

**T.C.  
SÜLEYMAN DEMİREL ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ARTTIRILMIŞ YÜZEYLERE SAHİP TANKLARDA ÇÖKELTİM**

**Nazire MAZLUM**

**DOKTORA TEZİ  
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI  
ISPARTA - 2007**

## İÇİNDEKİLER

	Sayfa
İÇİNDEKİLER.....	i
ÖZET.....	iii
ABSTRACT.....	iv
TEŞEKKÜR.....	v
SİMGELER DİZİNİ.....	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	viii
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	x
1. GİRİŞ.....	1
2. KAYNAK BİLGİSİ.....	9
2.1. Taneli Çökeltim.....	9
2.2. Yumaklı Çökeltim.....	19
2.3. Arttırılmış Yüzeyle Sahip Tanklarda Çökeltim.....	25
2.4. Kütle Transfer Denklemi.....	32
2.4.1. Kütle Transfer Denklemine Derivasyonu.....	32
2.4.2. Kütle Transfer Denklemine Analitik Çözümü.....	36
2.4.2.1. Kararsız Hal için Çözüm.....	36
2.4.2.2. Kararlı Hal için Çözüm.....	45
3. MATERYAL VE YÖNTEM.....	49
3.1. Test Materyali.....	49
3.2. Test Düzenegi.....	52
3.3. Eğimli Tüplerde Çökeltme Yüzey Alanının Hesaplanması.....	55
3.4. Test Çalışmaları.....	58
3.4.1. Sürekli Akışlı Test Çalışmaları.....	58
3.4.2. Dispersiyon Katsayısının Belirlenmesi.....	59
3.4.3. Kesikli İşletim Test Çalışmaları.....	59
3.5. Matematiksel İşlemler.....	60
3.5.1. Determinasyon Katsayısı ( $R^2$ ).....	60
3.5.2. Ortalama Değer Metodu.....	60

3.5.3. İntegrasyon İşlemleri.....	61
4. BULGULAR.....	62
4.1. Yüzey Arttırılmış Halde Sürekli Akışlı Test Çalışmaları.....	62
4.2. Dispersiyon Katsayısının Belirlenmesi ve Analitik Eşitlik.....	63
4.3. Kesikli İşletim Gözlem Verileri ile Sürekli Akışın Değerlendirilmesi.....	70
4.3.1. Ham Süspansiyon için Hız Frekans Dağılımının Elde Edilmesi.....	70
4.3.2. I. Kademe Çıkışı için Frekans Dağılımının Elde Edilmesi.....	76
4.3.3. Seri İşletilen II. Kademe Giderim.....	78
4.3.4. II. Kademenin Çıkışında Frekans Dağılımı.....	79
4.3.5. Frekans Dağılım Eğrilerinin Çökeltim ile Değişimi.....	81
4.3.6. Toplam Giderim Verimi.....	82
5. TARTIŞMA ve SONUÇ.....	84
6. KAYNAKLAR.....	87
EKLER.....	89
ÖZGEÇMİŞ.....	95

**ÖZET****ARTTIRILMIŞ YÜZEYLERE SAHİP TANKLARDA ÇÖKELTİM****Nazire MAZLUM**

Bu çalışmada yumaklı çökeltimde sedimentasyon tanklarının çökeltme yüzeylerinin arttırılması halinde katı partikül madde giderimi deneysel gözlem verileri kullanarak değerlendirilmiştir. Çalışmada sürekli akışlı çökeltim testleri yukarı akış işletim koşullarında yapılmıştır. Kütle transfer denkleminin belli başlangıç ve sınır koşulları altındaki kararsız hal çözümünden dispersiyon katsayıları elde edilmiş; kararlı hal çözümünden ise konsantrasyonun derinlikle değişimini veren analitik çözüm elde edilmiştir. Ayrıca kesikli işletim verileri ortalama değer metodu ile değerlendirilerek bu verilerin sürekli akış koşullarını temsil yeteneği irdelenmiştir.

Çalışmada katı partikül madde olarak yumaklaşma eğilimine sahip ve mineral yapısı bilinen bentonit kili kullanılmıştır. Aglomerasyon etkisini ortadan kaldıran lazer yöntemi ile yapılan analizde testlerde kullanılan kil materyalinin partikül boyut dağılımının 0,4 µm ile 150 µm arasında olduğu belirlenmiştir. Test çalışmaları öncesinde kil materyali metilen mavisi ile boyanarak spektrofotometrede daha iyi görünür hale getirilmiştir. Kil materyalinin süspansiyon içerisindeki dispersiyon katsayısı sürekli akışta kararsız hal koşullarında deneysel olarak belirlenmiştir. Bu amaçla belli konsantrasyonlarda katı partikül içeren kil süspansiyonu su ile dolu kolon içerisine yukarı akış koşullarında terfi ettirilerek kolon içerisinde konsantrasyondaki artışlar ölçülerek dispersiyon katsayıları belirlenmiştir.

Kararlı halde sürekli akışlı testlerde tank çıkışından alınan numunelerle konsantrasyonun yüzeysel hidrolik yükleme hızı ile değişimi irdelenmiştir. Sürekli akışlı koşullarda tüplerle kolon yüzeyi arttırılmış halde 50°, 60°, 70° ve 80° eğimli işletim koşulları test edilmiş ve eğimin azalmasının giderimi olumlu etkilediği görülmüştür. Kesikli test çalışmalarında zamanla ve derinlikle değişimi belirlenen konsantrasyonlar ortalama değer metodunda kullanılarak sürekli akış halinin yüksek güvenilirlikte tahmin edilebileceği görülmüştür.

**ANAHTAR KELİMELER:** Çökeltim, Yukarı Akış, Yüzeysel Hidrolik Yükleme Hızı, Kütle Transfer Denklemi, Dispersiyon Katsayısı

**ABSTRACT****SETTLING IN TANKS HAVING INCREASED SURFACES****Nazire MAZLUM**

In this study, flocculated settling at tanks having increased settling surfaces was investigated with experimentally observed data. The analytical solutions of mass transfer equation at certain initial and boundary conditions were utilized to determine both the dispersion coefficients and analytical equation constants of concentration-depth relation for continuous-flow operation. Continuous-flow tests were conducted at upflow test conditions and batch test data were evaluated with mean value theorem to reveal their ability to represent the continuous-flow data.

Bentonite clay was used because of its remarkable flocculating properties and invariable mineral structure. Particulate matter distribution measured by laser method, which eliminates agglomeration effects, was between 0,4  $\mu\text{m}$  and 150  $\mu\text{m}$ . Before the tests, clay was stained with methylen blue to make it better visible in photometric reading. Dispersion coefficients were determined at unsteady-state upflow conditions. Clay suspensions having certain particulate matter concentrations were pumped into the column. And thereby the dispersion coefficients were determined by using concentration changes in the column.

The continuous-flow effluents were analyzed for concentration and the change of effluent concentration with respect to surface loading rate was investigated. The removal of solid particulates at tanks having increased settling surfaces, which were created by tubes at 50°, 60°, 70° and 80° tilting angles, at continuous-flow conditions displayed that lower slopes gave rise to better removal efficiencies. At batch tests the change of concentration with respect to time and depth were observed. And use of these data in the mean value theorem indicated that batch data can confidentially be used to estimate the removal at continuous-flow operation.

**KEY WORDS:** Sedimentation, Upflow Operation, Hydraulic Surface Loading Rate, Mass Transfer Rate, Dispersion Coefficient

**TEŞEKKÜR**

Yazar, bu çalışmanın gerçekleşmesinde katkılarından dolayı, aşağıda adı geçen kişilere içtenlikle teşekkür eder.

Sayın Prof.Dr. M. Necdet ALPASLAN (tez danışmanı), bu çalışmanın başlatılması, yürütülmesi ve tamamlanmasında büyük destek vermiş ve yön gösterici olmuştur.

Sayın Yrd.Doç.Dr. Süleyman MAZLUM, test düzeneğinin kurulmasında, matematiksel çözümler ve bilgisayar programlarının kullanılmasında önemli katkılarda bulunmuştur.

Nazire MAZLUM  
ISPARTA 2007

## SİMGELER DİZİNİ

$F_D$	Sürtünme kuvveti (N)
$C_D$	Sürtünme kuvveti katsayısı
$F_G$	Batma kuvveti (N)
$h, H$	Çökme bölgesinde su derinliği (m)
$b, B$	Tank genişliği (m)
$\alpha$	Eğim açısı ( $^\circ$ )
$v$	Partikülün çökme hızı (m/s)
$v'$	Değişen (artan) çökme hızı (m/s)
$\rho_p$	Partikül yoğunluğu ( $\text{kg/m}^3$ )
$g$	Yerçekimi ivmesi ( $\text{m/s}^2$ )
$\forall_p$	Partikül hacmi ( $\text{m}^3$ )
$d_p$	Partikül çapı (m)
$A_p$	Partikülün hareket yönünde izdüşüm (projeksiyon) alanı ( $\text{m}^2$ )
$\theta_0$	$S_0$ yüzeysel hidrolik yükleme değerinde hidrolik bekleme süresi (saat)
$C_0$	Giriş suyunda katı partikül madde konsantrasyonu ( $\text{kg/m}^3$ )
$C$	Tank çıkışında sudaki katı partikül madde konsantrasyonu ( $\text{kg/m}^3$ )
$Q$	Debi ( $\text{m}^3/\text{saat}$ )
$P_0$	Ham süspansiyonda $S_0$ çökme hızına karşılık partiküllerin yüzdesi
$r$	Giderim yüzdesi
$R$	Hidrolik yarıçap (m)
$U$	Islak çevre uzunluğu (m)
$\nu$	Kinematik viskozite ( $\text{m}^2/\text{s}$ )
$H_0$	Plakanın dikey yönde izdüşüm uzunluğu (m)
$n$	Ünite sayısı/plaka ya da tüp sayısı
$t$	Plaka et kalınlığı (m)
$w$	Plakalar arası dikey mesafe (m)
$q$	Birim debi ( $\text{m}^3/\text{m.s}$ )
$\theta$	Hidrolik tutulma süresi (saat)
$\forall'$	İki plaka arasındaki hacim ( $\text{m}^3$ )
$L$	Plaka (ya da tüp) uzunluğu (m)

$L'$	Plaka (ya da tüp) dikey izdüşüm uzunluğu (m)
$S_0'$	Yüzey arttırılmış halde yüzeysel hidrolik yükleme değeri (m/s)
$m$	Tüp içerisinde akış yönünde eliptik enine kesit sayısı
$D, D_{AB}$	A maddesinin B akışkan ortamında yayılım katsayısı ( $m^2/s$ )
$F_{AX}''$	$x$ akış yönünde A maddesinin yayılım akısı ( $kg/m^2.s$ )
$F_{AX}'$	$x$ akış yönünde A maddesinin geçiş hızı (kg/s)
$A_x$	Geçiş (transfer) yüzey alanı ( $m^2$ )
$v_x$	$x$ yönünde yığın (bulk) kütesinin akış hızı (m/s)
$\frac{\partial C_{AX}}{\partial t}$	A maddesinin konsantrasyonunun $x$ akış yönünde zamanla değişimi ( $kg/m^3.s$ )



## ŞEKİLLER DİZİNİ

	<b>Sayfa</b>
Şekil 2.1. Çökelen bir partiküle etki eden kuvvetler.....	9
Şekil 2.2. Yatay akışlı bir tankta suyun yukarı akış hızının ( $S_0$ ) ve partikül çökme hızının ( $v$ ) sembolik gösterimi.....	18
Şekil2.3. Çökeltimde giderimin hız frekans dağılım eğrisi üzerinden gösterimi.....	18
Şekil 2.4. Yumaklı çökeltimde hız frekans dağılım eğrilerinin derinlikle değişimi ( $h_1 < h_2 < h_3$ ).....	22
Şekil 2.5. $P(\%)$ - $h$ hız frekans dağılım eğrilerinin zamanla değişimi ( $t_1 < t_2 < t_3$ ).....	23
Şekil 2.6. Yumaklı çökme yeteneğine sahip partiküllerin çökme arayüzeyinin zamanla alçalması (Tchobanoglous ve Burton, 1991).....	25
Şekil 2.7. Yüzey artırılmış halde çökeltimde yüzeysel hidrolik yükleme hızı.....	27
Şekil 2.8. Eğimli plaka konulması durumunda trigonometrik ilişkiler.....	29
Şekil 2.9. Birim kontrol hacmi üzerinde akının değişimi.....	34
Şekil 2.10. Akış kolununun üzerinde sınır koşulları.....	47
Şekil 3.1. Bentonit kilinin XRD analizi.....	49
Şekil 3.2. Bentonit kilinin lazer difraktometre yöntemi ile boyut analizi.....	51
Şekil 3.3. Sürekli akışlı testlerde kullanılan çökeltim kolonu düzeneği.....	53
Şekil 3.4. Kesikli testlerde kullanılan çökeltim kolonu düzeneği.....	54
Şekil.3.5. Eğimli halde dairesel kesitli bir tüpün yatay izdüşüm alanı .....	55
Şekil.3.6. Dairesel kesitli tüpün eğimli halde oluşturduğu eliptik yüzeyin eksenleri.....	55
Şekil 4.1. $v=0,030$ m/s yukarı akış hızı için Çizelge 4.3'teki değerler kullanılarak tank içerisinde konsantrasyonun zamanla değişimi.....	64

Şekil 4.2.	$v=0,040$ m/s yukarı akış hızı için Çizelge 4.4'teki değerler kullanılarak tank içerisinde konsantrasyonun zamanla değişimi.....	65
Şekil 4.3.	$v=0,050$ m/s yukarı akış hızı için Çizelge 4.5'teki değerler kullanılarak tank içerisinde konsantrasyonun zamanla değişimi.....	65
Şekil 4.4.	$v=0,060$ m/s yukarı akış hızı için Çizelge 4.6'daki değerler kullanılarak tank içerisinde konsantrasyonun zamanla değişimi.....	66
Şekil 4.5.	Dispersiyon katsayısının akış hızıyla değişimi ve fonksiyon biçiminde ifadesi.....	67
Şekil 4.6.	Çizelge 4.9'da verilen değerlerin 4.derece polinom halinde grafik gösterimi.....	71
Şekil 4.7.	Çizelge 4.12'de verilen değerler kullanılarak elde edilen hız frekans dağılım grafiği.....	74
Şekil 4.8.	Çizelge 4.18'de verilen değerlerin grafik gösterimi.....	78
Şekil 4.9.	Çizelge 4.19'da verilen değerlerin grafik gösterimi.....	82
Şekil 4.10.	Frekans eğrilerinin değişimi.....	83

## ÇİZELGELER DİZİNİ

	<b>Sayfa</b>
Çizelge 4.1. Sürekli akış koşullarında işletim ve gözlem değerleri .....	62
Çizelge 4.2. Test edilen akış hızları ve uygulanan debiler.....	63
Çizelge 4.3. $v=0,030$ m/s yukarı akış hızında ölçülen konsantrasyon değerleri ve hesaplanmış ortalama dispersiyon katsayıları.....	64
Çizelge 4.4. $v=0,040$ m/s yukarı akış hızında ölçülen konsantrasyon değerleri ve hesaplanmış ortalama dispersiyon katsayıları.....	64
Çizelge 4.5. $v=0,050$ m/s yukarı akış hızında ölçülen konsantrasyon değerleri ve hesaplanmış ortalama dispersiyon katsayıları.....	65
Çizelge 4.6. $v=0,060$ m/s yukarı akış hızında ölçülen konsantrasyon değerleri ve hesaplanmış ortalama dispersiyon katsayıları.....	66
Çizelge 4.7. $C_0=250$ mg/L için dispersiyon katsayısının akış hızıyla değişimi.....	67
Çizelge 4.8. $Q=0,5$ m <sup>3</sup> /saat ( $0,13888 \cdot 10^{-3}$ m <sup>3</sup> /s) ve $C_0=250$ mg/L giriş konsantrasyonu için analitik çözüm eşitliği kullanılarak L değerlerinin tahmin edilmesi.....	69
Çizelge 4.9. 250 mg/L için kesikli test çalışmaları ölçüm değerleri.....	71
Çizelge 4.10. Şekil 4.6'da verilen polinom eşitlikleri.....	72
Çizelge 4.11. Çizelge 4.10'da verilen polinomlar kullanılarak sürekli akışta test edilen h değerleri için hesaplanmış $P_x$ değerleri.....	72
Çizelge 4.12. Hesaplanmış akış hızı değerleri .....	73
Çizelge 4.13. Çizelge 4.11 ve Çizelge 4.12'de verilen birleştirilmiş $v_x - P_x$ değerleri.....	72
Çizelge 4.14. Çizelge 4.13 ve Şekil 4.7'de verilen değerler için 4.derece polinom eşitliği.....	73
Çizelge 4.15. $Q=0,5$ m <sup>3</sup> /saat değeri için hesaplanmış yüzeysel hidrolik yükleme ve $P_0$ değerleri.....	75

Çizelge 4.16.	Ortalama değer metoduna göre hesaplanmış giderim oranları.....	75
Çizelge 4.17.	Seri işletim durumunda 1. kademenin çıkışı için hesap çizelgesi.....	77
Çizelge 4.18.	Çizelge 4.17’de verilen frekans değerleri.....	79
Çizelge 4.19.	Seri işletim durumunda 2. tankın çıkışı için hesap çizelgesi....	81
Çizelge 4.20.	Çizelge 4.19’da hesaplanmış olan frekans değerleri .....	80
Çizelge 4.21.	Frekans dağılım değerlerinin çökeltim kademesi ile değişimi.....	81

## 1. GİRİŞ

Çökeltim (sedimentasyon), bir akışkan ortam içerisinde bulunan ve yoğunluğu akışkan yoğunluğundan fazla olan katı partiküllerin doğal koşullarda yerçekimi etkisi altında aşağıya doğru hareket ederek sıvı fazından ayrılması sürecidir. Birbiri içerisinde yayılan iki fazdan oluşan bir ortamda akışkan özelliğe sahip bir fazın içerisinde asılı halde bulunan katı partiküller boyut ve yoğunluklarına bağlı olarak belli hızlarla hareket ederek süspansiyondan ayrılırlar. Mühendislik uygulamalarında gerek kesikli ve gerekse sürekli akışlı işletimde çökeltimi gerçekleştirmek için sıvı faz (su) bir tankta belli süre bekletilerek katı ile sıvı fazın birbirlerinden ayrılması sağlanır (sakin çökeltim). Çökeltim süreci oşinografi, metalurji, jeoloji, kimya, inşaat ve çevre mühendisliğinin çeşitli uygulamalarında çok genel bir uygulamadır ve çok kapsamlı olarak çalışılmıştır (Khan ve Richardson, 1989; Huppert vd., 1991). İnşaat ve çevre mühendisliği uygulamalarında, örneğin su ve atıksu arıtma tesislerinde, katı partiküllerin su fazından ayrılması en ekonomik olarak sakın çökeltim olarak bilinen yerçekimi kuvvetleri etkisi altında (gravitasyonel sedimentasyon) gerçekleştirilir.

Süspansiyon akışları üzerine yapılan çalışmaların çoğunluğu bir tankın içerisinde başlangıçta rasgele dağılmış belli sayı ve biçimdeki tekil partiküllerle (monodisperse süspansiyon) ilgilidir. Sedimentasyon prosesinde rasgele dağılımlı yumaklaşmış partikül kümelerinin (polidisperse) nasıl davrandığını ele alan çalışmalar daha sınırlıdır. Sakin çökelmeye bırakılan partiküllerin niçin ve nasıl çökeldikleri ve ayrıca partiküllerin çökeltme hızları ve hız salınımları ile çökelen partikül kümelerinin yerel konsantrasyonlarının niteliksel olarak bilinmesi arzu edilir. Partiküllerin ortalama çökeltme hızları ve hidrodinamik davranışları farklı koşullar altında farklılıklar gösterir. Örneğin partiküllerin çökeltme hızı, kabın eğimli hale getirilmesiyle artırılabilir (Boycott etkisi olarak adlandırılır) veya süspansiyona farklı yoğunlukta (daha yüksek yoğunluklu koagülant maddeler) başka partikül maddeler ilave edilebilir. Sedimentasyon süreci genellikle süreklilik modeliyle irdelenir. Süreklilik modeli, partikül ve akışkanı birbiri içine giren ardışıklık biçiminde ele alır ve her bir fazın diğeriyle etkileşimini ele alan ve kütle transfer terimlerini de içeren korunum yasaları ile ifade edilir. Süreklilik modelinin

matematiksel çözümlenmesinde başlıca zorluk partikül ve akışkan arasındaki etkileşimlerin çok karmaşık olmasının verdiği güçlütür.

Sıvı fazında bulunan katı partiküllerin (süspansiyonlar), sıvı fazında bulunan farklı yoğunluktaki sıvı damlacıklarının (emülsiyonlar) ve kabarcıkların (sıvı fazında bulunan gaz kabarcıkları) hareketleri üzerine ilk bilimsel çalışmalar 1851'de Stokes tarafından düşük türbülanslı (genellikle  $Re < 100$ ) koşullarda başlatıldı. Ancak Stokes çalışmalarında  $Re$  sayısının etkisini dikkate almadan sadece monodisperse (tek tip partikül içeren süspansiyonlar) sedimentasyonda partiküllerin bireysel hareketini inceledi. Ancak polidisperse (değişik boyut ve/veya yoğunluklarda partiküller içeren süspansiyonlar) sedimentasyonun irdelenmesi, monodisperse sedimentasyon problemlerinden çok daha karmaşıktır ve bu karmaşanın en önemli nedeni  $Re$  sayısı büyük olduğunda ortaya çıkan etkileşimlerdir.

Çökeltim ile ilgili bilimsel çalışmalar iki sınıfta ele alınabilir. Birinci grup çalışmalar değişik koşullar altında partiküllere etki eden hidrodinamik kuvvetleri belirlemeyi amaçlar. Bu koşullar  $Re$  sayısı, partikül konfigürasyonu, partikül hareketi ve akış alanı vb.dir. Bu kısımdaki araştırmaların büyük çoğunluğu monodisperse partiküllerin akış hareketlerinin belirlenmesini amaçlar. Bu akış hareketleri sinüs hareketi, doğrusal hızlanan hareket, ani hareket vb. olarak sıralanabilir. İkinci grup çalışmalar ise partiküller için hareket eşitliklerini çözümlmeyi ve ayrıca sürtünme katsayısı, partikül hızı, partikül yörüngeleri, dispersiyon katsayıları ve partikül konsantrasyonu gibi partikül/akışkan sisteminin özelliklerinin belirlenmesini amaçlar.

Partiküllerin çökelmelerini tanımlamak için önce oluşturulan taslak model uygun bir matematiksel çerçevede (örneğin kısmi diferensiyel denklem biçiminde) ifade edilir. Daha sonra bu matematiksel ifade analitik veya sayısal olarak çözümlenir. Çökeltim gibi çok sayıda partikül içeren bir sistemi değişik akış koşulları altında çözümlmek için yaygın olarak sonlu farklar ya da sonlu elemanlar analiz metotları kullanılmaktadır. Son zamanlarda Boltzman kafes simülasyonları da bu amaçla kullanılmaktadır. Bu son yöntem sadece çok fazlı akış problemlerinde değil;

türbülans ve reaksiyon-difüzyon sistemlerini içeren akışkanlar dinamiği alanlarında da kullanılmaktadır.

Katı-sıvı süspansiyonlarını modellemedeki zorluklar büyük ölçüde boyut, şekil, partiküllerin yoğunluğu ve partiküller arası etkileşimlerin tanımlanmasına ilişkindir. Süspansiyon sedimentasyonu üzerine yapılan deneysel ve teorik çalışmaların çoğunluğu başlıca küresel monodisperse partikül süspansiyonlar üzerine veya boyut ve yoğunluk bakımından 2 ya da 3 farklı tür partikül içeren polidisperse partikül süspansiyonları kullanılarak test edilmiştir (Law vd., 1987; Davis ve Birdsell, 1988; Cheung vd., 1996; Galvin vd., 1999).

Mono ve polidisperse süspansiyonlar için pekçok engelli çökme fonksiyonu önerilmiştir (Masliyah, 1979; Patwardhan ve Tien, 1985; Khan ve Richardson, 1989; Davis ve Gecol, 1994). Partiküller arası kuvvetler, özellikle yüksek konsantrasyonlu süspansiyonlarda, genellikle Kynch teorisi çerçevesinde ( Kynch, 1952) partiküllerin stokes çökme hızları ampirik bir faktörle çarpılarak yaklaşık olarak hesaplanabilir. Kynch teorisi özü itibarı ile engelli çökme fonksiyonunu veya sürtünme yasasını süspansiyondaki katı hacimsel kesre bağlı olarak ifade eder (Masliyah, 1979; Davis ve Gecol, 1994; Bürger ve Tory, 2000). Rijit partikül çiftleri arasındaki etkileşim için her bir partikül türünün ortalama hızına ilişkin analitik formüller seyreltik süspansiyonlar ile sınırlıdır ( Batchelor ve Wen, 1982).

Sadece 2 ya da 3 tür partikül içeren pekçok çalışmada kullanılan yapay süspansiyonlardan farklı olarak pratikte karşılaşılan pekçok süspansiyon sürekli değişim gösteren partikül boyutu ve yığınsal yoğunluk dağılımına sahip partiküller içerir. Sürekli partikül boyutu dağılımı durumuna ilişkin yapılmış çalışmalar nispeten sınırlıdır (Greenspan ve Ungarish, 1982; Shih vd., 1987; Davis ve Hassen, 1988; Kumar vd., 2000). Polidisperse süspansiyon sedimentasyonuna ilişkin olarak önerilen teorilerin çoğunluğunun geniş deneysel verilerle doğrulanmasına ihtiyaç vardır ve polidisperse süspansiyonlarla kontrollü deneylerin yapılmasında büyük güçlükler söz konusudur.

Mühendislik uygulamalarında karşılaşılan süspansiyonların çoğunluğu polidisperse süspansiyonlardır. Gerek monodisperse ve gerek polidisperse süspansiyonlarda katı partiküllerin sıvı fazdan ayrılması en ekonomik olarak sakin çökeltim tankları ile gerçekleştirilir. Bu tanklar kesikli ya da sürekli akışlı modda işletilebilirler. Kesikli işletim modu hidrolik açıdan çok daha idealdir; ancak su ve atıksu arıtma tesisi uygulamalarında debilerin büyük miktarlarda olması nedeniyle kesikli işletim modunun pratik açıdan kullanımı sınırlıdır.

Çökeltim tanklarında suyun etkin akış yönü yatay (doğrusal ya da radyal) ya da dikey (aşağı ya da yukarı) akış yönünde olabilir. Yukarı akışlı tanklarda katı partiküllerinden arınan su yukarı istikamette savak kanalına doğru yükselirken katı partiküller de aşağı yönde tank tabanına doğru hareket ederler. Bu süreçte süspansiyondan ayrılan katı partiküller tank tabanında birikir ve buradan uzaklaştırılırlar. Katı partiküllerden (askıda katı madde olarak ta adlandırılır) arınmış olan üst su ise savak kanallarına akarak sedimentasyon tankını terk ederler.

Yatay akışlı tanklar taneli çökeltim için çok uygundur ve yüksek performansta çökeltim sağlarlar. Yatay akışlı tanklar yumaklı çökeltim için de kullanılabilir. Ancak yumaklı çökeltimde nispeten derin ve suyu belli bir derinlikten tüm tank çevresince dengeli dağıtan çok sayıda giriş yapısına sahip yukarı akışlı tanklar daha yüksek giderim sağlarlar. Yukarı akışlı tanklar, partiküllerin yumaklaşmasına en fazla yardımcı olan tank tipi olmaları nedeniyle yumaklı çökeltim için en iyi çökeltimi temin ederler. Yukarı akış koşullarında su yukarı akış istikametinde hareket ederken yüzeysel hidrolik yükleme değerinin gerektiği kadar küçük olması halinde askıda katı maddeler en yüksek olasılıkla çarpışır, büyür ve yumaklaşarak aşağı yönde hareket ederler. Yukarı akışlı tankların konik tabanlı olması durumunda ise yukarı akış hızı akış yönünde azalır; koninin üst kısmında yer değiştirme hızı çökeltme hızına eşit olur ve burada kararlı bir çamur tabakası oluşur ve bu tabaka kolloidal maddelerin filtrelenmesine de imkan sağlar. Ancak konik tabanlı bu tasarımda oluşan çamur tabakasının bozulmaması için yukarı akış hızının sürekli kontrol altında bulundurulması gerekir.



Kesikli işletim durumunda hidrolik tutulma süresi yeterli bir tasarım/işletim parametresi iken, sürekli işletim koşullarında nominal hidrolik bekleme süresi çökeltimin optimum koşullarda gerçekleştirilmesi için yeterli değildir. Sürekli akış koşullarında en önemli tasarım/işletim parametresi yüzeysel hidrolik yükleme değeridir. Yüzeysel hidrolik yükleme değerinin küçültülmesi nispeten düşük yoğunluklu partiküllerin de çökmesine imkan sağlaması yanı sıra sakin çökme için sağlanması gereken hidrolik koşullar (türbülans ve kısa devrelerin önlenmesi) daha iyi sağlanmış olur.

İstenilen düzeyde partikül giderimi temin edebilmek için katı partikül maddelerin yoğunlukları ve konsantrasyonları kimyasal veya fiziksel yollarla yapay olarak artırılabilir gibi tasarım/işletim parametreleri üzerinde de değişiklik yapılarak istenilen amaca ulaşılabilir. Örneğin aynı hacme sahip tanklardan yüzey alanının fazla olanında partikül giderim verimi yüksek olacağından tankı yatay bölmelere (kompartımanlara) ayırarak, eğimli plakalar (lamela separatör) ya da tüp modüller yerleştirilerek debi kapasitesi ve/veya çökeltim verimi artırılabilir.

