

**T.C.**  
**SÜLEYMAN DEMİREL ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**PARABOLİK KUANTUM NOKTALARINDA ELEKTRONLARIN**  
**ENERJİ SPEKTURUMU**

**Turgut Fatih KASALAK**

**Danışman: Prof. Dr. Arif BABANLI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**  
**FİZİK ANABİLİM DALI**  
**ISPARTA-2011**

## TEZ ONAYI

Turgut Fatih KASALAK tarafından hazırlanan ''Parabolik kuantum noktalarında elektronların enerji spektrumu'' adlı tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından oy birliği / oy çokluğu ile Süleyman Demirel Üniversitesi Fizik Anabilim Dalı'nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

İmza

Danışman: Prof. Dr. Arif BABANLI

(Süleyman Demirel Üniversitesi, Fizik Anabilim Dalı)

İmza

Jüri Üyeleri:

Doç. Dr. Ekrem ARTUNÇ

(Süleyman Demirel Üniversitesi, Fizik Anabilim Dalı)

İmza

Prof. Dr. Bilender PAŞAOĞLU

(Süleyman Demirel Üniversitesi, Matematik Anabilim Dalı)

**Doç.Dr. Mehmet Cengiz KAYACAN**  
**Enstitü Müdür V.**

Not: Bu tezde kullanılan özgün ve başka kaynaktan yapılan bildirişlerin, çizelge, şekil ve fotoğrafların kaynak gösterilmeden kullanımı, 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunundaki hükümlere tabidir.

## İÇİNDEKİLER

İÇİNDEKİLER .....	i
ÖZET.....	ii
ABSTRACT .....	iii
TEŞEKKÜR.....	iv
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	v
ÇİZELGELER DİZİNİ .....	vi
SİMGELER (KISALTMALAR) DİZİNİ .....	vii
1. GİRİŞ.....	1
2. KAYNAK ÖZETLERİ.....	7
3. MATERYAL VE YÖNTEM.....	9
4. ARAŞTIRMA BULGULARI.....	16
5. TARTIŞMA VE SONUÇ .....	31
6. KAYNAKLAR .....	32
ÖZGEÇMİŞ .....	34

## ÖZET

**Yüksek Lisans Tezi**

### **PARABOLİK KUANTUM NOKTALARINDA ELEKTRONLARIN ENERJİ SPEKTRUMU**

**Turgut Fatih KASALAK**

**Süleyman Demirel Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
Fizik Anabilim Dalı**

**Danışman: Prof. Dr. Arif BABANLI**

Bu tez çalışmasında, parabolik saklayıcı potansiyele sahip iki eş merkezli farkı yarıiletken yapılmış kuantum noktalarında elektronlarının enerji spektrumları Bastard sınır koşullarından yararlanılarak hesaplanmıştır. Enerji spektrumlarının kuantum noktalarının yarıçaplarına bağlı olarak değişimi incelenmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Nano yapı, kuantum nokta, enerji spektrum, parabolik saklayıcı potansiyel.

**2011, 34 sayfa**

## **ABSTRACT**

**M.Sc. Thesis**

### **ENERGY SPECTRUM OF ELECTRONS IN PARABOLIC QUANTUM DOTS**

**Turgut Fatih KASALAK**

**Süleyman Demirel University  
Graduate School of Applied and Natural Sciences  
Physics Department**

**Supervisor: Prof. Dr. Arif BABANLI**

In this study, with a parabolic confinement potential difference of two concentric semiconductor quantum dots has been calculated energy spectrum of electrons by using the Bastard boundary conditions. We calculated the size dependence of energy value in quantum dots for electrons.

**Key Words:** Nano-structure, quantum dots, energy spectrum, parabolic confinement potential

**2011, 34 pages**

## TEŞEKKÜR

Süleyman Demirel Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü'ne yüksek lisans tezi olarak sunulan "Parabolik kuantum noktalarında elektronların enerji spektrumu" adındaki bu çalışma, Süleyman Demirel Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi, Fizik Bölümü öğretim üyelerinden Prof. Dr. Arif BABANLI' ın rehberliğinde gerçekleştirildi. Çalışmam boyunca yardımlarını esirgemeyen hocam Prof. Dr. Arif BABANLI' ya teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca yüksek lisans arkadaşım Mustafa BALCI' ya teşekkürlerimi sunarım

Tezimin her aşamasında beni yalnız bırakmayan eşime, anneme ve babama sevgi ve saygılarımı sunarım.

Turgut Fatih KASALAK

ISPARTA, 2011

## ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1. 1. Kuantum heteroyapılar.....	3
Şekil 1. 2. Kuantum nanoyapılar ve bu yapılara göre durum yoğunluğunun değişimi	4
Şekil 3. 1. Küresel Koordinatlar.....	9
Şekil 4. 1. İki Farklı Yarıiletken Kuantum Noktası .....	16
Şekil 4. 2. $l = 0$ için $GaAs - Ga_{1-x}Al_xAs$ kuantum noktalarında elektronların enerji spektrumunun yarıçapa bağlı değişimi.....	28
Şekil 4. 3. $l = 0, l = 1$ ve $l = 2$ değerleri için $GaAs - Ga_{1-x}Al_xAs$ kuantum noktalarında elektronların enerji spektrumunun yarıçapa bağlı değişimi .....	29

## ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 1.1 Serbestlik derecesi $D_f$ ve sınırlandırma ölçüsü $D_c$ olmak üzere dört temel sistem.....	4
Çizelge 4. 1. $l=0$ için $r'$ 'ye bağlı $X$ enerji değerleri .....	27
Çizelge 4. 2. $l=1$ ve $l=2$ için $r'$ 'ye bağlı $X$ enerji değerleri .....	28



## SİMGELER (KISALTMALAR) DİZİNİ

$\psi$	Dalga Fonksiyonu
$p$	Momentum
$V$	Potansiyel
$E$	Enerji
$\hbar$	Planck sabiti
$l$	Yörüngesel açısız momentum kuantum sayısı
$E_g$	Yasak enerji aralığı
$r_0$	İç bölgede (GaAs) kuantum noktası yarıçapı
$r$	Dış bölgede ( $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ ) kuantum noktası yarıçapı
$m_1$	GaAs için elektronun etkin kütlesi
$m_2$	$\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ için elektronun etkin kütlesi
$a_0$	Bohr yarıçapı
$F$	Hipergeometrik fonksiyonu
$Y_{lm}$	Küresel Bessel fonksiyonları
$\vec{k}$	Dalga vektörü

## 1. GİRİŞ

Nano her hangi bir fiziksel büyüklüğün bir milyarda biri anlamına gelmektedir. Nanoyapılar uzunluk olarak bakıldığında yaklaşık 10-100 atomik sistemlere ( $10^{-9}$  metre) karşılık gelmektedir. Bu boyutlarda sistemlerin fiziksel davranışlarında normal sistemlere kıyasla farklı özellikler gözlenmektedir. Bir örnek vermek gerekirse külçe şeklindeki altın başka maddelerle reaksiyona girmek istemezken, nanoboyuttaki altında tam tersi gözlenmektedir. 1974 de Nario Taniguchi'nin yayınladığı makalede ilk kez bahsedilen Nanoteknoloji kelimesinin tanımını şu şekilde yapmaktaydı. "Nanoteknoloji genel olarak malzemelerin atom atom yada molekül molekül işlenmesi, ayrılması, birleştirilmesi ve bozulmasıdır" (Wikipedia).

Nano-ölçek seviyesinde malzemelerin özellikleri makroskopik ölçekten tamamen farklı olup nano-ölçeğe yaklaştıkça birçok özel ve yararlı olaylar bunlarla doğru orantılı olarak yeni özellikler ortaya çıkmaktadır. Örneğin, iletim özellikleri (momentum, enerji ve kütle) artık sürekli olarak değil ancak kesikli olarak tarif edilmektedir. Benzer şekilde, optik, elektronik, manyetik ve kimyasal davranışlar klasik değil kuantum olarak tanımlanmaktadır. Tarama tünelleme mikroskopları ve atomik kuvvet mikroskopları kullanılarak yüzey üzerinde atomları birbirlerinden ayırmak ve istenilen şekilde dizmek mümkün olmaktadır. Günümüzde maddeyi nanometre seviyesinde işlenmekte ve bu şekilde değişik özellikte yeni teknolojik nano-ölçekte aygıtlar ve malzemeler yapmak mümkün olmuştur. Bütün bu gelişmeler, 19. Yüzyılda dünyayı yeniden şekillendiren sanayi devrimine eş değer bir bilimsel ve teknoloji devrimi başlatmıştır. Bu şekilde atom ve moleküller ile oynayarak tek molekülden oluşan transistör ve elektronik aygıtlar yapılmış ve dünyada birçok grubun aktif çalışmaları bu alanda gerçekleşmeye başlamıştır.

Malzemelerin nano ölçeklerde kazandıkları değişik özellikler, bunlara giderek artan bir endüstriyel değer kazandırıyor. Bazı şirketler, sıradan plastiğin üzerine nano ölçekli çubuklar yerleştirilerek malzemenin gücünü ve darbeye direncini güçlendirmeye çalışıyorlar. Askeri laboratuvarlar, anthrax gibi biyolojik silahları belirleyen nanoölçekli sondalar geliştiriyorlar. Aynı zamanda bir-iki nanometre çapında, kamış biçimli moleküller olan karbon nanotüpler biçimlerine bağlı olarak

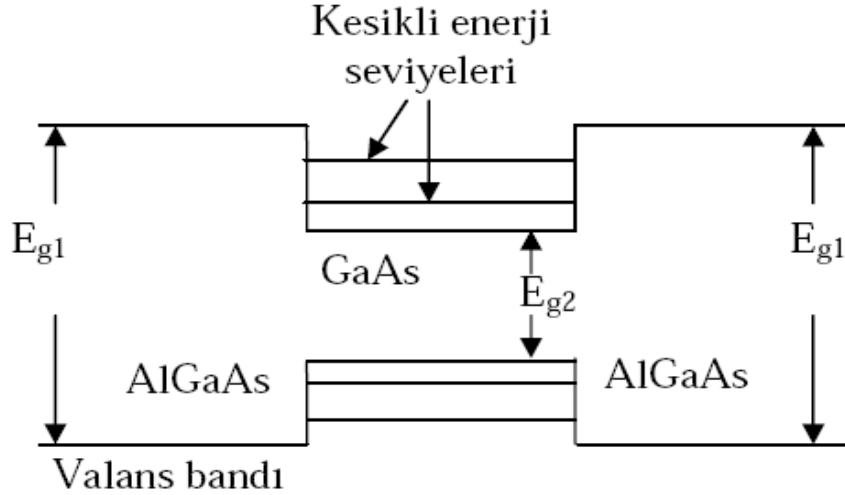
elektriği metal ya da yarı iletken özellik taşıyabiliyor ve daha şimdiden transistör ve diyot gibi elektrik malzemelerinde yaygın şekilde kullanılır hale gelmiştir (Gürdilek,2001).

