



T.C.
NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



**FİNANSAL RİSK YÖNETİMİNDE KARMA
DAĞILIM MODELİ**

Yasemin KÖROĞLU

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İstatistik Anabilim Dalı

**Haziran-2019
KONYA
Her Hakkı Saklıdır**

TEZ KABUL VE ONAYI

Yasemin KÖROĞLU tarafından hazırlanan “Finansal Risk Yönetiminde Karma Dağılım Modeli” adlı tez çalışması 28/06/2019 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oy birliği / ~~oy çokluğu~~ ile Necmettin Erbakan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İstatistik Anabilim Dalı’nda YÜKSEK LİSANS olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri

Başkan

Dr.Öğr.Üyesi Funda ERDUGAN

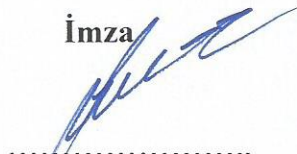
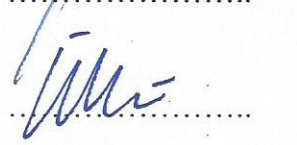
Danışman


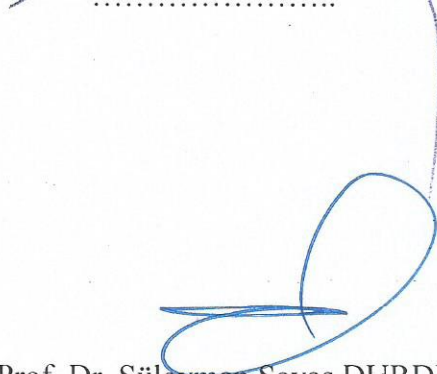
Doç.Dr. Ülkü ERİŞOĞLU

Üye

Prof.Dr. Aşır GENÇ

İmza


.....

.....


.....


Yukarıdaki sonucu onaylarım.

Prof, Dr. Süleyman Savaş DURDURAN
FBE Müdürü

TEZ BİLDİRİMİ

Bu tezdeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edildiğini ve tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

DECLARATION PAGE

I hereby declare that all information in this document has been obtained and presented in accordance with academic rules and ethical conduct. I also declare that, as required by these rules and conduct, I have fully cited and referenced all material and results that are not original to this work.

Yasemin KÖROĞLU

Tarih:28.06.2019



ÖZET

YÜKSEK LİSANS TEZİ

FINANSAL RİSK YÖNETİMİNDE KARMA DAĞILIM MODELİ

Yasemin KÖROĞLU

Necmettin Erbakan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
İstatistik Anabilim Dalı

Danışman: Doç.Dr. Ülkü ERİŞOĞLU

2019, 60 Sayfa

Jüri

Doç.Dr. Ülkü ERİŞOĞLU

Prof.Dr. Aşır GENÇ

Dr.Öğr.Üyesi Funda ERDUGAN

Bu çalışmada finansal risk yönetiminde karma dağılım modellerinin kullanımı incelenmiştir. Finansal risk hesaplama yöntemlerinden biri olan riske maruz değer (RMD) yönteminde, parametrik yaklaşımın uygulanmasında finansal verilerin normallik varsayımına uymadığı durumlarda karma dağılım yaklaşımı kullanılmaktadır. Çalışmada öncelikle finansal risk yönetimi ile ilgili temel tanımlamalar verilmiştir. Karma dağılım modellerinde parametrelerin en çok olabilirlik tahminlerinin elde edilmesi için gerekli olan EM algoritması ve bileşen sayısı seçimi için AIC ve BIC verilmiştir. Finansal risk analizi için farklı iki dağılımın karma modeli oluşturulmuştur. Karma dağılım modellerinin finansal risk analizindeki başarısı teknoloji ve telekomünikasyon veri setlerinden oluşan uygulamalarla ortaya konmuştur.

Anahtar Kelimeler: AIC, BIC, EM Algoritması, Karma Dağılım Modeli, Riske Maruz Değer (RMD)

ABSTRACT

MS THESIS

MIXTURE DISTRIBUTION MODEL IN FINANCIAL RISK MANAGEMENT

Yasemin KÖROĞLU

**THE GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCE OF
NECMETTİN ERBAKAN UNIVERSITY
THE DEGREE OF MASTER OF SCIENCE STATISTICS**

Advisor: Doç.Dr. Ülkü ERİŞOĞLU

2019, 60 Pages

Jury

Doç.Dr. Ülkü ERİŞOĞLU

Prof.Dr. Aşır GENÇ

Dr.Öğr.Üyesi Funda ERDUGAN

In this study the use of mixture distribution models in financial risk management is examined. In the Value at Risk (VaR) method, which is one of the financial risk calculation methods, mixture distribution approach is used in cases where the financial data does not comply with the normality assumption in the implementation of the parametric approach. In this study, basic definitions related to financial risk management are given. In mixture distribution model, EM algorithm which is necessary for obtaining maximum likelihood estimation of parameters, and AIC and BIC are given for selection of component number. A mixture model of two different distributions was developed for financial risk analysis. The success of mixture distribution models in financial risk analysis has been demonstrated by applications of technology and telecommunication datasets.

Keywords: AIC, BIC, EM Algorithm, Mixture Distribution Model, Value at Risk (VaR)

ÖNSÖZ

Yüksek lisans eğitimim boyunca bana yol gösteren, desteğini hiçbir zaman esirgemeyen çok değerli danışmanım sayın Doç.Dr. Ülkü ERİŞOĞLU'na, yardımlarını eksik etmeyen sayın Doç.Dr. Murat ERİŞOĞLU'na teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca her zaman yanımda olarak beni destekleyen anneme, babama, kardeşlerime ve arkadaşım Nazlı ÇELİK'e sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Yasemin KÖROĞLU
KONYA-2019



İÇİNDEKİLER

ÖZET	iv
ABSTRACT.....	v
ÖNSÖZ	vi
İÇİNDEKİLER	vii
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	ix
1. GİRİŞ.....	1
2. KAYNAK ARAŞTIRMASI	4
3. FİNANSAL RİSK VE RİSK YÖNETİMİ.....	9
3.1. Finansal Risk.....	9
3.1.1. Finansal Risk Türleri	9
3.2. Finansal Risk Yönetimi	10
3.3. Riske Maruz Değer ve Hesaplama Yöntemleri	11
3.3.1. Parametrik Yöntem	12
3.3.2. Tarihsel Simülasyon Yöntemi	13
3.3.3. Monte Carlo Simülasyon Yöntemi	13
4. FİNANSAL RİSK ANALİZİNDE KULLANILAN BAZI ÖNEMLİ DAĞILIMLAR.....	15
4.1. Normal Dağılım	15
4.2. Çok Değişkenli Normal Dağılım	16
4.3. Dagum Dağılımı	19
4.4. Log-Dagum Dağılımı.....	21
5. FİNANSAL RİSK ANALİZİNDE KARMA DAĞILIM YAKLAŞIMI.....	24
5.1. Karma Dağılım Modeli	24
5.2. Parametre Tahmini.....	26
5.2.1. Tamamlanmamış Veri Yapısı	26
5.2.2. EM Algoritması	27
5.3. Uygun Bileşen Sayısı Seçimi.....	28
5.4. Çok Değişkenli Normal Dağılımların Karması	29
5.5. Normal-LogDagum Dağılımı	30
6. FİNANSAL RİSK ANALİZİNDE KARMA DAĞILIM UYGULAMALARI... 333	
6.1. Teknoloji Verisi Uygulaması.....	333
6.2. Telekomünikasyon Verisi Uygulaması.....	399

7.SONUÇ VE ÖNERİLER.....	444
KAYNAKLAR	455
EKLER	499
ÖZGEÇMİŞ	511



SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler

$f(x)$: Olasılık yoğunluk fonksiyonu
$F(x)$: Dağılım fonksiyonu
$L(\theta; x)$: Olabilirlik fonksiyonu
$l(\theta)$: Log-Olabilirlik fonksiyonu

Kısaltmalar

RMD	:Riske Maruz Değer
EM	:Beklenti Maksimizasyonu
AIC	:Akaike Bilgi Kriteri
BIC	:Bayesci Bilgi Kriteri
BİST	:Borsa İstanbul
K-S	:Kolmogorov-Smirnov Test İstatistiği

1. GİRİŞ

1970'li yıllardan itibaren risk yönetimine olan ilgi ekonomik krizler, piyasalarda yaşanan ve giderek artan volatilité, sermaye piyasalarındaki yükselme ve teknolojik gelişmeler nedeniyle artış göstermiştir. Finansal risk kurumların finansal yapıları sebebiyle meydana gelebilecek zararların olasılığı olarak tanımlanabilir. Finansal risk yönetimi risklerin tanımlanması, analizi, ölçümü, riske uygun yönetim stratejileri ve politikalarının belirlenmesi ve uygulanması, değerlendirme ve kontrol aşamalarını içeren bir süreçten oluşmaktadır. Basitliği ve etkinliği bakımından riske maruz değer (RMD) finansal risklerin yönetiminde standart ölçü birimi olarak uzun zamandan beri kullanılmaktadır. RMD yöntemi 1994 yılında Morgan tarafından tanımlanmıştır (Morgan, 1995). RMD, belirli bir süre boyunca piyasa riskine maruz kalma nedeniyle belirli bir güven düzeyinde meydana gelebilecek kaybı açıklar (Basak ve Shapiro,2001).

RMD hesaplanmasında kullanılan yöntemler parametrik ve parametrik olmayan yöntemler olarak sınıflandırılabilir. Parametrik (Varyans-Kovaryans) yöntem finansal varlık getirilerinin normal dağılıma sahip olduğu varsayımına dayanmaktadır. Bu varsayım kullanılarak portföy kar ve zararlarının dağılımı belirlenebilir. Parametrik olmayan yöntemlerden biri Tarihsel simülasyon yöntemidir. Bu yöntem geçmiş tarihteki piyasa faktörlerindeki değişimlerin kullanılarak mevcut portföye uygulanmasıyla kar ve zararın ortaya konulması esasına dayanmaktadır. Diğer bir parametrik olmayan yöntem ise Monte-Carlo simülasyon yöntemidir. Bu yöntemde piyasalarda oluşabilecek değişimleri yeterli düzeyde temsil edebilecek bir istatistik dağılımı seçilerek gerçek olmayan rassal veriler üretilir. Bu veriler mevcut portföye ilişkin kar zarar dağılımını elde etmek için kullanılır.

İki ya da daha fazla bileşenden oluşan dağılımlar karma dağılım olarak adlandırılır. Karma dağılım modelleri birçok alanda rassallık içeren doğal olayların farklı özellikleri hakkında toplanan ölçüm değerlerine istatistiksel olarak model oluşturmada matematiksel bir yaklaşım sağlar (McLachlan ve Peel, 2000). Çok değişkenli veriye istatistiksel modellemenin yapıldığı her alanda karma dağılım modeli kullanılabilir (Fralely,1998). Biyoloji, tıp, genetik, astronomi, mühendislik ve ekonomi gibi alanlar karma dağılımın en çok kullanıldığı alanların başında gelmektedir. Özellikle heterojen yapıdaki verilerin modellenmesinde karma dağılımların standart olasılık dağılımlarına göre daha kullanışlı olması kullanımını yaygın hale getirmiştir. Veri yapısına uygun karma dağılım modelinin oluşturulması için uygun bileşen sayısının

belirlenmesi gerekir. Karma dağılım modellerinde uygun bileşen sayısı seçiminde genel olarak Akaike bilgi kriteri (AIC) ve Bayesci bilgi kriteri (BIC) kullanılmaktadır. Karma dağılım modellerinde bilinmeyen parametrelerin tahmini için en çok olabilirlik yöntemi EM algoritmasıyla birlikte kullanılmaktadır.

Finansal risk analizinde verilerin normal dağılım varsayımına uymadığı durumlarda, karma dağılım modeli yaklaşımı ile finansal risk hesaplanabilmektedir (Alexander, 2008). Varyans-kovaryans yönteminin finansal varlıkların normal dağılıma sahip olmaması veya portföy üzerindeki etkilerinin doğrusal olmaması durumunda karma dağılım modelleri kullanılarak RMD hesaplanabilmektedir (Zhang ve Cheng 2005, Haas 2009, Chen ve Yu 2013).

Bu tez çalışmasında amaç finansal risk yönetimde verilerin normal dağılım varsayımına uymadığı durumlarda karma dağılımlar kullanılarak bu dağılımların uygulanabilirliğinin ve etkinliğinin incelenmesidir. Çalışmada varyans-kovaryans yöntemine alternatif olarak çok değişkenli normal dağılımların karması ve Normal-LogDagum karma dağılımı kullanılarak RMD hesaplanması amaçlanmaktadır.

Yapılan çalışmaların anlatıldığı bu bölümün ardından ikinci bölümde çalışmada yararlanılan kaynakların yer aldığı kaynak araştırması bölümüne yer verilmiştir.

Çalışmanın üçüncü bölümünde finansal risk ile ilgili gerekli tanımlar verilecek, finansal risk yönetimde en çok kullanılan yöntem olan RMD ve hesaplama yöntemleri anlatılacaktır.

Çalışmanın dördüncü bölümünde finansal risk yönetimde kullanılacak olan Normal, Çok değişkenli normal, Dagum ve Log-Dagum dağılımlarının özellikleri ve parametre tahminleri incelenecektir.

Çalışmanın beşinci bölümünde karma dağılımlarla ilgili temel özellikler verilecek, karma dağılım modellerinde tamamlanmamış veri yapısı, EM algoritması, uygun bileşen sayısının seçimi anlatılacaktır. Çok değişkenli normal dağılımların karması ve normal dağılım ile log-Dagum dağılımlarının karmasından oluşan Normal-logDagum dağılımı gösterilecektir.

Çalışmanın altıncı bölümünde ilk olarak teknoloji verisi uygulaması için RMD hesaplama yöntemlerinden varyans-kovaryans yöntemine klasik yöntem ve karma dağılım yaklaşımı uygulanarak BIST teknoloji endeksinden alınan dört teknoloji firması hisselerinin ve bu hisselerden eşit ağırlıklar ile oluşturulan portföyün RMD analizi gerçekleştirilecektir. Gerçekleştirilen analiz sonucunda klasik yöntem ve karma dağılım yaklaşımları karşılaştırılacaktır. Daha sonra telekomünikasyon verisi uygulaması için

RMD hesaplama yöntemlerinden varyans-kovaryans yöntemine Normal dağılım, LogDagum dağılımı ve Normal-LogDagum karma dağılımı yaklaşımları kullanılarak iki telekomünikasyon firması için RMD analizi gerçekleştirilecektir. Gerçekleştirilen analiz sonucunda normal dağılım, LogDagum dağılımı ve Normal-LogDagum karma dağılım yaklaşımları karşılaştırılacaktır.



2. KAYNAK ARAŞTIRMASI

Pearson (1894) tek değişkenli iki bileşenli karma dağılım modelini incelemiştir. Çalışma için 1000 yengeçten alınan verileri modellemiş ve normal dağılımın karmasının parametrelerinin tahmininde momentler yöntemini kullanmıştır.

Rao (1948) tek değişkenli iki bileşenli normal dağılımın karmasında varyansları eşit varsayarak en çok olabilirlik yöntemiyle parametre tahminlerini elde etmiştir.

Hasselblad (1966) k tane tek değişkenli normal dağılımın karmasından oluşan karma normal dağılımın parametre tahminleri için en çok olabilirlik yöntemi kullanmıştır.

Seal (1969) Gauss lineer modelinin tarihsel gelişimini, olasılık ve istatistik tarihindeki çalışmaları ele almıştır.

Tan ve Chang (1972) tek değişkenli iki bileşenli karma normal dağılımın parametrelerinin tahmininde momentler yöntemi ve en çok olabilirlik yöntemini kullanmış ve bu iki yöntemi karşılaştırmışlardır. Momentler yönteminin olabilirlik tahminine göre daha geri kaldığını göstermişlerdir.

Dempster ve ark. (1977) çalışmalarında eksik verilerden elde edilen en çok olabilirlik tahminlerini hesaplamak için geniş çapta uygulanabilir olan EM algoritmasını sunmuşlardır.

Dagum (1977) yaptığı çalışmada Dagum dağılımı olarak adlandırılan yeni bir gelir dağılımı ortaya atmıştır. Bu dağılım için analizler yapmış, tahmin yöntemleri kullanarak tahmin edicilerin performanslarını karşılaştırmıştır.

Schwarz (1978) model seçiminde Bayes temelli bilgi kriteri olan Bayesci bilgi kriterini(BIC) önermiştir.

Tong (1990) bu kitap da çok değişkenli normal dağılımlarla ilgili klasik ve yeni sonuçların karşılaştırması kapsamlı bir şekilde ele alınmıştır. Çok değişkenli normal yoğunluk fonksiyonunun bazı genel özellikleri tartışılmış ve elde edilen sonuçlar kapsamlı bir şekilde incelenmiştir.

Morgan (1995) bu çalışmada riske maruz değer yöntemini tanımlamıştır. Piyasa risklerini ölçmek için teknik ve yöntemler sunmuştur.