Sürekli akışlı çökeltimde partikül gideriminin istenilen düzeyde olabilmesi için laminer akış koşullarının sağlanması gerekir. Ancak laminer akış durumunda bile akış yukarı yönde gerçekleşirken aşağıya doğru hareket eden partiküllerin hız dağılımları parabolik biçimde olur ve bu durum %1 kadar bile olsa çökme hızlarında düşümlere neden olur. Öte yandan tank içerisinde akış halinde yumak yığınlarının konsantrasyonunun 500 mg/L'yi aşması durumlarında birleşme ve parçalanma mekanizmaları sayesinde az ya da çok üniform bir çökeltim söz konusu olur. Çökeltimin tabana yakın kısımlarında yumaklar arasındaki kuvvetler partikül konumlarının birbirlerine göre korunmasını sağlar ve yumaklar bu durumda bir bütün olarak çöklerler ve üst kısımlarında berrak bir su bırakırlar. Bu nedenle yumaklı çökeltimde yukarı akışlı tanklar daha yüksek verim sağlarlar. Yukarı akışlı tankların içerisine yerleştirilen ek yüzeylerle (arttırılmış yüzeyler) oluşturulan yüzeyin büyüklüğüne bağlı olarak hidrolik yükleme kapasitesinde büyük artışlar sağlanabilir.

Doğal çökeltim süreci özellikle küçük partiküller ve küçük spesifik hacimli tanklarda istenilen düzeyde gerçekleşmeyebilir. Bu nedenle süreci daha hızlı hale getirmenin yollarından biri çökeltme bölgesini eğimli hale getirmek ve partiküllerin daha kısa akış mesafelerinde çökmesine müsaade etmektir. Boycott (1920) bu metodu ilk keşfeden kişi olduğundan bu etki Boycott etkisi olarak adlandırılır. Boycott, kan hücrelerinin eğimli bir tüpte dikey konumlu bir tüpe kıyasla çok daha hızlı çökeldiğini gözlemiştir. Boycott etkisini açıklamak için bir tüp içerisinde monodisperse bir süspansiyonda paralel konumda plakalar içeren bir tankta arayüzey alçalma hızını tahmin etmek amacıyla kullanılan bir analitik modele göre monodisperse süspansiyonlar için arayüzey alçalma hızı (1.1) eşitliğiyle ifade edilir.

$$\frac{dh}{dt} = -v_0 \left( 1 + \frac{h}{b} \cdot \sin \alpha \right) \quad (1.1)$$

Burada  $\alpha$  plakaların eğim açısı,  $v_0$  tankın dikey konumda olması halinde süspansiyon arayüzeyinin çökeltme (alçalma) hızı,  $h$  süspansiyonun derinliği (kalınlığı) ve  $b$  tankın genişliğidir. (1.1) eşitliğine göre arayüzey alçalma hızının  $\frac{h}{b} \cdot \sin \alpha$  faktörü tarafından arttırıldığı açıktır. Diğer bir ifadeyle arayüzey alçalma hızı daha yüksek derinlik/genişlik oranında  $\left( \beta = \frac{h}{b} \right)$ , veya daha büyük eğim açısı ( $\alpha$ ) durumlarında daha iyi sonuç verecektir.

Kinosita (1949) eğimli bir tüpte konveksiyon (sıcaklık farkları nedeniyle yer değiştirme hareketleri) etkisinin güçlü bir girdap oluşturduğunu ve girdapta tutuklanan bazı partiküllerin çökelen partiküllerden 100 kez daha hızlı hareket ettiğini deneysel olarak gözlemiştir.

McCaffery vd., (1998a ve 1998b) Boycott etkisini tanımlamak için süreklilik teorisine dayalı çok ayrıntılı sayısal bir model önermişlerdir. Bu simülasyon ile çökeltim hızının eğim açısıyla, başlangıçtaki partiküllerin hacimsel

konsantrasyonuyla ve tank derinliğinin tank genişliğine oranının ( $\beta$ ) artırılması ile artabileceğini göstermişlerdir.

Boycott etkisine benzer bir etki katı partiküllerin gaz ortamı içerisinde çökme sırasında da söz konusudur. Bu tür ortamlarda partikül yoğunluğu akışkan ortam (hava gibi) yoğunluğundan çok daha büyüktür. Duran vd. (1998), granül halindeki materyalin dikey bir tüpe kıyasla eğimli bir tüpte daha hızlı çökeldiğini ve ayrıca sıvı akışkanlardaki çökme sürecinde olduğu gibi dahili konveksiyon girdabının oluştuğunu gözlemişlerdir. Flekkoy vd. (2001), eğimli tüplerde çökelen küçük partiküllerin akışlarının kararlılığı üzerinde süreklilik modelini kullanarak çalışmalar yapmışlardır. Süreklilik modelinin sınırlamalarından biri partikül-partikül ve partikül-duvar etkileşimlerini dahil etmemesidir. Süreklilik modelinde partiküllerin yörüngesini ve girdap etkilerini izlemek ve ayrıca partikül kümelerinin oluşum etkisini belirlemek ve bunların akış alanıyla etkileşimlerini belirlemek mümkün değildir.

Bu çalışmada belirli parametreler çerçevesinde yapılan sınırlı ölçümlerle yumaklı çökeltimin gerçekleştiği çökeltim tanklarının çökeltim kapasitelerinin iç çökeltim yüzeylerinin artırılmasıyla ne kadar artırılacağı gözlenmiştir. Bu kapsamda laboratuvar ortamında katı partikül konsantrasyonu ve hidrolik yükleme değerleri belli sınırlar altında kalınarak yukarı akış koşulları altında test edilmiş ve bu parametrelerin değişiminin etkisi değerlendirilmiştir. Bu tez çalışması matematiksel çözümler ve laboratuvar deneysel ölçümleri olmak üzere 2 bölümden oluşmaktadır.

Bölüm 2'de taneli çökeltimde bir süspansiyonda partiküllerin taneli çökeltim hızlarına ve bir tankta bu partiküllerin gideriminin ortalama değer metoduyla hesaplama biçimine değinilmiştir. Ayrıca yumaklı çökeltim durumunda bir süspansiyonda partiküllerin çökeltim hız frekans dağılımlarına değinilmektedir. Taneli çökeltimde çökeltim kolonu boyunca tüm derinliklerden alınan numunelerde partiküllerin hız frekans dağılımı tek bir eğri iken, yumaklı çökeltimde derinlik arttıkça elde edilen frekans dağılım eğrisinin farklı olduğuna değinilmektedir. Ayrıca

taneli çökeltim bölümünde ele alınan partikül giderimi hesaplamalarında ortalama değer metodunun yumaklı çökeltim verilerine nasıl uyarlandığı gösterilmektedir.

Bu bölümde ayrıca tank iç çökeltme yüzeylerinin artırılması halinde yüzeysel hidrolik yükleme hızının nasıl değiştiği (küçüldüğü) ele alınmıştır. Ayrıca yüzey arttırılması durumunda  $Re$  ve  $Fr$  hidrolik parametrelerindeki iyileşmeye de kısaca değinilmektedir. Bu bölümde kütle transfer denklemi basit derivasyonla elde edilmiş ve ardından bu diferensiyel denklem kararsız ve kararlı hal durumları için çözümlenmiştir. Daha sonra yapılan laboratuvar ölçümleri kararsız hal analitik çözümünde kullanılarak dispersiyon katsayısı ve dispersiyon katsayısının hız (yüzeysel hidrolik yükleme hızı) ile değişimi belirlenmiştir. Elde edilen kararlı hal analitik çözümü kullanılarak sürekli akışlı çökeltim durumunda tank çıkışındaki konsantrasyon değerinin giriş konsantrasyonuna bağlı olarak oran biçiminde hesaplanabileceği bir bağıntı elde edilmiştir.

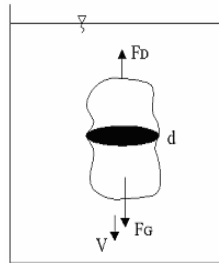
Bölüm 3'te, laboratuvar çalışmalarında kullanılan test materyali, ekipman ve düzeneklere değinilmektedir. Burada gerek sürekli akışta kararlı halde doğrudan yapılan ölçümlere ve gerekse sürekli akışta giderimi dolaylı olarak tahmin edebilmek için kullanılacak yöntemlerde gerekli olacak verilerin (dispersiyon katsayısı belirleme çalışmaları ve kesikli işletim test çalışmaları) ölçüldüğü test koşullarına değinilmektedir. Bölüm 4'te ise ölçüm verileri ve bunların değerlendirilmesi verilmektedir. Önce sürekli akışta değişik kolon eğimi durumlarında çökeltme yüzeyi artırılarak deneysel gözlemler yapılmıştır. İkinci aşamada ise dispersiyon katsayısının konsantrasyon ve akış hızıyla değişimi belirlenmiş ve bu veriler analitik çözümde kullanılarak sürekli akışlı işletim koşullarında partikül giderimi tahmin edilmeye çalışılmıştır. Burada ayrıca yapılan kesikli testlerden elde edilen partikül hız frekans dağılımı ifadeleri de kullanılarak yine sürekli akış işletim koşulları tahmin edilmeye çalışılmıştır. Bölüm 5'te ise sonuçların değerlendirmesi sunulmaktadır.

## 2. KAYNAK BİLGİSİ

### 2.1. Taneli Çökeltim

Partiküllerin çökme hızı başlıca sıvı fazın fiziksel özelliklerine (yoğunluk, viskozite, yoğunluk ve sıcaklık tabakalaşması), katı partiküllerin fiziksel özelliklerine (partiküllerin türü, yoğunluğu, porozitesi, konsantrasyonu, biçimi ve akış yönündeki kesit alanı vb.) bağlıdır. Partiküllerin çökme hızı partikülün gerek boyutunun ve gerekse yoğunluğunun artması ile artar ve bu sayede çökeltim için gerekli hidrolik tutulma süresi kısalmır. Ayrıca sürekli akışlı koşullarda partikül çökeltim verimi tankın tasarım/işletim parametrelerine bağlı olarak ta büyük ölçüde değişir.

Çökeltim süreci partiküllerin fiziksel özelliklerine bağlı olarak kendi içinde taneli çökeltim ve yumaklı çökeltim olarak iki gruba ayrılabilir. Taneli çökeltim, çökeltim süresi boyunca partiküllerin birbirleriyle çarpışmaları neticesinde büyümelerinin söz konusu olmadığı haldir. Bu çökeltim tipinde partikül büyüklüğü ve çökme hızı partikülün çökme süresi boyunca önemli ölçüde değişmez. Diğer bir ifadeyle taneli çökeltim partikül taneciklerin çökme süreleri boyunca biçimlerini ve yoğunluklarını değiştirmeden çökmeledir. Kum taneciklerinin çökmesi taneli çökeltim için örnek olarak verilebilir. Taneli çökeltimde en iyi çökeltim verimi yatay akışlı tanklarda sağlanır. Bu çökeltim türünde aynı hacme sahip tanklardan uzun, dar ve sığ olan dikdörtgen tanklar hidrolik koşulların ( $Re$  ve  $Fr$  sayıları) uygunluğu nedeniyle en yüksek verimi sağlarlar.  $d$  izdüşüm (düşey projeksiyon) alanına sahip bir partiküle etkiyen kuvvetler Şekil.2.1'de gösterilmektedir.



Şekil 2.1. Çökelen bir partiküle etki eden kuvvetler

Taneli çökeltimde partiküller, partikül yoğunluğunun suyun yoğunluğundan fazla olması durumunda, şekil ve boyutlarını değiştirmeden aşağı yönde hareket ederler. Şekil 2.1’de durgun bir akışkan içerisinde sabit  $v$  hızı ile hareket ederek çökelen bir partikül gösterilmektedir. Bu partiküle etki eden sürtünme kuvveti partikülün akış doğrultusundaki kesit alanı ile doğrudan orantılıdır. Harekete durgun halden başlayan bir partikül ilk ve kısa bir süre kararsız hız profili sergiler. Bu kararsız hız hali batma kuvveti akışkanın uyguladığı sürtünme kuvvetine eşit oluncaya kadar devam eder ve bundan sonra partikülün dikey yönde suya göre rölatif hızı sabit olur. Newton yasasına göre bir partikülün ivmesi (değişen hızı) partiküle etki eden net kuvvete bağlı olarak (2.1) eşitliğiyle ifade edilir.

$$F = m.a \quad (2.1)$$

Burada  $m$  partikülün kütesini ve  $a$  partikülün ivmesini gösterir. (2.1) eşitliği daha açık bir biçimde aşağıdaki gibi yazılabilir. Bu eşitlikte  $v'$  partikülün değişen (kararsız) hızını,  $F_G$  partiküle etkileyen batma kuvvetini (partikülün ağırlığını) ve  $F_D$  partiküle etkileyen sürtünme kuvvetini gösterir.

$$F_G - F_D = \rho_p \cdot \nabla_p \cdot \frac{dv'}{dt} \quad (2.2)$$

Burada  $\rho_p$  partikülün yoğunluğunu,  $\nabla_p$  partikülün hacmini ve  $\frac{dv'}{dt}$  ifadesi de partikülün değişen ivmesini gösterir. Partiküllerin geometrik şeklinin küresel olduğu kabul edilmesi durumunda partikül hacmi aşağıdaki gibidir.

$$\nabla_p = \frac{\pi \cdot d_p^3}{6} \quad (2.3)$$

*Laminer akış koşulları için (2.2) eşitliğinin açık ifadesi:*

Laminer çökeltme koşullarında küresel bir partiküle etki eden batma ve sürtünme kuvvetleri sırasıyla Eşitlik (2.4) ve (2.5)’te verildiği gibidir (Huisman, 1981).

$$F_G = (\rho_p - \rho_{su}) \cdot g \cdot \frac{\pi \cdot d_p^3}{6} \quad (2.4)$$

$$F_D = 3 \cdot \pi \cdot v \cdot \rho_{su} \cdot v' \cdot d_p \quad (2.5)$$

Bu değerler yukarıda verilen (2.2) eşitliğinde yerine yazılırsa Eşitlik (2.6) elde edilir.

$$\frac{dv'}{dt} = \frac{\rho_p - \rho_{su}}{\rho_p} \cdot g - 18 \cdot \frac{\rho_{su}}{\rho_p} \cdot \frac{v}{d_p^2} \cdot v' \quad (2.6)$$

Partikül için çökme koşullarının laminar olması halinde kararlı halde ( $\frac{dv'}{dt} = 0$ ) nihai çökme hızı Eşitlik (2.7)'de verildiği gibidir (Huisman, 1981).

$$v = \frac{1}{18} \cdot \frac{g}{v} \cdot \frac{\rho_p - \rho_{su}}{\rho_{su}} \cdot d_p^2 \quad (2.7)$$

(2.7) eşitliği aşağıdaki gibi yeniden düzenlenebilir.

$$\rho_p - \rho_{su} = v \cdot 18 \cdot v \cdot \frac{1}{g \cdot d_p^2} \cdot \rho_{su} \quad (2.8)$$

(2.8) eşitliğini (2.6) eşitliğinde yerine yazacak olursak (2.9) eşitliği elde edilir.

$$\frac{dv'}{dt} = 18 \cdot v \cdot \frac{\rho_{su}}{\rho_p} \cdot \frac{v}{d_p^2} - 18 \cdot v' \cdot \frac{\rho_{su}}{\rho_p} \cdot \frac{v}{d_p^2} \quad (2.9)$$

(2.9) eşitliği aşağıdaki gibi yeniden düzenlenebilir.

$$\frac{dv'}{v - v'} = 18 \cdot v \cdot \frac{1}{d_p^2} \cdot \frac{\rho_{su}}{\rho_p} \cdot dt \quad (2.10)$$

Çökelen bir partikül tanesi için akışkan yoğunluğu, partikül yoğunluğu ve partikül çapı değişmez olduğunda Eşitlik (2.10)'daki tüm sabitler aşağıdaki gibi tek bir sabit olarak gösterilebilir.

$$18.v \cdot \frac{1}{d_p^2} \cdot \frac{\rho_{su}}{\rho_p} = \alpha \quad (2.11)$$

(2.11) eşitliği (2.10) eşitliğinde yerine yazılırsa (2.12) eşitliği elde edilir.

$$\frac{dv'}{v - v'} = \alpha \cdot dt \quad (2.12)$$

Başlangıç koşulu olarak  $t=0$  anında  $v'=0$  alınarak (2.12) eşitliğinin integrali aşağıdaki gibi elde edilir.

$$v' = v \cdot (1 - e^{-\alpha \cdot t}) \quad (2.13)$$

(2.13) eşitliği aşağıdaki gibi yeniden düzenlenebilir.

$$t = -\frac{1}{\alpha} \cdot \ln\left(1 - \frac{v'}{v}\right) \quad (2.14)$$

*Türbülanslı akış koşulları için (2.2) eşitliğinin açık ifadesi:*

Türbülanslı çökme durumunda partiküle etki eden sürtünme kuvveti ve kararlı hal çökme hızı sırasıyla (2.15) ve (2.16) eşitlikleriyle verilir.

$$F_D = \frac{\pi}{2} \cdot \rho_{su} \cdot (v' \cdot d_p)^2 \quad (2.15)$$

$$v = \sqrt{\frac{10}{3} \cdot \frac{\rho_p - \rho_{su}}{\rho_{su}} \cdot g \cdot d_p} \quad (2.16)$$



Laminer koşullar için yapılan işlemlere benzer biçimde çözümlene yapılırsa (2.2) diferensiyel eşitliği aşağıdaki biçimi alır.

$$\frac{dv'}{v^2 - v'^2} = \frac{3}{10} \cdot \frac{\rho_{su}}{\rho_p} \cdot \frac{1}{d_p} \cdot dt \quad (2.17)$$

(2.17) eşitliğindeki sabitler için aşağıda gösterildiği gibi başka bir sabit atanabilir.

$$\frac{3}{10} \cdot \frac{\rho_{su}}{\rho_p} \cdot \frac{1}{d_p} = \beta \quad (2.18)$$

Atanan  $\beta$  sabiti, Eşitlik (2.17)'de yerine yazılırsa aşağıdaki biçimi alır.

$$\frac{dv'}{v^2 - v'^2} = \beta \cdot dt \quad (2.19)$$

$t = 0$  anında  $v' = 0$  başlangıç koşulu için (2.19) eşitliğinin integrali alınırsa (2.20) eşitliği elde edilir.

$$t = \frac{1}{2 \cdot \beta \cdot v} \cdot \ln \frac{v + v'}{v - v'} \quad (2.20)$$

(2.20) eşitliğinde  $\beta$  ve  $v$  değerleri ((2.16) ve (2.18) eşitlikleri) yerlerine yazılacak olursa (2.20) eşitliği aşağıdaki biçimi alır.

$$t = \sqrt{\frac{5}{6} \cdot \frac{\rho_p^2}{(\rho_p - \rho_{su}) \cdot \rho_{su}} \cdot \frac{d}{g}} \cdot \ln \frac{v + v'}{v - v'} \quad (2.21)$$

*Kararlı hal durumunda (2.1) eşitliğinin çözümü:*

Çökeltimin başlangıcından kısa bir süre sonra ( $\sim <1$  saniye)  $F_D = F_G$  durumuna ve bu durumda da sabit çökme hızına ulaşılır. Kararlı hal durumunda hız sabit olduğundan ivme sıfır olur. Bu durumda (2.1) eşitliğinde  $\Sigma F = 0$  olur. Bu kararlı hale ulaşıldığında sürtünme kuvveti partikülün batmış haldeki ağırlığına eşit olur.

$$F_G = F_D \quad (2.22)$$

Partikülün akışkan içerisindeki batma kuvveti (2.4) eşitliğiyle verildiği gibidir. Kararlı halde sıvının uyguladığı sürtünme kuvveti ise Newton tarafından aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

$$F_D = C_D \cdot A_p \cdot \rho_{su} \cdot \frac{v^2}{2} \quad (2.23)$$

Batma kuvveti ve sürtünme kuvveti (2.22) eşitliğinde yerine yazılır ve çökme hızı için çözümlenirse sabit çökme hızı aşağıdaki gibi elde edilir.

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot (\rho_p - \rho_{su}) \cdot \nabla_p}{C_D \cdot \rho_{su} \cdot A_p}} \quad (2.24)$$

Küresel partiküller için partikül hacmi aşağıdaki ifade ile hesaplanır.

$$\nabla_p = \frac{\pi \cdot d_p^3}{6} \quad (2.25)$$

Küresel partikülün hareket yönünde izdüşüm alanı ise aşağıdaki ifade ile hesaplanır.

$$A_p = \frac{\pi \cdot d_p^2}{4} \quad (2.26)$$

(2.25) ve (2.26) eşitlikleri (2.24) eşitliğinde yerlerine yazılacak olursa aşağıdaki eşitliğe ulaşılır.

$$v = \sqrt{\frac{4}{3} \cdot \frac{g}{C_D} \cdot \frac{(\rho_p - \rho_{su})}{\rho_{su}} \cdot d_p} \quad (2.27)$$

Ancak burada  $C_D$  sürtünme katsayısı değeri sabit olmayıp partikülün oluşturduğu  $Re$  sayısı ile değişmektedir. Değişik  $Re$  sayısı aralıkları için  $C_D$  ifadeleri (2.29)~(2.32) eşitlikleri ile verilmiştir.

Çökelen bir partikülün  $Re$  sayısı (2.28) eşitliği ile hesaplanır.

$$Re = \frac{v \cdot d_h}{\nu} \quad (2.28)$$

Küresel partiküller için  $d_h = d_p$  'dir. (2.28) eşitliği ve (2.29)~(2.32) eşitliklerinde verilen  $C_D$  ifadeleri (2.27) eşitliğinde yerine yazılırsa belli  $Re$  aralıkları için aşağıda verilen çökme hızı eşitlikleri elde edilir.

$$\text{i. } Re < 1 \text{ ise } C_D = \frac{24}{Re} \quad \text{ve} \quad v = \frac{1}{18} \cdot \frac{g}{\nu} \cdot \left\{ \frac{\rho_p - \rho_{su}}{\rho_{su}} \right\} \cdot d_p^2 \quad (2.29)$$

$$\text{ii. } 1 < Re < 50 \text{ ise } C_D = \frac{24}{Re^{4/3}} \quad \text{ve} \quad v = \frac{1}{10} \cdot \frac{g^{0,8}}{\nu^{0,6}} \cdot \left\{ \frac{\rho_p - \rho_{su}}{\rho_{su}} \right\} \cdot d_p^{1,4} \quad (2.30)$$

$$\text{iii. } 50 < Re < 1620 \text{ ise } C_D = \frac{4,7}{Re^{1/3}} \quad \text{ve} \quad v = \frac{1}{2,13} \cdot \frac{g^{0,6}}{\nu^{0,2}} \cdot \left\{ \frac{\rho_p - \rho_{su}}{\rho_{su}} \right\} \cdot d_p^{0,8} \quad (2.31)$$

$$\text{iv. } 1620 < Re \text{ ise } C_D = 0,4 \quad \text{ve} \quad v = 1,83 \cdot g^{0,5} \cdot \left\{ \frac{\rho_p - \rho_{su}}{\rho_{su}} \right\} \cdot d_p^{0,5} \quad (2.32)$$

Bir partikülün çökme hızını belirleyebilmek için yukarıda sıra numaralarıyla verilen eşitlikler yardımıyla bulunan çökeltim hızı ( $v$ ) değerleri  $Re$  eşitliğinde yerine konur ve  $Re$  sayısı hesaplanır. Eğer ilgili eşitlikte hesaplanan  $v$  değeri  $Re$  şartını sağlamıyorsa bir sonraki  $v$  bağıntısından yeni bir çökme hızı hesaplanır. Yine ilgili

bulunduğu  $Re$  sınır koşulunu sağlamıyorsa koşul sağlanıncaya kadar bu işleme benzer şekilde devam edilir.

Bu bağıntılarda küçük  $Re$  sayısı değerlerinde partikül çapının çökme hızı üzerindeki etkisinin daha büyük olduğu görülür. Bu durum, etkin bir çökeltim için partikül boyutunu artırmanın yanı sıra akışkan ortamında sakin hidrolik koşulların (laminer) sağlanması gerektiğini gösterir. Ayrıca çökme hızının azalan viskoziteyle arttığı görülmektedir.

Arıtma tesislerinde ham katı partiküllerin çökertilmesini amaçlayan ön çökeltim tanklarında çökelen tanecikler için çoğunlukla laminer ya da geçiş bölgesi akış hali sözkonusudur. Bu bölgede  $Re$  sayısı küçük olduğu için viskozite ve partikül boyutunun çökme hızı üzerindeki etkisi nispeten büyüktür. Son çökeltim tanklarında ise yumaklar nispeten büyük boyutludur; ancak askıda katı maddelerin yığınsal yoğunlukları ortamdaki sudan çok az farklıdır ve bu nedenle partikül yumaklarının çökmesi laminer koşullarda gerçekleşir.

Bir süspansiyon  $h$  derinliğinde yatay akışlı bir tankta  $\theta_0$  hidrolik tutulma süresi kadar bekletilirse çökme hızları  $\frac{h}{\theta_0}$  'dan daha büyük olan partiküllerin tümü çöker.  $\frac{h}{\theta_0}$  ifadesini  $S_0$  ile ve ayrıca  $S_0$ 'dan daha küçük çökme hızlarına sahip partiküllerin çökme hızını  $v$  ile gösterecek olursak tank girişinde tank tabanına  $h' = v \cdot \theta_0$  mesafesinde bulunan (yüzeyden daha derinde bulunan) partiküller de çökelecektir. Bu partiküllerin giderimi Eşitlik (2.33)'te verildiği gibi  $\frac{h'}{h}$  ifadesiyle doğrudan orantılıdır.

$$\frac{h'}{h} = \frac{v \cdot \theta_0}{S_0 \cdot \theta_0} = \frac{v}{S_0} \quad (2.33)$$

Bu eşitlikten görüleceği üzere partiküllerin çökme hızlarının yüzeysel hidrolik yükleme hızına oranı çökecek katı partiküllerin yüzdesi hakkında bilgi

vermektedir. Sürekli yatay akışlı bir tankta yüzeysel hidrolik yükleme hızı (yukarı akış hızı), akışkanın tümünün yatay akışa ilaveten tank kesitince yukarı yönde de aktığı dikkate alınarak (2.34) eşitliğinde verildiği gibi belirlenir.

$$S_0 = \frac{Q}{A_{\text{yüzey}}} \quad (2.34)$$

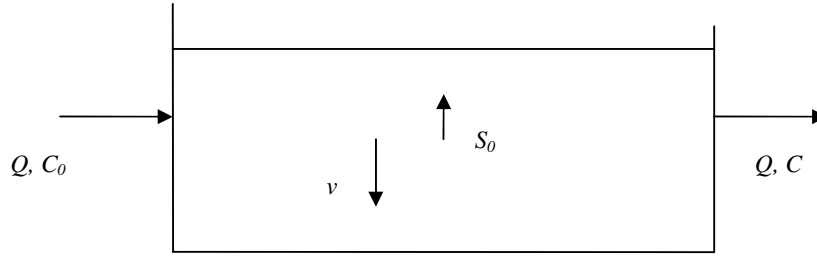
(2.34) eşitliğinde yüzey alanı aynı zamanda yukarı akış istikametinde tank kesit alanını gösterdiğinden  $A_{\text{yüzey}} = A_{\text{kesit}}$  olarak gösterilebilir. Buna göre (2.34) eşitliği aşağıdaki gibi yeniden düzenlenebilir.

$$\begin{aligned} S_0 &= \frac{Q}{A_{\text{kesit}}} \\ &= Q \cdot \frac{1}{A_{\text{kesit}}} \\ &= \frac{\forall}{\theta_0} \cdot \frac{1}{A_{\text{kesit}}} \\ &= \frac{A_{\text{kesit}} \cdot h}{\theta_0} \cdot \frac{1}{A_{\text{kesit}}} \\ &= \frac{h}{\theta_0} \end{aligned} \quad (2.35)$$

Buradan partiküllerin çökme hızı,  $S_0$  yukarı akış hızı ile kıyaslandığında partiküllerin giderimi (giderim verimi) için aşağıdaki ifadeler söylenebilir:

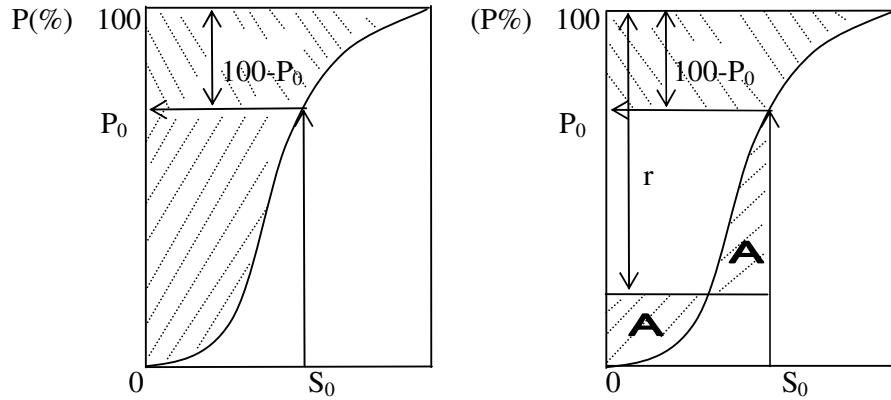
1. Çökme hızı ( $v$ ), suyun yukarı akış hızından ( $S_0$ ) büyük olan partiküllerin tümü çöker.
2. Çökme hızı ( $v$ ), suyun akış hızından küçük olan partiküllerin ise bir kısmı çöker.

Şekil 2.2'de yatay akışlı bir tankta akışkan (su) belli bir yatay akış hızıyla akarken aynı zamanda belli bir akış hızında yukarı yönde de akmaktadır. Bu tank içerisinde yukarı akış hızından daha büyük çökme hızına sahip partiküller her durumda çökerek sıvı fazından ayrılacaktır.



Şekil 2.2. Yatay akışlı bir tankta suyun yukarı akış hızının ( $S_0$ ) ve partikül çökme hızının ( $v$ ) sembolik gösterimi

$S_0$  değerine karşılık gelen  $P_0$  değeri çökecek partiküllerin çökme hızlarına bağlı olarak yüzdesini ifade eder.  $P_0$  değerinin üzerinde kalan partiküllerin tümü çökerken,  $P_0$ 'dan küçük çökme hızlarına sahip partiküllerin sadece bir kısmı çöker. Bu dağılımda Şekil 2.3'te gösterildiği üzere  $P_0$ 'ın altında kalan bölge için katı partiküllerin giderimi, ortalama değer metoduna göre, iki eşit alana bölmek suretiyle hesaplanabilir.



