdot E(w)$$ şeklinde yazılır.

z-domenine geçildiğinde, zaman domenindeki zahmetli konvolüsyon integralleri ile uğraşmaktan kaçınılabilir.

$$D(z) = \varepsilon_r \cdot E(z) + \frac{\sigma \cdot \Delta t / \varepsilon_0}{1 - z^{-1}} \cdot E(z) + \frac{\chi_1 \cdot \Delta t / t_0}{1 + z^{-1}} \cdot E(z) \tag{3.39}$$

Dikkat edilirse zaman domeninden z domenine geçişte, son iki terime Δt zaman adımı eklenildi.

Yukarıdaki işlemlere benzer olarak burada bazı yardımcı parametreler tanımlanır.

$$I(z) = \frac{\sigma \cdot \Delta t / \varepsilon_0}{1 - z^{-1}} \cdot E(z) = z^{-1} I(z) + \frac{\sigma \cdot \Delta t}{\varepsilon_0} E(z) \tag{3.40a}$$

$$S(z) = \frac{\chi_1 \cdot \Delta t / t_0}{1 - e^{-\Delta t / t_0} z^{-1}} \cdot E(z) = e^{-\Delta t / t_0} z^{-1} S(z) + \frac{\chi_1 \cdot \Delta t}{t_0} E(z) \tag{3.40b}$$

3.39 denklemi,

$$D(z) = \varepsilon_r . E(z) + z^{-1} I(z) + \frac{\sigma \cdot \Delta t}{\varepsilon_0} E(z) + e^{-\Delta t / t_0} z^{-1} S(z) + \frac{\chi_1 \cdot \Delta t}{t_0} E(z) \tag{3.41}$$

olur.

E(z) çözüldüğünde,

$$E(z) = \frac{D(z) - z^{-1} I(z) - e^{-\Delta t / t_0} z^{-1} S(z)}{\varepsilon_r + \dfrac{\sigma \cdot \Delta t}{\varepsilon_0} + \dfrac{\chi_1 \cdot \Delta t}{t_0}} \tag{3.42}$$

Burada z dönüşümünün avantajı görülmektedir. E(z) yerine $E^n$, $z^{-1}E(z)$ yerine $E^{n-1}$ yazılabilir ve 3.42, 3.40a ve 3.40b denklemleri de benzer şekilde yenilenebilir.

$$E^n = \frac{D^n - I^{n-1} - e^{-\Delta t/t_0} S^{n-1}}{\varepsilon_r + \frac{\sigma \cdot \Delta t}{\varepsilon_0} + \frac{\chi_1 \cdot \Delta t}{t_0}} \tag{3.43a}$$

$$I^n = I^{n-1} + \frac{\sigma \cdot \Delta t}{\varepsilon_0} E^n \tag{3.43b}$$

$$S^n = e^{-\Delta t/t_0} S^{n-1} + \frac{\chi_1 \cdot \Delta t}{t_0} E^n \tag{3.43c}$$

Bu bölümde elde edilen denklemler, önceki bölümlerde elde edilenlerle tamamıyla aynıdır. Fark, integral ve onların yaklaşımları ile ilgili hiçbir işlem yapılmak zorunda kalınmamasıdır. Böylece daha karmaşık fonksiyonlar kullanıldığında yapılacak işlemler basitleşir.

Her üç çözüm metodu sonucunda da aynı denklemler elde edilir. Bu denklemlerin bilgisayar koduyla yazılımı,

*dx(k) = dx(k) + .5*( hy(k-1) –hy (k) )* (3.44a)

*ex(k) = gax(k)*( dx(k) – ix(k) – del_exp*sx(k) )* (3.44b)

*ix(k) = ix(k) + gbx(k) * ex(k)* (3.44c)

*sx(k) = del_exp*sx(k) + gcx(k)*ex(k)* (3.44d)

hy(k) = hy(k) + .5*( ex(k) – ex(k+1) ) (3.44e)

şeklindedir. Burada,

*gax(k) = 1/(epsr +(sigma*dt/epsz) + (chi1*dt/t0) )* (3.45a)

*gbx(k) = sigma*dt/epsz* (3.45b)

