

**T.C.  
SÜLEYMAN DEMİREL ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**BİR BORU İÇERİSİNDEKİ FİBER ETRAFINDA DÖNEREK  
İLERLEYEN HELİSEL HAVA AKIMI ÜZERİNDEKİ BASINÇ  
FARKI ETKİLERİNİN SAYISAL AKIŞKANLAR DİNAMİĞİ  
METOTLARI İLE İNCELENMESİ**

**Faik ÖZ**

**Danışman  
Doç. Dr. Mustafa Reşit USAL**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ  
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI  
ISPARTA – 2015**

© 2015 [Faik ÖZ]

## TEZ ONAYI

**Faik ÖZ** tarafından hazırlanan "**Bir Boru İçerisindeki Fiber Etrafında Dönerek İlerleyen Helisel Hava Akımı Üzerindeki Basınç Farkı Etkilerinin Sayısal Akışkanlar Dinamiği Metotları İle İncelenmesi**" adlı tez çalışması aşağıdaki jüri üyeleri önünde Süleyman Demirel Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü **Makina Mühendisliği Anabilim Dalı**'nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak başarı ile savunulmuştur.

<b>Danışman</b>	<b>Doç. Dr. M. Reşit USAL</b> Süleyman Demirel Üniversitesi	.....
<b>Jüri Üyesi</b>	<b>Prof. Dr. Remzi Varol</b> Süleyman Demirel Üniversitesi	.....
<b>Jüri Üyesi</b>	<b>Doç. Dr. Faruk Şen</b> Muğla Üniversitesi	.....

**Enstitü Müdürü**      **Prof. Dr. Ahmet ŞAHİNER** .....

## **TAAHHÜTNAME**

Bu tezin akademik ve etik kurallara uygun olarak yazıldığını ve kullanılan tüm literatür bilgilerinin referans gösterilerek tezde yer aldığını beyan ederim.

**Faik ÖZ**



# İÇİNDEKİLER

	Sayfa
İÇİNDEKİLER.....	i
ÖZET.....	iii
ABSTRACT.....	v
TEŞEKKÜR.....	vii
ÇİZELGELER DİZİNİ .....	xii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ .....	xiii
1. GİRİŞ .....	1
1.1. Swirling Akışların Karakterize Edilmesi .....	3
1.2. Türbülans ve Swirling Akış.....	5
1.3. Sonlu Elemanlar Yöntemi .....	7
2. KAYNAK ÖZETLERİ .....	9
3. HAREKET DENKLEMLERİ VE TEORİK KABULLER .....	18
3.1. Akışkan Özellikleri ve Süreklilik Kabulleri .....	19
3.2. Dinamik ve Termodinamik Prensipler .....	20
3.2.1. Bir akışkan partikülünü takip eden değerlerin değişim oranı .....	20
3.2.2. Akışkan sistemi için kütle ve momentum korunumu.....	21
3.2.3. Akışkan sistemi için termodinamiğin 1. ve 2. yasaları .....	22
3.3. Reynolds Transport Denklemi.....	24
3.4. Sabitlenmiş Bölge İçin Korunum Yasaları (Kontrol Hacmi).....	26
3.5. Hareket Denklemlerinin İntegral Formları.....	29
3.6. Hareket Denklemlerinin Diferansiyel Formları.....	31
3.6.1. Kütlelerin korunumu .....	31
3.6.2. Momentumun korunumu.....	32
3.6.3. Enerjinin korunumu.....	33
3.7. Başlangıç ve Sınır Şartları .....	34
3.7.1. Katı yüzeylerdeki sınır şartları .....	34
3.7.2. Giriş ve çıkış sınır şartları .....	35
3.8. Navier-Stokes Denklemleri .....	35
3.9. Vortisite ve Sirkülasyon .....	36
3.9.1. Vortisite kinematiği.....	37
3.9.1.1. Vorteks sıraları (hatları) .....	40
3.9.1.2. Katı bir yüzeyde vorteks hattının davranışı .....	41
3.9.2. Vortisite dinamiği.....	42
3.9.3. Sıkıştırılabilir viskoz olmayan sıvılarda vortisite değişimleri.....	44
3.9.4. Sirkülasyon.....	45
3.9.5. Sıkıştırılabilir viskoz olmayan sıvılarda sirkülasyon davranışları .....	46
3.9.6. İzleyici vortisite ve izleyici vorteksler .....	47
3.9.7. Katı yüzeylerde vortisite oluşumu.....	48
3.9.7.1. İki boyutlu akışta vortisite oluşumu.....	48
3.9.8. Vortisite dağılımı ile beraber bulunan hız alanı .....	49
3.10 Swirling Akışlar .....	50
3.10.1. Basit radyal dengenin olduğu sıkıştırılmaz, sabit yoğunluklu viskoz olmayan swirling akışlar .....	51
3.10.1.1. Basit radyal denge akış örnekleri .....	53
3.10.1.2. Rankine vorteks akışı .....	55
3.10.2. Swirling akışta üst akım etkisi .....	56

3.10.3. Sirkülasyon ve durgunluk basıncı dağılımlarının üst akım üzerindeki etkisi .....	63
3.10.4. Swirling akıştaki kararsızlıklar.....	69
3.10.5. Vorteks çekirdeklerindeki dalgalanmalar.....	71
3.10.5.1. Bir vorteks çekirdeği için kontrol hacmi denklemleri .....	71
3.10.6. Bir vorteks çekirdeği merkezi boyunca olan basınç gradyanları .....	74
3.10.7. Vorteks çekirdeklerindeki aksenal ve çevresel hız dağılımları .....	77
3.10.8. Rankine vorteks modeline uygulanabilirlik .....	78
3.10.9. Harici durumlarda vorteks çekirdeği davranışı .....	79
3.10.9.1. Sınırlandırılmış geometrilerdeki kanallarda, belirli bir bölge içerisindeki kararlı vorteks çekirdekleri.....	80
3.10.9.2. Süreksiz vorteks çekirdeği davranışı.....	82
3.10.10. Hareketsiz yüzeylerdeki swirling akış sınır tabakaları ve swirling akışlarda ayrılma .....	84
3.10.11. Swirling jetler .....	88
3.10.12. Aksenal simetrik swirling akışlarda resirkülasyon ve vorteks bozulmaları.....	90
3.11 Materyal ve Yöntem.....	96
3.11.1 Analizi yapılacak parçanın tasarımı .....	96
3.11.2 Analizi yapılacak parçaya mesh yapılması ve işlenmesi .....	98
3.11.3 Parçanın analize hazırlanması .....	99
4. ARAŞTIRMA BULGULARI .....	105
5. TARTIŞMA VE SONUÇLAR .....	161
KAYNAKLAR .....	194
ÖZGEÇMİŞ .....	200

## ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

### BİR BORU İÇERİSİNDEKİ FİBER ETRAFINDA DÖNEREK İLERLEYEN HELİSEL HAVA AKIMI ÜZERİNDEKİ BASINÇ FARKI ETKİLERİNİN SAYISAL AKIŞKANLAR DİNAMİĞİ METOTLARI İLE İNCELENMESİ

Faik ÖZ

Süleyman Demirel Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
Makina Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Mustafa Reşit USAL

Bu tez çalışmasında geometrik boyutları önceden belirlenmiş silindirik bir hava düzesi içerisindeki dönerek ilerleyen hava akımının genel davranışları incelenmiştir. Akış analizleri Steady-State (statik) ve Transient (dinamik) olarak ANSYS CFX programıyla yapılmış ve sonuçlar incelenmiştir.

Bu çalışmada, seçilen hava düzesi için ana delik çapı 2.5 mm, enjektör çapları 0.5 mm, düze uzunluğu 24 mm, çevresel 4 delikli, 15 derece açılı bir geometri kullanılmıştır. Düze geometrisi giriş ve çıkış alanları dışarısındaki alanda bulunan akışın incelenmesi için iç çapı 0.2 mm, dış çapı 20 mm ve uzunluğu 20mm olan iki kontrol hacmi düze giriş ve çıkışlarına yerleştirilmiştir. Analizde düzenin hava giriş basıncı 110,000 Pa değerinden başlayıp 250,000 Pa değerine kadar her 10,000 Pa'lık değer artışı için başlangıç giriş basınç değeri arttırılarak uygulanmış, çıkış ve açıklık sınır şartları tanımlanmıştır. Akışkan tipi olarak 25 °C ortam sıcaklığında ideal hava seçilmiştir. Türbülans modeli SST türbülans modeli olarak belirlenmiş ve basınç değerleri dışında diğer tüm parametreler sabit tutulup analizler ayrı ayrı çözülmüştür. Statik analiz zamandan bağımsız olduğu için Transient (zamana bağlı) analiz ile akıştaki dinamik davranışlar belirlenmiştir. Statik analizden elde edilen sonuçlar dinamik analiz için kullanılmış ve akış  $3 \times 10^{-3}$  saniyelik bir süreçte, her  $1 \times 10^{-5}$  saniyelik zaman dilimleri için toplam 10 adımda incelenmiştir.

Yapılan analizler sonucu akış içerisinde radikal değişiklik gösteren ve buna bağlı olarak vortisitelerin, vortekslerin, vorteks yırtılmalarının, vorteks bozulmalarının ve akış ayrılmalarının farklı şekillerde meydana geldiği ve hatta kaybolduğu 4 farklı kritik giriş basınç değeri bulunmuş ve bu basınç değerlerindeki akış hareketleri incelenmiştir.

Vorteks bozulmalarının yapılan tüm basınçlarda gerçekleştiği görülmüştür. Basıncın artmasıyla birlikte eksenel hızın arttığı gözlenmiştir Ayrıca yapılan analizlerden akışın ters yönde hız azalmalarına neden olduğu ve ters basınç gradyanları oluşturarak akışın ters yönde ilerlemesine sebebiyet verdiği gözlemlenmiştir.

Yapılan alışma sonucunda vorteks yırtılmalarının hız değerindeki dalgalanmaların sonucu olarak ortaya çıktığı görülmüştür. Hız gradyanlarının cidarda en güçlü olduğu ve buna bağlı olarak durgunluk basınç gradyanlarının da cidarda en güçlü olduğu görülmüştür. Vortisite değerlerinin ve swirl mukavemeti değerlerinin yüksek giriş basıncı değerlerinde düşük giriş basıncı değerlerine göre daha yüksek olduğu belirtilmiştir. Vorteks bozulmalarının, akış yönüne ters akım oluşmasına etki ettiği ve vorteks bozulmalarının sonucu akışta durgunluğun meydana geldiği görülmüştür. Aynı şekilde vorteks bozulmalarının, her basınç seviyesi için, durgunluğun bir sonucu olduğu söylenebilir.

**Anahtar Kelimeler:** Vorteks teknolojisi, helisel hava akımı, basınç etkisi, vorteks bozulmaları, swirling sayısı, rossby sayısı, sayısal akışkanlar dinamiği

**2015, 200 sayfa**

## **ABSTRACT**

**M.Sc. Thesis**

### **INVESTIGATION OF PRESSURE DIFFERENCE EFFECTS ON THE SWIRLING AIR FLOW AROUND A FIBER IN A PIPE BY COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS METHOD**

**Faik ÖZ**

**Süleyman Demirel University  
Graduate School of Applied and Natural Sciences  
Department of Mechanical Engineering**

**Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Mustafa Reşit USAL**

In this thesis, general behaviour of swirling air-flow in a cylindrical nozzle is investigated. Geometrical dimensions of nozzle predetermined. Both steady-state and transient analysis of air flow are realized and obtained results have been examined by ANSYS CFX software.

In this study, geometrical properties of nozzle structure are summarized as follows; the selected air nozzle (twisting chamber) has a geometry of 2.5 mm. main hole diameter, 0.5 mm. subsidiary hole diameter, 24 mm. body length, 4 holes along the perimeter and hole angle of 15 degrees. For investigation of flow characteristics both near the nozzle inlet and near the nozzle outlet, two cylindrical chambers are placed in this construction. One of them (cylindrical chamber) is located in front of the spinning chamber and the other one is located behind of the spinning chamber. Cylindrical chamber inner diameter is 0.2 mm., outer diameter is 20 mm. and length is 20 mm. At the beginning, inlet pressure at injectors are chosen as 110,000 Pa and in the each next step this initial pressure value is increased step by step as 10,000 Pa. Last value of injector pressure is determined as 250,000 Pa. Inlet and outlet boundary conditions are defined for flow analysis. As a type of fluid is chosen ideal gas at the surrounding temperature (25 °C). Shear stress transport (SST) model is employed to study compressible tangentially injected swirling flow in the nozzle of air-jet spinning process. The nozzle geometric parameters (the injection angle, the injector diameter, number and position of injector nozzle length and diameter of chambers) are hold constant. Only one variable parameter is chosen as inlet pressure of injectors. Since static analysis is independent of time, dynamic behavior of fluid flow is investigated in the transient analysis. To compare conveniently, we change only one design parameter (which is pressure) at a time. Previously obtained results from static analysis are then used in dynamic analysis. Based on the static analysis, the duration of one period is very short (about  $1 \times 10^{-4}$  second). Total flow time of dynamic analysis is determined as  $3 \times 10^{-3}$  second and time steps are chosen as 10 steps ( $1 \times 10^{-5}$  seconds).

The results of analysis show that injector pressure is the most important parameter affecting the flow characteristics (vorticities, vortexes, vortex burstings, vortex

breakdowns and flow separation). It was observed that there are four different pressure levels in which radical changes of flow characteristic have been occurred.

Vortex breakdowns have been observed nearly in all pressure levels. With increasing injector pressure, axial velocity increase and vortex breakdown location is moved slightly downward. It is clear from the figures that with pressure increase, the recirculation strength near the upstream wall increases and the location gradually shifts towards the nozzle inlet. The vortex breakdown location of the injector downstream is moved slightly downward with pressure increase. Note that vortex breakdown does not occur at lower nozzle pressure.

At the result of study, it was observed that velocity fluctuations have been resulted with vortex burstings. Not only velocity gradients has more strength near wall but also stagnation pressure gradients has more strength near wall. Vorticity and swirl strength have higher values when inlet injector pressure levels are higher. In conclusion, vortex breakdowns affects the flow field by inverting flow so that stagnation occurs. However, it can said, vortex breakdowns are also results of stagnation.

**Keywords:** Technology of vortex, helical air flow, pressure effects, vortex breakdown, Swirling number, Rossby number, CFD (computational fluid Dynamics)

**2015, 200 pages**

## TEŞEKKÜR

Bu araştırma için beni ynlendiren, benden yardımlarını esirgemeyen, karşılaştığım zorlukları bilgi ve tecrbesi ile aşmamda yardımcı olan değerli danışmanım Do. Dr. Mustafa Reşit USAL'a teőkrlerimi sunarım.

Çalışmamın başından itibaren benden desteklerini esirgemeyen, her konuda yardımları ile beni bu çalışmada yalnız bırakmayan değerli arkadaşlarım Hüseyin YILDIRIM ve Serhat CAN'a teőkr bir borç bilirim.

Yüksek lisans ve tez çalışmam boyunca her zaman benden desteğini esirgemeyen, tezimin düzenleme safhasında tezimi okuyarak bana katkıda bulunan Yunus Emre KIRMIZIOĞLU, Burak ENCİN ve Metin KABACIK'a teőkr ederim.

Tezimin her aşamasında beni yalnız bırakmayan, sevgi ve desteklerini benden hiç esirgemeyen aileme sonsuz teőkr ve saygılarımı sunarım.

Faik Z  
ISPARTA, 2015

## ŞEKİLLER DİZİNİ

	<b>Sayfa</b>
Şekil 1.1. Bir boru içerisindeki swirling akış .....	1
Şekil 1.2. Swirling akıştaki akım hatları .....	2
Şekil 1.3. Swirl olmayan dairesel akım.....	4
Şekil 1.4. Dairesel akım $S=0.3$ .....	4
Şekil 3.1. Sistem hacimleri ve yüzeyleri ile sabitlenmiş hacimler ve yüzeylerler arasındaki ilişki .....	24
Şekil 3.2. Küçük bir silindirik akış elemanı için çevresel ve dairesel hız.....	38
Şekil 3.3. Kısa bir zaman aralığındaki vorteks sıra elemanın değişimi .....	43
Şekil 3.4. (a) Düz yüzeyli bir kanattan sınır vortisitisi kullanarak geçen viskoz olmayan akışın analizi (b) Sınır tabakası vortisitisi ile sınırlı kanattaki sirkülasyon .....	47
Şekil 3.5. Bir akıştaki üst akım ve alt akım bölgeleri .....	57
Şekil 3.6. Bir yanma odasındaki çıkış daralmasının akım hatları üzerindeki etkisi (a) $S=5.2$ (çıkış daralması yok) (b) $S=5.2$ (%54.5 çap daralması) (c) $S=22.4$ (çıkış daralması yok) (d) $S=22.4$ (%54.5 çap daralması var)....	58
Şekil 3.7. (a) Kabarcık (b) Spiral ve (c) Çift spiral vorteks bozulmalarının sayısal simülasyonu .....	93
Şekil 3.8. Spiral vorteks bozulmasının oluşumu.....	94
Şekil 3.9. Kabarcık tipi vorteks bozulmasının oluşumu .....	95
Şekil 3.10. Düz geometrisi .....	97
Şekil 3.11. Kontrol hacimlerinin yerleştirildiği düze geometrisi.....	97
Şekil 3.12. Tetrahedron mesh uygulanan parça .....	98
Şekil 3.13. Geometri üzerine uygulanan mesh özellikleri .....	99
Şekil 3.14. Analizi yapılacak parçanın sınır ve açıklık şartları.....	101
Şekil 3.15. Çözüm işlemi için gerekli değerler .....	102
Şekil 3.16. Transient analiz için toplam zaman ve zaman adımları değerleri.....	103
Şekil 3.17. Transient analiz için başlangıç şartlarının tanımlanması .....	103
Şekil 3.18. Transient analiz sonuçları için sonuç sayfası oluşturulması .....	104
Şekil 4.1. Analizi yapılacak parçanın açıklık ve çıkış bölgeleri .....	108
Şekil 4.2. Analizi yapılacak parçadaki fiber bölgeleri .....	109
Şekil 4.3. 150,000 Pa giriş basıncı için akım hatları.....	117
Şekil 4.4. 180,000 Pa giriş basıncı için akım hatları.....	118
Şekil 4.5. 200,000 Pa giriş basıncı için akım hatları.....	119
Şekil 4.6. 240,000 Pa giriş basıncı için akım hatları.....	120
Şekil 4.7. 150,000 Pa giriş basıncı için YZ kesiti hız profili .....	121
Şekil 4.8. 180,000 Pa giriş basıncı için YZ kesiti hız profili .....	122
Şekil 4.9. 200,000 Pa giriş basıncı için YZ kesiti hız profili .....	123
Şekil 4.10. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ kesiti hız profili .....	124
Şekil 4.11. 150,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki hız profili.....	125
Şekil 4.12. 180,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki hız profili.....	126
Şekil 4.13. 200,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki hız profili.....	127
Şekil 4.14. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki hız profili.....	128
Şekil 4.15. 150,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki x-ekseni hız profili .....	129
Şekil 4.16. 180,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki x-ekseni hız profili .....	130



Şekil 4.17. 200,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki x-ekseni hız profili .....	131
Şekil 4.18. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki x-ekseni hız profili .....	132
Şekil 4.19. 150,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki y-ekseni hız profili .....	133
Şekil 4.20. 180,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki y-ekseni hız profili .....	134
Şekil 4.21. 200,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki y-ekseni hız profili .....	135
Şekil 4.22. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki y-ekseni hız profili .....	136
Şekil 4.23. 150,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki z-ekseni hız profili .....	137
Şekil 4.24. 180,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki z-ekseni hız profili .....	138
Şekil 4.25. 200,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki z-ekseni hız profili .....	139
Şekil 4.26. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki z-ekseni hız profili .....	140
Şekil 4.27. 150,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki toplam basınç gradyanları.....	141
Şekil 4.28. 180,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki toplam basınç gradyanları.....	142
Şekil 4.29. 200,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki toplam basınç gradyanları.....	143
Şekil 4.30. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki toplam basınç gradyanları.....	144
Şekil 4.31. 150,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki kütleli debi .....	145
Şekil 4.32. 180,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki kütleli debi .....	146
Şekil 4.33. 200,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki kütleli debi .....	147
Şekil 4.34. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki kütleli debi .....	148
Şekil 4.35. 150,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki türbülanslı kinetik enerji.....	149
Şekil 4.36. 180,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki türbülanslı kinetik enerji.....	150
Şekil 4.37. 200,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki türbülanslı kinetik enerji.....	151
Şekil 4.38. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki türbülanslı kinetik enerji.....	152
Şekil 4.39. 150,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki birinci harmanlama .....	153
Şekil 4.40. 180,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki birinci harmanlama .....	154
Şekil 4.41. 200,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki birinci harmanlama .....	155
Şekil 4.42. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki birinci harmanlama .....	156
Şekil 4.43. 150,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki ikinci harmanlama.....	157
Şekil 4.44. 180,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki ikinci harmanlama.....	158
Şekil 4.45. 200,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki ikinci harmanlama.....	159
Şekil 4.46. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki ikinci harmanlama.....	160
Şekil 4.47. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 1e-05 saniyelik hız profili.....	161
Şekil 4.48. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 2e-05 saniyelik hız profili.....	162
Şekil 4.49. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 3e-05 saniyelik hız profili.....	163
Şekil 4.50. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 4e-05 saniyelik hız profili.....	164

Şekil 4.51. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 5e-05 saniyelik hız profili.....	165
Şekil 4.52. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 6e-05 saniyelik hız profili.....	166
Şekil 4.53. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 7e-05 saniyelik hız profili.....	167
Şekil 4.54. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 8e-05 saniyelik hız profili.....	168
Şekil 4.55. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 9e-05 saniyelik hız profili.....	169
Şekil 4.56. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 1e-04 saniyelik hız profili.....	170
Şekil 4.57. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 2e-04 saniyelik hız profili.....	171
Şekil 4.58. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 3e-04 saniyelik hız profili.....	172
Şekil 4.59. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 4e-04 saniyelik hız profili.....	173
Şekil 4.60. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 5e-04 saniyelik hız profili.....	174
Şekil 4.61. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 1e-02 saniyelik hız profili.....	175
Şekil 4.62. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ kesiti hız profili (fiber 5 parçalı).....	176
Şekil 4.63. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ kesiti hız profili (fibersiz).....	177
Şekil 4.64. 240,000 Pa giriş basıncı için akım hatları (fiber 5 parçalı).....	178
Şekil 4.65. 240,000 Pa giriş basıncı için akım hatları (fibersiz).....	179
Şekil 4.66. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 1e-04 saniyelik hız profili (fiber 5 parçalı).....	180
Şekil 4.67. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 2e-04 saniyelik hız profili (fiber 5 parçalı).....	181
Şekil 4.68. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 1e-02 saniyelik hız profili (fiber 5 parçalı).....	182
Şekil 4.69. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 2e-02 saniyelik hız profili (fiber 5 parçalı).....	183
Şekil 4.70. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 1e-04 saniyelik hız profili (fibersiz).....	184
Şekil 4.71. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 2e-04 saniyelik hız profili (fibersiz).....	185
Şekil 4.72. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 1e-02 saniyelik hız profili (fibersiz).....	186
Şekil 4.73. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 11e-04 saniyelik hız profili (fibersiz).....	187
Şekil 4.74. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 11.5e-04 saniyelik hız profili (fibersiz).....	188
Şekil 4.75. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 12e-04 saniyelik hız profili (fibersiz).....	189

Şekil 4.76. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 2e-03 saniyelik hız profili (fibersiz) .....	190
Şekil 4.77. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 2e-02 saniyelik hız profili (fibersiz) .....	191

## ÇİZELGELER DİZİNİ

	<b>Sayfa</b>
Çizelge 4.1. Kritik basınçlar için kütleli debi değerleri .....	113
Çizelge 4.2. Kritik basınçlar için vortisite değerleri .....	113
Çizelge 4.4. 150,000 Pa giriş basıncı için toplam basınç, kütleli debi ve hız değerleri.....	114
Çizelge 4.5. 180,000 Pa giriş basıncı için toplam basınç, kütleli debi ve hız değerleri.....	114
Çizelge 4.6. 200,000 Pa giriş basıncı için toplam basınç, kütleli debi ve hız değerleri.....	114
Çizelge 4.7. 240,000 Pa giriş basıncı için toplam basınç, kütleli debi ve hız değerleri.....	115
Çizelge 4.8. 240,000 Pa giriş basıncı değeri için fiberin bulunmadığı durumdaki momentum değerleri .....	115
Çizelge 4.9. 240,000 Pa giriş basıncı değeri için fiberin 5 parçaya bölüdüğü durumdaki momentum değerleri .....	116
Çizelge 4.10. 240,000 Pa giriş basıncı değeri için fiberin 5 parçaya bölüdüğü durumdaki kuvvet ve tork değerleri .....	116

## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

A	Alan
$A_{D_i}$	Kanal alanı
$A_i$	Başlangıç çekirdek alanı
$A_{\text{sistem}}$	Sistem yüzeyi
$B_i$	B vektörünün i bileşeni
$B_w$	Kabuk sürtünme vektörü teğetsel bileşeni
c	Akışkanın belirlenen herhangi bir özelliği
C	Silindirik alanı sınırlayan kontur
$C_{p_t}$	Durgunluk basınç kayıp katsayısı
$C_{p_{t,c}}$	Çekirdek durgunluk basıncı bozulma katsayısı
curl	Curl
$\frac{D}{Dt}$	Maddesel türev operatörü
div	Diverjans
dm	Akışkan partikülünün kütlesi
$d\ell$	Çizgisel elemanın şiddeti
$dQ_{\text{tersinir}}$	Tersinir artan durumda sisteme olan ısı transferi oranı
$\oint()$	Özellikleri meydana getiren çok küçük miktardaki ısı ve iş
$\frac{dQ}{dt}$	Sisteme olan ısı transferi oranı
$\frac{dW}{dt}$	Sistem tarafından yapılan iş oranı
$\frac{dW_{\text{basıncısız}}}{dt}$	Kontrol hacmindeki akışkan tarafından yapılan iş oranı
e	Enerji
E	Sınır yüzeyi dışındaki durumlar
$e_{Dış}$	Dış hız veya serbest akıştaki hız
$e_{ij}$	Gerinme tensörü
$e_{ijk}$	Permütasyon işareti
$E_r$	Sınır dışındaki yüzeyin radyal bileşeni
$E_\theta$	Sınır dışındaki yüzeyin çevresel bileşeni
$E_t$	Toplam enerji
$e + \frac{u^2}{2}$	Birim kütle başına enerji
exp	Eksponansiyel (üstel)
f	Coriolis frekansı
F	Kuvvet
$F_{Dış}$	Partikül üzerine etki eden dış kuvvetler
$F_{\text{viskoz}}$	Viskoz kuvvetler
$f(x)$	Kararlı olmak zorunda olan aksenal değişiklikler
h	Entalpi
H	Helisite
k	Türbülans kinetik enerjisi
K	$2\pi$ ile bölünmüş, yarıçapın r olduğu sirkülasyon dilimi
$K_c$	Çekirdek sirkülasyonu
$K_0$	$r=0$ durumundaki K değeri
L	Uzunluk ölçeği
n	Yüzey bölgesel dikey doğrultusu
p	Basınç

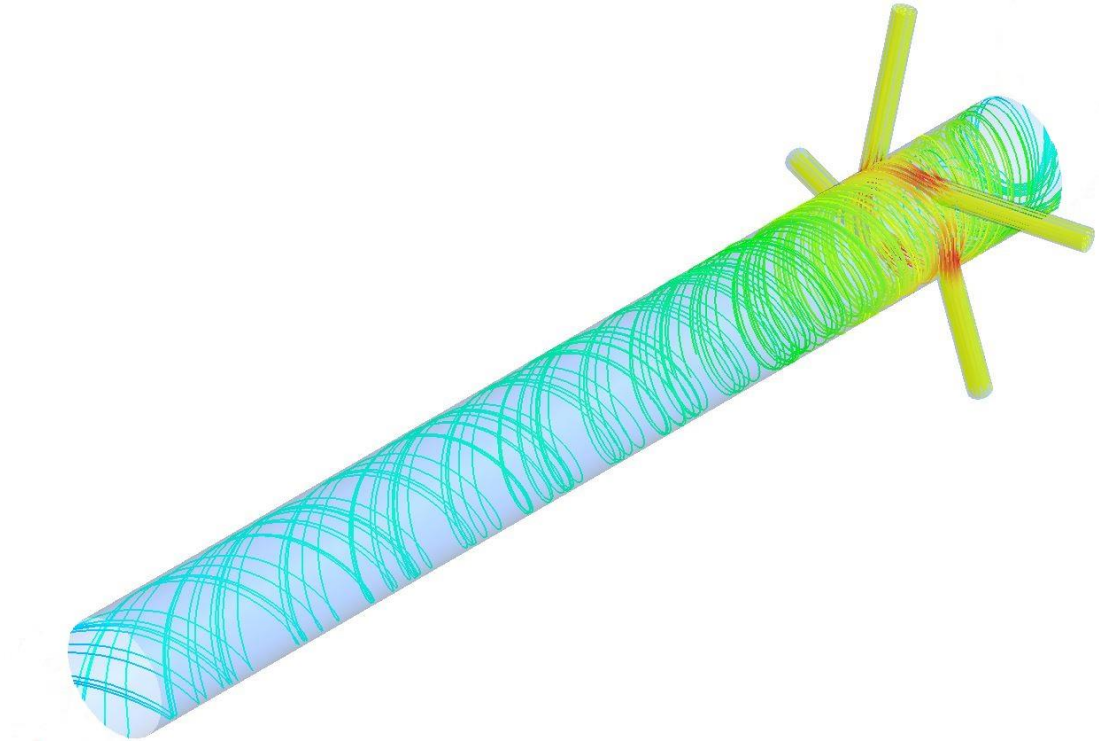
$P_a$	Pascal
$p_a$	Çekirdek kenar basıncı
$p_{ref}$	Referans basıncı
$p_t$	Herhangi bir basınç
$P_{t_c}^{-M}$	Çekirdek kütle ortalama durgunluk basıncı
$p_{t_{Dış}}$	Herhangi bir dış basınç
$p_{uzak}$	Uzak bölge basıncı
$p_{-\infty}$	Uniform (değişmeyen) statik basınç
$r$	Yarıçap
$r_{dış}$	Dairesel bölge dış yarıçapı
$r_{iç}$	Dairesel bölge iç yarıçapı
$r_m$	Ortalama yarıçap
$r_{ref}$	Referans yarıçapı
$r_0$	Dar kanal yarıçapı
$Ro$	Rossby sayısı
$s$	Entropi
$S$	Swirl parametresi
$S_{c_i}$	Giriş çekirdek swirl parametresi
$S_{c_{kritik}}$	Kritik swirl sayısı
$S_{ç}$	Vorteks çekirdeği için swirl parametresi
$Sw$	Swirl sayısı
$t$	Zaman
$T$	Sıcaklık
$u$	Hız
$U$	Karakteristik hız ölçeği
$u_r$	Radyal hız
$U_T$	Katı gövde dönüş hızı
$u_x$	Eksenel hız
$U_x$	Akış dış kısmındaki eksenel hız
$\bar{u}_x$	Uniform (değişmeyen) eksenel hız
$u_{x_a}$	$r=a$ olduğu durumdaki eksenel hız
$u_{x_0}$	$r=0$ olduğu durumdaki eksenel hız
$u_{\theta}$	Çevresel hız
$u_{\theta_{maks.}}$	Maksimum çevresel hız
$u_{\theta_0}$	$r=0$ olduğu durumdaki çevresel hız
$V$	Hacim
$\dot{V}$	Birim derinlik için akış hacmi
$V_i$	Giriş hacmi
$V_{sistem}$	Sistem hacmi
$y$	Akım tüpü yüksekliği
$y^*$	Duvara en yakın olan uzaklık
$q$	Isı akı vektörü
$Q$	Sisteme alınan ısı
$\dot{Q}$	Birim kütle başına ısı ilavesi oranı
$W$	Sistem tarafından yapılan iş
$W_{eff}$	Efektif kanal genişliği
$x$	İlgili bölgedeki herhangi bir yer

$x'$	Vortisite elemanı olan yarıçap vektörü
$X$	Birim kütle başına gövde kuvvetleri
$X_i$	Birim kütle başına gövde kuvvetleri bileşeni
$\alpha$	Akış açısı
$\alpha_E$	Dış durumdaki akış açısı
$\gamma'$	Vortisite elemanı olan yarıçap vektörüne uygulanan intergrasyon
$\Gamma$	Sirkülasyon
$\delta$	Sınır tabakası kalınlığı
$\delta^*$	Sınır tabakası kalınlığı veya “wake” yerdeğişimi kalınlığı
$\delta_{x_i}$	Herhangi iki akışkan partikülünü ayıran bileşen
$\delta_{u_i}$	Herhangi iki akışkan partikülünün ayrıldığı durumdaki hız
$\Delta E_t$	Sistemdeki toplam enerji
$\Delta p_a$	Çekirdek kenar basınç değişimi
$\Delta p_t$	Durgunluk basınç değişimi
$\Delta p_{\text{toplam}}$	Toplam statik basınç değişimi
$\Delta r_{\text{dış/iç}}$	Dış yarıçapın iç yarıçapa oranı
$\Delta z_w$	İki akım hattı arasındaki yüzey kısmı, ayrılma mekanizması
$\varepsilon$	Gerinim oranı
$\lambda$	Dalgaboyu
$\mu$	Dinamik viskozite
$\nu$	Kinematik viskozite
$\rho$	Yoğunluk
$\sigma_i$	Çekirdek alanının kanal alanına oranı
$\tau_{ij}$	Kayma gerilmesi
$\tau_{rx}$	Radyal yöndeki kayma gerilmesi
$\tau_{\theta x}$	Çevresel yöndeki kayma gerilmesi
$\frac{\tau_w}{\mu}$	Kabuk sürtünme vektörü
$\psi$	Akım fonksiyonu
$\psi_{\text{üst}}$	Üst akım fonksiyonu
$\phi$	Hız potansiyeli
$\phi^*$	Serbestlik derecesi
$\omega$	Vortisite
$\omega^*$	Türbülans frekansı
$\omega_{\text{ortalama}}$	Ortlama vortisite değeri
$\omega_r$	Vortisite radyal bileşeni
$\omega_x$	Vortisite aksenal bileşeni
$\omega_w$	Cidardaki vortisite
$\omega_\theta$	Vortisite çevresel bileşeni
$\Omega$	Açısal hız
$\Omega_{ij}$	Vortisite tensörü
$\Omega^*$	Gezegensel dönüşün açısal frekansı
$[[f]]$	Çekirdek sıçrama şartları
$\nabla'$	Vortisite elemanı olan yarıçap vektörü

## 1. GİRİŞ

Hayatımızda ve mühendisliğin birçok alanında swirling akışlarla karşılaşmaktadır. “Swirling Akış”, dönerek ilerleyen helisel akış olarak tanımlanmaktadır. Örnek olarak, doğa olaylarındaki tornadolar, kasırgalar, su anaförleri vb. birçok olay gösterilebilir. Bununla birlikte mühendislik alanında ise siklon ayırıştırıcılarında, jet motorlarında ve yanma odaları gibi yine birçok alanda swirling akışlarla karşılaşmaktadır. Swirling akışlarının anlaşılması için akış hareketinin tahminlerinin iyi derecede bilinmesi önem arz etmektedir.

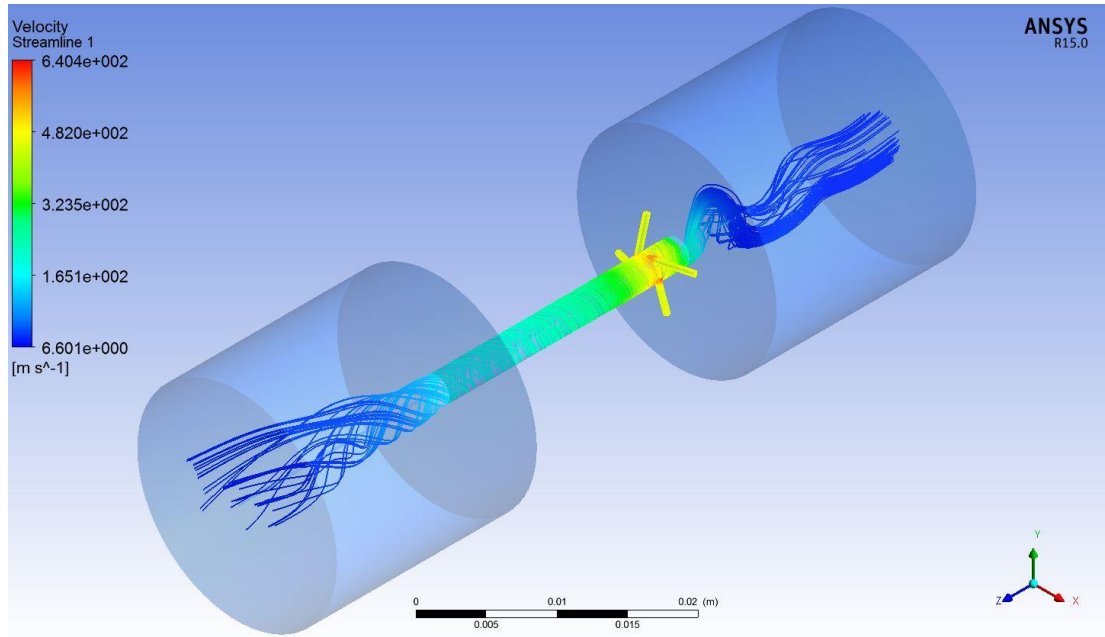
Swirl, akışta var olan radyal dağılımlar olarak bilinmektedir. Farklı radyal ve teğetsel dağılımlar sonucunda swirling akışlar meydana gelmektedir. Ayrıca swirling jetler de swirl oluşturmak için kullanılmaktadır. Eğer swirl oluşumu incelenecek olursa teğetsel ve radyal bileşenlerin akış içerisinde oluşan swirling akış için ne kadar önemli olduğu anlaşılacaktır. Şekil 1.1. bir boru içerisinde oluşan swirling akışı göstermektedir.



Şekil 1.1. Bir boru içerisindeki swirling akış



Swirling akışlar farklı parametrelere bağlıdır. Bu parametrelerin çoğu yapılan çalışmalar sonucunda formülize edilmiş ve bulunmuştur. Bunlardan en önemlisi “Swirling Sayısı”dır. Swirling sayısı akış içerisindeki momentumların oranlarıyla ilgili bir sayıdır ki bu yüzden swirling akışlar üzerinde hızın rolü çok büyüktür. Ancak swirling akışları karakterize eden tek parametre hız değildir. Hızın yanında basınç da swirling akışlar için önemli bir değişkendir. Bunlarla birlikte, giriş basınç değerleri, girişteki swirl yoğunluğu, akışın olduğu geometrideki şayet var ise teğetsel jetlerin yoğunluğu swirli etkileyen diğer parametrelere örnek olarak gösterilebilir. Swirl olayı kaotik bir süreç olduğu için, akış içerisinde meydana gelen değişimler de kaotik bir sürecin sonuçlarıdır ki bunlar genellikle akışın karakterize edilmesinde ve akışın en optimum düzeyde tutulmasının istendiği durumlarda dikkatle incelenmelidir. Şekil 1.2. analizi yapılmış bir problemdeki swirling akışı karakterize eden hız bileşenlerinin değerini ve akış içerisinde oluşan akım hatlarını göstermektedir.



Şekil 1.2. Swirling akıştaki akım hatları

Günümüzde bilgisayar teknolojisinin gelişmesiyle birlikte akışkanların hareketinin tahmin edilebilirliği artmıştır. Bunun sebebi ise hesaplamalı yapılan analizlerde kullanılacak bilgisayarların işlemci ve hafıza alanlarının teknoloji ile ileri derecede gelişmesidir.

Teknolojinin gelişmesi aynı zamanda komplike akışların çözümlenmesinde de yardımcı olmaktadır. Örnek olarak, bir iç yanma motorunun silindiri içerisindeki swirling akışın doğrudan nümerik hesaplama (Direct Numerical Simulation (DNS)) yöntemiyle hesaplanabilmesi gösterilebilir.

### **1.1. Swirling Akışların Karakterize Edilmesi**

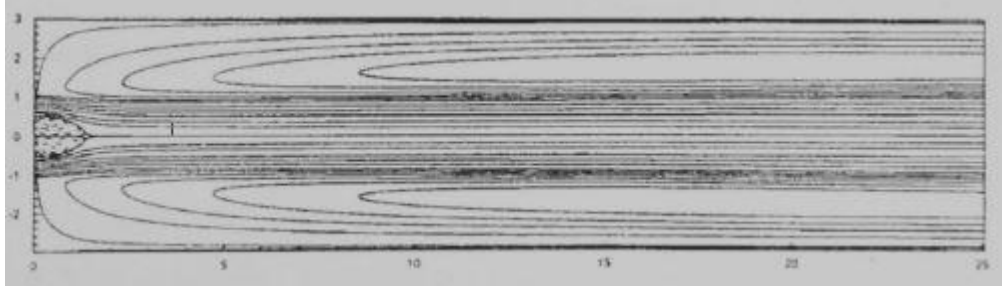
Swirling akışlar teğetsel hız bileşeni ile karakterize edilirler. Deneysel olarak bu teğetsel bileşen sıklıkla swirl oluşturabilen mekanizmaların kullanımıyla meydana gelir. Açık ve hız teğetleri ise swirli arttırmak ya da azaltmak için ayarlanır. Ayarlanmış olan akışkan ise ya bir yanma odasına ya da swirling jet oluşturmak için dar bir aralıktan hareketsiz bir ortama doğru geçer.

Swirling akış doğal olarak meydana gelmediği takdirde, teğetsel hızlarının radyal dağılımlarına göre iki farklı şekilde değerlendirilir. Serbest vorteks, durgun bir akışkana bir nozuldaki swirling jet akışıyla meydana gelir ve bu şekilde tanımlanabilir. Nozuldaki çıkan jet, gövde için düz bir hat eğiliminde devam edecektir. Bunun sonucunda jet radyal olarak dışa doğru yayılacaktır ve nozul mesafesine bağlı olarak bir konik şekil meydana getirecektir. Teğetsel hız, kinetik enerjinin kaybından dolayı yarıçap ile birlikte azalacaktır.

Zorlanmış vorteks ya da katı gövde rotasyonu akselal dönen silindir içerisindeki cidar sürtünmesinden meydana gelen swirl üretimi olarak tanımlanabilir.

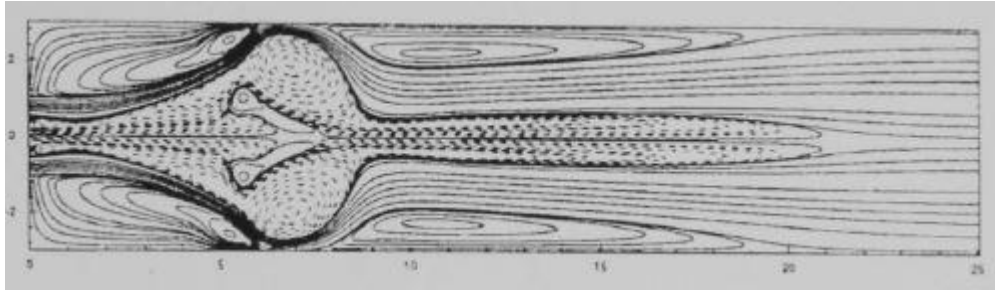
Gerçekte, serbest vorteksin akselal vorteks çekirdeği, aksel yakınında küçük bir zorlanmış vortekse sahip olmalıdır. İlk olarak tanımlanmamış teğetsel bir hız bileşeni belirlenmelidir ve daha sonra teğetsel hızın işareti simetri akselinde değiştirilmek zorundadır ki bu sadece zorlanmış vorteks ile tarif edilebilir. Teğetsel hızın en geniş değerinin radyal konumu, bu iki vorteks tipi arasındaki farkı anlamak için kullanılabilir. Serbest vorteks maksimum hıza merkez akselal yakın olduğu durumda sahip olur ki bu durumda zorlanmış vorteks maksimum hızı radyal uzantılara yakındır yani akselal uzaktır. Bu iki tip vorteksin birleştirilmesi Rankine vorteks'ine yol göstermiş olur öyle ki içteki kısım zorlanmış vorteks hareketinden oluşurken dışarıdaki kısım serbest vorteks hareketinden oluşur.

Akışa giren bir jetin varlığı akışta resirkülasyonlara neden olur. Böylece swirle ek olarak resirkülasyon da eklenmiş olur. Bunlar akışı düzenleyen etkenlerdir. Resirkülasyonda en önemli nokta, yanma uygulamalarındaki silindir eksenine boyunca genişleyen toroidal resirkülasyon bölgesidir. Şekil 1.2 ve 1.3 silindirik bir yanma odasındaki dairesel girişin oluşturduğu jetin akım hatlarını göstermektedir. İlk şekilde swirl yoktur ancak ikinci şekilde swirl sayısı 0.3'tür.



Şekil 1.3. Swirl olmayan dairesel akım (Jones, 1994)

Bu figürler, laminar akıştaki swirl tarafından ayarlanan ilave resirkülasyonları da göstermektedir.



Şekil 1.4. Dairesel akım  $S=0.3$  (Jones, 1994)

Swirli ilgilendiren birçok uygulama (turbomakineler gibi) doğal olarak türbülanslıdır ve bu yüzden swirl ve türbülans etkileşimi incelenmelidir.

## 1.2. Türbülans ve Swirling Akış

Yeterince küçük ölçekler ve yeterince düşük hızlarda, yani Reynolds sayısının ( $Re$ ) çok büyük olmadığı durumlarda viskoz akışkanın hareket denklemleri süreklilik yaklaşımıyla kolayca çözülebilir. Bu tip akışlar girdap ve momentum viskoz difüzyonu ile kontrol edilir. Doğada da deneysel olarak rahatça gözlemlenebilen böyle akışlara laminer akış denir. (Bayraktar, 2008)

Yüksek Reynolds sayılarında, atalet kuvvetleri viskoz gerilmeleri yener ve akış kararsız hale gelir. Akışın hız ve basınç değerlerinde ani dalgalanmalar görülür ve akış üç boyutlu olup süreksizleşir (daimi olmayan akış). Söz konusu bu durum oluşmaya başladığında akış artık türbülanslıdır. Esas itibari ile pratik mühendislikteki tüm akışlar türbülanslıdır. Roket, uçak, gemi ve otomobil gibi araçların etrafındaki akışlar, ısı değiştiricileri, türbin pervaneleri, güç santrallerinden atmosfere karışan yanma sonu atık gazlar türbülanslı ortamlarda bulunurlar. Bundan dolayı, genel uygulamalar için akış alanını analiz etmek gerektiğinde türbülans mutlaka göz önüne alınmalıdır. Her ne kadar günümüze kadar türbülans ile ilgili oldukça geniş ve kapsamlı çalışmalar yapılmış ise de günümüz klasik fiziğinde türbülans, bilim adamları ve mühendisler için hala çözülememiş temel bir problem olarak durmakta ve önemini muhafaza etmektedir. (Wilcox, 2002; Bayraktar, 2008)

Türbülans, akışın ortalama değerlerine göre hızdaki sürekli dalgalanmalara neden olan akıştaki kararsızlıkla karakterize edilir. 1895 yılında Reynolds'un yaptığı tanıtıcı çalışma bunun anlaşılması için uygundur. Reynolds akış değerlerinin dekompozisyonunu (analizini) yapmıştır. Yaptığı analizde akışın ortalama ve değişen bileşenlerinin analizini incelemiştir.

Türbülanslı akışlar, kendi içlerinde karakteristik yapılarını bulundurlar. Bunlardan en büyüğü türbülanslı girdaplardır ki bunlar ortalama akıştan enerji çekerler. Bu alanda 1941 yılında Kolmogorov bunu tarif eden ilk kişidir. Kolmogorov, geniş türbülanslı girdaplardan daha küçük benzerlerine (karşıtlarına) enerji kaskatının olduğunu göstermiştir. Bunun sonucu olarak ise türbülanslı enerji viskoz olaylar sonucunda ısı olarak harcanmıştır.

Türbülanslı akışlardaki dalgalanan hız bileşenleri, Reynolds gerilmeleri olarak bilinen, Reynoldsun türbülanslı gerilmeler konseptini oluşturmuştur. Bu gerilmeler, dairesel olmayan kanallardaki ikinci tip akışlar gibi ikinci akışlar oluşturabilmektedir ve bu ikinci tip akışların özellikleri laminer akışta ortaya çıkmayan özelliklerdir. (Speziale, 1996)

Türbülans sıklıkla cidarla sınırlandırılmış ya da kesme kuvvetinin var olduğu akışlarda, akıştaki hızın vorteks birikmesi ve vorteks dökülmesine öncülük etmesinden dolayı kesme kuvvetinin tetiklenmesiyle oluşur. Swirl, teğetsel bileşeni, gerinmedeki (zorlanmadaki) olağan aksenal ve radyal bileşenlerin zıttı gibi ifade eder. Böylelikle gerinme alanı daha da karmaşık bir hal alır ve türbülans üretiminin tahmin edilebilirliği zorlaşır. Swirl mekanizmasının türbülans üzerindeki etkilerinin anlaşılması için, tüm akışın dönme vektörünün,  $\Omega$ , küçük bir akış elemanının yerel (bölgesel) vortisitesiyle,  $\omega$ , kıyaslanması gerekir. (Hanjalic vd., 2002)

Akış kütlelerinin rotasyonu ile bölgesel vortisitenin hizalandığı an, bir akış elemanı üzerindeki bölgesel kesmenin azaltıldığı durumdaki gibi türbülans üretimi daha az olur.

Belirli (kesin) dönme hızları için eğer türbülanslı enerji yitimi üretimden daha fazla ise akış laminer hale dönebilir. Hareketsiz cidarlı bir boru içerisindeki swirling akış için, teğetsel hızın karşıt radyal gradyanı bölgesel vortisitenin,  $\omega$ , tüm akışın dönme vektörüne,  $\Omega$ , ye göre ters işaretli olmasına neden olur. Bu durum  $r - \theta$  düzlemindeki kesme kuvvetinin artmasından dolayı türbülans üretimini artırır. Vorteks çekirdeğinde, hem bölgesel hem de kütleli dönme hizalanmıştır. Bunun sebebi türbülans üretiminin daha düşük olmasını engellemek ve hatta akışın laminer hale geçmesinin engellenmesi içindir.

Swirling akışlara türbülansın katkısını tahmin etmek için, zaman ölçekli Navier-Stokes denklemlerinin çözülmesi gerekir. Burada, en küçük türbülanslı hareketlerin kapladığı en küçük mesh (ağ) için sayısal mesh yöntemi kullanılmalıdır (Kolmogorov ölçeği). Küçük boyutlardan dolayı, yüksek miktarda ve yüksek sayılardan oluşan hesaplamalı düğümler kullanılmalıdır.

Bu ise, ortalama akış alanı üzerindeki Reynolds gerilmelerinin etkilerinin modellenerek türbülans hakkında fikir sahibi olabilmek için türbülans modellerinin kullanılmasını gerektirir.

Türbülanslı akış tamamen anlaşılamayan ve klasik fizikte çoğunlukla anlamlı şekilde çözümlenemeyen bir problemdir. Fakat birçok mühendislik probleminin türbülanslı olması, “Türbülans modelleri” olarak tanımlanan modellerin geliştirilmesine neden olmuştur. Modeller, belirli bir noktaya kadar Navier-Stokes denklemlerini temel alan sistematik matematiksel türetmelerdir, ayrıca boyutsal argüman ve ampirik girdilere dayanan hipotezlerdir. (Gülsevinçler, 2013)

### **1.3. Sonlu Elemanlar Yöntemi**

Mühendislerin uğraştıkları kompleks problemlere doğrudan yaklaşamadıkları zaman ya da doğrudan yaklaşımla çözümün daha zor olduğu durumlarda, ana problemi daha kolay anlaşılabilen alt problemlere ayırıp, bu alt problemlerin çözümünden orijinal problemin çözümünü elde etmeleri çoğu zaman kullanılan bir metottur. Problemin çözümünde, iyi tanımlanmış sonlu sayıda eleman kullanarak yeterli bir model elde edilebilir. Böyle problemler sonlu olarak adlandırılır. Gerçekte elastik sürekli ortamda elemanlar arası bağlantı noktalarının sayısı sonsuzdur (Çam vd., 2005).

Sonlu elemanlar metoduyla bu sonsuz sayıdaki bağlantı sonlu bir sayıya indirgenir. Cisim sanki sadece bu noktalardan birbiriyle bağlıymış gibi düşünülür. Sonlu sayıda bu bağlantı noktaları ne kadar çoğaltılırsa bu metotla yapılan çözümdeki hata oranı o kadar küçülür. Diğer taraftan bu sayının çok fazla artması da sayısal çözümlemede büyük zorluk getirir. Bilgisayarlar yardımıyla bu zorluk bir derece giderilmiştir. Sonlu elemanlar metodunun önemli bir özelliği, tüm problemi temsil etmek üzere elemanları bir araya koymadan önce, her bir elemanın ayrı formüle edilebilmesidir. Eğer bir gerilme analizi problemi ile uğraşılıyorsa her bir elemana etki eden dış kuvvetler ile elemanın düğüm noktalarının, yer değiştirme bağıntıları bulunduğu tüm sistem çözülmüş olur. Bu şekilde kompleks bir problem oldukça basit bir probleme dönüşür (Çam vd., 2005).

Sonlu elemanlar metodunu, diğer nümerik metotlardan üstün kılan başlıca unsurlar şöyle sıralanabilir:

- Kullanılan sonlu elemanların boyutlarının ve şekillerinin değişkenliği nedeniyle ele alınan bir cismin geometrisi tam olarak temsil edilebilir.
- Bir veya birden çok delik veya köşeleri olan bölgeler kolaylıkla incelenebilir.
- Değişik malzeme ve geometrik özellikleri bulunan cisimler incelenebilir.
- Sebep sonuç ilişkisine ait problemler, genel direngenlik matrisi ile birbirine bağlanan genelleştirilmiş kuvvetler ve yer değiştirmeler cinsinden formüle edilebilir.

Sonlu elemanlar metodunun bu özelliği problemlerin anlaşılmasını ve çözülmesini hem mümkün kılar hem de basitleştirir.

- Sınır şartları kolayca uygulanabilir. (Akay, 2005)

Sonlu elemanlar yöntemi, çok çeşitli mühendislik problemlerine sonuç elde edebilen sayısal bir işlemdir. Kararlı rejimli, değişken rejimli, lineer, lineer olmayan durumlar için gerilim analizi, ısı transferi analizi, akışkanlar mekaniği analizi ve elektromanyetizma problemlerinin analizleri sonlu elemanlar yöntemi ile yapılabilir. (Eppstein vd., 1994)

“Sonlu Elemanlar Yönteminde” (Finite Elements Method (FEM)) modeller sonlu sayıda elemanlara bölünür. Bu elemanlar belli noktalardan birbiriyle bağlanır, bu noktalara düğüm (node) denir. (İpek, 2011)

Her bir elemandaki yer değiştirmeler doğrudan düğüm noktalarındaki yer değiştirmelerle ilişkilidir. Düğüm noktalarındaki yer değiştirmeler ise elemanların gerilmeleriyle ilişkilidir. “Sonlu Elemanlar Yöntemi” bu düğümlerdeki yer değiştirmeleri çözmeye çalışır. Böylece dış kuvvetler ile iç kuvvet dağılımının dengesi oluşturulmaya çalışılır. Bu düğüm noktaları mutlaka belli noktalardan hareketsiz bir şekilde sabitlenmelidir. (Dursun, 2006)

## 2. KAYNAK ÖZETLERİ

$k - \varepsilon$  ve  $k - \omega$  modelleri, makul tahmin edilebilirlik için kullanılan en popüler iki-denklemliler türbülans modelleridir (Launder ve Sharma 1974; Wilcox, 1994). Bu modeller, swirling akışlarda ve ayırıcı akışlarda, Menter'in (1994) "Kesme Gerilme Taşınımı" SST modeli gibi farklı varyasyonlarla çeşitli yazarlar tarafından test edilmiştir (Yaras ve Gorosvenor, 2003; Chen ve Lin, 1999; Jakirlic ve diğerleri, 2001). Bununla birlikte, bu türdeki modeller serbest vorteks hareketini algılayamamaktadır. Çünkü bu modeller, bir boru boyunca aksel yönde katı gövde dönmesine geri dönen zamanından evvel oluşmuş (premature) akış karakteristikleri göstermektedir.

Chien (1982), Shih ve diğerleri (1997) ve Speziale (1987) gerilme tensörünün ortalama oranının lineer olmayan kombinasyonlarını kullanarak, gerilme anizotropilerinin kullanımını hesaplayarak  $k - \varepsilon$  modelinin geliştirilmesi üzerine çalışmada bulunmuşlardır. Bununla birlikte, Yuan ve So (1998) tarafından gösterildiği üzere, bu modeller anlamlı bir şekilde tahmin edilebilirlik sağlayamamıştır.

İki denklemliler modeller üzerinde, kare kanal akışları gibi (Speziale, 1996) diğer akışların tahmin edilebilmesi için geliştirmeler yapılmıştır. Bu geliştirmeler diferansiyel gerilme taşıma modelleri ya da Reynolds gerilmelerini kullanmıştır. Fazladan yapılan hesaplamaların maliyetine karşılık yüksek tahmin edilebilirlik, swirling akışlarda bu modellerin kullanılmasını teşvik etmektedir.

Basınç dalgalanmaları tarafından türbülanslı gerilimin yeniden dağıtılması (redistrübasyonu) yapılan araştırmaların temel alanıdır. Basınç dalgalanmaları aynı zamanda basınç-gerinim bağıntısı (korelasyonu) olarak da bilinir. Rotta (1951) ve bunu takip ederek Hanjalic ve Launder (1972) ve Launder ve diğerleri (1975) ilk modelleri üretmişlerdir ve başlangıçtaki gerinmiş (zorlanmış) türbülansın izotropiye dönmesi gibi özellikleri hesaplayabilmek için gerilim anizotropi tensörü kullanmışlardır.

Lumley (1978) yılında yaptığı çalışmayla gelişmiş bir model göstermiştir. Bu model, modelleme kabullerinin yapılabilmesi ve erişilebilirlik konseptinin kullanılabilmesi için fiziksel sınırlamaların uygulanmasının gerekliliğini göstermiştir. Daha sonraları



Speziale ve diğeri (1991) ve Fu, Launder ve Tselepidakis (1987) tarafından yapılan araştırmalarda, ortalama hız değişim derecesi katsayılarının, anizotropi tensörünün lineer olmayan fonksiyonlarıymış gibi sunulmuştur. Craft ve Launder (2001) ve daha sonra Jovanovic ve diğeri (2003) tarafından yapılan modern modeller, cidarda ve serbest yüzeylerde iki bileşenli kısıtlı modeller içermektedir. Bu modeller için, Cidar-dikey Reynolds gerilmesinin düşürüldüğü ve teğetsel bileşenlerin arttırıldığı türbülansın iki bileşeninin birleştirilmesi, bu alanlardaki akış karakteristiğinin daha isabetli tahmin edilebilirliğini sağlamak adına kullanılmıştır.

İzotropideki enerji yitimi kabulünün geçerliliğı, Speziale ve Gatski (1997) Hallback ve diğeri (1990) ve Jakirlic ve Hanjalic (2002) gibi yazarlar tarafından da araştırması yapılarak ele alınmıştır. Buna rağmen, yazarların bilgisi ışığında, swirling akışlar için açıkça hiçbir geçerlilik yoktur. So ve diğeri (1999) yüzen kesme akışları için hesaplamalar yapmıştır ve bunun sonucunda bu alan için hala ilave modellerin gereksinimini belirtmiştir.

Younies ve diğeri (1996) tarafından çalışılan SSG (Speziale ve diğeri, 1991) modelinin kullanıldığı Reynolds gerilme modelleri, serbest ağızlı püskürtme memeleri türbülanslı swirling akışlardaki gibi akışlar için iki denklem modellerinin yüksek performanslarda olduğunu gözler önüne sermiştir. Chen ve Lin (1999) tarafından da yapılan çalışmalarda da LRR modelinden türetilen bu modelin silindir içerisindeki serbest vorteks akışı üzerine tahmin edilebilirliğı başarıyla gösterilmiştir. Buna rağmen Fu, Launder ve Leschziner (1987) ın yaptığı LRR modeli daha zayıf (kötü) sonuçlar vermiştir. Craft ve Launder (2001) tarafından yapılan daha gelişmiş modeller henüz bu tip akışlar için test edilmediğı için tahmin edilebilirlik üzerine herhangi bir gelişme kaydedildiğı bilinmemektedir.

Yılmaz (2011) yaptığı çalışmasında, basınçlı hava düzelerini kullanan bir ip eğirme sisteminde, tek ve çift katlı iplikler üretmiş, farklı düze konfigürasyonlarının iplik özellikleri üzerindeki etkilerini deneysel ve sayısal olarak analiz etmiştir. Bu çalışmada, elektronik kütleli debi ve basınç değerleri ölçülmüştür. Ancak basınç ve debi ölçümleri oldukça sınırlı sayıda yapılmış olup sistematik olarak basınç seviyesindeki artışların akış karakteristikleri üzerindeki etkileri detaylı olarak

incelenmemiştir. Bu eksikliğin giderilmesi için basınç seviyeleri sistematik şekilde arttırılarak ANSYS CFX programı ile gerekli simülasyonlar gerçekleştirilecektir.

İpek (2011), uygun bir mühendislik problemi üzerine farklı mesh yapma stratejilerinin kullanılarak doğru bir üretim yönteminin belirlenmesi için, doğru mesh üretiminin çözüm üzerindeki etkilerini incelemiştir. Yaptıkları çalışmada, seçilen geometrinin, hava girişindeki basıncı, çıkış ve açıklık sınır şartları tanımlanmıştır. Daha sonra akışkan tipine uygun türbülans modeli belirlenmiştir. Seçilen model üzerinde ANSYS ICEM CFD programı mesh yapmak için kullanmıştır. Mesh tipi dışındaki tüm analiz parametrelerini sabit tutup, hexa ve tetra mesh olmak üzere iki farklı mesh yöntemi ile mesh yapmıştır. Üretilen meshler ANSYS CFX programı ile analiz edilmiştir.

Gülsevinçler (2013), hava düzesi üzerinde yüksek hızlı hava akışının sayısal olarak modellenmesini ve oluşan türbülanslı akışın farklı türbülans modelleri yaklaşımıyla çözümünü analiz etmiştir. Bu çalışmada, Solidworks, Flow Simulation ve ANSYS CFX gibi ticari yazılımlar kullanarak, hava düzesinin modellenmesini yapmıştır. Seçilen geometrinin, ana delik çapı, yardımcı delik çapı ve delik açıları tanımlanmıştır. Ayrıca, hava girişine uygulanan basınçlı havanın değerini tanımlayıp çıkış ve açıklık sınır şartlarını belirlemiştir. Türbülans modellerinin farklı kullanım alanları olduğu için, bu sistemde kullanılacak olan en uygun türbülans modelini tespit etmeye çalışmıştır.

Oberleithner (2012), büyük ölçekli uyumlu akış yapılarındaki oluşumun önemi ile türbülanslı sarmal jetlerin teorik ve deneysel araştırmasını yapmıştır. Seçtiği mekanizma, aksenal ve teğetsel kesme tabakasının birlikteliğinden dolayı çoğunlukla üç boyutludur. Yaptığı çalışmada dört farklı inceleme yapmıştır. İlk olarak, baskın akış karakterleri farklı sarmal şiddetlerde karakterize edilmiştir. Daha sonra sarmal kesme tabakalarında genişleyen uyumlu akış yapılarını, en baskın kararsızlığı tespit edebilmek için incelemiştir. Üçüncü aşamada, asimetric vorteks bozulma durumundan ortaya çıkan sarmal jetlerin yapılarının araştırılmasına odaklanmıştır. Son olarak, vorteks bozulmalarına maruz kalan sarmal jetlerin kontrolünü incelemiştir. Bu akış konfigürasyonlarının karmaşıklığı temel çalışmalara öncü olup mevcut konseptler için bir kriter olacaktır.

Fledderus (1997), yavaşça genişleyen borulardaki sarmal akışları incelemiştir. Rotasyonun olumlu etkilerinden yararlanmak ve zarar verici etkilerini kısıtlamak için vorteks bozulmaları ve sarmal helisel akışları analiz etmiştir. Hamilton teorisinin farklı başlıklardaki davranışlarını incelemiş, dikey sarmal akışların lineer stabilitesini araştırmış ve hareket eden dalgalarla karşılaşmıştır. Çalışmasında, dikey bağlantılı momentumun deformasyonunu ele almıştır. Bu deformasyonun çapraz bölge değişimiyle ya da sınırdaki viskoz etkilerin değişimiyle meydana gelebilme ihtimalini araştırmıştır.

Jones (2004), türbülanslı sarmal akışların modellenmesini incelemiştir. Çalışmasında, güçlü nümerik yöntemlerle popüler türbülans modellerini kullanarak, reaksiyona giren ve girmeyen, türbülanslı, sarmal akışların tahmin edilebilirliğini araştırmıştır. Çalışmasında, SMART ve CUBISTA gibi sınırlılık koruması uygulamaları kullanmıştır. “UPWINDING” gibi önceki metotlara kıyasla mükemmel tahmin edilebilirlik sağlamak için ayrıklaştırma şemalarını göstermiştir. PISO ve SIMPLE çözüm algoritmalarını güçlü bir hesaplama prosedürü üretmek için kullanmıştır.

Halsey (1986), türbülanslı boru akışları içerisindeki sarmalın karakteristiğini incelemiştir. Tamamıyla geliştirilmiş türbülanslı boru akışının asimetrik düzensizliğini, karıştırma-uzunluk ölçeği kullanan türbülans modelleriyle analiz etmiştir. İki dikey düzlem içerisinde, dik açılı eğilmenin olduğu, eksenel ve teğetsel hızların ölçülmesi için LDV (Lazer Doppler Anemometry) kullanmıştır. Doğrusallaştırılmış bir teori ile, teğetsel ve eksenel hareketin bağımsız olduğu, eksenel yöndeki üstel bozulmanın küçük düzensizliğinin karakteristiğini ortaya çıkarma ihtimalini araştırmıştır.

Haber (2003), doğrusal stabilite analizi yardımıyla türbülanslı sarmal akışların dinamiğini incelemiştir. Yaptığı çalışmasında, türbülanslı sarmal akışların aniden genişlemeye maruz kaldığı dinamik davranışlara odaklanmıştır. İki farklı lüle geometrisi üzerinde çalışan Haber, lüle merkezinde silindirik bir merkez-gövde lüle konfigürasyonu oluşturmuştur. Silindirik merkez-gövde lüle konfigürasyonunun kaldırılmasıyla serbest vorteks lülesi elde edilmektedir. Ani genişlemelerin etrafındaki akış alanlarını gösterebilmek için detaylı olarak ölçümler yapmıştır. Yaptığı deneyler sonucu gözlemediği akış dinamiklerini uyumlu ve geniş ölçekli hareket, kesintili

hareket ve uyumlu periyodik hareket olmak üzere üç ana kategoriye ayırmıştır. Doğrusal stabilite analizini, gözlemlenen akış dinamiklerinin yorumlanması için kullanmıştır. Daha geniş sarmal düzeyler için görülen uyumlu salınımları, akış alanının iç ve dış kesme tabakaları arasındaki etkileşimi ile açıklamıştır.

Vaidya (2011), sarmal boru akışlarındaki sayısal simülasyonu, vorteks yapılarının oluşumunu ve sarmalın kaybolmasını incelemiştir. Yaptığı çalışma ile hedeflediği, sayısal simülasyon vasıtasıyla borulardaki sarmal akışların altında yatan unsurların daha iyi anlaşılmasıdır. DNS (Doğrudan sayısal simülasyon), farklı iki sarmal giriş durumunda gerçekleştirilmiştir. İlk olarak dönen Honeycomb (Bal peteği) sarmal üretmek için kullanılmıştır oysa diğer durumda katı gövde rotasyonu girişte sağlanmıştır. Giriş sarmal yoğunluğu, durumu analiz edebilmek için değiştirilmiştir. Laminer rejimde akış sağlayabilmek adına, Reynolds sayısı 1730 olarak alınmıştır ve sonuçlar aynı deneysel düzeneğe sahip deneylerin sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır.

Novak (1998), yüksek Reynolds sayılarında, borulardaki vorteks bozulmalarının deneysel araştırmasını yapmıştır. Fenomenolojik ve niceliksel araştırmalarını 300,000 gibi yüksek Reynolds sayısı olarak gerçekleştirmiştir. Yüksek Reynolds sayısındaki vorteks geçişlerinin, sürekli dönen spiral form vasıtasıyla yeni duruma geçişlerini saniyede 4,000 karelik bir video ile göstermiştir. Yüksek Reynolds sayılarında, son derece hızlı spiral dönüşler, çekirdek dallanması ve spiral rüzgarların değişimi gibi bazı yeni olaylar gözlemlenmiştir. Bununla birlikte, ortalama bir durgunluk noktası ve resirkülasyon, yüksek Reynolds sayılarında bulunmamıştır.

Bistran (2011), sarmal hidrodinamik sistemlerde kararlılığın araştırılması için matematiksel modelleri ve sayısal algoritmaları incelemiştir. Bu sayede akış kontrol problemlerinin optimizasyonu için gerekli hidrodinamik kararlılık üreten bilgileri araştırmayı hedeflemiştir. Sarmal akışların analitik olarak modellenmesi için gelişmiş matematiksel hesaplamalara ihtiyaç duymuştur ancak vorteks yapılarının hidrodinamik kararlılık araştırması için yazılım uygulamalarıyla ilgili bilgi bulamadığından sayısal kararlılık algoritmaları geliştirmiştir. Gerçek akışların dinamiğinin anlaşılması için üretilen sayısal kararlılık algoritmaları, karakteristik parametre takımları için hidrodinamik kararlılığının algılanmasını sağlamıştır.

Wang (2005), türbülanslı önceden karışmış yanmaları ve türbülanslı sarmal akışları LES (Large Eddy Simulation) yöntemini kullanarak incelemiştir. Yanma odalarındaki izotermal türbülanslı sarmal akışların akış yapılarını incelemiş ve simülasyon sonuçlarını ilgili deney sonuçlarıyla karşılaştırmıştır. Bu sayede, yanma odalarındaki akış yapılarının ve türbülans yapılarının daha iyi anlaşılmasını ve türbülanslı sarmal akışların tahmini için LES yönteminin kapasitesini ortaya çıkarmayı hedeflemiştir. Uygun iç akış, dış akış sınır şartları ve iyi ızgara çözünürlüğü ile, tüm sarmal sayılarının göz önüne alındığı LES yöntemini kullanarak, başarılı olarak vorteks bozulmalarının ve anizotropik türbülans yapılarının simülasyonunu gerçekleştirmiştir.

Buntic, Ruprecht vd. (2005) yaptıkları çalışmalarında, türbülans hesaplamalarını ve sabit çaplı borulardaki üç boyutlu sarmal akışın sayısal araştırmasını yapmışlardır. Farklı türbülans modellerinin etkilerinin değerlendirilmesi için üç boyutlu hesaplamaları kullanmışlardır. Üç boyutlu sayısal alanı, bir borudaki sabit çap ile uyumlu olarak seçmişlerdir. İki farklı türbülans modelini FENFLOSS ve bir türbülans modelini FLUENT programı ile araştırmışlardır. Seçilen metotların doğrulanması için elde edilen verileri mevcut deneysel sonuçlarla karşılaştırmışlardır. Akış alanının analizi için vortisite ve helisiteden faydalanmışlardır.

Gyllenram (2006), difüzörlerdeki düzenli ve düzensiz türbülanslı sarmal akışın analitik ve sayısal araştırmasını yapmıştır. İlk olarak düz bir borudaki türbülanslı sarmal akışın analitik çalışmasını yapmış, daha sonra türbülanslı sarmal akışın özellikleri ve dinamiği hakkında bilgi vermiştir. Son olarak standart türbülans modellerinden elde edilen eksiklikten bahsetmiştir. İki denklemlilik türbülans modellerindeki eksikliğin giderilmesi için, türbülans uzunluğunun dinamik bir filtrelemesini yapmış, zaman ölçeklerini genelleştirmiş ve bunları değerlendirmiştir. Yaptığı çalışmada, konik difüzördeki sarmal akışı test etmiştir. Filtreleme sayesinde çözüm sağlamış ve sıradan RANS (Reynolds-averaged Navier-Stokes equations) simülasyonlarına kıyasla daha iyi zaman ortalamalı sonuçlar elde etmiştir. Böylece akış dinamiği hakkında daha fazla bilgiye erişmiştir.

Shih, Zhu vd. (1997), türbülanslı sarmal akışların modellenmesini incelemişlerdir. Havacılıkta yakıt-hava karışımının geliştirilmesi ve alev stabilizasyonunun sağlanması için, girdap viskozite türbülans modellerinin türbülanslı sarmal akışlar üzerinde

yetersiz kaldığı bilinmektedir ve bu akışları modellemek için eğrilik ve dönen etkilerinin incelenebildiği kapanma şeması kullanmışlardır. Bu şema, CFD uygulaması için zor olan birçok karmaşık ikinci moment taşıma denklemlerinin çözümünü gerektirmektedir. Launder grubunun UMIST'teki çalışmasından esinlenen çalışmada kübik Reynold gerilim-zorlanma modelinin geliştirilmesi için türbülanslı sarmal akışlar üzerine bu modeli uygulamışlardır. Model değerlendirmesi için iki akış seçmişlerdir. Birinci akış dönen boru akışı için tamamen geliştirilmiştir ve diğeri sarmal ve resirkülasyonlu daha karmaşık akışlar içindir.

Facciolo (2006), dönen akışlar hakkında sayısal inceleme yapmış ve deneysel sonuçlar elde etmiştir. Tamamen geliştirilmiş dönen boru akışı tarafından özel imkanlar dahilinde türbülanslı sarmal jet üretmiş ve deneysel sonuçları desteklemek ve tamamlamak için DNS (Direct Numerical Simulation) metodunu kullanmıştır. Türbülanslı boru akışını, boru çıkışında incelemiş ve boru içindeki eksenel hız bileşenlerini ölçmüştür. Dönen boru akışının jetin mevcut durumunu gözler önüne serdiğini düşünerek akış alanının karakteristiğini değiştirmek için jete zorlayıcı bir şekilde dönme hareketi uygulamıştır. Bu uygulamasını ise farklı sarmal numaralarda yapmıştır ve sonuçları ölçüp, DNS metodu ile hesaplamıştır. Bu araştırması ile sarmal jetin yakınındaki bir alanda kontre dönen çekirdek oluşumunu keşfetmiştir.

Yukhnev, Smirnov vd. (2012) yaptıkları çalışmalarında, kan damarlarındaki sarmal akışın görüntülenmesini ve hidrodinamik modellenmesini incelemişlerdir. İnsan atardamarlarındaki sarmal kan akışının hızını ölçme yöntemlerini ve modelleri tarif etmişlerdir. Akışı gözlemlemek için renki ultrason çoğaltıcı kullanılmış ve CFD ile hayali kan akışı içindeki sarmal akışların "ETALON" son işlemini gerçekleştirmişlerdir. Maksimum çevresel hız oranından maksimum eksenel hız oranını, bükülmüş bir şeridin alt akım sarmal parametresinin integre edilebildiği durum gibi değerlendirmişlerdir. Bu sayede "ETALON" akış hesaplamaları sonuçlarının ve ölçüm tekniklerinin prensip hatalarının geliştirilmesini hesaplamışlardır.

Mao ve Sherwin (2009), sarmal akışların görüntülerini incelemişlerdir. Yaptıkları çalışmalarında Batchelor vorteksi ve Lamb-Oseen vorteksini sarmal akışın matematiksel modellenmesi için kullanmışlardır. Dairesel yöndeki enerji dağılımını

göze alarak akış düşüşünü üç genel kategoride incelemişlerdir ki bunlar çekirdek biçimi, potansiyel mod ve serbest akış modudur. Geçici büyüme analizlerini ve asimptotik kararsızlık analizlerini, üç biçim için de, enerji büyümelerini incelemek için kullanmışlardır. Serbest akış biçimindeki dairesel dağılım farklılıklarını dalga sayıları ile araştırmışlardır. Böylelikle diğer biçimler arasındaki potansiyel etkileşimi vurgulamışlardır. Doğrusal ve doğrusal olmayan gelişimler arasındaki farkı vurgulayabilmek için, hem üç biçimde hem de rastgele düzensizlikte DNS (Direct Numerical Simulation) metodunu uygulamışlardır.

İşlek (2004), türbülanslı boru akışlarındaki sarmalın etkisini incelemiştir. Düz çizgi halindeki konik kanatta, 180 derece kıvrımlı tek bir kanatta ve dört kıvrımlı kanatta 80,000 Reynolds sayısını kullanarak boru alt akışındaki akış karakteristiğini incelemiştir. Yaptığı çalışmada iki bileşenli LDV (Lazer Doppler Anemometry) kullanmıştır. Akım yönündeki teğetsel hız bileşenlerini ölçmüş, düz bir kanattaki ve kıvrımlı tek bir kanattaki değerleri, kanattaki türbülanslı alt akışların üzerindeki sarmal ve kanat geometrisinin etkilerini belirlemek için karşılaştırmıştır.

Benjamin (1962) sarmal akışlarda bazen meydana gelen ve yapının aniden değişmesine neden olan, literatürde “vorteks bursting” (vorteks patlaması) olarak bilinen bir olayı incelemiştir. Yaptığı birçok çalışma sonrasında, vorteks bozulmalarını iki grupta toplamıştır. Bunlardan birincisini “baloncuk tipi” ya da “eksenel simetrik tip” ve diğerini “spiral tip” olarak adlandırmıştır. Birinci tip bozulmada çekirdekten oluşan sürekli bir baloncuk yapısını gözlemlemiştir. İkinci tip bozulmada ise vorteks merkez hattının deformasyon olduğunu ve çekirdekte herhangi bir boyut değişimi olmadan spirallere ayrıldığını gözlemlemiştir. Yaptığı çalışmalar sonucunda eksenel akışların vorteks bozulmasına maruz kalması halinde vorteks ekseninde hızlarının azaldığını görmüştür.