Şekil 2.3. Çöktirmede giderimin hız frekans dağılım eğrisi üzerinden gösterimi

Şekil 2.3'te eğri ile gösterilen partikül çöktürme hızları dağılımı grafiğinden yararlanarak yukarıda ifade edilen katı partikül giderim verimi aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$r = \int_0^{P_0} \frac{v}{S_0} dp + \int_{P_0}^1 \frac{v}{S_0} dp \quad (2.36)$$

Çökeltme hızı  $S_0$  değerinden büyük olan partiküller için ( $v \geq S_0$ ) partikül giderimi aşağıdaki gibidir.

$$\int_{P_0}^I \frac{v}{S_0} dp = (I - P_0) \quad (2.37)$$

Buna göre (2.36) eşitliği aşağıdaki biçimi alır.

$$r = (I - P_0) + \frac{I}{S_0} \int_0^{P_0} v \cdot dp \quad (2.38)$$

(2.38) eşitliği kullanılarak belli bir  $S_0$  yüzeysel hidrolik yükleme hızında bir çökeltim tankında giderilecek katı partiküler madde giderimi yüzde olarak hesaplanabilir. Burada gerekli olan süspansiyondaki partiküllerin çökeltme hızlarının çökeltme hızlarına karşılık gelen partikül madde yüzdesinin belirlenmesidir. Bu nedenle (Bkz. Şekil 2.3) frekans dağılım eğrisi, süspansiyonun kesikli çökeltim işlemine tabi tutulmasıyla elde edilir.

## 2.2. Yumaklı Çökeltim

Yumaklı çökeltim sürecinde, taneli çökeltim sürecinden belirgin biçimde farklı olarak, partiküller birbirleriyle çarpışarak büyüdüklerinden yumakların hızı çökeltme süreleri boyunca sürekli artar. Çünkü partiküllerin çökeltme hızı partiküllerin gerek boyutun ve gerekse yoğunluğunun artması ile artar ve bu sayede çökeltim için gerekli hidrolik tutulma süresi kısalır. Yumaklı çökeltimde de taneli çökeltimde olduğu gibi yatay akışlı çökeltim tankları kullanılabilir; ancak, daha derin ve belli bir derinlikten tüm tank çevresince süspansiyonu dengeli dağıtan çok sayıdaki giriş yapılarına sahip yukarı akışlı tanklar daha yüksek giderim verimi sağlarlar. Konik tabanlı yukarı akışlı çamur tabakalı tanklarda yukarı akış hızı akış yönünde azalır. Koninin üst kısmında sıvı faz ile çökelen katı partiküllerin çökeltme hızı (yer değiştirme hızı) birbirine eşit olur ve burada kararlı bir çamur tabakası oluşur. Bu tabaka koloidal maddelerin filtrelenmesine de imkan sağlar.

Partiküllerin çökelme hızları fiziksel ve kimyasal yapay etkiler uygulayarak daha da hızlandırılabilir. Yapay olarak hız gradyanları oluşturularak partiküllerin bir araya gelme sıklığının artırılmasıyla yumakların büyütülmesi (flokülasyon) sağlanabilir. Partiküllerin aynı elektrik yükü ile yüklü olmaları durumunda partiküller birbirlerini iterler ve bu durumda zıt yönlü elektrik yüklü iyonların ilave edilmesi gerekli olur. Süspansiyona yoğunluğu yüksek maddeler ilave edilmesi suretiyle (örneğin koagülant maddeler) de katı partiküllerin yığınsal yoğunluğu artırılabilir.

Değişik çökeltim hızlarına sahip partiküllerden oluşan bir süspansiyon çökeltme işlemine tabi tutulduğunda nispeten küçük ve hafif olan partiküller daha büyük boyutlu ve yüksek yoğunluğa sahip partiküller tarafından çarpışmalar sonucu belli ölçüde adsorblanırlar. Yumaklı çökeltimde bu çarpışmaların çoğunluğu birleşme ile sonuçlanır ve bu sayede çökeltim hızları artar. Süspansiyonda partikül bulunduğu müddetçe bu çarpışma ve büyüme süreci devam eder ve bu sayede yumakların hızları gittikçe (tabana doğru yaklaştıkça) artar ve çökeltim verimi önemli ölçüde artar. Bu nedenle yumaklı çökeltimde giderim verimi sadece yüzeysel hidrolik yükleme değerinin ( $S_0$ ) değil; aynı zamanda tank derinliğinin de bir fonksiyonudur. Bu iki faktör birlikte Eşitlik (2.39)'da verildiği gibi gerekli hidrolik tutulma süresini belirler.

$$\theta_0 = \frac{h}{S_0} \quad (2.39)$$

Yumak büyüklüğünün artması çökeltim hızının artmasına neden olur ve bu durum da aşağı yönde hareket eden yumağa etkiyen yukarı yöndeki su akışının uyguladığı sürtünme kuvvetinin artmasına neden olur. Belli bir yumak büyüklüğünde sürtünme kuvveti yumağı parçalayacak kadar büyük değerlere ulaşabilir ve bu aşamada maksimum büyüklük değeri (sınırı) aşılmış olur. Bu andan sonra çökeltim hızları sabit kalır ve hidrolik tutulma süresinin arttırılması ile çökeltim veriminde ek bir artış sağlanamaz.



Tanka giren yumaklaşmamış ya da yeterli büyüklüğe ulaşmamış katı partiküllerin çökme hızının ( $v$ ) yukarı akış hızından ( $S_0$ ) küçük olması durumunda partiküllerin akışı yukarı yönde olacaktır. Ancak bu yukarı hareket sırasında partiküller birbirleriyle çarpışarak büyüyecek ve bu sayede çökme hızları artacaktır. Bu durumda yumakların yukarı akış hızı aşağıdaki gibi küçülecektir. Burada  $v_{net}$ , partikülün net çökme hızını göstermektedir.

$$v_{net} = S_0 - v \quad (2.40)$$

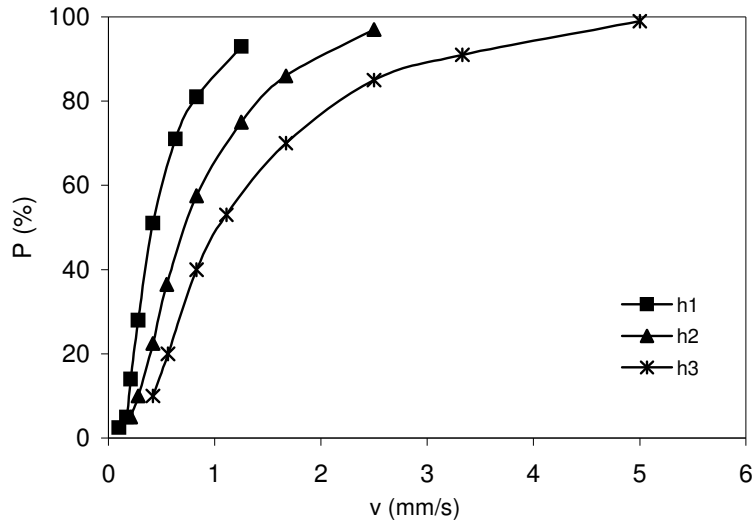
Yukarı akış yönünde artan çarpışmalarla yumak büyüklüğü artış gösterecek ve neticede  $S_0 - v$  değeri negatif olacaktır. Bu durumda partikül aşağıya doğru hareket ederek çökelecektir. Partiküllerin çökme hızındaki değişimin, çökeltim için gerekli hidrolik tutulma süresine etkisi Eşitlik (2.41)'de verildiği gibidir.

$$\theta = \frac{h}{v - S_0} \quad (2.41)$$

Çökeltim kolonunda yukarı akışta çarpışmaların sayısı çok fazla olduğundan yumak oluşumu ve buna bağlı olarak çökeltim hızlarında artış ve sonuçta çökeltim veriminde yatay akışlı tanklara kıyasla dikkate değer artış gerçekleşir.

Doğal bir su kütlesi içerisinde değişik şekillerde, boyutlarda ve yoğunluklarda partiküller bulunabilir. Bu partiküllerin her biri farklı bir çökeltim hızına sahiptir. Bu partiküllerin çökme hızlarının frekans dağılımı, partiküllerin ağırlık, yoğunluk, hacim ve geometrik biçimlerinin bilinmesi ile hesaplanabilir. Ancak genelde bu değerler bilinmez ve belirlenmesi de çok zor ya da imkansızdır. Bu nedenle partiküllerin hızlarının frekans dağılımı laboratuvarında ölçülür (çoğunlukla bu amaçla matematiksel bağıntılar kullanılmaz). Ayrıca yumaklı çökeltimde derinliğin değişimiyle yumakların büyüklüğü de değişir ve bu durum pratik açıdan hesaplanması daha da güç olan hız dağılımlarına neden olur.

Eğer çökeltim taneli çökeltim ise değişik derinliklerden alınan numunelere ait verilerin hız frekans dağılımı tek bir eğri üzerinde yer alır. Eğer çökeltim sürecinde yumaklaşma eğilimi varsa her derinlikten elde edilen veriler farklı bir eğri oluşturur: yüzeyden itibaren derinlik arttıkça frekans dağılım eğrisi alçalır (Şekil 2.4). Yumaklı çökeltimde çökeltim tanklarının tasarımı için gerekli verim tahmini laboratuvar çalışmaları ile belirlenebilir. Şekil 2.4'te verilen hız frekans dağılımı eğrilerini elde etmek için yaklaşık 0,15 m – 0,30 m çapında (duvar etkilerini ortadan kaldırmak için tercihen büyük çapta) ve gerçek çökeltim koşullarını yansıtan derinliklerde (minimum 1 m – 2 m su derinliği) olacak biçimde silindirik bir tankın içerisinde belli derinliklerden belli aralıklarla numuneler alınarak ölçümler yapılır ve partiküllerin hız frekans dağılım eğrileri elde edilir.

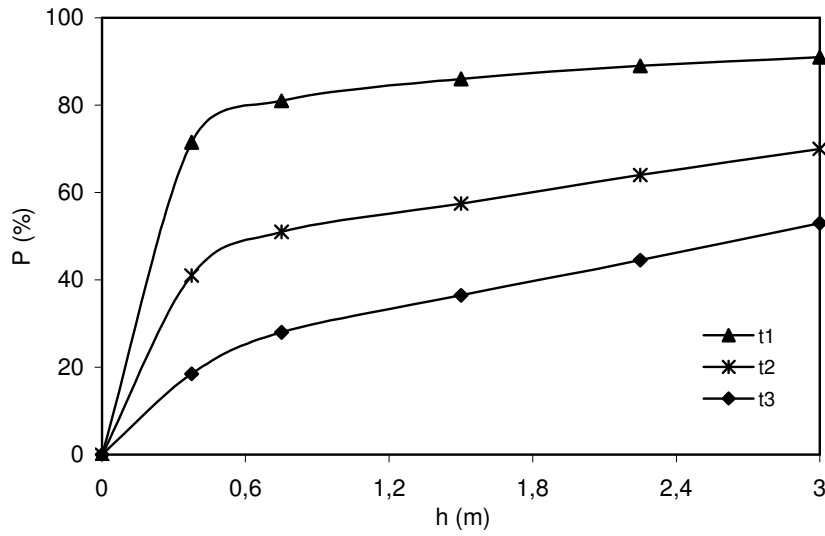


Şekil 2.4. Yumaklı çökeltimde hız frekans dağılım eğrilerinin derinlikle değişimi ( $h_1 < h_2 < h_3$ )

Taneli çökeltimde partiküllerin frekans dağılım eğrisi bir kez oluşturulduktan sonra istenilen düzeyde katı partikül madde giderimini temin etmek için gerekli  $S_0$  değeri belirlenir ve çökeltim tankının tasarımı yapılır (gerekli boyutlar belirlenir). Bu tanklarda taneler sabit çökeltim hızları ile çökeldiği için tank tasarımı aşağıdaki bağıntı kullanılarak kolayca yapılabilir.

$$\theta_0 = \frac{h}{S_0} \quad (2.42)$$

Ancak yumaklı çökeltimde partikül hızlarının çökeltme yönünde derinlikle sürekli artması nedeniyle çökeltim tankının tasarımı daha güç ve zaman alıcı bir prosedürdür. Şekil 2.5'te su yüzeyinden itibaren değişik derinliklerden alınan numunelerde partikül hız frekans dağılım eğrileri verilmektedir. Buradan görüleceği üzere süre arttıkça frekans eğrisi alçalmaktadır.



Şekil 2.5.  $P(\%) - h$  hız frekans dağılım eğrilerinin zamanla değişimi ( $t_1 < t_2 < t_3$ )

Herhangi bir  $S_x$  yüzeysel hidrolik yükleme hızı için giderim verimi (partikül giderim oranı) (2.38) eşitliğine benzer biçimde aşağıdaki eşitlikle tahmin edilebilir.

$$r_x = (1 - P_x) + \frac{1}{S_x} \cdot \int_0^{P_x} v \cdot dp \quad (2.43)$$

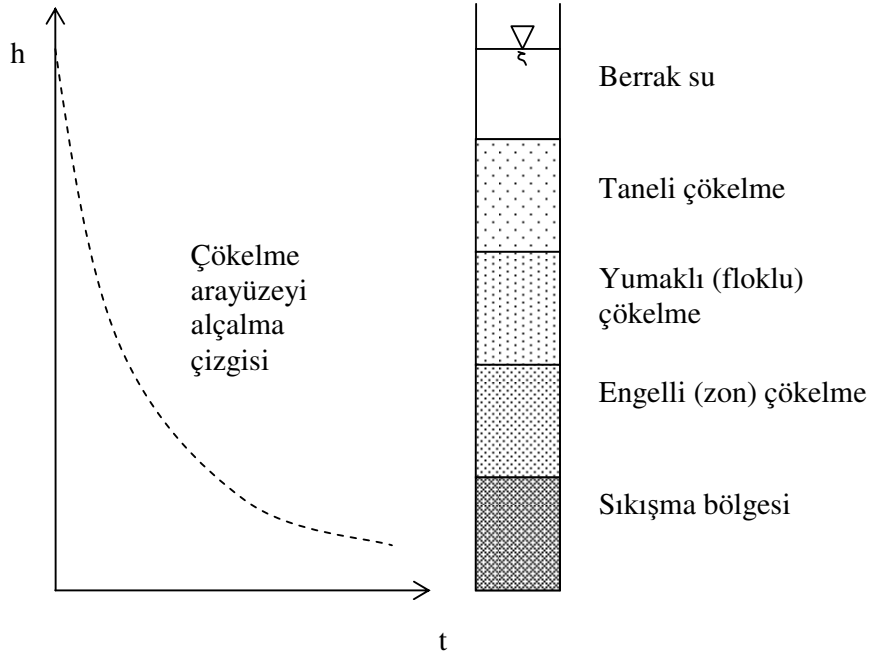
Bu eşitliğin sağ tarafı  $\frac{S_x}{S_x}$  ile çarpılırsa ve  $S_x$  yerine  $\frac{h_x}{t}$  terimi yazılırsa belli bir  $t$  süresi için  $x$  derinliğinde giderim verimi aşağıdaki gibi belirlenebilir.

$$\begin{aligned}
r_x &= \frac{(1 - P_x) \cdot S_x + \int_0^{P_x} v \cdot dp}{S_x} \\
&= \frac{(1 - P_x) \cdot \frac{h_x}{t} + \frac{1}{t} \int_0^{P_x} h \cdot dp}{\frac{h_x}{t}} \\
&= \frac{(1 - P_x) \cdot h_x + \int_0^{P_x} h \cdot dp}{h_x}
\end{aligned} \tag{2.44}$$

Yumaklı çökme aşamasını geçen yüksek konsantrasyonlu süspansiyonlarda serbest haldeki su kütlesi partiküllerin arasından yukarı yönde hareket eder. Serbest suyun çamur tabakasını terk edişiyile partiküllerden oluşan tabaka çökler. Bu aşamada partiküllerin birbirlerine göre konumları değişmez. Yumaklar arasındaki kuvvetler, partiküllerin birbirlerine göre konumlarını korumasını sağlar. Yumaklar bu durumda bir bütün olarak çöklerler ve üst kısımlarında berrak bir su bırakırlar. Bu çökme aşaması *engelli çökme* (ya da *zon çökme*) olarak adlandırılır.

Çökmenin devam eden aşamasında partiküllerin sıkışması ile tabanda yoğun bir katı partikül tabakası oluşur. Bu aşamadaki partiküller arasında çok yakın bir fiziksel temas vardır. Bu tabaka *sıkışma bölgesi* olarak adlandırılır.

Yumaklaşma yeteneğine sahip ve başlangıçta homojen dağılımlı bir süspansiyon bir silindir içerisine doldurulduğunda bu dört çökme türünün hepsini bu kolonda gözlemek mümkündür. Şekil 2.6'da bu dört çökme türünün aşamalı olarak ortaya çıkışı sembolik olarak gösterilmektedir.



Şekil 2.6. Yumaklı çökeltme yeteneğine sahip partiküllerin çökeltme arayüzeyinin zamanla alçalması (Tchobanoglous ve Burton, 1991)

### 2.3. Arttırılmış Yüzeyle Sahip Tanklarda Çökeltim

Çökeltim tanklarında katı partikül giderim verimi çökeltme hızı ile doğrudan ilintilidir. Buna göre partikül çökeltimini temin etmenin en kolay yolu tank içerisinde yukarı akış hızını (yüzeysel hidrolik yükleme hız değerini) azaltmaktır. Bu amaçla belli hacimdeki tankların derinliklerinin az (sığ) ve yüzey alanlarının büyük olması durumunda yukarı akış hızı olabildiğince küçülecektir. Ancak bu durumda çökeltim tankları büyük yüzey alanları nedeniyle inşaat için çok geniş alanlara gereksinim göstereceklerdir. Bundan kaçınmanın en basit ve uygulanabilir yolu sığ tanklar inşa etmek yerine olması gereken derinlikteki bir tankı yatay kompartımanlara bölmektir. Bu durumda tank içerisinde suyun yükseldiği tek bir enkesit değil; kompartıman sayısına bağlı olarak çok sayıda yukarı akış enkesiti ve çamurun çökeleceği çok sayıda kompartıman tabanı oluşacaktır. Tankın kompartımanlara bölünmesi durumunda giriş debisi de kompartıman sayısına bağlı olarak bölüneceğinden yukarı akış hızı azalacak ve partikül çökeltme verimi artacaktır.

Bu tip tasarım çok yüksek düzeyde katı partikül madde giderimi temin etmesine karşın çökelen çamurun bu yatay plakalar üzerinden uzaklaştırılması (belli aralıklarla veya sürekli) son derece güçtür ve bu nedenlerle böyle bir sistemin işletilmesinde büyük güçlükler vardır. Bundan kaçınmak için plakaların tamamen yatay değil de yatayla belli açı yapacak biçimde yerleştirilmesi uygundur. Bu durumda çökelen katı partiküller kendiliğinden plaka üzerinden kayarak tabana akacaktır. Yerleştirilen plakaların yatayla yaptığı eğim çökelen katı partiküllerin akmasını sağlayacak optimum eğim olmalıdır. Çünkü eğim açısının artırılması plakaların yatay projeksiyon (kesit) alanlarının azalmasına; diğer bir ifadeyle çökeltme yüzey alanlarının azalmasına neden olacaktır. Plakaların eğiminin az olması durumunda da çökelen katı partiküller plaka yüzeyinden akarak uzaklaşamayacağı için akış kesiti daralacak, tıkanacak ve bu nedenle de çökeltim süreci olumsuz etkilenecektir. Plakalar sağdan ve soldan sınırsız olabileceği gibi; plaka yerine tüp modüller kullanılarak genişlik mesafesi de sınırlandırılabilir.

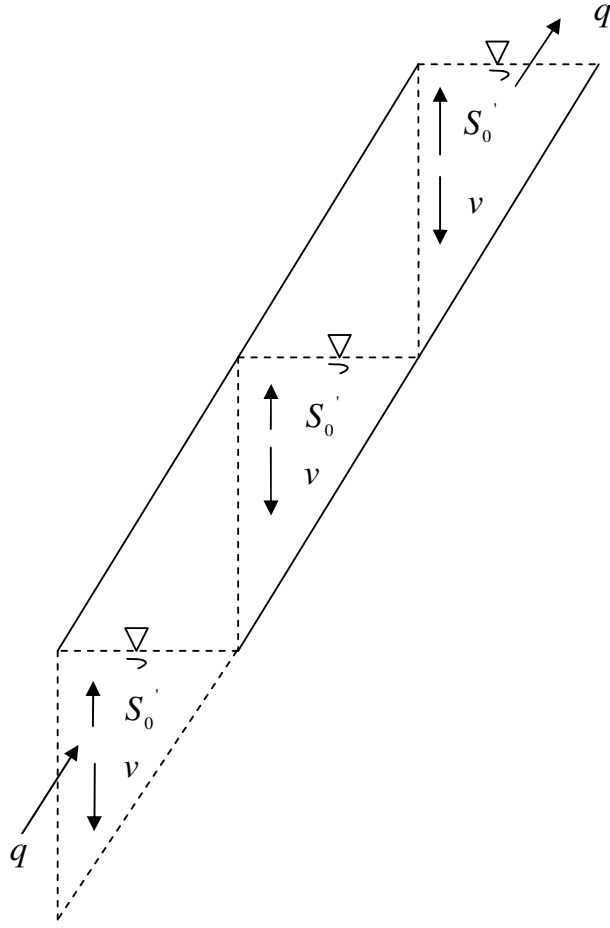
Bir çökeltim tankına eğimli plaka ya da tüp modül yerleştirilmesi durumunda yüzeysel hidrolik yükleme değerinin nasıl değiştiği, akış kesitini yukarı akış yönünde hayali çökeltme bölmelerine (kompartımanlara) ayırmak suretiyle yukarı akış hızının nasıl bölünerek küçüldüğü Şekil 2.7’de sembolik olarak gösterilmektedir.

Plaka (ya da tüp modülü) yerleştirilmesi durumunda yüzeysel hidrolik yükleme hızının ve diğer hidrolik parametrelerin nasıl değiştiği aşağıda matematiksel olarak ele alınmış ve irdelenmiştir.

Bir akış kesitinde akış hızı (yer değiştirme hızı) aşağıdaki bağıntı ile verilir.

$$V = \frac{Q}{A_{kesit}} = \frac{Q}{B.H} \quad (2.45)$$

Çökeltim tanklarında  $Re$  sayısı aşağıdaki eşitlikle hesaplanarak türbülans durumu değerlendirilir.



Şekil 2.7. Yüzey artırılmış halde çöktiminde yüzeysel hidrolik yükleme hızı

$$\begin{aligned}
 R &= \frac{A}{U} \\
 &= \frac{B.H}{B + 2.H}
 \end{aligned}
 \tag{2.46}$$

olduğundan Reynolds sayısı aşağıdaki biçimi alır.

$$Re = \frac{Q}{v} \cdot \frac{l}{B + 2.H}
 \tag{2.47}$$

Sürekli akışlı tanklarda istenilen düzeyde katı partikül giderimi elde edebilmek için aşağıdaki koşullar sağlanmalıdır:

1. Laminer akış koşullarını sağlamak için  $Re < 2000$  olmalıdır.

$$Re = \frac{S_0 \cdot R}{\nu} < 2000 \quad (2.48)$$

2. Kısa devreleri önlemek için  $Fr > 1.10^{-5}$  olmalıdır.

$$Fr = \frac{S_0^2}{g \cdot R} \quad (2.49)$$

3. Çökelen dip çamurunun tekrar hareketlenerek savaklara yükselmesini önlemek için savak yükü aşağıdaki kriteri sağlamalıdır.

$$\frac{Q}{L_{savak}} < 5 \cdot H \cdot S_0 \quad (2.50)$$

Bir çökeltim tankında türbülansın oluşumunu önlemek için  $Re$  sayısı kullanılarak boyutlar arasındaki ilişki aşağıdaki gibi kurulabilir.

$$\begin{aligned} Re &= \frac{S_0 \cdot R}{\nu} \\ &= \frac{Q}{B \cdot H} \cdot \frac{B \cdot H}{B + 2 \cdot H} \\ &= \frac{Q}{\nu \cdot (B + 2 \cdot H)} < 2000 \end{aligned} \quad (2.51)$$

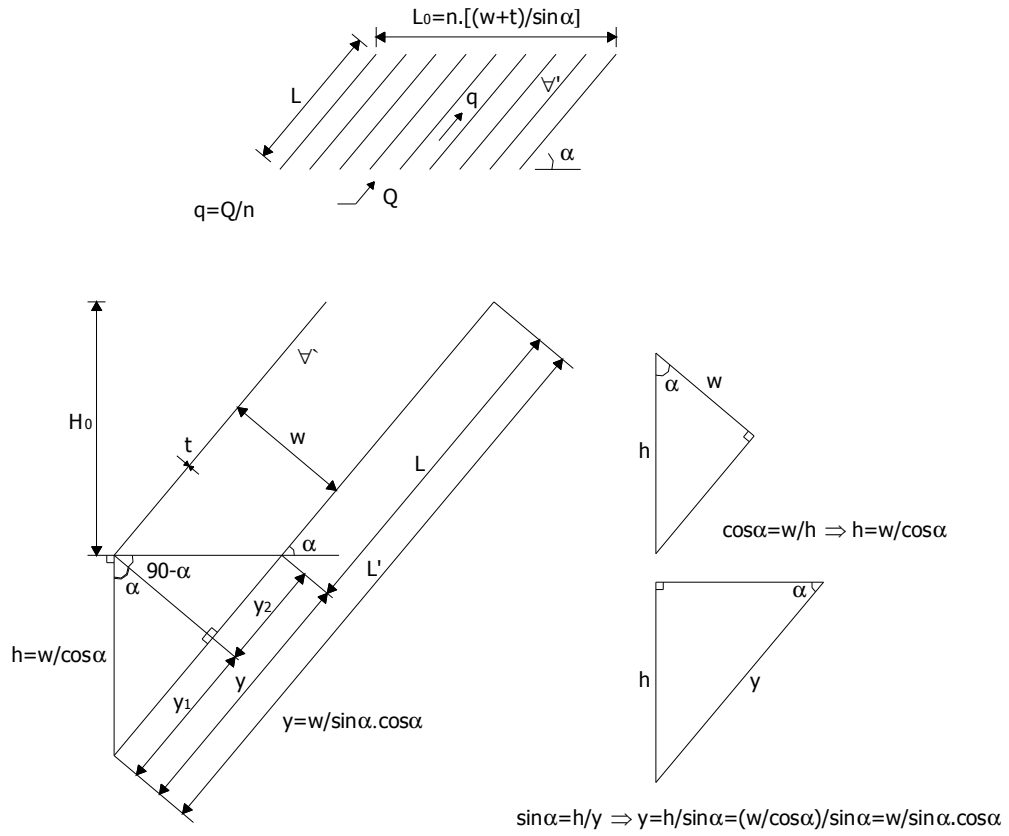
$$\Rightarrow Q < 2000 \cdot \nu \cdot (B + 2 \cdot H)$$

Su sıcaklığı  $10^\circ\text{C}$  ve suyun kinematik viskozitesi  $1,307 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  alınarak aşağıdaki ifade bulunur.

$$Q < 2,62 \cdot 10^{-3} \cdot (B + 2 \cdot H) \quad (2.52)$$

Bu koşulu sağlamak için  $B$  ve  $H$  artırılmalıdır; bu durumda, belli bir çökeltim hacmi için,  $L$  küçültülmelidir (çok derin ve çok geniş; diğer taraftan ise çok kısa bir tank).





Şekil 2.8. Eğimli plaka konulması durumunda trigonometrik ilişkiler

Bu durumda konvansiyonel bir çökeltim tankının yüzeysel hidrolik yüklem hızını azaltmak için aynı tanka (çökeltimi iyileştirmek için) eğik plakalar konulması halinde yüzeysel hidrolik yüklem hızı ve diğer hidrolik parametreler Şekil 2.8’de gösterilen trigonometrik ilişkiler çerçevesinde aşağıdaki gibi değişecektir.

Plakalı bir çökeltim tankında iki plaka arasındaki hacim ( $\nabla'$ ) aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\begin{aligned} \nabla' &= B \cdot \frac{H_0 + h}{\sin \alpha} \cdot w \\ &= B \cdot \frac{H_0 + \frac{w}{\cos \alpha}}{\sin \alpha} \cdot w \end{aligned} \quad (2.53)$$

Yüzey arttırılmış halde yüzeysel hidrolik yüklenme hızı ( $S_0'$ ) aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\begin{aligned}
 S_0' &= \frac{H'}{\theta'} \\
 &= \frac{h}{\frac{V'}{q}} \\
 &= \frac{h \cdot q}{V'} \\
 &= \frac{w}{\cos \alpha} \cdot \frac{Q \cdot (w+t)}{L_0 \cdot \sin \alpha} \\
 &= \frac{H_0 + \frac{w}{\cos \alpha}}{B \cdot w \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha}} \\
 &= \frac{w+t}{(H_0 + \frac{w}{\cos \alpha}) \cdot \cos \alpha} \cdot \frac{Q}{B \cdot L_0}
 \end{aligned} \tag{2.54}$$

Bu nihai ifadede  $\frac{Q}{B \cdot L_0}$  yerine  $S_0$  yazılabilir.

