

T.C.
GEBZE TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**FİZİKSEL OPTİK METODU İLE RASTGELE ŞEKLİ HOMOJEN
OLMAYAN EMPEDANSA SAHİP SİLİNDİRDEN
ELEKTROMANYETİK SAÇILIM**

YASİN OĞUZ GÜNDÜZ
YÜKSEK LİSANS TEZİ
ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

GEBZE

2016

**T.C.
GEBZE TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**FİZİKSEL OPTİK METODU İLE
RASTGELE ŞEKİLLİ HOMOJEN
OLMAYAN EMPEDANSA SAHİP
SİLİNDİRDEN ELEKTROMANYETİK
SAÇILIM**

**YASİN OĞUZ GÜNDÜZ
YÜKSEK LİSANS TEZİ
ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

**DANIŞMANI
DOÇ. DR. FATİH DİKMEN**

GEBZE

2016

T.R.

GEBZE TECHNICAL UNIVERSITY

GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES

**ELECTROMAGNETIC SCATTERING BY
ARBITRARY SHAPED
INHOMOGENEOUS IMPEDANCE
CYLINDER USING PHYSICAL OPTICS
METHOD**

YASİN OĞUZ GÜNDÜZ

**A THESIS SUBMITTED FOR THE DEGREE OF
MASTER OF SCIENCE**

DEPARTMENT OF ELECTRONIC ENGINEERING

THESIS SUPERVISOR

ASSOC. PROF. FATİH DİKMEN

GEBZE

2016

GTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 25/03/2016 tarih ve 2016/25 sayılı kararıyla oluşturulan jüri tarafından 15/04/2016 tarihinde tez savunma sınavı yapılan Yasin Oğuz GÜNDÜZ'ün tez çalışması Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS tezi olarak kabul edilmiştir.

JÜRİ

ÜYE

(TEZ DANIŞMANI) : Doç. Dr. Fatih DİKMEN

ÜYE

: Yrd. Doç. Dr. H. Arda ÜLKÜ

ÜYE

: Yrd. Doç. Dr. Yücel ENİNER

ONAY

Gebze Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun

...../...../.....tarih ve/..... sayılı kararı.

İMZA/MÜHÜR

ÖZET

Bu tez, literatürde fiziksel optik yöntemi kullanılarak, rastgele şekilli kesite sahip homojen olmayan yüzey empedansına sahip silindirden EM saçılımının incelendiği orijinal bir çalışmanın yeniden uygulanmasıdır. Çözümde, aydınlık bölge boyunca indüklenmiş elektrik ve manyetik akımlar, yüzey empedansı ve standart empedans sınır koşulu cinsinden elde edilmiş ve saçılan alan Huygens tipi Green formülü ile ifade edilmiştir. Elde edilen saçılma genişliklerine dair sonuçlar analitik ve nümerik olarak elde edilmiş diğer yöntemlerle karşılaştırılmış ve özellikle monostatik durum için iyi bir yaklaşıklık elde edilmiştir. Çalışmada TM durumu incelenmiş olmasına rağmen aynı prosedür TE durumu ve 3B homojen olmayan empedansa sahip nesnelere de uygulanabilir.

Anahtar Kelimeler: Elektromanyetik Saçılma, Homojen Olmayan Empedans Silindir, Fiziksel Optik Yöntemi.

SUMMARY

This thesis is an implementation of known study in literature based on the EM scattering problem related to an arbitrarily shaped inhomogeneous impedance cylinder investigated using the physical optics method. In the solution, induced electric and magnetic currents on the illuminated region of the impedance surface are expressed by means of the incident field and the inhomogeneous impedance boundary condition, then the scattered field is calculated using the Huygens-type Green's formula. Obtained scattering width results are compared with those obtained by other analytical and numeric methods and good agreements are observed, especially for the monostatic case. In the study, the TM case is considered, but a similar procedure can be applied to TE case and also 3D inhomogeneous impedance objects.

Keywords: Electromagnetic Scattering, Inhomogeneous Impedance Cylinder, Physical Optics Method.

TEŞEKKÜR

Harcadığı emek ve gösterdiği sabırdan ötürü danışman hocam Doç. Dr. Fatih Dikmen'e ve bana olan sevgilerini anlayışlarına yansıtan değerli aileme teşekkür ederim.



İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	v
SUMMARY	vi
TEŞEKKÜR	vii
İÇİNDEKİLER	viii
SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ	ix
ŞEKİLLER DİZİNİ	x
1. GİRİŞ	1
2. TEMEL KAVRAMLAR	2
2.1. Fiziksel Optik (FO)	2
2.2. Standart Empedans Sınır Koşulu (SESK)	3
2.3. Yüzey Denklik Teoremi	4
2.4. Genelleştirilmiş Green Fonksiyonu Yöntemi	6
3. FORMULASYON	7
3.1. Huygens Tipi Green Formülü	7
3.2. Akım Yoğunluğu	13
4. SAYISAL ÇÖZÜM	18
5. SONUÇ	22
KAYNAKLAR	23
ÖZGEÇMİŞ	24
EKLER	25

SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ

<u>Simgeler ve</u>	<u>Açıklamalar</u>
<u>Kısaltmalar</u>	
∇	: Nabla operatörü
\mathbf{E}	: Elektrik alan vektörü
\mathbf{E}^i	: Gelen elektrik alan vektörü
\mathbf{E}^r	: Yansıyan elektrik alan vektörü
\mathbf{E}^s	: Saçılan elektrik alan vektörü
\mathbf{H}	: Manyetik alan vektörü
\mathbf{H}^i	: Gelen manyetik alan vektörü
\mathbf{H}^r	: Yansıyan manyetik alan vektörü
\mathbf{k}^i	: Gelen dalga için birim ilerleme vektörü
\mathbf{k}^r	: Yansıyan dalga için birim ilerleme vektörü
Z	: Yüzey empedansı
R	: Yansıma katsayısı
G	: Green fonksiyonu
ϵ	: Dielektrik sabiti
μ	: Manyetik geçirgenlik
η	: Karakteristik empedans
k	: Dalga sayısı
λ	: Dalgaboyu
EM	: Elektromanyetik
FO	: Fiziksel optik
SESK	: Standart empedans sınır koşulu
SG	: Saçılma genişliği
TE	: Transvers elektrik
TM	: Transvers manyetik

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Sekil No:</u>	<u>Sayfa</u>
2.1: Fiziksel optik modeli.	2
2.2: İç bölge için yüzey denklik teoremi: a) Gerçek kaynaklar, b) Eşdeğer yüzey kaynakları.	4
2.3: Dış bölge için yüzey denklik teoremi: a) Gerçek kaynaklar, b) Eşdeğer yüzey kaynakları.	5
3.1: Problemin geometrisi.	7
3.2: Empedans yüzeyden yansıma.	13
4.1: Dairesel silindir için bistatik SG: a) Tez kapsamında üretilen, b) Makaleden alınan.	19
4.2: Dairesel silindir için monostatik SG: a) Tez kapsamında üretilen, b) Makaleden alınan.	19
4.3: Kare kesitli silindir geometrisi.	20
4.4: Kare kesitli silindir için bistatik SG: a) Tez kapsamında üretilen, b) Makaleden alınan.	20
4.5: Kare kesitli silindir için monostatik SG: a) Tez kapsamında üretilen b) Makaleden alınan.	21

1. GİRİŞ

Elektrik ve manyetik alanların, materyal yüzeyinde uymak durumunda buldukları sınır koşulları elektromanyetik saçılma problemlerinde önemli rol oynar. Bu koşullardan biri olup elektrik ve manyetik alan vektörlerinin sınır üzerindeki teğet bileşenleri arasındaki ilişkiyi veren yüzey empedansını baz alan empedans sınır koşulları, Leontovich [1] ve Wait [2] tarafından çalışılmıştır. Bu tip sınır koşullarının en basit biçimleri olan standart empedans sınır koşulları (SESK) yüzey kaplamalarının modellenmesinde ve kayıplı dielektriklere uygulanmıştır [3]. Genel olarak SESK'deki yüzey empedansları sabit katsayılar olsa da [3, 4] daha kesin sonuçlar elde edebilmek adına konuma göre değişen fonksiyon da olabilir [5].