Sayılğan (1995) bu çalışmada finansal risk yönetimi, Türkiye’de işletmeler açısından finansal risk yönetimi ve çağdaş anlamda risk yönetimi konularını ele almıştır.

Fraley (1998) çalışmada Gauss modelinin yapısının aglomeratif hiyerarşik kümeleme için etkili algoritmalar üretmede nasıl kullanılabileceği gösterilmiştir.

Jorion (2000) bu kitap da riske maruz değer uygulamaları, riski ölçmek ve kontrol etmek, riski yönetmek ve yatırım yönetimi için RMD kullanımı ile ilgili konular yer almaktadır.

McLachlan ve Pell (2000) bu kitap da sonlu karma modellerinde EM algoritmasının kullanımı, en çok olabilirlik tahmin edicilerin özellikleri, karma dağılım modelinde bileşen sayısının belirlenmesi konuları yer almaktadır.

Linsmeier ve Pearson (2000) riske maruz değer hesaplamak için tarihsel simülasyon yöntemi, delta normal yöntemi ve Monte Carlo simülasyon yöntemini ayrıntılı olarak açıklamışlardır. Ayrıca bu üç yöntemin avantajlarını ve dezavantajlarını karşılaştırmışlardır. Son olarak, stres testini ve iki alternatif piyasa riski ölçümünü kısaca açıklamışlardır.

Basak ve Shapiro (2001) bu çalışma riske maruz değer kullanarak piyasa riskine maruz kalmayı yönetmesi gereken yatırımcıları en üst seviyeye çıkartan optimum, dinamik portföy ve varlık veya tüketim politikalarını analiz etmektedir. Riske maruz değer eksikliklerini gidermek için kayıp beklentisine dayalı alternatif bir risk yönetimi modeli önermektedir.

Johnson and Wichern (2002) çalışmalarında çok değişkenli verilerin tanımlanması ve analiz edilmesi için istatistiksel yöntemleri incelemişlerdir.

Kapucu (2003) bu çalışmada varyans-kovaryans yaklaşımı yöntemlerinden biri olan normal yöntemden hareketle Markowitz'in ortalama-varyans modeline göre optimal İMKB Ulusal-30 portföyü belirlenmiş ve optimal portföyün gelecekteki bir andaki riske maruz değeri tahmin edilmiştir.

Wang ve ark (2004) karma dağılım modeli için bileşenlerin sayısını kademeli olarak bölünme (split) ve birleştirme (merge) içeren EM (SSMEM) algoritmasını kullanarak tahmin etmişlerdir. Simülasyon sonuçlarında ve gerçek veriler üzerinde yapılan deneysel sonuçlar da, önerilen algoritmanın etkinliğini göstermektedir.

McNeil ve ark. (2005) bu kitap da nicel risk yönetimi ile ilgili kavramlar ve teknikler yer almaktadır.

Çalış (2005) çalışmasında karma dağılım modellerinde bileşen sayısını belirlemek için grafiksel yöntemler ve olabilirlik oran test istatistiği ele almıştır. Karma dağılım modellerinde model seçiminde bilgi kriterlerini incelemiştir.

Zhang ve Cheng (2005) çalışmalarında Çin menkul kıymetler piyasaları ve Forex piyasaları için önerdikleri karma dağılım modeli ile ampirik olarak elde edilen sonuçları karşılaştırarak çok değişkenli normal dağılımların karmasına dayalı dağılım modellerinin riske maruz değerlerin modellenmesinde kullanılabilirliğini göstermişlerdir.

Chapman (2006) bu kitap kurumsal risk yönetimi, risk yönetim süreçleri ve tekniklerini içermektedir.

Gürsakal (2007) Varyans-kovaryans ve Tarihi simülasyon yöntemlerini kullanarak IMKB Ulusal 30 endeksi günlük getiri serisine ilişkin riske maruz değer hesaplamaları yaparak bu hesaplamaların sonuçlarını karşılaştırmıştır. Varyans-kovaryans yöntemi ile hesaplanan riske maruz değer Tarihi simülasyon yöntemiyle hesaplanan riske maruz değere göre daha düşük çıktığı görülmüştür.

Philippe (2007) bu kitap riske maruz değerlerin ölçümü ve uygulamalarını kapsamlı bir şekilde sunmaktadır.

Yücel ve ark. (2007) çalışmalarında firmaların maruz kaldıkları riskleri, risklerin yönetim politikalarını, türev araç kullanımları ile yabancı para pozisyonlarını incelemiş ve risk yönetimi konusunda ne tür bilgileri kamuya açıkladıklarını araştırmışlardır. Sonuç olarak örneklemlerdeki firmaların büyük ölçekli olmalarına rağmen türev ürün kullanan firmaların az olduğu ve risk yönetimine ilişkin kamuya açıklayıcı bilgi verilmediği görülmüştür.

Domma ve Perri (2009), Dagum dağılımına ait bir rasgele değişkenin logaritmik dönüşümü ile Log-Dagum dağılımını elde etmişlerdir. Bu dağılımı İtalyan hisse senetlerinin günlük getirileri üzerinde uygulamışlardır.

Hass (2009), riske maruz değerlerin modellenmesinde çok değişkenli normal ve t dağılımlarının karmasını kullanmıştır. Büyük Avrupa borsalarının günlük getirileri için riske maruz değerlerin karma dağılım modelleri ile modellendiği çalışmada, iki bileşenli karma çok değişkenli t dağılımının performansı daha başarılı bulunmuştur. Haas (2009), karma dağılım modelinde bileşen sayısının seçimi için BIC değerini kullanmıştır.

Lokumcu (2009) özel bir bankaya yapılan 5001 kredi başvurusunun ret veya kabul edilmesinde kredi değerlendirme analizinde kullanılan yöntemlerden biri olan çok katmanlı ileri beslemeli geri yayılım ağı modelleri kullanılarak modellerin etkinlikleri, doğru sınıflandırma oranı ve I. ve II. tip hata oranları kullanılarak karşılaştırılmıştır.

Drakos, Kouretas ve Zarangas (2010) çalışmalarında Atina borsasında işlem gören hisse senetlerini alternatif volatilité modellerini kullanarak GARCH ile modellemişlerdir.

Christoffersen (2011) bu kitapta finansal risk yönetimi ile ilgili konular yer almaktadır.

Erişoğlu (2011) çalışmasında yaşam analizinde karma ve karıştırılmış karma dağılım modellerini incelemiştir. Heterojen yapıdaki yaşam sürelerinin modellenmesinde karma dağılım modelleri önerilmiştir.

Erişoğlu ve ark. (2011) bu çalışmada heterojen yaşam verilerini modellemek için Üstel-Gamma, Üstel-Weibull ve Gamma-Weibull gibi iki farklı dağılımın karmasını sunmuşlardır.

Koçak (2012) çalışmasında finansal riski riske maruz değer kullanarak parametrik yöntemle karma normal dağılım modelleri yaklaşımı ile hesaplamıştır.

Chen ve Yu (2013), piyasa riski faktörleri yoğun olduğunda, riske maruz değer hesaplaması için doğrusal olmayan model olarak çok değişkenli normal dağılımların karmasına dayalı karma dağılım modelini önermişlerdir. Önerdikleri modelin etkinliğini, Çin pazarında işlem gören beş hisse senedinden oluşan portföyün riske maruz değerinin hesaplanmasında göstermişlerdir.

Domma ve Condino (2013) momentler, hazard, entropi ve güvenilirlik ölçülerinin elde edildiği beş parametrelili bir Beta-Dagum dağılımını tanıtmışlardır. Bu özellikler bahsedilen dağılımın yüksek esnekliğini göstermektedir. Çalışmada oluşturulan bu yeni dağılımın kullanışlılığı gerçek veri seti üzerinde gösterilmiştir.

Huang ve ark. (2013) sonlu karma dağılım modellerinde karma bileşenlerin sayısının seçimiyle ilgilenmişlerdir. Sonlu çok değişkenli karma dağılımlar için model seçiminde yeni bir (penalized likelihood) cezalı olabilirlik yöntemi önermişlerdir.

Koçak ve diğerleri (2013), BIST-30 endeksinde yer alan beş hisse senedine eşit ağırlık vererek oluşturdukları portföyün riske maruz değer analizinde iki bileşenli çok değişkenli normal dağılımların karmasına dayalı modeli kullanmışlardır. Hata kareler ortalaması ve Kolmogorov-Smirnov testi sonuçlarına göre karma dağılım modelinin riske maruz değeri hesaplamada daha başarılı olduğunu göstermişlerdir.

Oluyede ve ark. (2014) Gamma-Dagum dağılımı adı verilen yeni bir genelleştirilmiş Dagum dağılım sınıfı sunmuşlardır. Yeni dağılımın momentler, ortalama ve ortanca sapma, sıra istatistiklerinin dağılımı ve Renyi entropisi gibi bazı

matematiksel özelliklerini sunmuşlardır ve en çok olabilirlik yöntemiyle parametrelerini tahmin etmişlerdir.

Silva ve ark. (2015) genişletilmiş Dagum adı verilen beş parametrelili yeni bir model çalışmışlardır. Bu model özel durumlar olarak Log-Lojistik ve Bur III dağılımlarını içermektedir. Momentleri, üreten ve kuantil fonksiyonları, ortalama sapmalar, Bonferroni, Lorenz ve Zenga eğrilerini türetmişlerdir. Parametreleri en çok olabilirlik yöntemiyle tahmin ederek gerçek verilere yapılan bir uygulama ile yeni modelin önemini göstermişlerdir.

Akogul ve Erisoglu (2016) çok değişkenli normal dağılımların karması için model seçiminde yaygın olarak kullanılan bilgi kriterlerinin etkinliği incelenmiştir. Bilgi kriterlerinin etkinliği, bileşen sayısının ve uygun kovaryans matrisinin seçimindeki başarıya göre belirlenmiştir.

Tahir ve ark. (2016) Weibull-Dagum adı verilen yeni bir yaşam boyu modeli tanımlamışlardır. Yoğunluk fonksiyonu çok esnektir ve simetriktir, sola çarpık, sağa çarpık ve ters J şeklinde olabilir. Önerilen bu model uygulamalarda Beta-Dagum, McDonal-Dagum ve Dagum modellerinden daha iyi performans göstermektedir.

Dey ve ark. (2017) üç parametrelili Dagum dağılımının bilinmeyen parametrelerinin matematiksel ve istatistiksel özelliklerine ve farklı tahmin yöntemlerine değinmişlerdir. Monte Carlo Simülasyonu ile önerilen tahmin yöntemlerinin performanslarını karşılaştırmışlardır.

McLachlan ve ark (2019) sonlu karma dağılım modellerinin uygulamalarının altında yatan teori ve metodolojik gelişmeler hakkında güncel bir açıklama sunmuşlardır.

Erişoğlu ve Köroğlu (2019) bu çalışmada finansal risk hesaplama yöntemlerinden biri olan riske maruz değer yönteminde, parametrik yaklaşımın uygulanmasında finansal verilerin normal dağılıma uymadığı durumlarda karma dağılım yaklaşımı kullanılarak RMD hesaplanmıştır. BIST teknoloji endeksinde yer alan dört hisse senedi incelenmiş ve hisse senetlerinden oluşturulan portföyün riske maruz değer hesaplanmasında klasik ve karma dağılım yaklaşımları karşılaştırılmıştır.

3. FİNANSAL RİSK VE RİSK YÖNETİMİ

3.1. Finansal Risk

Finansal risk, bir kurumun hedeflerine ulaşma ve stratejilerini yerine getirme kabiliyetini olumsuz yönde etkileyebilecek herhangi bir olay veya eylem, işletmelerin beklenenden daha az kazanç elde etmesi, kuruma yönelik hasarlardaki değişiklikler olarak tanımlanabilir (McNeil ve ark.,2005).

Son zamanlarda finans piyasalarında meydana gelen dalgalanmalar önceki yıllara göre artış göstermiştir. Döviz kurlarında, faiz oranlarında, menkul kıymet ve mal fiyatlarındaki bu hareketlenmeler firmaları doğrudan etkilemektedir. Firmalar dış faktörler ile ortaya çıkan ve kontrol altına alamadıkları bu nedenlerden dolayı finansal risklere maruz kalmaktadırlar (Yücel ve ark., 2007). Firmalar maruz kaldıkları bu finansal risklerden korunmak ve getiri elde edebilmek için risk yönetimi alanında çalışmalar yapmaktadırlar.

Finansal risk kötü borçlanma, döviz kurlarındaki olumsuz değişiklikler, tek bir tedarikçiye aşırı bağımlılık, kilit bir müşterinin kaybı, denizaşırı yatırımların kaybı ve düşük riskten korunma gibi kararları içerir (Champman,2006).

3.1.1. Finansal Risk Türleri

Finansal kurumlar birçok risk kaynağına tabidir. Risk genel olarak gelecekteki net getirilere ilişkin belirsizlik derecesidir ve yaygın bir sınıflandırma bu belirsizliğin temel kaynaklarını yansıtır. Buna göre risk türleri genel olarak piyasa riski, kredi riski, likidite riski ve operasyonel risk olarak sınıflandırılmaktadır.

Piyasa Riski: Piyasa riski, hisse senedi, döviz kurları, faiz oranları gibi piyasa fiyatlarındaki hareketlerden kaynaklanan finansal bir risktir. Piyasa riski iki şekilde olabilir: dolar bazında (veya ilgili para biriminde) ölçülen mutlak risk ve kıyaslama endeksine göre ölçülen göreceli risk. Birincisi toplam getirinin değişkenliğine odaklanırken, ikincisi endeks üzerinde takip hatası veya sapma açısından riski ölçmektedir (Philippe,2007).

Kredi Riski: Kredi riski, ödeme yükümlüsü olan tarafın vadesinde ödemesi gereken tutarı ödememesi, kısmi ödeme veya gecikmeli ödeme yapması olarak tanımlanabilir. Bu durum karşı tarafın finansal kayba uğramasına neden olmaktadır. Kredi riski bankalar başta olmak üzere birçok finansal kuruluşun karşılaştığı en temel risktir.

Likidite Riski: Likidite riski, düşük işlem hacmi ve büyük teklif-talep marjlarında gösterildiği gibi düşük likidite olan piyasalarda işlem yapmaktan kaynaklanan özel risk olarak tanımlanmaktadır. Bu şartlar altında, varlık satma girişimi fiyatları düşürebilir ve varlıkların temel değerlerin altındaki fiyatlarda veya beklenenden daha uzun bir süre içinde satılması gerekebilir (Christoffersen,2011).

Operasyonel Risk: Operasyonel risk insani ve teknik hatalardan, kazalardan, yönetimdeki başarısızlık veya yetersizlikten, dolandırıcılıktan, yetersiz kontrollerden kaynaklanan risk olarak tanımlanabilir. Uygun planlamalar ve gerekli kontroller yapılarak operasyonel riske karşı korunma sağlanabilir.

3.2.Finansal Risk Yönetimi

Finansal risk yönetiminin önemi, 1970'lerin ortasından bu yana, hem sabit kur sisteminin çöküşü hem de iki petrol fiyatı krizinden sonra önemli ölçüde artmıştır. Bu büyük olaylar, türev piyasasının ortaya çıkmasıyla birlikte, ticaret hacminin ve teknolojik gelişmelerin artması ile birlikte finansal risklerin etkin ölçümü ve yönetimi konusunda endişelerin artmasına neden olan sermaye piyasalarında kayda değer dalgalanmalara yol açarak finansal risk yönetiminde gelişmelere katkı sağlamıştır (Drakos, Kouretas ve Zarangas,2010).

Finansal risk yönetimi birçok finansal göstergenin işletmelerin özel durumlarıyla ilişkilendirilmesi sonucu verilen kararların sürekli gözden geçirildiği ve gerektiğinde yeni önlemlerin alındığı bir süreçtir. Risk yönetim süreci risklerin tanımlanması, analizi, ölçümü, riske uygun yönetim stratejileri ve politikaları belirlenmesi ve uygulanması, değerlendirme ve kontrol aşamalarından oluşur.

Finansal risk yönetiminde verilen kararların günlük, kısa vadeli ve uzun vadeli bakışlarla, var olan hak ve yükümlülüklerin kontrol altında tutulması gereği, zaman kavramının önemini ortaya çıkarmaktadır. Finansal kararlarda, verilen kararın doğru olması kadar zamanında verilmiş ve zamanında uygulanmış olması da oldukça önemlidir. Zamanlama finansal yönetimin en önemli yönlerinden biridir (Sayılgan,1995).

Risk yönetimi özellikle bankalar için oldukça stratejik bir konudur. Çünkü bankalar iyi bir risk yönetimi sayesinde riskleri kontrol altında tutarak kayıplarını azaltır ve diğer yandan da riske ayarlı karlılık analizi ışığında daha karlı ürünlerde büyüyerek hissedara değer katarlar (Lokumcu, 2009).

Risk yönetiminin amacı işletmelerin risk almasını önlemek değil, işletmelerin karlılıklarını sürdürerek faaliyetlerine devam etmelerini sağlamak, işletmedeki kişi ve varlıkları korumak, işletmenin kazanma gücünün devamını sağlamaktır.