Gelecekte de nanoteknoloji sayesinde bilgisayar işlemcileri mikroskop altında görülebilecek düzeye ulaşacak, insan vücudunun içinde hastalıklı dokuyu bulup iyileştiren, ameliyat yapan nanorobotlar yapılacak, insan beyninin kapasitesi ek hafızalarla güçlendirilecek, günümüzdekilerden çok daha hafif ve dayanıklı malzemeler üretilecek, günlük hayatımızda kullanılan tekstil ürünleri değişecektir (Özby, 2008).

Nanometre mertebesindeki düşük boyutlu sistemler, yoğun madde fiziğinde yeni bir araştırma alanı oluşturmaktadır. Kuantum kuyuları, kuantum telleri ve kuantum noktaları gibi bu düşük boyutlu sistemlerin üretimindeki son teknolojik ilerlemeler, bu sistemlerin yalnız çeşitli özelliklerinin altında yatan temel fizikten dolayı değil, aynı zamanda cihaz teknolojisinde, örneğin, çok hızlı bilgisayarlarda uygulanmalarından dolayı hem deneysel ve hem de teorik araştırmalara teşvik etmektedir (Demel et al.; 1990, Lorke et al., 1990; Johnson, 1995). Yarı iletken aygıtlar üzerinde kuantum sınırlandırılmasının etkisi tartışmaları 1950 li yıllarda Schrieffer (1957) bir potansiyel kuyu içerisinde hapsedilmiş elektronların klasik olarak davranamayacaklarını ve bu elektronların enerji seviyelerinin sınırlandırmanın olduğu boyutta kesikli değerler alacağını ileri sürmesi ile başlamış. Kuantum kuyusu olarak adlandırılan iki boyutta sınırlandırılmış elektronik yapılar üzerine birçok çalışma ile devam etmiştir. Literatürde kuantum kuyularının enerji seviyelerinin kesikli olduğuna dair çeşitli çalışmalar yapılmıştır. Kuantum kuyusunun çok ince yapıya sahip olması sebebiyle ve elektronun bu yapı içinde tutulması sistemin elektronik özelliklerinin incelenmesi ile yarı iletken teknolojisinin hızlı bir şekilde gelişmesine yol açmıştır (Çakır, 2007).

Yarı iletken malzemelerin yasak enerji aralıklarının farklılıkları ara yüzeyde bir potansiyel engel oluşturur. Bu potansiyel engeli yarı iletken yük taşıyıcılarının hareketlerini sınırlandırabilir. Şekil 1.1 de görüldüğü gibi yasak enerji aralığı ( $E_{g1}$ ) büyük olan bir yarıiletken malzeme içerisine, daha düşük yasak enerji aralığına ( $E_{g2}$ ) sahip başka bir yarı iletken malzeme atom katmanları olarak büyütülür. Böylece

yasak enerji aralıklarının farklı olması sebebiyle ara yüzeyde potansiyel engel oluşacaktır. Bu engel, elektronların ve deşiklerin bu bölgede sınırlandırılmasına sebep olur. Günümüzde birçok farklı yarı iletken malzeme, teknolojinin değişik alanlarında yaygın şekilde kullanılmakta ve teknolojiye yön veren önemli bir etken olmaktadır. Bu yarı iletkenlere örnek vermek gerekirse GaAs, AlAs, InSb, AlGaAs ve CdSe ve bunun gibi birçok yarı iletken malzemeyi sayabiliriz.



Şekil 1. 1. Kuantum heteroyapılar

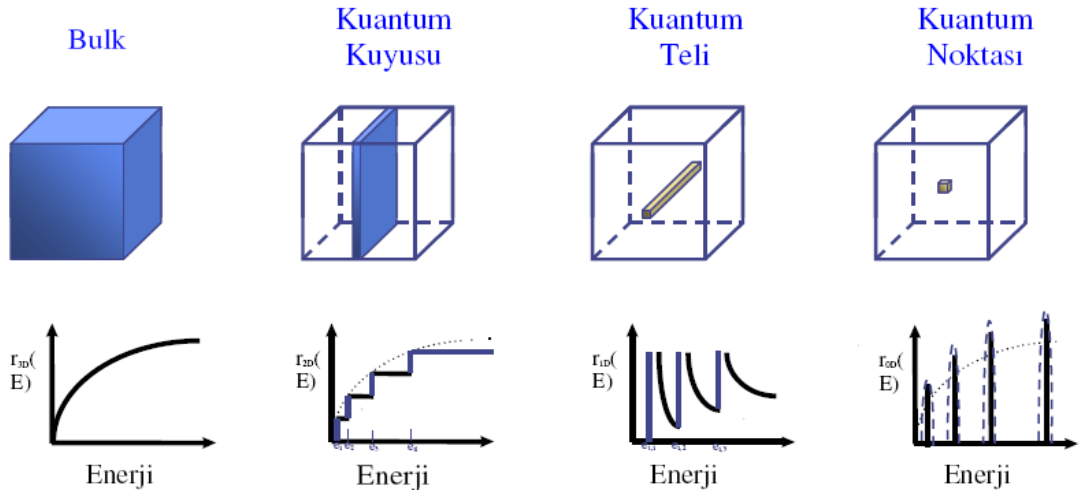
İnce film büyütme tekniklerindeki gelişmeler farklı boyutlarda ve şekillerde kuantum yapılarının üretilmesine imkân sağlamıştır. Bu gelişmeler kısa süre içerisinde kuantum tel dediğimiz tek boyutlu yapıların üretilmesini sağlamıştır (Petroff ve ark. 1982, Smith 1987, Hansen 1987, Akt: Çakır; 2007). Kuantum telleri teknolojik olarak litografik yöntemlerle kuantum kuyusu içeren bir malzemeden çok dar şeritler kesilerek veya elektron hareketi kısıtlanarak elde edilir (Tandon ve Khokle, 1994).

Elektronların serbest hareketinin tüm boyutlarda sınırlandırılması, kuantum nokta yapıları olarak adlandırılan sıfır boyutlu nano yapıların ortaya çıkmasına yol açmıştır. İlk kuantum nokta yapısı 250 nm uzunluğunda kare yapıda Reed ve ark. (1986) tarafından üretilmiştir. Zaman içerisinde farklı geometrik (kübik, ellipsoid, küresel ve piramit) şekillerde ve daha küçük boyutlarda kuantum nokta yapıları oluşturulmuştur (Cibert ve ark., 1992; Murray ve ark., 1993; Katari ve ark., 1994).

İnce bir yarı iletken tabakada elektronların (veya deşiklerin) sınırlandırılması onların davranışlarında değişikliğe yol açacaktır. Bu değişiklikler enerji durum yoğunluğu ifadelerinde gözlenir. Elektronun iki boyutlu bir kuyuda, bir boyutlu telde ve boyutsuz kuantum noktasında sınırlandırmak mümkündür. Elektronun serbestlik derecesini  $D_f$  ve sınırlama yönlerini  $D_c$  ile gösterirsek bütün katı sistemler için  $D_f+D_c=3$  şeklindedir. Dört boyutsal sistem için bu durum aşağıdaki gibi gözetlenebilir (Harrison, 1999).

Çizelge 1.1. Serbestlik derecesi  $D_f$  ve sınırlandırma ölçüsü  $D_c$  olmak üzere dört temel sistem

Sistem	$D_f$	$D_c$
Bulk	0	3
Kuantum Kuyusu	1	2
Kuantum Teli	2	1
Kuantum Noktası	3	0



Şekil 1. 2. Kuantum nanoyapılar ve bu yapılara göre durum yoğunluğunun değişimi  
Sistemin boyutu Şekil 1.2 de belirtildiği gibi dört farklı şekilde tanımlanmıştır.  
Bunlar;

- 1) Bulk yapı; Elektron hareketi genellikle serbest ve enerji spektrumu sürekli dir. Bunun sonucunda, birim enerji aralığındaki izinli durumların sayısını veren durum yoğunluğu da sürekli olur.
- 2) İki boyutlu kuantum kuyusu; Toplam enerji, sınırlandırılmış doğrultudaki kuantumlanmış seviyeler ile, sınırlandırılmış doğrultuya dik olan düzlemdeki kinetik enerjinin toplamına eşittir. Durum yoğunluğu, her bir basamağı n. alt banda karşılık gelen bir merdiven gibidir.
- 3) Bir boyutlu kuantum teli; Enerji, iki boyutta sınırlandırılmış seviyeler ile, tel uzunluğu boyunca sürekli olan enerjinin toplamına eşittir. Durum yoğunluğu farklıdır. Durum yoğunluğu her bir altbandın tabanında birbirinden ayrılır daha sonra enerjinin artmasıyla birlikte azalır.
- 4) Sıfır boyutlu kuantum noktası; Elektron enerjisi tamamen kuantumlanmıştır. Bu yapıların boyutları, de Broglie dalga boyu mertebesinde olduğundan enerji kuantumlanır ve boyuta göre kuantumlanmış pek çok sayıda enerji seviyesi oluşur (Bimberg vd., 2001).

Tüm boyutlarda sınırlandırma sonucu elde edilen kuantum noktaları, yapılarındaki yük taşıyıcılarının kesikli enerji seviyelerine sahip olduklarından dolayı, yapay atom olarak da adlandırılırlar (Kazaryan ve ark., 2001). Yapay kuantum sistemleri aslında A3B5 ve A2B6 tipli yarıiletkenlerden (Kane tipi yarıiletkenler) üretilir. Dolayısıyla A3B5 ve A2B6 tipli yarıiletkenlerden üretilmiş kuantum yapılarında, yukarıda bahsedilen kuantum hadiselerini incelemek çok önemlidir. Günümüzde bu yapay atomların dizayn edilmesi ve kontrolü ile birçok yeni cihazın oluşumu sağlanmaktadır. Düşük boyutlu sistemlere ait deneysel çalışmalarda, yasak enerji aralığı küçük olan yarıiletkenler kullanılırken, bu yarıiletkenlere ait gerçek bant yapısının dikkate alınması gerekmektedir. Zira, basit parabolik bant yapısı gerçek yarıiletkenlerin optik ve elektronik özellikleri için ayrıntılı bir tanımlama yapamaz, sadece nitel bir tanımlama elde etmek adına kullanışlıdır.