Usal ve Yılmaz (2013) yaptıkları çalışmada, hava düzesi ve basınçlı hava bileşenlerinden oluşan eğirme sistemlerinde iplik oluşum potansiyelini etkileyen tüm parametrelerin belirlenmesi ve bu parametrelerin etkilerini ifade eden ön bir matematiksel modelin geliştirilmesini amaçlamıştır. Yüksek hızlı hava akımı ile iplik üretimine dayanan jetring, compact-jet ve siro-jet iplik eğirme sistemlerinde iplik üretimini özellikle az tüylü iplik eldesini gerçekleştirmek için kullanılan proseste

“iplik oluşum” fonksiyonelini hangi fonksiyonların etkilediğinin belirlenmesi için; her uç sistemin en temel bileşenleri olan iplik, basınçlı hava ve düze için parametreler tanımlamışlardır. Euler yöntemini dikkate alarak, ANSYS CFX programında akışın davranışını, geliştirilmiş türbülans modelleri vasıtasıyla incelemişlerdir. Yaptıkları çalışma sonucunda, bazı düze yapısal parametreleri ile hava basıncı başta olmak üzere çeşitli eğirme parametrelerinin iplik özellikleri üzerinde etkisini ifade eden ön bir model geliştirmişlerdir. Sonuçta, ön modelin devamında geliştirilecek ileriki modeller ile düze üretimi ve eğirme denemeleri yapılmadan hava düzesinden oluşan Jetring, compact-jet ve siro-jet modifiye eğirme sistemlerinden az tüylü, sağlam ve düzgün ipliklerin üretimi için gerekli bileşenlerin kısa sürede, daha az emek ve daha ucuz bir şekilde belirlenmesi sağlanabilecektir.



### 3. HAREKET DENKLEMLERİ VE TEORİK KABULLER

Akış hareketlerini tahrik sistemleri, akış mekanizmaları, kanallar ve dairesel kesitli borularda vb. gibi alanlarda incelemek mümkündür. Bu bağlamda, hareket denklemleri, dinamik ve termodinamik prensipler, süreklilik denklemleri, başlangıç ve sınır şartları, Reynolds Taşıma Denklemleri ve Navier Stokes denklemleri incelenmelidir.

İlk olarak temel prensipler şu şekilde sıralanabilir:

- 1- Çoğunlukla yapılan iş ya da ısı transferi vardır. Bu enerji ilavesi akım çizgileri arasında değişiklik gösterebilir ve uniform serbest akışın olmadığı sonucunu gösterir. Durgunluk şartları uzaysal boyut varyasyonları olduğundan dolayı (ve bu bazı durumlarda geçicidir) bileşen davranışı olarak tarif edilir.
- 2- Genellikle yönde ve hızda büyük değişimler vardır. Örnek olarak,  $90^\circ$  üzerindeki sapmalar akış mekanizmalarında yaygındır ve hiçbirinde kesin bir referans yönü ve hızı yoktur. İç akış bileşenlerinin performansını tanımlarken, kaldırma ve çekme (lift ve drag) gibi harici aerodinamiklerin merkezi olan kuvvetler, bu yüzden, kayıplar ve akış kesintilerinden daha az kullanışlıdır.
- 3- Swirl ihtiva etmeyen akışlardan farklı olarak, bilinen olayların neticesinde, akışlarda sıklıkla güçlü swirl mevcuttur. Örnek olarak, statik basınç yükselmesi, bütünüyle çevresel hız bileşeni ile birleştirilebilir ki akış aksenal olduğu halde radyal olarak dışarı doğru olduğu durum ya da akış ayrıldığında radyal olarak içeri doğru olduğu durum verilebilir. Bir akışkan bileşeninin üst akım etkisine ilave olarak, verilen sistemdeki akışkan bileşenleri arasındaki etkileşimi, swirl olmayan akışlardakine göre nitelik olarak farklı olabilir.
- 4- Hareketler çoğunlukla kararsızdır. Turbomakinelerdeki iş değişimi için kararsızlık mutlaktır. Dalgalar, salınımlar ve kararsızlıklar sadece sistem davranışı etkilemezler. Bazı durumlarda operasyonel rejimler için kısıtlama faktörü görevi görürler.

- 5- Dönen mekanizmalardaki akışın incelenebilmesi için dönen bir referans noktası, doğal bir gözleme noktasıdır. Eylemsizlik olmayan koordinat sistemlerindeki Coriolis etkisini ve merkezi ivmelenmeyi etkileyen referans noktaları akış hareketini incelemek için büyük bir rol oynar.
- 6- İç akışlardaki belki de en önemli özellikler, dairesel kesitte ya da kanalda akışın sınırlandırılmasına maruz kalan değişkenlerdir. Bu etki tüm akış rejimlerinde hissedilir ancak birçok pratik uygulamadaki gibi en çok sıkıştırılabilirliğin ilişkilendirildiği zaman görülür. Eğer cidar sürtünmesi, kanallardaki kayıplar ya da enerji ilavesi veya enerjinin çıkarılması doğru olarak tanımlanmamışsa, akış kütle kapasitesinde ve akış kütle performansında ciddi derecede ters etkiler gözlemlenir.

Bu etkilerin ne zaman farklı etkiler olduğunu ve neden bu kadar önemli etkiler olduğunu anlamak, nasıl tanımlandığını ve hangi şekillerde analiz edildiğini bilmek için verilen akış hareketleri ve etki alanları incelenmelidir.

### **3.1. Akışkan Özellikleri ve Süreklilik Kabulleri**

Uygulaması yapılacak düze geometrisi için hava izotropik durumda, gerilmeler uygulanması durumunda hacminde değişiklikler meydana gelmeyecek şekilde ve deformasyonuna devam edeceği şekilde tanımlanmalıdır. Birçok mühendislik uygulamasında, standart atmosfer basıncı altındaki farklı basınç büyüklüklerinde ya da çok küçük ölçeklerde, ortalama serbest yöndeki boyutu (bir molekül için çarpışmalar arasındaki ortalama mesafe) yani hareketin karakteristik uzunluk ölçeği, çok küçük olacaktır. Böyle durumlarda, detaylı olarak moleküler yapıların incelenmesi ve moleküler yapı özellikleri ihmal edilebilir. Bu çalışmada, materyaldeki en küçük eleman “akışkan partikülü” olarak tanımlanmıştır.

### 3.2. Dinamik ve Termodinamik Prensipler

Akışkan hareketini tanımlayan prensipler birçok şekilde ifade edilebilir. Ancak kütle korunumu, momentumun korunumu (Newton'un 2. hareket yasası) ve termodinamiğin 1. ve 2. yasaları belirtilmelidir. Bu denklemler, ideal gaz denklemi (hal denklemi) ile desteklenmek zorundadır ve burada termodinamik özellikler ile arasındaki ilişkiler verilmelidir. Genellikle bu veriler, gözlemlerden türetilen verilerdir. Buradaki korunum ve termodinamik yasalar, sistem hakkındaki durumlardır ya da kontrol kütleleri sabitlenmiş birimler olarak tanımlanmalıdır. Örnek olarak, kütle korunumu, akışkan partikülünün nasıl deforme olduğuna bakılmaksızın sabittir.

#### 3.2.1. Bir akışkan partikülünü takip eden değerlerin değişim oranı

Kontrol hacminde ya da uzaydaki bir noktada neler olduğunu tarif edebilmek için seçilen koordinat sisteminde parçacığın zamana göre değişimi sorgulanmalıdır. Akış için kartezyen koordinatları  $x$ ,  $y$ ,  $z$  ve akışkan hız bileşenleri için  $u_x$ ,  $u_y$ ,  $u_z$  kullanılmıştır. Burada  $c$  akışkanın herhangi bir özelliği olarak tanımlanmıştır. Küçük rastgele ve bağımsız artışlar için  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$  ve zaman değişimi için  $dt$  terimi kullanılmıştır. Bunun sonucunda  $c$ 'de meydana gelen özellik değişimi:

$$dc = \frac{\partial c}{\partial x} dx + \frac{\partial c}{\partial y} dy + \frac{\partial c}{\partial z} dz + \frac{\partial c}{\partial t} dt \quad (1.1)$$

olarak yazılabilir. Verilen partikül için, zamana bağlı artışlar şu şekilde tanımlanabilir:

$$dx = u_x dt, \quad dy = u_y dt, \quad dz = u_z dt \quad (1.2)$$

olarak yazılır.

Burada:

$u_x, u_y, u_z$  3 uzaysal yöndeki hız bileşenleridir. Her terimi  $dt$  ile bölüldüğünde akışkan partikülü için  $c$  'deki değişim oranı:

$$\frac{Dc}{Dt} = u_x \frac{\partial c}{\partial x} + u_y \frac{\partial c}{\partial y} + u_z \frac{\partial c}{\partial z} + \frac{\partial c}{\partial t} \quad (1.3)$$

olarak yazılır.

### 3.2.2. Akışkan sistemi için kütle ve momentum korunumu

Korunum yasaları için ifadeler elde edebilmek adına bir akışkan partikülünden türetmeler yapılabilir. Başlangıçta yapılacak olan en basit türetme kütle korunumudur. Eğer  $dm$  akışkan partikülünün kütlesi olarak alınır, kütle korunumu şu şekilde elde edilir:

$$\frac{D}{Dt}(dm) = 0 \quad (1.4)$$

Akışkan sistemlerine uygulanabilecek ifadeyi elde edebilmek için, sistemdeki farklı partiküller toplanmalıdır. Böylece ifade aşağıdaki halini almış olur:

$$\frac{D}{Dt} \int dm = 0 \quad (1.5)$$

Burada dikkat edilmesi gereken nokta integre edilen sabit küttedir ve bu kütle akışkan partikülüne sabitlenmiş bir hacim demektir ve aynı zamanda bunlarla birlikte hareket halindedir.

Newton'un 2. yasası akışkan partikülüne uyarlanırsa şu şekilde yazılabilir:

$$\sum F_{dış} = \frac{D}{Dt} \int u \, dm \quad (1.6)$$

Buradaki  $F_{dış}$ , partiküller üzerine etkisi olan dış kuvvetleri ve bu kütle üzerine etkili olan tüm kuvvetlerin toplamını ifade eder. Bu kuvvetler kütle boyunca etki gösteren gövde kuvvetleri olabilir ya da sistem sınırında uygulanmış yüzey kuvvetleri olabilir. Coriolis kuvveti, yer çekimi ve merkezkaç kuvvetleri gövde kuvvetlerine örnektir. Basınç ve kesme kuvvetleri ise sisteme gövdeler ya da akışkan tarafından uygulanmış kuvvetlerdir. Bu kuvvetler ise yüzey kuvvetlerine örnektir.

### 3.2.3. Akışkan sistemi için termodinamiğin 1. ve 2. yasaları

Termodinamiğin 1. yasası şu şekilde ifade edilebilir:

$$\Delta E_t = Q - W \quad (1.7)$$

Burada  $\Delta E_t$  sistemdeki toplam enerji değişimidir.  $Q$  alınan ısı ve  $W$  sistem tarafından yapılan iştir. Diferansiyel olarak şu şekilde gösterilebilir:

$$dE_t = \delta Q - \delta W \quad (1.8)$$

$d()$  ve  $\delta()$  notasyonları terimler arasındaki kavramsal ve fiziksel farklılıkları gösterir. Bu kavramlar arasındaki farkı anlayabilmek için  $d()$  özelliklerdeki küçük değişimler için ve  $\delta()$  bu değişimleri meydana getiren küçük miktarlardaki ısı ve iş için tanımlanmıştır. Toplam enerji,  $E_t$ , bir özelliktir.  $E_t$ 'deki değişimler ( $dE_t$  ya da bunun integrali  $\Delta E_t$ ) durum değişikliklerini gösterir. İş ve ısı durum değişkenleri değildir ve sadece sistem ile etkileşim terimleri olarak tanımlanabilir.

Sistem için toplam enerji: sistem kütlesi, iç enerjinin,  $e$ , birim kütle başına toplamı ve birim kütle başına kinetik enerji,  $\frac{u^2}{2}$ , toplamı için integre edilebilir.

Akış durumlarındaki ilgilenilen maddeler genellikle değişen büyüklüklerin oranıdır. Buna bağlı olarak 1. yasayı oran denklemi olarak yazmak kolaylık sağlayacaktır.

$$\frac{DE_t}{Dt} = \frac{D}{Dt} \int \left[ e + \frac{u^2}{2} \right] dm = \frac{\delta \theta}{dt} - \frac{\delta W}{dt} \quad (1.9)$$

Burada  $\frac{\delta\theta}{dt}$  sisteme olan ısı transferi oranıdır ve  $\frac{\delta W}{dt}$  sistem tarafından yapılan iş oranıdır.

Termodinamiğin 2. yasası iki parça olarak ifade edilebilir. İlk kısım, termodinamik özellik olan sistem entropisi olarak tanımlanabilir ve  $s$  ile gösterilir. Eğer  $\delta Q_{tersinir}$  terimi, tersinir artan durum değişimi sırasındaki sisteme transfer olan ısı ve  $T$  sistem sıcaklığı olarak alınırsa:

$$ds = \frac{\delta Q_{tersinir}}{T} \quad (1.10)$$

ifadesi elde edilir. 1. durumdan 2. duruma sonlu gerçekleşen durum içinse:

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q_{tersinir}}{T} \quad (1.11)$$

denklemini kullanılabilir.

2. kısım için 2. hal yasası durumları, sistem için herhangi bir işlem sürecinde entropide değişimi:

$$ds \geq \frac{\delta Q_{tersinir}}{T} \quad (1.12)$$

denkleminle ifade eder.

Bu eşitlik sadece tersinir bir proses (işlem) için meydana gelir. Yukarıdaki denklemin sonucu olarak, ısı transferi olmayan bir sistem için:

$$\frac{Ds}{Dt} = \frac{D}{Dt} \int s \, dm \geq \sum \frac{1}{T} \frac{\delta\theta}{dt} \quad (1.13)$$

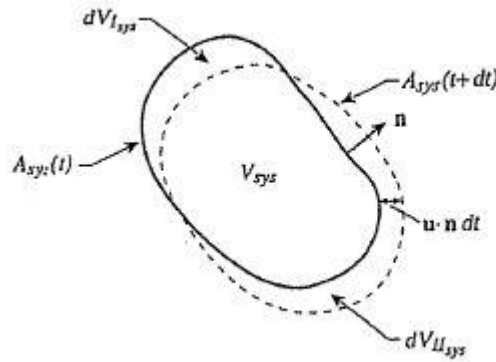
ifadesi yazılabilir.

### 3.3. Reynolds Taşıma Denklemi

Termodinamik prensipler başlığı altında yazılan korunum durumları akışkan partikülleri ile hareket eden hacimler için yazılmıştır. Burada, bu ifadeler uzayda sabitlenmiş yüzeylerin ve hacimlerin ifadeleri olarak yazılacaktır. Bu sayede akışkan mekanizmalarındaki problemlerin çözümü önemli ölçüde kolaylaşacaktır. Dönüşüm denkleminde başlamadan önce  $c$  büyüklüğü birim kütle başına bir özellik olarak değerlendirilecektir. Sonlu kütle için:

$$C = \int_{V_{sistem}(t)} c \rho dV \quad (1.14)$$

denklemini yazılabilir. Buradaki  $V_{sistem}(t)$ , akışkan ile hareket eden integrasyonun gerçekleştirildiği sistem hacmidir.



Şekil 3.1. Sistem hacimleri ve yüzeyleri ile sabitlenmiş hacimler ve yüzeyler arasındaki ilişki (Greitzer vd., 2004)

Sistem hacminin,  $V_{sistem}$ ,  $A_{sistem}(t)$  gibi bir yüzey tarafından çevrildiği düşünülün.  $t$  ve  $t + dt$  ise,  $dt$  'nin çok küçük zaman artışı olduğu, zaman artışları olarak kabul edilsin. Buradaki yüzey akışkan ile hareket eden ve deforme olan bir yüzey olarak kabul edilmiştir.  $t$  gibi bir zamanda malzeme yüzeyi  $A_{sistem}(t)$  alınırken sabit yüzeyle kesişmektedir.  $V$  sabit hacim,  $A$ , çevreleyen hacimdir. Bundan dolayı sistem tamamıyla kontrol yüzeyi içerisindedir.  $t + dt$  zamanında sistem  $V_{sistem}(t + dt)$  hacmine deforme olacak ve  $A_{sistem}(t + dt)$  yüzeyi ile çevrelenecektir. Dolayısıyla hacimsel formül şu şekilde ifade edilebilir:

$$V_{sistem}(t + dt) = V_{sistem}(t) + dV_{sistem I} + dV_{sistem II} \quad (1.15)$$

$dV_{sistem I}$  ve  $dV_{sistem II}$  deformasyon sonrasında daralan hacmin sabit hacimle arasındaki farktır.  $dt$  zamanındaki  $C$  özelliğinin değişimi:

$$dt \frac{DC}{Dt} = \int_{V_{sis.(t+dt)}} \rho c dV + \int_{dV_{sis.I}(t+dt)} \rho c dV + \int_{dV_{sis.II}(t+dt)} \rho c dV - \int_{V_{sis.(t)}} \rho c dV \quad (1.16)$$

denklemlerle ifade edilir.

$dt \rightarrow 0$  için  $dt$  tarafından yayılmış hacim:

$$dt \int_{A_{sis.}} u_i n_i \quad (1.17)$$

olacaktır. Burada  $u_i$  ve  $n_i$  i derecesinden vektörel hız bileşenlerini göstermektedir.

$$(u \cdot n) = u_1 n_1 + u_2 n_2 + u_3 n_3 \quad (1.18)$$

$dV_{sis.I}$  ve  $dV_{sis.II}$  hacimlerinin toplamı bölgesel kalınlığın (thickness),  $u_i n_i dt$ , yüzey katmanıdır.

Dolayısıyla:

$$dt \frac{DC}{Dt} = \int_{V_{sis.I}(t+dt)} \rho c dV - \int_{V_{sis.(t)}} \rho c dV + \left[ \int_A \rho c u_i n_i DA \right] dt \quad (1.19)$$

denklemler yazılabilir. Sondaki son iki terimi birleştirerek:

$$\left[ \int_{V_{sis.(t)}} \frac{\partial}{\partial t} (\rho c) dV \right] dt \quad (1.20)$$

denklemler elde edilir.



Kontrol hacmi  $V$  ve materyal hacmi  $V_{sis.}(t)$  başlangıçta çakışıktır. ( $t$  zamanında)

Buradan:

$$\frac{DC}{Dt} = \int_V \frac{\partial}{\partial t} (\rho)c dV + \int_A (\rho c) u_i n_i dA \quad (1.21)$$

(Sbt. hacim)            (Sbt. yüzey)

denklemini yazılabilir. Daha sonra  $C$  'nin tanımından:

$$\frac{D}{Dt} \int c dm = \frac{D}{Dt} \int_{V_{sis.}(t)} \rho c dV = \int_V \frac{\partial}{\partial t} (\rho c) dV + \int_A \rho c (u_i n_i) dA \quad (1.22)$$

olarak yazılır.

(1.21) ve (1.22) numaralı denklemler Reynolds Taşıma Teoreminin formlarıdır. Bu denklem sistemde meydana gelen değişikliklere aittir (sabitlenmiş birimin kütlesi) ve sabitlenmiş kontrol yüzeyi tarafından çevrilmiş sabitlenmiş kontrol hacmine aittir. Kontrol hacmi formülasyonu bu forma ilave olarak bir terim daha getirmektedir,  $\int_A \rho c u_i n_i dA$ , ve onu çevreleyen yüzeyden,  $A$ , kontrol hacminin,  $V$ , içine ve/veya dışına doğru  $c$  özelliğinin kütle akısı olarak yorumlanmaktadır.

#### 3.4. Sabitlenmiş Bölge İçin Korunum Yasaları (Kontrol Hacmi)

Reynolds taşıma denklemlerinden elde edilen sonuçlar kullanılarak,  $c$ 'nin farklı değerleri kontrol hacmi için tanımlanacak olursa farklı korunum yasaları yazılabilir.

Eğer:

$c = 1$  için denklem incelenecek olursa kütle korunumu şöyle olur:

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_A \rho u_i n_i dA = 0 \quad (1.23)$$

Bu denklemin yaygın adı “süreklilik denklemi” dir. Buradaki sorun fiziksel sürekliliktir, akışkan delik veya boşluk yokmuş gibi süreklidir.

Eğer  $c$  belirli bir hacim,  $v$ , olarak alınırsa:

$$\frac{D}{Dt} \int c \, dm = 0 \quad (1.24)$$

Bu durumda akışkan partikülünün belirli hacmi için elde edilmiş bir durum meydana gelir. Bir başka deyişle, akışkan partikülünün yoğunluğu sabit kalır, değişmez. Bu durum “sıkıştırılmaz akışlar” için geçerli bir durumdur.

(1.22) numaralı denklemin kullanılması sıkıştırılmaz akışlar için süreklilik eşitliğinin kontrol hacmi formunu gösterir.

$$\int_A (u_i n_i) \, dA = 0 \quad (1.25)$$

Eğer  $c$   $i$ 'ninci dereceden hız bileşeni,  $u_i$ , olarak alınırsa,  $i$  yönündeki momentumun korunumu denklemi şöyle olacaktır:

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) \, dV + \int_A \rho u_i (u_j n_j) \, dA = \sum F_{dt\delta i} \quad (1.26)$$

Buradaki  $\sum F_{dt\delta i}$  terimi hacim içerisindeki akışkana etki eden tüm dış kuvvetlerin toplamını  $i$ 'ninci dereceden göstermektedir. Bu terimin değerlendirilmesi için hacim intergralleri ya da yüzey integrallerinin incelenmesi gereklidir.

Eksenel simetrik geometrilere, turbomakineler gibi, tanımlı bir dönme eksenine vardır. Bu yüzden açıl momentumdaki değişiklikleri değerlendirmek gerekir. Bir sistem için, açıl momentum değişim oranı şu şekilde gösterilebilir:

$$\frac{D}{Dt} \int_A (\mathbf{u} \times \mathbf{r})_i \, dm = \sum (F_{dt\delta} \times \mathbf{r})_i \quad (1.27)$$

Buradaki  $r$  konum vektörüdür ve  $(\ )_i$  notasyonunun  $i$ 'nci dereceden bileşenini ifade eder.  $c$  değeri  $(\mathbf{u} \times \mathbf{r})_i$  değerine eşit olarak alınır, belirlenmiş kontrol hacmi için açısal momentumun değişim oranı şu şekilde ifade edilir:

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t} (\rho \mathbf{u} \times \mathbf{r})_i dV + \int_A (\rho \mathbf{u} \times \mathbf{r})_i u_j n_j dA = \Sigma (F_{dış} \times \mathbf{r})_i \quad (1.28)$$

Tekrar,  $V$  hacmi ya da  $A$  yüzeyi üzerinde, dış kuvvetlere göre toplam momentumun değerlendirilmesi için genellikle integral işlemi uygulanmalıdır.

Termodinamiğin ilk yasası için kontrol hacmi formu elde edebilmek için,  $c$  değeri birim kütle başına enerjiye  $(e + \frac{u^2}{2})$  eşit olarak alınır:

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t} \left[ \rho \left( e + \frac{u^2}{2} \right) \right] dV + \int_A \rho \left( e + \frac{u^2}{2} \right) u_i n_i dA = \frac{\dot{Q}}{dt} - \frac{\dot{W}}{dt} \quad (1.29)$$

denklemini elde edilir.

Buradaki  $\frac{\dot{Q}}{dt}$  ve  $\frac{\dot{W}}{dt}$  terimleri hacim içerisinde akışkana yapılan ısı transferi oranı ve akışkan tarafından hacim içerisindeki yapılan iş miktarıdır. Yapılan işi parçalara ayırmak kolaylık sağlayacaktır. Bu durum şu şekilde gerçekleştirilebilir: içeri akış sınırlarındaki basınç kuvvetlerinin etkisi ve dışarı akış sınırlarındaki basınç kuvvetlerinin etkisi. Bir başka kısım ise, diğer iş değişimleridir. Dış gövde kuvvetleri ve akışkan makineleri tarafından akış hattına eklenen enerjinin düzgün ölçülebilmesi için bu ayrımı doğrulamak gerekir.

$dt$  zamanında  $dA$  yüzeyi üzerindeki küçük bir elemanın üzerinde basınç kuvvetleri tarafından yapılan iş ve basınç kuvvetinin ürünü,  $p dA$ , ki bu yüzeyle dikey doğrultuda olacak bir şekilde etkileşim içerisinde, ve dikey doğrultudaki yüzeyin zaman değişimi,  $u_i n_i dt$ , olarak alınır. Kontrol hacminin dış tarafını çevreleyen basınç kuvvetleri tarafından yapılan iş oranını tüm kontrol yüzeyi için doğrulamak adına integrasyon yapılırsa basınç kuvvetleri tarafından yapılan iş oranı:

$$\int_A \rho u_i n_i dA \quad (1.30)$$

olacaktır.

Eğer  $\frac{\dot{W}_{basinçsız}}{dt}$  terimi, kontrol hacmindeki akışkan tarafından yapılan iş oranı olarak tanımlanırsa ki burada, iç akış ve dış akışın sınırlarındaki basınç işi ile birleşmiş hali kabul edilmiştir:

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t} \left[ \rho \left( e + \frac{u^2}{2} \right) \right] dV + \int_A \rho \left( e + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} \right) u_i n_i dA = \frac{\dot{Q}}{dt} - \frac{\dot{W}_{basinçsız}}{dt} \quad (1.31)$$

olarak yazabilir.

Buradaki  $e + \frac{p}{\rho}$  akış olaylarında sıklıkla meydana çıkan ve bu nedenle “entalpi”,  $h$ , olarak adlandırılan ayırt edici (spesifik) bir özelliktir. (1.31) numaralı denklem daha anlaşılır biçimde yazılacak olursa:

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t} \left[ \rho \left( e + \frac{u^2}{2} \right) \right] dV + \int_A \rho \left( h + \frac{u^2}{2} \right) u_i n_i dA = \frac{\dot{Q}}{dt} - \frac{\dot{W}_{basinçsız}}{dt} \quad (1.32)$$

denklemini elde edilir.

### 3.5. Hareket Denklemlerinin İntegral Formları

Yüzey kuvvetleri ve yüzey gerilmelerinden geliştirilen ifadeler, akış halindeki bir akışkana transfer olan enerji ve momentum olarak tarif edilmesi ve kontrol hacmi denklemlerinin açık formlarının sağlanması durumunda uygulanabilir (Liepmann ve Roshko, 1957). Birim kütle başına gövde kuvvetlerinin bileşenleri  $X_i$  ile gösterilirse, momentum denklemi şu şekilde olur:

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) dV + \int_A \rho u_i (u_j n_j) dA = \int_V \rho X_i dV - \int_A p \delta_{ij} n_j dA + \int_A \tau_{ij} n_j dA \quad (1.33)$$

Açısal momentum için denklem (momentumun momenti):

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t} (\rho e_{ijk} u_j r_k) dV + \int_A \rho e_{ijk} u_j r_k u_l n_l dA = \int_V \rho e_{ijk} X_j r_k dV - \int_A e_{ijk} p \delta_{lj} n_l r_k dA + \int_A e_{ijk} \tau_{jl} n_l r_k dA \quad (1.34)$$

(1.34) numaralı denklemde,  $e_{ijk}$  niceliği vektör çarpımını temsil etmektedir:  $e_{ijk}$ , indisler saat yönünde dönüşsel olarak hizadaysa 1 değerini alır ( $e_{123} = 1$ ) eğer indisler saat yönünün tersi yönünde dönüşsel olarak hizadaysa -1 değerini alır ( $e_{213} = -1$ ). Herhangi iki indisin tekrarlanması durumunda ise  $e$  değeri 0 olur.

Enerji denklemi için, ısı ve iş transferine katkıda bulunan farklı etkiler tanımlanmalıdır. Hacim içerisindeki ısı ilaveleri iç ısı kaynaklarından dolayı birim kütle başına ısı ilavesi oranı,  $\dot{Q}$ , olarak alınabilir. Isı aynı zamanda sınır yüzeylerinin karşısından, iletim yoluyla da transfer olabilir. Basit bir alan için,  $dA$ , kontrol yüzeyinin karşısındaki net ısı akısı,  $q_i n_i dA$  olarak tanımlanabilir. Burada  $q_i$ ,  $\mathbf{q}$  ısı akı vektörünün  $i$ 'nci dereceden bileşenidir. Birim hacim başına gövde kuvvetleri tarafından hacim içerisinde yapılan iş oranı,  $\rho X_i u_i$ , olarak gösterilebilir. Birim yüzey alanına, kontrol yüzeylerinde, yüzey kuvvetleri tarafından yapılan oran ve ayrıca basınç işi oranı,  $\tau_{ij} n_j u_i$ , olarak tanımlanabilir. Tüm bu terimlerin birleştirilmesiyle enerji denkleminin integral formu elde edilir.

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t} \left[ \rho \left( e + \frac{u^2}{2} \right) \right] dV + \int_A \rho \left( h + \frac{u^2}{2} \right) u_i n_i dA = \int_V \rho \dot{Q} dV - \int_A q_i n_i dA + \int_A \rho X_i u_i dV + \int_A \tau_{ij} n_j u_i dA \quad (1.35)$$

### 3.6. Hareket Denklemlerinin Diferansiyel Formları

Hareket denklemlerinin diferansiyel formlarını geliştirebilmek için Iraksama Teoreminin integral formları kullanılır:

$$\int_V \frac{\partial B_i}{\partial x_i} dV = \int_A B_i n_i dA \quad (1.36)$$

Buradaki  $B_i$ , herhangi bir  $\mathbf{B}$  vektörünün bileşenlerini ve tekrar eden indisler toplam indisleri ifade eder. Iraksama teoremi yüzey integrallerini hacim integrallerine dönüştürmek için kullanılır. Bundan dolayı farklı denklemlerdeki tüm terimler, diferansiyel formları elde etmek için gerekli adımlardaki, aynı integrasyon alanına sahiptir.

#### 3.6.1. Kütle korunumu

Yüzey integralleri, kütle korunumu denklemleri için iraksama teoremi ile uygulanırsa:

$$\int_V \left[ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) \right] dV = 0 \quad (1.37)$$

denklemini elde edilir. Buradaki  $V$  hacmi rastgele seçilmiş bir hacimdir. Bununla birlikte, integrand her yerde 0 olmak zorundadır. Dolayısıyla:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0 \quad \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0, \quad \text{vektörel notasyonda} \right) \quad (1.38)$$

(1.38) numaralı denklem kütle korunumu denkleminin, ya da süreklilik denkleminin, diferansiyel formudur. Yoğunluğun doğru bir şekilde türetilmesiyle şu şekilde de ifade edilebilir:

$$\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} + \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad \left( \frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} + \nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad \text{vektörel notasyonda} \right) \quad (1.39)$$

Akışkan partikülünün yoğunluğunun sabit kaldığı belirgin bir durumda, sıkıştırılamaz akışlar için süreklilik denklemi şu şekilde yazılabilir:

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0 \quad (1.40)$$

(1.40) numaralı denklem sıkıştırılamaz akışlar için şu anlama gelir:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{ya da } \nabla \cdot u = 0) \quad (1.41)$$

Kontrol hacminde bahsedildiği üzere, akışkan hacmindeki değişim oranının durumudur ve Iraksama Teoremi ile gösterilebilir:

$$\int_V \frac{\partial u_i}{\partial x_i} dV = \int_A (u_i n_i) dA = 0 \quad (1.42)$$

Buradaki  $\int_A (u_i n_i) dA$  terimi kapalı bir yüzey haricindeki hacmin akısıdır ve sıkıştırılamaz akışlar için 0 olmak zorundadır.

### 3.6.2. Momentumun korunumu

Iraksama teoremi momentum denklemindeki, (1.33), her bir bileşene momentumun korunumunun diferansiyel durumunu elde edebilmek için uygulanabilir. Örnek olarak, momentum akısındaki  $x_i$  bileşeninin dönüşümü için:

$$\int_A \rho u_i u_j n_j dA = \int_V \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) dV \quad (1.43)$$

denklemi yazılabilir. Iraksama Teoreminin yeniden düzenlenmesi ve (1.33) numaralı denkleme uygulanmasıyla:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho X_i + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (1.44)$$

ifadesi elde edilir. (1.44) numaralı denklem momentum denkleminin “korunum formu” olarak bahsedilir. İlk iki terimdeki türetmeler genişletilirse ve süreklilik denklemini kullanırsa sıklıkla kullanılan form şu şekilde elde edilir:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + X_i + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (1.45)$$

En sağdaki son ifadede, kesme kuvvetleri, yüzey gerilmelerinin türetilmeleriymiş gibi ortaya çıkmaktadır.

### 3.6.3. Enerjinin korunumu

(1.35) numaralı denklemi kullanarak diferansiyel form eşitliği şöyle yazabilir:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \rho \left( e + \frac{u^2}{2} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \rho \left( h + \frac{u^2}{2} \right) u_i \right] = \rho \dot{Q} - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} + \rho X_i u_i + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{ij} u_i) \quad (1.46)$$

(1.46) numaralı denklem süreklilik denklemini kullanılarak türetilirse, durgunluk entalpisi ve durgunluk enerjisinin türetilmeleri şu şekilde yazılabilir:

$$\frac{D}{Dt} \left( e + \frac{u^2}{2} \right) = \dot{Q} + u_i X_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial q_i}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{ij} u_i) \quad (1.47)$$

ya da

$$\frac{D}{Dt} \left( h + \frac{u^2}{2} \right) = \dot{Q} + u_i X_i + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial q_i}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{ij} u_i) \quad (1.48)$$

Akış proseslerinde durgunluk entalpisinin pratik ve doğal rolü olduğu için (1.48) numaralı denklem, iç akışlardaki sıklıkla kullanılan enerji denklemi formudur.



### 3.7. Başlangıç ve Sınır Şartları

Akış simülasyonlarında zamana bağlı denklemlerin çözümü için genellikle başlangıç ve sınır şartları gibi özelliklerin belirtilmesi gerekir. Herhangi bir andaki akış alanı, başlangıç durumu tarafından ve zamanla değişen ya da zamandan bağımsız sınır şartları ile belirlenir. Eğer sınır şartları zamandan bağımsız ise, çözüm genellikle zamandan bağımsız asimptotik bir duruma yaklaşır. Bununla birlikte, zamandan bağımsız sınır şartları olmasına rağmen kendiliğinden oluşan (özuyarımlı) akışkan hareketleri (kararsızlıkları) görülebilir.

Sistem derinlemesine incelendiği zaman, sınır şartlarının akışın tepki vermesini gerektirecek şekilde zorladığı görülebilir. Buradaki yanıt, hareket denklemleriyle açıklanabilir.

#### 3.7.1. Katı yüzeylerdeki sınır şartları

Sızdırmaz katı bir yüzey tarafından oluşturulmuş sınırın herhangi bir noktasında, süreklilik için, yüzeye normal olan hız bileşeni, hem akışkan hem de yüzey için aynı olmalıdır. Bu sınır şartı bütünüyle kinematiktir. Eğer katı sınır hareketsizse (sabitse) yüzey pozisyonu (konumu) zamanla değişmeyecektir. Eğer yüzey bölgesel dikey doğrultusu  $\mathbf{n}$  ile tanımlanacak olursa, yüzey üzerinde  $\mathbf{n} \cdot \mathbf{u} = 0$  olacaktır. Bu koşulda iki önemli durum meydana gelir. Birinci durum katı gövdenin sabit (hareketsiz) olmadığı durumdur ve ikinci durum hız tarafından,  $\mathbf{U}_T$ , değişmeyen bir çeviride bulunan durumdur (Akış hızından farkı olarak burada hız  $\mathbf{v}$  ile gösterilmektedir). Bu durumda sınır şartı şu şekilde olacaktır:

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{U}_T \cdot \mathbf{n} \quad (1.49)$$

Açısal hız,  $\mathbf{\Omega}$ , dönme şu şekilde gösterilebilir:

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = (\mathbf{\Omega} \times \mathbf{r}) \cdot \mathbf{n} \quad (1.50)$$

Buradaki  $\mathbf{r}$  dönme ekseninden itibaren ölçülen konum vektörüdür.

Sınır şartları, akışkanın doğasından kaynaklanmamaktadır ve şu ana kadar kinematik olarak tanımlanmaktadır. Basınç altındaki akışkanlar için, (seyreltilmiş gazlar hariç tutulduğu diğer tüm durumlarda) viskoz bir akışkanda yüzeye bağlantılı (katı gövde sınırında kayma olmayan durumlarda) teğetsel bir hız, yüzey sınır şartları adına, yoktur.

### 3.7.2. Giriş ve çıkış sınır şartları

Bir akışın tanımlanabilmesi için, yüzey şartlarına ilave olarak genellikle diğer sınır şartlarının da tanımlanması gerekir. Bir kanal içerisindeki cismin etrafındaki akış için, cismin şartları bilinmelidir. Bunun yanında, kanal cidarları ve cismin kanal içerisindeki konumu da bilinmelidir. Bu sayede giriş ve çıkış olarak hesaplama alanları oluşturulabilir. Üst akım konumuna sıklıkla uygulanan kabul şöyledir: statik basınç değişmez.

Bu durum alt akım konumunda ise daha kolay anlaşılır çünkü akış şartları çözümün bir parçası olabilir. Basınç dağılımlarının kaybolması üzerine yapılan bir yaklaşım şöyledir: basınç dağılımlarındaki kayıplar sıklıkla alt akım durumu için yapılır ve bu birçok durumda yeterlidir. Sabit statik basınç sınır şartları incelenen birçok uygulamada belirtilebilen bu durum, bazı koşullarda değiştirilmek zorundadır.

### 3.8. Navier-Stokes Denklemleri

Newton akışı için hareketin ana denklemi,  $\tau_{ij}$ , oluşturan ilişkinin momentum denkleminde yerine konulmasıyla bulunur.

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + X_i + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( 2\mu e_{ij} - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \quad (1.51)$$

Sıkıştırılabilir Newton akışları için momentum eşitliği olarak bilinen bu denklem Navier-Stokes denkleminin genel formudur.

Viskozite termodinamik durumun bir fonksiyonudur ve  $\mu$ 'nün sabit kabul edildiği birçok durum mevcuttur. Dolayısıyla Navier-Stokes denklemleri şu şekilde basitleştirilebilir:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + X_i + \frac{\mu}{\rho} \left[ \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) \right] \\ &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + X_i + \frac{\mu}{\rho} \left[ \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \right] + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) \end{aligned} \quad (1.52)$$

### 3.9. Vortisite ve Sirkülasyon

Birçok iç akışta, hızın irrotasyonel olduğunun kabul edilebildiği, bölgesel rotasyondan bağımsız partiküllerin hareketi gibi yer değiştirmelerin olduğu, sınırlı sayıda bölge vardır. İrrotasyonel ya da potansiyel bir akışta hız skaler bir fonksiyonun gradyanı olarak ifade edilebilir. Bu durum çok büyük kolaylık sağlar. Potansiyel akış teorisinin iç akışlarda dış akışlara nazaran daha kısıtlı bir kullanımı vardır ve potansiyel olmayan, ya da rotasyonel hareketlerin tanımı ve analizinin rolü iç akışlarda dış akışlardakine nazaran daha büyüktür. Bu farkın bir sebebi, sınırlı katı yüzeylerin daha büyük oluşu ve hareket için viskoz kesme kuvvetlerinin daha büyük olanaklara imkan sağlıyor olmasıdır. Akışın viskoz olmadığı kabul edilen iç akış konfigürasyonlarında bile farklı akım boruları farklı büyüklükteki enerjiyi alabilirler (örnek olarak akışkan mekanizmalar). Bu ise potansiyel akışlara genellikle uymayan hız değişimleriyle sonuçlanır. Bu yüzden, rotasyonel akışlarla ilgili iki farklı akışkan dinamiği kavramı incelenmelidir. Bunlardan ilki vortisitedir. Vortisitenin bir akışkan partikülü dönüşünün bölgesel oranıyla ilgisi vardır. İkincisi olan sirkülasyon ise yine o türden ancak daha geniş çaplı bir niceliktir.

Bu terimlerin tanıtılmasından önce, sadece hız ve basınç bölgelerinden ziyade diğer bazı noktaları irdelemek daha uygundur. Akış için hareket denklemleri, Newton yasalarından türetilen kuvvetlerin ve ivmelerin ifadelerini içermektedir. Akışkan partikülünün açısal dönme oranıyla ilgili kavramları direkt olarak açık bir şekilde göstermeye gerek yoktur. Bölgesel akışkan dönüşü, rijit gövde dinamiği ile örneklenerek anlatabilir. Buna ek olarak, kuvvet, doğrusal hız ve momentum

yaklaşımları, kuvvet, açısal hız ve açısal momentum kavramlarının rotasyonla ilgili problem çözümleri için çok faydalı olacak şekilde ortaya çıkacaktır.

Vortisite ve sirkülasyon birbirlerine yakın kavramlar olarak açıklanabildiği için, akışkan dönüşünü güçlendiren tüm ifadeler ve yaklaşımlar bu iki kavram arasındaki değişikliklerin miktarını gözlemlemekle görülebilir. Her iki kavram da adım adım geliştirilir. Başlangıç için sabit yoğunluk ve viskoz olmayan akışkan kabulleri yapılır. Daha sonra herhangi bir zaman için, sıkıştırılabilirlik ve viskozite için karmaşıklık oluşturan faktörler dahil edilir. Bu aşamalardan sonra her bir kavramın rolü belirlenmiş olur ve akış özelliklerinin değişimini gerektirecek vortisite ve sirkülasyondaki değişikliklerin ne olduğu bulunur.

### 3.9.1. Vortisite kinematığı

Vortisite,  $\omega$ , ile gösterilir ve şu şekilde tanımlanır:

$$\omega = \nabla \times \mathbf{u} \quad (1.53)$$

Akış içerisinde bölgesel açısal hız ile,  $\Omega$ , akışkan rotasyonunun olduğu küçük bir silindirin bulunduğu bir düzlem ele alınacak olursa, silindirdeki,  $A$ , alanı için vortisite ortalamasının büyüklüğü için:

$$\omega_{ortalama} = \frac{1}{A} \iint \nabla \times \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} dA \quad (1.54)$$

denklemini kullanabilir. Buradaki  $\mathbf{n}$  birim vektörü düzlemsel alana dikey doğrultudadır. Eğer silindir, kesit alanı içerisinde yeteri derecede küçükse, silindir alanı üstünde açısal hız sabit sayılır,  $\omega_{ortalama}$ , ve bu değer bölgesel bir değer,  $\omega$ , olarak alınır. Stokes Teoremini kullanarak yukarıdaki ifadeye sıra (hat) elemanları,  $d\ell$ , ve silindirik alanı sınırlayan  $C$  konturu (çevresi) integre edilerek de bir ifade yazılabilir. Alan sifıra doğru giderken (büzülürken, kısılrken) vortisitenin büyüklüğü için şu denklem yazılabilir:

$$\omega = \frac{1}{A} \oint_C \mathbf{u} \cdot d\ell \quad A \rightarrow 0 \quad (1.55)$$

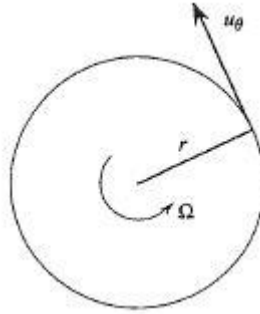
Vortisiteyi ifade etmenin bir diğere yöntemi, küçük bir alanı sınırlayan yuvarlak (dairesele) konturun çizgisel integralini alarak hesaplama yapmaktır. Dairesel bir çemberin yarıçapı  $r$  ve açısal hızı  $\Omega$  olarak alınırse integral değeri:

$$2\pi r u_\theta = 2\pi r^2 \Omega \quad (1.56)$$

olacaktır ve vortisitenin değeri:

$$\omega = 2\Omega \quad (1.57)$$

olacaktır.



Şekil 3.2. Küçük bir silindirik akış elemanı için çevresel ve dairesele hız  
(Greitzer vd., 2004)

Hız ve vortisite arasında “sağ el kuralı” olarak bilinen kural, rotasyonda genellikle uygulanır. Saat yönünün tersi yönündeki dönüşlerde vortisitenin değeri pozitif, saat yönündeki dönüşlerde ise vortisitenin değeri negatif olur. Buradan hareketle, düzlemsel uygulamalarda vortisitenin büyüklüğünün, akış rotasyonunun bölgesel oranının iki katı olduğu görülecektir. Bununla birlikte, bu sonucu savunabilmek için akışın düzlemsel olmasına da gerek yoktur. İntegrasyon alanı üzerinde sabit olarak alınabilecek dönme oranı için, yeterli derecede küçük bir akışkan partikülünün hesaplanmasında, üç bileşenli yönü referans alarak yine benzer işlemler uygulanabilir.

Vortisitenin fiziksel yorumu şu şekilde yapılabilir: eğer akıştaki küçük bir katman açısal hızda değişme olmaksızın aniden katlaşıyorsa, bölgesel vortisite o katmanın bölgesel açısal hızının iki katı olacaktır.

Açısal hızın da olduğu gibi vortisite bir vektördür. Vortisite vektörünün bileşenleri, iki ortak ve birbirine dik akış hatlarının rotasyon oranlarının toplamıdır. Örnek olarak bu durum ele alınacak olursa, tek yönlü bir akış düzlemi olduğu düşünülün. Hız,  $\mathbf{u}$ ,  $u_x(y)\mathbf{i}$  (x yönündeki  $\mathbf{i}$  birim vektörü ile) tanımlanmış ve akış hatlarının paralel olduğu kabul edilsin.  $\nabla \times \mathbf{u}$  bileşenlerinin incelenmesi sonucunda  $\omega_x = \omega_y = 0$  olduğu görülecektir ancak  $\omega$  için z bileşeni sıfırdan farklı olacaktır:

$$\omega_z = -\frac{du_x}{dy} \quad (1.58)$$

$\left(-\frac{du_x}{dy}\right)$  değeri, başlangıçta y eksenine paralel olan akış hattının dönme oranının saat yönünde olmasından kaynaklanır. Çünkü x eksenine paralel akış hattı dönmez. Vortisitenin kinematik olarak yorumlanması için bir nokta kenarındaki ilgili hareketin analizi yapılmalıdır. Herhangi iki akışkan partikülünün  $\delta x_i$  ile ayrıldığı ve ilgili hızın  $\delta u_i$  olduğu durum şu şekilde ifade edilir:

$$\delta u_i = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \delta x_j = e_{ij} \delta x_j + \Omega_{ij} \delta x_j \quad (1.59)$$

Gerinme tensörü oranı:

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (1.60)$$

ile ifade edilir ve vortisite tensörü:

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) = \frac{1}{2} e_{ijk} \omega_k \quad (1.61)$$

ile gösterilir.

Bu ifadedeki sağdaki iki terim tamamen gerinme hareketini ve rijit gövde hareketini oluşturur. Saf gerinme hareketinde, çizgi elemanları genişlemişlerdir ve kasılmışlardır. Küresel elemanlar gerinme tensörü oranı boyunca var olan başlıca eksenler boyunca ikinci dereceden fonksiyonlara deforme olurlar. Rijit gövde rotasyonunda ise, çizgi

elemanları açısal hız ile dönerken sabit bir uzunlukta kalırlar ve küresel elemanlar küresel olarak kalırlar.

### 3.9.1.1. Vorteks sıraları (hatları)

Vortisite uygulamaları genellikle sadece akış alanlarının bölgesel tanımlamalarından öte tüm tanımlamaları içine alacak şekilde birbiriyle bağlantılı olarak kabul edilir. Vorteks hatları, akış içerisindeki bölgesel vortisite vektörüne teğetsel hatlardır. Tüm vektör alanları için çıkarılacak genel bir sonuç şudur, “CURL” ün iraksaması sıfıra özdeşdir ve bu durumda  $\mathbf{B}$  vektörü için şu ifade yazılabilir:

$$\nabla \cdot [\nabla \times \mathbf{B}] = 0 \quad (1.62)$$

ve burumda  $\omega = \nabla \times \mathbf{u}$  olduğu için,

$$\nabla \cdot \omega = 0 \quad (1.63)$$

olacaktır.

(1.63) numaralı denklem tamamıyla kinematiktir ve her akış için aynıdır. Iraksaması 0 olan bir vektör solenoidal olarak tanımlanır ve bu durumda da vortisite alanının solenoidal olduğu kabul edilir.

Iraksama Teoremini (1.63) numaralı denkleme uygulanırsa vortisite hatları için şöyle bir durum elde edilir:

$$\oint \omega \cdot \mathbf{n} dA = 0 \quad (1.64)$$

(1.64) numaralı denklem, kapalı herhangi bir yüzey üzerindeki vortisitenin dikey yöndeki bileşenin sıfır olduğunu gösterir. Yüzeye giren vorteks çizgileri aynı zamanda yine bu yüzeyi terk eder. Eğer terk etmezlerse integral sonucu 0 olmaz. Bu nedenledir ki: vorteks hatları akışkan içinde son bulmaz. Vortisite alanları sıkıştırılmaz akışlardaki hız alanları için uygulanan süreklilik denkleminde uyarlar.

Bu durumlar şunlardır:

- 1- Akış hatları (bölgesel hız vektörüne teğetsel olan hatlar) akış içerisinde bitemez.
- 2- Akış hatlarının konsantrasyonu (yoğunluğu) hızın yüksek olduğu noktalarda görülür.

Benzer olarak, vorteks hatları yüksek vortisitenin olduğu bölgelerde sık ve vortisitenin düşük olduğu bölgelerde seyrek.

### 3.9.1.2. Katı bir yüzeyde vorteks hattının davranışı

Kaymama şartının olması gereken hareketsiz sınırlarda, akışkan hızının yüzeydeki hızı 0 olacaktır. Katı yüzeyine çekilmiş herhangi bir dairesel sirkülasyonda da hız yine 0 olacaktır. Yani bir konturde (dış hatta) vorteks hatları yoktur ve bundan dolayı vortisitenin de dikey doğrultuda bir bileşeni yoktur. Hareketsiz katı sınırlarda, vorteks hatları teğetsel olmak zorundadır. Bunun tek istisnası, bölünmüş akım hatlarına benzeyen mümkün olduğunca izole edilmiş vorteks hatlarıdır ki bu durumda sirkülasyon yoktur. Bunun aksine, dönen bir yüzey için, yüzeyde vortisitenin dikey doğrultuda bir bileşeni vardır ve bu büyüklük yüzey açıl hızının iki katıdır. Böylece vorteks hatları dönen yüzeylerle sınırlanmıştır. Hareketsiz sınırları olan bir akış için, vorteks hatları ya kapalı döngülere dönüşür ya da sonsuz büyüklüğe ulaşır yine bunun tek bir istisnası, katı sınırlarında son bulamayan izole durumlar içindir.

Düzensizliğin en basit çeşidi, vortisitenin teğetsel bileşeninde meydana gelen “Vorteks sıçraması”dır. Bu gibi durumlarda kısıtlayıcı değerler vorteks sıçramasının olduğu yüzeyin her iki tarafında da sağlanmak zorundadır. Bu koşullar üç tanedir:

$$1- \omega_1 \cdot \mathbf{n}_1 = \omega_2 \cdot \mathbf{n}_2 \quad (1.65)$$

$$2- \mathbf{u}_1 = \mathbf{u}_2 \quad (1.66)$$

$$3- p_1 = p_2 \quad (1.67)$$



Burada bahsedilen  $\mathbf{n}$  dikey doğrultudaki birim vektörü ifade eder. Her iki taraf için kısıtlayıcı değerler 1 ve 2 ile gösterilmiştir.

1. durum kinematik gereklilikleri takip eden bir durumdur. 2. durum da aynı zamanda kinematiktir. Vortisite basit bir vorteks sıçramasının olduğu yerin karşısında bir cidarla sınırlandırılmıştır. Her iki taraftaki kısıtlayıcı vortisite değerlerindeki fark sıçramanın gücüdür. Vortisitenin bu durumdaki integrali süreklidir ve bundan dolayı basit bir sıçrama ile bir vortisite alanından meydana gelen hız alanı da süreklidir. 3. durum yüzeydeki tekil kuvvetlerin yokluğundan kaynaklanır. Yüzey gerilmeleri gibi kuvvetler bu kuvvetlere örnek verilebilir.

Eğer çok küçük materyal döngüsü sıçramayı geçtiyse, materyalin şekli sürekli olarak değişecektir çünkü hız süreklidir ve vortisitedeki sıçrama sirkülasyonda değişime neden olacaktır. Ancak akışkan materyal yüzeyi olmak zorunda olan bir vorteks sıçramasının karşısına geçemez. Bir vorteksin sınırı aslında bir vorteks sıçramasıdır bu yüzden vorteks sıçraması maddesel bir yüzeydir.

### 3.9.2. Vortisite dinamiği

Bundan önce bahsedilen vortisite karakteristikleri tamamıyla kinematiktir ve sonuçlar viskoz veya viskoz olmayan sıkıştırılmayan sıvılara uygulanabildiği gibi sıkıştırılabilir sıvılara da uygulanabilir. Vortisitenin fiziksel manasının anlaşılması ve geliştirilmesine yardımcı olabilmek için vortisitenin gerçek kullanımı, gerekli dinamik açılar partiküler manada göz önünde bulundurularak, genel olarak akış alanının gelişimindeki vortisite dağılımları incelenmelidir.

Başlangıç noktası olarak (1.45) numaralı momentum denklemi ele alınırsa:

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \frac{\partial\mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla\mathbf{u} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \mathbf{X} + \mathbf{F}_{viskoz} \quad (1.68)$$

Burada akışkan üzerindeki kuvvetler üç şekilde gösterilmiştir: birim kütle başına basınç kuvvetleri,  $\left(\frac{\nabla p}{\rho}\right)$ , birim kütle başına gövde kuvvetleri,  $(\mathbf{X})$  ve birim kütle başına

viskoz kuvvetler,  $\mathbf{F}_{viskoz}$ , olarak ifade edilmiştir. Böylece her birinin etkisi ayrı ayrı incelenebilir. Vektör özdeşliği kullanılarak şu ifade yazılabilir:

$$(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} \equiv \nabla\left(\frac{u^2}{2}\right) - \mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{u}) = \nabla\left(\frac{u^2}{2}\right) - \mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega} \quad (1.69)$$

(1.68) numaralı denklem dolayısıyla şu şekilde yazılabilir:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla\left(\frac{u^2}{2}\right) - \mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{X} + \mathbf{F}_{viskoz} \quad (1.70)$$

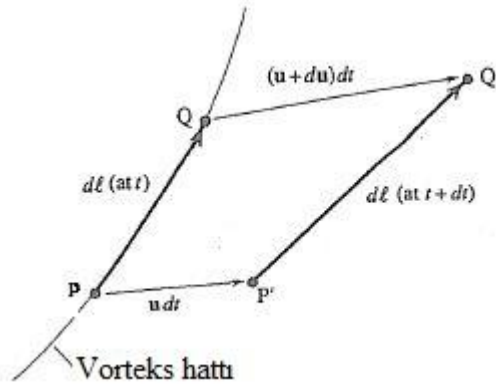
(1.70) numaralı denklemin curlünü alarak vortisitadaki değişimin oranı elde edilebilir. Bu denklemi elde edebilmek için:

$$\nabla \times (\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega}) \equiv (\boldsymbol{\omega} \cdot \nabla)\mathbf{u} - (\mathbf{u} \cdot \nabla)\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}(\nabla \cdot \mathbf{u}) \quad \text{ve} \quad \nabla \times \nabla\left(\frac{u^2}{2}\right) \quad (1.71)$$

(1.71) numaralı vektörel özdeşlik kullanılırsa:

$$\frac{D\boldsymbol{\omega}}{Dt} = (\boldsymbol{\omega} \cdot \nabla)\mathbf{u} - \boldsymbol{\omega}(\nabla \cdot \mathbf{u}) - \nabla \times \left(\frac{1}{\rho} \nabla p\right) + \nabla \times \mathbf{X} + \nabla \times \mathbf{F}_{viskoz} \quad (1.72)$$

(1.72) numaralı denklem akışkan partikülündeki vortisite değişimini tanımlamaktadır.



Şekil 3.3. Kısa bir zaman aralığındaki vorteks sıra elemanın değişimi  
(Greitzer vd., 2004)

Genel olan davranışı hemen incelemekten ziyade, daha kolay birçok durumdan oluşan farklı etkilerin oluşturulması daha kullanışlıdır. Bu yüzden akışkan hareketinin farklı sınıflarından birisi olan korunumlu gövde kuvvetlerinin olduğu, viskoz olmayan, sıkıştırılabilir akışlardaki davranışları incelenmelidir. En önemli korunumlu gövde kuvveti Coriolis kuvvetidir. Coriolis kuvveti dönen mekanizmalardaki akışı tanımlarken karşılaşılan bir kavramdır.

### 3.9.3. Sıkıştırılabilir viskoz olmayan sıvılarda vortisite değişimleri

Sıkıştırılabilir akışlar için, gövde kuvvetleri ve viskozite sıkıştırılmaz akışlardakine benzer biçimde olmasına rağmen viskoz kuvvetler için ifadeler daha karmaşıktır. Bu yüzden sadece korunumlu gövde kuvvetlerinin olduğu, viskoz olmayan, sıkıştırılabilir sıvılar değerlendirilmelidir. Başlangıç olarak (1.72) numaralı denklemden yola çıkılır. Sürekliliği göz önüne alındığında ve  $\nabla \cdot \mathbf{u}$  yerine  $\left(-\frac{1}{\rho}\right)\left(\frac{D\rho}{Dt}\right)$  ifadesi konulursa:

$$\frac{D}{Dt}\left(\frac{\omega}{\rho}\right) = \left(\frac{\omega}{\rho} \cdot \nabla\right)\mathbf{u} - \frac{1}{\rho}\nabla \times \left(\frac{1}{\rho}\nabla p\right) \quad (1.73)$$

denklemini elde edilir.

Sıkıştırılabilir bir akış için, yoğunluğun,  $\rho$ , sadece basıncın fonksiyonu olmadığı zamanlardaki, ( $\rho \neq \rho(p)$ ), değişimiyle  $\frac{\omega}{\rho}$  oranı değişebilir. Ayrıca bu terim, entropinin sıcaklığın bir fonksiyonu olmadığı durumlarda da yoğunluğun değişimiyle değişebilir. Bu gibi durumlara örnek olarak: gaz türbini yanma odaları çıkışındaki akışın, yaklaşık olarak sabit basınçta olduğu ancak sıcaklığın değiştiği (uniform olmayan) bir durum gösterilebilir. Bu durum ayrıca turbomakinelerin arkasında genellikle radyal olarak değişen (uniform olmayan) iş girişinin olmasından dolayı durgunluk sıcaklığındaki radyal değişimlerin olduğu durumlarda da meydana gelebilir.

Bir akış, yoğunluk sadece basınca bağlıysa “Barotropik” şayet yoğunluk sadece basıncın fonksiyonuna bağlı değilse “Baroklinik” olarak adlandırılır. Bu yüzden basınç ve yoğunluk alanlarının etkileşim sayesinde oluşan vortisite, “Baroklinik Tork” vasıtasıyla oluşan vortisite olarak sıklıkla bahsedilir.

Vortisite oluşumunda, sınırlandırılmış cidar boyunca basınç gradyanına maruz bırakılarak yüksek hızlı sınır tabakasının oluşumu (1.73) numaralı denklemin 2. terimi ile gösterilmiştir. Eğer sınır adyabatik ise statik sıcaklık cidara doğru artacaktır ve yoğunluk azalacaktır. Yoğunluk gradyanı, hem cidara dikey doğrultuda hem de cidara paralel doğrultuda bileşenlere sahiptir ancak sadece cidara dikey doğrultuda olan bileşeni vortisite üretimi konusunda verimlidir.

### 3.9.4. Sirkülasyon

Vortisiteyle hemen hemen aynı olan, kapalı bir kontur,  $C$ , etrafındaki hızın integrali, “Sirkülasyon” olarak tanımlanır.

$$\Gamma = \int_C \mathbf{u} \cdot d\boldsymbol{\ell} \quad (1.74)$$

Sirkülasyon ve vortisite arasındaki ilişki, Stokes Teoreminin yukarıdaki ifadeye, (1.74), uygulanmasıyla görülebilir:

$$\Gamma = \iint_A \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{n} dA \quad (1.75)$$

Buradaki  $A$  terimi,  $C$ , konturu tarafından sınırlandırılmış yüzeydir ve  $\mathbf{n}$  yüzeye dik doğrultudadır. Sirkülasyon,  $C$ , konturu tarafından kapalı,  $A$ , yüzeyi boyunca olan vortisitenin net akı gücünün skaler ölçüsüdür.

Sirkülasyonla ilgisi olan bir diğer kavram “Helisite” dir. Helisite, uygun koşullar altındaki Euler denklemlerinin sabit değerleridir. Bir başka deyişle helisite, akış içerisindeki vorteks hatlarının düzgünlüğünün (karışıklığının) ölçüsüdür.

Yansıma simetrisi altında değişmeyen özellik gösteren helisite Moffatt (1969) tarafından aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$H = \int_V \mathbf{u} \cdot (\nabla \times \mathbf{u}) dV \quad (1.76)$$

Buradaki  $V$  herhangi bir yüzeydeki hacimdir. Tek değerli potansiyel viskoz olmayan sıkıştırılmaz akışlarda korunumlu kuvvetler tarafından izole edilmiş bir vorteks üzerindeki helisite değeri sabittir.

Sınırlandırılmamış bir akışkan içerisindeki bölgesel vortisite dağılımları için hacim,  $V$ , tüm alan için kabul edilebilir ve bu durumda akışın toplam helisite değeri  $H$  ile ifade edilir. Helisite kesinlikle sabit bir niceliktir çünkü vorteks hatları akışla birlikte mevcut bulunurlar ve bundan dolayı vorteks hatlarının bağlantıları ve/veya düzgünsüzlükleri (karışıklıkları) korunumludur. Helisite, referans noktasına göre sağ el veya sol el kural göze alındığında işaret değiştirebilir. Dolayısıyla helisite, akışın simetrisizliğinin bir ölçüsü olarak düşünülebilir. Helisite, Euler denklemlerindeki enerji, momentum ve açıl momentumdan ayrı olarak sadece integral sabiti olarak bilinir.

### 3.9.5. Sıkıştırılabilir viskoz olmayan sıvılarda sirkülasyon davranışları

Bir akışkan konturu için, sirkülasyon değişim oranının türetildiği ifadeye sıkıştırılmaz sıvılar için herhangi bir kısıtlama yoktur. Sıkıştırılabilir viskoz olmayan sıvılar için Kelvin Teoreminden türetilmiş olan sıkıştırılmaz sıvıların ifadesi aynıdır.

$$\frac{D\Gamma}{Dt} = - \oint_C \frac{\nabla p}{\rho} \cdot d\ell \quad (1.77)$$

ya da

$$\frac{D\Gamma}{Dt} = \iint \frac{\nabla \rho \times \nabla p}{\rho^2} \cdot \mathbf{n} dA \quad (1.78)$$

$\nabla p / \rho = \nabla h - T \nabla s$  ilişkisini kullanarak ve  $\oint \nabla h = 0$  kabul ederek, (1.78) numaralı denklem entropi ve sıcaklık gradyanlarını gerektirecek şekilde düzenlenecek olursa:

$$\frac{D\Gamma}{Dt} = \iint \nabla T \times \nabla s \cdot \mathbf{n} dA \quad (1.79)$$

ifadesi elde edilir.

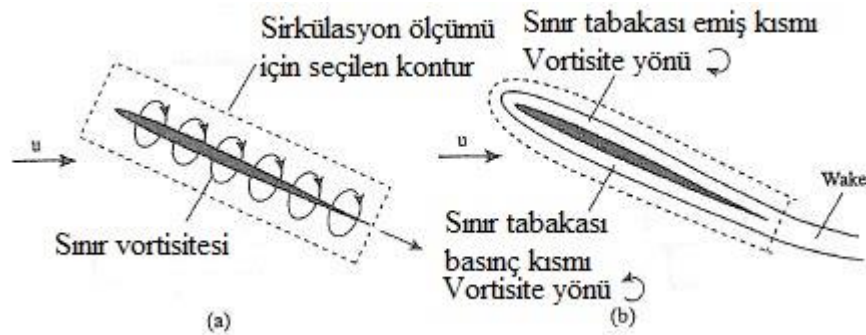
Bir akıştaki yoğunluk, sadece basıncın fonksiyonu ya da akıştaki entropi sadece sıcaklığın fonksiyonu ise kapalı bir çevrimdeki akışkan konturunun sirkülasyon değeri sabittir.

### 3.9.6. İzleyici vortisite ve izleyici vorteksler

Akış içerisinde sona ermeyen vorteks hatları için gereksinimler, sirkülasyonlu gövdelerin alt akışı için bazı koşulları gerektirir (Turbomakine bıçakları gibi). Katı yüzeylerdeki kayma şartlarının olmaması demek, viskoz akışkan içerisindeki tüm vortisitenin aslında katı gövde sınır tabakaları içerisinde kapsanan, sirkülasyonun olduğu bir gövde dilimi demektir.

İzleyici vortisiteler bir gövde sirkülasyon diliminin uniform (değişmeyen) olmayan dağılımlarının mevcut olduğu zaman görülür. İzleyici vortisitelerin oluşumu tüm akış rejimine uygulanan ve vortisite dağılımlarının solenoidal ( $\nabla \cdot \omega = 0$ ) olduğu durumlarla beraber bulunan kinematik bir sonuçtur.

İzleyici vortisitelerin sıklıkla görülen sonucu, yoğun ölçekli farklı vortekslerin alt akım bölgesinde bulunmasıdır. Vortekslerin harekete geçmesi ve oluşması gibi bir durum olmadığında dahi, izleyici vortisitelerin varlığı, cihazdaki akış alt akımının rotasyonel olacağını gösterir.



Şekil 3.4. (a) Düz yüzeyli bir kanattan sınır vortisitesi kullanarak geçen viskoz olmayan akışın analizi (b) Sınır tabakası vortisitesi ile sınırlı kanattaki sirkülasyon (Greitzer vd., 2004)

### 3.9.7. Katı yüzeylerde vortisite oluşumu

Şu ana kadar katı yüzeylerdeki akışta vortisitenin ve sirkülasyonun nasıl nitelendirildiği tanımlanmamıştır ancak bunu tanımlamak mümkündür. Geliştirilen denklemler, uniform yoğunluklu bir akışkanın içerisindeki sirkülasyon üretimi ya da  $\rho = \rho(p)$  (yoğunluğun, basıncın bir fonksiyonu olduğu durumlar için) için bir mekanizma içermemektedir. Vorteks lifleri (telleri) katlanabilirken ve gerilirken, vortisite değerinde ve yönünde değişimler meydana gelir. Bu davranış, sirkülasyonun korunması için mevcut vortisitenin temel işleyişidir. Akış içerisindeki viskoz kuvvetler bu süreci değiştirir fakat bu viskoz kuvvetler, sadece mevcut vortisitelerin yeniden dağıtılması adına çalışır. Burada anlatılan vortisite oluşumunun tersine, başka bir deyişle “akışa ilave olan bölgesel pozitif ya da negatif sirkülasyonlar” (Fric ve Roshko, 1994) katı yüzeylerde meydana gelir.

#### 3.9.7.1 İki boyutlu akışta vortisite oluşumu

Buradaki vortisite oluşumu, hareketsiz katı yüzeydeki sabit yoğunluklu iki boyutlu akışkan için tanımlanacak olursa başlangıç noktası katı yüzeyde değerlendirilen momentum eşitliği olacaktır. Çünkü hız sıfırdır.

$$\left(\frac{1}{\rho} \nabla p = v \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial n^2}\right)_{\text{yüzey}} \quad (1.80)$$

Buradaki,  $n$ , yüzeye dikey doğrultudadır.  $y = 0$  düzlemindeki yüzeyle iki boyutlu akış için süreklilik denklemi ve sıfır (0) hız koşulu kabul edilip vortisitenin türetilmesi terimler halinde yazılacak olursa:

$$\left(\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} = v \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} = -v \frac{\partial \omega}{\partial y}\right)_{y=0} \quad (1.81)$$

(1.81) numaralı denklem şunu göstermektedir: Ne zaman katı bir sınır boyunca basınç gradyanı oluşursa, cidara dikey doğrultuda bulunan yöndeki yüzeyde vortisitenin teğetsel gradyanı vardır. Bundan dolayı, vortisiteden akışkana bir difüzyon (yayınım) vardır. Bu durum, yüzeye dikey doğrultu boyunca vortisite gradyanının  $v$  kadarının

oranında katı yüzeydeki “vortisite akısı” olarak yorumlanmıştır (Lighthill, 1963). İçeri giren vortisite, basınç gradyanının işaretine de dayanıyor olabilir. Akış yönünün pozitif, ( $dp / dx > 0$ ), ya da saat dönme yönünün tersi yönünde, olduğu durumlarda akış içerisindeki basıncın artmasıyla vortisite akışa girer.

Bir sınır tabakası için, serbest akıştaki (sınır katmanındaki harici akış) viskoz olmayan sıvı tarafından basınç gradyanlarının belirlendiği durumda, (1.81) numaralı denklem serbest akıştaki ya da dış hızdaki,  $e_{Dış}$ , uzaysal ve zamanlar değişimlerin terimlerine uygulanacak olursa:

$$\frac{\partial u_{Dış}}{\partial t} + u_{Dış} \frac{\partial u_{Dış}}{\partial x} = v \left( \frac{\partial \omega}{\partial y} \right)_{y=0} \quad (1.82)$$

ifadesi elde edilir.

### 3.9.8. Vortisite dağılımı ile beraber bulunan hız alanı

Vortisitenin ve sirkülasyonun farklı kavramları, değişik durumlara fiziksel bakış açısı getirmek adına kullanılabilir. Bu bölümde vortisitenin verilen bir dağılımı ile hız alanının birleşimi tarif edilecektir. İlk olarak, hız vektörü,  $\mathbf{u}$ , üzerine uygulanan, “Helmholtz Ayrıştırma Teoremi” olarak da bilinen, vektör analizlerinin sonuçları incelenecektir. Bu teorem herhangi bir vektörü belirtir ve burada hız,  $\mathbf{u}$ , ile temsil edilmiştir ve  $\mathbf{u}_1$  ve  $\mathbf{u}_2$  gibi sade ve basit vektörlerin toplamı ile tanımlanabilir.  $\mathbf{u}_1$  vektörü solenoidaldir,  $\nabla \cdot \mathbf{u}_1 = 0$ , ve  $\mathbf{u}_2$  vektörü gerilim,  $\mathbf{u}_2 = \nabla \phi$ , gradyanıdır. Vektör özdeşliğinden  $\nabla \times \nabla \phi \equiv 0$ , şu çıkarım yapabilir,  $\nabla \times \mathbf{u}_2 \equiv 0$ , bundan dolayı  $\mathbf{u}_2$  irrotasyonel olmalıdır.

Şu ana kadar  $\mathbf{u}_1$  ve  $\mathbf{u}_2$  ile ilgili yapılanlar, eşsiz bir şeyi tarif etmez, çünkü aynı  $\mathbf{u}_2$  değerini bulmak için herhangi bir gerilim alanı seçilip  $\mathbf{u}$  değerinden çıkarılabilir. Eşsiz bir dekompozisyon elde etmek için,  $\mathbf{u}_1$  ve  $\mathbf{u}_2$  değerlerini aşağıda belirtildiği üzere,  $\nabla \cdot \mathbf{u}$ 'nun dağılımları ve vortisitenin,  $\nabla \times \mathbf{u}$ , dağılımları ile birlikte hız alanları oluşturacak şekilde seçilmelidir. İkinci terim, vortisiteyi,  $\omega$ , ve ilk terim ise, ısı ilavesi ya da faz değişikliği gibi, sıkıştırılabilirlikten ya da hacim ilavesinden dolayı oluşan solenoidal hız dağılımlarını ifade etmektedir.



Uzaydaki her yerde tanımlanmış ve sonsuza giderken sıfır olan bir hız alanı için, vortisite ve kaynak dağılımlarının yüzey integralleri ve hacmi tarafından verilen  $\mathbf{u}_1$  ve  $\mathbf{u}_2$  :

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{\boldsymbol{\omega}(\mathbf{x}') \times \mathbf{r}}{r^3} dV' + \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{\nabla' \cdot \mathbf{u}(\mathbf{x}') \mathbf{r}}{r^3} dV' \quad (1.83)$$

şeklinde gösterilir. (1.83) numaralı denklemde,  $\mathbf{r} = (\mathbf{x} - \mathbf{x}')$  ve ilgili bölgenin yeri ise  $(\mathbf{x})$  vortisitenin elemanı ya da vortisitenin kaynağından olan yarıçap vektörü,  $(\mathbf{x}')$ 'dür.  $\nabla'$  notasyonu  $\mathbf{x}'$  ile alakalı olan operatörü göstermektedir ve  $V'$  notasyonu ise  $\mathbf{x}'$  üzerinde gerçekleştirilmiş integrasyonu göstermektedir.

### 3.10 Swirling Akışlar

Akışkan mekanizmalarındaki birçok uygulama swirling akışları kapsar. Yanma odalarını, turbomakineleri ve onların beraber bulunduğu kanal sistemlerini ve siklon ayırıştırıcılarını kapsayan ve bununla birlikte güçlü tesiri olan bir swirl olayı vardır. Bu bölümde swirling akışları 5 farklı yönde incelenecektir. Bunlar:

- 1- Yukarıda anlatılan hareketlerde meydana gelen basınç ve hız alanlarının tanıtıcı açıklamaları
- 2- Üst akım akışını etkileyecek alt akım durumlarının kapasitesi
- 3- Vorteks çekirdeklerindeki yayılan dalgalar ve kararsızlıklar
- 4- Basınç gradyanlarında vorteks çekirdeklerinin davranışı
- 5- Jetlerde, karıştırıcılarda, resirkülasyonda ve sınır tabaklarındaki swirlin kendine özgü etkileri olan viskoz swirling akışlar

Vorteks çekirdeklerindeki değişim, bir takım akışkan cihazlarında bulunan saklı yapısal özellikler olduğundan dolayı bu konu biraz daha derinlemesine incelenmelidir. Dahası, swirlin baskın özellikleri doğada eylemsizdir.

Swirling olmayan akışlar için geliştirilmiş kavramların bazıları için değişiklik yapılması kaçınılmazdır. Örnek olarak, swirl olmayan bir akış içerisindeki ince bir

kesme tabakasının veya sınır tabakasının karşısında aslında uniform statik basınç değerinde büyük oranda değişikliklerin olabilmesinin aksine bir swirling akışın merkezinde bir vorteks çekirdeği boyunca statik basınçta büyük oranda değişiklikler meydana gelebilir. Bu basınç değişimleri vorteks çekirdeği gelişimini etkiler. Bir akışkan bileşenin üst akım etkisini karakterize eden uzunluk ölçekleri swirl olduğu zaman değişebilir.

Verilen bir akış için farklı swirl düzeylerinin tanıtılmasında farklı parametreler bulunur. Bu parametreler akış davranışını ve akış rejiminin tanımını yapabilmek için geliştirilmiştir. Tüm swirl düzeyinin karakterize edilmesi için, aksenal hıza bölünmüş çevresel hız,  $\frac{u_\theta}{u_x}$ ,  $S$  ile gösterilir ve “Swirl parametresi” olarak adlandırılır. Bu farklı yollarla yapılabilir, örnek olarak, bir vorteks çekirdeğindeki  $u_\theta$  ’nın en yoğun olduğu nokta ele alınır, ortalama yarıçapta ya da bazı sıradan durumlarda, gerekli olan özel bir kullanımı tanımlayacaktır. Swirl parametresinin avantajı, incelenecek birçok farklı olayın tarifindeki eşitliklerde açıkça ortaya çıkar ve böylece parametrik bağımlılıkların anlaşılmasını kolaylaştırır. Bununla birlikte swirl düzeyi kadar önemli olan, vortisite ve durgunluk basınçlarının dağılımları da akış için önemli rol oynar. Dolayısıyla, belirli bir türdeki swirl akış içerisinde, farklı rejimlerin tanımlanması için tek bir parametre kullanılmasına rağmen, tek başına hiçbir parametre swirl dağılımlarının tüm çeşitleri için yeterli olmaz.

### **3.10.1. Basit radyal dengenin olduğu sıkıştırılmaz, sabit yoğunluklu viskoz olmayan swirling akışlar**

En basit swirling akış sınıfı silindirik şekildeki ya da basit radyal dengedeki akışlardır. Basit radyal denge akışı üç durum için şöyle tanımlanır:

- 1- Kararlı haldeki durum
- 2- Aksenal simetrik durum
- 3- Her yerdeki hızı 0 olan radyal hız,  $u_r$ , durumu

Bu 3 durumun sonucu olarak 4. bir durum da vardır:

- 4- Eksenel ve çevresel hız bileşenleri,  $u_x$  ve  $u_\theta$ , ve basıncın,  $p$ , yarıçapın,  $r$ , fonksiyonu olarak gösterildiği durum.