*gbc(k) = chi1*dt/t0* (3.45c)

ve

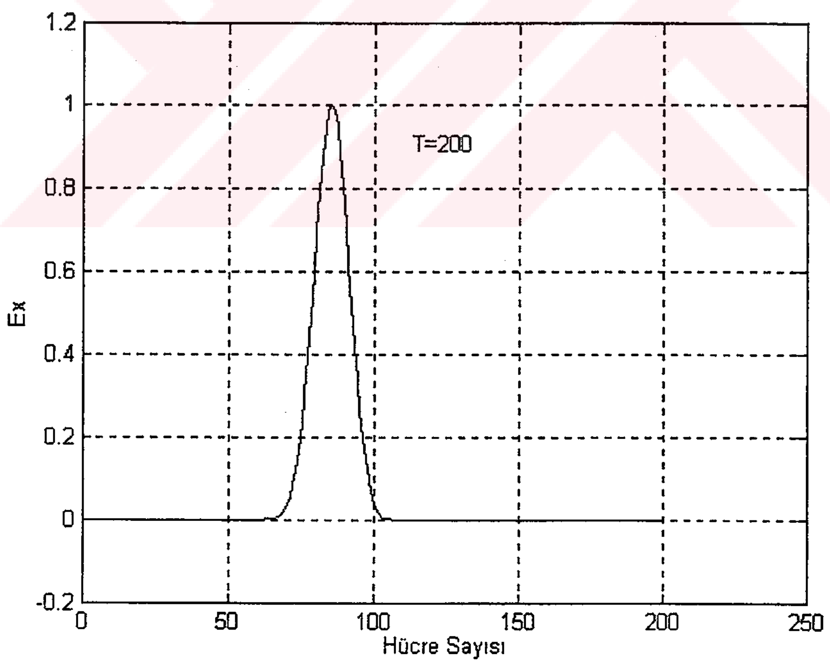
*delexp = exp (-dt/t0)* ‘dır.

3.44d kodu içerisinde 3.44b' in kullanılması ile elde edilecek denklem, ortamla ilgili bütün parametreleri içerecektir. Akı yoğunluğu ve manyetik alan 3.44a ve 3.44e kodları ile hesaplanır.

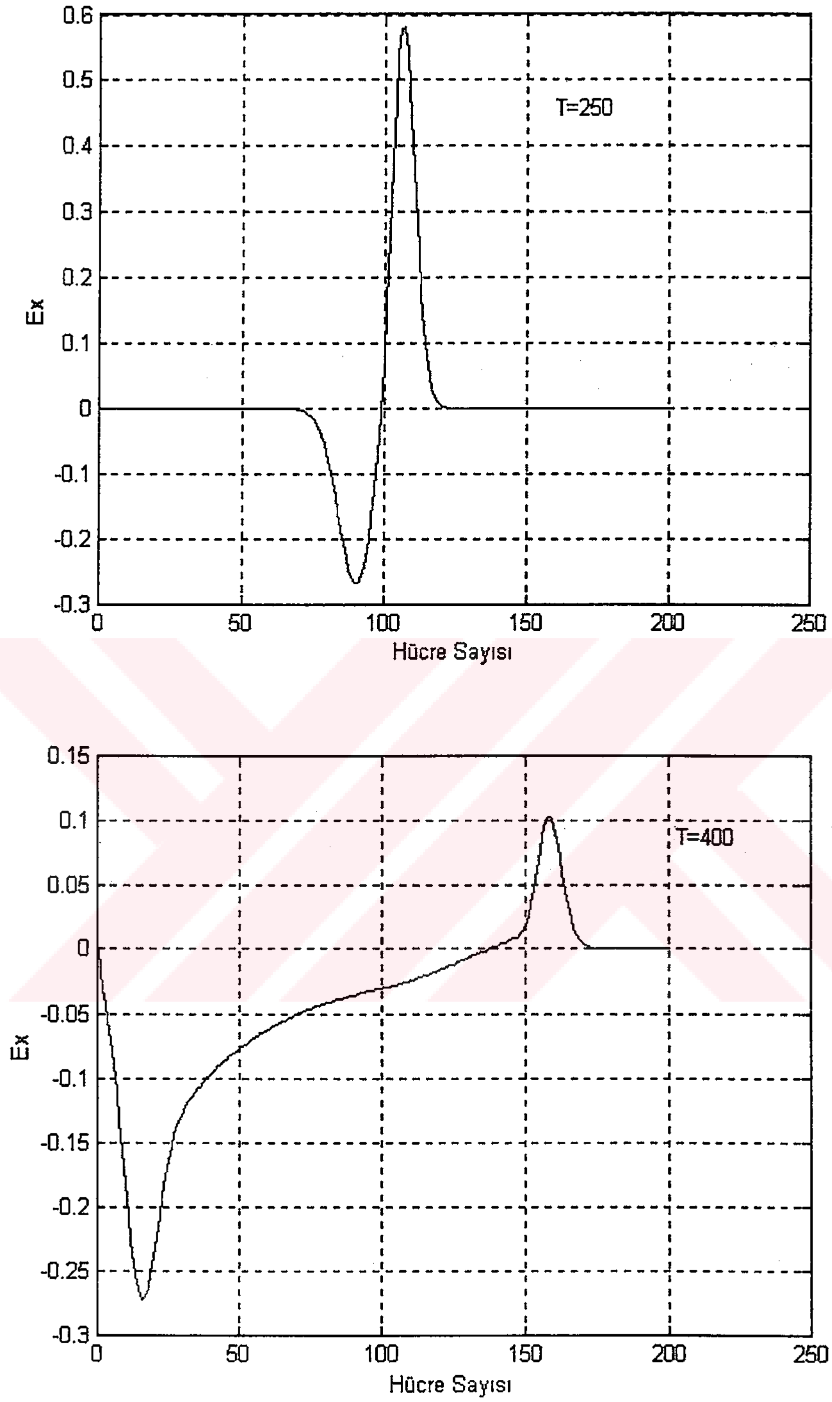
$\varepsilon_r = 2$, $\sigma = 0.01$, $X_1 = 2$, $t_0 = 0.001$ μs özelliklerine sahip frekansa bağlı dielektrik bir malzeme içerisine giren darbenin simülasyonunda kullanılan, 3 ayrı frekans için parametrelerin değişimi Tablo 3.1'de verilmiştir