Homojen olmayan SESK kanonik yapılar [6 - 8] ve homojen olmayan silindirik kesitli rastgele şekilli geometrilere dair saçılma problemleri de Nyström metodu [9] ile çözülmüştür.

İlk kez [10] ile rastgele şekilli ve homojen olmayan empedansa sahip çeşitli nesnelere saçılma problemi fiziksel optik (FO) metodu [11] kullanılarak çalışılmıştır.

Kullanılan dalga boyundan daha büyük eğrilik yarıçaplarına sahip geometrilere iyi bir yaklaşıklık vermesi FO metodunun genel avantajıdır. Uygulanması kolaydır. Kesin çözümlerin bulunmadığı nispeten karmaşık problemler için kullanılabilir. Diğer yöntemlerle birlikte kullanılabilirdiği gibi ters matris işlemleri ve iteratif hesaplamalar gibi zaman alan yöntemlere ihtiyaç duymaması nümerik işlem yükünü azaltarak daha hızlı hesaplama yapılmasına olanak verir. Bununla birlikte eğrilik yarıçapı ve kullanılan frekans azaldıkça hata payının artması yönteme dezavantaj getirir.

Bu tezde ise [10] kapsamında FO için oluşturulan formülasyon adım adım analitik olarak tekrar elde edilecek ve formülasyondan çıkarılacak nümerik sonuçların makaledekiler ile uyumluluğu grafiksel olarak gösterilecektir.

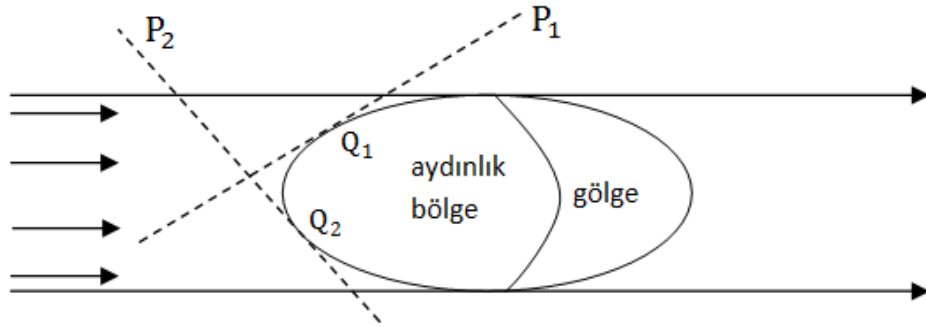
2. TEMEL KAVRAMLAR

2.1. Fiziksel Optik (FO)

Dalgaboyunun görece çok kısa olduğu durumlarda nesne yüzeyinde indüklenen alan değerlerinin geometrik optik kuralları çerçevesinde belirlendiği yaklaşık çözüm yöntemidir. Dalgaboyunun kısalması nesne yüzeyindeki yansıma noktalarının her birinin düzlem olarak temsil edilebilme olanağını arttırdığından ötürü FO yöntemi için ideal şartlar, minimum dalgaboyunda ve düzlemsel yüzeye sahip nesnelere oluşur.

Yöntemin önemli özelliklerinden biri de geometrik doğasından kaynaklanan aydınlık ve karanlık bölgelerin oluşmasıdır. Karanlık bölgede saçılan alan ve yüzey üzerinde, bu alanı oluşturan kaynakların bulunmadığı varsayılır.

Şekil 2.1'de, gelen dalgalar tarafından nesne üzerinde oluşturulan aydınlık ve karanlık bölgeler gösterilmiştir. Alan indüklenmesine kaynaklık ettiği varsayılan Q_1 ve Q_2 yansıma noktaları P_1 ve P_2 düzlemleri ile temsil edilir.



Şekil 2.1: Fiziksel optik modeli.

Genel olarak imaj teorisinde de kullanılan FO yöntemi, idealde kırılmanın yarattığı kayıpların olmadığı maksimum yansıtma katsayısına sahip mükemmel iletken nesnelere formülasyonunda tercih edilir [12].

2.2. Standart Empedans Sınır Koşulu (SESK)

Sınır koşullarının yaklaşık olarak ifade edilmesine olanak sağlayan yöntemlerden biridir. Zaman harmonikliğin $e^{-i\omega t}$ alınması durumunda yüzey üzerinde teğetsel elektrik alan bileşenini u , ortamın dalga sayısını k , yüzey empedansını Z , ortamın karakteristik empedansını Z_0 ve yüzeyin normal doğrultusundaki değişimi de n ile temsil etmek üzere aşağıdaki skaler diferansiyel denklem ile ifade edilebilir [9].

$$u + \frac{Z}{ikZ_0} \frac{\partial u}{\partial n} = 0 \quad (2.1)$$

Kartezyen birim vektörleri arasındaki ilişki, z -indisi ilerleme düzlemine dik olan z -ekseni doğrultusunu ve t , ilerleme düzlemindeki yüzeye teğet olan vektörü göstermek üzere $\mathbf{u}_z = \mathbf{n} \times \mathbf{t}$ alınmak üzere rotasyonel Maxwell denklemi kullanılarak

$$i\omega \begin{pmatrix} B_n \\ B_t \\ B_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial E_z}{\partial t} - \frac{\partial E_t}{\partial z} \\ \frac{\partial E_z}{\partial n} - \frac{\partial E_n}{\partial z} \\ \frac{\partial E_t}{\partial n} - \frac{\partial E_n}{\partial t} \end{pmatrix} \xrightarrow{u=E_z} \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial E_t}{\partial z} \\ \frac{\partial E_n}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial n} \\ \frac{\partial E_t}{\partial n} - \frac{\partial E_n}{\partial t} \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

$$i\omega \mathbf{n} \times \begin{pmatrix} B_n \\ B_t \\ B_z \end{pmatrix} = \mathbf{n} \times \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial E_t}{\partial z} \\ \frac{\partial E_n}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial n} \\ \frac{\partial E_t}{\partial n} - \frac{\partial E_n}{\partial t} \end{pmatrix} \Rightarrow i\omega \begin{pmatrix} B_z \\ B_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial E_t}{\partial n} - \frac{\partial E_n}{\partial t} \\ \frac{\partial E_n}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial n} \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

ve $\mathbf{E} = \begin{pmatrix} E_n \\ E_t \\ E_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_n \\ E_t \\ u \end{pmatrix} \Rightarrow -\mathbf{n} \times \mathbf{n} \times \mathbf{E} = \begin{pmatrix} E_t \\ u \end{pmatrix}$ eşitliklerinin $E_n = 0$ için (2.1)'de yerlerine yazılmasıyla

$$-\mathbf{n} \times \mathbf{n} \times \mathbf{E} = \frac{Z \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}}}{i\omega\sqrt{\epsilon\mu}} i\omega\mu \mathbf{n} \times \mathbf{H} \quad (2.4)$$

