

**T.C.**  
**GEBZE TEKNİK ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ELASTİK BİR KİRİŞİN PIEZOELEKTRİK**  
**EYLEYİCİYLE TİTREŞİM KONTROLÜ**

**MUHARREM EKREM**  
**YÜKSEK LİSANS TEZİ**  
**MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

**GEBZE**  
**2015**

**T.C.**  
**GEBZE TEKNİK ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ELASTİK BİR KİRİŞİN**  
**PIEZOELEKTRİK EYLEYİCİYLE**  
**TİTREŞİM KONTROLÜ**

**MUHARREM EKREM**  
**YÜKSEK LİSANS TEZİ**  
**MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

**DANIŞMANI**  
**PROF. DR. SELİM SİVRİOĞLU**

**GEBZE**  
**2015**

**T.R.**  
**GEBZE TECHNICAL UNIVERSITY**  
**GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES**

**VIBRATION CONTROL OF AN ELASTIC  
BEAM USING PIEZOELECTRIC  
ACTUATOR**

**MUHARREM EKREM**  
**A THESIS SUBMITTED FOR THE DEGREE OF  
MASTER OF SCIENCE**  
**DEPARTMENT OF MECHANICAL ENGINEERING**

THESIS SUPERVISOR  
PROF. DR. SELIM SIVRIOGLU

**GEBZE**  
**2015**



## YÜKSEK LİSANS JÜRİ ONAY FORMU

GTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 19/06/2015 tarih ve 2015/38 sayılı kararıyla oluşturulan jüri tarafından 09/07/2015 tarihinde tez savunma sınavı yapılan Muharrem EKREM'in tez çalışması Makine Mühendisliği Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS tezi olarak kabul edilmiştir.

### JÜRİ

ÜYE

(TEZ DANIŞMANI) : Prof. Dr. Selim SİVRİOĞLU

ÜYE

: Doç. Dr. Hasan KURTARAN

ÜYE

: Doç. Dr. Erkan ZERGEROĞLU

### ONAY

Gebze Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun

...../...../..... tarih ve ...../..... sayılı kararı.

İMZA/MÜHÜR

## ÖZET

Bu tez çalışmasında, elastik bir kirişin piezoelektrik (PZT) eyleyiciyle model esaslı titreşim kontrolü incelenmiştir. Elastik bir kirişin titreşim modlarının bastırılmasını amaçlayan, LQG,  $H_2$  ve  $H_\infty$  gürbüz kontrol tasarımları deneysel uygulamalarla gerçekleştirilmiştir. Burada düşünülen elastik sistem, ankastre bir kiriş ve ankastre kirişin titreşimini kontrol eden, ankastre kiriş üzerine yapıştırılmış, piezoelektrik yamadır. Bu tezde ilk olarak sistemin titreşim modeli elde edilmektedir. Oluşturulan titreşim modelinde kirişin hareket denklemi, Euler-Bernoilli kiriş modeli esas alınarak ifade edilmiştir. Hareket denklemi çözülerek mod şekil fonksiyonu ve mod frekansları elde edilmiştir. Bulunan bu analitik sonuçlar yapılan sonlu elemanlar analizi ile karşılaştırılmıştır. Ayrıca bahsedilen elastik kirişin frekans değerleri bir FFT cihazı ile deneysel olarak elde edilerek karşılaştırılmıştır. Tezin ikinci aşaması kontrol tasarımlarıdır. Burada amaçlanan sistemin ilk iki modunu model esaslı olarak kontrol etmektir. LQG,  $H_2$  ve  $H_\infty$  kontrol yöntemleriyle sistemin ilk iki modu için titreşim kontrolü gerçekleştirilmiştir. Sürekli sistemlerde sonsuz sayıda mod frekansı mevcuttur. İlk modları kontrol ederken, özellikle yüksek frekansta ortaya çıkan modların kontrol girişleri tarafından uyarılmamaları istenir, literatürde spillover etkisi olarak tanımlanan bu etkiler sistemin kararlı olmasını engeller.  $H_\infty$  gürbüz kontrol yöntemiyle ilk iki mod kontrol edilirken spillover etkisi çıkmamaktadır.  $H_\infty$  gürbüz kontrolde sistemin dinamik modeli, ilk iki mod frekansı kontrol edecek şekilde oluşturulmuş, geriye kalan mod frekansı kontrol sisteminde belirsizlik ve ihmal edilen dinamikler olarak belirlenmiştir.  $H_\infty$  gürbüz kontrol tasarımı yapılarak oluşturulan simülasyon modelinden sonuçlar alınmış ve deneysel gerçeklemeler yapılmıştır. Ayrıca laboratuvar ortamında incelenen LQG,  $H_2$  ve  $H_\infty$  kontrol yöntemleri karşılaştırılmıştır.

**Anahtar Kelimeler: Aktif Titreşim Kontrolü, LQG Kontrol,  $H_2$  Kontrol,  $H_\infty$  Gürbüz Kontrol.**

## SUMMARY

Vibration control of an elastic beam is examined through model based modern control techniques. In this work, active control of an elastic beam is studied to pass the critical elastic modes by implementation of LQG,  $H_2$  and  $H_\infty$  robust control techniques with experimental verification. A cantilever beam that is fixed at one end and free on the other is being considered as an elastic system. A piezopatch is glued to the free end, which is utilized as an actuator to reduce the vibration of the beam. The first objective is to obtain a mathematical vibration model of the elastic beam. A dynamic model of the beam is considered as a continuous system and is formed by Euler-Bernoulli method. By solving this equation the mode shape function and mode frequency of the system can be obtained. The dynamic characteristic of the elastic system is examined by finite element analyses and by a FFT device as an experiment in order to compare the results with each other. The second phase of the thesis is control applications. The aim is to perform model based vibration control of the first two mode frequencies. The two mode frequencies are controlled by LQG,  $H_2$  and  $H_\infty$  control techniques. The system is unstable even if the first two mode frequencies are controlled due to a spillover effect. The continuous system has infinite mode frequencies. As the first modes are controlled, it is desired not to excite of the high mode frequencies by the control.  $H_\infty$  control is designed to perform fully stable control due to the successful control against a spillover effect. The elastic beam is designed to control the first two mode frequencies, unmodelled high frequency modes are taken as uncertainty. Unmodelled elastic modes of the beam in controller design may cause a spillover effect in control operation; therefore robustness is of great importance for the control of the system to be fully stable. Robust control design is constructed and results are taken from a simulation model of robust control and by installing the experimental system experimental verification is carried out. In addition, the  $H_2$  control case has been examined through experimental procedures and  $H_\infty$  and  $H_2$  control approaches have been compared each other.

**Key Words: Active Vibration Control, LQG Control,  $H_2$  Control,  $H_\infty$  Robust Control.**

## TEŞEKKÜR

BaŐta, yüksek lisans eğitimimde ve akademik hayatımda desteğini ve yardımlarını hiğbir zaman esirgemeyip bilgisi ile bu çalıŐmanın oluŐmasının yolunu açan danıŐmanım Prof. Dr. Selim Sivrioğlu'na,

Bütün çalıŐmam boyunca yanımda olan, bilgi ve tecrübelerini benimle paylaŐan değerli araştırma görevlisi Sinan BaŐaran'a,

Ve hayatım boyunca göstermiŐ oldukları maddi ve manevi desteklerinden dolayı sevgili aileme en içten teŐekkürlerimi sunarım.

# İÇİNDEKİLER

|   | <b><u>Sayfa</u></b> |
|---|---------------------|
| ÖZET  | v                   |
| SUMMARY   | vi                  |
| TEŞEKKÜR  | vii                 |
| İÇİNDEKİLER   | viii                |
| SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ                                  | xi                  |
| ŞEKİLLER DİZİNİ   | xv                  |
| TABLolar DİZİNİ   | xviii               |
| <br>  |                     |
| 1. GİRİŞ  | 1                   |
| 1.1. Literatür Çalışması  | 2                   |
| 1.2. Akıllı Yapıların Özellikleri                               | 4                   |
| 1.3. Tezin Amacı ve İçeriği                                     | 5                   |
| 2. KİRİŞ YAPILARIN MODELLENMESİ                                 | 7                   |
| 2.1. Ankastre Kiriş Titreşim Denklemi                           | 7                   |
| 2.2. Ankastre Kiriş Durum Uzayı Denklemine Elde Edilmesi        | 11                  |
| 2.3. Piezoelektrik Eyleyicinin Uyguladığı Kuvvetin Belirlenmesi | 14                  |
| 2.4. Tüm Modları İçeren Durum Uzayı Denklemi Yapısı             | 17                  |
| 2.5. Çıkış İvme Durumunda Durum Uzayı Yapısı                    | 18                  |
| 2.6. Bozucu Giriş Etkisinin Dahil Edilmesi                      | 19                  |
| 3. ANKASTRE KİRİŞ MODLARININ ANALİZİ                            | 21                  |
| 3.1. Analitik Model Esaslı Analiz                               | 21                  |
| 3.2. Sonlu Elemanlar Esaslı Analiz                              | 22                  |
| 4. KONTROL TASARIMLARI  | 24                  |
| 4.1. LQG Kontrol Tasarımı                                       | 24                  |
| 4.1.1. LQG Kontrol Simülasyon Sonuçları                         | 28                  |
| 4.1.1.1. Frekans Alanı Cevapları                                | 28                  |
| 4.1.1.2. Zaman Alanı Cevapları                                  | 30                  |
| 4.2. $H_{\infty}$ Kontrol Tasarımı                              | 32                  |
| 4.2.1. $H_{\infty}$ Kontrolün Temelleri                         | 33                  |
| 4.2.1.1. Yapısal Olmayan Belirsizlik ve Gürbüz Kararlılık Şartı | 34                  |
| 4.2.1.2. Karışım Hassaslık (Mixed Sensivity) Problemi           | 36                  |
| 4.2.2. $H_{\infty}$ Kontrol Tasarımı I                          | 37                  |



|   |    |
|---|----|
| 4.2.2.1. $H_{\infty}$ Kontrol Tasarımı I Simülasyon Sonuçları   | 42 |
| 4.2.2.1.1. Frekans Alanı Cevapları                              | 42 |
| 4.2.2.1.2. Zaman Alanı Cevapları                                | 44 |
| 4.2.3. $H_{\infty}$ Kontrol Tasarımı II                         | 45 |
| 4.2.3.1. $H_{\infty}$ Kontrol Tasarımı II Simülasyon sonuçları  | 49 |
| 4.2.3.1.1. Frekans Alanı Cevapları                              | 49 |
| 4.2.3.1.2. Zaman Alanı Cevapları                                | 50 |
| 4.2.4. $H_2$ Kontrol Tasarımı                                   | 51 |
| 4.2.4.1. $H_2$ Kontrol Tasarımı Simülasyon Sonuçları            | 55 |
| 4.2.4.1.1. Frekans Alanı Cevapları                              | 55 |
| 4.2.4.1.2. Zaman Alanı Cevapları                                | 57 |
| 5. DENEYSEL ÇALIŞMALAR  | 58 |
| 5.1. Elastik Kirişin Titreşim Analizi                           | 58 |
| 5.2. Kontrol Uygulamaları için Deney Donanımı                   | 61 |
| 5.3. LQG Kontrol Uygulaması                                     | 68 |
| 5.3.1. LQG Kontrol Deney Sonuçları                              | 68 |
| 5.3.1.1. Frekans Alanı Cevapları                                | 68 |
| 5.3.1.2. Zaman Alanı Cevapları                                  | 69 |
| 5.4. $H_{\infty}$ Kontrol                                       | 70 |
| 5.4.1. $H_{\infty}$ Kontrol Uygulaması I                        | 70 |
| 5.4.1.1. $H_{\infty}$ Kontrol Uygulaması I Deney Sonuçları      | 70 |
| 5.4.1.1.1. Frekans Alanı Cevapları                              | 70 |
| 5.4.1.1.2. Zaman Alanı Cevapları                                | 71 |
| 5.4.2. $H_{\infty}$ Kontrol Uygulaması II                       | 72 |
| 5.4.2.1. $H_{\infty}$ Kontrol Uygulaması II Deney Sonuçları     | 72 |
| 5.4.2.1.1. Frekans Alanı Cevapları                              | 72 |
| 5.4.2.1.2. Zaman Alanı Cevapları                                | 73 |
| 5.5. $H_2$ Kontrol Uygulaması                                   | 74 |
| 5.5.1. $H_2$ Kontrol Uygulaması Deney Sonuçları                 | 74 |
| 5.5.1.1. Frekans Alanı Cevapları                                | 74 |
| 5.5.1.2. Zaman Alanı Cevapları                                  | 75 |
| 5.6. $H_{\infty}$ Kontrol ile $H_2$ Kontrolün Karşılaştırılması | 76 |
| 6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER   | 78 |

|           |    |
|-----------|----|
| KAYNAKLAR | 79 |
| ÖZGEÇMİŞ  | 82 |
| EKLER     | 83 |

## SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ

| <u>Simgeler ve Kısaltmalar</u> | <u>Açıklamalar</u>                                   |
|--------------------------------|--|
| $\Delta$                       | : Piezoelektrik eyleyicinin histerisis belirsizliği  |
| $\Delta_m(s)$                  | : Çarpım belirsizliği transfer fonksiyonu            |
| $\varepsilon$                  | : Sensör gürültü spektrumu                           |
| $\Theta$                       | : Sensör gürültü seviyesi                            |
| $\rho_b$                       | : Kirişin malzeme yoğunluğu                          |
| $\rho_p$                       | : Piezoelektrik eyleyicinin malzeme yoğunluğu        |
| $\omega_n$                     | : Doğal frekans                                      |
| $\xi$                          | : Sönüm oranı  |
| $\Xi$                          | : Sistem gürültü spektrumu                           |
| $\psi_n$                       | : Mod Şekil fonksiyonu                               |
| $A_n(t)$                       | : Sistem matrisi                                     |
| $A_p$                          | : Kirişin kesit alanı                                |
| $B_n(t)$                       | : Kontrol girişi katsayı matrisi                     |
| $b_b$                          | : Kiriş genişliği                                    |
| $b_p$                          | : Piezoelektrik eyleyicinin genişliği                |
| $C_n(t)$                       | : Çıkış katsayı matrisi                              |
| $C_p(t)$                       | : Piezoelektrik eyleyici moment-gerilim katsayısı    |
| $c$                            | : Sönüm oranı  |
| $c_p(t)$                       | : Nominal sabite                                     |
| $D_n$                          | : Çıkış ivme durumunda kontrol giriş katsayı matrisi |
| $d_s$                          | : Optik sensör ölçüm mesafesi                        |
| $D_w$                          | : Bozucu giriş matrisi                               |
| $d_w$                          | : Bozucu giriş mesafesindeki mod şekil fonksiyonu    |
| $d_{31}$                       | : Piezoelektrik yük sabiti                           |
| $E_b$                          | : Ankastre kirişin elastisite modülü                 |
| $E_p$                          | : Piezoelektrik elastisite modülü                    |

|           |  |
|-----------|--|
| $e(t)$    | : Hata değeri  |
| $f$       | : Piezoelektrik eyleyici kuvveti                       |
| $G(s)$    | : Genişletilmiş sistem                                 |
| $G_{zw}$  | : Tüm girişlerden çıkışlara transfer fonksiyonu        |
| $G_w$     | : Sistem gürültü matrisi                               |
| $H(f)$    | : Transfer fonksiyonu                                  |
| $h_b$     | : Kiriş yüksekliği                                     |
| $h_p$     | : Piezoelektrik eyleyicinin yüksekliği                 |
| $I_b$     | : Kirişin kesit eğilme atalet momenti                  |
| $K$       | : Tasarlanan kontrolör                                 |
| $k$       | : Katılık  |
| $L_b$     | : Kiriş boyu   |
| $L_p$     | : Piezoelektrik eyleyicinin uzunluğu                   |
| $l_i$     | : Piezoelektrik eyleyici genelleştirilmiş kütle değeri |
| $M(x, t)$ | : Kirişin eğilme momenti                               |
| $M_p$     | : Piezoelektrik eyleyicinin moment eşitliği            |
| $m$       | : Kütle  |
| $n$       | : Sensör gürültüsü                                     |
| $P_r(s)$  | : İndirgenmiş sistem                                   |
| $R$       | : Kontrol ağırlık matrisi                              |
| $r$       | : Referans değeri                                      |
| $s^E$     | : Piezoelektrik malzeme katılığı                       |
| $T(s)$    | : Tamamlayıcı transfer fonksiyonu                      |
| $u(t)$    | : Kontrol girişi                                       |
| $V(x, t)$ | : Kirişin kesme momenti                                |
| $V_{lqg}$ | : Gürültü matrisi                                      |
| $V_p$     | : Piezoelektrik kontrol giriş voltajı                  |
| $v(t)$    | : Sensör gürültü değeri                                |
| $v_s(t)$  | : Optik sensör çıkış gerilimi                          |
| $v_1$     | : H <sub>2</sub> kontrol sistem gürültüsü              |

|                 |  |
|-----------------|--|
| $v_2$           | : H <sub>2</sub> kontrol sensör gürültüsü                  |
| $y$             | : Kirişin titreşim yapan eksenini                          |
| $z$             | : Frekans şekillendirme filtreleri çıkışı                  |
| $z_m$           | : Kiriş ve piezoelektrik yama eksenler arası mesafe        |
| $z_1$           | : Gürbüz performans filtresi çıkışı                        |
| $z_2$           | : Gürbüz kararlılık filtresi çıkışı                        |
| $Q$             | : Kontrol ağırlık matrisi                                  |
| $W_{lqg}$       | : Optimizasyon matrisi                                     |
| $W_m(s)$        | : Gürbüz kararlılık filtresi                               |
| $W_{m1}$        | : Kararlılık filtresi                                      |
| $W_n(s)$        | : Sensör gürültü filtresi                                  |
| $W_s(s)$        | : Gürbüz performans filtresi                               |
| $W_1(s)$        | : Gürbüz performans filtresi                               |
| $W_2(s)$        | : Gürbüz kararlılık filtresi                               |
| $W_3(s)$        | : Sistem gürültüsü   |
| $W_4(s)$        | : Sensör gürültüsü   |
| $w(t)$          | : Bozucu giriş   |
| $w(x, t)$       | : Kiriş mesafesi   |
| $x$             | : Kirişin uzunluk boyunca eksenini                         |
| $x(t)$          | : Durum vektörü  |
| $x_f$           | : Piezoelektrik yama tekil kuvvet mesafesi                 |
| $x_n(t)$        | : Kirişin titreşim eksenini boyunca modal yer değiştirmesi |
| $x_s$           | : Sensör ölçüm mesafesi                                    |
| $x_1$           | : Piezoelektrik yama başlangıç pozisyonu                   |
| $x_2$           | : Piezoelektrik yama bitiş pozisyonu                       |
| $\dot{x}_n(t)$  | : Kirişin titreşim eksenini boyunca modal hızı             |
| $\ddot{x}_n(t)$ | : Kirişin titreşim eksenini boyunca modal ivmesi           |
| $\hat{x}(t)$    | : Tahmin edilen durum değişkenini (yer değiştirme)         |
| FFT             | : Fast Fourier Transform                                   |
| LFT             | : Linear Frictional Transform                              |

LQG : Linear Quadratic Gaussian  
LQR : Linear Quadratic Regulator

# ŞEKİLLER DİZİNİ

| <u>Sekil No:</u>  | <u>Sayfa</u> |
|---|--------------|
| 1.1: Aktif helikopter pervanesi.  | 2            |
| 1.2: Aktif kontrol blok diyagramı.  | 5            |
| 1.3: Akıllı yapı blok diyagramı.  | 5            |
| 2.1: Elastik kirişin çökme eğrisi.  | 7            |
| 2.2: a) Kiriş modeli, b) Kirişin serbest cisim diyagramı.                       | 8            |
| 2.3: Elastik kiriş modeli.  | 11           |
| 2.4: Piezoelektrik eyleyici boyutları.  | 12           |
| 2.5: Piezoelektrik yama modeli.   | 14           |
| 2.6: Bozucu girişin modele eklenmesi.   | 19           |
| 3.1: Kiriş mod şekil analizi.   | 21           |
| 3.2: Titreşim analiz modeli.  | 22           |
| 3.3: a) 1. mod şekli, b) 2. mod şekli, c) 3. mod şekli, d) 4. mod şekli.        | 23           |
| 4.1: Kontrol blok diyagramı.  | 24           |
| 4.2: LQG blok diyagramı.  | 25           |
| 4.3: Sistem ve sensör gürültü spektrumu.  | 27           |
| 4.4: LQG kontrolör frekans cevabı.  | 28           |
| 4.5: LQG tam dereceli sistem açık ve kapalı çevrim frekans cevabı.              | 29           |
| 4.6: LQG kontrol Simulink modeli.   | 30           |
| 4.7: Zaman alanı yerdeğiştirme cevabı.  | 30           |
| 4.8: Zaman alanı kontrol girişi cevabı.   | 31           |
| 4.9: Zaman alanı yerdeğiştirme cevabı 2.  | 32           |
| 4.10: Zaman alanı kontrol girişi cevabı 2.                                      | 32           |
| 4.11: Genel sistem yapısı.  | 33           |
| 4.12: Çarpım belirsizliği yapısı.   | 34           |
| 4.13: Çarpım belirsizliği durumunda gürbüz kararlılık yapısı.                   | 35           |
| 4.14: Çarpım belirsizliği karışım hassaslık yapısı.                             | 36           |
| 4.15: $H_\infty$ kontrol tasarımı I yapısı.                                     | 38           |
| 4.16: $H_\infty$ kontrol tasarımı I genelleştirilmiş sistem durum uzayı yapısı. | 38           |
| 4.17: Tam dereceli ve indirgenmiş sistem.                                       | 41           |
| 4.18: Çarpım belirsizliği ve gürbüz kararlılık filtresi.                        | 42           |

|       |  |    |
|-------|--|----|
| 4.19: | $H_{\infty}$ tasarım I kontrolör frekans cevabı.                             | 43 |
| 4.20: | $H_{\infty}$ tasarım I sistem açık ve kapalı çevrim frekans cevabı.          | 43 |
| 4.21: | $H_{\infty}$ tasarım I simulink modeli.                                      | 44 |
| 4.22: | $H_{\infty}$ tasarım I zaman alanı yerdeğiştirme cevabı.                     | 44 |
| 4.23: | $H_{\infty}$ tasarım I zaman alanı kontrol giriş cevabı.                     | 45 |
| 4.24: | $H_{\infty}$ kontrol tasarım II yapısı.                                      | 45 |
| 4.25: | $H_{\infty}$ kontrol tasarımı II genelleştirilmiş sistem durum uzayı yapısı. | 46 |
| 4.26: | Gürbüz kararlılık ve performans filtreleri.                                  | 48 |
| 4.27: | $H_{\infty}$ tasarım II kontrolör frekans cevabı.                            | 49 |
| 4.28: | $H_{\infty}$ tasarım II sistem açık ve kapalı çevrim frekans cevabı.         | 50 |
| 4.29: | $H_{\infty}$ tasarım II zaman alanı yerdeğiştirme cevabı.                    | 50 |
| 4.30: | $H_{\infty}$ tasarım II zaman alanı kontrol giriş cevabı.                    | 51 |
| 4.31: | $H_2$ kontrol yapısı.  | 52 |
| 4.32: | $H_2$ kontrol basitleştirilmiş blok diyagram.                                | 53 |
| 4.33: | $H_2$ kontrol genelleştirilmiş durum uzayı blok diyagramı.                   | 54 |
| 4.34: | $H_2$ kontrolör frekans cevabı.  | 56 |
| 4.35: | $H_2$ kontrol kapalı çevrim frekans cevabı.                                  | 56 |
| 4.36: | $H_2$ kontrol zaman alanı yerdeğiştirme cevabı.                              | 57 |
| 4.37: | $H_2$ kontrol zaman alanı kontrol giriş cevabı.                              | 57 |
| 5.1:  | Titreşim analizi akış diyagramı.   | 58 |
| 5.2:  | Titreşim analizi deney donanımı.   | 60 |
| 5.3:  | Elastik kirişin frekans cevabı.  | 60 |
| 5.4:  | Elastik kirişin mod Şekilleri.   | 61 |
| 5.5:  | Deneysel kontrol blok diyagramı.   | 62 |
| 5.6:  | Kontrol uygulamaları için deney donanımı.                                    | 63 |
| 5.7:  | Optik sensör cevap karakteristiği.   | 64 |
| 5.8:  | Optik sensör ölçüm bloğu.  | 65 |
| 5.9:  | Simulink-dSpace kontrol bloğu.   | 66 |
| 5.10: | Control desk arayüzü.  | 67 |
| 5.11: | LQG kontrol kapalı çevrim frekans cevabı.                                    | 68 |
| 5.12: | LQG kontrol uygulaması yer değiştirme cevabı.                                | 69 |
| 5.13: | LQG kontrol uygulaması kontrol girişi cevabı.                                | 69 |
| 5.14: | $H_{\infty}$ kontrol uygulaması I frekans alanı cevabı.                      | 71 |



|       |   |    |
|-------|---|----|
| 5.15: | $H_{\infty}$ kontrol uygulaması I yer değiştirme cevabı.                            | 71 |
| 5.16: | $H_{\infty}$ kontrol uygulaması I kontrol girişi cevabı.                            | 72 |
| 5.17: | $H_{\infty}$ kontrol uygulaması II frekans alanı cevabı.                            | 73 |
| 5.18: | $H_{\infty}$ kontrol uygulaması II yer değiştirme cevabı.                           | 73 |
| 5.19: | $H_{\infty}$ kontrol uygulaması II kontrol girişi cevabı.                           | 74 |
| 5.20: | $H_2$ kontrol uygulaması frekans alanı cevabı.                                      | 75 |
| 5.21: | $H_2$ kontrol uygulaması yer değiştirme cevabı.                                     | 75 |
| 5.22: | $H_2$ kontrol uygulaması kontrol girişi cevabı.                                     | 76 |
| 5.23: | $H_{\infty}$ kontrol uygulaması I-II ve $H_2$ kontrol uygulaması frekans cevapları. | 76 |

# TABLolar DİZİNİ

| <b><u>Tablo No:</u></b>  | <b><u>Sayfa</u></b> |
|--|---------------------|
| 2.1: Kiriş parametreleri.  | 11                  |
| 2.2: Piezoelektrik eyleyici parametreleri.   | 12                  |
| 3.1: Sonlu elemanlar ve analitik analiz mod frekans sonuçları.                       | 23                  |
| 4.1: $Q$ ve $R$ ağırlık matrisleri   | 28                  |
| 4.2: LQG kontrol performansı.  | 29                  |
| 4.3: $H_\infty$ kontrol tasarımı I için seçilen frekans şekillendirme filtreleri.    | 42                  |
| 4.4: $H_\infty$ kontrol tasarımı II için seçilen frekans şekillendirme filtreleri.   | 48                  |
| 5.1: Elastik kirişin mod frekansları.  | 61                  |
| 5.2: Optik sensör özellikleri.   | 63                  |
| 5.3: Piezoelektrik eyleyici özellikleri.   | 65                  |
| 5.4: Piezoelektrik eyleyici sürücü özellikleri.                                      | 66                  |
| 5.5: LQG kontrol parametreleri.  | 68                  |
| 5.6: $H_\infty$ kontrol uygulaması I için seçilen frekans şekillendirme filtreleri.  | 70                  |
| 5.7: $H_\infty$ kontrol uygulaması II için seçilen frekans şekillendirme filtreleri. | 72                  |
| 5.8: Kontrolcü tipine göre sistemin frekans cevabı performansı.                      | 77                  |
| 5.9: Kontrolcü tipine göre sinyal seviyeleri.  | 77                  |

# 1. GİRİŞ

Piezoelektrik malzemelere bir elektrik alanı uygulandığında mekanik olarak deforme olurlar ve bu özelliklerinden dolayı eyleyici olarak kullanılırlar. Diğer yandan piezoelektrik malzemeler mekanik gerilme altında bulduklarında elektrik sinyali üretirler ve piezoelektrik malzemelerin bu özelliği sensör olarak kullanılmasını mümkün kılar. Bunların dışında piezoelektrik malzemeler eğer algılama ve eyleme sinyalleri ayrıştırılabilirse aynı zamanda hem sensör hem de eyleyici olarak kullanılabilirler. Son yıllarda piezoelektrik malzemeler kullanılarak akıllı yapılar özellikle uzay ve havacılıkta kullanılması için araştırmalar yoğunlaşmıştır.

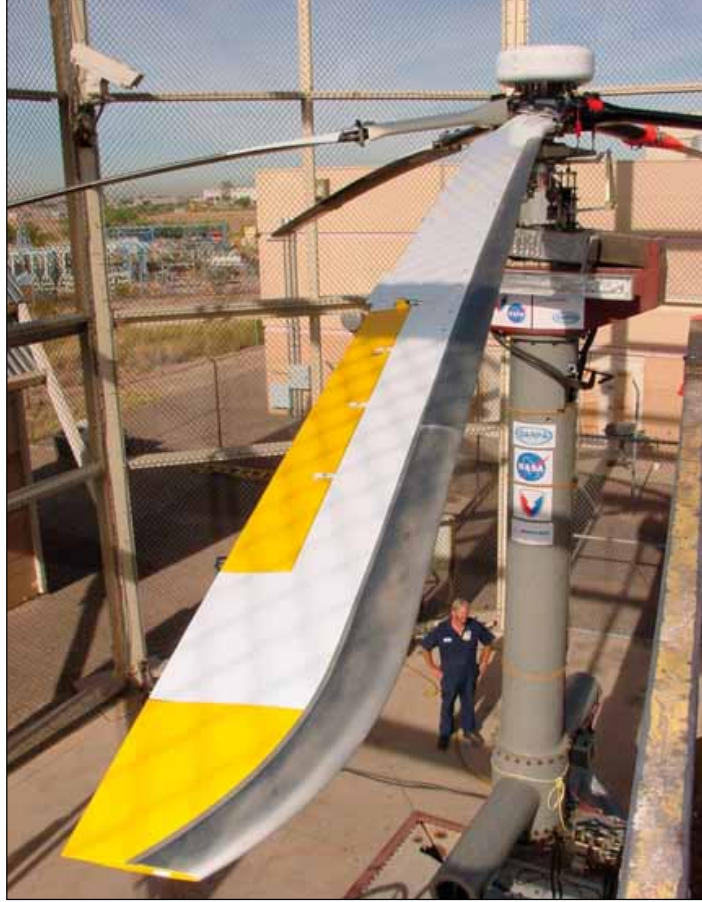
Piezoelektrik malzemeler şekilsel olarak elektrik sinyalleriyle kontrol edilebilir olmaları ve bu malzemelerin şekil değişimleri, elektrik sinyalleri cinsinden matematiksel fonksiyon olarak ifade edilebildiğinden akıllı malzeme sınıfı içerisinde yer alırlar.

Piezoelektrik malzemelerindeki gelişmeler, araştırmacıları akıllı yapılar ile ilgili çalışmalar yapmaya teşvik etmiştir. Piezoelektrik malzemelerin en büyük avantajı tepki sürelerinin çok kısa olmasıdır. Bu özelliğinden dolayı geri besleme kontrol uygulamalarında özellikle titreşim kontrolü uygulamalarında tercih edilen eyleyici çeşitidir. Temel olarak pasif yapıyla bütünleştirilmiş algılayıcı ve eyleyiciler ile kontrolör içeren akıllı yapıların, üstün kabiliyetleri nedeniyle özellikle askeri ve sivil havacılıkta çokça kullanılma potansiyeli vardır. Ayrıca günümüzde otomotiv, biyomedikal, robotik ve otomasyon alanlarında kullanımı giderek artmaktadır.

Günümüzde geliştirilen hava araçları bu yeni teknolojiye yararlanmakta; özellikle uçak kanadı ve helikopter palası gibi bileşenlerde akıllı malzeme ve yapıların üstün kabiliyetleri kullanılmaktadır. Kontrol yüzeylerinin şeklini değiştirmek ya da uçak kanadı ve helikopter palasında burulma yaratmak taşıma yüzeyleri üzerindeki akışı değiştirmek suretiyle taşıma ve sürüklemenin istenilen mertebede ayarlanması ve panel titreşimi, kuyruk sarsılması etkileşiminin azaltılması ile performans artışının sağlanması akıllı yapıların hava araçlarında sağlayacağı yararlar arasındadır [1].

Şekil1.1'de görünen helikopter pervanesi aerodinamik ve titreşim kontrol amacıyla gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmada model esaslı kontrol yöntemi uygulanmıştır. Helikopter pervanesi ankastre giriş yapısında elastik bir sistem olarak düşünülüp üzerine piezoelektrik yama yapıştirilerek kontrolü gerçekleştirilmiştir. Bu

Çalışma Amerika'da Maryland, MIT, California niversiteleri tarafından Amerikan askeri araştırma projesi olarak geliştirilmiştir [2].



şekil1.1: Aktif helikopter pervanesi.

Otomotiv sistemlerinde ve biyomedikal cihazlarda özellikle titreşim kontrolü amacıyla piezoelektrik eyleyiciler kullanılır. Ayrıca robotik çalışmalarda robot kollarının titreşim sonucu pozisyon kaybını önlemeye yönelik ve mikro hareket kontrol çalışmaları endüstriyel alanda kendini göstermektedir.

## 1.1. Literatür alışması

Havacılık ve uzay alanında esnek yapıların titreşim kontrolü günümüzde devam eden önemli bir araştırma konusudur. Aktif titreşim kontrolünde aktüatör elemanı olarak düşünülen eleman genelde akıllı malzemelerdir. Hızlı cevap performansları ve hem eyleyici hem de sensör olarak kullanılabilmeleri nedeniyle piezoelektrik malzemeler titreşim kontrolünde önemli bir yer tutar [3].

Akıllı yapılar esasen bir sensör ve bir eyleyici olarak pasif yapıya bağlı ya da bütünleşik olarak kullanılırlar. Günümüzde piezoelektrik malzemeler daha çok aktüatör ve sensör çifti olarak kullanılırlar [4].

Aktif titreşim kontrolü kontrol edilen yapının matematiksel olarak modellenmesiyle başlar. Aktif yapıların modellenmesi pasif ve akıllı malzemenin birlikte modellenmesini gerektirir. Aktif elemanların kütleleri ihmal edilerek ankastre kirişin ilk bir kaç mod titreşimlerinin piezoelektrik eyleyici ile bastırılmasını gösteren analitik model sunulmuştur [5]. Buna benzer yaklaşımla ince levhalar üzerinde de çalışmalar yürütülmüştür [6]. Aktif elemanların kütle ve katılık değerlerinin ihmal edilmesi, pasif elemanın kütle ve katılık değerleriyle karşılaştırıldıklarında kabul edilebilir olduğu, aktif yapıların modellenmesinde esas olarak aktif elemanın uyguladığı ve ya ürettiği kuvvet ve moment değerlerinin katkısının düşünüldüğü yaklaşımlar bazı araştırmacılar tarafından çalışılmıştır [7]-[8]. Ankastre kirişin diferansiyel hareket denklemi modal analiz, varsayılan mod metodu ( assumed-modes method ), Galerkin metodu ve sonlu elemanlar metodu ile çözümü sunulmuştur [9].

Pasif yapının malzemesinin homojen olmayan özelliği düşünüldüğünde piezoelektrik eyleyicinin optimum olarak pasif yapı üzerine yapıştırılması, doğal frekanslarının belirlenmesinde yaklaşık değerlerle ifade edilebilir [3]-[8]. Modelin geliştirilmesi amacıyla deneysel sistem tanımlama metodu esnek sistemlere uygulanabilir olduğu ve sistemin daha kesin tanımlanabileceği bazı araştırmacılar tarafından çalışılmıştır [10]- [11].

Kiriş yapının piezoelektrik eyleyici-algılayıcı takımlarıyla titreşim kontrolünün yapıldığı çok sayıda çalışma literatürde mevcut olmakla birlikte özellikle deneysel içerikli çalışmalar incelenmiştir. Bunlar optimal kontrol [12], LQG kontrol [13],  $H_{\infty}$  gürbüz kontrol [10], [14]-[16] ve  $H_2$  kontrol [17] yöntemleridir. Ayrıca Kwak ve Sciulli piezoelektrik algılayıcı ve eyleyici içeren aktif yapılarda bulanık mantığa dayanan bir titreşim sönümlenme kontrolü geliştirmişlerdir [18].

Lin ve Nyang tarafından yapılmış olan analitik ve deneysel inceleme içerikli çalışmada ise esnek aktif yapıların titreşim kontrolleri irdelenmiştir [19]. Lin ve Liu basitleştirilmiş bulanık mantık kontrolüyle piezoelektrik algılayıcı-eyleyici takımı ile birlikte ankastre bir kirişin titreşim sönümlenmesini deneysel olarak değerlendirmişlerdir [20].

Aktif yapılar olarak ele alınan elastik kirişin, piezoelektrik yama ile titreşim kontrolü ve deneysel çalışmaları yapılmıştır.  $H_\infty$  ile kontrol ve optimizasyon çalışmaları da bu yayın içerisinde değerlendirilmiştir [21].