Plakaların tank uzunluğu boyunca kapladığı toplam uzunluk aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$L_0 = n \cdot \frac{w+t}{\sin \alpha} \tag{2.55}$$

(2.55) eşitliği aşağıdaki gibi yeniden düzenlenebilir.

$$\frac{l}{n} \cdot \sin \alpha = \frac{w+t}{L_0} \tag{2.56}$$

Plakaların dikey yöndeki uzunluğu aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$H_0 = L \cdot \sin \alpha \tag{2.57}$$

(2.55) ve (2.56) eşitlikleri, (2.54) eşitliğinde yerine yazılarak bu eşitlik aşağıdaki gibi yeniden düzenlenebilir.

$$\begin{aligned}
S_0' &= \frac{w+t}{H_0 \cdot \cos \alpha + w} \cdot \frac{Q}{B \cdot L_0} \\
&= \frac{w+t}{L_0} \cdot \frac{Q}{H_0 \cdot \cos \alpha + w} \\
&= \frac{\sin \alpha}{n} \cdot \frac{1}{B} \cdot \frac{Q}{L \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha + w} \\
&= \frac{Q}{n \cdot B \cdot (L \cdot \cos \alpha + \frac{w}{\sin \alpha})} \\
&= \frac{Q}{n \cdot B \cdot \cos \alpha \cdot (L + \frac{w}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha})} \\
&= \frac{Q}{n \cdot B \cdot L \cdot \cos \alpha}
\end{aligned} \tag{2.58}$$

(2.58) eşitliğinde elde edilen matematiksel ifade arttırılmış yüzey durumunda yüzeyel hidrolik yüklenme hızının aşağıdaki gibi olacağını gösterir.

$$S_0' = \frac{Q}{\text{Tüm plakaların yatay izdüşüm alanı} + \text{Tank yüzeyi}}$$

Benzer şekilde yüzey arttırılmış halde diğer hidrolik parametreler de ( $v'$ ,  $R'$ ,  $Re'$ ,  $Fr'$ ,  $\theta'$ ) Eşitlik (2.59) ~ (2.63) te verildiği gibi değişir (Huisman, 1981).

$$v' = S_0' \cdot \frac{H \cdot \cos \alpha + w}{w \cdot \sin \alpha} \tag{2.59}$$

$$R' = \frac{w}{2} \tag{2.60}$$

$$Re' = \frac{v' \cdot R'}{v} \tag{2.61}$$

$$Fr' = \frac{v'^2}{g \cdot R'} \tag{2.62}$$

$$\theta' = \frac{H}{\frac{\sin \alpha}{v'}} \quad (2.63)$$

Buradan görüleceği üzere mühendislik uygulamalarında konvansiyonel bir çökeltim tankında 20 m/saat mertebesinde olan yüzeysel hidrolik yükleme hızı tank içerisine eğik plakalar yerleştirilmesi suretiyle 0,5 – 1,5 m/saat mertebesine düşürülebilir. Plaka yerine tüp modül konulması halinde akış kesiti (tüp) hidrolik yarıçap daha da azalacak ve neticede türbülans azalacak ( $Re$  sayısı azalacak) ve kısa devrelerin oluşma riski azalacaktır ( $Fr$  sayısı artacaktır).

## 2.4. Kütle Transfer Denklemi

### 2.4.1. Kütle Transfer Denkleminin Derivasyonu

Akışkan ortam içerisinde maddelerin taşınımı için genel kütle transferi denklemi adveksiyon-dispersiyon akı terimlerinden oluşur. Basitlik açısından çoğunlukla, eğer mümkünse, kütle transfer denklemi tek bir boyut için ele alınır.

Akı, substratın (ya da maddenin) konsantrasyon farklılığı nedeniyle akışkan ortam içerisinde dağılması ve yayılmasını ifade eder. Diğer bir ifadeyle akışkan ortam içerisinde hayali belli bir yüzeyden birim zamanda geçen madde miktarına akı (flux) denir ( $\text{kg/m}^2 \cdot \text{s}$ ). Partiküler madde için akı, dispersiyon akısı ve advektif akı olmak üzere ikiye ayrılır. Difüzyon akısı, akışkan ortam içerisinde maddenin konsantrasyonundaki farklılıklar nedeniyle meydana gelir. Akışkan ortamda, maddenin içerisinde bulunduğu yüksek derişimli (konsantrasyonlu) ortamdan daha az derişimli halde bulunduğu ortama doğru madde akışı cereyan eder. Burada konsantrasyon farklılığı, sürücü kuvvet (driving force) olarak adlandırılır. Tank içerisinde etkin akış yönünün sadece  $x$  yönünde olduğu dikkate alınarak bir A maddesinin kütle transfer denklemi aşağıda elde edilmiştir. Aynı eşitlik gerekli olması halinde A maddesinin  $y$  ve  $z$  yönlerindeki akışı için de elde edilebilir.

Fick yasasına göre difüzyon akısı, difüzyon katsayısı ile sürücü kuvvetin çarpımına eşittir.

$$F''_{Ax,1} = -D_{AB} \cdot \frac{dC_A}{dx} \quad (2.64)$$

(-) işareti, maddenin yüksek derişimli ortamdan düşük derişimli ortama doğru hareket ederek konsantrasyonun azalmasını belirtir.

Yukarıdaki eşitliğin her iki tarafını madde transfer yüzeyi ( $A_x$ ) ile çarpacak olursak yüzeyden geçecek toplam madde miktarı hesaplanabilir.

$$F''_{Ax,1} \cdot A_x = -D_{AB} \cdot A_x \cdot \frac{dC_A}{dx} \quad (2.65)$$

$$F''_{Ax,1} \cdot A_x = F'_{Ax,1} \quad (2.66)$$

(2.66) eşitliğini (2.65)'te yerine yazacak olursak aşağıdaki biçimi alır.

$$F'_{Ax,1} = -D_{AB} \cdot A_x \cdot \frac{dC_A}{dx} \quad (2.67)$$

Advektif akı ise maddenin, akışkan ortamın hareket halinde olması gibi dış etkenler nedeniyle yer değiştirmesidir. Advektif akı,  $C_A$  konsantrasyonundaki yığın kütesinin (bulk flux)  $v_x$  hızıyla hareket etmesi neticesi gerçekleşir. Eşitlik (2.68)'de verildiği üzere advektif akı, akışkanın akış hızı ile madde konsantrasyonunun çarpımına eşittir.

$$F''_{Ax,2} = v_x \cdot C_A \quad (2.68)$$

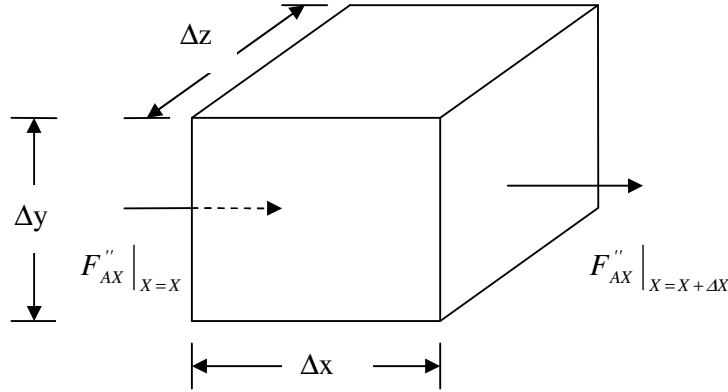
Örneğin, göl gibi durgun bir akışkan ortamında difüzyon yoluyla meydana gelen akı daha büyük boyutta olurken, akarsu gibi hareketli bir ortamda advektif akı daha etkindir. Genellikle bir sistemde bu iki akı iç içedir ve birbirini zincirleme takip eder.

Örneğin akarsuya dökülecek bir madde ilk aşamada fiziksel etki neticesi karışımını müteakiben derişim farklılıkları nedeniyle difüzyon yoluyla yayılmaya ve dağılmaya devam eder. Bu nedenle toplam akı için her iki akı terimi bir arada kümülatif olarak yazılmalıdır.

Toplam akı = Difüzyon akısı + Advectif akı 'dır. Bu ifade matematiksel olarak aşağıdaki gibi gösterilebilir.

$$F''_{Ax} = F''_{Ax,1} + F''_{Ax,2} = -D_{AB} \cdot \frac{dC_A}{dx} + v_x \cdot C_A \quad (2.69)$$

Şekil 2.9'da gösterilen kontrol hacmi üzerinde (2.69) eşitliğinde verilen akı terimleri yazılmak suretiyle kütle transfer denklemi elde edilebilir.



Şekil 2.9. Birim kontrol hacmi üzerinde akının değışimi

Yukarıda gösterilen sistem için kütle dengesi aşağıdaki gibi yazılabilir.

Birikim = Sisteme dahil olan net taşınım + Dönüşüm

Bu ifade matematiksel olarak Eşitlik (2.70) biçiminde yazılabilir.

$$\frac{\partial C_{Ax}}{\partial t} \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z = F''_{Ax} \cdot \Delta y \cdot \Delta z \Big|_{x=x} - F''_{Ax} \cdot \Delta y \cdot \Delta z \Big|_{x=x+\Delta x} + r_{Ax} \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \quad (2.70)$$

Fiziksel bir proseste katı partiküler maddeler konservatif madde olarak ele alındıkları için toplam madde miktarında bir azalma ya da artış olmayacağından dönüşüm terimi (son terim) sıfıra eşit olur. Buna göre (2.70) eşitliğine bu dönüşüm terimi dahil edilmezse aşağıdaki biçimi alır.

$$\frac{\partial C_{Ax}}{\partial t} \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z = F''_{Ax} \cdot \Delta y \cdot \Delta z \Big|_{x=x} - F''_{Ax} \cdot \Delta y \cdot \Delta z \Big|_{x=x+\Delta x} \quad (2.71)$$

$F''_{Ax} \cdot \Delta y \cdot \Delta z \Big|_{x=x} - F''_{Ax} \cdot \Delta y \cdot \Delta z \Big|_{x=x+\Delta x}$  ifadesinin terimlerini  $\frac{\Delta x}{\Delta x}$  ile çarpıp  $\Delta x \rightarrow 0$  için limit değeri hesaplanırsa (2.72) ifadesi elde edilir.

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} F''_{Ax} \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot \frac{\Delta x}{\Delta x} \Big|_{x=x} - F''_{Ax} \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot \frac{\Delta x}{\Delta x} \Big|_{x=x+\Delta x} = -\frac{\partial F''_{Ax}}{\partial x} \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \quad (2.72)$$

(2.72) eşitliği (2.71) eşitliğinde yerine yazılırsa (2.73) eşitliği elde edilir.

$$\frac{\partial C_{Ax}}{\partial t} \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z = -\frac{\partial F''_{Ax}}{\partial x} \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \quad (2.73)$$

(2.73) eşitliğindeki tüm terimler  $\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$ 'ye bölünürse tek boyutlu akış için (2.74) eşitliği elde edilir.

$$\frac{\partial C_{Ax}}{\partial t} = -\frac{\partial F''_{Ax}}{\partial x} \quad (2.74)$$

(2.69) eşitliğinde verilen toplam akının  $x$ 'e göre alınmış birinci derece türevi (2.74) eşitliğinde yerine yazılırsa (2.75) eşitliği elde edilir.

$$\frac{\partial C_{Ax}}{\partial t} = D_{AB} \cdot \frac{\partial^2 C_{Ax}}{\partial x^2} - \frac{\partial(v_x \cdot C_{Ax})}{\partial x} \quad (2.75)$$

Akış doğrultusu boyunca hız değeri sabit alınacak olursa (2.75) eşitliği (2.76) halini alır.

$$\frac{\partial C_{Ax}}{\partial t} = D_{AB} \cdot \frac{\partial^2 C_{Ax}}{\partial x^2} - v_x \cdot \frac{\partial C_{Ax}}{\partial x} \quad (2.76)$$

Bu denklem belli başlangıç ve sınır koşulları için analitik olarak ya da nümerik olarak (fark denklemleri vb. kullanılarak) çözümlenebilir. Kararlı hal durumunda  $\left(\frac{\partial C}{\partial t} = 0\right)$ , (2.76) eşitliği (2.77) de verilen adi diferensiyel denklem halini alır.

$$D_{AB} \cdot \frac{d^2 C_{Ax}}{dx^2} - v_x \cdot \frac{dC_{Ax}}{dx} = 0 \quad (2.77)$$

## 2.4.2. Kütle Transfer Denkleminin Analitik Çözümü

### 2.4.2.1. Kararsız Hal İçin Çözüm

Kütle transfer denklemi belli koşullar altında kararsız hal için çözümlenerek partiküler maddenin akışkan ortamındaki dispersiyon katsayısı belirlenebilir. Bu çalışmada kararsız hal için kütle transfer denkleminin analitik çözümden yararlanarak değişik akış hızlarında dispersiyon katsayısının belirlenmesi amaçlanmıştır. Eşitlik (2.76)'da verilen adveksiyon-dispersiyon denkleminde gösterilen  $D_{AB}$  yerine  $D$ ,  $C_{Ax}$  yerine  $u$  ve  $v_x$  yerine  $v$  sembolleri kullanılacak olursa bu eşitlik aşağıdaki gibi gösterilebilir.

$$u_t = D \cdot u_{xx} - v \cdot u_x \quad (2.78)$$

Bu eşitlikle  $u = u(x, t)$ 'dir. Çökeltim sürecinde katı partikül giderimi moleküler düzeyde değil de partiküler düzeyde olduğundan difüzyon terimi yerine dispersiyon terimi kullanılmıştır. Çalışılan kolon şartlarında etkin akış yönü boyuna akış olduğundan analitik çözümlemede sadece boyuna (akış doğrultusunda) dispersiyon katsayısı dikkate alınmıştır. Bu eşitliğe göre bir süreçte ne kadar adveksiyon ve dispersiyonun hangi mertebede gerçekleştiği başlıca  $D$  ve  $v$ 'nin sayısal değerlerine bağlıdır. Adveksiyon, akışkan ortam ile birlikte hareket eden maddeyi temsil



ettiğinden ortamla birlikte hareket eden bir koordinat sistemi seçilebilir. Bu sayede adveksiyon terimi eşitlikten uzaklaştırılır ve eşitlik hareketli koordinat sistemine göre çözümlenebilir. Daha sonra orijinal  $x$  değişkenine geri dönüşüm yapılır.

(2.78) diferensiyel denkleminin başlangıç ve sınır koşullarına bağlı olarak analitik çözümü elde edilmiştir (Farlow, 1993). Çözümü elde etmek için ilk aşamada sistemde sadece adveksiyonun etkin olduğu, dispersiyon teriminin ise sıfır olduğu kabul edilir. Bu durumda (2.78) eşitliğinde verilen diferensiyel denklem, (2.79) biçimini alır. Çökeltim kolonu içerisinde giriş ve çıkış yapılarının (sınır şartlarının) hidrolik açıdan çökelmeyi olumsuz etkilememesi durumunda adveksiyon denkleminin çözümü için sınır koşulları çözümde kolaylık sağlaması açısından (2.79) eşitliğindeki gibi seçilebilir.

$$u_t = -v.u_x \quad 0 < x < \infty \quad \text{ve} \quad 0 < t < \infty \quad (2.79)$$

Sınır koşulu  $u(0, t) = P$  (partiküler maddenin sabit bir debiyle sürekli verildiğini gösterir)

Başlangıç koşulu  $u(x, 0) = 0$  (başlangıçta partiküler madde barındırmayan akışkan ortam)

Adveksiyon problemine Laplace dönüşümü uygulanırsa bu denklem aşağıda açıklandığı biçimde çözümlenebilir. Öncelikle (2.79) denkleminde verilen  $t$  değişkenli ifadeye (2.80)'de verilen Laplace diferensiyel dönüşümü uygulanarak ifade adi diferensiyel denklem biçimine dönüştürülür.

$$L[u_t] = \int_0^{\infty} u_t(x, t) . e^{-st} dt = s.U(x, s) - u(x, 0) \quad (2.80)$$

(2.80) nolu Laplace dönüşümü ile (2.79) eşitliği  $t$  değişkenli ifadeye bağlı olarak aşağıdaki biçimde dönüştürülür.

$$s.U(x) - u(x,0) = -v \cdot \frac{dU}{dx} \quad (2.81)$$

Başlangıç koşulu  $u(x,0) = 0$  olarak verildiğinden (2.81) eşitliği aşağıdaki biçimi alır.

$$s.U(x) = -v \frac{dU}{dx} \quad (2.82)$$

(2.82) ifadesinin integrali Eşitlik (2.83)~(2.86)'da verildiği gibi hesaplanır.

$$\frac{dU}{U} = -\frac{s}{v} dx \quad (2.83)$$

$$\ln U = -\frac{s \cdot x}{v} + C \quad (2.84)$$

$$U = e^{-\frac{s \cdot x}{v} + C} \quad (2.85)$$

$$U = \frac{e^C}{e^{\frac{s \cdot x}{v}}} \quad (2.86)$$

Benzer şekilde sınır koşulunun Laplace dönüşümü eşitlik (2.87)'de verildiği gibidir.

$$U(0) = \int_0^{\infty} u(0,t) \cdot e^{-st} \cdot dt = \int_0^{\infty} P \cdot e^{-st} \cdot dt = \frac{P}{s} \Rightarrow U(0) = \frac{P}{s} \quad (2.87)$$

(2.87) eşitliğinde elde edilen sınır koşulunun Laplace dönüşümü kullanılarak (2.86) eşitliğindeki integral sabiti bulunabilir.

$$U(0) = \frac{e^C}{e^{\frac{s \cdot x}{v}}} = \frac{e^C}{e^{\frac{s \cdot 0}{v}}} = \frac{e^C}{1} = e^C \Rightarrow \frac{P}{s} = e^C \quad (2.88)$$

(2.88) eşitliğinde bulunan sabite ilişkin değer (2.86) eşitliğinde yerine yazılırsa aşağıdaki ifade elde edilir.

$$U = e^{-\frac{s \cdot x}{v}} \cdot e^C \Rightarrow U = \frac{P}{s} \cdot e^{-\frac{s \cdot x}{v}} \quad (2.89)$$

Laplace Ters Dönüşüm Çizelgelerinden yararlanarak (2.89) eşitliği,  $u$ 'ya bağlı olarak aşağıdaki gibi elde edilir.

$$u(x, t) = L^{-1}[U] = P \cdot H(t - x/v) \quad (2.90)$$

Burada  $H(\xi)$  Heaviside adım fonksiyonudur.

$$H(\xi) = \begin{cases} 0 & \xi < 0 \\ 1 & \xi \geq 0 \end{cases} \quad (2.91)$$

Böylece problemin çözümü aşağıdaki biçimi alır.

$$u(x, t) = \begin{cases} 0 & t < x/v \\ P & t \geq x/v \end{cases} \quad (2.92)$$

(2.92) eşitliği dispersiyon etkisinin mevcut olmaması halinde  $t < x/v$  olduğu müddetçe  $x$  mesafesinde yapılacak ölçümlerde hiçbir konsantrasyonun mevcut olmayacağını;  $t \geq x/v$  olduğunda ise girişteki konsantrasyonun aynen  $x$  gözlem noktasına ulaşmış olacağını ve madde verilmeye devam edildiği sürece bu konsantrasyonun sabit olacağını gösterir.

(2.78) eşitliğinde dispersiyon terimi de dikkate alındığında eşitliğin aşağıdaki koşullarda çözümlenmesi gerekir.

$$u_t = D \cdot u_{xx} - v \cdot u_x \quad -\infty < x < \infty \quad (2.93)$$

Başlangıç koşulu,

$$u(x, 0) = 1 - H(x) \quad -\infty < x < \infty \quad (2.94)$$

Başlangıç koşulu aşağıdaki gibi açık biçimde yazılabilir:

$$\begin{aligned} 1 - H(x) &= 1 & x < 0 \\ 1 - H(x) &= 0 & x \geq 0 \end{aligned} \quad (2.95)$$

$u_t = D.u_{xx} - v.u_x$  eşitliği  $t$  üzerinde Laplace dönüşümü ya da  $x$  üzerinde Fourier dönüşümü kullanılarak çözümlenebilir. Bu durumda  $x$ 'in fonksiyonu olarak  $u(x,t)$  konsantrasyonunu ölçmek yerine,  $x$  ekseninde  $v$  hızıyla hareket eden yeni koordinat kullanılabilir. Matematiksel olarak  $x$  uzaysal koordinatı aşağıdaki gibi dönüştürülebilir.

$$\xi = x - v.t \quad (2.96)$$

Böylece bu başlangıç-değer problemi hareketli koordinat sisteminde yeni bir probleme dönüştürülür, çözümlenir ve daha sonra geri dönüşüm uygulanarak orijinal  $(x,t)$  koordinat sistemine göre çözümlenir.

$$u_t = D.u_{xx} - v.u_x \quad -\infty < x < \infty \quad (2.97)$$

$$u(x,0) = 1 - H(x) \quad -\infty < x < \infty \quad (2.98)$$

bağımsız değişkenlerin değişimi uygulanarak  $(x,t)$  eski koordinat sistemi  $(\xi, \tau)$  yeni koordinat sistemine dönüştürülür.

$$\begin{aligned} \xi &= x - v.t \\ t &= \tau \end{aligned} \quad (2.99)$$

Burada  $t$  ile  $\tau$  aynı parametreyi ifade eder; sadece yenileştirme kuralına uymak için yeni bir sembol kullanılır.

Diferensiyel denklemi  $(\xi, \tau)$  değişkenlerine göre zincir kuralı uygulanarak yeniden yazılırsa aşağıdaki biçimi alır.

$$-v.u_{\xi} + u_{\tau} = D.u_{\xi\xi} - v.u_{\xi} \quad (2.100)$$

veya

$$u_{\tau} = D.u_{\xi\xi} \quad (2.101)$$

Böylece  $\xi$  ve  $\tau$  'ye bağlı olarak başlangıç-değer problemi aşağıdaki biçimi alır.

$$u_{\tau} = D.u_{\xi\xi} \quad -\infty < x < \infty \quad (2.102)$$

Başlangıç koşulu,

$$u(x,0) = 1 - H(\xi) \quad -\infty < x < \infty \quad (2.103)$$

$t = 0$  olduğunda  $\xi = x$  olur: yani her iki başlangıç koşulu da aynı ifadeyi gösterir.

Bu problem Fourier dönüşümü kullanılarak aşağıdaki gibi çözümlenebilir. Sonsuz uzunluktaki bir akış mesafesinde başlangıç konsantrasyonu (2.104) ile ifade edilsin.

$$u(x,0) = \phi(x) \quad (2.104)$$

Çözüm için aşağıdaki başlangıç-değer probleminin (Cauchy problemi olarak ta adlandırılır) çözümü aranır.

$$u_t = D.u_{xx} \quad -\infty < x < \infty \quad 0 < t < \infty \quad (2.105)$$

Başlangıç koşulu,

$$u(x,0) = \phi(x) \quad -\infty < x < \infty \quad (2.106)$$

Bu eşitliğin çözümünde 3 temel adım vardır. 1. aşamada problem dönüştürülür. Uzaysal  $x$  değişkeni  $-\infty$  ile  $\infty$  aralığında değiştiğinden bu  $x$  değişkenine göre diferensiyel denklemin ve başlangıç koşulunun Fourier dönüşümü dikkate alınır (dönüşümdeki integrasyon değişkeni  $x'$  dir). Böylece aşağıdaki eşitlikler elde edilir:

$$F[u_t] = D.F[u_{xx}] \quad (2.107)$$

$$F[u(x,0)] = F[\phi(x)] \quad (2.108)$$

Fourier dönüşümünün özelliklerini kullanarak aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\frac{dU(t)}{dt} = -D.\xi^2.U(t) \quad (2.109)$$

$$U(0) = \Phi(\xi) \quad (2.110)$$

Burada  $\Phi$ ,  $\phi$ 'nin Fourier dönüşümüdür. Yukarıdaki ifade aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$U(t) = F[U(t)] \quad (2.111)$$

Burada  $U$  fonksiyonu hem  $t$ 'ye hem de dönüştürülmüş değişken olan  $\xi$ 'ya bağlıdır: ancak basitlik açısından  $\xi$  sabit olduğundan gösterim sadece  $U = U(t)$  biçimindedir.

2. aşamada ise dönüştürülen problem çözümlenir. Yeni değişken  $\xi$  bu diferensiyel denklemde sadece bir sabiti gösterdiğinden çözüm aşağıdaki gibi olur.

$$U(t) = \Phi(\xi).e^{-D.\xi^2.t} \quad (2.112)$$

3. aşamada ters dönüşüm yapılır.  $u(x,t)$ 'yi bulmak için sadece aşağıdaki ifade hesaplanır.

$$\begin{aligned} u(x,t) &= F^{-1}[[U(\xi,t)]] \\ &= F^{-1}[\Phi(\xi).e^{-D.\xi^2.t}] \end{aligned} \quad (2.113)$$

Burada  $f.g = F^{-1}\{F[f].F[g]\}$  konvulsiyon teoremi uygulanarak aşağıdaki ifadeler elde edilir.

$$\begin{aligned} u(x,t) &= F^{-1}\left[\Phi(\xi).e^{-D.\xi^2.t}\right] \\ &= F^{-1}[\Phi(\xi)].F^{-1}\left[e^{-D.\xi^2.t}\right] \end{aligned} \quad (2.114)$$

Ters dönüşüm çizelgelerinden yararlanarak bu ifadenin karşılığı aşağıdaki gibi bulunur.

$$\begin{aligned} &= \phi(x) \cdot \left[ \frac{1}{2.\sqrt{D.t}} . e^{-\frac{x^2}{4.D.t}} \right] \\ &= \frac{1}{2.\sqrt{\pi.D.t}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \phi(x) . e^{-\frac{(x-\xi)^2}{4.D.t}} . d\xi \end{aligned} \quad (2.115)$$

Burada  $\phi(x)$  başlangıç konsantrasyonunu göstermektedir. (2.115) eşitliğinde yer alan aşağıdaki ifade Green fonksiyonu ya da impulse-response fonksiyonunu göstermektedir.

$$G(x,t) = \frac{1}{2.\sqrt{D.\pi.t}} . e^{-\frac{(x-\xi)^2}{4.D.t}} \quad (2.116)$$

Burada  $G(x,t)$ ,  $x = \xi$  mesafesinde başlangıçta *birim madde* verilmesi nedeniyle  $t$  zamanında akış boyunca konsantrasyon dağılımı gösterir.

Fourier dönüşümü sonucu çözüm aşağıdaki gibi elde edilir:

$$u(\xi,\tau) = \frac{1}{2.\sqrt{D.\pi.\tau}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\beta) . e^{-\frac{(\xi-\beta)^2}{4.D.\tau}} . d\beta \quad (2.117)$$

Yukarıdaki başlangıç koşulu dikkate alındığında (2.117) eşitliği aşağıdaki biçimi alır.

$$u(\xi,\tau) = \frac{1}{2.\sqrt{D.\pi.\tau}} \cdot \int_{-\infty}^0 e^{-\frac{(\xi-\beta)^2}{4.D.\tau}} . d\beta \quad (2.118)$$

Burada (2.119) eşitliğinde verilen yeni bir değişken olarak  $\bar{\beta}$  değişkeni atanır.

$$\bar{\beta} = \frac{\xi - \beta}{2\sqrt{D\tau}} \text{ ve } d\bar{\beta} = \frac{-1}{2\sqrt{D\tau}} d\beta \quad (2.119)$$

Böylece aşağıdaki çözüme ulaşılır.

$$u(\xi, \tau) = \frac{1}{2} \left[ \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_{\frac{\xi}{2\sqrt{D\tau}}}^{\infty} e^{-\bar{\beta}^2} \cdot d\bar{\beta} \right] \quad (2.120)$$

$$= \begin{cases} \frac{1}{2} \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{-\xi}{2\sqrt{D\tau}} \right) \right] & \xi < 0 \\ \frac{1}{2} \cdot \operatorname{erfc} \left( \frac{\xi}{2\sqrt{D\tau}} \right) & \xi \geq 0 \end{cases} \quad (2.121)$$

Son aşamada  $x$  ve  $t$  koordinatlarına göre problemin çözümünü elde etmek için Eşitlik (2.99)'da verilen ifadeler (2.121) eşitliğinde yerine yazılırsa aşağıdaki analitik çözüme ulaşılır.

$$u(x, t) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{vt - x}{2\sqrt{Dt}} \right) \right] & vt > x \\ \frac{1}{2} \cdot \operatorname{erfc} \left( \frac{x - vt}{2\sqrt{Dt}} \right) & vt \leq x \end{cases} \quad (2.122)$$

(2.122) eşitliği aşağıdaki gibi yeniden düzenlenebilir (Bkz. Ekler).

$$u(x, t) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{vt - x}{2\sqrt{Dt}} \right) \right] & vt > x \\ \frac{1}{2} \left[ 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{x - vt}{2\sqrt{Dt}} \right) \right] & vt \leq x \end{cases} \quad (2.123)$$



Burada  $u(x,t) = \frac{C}{C_0} = P(\%)$  biçiminde de gösterilebilir.

#### 2.4.2.2. Kararlı Hal için Çözüm

(2.78) eşitliğiyle verilen diferensiyel denklem biçimindeki kütle transferi denklemi iki koşulu dikkate almaktadır. Bunlardan birincisi partiküler madde konservatif halde bulunduğundan tank içerisinde dönüşümü olmayacağıdır.

$$r = 0 \quad (2.124)$$

Diğer koşul ise sürekli işletim sırasında tank derinliğinde veya tank çıkışında madde konsantrasyonunda zamanla değişim göstermeyeceğidir. (2.125) eşitliğiyle ifade edildiği üzere bu durum kararlı hal olarak adlandırılır.

$$\frac{\partial C}{\partial t} = 0 \quad (2.125)$$

Buna göre (2.78) eşitliği aşağıdaki biçimi alır.

$$\frac{D}{v} \cdot \frac{d^2 C}{dx^2} - \frac{dC}{dx} = 0 \quad (2.126)$$

(2.126) denklemi ikinci dereceden sabit katsayılı lineer homojen bir diferensiyel denklemdir. Bu diferensiyel denklemin özel çözümlerini bulmak için (2.127) eşitliği kullanılabilir.

$$y = e^{r \cdot x} \quad (2.127)$$

(2.127) fonksiyonu kullanılarak (2.126) diferensiyel denkleminin genel çözümü aşağıdaki gibi elde edilir.

$$y = A_1.e^{r_1.x} + A_2.e^{r_2.x} \quad (2.128)$$

Burada  $A_1$  ve  $A_2$  test koşullarında belirlenmesi gereken sabitlerdir.

