HOMOJEN OLMAYAN ORTOTROP KOMPOZIT MALZEMELERDEN OLUSAN DIKDÖRTGEN PLAKLARIN ENINE KAYMA DEFORMASYONUNU IÇEREN TITRESIM ANALIZI

IFFET FEYZA ÇIRAK

YÜKSEK LISANS TEZI

INSAAT MÜHENDISLIGI ANABILIM DALI

ISPARTA 2004

T.C.
SÜLEYMAN DEMIREL ÜNIVERSITESI
FEN BILIMLERI ENSTITÜSÜ

HOMOJEN OLMAYAN ORTOTROP KOMPOZIT MALZEMELERDEN OLUSAN DIKDÖRTGEN PLAKLARIN ENINE KAYMA DEFORMASYONUNU IÇEREN TITRESIM ANALIZI

Iffet Feyza ÇIRAK

Danisman : Doç. Dr. Abdullah H. SOFIYEV

YÜKSEK LISANS TEZI
INSAAT MÜHENDISLIGI ANABILIM DALI

Isparta, 2004

IÇINDEKILER

ÖZET

Çagdas teknolojide ince plak ve kabuklarin serbest titresim frekansinin belirlenmesi ve frekans spektirinin bulunmasi yapi elemanlarinin olusumunda çok önemli yer almaktadir. Homojen ve homojen olmayan malzemelerden olusan anizotrop ince plaklar, havacilik endüstrisinde, gemi ve trenlerin yapiminda ve degisik insaat yapilarinda örtü veya kuvvetlendirici olarak kullanilmaktadirlar. Bu tür yapi elemanlarinin projelendirilme asamasinda üzerinde durulacak çok önemli hususlardan biri de malzemenin dogasini düzgün olarak yansitan modellerin gelistirilmesidir. Bu ise, titresim problemlerinde diger faktörlerin yani sira malzemenin homojen olmamasinin göz önüne alinmasini zorunlu kilmaktadir. Malzemeyi olusturan bilesenlerin homojen olmayan dagilimlari, onun dogal homojen olmayan mekanik özelliklere sahip olmasina neden olmaktadir. Üretim teknigi, radyasyon etkisi, termik ve yüzeysel cilalamalar vs. ise malzemenin homojenligini bozan faktörler olup, bu etkiler sonucu malzemenin özellikleri noktadan noktaya sürekli olarak degismekte ve nokta koordinatlarinin sürekli fonksiyonu olmaktadir. Homojen olmamanin göz önüne alinmasi yapi elemanlarinin boyut ve agirliklarinin küçülmesine neden olarak, malzemeden tasarruf ve ilave dayanima imkan saglamaktadir .

Titresim problemlerinin çözümünde, kayma deformasyonlu plak teorisinin kullanimi (KDPT), diger bir degisle enine kayma deformasyonlarinin kalinlik dogrultusundaki parabolik dagilimina karsi gelen fonksiyonlarin dikkate alinmasi, klasik plak teorisi ile elde edilen titresim frekansi degerlerinden daha düsük degerler elde edilmesini saglamaktadir. Dolayisiyla, kayma deformasyonlu plak teorisinin kullanimi klasik plak teorisinin (KPT) kullanimina kiyasla daha kesin sonuçlar elde etmeye imkan vermektedir.

Bu çalismada, kayma deformasyonlu plak teorisi kullanilarak, Young modülleri ve yogunlugu kalinlik koordinatina bagli olarak sürekli degisen ortotrop kompozit malzemelerden olusan basit mesnetli dikdörtgen plaklarin serbest titresim probleminin incelenmesi amaçlanmaktadir. Enine kayma deformasyonlari içeren ve

homojen olmayan malzemelerden olusan anizotrop plaklar için genel halde temel baginti, dinamik stabilite ve deformasyon uygunluk denklemleri olusturulmakta, Galerkin Yöntemi uygulanarak basit mesnetli dikdörtgen ortotrop plaklarda titresim frekansi için analitik ifade elde edilmektedir. Young modülleri ve yogunlugun degisim fonksiyonlari ve kayma deformasyonu fonksiyonu ayri-ayri sifira esit oldugu durumlarda, ortotrop ve izotrop malzemelerden olusan dikdörtgen plaklar için uygun ifadeler, bu genel ifadeden özel olarak elde edilmektedir. Sayisal hesaplar kisminda, MAPLE 8 bilgisayar programi kullanilmakta ve degisik homojen olmama fonksiyonlari seçilerek, Young modülleri ve yogunlugun degisimi, Young modülleri orani degisimi ve plak parametreleri degisiminin serbest titresim frekansi degerlerine etkileri incelenmektedir. Ayrica, enine kayma deformasyonu için somut fonksiyonlar seçilerek elde edilen serbest titresim frekansi degerlerinin, klasik titresim teorisi ile elde edilen titresim frekansi degerlerinden küçük oldugu gösterilmektedir. Son olarak da bu çalismada elde edilen sonuçlarin geçerliligi için literatürdeki çözümlerle karsilastirmalar yapilmaktadir.

ANAHTAR KELIMELER: Dikdörtgen Plak, Ortotrop Kompozit Malzeme, Homojen Olmama, Kayma Deformasyonu, Serbest Titresim Frekansi

ABSTRACT

In contemporary technology, determining free vibration frequency of plates and shells and frequency spectrum are very important in construction of structural elements.Anisotropic thin plates made of homogeneous and non-homogeneous materials are commonly used in aerospace, ship and train industry and in different buildings as covering or strenghten element. One of the most important subject during the project stage is developing models which reflect the nature of the material regularly.This make taking non-homogeneity into consideration necessary beside the other factors in vibration problems.Non-homogeneous distributions of material constituents cause, the material has natural non-homogeneous mechanical properties.The non-homogeneity of materials arise from manufacturing techniques, radiation effect, thermal and surface polishing, etc. These effects cause the material properties to change point to point with continuous functions of the point coordinates.By taking non-homogeneity into consideration, endurance and an appreciable amount of material can be saved by decreasing dimensions and weights of the structural elements in design.

In the solution of the vibration problems, taking the usage of shear deformation plate theory (SDPT), in other words, the functions versus to parabolic distribution of transversal shear deformations into consideration proves obtaning lower values of free vibration frequencies than the free vibration frequencies obtained by using classical plate theory (CPT).Consequently, the usage of shear deformation plate theory (SDPT) makes the results more certain than the results obtained by using classical plate theory (CPT).

In this work, the aim is to study free vibration problems of simply supported rectangular plates made of orthotropic composite materials which have Young’s moduli and densities varying continuously dependent on thickness coordinate.In general case, fundemental relations, dynamic stability and compatibility equations are obtained for anisotropic plates including transversal shear deformations made of non-homogeneous materials and in simply supported rectangular orthotropic plates, an analitical expression is obtained for free vibration frequency by applying Galerkin’s Method.When the variation functions of density and Young moduli and shear deformation function are equal to zero one by one, suitable expressions for rectangular plates made of orthotropic and isotropic plates are obtained particularly from this general expression.In numerical analysis part, a computer programme called MAPLE 8 is used and for different functions of Young’s moduli and density, variation of Young’s moduli ratio and variation of plate parameters on free vibration frequency values are examined. It is indicated that, the free vibration frequency values for transversal shear deformation are lower than the vibration frequency values obtained by classical plate theory.Finally, a comparison is made with the results in literature for validation of the results obtained in this study.

KEYWORDS: Rectangular Plate, Orthotropic Composite Material, Non-Homogeneity, Shear Deformation, Free Vibration Frequency

ÖNSÖZ

Bu çalisma Süleyman Demirel Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Insaat Mühendisligi Anabilim Dali'nda Yüksek Lisans Tezi olarak gerçeklestirilmistir.

Homojen Olmayan Ortotrop Kompozit Malzemelerden Olusan Dikdörtgen Plaklarin Enine Kayma Deformasyonunu Içeren Titresim Analizi konulu bu çalismayi sürdürdügüm dönemde, bana daima destek olan, fedakarliktan kaçinmayan, ilgisini, bilgisini ve tecrübesini esirgemeyen, bana çalisma sevki ve disiplini asilayan, daima her konuda destegini hissettigim tez yöneticisi, saygideger danisman hocam, Sayin **Doç.Dr. Abdullah H. SOFIYEV**'e sonsuz tesekkürlerimi sunarim.

31/08/2004

Iffet Feyza ÇIRAK

SIMGELER DIZINI

a	plagin uzunlugu
a_{ij}	(3.1.1.8) ifadeleri ile tanimlanan, plak ve malzeme sabitlerini içeren semboller
A	(4.1.51) ifadeleri ile tanimlanan, plak ve malzeme sabitlerini içeren sembol
A_{ij}^{k}, (k=0,1,2)	(3.1.1.25)-(3.1.1.31) ifadeleri ile tanimlanan, plak ve malzeme sabitlerini içeren semboller
A_{mn}	genlik
b	plagin genisligi
b_{ij}	(3.1.2.4a)-(3.1.2.4c) ifadeleri ile tanimlanan, plak ve malzeme sabitlerini içeren semboller
B	(4.1.52) ifadeleri ile tanimlanan, plak ve malzeme sabitlerini içeren sembol
B_{ij}	(3.1.1.7) ifadesi ile tanimlanan, plak ve malzeme sabitlerini içeren semboller
c_{ij}	(3.1.2.8a)-(3.1.2.8c) ifadeleri ile tanimlanan, plak ve malzeme sabitlerini içeren semboller
d	(4.1.50) ifadesi ile tanimlanan, enine kayma deformasyon etkisini içeren sembol
D_{ij} $(i, j = 1,2,...,6)$	plagin silindirik sertligi
e_x, e_y, e_z	plagin orta yüzeyinde rölatif uzama deformasyonlari
e_{xy}, e_{yz}, e_{zx}	plagin orta yüzeyinde kayma deformasyonlari
E_{01}, E_{02}	homojen ortotrop malzemenin Young modülleri

$f_i(\overline{z})$	plagin kalinligi dogrultusunda τ_{xz} ve τ_{yz} tegetsel gerilmelerin degisim kuralini karakterize eden fonksiyonlar
G_{012} , G_{013} , G_{023}	homojen ortotrop malzemenin kayma modülleri
h	plagin kalinligi
$H = H_{xy} = H_{yx}$	burulma momenti bilesenleri
I_5, I_6	tegetsel gerilmelerin degisim kuralini karakterize eden fonksiyonlari içeren (3.1.1.32) ile tanimlanan semboller
J_{01}, J_{02}	tegetsel gerilmelerin degisim kuralini karakterize eden fonksiyonlari içeren (3.1.1.9) ile tanimlanan ifadeler
m	x dogrultusundaki dalga sayisi
M_x, M_y	egilme momenti bilesenleri
n	y dogrultusundaki dalga sayisi
N_x, N_y	kesme kuvvetleri
P_x , P_y , P_z	birim hacme ait hacimsel kuvvetlerin izdüsümleri
Q_{ij}	(4.1.20)-(4.1.22) ifadeleri ile tanimlanan, plak ve malzeme sabitlerini içeren semboller
$S = S_{xy} = S_{yx}$	iç tanjant kuvvetleri
t	zaman koordinati
T_x, T_y	iç tanjant kuvvetleri
u_x, u_y, u_z	göz önüne alinan M noktasinin yer degistirme bilesenleri
U_i	(4.1.40) ifadeleri ile tanimlanan, plak malzeme sabitlerini içeren semboller
w	normal yer degistirme
x	plagin uzunlugu dogrultusundaki koordinat ekseni

x_{ij}	(4.1.26)-(4.1.27) ifadeleri ile tanimlanan, plak ve malzeme sabitlerini içeren semboller
y	plagin eni dogrultusundaki koordinat ekseni
y_i	(4.1.29) ve (4.1.32) ifadeleri ile tanimlanan, plak ve malzeme sabitlerini içeren semboller
z	plagin orta düzlemine dik dogrultudaki koordinat ekseni
Δ	(3.1.2.4b) ifadesinde tanimlanan, plak ve malzeme sabitlerini içeren sembol
ε_x, ε_y	deformasyon bilesenleri
ε_{xy}	kayma deformasyonu
$\eta_i(\overline{z})$,(i=1,2)	Young modülleri ve yogunlugun degisim fonksiyonlari
$\phi_{mn}(t), f_{mn}(t), \varphi_{mn}(t), \psi_{mn}(t)$	zamana bagli genlikler
$\lambda = \dfrac{m\pi x}{a}$	boyuna dalga sayisi içeren ifade
$\mu = \dfrac{m\pi x}{a}$	enine dalga sayisi içeren ifade
μ_1	Young modülleri degisim katsayisi
μ_2	yogunluk degisim katsayisi
$\nu_1 = \nu_{yx}$, $\nu_2 = \nu_{xy}$	Poisson oranlari
ρ	malzeme yogunlugu
ρ_0	homojen malzemenin yogunlugu
ρ_1, ρ_2, ρ_3	homojen olmayan malzemenin yogunlugu ve kayma deformasyonu etkilerini içeren fonksiyonlar
ρ_t	homojen olmayan malzemenin yogunlugu
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	normal gerilmeler
$\tau_{xy} = \tau_{yx}$, $\tau_{xz} = \tau_{zx}$, $\tau_{yz} = \tau_{zy}$	teget gerilmeler
$\varphi(x,y)$, $\psi(x,y)$	enine kayma deformasyonlarin degisimini kuralini ifade eden x ve y koordinatlarina bagli bilinmeyen

	fonksiyonlar
ω_{1mn}	KDPT kullanildiginda ve homojen olmamanin etkisi dikkate alindiginda serbest titresim frekansi
ω_{1mn}^{0}	KDPT kullanildiginda ve homojen durum için serbest titresim frekansi
ω_{2mn}	KPT kullanildiginda ve homojen olmamanin etkisi dikkate alindiginda serbest titresim frekansi
ω_{2mn}^{0}	KPT kullanildiginda ve homojen durum için serbest titresim frekansi
$\overline{\omega}_{2mn}^{0}$	KPT kullanildiginda ortotrop kompozit plagin serbest titresim frekansi parametresi
ω_{3mn}^{0}	KPT kullanildiginda homojen izotrop plagin serbest titresim frekansi
$\overline{\omega}_{3mn}^{0}$	izotrop malzemeden olusan plagin serbest titresim frekansi parametresi
ω_{1Amn}^{0}	üç tane yer degistirme bileseni kullanildiginda enine kayma deformasyonu içeren homojen ortotrop kompozit plagin serbest titresim frekansi

SEKILLER DIZINI

ÇIZELGELER DIZINI

1. GIRIS

Çagdas teknolojide ince kalinlikli plak ve kabuklarin titresim problemlerinin ögrenilmesi büyük önem tasimaktadir. Ince plak ve kabuklarin serbest titresim frekansinin belirlenmesi ve frekans spektirinin bulunmasi degisen ve tekrarlanan periyodik yükler etkisi altinda olan yapi elemanlarinin olusumunda çok önemli yer almaktadir.

Homojen ve homojen olmayan malzemelerden olusan anizotrop ince plaklar, havacilik endüstrisinde, gemi ve trenlerin yapiminda ve degisik insaat yapilarinda örtü veya kuvvetlendirici olarak kullanilmaktadirlar. Homojen olmayan malzemelerden olusan yapi elemanlarinin kullanimi stabilite ve titresim hesaplarinin yeniden gözden geçirilmesini zorunlu kilmaktadir. Malzemeyi olusturan bilesenlerin homojen olmayan dagilimlari, onun dogal homojen olmayan mekanik özelliklere sahip olmasina neden olmaktadir. Üretim teknigi, radyasyon etkisi, termik ve yüzeysel cilalamalar vs. ise malzemenin homojenligini bozan faktörler olup, bu etkiler sonucu malzemenin özellikleri noktadan noktaya sürekli olarak degismekte ve nokta koordinatlarinin sürekli fonksiyonu olmaktadir (Lomakin, 1976; Khoroshun ve Kozlov (1988); Zenkour ve Fares, 2001). Örnegin, radyasyona maruz kalan metallerden olusan yapi elemanlarinin hesabi, birinci yaklasimda yapilarin mekanik özelliklerinin kalinlik koordinatina bagli degisimini göz önüne alan sade hesaba indirgenmistir. Çesitli etkiler sonucu malzemenin özellikleri sadece kalinlik koordinatina bagli degil, diger koordinatlara bagli olarak da degisebilmektedir. Bu çalismada Young modülleri ve malzeme yogunlugunun kalinlik koordinatina göre sürekli degisiminin titresim karakteristiklerine etkileri incelenmistir. Poisson katsayilarinin kalinlik koordinatina göre degisimi kritik parametreleri çok az etkilediginden sabit kabul edilmektedir.

1.1. Çalismanin Önemi

Projelendirme asamasinda üzerinde durulacak çok önemli hususlardan biri de malzemenin dogasini düzgün olarak yansitan modellerin gelistirilmesidir. Bu ise, titresim problemlerinde diger faktörlerin yani sira malzemenin homojen olmamasinin göz önüne alinmasini ve titresim karakteristiklerine etkisinin incelenmesini zorunlu kilmaktadir. Kayma deformasyonlu plak teorisinin (KDPT) parabolik kayma deformasyonlu versiyonu, diger bir degisle enine kayma deformasyonlarinin kalinlik dogrultusundaki parabolik dagilimina karsi gelen fonksiyonlarin dikkate alinmasi klasik teori (KPT) ile elde edilen titresim frekansi degerlerinden daha düsük degerler elde edilmesine ve ayrica, homojen olmamanin göz önüne alinmasi yapi elemanlarinin boyut ve agirliklarinin küçülmesine neden olarak, malzemeden tasarruf ve ilave dayanima imkan saglamaktadir .

1.2. Çalismanin Amaci

Bu çalismada, kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu, diger bir degisle enine kayma deformasyonlarinin kalinlik dogrultusundaki parabolik dagilimina karsi gelen fonksiyonlar dikkate alinarak, Young modülleri ve yogunlugu kalinlik koordinatina bagli olarak sürekli degisen ortotrop kompozit malzemelerden olusan basit mesnetli dikdörtgen plaklarin titresim probleminin incelenmesi amaçlanmistir. Enine kayma deformasyonlari içeren homojen olmayan malzemelerden olusan anizotrop plaklar için genel halde temel baginti ve titresim denklemleri olusturulmakta, basit mesnetli dikdörtgen ortotrop plaklarda titresim frekansi için analitik ifade elde edilmekte ve titresim frekansi degerlerine homojen olmama, kayma deformasyonu, Young modülleri orani ve plak parametreleri degisimi etkisi incelenmektedir. Ayrica, enine kayma deformasyonu için somut fonksiyonlar seçilerek elde edilen titresim frekansi degerleri, klasik titresim teorisi kullanilarak elde edilen titresim frekansi degerleri ile kiyaslanmakta ve bu çalismada elde edilen sonuçlarin geçerliligi için literatürde sunulan çözümlerle karsilastirmalar yapilmaktadir.

Problemin formülasyonunda Love-tipi plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu kullanilacaktir. Problemin çözümünde Galerkin metodu kullanilarak titresim frekansi için analitik çözüm elde edilecek ve sayisal analizde MAPLE 8 bilgisayar programi kullanilacaktir.

1.3. Kuramsal Temeller

1.3.1.Anizotrop Cismin Elastisite Teorisinin Temel Baginti ve Denklemleri

Kabul edelim ki, Oxyz kartezyen koordinat sisteminde sürekli bir cisim dis kuvvetlerin etkisi altinda deformasyona ugramis olsun. Deformasyon aninda cisme ait olan herhangi bir M(x,y,z) noktasinin x, y, z koordinat eksenleri dogrultularinda aldigi yer degistirmeler asagidaki üç izdüsüm koordinatlari ile gösterilebilmektedir:

$$\left.\begin{aligned} u_x &= u_x(x,y,z), \\ u_y &= u_y(x,y,z), \\ u_z &= u_z(x,y,z), \end{aligned}\right\} \tag{1.3.1.1}$$

Burada, u_x, u_y, u_z göz önüne alinan M noktasinin yer degistirme bilesenleridir. Pozitif yer degistirme olarak uygun bagimsiz degiskenlerin pozitif degisim taraflarina yönelmis u_x, u_y, u_z yer degistirmeleri göz önüne alinacaktir.

Cismin M noktasi civarindaki deformasyon durumu alti deformasyon bileseniyle karakterize edilmektedir. Bu bilesenlerden üçü e_x, e_y, e_z sirasiyla, x, y, z koordinatlari dogrultusunda rölatif uzama deformasyonlarini ifade etmekte, diger üçü e_{xy}, e_{yz}, e_{zx} ise sirasiyla z=sabit, x=sabit, y=sabit koordinat düzlemlerinde olusan kayma deformasyonlarini belirtmektedirler.M noktasinin u_x, u_y, u_z yer degistirmeleri ile e_x, e_y, e_z ve e_{xy}, e_{xz}, e_{yz} deformasyon bilesenleri arasindaki baginti asagidaki sekilde olmaktadir:

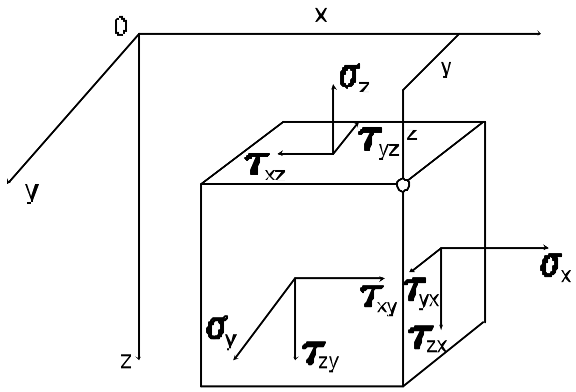
$$e_x = \frac{\partial u_x}{\partial x}, \qquad e_{xy} = \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x},$$
$$e_y = \frac{\partial u_y}{\partial y}, \qquad e_{xz} = \frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z}, \qquad (1.3.1.2)$$
$$e_z = \frac{\partial u_z}{\partial z}, \qquad e_{yz} = \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y}$$

Herhangi bir M noktasindaki gerilme dokuz gerilme bileseni içermekte olup, bunlardan üçü, birbirine dik üç x, y, z dogrultularinda etki etmekte olup, normal gerilmeler olarak adlandirilir ve $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ sembolleri ile gösterilir. Diger alti bilesen ise birbirine dik üç koordinat düzleminde bulunmakta olup, teget gerilmeler olarak adlandirilir ve $\tau_{xy} = \tau_{yx}$, $\tau_{xz} = \tau_{zx}$, $\tau_{yz} = \tau_{zy}$ sembolleri ile gösterilir. Teget gerilmeler eslik özelligine sahip oldugundan bagimsiz deformasyonlarin sayisi alti olmaktadir. $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ normal gerilmelerde indisler, normal gerilmenin ait oldugu yüzeyin dis normali dogrultusunu belirtmektedir. $\tau_{xy} = \tau_{yx}$, $\tau_{xz} = \tau_{zx}$, $\tau_{yz} = \tau_{zy}$ teget gerilmelerinde ise ilk indisler, verilmis teget gerilmelerin etki dogrultusunu, ikinci indisler ise gerilmenin etkili oldugu yüzeyin dis normali dogrultusunu göstermektedir. Pozitif dis normalli alana uygulanan tüm gerilmeler, söz konusu dis normaller dogrultusunda etkidiginde, normal veya teget oldugu fark etmeksizin pozitif kabul edilmektedir (Sekil 1.3.1.1).

Ele alinan cisim dengede ise kartezyen koordinat sistemindeki denge sartlari, asagidaki üç diferansiyel denklemle ifade edilmektedir:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + P_x = 0,$$
$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + P_y = 0, \qquad (1.3.1.3)$$
$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + P_z = 0$$

Burada, $P_x = P_x(x, y, z)$, $P_y = P_y(x, y, z)$ ve $P_z = P_z(x, y, z)$ olup, x, y, z eksenleri dogrultularinda birim hacme ait hacimsel kuvvetlerin izdüsümlerini ifade etmektedir.



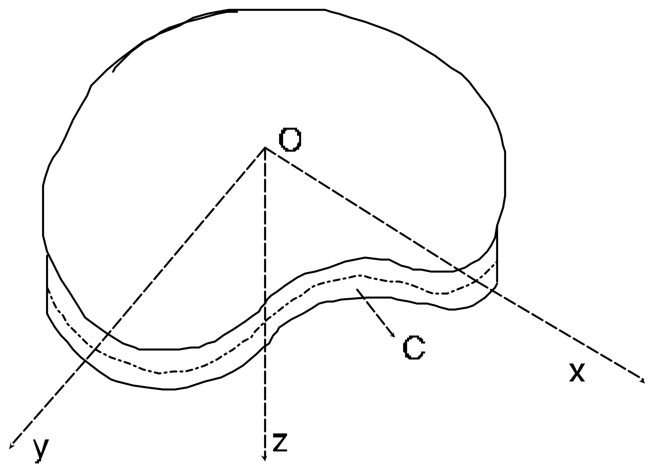
Sekil 1.3.1.1. Cismin birim hacminde gerilme bilesenlerinin gösterimi

$\rho\dfrac{\partial^2 u_x}{\partial t^2}$, $\rho\dfrac{\partial^2 u_y}{\partial t^2}$, $\rho\dfrac{\partial^2 u_z}{\partial t^2}$ atalet kuvvetleri ifadeleri (1.3.1.3) denklemlerinin sag tarafinda yerine yazildiginda, Oxyz kartezyen koordinat sisteminde sürekli ortamlarin hareketinin diferansiyel denklemleri elde edilmekte olup, ρ malzemenin yogunlugu ve t zaman koordinatidir.

1.3.2. Genel Teorinin Baslangiç Durumlari ve Hipotezleri

Sonlu boyutlu, sabit h kalinligina sahip anizotrop ince plak her noktasinda plagin orta düzlemine paralel sadece bir elastik simetri düzlemine sahip olsun.

Cismi sinirlandiran birbirine paralel iki düzlemden ayni uzaklikta olan düzlem, orta düzlem olarak seçilmekte ve C silindirik yüzeyi ile sinirlandirilmis plagin, yüzeysel kuvvetler etkisi altinda deformasyona ugradigi düsünülmektedir.



Sekil 1.3.2.1. Plagin geometrisi ve koordinat sistemi

Plak orta düzleminin Oxy düzlemi ile çakistigi ve z koordinat ekseninin bu düzleme dik oldugu varsayilmaktadir (Sekil 1.3.2.1).

Bu çalismada sunulan anizotrop plak teorisinin temelini asagidaki tahminler olusturmaktadir:

- Plagin orta düzleminin u_z normal yer degistirmesi z kalinlik koordinatindan bagimsizdir.
- τ_{xz} ve τ_{yz} teget gerilmeler ve onlara karsi gelen e_{xz} ve e_{yz} deformasyonlari cismin kalinligi dogrultusunda belirli kurallara göre degismektedirler.

Birinci tahmin klasik teorinin uygun tahminiyle çakismakta, ikinci tahmin ise yeni olup, enine kaymalarin göz önüne alinmasina imkan saglamaktadir.

Birinci ve ikinci hipotezlerden asagidaki bagintilar elde edilmektedir:

$$e_z = \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \qquad (1.3.2.1)$$

$$\tau_{xz} = f_1(z)\varphi(x,y)$$

$$\tau_{yz} = f_2(z)\psi(x,y) \qquad (1.3.2.2)$$

Burada, φ(x,y) ve ψ(x,y) x , y koordinatlarina bagli bilinmeyen fonksiyonlar, $f_i(z)$ ise plagin kalinligi dogrultusunda τ_{xz} ve τ_{yz} tegetsel gerilmelerin degisim kuralini karakterize eden fonksiyonlar olup,

$$z = h/2 \text{ oldugunda } f_i(h/2) = 0 \qquad (1.3.2.3)$$

$$z = -h/2 \text{ oldugunda } f_i(-h/2) = 0 \qquad (1.3.2.4)$$

olmaktadir.(1.3.2.1) bagintisi esas alindiginda,

$$e_z = \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0, \qquad u_z = u_z(x,y) = w(x,y), \qquad (1.3.2.5)$$

ifadeleri elde edilmektedir. Dolayisiyla, plaklarin klasik teorisinde oldugu gibi plagin normal elemaninin tüm noktalarinin u_z yer degistirmesi (orta düzleme normal plak elemanlari) orta düzlemin uygun noktasinin w normal yer degistirmesine esit olmaktadir.

1.3.3. Enine Kayma Deformasyonu Fonksiyonunun Seçimi

Anizotrop plak teorisinde önemli noktalardan biri de $f_i(z)$ fonksiyonunun seçimidir. $f_i(z)$ fonksiyonunun seçimi ilk olarak Ambartsumyan (1964) tarafindan verilmistir. Ambartsumyan (1964) çalismasinda, kalin ve özellikle de ince plaklarin egilmesi durumunda τ_{yz} ve τ_{xz} teget gerilmelerinin plagin kalinlik dogrultusundaki dagiliminin parabolik kanuna göre gerçeklestigini göstermistir. Bazi çalismalarda enine kayma deformasyonlarinin kritik parametrelere etkisi enine kayma düzeltme faktörleri kullanilarak gösterilmeye çalisilmaktadir. Tez çalismasinda ise, daha önceki çalismalarda önemle deginilen ve enine kayma düzeltme faktörlerinin kullanimindan kaçinilan, kayma deformasyonlu kabuk teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu kullanilmaktadir.Teorinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu (KDPT), enine kayma deformasyonlarinin kalinlik dogrultusundaki dagilimina karsi gelen fonksiyonlarin asagidaki seçeneklerine dayanmaktadir:

a) Ambartsumyan (1964)

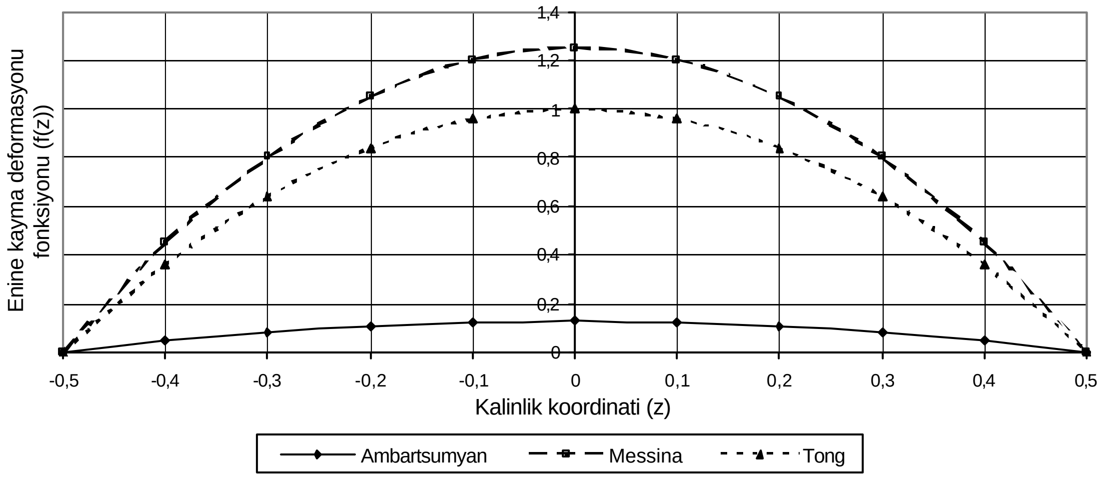
$$f(z) = f_1(z) = f_2(z) = \frac{1}{2}\left(\frac{h^2}{4} - z^2\right). \qquad (1.3.3.1)$$

b) Soldatos ve Messina (2001)

$$f(z) = f_1(z) = f_2(z) = h^2 - 4z^2 \qquad (1.3.3.2)$$

c) Tong (1994)

$$f(z) = f_1(z) = f_2(z) = \frac{5}{4}\left(h^2 - 4z^2\right) \qquad (1.3.3.3)$$



Sekil 1.3.3.1. Enine kayma deformasyonu fonksiyonunun kalinlik koordinatina göre degisimi

2.KAYNAK ÖZETLERI

Kaynak özetleri kisminda, tez çalismasi ile ilgili ve son yillarda yayinlanmis olan plak ve kabuklarin degisik yükler etkisi altinda titresim ve stabilitesinin KDPT ve KPT kullanilarak arastirilmasina deginilmektedir.Bunun yani sira, tez konusu ile ilgili olan ilk çalismalardan da kisaca bahsedilmektedir.

Lomakin (1976) çalismasinda, özellikleri koordinatlarinin sürekli fonksiyonlari olan cisimlerin elastik teorisinin statik ve kuazistatik problemlerini arastirmistir.Bu çalismada, pratik önemi olan ve isiya bagli degisen homojen cisimlerin termoelastik problemleri ele alinmistir.

Bhat (1985) çalismasinda, dikdörtgen plaklarin dogal frekanslarini, Rayleigh-Ritz metodunda kiris karakteristiklerine sahip ortogonal polinomlari kullanarak elde etmektedir.Ortogonal polinomlarin ilk terimi, plak problemleriyle birlikte uygun kiris problemlerindeki sinir kosullarini sagladiginda yapilandirilmakta, buna göre de ortogonal polinomlar, Gram-Schmidt yöntemi kullanilarak olusturulmaktadir. Ortogonal polinom fonksiyonlari kullanilarak elde edilen dogal frekanslar, diger metotlar kullanilarak elde edilen sonuçlarla kiyaslanmaktadir.Özellikle, plaklarin bazi kenarlari serbest oldugunda, daha düsük modlar için bu metot, üstün nitelikli sonuçlar vermektedir.

Dickinson S.M. ve Blasio A.D. (1986) çalismalarinda,son zamanlarda ortogonal polinom fonksiyonlardan olusan seriler, dikdörtgen izotrop ve ortotrop plaklarin burkulma problemleri ve katlanabilen titresim sayilari ile sonuçlar olusturmak için Rayleigh-Ritz metodunu kullanmislardir.Bu yaklasimin dogal frekanslarda ve burkulma yüklerinde oldugu gibi daha hassas mod yüzeyleri, egilme momenti ve kayma kuvveti dagilimi problemi için çok mükemmel sonuçlar getirdigi kanitlanmisdir.

Soldatos (1987) bu makalesinde, anti-simetrik açili tabakali dairesel silindirik panellerin serbest titresimine kalinlik kayma deformasyonu ve dönme ataletinin gösterdigi etkileri incelemektedir.Iki çesit kalinlik kayma deformasyonlu kabuk teorisi dikkate alinmistir.Birincisinde, kabuk kalinligi dogrultusunda üniform olarak dagilim gösteren kalinlik kaya deformasyonlari, dolayisiyla da kalinlik kayma düzeltme faktörleri kullanilmaktadir.Ikinci teoride, kabugun kalinlik kayma deformasyonlarin ve gerilme degerlerinin en iç ve en dis yüzeylerde sifir oldugu varsayilmaktadir. Analiz, esas olarak Love yaklasimlarina dayanmaktadir fakat kiyaslama amaci ile Donnell’in yüzeysel kabuk yaklasimlari da dikkate alinmaktadir.Basit mesnetli bir panel için, daha önce adi geçen teorilerdeki hareket denklemleri, uygun klasik teorilerde de oldugu gibi, Galerkin metodu kullanilarak çözülmektedir.Grafit-epoksi açili, tabakali plaklar ailesi ve dairesel silindirik paneller için sayisal sonuçlar elde edilmekte, kiyaslanmakta ve tartisilmakta, ve kullanilan matematiksel metotta oldugu gibi dikkate alinan kabuk teorileri ile ilgili bazi ilginç sonuçlara varilmaktadir.

Khoroshun ve Kozlov (1988), çalismalarinda, kalinlik boyunca homojen olmayan plak ve kabuklarin genellestirilmis teorisini vermis ve bir seri problemler çözmüstür.

Liew (1992), çalismasinda, konsol, simetrik, ince, ikizkenar yamuk kompozit plaklarin titresim analizi için genel bir sayisal metot sunmaktadir. Problemin çözümünde Rayleigh-Ritz metodu kullanilarak yer degistirmeler 2-D ortogonal polinomlar seklinde gösterilmistir. 2-D ortogonal polinomlar, önerilen bir yineleme formülü kullanilarak olusturulmustur. Sunulan metodun kesinligini, yeterliligini ve çok yönlülügünü göstermek için degisik sayisal örnekler sunulmustur. Yamuk plaklar için dogal frekanslar ve mod sekilleri, degisik tabaka sayilari, lif dogrultulari, a/b ve c/a oranlari için elde edilmektedir. Bu sonuçlar, literatürde yeni olup, bu alanda çalisan mühendislere çok faydali bilgiler saglayabilmektedir.

Palazatto, Chien, Taylor (1992), çalismalarinda, yapi elemanlarinin statik ve dinamik stabilite analizini arastirmislardir.Kompozit kemer, kompozit ve izotrop silindirik kabuk, dis basinç kuvvetleri etkisi altinda göz önüne alinmaktadir.Kritik yükün dinamik karakteristikleri bulunmus ve lineer olmayan deformasyonun karakteristikleri belirlenmistir.

Liew, Hung ve Lim (1993), bu makalede, keyfi seçilmis sinir zorlamalarina sahip homojen, kalin dikdörtgen plaklar için üç boyutlu Ritz formülasyonlarinin sürekliligini sunmuslardir.Bu model, dogrusal, üç boyutlu ve küçük deformasyonlu elastisite teorisi üzerinde kalin dikdörtgen plaklarin titresim tepkilerini önceden belirlemek için formüle edilmistir.Enine ve düzlem içi yer degistirme alanlari, ortogonal genellestirilmis polinomial fonksiyonlar sistemi ile açiklanmaktadir.Bu yüzey fonksiyonlari, ortogonal polinomial fonksiyon ve baslangiçtaki önemli geometrik sinir kosullarinin saglanmasi için seçilmis temel fonksiyon sinifinin ürünleridir.Degisik kenar oranlari ve kalinlik oranlarina sahip plaklar için frekans verileri sistemi sunulmaktadir. Bu veriler, klasik plak teorisinin ve Mindlin plak teorisinin degerlerini ve sinirlamalarini direkt karsilastirmalarla incelemek için verilmektedir. Son olarak, üç boyutlu süreklilik ve üç boyutlu süreklilik yaklasimi kullanilarak, bilinen ilk deforme olmus mod sekilleri sistemi hareketin titresiminin anlasilmasina yardimci olmak için genellestirilmistir.

Yu ve Cleghorn (1993), bu çalismalarinda, özellikle ankastre ve basit mesnet kenar kombinasyonlarina sahip dikdörtgen plaklarin genel serbest titresimlerini, süper pozisyon yöntemi ile incelemislerdir.Yakin dönüsümün tanitilmasi, serbest titresim analizi için gerekli olan iki rijitlik parametresini, hesaplanmis öz degerleri daha kolay bir sekilde çizelge haline getirmek için teke indirgenir. Sayisal hesaplar, ankastre plaklar, tek kenari basit mesnetli plaklar ve iki bitisik kenari basit mesnetli plaklar üzerinde, genellestirilmis rijitlik parametresi ve yakin kenar oranlarinin örnek degerleri arasindan yapilmaktadir.

Gadjiev, Sofiyev ve Mirzoyev (1996), bu makalede, elastisite modülü orta düzlemin x, y koordinatlarina sürekli bagli olan elastik malzemelerden olusan basit mesnetli dikdörtgen plaklarin serbest titresimini incelemislerdir.Kirchhoff-Love hipotezini kullanarak homojen olmayan malzemelerden olusan elastik plaklar için temel bagintilar olusturmuslar ve hareket denklemlerini elde etmislerdir. Sonra küçük parametreler metodunu kullanarak yer degistirme ve homojen olmama fonksiyonunu seriye ayirmis, daha sonra elde edilen denklemler sistemine Galerkin metodu uygulayarak birinci yaklasimda serbest titresim frekanslari için formüller bulmuslardir. Elastisite modülü x koordinatinin lineer fonksiyonu oldugunda homojen olmamanin serbest titresim frekansina etkisini sayisal olarak göstermislerdir.

Tameroglu (1996), çalismasinda, sinirlari mesnetli ve orta yüzeyine uniform-sabit basinçli tek yönlü kuvvetlerin etkidigi elastik zeminler üzerindeki dikdörtgen plaklarin serbest titresimleri için degisik bir çözüm teknigi kullanmistir.Uygulanan metot, plak yüzeyinin çökmesi için özel olarak seçilen bazi trigonometrik fonksiyonlari içeren bir ortogonal olmayan seri dönüsümünün kullanilmasi temeline dayandirilmistir.Sinir sartlarinin limitsel degerleri için bazi gerçekçi yaklasimlar altinda, Bernoulli polinomlarinin Fourier dönüsümünü kullanarak serilerin ortogonalizasyonu ve diger hesaplar yapilmistir.Problem için elde edilen sonuçlarin kesin çözümlerle uyum içinde oldugu görülmüstür.

Reddy (1997) çalismasinda, öncelikle virtüel is ve degisim metotlarini anlatmakta, daha sonra da KPT (klasik plak teorisi) ve KDPT (kayma deformasyonlu plak teorisi) hakkinda bilgi vermektedir.Daha sonra bu yöntemleri kullanarak dikdörtgen tabakalar için sonuçlar elde etmekte ve kompozit tabakalarin sonlu elemanli analizini yapmaktadir.Son olarak ise, kompozit tabakalarin lineer olmayan analizlerini yapmaktadir.

Gutierrez, Laura ve Bambill (1998), çalismalarinda, birim alana düsen kütle, dairesel koordinatta lineer, kare ve kübik olarak degistiginde, halkali zarlarin(kati dairesel zarin özel bir sekli) enine titresimi için daha düsük dogal frekanslarin belirlenmesi ile ilgili sayisal deneylerin serilerinden elde ettikleri sonuçlari sunmuslardir. Frekans katsayilari: (1) diferansiyel kare metodu, (2) sonlu eleman metodu, (3) uygunlastirilmis ve/veya gelistirilmis Rayleigh bölüm metodu ve (4) Stodola-Vianello metodu esasli daha düsük sinirlar kullanilarak belirlenmistir. Farkli metodolojiler arasinda oldukça iyi bir uyum elde edilmistir.

Lakis, Selmane ve Toledano (1998), makalelerinde, ortotrop silindirik bos bir kabugun dogal frekanslari üzerindeki geometrik lineer olmamanin etkisini belirlemek için bir metot sunmaktadirlar. Bu metot, sonlu eleman ve klasik ince kabuk teorilerinin bir karisimidir. Sanders-Koiter lineer olmayan deformasyon-yer degistirme bagintilari kullanilarak, hareketin lineer denklemleri yer degistirme fonksiyonlari ile ifade edilmistir. Daha sonra modal katsayilar bu yer degistirme fonksiyonlari için elde edilmistir. Kütle, lineer ve lineer olmayan egilmezlik matrisleri için ifadeler, sonlu eleman metodundan türetilmistir (elastisite matrislerinin elemanlarinin terimlerinde). Ayrilmis denklemler eliptik fonksiyonlarin yardimi ile çözülmüstür. Frekans degisimleri ilk önce kabuk genligi fonksiyonu olarak saptanmis, daha sonra da literatürdeki sonuçlarla kiyaslanmistir.

Ng ve Lam (1999), bu makalede, birlesik statik ve periyodik eksenel yükler etkisi altindaki tabakali ince silindirik kabugun dinamik stabilitesini, üç ortak ince kabuk teorisini (Donnell, Love, Flügge kabuk teorileri) kullanarak incelemislerdir. Hareketin normal sekil degistirme denklemleri, Bolotin metodu kullanilarak Mathieu-Hill denklemler sistemine dönüstürülmektedir. Bu çalismada, degisik kabuk teorilerinin dinamik stabilite analizlerindeki kullaniminin etkileri incelenmekte ve kiyaslamalar yapilmaktadir.

Wang, Han ve Du (2000), bu arastirmada, homojen olmayan kompozit malzemelerin dinamiklik ve süreklilik karsiligini analiz etmek için bir metot sunmuslardir. Literatürde bulunan çalismalardan farkli olarak, bu metot kalinlik yönünde keyfi olarak degisen malzeme özellikleri için ve çatlak sayisinin birden büyük oldugu durumlarda kullanilmaktadir. Burada, kompozit malzemenin ortotrop oldugu ve bütün malzeme özelliklerinin sadece y kalinlik dogrultusu boyunca degistigi varsayilmaktadir. Malzemenin homojen olmamasi, plak birkaç tabakaya ayrilarak ve her bir tabakanin degisik malzeme özelliklerine tahsis edilmesiyle olur. Bu metot, sinir deger problemlerini, Laplace dönüsümü dahilinde genellestirilmis tekillikte integral denklemleri sistemine indirgemek için Fourier ve Laplace dönüsümlerine dayandirilmistir. Problem için tekil integral dönüsümleri türetilmis ve sayisal olarak agirlikta artan deger metodu ile çözülmüstür. Sayisal Laplace dönüsümünden faydalanilarak, zamana bagli çözümler elde edilmistir. Sayisal tanimlara göre, üç degisik çatlak numunesi, fonksiyonel egimli malzeme, fonksiyonel egimli tabakalar arasinda metal-seramik baglantisi ve fonksiyonel egimli zar yapili bir metal alt tabaka, degisik malzemelerin homojen olmama parametreleri ve/veya fonksiyonel egimli tabaka kalinliklari için sunulmustur. Elde edilen sonuçlarin, mevcut modelin kalinlik yönünde özellikleri degisen kompozit malzemelerin parça analizinde faydali bir vasita oldugu görülmektedir.

Matsunaga (2001), çalismasinda, çapraz tabakali kompozit plaklarin dogal frekanslarini ve burkulma gerilmelerini kayma deformasyonlari, kalinlik degisimi ve dönel atalet etkilerini dikkate alarak analiz etmektedir.Yer degistirme bilesenlerinin kuvvet serisinin genlesme metodu kullanilarak, düzlem içi gerilmelere maruz kalin dikdörtgen plaklar için iki boyutlu yüksek dereceli teorinin esas dinamik denklemler sistemi, Hamilton prensibi kullanilarak türetilmektedir.Bu çalismanin kesinligini kanitlamak için, esas dogal frekanslarin birlesme özellikleri detayli olarak incelenmistir.Sayisal sonuçlar, daha önceden mevcut teoriler ile kiyaslanmistir.Kalinlik boyunca gerilme dagilimlari ve yer degistirme modeli elde edilmis ve sekillerle gösterilmistir.Mevcut ayrintili yüksek dereceli yaklasim teorileri, tabaka sayisina bagli olmayan az sayida bilinmeyen içeren kalin çok tabakali açili kompozit tabakalarin dogal frekanslarini, burkulma gerilmelerini ve model gerilmelerini önceden belirleyebilir.

Messina (2001), bu makalesinde, serbest titresim yapan tabakali plaklarin analizi için iki boyutlu modellerin genislemesini sunmaktadir. Genisleme, son zamanlarda farkli yazarlar tarafindan farkli sekillerde tanitilan, göz önüne alinan kübik teoriden daha yüksek dereceli terimlere sahip yüksek dereceli teorilerin tl-le büyümesi ile ilgilidir. Dönel atalet ve enine kayma gerilmesi gibi daha yüksek dereceli etkiler, dogal olarak hiç kayma düzeltme faktörü olmadan kapsanmaktadirlar.Yani, genisleme ile ortaya çikarilan iki farkli model, yer degistirmeler (D2D) ve birlesimlerde yer degistirmeli (M2D), enine kayma gerilmeleri olmak üzere farkli fonksiyonel esaslidirlar. Genlesmenin, plagin dis yüzeylerindeki çekme tipi sinir kosullari ile uyum içinde oldugu düsünülmektedir.Yönlendirici denklemler ve bunlara yardimci olan sinir kosullari, Hamilton’un klasik varyasyon prensibi ve Reissner’in karisik varyasyon teoremi kullanilarak elde edilmistir. Her iki model de tek tabaka tipine denktir ve bu nedenle, tabaka türü tanimina göre farklilasir, tabaka sayisindaki bilinmeyen degiskenlerin bagimsizligini devam ettirir. Modelin geçerliligi, farkli tabakalasma planlarinin, açili/çapraz kat ve düsük ve yüksek frekanslarin karakteristik geometrik oranlari için, elastisitenin kesin üç boyutlu teorisi ile yapilan sayisal kiyaslamalarla gösterilir.

Kompozitlerin üretim ve fabrikasyonlari esnasinda malzeme özelliklerine, dikkate alinacak kadar fazla parametreler katildigi bilinmektedir. Singh, Yadav ve Iyengar (2001), bu çalismada, malzeme özelliklerini, sistem davranisi hakkinda kesin bir sonuç elde etmek için rasgele degiskenler olarak almislardir.Dönel atalet etkileri içeren yüksek mertebeden kaya teorisi, sistemin dinamik denklemlerinde hesaba katilmistir.Birinci dereceden düzensizlik teknigi, yönetici denklemlerin çözümünü elde etmek için kullanilmistir.Öz sonuçlarin karsitligi için kapali sekildeki ifadelerin elde edilmesinde kullanilan bir yöntem özetlenmistir. Yan yüzeyin kalinlik oranina ve malzeme özelliklerinin standart sapmalara etkileri çapraz katli simetrik ve simetrik olmayan tabakalar için arastirilmistir.Ilk bes dogal frekansin standart sapmalari ve anlami, her kenarindan basit mesnetli tabakali dikdörtgen plaklar için gelistirilmistir.Yüksek mertebeden kayma deformasyon teorisi sonuçlari, Monte Carlo benzer sonuçlari ile ve klasik tabaka ve birinci dereceden kayma deformasyonu teorileri esas alinarak elde edilmis sonuçlarla kiyaslanarak, geçerliligi onaylanmistir.

Soldatos ve Messina (2001), çalismalarinda, kenar sinir kosullarinin enine kayma deformasyonu içeren plaklarin, kapali silindirik kabuklarin ve keyfi açili dizilise sahip katlari olan açik silindirik panellerin titresim karakteristikleri üzerindeki etkilerini incelemislerdir. Bu çalismada kullanilmis kabuk modeli, birlestirilmis kayma deformasyonlu Love tipi kabuk teorisi ile ayni olup, analizler Ritz metoduna dayanmaktadir. Bu titresim çalismasi yapilirken, basit mesnetli, ankastre ve serbest kenar sinirlari gibi farkli kombinasyonlari olan açili dizilise sahip tabakalar esas alinmistir. Yapilan birlestirme denemeleri ve sunulan yeni sonuçlarin yani sira, literatürde bulunan uygun nümerik ve deneysel sonuçlarla, ayrica klasik plak ve kabuk teorilerine dayanan uygun sonuçlarla da kiyaslamalar yapilmis ve yapilan kiyaslamalarla bu çalismada sunulan analizlerin dogrulugu kanitlanmistir.

Zenkour ve Fares (2001), bu çalismalarinda, homojen olmayan kompozit tabakali silindirik kabuklarin egilme, burkulma ve serbest titresim problemlerini göz önüne almislardir. Hamilton-Reissner karisik varyasyon prensibi, homojen olmayan elastik özelliklere sahip kompozit tabakali silindirik kabuklarin uygun birinci durum teorisini ortaya çikarmak için kullanilmistir. Gerekli sinir kosullari ile yönlendirilen denklemler hiçbir kayma düzeltme faktörü tanitilmadan türetilmistir. Enine sapmalar, gerilmeler, dogal frekanslar ve kritik burkulma yükleri için sayisal sonuçlar bu teorinin avantajlarini göstermek için sunulmustur. Homojen olmamanin ve kalinlik oraninin kabugun yapisal tepkileri üzerindeki etkileri arastirilmistir. Bu çalisma, zayif bile olsa homojen olmamanin etkisinin, kabuklarin gerçek yapisal tepkisini belirlemek için gerekli oldugu sonucuna varmaktadir.

Leissa ve Kang (2002), çalismalarinda, karsilikli iki kenarindan (x=0 ve a) basit mesnetli ve diger iki kenarindan (y=0 ve b) ankastre olan dikdörtgen plaklarin dogrusal degisen normal gerilmeleri $\sigma_x = -N_0\left[1-\alpha\left(y/b\right)\right]/h$ altinda serbest titresimini ve burkulmasini incelemis ve kesin sonuçlar sunmuslardir. Burada, h plak kalinligidir. Enine yer degistirmenin $\left(w\right)$, $\sin\left(m\pi x/a\right)$ seklinde degistigi varsayilarak, kesin sonuç elde etmek için kismi diferansiyelli hareket denklemi kuvvet serisine ayrilarak (Frobenius metodu) y'e bagli degisken katsayili bir diferansiyel denkleme indirgenir. y=0 ve b'de ankastre sinir kosullari için frekans denklemi verilir. Frekanslar sifira yaklastiginda burkulma yükleri ortaya çikar. Kuvvet serilerinin yakinsakligi için dikkatli bir çalisma yapilmistir. Burkulma yükleri, $\alpha = 0,\ 0.5,\ 1,\ 1.5,\ 2$ yükleme parametreleri için hesaba katilmaktadir. Burada, $\alpha = 2$ sadece düzlem içi egilme momentidir. Kiyaslamalar, diferansiyel denklemlerin $\alpha = 0,\ 1,\ 2$ için integrasyon metodu veya $\alpha = 1,\ 2$ için enerji metodu ile yayli burkulma yükleri için yapilmaktadir. En yeni sonuçlar, $a/b = 0.5, 1, 2$ oranlarindaki dikdörtgen plaklarin serbest titresim frekanslari için yük siddetleri $N_0 / N_{cr} = 0,\ 0.5,\ 0.8,\ 0.95,\ 1$ olmaktadir. Burada, N_{cr} plagin kritik burkulma yükü olup, üç çesit yüklemeye $(\alpha = 0,1,2)$ baglidir. Çalismada, ayrica, burkulma ve serbest titresim durumunu gösteren sekiller de gösterilmistir.

Nayak, Moy ve Shenoi (2002), çalismalarinda, iki yeni C-o, Reddy'nin yüksek dereceli teorisinin deformasyon sonlu eleman formülasyonlarinin izotrop, ortotrop ve tabakali anizotrop kompozit ve sandviç plaklarin dogal frekanslarini belirlemek için kullanildigi varsayimini göz önüne almislardir. Dis kabuga cam yünü polyesterinin yapistirilmasi ve HEREX C70 PVC (polivinilklorid) köpük malzemelerin de çekirdek kisminda kullanilmasi, plagin görünüs oraninin, uzunlugun kalinliga oraninin, ortotropi derecesinin, tabaka sayisinin ve tabakalarin ayrilma planinin, dogal frekanslar üzerindeki parametrik etkisini göstermek içindir. Uygun bir kütle matrisi, mevcut formülasyona uyarlanmistir. Bu çalismada sunulan sonuçlar, serbest titresim kosullari altindaki sandviç tabakalarin davranisinin daha iyi anlasilmasi açisindan faydalidir ve sandviç yapi tasarimcilari için potansiyel olarak yararlidir.