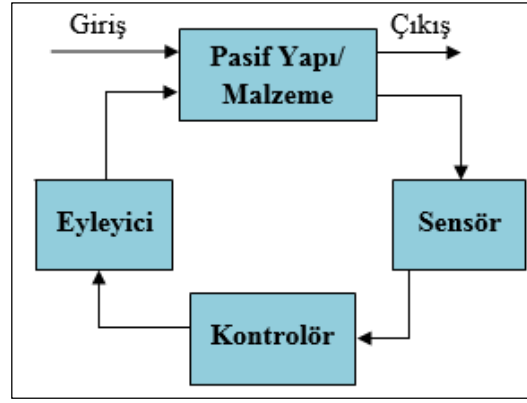
Almanya'da Ruhr Üniversitesi'nde bulunan adaptif kontrol araştırma grubu tarafında da piezoelektrik yama ile aktif kontrol alanında çalışmalar yapılmıştır. Otomotiv ve sağlık alanına yönelik olarak ele alınan model sonlu elemanlar yöntemiyle elde edildikten sonra LQG,  $H_2$  ve  $H_\infty$  kontrol yöntemleri kullanılarak titreşim kontrolünü içeren çalışmalar deneysel olarak gerçekleştirilmiştir [22]-[24].

Literatürde tez ile ilgili yayınlanmış çeşitli kitap ve makaleler ile birlikte, yurtiçinde İstanbul Teknik Üniversitesi (İTÜ) ve Orta Doğu Teknik Üniversitesi (ODTÜ) gibi geniş kapsamlı araştırma imkânlarının bulunduğu üniversiteler bünyesinde yapılmış olan lisansüstü tezleri mevcuttur. Çalışkan tarafından yayınlanmış olan doktora tezi, piezoelektrik malzemelerin özellikle havacılık alanında kullanılan akıllı yapılardaki uygulamalarını teorik ve deneysel olarak inceleyen bir çalışmadır [1]. Gözen, yapıya yapıştırılmış piezoelektrik eyleyicilerin kiriş yapılara etkisini teorik olarak incelemiş ve bir robot eli modeli oluşturmuştur [25]. Uyanık, daha çok anlık yük etkisini incelediği çalışmasında piezoelektrik eyleyiciler ile kompozit plağın aktif kontrolünü incelemiştir [26].

## 1.2. Akıllı Yapıların Özellikleri

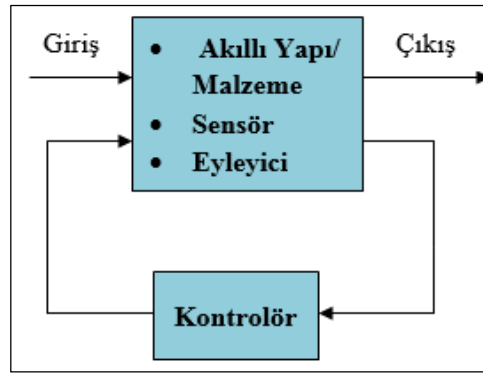
Akıllı malzemeler pasif yapılara eklenerek pasif yapının istenildiği gibi yönlendirilmesini sağlar. Klasik aktif kontrol yapısı ile akıllı yapı arasındaki fark Şekil 1.2 ve Şekil 1.3'de gösterilmiştir. Klasik aktif kontrol yapısında sensör ve eyleyici pasif yapıya dışarıdan eklenmektedir. Akıllı yapılarda ise sensör ve eyleyici kontrol edilen yapı ile bütünleşiktir.

Klasik aktif kontrol yapısında titreşim ve gürültü seviyesi tamamen kontrol edilemez. Eyleyici ve sensör pasif yapıyla bütünleşmediğinden daha hantal bir yapıdadır.



Şekil 1.2: Aktif kontrol blok diyagramı.

Akıllı yapılar bütünlük olduklarından dolayı daha hafif ve kararlıdır. Titreşim kontrolü ve gürültü düzeyi aktif kontrol yapısına göre daha başarılıdır.



Şekil 1.3: Akıllı yapı blok diyagramı.

### 1.3. Tezin Amacı ve İçeriği

Bu çalışma, potansiyel olarak uygulama alanı bulabilecek bir kiriş elemanını esas alan model çalışmasıdır. Modelleme, kontrol tasarımı ve deneysel gerçekleştirme yapmayı amaçlamaktadır.

Tez kapsamında piezoelektrik yamalı bir kirişin titreşim analizi ve kontrolü gerçekleştirilmiştir. Bir ucundan ankastre, diğer ucu serbest kiriş üzerine piezoelektrik yama (piezoelektrik patch) yapıştırılmıştır. Üzerine piezoelektrik yama yapıştırılmış ankastre kiriş, elastik bir sistemdir ve matematiksel modeli sürekli sistem yaklaşımına göre oluşturulmuştur. Piezoelektrik yama aktif titreşim kontrolünde eyleyici olarak yer alır. Ankastre kiriş matematiksel modelinde elde edilen eyleyici modeli de hesaba katılır. Burada bahsedilen matematiksel model, kirişin serbest titreşim modelidir.

Teorik olarak oluşturulan sistemden elde edilen değerler nümerik çalışma yapılarak elde edilen değerler ile karşılaştırılmıştır. Nümerik çalışma, sonlu elemanlar yöntemini esas alan bir yazılım kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Ayrıca sistem deneysel olarak kurulmuş ve çekiç deneyi yapılmıştır. Deneysel çalışmalar sonucunda sistemin doğal frekansları elde edilmiştir. Deneysel çalışmalar sonucunda bulunan değerler analitik ve nümerik çözümlerle karşılaştırılmıştır. Elde edilen dinamik parametreler kontrol tasarımına yansıtılmıştır.

Sistemin matematiksel modeli çıkartıldıktan sonra kontrol tasarımı gerçekleştirilmiştir. Burada tasarlanan kontrol, model esaslı modern kontrol ve gürbüz kontrol yöntemleridir. Sistemin titreşim modeli esas alınarak durum uzayı (state space) denklemi elde edilmiştir. İlk olarak sisteme, model esaslı geri beslemeli kontrol yöntemi olan optimal kontrol (LQG) uygulanmıştır. Sistem frekans tabanında incelenerek gerekli ağırlık parametreleri incelenmiş ve optimal bir geri besleme katsayısı elde edilmiştir. Daha sonra aynı sistem için  $H_\infty$  gürbüz kontrol tasarımı yapılmıştır. Bu yöntem için uygun performans ve gürbüz kararlılık filtrelerinin belirlenmesi sağlanmıştır. Tasarlanan performans ve gürbüz kararlılık filtreleri  $H_2$  kontrol tasarımında kullanılarak  $H_\infty$  gürbüz kontrolör ile  $H_2$  kontrolör karşılatırılmıştır. Laboratuvar ortamında kurulan ankastre giriş üzerinde deneysel gerçeklemeler yapılarak simülasyondan elde edilen LQG,  $H_2$  ve  $H_\infty$  kontrolörlerin sistem üzerinde kontrol performansları değerlendirilmiştir.

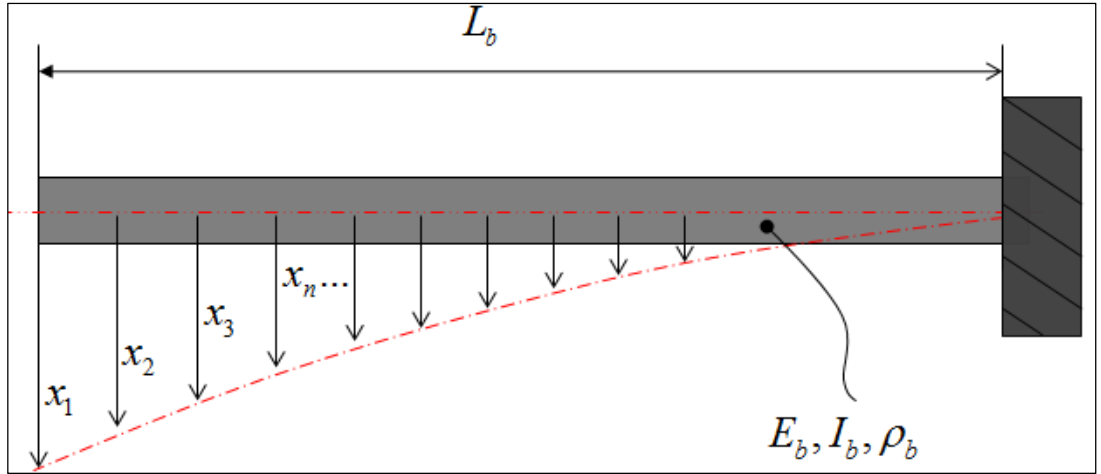


## 2. KİRİŞ YAPILARIN MODELLENMESİ

### 2.1. Ankastre Kiriş Titreşim Denklemi

Bir tarafı ankastre diğer tarafı serbest olan yapı elastik kiriş olarak değerlendirilir. Ankastre kiriş sürekli bir kiriş olarak modellenenir. Bu sistemler literatürde sürekli (continuous) sistem olarak anılırlar.

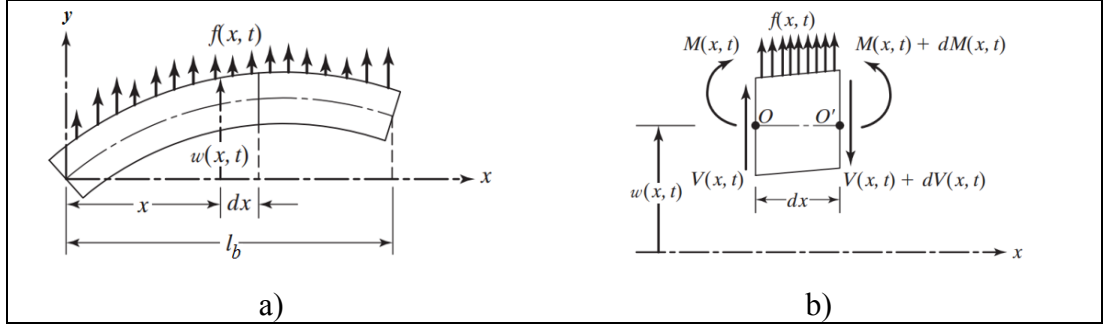
Sürekli sistemler teorik olarak sonsuz sayıda serbestlik derecesine sahiptir. Bu yüzden bu sistemlerde kirişin uzunluk boyunca oluşan çökme hareketi bir sürekli fonksiyon olarak ifade edilir. Şekil 2.1 sonsuz sayıda koordinatın, kirişin elastik çökme eğrisini oluşturduğunu göstermektedir.



Şekil 2.1: Elastik kirişin çökme eğrisi.

Tez kapsamında elastik kiriş Euler-Bernoulli kiriş teorisine göre modellenmektedir.

Kirişin hareket denklemlerini elde etmek için Şekil 2.2 a)'daki gibi kiriş modellenir. Burada  $x$  kirişin uzunluk boyunca eksenini,  $y$  kirişin hareket eksenini,  $M(x,t)$  kirişin eğilme momentini,  $V(x,t)$  kesme kuvvetini,  $f(x,t)$  kiriş üzerine etkiyen yayılı kuvveti,  $w(x,t)$  kirişin  $y$  mesafesindeki değerini ifade eder. Kirişten sonsuz küçük  $dx$  kadar parça alınarak Şekil 2.2 b)'deki gibi sistemin serbest cisim diyagramı çizilir. Buradan Newton kanunu kullanılarak kuvvet ve moment denge eşitlikleri denklem (2.1.a) ve denklem (2.1.b)'deki gibi yazılır [27].



Şekil 2.2: a) Kiriş modeli, b) Kirişin serbest cisim diyagramı.

$$-\frac{\partial V}{\partial x}(x,t) + f(x,t) = \rho_b A_b(x) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(x,t) \quad (2.1.a)$$

$$\frac{\partial M}{\partial x}(x,t) - V(x,t) = 0 \quad (2.1.b)$$

Denklem (2.1.a) ve denklem (2.1.b)'ye  $V = \partial M / \partial x$  eşitliği ilave edilerek

$$-\frac{\partial^2 M}{\partial x^2}(x,t) + f(x,t) = \rho_b A_b(x) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(x,t) \quad (2.2)$$

denklemini elde edilir. Eğilme momenti ve çökme arasındaki ilişki denklem (2.3)'de  $E_b$  malzemenin elastik modülünü,  $I_b(x)$  kütleli atalet momentini göstermek üzere denklem (2.2) yerine yazılırsa denklem (2.4) elde edilir.

$$M(x,t) = E_b I_b(x) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(x,t) \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ E_b I_b(x) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(x,t) \right] + \rho_b A_b(x) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(x,t) = f(x,t) \quad (2.4)$$

Denklem (2.4) düzenlenerek denklem (2.5) yazılır.

$$E_b I_b(x) \frac{\partial^4 w}{\partial x^4}(x, t) + \rho_b A_b \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(x, t) = f(x, t) \quad (2.5)$$

Denklem (2.5)'de serbest titreşim için  $f(x, t)$  çıkartılarak ankastre kirişin hareket denklemi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$E_b I_b(x) \frac{\partial^4 w}{\partial x^4}(x, t) + \rho_b A_b \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(x, t) = 0 \quad (2.6)$$

Bu eşitliğe göre hareket denklemi düzenlenerek serbest titreşim çözümü değişkenlerin ayrılması yöntemiyle bulunur. Burada  $W_b(x)$  konuma ve  $T_b(t)$  zamana bağlı olan çökme iki farklı fonksiyon olarak ifade edilmektedir.

$$w(x, t) = W_b(x) T_b(t) \quad (2.7)$$

Denklem (2.7), denklem (2.6)'da yerine yazılarak kiriş boyunca çökmeyi ifade eden mod şekil fonksiyonu ve kirişin doğal frekansı sırasıyla denklem (2.8) ve denklem (2.9)'daki gibi elde edilir.

$$W(x) = B_1 \cosh \beta x + B_2 \sinh \beta x + B_3 \cos \beta x + B_4 \sin \beta x \quad (2.8)$$

$$\omega = \beta^2 \sqrt{\frac{E_b I_b}{\rho_b A_b}} \quad (2.9)$$

Denklem (2.8)'de belirtilen katsayılar kirişin bağlantı durumuna göre farklılık gösterir. Ankastre kirişte kullanılan sınır koşulları  $W(0)$  kirişin ankastre noktasındaki pozisyonu,  $W'(0)$  ankastre noktasındaki hızı,  $W''(l)$  kiriş ucundaki eğilme momentini ve  $W'''(l)$  kiriş ucundaki kesme kuvvetini göstermek üzere aşağıdaki gibi yazılır.

$$W(0) = 0, \quad W'(0) = 0, \quad W''(l) = 0, \quad \text{ve} \quad W'''(l) = 0 \quad (2.10)$$

Denklem (2.10)'da belirtilen sınır koşulları altında denklem (2.6)'daki diferansiyel denklem çözüldüğünde ankastre kiriş için doğal frekans denklemi, mod şekil fonksiyon katsayısı ve mod şekil fonksiyonu sırasıyla denklem (2.11), denklem (2.12) ve denklem(2.13)'de elde edilmiştir. Denklemlerde bulunan  $n$  indisi mod sayısını belirtir.

$$\omega_n = \left( \frac{2n-1}{2} \pi + e_n \right)^2 \frac{1}{L^2} \sqrt{\frac{E_b I_b}{\rho_b}} \quad (2.11)$$

$$\beta_n = \left( \omega_n \sqrt{\frac{\rho_b A_b}{E_b I_b}} \right)^{1/2} = \left( \frac{2n-1}{2} \pi + e_n \right) \frac{1}{L} \quad (2.12)$$

$$\psi_n(x) = \sinh \beta_n x - \sin \beta_n x - \left[ \frac{\sinh \beta_n L + \sin \beta_n L}{\cosh \beta_n L + \cos \beta_n L} \right] (\cosh \beta_n x - \cos \beta_n x) \quad (2.13)$$

Denklem (2.11) ve denklem (2.12)'de belirtilen  $e_n$  düzeltme katsayılarıdır.

$$e_1 = 0,3042, \quad e_2 = -0,018, \quad e_3 = -0,001 \quad (2.14)$$

İkinci dereceden lineer bir mekanik sistemin titreşim denklemi  $m$  kütle,  $c$  sönüm oranı ve  $k$  katılık değeri olmak üzere Newton kanununa göre

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t) \quad (2.15)$$

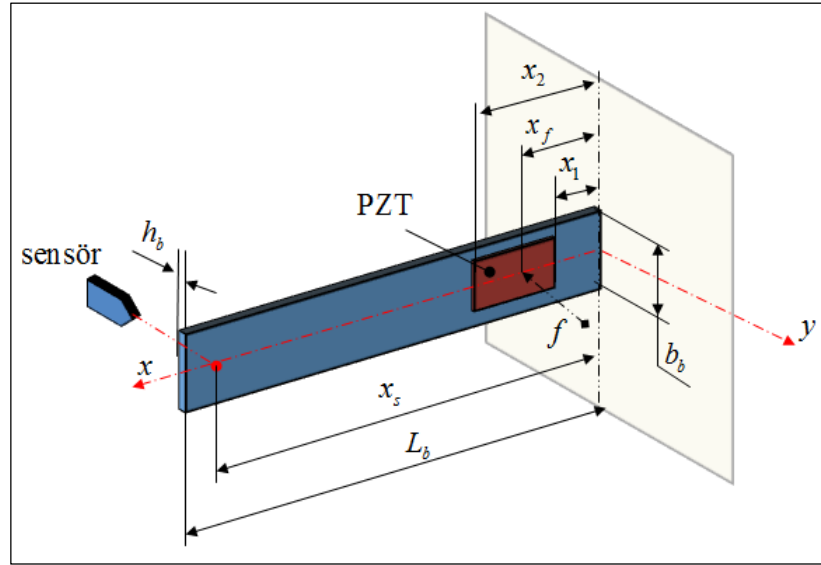
denklemini yazılır. Denklem modal koordinatlarda incelenmek üzere doğal frekans ve sönüm oranı cinsinden yazılması gerekir.

Denklem (2.5)'deki hareket denklemi ve denklem (2.11)'deki doğal frekans denklemi esas alınarak denklem (2.15)'de modal koordinatlara dönüştürülmek üzere,  $\xi$  sönüm oranı,  $x_n(t)$  modal yer değiştirme,  $\dot{x}_n(t)$  modal hız,  $\ddot{x}_n(t)$  modal ivme ve  $f(t)$  kiriş üzerine uygulanan dış kuvvet olmak üzere titreşim denklemi elde edilir.

$$\ddot{x}_n(t) + 2\xi\omega_n\dot{x}_n(t) + \omega_n^2x_n(t) = f(t) \quad (2.15)$$

## 2.2. Ankastre Kiriş Durum Uzayı Denklemine Elde Edilmesi

Kontrol tasarımı yapılacak tez çalışmasında esas alınan, üzerine piezoelektrik eyleyici yapıştırılmış ve sabitlenmiş ankastre kiriş Şekil 2.3’de gösterilmiştir. Burada  $x$  koordinatı kiriş boylamasına,  $y$  ise kirişin titreşim hareketinin olduğu doğrultudadır. Kiriş üzerindeki piezoelektrik malzeme malzemenin aktif kısmının başlangıç noktası ve bitiş noktaları sırasıyla  $x_1$  ve  $x_2$  mesafeleri ile gösterilmiştir. Piezoelektrik malzemenin kirişe etkilediği tekil kuvvet  $f$  ve bu kuvvetin etkiye noktası  $x_f$  ile gösterilmiştir.  $x_s$  sensörün bulunduğu konumu ifade etmektedir. Tablo 2.1 kirişe ait parametre değerlerini göstermektedir.



Şekil 2.3: Elastik kiriş modeli.

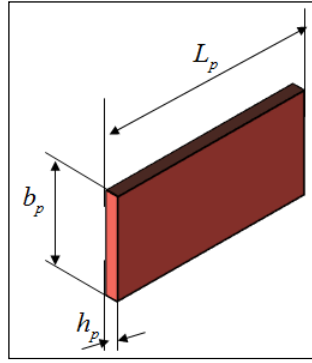
Tablo 2.1: Kiriş parametreleri.

| Sembol                      | Anlamı                        | Değeri   |
|-----------------------------|-------------------------------|--|
| $L_b \times b_b \times h_b$ | Kiriş boyutları               | $350 \cdot 10^{-3} \times 40 \cdot 10^{-3} \times 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ |
| $\rho_b$                    | Kiriş yoğunluğu               | $2700 \text{ kg / m}^3$  |
| $I_b$                       | Kirişin eğilme atalet momenti | $33,33 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2$   |
| $E_b$                       | Kirişin elastisite modülü     | $6,9 \cdot 10^{10} \text{ N / m}^2$  |

Devam.

|       |                         |                 |
|-------|-------------------------|-----------------|
| $x_1$ | PZT başlangıç konumu    | $50.10^{-3} m$  |
| $x_2$ | PZT bitiş konumu        | $100.10^{-3} m$ |
| $x_f$ | PZT tekil kuvvet konumu | $75.10^{-3} m$  |
| $x_s$ | Sensör konumu           | $300.10^{-3} m$ |

Elastik kiriş üzerine yapıştırılan piezoelektrik eyleyicinin boyutları Şekil 2.4’de gösterilmiştir. Burada piezoelektrik eyleyicinin boyu, genişliği ve yüksekliği sırasıyla  $L_p$ ,  $b_p$  ve  $h_p$  ile gösterilmiştir. Tablo 2.2 piezoelektrik eyleyici parametre değerlerini göstermektedir.



Şekil 2.4: Piezoelektrik eyleyici boyutları.

Tablo 2.2: Piezoelektrik eyleyici parametreleri.

| Sembol                      | Anlamı                | Değeri  |
|-----------------------------|-----------------------|---|
| $L_p \times b_p \times h_p$ | PZT boyutları         | $50.10^{-3} \times 30.10^{-3} \times 0,5.10^{-3} m$ |
| $A_p$                       | PZT aktif alanı       | $15.10^{-6} m^2$                                    |
| $\rho_p$                    | PZT yoğunluğu         | $7800 kg / m^3$                                     |
| $E_p$                       | PZT elastisite modülü | $6,2.10^{10} N / m^2$                               |
| $d_{31}$                    | PZT yük sabiti        | $-180.10^{-12} C / N$                               |

Sürekli sistemlerde her bir elastik mod için denklem (2.15)’de elde edilen titreşim denklemi kullanılır. Bu denklemde bulunan  $f(t)$  dış kuvvet, piezoelektrik eyleyicinin oluşturduğu kuvvettir. Kontrol tasarımında bu kuvvet kontrol girişi olarak ele alınır. Modal koordinatlarda kuvvet sisteme, denklem (2.13)’de elde edilen mod şekil fonksiyonunun çarpımı şeklinde dahil edilir.

$$\ddot{x}_n(t) + 2\xi\omega_n\dot{x}_n(t) + \omega_n^2 x_n(t) = f(t)\psi_n(x_f) \quad (2.16)$$

(2.16) denklemi kullanılarak her bir elastik mod için durum uzayı denklemi aşağıdaki gibi yazılır.

$$\dot{x}_n(t) = A_n x(t) + B_n u(t) \quad (2.17)$$

Burada  $x(t)$  durum vektörünü,  $A_n$  sistem matrisini,  $B_n$  kontrol girişi matrisini ve  $u(t)$  kontrol girişini ifade eder.

$$x = \begin{bmatrix} x_n(t) \\ \dot{x}_n(t) \end{bmatrix}, \quad A_n = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\xi\omega_n \end{bmatrix}, \quad B_n = \begin{bmatrix} 0 \\ \psi_n(x_f) \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Ankastre kiriş üzerinde yer değiştirme ölçülüyorsa, yer değiştirme sensörün bulunduğu konumda her bir mod için modal yer değiştirme mod şekil fonsiyonunun çarpımının bir fonksiyonudur. Sürekli sistemlerde, sensör tarafından ölçülen yer değiştirme sistemin bütün mod frekansında oluşan yer değiştirmelerin toplamına eşittir kabulü yapılır.

$$y(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} x_n(t) \psi_n(x_s) \quad (2.19)$$

Buna göre çıkış yer değiştirme olarak ölçülürse, (2.20.a) durum uzayı yapısı esas alındığında çıkış (2.20.b) denklemi elde edilir. Tez kapsamında yapılan simülasyon ve deneysel çalışmalarda çıkış yer değiştirmedir.

$$y = C_n x_n(t) \quad (2.20.a)$$

$$y = [C_n \quad 0] x_n(t) \quad (2.20.b)$$

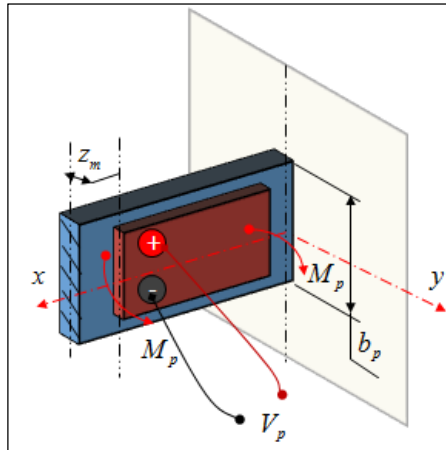
Sensör konumu  $x_s$  olarak gösterildiğinde, o konumdaki mod şekil fonksiyonunun değeri aşağıdaki denklemden elde edilir.

$$C = \psi_n(x_s) = \frac{\sinh \beta_n x_s - \sin \beta_n x_s}{\left[ \frac{\sinh \beta_n L + \sin \beta_n L}{\cosh \beta_n L + \cos \beta_n L} \right]} (\cosh \beta_n x_s - \cos \beta_n x_s) \quad (2.21)$$

### 2.3. Piezoelektrik Eyleyicinin Uyguladığı Kuvvetin Belirlenmesi

Denklem (2.5) eşitliğinin sağ tarafında yer alan  $f(t)$  kuvveti piezoelektrik yama tarafından oluşturulur. Kiriş üzerine yapıştırılan piezoelektrik yamanın şekil değiştirme altında oluşan moment etkisinin matematiksel modeli piezoelektriğin şekline göre değişir. Dikdörtgen kesitli bir piezoelektrik yamanın oluşturduğu moment etkisi (2.22) denkleminde  $V_p$  piezoelektrik malzemeye uygulanan gerilimi,  $z_m$  kiriş ve piezoelektrik malzemenin kalınlıklarının merkezler arası mesafesini,  $e_{31}$  piezoelektrik sabitini ve  $b_p$  piezoelektrik eyleyici genişliğini belirtmek üzere ifade edilmiştir [37]. Piezoelektrik sabitinin birimi  $C / m^2$  olup, (2.26.a) denkleminde  $d_{31}$  piezoelektrik yük sabitine dönüşümü gösterilmiştir.

$$M_p = -e_{31} V_p b_p z_m \quad (2.22)$$



Şekil 2.5: Piezoelektrik yama modeli.



Piezoelektrik yama küçük yerdeğiştirme veya düşük voltaj değerlerinde lineer davranış gösterir. Voltaj değeri büyüdükçe nonlineer davranışlar gösterir. Fakat son yıllarda gelişen kontrol teknolojisi ve sürücü sistemleriyle nonlineer etkisi gösteren histerisiz durumu büyük oranda ortadan kaldırılmıştır. Tez kapsamında piezoelektrik eyleyicinin lineer olduğu kabul edilir.  $M_p$  çıkış momentini,  $C_p$  moment-gerilim oranını ve  $V_p$  piezoelektrik yamaya uygulanan gerilim eşitliğini göstermek üzere aşağıdaki denklem yazılır.

$$M_p(t) = C_p(t)V_p(t) \quad (2.23)$$

Yüksek gerilim altında piezoelektrik yama nonlineer özellik göstermesi durumunda (2.24) denklemi yazılır. Burada  $c_p(t)$  ankastre kirişin malzeme özelliği ve geometrisine bağlı olan nominal sabitedir.  $\Delta c_p(t)$  piezoelektrik eyleyicinin histerisis genliğini ifade eder.

$$M_p(t) = [c_p(t) + \Delta c_p(t)]V_p \quad (2.24)$$

(2.22) denkleminden PZT'nin üreteceği moment aşağıdaki gibi yazılır.

$$M_p(t) = -e_{31}b_pz_mV_p \quad (2.25)$$

(2.26.a) denklemi ile piezoelektrik yamanın malzeme özellikleri kullanılarak  $-e_{31}$  değerine ulaşılabilir.  $s^E$  piezoelektrik malzemenin katılığını ve  $h_p$  piezoelektrik yamanın kalınlığını belirtir.

$$e_{31} = \frac{d_{31}}{s^E} \quad (2.26.a)$$

$$E_p = \frac{1}{s^E} \quad (2.26.b)$$

$$z_m = \frac{h_b}{2} + \frac{h_p}{2} \quad (2.26.c)$$

(2.25), (2.26.a), (2.26.b), (2.26.c) denklemleri düzenlendiğinde aşağıdaki gibi moment-gerilim katsayısı yazılır.

$$C_p = -d_{31} E_p b_p \left( \frac{h_b}{2} + \frac{h_p}{2} \right) \quad (2.27)$$

(2.23) numaralı denklem incelendiğinde piezoelektrik yamanın moment etkisi yaptığı görülür. Kontrol uygulamasında kuvvet eşitliği kullanılacağından, moment eşitliğini kuvvet büyüklüğüne dönüştürmek için genelleştirilmiş kütle değerini hesaplayıp denkleme ilave edilmeli. Genelleştirilmiş kiriş ve PZT kütleleri denklem (2.28)'deki gibi ortogonalite özelliği kullanılarak ifade edilir. Buradan sistemin yaklaşık olarak genelleştirilmiş kütle değeri denklem (2.29)'daki gibi yazılabilir [3].

$$l_i = \int_0^{L_b} E_b I_b \frac{d^2 \psi_i}{dx^2} \frac{d^2 \psi_j}{dx^2} dx + \int_0^{L_p} E_p I_p \frac{d^2 \psi_i}{dx^2} \frac{d^2 \psi_j}{dx^2} dx \quad (2.28)$$

$$l_i = \rho_b A_b L_b^3 \omega_i^2 \delta_{ij} + \rho_p A_p L_p^3 \omega_i^2 \delta_{ij}, \quad i \neq j \quad (2.29)$$

Modeldeki kuvvet değeri (2.30.b) denkleminde piezoelektrik eyleyici gerilimi, durum uzayı yapısında çarpan olarak gelecek şekilde yazılır. Son olarak elde edilen denklem (2.30.b) piezoelektrik eyleyicinin elastik kirişe eklendiği eşitliği belirtir.

$$f(t) = \frac{M_p(t)}{l_i} \left[ \dot{\psi}_n \left( \frac{x_1 + x_2}{2} \right) \right] \quad (2.30.a)$$

$$f(t) = \frac{-d_{31} E_p b_p \left( \frac{h_b}{2} + \frac{h_p}{2} \right) V_p}{\rho_b A_b L_b^3 + \rho_p A_p L_p^3} \left[ \dot{\psi}_n \left( \frac{x_1 + x_2}{2} \right) \right] \quad (2.30.b)$$

## 2.4. Tüm Modları İçeren Durum Uzayı Denklemi Yapısı

Bu kısımda ankastre kiriş ve piezoelektrik eyleyicinin oluşturduğu kuvvet birlikte düşünülerek tüm modları içeren durum uzayı modeli elde edilir.

Denklem (2.13)'de esas alınan mod şekil fonksiyonunun (2.31) denkleminde türevi elde edilir. Türevi alınan mod şekil fonksiyonu (2.32.b) numaralı denklemde kullanılır.

$$\frac{d\psi_n}{dx} = \beta_n \cosh \beta_n x - \beta_n \cos \beta_n x - \left[ \frac{\sinh \beta_n L + \sin \beta_n L}{\cosh \beta_n L + \cos \beta_n L} \right] (\beta_n \sinh \beta_n x + \beta_n \sin \beta_n x) \quad (2.31)$$

(2.30.b) denkleminde  $V_p$  kontrol girişi çarpan olarak yalnız bırakılırsa (2.32.a) ve (2.32.b) denklemleri elde edilir.

$$S_p = \frac{-d_{31} E_p b_p \left( \frac{h_b}{2} + \frac{h_p}{2} \right)}{\rho_b A_b L_b^3 + \rho_p A_p L_p^3} \quad (2.32.a)$$

$$B1 = S_p \frac{d\psi_1}{dx}; B2 = S_p \frac{d\psi_2}{dx}; B3 = S_p \frac{d\psi_3}{dx} \quad (2.32.b)$$

(2.17) numaralı denklem esas alındığında, (2.18) denklemini kullanılarak tüm modları içeren durum uzayı yapısı denklem (2.33)'deki gibi elde edilir.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & & 0 \\ & A_2 & \\ 0 & & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \end{bmatrix} u \quad (2.33)$$

Modelde sensör yer değiştirme veya ivme olma durumuna göre çıkış denklemi değişir. Çıkış yer değiştirme ölçtüğünde çıkış durum uzayı yapısında aşağıdaki gibi elde edilir.

$$y = [\psi_1 \quad 0 \quad \psi_2 \quad 0 \quad \dots] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

## 2.5. Çıkış İvme Durumunda Durum Uzayı Yapısı

İvme sensörleri noktasal sensörler olarak ele alınabilir. Dolayısıyla üzerine yapıştırıldıkları noktadaki ivmeyi ölçerler. Bu kiriş olsun veya ayırık sistem olsun değişmez. Tek fark kirişte ivme sensörünün bulunduğu noktadaki mod şekil fonksiyonunun aldığı değerle çarpılmaktadır. Dolayısıyla kiriş üzerine yapıştırılan ivme sensörü kirişin mod şeklini algılamaz. Sensörün bulunduğu noktadaki aldığı ölçüm ivme şeklinde düşünersek aşağıdaki denklem kullanılır.

$$\ddot{y} = \sum_{i=1}^{\infty} \ddot{x}_n(t) \psi_n(x_s) \quad (2.35)$$

Denklem (2.15)'de  $\ddot{x}_n(t)$  modal ivme yalnız bırakılıp (2.35) denkleminde yerine yazılırsa  $\ddot{y}_n$  ivme çıkışını ifade etmek üzere aşağıdaki denklem yazılır.

$$\ddot{y}_n = [f_n(t) - 2\xi\omega_n\dot{x}_n(t) - \omega_n^2x_n(t)]\psi_n(x_s) \quad (2.36)$$

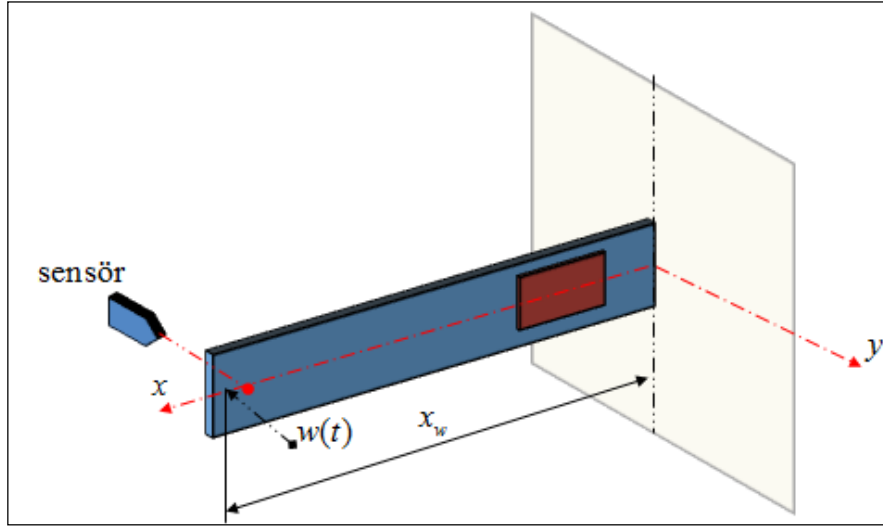
(2.37.a) denkleminde çıkış durum uzayı yapısı esas alınarak (2.37.b) denkleminde durum uzayı yapısı elde edilir. Burada  $D_n$  piezoelektrik eyleyicinin oluşturduğu modal kuvvet matrisini,  $u$  kontrol girişi olarak piezoelektrik eyleyiciye uygulanan gerilimi ifade eder.

$$y = C_n x + D_n u, \quad u = V_p \quad (2.37.a)$$

$$y = \begin{bmatrix} -\omega_n^2 \psi_n(x_s) & -2\xi\omega_n \psi_n(x_s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_n(t) \\ \dot{x}_n(t) \end{bmatrix} + [f_n(t) \psi_n(x_s)] u(t) \quad (2.37.b)$$

## 2.6. Bozucu Giriş Etkisinin Dahil Edilmesi

Modal hareket yapan sistemlerde durum uzayı denkleminde bozucu giriş tanımlamak gerekir. Şekil 2.6 modele dahil edilen bozucu giriş değişkenlerini gösterir. Bozucu giriş modal hareketin olduğu  $y$  eksen doğrultusunda ve belirli bir  $x_w$  mesafesinde tanımlanır.



Şekil 2.6: Bozucu girişinin modele eklenmesi.