(2.127) eşitliğinde  $y$  değişkeni yerine konsantrasyonu ifade eden  $C$  terimi yazılacak olursa (2.127) eşitliği aşağıdaki biçimi alır.

$$C = e^{r.x} \quad (2.129)$$

(2.127) eşitliğinin  $x$ 'e göre birinci derece türevi aşağıdaki biçimi alır.

$$\frac{dC}{dx} = r.e^{r.x} \quad (2.130)$$

(2.127) eşitliğinin  $x$ 'e göre ikinci derece türevi ise aşağıdaki gibi olur.

$$\frac{d^2C}{dx^2} = r^2.e^{r.x} \quad (2.131)$$

Bu ifadeler (2.126) diferensiyel denkleminde yerine yazılırsa aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$\frac{D}{v}.r^2.e^{r.x} - r.e^{r.x} = 0 \quad (2.132)$$

$$\left( \frac{D}{v}.r^2 - r \right).e^{r.x} = 0 \quad (2.133)$$

$$\frac{D}{v}.r^2 - r = 0 \quad (2.134)$$

$$r \cdot \left( \frac{D}{v}.r - 1 \right) = 0 \quad (2.135)$$

Buradan  $r_1$  ve  $r_2$  aşağıdaki gibi belirlenir.

$$r_1 = 0 \quad (2.136)$$

$$\frac{D}{v}.r - 1 = 0 \Rightarrow r_2 = \frac{v}{D} \quad (2.137)$$

$r_1$  ve  $r_2$  ifadeleri (2.128) karakteristik denkleminde yerine yazılırsa (2.128) eşitliği aşağıdaki biçimi alır.

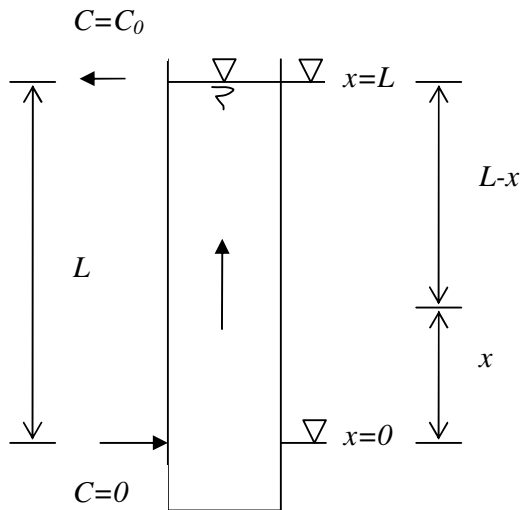
$$C = A_1.e^{0.x} + A_2.e^{\frac{v}{D}.x} \quad (2.138)$$

$$C = A_1 + A_2.e^{\frac{v}{D}.x} \quad (2.139)$$

Bu eşitlik aşağıdaki sınır koşulları için çözümlenerek  $A_1$  ve  $A_2$  sabitleri belirlenebilir.

Sınır koşulları,

$$\begin{aligned} x=0 &\Rightarrow C=C_0 \\ x=L &\Rightarrow C=0 \end{aligned} \quad (2.140)$$



Şekil 2.10. Akış kolonunun üzerinde sınır koşulları

(2.139) eşitliği (2.140) sınır koşulları çerçevesinde çözümlendiğinde integrasyon sabitleri aşağıdaki gibi belirlenir.

$$A_1 = C_0 \cdot \left\{ \frac{I}{e^{-\frac{v}{D} \cdot L} - 1} \right\} \quad (2.141)$$

$$A_2 = C_0 \cdot \left\{ \frac{e^{-\frac{v}{D} \cdot L}}{e^{-\frac{v}{D} \cdot L} - 1} \right\} = \frac{C_0}{e^{\frac{v}{D} \cdot L} \cdot (e^{-\frac{v}{D} \cdot L} - 1)} = \frac{C_0}{1 - e^{\frac{v}{D} \cdot L}} \quad (2.142)$$

Bu ifadeler (2.139) eşitliğinde yerine yazılırsa (2.143) eşitliği elde edilir.

$$C = C_0 \cdot \left\{ \frac{e^{-\frac{v}{D} \cdot (L-x)} - 1}{e^{-\frac{v}{D} \cdot L} - 1} \right\} \quad (2.143)$$

Bu eşitlik aşağıdaki gibi yeniden düzenlenebilir.

$$\frac{C}{C_0} = \frac{e^{-\frac{v}{D} \cdot (L-x)} - 1}{e^{-\frac{v}{D} \cdot L} - 1} \quad (2.144)$$

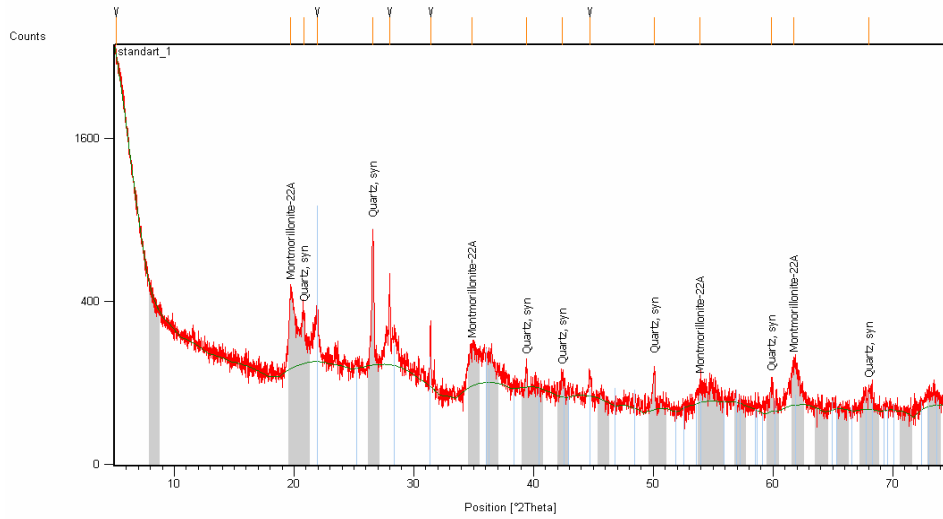
$\frac{C}{C_0}$  ifadesi yerine  $P$  yazılacak olursa (2.145) eşitliği elde edilir.

$$P = \frac{e^{-\frac{v}{D} \cdot (L-x)} - 1}{e^{-\frac{v}{D} \cdot L} - 1} \quad (2.145)$$

### 3. MATERYAL ve YÖNTEM

#### 3.1. Test Materyali

Test çalışmalarında çökelmeye tabi tutulacak katı partikül malzeme olarak yumaklaşma eğilimi gösteren bir madde olan bentonit kili seçildi ve kullanıldı. Bentonit kili Göltaş Çimento Fabrikasından temin edildi. X-ray difraktometre cihazı (XRD PANalytical PR3040/60 X'Pert Pro, Philips) ile yapılan analizde bu kilin bünyesinde başlıca (>%10)  $\text{SiO}_2$  ve  $\text{Al}_2\text{H}_{18}\text{Na}_{0,3}\text{O}_2\text{Si}_4$  minerallerinin bulunduğu belirlendi (Şekil 3.1).



#### Quartz, syn

Reference code : 00-046-1045  
 Mineral name : Quartz, syn  
 PDF index name : Silicon Oxide  
 Empirical formula :  $\text{O}_2\text{Si}$   
 Chemical formula :  $\text{SiO}_2$

#### Montmorillonite-22A

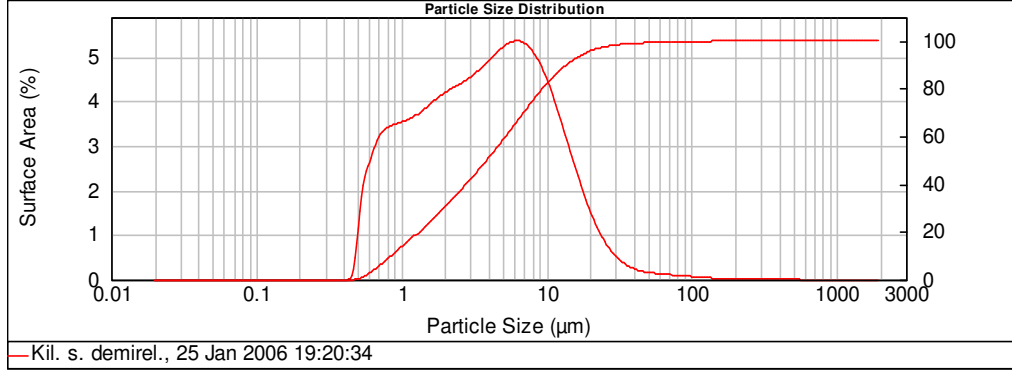
Reference code : 00-029-1499  
 Mineral name : Montmorillonite-22A  
 PDF index name : Sodium Magnesium Aluminum Silicate Hydroxide Hydrate  
 Empirical formula :  $\text{Al}_2\text{H}_{18}\text{Na}_{0,3}\text{O}_2\text{Si}_4$   
 Chemical formula :  $\text{Na}_{0,3}(\text{Al}, \text{Mg})_2\text{Si}_4\text{O}_{10}(\text{OH})_2 \cdot 8\text{H}_2\text{O}$

Şekil 3.1. Bentonit kilinin XRD analizi

Test çalışmalarında kullanılan kil materyali 105°C'de 24 saat süre ile etüvde kurutulduktan sonra kuru ve doğal halinde yoğunluğu 1151 kg/m<sup>3</sup> olarak belirlendi. Kurutulan kil materyali 75 µm ile 150 µm gözenek çaplarına sahip iki elekte 2'şer saat süre ile eleme işlemine tabi tutuldu ve iki elek arasında kalan 150 µm'den küçük ve 75 µm'den büyük kil partikülleri test çalışmalarında kullanıldı. Elek analizi ile partikül boyutlarını belli aralıkta sınırlandırmanın amacı, test çalışmalarında mümkün olabildiğince üniform dağılıma sahip partiküller kullanmaktır.

Kil materyalinin topaklaşma eğilimi gösteren bir malzeme olması nedeniyle elek analizi ile gerçek partikül boyutunun belirlenebilmesi ya da sınırlandırılabilmesi mümkün değildir. Bu nedenle elek analizi ile bu boyutlar arasında kalan materyalin gerçek boyutlarını belirlemek için lazer yöntemi kullanılmıştır. Lazer difraksiyon yönteminin amacı elek analizinde yanılığa neden olan topaklaşmış (aglomera) küçük boyutlu partiküllerin elek analizi ile belirlenememesidir. Lazer difraksiyon yöntemi partiküllerin yüzey alanlarının ölçümünü yaparak partiküllerin boyutunu belirlediğinden kil gibi topaklaşma eğilimine sahip partiküller için elek analizi ile belirlenemeyecek hassasiyette boyutları belirler. Bu yöntemde akıcı ve aglomera yapıdaki kil numunesi saf su içerisine disperse olmakta ve bir sirkülasyon (devirdaim) pompası ile, elek analizinde elek üzerinde kalan topaklar bu yöntemde dağılmaktadır. Lazer difraksiyon yöntemi partiküllerin gerçek tane boyutlarını ve bağlı aglomerleri belirlemek için en güvenilir ölçüm tekniklerinden biridir. Elek analizi ile 75 µm ile 150 µm boyut aralığında kalan kil numunelerinin lazer difraksiyon yöntemi ile belirlenmiş (Malvern Mastersizer 2000) gerçek boyut dağılımı Şekil 3.2'de verilmiştir.

Elek analizinde belirlenen katı partiküller etüvde kurutulduktan sonra saf su içerisinde süspansiyon haline getirildi. Bu amaçla 500 ml saf su içerisine 10 gr kuru kil ilave edildi ve çatal türü bir karıştırıcı ile homojen bir süspansiyon haline gelinceye kadar karıştırıldı.



Cihaz adı : Malvern Mastersizer 2000  
 Ölçüm prensibi : Lazer difraksiyonu ile ölçüm.  
 Ölçüm aralığı : 0,1 mikron <math>D</math> <math>1000</math> mikron değerine kadar ölçülebilir.  
 (Nano boyuttaki partiküller için zetasizer cihazı ve counter cihazı uygundur).

Şekil 3.2. Bentonit kilinin lazer difraktometre yöntemi ile boyut analizi

Kil minerali belli ölçüde saydam olduğundan bu materyali tam opak hale getirmek ve böylece fotometrik ölçümlerin daha güvenilir olmasını sağlamak (kolay görünür hale getirmek) için süspansiyon haline getirilmiş olan kil materyali bu aşamada metilen mavisi ile boyama işlemine tabi tutuldu. Bu amaçla süspansiyon içerisine metilen mavisi 0,01 g-metilen mavisi/1 g-kuru bentonit kili dozajında (10 gram kil için 0,1 g metilen mavisi) ilave edildi ve pH değeri 8'e ayarlandıktan sonra bu süspansiyon orbital inkübatörde 80°C'de 4 saat süre ile çalkalama işlemine tabi tutularak mavi rengin kil minerali üzerine kalıcı olarak yerleşmesi sağlandı. Çalkalama işleminin sonunda süspansiyon süzüldü. Katı partiküller tekrar 500 ml saf su içerisine konuldu ve süspansiyon homojen bir hal alıncaya kadar çatal türü bir karıştırıcı ile karıştırıldı.

Çökeltim test çalışmalarında su ortamı olarak SDÜ kampüsü içme suyu şebekesinden gelen musluk suyu kullanıldı. Rezervuarda depolanan musluk suyunun içerisine stok halinde bulunan kil süspansiyonundan ilave edilerek istenilen konsantrasyonlar ayarlandı. Musluk suyu kullanarak hazırlanan bu partikül süspansiyonlarında pH değeri 7,9 ile 8,0 aralığında, toplam çözünmüş katı madde değeri 300 ile 350 mg/L aralığında ve iletkenlik değeri de 0,60 ile 0,69 mS/cm aralığında ölçüldü. Test çalışmalarında su sıcaklığı oda sıcaklığına bağlı olarak 16°C ile 19°C arasında değişim gösterdi.

Kolon test çalışmalarında stok bentonit kili süspansiyonu, musluk suyu ile dolu rezervuarın içerisinde istenilen konsantrasyonlarda seyreltik süspansiyon haline getirildikten sonra kolon içerisine terfi ettirildi. Rotadinamik bir pompa ile rezervuardan emilen süspansiyon kesikli test çalışmalarında kullanılan kolonun üst kısmından kolon içerisine terfi ettirildi. Sürekli akışlı çalışmalarda ise kolon tabanında yer alan giriş yapısından çökeltim kolonuna terfisi sağlanarak sürekli akış koşulları çalışıldı. Süspansiyonun rezervuarda homojen bir dağılımda kalabilmesi için rezervuarın tabanına konulan difüzörlü havalandırıcı ile test çalışması süresince sürekli havalandırma uygulandı.

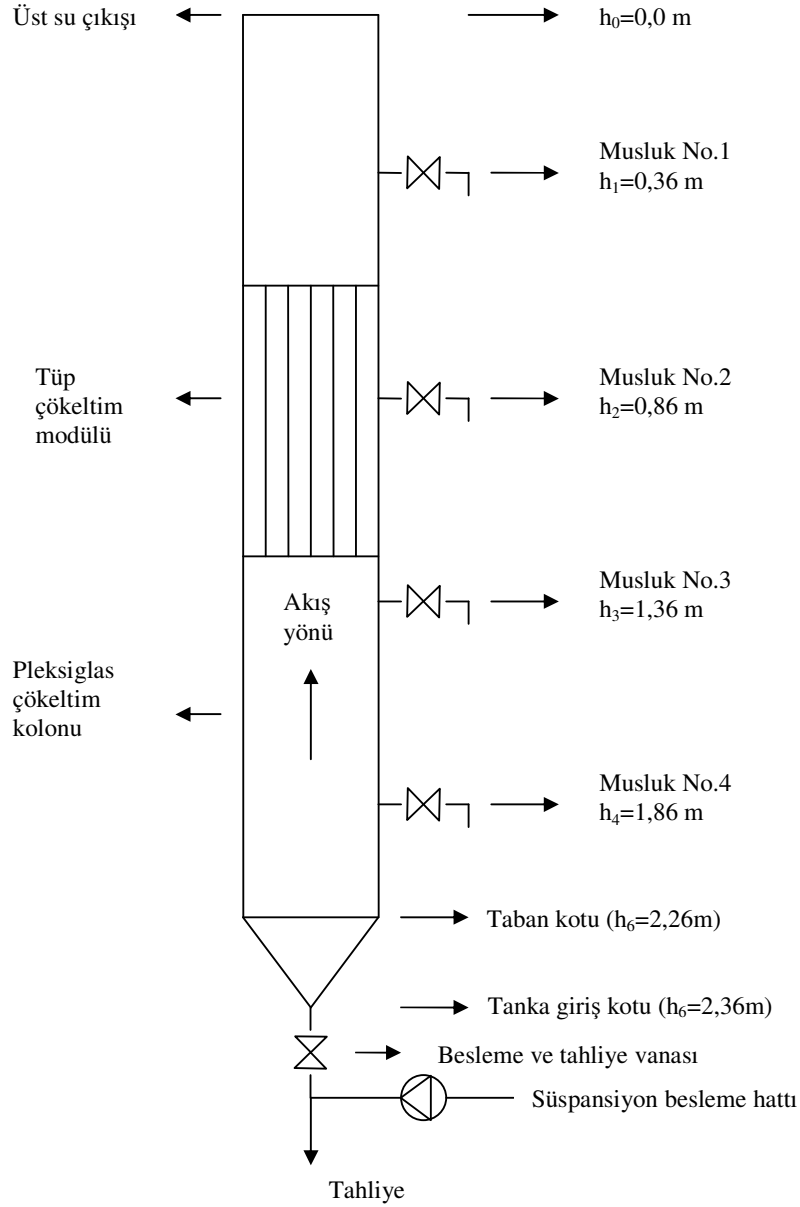
Süspansiyonda partikül madde konsantrasyon ölçümleri için spektrofotometre kullanıldı (Pharmacia LKP NovaspecII). Spektrofotometrede yapılan tüm absorbans ölçümleri Pharmacia LKP NovaspecII'in PC'lere veri aktarımı için hazırlanmış olan yazılım programı olan XLSmess\_Novaspec software kullanılarak Microsoft Excel ortamına aktarıldı. Spektrofotometrede güvenilir ölçümler elde etmek için absorbansın en yüksek olduğu dalga boyunun belirlenmesi için stok süspansiyondan 100 mg/L konsantrasyonunda bir seyreltik süspansiyon hazırlandı ve spektrofotometrede 10 nm aralıklarla dalga boyu otomatik olarak taratılarak en uygun dalga boyu 340 nm olarak belirlendi. Daha sonra stok çözülden 50, 100, 250 ve 500 mg/L değerlerinde seyreltik süspansiyonlar hazırlandı ve bu bilinen konsantrasyonlardaki süspansiyonlar için 340 nm'de absorbans değerleri okundu. Bu ölçümlerden bu aralıkta absorbansın konsantrasyona oranı (eğim)  $1,98 \cdot 10^{-3}$  olarak belirlendi.

### **3.2. Test Düzeneği**

Sürekli akışlı test çalışmalarında çökeltim ünitesi olarak toplam 2,36 m derinliğe ve 0,16 cm iç çapa sahip pleksiglas malzemeden imal edilmiş silindirik bir kolon kullanıldı. Kolon iç cidarı düzgün ve pürüzsüz olduğundan uygulanan akış hızlarında sürtünme etkileri ihmal edilebilecek kadar küçüktür. Kullanılan deney düzeneğinin şematik diyagramı Şekil 3.3'de görülmektedir. Test çalışmalarında konik tabanın merkezinde bulunan giriş vanasından terfi ettirilen süspansiyon tank enkesit

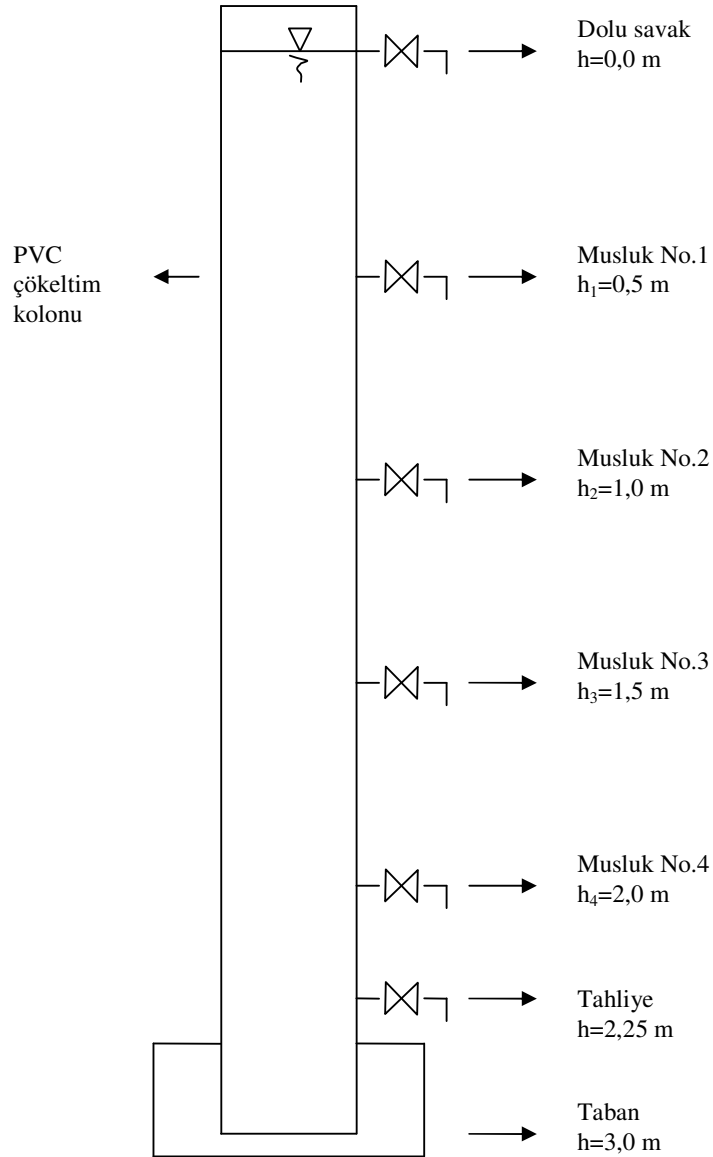


düzleminde üniform bir dağılım göstererek kolon içerisine yayıldığı gözlemlendi. Bu giriş yapısı ayrıca gerektiğinde tüm kolon muhteviyatını boşaltmak için tahliye amaçlı olarak ta kullanıldı.



Şekil 3.3. Sürekli akışlı testlerde kullanılan çökeltim kolonu düzeneği

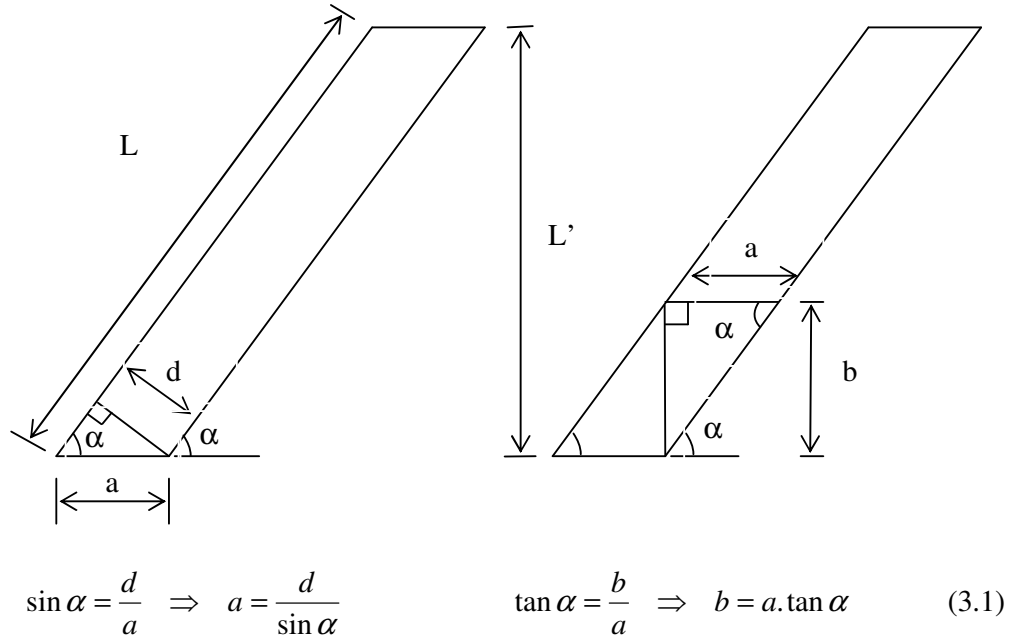
Kesikli test çalışmalarında ise Şekil 3.4'te verilen çökeltim kolonu kullanıldı. 250 mg/L konsantrasyon için kolon süspansiyonla  $h=0,0$  m kotuna (savak kotu) kadar doldurulduktan sonra partiküllerin çökeltme frekans dağılımını belirlemek için 1, 2, 3 ve 4 nolu musluklardan belli aralıklarla numuneler alınarak spektrofotometrede absorpsiyon değerleri ölçülerek süspansiyondaki partikül madde konsantrasyon değişimi gözlemlendi.



Şekil 3.4. Kesikli testlerde kullanılan çökeltim kolonu düzeneği

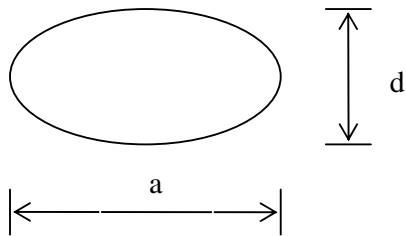
### 3.3. Eğimli Tüplerde Çökeltme Yüzey Alanının Hesaplanması

Sürekli akışlı test çalışmalarında kolon içerisindeki çökeltim yüzey alanını artırmak için 65 cm boyunda ve 2 cm iç çapında toplam 17 adet iç yüzeyleri pürüzsüz PVC borular kullanıldı. Kullanılan dairesel kesitli PVC tüplerin değişik eğimlerde meydana getirdiği çökeltim yüzey alanları Bölüm 2.3'te verilen hesaplamalara benzer biçimde aşağıdaki gibi hesaplandı.



Şekil.3.5. Eğimli halde dairesel kesitli bir tüpün yatay izdüşüm alanı

Dairesel kesitli eğimli bir tüpte birim çökeltme yüzey alanı ( $A$ ) eliptik eksenlere bağlı olarak aşağıdaki gibidir.



Şekil.3.6. Dairesel kesitli tüpün eğimli halde oluşturduğu eliptik yüzeyin eksenleri

$$A = \pi \cdot \frac{d}{2} \cdot \frac{a}{2} \quad (3.2)$$

Eğimli bir tüpte eliptik çökme yüzey alanı sayısı ( $m$ ) ise aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$m = \frac{L'}{b} \quad (3.3)$$

Tüpün eğimli haldeki yüksekliği aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\sin \alpha = \frac{L'}{L} \Rightarrow L' = L \cdot \sin \alpha \quad (3.4)$$

Eğimli bir tüp çökticide toplam çökme yüzey alanı ( $A'$ ) aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\begin{aligned} A' &= m \cdot A \\ &= \frac{L'}{b} \cdot A \\ &= \frac{L \cdot \sin \alpha}{a \cdot \tan \alpha} \cdot A \\ &= \frac{L \cdot \sin \alpha}{(d / \sin \alpha) \cdot \tan \alpha} \cdot A \\ &= \frac{L \cdot \sin \alpha}{d / \cos \alpha} \cdot A \\ &= \frac{L \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{d} \cdot A \\ &= \frac{L \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{d} \cdot \pi \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{d}{2} \\ &= \frac{\pi}{4} \cdot L \cdot a \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ &= \frac{\pi}{4} \cdot L \cdot \frac{d}{\sin \alpha} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ &= \frac{\pi}{4} \cdot L \cdot d \cdot \cos \alpha \end{aligned} \quad (3.5)$$

Bir tank içerisinde toplam  $n$  adet eğimli tüp bulunması durumunda tüm toplam çökme yüzey alanı aşağıdaki gibidir.

$$\sum A = n.A' \quad (3.6)$$

Sürekli akışlı test çalışmalarında süspansiyon beslemesi konik tabanın merkezinde yer alan giriş vanasından üniform bir dağılımla tank içerisine giriş yaptığı gözlemlendi. Akış süresince sıvı fazından ayrılarak çökelen katı partiküllerin yüksek savaklanma hızları nedeniyle tekrar hareketlenmemesi için üst su, çap uzunluğunca yer alan savaktan tahliye edildi.

Çökeltim sürecinin olumsuz etkilenmemesi için savak uzunluğundan savaklanan debinin ( $Q/L_{savak}$ ), Eşitlik (3.7)'de verilen şartı sağlaması dikkate alındı.

$$\frac{Q}{L_{savak}} < 5.H.S_0 \quad (3.7)$$

Kolon su depolama hacmi silindirik yapının tabanından itibaren kolon su derinliğini 2,10 m alarak yaklaşık olarak aşağıdaki gibi belirlendi.

$$\forall_{kolon} = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot H = \frac{3,14 \cdot 0,16^2}{4} \cdot 2,1 \text{ m} = 0,0422 \text{ m}^3 \approx 42 \text{ L}$$

Çalışmada kullanılan rezervuarların boyutları  $D=0,50$  m ve  $H=0,85$  m olduğundan bu rezervuarların depolama hacmi aşağıdaki gibi belirlendi.

$$\forall_{rezervuar} = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot H = \frac{3,14 \cdot 0,50^2}{4} \cdot 0,85 \text{ m} = 0,167 \text{ m}^3 \approx 170 \text{ L}$$

Kullanılan rezervuarın depolama hacmi, kolon hacminin yaklaşık dört katı kadar olduğu görüldü.