3.3.Riske Maruz Değer ve Hesaplama Yöntemleri

Finansal riskin ölçülmesi yolundaki çalışmalar 1970 ve 1980'li yıllarda başlamıştır. Finans piyasalarında meydana gelen büyük değişimler klasik risk ölçümlerinin yetersiz kalması finansal risk ölçümünde çeşitli yöntemlerin geliştirilmesine sebep olmuştur. Bu yöntemlerin en yaygın olarak bilineni 1994 yılında JP Morgan tarafından geliştirilen RMD ölçütüdür ve piyasa riskini ölçmek için standart bir ölçüt olarak kabul edilebilir.

RMD normal piyasa koşullarında belirli bir güven aralığında belirli bir zaman sürecinde meydana gelebilecek beklenen en kötü kaybı ölçen finansal bir araç olarak ifade edilmektedir (Philippe,2007). Kısaca RMD zarar etme riskinin parasal bir ölçüsüdür. Portföyde farklı pozisyonlardan ve risk faktörlerinden kaynaklanan riskler oluşabilmektedir. RMD bu riskleri bir araya getirip tek bir değerle ifade edebilmektedir. RMD yöntemi yalnızca bir risk yönetim aracı olarak değil aynı zamanda firmaların risklerine ait bilgilerin raporlanmasında, kazançların riske uyarlanmasına olanak sağladığı için kaynakların şirket içerisinde kullanım yerlerinin belirlenmesinde ve performans ölçülmesinde de kullanılmaktadır (Gürsakal, 2007).

RMD temel olarak, risk yönetiminin zorunlu olduğu büyük alım satım portföylerine sahip bankalar, emekli fonları, diğer finans kurumları, sektörü denetleme ve kontrol faaliyetinde bulunan düzenleyici kurumlar ve elinde bulundurdukları finansal enstrümanlar nedeniyle finansal riske maruz kalan finans dışı kurumlarda kullanılmaktadır (Jorion,2000).

RMD hesaplamasına ilişkin geliştirilen modeller parametrik ve parametrik olmayan modeller olarak sınıflandırılabilir. RMD hesaplamalarında parametrik modeller risk faktör dağılımlarının istatistiksel parametrelerini esas alırken parametrik olmayan modeller simülasyon ve tarihsel model olmak üzere ikiye ayrılır (Amman ve Reich,2001).

3.3.1. Parametrik Yöntem

Parametrik yöntem, varyans-kovaryans yöntemi olarak da adlandırılmaktadır ve RMD hesaplanmasında kullanılan en popüler yöntemlerden biridir. Bu yöntemin en büyük avantajı uygulamasının kolay olmasıdır. Parametrik yöntemin temel varsayımı finansal varlık getirilerinin normal dağılıma sahip olduğu ve portföy değeri üzerindeki etkisinin doğrusal olduğu yönündedir. Yani portföy getirileri de normal dağılıma sahiptir ve dolayısıyla portföyün RMD'si normal dağılım temeline göre açıklanmaktadır. Bir finansal varlığın RMD'si

$$RMD = (\mu + z_{1-\alpha} \sigma \sqrt{t}) A \quad (3.1)$$

eşitliği ile tanımlanır. Burada μ ortalamayı, σ standart sapmayı, \sqrt{t} elde tutma süresini, A yatırım miktarını ve $z_{1-\alpha}$ gösterimi $(1-\alpha)$ güven aralığına karşılık gelen standart normal dağılıma ait tablo değerini göstermektedir. Portföyün RMD'si ise,

$$RMD_{portföy} = (\mu_{portföy} + z_{1-\alpha} \sigma_{portföy} \sqrt{t}) A \quad (3.2)$$

eşitliği ile hesaplanır. Eşitlikte yer alan $\mu_{portföy}$ ve $\sigma_{portföy}$ gösterimleri sırasıyla portföyün ortalaması ve standart sapmasını göstermektedir. $w = [w_1 \dots w_p]$ hisse senetlerinin portföydeki ağırlıklarından oluşan ağırlık vektörü, $\mu = [\mu_1 \dots \mu_p]$ portföyde yer alan hisse senetlerinin ortalamalarından oluşan ortalama vektörü ve p adet hisse senedinin günlük değişimden oluşan çok boyutlu veri için varyans kovaryans matrisi

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \dots & \sigma_{1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{p1} & \dots & \sigma_{pp} \end{bmatrix} \text{ olmak üzere, portföyün ortalaması,}$$

$$\mu_{portföy} = w \mu' \quad (3.3)$$

şeklinde hesaplanır ve matris cinsinden

$$\mu_{portföy} = [w_1 \dots w_p] \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \vdots \\ \mu_p \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

şeklinde gösterilebilir. Portföyün standart sapması ise,

$$\sigma_{portföy} = (w \Sigma w')^{1/2} \quad (3.5)$$

eşitliği ile hesaplanır ve matris gösterimi

$$\sigma_{portföy} = \left(\begin{bmatrix} w_1 & \cdots & w_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \cdots & \sigma_{1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{p1} & \cdots & \sigma_{pp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_p \end{bmatrix} \right)^{1/2} \quad (3.6)$$

şeklinde olur.

3.3.2.Tarihsel Simülasyon Yöntemi

Tarihsel simülasyon yöntemi parametrik olmayan bir yöntem olup volatilité ve korelasyon gibi parametreler bulundurmamaktadır. Ayrıca bu yöntemde finansal varlık ve portföyün getiri dağılımı hakkında herhangi bir varsayım yapılmamaktadır.

Tarihsel simülasyon yönteminde tarihin tekrar ettiği varsayılır ve portföydeki varlıkların risk faktörlerine ait tarihsel değışiklikler kullanılarak portföyün gelecekteki olası kar ve zararını belirten bir dağılım oluşturulup bu dağılım kullanılarak RMD hesaplanabilir. Geçmişteki değerlere güncel portföy ağırlıklarının uygulanması,

$$R_{p,k} = \sum_{i=1}^N w_{i,t} R_{i,k} \quad , \quad k = 1, \dots, t \quad (3.7)$$

şeklinindedir. Burada w portföy içindeki risk faktörlerinin bugünkü ağırlıkları, R değışim getirileri, N ise portföydeki varlık sayısını gösterir. Bu formül yardımıyla portföyde güncel w ağırlıklar kullanılarak, geçmiş t zaman için getiri değışimlerinden tarihsel portföy değerleri hesaplanmakta ve daha sonra portföyün kar/zarar değerleri en kötüden en iyiye doğru sıralanarak bu sıralamada belirli bir güven düzeyine karşılık gelen değér RMD'yi vermektedir.

3.3.3.Monte Carlo Simülasyon Yöntemi

Monte-Carlo simülasyon yöntemi parametrik olmayan diğer bir RMD hesaplama yöntemidir. 1940'ların başında John Von Neumann ve Stanislaw Ulam tarafından nükleer savunma sistemlerinde karşılaşılan çok boyutlu ve analitik olarak çözümlenmesi zor olan problemlere yönelik geliştirilmiş stokastik bir yöntemdir (Kapucu,2003).

Monte-Carlo simülasyon yöntemi RMD hesaplama yöntemlerinin en güçlü olanı ve piyasa riskinin ölçümünde kullanılan en kapsamlı yöntemdir ancak dezavantajı oldukça karmaşık ve zaman alıcı olmasıdır.

Monte-Carlo simülasyon yöntemi Tarihsel simülasyon yöntemiyle benzerlik göstermektedir. Aralarındaki temel fark N varsayımsal portföy karı veya zararı oluşturmak için son N dönemdeki piyasa faktörlerinde gözlenen değışiklikleri kullanarak simülasyonu gerçekleştirmek yerine, Monte-Carlo simülasyonunda piyasa

faktörlerindeki olası değişiklikleri yeterince yakaladığına ya da yaklaşık olarak tahmin edeceğine inanılan bir istatistiksel dağılım seçilmesidir. Daha sonra piyasa faktörlerindeki eski varsayımsal değişiklik üretmek için rasgele bir sayı üretici kullanılmaktadır. Bu varsayımsal değişiklikler mevcut portföyde kar ve zarar oluşturmak ve olası portföy kar veya zararının dağılımını yapmak için kullanılmakta ve son olarak RMD bu dağılımdan belirlenmektedir. (Linsmeier and Pearson,2000).



4.FİNANSAL RİSK ANALİZİNDE KULLANILAN BAZI ÖNEMLİ DAĞILIMLAR

4.1.Normal Dağılım

Gauss dağılımı olarak da bilinen Normal dağılım olasılık dağılımlarının içerisinde en fazla kullanılan dağılımdır. İlk kez 1733 yılında Abraham De Moivre tarafından bulunmuştur. Daha sonra 1778’de Pierre Laplace ve 1809’da Karl Gauss tarafından çalışılmıştır.

X sürekli bir rasgele değişken olmak üzere olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}, \quad -\infty < x < \infty, \quad -\infty < \mu < \infty, \quad \sigma > 0 \quad (4.1)$$

biçiminde olduğunda X rasgele değişkenine Normal dağılıma sahiptir denir. Burada μ ortalama, σ^2 varyans olmak üzere $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ şeklinde gösterilir. X rasgele değişkeninin beklenen değeri

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx \quad (4.2)$$

eşitliğinden,

$$E(x) = \mu \quad (4.3)$$

olarak bulunur. Varyansı ise

$$Var(X) = E(X - E(X))^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x)dx \quad (4.4)$$

eşitliğinin çözümünden

$$Var(X) = \sigma^2 \quad (4.5)$$

olarak bulunur. Normal dağılıma sahip X rasgele değişkeninin moment çıkarıcı fonksiyonu,

$$M_X(t) = E(e^{tx}) = e^{\mu t + \frac{\sigma^2 t^2}{2}}, \quad -\infty < t < \infty \quad (4.6)$$

şekindedir. Ortalaması $\mu = 0$, varyansı $\sigma^2 = 1$ olup olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}, \quad -\infty < x < \infty \quad (4.7)$$

olan normal dağılıma standart normal dağılım denir ve $X \sim N(0,1)$ şeklinde gösterilir.

X_1, X_2, \dots, X_n , $N(\mu, \sigma^2)$ normal dağılımdan n birimlik örneklem olmak üzere olabilirlik fonksiyonu,

$$L(\mu, \sigma^2) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(X_i - \mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (4.8)$$

ve log olabilirlik fonksiyonu

$$\begin{aligned} l(\mu, \sigma^2) &= \sum_{i=1}^n \ln \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(X_i - \mu)^2}{2\sigma^2}} \right) \\ &= \sum_{i=1}^n \left(\ln \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} - \frac{(X_i - \mu)^2}{2\sigma^2} \right) \\ &= -\frac{n}{2} \ln(2\pi\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2 \end{aligned} \quad (4.9)$$

şeklinde yazılabilir. (4.9) eşitsizliği μ ve σ^2 parametrelerine göre ayrı ayrı ilk türevleri alınıp sıfıra eşitlendiğinde,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \mu} l(\mu, \sigma^2) &= \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n 2(X_i - \hat{\mu}) = 0 \\ \hat{\mu} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \end{aligned} \quad (4.10)$$

$$\frac{\partial}{\partial \sigma^2} l(\mu, \sigma^2) = -\frac{n}{2} \frac{2\pi}{2\pi\sigma^2} + \frac{1}{2(\sigma^2)^2} \sum_{i=1}^n (X_i - \hat{\mu})^2 = 0$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \hat{\mu})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_n)^2 = 0 \quad (4.11)$$

şeklinde μ ve σ^2 'nin en çok olabilirlik tahmin edicileri elde edilir.

4.2.Çok Değişkenli Normal Dağılım

19. yüzyılın ortalarında yeni bir kavram olarak çok değişkenli normal dağılım ortaya çıkmıştır. Çok değişkenli normal dağılım teorisinin gelişimi esasında regresyon analizi, çoklu ve kısmi korelasyon analizi çalışmalarından doğmuştur. İki değişkenli dağılımların tesadüfi görünümünün aksine iki ve üç değişkenli olasılık dağılımının ilk açık değerlendirmesi Bravais (1846) tarafından ve sonrasında daha genel bir şekilde Schols (1875) tarafından verilmiştir (Seal,1967). Çok değişkenli normal dağılımla ilgili ilk kapsamlı çalışma 1892 yılında Edgeworth tarafından ele alınmıştır(Tong,1990). Johnson and Wichern (1982), Anderson (1984), Seber (1984) kaynakları ile birçok çalışmada referans olarak bildirilmiş ve çok değişkenli normal dağılımın tarihsel

gelişimine önemli katkıda bulunmuşlardır. Bugün çok değişkenli normal teori istatistikte tamamen büyüyen bir alan haline gelerek uygulamalarda önemli rol oynamaktadır.

$\Sigma: p \times p$ tipinde pozitif tanımlı simetrik matris, $\mu: p \times 1$ tipinde bir vektör olmak üzere bir X rasgele vektörün olasılık yoğunluk fonksiyonu,

$$f(x) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{p}{2}} |\Sigma|^{\frac{1}{2}}} e^{-\frac{(x-\mu)' \Sigma^{-1} (x-\mu)}{2}}, \quad -\infty < x_i < \infty, \quad i=1,2,\dots,p \quad (4.12)$$

şeklinde ise X rasgele vektörüne çok değişkenli normal dağılıma sahiptir denir ve $X \sim N_p(\mu, \Sigma)$ ile gösterilir.

$X = X_1, \dots, X_p$ rasgele vektörünün beklenen değeri

$$\mu = E(X) = \begin{bmatrix} E(X_1) \\ \vdots \\ E(X_p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \vdots \\ \mu_p \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

şeklinde olup kovaryans matrisi ise

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \cdots & \sigma_{1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{p1} & \cdots & \sigma_{pp} \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

ile tanımlanır. Bir X rastgele vektörü normal dağılıma sahip olmak üzere moment çıkaran fonksiyonu,

$$\begin{aligned} M_X(t) &= E(e^{t'X}) = \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(2\pi)^{\frac{p}{2}} |\Sigma|^{\frac{1}{2}}} e^{\left(t'x - \frac{(x-\mu)' \Sigma^{-1} (x-\mu)}{2} \right)} dx_1 \cdots dx_p \\ &= e^{t' \mu + \frac{t' \Sigma t}{2}} \end{aligned} \quad (4.15)$$

şeklinde olup μ , X rasgele vektörünün beklenen değeri, Σ ise kovaryans matrisidir.

X_i vektörleri $p \times 1$ tipinde olmak üzere x_1, x_2, \dots, x_n , μ ortalamalı ve Σ varyans-kovaryans matrisli çok değişkenli normal dağılıma sahip kitleden alınmış rasgele bir örneklem ve X_1, X_2, \dots, X_n rasgele değişkenleri ikiyeşerli olarak bağımsız ve her birinin dağılımı $N_p(\mu, \Sigma)$ olsun. Burada x_1, x_2, \dots, x_n 'nin olabilirlik fonksiyonu

$$\begin{aligned}
f(x_1, x_2, \dots, x_n) &= \prod_{i=1}^n \left\{ \frac{1}{(2\pi)^{\frac{p}{2}} |\Sigma|^{\frac{1}{2}}} e^{-\frac{(x_i - \mu)' \Sigma^{-1} (x_i - \mu)}{2}} \right\} \\
&= \frac{1}{(2\pi)^{\frac{np}{2}} |\Sigma|^{\frac{n}{2}}} e^{-\sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \mu)' \Sigma^{-1} (x_i - \mu)}{2}}
\end{aligned} \tag{4.16}$$

şeklinde μ ve Σ parametrelerine bağlı bir fonksiyondur. (4.16) verilen eşitlik düzenlendiğinde

$$\begin{aligned}
f(x_1, x_2, \dots, x_n) &= \frac{1}{(2\pi)^{\frac{np}{2}} |\Sigma|^{\frac{n}{2}}} \\
&\exp \left\{ -\frac{1}{2} \text{tr} \left[\Sigma^{-1} \left(\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(x_i - \bar{x})' + n(\bar{x} - \mu)(\bar{x} - \mu)' \right) \right] \right\}
\end{aligned} \tag{4.17}$$

şeklinde μ ve Σ kitle parametrelerine bağlı bu fonksiyon olup $L(\mu, \Sigma)$ ile gösterilir ve bu fonksiyon

$$\begin{aligned}
L(\mu, \Sigma) &= \frac{1}{(2\pi)^{\frac{np}{2}} |\Sigma|^{\frac{n}{2}}} \\
&\exp \left\{ -\frac{1}{2} \text{tr} \left[\Sigma^{-1} \left(\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(x_i - \bar{x})' \right) \right] + \left(-\frac{1}{2} \right) n (x_i - \mu)' \Sigma^{-1} (x_i - \mu) \right\}
\end{aligned} \tag{4.18}$$

biçiminde ifade edilir. μ ve Σ parametrelerinin en çok olabilirlik tahminleri sırasıyla

$$\hat{\mu} = \bar{x} \tag{4.19}$$

$$\hat{\Sigma} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(x_i - \bar{x})' \tag{4.20}$$

şekilde gibidir. Σ^{-1} pozitif tanımlıdır bu nedenle $\mu = \bar{x}$ olmadıkça uzaklık $(\bar{x} - \mu)' \Sigma^{-1} (\bar{x} - \mu) > 0$ 'dır. Bu durumda olabilirlik fonksiyonunda μ yerine $\mu = \bar{x}$ yazıldığında fonksiyon

$$L(\mu, \Sigma) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{np}{2}} |\Sigma|^{\frac{n}{2}}} e^{-\frac{\text{tr} \left[\Sigma^{-1} \left(\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(x_i - \bar{x})' \right) \right]}{2}} \tag{4.21}$$

şeklinde olur ve Σ yerine $\hat{\Sigma}$ yazılarak olabilirlik fonksiyonu düzenlendiğinde

$$L(\hat{\mu}, \hat{\Sigma}) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{np}{2}}} e^{-\frac{np}{2}} \frac{1}{|\hat{\Sigma}|^{\frac{n}{2}}} \tag{4.22}$$

şeklinde elde edilir (Johnson and Wichern, 1982). Olabilirlik fonksiyonu varyans-kovaryans matrisine bağlı olduğundan varyans-kovaryans matrisinin tahmin edilmiş değeri olabilirlik fonksiyonunun maksimum olmasını sağlar.