Bu durumların kabulü ile süreklilik, eksenel ve çevresel hız momentum denklemleri karşılanmıştır. Momentum denkleminde önemsiz olmayan tek bileşen radyal bileşendir ve bu bileşen radyal ve merkezci ivme arasında denge görevini görür. Şu şekilde ifade edilir:

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} = \frac{u_\theta^2}{r} = \frac{K^2}{r^3} \quad (1.84)$$

(1.84) numaralı denklemdeki,  $K$ , niceliği,  $2\pi$ 'ye bölünmüş, yarıçapın  $r$  olduğu bir dairesel konturdaki sirkülasyon dilimidir ve  $r$ 'nin fonksiyonu olabilir ve şu şekilde gösterilebilir,  $K = ru_\theta$ . Basit radyal dengedeki akışı tanımlarken  $u_x$ 'de meydana gelen radyal dağılımlarda ve  $p$ ,  $u_\theta$  ya da  $K$  gibi değişkenlerden birinde herhangi bir kısıtlama yoktur. Çevresel ve eksenel vortisite bileşenleri şu şekilde gösterilebilir:

$$\omega_x = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (ru_\theta) = \frac{1}{r} \frac{dK}{dr} \quad (1.85)$$

$$\omega_\theta = -\frac{du_x}{dr} \quad (1.86)$$

Sabit yoğunluklu akış için, eğer sirkülasyon dağılımı belirtilmişse, (1.84) numaralı denkleme statik basınç dağılımını bulmak adına integrasyon uygulanır. Bir referans basıncındaki,  $p_{ref}$ , referans yarıçapı,  $r_{ref}$ , ile belirtilecek olursa:

$$\frac{p-p_{ref}}{\rho} = \int_{r_{ref}}^r \frac{K^2}{r'^3} dr' \quad (1.87)$$

ifadesi elde edilir. Dolayısıyla durgunluk basıncı da:

$$\frac{p_t-p_{ref}}{\rho} = \frac{1}{2} (u_x^2 + u_\theta^2) + \int_{r_{ref}}^r \frac{K^2}{r'^3} dr' \quad (1.88)$$

olarak gösterilebilir.  $u_\theta = \frac{K}{r}$  olduğu için denklem şu şekilde düzenlenebilir:

$$\frac{p_t - p_{ref}}{\rho} = \frac{1}{2} u_x^2 + \frac{1}{2} u_{\theta_{ref}}^2 + \int_{r_{ref}}^r \frac{K}{r'^2} \frac{dK}{dr'} dr' \quad (1.89)$$

Burada akışın  $p_t$  gibi bir basınca sahip olduğu ve akış açısının,  $\alpha$ ,  $\left(\tan \alpha = \frac{u_\theta}{u_x}\right)$ , olduğu bir durumun ele alınması,  $p$  ve  $u_x$  değişkenlerinin ele alındığı duruma göre daha uyumlu olacaktır ve bu değerler yerine alınan değişkenler üzerine uygulanabilir. (1.88) numaralı denklem, basit radyal dengenin durumu, akış açısı ve verilen  $p_t$  için istenen şartlar ile uyumlu, hız değerindeki değişmeler için gösterilebilir. (1.88) ve (1.89) numaralı denklemler, radyal denge için alternatif anlatımlardır.

### 3.10.1.1. Basit radyal denge akış örnekleri

Bir takım basit radyal denge akışları pratik alanın birçok çeşitliliğini gösterir. Burada aksenal vortisitenin olmadığı durumlarda swirling akışlardaki önemli bir durum vardır. İlk olarak ele alınan akışta, dönmeyen swirling hareketi serbest vorteks akışı gibi kabul edilmiştir. Akışta  $u_x$  ve  $K$  sabitleri vardır ayrıca  $u_{x_0}$  ve  $K_0$  ve çevresel hız  $u_\theta = \frac{K_0}{r}$  ile verilmiştir. (1.89) numaralı denklem,  $p_t$  sabit olduğunda:

$$\frac{p - p_{ref}}{\rho} = \frac{K_0^2}{2} \left( \frac{1}{r_{ref}^2} - \frac{1}{r^2} \right) \quad (1.90)$$

olarak gösterilir.

$r = 0$  durumu hariç serbest vorteks akışı her yerde irrotasyoneldir.

Basit bir rotasyonel swirling akış, katı gövde akışıdır ve zorlanmış vorteks akışı olarak bilinir (Bu tabir,  $u_x$ 'in  $r$ 'nin fonksiyonu olduğu genel durumu içerir). Bu durum mutlak olmamasına rağmen sıklıkla, sabit aksenal hızın  $u_x = u_\theta = \text{sabit}$  olduğu durumlarda olur. Çevresel hız  $r$  ile orantılıdır (akışkanın sanki katı gövde gibi düşünüldüğü durumda) :

$$u_\theta = \Omega r; \quad \Omega = \text{sabit} \quad (1.91)$$

Dolayısıyla  $K = \Omega r^2$  olur. Referans eksenine göre şartlar kabul edildiğinde, değişmeyen aksenal hız için statik ve durgunluk basınçları:

$$\frac{p-p(0)}{\rho} = \frac{\Omega^2 r^2}{2} \quad (1.92)$$

$$\frac{p_t-p(0)}{\rho} = \frac{1}{2}u_{x_0}^2 + \Omega^2 r^2 \quad (1.93)$$

olacaktır. Zorlanmış vorteks akışı vortisitinin  $\omega_x = 2\Omega$  ile verildiği bir aksenal bileşene sahiptir. Eğer aksenal hız düzensiz ise o halde vortisitinin  $\omega_\theta = -\frac{du_x}{dr}$  ile verilen bir çevresel bileşeni vardır.

3. temel swirl akış, aynı zamanda rotasyonel, sabit çevresel hıza,  $u_\theta = u_{\theta_0}$ , ve sabit aksenal hıza,  $u_{x_0}$ , sahiptir. Bu akış için durgunluk basıncı dağılımları:

$$\frac{p_t-p_{ref}}{\rho} = \frac{1}{2}u_{x_0}^2 + u_{\theta_0}^2 \ln\left(\frac{r}{r_{ref}}\right) + \frac{u_{\theta_0}^2}{2} \quad (1.94)$$

olarak gösterilir.

Sabit çevresel hızlı akışta, vortisitinin aksenal bileşeni:

$$\omega_x = \frac{u_{\theta_0}}{r} \quad (1.95)$$

olarak gösterilir. Zorlanmış vorteks ile birlikte vortisitinin bir çevresel bileşeni olabilir.

Bir diğer basit radyal denge akışı, swirl kanatçıklarına doğru geniş bir depodan çekilen akışkanın olduğu durumdur. Akışkan kanatçıklara girdiğinde değişmeyen durgunluk basıncına sahiptir. Eğer kanatçıklar hazırlanmışsa, yani böylece kanatçıklar boyunca kayıp değişimleri küçük miktarlardadır, kanatçık çıkışındaki swirling akışta değişmeyen durgunluk basıncı olduğu dikkate alınabilir. (1.89) numaralı denklemin türevi alınır, aksenal hız dağılımına bir sınırlama getirilebilir:

$$\frac{d}{dr}(u_x^2) = -\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr}(K^2) \quad (1.96)$$

Serbest vorteks akışı haricinde, aksenal hız, değişmeyen durgunluk basıncının olduğu swirling akışlarda sabit değildir çünkü, aksenal hızdaki değişimler çevresel hızdaki (ya da sirkülasyon dağılımındaki) değişimlere bağlıdır. Örnek olarak, zorlanmış swirl vorteksinin olduğu bir akışta,  $K = \Omega r^2$ , aksenal hız için denklem şu şekilde ifade edilir:

$$\frac{d}{dr}(u_x^2) = -4\Omega^2 r \quad (1.97)$$

Eğer, yarıçapın  $r = a$  olduğu durumda aksenal hız  $u_{x_a}$  ise, aksenal hız dağılımı:

$$\frac{u_x(r)}{u_{x_a}} = \sqrt{1 + \frac{2\Omega^2 a^2}{u_{x_a}^2} \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)} \quad (1.98)$$

olarak ifade edilir.

### 3.10.1.2. Rankine vorteks akışı

Serbest vorteks dairesel bir bölge için kullanışlı tanımlar sağlar ama yarıçapın,  $r$ , 0'a yaklaştığı durumda hız sonsuz olur. Gerçekte, viskoz etkiler hız gradyanlarını sınırlar. Bu tanımı yansıtan, silindirik kanallarda kullanılabilen davranış, yukarıda bahsedilen 2 hız alanının kombinasyonu, bir serbest vorteks akışı içerisinde saklı katı-göve rotasyonunun çekirdeğidir. Çekirdek yarıçapı  $r = a$  olarak belirtilirse, sıklıkla Rankine vorteksi olarak adlandırılan konfigürasyonun hız dağılımı şu şekilde gösterebilir:

$$u_\theta = \Omega r, \quad u_x = u_x(r) \quad r \leq a \quad (1.99a)$$

$$u_\theta = \Omega \frac{a^2}{r}, \quad u_x = u_{x_0} \quad r \geq a \quad (1.99b)$$

Rankine vorteksindeki statik basınç değişimi şöyle gösterilir:

$$\frac{p-p(0)}{\rho} = \frac{\Omega^2 r^2}{2} \quad r \leq a \quad (1.100a)$$

$$\frac{p-p(0)}{\rho} = \Omega^2 a^2 - \frac{\Omega^2 a^4}{2r^2} \quad r \geq a \quad (1.100b)$$

Toplam basıncın yarısı irrotasyonal bölge içerisinde, eksene çok büyük yarıçaptaki, ( $r \rightarrow \infty$ ), durumda düşer. Yarısı da, çekirdek yarıçapından bağımsız olarak,  $r = a$  dan  $r = 0$ 'a giderken katı gövde çekirdeği içerisinde kaybolur. Toplam statik basınç değişiminin değeri çekirdek yarıçapına bağlıdır ve şu şekilde gösterilir:

$$\frac{\Delta p_{Toplam}}{\rho} = \Omega^2 a^2 \quad (1.101)$$

Çekirdek içerisindeki, ( $r \leq a$ ), vortisitinin aksenel ve çevresel bileşenleri  $2\Omega$  ve  $-\frac{du_x}{dr}$  dir. Çekirdek dış tarafında vortisite sıfırdır. Bu durumda durgunluk basıncı dağılımı şöyle gösterilir:

$$\frac{p_t-p(0)}{\rho} = \frac{[u_x(r)]^2}{2} + \Omega^2 r^2; \quad r \leq a \quad (1.102a)$$

$$\frac{p_t-p(0)}{\rho} = \frac{u_{x0}^2}{2} + \Omega a^2 = \text{sabit}; \quad r > a \quad (1.102b)$$

$K$  ve  $\Omega$  arasındaki ilişki ise şöyledir:

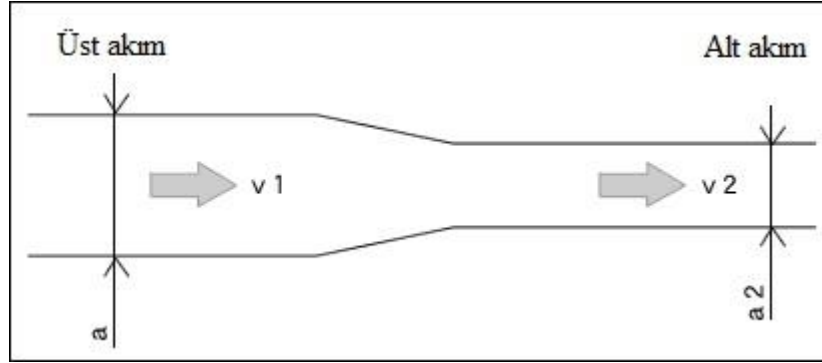
$$K = \Omega r^2; \quad r \leq a \quad (1.103a)$$

$$K = \Omega a^2; \quad r > 0 \quad (1.103b)$$

### 3.10.2. Swirling akışta üst akım etkisi

Akış mekanizmalarındaki bileşenlerin aerodinamik olarak çiftler oluşturduğu varsayıldığında sıklıkla bu çiftlerin önemli bir etkileşime gireceği düşünülür. Bu açıdan en önemli olay akışın alt akım ve üst akım noktalarının belirlenmesidir. Çünkü üst akım ve alt akım bileşenlerinin “wake karışımı noktası” üst akım ve alt akım etkilerinin incelenebilmesi için bilinmelidir. Bunun yanında üst akım etkisinin

incelenebilmesi için de üst akım ve alt akım aralığının belirtilmesi gereklidir. Çünkü uniform olmayan basınç ve hız içerisinde bulunan üst akımdaki aksel genişlik alt akım bileşeni tarafından oluşur. Şekil 3.5. üst akım ve alt akım noktaları belirlenmiş bir akışı göstermektedir.

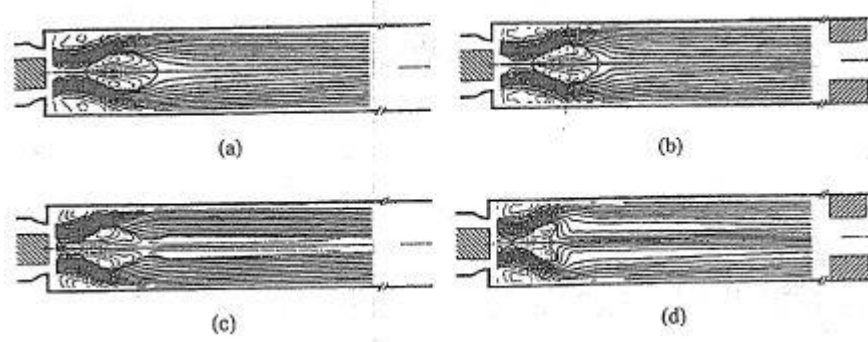


Şekil 3.5. Bir akıştaki üst akım ve alt akım bölgeleri

Swirle sahip üst akım etkisi olan akışlar, üst akım etkisi için çok daha fazla gelişmiş potansiyel sunarlar. Burada, swirle sahip üst akım etkisi olan akışlar swirling olmayan akışlara kıyasla, akım hattı dağılımının ya da üst akım hız profiline yapıda değişiklik meydana getirebilecek bir özellik olarak tanıtılmıştır. Arttırılmış üst akım etkisi, swirling akışlar için, akışkan bileşenleri arasında eşleşmenin olmadığı durumlardır. Ayrıca sayısal çalışmalar için, swirling olmayan akışlardan farklı olarak, sınır şartları tiplerinin seçimi farklıdır. Üst akım etkisi birçok farklı düzeyde düşünülebilir.

Önceden de değinildiği gibi, önemli olan tek şey swirl düzeyi değildir. Eğer akış irrotasyonel ise yani serbest vorteks, swirl değerinin (sıkıştırılmaz sıvılar için) Laplace denklemine uyan bir durumdan türetilen üst akım aksel ve radyal hızlarının bir önemi yoktur ve akış swirl den bağımsızdır. Sıkıştırılmaz akışlardaki üst akım etkisi serbest vorteks swirli tarafından değiştirilemez.





Şekil 3.6. Bir yanma odasındaki çıkış daralmasının akım hatları üzerindeki etkisi (a)  $S=5.2$  (çıkış daralması yok) (b)  $S=5.2$  (%54.5 çap daralması) (c)  $S=22.4$  (çıkış daralması yok) (d)  $S=22.4$  (%54.5 çap daralması var) (Greitzer vd., 2004)

Swirl dağılımı içerisindeki rotasyonelliğin mevcudiyeti, özellikle aksel vortisitelerdeki varlığı, üst akım etkisinin değiştirilmesi için önemli bir rol oynar. Uniform bir aksel hız,  $\bar{u}_x$ , ve açısal hız,  $\Omega$ , ile birlikte zorlanmış bir vorteksle oluşan ve bir akışın altyapısıyla çakışan kararlı aksel simetrik dağılımlarını, ya da düzensizliklerin, davranışlarının incelenmesiyle önemli bir olay ortaya çıkar.

Düzensiz harekette şu bileşenler mevcuttur:  $(\bar{u}_x + u'_x, \Omega r + u'_\theta, u'_r)$ . Bu aksel simetrik akışı tanımlayan ifadeler, (1.51), numaralı denklemle görüldüğü üzere:

$$\frac{\partial(u'_x)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(ru'_r) = 0, \quad (1.104a)$$

$$\frac{D}{Dt}(\bar{u}_x + u'_x) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial(\bar{p} + p')}{\partial x}, \quad (1.104b)$$

$$\frac{D}{Dt}(\Omega r + u'_\theta) + u'_r \frac{(\Omega r + u'_\theta)}{r} = 0, \quad (1.104c)$$

$$\frac{Du'_r}{Dt} - \frac{(\Omega r + u'_\theta)^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial(\bar{p} + p')}{\partial r}, \quad (1.104d)$$

akışın kararlı olduğu durumda,

$$\frac{D}{Dt} = (\bar{u}_x + u'_x) \frac{\partial}{\partial x} + u'_r \frac{\partial}{\partial r} \quad (1.105)$$

olarak gösterilir.

Küçük genliklerdeki bozulmuş geometrilere ve düzensizlik terimi çarpımlarının ihmal edildiği, düzensizlikler için doğrusallaştırılmış momentum denklemleriyle sonuçlanır:

$$\bar{u}_x \frac{\partial u'_x}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x} \quad (1.106a)$$

$$\bar{u}_x \frac{\partial u'_\theta}{\partial x} + 2\Omega u'_r = 0 \quad (1.106b)$$

$$\bar{u}_x \frac{\partial u'_x}{\partial x} - 2\Omega u'_\theta = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial r} \quad (1.106c)$$

(1.106a) ve (1.106b) numaralı denklemler arasındaki basıncı ihmal edilirse:

$$\bar{u}_x \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u'_r}{\partial x} - \frac{\partial u'_x}{\partial r} \right) - 2\Omega \frac{\partial u'_\theta}{\partial x} = 0 \quad (1.107)$$

denklemi elde edilir. Yukarıdaki denklemlerden bir sonuca ulaşabilmek için, süreklilik denklemleri ile özdeşleşen bir düzensizlik akış fonksiyonu,  $\psi$ , belirtilmelidir:

$$u'_x = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad u'_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (1.108)$$

(1.108) ve (1.107) numaralı denklemleri  $u'_\theta$  terimi elenerek (ihmal ederek) (1.106b) numaralı denklemde kullanılırsa, bozuk (karışık) akım fonksiyonu için,  $\psi$ , bir denklem içerisinde elde edilir:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \left( \frac{2\Omega}{\bar{u}_x} \right)^2 \psi \right] = 0 \quad (1.109)$$

Üst akım etkisi üzerinde bu tarz basit bir şekilde swirl etkisini göstermek için,  $\frac{r_{i\zeta}}{r_{d\zeta}}$ , gibi yakın birimlerdeki, yüksek iç/dış yarıçap oranları dairesel bölgelerle sınırlandırılmalıdır. Bu büyüklüklerin olduğu durumda, (1.109) numaralı denklemdeki bir terimin elenmesi gerekebilir. Radyal yöndeki  $\psi$  içerisindeki değişimler için uzunluk ölçeği, dairesel yüksekliğin,  $\Delta r_{d\zeta/i\zeta}$ , oranı ile gösterilir ( $r_{d\zeta} - r_{i\zeta}$ ). Dolayısıyla ortalama yarıçapın,  $r_m$ ,  $r$ 'den türetilmiş iki terimi için oran,  $\left( \frac{1}{r} \right) \left( \frac{\partial \psi}{\partial r} \right)$  ve

$\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2}\right)$  yaklaşık olarak  $\frac{\Delta r_{dış/iç}}{r_m}$  olacaktır. Yüksek giriş/çıkış yarıçapı oranları için,  $\left(\frac{\Delta r_{dış/iç}}{r_m} \ll 1\right)$  ilk türetilmiş terim ikincisine kıyasla ihmal edilebilir, ve (1.109) numaralı denklem şu şekilde indirgenir:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \left(\frac{2\Omega}{\bar{u}_x}\right)^2 \psi \right] = 0 \quad (1.110)$$

(1.110) numaralı denklem, dairesel, yüksek bir merkez/uç yarıçap oranındaki kararlı aksenal simetrik karışık akış alanlarını tanımlar.

Bu koşullara daha bağlantılı durumlar için,  $x = 0$  durumunda, akışta, yarıçapla değişen bir aksenal hız dağılımı olduğunu kabul edilip daha sonra uniform olmayan değere üst akım etkisinin ne kadar uzakta olacağı incelenir.  $x = 0$  durumdaki aksenal hız düzensizliklerinin kesinliği için:

$$u'_x(0, r) = \varepsilon \bar{u}_x \sin \frac{\pi(r-r_m)}{\Delta r_{dış/iç}} \quad (1.111)$$

denklemini yazılabilir.

Karışık akım fonksiyonu  $x = 0$  sınır şartı olduğu durum için sürekli bir aksenal hıza sahip olmalıdır ve halka boyunca, ya da merkez ve uç boyunca,  $\left(r = r_m \pm \frac{\Delta r_{dış/iç}}{2}\right)$  iç ve dış cidarlarda dikey doğrultuda hız şartı olmayacağı koşuluna uymak zorundadır.

Bu nedenle:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}(0, r) = u'_x(0, r), \quad (1.112)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} \left( x, r_m + \frac{\Delta r_{dış/iç}}{2} \right) = \frac{\partial \psi}{\partial x} \left( x, r_m - \frac{\Delta r_{dış/iç}}{2} \right) = 0 \quad (1.113)$$

ifadesini yazılabilir. Karışıklık ayrıca uzak üst akım sınırında da olabilir.

Doğrudan yerine konularak doğrulanılan, (1.112) ve (1.113) numaralı denklemlerde verilen sınır şartları ile yeterli olacak,  $\psi$  davranışının uygun bir biçimi şöyle gösterilebilir:

$$\psi = \frac{-\varepsilon \bar{u}_x r_m \Delta r_{dış/iç}}{\pi} f(x) \cos \frac{\pi(r-r_m)}{\Delta r_{dış/iç}} \quad (1.114)$$

(Yukarıdaki denklemde  $r$  terimi  $r_m$  ile, akım fonksiyonunun katsayısında, değiştirilmiştir. Bunun için daha önce  $\left(\frac{1}{r}\right) \left(\frac{\partial \psi}{\partial r}\right)$  terimi ihmal edilirken yapıldığı gibi tutarlı bir yaklaşım yapılmıştır).

Burada  $f(x)$ , kararlı olmak zorunda olan aksenal değişimleri göstermektedir. (1.114) numaralı denklem (1.110) numaralı denklemde yerine konulursa,  $f(x)$  için sağlanacak denklem şöyle olacaktır:

$$\frac{d}{dx} \left\{ \frac{d^2 f}{dx^2} + \left[ \left( \frac{2\Omega}{\bar{u}_x} \right)^2 - \frac{\pi^2}{\Delta r_{dış/iç}^2} \right] f \right\} = 0 \quad (1.115)$$

( $x < 0$ ) durumunda bulunan üst akımın azaldığı durum için gerekli olan çözüm şu şekilde bir denkleme sahiptir:

$$f(x) \propto e^{\left( \frac{\pi x}{\Delta r_{dış/iç}} \right) \sqrt{1 - \left[ \frac{\Omega r_m}{\bar{u}_x} \right]^2 \left[ \frac{2\Delta r_{dış/iç}}{\pi r_m} \right]^2}} \quad (1.116)$$

Karekök içerisindeki değer, ortalama yarıçaptaki swirl parametresinin (değişkeninin) bir terimi olarak yazılmıştır.  $\frac{\Omega r_m}{\bar{u}_x}$  ve  $\frac{2\Delta r_{dış/iç}}{\pi r_m}$  terimleri halkadaki iç/dış yarıçap oranını göstermektedir. Dolayısıyla akım fonksiyonundaki,  $\psi$ , karışıklık davranışı şöyle ifade edilir:

$$\psi = \frac{-\varepsilon \bar{u}_x r_m \Delta r_{dış/iç}}{\pi} \cos \frac{\pi(r-r_m)}{\Delta r_{dış/iç}} e^{\left( \frac{\pi x}{\Delta r_{dış/iç}} \right) \sqrt{1 - \left[ \frac{\Omega r_m}{\bar{u}_x} \right]^2 \left[ \frac{2\Delta r_{dış/iç}}{\pi r_m} \right]^2}} \quad (1.117)$$

Üstel bozulma üst akım etkisinin genişlemesini ayarlar. Eğer swirl yoksa üst kuvvet katsayısı (üstel katsayı)  $\frac{\pi x}{\Delta r_{dış/iç}}$  olacaktır. Swirl parametresinin,  $\frac{\Omega r_m}{u_x}$ , artması, üst akım mesafesinin düşmesiyle birlikte kaybolan durumda olur. Eğer swirl parametreleri  $\frac{\pi r_m}{2\Delta r_{dış/iç}}$  değerine eşit ya da bu değerden daha büyükse, üstel kuvvet katsayısı (üstel katsayı) 0 ya da sonsuzdur ve bu durumda karışıklıklar üst akım da azalmaz. Dolayısıyla çözümler, bozulmadan ziyade dengesiz bir yapıya sahip olur ve bunun hesaplanabilmesi için farklı sınır şartlarının uygulanması gerekir. Swirl olmayan durumlara kıyasla swirl akışın olduğu durumlarda hissedilebilen bir karışıklığın üstündeki uzatılmış üst akım mesafesinden, bazen, “vorteks hatlarındaki sertleşme etkisi” olarak bahsedilir. Aslında bu dönen akışlardaki karşılaşılan olayla aynıdır. Eksenel vortistitedeki,  $\frac{\Omega r_m}{u_x}$ , büyük değerlerde, akış, dönme ekseni boyunca değişmeyen hareketlere doğru güçlü eğilimler gösterir.

Bir akışkan içerisinde hareket eden (ya da etrafından akışkan geçen) her katı cismin yüzeyinin etrafında viskoz kuvvetlerin olduğu bir sınır tabaka gelişir. Sınır tabakalar laminer ya da türbülanslı olabilir. Sınır tabakanın laminer mi türbülanslı mı olacağı lokal akış koşullarının Reynolds sayısı hesaplanarak makul bir şekilde bulunabilir.

“Akım ayrılması” sınır tabakanın ters basınç gradyanından yeteri kadar uzakta hareket etmesi durumunda oluşur ki bu durumda sınır tabakasının hızı neredeyse sıfıra düşer. Akışkan akımı cisim yüzeyinden ayrılır ve bunun yerine girdaplar ve vorteksler oluşturur. Aerodinamikte akım ayrılması genellikle artan sürüklenme, özellikle akışkan içerisinde hareket eden cismin ön ve arka yüzeyleri arasındaki basınç farkından kaynaklanan basınç sürüklemesiyle sonuçlanır. Bu sebepten dolayı aerodinamik ve hidrodinamik yüzeylerin tasarımında akım ayrılmasını geciktirmek ve yerel akışı yüzeye mümkün olduğunca yapışık tutmak için fazla efor sarfedilir ve araştırma yapılır. Örnek vermek gerekirse tenis topunun dışındaki kürk, golf topu üzerindeki çöküntüler gösterilebilir.

### 3.10.3. Sirkülasyon ve durgunluk basıncı dağılımlarının üst akım üzerindeki etkisi

Bu bölümde, uniform olmayan bir alt akımın, üst akım hareketlerini etkilemesine kadar uzanan, sirkülasyonun radyal dağılımlarını (swirl) ve durgunluk basıncının etkileri niceliksel ve sonuçsal olarak açıklanacaktır. Yapılacak olan yaklaşım ise sirkülasyon ve durgunluk basıncının radyal dağılımlarıyla ilişkili bir akış fonksiyonundan, bir denklem türetmektir. Bu denklemin sonucu ise, verilen bir aksel durumda, belirtilmiş yarıçap ile üst akımdaki bir hız değişimi bozulma oranını tanımlayacaktır.

İlgilenilen akışlar ise kararlı, aksel simetrik ve viskoz olmayan sıvı olarak tanımlanır. Bu durum için, sirkülasyon ve durgunluk basıncı akım hatları boyunca korunumludur dolayısıyla  $K = \frac{\Gamma}{2\pi} = K(\psi)$  ve  $p_t = p_t(\psi)$ . Aksel simetrik akım fonksiyonu tanımından, (1.108), vortisitenin,  $\omega_\theta$ , çevresel bileşeni:

$$\omega_\theta = \frac{\partial u_r}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial r} = -\frac{1}{r} \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} \right) \quad (1.118)$$

olarak gösterilir.

Momentum denkleminin Crocco formundaki  $x$ -bileşeni,  $K$  ve  $p_t$ 'ye  $\omega_\theta$ 'yi ilişkilendirmeye imkan tanır. Crocco denklemi şöyledir:

$$\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega} = \frac{\nabla p_t}{\rho} \quad (1.119)$$

$x$ -bileşeni ise şu şekilde ifade edilir:

$$u_r \omega_\theta - u_\theta \omega_r = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_t}{\partial x} \quad (1.120)$$

(1.120) numaralı denklemi  $\psi$ 'nin fonksiyonu olacak şekilde yazabilmek için,  $K$  ve  $p_t$  değişkenleri vortisitenin,  $\omega_r$ , radyal bileşeni olarak dikkate alınmalıdır:

$$\omega_r = -\frac{\partial u_\theta}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{K}{r} \right) \quad (1.121)$$

Çünkü  $K$  sadece  $\psi$ 'nin fonksiyonudur:

$$\frac{\partial}{\partial x} K(\psi) = r \frac{\partial u_\theta}{\partial x} = \frac{dK}{d\psi} \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (1.122)$$

Vortisitenin radyal bileşeni ile:

$$\omega_r = u_r \frac{dK}{d\psi} \quad (1.123)$$

olarak gösterilir.

Durgunluk basıncının aksel bileşenleri, akım fonksiyonunun terimleri gibi yazılabilir:

$$\frac{\partial p_t}{\partial x} = \frac{dp_t}{d\psi} \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (1.124)$$

(1.121) ve (1.122) numaralı denklemler (1.120) numaralı denklemde yerine konulursa, durgunluk basıncı ve sirkülasyondan türetilen terimler olarak, akım fonksiyonunun istenen denklemi elde edilebilir:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} = r^2 \frac{d\left(\frac{p_t}{r}\right)}{d\psi} - K \frac{dK}{d\psi} \quad (1.125)$$

Bragg ve Hawtorne (1950), Batchelor (1967) ve Leibovich ve Kribus (1990), bu denklem için, durgunluk basıncı ve sirkülasyon dağılımlarının akım fonksiyonun davranışı olduğuna açıkça değinmişlerdir.

(1.125) numaralı denklemin kullanımına verilebilecek ilk örnekte, uniform aksenal hız ve uzak üst akımdaki zorlanmış vorteks swirli ile bir halkadaki üst akım etkisine değinilecektir. Uzak üst akım konumu için:

(Burada kullanılan  $(-\infty)$  notasyonu, dış yarıçap şartları için gösterilmiş alt indislerden bir farkının olması istendiği için herhangi üst akım etkisinin görülemeyeceği bir uzaklık durumunun belirtilmesi için kullanılmıştır.)

$$u_x(-\infty, r) = \frac{1}{r} \left( \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) \Big|_{x=-\infty} = \bar{u}_x \quad (1.126a)$$

ya da

$$\psi \Big|_{x=-\infty} = \bar{u}_x \frac{r^2}{2}, \quad (1.126b)$$

$$p_t(-\infty, r) = p_t(-\infty, r_i) + \rho(r^2 \Omega^2 - r_i^2 \Omega^2) = -\rho r_i^2 \Omega^2 + 2\rho \frac{\Omega^2 \psi}{\bar{u}_x}, \quad (1.126c)$$

$$K = \Omega r^2 = \frac{2\Omega \psi}{\bar{u}_x} \quad (1.126d)$$

bu ifadeler kullanılabilir. Çünkü  $K$  ve  $p_t$  sadece  $\psi$  ile ilgili türetmelerin hepsi, herhangi aksenal durumda aynı değerde olduğu zaman  $\psi$ 'nin fonksiyonudur. (1.125) numaralı denklem şu şekilde gösterilebilir:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{2\Omega^2 r^2}{\bar{u}_x} - \frac{4\Omega^2 \psi}{\bar{u}_x^2} \quad (1.127)$$

Akım fonksiyonu  $\psi$  iki parça olarak tanımlanabilir:

$$\psi = \frac{1}{2} \bar{u}_x r^2 + \psi_{üst} \quad (1.128)$$

İlk terim, herhangi bir alt akım sınır şartı tarafından karıştırılmamış bir zorlanmış vorteksi, uniform aksenal hızlı akışı ifade eder. İkinci terim,  $\psi_{üst}$ , ise üst akım etkisini tanımlayan, uzak üst akım zorlanmış vorteks akışından ayrılan akışı açıklar. (1.128) numaralı denkleminin (1.127) denkleminde yerine konulması  $\psi_{üst}$  için bir denklem sağlar:



$$\frac{\partial^2 \psi_{üst}}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi_{üst}}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi_{üst}}{\partial x^2} + \left( \frac{2\Omega}{\bar{u}_x} \right)^2 \psi_{üst} = 0 \quad (1.129)$$

Üst akım etkisinin değerini bilmek için, belirli bir aksenal durumdaki bir hız değişiminin üst akım azalmasının incelenmesi gerekir. Bunu yapmak için (1.129) numaralı denklemde çözümü detaylı olarak tanımlamak mümkün değildir. Eğer değişkenler ayrılırsa, akım fonksiyonu şu şekilde yazılabilir:

$$\psi_{üst} = R(r)X(x) \quad (1.130)$$

Buradaki ifadenin  $x$ 'e bağımlı olması  $X = e^{\frac{\lambda x}{\Delta r_{dis}/i_c}}$  biçiminde olduğu içindir. Üstel kuvvet katsayısındaki boyutsuz birim,  $\lambda$ , (1.129) numaralı denklemin çözülmesi ile belirlenir. Bunun için,  $r = r_0$  ve  $r = r_i$  durumunda, dikey doğrultudaki (ya da radyal doğrultudaki) hızın sınır şartlarının uygulanması gerekir.  $\frac{1}{\lambda}$ 'nın, alt akım dağılımlarının azaldığı ve bundan dolayı üst akım etkisinin genişlediği üst akım mesafesi üstünde bir değeri vardır.

Üst akımın başlangıç şartları için zorlanmış vorteks hız dağılımına odaklanmak gerekir çünkü zorlanmış vorteks hız dağılımı bu durumların etkileri üzerine açık bir örnek teşkil eder ve daha fazla swirl ve aksenal hız dağılımları için kolayca bu fikirler genişletilebilir.

Verilen bir aksenal durumda,  $x = 0$ , radyal olarak uniform olmayan bir aksenal hız vardır,  $u_x(r, 0)$ . Bu durum turbomakinelerin etkisi ya da kanal geometrisinden dolayı oluşmuş olabilir (örnek olarak, dairesel bir kanaldaki yarıçap artışı ya da bir püskürtücünün varlığı). Swirl,  $K$ , ve durgunluk basıncının,  $p_t$ , verildiği bir uzak üst akım dağılımı için, alt akım aksenal hız dağılımına maruz kalmış fark edilir bir etkinin olduğu durum üzerinde üst akım mesafesi belirlenmek istenilir.

Belirli başka durumları irdeleyebilmek için, farklı düzenlenişler üzerinde çalışılmalıdır. Bunun için, silindirik bir kanal ve iç/dış yarıçap oranlarının 0.5 olduğu bir dairesel bölge örnek verilebilir. İlk geometri durumu için, durgunluk basınç dağılımı etkileri, ikinci geometri için sirkülasyon dağılımlarının etkileri açıklanır.  $x =$

0 durumundaki aksenal hız ( uzak üst akım aksenal hızı ,  $u_{x-\infty}$ , uniform duruma sınırlanmadığı takdirde) :

$$u_x(0, r) = \left[ 1 + \varepsilon \sin \frac{\pi(r-r_i)}{\Delta r_{dış/iç}} \right] u_{x-\infty} \quad (1.131)$$

(1.125) numaralı denklemin daha basit hale getirilebilmesi için, ilaveten bir benzerlik yapılmalıdır. Dolayısıyla, bir uçtan bir uca üst akım etkisi genişlemesi sonuçlarını etkilemeyen bir durumda, (1.125) numaralı denklemin doğrusallaştırılmış biçimini çözmek avantaj sağlar. (1.125) numaralı denklemde sağdaki bölgesel miktarların doğrusallaştırılması için bu değerlerin uzak üst akım durumundaki durumlarda sağladıkları değerler kullanılmalıdır ve bu  $-\infty$  alt indisi ile gösterilebilir. Bu yaklaşımın fiziksel bir durumu ise, durgunluk basıncı ve sirkülasyon için, yarıçap değişimleri olan mevcut akım hatlarından ziyade sabit yarıçap sarmallarının (burgularının) bozulmamış akım hatları boyunca konveksiyona maruz kaldığıdır. Eğer  $\frac{\Delta u_x}{u_{x-\infty}}$  birime göre her yerde küçükse, doğrusallaştırılmış çözüm sayısal olarak iyi bir tanımlayıcı olacaktır ve bu durumun olmadığı koşulda bile ters akımın olmadığı sürece tanım niteliksel olarak kullanışlı olacaktır.

Yukarıdaki koşulla birlikte, uzak üst akım durumlarından ayrılan akış koşulu ile birleşmiş akım fonksiyonu bozukluğu ,  $\psi_{üst}$ , denklemi:

$$\frac{\partial^2 \psi_{üst}}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi_{üst}}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi_{üst}}{\partial x^2} = \left\{ r^2 \left[ \frac{d\left(\frac{p_t}{p}\right)}{d\psi} \right]_{x=-\infty} - \left[ K \left( \frac{dK}{d\psi} \right) \right]_{x=-\infty} \right\} \psi_{üst} \quad (1.132)$$

şeklinde gösterilir. (1.132) numaralı denklemdeki köşeli parantez içerisindeki terimler yarıçapın fonksiyonu olan terimlerdir.

Üst akım etkisinin genişlemesi için sayısal değerler kullanmak bazı rastgele değerler ortaya çıkarır ancak aksenal hız değişim değerinin çeşitliliğinin, değişmeye maruz kalan alt akım sınırındaki değerinin %10 düşürüldüğü durumlarda, aksenal mesafeyi gösterdiği koşullar için sayısal değerler ölçülüdür. (1.132) numaralı denkleminin çözümünden elde edilen sonuçlar 3 farklı sirkülasyon dağılımı için gösterilmiştir:

- 1- Serbest vorteks ( $K = ru_\theta = \text{sabit}$ )
- 2- Sabit çevresel hız
- 3- Zorlanmış vorteks ( $K, r^2$  ile orantılıdır)

Bu 3 durum için, ortalama yarıçaptaki aksenal vortisite uzak üst akım değerleri,

$$1- \frac{\omega_{x-\infty} r_m}{u_{x-\infty}} = 0 \quad (1.133)$$

$$2- \left( \frac{u_{\theta-\infty}}{u_{x-\infty}} \right) r_m \quad (1.134)$$

$$3- 2 \left( \frac{u_{\theta-\infty}}{u_{x-\infty}} \right) r_m \quad (1.135)$$

Sırasıyla, serbest vorteks, uniform  $u_\theta$  ve zorlanmış vorteks akışları için yukarıdaki gibidir.

İrrotasyonel kararlı akışlar için  $K$  ve  $p_t$  değerleri uniformdur. (1.125) ve (1.132) numaralı denklemlerinin swirl düzeyinin olmadığı bir durum denklemine şu şekilde dönüştürülebilir:

$$\frac{\partial^2 \psi_{\text{üst}}}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi_{\text{üst}}}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi_{\text{üst}}}{\partial x^2} = 0 \quad (1.136)$$

İrrotasyonel akışlar için üst akım etkisi  $\frac{u_{\theta-\infty}}{u_{x-\infty}}$  ifadesinden bağımsızdır.

Uniform  $u_\theta$  değeri ve zorlanmış vorteks dağılımları için davranışlar farklıdır. Aksenal hız dağılımlarının bozulmadığı durumlarda swirl parametresinin bir değeri vardır.

Şu ana kadar yapılanlar sirkülasyon dağılımları üzerindeki değişim terimleri üzerinedir. Durgunluk basıncı da iki rotasyonel akış için farklı olabilir ve bu durum üst akım etkisini etkiler. Aksenal hız dağılımı, aynı aksenal hıza sahip ancak farklı durgunluk dağılımlarının olduğu durumlarda önemli olan tek kavram değildir. Üst akım etkisi önemsendiğinde çok farklı davranışlar sergileyebilir.

### 3.10.4. Swirling akıştaki kararsızlıklar

Swirl mekanizmasına sahip akışlar kararsız olayların çeşitliliğini gözler önüne serer. Bu bölümde swirl ile birleşmiş temel kararsızlıklar tanımlanacaktır. Bir önceki konuda kararsız davranışlar, farklı iki bakış açısıyla incelenmiştir: vorteks çekirdeklerindeki dalgalanmalar ve kesme tabakası (Kelvin-Helmholtz) kararsızlıklarındaki swirlin dengeleyici etkisi.

Swirl yapısıyla birleşmiş kararsızlık şu şekilde açıklanabilir: basit radyal denge ile sürekli olan bazı çevresel hız dağılımları pratikte kararsızdır ve elde edilemezler. Kararlılığı belirleyebilmek için, kararlı bir akışı küçük genlikli kararsız düzensizliğe maruz bırakıp, belirli durumlarda büyümediği ve kaybolmadığı kararsızlıklardan sonraki dinamik davranışı belirlenmelidir. Eksenel simetrik dağılımların olduğu, viskoz olmayan, uniform yoğunluk ve sıkıştırılmaz akışkanlar için, Rayleigh, Tritton (1988) tarafından sunulan kriterin kullanımıyla, bu denklem şeklen çözülmeyen sonuca ulaşılabilir.

Bu kanıtın bir başka biçimi aşağıdaki gösterildiği gibidir (Howard, 1963). Viskoz olmayan eksenel simetrik akışların silindirik koordinatlarda gösterimi şöyledir:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x} (ru_r) + \frac{\partial u_x}{\partial x} = 0, \quad (1.137a)$$

$$\frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + u_x \frac{\partial u_r}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{(ru_\theta)^2}{r^3}, \quad (1.137b)$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_x}{\partial r} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (1.137c)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (ru_\theta) + u_r \frac{\partial}{\partial r} (ru_\theta) + u_x \frac{\partial}{\partial x} (ru_\theta) = 0 \quad (1.137d)$$

(1.137d) numaralı denklem, bir akışkan partikülünü takip eden sabit bir  $ru_\theta$  birimini gösterir. (1.137a) ve (1.137c) numaralı denklemler, sanki hız bileşenlerinin sadece  $u_x$  ve  $u_r$  olduğu bir akış hareketini tanımlar ancak akışkan, dışa doğru radyal yöndeki,  $\frac{(ru_\theta)^2}{r^3}$ , gövde kuvvetine maruz kalmıştır. Bu durum,  $(ru_\theta)^2$  ile orantılı bir yoğunluk dağılımı üzerine uygulanan gücün,  $\frac{1}{r^3}$ , eşdeğer bir radyal yerçekimsel alandan meydana gelen bir kuvveti gibi görülebilir. Burada,  $(ru_\theta)^2$ 'nin yoğunluk gibi

yorumlanması uygundur çünkü  $(ru_\theta)^2$  bir partikülü takip eden sabit bir değerdir. Bundan dolayı aksel simetrik ve uniform yoğunluklu bir akışkanın aksel simetrik swirling akışı ile radyal bir yerçekimsel güç alanı içerisinde,  $\frac{1}{r^3}$ ,  $(ru_\theta)^2$  ile orantılı olan ve homojen olmayan sıkıştırılmaz bir akışkanın swirling olmayan bir akışı arasında bir benzerlik kullanılabilir.

$u_x = u_r = 0, u_\theta = u_\theta(r)$  ile kararlı bir basit radyal denge akışının denge durumu, bu benzerlikten dolayı olur. Eğer  $(ru_\theta)^2$  dışarıya doğru artıyorsa akış denge durumundadır ve  $(ru_\theta)^2$  azalıyorsa akış denge durumunda değildir. Dolayısıyla benzerlik, daha yoğun akışkanın, kendisine göre yoğunluğu daha az olan akışkana göre dışarıda olması durumunda dengelidir. Özet olarak, Rayleigh kriteri, swirling akış, sirkülasyonunun karesinin yarıçapla arttığı durumlarda, aksel simetrik düzensizliklere karşı kararludur.

Serbest vorteks akışı  $ru_\theta$  sabiti ile doğal denge durumunu tanımlar. Serbest bir vortekste, yarıçapla birlikte çevresel hızın aniden azaldığı durumda swirling akış kararsızdır. Dış tarafa doğru artan zorlanmış vorteks swirli  $(ru_\theta)^2 = \Omega^2 r^4$  ve sabit bir çevresel hız swirli, kararlı swirling akışlara örnektir.

Rayleigh kriteri ayrıca bir akışkandaki iki yarıçap, biri  $r_1$  ve bir diğeri  $r_2$  olmak üzere, göz önünde tutulduğunda,  $r_1 < r_2$  durumunda da türetilir (Yarıçapların karşılıklı değişebildiği varsayılmaktadır). Başlangıçta her biri şu şekilde denge durumundadır:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{u_\theta^2}{r} = \frac{(ru_\theta)^2}{r^3} \quad (1.138)$$

Bu yer değişimi boyunca, her iki halka da (yarıçap da)  $ru_\theta$ 'nın başlangıç değerini korur.  $r = r_2$  olduğu durumda, başlangıçta  $r_1$  deki halka (yarıçap) için:

$$\frac{u_{\theta 2}^2}{r_2} = \frac{(r_1 u_{\theta 1})^2}{r_2^3} \quad (1.139)$$

Radyal basınç gradyanları halka dışındaki şartlardan ve  $r = r_2$  olduğu durumda,  $\frac{(r_2 u_{\theta 2})^2}{r_2^3}$ , e eşit olduğu durumda hazırlanır. Eğer basınç gradyanları merkezcil ivmeden daha büyükse, halkayı başlangıç yarıçap değerine döndürmek için bir radyal hareket oluşacaktır. Bu durumda,  $(r_2 u_{\theta 2})^2 > (r_1 u_{\theta 1})^2$  olmalıdır. Başka bir deyişle, yukarıda türetildiği gibi, sirkülasyon dış tarafa doğru artmalıdır.  $u_x = 0$  olduğu durumda, ki bu durum için  $u_x = \text{sabit}$ dir, çeşitli görüşler geliştirilmiştir çünkü bu durum sadece gözlemcinin referans çerçevesinin değiştirilmesiyle olur.

### 3.10.5. Vorteks çekirdeklerindeki dalgalanmalar

Vorteks çekirdekleri pek çok akışın bir özelliğidir. Örnek olarak, turbomakinelerdeki boşluk vorteksleri, swirl akış odalarındaki merkez hatta bulunan vorteksler ve gaz türbini motorlarında girişte şekillenen vorteksler gösterilebilir. Bu tip vorteks çekirdeklerinin oluştuğu geometriler sıklıkla aksel simetrik değildir ama çekirdek kalınlığı, vorteks yapılarında gömülü olan bölgelerin karakteristik derecesine kıyasla bunlardan daha küçükse, aksel simetrik olabileceği gibi bir yaklaşımda bulunulabilir.

Bu bölümde aksel simetrik vorteks dalgalanma hareketlerinin karakteristiği incelenecektir. Çevresel hızın  $\frac{1}{r}$ 'den daha yavaş azaldığı durumlarda, swirl dağılımları, akışkan partiküllerinin radyal olarak yer değişimlerinde, kendi orijinal konumlarına dönmeleri için akışkan partiküllerine onarıcı bir kuvvet gösterir. Bu durum, dalga hareketlerinin olmasının beklendiği bir durumdur.

#### 3.10.5.1. Bir vorteks çekirdeği için kontrol hacmi denklemleri

Vorteks çekirdeği kontrol hacim denklemleri için irrotasyonel bir swirling akış tarafından çevrelenmiş, çekirdek yarıçapının  $a$  olduğu zorlanmış bir vorteksin meydana geldiği Rankine vorteks modeli kullanılacaktır. Çekirdek merkezi  $x$ -ekseni ile hizalanmıştır. Çekirdek yarıçapı ve aksel hız,  $u_x$ , (çekirdek karşısında uniform olarak kabul edilmiş) aksel koordinat,  $x$ , ve zamanın,  $t$ , fonksiyonlarıdır. Çekirdek sirkülasyonu,  $K_c$ , ile gösterilmiştir ve hareketin sabitidir.

$$u_{\theta}(r, x, t) = \begin{cases} \frac{K_c r}{a^2}, & r \leq a(x, t) \\ \frac{K_c}{r}, & r > a(x, t) \end{cases}, K_c = \text{sabit} \quad (1.140)$$

Maksimum swirl hızı  $u_{\theta} = \frac{K_c}{a}$  çekirdek kenarında  $r = a$  meydana gelir. Vorteks çekirdeği için swirl parametresi,  $S_{\zeta}$ , çekirdek hız bileşenleri ve yarıçap terimlerinde tanımlandığında:

$$S_{\zeta} = \frac{u_{\theta \max}}{u_x} = \frac{K_c}{a u_x} \quad (1.141)$$

ifadesi kullanılabilir.

Radyal hızların önemsiz olduğu yaklaşımı yapılırsa, bölgesel olarak  $x$  içerisinde uygulanan, radyal momentum denklemi basit radyal denklem haline getirilir:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \rho \frac{u_{\theta}^2}{r} \quad (1.142)$$

(1.140) ve (1.142) numaraları denklemler, vorteks çekirdeği dışındaki akışın irrotasyonel olduğu varsayımı yapılarak,  $r$ 'deki çekirdek dışındaki aksenal hızın, ki bu hızın çekirdekteki değerle aynı olması gibi bir gerekliliğinin bulunmamasına rağmen, uniform olduğunu gösterir.

(1.142) numaralı denklemin, (1.140) numaralı denklemdeki belirlenmiş çevresel hız dağılımı ile integrali alındığında statik basınç için bir ifade elde edilir. Çekirdek kenar basıncı,  $p(a, x, t)$ , için  $p_a$  gösterimi kullanılırsa:

$$p(r, x, t) - p_a(x, t) = \begin{cases} -\frac{1}{2} \rho \left(\frac{K_c}{a}\right)^2 \left[1 - \left(\frac{r}{a}\right)^2\right], & r \leq a \\ \frac{1}{2} \rho \left(\frac{K_c}{a}\right)^2 \left[1 - \left(\frac{a}{r}\right)^2\right], & r > a \end{cases} \quad (1.143)$$

ifadesi yazılabilir.

Çekirdek sınırı akım hattı olarak kabul edilirse ve çekirdek için korunum denklemlerinin türetilmesini sağlayan, çekirdek karşısındaki basınç kuvvetlerini bulabilmek için (1.143) numaralı denklemin integrali alınırsa,

$$\text{Kütlenin korunumu: } \frac{\partial}{\partial t}(A) + \frac{\partial}{\partial x}(Au_x) = 0 \quad (1.144)$$

$$\text{Momentumun korunumu: } \frac{\partial}{\partial t}(Au_x) + \frac{\partial}{\partial x}(Au_x^2) = -\frac{A}{\rho} \frac{\partial p_a}{\partial x} \quad (1.145)$$

ifadeleri yazılabilir. Burada, bölgesel alan,  $\pi a^2$ ,  $A$  ile gösterilmiştir.

(1.144) ve (1.145) numaralı denklemler,  $A$ ,  $u_x$  ve  $p_a$  gibi 3 bilinmeyen içeren iki denklemdir. Bu problemi çözebilmek için, çekirdek kenar basıncındaki değişimler ya uzak alan basıncı boyunca belirtilmeli (sınırlandırılmamış bir vorteks akışı durumunda) ya da  $A$  ve  $u_x$  ile sınırlandırılmış bir akış içerisindeki sınır geometrilerinin boyunca verilmelidir.

Sınırlandırılmamış bir geometri için (1.143) numaralı denklemdeki basınç ifadeleri (1.145) numaralı denklemde kullanıldığında, uzak bölge,  $r \gg a$ , basıncı,  $p_{uzak}$ , içerisindeki değişim terimlerinde rol oynayabilir:

$$\frac{\partial}{\partial t}(Au_x) + \frac{\partial}{\partial x} \left( Au_x^2 + \frac{\pi K_c^2}{2} \ln A \right) = -\frac{A}{\rho} \frac{dp_{uzak}}{dx} \quad (1.146)$$

Sınırlandırılmış geometrilerdeki kanal tipi içerisindeki vorteks çekirdekleri, belirtilmiş bölge,  $A_D(x) = \pi[r_D(x)]^2$  terimleriyle verilir. Çekirdek,  $r = 0$  bölgesini,  $r = a(x, t)$  ve  $r = r_D(x)$  arasındaki irrotasyonel akış ile  $r = a(x, t)$  bölgesine kadar kaplar. Bu durumda, dış bölgedeki kütle korunumu ve momentum korunumu problemin çözülmesini sağlar. Dış kısımda olan akıştaki aksenal hız,  $U_x$ , ile gösterildiğinde:



Kütlenin korunumu:

$$\frac{\partial}{\partial t}(A_D - A) + \frac{\partial}{\partial x}[(A_D - A)U_x] = 0 \quad (1.147)$$

Momentumun korunumu:

$$\frac{\partial}{\partial t}[(A_D - A)U_x] + \frac{\partial}{\partial x}[(A_D - A)U_x^2] = -\left(\frac{A_D - A}{\rho}\right)\frac{\partial p_a}{\partial x} + \frac{\pi K_c^2}{2}\left(\frac{A_D}{A} - 1\right)\frac{1}{A}\frac{\partial A}{\partial x} \quad (1.148)$$

olarak ifade edilir.

(1.144), (1.145), (1.147) ve (1.148) numaralı denklemler, sınırlandırılmış (serbest olmayan) vorteks çekirdekleri için  $A$ ,  $u_x$  ve  $U_x$  terimlerinin gelişimini (değişimini) verir.

### 3.10.6. Bir vorteks çekirdeği merkezi boyunca olan basınç gradyanları

Bir sınır tabakası içerisindeki statik basınç, serbest akım tabakasının hemen dışındakiyle aynıymış gibi alınabilmesine rağmen, bu vorteks çekirdeği için doğru değildir. Çekirdek içerisindeki basınç değişimleri, çekirdek merkez hattındaki hız üzerinde önemli etkilere sahiptir. Çekirdek boyunca hız değişimlerinin oranı, çekirdek karşısındaki değişimlerin oranından çok daha az olarak kabul edilirse, basit radyal denge denklemi bu etkileri tahmin etmek için uygulanabilir (Hall, 1972). Çekirdek sınırı akım hattı olacak şekilde alındığı takdirde ve bu çekirdek sınır akım hattı boyunca olan aksenal değişimler  $\left(\frac{dp_a}{dx}\right)$  ifadesi ile gösterilirse, çekirdek dış çapı boyunca aksenal basınç gradyanları arasındaki fark ve merkez hattı şu şekilde ifade edilebilir:

$$\frac{dp_a}{dx} - \frac{\partial p}{\partial x}|_{r=0} = \frac{d}{dx}\left(\int_0^a \frac{\rho u_\theta^2}{r} dr\right) \quad (1.149)$$

Zorlanmış vorteks çekirdeği için sirkülasyon,  $K_c$  ve çevresel hız için,  $u_\theta = \frac{K_c r}{a^2}$  ile gösterilecek olursa:

$$\frac{dp_a}{dx} - \frac{\partial p}{\partial x} |_{r=0} = \frac{d}{dx} \left( \rho \frac{K_c^2}{2a^2} \right) \quad (1.150)$$

Çekirdek sirkülasyonu sabittir ve (1.150) numaralı denklemdeki sağ taraftaki terim sadece çekirdek yarıçapındaki değişikliklerden dolayı 0'dan farklıdır.  $\frac{da}{dx}$  için  $x$  terimi ile, basınç değişimi oranının değişimi için bir denklem oluşturmak için türev alınırsa, akım tüpündeki basınç değişimi şu şekilde olur:

$$\frac{\partial p}{\partial x} |_{r=0} - \frac{dp_a}{dx} = \frac{\rho K_c^2}{a^3} \left( \frac{da}{dx} \right) \quad (1.151)$$

(1.151) numaralı denklem, tam olarak sadece zorlanmış vorteks rotasyonuna uygulanabilir. Bu ise, genel durumlar için kullanışlıdır. Bu durum şunu gösterir: çekirdek alanı artarsa, eksen boyunca olan basınç gradyanları, sirkülasyonun karesiyle orantılı olarak çekirdek dış yarıçapı boyunca olan basınç gradyanlarından daha büyüktür.

Geniş bir swirlin olduğu durum için, merkez hattı hızı gelişimi daha da kolay ifade edilebilir. Eksendeki basınç gradyanları  $r = a$  olduğu durumdan bir hayli daha büyüktür. Bu nedenle çekirdek yarıçapındaki küçük değişiklikler için:

$$\Delta p |_{r=0} \approx \rho \frac{K_c^2}{a^2} \frac{\Delta a}{a} \quad (1.152)$$

ifadesi yazılabilir.

Viskoz olmayan momentum denkleminin  $x$ -bileşeninden, eksen üzerindeki  $u_x$ 'teki değişikliklerle ilgili olarak:

$$\frac{\Delta u_x}{u_x} \Big|_{r=0} \approx - \left( \frac{K_G^2}{u_x^2 a^2} \right) \frac{\Delta a}{a} \quad (1.153)$$

ifadesi kullanılabilir.

Vorteks çekirdeği alanındaki küçük değişiklikler, merkez hattındaki aksenal hızın büyük değişikliklerine sebep olur.

Küçük swirl parametreleri için, dairesel bir akım tüpündeki  $\left( \frac{du_x}{u_x} \right) \approx - \frac{2dr}{r}$ , bir boyutlu akış için hız ve alan değişimleri arasındaki fark iyileşir ancak bütüne kıyasla başlangıçtaki küçük olmayan swirl parametreleri için aksenal hızdaki alan değişim etkileri fazlasıyla yükseltilmiştir.

Çekirdek merkez hattı aksenal hız davranışı vortisite kinematiği açısından değerlendirilebilir. Çekirdek ve serbest akımın uzak üst akımda eşit değerdeki aksenal hıza sahip oldukları düşünülün ve vortisitenin,  $\omega_x$ , sadece bir aksenal bileşeni olduğu kabul edilsin. Dolayısıyla vorteks hatları  $x$ -eksenine paralel olacaktır. Vorteks hatları boyunca akışkan partikülleri, simetri ekseninin yakınında spiral (sarmal) olacaktır. Eğer çekirdek, bazı alt akım konumunda bir yarıçap artışına maruz kalırsa, eksen çevresindeki partikülün açısal hızı azalacaktır. Çünkü vorteks hatları süreklidir ve bu yüzden vortisite,  $\omega_\theta$ , bir  $\theta$ -bileşeni oluşturarak, çevresel istikamete doğru devrilmelidir (Bathcelor, 1967, Brown ve Lopez, 1990).

Bu  $\omega_\theta$  oluşumu vortisite denkleminde de görülebilir. Küçük alan değişimi için:

$$\frac{D\omega_\theta}{Dt} = (\boldsymbol{\omega} \cdot \nabla) u_\theta \cong \omega_x \frac{\partial u_\theta}{\partial x} \quad (1.154)$$

Yarıçaptaki bir artış ve bundan dolayı  $u_\theta$ 'daki azalma durumunda,  $x$  ile, çevresel vortisite  $\omega_\theta$ , oluşur (meydana gelir). Eğer  $u_r \ll u_x, \omega_\theta$ ,

$$\omega_\theta \cong -\frac{\partial u_x}{\partial r} \quad (1.155)$$

ifadesi yazılabilir.

(1.154) ve (1.155) numaralı denklemler, çevresel vortisitenin oluşumunun çekirdek büyümesiyle olacağını göstermekle birlikte eksene yakın konumdaki bir aksel hızda, çekirdeğin dış parçalarına kıyasla daha büyük bir azalma olacağını gösterir. Başlangıç aksel vortisitesi bu süreç için çok kritiktir çünkü başlangıçtaki aksel vortisite yok ise çevresel vortisite meydana gelmez.

### 3.10.7. Vorteks çekirdeklerindeki aksel ve çevresel hız dağılımları

Vorteks çekirdeğindeki statik basınç değişimi, genellikle bir sınır tabakasındakinden farklı olan aksel hız dağılımları demektir (Batchelor, 1964). Örnek olarak, bir kanat alt akımında bulunan bir izleyici vorteks düşünülebilir. Vorteks çekirdeğindeki tüm akım hatları uniform statik basınç,  $p_{-\infty}$ , ve uniform hız bileşenleri,  $(u_{x-\infty}, 0, 0)$ , bölgesinden kaynaklanır. Verilen bir alt akım durumu için çekirdekte:

$$\frac{p}{\rho} + \frac{1}{2}(u_x^2 + u_\theta^2 + u_r^2) = \frac{p_{-\infty}}{\rho} + \frac{u_{x-\infty}^2}{2} - \Delta p_t \quad (1.156)$$

ifadesi yazılabilir.  $\Delta p_t$  terimi, verilen durum ile uzak üst akım arasındaki durgunluk basıncı değişimini gösterir. Çekirdek içerisindeki basınç için basit radyal dengenin uygulanmasıyla şu denklem elde edilir:

$$u_x^2 = u_{x-\infty}^2 + \int_r^\infty \frac{1}{r^2} \frac{d[(ru_\theta)^2]}{dr} dr - \frac{2\Delta p_t}{\rho} \quad (1.157)$$

Burada,  $r \rightarrow \infty$  durumundaki basınç  $p_{-\infty}$  durumundaki basınca eşit alınmıştır.

Çekirdekdeki teğetsel bir hız dağılımının  $u_\theta = \Omega r$  ile gösterildiği ve bir durgunluk basıncı kayıp katsayısının  $C_{pt} \left( = \frac{\Delta p_t}{\frac{1}{2}\rho u_{x-\infty}^2} \right)$  ifadesi ile tabir edildiği durumda, çekirdekdeki aksenal hız için:

$$\frac{u_x}{u_{x-\infty}} = \left[ 1 - C_{pt} + \frac{2\Omega^2 a^2}{u_{x-\infty}^2} \left( 1 - \frac{r^2}{a^2} \right) \right]^{1/2} \quad (1.158)$$

ifadesi kullanılabilir.

Swirl parametresi arttığı durumda, vorteks çekirdeğinde aksenal hızın dalgalı davranışı değişir. Burada temel nokta şudur, vorteks çekirdeğindeki aksenal hız çekirdek dışındakine göre daha büyük hissedilir. Bu genellikle yalıtılmış kanat ucu vortekslerinde görülen bir durumdur (Green, 1995) bunun zıttı ise (bir hız kusuru) genellikle kompresör bıçak ucundaki aralıklı vortekslerde mevcuttur (Khalid ve diğerleri, 1999).

### 3.10.8. Rankine vorteks modeline uygulanabilirlik

Bu bölümdeki bir takım örnek, vorteks çekirdeği çevresel hız dağılımı için Rankine vorteks modeli ile gösterilmiştir ve bu yaklaşımın mevcut bir akışı nasıl karakterize ettiği uğraşmaya değer bir konudur. Deneysel sonuçları iyi bir şekilde gösterebilen çevresel bir hız profili “Burger Vorteks” ya da “q-vorteks” olarak adlandırılır (Delery, 1994) ve şu şekilde gösterilir:

$$u_\theta = \frac{K_c}{r} \left\{ 1 - \exp \left[ -1.26 \left( \frac{r}{a} \right)^2 \right] \right\} \quad (1.159)$$

(1.159) numaralı denklemdeki  $K_c$  terimi eksenden uzak noktadaki  $\left( \frac{\text{sirkülasyon}}{2\pi} \right)$  olarak yorumlanmıştır ve  $a$  terimi çevresel hızın maksimum olduğu konumu göstermek için kullanılmıştır. Aynı sirkülasyon olduğu durumda, Rankine vorteksi, Burger vorteksinden daha geniş maksimum swirl hızına sahiptir.

Dolayısıyla çekirdek kenarı ve eksen arasındaki basınç farkları da bir şekilde farklıdır, verilen bir başlangıç aksenal hız dağılımı için sanki eksen üzerindeki akım tüplerinin tepkisi dış akışta değişiyor gibidir. Bununla birlikte, Rankine yaklaşımı gözlemlenen gidişatı yakalayabildiği için vorteks çekirdek davranışını tanımlamak için de bundan faydalanılacaktır.

### 3.10.9. Harici durumlarda vorteks çekirdeği davranışı

Vorteks çekirdek bölgesinin genişçe büyümesi durumu vorteks çekirdek akışlarıyla ilgili en önemli teknik sorundur. Vorteks çekirdek büyümesi ile ilgili bir olayda, kütle ortalama çekirdek durgunluk basıncı önemli bir rol oynar. Kütle ortalama çekirdek durgunluk basıncı (1.144) ve (1.145) numaralı denklemlerin kararlı durum için birleştirilmesiyle ortaya çıkar (buradaki  $u_x$  herhangi bir aksenal durumda çekirdek karşısındaki uniform gibi değerlendirilmiştir).

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( p_a + \frac{1}{2} \rho u_x^2 \right) = 0 \quad (1.160)$$

Buradaki  $p_a + \frac{1}{2} \rho u_x^2$  birimi, çekirdek kütle ortalama durgunluk basıncıdır ve  $\bar{P}_{t_c}^M$  ile gösterimi durumunda şu şekilde tanımlanır:

$$\bar{P}_{t_c}^M \equiv \frac{2\pi}{A u_x} \int_0^a \left[ p + \frac{1}{2} \rho (u_\theta^2 + u_x^2) \right] u_x r dr = p_a + \frac{1}{2} \rho u_x^2 \quad (1.161)$$

(1.160) numaralı denklem, kütle ortalama çekirdek durgunluk basıncının çekirdek boyunca sabit olduğunu belirtir ve çekirdek kenar basıncı ve çekirdek hızı arasında “sözde-Bernoulli” ilişkisi gibi dikkate alınabilir. Sürekliliği kullanarak,  $i$  durumundaki çekirdek bölgesi ve çekirdek kenarı statik basınçlarını birbirine bağlayan bir başlangıç durumundan elde edilen bir ifade şu şekilde yazılabilir:

$$\frac{p_a - p_{a_i}}{\frac{1}{2} \rho u_{x_i}^2} = \frac{\Delta p_a}{\frac{1}{2} \rho u_{x_i}^2} = 1 - \left( \frac{A_i}{A} \right)^2 \quad (1.162)$$

(1.162) numaralı denklemde,  $A_i$  ve  $u_x$  başlangıç çekirdek alanı ve aksenal hızdır.  $\Delta p_a (= p_a - p_{a_i})$  başlangıç durumundan mevcut duruma yükselen çekirdek kenar

basıncıdır. (1.162) numaralı denklem hem sınırlandırılmış hem de sınırlandırılmamış geometriler üzerinde uygulanabilir.

### 3.10.9.1. Sınırlandırılmış geometrilerdeki kanallarda, belirli bir bölge içerisindeki kararlı vorteks çekirdekleri

Sınırlandırılmış akışlar için, giriş durumunu karakterize eden üç boyutsuz değişken ve kanal alanı değişimi birimlerinin miktarları davranış hakkında bilgi sahibi olabilmek adına gereklidir. Bir seçenek olarak değerlendirilecek olursa, giriş aksenal hız oranı,  $V_i = \frac{U_{x_i}}{u_{x_i}}$ , giriş çekirdek/kanal alanı oranı,  $\sigma_i = \frac{A_i}{A_{D_i}}$ , ve giriş çekirdek swirl parametresi,  $S_{c_i} = \frac{u_{\theta maks.i}}{u_{x_i}}$  kullanılabilir. Sürekliliğin ve  $\bar{p}_{t_c}^M$  değişmezliğin çekirdek ve dış akışa uygulanması, başlangıç şartları ve kanal alan oranı açısından, çekirdek alanı için bir denklem sağlar:

$$\frac{S_{c_i}^2}{\frac{A}{A_i}} - \left(\frac{1}{\frac{A}{A_i}}\right)^2 + \left[\frac{V_i(1-\sigma_i)}{\frac{A_D}{A_{D_i}} - \sigma_i \frac{A}{A_i}}\right]^2 = S_{c_i}^2 - 1 + V_i^2 \quad (1.163)$$

(1.163) numaralı denklemin türevinin alınmasıyla çekirdek ve kanal alanları içerisindeki bölgesel değişiklikler için bir ifade elde edilir:

$$\frac{dA}{A} = 2 \left[ \frac{\left(\frac{U_x}{u_x}\right)^2}{\left(S_{c_{kritik}}^2 - S_c^2\right)\left(1 - \frac{A}{A_D}\right)} \right] \frac{dA_D}{A_D} \quad (1.164)$$

(1.164) numaralı denklemde  $S_{c_{kritik}}$  sınırlandırılmış akışlar için kritik swirl sayısıdır. Kritik swirl sayısının sınırlanmış ve sınırlandırılmamış akışlardaki rolü benzerdir. (1.164) numaralı denklem aynı zamanda, kritik bir swirl oranındaki sonlu bir birimle  $\frac{dA}{A}$  süreklilik davranışının sadece geometrik boğazlarda ortaya çıkabileceğine işaret eder. Boğaz olmayan geometrilerde, “süperkritik” ve “subkritik” durumlar arasındaki geçiş süresizdir.

(Darmofal, 2002) bu gibi akışların kararsız olduğunu yaptığı çalışmalarla önermiştir. Boğazda “süperkritik” durumdan “subkritik” duruma geçen kararlı çözümler elde edilmesine rağmen, pratikte,  $D$ 'nin kritik değeri boyunca kararlı bir süreklilik azalışı gözlemlenemeyecektir: sıkıştırılabilir bir akıştaki boğazda “süpersonik” durumdan “subsonik” duruma kararsız değişimler benzer şekilde vardır.

Sınırlandırılmış vorteks akışı parametrik olarak karmaşıktır. Herhangi bir değişken tüm davranış değişimleri için kullanılamaz. Darmofal ve diğerleri (2001) tarafından yapılan hesaplamalar şunu göstermiştir: çekirdek kütle ortalama durgunluk basıncı bozulması ve swirl parametresi, herhangi bir parametrenin baskın bir şekli gibi değerlendirilecek olursa, bazı yönlerin görülmesini sağlayabilir.

$S_{c_i}$ ,  $V_i$  ve çekirdek durgunluk bozulma katsayısı,  $C_{p_{t.c}}$  (çekirdek ve dış akım durgunluk basıncı arasındaki fark) parametreleri arasındaki ilişki:

$$C_{p_{t.c}} \equiv \frac{\bar{p}_{t.c}^M - p_{t_{dış}}}{\frac{1}{2}\rho(u_{\theta_{maks.i}}^2 + u_{x_i}^2)} = \frac{1}{S_{c_i}^2 + V_i^2} - 1 \quad (1.165)$$

olarak ifade edilir.

$C_{p_{t.c}} < 0$  değeri için çekirdek, dıştaki akıma göre kütleli olarak ortalama bir durgunluk basıncı kaybına sahiptir. Darmofal ve diğerleri (2001) tarafından koşulların çeşitliliği incelenmiştir ve iki genel eğilim bulunmuştur:

- 1- Çekirdek alanındaki oransal olarak küçük olan artışlar, sanki düşük durgunluk basıncı bozukluğu ( $C_{p_{t.c}}$  birimden çok daha küçük) olan vorteks çekirdekleri için artan kanal alanı gibi meydana gelir ve çekirdek alanındaki büyük artışlar eğer  $C_{p_{t.c}}$  bütünün hissedilebilir bir parçası ise meydana gelir.
- 2- Bu sonuçlar, bütünlükteki son terime kadar olan değerlerde swirl parametresi tarafından çok hafif şekilde etkilenir.

Bununla birlikte, tek başına hiçbir parametre davranışı tamamıyla karakterize edemez.



### 3.10.9.2. Süreksiz vorteks çekirdeği davranışı

3.10.5.teki bölümden türetilen korunum denklemleri hem sürekli hem de süreksiz çözümleri, sınır şartlarına dayanarak, kapsar. Süreksiz çözümler, çekirdek içerisindeki durgunluk basıncının sabit değerdeki bir akısına sahip değildir. Bundan dolayı, sıkıştırılmaz akışlar içerisindeki şoklarla birlikte izentropik olmayan bir özellik gösteriyormuş gibi düşünülebilir.

Buradaki benzerlik tüm yönleri kapsamaz: bir şok için çok ince geçiş bölgesine kıyasla bir ya da daha fazla çekirdek çapına sahip genellikle aksel uzunluk değişimi görülür.

Durgunluk basınç kaybı bölgesinde bulunan akış için durgunluk basıncı, hız ve alan içerisinde hareketsiz bir süreksizlikte sanki bu durumların hareketsiz bir süreksizliğin iki tarafında da olduğu düşünülüp akış için analiz edilebilir. Sırasıyla başlangıç ve son durumlar için 1 ve 2 alt simgeleriyle tanımlanmış bu iki son durum için belirtilen ilişki açıklanmalıdır. Çekirdek sıçrama şartları sıçrama açısından köşeli parantezle ifade edilmiştir,  $[[f]] = f_2 - f_1$ , Vorteks çekirdeğindeki sıçrama karşısındaki kütle korunumu için:

$$[[Au_x]] = 0 \quad (1.166)$$

ile gösterilir. Momentumun korunumu ise:

$$[[Au_x^2 + \frac{1}{\rho}p_a A + \frac{\pi K_c^2}{2} \ln A]] - \left(\frac{1}{\rho}p_{a_1} + \frac{\pi K_c^2}{2A_1}\right) [[A]] = 0 \quad (1.167)$$

olarak yazılır. Sınırlandırılmamış vorteks çekirdekleri için, (1.143) numaralı denklemin (1.167) numaralı denklemde yerine koyulmasıyla ve nonlinear sistem denklemlerinin sonuçlarının çözülmesiyle, üstü kapalı bir ilişki içeren üst akım değeri açısından ( $D_1$ ),  $D$ 'nin doğru değerini (alt akım için), ( $D_2$ ), sağlar (Landahl ve Widnall, 1971; Marshall, 1991).

$$D_1^2 = \frac{2 \ln\left(\frac{D_2}{D_1}\right)}{\left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 - 1} \quad (1.168)$$

(1.168) numaralı denklem  $D$ 'nin azalması gibi durumlar için şokları kabul eder ancak sadece ikinci duruma izin verilir çünkü bir sıçrama sayesinde kütle ortalama çekirdek durgunluk basıncı düşmek zorundadır.

(1.167) ve (1.168) numaralı denklemlerden, kararlı bir süreksizlik karşısındaki sıçrama  $\bar{p}_{t_c}^M$ ,  $([\bar{p}_{t_c}^M] = \bar{p}_{t_{c2}}^M - \bar{p}_{t_{c1}}^M)$ ,  $\frac{D_r}{D_i}$  oranı açısından şu şekilde ifade edilebilir:

$$\frac{\Delta \bar{p}_{t_c}^M}{\frac{1}{2}\rho u_{x_1}^2} \equiv \frac{[\bar{p}_{t_c}^M]}{\frac{1}{2}\rho u_{x_1}^2} = \frac{2}{D_1^2} \left\{ \left[ \left( \frac{D_2}{D_1} \right)^2 + 1 \right] \ln \frac{D_2}{D_1} - \left( \frac{D_2}{D_1} \right)^2 + 1 \right\} \quad (1.169)$$

Bütünlüğün yakınındaki  $D_1$  değerleri için,  $\bar{p}_{t_c}^M$  deki değişimler şu şekilde tahmin edilebilir:

$$\frac{\Delta \bar{p}_{t_c}^M}{\frac{1}{2}\rho u_{x_1}^2} \approx -\frac{32}{3} (D_1 - 1)^3 \quad (1.170)$$

Süreksiz bir vorteks sıçraması karşısındaki durgunluk basıncındaki azalma böylece  $(D_1 - 1)^3$  ifadesi ile gösterilir.

Sıçrama karşısındaki çekirdek kenar basıncı değişimi,  $\Delta p_a$ , şu şekilde gösterilir:

$$\frac{\Delta p_a}{\frac{1}{2}\rho u_{x_1}^2} = 2 \left( \frac{D_1^2 - D_2^2}{D_1^4} \right) \quad (1.171)$$

Sıçrama karşısındaki çekirdek alan oranı (ya da aksenal hız oranına eşdeğer) ifadesi:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{u_{x_2}}{u_{x_1}} = \left( \frac{D_2}{D_1} \right)^2 \quad (1.172)$$

olarak gösterilir. (1.168) ve (1.172) numaralı denklemler, süreksiz vorteks çekirdeği çözümlerinin özelliklerinin kritik bir parametre olan  $D_1$  ile hazırlandığını gösterir.

Dolayısıyla şimdi,  $\frac{u_{x_2}}{u_{x_1}}$ , bağımlılığını, kenar basınç sıçramaları,  $\Delta p_a$ , ve kütle ortalama çekirdek durgunluk basıncı düşüşleri,  $\Delta \bar{p}_{t_c}^M$ , incelenmelidir.

Örnek olarak, üst akım etkisinin değeri  $D$  ve  $D_2, \frac{A_1}{A_2}$ , kenar basınç sıçraması ve kütle ortalama durgunluk basıncı azalışları  $D_1$ 'in fonksiyonuymuş gibi düşünülebilir. (1.161) numaralı denklemi kullanarak basınç sıçramaları şu şekilde gösterilebilir:

$$\Delta p_a = \Delta \bar{p}_{t_c}^M - \Delta \left( \frac{1}{2} \rho u_x^2 \right) \quad (1.173)$$

Zayıf süreksizliklerde, çekirdek durgunluk basıncındaki değişiklikler ihmal edilebilir ve basınç yükselme yaklaşımı şu şekilde ifade edilebilir:

$$\frac{\Delta p_a}{\frac{1}{2} \rho u_{x_1}^2} \approx 1 - \left( \frac{u_{x_2}}{u_{x_1}} \right)^2 \quad (1.174)$$

Güçlü süreksizliklerde, durgunluğun yakınındaki durum, basınç yükselme yaklaşımı ise şu şekilde ifade edilebilir:

$$\frac{\Delta p_a}{\frac{1}{2} \rho u_{x_1}^2} \approx \frac{\Delta \bar{p}_{t_c}^M}{\frac{1}{2} \rho u_{x_1}^2} + 1 \quad (1.175)$$

Maksimum çekirdek kenar basınç artışları: üst akım,  $D$ , ile çekirdek kenar basıncının arttığı neredeyse kayıpsız süreksizlikler arasında ve üst akım,  $D$ , ile basınç artışının düştüğü geniş kayıplardaki süreksizlikle bir değişim izler.