Çizelge 3.4. Ortam parametreler dizisi

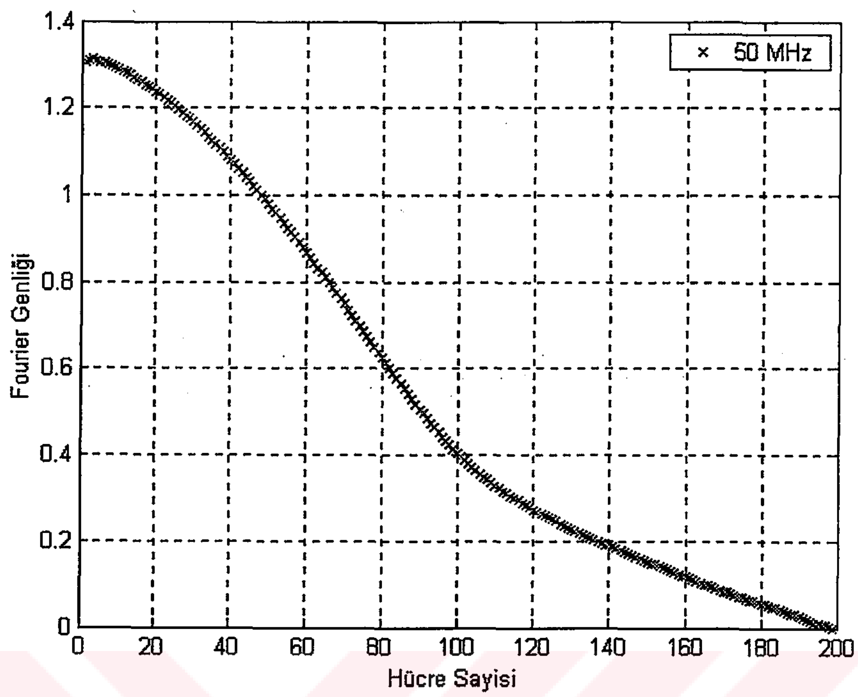
| Frekans (MHz) | $\varepsilon_r$ | σ(S/m) |
|---|---|---|
| 50 | 6.55 | .024 |
| 200 | 3.94 | .047 |
| 500 | 2.46 | .060 |