4.3. Dagum Dağılımı

Dagum dağılımı ilk olarak 1977 yılında dağılıma adını veren Camilo Dagum tarafından kişisel gelir dağılımını modellemek amacıyla kullanılmıştır. Dagum dağılımı bilinen diğer dağılımlarla birlikte kullanılarak birçok yeni dağılım elde edilmiştir. Domma ve Perri (2009) Dagum dağılımının logaritmik dönüşümü ile log-Dagum dağılımını elde etmişler ve bu dağılımı İtalyan hisse senetlerinin günlük kazançları için uygulamışlardır. Domma ve Condino (2013) çalışmalarında beş parametrelilik yüksek esneklik gösteren Beta-Dagum dağılımını tanıtmışlardır ve dağılımın kullanılabilirliğini gerçek veri seti üzerinde göstermişlerdir. Oluyede ve ark (2014) Gamma-Dagum dağılımı adı verilen yeni bir genelleştirilmiş Dagum dağılım sınıfı sunmuşlardır. Silva ve ark (2015) genişletilmiş Dagum adı verilen beş parametrelilik yeni bir model incelemişlerdir. Tahir ve ark (2016) Weibull-Dagum dağılımı adı verilen yeni bir yaşam boyu modeli tanımlamışlardır ve gerçek verilere yapılan iki uygulama ile bu modelin Beta-Dagum, McDonald-Dagum ve Dagum modellerinden daha iyi performans sergilediğini göstermişlerdir. Dey ve ark (2017) üç parametrelilik Dagum dağılımının bilinmeyen parametreleri için farklı tahmin yöntemlerine değinerek Dagum dağılımının çeşitli matematiksel ve istatistiksel özelliklerini incelemişler ve Monte Carlo Simülasyonu ile önerilen tahmin yöntemlerinin performanslarını karşılaştırmışlardır.

Üç parametrelilik Dagum dağılımına sahip bir X rasgele değişkeni $X \sim Dag(\beta, \lambda, \delta)$ şeklinde gösterilir. Bu rasgele değişkenin olasılık yoğunluk fonksiyonu,

$$f(x; \beta, \lambda, \delta) = \beta \lambda \delta x^{-\delta-1} (1 + \lambda x^{-\delta})^{-\beta-1}, \quad x > 0 \quad (4.23)$$

ve dağılım fonksiyonu,

$$F(x; \beta, \lambda, \delta) = (1 + \lambda x^{-\delta})^{-\beta}, \quad x > 0, \quad \beta, \lambda, \delta > 0 \quad (4.24)$$

şeklinde. Burada; λ ölçek parametresi, β ve δ ise şekil parametresidir. Dagum dağılımının kuantil fonksiyonu,

$$Q(p; \beta, \lambda, \delta) = \left\{ \frac{1}{\lambda} \left[p^{\frac{1}{\beta}} - 1 \right] \right\}^{-\frac{1}{\delta}}, \quad 0 < p < 1 \quad (4.25)$$

buradan birinci çeyrek, medyan, üçüncü çeyrek değerleri elde edilebilir. $p = 0.5$ için Dagum dağılımının medyanı,

$$\text{Medyan}(X) = \left\{ \frac{1}{\lambda} \left[(0.5)^{\frac{1}{\beta}} - 1 \right] \right\}^{-\frac{1}{\delta}} \quad (4.26)$$

şeklindedir. X , Dagum dağılımına sahip bir rasgele değişken ise X 'nin Hazard fonksiyonu

$$h(x) = \frac{f(x)}{1-F(x)} = \frac{\beta\lambda\delta x^{-(\delta+1)}(1+\lambda x^{-\delta})^{-(\beta+1)}}{1-(1+\lambda x^{-\delta})^{-\beta}} \quad (4.27)$$

şeklinde elde edilebilir. $Dag(\beta, \lambda, \delta)$ dağılımına sahip X rasgele değişkeninin r . momenti,

$$E(X^k) = \beta\lambda\delta \int_0^{\infty} x^{k-\delta-1} (1+\lambda x^{-\delta})^{-\beta-1} dx = \beta\lambda^{\frac{k}{\delta}} B\left(1-\frac{k}{\delta}, \beta+\frac{k}{\delta}\right) \quad (4.28)$$

şeklindedir ve burada beta fonksiyonu $B(.,.)$ olarak ifade edilmiştir. (4.4) nolu denklem ile X rasgele değişkenin ortalaması $\mu = E(X)$,

$$E(X) = \beta\lambda^{\frac{1}{\delta}} B\left(1-\frac{1}{\delta}, \beta+\frac{1}{\delta}\right) \quad (4.29)$$

varyansı $\sigma^2 = \text{Var}(X)$,

$$\text{Var}(X) = \beta\lambda^{\frac{2}{\delta}} B\left(1-\frac{2}{\delta}, \beta+\frac{2}{\delta}\right) - \left\{ \beta\lambda^{\frac{1}{\delta}} B\left(1-\frac{1}{\delta}, \beta+\frac{1}{\delta}\right) \right\}^2 \quad (4.30)$$

olarak elde edilebilir. Dagum dağılımının moment çıkaran fonksiyonu,

$$\begin{aligned} M_X(u) &= E(e^{ux}) = \beta\lambda\delta \int_0^{\infty} e^{ux} x^{-\delta-1} (1+\lambda x^{-\delta})^{-\beta-1} dx \\ &= \beta\lambda\delta \sum_{j=0}^{\infty} \frac{x^j}{j!} \int_0^{\infty} x^{j-\delta-1} (1+\lambda x^{-\delta})^{-\beta-1} dx \\ &= \lambda^{\frac{j}{\delta}} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{x^j}{j!} \frac{\Gamma\left(1-\frac{j}{\delta}\right)\Gamma\left(\beta+\frac{j}{\delta}\right)}{\Gamma(\beta)}. \end{aligned} \quad (4.31)$$

biçimindedir ve X 'nin r . momenti,

$$\mu'_r = E(X^r) = \lambda^{\frac{r}{\delta}} \frac{\Gamma\left(1-\frac{r}{\delta}\right)\Gamma\left(\beta+\frac{r}{\delta}\right)}{\Gamma(\beta)} \quad (4.32)$$

şeklinde elde edilebilir.

$X_1, X_2, \dots, X_n \sim \text{Dag}(\beta, \lambda, \delta)$ dağılımına sahip n birimlik örneklem olmak üzere olabilirlik fonksiyonu

$$L(\beta, \lambda, \delta) = (\beta\lambda\delta)^n \prod_{i=1}^n x_i^{-\delta-1} (1 + \lambda x_i^{-\delta})^{-\beta-1} \quad (4.33)$$

ve log olabilirlik fonksiyonu

$$l(\beta, \lambda, \delta) = n \log \beta + n \log \lambda + n \log \delta - (\delta - 1) \sum_{i=1}^n \ln x_i - (\beta + 1) \sum_{i=1}^n \ln(1 + \lambda x_i^{-\delta}) \quad (4.34)$$

biçiminde yazılabilir. (4.34)'de β, λ, δ parametrelerine göre ayrı ayrı türev alınarak sıfıra eşitlendiğinde

$$\frac{\partial}{\partial \beta} l(\beta, \lambda, \delta) = \frac{n}{\beta} - \sum_{i=1}^n \ln(1 + \lambda x_i^{-\delta}) = 0 \quad (4.35)$$

$$\frac{\partial}{\partial \lambda} l(\beta, \lambda, \delta) = \frac{n}{\lambda} - (\beta + 1) \sum_{i=1}^n \frac{x_i^{-\delta}}{(1 + \lambda x_i^{-\delta})} = 0 \quad (4.36)$$

$$\frac{\partial}{\partial \delta} l(\beta, \lambda, \delta) = \frac{n}{\delta} - \sum_{i=1}^n \log x_i + (\beta + 1) \sum_{i=1}^n \frac{x_i^{-\delta}}{(1 + \lambda x_i^{-\delta})} = 0 \quad (4.37)$$

denklemler açık bir çözüm sunmadığından denklemler iteratif yöntemler kullanılarak çözülebilir (Dey ve ark.,2017).

4.4. Log-Dagum Dağılımı

Y pozitif rasgele değişken olmak üzere Dagum dağılımının birikimli dağılım fonksiyonu,

$$F_Y(y; \beta, \lambda, \delta) = (1 + \lambda y^{-\delta})^{-\beta} \quad (4.38)$$

burada $\lambda > 0$ ölçek parametresi, $\beta > 0$ ve $\delta > 0$ ise şekil parametreleridir. Y 'nin logaritmik dönüşümü $X = \ln Y$ aşağıdaki birikimli dağılım fonksiyonuna sahiptir.

$$F_X(x; \beta, \lambda, \delta) = F_Y(e^x; \beta, \lambda, \delta) = (1 + \lambda e^{-\delta x})^{-\beta} \quad (4.39)$$

burada Dagum modelinin aksine $x \in \mathbb{R}$, $\beta > 0$ şekil parametresi, $\lambda > 0$ sadece konumu etkilerken $\delta > 0$ ise ölçek parametresidir. Olasılık yoğunluk fonksiyonu,

$$f_x(x; \beta, \lambda, \delta) = \beta\lambda\delta e^{-\delta x} (1 + \lambda e^{-\delta x})^{-\beta-1} \quad (4.40)$$

şeklindedir. Log-Dagum modeli $LDa(\beta, \lambda, \delta)$ ile gösterilmektedir. $F_x(x; \beta, \lambda, \delta) = p$ eşitliği, $p \in (0,1)$, x 'e göre çözüldüğünde $LDa(\beta, \lambda, \delta)$ 'nın p . kuantili için basit ve kapalı ifade elde edilir

$$x_p = \frac{1}{\delta} \ln \left(\frac{\lambda}{p^{-1/\beta} - 1} \right) \quad (4.41)$$

$p = 0.5$ için log-dagum dağılımının medyanı,

$$\text{Medyan}(X) = \frac{1}{\delta} \ln \left(\frac{\lambda}{2^{1/\beta} - 1} \right) \quad (4.42)$$

şeklindedir. $LDa(\beta, \lambda, \delta)$ 'nın moment üreten fonksiyonu Dagum rasgele değişkeninin t sıra momentine eşittir

$$m_x(t) = E[e^{tx}] = E[Y^t] = \beta \lambda^{t/\delta} B \left(\beta + \frac{t}{\delta}, 1 - \frac{t}{\delta} \right), \quad \delta > t \quad (4.43)$$

burada B ifadesi Beta fonksiyonudur. $LDa(\beta, \lambda, \delta)$ 'nın momentlerini hesaplamak için kümülant üreten fonksiyon, $\ln[m_x(t)]$ kullanmak daha uygundur ve r. kümülantı,

$$K_r(t) = \left\{ \frac{\partial^r \ln[m_x(t)]}{\partial t^r} \right\}_{t=0} \quad (4.44)$$

eşitliği ile hesaplanabilir. Kümülant üreten fonksiyon kullanılarak $\beta, \lambda, \delta > 0$ için $LDa(\beta, \lambda, \delta)$ 'nın ilk momentini,

$$\begin{aligned} E(X) &= \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \left[\ln(\beta) + \frac{t}{\delta} \ln(\lambda) + \ln \Gamma \left(\beta + \frac{t}{\delta} \right) + \ln \left(1 - \frac{t}{\delta} \right) - \ln \Gamma(\beta + 1) \right] \right\}_{t=0} \\ &= \left\{ \left[\frac{1}{\delta} \ln(\lambda) + \Psi \left(\beta + \frac{t}{\delta} \right) \frac{1}{\delta} + \Psi \left(1 - \frac{t}{\delta} \right) \left(-\frac{1}{\delta} \right) \right] \right\}_{t=0} \\ &= \frac{\ln(\lambda)}{\delta} + \frac{1}{\delta} [\Psi(\beta) - \Psi(1)] \end{aligned} \quad (4.45)$$

eşitliğiyle bulunur ve eşitlik yeniden düzenlendiğinde

$$E(x) = \delta^{-1} [\ln \lambda + \Psi(\beta) - \Psi(1)] \quad (4.46)$$

şeklinde ifade edilir. Eşitlikte yer alan $\Psi(\cdot)$ ifadesi gamma fonksiyonunun logaritmik türevi olan digamma fonksiyonudur ve $\Psi(\cdot) = \frac{\Gamma'(\cdot)}{\Gamma(\cdot)}$ şeklinde gösterilir.

$X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ rastgele değişkenler kümesinden $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ rasgele örneklemi üretilsin, burada $LDa(\beta, \lambda, \delta)$ 'ya göre X_1, X_2, \dots, X_n aynı örneklemden alınmış bağımsız rastgele değişkenlerdir ve log olabilirlik fonksiyonu

$$l(\beta, \lambda, \delta; x) = n \ln(\beta \lambda \delta) - \delta \sum_{i=1}^n x_i - (\beta + 1) \sum_{i=1}^n \ln(1 + \lambda e^{-\delta x_i}) = 0 \quad (4.47)$$

şeklindedir. Burada $l(\beta, \lambda, \delta; x)$ değerinin maksimize edilmesi açık bir çözüm kabul etmez. Bu nedenle ML tahminleri $\hat{\theta}_n = (\hat{\beta}_n, \hat{\lambda}_n, \hat{\delta}_n)$ sadece Fisher skorlama yöntemi gibi sayısal işlemlerle elde edilebilir (Domma ve Perri, 2009).

5.FİNANSAL RİSK ANALİZİNDE KARMA DAĞILIM YAKLAŞIMI

5.1.Karma Dağılım Modeli

İki ya da daha fazla bileşenden oluşan dağılımlar, karma dağılımlar olarak adlandırılır. Karma dağılım modelleri birçok alanda rassallık içeren doğal olayların farklı özellikleri hakkında toplanan ölçüm değerlerine istatistiksel olarak model oluşturmada matematiksel bir yaklaşım sağlar. Özellikle heterojen yapıdaki verilerin modellenmesinde karma dağılımların standart olasılık dağılımlarına göre daha kullanışlı olması kullanımını yaygın hale getirmiştir.

Karma dağılım modeli ile ilgili ilk çalışma Karl Pearson tarafından gerçekleştirilmiştir. Pearson (1894) iki tek değişkenli normal dağılımın karma modelini incelemiştir. Rao (1948) çalışmasında eşit varyanslı iki tek değişkenli normal dağılımın karması için olabilirlik yöntemiyle parametre tahminlerini elde etmiştir. Hasselblad (1966) tek değişkenli k tane normal dağılımın karmasından oluşan karma normal dağılımın parametrelerinin tahmini için ve daha sonra Hasselblad (1969) üstel aileye ait dağılımların karmasının parametre tahmini için en çok olabilirlik yöntemini kullanmıştır. Tan ve Chang (1972) tek değişkenli iki bileşenli normal karma dağılımın parametrelerinin tahmininde momentler yöntemi ve en çok olabilirlik yöntemini kullanmış ve bu iki yöntemi karşılaştırmışlardır. Dempster ve ark (1977) gözlemlerin eksik veri olarak görüldüğü durumlarda maksimum olasılık tahminlerinin tekrarlamalı hesaplanmasına genel bir yaklaşım olarak EM algoritmasını sunmuşlardır. Wang ve ark (2004) bir karma dağılım modeli için bileşenlerin sayısını kademeli olarak bölünme (split) ve birleştirme (merge) içeren EM (SSMEM) algoritmasını kullanarak tahmin etmişlerdir. Alexander (2008) en çok olabilirlik yöntemiyle EM algoritmasını karma dağılım modelinde bilinmeyen parametreleri tahmin etmek için kullanmıştır. Huang ve ark. (2013) sonlu karma dağılım modellerinde karma bileşenlerin sayısının seçimiyle ilgilenmişlerdir. Sonlu çok değişkenli karma dağılımlar için model seçiminde yeni bir cezalı olabilirlik yöntemi önermişlerdir. McLachlan ve ark (2019) sonlu karma dağılım modellerinin uygulamalarının altında yatan teori ve metodolojik gelişmeler hakkında güncel bir açıklama sunmuşlardır.