Son yıllarda yapılan çalışmalar genellikle kuantum nanoyapıların enerji spektrumu ve optik özellikleri üzerinedir. Bu çalışmalar hem teorik hem de deneysel şekilde yürütülmekte ve popüler fiziğin gözde konuları arasında yer almaktadır (Bimberg vd., 2001).

Tez beş bölüm olarak hazırlanmıştır. Giriş bölümünden sonra ikinci bölümde, kaynak özetleri verilmektedir. Üçüncü bölümdeki materyal yöntem kısmında küresel koordinatlarda Radyal Schrödinger denkleminin elde edilişi ele alındı. Dördüncü bölüm olan bulgular kısmında ise eş merkezli iki farklı yarıiletken kuantum noktasında elektronların enerji spektrumları bulmak için Bastard sınır koşullarından yararlanıldı. Enerjinin kuantum noktasının yarıçapına bağlı olarak değişmesi incelendi.

Tez çalışması, tartışma ve sonuç bölümünden sonra kaynaklar kısmı ile sona ermektedir.

## 2. KAYNAK ÖZETLERİ

1873 yılında selenyumun foto iletkenliğinin keşfedilmesiyle yarı iletken bilimi başlamış oldu (Smith, 1873)

Haberleşme ve iletişim tek yarı iletken aygıtlar üzerinde kuantum sınırlandırmasının etkileri ile ilgili tartışmalar 1950 li yıllarda başlar. Schrieffer (1957), bir potansiyel kuyu içerisinde hapsedilmiş elektronların klasik olarak davranamayacaklarını ve bu elektronların enerji seviyelerinin sınırlandırmanın olduğu boyutta kesikli değerler alacağını ileri sürmüştür. 1975 yılında Cho ve Arthur (1975) tarafından moleküler demet kaplama (Molecular Beam Epitaxy (MBE)) yönteminin bulunuşu çoklu eklem kuantum yapılarında önemli gelişmelere ışık tutmuştur.

Hall ve arkadaşları (1962) tarafından yarı iletken lazerin icat edilmesi, birbirinden farklı en az iki yarı iletken kullanılarak oluşturulan heteroeklemlerin ortaya çıkışı (Anderson., 1962) 1960 yıllarda kuantum mekaniğinin katıhal elektronuği üzerinde daha etkin bir rol oynamasına neden olmuştur.

Elektronların serbest hareketinin tüm boyutlarda sınırlandırılması, kuantum nokta yapıları olarak adlandırılan sıfır boyutlu nano yapıların ortaya çıkmasına yol açmıştır. İlk kuantum nokta yapısı Reed ve ark. (1986) tarafından üretilmiş olup, 250 nm kenar uzunluğu olan kare biçiminde bir geometrik yapıya sahiptir. Daha sonra 30-45 nm boyutlarına kadar kuantum nokta yapıları farklı geometrik (kübik, ellipsoid, küresel ve piramit) şekillerde üretilmiştir (Cibert ve ark., 1986; Temkin ve ark. 1987; Bimberg ve ark., 1999).

Constantinou ve Ridley (1989), bir boyutlu silindirik kuantum noktaları için sınırlayıcı sonlu potansiyel etkilerinin bir araştırmasını, elektron-bulk-polar-optik fonon saçılma oranı ve alt bant enerjilerinde, efektif kütle yaklaşımı aracılığı ile sunmuşlardır. Nümerik sonuçlar GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As sistemi için verilmiştir. Burada elektron-bulk-polar-optik-fonon saçılma oranı ve sınırlanan enerji yaygın kullanılan sonsuz-sınırlayıcı potansiyel yaklaşımına göre indirgendiği bulunmuştur.

Efros ve Rosen (1998), kuantum enerji seviyeleri için iletkenlik ve valans bantlarının etkileşimini dikkate alan ve küresel sekiz bantlı Pidgeon ve Brown modelini içeren



analitik bir kuram geliştirmişlerdir. Yasak enerji aralığı küçük olan yarıiletkenlerde bantlar arası etkileşimin muhakkak dikkate alınması gerektiğini göstermişlerdir.

Zakharova vd., (2004) farklı bir çalışmalarında InAs/GaSb kuantum kuyularının elektronik bant yapılarını ara yüzeylere dik manyetik ve elektrik alan altında araştırmak için saçılma matris yöntemi ve Burt zarf fonksiyonu kuramını uygulamışlardır. InAs ve GaSb yarıiletkenleri üzerinde büyütölen kuantum kuyularını örgü uyumsuzluk zorunu dikkate alarak araştırmışlardır. Landau seviye pozisyonları ve Landau seviyelerine ait spin yarılmalarının örgü uyumsuzluk zoru ve uygulanan gerilime duyarlı olduklarını bulmuşlardır.

### 3. MATERYAL VE YÖNTEM

3 boyutlu uzayda bir  $V(\vec{r}) = V(x, y, z)$  potansiyelinde hareket eden bir parçacığın toplam enerjisinin

$$E = \frac{1}{2m} (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2) + V(x, y, z) \quad (3.1)$$

ve buna karşılık gelen Schrödinger denklemi aşağıdaki gibidir.

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(\vec{r}) + V\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r}) \quad (3.2)$$

Potansiyel fonksiyon küresel simetriye sahip ise

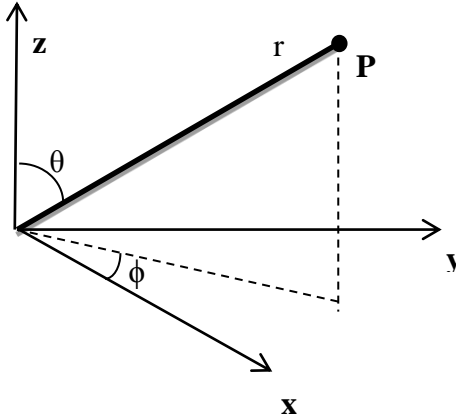
$$V(\vec{r}) = V(r) , \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (3.3)$$

değerini alır. Küresel simetriyi en iyi ifade edilebilecek koordinat sistemi küresel koordinatlardır. Şekil 3.1 de küresel koordinatlar  $(r, \theta, \phi)$  verilmiştir. Burada

$r$  : radyal uzaklık ,

$\theta$  : kutup açısı ,

$\phi$  : azimut veya boylam açısıdır.



Şekil 3. 1.Kutupsal Koordinatlar

$$x = r \sin \theta \cos \phi \quad (3.4)$$

$$y = r \sin \theta \sin \phi \quad (3.5)$$

$$z = r \cos \theta \quad (3.6)$$

$$\cos\theta = \frac{z}{r} \Rightarrow \theta = \cos^{-1}\left(\frac{z}{r}\right) \quad (3.7)$$

$$\tan\phi = \frac{y}{x} \Rightarrow \phi = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) \quad (3.8)$$

$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  olduğuna göre, Schrödinger denklemini kutupsal koordinatlarda yazabilmek için önce kısmi türevleri  $(r, \theta, \phi)$  cinsinden yazılmalıdır.

$x$  değişkeni ile  $(r, \theta, \phi)$  değişkenleri arasında zincir kuralı uygulanırsa

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial \phi} \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (3.9)$$

Denklem (3.4),(3.5) ve (3.6) daki koordinat dönüşüm ele alınarak  $r$  ye göre türev alındığında ( $dy=dz=0$ )

$$\frac{\partial r}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} (\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}) = \frac{x}{r} = \frac{r \sin\theta \cos\phi}{r} = \sin\theta \cos\phi \quad (3.10)$$

Bulunur. Benzer şekilde (3.7) ve (3.8) ifadelerinden  $\theta$  ve  $\phi$  değişkenlerinin kısmi türevleri

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \cos^{-1}\left(\frac{z}{r}\right) = \frac{\cos\theta \cos\phi}{r} \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) = \frac{-\sin\phi}{r \sin\theta} \quad (3.12)$$

çıkar. Denklem (3.9) da yerine yazıldığında

$$\frac{\partial}{\partial x} = \sin\theta \cos\phi \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\cos\theta \cos\phi}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{-\sin\phi}{r \sin\theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \quad (3.13)$$

olur. Denklem (3.9) ifadesinin 2. mertebeden kısmi türevi almak için yerine yazıldığında

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial x} \left( \frac{\partial}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial x} \left( \frac{\partial}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial \phi} \frac{\partial \phi}{\partial x} \left( \frac{\partial}{\partial x} \right) \quad (3.14)$$

ve (3.13) deki ifadeyi (3.14) denkleminde yeri konulduğunda

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial x^2} &= \sin\theta \cos\phi \frac{\partial}{\partial r} \left( \sin\theta \cos\phi \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\cos\theta \cos\phi}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{-\sin\phi}{r \sin\theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \right) \\ &+ \frac{\cos\theta \cos\phi}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin\theta \cos\phi \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\cos\theta \cos\phi}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{-\sin\phi}{r \sin\theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \right) \end{aligned}$$

$$-\frac{\sin\phi}{r\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\phi} \left( \sin\theta\cos\phi \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\cos\theta\cos\phi}{r} \frac{\partial}{\partial\theta} + \frac{-\sin\phi}{r\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\phi} \right) \quad (3.15)$$