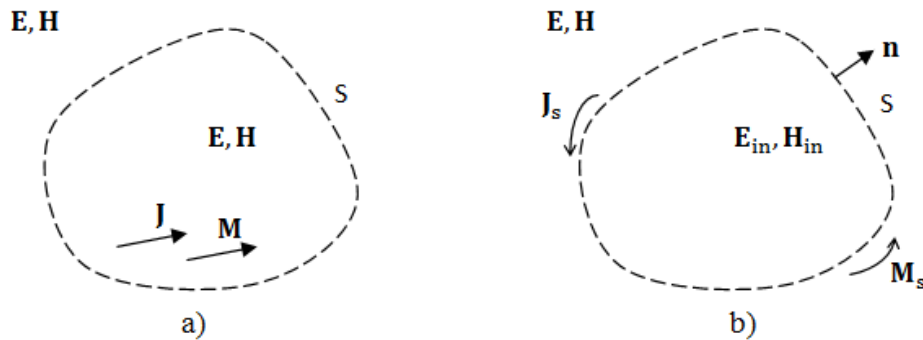
$$-\mathbf{n} \times \mathbf{n} \times \mathbf{E} = Z \mathbf{n} \times \mathbf{H} \quad (2.5)$$

şeklinde kuple formda da elde edilebilir. Genel empedans sınır koşullarının en basit hali olup birinci merteye koşulu olarak FO yönteminde kullanılır [1]. Daha kesin sonuçların alınması için artırılan merteye, denklemin serbestlik derecesini de arttırdığından, hesaplama için ihtiyaç duyulan ek şartların sayısı artar [5].

2.3. Yüzey Denklik Teoremi

Gerçek yükler tarafından yaratılan alanın varsayımsal bir yüzey üzerinde indüklendiği kabul edilen eşdeğer kaynaklar tarafından üretilmesini modelleyen bir teoremdir. Bu teorem, kaynağının ve bünye süreksizliğinin bulunduğu arayüz boyunca sağladığı sınır koşullarının tamamen bilinmesi durumunda bir alanın kesin olarak belirlenebileceği ilkesi olan teklik teoreminin (uniqueness theorem) bir sonucudur.

Şekil 2.2'de teoremin formülasyonu nasıl modellediği görülüyor. J ve M alanı yaratan gerçek akım kaynaklarını, s-indisi ise yüzey üzerindeki eşdeğer akım kaynaklarını temsil etmek üzere, eşdeğer akım yoğunlukları genel sınır koşullarını aşağıdaki gibi sağlar.



Şekil 2.2: İç bölge için yüzey denklik teoremi: a) Gerçek kaynaklar, b) Eşdeğer yüzey kaynakları.

$$\mathbf{M}_s = -\mathbf{n} \times (\mathbf{E} - \mathbf{E}_{in}) \quad (2.6)$$

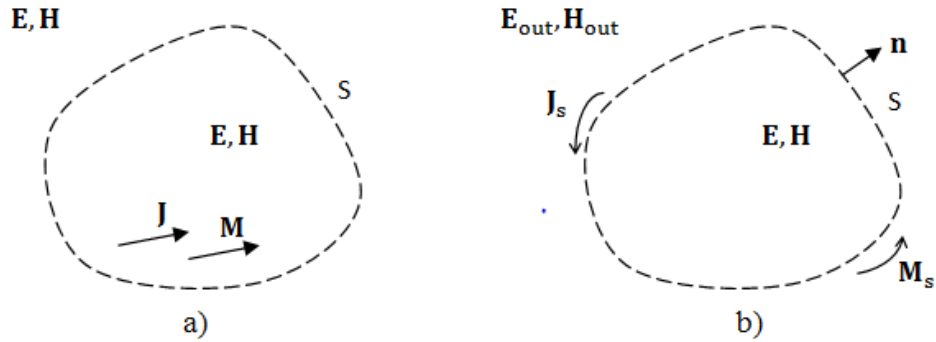
$$\mathbf{J}_s = \mathbf{n} \times (\mathbf{H} - \mathbf{H}_{in}) \quad (2.7)$$

Hesaplama uzayı, S kapalı yüzeyinin dışı olduğundan diğer bir deyişle iç bölgedeki alanla ilgilenilmediğinden \mathbf{E}_{in} ve \mathbf{H}_{in} keyfi seçilebilir.

$$\mathbf{M}_s = -\mathbf{n} \times (\mathbf{E} - \mathbf{E}_{in})|_{\mathbf{E}_{in}=0} = -\mathbf{n} \times \mathbf{E} \quad (2.8)$$

$$\mathbf{J}_s = \mathbf{n} \times (\mathbf{H} - \mathbf{H}_{in})|_{\mathbf{H}_{in}=0} = \mathbf{n} \times \mathbf{H} \quad (2.9)$$

Bununla birlikte denklik prensibi, hesaplama uzayının S kapalı yüzeyinin içi olarak seçilmesine de olanak verir. Bu durumda yüzeyin dışındaki bölgeyle ilgilenilmediğinden, bu bölgede EM alanın değeri sıfır alınabilir. Şekil 2.3'te out-indisi kapalı bölgenin dışındaki EM alana atıfta bulunmak üzere orijinal problemdeki gerçek kaynaklar ile b'deki eşdeğer kaynakların iç bölgede aynı alanı yarattıkları görülmektedir.



Şekil 2.3: Dış bölge için yüzey denklik teoremi: a) Gerçek kaynaklar, b) Eşdeğer yüzey kaynakları.

Böyle bir durumda sınır koşulları aşağıdaki gibi olur.

$$\mathbf{M}_s = \mathbf{n} \times (\mathbf{E} - \mathbf{E}_{out})|_{\mathbf{E}_{out}=0} = \mathbf{n} \times \mathbf{E} \quad (2.10)$$

$$\mathbf{J}_s = -\mathbf{n} \times (\mathbf{H} - \mathbf{H}_{out})|_{\mathbf{H}_{out}=0} = -\mathbf{n} \times \mathbf{H} \quad (2.11)$$

Empedans durumu dışında, elektrik ve manyetik akım yoğunluğu eşdeğer bileşenleri ayrı ayrı sıfır yapılarak elektrik iletken ve manyetik iletken şartları için kullanılabilir.

Teoremin ne derece doğru sonuç vereceği, alanların yüzey üzerindeki teğet bileşenlerinin ne kadar iyi bilindiğine bağlıdır.

2.4. Genelleştirilmiş Green Fonksiyonu Yöntemi

Genel anlamda Green fonksiyonu, sistemi süren dürtü kaynağına sistem tarafından verilen tepkiyi temsil eder. EM anlamında ise uzayın herhangi bir yerinde meydana gelen Dirac delta kaynak dürtüsüne karşılık oluşan alan fonksiyonunu betimler. Bu fonksiyonun, bütün kaynakları içeren bölge boyunca integralinin alınarak mevcut yük dağılımından doğan alanların bulunabilmesini sağlayan yöntem ise genelleştirilmiş Green fonksiyonu yöntemidir [11].

$$\varphi(\mathbf{r}) = \int f(\mathbf{r}')G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')dV' + \oint \{G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')\nabla' \varphi(\mathbf{r}') - \varphi(\mathbf{r}')\nabla' G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')\}d\mathbf{s}' \quad (2.12)$$