Sonlu karma dağılım modellerinde kitle içerisinde $k (\geq 2)$ tam sayı olmak üzere, k tane farklı bileşen olduğu varsayımı yapılır. Sonlu karma dağılım modelinin olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$f(x; \pi_1, \dots, \pi_k, \theta_1, \dots, \theta_k) = \sum_{i=1}^k \pi_i f_i(x; \theta_i) \quad (5.1)$$

olarak tanımlanır. Eşitlikte $\pi_i, \pi_i \in (0,1)$ ve $\sum_{i=1}^k \pi_i = 1$ koşuluyla karma ağırlıkları, x p boyutlu rassal vektörü, θ_i bilinmeyen parametre vektörünü ve $f_i(x; \theta_i)$ ise θ_i bilinmeyen parametre vektörü ile karakterize i . bileşene ait olasılık yoğunluk fonksiyonunu göstermektedir. (5.1)'de verilen fonksiyonun olasılık yoğunluk fonksiyonu olabilmesi için,

$$\forall x_i \text{ için } f(x; \pi_1, \dots, \pi_k, \theta_1, \dots, \theta_k) \geq 0 \quad (5.2)$$

$$\int_A f(x; \pi_1, \dots, \pi_k, \theta_1, \dots, \theta_k) dx = 1 \quad (5.3)$$

özelliklerine sahip olması gerekir. (5.1)'de verilen bileşen olasılık yoğunluk fonksiyonu $f(x; \theta_i)$ şeklinde parametrik olarak ifade edilebilir. Burada θ_i karma dağılım modelinin i . bileşen olasılık yoğunluk fonksiyonunun bilinmeyen parametrelerini içeren bir vektördür. Karma olasılık dağılımı parametrik olarak

$$f(x; \Psi) = \sum_{i=1}^k \pi_i f_i(x; \theta_i) \quad (5.4)$$

olarak ifade edilir. Burada Ψ karma olasılık dağılım modelinde bulunan tüm bilinmeyen parametrelerin bir vektörü olmaz üzere $\Psi = (\pi_1, \dots, \pi_{k-1}, \xi')$ şeklinde açık olarak yazılır. Burada $\xi, \theta_1, \dots, \theta_k$ bileşen dağılımların bilinmeyen parametre vektörlerini içeren bir vektördür.

Karma dağılım modelleri için birikimli dağılım fonksiyonu,

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_0^x f(x; \Psi) dx$$

$$F(x) = \int_0^x \sum_{i=1}^k \pi_i f_i(x; \theta_i) dx = \sum_{i=1}^k \pi_i \underbrace{\int_0^x f_i(x; \theta_i) dx}_{=F_i(x; \theta_i)}$$

$$F(x) = \sum_{i=1}^k \pi_i F_i(x; \theta_i) \quad (5.5)$$

şeklindedir ve $F_i(x; \theta_i)$ i . bileşene ait birikimli dağılım fonksiyonu olarak ifade edilmektedir (Erişoğlu, 2011).

5.2. Parametre Tahmini

Karma dağılım modeli varsayımında, gözlem vektörlerinin hangi bileşene ait olduğu bilinmediğinden dolayı veri tamamlanmamış veri durumundadır. Bundan dolayı karma dağılım modeline ait parametrelerin en çok olabilirlik tahminlerini elde etme için genellikle EM (Expectation Maximization) algoritması kullanılır. EM algoritması, E beklenti ve M maksimum yapma adımlarından oluşan döngüsel (iteratif) bir algoritmadır.

5.2.1. Tamamlanmamış Veri Yapısı

Bağımsız ve özdeş dağılımlı n tane rastgele değişken X_1, X_2, \dots, X_n ve sırasıyla bu rastgele değişkenlerin gözlem değerleri x_1, x_2, \dots, x_n ile ifade edilsin. X_1, X_2, \dots, X_n rastgele değişkenlerinin $f(x_j)$ olasılık yoğunluk fonksiyonu (5.1)'deki eşitlik ile verilen karma dağılım olasılık yoğunluk fonksiyonu olsun. Bu durumda,

$$X_1, X_2, \dots, X_n \stackrel{\text{bad}}{\sim} F(x; \Psi) \quad (5.6)$$

burada $F(x; \Psi)$, $f(x_j)$ olasılık yoğunluk fonksiyonuna karşılık gelen dağılım fonksiyonudur.

EM algoritmasında gözlenen x veri vektörü $x = (x_1^T, x_2^T, \dots, x_n^T)^T$ tamamlanmamış veri olarak adlandırılır. Bunun sebebi z_1, z_2, \dots, z_n bileşen etiket vektörlerinin bulunmamasıdır. Her x_j gözleminin karma dağılım modelinde hangi bileşene ait olduğu önemlidir. $j = 1, 2, \dots, n$ ve $i = 1, 2, \dots, k$ olmak üzere x_j gözlemi karma dağılım modelinin i . bileşeninde gözlenmişse $z_{ij}(z_j) = 1$, diğer bileşenlerde gözlenmişse 0 değerini alır. Bu durumda z_i bileşen etiket vektörleri ile ilişkilendirilen x_1, x_2, \dots, x_n gözlem verisi ile tamamlanmış veri olarak adlandırılır ve

$$x_c = (x^T, z^T)^T \quad (5.7)$$

şeklinde gösterilir. Burada $x = (x_1^T, x_2^T, \dots, x_n^T)^T$ tamamlanmamış veri vektörünü ve $z = (z_1^T, z_2^T, \dots, z_n^T)^T$ etiket vektörünü göstermektedir. Bileşen etiket vektörleri z_1, z_2, \dots, z_n

bağımsız özellik verileri için multinominal dağılımına $\left(Z_1, Z_2, \dots, Z_n \stackrel{i.i.d.}{\sim} \text{Mult}_k(1, \pi) \right)$

göre koşulsuz olarak dağıldığını varsaymanın uygun olduğu rastgele Z_1, Z_2, \dots, Z_n

vektörlerinin gerçek değeri olarak kabul edilir. Bu varsayım tamamlanmış veri vektörü X_c dağılımının tamamlanmamış veri vektörü X için uygun dağılımı ifade ettiği anlamına gelir. Ψ için tamamlanmış veriden elde edilen log olabilirlik fonksiyonu

$$\log L_c(\Psi) = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n z_{ij} \{ \log \pi_i + \log f_i(x_j; \theta_i) \} \quad (5.8)$$

şeklindedir (McLachlan ve Peel,2000).

5.2.2.EM Algoritması

EM algoritmasının E adımında gözlenmiş x değeri verilmişken Z_{ij} kategorik değişkeninin anlık koşullu beklenen değeri hesaplanır. Z_{ij} , z_{ij} 'lere karşılık gelen rasgele değişkenleri ifade etmektedir. $\Psi^{(0)}$, Ψ parametre vektörü için başlangıç değeri olarak atanır. E algoritmasının ilk iterasyonu x verildiğinde $\log L_c(\Psi)$ 'nin koşullu beklenen değeri

$$Q(\Psi; \Psi^{(0)}) = E_{\Psi^{(0)}} \{ \log L_c(\Psi) | x \} \quad (5.9)$$

şeklinde hesaplanır. EM algoritmasının $(r+1)$. iterasyondaki E adımı (5.8)'de verilen ifadenin bulunması gerekir. $\Psi^{(r)}$ ifadesi r . iterasyonda elde edilen Ψ değeridir. $i = 1, \dots, k$ ve $j = 1, \dots, n$ olmak üzere

$$E_{\Psi^{(r)}}(Z_{ij} | x) = pr_{\Psi^{(r)}} \{ Z_{ij} = 1 | x \} = \tau_i(x_j; \Psi^{(r)}) \quad (5.10)$$

burada,

$$\tau_i(x_j; \Psi^{(r)}) = \frac{\pi_i^{(r)} f_i(x_j; \theta_i^{(r)})}{\sum_{l=1}^k \pi_l^{(r)} f_l(x_j; \theta_l^{(r)})} \quad (5.11)$$

şeklinde hesaplanır ve $\tau_i(x_j; \Psi^{(r)})$ ifadesi j . gözlem x_j 'nin karmanın i . bileşenine sonraki ait olma olasılığıdır. (5.9)'de verilen eşitlik kullanılarak (5.8)'deki ifadenin x verilmişken koşullu beklenen değeri aşağıdaki şekilde hesaplanır

$$Q(\Psi; \Psi^{(r)}) = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n \tau_i(x_j; \Psi^{(r)}) \{ \log \pi_i + \log f_i(x_j; \theta_i) \} . \quad (5.12)$$

EM algoritmasının M adımında Ψ vektörünün (5.11)'de verilen ifadeyi maksimum yapan $\Psi^{(r+1)}$ güncellenmiş tahmin değeri bulunur. π_i için $\pi_i^{(r+1)}$ güncel tahmini hesaplanırken E adımında olduğu gibi z_{ij} yerine $\tau_i(x_j; \Psi^{(r)})$ ifadesi yazılır ve

$$\pi_i^{(r+1)} = \sum_{j=1}^n \frac{\tau_i(x_j; \Psi^{(r)})}{n} \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (5.13)$$

şeklinde bulunur. ξ için $\xi^{(r+1)}$ güncel değeri

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n \frac{\tau_i(x_j; \Psi^{(r)}) \partial \log f_i(x_j; \theta_i)}{\partial \xi} = 0 \quad (5.14)$$

eşitliğinin uygun bir köküne eşittir. EM algoritmasında bir yakınsama kriteri sağlanana kadar E ve M adımları tekrarlanır. $L(\Psi^{(r+1)}) - L(\Psi^{(r)})$ farkı oldukça minimum olduğunda veya durağanlaştığında algoritma sonlandırılır (McLachlan ve Peel,2000).

5.3.Uygun Bileşen Sayısı Seçimi

Karma yapıya sahip veri setleri için ilk olarak karma dağılım modelinde k bileşen sayısı belirlenmelidir. Bileşen sayısı belirlendikten sonra verileri en iyi şekilde ayrıştırmak veya sınıflandırmak mümkündür (Çalış,2005).

Karma dağılım modellerinde uygun bileşen sayısı k 'nın seçiminde genel olarak logaritmik olabilirlik fonksiyonu temel alan Akaike bilgi kriteri (*AIC*) ve Bayesci bilgi kriteri (*BIC*) kullanılmaktadır (Akogul ve Erisoglu, 2016). Akaike bilgi kriteri,

$$AIC = -2 \ln L + 2d \quad (5.15)$$

eşitliği ile hesaplanır. Eşitlikte yer alan $\ln L$ log olabilirlik değeri ve d serbest parametre sayısını göstermektedir. AIC göre uygun bileşen sayısı,

$$AIC(k) \leq AIC(k+1), \quad k = 1, 2, \dots \quad (5.16)$$

eşitsizliğini sağlayan ilk k değeridir. Koehler ve Murphee (1988) yapılan çalışmalarda AIC değerinin karma dağılım modelinin bileşen sayısını belirlemede tutarsız olduğunu ve bileşen sayısını olduğundan daha büyük tahmin ettiğini gözlemlemişlerdir. Buna rağmen AIC halen karma dağılım modelinin bileşen sayısını belirlemede yaygın olarak kullanılan bir yöntemdir.

Bayesci bilgi kriteri (*BIC*), Schwarz (1978) tarafından geliştirilmiştir ve n gözlem sayısı olmak üzere,

$$BIC = -2 \ln L + d \ln(n) \quad (5.17)$$

eşitliği ile hesaplanmaktadır. BIC göre uygun bileşen sayısı,

$$BIC(k) \leq BIC(k+1), \quad k = 1, 2, \dots \quad (5.18)$$

eşitliğini sağlayan ilk k değeridir. BIC değerinin normal karma dağılım modelinin bileşen sayısı tahmininde tutarlı sonuçlar verdiği ve simülasyon çalışmalarında iyi performans gösterdiği belirtilmiştir (Roeder ve Wasserman, 1997).

5.4.Çok Değişkenli Normal Dağılımların Karması

Bileşenlerin çok değişkenli normal dağılıma ait olasılık yoğunluk fonksiyonu ile tanımlandığı karma dağılım modelleri çok değişkenli normal dağılımların karması olarak isimlendirilir. Çok değişkenli normal dağılımların karma yoğunluk fonksiyonu

$$f(x; \Psi) = \sum_{i=1}^k \pi_i f_i(x; \theta_i) \quad (5.19)$$

burada $f_i(x; \theta_i) = f_i(x; \mu_i, \Sigma_i)$ olup,

$$f_i(x; \mu_i, \Sigma_i) = \frac{1}{(2\pi)^{p/2} \sqrt{|\Sigma_i|}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(x - \mu_i) \Sigma_i^{-1} (x - \mu_i)'\right\} \quad (5.20)$$

ile verilir. Burada $i = 1, \dots, k$ olmak üzere μ_i i . bileşene ait ortalama vektörünü ve Σ_i i . bileşene ait varyans-kovaryans matrisini göstermektedir. Burada karma modelin bilinmeyen parametreler vektörü $\Psi = (\pi_1, \dots, \pi_{k-1}, \xi)'$ olarak yazılır ve ξ çok değişkenli normal dağılım modelindeki bileşen olasılık yoğunluk fonksiyonunun parametreleri olan $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_k)$ bileşen ortalama vektörleri, $\Sigma = (\Sigma_1, \dots, \Sigma_k)$ bileşen varyans-kovaryans matrislerinden oluşur. $i = 1, \dots, k$ ve örneklem hacmi n olmak üzere $\tau_i(x_j; \Psi)$ gösterimi x_j gözlem vektörünün i . bileşenine ait olma önsel olasılığını gösterir ve

$$\tau_i(x_j, \Psi) = \frac{\pi_i f_i(x_j; \mu_i, \Sigma_i)}{\sum_{l=1}^k \pi_l f_l(x_j; \mu_l, \Sigma_l)} \quad (5.21)$$

eşitliği ile hesaplanır. EM algoritmasının $(r+1)$. iterasyonunda çok değişkenli normal dağılımların karmasının parametrelerinin en çok olabilirlik tahminleri sırasıyla

$$\pi_i^{(r+1)} = \frac{\sum_{j=1}^n \tau_i(x_j; \Psi^{(r)})}{n} \quad (5.22)$$

$$\mu_i^{(r+1)} = \frac{\sum_{j=1}^n \tau_i(x_j; \Psi^{(r)}) x_j}{\sum_{j=1}^n \tau_i(x_j; \Psi^{(r)})} \quad (5.23)$$

$$\Sigma_i^{(r+1)} = \frac{\sum_{j=1}^n \tau_i(x_j; \Psi^{(r)}) (x_j - \mu_i^{(r+1)}) (x_j - \mu_i^{(r+1)})'}{\sum_{j=1}^n \tau_i(x_j; \Psi^{(r)})} \quad (5.24)$$

eşitlikleri ile elde edilir.

5.5. Normal-LogDagum Dağılımı

Heterojen verilerin modellenmesinde iki farklı dağılımın karmasından oluşan karma modeller de kullanılabilir (Erişoğlu ve ark, 2011).

Normal dağılım ve LogDagum dağılımlarının karmasından oluşturulan Normal-LogDagum dağılım modelinin olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$f(x) = \pi \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} + (1-\pi) \beta \lambda \delta e^{-\delta x} (1 + \lambda e^{-\delta x})^{-\beta-1} \quad (5.25)$$

şeklinde ifade edilir. (5.25) 'de verilen olasılık yoğunluk fonksiyonunda π , Normal dağılıma ait karma oran olup $\pi \in (0,1)$ 'dir. Normal- LogDagum dağılımının beklenen değeri,

$$E(x) = \pi\mu + (1-\pi)\delta^{-1} [\ln \lambda + \Psi(\beta) - \Psi(1)] \quad (5.26)$$

şeklinde tanımlanır ve eşitlikte yer alan $\Psi(\cdot)$ digamma fonksiyonudur ve $\Psi(\cdot) = \frac{\Gamma'(\cdot)}{\Gamma(\cdot)}$

ile tanımlanır.