şeklinde bulunur. 2.mertebeden kısmi türevleri alındığında

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial x^2} = & \left( \sin\theta^2\cos\phi^2 \frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{\cos\theta\sin\theta\cos^2\phi}{r^2} \frac{\partial}{\partial\theta} + \frac{\cos\phi\sin\phi}{r} \frac{\partial}{\partial\phi} \right) + \\ & \left( \frac{\cos^2\theta\cos^2\phi}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{\cos\theta\sin\theta\cos^2\phi}{r^2} \frac{\partial}{\partial\theta} + \frac{\cos^2\theta\cos^2\phi}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial\theta^2} + \frac{\cos\theta\cos\phi\sin\phi}{r^2\sin^2\theta} \frac{\partial}{\partial\phi} \right) + \\ & \left( \frac{\sin^2\phi}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\sin^2\phi\cos\theta}{r^2\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} + \frac{\sin\phi\cos\phi}{r^2\sin^2\theta} \frac{\partial}{\partial\phi} + \frac{\sin^2\phi}{r^2\sin^2\theta} \frac{\partial^2}{\partial\phi^2} \right) \end{aligned} \quad (3.16)$$

sonucu bulunur. y değişkeni içinde aynı işlemleri uygulanırsa (dz=dx=0)

$$\frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial\theta} \frac{\partial\theta}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial\phi} \frac{\partial\phi}{\partial y} \quad (3.17)$$

olur. Buna göre (3.17) türevi uygulanırsa

$$\frac{\partial r}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} (\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}) = \frac{y}{r} = \frac{r\sin\theta\cos\phi}{r} = \sin\theta\cos\phi \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \cos^{-1} \left( \frac{z}{r} \right) = \frac{y.z}{r^3\sin\theta} = \frac{r^2\sin\theta\sin\phi\cos\theta}{r^3\sin\theta} = \frac{\cos\theta\sin\phi}{r} \quad (3.19)$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \tan^{-1} \left( \frac{y}{x} \right) = \frac{\frac{1}{x}}{1+\frac{y^2}{x^2}} = \frac{r^2\sin\theta\cos\phi}{r^2\sin^2\theta} = \frac{\cos\phi}{r\sin\theta} \quad (3.20)$$

elde edilir. (3.18), (3.19) ve (3.20) türev ifadeleri yerine konulduğunda

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial y^2} = & \sin\theta\sin\phi \frac{\partial}{\partial r} \left( \sin\theta\sin\phi \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\sin\phi\cos\theta}{r} \frac{\partial}{\partial\theta} + \frac{\cos\phi}{r\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\phi} \right) \\ & + \frac{\sin\phi\cos\theta}{r} \frac{\partial}{\partial\theta} \left( \sin\theta\sin\phi \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\sin\phi\cos\theta}{r} \frac{\partial}{\partial\theta} + \frac{\cos\phi}{r\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\phi} \right) \\ & + \frac{\cos\phi}{r\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\phi} \left( \sin\theta\sin\phi \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\sin\phi\cos\theta}{r} \frac{\partial}{\partial\theta} + \frac{\cos\phi}{r\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\phi} \right) \end{aligned} \quad (3.21)$$

sonucu bulunur.

İkinci mertebeden kısmi türevler alındığında

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial y^2} = & \left( \sin^2\theta \sin^2\phi \frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{\sin^2\phi \cos\theta \sin\theta}{r^2} \frac{\partial}{\partial\theta} - \frac{\sin\phi \cos\phi}{r^2} \frac{\partial}{\partial\phi} \right) \\ & + \left( \frac{\cos^2\theta \sin^2\phi}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{\sin^2\phi \cos\theta \sin\theta}{r^2} \frac{\partial}{\partial\theta} + \frac{\sin^2\phi \cos^2\theta}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial\theta^2} - \frac{\cos\theta \cos\phi \sin\phi}{r^2 \sin^2\theta} \frac{\partial}{\partial\phi} \right) \\ & + \left( \frac{\cos^2\phi}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\cos^2\phi \cos\theta}{r^2 \sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} - \frac{\cos\phi \sin\phi}{r^2 \sin^2\theta} \frac{\partial}{\partial\phi} + \frac{\cos^2\phi}{r^2 \sin^2\theta} \frac{\partial^2}{\partial\phi^2} \right) \end{aligned} \quad (3.22)$$

z ye göre kısmi türevleri alınır

$$\frac{\partial r}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} (\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}) = \frac{z}{r} = \frac{r \cos\theta}{r} = \cos\theta \quad (3.23)$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \cos^{-1}\left(\frac{z}{r}\right) \quad (3.24)$$

(3.24) denkleminde türev ifadesi

$$-\frac{\left( \left( \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} \right) + z \left( \frac{-1}{2} \right) \left( \frac{1}{(\sqrt{x^2+y^2+z^2})^3} \right) 2z \right)}{\sqrt{1-\frac{z^2}{r^2}}} \quad (3.25)$$

elde edilir. (3.25) denklemini düzenlendiğinde

$$-\frac{\frac{1}{r} \frac{z^2}{r^3}}{\frac{\sqrt{r^2-z^2}}{r}} \quad (3.26)$$

bulunur.  $\theta$  nin türevi ise

$$\frac{\partial\theta}{\partial z} = \frac{-\sin\theta}{r} \quad (3.27)$$

dir.  $\phi$  nin türevi

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \tan^{-1} \left( \frac{y}{x} \right) = 0 \quad (3.28)$$

dir.

$$\frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial \phi} \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (3.29)$$

olduğundan (3.15), (3.18) ve (3.20) ifadeleri yerlerine konulursa

$$\frac{\partial}{\partial z} = \cos \theta \frac{\partial}{\partial r} + \left( \frac{-\sin \theta}{r} \right) \frac{\partial}{\partial \theta} + 0 \cdot \frac{\partial}{\partial \phi} \quad (3.30)$$

(3.30) denklemini çıkar. 2. Mertebeden kısmi türev alındığında

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} = \left( \cos^2 \theta \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\cos \theta \sin \theta}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{\sin^2 \theta}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\sin \theta \cos \theta}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{\sin^2 \theta}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \quad (3.31)$$

Bulunan  $\frac{\partial^2}{\partial x^2}$ ,  $\frac{\partial^2}{\partial y^2}$ ,  $\frac{\partial^2}{\partial z^2}$  ifadeleri  $\nabla^2$ , de yerine yazıp düzenlenirse

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (3.32)$$

kısmi türev ifadeleri yerine konulduğunda

$$\begin{aligned} \nabla^2 &= (\sin^2 \theta \cos^2 \phi + \sin^2 \theta \sin^2 \phi + \cos^2 \theta) \frac{\partial^2}{\partial r^2} \\ &+ \left( \frac{\cos^2 \theta \cos^2 \phi}{r^2} + \frac{\cos^2 \theta \sin^2 \phi}{r^2} + \frac{\sin^2 \theta}{r^2} \right) \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \left( \frac{\sin^2 \phi}{r^2 \sin^2 \theta} + \frac{\cos^2 \theta}{r^2 \sin^2 \theta} \right) \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \\ &+ \left( \frac{\cos^2 \theta \cos^2 \phi}{r} + \frac{\sin^2 \phi}{r} + \frac{\cos^2 \theta \sin^2 \phi}{r} + \frac{\cos^2 \phi}{r} + \frac{\sin^2 \phi}{r} \right) \frac{\partial}{\partial r} \\ &+ \left( \frac{-\cos \theta \sin \theta \cos^2 \phi}{r^2} - \frac{\sin \theta \cos \theta \cos^2 \phi}{r^2} + \frac{\sin^2 \phi \cos \theta}{r^2 \sin \theta} - \frac{\sin \theta \cos \theta \sin^2 \phi}{r^2} \right) \frac{\partial}{\partial \theta} \\ &+ \left( \frac{\cos \theta \cos \phi}{r^2} + \frac{\cos^2 \theta \cos \phi \sin \phi}{r^2 \sin \theta} + \frac{\sin \phi \cos}{r^2} - \frac{\cos \theta \cos \phi \sin \phi}{r^2 \sin \theta} - \frac{\cos \phi \sin \phi}{r^2 \sin \theta} \right) \frac{\partial}{\partial \phi} \end{aligned} \quad (3.33)$$

veya

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2}$$

olur.

Schrödinger denkleminin kutupsal koordinatlardaki ifadesi

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left[ \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right] \psi + V(r)\psi = E\psi \quad (3.34)$$

$\psi$  dalga fonksiyonu  $(r, \theta, \phi)$  koordinatlarının bir fonksiyonu olur.

Değişken ayrımı yöntemini burada uygulandığında

$$\psi(r, \theta, \phi) = R(r)Y(\theta, \phi) \quad (3.35)$$

Kısmi türevleri aldıktan sonra, eşitliğin iki tarafı  $(RY)$  ile bölünür ve  $r$  ye bağlı terimler bir tarafa ayrılırsa

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{2mr^2}{\hbar^2} [E - V(r)] = -\frac{1}{Y} \left[ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial Y}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 Y}{\partial \phi^2} \right] \quad (3.36)$$

olur. Sol tarafa yalnız  $r$  değişkenine bağlı bir ifade, sağ tarafa yalnız  $(\theta, \phi)$  değişkenlerine bağlı bir ifadeye eşit olmalıdır. (3.36) Denkleminin sağlanabilmesi için denklemin iki tarafını da  $\lambda$  sabitine eşitlendiğinde buradan

$$\frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{2mr^2}{\hbar^2} [E - V(r)]R - \lambda R = 0 \quad (3.37)$$

$$\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial Y}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 Y}{\partial \phi^2} + \lambda Y = 0 \quad (3.38)$$

çıkar. Bu denklemlerden (3.37) denklemi sadece  $r$  ye bağlı olup Radyal Schrödinger Denklemi olarak adlandırılır. Radyal denklemde  $\lambda = l(l + 1)$  özdeğerlerini yerine konulduğunda denklem

$$\frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{2mr^2}{\hbar^2} \left[ E - V(r) - \frac{l(l+1)\hbar^2}{2mr^2} \right] R(r) = 0 \quad (3.39)$$

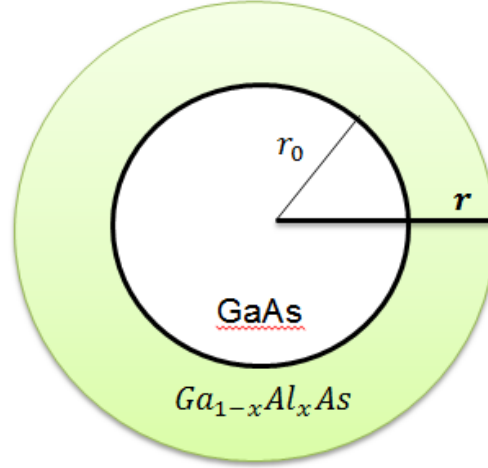
şeklinde olur.