Sofiyev (2002) bu çalismasinda, zamanin fonksiyonu olan dis basinç yükü etkisi altinda, kalinlik yönünde degisik elastisite modüllerine ve yogunluklara sahip çapraz tabakali ortotropik silindirik ince kabugun burkulmasini incelemeyi amaçlamistir.Öncelikle, dinamik stabilite ve uygunluk denklemleri elde edilmistir.Bu denklemler sonradan Galerkin metodu kullanilarak, degisik katsayilara sahip zamana bagli diferansiyel denklemlerden olusan bir sisteme indirgenmektedir.Son olarak, kritik dinamik ve statik yükler, uygun dalga sayilari, dinamik faktörler, kritik zaman ve kritik impuls, Ritz tipi varyasyon metodunun uyarlanmis sekli uygulanarak analitik olarak bulunmustur.Çapraz tabakali silindirik kabuklarin dinamik davranisi: a) elastisite modülleri ve yogunluklari degisim gösteren tabaka, b) degisik sayida ve diziliste tabakalar, c) zamanin degisik kuvvetleriyle degisen dis basinçlar. Bütün bu faktörlerin, incelenen problemin kritik parametreleri üzerinde kayda deger etkileri oldugu sonucuna varilmaktadir.

Wang ve Dawe (2002), çalismalarinda, birinci derece kayma deformasyonlu plak teorisine dayanan bir sonlu serit metodu (FSM), kompozit tabakali dikdörtgen plaklar ve prizmatik plak yapilarin dinamik kararsizlik analizlerini sunmuslardir (SDPT). Bu yapinin hareket denklemleri, Mathieu denklemler sisteminin bir grubu olup, Lagrange formülleri kullanilarak elde edilmistir. Hareketin parametrik rezonans frekanslari, Bolotin tarafindan sunulan fakat çok fazla kullanilmayan Sturm ardisik metodu kullanilarak bulunmaktadir. Degisik yükleme örnekleri, keyfi olarak tabakalara ayirma ve genel sinir kosullari uyumlu hale gelmektedir. Nümerik uygulamalardaki degisiklik, gelistirilmis metodu denetlemek ve karisik plak veya tekil plak yapilarin dinamik karasizlik davranisini degisik dinamik yükleme durumlari için incelemek için sunulmustur. Dinamik kararsizlik indeksi (DII), kalinligin uzunluga oranini, ortotropi derecesini, lif dogrultularini, yükleme durumlarini ve sinir kosullarini içeren kesin parametrelere karsi kararsizligin derecesini ölçmek için tasarlanmistir.

Zenkour (2002), bu makalesinde, problemin analizi, tek boyutlu plak teorisinde, karisik birinci dereceden kalin kiris ve onun sayisal çözümüne dogru yaklasan küçük bir parametrenin kullanimi esaslidir. Kirisin kenarlarindaki sinir kosullari oldukça genel olabilir ve bu iki kenar arasinda kirisin kalinligi degisken olabilir. Üniform yüklemede lineer olmayan kalinlik degisimine sahip ortotrop kirislerin statik tepkisi için kapali formda çözümler gelistirilmistir. Sunulan modelin kesinligi, kesin çözümleri ve sayisal sonuçlari, çözümün dogrulugunu kanitlamis ve ayni zamanda çözümleri literatürde mevcut olmayan problem çesitleri için de sunulmustur.

Aydogdu ve Timarci (2003), bu çalismalarinda, degisik sinir kosullarina bagli çapraz tabakali kare plaklarin titresim analizini incelemislerdir. Simetrik çapraz tabakali plaklar için katlar arasindaki sürekliligin devaminin gereksinimi, daha önce gelistirilmis olan iki boyutlu kayma deformasyonlu plak teorilerini de birlestiren teoriye yüzey fonksiyonlarinin kullanimi dahil edilerek saglanmistir. Ilk olarak, her bir kenari kesin bir analitik metotla çözülmüs ve bütün kenarlari basit mesnet sinir kosullarina sahip çapraz tabakali plaklarin titresimi için, Hamilton prensibi kullanilarak temel denklemler elde edilmistir. Serbest, ankastre ve basit mesnetli sinir kosullarindan olusan on iki farkli kombinasyona bagli çapraz tabakali kare plak durumunda, bes yer degistirme bileseninin basit cebirsel polinomlar serisi olarak varsayildigi serbest titresim frekanslari Ritz metodu uygulanarak elde edilir. Sayisal sonuçlar, farkli uzunluk-kalinlik oranlarina ve malzeme düzenlerine göre sunulmus ve literatürdeki uygun sonuçlarla kiyaslanmistir.

Chitnis, Desai, Shah ve Kant (2003), çalismalarinda, farkli yer degistirme esasli formülasyonlari birlestiren kompozit tabakali lif takviyeli polimer ve sandviç plaklarin zamana bagli harmonik dalgalarinin ve titresimlerinin yayilmasini arastiran yari-analitik bir metot gelistirmislerdir. Birinci mertebe kayma deformasyonu teorisinden baslayip dördüncü mertebe teoriye kadar devam eden degisik yer degistirme esasli modeller, eksenel ve enine yer degistirmelerin dogrusal, kare, kübik ve kuartik degisim kombinasyonlarini kullanarak tabakanin kalinligindan veya matematiksel alt tabakadan lineer olarak gelistirilmistir. Bütün yer degistirme modellerinin sonuçlari, titresim problemi için düzlem içi ve enine yer degistirmelerin kuartik degisimi kullanilarak yer degistirme modelinden elde edilenlerle kiyaslanmaktadir. Tabaka alti kalinligin araciligi ile, düzlem içi ve enine yer degistirmelerin kübik degisimini kullanarak daha yüksek mertebeli yer degistirme esasli teori, titresim problemlerinde oldugu gibi, tabakali kompozit plaklardaki dalga yayilimi için de orta çözüm bulma yoluna gidilmistir. Yapilan bütün arastirmalar, sandviç ve kompozit tabakali plaklarin titresimini ve dalga yayiliminin analizi için yüksek mertebeli teorilerin önemini göstermektedir.

Gorman (2003), çalismasinda, süper pozisyon metodu kullanarak, plak kenarlarina eklenmis takviyeli kirislere veya seritlere simetrik olarak dagitilmis, köselerinden mesnetli ince dikdörtgen plaklarin serbest titresim frekanslari ve mod sekilleri için analitik çözümler elde etmistir. Plak-kiris ara yüzeyindeki tepkileri ifade eden denklemler, boyutsuz sekilde gelistirilmislerdir. Bu yaklasim, kirisin hem yanal, hem de dönel egilmezliginde ve ataletinde oldukça yaygindir ve analizlerin içine katilmistir. Açiklama amaciyla hesaplanan öz degerler ve mod sekilleri realistik sistemli iki plak-kiris sistemi için sunulmustur. Bu metodun kenar kirislerinin simetrik dagilima sahip olmamasi durumunu kapsayacak kadar genisledigi gösterilmistir. Bu çalismanin, endüstriyel açidan ilgi çekici ilk analitik problem oldugu görülmektedir.

Hong ve Jane (2003), makalelerinde, termal titresim altindaki tabakali dikdörtgen plagin içindeki tabaka içi gerilmeleri ve dönmeleri, kayma deformasyonu etkisini saglayan genellestirilmis diferansiyel alan hesabi metodunu kullanarak saptamislardir. Çapraz tabakalarda, gerilme ve dönme için yaklasik çözümler termal yükün sinusoidal sicaklik derecesinin titresimi altinda elde edilmistir. Sayisal sonuçlar, kenar/kalinlik (a/h) orani degerinin düsmesi ile, özellikle bu oran 20 den küçük veya esit ise, tabakanin merkezi konumundaki maksimum sapma ve gerilmenin arttigi görülmektedir. GDQ metodu, birkaç kontrol noktasi olan kayma deformasyonunu içeren sinusoidal sicaklik derecesinin termal titresimi etkisi altindaki çapraz tabakanin, çok tabakali plak içindeki tabaka içi gerilmelerinin ve sapmalarinin ölçümü için verimli bir metot saglar.

Huang ve Zheng (2003), bu çalismalarinda, iki parametreli (Pasternak-tipi) elastik temele dayanan ve baslangiç düzlem içi statik yükler ile birlesmis enine dinamik yüklerin etkisi altindaki basit mesnetli kayma deformasyonlu tabakali plagin dogrusal olmayan titresimini ve dinamik tepkisini sunmuslardir. Formülasyonlar, Reddy'nin yüksek mertebeli kayma deformasyon plak teorisi ve plak-temel etkilesimini içeren von Karman-tipi denklemlerine dayanmaktadir. Düzlem içi sinir kosullarinin iki durumu göz önüne alinmistir. Hareket denklemleri, simetrik çapraz tabakali ve antisimetrik açili tabakali kayma deformasyonlu tabakali plaklarin dinamik tepkilerini ve lineer olmayan frekanslarini belirlemek için hareket denklemleri, karisik yöntem ile çözülmüstür. Ayrica, genlik oraninin, temel egilmezligin ve baslangiç düzlem içi yüklerin frekans oranlari üzerindeki etkileri ve dinamik tepkileri de incelenmistir. Sonuçlarda, temel egilmezligin ve baslangiç düzlem içi yüklerin, lineer olmayan frekanslarin lineer frekanslara oraninin üzerinde, kayma deformasyonlu tabakali plaklarin dinamik tepkilerinin oldugu gibi, önemli etkileri vardir.

Lee, Choi ve Kim (2003), çalismalarinda, dikdörtgen plaktan yapilmis tabakali kompozit silindirik kabugun serbest titresim analizini, analitik ve deneysel metotlarla yapmislardir. Plagi içeren kabugun titresim frekansinin denklemleri formüle edilmistir. Iki yapinin birlesiminden önce serbest titresim karakteristiklerini elde etmek için, klasik plak teorisine dayanan Enerji Prensibi ve Love'nin ince kabuk teorisi kullanilmistir. Genel formülasyonu geçerli kilmak için, sayisal sonuçlar, sonlu eleman analizi ile oldugu gibi deneylerden elde edilen sonuçlarla da kiyaslanmistir. Kabugun uzunluk/yariçap oraninin (L-S/a) ve yariçap/kalinlik oraninin (a/h(S)), çapraz ve açili katli kompozit malzemelerin silindirik tabakali birlesik kabugun dogal frekanslarina etkileri de burada detayli olarak tartisilmistir.

Li, Cheng, Yam ve Yan (2003), çalismalarinda, piezo-elektrik tarafindan harekete geçirilen hasarli plagin sayisal modellemesini sunmuslardir. Önceki çalismalardan farkli olarak, hatalarin etkisi göz önüne alinmis, ayrica egilmezlik ve kütle azalmalari da hareket denklemlerine dahil edilmistir.Model, hem frekans, hem de zaman alaninda frekans degisimi ve enerji degisikligine bagli indisler kullanilarak gerçeklestirilmistir. Ölçülen indislerin egilimleri ile benzerleri arasinda kiyaslamalar yapildiginda, iyi bir uyum görülmektedir. Sonuçlar, enerji göstergesinin hasara karsi olan hassasiyetinin frekans göstergesine nazaran daha fazla oldugunu göstermektedir.

Park, Mongeau ve Siegmund (2003), bu çalismada, yapilarin zorunlu titresime karsi tepkilerinin kontrolünün ve bazi uygulamalarin, mesnetlerin optimal sekilde düzenlenerek yapilmasini istemektedirler. Düzenleme, mesnetlerin içerisindeki titresim enerjisinin dagilarak yok olmasina, yorulmanin ve yapi-tasinma gürültüsünün azalmasi suretiyle neden olabilir. Homojen plaklarin hiz karsiligini minimize eden optimal mesnet egilmezligini bulmak için iki farkli model gelistirilmistir. Birinci model, kenarda dalga yayilimi esaslidir, optimal özelliklerin iyi bir kesme yaklasimi egilimlidir. Kenardaki en küçük yansima için optimal viskoz ve viskoelastik mesnet egilmezligi ölçülmüstür.Olay, dalgalarin en fazla egilimi plagin karakteristik engellerine viskoz mesnet egilmezligi uydugu zaman meydana gelir. Rayleigh-Ritz metoduna dayanan ikinci model, sonlu dikdörtgen plagin zorunlu olarak hiz tepkisini en aza indirmeyi gerektiren optimal mesnet egilmezliginin kesin degerlendirilmelerine daha çok meyillidir. Iki farkli metotla hesaplanan optimal mesnet özellikleri iyi uyum içerisindedirler. Plagin mod tepkilerinin, kenarlarda dalga yansimalarindan siddetli bir sekilde etkilendigi önerilmektedir. Son olarak, mesnet özelliklerinin plaktan ses yansimasi üzerindeki etkileri bulunmustur. Yansiyan ses kuvvetini en aza indirgeyen optimal mesnet egilmezligi, hiz tepkisini minimize eden degerden daha az bulunmustur. Sonuçlar, hem hiz tepkisinin hem de ses yansimasinin kenarlardaki titresim enerjisi dagilimindan siddetle etkilendigini ve mesnet ayarlamasinin önemli ses ve titresim azalmasi egilimine neden olacagini kanitlamaktadir.

Perel ve Palazotto (2003), çalismalarinda, kompozit tabakali dis levhalara sahip kalin enine sikistirilabilir sandviç plaga ait bir plak teorisi olusturmak için, kalinlik yönündeki enine deformasyon bilesenlerinin daglimi ile ilgili kolaylastirici varsayimlar yapmislardir. Üst yüzeyi üniform yük etkisi altinda olan basit mesnetli plagin silindirik egilme problemi dikkate alinmis ve plak teorisinden hesaplanan yer degistirmeler, düzlem içi gerilmeler ve gelistirilmis enine gerilmeler kesin elastisite çözümlerinin uygun degerleri ile kiyaslanmaktadir. Bu kiyaslamada, her iki çözüm için iyi bir uyum elde edilmistir. Kalinlik/uzunluk orani küçük olan silindirik egilmede sandviç plaklarin sonlu eleman analizlerinde, kayma kilitlenmesi olayi meydana gelmez. Bu makalede silindirik egilmede sunulan sandviç plagin, bir çok literatürde daha önceleri sunulan modellerden daha genis uygulama alani vardir. Bu, sandviç plaklarda, kalinligin düzlem içi gerilmelere oraninin genis bir yelpazesi için, dis tabakalarin hem kalin hem ince olmasi durumlarinda (çekirdek kalinligi ile kiyaslandiginda) ve hem enine rijit, hem de enine sikistirilabilir dis tabakalari olan sandviç plaklara uygulanabilir.

Sofiyev (2003) bu makalesinde, zamanin kuvvet fonksiyonu seklinde degisen dis basinca bagli seramik ve metalden olusmus fonksiyonel egimli malzemeden (FGM) meydana gelen silindirik ince kabuklarin formülasyonunu sunmaktadir.Özellikler, hacim parçasi kuvvet kurali dagilimina göre kalinlik dogrultusunda derecelenmektedir.Degistirilmis Donnell tipi dinamik stabilite ve uygunluk denklemleri, Love'nin kabuk teorisi kullanilarak elde edilmektedir.Bu denklemlere degisik baslangiç kosullari için önce Galerkin metodu, daha sonra da Ritz tipi varyasyon metodu uygulanarak ve yükleme parametrelerinin büyük degerleri dikkate alinarak, kritik parametre degerleri için analitik çözümler elde edilmektedir.Sonuçlar, kritik parametrelerin, bilesen malzemelerinin biçimi, yükleme parametresi degisimleri ve dis basinç ifadesindeki zaman kuvveti degisimlerinin etkisinde oldugunu göstermektedir.Literatürdeki sonuçlarla karsilastirma yapildiginda, mevcut analizin dogrulugu görülmektedir.

Sofiyev ve Aksogan (2003) çalismalarinda, geometrik lineer olmamayi dikkate alarak homojen olmayan ortotropik tabakali ince silindirik kabuklarin serbest titresimlerini incelemektedirler.Sonlu deformasyonlarin ve Airy gerilme fonksiyonunun dikkate alindigi Donnell-Mushtari kabuk denklemlerine dayanan hareketin temel bagintilari ve denklemleri, elastisite modülleri kalinlik dogrultusunda parçali sürekli olarak degisen tabakali ince silindirik kabuklar için elde edilmektedir.Yukarida sözü edilen denklemlere Galerkin metodu uygulanarak yer degistirme genligi için zamana bagli lineer olmayan diferansiyel denklem elde edilmektedir.Frekans, bu denklemden kabuk yer degistirme genliginin bir fonksiyonu olarak elde edilmekte ve literatürdeki mevcut sonuçlarla kiyaslanmaktadir.Son olarak, lineer olmamanin, homojen olmamanin ve tabaka sayisi ile dizilisinin frekans üzerindeki etkisi degisik mod sayilari için bulunmakta, grafik olarak sunulmakta ve diger çalismalarla karsilastirilmaktadir.

Xiang ve Reddy (2003), çalismalarinda, dahili hattan menteseli dikdörtgen plaklarin titresimi için kesin sonuçlar sunmuslardir. Dikdörtgen plakta, iki paralel kenarindan basit mesnetli ve kalan iki kenarinda ise mesnet durumlarindan her hangi bir kombinasyon geçerlidir. Dahili hat, iki basit mesnetli paralel kenarlara diktir. Lévy tipi çözüm metodu ve bosluk-durum teknigi, dahili hattan menteseli dikdörtgen plaklarin dogal titresimini incelemek için birinci mertebeden kayma deformasyon plak teorisi ile baglantida kullanilmistir. Özellikle, kesin titresim frekanslari, degisik oranlar ve kenar mesnetleri durumunda dikdörtgen plaklar için elde edilmektedir. Dikdörtgen plaklarin titresim davranislari üzerinde dahili hat mentesenin etkisi incelenmektedir.

Wu, Chou ve Chen (2003), bu makalede, dört tane sinir kosuluna ve üç çesit çok yogun bulunan elemana (rijit olarak kütle noktasina, dogrusal yaylara ve elastik olarak kütle noktasina monte edilerek eklenmis) sahip üniform dikdörtgen plagin dinamik karakteristiklerini arastirmislardir. Ilk olarak, özel sinir kosullarina sahip dikdörtgen plagin dogal frekanslar ve uygun normal mod sekilleri için kapali formdaki çözümleri analitik olarak saptanmistir. Daha sonra, bu dogal frekanslari ve genlesme teorisi ile birlesmis normal mod sekillerini kullanarak, "zorlanmis" plagin hareket denklemleri (üç çesit elemani yogun olarak tasiyan) çikarilmaktadir. Son olarak, dogal frekanslari ve "zorlanmis" plagin mod sekillerini vermek için hareketin bu denkleminin çözümünde sayisal metotlar kullanilmistir. Daha önceki serbest titresim analizinin sonuçlarinin güvenilirliligini dogrulamak için, bir sonlu eleman analizi de verilmistir. Yukarida bahsi geçen her iki yaklasimdan elde edilen sonuçlarin iyi bir uyum içinde oldugu görülmektedir. Geleneksel sonlu eleman metodu (FEM) ile kiyaslandigi zaman, mevcut literatürden de görülecegi gibi, bu makalede kullanilan yaklasimin, zaman kazanci ve daha kesin bir sonuca ulasmak konusunda avantalari vardir.

Zenkour (2003), çalismasinda, karma birinci mertebeden kayma deformasyonlu plak, ikinci mertebeden bir diferansiyel denklem sistemi ile modellenmekte ve ince plak modelini dördüncü mertebeden bir diferansiyel denkleme dönüstürmektedir. Birinci model, kalinligin uzunluga oraninin nispeten büyük oldugu plaklarda kayma biçimsizligi için çok iyi bir analiz saglamaz. Bununla birlikte, ikinci model daha zor fakat çok daha kesindir. Bu makalede, kayma deformasyonu sonuçlarini saglayan klasik ince plak teorilerin sonuçlarindan elde edilen her iki bulgu arasindaki baglanti kayma düzeltme faktörleri kullanilmadan gösterilmektedir. Sunulan kesin sonuçlar, iki zit kenari basit mesnetli, diger iki zit kenari ise tamamen genel olan alti tip dikdörtgen plagin egilmesi içindir. Mevcut modelin kesinligi, kesin çözümlerin ve sayisal sonuçlarin kullanilabilir oldugunu göstermekte ve çözümler ayni zamanda arastirmacilarin kendi sayisal kalin plak için sonuçlarini kontrol etmeleri için sunulmustur.

Kitipornchai, Yang ve Liew (2004) bu çalismalarinda, homojen esasli ve iki tabakali fonksiyonel egimli malzemelerden olusan kusurlu kayma deformasyonlu tabakali dikdörtgen plaklarin lineer olmayan titresimini incelemektedirler.Sapma terimlerinde, orta yüzey dönmelerinde ve gerilme fonksiyonlarinda, Reddy'nin yüksek mertebeden kayma deformasyonlu plak teorisine dayanan teorik bir formülasyon sunulmaktadir.Tek boyutlu diferansiyel alan hesabi metodu, Galerkin teknigi ve iterasyon islemini kullanilabilir yapan birlesik analitik metot, degisik sinir kosullarina sahip plaklarin titresim frekanslarini elde etmek için kullanilmistir.Malzeme özelliklerinin sicakliga bagli oldugu varsayilmaktadir.Lineer ve lineer olmayan titresim davranisinda, sinüs tipi kusurlarin, sinirlandirilmis kusurlarin ve ayrintili kusurlarin etkilerine özel bir dikkat gösterilmektedir.Sayisal sonuçlar, egimli silikon nitrit ve paslanmaz çelik tabakalardan olusan tabakali plaklar için boyutsuz çizelgeler ve boyutsuz grafikler seklinde sunulmaktadir.Titresim frekanslarinin, titresimin genligine ve kusur mod ile genligine çok fazla bagli oldugu gösterilmektedir.

3.MATERYAL ve YÖNTEM

3.1. Enine Kayma Deformasyonlari Içeren Homojen Olmayan Ortotrop Kompozit Dikdörtgen Plagin Serbest Titresimi

3.1.1. Enine Kayma Deformasyonlari Içeren Homojen Olmayan Ortotrop Kompozit Plaklarin Temel Bagintilari

Homojen olmayan ortotrop kompozit malzemeden olusmus dikdörtgen plak göz önüne alalim. Koordinat sistemi plagin orta yüzeyinde seçilmis olsun ve x , y eksenleri ortotropi dogrultulari ile çakismis olsun. Plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu kalinlik koordinatinin sürekli fonksiyonlari olsunlar. Bu durumda Young modülleri, kayma modülleri ve yogunluk z kalinlik koordinatinin sürekli fonksiyonlari olarak,

$$E_1(\bar{z}) = E_{01}[1+\mu_1\eta_1(\bar{z})], \quad E_2(\bar{z}) = E_{02}[1+\mu_1\eta_1(\bar{z})], \quad G_{12}(\bar{z}) = G_{012}[1+\mu_1\eta_1(\bar{z})],$$

$$G_{13}(\bar{z}) = G_{013}[1+\mu_1\eta_1(\bar{z})], \quad G_{23}(\bar{z}) = G_{023}[1+\mu_1\eta_1(\bar{z})],$$

$$\rho(\bar{z}) = \rho_0[1+\mu_2\eta_2(\bar{z})], \bar{z} = z/h \qquad (3.1.1.1)$$

seklinde yazilabilir. Burada, E_{01}, E_{02} homojen malzemenin x ve y bas dogrultularda Young modülleri, G_{012} homojen malzemenin Oxy düzleminde kayma modülü olup, x ve y dogrultulari arasindaki açinin, G_{013} homojen malzemenin Oxz düzleminde kayma modülü olup, x ve z dogrultulari arasindaki açinin, G_{023} ise homojen malzemenin Oyz düzleminde kayma modülü olup, y ve z dogrultulari arasindaki açinin degisimlerini karakterize etmektedirler. ρ_0, homojen malzemenin yogunlugu, μ_1 ve μ_2 sirasiyla, Young modülleri ve yogunlugun degisim katsayilari olup, $0 \le \mu_1 < 1$, $0 \le \mu_2 < 1$ ve $\eta_i(\bar{z})$ $(i = 1, 2)$ ise Young modülleri ve yogunlugun degisim fonksiyonlari olup, süreklidirler ve $|\eta_i(\bar{z})| \le 1$ dir.

Enine kayma deformasyonlari içeren homojen olmayan ortotrop kompozit malzemelerden olusan plaklar için gerilme ve deformasyon arasindaki baginti asagidaki sekilde yazilabilmektedir:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= B_{11}(\bar{z})\varepsilon_x + B_{12}(\bar{z})\varepsilon_y + J_{01}B_{11}(\bar{z})a_{55}(\bar{z})\frac{\partial\varphi}{\partial x} + J_{01}B_{12}(\bar{z})a_{45}(\bar{z})\frac{\partial\varphi}{\partial y} \\ &+ J_{02}B_{11}(\bar{z})a_{45}(\bar{z})\frac{\partial\psi}{\partial x} + J_{02}B_{12}(\bar{z})a_{44}(\bar{z})\frac{\partial\psi}{\partial y}\end{aligned} \tag{3.1.1.2}$$

$$\begin{aligned}\sigma_y &= B_{21}(\bar{z})\varepsilon_x + B_{22}(\bar{z})\varepsilon_y + J_{01}B_{12}(\bar{z})a_{55}(\bar{z})\frac{\partial\varphi}{\partial x} + J_{01}B_{12}(\bar{z})a_{45}(\bar{z})\frac{\partial\varphi}{\partial y} \\ &+ J_{02}B_{21}(\bar{z})a_{45}(\bar{z})\frac{\partial\psi}{\partial x} + J_{02}B_{22}(\bar{z})a_{44}(\bar{z})\frac{\partial\psi}{\partial y}\end{aligned} \tag{3.1.1.3}$$

$$\begin{aligned}\tau_{xy} &= B_{66}(\bar{z})\varepsilon_{xy} + J_{01}B_{66}(\bar{z})a_{55}(\bar{z})\frac{\partial\varphi}{\partial x} + J_{01}B_{66}(\bar{z})a_{45}(\bar{z})\frac{\partial\varphi}{\partial y} \\ &+ J_{02}B_{66}(\bar{z})a_{45}(\bar{z})\frac{\partial\psi}{\partial x} + J_{02}B_{66}(\bar{z})a_{44}(\bar{z})\frac{\partial\psi}{\partial y}\end{aligned} \tag{3.1.1.4}$$

$$\tau_{xz} = f_1(z)\varphi(x,y) \tag{3.1.1.5}$$

$$\tau_{yz} = f_2(z)\psi(x,y) \tag{3.1.1.6}$$

Burada, ε_x, ε_y plagin her hangi bir noktasinin x ve y dogrultularinda deformasyon bilesenleri, ε_{xy} ise Oxy düzleminde kayma deformasyonu olup, su tanimlar geçerlidir:

$$B_{11}(\bar{z}) = \frac{E_1(\bar{z})}{1-\nu_1\nu_2},\; B_{22}(\bar{z}) = \frac{E_2(\bar{z})}{1-\nu_1\nu_2},$$

$$B_{12}(\bar{z}) = \frac{\nu_2 E_1(z)}{1-\nu_1\nu_2} = \frac{\nu_1 E_2(z)}{1-\nu_1\nu_2} = B_{21}(\bar{z}),\; B_{66}(\bar{z}) = G_{12}(\bar{z}) \tag{3.1.1.7}$$

$$a_{55}(\bar{z}) = \frac{1}{G_{13}(\bar{z})}\quad,\quad a_{44}(\bar{z}) = \frac{1}{G_{23}(\bar{z})} \tag{3.1.1.8}$$

$$J_{01} = \int_0^z f_1(z)dz \quad , \quad J_{02} = \int_0^z f_2(z)dz \tag{3.1.1.9}$$

(3.1.1.7) ifadelerindeki Poisson oranlari $\nu_1 = \nu_{yx}$, $\nu_2 = \nu_{xy}$ olarak dikkate alinmistir.

Love tipi plak teorisine göre deformasyon bilesenleri ile yer degistirme bilesenleri arasindaki baginti, asagidaki sekildedir:

$$\varepsilon_x = e_x - z\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \varepsilon_y = e_y - z\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \varepsilon_{xy} = e_{xy} - 2z\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \tag{3.1.1.10}$$

(3.1.1.10) bagintilari (3.1.1.2)-(3.1.1.4) ifadelerinde yerine yazildiginda, asagidaki bagintilar elde edilir:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= B_{11}(\bar{z})e_x + B_{12}(\bar{z})e_y - z\left[B_{11}(\bar{z})\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + B_{12}(\bar{z})\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right] \\ &+ J_{01}B_{11}(\bar{z})a_{55}\frac{\partial \varphi}{\partial x} + J_{01}B_{12}(\bar{z})a_{45}\frac{\partial \varphi}{\partial y} \\ &+ J_{02}B_{11}(\bar{z})a_{45}\frac{\partial \psi}{\partial x} + J_{02}B_{12}(\bar{z})a_{44}\frac{\partial \psi}{\partial y} \end{aligned} \tag{3.1.1.11}$$

$$\begin{aligned} \sigma_y &= B_{21}(\bar{z})e_x + B_{22}(\bar{z})e_y - z\left[B_{21}(\bar{z})\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + B_{22}(\bar{z})\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right] \\ &+ J_{01}B_{12}(\bar{z})a_{55}\frac{\partial \varphi}{\partial x} + J_{01}B_{12}(\bar{z})a_{45}\frac{\partial \varphi}{\partial y} \\ &+ J_{02}B_{21}(\bar{z})a_{45}\frac{\partial \psi}{\partial x} + J_{02}B_{22}(\bar{z})a_{44}\frac{\partial \psi}{\partial y} \end{aligned} \tag{3.1.1.12}$$

$$\begin{aligned} \tau_{xy} &= B_{66}(\bar{z})e_{xy} - 2zB_{66}(\bar{z})\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + J_{01}B_{66}(\bar{z})a_{45}\frac{\partial \varphi}{\partial x} \\ &+ J_{01}B_{66}(\bar{z})a_{55}\frac{\partial \varphi}{\partial y} + J_{02}B_{66}(\bar{z})a_{44}\frac{\partial \psi}{\partial x} + J_{02}B_{66}(\bar{z})a_{45}\frac{\partial \psi}{\partial y} \end{aligned} \tag{3.1.1.13}$$

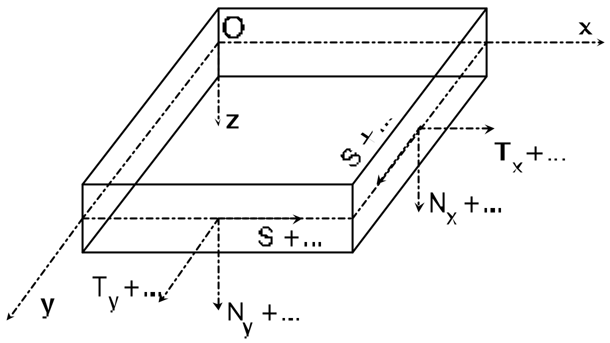
Plagin iç kuvvet ve moment bilesenleri asagidaki formüllerden bulunmaktadir:

$$T_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x dz\,,\ \ T_y = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y dz\,,\ S_{xy} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} dz\,, \qquad (3.1.1.14)$$

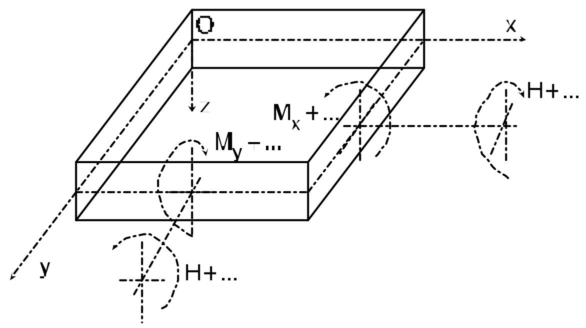
$$N_x = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xz} dz\,,\ N_y = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{yz} dz \qquad (3.1.1.15)$$

$$M_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x z dz\,,\ \ M_y = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y z dz\,,\ H_{xy} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} z dz \qquad (3.1.1.16)$$

Burada, plagin birim uzunluga ait T_x, T_y, $S = S_{xy} = S_{yx}$ iç tanjant, N_x, N_y kesme kuvvetleri , M_x, M_y egilme ve $H = H_{xy} = H_{yx}$ burulma momentleridir (Sekil 3.1.1.1 ve Sekil 3.1.1.2).



Sekil 3.1.1.1 Plagin iç kuvvet bilesenleri



Sekil 3.1.1.2 Plagin moment bilesenleri

(3.1.1.5), (3.1.1.6) ve (3.1.1.11)-(3.1.1.13) ifadeleri, (3.1.1.14)-(3.1.1.16) bagintilarinda yerine yazildiginda, kuvvet ve moment bilesenleri için asagidaki ifadeler elde edilir:

$$T_x = A_{11}^0 e_x + A_{12}^0 e_y - A_{11}^1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - A_{12}^1 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + A_{13}^0 \frac{\partial \varphi}{\partial x} + A_{14}^0 \frac{\partial \varphi}{\partial y} + A_{15}^0 \frac{\partial \psi}{\partial x} + A_{16}^0 \frac{\partial \psi}{\partial y} \tag{3.1.1.17}$$

$$T_y = A_{21}^0 e_x + A_{22}^0 e_y - A_{21}^1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - A_{22}^1 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + A_{23}^0 \frac{\partial \varphi}{\partial x} + A_{24}^0 \frac{\partial \varphi}{\partial y} + A_{25}^0 \frac{\partial \psi}{\partial x} + A_{26}^0 \frac{\partial \psi}{\partial y} \tag{3.1.1.18}$$

$$S_{xy} = A_{66}^0 e_{xy} - 2A_{66}^1 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + A_{33}^0 \frac{\partial \varphi}{\partial x} + A_{34}^0 \frac{\partial \varphi}{\partial y} + A_{35}^0 \frac{\partial \psi}{\partial x} + A_{36}^0 \frac{\partial \psi}{\partial y} \tag{3.1.1.19}$$

$$N_x = I_5 \varphi \tag{3.1.1.20}$$

$$N_y = I_6 \psi \tag{3.1.1.21}$$

$$M_x = A_{11}^1 e_x + A_{12}^1 e_y - A_{11}^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - A_{12}^2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + A_{13}^1 \frac{\partial \varphi}{\partial x} + A_{14}^1 \frac{\partial \varphi}{\partial y} + A_{15}^1 \frac{\partial \psi}{\partial x} + A_{16}^1 \frac{\partial \psi}{\partial y} \tag{3.1.1.22}$$

$$M_y = A_{21}^1 e_x + A_{22}^1 e_y - A_{21}^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - A_{22}^2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + A_{23}^1 \frac{\partial \varphi}{\partial x} + A_{24}^1 \frac{\partial \varphi}{\partial y} + A_{25}^1 \frac{\partial \psi}{\partial x} + A_{26}^1 \frac{\partial \psi}{\partial y} \tag{3.1.1.23}$$

$$H_{xy} = A_{66}^1 e_{xy} - 2A_{66}^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + A_{33}^1 \frac{\partial \varphi}{\partial x} + A_{34}^1 \frac{\partial \varphi}{\partial y} + A_{35}^1 \frac{\partial \psi}{\partial x} + A_{36}^1 \frac{\partial \psi}{\partial y} \tag{3.1.1.24}$$

Burada A_{ij}^k (k=0,1,2) asagidaki ifadelerde gösterilmis olup, su tanimlar geçerlidir:

$$A_{13}^0 = \int_{-h/2}^{h/2} B_{11}(\bar{z}) a_{55}(\bar{z}) \left(\int_0^z f_1(z) dz \right) dz,$$

$$A_{14}^0 = \int_{-h/2}^{h/2} B_{12}(\bar{z}) a_{45}(\bar{z}) \left(\int_0^z f_1(z) dz \right) dz,$$

$$A_{15}^0 = \int_{-h/2}^{h/2} B_{11}(\bar{z}) a_{45}(\bar{z}) \left(\int_0^z f_2(z) dz \right) dz,$$

$$A_{16}^0 = \int_{-h/2}^{h/2} B_{12}(\bar{z}) a_{44}(\bar{z}) \left(\int_0^z f_2(z) dz \right) dz. \tag{3.1.1.25}$$

$$A_{23}^0 = \int_{-h/2}^{h/2} B_{21}(\bar{z}) a_{55}(\bar{z}) \left(\int_0^z f_1(z) dz \right) dz,$$

$$A_{24}^0 = \int_{-h/2}^{h/2} B_{22}(\bar{z}) a_{45}(\bar{z}) \left(\int_0^z f_1(z) dz \right) dz,$$

$$A_{25}^{0}=\int\limits_{-h/2}^{h/2}B_{21}(\bar{z})a_{45}(\bar{z})\left(\int\limits_{0}^{z}f_{2}(z)dz\right)dz,$$

$$A_{26}^{0}=\int\limits_{-h/2}^{h/2}B_{22}(\bar{z})a_{44}(\bar{z})\left(\int\limits_{0}^{z}f_{2}(z)dz\right)dz. \tag{3.1.1.26}$$

$$A_{33}^{0}=\int\limits_{-h/2}^{h/2}B_{66}(\bar{z})a_{55}(\bar{z})\left(\int\limits_{0}^{z}f_{1}(z)dz\right)dz,$$

$$A_{34}^{0}=\int\limits_{-h/2}^{h/2}B_{66}(\bar{z})a_{45}(\bar{z})\left(\int\limits_{0}^{z}f_{1}(z)dz\right)dz,$$

$$A_{35}^{0}=\int\limits_{-h/2}^{h/2}B_{66}(\bar{z})a_{45}(\bar{z})\left(\int\limits_{0}^{z}f_{2}(z)dz\right)dz,$$

$$A_{36}^{0}=\int\limits_{-h/2}^{h/2}B_{66}(\bar{z})a_{44}(\bar{z})\left(\int\limits_{0}^{z}f_{2}(z)dz\right)dz. \tag{3.1.1.27}$$

$$A_{13}^{1}=\int\limits_{-h/2}^{h/2}zB_{11}(\bar{z})a_{55}(\bar{z})\left(\int\limits_{0}^{z}f_{1}(z)dz\right)dz,$$

$$A_{14}^{1}=\int\limits_{-h/2}^{h/2}zB_{12}(\bar{z})a_{45}(\bar{z})\left(\int\limits_{0}^{z}f_{1}(z)dz\right)dz,$$

$$A_{15}^{1}=\int\limits_{-h/2}^{h/2}zB_{11}(\bar{z})a_{45}(\bar{z})\left(\int\limits_{0}^{z}f_{2}(z)dz\right)dz,$$

$$A_{16}^{1}=\int\limits_{-h/2}^{h/2}zB_{12}(\bar{z})a_{44}(\bar{z})\left(\int\limits_{0}^{z}f_{2}(z)dz\right)dz. \tag{3.1.1.28}$$

$$A_{23}^{1}=\int\limits_{-h/2}^{h/2}zB_{21}(\bar{z})a_{55}(\bar{z})\left(\int\limits_{0}^{z}f_{1}(z)dz\right)dz,$$

$$A_{24}^{1}=\int\limits_{-h/2}^{h/2}zB_{22}(\bar{z})a_{45}(\bar{z})\left(\int\limits_{0}^{z}f_{1}(z)dz\right)dz,$$

$$A_{25}^{1}=\int\limits_{-h/2}^{h/2}zB_{21}(\bar{z})a_{45}(\bar{z})\left(\int\limits_{0}^{z}f_{2}(z)dz\right)dz,$$

$$A_{26}^{1} = \int_{-h/2}^{h/2} zB_{22}(\bar{z})a_{44}(\bar{z})\left(\int_{0}^{z} f_{2}(z)dz\right)dz\,. \tag{3.1.1.29}$$

$$A_{33}^{1} = \int_{-h/2}^{h/2} zB_{66}(\bar{z})a_{55}(\bar{z})\left(\int_{0}^{z} f_{1}(z)dz\right)dz,$$

$$A_{34}^{1} = \int_{-h/2}^{h/2} zB_{66}(\bar{z})a_{45}(\bar{z})\left(\int_{0}^{z} f_{1}(z)dz\right)dz,$$

$$A_{35}^{1} = \int_{-h/2}^{h/2} zB_{66}(\bar{z})a_{45}(\bar{z})\left(\int_{0}^{z} f_{2}(z)dz\right)dz,$$

$$A_{36}^{1} = \int_{-h/2}^{h/2} zB_{66}(\bar{z})a_{44}(\bar{z})\left(\int_{0}^{z} f_{2}(z)dz\right)dz\,. \tag{3.1.1.30}$$

$$A_{11}^{k} = \int_{-h/2}^{h/2} \frac{E_{1}(\bar{z})z^{k}}{1-\nu_{1}\nu_{2}}dz\ ,\quad A_{12}^{k} = \int_{-h/2}^{h/2} \frac{\nu_{1}E_{2}(\bar{z})z^{k}}{1-\nu_{1}\nu_{2}}dz = \int_{-h/2}^{h/2} \frac{\nu_{2}E_{1}(\bar{z})z^{k}}{1-\nu_{1}\nu_{2}}dz\ ,$$

$$A_{22}^{k} = \int_{-h/2}^{h/2} \frac{E_{2}(\bar{z})z^{k}}{1-\nu_{1}\nu_{2}}dz\,,\quad A_{66}^{k} = \int_{-h/2}^{h/2} G_{12}(\bar{z})z^{k}dz,\quad k = 0,1,2 \tag{3.1.1.31}$$

$$I_{5} = \int_{-h/2}^{h/2} f_{1}(z)dz\,,\ I_{6} = \int_{-h/2}^{h/2} f_{2}(z)dz \tag{3.1.1.32}$$

Burada I_5 ve I_6, (3.1.1.32) seklinde ifade edilmistir.

3.1.2. Enine Kayma Deformasyonlari Içeren Homojen Olmayan Ortotrop Kompozit Plaklarin Dinamik Stabilite ve Deformasyon Uygunluk Denklemlerinin Çikarilisi

(3.1.1.17)-(3.1.1.19) denklemlerinden, orta düzlemdeki deformasyon bilesenleri su sekilde bulunur:

$$e_x = b_{11}T_x + b_{12}T_y - b_{13}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - b_{14}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + b_{15}\frac{\partial \varphi}{\partial x} + b_{16}\frac{\partial \varphi}{\partial y} + b_{17}\frac{\partial \psi}{\partial x} + b_{18}\frac{\partial \psi}{\partial y} \tag{3.1.2.1}$$

$$e_y = b_{21}T_x + b_{22}T_y - b_{23}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - b_{24}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + b_{25}\frac{\partial \varphi}{\partial x} + b_{26}\frac{\partial \varphi}{\partial y} + b_{27}\frac{\partial \psi}{\partial x} + b_{28}\frac{\partial \psi}{\partial y} \tag{3.1.2.2}$$

$$e_{xy} = b_{31}S_{xy} - b_{32}\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - b_{35}\frac{\partial \varphi}{\partial x} - b_{36}\frac{\partial \varphi}{\partial y} - b_{37}\frac{\partial \psi}{\partial x} - b_{38}\frac{\partial \psi}{\partial y} \tag{3.1.2.3}$$

Burada b_{ij} ve Δ, kabuk ve malzeme sabitlerini içeren semboller olup, asagidaki ifadelerde tanimlanmistir:

$$b_{11} = \frac{A_{22}^0}{\Delta} \;,\; b_{12} = -\frac{A_{12}^0}{\Delta} \;,\; b_{13} = \frac{A_{12}^0 A_{21}^1 - A_{11}^1 A_{22}^0}{\Delta} \;,\; b_{14} = \frac{A_{12}^0 A_{22}^1 - A_{12}^1 A_{22}^0}{\Delta}$$

$$b_{15} = \frac{A_{23}^0 A_{12}^0 - A_{13}^0 A_{22}^0}{\Delta} \;,\; b_{16} = \frac{A_{24}^0 A_{12}^0 - A_{14}^0 A_{22}^0}{\Delta} \;,\; b_{17} = \frac{A_{25}^0 A_{12}^0 - A_{15}^0 A_{22}^0}{\Delta}$$

$$b_{18} = \frac{A_{26}^0 A_{12}^0 - A_{16}^0 A_{22}^0}{\Delta} \tag{3.1.2.4a}$$

$$b_{21} = -\frac{A^0_{21}}{\Delta},\ \ b_{22} = \frac{A^0_{11}}{\Delta},\ \ b_{23} = \frac{A^1_{11}A^0_{21} - A^1_{21}A^0_{11}}{\Delta},\ b_{24} = \frac{A^1_{12}A^0_{21} - A^1_{22}A^0_{11}}{\Delta},$$

$$b_{25} = \frac{A^0_{13}A^0_{21} - A^0_{23}A^0_{11}}{\Delta},\ b_{26} = \frac{A^0_{14}A^0_{21} - A^0_{24}A^0_{11}}{\Delta},\ \ b_{27} = \frac{A^0_{15}A^0_{21} - A^0_{25}A^0_{11}}{\Delta},$$

$$b_{28} = \frac{A^0_{16}A^0_{21} - A^0_{26}A^0_{11}}{\Delta},\ \Delta = A^0_{11}A^0_{22} - A^0_{12}A^0_{21} \qquad (3.1.2.4b)$$

$$b_{31} = \frac{1}{A^0_{66}},\ \ b_{32} = -\frac{2A^1_{66}}{A^0_{66}},\ \ b_{35} = \frac{A^0_{33}}{A^0_{66}},$$

$$b_{36} = \frac{A^0_{34}}{A^0_{66}},\ \ b_{37} = \frac{A^0_{35}}{A^0_{66}},\ \ b_{38} = \frac{A^0_{36}}{A^0_{66}} \qquad (3.1.2.4c)$$

(3.1.2.1)-(3.1.2.3) ifadeleri (3.1.1.22) – (3.1.1.24) bagintilarinda yerine yazildiginda, moment bilesenleri için asagidaki ifadeler elde edilir:

$$\begin{aligned} M_x &= c_{11}T_x + c_{12}T_y - c_{13}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - c_{14}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ &+ c_{15}\frac{\partial \varphi}{\partial x} + c_{16}\frac{\partial \varphi}{\partial y} + c_{17}\frac{\partial \psi}{\partial x} + c_{18}\frac{\partial \psi}{\partial y} \end{aligned} \qquad (3.1.2.5)$$

$$\begin{aligned} M_y &= c_{21}T_x + c_{22}T_y - c_{23}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - c_{24}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ &+ c_{25}\frac{\partial \varphi}{\partial x} + c_{26}\frac{\partial \varphi}{\partial y} + c_{27}\frac{\partial \psi}{\partial x} + c_{28}\frac{\partial \psi}{\partial y} \end{aligned} \qquad (3.1.2.6)$$

$$H_{xy} = c_{31}S_{xy} - c_{32}\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + c_{35}\frac{\partial \varphi}{\partial x} + c_{36}\frac{\partial \varphi}{\partial y} + c_{37}\frac{\partial \psi}{\partial x} + c_{28}\frac{\partial \psi}{\partial y} \qquad (3.1.2.7)$$

Burada c_{ij}, kabuk ve malzeme sabitlerini içeren semboller olup, tanimlari asagida gösterildigi gibidir:

$$c_{11} = A^1_{11}b_{11} + A^1_{12}b_{21},\ \ c_{12} = A^1_{11}b_{12} + A^1_{12}b_{12},\ \ c_{13} = A^1_{11}b_{13} + A^1_{12}b_{23} + A^2_{11}$$

$$c_{14} = A^1_{11}b_{14} + A^1_{12}b_{24} + A^2_{12}, c_{15} = A^1_{11}b_{15} + A^1_{12}b_{25} + A^1_{13},\ c_{16} = A^1_{11}b_{16} + A^1_{12}b_{26} + A^1_{14}$$

$$c_{17} = A^1_{11}b_{17} + A^1_{12}b_{27} + A^1_{15}, c_{18} = A^1_{11}b_{18} + A^1_{12}b_{28} + A^1_{16} \tag{3.1.2.8a}$$

$$c_{21} = A^1_{21}b_{11} + A^1_{22}b_{21},\ \ c_{22} = A^1_{21}b_{12} + A^1_{22}b_{22},\ \ c_{23} = A^1_{21}b_{13} + A^1_{22}b_{23} + A^2_{21},$$

$$c_{24} = A^1_{21}b_{14} + A^1_{22}b_{24} + A^2_{22},\ c_{25} = A^1_{21}b_{15} + A^1_{22}b_{25} + A^1_{23},$$

$$c_{26} = A^1_{21}b_{16} + A^1_{22}b_{26} + A^1_{24},$$

$$c_{27} = A^1_{21}b_{17} + A^1_{22}b_{27} + A^1_{25}, c_{28} = A^1_{21}b_{18} + A^1_{22}b_{28} + A^1_{26} \tag{3.1.2.8b}$$

$$c_{31} = A^1_{66}b_{31},\ \ c_{32} = A^1_{66}b_{32} + 2A^2_{66},\ \ c_{35} = A^1_{33} - A^1_{66}b_{33},\ c_{36} = A^1_{34} - A^1_{66}b_{34},$$

$$c_{37} = A^1_{35} - A^1_{66}b_{35},\ \ c_{38} = A^1_{36} - A^1_{66}b_{36} \tag{3.1.2.8c}$$

Plaklarin dinamik stabilite ve deformasyon uygunluk denklemleri, asagidaki sekildedir:

$$\frac{\partial^2 e_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 e_y}{\partial x^2} - 2\frac{\partial^2 e_{xy}}{\partial x \partial y} = 0 \tag{3.1.2.9}$$

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial H_{xy}}{\partial y} - N_x = -\rho_1 h^3 \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial t^2} + \rho_2 h^5 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \tag{3.1.2.10}$$

$$\frac{\partial H_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} - N_y = -\rho_1 h^3 \frac{\partial^3 w}{\partial y \partial t^2} + \rho_3 h^5 \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \tag{3.1.2.11}$$

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} = \rho_t h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \tag{3.1.2.12}$$

Burada, su tanimlar geçerlidir:

$$\rho_1 = \rho_0 \int_{-1/2}^{1/2} \bar{z}^2 [1+\mu\eta_2(\bar{z})] d\bar{z}\,, \quad \rho_2 = \rho_0 \int_{-1/2}^{1/2} \bar{z} a_{55}(\bar{z}) [1+\mu\eta_2(\bar{z})] \left(\int_0^z f_1(z) dz \right) d\bar{z}\,,$$

$$\rho_3 = \rho_0 \int_{-1/2}^{1/2} \bar{z} a_{44}(\bar{z}) [1+\mu\eta_2(\bar{z})] \left(\int_0^z f_1(z) dz \right) d\bar{z}\,, \quad \rho_t = \rho_0 \int_{-1/2}^{1/2} [1+\mu\eta_2(\bar{z})] d\bar{z} \qquad (3.1.2.13)$$

Orta düzlemde bulunan deformasyonlar için (3.1.2.1)-(3.1.2.3) ifadeleri (3.1.2.9) deformasyon uygunluk denkleminde yerine yazildiginda asagidaki denklem elde edilir:

$$\begin{aligned}
& b_{11}\frac{\partial^2 T_x}{\partial y^2} + b_{12}\frac{\partial^2 T_y}{\partial y^2} + b_{21}\frac{\partial^2 T_x}{\partial x^2} + b_{22}\frac{\partial^2 T_y}{\partial x^2} - 2b_{31}\frac{\partial^2 S_{xy}}{\partial x \partial y} \\
& - b_{23}\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - (b_{24} + b_{13} - 2b_{32})\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} - b_{14}\frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + b_{25}\frac{\partial^3 \varphi}{\partial x^3} \\
& + (b_{15} + 2b_{36})\frac{\partial^3 \varphi}{\partial x \partial y^2} + (b_{26} + 2b_{35})\frac{\partial^3 \varphi}{\partial x^2 \partial y} + b_{16}\frac{\partial^3 \varphi}{\partial y^3} + b_{27}\frac{\partial^3 \psi}{\partial x^3} + \\
& (b_{28} + 2b_{37})\frac{\partial^3 \psi}{\partial x^2 \partial y} + (b_{17} + 2b_{38})\frac{\partial^3 \psi}{\partial x \partial y^2} + b_{18}\frac{\partial^3 \psi}{\partial y^3} = 0
\end{aligned} \qquad (3.1.2.14)$$

Moment bilesenleri için (3.1.2.5)-(3.1.2.7) ifadeleri (3.1.2.10)-(3.1.2.11) denklemlerinde yerine yazildiginda, asagidaki denklemler elde edilir:

$$\begin{aligned}
& c_{11}\frac{\partial T_x}{\partial x} + c_{12}\frac{\partial T_y}{\partial x} + c_{31}\frac{\partial S_{xy}}{\partial y} - c_{13}\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} - (c_{14} + c_{32})\frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} + \\
& c_{15}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + (c_{35} + c_{16})\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} + c_{36}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + c_{17}\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \\
& (c_{18} + c_{37})\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} + c_{38}\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} - I_5\varphi = -\rho_1 h^3 \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial t^2} + \rho_2 h^5 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}
\end{aligned} \qquad (3.1.2.15)$$

$$c_{21}\frac{\partial T_x}{\partial y}+c_{22}\frac{\partial T_y}{\partial y}+c_{31}\frac{\partial S_{xy}}{\partial x}-\left(c_{32}+c_{23}\right)\frac{\partial^3 w}{\partial x^2\partial y}-c_{24}\frac{\partial^3 w}{\partial y^3}+$$
$$c_{35}\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\left(c_{36}+c_{25}\right)\frac{\partial^2\varphi}{\partial x\partial y}+c_{26}\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}+c_{37}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+ \qquad (3.1.2.16)$$
$$\left(c_{38}+c_{27}\right)\frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial y}+c_{28}\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}-I_6\psi=-\rho_1 h^3\frac{\partial^3 w}{\partial y\partial t^2}+\rho_3 h^5\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}$$

Kesme kuvvetleri için (3.1.1.12)-(3.1.1.13) ifadeleri (3.1.2.12) denkleminde yerine yazildiginda, asagidaki denklem elde edilir:

$$I_5\frac{\partial\varphi}{\partial x}+I_6\frac{\partial\psi}{\partial y}=\rho_t h\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \qquad (3.1.2.17)$$

Iç kuvvetler ve Airy gerilme fonksiyonlari arasindaki baginti su sekildedir:

$$T_x=\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2},\quad S_{xy}=-\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial y},\quad T_y=\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} \qquad (3.1.2.18)$$

(3.1.2.18) ifadeleri (3.1.2.14), (3.1.2.15) ve (3.1.2.16) denklemlerinde yerine yazildiginda, sirasiyla asagidaki denklemler elde edilir:

$$b_{22}\frac{\partial^4\varphi}{\partial x^4}+\left(b_{12}+b_{21}-2b_{31}\right)\frac{\partial^4\varphi}{\partial x^2\partial y^2}+b_{11}\frac{\partial^4\varphi}{\partial y^4}-b_{23}\frac{\partial^4\varphi}{\partial y^4}-$$
$$\left(b_{24}+b_{13}-2b_{32}\right)\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2}-b_{14}\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}+b_{25}\frac{\partial^3\varphi}{\partial x^3}+\left(b_{15}+2b_{36}\right)\frac{\partial^3\varphi}{\partial x\partial y^2}+$$
$$\left(b_{26}+2b_{35}\right)\frac{\partial^3\varphi}{\partial x^2\partial y}+b_{16}\frac{\partial^3\varphi}{\partial y^3}+b_{27}\frac{\partial^3\psi}{\partial x^3}+ \qquad (3.1.2.19)$$
$$\left(b_{28}+2b_{37}\right)\frac{\partial^3\psi}{\partial x^2\partial y}+\left(b_{17}+2b_{38}\right)\frac{\partial^3\psi}{\partial x\partial y^2}+b_{18}\frac{\partial^3\psi}{\partial y^3}=0$$

$$\left(c_{11}-c_{31}\right)\frac{\partial^3\phi}{\partial x\partial y^2}+c_{12}\frac{\partial^3\phi}{\partial x^3}-c_{13}\frac{\partial^3 w}{\partial x^3}-\left(c_{14}+c_{32}\right)\frac{\partial^3 w}{\partial x\partial y^2}+c_{15}\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+$$
$$\left(c_{35}+c_{16}\right)\frac{\partial^2\varphi}{\partial x\partial y}+c_{36}\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}+c_{17}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\left(c_{18}+c_{37}\right)\frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial y}+ \qquad (3.1.2.20)$$
$$c_{38}\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}-I_5\varphi=-\rho_1 h^3\frac{\partial^3 w}{\partial x\partial t^2}+\rho_2 h^5\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}$$

$$c_{21}\frac{\partial^3\phi}{\partial y^3}+\left(c_{22}-c_{31}\right)\frac{\partial^3\phi}{\partial x^2\partial y}-\left(c_{32}+c_{23}\right)\frac{\partial^3 w}{\partial x^2\partial y}-c_{24}\frac{\partial^3 w}{\partial y^3}+c_{35}\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+$$
$$+\left(c_{36}+c_{25}\right)\frac{\partial^2\varphi}{\partial x\partial y}+c_{26}\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}+c_{37}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\left(c_{38}+c_{27}\right)\frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial y}+ \qquad (3.1.2.21)$$
$$c_{28}\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}-I_6\psi=-\rho_1 h^3\frac{\partial^3 w}{\partial y\partial t^2}+\rho_3 h^5\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}$$

(1.3.3.1) ve (1.3.3.2) bagintilarina göre $I_5 = I_6$ oldugundan (3.1.2.17) denklemi asagidaki sekle dönüsür:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x}+\frac{\partial\psi}{\partial y}=\frac{\rho_t h}{I_5}\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \qquad (3.1.2.22)$$

Somut problemlerin çözümü için (3.1.2.19)-(3.1.2.22) diferansiyel denklemlerine sinir ve baslangiç kosullari ilave edilmelidir.