Normal-LogDagum dağılım modeline ait parametrelerin en çok olabilirlik tahminlerini elde etmek için EM algoritmasının E adımında gözlemlerin Normal bileşenine ait olasılıkları z_{li} ,

$$\hat{z}_{li} = \frac{\pi \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}}{f(x)} \quad (5.27)$$

eşitliği ile tahmin edilir ve buradaki $f(x)$ Normal-LogDagum karma modeline ait olasılık yoğunluk fonksiyonudur. Gözlemlerin LogDagum bileşenine ait olasılıkları z_{2i} ise,

$$\hat{z}_{2i} = 1 - \hat{z}_{1i} \quad (5.28)$$

ile tahmin edilir. Böylelikle Normal-LogDagum dağılım modelinde tamamlanmamış veri için log olabilirlik fonksiyonunun beklenen değeri

$$\begin{aligned} E(\ln L) &= \sum_{i=1}^n \left(\hat{z}_{1i} \ln \left\{ \pi \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i-\mu}{\sigma}\right)^2} \right\} + \hat{z}_{2i} \ln \left\{ (1-\pi) \beta \lambda \delta e^{-\delta x_i} (1 + \lambda e^{-\delta x_i})^{-\beta-1} \right\} \right) \\ E(\ln L) &= \ln \pi \sum_{i=1}^n \hat{z}_{1i} - \ln \sqrt{2\pi}\sigma \sum_{i=1}^n \hat{z}_{1i} - \frac{1}{2\sigma} \sum_{i=1}^n \hat{z}_{1i} (x_i - \mu)^2 \\ &\quad + (\ln(1-\pi) + \ln(\beta) + \ln(\lambda) + \ln(\delta)) \sum_{i=1}^n \hat{z}_{2i} \\ &\quad - \delta \sum_{i=1}^n x_i \hat{z}_{2i} - (\beta+1) \sum_{i=1}^n \ln(1 + \lambda e^{-\delta x_i}) \end{aligned} \quad (5.29)$$

biçiminde elde edilir. E adımında elde edilen $E(\ln L)$ M adımında $\pi \in (0,1)$ koşuluyla maksimize edilir. Normal-LogDagum dağılım modelinde Normal bileşenin karma oranı,

$$\hat{\pi} = \frac{\sum_{i=1}^n \hat{z}_{1i}}{n} \quad (5.30)$$

ile tahmin edilir. Normal-LogDagum dağılım modelinde Normal bileşenin μ ve σ^2 parametreleri sırasıyla

$$\hat{\mu} = \sum_{i=1}^n z_{1i} n \quad (5.31)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \sum_{i=1}^n z_{1i} \left(\sum_{i=1}^n z_{1i} - 1 \right)^{-1} \quad (5.32)$$

eşitlikleri ile tahmin edilir. E adımında elde edilen $E(\ln L)$ 'yi maksimize eden parametreleri tahmin etmek için Normal-LogDagum dağılımı modelinde LogDagum bileşenin λ, β, δ parametrelerine göre ayrı ayrı ilk türevleri alınarak sıfıra eşitlendiğinde

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \lambda} = \frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^n \hat{z}_{2i} - (\beta + 1) \sum_{i=1}^n \hat{z}_{2i} \frac{e^{-\delta x_i}}{1 + \lambda e^{-\delta x_i}} = 0 \quad (5.33)$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \beta} = \frac{1}{\beta} \sum_{i=1}^n \hat{z}_{2i} - \sum_{i=1}^n \hat{z}_{2i} \ln(1 + \lambda e^{-\delta x_i}) = 0 \quad (5.34)$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \delta} = \frac{1}{\delta} \sum_{i=1}^n \hat{z}_{2i} - \sum_{i=1}^n \hat{z}_{2i} x_i + (\beta + 1) \sum_{i=1}^n \hat{z}_{2i} \frac{x_i \lambda e^{-\delta x_i}}{1 + \lambda e^{-\delta x_i}} \quad (5.35)$$

şeklinde lineer olmayan eşitlikler elde edilir ve bu eşitliklerin doğrudan analitik olarak çözümleri olmadığından eşitliklerin çözümünde Newton-Raphson gibi iteratif yöntemler kullanılabilir.



6.FİNANSAL RİSK ANALİZİNDE KARMA DAĞILIM UYGULAMALARI

6.1.Teknoloji Verisi Uygulaması

Çalışmada 1 Mart 2016 – 31 Ağustos 2018 tarihleri arasında BIST teknoloji endeksinde yer alan İndeks Bilgisayar Sistemleri Mühendislik Sanayi ve AS (İNDES), Arena Bilgisayar Sanayi ve Ticaret AS (ARENA), Karel Elektronik Sanayi ve Ticaret AS (KAREL), Netas Telekomünikasyon AS (NETAS) teknoloji şirketlerine ait hisse senetleri ve her bir hisse senedine eşit ağırlık vererek oluşturulan portföyün günlük değişimleri için RMD analizi gerçekleştirilecektir. Veri seti www.investing.com adresinden elde edilmiştir.

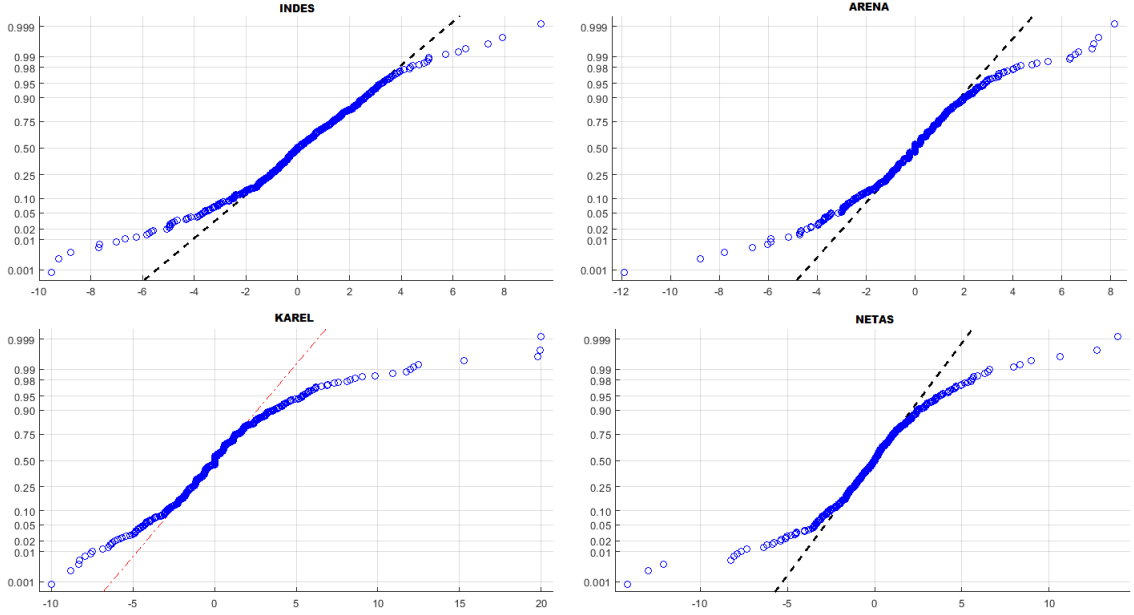
Hisse senetleri ve portföye ait tanımlayıcı istatistikler ve Kolmogorov-Smirnov (K-S) normallik testi sonuçları Tablo 1’de verilmiştir.

Tablo 1.Hisse senetleri ve portföye ait tanımlayıcı istatistikler ve K-S normallik testi sonuçları

	İNDES	ARENA	KAREL	NETAS	PORTFÖY
Ortalama	0.026	-0.067	0.237	-0.019	0.045
Std. Sapma	2.212	1.992	3.209	2.511	1.689
Değişim Katsayısı	83.511	29.818	13.544	135.7	37.957
En Küçük	-9.53	-11.9	-10	-14.18	-9.253
En Büyük	9.41	8.16	20	13.95	6.653
Çarpıklık	-0.385	-0.243	1.568	-0.035	-0.562
Basıklık	5.385	7.223	11.016	9.632	6.284
K-S	0.169	0.113	0.184	0.147	0.098
p değeri	<0.001	<0.001	<0.001	<0.001	<0.001

Değişim katsayısına göre değişimin en fazla olduğu seri NETAS, en düşük olduğu seri ise KAREL hisse senedine aittir. Çarpıklık açısından KAREL dışındaki serilerin negatif (sağa) çarpık olduğu görülmektedir. KAREL serisi pozitif (sola) çarpıktır ve en büyük asimetri değerine sahiptir. Basıklık açısından, tüm serilerin 3’den büyük değerlere sahip olduğu ve serilerin aşırı basıklığa sahip olduğu görülmektedir. Bu nedenle tüm hisse senetlerinin günlük getiri değerleri kalın kuyruk (fat tail) yapısına sahiptir. K-S testi sonuçlarına göre tüm serilerin normal dağılıma sahip olmadığı ($p < 0.001$) belirlenmiştir. Tablo 1’de en son sütunda yer alan değerler incelendiğinde, hisse senetlerine eşit ağırlık verilerek oluşturulan portföyün günlük getiri değerlerinin negatif (sağa) çarpık, kalın kuyruklu ve normal dağılıma sahip olmadığı görülmektedir.

Hisse senetlerinin günlük değişimlerinin normal dağılıma uyumunu grafiksel olarak görmek için Şekil 1’de Q-Q normallik grafikleri oluşturulmuştur.

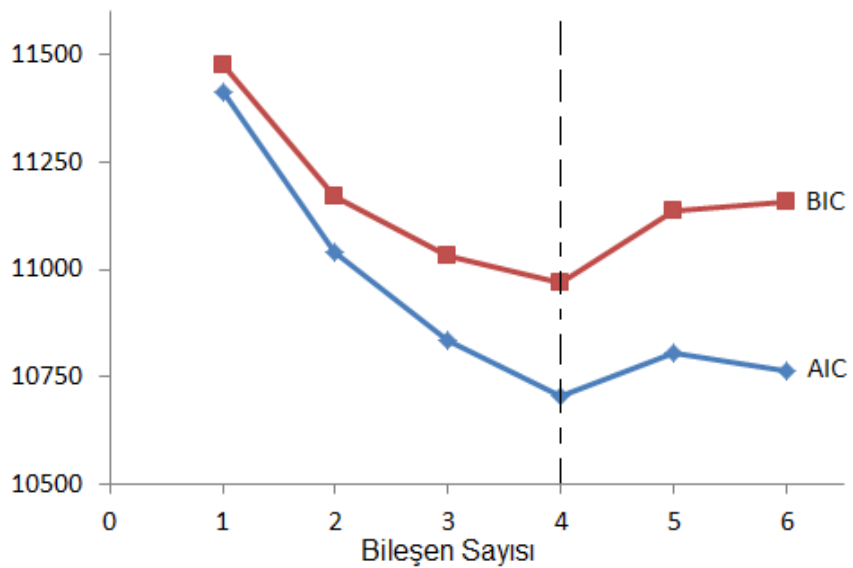


Şekil 1: Hisse senetlerine ait Q-Q normallik grafikleri

Şekil 1'deki grafiklerde hisse senetlerinin günlük değişimlerinin dağılım çizgileri standart normal dağılım çizgilerinden farklı seyrer etmektedir ve bu durumda verilerin normal dağılıma uymadığı söylenebilir.

Finansal varlıkların normallik varsayımı sağlanmadığından dolayı varyans-kovaryans yaklaşımında çok değişkenli normal dağılımların karmaşı yaklaşımı kullanılacaktır. Karma dağılım modelinde öncelikle uygun bileşen sayısının seçimi gerçekleştirilecektir.

Bileşen sayısına göre AIC ve BIC değerleri için elde edilen çizgi grafiği Şekil 2'de verilmiştir.



Şekil 2. Bileşen sayısına göre AIC ve BIC değerlerine ait çizgi grafiği

Farklı bileşen sayılarına göre negatif doğal logaritmik olabilirlik fonksiyon değeri ($-\ln L$), AIC , BIC ve d değerleri Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 2. Bileşen sayısına göre $-\ln L$, AIC , BIC ve d değerleri.

Bileşen Sayısı	$-\ln L$	AIC	BIC	d
1	5691.492	11410.98	11473.20	14
2	5490.289	11038.58	11167.46	29
3	5374.002	10836.00	11031.54	44
4	5294.026	10706.05	10968.26	59
5	5329.052	10806.10	11134.97	74
6	5292.399	10762.80	11158.33	89

Şekil 2 incelendiğinde AIC ve BIC değerlerini ilk minimum yapan uygun bileşen sayısının her iki kriterde de 4 olduğu anlaşılmaktadır. Uygun bileşen sayısının belirlenmesinin ardından portföye ilişkin klasik çok değişkenli normal dağılım modeli ($k = 1$) ve karma çok değişkenli normal dağılım modeline ($k = 4$) ait en çok olabilirlik tahminleri Tablo 3’de verilmiştir.

Tablo 3. Klasik çok değişkenli normal dağılım modeli ($k = 1$) ve karma çok değişkenli normal dağılım modeline ($k = 4$) göre en çok olabilirlik tahminleri

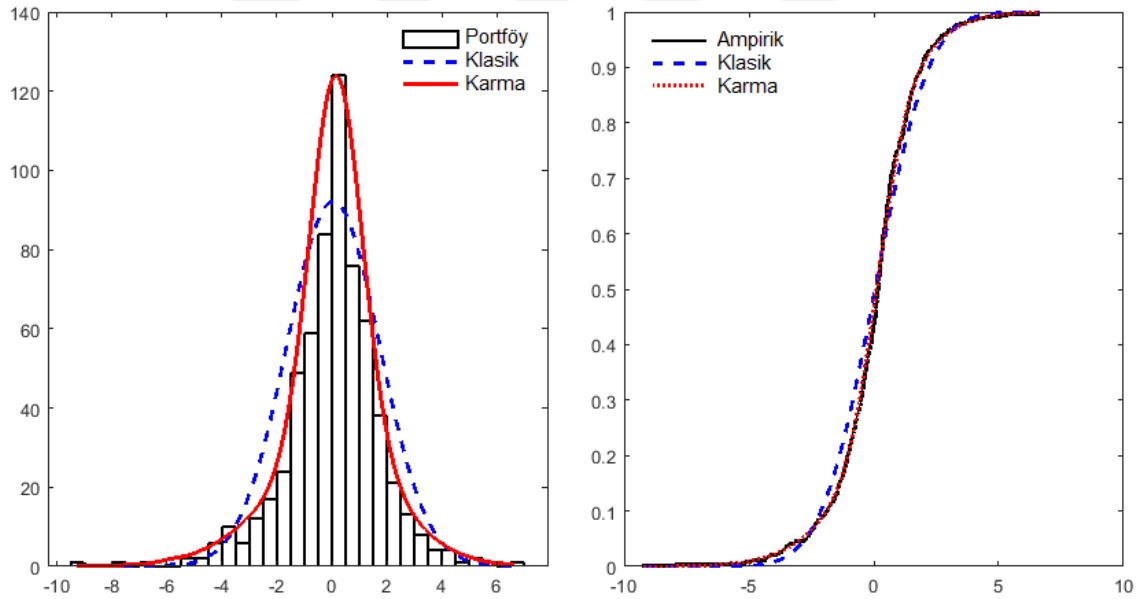
$k = 1$					$k = 4$				
$\hat{\pi}$	1000				$\hat{\pi}_1$	0.2118			
$\hat{\mu}$	0.0265	-0.0668	0.2369	-0.0185	$\hat{\mu}_1$	-0.2688	-0.2097	2.0521	-0.2718
$\hat{\Sigma}$	4.8926	1.2872	1.9314	1.7059	$\hat{\Sigma}_1$	3.0289	1.4157	3.2659	1.3553
	1.2872	3.9699	1.7352	1.5976		1.4257	1.8777	1.9724	1.6257
	1.9314	1.7352	10.2946	1.8369		3.2659	1.9724	29.0978	1.3393
	1.7059	1.5976	1.8369	6.3062		1.3553	1.6257	1.3393	4.0702
					$\hat{\pi}_2$	0.5747			
					$\hat{\mu}_2$	0.4268	0.1191	-0.0463	0.0891
					$\hat{\Sigma}_2$	2.7809	0.2618	0.5443	0.4698
						0.2618	1.8498	0.4698	0.4065
						0.5443	0.4698	2.2436	0.5667
						0.4698	0.4065	0.5667	1.8874
					$\hat{\pi}_3$	0.2072			
					$\hat{\mu}_3$	-0.7222	-0.4562	-0.7835	0.2606
					$\hat{\Sigma}_3$	11.3315	3.6615	4.4439	4.9883
						3.6615	11.5745	5.1326	4.8822
						4.4439	5.1326	8.9116	6.2914
						4.9883	4.8822	6.2914	17.1853
				$\hat{\pi}_4$	0.0064				
				$\hat{\mu}_4$	-1.9250	0.5750	-1.3925	-10.3975	
				$\hat{\Sigma}_4$	7.3685	-4.3770	0.5282	-2.1040	
					-4.3770	7.3712	-1.4148	8.0901	
					0.5282	-1.4148	0.4395	-1.9335	
					-2.1040	8.0901	-1.9335	10.6900	

Portföyün istatistiksel olarak modellenmesinde klasik ve karma dağılım yaklaşımlarının başarısı hata kareler ortalaması (*MSE*) ve K-S testi ile incelenmiş olup elde edilen sonuçlar Tablo 4’de verilmiştir.

Tablo 4. Hisse senetlerine ait portföy için normal ve karma normal dağılım modellerine ait *MSE* ve K-S test istatistiği değerleri

Yöntem	MSE	K-S Testi	
		K-S	p değeri
Klasik	0.0019	0.0752	0.0015
Karma Dağılım	0.00018	0.0367	0.3574

Tablo 4 incelendiğinde portföyün klasik yaklaşım ile modellenmesi durumunda *MSE* değerinin daha büyük ve K-S testi sonucunda modellemenin başarısız olduğu ($p=0.0015 < \alpha=0.05$) görülmektedir. Karma dağılım yaklaşımında ise portföyün modellenmesinin başarılı olduğu ($p=0.3514 > \alpha=0.05$) ve *MSE* değerinin daha küçük olduğu görülmektedir. Tablo 4’e göre portföyün modellenmesinde, karma dağılım yaklaşımı daha başarılıdır. Portföyün klasik ve karma dağılım yaklaşımı ile modellenmesinin grafiksel karşılaştırılması Şekil 3’de verilmiştir.