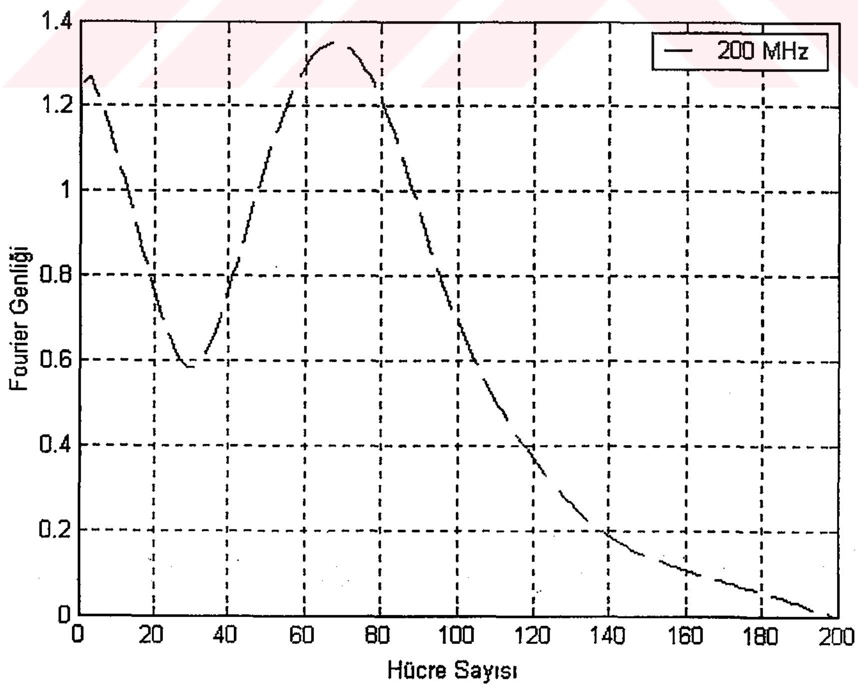

Şekil 3.19. T=200 için elektrik alan değeri



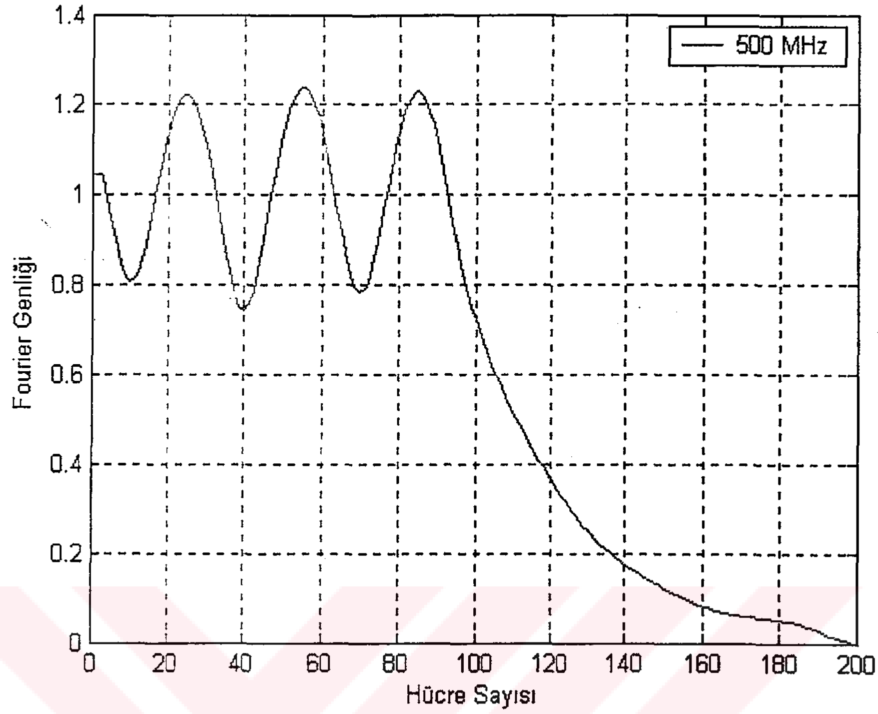

Şekil 3.20. T=250 ve T=400 için elektrik alan değerleri



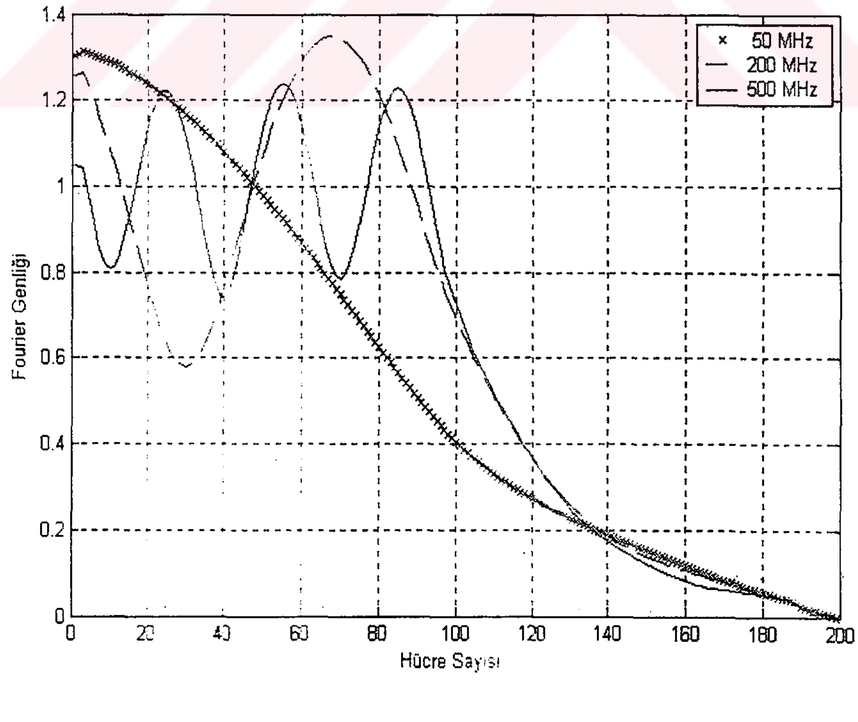