4.ARASTIRMA BULGULARI

4.1. Tüm Kenarlari Mafsalli Olan Enine Kayma Deformasyonlari Içeren Homojen Olmayan Ortotrop Kompozit Dikdörtgen Plaklarin Serbest Titresim Frekanslarinin Bulunmasi

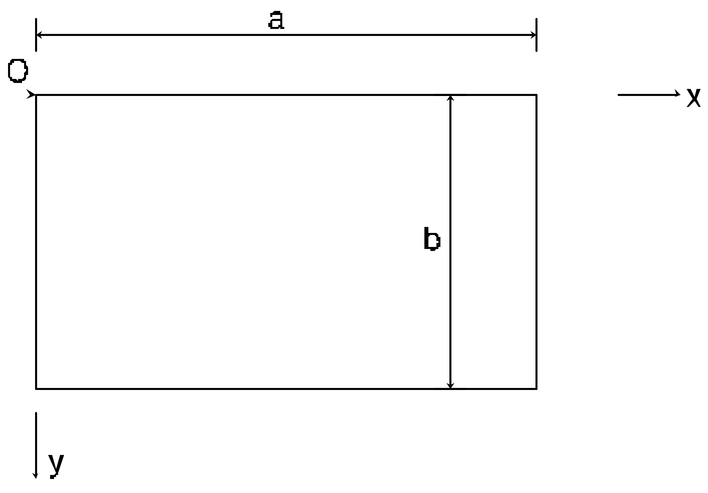
Tüm kenarlari mafsalli (x=0, x=a ve y=0, y=b) dikdörtgen (a × b) homojen olmayan malzemelerden olusan ortotrop plak ele alalim. Plak, kenarlarindan mafsalli oldugu için (3.1.2.19)-(3.1.2.22) denklemler sistemine asagidaki sinir kosullari ilave edilir:

x=0, x=a oldugunda,

$$w = 0, \qquad M_x = 0, \qquad \psi = 0; \quad \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0; \quad \int_a^b \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} dy = 0 \tag{4.1.1}$$

y=0, y=b oldugunda,

$$w = 0, \qquad M_y = 0, \qquad \varphi = 0; \quad \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 0; \quad \int_a^b \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} dx = 0 \tag{4.1.2}$$



Sekil 4.1.1. Dikdörtgen (a × b) plakta koordinat sistemi

(4.1.1) ve (4.1.2) baslangiç kosullari saglayan (4.1.19)-(4.1.22) denklemlerinin çözümü, asagidaki sekilde aranmaktadir:

$$\phi = \phi_{mn}(t)\mathrm{Sin}\lambda x\mathrm{Sin}\,\mu y \tag{4.1.3}$$

$$w = f_{mn}(t)\mathrm{Sin}\,\lambda x\mathrm{Sin}\,\mu y \tag{4.1.4}$$

$$\varphi = \varphi_{mn}(t)\mathrm{Cos}\lambda x\mathrm{Sin}\,\mu y \tag{4.1.5}$$

$$\psi = \psi_{mn}(t)\mathrm{Sin}\lambda x\mathrm{Cos}\mu y \tag{4.1.6}$$

Burada, $\phi_{mn}(t), f_{mn}(t), \varphi_{mn}(t)$ ve $\psi_{mn}(t)$ zamana bagli genlikler olup, su tanimlar geçerlidir:

$$\lambda = \frac{m\pi x}{a},\ \ \mu = \frac{n\pi y}{b} \tag{4.1.7}$$

(3.1.2.20) ve (3.1.2.21) denklemlerinin sol tarafindan sirasiyla x ve y göre türev alip, elde edilen denklemlere, (3.1.2.19) ve (3.1.2.22) denklemlerine Galerkin yöntemi uygulandiginda, asagidaki denklemler elde edilir:

$$\begin{aligned}
\int_0^a\!\!\int_0^b \Bigg\{ & b_{22}\frac{\partial^4\varphi}{\partial x^4} + (b_{12} + b_{21} - 2b_{31})\frac{\partial^4\varphi}{\partial x^2\partial y^2} + b_{11}\frac{\partial^4\varphi}{\partial y^4} - b_{23}\frac{\partial^4\varphi}{\partial y^4} - \\
& (b_{24} + b_{13} - 2b_{32})\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2} - b_{14}\frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + b_{25}\frac{\partial^3\varphi}{\partial x^3} + (b_{15} + 2b_{36})\frac{\partial^3\varphi}{\partial x\partial y^2} + \\
& (b_{26} + 2b_{35})\frac{\partial^3\varphi}{\partial x^2\partial y} + b_{16}\frac{\partial^3\varphi}{\partial y^3} + b_{27}\frac{\partial^3\psi}{\partial x^3} + (b_{28} + 2b_{37})\frac{\partial^3\psi}{\partial x^2\partial y} + \\
& (b_{17} + 2b_{38})\frac{\partial^3\psi}{\partial x\partial y^2} + b_{18}\frac{\partial^3\psi}{\partial y^3} \Bigg\}\sin\,\lambda x\sin\,\mu y dxdy = 0
\end{aligned} \tag{4.1.8}$$

$$\int_0^a\int_0^b\Bigg\{(c_{11}-c_{31})\frac{\partial^4\phi}{\partial x^2\partial y^2}+c_{12}\frac{\partial^4\phi}{\partial x^4}-c_{13}\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}-(c_{14}+c_{32})\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2}+c_{15}\frac{\partial^3\varphi}{\partial x^3}+$$
$$(c_{35}+c_{16})\frac{\partial^3\varphi}{\partial x^2\partial y}+c_{36}\frac{\partial^3\varphi}{\partial x\partial y^2}+c_{17}\frac{\partial^3\psi}{\partial x^3}+(c_{18}+c_{37})\frac{\partial^3\psi}{\partial x^2\partial y}+ \tag{4.1.9}$$
$$c_{38}\frac{\partial^3\psi}{\partial x\partial y^2}-I_5\frac{\partial\varphi}{\partial x}+\rho_1 h^3\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial t^2}-\rho_2 h^5\frac{\partial^3\varphi}{\partial x\partial t^2}\Bigg\}\sin\lambda x\sin\mu y dxdy=0$$

$$\int_0^a\int_0^b\Bigg\{c_{21}\frac{\partial^4\phi}{\partial y^4}+(c_{22}-c_{31})\frac{\partial^4\phi}{\partial x^2\partial y^2}-(c_{32}+c_{23})\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2}-c_{24}\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}+$$
$$c_{35}\frac{\partial^3\varphi}{\partial x^2\partial y}+(c_{36}+c_{25})\frac{\partial^3\varphi}{\partial x\partial y^2}+c_{26}\frac{\partial^3\varphi}{\partial y^3}+c_{37}\frac{\partial^3\psi}{\partial y\partial x^2}+(c_{38}+c_{27})\frac{\partial^3\psi}{\partial x\partial y^2}+ \tag{4.1.10}$$
$$c_{28}\frac{\partial^3\psi}{\partial y^3}-I_6\frac{\partial\psi}{\partial y}+\rho_1 h^3\frac{\partial^4 w}{\partial y^2\partial t^2}-\rho_3 h^5\frac{\partial^3\psi}{\partial y\partial t^2}\Bigg\}\sin\lambda x\sin\mu y dxdy=0$$

$$\int_0^a\int_0^b\Bigg\{\frac{\partial\varphi}{\partial x}+\frac{\partial\psi}{\partial y}-\frac{\rho_t h}{I_5}\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}\Bigg\}\sin\lambda x\sin\mu y dxdy=0 \tag{4.1.11}$$

(4.1.3)-(4.1.6) yaklasim fonksiyonlari, (4.1.8)-(4.1.11) denklemlerinde yerine yazildiginda, integrasyondan sonra sirasiyla asagidaki denklemler elde edilir:

$$\begin{aligned}&\left[b_{22}\lambda^4+(b_{12}+b_{21}-2b_{31})\lambda^2\mu^2+b_{11}\mu^4\right]\phi_{mn}(t)-\\&-\left[b_{23}\lambda^4+(b_{24}+b_{13}-2b_{32})\lambda^2\mu^2+b_{14}\mu^4\right]f_{mn}(t)+\\&+\left[b_{25}\lambda^3+(b_{15}+2b_{36})\lambda\mu^2+b_{14}\mu^4\right]\varphi_{mn}(t)+\\&+\left[(b_{28}+2b_{37})\lambda^2\mu+b_{18}\mu^3\right]\psi_{mn}(t)=\end{aligned} \tag{4.1.12}$$

$$\begin{aligned}&\left[(c_{11}-c_{31})\lambda^2\mu^2+c_{12}\lambda^4\right]\phi_{mn}(t)-\left[c_{13}\lambda^4+(c_{14}+c_{32})\lambda^2\mu^2\right]f_{mn}(t)+\\&+\left[c_{15}\lambda^3+c_{36}\lambda\mu^2\right]\varphi_{mn}(t)+\left[(c_{18}+c_{37})\lambda^2\mu\right]\psi_{mn}(t)=0\end{aligned} \tag{4.1.13}$$

$$\phi_{mn}(t)\left[c_{21}\lambda^4+(c_{22}-c_{31})\lambda^2\mu^2\right]-\left[(c_{32}+c_{23})\lambda^2\mu^2+c_{24}\mu^4\right]f_{mn}(t)+$$
$$+\left[(c_{36}+c_{25})\lambda\mu^2\right]\varphi_{mn}(t)+\left[c_{37}\lambda^2\mu+c_{28}\mu^3\right]\psi_{mn}(t)=0 \qquad (4.1.14)$$

$$-\varphi_{mn}(t)\lambda-\psi_{mn}(t)\mu=\frac{\rho_t h}{I_5}f_{mn}''(t) \qquad (4.1.15)$$

(4.1.2)- (4.1.15) denklemleri, asagidaki sekle dönüstürülür:

$$Q_{11}\phi_{mn}(t)-Q_{12}f_{mn}(t)+Q_{13}\varphi_{mn}(t)+Q_{14}\psi_{mn}(t)=0 \qquad (4.1.16)$$

$$Q_{21}\phi_{mn}(t)-Q_{22}f_{mn}(t)+Q_{23}\varphi_{mn}(t)+Q_{24}\psi_{mn}(t)=0 \qquad (4.1.17)$$

$$Q_{31}\phi_{mn}(t)-Q_{32}f_{mn}(t)+Q_{33}\varphi_{mn}(t)+Q_{34}\psi_{mn}(t)=0 \qquad (4.1.18)$$

$$-\varphi_{mn}(t)\lambda-\psi_{mn}(t)\mu=\frac{\rho_t h}{I_5}f_{mn}''(t) \qquad (4.1.19)$$

Burada, su tanimlar geçerlidir:

$$Q_{11}=b_{22}\lambda^4+(b_{12}+b_{21}-2b_{31})\lambda^2\mu^2+b_{11}\mu^4$$

$$Q_{12}=b_{23}\lambda^4+(b_{24}+b_{13}-2b_{32})\lambda^2\mu^2+b_{14}\mu^4$$

$$Q_{13}=b_{25}\lambda^3+(b_{15}+2b_{36})\lambda\mu^2+b_{11}\mu^4$$

$$Q_{14}=(b_{28}+2b_{37})\lambda^2\mu+b_{18}\mu^3 \qquad (4.1.20)$$

$$Q_{21}=(c_{11}-c_{31})\lambda^2\mu^2+c_{12}\lambda^4$$

$$Q_{22} = (c_{14} + c_{32})\lambda^2\mu^2 + c_{13}\lambda^4$$

$$Q_{23} = c_{15}\lambda^3 + c_{36}\lambda\mu^2 + I_5\lambda$$

$$Q_{24} = (c_{18} + c_{37})\lambda^2\mu$$

$$Q_{25} = \lambda^2\rho_1 h^3 \tag{4.1.21}$$

$$Q_{26} = \lambda\rho_2 h^5$$

$$Q_{31} = c_{21}\mu^4 + (c_{22} - c_{31})\lambda^2\mu^2$$

$$Q_{32} = (c_{32} + c_{23})\lambda^2\mu^2 + c_{24}\mu^4$$

$$Q_{33} = (c_{36} + c_{25})\lambda\mu^2$$

$$Q_{34} = c_{37}\lambda^2\mu + c_{28}\mu^3 + I_6\mu \tag{4.1.22}$$

$$Q_{35} = \mu^2\rho_1 h^3$$

$$Q_{36} = \mu\rho_2 h^5$$

(4.1.16) denkleminden,

$$\phi_{mn}(t) = \frac{Q_{12}}{Q_{11}} f_{mn}(t) - \frac{Q_{13}}{Q_{11}} \varphi_{mn}(t) - \frac{Q_{14}}{Q_{11}} \psi_{mn}(t) \tag{4.1.23}$$

elde edilir. (4.1.23) ifadesi (4.1.17) ve (4.1.18) denklemlerinde yerine yazildiginda,

$$-x_{11}f_{mn}(t)+x_{12}\varphi_{mn}(t)+x_{13}\psi_{mn}(t)+x_{14}f''_{mn}(t)=0 \qquad (4.1.24)$$

$$-x_{21}f_{mn}(t)+x_{22}\varphi_{mn}(t)+x_{23}\psi_{mn}(t)+x_{24}f''_{mn}(t)=0 \qquad (4.1.25)$$

denklemleri elde edilir. Burada, su tanimlar geçerlidir:

$$x_{11}=Q_{22}-\frac{Q_{21}Q_{12}}{Q_{11}}, \quad x_{12}=Q_{23}-\frac{Q_{21}Q_{13}}{Q_{11}},$$
$$x_{13}=Q_{24}-\frac{Q_{21}Q_{14}}{Q_{11}}, \quad x_{14}=\lambda^2\rho_1 h^3 \qquad (4.1.26)$$

$$x_{21}=Q_{32}-\frac{Q_{31}Q_{12}}{Q_{11}}, \quad x_{22}=Q_{33}-\frac{Q_{31}Q_{13}}{Q_{11}},$$
$$x_{23}=Q_{34}-\frac{Q_{31}Q_{14}}{Q_{11}}, \quad x_{24}=\mu^2\rho_1 h^3 \qquad (4.1.27)$$

(4.1.24) denkleminden,

$$\varphi_{mn}(t)=y_1 f_{mn}(t)-y_2\psi_{mn}(t)-\frac{x_{14}}{x_{12}}f''_{mn}(t) \qquad (4.1.28)$$

elde edilir. Burada, su tanimlar geçerlidir:

$$y_1=\frac{x_{11}}{x_{12}}, \quad y_2=\frac{x_{13}}{x_{12}} \qquad (4.1.29)$$

(4.1.28) ifadesi (4.1.25) denklemlerinde yerine yazildiginda,

$$y_3 f_{mn}(t)-y_4\psi_{mn}(t)=\frac{x_{22}x_{14}}{x_{12}}f''_{mn}(t)-x_{24}f''_{mn}(t) \qquad (4.1.30)$$

veya

$$\psi_{mn}(t)=\frac{y_3}{y_4}f_{mn}(t)-y_5 f''_{mn}(t) \tag{4.1.31}$$

denklemi elde edilir. Burada, su tanimlar geçerlidir:

$$y_3=\frac{x_{11}x_{22}}{x_{12}}-x_{21},\quad y_4=\frac{x_{13}x_{22}}{x_{12}}-x_{23},\quad y_5=\frac{x_{22}x_{14}}{x_{12}y_4}-\frac{x_{24}}{y_4} \tag{4.1.32}$$

(4.1.31) ifadesi (4.1.28) denkleminde yerine yazildiginda,

$$\varphi_{mn}(t)=\left(y_1-\frac{y_2 y_3}{y_4}\right)f_{mn}(t)-y_2 y_5 f''_{mn}(t) \tag{4.1.33}$$

elde edilir. (4.1.31) ve (4.1.33) ifadeleri (4.1.15) denkleminde yerine yazildiginda, bazi dönüsümlerden sonra homojen olmayan ortotrop dikdörtgen plagin serbest titresim frekansinin diferansiyel denklemi asagidaki sekle dönüsür:

$$-\left(y_1-\frac{y_2 y_3}{y_4}\right)\lambda f_{mn}(t)+\frac{y_3}{y_4}\mu f_{mn}(t)=\left(\frac{\rho_t h}{I_5}-y_2 y_5\lambda-y_5\mu\right)f''_{mn}(t) \tag{4.1.34}$$

veya

$$f''_{mn}(t)+\frac{I_5}{\rho_t h-I_5(y_2 y_5\lambda+y_5\mu)}\left[\left(y_1-\frac{y_2 y_3}{y_4}\right)\lambda+\frac{y_3}{y_4}\mu\right]f_{mn}(t)=0 \tag{4.1.35}$$

(4.1.35) diferansiyel denkleminin genel çözümü,

$$f_{mn}(t)=A_{mn}e^{qt} \tag{4.1.36}$$

seklinde aranir. Burada, A_{mn} genliktir. (4.1.30) ifadesi (4.1.29) denkleminde yerine yazildiginda, serbest titresim frekansi için asagidaki formül kolayca elde edilmektedir:

$$\omega_{1mn} = \sqrt{\frac{I_5}{\rho_t h - I_5\left(y_2 y_5 \lambda + y_5 \mu\right)}\left[\left(y_1 - \frac{y_2 y_3}{y_4}\right)\lambda + \frac{y_3}{y_4}\mu\right]} \qquad (4.1.37)$$

Burada, ω_{1mn} sembolü KDPT kullanildiginda ve homojen olmamanin etkisi dikkate alindiginda elde edilen serbest titresim frekansini göstermektedir.

(4.1.37) formülünde $\mu_1 = \mu_2 = 0$ oldugunda homojen durum için KDPT kullanildiginda serbest titresim frekansinin ifadesi asagidaki gibi olur:

$$\omega^0_{1mn} = \sqrt{\frac{I_5}{\rho_0 h - I_5\left(y^0_2 y^0_5 \lambda + y^0_5 \mu\right)}\left[\left(y^0_1 - \frac{y^0_2 y^0_3}{y^0_4}\right)\lambda + \frac{y^0_3}{y^0_4}\mu\right]} \qquad (4.1.38)$$

Burada, ω^0_{1mn} sembolü homojen durum için KDPT kullanildiginda elde edilen serbest titresim frekansini göstermekte olup, (4.1.38) ifadesinde üzerinde 0 bulunan terimler, (4.1.37) ifadesindeki ayni indise sahip olan terimlerin $\mu_1 = \mu_2 = 0$ göz önüne alindiginda elde edilen karsiligidir.

Enine kayma deformasyonu dikkate alinmadiginda, homojen olmayan ortotrop kompozit plagin serbest titresim frekansi asagidaki sekli alir:

$$\omega_{2mn} = \sqrt{\frac{1}{\rho_t h}\left(\frac{U_1 U_2}{U_3} - U_4\right)} \qquad (4.1.39)$$

Burada, ω_{2mn} sembolü KPT kullanildiginda ve homojen olmamanin etkisi dikkate alindiginda elde edilen serbest titresim frekansini göstermekte olup, asagidaki tanimlar geçerlidir:

$$U_1 = C_{12}\lambda^4 + (c_{11} + c_{22} - 2c_{31})\lambda^2\mu^2 + c_{21}\mu^4$$

$$U_2 = b_{23}\lambda^4 + (b_{24} + b_{13} - 2b_{32})\lambda^2\mu^2 + b_{14}\mu^4$$

$$U_3 = b_{22}\lambda^4 + (b_{12} - 2b_{31} + b_{21})\lambda^2\mu^2 + b_{11}\mu^4 \tag{4.1.40}$$

$$U_4 = C_{13}\lambda^4 + (c_{14} + c_{23} + 2c_{32})\lambda^2\mu^2 + c_{24}\mu^4$$

(4.1.39) ifadesinde $\mu_1 = \mu_2 = 0$ oldugunda (4.1.38) ifadesinden homojen ortotrop kompozit plagin serbest titresim frekansi için asagidaki ifade elde edilir:

$$\omega_{2mn}^0 = \pi^2 \sqrt{\frac{1}{\rho_0 h}} \left[D_{11}\frac{m^4}{a^4} + D_{22}\frac{n^4}{b^4} + 2(D_{12} + 2D_{66})\frac{m^2 n^2}{a^2 b^2} \right]^{1/2} \tag{4.1.41}$$

Burada, ω_{2mn}^0 sembolü homojen durumda KPT kullanildiginda elde edilen serbest titresim frekansini göstermekte olup, asagidaki tanimlar geçerlidir:

$$D_{11} = \frac{E_{01}h^3}{12(1-\nu_1\nu_2)}, \quad D_{22} = \frac{E_{02}h^3}{12(1-\nu_1\nu_2)},$$
$$D_{12} = \frac{\nu_2 E_{01}h^3}{12(1-\nu_1\nu_2)}, \quad D_{66} = \frac{G_{012}h^3}{12} \tag{4.1.42}$$

(4.1.41) ifadesi, Ambartsumyan (1964) çalismasinda elde edilen ifade ile çakismaktadir.

(4.1.40) ifadesinin her tarafi $(a^2/h)\sqrt{\rho_0/E_{02}}$ ifadesi ile çarpildiginda, KPT kullanildiginda ortotrop plagin titresim frekansi parametresi için asagidaki ifade elde edilir:

$$\overline{\omega}_{2mn}^0 = \pi^2 a^2 \sqrt{\frac{1}{h^3 E_{02}}} \left[D_{11}\frac{m^4}{a^4} + D_{22}\frac{n^4}{b^4} + 2(D_{12} + 2D_{66})\frac{m^2 n^2}{a^2 b^2} \right]^{1/2} \tag{4.1.43}$$

Burada, $\overline{\omega}_{2mn}^{0}$ KPT kullanildiginda ortotrop kompozit plagin serbest titresim frekansi parametresi olup asagidaki tanim geçerlidir:

$$\overline{\omega}_{2mn}^{0} = \omega_{2mn}^{0}(a^2/h)\sqrt{\rho_0/E_{02}} \tag{4.1.44}$$

Enine kayma deformasyonu dikkate alinmadiginda (4.1.41) ifadesinde homojen izotrop plagin serbest titresim frekansi için asagidaki ifade elde edilir:

$$\omega_{3mn}^{0} = \pi^2\sqrt{\frac{D}{\rho_0 h}}\left[\frac{m^2}{a^2}+\frac{n^2}{b^2}\right] \tag{4.1.45}$$

Burada, ω_{3mn}^{0} sembolü homojen durumda KPT kullanildiginda elde edilen serbest titresim frekansini göstermekte olup, asagidaki tanimlar geçerlidir:

$$D = \frac{E_0 h^3}{12(1-\nu^2)} \tag{4.1.46}$$

ω_{3mn}^{0} izotrop malzeme için serbest titresim frekansi ifadesidir.

(3.3.45) ifadesinin her tarafi $\left(\rho_0 h a^4/D\right)^{1/2}$ ifadesi ile çarpildiginda asagidaki ifade elde edilir:

$$\overline{\omega}_{3mn}^{0} = \pi^2\left[m^2+\frac{a^2 n^2}{b^2}\right] \tag{4.1.47}$$

Burada, $\overline{\omega}_{3mn}^{0}$ izotrop malzemeden olusan plagin serbest titresim frekansi parametresi olup, asagidaki tanim geçerlidir:

$$\overline{\omega}_{3mn}^{0} = \omega_{3mn}^{0}\times\left(\rho_0 h a^4/D\right)^{1/2} \tag{4.1.48}$$

Ambartsumyan (1964) çalismasinda, üç tane yer degistirme bileseni kullanildiginda enine kayma deformasyonu içeren homojen ortotrop kompozit plagin serbest titresim frekansi için asagidaki ifade elde edilmektedir:

$$\omega^0_{1mn} = \omega^0_{2mn}\sqrt{1-d} \tag{4.1.49}$$

Burada, ω^0_{1mn} sembolü homojen durumda KDPT kullanildiginda elde edilen serbest titresim frekansini göstermekte olup, asagidaki tanimlar geçerlidir:

$$d = \frac{B-A}{1+B} \tag{4.1.50}$$

$$A = \frac{\pi^2 h^2}{10}\left(a_{44}\frac{m^2}{a^2} + a_{55}\frac{n^2}{b^2}\right)\times$$

$$\frac{\left(B_{11}\frac{m^2}{a^2} + B_{66}\frac{n^2}{b^2}\right)\left(B_{66}\frac{m^2}{a^2} + B_{22}\frac{n^2}{b^2}\right) - (B_{12}+B_{66})^2\frac{m^2n^2}{a^2b^2}}{B_{11}\frac{m^4}{a^4} + 2(B_{12}+2B_{66})\frac{m^2n^2}{a^2b^2} + B_{22}\frac{n^4}{b^4}} \tag{4.1.51}$$

$$\begin{aligned} B = {} & \frac{\pi^2h^2}{10}\left[a_{55}\left(B_{11}\frac{m^2}{a^2} + B_{66}\frac{n^2}{b^2}\right) + a_{44}\left(B_{66}\frac{m^2}{a^2} + B_{22}\frac{n^2}{b^2}\right)\right] + \\ & a_{44}a_{55}\frac{\pi^4h^4}{100}\left[\left(B_{11}\frac{m^2}{a^2} + B_{66}\frac{n^2}{b^2}\right)\left(B_{66}\frac{m^2}{a^2} + B_{22}\frac{n^2}{b^2}\right) - (B_{12}+B_{66})^2\frac{m^2n^2}{a^2b^2}\right] \end{aligned} \tag{4.1.52}$$

Bu tanimlarin içerdigi parametreler, asagidaki sekilde verilmektedir:

$$B_{11} = \frac{E_1}{1-\nu_1\nu_2}, \quad B_{22} = \frac{E_2}{1-\nu_1\nu_2}, \quad B_{12} = \frac{\nu_2 E_1}{1-\nu_1\nu_2} = \frac{\nu_1 E_2}{1-\nu_1\nu_2} = B_{21} \tag{4.1.53}$$

$$B_{66} = G_{12}, \quad a_{55} = \frac{1}{G_{13}}, \quad a_{44} = \frac{1}{G_{23}} \tag{4.1.54}$$

4.2. Sayisal Hesaplar ve Analiz

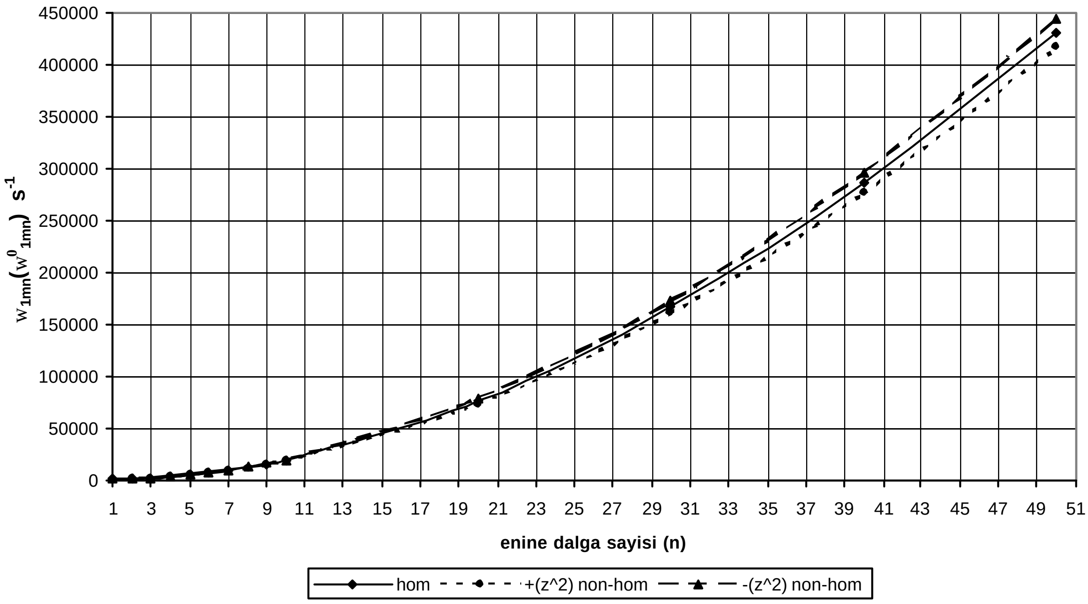
Bu bölümde, KDPT ve KPT kullanilarak homojen ve homojen olmayan malzemeden olusan dikdörtgen plaklarin titresim frekansinin degerleri sayisal olarak bulunmaktadir. Karsilastirma yapilan çizelgelerin disinda (Çizelge 4.2.30-4.2.31) tüm çizelge ve sekillerde kayma deformasyonunun degisim kuralini karakterize eden fonksiyon $f(\bar{z}) = f_1(\bar{z}) = f_2(\bar{z}) = \frac{1}{2}(\frac{h^2}{4} - z^2)$ seklinde seçilmistir. Burada, dikdörtgen plagi olusturan ortotrop malzeme sabitlerine, $\eta_1(\bar{z})$ Young modüllerinin degisim fonksiyonuna, $\eta_2(\bar{z})$ yogunlugun degisim fonksiyonuna, plagin uzunluk, genislik, ve kalinligina bagli elde edilen sayisal hesaplar, çizelgeler halinde sunulmaktadir.

Sayisal hesaplarda, Young modülleri ve yogunlugun degisim fonksiyonlarinin parabolik ve üstel sekilde degisimleri dikkate alinmistir. Hesaplar yapildiginda, Young modülleri ve yogunlugun lineer ve kübik degisimlerinin titresim frekansi degerlerine etkisinin az oldugu görüldügünden, çalismaya konulmamistir.

Dikdörtgen plakta kullanilan malzeme sabitleri SI birim sistemine göre, $E_{01} = 152.7 \times 10^9$ Pa, $E_{02} = 8.832 \times 10^9$ Pa, $G_{12} = G_{13} = 5.274 \times 10^9$ Pa, $G_{23} = 4.605 \times 10^9$ Pa, $\nu_{12} = 0.297$, $\nu_{21} = 0.0172$, $\rho = 1.56 \times 10^3$ kg/cm^3, plak ölçüleri a=0.3411 m, b=0.3522 m, h=0.00353 m olarak alinmaktadir.

Çizelge 4.2.1’de, KDPT ve KPT kullanildiginda, ortotrop plagin Young modülleri ve yogunlugu ayni anda kalinlik koordinatina göre parabolik, yani $\eta_i(\bar{z}) = \pm\bar{z}^2, (i = 1,2)$ seklinde degistiginde, m=1 ve enine dalga sayisinin degisik degerleri için titresim frekansinin degerleri sunulmaktadir.Çizelge 4.2.1. esas alinarak, Sekil 4.2.1, 4.2.2 egrileri elde edilmistir.

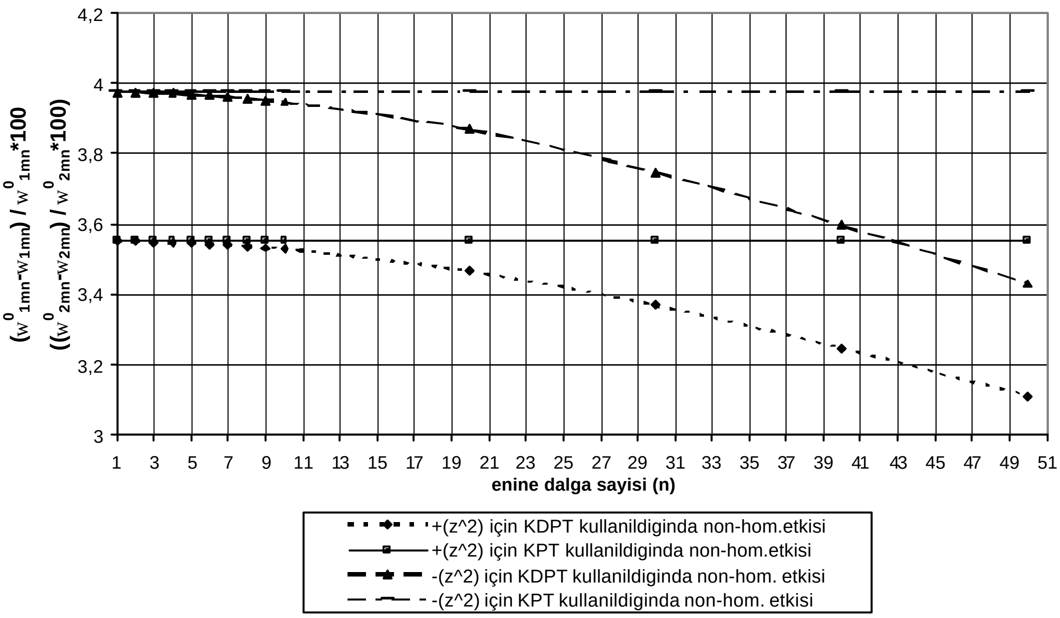
Klasik teori ve kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu kullanildigi durumlarda, n dalga sayisi arttiginda, serbest titresim frekansi degerlerinin arttigi Çizelge 4.2.1 ve Sekil 4.2.1' den görülmektedir. Serbest titresim frekansi degerlerinin degisimini gösteren sekillerde, düsey eksende parantez içinde gösterilen ω_{1mn}^{0}, homojen durumda KDPT kullanilarak elde edilen serbest titresim frekansi ifadesi, ω_{2mn}^{0} ise, homojen durumda KPT kullanilarak elde edilen serbest titresim frekansi ifadesidir .



Sekil 4.2.1. (m,n)=(1,n) için KDPT dikkate alindiginda homojen ortotrop plak ve Young modülleri ve yogunlugu ayni anda parabolik degisen ortotrop plak için serbest titresim frekansi degerlerinin degisimi

Çizelge 4.2.1' den görüldügü gibi, homojen malzemeden olusan ortotrop plak için, kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu kullanilarak bulunan sonuçlar, klasik teori kullanilarak bulunan sonuçlar ile kiyaslandiginda ortaya çikan etki, n=1 için % 0.136 olup, n=3 degerine kadar azalma göstererek burada minimum etki % 0.0746 olmakta, daha sonra ise bu etki, n=50 için % 11.301 oranina kadar artmaktadir. Ortotrop kompozit dikdörtgen plagin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = +\bar{z}^2$ fonksiyonu ile degistiginde, enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisi n=1 için % 0.136 olup, n=3 degerine kadar bu etki azalmakta ve % 0.0725 minimum degerine sahip olmaktadir. n=4 için etki % 0.0912 olup, buradan itibaren kayma deformasyonunun serbest titresim frekansina etkisi artmakta ve n=50 oldugunda % 10.896 oranina ulasmaktadir.Ortotrop kompozit plagin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = -\bar{z}^2$ fonksiyonu ile degistiginde ise, enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisi n=1 için % 0.137 olup, n=3 degerine kadar bu etki azalmakta ve % 0.0770 minimum degerine sahip olmaktadir. n=4 için etki % 0.0991 olup, buradan itibaren kayma deformasyonunun serbest titresim frekansina etkisi artmakta ve n=50 oldugunda % 11.765 oranina ulasmaktadir.Buradan görüldügü gibi, homojen durumda ve Young modülleri ile yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = \pm\bar{z}^2$ fonksiyonu seklinde degisen ortotrop plaklar için dalga sayisi $n \geq 4$ oldugunda enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisi artmakta ve dalga sayisinin büyük degerlerinde bu etki daha da önemli olmaktadir. Enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisinin degisimini gösteren sekillerde, düsey eksende parantez içinde gösterilen $(\omega^0_{1mn} - \omega^0_{2mn} / \omega^0_{1mn}) * 100$, homojen durumda elde edilen enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisinin degisimini gösteren ifadedir.

Çizelge 4.2.1 ve Sekil 4.2.2'den görüldügü gibi, plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = +\bar{z}^2$ seklinde degistiginde, homojen plaga göre serbest titresim frekansi % 3.55 kadar küçük deger almaktadir. Plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = -\bar{z}^2$ seklinde degistiginde ise, homojen plaga kiyasla serbest titresim frekansi % 4 kadar büyük deger almaktadir. Ayrica, homojen olmamanin etkisinin, kayma deformasyonu etkisine ve dalga sayisinin degisimine bagli olmadigi görülmektedir.Kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu dikkate alindiginda ise homojen olmamanin titresim frekansina etkisi, plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = +\bar{z}^2$ seklinde degistiginde, (m,n)=(1,1) için % 3.551 oranina sahipken, (m,n)=(1,50) için bu oran % 3.111' e düsmektedir.Buradan, homojen olmamanin titresim frekansina etkisinin enine dalga sayisinin degisimine bagli oldugu gözlenmektedir. Plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = -\bar{z}^2$ seklinde degistiginde ise, (m,n)=(1,1) için % 3.975 oranina, (m,n)=(1,50) için ise % 3.431 oranina sahiptir. Burada da, homojen olmamanin titresim frekansina etkisinin enine dalga sayisinin degisimine bagli oldugu görülebilir. Homojen olmamanin serbest titresim frekansi degerlerine etkisinin degisimini gösteren sekillerde, düsey eksende parantez içinde gösterilen $(\omega^0_{2mn} - \omega_{2mn} / \omega^0_{2mn}) * 100$ ifadesi, KPT kullanildiginda homojen olmamayi gösteren ifadedir.



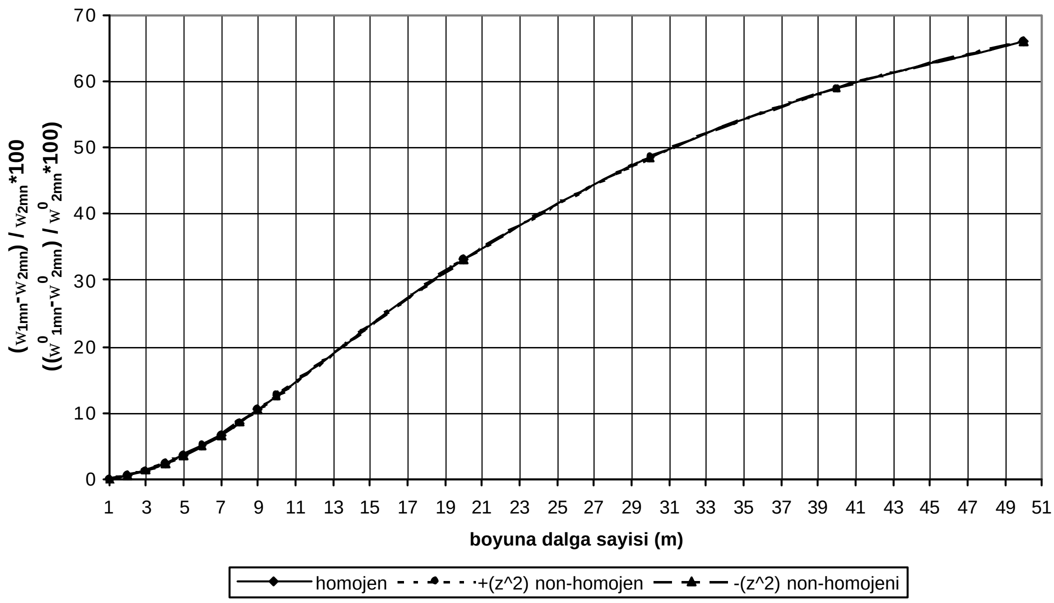
Sekil 4.2.2. (m,n)=(1,n) için KDPT ve KPT kullanildiginda homojen ortotrop plak ve Young modülleri ve yogunlugu ayni anda parabolik degisen ortotrop plak için homojen olmamanin serbest titresim frekansi degerlerine etkisinin degisimi

Çizelge 4.2.1. KDPT ve KPT kullanildiginda ortotrop plagin Young modülleri ve yogunlugu ayni anda kalinlik koordinatina göre parabolik, yani $\eta_i(\bar{z}) = \pm\bar{z}^2, (i = 1,2)$ seklinde degistiginde, m=1 ve enine dalga sayisinin degisimine göre titresim frekansinin degisimi

	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = +\bar{z}^2, \mu_1 = \mu_2 = 0.9$	
(m,n)	ω^0_{1mn}	ω^0_{2mn}	ω_{1mn}	ω_{2mn}
(1,1)	942.666	943.952	909.191	910.429
(1,2)	1343.262	1344.477	1295.570	1296.730
(1,3)	2196.444	2198.084	2118.485	2120.022
(1,4)	3490.597	3493.911	3366.757	3369.830
(1,5)	5196.510	5203.599	5012.252	5018.801
(1,6)	7299.067	7313.123	7040.434	7053.408
(1,7)	9790.662	9816.226	9444.022	9467.617
(1,8)	12666.731	12709.947	12218.682	12258.571
(1,9)	15923.919	15992.767	15361.248	15424.807
(1,10)	19559.315	19663.855	18868.999	18965.522
(1,20)	76048.686	77675.410	73412.848	74916.881
(1,30)	166455.153	174379.356	160848.116	168186.527
(1,40)	285962.766	309767.282	276678.303	298766.348
(1,50)	429159.054	483838.134	415807.791	466655.327
(m,n)	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = -\bar{z}^2, \mu_1 = \mu_2 = 0.9$	
(1,1)	942.666	943.952	980.134	981.474
(1,2)	1343.262	1344.477	1396.641	1397.919
(1,3)	2196.444	2198.084	2283.697	2285.457
(1,4)	3490.597	3493.911	3629.191	3632.793
(1,5)	5196.510	5203.599	5402.708	5410.440
(1,6)	7299.067	7313.123	7588.473	7603.817
(1,7)	9790.662	9816.226	10178.508	10206.418
(1,8)	12666.731	12709.947	13167.987	13215.162
(1,9)	15923.919	15992.767	16553.327	16628.473
(1,10)	19559.315	19663.855	20331.401	20445.486
(1,20)	76048.686	77675.410	78990.490	80762.978
(1,30)	166455.153	174379.356	172692.674	181310.869
(1,40)	285962.766	309767.282	296249.396	322080.413
(1,50)	429159.054	483838.134	443884.993	503070.514

Çizelge 4.2.2, enine kayma deformasyonlarinin etkisinin dikkate alinmasi ve alinmamasi durumlarinda, m dalga sayisinin artmasina bagli olarak, serbest titresim frekansinin degerlerinin arttigini göstermektedir.Bütün sekillerde, ω^0_{1mn}, homojen durumda KDPT kullanilarak elde edilen serbest titresim frekansi ifadesi, ω^0_{2mn} ise, homojen durumda KPT kullanilarak elde edilen serbest titresim frekansi ifadesidir.

Sekil 4.2.3'de görüldügü gibi, homojen malzemeden olusan ortotrop dikdörtgen plak için, kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu kullanilarak elde edilen sonuçlar, klasik teori kullanilarak elde edilen sonuçlar ile karsilastirildiginda meydana gelen etki, m=1 için % 0.136 olup, boyuna dalga sayisinin artan degerlerine göre artis göstererek m=50 için % 66.073 oranina kadar ulasmaktadir.Ortotrop kompozit plagin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\overline{z}) = +\overline{z}^2$ fonksiyonu seklinde degistiginde enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekanslarina etkisi m=1 için % 0.136 olup, boyuna dalga sayisinin artan degerlerine göre düzenli olarak artmakta ve m=50 degerinde % 66.073 oranina kadar ulasmaktadir.Plagin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\overline{z}) = -\overline{z}^2$ fonksiyonu ile degistiginde ise, sonuçlar klasik teori kullanilarak elde edildiginde meydana gelen etki m=1 için % 0.137 olup, boyuna dalga sayisinin degisimine göre artis göstererek m=50 için % 66.073 degerine kadar çikmistir. Homojen ve Young modülleri ile yogunlugu $\eta_1(\overline{z}) = \pm\overline{z}^2$ fonksiyonu ile degisen ortotrop dikdörtgen plaklar için dalga sayisinin artmasina bagli olarak enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerine etkisinin arttigi ve dalga sayisinin büyük degerlerinde bu etkinin daha da önem kazandigi burada görülmektedir.



Sekil 4.2.3. (m,n)=(m,1) için KDPT ve KPT kullanildiginda homojen ortotrop plak ve Young modülleri ve yogunlugu ayni anda parabolik degisen ortotrop plak için enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisinin degisimi

Çizelge 4.2.2' ye bakildiginda, plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = +\bar{z}^2$ seklinde degistiginde homojen plaga kiyasla serbest titresim frekansi % 3.55 kadar küçük deger aldigi, plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = -\bar{z}^2$ seklinde degistiginde ise, homojen plaga kiyasla serbest titresim frekansinin % 4 kadar büyük deger aldigi görülmektedir.Kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu göz önüne alindiginda ise, homojen olmamanin titresim frekansina etkisi, plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = +\bar{z}^2$ seklinde degistiginde, % 3.55 oranina sahiptir. Dikdörtgen plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = -\bar{z}^2$ seklinde degistiginde ise, bu etki % 4 oranina sahip olmaktadir. Burada, homojen olmamanin titresim frekansina etkisinin m boyuna dalga sayisinin degisimine bagli olmadigi görülmektedir. Ayrica, bu oran, dalga sayisinin degisimine ve enine kayma deformasyonu etkisinin göz önüne alinip alinmamasina bagli degildir.

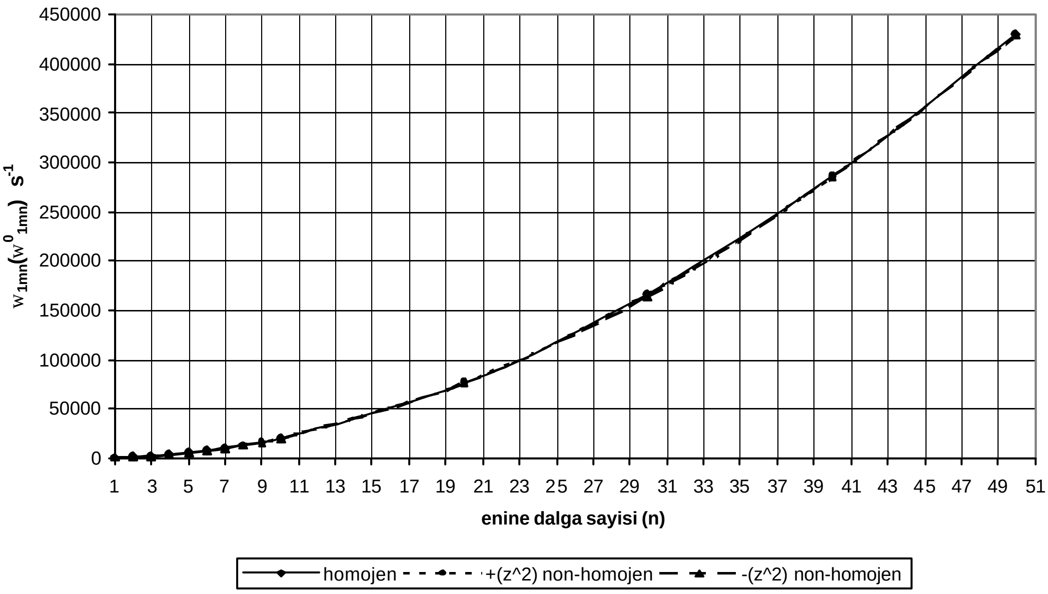
Çizelge 4.2.1 ve Çizelge 4.2.2 karsilastirildiginda, n=1 ve boyuna dalga sayisinin degisimine göre kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu ve klasik teori dikkate alindiginda, serbest titresim frekansi degerlerinde meydana gelen artislarin ve enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine olan etkilerinde meydana gelen artislarin m=1 ve enine dalga sayisinin degisimine göre meydana gelen artislara nazaran çok daha yüksek oldugu, ayrica daha düzenli bir artis gösterdigi gözlenmektedir.Dolayisiyla, boyuna dalga sayisinin degisimi, titresim frekansinin degerine daha büyük etki gösterdigi için bu duruma proje ve yapim esnasinda daha fazla dikkat gösterilmesi gerekmektedir.

Çizelge 4.2.2. KDPT ve KPT kullanildiginda ortotrop plagin Young modülleri ve yogunlugu ayni anda kalinlik koordinatina göre parabolik, yani $\eta_i(\bar{z}) = \pm\bar{z}^2, (i=1,2)$ seklinde degistiginde, n=1 ve enine dalga sayisinin degisimine göre titresim frekansinin degisimi

	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = +\bar{z}^2, \mu_1 = \mu_2 = 0.9$	
(m,n)	ω^0_{1mn}	ω^0_{2mn}	ω_{1mn}	ω_{2mn}
(1,1)	942.666	943.952	909.191	910.429
(2,1)	3482.567	3503.403	3358.896	3378.894
(3,1)	7683.384	7787.899	7410.537	7511.323
(4,1)	13463.474	13788.873	12985.368	13299.182
(5,1)	20725.977	21505.160	19989.971	20741.435
(6,1)	29357.881	30936.464	28315.344	29837.801
(7,1)	39235.284	42082.685	37841.987	40588.180
(8,1)	50229.008	54943.779	48445.309	52992.531
(9,1)	62209.646	69519.726	60000.500	67050.835
(10,1)	75051.716	85810.516	72386.531	82763.081
(20,1)	229720.525	343034.074	221562.847	330851.718
(30,1)	397598.287	771740.214	383479.048	744332.984
(40,1)	563849.043	1371928.84	543826.021	1323206.782
(50,1)	727250.529	2143599.94	701424.905	2067473.103
(m,n)	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = -\bar{z}^2, \mu_1 = \mu_2 = 0.9$	
(1,1)	942.666	943.952	980.134	981.474
(2,1)	3482.567	3503.403	3620.988	3642.662
(3,1)	7683.384	7787.899	7988.774	8097.465
(4,1)	13463.474	13788.873	13998.604	14336.976
(5,1)	20725.977	21505.160	21549.769	22359.982
(6,1)	29357.881	30936.464	30524.764	32166.177
(7,1)	39235.284	42082.685	40794.762	43755.455
(8,1)	50229.008	54943.779	52225.451	57127.773
(9,1)	62209.646	69519.726	64682.282	72283.109
(10,1)	75051.716	85810.516	78034.784	89221.451
(20,1)	229720.525	343034.074	238851.187	356669.546
(30,1)	397598.287	771740.214	413401.556	802416.591
(40,1)	563849.043	1371928.84	586260.252	1426462.481
(50,1)	727250.529	2143599.94	756156.427	2228807.207

Çizelge 4.2.3, KDPT ve KPT kullanildiginda ortotrop plagin yogunlugunun sabit $\eta_2(\bar{z})=0$, Young modüllerinin ise kalinlik koordinatina göre parabolik, yani $\eta_1(\bar{z})=\pm\bar{z}^2$ seklinde degismesi durumunda, m=1 ve enine dalga sayisinin degisik degerleri için titresim frekansinin degerlerini sunmaktadir. Çizelge 4.2.3. esas alinarak, Sekil 4.2.4 egrisi elde edilmistir.

Çizelge 4.2.3 ve Sekil 4.2.4'den görüldügü gibi, hem kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonunun, hem de klasik teorinin kullanilmasi durumlarinda, n dalga sayisi arttiginda serbest titresim frekansi degerleri artmaktadir.



Sekil 4.2.4. (m,n)=(1,n) için KDPT dikkate alindiginda homojen ortotrop plak ve yogunlugu sabit ($\eta_2(\bar{z})=0$), Young modülleri parabolik degisen ($\eta_1(\bar{z})=\pm\bar{z}^2$) ortotrop plak için serbest titresim frekansi degerlerinin degisimi

Çizelge 4.2.3'den görüldügü gibi, ortotrop plagi olusturan malzemenin sadece Young modülleri kalinlik koordinatina göre $\eta_1(\bar{z})=+\bar{z}^2$ seklinde degistiginde, kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu kullanilarak elde edilen sonuçlar, klasik teori kullanilarak elde edilen sonuçlar ile kiyaslandigi zaman ortaya çikan etki, n=1 için % 0.136 olup, n=3 degerine kadar azalma göstererek burada minimum etki % 0.0746 olmakta, daha sonra ise bu etki, n=50 için % 11.301 oranina kadar artmaktadir. Sadece Young modülleri kalinlik koordinatina göre $\eta_1(\bar{z}) = -\bar{z}^2$ seklinde degisen ortotrop plak için, kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu kullanilarak elde edilen sonuçlar, klasik teori kullanilarak elde edilen sonuçlar ile kiyaslandigi zaman ortaya çikan etki, n=1 için % 0.136 olup, n=3 degerine kadar azalmakta göstererek burada minimum etki % 0.0746 olmakta, daha sonra ise bu etki, n=50 için % 11.301 oranina kadar ulasmaktadir. Buradan görüldügü gibi, homojen ve homojen olmayan durumda, Young modülleri $\eta_1(\bar{z}) = \pm\bar{z}^2$ fonksiyonu seklinde degisen ortotrop plaklar için dalga sayisi $n \geq 4$ oldugunda enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisi artmakta ve dalga sayisinin büyük degerlerinde bu etki daha da önemli olmaktadir.

Plagi olusturan malzemenin sadece Young modülleri $\eta_1(\bar{z}) = \pm\bar{z}^2$ seklinde degistiginde, homojen plaga kiyasla serbest titresim frekansi degerlerine etkisi 0'dir. Burada, homojen olmamanin etkisinin, kayma deformasyonu etkisine ve dalga sayisinin degisimine bagli olmadigi görülmektedir.Enine kayma etkisinin göz önüne alindigi durumda ise, homojen olmamanin titresim frekansina etkisi, plagi olusturan malzemenin yogunlugu sabit, Young modülleri ise $\eta_1(\bar{z}) = \pm\bar{z}^2$ seklinde degistiginde, yine 0 olmaktadir.Burada, Young modülünün degisiminin serbest titresim frekansi degerlerinde homojen olmamayi etkilemedigi gözlenmektedir.