### 3.10.10. Hareketsiz yüzeylerdeki swirling akış sınır tabakaları ve swirling akışlarda ayrılma

Swirling akış sınır tabakaları, iki-boyutlu hareketlerden farklı özellikler sergiler. Bölgesel serbest akış yönüne doğru olan açılarda hız bileşenleri vasıtasıyla çapraz akışlar oluşabilir. Ayrılma mekanizması yine iki-boyutlu bir sınır tabakasından farklıdır. Lighthill (1963), kararlı sınır tabakasının hangi şartlar altında küçük kaldığını sorgulamıştır. Yüzeyden küçük bir mesafe kadar uzaktaki iki-boyutlu bir sınır tabakası için, hızın yüzeye paralel hız bileşenleri,  $\omega_w y$ , ve yüzeye dikey doğrultudaki hız bileşenleri,  $-\frac{(d\omega_w)}{dt} y^2$ , vardır. Burada vortisite,  $\omega_w$ , cidarda hesaplanmıştır ve de yüzey boyunca  $l$  ile gösterilen türev alma işleminden türetilmiştir. Yüzeye yakın akım hatları

sadece  $\omega_w$ , 0'a gitmediği zaman aynen kalır. Birim derinlik için akış hacmi,  $\dot{V}$ ,  $\frac{\omega_w y^2}{2} = \dot{V}$ , ile gösterilmiştir ve yüzeyden akım hattına olan mesafenin  $(\omega_w)^{-1/2}$  gibi değişim gösterdiği kabul edilmiştir.  $\omega_w = 0$  sıfır olduğu durumda (kesme gerilimi bu yüzden 0) ve,  $\frac{d\omega_w}{dt} < 0$  olduğu durumda, yüzeydeki noktalar, ayrılma noktalarıdır ve bundan dolayı yüzeyden uzak bir yerde dikey doğrultuda bir hız bileşeni vardır.

Swirling ya da üç-boyutlu bir sınır tabakası için durum daha farklıdır. Bunu görebilmek için Kartezyen koordinatları  $x, y, z$  kullanılmalıdır. Burada,  $x$  ve  $z$  cidara paralel ve  $y$  buna dikey doğrultudadır. Yüzeyden küçük bir mesafe uzakta,  $\beta_w = \boldsymbol{\omega}_w \times \mathbf{n} = \frac{\tau_w}{\mu}$  olduğu durumda ki burada  $\mathbf{n}$  yüzeyden dışarıya doğru ve dikey doğrultudadır ve  $\frac{\tau_w}{\mu}$  kabuk sürtünme vektörüdür, hız yaklaşık olarak,  $\mathbf{u} = \beta_w y$ , değerini alır. Yüzeye çok yakın olan akım hatları ki bu akım hatları sıklıkla kısıtlayıcı akım hatları olarak gösterilirler, aslında kabuk sürtünme hatları boyunca olan akım hatlarıdır ( $\beta_w$ 'ya kavislidir ki bu yüzden  $\beta_w$  ve  $\frac{\tau_w}{\mu}$  her yerde teğetseldir). Üçgensel kısımdaki bir akım tüpü boyunca akış hacmi  $\dot{V}$  ile gösterilmiştir. İki kısıtlayıcı akım hattı arasında,  $\Delta z_w$ , ile gösterilen yüzey kısmının temeli olan üçgensel kısım göz önüne alınarak, akım tüpünün yüksekliği,  $y$ , şu şekilde ifade edilir:

$$\frac{\omega_w y^2 \Delta z_w}{2} = \dot{V} \quad (1.176)$$

Yüzeyden akım hatlarının sınırlandırılmasıyla olan mesafe bundan dolayı  $(\omega_w \Delta z_w)^{-1/2}$  ile değişimler gösterir. İki-boyutlu akışlarda olduğu gibi, akım hatları yüzeyden olan mesafelerini sadece vortisite,  $\omega_w$ , cidarda olduğunda ve 0'a giderken değil aynı zamanda  $\Delta z_w$ 'de cidarda olduğunda ve 0'a giderken büyük ölçüde arttırırlar. Bir başka deyişle kısıtlayıcı akım hatlarının yüzeye yakın olduğu yerde, akım hatları yüzeye olan mesafelerini büyük ölçüde arttırırlar.  $\Delta z_w$  terimi, swirling akış sınır katmanlarında görülen ayrılma mekanizmasıdır.

İki cidar için de sınır katmanlarının aynı olduğu kabul edilirse, herhangi bir radyal yöndeki difüzör genişliği:

$$W_{eff} = W - 2\delta^* \quad (1.177)$$

olacaktır.  $W_{eff}$  efektif kanal genişliği ve  $\delta^*$  sınır tabakası kalınlığı veya “wake” yerdeğişimi kalınlığıdır. Viskoz olmayan bölgedeki sıkıştırılmaz, kararlı, aksenal simetrik akış için aşağıdaki ifade yazılabilir:

(Burada  $E$  indisi, sınır yüzeylerinin dışarısındaki durumlar için atanmıştır)

$$\frac{\partial u_{Er}}{\partial r} + \frac{u_{Er}}{r} + \frac{u_{Er}}{W_{eff}} \frac{dW_{eff}}{dr} = 0, \quad (1.178a)$$

$$u_{Er} \frac{\partial u_{Er}}{\partial r} - \frac{u_{E\theta}^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr}, \quad (1.178b)$$

$$u_{Er} \frac{\partial (ru_{E\theta})}{\partial r} = 0 \quad (1.178c)$$

Sınır tabakası denklemlerini ise:

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_x}{\partial x} = 0, \quad (1.179a)$$

$$u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_\theta^2}{r} + u_x \frac{\partial u_r}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{rx}}{\partial x}, \quad (1.179b)$$

$$u_r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + u_x \frac{\partial u_\theta}{\partial x} + \frac{u_r u_\theta}{r} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{\theta x}}{\partial x} \quad (1.179c)$$

şeklinde ifade edilirler.

Böylelikle, sınır tabakası tanımını 2 adet kesme gerilme bileşeni içermektedir.

Burada viskoz swirling akışların hesaplanması hem sınır tabakası hem de Navier-Stokes tekniklerinin iki-boyutlu akışlar için kullanıldığı gibi uygulanmıştır.

Serbest bir akış içerisindeki bölgesel hız ile orantılı, sınır tabakası içerisindeki vorteks hattında gözlemlenebilen konveksiyonel bir bölgesel hız düşünülün: daha küçük yarıçap değerlerinde serbest akım içerisindeki çevresel hız daha büyüktür ve vorteks hattı bundan dolayı dışarı doğru hareket ediyormuş gibi çevresel yönde artarak yana yatacaktır. Bu ise, sınır tabakasında bir çapraz-akış üretimi ve içe doğru bir akış eğilimi olduğu anlamına gelecektir. Çapraz-akış üretim mekanizması basınç alanlarının terimleri kullanılarak da tarif edilebilir. Radyal basınç gradyanları serbest akış tarafından hazırlanır. Çünkü sınır tabakasındaki akışkanın hızı düşüktür, sınır tabakasındaki akım hatlarının eğrilik yarıçapı serbest akım için olan eğrilik yarıçapından daha küçük olmalıdır. Yüksek swirl açıları için ( $\frac{u_\theta}{u_r}$ 'nin geniş değerleri için) akım hatları teğetsel olarak daha yakındır ve içe doğru akış üretmek için sınır tabakasının çok küçük derecede sapmasına neden olur.

Bölgesel akış açısının,  $\alpha$ , radyal yönde,  $\tan \alpha = \frac{u_\theta}{u_r}$ , dikkate alınarak kullanılmasıyla bu kanıtlar geliştirilebilir. Burada serbest akım ve sınır tabakası akım hatları arasındaki açı değişimlerini sanki akışkanın yarıçapta küçük bir değişikliğe uğradığı durum gibi belirtilmiştir. Dolayısıyla bu gibi değişiklikler için:

$$d(\tan \alpha) = \left[ \frac{du_\theta}{u_\theta} - \frac{du_r}{u_r} \right] \tan \alpha \quad (1.180)$$

ifadesi kullanılabilir. (1.180) numaralı denklem (1.179) numaralı denklemin viskoz olmayan biçimi, sınır tabakası ve serbest akım içerisindeki,  $u_\theta$  ve  $u_r$ 'deki değişiklikler için uygulanırsa, (çevresel hız bu durumda  $ru_{\theta=sabit}$  yaklaşımına uyacaktır) ve sınır tabakasındaki ve serbest akımdaki başlangıç akış açılarını aynı gibi alınırsa aşağıdaki ifade elde edilir:

$$d(\alpha - \alpha_E) = \left( 1 - \frac{1}{\varepsilon^2} \right) \left( \frac{du_{Er}}{u_{Er}} - \tan^2 \alpha \frac{dr}{r} \right) \left( \frac{\sin 2\alpha}{2} \right) \quad (1.181)$$

(1.181) ve (1.178a) denklemlerinin birleştirilmesi, verimli alan ve yarıçap değişimi açısından sınır tabakası ve serbest akış arasındaki akış açılarının farkı için bir ifade sağlar:

$$d(\alpha - \alpha_E) = \left(\frac{1}{\varepsilon^2} - 1\right) \left[ \tan \alpha \frac{dr}{r} + \left(\frac{\sin 2\alpha}{2}\right) \frac{dW_{eff}}{W_{eff}} \right] \quad (1.182)$$

Eğer difüzör için, uyumlu genişlik içerisinde ihmal edilebilen bir biçim var ise (1.182) numaralı denklem:

$$d(\alpha - \alpha_e) = \left(\frac{1}{\varepsilon^2} - 1\right) \tan \alpha \left(\frac{dr}{r}\right) \quad (1.183)$$

haline dönüşecektir.

(1.183) numaralı denklem, geniş swirl açıları için ( $\alpha \rightarrow 90^\circ$ ) önemli açı değişikliklerinin, sınır tabakası ve serbest akım arasında oluşabildiğini gösterir. Bunun sonucunda ise, akış içerisindeki uyumlu tıkanmalar ve içeri doğru akışlar (radyal hız akışının ters bölgeleri) görülecektir.

### 3.10.11. Swirling jetler

Swirl, jet karışımını ve sürüklenmesini büyük ölçüde arttırabilir. Bununla birlikte, yanma odaları gibi aygıtlarda önemli bir değişken dizaynıdır ki bu uygun bir karışma fonksiyonuna bağlıdır (Burada swirling jetler ve vorteks çekirdekleri arasında bir fark vardır. Swirling jetlerde uzak alan sirkülasyonu olmayan bir akış vardır, örnek olarak durgun bir akışkan içerisine enjekte edilen çevresel bir hız bileşenini sahip bir jet. Vorteks çekirdeklerinde ise, swirling serbest akış içerisinde gömülü viskoz bir vorteksel bölge vardır ve eksenden uzak noktalarda sonlu sirkülasyonları bulunur). Serbest jet davranışı üzerine swirlin etkileri Chigier ve Chervinsky (1967) tarafından anlatılmıştır (Ayrıca Beer ve Chigier (1972)). Swirl düzeyini belirleyebilmek için bu yazarlar bir "Swirl sayısı" belirlemişlerdir,  $Sw$ , ki bu sayı açışal momentumun aksenal akışının, aksenal momentum akışının  $r_0$  katına oranıdır. Burada,  $r_0$ , swirl üreten cihazın dar kanal yarıçapıdır (ve jetin başlangıç yarıçapıdır).  $p_{uzak}$  ise jetten uzakta dolaşan çevre basıncıdır.

$$Sw = \frac{\int_0^{r_0} r^2 u_\theta u_x dr}{r_0 \int_0^{r_0} r \left[ u_x^2 + \left( \frac{p-p_{uzak}}{\rho} \right) \right] dr} \quad (1.184)$$

Verilen bir deneysel düzenekte (durgunluk basınç katsayısı ve akış açısının verilen dağılımlarının gerektiği),  $Sw$  değeri davranış düzenlerinin tanımlanması için yeterlidir. Örnek olarak, uniform aksenal hız ve zorlanmış vorteks rotasyonunun olduğu bir jet için, basit radyal denge denklemi, aksenal momentum denklemi (1.84) ile  $Sw$ 'yi ifade etmek için birleştirilebilir. Bu durumda:

$$Sw = \frac{\frac{u_{\theta maks.}}{2u_x}}{1 - \left( \frac{u_{\theta maks.}}{2u_x} \right)^2} \quad (1.185)$$

Uniform aksenal hız ile zorlanmış vorteks jeti bu şekilde ifade edilir.

Jetin şekli ve yayılma oranı  $Sw$ 'ye bağlıdır. Yüksek swirl değerlerinde alt akım bölgelerindeki eksen üzerinde düşük hız bölgeleri vardır ve benzerlik ölçeklendirmesi, tüm aksenal mesafelerdeki hız profillerini tanımlayamaz. Yayılma oranını artıran 2 farklı etki vardır. Sirkülasyon jet içerisinde maksimum değerden jet dışında 0'a düşüyorsa karışımın yüksek düzeyleri için kararsızlık yükselir. Daha da önemli olan bir etki ise, aksenal hızın azalmasında ve genişliğin büyümesinin azalmasında rolü olan aksenal basınç gradyanıdır. Başlangıç durumunda, eksen üzerindeki statik basınç kenardaki değerden daha düşüktür ki buna çevre şartları denir. Uzak alt akımda bununla birlikte, statik basınç uniformdur. Uyumlu aksenal basınç gradyanı eksen üzerindeki düşük durgunluk basıncını yavaşlatır ve bunun sonucunda jet merkezindeki aksenal hız yavaşlar.

Akışı tanımlamak için kullanılan boyutsuz bir sayı da "Rossby Sayısı" olarak bilinir. Rossby sayısı  $Ro$  ile gösterilir. Atalet (eylemsizlik) kuvvetlerinin Coriolis kuvvetine oranı Rossby sayısı olarak bilinir. Coriolis etkisi, hareketli objelerin dönen bir referans düzlemine göre göreceli olarak sapmasıdır. Eğer hareket saat yönünde ise sapma sol tarafa, hareket saat yönünün tersi ise sapma sağ tarafa doğru olacaktır. Örnek olarak, kuzey yarımkürede hava kütlelerinin yönü sağa doğru, güney yarımkürede ise sola doğru saptırılır. Carl-Gustav Arvid Rossby'nin tanımladığı Rossby sayısı:



$$Ro = \frac{U}{Lf} \quad , \quad f = 2\Omega^* \sin \varphi^* \quad (1.186)$$

formülü ile gösterilir.  $U$  karakteristik hız ölçeğini ifade ederken,  $L$  karakteristik uzunluk ölçeğini ifade eder.  $f$ , Coriolis frekansıdır. Buradaki  $\varphi^*$  serbestlik derecesini,  $\Omega^*$  ise gezegensel dönüşün açısal frekansını gösterir.

Rossby sayısının küçük olması, sistemin Coriolis kuvvetinden çok güçlü bir şekilde etkilendiğini gösterir. Rossby sayısının büyük olması ise, eylemsizlik ve merkezkaç kuvvetlerinin baskın olduğunu gösterir. Eğer  $f$  ya da  $L$  çok küçük ise gezegensel dönüş ihmal edilebilir.

### 3.10.12. Eksenel simetrik swirling akıslarda resirkülasyon ve vorteks bozulmaları

Ayrılan bir akışta swirl mevcudiyeti, durgunluğun ortaya çıkmasına ya da simetri eksenine yakın bir yerde ters akış oluşumuna neden olur. Gaz türbinlerinde ise yakıcı akış alanları sıklıkla bu gibi yeniden sirkülasyon bölgelerininin alev kararlılığını, yakıtın karışması ve yanması için yeteri kadar büyük akış oturması zamanı sağlayarak, arttırmak için bulunur.

Ani bir patlama boyunca karışan bir akıştan daha düşük açısal hızlı ve daha düşük yarıçaplı bir alt akıma dönen, bir swirling akış düşünölsün (ya da girişte  $\Omega_i$  açısal hızı ile zorlanmış bir vorteks). Eğer akıştaki swirl dağılımı, kalan bir zorlanmış vorteks gibi değerlendirilecek olursa, basit radyal dengenin uygulanması akışın  $r_0(x)$  ile gösterilen yarıçapıyla birlikte dış akım hattındaki basınç ile merkezdeki basınç arasındaki farkı şu şekilde gösterilebilir:

$$p(r_0, x) - p(0, x) = \frac{\rho \Omega^2 r_0^2}{2} \quad (1.187)$$

Eğer akış için açısal momentum korunduysa,  $\Omega r_0^2$  giriş ve çıkışta aynıdır. Merkez hattaki basınç artışı bu nedenle akışın dış kenar bölgesindekinden daha büyük değerdedir ve akışın dış kısmındakine göre merkez hattında daha büyük eksenel hız azalmasına neden olur.

Eksenel simetrik bir swirling akış içerisindeki resirkülasyon başlangıcı olayı, eksenel simetrik swirling olmayan akıştakinden farklıdır. Akım hattının deseninden (gömülü resirkülasyon bölgesinin olduğu, ters akışın olmadığı) yumuşak bir geçiş meydana gelmez. Swirl olmayan durumla karşılaştırıldığında, difüzördeki bir canlanma (körükleme) “wake” örneği verilebilir. Birinci durumda eğer herhangi bir etken girişteki “wake” derinliğini arttırırsa, difüzör çıkışındaki “wake” hızı 0’a düşer ve daha sonra ters akış ve resirkülasyonla karşılaşılır. Swirl olan durumlarda, bununla birlikte, durgunluk ve ters akışın olduğu değişim durumları kademeli değildir. Bu olay “Vorteks Bozulması” olarak adlandırılır (“Vorteks Bozulmaları” eksenel simetrik olmayan biçimlerde de meydana gelebilir).

Swirl akışı çekirdek bölge ve dairesel bölgeye dönüşebilir ve bu zorlanmış vorteks ve serbest vorteks tipleriyle karakterize edilir. Zorlanmış vorteks oluşumu “katı gövde rotasyonu” ile oluşur. Bunun sebebi, cidar sürtünmesinden dolayı meydana gelen swirldir. Serbest vorteks ise, akışa “swirling jet” girişiyle oluşur. Gövde kuvvetlerine, Coriolis kuvveti, yerçekimi, merkezkaç kuvveti örnek gösterilebilirken yüzey kuvvetlerine basınç ve kesme kuvveti örnek gösterilebilir. Çekirdek bölge küçülür, dairesel bölge genişler. Herhangi bir alt akım konumundaki swirl sayısı, girişten dolayı, teğetsel hız dağılımlarına bağlıdır. Bununla birlikte Swirl sayısı,

- Giriş swirl sayısına
- Akışın Reynolds sayısına
- Giriş mesafesine
- Giriş çapına
- Giriş swirl şekline

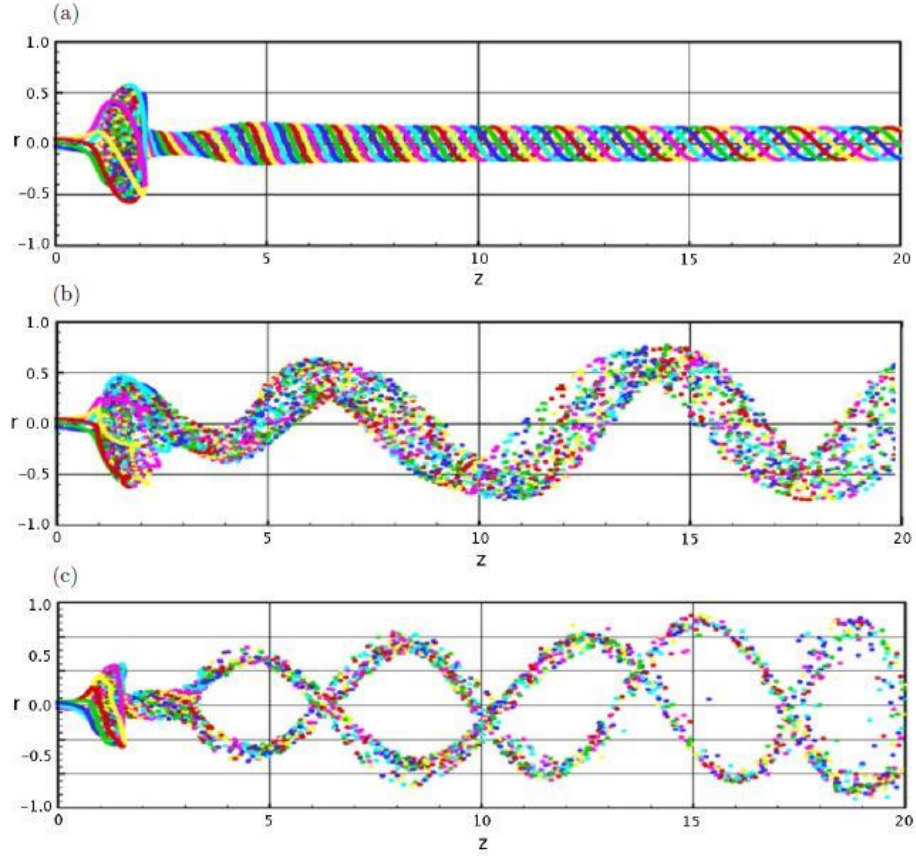
bağlıdır.

Yavaşlayan swirling akış genellikle belirli bir swirl sayısı üzerinde vorteks bozulmasıyla sonuçlanır. Bu da birçok basınç dalgalanmasının sebebi olarak görülmektedir. Uygulanan swirl düzeyi artarsa, (yüksek hız güçlü swirl oluşturur buna bağlı olarak da swirl sayısı daha büyük olur) merkez hat boyunca hız, akımın durgun oluşuna kadar düşer. Eğer swirl daha da arttırılırsa iç-resirkülasyon akışında küçük bir

kabarcık oluşur. Eğer üst askımda swirl yoksa basınç kazanımı çok zayıftır ve akış cidardan ayrılır. Bu esnada, cidar yakınındaki resirkülasyon bölgesinde büyük hidrolik kayıplar oluşur. Eğer teğetsel hız bileşeni eklenirse, akış cidardan ayrılmaz. Difüzör performansı büyük ölçüde gelişir. Ancak, akışı radyal doğrultuda itmek, eksen yakınında şiddetli hız azalmalarına neden olur. Bunun sonucunda, ters akış bölgeleri ve durgun akış bölgeleri meydana gelir. Bu olaya “VORTEKS BOZULMASI” denir. Merkez durgunluk bölgesi ve temel dairesel akım arasındaki sınırda vorteks tabakası bulunur.

Swirl yoğunluğunun azaltılması durumunda, durgun bölgenin etrafındaki vorteks çekirdeği rotasyonundan dolayı basınç dalgalanmaları meydana gelir. Swirl artması durumunda vorteks tabakasındaki vortisite değeri artar. Bu durum, eksenel simetrik vorteks tabakasının kararsız olduğu ve helisel vortekse dönüştüğü mutlak bir değere varıncaya kadar olur. Bu sırada, harekette devinimler vardır. Kendiliğinden oluşan swirl akış kararsızlığına “HELİSEL VORTEKS BOZULMASI” denir. Bunun sonucunda basınç dalgalanmalarının olduğu kararsız akışlar meydana gelir.

Vorteks bozulmaları 3 şekilde görülür. “Kabarcık” ya da “Eksenel simetrik” tip, “Spiral” tip ve “Çift spiral” tip olarak adlandırılırlar. Bu oluşumları açıklayan bir şekil aşağıda verilmiştir.



Şekil 3.7. (a) Kabarcık (b) Spiral ve (c) Çift spiral vorteks bozulmalarının sayısal simülasyonu (Broadhurst, 2006)

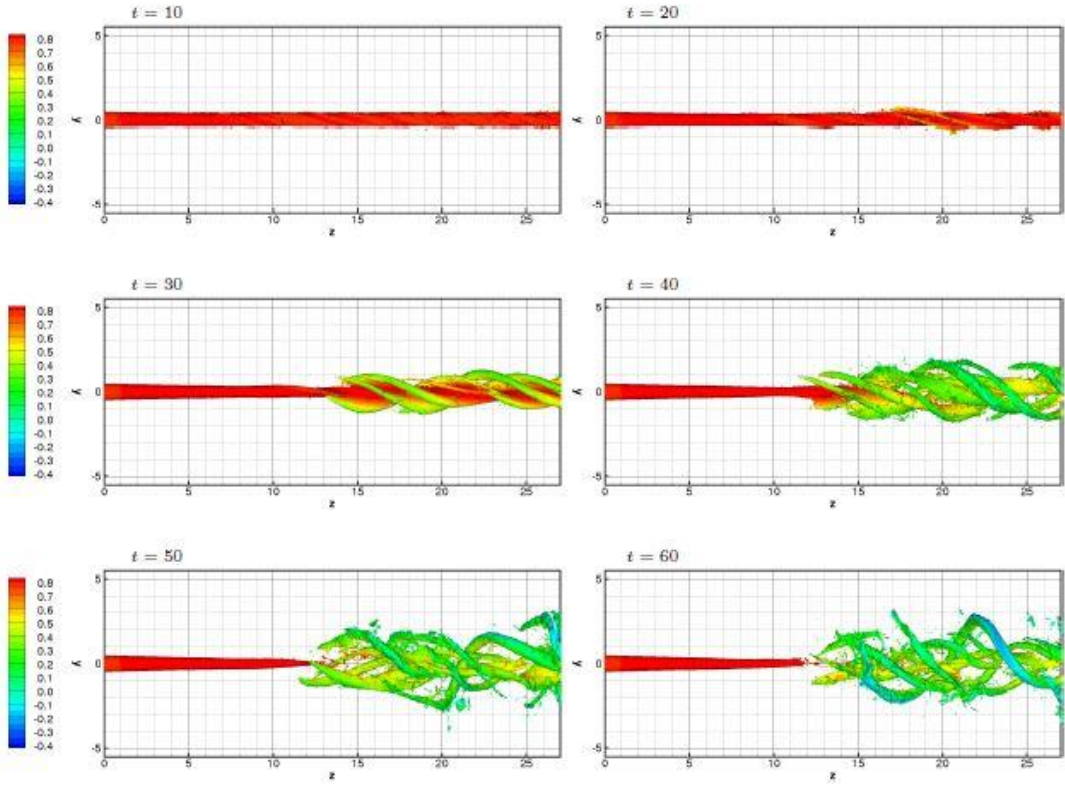
Vorteks bozulmasını azaltmak için:

- Swirl yoğunluğunu azaltmak
- Çevresel momentum yerine aksel momentumu azaltmak

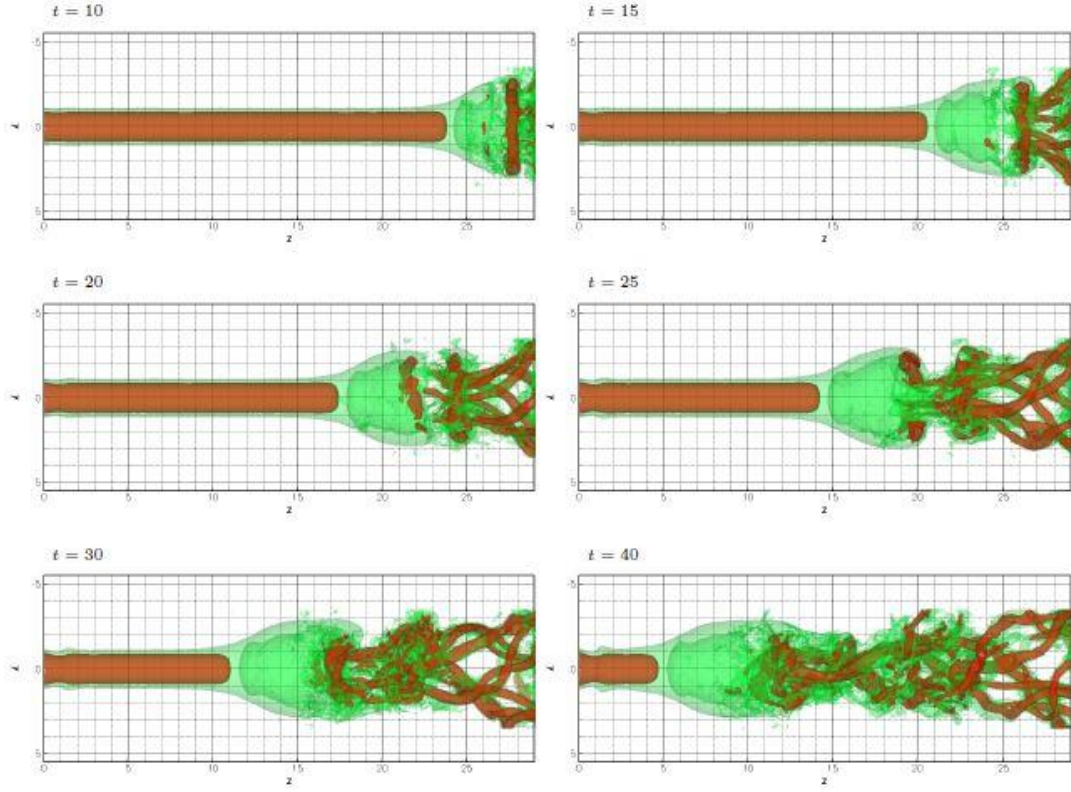
gerekir.

Düşük reynolds sayılarında vorteks bozulması görülürken, swirl hızı kaybolmaz. Çünkü geniş boşluklardaki “kaymayan sınır şartı” etkisi çok azdır.

Eksenel simetrik akışlar için, akış kritiği, durgun dalgalanma analizi kullanılarak belirlenir (Wang ve Rusak, 1997; Cary ve Darmofal, 2001). Sayısal hesaplamalar, dikey akıştan, durgunluk ve toroidal resirkülasyon bölgesinin olduğu bir duruma geçişi gösterir.



Şekil 3.8. Spiral vorteks bozulmasının oluşumu (Broadhurst, 2006)



Şekil 3.9. Kabarcık tipi vorteks bozulmasının oluşumu (Broadhurst, 2006)

Özet olarak, aksel simetrik bir swirling akış üzerindeki durgunluk değişimi niteliksel olarak swirl olmayan akışlardan farklıdır. Aksel simetrik swirling akışların, çözümü sınır noktası ile birleşmiştir ve bu akışlar sanki akış parametrelerinin değiştiği durumlardaki gibi, süreksiz davranışlarda meydana gelir. Oysa swirl olmayan akışlar aslında yumuşak süreçlerdir. İki olay arasındaki ayırım kısa ve öz bir şekilde şöyle tarif edilmiştir:

“ ... Vorteks bozulması basit bir durgunluk süreci değildir, ... öyle ki ... durgunluk vorteks bozulmasının bir sonucudur.” (Cary ve Darmofal, 2001).

### **3.11 Materyal ve Yöntem**

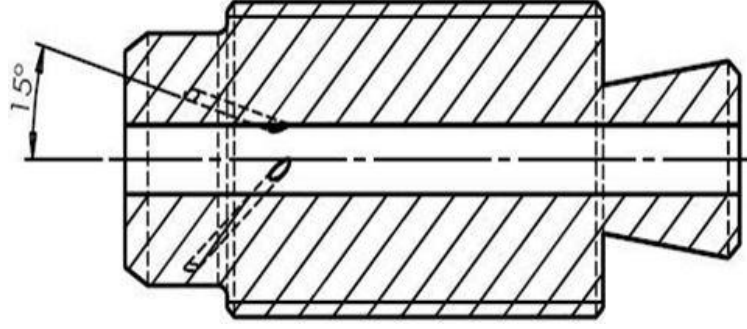
Analizde kullanılacak parçanın tasarımı ve hesaplamaları için “ANSYS Workbench 15” programının kullanılması uygun görülmüştür.

Bu programın tercih edilmesinin sebepleri: Özellikle karışık modelli tasarımlar için büyük kolaylık sağlıyor olması, farklı konfigürasyondaki parçaların hızlıca oluşturulması, her türlü çizilen ya da hesaplanan geometri ve montaj parçalarının birçok dosya formatına dönüştürülmesi, “ANSYS Workbench” programı bünyesindeki eklentiler sayesinde her türlü statik, burulma, burkulma, frekans analizi, nonlineer analiz, çıkış analizi, akış analizleri, karışım ve yanma odaları analizleri, harmonik cevap analizleri, yapısal statik analizler, zamana bağlı analizler, titreşim analizleri, hidrodinamik tepki süresi analizleri, rijit dinamik analizleri, termal elektrik analizleri gibi CAD (Computer Aided Design-Bilgisayar Destekli Tasarım) tabanlarında daha birçok kolaylık sağlayan özellikleri bulundurması şeklinde sıralanabilir.

#### **3.11.1 Analizi yapılacak parçanın tasarımı**

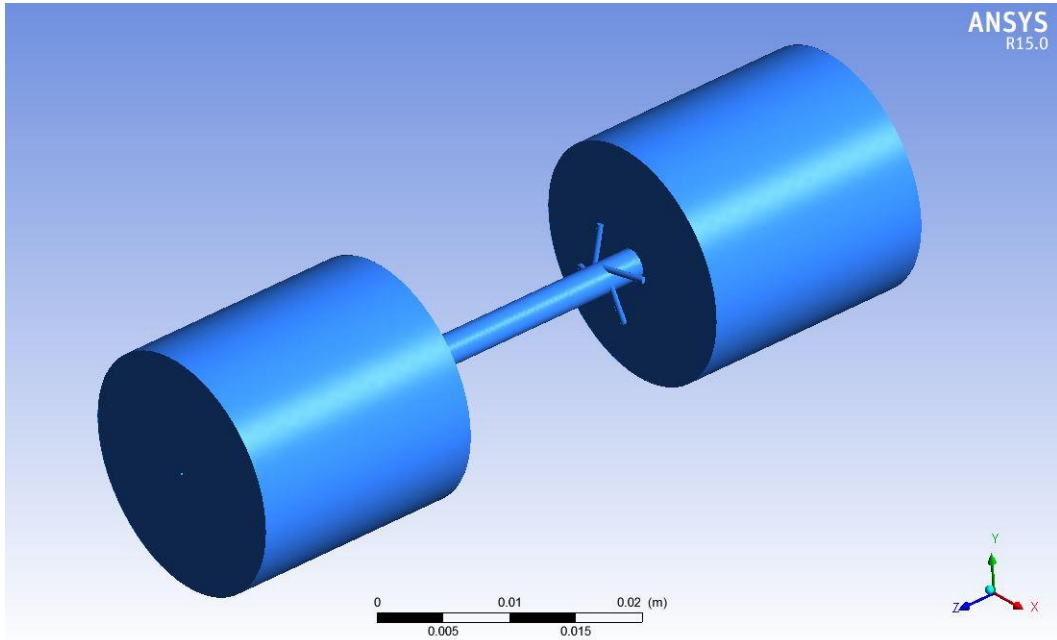
Kullanılacak düzenekte aşağıda görüldüğü gibi basınçlı hava girişlerinin yer aldığı silindirik bir düze, konstrüksiyonun asıl bileşenini oluşturmaktadır. Burada kullanılan konstrüksiyonların geometrik detayları daha önceki çalışmalarda oluşturulmuştur (Yılmaz, 2011; İpek, 2011; Gülsevinçler, 2013.).

Şekilde görülen küçük çaplı (0.5 mm.) deliklerden geçen basınçlı hava belirli bir açı altında (15°) düzenin ana gövdesine verilmektedir. Düze ana gövdesi için dış çap 2.5 mm. iç çap ise 0.2 mm. dir. Düze gövde uzunluğu 24 mm. dir.



Şekil 3.10. Düze geometrisi

Düze boyunca fiber etrafında dönerek ilerleyen hava düze çıkışından dışarıya atılmaktadır. Basınçlı hava, enjektörlerin püskürme açısına bağlı olarak düze girişinde vakum oluşturarak düze içerisine doğru ikinci bir hava akımının emilmesine sebep olabildiği gibi tam tersine düze girişinden dışarıya doğru yönelmiş ters akımlara da sebep olabilmektedir. Oluşan hava akımlarının incelenmesi için bu çalışmada iç çapı 0.2 mm., dış çapı 20 mm. ve uzunluğu 20 mm. olan 2 adet hava hacmi, düze giriş ve çıkışına yerleştirilmiştir.



Şekil 3.11. Kontrol hacimlerinin yerleştirildiği düze geometrisi

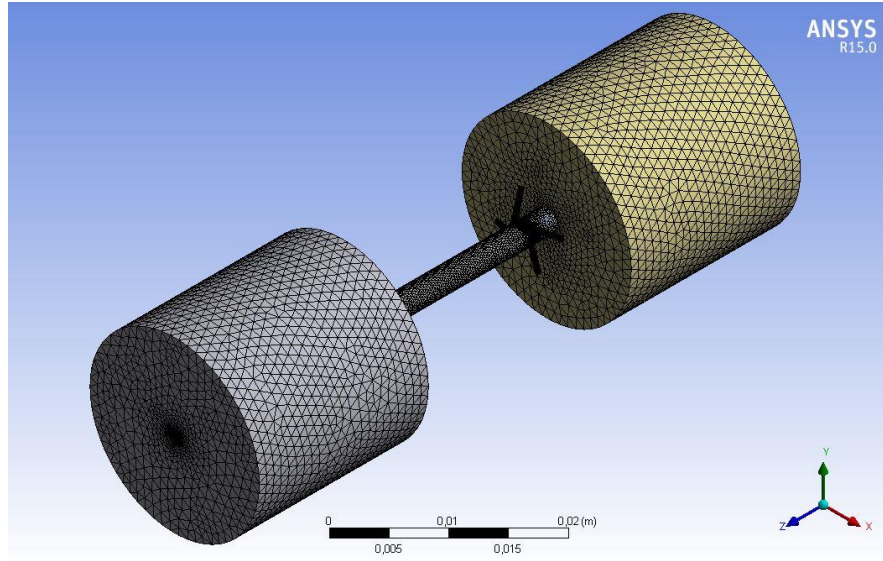


### 3.11.2 Analizi yapılacak parçaya mesh yapılması ve işlenmesi

Analizi yapılacak parçaya mesh işlemi yapılabilmesi için “ANSYS CFX” programı kullanılmıştır.

Mesh işlemine elle müdahale edilerek istenilen detayları arttırmak mümkündür. “CFX Mesh” de CFX programında kompakt bir şekilde çözüm yapılarak hızlı şekilde kullanılması ve birçok mesh metodu sunması ile çok çeşitli ve detaylı meshler atılabilmektedir.

Bu çalışmada parça tamamen tetrahedron meshler ile işlenmiştir. Mesh sayısının az olması durumunda analiz sonuçlarının gerçeğe yakın değer vermediği ve çok hassas düzeyde aşırı derece küçük mesh sayıları için analiz süresinin bir hayli arttığı bilindiği için bu çalışmada tetrahedron mesh eleman sayısı 2,695,616 ve mesh düğüm sayısı 482,102 olacak şekilde program tarafından otomatik olarak işlenmiştir.



Şekil 3.12. Tetrahedron mesh uygulanan parça

Gelişmiş boyut fonksiyonları, uygunluk merkezi, yumuşatma, geçiş, eğim dik açısı, boşlukların karşısındaki hücre sayısı, minimum ve maksimum hücre boyutları, maksimum yüz boyutu, büyüme oranı gibi çeşitli mesh kalitesini etkileyen faktörler aşağıdaki şekilde gösterildiği gibidir.

Sizing	
Use Advanced Size Function	On: Proximity and Curvature
Relevance Center	Fine
Initial Size Seed	Active Assembly
Smoothing	High
Transition	Slow
Span Angle Center	Fine
<input type="checkbox"/> Curvature Normal Angle	Default (18,0 °)
<input type="checkbox"/> Num Cells Across Gap	Default (3)
<input type="checkbox"/> Min Size	Default (1,0215e-005 m)
<input type="checkbox"/> Proximity Min Size	Default (1,0215e-005 m)
<input type="checkbox"/> Max Face Size	Default (1,0215e-003 m)
<input type="checkbox"/> Max Size	Default (2,043e-003 m)
<input type="checkbox"/> Growth Rate	Default (1,20 )
Minimum Edge Length	6,2832e-004 m

Şekil 3.13. Geometri üzerine uygulanan mesh özellikleri

### 3.11.3 Parçanın analize hazırlanması

Analiz programlarında parçaların analize hazırlanması kısmına genel olarak “Pre-Process” ismi verilmektedir. “Pre-Process” kısmında, analiz edilecek geometri ya da geometriler oluşturulur, varsa bu geometriler arasındaki ilişkiler atanır, geometri mesh yapma işlemi gerçekleştirilir, analiz edilecek malzeme ya da akışkan seçilir, sınır şartları girilir. Analizin istenen değerde çıkması için hassasiyeti ayarlanır. Var olan mesh uygulamasında analizin ilerleyen safhalarında mesh inceltmeye gidilip gidilmeyeceği belirlenir. Minimum ve maksimum iterasyon sayıları belirlenir. Gerekli diğer ayrıntılar girildikten sonra analiz çözüme hazır hale getirilir.

Analiz için gerekli sınır şartları olarak daha önce yapılmış olan çalışmada (Yılmaz, 2011) yer alan veriler kullanılmıştır.

Yapılan analizde materyal 25 °C deki hava seçilmiştir. Referans basıncı 101,325 Pa seçilmiştir. Akışkan sıcaklığı 25 °C olarak alınmış ve analiz için kullanılacak olan türbülans modeli SST (Shear Stress Transport) olarak belirlenmiştir.

Literatürde incelenen örneklere göre  $k-\varepsilon$  türbülans modeli yapısı gereği daha çok cidarlarda oluşan akışın doğruluğunu anlamakta daha çok tercih edilen bir yöntem olmasına rağmen iç kısımda oluşan akışın simülasyonunda pek sağlıklı sonuçlar vermemektedir.  $k-\omega$  türbülans modeli ise  $k-\varepsilon$ 'nin aksine iç kısımda oluşan akışın

simülasyonlarında doğru sonuç vermesine rağmen cidarlarda oluşan akışın simülasyonlarında pek başarılı değildir. SST türbülans modeli ise bu iki modelin yararlı yanlarını kullanarak bu iki türbülans modelini harmanlamış ve kayma gerilmesi taşıma modeli (SST) oluşturulmuştur (Gülsevinçler, 2013).

Harmanlama fonksiyonu, yöntemin başarısı açısından kritik bir önem taşımaktadır. Bu formülasyon yüzeye yakın mesafede ve akış değişkenlerine dayalı bir formülasyondur (ANSYS Inc., 1970).

$$F_1 = \tanh(\arg_1^4) \quad (1.188)$$

Ve (ANSYS Inc., 1970):

$$\arg_1^4 = \min\left(\max\left(\frac{\sqrt{k}}{\beta' \omega^* y^*}, \frac{500v}{y^{*2} \omega^*}\right), \frac{4\rho k}{CD_{k\omega} \sigma_{\omega^*2} y^{*2}}\right) \quad (1.189)$$

$y^*$  duvara en yakın olan uzaklık,  $k$  türbülans kinetik enerjisi,  $\omega^*$  türbülans frekansı ve  $v$  kinematik viskozite olduğunda (ANSYS Inc., 1970):

$$CD_{k\omega} = \max\left(2\rho \frac{1}{\sigma_{\omega^*2} \omega^*} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega^*}{\partial x_j}, 1.0 \times 10^{-10}\right) \quad (1.190)$$

$$F_2 = \tanh(\arg_2^2) \quad (1.191)$$

Ve (ANSYS Inc., 1970):

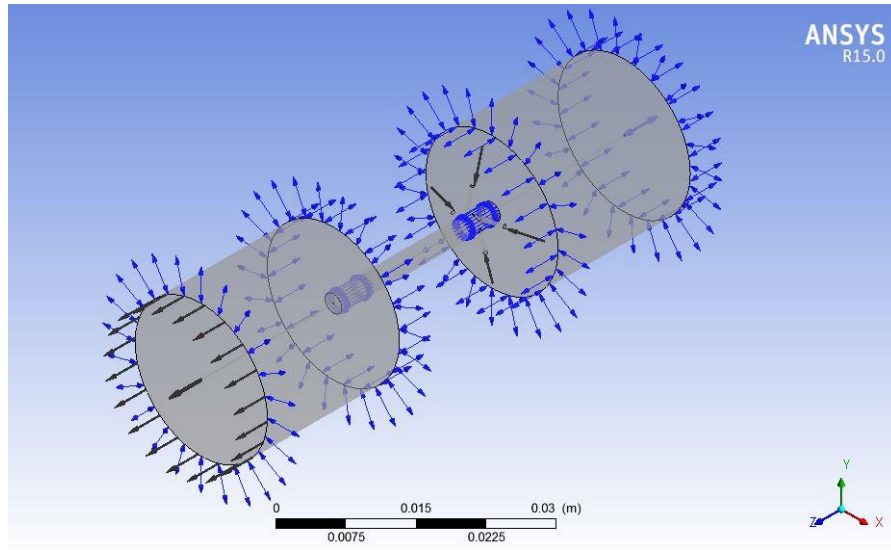
$$\arg_2^2 = \max\left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta' \omega^* y^*}, \frac{500v}{y^{*2} \omega^*}\right) \quad (1.192)$$

Katsayılar ise (ANSYS Inc., 1970):

$$\beta' = 0.09 \quad (1.193.a)$$

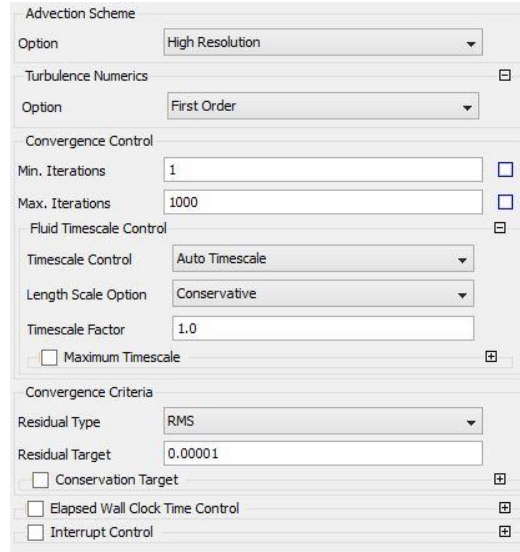
$$\sigma_{\omega^*2} = 1/0.856 \quad (1.193b)$$

Giriş basınçları 110,000 Pa'dan başlayıp 250,000 Pa'a kadar her 10,000 Pa artışı için incelenmiştir. Düze içerisinde bulunan fiber cidar olarak tanımlanmış ve eksenel yöndeki hızı 0.2 m/s olarak belirlenmiştir. Kontrol hacminin çıkıştaki en dış taraftaki yüzeyi "Outlet" olarak alınmıştır ve ortalama statik basınç değeri 0 Pa olarak belirlenmiştir. Diğer kontrol hacmi yüzeyleri ise "Opening" olarak belirtilmiş ve ilgili basınç 0 Pa olarak alınmıştır. Kontrol hacimlerinin dış yüzeylerinin 0 Pa olarak alınmasının sebebi düze geometrisi girişi ve çıkışındaki havanın gerçek ortamda incelenmesinin istenildiği içindir. Çünkü normal şartlarda düze geometrisinin giriş ve çıkışında herhangi bir kontrol hacmi bulunmamaktadır. Dolayısıyla yapılan çalışmada kullanılan kontrol hacimleri aslında 20 mm. çapında ve 20 mm. genişliğindeki düze giriş ve çıkışındaki ortam şartlarında hava akışının nasıl olduğunu gözlemleyebilmek adına kullanılmıştır. Aşağıdaki şekilde geometri üzerindeki sınır ve açıklık şartları görülmektedir.



Şekil 3.14. Analizi yapılacak parçanın sınır ve açıklık şartları

Çözüm işlemi için gerekli değerler aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi ayarlanmıştır.



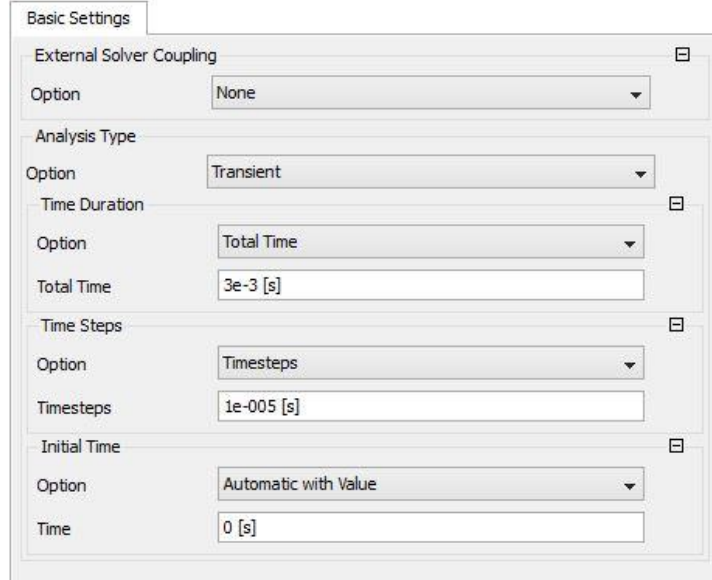
The image shows a software interface with several sections for configuring numerical solution parameters:

- Advection Scheme:** Option is set to "High Resolution".
- Turbulence Numerics:** Option is set to "First Order".
- Convergence Control:** Min. Iterations is 1, Max. Iterations is 1000.
- Fluid Timescale Control:** Timescale Control is "Auto Timescale", Length Scale Option is "Conservative", Timescale Factor is 1.0. There is an unchecked checkbox for "Maximum Timescale".
- Convergence Criteria:** Residual Type is "RMS", Residual Target is 0.00001. There are unchecked checkboxes for "Conservation Target", "Elapsed Wall Clock Time Control", and "Interrupt Control".

Şekil 3.15. Çözüm işlemi için gerekli değerler

Analiz işlemi ilk olarak Steady-state (statik) çözüm olarak yapılmıştır. Statik çözüm için gerekli giriş şartları önceden belirlenmiştir. Statik çözüm sonrası ise Transient (dinamik) çözüm yapılmıştır. Dinamik çözüm için gerekli başlangıç koşulları statik çözüm sonuçlarından alınmıştır. Dinamik çözüm, zamana bağlı olduğu için hareket ve değişimlerin incelenmesi adına bu problem üzerinde daha uygundur. Çünkü incelenen geometri üzerindeki akış olayı çok kısa bir sürede olmaktadır ve bu kısa süre içerisindeki akış hareketlerinin incelenmesi önem arz etmektedir. Dinamik analiz ile belirlenen zaman aralıklarında akış içerisindeki değişimler rahatlıkla gözlenebilmektedir. İncelenen düze geometrisi içindeki akışın kararlı hale gelene kadar geçtiği süre  $3 \times 10^{-3}$  saniye olarak girilmiştir. Bu süre üzerinde akış hareketinin, vortekslerin, akış ayrılmalarının, vorteks yırtılmalarının ve vorteks bozulmalarının daha rahat ve kolay incelenebilmesi için  $1 \times 10^{-5}$  saniyelik 10 adım seçilmiştir. Belirlenen süre daha önce statik çözümden elde edilen hızlar doğrultusunda ve bilinen düze uzunluğundan elde edilmiştir.

Transient (zamana bağılı) analiz için ilk olarak analiz çeşidi değiştirilmelidir. Daha sonra analiz için gerekli olan toplam zaman, zaman adımları ve başlangıç değerleri seçilmelidir.



Basic Settings

External Solver Coupling

Option: None

Analysis Type

Option: Transient

Time Duration

Option: Total Time

Total Time: 3e-3 [s]

Time Steps

Option: Timesteps

Timesteps: 1e-005 [s]

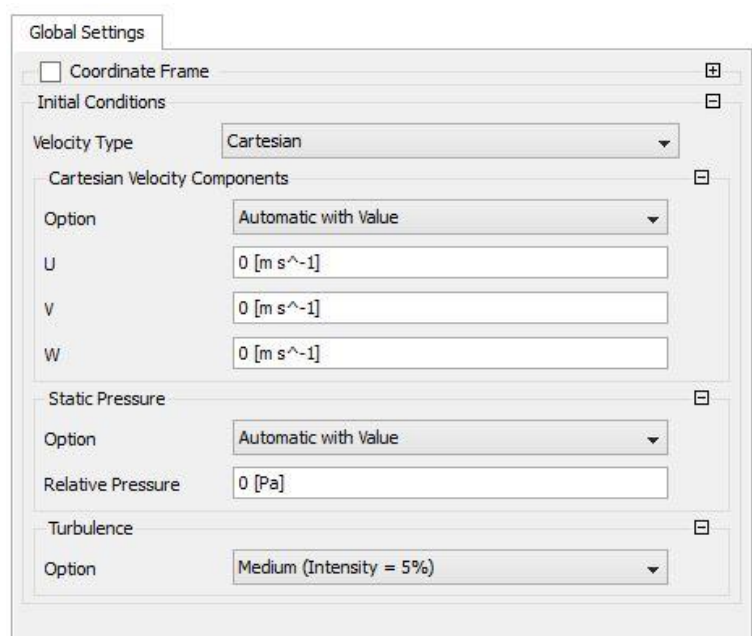
Initial Time

Option: Automatic with Value

Time: 0 [s]

Şekil 3.16. Transient analiz için toplam zaman ve zaman adımları değerleri

Toplam zaman ve zaman aralıklarının girilmesinden sonra “Global Initialisation” sekmesinden analiz için başlangıç şartları tanımlanmalıdır.



Global Settings

Coordinate Frame

Initial Conditions

Velocity Type: Cartesian

Cartesian Velocity Components

Option: Automatic with Value

U: 0 [m s<sup>-1</sup>]

V: 0 [m s<sup>-1</sup>]

W: 0 [m s<sup>-1</sup>]

Static Pressure

Option: Automatic with Value

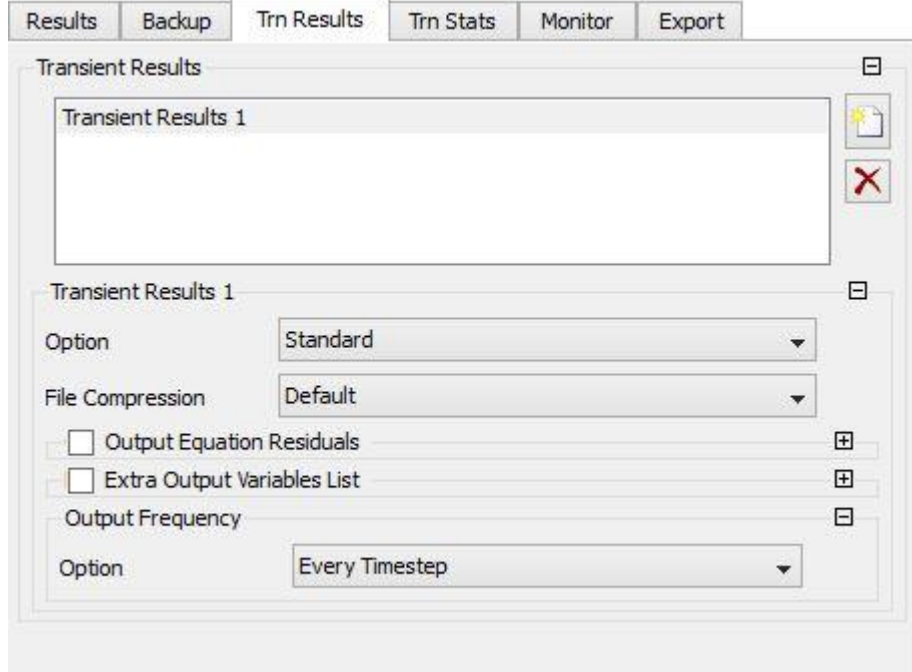
Relative Pressure: 0 [Pa]

Turbulence

Option: Medium (Intensity = 5%)

Şekil 3.17. Transient analiz için başlangıç şartlarının tanımlanması

Başlangıç değerlerinin tanımlanmasından sonra transient çözüm işlemi sonucunun görüntülenmesi adına “Output Control” sekmesindeki “Trn Results” başlığı altında yeni bir sonuç sayfası oluşturulmalıdır.



Şekil 3.18. Transient analiz sonuçları için sonuç sayfası oluşturulması

#### 4. ARAŞTIRMA BULGULARI

Seçilen problem analizi, hesaplamalı akışkanlar mekaniği yöntemi olan sonlu elemanlar metodu ile yapılmıştır. Farklı düze enjektör giriş basınçları altında yapılan incelemeler sonucu, düze içerisindeki akışta meydana gelen vorteks bozulmaları, vorteks yırtılmaları, akış ayrılmaları, aksel simetri durumu, aksel, teğetsel ve radyal durumdaki hız değişimleri, akış üzerindeki toplam basınç değişimleri, türbülanslı kinetik enerji değişimi, akış kütleli debisi, birinci ve ikinci harmanlama fonksiyonları, akım hatları, düze ve kontrol hacimlerindeki kütleli debiler şekillerle gösterilmiştir. Elde edilen sonuçlara göre, giriş basıncı arttıkça aksel yöndeki hız artmaktadır. Buna bağlı olarak aksel simetrik durumu yakalamak düşük giriş basınçlarına göre daha kolay gerçekleşmektedir.

Seçilen probleme uygulanan farklı basınçlar sonucunda 4 kritik nokta saptanmıştır. Bu kritik noktalar, 150,000 Pa, 180,000 Pa, 200,000 Pa ve 240,000 Pa olarak görülmüştür. Bu noktalarda akış hareketlerinin radikal değişiklikleri gözlemlenmektedir. Diğer ara basınç değerlerinde ise basınç büyüklüğü ve/veya küçüklüğü bu kritik değerlere göre çok fazla fark göstermemektedir. Seçilen kritik değerlerde göz önünde bulundurulacak noktalar:

- Aksel simetrik durumların en net olduğu durumlar,
- Akıştaki vortekslerin en kararlı olduğu durumlar,
- Vorteks bozulmalarının en açık görüldüğü durumlar,
- Akış ayrılmalarının en bariz görüldüğü durumlar,
- Vorteks yırtılmalarının en açık görüldüğü durumlar,

olarak sıralanabilir.

110,000 ve 120,000 Pa giriş basıncı değerlerinde enjektör tarafında bulunan kontrol hacminde vorteksler oluşumları gözlemlenmiştir. 130,000 Pa giriş basıncı değerinde yine bu hacimdeki vortekslerin şekillendiği gözlemlenmektedir. 140,000 Pa giriş değerinde ilk kez çıkış tarafındaki kontrol hacminde vorteks oluşumları gözlemlenmiştir.



150,000 Pa giriş basıncı değerinde üst akım noktasındaki kontrol hacminde ani vorteks oluşumları meydana gelmektedir. Yine aynı giriş basıncı değerinde, üst akımda 150,000 Pa giriş basınç değerinden küçük basınç değerlerinde görülmeyen ani bir vorteks oluşumu meydana gelmektedir. Bununla birlikte 150,000 Pa giriş basıncı değerinde, giriş tarafındaki kontrol hacminin alt bölgesinde vorteks kaybı meydana gelmektedir. Düze içerisindeki akışta vorteks yırtılmalarının ilk olarak görüldüğü değer 150,000 Pa'dır. Ayrıca uzak alt akımda ve çıkıştaki kontrol hacminde yine 150,000 Pa giriş basıncı değerinden küçük basınç değerlerinde görülmeyen bir vorteks oluşması meydana gelmektedir.

160,000 Pa giriş basıncı değerinde enjektör girişi tarafındaki kontrol hacminde vorteksler yeniden şekillenmeye başlamıştır. 170,000 Pa giriş basıncı değerinde ise yeni şekillenen vorteksler görülmeye başlanmıştır. Bununla birlikte çıkış tarafındaki kontrol hacminde yeni bir vorteks şekillenmektedir.

180,000 Pa giriş basıncı değerinde uzak alt akımdaki çıkış bölgesinde daha önce 150,000 Pa giriş basıncında meydana gelen vorteks tam olarak şekillenmiş ve buna bağlı olarak bir akım ayrılması meydana gelmiştir. Yine uzak alt akımda çıkış bölgesinde yeni bir vorteks oluşumu görülmüştür. İlk kez 180,000 Pa değerinde enjektör girişi üst akım bölgesinde vorteks oluşumu gözlemlenmiştir.

190,000 Pa giriş basıncı değerinde 180,000 Pa giriş değerinde oluşmuş vorteksler şekillenmeye başlamıştır.

200,000 Pa giriş basıncı değerinde tam aksenal simetri yakalanmıştır. Bununla birlikte vorteks yırtılmasından dolayı 2. aksenal simetrik durumun görüldüğü basınç değeri de 200,000 Pa'dır. Daha küçük basınç değerlerinde oluşan üst akım bölgesinde bulunan kontrol hacmindeki 3. ve 4. vortekslerde çok ciddi değişiklikler oluşmaktadır. Öyle ki, daha önce bu konumda var olan 3. vorteks kaybolmakta ve 4. vorteks ciddi ölçüde büyümektedir. Bu giriş basıncı değerinde alt akımda da radikal değişiklikler mevcuttur. Giriş tarafındaki kontrol hacminde görüldüğü gibi çıkış tarafındaki kontrol hacminde de yeni bir vorteks oluşması ve var olan bir vorteksin kaybolması gözlemlenmiştir.

210,000, 220,000 ve 230,000 Pa giriş basıncı değerlerinde aksel simetrik duruma yaklaşılmaya başlanmıştır. Enjektör çıkış tarafındaki alt ve üst bölgelerdeki vorteksler tekrar oluşmuştur.

240,000 Pa giriş basıncı değeri uygulanan farklı basınç değerleri arasındaki en uygunudur. Çünkü bu giriş basıncı değerinde, aksel simetrikler tam olarak yakalanmış, mevcut vorteksler oluşumunu korumuş, vorteks yırtılmaları kararlılığını akış boyunca korumuş ve akış ayrılmaları giriş ve çıkış tarafındaki kontrol hacimlerinde düzenli bir forma girmiştir.

Fiberin bulunmadığı durumlarda gözlenen akış hareketleri fiberin bulunduğu durumlardaki akış hareketlerine göre farklılık göstermektedir. Öyle ki, fiberin olmadığı durumlardaki akışta spiral vorteks bozulması görülmektedir. Spiral vorteks bozulmasının görüldüğü kritik değer 110. adım yani  $11e-04$ . saniyedir. Ayrıca şekil 4.63. ve 4.64. de görüldüğü üzere akım hatları farklılık göstermektedir. Bunun sebebi, yapılan son analizlerde akış içerisindeki fiberin 5 farklı bölgede incelenmesi, giriş ve çıkış tarafındaki kontrol hacimlerinde fibere 0.2 m/s aksel hız verilmesinden kaynaklanmaktadır. Yapılan önceki çalışmalarda ise fiberin giriş ve çıkış tarafında bulunan kontrol hacimlerinde herhangi bir fiber hızı bulunmamaktadır. Bu yüzden yine akım hatları farklılık göstermektedir.

Çizelge 4.1. tespit edilen kritik değerler için verilen sınır şartlarındaki kütleli debilerin değerini göstermektedir.

Çizelge 4.2. tespit edilen kritik değerler için verilen sınır şartlarındaki vortisit değeri göstermektedir.

Çizelge 4.3. tespit edilen kritik değerler için verilen sınır şartlarındaki swirl mukavemeti değeri göstermektedir.

Çizelge 4.4. 150,000 Pa giriş basıncı için verilen sınır şartlarındaki minimum ve maksimum toplam basınç, kütleli debi ve hız değerlerini göstermektedir.

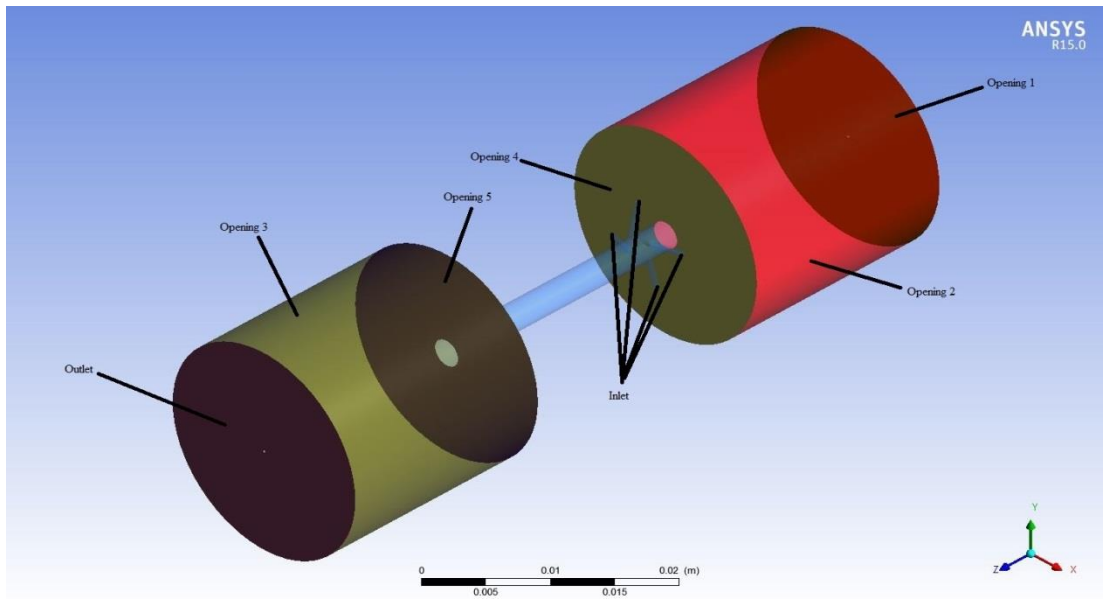
Çizelge 4.5. 180,000 Pa giriş basıncı için verilen sınır şartlarındaki minimum ve maksimum toplam basınç, kütleli debi ve hız değerlerini göstermektedir.

Çizelge 4.6. 200,000 Pa giriş basıncı için verilen sınır şartlarındaki minimum ve maksimum toplam basınç, kütleli debi ve hız değerlerini göstermektedir.

Çizelge 4.7. 240,000 Pa giriş basıncı için verilen sınır şartlarındaki minimum ve maksimum toplam basınç, kütleli debi ve hız değerlerini göstermektedir.

Çizelge üzerindeki sınırlar (Şekil 4.1.) şunları ifade etmektedir:

- Opening 1, giriş tarafındaki kontrol hacminin en dışta kalan dairesel kısmını.
- Opening 2, giriş tarafındaki kontrol hacminin yüzeysel dış kısmını.
- Opening 3, çıkış tarafındaki kontrol hacminin yüzeysel dış kısmını.
- Opening 4, giriş tarafındaki kontrol hacminin düze geometrisiyle birleştiği dairesel kısmı.
- Opening 5, çıkış tarafındaki kontrol hacminin düze geometrisiyle birleştiği dairesel kısmı.
- Outlet, çıkış tarafındaki kontrol hacminin en dışta kalan dairesel kısmını.
- Inlet, teğetsel enjektör girişlerini.



Şekil 4.1. Analizi yapılacak parçanın açıklık ve çıkış bölgeleri

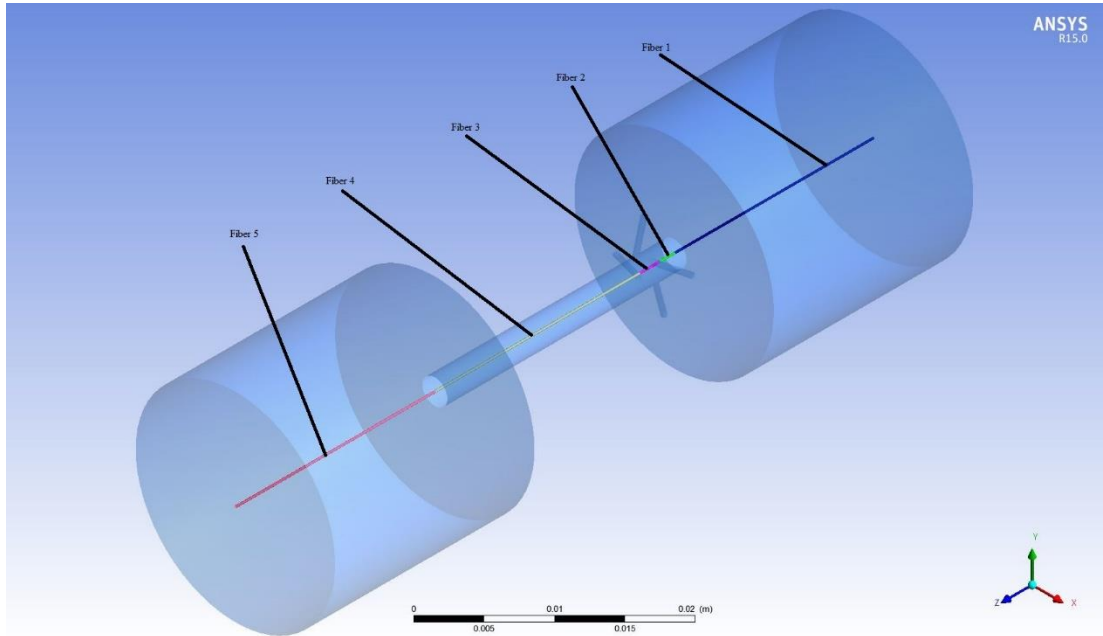
Çizelge 4.8. 240,000 Pa giriş basıncı için verilen sınır şartlarındaki momentum değerlerini fiberin olmadığı durum için göstermektedir.

Çizelge 4.9. 240,000 Pa giriş basıncı için verilen sınır şartlarındaki momentum değerlerini fiberin 5 parçaya bölündüğü durum için göstermektedir.

Çizelge 4.10. 240,000 Pa giriş basıncı için verilen sınır şartlarındaki kuvvet ve tork değerlerini fiberin 5 parçaya bölündüğü durum için göstermektedir.

Çizelge üzerindeki sınırlar (Şekil 4.2.) şunları ifade etmektedir:

- Fiber 1, giriş tarafındaki kontrol hacminin içerisinde bulunan fiberi,
- Fiber 2, enjektörlerden önceki fiberi,
- Fiber 3, enjektörlerin bulunduğu alandaki fiberi,
- Fiber 4, düze geometrisi çıkış tarafında bulunan fiberi,
- Fiber 5, çıkış tarafındaki kontrol hacminin içerisinde bulunan fiberi.



Şekil 4.2. Analizi yapılacak parçadaki fiber bölgeleri

Şekil 4.3., 4.4., 4.5. ve 4.6. kritik değerler için (150,000 Pa, 180,000 Pa, 200,000 Pa, 240,000 Pa) akım hatlarının analiz sonucu grafik çıktılarını göstermektedir. Hız profillerinin farklı olmasından dolayı swirl mukavemetinin de farklı olduğunu ve

bundan dolayı sarmal akışın giriş ve çıkış hacimlerinde farklı şekillerde olduğu görülmektedir.

Şekil 4.7., 4.8., 4.9., ve 4.10. YZ kesitindeki hız profillerinin analiz sonucu grafik çıktılarını düzlemsel olarak göstermektedir. Grafiklerden görüldüğü üzere giriş ve çıkışta bulunan kontrol hacimlerindeki eksenel simetri kritik değerlerde değişmekte ve çıkış hacmindeki akış yönleri değişmektedir.

Şekil 4.11., 4.12, 4.13. ve 4.14. YZ kesitindeki konturde hız profillerinin, şekil 4.15., 4.16., 4.17. ve 4.18. YZ kesitindeki konturde x-düzlemindeki hız profillerinin, şekil 4.19., 4.20., 4.21. ve 4.22. YZ kesitindeki konturde y-düzlemindeki hız profillerinin, şekil 4.23., 4.24., 4.25. ve 4.26. YZ kesitindeki konturde z-düzlemindeki hız profillerinin analiz sonucu grafik çıktıları gösterilmiştir. Grafikler incelendiğinde vorteks oluşumları, vorteks yırtılmaları ve akış ayrılmaları açıkça görülmektedir. Kontrol hacimlerindeki vorteks konumları da bu grafikler ile gösterilmiştir.

Şekil 4.27., 4.28., 4.29. ve 4.30. YZ kesitindeki konturde toplam basınç gradyanlarının analiz sonucu grafik çıktıları gösterilmiştir. Grafiklerden görüldüğü üzere yüksek basınçlarda vorteks büyüklükleri farklıdır ve düşük basınçlara göre daha fazla olduğu görülmektedir. Bunun sebebi giriş basıncı değerinin artmasıyla hız profillerinin değişmesidir.

Şekil 4.31., 4.32., 4.33. ve 4.34. YZ kesitindeki konturde akışın kütleli debisinin analiz sonucu grafik çıktıları gösterilmiştir. Grafikler incelendiğinde akışın kütleli debisinin artan basınç değerleriyle arttığı görülmüştür.

Şekil 4.35., 4.36., 4.37. ve 4.38. YZ kesitindeki konturde akışın türbülanslı kinetik enerji değişiminin analiz sonucu grafik çıktıları gösterilmiştir. Verilen grafiklerden görüldüğü üzere türbülanslı kinetik enerjinin en yüksek olduğu yerler giriş enjektörlerinin bulunduğu kısımlardır. Bunun sebebinin ise en yüksek hız ve basınç değerlerinin enjektörlerin olduğu bölgede bulunmasından dolayı olduğu grafiklerden görülmektedir.

Şekil 4.39., 4.40., 4.41. ve 4.42. YZ kesitindeki konturde birinci harmanlama fonksiyonunun analiz sonucu grafik çıktıları gösterilmiştir. Birinci harmanlama fonksiyonu potansiyel akış ile sınır tabaka akışları arasındaki geçişlerin uygun şekilde olması için yapılan bir harmanlama fonksiyonudur.

Şekil 4.43., 4.44., 4.45. ve 4.46. YZ kesitindeki konturde ikinci harmanlama fonksiyonunun analiz sonucu grafik çıktıları gösterilmiştir. İkinci harmanlama fonksiyonu hem ters basınç altındaki akışlara duyarlıdır hem de akış ayrılmalarının bulunduğu bölgelerde sonucun doğruluğunu arttırmaktadır.

Şekil 4.47., 4.48., 4.49., 4.50., 4.51., 4.52., 4.53., 4.54., 4.55. ve 4.56. YZ kesitindeki konturde 240,000 Pa giriş basıncı değeri için yapılmış hız profilindeki transient analizin sonuçlarını 10 adımda  $1e-05$ . saniyeden başlayarak  $1e-04$ . saniyeye kadar göstermektedir. Yapılan dinamik analiz ile sonuçlar önceden belirlenmiş zaman adımlarında incelenebilmekte ve bu sayede akış hareketleri en iyi derecede tahmin edilebilmektedir.

Şekil 4.57., 4.58., 4.59., 4.60. ve 4.61. YZ kesitindeki konturde 240,000 Pa giriş basıncı değeri için yapılmış hız profilindeki transient analiz sonuçlarının sırasıyla 20., 30., 40., 50. ve 100. adımlarını göstermektedir. Bu adımlar sırasıyla,  $2e-04$ .,  $3e-04$ .,  $4e-04$ .,  $5e-04$ . ve  $1e-02$ . saniyelerdeki akış formunu göstermektedir.

Harmanlama fonksiyonlarına görülen kırmızı bölgeler ters basınç altında ayrılan akışların harmanlandığını göstermektedir. SST modelinin en büyük avantajlarından birisi analiz yapılan problemde doğruluk payının artırılmasına imkan tanıyan harmanlama fonksiyonlarının incelenebilmesidir.

Şekil 4.62. ve 4.63. YZ kesitindeki analiz sonucu grafik çıktılarını düzlemsel olarak göstermektedir. 240,000 Pa giriş basıncı değeri için yapılmış transient analiz sonuçları sırasıyla fiberin 5 parçaya bölüdüğü durumu ve fiberin olmadığı durumu göstermektedir. Verilen grafiklerden görüldüğü üzere, fiberin 5 parçaya bölüdüğü durumda akışta aksel vorteks bozulması görülürken, fiberin bulunmadığı durumda spiral vorteks bozulması görülmektedir.

Şekil 4.64. ve 4.65. 240,000 Pa giriş basıncı değeri için sırasıyla fiberin 5 parçaya bölüdüğü durumun ve fiberin olmadığı durumun akım hatlarının analiz sonucu grafik çıktılarını göstermektedir. Analiz sonuçlarına göre fiberin olmadığı durumdaki aksel hız fiberin 5 parçaya bölüdüğü durumdaki aksel hızdan daha fazladır.

Şekil 4.66., 4.67., 4.68. ve 4.69. YZ kesitindeki konturde 240,000 Pa giriş basıncı değeri için yapılmış hız profilindeki transient analiz sonuçlarının sırasıyla 10., 20., 100., ve 200. adımlarını göstermektedir. Bu adımlar sırasıyla, 1e-04., 2e-04., 1e-02. ve 2e-02. saniyelerdeki akış formunu fiberin 5 parçaya bölüdüğü durumda göstermektedir.

Şekil 4.70., 4.71., 4.72., 4.73., 4.74., 4.75., 4.76. ve 4.77. YZ kesitindeki konturda 240,000 Pa giriş basıncı değeri için yapılmış hız profilindeki transient analiz sonuçlarının sırasıyla 10., 20., 100., 110., 115., 120., 150. ve 200. adımlarını göstermektedir. Bu adımlar sırasıyla, 1e-04., 2e-04., 1e-02., 11e-04., 11.5e-04., 12e-04., 2e-03. ve 2e-02. saniyelerdeki akış formunu fiberin olmadığı durum için göstermektedir.