Bozucu girişi etkilediğinde durum uzayı modeli (2.38) numaralı denklemdeki gibi tanımlanır. Burada  $D_w$  bozucu giriş noktasındaki mod şekil fonksiyonu matrisi,  $w(t)$  ise bozucu giriş olarak ifade edilir. Bu sistemde bozucu giriş belirli frekansta sinüsoidal bir fonksiyon şeklinde tanımlanır.

$$\dot{x}(t) = A_n x(t) + B_n u(t) + D_w w(t) \quad (2.38)$$

Bozucu giriş  $D_w$  modal koordinatlarda tanımlanması için (2.13) denklemdeki mod şekil fonksiyonu esas alınarak aşağıdaki eşitlik yazılır.

$$d_w(x_w) = \sinh \beta_n x_w - \sin \beta_n x_w - \left[ \frac{\sinh \beta_n L + \sin \beta_n L}{\cosh \beta_n L + \cos \beta_n L} \right] (\cosh \beta_n x_w - \cos \beta_n x_w) \quad (2.39)$$

(2.39) denkleminde ifade edilen modal bozucu giriş karakteri matris biçiminde aşağıdaki gibi gösterilir.

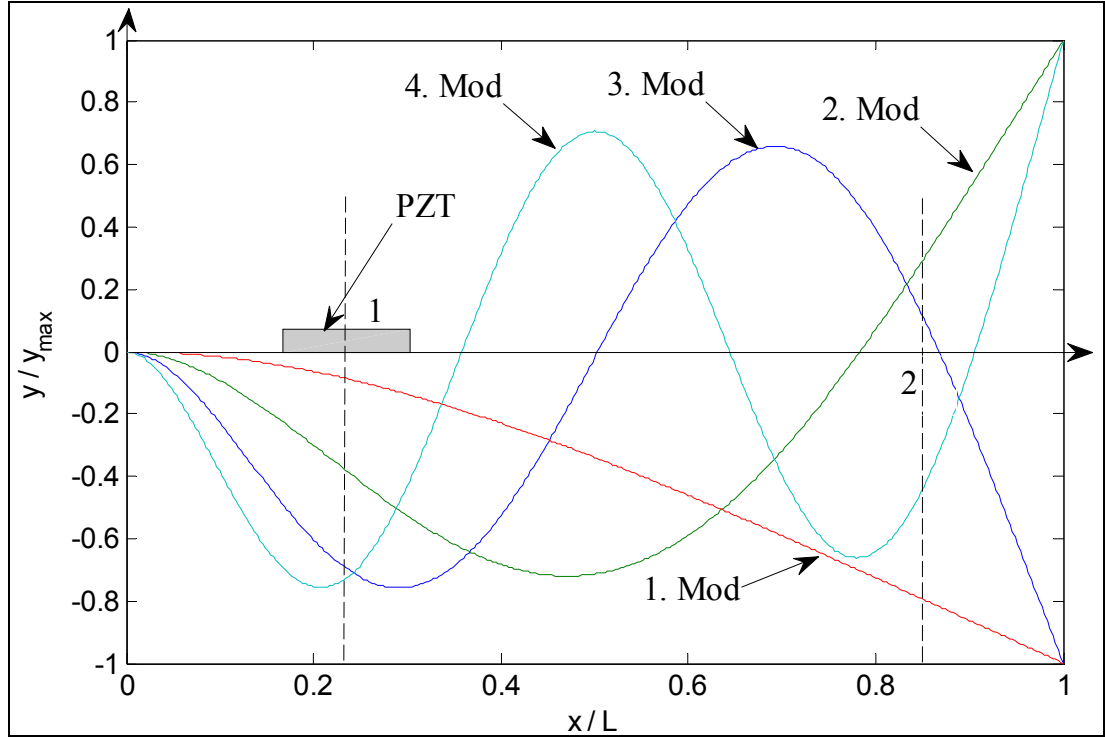
$$D_{w_n} = \begin{bmatrix} 0 \\ d_w(x_w) \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

Sisteme bozucu giriş etkidiğinde çıkış denklemi değişmez. Sensör yer değiştirme ölçüyorsa (2.20.b) denklemindeki; sensör ivme ölçüyorsa (2.37.b) denklemindeki durum uzayı yapısı kullanılır.

## 3. ANKASTRE KİRİŞ MODLARININ ANALİZİ

### 3.1. Analitik Model Esaslı Analiz

Bölüm 2’de elde edilen analitik model esas alınarak sensör çıkışı yer değiştirme olacak şekilde ankastre kirişin hareketi modal olarak incelenmiştir.



Şekil 3.1: Kiriş mod şekil analizi.

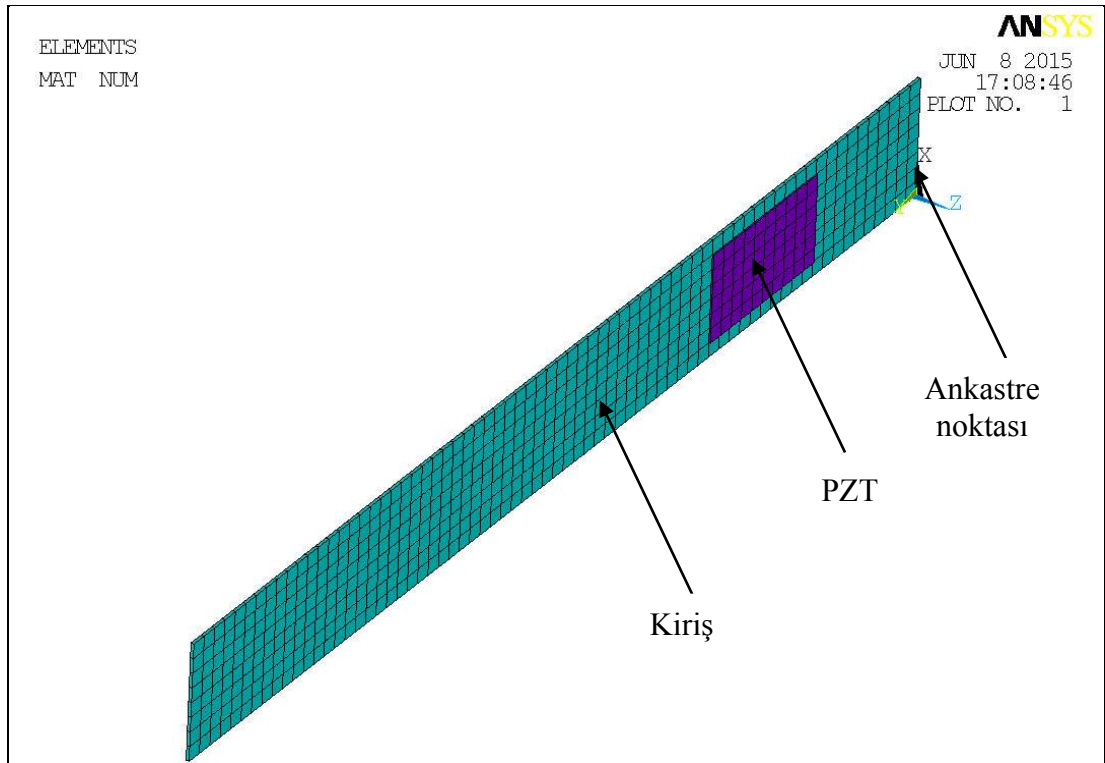
Şekil 3.1’de  $x/L$  kirişin  $x$  eksenini boyunca toplam boyunun 0-1 aralığına normalize edilmiş eksenini,  $y/y_{max}$  kirişin yanal hareketinin -1 ile +1 aralığına normalize edilmiş eksenini gösterir. 1 numara ile işaretli yer piezoelektrik eyleyicinin noktasal kuvvetinin bulunduğu noktayı, 2 numaralı kısım yer değiştirme ölçen sensörün ölçüm aldığı konumu belirtir. Bu şekilden görüldüğü gibi ilk dört mod hareketi için piezoelektrik eyleyici ve sensörün ölçüm aldığı nokta konumu kirişin nodal noktalarına rast gelmemektedir. Zira kirişin herhangi bir nodal noktasına rast gelen kuvvet ve sensör o nodal harekette işlevini yerine getiremez.

### 3.2. Sonlu Elemanlar Esaslı Analiz

Sonlu elemanlar esaslı analiz için titreşim analizi yapabilen profesyonel bir yazılım kullanılmıştır. Sonlu elemanlar analizi PZT kiriş üzerine yapıştırılmış ve yapıştırılmamış olarak iki şekilde yapılmıştır.

Modal analizde Şekil 3.2’de görülen sistem modeli kullanılmıştır. Burada alüminyum bir kiriş ve kiriş üzerine yapıştırılmış piezoelektrik eyleyicinin malzeme özellikleri yazılıma tanıtılmıştır. Modal analiz için önemli olan malzeme değerleri; elastik modül, yoğunluk ve poisson oranıdır. PZT’nin poisson oranı 0.34 ve kirişin poisson oranı 0.33 olarak analize dahil edilmiştir. Daha sonra ankastre kiriş sınır koşulları belirlenerek titreşim analizi gerçekleştirilmiştir.

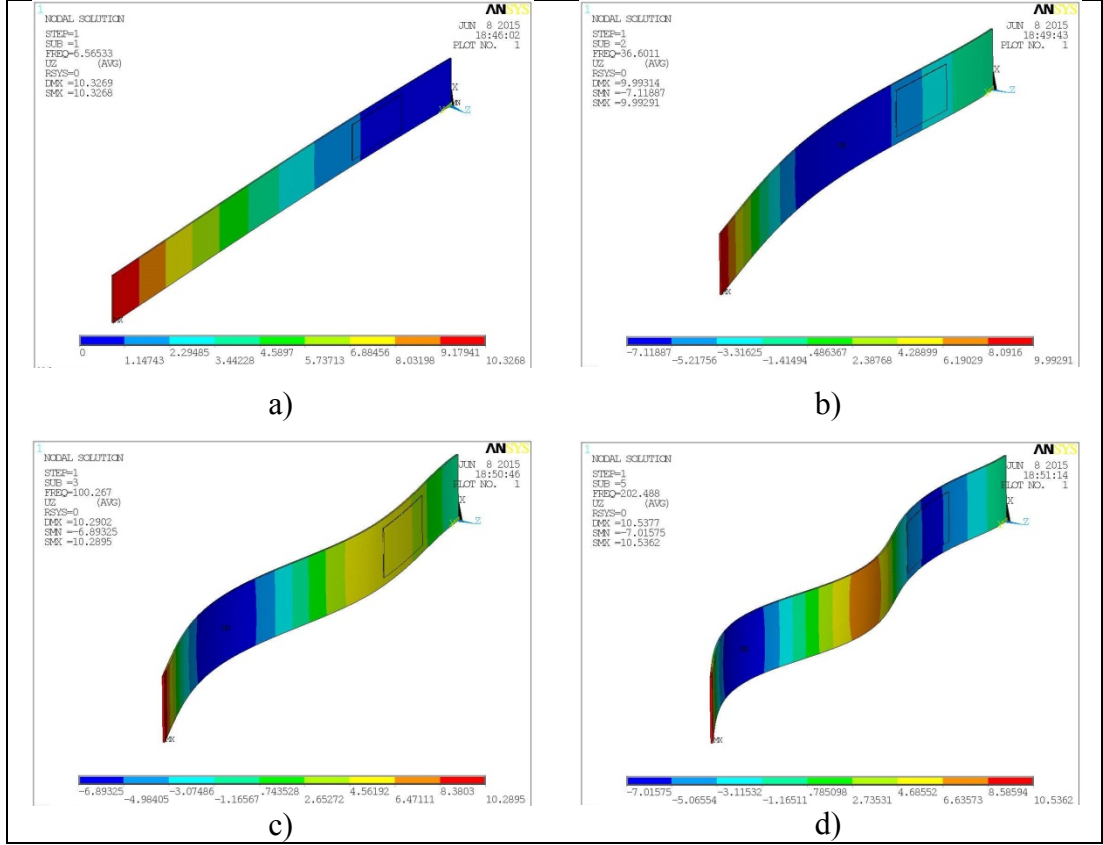
Titreşim analizi yapılırken kiriş ve PZT eyleyicinin ağ yapısının eleman boyutu 5 mm, eleman sayısı 620 ve toplam düğüm sayısı 1432’tür.



Şekil 3.2: Titreşim analiz modeli.

Şekil 3.3’de sonlu elemanlar esaslı analiz sonucuna göre elde edilen mod şekilleri çıkartılmıştır. Burada kirişin ilk dört mod şekilleri ile Şekil 3.1’de analitik modelden elde edilen mod şekilleri birbiriyle uyumlu çıkmıştır.





Şekil 3.3: a) 1. mod şekli, b) 2. mod şekli, c) 3. mod şekli, d) 4. mod şekli.

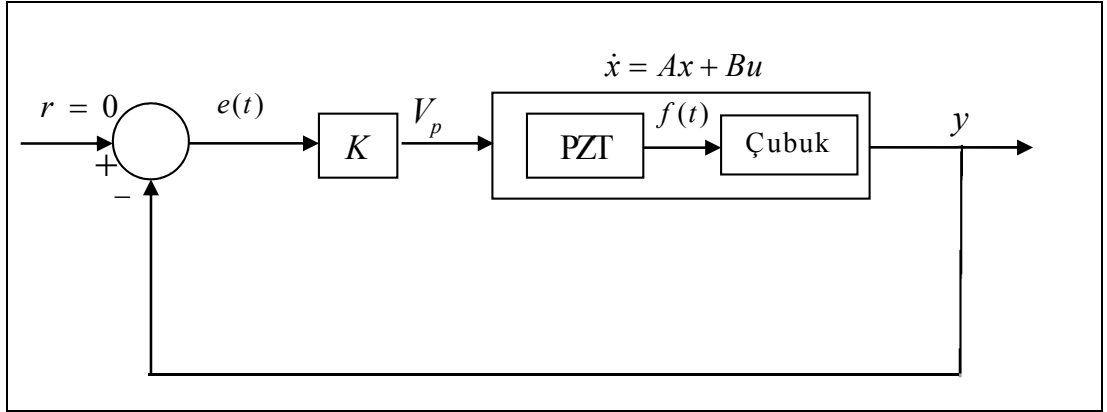
Tablo 3.1’de hem analitik hem de sonlu elemanlar esaslı yapılan mod analizinde ilk iki frekans değerleri birbiriyle eşleştirilmiştir. Yapılan analizler kirişin sadece tek boyutlu modlarını içerir. Rotasyon mod frekansları analizlerde hesaba katılmamıştır.

Tablo 3.1: Sonlu elemanlar ve analitik analiz mod frekans sonuçları.

| Mod Sayı | Analitik model esaslı analiz | Sonlu elemanlar esaslı analiz (PZT’li) | Sonlu elemanlar esaslı analiz (PZT’siz) |
|----------|------------------------------|--|---|
| 1        | 6,7 Hz                       | 6,8 Hz                                 | 6,6 Hz                                  |
| 2        | 41,9 Hz                      | 38,2 Hz                                | 41,9 Hz                                 |
| 3        | 117,4 Hz                     | 96,6 Hz                                | 118,7 Hz                                |
| 4        | 229,6 Hz                     | 212,1 Hz                               | 236,1 Hz                                |

## 4. KONTROL TASARIMLARI

Kontrol tasarımları için kullanılan blok diyagram Şekil 4.1’de gösterilmiştir. Burada  $e(t)$  hata sinyalini,  $V_p$  PZT eyleyiciyi besleyen kontrol girişini,  $f(t)$  PZT’nin giriş üzerine etkidiği kuvveti,  $K$  tasarlanan kontrolörü ve  $y$  girişin hareket eksenini boyunca sensör tarafından ölçülen yer değiştirmeyi ifade eder.  $r = 0$  referans giriş değeri olmak üzere regülatör bir kontrol sistemidir.



Şekil 4.1: Kontrol blok diyagramı.

### 4.1. LQG Kontrol Tasarımı

Pratikte tasarlanan LQR gibi geri beslemeli optimal kontrolcünün gerçek sistemi tam olarak yansıtması için LQG kontrol yöntemi kullanılır. LQG kontrolde sistem gürültüsü ve sensör gürültüsü hesaba katılarak kontrolcü elde edilir. Burada kabul edilen gürültü özel bir gürültü türü olan beyaz gürültüdür (White noise).

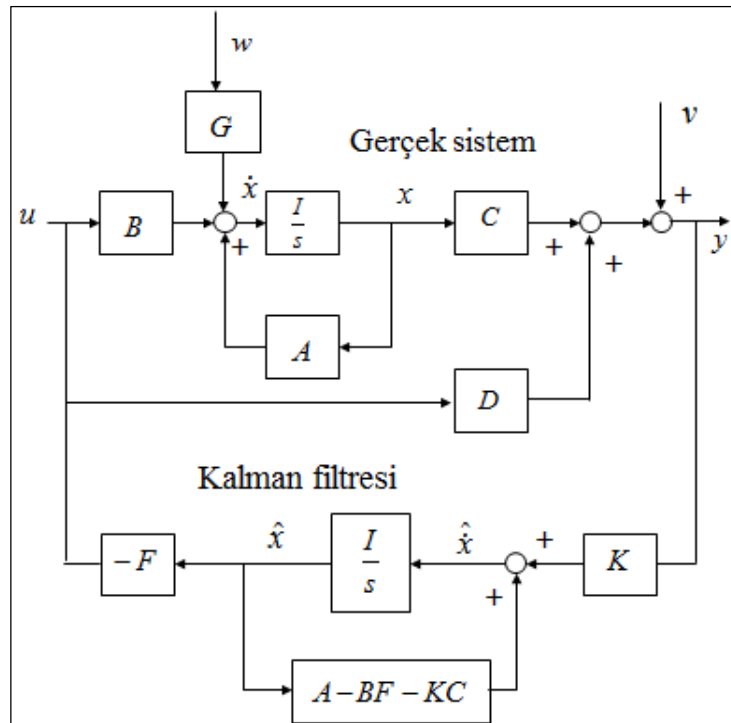
Denklem (4.1.a)'da sistem matrisi içersine  $w(t)$  sistem gürültüsü eklendiği görülmektedir. Denklem (4.1.b) durum uzayı çıkış denkleminde ise  $v(t)$  sensör gürültüsünü ifade eder.

$$\dot{x}(t) = A_n x(t) + B_n u(t) + G_w w(t) \quad (4.1.a)$$

$$y = Cx(t) + Du(t) + v(t) \quad (4.1.b)$$

LQG kontrol problemi denklem (4.2)'de ifade edilen performans indeksini minimize edecek  $u(t)$  optimal kontrol girişini bulmayı hedefler. Burada  $J$  maliyet fonksiyonunu,  $E$  beyaz gürültü sinyali değerini,  $Q$  ve  $R$  kontrol ağırlık matrisini,  $x(t)^T$  durum vektörünün transpozisini,  $u(t)^T$  kontrol girişinin transpozisini ve  $t_f$  kontrol bitiş zamanını ifade eder.

$$J = \lim_{t_f \rightarrow \infty} \frac{1}{t_f} E \left[ \int_0^{t_f} [x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)] dt \right] \quad (4.2)$$



Şekil 4.2: LQG blok diyagramı.

Şekil 4.2'de görülen blok diyagramı LQG kontrol yapısını göstermektedir. LQG kontrolde gözlemleyici kalman filtresi olarak ifade edilir. Kalman filtresinin kazancı sistem gürültüsü ve sensör gürültüsü spektrumuna bağlı olarak hesap edilmektedir. Kalman filtresi denklem (4.3)'de  $\hat{x}$  tahmin edilen durum vektörü,  $F$  kontrol kazancı,  $K$  kalman filtresi kazancı olmak üzere ifade edilir.

$$\dot{\hat{x}} = (A - BF - KC)\hat{x} + Ky \quad (4.3)$$

Buradan kalman filtresinin kazancı denklem (4.4)'de hesap edilir. (4.4) denklemindeki  $S$  denklem (4.5)'deki Riccati denkleminin çözümünden bulunmaktadır.

$$K = SC^T V^{-1} \quad (4.4)$$

Denklem (4.5)'deki Riccati denkleminde  $W$  sistem gürültü spektrumunu,  $V$  sensör gürültü spektrum değerini ifade eder.

$$AS + SA^T - SC^T V^{-1} CS + G_w W G_w^T \quad (4.5)$$

Bu durumda kontrol giriş değeri aşağıdaki eşitlikten elde edilir.

$$u(t) = F\hat{x} \quad (4.6)$$

Denklem (4.3) ve denklem (4.6) kullanılarak durum uzayı yapısında

$$\begin{bmatrix} \hat{\dot{x}} \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BF - KC & K \\ -F & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ y \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

ifade edilen sistemden LQG kontrolör denklem (4.8)'deki gibi yazılır.

$$K_{LQG} = \begin{bmatrix} A - BF - KC & K \\ -F & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} A_F & B_F \\ C_F & D_F \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

(4.2) denkleminde bulunan  $Q$  ve  $R$  ağırlık matrisleri LQG kontrol tasarımında  $W_{lqg}$  matris içerisinde gösterilir. Kalman filtresi kazancının hesaplamasında gerekli olan sistem ve ölçüm gürültü spektrum değerleri  $V_{lqg}$  matrisi içerisinde gösterilir. Burada  $W_{lqg}$  optimizasyon matrisi ve  $V_{lqg}$  gürültü matrisi olarak adlandırılır [35].

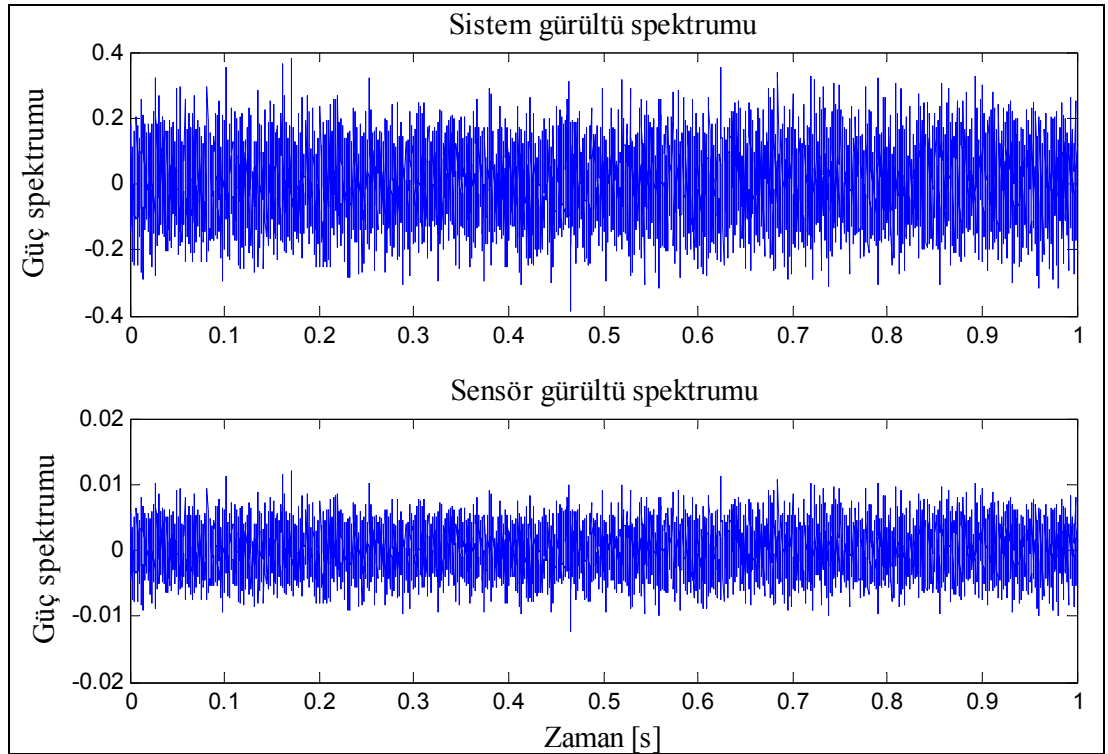
$W_{lqg}$ ,  $V_{lqg}$  matrisleri aşağıdaki nütasyona göre işleme alınır.

$$W_{lqg} = \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & R \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Sistem gürültü spektrumu  $\Xi$ , sensör gürültü spektrumu  $\Theta$  ile ifade edilmek üzere gürültü matrisi aşağıdaki gibi yazılır.

$$V_{lqg} = \begin{bmatrix} \Xi & 0 \\ 0 & \Theta \end{bmatrix}, \quad \Xi = 1.10^{-2}, \quad \Theta = 10^{-5} \quad (4.10)$$

Beyaz gürültü ortalaması sıfır ve varyansı sabit olan rastgele(random) bir sinyaldir. Belirli frekanslarda beyaz gürültü üretmek mümkündür. Simülasyon parametresi olarak Şekil 4.3'den de görüldüğü gibi sistem gürültü spektrumu  $w = 0,01$  ve sensör gürültü spektrumu  $v = 10^{-5}$  seçilmiştir.



Şekil 4.3: Sistem ve sensör gürültü spektrumu.

### 4.1.1. LQG Kontrol Simülasyon Sonuçları

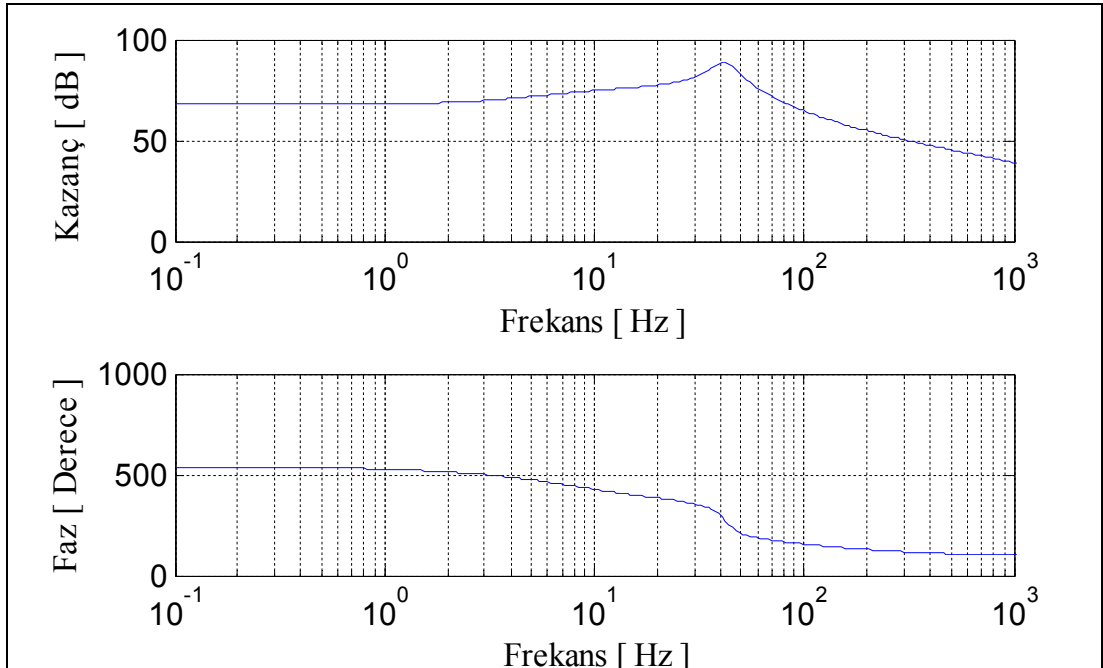
LQG kontrol tasarımında sistem gürültüsü tüm sistem durum değişkenleri üzerinde dikkate alınır. Burada sistem gürültü spektrumu  $w = 0,01$  alındığında kontrol kazancının etkin olduğu görülür. Sensör gürültü spektrumu  $v = 10^{-5}$  olarak tasarımda eklenir. Kontrolör kazancını etkileyen bir diğer faktör olarak  $Q$  ve  $R$  ağırlık matrisleri Tablo 4.1’de belirtilmiştir.

Tablo 4.1:  $Q$  ve  $R$  ağırlık matrisleri

|              |  |
|--------------|--|
| $Q=10$       | $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ |
| $R = 0,0001$ |  |

#### 4.1.1.1. Frekans Alanı Cevapları

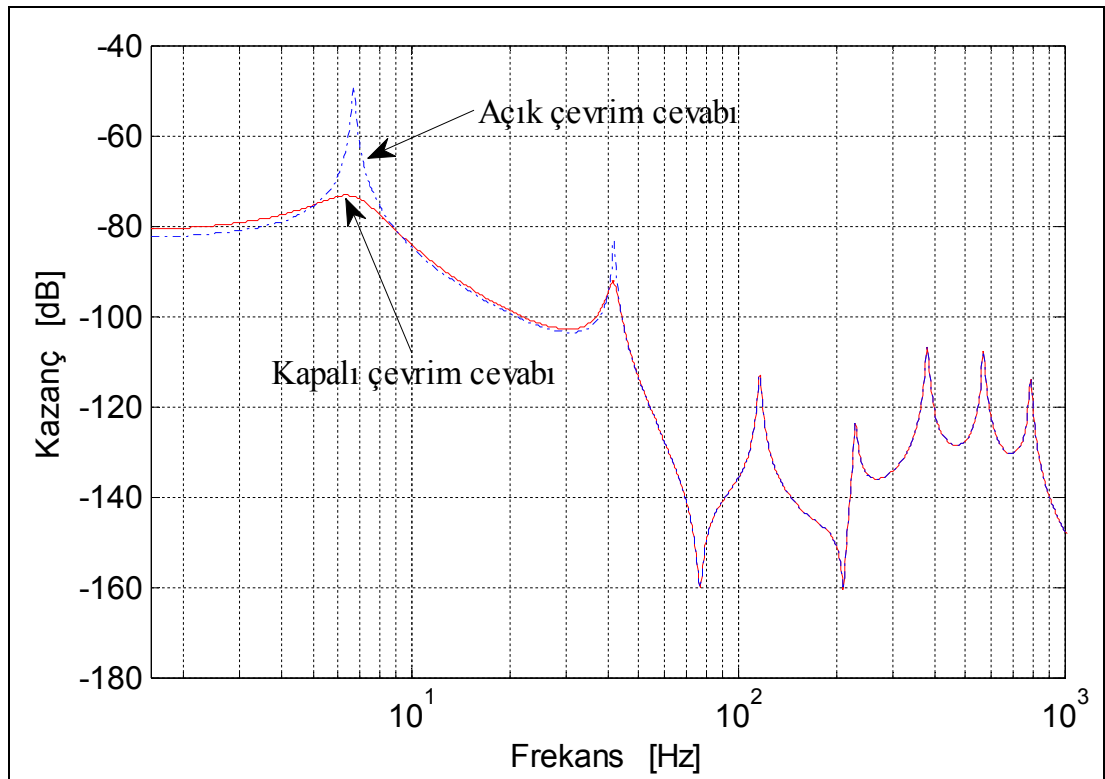
Belirlenen kontrol tasarım değişkenleri doğrultusunda elde edilen kontrolörün frekans cevabı Şekil 4.4’deki gibi elde edilmiştir.



Şekil 4.4: LQG kontrolör frekans cevabı.

Şekil 4.4’de elde edilen frekans cevabına göre kirişin ilk ve ikinci modu kontrol edilirken kontrolör kazancı sırasıyla 73 dB ve 87,6 dB’dir. Yüksek frekanslarda kontrolör kazancının eğimi -26 dB/dec’tir.

Sistemin kapalı çevrim frekans cevabı Şekil 4.5’deki gibi elde edilmiştir. Burada görüldüğü gibi ilk mod kontrol edilirken ikinci modda kısmen kontrol edilmiştir. Tablo 4.2’de sistemin kapalı çevrim frekans cevabından kontrol performansı değerlendirilmiştir.



Şekil 4.5: LQG tam dereceli sistem açık ve kapalı çevrim frekans cevabı.

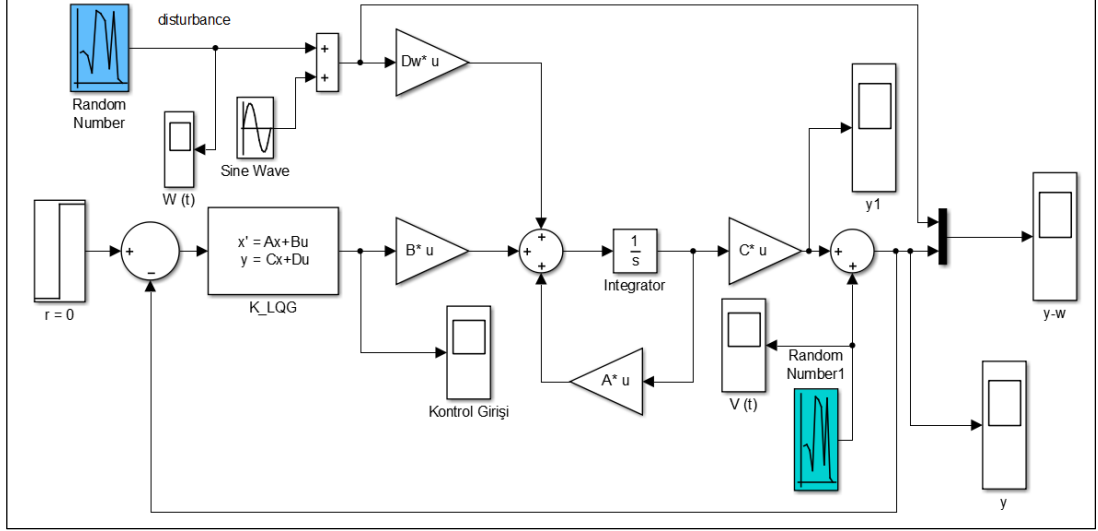
Tablo 4.2: LQG kontrolör performansı

| Mod Sayısı         | Kontrolsüz | LQG Kontrollü |
|--------------------|------------|---------------|
| 1. mod             | -46 dB     | -72 dB        |
| 2. mod             | -80 dB     | -90 dB        |
| 1. mod performansı | 0 dB       | 26 dB         |
| 2. mod performansı | 0 dB       | 10 dB         |

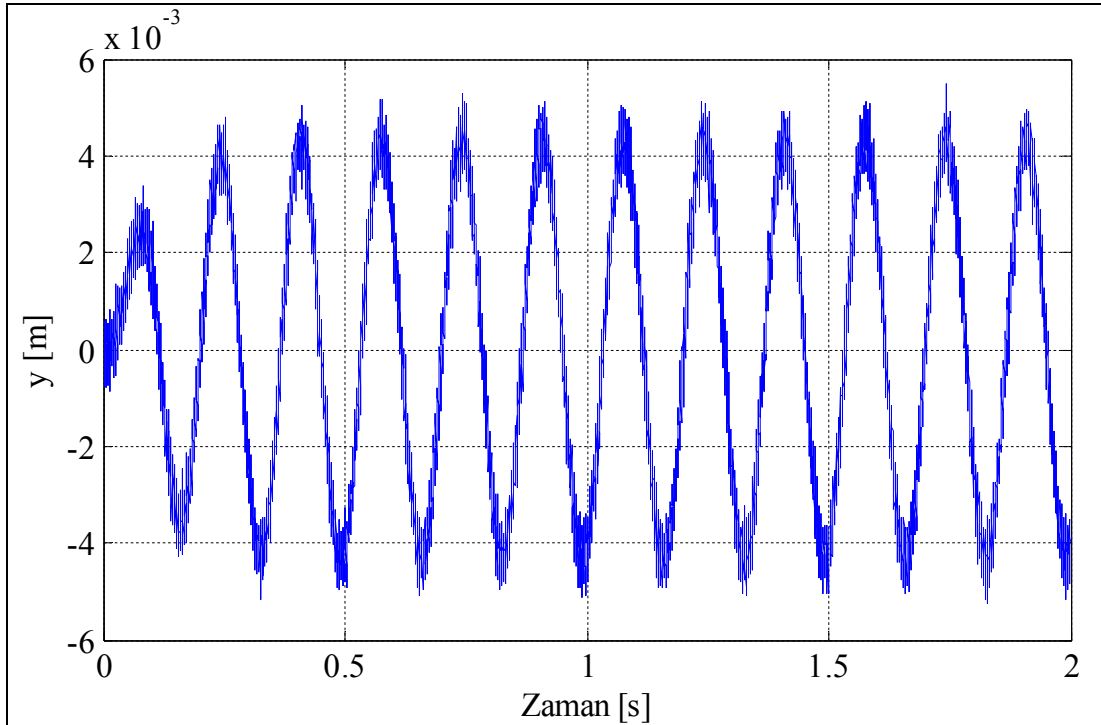
Tablo 4.2’ye göre ilk modun 26 dB, ikinci modun ise 10 dB bastırıldığı görülmektedir.

#### 4.1.1.2. Zaman Alanı Cevapları

Sistemin zaman alanı cevapları Şekil 4.6'da gösterilen Simulink modelinden elde edilmiştir.



Şekil 4.6: LQG kontrol Simulink modeli.