Radyal denklemde  $\frac{l(l+1)\hbar^2}{2mr^2}$  değeri Merkezkaç potansiyelidir. Bu denklemin çözümünün bulunabilmesi için  $V(r)$  potansiyeli bilinmelidir. (Karaoğlu,1997,s.116)



#### 4. ARAŞTIRMA BULGULARI

Tezin bu kısmında eş merkezli iki farklı yarıiletken kuantum noktasında elektronların enerji spektrumları bulmak için Bastard sınır koşulları kullanılmıştır. Enerjinin kuantum noktasının yarıçapına bağlı olarak değişimi incelenmiştir.



Şekil 4. 1. İki Farklı Yarıiletken Kuantum Noktası

$$V = \begin{cases} V_0 \left( \frac{r}{r_0} - \frac{r_0}{r} \right)^2 & r < r_0 \\ 0 & r > r_0 \end{cases}$$

Şekil 4.1. de  $r < r_0$  durumunda iç bölgede kesikli spektrum söz konusudur. İç bölgede GaAs yarıiletkenin kütle değeri  $m_1$  göz önünde bulundurularak Radyal Schrödinger Denklemi (3.39) ifadesindeki gibi olur.

$$\frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{2m_1 r^2}{\hbar^2} \left[ E - V(r) - \frac{l(l+1)\hbar^2}{2m_1 r^2} \right] R(r) = 0 \quad (3.39)$$

(3.39) denkleminde  $V(r) = V_0 \left( \frac{r}{r_0} - \frac{r_0}{r} \right)^2$  potansiyel değeri yerine konulduğunda denklem

$$\frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{2m_1 r^2}{\hbar^2} \left[ E - \frac{V_0 r^2}{r_0^2} - \frac{V_0 r_0^2}{r^2} + 2V_0 - \frac{l(l+1)\hbar^2}{2m_1 r^2} \right] R(r) = 0 \quad (4.1)$$

(4.1) de belirtildiği gibi çıkar. Burada  $A = V_0 r_0^2$ ,  $B = \frac{V_0}{r_0^2}$  ve  $E' = E + 2V_0$  olarak tanımlandığında bu durumda denklem;

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{2}{R} \frac{dR}{dr} + \frac{2m_1}{\hbar^2} \left( E' - \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2m_1 r^2} - \frac{A}{r^2} - Br^2 \right) R(r) = 0 \quad (4.2)$$

$\xi = \frac{\sqrt{2m_1 B}}{\hbar} r^2$  değişkeni tanımlanırsa ve (4.2) denkleminde yerine konup r ye göre türev alınması için, (4.2) ifademizdeki birinci dereceden türevin değerlerini bulması gereklidir.

$$\frac{dR}{dr} = \frac{dR}{d\xi} \frac{d\xi}{dr} \quad (4.3)$$

(4.3) ifadesinde r ye göre türev alındığında

$$\frac{dR}{dr} = \frac{\sqrt{2m_1 B}}{\hbar} 2r \frac{dR}{d\xi} \quad (4.4)$$

şeklinde olur. Şimdi de ikinci derecen türevli ifade bulunması gereklidir.

$$\frac{d^2 R}{dr^2} = \frac{d}{dr} \left( \frac{dR}{dr} \right) \quad (4.5)$$

(4.4) deki değer yerine yazıldığında

$$\frac{d^2 R}{dr^2} = \frac{d}{d\xi} \left( \frac{\sqrt{2m_1 B}}{\hbar} 2r \frac{dR}{d\xi} \right) \frac{d\xi}{dr} \quad (4.6)$$

(4.6) ifadesinde  $\frac{d\xi}{dr}$  türevinin değeri yerine yazılırsa

$$\frac{d}{d\xi} \left( \frac{\sqrt{2m_1 B}}{\hbar} 2r \frac{dR}{d\xi} \right) \frac{\sqrt{2m_1 B}}{\hbar} 2r \quad (4.7)$$

(4.7) deki ifadenin ikinci kez türevi alındığında

$$\left[ \frac{\sqrt{2m_1 B}}{\hbar} 2 \frac{dr}{d\xi} \frac{dR}{d\xi} + \frac{\sqrt{2m_1 B}}{\hbar} 2r \frac{d^2 R}{d\xi^2} \right] \frac{\sqrt{2m_1 B}}{\hbar} 2r \quad (4.8)$$

$\frac{dr}{d\xi}$  ifadesi ters çevrildiği zaman

$$\left[ 2 \frac{\sqrt{2m_1 B}}{\hbar} \frac{1}{2 \frac{\sqrt{2m_1 B}}{\hbar}} \frac{dR}{d\xi} + \frac{\sqrt{2m_1 B}}{\hbar} 2r \frac{d^2 R}{d\xi^2} \right] \frac{\sqrt{2m_1 B}}{\hbar} 2r \quad (4.9)$$

$\xi = \frac{\sqrt{2m_1 B}}{\hbar} r^2$  değişkeni yazılırsa

$$\left(2\xi \frac{d^2 R}{d\xi^2} + \frac{dR}{d\xi}\right) 2 \frac{\xi}{r^2} \quad (4.10)$$

(4.2) ifadesindeki Radyal Schrödinger denklemi içerisindeki ikinci dereceden türevli ifadesinin değeri (4.11) deki şekilde çıkar.

$$\frac{4\xi^2}{r^2} \frac{d^2 R}{d\xi^2} + \frac{2\xi}{r^2} \frac{dR}{d\xi} \quad (4.11)$$

(4.2) Radyal Schrödinger denklemindeki  $\frac{2}{r} \frac{dR}{dr}$  ifadesine dönüşüm uygulandığında

$$\frac{2}{r} \frac{dR}{dr} = \frac{2}{r} \frac{dR}{d\xi} \frac{d\xi}{dr} \quad (4.12)$$

olur. (4.4) de bulunan değer (4.12) ifadesinde yerine yazıldığında

$$\frac{2}{r} \frac{dR}{dr} = \frac{2}{r} \frac{\sqrt{2m_1 B}}{\hbar} 2r \frac{dR}{d\xi} \quad (4.13)$$

şeklinde olur.  $\xi$  değeri yerine yazdığımızda

$$\frac{4\xi}{r^2} \frac{dR}{d\xi} \quad (4.14)$$

(4.11) ve (4.14) ifadelerini (4.2) deki ifademizde yerine yerleştirecek denklemin

$$\frac{4\xi^2}{r^2} \frac{d^2 R}{d\xi^2} + \frac{6\xi}{r^2} \frac{dR}{d\xi} + \frac{2m_1}{\hbar^2} \left(E' - \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2m_1 r^2} - \frac{A}{r^2} - Br^2\right) \quad (4.15)$$

(4.15) ifadesi  $\frac{4\xi}{r^2}$  parantezine alındığında

$$\frac{4\xi}{r^2} \left( \xi \frac{d^2 R}{d\xi^2} + \frac{3}{2} \frac{dR}{d\xi} + \frac{2m_1}{\hbar^2} \frac{r^2}{4\xi} \left(E' - \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2m_1 r^2} - \frac{A}{r^2} - Br^2\right) \right) \quad (4.16)$$

denklemin (4.16) daki gibi çıkar. (4.16) ifadesinde aşığıdaki işaretlemleri yapıldığında

$$\sqrt{\frac{2m_1}{B} \frac{E'}{\hbar}} = 4(n + s) + 3 \quad (4.17)$$

$$l(l+1) + \frac{2m_1 A}{\hbar^2} = 2s(2s+1) \quad (4.18)$$

$$\xi = \frac{\sqrt{2m_1 B}}{\hbar} r^2 \quad (4.19)$$

(4.19) ifadesi (4.16) denkleminde konulduğunda

$$-\frac{2m_1 B}{\hbar^2} \frac{r^4}{4\xi} = -\frac{\xi^2}{4\xi} = -\frac{\xi}{4} \quad (4.20)$$

çıkar. (4.16) denkleminde parantez içindeki  $\frac{\hbar^2}{2m_1 r^2}$  ifadesi denklem dışına çıkarıldığında

$$-\frac{2m_1}{\hbar^2} \frac{r^2}{4\xi} \left( \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2m_1 r^2} + \frac{A}{r^2} \right) \quad (4.21)$$

$$-\frac{1}{4\xi} \left( l(l+1) + \frac{2m_1 A}{\hbar^2} \right) \quad (4.22)$$

çıkar. (4.18) ifadesindeki dönüşüm uygulandığında

$$-\frac{1}{4\xi} (2s(2s+1)) = -\frac{s(2s+1)}{2\xi} = -\frac{s(s+\frac{1}{2})}{\xi} \quad (4.23)$$

şeklinde olur. (4.16) denkleminde parantez içindeki son ifade de açıldığında

$$\frac{2m_1 E' r^2}{\hbar^2} \frac{r^2}{4\xi} = \frac{E' 2m_1 r^2}{\hbar^2} \frac{\hbar}{4\sqrt{2m_1 B} r^2} \quad (4.24)$$

ifadesi yazılır. Sadeleştirme yapıp (4.24) ifadesi düzenlendiğinde

$$\frac{E' m_1}{2\hbar} \frac{1}{\sqrt{2m_1 B}} = \frac{E' m_1^2}{4\hbar^2} \frac{1}{2m_1 B} \quad (4.25)$$

çıkar. (4.25) denkleminde (4.17) dönüşümü uygulandığında

$$\frac{m_1 E'}{8\hbar^2 B} = \frac{2m_1 E'}{16\hbar^2 B} = \frac{1}{4} \left( \frac{\sqrt{2m_1} E'}{\hbar} \frac{1}{B} \right) = \frac{1}{4} (4(n+s) + 3) \quad (4.26)$$

şeklinde çıkar. (4.20), (4.23) ve (4.26) ifadelerini (4.16) denkleminde yerlerine konulduğunda denklem

$$\frac{4\xi}{r^2} \left( \xi \frac{d^2 R}{d\xi^2} + \frac{3}{2} \frac{dR}{d\xi} + \left[ -\frac{\xi}{4} - \frac{s(s+\frac{1}{2})}{\xi} + n + s + \frac{3}{4} \right] R \right) = 0 \quad (4.27)$$

çıkar. (4.27) denkleminde  $\frac{4\xi}{r^2}$  ifadesi 0 eşit olacağından denklem düzenlenip yazıldığında denklem

$$\xi R'' + \frac{3}{2}R' + R \left[ -\frac{\xi}{4} - \frac{s(s+\frac{1}{2})}{\xi} + n + s + \frac{3}{4} \right] = 0 \quad (4.28)$$

şeklinde olur. Aradığımız çözüm  $\xi \rightarrow \infty$  olduğunda  $e^{-\rho/2}$ ,  $\xi \rightarrow 0$  olduğunda ise  $\xi^s$  gibi davranır. Bu nedenle dalga fonksiyonu

$$R = e^{-\frac{\xi}{2}} \xi^s w \quad (4.29)$$

elde edilir. Burada

$$l(l+1) + \frac{2m_1A}{\hbar^2} = 2s(2s+1) \quad (4.30)$$

(4.30) denkleminin köklerinden s değeri aşağıdaki ifadede ki şekilde olur.

$$s = \frac{1}{4} \left[ -1 + \sqrt{(2l+1)^2 + \frac{8m_1A}{\hbar^2}} \right] \quad (4.31)$$

w fonksiyonu için

$$\xi w'' + \left( 2s + \frac{3}{2} - \xi \right) w' + nw = 0 \quad (4.32)$$

denklemini bulunur. Buradan da

$$w = F\left(-n, 2s + \frac{3}{2}, \xi\right) \quad (4.33)$$

elde edilir. Burada w değeri Hipergeometrik fonksiyona bağlı ifadedir (Landau ve Lifshitz,2000,s.198).