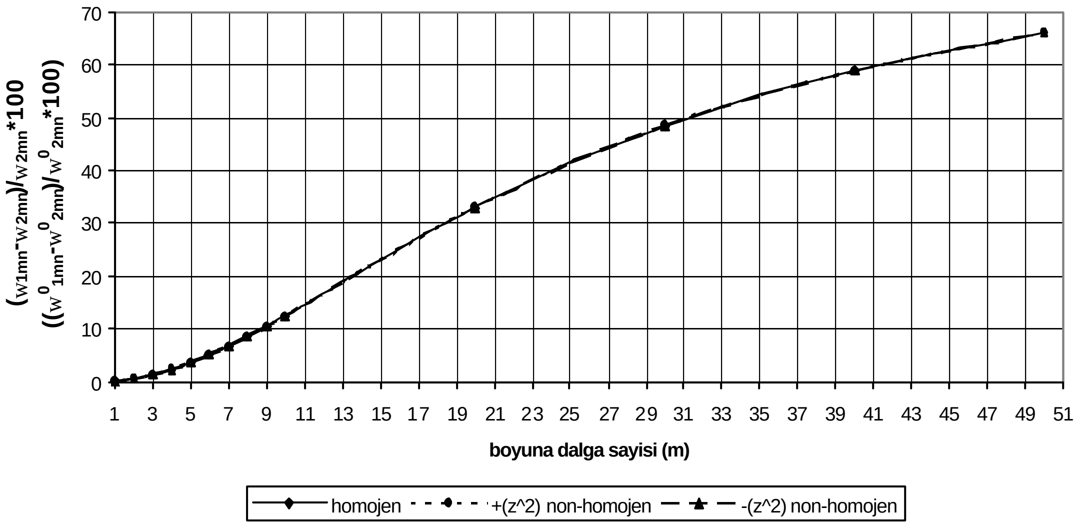
Çizelge 4.2.3. KDPT ve KPT kullanildiginda ortotrop plagin yogunlugu sabit ($\eta_2(\bar{z})=0$), Young modülleri ise kalinlik koordinatina göre parabolik degistiginde ($\eta_1(\bar{z})=\pm\bar{z}^2$), m=1 ve enine dalga sayisinin degisimine göre titresim frekansinin degisimi

	$\mu_1=\mu_2=0$		$\eta_1(\bar{z})=+\bar{z}^2, \mu_1=0.9,\ \mu_2=0$	
(m,n)	ω^0_{1mn}	ω^0_{2mn}	ω_{1mn}	ω_{2mn}
(1,1)	942.666	943.952	942.667	943.953
(1,2)	1343.262	1344.477	1343.263	1344.478
(1,3)	2196.444	2198.084	2196.446	2198.086
(1,4)	3490.597	3493.911	3490.599	3493.914
(1,5)	5196.510	5203.599	5196.514	5203.604
(1,6)	7299.067	7313.123	7299.074	7313.129
(1,7)	9790.662	9816.226	9790.670	9816.235
(1,8)	12666.731	12709.947	12666.742	12709.957
(1,9)	15923.919	15992.767	15923.932	15992.781
(1,10)	19559.315	19663.855	19559.331	19663.871
(1,20)	76048.686	77675.410	76048.750	77675.476
(1,30)	166455.153	174379.356	166455.293	174379.503
(1,40)	285962.766	309767.282	285963.007	309767.543
(1,50)	429159.054	483838.134	429159.415	483838.541
(m,n)	$\mu_1=\mu_2=0$		$\eta_1(\bar{z})=-\bar{z}^2, \mu_1=0.9,\ \mu_2=0$	
(1,1)	942.666	943.952	942.666	943.952
(1,2)	1343.262	1344.477	1343.261	1344.476
(1,3)	2196.444	2198.084	2196.442	2198.082
(1,4)	3490.597	3493.911	3490.594	3493.908
(1,5)	5196.510	5203.599	5196.506	5203.595
(1,6)	7299.067	7313.123	7299.061	7313.117
(1,7)	9790.662	9816.226	9790.654	9816.218
(1,8)	12666.731	12709.947	12666.721	12709.936
(1,9)	15923.919	15992.767	15923.905	15992.754
(1,10)	19559.315	19663.855	19559.299	19663.838
(1,20)	76048.686	77675.410	76048.622	77675.345
(1,30)	166455.153	174379.356	166455.013	174379.210
(1,40)	285962.766	309767.282	285962.525	309767.022
(1,50)	429159.054	483838.134	429158.693	483837.727

KDPT ve KPT kullanildiginda ortotrop plagin yogunlugunun sabit $\eta_2(\bar{z})=0$, Young modüllerinin ise kalinlik koordinatina göre parabolik, yani $\eta_1(\bar{z})=\pm\bar{z}^2$ seklinde degismesi durumunda, n=1 ve boyuna dalga sayisinin degisik degerleri için titresim frekansinin degerleri Çizelge 4.2.4'de görülmektedir. Çizelge 4.2.4 esas alinarak, Sekil 4.2.5 egrisi elde edilmistir.

Kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu ve klasik teori kullanildigi durumlarda, m dalga sayisi arttiginda serbest titresim frekansi degerlerinin arttigi Çizelge 4.2.4'den görülmektedir.

Sekil 4.2.5'den görüldügü gibi, ortotrop plagi olusturan malzemenin sadece Young modülleri kalinlik koordinatinin fonksiyonu oldugunda, kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu ile elde edilen sonuçlar, klasik teori kullanilarak elde edilen sonuçlar ile kiyaslandiginda ortaya çikan etki, n=1 için % 0.136 olup, n=50 oldugunda % 66.073 oranina kadar artmaktadir.Ortotrop plagi olusturan malzemenin sadece Young modülleri $\eta_1(\bar{z}) = -\bar{z}^2$ seklinde degistiginde, kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu ile elde edilen sonuçlar, klasik teori kullanilarak elde edilen sonuçlar ile kiyaslandigi zaman ortaya çikan etki, n=1 için % 0.136 olup, enine dalga sayisindaki artisa bagli olarak artmakta ve n=50 için % 66.073 oranina kadar ulasmaktadir.



Sekil 4.2.5. (m,n)=(m,1) için KDPT ve KPT kullanildiginda homojen ortotrop plak ve yogunlugu sabit ($\eta_2(\bar{z}) = 0$), Young modülleri parabolik ($\eta_1(\bar{z}) = \pm\bar{z}^2$) degisen ortotrop plak için enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisinin degisimi

Ortotrop plagi olusturan malzemenin yogunlugu sabit, Young modülleri ise kalinlik koordinatina göre $\eta_1(\bar{z}) = \pm\bar{z}^2$ seklinde degistiginde homojen olmamanin etkisi 0'dir.Burada, homojen olmamanin etkisi, kayma deformasyonu etkisine ve dalga sayisinin degisimine bagli degildir.Enine kayma etkisi göz önüne alindiginda ise, homojen olmamanin etkisi, plagi olusturan malzemenin Young modülleri $\eta_1(\bar{z}) = \pm\bar{z}^2$ seklinde degistiginde, yine 0 olmaktadir.Buradan, elastisite modülünün degisiminin serbest titresim frekansi degerlerinde homojen olmamayi etkilemedigi sonucuna varilabilir.

Çizelge 4.2.4. KDPT ve KPT kullanildiginda ortotrop plagin yogunlugu sabit ($\eta_2(\bar{z}) = 0$), Young modülleri ise kalinlik koordinatina göre parabolik degistiginde ($\eta_1(\bar{z}) = \pm\bar{z}^2$), n=1 ve boyuna dalga sayisinin degisimine göre titresim frekansinin degisimi

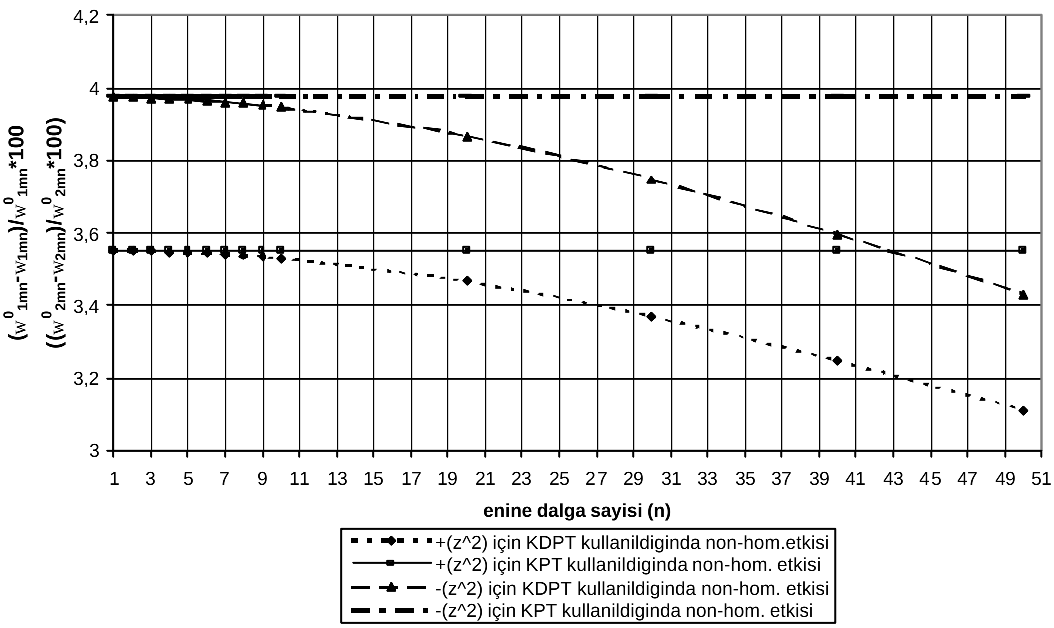
	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = +\bar{z}^2, \mu_1 = 0.9,\ \mu_2 = 0$	
(m,n)	ω^0_{1mn}	ω^0_{2mn}	ω_{1mn}	ω_{2mn}
(1,1)	942.666	943.952	942.667	943.953
(2,1)	3482.567	3503.403	3482.570	3503.406
(3,1)	7683.384	7787.899	7683.391	7787.906
(4,1)	13463.474	13788.873	13463.485	13788.885
(5,1)	20725.977	21505.160	20725.995	21505.178
(6,1)	29357.881	30936.464	29357.906	30936.490
(7,1)	39235.284	42082.685	39235.317	42082.720
(8,1)	50229.008	54943.779	50229.050	54943.825
(9,1)	62209.646	69519.726	62209.698	69519.785
(10,1)	75051.716	85810.516	75051.779	85810.588
(20,1)	229720.525	343034.074	229720.718	343034.362
(30,1)	397598.287	771740.214	397598.621	771740.863
(40,1)	563849.043	1371928.840	563849.517	1371929.991
(50,1)	727250.529	2143599.94	727251.140	2143601.737
(m,n)	$\eta_1(\bar{z}) = -\bar{z}^2$		$\eta_1(\bar{z}) = -\bar{z}^2, \mu_1 = 0.9,\ \mu_2 = 0$	
(1,1)	942.666	943.952	942.666	943.952
(2,1)	3482.567	3503.403	3482.564	3503.400
(3,1)	7683.384	7787.899	7683.378	7787.893
(4,1)	13463.474	13788.873	13463.462	13788.862
(5,1)	20725.977	21505.160	20725.960	21505.142
(6,1)	29357.881	30936.464	29357.856	30936.438
(7,1)	39235.284	42082.685	39235.251	42082.649
(8,1)	50229.008	54943.779	50228.965	54943.733
(9,1)	62209.646	69519.726	62209.594	69519.668
(10,1)	75051.716	85810.516	75051.653	85810.444
(20,1)	229720.525	343034.074	229720.332	343033.785
(30,1)	397598.287	771740.214	397597.952	771739.565
(40,1)	563849.043	1371928.84	563848.569	1371927.684
(50,1)	727250.529	2143599.94	727249.917	2143598.131

Çizelge 4.2.5, KDPT ve KPT kullanildiginda ortotrop plagin Young modüllerinin sabit $\eta_1(\overline{z}) = 0$, yogunlugunun ise kalinlik koordinatina göre parabolik, yani $\eta_2(\overline{z}) = \pm\overline{z}^2$ seklinde degismesi durumunda, m=1 ve enine dalga sayisinin degisik degerleri için titresim frekansinin degerlerini göstermektedir. Çizelge 4.2.5. esas alinarak, Sekil 4.2.6 elde edilmistir.

Çizelge 4.2.5'den görüldügü gibi, kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonunun ve klasik teorinin kullanildigi durumlar dikkate alindiginda, enine dalga sayisinin artmasina bagli olarak, serbest titresim frekansi degerleri de artmaktadir.

Çizelge 4.2.5'den görüldügü gibi, sadece yogunlugu kalinlik koordinatina göre degisen malzemeden olusan ortotrop plak için, kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu kullanilarak bulunan sonuçlar ve klasik teori kullanilarak bulunan sonuçlar kiyaslandiginda ortaya çikan etki, n=1 için % 0.136 olup, n=3 degerine kadar azalarak burada minimum etki % 0.0725 olmakta, daha sonra ise bu etki, n=50 için % 10.896 oranina kadar artmaktadir.Sadece yogunlugu kalinlik koordinatina göre $\eta_2(\overline{z}) = -\overline{z}^2$ seklinde degisen malzemeden olusan ortotrop plak için, kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu kullanilarak elde edilen sonuçlar, klasik teori kullanilarak elde edilen sonuçlar ile karsilastirildiginda ortaya çikan etki, n=1 için % 0.137 olup, n=3 degerine kadar azalmakta ve burada minimum etki % 0.0770 olmaktadir.Daha sonra ise bu etki, n=50 için % 11.765 oranina çikmaktadir.

Sekil 4.2.6'dan görüldügü gibi, kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu kullanilarak alinan neticelere göre, plagi olusturan malzemenin Young modülleri sabit tutulup, yogunlugu $\eta_2(\overline{z}) = +\overline{z}^2$ seklinde degistiginde homojen plaga göre serbest titresim frekansi degerlerine etkisi (m,n)=(1,1) oldugunda % 3.55, enine dalga sayisi arttikça bu oran azalarak (m,n)=(1,50) oldugunda % 3.11 olmaktadir. Malzemenin Young modülleri sabit tutulup, yogunlugunun $\eta_2(\overline{z}) = -\overline{z}^2$ seklinde degismesi durumunda ise, homojen plaga göre serbest titresim frekansi degerlerine etkisi (m,n)=(1,1) oldugunda % 3.97, enine dalga sayisi arttikça bu oran azalarak (m,n)=(1,50) için % 3.43 olmaktadir.Burada, yogunluktaki degisimin homojen olmama üzerinde bir etkisi oldugu ancak bu etkinin enine dalga sayisi arttikça enine kayma deformasyonu etkisine bagli olarak azaldigi görülmektedir.Neticeler klasik teori kullanilarak alindiginda ve plagi olusturan malzemenin Young modülleri sabit, yogunlugu ise $\eta_2(\bar{z}) = +\bar{z}^2$ seklinde degistiginde, homojen olmamanin titresim frekansina etkisi, m=1 ve enine dalga sayisinin bütün degerlerinde % 3.55 olmaktadir.Plagi olusturan malzemenin yogunlugu $\eta_2(\bar{z}) = -\bar{z}^2$ seklinde degistiginde ise, homojen olmamanin titresim frekansina etkisi, m=1 ve n dalga sayisinin bütün degerlerinde % 3.98 olmaktadir.Burada, yogunluktaki degisimin homojen olmama üzerinde bir etkisi oldugu ve enine kayma deformasyonu burada dikkate alinmadigi için bu etkinin sabit kaldigi gözlenmektedir.



Sekil 4.2.6. (m,n)=(1,n) için KDPT ve KPT kullanildiginda homojen ortotrop plak ve Young modülleri sabit ($\eta_1(\bar{z}) = 0$),yogunlugu parabolik ($\eta_2(\bar{z}) = \pm\bar{z}^2$) degisen ortotrop plak için homojen olmamanin serbest titresim frekansi degerlerine etkisinin degisimi

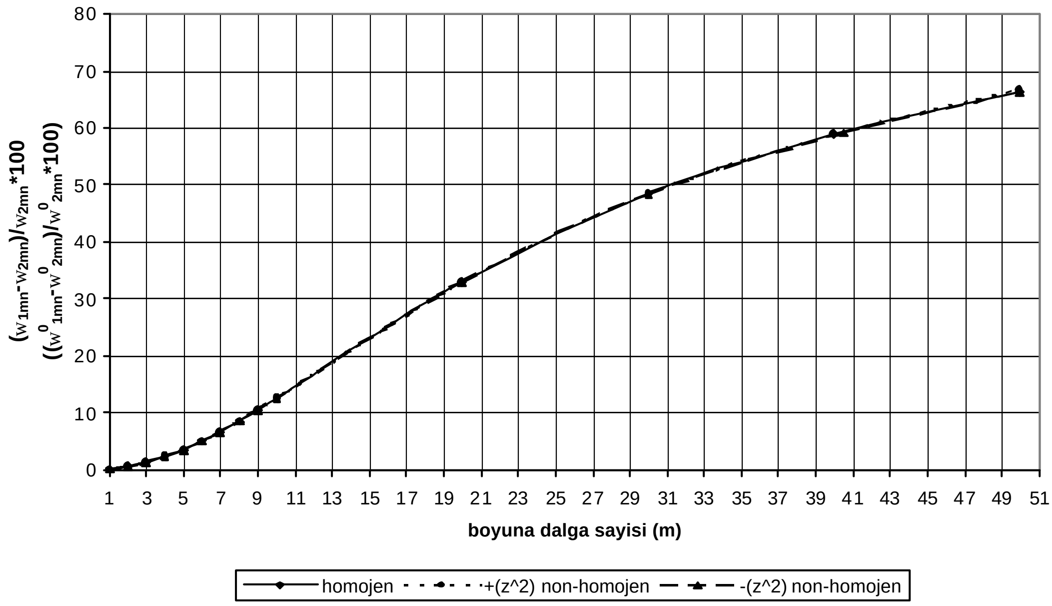
Çizelge 4.2.5. KDPT ve KPT kullanildiginda ortotrop plagin Young modülleri sabit ($\eta_1(\bar{z}) = 0$), yogunlugu ise kalinlik koordinatina göre parabolik degistiginde ($\eta_2(\bar{z}) = \pm\bar{z}^2$), m=1 ve enine dalga sayisinin degisimine göre titresim frekansinin degisimi

	$\eta_1(\bar{z}) = +\bar{z}^2$		$\eta_1(\bar{z}) = +\bar{z}^2, \mu_1 = 0,\ \mu_2 = 0.9$	
(m,n)	ω^0_{1mn}	ω^0_{2mn}	ω_{1mn}	ω_{2mn}
(1,1)	942.666	943.952	909.190	910.429
(1,2)	1343.262	1344.477	1295.569	1296.729
(1,3)	2196.444	2198.084	2118.483	2120.020
(1,4)	3490.597	3493.911	3366.754	3369.827
(1,5)	5196.510	5203.599	5012.247	5018.797
(1,6)	7299.067	7313.123	7040.428	7053.402
(1,7)	9790.662	9816.226	9444.014	9467.609
(1,8)	12666.731	12709.947	12218.671	12258.561
(1,9)	15923.919	15992.767	15361.235	15424.794
(1,10)	19559.315	19663.855	18868.983	18965.506
(1,20)	76048.686	77675.410	73412.786	74916.818
(1,30)	166455.153	174379.356	160847.981	168186.386
(1,40)	285962.766	309767.282	276678.071	298766.097
(1,50)	429159.054	483838.134	415807.441	466654.934
(m,n)	$\eta_1(\bar{z}) = -\bar{z}^2$		$\eta_1(\bar{z}) = -\bar{z}^2, \mu_1 = 0,\ \mu_2 = 0.9$	
(1,1)	942.666	943.952	980.135	981.475
(1,2)	1343.262	1344.477	1396.642	1397.920
(1,3)	2196.444	2198.084	2283.699	2285.459
(1,4)	3490.597	3493.911	3629.194	3632.796
(1,5)	5196.510	5203.599	5402.713	5410.445
(1,6)	7299.067	7313.123	7588.480	7603.823
(1,7)	9790.662	9816.226	10178.516	10206.426
(1,8)	12666.731	12709.947	13167.998	13215.173
(1,9)	15923.919	15992.767	16553.341	16628.487
(1,10)	19559.315	19663.855	20331.418	20445.503
(1,20)	76048.686	77675.410	78990.556	80763.046
(1,30)	166455.153	174379.356	172692.819	181311.021
(1,40)	285962.766	309767.282	296249.645	322080.684
(1,50)	429159.054	483838.134	443885.366	503070.936

KDPT ve KPT kullanildiginda ortotrop plagin Young modüllerinin sabit $\eta_1(\bar{z}) = 0$, yogunlugunun ise kalinlik koordinatina göre parabolik, yani $\eta_2(\bar{z}) = \pm\bar{z}^2$ seklinde degismesi durumunda, n=1 ve boyuna dalga sayisinin degisik degerleri için titresim frekansinin degerleri Çizelge 4.2.6'da sunulmaktadir. Çizelge 4.2.6 esas alinarak, Sekil 4.2.7 elde edilmistir.

Çizelge 4.2.6'dan görüldügü gibi, kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu ve klasik teorinin kullanildigi durumlar göz önüne alindiginda, m dalga sayisinin artmasi ile serbest titresim frekansi degerleri artmaktadir.

Sekil 4.2.7'den görüldügü gibi, sadece yogunlugu kalinlik koordinatina göre $\eta_2\left(\bar{z}\right) = +\bar{z}^2$ seklinde degisen malzemeden olusan ortotrop plak için, kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu ile elde edilen neticeler, klasik teori kullanilarak elde edilen neticeler ile kiyaslandiginda ortaya çikan etki, m=1 için % 0.136 olup, boyuna dalga sayisi degerlerinin artmasina bagli olarak bu etki de artmakta ve m=50 oldugunda % 66.073 oranina kadar ulasmaktadir. Young modülleri sabit tutulup, yogunlugu $\eta_2\left(\bar{z}\right) = -\bar{z}^2$ seklinde degisen malzemeden olusan ortotrop dikdörtgen plak için, kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu, klasik teori kullanilarak alinan sonuçlar ile karsilastirildiginda ortaya çikan etki, m=1 için % 0.137 olup, boyuna dalga sayisinin artmasina bagli olarak bu etki, n=50 için % 66.073 oranina ulasmaktadir.



Sekil 4.2.7. (m,n)=(m,1) için KDPT ve KPT kullanildiginda homojen ortotrop plak ve Young modülleri sabit ($\eta_1(\bar{z})=0$), yogunlugu parabolik ($\eta_2(\bar{z})=\pm\bar{z}^2$)degisen ortotrop plak için enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisinin degisimi

Çizelge 4.2.6'dan görüldügü gibi, hem kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu kullanilarak hem de klasik teori kullanilarak elde edilen sonuçlara göre, plagi olusturan malzemenin Young modülleri sabit, fakat yogunlugu $\eta_2(\bar{z})=+\bar{z}^2$ seklinde degistiginde, homojen plaga göre serbest titresim frekansi degerlerine etkisi n=1 ve boyuna dalga sayisinin tüm degerleri için % 3.55 olmaktadir.Burada enine kayma deformasyonu etkisinin homojen olmamayi etkilemedigi sonucuna varilabilir. Sonuçlar, kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu ve klasik teori kullanilarak bulundugunda, plagi olusturan malzemenin Young modüllerinin sabit tutularak yogunlugunun $\eta_2(\bar{z})=+\bar{z}^2$ seklinde degismesi durumunda homojen plaga göre serbest titresim frekansi degerlerine etkisi n=1 ve boyuna dalga sayisinin artan degerleri için % 3.97 oranina sahip olmaktadir. Burada da, enine kayma deformasyonu etkisinin homojen olmamayi etkilemedigi görülmektedir.

Çizelge 4.2.5 ve Çizelge 4.2.6 arasinda bir karsilastirma yapilacak olursa, Çizelge 4.2.5’de enine dalga sayisi degistiginde, enine kayma deformasyonunun homojen olmamanin etkisini azalttigi, ancak Çizelge 4.2.6’da degisim boyuna dalga sayisinda oldugundan, enine kayma deformasyonu etkisinin homojen olmamayi etkilemedigi açikça görülmektedir.

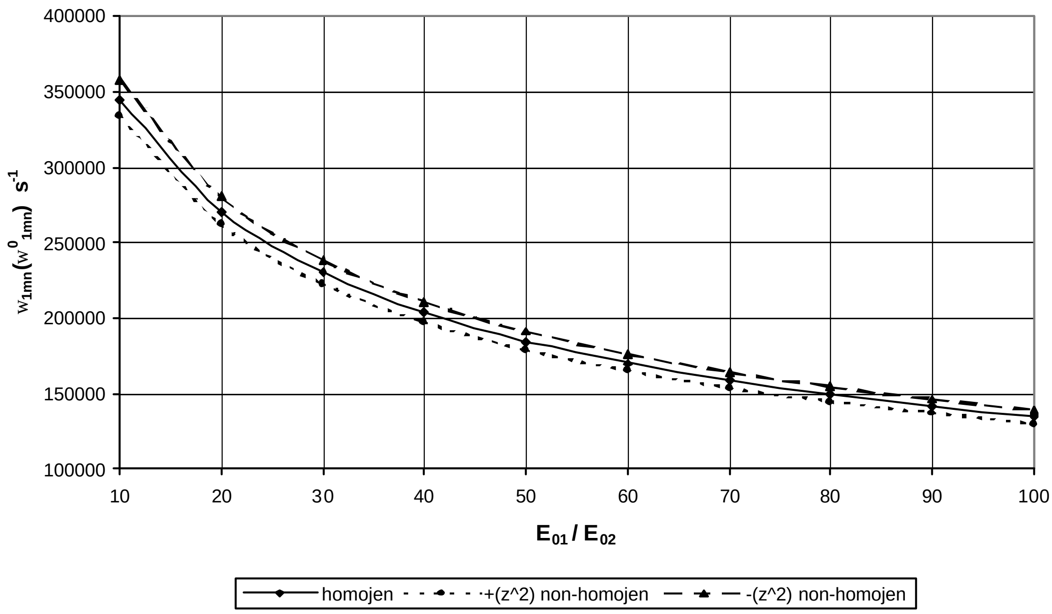
Çizelge 4.2.6. KDPT ve KPT kullanildiginda ortotrop plagin Young modülleri sabit ($\eta_1(\bar{z})=0$), yogunlugu ise kalinlik koordinatina göre parabolik degistiginde ($\eta_2(\bar{z})=\pm\bar{z}^2$), n=1 ve boyuna dalga sayisinin degisimine göre titresim frekansinin degisimi

	$\eta_1(\bar{z})=+\bar{z}^2$		$\eta_1(\bar{z})=+\bar{z}^2, \mu_1=0,\ \mu_2=0.9$	
(m,n)	ω^0_{1mn}	ω^0_{2mn}	ω_{1mn}	ω_{2mn}
(1,1)	942.666	943.952	909.190	910.429
(2,1)	3482.567	3503.403	3358.894	3378.982
(3,1)	7683.384	7787.899	7410.531	7511.317
(4,1)	13463.474	13788.873	12985.357	13299.171
(5,1)	20725.977	21505.160	19989.954	20741.418
(6,1)	29357.881	30936.464	28315.320	29837.776
(7,1)	39235.284	42082.685	37841.956	40588.145
(8,1)	50229.008	54943.779	48445.269	52992.486
(9,1)	62209.646	69519.726	60000.449	67050.778
(10,1)	75051.716	85810.516	72386.470	82763.011
(20,1)	229720.525	343034.074	221562.660	330851.440
(30,1)	397598.287	771740.214	383478.726	744332.358
(40,1)	563849.043	1371928.840	543825.564	1323205.669
(50,1)	727250.529	2143599.94	701424.315	2067471.364
(m,n)	$\eta_1(\bar{z})=-\bar{z}^2$		$\eta_1(\bar{z})=-\bar{z}^2, \mu_1=0,\ \mu_2=0.9$	
(1,1)	942.666	943.952	980.135	981.475
(2,1)	3482.567	3503.403	3620.991	3642.665
(3,1)	7683.384	7787.899	7988.781	8097.472
(4,1)	13463.474	13788.873	13998.616	14336.988
(5,1)	20725.977	21505.160	21549.787	22360.001
(6,1)	29357.881	30936.464	30524.789	32166.204
(7,1)	39235.284	42082.685	40794.797	43755.492
(8,1)	50229.008	54943.779	52225.495	57127.821
(9,1)	62209.646	69519.726	64682.337	72283.170
(10,1)	75051.716	85810.516	78034.850	89221.526
(20,1)	229720.525	343034.074	238851.388	356669.846
(30,1)	397598.287	771740.214	413401.904	802417.266
(40,1)	563849.043	1371928.84	586260.745	1426463.681
(50,1)	727250.529	2143599.94	756157.064	2228809.082

(m,n) degisiminden bagimsiz olarak, Young modülleri ve yogunlugun degisim fonksiyonu $\eta_2(\bar{z}) = \pm\bar{z}^2$ seklinde degistiginde, Young modüllerinin tek basina degisiminin serbest titresim frekansi degerlerine etkisi çok az, yogunlugun tek basina degisiminin titresim frekansi degerlerine etkisi ise, fazla olmakta ve Young modülleri ile yogunlugun birlikte degistigi durumdaki serbest titresim frekansina olan etki ile ayni olmaktadir.

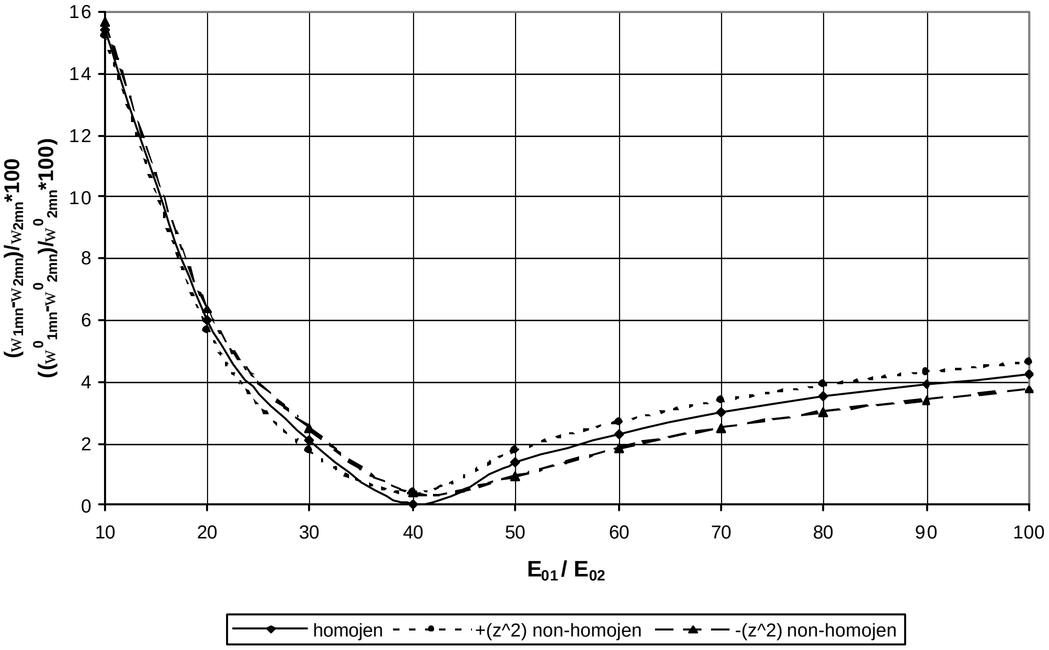
Çizelge 4.2.7, KDPT ve KPT kullanildiginda, ortotrop plagin Young modülleri ve yogunlugu ayni anda kalinlik koordinatina göre parabolik, yani $\eta_i(\bar{z}) = \pm\bar{z}^2, (i = 1,2)$ seklinde degistiginde ve dalga sayilari (m,n)=(1,40) oldugunda E_{01}/E_{02} oraninin degisimine göre serbest titresim frekansi degerlerinin degisimini göstermektedir. Çizelge 4.2.7. esas alinarak, Sekil 4.2.8-4.2.10 egrileri elde edilmistir.

Enine kayma deformasyonlarinin etkisi göz önüne alindigi ve alinmadigi durumlarda, E_{01}/E_{02} orani arttiginda serbest titresim frekansi degerlerinin azaldigi Çizelge 4.2.7 ve Sekil 4.2.8'de görülmektedir.



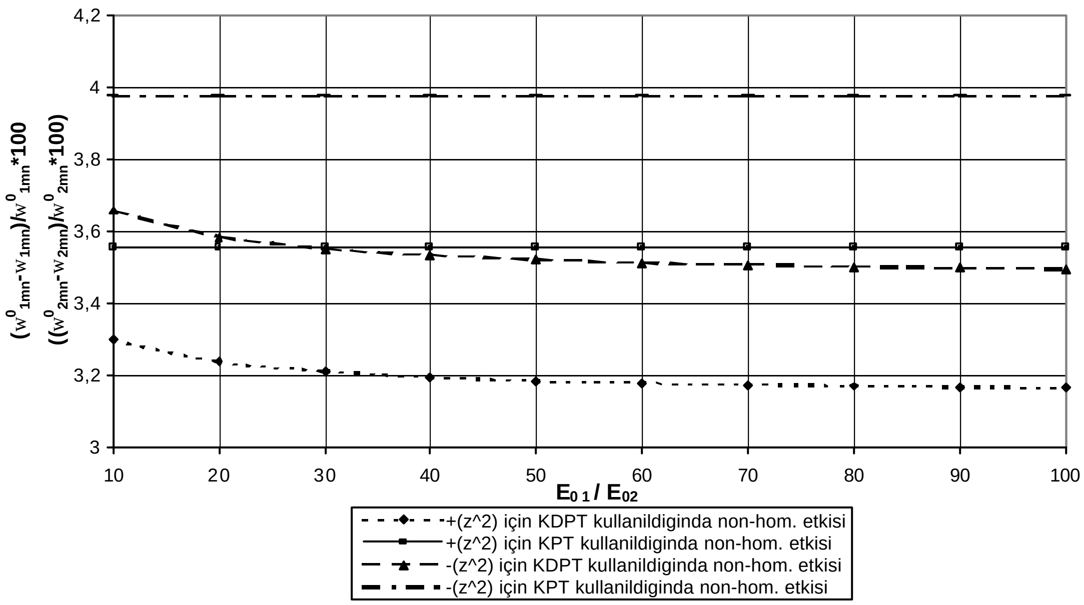
Sekil 4.2.8. (m,n)=(1,40) ve E_{01}/E_{02} orani için KDPT dikkate alindiginda homojen ortotrop plak ve Young modülleri ve yogunlugu ayni anda parabolik degisen ortotrop plak için serbest titresim frekansi degerlerinin degisimi

Sekil 4.2.9'dan görüldügü gibi, homojen malzemeden olusan ve yogunlugu ile Young modülleri kalinlik koordinatinda $\eta_1(\bar{z}) = \mp\bar{z}^2$ seklinde degisen ortotrop plaklar için, (m,n)=(1,40) oldugunda enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansinin degerlerine etkisi E_{01}/E_{02}=10 için yaklasik olarak % 15, E_{01}/E_{02}=20 için % 6, E_{01}/E_{02}=30 için % 2 ve E_{01}/E_{02}=40 için ise % 0.4 olup, minimum degerini almaktadir. E_{01}/E_{02}=40 degerinden sonra söz konusu etki sürekli, düzgün, fakat yavas bir artis göstermekte ve E_{01}/E_{02}=50 degerinde yaklasik % 1.4, E_{01}/E_{02}=100 oldugunda ise bu etki orani % 4 olmaktadir.



Sekil 4.2.9. (m,n)=(1,40) ve E_{01}/E_{02} orani için KDPT ve KPT kullanildiginda homojen ortotrop plak ve Young modülleri ve yogunlugu ayni anda parabolik degisen ortotrop plak için enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisinin degisimi

Sekil 4.2.10'dan görüldügü gibi, ortotrop plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = +\bar{z}^2$ seklinde degistiginde homojen plaga kiyasla serbest titresim frekansi % 3.55 kadar küçük deger almaktadir. Plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = -\bar{z}^2$ seklinde degistiginde ise, homojen plaga kiyasla serbest titresim frekansi % 4 kadar büyük deger almaktadir.Ayrica, bu etki orani, dalga sayisinin degisimine ve E_{01}/E_{02} oraninin degisimine bagli degildir.Homojen olmamanin titresim frekansina etkisi, kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu göz önüne alindiginda, klasik teorinin kullanildigi duruma kiyasla küçük olup, ayni zamanda E_{01}/E_{02} oraninin artisina göre azalmaktadir.Örnegin, kayma deformasyonu etkisi dikkate alindiginda $\eta_1(\bar{z}) = +\bar{z}^2$ ve $E_{01}/E_{02}=10$ oldugunda, homojen olmamanin etkisi 3.296 iken, $E_{01}/E_{02}=100$ oldugunda bu etki 3.162 degerine düsmektedir. $\eta_1(\bar{z}) = -\bar{z}^2$ ve $E_{01}/E_{02}=10$ oldugunda, homojen olmamanin etkisi 3.658 iken, $E_{01}/E_{02}=100$ oldugunda bu etki 3.494 degerine düsmektedir.Dikkat edildiginde, $\eta_1(\bar{z}) = -\bar{z}^2$ için ortaya çikan etkinin, $\eta_1(\bar{z}) = +\bar{z}^2$ için olan etkiden daha büyük oldugu görülmektedir.n=1 ve boyuna dalga sayisinin artan degerleri için elde edilen sonuçlar ayni seyirde devam etmektedir.Ancak (n,m)=(1,40) degerleri, sonuçlar daha net görüldügü için seçilmistir.



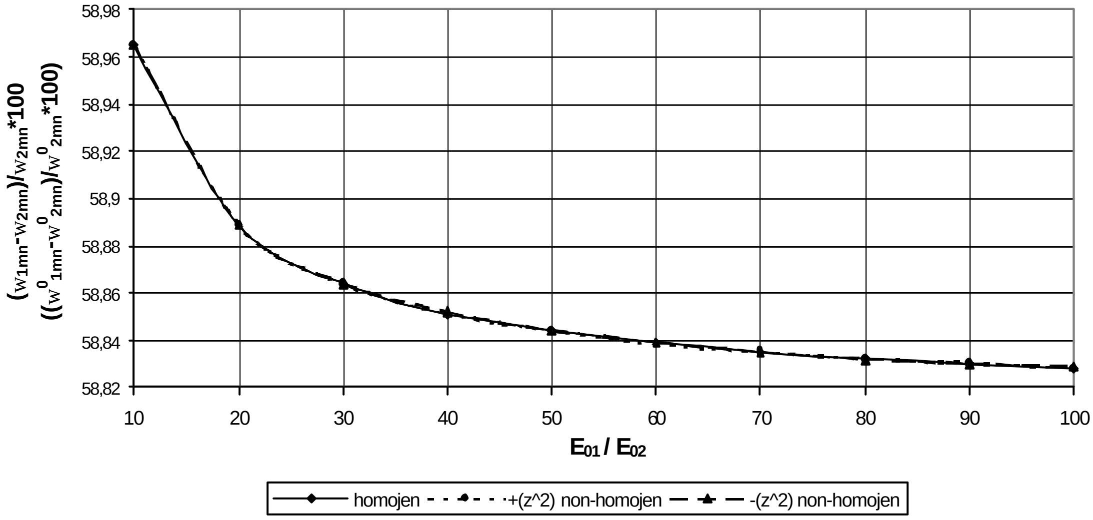
Sekil 4.2.10. (m,n)=(1,40) ve E_{01}/E_{02} orani için KDPT ve KPT kullanildiginda homojen ortotrop plak ve Young modülleri ve yogunlugu ayni anda parabolik degisen ortotrop plak için homojen olmamanin serbest titresim frekansi degerlerine etkisinin degisimi

Çizelge 4.2.7. KDPT ve KPT kullanildiginda ortotrop plagin Young modülleri ve yogunlugu ayni anda kalinlik koordinatina göre parabolik, yani $\eta_i(\bar{z}) = \pm\bar{z}^2, (i = 1,2)$ seklinde degistiginde, (m,n)=(1,40) için E_{01}/E_{02} oraninin degisimine göre titresim frekansinin degisimi

(m,n)=(1,40)	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = +\bar{z}^2,\ \mu_1 = \mu_2 = 0.9$	
E_{01}/E_{02}	ω^0_{1mn}	ω^0_{2mn}	ω_{1mn}	ω_{2mn}
10	344980.388	407935.142	333610.127	393447.919
20	270663.283	287946.983	261906.024	277720.965
30	230092.891	235042.722	222710.109	226695.522
40	203629.433	203571.767	197126.694	196342.212
50	184630.188	182123.728	178752.207	175655.869
60	170140.854	166307.458	164735.745	160401.291
70	158621.315	154025.366	153590.122	148555.379
80	149179.577	144132.338	144453.603	139013.687
90	141258.597	135943.285	136787.863	131115.457
100	134490.192	129019.915	130236.999	124437.960
E_{01}/E_{02}	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = -\bar{z}^2,\ \mu_1 = \mu_2 = 0.9$	
10	344980.388	407935.142	357598.597	424150.407
20	270663.283	287946.983	280362.171	299392.765
30	230092.891	235042.722	238262.214	244385.580
40	203629.433	203571.767	210821.327	211663.667
50	184630.188	182123.728	191129.005	189363.076
60	170140.854	166307.458	176115.503	172918.116
70	158621.315	154025.366	164181.724	160147.815
80	149179.577	144132.338	154401.994	149861.544
90	141258.597	135943.285	146198.462	141346.979
100	134490.192	129019.915	139189.303	134148.407

Çizelge 4.2.8, KDPT ve KPT kullanildiginda, ortotrop plagin Young modülleri ve yogunlugu ayni anda kalinlik koordinatina göre parabolik, yani $\eta_i(\bar{z}) = \pm\bar{z}^2, (i = 1,2)$ seklinde degistiginde ve dalga sayilari (m,n)=(40,1) oldugunda E_{01}/E_{02} oraninin degisimine göre serbest titresim frekansi degerlerinin degisimini göstermektedir. Çizelge 4.2.8. esas alinarak, Sekil 4.2.11 egrisi elde edilmistir.

Çizelge 4.2.8' den görüldügü gibi, kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu ve klasik teori kullanildigi durumlarda, E_{01}/E_{02} orani arttiginda serbest titresim frekansi degerleri degismemektedir. Sekil 4.2.11'den görüldügü gibi, homojen malzemeden olusan ve Young Modülleri ile yogunluk fonksiyonu $\eta_1(\bar{z}) = \mp\bar{z}^2$ seklinde degisen ortotrop plaklar için (m,n)=(40,1) oldugunda enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansinin degerlerine etkisi E_{01}/E_{02} oraninin bütün degerlerinde yaklasik olarak % 58 civarindadir.



Sekil 4.2.11. (m,n)=(40,1) ve E_{01}/E_{02} orani için KDPT ve KPT kullanildiginda homojen ortotrop plak ve Young modülleri ve yogunlugu ayni anda parabolik degisen ortotrop plak için enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisinin degisimi

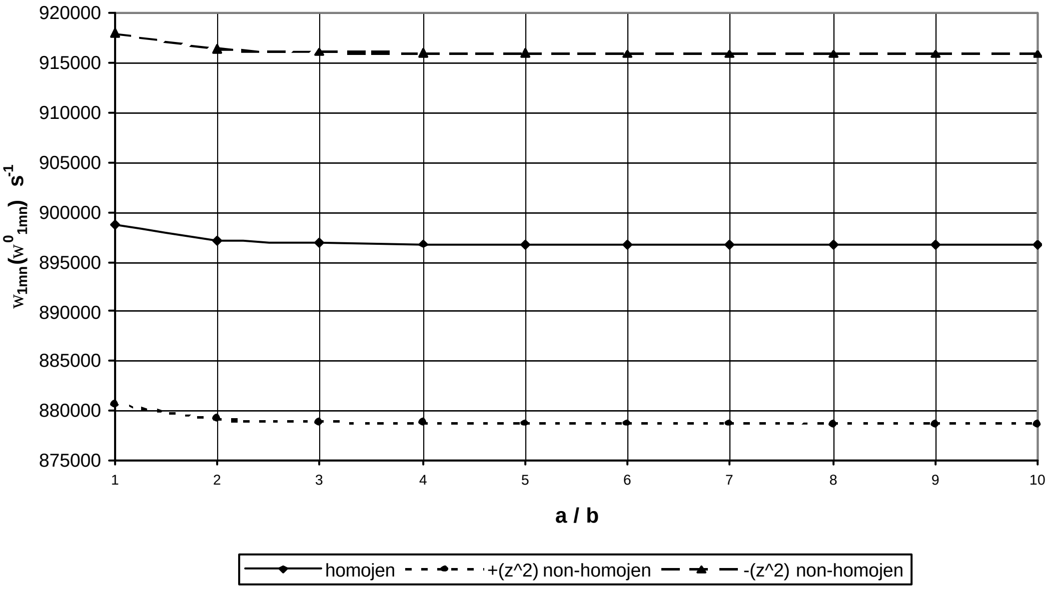
Çizelge 4.2.8'den görüldügü gibi, plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = +\bar{z}^2$ seklinde degistiginde, homojen plaga kiyasla serbest titresim frekansi, önceki durumlarda oldugu gibi, % 3.55 kadar küçük deger almaktadir.Plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = -\bar{z}^2$ seklinde oldugunda ise, homojen plaga kiyasla serbest titresim frekansi daha önceki durumda da gözlendigi gibi, % 4 kadar büyük deger almaktadir.Ayrica, bu etki orani, dalga sayisinin degisimine ve E_{01}/E_{02} oraninin degisimine bagli degildir.Homojen olmamanin titresim frekansina etkisi enine kayma deformasyonu etkisinin göz önüne alindigi ve alinmadigi durumlarda ayni olup, E_{01}/E_{02} oraninin artisina göre de degisim göstermemektedir. n=1 ve boyuna dalga sayisinin artan degerleri için elde edilen sonuçlar ayni seyirde devam etmektedir.Ancak (n,m)=(1,40) degerleri, sonuçlar daha net görüldügü için seçilmistir.

Çizelge 4.2.8. KDPT ve KPT kullanildiginda ortotrop plagin Young modülleri ve yogunlugu ayni anda kalinlik koordinatina göre parabolik, yani $\eta_i(\bar{z}) = \pm\bar{z}^2, (i=1,2)$ seklinde degistiginde, (m,n)=(40,1) için E_{01}/E_{02} oraninin degisimine göre titresim frekansinin degisimi

(m,n)=(40,1)	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = +\bar{z}^2,\ \mu_1 = \mu_2 = 0.9$	
E_{01}/E_{02}	ω^0_{1mn}	ω^0_{2mn}	ω_{1mn}	ω_{2mn}
10	564029.952	1374505.626	544000.506	1325692.059
20	563815.028	1371446.019	543793.214	1322741.110
30	563743.423	1370430.659	543724.151	1321761.809
40	563707.627	1369923.820	543689.626	1321272.970
50	563686.151	1369619.985	543668.913	1320979.925
60	563671.836	1369417.539	543655.105	1320784.670
70	563661.610	1369272.990	543645.243	1320645.253
80	563653.941	1369164.608	543637.846	1320540.721
90	563647.977	1369080.330	543632.093	1320459.434
100	563643.206	1369012.917	543627.491	1320394.416
E_{01}/E_{02}	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = -\bar{z}^2,\ \mu_1 = \mu_2 = 0.9$	
10	564029.952	1374505.626	586448.349	1429141.696
20	563815.028	1371446.019	586224.886	1425960.471
30	563743.423	1370430.659	586150.435	1424904.751
40	563707.627	1369923.820	586113.216	1424377.764
50	563686.151	1369619.985	586090.888	1424061.852
60	563671.836	1369417.539	586076.003	1423851.360
70	563661.610	1369272.990	586065.371	1423701.066
80	563653.941	1369164.608	586057.398	1423588.375
90	563647.977	1369080.330	586051.196	1423500.746
100	563643.206	1369012.917	586046.235	1423430.654

Çizelge 4.2.9, KDPT ve KPT kullanildiginda, ortotrop plagin Young modülleri ve yogunlugu ayni anda kalinlik koordinatina göre parabolik, yani $\eta_i(\bar{z}) = \pm\bar{z}^2, (i=1,2)$ seklinde degistiginde, h=0.01 m ve dalga sayilari (m,n)=(1,40) oldugunda a/b oraninin degisimine göre serbest titresim frekansi degerlerinin degisimini göstermektedir. Çizelge 4.2.9. esas alinarak, Sekil 4.2.12 egrileri elde edilmistir.

Çizelge 4.2.9 ve Sekil 4.2.12'den görüldügü gibi, enine kayma deformasyonlarinin etkisi göz önüne alindigi ve alinmadigi durumlarda, a/b orani arttiginda serbest titresim frekansi degerleri yavas fakat düzenli bir azalma göstermektedir.



Sekil 4.2.12. (m,n)=(1,40), h=0.01 m ve a/b orani için KDPT dikkate alindiginda homojen ortotrop plak ve Young modülleri ve yogunlugu ayni anda parabolik degisen ortotrop plak için serbest titresim frekansi degerlerinin degisimi

Çizelge 4.2.9'dan görüldügü gibi, homojen malzemeden olusan ortotrop plak için, kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu ile elde edilen sonuçlar, klasik teori kullanilarak elde edilen sonuçlar ile karsilastirildiginda ortaya çikan etki, (m,n)=(1,40) ve a/b=1 için % 48.396 olup, a/b=10 için % 48.464 olmaktadir.a/b=1 özel hal olup, ortotrop kompozit kare plaktir. Ortotrop kompozit plagin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = +\bar{z}^2$ fonksiyonu ile degistiginde, enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisi (m,n)=(1,40) ve a/b=1 için % 47.571 olup, a/b=10 için % 47.640 olmaktadir.Ortotrop kompozit plagin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = -\bar{z}^2$ fonksiyonu ile degistiginde ise, enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisi (m,n)=(1,40) ve a/b=1 için % 49.308, a/b=10 için ise %

49.374 olmaktadir. Homojen ve Young modülleri ile yogunlugun $\eta_1(\bar{z}) = \pm\bar{z}^2$ seklinde degistigi durumlarda, a/b oranindaki artisin, (m,n)=(1,40) için enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine olan etkisini neredeyse degistirmedigi açikça görülmektedir.

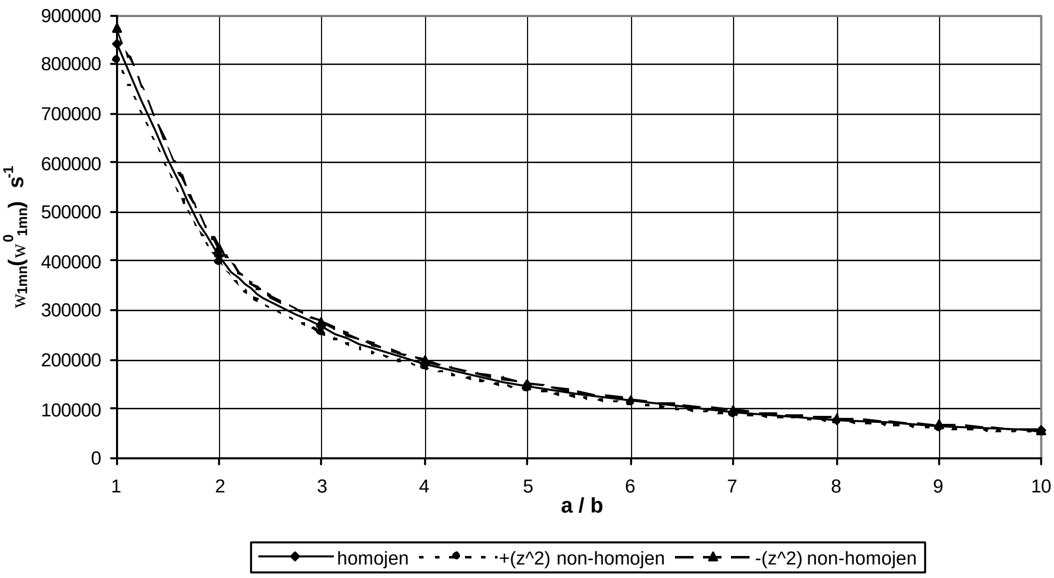
Çizelge 4.2.9'dan görüldügü gibi, klasik teori kullanilarak bulunan sonuçlara göre, plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = +\bar{z}^2$ seklinde degistiginde homojen plaga kiyasla serbest titresim frekansi % 3.55 kadar küçük deger almaktadir.Plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = -\bar{z}^2$ seklinde degistiginde ise, homojen plaga göre serbest titresim frekansi % 3.97 kadar büyük deger almaktadir. Kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonunun göz önüne alindigi durumda ise, homojen olmamanin titresim frekansina etkisi, (m,n)=(1,40) için plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = +\bar{z}^2$ seklinde degistiginde % 2.01, plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = -\bar{z}^2$ seklinde degistiginde ise % 2.14 oranina sahiptir. Burada, homojen olmamanin titresim frekansina etkisinin a/b oraninin degisimine bagli olmadigi görülmektedir.