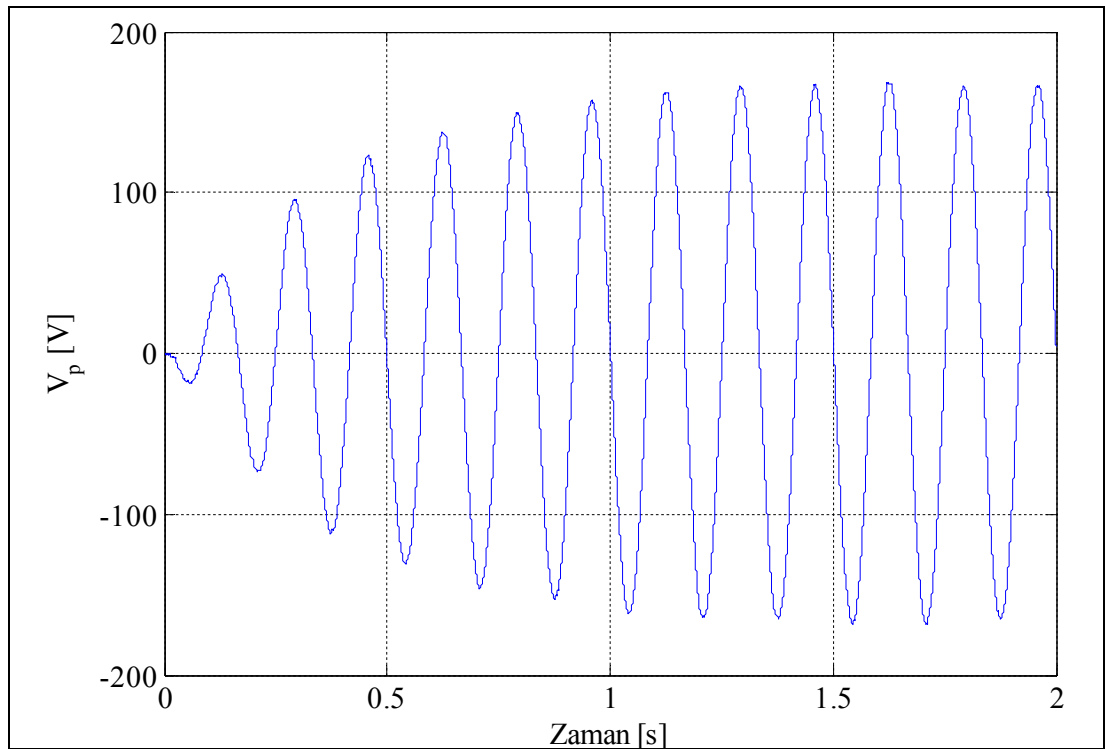


Şekil 4.7: Zaman alanı yerdeğiştirme cevabı.



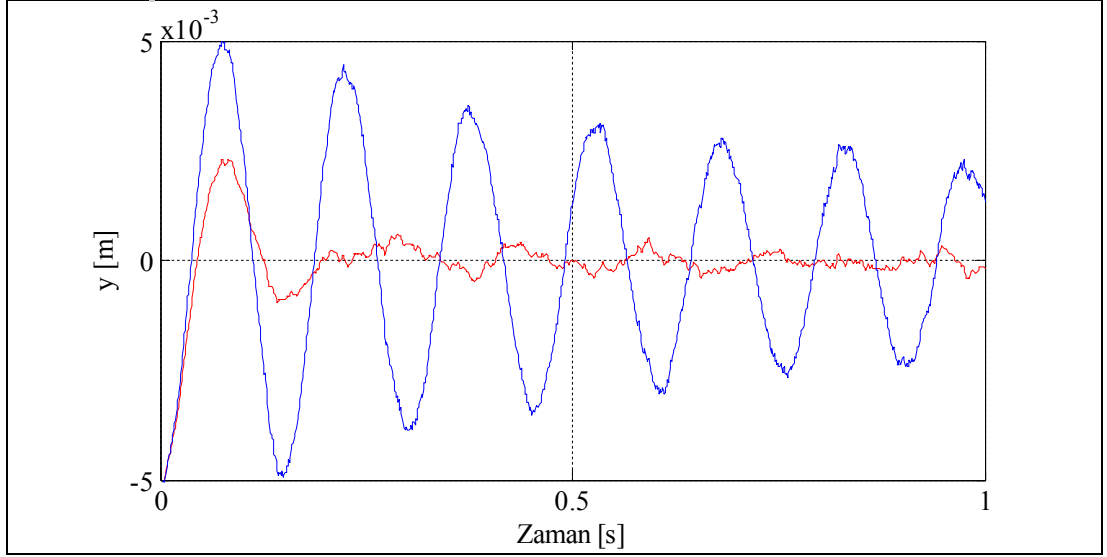
Sistem genliği 5, frekansı 6,7 Hz olan sinyalle uyarıldığında ve sisteme sistem-sensör gürültüleri etkidiğinde sensör tarafından ölçülen yer değiştirme şekil 4.7’de gösterilmiştir. Burada 5 m genliğindeki sinyalin 0.005 m değerine bastırıldığı görölmektedir.

Kontrol girişi cevabı şekil 4.8’de gösterilmiştir. Burada elde edilen kontrol girişi piezoelektrik eyleyiciyi besleyen gerilim değeridir. Kontrol girişi sisteme verilen sinüs sinyalinin genliğine ve frekans değerine göre değişir.



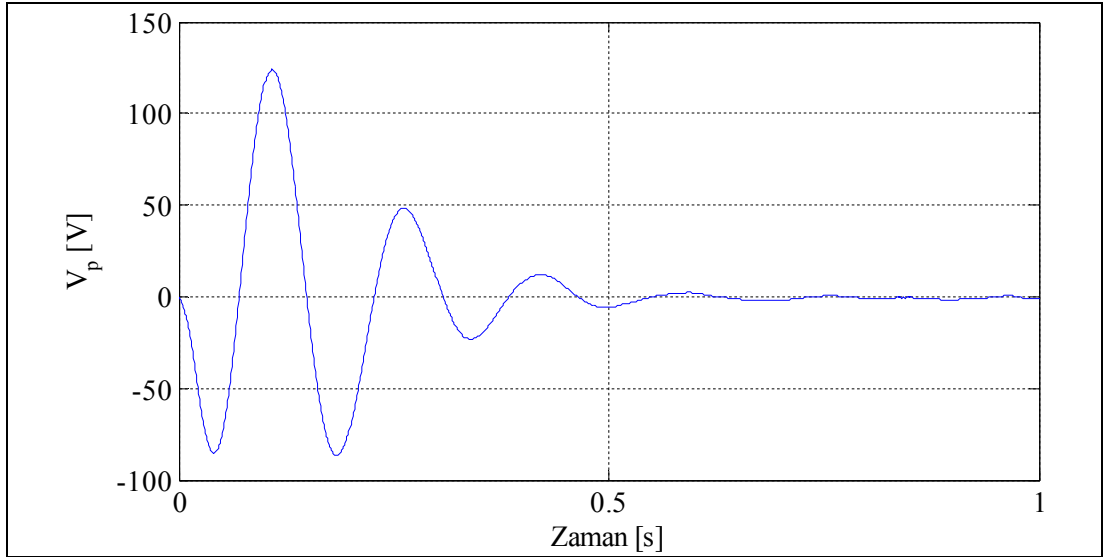
şekil 4.8: Zaman alanı kontrol girişi cevabı.

şekil 4.9 kirişin ucundan 5 mm çekilip bırakıldığında sensör tarafından ölçülen yer değiştirmeyi LQG kontrollü ve kontrolsüz olarak göstermektedir. Sistem ve sensör gürültü sinyallerinin çıkış sinyaline yansıdığı simölasyon sonucunda görölmektedir.



Şekil 4.9: Zaman alanı yerdeğiştirme cevabı 2.

Şekil 4.10 yer değiştirme çıkış cevabı için elde edilen kontrol giriş cevabını göstermektedir.



Şekil 4.10: Zaman alanı kontrol girişi cevabı 2.

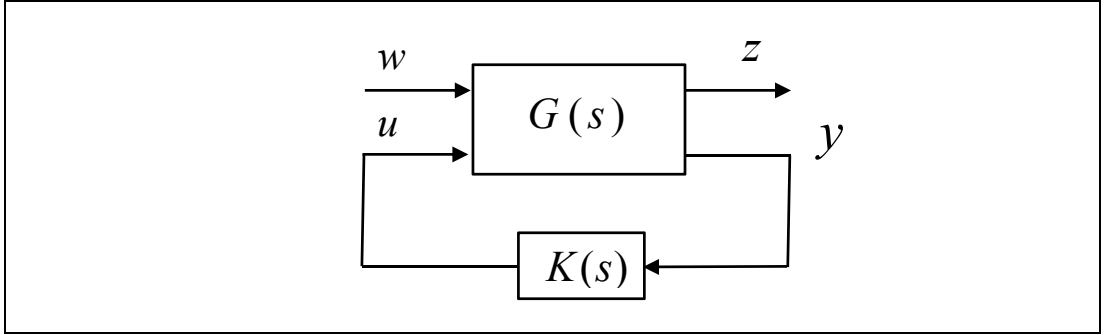
## 4.2. $H_\infty$ Kontrol Tasarımı

Kontrol sistemi tasarımında kullanılan LQG kontrol yöntemi, sistem ve kontrolör modelinin bilindiğini ve sistem parametrelerinin sabit olduğunu varsayar. Ancak sistem modeli bazı nedenlerle gerçek fiziksel sistemden farklılık gösterir. Bunlar; parametre değişimleri, modellenmemiş dinamikler, sensör gürültüsü ve

önceden bilinmeyen bozucu girişlerdir. Gürbüz kontrol tasarımının amacı, model belirsizlikleri ve değişimlerine rağmen sistem performansını garantiye almaktır.

#### 4.2.1. $H_\infty$ Kontrolün Temelleri

$H_\infty$  kontrol yaklaşımı için kullanılan genel sistem yapısı  $G(s)$  tüm dış girişlerinden tüm çıkışlara olan genişletilmiş sistemi,  $w$  gürültü girişini,  $u$  kontrol girişini,  $z$  frekans şekillendirme filtre çıkışını,  $y$  kontrol edilen sistem çıkışını ve  $K(s)$   $H_\infty$  kontrolörü ifade etmek üzere Şekil 4.11’de gösterilmiştir.



Şekil 4.11: Genel sistem yapısı.

Genel sistem yapısı matris formunda aşağıdaki gibi gösterilir.

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = G(s) \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Dış girişler olarak referans girişi, sensör gürültüleri ve sistem gürültüleri dahildir. Çıkışlar olarak ölçülen ve kontrol edilen çıkışlar bulunmaktadır.

Kontrol girişi kontrolör ve ölçülen yerdeğiştirmeye göre denklem (4.12)’deki gibi hesaplanır.

$$u = K(s) y \quad (4.12)$$

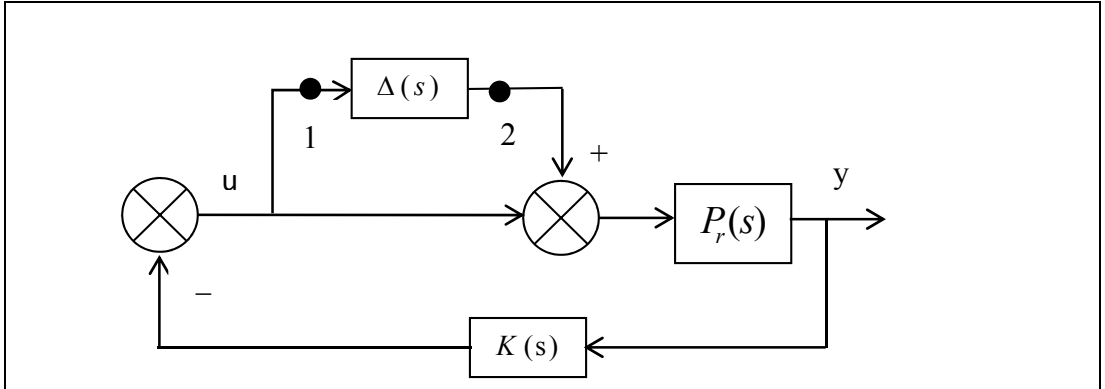
Uygulamada kontrol tasarımının gerçekleştirilebilmesi için  $G(s)$  genişletilmiş sistemin elde edilmesi gerekmektedir. Genişletilmiş sistem esas alınarak tasarlanan  $H_\infty$

kontrolör tüm girişlerden tüm çıkışlara olan kapalı çevrim transfer fonksiyonunun sonsuz normunun  $\gamma$  pozitif bir değer olarak aşağıdaki şartı sağlar.

$$\|G_{zw}(s)\|_{\infty} < \gamma \quad (4.3)$$

#### 4.2.1.1. Yapısal Olmayan Belirsizlik ve Gürbüz Kararlılık Şartı

Yapısal olmayan belirsizlik; sistemin modellenemeyen yüksek frekans dinamikleri  $\Delta_m$  tek bir bozucu blok içerisinde ve çarpım belirsizliği yapısında düşünülür. Şekil 4.12’de blok diyagramda  $P_r(s)$  indirgenmiş sistemi ifade etmek üzere  $\Delta_m(s)$  sisteme dahil edilerek çarpım belirsizliği (4.12) denklemindeki gibi ifade edilir.



Şekil 4.12: Çarpım belirsizliği yapısı.

$$G_p(s) = P_r(s)[I + \Delta(s)] \quad (4.12)$$

Çarpım belirsizliği  $\Delta_m(s)$  kararlı aynı zamanda büyüklüğü bilinen skalar bir fonksiyon olsun. Gürbüz kararlılık şartı için

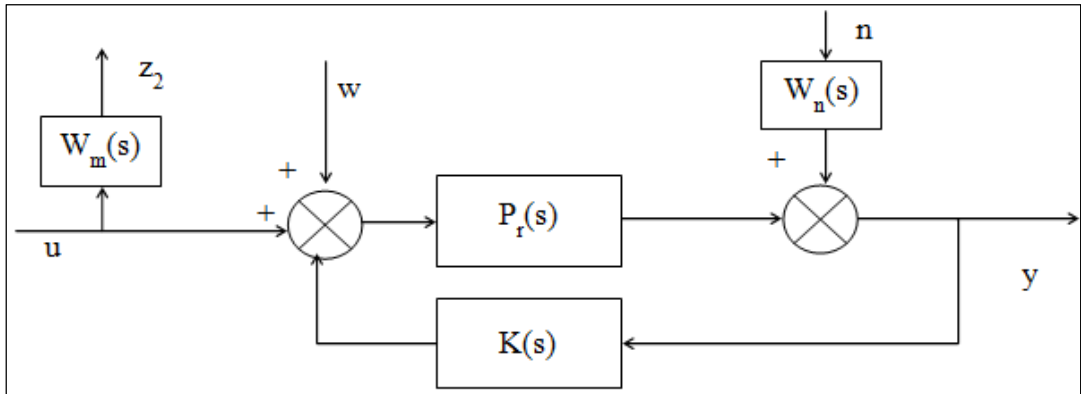
$$\bar{\sigma}\{\Delta_m(j\omega)\} \leq |W_m(j\omega)| \quad : \forall \omega \quad (4.13)$$

şartının sağlanması gerekmektedir. Burada  $\bar{\sigma}\{\Delta_m(j\omega)\}$  belirsizliğin maksimum singüler değerini göstermektedir.  $W_m(s)$  ise gürbüz kararlılık şartı için tanımlanmış frekans şekillendirme filtresidir.

Çarpım belirsizliği  $\Delta_m(s)$  nin sisteme girdiği yerden  $w$  'nin girdiğini ve  $u$  üzerinden gürbüz kararlılık için tanımlanmış frekans şekillendirme filtresi  $W_m(s)$  ile kontrol edilen değişken  $z_2$  çıkış olacak şekilde alınırsa  $\Delta_m(s)$  çıkartılıp atılabilir. Böylece Şekil 4.13'deki yapı elde edilir. Burada denklem (4.13) sağlanmak koşulu ile sistemdeki çarpım belirsizliği etkileri frekans şekillendirme filtresi  $W_m(s)$  seçimi ile bastırılmaktadır. Çarpım belirsizliği modelinde gürbüz kararlılık şartı  $\Delta_m(s)$  yerine Şekil 4.13'de gösterilen yapı esas alındığında  $w$  'dan  $z_2$  'e kapalı çevrim transfer fonksiyonunun

$$\|W_m(s)T(s)\|_{\infty} < 1 \quad (4.14)$$

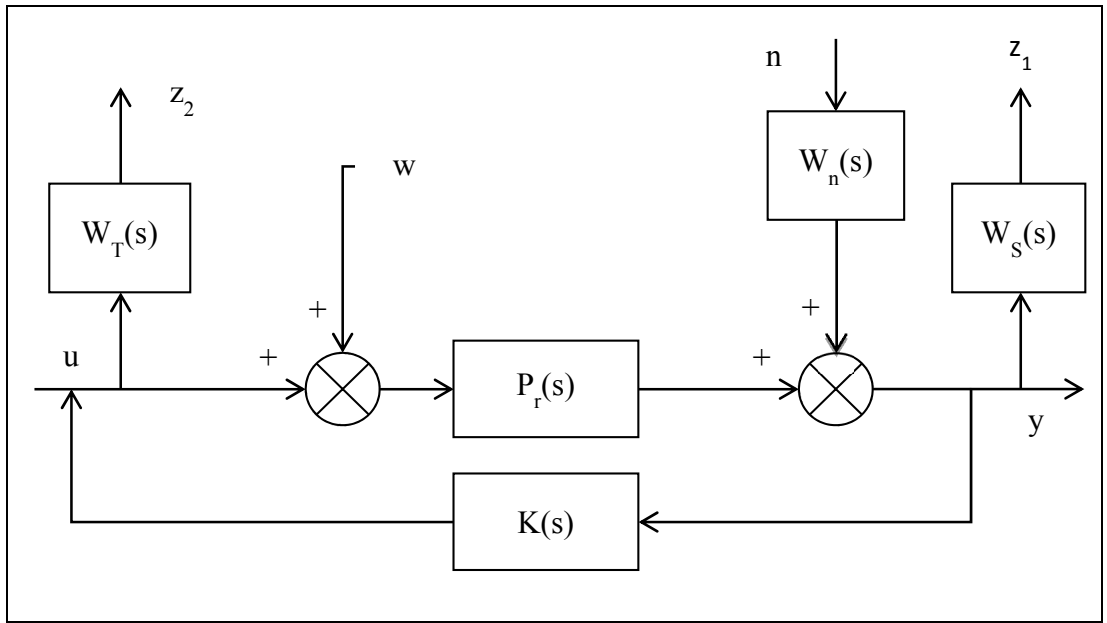
sağlanması ile yerine getirilir. Burada  $T(s)$ , 1 noktasından 2 noktasına (Şekil 4.12) olan tamamlayıcı transfer fonksiyonudur.



Şekil 4.13: Çarpım belirsizliği durumunda gürbüz kararlılık yapısı.

#### 4.2.1.2. Karışım Hassaslık (Mixed Sensivity) Problemi

Kontrol tasarımında gürbüz kararlılık ve gürbüz performans şartlarının aynı tasarım içinde birlikte yerine getirilmesine karışım hassaslık ismi verilmektedir. Gürbüz performans şartı sisteme giren  $w$  girişinden ölçülen çıkış üzerinde tanımlanan  $Z_1$  çıkışı arasında elde edilen hassaslık transfer fonksiyonu  $S(s)$  için yerine getirilmektedir. Bu kısımda çarpım belirsizlik modeli için karışım hassaslık yapısı verilecektir.



Şekil 4.14: Çarpım belirsizliği karışım hassaslık yapısı.

Şekil 4.14'de karışım hassaslık yapısı çarpım belirsizliği modeli için elde edilmiştir.  $w$  girişinden  $Z_1$  ve  $Z_2$  çıkışlarına olan transfer fonksiyonları Şekil 4.14 esas alınarak aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\frac{Z_1}{w} = W_S P_r S \quad (4.14)$$

$$\frac{Z_2}{w} = W_T T \quad (4.15)$$

Kapalı çevrim transfer fonksiyonu,

$$G_{zw} = \begin{bmatrix} W_S P_r S \\ W_T T \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

şeklinde yazılır. Buradan çarpım belirsizliği modelinde karışım hassaslık gürbüz kontrol şartı,

$$H_\infty = \left\| \begin{bmatrix} W_S P_r S \\ W_T T \end{bmatrix} \right\|_\infty < 1 \quad (4.17)$$

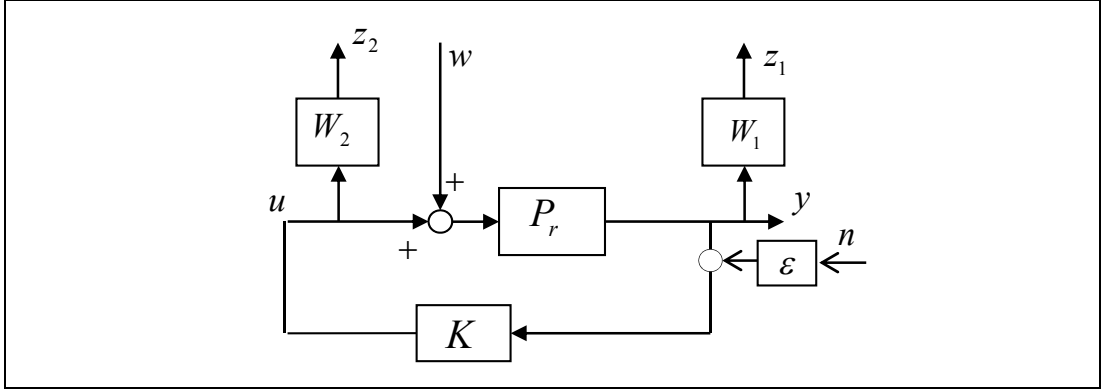
şeklindedir. Transfer fonksiyonları  $S=(1-P_r K)^{-1}$ ,  $T=K(1-P_r K)^{-1}P$  olarak ifade edilir.

#### 4.2.2. $H_\infty$ Kontrol Tasarımı I

Elastik bir giriş düşünüldüğünde ilk modlar kontrol edilirken yüksek mod frekansları kontrol girişi tarafından uyarılarak ilk modlara bozucu etki olarak yansır ve sistem kararsız hale gelir.  $H_\infty$  kontrol tekniği ile yüksek frekans modlarında kontrolörün kazancını oldukça düşük elde ederek piezoelektrik yama yüksek modlarda pasif hale getirilir. Böylece sistem kararlılığı garanti altına alınmış olur.

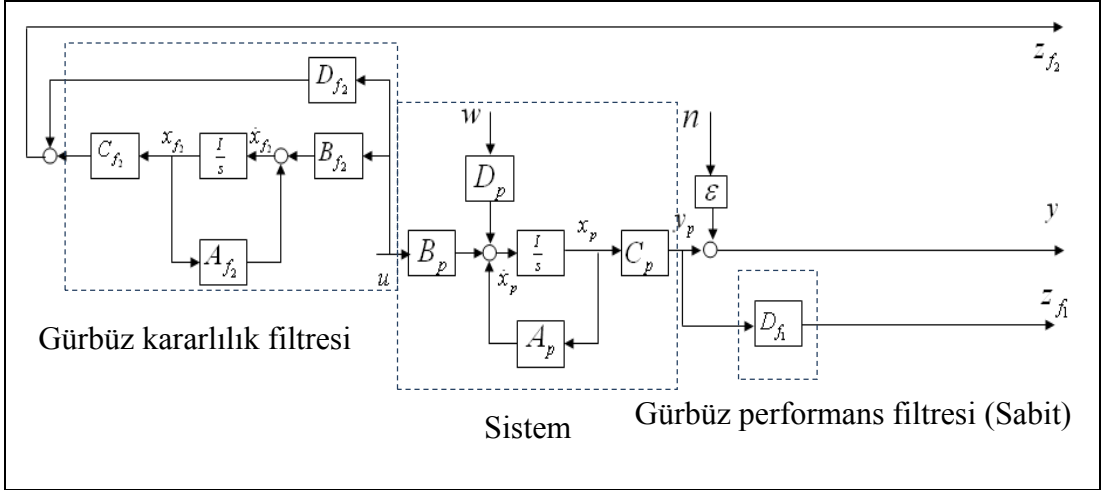
Bu kısımda gürbüz performans filtresinin sabit, gürbüz kararlılık filtresinin yüksek geçiren filtre şeklinde tasarlanması incelenmiştir.

Şekil 4.15 bu kısımda yapılacak kontrol tasarımının blok diyagramını gösterir. Sistem gürültü değeri  $\mathcal{E}$  ile ifade edilmiştir. Blok diyagramdan geliştirilmiş sistem yapısı oluşturulur, filtreler ve sistem durum uzayı denklemi yapısında yazılarak Şekil 4.16'daki yapıya çevrilir.



Şekil 4.15: H<sub>∞</sub> kontrol tasarımı I yapısı.

Genel sistem yapısı içerisinde filtre ve sistem durum uzayı denklemleri aşağıdaki yapıda birbirine bağlanırlar.



Şekil 4.16: H<sub>∞</sub> kontrol tasarımı I genelleştirilmiş sistem durum uzayı yapısı.

Gürbüz performans filtre çıkışı ve gürbüz kararlılık filtre çıkışı sırasıyla denklem 4.18'de  $z_{f_1}$  ve  $z_{f_2}$  olarak tanımlanmıştır.

$$z_{f_1} = z_1, z_{f_2} = z_2 \quad (4.18)$$

Performans filtresi sabit olarak, durum uzayı denkleminde sadece  $D_{f_1}$ 'e değeri girilmiştir.



$$W_1(s) = W_T(\text{sabit}) = D_{f_1} \quad (4.19)$$

$W_2$  gürbüz kararlılık filtresi durum uzayı yapısı aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$\dot{x}_{f_2} = A_{f_2} x_{f_2} + B_{f_2} u \quad (4.20.a)$$

$$z_{f_2} = C_{f_2} x_{f_2} + D_{f_2} u \quad (4.20.b)$$

Şekil 4.15’de gösterilen  $P_r$  indirgenmiş sistem durum uzayı yapısında aşağıdaki gibi yazılır.

$$\dot{x}_p = A_p x_p + D_p w + B_p u \quad (4.21.a)$$

$$y_p = C_p x_p \quad (4.21.b)$$

Modal sistemlerde bozucu giriş mod fonksiyonuna bağlı olarak ifade edilir. Şekil 4.16’da bozucu giriş durum uzayı yapısında denklem (4.22)’deki gibi ifade edilir. Burada bozucu giriş için mod şekil fonksiyonlarını içeren matris  $D_p$  dir.

$$D_p = \begin{bmatrix} 0 \\ \psi_n(x_w) \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

İndirgenmiş sistem ve gürbüz kararlılık filtresi bir araya getirilerek denklem (4.23.b)’deki yapı elde edilir.

$$\dot{x} = Ax + B_1 \bar{w} + B_2 u \quad (4.23.a)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{x}_{f_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_p & 0 \\ 0 & A_{f_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p \\ x_{f_2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_p & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_p \\ B_{f_2} \end{bmatrix} u \quad (4.23.b)$$

Gürbüz kararlılık ve gürbüz performans filtre çıkışları durum uzayında aşağıdaki denklemde bir arada yazılır.

$$z=C_1x+D_{11}\bar{w}+D_{12}u \quad (4.24.a)$$

$$\begin{bmatrix} z_{f_1} \\ z_{f_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_1C_p & 0 \\ 0 & C_{f_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p \\ x_{f_2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ D_{f_2} \end{bmatrix} u \quad (4.24.b)$$

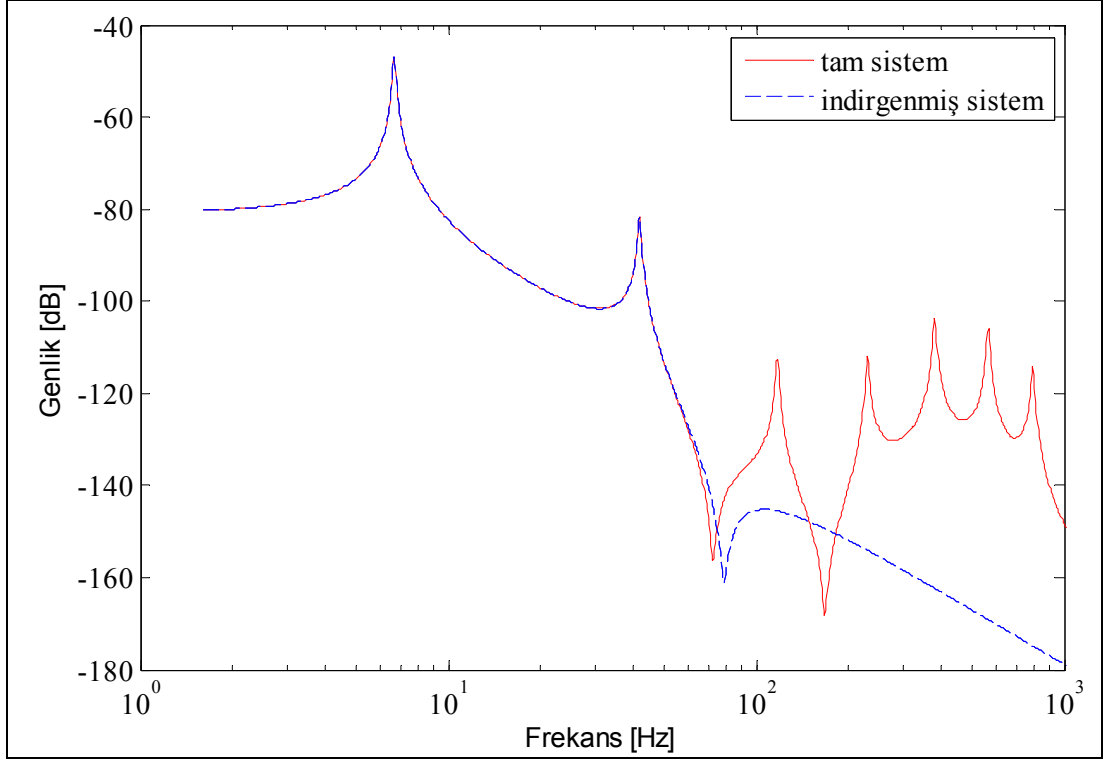
Kontrol edilen değişken aşağıdaki şekilde ifade edilerek genelleştirilmiş sistem yapısı denklem (4.26)'daki gibi elde edilir.

$$y=C_2x+D_{21}\bar{w}+D_{22}u \quad (4.25.a)$$

$$y = \begin{bmatrix} C_p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p \\ x_{f_2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \varepsilon \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (4.25.b)$$

$$G = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

Genelleştirilmiş sistem elde edildikten sonra kontrol edilecek mod frekanslarına göre indirgenmiş ve tam dereceli sistem belirlenir.



Şekil 4.17: Tam dereceli ve indirgenmiş sistem.

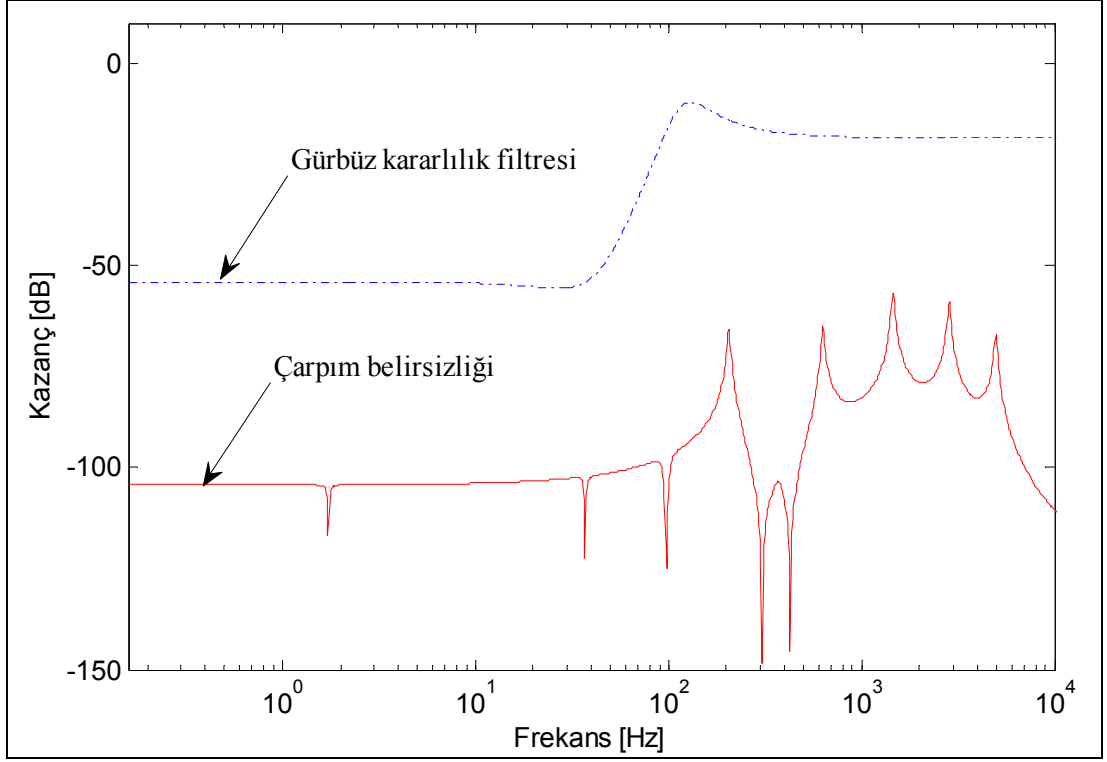
Şekil 4.17’de tam dereceli ve indirgenmiş sistem frekans uzayında gösterilmiştir. Tez kapsamında indirgenmiş sistem ilk iki modu (~40 Hz’e kadar) kapsar. Tam dereceli sistem 1 kHz’e kadar sistemin tek boyutlu tüm mod frekanslarını içerir.

Gürbüz kararlılık filtresi, sistemin yapısal olmayan çarpım belirsizliklerini kaplayan yapıda olması gerekir. Bir yüksek geçiren filtre bu şartı yerine getirir. Tasarım için seçilen gürbüz kararlılık ve performans filtreleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.3:  $H_\infty$  kontrol tasarımı I için seçilen frekans şekillendirme filtreleri

| $W_2$   | $W_1(\text{sabit})$ |
|---|---------------------|
| $W_2 = 0,12 \cdot \frac{s^2 + 282,7s + 79940}{s^2 + 452,4s + 568514,6}$ | 2                   |

Tablo 4.3’de elde edilen frekans şekillendirme filtresinin çarpım belirsizliğini kapladığı Şekil 4.18’de gösterilmiştir.

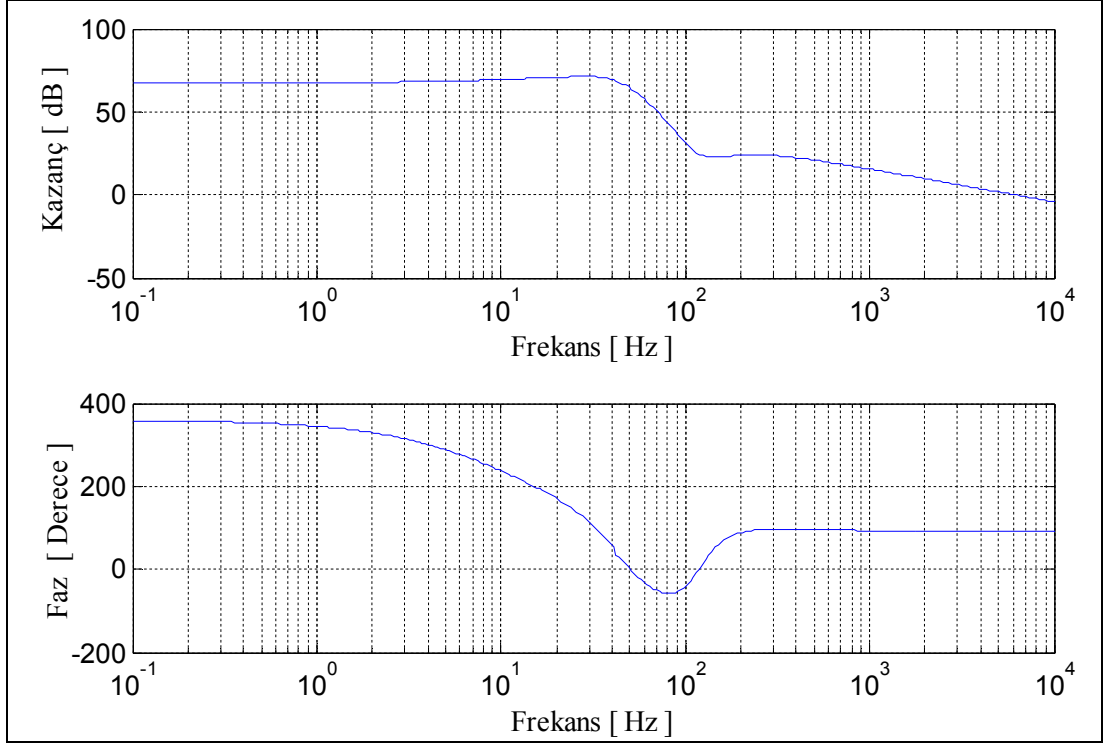


Şekil 4.18: Çarpım belirsizliği ve gürbüz kararlılık filtresi.