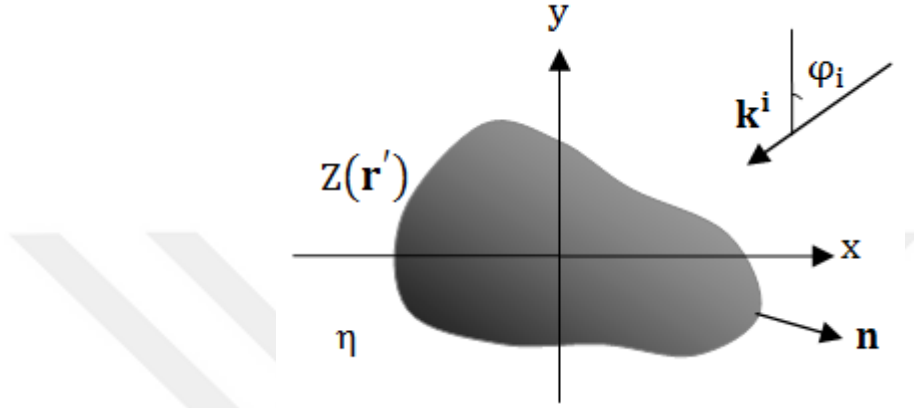
Denklemin sağ yanındaki ilk terim ilgili hacim içindeki kaynak varlığından doğar. İkinci terim ise hacmi kuşatan yüzey üzerinde indüklenmiş kaynakları temsil eder.

İkinci terimdeki ilk integral ifadesi hacim içindeki kaynakla benzer formda olduğu gibi, alan kaynağının alan gradyanı ile temsil edilmesi nedeniyle monopollü kaynak bileşenini temsil eder. İkinci integral ifadesi ise yüzeyin \mathbf{r}' noktasına var olan dipol kaynaklarının oluşturduğu etkiyi temsil ettiğinden aşağıdaki gibi dipollü kaynak bileşenini oluşturur.

$$\lim_{\Delta n' \rightarrow 0} \frac{G(\mathbf{r}, \mathbf{r}' + \Delta \mathbf{n}') - G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\Delta n'} = \nabla' G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{n}' \quad (2.13)$$

3. FORMULASYON

Problemin geometrisi şekil 3.1'de gösterildiği gibi olup silindirik kesit yüzeyi, homojen olmayan yüzey empedansı, C , ilgili yüzeyin kesit hattını temsil eden kapalı eğri olmak üzere $\mathbf{r}' \in C$ için $Z(\mathbf{r}')$ ile tanımlanmıştır.



Şekil 3.1: Problemin geometrisi.

Dış ortam kayıpsız olup elektrik geçirgenliği ve manyetik duyarlılığı sırasıyla ϵ ve μ dür. Buna bağlı olarak karakteristik empedansı $\eta = \sqrt{\mu/\epsilon}$ ve dalga sayısı $k = \omega\sqrt{\epsilon\mu}$ dur.

$$\mathbf{E}^i(\mathbf{r}) = e^{-ik^i \cdot \mathbf{r}} \mathbf{u}_z \quad (3.1)$$

olmak üzere gelen dalga z-eksenli polarizasyona sahip düzlemsel dalgadır. Empedans yüzeyinin z eksenine doğrultusunda homojen özellik göstermesi, toplam ve saçılan elektrik alanların da z eksenine paralel polarizasyona sahip olmasını sağladığından problem iki boyutlu skaler TM^z durumuna indirgenmiştir.

3.1. Huygens Tipi Green Formülü

A ve F sırasıyla manyetik ve elektrik vektör potansiyelleri iken;

$$\mathbf{H}_A = \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \quad (3.2)$$

$$\mathbf{E}_F = -\frac{1}{\varepsilon} \nabla \times \mathbf{F} \quad (3.3)$$

yardımcı vektör potansiyellerinin her birinin ayrı ayrı katkısından doğan manyetik ve elektrik alan vektörlerini temsil etmek üzere Maxwell denklemlerinden hareketle

$$\nabla \times \mathbf{E}_A = i\omega\mu\mathbf{H}_A = i\omega\nabla \times \mathbf{A} \quad (3.4)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}_F = -i\omega\varepsilon\mathbf{E}_F = i\omega\nabla \times \mathbf{F} \quad (3.5)$$

$$\nabla \times (\mathbf{E}_A - i\omega\mathbf{A}) = \nabla \times (-\nabla\phi_e) = 0 \quad (3.6)$$

$$\nabla \times (\mathbf{H}_F - i\omega\mathbf{F}) = \nabla \times (-\nabla\phi_m) = 0 \quad (3.7)$$

şeklinde elektrik ve manyetik alanlara dair skaler potansiyellerin de eklenmesiyle

$$\mathbf{E}_A = -\nabla\phi_e + i\omega\mathbf{A} \quad (3.8)$$

$$\mathbf{H}_F = -\nabla\phi_m + i\omega\mathbf{F} \quad (3.9)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}_A = \mathbf{J} - i\omega\varepsilon\mathbf{E}_A \quad (3.10)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}_F = -\mathbf{M} + i\omega\mu\mathbf{H}_F \quad (3.11)$$

$$\frac{1}{\mu} \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \frac{1}{\mu} (\nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}) = \mathbf{J} - i\omega\varepsilon(-\nabla\phi_e + i\omega\mathbf{A}) \quad (3.12)$$

$$-\frac{1}{\varepsilon} \nabla \times \nabla \times \mathbf{F} = -\frac{1}{\varepsilon} (\nabla(\nabla \cdot \mathbf{F}) - \nabla^2 \mathbf{F}) = -\mathbf{M} + i\omega\mu(-\nabla\phi_m + i\omega\mathbf{F}) \quad (3.13)$$

$$\nabla^2 \mathbf{A} + \omega^2\varepsilon\mu\mathbf{A} = -\mu\mathbf{J} + \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A} - i\omega\varepsilon\mu\phi_e) \quad (3.14)$$

$$\nabla^2 \mathbf{F} + \omega^2\varepsilon\mu\mathbf{F} = -\varepsilon\mathbf{M} + \nabla(\nabla \cdot \mathbf{F} - i\omega\varepsilon\mu\phi_m) \quad (3.15)$$

ve son olarak

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = i\omega\epsilon\mu\phi_e \quad (3.16)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{F} = i\omega\epsilon\mu\phi_m \quad (3.17)$$

eşitliğini kabul eden Lorentz koşulunun seçilmesiyle

$$\nabla^2 \mathbf{A} + \omega^2 \epsilon\mu \mathbf{A} = -\mu \mathbf{J} \quad (3.18)$$

$$\nabla^2 \mathbf{F} + \omega^2 \epsilon\mu \mathbf{F} = -\epsilon \mathbf{M} \quad (3.19)$$

şeklinde vektör potansiyellere dair homojen olmayan dalga denklemleri elde edilir. Bu durumda toplam elektrik alanı yardımcı vektör potansiyeller cinsinden

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \mu \int \mathbf{J}(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{s}' \quad (3.20)$$

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \epsilon \int \mathbf{M}(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{s}' \quad (3.21)$$

olmak üzere aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_A + \mathbf{E}_F = i\omega\mathbf{A} + \frac{i}{\omega\mu\epsilon} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \frac{1}{\epsilon} \nabla \times \mathbf{F} \quad (3.22)$$

Denklemin sağ yanındaki ikinci terim

$$\nabla \cdot (\mathbf{J}(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')) = \mathbf{J}(\mathbf{r}') \cdot \nabla G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \nabla \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}') \quad (3.23)$$

vektörel eşitliğinden görüldüğü üzere TM^z modu için yok olur. Böylece toplam elektrik alanı

$$\mathbf{E} = i\omega\mathbf{A} - \frac{1}{\epsilon} \nabla \times \mathbf{F} = i\omega\mu \int \mathbf{J}(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{s}' - \nabla \times \int \mathbf{M}(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{s}' \quad (3.24)$$

olarak elde edilir. Bu denklem (2.12) ile verilen genelleştirilmiş Green fonksiyonu yönteminin salt yüzeysel akım kaynakları tarafından temsil edilen açık biçimdeki ifadesidir. Yüzey denklik teoreminin (2.12) denklemine uygulanması ile integrasyon hacmi içindeki alan ve kaynaklar yok olacağından denklemin sağ yanındaki hacim integrali yok olurken yüzey üstündeki eşdeğer kaynaklar monopollük kaynakların akım yoğunluklarıyla temsil edildiğinden polarizasyon ve manyetizasyon gibi dipol kaynakların etkisi de kaybolur.