Şekil 3. Portföyün istatistiksel modellenmesinde klasik ve karma dağılım yaklaşımlarının olasılık yoğunluk fonksiyonu eğrileri ve birikimli dağılım fonksiyon eğrileri ile karşılaştırılması

Portföyün istatistiksel modellenmesinde klasik ve karma dağılım yaklaşımlarının olasılık yoğunluk fonksiyonu eğrileri ve birikimli dağılım fonksiyon eğrileri incelendiğinde karma dağılım yaklaşımının klasik yaklaşıma göre daha başarılı olduğu açıkça görülmektedir.

Her bir hisse senedi ve hisse senetlerinden oluşturulan portföyün RMD’i, çok değişkenli normal dağılımların karmasına dayalı olarak

$$Karma RMD_{portföy} = A \sum_{i=1}^k \pi_i \left(\mu_{portföy,i} + z_{1-\alpha} \sigma_{portföy,i} \sqrt{t} \right) \quad (6.1)$$

eşitliği ile hesaplanmaktadır. Eşitlikte yer alan A yatırım miktarını, $z_{1-\alpha}$ gösterimi $(1-\alpha)$ güven aralığına karşılık gelen standart normal dağılıma ait tablo değerini, \sqrt{t} elde tutma süresini ve $\mu_{portföy,i}$ ile $\sigma_{portföy,i}$ gösterimleri ise sırasıyla karmanın i . bileşenine ait portföyün ortalama ve standart sapmasını göstermektedir ve

$$\mu_{portföy,i} = w \mu_i \quad (6.2)$$

$$\sigma_{portföy,i} = (w \Sigma_i w')^{\frac{1}{2}} \quad (6.3)$$

eşitlikleri ile hesaplanmaktadır. Burada w ağırlık vektörü, $\mu_i = [\mu_1^{(i)} \cdots \mu_p^{(i)}]$

karmanın i . bileşenine ait ortalama vektörü ve $\Sigma_i = \begin{bmatrix} \sigma_{11}^{(i)} & \cdots & \sigma_{1p}^{(i)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{p1}^{(i)} & \cdots & \sigma_{pp}^{(i)} \end{bmatrix}$ karmanın i .

bileşenine ait varyans-kovaryans matrisini göstermektedir (Erişoğlu ve Koroğlu, 2019).

Her bir hisse senedi ve hisse senetlerinden oluşturulan portföy için klasik ve karma dağılım yaklaşımları ile RMD değerleri hesaplanarak Tablo 5'de verilmiştir.

Tablo 5. Hisse senetleri ve portföy için RMD ve Karma RMD değerleri

	RMD	Karma RMD	w
İNDES	4.3618	2.6699	[1 0 0 0]
ARENA	3.8384	2.4257	[0 1 0 0]
KAREL	6.5256	4.3219	[0 0 1 0]
NETAS	4.9035	3.0681	[0 0 0 1]
PORTFÖY	3.3553	2.9787	[0.25 0.25 0.25 0.25]

Klasik yöntemle hesaplanan RMD değerlerinin karma dağılım yöntemi ile elde edilen RMD değerlerinden daha büyük olduğu görülmektedir. Verinin modellenmesinde karma dağılım yaklaşımının daha başarılı olduğu gösterildiğinden klasik parametrik yöntem ile RMD değerinin olduğundan daha büyük hesaplandığı söylenebilir. Karma RMD değerleri incelendiğinde hisse senetleri içerisinde KAREL hisse senedinin en fazla riske sahip hisse senedi olduğu, en az riske sahip hisse senedinin ise ARENA hisse senedi olduğu görülmektedir. Her bir hisse senedine eşit ağırlıklar verilerek oluşturulan portföyün karma RMD değer, 2.9787 olarak hesaplanmıştır. RMD değeri küçük olan

hisse senetlerine daha fazla, RMD değeri daha yüksek hisse senetlerine daha az ağırlık verilerek oluşturulan portföylerde RMD değeri daha da düşürülebilir.



6.2. Telekomünikasyon Verisi Uygulaması

15 Mart 2016 – 15 Nisan 2019 tarihleri arasında Turk Telekomünikasyon AS (TTKOM) ve Vodafone Group PLC (VOD) telekomünikasyon şirketlerine ait hisse senetleri için Normal dağılım, LogDagum dağılımı ve Normal-LogDagum dağılımı yaklaşımları kullanılarak RMD hesaplanacaktır. Veri seti www.investing.com adresinden elde edilmiştir.

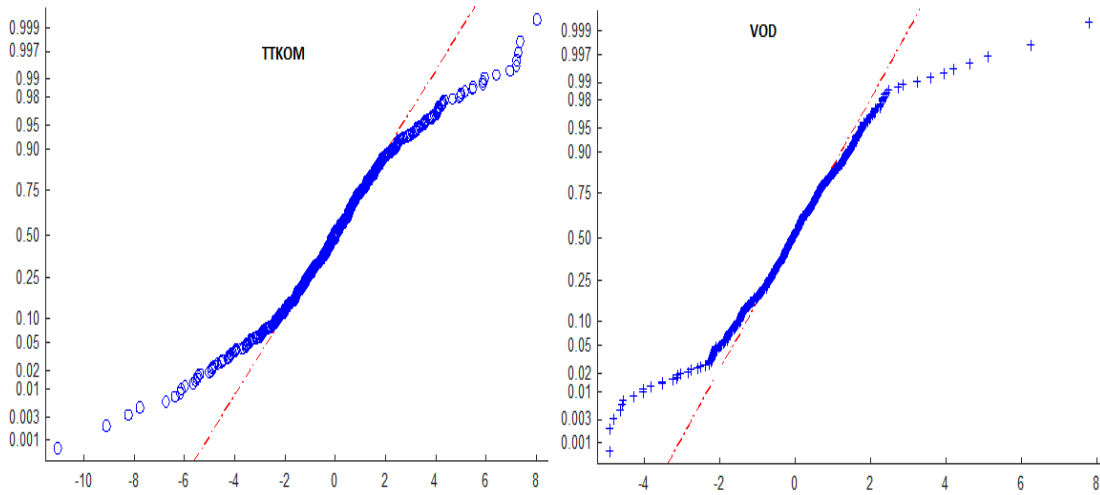
Hisse senetlerine ait tanımlayıcı istatistikler ve Kolmogorov-Smirnov (K-S) normallik testi sonuçları Tablo 6’da verilmiştir.

Tablo 6. Telekomünikasyon verisine ait hisse senetlerinin tanımlayıcı istatistikleri ve K-S testi sonuçları

	TTKOM	VOD
Ortalama	-0,0154	-0,0488
Std. Sapma	2,1173	1,2686
Değişim Katsayısı	137,3841	25,9703
En Küçük	-11,0500	-4,9100
En Büyük	8,0300	7,7900
Çarpıklık	-0,1943	0,1379
Basıklık	5,8386	7,0838
K-S	0,0671	0,0660
p değeri	0,0017	0,0021

Değişim katsayısına göre değişim en fazla olduğu seri TTKOM hisse senedine aittir. Çarpıklık açısından TTKOM serisi negatif (sağa) çarpık VOD serisinin ise pozitif (sola) çarpık olduğu görülmektedir. Basıklık açısından, iki seride 3’den büyük değerlere sahip olduğu ve serilerin aşırı basıklığa sahip olduğu görülmektedir. Bu nedenle hisse senetlerinin günlük getiri değerleri kalın kuyruk (fat tail) yapısına sahiptir. p değeri sonuçlarına göre her iki serinin de normal dağılıma sahip olmadığı belirlenmiştir.

Hisse senetlerinin günlük değişimlerinin normal dağılıma uyumunu grafiksel olarak görmek için Şekil 4’de Q-Q normallik grafikleri oluşturulmuştur.



Şekil 4. TTKOM ve VOD hisse senetlerine ait Q-Q normallik grafikleri

Şekil 4'deki grafiklerde TTKOM ve VOD hisse senetlerinin günlük değişimlerinin dağılım çizgileri standart normal dağılım çizgilerinden farklı seyir etmektedir ve bu durumda verilerin normal dağılıma uymadığı söylenebilir.

TTKOM ve VOD hisse senetleri için Normal dağılım, LogDagum dağılımı ve Normal-LogDagum dağılımının parametre tahminleri, log-likelihood, AIC, Kolmogorov-Smirnov test istatistiği ve p değerleri verilmiştir.

Tablo 7. Hisse senetleri için Normal dağılımın parametre tahminleri, LogL, AIC, K-S ve p değerleri

Normal Dağılım	TTKOM	VOD
Ortalama	-0,0154	-0,0488
Std. Sapma	2,1173	1,2686
LogL	-1687,0331	-1293,4949
AIC	3378,0662	2590,9898
K-S	0,0671	0,0660
p değeri	0,0017	0,0021

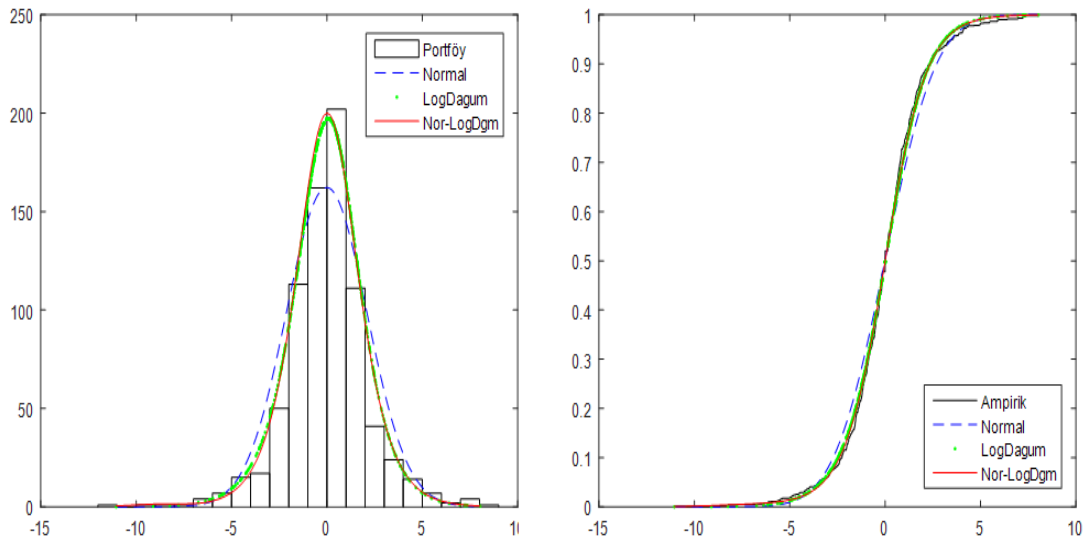
Tablo 8. Hisse senetleri için LogDagum dağılımının parametre tahminleri, LogL, AIC, K-S ve p değerleri

LogDagum Dağılımı	TTKOM	VOD
Beta	0,8597	0,8582
Lamda	1,2504	1,1857
Teta	0,9616	1,5973
LogL	-1645,6238	-1250,7256
AIC	3297,2476	2507,4512
K-S	0,0402	0,0301
p değeri	0,1565	0,4696

Tablo 9. Hisse senetleri için Normal-LogDagum dağılımının parametre tahminleri, LogL, AIC, K-S ve p değerleri

Normal-LogDagum Dağılımı	TTKOM	VOD
p	0,3368	0,0154
Ortalama	-0,0977	-4,2883
Std. Sapma	2,8420	0,5086
Beta	0,6118	1,3361
Lamda	2,5041	0,6533
Teta	1,8511	1,4645
LogL	-1641,4022	-1243,0801
AIC	3296,8044	2500,1601
K-S	0,0408	0,0253
p değeri	0,1468	0,6898

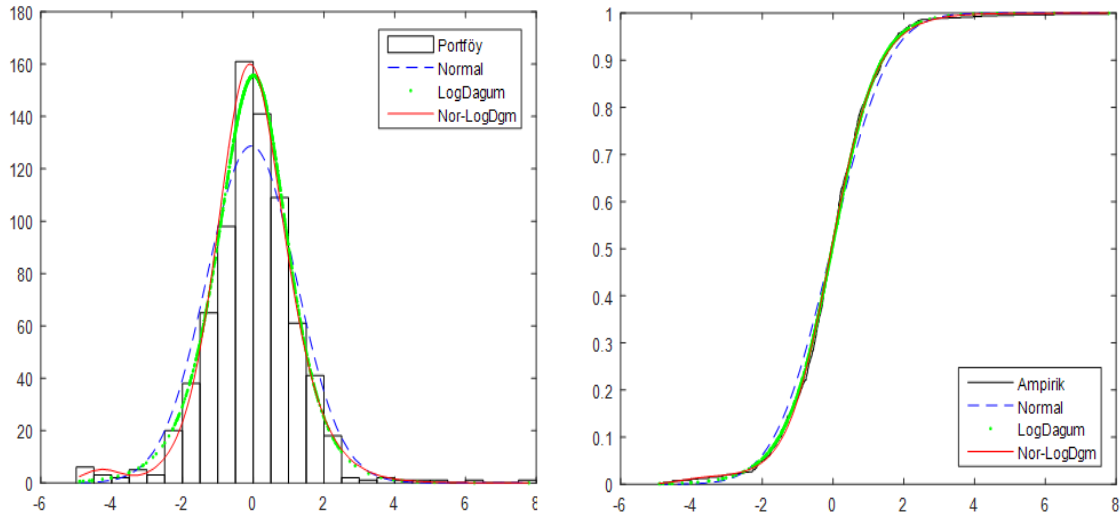
TTKOM hisse senetleri için portföyün Normal dağılımı, LogDagum dağılımı ve Normal-LogDagum dağılımı yaklaşımları ile modellenmesinin grafiksel karşılaştırılması Şekil 5’de verilmiştir.



Şekil 5. TTKOM hisse senetleri için portföyün istatistiksel modellenmesinde Normal dağılım, LogDagum dağılımı ve Normal-LogDagum dağılımı yaklaşımlarının olasılık yoğunluk fonksiyonu eğrileri ve birikimli dağılım fonksiyon eğrileri ile karşılaştırılması

TTKOM hisse senetleri için portföyün istatistiksel modellenmesinde Normal dağılım, LogDagum, Normal-LogDagum dağılımı yaklaşımlarının olasılık yoğunluk fonksiyonu eğrileri ve birikimli dağılım fonksiyon eğrileri incelendiğinde Normal-LogDagum karma dağılımı yaklaşımının diğerlerine göre daha başarılı olduğu görülmektedir.

VOD hisse senetleri için portföyün normal dağılımı LogDagum dağılımı ve Normal-LogDagum dağılımı yaklaşımları ile modellenmesinin grafiksel karşılaştırılması Şekil 6'da verilmiştir.



Şekil 6. VOD hisse senetleri için portföyün istatistiksel modellenmesinde Normal dağılım, LogDagum dağılımı ve Normal-LogDagum dağılımı yaklaşımlarının olasılık yoğunluk fonksiyonu eğrileri ve birikimli dağılım fonksiyon eğrileri ile karşılaştırılması

VOD hisse senetleri için portföyün istatistiksel modellenmesinde normal dağılım, LogDagum, Normal-LogDagum dağılımı yaklaşımlarının olasılık yoğunluk fonksiyonu eğrileri ve birikimli dağılım fonksiyon eğrileri incelendiğinde Normal-LogDagum dağılımı yaklaşımının diğerlerine göre daha başarılı olduğu görülmektedir.

Normal-LogDagum dağılımı yaklaşımı ile RMD

$$Karma RMD = A \sum_{i=1}^k \pi_i \left(\mu_i + z_{1-\alpha} \sigma_i \sqrt{t} \right) \quad (6.4)$$

eşitliği ile hesaplanmaktadır. Burada μ_i ve σ_i gösterimleri sırasıyla karmanın i . bileşenine ait ortalama ve standart sapmasını, \sqrt{t} elde tutma süresini, A yatırım miktarını ve $z_{1-\alpha}$ gösterimi $(1-\alpha)$ güven aralığına karşılık gelen standart normal dağılıma ait tablo değerini göstermektedir.

Her iki hisse senedi için normal dağılım, LogDagum dağılımı ve Normal-LogDagum dağılımı yaklaşımları ile ortalama, standart sapma ve RMD değerleri hesaplanarak Tablo 10'da verilmiştir.

Tablo 10. TTKOM ve VOD hisse senetleri için Normal dağılım, Log-Dagum dağılımı ve Normal-LogDagum dağılımlarının ortalama, Std. Sapma ve RMD değerleri

	TTKOM			VOD		
	Ortalama	Std.Sapma	RMD	Ortalama	Std.Sapma	RMD
Normal Dağılım	-0,0154	2,1173	4,1344	-0,0488	1,2686	2,4376
LogDagum Dağılımı	-0,0358	1,3605	2,6308	-0,0567	0,8199	1,5503
Normal-LogDagum Dağılımı	-0,0320	1,4938	2,8959	-0,0508	1,0061	1,9212

TTKOM ve VOD hisse senetlerine ait RMD değerleri incelendiğinde verinin modellenmesinde karma dağılım yaklaşımının daha başarılı olduğu gösterildiğinden normal dağılım yaklaşımı ile hesaplanan RMD değerinin olduğundan daha büyük, LogDagum dağılımı yaklaşımı ile hesaplanan RMD değerinin ise daha küçük küçük hesaplandığı söylenebilir. Bu sebeple Normal-LogDagum dağılımı yaklaşımı ile hesaplanan RMD değerinin daha tutarlı olduğu görülmektedir.