#### 4.2.2.1. $H_\infty$ Kontrol Tasarımı I Simülasyon Sonuçları

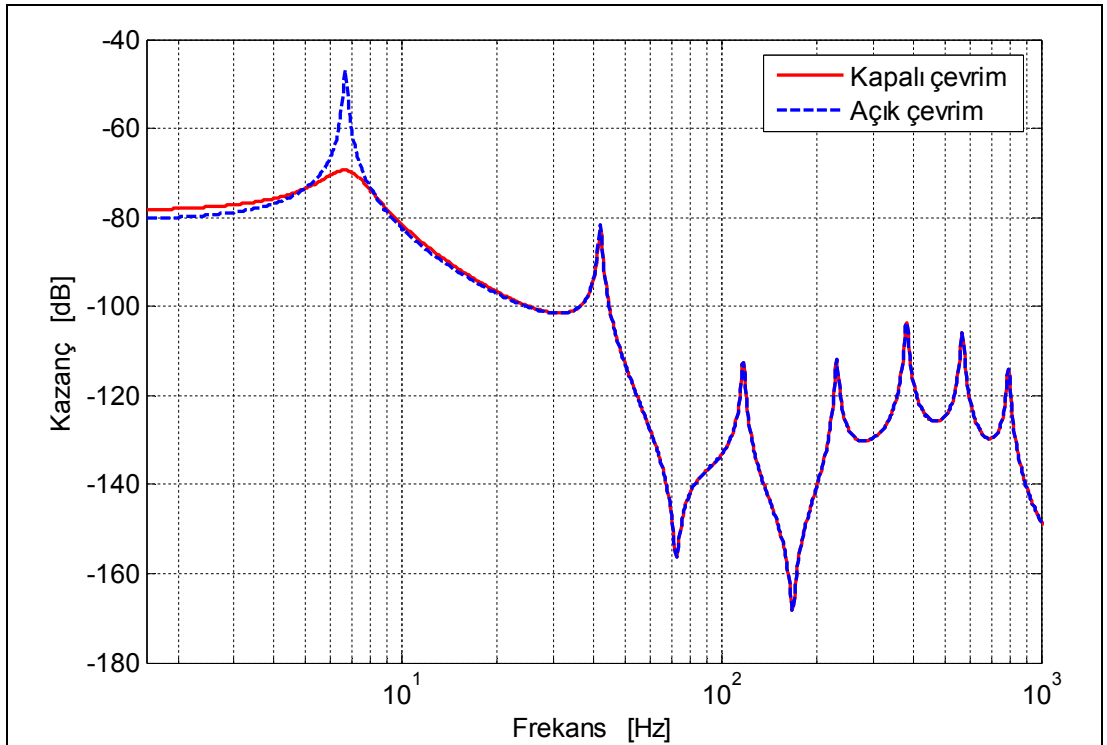
##### 4.2.2.1.1. Frekans Alanı Cevapları

Hesaplanan  $H_\infty$  performans değerine göre Şekil 4.19'da kontrolörün frekans cevabı elde edilmiştir. İlk mod frekansı kontrol edilirken ortalama 68 dB kazançla sahip kontrolörün yüksek frekanslarda kazancının 20 dB/dec eğimle düştüğü görülmektedir.



Şekil 4.19:  $H_\infty$  tasarım I kontrolör frekans cevabı.

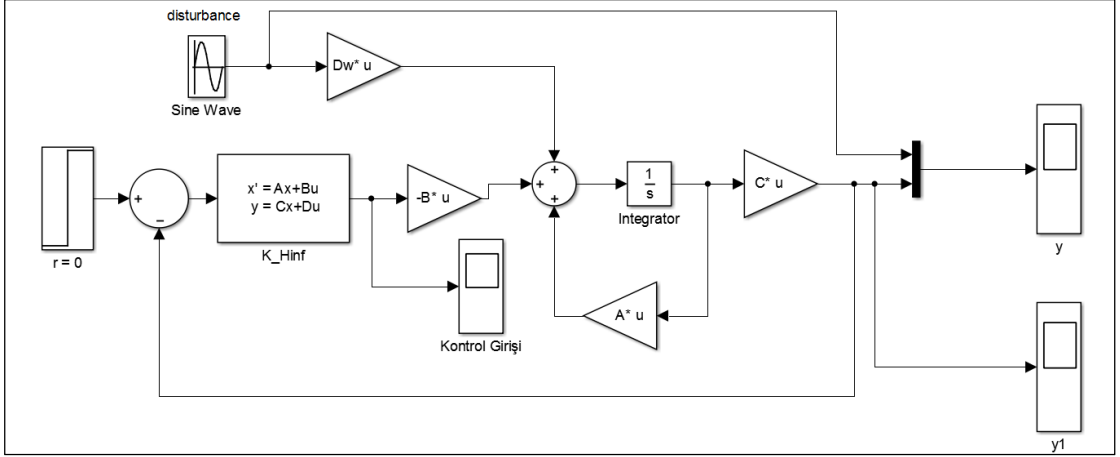
Sistemin kapalı çevrim frekans cevabı Şekil 4.20’de elde edilmiştir. Burada ilk modun kontrol edildiği görülmektedir.



Şekil 4.20:  $H_\infty$  tasarım I sistem açık ve kapalı çevrim frekans cevabı.

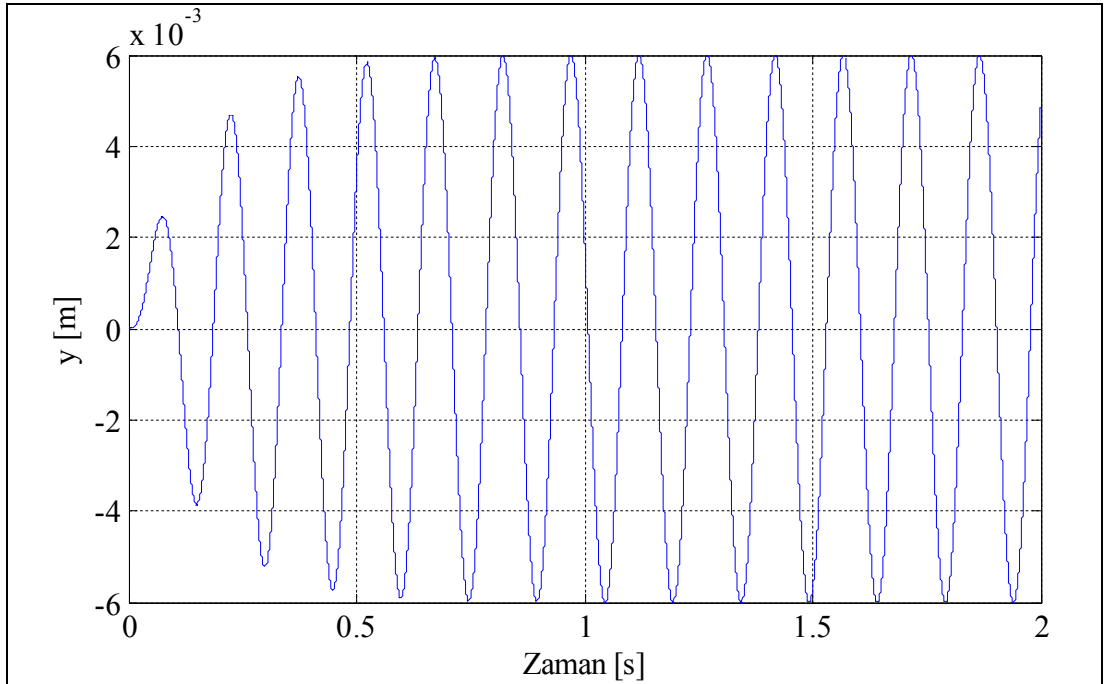
#### 4.2.2.1.2. Zaman Alanı Cevapları

Sistemin zaman alanı cevapları Şekil 4.21’de gösterilen simulink modelden elde edilmiştir.



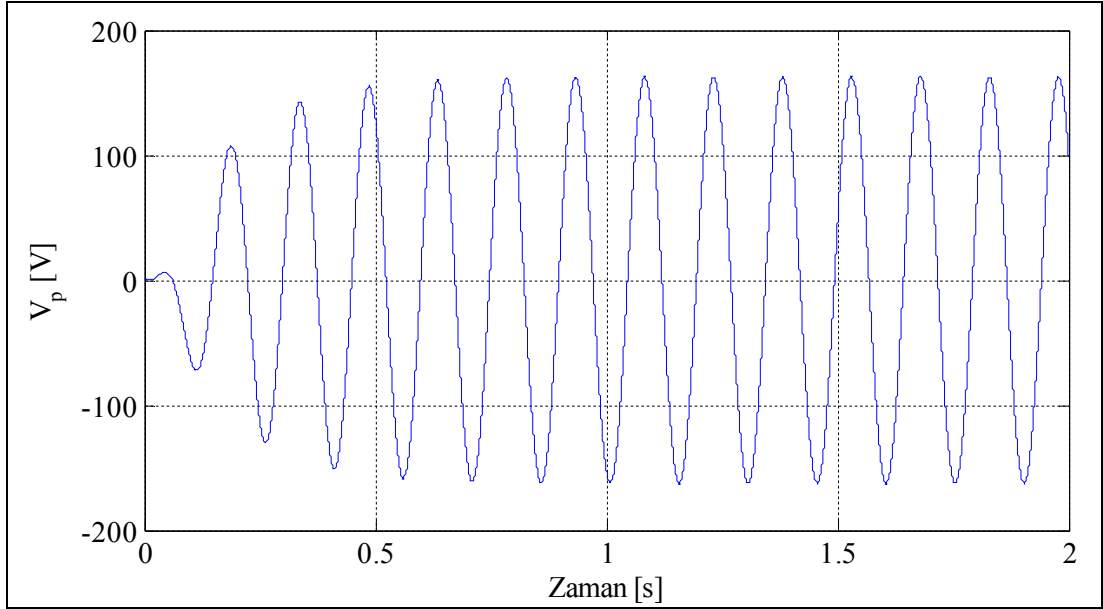
Şekil 4.21:  $H_\infty$  tasarım I simulink modeli.

Sisteme genliği 5, frekansı 6.7 Hz dış girişi verildiğinde sistemin zaman alanında çıkış cevabı Şekil 4.22’de gösterilmiştir.



Şekil 4.22:  $H_\infty$  tasarım I zaman alanı yerdeğiştirme cevabı.

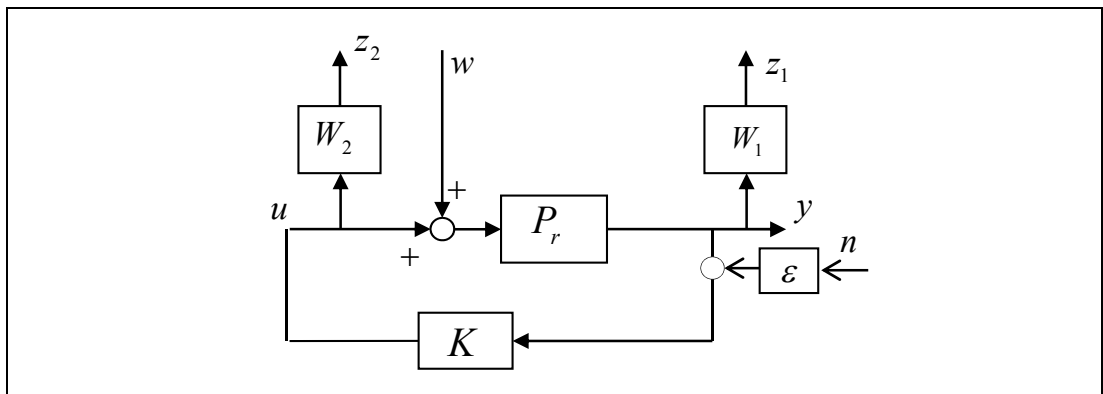
Sistemin kontrol giriş cevabı Şekil 4.23’de gösterilmiştir. Bu grafikten dış giriş karşılık kontrolörün PZT eyleyiciye Şekil 4.22’de elde edilen yerdeğiştirmeye göre zıt kontrol voltajı ürettiği görülmektedir. Dolayısıyla kontrol girişi ile yerdeğiştirme zıt alternansda çalışarak kontrol işlemi gerçekleşir.



Şekil 4.23:  $H_\infty$  tasarım I zaman alanı kontrol giriş cevabı.

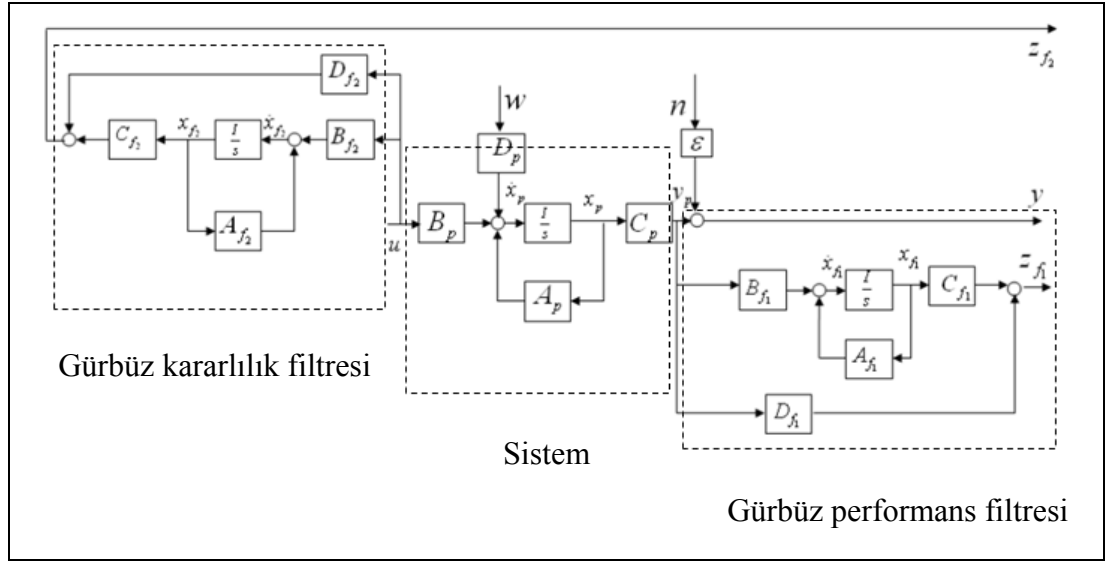
### 4.2.3. $H_\infty$ Kontrol Tasarımı II

Bu kısımda Şekil 4.24’de gösterilen kontrol yapısı tasarımı esas alınmıştır. Sensör çıkışında bulunan  $W_1$  gürbüz performans filtresi alçak geçiren filtre şeklinde tasarlanarak ikinci modun da bastırılması amaçlanmıştır.



Şekil 4.24:  $H_\infty$  kontrol tasarım II yapısı.

İki filtrenin kullanıldığı durumda sistemin genel durum uzayı yapısı Şekil 4.25'deki gibidir.



Şekil 4.25:  $H_\infty$  kontrol tasarımı II genelleştirilmiş sistem durum uzayı yapısı.

Sistem, gürbüz performans filtresi ve gürbüz kararlılık filtresi durum uzayı sırasıyla (4.27.a),(4.27.b) ve (4.27.c) denklemlerinde verilmiştir.

$$\dot{x}_p = A_p x_p + B_p u + D_w w \quad (4.27.a)$$

$$\dot{x}_{f1} = A_{f1} x_{f1} + B_{f1} C_p x_p \quad (4.27.b)$$

$$\dot{x}_{f2} = A_{f2} x_{f2} + B_{f2} u \quad (4.27.c)$$

Yukarıdaki denklemler kullanılarak (4.28.b) denkleminde sistemin genel durum uzayı elde edilir.

$$\dot{x} = Ax + B_1 \bar{w} + B_2 u \quad (4.28.a)$$



$$\begin{bmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{x}_{f1} \\ \dot{x}_{f2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_p & 0 & 0 \\ B_{f1} & A_{f1} & 0 \\ 0 & 0 & A_{f2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p \\ x_{f1} \\ x_{f2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{w_p} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_p \\ 0 \\ B_{f2} \end{bmatrix} u \quad (4.28.b)$$

Sistemin gürbüz performans filtresi ve gürbüz kararlılık filtresi çıkışları sırasıyla (4.29.a) ve (4.29.b) denklemlerindeki gibi ifade edilir.

$$z_{f1} = C_{f1}x_{f1} + D_{f1}C_p x_p \quad (4.29.a)$$

$$z_{f2} = C_{f2}x_{f2} + D_{f2}u \quad (4.29.b)$$

Filtre çıkışları durum uzayı yapısında aşağıdaki gibi elde edilir.

$$z = C_1 x + D_1 \bar{w} + D_2 u \quad (4.30.a)$$

$$\begin{bmatrix} z_{f1} \\ z_{f2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{f1}C_p & C_{f1} & 0 \\ 0 & 0 & C_{f2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p \\ x_{f1} \\ x_{f2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ D_{f2} \end{bmatrix} u \quad (4.30.b)$$

Kontrol edilen değişken denklem (4.31.b) ve daha genel olarak denklem (4.31.c)'deki gibi elde edilir.

$$y = C_2 x + D_2 \bar{w} + D_2 u \quad (4.31.a)$$

$$y = y_p + n_p = C_p x_p + \varepsilon n \quad (4.31.b)$$

$$y = \begin{bmatrix} C_p & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p \\ x_{f1} \\ x_{f2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \varepsilon \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (4.31.c)$$

(4.28.a), (4.30.a) ve (4.31.a) denklemlerinin katsayıları birleştirilerek aşağıdaki gibi genelleştirilmiş sistem yapısı oluşturulur.

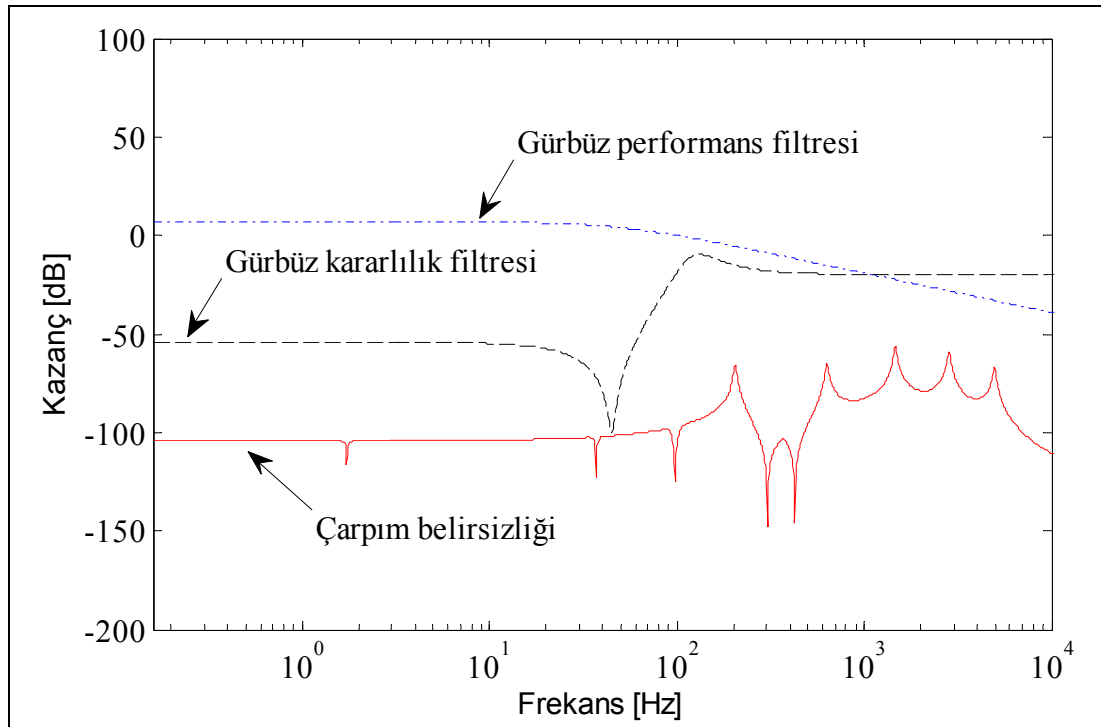
$$G = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

Kontrol tasarımı için seçilen gürbüz kararlılık ve gürbüz performans filtreleri Tablo 4.4'de verilmiştir.

Tablo 4.4:  $H_\infty$  kontrol tasarımı II için seçilen frekans şekillendirme filtreleri

| $W_2$ (Gürbüz kararlılık filtresi)                                    | $W_1$ (Gürbüz performans filtresi)    |
|---|---------------------------------------|
| $W_2 = 0,1 \cdot \frac{s^2 + 16,9s + 79943,8}{s^2 + 377s + 568489,2}$ | $W_1 = 700 \cdot \frac{1}{s + 314,2}$ |

Tablo 4.4'deki frekans şekillendirme filtreleri çarpım belirsizliklerini kaplayacak şekilde tasarlandı. Buna göre gürbüz kararlılık ve gürbüz performans filtreleri Şekil 4.26'daki gibi elde edilmiştir.

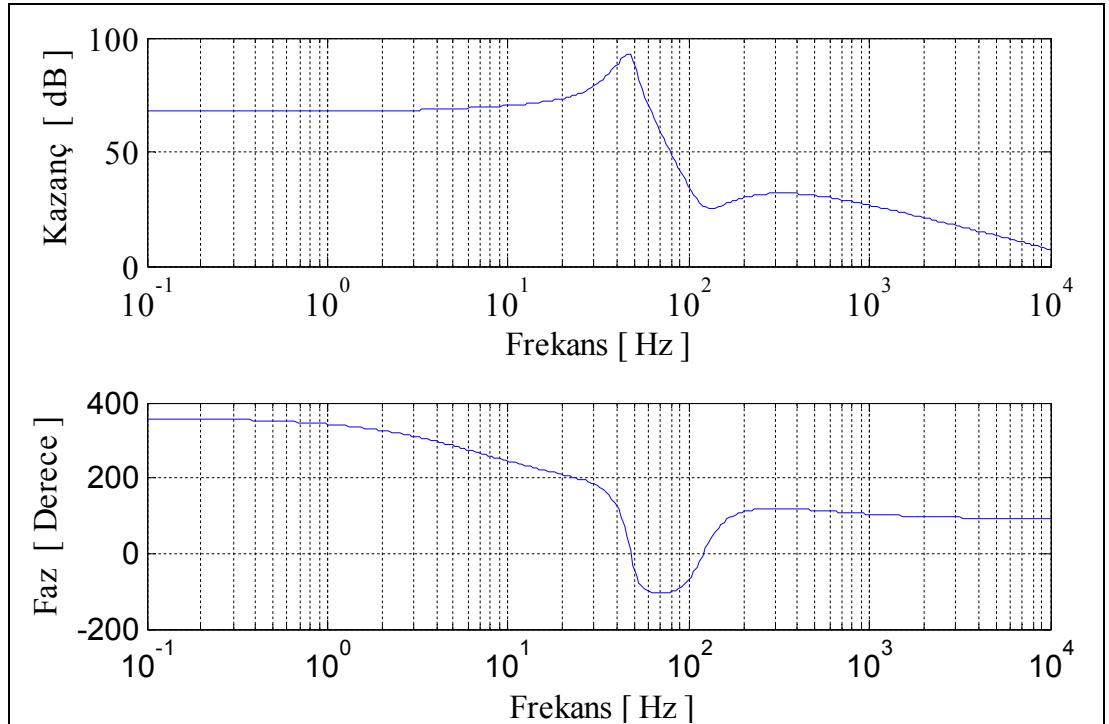


Şekil 4.26: Gürbüz kararlılık ve performans filtreleri.

### 4.2.3.1. $H_\infty$ Kontrol Tasarımı II Simülasyon sonuçları

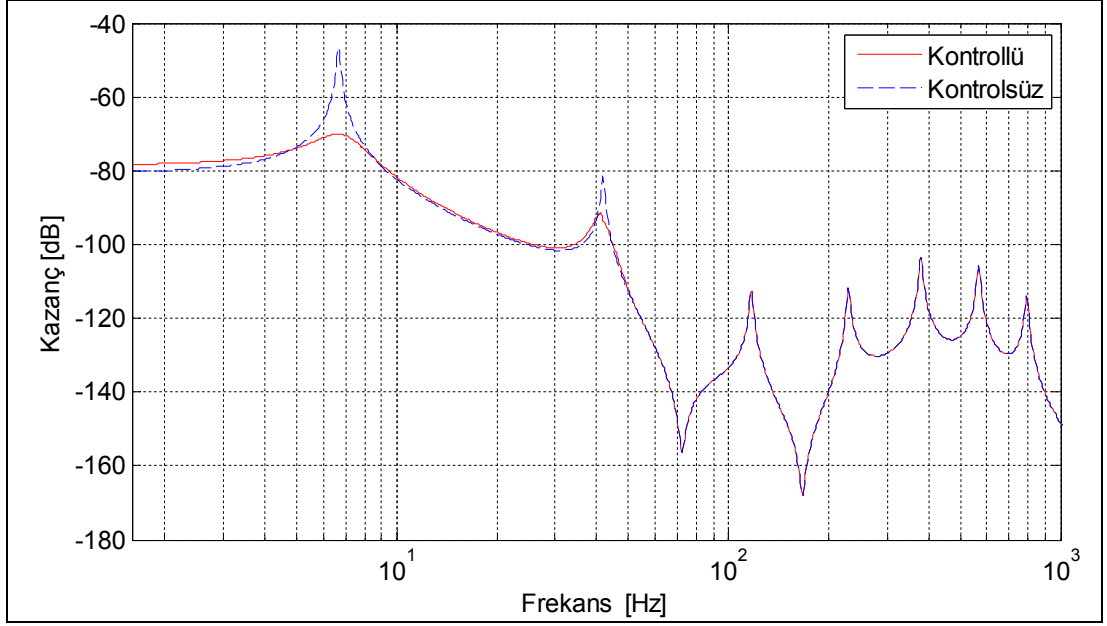
#### 4.2.3.1.1. Frekans Alanı Cevapları

Hesaplanan  $H_\infty$  performans değerine göre Şekil 4.27’de kontrolörün frekans cevabı elde edilmiştir. İlk ve ikinci mod frekansları kontrol edilirken, kontrolörün yüksek frekanslarda kazancının 19 dB/dec eğimle düştüğü görülmektedir.



Şekil 4.27:  $H_\infty$  tasarım II kontrolör frekans cevabı.

Sistemin kapalı çevrim frekans cevabı Şekil 4.28’de elde edilmiştir. Burada ilk iki modun kontrol edildiği görülmektedir. Buna göre birinci mod 23 dB, ikinci mod ise 10 dB kadar bastırılmıştır.

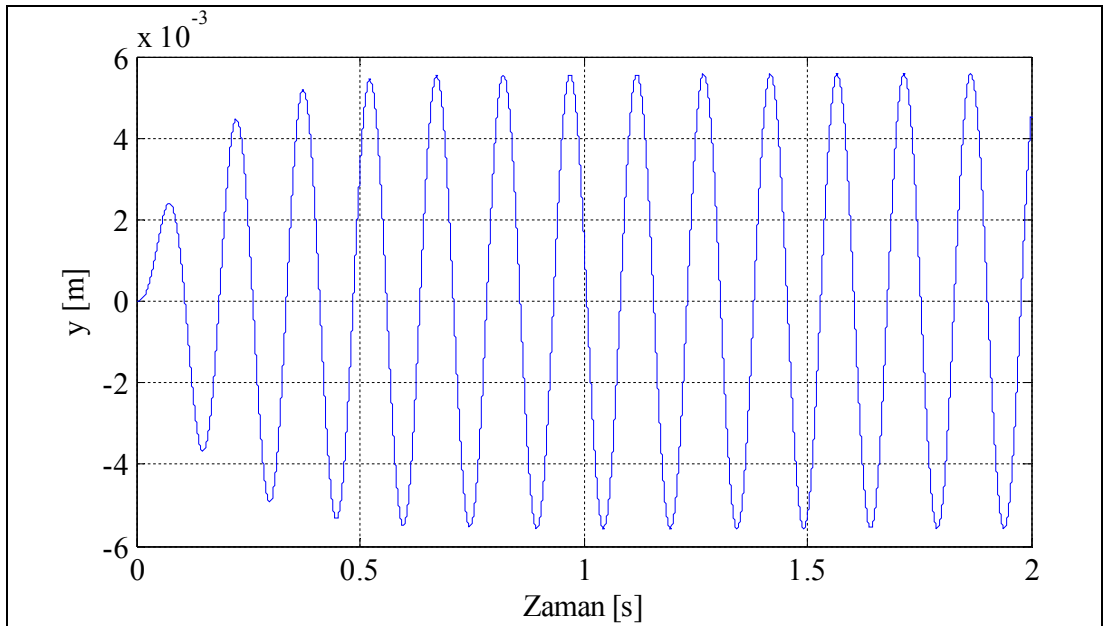


Şekil 4.28:  $H_\infty$  tasarım II sistem açık ve kapalı çevrim frekans cevabı.

#### 4.2.3.1.2. Zaman Alanı Cevapları

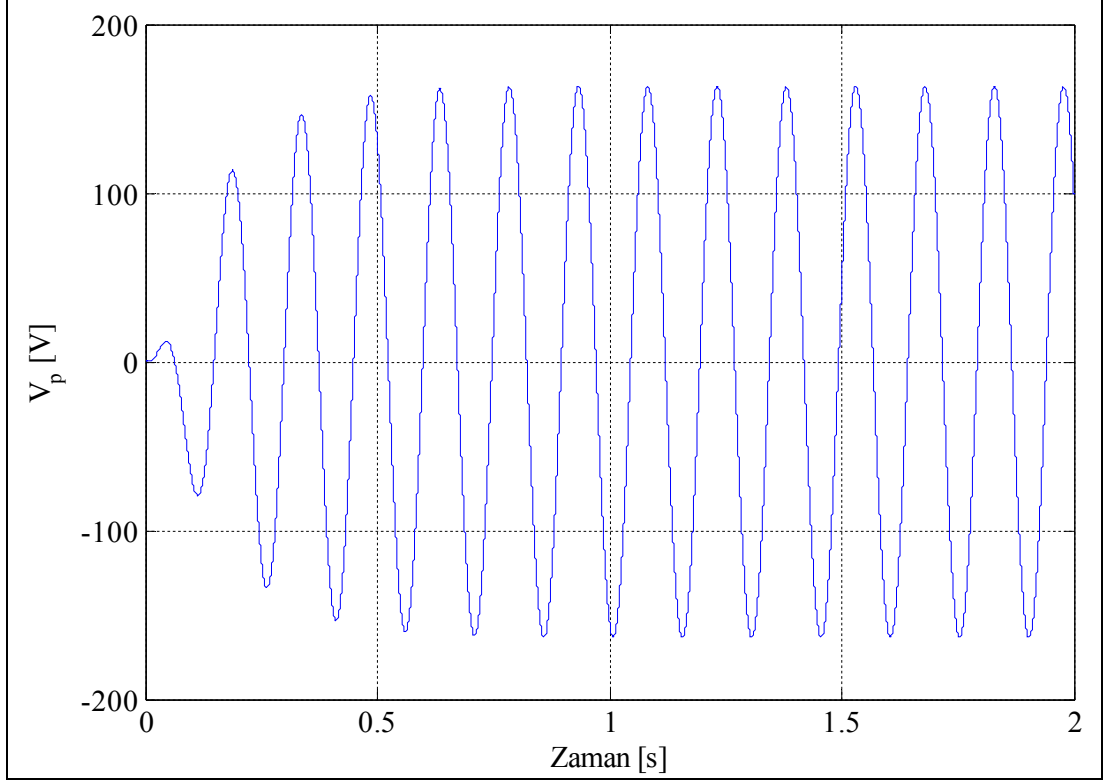
Sistemin zaman alanı cevapları Şekil 4.21’de gösterilen Simulink modelinden elde edilmiştir.

Sisteme genliği 5, frekansı 6.7 Hz dış giriş verildiğinde sistemin zaman alanında çıkış cevabı Şekil 4.29’da gösterilmiştir.



Şekil 4.29:  $H_\infty$  tasarım II zaman alanı yerdeğiştirme cevabı.

Sistemin kontrol giriş cevabı Şekil 4.30'da gösterilmiştir.

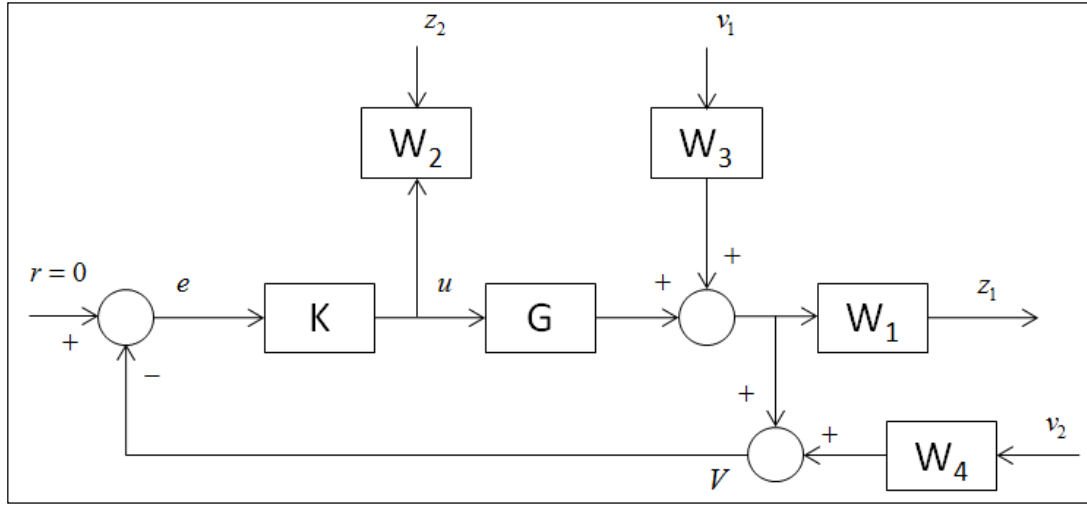


Şekil 4.30:  $H_\infty$  tasarım II zaman alanı kontrol giriş cevabı.

#### 4.2.4. $H_2$ Kontrol Tasarımı

$H_2$  kontrolör yapı olarak LQG kontrolün aynısıdır. LQG kontroldeki gibi sistem gürültüsü ve sensör gürültüsü beyaz gürültü olarak sisteme girilir. Burada  $H_2$  kontrolün özelliği LQG kontrolden farklı olarak performans ve kararlılık filtreleri kullanılarak kapalı çevrim sisteminin  $H_2$  normunun minimize edilmesi esasına dayanmasıdır.  $H_2$  kontrolün avantajı sisteme giren beyaz gürültünün kontrol tasarımında bir kontrol parametresi olması ve bu değer deneysel olarak elde edilebilmesidir.

$H_2$  kontrolün blok diyagramı Şekil 4.31'de gösterilmiştir. Burada  $v_1$  sistem gürültüsü,  $v_2$  sensör gürültüsü,  $W_1$  ve  $W_2$  sırasıyla performans ve kararlılık filtreleri,  $W_3$  ve  $W_4$  sırasıyla sistem gürültü spektrumu ve sensör gürültü spektrumu olarak ifade edilir.



Şekil 4.31: H<sub>2</sub> kontrol yapısı.