Çizelge 4.2.9. KDPT ve KPT kullanildiginda ortotrop plagin Young modülleri ve yogunlugu ayni anda kalinlik koordinatina göre parabolik, yani $\eta_i(\bar{z}) = \pm\bar{z}^2, (i=1,2)$ seklinde degistiginde, (m,n)=(1,40) ve h=0.01m için a/b oraninin degisimine göre titresim frekansinin degisimi

(m,n)=(1,40)	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = +\bar{z}^2, \mu_1 = \mu_2 = 0.9$	
a/b	ω^0_{1mn}	ω^0_{2mn}	ω_{1mn}	ω_{2mn}
1	898703.547	1741537.016	880651.066	1679698.789
2	897192.104	1740320.760	879165.133	1678525.719
3	896904.625	1740096.159	878882.495	1678309.093
4	896803.423	1740017.595	878782.996	1678233.320
5	896756.478	1739981.240	878736.840	1678198.255
6	896730.949	1739961.493	878711.741	1678179.210
7	896715.547	1739949.587	878696.598	1678167.726
8	896705.546	1739941.861	878686.766	1678160.274
9	896698.688	1739936.563	878680.022	1678155.164
10	896693.782	1739932.774	878675.199	1678151.510
a/b	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = -\bar{z}^2, \mu_1 = \mu_2 = 0.9$	
1	898703.547	1741537.016	917914.287	1810751.743
2	897192.104	1740320.760	916376.028	1809487.148
3	896904.625	1740096.159	916083.462	1809253.621
4	896803.423	1740017.595	915980.471	1809171.935
5	896756.478	1739981.240	915932.696	1809134.135
6	896730.949	1739961.493	915906.715	1809113.603
7	896715.547	1739949.587	915891.041	1809101.224
8	896705.546	1739941.861	915880.864	1809093.190
9	896698.688	1739936.563	915873.884	1809087.683
10	896693.782	1739932.774	915868.891	1809083.743

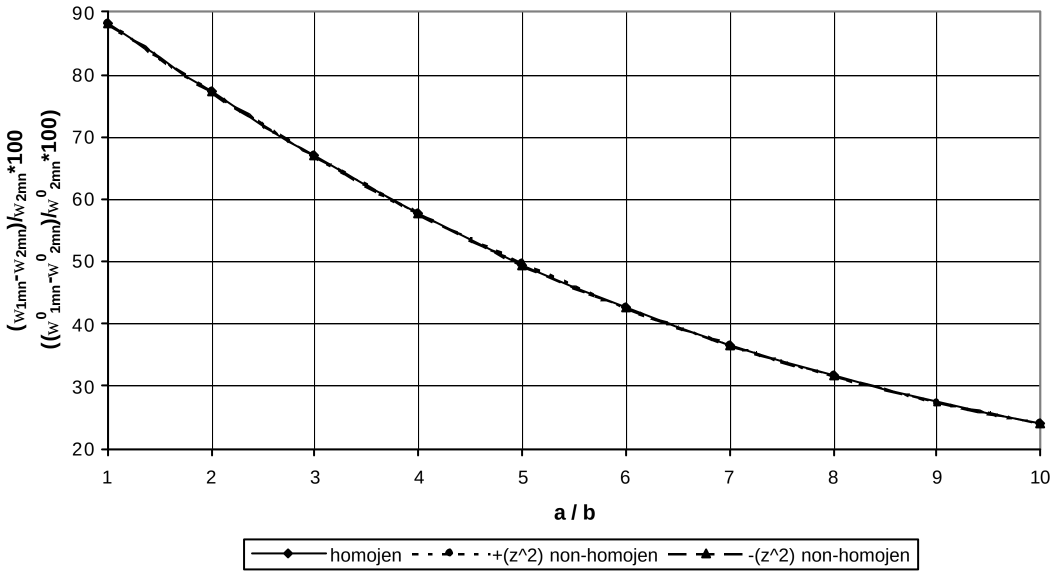
Çizelge 4.2.10, KDPT ve KPT kullanildiginda, ortotrop plagin Young modülleri ve yogunlugu ayni anda kalinlik koordinatina göre parabolik, yani $\eta_i(\bar{z}) = \pm\bar{z}^2, (i=1,2)$ seklinde degistiginde, h=0.01 m ve dalga sayilari (m,n)=(40,1) oldugunda a/b oraninin degisimine göre serbest titresim frekansi degerlerinin degisimini göstermektedir. Çizelge 4.2.10. esas alinarak, Sekil 4.2.13-4.2.14 egrileri elde edilmistir.

Kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu ve klasik teori dikkate alindiginda, a/b orani arttiginda serbest titresim frekansi degerlerinin düzenli bir azalma gösterdigi Çizelge 4.2.10 ve Sekil 4.2.13’de görülmektedir.



Sekil 4.2.13. (m,n)=(40,1), h=0.01 m ve a/b orani için KDPT dikkate alindiginda homojen ortotrop plak ve Young modülleri ve yogunlugu ayni anda parabolik degisen ortotrop plak için serbest titresim frekansi degerlerinin degisimi

Homojen malzemeden olusan ortotrop plak için, kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu ile elde edilen sonuçlar, klasik teori kullanilarak elde edilen sonuçlar ile kiyaslandigi zaman ortaya çikan etki, (m,n)=(40,1) için a/b=1 oldugunda % 88.391, a/b=10 için ise % 23.917 olmaktadir.Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = +\bar{z}^2$ fonksiyonu ile degisen ortotrop kompozit plagin enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisi (m,n)=(40,1) oldugunda a/b=1 için % 88.391 oranina sahipken, a/b=10 için ise % 23.914 olmaktadir.Ortotrop kompozit plagin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = -\bar{z}^2$ fonksiyonu ile degistiginde ise, enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisi (m,n)=(40,1) oldugunda ve a/b=1 için % 88.392, a/b=10 için % 23.920 oranina sahip olmaktadir.Homojen ve ortotrop kompozit plagin Young modülleri ile yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = -\bar{z}^2$ fonksiyonu ile degistiginde, a/b oraninin artmasinin, (m,n)=(40,1) için enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine olan etkisini azalttigi açikça görülmektedir (Sekil 4.2.14).



Sekil 4.2.14. (m,n)=(40,1), h=0.01 m ve a/b orani için KDPT ve KPT kullanildiginda homojen ortotrop plak ve Young modülleri ve yogunlugu ayni anda parabolik degisen ortotrop plak için enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisinin degisimi

Klasik teori kullanilarak elde edilen sonuçlar dikkate alindiginda, plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = +\bar{z}^2$ seklinde degistiginde homojen plaga kiyasla serbest titresim frekanslarinin % 3.55 kadar küçük degerler aldigi görülmektedir. Plagi olusturan malzemenin Young modüllerinin ve yogunlugunun $\eta_1(\bar{z}) = -\bar{z}^2$ seklinde degismesi durumunda ise, homojen plaga kiyasla serbest titresim frekanslari % 3.97 kadar büyük deger almaktadir.Kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu dikkate alindiginda, homojen olmamanin titresim frekansina etkisi, plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = +\bar{z}^2$ seklinde degistiginde, (m,n)=(40,1) oldugunda % 3.55 oranina sahiptir. Plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = -\bar{z}^2$ seklinde degistiginde ise, % 3.97 oranina sahiptir. Burada, homojen olmamanin titresim frekansina etkisinin a/b oraninin degisimine bagli olmadigi, ayrica enine kayma deformasyonu etkisinin homojen olmamayi etkilemedigi görülmektedir (Çizelge 4.2.10).

Çizelge 4.2.9 ve Çizelge 4.2.10 arasinda bir karsilastirma yapilacak olursa, Çizelge 4.2.9'da (m,n)=(1,40) için a/b orani enine kayma deformasyonu etkisini fazla degistirmezken, Çizelge 4.2.10'da (m,n)=(40,1) için a/b oraninin enine kayma deformasyonu etkisini degistirdigi gözlenebilir.

Çizelge 4.2.10. KDPT ve KPT kullanildiginda ortotrop plagin Young modülleri ve yogunlugu ayni anda kalinlik koordinatina göre parabolik, yani $\eta_i(\bar{z}) = \pm\bar{z}^2, (i = 1,2)$ seklinde degistiginde, (m,n)=(40,1) ve h=0.01m için a/b oraninin degisimine göre titresim frekansinin degisimi

(m,n)=(40,1)	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = +\bar{z}^2, \mu_1 = \mu_2 = 0.9$	
a/b	ω^0_{1mn}	ω^0_{2mn}	ω_{1mn}	ω_{2mn}
1	839909.252	7235053.526	810115.649	6978152.364
2	411816.342	1809055.001	397208.224	1744819.356
3	266169.950	804240.776	256728.260	775683.919
4	191737.517	452556.171	184936.124	436486.876
5	146288.470	289776.849	141099.263	279487.497
6	115693.164	201353.947	111589.247	194204.302
7	93824.456	148038.178	90496.275	142781.661
8	77554.259	113434.657	74803.221	109406.837
9	65096.009	89711.071	62786.894	86525.624
10	55344.626	72742.210	53381.417	70159.291
a/b	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = -\bar{z}^2,\ \mu_1 = \mu_2 = 0.9$	
1	839909.252	7235053.526	873252.876	7522599.670
2	411816.342	1809055.001	428165.073	1880953.127
3	266169.950	804240.776	276736.654	836204.096
4	191737.517	452556.171	199349.323	470542.324
5	146288.470	289776.849	152095.991	301293.586
6	115693.164	201353.947	120286.079	209356.452
7	93824.456	148038.178	97549.204	153921.729
8	77554.259	113434.657	80633.095	117942.944
9	65096.009	89711.071	67680.263	93276.500
10	55344.626	72742.210	57541.759	75633.238

Çizelge 4.2.11, KDPT ve KPT kullanildiginda, ortotrop plagin Young modülleri ve yogunlugu ayni anda kalinlik koordinatina göre parabolik, yani $\eta_i(\bar{z}) = \pm\bar{z}^2$, $(i = 1,2)$ seklinde degistiginde, h=0.02 m ve dalga sayilari (m,n)=(1,40) oldugunda a/b oraninin degisimine göre serbest titresim frekansi degerlerinin degisimini göstermektedir.

Çizelge 4.2.11'de, kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu ve klasik teori dikkate alindiginda, a/b orani arttiginda serbest titresim frekansi degerlerinin yavas fakat düzenli bir azalma gösterdigi görülmektedir.

Çizelge 4.2.11'den görüldügü gibi, homojen malzemeden olusan ortotrop plak için, kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu kullanilarak elde edilen titresim frekansi sonuçlari ile klasik teori kullanilarak elde edilen titresim frekansi sonuçlari kiyaslandigi zaman ortaya çikan etki, h=0.02, (m,n)=(1,40) ve a/b=1 için % 71.065, a/b=10 için ise % 71.204 olmaktadir. Ortotrop kompozit dikdörtgen plagin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = +\bar{z}^2$ fonksiyonu ile degistiginde enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisi (m,n)=(1,40) ve a/b=1 için % 70.483 olurken, a/b=10 için % 70.626 olmaktadir.Plagin Young modüllerinin ve yogunlugunun $\eta_1(\bar{z}) = -\bar{z}^2$ fonksiyonu ile degismesi durumunda ise, enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisi (m,n)=(1,40) ve a/b=1 için % 71.701 olurken, a/b=10 için % 71.835 olmaktadir.Homojen veya homojen olmayan durumda, a/b oraninin artmasinin, h=0.02 ve (m,n)=(1,40) için enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine olan etkisini neredeyse degistirmedigi açikça görülmektedir.

Sonuçlar klasik teori kullanilarak elde edildiginde, plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = +\bar{z}^2$ seklinde degistiginde homojen plaga kiyasla serbest titresim frekansi % 3.55 kadar küçük deger almaktadir. Dikdörtgen plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = -\bar{z}^2$ seklinde degistiginde ise, homojen plaga kiyasla serbest titresim frekansi % 3.97 kadar büyük deger almaktadir. Kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu göz önüne alindiginda ise, homojen olmamanin titresim frekansina etkisi, plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = +\bar{z}^2$ seklinde degistiginde, (m,n)=(1,40) için % 1.61 oranina sahiptir. Plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = -\bar{z}^2$ seklinde degistiginde ise, (m,n)=(1,40) için % 1.69 oranina sahiptir. Burada, homojen olmamanin titresim frekansina etkisinin a/b oraninin degisimine bagli olmadigi görülmektedir (Çizelge 4.2.11).

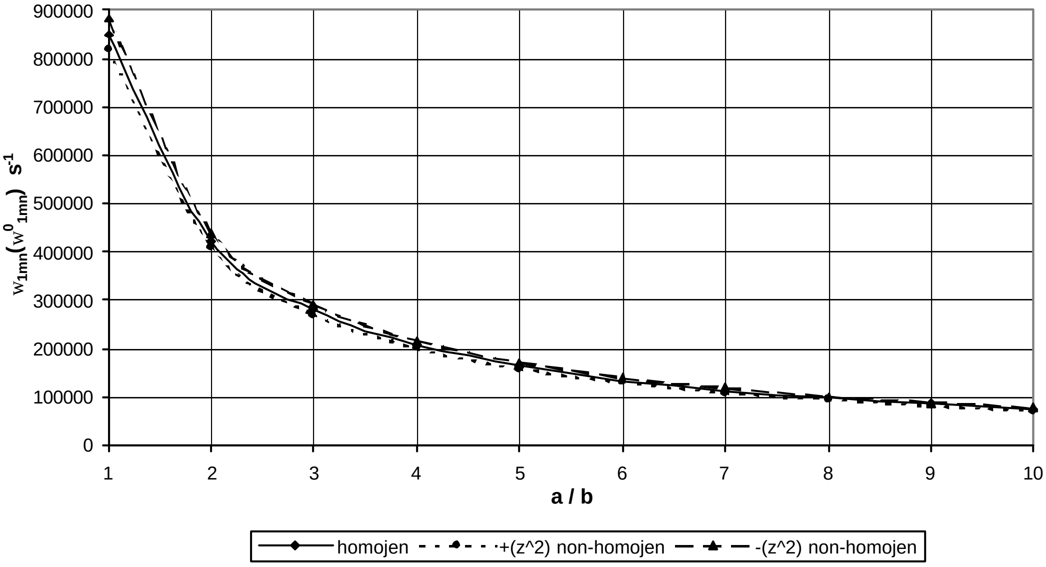
Çizelge 4.2.9 ve Çizelge 4.2.11 arasinda bir kiyaslama yapilacak olursa, h=0.02 oldugunda alinan serbest titresim frekansi degerleri ile enine kayma deformasyonunun etkileri h=0.01 oldugunda alinan degerler ile enine kayma deformasyonunun etkilerinden daha büyüktür. Ayrica h degerinin degismesi, homojen olmamanin klasik teori ile alinan titresim frekansi degerleri üzerindeki etkisini degistirmezken, kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu ile elde edilen neticeler üzerindeki etkisini azaltmaktadir.

Çizelge 4.2.11. KDPT ve KPT kullanildiginda ortotrop plagin Young modülleri ve yogunlugu ayni anda kalinlik koordinatina göre parabolik, yani $\eta_i(\bar{z}) = \pm\bar{z}^2, (i = 1,2)$ seklinde degistiginde, (m,n)=(1,40) ve h=0.02m için a/b oraninin degisimine göre titresim frekansinin degisimi

(m,n)=(1,40)	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = +\bar{z}^2, \mu_1 = \mu_2 = 0.9$	
a/b	ω^0_{1mn}	ω^0_{2mn}	ω_{1mn}	ω_{2mn}
1	1007810.329	3483074.033	991598.725	3359465.603
2	1003625.438	3480641.518	987453.408	3357119.417
3	1002741.364	3480192.317	986577.596	3356686.158
4	1002422.499	3480035.189	986261.703	3356534.606
5	1002273.188	3479962.480	986113.783	3356464.476
6	1002191.617	3479922.986	986032.972	3356426.384
7	1002142.274	3479899.174	985984.088	3356403.417
8	1002110.185	3479883.721	985952.297	3356388.511
9	1002088.154	3479873.126	985930.471	3356378.292
10	1002072.382	3479865.548	985914.845	3356370.984
a/b	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = -\bar{z}^2, \mu_1 = \mu_2 = 0.9$	
1	1007810.329	3483074.033	1024845.866	3621430.148
2	1003625.438	3480641.518	1020620.869	3618901.010
3	1002741.364	3480192.317	1019728.433	3618433.965
4	1002422.499	3480035.189	1019406.560	3618270.597
5	1002273.188	3479962.480	1019255.842	3618194.998
6	1002191.617	3479922.986	1019173.503	3618153.935
7	1002142.274	3479899.174	1019123.696	3618129.178
8	1002110.185	3479883.721	1019091.304	3618113.110
9	1002088.154	3479873.126	1019069.066	3618102.095
10	1002072.382	3479865.548	1019053.145	3618094.215

Çizelge 4.2.12, KDPT ve KPT kullanildiginda, ortotrop plagin Young modülleri ve yogunlugu ayni anda kalinlik koordinatina göre parabolik, yani $\eta_i(\bar{z}) = \pm\bar{z}^2, (i = 1,2)$ seklinde degistiginde, h=0.02 m ve dalga sayilari (m,n)=(40,1) oldugunda a/b oraninin degisimine göre serbest titresim frekansi degerlerinin degisimini göstermektedir. Çizelge 4.2.12 esas alinarak, Sekil 4.2.15-4.2.16 egrileri elde edilmistir.

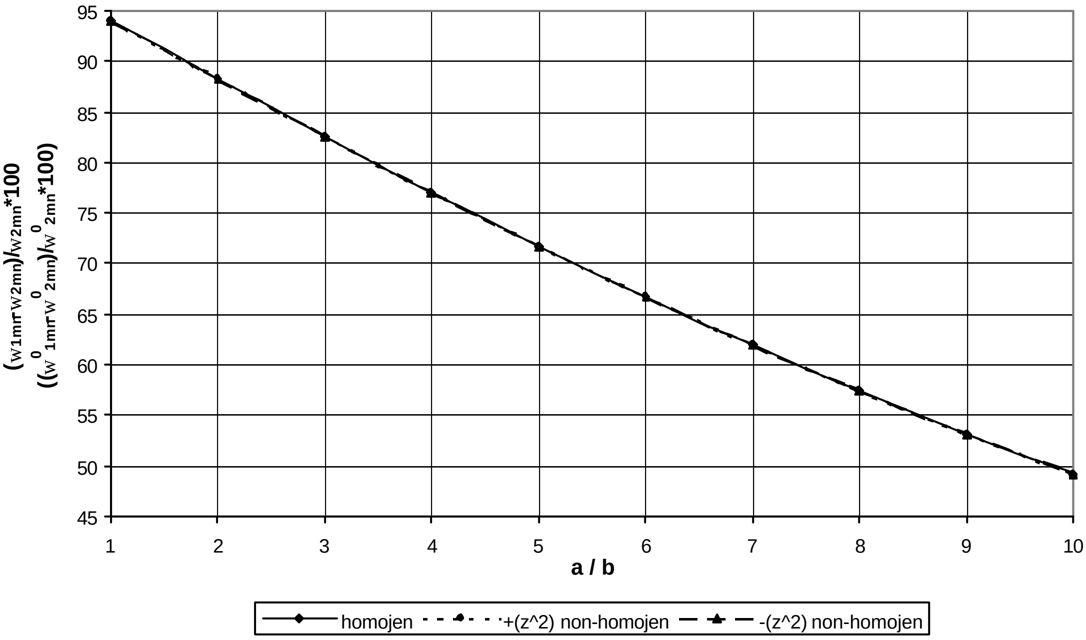
Kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu ve klasik teori dikkate alindiginda, a/b oraninin artisina bagli olarak serbest titresim frekansi degerlerinin düzenli bir azalma gösterdigi Çizelge 4.2.12 ve Sekil 4.2.15' den görülebilmektedir.



Sekil 4.2.15. (m,n)=(40,1), h=0.02 m ve a/b orani için KDPT dikkate alindiginda homojen ortotrop plak ve Young modülleri ve yogunlugu ayni anda parabolik degisen ortotrop plak için serbest titresim frekansi degerlerinin degisimi

Homojen malzemeden olusan ortotrop plak için, kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu kullanilarak bulunan sonuçlar, klasik teori kullanilarak bulunan sonuçlar ile kiyaslandiginda ortaya çikan etki, (m,n)=(40,1) için a/b=1 oldugunda % 94.128, a/b=10 için ise % 49.178 olmaktadir. Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = +\bar{z}^2$ fonksiyonu ile degisen homojen olmayan ortotrop kompozit plagin enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisi (m,n)=(40,1) oldugunda a/b=1 için % 94.127, a/b=10 için ise % 49.171 oranina sahip olmaktadir. Homojen olmayan ortotrop kompozit plagin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = -\bar{z}^2$ fonksiyonu ile degistiginde ise, enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisi (m,n)=(40,1) oldugunda ve a/b=1 için % 94.129, a/b=10 için ise % 49.187 oranina sahip olmaktadir.

Burada, homojen ve Young modülleri ile yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = \pm\bar{z}^2$ seklinde degisen homojen olmayan durumlarda, a/b oranindaki artisin, (m,n)=(40,1) için enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine olan etkisini azalttigi görülebilmektedir (Sekil 4.2.16).



Sekil 4.2.16. (m,n)=(40,1), h=0.02 m ve a/b orani için KDPT ve KPT kullanildiginda homojen ortotrop plak ve Young modülleri ve yogunlugu ayni anda parabolik degisen ortotrop plak için enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisinin degisimi

Klasik teori kullanilarak elde edilen sonuçlar göz önüne alindiginda, dikdörtgen plagi olusturan malzemenin Young modüllerinin ve yogunlugunun $\eta_1(\bar{z}) = +\bar{z}^2$ seklinde degismesi durumunda homojen plaga kiyasla serbest titresim frekansi % 3.55 kadar küçük deger almaktadir .Plagi olusturan malzemenin Young modüllerinin ve yogunlugunun $\eta_1(\bar{z}) = -\bar{z}^2$ seklinde degismesi durumunda ise, homojen plaga göre serbest titresim frekansi % 3.97 kadar büyük olmaktadir.Kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonunun dikkate alindigi durumda ise, homojen olmamanin titresim frekansina etkisi, plagi olusturan malzemenin

Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = +\bar{z}^2$ seklinde degistiginde, (m,n)=(40,1) oldugunda % 3.53 oranina sahiptir. Bu oran, plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = -\bar{z}^2$ seklinde degistiginde ise, % 3.95 olmaktadir. Burada, homojen olmamanin titresim frekansina etkisinin a/b oraninin degisimine bagli olmadigi görülebilir (Çizelge 4.2.12).

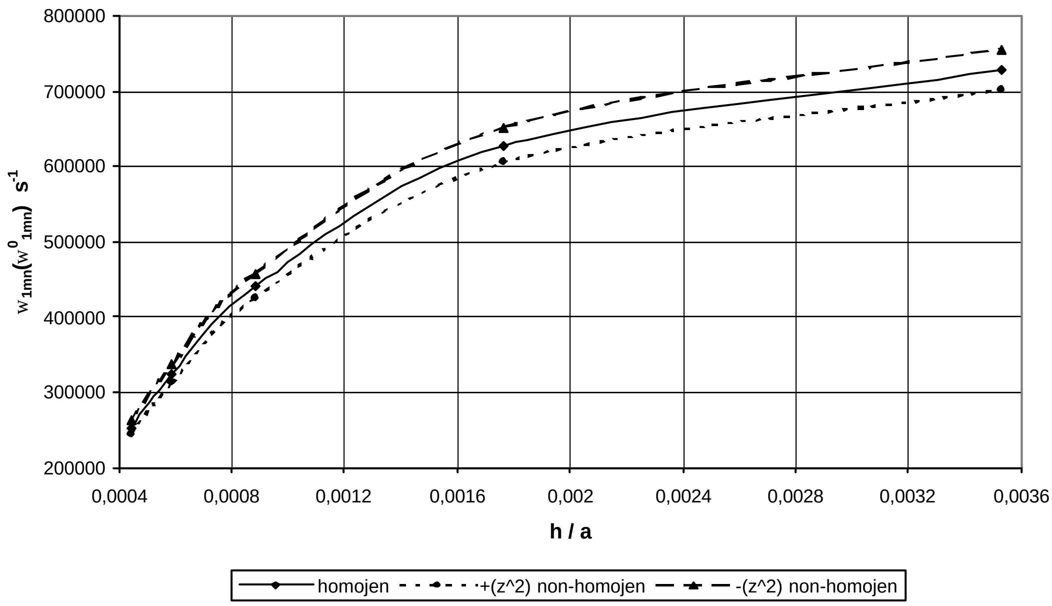
Çizelge 4.2.11 ve Çizelge 4.2.12 kiyaslanacak olursa, Çizelge 4.2.11'de (m,n)=(1,40) için a/b orani enine kayma deformasyonu etkisini fazla degistirmezken, Çizelge 4.2.12'de (m,n)=(40,1) için a/b oraninin enine kayma deformasyonu etkisini degistirdigi görülebilir.

Çizelge 4.2.12. KDPT ve KPT kullanildiginda ortotrop plagin Young modülleri ve yogunlugu ayni anda kalinlik koordinatina göre parabolik, yani $\eta_i(\bar{z}) = \pm\bar{z}^2, (i = 1,2)$ seklinde degistiginde, (m,n)=(40,1) ve h=0.02m için a/b oraninin degisimine göre titresim frekansinin degisimi

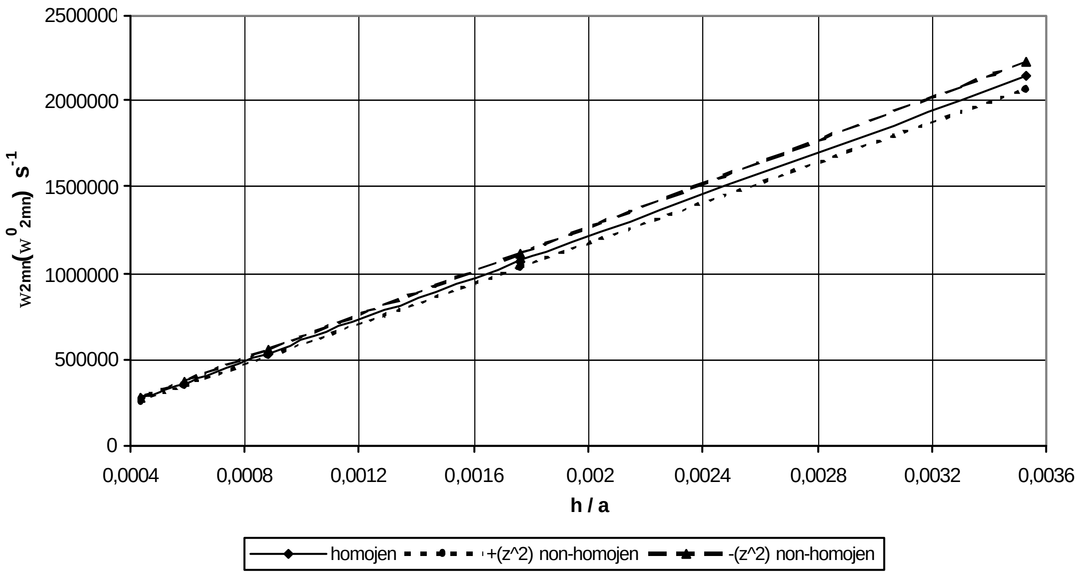
(m,n)=(1,40)	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = +\bar{z}^2, \mu_1 = \mu_2 = 0.9$	
a/b	ω^0_{1mn}	ω^0_{2mn}	ω_{1mn}	ω_{2mn}
1	849670.679	14470107.05	819637.151	13956587.34
2	422763.051	3618110.001	407819.536	3489709.375
3	279585.863	1608481.550	269703.268	1551399.252
4	207390.490	905112.341	200059.802	872991.430
5	163638.591	579553.697	157854.412	558986.313
6	134157.224	402707.894	129415.130	388416.470
7	112875.211	296076.355	108885.377	285569.105
8	96757.403	226869.314	93337.289	218818.104
9	84116.417	179422.141	81143.127	173054.752
10	73937.675	145484.421	71324.176	140321.424
a/b	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = +\bar{z}^2, \mu_1 = \mu_2 = 0.9$	
1	849670.679	14470107.05	883271.572	15044894.66
2	422763.051	3618110.001	439481.549	3761830.072
3	279585.863	1608481.550	290642.308	1672374.324
4	207390.490	905112.341	215591.913	941065.590
5	163638.591	579553.697	170109.812	602574.970
6	134157.224	402707.894	139462.582	418704.425
7	112875.211	296076.355	117338.955	307837.224
8	96757.403	226869.314	100583.756	235881.111
9	84116.417	179422.141	87442.873	186549.222
10	73937.675	145484.421	76861.605	151263.413

Çizelge 4.2.13, KDPT ve KPT kullanildiginda, ortotrop plagin Young modülleri ve yogunlugu ayni anda kalinlik koordinatina göre parabolik, yani $\eta_i(\bar{z}) = \pm\bar{z}^2, (i = 1,2)$ seklinde degistiginde, dalga sayilari (m,n)=(50,1) oldugunda h/a oraninin degisimine göre serbest titresim frekansi degerlerinin degisimini göstermektedir. Çizelge 4.2.13 esas alinarak, Sekil 4.2.17-4.2.19 egrileri elde edilmistir.

Kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu ve klasik teori dikkate alindiginda, h/a oraninin artisina bagli olarak serbest titresim frekansi degerlerinin düzenli bir artis gösterdigi Çizelge 4.2.13, Sekil 4.2.17 ve Sekil 4.2.18' den görülebilmektedir.



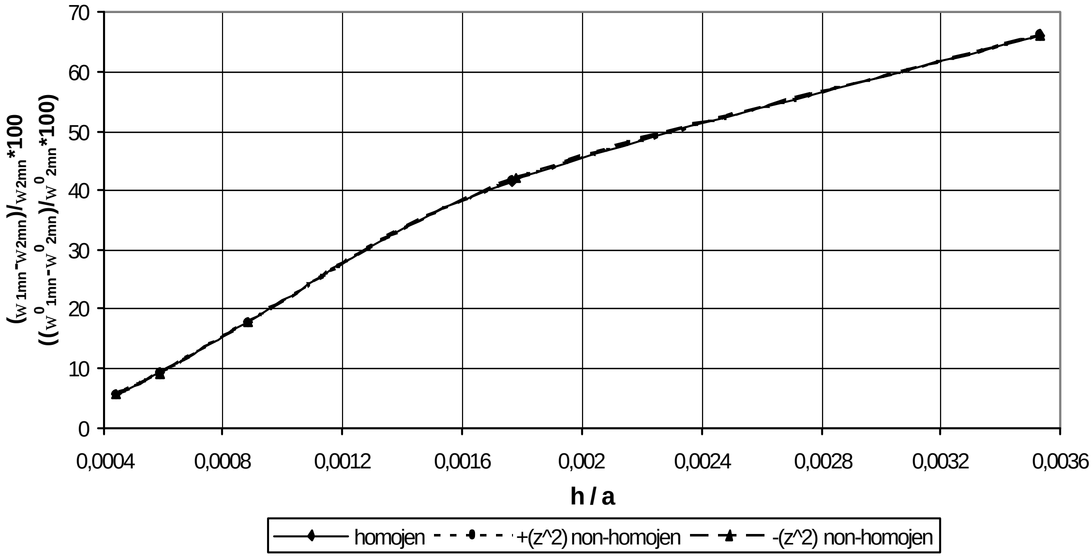
Sekil 4.2.17. (m,n)=(50,1) ve h/a orani için KDPT dikkate alindiginda homojen ortotrop plak ve Young modülleri ve yogunlugu ayni anda parabolik degisen ortotrop plak için serbest titresim frekansi degerlerinin degisimi



Sekil 4.2.18. (m,n)=(50,1) ve h/a orani için KPT dikkate alindiginda homojen ortotrop plak ve Young modülleri ve yogunlugu ayni anda parabolik degisen ortotrop plak için serbest titresim frekansi degerlerinin degisimi

Çizelge 4.2.13'den görüldügü gibi, sonuçlar klasik teori kullanilarak elde edildiginde, homojen olmamanin titresim frekansina etkisi $\eta_1(\bar{z}) = +\bar{z}^2$ oldugunda % 3.155, $\eta_1(\bar{z}) = -\bar{z}^2$ oldugunda ise, yaklasik % 4 oraninda olup, h/a oraninin degisimine bagli degildir. Kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonunun dikkate alindigi durumda ise, homojen olmamanin titresim frekansina etkisi $\eta_1(\bar{z}) = +\bar{z}^2$ oldugunda % 3.551, $\eta_1(\bar{z}) = -\bar{z}^2$ oldugunda ise, yaklasik % 4 oraninda olup, h/a oraninin degisimine bagli degildir.

Homojen ve Young modülleri ile yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = \pm\bar{z}^2$ seklinde degisen ortotrop dikdörtgen plaklar için, kayma deformasyonu etkisi ayni olup, h/a oraninin artmasi ile bu etki artmakta ve (m,n)=(50,1) yaklasik olarak % 66 oranina çikmaktadir.Bu etkinin, m'nin artmasi ile artacagi açikça görülmektedir (Sekil 4.2.19).



Sekil 4.2.19. (m,n)=(50,1) ve h/a orani için KDPT ve KPT kullanildiginda homojen ortotrop plak ve Young modülleri ve yogunlugu ayni anda parabolik degisen ortotrop plak için enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisinin degisimi

Çizelge 4.2.13. KDPT ve KPT kullanildiginda ortotrop plagin Young modülleri ve yogunlugu ayni anda kalinlik koordinatina göre parabolik, yani $\eta_i(\bar{z}) = \pm\bar{z}^2, (i = 1,2)$ seklinde degistiginde, (m,n)=(50,1) için h/a oraninin degisimine göre titresim frekansinin degisimi

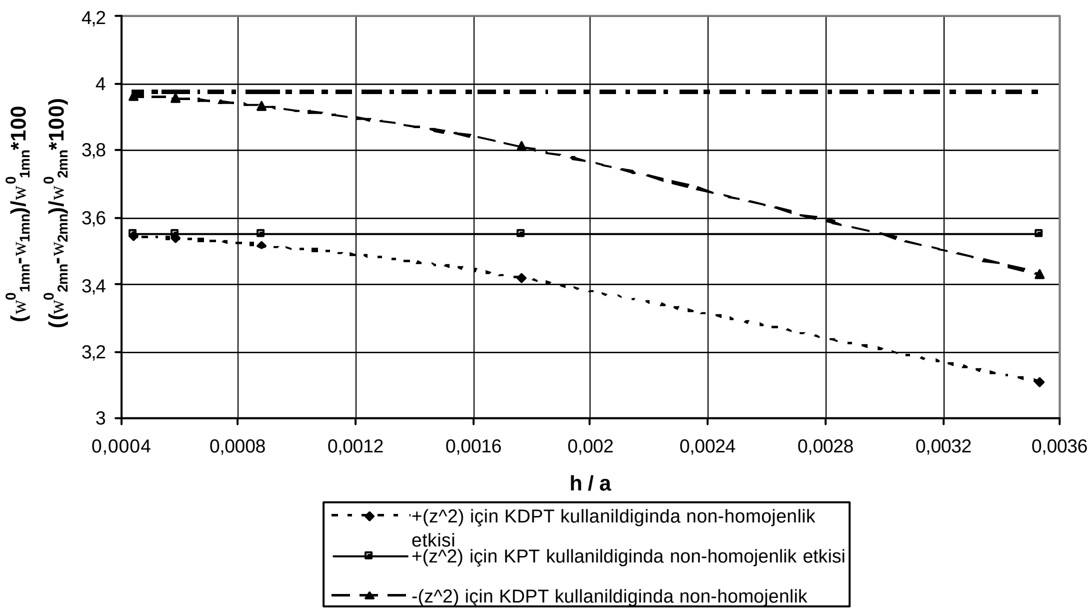
h/a	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = +\bar{z}^2, \mu_1 = \mu_2 = 0.9$	
(m,n)=(50,1)	ω^0_{1mn}	ω^0_{2mn}	ω_{1mn}	ω_{2mn}
0.00044125	253171.126	267949.992	244179.929	258433.924
0.00058833	324304.068	357266.656	312786.645	344578.569
0.0008825	440414.186	535899.984	424773.244	516867.868
0.001765	626966.157	1071799.967	604700.334	1033735.900
0.00353	727250.529	2143599.935	701424.905	2067473.103
(m,n)=(50,1)	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = -\bar{z}^2, \mu_1 = \mu_2 = 0.9$	
0.00044125	253171.126	267949.992	263234.788	278601.132
0.00058833	324304.068	357266.656	337195.280	371468.172
0.0008825	440414.186	535899.984	457920.766	557202.241
0.001765	626966.157	1071799.967	651887.794	1114404.307
0.00353	727250.529	2143599.935	756156.427	2228807.207

Çizelge 4.2.14, KDPT ve KPT kullanildiginda, ortotrop plagin Young modülleri ve yogunlugu ayni anda kalinlik koordinatina göre parabolik, yani $\eta_i(\overline{z}) = \pm\overline{z}^2, (i = 1,2)$ seklinde degistiginde, dalga sayilari (m,n)=(1,50) oldugunda h/a oraninin degisimine göre serbest titresim frekansi degerlerinin degisimini göstermektedir. Çizelge 4.2.14. esas alinarak, Sekil 4.2.20 elde edilmistir.

Kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu ve klasik teori dikkate alindiginda, h/a oraninin artisina bagli olarak serbest titresim frekansi degerlerinin düzenli bir artis gösterdigi Çizelge 4.2.14' den görülebilmektedir.

Çizelge 4.2.14'den görüldügü gibi, homojen ve Young modüleri ile yogunlugun $\eta_1(\overline{z}) = \pm\overline{z}^2$ seklinde degismesi durumlarinda, kayma deformasyonu etkisi yaklasik ayni olup, h/a oraninin artmasi ile bu etki artmakta ve (m,n)=(1,50) için %11 oranina çikmaktadir.Bu etkinin, m'nin artmasi ile artacagi açikça görülmektedir.

Klasik teori kullanildiginda, homojen olmamanin titresim frekansina etkisi $\eta_1(\overline{z}) = +\overline{z}^2$ oldugunda % 3.155, $\eta_1(\overline{z}) = -\overline{z}^2$ oldugunda ise, % 4 oraninda olup, h/a oraninin degisimine bagli degildir. Kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu göz önüne alindiginda ise, homojen olmamanin titresim frekansina etkisi $\eta_1(\overline{z}) = +\overline{z}^2$ oldugunda h/a=0.00044125 için %3.543 oranini alir ve h/a orani arttikça bu oran azalarak h/a=0.00353 için % 3.111 olur. $\eta_1(\overline{z}) = -\overline{z}^2$ oldugunda ise, h/a=0.00044125 için %3.964 oranini almakta, ve h/a orani arttikça bu oran azalarak h/a=0.00353 için % 3.431 olmaktadir (Sekil 4.2.20).

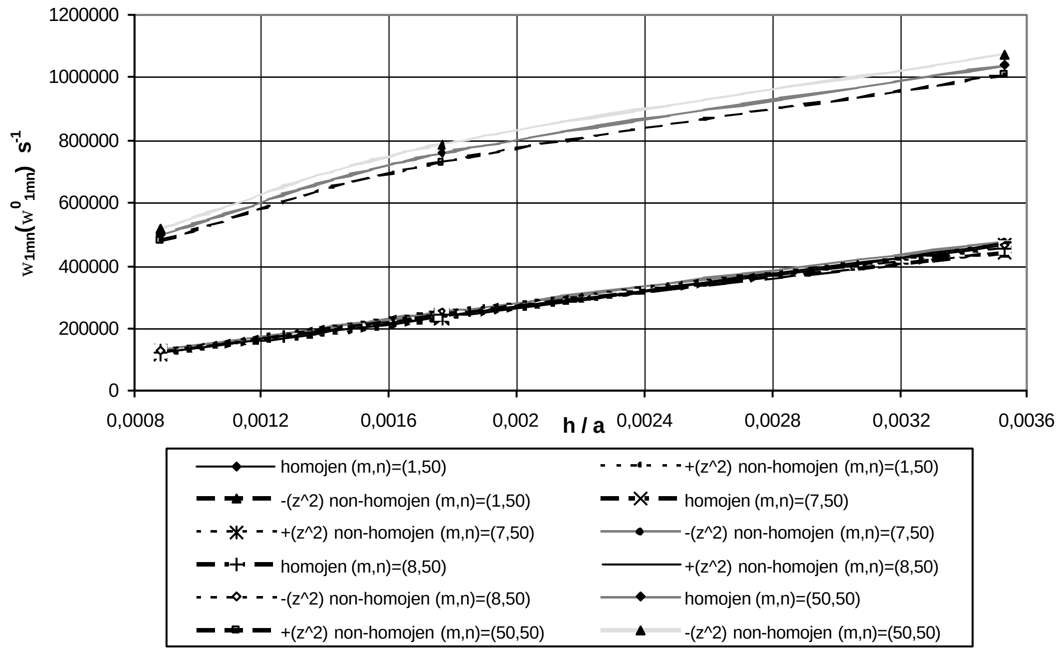


Sekil 4.2.20. (m,n)=(1,50) ve h/a orani için KDPT ve KPT kullanildiginda homojen ortotrop plak ve Young modülleri ve yogunlugu ayni anda parabolik degisen ortotrop plak için homojen olmamanin serbest titresim frekansi degerlerine etkisinin degisimi

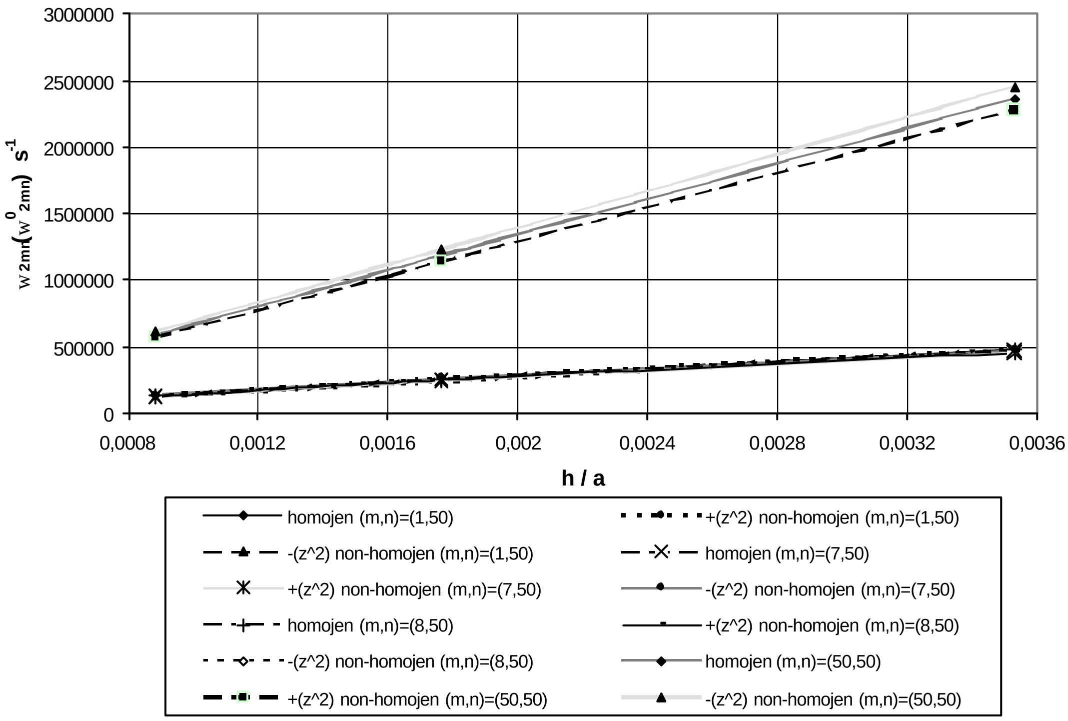
Çizelge 4.2.14. KDPT ve KPT kullanildiginda ortotrop plagin Young modülleri ve yogunlugu ayni anda kalinlik koordinatina göre parabolik, yani $\eta_i(\bar{z}) = \pm\bar{z}^2, (i = 1,2)$ seklinde degistiginde, (m,n)=(1,50) için h/a oraninin degisimine göre titresim frekansinin degisimi

h/a	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = +\bar{z}^2, \mu_1 = \mu_2 = 0.9$	
(m,n)=(1,50)	ω^0_{1mn}	ω^0_{2mn}	ω_{1mn}	ω_{2mn}
0.00044125	60352.076	60479.767	58213.933	58331.868
0.00058833	80337.758	80639.689	77496.933	77775.824
0.0008825	119947.613	120959.533	115728.762	116663.740
0.001765	234115.743	241919.067	226106.667	233327.516
0.00353	429159.0535	483838.134	415807.791	466655.327
(m,n)=(1,50)	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = -\bar{z}^2,\ \mu_1 = \mu_2 = 0.9$	
0.00044125	60352.076	60479.767	62744.560	62883.866
0.00058833	80337.758	80639.689	83515.798	83845.154
0.0008825	119947.613	120959.533	124664.268	125767.726
0.001765	234115.743	241919.067	243041.024	251535.415
0.00353	429159.054	483838.134	443884.993	503070.514

KDPT ve KPT kullanildiginda, ortotrop plagin Young modülleri ve yogunlugu ayni anda kalinlik koordinatina göre parabolik, yani $\eta_i(\bar{z}) = \pm\bar{z}^2, (i = 1,2)$ seklinde degistiginde, dalga sayilari (m,n)=(1,50), (m,n)=(7,50), (m,n)=(8,50), (m,n)=(50,50) oldugunda h/a oraninin degisimine göre serbest titresim frekansi degerlerinin degisimi Çizelge 4.2.15, Sekil 4.2.21 ve Sekil 4.2.24'de görülmektedir.

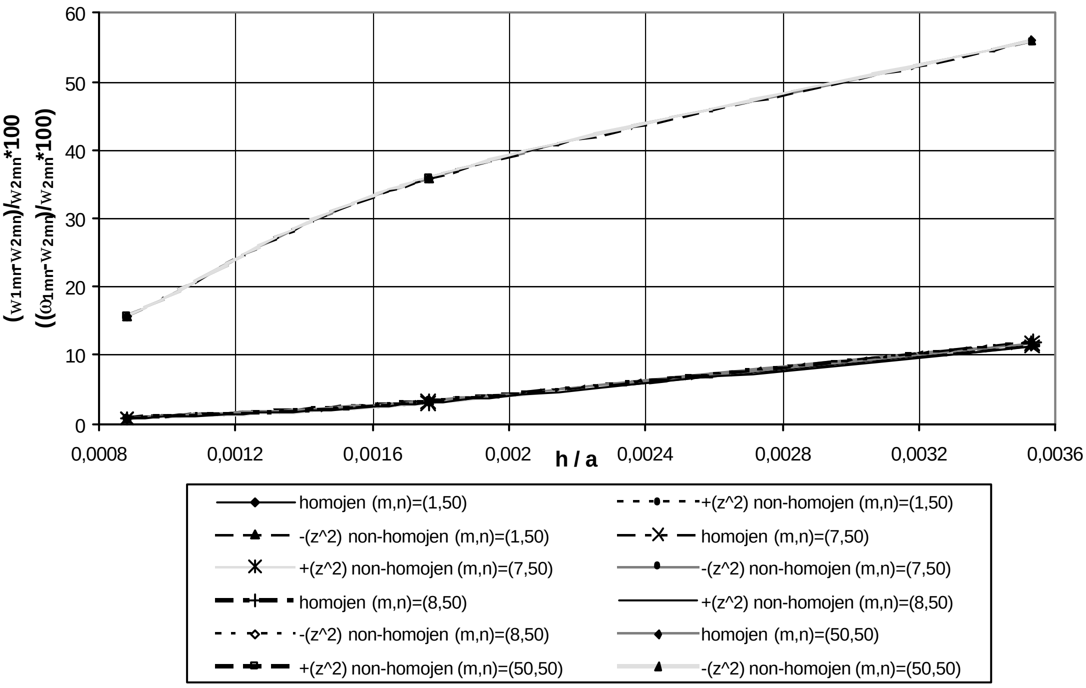


Sekil 4.2.21. (m,n)=(m,50) ve h/a orani için KDPT dikkate alindiginda homojen ortotrop plak ve Young modülleri ve yogunlugu ayni anda parabolik degisen ortotrop plak için serbest titresim frekansi degerlerinin degisimi



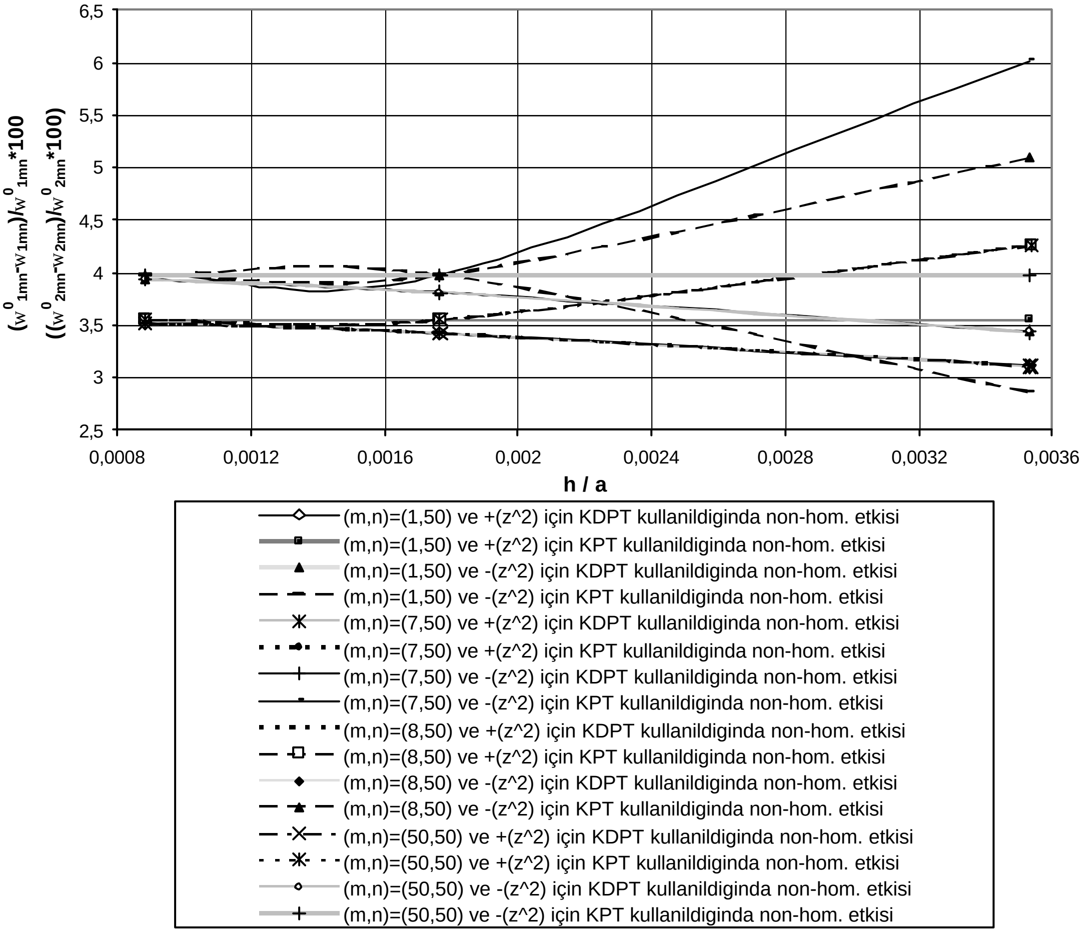
Sekil 4.2.22. (m,n)=(m,50) ve h/a orani için KPT dikkate alindiginda homojen ortotrop plak ve Young modülleri ve yogunlugu ayni anda parabolik degisen ortotrop plak için serbest titresim frekansi degerlerinin degisimi

Homojen ve Young modüleri ile yogunlugun $\eta_1(\bar{z}) = \pm\bar{z}^2$ seklinde degistigi durumlarda, kayma deformasyonunun titresim frekansi degerlerine etkisi, h/a oraninin artmasi ile artmaktadir. Bu etki, dalga sayilari (m,n)=(1,50) için %11.7, (m,n)=(7,50) için % 11.5, (m,n)=(8,50) için % 11.6, (m,n)=(50,50) için ise % 56 oranlarina sahip olmaktadir.Burada (m,n)=(7,50) için etki orani minimum degere sahip olup, m' nin sonraki artisina bagli olarak artmaktadir (Sekil 4.2.23).



Sekil 4.2.23. (m,n)=(m,50) ve h/a orani için KDPT ve KPT kullanildiginda homojen ortotrop plak ve Young modülleri ve yogunlugu ayni anda parabolik degisen ortotrop plak için enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisinin degisimi

Klasik teori kullanilarak alinan sonuçlar dikkate alindiginda, homojen olmamanin titresim frekansina etkisi $\eta_1(\bar{z}) = +\bar{z}^2$ oldugunda % 3.155, $\eta_1(\bar{z}) = -\bar{z}^2$ oldugunda ise, % 4 oraninda olup, h/a oraninin degisimine bagli degildir.Kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu dikkate alindiginda ise, homojen olmamanin titresim frekansina etkisi $\eta_1(\bar{z}) = +\bar{z}^2$ oldugunda h/a=0.00044125 için %3.543 oranini alir ve h/a orani arttikça bu oran azalarak h/a=0.00353 için % 3.111 olur. $\eta_1(\bar{z}) = -\bar{z}^2$ oldugunda ise, h/a=0.00044125 için %3.964 oranini almakta, ve h/a orani arttikça bu oran azalarak h/a=0.00353 için % 3.431 olmaktadir.Burada, homojen olmamanin titresim frekansina etkisinin h/a oranina bagli olarak degistigi görülmektedir (Sekil 4.2.24).



Sekil 4.2.24. (m,n)=(m,50) ve h/a orani için KDPT ve KPT kullanildiginda homojen ortotrop plak ve Young modülleri ve yogunlugu ayni anda parabolik degisen ortotrop plak için homojen olmamanin serbest titresim frekansi degerlerine etkisinin degisimi

Çizelge 4.2.15. KDPT ve KPT kullanildiginda ortotrop plagin Young modülleri ve yogunlugu ayni anda kalinlik koordinatina göre parabolik, yani $\eta_i(\bar{z}) = \pm\bar{z}^2, (i = 1,2)$ seklinde degistiginde, (m,n)=(m,50) için h/a oraninin degisimine göre titresim frekansinin degisimi

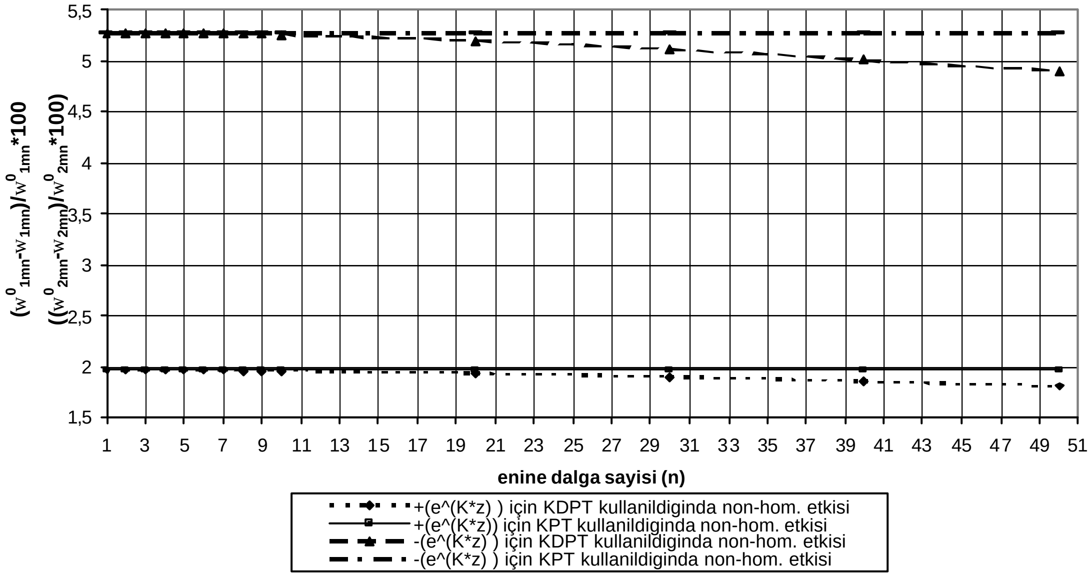
h/a	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = +\bar{z}^2, \mu_1 = \mu_2 = 0.9$	
(m,n)=(1,50)	ω^0_{1mn}	ω^0_{2mn}	ω_{1mn}	ω_{2mn}
0.0008825	119947.613	120959.533	115728.762	116663.740
0.001765	234115.743	241919.067	226106.667	233327.516
0.00353	429159.0535	483838.134	415807.791	466655.327
(m,n)=(1,50)	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = -\bar{z}^2$, $\mu_1 = \mu_2 = 0.9$	
0.0008825	119947.613	120959.533	124664.268	125767.726
0.001765	234115.743	241919.067	243041.024	251535.415
0.00353	429159.054	483838.134	443884.993	503070.514
(m,n)=(7,50)	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = +\bar{z}^2, \mu_1 = \mu_2 = 0.9$	
0.0008825	123991.110	125020.385	119630.040	120580.373
0.001765	242103.716	250040.771	233821.408	241160.785
0.00353	444456.928	500081.541	430630.954	482321.873
(m,n)=(7,50)	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = -\bar{z}^2$, $\mu_1 = \mu_2 = 0.9$	
0.0008825	123991.110	125020.385	128866.765	129990.000
0.001765	242103.716	250040.771	251333.480	259979.959
0.00353	444456.928	500081.541	459706.319	519959.590
(m,n)=(8,50)	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = +\bar{z}^2, \mu_1 = \mu_2 = 0.9$	
0.0008825	125391.623	126434.447	120981.294	121944.216
0.001765	244827.286	252868.894	236451.817	243888.469
0.00353	449376.574	505737.788	435397.878	487777.247
(m,n)=(8,50)	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = -\bar{z}^2$, $\mu_1 = \mu_2 = 0.9$	
0.0008825	125391.623	126434.447	130322.349	131460.271
0.001765	244827.286	252868.894	254160.868	262920.501
0.00353	449376.574	505737.788	464794.375	525840.671
(m,n)=(50,50)	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = +\bar{z}^2, \mu_1 = \mu_2 = 0.9$	
0.0008825	497538.362	589970.286	480038.864	569017.902
0.001765	756821.036	1179940.573	730932.204	1138035.983
0.00353	1038047.280	2359881.145	1005771.631	2276073.401
(m,n)=(50,50)	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = -\bar{z}^2, \mu_1 = \mu_2 = 0.9$	
0.0008825	497538.362	589970.286	517102.699	613421.862
0.001765	756821.036	1179940.573	785671.196	1226843.530
0.00353	1038047.280	2359881.145	1073644.024	2453685.513

Çizelge 4.2.16, KDPT ve KPT kullanildiginda, ortotrop plagin Young modülleri ve yogunlugu ayni anda kalinlik koordinatina göre üstel, yani $\eta_i(\overline{z}) = \pm e^{K*|\overline{z}|}, (i = 1,2)$ seklinde degistiginde, K=-0.5, m=1 ve enine dalga sayisinin degisik degerleri için titresim frekansinin degerlerini sunmaktadir.Çizelge 4.2.16 esas alinarak, Sekil 4.2.25 elde edilmistir.