Şekil 3.21. 50 MHz için frekansa bağlı Fourier genliği değişimi (nsteps=500)




Şekil 3.22. 200 MHz için frekansa bağlı Fourier genliği değişimi (nsteps=500)

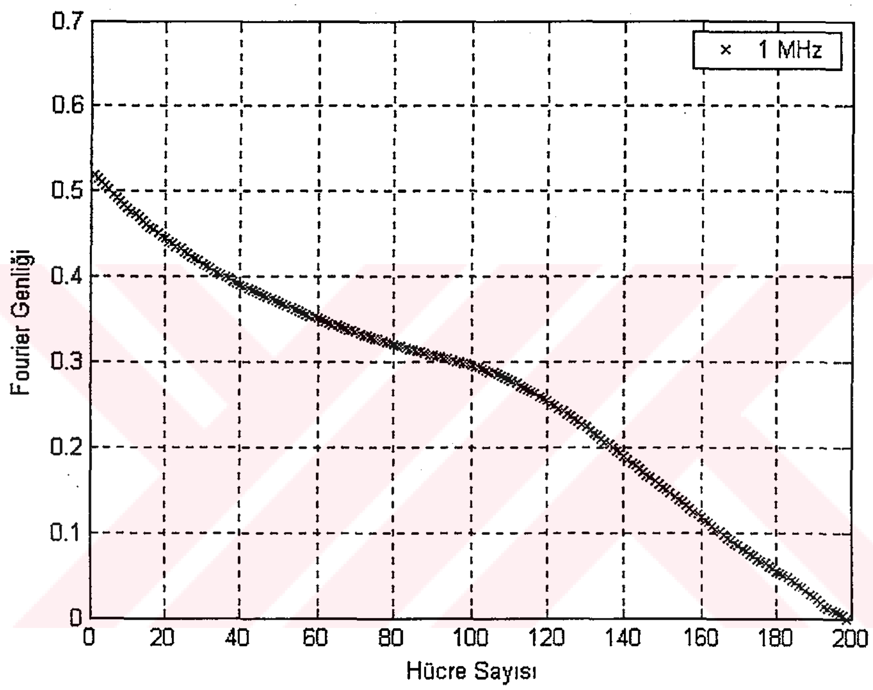



Şekil 3.23. 500 MHz için frekansa bağlı Fourier genliği değişimi (nsteps=500)