Şekil 4.31'deki blok diyagram esas alınarak performans filtresi  $z_1$  ve kararlılık filtresi  $z_2$  ile birlikte  $V$  sistem çıkışları sırasıyla (4.33.a),(4.33.b) ve (4.33.c) denklemleriyle ifade edilir.

$$z_1 = W_1 W_3 v_1 + W_1 G u \quad (4.33.a)$$

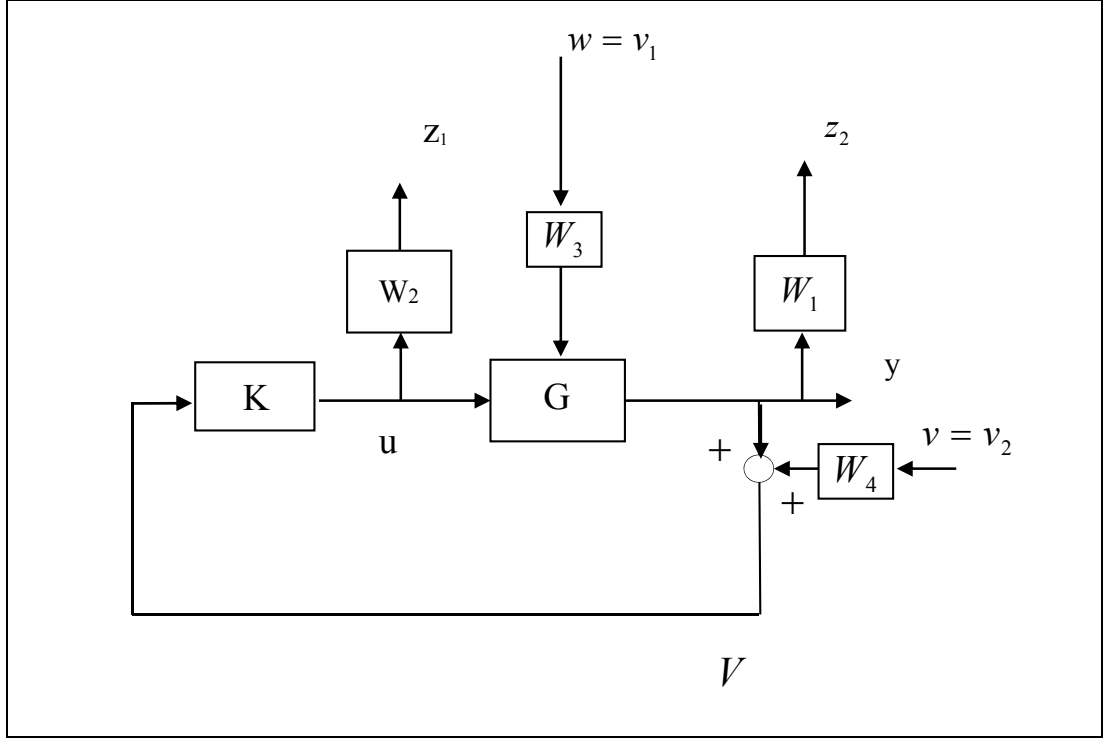
$$z_2 = W_2 u \quad (4.33.b)$$

$$V = r - W_4 v_2 - W_3 v_1 - G u \quad (4.33.c)$$

Sistem gürültüsü, sensör gürültüsü ve kontrol girişi genişletilmiş sistemde giriş; filtreler ve beyaz gürültü  $V$  genişletilmiş sistemde çıkış olarak ifade edilip denklem 4.34'de genişletilmiş sistemin transfer fonksiyonu elde edilir.

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_1 W_3 & 0 & 0 & W_1 G \\ 0 & 0 & 0 & W_2 \\ -W_3 & -W_4 & I & -G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ r \\ u \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

Regülör bir kontrol sistemi için H<sub>2</sub> kontrolün basitleştirilmiş yapısı Şekil 4.32'de verilmiştir.

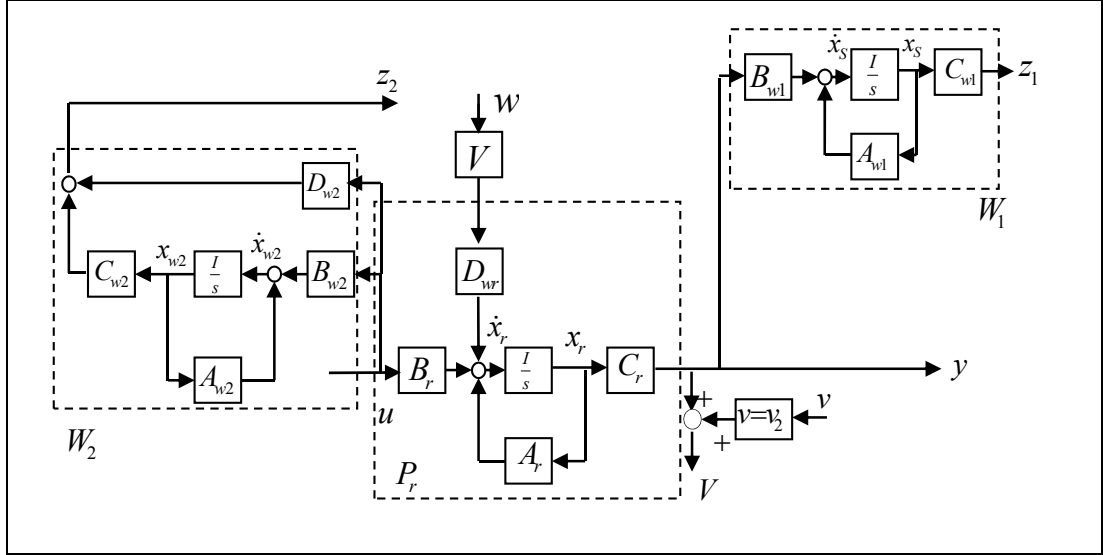


Şekil 4.32: H<sub>2</sub> kontrol basitleştirilmiş blok diyagramı.

Genişletilmiş sistem matrisini elde etmek için sistem alt LFT şeklinde tanımlanır. Buna göre denklem 4.35'deki matris formu yazılabilir.

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ V \end{bmatrix} = G \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ u \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

Alt LFT biçiminde oluşturulan sistemin durum uzayı denklemi şeklinde genelleştirilmiş sistemi için Şekil 4.33'deki yapı esas alınır.



Şekil 4.33: H<sub>2</sub> kontrol geliştirilmiş durum uzayı blok diyagramı.

Genelleştirilmiş durum uzayı blok diyagramından aşağıdaki denklemler elde edilerek genel sistem yapısı elde edilir.

$$\dot{x} = Ax + B_1 \bar{w} + B_2 u \quad (4.36.a)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_s \\ \dot{x}_{w_2} \\ \dot{x}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{w1} & 0 & B_{w1} C_r \\ 0 & A_{w2} & 0 \\ 0 & 0 & A_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s \\ x_{w_2} \\ x_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ D_r W_3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B_{w2} \\ B_r \end{bmatrix} u \quad (4.36.b)$$

$$z = C_1 x + D_{11} \bar{w} + D_{12} u \quad (4.37.a)$$

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{w1} & 0 & 0 \\ 0 & C_{w2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s \\ x_{w_2} \\ x_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ D_{w2} \end{bmatrix} u \quad (4.37.b)$$

$$y = V = C_2 x + D_{21} \bar{w} + D_{22} u \quad (4.38.a)$$

$$V = \begin{bmatrix} 0 & 0 & C_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s \\ x_{w_2} \\ x_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & W_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (4.38.b)$$



Sonuç olarak genelleştirilmiş sistem yapısı (4.36.a),(4.37.a) ve (4.38.a) denklemleri kullanılarak denklem 4.39'daki gibi elde edilir.

$$G = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

H<sub>2</sub> kontrolör tasarımında genelleştirilmiş sistem yapısı transfer fonksiyonu kullanılarak kapalı çevrim transfer fonksiyonunun H<sub>2</sub> normunun minimize edilmesini amaçlanır. Denklem 4.40'daki  $G(jw)$  genelleştirilmiş sistemin gürültü girişlerinden çıkışa transfer fonksiyonunu ifade eder. Denklemde hesaplanan değerın sıfıra yakın çıkması sistemin kararlılığını garanti eder [36].

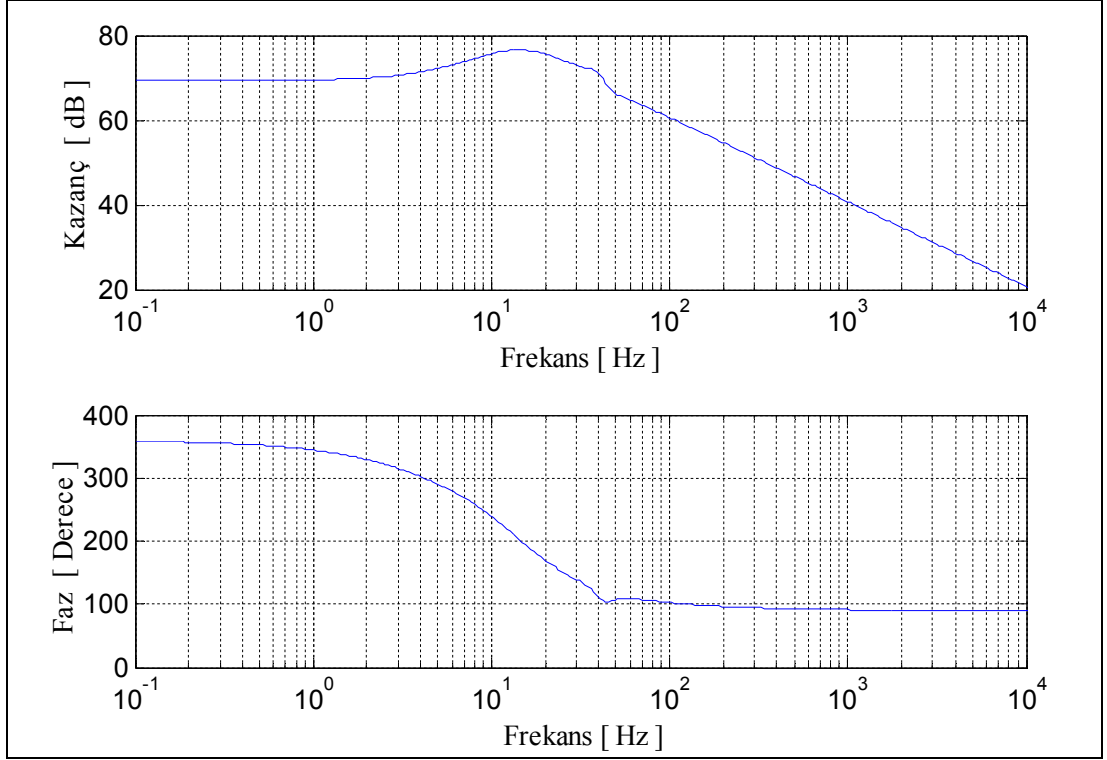
$$\|H\|_2 = \left( \frac{1}{2\pi} \text{tr} \int_{-\infty}^{\infty} G^T(-jw)G(jw)dw \right)^{1/2} \quad (4.40)$$

H<sub>2</sub> kontrolör tasarlanırken sistem ve sensör gürültüleri deney ortamında en uygun kazanç değerleri sağlanacak şekilde seçilir. Bir önceki bölümde H<sub>∞</sub> kontrol tasarım II'de kullanılan Tablo 4.4'deki filtrelerin aynısı H<sub>2</sub> kontrolör tasarımında kullanılmıştır. Sistem gürültü spektrumu 0,01 ve sensör gürültü spektrumu 2.10<sup>-6</sup> seçilerek simülasyon sonuçları elde edilmiştir.

#### 4.2.4.1. H<sub>2</sub> Kontrol Tasarımı Simülasyon Sonuçları

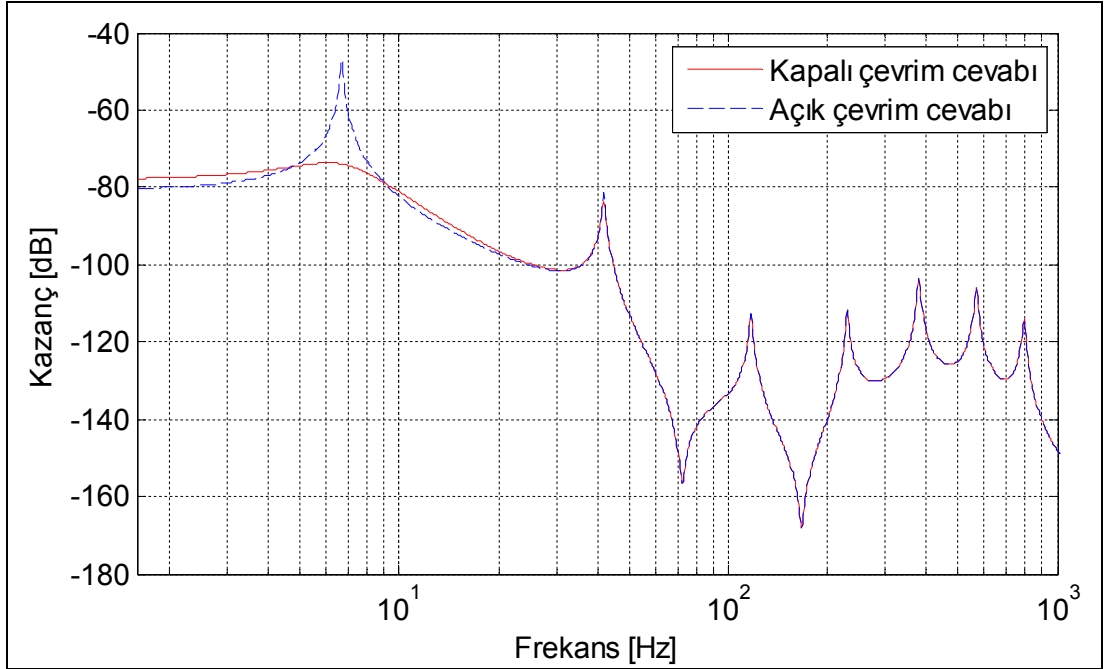
##### 4.2.4.1.1. Frekans Alanı Cevapları

Kontrolör frekans cevabı Şekil 4.34'deki gibi elde edilmiştir. Düşük frekansda kontrolör kazancı 70 dB, yüksek frekansda eğim 20,3 dB/dec ile düşmektedir.



Şekil 4.34:  $H_2$  kontrolör frekans cevabı.

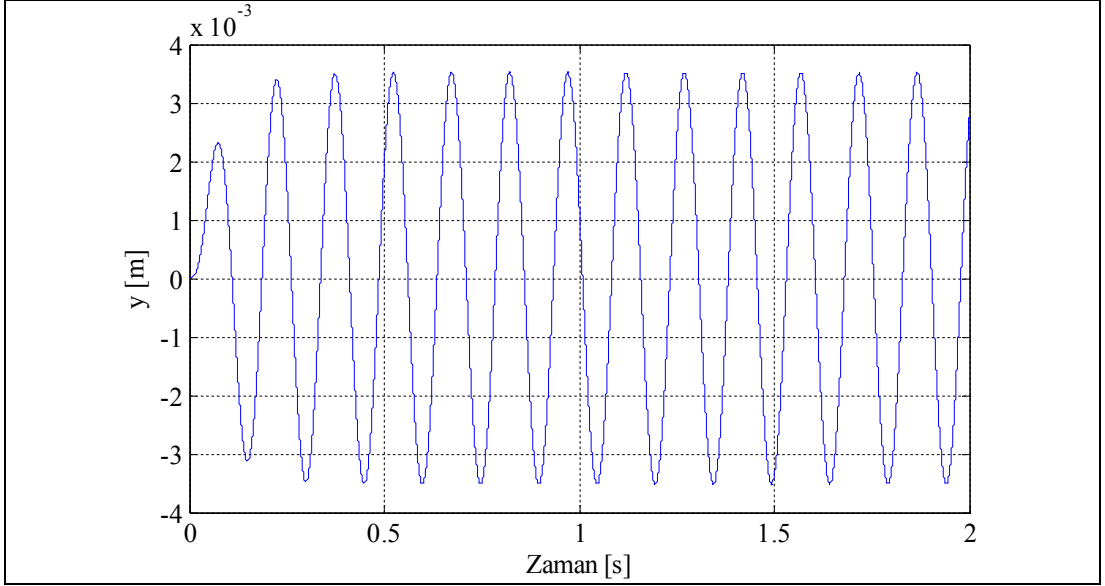
Sistemin kapalı çevrim frekans cevabı Şekil 4.35’de gösterilmiştir. Buna göre ilk mod kontrol edilirken ikinci mod ise kısmen kontrol edildiği görülmektedir.



Şekil 4.35:  $H_2$  kontrol kapalı çevrim frekans cevabı.

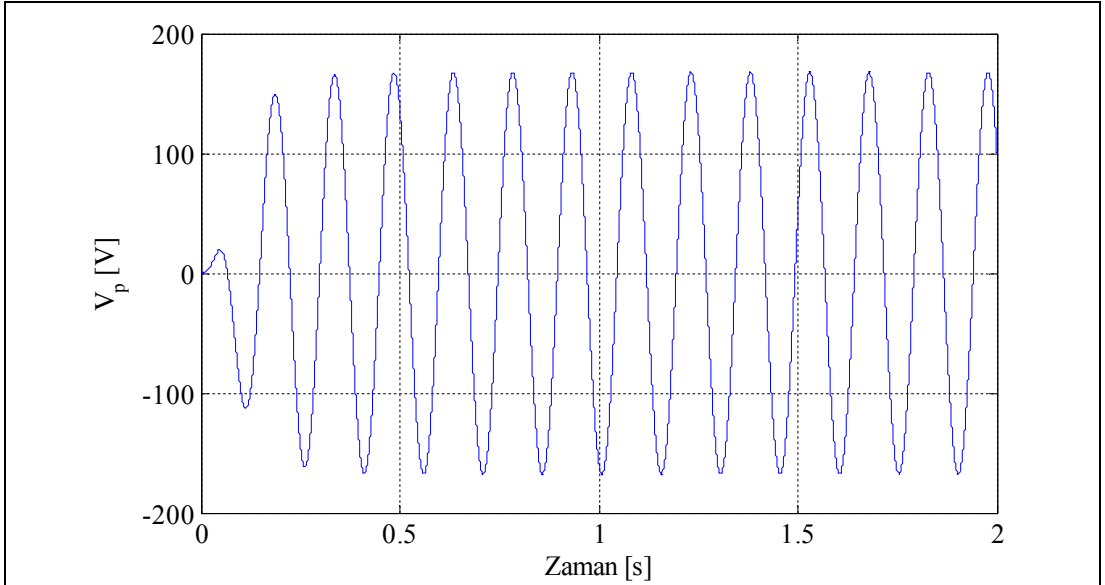
#### 4.2.4.1.2. Zaman Alanı Cevapları

Zaman alanı cevapları Şekil 4.22'deki Simulink model esas alınarak elde edilmiştir. Sisteme dış giriş olarak genliği 5, frekansı 6,7 Hz olan bir sinyal uygulandığında sistemin yer değiştirme cevabı Şekil 4.36'deki gibidir.



Şekil 4.36: H<sub>2</sub> kontrol zaman alanı yerdeğiştirme cevabı.

Sistemin kontrol giriş cevabı Şekil 4.37'de gösterilmiştir.



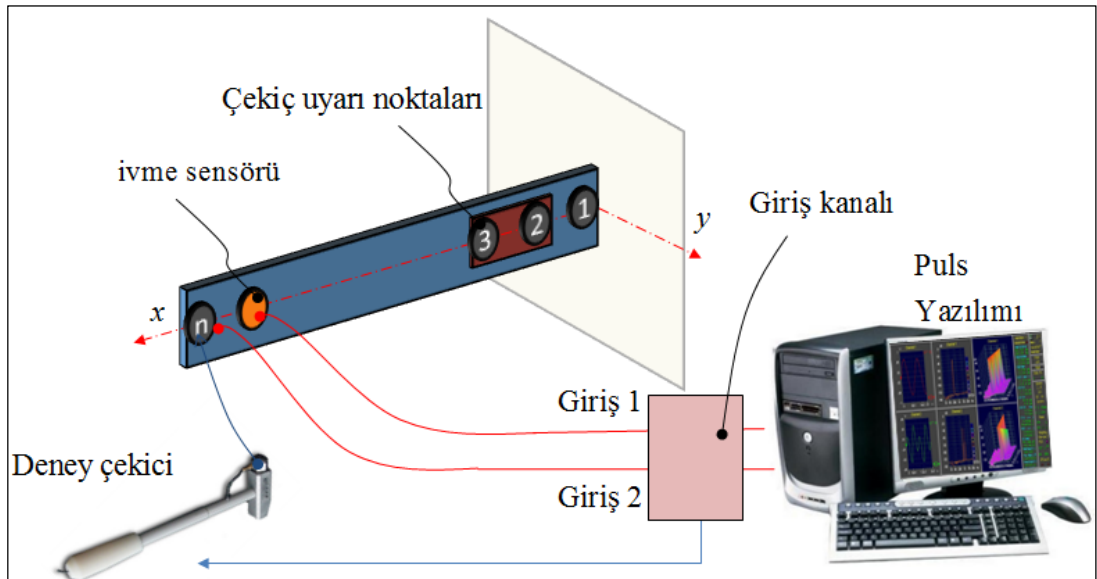
Şekil 4.37: H<sub>2</sub> kontrol zaman alanı kontrol giriş cevabı.

## 5. DENEYSEL ÇALIŞMALAR

Bu bölümde elastik sistem deneysel ortamda incelenir. İlk aşamada sistemin frekans analizi gerçekleştirilip mod frekansları elde edilmiştir. Daha sonra LQG,  $H_\infty$  ve  $H_2$  kontrol tasarımları deneysel olarak gerçekleştirilmiştir. Deneysel çalışması boyunca Matlab-Simulink programı, dspace kontrol kartı ve FFT cihazı kullanılarak sonuçlar alınmış ve değerlendirilmiştir.

### 5.1. Elastik Kirişin Titreşim Analizi

Modal analizi yapılmak istenen cismin ölçümleri iki şekilde yapılabilir; ya cisim üzerinde daha önce tespit edilmiş noktalar çekiçe vurulurken titreşim sensörü bir noktada sabit kalır ve değişik yerlerden gelen titreşimlerin o tek noktaya etkisini ölçer veya hep aynı noktaya çekiçe vurulurken titreşim sensörü gezdirilerek daha önce tespit edilmiş olan noktalarda ölçüm yapılır. Bu iki durum hareket denklemleri matrislerinin simetrik olması nedeniyle aynı sonucu verir [28]. Tez kapsamında ivme sensörü sabitlenip deney çekici farklı noktalara uyarılarak titreşim analizi gerçekleştirilir. Şekil 5.1 kurulan deney donanımının akış diyagramını göstermektedir.



Şekil 5.1: Titreşim analizi akış diyagramı.

Deneyisel olarak titreşim analizi FFT(Fast Fourier Transform) metodu ile sağlıklı bir şekilde yapılabilir. Sistemin çekiç ile impuls girişe karşı, ivme sensörü çıkışı FFT cihazına sinyal olarak gider; iki sinyal FFT metodu ile belirli bir frekans aralığında düşey eksen kazancı yatay eksen frekans aralığını belirtmek üzere grafik elde edilir. Buradan sistemin mod frekansları belirlenir.

Çekiç ile yapılan modal analiz (5.1) ve (5.2) denklemlerinde gösterilen matris biçiminde matematiksel olarak ifade edilir. Burada sensör cevabı ve çekiç uyarı girişi arasındaki eşitlik  $H(f)$  transfer matrisi ile sağlanır. Burada  $Y(f)$  sensör çıkış sinyal değerlerini,  $X(f)$  'de impuls giriş sinyalini belirtir.

$$Y(f) = H(f) \cdot X(f) \quad (5.1)$$

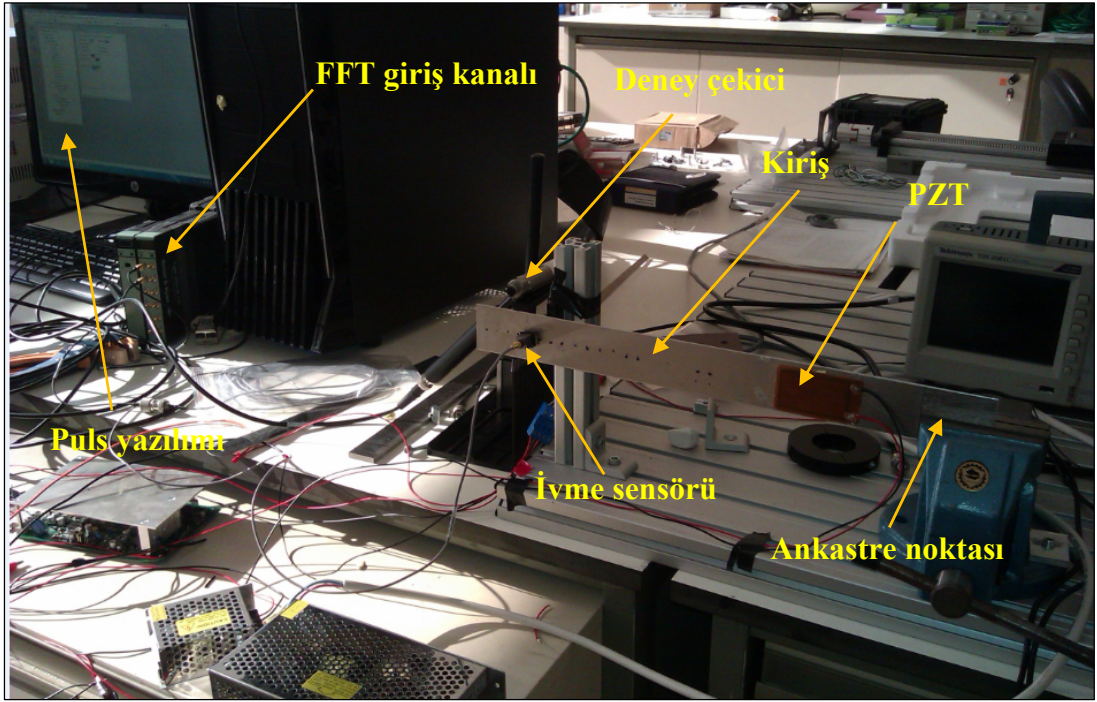
$$\begin{Bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ \vdots \\ Y_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} & \cdots & H_{1n} \\ H_{21} & & & & H_{2n} \\ H_{31} & & \ddots & & H_{3n} \\ \vdots & & & & \vdots \\ H_{n1} & H_{n1} & H_{n3} & \cdots & H_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ \vdots \\ X_n \end{Bmatrix} \quad (5.2)$$

$H(j\omega)$  titreşim matrisi FFT yazılımında denklem (5.3)'deki gibi hesaplanır.

$$H(j\omega) = \frac{\text{Çıkış}}{\text{Giriş}} = \frac{\text{Titreşim}}{\text{Kuvvet}} \quad (5.3)$$

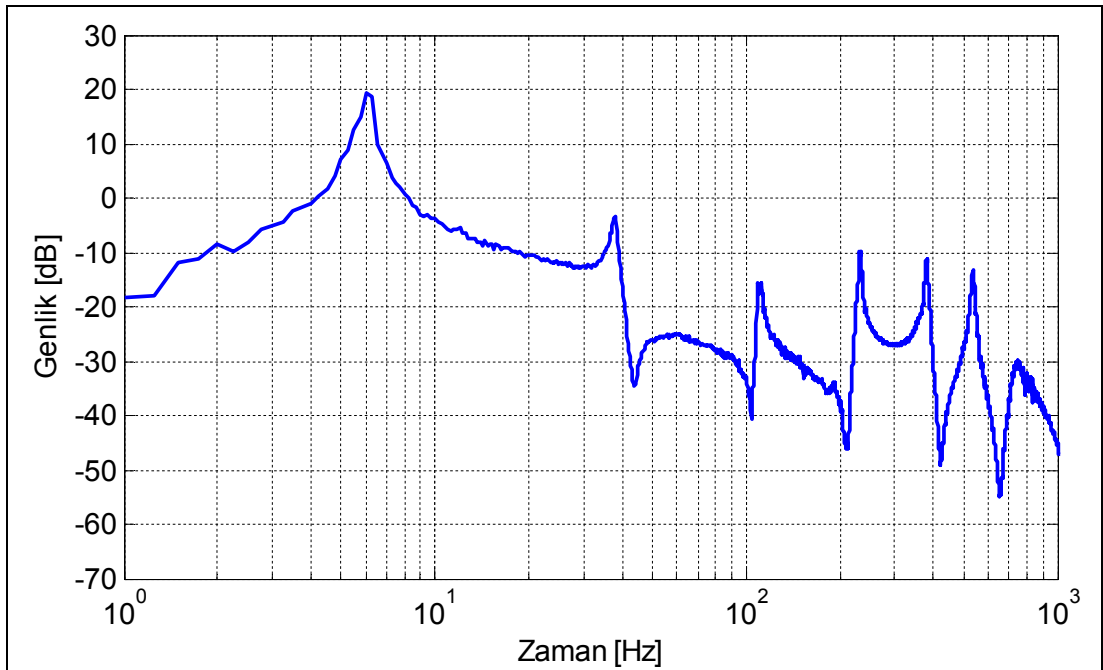
Her bir ölçüm noktasındaki mod frekansı, mod şeklini oluşturur. Genlik değeri ise sistem girişinin çıkışa oranı şeklinde belirlenir.

Şekil 5.2 titreşim analizi için kurulan deney donanımını göstermektedir. Titreşim analizinde “Puls” yazılımı kullanılmıştır. Burada çekiç ve ivme sensörü programın giriş kanalına bağlanır. Giriş kanalı yükseltici ve Puls yazılımı arasında gerekli sinyal yükseltme, filtreleme durumlarını ayarlar. Puls yazılımı gerekli sinyalizasyon işleminden sonra kullanılan analiz türüne göre çıktı verir.



Şekil 5.2: Titreşim analizi deney donanımı.

1,6 kHz bant genişliğinde, deneysel olarak elde edilen elastik kirişin frekans cevabı Şekil 5.3'deki gibi elde edilmiştir.



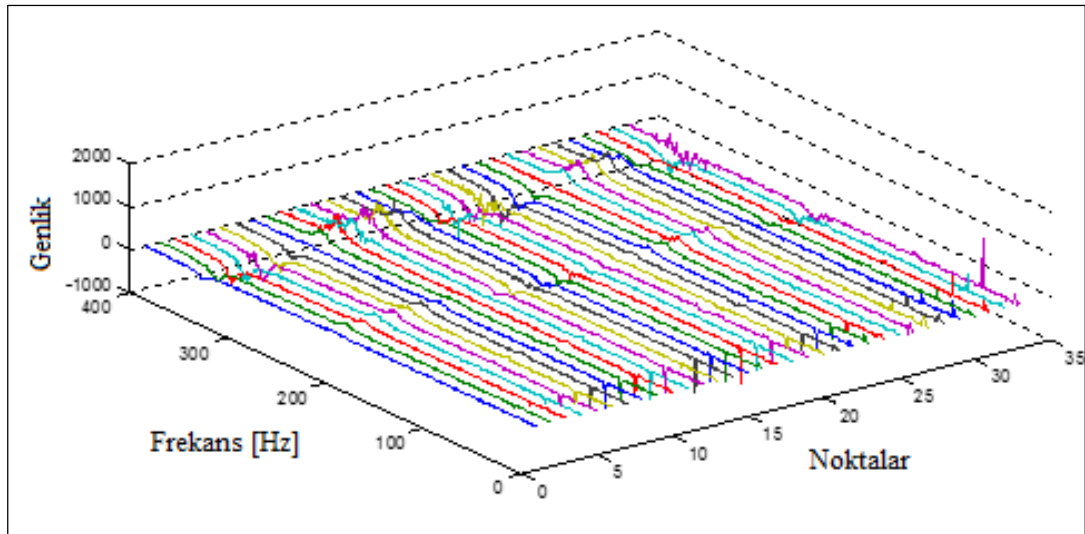
Şekil 5.3: Elastik kirişin frekans cevabı.

Elastik kirişin frekans cevabından kirişe ait mod frekansları Tablo 5.1'deki gibi elde edilmiştir.

Tablo 5.1: Elastik kirişin mod frekansları.

| ModSayısı | Genlik   | Mod Frekansı |
|-----------|----------|--------------|
| 1         | 19,36 dB | 6 Hz         |
| 2         | -3,35 dB | 37,8 Hz      |
| 3         | -14,5 dB | 112,8 Hz     |
| 4         | -9 dB    | 232,5 Hz     |

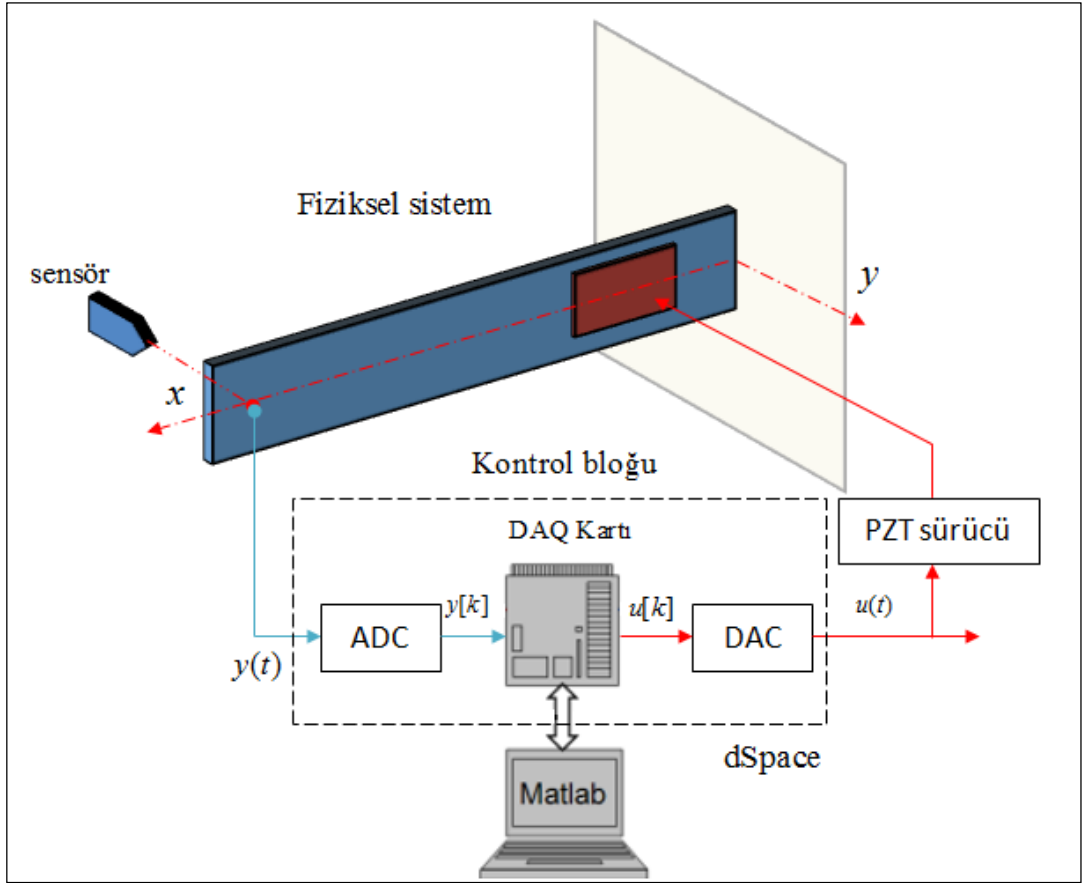
Her mod frekans değerinde frekans cevap fonksiyonunun imajiner kısmı, ankastre kirişin mod şekli ile orantılıdır. Her ölçüm noktası için elde edilen frekans cevabı fonksiyonunun imajiner genliği yine her bir noktada bulunan modal şeklinin yer değiştirmesine bağlıdır. Belirli aralıklarda alınan frekans cevabı eğrilerinin imajiner kısımları Şekil 5.4'deki gibi çizdirildiğinde elastik sistemin mod şekli ortaya çıkar [30].



Şekil 5.4: Elastik kirişin mod şekilleri.

## 5.2. Kontrol Uygulamaları için Deney Donanımı

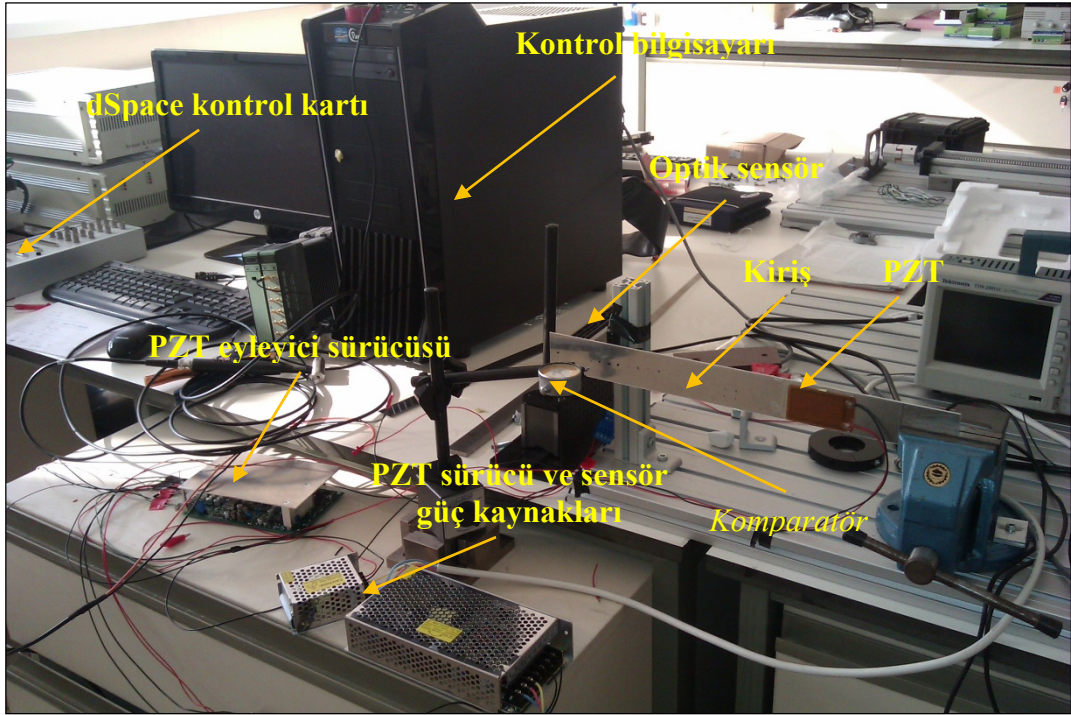
Bu bölümde tez kapsamında yapılan kontrol uygulamalarının gerçek zamanlı incelenebilmesi için kurulan deney donanımı açıklanmıştır.