Şekil 4.1 de iç bölgede ( $r < r_0$ ) GaAs yarı iletken kuantum noktasının dalga fonksiyonu

$$R = e^{-\frac{\sqrt{2m_1B}r^2}{\hbar}} \left( \frac{\sqrt{2m_1B}}{\hbar} r^2 \right)^{\left( \frac{1}{4}[-1 + \sqrt{(2l+1)^2 + \frac{8m_1A}{\hbar^2}}] \right)} F\left(-n, 2s + \frac{3}{2}, \frac{\sqrt{2m_1B}}{\hbar} r^2\right) \quad (4.34)$$

çıkar.

Şekil 4.1 de  $r > r_0$  durumunda dış bölgede birbirine çok yakın yasak band aralıkları olan eşmerkezli iki farklı yarıiletken seçmemiz nedeniyle potansiyel değeri 0 olacaktır. Bu nedenle (3.39) daki Radyal Schrödinger denkleminde yerine konulduğunda

$$\frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{2m_2 r^2}{\hbar^2} \left[ E - \frac{l(l+1)\hbar^2}{2m_2 r^2} \right] R(r) = 0 \quad (3.39)$$

buradan dalga fonksiyonu Küresel Bessel fonksiyonu olur. Dış bölge dalga fonksiyonu

$$\psi = Y_{lm}(kr) \quad (4.35)$$

olur. Küresel bessel fonksiyonumuzda  $k^2 = \frac{2m_2 E}{\hbar^2}$  değerini alır. Burada  $m_2$  değeri  $\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$  yarıiletkeninde elektronların etkin kütesidir. Şekil 4.1 de belirtilen sistemin iç ve dış bölgelerin dalga fonksiyonlarını bulduktan sonra Bastard'ın sınır koşullarını uygulanırsa

$$\left. \frac{1}{m_1} \frac{R'}{R} \right|_{r=r_0^+} = \left. \frac{1}{m_2} \frac{\psi'}{\psi} \right|_{r=r_0^-} \quad (4.36)$$

Sınır koşullarını almadan önce işlem kolaylığı sağlanması amacıyla değişken dönüşümleri uygulandı. Buradan elektron enerjisini içeren ifadeyi boyutsuz hale getirmek için X değişkeni tanımlandığında

$$X = \frac{E}{\frac{\hbar^2}{2m_1 a_0^2}} \quad (4.37)$$

olur. Potansiyel enerji ifadelerini boyutsuz hale getirmek amacıyla b değişkeni tanımlandığında

$$b = \frac{V_0}{\frac{\hbar^2}{2m_1 a_0^2}} \quad (4.38)$$

olur. Denklem (4.17) ifademizden n değerini bulmak istenirse

$$\sqrt{\frac{2m_1 E'}{B} \frac{E'}{\hbar}} = 4(n + s) + 3 \quad (4.17)$$

(4.1) ifadesinde  $E' = E + 2V_0$  değişkeni (4.17) denkleminde yerine konulduğunda

$$\sqrt{\frac{2m_1 E}{B \hbar}} + \sqrt{\frac{2m_1 2V_0}{B \hbar}} = 4(n + s) + 3 \quad (4.39)$$

b değişkeni yerine yazıldığında denklem

$$\sqrt{\frac{2m_1 E}{\frac{V_0}{r_0^2} \hbar}} + \sqrt{\frac{2m_1 2V_0}{\frac{V_0}{r_0^2} \hbar}} = 4(n + s) + 3 \quad (4.40)$$

çıkar. (4.37) ifadesinden enerji değeri bulunarak (4.40) denkleminde yazıldığında

$$\sqrt{\frac{\left(\frac{X\hbar^2}{2m_1 a_0^2}\right)^2 2m_1 r_0^2}{V_0 \hbar^2}} + \sqrt{\frac{2m_1 r_0^2 4V_0}{\hbar^2}} = 4(n + s) + 3 \quad (4.41)$$

(4.38) ifadesindeki değişken dönüşümü denkleme yerleştirildiğinde

$$\sqrt{\frac{X^2 \hbar^2 r_0^2}{2m_1 a_0^4 \left(\frac{\hbar^2 b}{2m_1 a_0^2}\right)}} + \sqrt{\frac{2m_1 r_0^2 4 \left(\frac{\hbar^2 b}{2m_1 a_0^2}\right)}{\hbar^2}} = 4(n + s) + 3 \quad (4.42)$$

olur. (4.42) ifadesi düzenlendiğinde

$$\sqrt{\frac{X^2 r_0^2}{b a_0^2}} + \sqrt{\frac{4b r_0^2}{a_0^2}} = 4(n + s) + 3 \quad (4.43)$$

veya

$$\frac{X}{\sqrt{b}} \frac{r_0}{a_0} + \frac{2\sqrt{b}}{1} \frac{r_0}{a_0} = 4(n + s) + 3 \quad (4.44)$$

şeklinde olur. n değeri

$$n = \frac{\left(\frac{X}{\sqrt{b}} - 2\sqrt{b}\right) \frac{r_0}{a_0} - 4s - 3}{4} \quad (4.45)$$

elde edilir. Aynı şekilde s değerini

$$s = \frac{1}{4} \left[ -1 + \sqrt{(2l + 1)^2 + \frac{8m_1 V_0 r_0^2 a_0^2}{\hbar^2 a_0^2}} \right] \quad (4.46)$$

$$s = \frac{1}{4} \left[ -1 + \sqrt{(2l + 1)^2 + \frac{4b r_0^2}{a_0^2}} \right] \quad (4.47)$$

şeklinde bulunur. (4.19) ifadesini b değişkeni cinsinden yazıldığında

$$\xi = \frac{\sqrt{2m_1V_0}}{\hbar r_0^2} r^2 = \sqrt{\frac{2m_1V_0a_0^2}{\hbar^2 a_0^2}} r^2 = \sqrt{b} \frac{r^2}{a_0 r_0} \quad (4.48)$$

Şekil 4.1 de belirttiğimiz sistemin iç bölgede dalga fonksiyonu

$$R = e^{-\frac{\left(\sqrt{b} \frac{r^2}{a_0 r_0}\right)}{2}} \left(\sqrt{b} \frac{r^2}{a_0 r_0}\right)^{\frac{1}{4}} \left[-1 + \sqrt{(2l+1)^2 + \frac{4br_0^2}{a_0^2}}\right] F\left(-\frac{\left(\frac{X}{\sqrt{b}} - 2\sqrt{b}\right) \frac{r_0}{a_0} - 4s - 3}{4}, 2\left(\frac{1}{4}\left[-1 + \sqrt{(2l+1)^2 + \frac{4br_0^2}{a_0^2}}\right]\right) + \frac{3}{2}, \sqrt{b} \frac{r^2}{a_0 r_0}\right) \quad (4.49)$$

çıkar. Dış bölgede ise ( $r > r_0$ ) dalga fonksiyonu

$$\psi = Y_{lm}\left(\sqrt{\frac{2m_2E}{\hbar^2}} r\right) \quad (4.50)$$

şeklindedir. Burada F olarak belirtilen fonksiyon Hipergeometrik fonksiyondur. (4.50) dalga fonksiyonu ifadesini X değişkeni cinsinden yazıldığında

$$\psi = Y_{lm}\left(\sqrt{\frac{2m_2 \frac{X\hbar^2}{2m_1 a_0^2}}{\hbar^2}} r\right) \quad (4.51)$$

$$\psi = Y_{lm}\left(\sqrt{\frac{m_2 X}{m_1 a_0^2}} r\right) \quad (4.52)$$

(4.36) ifadesinde sınır koşulları yazılmıştı buradan iç ve dış bölgedeki dalga fonksiyonlarını yerine yazdığımızda;

$$\frac{1}{m_1} \frac{\partial_r}{\partial_r} \left( e^{-\frac{\left(\sqrt{b} \frac{r^2}{a_0 r_0}\right)}{2}} \left(\sqrt{b} \frac{r^2}{a_0 r_0}\right)^{\frac{1}{4}} \left[-1 + \sqrt{(2l+1)^2 + \frac{4br_0^2}{a_0^2}}\right] F\left(-\frac{\left(\frac{X}{\sqrt{b}} - 2\sqrt{b}\right) \frac{r_0}{a_0} - 4s - 3}{4}, 2\left(\frac{1}{4}\left[-1 + \sqrt{(2l+1)^2 + \frac{4br_0^2}{a_0^2}}\right]\right) + \frac{3}{2}\right) \sqrt{b} \frac{r^2}{a_0 r_0} \right) \Big|_{r=r_0}$$



$$= \frac{Y_{lm}(l, \sqrt{\frac{m_2 X}{m_1 a_0^2} r})}{m_2 Y_{lm}(l, \sqrt{\frac{m_2 X}{m_1 a_0^2} r})} \Big|_{r=r_0} \quad (4.53)$$