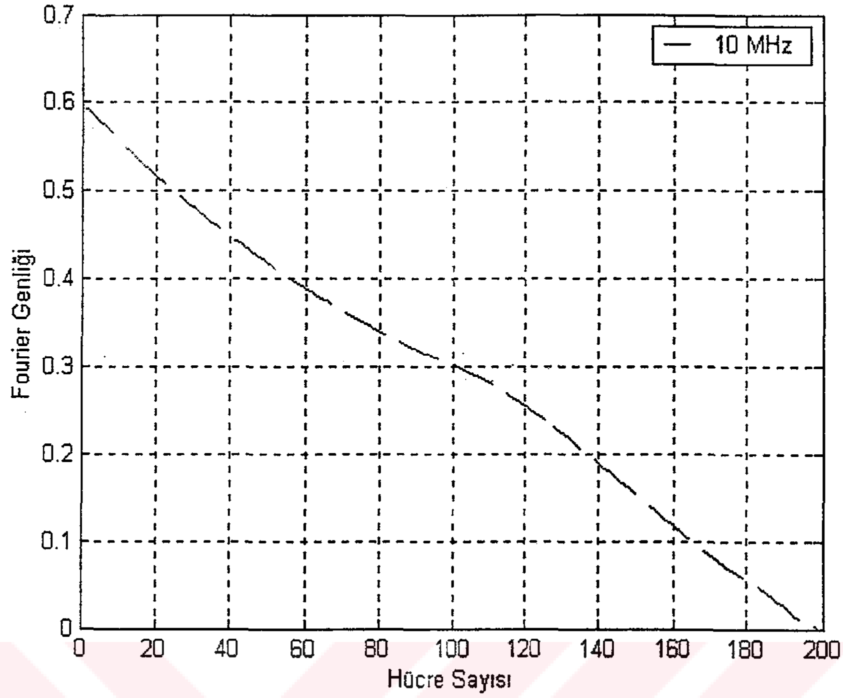



Şekil 3.24. Fourier genliği değişimi (nsteps=500)

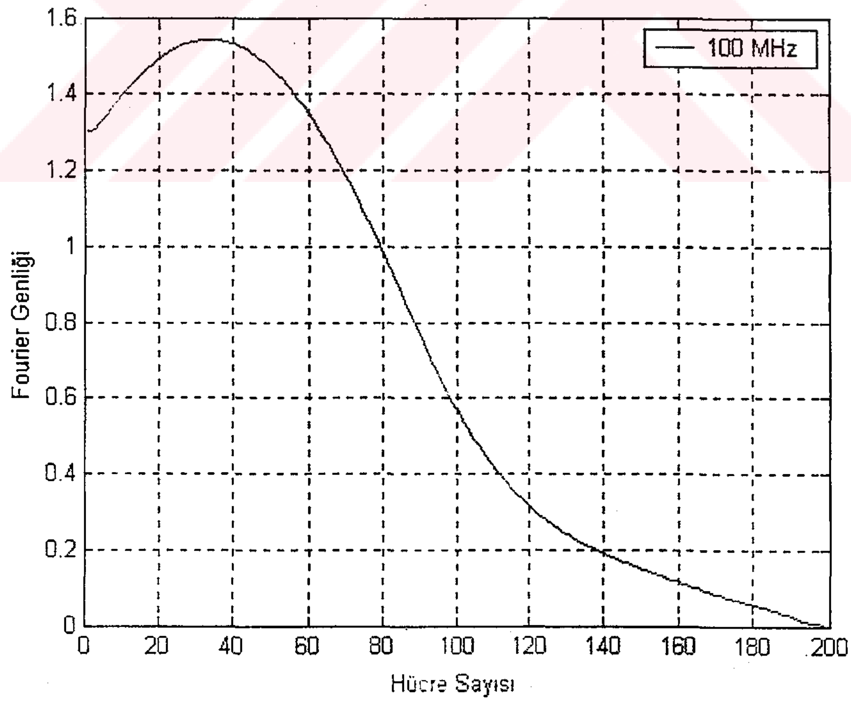
Ortam değişiminin olduğu hücre 100' üncü hücredir. Dikkat edilmelidir ki Fourier genliği 200 MHz de 50 MHz' den daha hızlı zayıflar. 500 MHz de zayıflama yine daha hızlıdır. Çünkü bu frekanslarda iletkenlik daha yüksektir. Aynı zamanda, daha düşük frekanslarda bağıl dielektrik sabitinin daha yüksek olması nedeniyle ortam içerisindeki genlik daha da küçülür. Bunu farklı frekanslar kullanıldığında da görmek mümkündür.