Şekil 5.5: Deneysel kontrol blok diyagramı.

Çevre birimleri olarak güç kaynağı, piezoelektrik eyleyici, sensör, piezoelektrik sürücü kontrol kartı ve alüminyum malzemedan kesilmiş elastik bir kiriş kullanılmıştır. Tasarlanan kontrolörlerin sisteme yüklenebilmesi ve sensörlerden elde edilen değerlerin okunabilmesi için dSpace 1104 giriş ve çıkış birimlerine sahip kontrol donanımı kullanılmıştır. Kontrolör Matlab programında durum uzayı yapısında elde edilip dSpace birimine aktarılarak kontrol işlemine hazır hale getirilir. Şekil 5.5 sistemin kontrol akış diyagramını göstermektedir. Deneysel sistem Tablo 2.1'deki parametre değerleri esas alınarak Şekil 5.6'daki gibi oluşturulmuştur.





Şekil 5.6: Kontrol uygulamaları için deney donanımı.

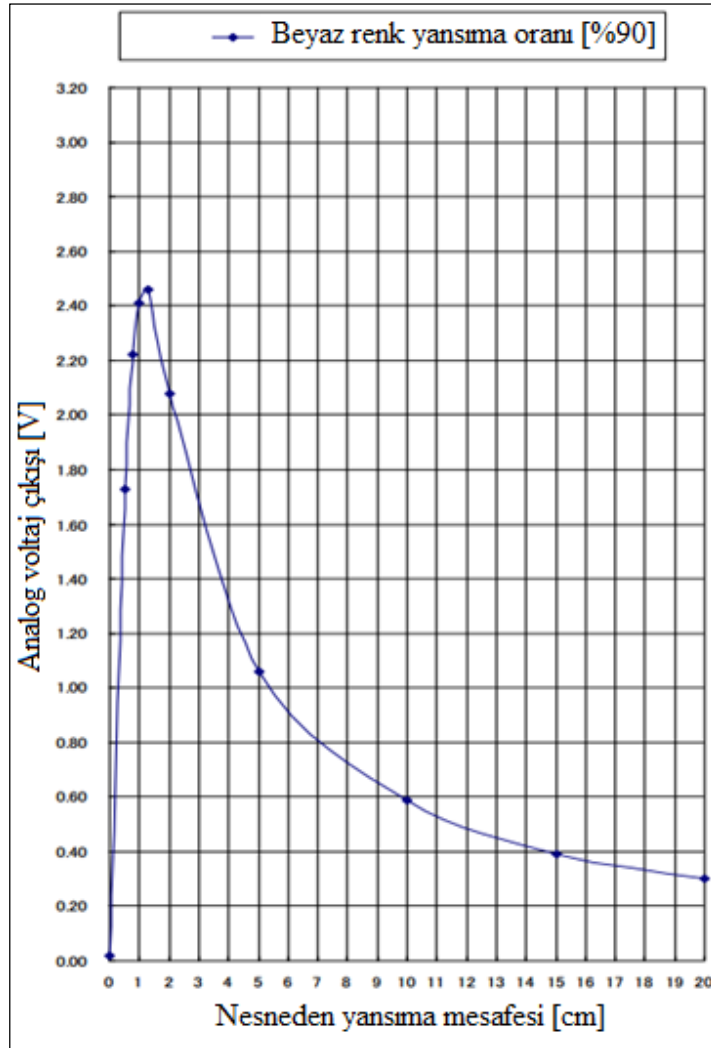
Şekil 5.6'da kontrol uygulamaları için kurulan sistem görülmektedir. Şekilde gösterilen optik sensör elastik kirişin konumu ölçmektedir. Geri besleme elemanı olarak kullanılan sensör referans girişi ile karşılaştırılır. Tablo 5.2 optik sensöre ait özellikleri göstermektedir.

Tablo 5.2: Optik sensör özellikleri.

|               |                                     |
|---------------|-------------------------------------|
| Marka         | Sharp Optik sensör<br>GP2Y0A561SK0F |
| Ölçüm aralığı | 2-15 cm                             |
| Tipi          | Analog                              |
| Cevap süresi  | Maksimum 5 ms                       |
| Boyut         | 27x10,8x12 mm                       |

Şekil 5.7'de optik sensöre ait cevap karakteristiği düşey eksen analog çıkışı (gerilim), yatak eksen ölçme mesafesini ifade etmek üzere gösterilmiştir. Ölçme mesafesi cevap karakteristiğinin lineer bölgesi olan 2-5 cm aralığı seçilerek sensör modeli oluşturulmuştur. Bu durumda sensör cevap karakterisliğinde 2-5 cm aralığında eğri uydurularak  $v_s$  sensör çıkış gerilimi,  $d_s$  ölçülen mesafeyi göstermek üzere sensör matematik modeli denklem (5.4)'deki gibi ikinci dereceden polinom olarak

hesaplanmıştır. Sensörün, ankastre noktasından itibaren 300 mm mesafesinde ölçüm almasını sağlayacak şekilde bağlantı Şekil 5.6'daki gibi yapılmıştır. Burada komparatör vasıtasıyla kırış 0,01 mm aralıklarla çekilerek sensörün çıkışı kaydedilmiştir. Daha sonra sensör modeli yer değiştirme ve sensör çıkış cevabı eğri uydurularak (en küçük kareler metodu) elde edilmiştir.

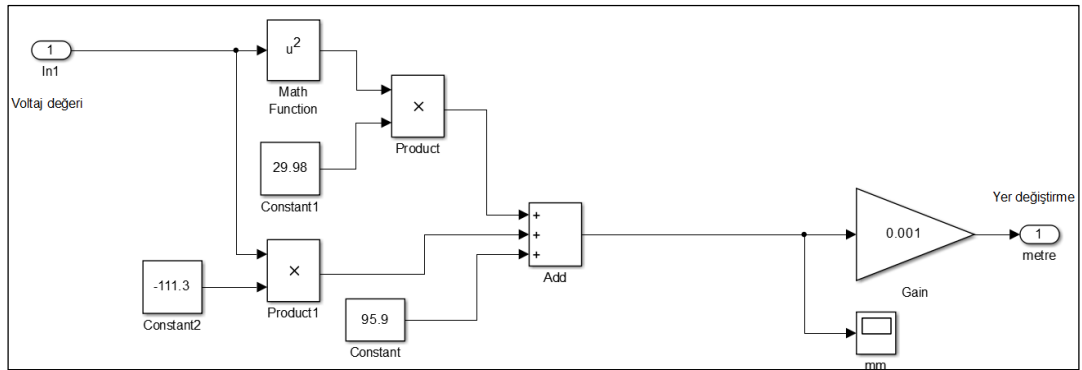


Şekil 5.7: Optik sensör cevap karakteristiği.

$$d_s = 29,98v_s^2 - 111,3v_s + 95,9 \quad (5.4)$$

Optik sensörün ölçüm aldığı kırış bölgesi gri renkte para bandıyla yapıştırılarak sağlıklı ölçüm alması sağlanmıştır. Sensörün matematik modeli ışık şiddeti, bağlantı paralelliği ve yansıtma yüzeyine göre değişir. Dolayısıyla sensörün matematik modeli elde edilirken çevre şartları ayarlanarak korunmalıdır.

Hesaplanan sensör modelinin Simulink modeli Şekil 5.8’de gösterilmiştir. Bu blok Şekil 5.9’da dspace kontrol bloğuna eklenmiştir.



Şekil 5.8: Optik sensör ölçüm bloğ.

Piezoelektrik eyleyici alüminyum kirişe 180 kg/cm<sup>2</sup> yapıştırma dayanımı sağlayan epoxy 2K metal yapıştırıcı ile yapıştırılmıştır. PZT kiriş üzerine ince tabaka şeklinde sağlam bir şekilde yapıştırılması gerekir. Kontrol performansı etkileyen önemli bir çevre faktörüdür. Tablo 5.3’de PZT eyleyiciye ait özellikler verilmiştir.

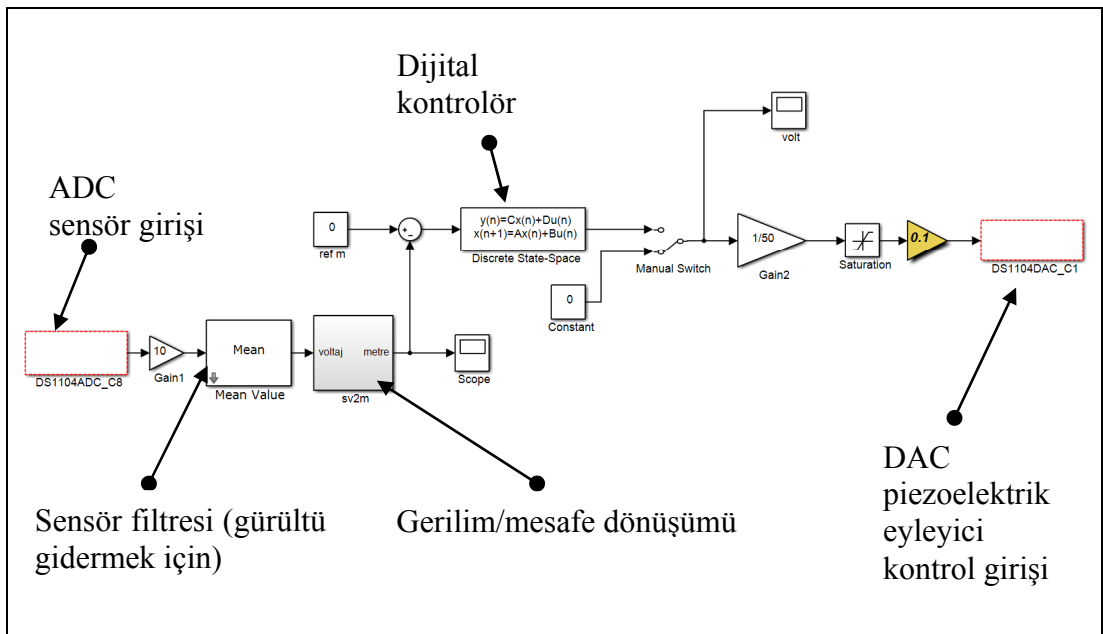
Tablo 5.3: Piezoelektrik eyleyici özellikleri.

|                      |   |
|----------------------|---|
| Marka                | PI DuraAct Piezoelektrik Yama P-876.A12 |
| Boyut                | 61x35x0.5 mm                            |
| Besleme voltajı      | -100 V den 400 V                        |
| Kuvvet               | 265 N                                   |
| Elastisite modülü    | 23,3 Gpa                                |
| Çalışma bandı        | 1 kHz                                   |
| Kapasite             | 90 nF                                   |
| Malzeme seramik türü | PIC 255                                 |
| Uygun sürücü modeli  | E-413.D2                                |

PZT eyleyiciyi sürmek için sürücü devresi kullanılmıştır. Sürücü devresi dspace ile PZT eyleyici arasında kontrol girişini 1 kHz frekans bandında 50 kat artırarak PZT eyleyicisini besler. Sürücü devresine ait özellikler Tablo 5.4’de gösterilmiştir.

Tablo 5.4: Piezoelektrik eyleyici sürücü özellikleri.

| Marka                           | PI DuraAct Yama Transdüser E-413.D2 |
|---------------------------------|-------------------------------------|
| Çıkış voltaj aralığı            | -100 V'den 400 V                    |
| Kontrol girişi                  | -2 V ile +8 V                       |
| Gerilim kazancı                 | 50                                  |
| Tepe akımı                      | 100 mA                              |
| Ortalama akım                   | 12 mA                               |
| Giriş empedansı                 | 100 k Ohm                           |
| Çözünürlük                      | < 10 mV                             |
| Uygun piezoelektrik yama modeli | P-876.A12                           |
| Boyut                           | 220x105x54 mm                       |



Şekil 5.9: Simulink-dSpace kontrol bloğu.

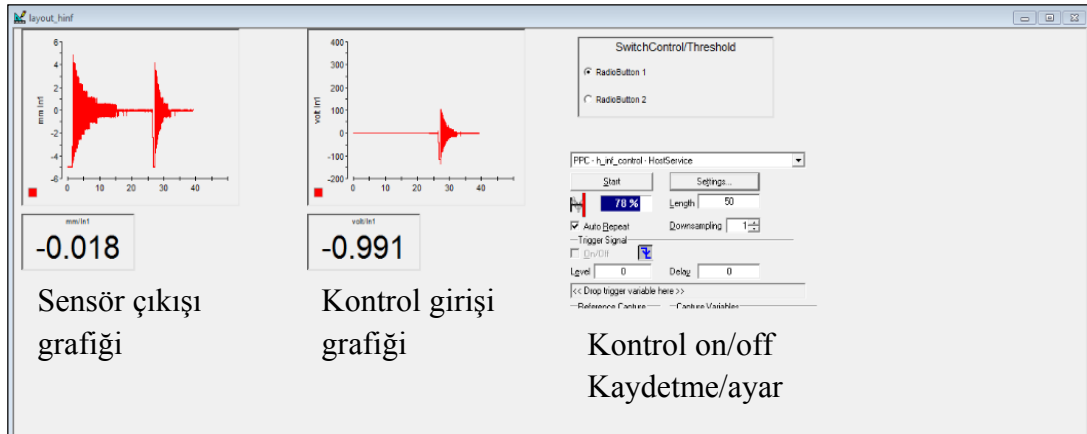
Matlab programında simülasyon yapılarak elde edilen kontrolör gerçek sistemde kullanılmak üzere uygun örnekleme frekansıyla sayısallaştırılması gerekir. Burada sayısallaştırma yaparken örnekleme frekansı Nyquist örnekleme frekansı kuralına göre örnekleme frekansı ilgilenilen frekansın iki katından daha yüksek seçilmelidir, aksi takdirde örnekleme sağlıklı bir şekilde gerçekleşmez. Bundan dolayı yüksek bir örnekleme frekansı 10000 Hz seçilerek tustin yaklaşımıyla kontrolör sayısallaştırılıp gerçek sistemde kullanılmak üzere Şekil 5.9'daki simulink modeli oluşturulmuştur. Piezoelektrik yamaya aşırı yüklenmeleri önlemek için 400 V ile -100 V aralığında saturasyon bloğu kullanılmıştır.

Deney düzeneği ile bilgisayar arasındaki bağlantı gelişmiş bir veri giriş çıkış birimi olan “dSPACE 1104” modülü vasıtası ile sağlanmaktadır. Dspace, kurulumu esnasında gerçek zaman arayüzü kullanarak Matlab/simulink ile entegrasyonu sağlar.

Sensörden alınan analog gerilim ADC kanalına bağlanarak dijital sisteme çevrilmiştir, referans değeri sıfır ile karşılatıricıdan geçen hata sinyali dijital kontolöre girer, kontrol sinyali saturasyon bloğundan geçirildikten sonra dspace’in DAC kanalı kullanılarak gerçek sistemde bulunan PZT sürüsü üzerinden piezoelektrik eyleyiciyi beslemek üzere analog sinyale çevirilir.

Sinyal gönderimi-alımı Simulink ve Dspace ControlDesk yazılımı üzerinden yapılabilirken sinyal izleme, işletim sisteminin gerçek zamanlı olmamasından dolayı ControlDesk ile grafik arayüzü sağlanabilmektedir. Kullanılan gerçek zamanlı algoritmalar için Matlab-Simulink ortamında oluşturulan bu bloklar *MatlabRealTime workshop* ile C veya C++ koduna dönüştürülür ve *dSPACE-RealTimeInterface* yazılımı yardımıyla *Dspace DS1104* sayısal işaret işlemci kartına yüklenir. Derleme sonrası Dspace tarafından “RTI Data” bloğu oluşturulur ve seçilen sinyal çıkışa gönderilir.

Kontrol uygulamaları için kullanılan ControlDesk arayüzü Şekil 5.10’daki gibidir.



Şekil 5.10: Control desk arayüzü.

## 5.3. LQG Kontrol Uygulaması

Deneyisel olarak elde edilen kontrol değişkenleri Tablo 5.5'deki gibi seçilmiştir.  $Q$  ağırlık matrisi değerinin artırılması veya  $R$  değerinin düşürülmesi kontrolörün kazanç değerini arttırmakta ve sistem sonsuza gitmektedir.

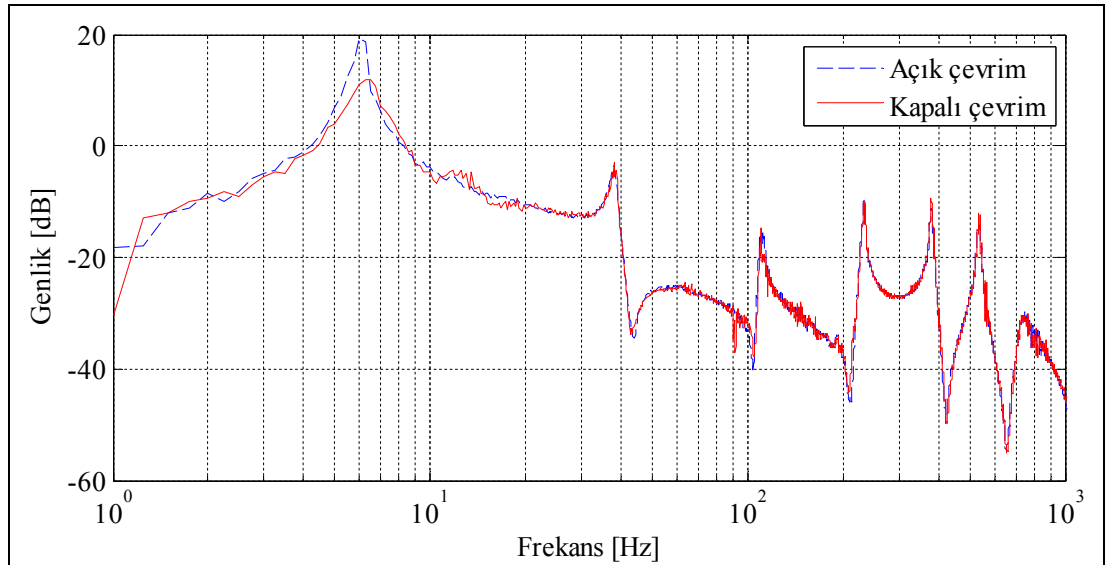
Tablo 5.5: LQG kontrol parametreleri.

|   |
|---|
| $Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1000 \end{bmatrix}$ |
| $R = 0,0001$  |
| $w = 30$  |
| $v = 10^{-5}$   |

### 5.3.1. LQG Kontrol Deney Sonuçları

#### 5.3.1.1. Frekans Alanı Cevapları

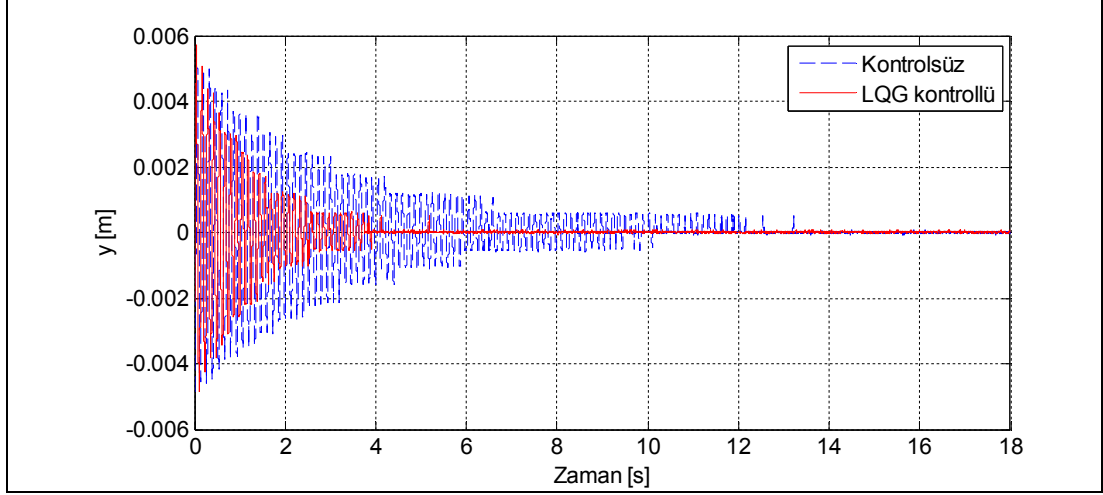
Sistemin kapalı çevrim frekans alanı deneysel olarak Şekil 5.11'deki gibi elde edilmiştir. Buna göre sistemin ilk modunun kontrol edildiği görülmektedir.



Şekil 5.11: LQG kontrol kapalı çevrim frekans cevabı.

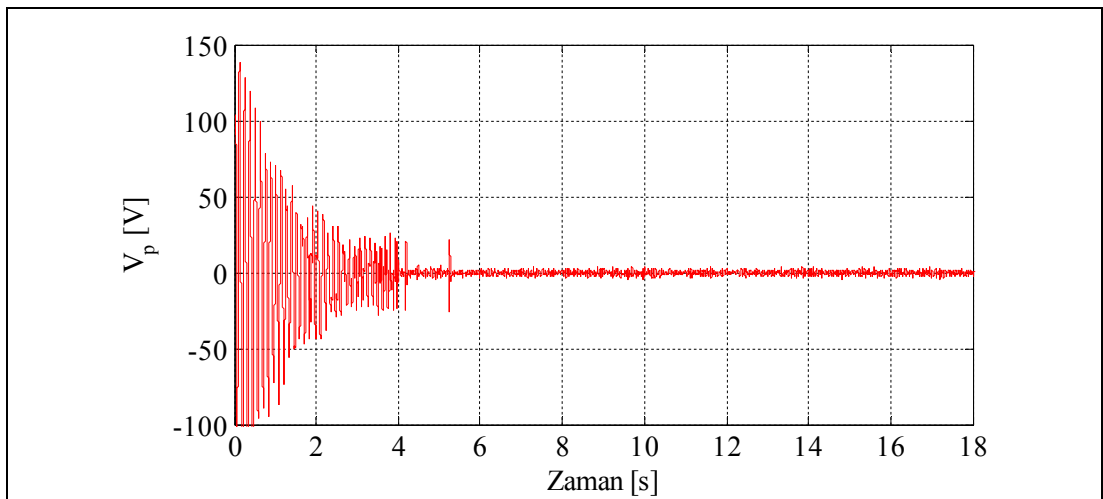
### 5.3.1.2. Zaman Alanı Cevapları

Tablo 5.5'deki kontrol parametreleri kullanılarak kiriş sensörün ölçtüğü noktadan kiriş 5 mm çekilip bırakıldığında (1. Modda başlangıç değeri) Şekil 5.11'de kirişin sensör tarafından ölçülen yer değiştirme cevabı elde edilmiştir. Buna göre sistem kalıcı rejime 4 sn içersinde oturduğu görülmektedir.



Şekil 5.12: LQG kontrol uygulaması yer dğiştirme cevabı.

Kontrolcü aktifken Şekil 5.12'de görülen yer dğiştirme cevabı için piezoelektrik malzemeyi besleyen kontrol giriş sinyali aşağıdaki gibidir. Kalıcı durum hatasında kontrol girişinin belirli seviyede gerilim üretmesi sistemin sensör gürültüsüne karşı gösterdiği duyarlılıktan kaynaklanır.



Şekil 5.13: LQG kontrol uygulaması kontrol girişi cevabı.

## 5.4. $H_\infty$ Kontrol

### 5.4.1. $H_\infty$ Kontrol Uygulaması I

$H_\infty$  kontrol uygulama safhasında simülasyonda elde edilen frekans şekillendirme parametreleri kontrol girişinin piezoelektrik yamaya etki yapacak şekilde kontrolör kazancı ayarlanmıştır. Uygulama kısmında kazanç seviyesi arttıkça kontrolörün performansını arttırdığı ve kazanç artmasına karşı gürbüz performans değerinin ise yükseldiği gözlemlenmiştir. Gürbüz performans değerini minimize edecek, yeterince büyük kontrol kazancı deneysel ortamda denenerek seçilen gürbüz kontrol parametreleri Tablo 5.6'da gösterilmiştir. Ayrıca sensör gürültü seviyesi spektrumu 0,01 seçilmiştir.

Tablo 5.6:  $H_\infty$  kontrol uygulaması I için seçilen frekans şekillendirme filtreleri.

| $W_2$ (kararlılık filtresi)   | $W_1$ (sabit, performans filtresi) |
|---|------------------------------------|
| $W_2 = 0,12 \cdot \frac{s^2 + 282,7s + 79940}{s^2 + 452,4s + 568514,6}$ | 2                                  |

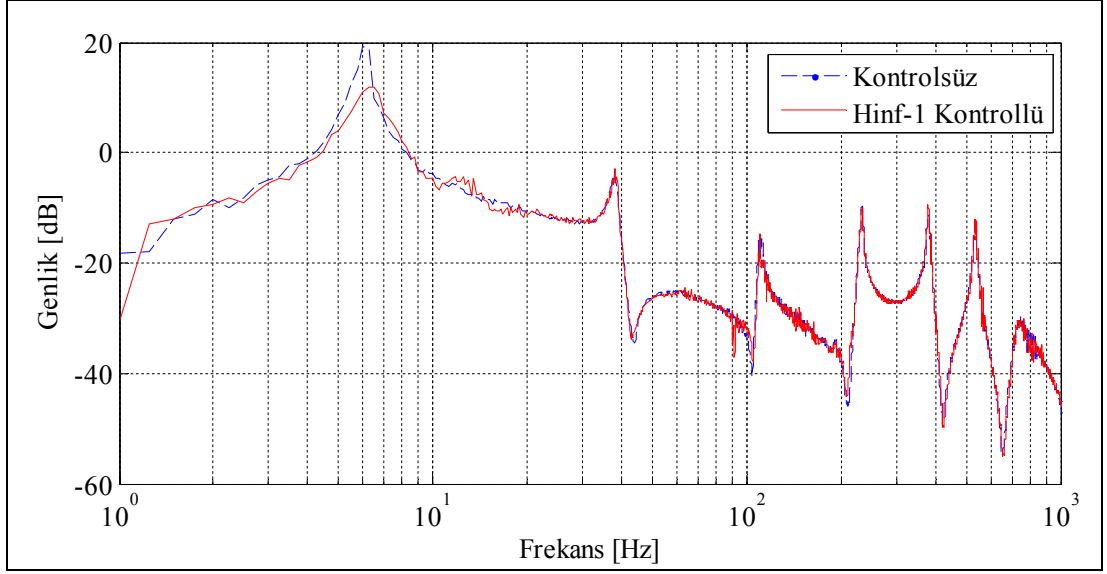
Seçilen kontrol tasarım parametreleri ile simülasyon modelinden kontrolör hesaplanır daha sonra tustin dönüşüm ile kontrolör sayısallaştırılır, sayısallaştırılan kontrolör durum uzayı şeklinde dspcace'de kullanılarak kontrol işlemi için deney donanımı hazır hale getirilmiş olur.

#### 5.4.1.1. $H_\infty$ Kontrol Uygulaması I Deney Sonuçları

##### 5.4.1.1.1. Frekans Alanı Cevapları

Sistemin kapalı çevrim frekans cevabı Şekil 5.14'deki gibi elde edilmiştir. Frekans cevabına göre ilk modun kontrol edildiği, ikinci modun ise kontrol edilemediği görülmüştür. Deneysel olarak oluşturulan sistem kontrolör aktifken FFT cihazı ile çekici deneyi yapılarak sistemin frekans cevabı elde edilmiştir.

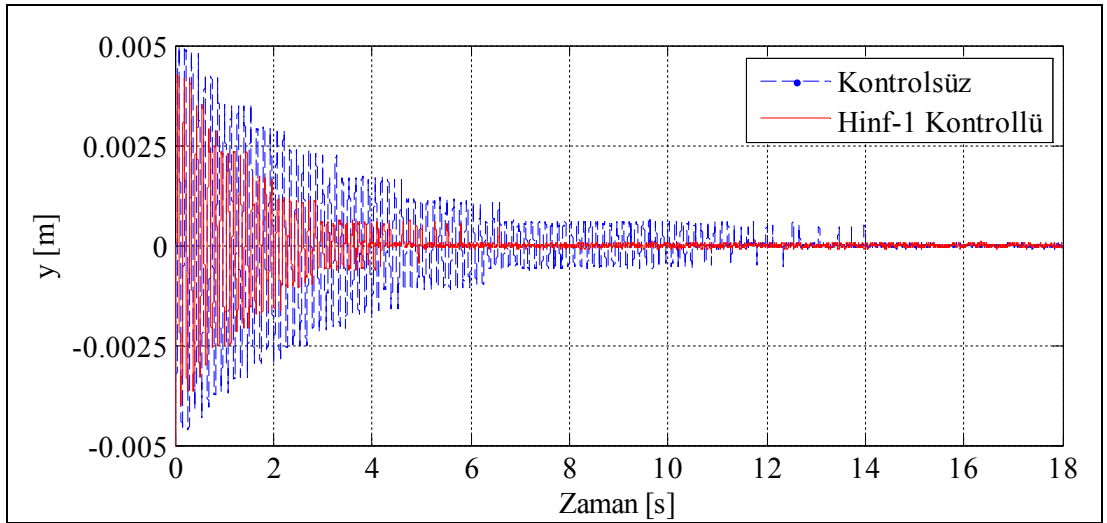




Şekil 5.14:  $H_\infty$  kontrol uygulaması I frekans alanı cevabı.

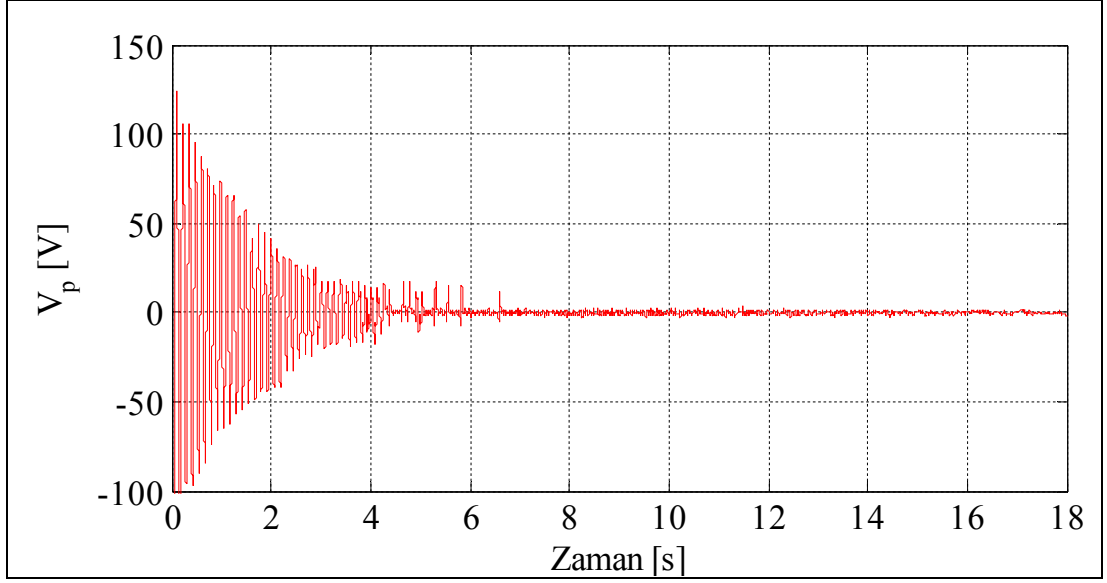
#### 5.4.1.1.2. Zaman Alanı Cevapları

Şekil 5.15’de elde sistemin kapalı çevrim cevabına göre giriş titreşimi 4 saniye içerisinde sönümlenmektedir.



Şekil 5.15:  $H_\infty$  kontrol uygulaması I yer değıştirme cevabı.

Buna göre Şekil 5.16 elde edilen kontrol girişı cevabını göstermektedir.



Şekil 5.16:  $H_\infty$  kontrol uygulaması I kontrol girişi cevabı.

## 5.4.2. $H_\infty$ Kontrol Uygulaması II

Bu kısımda iki tane frekans şekillendirme filtresi kullanılmıştır. Gürbüz performans filtresi alçak geçiren filtre, gürbüz kararlılık filtresi ise yüksek geçiren filtre şeklinde tasarlanmıştır. Kazanç ve gürbüz performans indeksi göz önüne alınarak seçilen tasarım parametreleri Tablo 5.7’de gösterilmiştir.

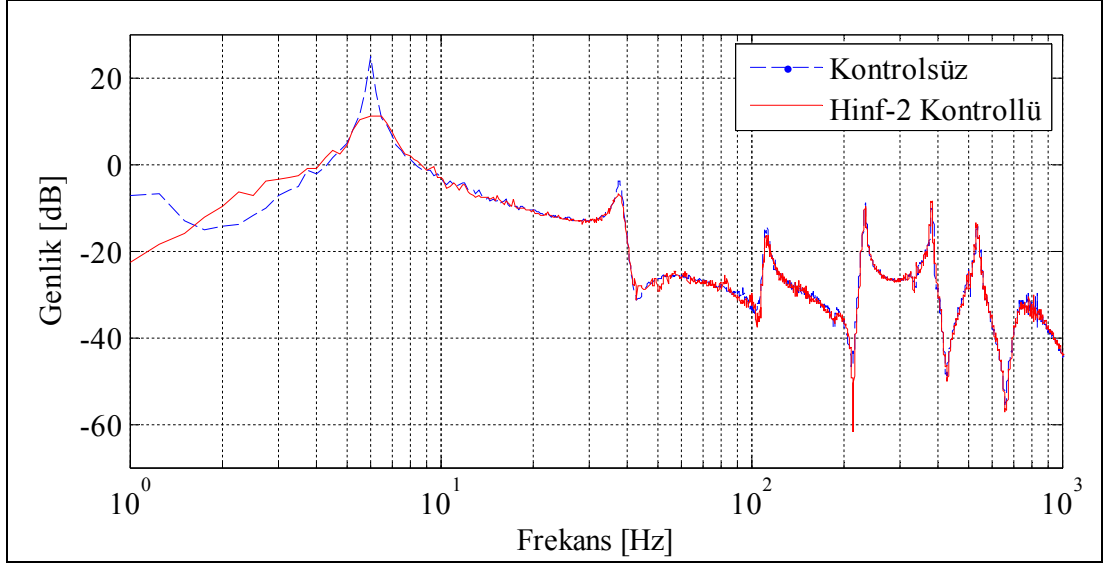
Tablo 5.7:  $H_\infty$  kontrol uygulaması II için seçilen frekans şekillendirme filtreleri

| $W_2$ (gürbüz kararlılık filtresi)                                    | $W_1$ (gürbüz performans filtresi)     |
|---|--|
| $W_2 = 0,1 \cdot \frac{s^2 + 16,9s + 79943,8}{s^2 + 377s + 568489,2}$ | $W_1 = 700 \cdot \frac{1}{s + 314,16}$ |

### 5.4.2.1. $H_\infty$ Kontrol Uygulaması II Deney Sonuçları

#### 5.4.2.1.1. Frekans Alanı Cevapları

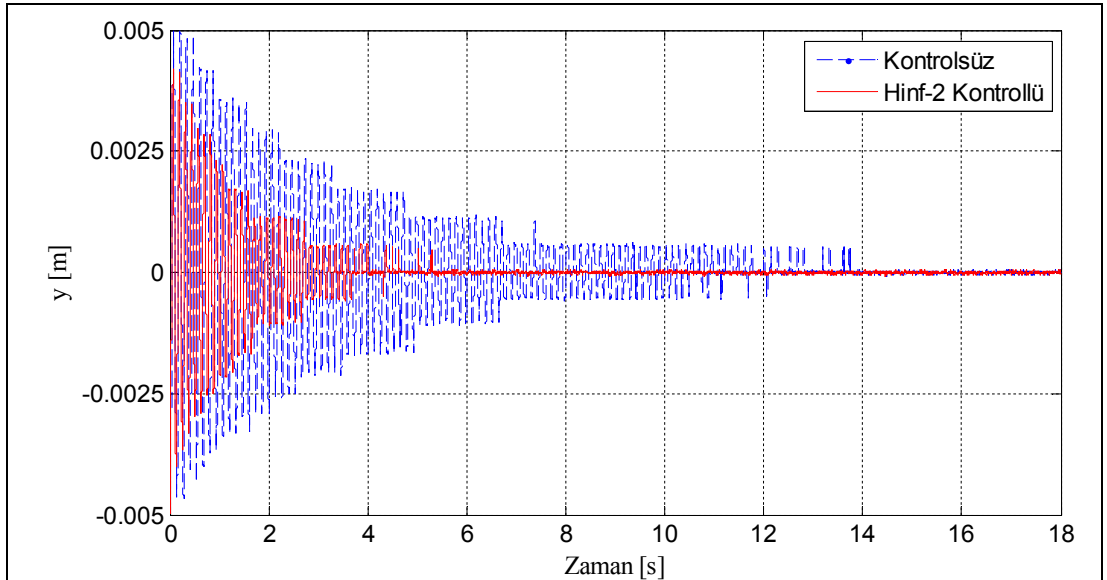
Kapalı çevrim sistemin frekans cevabı Şekil 5.17’de gösterilmiştir. Buna göre sistemin ilk iki modunun kontrol edildiği görülmektedir.