(4.53) denkleminde iki tarafında türevleri alınarak düzenlenirse

$$\begin{aligned} & \frac{2s}{r} + \frac{\sqrt{b}(-4nF\left(1-n, \frac{5}{2}+2s, \frac{\sqrt{br}}{a_0}\right) + 3F\left(-n, \frac{3}{2}+2s, \frac{\sqrt{br}}{a_0}\right))}{(3+4s)F\left(-n, \frac{3}{2}+2s, \frac{\sqrt{br}}{a_0}\right)a_0} \\ & + \frac{4sF\left(-n, \frac{3}{2}+2s, \frac{\sqrt{br}}{a_0}\right)}{(3+4s)F\left(-n, \frac{3}{2}+2s, \frac{\sqrt{br}}{a_0}\right)a_0} \\ & = -\frac{1}{2r} + \frac{\left(Y_{lm}\left(-1+l, \frac{r\sqrt{\frac{Xm_2}{m_1}}}{a_0}\right) - Y_{lm}\left(1+l, \frac{r\sqrt{\frac{Xm_2}{m_1}}}{a_0}\right)\right)\sqrt{\frac{Xm_2}{m_1}}}{2Y_{lm}\left(l, \frac{r\sqrt{\frac{Xm_2}{m_1}}}{a_0}\right)a_0} \end{aligned} \quad (4.54)$$

şeklinde çıkar. (4.54) denkleminin iki tarafını  $2r$  ile çarpıldığında

$$\begin{aligned} & 4s + \frac{2\sqrt{br}\left[-4nF\left(1-n, \frac{5}{2}+2s, \frac{\sqrt{br}}{a_0}\right) + 3F\left(-n, \frac{3}{2}+2s, \frac{\sqrt{br}}{a_0}\right)\right]}{(3+4s)F\left(-n, \frac{3}{2}+2s, \frac{\sqrt{br}}{a_0}\right)a_0} \\ & + \frac{4sF\left(-n, \frac{3}{2}+2s, \frac{\sqrt{br}}{a_0}\right)a_0}{(3+4s)F\left(-n, \frac{3}{2}+2s, \frac{\sqrt{br}}{a_0}\right)a_0} \\ & = -1 + \frac{r\left(Y_{lm}\left(-1+l, \frac{r\sqrt{\frac{Xm_2}{m_1}}}{a_0}\right) - Y_{lm}\left(1+l, \frac{r\sqrt{\frac{Xm_2}{m_1}}}{a_0}\right)\right)\sqrt{\frac{Xm_2}{m_1}}}{Y_{lm}\left(l, \frac{r\sqrt{\frac{Xm_2}{m_1}}}{a_0}\right)a_0} \end{aligned} \quad (4.55)$$

(4.55) ifadesini  $(3+4s)F\left(-n, \frac{3}{2}+2s, \frac{\sqrt{br}}{a_0}\right)a_0$  ile çarpıldığında

$$\begin{aligned}
& 2\sqrt{br} \left( -4nF \left( 1 - n, \frac{5}{2} + 2s, \frac{\sqrt{br}}{a_0} \right) + 3F \left( -n, \frac{3}{2} + 2s, \frac{\sqrt{br}}{a_0} \right) \right. \\
& \quad \left. + 4sF \left( -n, \frac{3}{2} + 2s, \frac{\sqrt{br}}{a_0} \right) \right) + 4s(3 + 4s)F \left( -n, \frac{3}{2} + 2s, \frac{\sqrt{br}}{a_0} \right) a_0 \\
& \quad = -(3 + 4s)F \left( -n, \frac{3}{2} + 2s, \frac{\sqrt{br}}{a_0} \right) a_0 \\
& \quad + \frac{r(3+4s)F \left( -n, \frac{3}{2} + 2s, \frac{\sqrt{br}}{a_0} \right) \left( Y_{lm} \left[ -1+l, \frac{r\sqrt{\frac{Xm_2}{m_1}}}{a_0} \right] - Y_{lm} \left[ 1+l, \frac{r\sqrt{\frac{Xm_2}{m_1}}}{a_0} \right] \right) \sqrt{\frac{Xm_2}{m_1}}}{Y_{lm} \left[ l, \frac{r\sqrt{\frac{Xm_2}{m_1}}}{a_0} \right]}
\end{aligned} \tag{4.56}$$

(4.56) ifadesini  $Y_{lm} \left[ l, \frac{r\sqrt{\frac{Xm_2}{m_1}}}{a_0} \right]$  ile çarpılırsa

$$\begin{aligned}
& 2Y_{lm} \left[ l, \frac{r\sqrt{\frac{Xm_2}{m_1}}}{a_0} \right] \\
& \quad \left( \sqrt{br} \left( -4nF \left( 1 - n, \frac{5}{2} + 2s, \frac{\sqrt{br}}{a_0} \right) + (3 + 4s)F \left( -n, \frac{3}{2} + 2s, \frac{\sqrt{br}}{a_0} \right) \right) \right. \\
& \quad \quad \left. + 2s(3 + 4s)F \left( -n, \frac{3}{2} + 2s, \frac{\sqrt{br}}{a_0} \right) a_0 \right) \\
& \quad \quad = (3 + 4s)F \left( -n, \frac{3}{2} + 2s, \frac{\sqrt{br}}{a_0} \right) \\
& \quad \quad \left( -Y_{lm} \left[ l, \frac{r\sqrt{\frac{Xm_1}{m_2}}}{a_0} \right] a_0 + r \left( Y_{lm} \left[ -1 + l, \frac{r\sqrt{\frac{Xm_1}{m_2}}}{a_0} \right] - Y_{lm} \left[ 1 + l, \frac{r\sqrt{\frac{Xm_1}{m_2}}}{a_0} \right] \right) \sqrt{\frac{Xm_1}{m_2}} \right)
\end{aligned} \tag{4.57}$$

(4.57) ifadesinden enerjinin yarıçapa bağlı değişimlerini bulmak için denklemdaki değişkenleri bulunması gerekir. (4.38) ifadesinden b değerini bulmak istersek;

$$b = \frac{V_0}{\frac{\hbar^2}{2m_1a_0^2}} \quad (4.38)$$

$$V_0 = 350\text{mev} = 350 \times 0.001 \times 1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$m_1 = 0.067m_e = 0.067 \times 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg} \quad (\text{GaAs kütlesi})$$

$$a_0 = 0.53 \times 10^{-8} \text{ m} \quad (\text{Bohr Yarıçapı})$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.054 \times 10^{-34} \text{ J.s}$$

$$b = \frac{2 \times 350 \times 0.001 \times 3.602 \times 10^{-19} \times 0.067 \times 9.11 \times 10^{-31} \times (0.53 \times 10^{-8})^2}{(1.054 \times 10^{-34})^2}$$

$$b = 17.3071$$

olur. Sınır koşullarını incelerken yarıçapın enerjiye bağlı değişimi incelendiği için yarıçap değerlerini değiştirerek enerji değerini bulunur. Enerji değerini bulmak amacıyla (4.45) ve (4.47) ifadelerinden n ve s değişkenlerinin r ye bağlı değerini bulması gerekir. Burada elektronların yarıçap değerleri Bohr yarıçapı cinsinden tanımlandı.

$$l = 0 \quad r_0 = r = 100a_0$$

$$s = \frac{1}{4} \left[ -1 + \sqrt{(2l+1)^2 + \frac{4br_0^2}{a_0^2}} \right] \quad (4.47)$$

$$s = 207.759$$

$$n = \frac{\left( \frac{X}{\sqrt{b}} - 2\sqrt{b} \right) \frac{r_0}{a_0} - 4s - 3}{4} \quad (4.45)$$

$$n = \frac{1}{4} (-2.0006 + 24.0374 X)$$

$$m_2 = (0.067 + 0.083x)m_e \quad (\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}' \text{nin kütlesi})$$

Birbirlerine çok yakın değerlikteki iki farklı yarıiletken seçmemiz nedeniyle Al konsantrasyonu  $x$  değerini  $x = 0.001$  olarak aldık. Bu durumda  $Ga_{1-x}Al_xAs$  yarı iletkenin kütle değeri;

$$m_2 = (0.067 + 0.083 \times x) \times 9.11 \times 10^{-31} = 6.11126 \times 10^{-32} \text{kg}$$

çıkır. (4.57) denkleminde değerler yerine yazılıp çözüldüğünde  $X$  değeri;

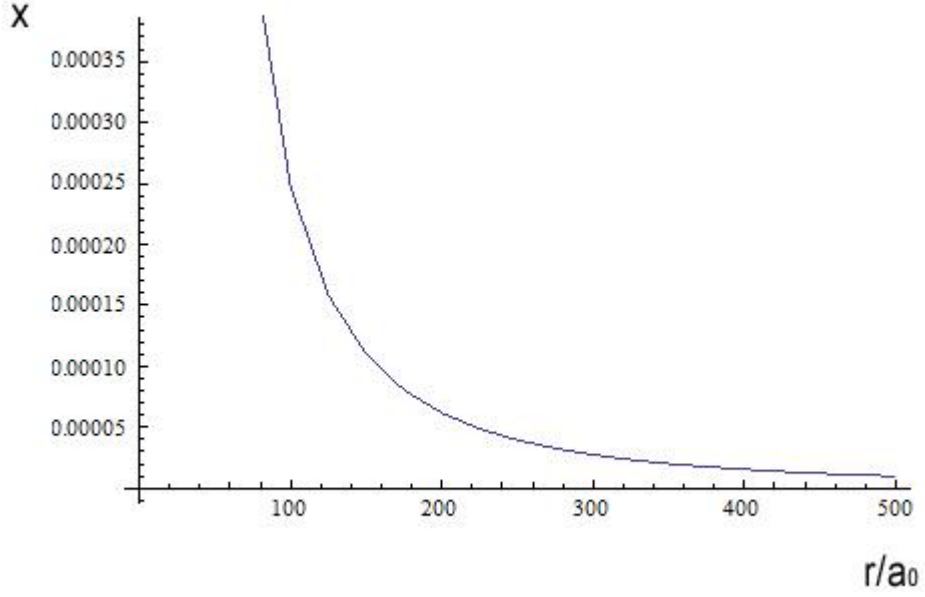
$$X = 0.000247014$$

elde edilir. Yarıçap değerleri için  $X$  enerji ifadesinin değerlerini Çizelge 4.1 de belirtilmiştir.