Çizelge 4.1. Kritik basınçlar için kütleli debi değerleri

Basınç değeri	Kütleli debi değeri (kg/s)						
	Opening 1	Opening 2	Opening 3	Opening 4	Opening 5	Inlet	Outlet
150,000 Pa	-0.0018	0.0008	0.0010	0.0009	0.0006	0.0003	-0.0020
180,000 Pa	-0.0020	0.0009	0.0011	0.0010	0.0006	0.0003	-0.0022
200,000 Pa	-0.0021	0.0010	0.0012	0.0011	0.0007	0.0003	-0.0024
240,000 Pa	-0.0023	0.0011	0.0013	0.0012	0.0007	0.0004	-0.0026

Çizelge 4.2. Kritik basınçlar için vortisite değerleri

Basınç değeri	Vortisite (2rad/s)
150,000 Pa	220585
180,000 Pa	244609
200,000 Pa	259294
240,000 Pa	285955

Çizelge 4.3. Kritik basınç için swirl mukavemeti değerleri

Basınç değeri	Swirl mukavemeti
150,000 Pa	24389.4
180,000 Pa	25936.5
200,000 Pa	26627.7
240,000 Pa	28026.3



Çizelge 4.4. 150,000 Pa giriş basıncı için toplam basınç, kütleli debi ve hız değerleri

Sınır tabakası	Toplam basınç değeri (Pa)		Kütleli debi değeri (kg/s)		Hız değeri (m/s)	
	Minimum	Maksimum	Minimum	Maksimum	Minimum	Maksimum
Opening 1	-0.016697	107.575	-1.22e-05	-6.83e-10	0.17096	134.951
Opening 2	-102.671	0.961091	-6.86e-08	1.74e-06	0.0851164	141.057
Opening 3	-0.49171	169.225	-1.74e-06	2.05e-06	0.0111441	506.441
Opening 4	-146.017	29902	3.55e-08	8.27e-06	0.0122052	232.816
Opening 5	-934.769	7657.94	1.52e-08	3.69e-06	0.111441	115.152
Outlet	-0.49171	179.937	-2.29e-05	0	0.172754	180.952
Inlet	148012	150055	5.59e-07	4.49e-06	363.847	368.868

Çizelge 4.5. 180,000 Pa giriş basıncı için toplam basınç, kütleli debi ve hız değerleri

Sınır tabakası	Toplam basınç değeri (Pa)		Kütleli debi değeri (kg/s)		Hız değeri (m/s)	
	Minimum	Maksimum	Minimum	Maksimum	Minimum	Maksimum
Opening 1	0.0374373	127.921	-1.31e-05	-8.23e-10	0.186666	14.72
Opening 2	-124.704	12.372	-7.61e-08	1.80e-06	0.115369	154.355
Opening 3	-0.58795	20.098	-1.89e-06	2.18e-06	0.11901	557.266
Opening 4	-244.317	37930	-1.61e-08	6.29e-06	0.195533	256.084
Opening 5	-127.362	9688.95	1.93e-08	4.08e-06	0.11901	129.299
Outlet	-0.58795	217.677	-2.47e-05	0	0.226983	197.892
Inlet	177660	180027	6.02e-07	5.19e-06	398.88	404.615

Çizelge 4.6. 200,000 Pa giriş basıncı için toplam basınç, kütleli debi ve hız değerleri

Sınır tabakası	Toplam basınç değeri (Pa)		Kütleli debi değeri (kg/s)		Hız değeri (m/s)	
	Minimum	Maksimum	Minimum	Maksimum	Minimum	Maksimum
Opening 1	0.0762048	145.171	-1.41e-05	-1.00e-09	0.201934	156.661
Opening 2	-135.053	11.675	-8.12e-08	2.06e-06	0.105551	164.255
Opening 3	-0.641583	230.759	-2.14e-06	2.39e-06	0.135216	589.569
Opening 4	-171.21	40713.1	4.89e-08	1.02e-05	0.147793	267.043
Opening 5	-128.243	10461.6	1.89e-08	4.33e-06	0.135216	134.552
Outlet	-0.641583	243.97	-2.66e-05	0	0.2550408	21.112
Inlet	197445	200049	6.35e-07	5.19e-06	420.832	426.681

Çizelge 4.7. 240,000 Pa giriş basıncı için toplam basınç, kütleli debi ve hız değerleri

Sınır tabakası	Toplam basınç değeri (Pa)		Kütleli debi değeri (kg/s)		Hız değeri (m/s)	
	Minimum	Maksimum	Minimum	Maksimum	Minimum	Maksimum
Opening 1	0.056834	176.301	-1.54e-05	-1.18e-09	0.216452	172.693
Opening 2	-142.479	167.424	-9.04e-08	2.22e-06	0.112559	181.976
Opening 3	-0.779188	278.827	-2.24e-06	2.61e-06	0.148015	652.377
Opening 4	-284.996	51929.8	2.31e-08	9.44e-06	0.184943	301.92
Opening 5	-164.64	12806.9	2.00e-08	4.74e-06	0.148015	148.915
Outlet	-0.779188	283.191	-2.88e-05	0	0.333	227.068
Inlet	236979	240068	6.97e-07	5.69e-06	461.908	467.786

Çizelge 4.8. 240,000 Pa giriş basıncı değeri için fiberin bulunmadığı durumdaki momentum değerleri

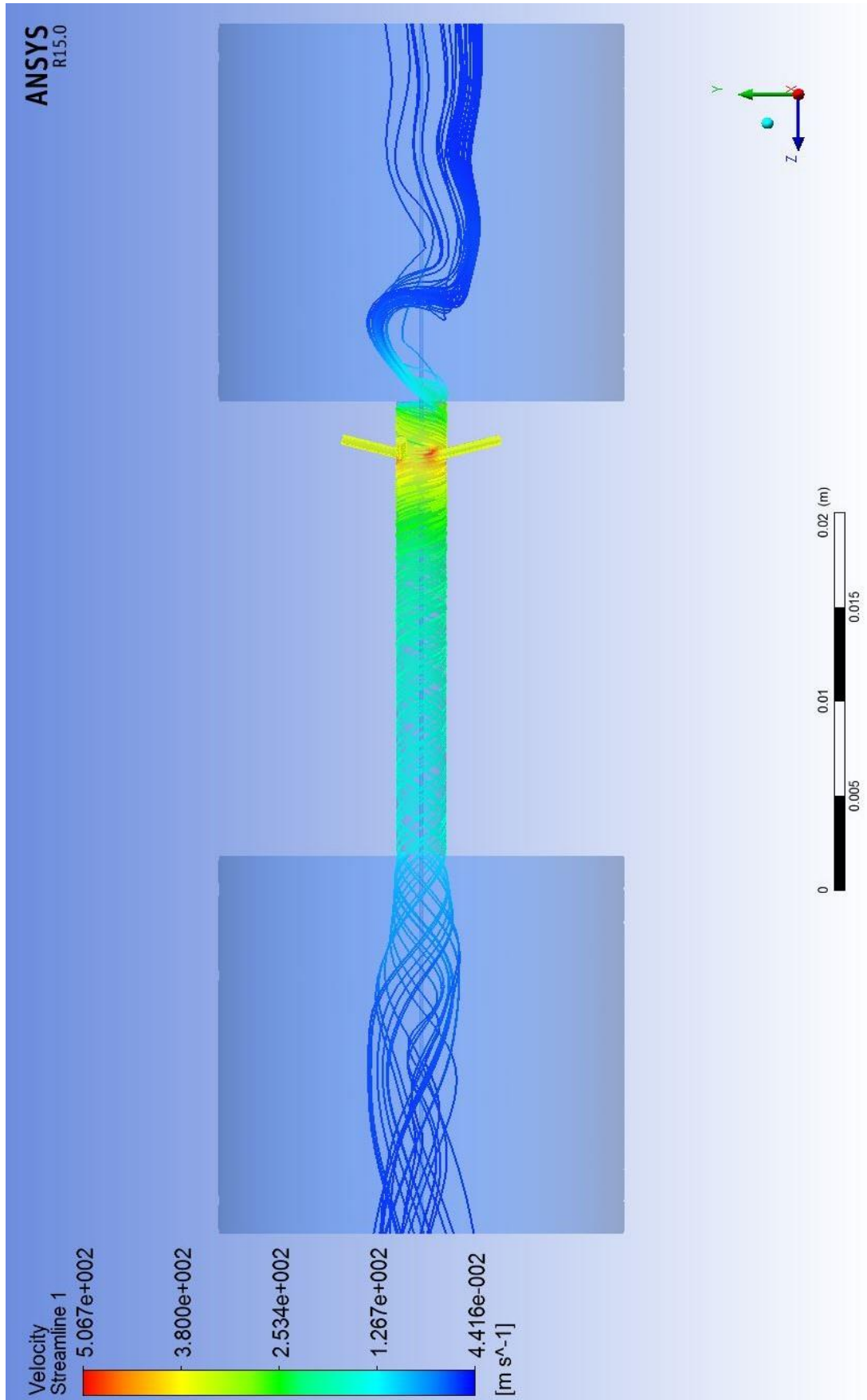
Yön	Momentum değeri (kg.m/s)						
	Opening 1	Opening 2	Opening 3	Opening 4	Opening 5	Inlet	Outlet
X	2.84e-06	3.28e-05	-1.76e-04	3.49e-05	2.20e-05	3.04e-05	-4.98e-05
Y	-3.26e-06	-1.04e-04	2.14e-04	-6.12e-05	-4.65e-06	-9.37e-05	-9.03e-06
Z	1.51e-03	9.72e-03	-4.99e-03	-1.13e-02	2.50e-03	7.61e-02	-4.37e-03

Çizelge 4.9. 240,000 Pa giriş basıncı değeri için fiberin 5 parçaya bölündüğü durumdaki momentum değerleri

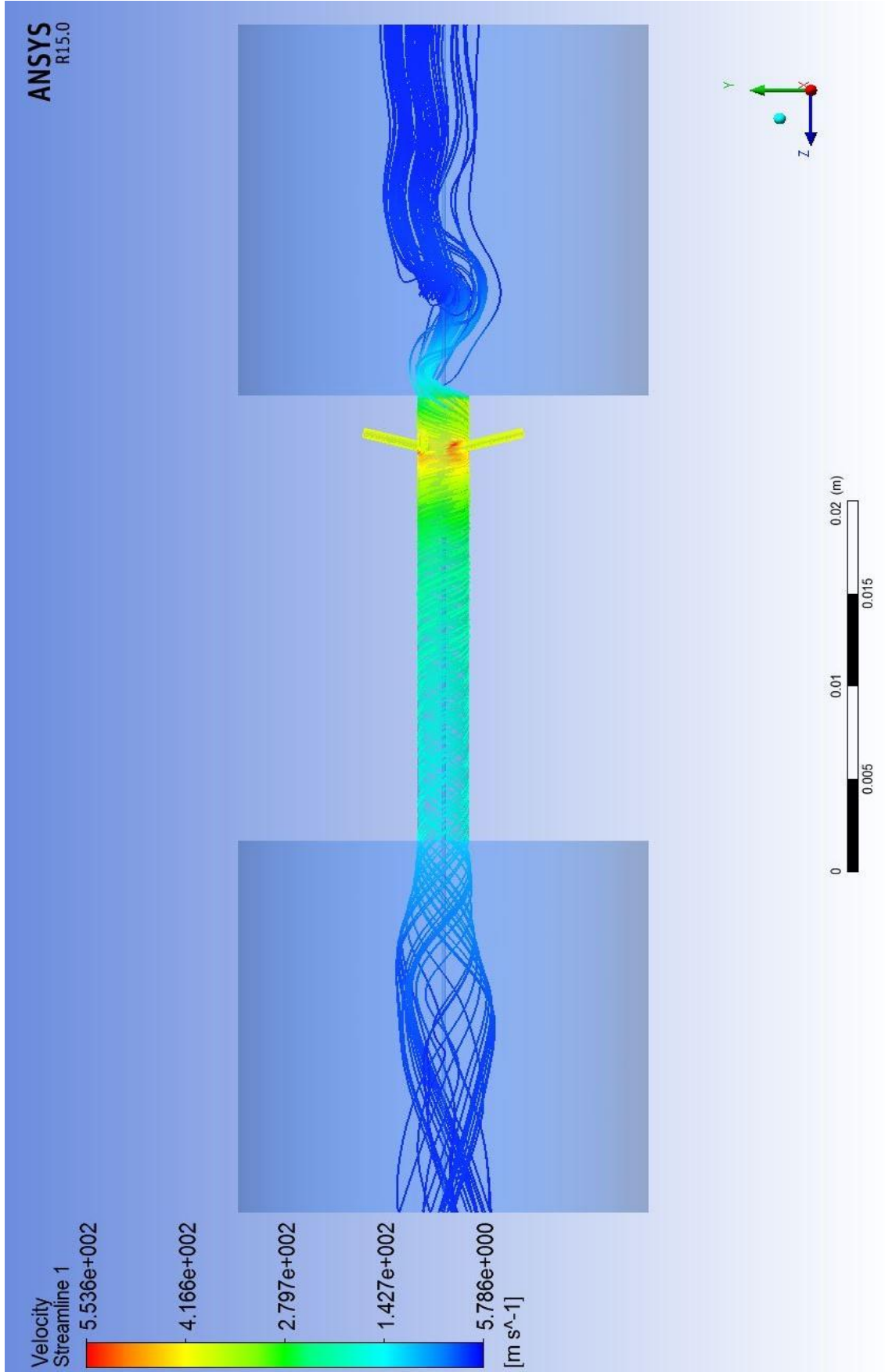
Sınır tabakası	Momentum değeri (kg.m/s)		
	X	Y	Z
Opening 1	4.75e-05	7.13e-06	1.68e-02
Opening 2	-2.72e-04	2.34e-05	4.84e-03
Opening 3	-2.46e-06	-5.89e-06	-2.85e-05
Opening 4	1.78e-04	-3.93e-05	-1.27e-02
Opening 5	-2.22e-05	-2.10e-05	4.47e-03
Outlet	-5.34e-06	-2.37e-07	-2.76e-02
Inlet	2.36e-04	2.83e-04	7.46e-02
Fiber 1	8.50e-05	1.37e-05	-5.75e-04
Fiber 2	-5.21e-06	-6.24e-05	-2.04e-04
Fiber 3	-4.73e-06	-4.83e-06	-2.32e-04
Fiber 4	-1.72e-04	-2.44e-04	-1.70e-05
Fiber 5	6.79e-06	-3.77e-06	1.99e-04

Çizelge 4.10. 240,000 Pa giriş basıncı değeri için fiberin 5 parçaya bölündüğü durumdaki kuvvet ve tork değerleri

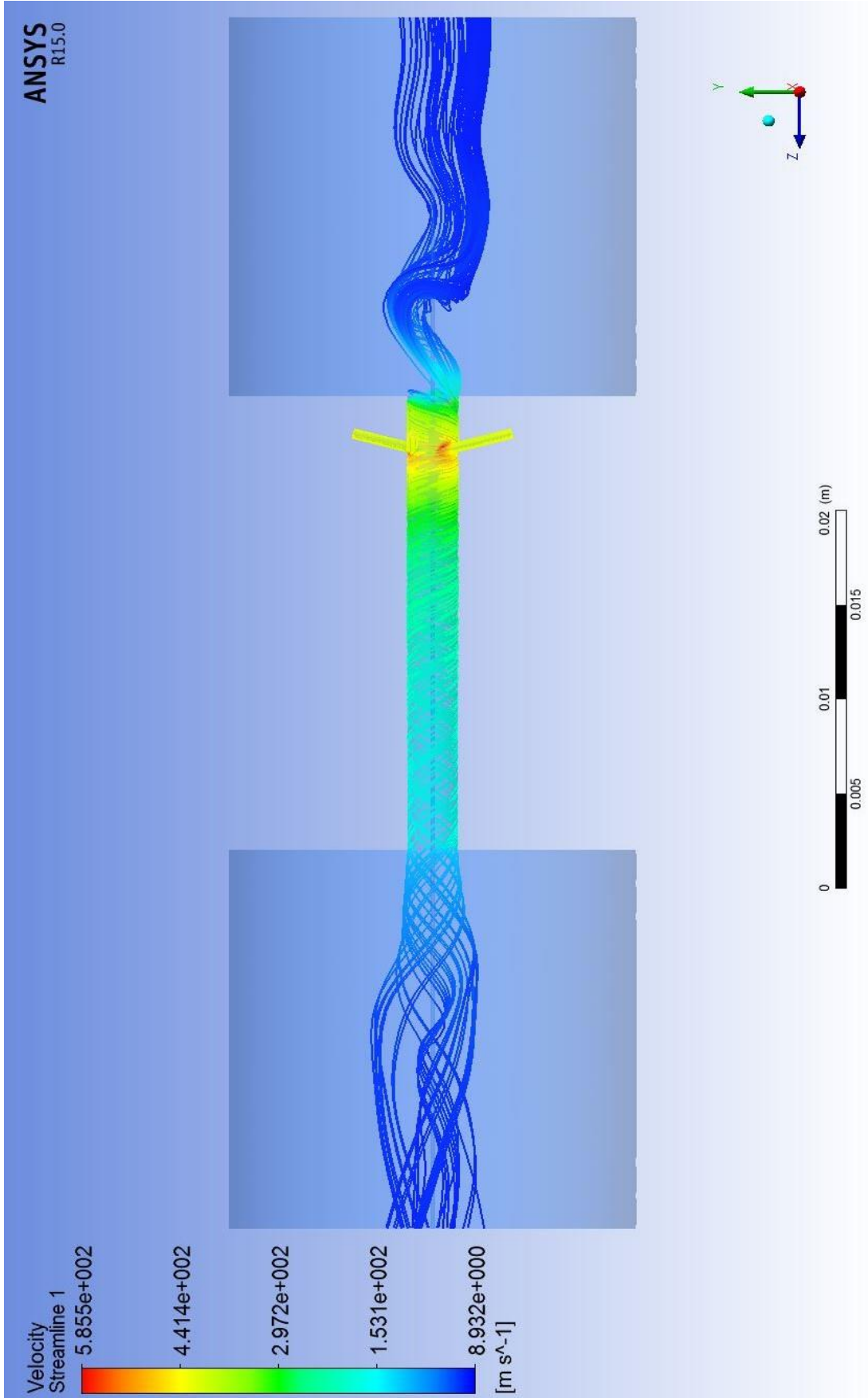
Sınır tabakası	Toplam Kuvvet (kg.m/s <sup>2</sup> )			Toplam Tork (kg.m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )		
	X	Y	Z	X	Y	Z
Fiber 1	-8.50e-05	-1.37e-05	5.75e-04	-2.08e-07	2.96e-07	3.19e-09
Fiber 2	5.21e-06	6.24e-05	2.04e-04	-5.13e-08	7.38e-10	1.61e-09
Fiber 3	4.73e-06	4.84e-06	2.32e-04	6.76e-10	9.62e-09	2.41e-09
Fiber 4	1.72e-04	2.44e-04	1.70e-05	-3.14e-06	2.14e-06	2.91e-08
Fiber 5	-6.79e-06	3.77e-06	-1.99e-04	-1.23e-07	-2.19e-07	3.20e-09



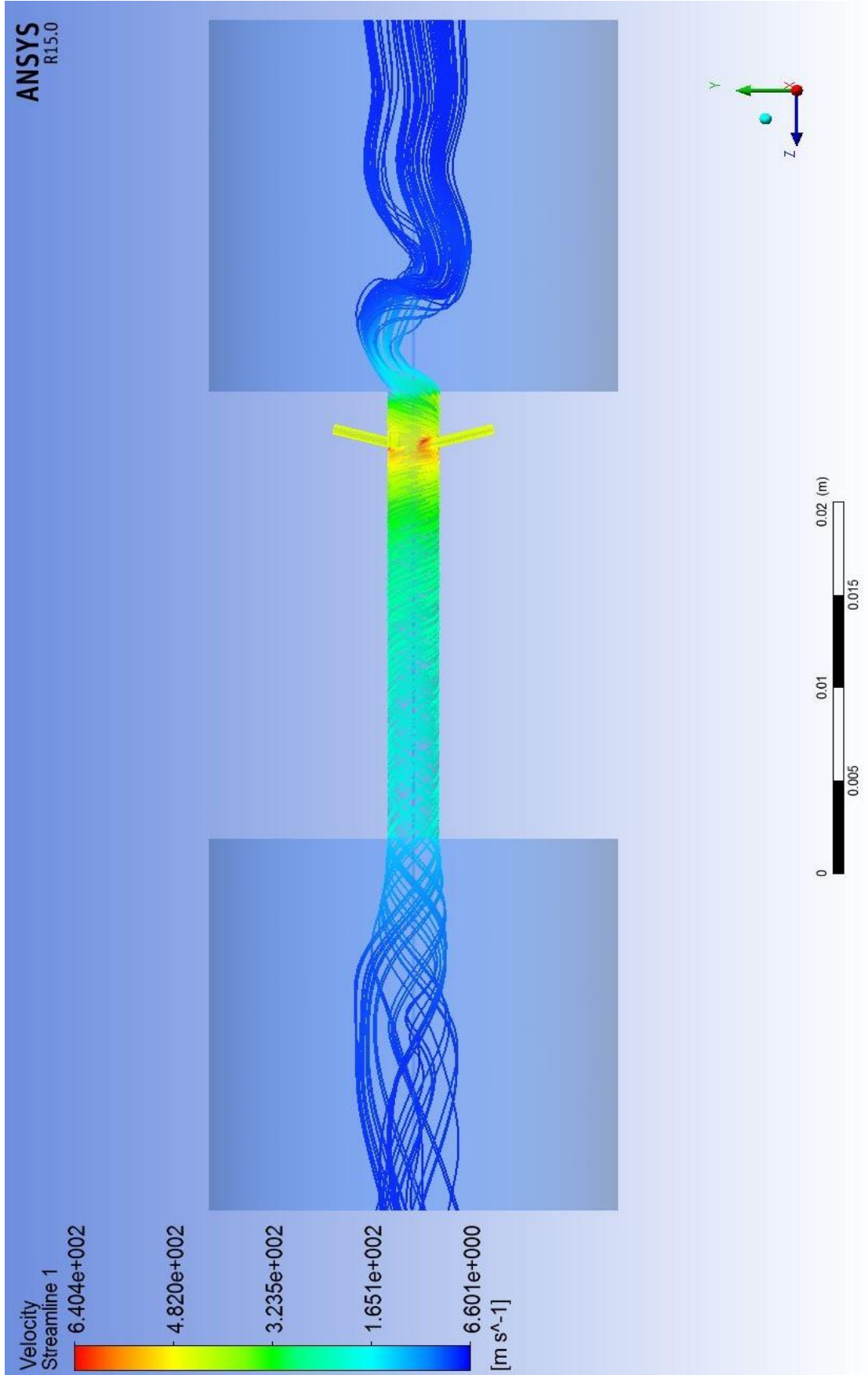
Şekil 4.3. 150,000 Pa giriş basıncı için akım hatları



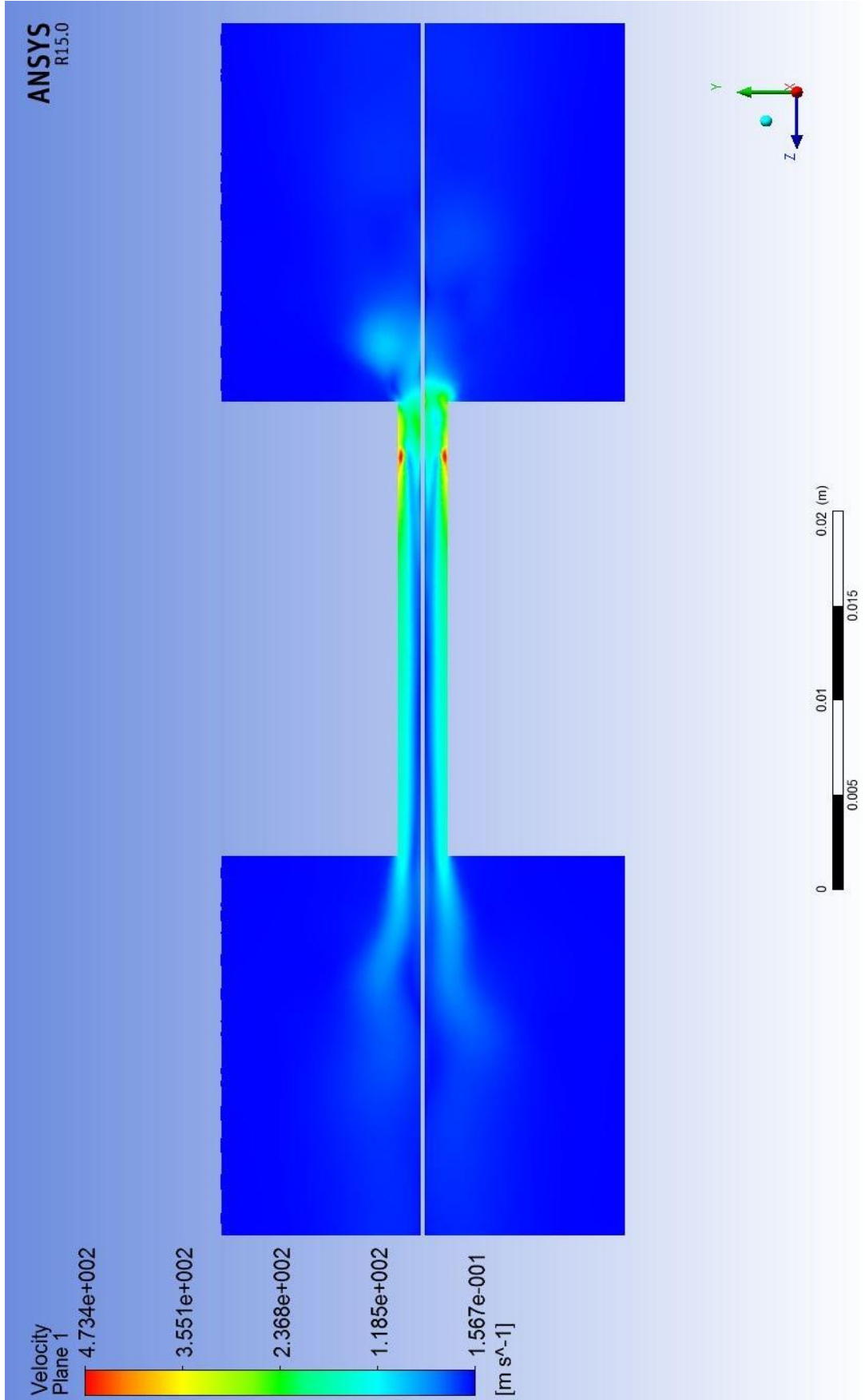
Şekil 4.4. 180,000 Pa giriş basıncı için akım hatları



Şekil 4.5. 200,000 Pa giriş basıncı için akım hatları

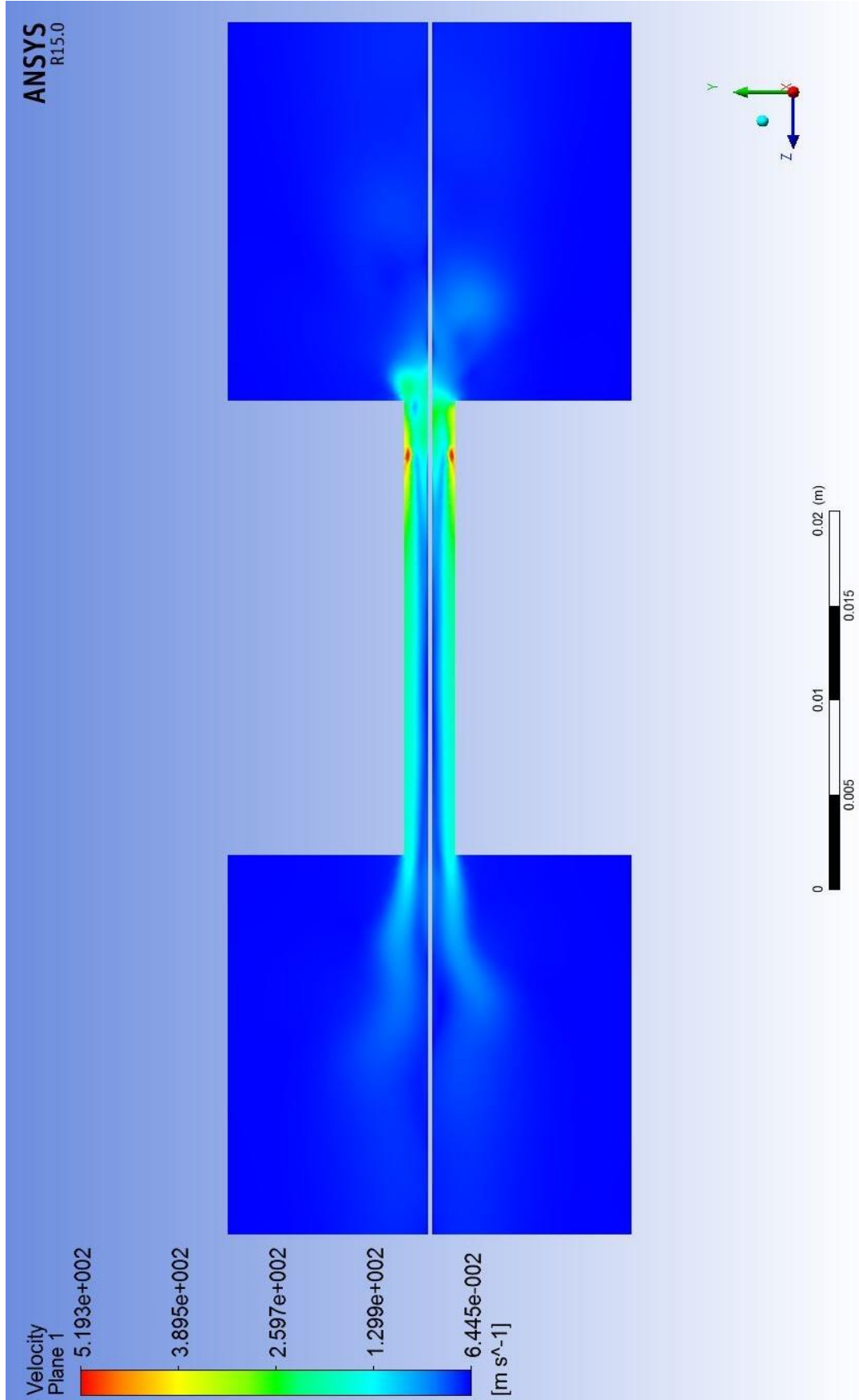


Şekil 4.6. 240,000 Pa giriş basıncı için akım hatları

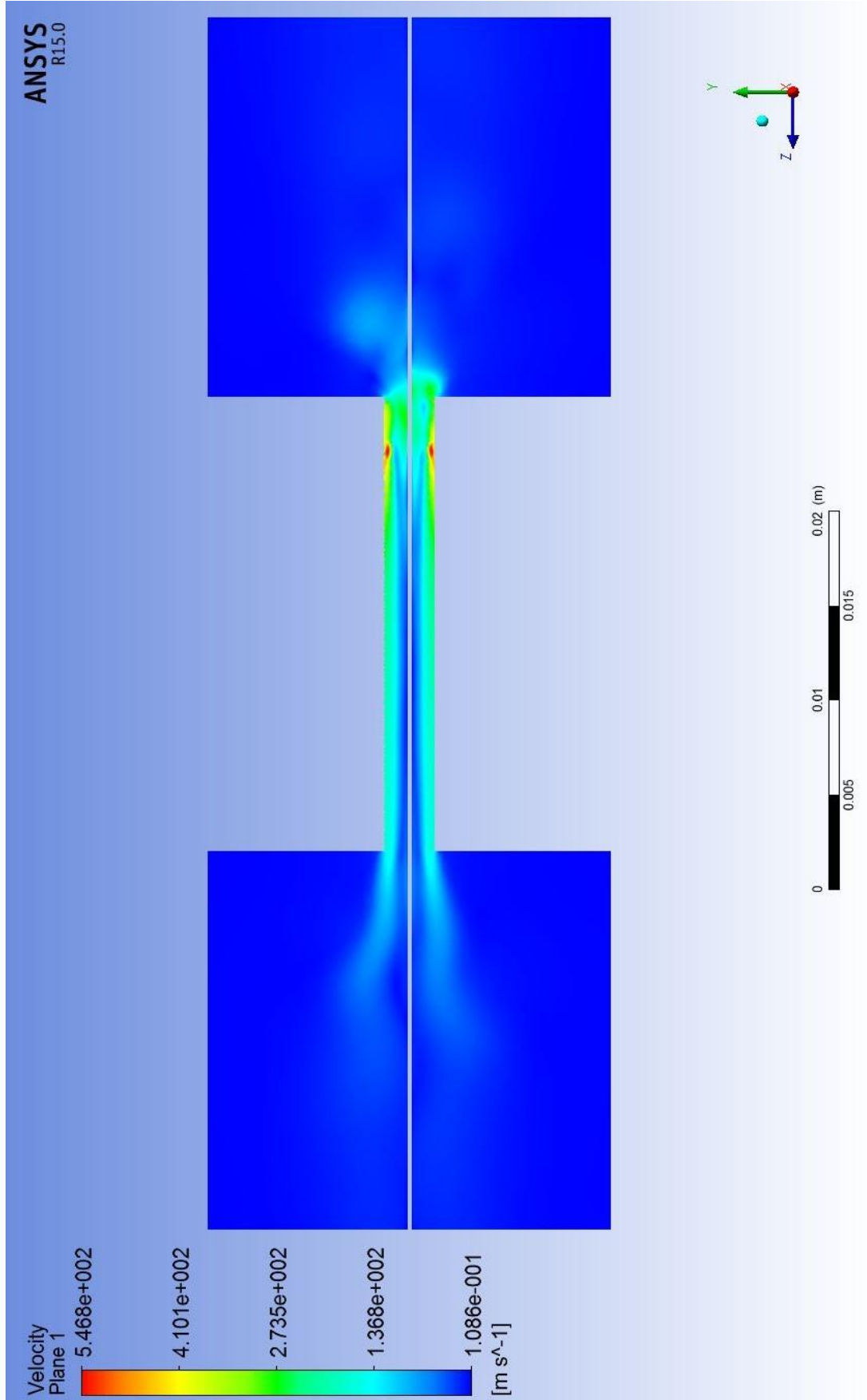


Şekil 4.7. 150,000 Pa giriş basıncı için YZ kesiti hız profili

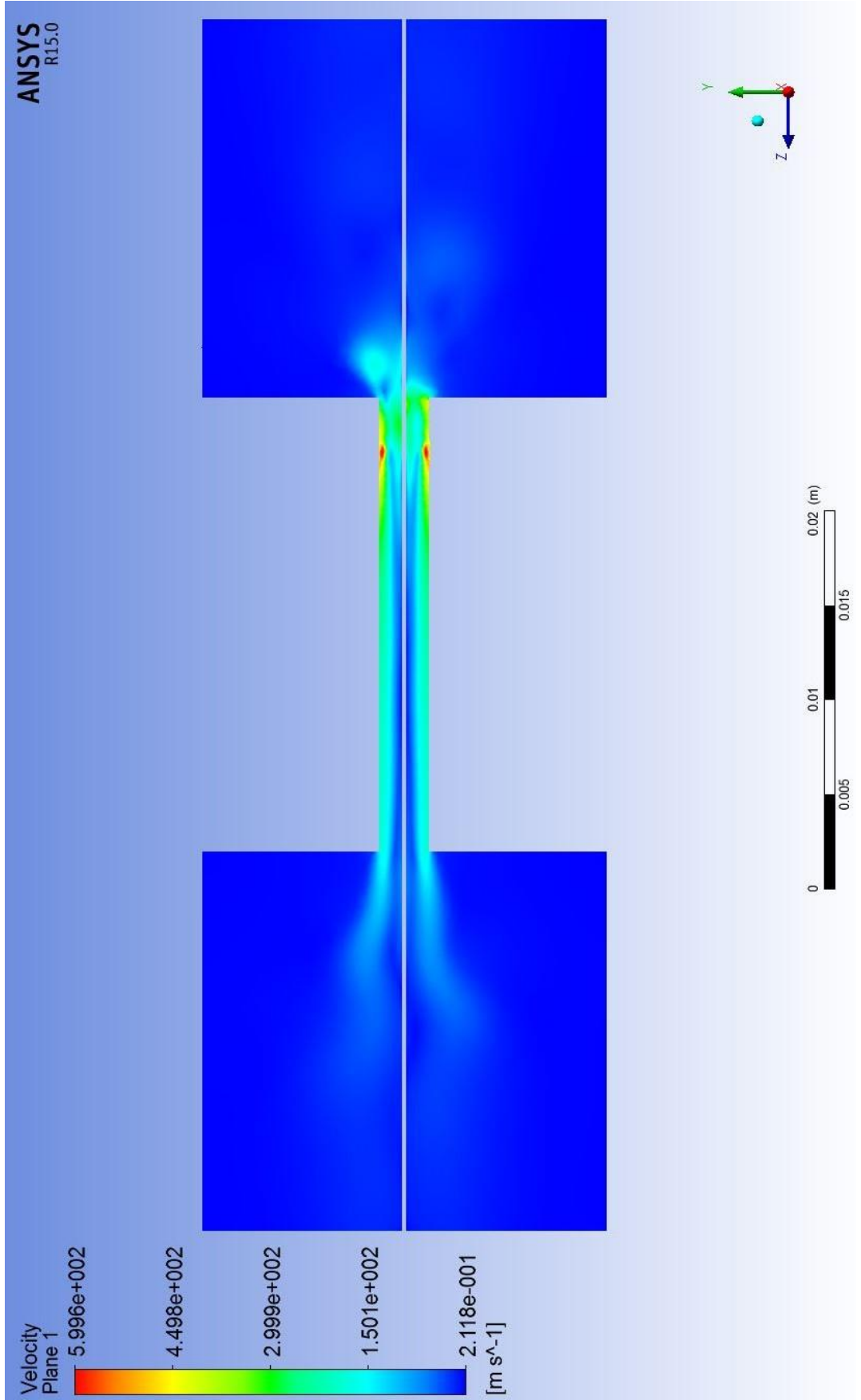




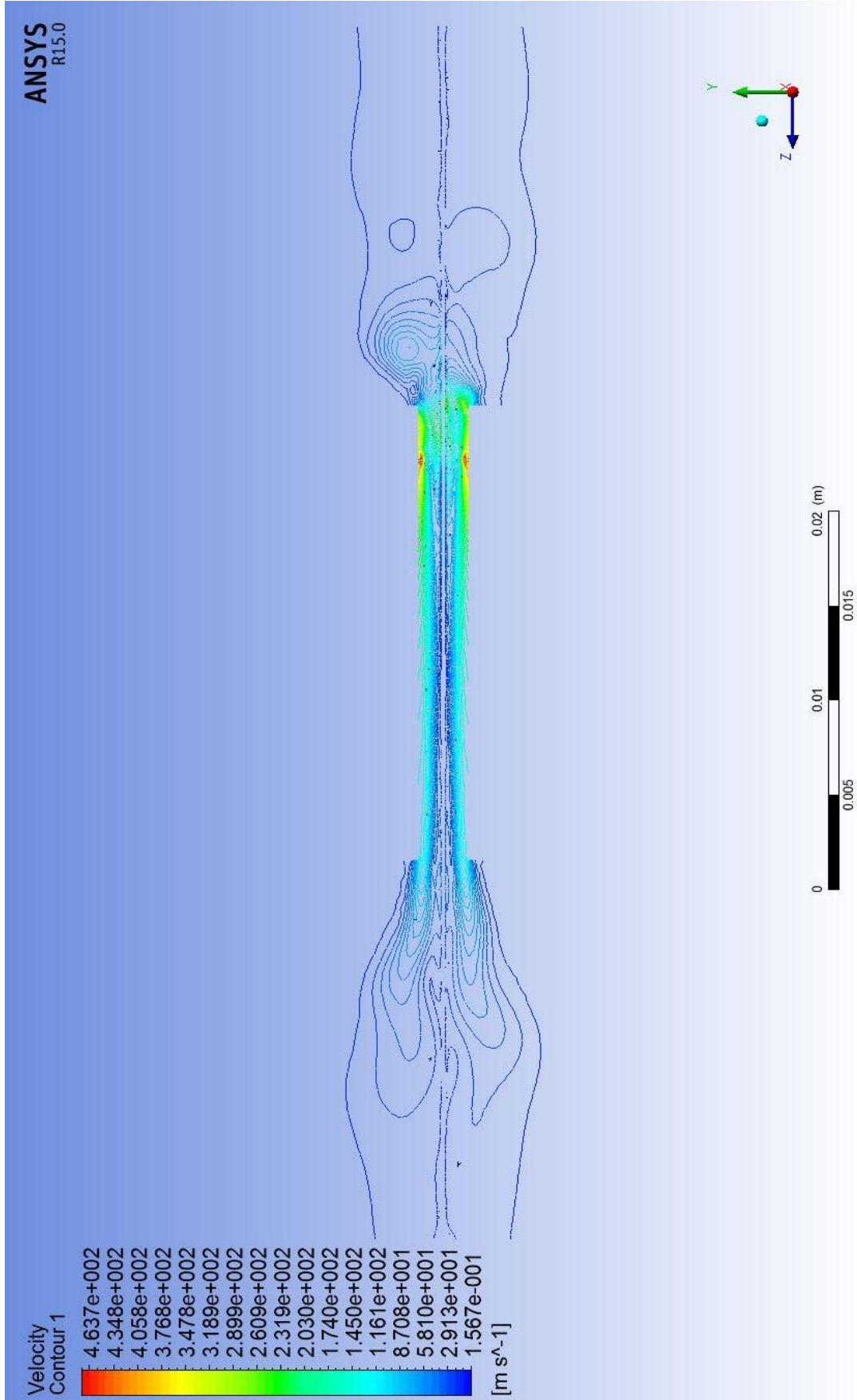
Şekil 4.8. 180,000 Pa giriş basıncı için YZ kesiti hız profili



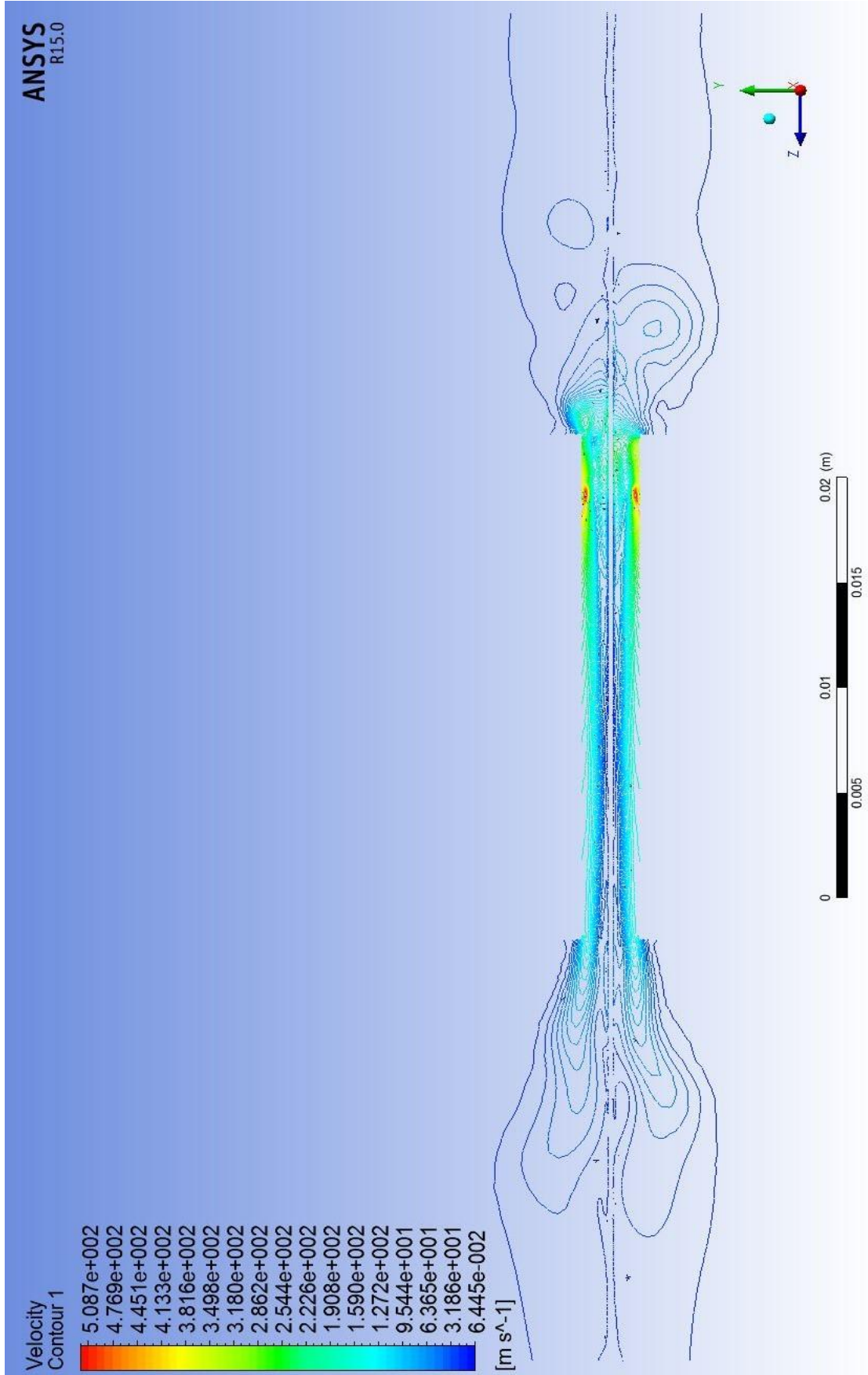
Şekil 4.9. 200,000 Pa giriş basıncı için YZ kesiti hız profili



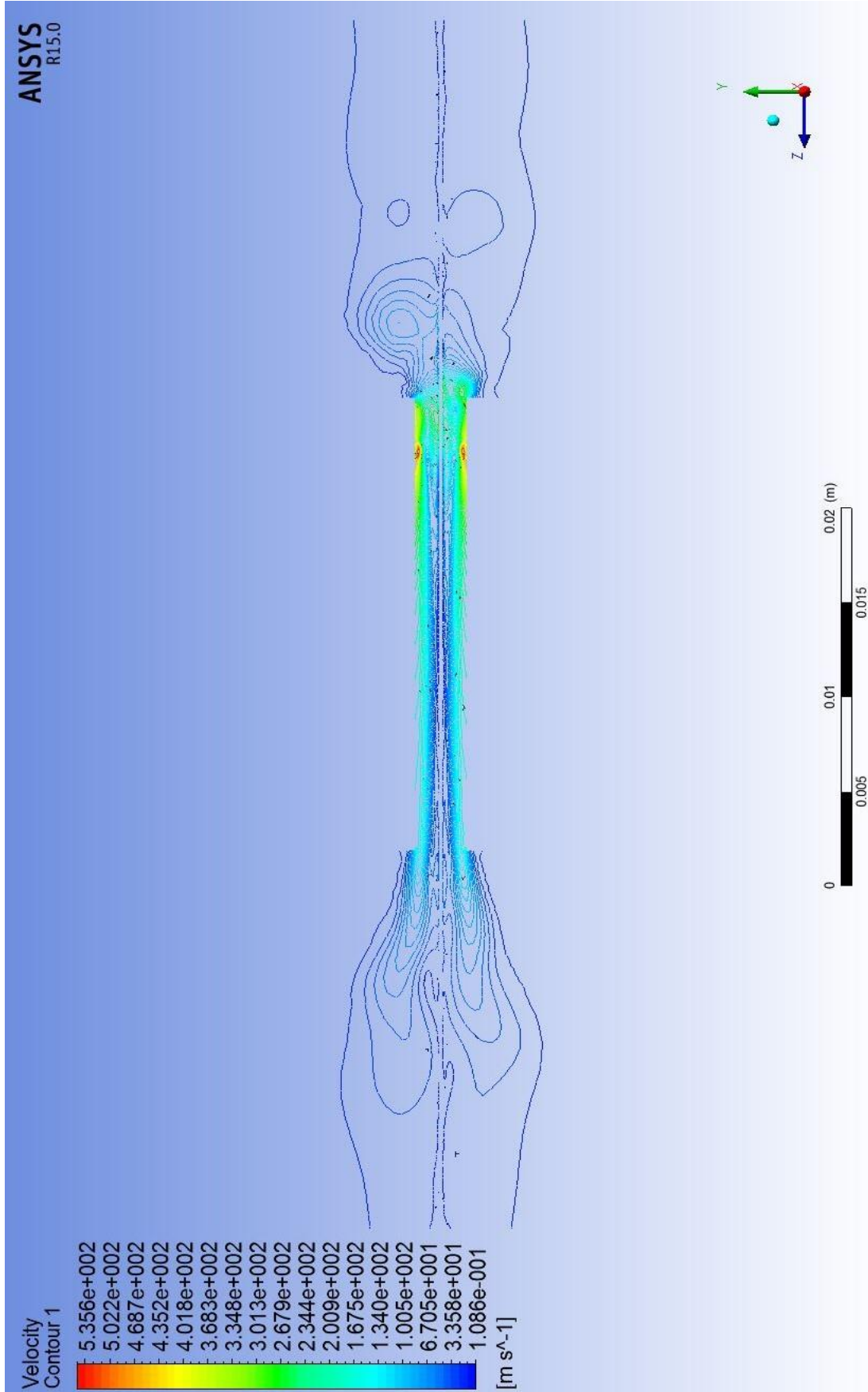
Şekil 4.10. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ kesiti hız profili



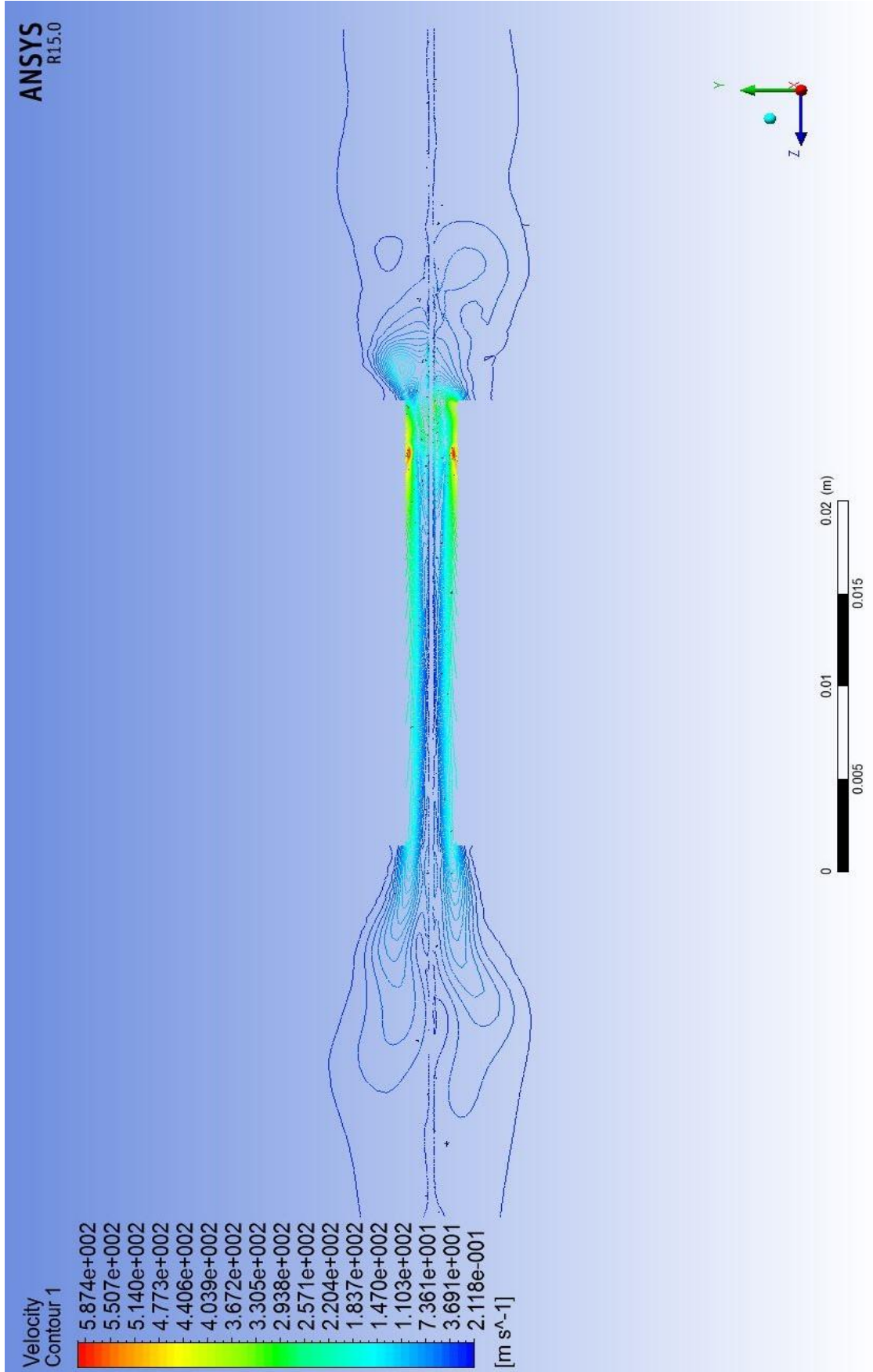
Şekil 4.11. 150,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki hız profili



Şekil 4.12. 180,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki hız profili

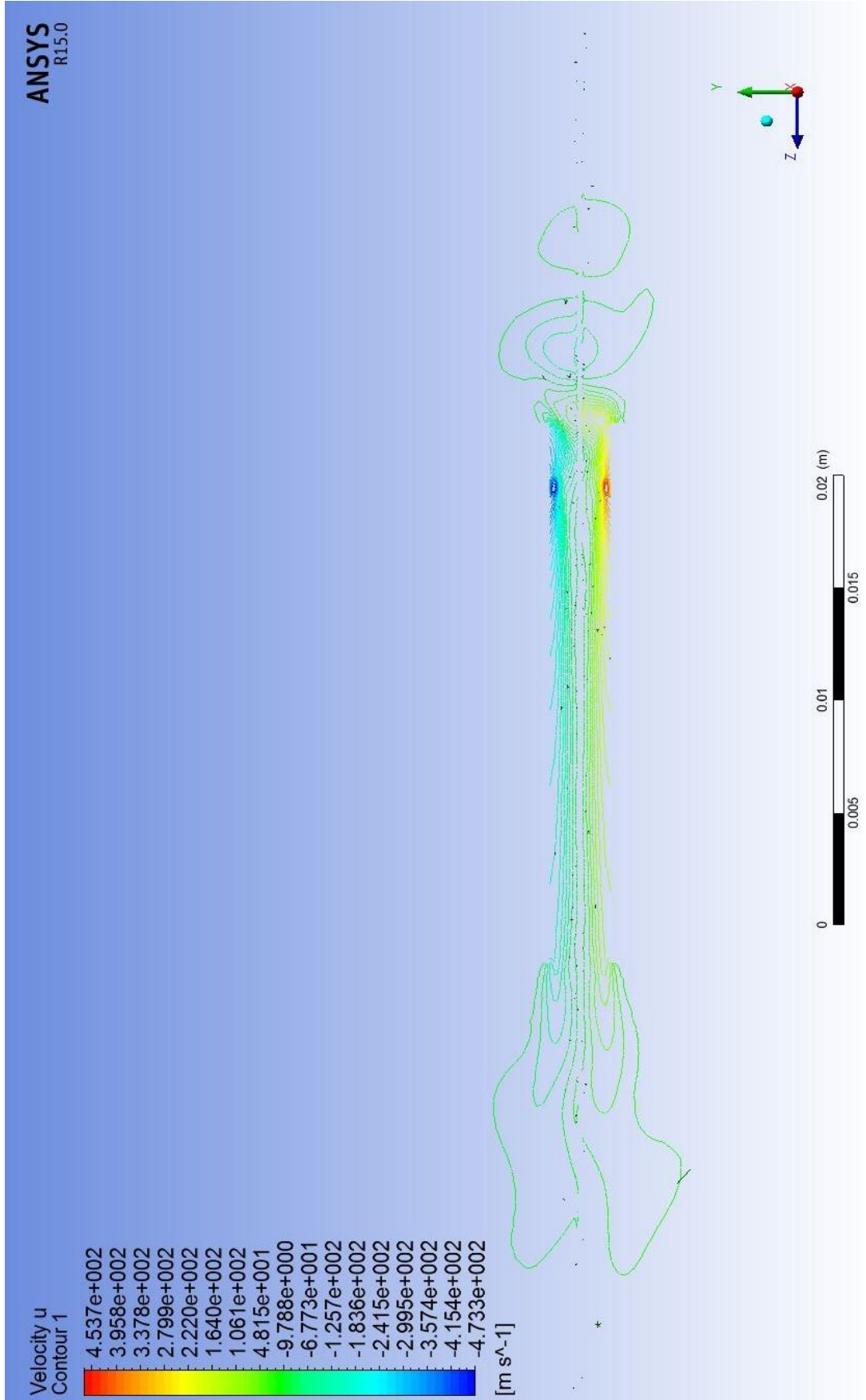


Şekil 4.13. 200,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki hız profili



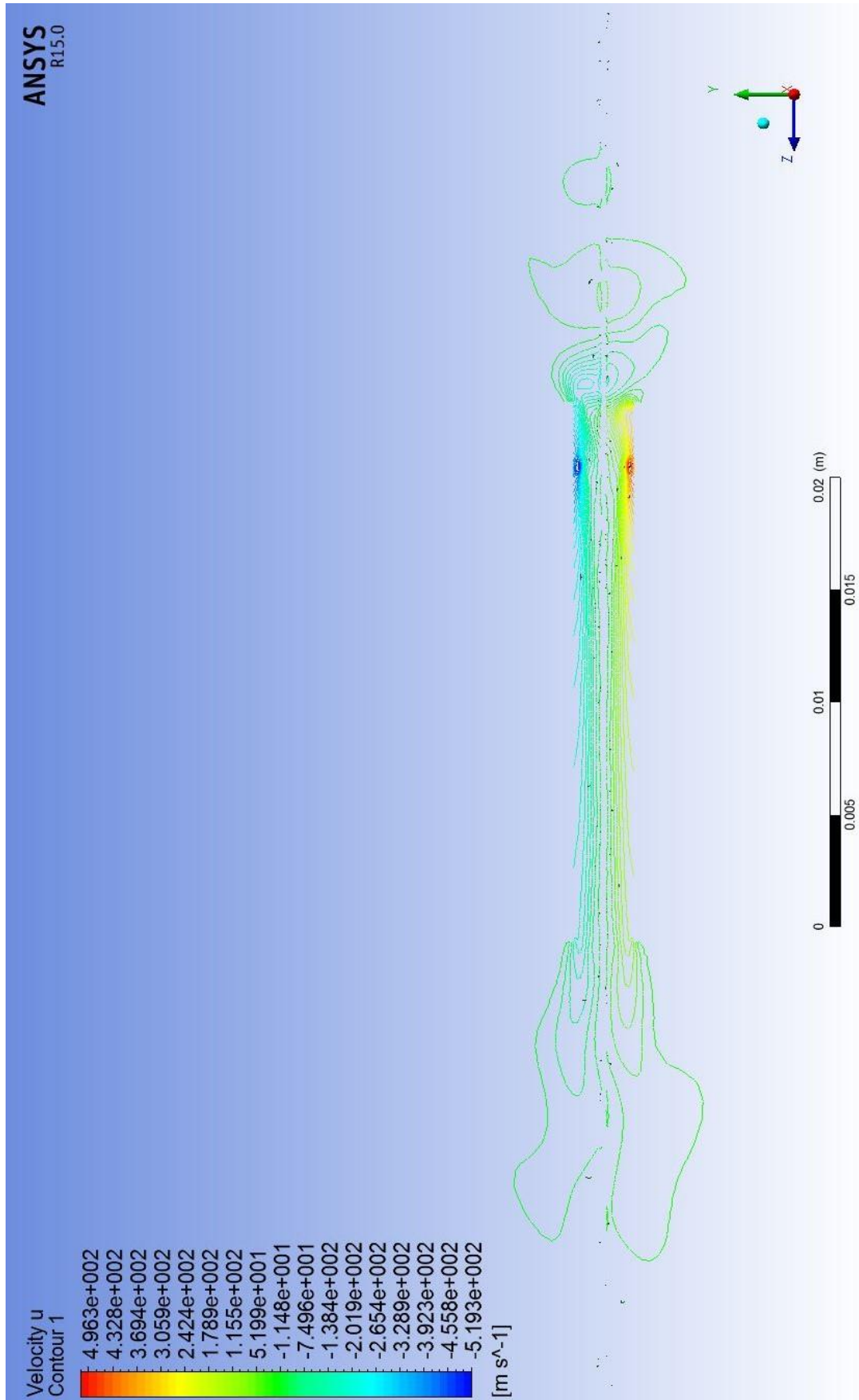
Şekil 4.14. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki hız profili



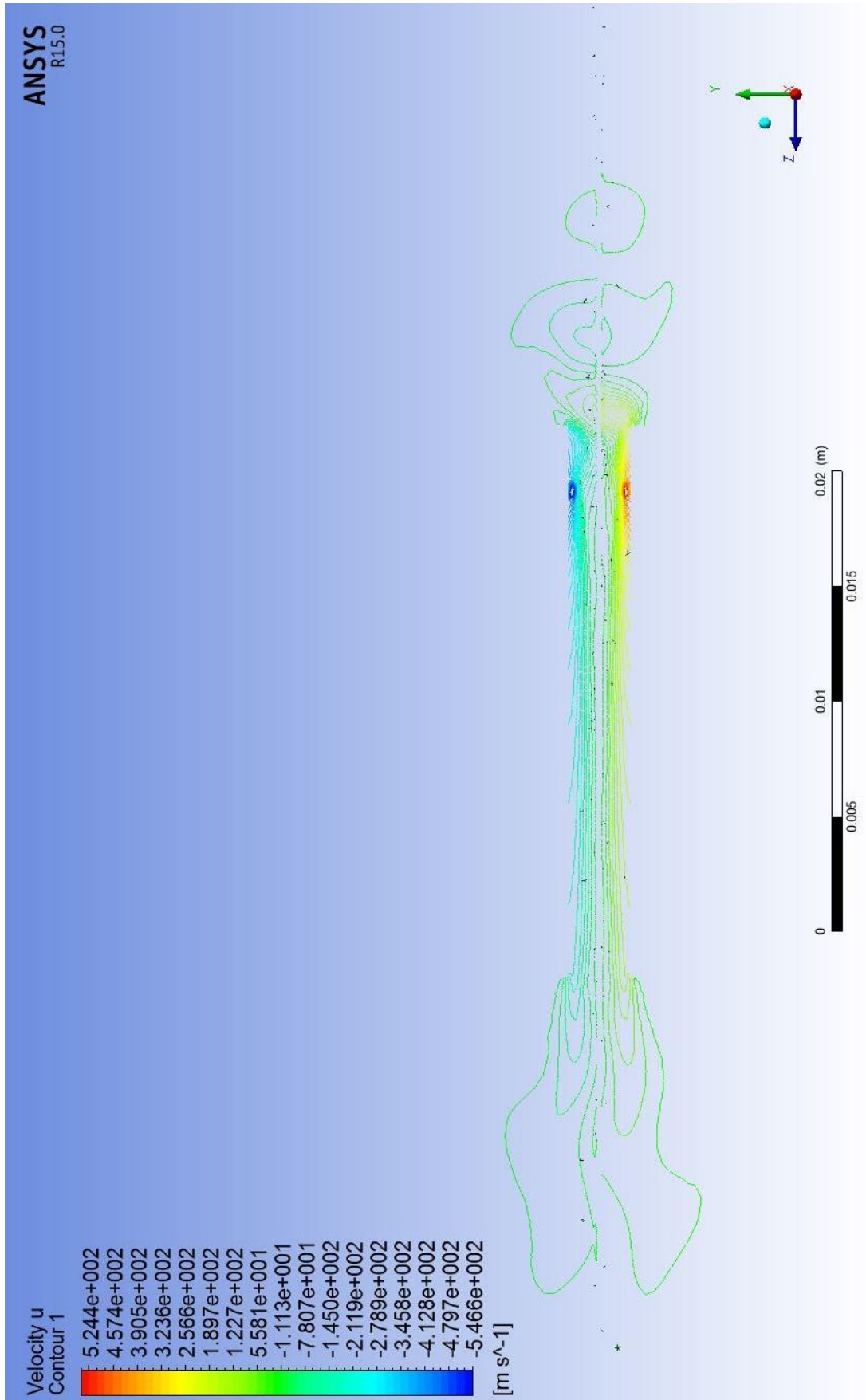


Şekil 4.15. 150,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki x-ekseni hız profili

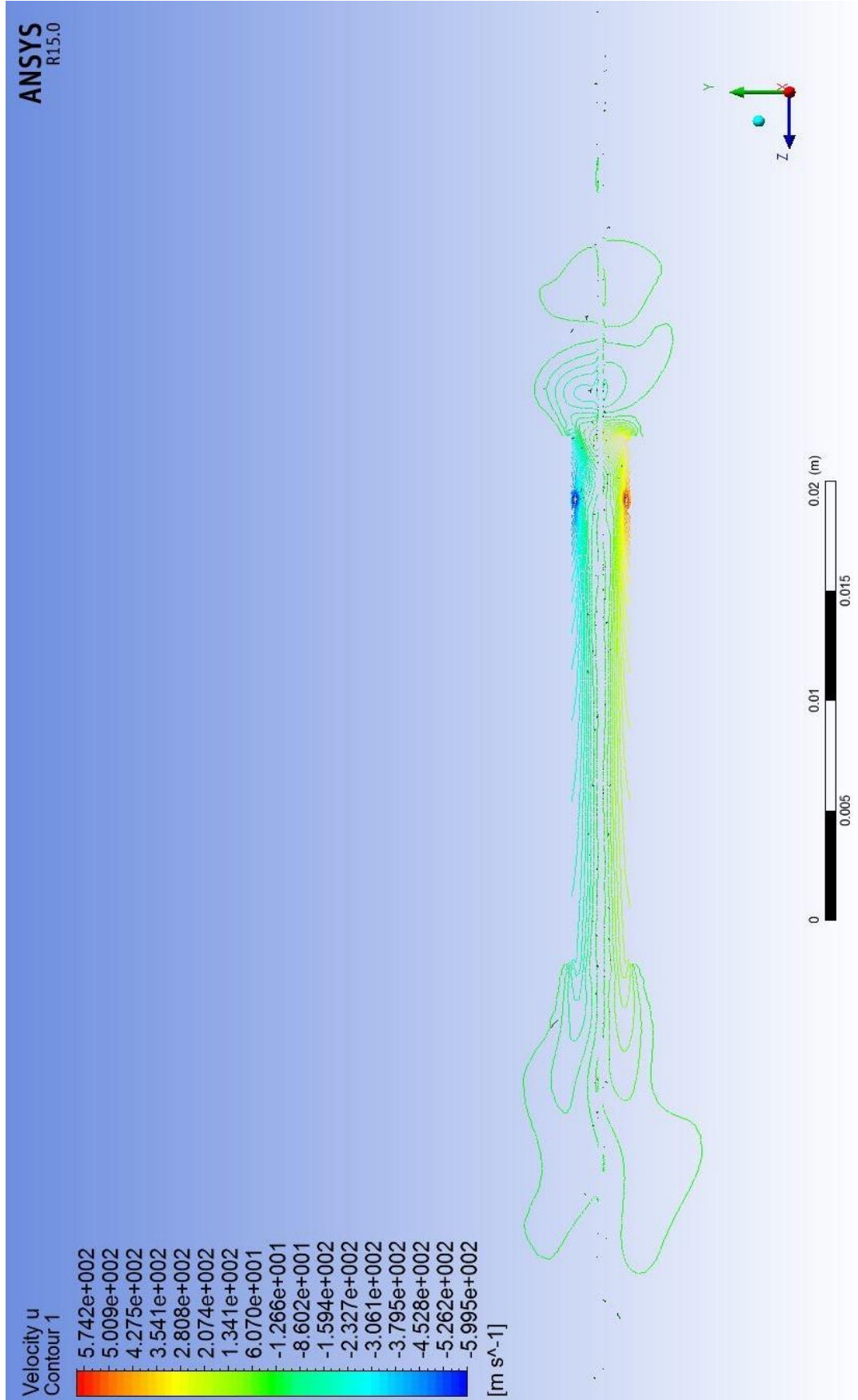




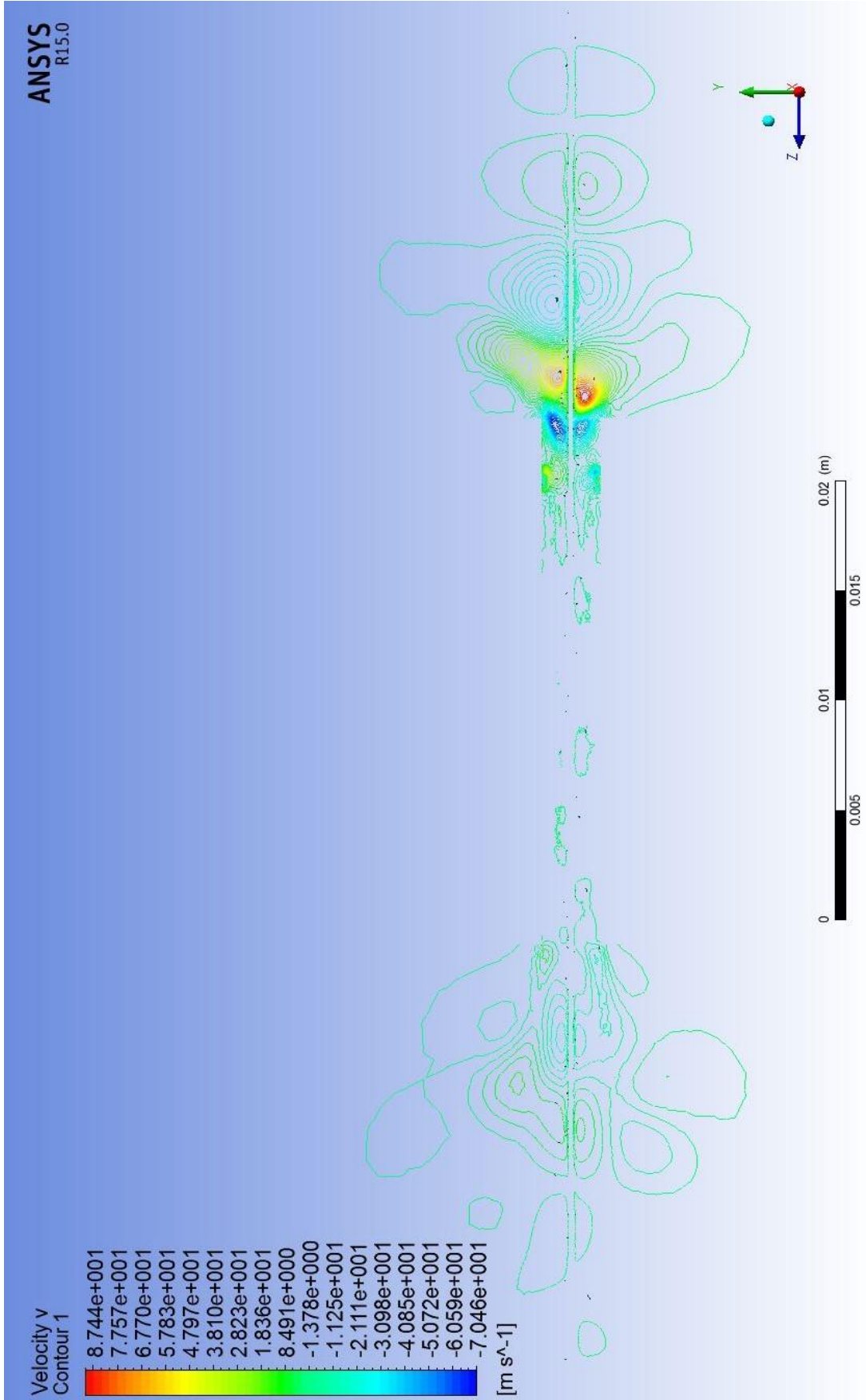
Şekil 4.16. 180,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki x-ekseni hız profili



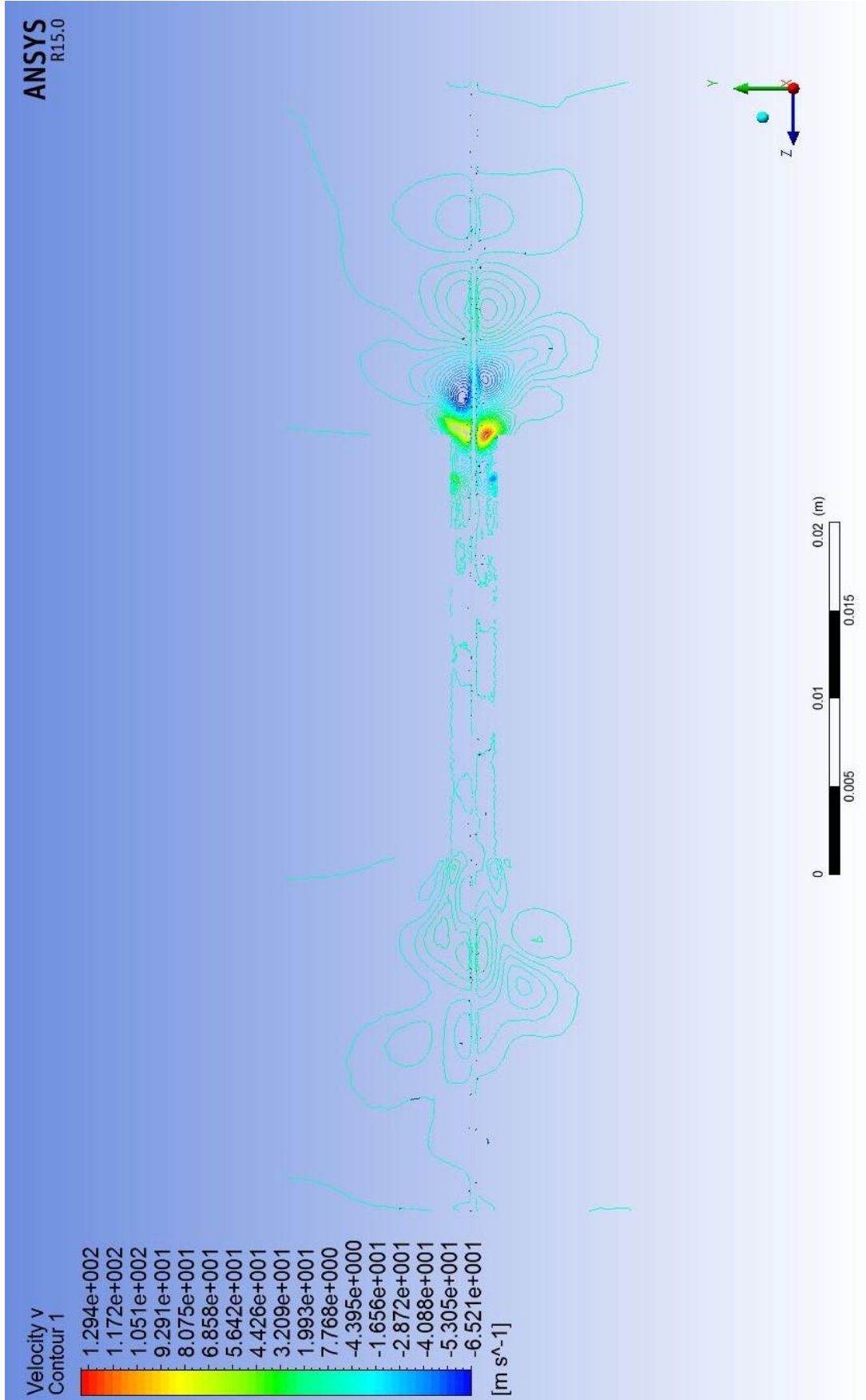
Şekil 4.17. 200,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki x-ekseni hız profili



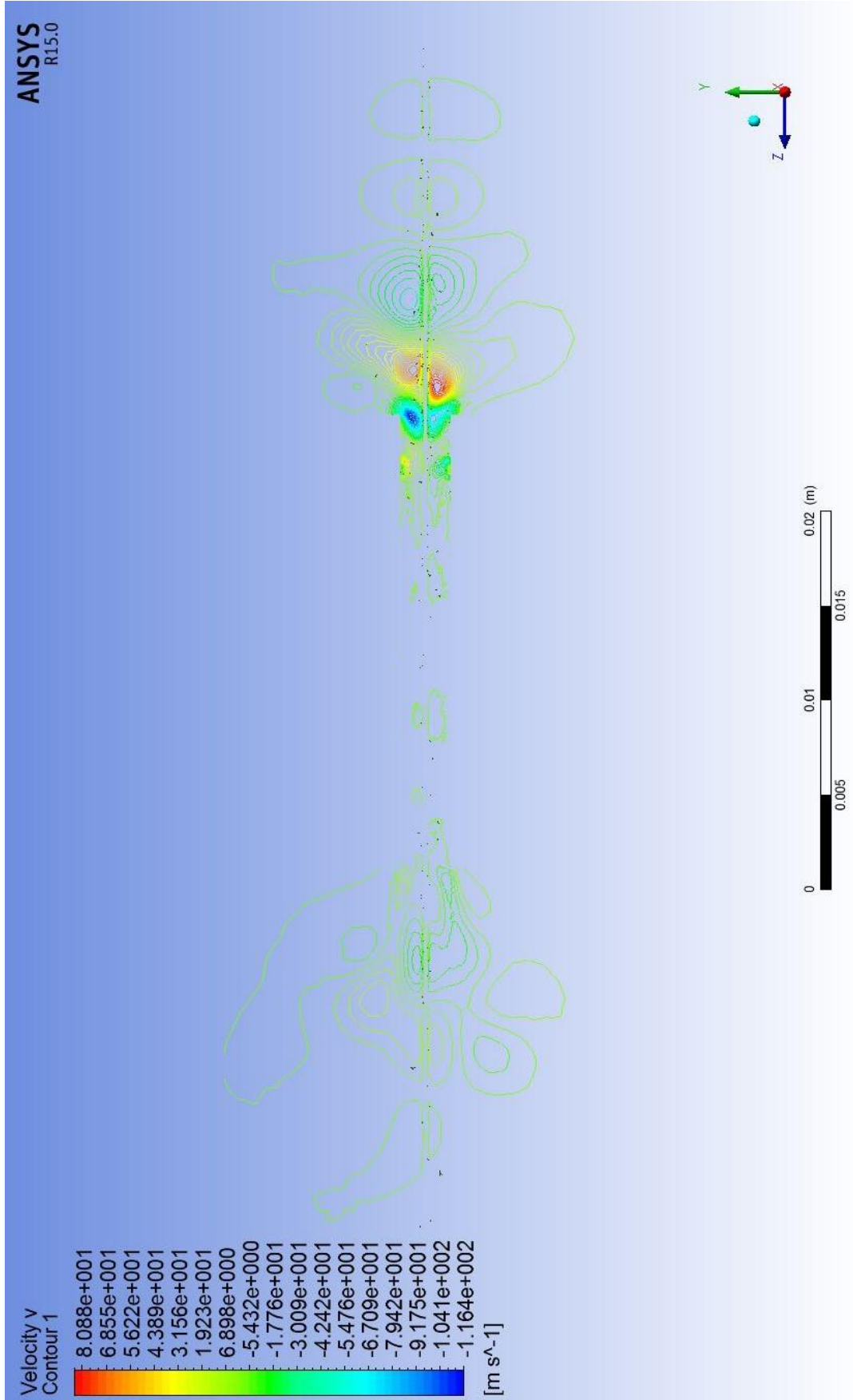
Şekil 4.18. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki x-ekseni hız profili