Çizelge 4.2.16' dan görüldügü gibi, enine kayma deformasyonlarinin etkisinin göz önüne alindigi ve alinmadigi durumlarda, n dalga sayisi arttiginda serbest titresim frekansi degerleri artmaktadir.

Çizelge 4.2.16' dan görüldügü gibi, homojen malzemeden olusan ortotrop plak için, kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu kullanilarak bulunan sonuçlar, klasik teori kullanilarak bulunan sonuçlar ile kiyaslandiginda ortaya çikan etki, n=1 için % 0.136 olup, n=3 degerine kadar azalma göstererek burada minimum etki % 0.0746 olmakta, daha sonra ise bu etki, n=50 için % 11.301 oranina kadar artmaktadir. Ortotrop kompozit dikdörtgen plagin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\overline{z}) = +e^{K*|\overline{z}|}$ fonksiyonu ile degistiginde, enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisi n=1 için % 0.136 olup, n=3 degerine kadar bu etki azalmakta ve % 0.0753 minimum degerine sahip olmaktadir. n=4 için etki % 0.0961 olup, buradan itibaren kayma deformasyonunun serbest titresim frekansina etkisi artmakta ve n=50 oldugunda % 11.438 oranina ulasmaktadir.Ortotrop kompozit plagin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\overline{z}) = -e^{K*|\overline{z}|}$ fonksiyonu ile degistiginde ise, enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisi n=1 için % 0.136 olup, n=3 degerine kadar bu etki azalmakta ve % 0.0728 minimum degerine sahip olmaktadir. n=4 için etki % 0.0991 olup, buradan itibaren kayma deformasyonunun serbest titresim frekansina etkisi artmakta ve n=50 oldugunda % 10.945 oranina ulasmaktadir.Buradan görüldügü gibi, homojen durumda ve Young modülleri ile yogunlugu $\eta_1(\overline{z}) = \pm e^{K*|\overline{z}|}$ fonksiyonu seklinde degisen ortotrop plaklar için dalga sayisi $n \geq 4$ oldugunda enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisi artmakta ve dalga sayisinin büyük degerlerinde bu etki daha da önemli olmaktadir.

Kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu göz önüne alindiginda, plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = +e^{K^*|\bar{z}|}$ seklinde degistiginde homojen plaga kiyasla serbest titresim frekansi, (m,n)=(1,1) için % 1.97 kadar küçük deger almakta ve enine dalga sayisinin degisimine bagli olarak (m,n)=(1,50) oldugunda bu oran % 1.81 olmaktadir., $\eta_1(\bar{z}) = -e^{K^*|\bar{z}|}$ seklinde degistiginde ise, homojen plaga kiyasla serbest titresim frekansi (m,n)=(1,1) için % 5.27 kadar büyük deger almakta ve enine dalga sayisinin degisimine bagli olarak bu oran azalmakta ve (m,n)=(1,50) oldugunda % 4.89 olmaktadir.Burada, homojen olmamanin etkisinin, dalga sayisinin degisimine bagli oldugu görülmektedir.Klasik teori kullanildiginda ise, homojen olmamanin titresim frekansina etkisi, plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = +e^{K^*|\bar{z}|}$ seklinde degistiginde, m=1 ve enine dalga sayisinin tüm degerleri için % 1.97 oranina sahip olmaktadir. Plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = -e^{K^*|\bar{z}|}$ seklinde degistiginde ise, homojen olmamanin titresim frekansina etkisi, m=1 ve enine dalga sayisinin tüm degerleri için % 5.27 oranina sahip olmaktadir. Burada, $\eta_1(\bar{z}) = \pm e^{K^*|\bar{z}|}$ ve enine kayma etkisinin göz önüne alinmadigi durumda, homojen olmamanin titresim frekansina etkisinin n enine dalga sayisinin degisimine bagli olmadigi görülebilir (Sekil 4.2.25).



Sekil 4.2.25. (m,n)=(1,n) için KDPT ve KPT kullanildiginda homojen ortotrop plak ve Young modülleri ve yogunlugu ayni anda üstel degisen ortotrop plak için homojen olmamanin serbest titresim frekansi degerlerine etkisinin degisimi

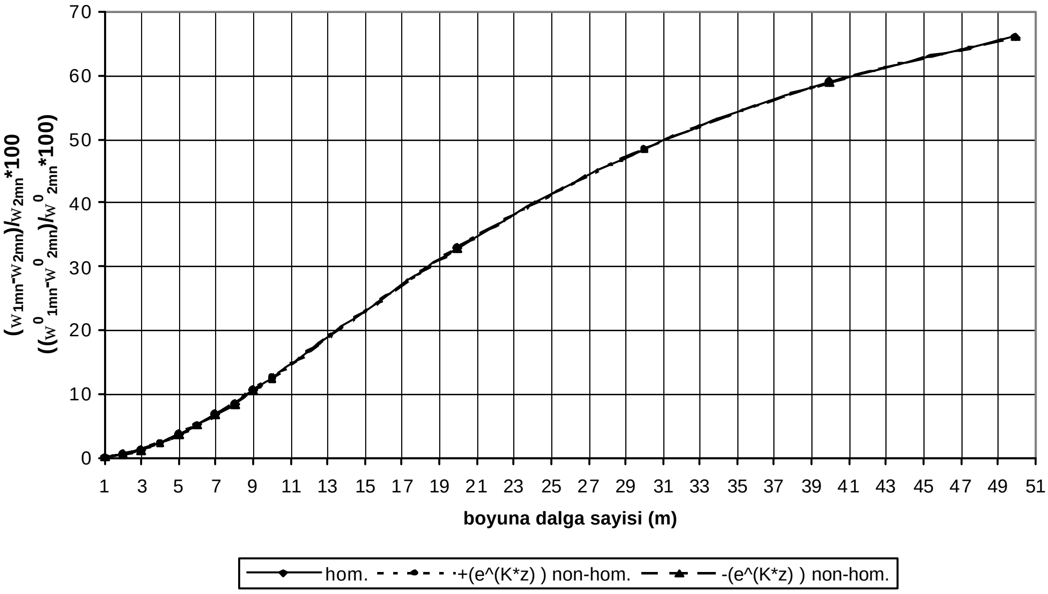
Çizelge 4.2.16. KDPT ve KPT kullanildiginda ortotrop plagin Young modülleri ve yogunlugu ayni anda kalinlik koordinatina göre üstel, yani $\eta_i(\bar{z}) = \pm e^{K*|\bar{z}|}, (i = 1,2)$ seklinde degistiginde, K=-0.5, m=1 ve enine dalga sayisinin degisimine göre titresim frekansinin degisimi

K=-0.5	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = +e^{K*\lvert\bar{z}\rvert}, \mu_1 = \mu_2 = 0.5$	
(m,n)	ω^0_{1mn}	ω^0_{2mn}	ω_{1mn}	ω_{2mn}
(1,1)	942.666	943.952	961.198	962.510
(1,2)	1343.262	1344.477	1369.665	1370.908
(1,3)	2196.444	2198.084	2239.609	2241.297
(1,4)	3490.597	3493.911	3559.175	3562.599
(1,5)	5196.510	5203.599	5298.566	5305.899
(1,6)	7299.067	7313.123	7442.353	7456.895
(1,7)	9790.662	9816.226	9982.758	10009.207
(1,8)	12666.731	12709.947	12915.107	12959.816
(1,9)	15923.919	15992.767	16235.950	16307.175
(1,10)	19559.315	19663.855	19942.291	20050.434
(1,20)	76048.686	77675.410	77520.445	79202.460
(1,30)	166455.153	174379.356	169618.487	177807.544
(1,40)	285962.766	309767.282	291273.259	315857.110
(1,50)	429159.054	483838.134	436922.510	493350.084
(m,n)	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = -e^{K*\lvert\bar{z}\rvert}, \ \mu_1 = \mu_2 = 0.5$	
(1,1)	942.666	943.952	892.947	894.163
(1,2)	1343.262	1344.477	1272.421	1273.562
(1,3)	2196.444	2198.084	2080.630	2082.145
(1,4)	3490.597	3493.911	3306.590	3309.623
(1,5)	5196.510	5203.599	4922.666	4929.132
(1,6)	7299.067	7313.123	6914.577	6927.388
(1,7)	9790.662	9816.226	9275.165	9298.464
(1,8)	12666.731	12709.947	12000.165	12039.553
(1,9)	15923.919	15992.767	15086.461	15149.219
(1,10)	19559.315	19663.855	18531.368	18626.673
(1,20)	76048.686	77675.410	72093.561	73578.375
(1,30)	166455.153	174379.356	157938.389	165181.614
(1,40)	285962.766	309767.282	271632.029	293428.424
(1,50)	429159.054	483838.134	408154.910	458317.806

Çizelge 4.2.17, KDPT ve KPT kullanildiginda, ortotrop plagin Young modülleri ve yogunlugu ayni anda kalinlik koordinatina göre üstel, yani $\eta_i(\bar{z}) = \pm e^{K*|\bar{z}|}, (i = 1,2)$ seklinde degistiginde, K=-0.5, n=1 ve boyuna dalga sayisinin degisik degerleri için titresim frekansinin degerlerini sunmaktadir.Çizelge 4.2.17 esas alinarak, Sekil 4.2.26 elde edilmistir.

Çizelge 4.2.17’den görüldügü gibi, kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu ve klasik teori kullanildiginda, m dalga sayisinin artmasina bagli olarak, serbest titresim frekansinin degerleri de artmaktadir.

Çizelge 4.2.17 ve Sekil 4.2.26’dan görüldügü gibi, homojen malzemeden olusan ortotrop plak için, kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu kullanilarak bulunan sonuçlar, klasik teori kullanilarak bulunan sonuçlar ile kiyaslandiginda ortaya çikan etki, n=1 için % 0.136 olup, enine dalga sayisindaki artisa bagli olarak bu etki artmakta ve n=50 oldugunda % 66.073 oranina kadar ulasmaktadir. Ortotrop kompozit dikdörtgen plagin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = +e^{K^*|\bar{z}|}$ fonksiyonu ile degistiginde, enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisi n=1 için % 0.136 olup, enine dalga sayisinin artisina bagli olarak serbest titresim frekansina etkisi artmakta ve n=50 oldugunda % 66.073 oranina ulasmaktadir.Ortotrop kompozit plagin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = -e^{K^*|\bar{z}|}$ fonksiyonu ile degistiginde ise, enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisi n=1 için % 0.136 olup, enine dalga sayisindaki artisa bagli olarak artmakta ve n=50 oldugunda % 66.073 oranina ulasmaktadir.Buradan görüldügü gibi, homojen durumda ve Young modülleri ile yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = \pm e^{K^*|\bar{z}|}$ fonksiyonu seklinde degisen ortotrop plaklar için enine dalga sayisi arttikça, enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisi düzenli olarak artmakta ve dalga sayisinin büyük degerlerinde bu etki daha da önemli olmaktadir.



Sekil 4.2.26. (m,n)=(m,1) için KDPT ve KPT kullanildiginda homojen ortotrop plak ve Young modülleri ve yogunlugu ayni anda üstel degisen ortotrop plak için enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisinin degisimi

Çizelge 4.2.17'den görüldügü gibi, kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu dikkate alindiginda, plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = +e^{K*|\bar{z}|}$ seklinde degistiginde, homojen plaga kiyasla, serbest titresim frekansi % 1.97 kadar büyük deger almaktadir. Plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = -e^{K*|\bar{z}|}$ seklinde degistiginde ise, homojen plaga kiyasla serbest titresim frekansi % 5.27 kadar küçük deger almaktadir.Ayrica, bu etki orani, dalga sayisinin degisimine ve enine kayma deformasyonu etkisinin göz önüne alinip alinmamasina bagli degildir.Klasik teorinin kullanildigi durumda ise, homojen olmamanin titresim frekansina etkisi, plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = +e^{K*|\bar{z}|}$ seklinde degistiginde, % 1.97 oranina sahiptir. Plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = -e^{K*|\bar{z}|}$ seklinde degistiginde ise, bu etki yine % 5.27 oranina sahip olmaktadir. Burada, homojen olmamanin titresim frekansina etkisinin m boyuna dalga sayisinin degisimine bagli olmadigi görülebilir.

Çizelge 4.2.16 ve Çizelge 4.2.17 arasinda kiyaslama yapilacak olursa, n=1 ve boyuna dalga sayisinin degisimine göre enine kayma deformasyonlarinin dikkate alinmasi ve alinmamasi durumlarinda, hem serbest titresim frekansi degerlerinde meydana gelen artislarin, hem de etkilerde meydana gelen artislarin m=1 ve enine dalga sayisinin degisimine göre meydana gelen artislara nazaran daha yüksek oldugu, ayrica bu artisin daha düzenli oldugu gözlenmektedir. Dolayisiyla, boyuna dalga sayisinin degisimi, titresim frekansinin degerine daha büyük etki gösterdigi için bu duruma proje ve yapim esnasinda daha fazla dikkat gösterilmesi gerekmektedir.

Çizelge 4.2.17. KDPT ve KPT kullanildiginda ortotrop plagin Young modülleri ve yogunlugu ayni anda kalinlik koordinatina göre üstel, yani $\eta_i(\overline{z}) = \pm e^{K*|\overline{z}|}, (i = 1{,}2)$ seklinde degistiginde, K=-0.5, n=1 ve boyuna dalga sayisinin degisimine göre titresim frekansinin degisimi

K=-0.5	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\overline{z}) = +e^{K*\lvert\overline{z}\rvert}, \mu_1 = \mu_2 = 0.5$	
(m,n)	ω^0_{1mn}	ω^0_{2mn}	ω_{1mn}	ω_{2mn}
(1,1)	942.666	943.952	961.198	962.510
(2,1)	3482.567	3503.403	3551.029	3572.277
(3,1)	7683.384	7787.899	7834.429	7941.004
(4,1)	13463.474	13788.873	13728.146	14059.954
(5,1)	20725.977	21505.160	21133.420	21927.938
(6,1)	29357.881	30936.464	29935.015	31544.655
(7,1)	39235.284	42082.685	40006.593	42910.004
(8,1)	50229.008	54943.779	51216.438	56023.939
(9,1)	62209.646	69519.726	63432.598	70886.440
(10,1)	75051.716	85810.516	76527.125	87497.496
(20,1)	229720.525	343034.074	234236.501	349777.906
(30,1)	397598.287	771740.214	405414.498	786912.136
(40,1)	563849.043	1371928.838	574933.505	1398900.086
(50,1)	727250.529	2143599.935	741547.228	2185741.746
(m,n)	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\overline{z}) = -e^{K*\lvert\overline{z}\rvert}, \mu_1 = \mu_2 = 0.5$	
(1,1)	942.666	943.952	892.947	894.163
(2,1)	3482.567	3503.403	3298.884	3318.614
(3,1)	7683.384	7787.899	7278.134	7377.122
(4,1)	13463.474	13788.873	12753.361	13061.571
(5,1)	20725.977	21505.160	19632.813	20370.858
(6,1)	29357.881	30936.464	27809.439	29304.702
(7,1)	39235.284	42082.685	37165.871	39863.009
(8,1)	50229.008	54943.779	47579.746	52045.737
(9,1)	62209.646	69519.726	58928.481	65852.867
(10,1)	75051.716	85810.516	71093.214	81284.390
(20,1)	229720.525	343034.074	217604.223	324940.539
(30,1)	397598.287	771740.214	376627.496	731034.321
(40,1)	563849.043	1371928.838	534109.579	1299565.642
(50,1)	727250.529	2143599.935	688892.671	2030534.490

Çizelge 4.2.18, KDPT ve KPT kullanildiginda, ortotrop plagin Young modülleri ve yogunlugu ayni anda kalinlik koordinatina göre üstel, yani $\eta_i(\overline{z}) = \pm e^{K*|\overline{z}|}, (i = 1,2)$ seklinde degistiginde, $-0.5 \leq K \leq -0.1$ ve (m,n)=(1,50) için titresim frekansinin degerlerini sunmaktadir.

Çizelge 4.2.18' den görüldügü gibi, homojen malzemeden olusmus ve Young modülleri ile yogunlugu $\eta_i(\overline{z}) = \pm e^{K*|\overline{z}|}, (i = 1,2)$ fonksiyonu seklinde degisen ortotrop plak için enine kayma deformasyonlarinin etkisinin dikkate alinmasi ve alinmamasi durumlarinda, (m,n)=(1,50) için K'nin bütün degerlerinde sabit kalmaktadir.Dolayisiyla, enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerleri de K'nin bütün degerleri için % 11.301 olmaktadir.Homojen olmayan ortotrop kompozit plagin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\overline{z}) = +e^{K*|\overline{z}|}$ fonksiyonu seklinde degistiginde, enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekanslarina etkisi, K=-0.1 için % 11.331 olup, K degerinin azalmasina bagli olarak düzenli fakat yavas bir artis göstermekte ve K=-0.5 oldugunda bu etki % 11.438 olmaktadir. Homojen olmayan ortotrop kompozit plagin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\overline{z}) = -e^{K*|\overline{z}|}$ ile degistiginde, kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu ile elde edilen neticeler, klasik teori kullanilarak elde edilen neticelerle karsilastirildiginda ortaya çikan etki, K=-0.1 için % 11.215 olup, K degerinin azalmasina bagli olarak düzenli fakat yavas bir azalma göstermekte ve K=-0.5 oldugunda bu etki % 10.945 olmaktadir.

Enine kayma etkisinin göz önüne alindigi durumda, plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\overline{z}) = +e^{K*|\overline{z}|}$ seklinde degistiginde, homojen plaga kiyasla, serbest titresim frekansi oranlari, K degerinin degisimine bagli olarak degismekte, K=-0.1 için % 0.38 kadar büyük deger alirken, K=-0.5 oldugunda, % 1.81 kadar büyük deger almaktadir.Klasik teorinin kullanildigi durumda ise, homojen olmamanin titresim frekansina etkisi, plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\overline{z}) = +e^{K*|\overline{z}|}$ seklinde degistiginde, enine kayma etkisinin göz önüne alindigi durumdaki oranlara yakin degerler almakta, K degerinin degisimine bagli olarak, homojen plaga kiyasla K=-0.1 için % 0.41 kadar büyük deger alirken, K=-0.5 oldugunda, % 1.97 kadar büyük deger almaktadir.Kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu dikkate alindigi zaman, plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = -e^{K*|\bar{z}|}$ seklinde degistiginde, homojen plaga kiyasla, serbest titresim frekansi oranlari, K degerinin degisimine bagli olarak degismekte, K=-0.1 için % 1.11 kadar küçük deger alirken, K=-0.5 oldugunda, % 4.89 kadar büyük deger almaktadir.Enine kayma etkisinin göz önüne alinmadigi durumda ise, homojen olmamanin titresim frekansina etkisi, plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = -e^{K*|\bar{z}|}$ seklinde degistiginde, enine kayma etkisinin göz önüne alindigi durumdaki oranlara yakin degerler almakta, K degerinin degisimine bagli olarak, homojen plaga kiyasla K=-0.1 için % 1.20 kadar küçük deger alirken, K=-0.5 oldugunda, % 5.27 kadar küçük deger almaktadir.

Çizelge 4.2.18. KDPT ve KPT kullanildiginda ortotrop plagin Young modülleri ve yogunlugu ayni anda kalinlik koordinatina göre üstel, yani $\eta_i(\bar{z}) = \pm e^{K*|\bar{z}|}, (i = 1,2)$ seklinde degistiginde, (m,n)=(1,50) ve farkli K degerleri için titresim frekansinin degisimi

(m,n)=(1,50)	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = +e^{K*\lvert z \rvert}, \mu_1 = \mu_2 = 0.5$	
K	ω^0_{1mn}	ω^0_{2mn}	ω_{1mn}	ω_{2mn}
-0.1	429159.054	483838.134	430776.022	485822.496
-0.2	429159.054	483838.134	432360.385	487765.310
-0.3	429159.054	483838.134	433912.605	489667.130
-0.4	429159.054	483838.134	435433.153	491528.526
-0.5	429159.054	483838.134	436922.510	493350.084
K	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = -e^{K*\lvert z \rvert}, \mu_1 = \mu_2 = 0.5$	
-0.1	429159.054	483838.134	424416.078	478028.840
-0.2	429159.054	483838.134	419968.689	472606.195
-0.3	429159.054	483838.134	415790.917	467534.008
-0.4	429159.054	483838.134	411859.792	462780.536
-0.5	429159.054	483838.134	408154.910	458317.806

Çizelge 4.2.19, KDPT ve KPT kullanildiginda, ortotrop plagin Young modülleri ve yogunlugu ayni anda kalinlik koordinatina göre üstel, yani $\eta_i(\overline{z}) = \pm e^{K*|\overline{z}|}, (i = 1,2)$ seklinde degistiginde, $-0.5 \le K \le -0.1$ ve (m,n)=(50,1) için titresim frekansinin degerlerini sunmaktadir.

Çizelge 4.2.19'den görüldügü gibi, homojen malzemeden olusmus ve Young modülleri ile yogunlugu $\eta_1(\overline{z}) = \pm e^{K*|\overline{z}|}$ fonksiyonu seklinde degisen ortotrop plak için serbest titresim frekansi degerleri, kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu ve klasik teori dikkate alindiginda, (m,n)=(50,1) için K'nin bütün degerlerinde sabit kalmaktadir.Dolayisiyla, enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisi de, K'nin bütün degerleri için % 66.073 olmaktadir.Ancak, homojen olmayan malzemeden olusmus ve Young modülleri ile yogunlugu $\eta_1(\overline{z}) = +e^{K*|\overline{z}|}$ fonksiyonu seklinde degisen ortotrop plak için enine kayma deformasyonunun etkisinin dikkate alindigi ve alinmadigi durumlarda, serbest titresim frekansi degerleri yavas fakat düzenli olarak artmakta, ancak enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisi, K' nin bütün degerlerinde % 66.073 olarak sabit kalmaktadir. Young modülleri ile yogunlugu $\eta_1(\overline{z}) = -e^{K*|\overline{z}|}$ fonksiyonu seklinde degisen ortotrop plak için ise, enine kayma deformasyonunun etkisinin dikkate alindigi ve alinmadigi durumlarda, serbest titresim frekansi degerleri yavas fakat düzenli olarak azalmakta, ancak enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisi, K' nin bütün degerlerinde % 66.073 olarak sabit kalmaktadir.

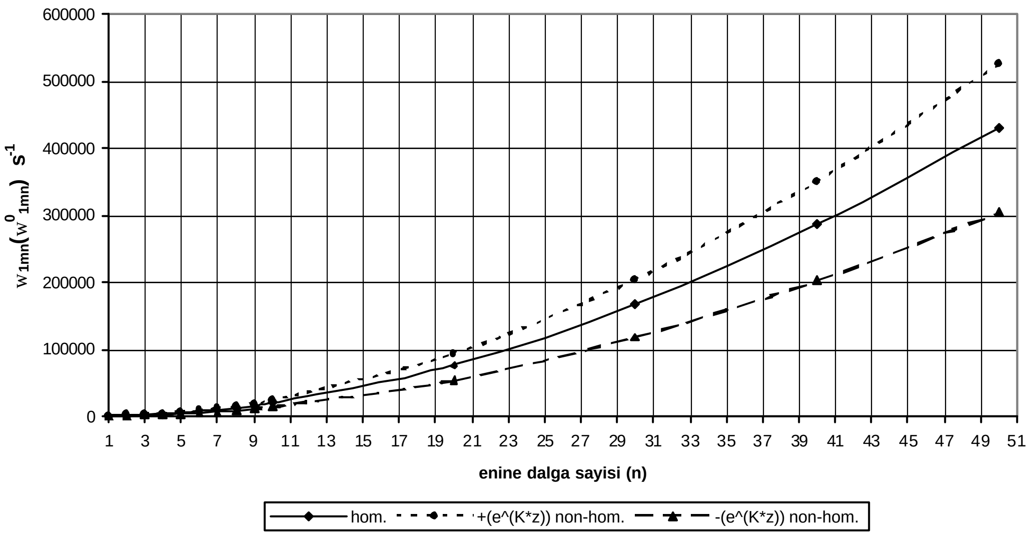
Enine kayma etkisinin göz önüne alindigi ve alinmadigi durumlarda, plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\overline{z}) = +e^{K*|\overline{z}|}$ seklinde degistigi durumlarda, homojen plaga kiyasla, serbest titresim frekansi oranlari, K degerinin degisimine bagli olarak degismekte, K=-0.1 için % 0.41 kadar büyük deger alirken, K=-0.5 oldugunda, % 1.97 kadar büyük deger almaktadir.Plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\overline{z}) = +e^{K*|\overline{z}|}$ seklinde degistiginde, kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu ve klasik teorinin kullanilmasi durumlarinda, homojen plaga kiyasla, serbest titresim frekansi oranlari, K degerine bagli olarak degismekte, K=-0.1 için % 1.20 kadar büyük deger alirken, K=-0.5 oldugunda, % 5.27 kadar büyük deger almaktadir.

Çizelge 4.2.19. KDPT ve KPT kullanildiginda ortotrop plagin Young modülleri ve yogunlugu ayni anda kalinlik koordinatina göre üstel, yani $\eta_i(\bar{z}) = \pm e^{K*|\bar{z}|}, (i = 1,2)$ seklinde degistiginde, (m,n)=(50,1) ve farkli K degerleri için titresim frekansinin degisimi

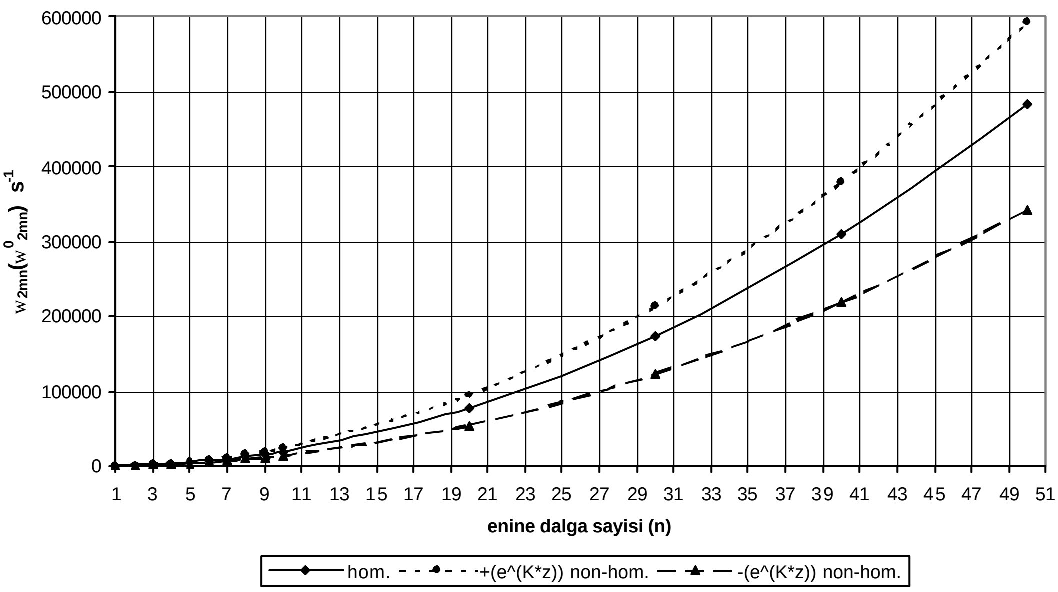
(m,n)=(50,1)	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = +e^{K*\|\bar{z}\|}, \mu_1 = \mu_2 = 0.5$	
K	ω^0_{1mn}	ω^0_{2mn}	ω_{1mn}	ω_{2mn}
-0.1	727250.529	2143599.935	730233.073	2152391.468
-0.2	727250.529	2143599.935	733153.170	2160998.924
-0.3	727250.529	2143599.935	736011.653	2169424.760
-0.4	727250.529	2143599.935	738809.379	2177671.503
-0.5	727250.529	2143599.935	741547.228	2185741.746
K	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = -e^{K*\|\bar{z}\|}, \mu_1 = \mu_2 = 0.5$	
-0.1	727250.529	2143599.935	718519.011	2117862.398
-0.2	727250.529	2143599.935	710368.618	2093837.872
-0.3	727250.529	2143599.935	702744.959	2071366.019
-0.4	727250.529	2143599.935	695600.323	2050306.202
-0.5	727250.529	2143599.935	688892.671	2030534.490

Çizelge 4.2.20, KDPT ve KPT kullanildiginda ortotrop plagin yogunlugunun sabit $\eta_2(\bar{z}) = 0$, Young modüllerinin ise kalinlik koordinatina göre üstel, yani $\eta_1(\bar{z}) = \pm e^{K*|z|}$ seklinde degismesi durumunda, K=-0.5, m=1 ve enine dalga sayisinin degisik degerleri için titresim frekansinin degerlerini sunmaktadir. Çizelge 4.2.20 esas alinarak, Sekil 4.2.27 ve Sekil 4.2.28 egrileri elde edilmistir.

Enine kayma deformasyonlarinin etkisi göz önüne alindigi ve alinmadigi durumlarda, n dalga sayisi arttiginda serbest titresim frekansi degerlerinin arttigi, Çizelge 4.2.20, Sekil 4.2.27 ve Sekil 4.2.28'den görülmektedir.



Sekil 4.2.27. (m,n)=(1,n) için KDPT dikkate alindiginda homojen ortotrop plak ve yogunlugu sabit ($\eta_2(\bar{z})=0$), Young modülleri üstel degisen ($\eta_1(\bar{z})=\pm e^{K^*|z|}$) ortotrop plak için serbest titresim frekansi degerlerinin degisimi



Sekil 4.2.28. (m,n)=(1,n) için KPT dikkate alindiginda homojen ortotrop plak ve yogunlugu sabit ($\eta_2(\bar{z})=0$), Young modülleri üstel degisen ($\eta_1(\bar{z})=\pm e^{K^*|z|}$) ortotrop plak için serbest titresim frekansi degerlerinin degisimi

Ortotrop plagi olusturan malzemenin sadece Young modülleri kalinlik koordinatina göre degistiginde, kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu ile elde edilen sonuçlar, klasik teori kullanilarak elde edilen sonuçlar ile karsilastirildiginda ortaya çikan etki, n=1 için % 0.136 olup, n=3 degerine kadar azalma göstererek burada minimum etki % 0.0746 olmakta, daha sonra ise bu etki, n=50 için % 11.301 oranina kadar artmaktadir. Plagi olusturan malzemenin yogunlugu sabit, Young modülleri ise $\eta_1(\bar{z}) = -e^{K^*|\bar{z}|}$ seklinde degistiginde, kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu ile elde edilen neticelerle klasik teori kullanilarak elde edilen neticeler karsilastirildiginda ortaya çikan etki, n=1 için % 0.136 olup, n=3 degerine kadar azalarak burada minimum etki % 0.0746 olmakta, daha sonra ise bu etki, n=50 için % 11.301 oranini sahip olmaktadir. Buradan görüldügü gibi, homojen ve yogunluk sabit, Young modülleri ise $\eta_1(\bar{z}) = \pm e^{K^*|\bar{z}|}$ fonksiyonu seklinde degisen ortotrop plaklar için dalga sayisi $n \geq 4$ oldugunda enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisi artmakta ve dalga sayisinin büyük degerlerinde bu etki önem kazanmaktadir (Çizelge 4.2.20).

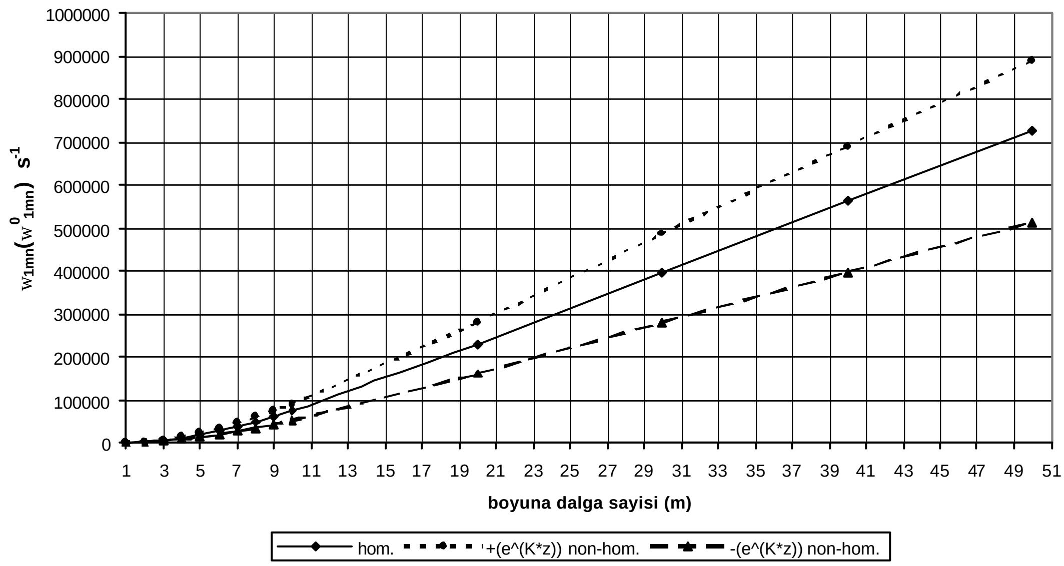
Kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu kullanilarak bulunan sonuçlarda, plagi olusturan malzemenin sadece Young modülleri $\eta_1(\bar{z}) = +e^{K^*|\bar{z}|}$ seklinde degistiginde, homojen plaga kiyasla serbest titresim frekansi degerlerine etkisi % 22.46, plagi olusturan malzemenin Young modülleri $\eta_1(\bar{z}) = -e^{K^*|\bar{z}|}$ seklinde degistiginde ise, homojen plaga kiyasla serbest titresim frekansi degerlerine etkisi % 29.27 olmaktadir.Sonuçlar klasik teori kullanilarak elde edildiginde ise, plagi olusturan malzemenin yogunlugu sabit, Young modülleri ise $\eta_1(\bar{z}) = +e^{K^*|\bar{z}|}$ seklinde degistiginde homojen plaga kiyasla serbest titresim frekansi degerlerine etkisi % 22.46, plagi olusturan malzemenin Young modülleri $\eta_1(\bar{z}) = -e^{K^*|\bar{z}|}$ seklinde degistiginde ise homojen plaga göre serbest titresim frekansi degerlerine etkisi % 29.27 olmaktadir.Burada, homojen olmamanin etkisinin, kayma deformasyonu etkisine ve dalga sayisinin degisimine bagli olmadigi görülmektedir (Çizelge 4.2.20).

Çizelge 4.2.20. KDPT ve KPT kullanildiginda ortotrop plagin yogunlugu sabit ($\eta_2(\bar{z})=0$), Young modülleri ise kalinlik koordinatina göre üstel degistiginde ($\eta_2(\bar{z})=\pm e^{K*|\bar{z}|}$),K=-0.5, m=1 ve enine dalga sayisinin degisimine göre titresim frekansinin degisimi

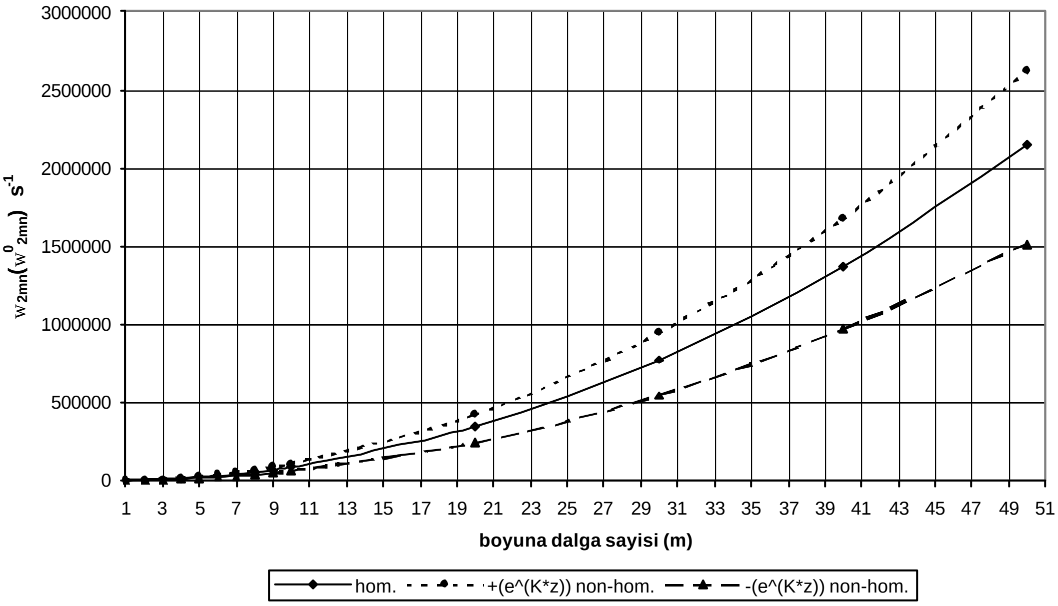
K=-0.5	$\mu_1=\mu_2=0$		$\eta_1(\bar{z})=+e^{K*\lvert\bar{z}\rvert}, \mu_1=0.5,\ \mu_2=0$	
(m,n)	ω_{1mn}^0	ω_{2mn}^0	ω_{1mn}	ω_{2mn}
(1,1)	942.666	943.952	1154.399	1155.973
(1,2)	1343.262	1344.477	1644.971	1646.459
(1,3)	2196.444	2198.084	2689.787	2691.795
(1,4)	3490.597	3493.911	4274.619	4278.678
(1,5)	5196.510	5203.599	6363.697	6372.379
(1,6)	7299.067	7313.123	8938.510	8955.722
(1,7)	9790.662	9816.226	11989.741	12021.047
(1,8)	12666.731	12709.947	15511.803	15564.725
(1,9)	15923.919	15992.767	19500.587	19584.899
(1,10)	19559.315	19663.855	23952.529	24080.550
(1,20)	76048.686	77675.410	93129.967	95122.069
(1,30)	166455.153	174379.356	203842.612	213546.670
(1,40)	285962.766	309767.282	350192.808	379344.052
(1,50)	429159.054	483838.134	525552.386	592512.924
(m,n)	$\mu_1=\mu_2=0$		$\eta_1(\bar{z})=-e^{K*\lvert\bar{z}\rvert},\ \mu_1=0.5,\ \mu_2=0$	
(1,1)	942.666	943.952	666.786	667.696
(1,2)	1343.262	1344.477	950.144	951.003
(1,3)	2196.444	2198.084	1553.634	1554.794
(1,4)	3490.597	3493.911	2469.041	2471.385
(1,5)	5196.510	5203.599	3675.703	3680.717
(1,6)	7299.067	7313.123	5162.927	5172.869
(1,7)	9790.662	9816.226	6925.333	6943.416
(1,8)	12666.731	12709.947	8959.694	8990.262
(1,9)	15923.919	15992.767	11263.635	11312.335
(1,10)	19559.315	19663.855	13835.099	13909.044
(1,20)	76048.686	77675.410	53792.329	54942.977
(1,30)	166455.153	174379.356	117740.499	123345.611
(1,40)	285962.766	309767.282	202273.094	219110.997
(1,50)	429159.054	483838.134	303561.652	342238.389

Çizelge 4.2.21, KDPT ve KPT kullanildiginda ortotrop plagin yogunlugunun sabit $\eta_2(\bar{z})=0$, Young modüllerinin ise kalinlik koordinatina göre üstel, yani $\eta_1(\bar{z})=\pm e^{K*|z|}$ seklinde degismesi durumunda, K=-0.5, n=1 ve boyuna dalga sayisinin degisik degerleri için titresim frekansinin degerlerini sunmaktadir. Çizelge 4.2.21 esas alinarak, Sekil 4.2.29 ve Sekil 4.2.30 egrileri elde edilmistir.

Kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonunun ve klasik teorinin kullanildigi durumlarda, m dalga sayisi arttiginda serbest titresim frekansi degerlerindeki artis, Çizelge 4.2.21, Sekil 4.2.29 ve Sekil 4.2.30'dan izlenebilmektedir.



Sekil 4.2.29. (m,n)=(m,1) için KDPT dikkate alindiginda homojen ortotrop plak ve yogunlugu sabit ($\eta_2(\bar{z})=0$), Young modülleri üstel degisen ($\eta_1(\bar{z})=\pm e^{K^*|z|}$) ortotrop plak için serbest titresim frekansi degerlerinin degisimi



Sekil 4.2.30. (m,n)=(m,1) için KPT dikkate alindiginda homojen ortotrop plak ve yogunlugu sabit ($\eta_2(\bar{z})=0$), Young modülleri üstel degisen ($\eta_1(\bar{z})=\pm e^{K*|z|}$) ortotrop plak için serbest titresim frekansi degerlerinin degisimi

Çizelge 4.2.21'den görüldügü gibi, sadece Young modülleri kalinlik koordinatina göre degisen ortotrop plak için, kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu kullanilarak elde edilen sonuçlar, klasik teori kullanilarak elde edilen sonuçlar ile kiyaslandiginda ortaya çikan etki, n=1 için % 0.136 olup, n=50 oldugunda % 66.073 oranina kadar artmaktadir.Sadece Young modülleri kalinlik koordinatina göre degisen ortotrop plak için, yogunluk sabit, Young modülleri ise $\eta_1(\bar{z})=-e^{K*|\bar{z}|}$ seklinde degistiginde kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu kullanilarak elde edilen neticeler, klasik teori kullanilarak elde edilen neticelerle karsilastirildiginda ortaya çikan etki yine ayni sekilde, n=1 için % 0.136 olurken, enine dalga sayisinin artisina bagli olarak artmakta ve n=50 için % 66.073 oranina sahip olmaktadir.

Kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu kullanildiginda, plagi olusturan malzemenin yogunlugu sabit, Young modülleri ise $\eta_1(\bar{z})=+e^{K*|\bar{z}|}$ seklinde degistiginde homojen plaga kiyasla serbest titresim frekansi degerlerine etkisi % 22.46, plagi olusturan malzemenin Young modülleri

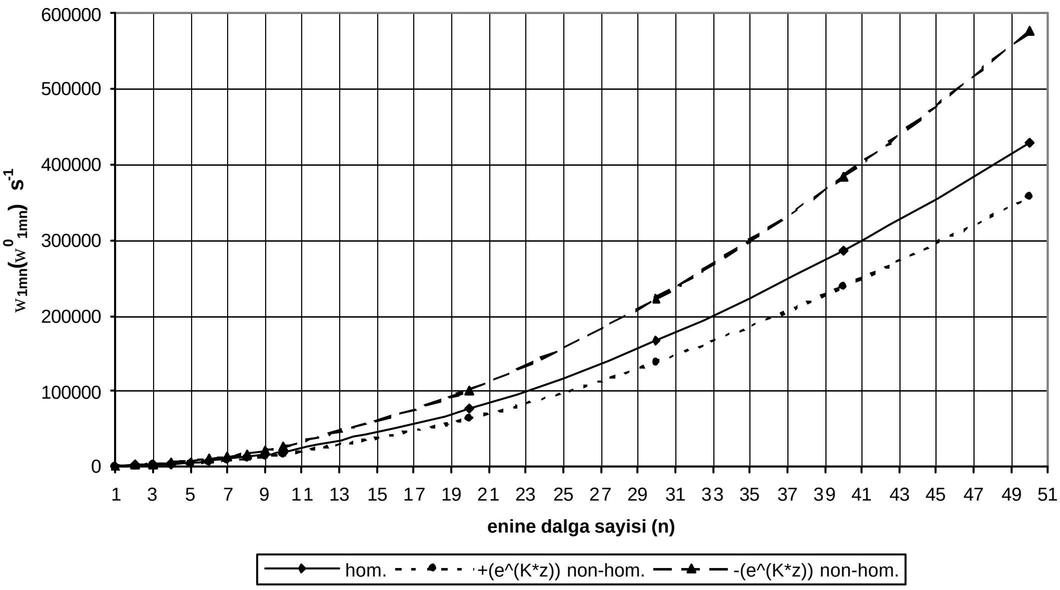
$\eta_1(\overline{z}) = -e^{K*|\overline{z}|}$ seklinde degistiginde ise homojen plaga kiyasla serbest titresim frekansi degerlerine etkisi % 29.27 olmaktadir.Klasik teori kullanilarak elde edilen sonuçlara göre ise, plagi olusturan malzemenin yogunlugu sabit, Young modülleri ise $\eta_1(\overline{z}) = +e^{K*|\overline{z}|}$ seklinde degistiginde homojen plaga kiyasla serbest titresim frekansi degerlerine etkisi % 22.46, plagi olusturan malzemenin Young modülleri kalinlik koordinatina göre $\eta_1(\overline{z}) = -e^{K*|\overline{z}|}$ seklinde degistiginde ise homojen plaga göre serbest titresim frekansi degerlerine etkisi % 29.27 olmaktadir.Burada, homojen olmamanin etkisinin, kayma deformasyonu etkisine ve dalga sayisinin degisimine bagli olmadigi görülmektedir.Ayrica, homojen olmamanin etkisinin, enine veya boyuna dalga sayisinin degisimine de bagli olmadigi açikça görülebilmektedir (Çizelge 4.2.21).

Çizelge 4.2.21. KDPT ve KPT kullanildiginda ortotrop plagin yogunlugu sabit ($\eta_2(\bar{z})=0$), Young modülleri ise kalinlik koordinatina göre üstel degistiginde ($\eta_2(\bar{z}) = \pm e^{K*|\bar{z}|}$),K=-0.5, n=1 ve boyuna dalga sayisinin degisimine göre titresim frekansinin degisimi

K=-0.5	$\mu_1=\mu_2=0$		$\eta_1(\bar{z})=+e^{K*|\bar{z}|}, \mu_1=0.5,\ \mu_2=0$	
(m,n)	ω^0_{1mn}	ω^0_{2mn}	ω_{1mn}	ω_{2mn}
(1,1)	942.666	943.952	1154.399	1155.973
(2,1)	3482.567	3503.403	4264.786	4290.301
(3,1)	7683.384	7787.899	9409.148	9537.138
(4,1)	13463.474	13788.873	16487.502	16885.990
(5,1)	20725.977	21505.160	25381.235	26335.430
(6,1)	29357.881	30936.464	35951.949	37885.097
(7,1)	39235.284	42082.685	48047.914	51534.869
(8,1)	50229.008	54943.779	61510.935	67284.691
(9,1)	62209.646	69519.726	76182.543	85134.539
(10,1)	75051.716	85810.516	91909.068	105084.400
(20,1)	229720.525	343034.074	281318.008	420082.891
(30,1)	397598.287	771740.214	486902.761	945080.635
(40,1)	563849.043	1371928.838	690495.068	1680077.509
(50,1)	727250.529	2143599.935	890598.129	2625073.502
(m,n)	$\mu_1=\mu_2=0$		$\eta_1(\bar{z})=-e^{K*|\bar{z}|},\ \mu_1=0.5,\ \mu_2=0$	
(1,1)	942.666	943.952	666.786	667.696
(2,1)	3482.567	3503.403	2463.361	2478.099
(3,1)	7683.384	7787.899	5434.770	5508.698
(4,1)	13463.474	13788.873	9523.262	9753.431
(5,1)	20725.977	21505.160	14660.327	15211.474
(6,1)	29357.881	30936.464	20766.023	21882.619
(7,1)	39235.284	42082.685	27752.712	29766.794
(8,1)	50229.008	54943.779	35529.020	38863.969
(9,1)	62209.646	69519.726	44003.413	49174.130
(10,1)	75051.716	85810.516	53087.131	60697.268
(20,1)	229720.525	343034.074	162490.670	242641.951
(30,1)	397598.287	771740.214	281237.438	545883.239
(40,1)	563849.043	1371928.838	398833.359	970421.061
(50,1)	727250.529	2143599.935	514413.874	1516255.409

Çizelge 4.2.22, KDPT ve KPT kullanildiginda ortotrop plagin Young modüllerinin sabit $\eta_1(\bar{z})=0$, yogunlugunun ise kalinlik koordinatina göre üstel, yani $\eta_2(\bar{z}) = \pm e^{K*|\bar{z}|}$ seklinde degismesi durumunda, K=-0.5, m=1 ve enine dalga sayisinin degisik degerleri için titresim frekansinin degerlerini göstermektedir. Çizelge 4.2.22 esas alinarak, Sekil 4.2.31 egrileri elde edilmistir.

Kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonunun ve klasik teorinin kullanilmasi durumlarinda, n dalga sayisi arttiginda serbest titresim frekansi degerlerinin arttigi Çizelge 4.2.22 ve Sekil 4.2.31'de görülebilmektedir.



Sekil 4.2.31. (m,n)=(1,n) için KDPT dikkate alindiginda homojen ortotrop plak ve Young modülleri sabit ($\eta_1(\bar{z})=0$),yogunlugu üstel degisen ($\eta_2(\bar{z})=\pm e^{K^*|\bar{z}|}$) ortotrop plak için serbest titresim frekansi degerlerinin degisimi

Çizelge 4.2.22'den görüldügü gibi, sadece yogunlugu kalinlik koordinatina göre degisen malzemeden olusan ortotrop plak için, kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu, klasik teori kullanilarak alinan sonuçlar ile kiyaslandigi zaman ortaya çikan etki, n=1 için % 0.136 olup, n=3 degerine kadar azalma göstererek burada minimum etki % 0.0753 olmakta, daha sonra ise bu etki, n=50 için % 11.438 oranina kadar artmaktadir.Sadece yogunlugu kalinlik koordinatina göre $\eta_1(\bar{z})=-e^{K^*|\bar{z}|}$ seklinde degisen malzemeden olusan ortotrop plak için, kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu ve klasik teori kullanilarak elde edilen sonuçlar kiyaslandiginda ortaya çikan etki, n=1 için % 0.136 olup, n=3 degerine kadar azalmakta ve burada minimum etki % 0.0728 olmaktadir. Daha sonra bu etki, n=50 için % 10.945 oranina kadar ulasmaktadir.

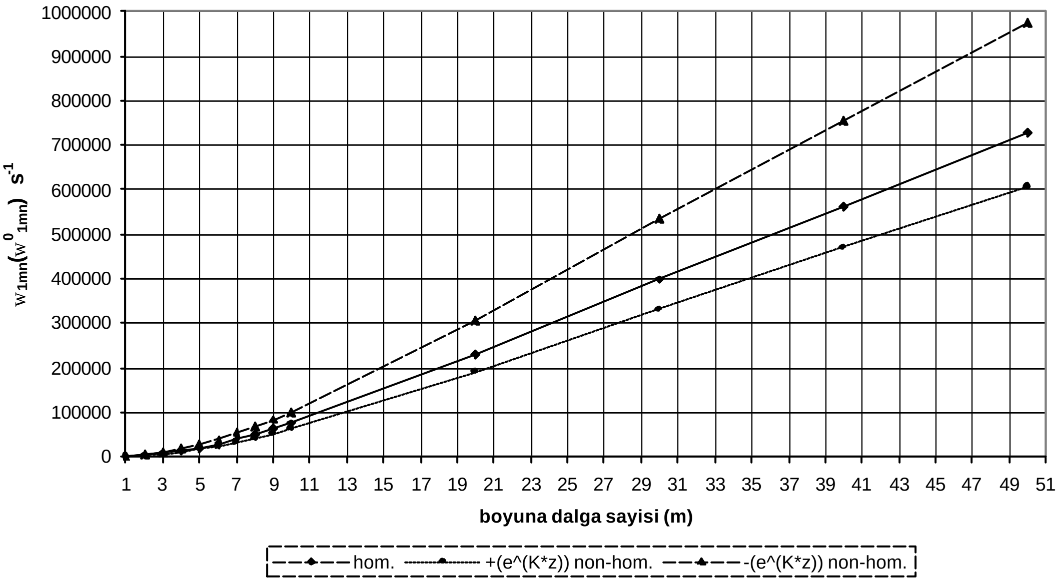
Kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu kullanilarak alinan neticelere göre, plagi olusturan malzemenin sadece yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = +e^{K^*|\bar{z}|}$ seklinde degistiginde, homojen plaga göre serbest titresim frekansi degerlerine etkisi (m,n)=(1,1) oldugunda % 16.74, enine dalga sayisi arttikça bu oran da artarak (m,n)=(1,50) oldugunda % 16.86 olmaktadir.Malzemenin yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = -e^{K^*|\bar{z}|}$ seklinde degistiginde ise, homojen plaga göre serbest titresim frekansi degerlerine etkisi (m,n)=(1,1) oldugunda % 33.92, enine dalga sayisi arttikça bu oran artarak (m,n)=(1,50) oldugunda % 34.46 olmaktadir.Burada, yogunluk degisiminin homojen olmama üzerinde etkisinin oldugu ve bu etkinin enine dalga sayisi arttikça enine kayma deformasyonu etkisine bagli olarak arttigi görülmektedir. Klasik teori kullanilarak elde edilen sonuçlara göre, plagi olusturan malzemenin Young modülleri sabit, yogunluk ise $\eta_1(\bar{z}) = +e^{K^*|\bar{z}|}$ seklinde degistiginde, homojen olmamanin titresim frekansina etkisi, m=1 ve enine dalga sayisinin bütün degerlerinde % 16.74 olmaktadir.Plagi olusturan malzemenin yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = -e^{K^*|\bar{z}|}$ seklinde degistiginde ise, homojen olmamanin titresim frekansina etkisi, m=1 ve enine dalga sayisinin bütün degerlerinde % 33.92 olmaktadir.Burada, yogunluktaki degisimin homojen olmama üzerinde etkisinin oldugu gözlenmektedir (Çizelge 4.2.22).