### 3.4. Test Çalışmaları

#### 3.4.1. Sürekli Akışlı Test Çalışmaları

Bu çalışmada 0,50 m çapına, 0,85 m derinliğe ve yaklaşık 170 L depolama hacmine sahip iki adet rezervuar gerek ham süspansiyonu ve gerekse kolondan 1. kademe çökeltim sürecinden geçen süspansiyonu depolamak için kullanıldı. Test kolonunun depolama hacmi yaklaşık 40 L olduğundan bir rezervuarda depolanan süspansiyon hacminin sürekli akışta test kolon hacmini birkaç kez yenilemek için yeterli olduğu gözlemlendi. Depolama rezervuarı içerisinde çökeltme olmaması için bu rezervuarların tabanına konulan bir ince kabarcıklı difüzyörlü havalandırıcı ile test süresince sürekli havalandırma yapıldı ve bu sayede süspansiyonun homojen kalması sağlandı. Rezervuardan pompa ile emilen süspansiyon, kolonun konik tabanının merkezinde yer alan giriş yapısından kolon içerisine terfi ettirildi ve kolon hacmi yaklaşık 2 kez yenilenecek kadar süspansiyon geçişinden sonra (kararlı hal durumunda) savaklanan üst su numunelerinde partikül konsantrasyonu değerleri ölçüldü.

Kolondan birinci kademe çökeltme işleminden geçen süspansiyon (üst su) ikinci rezervuarda depolandı. Birinci kademe testinin bitiminden sonra tank muhteviyatı tahliye edildi ve rezervuarda biriktirilmiş olan üst su tekrar tank içerisine terfi ettirilerek ikinci kademeden (seri bağlı işletimin) etkisi gözlemlendi. Seri bağlı işletim koşullarını test etmekteki amaç, birinci kademeden kolondan geçen ve giderilmemiş partikül maddeye sağlamış olduğu yumaklaşmanın etkisinin ikinci tankta (kademede) nasıl seyredeceğinin gözlemlenmesidir. Her bir ölçüm değerleri giriş süspansiyonundaki (besleme suyundaki) konsantrasyon değerleri ile mukayese edilerek kolonda partikül giderimi değerlendirildi.

Sürekli akışlı test çalışmalarında farklı çökeltim yüzeylerini test etmek için 50°, 60°, 70° ve 80° eğim konumlarında testler tekrarlandı. 2. kademede (seri bağlı işletim) de partikül giderimi ise sadece 70° eğim konumunda ki işletimde izlendi.

### 3.4.2. Dispersiyon Katsayısının Belirlenmesi

Bu test çalışmaları yarı sürekli olarak yapılmıştır. Her bir konsantrasyon için ayrı ayrı tekrarlanan bu testte kolon musluk suyu ile doldurulduktan sonra sırasıyla 50, 100, 250 ve 500 mg/L konsantrasyonlarına sahip ham süspansiyonlar rezervuardan pompa ile emilerek kolon tabandaki giriş yapısından kolon içerisine terfi ettirildi. Kolon üzerinde giriş kotundan 1,5 m yukarıda bulunan 2 nolu musluktan (Bkz. Şekil 3.3) belli aralıklarla numuneler alınarak konsantrasyon değişimleri gözlemlendi. Bu çalışma yukarıdaki konsantrasyonlar için dört farklı debide tekrarlandı. Bu çalışma ile gerek konsantrasyonun ve gerekse yukarı akış hızının (yer değiştirme hızı ya da yüzeysel hidrolik yükleme hızı) dispersiyon katsayısına olan etkisi belirlendi.

### 3.4.3. Kesikli İşletim Test Çalışmaları

Dispersiyon katsayısını belirleme çalışmalarında test edilen konsantrasyon aralığında dispersiyon katsayısının konsantrasyonla önemli ölçüde değişmediği görüldüğünden bu çalışmada sadece 250 mg/L süspansiyon konsantrasyonu test edildi. Bu çalışmada Şekil 2.4'te gösterilen kesikli işletim test düzeneği kullanıldı. Rezervuardan pompa ile emilen süspansiyon kolon içerisine savak kotu seviyesine kadar doldurulduktan sonra çökeltim süreci tank derinliğince 0,50 m aralıklarla yer alan dört ayrı gözlem musluğundan konsantrasyon ölçümleriyle izlendi. Çökeltim başlangıcından itibaren 10, 15, 20, 30, 45, 60, 90 ve 120. dakikalarda 4 adet numune alma musluğundan alınan numunelerde katı partikül konsantrasyonu ölçümleri yapıldı. Bu gözlemlerde elde edilen konsantrasyon değerleri ve çökeltim hızı değerleri kullanılarak dört farklı derinlik için derinlik-konsantrasyon frekans dağılımları elde edildi. Elde edilen bu frekans dağılım verileri daha sonra sürekli akış koşullarında partikül giderimini tahmin etmek için ortalama değer metodu kullanılarak değerlendirildi.

### 3.5. Matematiksel İşlemler

#### 3.5.1. Determinasyon Katsayısı ( $R^2$ )

Çalışmada elde edilen tüm polinom fonksiyonları (ve diğer fonksiyonlar) en küçük kareler metodu esasına dayalı olarak Microsoft Excel ortamında elde edildi. Elde edilen eşitliklerin güvenilirliği korelasyon katsayısının karesini veren ve Eşitlik (3.8)'de verilen determinasyon katsayısı ile belirlendi. Burada  $n$ , değerlerinin sayısını;  $x$  ve  $y$  ise gözlem değerlerini göstermektedir.

$$R^2 = \left\{ \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n \sqrt{(x_i - \bar{x})^2 \cdot (y_i - \bar{y})^2}} \right\}^2 \quad (3.8)$$

Çalışma kapsamında en yüksek  $R^2$  değerlerine sahip fonksiyonlar genelde ölçüm verileri polinomlarla ifade edildiğinde elde edildi. Bazı durumlarda tüm ölçüm verilerinin tek bir polinom ile ifade edilmesi yeterli düzeyde güvenilir olarak elde edilemediğinden işlemlerde sadece gerekli olan aralıktaki veriler kullanılarak polinom fonksiyonu elde edildi (veri aralığı parçalara bölündü).

#### 3.5.2. Ortalama Değer Metodu

Eğer bir  $f(x)$  fonksiyonu  $(a, b)$  aralığında sürekli ise bu aralıktaki mevcut bulunan bir  $\bar{y}$  değeri için aşağıdaki ifade yazılabilir.

$$\int_a^b f(x) dx = \bar{y} \cdot (b - a) \quad (3.9)$$

Bu eşitlikte  $\bar{y}$  yalnız bırakılırsa aşağıdaki biçimi alır.

$$\bar{y} = \frac{1}{b - a} \cdot \int_a^b f(x) dx \quad (3.10)$$



(3.10) eşitliğindeki  $\bar{y}$ , ortalama değeri göstermektedir. Çalışmada kesikli çökeltim verileri kullanılarak sürekli akış koşullarında partikül giderim verimini tahmin etmek için ortalama değer metodu kullanıldı.

### **3.5.3. İntegrasyon İşlemleri**

Ortalama değer metodunun kullanıldığı yerlerde tüm integral alma işlemleri MATLAB 7.0 programı ortamında yapıldı.

## 4. BULGULAR

### 4.1. Yüzey Arttırılmış Halde Sürekli Akışlı Test Çalışmaları

Sürekli akışta kararlı halde kolon yüzeyi arttırılmış durumda yukarı akışlı işletimde katı partikül madde giderimi test çalışmaları yapılmış ve çalışmalarda 50°, 60°, 70° ve 80° eğimler test edilmiştir. Her bir eğim (Çizelge 4.1) farklı çökeltim yüzey alanları oluşturmuştur. Giriş süspansiyon konsantrasyonları olarak 50, 100, 250 ve 500 mg/L konsantrasyonları ve her eğim ve konsantrasyon durumunda 0,500 m<sup>3</sup>/saat sabit debi test edilmiştir. Rezervuardan rotadinamik bir pompa ile emilen süspansiyon kolonun en alt kısmında yer alan konik yapının tabanından kolon içerisine terfi ettirilmiştir. Süspansiyonun tankın en üst konumunda çap uzunluğuca yer alan savaktan savaklanarak tankı terk etmesi sağlanmıştır. 250 mg/L konsantrasyonundaki süspansiyon testinde 70° eğimli test çalışmalarında tankın çıkışından savaklanan üst su ikinci rezervuarın içerisine biriktirilmiştir. Birinci kademe testi bitiminde tank muhteviyatı boşaltılmış ve ardından tanka tekrar verilerek seri bağlı işletim durumunun etkisi gözlenmiştir. Çizelge 4.1’de sürekli akışta yüzey arttırılmış halde (eğimli halde) işletim ve gözlem değerleri verilmiştir.

Çizelge 4.1. Sürekli akış koşullarında işletim ve gözlem değerleri

$C_0$ (mg/L)	$\alpha$ (°)	$h$ (m)	$\Sigma A$ (m <sup>2</sup> )	$S_0$ (mm/s)	1.kademe çıkışı $C_1$ , (mg/L)	2.kademe çıkışı (seri işletim) $C_2$ , (mg/L)
50	50	1,81	0,24965	0,5563	6,5	
50	60	2,04	0,19420	0,7152	9	
50	70	2,22	0,13284	1,0455	13	
50	80	2,32	0,06744	2,0594	24	
100	50	1,81	0,24965	0,5563	13	
100	60	2,04	0,19420	0,7152	17	
100	70	2,22	0,13284	1,0455	26	
100	80	2,32	0,06744	2,0594	49	
250	50	1,81	0,24965	0,5563	30,5	
250	60	2,04	0,19420	0,7152	38	
250	70	2,22	0,13284	1,0455	61	36
250	80	2,32	0,06744	2,0594	120	
500	50	1,81	0,24965	0,5563	61	
500	60	2,04	0,19420	0,7152	80	
500	70	2,22	0,13284	1,0455	124	
500	80	2,32	0,06744	2,0594	240	

#### 4.2. Dispersiyon Katsayısının Belirlenmesi ve Analitik Eşitlik

Dispersiyon katsayısının belirlenmesi için gerekli test çalışmaları yarı sürekli olarak yapılmıştır. Daha önce Bölüm 2.4.2.1’de verilen (2.123) nolu analitik çözüm kullanılarak 50, 100, 250 ve 500 mg/L konsantrasyonları için dört ayrı yukarı akış hızında (0,03, 0,04, 0,05 ve 0,06 m/s) dispersiyon katsayıları belirlenmiştir. Dispersiyon katsayısını belirleme çalışmasında kolon, yüzeyi arttırılmamış halde kullanılmıştır. Her test çalışmasında önce tüm kolon hacmi savaklanma seviyesine kadar katı partikül içermeyen musluk suyu ile doldurulmuş ve daha sonra rezervuarda belirlenen konsantrasyonlarda (50, 10, 250 ve 500 mg/L) hazırlanan süspansiyon temiz musluk suyu ile dolu tankın tabanından tankın içerisine yukarı akış yönünde terfi ettirilmiştir. Tank içerisindeki süspansiyonda katı partikül madde konsantrasyonunun zamanla değişimi, tank üzerinde giriş kotundan 1,5 m yukarıda bulunan (Bkz. Şekil 3.3 musluk no.2) örnekleme musluğundan belli aralıklarla alınan numunelerin fotometrik analizi ile belirlenmiştir. Bu test çalışması yukarıda belirtilen dört farklı süspansiyon konsantrasyonu için dört farklı yukarı akış hızında tekrarlanarak gerek konsantrasyonun ve gerekse akış hızının boyuna dispersiyon katsayısı üzerine olan etkisinin belirlenmesi amaçlandı. Dispersiyon katsayısının akış hızıyla değişimini belirlemek için uygulanan debiler ve akış hızları Çizelge 4.2’de verilmiştir.

Çizelge 4.2. Test edilen akış hızları ve uygulanan debiler

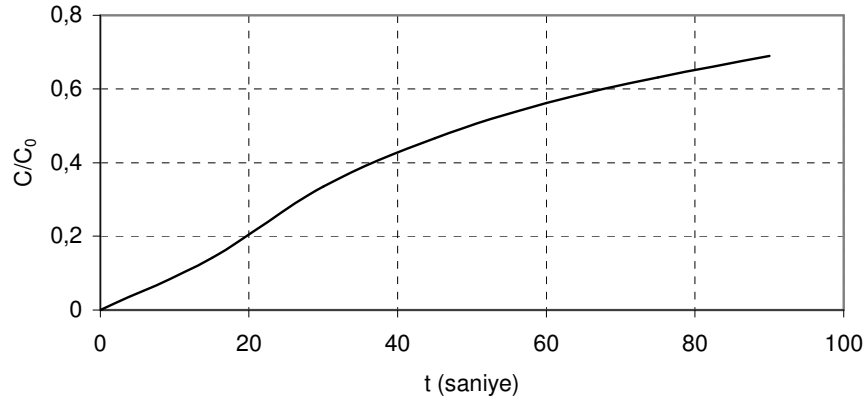
$Q$ (m <sup>3</sup> /dk)	$Q$ (m <sup>3</sup> /s)	$V$ (m/s)
0,0362	$6,0318 \cdot 10^{-4}$	0,03
0,0482	$8,0424 \cdot 10^{-4}$	0,04
0,0603	$10,053 \cdot 10^{-4}$	0,05
0,0723	$12,063 \cdot 10^{-4}$	0,06

Dört farklı akış hızında yapılan test çalışmalarında ölçülen konsantrasyonlar Çizelge 4.3 - Çizelge 4.6’da verilmiştir. Bu çizelgelerdeki değerler kullanılarak her bir durum için (2.123) eşitliği kullanılarak hesaplanan  $D$  değerlerinin ortalaması, ilgili çizelgeler üzerinde verilmiştir. Çizelge 4.3 - Çizelge 4.6’da yer alan veriler 15, 30, 45, 60, 75 ve 90. saniyelerde ölçülen  $C/C_0$  değerlerini ve hesaplanmış ortalama

dispersiyon katsayılarını; Şekil 4.1 ~ Şekil 4.4 ise, ölçülen  $C/C_0$  değerlerinin test süresince değişimini grafik olarak göstermektedir.

Çizelge 4.3.  $S_0=0,030$  m/s yukarı akış hızında ölçülen konsantrasyon değerleri ve hesaplanmış ortalama dispersiyon katsayıları

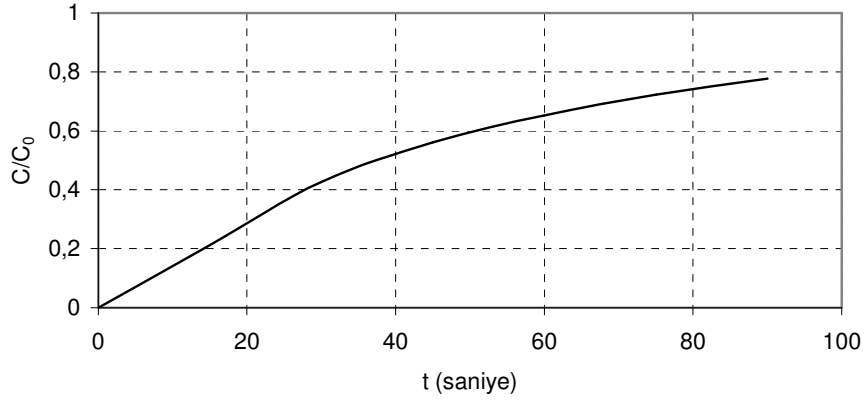
$t$ (saniye)	$C$ (mg/L)			
	$C_0=50$ mg/L	$C_0=100$ mg/L	$C_0=250$ mg/L	$C_0=500$ mg/L
0	0	0	0	0
15	7	14	35	70
30	17	33	84	166
45	23	45	117	232
60	28	55	140	280
75	32	63	158	315
90	34	68	172	343
$D$ ( $m^2/s$ )	0,03165	0,03175	0,03152	0,03147



Şekil 4.1.  $S_0=0,030$  m/s yukarı akış hızı için Çizelge 4.3'deki değerler kullanılarak tank içerisinde konsantrasyonun zamanla değişimi

Çizelge 4.4.  $S_0=0,040$  m/s yukarı akış hızında ölçülen konsantrasyon değerleri ve hesaplanmış ortalama dispersiyon katsayıları

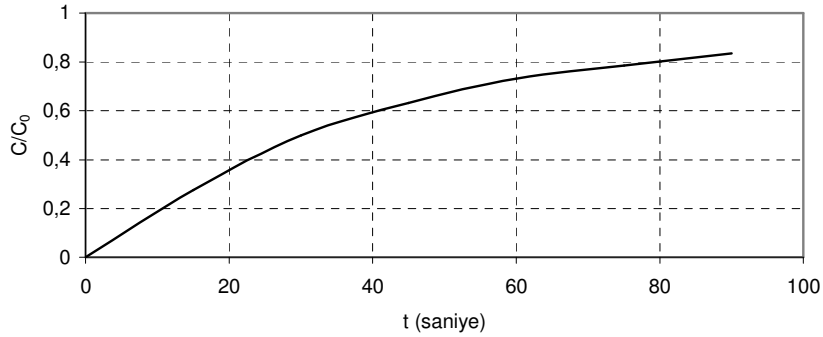
$t$ (saniye)	$C$ (mg/L)			
	$C_0=50$ mg/L	$C_0=100$ mg/L	$C_0=250$ mg/L	$C_0=500$ mg/L
0	0	0	0	0
15	10	20	53	98
30	21	43	107	215
45	27	56	140	282
60	32	65	163	328
75	35	72	181	360
90	39	77	194	390
$D$ ( $m^2/s$ )	0,04211	0,04223	0,04201	0,04215



Şekil 4.2.  $S_0=0,040$  m/s yukarı akış hızı için Çizelge 4.4'deki değerler kullanılarak tank içerisinde konsantrasyonun zamanla değişimi

Çizelge 4.5.  $S_0=0,050$  m/s yukarı akış hızında ölçülen konsantrasyon değerleri ve hesaplanmış ortalama dispersiyon katsayıları

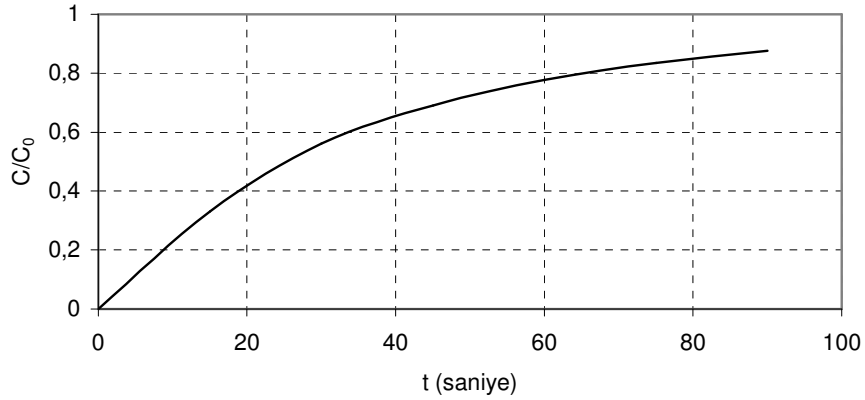
$t$ (saniye)	$C$ (mg/L)			
	$C_0=50$ mg/L	$C_0=100$ mg/L	$C_0=250$ mg/L	$C_0=500$ mg/L
0	0	0	0	0
15	14	27	69	136
30	25	49	125	248
45	32	62	158	315
60	36	71	181	362
75	40	78	196	395
90	42	83	209	418
$D$ ( $m^2/s$ )	0,05272	0,05215	0,05240	0,05262



Şekil 4.3.  $S_0=0,050$  m/s yukarı akış hızı için Çizelge 4.5'deki değerler kullanılarak tank içerisinde konsantrasyonun zamanla değişimi

Çizelge 4.6.  $S_0=0,060$  m/s yukarı akış hızında ölçülen konsantrasyon değerleri ve hesaplanmış ortalama dispersiyon katsayıları

$t$ (saniye)	$C$ (mg/L)			
	$C_0=50$ mg/L	$C_0=100$ mg/L	$C_0=250$ mg/L	$C_0=500$ mg/L
0	0	0	0	0
15	16	33	83	164
30	27	56	140	282
45	35	70	173	342
60	39	79	194	390
75	42	85	209	415
90	44	87	219	440
$D$ (m <sup>2</sup> /s)	0,06328	0,06335	0,06316	0,06326



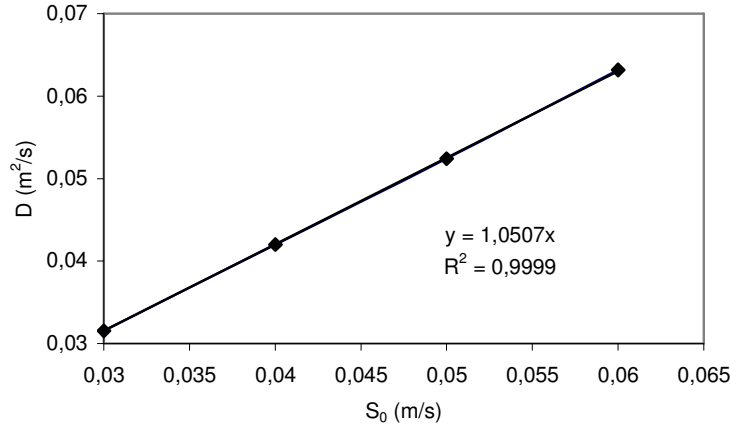
Şekil 4.4.  $S_0=0,060$  m/s yukarı akış hızı için Çizelge 4.6'daki değerler kullanılarak tank içerisinde konsantrasyonun zamanla değişimi

Yukarıda 50, 100, 250 ve 500 mg/L test konsantrasyonları için verilen ve dört ayrı yukarı akış hızı için tekrarlanan çalışmalarda dispersiyon katsayısının test edilen konsantrasyon aralığında dikkate değer bir değişim göstermediği; ancak akış hızıyla nispeten değişim gösterdiği görülmektedir.

250 mg/L konsantrasyonu için değişik akış hızlarında belirlenen dispersiyon katsayıları Çizelge 4.7'de verilmektedir. Bu değerlerin grafik biçiminde gösterimi ise Şekil 4.5'te verilmektedir.

Çizelge 4.7.  $C_0=250$  mg/L için dispersiyon katsayısının akış hızıyla değişimi

$S_0$ (m/s)	0,030	0,040	0,050	0,060
$D$ (m <sup>2</sup> /s)	0,03152	0,04201	0,05240	0,06316



Şekil 4.5. Dispersiyon katsayısının akış hızıyla değişimi ve fonksiyon biçiminde ifadesi

Ölçüm verileri kullanılarak Microsoft Excel ortamında elde edilen dispersiyon katsayısının akış hızı ile değişimi Eşitlik (4.1)'de verildiği gibi orijinden geçen doğrusal bir denklemdir.

$$D = 1,0507 \cdot S_0 \quad R^2 = 0,99 \quad (4.1)$$

Burada  $D$ 'nin birimi m<sup>2</sup>/s ve  $S_0$ 'ın birimi ise m/s'dir.

Dispersiyon katsayısı belirlendikten sonra Bölüm 2.4.2.2'de verilen kütle transfer denkleminin kararlı hal çözümü (Eşitlik (2.144)) kullanılarak değişik akış uzunluklarında ( $x$  mesafelerinde) konsantrasyon değerlerinin belirlenmesi mümkün hale gelmektedir. Ancak burada çözüm için sınır koşullarının belirlenmesine gerek vardır. Sınır koşulları olarak ölçüm değerleri kullanılarak integral sabitleri belirlenebileceği gibi, Bölüm 2.4.2.2'de yapılan çözümde de kullanılan  $C=0$  olduğu  $L$  mesafesi sınır koşulu belirlenerek de çözüm yapılabilir. Bölüm 2.4.2.2'de yapılan çözüm bu sınır şartı esasına dayanmaktadır.

Analitik çözümün kullanılabilmesi için gerekli diğer parametre ise eğimli durumda (yüzey arttırılmış halde) oluşan yüzeysel hidrolik yükleme hızıdır. Her bir eğim durumunda  $S_0$  değerinin nasıl hesaplandığına aşağıda yer verilmektedir.

Kolon eğimli durumda iken savaklanma, kolonun en üst kısmında çap uzunluğunca yerleştirilen bir savak uzunluğundan gerçekleştirildi. Bu çalışmada tam kolon boyu olan 2,36 m çökeltimde aktif rol aldığı kabul edilerek kolon içerisine yerleştirilen tüp modüllerinin boyu 0,65 m olduğundan tüp modülü olmayan kolon mesafesi 1,71 m olarak alındı. Test edilen  $50^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $70^\circ$  ve  $80^\circ$  kolon eğimlerinde oluşan toplam çökeltme yüzey alanı Bölüm 3.3'te verilen (3.6) eşitliği kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplandı.

$\Sigma A=0,65$  m boyunca tüp çökeltme yüzey alanı + 1,71 m boyunda kolon çökeltme yüzey alanı'dır. Buna göre toplam çökeltme yüzey alanı aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\begin{aligned}\Sigma A &= n \cdot \frac{\pi}{4} \cdot h_1 \cdot d_1 \cdot \cos \alpha + \frac{\pi}{4} \cdot h_2 \cdot d_2 \cdot \cos \alpha \\ &= \left( n \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_1 \cdot h_1 + \frac{\pi}{4} \cdot d_2 \cdot h_2 \right) \cdot \cos \alpha \\ &= \left( 17 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 0,02m \cdot 0,65m + \frac{\pi}{4} \cdot 0,16m \cdot 1,71m \right) \cdot \cos \alpha \\ &= 0,3884 \cdot \cos \alpha\end{aligned}$$

Sürekli akışlı testlerde her bir eğim durumunda sabit  $0,5 \text{ m}^3/\text{saat}$  debi uygulanmıştır. Her bir eğim durumunda oluşan çökeltme yüzey alanları hesaplanmış ve daha sonra yüzeysel hidrolik yükleme değerleri ( $S_0$ ) hesaplanmıştır. Daha sonra Bölüm 4.2'de elde edilen ve dispersiyon katsayısının  $S_0$  ile değişimini veren (4.1) eşitliğinden yararlanılarak yüzey arttırılmış halde sözkonusu olan yüzeysel hidrolik yükleme hızları için dispersiyon katsayıları (4.1) eşitliği kullanılarak hesaplanmıştır.

Hesaplanan dispersiyon katsayıları ve sürekli akışta elde edilen konsantrasyon ölçüm değerleri kullanılarak kütle transfer denkleminin kararlı hal çözümünden elde edilen



(2.144) eşitliği,  $L$  değerlerini verecek biçimde aşağıdaki gibi düzenlenerek belirlenen sınır koşulunda çözümlenmiştir.

$$\text{Tüm hesaplamalarda } \frac{e^{-\frac{S_0}{D}(L-x)} - 1}{e^{-\frac{S_0}{D}L} - 1} - \frac{C}{C_0} \leq 0,0010 \quad \text{koşulunda } L \text{ değerinin}$$

belirlenmesinde yapılan hesaplamalardaki hata 1 cm'den daha küçük olduğundan bu koşul yeterli görülmüştür.

Çizelge 4.8.  $Q=0,5 \text{ m}^3/\text{saat}$  ( $0,13888 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ ) ve  $C_0=250 \text{ mg/L}$  giriş konsantrasyonu için analitik çözüm eşitliği kullanılarak  $L$  değerlerinin tahmin edilmesi

$\alpha$ (°)	$C_1/C_0$	$D$ ( $\text{m}^2/\text{s}$ )	$A$ ( $\text{m}^2$ )	$S_0$ ( $\text{m/s}$ )	$x$ ( $\text{m}$ )	$L$ ( $\text{m}$ )
50	0,12	$5,851 \cdot 10^{-4}$	0,24965	$5,562 \cdot 10^{-4}$	1,81	1,921
60	0,16	$7,522 \cdot 10^{-4}$	0,19420	$7,151 \cdot 10^{-4}$	2,04	2,195
70	0,24	$1,099 \cdot 10^{-3}$	0,13284	$1,045 \cdot 10^{-3}$	2,22	2,484
80	0,48	$2,166 \cdot 10^{-3}$	0,06744	$2,059 \cdot 10^{-3}$	2,32	2,940

Yukarıdaki çizelgenin hesaplamalarına ilişkin olarak  $\alpha = 70^\circ$ ,  $S_0=1,0455 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$  ve  $x=2,22 \text{ m}$  satırı için  $C/C_0$  değerinin hesaplanması ilgili işlemler örnek olması için aşağıda açıklanmıştır.

$$\text{Eşitlik, } \frac{C}{C_0} = \frac{e^{-\frac{S_0}{D}(L-x)} - 1}{e^{-\frac{S_0}{D}L} - 1} \text{ ya da } \frac{e^{-\frac{S_0}{D}(L-x)} - 1}{e^{-\frac{S_0}{D}L} - 1} - \frac{C}{C_0} \leq 0,0010 \text{ biçiminde yazılabilir.}$$

$C/C_0=61/250$  ve  $x=2,22 \text{ m}$  değerleri kullanılarak  $L=2,484 \text{ m}$  olarak hesaplanmıştır.

### 4.3. Kesikli İşletim Gözlem Verileri ile Sürekli Akışın Değerlendirilmesi

#### 4.3.1. Ham Süspansiyon için Hız Frekans Dağılımının Elde Edilmesi

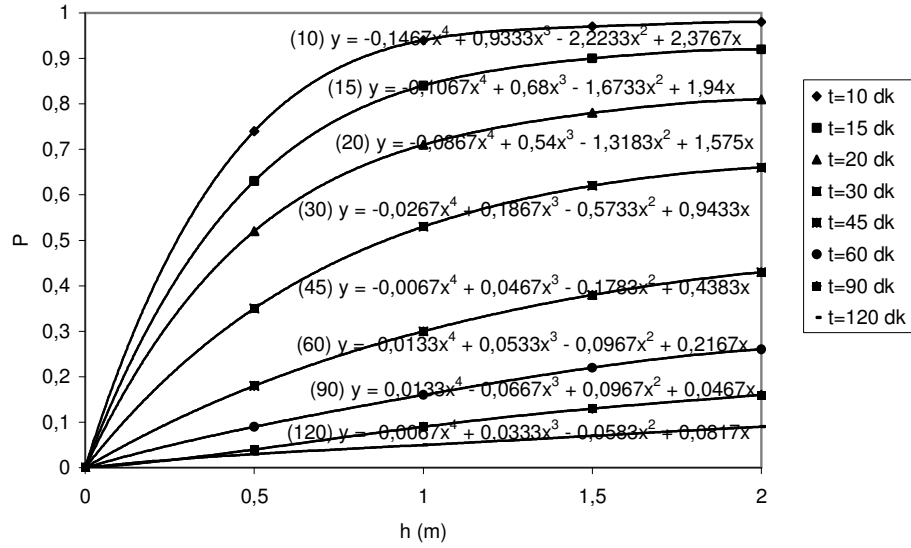
Çalışmanın bu kısmında ortalama değer metodu kullanılarak kesikli işletim koşullarında elde edilen veriler ile, sürekli işletim koşullarında farklı yüzeysel hidrolik yükleme değerlerinde tank çıkışında olabilecek konsantrasyon değerleri tahmin edilmeye çalışılmıştır. Ortalama değer metodu ile bu tahminlerin yapılabilmesi için sadece kesikli çökeltim verilerine ihtiyaç vardır.