Şekil 4.19. 150,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki y-ekseni hız profili

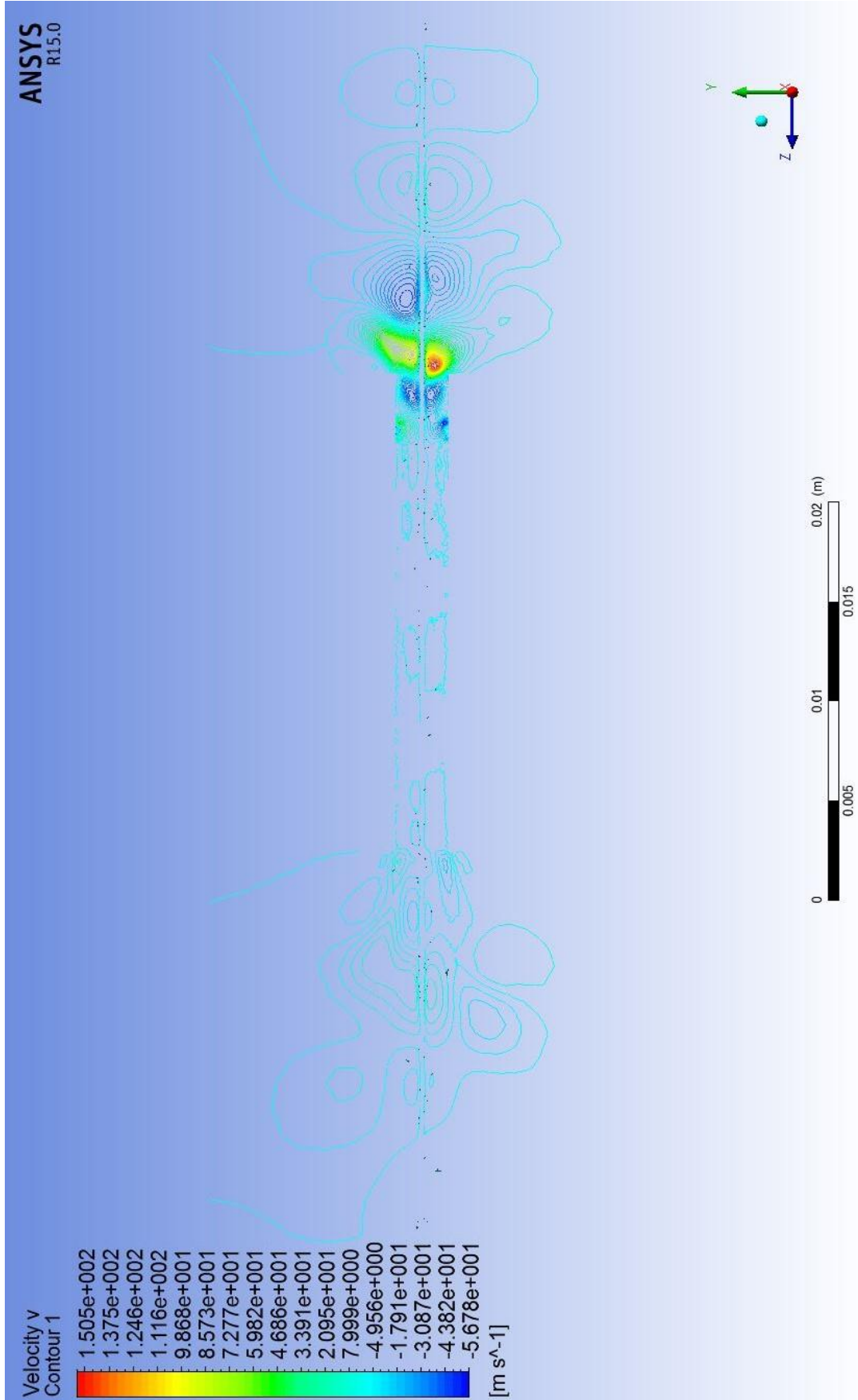


Şekil 4.20. 180,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki y-ekseni hız profili

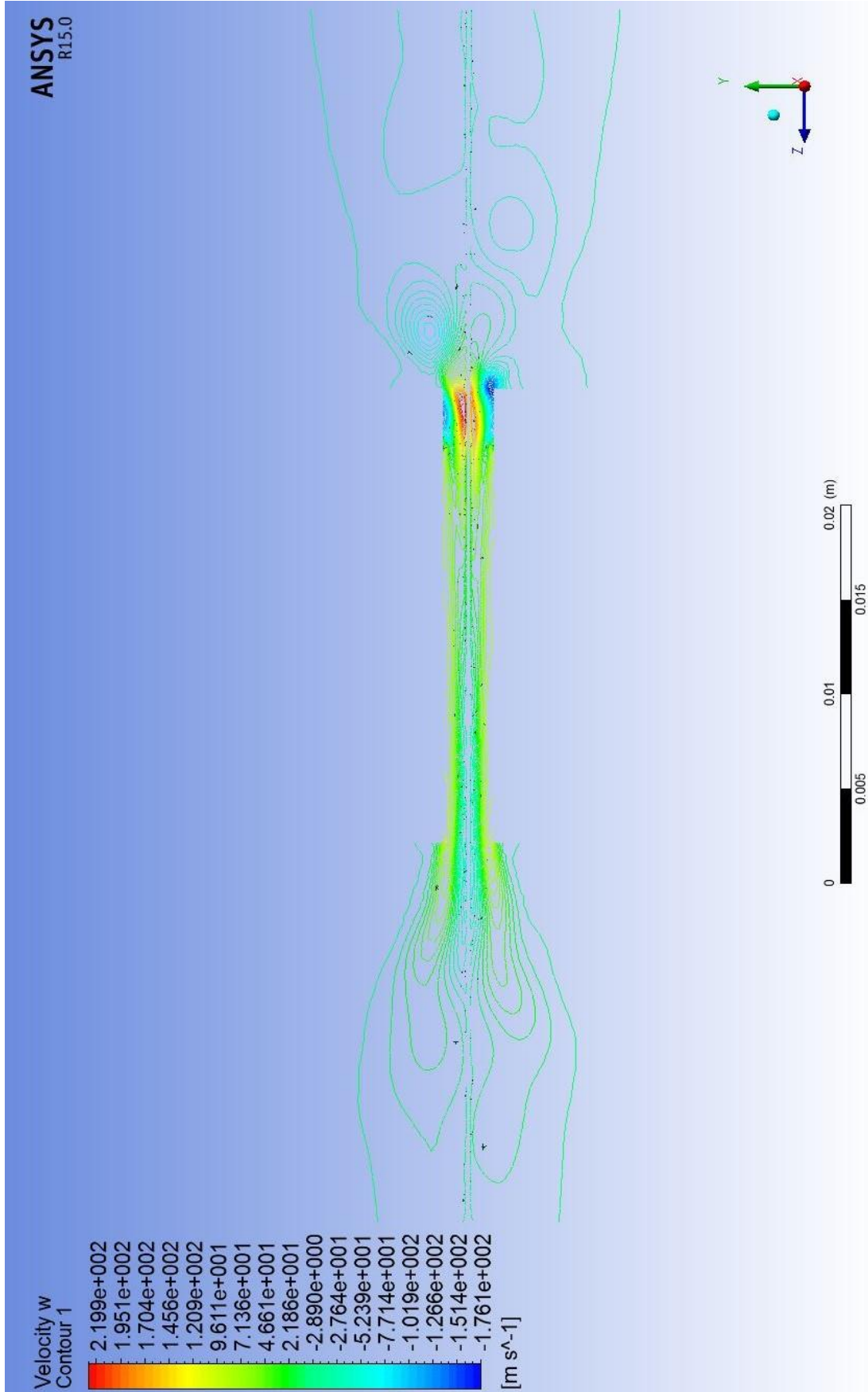


Şekil 4.21. 200,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki y-ekseni hız profili



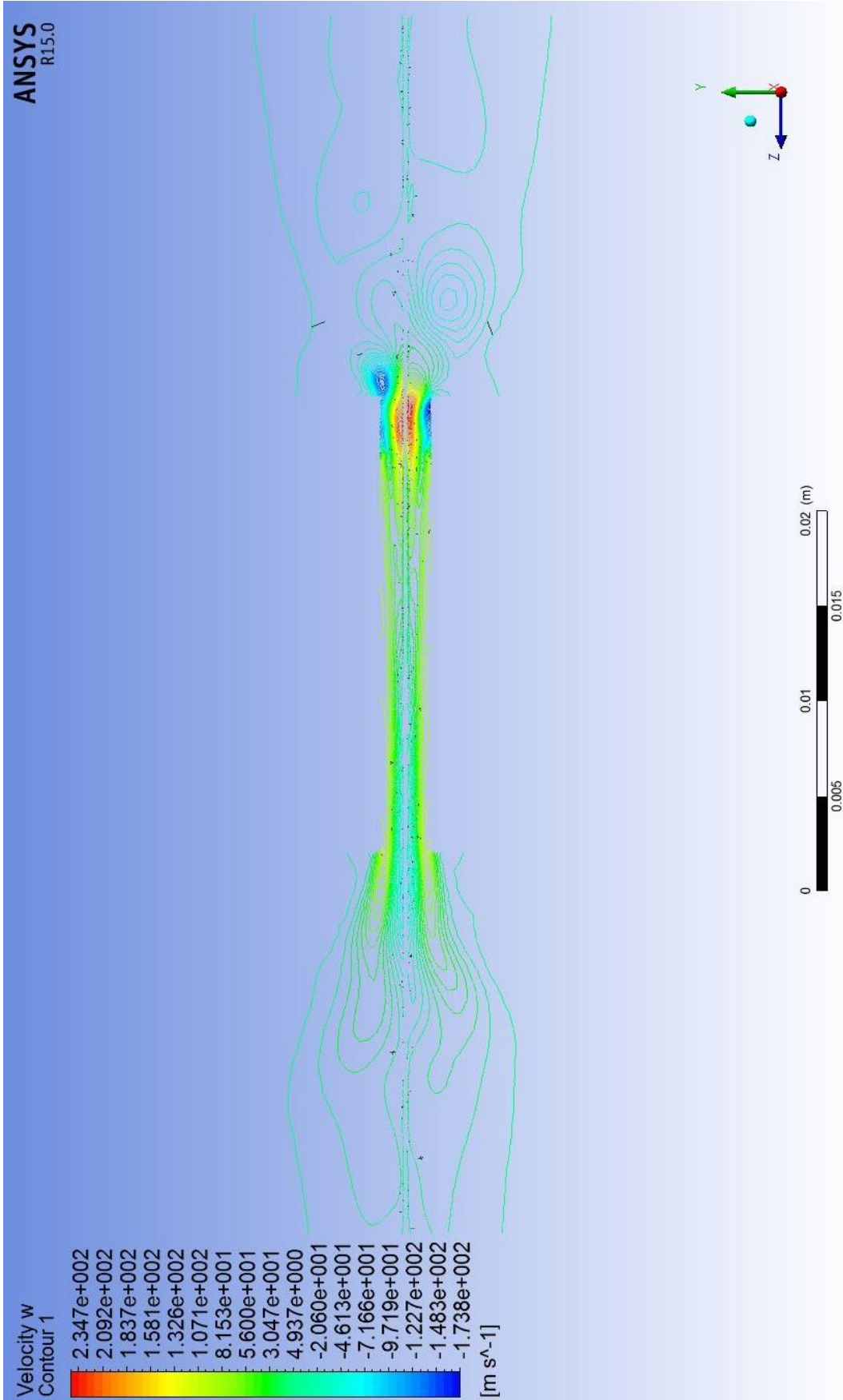


Şekil 4.22. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki y-ekseni hız profili

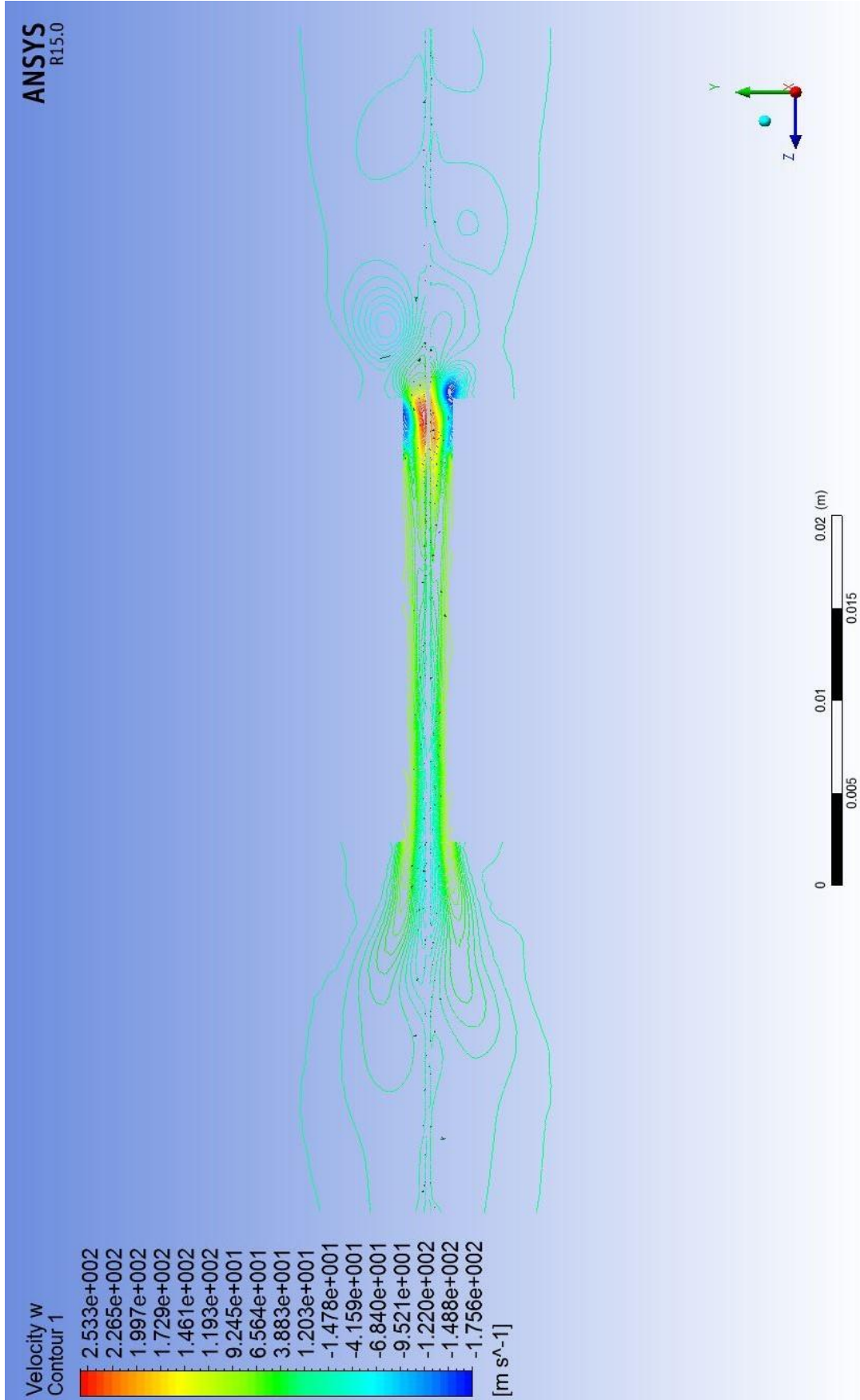


Şekil 4.23. 150,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki z-ekseni hız profili

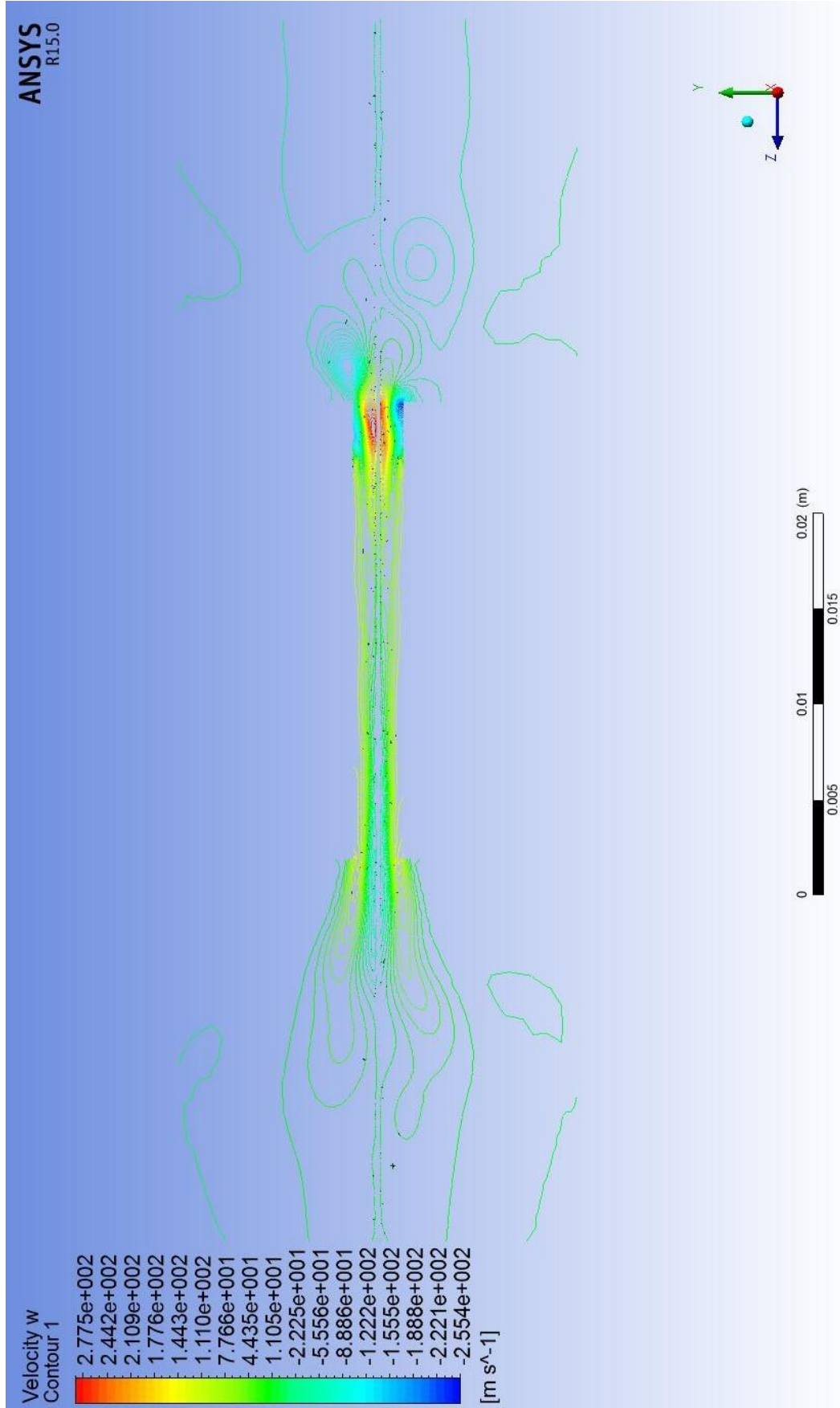




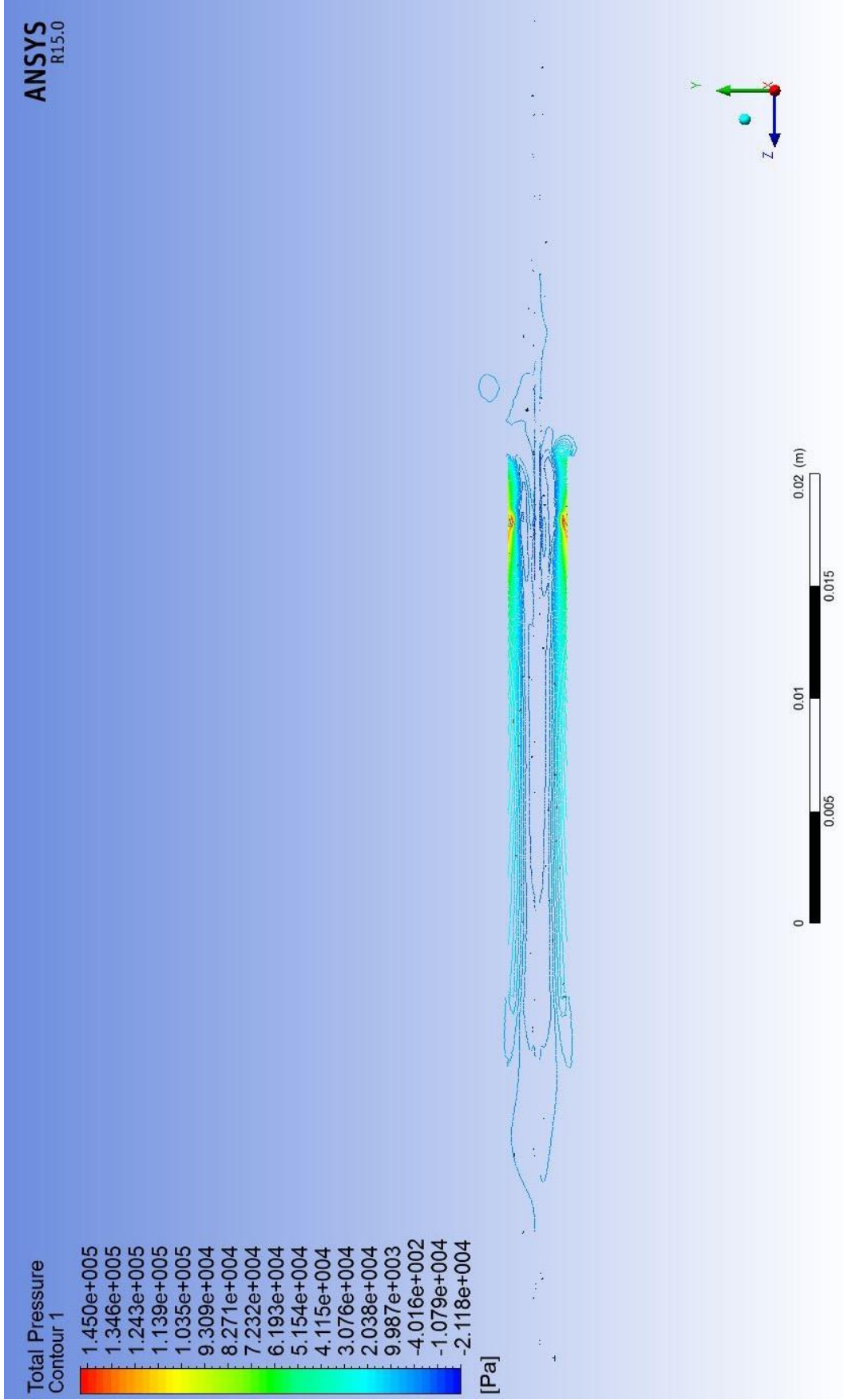
Şekil 4.24. 180,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki z-ekseni hız profili



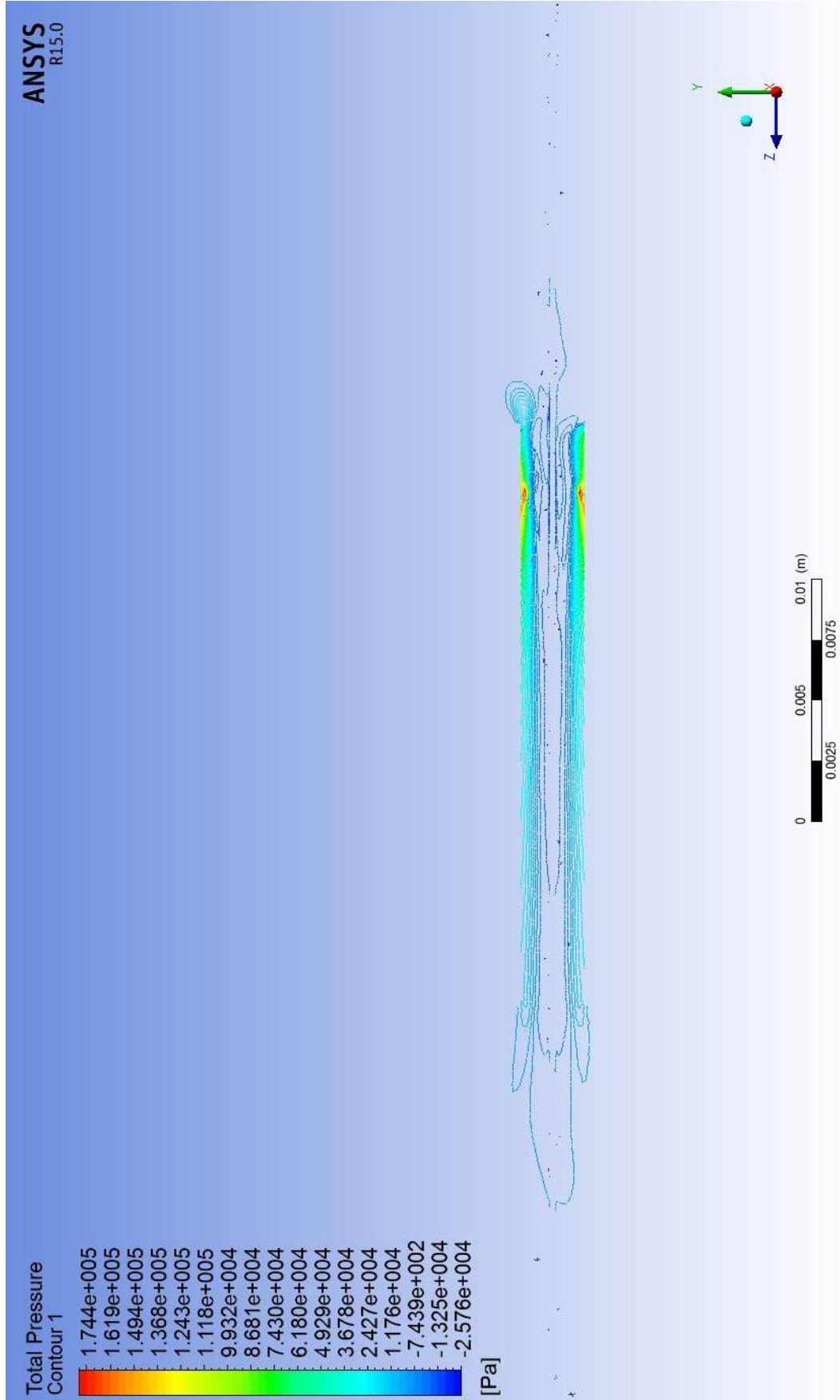
Şekil 4.25. 200,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki z-ekseni hız profili



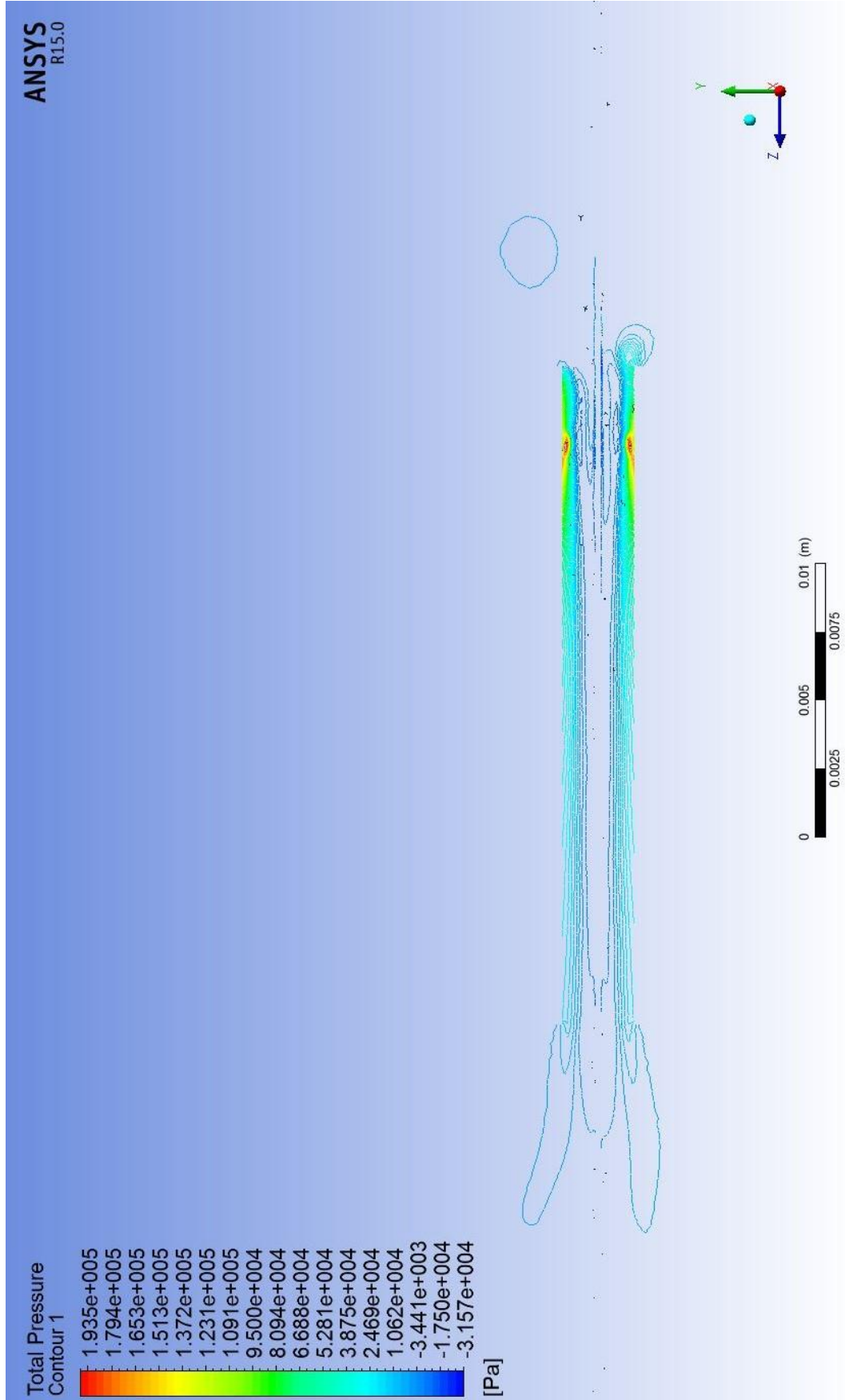
Şekil 4.26. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki z-ekseni hız profili



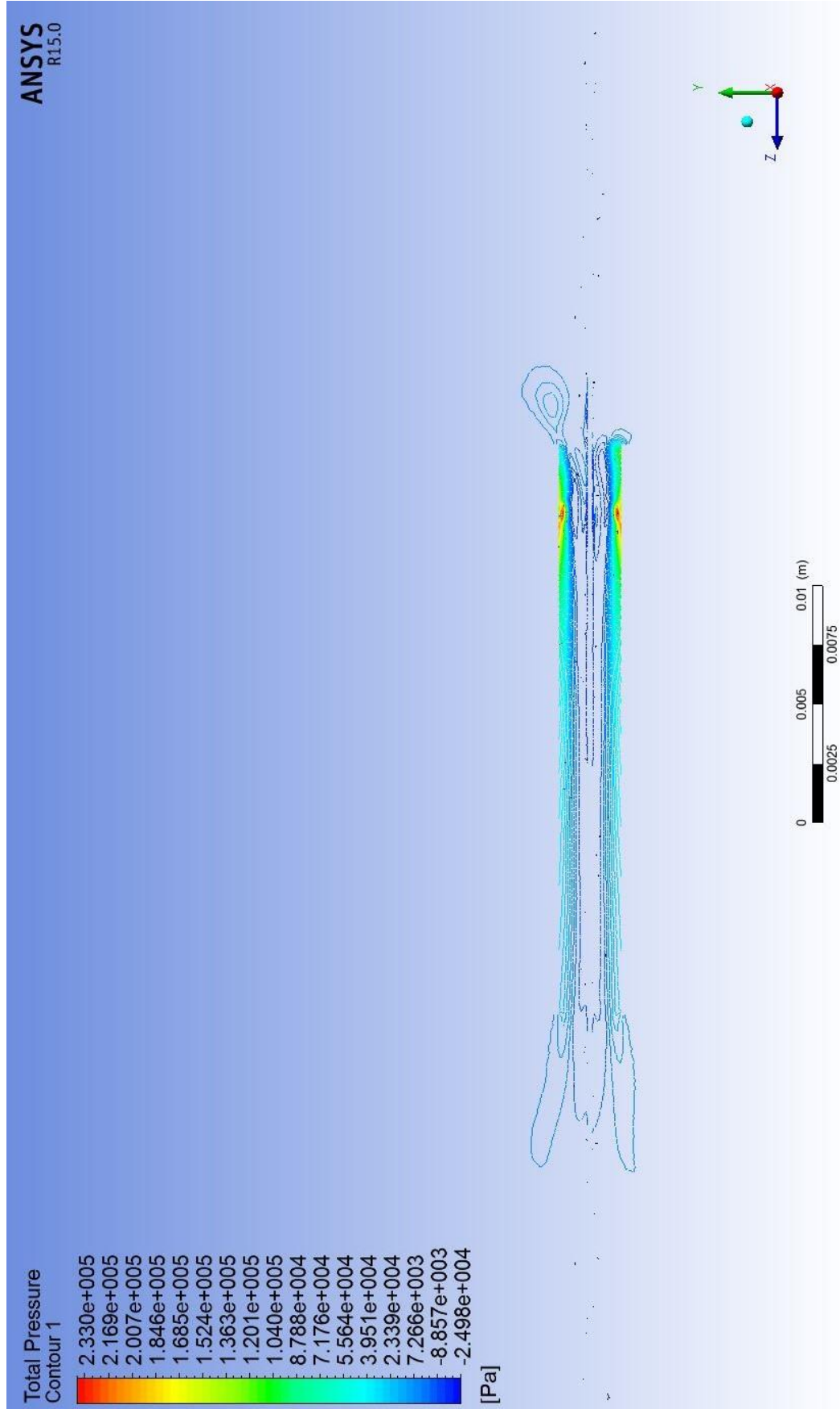
Şekil 4.27. 150,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki toplam basınç gradyanları



Şekil 4.28. 180,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki toplam basınç gradyanları

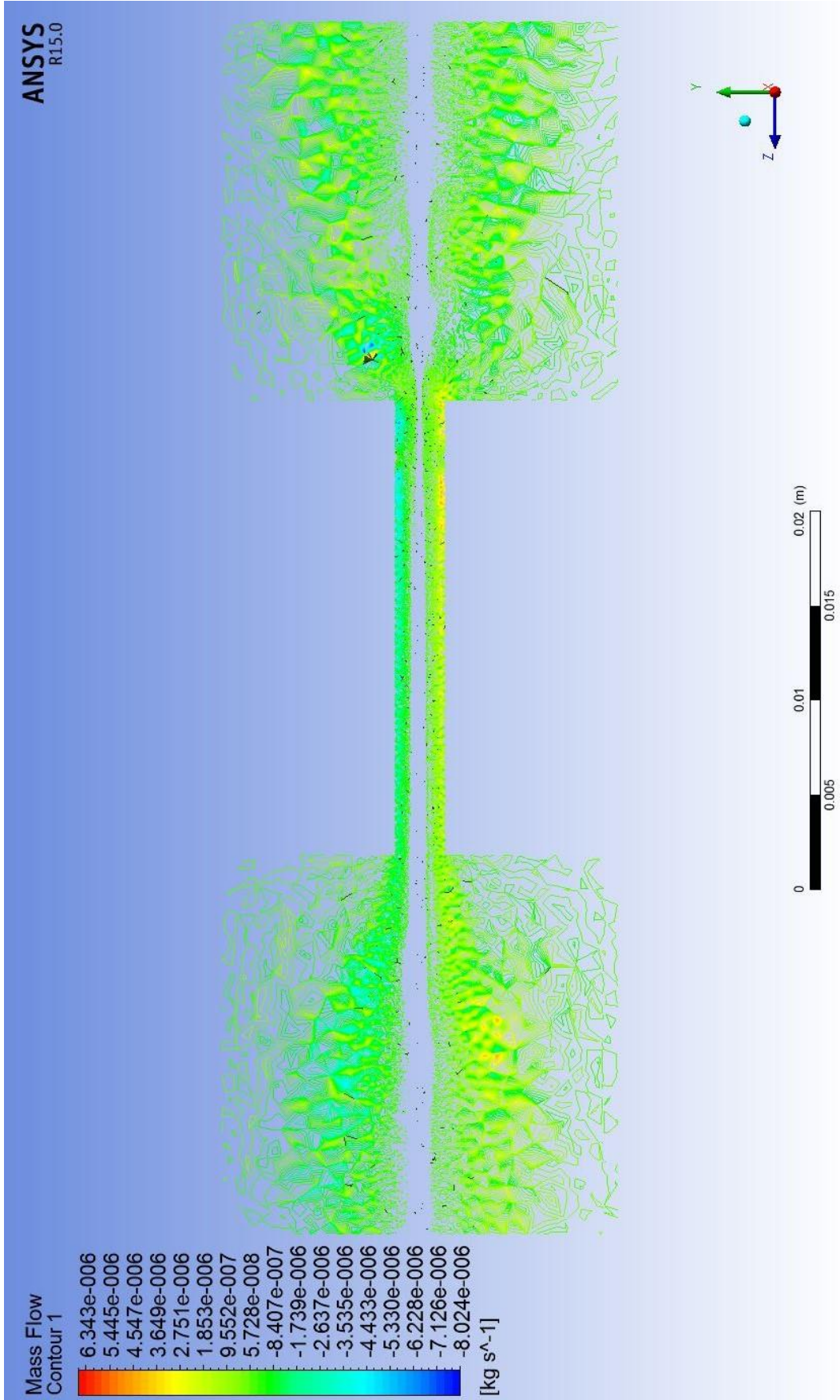


Şekil 4.29. 200,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki toplam basınç gradyanları



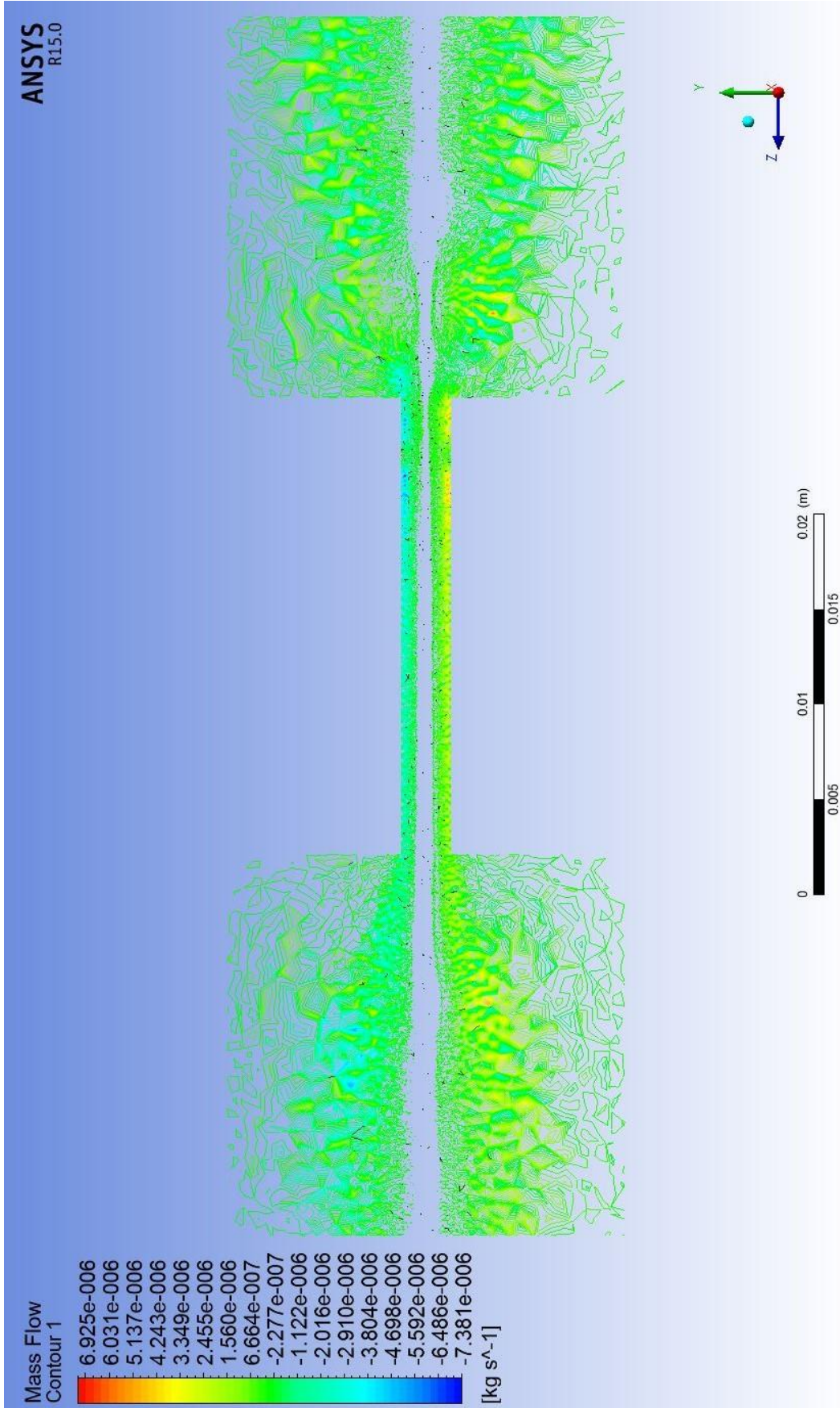
Şekil 4.30. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki toplam basınç gradyanları



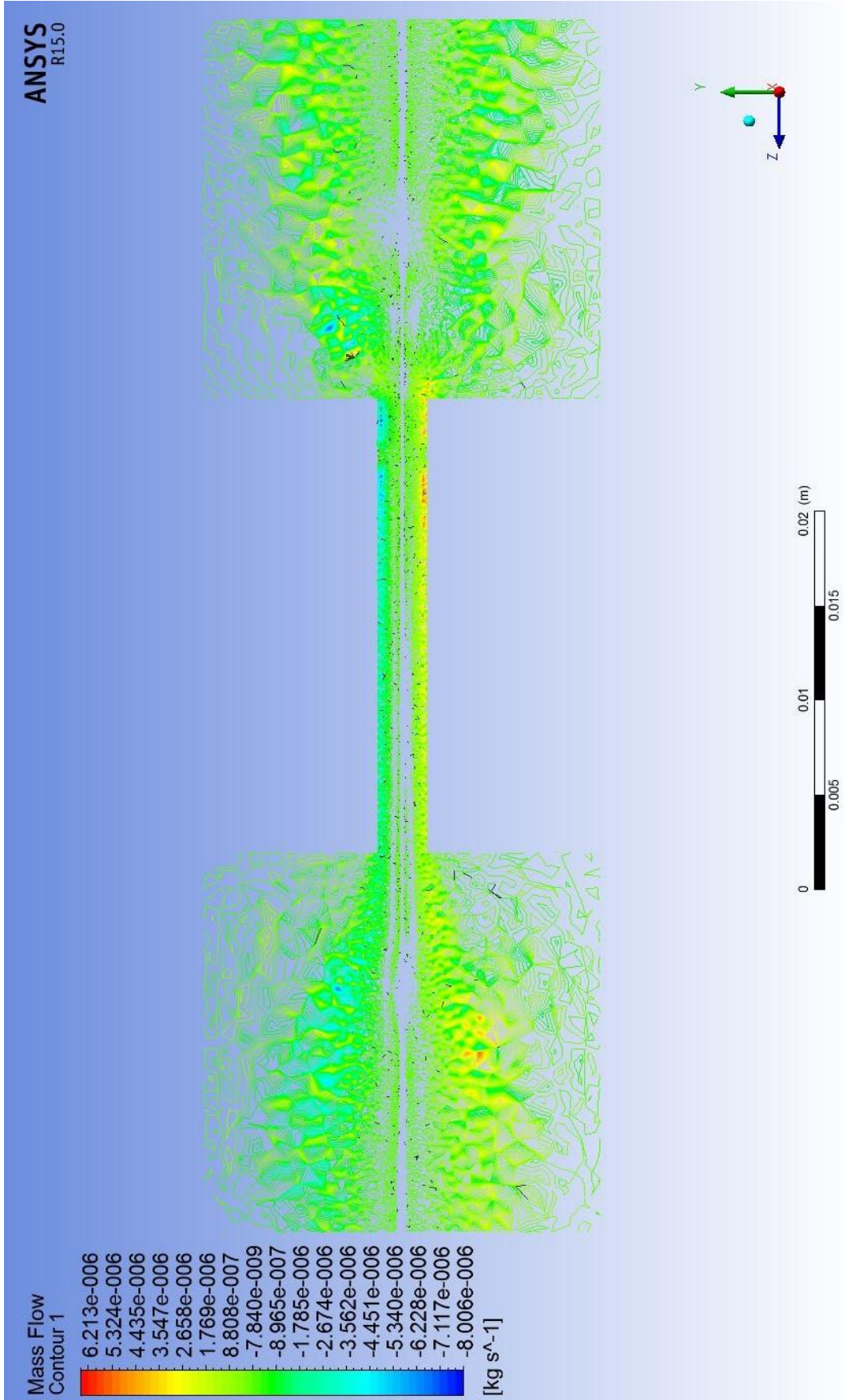


Şekil 4.31. 150,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki kütleli debi

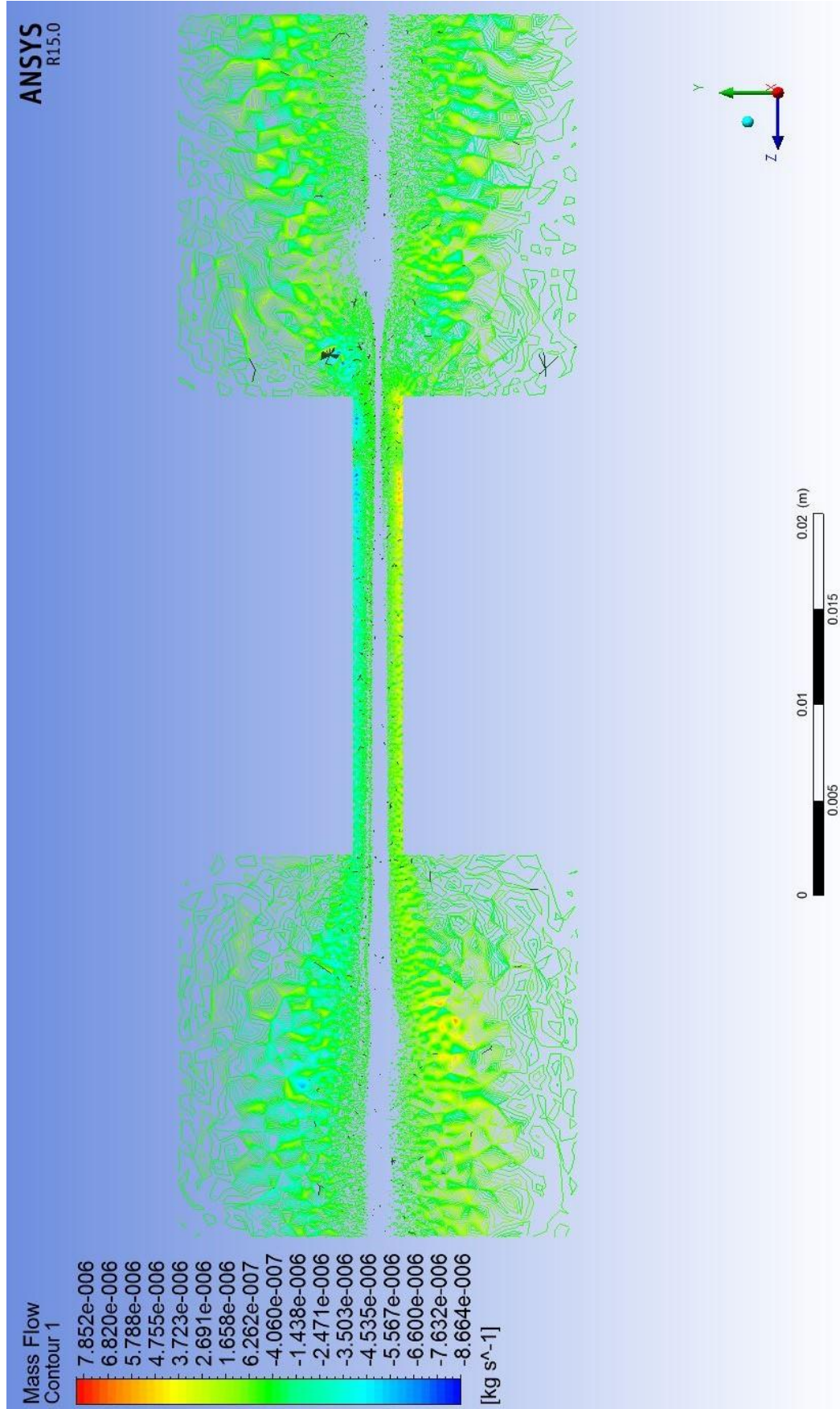




Şekil 4.32. 180,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki kütleli debi

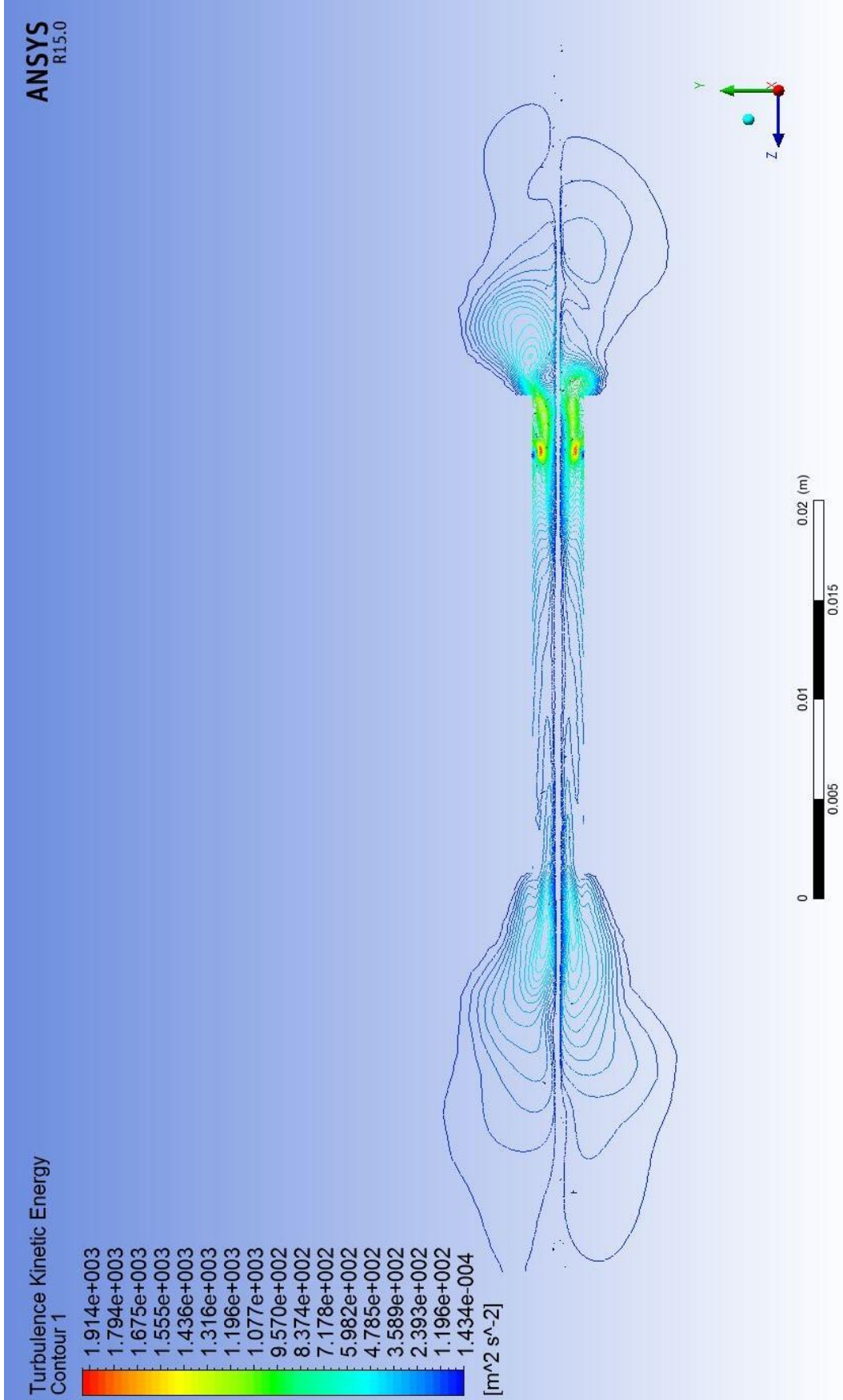


Şekil 4.33. 200,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki kütleli debi

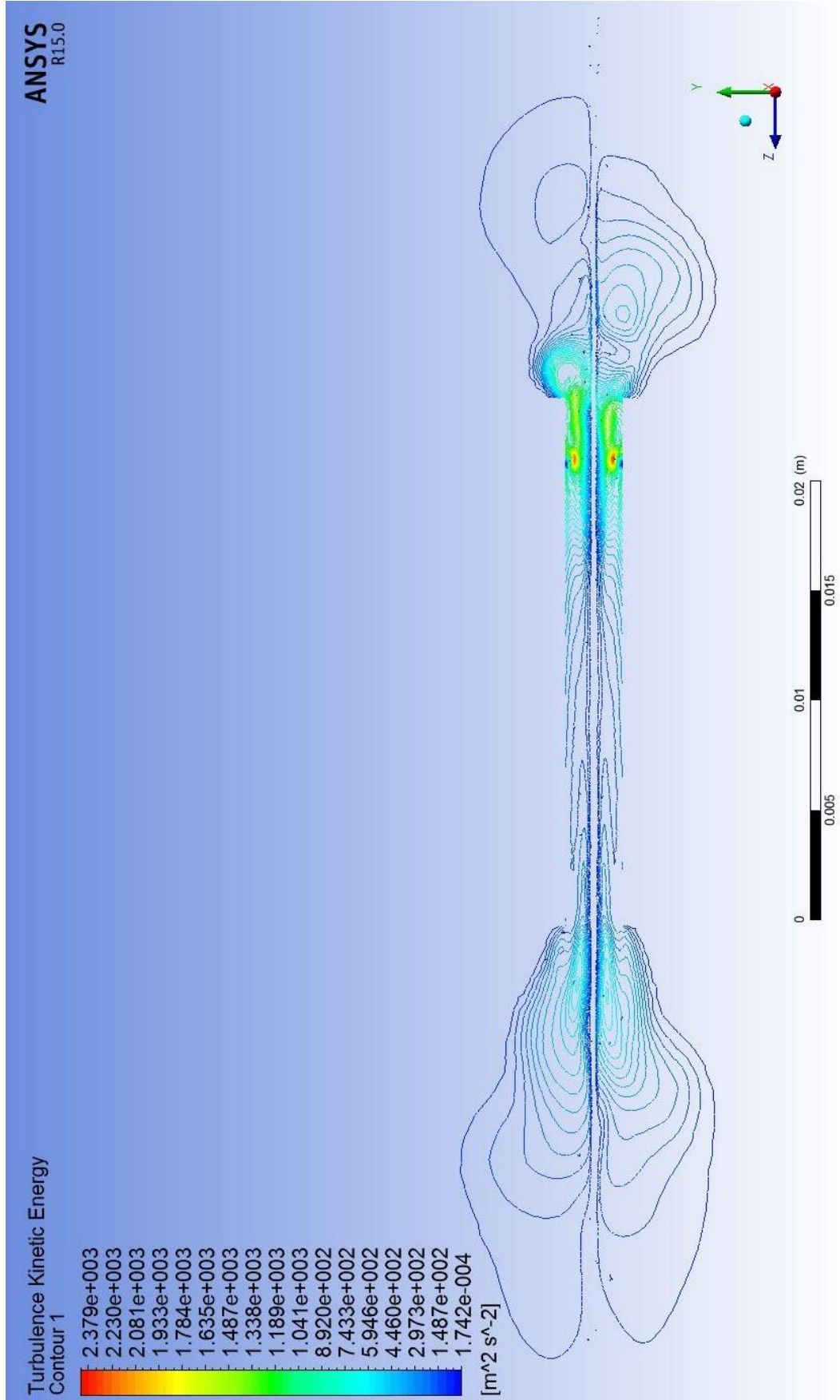


Şekil 4.34. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki kütleli debi

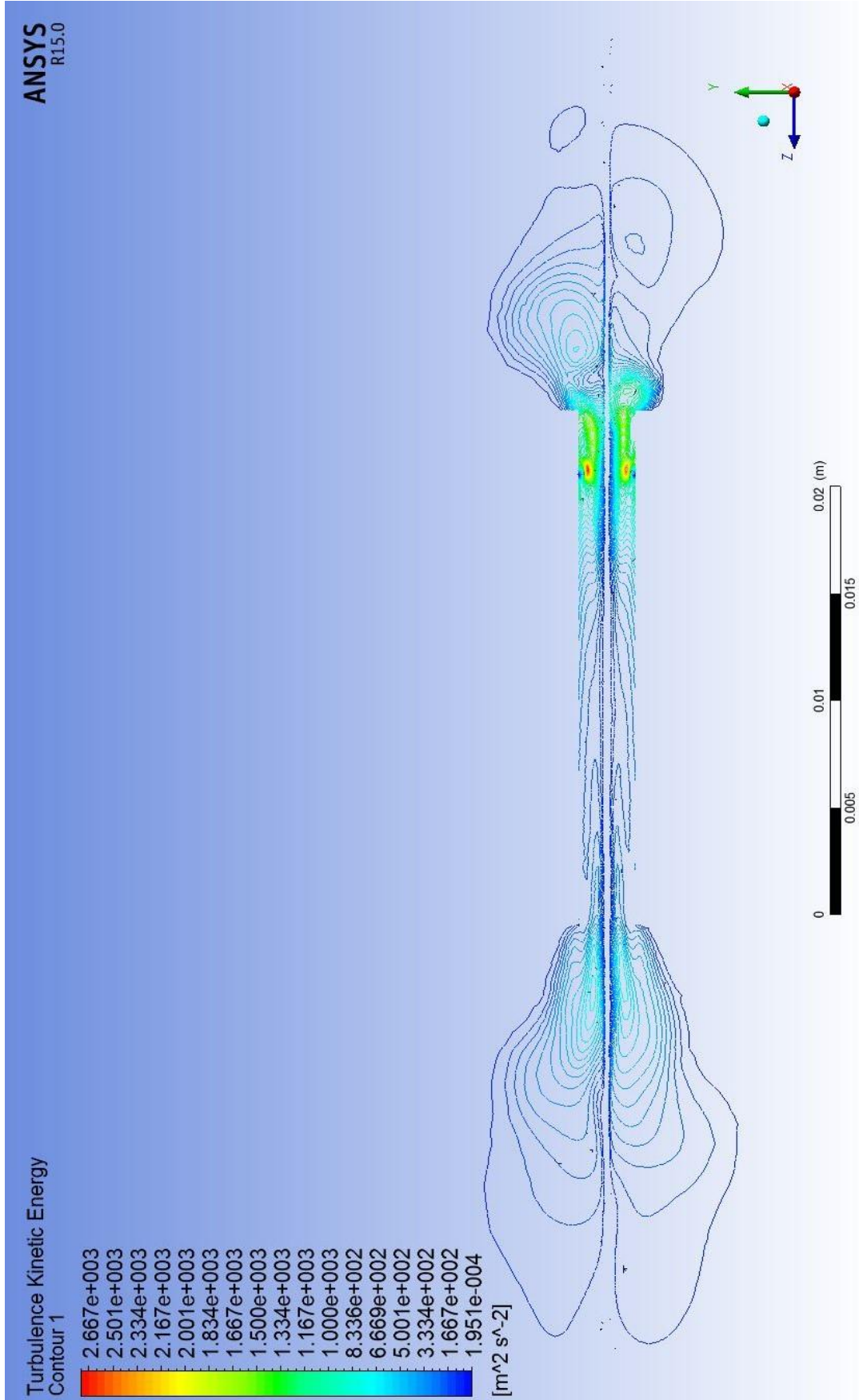




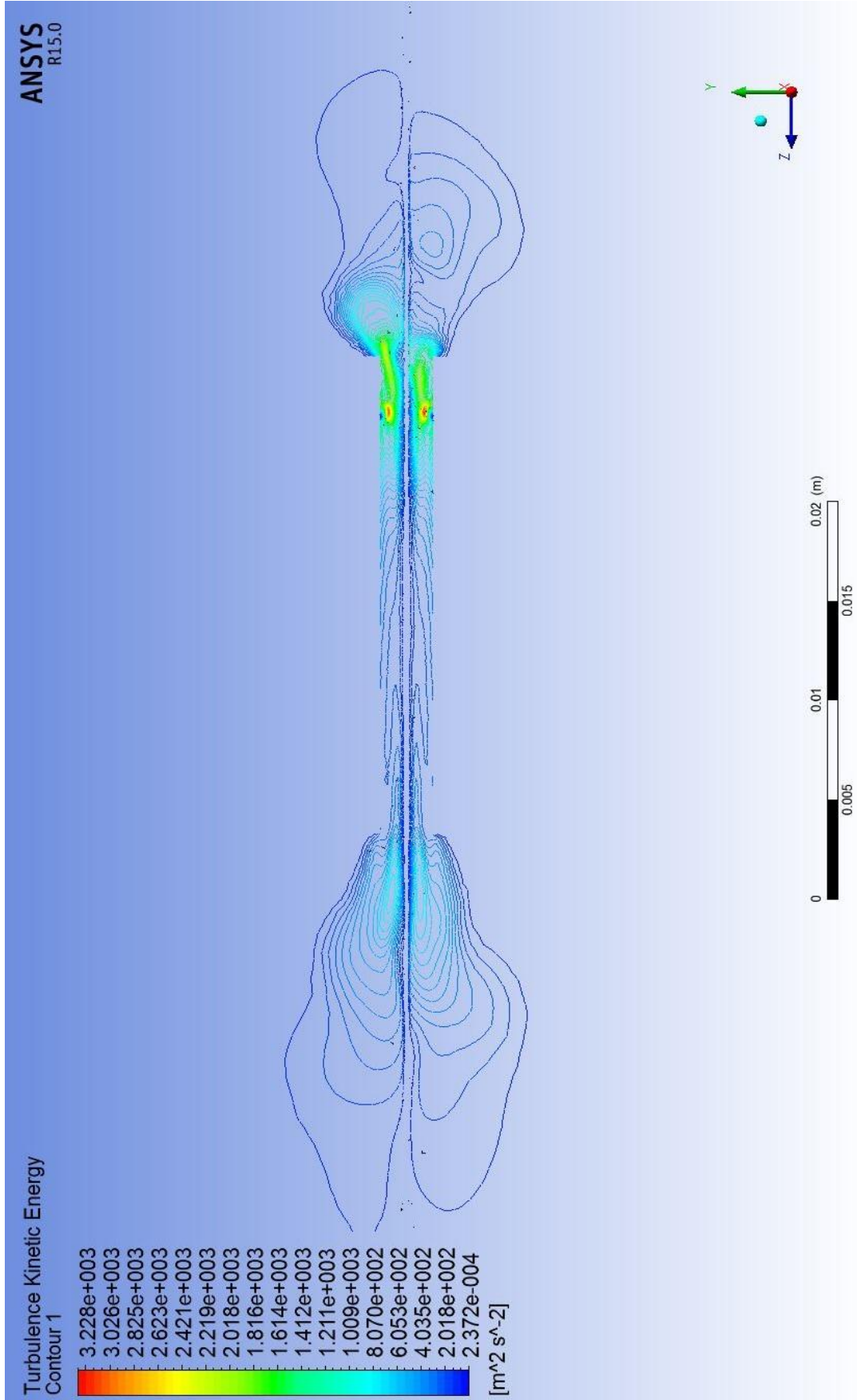
Şekil 4.35 150,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki türbülanslı kinetik enerji



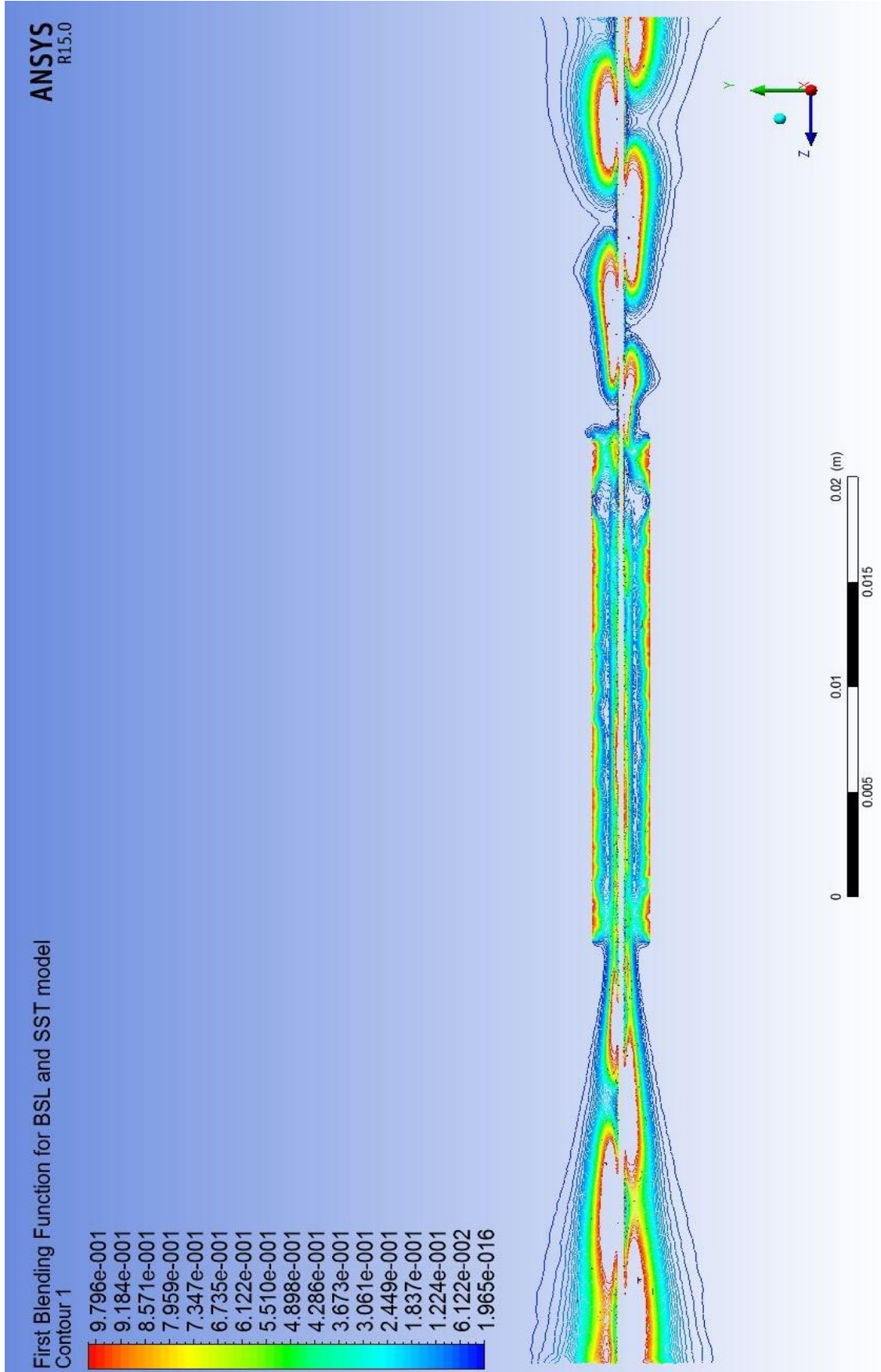
Şekil 4.36. 180,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki türbülanslı kinetik enerji



Şekil 4.37. 200,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki türbülanslı kinetik enerji

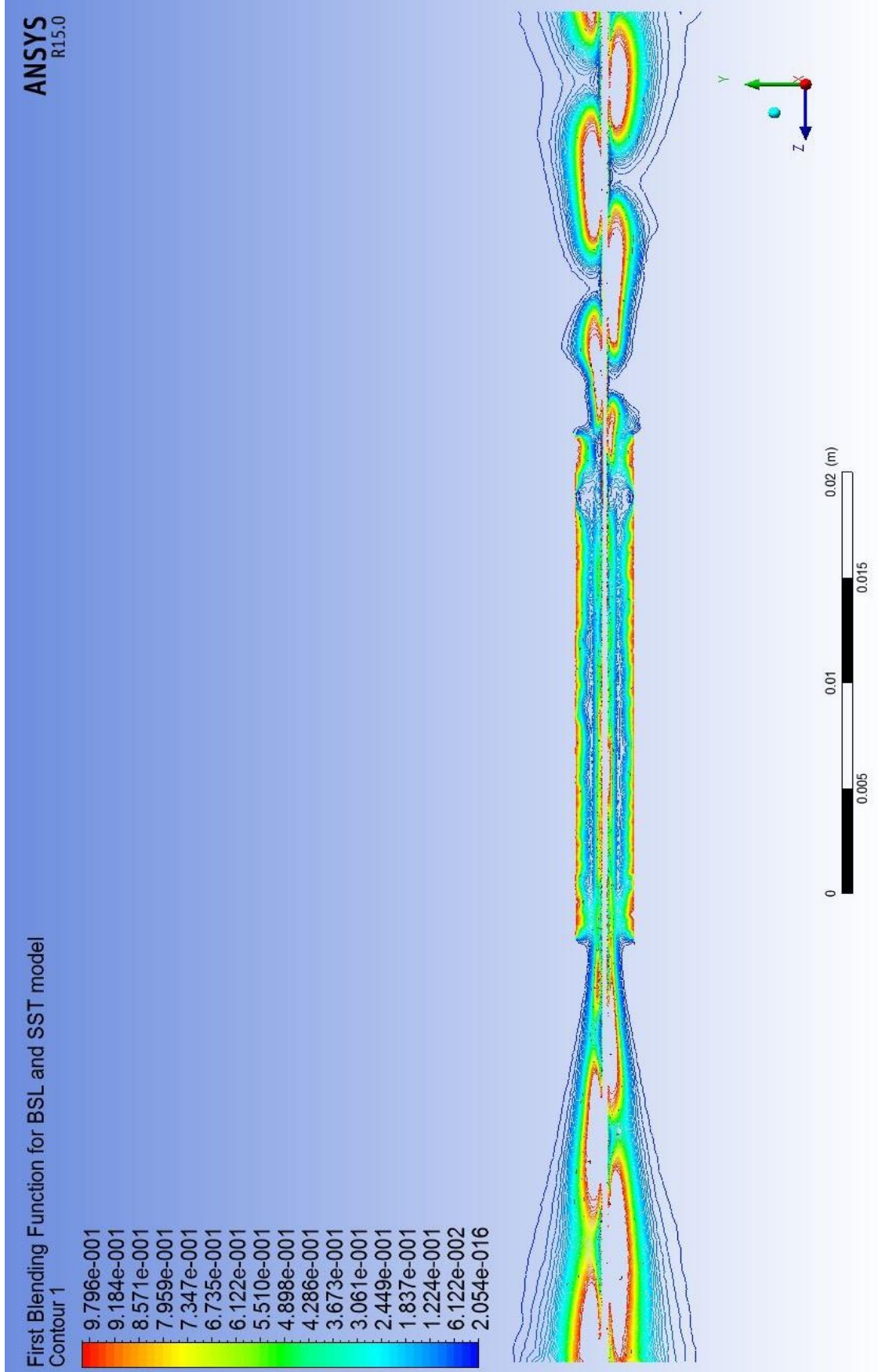


Şekil 4.38. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki türbülanslı kinetik enerji

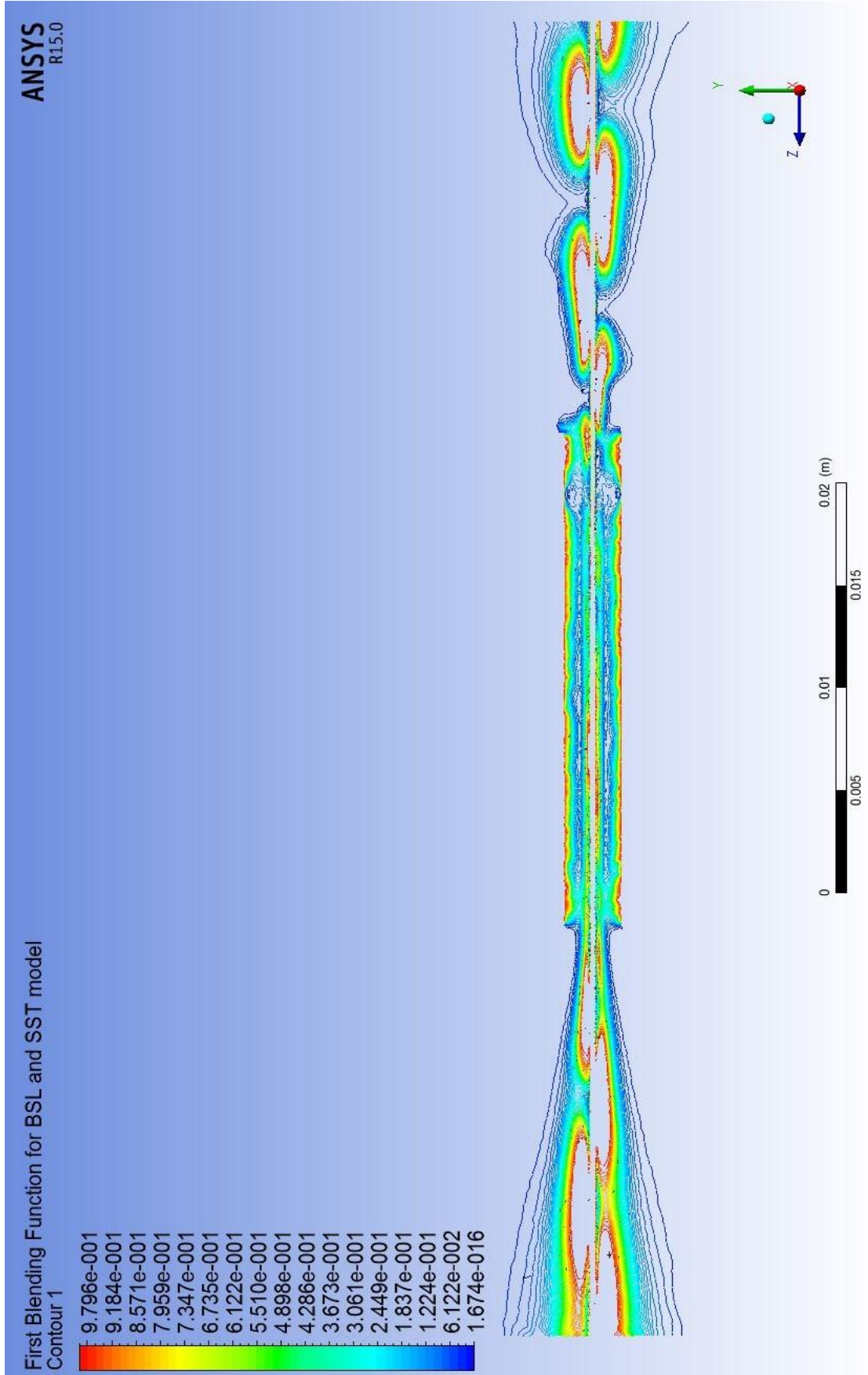


Şekil 4.39. 150,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki birinci harmanlama fonksiyonu