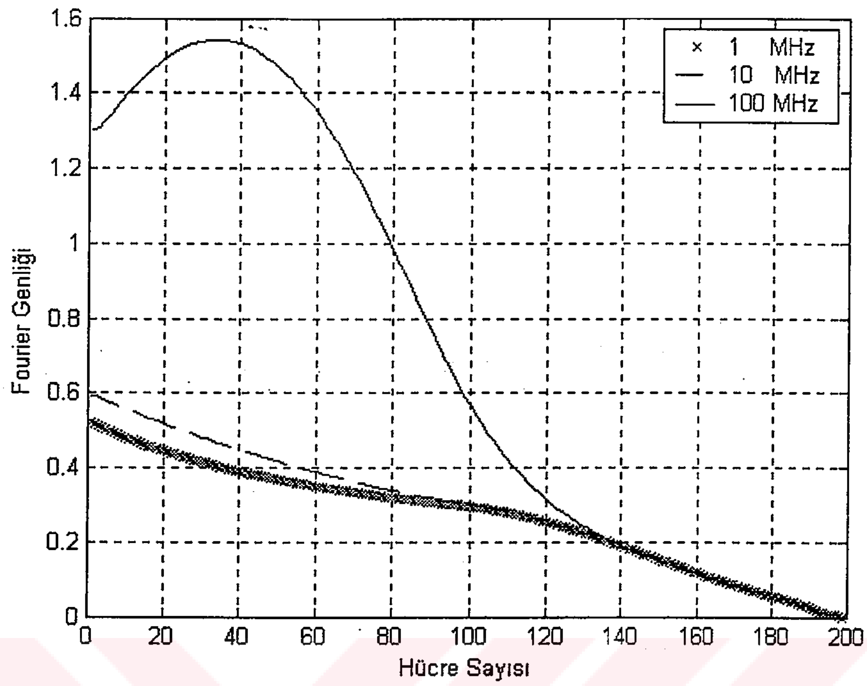

Şekil 3.25. 1-MHz için frekansa bağlı Fourier genliği değişimi (nsteps=500)




Şekil 3.26. 10-MHz için frekansa bağlı Fourier genliği değişimi (nsteps=500)




Şekil 3.27. 100-MHz için frekansa bağlı Fourier genliği değişimi (nsteps=500)




Şekil 3.28. 100 Her üç frekans için Fourier genliği değişimi (nsteps=500)

## 4. TARTIŞMA ve SONUÇ

Zamanda sonlu farklar metodu elektromanyetik teoride kullanılan, çözümü ve simülasyonu kolaylaştıran en önemli metotlardan biridir. Analitik yöntemlerle çözümü mümkün olan bir elektromanyetik problemin FDTD ile gerçekleştirilen çözümü, denklemlerin bilgisayar koduna dönüştürülmesinde ve çözüm yapabilen ve sonuçları görselleştiren bir yazılımın gerçekleştirilmesinde büyük kolaylık sağlamıştır.

Bu çalışmada üzerinde durulan temel konu farklı ortamlar içerisindeki elektromanyetik bir Gauss darbesi yada sinüzoidal alan hareketidir. Analitik olarak çözülebilen problem zamanda sonlu farklar metodu ile, zamana ve konuma bağlı olarak tekrar çözülmüş, iterasyon yapılarak ortam içerisinde dalganın simülasyonu sağlanmıştır. Elektromanyetik dalganın farklı bir ortama çarpmasını simüle eden yazılımlarda, ortam parametrelerine bağlı olarak dalganın bir kısmının geri yansıdığı bir kısmının ise ikinci ortam içerisinde iletildiği görülmüştür. Bu iletim sırasında iletkenlik faktörüne bağlı olarak dalga genliğinde meydana gelen zayıflamalarda program sonuçlarıyla tespit edilmiştir. FDTD ile elde edilen nümerik sonuçlar analitik çözümle karşılaştırılmış ve sonuçların mükemmel bir uyum içerisinde olduğu görülmüştür.