Bu çalışmada Şekil 3.4'te gösterilen kesikli çökeltim kolonu düzeneği kullanılmıştır. Kesikli test çalışmasında sadece 250 mg/L konsantrasyonu test edilmiştir. Kolon, musluk suyu ile doluk savak seviyesine kadar (Bkz. Şekil 3.4,  $h=0$ ) 250 mg/L konsantrasyonunda katı partikül madde içeren süspansiyon ile doldurulduktan sonra kesikli çökeltim için ölçümler yapılmıştır. 10, 15, 20, 30, 45, 60, 90 ve 120. dakikalarda  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $h_3$  ve  $h_4$  mesafelerinde yer alan musluklardan alınan numunelerde katı partikül konsantrasyonları belirlenmiştir. Çizelge 4.9'da ölçülmüş bu değerler ( $C/C_0$  değerleri) verilmektedir.

Çizelge 4.9. 250 mg/L için kesikli test çalışmaları ölçüm değerleri

$t$ (dk)	$P=C/C_0$				
	$h=0$ m	$h=0,5$ m	$h=1$ m	$h=1,5$ m	$h=2$ m
10	0	0,74	0,94	0,97	0,98
15	0	0,63	0,84	0,9	0,92
20	0	0,52	0,71	0,78	0,81
30	0	0,35	0,53	0,62	0,66
45	0	0,18	0,3	0,38	0,43
60	0	0,09	0,16	0,22	0,26
90	0	0,04	0,09	0,13	0,16
120	0	0,03	0,05	0,07	0,09

Şekil 4.6, Çizelge 4.9'da verilen değerlerin grafik halinde sunuşunu göstermektedir. Burada her bir örnekleme anında alınan örnekler bir eğri ile gösterilmiştir. Her bir eğri,  $P$  değerinin belli bir süre sonunda değişik derinliklerdeki değişimini göstermektedir.



Şekil 4.6. Çizelge 4.9'da verilen değerlerin 4. derece polinom halinde grafik gösterimi

Daha sonra Microsoft Excel programı ortamında eğri olarak gösterilen (Bkz. Şekil 4.6) değişimler fonksiyon olarak ifade edilmeye çalışılmıştır. Bu değişimleri en yüksek güvenilirlikte veren fonksiyonun 4. derece polinom olduğu görülmüştür. Elde edilen polinomlar Çizelge 4.10'da verilmiştir.

Çizelge 4.10. Şekil 4.6'da verilen polinom eşitlikleri

$t$ (dk)	$P$ için polinom eşitliği	$R^2$
10	$P = -0,1467 \cdot h^4 + 0,9333 \cdot h^3 - 2,2233 \cdot h^2 + 2,3767 \cdot h$	1
15	$P = -0,1067 \cdot h^4 + 0,68 \cdot h^3 - 1,6733 \cdot h^2 + 1,94 \cdot h$	1
20	$P = -0,0867 \cdot h^4 + 0,54 \cdot h^3 - 1,3183 \cdot h^2 + 1,575 \cdot h$	1
30	$P = -0,0267 \cdot h^4 + 0,1867 \cdot h^3 - 0,5733 \cdot h^2 + 0,9433 \cdot h$	1
45	$P = -0,0067 \cdot h^4 + 0,0467 \cdot h^3 - 0,1783 \cdot h^2 + 0,4383 \cdot h$	1
60	$P = -0,0133 \cdot h^4 + 0,0533 \cdot h^3 - 0,0967 \cdot h^2 + 0,2167 \cdot h$	1
90	$P = 0,0133 \cdot h^4 - 0,0667 \cdot h^3 + 0,0967 \cdot h^2 + 0,0467 \cdot h$	1
120	$P = -0,0067 \cdot h^4 + 0,0333 \cdot h^3 - 0,0583 \cdot h^2 + 0,0817 \cdot h$	1

Daha sonra sürekli akış koşullarında test edilen 50°, 60°, 70° ve 80° kolon eğimlerinde oluşan derinlikler ( $h$  mesafeleri) hesaplandıktan sonra Çizelge 4.10'da verilen polinomlarda yerine konulmuştur. Bu yeni derinlik durumlarında hesaplanan  $P_x$  değerleri Çizelge 4.11'de verilmiştir.

Çizelge 4.11. Çizelge 4.10’da verilen polinomlar kullanılarak sürekli akışta test edilen  $h$  değerleri için hesaplanmış  $P_x$  değerleri

$t$ (dk)	$P_x$ (%)			
	$\alpha=50^\circ$	$\alpha=60^\circ$	$\alpha=70^\circ$	$\alpha=80^\circ$
	$h=1,81$ m	$h=2,04$ m	$h=2,22$ m	$h=2,32$ m
10	0,9778	0,9787	0,9670	0,9516
15	0,9165	0,9190	0,9084	0,8946
20	0,8034	0,8096	0,8017	0,7897
30	0,6497	0,6611	0,6628	0,6606
45	0,4142	0,4325	0,4425	0,4462
60	0,2487	0,2618	0,2646	0,2625
90	0,1486	0,1618	0,1735	0,1812
120	0,0824	0,0907	0,0956	0,0975

Daha sonra bu  $h$  değerlerinde partiküllerin çökme hızları hesaplanmıştır. Çizelge 4.12’de verilen çökme hızları  $v_x = h/t$  eşitliğiyle hesaplanmıştır.

Çizelge 4.12. Hesaplanmış akış hızı değerleri

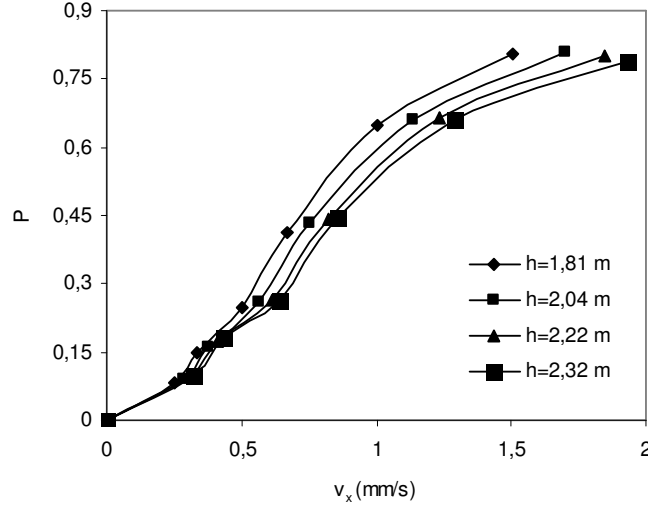
$t$ (dk)	$v_x$ (mm/s)			
	$\alpha=50^\circ$	$\alpha=60^\circ$	$\alpha=70^\circ$	$\alpha=80^\circ$
	$h=1,81$ m	$h=2,04$ m	$h=2,22$ m	$h=2,32$ m
10	3,0167	3,4000	3,7000	3,8667
15	2,0111	2,2667	2,4667	2,5778
20	1,5083	1,7000	1,8500	1,9333
30	1,0056	1,1333	1,2333	1,2889
45	0,6704	0,7556	0,8222	0,8593
60	0,5028	0,5667	0,6167	0,6444
90	0,3352	0,3778	0,4111	0,4296
120	0,2514	0,2833	0,3083	0,3222

Çizelge 4.13’te ise Çizelge 4.11’de verilen  $P_x$  değerleri ile Çizelge 4.12’de verilen  $v_x$  değerleri bir arada sunulmuştur. Bu çizelgedeki değerler partiküllerin çökme hızlarına bağlı olarak süspansiyondan ayrılma (çökme) oranlarını göstermektedir.

Çizelge 4.13. Çizelge 4.11 ve Çizelge 4.12’de verilen birleştirilmiş  $S_x$ - $P_x$  değerleri

$t$ (dk)	$h=1,81$ m		$h=2,04$ m		$h=2,22$ m		$h=2,32$ m	
	$v_x$	$P_x$	$v_x$	$P_x$	$v_x$	$P_x$	$v_x$	$P_x$
10	3,0167	0,9778	3,4000	0,9787	3,7000	0,9670	3,8667	0,9516
15	2,0111	0,9165	2,2667	0,9190	2,4667	0,9084	2,5778	0,8946
20	1,5083	0,8034	1,7000	0,8096	1,8500	0,8017	1,9333	0,7897
30	1,0056	0,6497	1,1333	0,6611	1,2333	0,6628	1,2889	0,6606
45	0,6704	0,4142	0,7556	0,4325	0,8222	0,4425	0,8593	0,4462
60	0,5028	0,2487	0,5667	0,2618	0,6167	0,2646	0,6444	0,2625
90	0,3352	0,1486	0,3778	0,1618	0,4111	0,1735	0,4296	0,1812
120	0,2514	0,0824	0,2833	0,0907	0,3083	0,0956	0,3222	0,0975

Şekil 4.7, Çizelge 4.13'te verilen hız frekansı dağılım verilerinin grafik olarak sunumudur. Bu eğrilerden görüleceği üzere tank su derinliği arttıkça frekans dağılım eğrisi alçalmaktadır.



Şekil 4.7. Çizelge 4.12' de verilen değerler kullanılarak elde edilen hız frekans dağılım grafiği

Daha sonra bu eğrilerin (Bkz. Şekil 4.7) Microsoft Excel Programı kullanılarak fonksiyon biçiminde ifade edilmesine çalışılmıştır. Tüm veri aralığını kapsayan aralıkta verilerin güvenilir biçimde polinom (ya da başka bir fonksiyon) olarak ifade edilmesinde güçlükler olduğundan veriler aralıklara bölünmüş ve 20. dakikadan sonraki değerler kullanılmıştır. Polinom fonksiyonlarının elde edilmesinde kullanılan bu aralık, hesaplamaların yapılmasında gerekli olan aralıktır. Çünkü sürekli akışta uygulanan yukarı akış hızları (Bkz. Çizelge 4.15)  $h=1,81\text{ m}$  için  $0,5663\text{ mm/s}$ ,  $h=2,04\text{ m}$  için  $0,7152\text{ mm/s}$ ,  $h=2,22\text{ m}$  için  $1,0455\text{ mm/s}$  ve  $h=2,32\text{ m}$  için  $2,0594\text{ mm/s}$  olduğundan bu hızlardan daha büyük çökeltme hızlarına sahip olan partiküllerin tümü çökeleceği için ortalama değer metoduna dahil olmayacaklardır.

Çizelge 4.14. Çizelge 4.13 ve Şekil 4.7'de verilen değerler için 4.derece polinom eşitliği

$h$ (m)	Polinom eşitliği	$R^2$
1,81	$P = 0,177 \cdot v^4 - 1,0002 \cdot v^3 + 1,4348 \cdot v^2 + 0,0366 \cdot v$	0,9991
2,04	$P = 0,1353 \cdot v^4 - 0,7696 \cdot v^3 + 1,1625 \cdot v^2 + 0,0592 \cdot v$	0,9988
2,22	$P = 0,0953 \cdot v^4 - 0,5861 \cdot v^3 + 0,9462 \cdot v^2 + 0,0853 \cdot v$	0,9979
2,32	$P = 0,0713 \cdot v^4 - 0,4797 \cdot v^3 + 0,8176 \cdot v^2 + 0,1053 \cdot v$	0,9969

Daha sonra Çizelge 4.14'teki polinomlar kullanılarak sürekli akışta test edilmiş olan yüzeysel hidrolik yükleme hızları için  $P$  değerleri hesaplanmış ve Çizelge 4.15'te verilmiştir.

Çizelge 4.15.  $Q=0,5 \text{ m}^3/\text{saat}$  değeri için hesaplanmış yüzeysel hidrolik yükleme ve  $P_0$  değerleri

$\alpha$ (°)	$\Sigma A$ (m <sup>2</sup> )	$h$	$S_0' = Q/A$ (m/saat)	$S_0'$ (mm/s)	$P_0$
50	0,24965	1,81	2,0028	0,5563	0,3091
60	0,19420	2,04	2,5747	0,7152	0,3908
70	0,13284	2,22	3,7639	1,0455	0,5675
80	0,06744	2,32	7,4140	2,0594	0,7771

Daha sonra  $S_0'$  değerinden daha küçük çökeltme hızlarına sahip katı partiküllerin çökeltme oranlarını hesaplamak için ortalama değer metodu kullanılmış ve hesaplanmış değerler Çizelge 4.16'da verilmiştir.

Çizelge 4.16. Ortalama değer metoduna göre hesaplanmış giderim oranları

$\alpha$ (°)	$S_0'$	$P_0$	$\int_{P_1}^{P_2} v.dp$	$r = (1 - P_0) + \frac{1}{S_0'} \int_{P_1}^{P_2} v.dp$
50	0,5563	0,3091	0,1060	$(1-0,3091)+((1/0,5563).0,1060) = 0,8814$
60	0,7152	0,3908	0,1679	$(1-0,3908)+((1/0,7152).0,1679) = 0,8440$
70	1,0455	0,5675	0,3375	$(1-0,5675)+((1/1,0455).0,3375) = 0,7553$
80	2,0594	0,7771	0,6256	$(1-0,7771)+((1/2,0594).0,6256) = 0,5267$

Bu çizelgenin hesaplama biçimi aşağıdaki gibidir:

a.  $\alpha=50^\circ$  eğimli hal durumu için yüzeysel hidrolik yükleme değeri  $S_0'=0,5563$  ve bu değeri karşılık gelen  $P_0$  değeri  $P_0=0,3091$ 'dir.  $\int_{P_1}^{P_2} v.dp$  değeri de aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$P = 0,177.v^4 - 1,0002.v^3 + 1,4348.v^2 + 0,0366.v$$

$$dP = (0,708.v^3 - 3,0006.v^2 + 2,8696.v + 0,0366).dv$$

$$\int_{P_1}^{P_2} v.dp = \int_{v_1}^{v_2} v.(0,708.v^3 - 3,0006.v^2 + 2,8696.v + 0,0366).dv$$

$$\begin{aligned}
&= \int_0^{0,5563} (0,708.v^4 - 3,0006.v^3 + 2,8696.v^2 + 0,0366.v) .dv \\
&= 0,1060
\end{aligned}$$

Bu aşamadan sonra ortalama değer metodu kullanılarak giderim oranı aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\begin{aligned}
r &= (1 - 0,3091) + \frac{1}{0,5563} . 0,1060 \\
&= 0,8814
\end{aligned}$$

**b.**  $\alpha=60^\circ$  için,

$$P = 0,1353.v^4 - 0,7696.v^3 + 1,1625.v^2 + 0,0592.v$$

$$dP = (0,5412.v^3 - 2,3088.v^2 + 2,325.v + 0,0592) .dv$$

$$\begin{aligned}
\int_{P_1}^{P_2} v . dp &= \int_{v_1}^{v_2} v . (0,5412.v^3 - 2,3088.v^2 + 2,325.v + 0,0592) .dv \\
&= \int_0^{0,7152} (0,5412.v^4 - 2,3088.v^3 + 2,325.v^2 + 0,0592.v) .dv \\
&= 0,1679
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
r &= (1 - 0,3908) + \frac{1}{0,7152} . 0,16979 \\
&= 0,8440
\end{aligned}$$

**c.**  $\alpha=70^\circ$  için,

$$P = 0,0953.v^4 - 0,5861.v^3 + 0,9462.v^2 + 0,0853.v$$

$$dP = (0,3812.v^3 - 1,7583.v^2 + 1,8924.v + 0,0853) .dv$$

$$\begin{aligned}
\int_{P_1}^{P_2} v . dp &= \int_{v_1}^{v_2} v . (0,3812.v^3 - 1,7583.v^2 + 1,8924.v + 0,0853) .dv \\
&= \int_0^{1,0455} (0,3812.v^4 - 1,7583.v^3 + 1,8924.v^2 + 0,0853.v) .dv \\
&= 0,3375
\end{aligned}$$

$$r = (1 - 0,5675) + \frac{1}{1,0455} \cdot 0,3375$$

$$= 0,7553$$

d.  $\alpha=80^\circ$  için,

$$P = 0,0713 \cdot v^4 - 0,4797 \cdot v^3 + 0,8176 \cdot v^2 + 0,1053 \cdot v$$

$$dP = (0,2852 \cdot v^3 - 1,4391 \cdot v^2 + 1,6352 \cdot v + 0,1053) dv$$

$$\int_{P_1}^{P_2} v \cdot dp = \int_{v_1}^{v_2} v \cdot (0,2852 \cdot v^3 - 1,4391 \cdot v^2 + 1,6352 \cdot v + 0,1053) \cdot dv$$

$$= \int_0^{2,0594} (0,2852 \cdot v^4 - 1,4391 \cdot v^3 + 1,6352 \cdot v^2 + 0,1053 \cdot v) \cdot dv$$

$$= 0,6256$$

$$r = (1 - 0,7771) + \frac{1}{2,0594} \cdot 0,6256$$

$$= 0,5266$$

#### 4.3.2. I. Kademe Çıkışı için Frekans Dağılımının Elde Edilmesi

Ortalama değer metodunun seri bağlı olması durumunda kullanılabilirliğini görmek amacıyla kesikli çökeltim verileri ortalama değer metodu ile değerlendirilerek 2. kademe çıkışında katı partikül madde konsantrasyonu tahmin edilmeye çalışılmıştır. Bu amaçla 250 mg/L konsantrasyonundaki süspansiyonun önce birinci kademenin çıkışında katı partiküllerin frekans dağılımı kesikli çökeltim verileri ortalama değer metodu kullanılarak belirlenmiştir. Daha sonra da önceki bölümde yapılan işlemlere benzer biçimde giderim verimi hesaplanmıştır. Ancak burada sadece birinci kademenin değil, ikinci kademenin çıkışındaki süspansiyondaki frekans dağılımı hesaplanarak akış doğrultusunda frekans dağılım eğrisinin nasıl değiştiği gösterilmiştir. Bu amaçlar için takip edilen işlem basamakları aşağıda verilmiştir.

Çizelge 4.14'te verilen ve aşağıda yazılan polinom eşitliği kullanılarak 1. kademenin çıkışında partiküllerin süspansiyon içerisindeki hız frekans dağılımı hesap edilmiştir. Belli aralıklar dikkate alınarak yapılan hesaplamalar Çizelge 4.17'de



özetlenmektedir. Bu hesap çizelgesinden görüleceği üzere hesaplamalar sadece 1,0455 mm/s'den küçük hızlara sahip partiküller için yapılmıştır. Çünkü bu hızdan daha büyük çökme hızlarına sahip partiküllerin tümü 1. kademede çökerek süspansiyondan ayrılmıştır.

$$P = 0,0953.v^4 - 0,5861.v^3 + 0,9462.v^2 + 0,0853.v$$

$$dP = (0,3812.v^3 - 1,7583.v^2 + 1,8924.v + 0,0853)dv$$

Çizelge 4.17. Seri işletim durumunda 1. kadememin çıkışı için hesap çizelgesi

$v_1-v_2$	$P_1 - P_2$	$\int_{P_1}^{P_2} v.dp$	$(P_2 - P_1) - \frac{I}{S'_0} \int_{P_1}^{P_2} v.dp$	$\frac{(P_2 - P_1) - \frac{I}{S'_0} \int_{P_1}^{P_2} v.dp}{\sum (P_2 - P_1) - \frac{I}{S'_0} \int_{P_1}^{P_2} v.dp}$	Kümülatif $P$
0	0-		(0,0504-0)-		
-	0,0504	0,0061	((1/1,0455).0,0061)=	0,1821	0,1821
0,20			0,0446		
0,20	0,0504		(0,1504-0,0504)-		
-	-	0,0306	((1/1,0455).0,0306)=	0,2890	0,4711
0,40	0,1504		0,0707		
0,40	0,1504		(0,2776-0,1504)-		
-	-	0,0638	((1/1,0455).0,0638)=	0,2703	0,7414
0,60	0,2776		0,0662		
0,60	0,2776		(0,4128-0,2776)-		
-	-	0,0946	((1/1,0455).0,0946)=	0,1827	0,9241
0,80	0,4128		0,0447		
0,80	0,4128		(0,5675-0,4128)-		
-	-	0,1423	((1/1,0455).0,1423)=	0,0760	1
1,0455	0,5675		0,0186		
$\sum (P_2 - P_1) - \frac{I}{S'_0} \int_{P_1}^{P_2} v.dp$ $= 0,2448$					

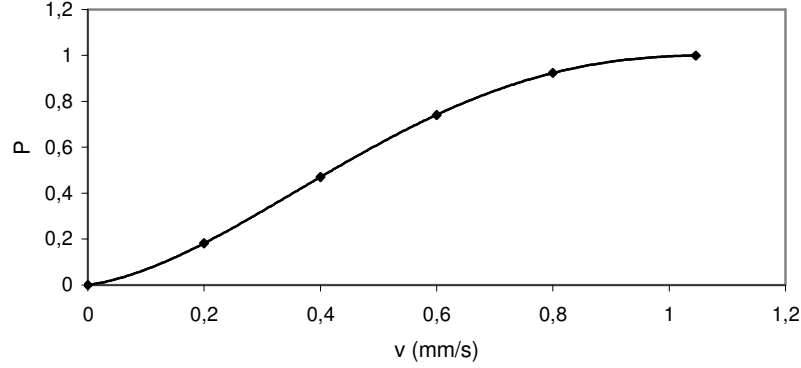
Değişik partikül çökme hızlarına karşılık gelen  $P$  değerleri hesaplanmış ve Çizelge 4.17'de verilmiştir. Çizelge 4.18, Çizelge 4.17'deki veriler kullanılarak oluşturulan hız frekans dağılım tablosudur.

Çizelge 4.18. Çizelge 4.17’de verilen frekans değerleri

$v$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0455
Kümülatif $P$	0	0,1821	0,4711	0,7414	0,9241	1

### 4.3.3. Seri İşletilen II. Kademedeki Giderim

2. kademedeki giderimin hesaplanması için önce 2. kademeye gelecek olan süspansiyonun içerdiği katı partiküllerin frekans dağılımının fonksiyon olarak ifade edilmesi gereklidir. Bu amaçla Çizelge 4.18’de süspansiyona ilişkin olarak verilen frekans değerleri Şekil 4.8’de grafik olarak gösterilmiş ve daha sonra polinom olarak ifade edilmiştir.



Şekil 4.8. Çizelge 4.18’de verilen değerlerin grafik gösterimi

Yukarıda verilen eğrinin Microsoft Excel ortamında 4. derece polinom olarak ifadesi aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

$$P = 1,3394.v^4 - 4,1751.v^3 + 3,4555.v^2 + 0,3768.v \quad R^2 = 1$$

Ortalama değer metodu kullanılarak 2. kademenin çıkışında ise partikül giderimi aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

Yukarıdaki 4. derece polinomun türevi alındığında aşağıdaki ifade biçimini alır.

$$dP=(5,3576 . v^3 - 12,5253 . v^2 + 6,911 . v + 0,3768).dv$$

Bu ifade çökeltme hızı ile çarpıldığında aşağıdaki biçimi alır.

$$v.dp = (5,3576 \cdot v^4 - 12,5253 \cdot v^3 + 6,911 \cdot v^2 + 0,3768 \cdot v).dv$$

4. derece polinomda  $S_0=1,0455$  değeri yerine yazılırsa aşağıdaki  $P_0$  değeri elde edilir.

$$S_0 = 1,0455 \Rightarrow P_0 = 1$$

Ortalama değer metodu ile giderim verimi aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\begin{aligned} r_2 &= (1 - P_0) + \frac{1}{S_0} \cdot \int_0^{P_0} v.dp \\ &= (1 - 1) + \frac{1}{1,0455} \cdot \int_0^{1,0455} (5,3576.v^4 - 12,5253.v^3 + 6,911.v^2 + 0,3768.v).dv \\ &= 0,416 \end{aligned}$$

#### 4.3.4. II. Kademenin Çıkışında Frekans Dağılımı

Çalışmanın bu aşamasında 2. kademenin çıkışında katı partiküllerin frekans dağılımı tahmin edilmeye çalışılmıştır. Bölüm 4.3.3'te verilen 2. kademeye giren süspansiyonun frekans dağılım fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$$P = 1,3394.v^4 - 4,1751.v^3 + 3,4555.v^2 + 0,3768.v$$

Bu polinom eşitliği kullanılarak ortalama değer metoduna göre hesaplanmış olan 2. kademe çıkışı partikül frekans dağılımı için hesaplamalar Çizelge 4.19'da verilmiştir.

Çizelge 4.19. Seri işletim durumunda 2. tankın çıkışı için hesap çizelgesi

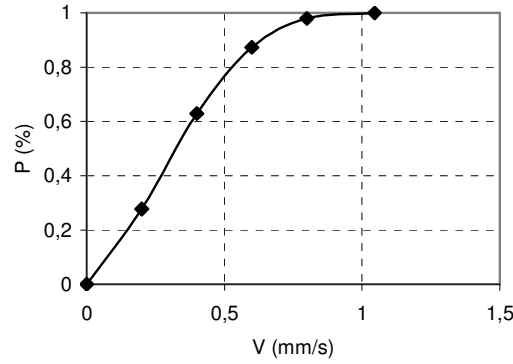
$v_1-v_2$	$P_1 - P_2$	$\int_{P_1}^{P_2} v.dp$	$(P_2 - P_1) - \frac{1}{S_0} \int_{P_1}^{P_2} v.dp$	$\frac{(P_2 - P_1) - \frac{1}{S_0} \int_{P_1}^{P_2} v.dp}{\sum (P_2 - P_1) - \frac{1}{S_0} \int_{P_1}^{P_2} v.dp}$	Kümülatif $P$
0	0		0,1823-0-		
-	-	0,0213	((1/1,0455). 0,0213)=	0,2777	0,2777
0,20	0,1823		0,1619		
0,20	0,1823		0,4707-0,1823-		
-	-	0,0871	((1/1,0455). 0,0871)=	0,3517	0,6294
0,40	0,4707		0,2051		
0,40	0,4707		0,7418-0,4707-		
-	-	0,1345	((1/1,0455). 0,1345)=		0,8737
0,60	0,7418		0,1425	0,2443	
0,60	0,7418		0,9239-0,7418-		
-	-	0,1257	((1/1,0455). 0,1257)=	0,1061	0,9798
0,80	0,9239		0,0619		
0,80	0,9239		1-0,9239-((1/1,0455).		
-	-	0,0672	0,0672)=	0,0203	1
1,0455	1		0,0118		
$\sum (P_2 - P_1) - \frac{1}{S_0} \int_{P_1}^{P_2} v.dp$ $= 0,5832$					

Çizelge 4.19'da belli aralıklarla partikül çökme hızlarına karşılık gelen  $P$  değerleri daha sonraki işlemlerde kolaylık sağlaması için Çizelge 4.20'de tekrar verilmiştir.

Çizelge 4.20. Çizelge 4.19'da hesaplanmış olan frekans değerleri

$v$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0455
Kümülatif $P$	0	0,2777	0,6294	0,8737	0,9798	1

Şekil 4.9'da ise Çizelge 4.20'de verilen ve 2. kademe çıkışında partikül dağılımını gösteren değerlerin grafik sunumu verilmektedir.



Şekil 4.9. Çizelge 4.19'da verilen değerlerin grafik gösterimi

#### 4.3.5. Frekans Dağılım Eğrilerinin Çökeltim ile Değişimi

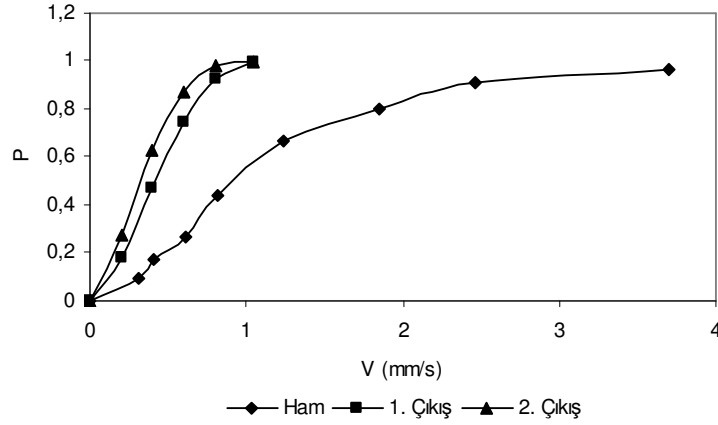
Burada 2 seri kademedeki süspansiyonun partikül madde frekans dağılımı eğrisinin değişimi verilmiştir. Çizelge 4.21, daha önce çizelgelerde (Çizelge 4.12, Çizelge 4.18 ve Çizelge 4.20) verilmiş olan ham süspansiyon, 1. kademe çıkışı ve 2. kademe çıkışı için hesaplanmış frekans dağılımı değerlerini göstermektedir.