Green formülü toplam alana dair yazılmasına karşın gelen alanın integrale katkısı sıfırdır [9]. Böylece (3.24) denklemi saçılan alanı ifade etmek için yeterlidir.

Green fonksiyonu homojen olmayan skaler Helmholtz dalga denklemini sağlar.

$$\nabla^2 G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + k^2 G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\delta(\mathbf{r}) \quad (3.25)$$

Dalga denklemi silindirik koordinat sisteminde yazılırsa

$$\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial}{\partial \rho} \rho \frac{\partial G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial z^2} + k^2 G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\delta(\mathbf{r}) \quad (3.26)$$

elde edilir. Problemin z-ekseni boyunca homojen ve fonksiyonun φ açısına göre simetrik olması, dalga denkleminin sadece ρ ya bağlı yazılabilmesini sağlar.

$$\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial}{\partial \rho} \rho \frac{\partial G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial \rho} \right) + k^2 G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\delta(\mathbf{r}) \quad (3.27)$$

Homojen Helmholtz denkleminin çözümü zıt yönlü iki dalga fonksiyonun süperpozisyonundan oluştuğundan $e^{-i\omega t}$ zaman harmonikliği kapsamında Green fonksiyonun dışa yönelen bileşeni, $\rho = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ olmak üzere

$$G(\rho) = MH_0^{(1)}(k\rho) \quad (3.28)$$

seçilir. (3.25) denkleminin Dirac delta kaynak noktasını merkez alacak şekilde hacim integrali alınır ve sol yandaki ilk terime Gauss teoremi uygulanırsa

$$\int \nabla^2 G(\rho) dv + k^2 \int G(\rho) dv = \int -\delta(\mathbf{r}) dv \quad (3.29)$$

$$\oint \nabla G(\rho) \cdot \mathbf{ds} + k^2 \int G(\rho) dv = - \int \delta(\mathbf{r}) dv \quad (3.30)$$

elde edilir. Silindirik hacim integralinden düzlemsel integrale inilmesi ve integral yarıçapının küçültülmesiyle

$$\oint \nabla G(\rho) \cdot \mathbf{dl} + k^2 \int G(\rho) ds = - \int \delta(\mathbf{r}) ds \quad (3.31)$$

$$\oint \frac{\partial G(\rho)}{\partial \rho} \mathbf{u}_\rho \cdot \mathbf{dl} + k^2 \int G(\rho) ds = - \int \delta(\mathbf{r}) ds \quad (3.32)$$

ve Hankel fonksiyonuna dair

$$H_0^{(1)}(x) = J_0(x) + iN_0(x) \quad (3.33)$$

$$J_0(x) \approx 1 \quad (3.34)$$

$$N_0(x) \approx \frac{2}{\pi} \ln\left(\frac{\gamma x}{2}\right) \quad (3.35)$$

tanım ve küçük argüman asimtotik yaklaşıklıkları da kullanılarak

$$iM \frac{2}{\pi} \oint \frac{\partial \left(\ln\left(\frac{\gamma k \rho}{2}\right) \right)}{\partial \rho} \mathbf{u}_\rho \cdot \mathbf{dl} + k^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{\rho=0}^{\epsilon} \left(1 + i \frac{2}{\pi} \ln\left(\frac{\gamma k \rho}{2}\right) \right) \rho d\rho = -1 \quad (3.36)$$

$$iM \frac{2}{\pi} \oint \frac{2\gamma k}{2\gamma k \rho} \mathbf{u}_\rho \cdot \rho d\varphi \mathbf{u}_\rho + 2\pi M \left(\int_{\rho=0}^{\epsilon} \left(1 + i \frac{2}{\pi} \ln\left(\frac{\gamma k \rho}{2}\right) \right) \rho d\rho \right) = -1 \quad (3.37)$$

$$4iM + 2\pi M \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left(\frac{\epsilon^2}{2} + i \frac{2}{\pi} \int_{\rho=0}^{\epsilon} \left(\ln\left(\frac{\gamma k \rho}{2}\right) \right) \rho d\rho \right) = -1 \quad (3.38)$$

İkinci terimdeki integralin arguman yakınsaması, logaritma fonksiyonunun ıraksama hızından yüksek olduğundan integral sonucu sıfıra gider. Böylece

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left(\frac{d}{d\epsilon} \ln(a\epsilon) / \frac{d}{d\epsilon} \epsilon^{-} \right) = 0 \quad (3.39)$$

$$\mathbf{M} = \frac{i}{4} \quad (3.40)$$

bulunur. (2.1) ve (2.5) sınır koşullarının (2.9) SESK'de kullanılmasıyla

$$\mathbf{n} \times \mathbf{M}(\mathbf{r}') = Z(\mathbf{r}') \mathbf{J}(\mathbf{r}') \quad (3.41)$$

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \mathbf{M}(\mathbf{r}')) = \mathbf{n} \times Z(\mathbf{r}') \mathbf{J}(\mathbf{r}') \quad (3.42)$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}') = -Z(\mathbf{r}') \mathbf{n} \times \mathbf{J}(\mathbf{r}') \quad (3.43)$$

kaynakları birbirine bağlayan empedans bağıntısı elde edilir. Son olarak (3.43) ifadesinin (3.24) denkleminde yazılarak

$$\mathbf{E}^s = \nabla \times \int (Z(\mathbf{r}') \mathbf{n} \times \mathbf{J}_z(\mathbf{r}') \mathbf{u}_z) G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') ds' + i\omega\mu \int \mathbf{J}_z(\mathbf{r}') \mathbf{u}_z G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') ds' \quad (3.44)$$

$$\mathbf{E}^s = -\nabla \times \int Z(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{J}_z(\mathbf{r}') t ds' + i\omega\mu \int G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{J}_z(\mathbf{r}') \mathbf{u}_z ds' \quad (3.45)$$

$$\mathbf{E}^s = \int \left(\frac{\partial Z(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{J}_z(\mathbf{r}')}{\partial z} \mathbf{n} - \frac{\partial Z(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{J}_z(\mathbf{r}')}{\partial n} \mathbf{u}_z \right) ds' + i\omega\mu \int G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{J}_z(\mathbf{r}') \mathbf{u}_z ds' \quad (3.46)$$

$$\mathbf{E}^s = - \int \frac{\partial Z(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{J}_z(\mathbf{r}')}{\partial n} \mathbf{u}_z ds' + i\omega\mu \int G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{J}_z(\mathbf{r}') \mathbf{u}_z ds' \quad (3.47)$$