FDTD ile işlemler gerçekleştirilirken karşılaşılan kompleks ifadelerin çözümündeki zorluklar, yardımcı diferansiyel eşitlik metodu ve z dönüşümü gibi farklı çözüm metotlarıyla ortadan kaldırılmıştır.

Asıl kompleks problem olarak görülen, frekansa bağlı olarak ortam parametrelerinin değiştiği durumları analiz eden yazılımlar da, yine FDTD çözümü yapılarak gerçekleştirilmiştir. Dielektrik sabiti ve iletkenlik parametrelerinin frekansa bağlı değişimi, ortam içerisindeki Fourier genliğinin bu parametrelerle nasıl değiştiğinin tespiti için bir yazılım hazırlanmasını gerekli kılmıştır. Hazırlanan yazılımlar hem ortamdaki elektrik ve manyetik alan değişimlerini, hem de Fourier genlik değişimlerini hesaplamaktadır. Bu yazılımlardan elde edilen sonuçlarla, yüksek frekanslarda iletkenliğin daha yüksek olması nedeniyle, Fourier genliğinin ortam içerisinde daha hızlı zayıfladığı, ayrıca bağıl dielektrik sabitinin düşük frekanslarda daha yüksek olması nedeniyle ortam içerisindeki genliğin daha küçük olduğu tespit edilmiştir (Bkz. Şekil 3.24, Bkz. Şekil 3.28).

Bu çalışmada gerçekleştirilen tüm yazılımlar, çözüm bölgesi sınırlarının, ortam parametrelerinin, iterasyon sayısının, başlangıç koşullarının ve tanımlanan kaynağın değiştirilebilmesine imkan sağlayacak şekilde dizayn edilmiştir. Bu, programların, başka tür elektromanyetik problem çözümlerinde referans olarak alınmasını ve üzerinde değişiklikler yapılarak yeni problem çözümüne adaptasyonunu sağlayacaktır.

Elektromanyetik alan yayılımının, günümüzde, biyomedikal ve haberleşme alanlarıyla askeri alanlardaki yaygın kullanımı, kayıp faktörünün önemli bir unsur olması, alan bileşenlerinin simülasyonlarla önceden tespitini gerekli kılmıştır. Bu çalışma da, simülasyona yönelik diğer araştırmalar gibi, bu yöndeki gelişmelere katkıda bulunacaktır.

## 5.KAYNAKLAR


Balanis, C. A., 1989. Advanced Engineering Electromagnetics, 861s. Wiley, Newyork

Grote, M. J., 2000. Non Reflecting Boundary Conditions for Electromagnetic Scattering. International Journal of Numerical Modelling: Electronic Networks Devices and Fields 13, 397-416, Switzerland.

Haznadar, Z., Stih, Z., 2000. Electromagnetic Fields, Waves and Numerical Methods, IOS Press, 411 s. Netherlands

Inumaru, T., Hashimoto O., 2000. FDTD Analysis for Protecting Human Body From Electromagnetic Wave Using Thin Resistive Sheet. Electronics and Communication in Japan, 83(9), 719-724, Japan.

Kunz, K. S., Luebbers, R. J., 1993. The Finite Difference Time Domain Method for Electromagnetics, CRC Press, 448 s. Boca Raton

Routhwell, E. J., Cloud, M. J., 2001. Electromagnetics, CRC Press, 384 s. Boca Raton

Sadiku, M. N. O., 2000. Numerical Techniques in Electromagnetics, CRC Press, 760s. Boca Raton

Taflove A., 1995. Computational Electrodynamics: The Finite Difference Time Domain Method, Artech House, 510 s. Boston

Umashankar, K., Taflove A., 1993. Computational Electromagnetics, Artech House, Boston

# ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Ömer Halil ÇOLAK

Doğum Yeri : ISPARTA

Doğum Yılı : 13/03/1979

Medeni Hali : Bekar

Eğitim ve Akademik Durumu:

Lise 1992-1995 :Elazığ Lisesi

Lisans 1995-1999 :Süleyman Demirel Üniversitesi, Mühendislik Mimarlık Fakültesi, Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Bölümü

Yabancı Dil : İngilizce

İş Deneyimi:

2000 – .... :Süleyman Demirel Üniversitesi, Mühendislik Mimarlık Fakültesi, Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Bölümü' nde Araştırma Görevliliği