Çizelge 4. 1.  $l=0$  için  $r$ 'ye bağlı  $X$  enerji değerleri

$r$	$X$	$r$	$X$
$50a_0$	0.000990335	$275a_0$	0.0000326145
$75a_0$	0.000439475	$300a_0$	0.0000274033
$100a_0$	0.000247014	$325a_0$	0.0000233481
$125a_0$	0.000158015	$350a_0$	0.0000201308
$150a_0$	0.000109699	$375a_0$	0.0000175353
$175a_0$	0.0000805771	$400a_0$	0.0000154113
$200a_0$	0.0000616815	$425a_0$	0.0000136511
$225a_0$	0.0000487297	$450a_0$	0.000012176
$250a_0$	0.0000394669	$475a_0$	0.0000109278
		$500a_0$	0.00000986208

Şekil 4.2 grafiğinde enerjinin yarıçapa bağlı değişimi verilmiştir.



Şekil 4. 2.  $l = 0$  için  $GaAs - Ga_{1-x}Al_xAs$  kuantum noktalarında elektronların enerji spektrumununun yarıçapa bağlı değişimi

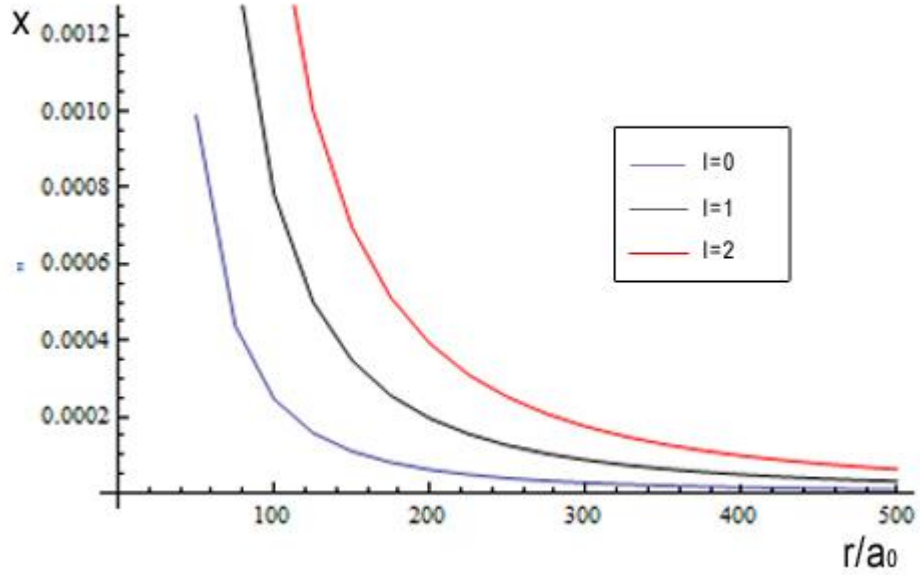
İşlemler  $l = 1$  ve  $l = 2$  değerleri için tekrarlatıldığında sonuçlar Çizelge 4.2. belirtildiği gibi çıkmıştır.

Çizelge 4. 2.  $l=1$  ve  $l=2$  için  $r$ 'ye bağlı  $X$  enerji değerleri

$l = 1$ için enerji ve yarıçap değerleri			
R	X	R	X
$50a_0$	0.0031431	$275a_0$	0.000103511
$75a_0$	0.00139479	$300a_0$	0.0000869717
$100a_0$	0.000783965	$325a_0$	0.0000741016
$125a_0$	0.000501505	$350a_0$	0.0000638904
$150a_0$	0.000348159	$375a_0$	0.0000556532
$175a_0$	0.000255733	$400a_0$	0.000048912
$200a_0$	0.000195763	$425a_0$	0.0000433254
$225a_0$	0.000154657	$450a_0$	0.000038644
$250a_0$	0.000125259	$475a_0$	0.0000346823

		$500a_0$	0.0000313
<b><math>l = 2</math> için enerji ve yarıçap değerleri</b>			
$50a_0$	0.0062926	$275a_0$	0.000207232
$75a_0$	0.00279242	$300a_0$	0.00017412
$100a_0$	0.00156953	$325a_0$	0.000148354
$125a_0$	0.00100403	$350a_0$	0.000127911
$150a_0$	0.000697026	$375a_0$	0.00011142
$175a_0$	0.000511987	$400a_0$	0.0000979235
$200a_0$	0.000391924	$425a_0$	0.0000867389
$225a_0$	0.000309628	$450a_0$	0.0000773666
$250a_0$	0.000250773	$475a_0$	0.0000694351
		$500a_0$	0.0000626636

$l = 0, l = 1$  ve  $l = 2$  değerleri için elektronların enerji spektrumunun yarıçapa bağlı değişim grafiği



Şekil 4. 3.  $l = 0, l = 1$  ve  $l = 2$  değerleri için  $GaAs - Ga_{1-x}Al_xAs$  kuantum noktalarında elektronların enerji spektrumunun yarıçapa bağlı değişimi

çıkar.

Şekil 4.3 de belirtilen denklem (4.57) çözümünden bulunan sonuçların yarıçapa bağlı değişimleri gösterilmektedir. Burada düşünülen sistem GaAs yarı iletkeni  $Ga_{1-x}Al_xAs$  yarıiletkeni tarafından çevrenip heteroyapıda bir kuantum noktası oluşturmaktadır. Burada  $x=0.001$  olarak alınarak yasak band aralıkları birbirlerine çok yakın bir yapı oluşturulmuştur.

## 5. TARTIŞMA VE SONUÇ

Eş merkezli farklı yarı iletkenler GaAs / Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As oluşan kuantum noktalarında elektronların enerji spektrumlarının yarıçapa bağlı değişimi Bastard sınır koşullarından yararlanarak incelenmiştir. Düşünülen kuantum heteroyapı sisteminin iç bölgesinde GaAs yarıiletkeninin ele alınırken, dış bölgesinde ise Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As yarıiletkenin ele alınmıştır. Elektronların iç bölgede dalga fonksiyonu confluent hypergeometrik fonksiyonu ve dış bölgede dalga fonksiyonu ise Bessel fonksiyonu cinsinden bulunmuştur.

Çizelge 4.1 ve 4.2. deki değerler kuantum noktalarında yarıçap değeri artıkça elektronların enerjisi azalmakta tersi durumda ise enerji değeri artmakta olduğunu göstermektedir. Çizelge 4.1 ve 4.2 deki sonuçlara göre çizilen şekil 4.3. grafiği göstermiştir ki makro yapılarda (Bulk yapı), enerji seviyeleri süreklilyken nanoyapılara gidildikçe enerji seviyeleri kuantumlanmakta ve buna bağlı olarak farklı fiziksel özellikler gözlenmektedir.



## 6. KAYNAKLAR

- Bimberg, D., Grundman, M., Ledentsov, M., 2001. Quantum Dot Heterostructures. John Wiley, New York. British Library, 328p.
- Cibert, J., Petroff, P. M., Dolan, G. J., Pearton, S. J., Gossard, A. C., English, J. H., 1986. Optically detected carrier confinement to one and zero dimension in GaAs quantum well wires and boxes. Applied Physics Letters, 49, 1275-1277.
- Constantinou, N.C., Ridley B.K., 1989. Effects of Finite Well Depth on Polar Optical Phonon Scattering Rates in Cylindrical Quantum Well Wires. J. Phys:Condensed Matter 1, 2283-2288.
- Çakır, B., 2007. Çok Elektronlu Kuantum Nokta Yapıların Elektronik Özelliklerinin İncelenmesi. Selçuk Üniversitesi Fizik Anabilim Dalı Konya, Doktora Tezi, 111 s.
- Demel, T., Heltmann, D., Grambow, P. and Ploog, K. 1990., Nonocal Dynamic response and level crossing in quantum-dot structures, Phys. Rev. Lett. 64, 788.
- Kazaryan, E.M., Petrosyan, L.S., Sarkisyan, H.A., 2003, Electronic States in Parabolic Quantum Dot Taking into Account Boundary Conditions, 34,7, 42-48
- Landau, L.D., Lifshitz, E.M., (Çeviri: Zengin M., Selam C., Korcak S.). 2000. Kuantum Mekaniği I. Ankara, Özkan Matbaacılık, 456s.
- Karaoğlu, B., 1997. Kuantum Mekaniğine Giriş. İstanbul, Bilgitek Yayıncılık, 245s.
- Efros A.I. L; Rosen M; 1998. Quantum size level structure of narrow-gap semiconductor nanocrystals: Effect of bant coupling. Physical Review B Volume 58, Number 11, 7120-7135, Washington
- Gürdilek, R., 2001. Umutla Kabusun Arasında Nanoteknoloji. Bilim ve Teknik, 398, 40-43.
- Hall, R. N., Fenner, G. E., Kingsley, J. D., Soltys, T. J., Carlson, R. O., 1962, Coherent light emission from GaAs junctions, Physical Review Letters, 9: 366-368.
- Harrison, P., 1999. Quantum Wells, Wires and Dots, Leeds, 434p.
- Özbay, E., 2008. Günümüzde Nanoteknoloji ve Uygulamaları. Çerçeve, 47, 54-57
- Smith, T.P., Lee, K.Y., Knoedler, C. M. and Kern, D.P., 1988, Electronic spectroscopy of zero-dimensionals systems, Physical Review B, 38: 2172-2175.
- Tandon, U. S., Khokle, W. S., 1994, Patterning of Material Layers in Submicron Region, John Wiley & Sons Ltd, New York.

Wikipedia, 2010. İnternet Sitesi, <http://tr.wikipedia.org/wiki/Nanoteknoloji>. Erişim Tarihi: 01.01.2011.

## ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı: Turgut Fatih KASALAK

Doğum Yeri ve Yılı: Yalvaç/Isparta - 1982

Medeni Hali: Evli

Yabancı Dili: İngilizce

Eğitim Durumu (Kurum ve Yıl)

Lise: Tınaztepe Lisesi 1996-1999

Lisans: Süleyman Demirel Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Fizik Bölümü  
1999-2003

Yüksek Lisans: Süleyman Demirel Üniversitesi Fizik Öğretmenliği Tezsiz Yüksek  
Lisans 2004-2005

Çalıştığı Kurum/Kurumlar ve Yıl:

Süleyman Demirel Üniversitesi BAUM 2003-2004

Kavram Dershanesi 2004-2005

Süleyman Demirel Üniversitesi BAUM 2005-2006

Akdeniz Üniversitesi Enformatik Bölüm Başkanlığı 2006-...