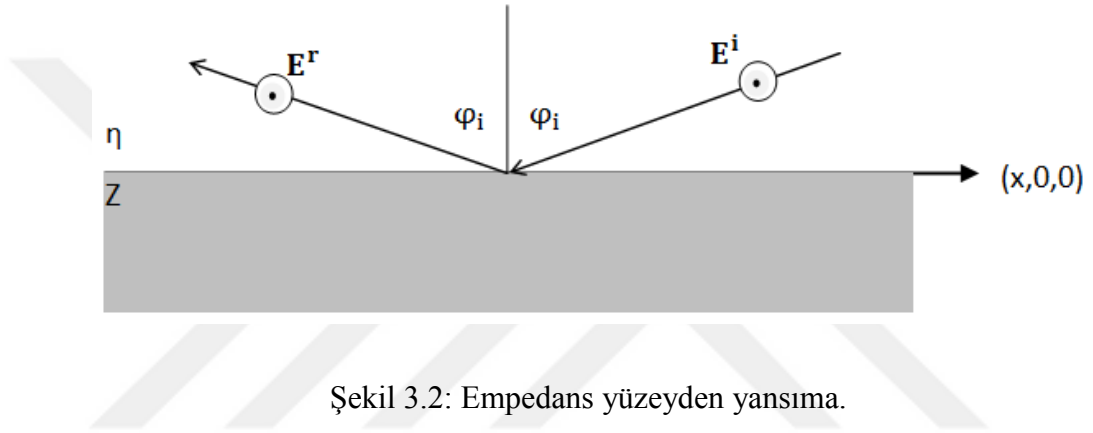
$$\mathbf{E}^s = \int \left(i\omega\mu G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{J}_z - Z(\mathbf{r}') \mathbf{J}_z(\mathbf{r}') \frac{\partial G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n} \right) \mathbf{u}_z ds' \quad (3.48)$$

$$E_z^s(\mathbf{r}) = \int \left(i\omega\mu G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - Z(\mathbf{r}') \frac{\partial G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n} \right) J_z(\mathbf{r}') ds' \quad (3.49)$$

saçılan elektrik alanı akım yoğunluğu J gibi tek tip kaynakla temsil edilmiş olur.

3.2. Akım Yoğunluğu

$\mathbf{r} = x\mathbf{u}_x + y\mathbf{u}_y$ olmak üzere snell yasası ile gelen ve yansıyan elektrik ve manyetik alan vektörleri



Şekil 3.2: Empedans yüzeyden yansıma.

$$\mathbf{E}^i(\mathbf{r}) = e^{-ik^i \cdot \mathbf{r}} \mathbf{u}_z \quad (3.50)$$

$$\mathbf{E}^r(\mathbf{r}) = R e^{-ik^r \cdot \mathbf{r}} \mathbf{u}_z \quad (3.51)$$

$$\mathbf{H}^r(\mathbf{r}) = \frac{R}{\eta} e^{-ik^r \cdot \mathbf{r}} \mathbf{u}_h^r(\mathbf{u}_x, \mathbf{u}_y) \quad (3.52)$$

$$\mathbf{H}^i(\mathbf{r}) = \frac{1}{\eta} e^{-ik^i \cdot \mathbf{r}} \mathbf{u}_h^i(\mathbf{u}_x, \mathbf{u}_y) \quad (3.53)$$

ya da daha açık bir şekilde

$$\mathbf{k}^i = -\sin \varphi_i \mathbf{u}_x - \cos \varphi_i \mathbf{u}_y \quad (3.54)$$

$$\mathbf{k}^r = -\sin \varphi_i \mathbf{u}_x + \cos \varphi_i \mathbf{u}_y \quad (3.55)$$

ilerleme vektörlerinin konmasıyla

$$\mathbf{E}^i(\mathbf{r}) = e^{-ik(x \sin \varphi_i + y \cos \varphi_i)} \mathbf{u}_z \quad (3.56)$$

$$\mathbf{H}^i(\mathbf{r}) = \frac{1}{\eta} e^{-ik(x \sin \varphi_i + y \cos \varphi_i)} (-\cos \varphi_i \mathbf{u}_x + \sin \varphi_i \mathbf{u}_y) \quad (3.57)$$

$$\mathbf{E}^r(\mathbf{r}) = \text{Re}^{-ik(x \sin \varphi_i - y \cos \varphi_i)} \mathbf{u}_z \quad (3.58)$$

$$\mathbf{H}^r(\mathbf{r}) = \frac{R}{\eta} e^{-ik(x \sin \varphi_i - y \cos \varphi_i)} (\cos \varphi_i \mathbf{u}_x + \sin \varphi_i \mathbf{u}_y) \quad (3.59)$$

şeklindedir. (2.9) ve rotasyonel Maxwell denkleminin birlikte kullanılmasıyla

$$-\mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \mathbf{E}) = Z(\mathbf{r}') \mathbf{n} \times \left(\frac{1}{i\omega\mu} \nabla \times \mathbf{E} \right) \quad (3.60)$$

$$-\mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times E_z \mathbf{u}_z) = \frac{Z(\mathbf{r}')}{i\omega\mu} \mathbf{n} \times (\nabla \times E_z \mathbf{u}_z) \quad (3.61)$$

$$\mathbf{n} \times E_z \mathbf{t} = \frac{Z(\mathbf{r}')}{i\omega\mu} \mathbf{n} \times \left(\frac{\partial E_z}{\partial t} \mathbf{n} - \frac{\partial E_z}{\partial n} \mathbf{t} \right) \quad (3.62)$$

$$E_z \mathbf{u}_z = -\frac{Z(\mathbf{r}')}{i\omega\mu} \frac{\partial E_z}{\partial n} \mathbf{u}_z \quad (3.63)$$

$$E_z + \frac{Z(\mathbf{r}')}{i\omega\mu} \frac{\partial E_z}{\partial n} = 0 \quad (3.64)$$

$$\omega\mu = \frac{k}{\sqrt{\epsilon\mu}} \mu = k \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = k\eta \quad (3.65)$$

olmak üzere

$$E_z + \frac{Z(\mathbf{r}')}{ik\eta} \frac{\partial E_z}{\partial n} = 0 \quad (3.66)$$

toplam elektrik alana ilişkin SESK ifadesinin açık formu elde edilir. (3.56) ve (3.58) elektrik alanı ifadeleri (3.66) denkleminde kullanılarak

$$r^+ = x \sin \varphi_i + y \cos \varphi_i \quad (3.67)$$

$$r^- = x \sin \varphi_i - y \cos \varphi_i \quad (3.68)$$

olmak üzere

$$e^{-ikr^+} + Re^{-ikr^-} + \frac{Z}{ik\eta} \left(\frac{\partial e^{-ikr^+}}{\partial n} + R \frac{\partial e^{-ikr^-}}{\partial n} \right) = 0 \quad (3.69)$$

$$e^{-ikr^+} + \frac{Z}{ik\eta} \frac{\partial e^{-ikr^+}}{\partial n} = -Re^{-ikr^-} - \frac{Z}{ik\eta} R \frac{\partial e^{-ikr^-}}{\partial n} \quad (3.70)$$

$$e^{-ikr^+} + \frac{Z}{ik\eta} \frac{\partial e^{-ikr^+}}{\partial y} = -Re^{-ikr^-} - \frac{Z}{ik\eta} R \frac{\partial e^{-ikr^-}}{\partial y} \quad (3.71)$$

$$e^{-ikr^+} + \frac{Z}{ik\eta} (-ik \cos \varphi_i) e^{-ikr^+} = -Re^{-ikr^-} - \frac{Z}{ik\eta} R (ik \cos \varphi_i) e^{-ikr^-} \quad (3.72)$$

$$e^{-ikr^+} - \frac{Z \cos \varphi_i}{\eta} e^{-ikr^+} = -Re^{-ikr^-} - R \frac{Z \cos \varphi_i}{\eta} e^{-ikr^-} \quad (3.73)$$