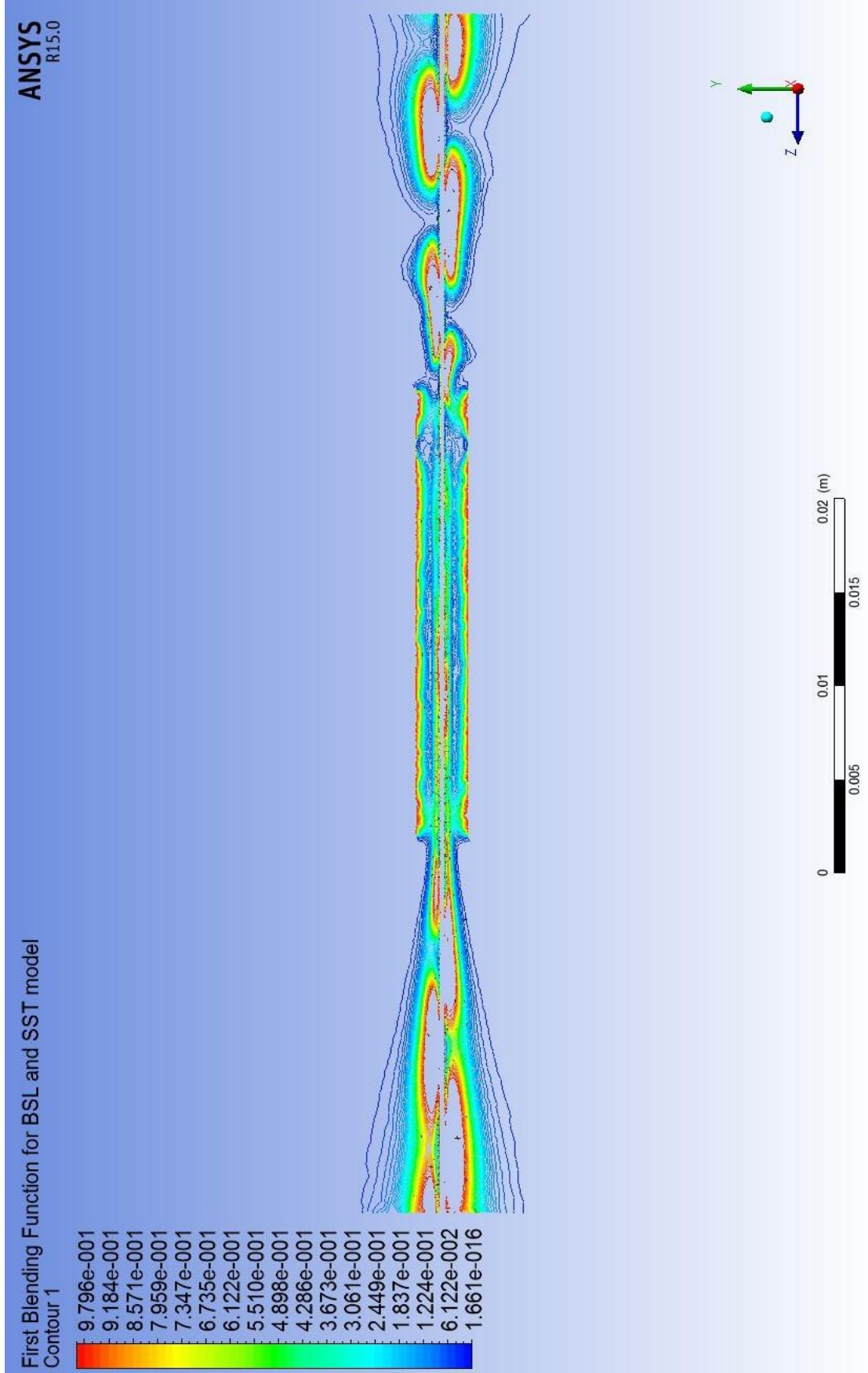




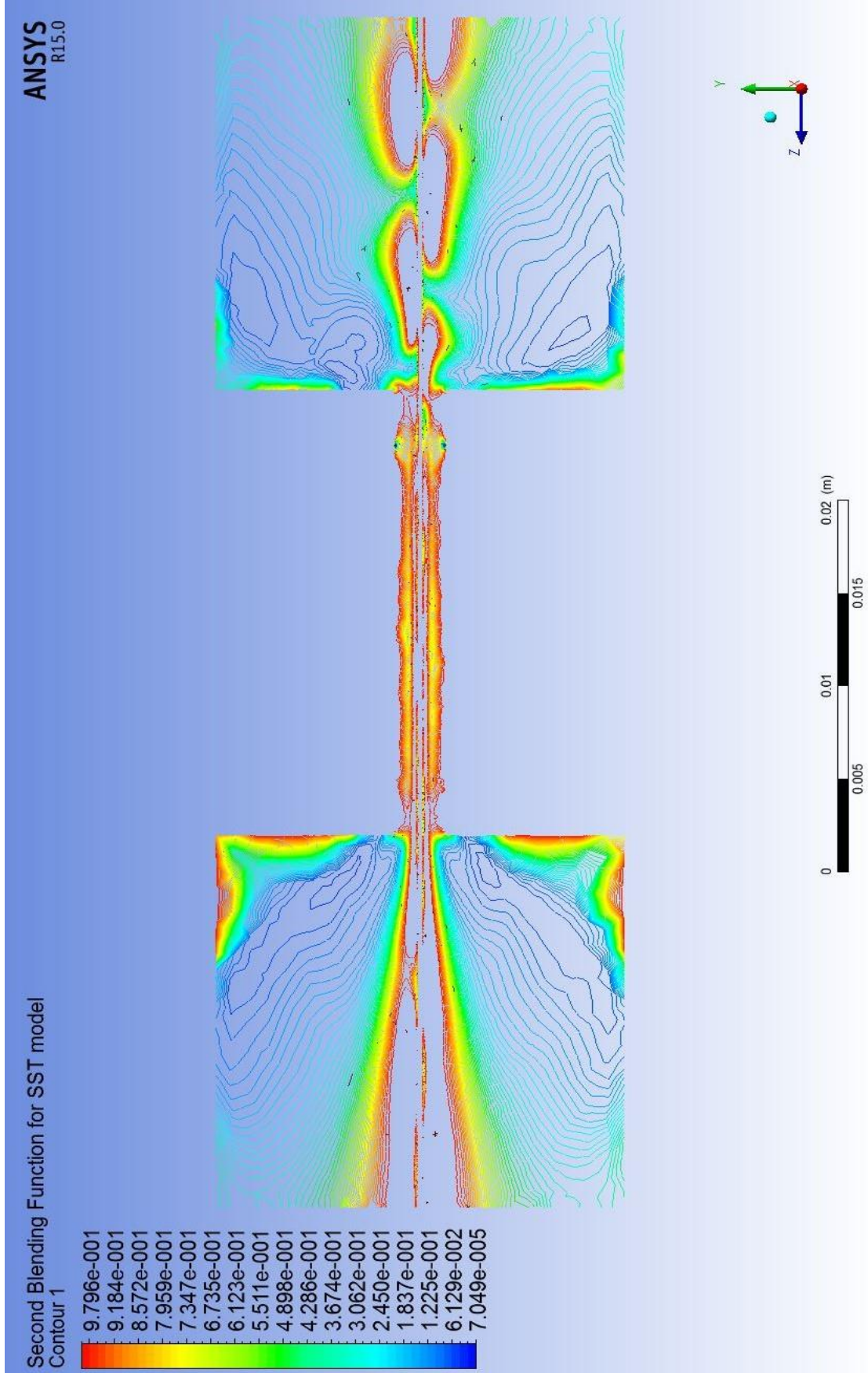
Şekil 4.40. 180,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki birinci harmanlama fonksiyonu



Şekil 4.41. 200,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki birinci harmanlama fonksiyonu

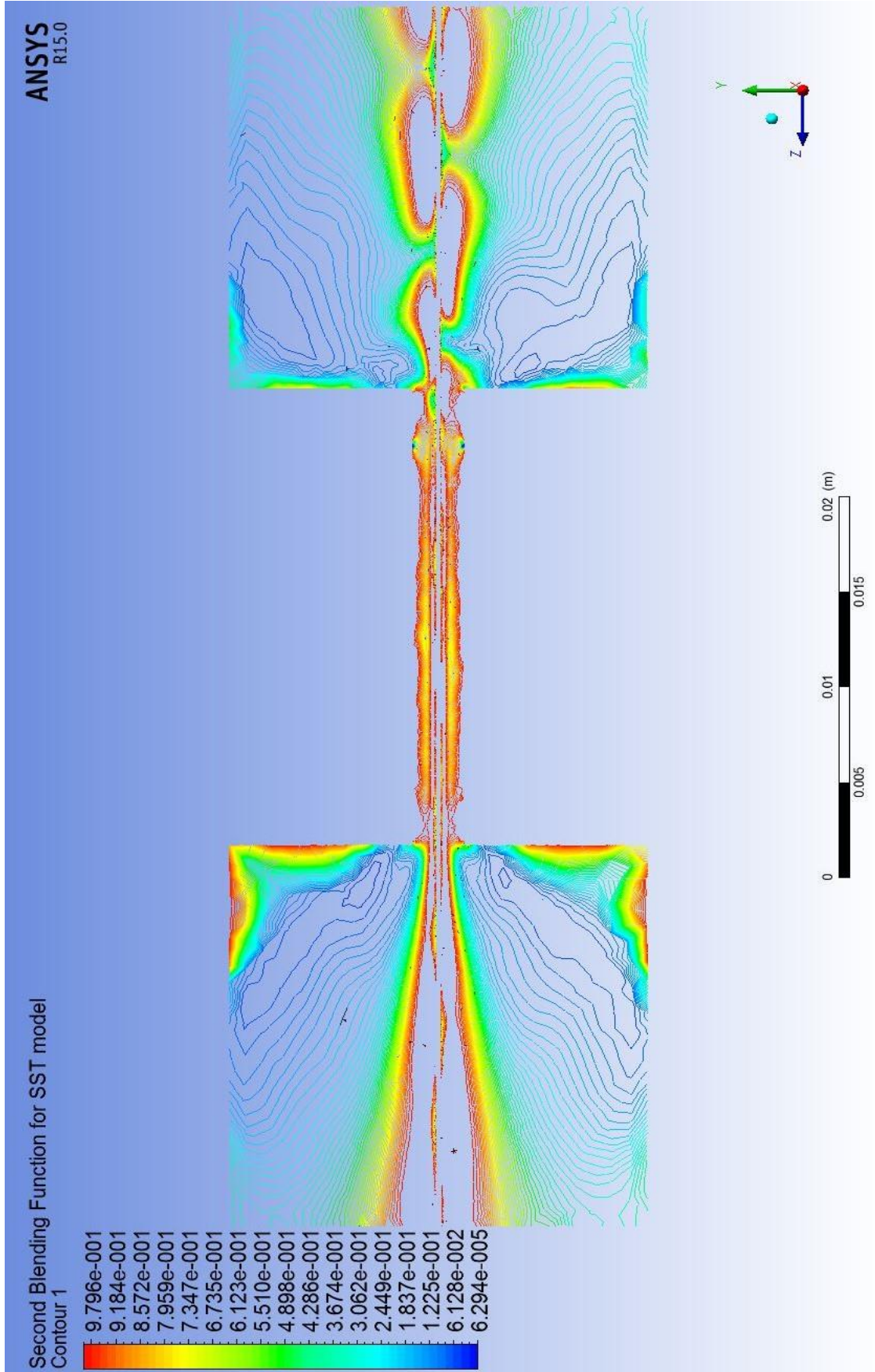


Şekil 4.42. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki birinci harmanlama fonksiyonu

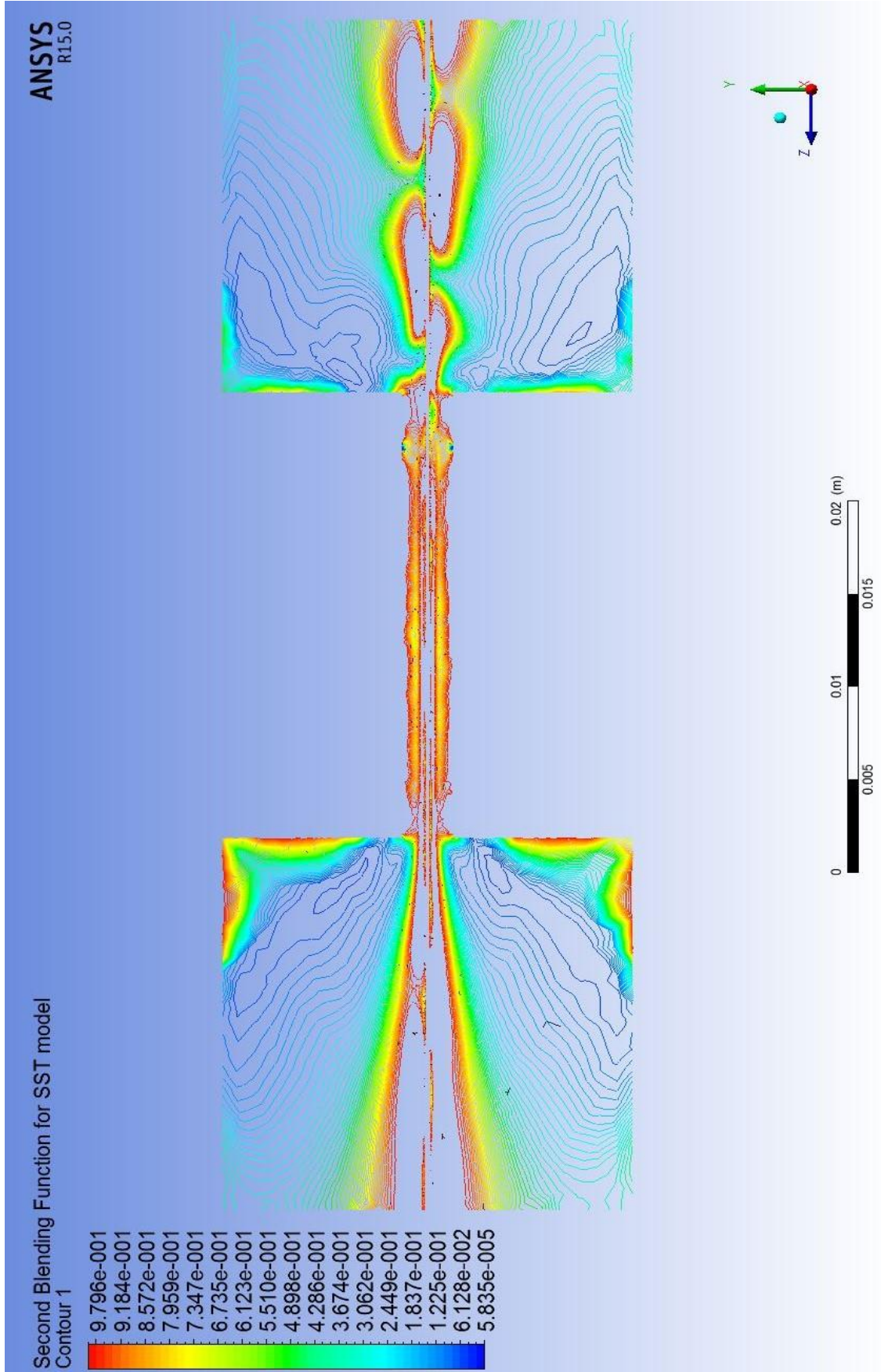


Şekil 4.43. 150,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki ikinci harmanlama fonksiyonu



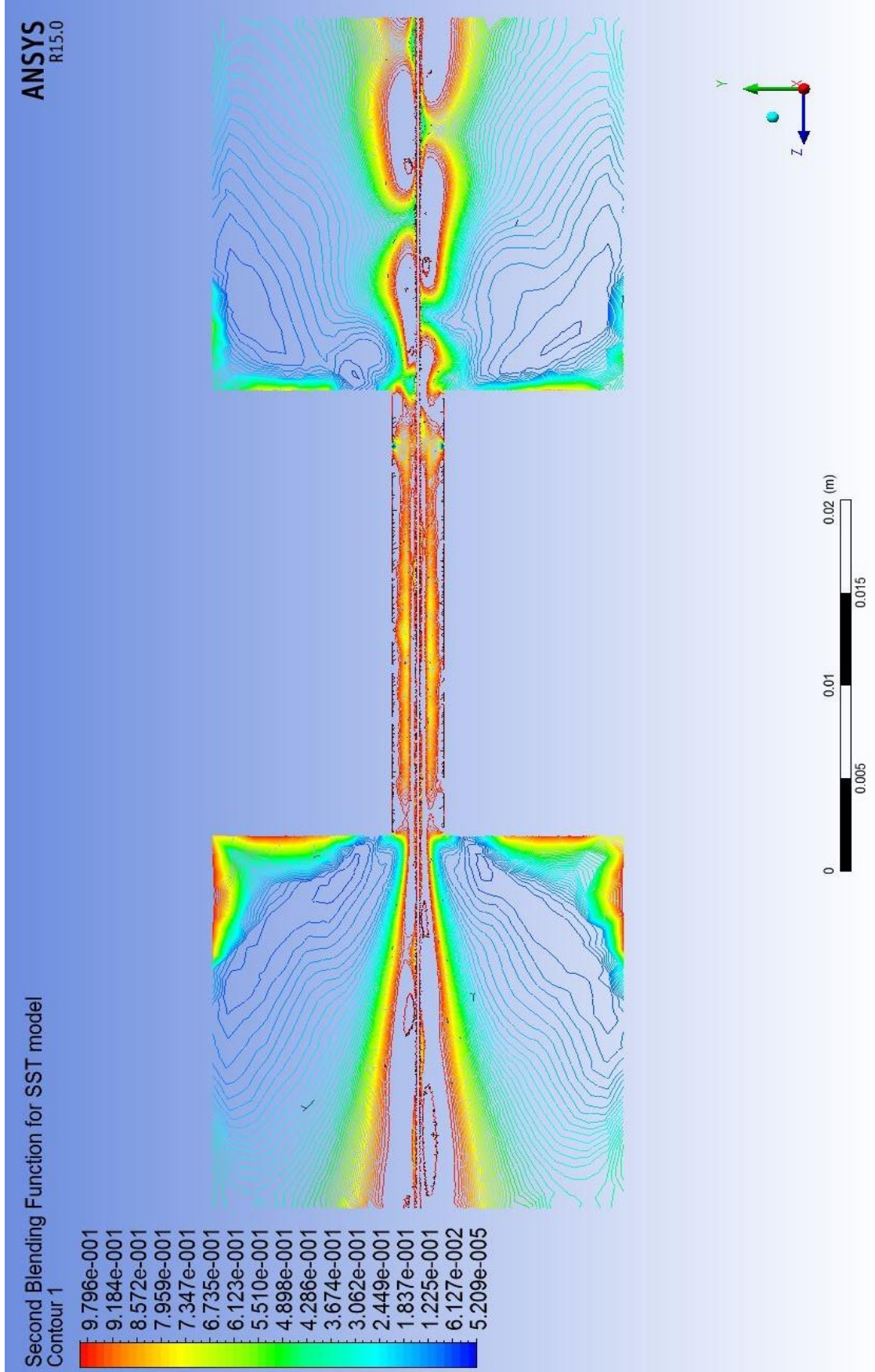


Şekil 4.44. 180,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki ikinci harmanlama fonksiyonu

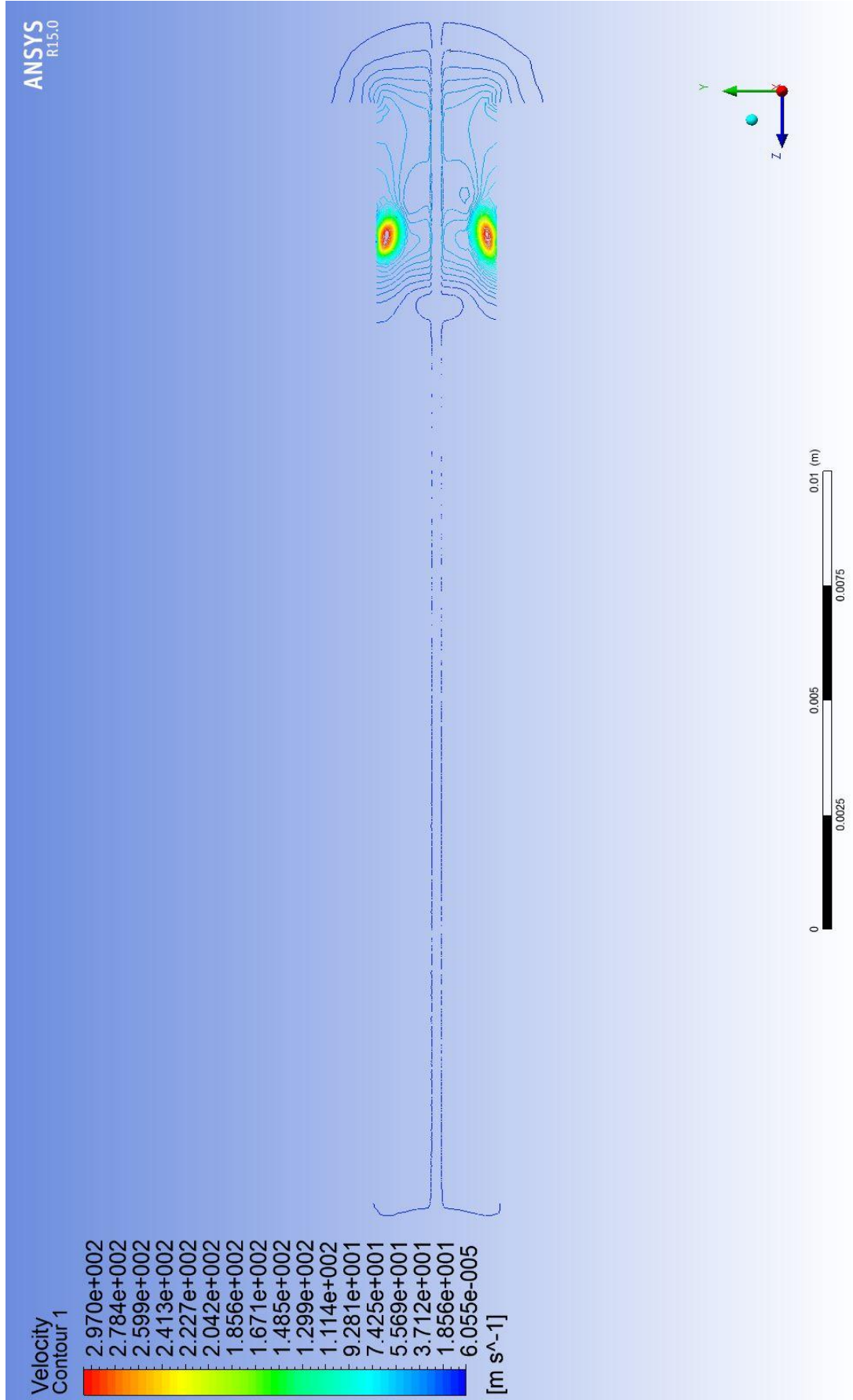


Şekil 4.45. 200,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki ikinci harmanlama fonksiyonu



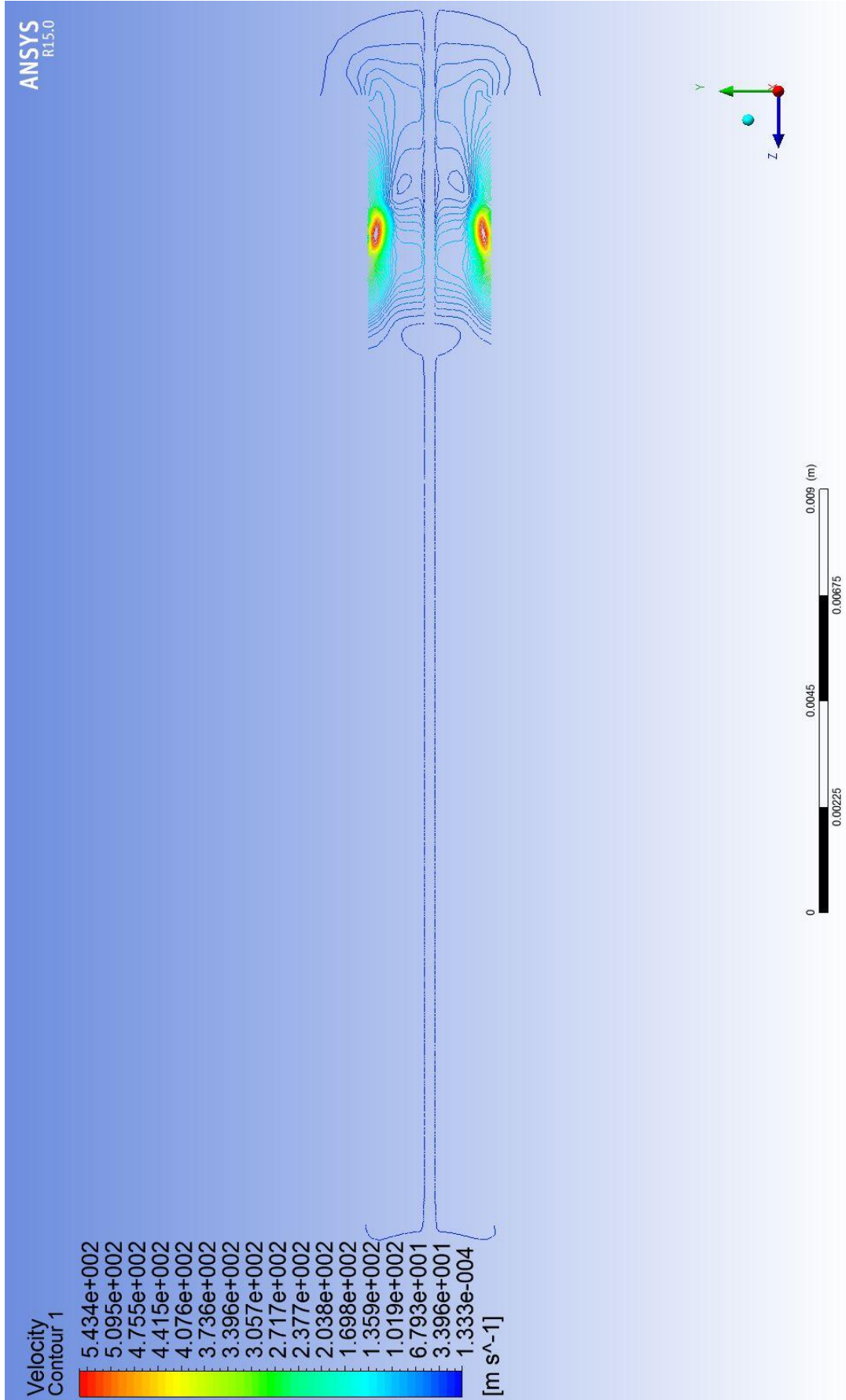


Şekil 4.46. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki ikinci harmanlama fonksiyonu

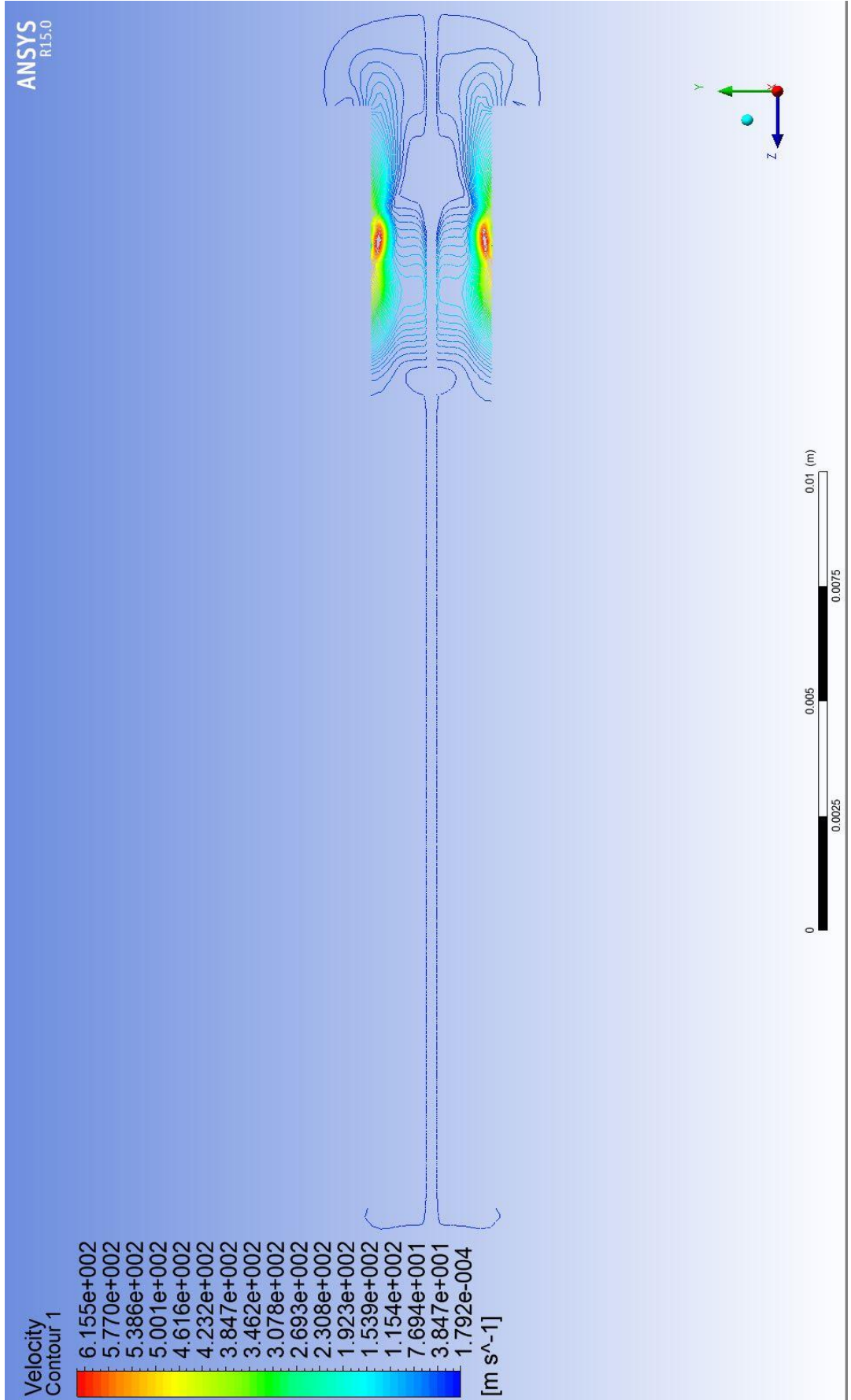


Şekil 4.47. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 1e-05 saniyelik hız profili

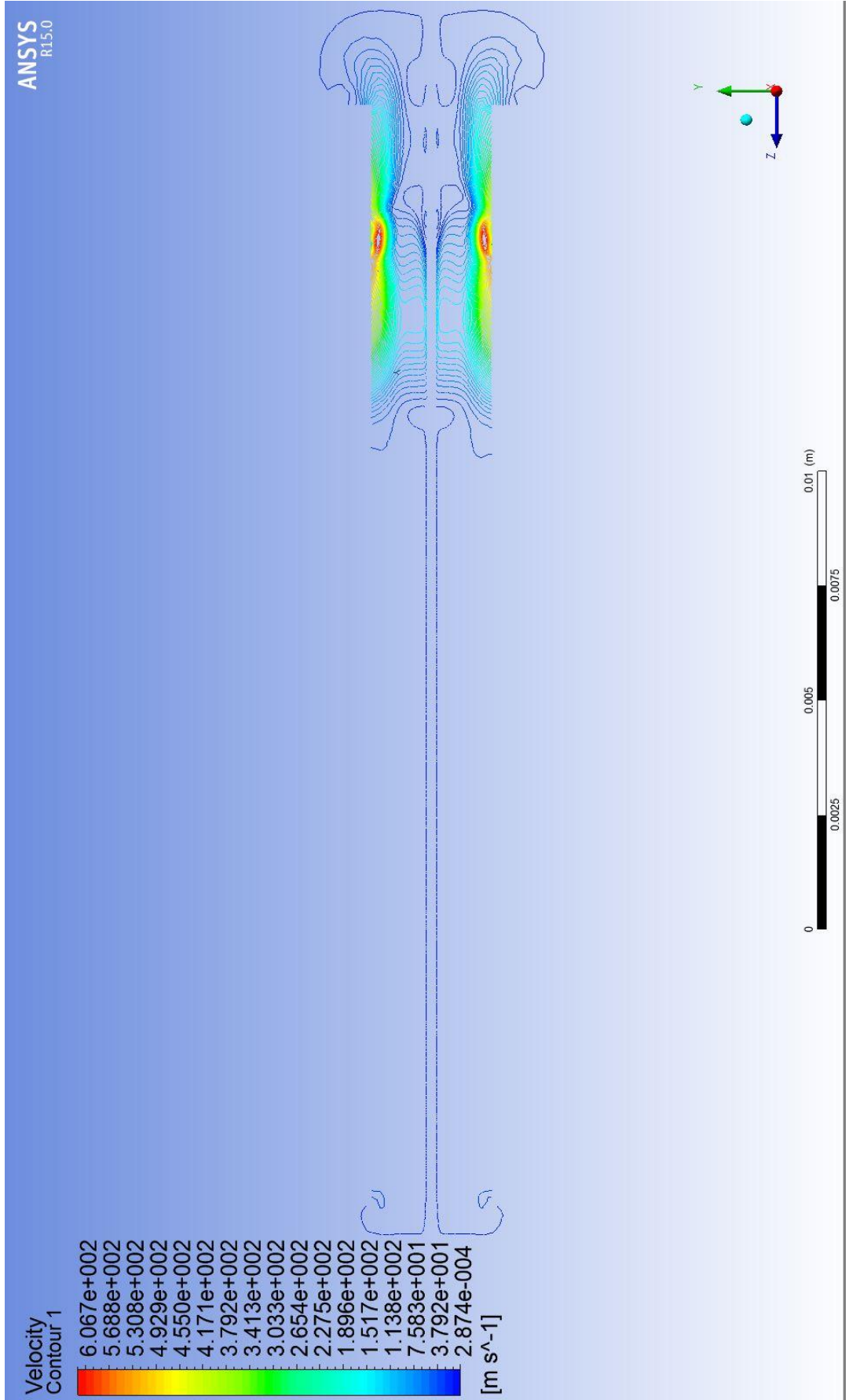




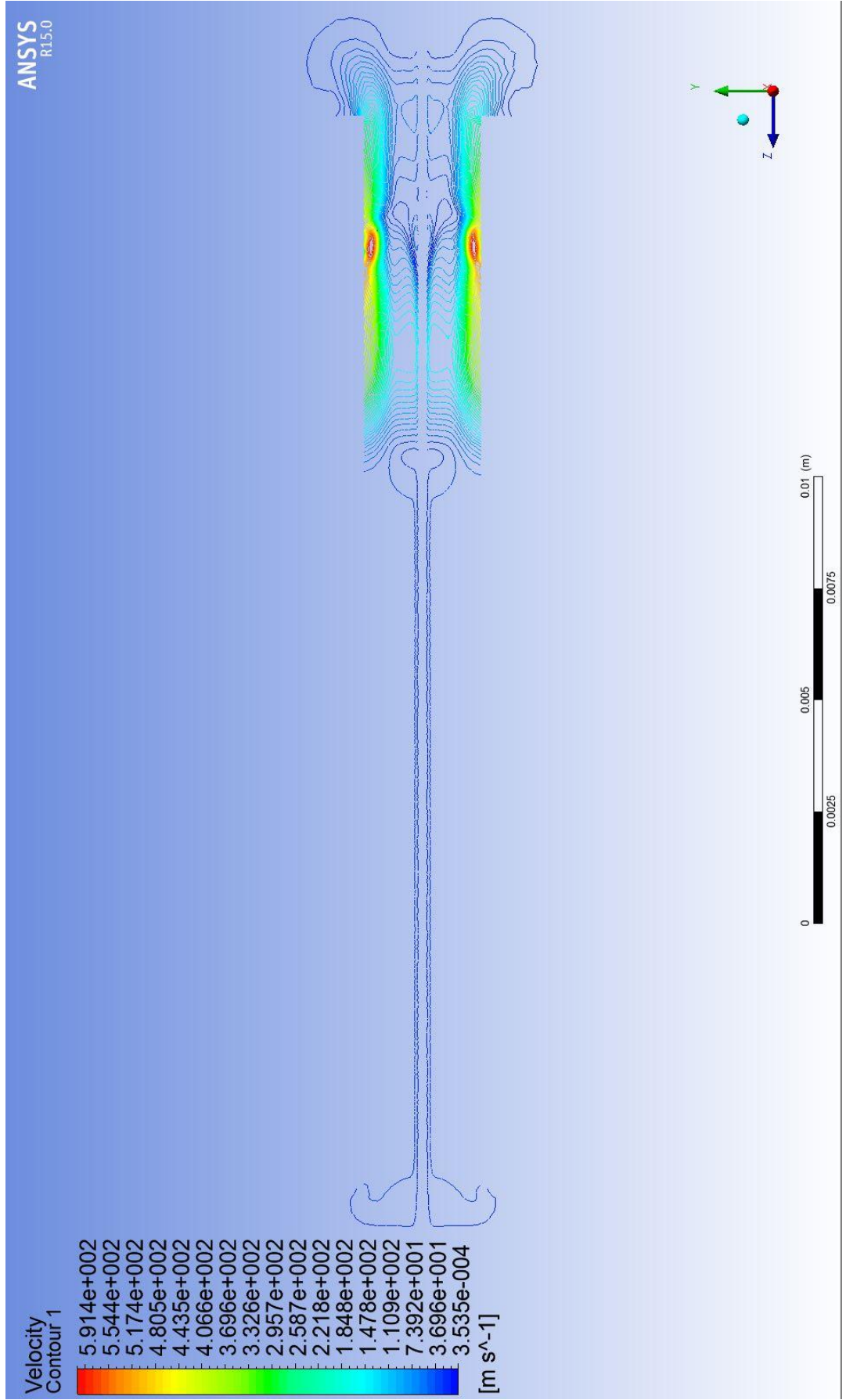
Şekil 4.48. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 2e-05 saniyelik hız profili



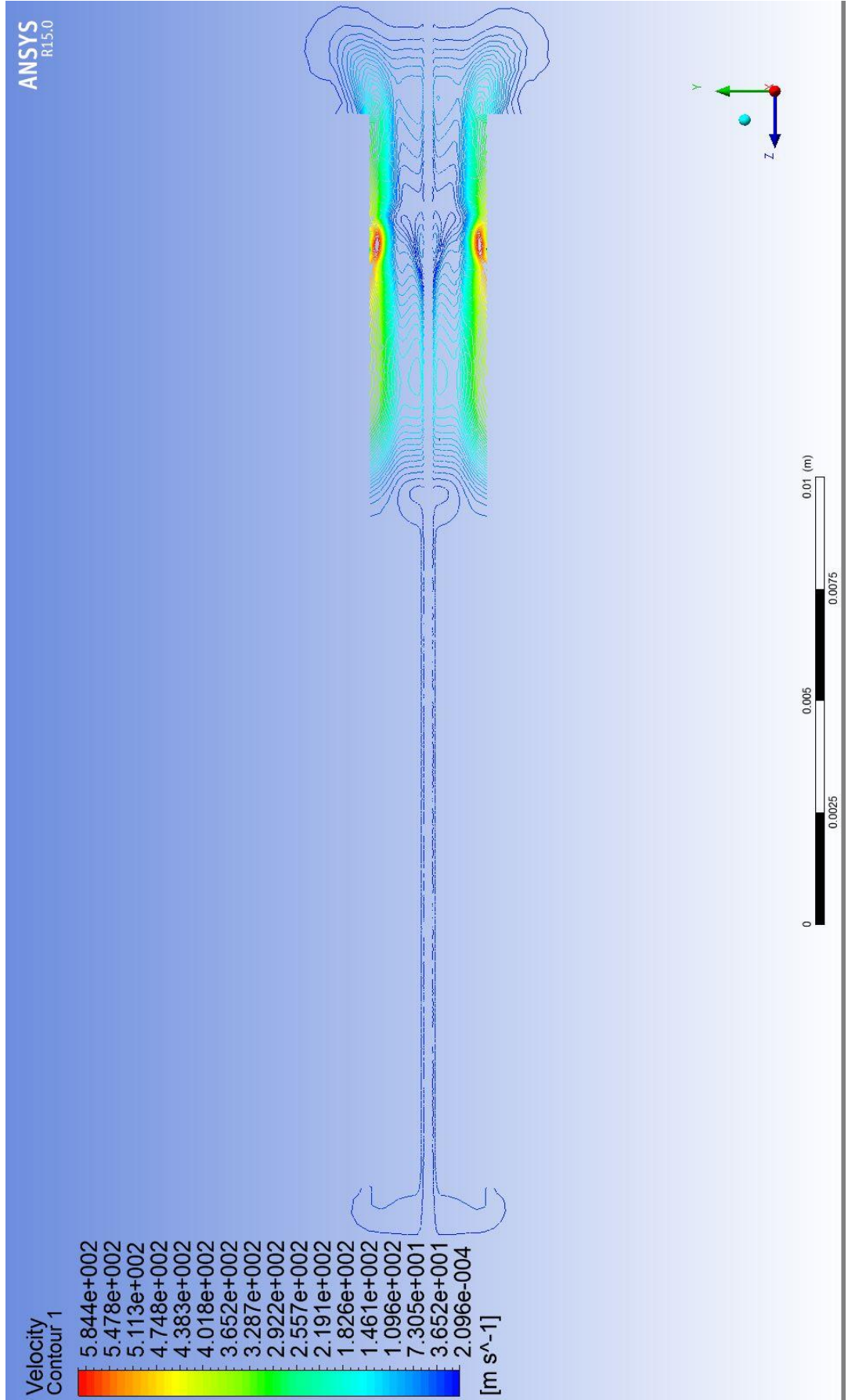
Şekil 4.49. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 3e-05 saniyelik hız profili



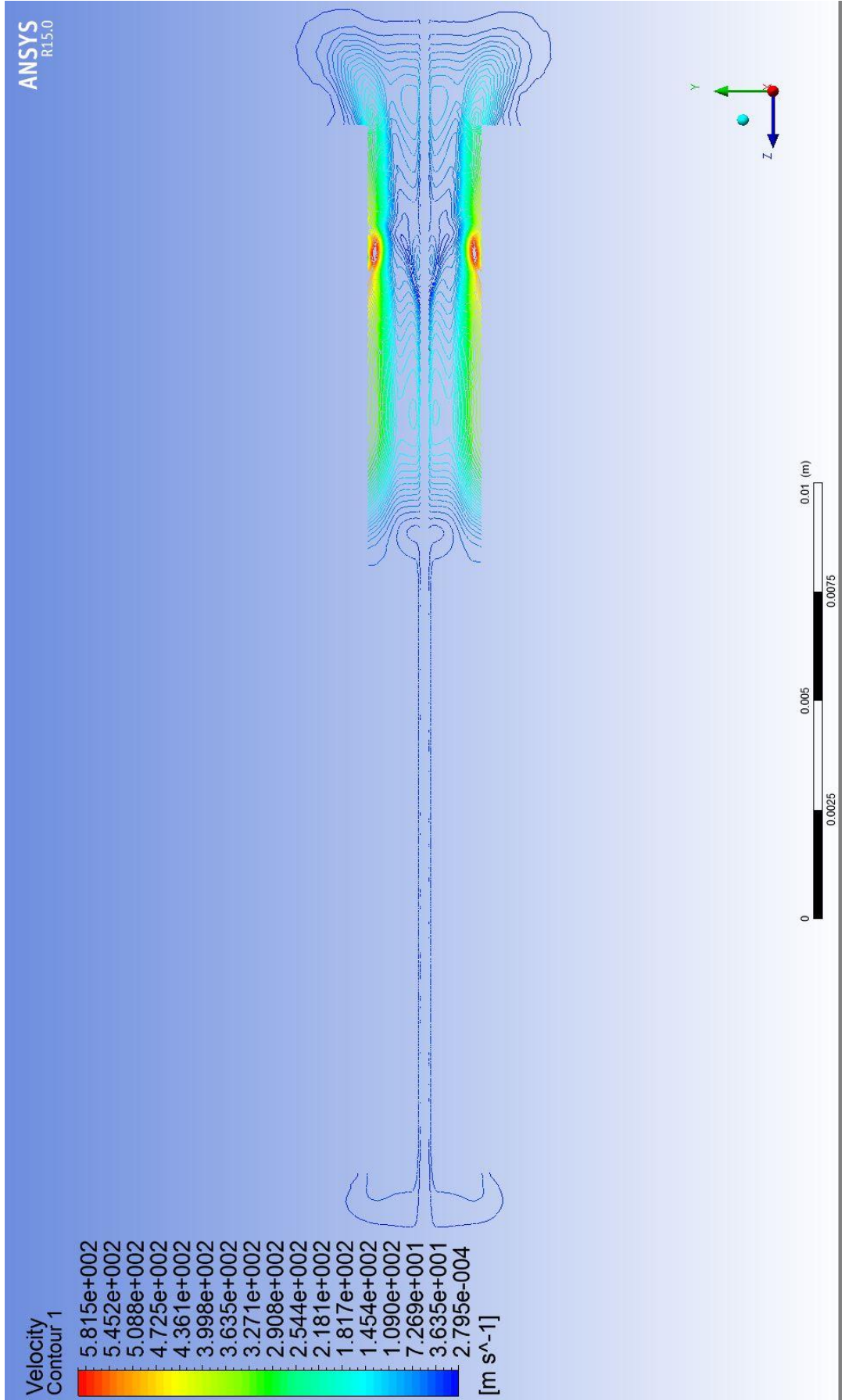
Şekil 4.50. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 4e-05 saniyelik hız profili



Şekil 4.51. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 5e-05 saniyelik hız profili

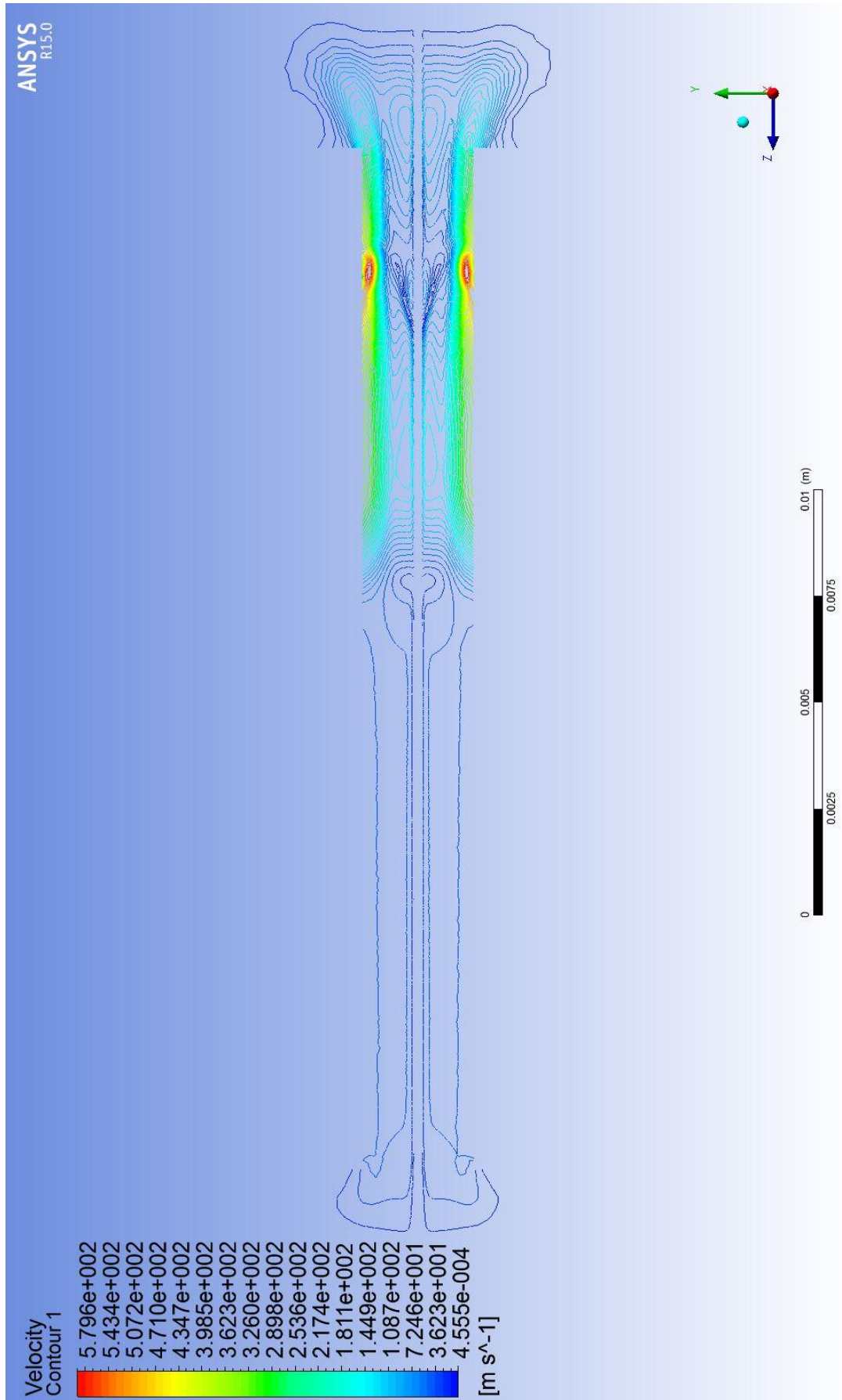


Şekil 4.52. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 6e-05 saniyelik hız profili

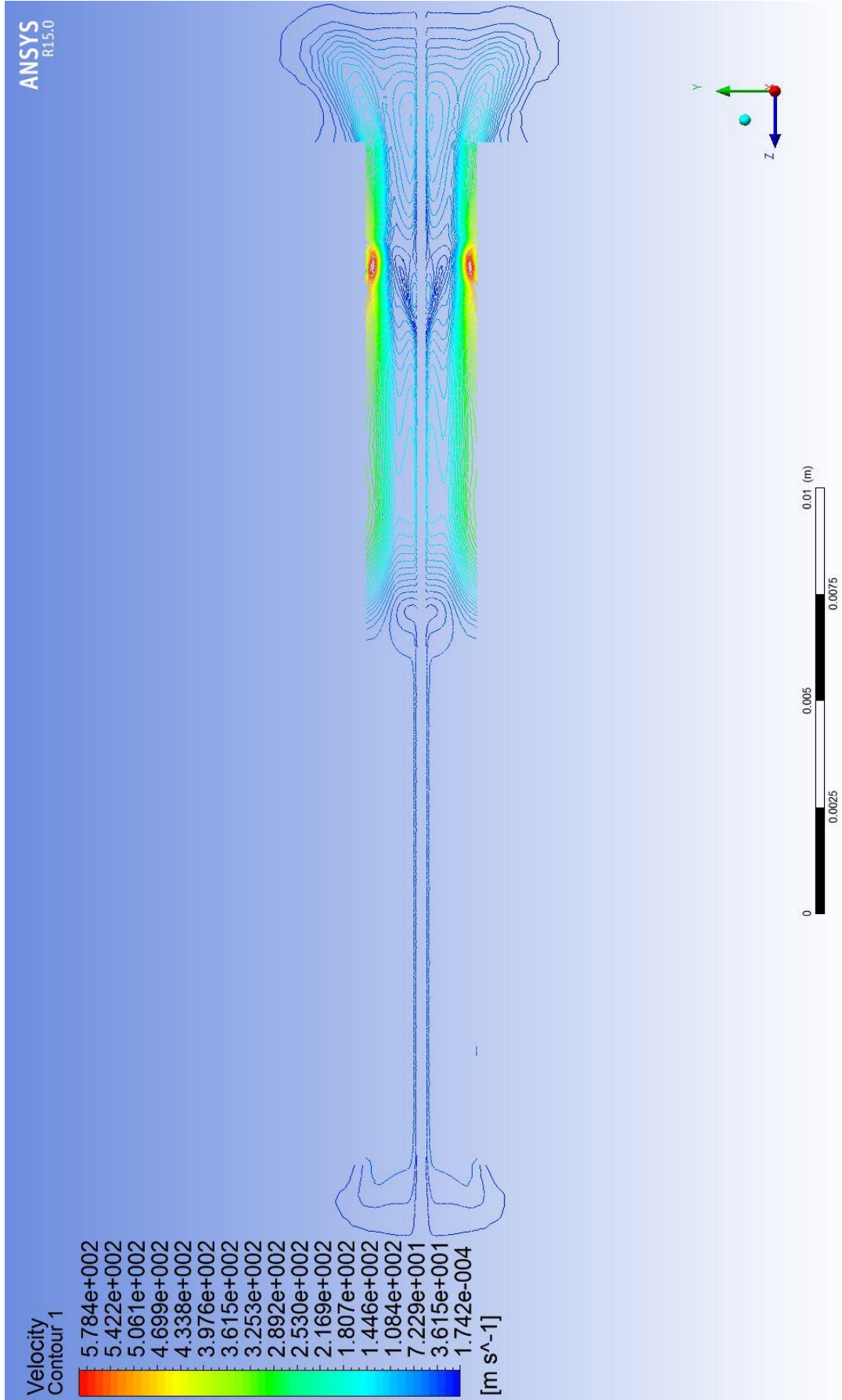


Şekil 4.53. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 7e-05 saniyelik hız profili



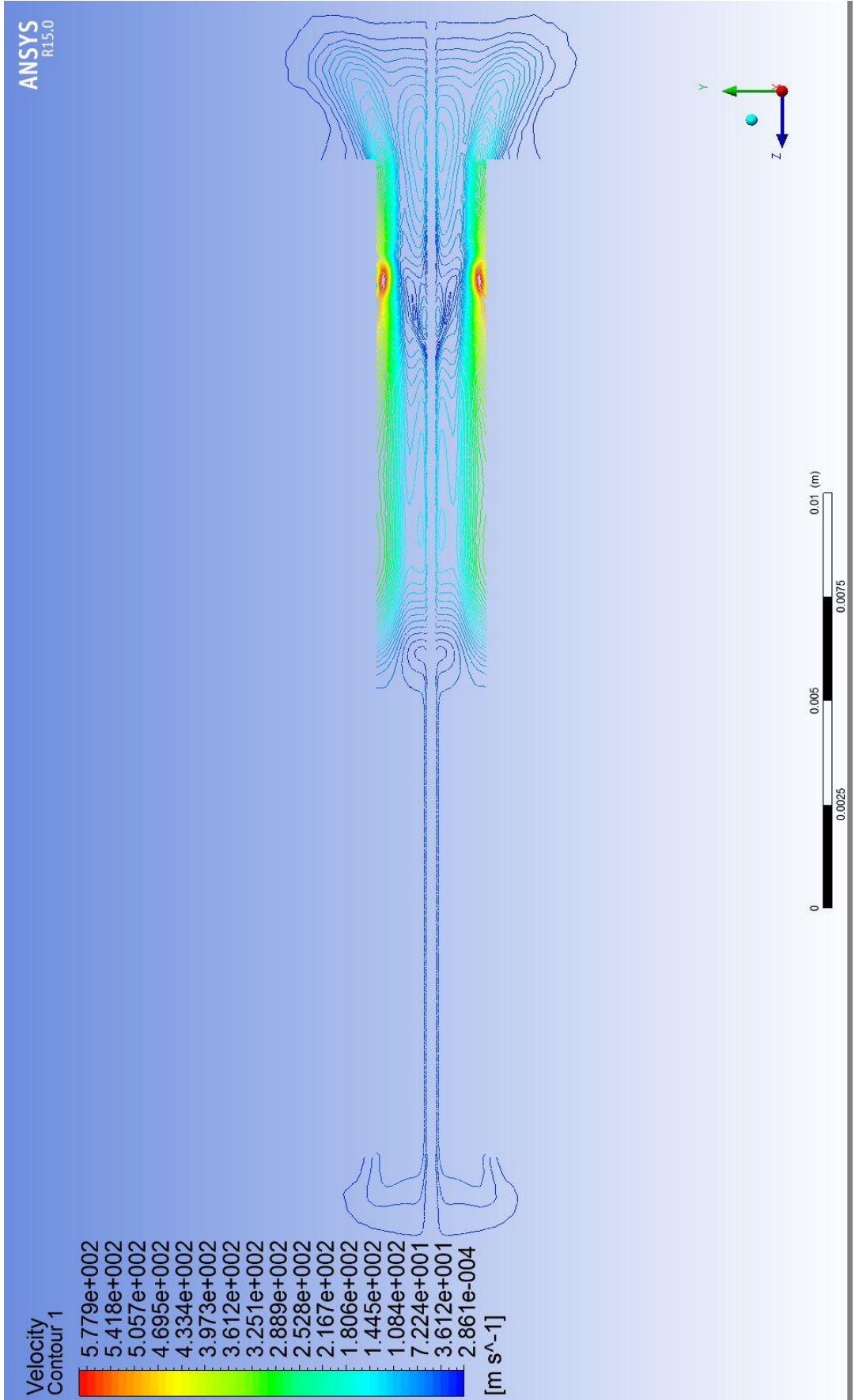


Şekil 4.54. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 8e-05 saniyelik hız profili

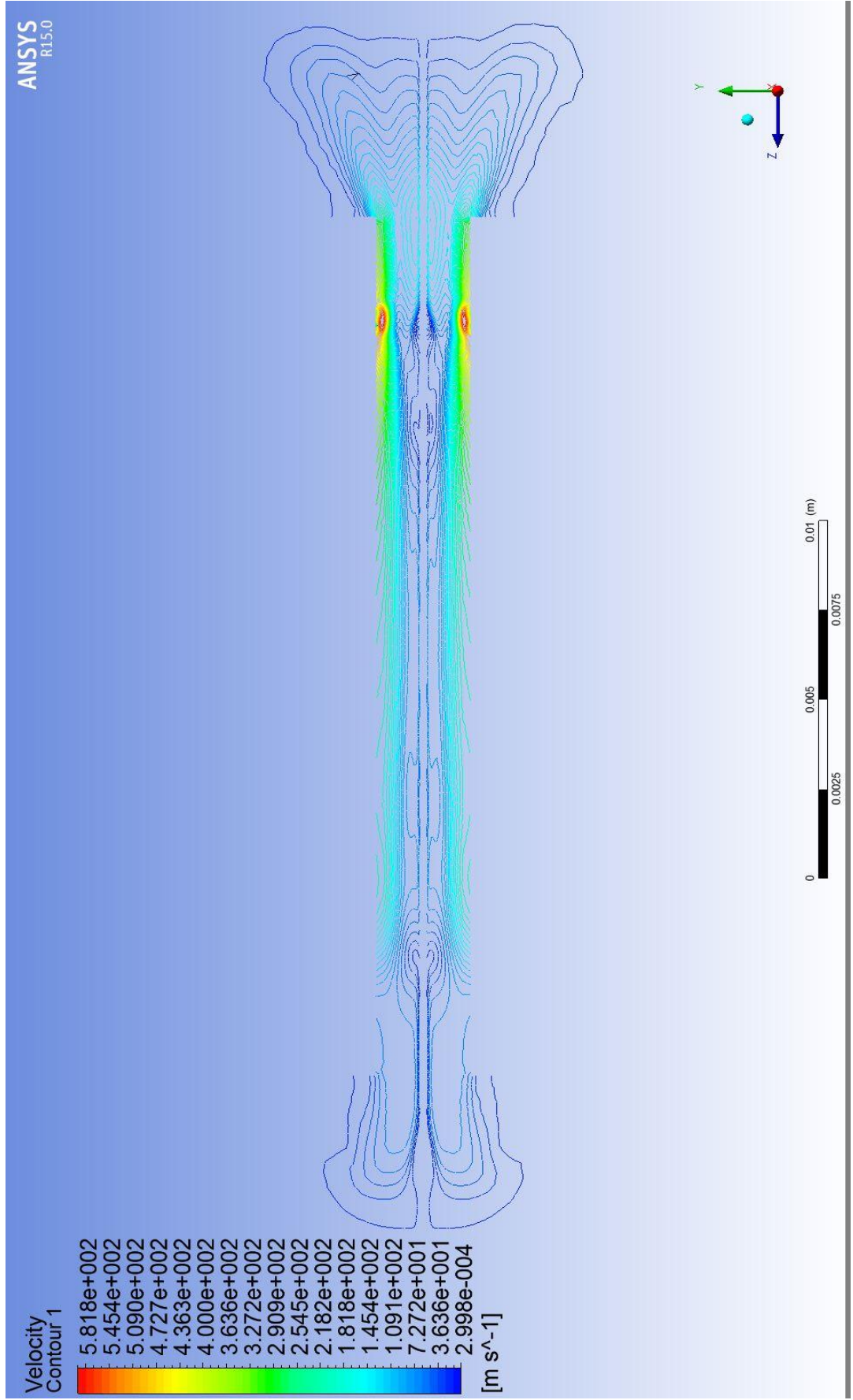


Şekil 4.55. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 9e-05 saniyelik hız profili

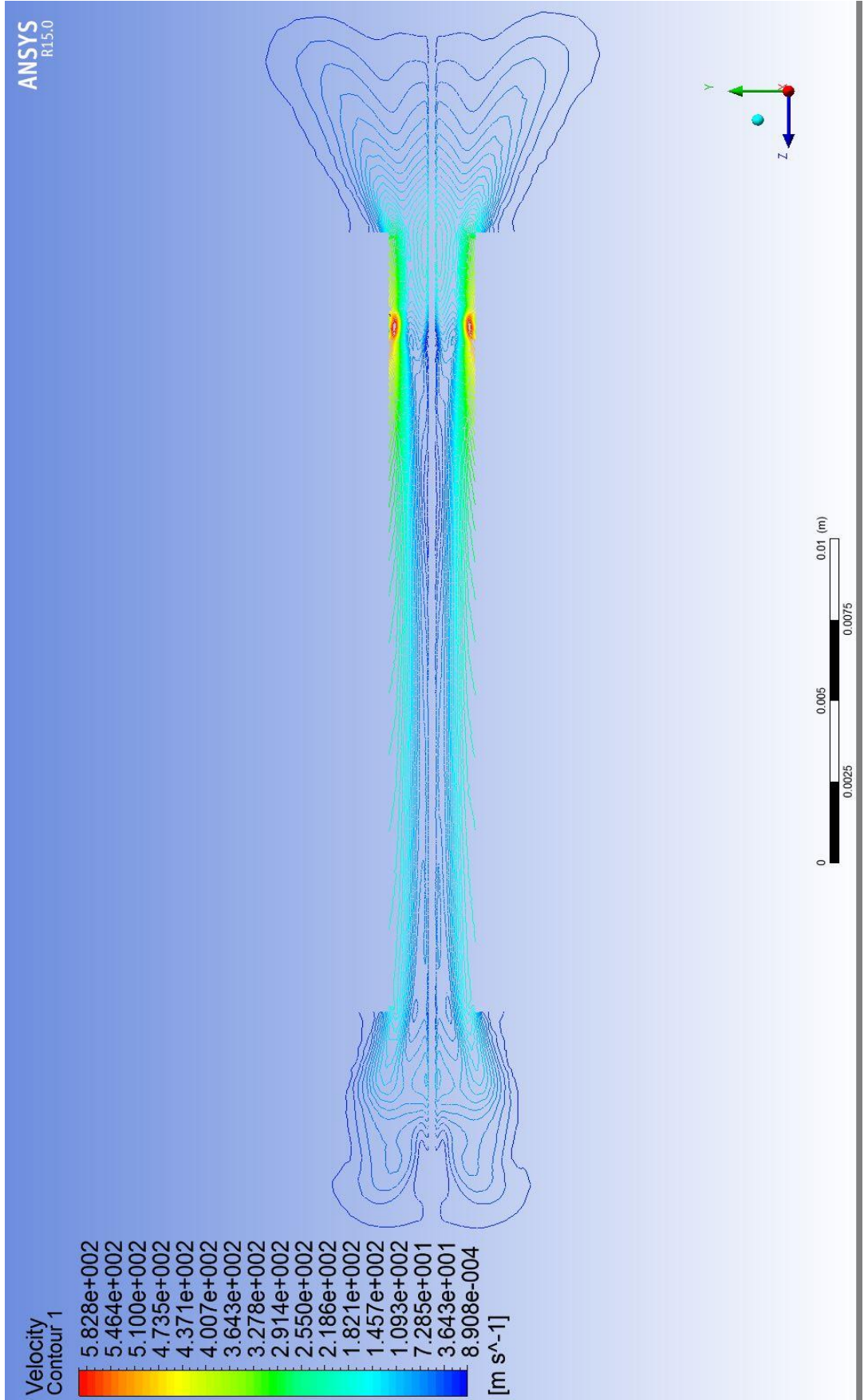




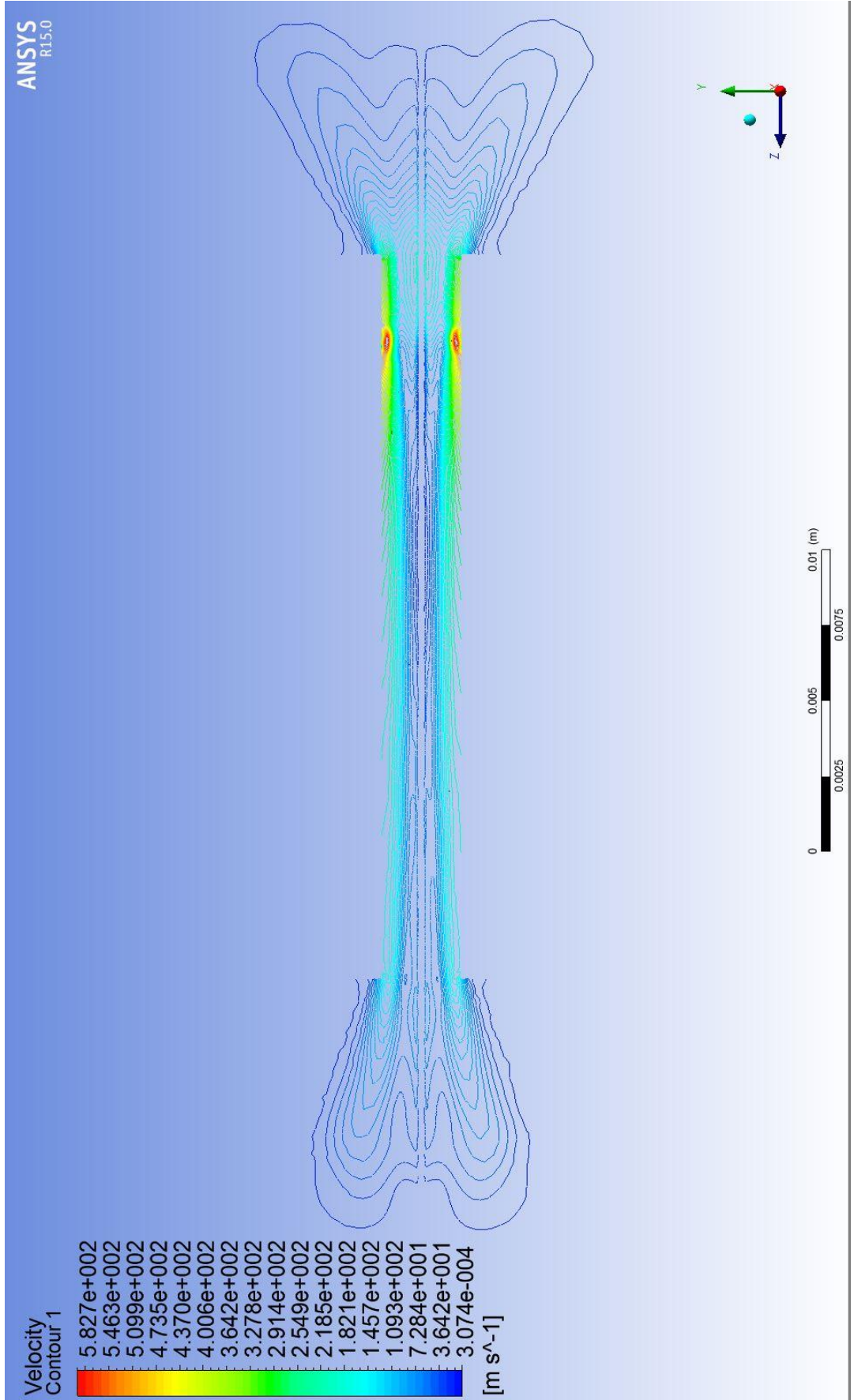
Şekil 4.56. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 1e-04 saniyelik hız profili



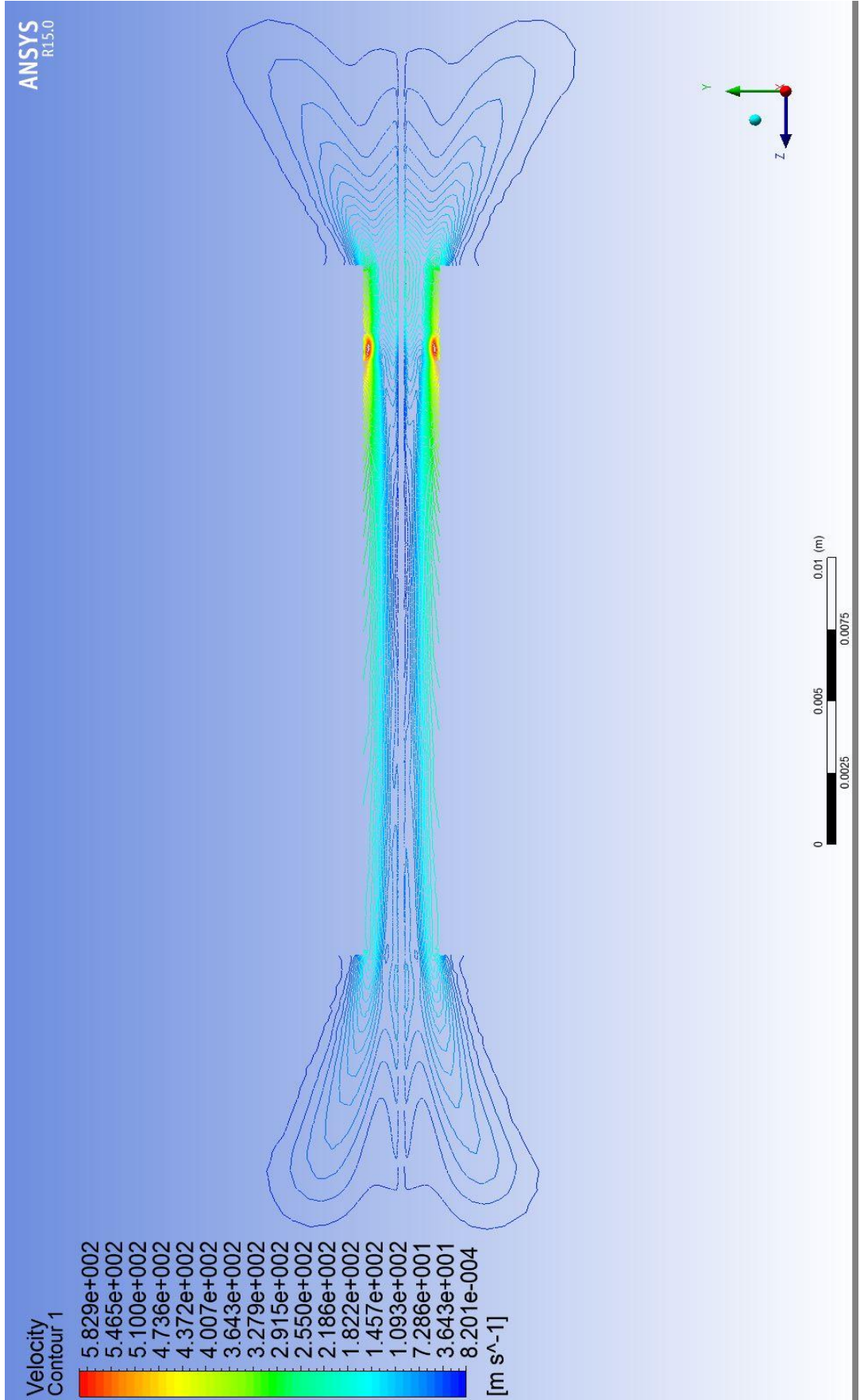
Şekil 4.57. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki  $2e-04$  saniyelik hız profili



Şekil 4.58. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 3e-04 saniyelik hız profili

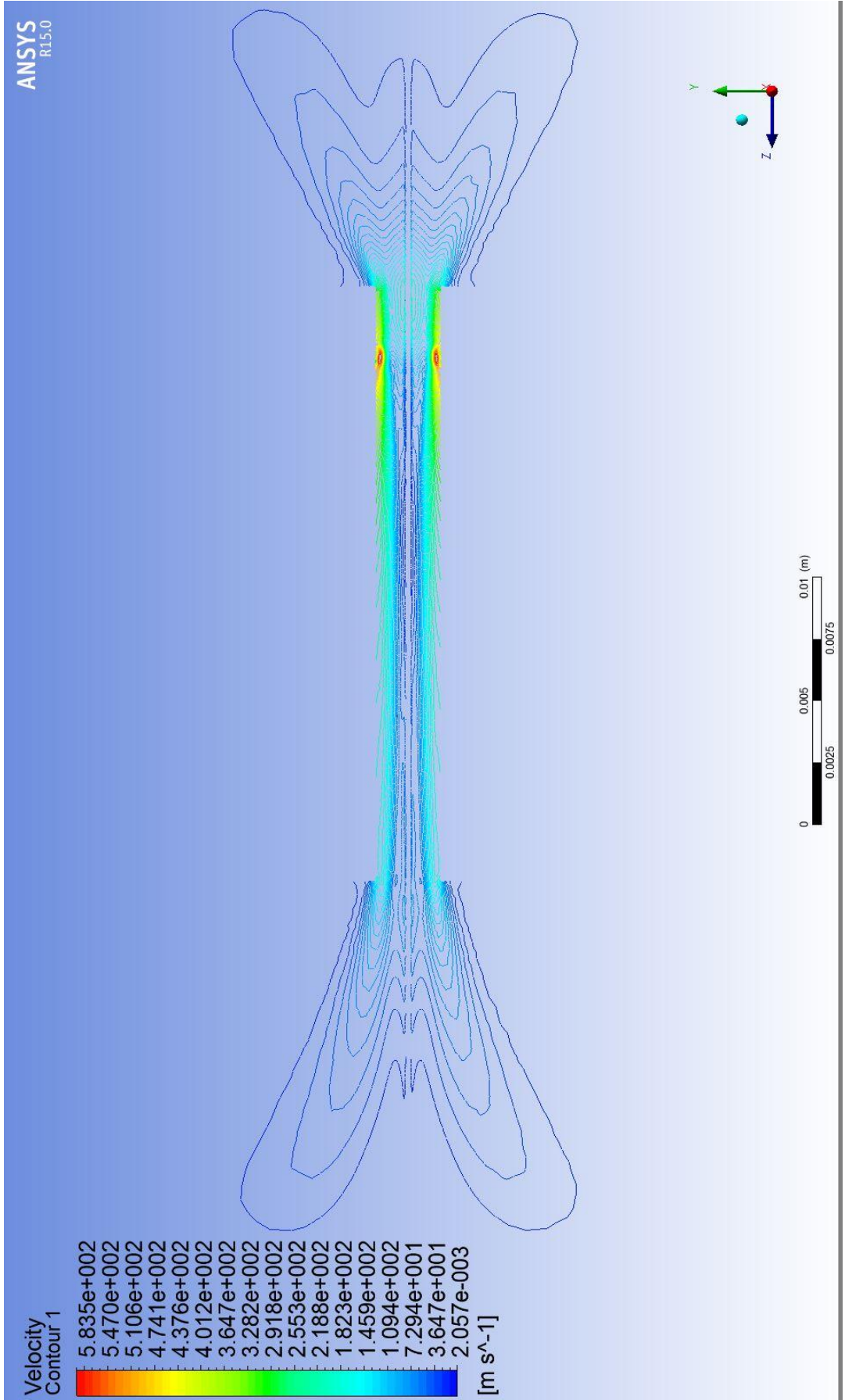


Şekil 4.59. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 4e-04 saniyelik hız profili

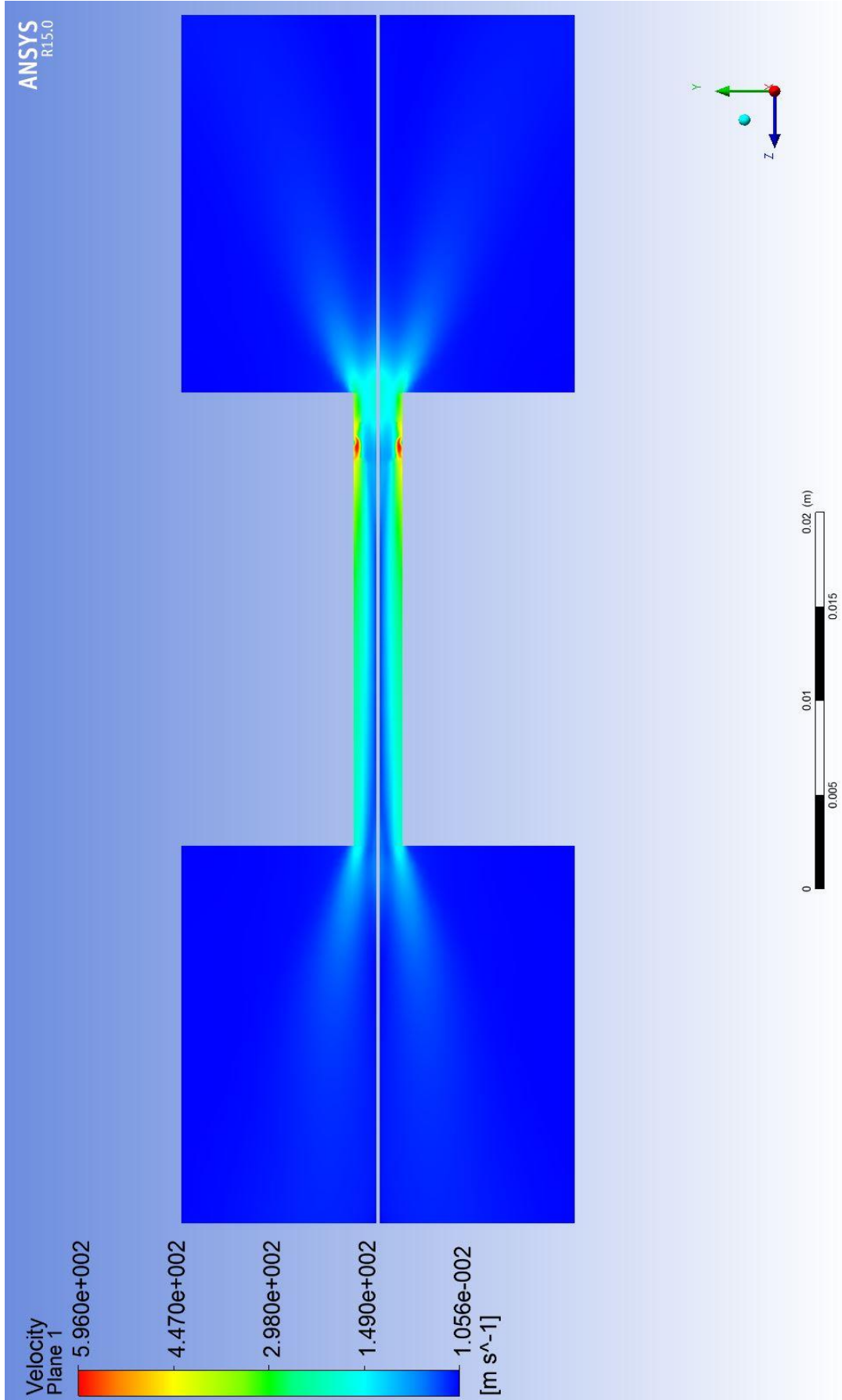


Şekil 4.60. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 5e-04 saniyelik hız profili