Çizelge 4.2.22. KDPT ve KPT kullanildiginda ortotrop plagin Young modülleri sabit ($\eta_1(\overline{z})=0$), yogunlugu kalinlik koordinatina göre üstel ($\eta_2(\overline{z})=\pm e^{K*|z|}$) degistiginde ($\eta_2(\overline{z})=\pm e^{K*|\overline{z}|}$),K=-0.5, m=1 ve enine dalga sayisinin degisimine göre titresim frekansinin degisimi

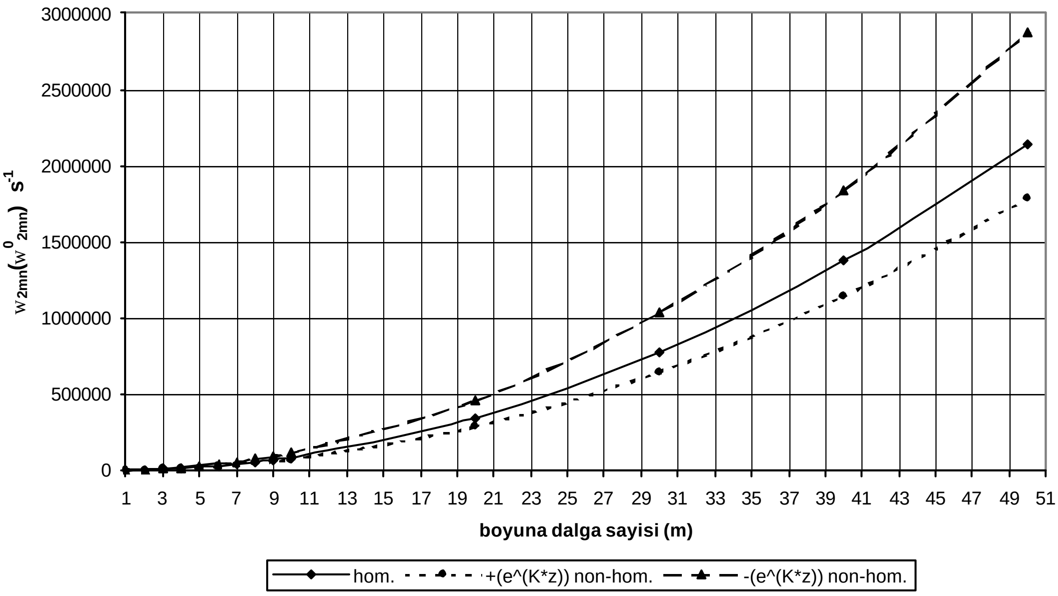
K=-0.5	$\mu_1=\mu_2=0$		$\eta_1(\overline{z})=+e^{K*\lvert\overline{z}\rvert}, \mu_1=0,\ \mu_2=0.5$	
(m,n)	ω^0_{1mn}	ω^0_{2mn}	ω_{1mn}	ω_{2mn}
(1,1)	942.666	943.952	784.901	785.973
(1,2)	1343.262	1344.477	1118.450	1119.465
(1,3)	2196.444	2198.084	1828.835	1830.213
(1,4)	3490.597	3493.911	2906.375	2909.171
(1,5)	5196.510	5203.599	4326.738	4332.726
(1,6)	7299.067	7313.123	6077.326	6089.200
(1,7)	9790.662	9816.226	8151.787	8173.385
(1,8)	12666.731	12709.947	10546.304	10582.813
(1,9)	15923.919	15992.767	13258.060	13316.221
(1,10)	19559.315	19663.855	16284.608	16372.916
(1,20)	76048.686	77675.410	63302.159	64675.670
(1,30)	166455.153	174379.356	138508.189	145195.264
(1,40)	285962.766	309767.282	237849.850	257924.694
(1,50)	429159.054	483838.134	356785.081	402863.084
(m,n)	$\mu_1=\mu_2=0$		$\eta_1(\overline{z})=-e^{K*\lvert\overline{z}\rvert},\ \mu_1=0,\ \mu_2=0.5$	
(1,1)	942.666	943.952	1262.400	1264.119
(1,2)	1343.262	1344.477	1798.880	1800.493
(1,3)	2196.444	2198.084	2941.482	2943.623
(1,4)	3490.597	3493.911	4674.678	4678.965
(1,5)	5196.510	5203.599	6959.399	6968.541
(1,6)	7299.067	7313.123	9775.455	9793.567
(1,7)	9790.662	9816.226	13112.727	13145.665
(1,8)	12666.731	12709.947	16965.185	17020.869
(1,9)	15923.919	15992.767	21328.422	21417.147
(1,10)	19559.315	19663.855	26198.646	26333.384
(1,20)	76048.686	77675.410	101921.979	104021.129
(1,30)	166455.153	174379.356	223284.756	233524.837
(1,40)	285962.766	309767.282	384018.679	414833.245
(1,50)	429159.054	483838.134	577027.348	647944.939

Çizelge 4.2.23, KDPT ve KPT kullanildiginda ortotrop plagin Young modüllerinin sabit $\eta_1(\overline{z})=0$, yogunlugunun ise kalinlik koordinatina göre üstel, yani $\eta_2(\overline{z})=\pm e^{K*|\overline{z}|}$ seklinde degismesi durumunda, K=-0.5, n=1 ve boyuna dalga sayisinin degisik degerleri için titresim frekansinin degerlerini göstermektedir. Çizelge 4.2.23 esas alinarak, Sekil 4.2.32 ve 4.2.33 egrileri elde edilmistir.

Çizelge 4.2.23, Sekil 4.2.32 ve Sekil 4.2.33’den görüldügü gibi, kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu ve klasik teori kullanildigi durumlar dikkate alindiginda, m dalga sayisi arttiginda serbest titresim frekansi degerleri artmaktadir.



Sekil 4.2.32. (m,n)=(m,1) için KDPT dikkate alindiginda homojen ortotrop plak ve Young modülleri sabit ($\eta_1(\bar{z}) = 0$),yogunlugu üstel degisen ($\eta_2(\bar{z}) = \pm e^{K^*|z|}$) ortotrop plak için serbest titresim frekansi degerlerinin degisimi



Sekil 4.2.33. (m,n)=(m,1) için KPT dikkate alindiginda homojen ortotrop plak ve Young modülleri sabit ($\eta_1(\bar{z})=0$),yogunlugu üstel degisen ($\eta_2(\bar{z})=\pm e^{K*|z|}$) ortotrop plak için serbest titresim frekansi degerlerinin degisimi

Sadece yogunlugu kalinlik koordinatina göre degisen ortotrop plak için, kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu kullanilarak elde edilen sonuçlar, klasik teori kullanilarak elde edilen sonuçlar ile karsilastirildiginda ortaya çikan etki, m=1 için % 0.136 olup, boyuna dalga sayisi degerlerinin artmasina bagli olarak bu etki artmakta ve m=50 oldugunda % 66.073 oranina kadar ulasmaktadir.Sadece yogunlugu $\eta_1(\bar{z})=-e^{K*|\bar{z}|}$ seklinde kalinlik koordinatina göre degisen, Young modülleri ise sabit tutulan ortotrop plak için, kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu ile elde edilen neticeler klasik teori kullanilarak elde edilen neticeler ile kiyaslandiginda ortaya çikan etki, m=1 için % 0.136 olup, boyuna dalga sayisinin artmasi ile bu etki, n=50 için % 66.073 oranina kadar ulasmaktadir (Çizelge 4.2.23).

Kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu ve klasik teori kullanilarak elde edilen neticelere göre, plagi olusturan malzemenin Young modülleri sabit, yogunlugu ise $\eta_1(\bar{z})=+e^{K*|\bar{z}|}$ seklinde degistiginde, homojen plaga göre serbest titresim frekansi degerlerine etkisi n=1 ve boyuna dalga sayisinin tüm degerleri için % 16.74 olmaktadir.Sonuçlar, kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu ve klasik teori kullanilarak elde edildiginde, yogunlugu $\eta_1(\overline{z}) = -e^{K^*|\overline{z}|}$ seklinde degisen homojen olmayan ortotrop dikdörtgen plagin homojen plaga göre serbest titresim frekansi degerlerine etkisi, n=1 ve boyuna dalga sayisinin artan degerleri için % 33.92 oranina sahip olmaktadir. Burada da, enine kayma deformasyonu etkisinin homojen olmamayi etkilemedigi görülmektedir (Çizelge 4.2.23).

Çizelge 4.2.22 ve Çizelge 4.2.23 arasinda bir karsilastirma yapilacak olursa, Çizelge 4.2.22’de enine dalga sayisi degistiginde, enine kayma deformasyonunun homojen olmamanin etkisini azalttigi, ancak Çizelge 4.2.23’de degisim boyuna dalga sayisinda oldugunda ise, enine kayma deformasyonu etkisinin homojen olmamayi etkilemedigi açikça görülmektedir.

Çizelge 4.2.23. KDPT ve KPT kullanildiginda ortotrop plagin Young modülleri sabit ($\eta_1(\bar{z}) = 0$), yogunlugu kalinlik koordinatina göre üstel ($\eta_2(\bar{z}) = \pm e^{K^*|z|}$) degistiginde ($\eta_2(\bar{z}) = \pm e^{K^*|\bar{z}|}$), K=-0.5, n=1 ve boyuna dalga sayisinin degisimine göre titresim frekansinin degisimi

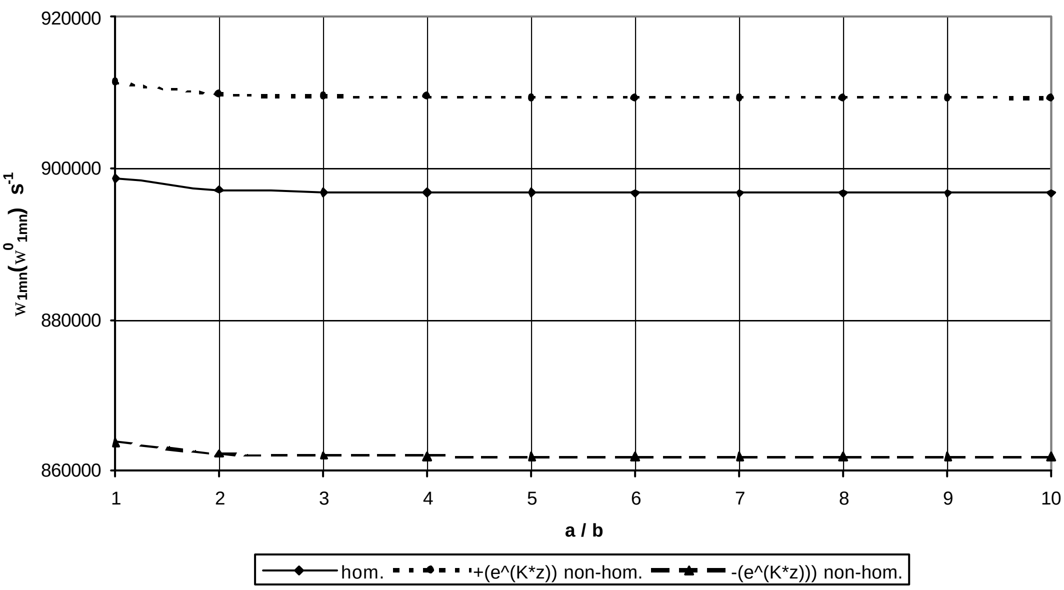
K=-0.5	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = +e^{K^*\lvert\bar{z}\rvert}, \mu_1 = 0,\ \mu_2 = 0.5$	
(m,n)	ω^0_{1mn}	ω^0_{2mn}	ω_{1mn}	ω_{2mn}
(1,1)	942.666	943.952	784.901	785.973
(2,1)	3482.567	3503.403	2899.723	2917.074
(3,1)	7683.384	7787.899	6397.490	6484.518
(4,1)	13463.474	13788.873	11210.221	11481.170
(5,1)	20725.977	21505.160	17257.269	17906.061
(6,1)	29357.881	30936.464	24444.533	25758.944
(7,1)	39235.284	42082.685	32668.850	35039.735
(8,1)	50229.008	54943.779	41822.659	45748.400
(9,1)	62209.646	69519.726	51798.212	57884.919
(10,1)	75051.716	85810.516	62491.028	71449.286
(20,1)	229720.525	343034.074	191274.396	285623.963
(30,1)	397598.287	771740.214	331056.060	642581.932
(40,1)	563849.043	1371928.838	469483.016	1142323.112
(50,1)	727250.529	2143599.935	605537.555	1784847.495
(m,n)	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = -e^{K^*\lvert\bar{z}\rvert}, \mu_1 = 0,\ \mu_2 = 0.5$	
(1,1)	942.666	943.952	1262.400	1264.119
(2,1)	3482.567	3503.403	4663.783	4691.677
(3,1)	7683.384	7787.899	10289.433	10429.376
(4,1)	13463.474	13788.873	18030.012	18465.743
(5,1)	20725.977	21505.160	27755.810	28799.217
(6,1)	29357.881	30936.464	39315.481	41429.404
(7,1)	39235.284	42082.685	52543.100	56356.167
(8,1)	50229.008	54943.779	67265.672	73579.450
(9,1)	62209.646	69519.726	83309.901	93099.224
(10,1)	75051.716	85810.516	100507.742	114915.477
(20,1)	229720.525	343034.074	307637.087	459383.369
(30,1)	397598.287	771740.214	532455.595	1033496.806
(40,1)	563849.043	1371928.838	755095.250	1837255.654
(50,1)	727250.529	2143599.935	973919.219	2870659.900

Young modülleri ve yogunlugun degisim fonksiyonu pozitif ve üstel olarak degistiginde, Young modüllerinin tek basina degisiminin serbest titresim frekansi degerlerine etkisi yogunlugun tek basina degisiminin ve Young modülleri ile yogunlugun ayni anda degisimlerinin titresim frekansi degerlerine etkisinden daha büyük olmaktadir.En küçük etki ise, Young modülleri ve yogunluk ayni anda degistigi durumda meydana gelmektedir.

Young modülleri ve yogunlugun degisim fonksiyonu negatif ve üstel olarak degistiginde, serbest titresim frekansi degerlerine en büyük etki yogunlugun tek basina degisiminde meydana gelmekte, en küçük etki ise, Young modülleri ve yogunluk ayni anda degistigi durumda meydana gelmektedir.Ayrica, Young modüllerinin tek basina degisiminin de etkisi önemli derecede olmaktadir.

Çizelge 4.2.24, KDPT ve KPT kullanildiginda ortotrop plagin Young modülleri ve yogunlugu ayni anda kalinlik koordinatina göre üstel, yani $\eta_i(\bar{z}) = \pm e^{K^*|\bar{z}|}, (i = 1,2)$ seklinde degistiginde, K=-0.5, h=0.01 m ve dalga sayilari (m,n)=(1,40) oldugunda a/b oraninin degisimine göre serbest titresim frekansi degerlerinin degisimini göstermektedir. Çizelge 4.2.24 esas alinarak, Sekil 4.2.34 elde edilmistir.

Kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonunun ve klasik teorinin kullanildigi durumlarda, a/b orani arttiginda serbest titresim frekansi degerlerinin yavas fakat düzenli bir azalma gösterdigi Çizelge 4.2.24'den görülmektedir.



Sekil 4.2.34. (m,n)=(1,40) ve h=0.01m için KDPT dikkate alindiginda homojen ortotrop plak ve Young modülleri ve yogunlugu ayni anda üstel degisen ortotrop plak için serbest titresim frekansi degerlerinin degisimi

Çizelge 4.2.24’den görüldügü gibi, homojen ortotrop kompozit plagin enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisi (m,n)=(1,40) ve a/b=1 için % 48.396 olup, a/b=10 için % 48.464 olmaktadir.Homojen olmayan ortotrop kompozit plagin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\overline{z}) = +e^{K*|\overline{z}|}$ fonksiyonu ile degistiginde enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisi (m,n)=(1,40) ve a/b=1 için % 48.668 olup, a/b=10 için % 48.735 olmaktadir.(m,n)=(1,40) için homojen olmayan ortotrop kompozit plagin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\overline{z}) = -e^{K*|\overline{z}|}$ fonksiyonu ile degistiginde, enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisi a/b=1 için % 47.672 oranina sahipken, a/b=10 için % 47.741 oranina sahip olmaktadir. Homojen veya homojen olmayan durumda, a/b oranindaki artisin, (m,n)=(1,40) için enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine olan etkisini neredeyse degistirmedigi görülebilmektedir.

Klasik teori kullanilarak elde edilen neticelere göre, plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\overline{z}) = +e^{K*|\overline{z}|}$ seklinde degistiginde homojen plaga göre serbest titresim frekansi % 1.95 kadar küçük deger almaktadir.Plagi olusturan malzemenin Young modüllerinin ve yogunlugunun $\eta_1(\overline{z}) = -e^{K*|\overline{z}|}$ seklinde degismesi durumunda ise, homojen plaga göre serbest titresim frekansi % 5.22 kadar küçük deger almaktadir.Kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonunun göz önüne alindigi durumda ise, homojen olmamanin titresim frekansina etkisi, (m,n)=(1,40) için plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\overline{z}) = +e^{K*|\overline{z}|}$ seklinde degistiginde % 1.41, plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\overline{z}) = -e^{K*|\overline{z}|}$ seklinde degistiginde ise % 3.89 oranina sahip olmaktadir.Burada, homojen olmamanin titresim frekansina etkisinin a/b oraninin degisimine bagli olmadigi görülmektedir (Çizelge 4.2.24).

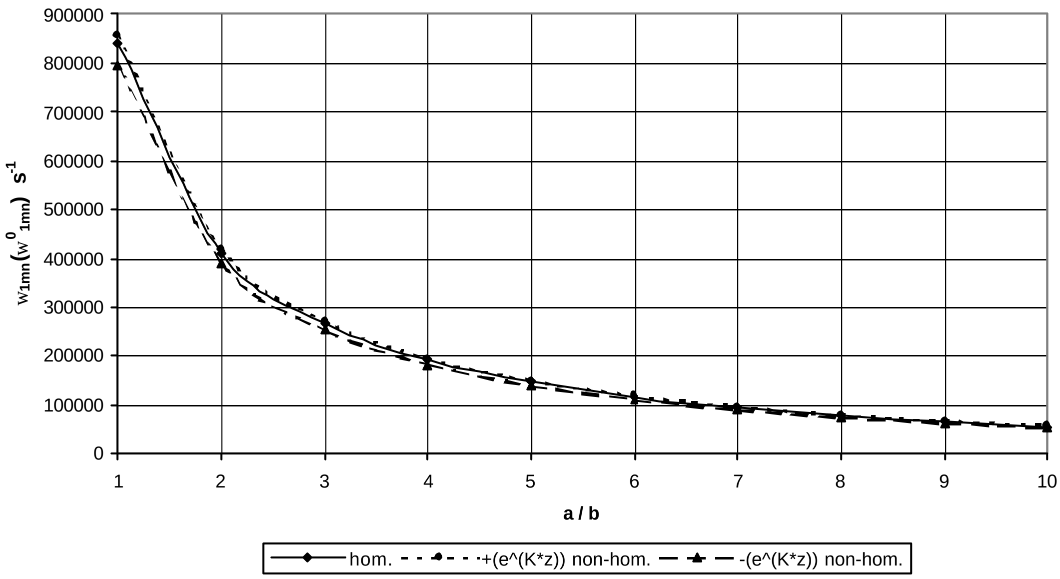
Çizelge 4.2.24. KDPT ve KPT kullanildiginda ortotrop plagin Young modülleri ve yogunlugu ayni anda kalinlik koordinatina göre üstel, yani $\eta_i(\bar{z}) = \pm e^{K*|\bar{z}|}, (i=1,2)$ seklinde degistiginde, (m,n)=(1,40) ve h=0.01m için a/b oraninin degisimine göre titresim frekansinin degisimi

(m,n)=(1,40)	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = +e^{K*\|\bar{z}\|}, \mu_1 = \mu_2 = 0.5$	
a/b	ω^0_{1mn}	ω^0_{2mn}	ω_{1mn}	ω_{2mn}
1	898703.547	1741537.016	911357.989	1775415.857
2	897192.104	1740320.760	909826.902	1774175.941
3	896904.625	1740096.159	909535.690	1773946.970
4	896803.423	1740017.595	909433.175	1773866.879
5	896756.478	1739981.240	909385.620	1773829.816
6	896730.949	1739961.493	909359.760	1773809.685
7	896715.547	1739949.587	909344.158	1773797.548
8	896705.546	1739941.861	909334.027	1773789.670
9	896698.688	1739936.563	909327.080	1773784.270
10	896693.782	1739932.774	909322.110	1773780.407
a/b	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = -e^{K*\|\bar{z}\|}, \mu_1 = \mu_2 = 0.5$	
1	898703.547	1741537.016	863767.986	1650676.937
2	897192.104	1740320.760	862311.127	1649524.135
3	896904.625	1740096.159	862034.019	1649311.252
4	896803.423	1740017.595	861936.468	1649236.787
5	896756.478	1739981.240	861891.216	1649202.329
6	896730.949	1739961.493	861866.608	1649183.612
7	896715.547	1739949.587	861851.761	1649172.328
8	896705.546	1739941.861	861842.121	1649165.004
9	896698.688	1739936.563	861835.511	1649159.983
10	896693.782	1739932.774	861830.781	1649156.391

Young modülleri ve yogunlugun degisim fonksiyonu pozitif ve üstel olarak degistiginde, Young modüllerinin tek basina degisiminin serbest titresim frekansi degerlerine etkisi yogunlugun tek basina degisiminin ve Young modülleri ile yogunlugun ayni anda degisimlerinin titresim frekansi degerlerine etkisinden daha büyük olmaktadir.En küçük etki ise, Young modülleri ve yogunluk ayni anda degistigi durumda meydana gelmektedir.

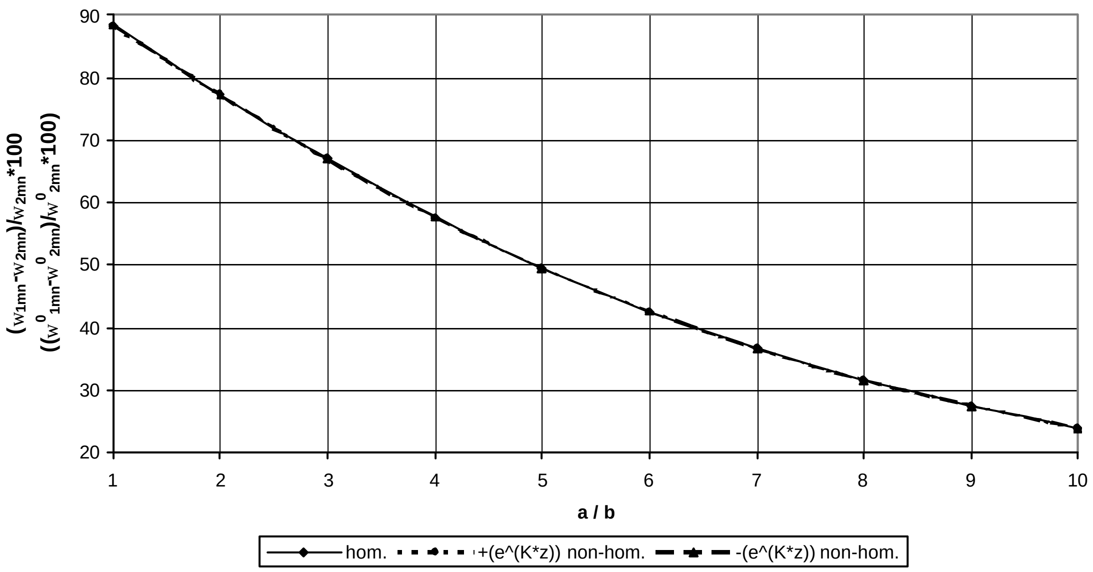
Çizelge 4.2.25, KDPT ve KPT kullanildiginda ortotrop plagin Young modülleri ve yogunlugu ayni anda kalinlik koordinatina göre üstel, yani $\eta_i(\bar{z}) = \pm e^{K*|\bar{z}|}, (i = 1,2)$ seklinde degistiginde, K=-0.5, h=0.01 m ve dalga sayilari (m,n)=(40,1) oldugunda a/b oraninin degisimine göre serbest titresim frekansi degerlerinin degisimini göstermektedir. Çizelge 4.2.25 esas alinarak, Sekil 4.2.35 ve Sekil 4.2.36 egrileri elde edilmistir.

Enine kayma deformasyonlarinin etkisi göz önüne alindigi ve alinmadigi durumlarda, a/b orani arttiginda serbest titresim frekansi degerlerinin düzenli bir azalma gösterdigi Çizelge 4.2.25 ve Sekil 4.2.35'den gözlenmektedir. Burada, a/b=1 olmasi özel hal olup, kare plagi göstermektedir.



Sekil 4.2.35. (m,n)=(40,1) ve h=0.01m için KDPT dikkate alindiginda homojen ortotrop plak ve Young modülleri ve yogunlugu ayni anda üstel degisen ortotrop plak için serbest titresim frekansi degerlerinin degisimi

Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = +e^{K*|\bar{z}|}$ fonksiyonu ile degisen homojen olmayan ortotrop kompozit plagin enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisi (m,n)=(40,1) oldugunda a/b=1 için % 88.391 olurken, a/b=10 için ise % 23.918 olmaktadir.(m,n)=(40,1) oldugunda, homojen olmayan ortotrop kompozit plagin Young modüllerinin ve yogunlugunun $\eta_1(\bar{z}) = -e^{K*|\bar{z}|}$ fonksiyonu ile degismesi durumunda ise, enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisi a/b=1 için % 88.391 oranina sahip olurken, a/b=10 için % 23.914 olmaktadir.Homojen veya homojen olmayan ortotrop kompozit dikdörtgen plagin Young modüllerinin ve yogunlugunun $\eta_1(\bar{z}) = -e^{K*|\bar{z}|}$ fonksiyonu ile degismesi durumunda, a/b oranindaki artisin, (m,n)=(40,1) için enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine olan etkisini azalttigi açiktir (Sekil 4.2.36).



Sekil 4.2.36. (m,n)=(40,1) ve h=0.01m için KDPT ve KPT dikkate alindiginda homojen ortotrop plak ve Young modülleri ve yogunlugu ayni anda üstel degisen ortotrop plak için enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisinin degisimi

Çizelge 4.2.25'den görüldügü gibi, klasik teori kullanilarak elde edilen sonuçlar göz önünde bulundurulduguunda, plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = +e^{K*|\bar{z}|}$ seklinde degistiginde homojen plaga göre serbest titresim frekansi % 1.94 kadar büyük deger almaktadir.Plagi olusturan malzemenin Young modüllerinin ve yogunlugunun $\eta_1(\bar{z}) = -e^{K*|\bar{z}|}$ seklinde degismesi durumunda ise, homojen plaga kiyasla serbest titresim frekansi % 5.22 kadar küçük deger almaktadir.(m,n)=(40,1) oldugunda, kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonunun göz önüne alinmasi durumunda ise, plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\overline{z}) = +e^{K*|\overline{z}|}$ seklinde degistiginde homojen olmamanin titresim frekansina etkisi % 1.94, plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\overline{z}) = -\overline{z}^2$ seklinde degistiginde ise, % 5.22 oranina sahiptir. Burada, homojen olmamanin titresim frekansina etkisinin a/b oraninin degisimine bagli olmadigi, ayrica enine kayma deformasyonu etkisinin homojen olmamayi etkilemedigi açikça görülmektedir.

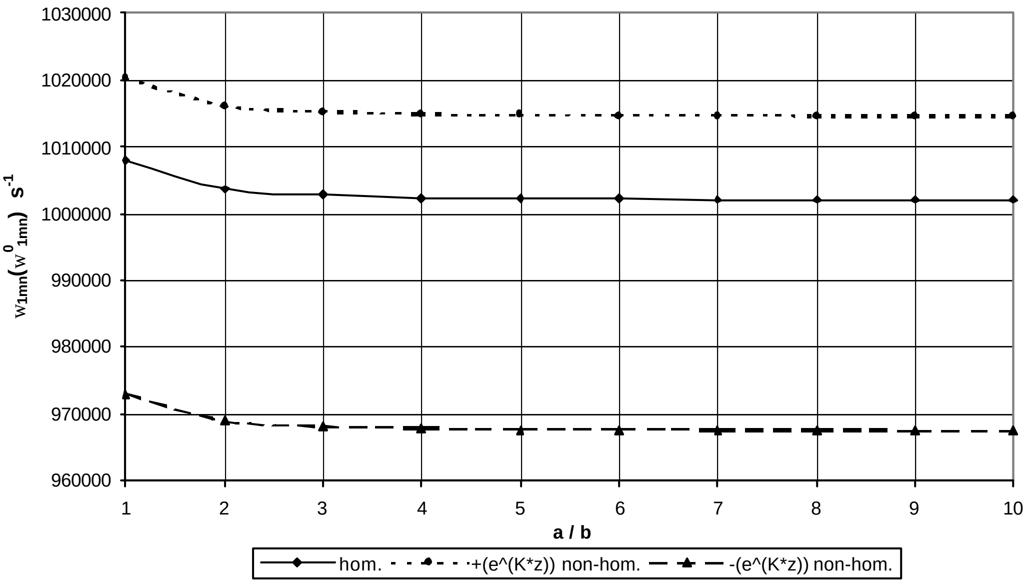
Çizelge 4.2.24 ve Çizelge 4.2.25 karsilastirilacak olursa, (m,n)=(1,40) için Çizelge 4.2.24’da a/b orani enine kayma deformasyonu etkisini fazla degistirmezken, Çizelge 4.2.25’de a/b oraninin enine kayma deformasyonu etkisini degistirdigi görülmektedir.

Çizelge 4.2.25. KDPT ve KPT kullanildiginda ortotrop plagin Young modülleri ve yogunlugu ayni anda kalinlik koordinatina göre üstel, yani $\eta_i(\bar{z}) = \pm e^{K*|\bar{z}|}, (i = 1,2)$ seklinde degistiginde, (m,n)=(40,1) ve h=0.01m için a/b oraninin degisimine göre titresim frekansinin degisimi

(m,n)=(40,1)	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = +e^{K*\|\bar{z}\|}, \mu_1 = \mu_2 = 0.9$	
a/b	ω^0_{1mn}	ω^0_{2mn}	ω_{1mn}	ω_{2mn}
1	839909.252	7235053.526	856237.651	7375800.020
2	411816.342	1809055.001	419822.328	1844247.297
3	266169.950	804240.776	271344.473	819886.004
4	191737.517	452556.171	195465.024	461359.934
5	146288.470	289776.849	149132.417	295413.997
6	115693.164	201353.947	117942.318	205270.969
7	93824.456	148038.178	95648.468	150918.026
8	77554.259	113434.657	79061.967	115641.348
9	65096.009	89711.071	66361.519	91456.257
10	55344.626	72742.210	56420.563	74157.295
a/b	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = -e^{K*\|\bar{z}\|}, \mu_1 = \mu_2 = 0.9$	
1	839909.252	7235053.526	796114.955	6857583.775
2	411816.342	1809055.001	390343.537	1714672.349
3	266169.950	804240.776	252291.395	762281.644
4	191737.517	452556.171	181739.995	428945.252
5	146288.470	289776.849	138660.739	274658.509
6	115693.164	201353.947	109660.724	190848.838
7	93824.456	148038.178	88932.288	140314.678
8	77554.259	113434.657	73510.446	107516.504
9	65096.009	89711.071	61701.790	85030.633
10	55344.626	72742.210	52458.861	68947.078

Çizelge 4.2.26, KDPT ve KPT kullanildiginda ortotrop plagin Young modülleri ve yogunlugu ayni anda kalinlik koordinatina göre üstel, yani $\eta_i(\bar{z}) = \pm e^{K*|\bar{z}|}, (i = 1,2)$ seklinde degistiginde, K=-0.5, h=0.02 m ve dalga sayilari (m,n)=(1,40) oldugunda a/b oraninin degisimine göre serbest titresim frekansi degerlerinin degisimini göstermektedir. Çizelge 4.2.26 esas alinarak, Sekil 4.2.37 elde edilmistir.

Çizelge 4.2.26'dan, enine kayma deformasyonlarinin etkisi göz önüne alindigi ve alinmadigi durumlarda, a/b orani arttiginda serbest titresim frekansi degerlerinin yavas fakat düzenli bir azalma gösterdigi gözlenebilmektedir.



Sekil 4.2.37. (m,n)=(1,40) ve h=0.02m için KDPT dikkate alindiginda homojen ortotrop plak ve Young modülleri ve yogunlugu ayni anda üstel degisen ortotrop plak için serbest titresim frekansi degerlerinin degisimi

Homojen olmayan ortotrop kompozit plagin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = +e^{K*|\bar{z}|}$ fonksiyonu ile degistiginde, enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisi (m,n)=(1,40) ve a/b=1 için % 71.256, a/b=10 için ise % 71.393 olmaktadir.Homojen olmayan ortotrop kompozit plagin Young modüllerinin ve yogunlugunun $\eta_1(\bar{z}) = -e^{K*|\bar{z}|}$ fonksiyonu ile degismesi durumunda ise, enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisi (m,n)=(1,40) ve a/b=1 için % 70.555 olurken, a/b=10 için % 70.697 olmaktadir. Homojen veya homojen olmayan durumda, a/b oraninin artmasi ile, h=0.02 ve (m,n)=(1,40) için enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerinin neredeyse degismedigi açikça görülmektedir (Çizelge 4.2.26).

Çizelge 4.2.26' dan görüldügü gibi, sonuçlar klasik teori kullanilarak elde edildiginde, plagi olusturan malzemenin Young modüllerinin ve yogunlugunun $\eta_1(\overline{z}) = +e^{K^*|\overline{z}|}$ seklinde degismesi durumunda homojen plaga kiyasla serbest titresim frekansi % 1.91 kadar büyük deger almaktadir.Plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\overline{z}) = -e^{K^*|\overline{z}|}$ seklinde degistiginde ise, homojen plaga göre serbest titresim frekansi % 5.13 kadar küçük deger almaktadir.(m,n)=(1,40) için kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu göz önüne alindiginda ise, homojen olmamanin titresim frekansina etkisi, plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\overline{z}) = +e^{K^*|\overline{z}|}$ seklinde degistiginde, % 1.24 oranina sahipken, plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\overline{z}) = -e^{K^*|\overline{z}|}$ seklinde degistiginde ise, % 3.46 oranina sahiptir. Burada, homojen olmamanin titresim frekansina etkisinin a/b oraninin degisimine bagli olmadigi görülmektedir.

Çizelge 4.2.24 ve Çizelge 4.2.26 karsilastirilacak olursa, h=0.02 oldugunda alinan serbest titresim frekansi degerleri ile enine kayma deformasyonunun etkileri, h=0.01 oldugunda alinan degerlerden daha büyüktür.

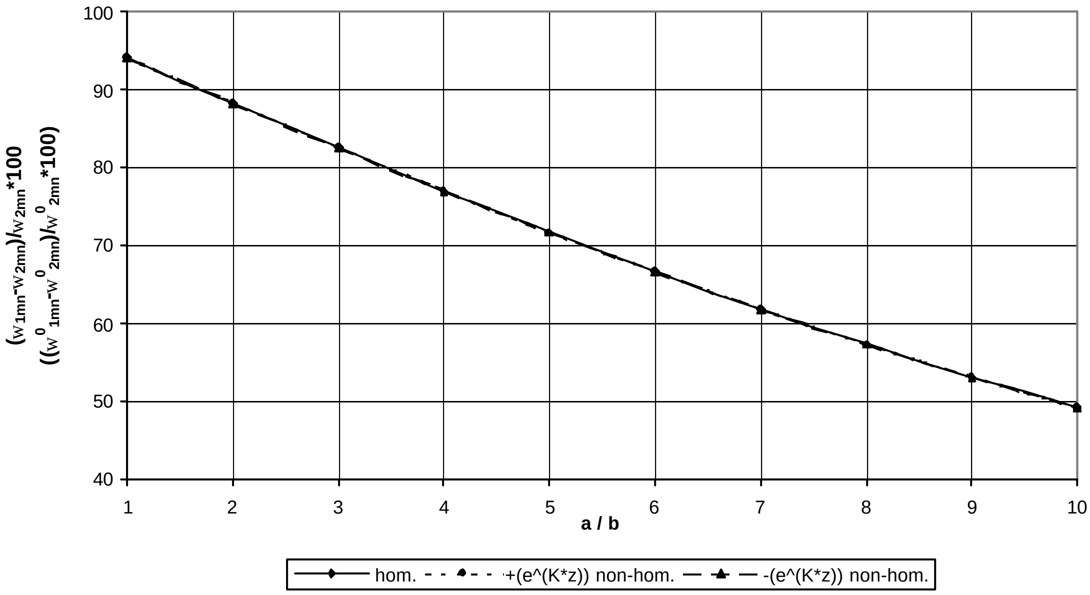
Çizelge 4.2.26. KDPT ve KPT kullanildiginda ortotrop plagin Young modülleri ve yogunlugu ayni anda kalinlik koordinatina göre üstel, yani $\eta_i(\bar{z}) = \pm e^{K*|\bar{z}|}, (i = 1,2)$ seklinde degistiginde, (m,n)=(1,40) ve h=0.02m için a/b oraninin degisimine göre titresim frekansinin degisimi

(m,n)=(1,40)	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = +e^{K*\lvert\bar{z}\rvert}, \mu_1 = \mu_2 = 0.9$	
a/b	ω^0_{1mn}	ω^0_{2mn}	ω_{1mn}	ω_{2mn}
1	1007810.329	3483074.033	1020339.413	3549724.539
2	1003625.438	3480641.518	1016111.706	3547245.478
3	1002741.364	3480192.317	1015218.620	3546787.682
4	1002422.499	3480035.189	1014896.507	3546627.547
5	1002273.188	3479962.480	1014745.677	3546553.445
6	1002191.617	3479922.986	1014663.275	3546513.196
7	1002142.274	3479899.174	1014613.430	3546488.929
8	1002110.185	3479883.721	1014581.013	3546473.179
9	1002088.154	3479873.126	1014558.759	3546462.381
10	1002072.382	3479865.548	1014542.826	3546454.658
a/b	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = -e^{K*\lvert\bar{z}\rvert},\ \mu_1 = \mu_2 = 0.9$	
1	1007810.329	3483074.033	972987.719	3304432.417
2	1003625.438	3480641.518	968923.583	3302124.665
3	1002741.364	3480192.317	968064.935	3301698.501
4	1002422.499	3480035.189	967755.233	3301549.433
5	1002273.188	3479962.480	967610.214	3301480.451
6	1002191.617	3479922.986	967530.987	3301442.985
7	1002142.274	3479899.174	967483.061	3301420.394
8	1002110.185	3479883.721	967451.892	3301405.732
9	1002088.154	3479873.126	967430.495	3301395.681
10	1002072.382	3479865.548	967415.176	3301388.491

Çizelge 4.2.27, KDPT ve KPT kullanildiginda ortotrop plagin Young modülleri ve yogunlugu ayni anda kalinlik koordinatina göre üstel, yani $\eta_i(\bar{z}) = \pm e^{K*|\bar{z}|}, (i = 1,2)$ seklinde degistiginde, K=-0.5, h=0.02 m ve dalga sayilari (m,n)=(40,1) oldugunda a/b oraninin degisimine göre serbest titresim frekansi degerlerinin degisimini göstermektedir. Çizelge 4.2.27 esas alinarak, Sekil 4.2.38 egrisi elde edilmistir.

Enine kayma deformasyonlarinin etkisinin göz önüne alindigi ve alinmadigi durumlarda, a/b orani arttiginda serbest titresim frekansi degerlerinin düzenli bir azalma gösterdigi Çizelge 4.2.27'den görülebilmektedir.

Sekil 4.2.38'den görüldügü gibi, Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = +e^{K^*|\bar{z}|}$ fonksiyonu ile degisen homojen olmayan ortotrop kompozit plagin enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisi (m,n)=(40,1) oldugunda a/b=1 için % 94.128, a/b=10 için ise % 49.181 oranina sahip olmaktadir.Homojen olmayan ortotrop kompozit plagin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = -e^{K^*|\bar{z}|}$ fonksiyonu ile degistiginde, enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisi (m,n)=(40,1) oldugunda, a/b=1 için % 94.127, a/b=10 için ise % 49.172 olmaktadir. Burada, homojen veya homojen olmayan ortotrop kompozit plagin Young modüllerinin ve yogunlugunun kalinlik koordinatina göre degismesi durumunda, a/b oraninin artmasinin, (m,n)=(40,1) için enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine olan etkisini azalttigi görülmektedir.



Sekil 4.2.38. (m,n)=(40,1) ve h=0.02m için KDPT ve KPT dikkate alindiginda homojen ortotrop plak ve Young modülleri ve yogunlugu ayni anda üstel degisen ortotrop plak için enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisinin degisimi

Çizelge 4.2.27’den görüldügü gibi, klasik teori kullanilarak elde edilen sonuçlar göz önüne alindiginda, plagi olusturan malzemenin Young modüllerinin ve yogunlugun $\eta_1(\bar{z}) = +e^{K^*|\bar{z}|}$ seklinde degismesi durumunda, homojen plaga kiyasla serbest titresim frekansi % 1.91 kadar büyük deger almaktadir.Plagi olusturan malzemenin Young modüllerinin ve yogunlugunun $\eta_1(\bar{z}) = -e^{K^*|\bar{z}|}$ seklinde degismesi durumunda ise, homojen plaga göre serbest titresim frekansi % 5.1 kadar küçük olmaktadir.(m,n)=(40,1) oldugunda kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu dikkate alindiginda ise, homojen olmamanin titresim frekansina etkisi, plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = +e^{K^*|\bar{z}|}$ seklinde degistiginde % 1.91 oranina sahipken, plagi olusturan malzemenin Young modülleri ve yogunlugu $\eta_1(\bar{z}) = -e^{K^*|\bar{z}|}$ seklinde degistiginde % 5.1 olmaktadir. Burada, homojen olmamanin titresim frekansina etkisinin a/b oraninin degisimine bagli olmadigi görülebilir.

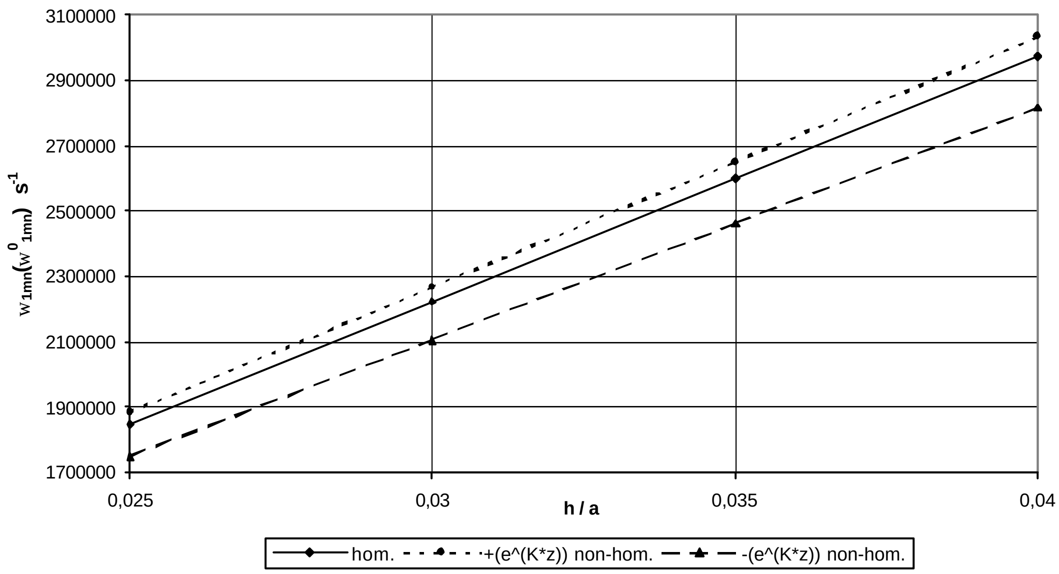
Çizelge 4.2.26 ve Çizelge 4.2.27 arasinda karsilastirma yapilacak olursa, (m,n)=(1,40) için Çizelge 4.2.26’da a/b orani enine kayma deformasyonu etkisini fazla degistirmezken, Çizelge 4.2.27’de a/b oraninin enine kayma deformasyonu etkisini degistirdigi görülebilir.

Çizelge 4.2.27. KDPT ve KPT kullanildiginda ortotrop plagin Young modülleri ve yogunlugu ayni anda kalinlik koordinatina göre üstel, yani $\eta_i(\bar{z}) = \pm e^{K^*|\bar{z}|}, (i = 1,2)$ seklinde degistiginde, (m,n)=(40,1) ve h=0.02m için a/b oraninin degisimine göre titresim frekansinin degisimi

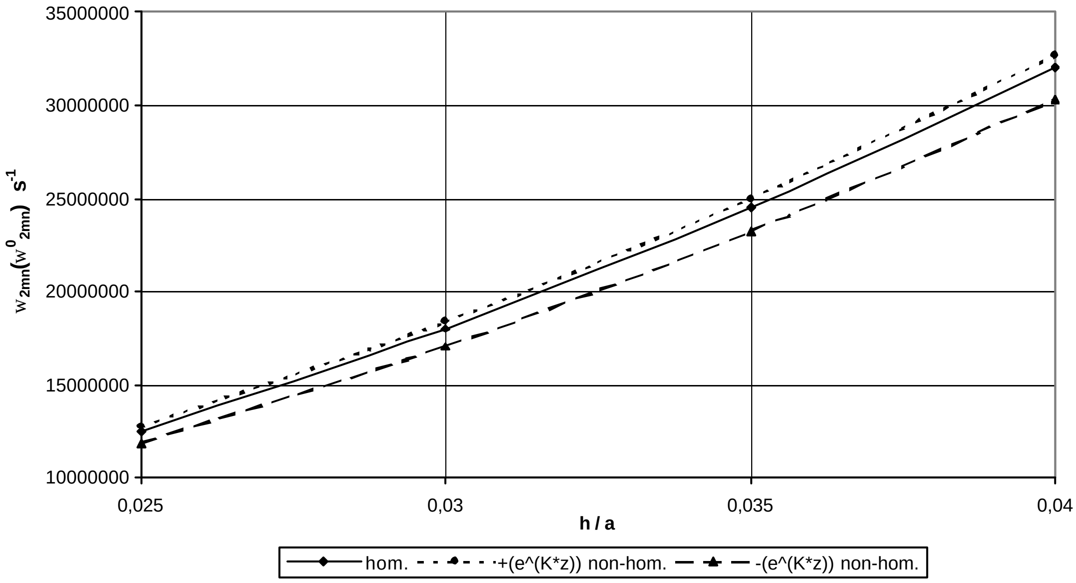
(m,n)=(40,1)	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = +e^{K^*|\bar{z}|}, \mu_1 = \mu_2 = 0.9$	
a/b	ω_{1mn}^0	ω_{2mn}^0	ω_{1mn}	ω_{2mn}
1	849670.679	14470107.05	865886.512	14747000.380
2	422763.051	3618110.001	430831.419	3687344.494
3	279585.863	1608481.550	284921.716	1639260.716
4	207390.490	905112.341	211348.506	922432.156
5	163638.591	579553.697	166761.609	590643.771
6	134157.224	402707.894	136717.595	410413.928
7	112875.211	296076.355	115029.418	301741.937
8	96757.403	226869.314	98604.005	231210.581
9	84116.417	179422.141	85721.767	182855.481
10	73937.675	145484.421	75348.766	148268.344
a/b	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = -e^{K^*|\bar{z}|}, \mu_1 = \mu_2 = 0.9$	
1	849670.679	14470107.05	806196.105	13727957.08
2	422763.051	3618110.001	401131.795	3432542.594
3	279585.863	1608481.550	265280.464	1525984.958
4	207390.490	905112.341	196779.067	858690.495
5	163638.591	579553.697	155265.794	549829.262
6	134157.224	402707.894	127292.881	382053.614
7	112875.211	296076.355	107099.791	280891.046
8	96757.403	226869.314	91806.673	215233.529
9	84116.417	179422.141	79812.480	170219.850
10	73937.675	145484.421	70154.548	138022.744

Çizelge 4.2.28, KDPT ve KPT kullanildiginda ortotrop plagin Young modülleri ve yogunlugu ayni anda kalinlik koordinatina göre üstel, yani $\eta_i(\bar{z}) = \pm e^{K^*|\bar{z}|}, (i = 1,2)$ seklinde degistiginde, dalga sayilari (m,n)=(50,1) oldugunda h/a oraninin degisimine göre serbest titresim frekansi degerlerinin degisimini göstermektedir. Çizelge 4.2.28 esas alinarak, Sekil 4.2.39-4.2.40 egrileri elde edilmistir.

Enine kayma deformasyonlarinin etkisinin göz önüne alindigi ve alinmadigi durumlarda, h/a orani arttiginda serbest titresim frekansi degerlerinin de arttigi Çizelge 4.2.28, Sekil 4.2.39 ve Sekil 4.2.40'dan görülebilmektedir.

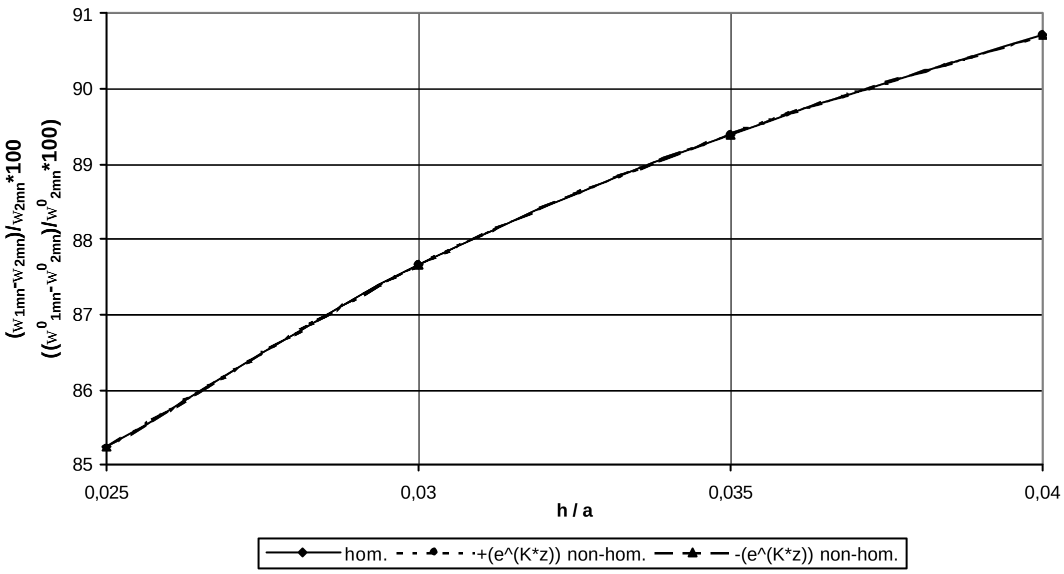


Sekil 4.2.39. (m,n)=(50,1) ve h/a orani için KDPT dikkate alindiginda homojen ortotrop plak ve Young modülleri ve yogunlugu ayni anda üstel degisen ortotrop plak için serbest titresim frekansi degerlerinin degisimi



Sekil 4.2.40. (m,n)=(50,1) ve h/a orani için KPT dikkate alindiginda homojen ortotrop plak ve Young modülleri ve yogunlugu ayni anda üstel degisen ortotrop plak için serbest titresim frekansi degerlerinin degisimi

Homojen ve homojen olmayan durumlarda, kayma deformasyonu etkisi ayni olup, h/a oraninin artmasi ile bu etki artmakta ve (m,n)=(50,1) yaklasik olarak % 91 oranina çikmaktadir.Yapilan hesaplar neticesinde bu etkinin, m'nin artmasina bagli olarak artacagi açikça görüldügünden en büyük etkiyi elde etmek için burada (m,n)=(50,1) seçilmistir (Sekil 4.2.41).



Sekil 4.2.41. (m,n)=(50,1) ve h/a orani için KDPT ve KPT dikkate alindiginda homojen ortotrop plak ve Young modülleri ve yogunlugu ayni anda üstel degisen ortotrop plak için enine kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisinin degisimi

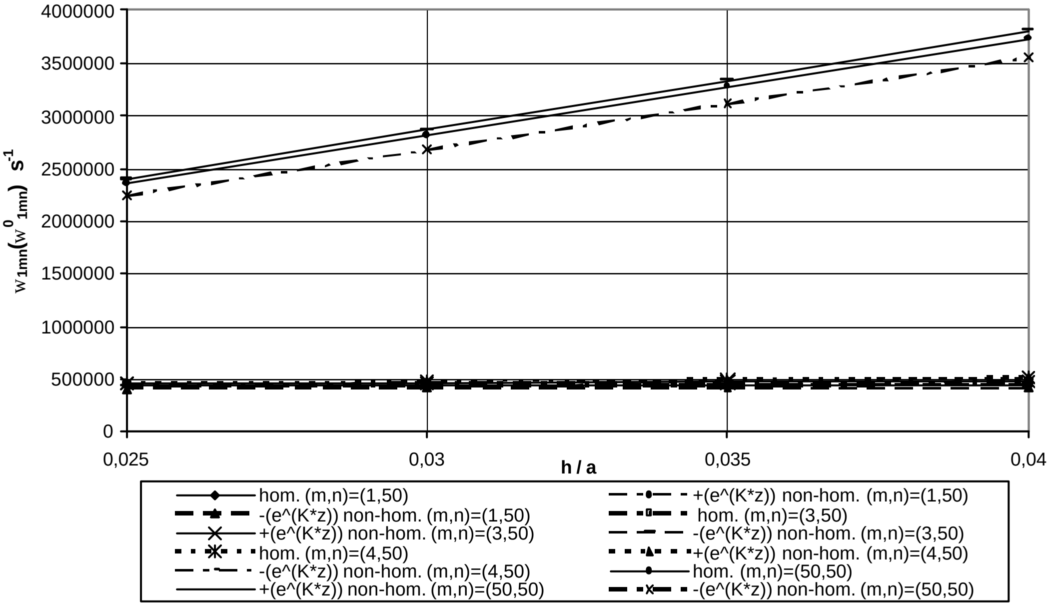
Çizelge 4.2.28'den görüldügü gibi, $\eta_i(\overline{z}) = +e^{K*|\overline{z}|}, (i = 1,2)$ için enine kayma deformasyonu etkisinin dikkate alindigi ve alinmadigi durumlarda, homojen olmamanin titresim frekansina etkisi, h/a oraninin bütün degerleri için % 1.97 olmaktadir. $\eta_i(\overline{z}) = -e^{K*|\overline{z}|}, (i = 1,2)$ için kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu ve klasik teori dikkate alindigi durumlarda, h/a oraninin bütün degerleri için % 5.27 oranina sahip olmaktadir. Burada, homojen olmamanin titresim frekansina etkisinin h/a oraninin artisina bagli olmadigi açikça görülmektedir.