$$e^{-ikr^+} \left(1 - \frac{Z \cos \varphi_i}{\eta} \right) = -Re^{-ikr^-} \left(1 + \frac{Z \cos \varphi_i}{\eta} \right) \quad (3.74)$$

$$\frac{\eta - Z \cos \varphi_i}{\eta} e^{-ikr^+} = -R \frac{\eta + Z \cos \varphi_i}{\eta} e^{-ikr^-} \quad (3.75)$$

$$\frac{\eta - Z \cos \varphi_i}{\eta + Z \cos \varphi_i} \frac{e^{-ikr^+}}{e^{-ikr^-}} = -R \quad (3.76)$$

$$\frac{\eta - Z \cos \varphi_i}{\eta + Z \cos \varphi_i} \frac{e^{-ik(x \sin \varphi_i + y \cos \varphi_i)}}{e^{-ik(x \sin \varphi_i - y \cos \varphi_i)}} = -R \quad (3.77)$$

$$\xrightarrow{y=0} \frac{\eta - Z \cos \varphi_i}{\eta + Z \cos \varphi_i} \frac{e^{-ikx \sin \varphi_i}}{e^{-ikx \sin \varphi_i}} = -R \quad (3.78)$$

$$R = \frac{Z \cos \varphi_i - \eta}{Z \cos \varphi_i + \eta} \quad (3.79)$$

elde edilir. (3.57) ve (3.59) manyetik alanı ifadeleri (2.5) denkleminde yerine konularak

$$\mathbf{J} = \mathbf{n} \times (\mathbf{H}^i + \mathbf{H}^r) \quad (3.80)$$

$$\mathbf{J} = \mathbf{u}_y \times (\mathbf{H}^i + \mathbf{H}^r) \quad (3.81)$$

$$\mathbf{J} = \mathbf{u}_y \times \left(\frac{1}{\eta} e^{-ikr^+} (-\cos \varphi_i \mathbf{u}_x + \sin \varphi_i \mathbf{u}_y) + \frac{R}{\eta} e^{-ikr^-} (\cos \varphi_i \mathbf{u}_x + \sin \varphi_i \mathbf{u}_y) \right) \quad (3.82)$$

$$\mathbf{J} = \frac{1}{\eta} \mathbf{u}_y \times \left(e^{-ikr^+} (-\cos \varphi_i \mathbf{u}_x + \sin \varphi_i \mathbf{u}_y) + R e^{-ikr^-} (\cos \varphi_i \mathbf{u}_x + \sin \varphi_i \mathbf{u}_y) \right) \quad (3.83)$$

$$\mathbf{J} = \frac{1}{\eta} \mathbf{u}_y \times \left(-\cos \varphi_i (e^{-ikr^+} - R e^{-ikr^-}) \mathbf{u}_x + \sin \varphi_i (e^{-ikr^+} + R e^{-ikr^-}) \mathbf{u}_y \right) \quad (3.84)$$

$$\mathbf{J} = -\frac{1}{\eta} \mathbf{u}_y \times \cos \varphi_i (e^{-ikr^+} - R e^{-ikr^-}) \mathbf{u}_x \quad (3.85)$$

$$\mathbf{J} = \frac{1}{\eta} \cos \varphi_i (e^{-ikr^+} - R e^{-ikr^-}) \mathbf{u}_z \quad (3.86)$$

$$\mathbf{J} = \frac{1}{\eta} \cos \varphi_i (e^{-ik(x \sin \varphi_i + y \cos \varphi_i)} - R e^{-ik(x \sin \varphi_i - y \cos \varphi_i)}) \mathbf{u}_z \quad (3.87)$$

$y = 0$ ve $\cos \varphi_i = -\mathbf{n} \cdot \mathbf{k}_i$ için

$$\mathbf{J} = \frac{1}{\eta} \cos \varphi_i (1 - R) e^{-ikx \sin \varphi_i} \mathbf{u}_z \quad (3.88)$$

(3.79) ve FO yaklaşıklığının da kullanılmasıyla $f(\mathbf{r})$ aydınlık alan için 1, gölge bölgesi için 0 olmak üzere

$$\mathbf{J} \approx -\frac{1}{\eta} \mathbf{n} \cdot \mathbf{k}_i \left(1 - \frac{-Z \mathbf{n} \cdot \mathbf{k}_i - \eta}{-Z \mathbf{n} \cdot \mathbf{k}_i + \eta} \right) f(\mathbf{r}) e^{-ik \mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}} \mathbf{u}_z \quad (3.89)$$

$$\mathbf{J} \approx -\frac{1}{\eta} \mathbf{n} \cdot \mathbf{k}_i \left(1 - \frac{-(\mathbf{Zn} \cdot \mathbf{k}_i + \eta)}{-(\mathbf{Zn} \cdot \mathbf{k}_i - \eta)} \right) f(\mathbf{r}) e^{-ik\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}} \mathbf{u}_z \quad (3.90)$$

$$\mathbf{J} \approx -\frac{1}{\eta} \mathbf{n} \cdot \mathbf{k}_i \left(1 - \frac{\mathbf{Zn} \cdot \mathbf{k}_i + \eta}{\mathbf{Zn} \cdot \mathbf{k}_i - \eta} \right) f(\mathbf{r}) e^{-ik\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}} \mathbf{u}_z \quad (3.91)$$

J akım yoğunluğu elde edilir. (3.65) ve (3.91) ifadesinin (3.49) denkleminde yerine konmasıyla saçılan elektrik alanına dair formülasyon tamamlanmış olur.

$$E_z^s(\mathbf{r}) = \int \left(-Z(\mathbf{r}') \frac{\partial G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n} + ik\eta G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \right) J_z(\mathbf{r}') ds' \quad (3.92)$$

$$E_z^s(\mathbf{r}) = \int (-Z(\mathbf{r}') \nabla G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{n} + ik\eta G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')) J_z(\mathbf{r}') ds' \quad (3.93)$$

$$E_z^s(\mathbf{r}) = \int \left(-Z(\mathbf{r}') \frac{\partial \left(\frac{i}{4} H_0^{(1)}(k\rho) \right)}{\partial \rho} \boldsymbol{\rho} \cdot \mathbf{n} + ik\eta \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k\rho) \right) J_z(\mathbf{r}') ds' \quad (3.94)$$

$$E_z^s(\mathbf{r}) = \int \left(i \frac{k}{4} Z(\mathbf{r}') H_1^{(1)}(k\rho) \boldsymbol{\rho} \cdot \mathbf{n} - \frac{k\eta}{4} H_0^{(1)}(k\rho) \right) J_z(\mathbf{r}') ds' \quad (3.95)$$

$$E_z^s(\mathbf{r}) \approx \int \left(i \frac{k}{4} Z(\mathbf{r}') H_1^{(1)}(k\rho) \boldsymbol{\rho} \cdot \mathbf{n} - \frac{k\eta}{4} H_0^{(1)}(k\rho) \right) \left(-\frac{1}{\eta} \mathbf{n} \cdot \mathbf{k}_i \left(1 - \frac{\mathbf{Zn} \cdot \mathbf{k}_i + \eta}{\mathbf{Zn} \cdot \mathbf{k}_i - \eta} \right) f(\mathbf{r}) e^{-ik\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}} \right) ds' \quad (3.96)$$

$$E_z^s(\mathbf{r}) \approx \int \left(\frac{k\eta}{4} H_0^{(1)}(k\rho) - i \frac{k}{4} Z(\mathbf{r}') H_1^{(1)}(k\rho) \boldsymbol{\rho} \cdot \mathbf{n} \right) \left(\frac{1}{\eta} \mathbf{n} \cdot \mathbf{k}_i \left(1 - \frac{\mathbf{Zn} \cdot \mathbf{k}_i + \eta}{\mathbf{Zn} \cdot \mathbf{k}_i - \eta} \right) f(\mathbf{r}) e^{-ik\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}} \right) ds' \quad (3.97)$$

burada $\boldsymbol{\rho} = \frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}$ olup radyal birim vektördür.