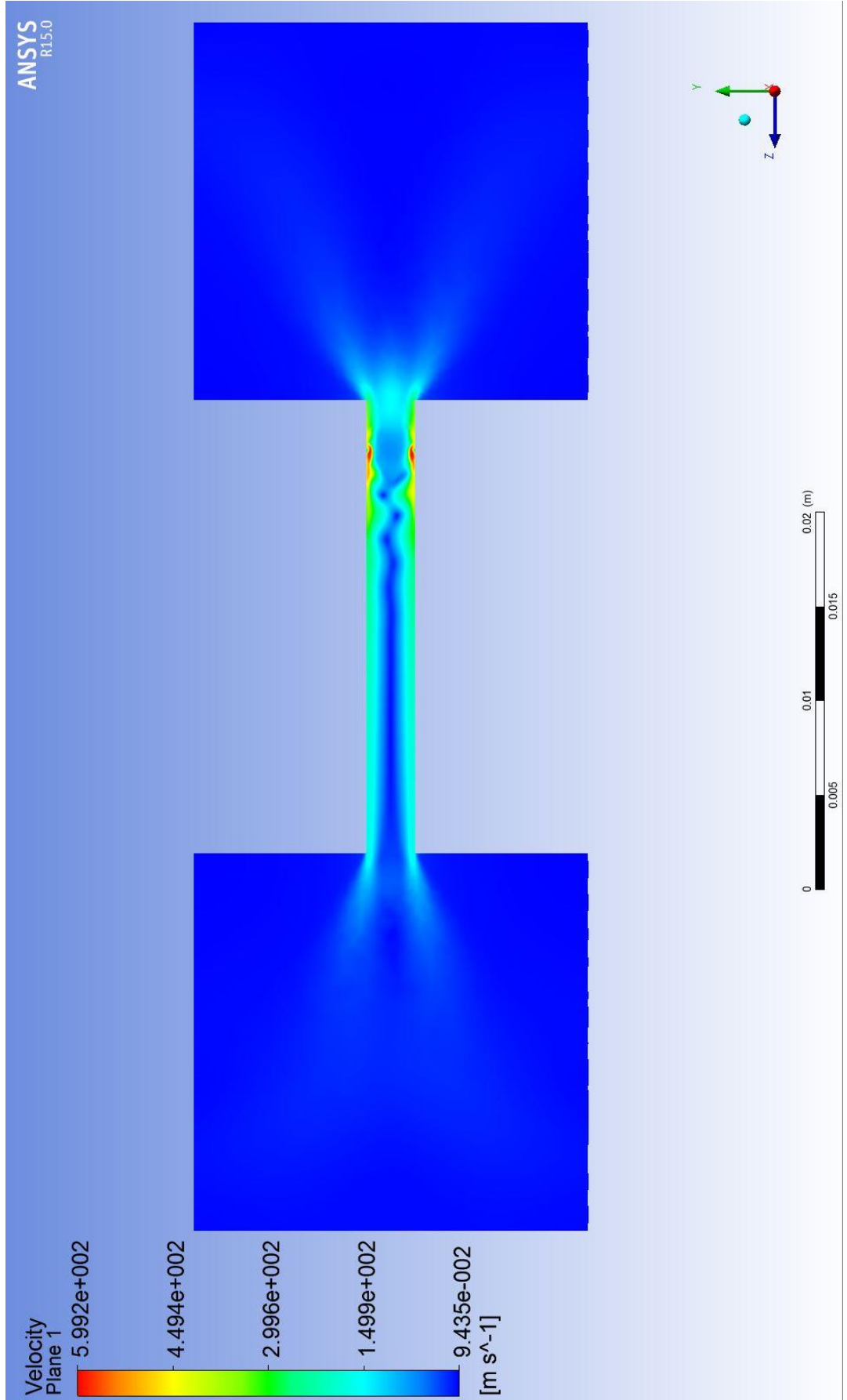




Şekil 4.61. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 1e-02 saniyelik hız profili

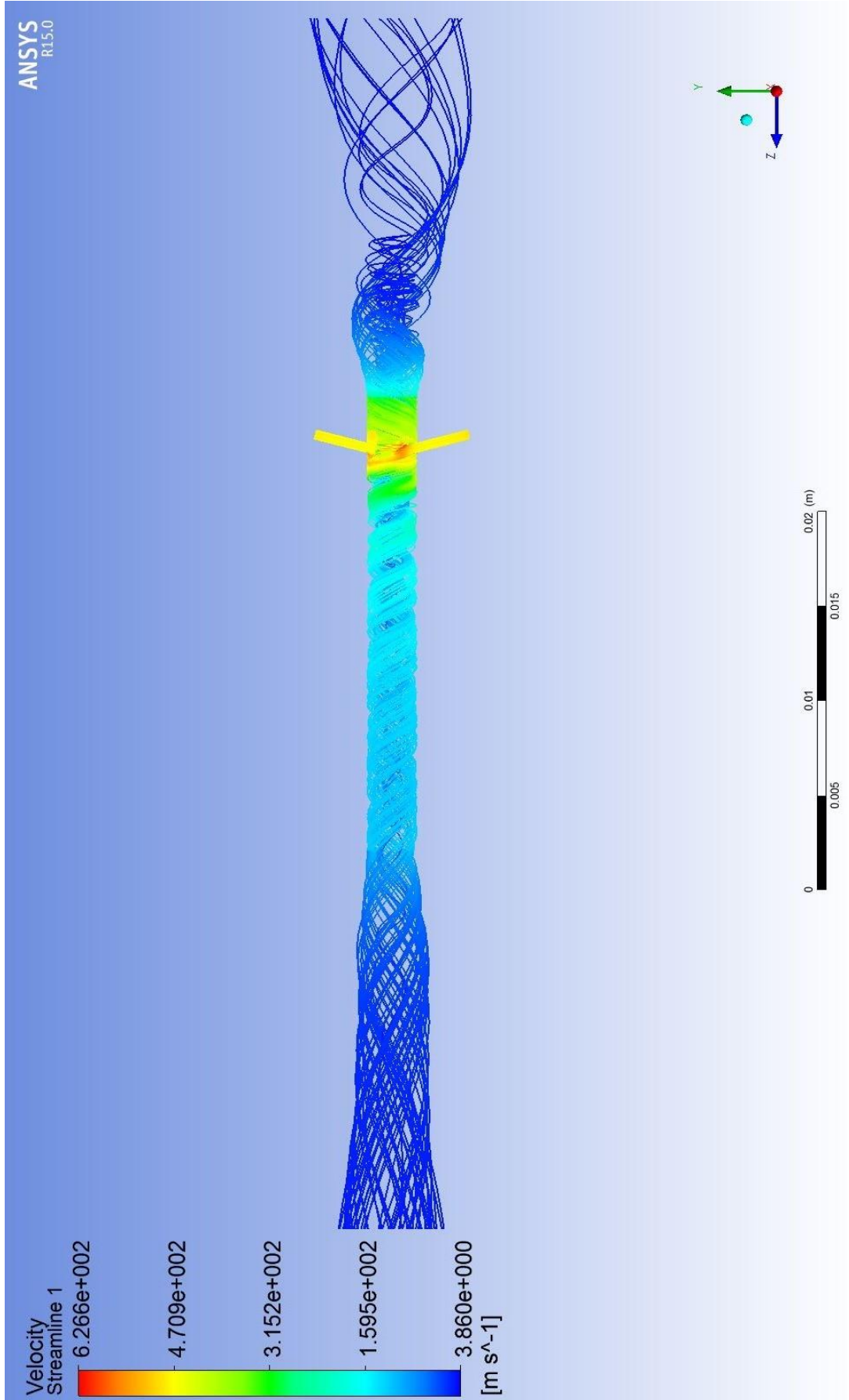


Şekil 4.62. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ kesiti hız profili (fiber 5 parçalı)

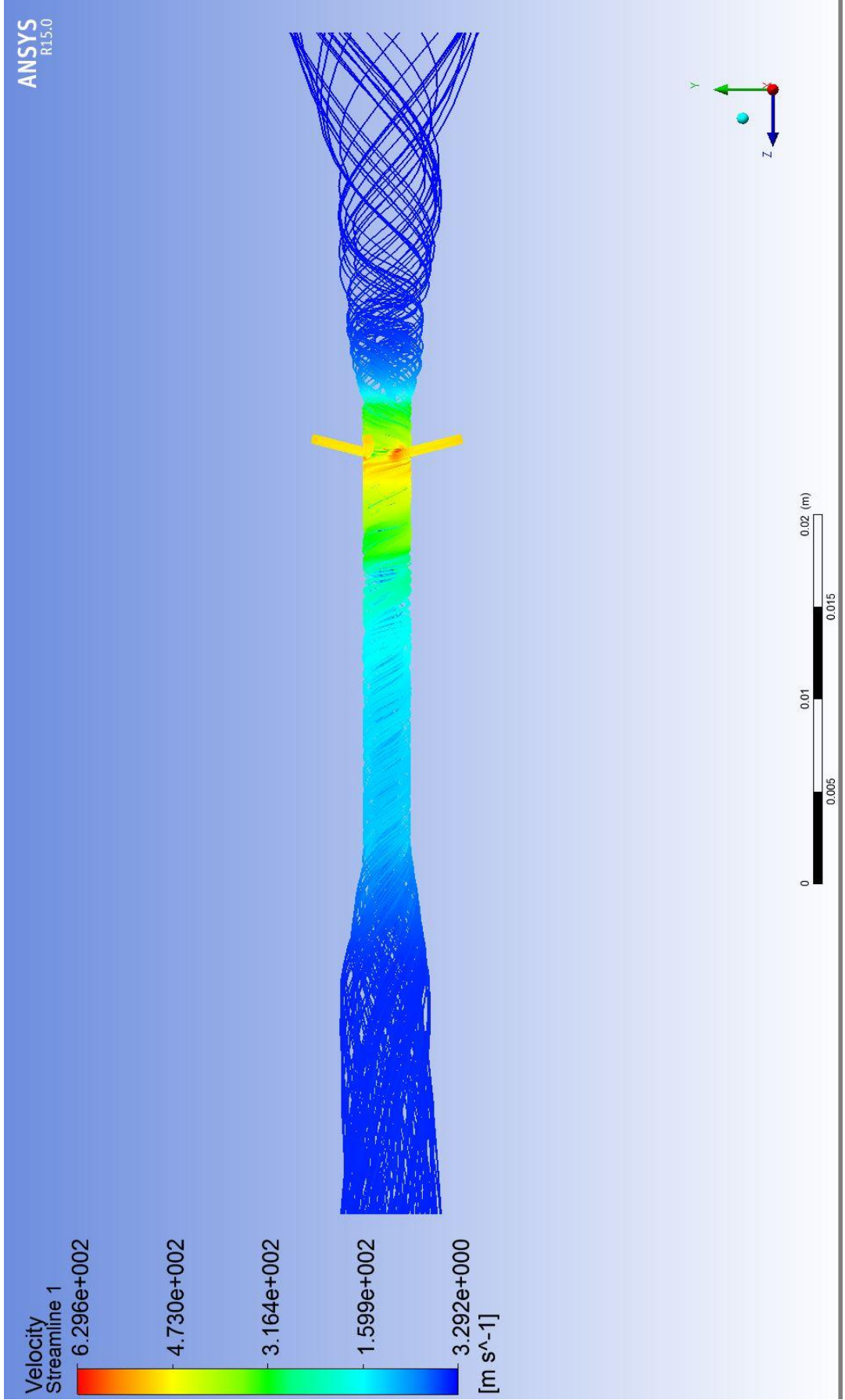


Şekil 4.63. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ kesiti hız profili (fibersiz)

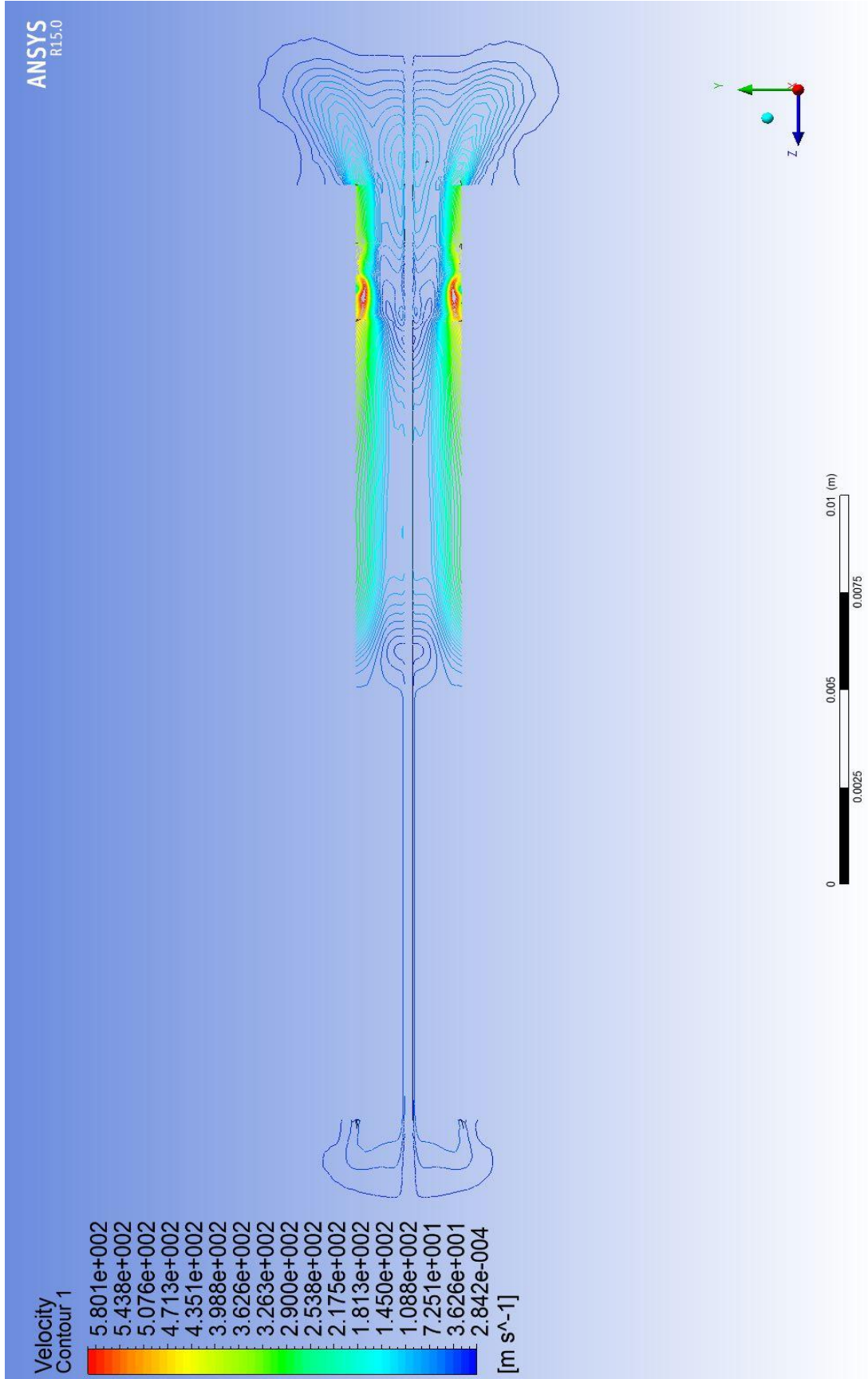




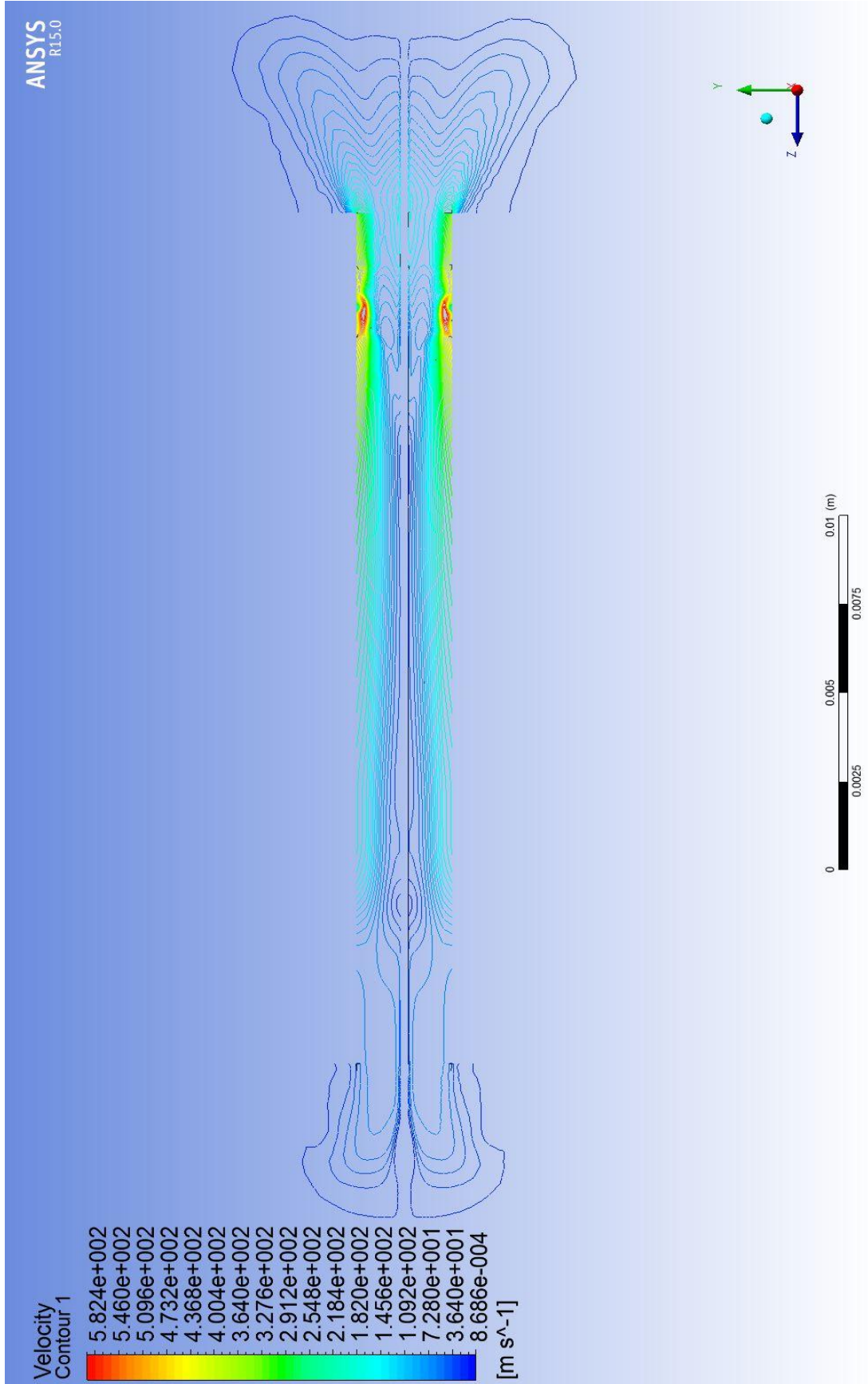
Şekil 4.64. 240,000 Pa giriş basıncı için akım hatları (fiber 5 parçalı)



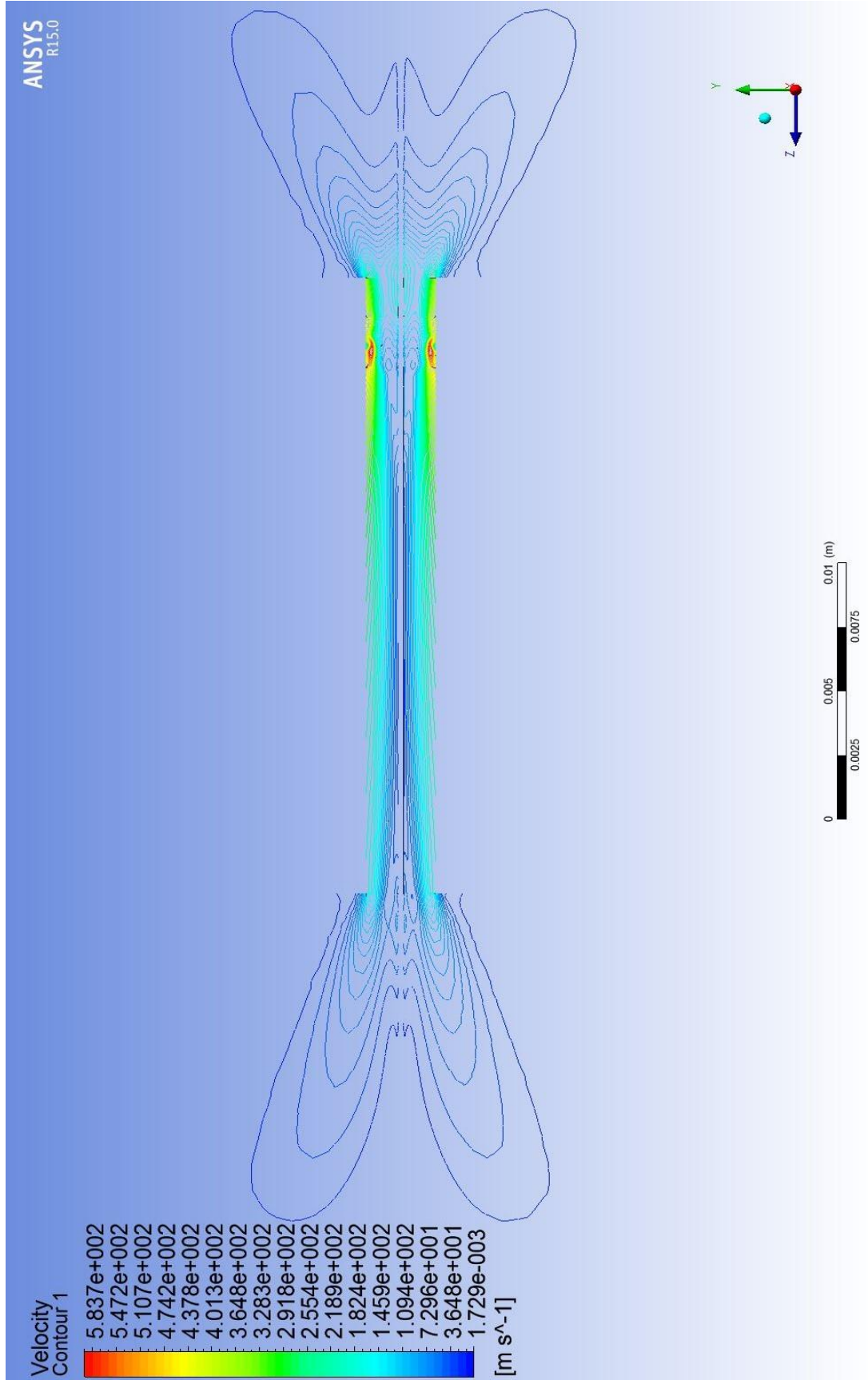
Şekil 4.65. 240,000 Pa giriş basıncı için akım hatları (fibersiz)



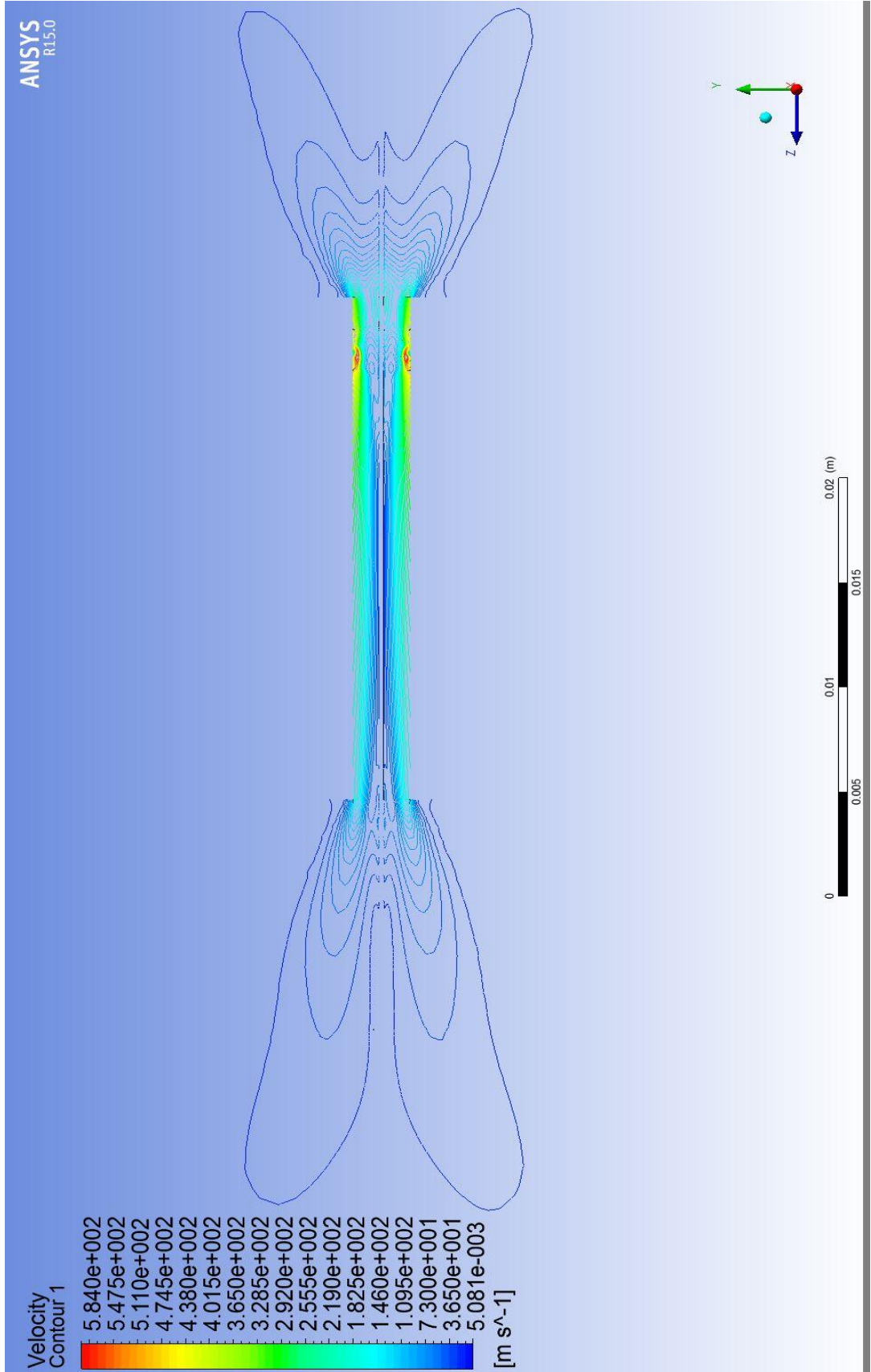
Şekil 4.66. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 1e-04 saniyelik hız profili (fiber 5 parçalı)



Şekil 4.67. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki  $2e-04$  saniyelik hız profili (fiber 5 parçalı)

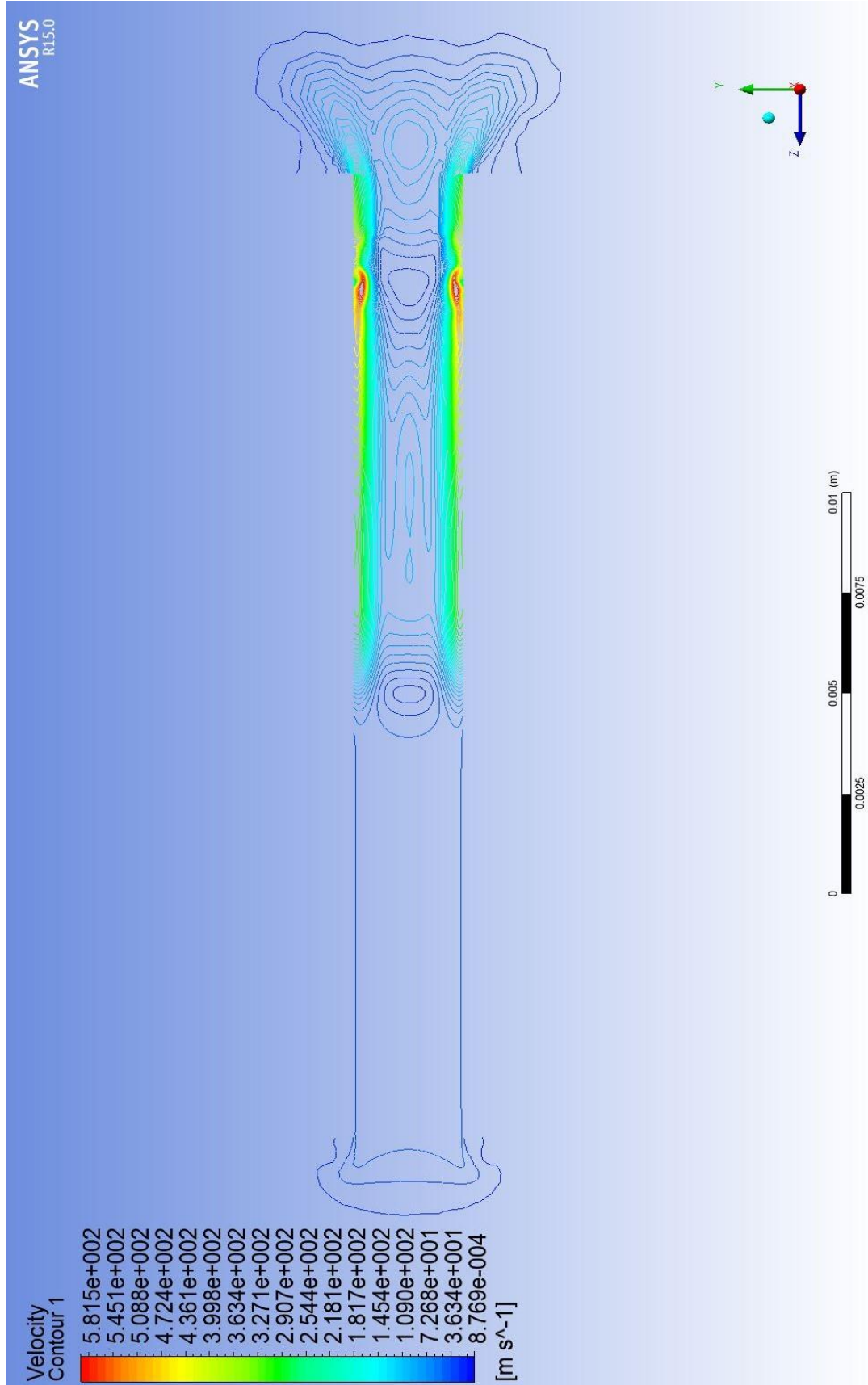


Şekil 4.68. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 1e-02 saniyelik hız profili (fiber 5 parçalı)

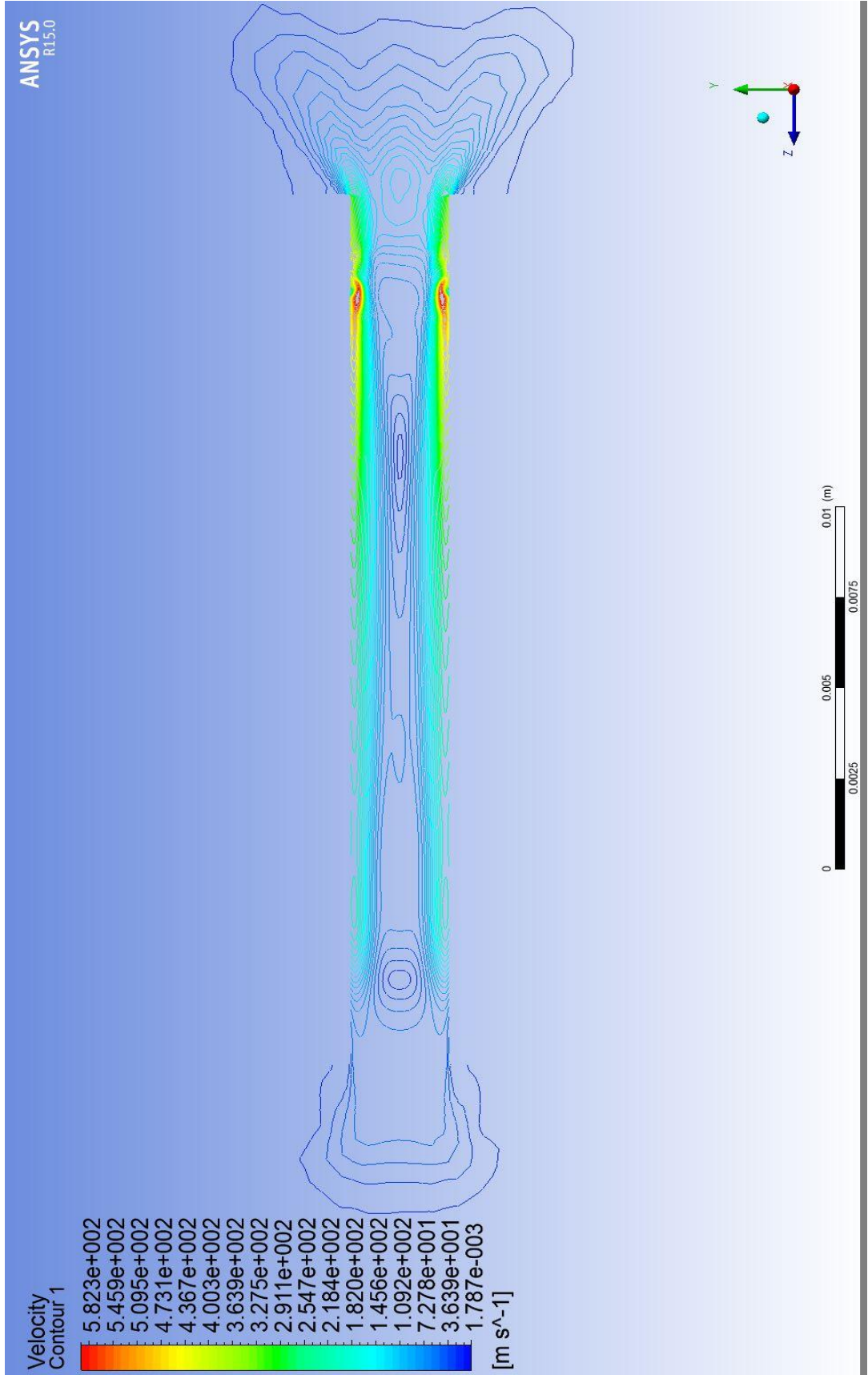


Şekil 4.69. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 2e-02 saniyelik hız profili (fiber 5 parçalı)



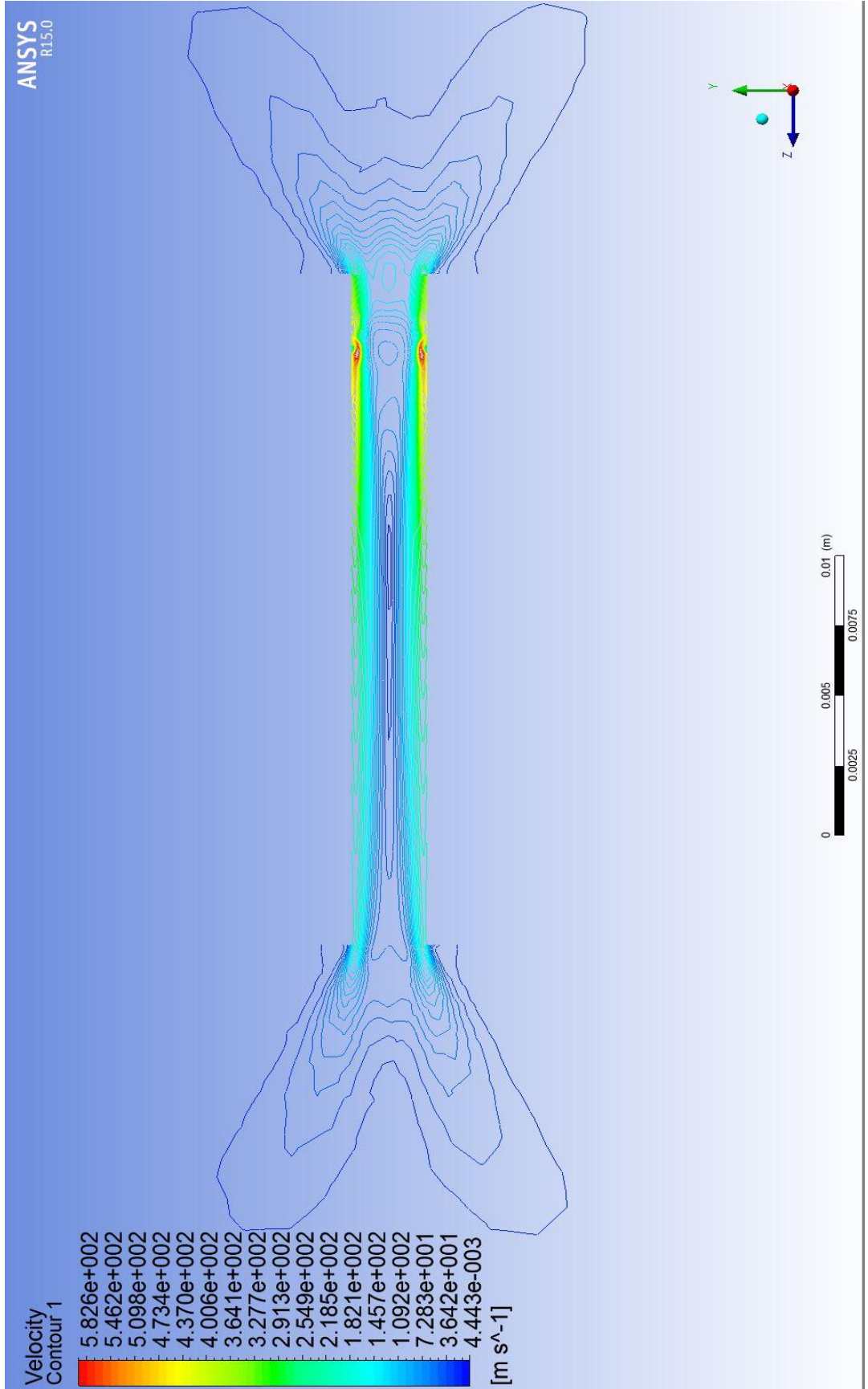


Şekil 4.70. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 1e-04 saniyelik hız profili (fibersiz)

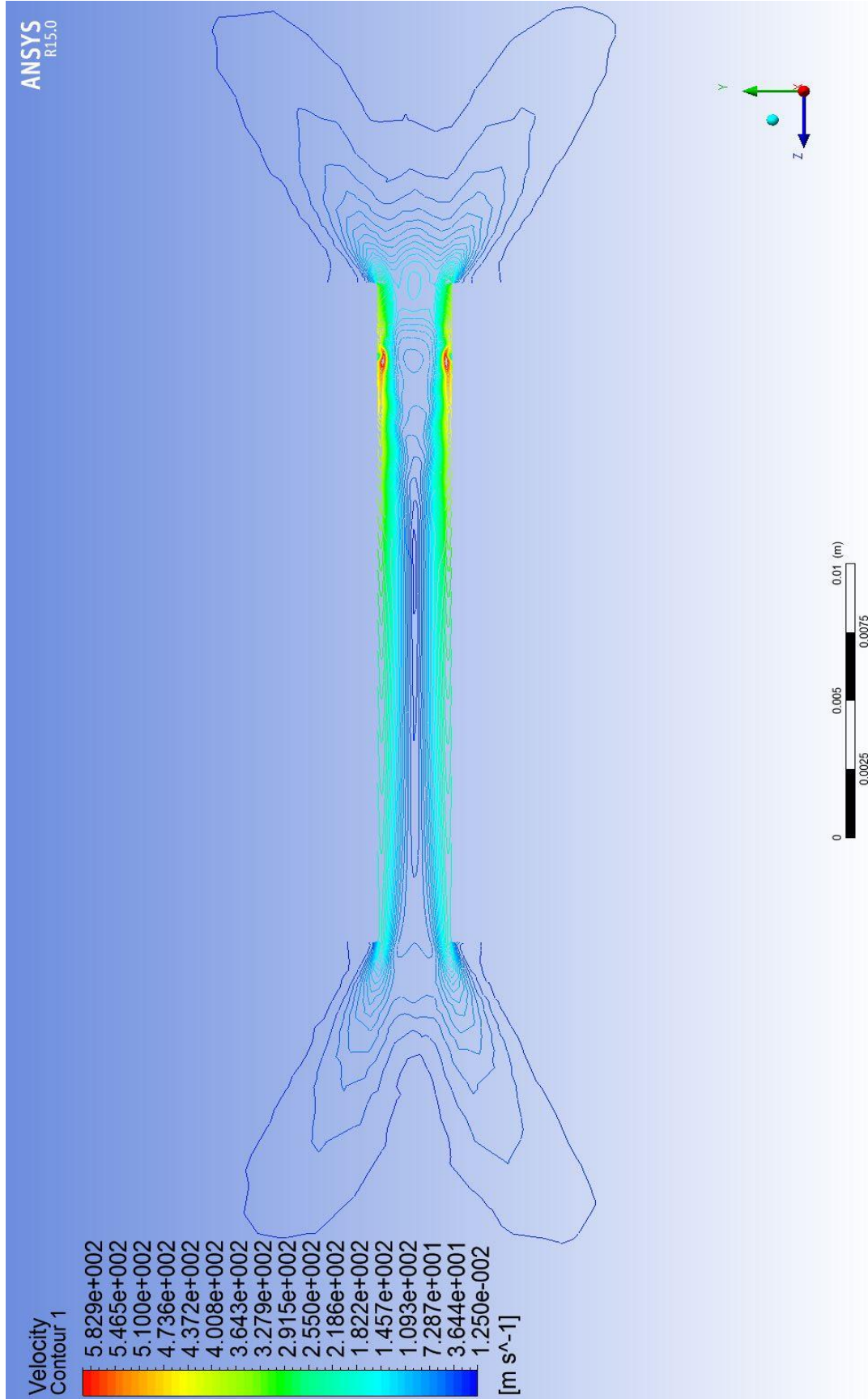


Şekil 4.71. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki  $2e-04$  saniyelik hız profili (fibersiz)

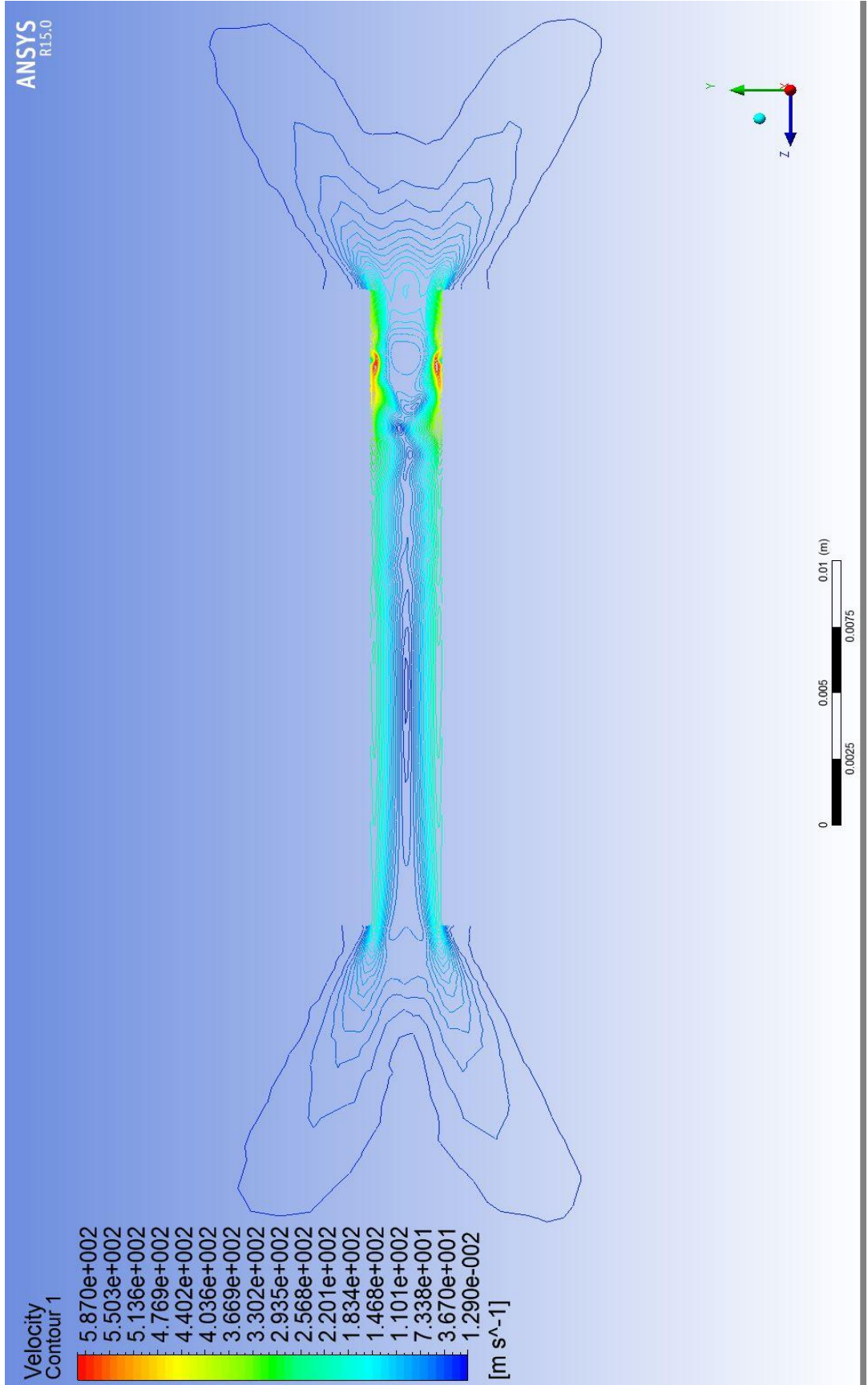




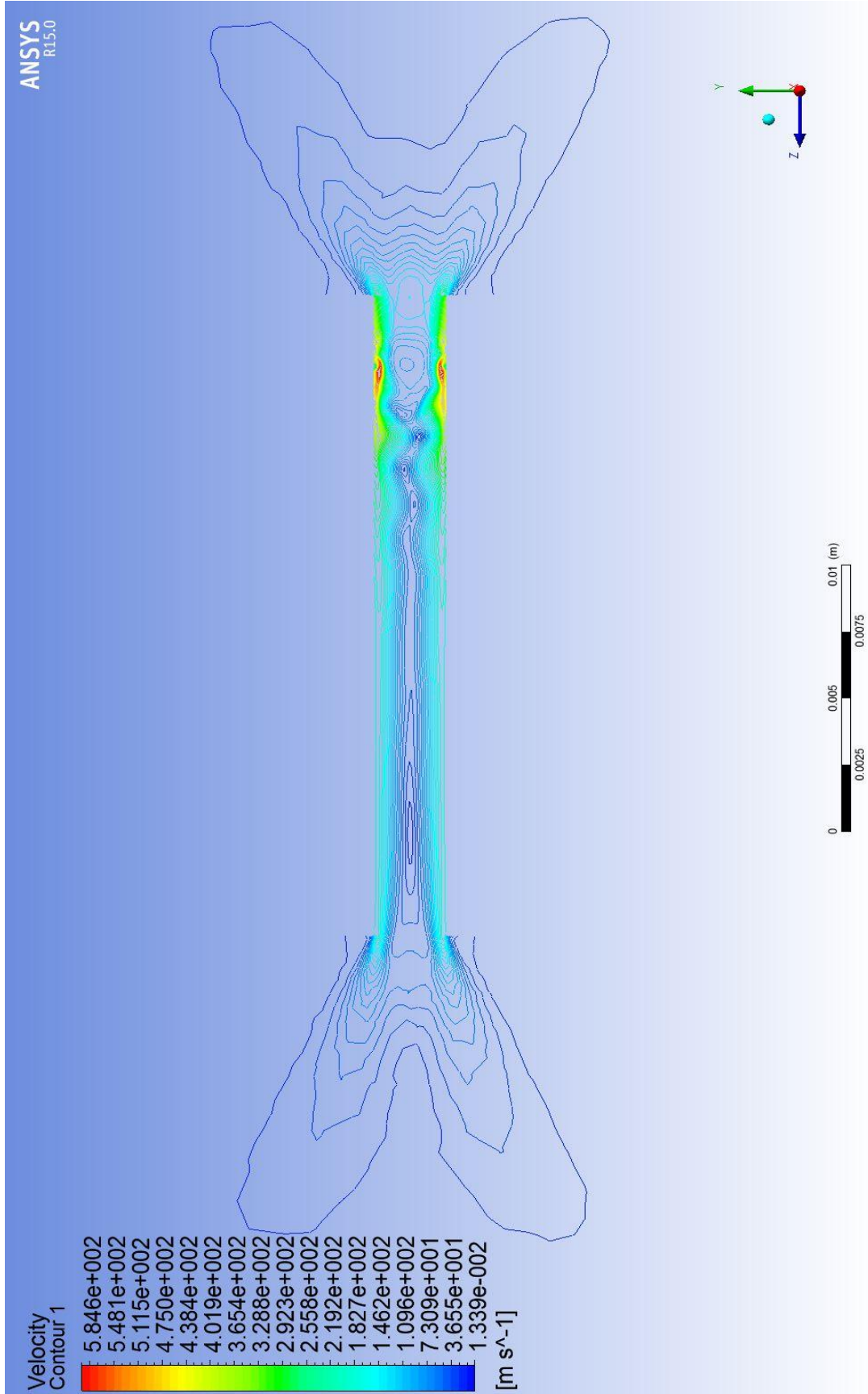
Şekil 4.72. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 1e-02 saniyelik hız profili (fibersiz)



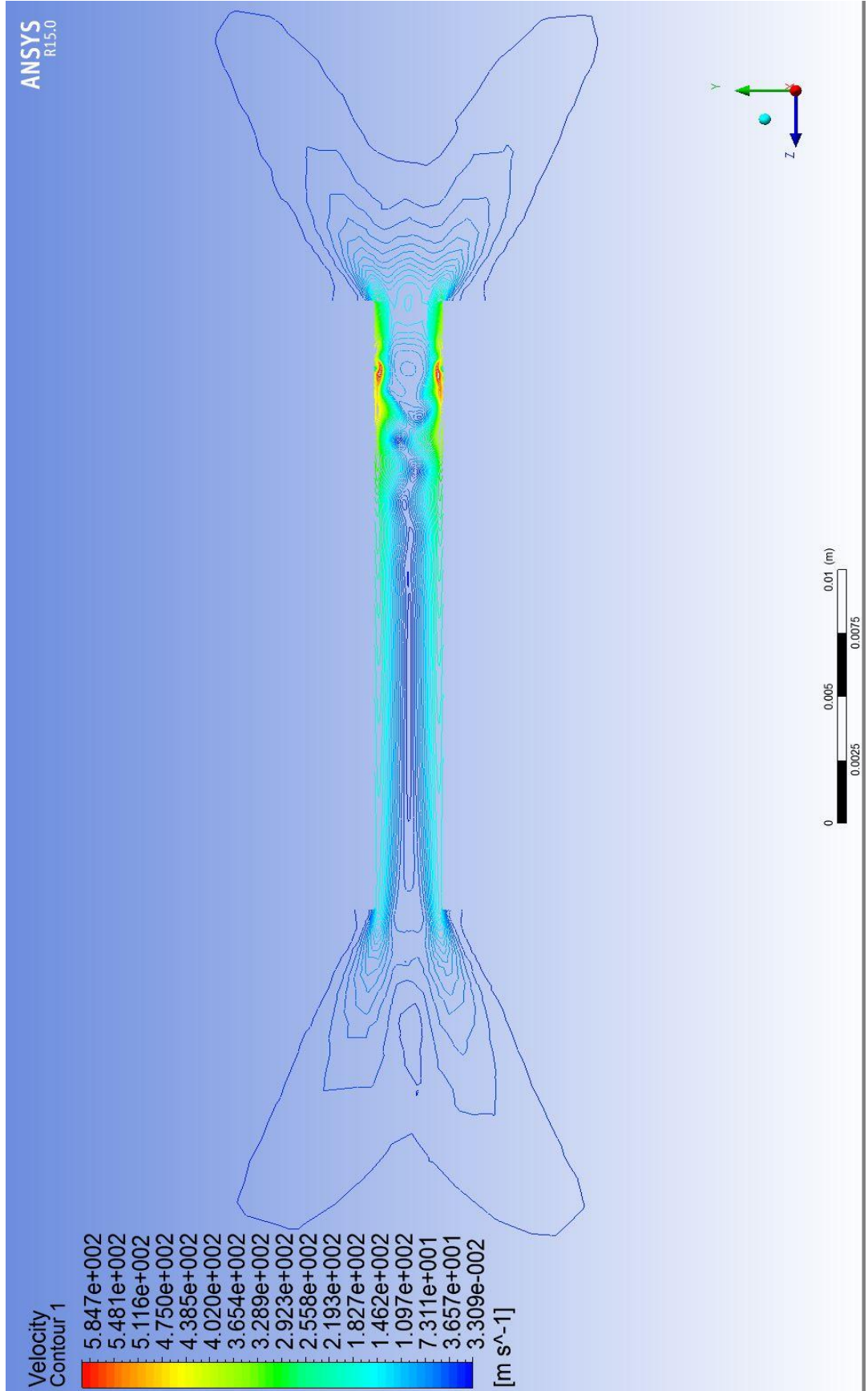
Şekil 4.73. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki 11e-04 saniyelik hız profili (fibersiz)



Şekil 4.74. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki  $11.5 \times 10^{-4}$  saniyelik hız profili (fibersiz)

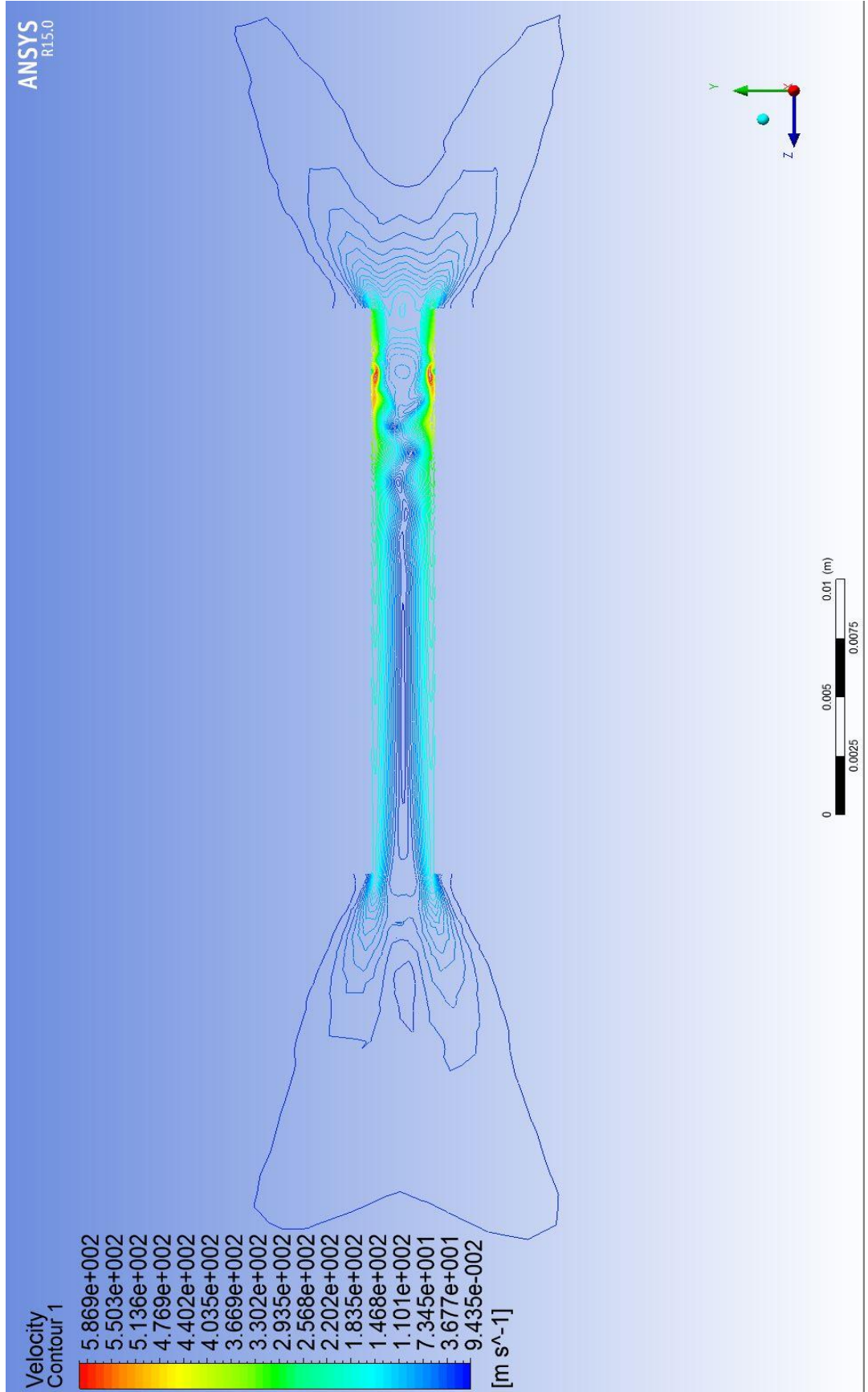


Şekil 4.75. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki  $12 \times 10^{-4}$  saniyelik hız profili (fibersiz)



Şekil 4.76. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki  $2e-03$  saniyelik hız profili (fibersiz)





Şekil 4.77. 240,000 Pa giriş basıncı için YZ konturundaki  $2e-02$  saniyelik hız profili (fibersiz)

## 5. TARTIŞMA VE SONUÇLAR

Akış analizinin doğru tahmin sonuçları, hem problemin çözümü için hem de kaynakların etkin ve verimli kullanabilmek için gerekli ve önemli olduğu bilinmektedir. Daha önce deneysel olarak elde edilen (Yılmaz, 2011) sonuçlar ışığında, enjektör giriş basınçları değiştirilerek akış hareketlerinin incelendiği bu çalışmada, akışın kararlı olduğu en uygun giriş basınç değerinin 240,000 Pa olduğu görülmüştür.

Çizelgelerden görüldüğü gibi hız gradyanları çıkış hacmindeki cidar kısımlarında en yüksek değerlerine ulaşmaktadır. Hız gradyanlarının en düşük değerleri ise çıkış kısmındadır. Aynı şekilde geometri üzerindeki toplam basınç gradyanları giriş tarafındaki hacimle düze geometrisinin birleştiği bölgede en fazladır ve en düşük değer ise çıkış hacminin yüzeysel dış kısmında görülmektedir. Akış genelindeki vortisite ve swirl mukavemeti ise yüksek giriş basıncı değerlerinde daha yüksektir. 240,000 Pa giriş basınç değerindeki grafiklerden görüldüğü üzere, vorteks bozulmalarının ve vorteks yırtılmalarının minimum düzeyde olduğu, akış ayrılmalarının kararlı hale geçtiği basınç değeri 240,000 Pa'dır.

Yapılmış olan analiz için verilen hız profili konturlarındaki vorteks değişimleri izlendiğinde, giriş tarafındaki kontrol hacminde artan basınçla birlikte belirli aralıklarla oluşup tekrar birleşen vorteksler görülmektedir. Öyle ki 150,000 Pa giriş basıncında var olmaya başlayan vorteks 180,000 Pa giriş basıncında büyümeye başlamaktadır. 200,000 Pa giriş basıncında ise yine bu vorteks küçülmeye başlamakta ve 240,000 Pa giriş basıncı değerinde tekrar büyümeye başlamaktadır. Bununla birlikte vorteks bozulmaları YZ düzlemindeki konturda artan basınçla birlikte z-ekseni altında ve üstünde olmak üzere değişmektedir. 150,000 Pa giriş basıncı değerinde vorteks bozulması z-ekseni üzerindeyken 180,000 Pa giriş basıncı değerinde vorteks bozulması z-ekseni altında görülmektedir. 200,000 Pa giriş basıncında yine vorteks bozulması z-ekseni üstünde görülürken 240,000 Pa giriş basıncı değerinde vorteks bozulması değeri z-ekseni altında görülmektedir.

Akış ayrılmalarının yüksek giriş basınç değerlerinde daha hızlı şekillendiği verilen şekillerden görülmektedir. Artan aksenal hız gradyanları ve basınç değeri bu

ayrılmanın hızını etkileyen en önemli faktörlerdir. 150,000 Pa giriş basıncındaki maksimum çıkış hızı 18.0952 m/s iken 240,000 Pa giriş basıncındaki maksimum çıkış hızı 22.7068 m/s'dir. Ayrıca artan giriş basıncı değerleri ile birlikte toplam kütleli debi miktarı çizelgelerden görüldüğü üzere artmaktadır. 150,000 Pa giriş basıncı için Inlet kısmındaki maksimum kütleli debi miktarı  $4.49e-06$  kg/s iken 240,000 Pa giriş basıncı için Inlet kısmındaki maksimum kütleli debi miktarı  $5.69e-06$  kg/s olarak görülmektedir.

Yapılan çalışmaların sonucunda, yüksek giriş basıncı değerlerinde aksel simetrik durumun düşük giriş basıncı değerlerine kıyasla daha kolay elde edildiği görülmektedir. Hız değerindeki dalgalanma ve aksel yöndeki istikamet düze akselindeki "Vorteks Yırılması" sonucu meydana geldiği görülmüştür. Bununla birlikte, aksel akış ve teğetsel jetlerin arasındaki etkileşimden dolayı, vorteks şekli farklı giriş basınçlarında değişiklik göstermiştir. Ayrıca teğetsel giriş bölgesinin arkasında kalan akış alanı, teğetsel girişlerden giren toplam akış oranıyla orantılı bir şekilde değişmektedir. Grafiklerden görüldüğü üzere hız gradyanlarının cidar yakınında en güçlü olduğu görülmüştür ve bu yüzden durgunluk basıncı gradyanının da cidarda en güçlü olduğu bu durumun bir göstergesidir. Güçlü uç vortisitelerdeki izleyici vortisitelerin yoğunluğu sebebiyle, merkezdeki vortisitelerde çok düşük basınç olduğu görülmüştür. Bunun sonucu olarak türbülanslı akışların vortisitelerle dolu olduğu görülmektedir.



## KAYNAKLAR

Andreopoulos, J., 1983. Heat Transfer Measurements in a Heated Jet Pipe Flow Issuing Into a Cold Cross Stream. *Physics of Fluids*, 2, 3201-3210.

Andreopoulos, J., Rodi, W., 1984. Experimental Investigation of Jets in a Crossflow. *Journal of Fluid Mechanics*, 138, 93-127.

Arıkan, M.A., Sonlu Elemanlar Metodunun Mühendislikte Uygulamaları. Erişim Tarihi: 22.03.2015 <http://arsiv.mmo.org.tr/pdf/10944.pdf>

Ayinde, T.F., A Generalized Relationship for Swirl Decay in Laminar Pipe Flow. *Indian Academy of Science*, Vol. 35, Part 2, 129.137.

Bardina, J., Fergizer, J.H., Rogalho, R.S., 1987. Effect of Rotation on Isotropic Turbulence; Computation and Modelling. *J. Fluid Mechanic*, 154, 321-336.

Barker, C., Carrol, C., Hanson, C., Kaligamba, D., Kauffman, A., Romasanta, A., Settles, A., Tizzone, V., Travis, M., Weed, J., Wilbur, A., 2011. Swirling Pipe Flow Laboratory. Final Report for ASHRAE Senior Undergraduate Project Grant Program, 32.

Bayraktar, S., 2008. Çapraz Akıştaki Türbülanslı Jet Akışlarının Deneysel ve Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği Analizi. Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Doktora Tezi, 193s, İstanbul.

Bedir, Ö., 2007. Sabit Isı Akılı Yatay Bir Boruda Türbülanslı Akışın Sayısal İncelenmesi. Atatürk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, 81s, Erzurum.

Belcher, S.E., Hunt, J.C.R., 1998. Turbulent Flow Over Hills and Waves. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 30, 507-538.

Bistrain, D.A., 2011. Mathematical Models And Numerical Algorithms For Stability Investigation Of Swirling Hydrodynamics Systems. Politehnica University of Timisoara, Ph. D. Thesis, 176p, Timisoara.

Broadhurst, M.S., 2006. Vortex Stability and Breakdown: Direct Numerical Simulation and Stability Analysis using BiGlobal and Parabolised Formulations. University of London, Ph. D. Thesis, 153p. London

Cevahir, D.S., 2006. Kanatçıklı Paralel Levhanın Giriş Bölgesindeki Türbülanslı Akış ve Isı Transferinin Analizi. Gazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, 173s, Ankara.

Chen, J., Haynes, B.S., Fletcher, D.F., 2006. A Numerical and Experimental Study of Tangential Injected Swirling Pipe Flows. Second International Conference on CFD in the Minerals and Process Industries CSIRO, 6-8 December 1999, Melbourne, Australia, 485-490.

Cohen, J.E., Belcher, S.E., 1999. Turbulent Shear Over Fast Moving Waves. *J. Fluid Mech.*, 386,457-371.

Çengel, Y.A., Cimbala, J.M., 2008. Akışkanlar Mekaniği ve Uygulamaları. Güven Bilimsel Yayınları, 940s, İzmir.

Eppstein, D., Bern, M., Gilbert, J.R., 1994. Provably Good Mesh Generation. *J. Comp. System Sciences*, 48, 384-409.

Facciolo, L., 2006. A Study On Axially Rotating Pipe And Swirling Jet Flows. Royal Institute of Technology, Ms. S. Thesis, 122p, Sweden.

Fay, J., Fluid Mechanics. Erişim Tarihi: 15.02.2015.

Fitzpatrick, R., Incompressible Inviscid Fluid Dynamics. Erişim Tarihi: 07.03.2015. <http://farside.ph.utexas.edu/teaching/336L/Fluidhtml/node53.html>

Fledderus, E.R., 1997. Mathematical Modelling In Swirling Flows: A Hamiltonian Perspective. *NLS 620-61-249*, 229p.

Gyllenram, W., 2006. Analytical and Numerical Investigations of Steady and Unsteady Turbulent Swirling Flow in Diffusers. Chalmers University of Technology, M. Sc. Thesis, 75p, Göteborg.

Greitzer, E.M., Tan, C.S., Graf, M.B., 2004. Internal Flow Concepts and Applications. Cambridge University Press, 707p, Cambridge.

Gülsevinçler, E., 2013. Sıkıştırılabilir Akışkanların Akışında Kullanılan Türbülans Modelleri ve Simülasyonları. Süleyman Demirel Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, 97s, Isparta.

Haber, L.C., 2003. Investigation of Dynamics in Turbulent Swirling Flows Aided by Linear Stability Analysis. Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, Ph. D. Thesis, 417p, Virginia.

Hahn, S., Choi, H., 1997. Unsteady Simulation of Jets in a Cross Flow. *Journal of Computational Physics*, 134, 342-256.

Halsey, D.M., 1986. The Character Of Swirl In Turbulent Pipe Flow With Reference To Its Effect On Flowmeters. Cranfield Institute of Technology, Ph. D. Thesis, 215p, Cranfield.

Hanjalic, K., Nagano, Y., Tummers, M., 2003. In: Turbulence, Heat and Mass Transfer. 4. Begell House Inc, 7, 625-632.

Isaac, K.M., Jacobowski, A.K., 1985. Experimental Study of the Interaction of Multiple Jets and Crossflow. *AIAA Journal*, 23, 1679-1683.

Ishak, M.S.A., Jaafar, M.N.M., Eldrainy, Y.A., 2009. The Effect of Radial Swirl Generator on Reducing Emissions from Bio-Fuel System. Modern Applied Science, Vol. 3 No. 6, 45-51.

Ishak, M.S.A., 2004. The Effect of Swirl Number on Discharge Coefficient for Various Orifice Sizes in a Burner System. Jurnal Mekanikal, Bil. 17, 99-108.

İpek, S., 2011. Doğru Mesh Üretiminin Çözüm Üzerindeki Etkileri. Süleyman Demirel Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, 103s, Isparta.

İşlek, A., 2004. The Impact of Swirl in Turbulent Pipe Flow. Georgia Institute of Technology, M. Sc. Thesis, 111p, Georgia.

Jawarneh, A.M., Vatistas, G.H., Ababneh, A., 2008. Analytical Approximate Solution for Decaying Laminar Swirling Flows within A Narrow Annulus. Jordan Journal of Mechanical and Industrial Engineering, Volume 2, Number 2, 101-109.

Jones, L.N., 2004. Modelling Of Turbluent Swirling Flows. The University of Leeds, Ph. D. Thesis, 240p, Leeds.

Kolmogorov, A.N., 1991. Turbulence and Stochastic Process: Kolmogorov's Ideas 50 Years On, Dissipation of energy in the Locally Isotropic Turbulence. Mathematical and Physical Science, 434, 15-17.

Köksal, T., 1995. Sonlu Elemanlar Metodu. <http://www.teknolojikarastirmalar.com>

Kubo, T., Ebara, S., Hashizume, H., 2013. Experimental Study of Influence of Elbow Curvature on a Swirling Flow Generated in a Three-Dimensionally Connected Dual Elbow. E-Journal of Advanced Maintenance, Vol. 5-1, 34-41.

Linck, M.B., The Combustion Laboratory. Erişim Tarihi: 22.02.2015.  
[http://www.enme.umd.edu/combustion/underwater\\_propulsion.htm](http://www.enme.umd.edu/combustion/underwater_propulsion.htm)

Mao, X., Sherwin, S.J., 2009. Spectra Of Swirling Flow. J. Fluid Mech., In Press.

MIT-Department of Ocean Engineering, Marine Hydrodynamics Lecture 8. Erişim Tarihi: 16.04.2015. [http://web.mit.edu/fluids-modules/www/potential\\_flows/LecturesHTML/lec08/lecture8.html](http://web.mit.edu/fluids-modules/www/potential_flows/LecturesHTML/lec08/lecture8.html)

Muntean, S., Buntic, I., Ruprecht, A., Susan-Resga, R., 2005. Workshop on Vortex Dominated Flows – Achievements and Open Problems, 10-11 June, Timisoara, Romania, 1-10.

Mudkavi, V., 1993. The Phenomenon of Vortex Breakdown. Erişim Tarihi: 16.01.2015. <http://nal-ir.nal.res.in/3159/1/Pages-123-135.pdf>

Novak, F.G., 1988. An Experimental Investigation Of Vortex Breakdown In Tubes At High Reynolds Numbers. Naval Postgraduate School, Ph. D. Thesis, 307p, California.

Oberleithner, K., 2012. On Turbulent Swirling Jets: Vortex Breakdown, Coherent Structures, and their Control. Berlin Technical University, Ph. D. Thesis, 173p, Berlin.

Öktem, H.F., 2002. Ultrasonik Tahribatsız Muayene Tekniğinin Sonlu Elemanlar Yöntemi İle İncelenmesi. Dokuz Eylül Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Doktora Tezi, 72s, İzmir.

Özdemir, Y.H., 2007. Gemi Etrafındaki Akışın Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği Yöntemi Kullanılarak İncelenmesi. Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, 51s, İstanbul.

Özçelik, E.A., 2007. 90 Derecelik Değişik Kesitli Dirseklerde Türbülanslı Akışın Sayısal Analizi. Erciyes Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, 57s, Kayseri.

Pitaevskii, L.P., 1961. Vorteks Lines in an Imperfect Bose Gas. Soviet Physics Jetp, Volume 13, Number 2, 451-454

Pulat, E., 2000. Yüzeyle Aynı Hizada Monte Edilmiş Ayrık Isı Kaynakları Üzerinden Olan Akışta Eşlenik Isı Transferinin Hesaplamalı Olarak araştırılması. Dokuz Eylül Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Fen ve Mühendislik Dergisi, 2 (1), 175-182.

Roth, M., 2000. Automatic Extraction of Vortex Core Lines and Other Line-Type Features for Scientific Visualization. Swiss Federal Institute of Technology, Ph. D. Thesis, 204p, Zurich.

Shapiro, A.H., 1969. Film notes for Vorticity. National Committee for Fluid Mechanics Films, Part 1 – 21605 Part 2 – 21606, 1-12.

Shih, T.H., Zhu, J., Liou, W., 1997. Modeling Of Turbulent Swirling Flows. E-10868, 54p.

Saffman, P.G., 1992. Vortex Dynamics. Cambridge University Press, 311p, Cambridge.

Tyagi, M., Acharya, S., 1999. Large Eddy Simulations of Jets in Crossflow I: Effect of Freestream Turbulence Intensity. ASME-FEDSM 99-7799, ASME/JSME Fluids Engineering Meeting, 4-5 March, San Francisco, 102-125.

Usal, R., Yılmaz, D., 2013. Hava Düzesi ile Modifiye Edilmiş Eğirme Sistemlerinde İplik Oluşum Potansiyeline Ait Fenomenolojik Bir Model. Tekstil Teknolojileri Elektronik Dergisi, Cilt: 7, No: 3, 36-45.

Uyar, M., 2006. Disk Malzemelerde Isıl Gerilmelerin Ansys Programı İle Analizi. Dokuz Eylül Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, Araştırma Projesi, 30s, İzmir.

Vaidya, H.A., Ertunç, Ö., Genç, B., Beyer, F., Köksoy, C., Delgado, A., 2011. 13th European Turbulence Conference (ETC13), 12-15 September, Warsaw, Poland, 1-10.

Wang, P., 2005. Large Eddy Simulation Of Turbulent Swirling Flows And Turbulent Premixed Combustion. Lund University, Ph. D. Thesis, 145, Lund.

Widmann, J.F., Charagundla, S.R., Presser, C., 2000. Characterization of the Inlet Combustion Air in NIST's Reference Spray Combustion Facility: Effect of Vane Angle and Reynolds Number. NISTIR 6458, 20.

Wilcox, D.C., 2002. Turbulence Modelling for CFD. DCW Industries, 522p, California.

Wikipedia, Vorticity. Erişim Tarihi: 16.03.2015 <http://en.wikipedia.org/wiki/Vorticity>

Wikipedia, Vortex Tube. Erişim Tarihi: 12.04.2015  
[http://en.wikipedia.org/wiki/Vortex\\_tube](http://en.wikipedia.org/wiki/Vortex_tube)

Wikipedia, Hydrodynamical Helicity. Erişim Tarihi: 02.02.2015  
[http://en.wikipedia.org/wiki/Hydrodynamical\\_helicity](http://en.wikipedia.org/wiki/Hydrodynamical_helicity)

Wikipedia, Rossby Number. Erişim Tarihi: 07.04.2015  
[http://en.wikipedia.org/wiki/Rossby\\_number](http://en.wikipedia.org/wiki/Rossby_number)

Wikipedia, Coriolis Effect. Erişim Tarihi: 29.03.2015  
[http://en.wikipedia.org/wiki/Coriolis\\_effect](http://en.wikipedia.org/wiki/Coriolis_effect)

Wikipedia, Eddy. Erişim Tarihi: 06.02.2015  
[http://en.wikipedia.org/wiki/Eddy\\_\(fluid\\_dynamics\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Eddy_(fluid_dynamics))

YILMAZ, D., 2011. Yüksek Hızlı Hava Akımı İle Katlı İplik Üretim Prosesinin Geliştirilmesi ve Sayısal Modellenmesi. Süleyman Demirel Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Doktora Tezi, 322s, Isparta.

Yılmaz, D., Usal, M.R., 2011. Düze Çıkış Formunun Akış Özelliklerine Etkisinin Sayısal Simülasyonu, 31. Ulusal Yöneyem ve Endüstri mühendisliği Kongresi (YAEM 2011), 5-7 Temmuz, Sakarya.

Yılmaz,D., Usal,M.R., Gülsevinçler,E., 2013. "Mevcut Eğirme Sistemlerine Adapte Edilebilecek ve Opsiyonel Olarak Değiştirilebilecek Hava Düzesi Tasarımı", Metalik Fikirler 2. Arge Proje Pazarı, İstanbul.

Yılmaz,D., Usal,M.R., 2014. "Düze Ana Delik Çap Değerlerinin Hava Akımı ve İplik Tüylülüğü Üzerindeki Etkileri". 16. Uluslararası Makina Tasarım ve İmalat Kongresi, 30 haziran-3 Temmuz, İzmir, Türkiye. (UMTIK-2014 16th INTERNATIONAL CONFERENCE ON MACHINE DESIGN AND PRODUCTION)

Yılmaz,D., Usal, M.R., "Effect of Nozzle Injector Angle on Airflow Character and Fluid variables", Proceeding Number:300/29,2 nd International Symposium on computing in Science & engineering, p:306-308, June 1-4,Gediz University - 2011, Kuşadası/Aydın - TURKEY

Yılmaz, D., Usal, M.R., 2012. İplik Özelliklerinin İyileştirilmesi İçin Optimum Çözüm: Hava Düzeleri, UTİB Tekstil ve Konfeksiyon Sektöründe IV. Uluslararası AR-GE Proje Pazarı, 02-03 Şubat 2012, Bursa.

Yukhnev, A.D., Smirnov, E.M., Chumakov, Y.S., Gataulin, Y.A., Kulikov, V.P., Kirsanov, R.I., 2012. 15th International Symposium on Flow Visualization, 25-28 June, Minsk, Belarus, 1-10.

## ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Faik ÖZ

Doğum Yeri ve Yılı : Konya, 1988

Medeni Hali : Bekar

Yabancı Dili : İngilizce

E-posta : faikoz@hotmail.com

### Eğitim Durumu

Lise : Meram Anadolu Lisesi, 2006

Lisans : SDÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü, Makine Mühendisliği

Yüksek Lisans : SDÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü, Makine Mühendisliği