7.SONUÇ VE ÖNERİLER

Finansal risk analizinde uzun yıllardan beri standart bir ölçüt olarak RMD kullanılmaktadır. RMD hesaplama yöntemlerinden en çok kullanılanı ise parametrik yöntemdir. Bu yöntemde verilerin normal dağılıma uyduğu varsayımı yapılmaktadır. Parametrik yöntemde verilerin normal dağılıma uymadığı durumlarda karma dağılım modelleri yaklaşımı kullanılarak finansal risk hesaplanabilmektedir.

Bu çalışmada parametrik yöntem normal dağılım, çok değişkenli normal dağılımların karması, LogDagum ve Normal dağılım ile LogDagum dağılımlarının karmasından oluşturulan Normal-LogDagum dağılım yaklaşımları kullanılarak RMD hesaplanmıştır. İlk olarak teknoloji verisi uygulamasında dört teknoloji firmasına ait hisse senetleri ve bu hisse senetlerinden oluşturulan portföy kullanılmıştır. Veri yapısına uygun karma dağılım modelini oluşturmak için AIC ve BIC bilgi kriterleri kullanılmış ve karma dağılım modelinin bileşen sayısı dört olarak belirlenmiştir. Yapılan RMD analizi sonucunda dört bileşenli karma dağılım modelinin veri yapısına daha iyi uyum sağladığı ve RMD hesaplamada normal dağılımdan daha başarılı olduğu görülmüştür. Telekomünikasyon verisi uygulamasında iki telekomünikasyon firmasına ait hisse senetleri kullanılmıştır. Bu uygulama için Normal dağılım ve LogDagum dağılımlarının karması oluşturularak Normal-LogDagum dağılımı elde edilmiştir. Elde edilen Normal-LogDagum dağılımı, LogDagum dağılımı ve Normal dağılım yaklaşımları kullanılarak hisse senetlerine ait RMD değerleri hesaplanmıştır. Normal-LogDagum dağılımının veri modellenmesinde diğer dağılımlara göre daha başarılı olduğu görülmüştür. Normal-LogDagum dağılımı yaklaşımı ile hesaplanan RMD değerlerine göre daha tutarlı bir sonuç vermiştir.

Bu çalışmada, heterojen bir yapı gösteren finansal verilerin RMD analizinde klasik istatistiksel dağılımlar yerine karma dağılım modellerinin kullanımının daha uygun olduğu gösterilmiştir. Sonraki çalışmalarda finansal verilerin analizinde kullanılan Pareto, LogNormal, Gamma, ters Gamma, Log-Gamma, Lomax, Fiks vb. dağılımların karma dağılım modellerinin RMD analizindeki performansları incelenebilir.

KAYNAKLAR

- Akogul, S. And Erisoglu, M.,2016, A comparison of information criteria in clustering based on mixture of multivariate normal distributions. *Mathematical and Computational Applications*, 21(3), 34.
- Alexander, C., 2008, *Market Risk Analysis, Value at Risk Models (Vol. 4)*.John Wiley & Sons.
- Ammann, M., and Reich, C., 2001, VaR for nonlinear financial instruments-linear approximation or full Monte Carlo?, *Financial Markets and Portfolio Management*, 15(3), 363-378.
- Anderson, T.W., 1984, *An Introduction to Multivariate Statistical Analysis*, John Wiley and Sons, New York.
- Basak, S. and Shapiro, A., 2001, Value-at-risk-based risk management: optimal policies and asset prices. *The review of financial studies*, 14(2), 371-405.
- Chapman, R.J., 2011, *Simple tools and techniques for enterprise risk management (Vol 553)*, John Wiley and Sons.
- Chen, R. and Yu, L.,2013, A novel nonlinear value-at-risk method for modeling risk of option portfolio with multivariate mixture of normal distributions, *Economic Modelling*, 35,796-804.
- Christoffersen, P., 2011, *Elements of financial management*, Academic Press.
- Çalış, N., 2005, Karma Dağılım Modellerinde Bileşen Sayısını Tahmin Etmek İçin Yöntemler, Çukurova Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, Adana.
- Dagum, C., 1977, New model of personal income-distribution-specification and estimation, *Economie appliquée*, 30(3), 413-437.
- Dempster, A.P., Laird, N.M. and Rubin, D.B., 1977, Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm, *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, 39(1), 1-38.
- Dey, S., Al-Zahrani, B. and Basloom, S., 2017, Dagum distribution: Properties and different methods of estimation, *Internal Journal of Statistics and Probability*, 6(2),74.
- Domma, F. and Perri, P.F., 2009, Some developments on the log-Dagum distribution, *Statistical Methods and applications*, 18(2), 205-220.
- Domma, F. and Condino, F., 2013, The beta-Dagum distribution: definition and properties, *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 42(22), 4070-4090.

- Drakos, A.A., Kouretas, G.P. and Zarangas, L.P.,2010, Forecasting financial volatility of the Athens stock exchange Daily returns: an application of the asymmetric normal mixture GARCH model. *International Journal of Finance and Economics*, 15(4), 331-350.
- Erişoğlu, Ü., Erişoğlu, M. and Erol, H., 2011. A mixture model of two different distributions approach to the analysis of heterogeneous survival data, *International Journal of Computational and Mathematical Sciences*, 5(2).
- Erişoğlu, Ü., 2011, Yaşam Süresi Analizinde Karma ve Karıştırılmış Dağılımların Kullanılması, Çukurova Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Doktora Tezi, Adana.
- Erişoğlu, Ü. Ve Köroğlu, Y., 2019, BIST Teknoloji Endeksinde Çok Değişkenli Normal Dağılımların Karması İle Riske Maruz Değer Analizi, Al Farabi Uluslararası Sosyal Bilimler Dergisi, 3(1), 1-9.
- Fraley, C., 1998, Algorithms for model-based Gaussian hierarchical clustering. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 20(1),270-281.
- Gürsakal, S., 2007, İMKB 30 Endeksi Getiri Serisinin Riske Maruz Değerlerinin Tarihi Simülasyon Ve Varyans-Kovaryans Yöntemleri İle Hesaplanması, 8. *Türkiye Ekonometri ve İstatistik Kongresi*, 24-25.
- Haas, M., 2009, Value-at-Risk via mixture distributions reconsidered. *Applied Mathematics and Computation*, 215(6), 2103-2119.
- Hasselblad, V., 1966, Estimation of parameters for a mixture of normal distributions, *Technometrics* 8, 431-444.
- Hasselblad, V., 1969, Estimation of finite mixture distributions from the exponential family, *Journal of the American Statistical Association* 64, 1459-1471.
- Huang, T., Peng, H. and Zhang, K., (2013), Model selection for gaussian mixture models, *arXiv preprint arXiv*, 1301, 3558.
- Johnson, R.A. and Wichern D.W., 1982, *Applied Multivariate Statistical Analysis*, Upper Saddle River, NJ: Prentice hall.
- Jorion, P.,2000, Value at Risk: A New Benchmark For Controlling Risk, New York, McGrawHillInc.
- Kapucu, H., 2003, *Value at risk: Risk Ölçümünde Yeni Bir Yöntem ve Portföy Riskinin Ölçümü Üzerine Bir Uygulama*, Marmara Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Doktora Tezi, İstanbul
- Kocak, K., 2012, *Finansal Risk Analizinde Karma Dağılım Modeli Yaklaşımı*, Çukurova Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, Adana.

- Kocak, K., Calis, N. and Unal, D., 2013, Mixture distribution approach in financial risk analysis. *Journal of Business Economics and Finance*, 2(3), 75-86.
- Koehler, A.B., and Murphree, E.S., 1988, A comparison of the Akaike and Schwarz criteria for selecting model order, *Journal of the Royal Statistical Society: Series C (Applied Statistics)*, 37(2), 187-195.
- Linsmeier, T.J. and Pearson, N.D., 2000, Value at risk, *Financial Analysts Journal*, 56(2), 47-67.
- Lokumcu, S., 2009, *Finansal Risk Yönetimi*, Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul.
- McLachlan, G. And Peel, D., 2000, *Finite Mixture Models*, Wiley series in probability and statistics: Applied probability and statistics, Wiley.
- McLachlan, G.J., Lee, S.X. and Rathnayake, S.I., 2019, Finite mixture models, *Annual review of statistics and its application*, 6, 355-378.
- McNeil, A.J., Frey, R., and Embrechts, P., 2005, *Quantitative risk management: Concept, techniques and tools*, Princeton:Princeton university press,(Vol.3).
- Morgan J.P., 1995, *Risk Metrics-Technical Manual*. Third ed., New York.
- Oluyede, B. O., Huang, S. And Pararai, M., 2014, A new class of generalized dagum distribution with applications to income and lifetime data. *Journal of Statistical and Econometric Methods*, 3(2), 125-151.
- Pearson, K., 1894, Contributions to the theory of mathematical evolution, *Philosophical Transaction of the Royal Society of London A*, 185,71-110.
- Philippe, J., 2007, *Value at risk: the new benchmark for managing financial risk*. Third edition, NY:McGraw-Hill Professional.
- Rao, C.R., 1948, The utilization of multiple measurements in this problems of biological classification, *Journal of Royal Statistical Society, Series B(Methodological)*, 10(2), 159-203.
- Roeder, K., and Wasserman, L., 1997, Practical Bayesian density estimation using mixtures of normals, *Journal of the American Statistical Association*, 92(439), 894-902.
- Sayilgan, G., 1995, Finansal Risk Yönetimi, *Ankara Üniversitesi SBF Dergisi*, 50(01).
- Schwarz, G., 1978, Estimating the dimension of a model. *Annals of Statistics*, 461-464.
- Seal, H.L., 1969, Studies in the History of Probability and Statistics, XV The historical development of the Gauss linear model, *Biometrika*, 54(1-2), 1-24.

- Seber, G.A.F., 1984, *Multivariate Observations*, John Wiley and Sons, Inc, United States of America.
- Silva, A.D.O., da Silva, L.C.M. and Cordeiro, G.M., 2015, The extended dagum distribution: Properties and application. *Journal of Data Science*, 13(1), 53-71.
- Tahir, M.H., Cordero, G.M., Mansoor, M., Zubair, M., and Alizadeh, M., 2016, The Weibull-Dagum distribution: Properties and applications. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 45(24), 7376-7398.
- Tan, W.Y. and Chang, W.C., 1972, Some comparisons of the method of moments and the method maximum likelihood in estimating parameters of a mixture of two normal densities. *Journal of the American Statistical Association*, 67(339), 702-708.
- Tong, Y.L., 1990, *The Multivariate Normal Distribution*, *Springer Series in Statistics*.
- Wang, H., Luo, B., Zhang, Q. and Wei, S., 2004, Estimation for the number of components in a mixture using stepwise split-and-merge EM algorithm, *Pattern Recognition Letters* 25, 1799-1809.
- Wang, J. and Taaffe, M.R., 2015, Multivariate mixtures of normal distributions: properties, random vector generation, fitting and as models of market Daily changes, *INFORMS Journal on Computing*, 27(2), 193-203.
- Yücel, A.T., Mandacı, P.E., ve Kurt, G., 2007, İşletmelerin Finansal Risk Yönetimi ve Türev Ürün Kullanımı: İMKB 100 Endeksinde Yer Alan İşletmelerde Bir Uygulama, *Muhasebe ve Finansman Dergisi*, (36), 1-9.
- Zhang, M.H. and Cheng, Q.S., 2005, An approach to VaR for capital markets with Gaussian mixture. *Applied mathematics and computation*, 168(2), 1079-1085.

www.investing.com

EKLER**EK-1** Teknoloji verisi için örnek kesit

	İNDEKS	ARENA	KAREL	NETAS
31.08.2018	0,0150	0,0400	0,0176	0,0084
29.08.2018	-0,0260	0,0110	-0,0116	0,0121
28.08.2018	0,0622	0,0342	0,0320	0,0456
27.08.2018	-0,0302	0,0194	0,0183	0,0220
20.08.2018	-0,0494	0,0039	-0,0041	0,0013
17.08.2018	-0,0338	-0,0191	-0,0750	-0,0203
16.08.2018	-0,0122	-0,0296	-0,0482	-0,0763
15.08.2018	0,0061	-0,0357	-0,0395	-0,0340
14.08.2018	0,0283	0,0294	0,0034	0,0563
13.08.2018	-0,0953	-0,0780	-0,0428	-0,0511
10.08.2018	-0,0701	-0,0391	-0,0130	-0,0578
09.08.2018	-0,0026	0,0132	0,0016	0,0197
08.08.2018	0,0313	0,0000	0,0182	-0,0054
07.08.2018	0,0138	-0,0098	0,0017	0,0121
06.08.2018	-0,0307	-0,0255	-0,0163	-0,0257
03.08.2018	0,0149	-0,0398	0,0390	0,0076
02.08.2018	-0,0623	-0,0466	-0,0454	-0,0453
01.08.2018	-0,0051	-0,0029	-0,0112	-0,0010
31.07.2018	0,0792	0,0029	0,0163	0,0114
30.07.2018	0,0124	0,0029	-0,0097	0,0031
27.07.2018	0,0028	0,0059	0,0000	0,0000
26.07.2018	-0,0055	0,0241	-0,0282	0,0127
25.07.2018	0,0284	0,0184	0,0459	0,0249
24.07.2018	-0,0486	-0,0355	-0,0424	-0,0455
23.07.2018	0,0306	0,0150	-0,0109	0,0126
20.07.2018	0,0098	0,0183	-0,0242	0,0084
19.07.2018	-0,0028	0,0062	0,0732	0,0150
18.07.2018	0,0042	-0,0152	0,0165	-0,0179
17.07.2018	0,0487	0,0092	0,0595	0,0193
16.07.2018	0,0165	0,0062	0,0251	0,0555
13.07.2018	0,0076	0,0000	0,0183	0,0256
12.07.2018	-0,0489	-0,0299	0,0167	0,0238
11.07.2018	-0,0926	-0,0590	-0,0881	-0,0789
10.07.2018	-0,0507	-0,0300	-0,0391	-0,0339

EK-2 Telekomünikasyon verisi için örnek kesit

	TTKOM	VOD
15.04.2019	0,0046	0,0021
12.04.2019	-0,0113	0,0177
11.04.2019	0,0045	-0,0124
10.04.2019	-0,0045	-0,0048
09.04.2019	0,0207	-0,0003
08.04.2019	-0,0356	-0,0055
05.04.2019	-0,0239	-0,0216
04.04.2019	0,0406	0,0054
03.04.2019	-0,0023	0,0104
02.04.2019	-0,0111	0,0023
01.04.2019	0,0322	0,0149
29.03.2019	0,0093	0,0075
28.03.2019	0,0047	-0,0145
27.03.2019	-0,0613	-0,0108
26.03.2019	0,0022	0,0047
25.03.2019	-0,0480	-0,0179
22.03.2019	-0,0911	-0,0170
21.03.2019	-0,0241	0,0084
20.03.2019	-0,0110	-0,0003
19.03.2019	0,0187	0,0099
18.03.2019	0,0075	0,0042
15.03.2019	0,0211	0,0243
14.03.2019	-0,0076	0,0055
13.03.2019	-0,0019	0,0000
12.03.2019	0,0253	0,0032
11.03.2019	-0,0154	0,0158
08.03.2019	0,0337	0,0087
07.03.2019	-0,0195	0,0124
06.03.2019	-0,0172	-0,0001
05.03.2019	-0,0095	0,0199
04.03.2019	0,0154	-0,0215
01.03.2019	-0,0424	-0,0003

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı : Yasemin Köroğlu
Uyruğu : T.C
Doğum Yeri ve Tarihi : Ankara/07.03.1993
Telefon : 0(537) 203 56 07
Faks :
e-mail : yaseminkrglu@gmail.com

EĞİTİM

Derece	Adı, İlçe, İl	Bitirme Yılı
Lise	: Yahya Kemal Beyathı Anadolu Lisesi	2011
Üniversite	: Selçuk Üniversitesi	2015
Yüksek Lisans	: Necmettin Erbakan Üniversitesi	2019
Doktora	:	

İŞ DENEYİMLERİ

Yıl	Kurum	Görevi
-----	-------	--------

UZMANLIK ALANI

YABANCI DİLLER

İngilizce

BELİRTMEK İSTEĞİNİZ DİĞER ÖZELLİKLER

YAYINLAR

Erişoğlu, Ü., Köroğlu, Y., 2019, BIST Teknoloji Endeksinde Çok Değişkenli Normal Dağılımların Karması İle Riske Maruz Değer Analizi, Al Farabi Uluslararası Sosyal Bilimler Dergisi, 3(1), 1-9.