Çizelge 4.21. Frekans dağılım değerlerinin çökeltim kademesi ile değişimi

Ham süspansiyon		$h=2,22$ m ( $\alpha=70^\circ$ )			
		1. tank çıkışı		2. tank çıkışı	
$v$	$P$	$v$	$P$	$v$	$P$
3,7000	0,9670	0	0	0	0
2,4667	0,9084	0,2	0,1821	0,2	0,2777
1,8500	0,8017	0,4	0,4711	0,4	0,6294
1,2333	0,6628	0,6	0,7414	0,6	0,8737
0,8222	0,4425	0,8	0,9241	0,8	0,9798
0,6167	0,2646	1,0455	1	1,0455	1
0,4111	0,1735				
0,3083	0,0956				
0	0				

Şekil 4.10 ise Çizelge 4.21'de verilen değerlerin grafik gösterimini vermektedir. Bu eğrilerin kaba analizinden görüleceği üzere sabit yüzeysel hidrolik yükleme değerinde her kademe sonrasında giderim verimi düşmektedir. Bu düşüşün nedeni nispeten kolay çökebilir (yüksek çökeltme hızına sahip) partiküllerin ilk kademelerde çökelmiş olması ve sonraki kademelerde çökelmek durumunda kalan

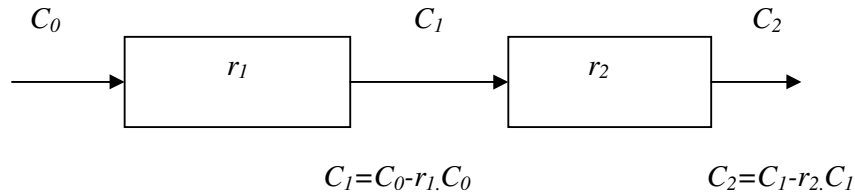
partiküllerin küçük partiküller (düşük çökeltme hızına sahip partiküller) olmasıdır. Bu durum aynı zamanda 2. kademe çökeltim aşamasından geçişlerin, partiküllerin yumaklaşması üzerine dikkate değer etki etmediğini gösterir.



Şekil 4.10. Frekans eğrilerinin değişimi

#### 4.3.6. Toplam Giderim Verimi

Ardışık 2 kademedan geçen süspansiyondan giderilen partiküller için toplam giderim verimi ( $E$ ) aşağıdaki gibi hesaplanabilir. Ham süspansiyondaki partikül madde konsantrasyonu  $C_0$ , birinci kademe çıkışında konsantrasyon  $C_1$  ve 2. kademe çıkışında konsantrasyon  $C_2$  ile gösterirse toplam giderim verimi aşağıdaki gibi hesaplanabilir.



$$E = \frac{C_{giriş} - C_{çıkış}}{C_{giriş}}$$

$$= \frac{C_0 - C_2}{C_0}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{C_0 - (C_1 - r_2 \cdot C_1)}{C_0} \\
&= \frac{C_0 - C_1 + r_2 \cdot C_1}{C_0} \\
&= \frac{C_0 - (C_0 - r_1 \cdot C_0) + r_2 \cdot (C_0 - r_1 \cdot C_0)}{C_0} \\
&= \frac{C_0 - C_0 + r_1 \cdot C_0 + r_2 \cdot C_0 - r_1 \cdot r_2 \cdot C_0}{C_0} \\
&= 1 - 1 + r_1 + r_2 - r_1 \cdot r_2 \\
&= 1 - (1 - r_1) \cdot (1 - r_2)
\end{aligned}$$

Buna göre 70° eğimde ardışık olarak işletilen iki kademedeki toplam giderim verimi aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\begin{aligned}
E &= 1 - (1 - 0,7553) \cdot (1 - 0,416) \\
&= 0,857
\end{aligned}$$

Buna göre 2. kademe çıkışında süspansiyonda katı partikül konsantrasyonu ortalama değer metodu sonuçları kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$C_0 = 250 \text{ mg/L}$  idi.

$$E = \frac{C_0 - C}{C_0}$$

$$\begin{aligned}
C &= C_0 - E \cdot C_0 \\
&= 250 \text{ mg / L} - 0,857 \cdot 250 \text{ mg / L} \\
&\cong 35,75 \text{ mg / L}
\end{aligned}$$

## 5. TARTIŞMA ve SONUÇ

Bu çalışmada yukarı akışlı tanklarda tank çökeltme yüzeylerinin artırılması halinde yumaklı çökeltimde çökelen partiküllerin nasıl etkilendiği deneysel olarak gözlenmiştir. Yüzey artırmak amacıyla 50°, 60°, 70° ve 80° eğimleri test edilmiştir. Eğimin azalmasıyla ( $\alpha$  açısının küçülmesiyle) oluşan çökeltme yüzey alanları artış göstermiş ve buna bağlı olarak ta partikül giderim verimi artmıştır. Çalışma kapsamında sürekli akışlı koşullarda 50, 100, 250 ve 500 mg/L ham süspansiyon konsantrasyonları ve  $5,562 \cdot 10^{-4}$ ,  $7,151 \cdot 10^{-4}$ ,  $1,045 \cdot 10^{-3}$  ve  $2,059 \cdot 10^{-3}$  m/s yüzeyel hidrolik yükleme hızları test edilmiştir. Dispersiyon katsayısını belirleme çalışmalarında test edilen konsantrasyon aralığında dispersiyon katsayısının konsantrasyonla önemli bir değişim göstermediği görülmüştür. Bu nedenle kesikli işletim testlerinde sadece 250 mg/L konsantrasyonu test edilmiştir.

Kesikli verilerin ortalama değer metoduyla değerlendirilmesinde eğrilerin fonksiyonunun elde edilmesi gerekliliği görüldüğünden bu eğriler 4. derece polinom olarak yüksek güvenilirlikte elde edilmişlerdir. Ancak eğrinin grafik üzerinde gösterilen tüm aralıklarda tek bir polinom ile yüksek güvenilirlikte ifade edilmesinde zorluklar olduğunda eğrinin sadece hesaplamalar için gerekli olan aralığı için fonksiyon elde edilmiş ve kullanılmıştır.

Sürekli akışlı testlerde 250 mg/L konsantrasyonu için 1. kadememin çıkışında  $C/C_0$  değerleri 50°, 60°, 70° ve 80° kolon eğimleri için sırasıyla 0,122, 0,152, 0,244 ve 0,480 olarak gözlendi. 250 mg/L süspansiyon konsantrasyonu için kesikli işletimde elde edilen veriler ortalama değer metoduyla değerlendirilerek aynı konsantrasyonda yukarı akış hızları için aynı eğimlerde  $C/C_0$  değerleri 0,118, 0,156, 0,246 ve 0,473 olarak hesaplandı. Bu durum, polinomlar kullanılarak frekans dağılımlarının fonksiyon olarak ifade edilerek ortalama değer metodunda yerine yazılmasıyla sürekli akışlı koşullarda giderimin yüksek bir güvenilirlik düzeyinde tahmin edilebileceğini göstermiştir.



Sürekli akış koşullarında kolonda 1. kademe olarak geçen süspansiyon bir rezervuarda biriktirildikten sonra tank muhteviyatının tahliyesinden (I. kademenin tamamlanmasının ardından) tekrar 2. kademe olarak tanka verilmiş ve seri bağlı işletim durumunda giderim gözlenmiştir. Bu işletimde ikinci kademe de giderim veriminin önemli ölçüde düştüğü görülmüştür. Birinci kademe de verim 0,75 mertebesinde iken ikinci kademe de 0,40 mertebesine düşmüştür.

(2.78) nolu kararlı hal kütle transferi diferensiyel denkleminde yüksek güvenilirlikte bir analitik çözüm elde etmek için bu denklem  $(0, L)$  aralığında çözümlendi. Yukarı akış koşullarında derinlikle konsantrasyon değişimini tahmin etmek için analitik çözüm sabitleri belirlendi. Bu kapsamda analitik çözümde akış hızı olarak yüzeysel hidrolik yükleme hızı konularak tank çıkışında konsantrasyonun sıfır olacağı akış mesafeleri (su derinlikleri) belirlendi ve elde edilen eşitlikler kolon derinliğine bağlı olarak konsantrasyonu tahmin edebilecek hale getirildi. Kararlı hal analitik çözümünde  $50^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $70^\circ$  ve  $80^\circ$  eğimleri için  $L$  mesafeleri sırasıyla 1,921 m, 2,195 m, 2,484 m ve 2,940 m olarak belirlenmiştir. (2.78) eşitliği  $(0,L)$  aralığı yerine  $(0,\infty)$  yarı sonsuz aralığında çözümlenerek  $L$ 'den bağımsız bir analitik eşitlik elde edilebilirdi; ancak bu durumda elde edilen yaklaşık çözüm  $C/C_0$  değerlerini tahmin etmede  $(0,L)$  aralığındaki çözüm kadar güvenilir olmazdı.

Çalışma kapsamında eğimin  $80^\circ$  den  $50^\circ$ 'ye düşürülmesiyle yüzeysel hidrolik yükleme değerinin yaklaşık dört kez azaldığı ve bunun sonucunda da partiküller madde gideriminin %52'den %88'e yükseldiği gözlemlendi. Bu nedenle tank yüzeylerini artırarak çökeltim uygulanmasının gerek mevcut çökeltim tanklarının kapasitelerini artırmada; gerekse yeni inşa edilecek olan çökeltim tanklarının hacim ve yüzeysel alan gereksinimlerini önemli mertebede azaltmada etkin olabileceği görüldü. Yukarı akış koşullarının ve yumaklı çökeltim koşullarının test edildiği bu çalışmada elde edilen verilerin tasarım parametrelerine dayalı değerlendirmesi, yüzey artırılmış halde çökeltimin taneli çökeltimde ve yatay akışlı tanklar için de uygulanabileceğini göstermektedir. Çökeltim veriminin artmasının yüzeysel hidrolik yükleme hızının azalmasına ve bunun bir sonucu olarak ta yukarı akış mesafesinin (plakalar arasındaki dikey mesafenin) küçülmesine bağlı olduğu görülmektedir. Yatay akışlı

durumda da yukarı akışlı tanklara benzer biçimde yüzeysel hidrolik yükleme değeri plakalar konulması suretiyle azaltılabilir. Yumaklı çökeltme benzer biçimde taneli çökeltimde de tanelerin çökerek süspansiyondan ayrılması için gerekli olan yukarı akış mesafesi kısılacığından partiküllerin süspansiyondan ayrılma süresi kısılacaktır. Bunun sonucunda yüzeyi arttırılmış tanklarda partiküllerin çökmesi için gerekli olacak hidrolik tutulma süresi ve buna bağlı olarak ta çökeltim için gerekli tank hacmi küçülecektir.

### **KONU İLE İLGİLİ YAPILACAK ÇALIŞMALARA ÖNERİLER**

1. Sayısal analiz yapılarak elde edilecek tahmin değerlerinin, yapılan ölçüm değerlerine uyumu mukayese edilebilir.
2. Bu çalışma değişik karaktere sahip partiküller için tekrarlanabilir.
3. Çalışmada iki ya da 3 farklı karaktere sahip katı partikül bir arada test edilebilir.
4. Yapılacak bir çalışma kapsamında hem çökeltim hem de herhangi bir madde için adsorpsiyon süreci bir arada gözlenerek değerlendirilebilir.
5. Yukarı istikamette gittikçe daralan 2 ya da 3 farklı tüp modül kullanılarak bir çalışma yapılabilir.
6. Bu çalışma benzer işletim koşullarında flotasyon için uygulanabilir.

## 6. KAYNAKLAR

- Batchelor, G.K. and Wen, C.-S., 1982. Sedimentation in a Dilute Polydisperse System of Interacting Spheres, Part I, Numerical Results, *J. Fluid Mech.*, 124, 495-528.
- Boycott, A. E., 1920. Sedimentation of Blood Corpuscles, *Nature*, 104, 532.
- Burger, R. and Tory, E.M., 2000. On Upper Rarefaction Waves in Batch Settling, *Powder Technology*, 108, 74-87.
- Cheung, M.K, Powell, R.L., MacCarthy, M.J., 1996. Sedimentation of Noncolloidal Bidisperse Suspensions, *AIChE Journal*, 42 (1), 271-276.
- Davis, R.H. and Gecol, H., 1994. Hindered Settling Function with no Empirical Parameters for Polydisperse Suspensions, *AIChE Journal*, 40 (3), 570-575.
- Davis, R.H. and Hassen, M.A., 1988. Spreading of the Interface at the top of a Slightly Polydisperse Sedimenting Suspensions, *Journal of Fluid Mechanics*, 196, 107-134.
- Davis, R.H. and Birdsall, K.H., 1988. Hindered Settling of Semidilute Monodisperse ve Polydisperse Suspensions, *AIChE Journal*, 34, 123-129.
- Duran, J., Kolb, E., Vanel, L., 1998. Static Friction and Arch Formation in Granular Materials, *Physical Review E*, 58, 805-812.
- Farlow S.J., 1993. *Partial Differential Equations for Scientists and Engineers*, Wiley, 414s.
- Flekkoy, E.G., McNamara, S., Maloy, K.J., Gendron, D., 2001. Structure Formation and Instability in a Tube of Sand, *Physical Review Letters*, 87(13), 134-302.
- Galvin, K.P., Pratten, S., Nguyen Tran Lam, G., 1999. A Generalized Empirical Description for Particle Slip Velocities in Liquid Fluidized Beds, *Chemical Engineering Science*, 54, 1045-1052.
- Greenspan, H.P. and Ungarish, M., 1982. On Hindered Settling of Particles of Different Sizes, *International Journal of Multiphase Flow*, 8, 6587-604.
- Huisman, L., 1981. *Sedimentation and Flotation*, Lecture Notes, Delft Univeristy of Technology, 166 p.
- Huppert, H.E., Kerr, R.C., Lister, J.R., Turner, J.S. 1991. Convection and Particle Entrainment Driven by Differential Sedimentation, *Journal of Fluid Mechanics*, 226, 349.

- Khan, A.R. and Richardson, J.F. 1989. Fluid-Particle Interactions and Flow Characteristics of Fluidized Beds and Settling Suspensions of Spherical Particles, *Chemical Engineering Communications*, 78, 111-130.
- Kinosita, K., 1949. Sedimentation in Tilted Vessels, *Journal of Colloid Interface Science*, 4, 166-176.
- Kumar, S., Pirog, T.W., Ramkrishna, D., 2000. A New Method for Estimating Hindered Creaming/Settling Velocity of Particles in Polydisperse Systems, *Chemical Engineering Science*, 55, 1893-1904.
- Kynch, G.J., 1952. A Theory of Sedimentation, *Transactions of the Fraday Society*, 48, 166-176.
- Law, H. Masliyah, J.H., MacTaggart, R.S., Nveakumar, K., 1987. Gravity Separation of Bidisperse Suspensions: Light ve Heavy Particle Species, *Chemical Engineering Science*, 42 (7), 1527-1538.
- MacCaffery, S.J., Elliott, L., Ingham, D.B., 1998a. One-dimensional enhanced sedimentation in inclined fracture channels, *Math. Engng. Ind.*, 6, 261-290.
- MacCaffery, S.J., Elliott, L., Ingham, D.B., 1998b. Two-Dimensional Enhanced Sedimentation in Inclined Fracture Channels, *Math. Engng. Ind.*, 7, 97-125.
- Masliyah, J.H., 1979. Hindered Settling in a Multi-Species Particle System, *Chemical Engineering Science*, 34, 1166-1168.
- Patwardhan, V.S. and Tien C., 1985. Sedimentation ve Liquid Fluidization of Solid Particles of Different Sizes and Densities, *Chemical Engineering Science*, 40(7), 1051-1060.
- Shih, Y.T., Gidaspow, D., Wasan, D.T., 1987. Hydrodynamics of Sedimentation of Multisized Particles, *Powder Technology*, 50, 201-215.
- Tchobanoglous, G. and Burton, F.L., 1991. *Wastewater Engineering: Treatment, Disposal, Reuse*, Metcalf & Eddy Inc., McGraw-Hill Inc., Singapore, 230.

**EKLER**

$$\int_0^{\infty} e^{-x^2} .dx \text{ İNTEGRALİNİN HESABI ve HATA FONKSİYONU}$$

$$I = \int_0^{\infty} e^{-x^2} .dx \quad (1)$$

(1) ifadesinin integrali matematikte önemli yer tutar. Ancak bu integral elementer metodlar kullanılarak hesaplanamaz. Bu integrali hesaplamamanın bir yolu bu integrali aşağıdaki gibi yazmak ve çözümlenektir.

$$I^2 = \left( \int_0^{\infty} e^{-x^2} .dx \right)^2 = \int_0^{\infty} e^{-x^2} .dx \int_0^{\infty} e^{-y^2} .dy \quad (2)$$

$$= \int_0^{\infty} .dx \int_0^{\infty} e^{-(x^2+y^2)} .dx = \iint_{R_{xy}} e^{-(x^2+y^2)} dx.dy \quad (3)$$

$R_{xy}$  tüm integrasyon alanını (region) temsil eder.

Bu son ifadeyi kutupsal koordinatlara dönüştürsek aşağıdaki ifadeyi elde ederiz.

$$I^2 = \iint_{R_{r\theta}} e^{-r^2} .r.d\theta.dr \quad (4)$$

$$= \int_{\theta=0}^{\theta=\pi/2} d\theta \int_{r=0}^{r=\infty} e^{-r^2} .r.dr = \int_0^{\pi/2} \left[ -\frac{1}{2} .e^{-r^2} \right]_0^{\infty} .d\theta \quad (5)$$

$$= \frac{\pi}{4} \quad (6)$$

Böylece nihai olarak integrasyon sonucu aşağıdaki gibi bulunur:

$$I = \int_0^{\infty} e^{-x^2} .dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \quad (7)$$

Ancak burada  $R_{xy}$  ve  $R_{r\theta}$  bölgeleri sonsuz (sınırsız) olduğundan, integrasyon işlemine aşağıdaki gibi yaklaşmak daha güvenilirdir.

$$I = \lim_{a \rightarrow \infty} \int_0^a e^{-x^2} .dx \quad (8)$$

$$I^2 = \lim_{a \rightarrow \infty} \int_0^a \int_0^a e^{-(x^2+y^2)} .dx.dy \quad (9)$$

$\int_0^a \int_0^a e^{-(x^2+y^2)} dx dy$  ifadesi açıkça aşağıdaki şekilde gösterilen bir kenarı a olan OABC

karesi üzerinde  $e^{-(x^2+y^2)}$ , 'nin integralidir. Tüm noktalarda integral pozitif olduğundan, bu integral OAC ile OST bölgeleri integral değerleri arasında kalan bir değerdir.

Böylece,

$$\int_{\theta=0}^{\theta=\pi/2} d\theta \int_{r=0}^{r=a} e^{-r^2} .r.dr < \int_0^a \int_0^a e^{-(x^2+y^2)} dx dy < \int_{\theta=0}^{\theta=\pi/2} d\theta \int_{r=0}^{r=a\sqrt{2}} e^{-r^2} .r.dr \quad (10)$$

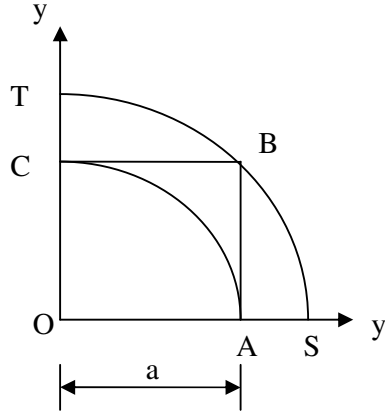
Bunun anlamı kartezyen koordinatları ile ifade edilen alanın iki kutupsal alan arasında yer aldığıdır.

$a \rightarrow \infty$  durumunda her iki bölge üzerindeki alan aşağıdaki biçimi alır:

$$\int_{\theta=0}^{\theta=\pi/2} d\theta \int_{r=0}^{\infty} e^{-r^2} .r.dr \quad (11)$$

Neticede kare üzerindeki integral de aşağıdaki biçimi alır.

$$\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} e^{-(x^2+y^2)} dx dy \quad (12)$$



$I = \int_0^{\infty} e^{-x^2} .dx$  fonksiyonu aşağıdaki gibi parçalara ayırmak suretiyle de hesaplanabilir.

$$\int_0^{\infty} e^{-x^2} .dx = \int_0^a e^{-x^2} .dx + \int_a^{\infty} e^{-x^2} .dx \quad (13)$$

$\int_0^{\infty} e^{-x^2} .dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$  olduğu yukarıda bulunmuş idi. Bunu yukarıdaki eşitlikte yerine yazacak olursak aşağıdaki biçimini alır.

$$\frac{\sqrt{\pi}}{2} = \int_0^a e^{-x^2} .dx + \int_a^{\infty} e^{-x^2} .dx \quad (14)$$

Bu eşitliğin her iki tarafını  $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$  ile çarpacak olursak aşağıdaki biçimi alır.

$$I = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^a e^{-x^2} .dx + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_a^{\infty} e^{-x^2} .dx \quad (15)$$

Bu ifade aşağıdaki biçimde de yazılabilir.

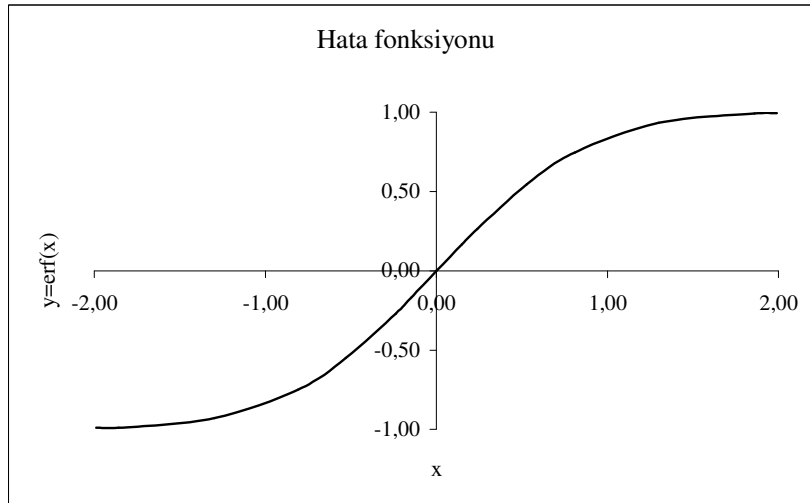
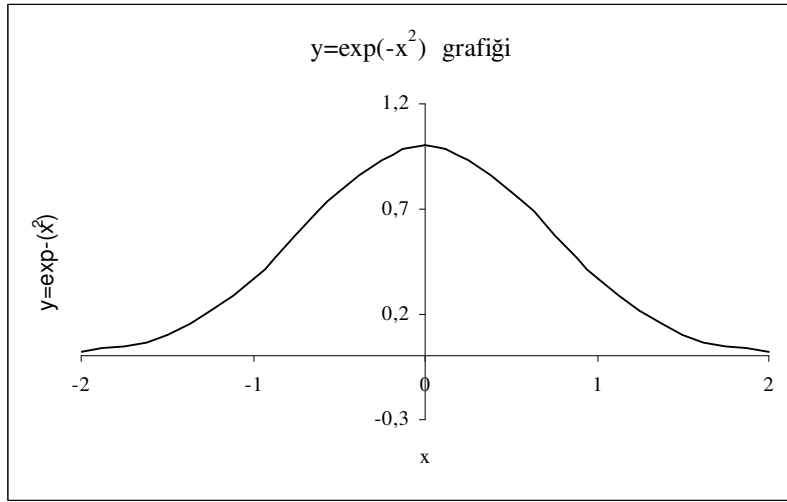
$$I = erf(x) + erfc(x) \quad (16)$$

(16) ifadesinde  $\text{erf}(x)$  hata fonksiyonudur (error function)

$$\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-x^2} .dx \quad (17)$$

(16) ifadesinde  $\text{erfc}(x)$  tamamlayıcı hata fonksiyonudur (complementary error function).

$$\text{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} e^{-x^2} .dx \quad (18)$$





Çizelge. Hata fonksiyonu çizelgesi

x	erf(x)	x	erf(x)	x	erf(x)	x	erf(x)
0.00	0.00000 00000	0.50	0.52049 98778	1.00	0.84270 07929	1.50	0.96610 51465
0.01	0.01128 34156	0.51	0.52924 36198	1.01	0.84681 04962	1.51	0.96727 67481
0.02	0.02256 45747	0.52	0.53789 86305	1.02	0.85083 80177	1.52	0.96841 34969
0.03	0.03384 12223	0.53	0.54646 40969	1.03	0.85478 42115	1.53	0.96951 62091
0.04	0.04511 11061	0.54	0.55493 92505	1.04	0.85864 99465	1.54	0.97058 56899
0.05	0.05637 19778	0.55	0.56332 33663	1.05	0.86243 61061	1.55	0.97162 27333
0.06	0.06762 15944	0.56	0.57161 57638	1.06	0.86614 35866	1.56	0.97262 81220
0.07	0.07885 77198	0.57	0.57981 58062	1.07	0.86977 32972	1.57	0.97360 26275
0.08	0.09007 81258	0.58	0.58792 29004	1.08	0.87332 61584	1.58	0.97454 70093
0.09	0.10128 05939	0.59	0.59593 64972	1.09	0.87680 31019	1.59	0.97546 20158
0.10	0.11246 29160	0.60	0.60385 60908	1.10	0.88020 50696	1.60	0.97634 83833
0.11	0.12362 28962	0.61	0.61168 12189	1.11	0.88353 30124	1.61	0.97720 68366
0.12	0.13475 83518	0.62	0.61941 14619	1.12	0.88678 78902	1.62	0.97803 80884
0.13	0.14586 71148	0.63	0.62704 64433	1.13	0.88997 06704	1.63	0.97884 28397
0.14	0.15694 70331	0.64	0.63458 58291	1.14	0.89308 23276	1.64	0.97962 17795
0.15	0.16799 59714	0.65	0.64202 93724	1.15	0.89612 38429	1.65	0.98037 55850
0.16	0.17901 18132	0.66	0.64937 66880	1.16	0.89909 62029	1.66	0.98110 49213
0.17	0.18999 24612	0.67	0.65662 77023	1.17	0.90200 03990	1.67	0.98181 04416
0.18	0.20093 58390	0.68	0.66378 22027	1.18	0.90483 74269	1.68	0.98249 27870
0.19	0.21183 98922	0.69	0.67084 00622	1.19	0.90760 82860	1.69	0.98315 25869
0.20	0.22270 25892	0.70	0.67780 11938	1.20	0.91031 39782	1.70	0.98379 04586
0.21	0.23352 19230	0.71	0.68466 55502	1.21	0.91295 55080	1.71	0.98440 70075
0.22	0.24429 59116	0.72	0.69143 31231	1.22	0.91553 38810	1.72	0.98500 28274
0.23	0.25502 25996	0.73	0.69810 39429	1.23	0.91805 01041	1.73	0.98557 84998
0.24	0.26570 00590	0.74	0.70467 80779	1.24	0.92050 51843	1.74	0.98613 45950
0.25	0.27632 63902	0.75	0.71115 56337	1.25	0.92290 01283	1.75	0.98667 16712
0.26	0.28689 97232	0.76	0.71753 67528	1.26	0.92523 59418	1.76	0.98719 02752
0.27	0.29741 82185	0.77	0.72382 16140	1.27	0.92751 36293	1.77	0.98769 09422
0.28	0.30788 00680	0.78	0.73001 04313	1.28	0.92973 41930	1.78	0.98817 41959
0.29	0.31828 34959	0.79	0.73610 34538	1.29	0.93189 86327	1.79	0.98864 05487
0.30	0.32862 76595	0.80	0.74210 09647	1.30	0.93400 79449	1.80	0.98909 05016
0.31	0.33890 81503	0.81	0.74800 32806	1.31	0.93606 31228	1.81	0.98952 45946
0.32	0.34912 59948	0.82	0.75381 07509	1.32	0.93806 51551	1.82	0.98994 31565
0.33	0.35927 86550	0.83	0.75952 37569	1.33	0.94001 50262	1.83	0.99034 68051
0.34	0.36936 45293	0.84	0.76514 27115	1.34	0.94191 37153	1.84	0.99073 59476
0.35	0.37938 20536	0.85	0.77066 80576	1.35	0.94376 21961	1.85	0.99111 10301
0.36	0.38392 97011	0.86	0.77610 02683	1.36	0.94556 14366	1.86	0.99147 24883
0.37	0.39920 59840	0.87	0.78143 98455	1.37	0.94731 23980	1.87	0.99182 07476
0.38	0.40900 94534	0.88	0.78668 73192	1.38	0.94901 60353	1.88	0.99215 62228
0.39	0.41873 87001	0.89	0.79184 32468	1.39	0.95067 32958	1.89	0.99247 93184
0.40	0.42839 23550	0.90	0.79690 82124	1.40	0.95228 51198	1.90	0.99279 04292
0.41	0.43796 90902	0.91	0.80188 28258	1.41	0.95385 24394	1.91	0.99308 99398

0.42	0.44746 76184	0.92	0.80676 77215	1.42	0.95537 61786	1.92	0.99337 82251
0.43	0.45688 66945	0.93	0.81156 35586	1.43	0.95685 72351	1.93	0.99365 56502
0.44	0.46622 51153	0.94	0.81627 10190	1.44	0.95829 65696	1.94	0.99392 25709
0.45	0.47548 17198	0.95	0.82089 08073	1.45	0.95969 50256	1.95	0.99417 93336
0.46	0.48465 53900	0.96	0.82542 36496	1.46	0.96105 35095	1.96	0.99442 62755
0.47	0.49374 50509	0.97	0.82987 02930	1.47	0.96237 28999	1.97	0.99466 37246
0.48	0.50274 96707	0.98	0.83423 15043	1.48	0.96365 40654	1.98	0.99489 20004
0.49	0.51166 82612	0.99	0.83850 80696	1.49	0.96489 78648	1.99	0.99511 14132
0.50	0.52049 98778	1.00	0.84270 07929	1.50	0.96610 51465	2.00	0.99532 22650

**ÖZGEÇMİŞ**

**Adı Soyadı** : Nazire MAZLUM

**Doğum Yeri** : İzmir

**Doğum Yılı** : 1968

**Medeni Hali** : Evli

**Eğitim ve Akademik Durumu:**

**Lise** : 1982-1985 İzmir Karabağlar Cumhuriyet Lisesi

**Lisans:** : 1985-1991 Dokuz Eylül Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık  
Fakültesi, Çevre Mühendisliği Bölümü

**Yüksek Lisans** : 1991-1994 Dokuz Eylül Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü,  
Çevre Teknolojisi Anabilim Dalı

**Yabancı Dil** : İngilizce

**İş Deneyimi:**

2000-Devam Ediyor Süleyman Demirel Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık  
Fakültesi, Çevre Mühendisliği Bölümü, Öğretim Görevlisi