Çizelge 4.2.28. KDPT ve KPT kullanildiginda ortotrop plagin Young modülleri ve yogunlugu ayni anda kalinlik koordinatina göre üstel, yani $\eta_i(\bar{z}) = \pm e^{K^*|\bar{z}|}, (i=1,2)$ seklinde degistiginde, (m,n)=(50,1) ve a/b oraninin degisimine göre titresim frekansinin degisimi

(m,n)=(50,1)	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = +e^{K^*\|\bar{z}\|}, \mu_1 = \mu_2 = 0.9$	
h/a	ω^0_{1mn}	ω^0_{2mn}	ω_{1mn}	ω_{2mn}
0.025	1847053.674	12509103.31	1883364.093	12755024.32
0.030	2223878.599	18013078.35	2267596.854	18367204.01
0.035	2599782.808	24517776.12	2650890.800	24999780.01
0.040	2975099.972	32023196.69	3033586.159	32652752.38
h/a	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = -e^{K^*\|\bar{z}\|}, \mu_1 = \mu_2 = 0.9$	
0.025	1847053.674	12509103.31	1749633.295	11849303.28
0.030	2223878.599	18013078.35	2106583.093	17062967.90
0.035	2599782.808	24517776.12	2462660.737	23224571.56
0.040	2975099.972	32023196.69	2818182.298	30334114.29

KDPT ve KPT kullanildiginda ortotrop plagin Young modülleri ve yogunlugu ayni anda kalinlik koordinatina göre üstel, yani $\eta_i(\bar{z}) = \pm e^{K^*|\bar{z}|}, (i=1,2)$ seklinde degistiginde, dalga sayilari (m,n)=(1,50), (m,n)=(3,50), (m,n)=(4,50), (m,n)=(50,50) oldugunda h/a oraninin degisimine göre serbest titresim frekansi degerlerinin degisimi Çizelge 4.2.29'da sunulmaktadir. Çizelge 4.2.29 esas alinarak, Sekil 4.2.42 elde edilmistir.

Enine kayma deformasyonlarinin etkisinin göz önüne alindigi ve alinmadigi durumlarda, h/a orani arttiginda serbest titresim frekansi degerlerinin degisimi Çizelge 4.2.29 ve Sekil 4.2.42'den görülebilmektedir.



Sekil 4.2.42. (m,n)=(m,50) ve h/a orani için KDPT dikkate alindiginda homojen ortotrop plak ve Young modülleri ve yogunlugu ayni anda üstel degisen ortotrop plak için serbest titresim frekansi degerlerinin degisimi

Homojen ve homojen olmayan durumlarda, kayma deformasyonunun titresim frekansi degerlerine etkisi, (m,n)=(1,50) için h/a oraninin artmasi ile azalmakta, fakat (m,n)=(3,50) degerlerinden itibaren ise h/a oraninin artmasi ile artmaktadir. Burada (m,n)=(3,50) için etki orani minimum degere sahip olup, m' nin sonraki artisina bagli olarak artmaktadir (Çizelge 4.2.29).

Çizelge 4.2.29'da görüldügü gibi, (m,n)=(m,50) için kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu dikkate alindiginda, homojen olmamanin titresim frekansina etkisi $\eta_1(\overline{z}) = +e^{K^*|\overline{z}|}$ oldugunda h/a oraninin bütün degerleri için % 1.81 oranini almaktadir. $\eta_1(\overline{z}) = -e^{K^*|\overline{z}|}$ oldugunda ise, h/a oraninin bütün degerleri için % 4.89 oranina sahip olmaktadir.Klasik teorinin kullanildigi durumda ise, homojen olmamanin titresim frekansina etkisi $\eta_1(\overline{z}) = +e^{K^*|\overline{z}|}$ oldugunda h/a oraninin bütün degerleri için % 1.97, $\eta_1(\overline{z}) = -e^{K^*|\overline{z}|}$ oldugunda ise, % 5.27 olmaktadir.Burada, homojen olmamanin titresim frekansina etkisinin h/a oranina ve boyuna dalga sayisina bagli olarak degismedigi görülmektedir.

Çizelge 4.2.29. KDPT ve KPT kullanildiginda ortotrop plagin Young modülleri ve yogunlugu ayni anda kalinlik koordinatina göre üstel, yani $\eta_i(\bar{z}) = \pm e^{K*|\bar{z}|}, (i = 1,2)$ seklinde degistiginde, (m,n)=(m,50) ve h/a oraninin degisimine göre titresim frekansinin degisimi

h/a	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = +e^{K*|\bar{z}|}, \mu_1 = \mu_2 = 0.9$	
(m,n)=(1,50)	ω^0_{1mn}	ω^0_{2mn}	ω_{1mn}	ω_{2mn}
0.025	430658.245	485341.120	438448.774	494882.618
0.030	431458.972	486151.675	439263.961	495709.108
0.035	432409.244	487120.694	440231.395	496697.177
0.040	433510.797	488253.631	441352.841	497852.387
(m,n)=(1,50)	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = -e^{K*|\bar{z}|}, \mu_1 = \mu_2 = 0.9$	
0.025	430658.245	485341.120	409580.844	459741.517
0.030	431458.972	486151.675	410342.441	460509.318
0.035	432409.244	487120.694	411246.276	461427.225
0.040	433510.797	488253.631	412293.995	462500.405
(m,n)=(3,50)	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = +e^{K*|\bar{z}|}, \mu_1 = \mu_2 = 0.9$	
0.025	445607.593	501385.512	453668.147	511242.433
0.030	453219.511	510303.577	461417.589	520335.821
0.035	462309.187	521617.496	470671.580	531872.164
0.040	472856.410	535648.033	481409.332	546178.533
(m,n)=(3,50)	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = -e^{K*|\bar{z}|}, \mu_1 = \mu_2 = 0.9$	
0.025	445607.593	501385.512	423799.528	474939.638
0.030	453219.511	510303.577	431039.325	483387.314
0.035	462309.187	521617.496	439684.589	494104.474
0.040	472856.410	535648.033	449716.087	507394.962
(m,n)=(4,50)	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = +e^{K*|\bar{z}|}, \mu_1 = \mu_2 = 0.9$	
0.025	459115.784	517560.362	467420.401	527735.269
0.030	472856.410	535648.033	481409.332	546178.533
0.035	489103.672	559135.096	497950.234	570127.337
0.040	507691.481	588734.403	516874.015	600308.548
(m,n)=(4,50)	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = -e^{K*|\bar{z}|}, \mu_1 = \mu_2 = 0.9$	
0.025	459115.784	517560.362	436647.323	490261.335
0.030	472856.410	535648.033	449716.087	507394.962
0.035	489103.672	559135.096	465168.835	529643.186
0.040	507691.481	588734.403	482847.589	557681.260
(m,n)=(50,50)	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = +e^{K*|\bar{z}|}, \mu_1 = \mu_2 = 0.9$	
0.025	2354210.71	12689805.25	2396781.475	12939278.75
0.030	2813276.309	18191348.12	2864148.934	18548978.46
0.035	3273863.699	24694569.02	3333065.068	25180048.55
0.040	3735404.195	32199026.90	3802951.551	32832039.29
(m,n)=(50,50)	$\mu_1 = \mu_2 = 0$		$\eta_1(\bar{z}) = -e^{K*|\bar{z}|}, \mu_1 = \mu_2 = 0.9$	
0.025	2354210.71	12689805.25	2239028.297	12020473.98
0.030	2813276.309	18191348.12	2675634.609	17231834.73
0.035	3273863.699	24694569.02	3113687.614	23392039.41
0.040	3735404.195	32199026.90	3552647.068	30500670.22

Mevcut çalismada elde edilen serbest titresim frekansi degerleri, literatürde bulunan degisik çalismalarla kiyaslanarak dogrulugu teyit edilmistir.Bu karsilastirmalar, Çizelge 4.2.30 ve Çizelge 4.2.31'de sunulmaktadir.

Çizelge 4.2.30'da, izotropik dikdörtgen plaklar için farkli çalismalarda klasik plak teorisi kullanilarak elde edilen frekans parametre degerleri sunulmaktadir. Çizelgenin birinci sütununda, Bhat (1985) tarafindan elde edilen kesin frekans parametresi degerleri, ikinci sütununda yine Bhat (1985) tarafindan ortogonal polinomlar kullanilarak elde edilen frekans parametresi degerleri, üçüncü sütunda Dickinson ve Blasio (1985) tarafindan elde edilen frekans parametresi degerleri, dördüncü sütunda ise mevcut tez çalismasinda özel halde elde edilen frekans parametresinin degerleri sunulmaktadir. Çizelge 4.2.30'dan görüldügü gibi, mevcut çalismada elde edilen sonuçlar ile literatürdeki sonuçlar birbiri ile oldukça yüksek bir uyum içerisindedir. Çizelge 4.2.30'daki karsilastirmalarda asagidaki malzeme sabitleri ve plak boyutlari kullanilmistir:

$E_{01} = 7.75\times10^{10}\,N/m^2$, $\quad E_{01} = E_{02}$, $\quad G_{012} = E_{01}/(2\times(1+\nu_1))$, $\quad G_{013} = G_{023} = 1$,

$\nu_{12} = \nu_{21} = 0.3$, $\rho_0 = 3.1\times10^3 kg/m^3$; h=0.00353 m, a=b=0.3411 m.

Çizelge 4.2.30. Izotropik dikdörtgen plaklar için frekans parametreleri $\left(\rho_0 h\omega^2 a^4 / D\right)^{1/2}$

a/b	(m,n)	Bhat (1985) Kesin sonuç	Bhat (1985) Ortogonal polinomlar	Dickinson ve Blasio (1985)	Mevcut çalisma (2004)
1.0	(1,1)	19.739	19.739	19.7392	19.7392
	(1,2)	49.348	49.348	49.3480	49.3480
	(2,1)	49.348	49.348	49.3480	49.3480
	(2,2)	78.957	78.957	78.9568	78.9568
	(1,3)	98.696	99.304	-	98.6960
	(3,1)	98.696	99.304	-	98.6960
2.5	(1,1)	71.555	71.555	-	71.5546
	(2,1)	101.163	101.164	-	101.1634
	(3,1)	150.511	150.991	-	150.5115
	(4,1)	219.599	222.918	-	219.5987
	(1,2)	256.610	256.610	-	256.6097
	(2,2)	286.219	286.219	-	286.2185

Çizelge 4.2.31’de Reddy (1997) ve mevcut çalismada kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonu (KDPT) ve klasik plak teorisi (KPT) için elde edilen serbest titresim frekansi parametresi degerleri sunulmaktadir.Kayma deformasyonlu plak teorisinin parabolik kayma deformasyonlu versiyonunun bir diger adi bazi kaynaklarda birinci dereceden kayma deformasyon teorisi olarak geçmektedir. Burada kullanilan K=5/6, KDPT için kayma düzeltme katsayisi olup, Çizelge 4.2.31’deki karsilastirmalarda asagidaki malzeme sabitleri ve plak boyutlari kullanilmistir:

$E_1 = 1.724\times 10^{11}$, $E_1 = 25E_2$, $G_{12} = G_{13} = 0.5E_2$, $G_{23} = 0.2E_2$, $\nu_{12} = 0.25$, $\nu_{21} = 0.01$; a=b=0.3411.

Degerler, a/h oraninin farkli degerleri için KDPT ve KPT kullanilarak elde edilmistir. $a/h \le 25$ oldugunda genel olarak kalin plaklar, a/h>25 oldugunda ise ince plaklar söz konusudur.Çizelge 4.2.31 incelendiginde, Birinci Dereceden Kayma Deformasyon Teorisi (KDPT) ve Klasik Plak Teorisi (KPT) için Reddy (1997) çalismasinda ve mevcut çalismada elde edilen sonuçlarin uyum içerisinde oldugu açikça görülmektedir.

Mevcut çalismada elde edilen formüllerde Soldatos ve Messina (2001), Tong (1994) ve Ambartsumyan (1964) tarafindan kayma deformasyonu için kullanilan fonksiyonlar dikkate alinarak dogal frekans degerleri için hesap yapilmis ve elde edilen degerler de Çizelge 4.2.31’de sunulmaktadir. Soldatos ve Messina (2001), çalismasinda kayma deformasyonu fonksiyonu için $f_i(z) = (h^2 - 4z^2)$ ifadesini, Tong (1994) çalismasinda kayma deformasyonu fonksiyonu için $f_i(z) = \frac{5}{4}(h^2 - 4z^2)$ ifadesini seçmis ve mevcut tez çalismasinda ise Ambartsumyan (1964) çalismasinda kullanilan (1.3.3.1) kayma deformasyonu fonksiyonu seçilmistir. Çizelge 4.2.31’de sunulan dogal frekans degerlerini karsilastirdigimizda, KPT teorisi ile elde edilen dogal frekans degerlerinin ayni oldugunu, fakat KDPT teorisi kullanildiginda mevcut tez çalismasinda elde edilen degerler Soldatos ve Messina (2001) ve Tong (1994) çalismasinda kullanilan fonksiyonlar için elde edilen dogal frekans degerlerinden daha küçük oldugu görülmektedir. Bu ise tez çalismasinda kullanilan kayma deformasyonu fonksiyonunun titresim frekansi parametresine etkisinin daha büyük oldugunu göstermektedir.

Çizelge 4.2.31. Basit mesnetli dikdörtgen plaklarda kayma deformasyonunun dogal frekanslara etkisi

$\overline{\varpi} = \omega\left(a^2 / h\right)\sqrt{\rho_0 / E_{02}}$; $E_{01} = 1.724 \times 10^{11}$; $E_1 = 25E_2$; $G_{012} = G_{013} = 0.5E_{02}$; $G_{023} = 0.2E_{02}$, $\nu_{21} = 0.01$; $\nu_{12} = 0.25$; K=5/6

$\overline{\varpi} = \omega\left(a^2 / h\right)\sqrt{\rho_0 / E_{02}}$					
a/h	Teori	Reddy (1997) çalismasi	Mevcut çalisma (Soldatos ve Messina, 2001)	Mevcut çalisma Tong (1994)	Mevcut çalisma Ambartsumyan (1964)
10	KDPT	12.452	12.680	13.087	7.420
	KPT	15.104	15.228	15.228	15.228
20	KDPT	14.355	14.432	14.583	11.094
	KPT	15.197	15.228	15.228	15.228
25	KDPT	14.651	14.703	14.805	12.134
	KPT	15.208	15.228	15.228	15.228
50	KDPT	15.077	15.091	15.118	14.217
	KPT	15.223	15.228	15.228	15.228
100	KDPT	15.190	15.193	15.200	14.953
	KPT	15.227	15.228	15.228	15.228

5.SONUÇLAR

Bu çalismada, kayma deformasyonlu plak teorisi kullanilarak, Young modülleri ve yogunlugu kalinlik koordinatina bagli olarak sürekli degisen ortotrop kompozit malzemelerden olusan basit mesnetli dikdörtgen plaklarin serbest titresim problemi incelenmistir.

Enine kayma deformasyonlari içeren ve Young modülleri ve yogunlugu kalinlik koordinatina göre sürekli degisen malzemelerden olusan anizotrop plaklar için genel halde temel baginti ve titresim denklemleri olusturulmus, basit mesnetli dikdörtgen ortotrop plaklarda titresim frekansi için analitik formül elde edilmistir.

Young modülleri ve yogunlugun degisim fonksiyonlari ve kayma deformasyonu fonksiyonu ayri-ayri sifira esit oldugu durumlarda, ortotrop ve izotrop malzemelerden olusan dikdörtgen plaklar için uygun ifadeler, bu formülden özel olarak elde edilmistir.

Enine kayma deformasyonu fonksiyonlarinin degisik sekilleri için, Young modülleri ve yogunlugu üstel ve kuvvet fonksiyonlari seklinde degisiminin, Young modülleri ve plak parametreleri oranlari degisiminin titresim frekansi degerlerine etkisinin önemli oldugu sayisal olarak kanitlanmis ve genel ifadelerle belirtilebilecek su sonuçlar elde edilmistir:

- Homojen ve homojen olmayan durumlarda KDPT kullanildiginda elde edilen serbest titresim frekansinin degerleri KPT kullanildiginda elde edilen degerlerden daha küçük olmaktadir.

- KDPT ve KPT kullanildiginda ve plagi olusturan ortotrop malzemeler homojen ve homojen olmayan oldugunda (m,n) dalga sayilari artiginda serbest titresim frekansi degerleri düzenli artmaktadir.

- KDPT ve KPT kullanildiginda boyuna dalga sayisini artmasi kayma deformasyonunun titresim frekansina etkisini önemli derecede artirmaktadir.

- KDPT ve KPT kullanildiginda enine dalga sayisi artiginda kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisi önce azaltmakta ve sonra ise bu etki artmaktadir.

- KDPT ve KPT kullanildiginda homojen olmamanin serbest titresim frekansi degerlerine etkisi dalga sayisinin degisimine bagli degildir.

- KDPT ve KPT kullanildiginda Young modülleri orani artiginda serbest titresim frekansinin degerleri önce azalmakta, sonra ise artmaktadir, fakat artis çok zayif olmaktadir.

- Homojen olmamanin serbest titresim frekansinin degerlerine etkisi enine kayma deformasyonu etkisi göz önüne alindiginda ve alinmadigi durumlarda ayni olup, Young modülleri orani degisimine bagli degildir.

- KPT kullanildiginda, dalga sayilarinin degistigi durumlarda homojen olmamanin serbest titresim frekansinin degerlerine etkisi h/a oranin degisimine bagli degildir.

- KDPT kullanildiginda, dalga sayilarinin degistigi durumlarda homojen olmamanin serbest titresim frekansinin degerlerine etkisi h/a oranin degisimine zayif olsa da bir baglilik vardir.

- Degisik dalga sayilari için h/a orani artiginda kayma deformasyonunun serbest titresim frekansinin degerlerine etkisi artmaktadir.

- h/a oraninin büyük degerlerinde, enine kayma deformasyonu fonksiyonlari $f(z)=\frac{1}{2}\left(\frac{h^2}{4}-z^2\right)$, $f(z)=h^2-4z^2$ ve $f(z)=\frac{5}{4}\left(h^2-4z^2\right)$ sekillerinde seçildiginde serbest titresim frekansinin en düsük degerleri birinci fonksiyonun kullanildigi durumda meydana gelmekte, h/a oraninin küçük degerlerinde ise söz konusu uç fonksiyonun her biri ayni sonuçlar vermektedir.

- KDPT ve KPT kullanildiginda, a/b orani artiginda serbest titresim frekansinin degerleri yavas, fakat düzenli bir azalma göstermekte ve kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisi degismemektedir.

- KDPT ve KPT kullanildiginda, (1,n) için a/b orani artiginda kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisi degismemektedir.

- KDPT ve KPT kullanildiginda, (m,n) lerin degisimi için a/b orani artiginda homojen olmamanin serbest titresim frekansi degerlerine etkisi degismemektedir.

- KDPT ve KPT kullanildiginda, (m,1) için a/b orani artiginda serbest titresim frekansi degerleri azalmakta ve kayma deformasyonunun serbest titresim frekansi degerlerine etkisi önemli derecede olup, a/b artisina bagli olarak azalmaktadir.

- Young modülleri ve yogunluk fonksiyonlari ayri-ayri ve birlikte parabolik ve üstel fonksiyonlar seklinde degistiginde üstel fonksiyon seklinde degisimin serbest titresim frekansi degerlerine etkisi daha büyük olmaktadir.

- Young modülleri ve yogunluk fonksiyonlari üstel fonksiyon seklinde degistiginde ve K parametresinin azalmasi KPT kullanildiginda serbest titresim frekansi degerlerine daha fazla etki göstermektedir.

- Young modülleri ve yogunluk fonksiyonlari negatif oldugunda serbest titresim frekansi degerlerine pozitif fonksiyonlarin seçildigi durumlardan daha fazla etki göstermektedir.

- (m,n) degisiminden bagimsiz olarak, Young modülleri ve yogunlugun degisim fonksiyonu kuvvet fonksiyonu seklinde degistiginde; yogunluk sabit ve Young modülleri degisiminin serbest titresim frekansi degerlerine etkisi çok az, Young modülleri sabit ve yogunluk degisiminin titresim frekansi degerlerine etkisi ise fazla olmakta, ayrica Young modülleri ile yogunlugun birlikte degistigi durumdaki serbest titresim frekansina olan etki ile ayni olmaktadir.

- Young modülleri ve yogunlugun degisim fonksiyonu pozitif ve üstel olarak degistiginde, yogunluk sabit tutulup, Young modülleri degisiminin serbest titresim frekansi degerlerine etkisi, Young modülleri sabit ve yogunluk degisiminin ve Young modülleri ile yogunlugun ayni anda degisimlerinin titresim frekansi degerlerine etkisinden daha büyük olmaktadir. En küçük etki ise, Young modülleri ve yogunluk ayni anda degistigi durumda meydana gelmektedir.

- Young modülleri ve yogunlugun degisim fonksiyonu negatif ve üstel olarak degistiginde, serbest titresim frekansi degerlerine en büyük etki Young modülleri sabit tutulup, yogunluk degistiginde meydana gelmekte, en küçük etki ise, Young modülleri ve yogunluk ayni anda degistigi durumda meydana gelmektedir. Ayrica, Young modüllerinin tek basina degisiminin de etkisi önemli derecede olmaktadir.

6.KAYNAKLAR

Ahmadian, M.T., Sherafati Zangeneh M., 2002.Vibration Analysis of Orthotropic Rectangular Plates Using Super Elements.Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 191, 2069-2075.

Ambartsumian, S.A., 1964.Theory of Anisotropic Shells. TT F-118, NASA.

Anderson, T.J., Nayfeh, A.H., 1996. Natural Frequencies and Mode Shapes of Laminated Composite Plates: Experiments and FEA. Journal of Vibration and Control, 2, 381-314.

Ari-Gur, J., Simonetta, S.R., 1997. Dynamic Pulse Buckling of Rectangular Composite Plates. Composites Part B: Engineering, 28(3), 301-308.

Aydogdu, M., Timarci, T., 2003. Vibration Analysis of Cross-Ply Laminated Square Plates With General Boundary Conditions. Composites Science and Technology, 63(7), 1061-1070.

Bao, G., Ho, S., Suo, Z., Fan, B., 1992. The Role of Material Orthotropy in Fracture Specimens for Composites. International Journal of Solids and Structures, 29, 1105-1116.

Bhat, R.B., 1985. Natural Frequencies of Rectangular Plates Using Characteristic Orthogonal Polynomials in Rayleigh-Ritz Method. Journal of Sound and Vibration, 102(4), 493-499.

Brush, D., Almroth, B., 1975. Buckling of Bars, Plates and Shells. McGraw-Hill, New York.

Chitnis, M. R. , Desai, Y. M., Shah, A. H. ve Kant, T., 2003. Comparisons of Displacement-Based Theories for Waves and Vibrations in Laminated and Sandwich Composite Plates. Journal of Sound and Vibration, 263(3), 617-642.

Dickinson, S.M., Di-Blasio, A., 1986. On the Use of Orthogonal Polynomials in the Rayleigh-Ritz Method for the Study of the Flexural Vibration and Buckling of Isotropic and Orthotropic Rectangular Plates. Journal of Sound and Vibration, 108, 51-62.

Gadjiev, V.D., Sofiyev, A.H., Mirzoyev, R.D.,1996. Free Vibration of Non-Homogeneous Elastic Rectangular Cylindrical Plates. Proceedings of Institute of Mathematics and Mechanics, Academy of Sciences of Azerbaijan, IV (XIII), 103-108, Baku (in Russian).

Gorman, D.J., 2003. Free Vibration Analysis of Corner-Supported Rectangular Plates with Symmetrically Distributed Edge Beams. Journal of Sound and Vibration, 263(5), 979-1003.

Gutierrez, R.H., Laura, P.A.A., Bambill, D.V., Jederlinic, V.A., Hodges, D.H., 1998. Axisymmetric Vibrations of Solid Circular and Annular Membranes with Continuously Varying Density. Journal of Sound and Vibration, 212(4), 611-622.

Hong, C.C., Jane, K.C., 2003. Shear Deformation in Thermal Vibration Analysis of Laminated Plates by the GDQ Method. International Journal of Mechanical Sciences,45(1),21-36.

Huang, X. -L., Zheng, J. -J., 2003. Nonlinear Vibration and Dynamic Response of Simply Supported Shear Deformable Laminated Plates on Elastic Foundations. Engineering Structures, 25(8), 1107-1119.

Ip, K. H., Chan, W. K., Tse, P. C., Lai, T. C., 1996. Vibration Analysis of Orthotropic Thin Cylindrical Shells with Free Ends by the Rayleigh-Ritz Method. Journal of Sound and Vibration, 195(1), 117-135.

Jones, R. M., 1975.Mechanics of Composite Materials. McGraw-Hill, New York.

Khoroshun, L.P., Kozlov, S.Y.,1998. The Generalized Theory of Plates and Shells Non-homogeneous in Thickness Direction. Naukova Dumka, Kiev (in Russian).

Kitipornchai, S., Yang, J., Liew, K.M., 2004. Semi-Analytical Solution for Nonlinear Vibration of Laminated FGM Plates with Geometric Imperfections. International Journal of Solids and Structures, 41, 2235-2257.

Lakis, A.A., Selmane, A., Toledano, A., 1998. Non-Linear Free Vibration Analysis of Laminated Orthotropic Cylindrical Shells. International Journal of Mechanical Sciences, 40(1), 27-49.

Lee, Y.S., Choi, M.H., Kim, J.H., 2003. Free Vibrations of Laminated Composite Cylindrical Shells with an Interior Rectangular Plate. Journal of Sound and Vibration, 265(4), 795-817.

Leissa, A.W., Kang, J.H., 2002. Exact Solutions for Vibration and Buckling of an SS-C-SS-C Rectangular Plate Loaded by Linearly Varying In-Plane Stresses. International Journal of Mechanical Sciences, 44, 1925-1945.

Lekhnitskii, S.G., 1968. Anisotropic Plates, Gordon and Breach. Science Publishers, New York.

Lekhnitskii, S.G., 1980. Theory of Elasticity of an Anisotropic Elastic Body. Holden Day. San Francisco, also Mir Publishers, Moscow.

Li, Y.Y., Cheng, L., Yam, L.H., Yan, Y.J., 2003. Numerical Modeling of a Damaged Plate with Piezoelectric Actuation. Smart Materials and Structures, 12(4), 524-532.

Liew, K.M., 1992. Vibration of Symmetrically Laminated Cantilever Trapezoidal Composite Plates. Division of Applied Mechanics.

Liew, K. M., Hung, K. C., Lim, M. K., 1993. A Continuum Three-Dimensional Vibration Analysis of Thick Rectangular Plates. International Journal of Solids and Structures, 30(24), 3357-3379.

Lomakin, V.A., 1976.The Elasticity Theory of Non-homogeneous Materials. Nauka, 245s, Moscow, (in Russian).

Matsunaga, M., 2001. Vibration and Stability of Angle-Ply Laminated Composite Plates Subjected to In-Plane Stresses. International Journal of Mechanical Sciences, 43, 1925-1944.

Messina, A., 2001. Two Generalized Higher Order Theories in Free Vibration Studies of Multilayered Plates. Journal of Sound and Vibration, 242(1), 125-150.

Naeem, M.N., Sharma, C.B., 2000. Prediction of Natural Frequencies for Thin Circular Cylindrical Shells. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part C-Journal of Mechanical Engineering Science, 214(10), 1313-1328.

Nayak, A. K., Moy, S. S. J., Shenoi, R. A., 2002. Free Vibration Analysis of Composite Sandwich Plates Based on Reddy's Higher-Order Theory. Composites Part B: Engineering, 33(7), 505-519.

Ng, T.Y., Lam, K.Y., 1999. Dynamic Stability Analysis of Cross-Ply Laminated Cylindrical Shells Using Different Thin Shell Theories. Acta Mechanica, 134(3-4), 147-167.

Palazatto, A.N., Chien, L.S., Taylor, W.W.,1992. Stability Characteristics of Laminated Cylindrical Panels under Transverse Loading. American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal, 30(6), 1649-1653.

Park, J., Mongeau, L., Siegmund, T., 2003. Influence of Support Properties on the Sound Radiated from the Vibrations of Rectangular Plates. Journal of Sound and Vibration,264(4),775-794.

Perel, V.Y., Palazotto, A.N., 2003. Dynamic Geometrically Nonlinear Analysis of Transversely Compressible Sandwich Plates. International Journal of Non-Linear Mechanics, 38(3), 337-356.

Reddy, J.N., 1997. Mechanics of Laminated Composite Plates. Boca Raton, CRC Press.

Singh, B.N., Yadav, D., Iyengar, N.G.R., 2001. Natural Frequencies of Composite Plates with Random Material Properties Using Higher-Order Shear Deformation Theory. International Journal of Mechanical Sciences, 43,2193-2214.

Sofiyev, A.H., 2002. The Buckling of a Cross-Ply Laminated Non-Homogeneous Orthotropic Composite Cylindrical Thin Shell Under Time Dependent External Pressure. Structural Engineering and Mechanics an International Journal, 14(6), 661-677.

Sofiyev, A.H., 2003. Dynamic Buckling of Functionally Graded Cylindrical Thin Shells Under Non-Periodic Impulsive Loading. Acta Mechanica, 165(3-4), 151-163.

Sofiyev, A.H., Aksogan, O., 2003. Non-Linear Free Vibration Analysis of Laminated Non-Homogeneous Orthotropic Cylindrical Shells. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-Body Dynamics, 217(4), 293-300.

Soldatos, K.P., 1987. Influence of Thickness Shear Deformation on Free Vibrations of Rectangular Plates, Cylindrical Panels and Cylinders of Antisymmetric Angle-Ply Construction. Journal of Sound and Vibration, 119(1), 111-137.

Soldatos, K.P., Messina, A., 2001. The Influence of Boundary Conditions and Transverse Shear on the Vibration of Angle-Ply Laminated Plates, Circular Cylinders and Cylindrical Panels. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 190, 2385-2409.

Smith, C.S., 1990. Design of Marine Structures in Composite Materials. Elsevier Applied Science, London.

Tameroglu, S.S., 1996. Vibrations of Clamped Rectangular Plates on Elastic Foundations Subjected to Uniform Compressive Forces. Journal of Engineering Mechanics, 122(8), 714-718.

Timoshenko, S.P., Gere, J.M., 1961.Theory of Elastic Stability. McGraw-Hill, New York.

Timoshenko, S.P., Woinowsky- Krieger, S., 1959. Theory of Plates and Shells. McGraw-Hill, New York.

Tong, L., 1994. Free Vibration of Laminated Conical Shells Including Transverse Shear Deformation. International Journal of Solids and Structures, 31(4), 443-456.

Vinson, J.R., Sierakowski, R.L., 1986. The Behavior of Structures Composed of composite Material, Nijhoft, Dordrecht.

Volmir, A.S., 1972.Nonlinear Dynamics of Plates and Shells. Nauka, Moscow.

Wang, B.H., Han, J.C., Du, S.Y.,1998. Dynamic Fracture Mechanics Analysis for Composite Material with Material Non-Homogeneity in Thickness Direction. Acta Mechanica Solida Sinica, 11, 84-93.

Wang, B.L., Han, J.C., Du, S.Y., 2000. Cracks Problem for Non-Homogeneous Composite Material Subjected to Dynamic Loading. International Journal of Solids and Structures, 37(9), 1251-1274.

Wang, S., Dawe, D.J., 2002. Dynamic Instability of Composite Laminated Rectangular Plates and Prismatic Plate Structures. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 191, 1791-1826.

Whitney, J.M., 1987. Structural Analysis of Laminated Anisotropic Plates. Technomic Publishing, Lancaster.

Wu, J.S., Chou, H.M., Chen, D.W., 2003. Free Vibration Analysis of a Rectangular Plate Carrying Multiple Various Concentrated Elements. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part K-Journal of Multi-Body Dynamics, 217(2), 171-183.

Xiang, Y., Reddy, J. N., 2003. Natural Vibration of Rectangular Plates with an Internal Line Hinge Using the First Order Shear Deformation Plate Theory. Journal of Sound and Vibration, 263(2), 285-297.

Yu, S.D., Cleghorn, W.L., 1993. Generic Free Vibration of Orthotropic Rectangular Plates with Clamped and Simply Supported Edges. Journal of Sound and Vibration, 163, 439-450.

Zenkour, A.M., 2002. Elastic Behaviour of an Orthotropic Beam/One-Dimensional Plate of Uniform and Variable Thickness. Journal of Engineering Mathematics, 44(4), 331-344.

Zenkour, A.M., 2003. Exact mixed-classical solutions for the bending analysis of shear deformable rectangular plates, Applied Mathematical Modelling, 27(7), 515-534.

Zenkour, A.M., Fares, M.E., 2001. Bending, buckling and free vibration of non-homogeneous composite laminated cylindrical shell using a refined first-order theory, Compos. Part B Eng., 32 , 237-247.

ÖZGEÇMIS

Adi Soyadi : Iffet Feyza Çirak

Dogum Yeri : Isparta

Dogum Tarihi : 17.10.1978

Medeni Hali : Evli

Egitim ve Akademik Durumu:

Lise : 1989-1995 Antalya Anadolu Lisesi
Lisans : 1997-2001 Süleyman Demirel Üniversitesi
Mühendislik-Mimarlik Fakültesi Insaat Mühendisligi Bölümü
Yabanci Dil : Ingilizce

Is Deneyimi:

2002-... : Süleyman Demirel Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü'nde Arastirma Görevliligi

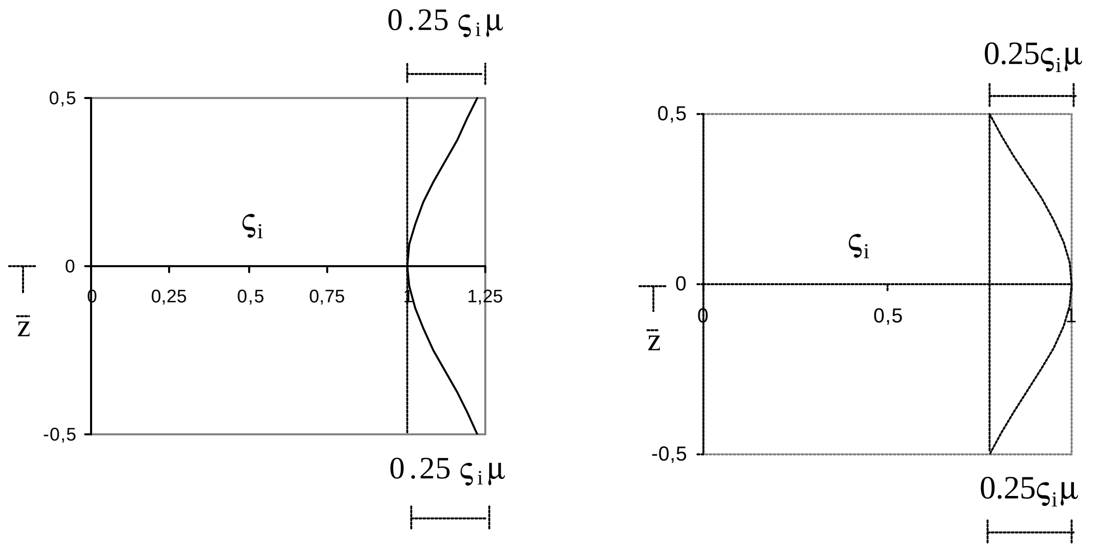
EKLER

EK-1

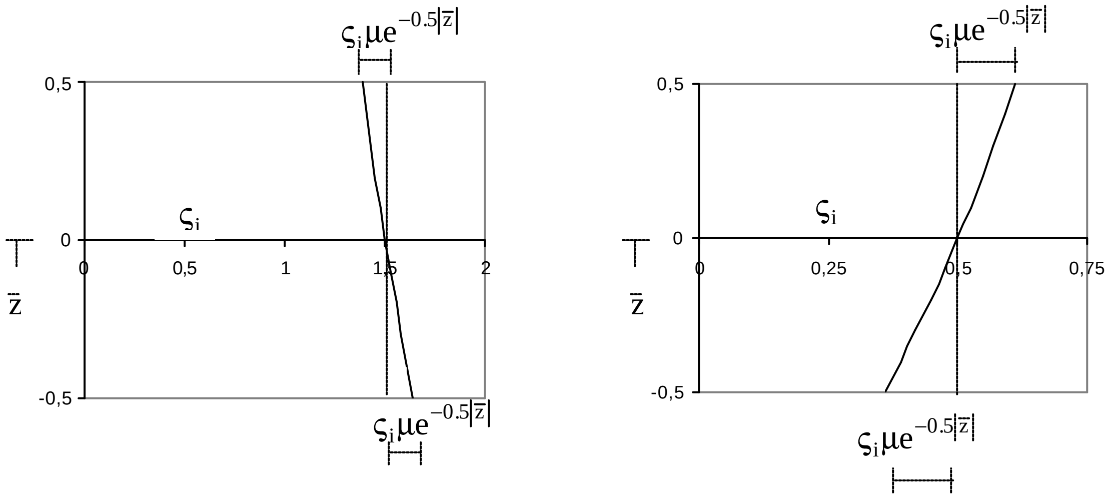
Young Modülleri, Kayma Modülleri ve Yogunlugun Kalinlik Koordinatina Bagli Olarak Degisimleri

Çalismada seçilen $\eta_i(\bar{z})$, (i=1,2) fonksiyonlari ile Young modülleri ve yogunlugun kalinlik koordinatina bagli olarak degisimi asagidaki sekilde verilmektedir.Burada ζ_i, i=1 için Young modülünün ve i=2 için yogunlugun degisimini göstermektedir:

a.) $\eta_i(\bar{z}) = \pm\bar{z}^2$, (i=1,2) oldugunda; $E(\bar{z}) = E_0[1\pm\mu\bar{z}^2]$, Young modülü ve $\rho(\bar{z}) = \rho_0[1\pm\mu\bar{z}^2]$ yogunlugun degisimi asagidaki gibidir (Ek Sekil 1):



Ek Sekil 1. Young modülü ve yogunlugun $\eta_i(\bar{z}) = \pm\bar{z}$, (i=1,2) fonksiyonu seklinde degisimi b.) $\eta_i(\overline{z}) = \pm e^{-0.5|\overline{z}|}$, (i=1,2) oldugunda; $E(\overline{z}) = E_0[1 \pm \mu e^{-0.5|\overline{z}|}]$, Young modülü ve $\rho(\overline{z}) = \rho_0[1 \pm \mu e^{-0.5|\overline{z}|}]$ yogunlugun degisimi asagidaki gibidir (Ek Sekil 2):



Ek Sekil 2. Young modülü ve yogunlugun $\eta_i(\overline{z}) = \pm e^{-0.5|\overline{z}|}$, (i=1,2) fonksiyonu seklinde degisimi

EK-2

(m,n), E_{01}/E_{02}, a/b, h/a için, Young Modülleri ve yogunluk kalinlik koordinatina göre sirasiyla $\eta_i(\bar{z}) = \pm\bar{z}^2, (i=1,2)$, $\eta_i(\bar{z}) = \pm e^{K^*(\bar{z})}, (i=1,2)$ **fonksiyonlari seklinde degistiginde ve** $f(z) = f_1(z) = f_2(z) = \frac{1}{2}\left(\frac{h^2}{4} - z^2\right)$ **fonksiyonu için serbest titresim frekansi degerlerinin bulunmasi programi**

Bu çalismada, sayisal hesaplar ve analiz için Maple 8 bilgisayar programi kullanilmistir.Bu program, oldukça etrafli bir matematik programi olup, kullaniciya matematigin bir çok dalinda oldukça büyük kolayliklar saglamaktadir.

```
> a:=0.3411;
> b:=0.3522;
> for m from 1 by 1 to 50 do
> n:=1;
> h:=0.00353;
> λ:=evalf(m*Pi/a);
> μ:=evalf(n*Pi/b);
> E01:=evalf(152.7*10^9);
> E02:=evalf(8.832*10^9);
> G012:=evalf(5.274*10^9);
> G013:=evalf(5.274*10^9);
> G023:=evalf(4.605*10^9);
> ν1:=0.297;
> ν2:=0.0172;
> ρ0:=evalf(1.56*10^3);
> f1:=evalf((1/2)*(((h^2)/4)-(z1^2)));
> f2:=evalf((1/2)*(((h^2)/4)-(z1^2)));
> J01:=evalf(int(f1, z1=0..z));
> J02:=evalf(int(f2, z1=0..z));
> μ1:=0;
> μ2:=0;
```

> T1:=z^2;

> T2:=z^2;

> E_1:=evalf(E_{01}*(1+μ_1*T1));

> E_2:=evalf(E_{02}*(1+μ_1*T1));

> G_{12}:=evalf(G_{012}*(1+μ_1*T1));

> G_{13}:=evalf(G130*(1+μ_1*T1));

> G_{23}:=evalf(G230*(1+μ_1*T1));

> ρ_t:=evalf(ρ_0 *int((1+μ_2*T2), z=-1/2..1/2));

> ρ_1:=evalf(ρ_0*int((z^2)*(1+μ_2*T2), z=-1/2..1/2));

> B_{11}:=evalf(E_1/(1-ν_1*ν_2));

> B_{22}:=evalf(E_2/(1-ν_1*ν_2));

> B_{12}:=evalf((ν_2*E_1)/(1-ν_1*ν_2));

> B_{21}:=evalf((ν_1*E_2)/(1-ν_1*ν_2));

> B_{66}:=evalf(G_{12}*(1+μ_1*T1));

> a_{55}:=evalf(1/G_{13});

> a_{44}:=evalf(1/G_{23});

> a_{45}:=0;

> A_{13}^0:=evalf(int(B_{11}*a_{55}*J_{01},z=-h/2..h/2));

> A_{14}^0:=evalf(int(B_{12}*a_{45}*J_{01},z=-h/2..h/2));

> A_{15}^0:=evalf(int(B_{11}*a_{45}*J_{02},z=-h/2..h/2));

> A_{16}^0:=evalf(int(B_{12}*a_{44}*J_{02},z=-h/2..h/2));

> A_{23}^0:=evalf(int(B_{21}*a_{55}*J_{01},z=-h/2..h/2));

> A_{24}^0:=evalf(int(B_{22}*a_{45}*J_{01},z=-h/2..h/2));

> A_{25}^0:=evalf(int(B_{21}*a_{45}*J_{02},z=-h/2..h/2));

> A_{26}^0:=evalf(int(B_{22}*a_{44}*J_{02},z=-h/2..h/2));

> A_{33}^0:=evalf(int(B_{66}*a_{55}*J_{01},z=-h/2..h/2));

> A_{34}^0:=evalf(int(B_{66}*a_{45}*J_{01},z=-h/2..h/2));

> A_{35}^0:=evalf(int(B_{66}*a_{45}*J_{02},z=-h/2..h/2));

> A_{36}^{0}:=evalf(int(B_{66}*a_{44}*J_{02},z=-h/2..h/2));

> A_{13}^{1}:=evalf(int(z*B_{11}*a_{55}*J_{01},z=-h/2..h/2));

> A_{14}^{1}:=evalf(int(z*B_{12}*a_{45}*J_{01},z=-h/2..h/2));

> A_{15}^{1}:=evalf(int(z*B_{11}*a_{45}*J_{02},z=-h/2..h/2));

> A_{16}^{1}:=evalf(int(z*B_{12}*a_{44}*J_{02},z=-h/2..h/2));

> A_{23}^{1}:=evalf(int(z*B_{21}*a_{55}*J_{01},z=-h/2..h/2));

> A_{24}^{1}:=evalf(int(z*B_{22}*a_{45}*J_{01},z=-h/2..h/2));

> A_{25}^{1}:=evalf(int(z*B_{21}*a_{45}*J_{02},z=-h/2..h/2));

> A_{26}^{1}:=evalf(int(z*B_{22}*a_{44}*J_{02},z=-h/2..h/2));

> A_{33}^{1}:=evalf(int(z*B_{66}*a_{55}*J_{01},z=-h/2..h/2));

> A_{34}^{1}:=evalf(int(z*B_{66}*a_{45}*J_{01},z=-h/2..h/2));

> A_{35}^{1}:=evalf(int(z*B_{66}*a_{45}*J_{02},z=-h/2..h/2));

> A_{36}^{1}:=evalf(int(z*B_{66}*a_{44}*J_{02},z=-h/2..h/2));

> A_{11}^{0}:=evalf(int(E_1*(z^0)/(1-ν_1*ν_2), z=-h/2..h/2));

> A_{11}^{1}:=evalf(int(E_1*(z^1)/(1-ν_1*ν_2), z=-h/2..h/2));

> A_{11}^{2}:=evalf(int(E_1*(z^2)/(1-ν_1*ν_2), z=-h/2..h/2));

> A_{12}^{0}:=evalf(int(ν_1*E_2*(z^0)/(1-ν_1*ν_2), z=-h/2..h/2));

> A_{21}^{0}:=evalf(int(ν_2*E_1*(z^0)/(1-ν_1*ν_2), z=-h/2..h/2));

> A_{12}^{1}:=evalf(int(ν_1*E_2*(z^1)/(1-ν_1*ν_2), z=-h/2..h/2));

> A_{21}^{1}:=evalf(int(ν_2*E_1*(z^1)/(1-ν_1*ν_2), z=-h/2..h/2));

> A_{12}^{2}:=evalf(int(ν_1*E_2*(z^2)/(1-ν_1*ν_2), z=-h/2..h/2));

> A_{21}^{2}:=evalf(int(ν_2*E_1*(z^2)/(1-ν_1*ν_2), z=-h/2..h/2));

> A_{22}^{0}:=evalf(int(E_2*(z^0)/(1-ν_1*ν_2), z=-h/2..h/2));

> A_{22}^{1}:=evalf(int(E_2*(z^1)/(1-ν_1*ν_2), z=-h/2..h/2));

> A_{22}^{2}:=evalf(int(E2*(z^2)/(1-ν_1*ν_2), z=-h/2..h/2));

```
> A[66]^0:=evalf(int(G12*(z^0), z=-h/2..h/2));
> A[66]^1:=evalf(int(G12*(z^1), z=-h/2..h/2));
> A[66]^2:=evalf(int(G12*(z^2), z=-h/2..h/2));
> I5:=int(f1, z1=-h/2..h/2);
> I6:=int(f2, z1=-h/2..h/2);
> ?:=evalf(A[11]^0*A[22]^0-A[12]^0*A[21]^0);
> W11:=( A[22]^0/?);
> W12:=evalf((-1)* A[12]^0/?);
> W13:=evalf(((A[12]^0*A[21]^1)-(A[11]^1*A[22]^0))/?);
> W14:=evalf(((A[12]^0*A[22]^1)-(A[12]^1*A[22]^0))/?);
> W15:=evalf(((A[23]^0*A[12]^0)-(A[13]^0*A[22]^0))/ ?);
> W16:=evalf((A[24]^0* A[12]^0)-(A[14]^0*A[22]^0))/ ?);
> W17:=evalf(((A[25]^0*A[12]^0))-(A[15]^0* A[22]^0))/ ?);
> W18:=evalf(((A[26]^0*A[12]^0)-(A[16]^0* A[22]^0))/ ?);
> W21:=evalf((-1*A[21]^0)/ ?);
> W22:=evalf(A[11]^0/ ?);
> W23:=evalf((A[11]^0*A[21]^0)-(A[21]^1*A[11]^0)/ ?);
> W24:=evalf((A[12]^0*A[21]^0)-(A[22]^1* A[11]^0)/ ?);
> W25:=evalf((A[13]^0* A[21]^0)-(A[23]^0 * A[11]^0)/ ?);
> W26:=evalf((A[14]^0* A[21]^0)-(A[24]^0 * A[11]^0)/ ?);
> W27:=evalf((A[15]^0* A[21]^0)-(A[25]^0 * A[11]^0)/ ?);
> W28:=evalf((A[16]^0* A[21]^0)-(A[26]^0 * A[11]^0)/ ?);
> W31:=evalf(1/A[66]^0);
> W32:=evalf(((-1)*2*A[66]^1)/A[66]^0);
> W35:= A[33]^0 / A[66]^0;
> W36:= A[34]^0/ A[66]^0;
```

$> W_{37} := A^{0}_{35} / A^{0}_{66};$

$> W_{38} := A^{0}_{36}) / A^{0}_{66};$

$> c_{11} := evalf((A^{1}_{11}*W_{11})+(A^{1}_{12}*W_{21}));$

$> c_{12} := evalf((A^{1}_{11}*W_{12})+(A^{1}_{12}*W_{12}));$

$> c_{13} := evalf((A^{1}_{11}*W_{13})+(A^{1}_{12}*W_{23})+A^{2}_{11});$

$> c_{14} := evalf((A^{1}_{11}*W_{14})+(A^{1}_{12}*W_{24})+A^{2}_{12});$

$> c_{15} := evalf((A^{1}_{11}*W_{15})+(A^{1}_{12}*W_{25})+A^{1}_{13});$

$> c_{16} := evalf((A^{1}_{11}*W_{16})+(A^{1}_{12}*W_{26})+A^{1}_{14});$

$> c_{17} := evalf((A^{1}_{11}*W_{17})+(A^{1}_{12}*W_{27})+A^{1}_{15});$

$> c_{18} := evalf((A^{1}_{11}*W_{18})+(A^{1}_{12}*W_{28})+A^{1}_{16});$

$> c_{21} := evalf((A^{1}_{21}*W_{11})+(A^{1}_{22}*W_{21}));$

$> c_{22} := evalf((A^{1}_{21}*W_{12})+(A^{1}_{22}*W_{22}));$

$> c_{23} := evalf((A^{1}_{21}*W_{13})+(A^{1}_{22}*W_{23})+A^{2}_{21});$

$> c_{24} := evalf((A^{1}_{21}*W_{14})+(A^{1}_{22}*W_{24})+A^{2}_{22});$

$> c_{25} := evalf((A^{1}_{21}*W_{15})+(A^{1}_{22}*W_{25})+A^{1}_{23});$

$> c_{26} := evalf((A^{1}_{21}*W_{16})+(A^{1}_{22}*W_{26})+A^{1}_{24});$

$> c_{27} := evalf((A^{1}_{21}*W_{17})+(A^{1}_{22}*W_{27})+A^{1}_{25});$

$> c_{28} := evalf((A^{1}_{21}*W_{18})+(A^{1}_{22}*W_{28})+A^{1}_{26});$

$> c_{31} := evalf(A^{1}_{66}*W_{31});$

$> c_{32} := evalf((A^{1}_{66}*W_{32})+2*A^{2}_{66});$

$> c_{35} := evalf((A^{1}_{33}-(A^{1}_{66}*W_{35})));$

$> c_{36} := evalf((A^{1}_{34}-(A^{1}_{66}*W_{36})));$

$> c_{37} := evalf((A^{1}_{35}-(A^{1}_{66}*W_{35})));$

$> c_{38} := evalf((A^{1}_{36}-(A^{1}_{66}*W_{36})));$

$> Q_{11} := evalf((W_{22}*(\lambda\hat{}4))+((W_{12}+W_{21}-(2*W_{31}))*$

```
( λ^2)*(μ^2))+(W_11*(μ^4)));
> Q_12:=evalf((W_23*(λ^4))+((W_24+W_13-(2*W_32))*( λ^2)*(
μ^2))+(W_14*μ^4));
>Q_13:=evalf((W_25*(λ^3))+((W_15+(2*W_36))*(
λ)*(μ^2))+(W_11*(μ^4)));
> Q_14:=evalf(((W_28+(2*W_37))*(λ^2)*μ)+W_18*(μ^3));
> Q_21:=evalf(((c_11-c_31)*(λ^2)*(μ^2))+(c_12*(λ^4)));
>Q_22:=evalf(((c_14+c_32)*( λ^2)*( μ^2))
+(c_13*(λ^4)));
>Q_23:=evalf((c_15*(λ^3))+(c_36*λ)*(μ^2)+I_5*λ);
> Q_24:=evalf((c_18+c_37)*(λ^2)* μ);
> Q_31:=evalf((c_21*(μ^4))+((c_22-c_31)*(λ^2)*(μ^2)));
> Q_32:=evalf(((c_32+c_23)*(λ^2)*(μ^2))+(c_24*(μ^4)));
> Q_33:=evalf((c_36+c_25)*(λ)*(μ^2));
> Q_34:=evalf(c_37*(λ^2)*μ+c_28*(μ^3)+I_5*μ);
> X_11:=evalf(Q_22-(Q_21*Q_12/Q_11));
> X_12:=evalf(Q_23-(Q_21*Q_13/Q_11));
> X_13:=evalf(Q_24-(Q_21*Q_14/Q_11));
> X_14:=evalf((λ^2)*ρ_1*(h^3));
> X_21:=evalf(Q_32-(Q_31*Q_12/Q_11));
> X_22:=evalf(Q_33-(Q_31*Q_13/Q_11));
> X_23:=evalf(Q_34-(Q_31*Q_14/Q_11));
> X_24:=evalf((μ^2)*ρ_1*(h^3));
> Y_1:=X_11/X_12;
> Y_2:=X_13/X_12;
> Y_3:=(X_11*X_22/X_12)-X_21;
> Y_4:=(X_13*X_22/X_12)-X_23;
> Y_5:=evalf(X_14*X_22/(X_12*Y_4)-X_24/Y_4);
> U_1:=c_12*(λ^4)+((c_11-
(2*c_31)+c_22)*(λ^2)*(μ^2))+(c_21*(μ^4));
```

> U_2:=W_{23}*(λ^4)+((W_{13}-(2*W_{32})+W_{24})*(λ^2)*(μ^2))+(W_{14}*(μ^4));

> U_3:=W_{22}*(λ^4)+((W_{12}-(2*W_{31})+W_{21})*(λ^2)*(μ^2))+(W_{11}*(μ^4));

> U_4:=c_{13}*(λ^4)+((c_{14}+(2*c_{32})+c_{23})*(λ^2)*(μ^2))+(c_{24}*(μ^4));

> ω^0_{mn}:=evalf(abs((((U_4-(U_1*U_2/U_3)))/(ρ_t*h))^(1/2)));

> ω_{mn}:=evalf(abs(((I_5/(ρ_t*h-I_5*Y_2*Y_5*λ-Y_5*μ*I_5))*((Y_1-(Y_2*Y_3/Y_4))*λ+(Y_3/Y_4)* μ))^(1/2)));

> J:=evalf((abs((ω^0_{mn}-ω_{mn})/ω^0_{mn}))*100);

>lprint('m'=m,'n'=n,'h'=h,'μ_1'=μ_1,'ω_{mn}'=ω_{mn},'ω^0_{mn}'=ω^0_{mn},'J'=J);

> end do;

> restart;

Burada, sirasiyla enine dalga sayisi (n) ve boyuna dalga sayisi (m) degistirilerek, kalinlik koordinatina göre sirasiyla $\eta_i(\overline{z}) = \pm\overline{z}^2, (i=1,2)$, $\eta_i(\overline{z}) = \pm e^{K*(\overline{z})}, (i=1,2)$ fonksiyonlari seçilmis ve $f(z) = f_1(z) = f_2(z) = \frac{1}{2}\left(\frac{h^2}{4} - z^2\right)$ fonksiyonu için serbest titresim frekansi degerleri bulunmustur. Yapilacak analize göre, μ_1 ve μ_2 degerlerinde gerekli degisiklikler yapilmaktadir. $\eta_i(\overline{z}) = \pm e^{K*(\overline{z})}, (i=1,2)$ fonksiyonu dikkate alindiginda ise, K=-0.5 olarak seçilmistir.