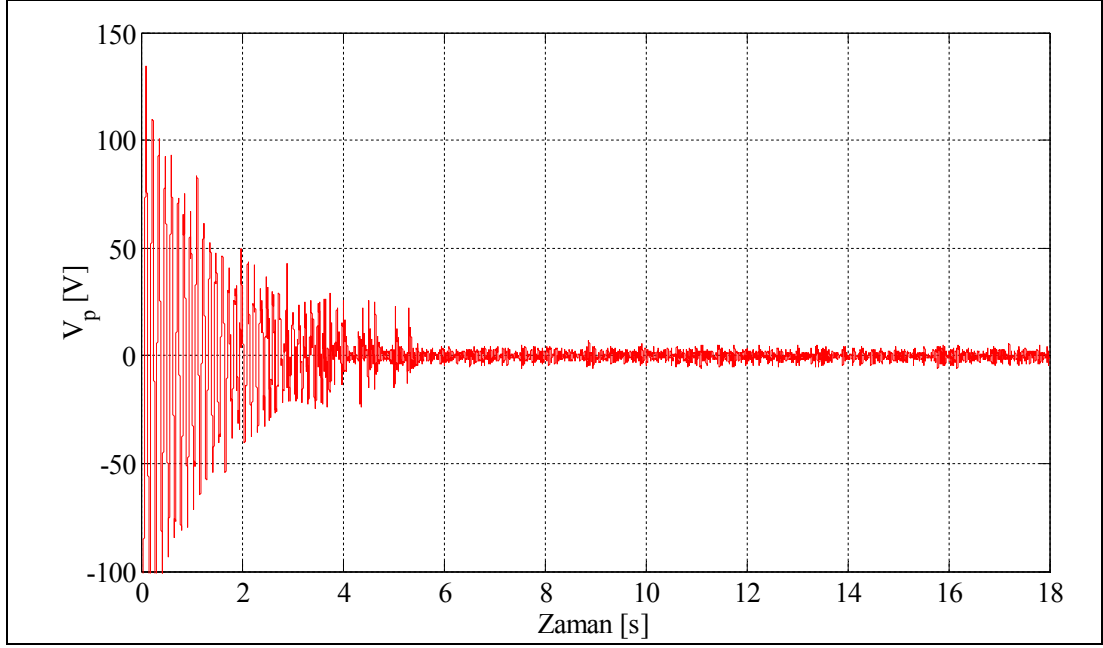
Şekil 5.17:  $H_\infty$  kontrol uygulaması II frekans alanı cevabı.

#### 5.4.2.1.2. Zaman Alanı Cevapları

Sistemde kontrol aktifken yer değiştirme cevabı ve kontrol giriş cevabı sırasıyla Şekil 5.18 ve Şekil 5.19’da gösterilmiştir.



Şekil 5.18:  $H_\infty$  kontrol uygulaması II yer değiştirme cevabı.



Şekil 5.19:  $H_\infty$  kontrol uygulaması II kontrol girişi cevabı.

## 5.5. $H_2$ Kontrol Uygulaması

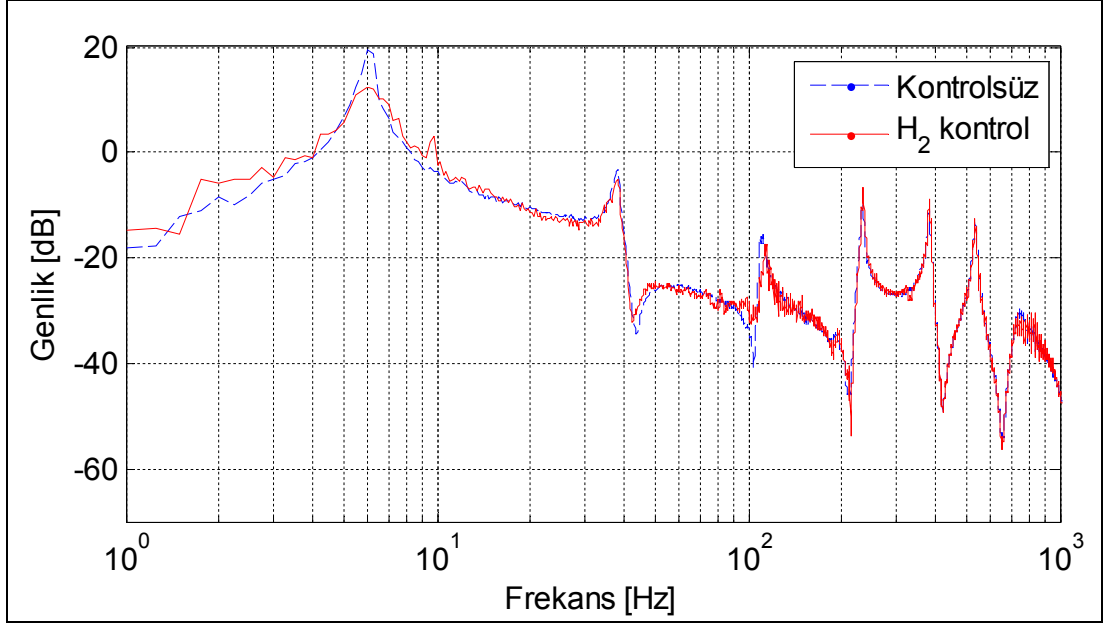
$H_2$  kontrol, sisteme gürültü etkidiğinde tasarlanan filtrelerin oluşturduğu kapalı çevrimin  $H_2$  normuna göre hesaplanarak kontrolörün elde edilmesidir. Deneysel olarak elde edilen tasarım parametreleri iki tane filtreden ve sistem-sensör gürültülerinden oluşur. Filtreler  $H_\infty$  kontrol uygulaması II'de kullanılan filtrelerle aynı seçilmiştir.

Sistem gürültüsü: 0,01 ve sensör gürültüsü  $2 \cdot 10^{-5}$  olarak seçilmiştir. Uygulamada  $H_2$  kontrolör kazancı gürültü spektrumu değiştirilerek ayarlanır.

### 5.5.1. $H_2$ Kontrol Uygulaması Deney Sonuçları

#### 5.5.1.1. Frekans Alanı Cevapları

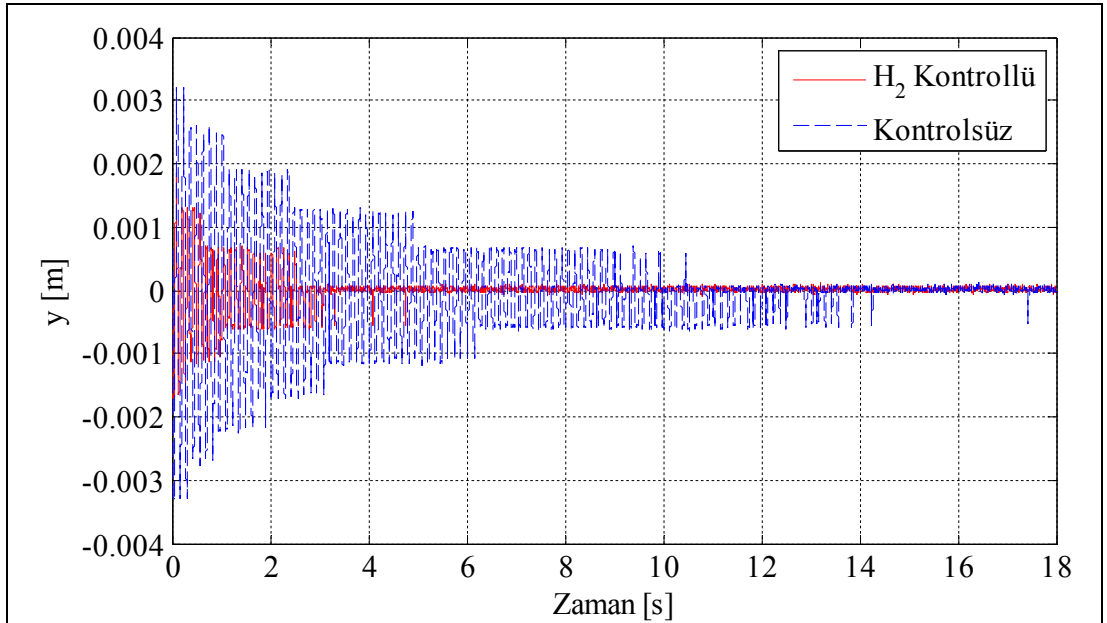
Sistemin kapalı çevrim frekans cevabı Şekil 5.20'deki gibi elde edilmiştir. Buna göre ilk mod kontrol edilirken ikinci modun ise kısmen kontrol edildiği görülmektedir.



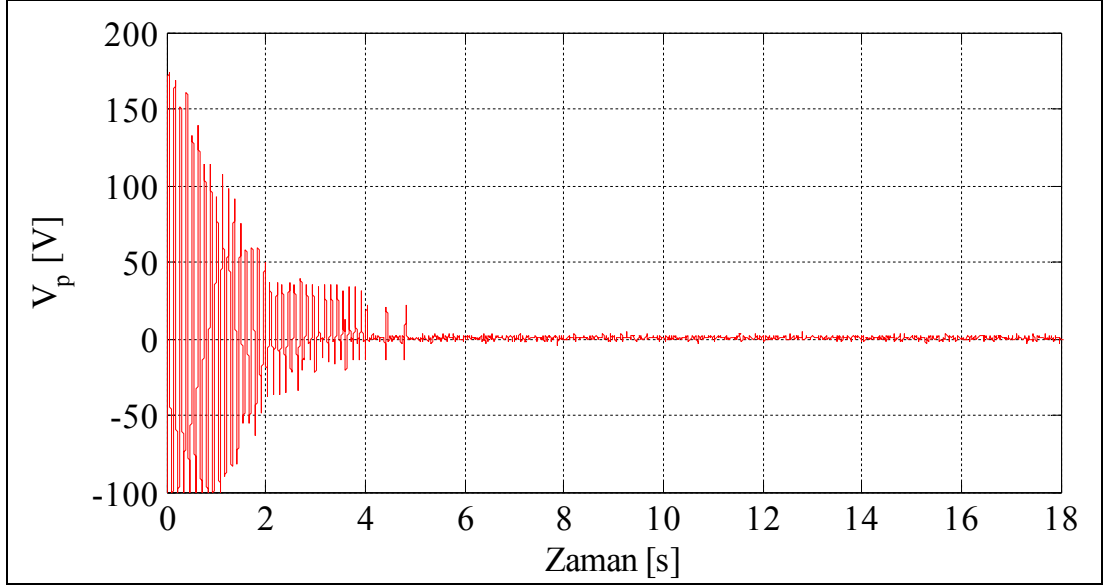
Şekil 5.20:  $H_2$  kontrol uygulaması frekans alanı cevabı.

### 5.5.1.2. Zaman Alanı Cevapları

Sistemin zaman alanı yer değiştirme cevabı ve kontrol giriş cevabı sırasıyla Şekil 5.21 ve Şekil 5.22'deki gibi elde edilmiştir.



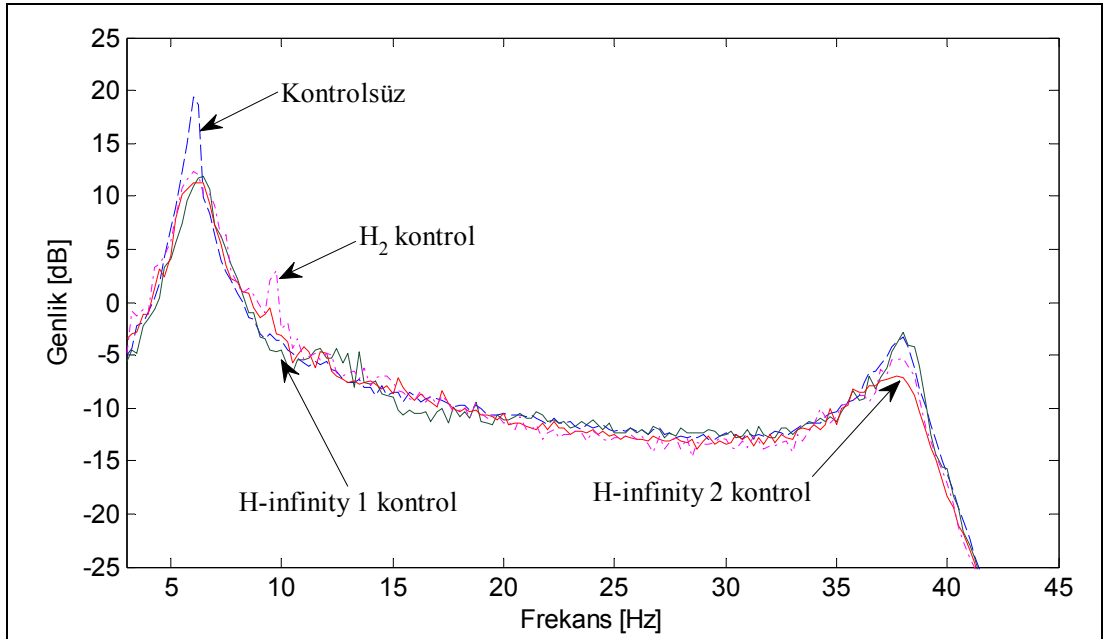
Şekil 5.21:  $H_2$  kontrol uygulaması yer değiştirme cevabı.



Şekil 5.22: H<sub>2</sub> kontrol uygulaması kontrol girişi cevabı.

## 5.6. H<sub>∞</sub> Kontrol ile H<sub>2</sub> Kontrolün Karşılaştırılması

Elde edilen kapalı çevrim frekans cevapları üst üste çizdirilmiş hali Şekil 5.23’de gösterilmiştir. Buradan H<sub>∞</sub> kontrol uygulaması II’nin daha başarılı sonuç verdiği görülmüştür.



Şekil 4.25: H<sub>∞</sub> kontrol uygulaması I-II ve H<sub>2</sub> kontrol uygulaması frekans cevapları.

Tablo 5.8’de kontrolör türüne göre sistemin ilk iki mod frekansında genliklerin değişimi gösterilmiştir. Buna göre  $H_{\infty}$  kontrol uygulaması II’nin uygulamasının diğer kontrol uygulamalarına göre daha iyi performans gösterdiği görülmektedir.

Tablo 5.8: Kontrolcü tipine göre sistemin frekans cevabı performansı.

| Mod sayısı           | Kontrolsüz | LQG kontrol | $H_2$ kontrol | $H_{\infty}$ kontrol I | $H_{\infty}$ kontrol II |
|----------------------|------------|-------------|---------------|------------------------|-------------------------|
| 1. mod genlik değeri | 19,36 dB   | 12,23 dB    | 12,39 dB      | 11,92 dB               | 11,2 dB                 |
| 2. mod genlik değeri | -3,35 dB   | -3,35 dB    | -5,25 dB      | -2,85 dB               | -7,15 dB                |
| 1. mod performansı   | 0 dB       | 7,13 dB     | 6,97 dB       | 7,44 dB                | 8,12 dB                 |
| 2. mod performansı   | 0 dB       | 0 dB        | 1,9 dB        | 0,5 dB                 | 3,8 dB                  |

Tablo 5.9’da kontrolcülerin deneysel olarak elde edilen yer değiştirme ve kontrol giriş cevaplarının sinyal enerji seviyeleri kontrol aktifken hesaplanmıştır. Enerji seviyesi sinyalin karesinin integre edilmesiyle elde edilmiştir.

Tablo 5.9: Kontrolcü tipine göre sinyal seviyeleri.

| Geçici Durum Davranışı |         | Kalıcı Durum Davranışı |        | Kontrolcü               |
|------------------------|---------|------------------------|--------|-------------------------|
| Kontrol Girişi         | Hata    | Kontrol Girişi         | Hata   |                         |
| 5568                   | 10,1039 | 2,5253                 | 0,0012 | LQG kontrol             |
| 7383                   | 5,1299  | 2,5253                 | 0,0015 | $H_2$ kontrol           |
| 3384                   | 5,1702  | 35,5928                | 0,0672 | $H_{\infty}$ kontrol I  |
| 3497                   | 5,7729  | 12,7393                | 0,0025 | $H_{\infty}$ kontrol II |

## 6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Tez çalışmasında elastik bir sistem olarak ele alınan ankastre kirişin piezoelektrik aktüatör ile titreşim problemleri incelenmiştir. Simülasyon ortamında LQG ve  $H_\infty$  gürbüz kontrolcü tasarlanıp, deneysel olarak sistem üzerinde gerçeklemeler yapılmıştır.

Deney ortamında LQG koltrolcülerin, sistemi kontrol etmede başarılı performans sağladığı görülse de sistemin kararlılığını her zaman garanti etmediği görülmüştür. LQG koltrolcüler sistemin ilk modunu bastırmada başarılı fakat ikinci mod üzerinde etkilediği ve kontrol kazançlarının belli bir seviyeyi geçtikten sonra sistemi kararsızlığa götürdüğü gözlemlenmiştir. Bunlara ek olarak elastik sistemlerde modellenmeyen dinamikler ve spillover etkisi düşünüldüğünde bu gibi sistemlerin kararlılığını garanti altına almak için  $H_\infty$  gürbüz kontrol yapılması gereklidir. Sistemin  $H_\infty$  gürbüz kontrolü gerçekleştirilerek simülasyon ve deneysel ortamda sistemin ilk modu bastırılmış, ikinci modu ise kısmen bastırılmıştır. İlk iki mod kontrol edilirken kontrolör tasarımında yüksek frekans kazancının yeteri derecede düşmesi sağlanarak yüksek frekanslarda piezoelektrik eyleyicinin sistemi uyarması engellenmiştir.

Buna benzer model çalışmalar otomotiv, robotik ve biyomedikal ürün tasarımında titreşim kontrolü ve mikro pozisyonlama şeklinde sanayiye adapte edilebilir. Titreşim için düşünülecek sistemlerin modelleme yaklaşımı ve bu yaklaşımın deney ortamı ile paralel olması gerekir. Bu çalışmaya ilave olarak adaptif kontrol ve nonlinear kontrol yöntemleri kullanılarak kontrol performansları değerlendirilebilir.



## KAYNAKLAR

- [1] Çalışkan T., (2002), "Smart Materials and Their Applications in Aerospace Structures", Doctoral Thesis, Middle East Technical University.
- [2] Felipe Antonia C. Viana, Valder S., (2006), "Multimodal Vibration Damping Through Piezoelectric Patches and Optimal Resonant Shunt Circuits", Journal of Brazil Society Mechanical Sciences& Engineering, 28(3), 1678-5878.
- [3] Seung-Bok C., Young-Min H., (2010), "Piezoelectric Actuators: Control Applications of Smart Materials", ISBN: 978-1-4398-1808-4, Taylor and Francis Group.
- [4] Prasad S. E., Ahmad A., Wheat T. A., (1998), "The Role of Smart Structures in Robotics" , CanSmart Workshop on Smart Materials and Structures, 133-147, Canada, September.
- [5] Crawley E. F., Lous J., (1989), "Use of Piezoelectric Actuators as Elements of Intelligent Structures", American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal, 125(10), 1373-1385.
- [6] Dimitridis E. K. C., Fuller R., Rogers C. A., (1991), "Piezoelectric Actuator for Distributed Vibration Excitation of Thin Plates", Journal of Vibration and Acoustics, 113(1),100-107.
- [7] Pota H. R., Alberts T. E., (1992), "Multivariable Transfer Functions for a Slewing Piezoelectric Laminate Beam", Proceedings Institute of Electrical and Electronics Engineers International Conference on Systems Engineering,100-110, Japan, September.
- [8] Halim D., (2002), "Vibration Analysis and Control of Smart Structures", Doctoral Thesis, University of Newcastle.
- [9] Meirovitch L., (1986), "Elements of Vibration Analysis", 1st Edition, The McGraw-Hill Company.
- [10] Nalbantoğlu V., (1998), "Robust Control and System Identification for Flexible Structures", Doctoral Thesis, University of Minnesota.
- [11] Nalbantoğlu V., Bokor J., Balas G., Gaspar P., (2003), "System Identification with Generalized Orthonormal Basis Functions: an Application to Flexible Structures", Control Engineering Practice, 11(1),245-259.
- [12] Hanagoud S., Obal M. W., Calise A. J., (1992), "Optimal Vibration Control by the Use of Piezoceramic Sensors and Actuators", Journal of Guidance, Control and Dynamics, 15(5),1199-1206.

- [13] Bai M., Lin G. M., (1996), "The Development of DSP-Based Active Small Amplitude Vibration Control System for Flexible Beams by Using the LQG Algorithms and Intelligent Materials", *Journal of Sound and Vibration*, 198(4), 411-427.
- [14] Yaman Y., Çalışkan T., Nalbantoğlu V., Prasad E., Waechter D., Yan B., (2001), "Active Vibration Control of a Smart Beam", *CanSmart Workshop on Smart Materials and Structures*, 137-147, Canada, September.
- [15] Ülker F. D., (2003), "Active Vibration Control of Smart Structures", Master's Thesis, Middle East Technical University.
- [16] Oveisi A., Gudarzi M., Mohammadi M. M., Doosthoseini A., (2013), "Modeling, Identification and Active Vibration Control of a Funnel-shaped Structure Used in MRI Throat", *Journal of Vibroengineering*, 15(1), 438-450.
- [17] Halim D., Moheimani S. O. R., (2002), "Spatial H<sub>2</sub> Control of a Piezoelectric Laminate Beam: Experimental Implementation", *Institute of Electrical and Electronics Engineers Transactions on Control System Technology*, 10(4), 100-104.
- [18] Kwak M. K., Sciulli D., (1996), "Fuzzy-Logic Based Vibration Suppression Control Experiments on Active Structures", *Journal of Sound and Vibration*, 191(1), 15-28.
- [19] Lin R. M., Nyang K. M., (2003), "Analytical and Experimental Investigations on Vibrational Control Mechanisms for Flexible Active Structures", *Smart Materials and Structures*, 12(1), 500-506.
- [20] Lin J., Liu W. Z., (2006), "Experimental Evaluation of a Piezoelectric Vibration Absorber Using Simplified Fuzzy Controller in a Cantilever Beam", *Journal of Sound and Vibration*, 296(1), 567-582.
- [21] Moheimani S. O. R., Vautier B. J. G., Bhikkaji B., (2006), "Experimental Implementation of Extended Multivariable PPF Control on an Active Structure", *Institute of Electrical and Electronics Engineers Transactions on Control System Technology*, 14(3), 100-110.
- [22] Nestorovic T., Köppe H., Gabbert U., (2005), "Subspace Identification for The Model Based Controller Design of a Funnel – Shaped Structure", *Mechanics Automatic Control and Robotics*, 4(1), 257-263.
- [23] Nestorovic T., Trajkov M., Seeger F., Köppe H., Gabbert U., (2006), "Optimal LQ Controllers with Additional Dynamics for The Active Vibration Suppression of a Car Roof", *Mechanics Automatic Control and Robotics*, 5(1), 117-129.
- [24] Nestorovic T., Trajkov M., (2010), "Active Control of Smart Structures – an Overall Approach", *Architecture and Civil Engineering*, 8(1), 35-44.

- [25] Gözen Ş., (2002), "Effects of Surface-Bonded Piezoelectric on Beam Structures", Master's Thesis, Istanbul Technical University.
- [26] Uyanık H., (2006), "Anlık Basınç Yüğü Etkisindeki Katmanlı Kompozit bir Plağın Titreşimlerinin Aktif Kontrolü", Doktora Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi.
- [27] Hagedorn P., DasGupta A., (2007), "Vibrations and Waves in Continuous Mechanical Systems", ISBN: 978-0470-051738-3, John Wiley & Sons Ltd.
- [28] Çağlayan H. İ., (2009), "Rezonans: Makinaların ve Yapıların Gizli Düşmanı", Mühendislik ve Makine, 50(598), 135-138.
- [29] Web 1, (2015), <http://www.bksv.com/>, (Erişim Tarihi: 09.02.2015).
- [30] Nestorovic T., (2014), "Advanced Control of Adaptive Mechanical System Lecture Notes", Ruhr Universität Bochum.
- [31] Athans M., (1971), "The Role and Use of the Stochastic Linear-Quadratic-Gaussian Problem in Control System Design", Institute of Electrical and Electronics Engineers Transactionson Control System Technology, 16(1), 529-552.
- [32] Athans M., (1971), "The Role and Use of the Stochastic Linear-Quadratic-Gaussian Problem in Control System Design", Institute of Electrical and Electronics Engineers Transactionson Control System Technology, 17(1), 529-552.
- [33] Web 2, (2014), <http://www.mathworks.com/help/control/ref/lqg.html>, (Erişim Tarihi: 09.08.2014).
- [34] Kim H. M., Craig R. R., (1992), "McDonnell Douglas Space Systems", The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, 7(4), 227-241.
- [35] Athans M., (2003), "The Role and Use of the Stochastic Linear-Quadratic-Gaussian Problem in Control System Design", Institute of Electrical and Electronics Engineers Transactionson Control System Technology, 16(3), 529-550.
- [36] Siong C., (2013), "Computer-Aided Control Systems Design", ISBN: 2012912, Taylor&Francis Group.
- [37] Preumont A., (2006), "Mechatronics Dynamics of Electromechanical and Piezoelectric Systems", ISBN: 10 1-4020-4695-2, Springer.

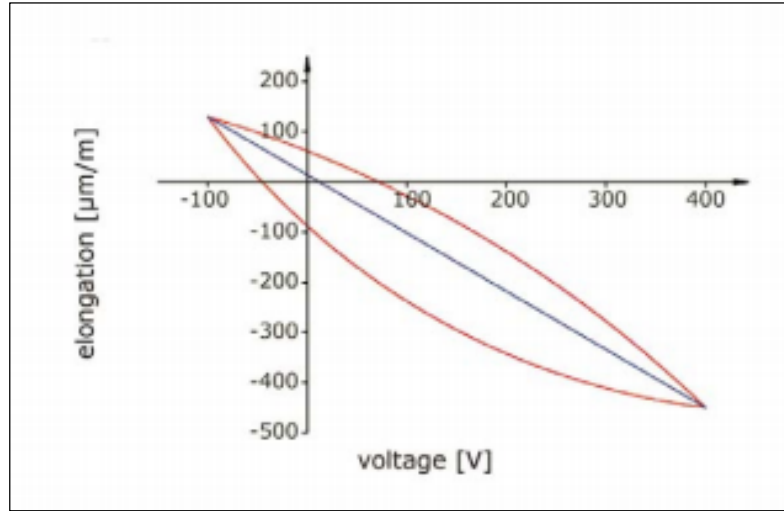
## ÖZGEÇMİŞ

Muharrem EKREM 1989 yılında Kocaeli’de doğdu. Sezai Türkeş – Feyzi Akkaya Anadolu Teknik Lisesi Makine Bölümü’nden mezun olmuştur. Marmara Üniversitesi Mekatronik Öğretmenliği Bölümü’nden 2011 yılında mezun oldu. 2012 yılında Gebze Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği Anabilim Dalında yüksek lisans eğitimine başlamıştır. Teknodrom ve Altınay gibi çeşitli robotik ve otomasyon firmalarında çalışmıştır. Hali hazırda robotik ve otomasyon projelerinde aktif olarak yer almaktadır.

# EKLER

## Ek A: Açıklamalar

Tez kapsamında kontrol çalışmaları için kurulan deney donanımında kullanılan piezoelektrik aktüatör ve piezoelektrik aktüatör sürücü devresinin katalog bilgileri ekte verilmiştir.



Şekil A1.1: Piezoelektrik eyleyici histerisiz grafiği.

| Order Number | Operating voltage [V] | Min. lateral contraction [ $\mu\text{m/m}$ ] | Rel. lateral contraction [ $\mu\text{m/m/V}$ ] | Blocking force [N] | Dimensions [mm] | Min. bending radius [mm] | Piezo ceramic height [ $\mu\text{m}$ ] | Electrical capacitance [nF] $\pm 20\%$ |
|--------------|-----------------------|--|--|--------------------|-----------------|--------------------------|--|--|
| P-876.A11    | -50 to +200           | 400  | 1.6  | 90                 | 61 x 35 x 0.4   | 12                       | 100                                    | 150                                    |
| P-876.A12    | -100 to +400          | 650  | 1.3  | 265                | 61 x 35 x 0.5   | 20                       | 200                                    | 90                                     |
| P-876.A15    | -250 to +1000         | 800  | 0.64   | 775                | 61 x 35 x 0.8   | 70                       | 500                                    | 45                                     |
| P-876.SP1    | -100 to +400          | 650  | 1.3  | 280                | 16 x 13 x 0.5   | -                        | 200                                    | 8                                      |

Piezo ceramic type: PIC 255  
Standard connections: Solder pads  
Operating temperature range: -20 to 150°C  
Custom designs or different specifications on request.

The figure includes technical drawings and a 3D model. The top left drawing shows a top view of a rectangular actuator with dimensions: total width 61 ± 0.5 mm, inner width 50 mm, total height 35 ± 0.5 mm, and inner height 30 mm. The bottom left drawing shows a side view with dimensions: total thickness 13 ± 0.5 mm, inner thickness 10 mm, and a small protrusion of 5 mm. The 3D model on the right shows the actuator with blue arrows indicating lateral contraction. Below the 3D model, the text reads: "When a voltage is applied, the DuraAct patch transducer contracts laterally".

Şekil A1.2: Piezoelektrik eyleyici özellikleri.

| Model                          | E-413.00  | E-413.OE   | E-413.D2   | Ordering Information   |
|--------------------------------|---|--|--|--|
| Function                       | Power amplifier for PICAShear™ piezo actuators, bench-top | Power amplifier for PICAShear™ piezo actuators, OEM module | Power amplifier for DuraAct™ piezoelectric patch transducers, OEM module | <b>E-413.D2</b><br>Piezo Amplifier for DuraAct™ Patch Transducers, -100 to +400 V                                  |
| <b>Amplifier</b>               |   |  |  | <b>E-413.00</b><br>Piezo Amplifier for PICAShear™ Actuators, -250 to +250 V, Bench Top                             |
| Input voltage range            | -5 to +5 V  | -5 to +5 V   | -2 to 8 V  | <b>E-413.OE</b><br>Piezo Amplifier for PICAShear™ Actuators, -250 to +250 V, OEM Module                            |
| Output voltage range           | -250 to 250 V   | -250 to 250 V  | -100 to 400 V  | <b>Accessories:</b><br><b>E-500.ACD</b><br>LabVIEW Driver Set for Analog Controllers (Supports Certain D/A Boards) |
| Amplifier channels             | 1   | 1  | 1  | <b>E-500.HCD</b><br>HyperBit™ Functionality for Enhanced System Resolution   |
| Peak output power              | 50 W (<3 ms)  | 50 W (<3 ms)   | 50 W (<5 ms)   |  |
| Average output power           | <12 W (>3 ms)   | <12 W (>3 ms)  | <6 W (>5 ms)   |  |
| Peak current                   | 100 mA (<3 ms)  | 100 mA (<3 ms)   | 100 mA (<5 ms)   |  |
| Average current                | 24 mA (>3 ms)   | 24 mA (>3 ms)  | 12 mA (>5 ms)  |  |
| Current limitation             | Short-circuit proof                                       | Short-circuit proof  | Short-circuit proof  |  |
| Voltage gain                   | 50 ±0.1   | 50 ±0.1  | 50 ±0.1  |  |
| Ripple, noise, <10 kHz         | 100 mV <sub>P-P</sub> @100 nF                             | 100 mV <sub>P-P</sub> @100 nF                              | 100 mV <sub>P-P</sub> @100 nF  |  |
| Amplifier resolution           | <10 mV  | <10 mV   | <10 mV   |  |
| Input impedance                | 100 kΩ  | 100 kΩ   | 100 kΩ   |  |
| <b>Interface and operation</b> |   |  |  |  |
| Piezo connector                | Conec sub-D 5W1 with HV (rear)                            | DIN 41612, 32-pin. (rear)                                  | DIN 41612, 32-pin. (rear)  |  |
| Control input voltage          | SMB connector (rear)                                      | DIN 41612, 32-pin. (rear)                                  | DIN 41612, 32-pin. (rear)  |  |
| <b>Miscellaneous</b>           |   |  |  |  |
| Operating temperature range    | +5 to +50 °C<br>(10% derated over 40 °C)                  | +5 to +50 °C<br>(10% derated over 40 °C)                   | +5 to +50 °C<br>(10% derated over 40 °C)                                 |  |
| Dimensions                     | 220 x 105 x 54 mm   | 14HP / 3U  | 7HP / 3U   |  |
| Mass                           | 1.14 kg   | 0.8 kg   | 0.4 kg   |  |
| Operating voltage              | 24 V / 2 A  | 24 V / 2 A   | 24 V / 1 A   |  |
| Power consumption              | 48 W  | 48 W   | 24 W   |  |

Şekil A1.3: Piezoelektrik eyleyici sürücü devre özellikleri.

|  | Unit                           | Soft PZT materials                  |        |        |        |        |      |
|--|--------------------------------|-------------------------------------|--------|--------|--------|--------|------|
|  |                                | PIC151                              | PIC255 | PIC155 | PIC153 | PIC152 |      |
| <b>Physical and dielectric properties</b>  |                                |                                     |        |        |        |        |      |
| Density  | $\rho$                         | g/cm <sup>3</sup>                   | 7.80   | 7.80   | 7.80   | 7.60   | 7.70 |
| Curie temperature  | $T_c$                          | °C                                  | 250    | 350    | 345    | 185    | 340  |
| Relative permittivity in the polarization direction<br>⊥ to polarity             | $\epsilon_{33}^T / \epsilon_0$ |                                     | 2400   | 1750   | 1450   | 4200   | 1350 |
|  | $\epsilon_{11}^T / \epsilon_0$ |                                     | 1980   | 1650   | 1400   |        |      |
| Dielectric loss factor   | $\tan \delta$                  | 10 <sup>-2</sup>                    | 20     | 20     | 20     | 30     | 15   |
| <b>Electromechanical properties</b>  |                                |                                     |        |        |        |        |      |
| Coupling factor  | $k_p$                          |                                     | 0.62   | 0.62   | 0.62   | 0.62   | 0.48 |
|  | $k_t$                          |                                     | 0.53   | 0.47   | 0.48   |        |      |
|  | $k_{31}$                       |                                     | 0.38   | 0.35   | 0.35   |        |      |
|  | $k_{32}$                       |                                     | 0.69   | 0.69   | 0.69   |        | 0.58 |
|  | $k_{15}$                       |                                     |        | 0.66   |        |        |      |
| Piezoelectric charge coefficient   | $d_{31}$                       |                                     | -210   | -180   | -165   |        |      |
|  | $d_{32}$                       | 10 <sup>-12</sup> C/N               | 500    | 400    | 360    | 600    | 300  |
|  | $d_{15}$                       |                                     |        | 550    |        |        |      |
| Piezoelectric voltage coefficient  | $g_{31}$                       | 10 <sup>-3</sup> Vm/N               | -11.5  | -11.3  | -12.9  |        |      |
|  | $g_{32}$                       |                                     | 22     | 25     | 27     | 16     | 25   |
| <b>Acousto-mechanical properties</b>   |                                |                                     |        |        |        |        |      |
| Frequency coefficients   | $N_p$                          |                                     | 1950   | 2000   | 1960   | 1960   | 2250 |
|  | $N_1$                          | Hz·m                                | 1500   | 1420   | 1500   |        |      |
|  | $N_2$                          |                                     | 1750   |        | 1780   |        |      |
|  | $N_t$                          |                                     | 1950   | 2000   | 1990   | 1960   | 1920 |
| Elastic compliance coefficient   | $S_{11}^E$                     | 10 <sup>-12</sup> m <sup>2</sup> /N | 15.0   | 16.1   | 15.6   |        |      |
|  | $S_{33}^E$                     |                                     | 19.0   | 20.7   | 19.7   |        |      |
| Elastic stiffness coefficient  | $C_{33}^D$                     | 10 <sup>10</sup> N/m <sup>2</sup>   | 10.0   |        | 11.1   |        |      |
| Mechanical quality factor  | $Q_m$                          |                                     | 100    | 80     | 80     | 50     | 100  |
| <b>Temperature stability</b>   |                                |                                     |        |        |        |        |      |
| Temperature coefficient of $\epsilon_{33}^T$<br>(in the range -20 °C to +125 °C) | $TK \epsilon_{33}$             | 10 <sup>-2</sup> /K                 | 6      | 4      | 6      | 5      | 2    |
| <b>Time stability (relative change of the parameter per decade of time in %)</b> |                                |                                     |        |        |        |        |      |
| Relative permittivity  | $C_E$                          | %                                   |        | -1.0   | -2.0   |        |      |
| Coupling factor  | $C_k$                          |                                     |        | -1.0   | -2.0   |        |      |

Şekil A1.4: Piezoelektrik eyleyici malzeme özellikleri.