4. SAYISAL ÇÖZÜM

Saçılan alana dair integral denklemin analitik çözümü zor olduğundan (3.97) denklemini sayısal olarak hesaplamak için kaynak bölgesindeki sürekli integrasyon ayrık hale getirilir.

$$E_z^s(\mathbf{r}) \approx \sum_{n=1}^N \left(\frac{k\eta}{4} H_0^{(1)}(k|\mathbf{r} - \mathbf{r}'_n|) - i \frac{k}{4} Z(\mathbf{r}'_n) H_1^{(1)}(k|\mathbf{r} - \mathbf{r}'_n|) \boldsymbol{\rho} \cdot \mathbf{n}(\mathbf{r}'_n) \right) \left(\frac{1}{\eta} \mathbf{n}(\mathbf{r}'_n) \cdot \mathbf{k}_i \left(1 - \frac{Z(\mathbf{r}'_n) \mathbf{n}(\mathbf{r}'_n) \cdot \mathbf{k}_i + \eta}{Z(\mathbf{r}'_n) \mathbf{n}(\mathbf{r}'_n) \cdot \mathbf{k}_i - \eta} \right) f(\mathbf{r}'_n) e^{-ik\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}'_n} \right) \Delta(\mathbf{r}'_n) \quad (4.1)$$

Gelen alana dik konumlandırılmış varsayımsal bir plakanın yüzey alanıyla ifade edilen saçılma kesit-alanı σ [12] saçıcı cismin, gelen alan gücünün ne kadarını soğurup etrafına yaydığını modeller.

$$\sigma = \lim_{r \rightarrow \infty} 4\pi r^2 \frac{|\mathbf{E}^s(\varphi)|^2}{|\mathbf{E}^i(\varphi)|^2} \quad (4.2)$$

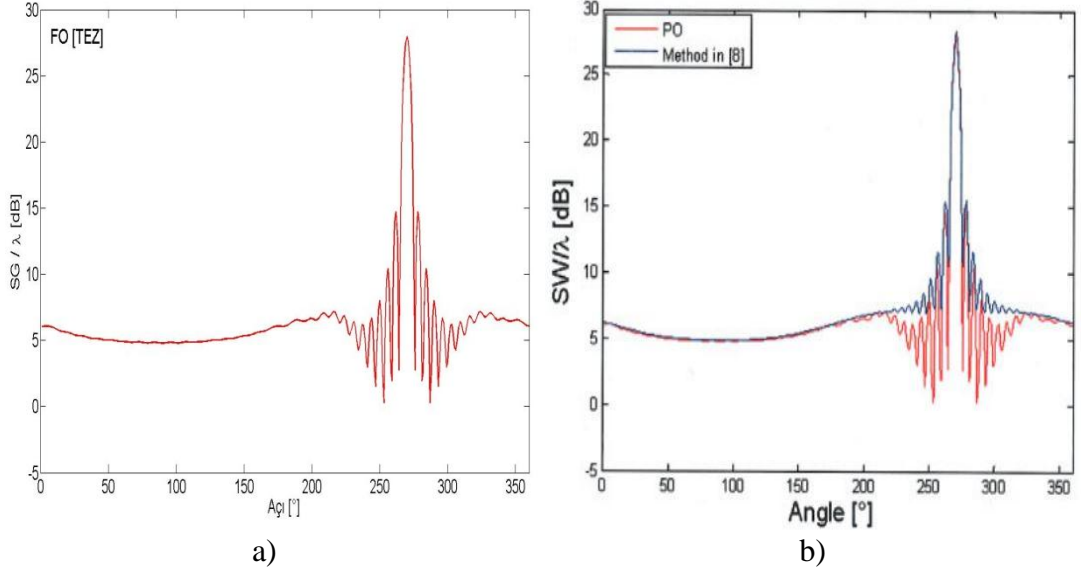
Problemin iki boyutlu olması nedeniyle alan değeri çizgisel olarak ifade edilir. Düzlem üzerinde alan değeri hat uzunluğu ile ölçüldüğünden aşağıdaki gibi saçılma genişliği (SG) kavramı kullanılır.

$$SG(\varphi) = \lim_{r \rightarrow \infty} 2\pi r \frac{|\mathbf{E}^s(\varphi)|^2}{|\mathbf{E}^i(\varphi)|^2} \quad (4.3)$$

Saçılma doğrultusunun rastgele olması durumuna bistatik, gelen alan doğrultusunda olmasına ise monostatik ya da geri saçılma durumu denir.

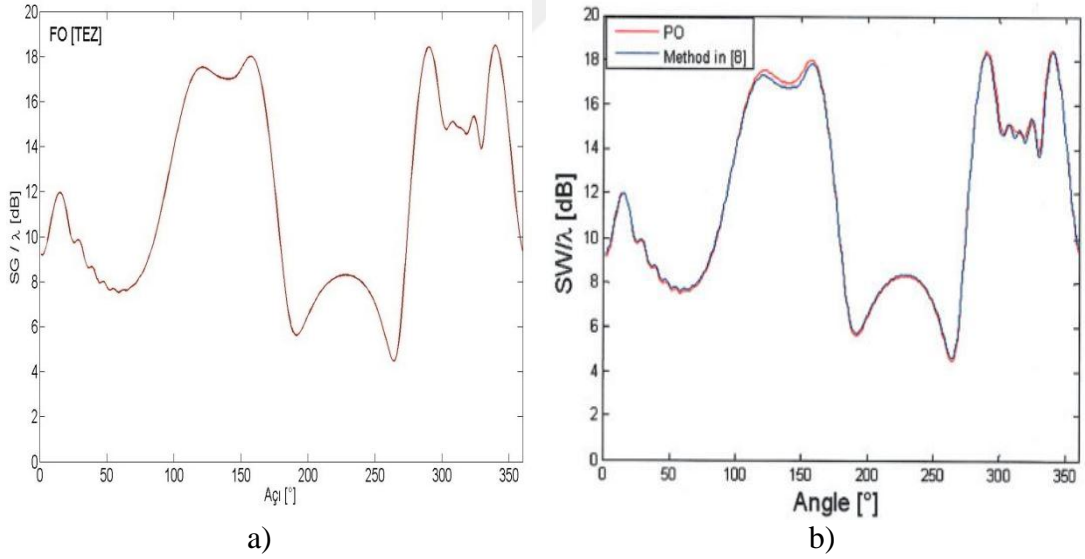
Aşağıdaki grafiklerde, soldakiler tez kapsamında türetilen, sağdakiler ise orijinaleri olmak üzere belirli saçıcı cisim geometrileri için monostatik ve bistatik SG durumları karşılaştırma maksadıyla birlikte gösterilmiştir.

Şekil 4.1'de yarıçapı $a = 5\lambda$, geliş açısı $\varphi_i = \pi/2$ ve yüzey empedansı $Z(\varphi) = \eta(0.5 + i0.5) \sin \varphi$ olan dairesel silindirin bistatik SG durumu gösterilmiştir.

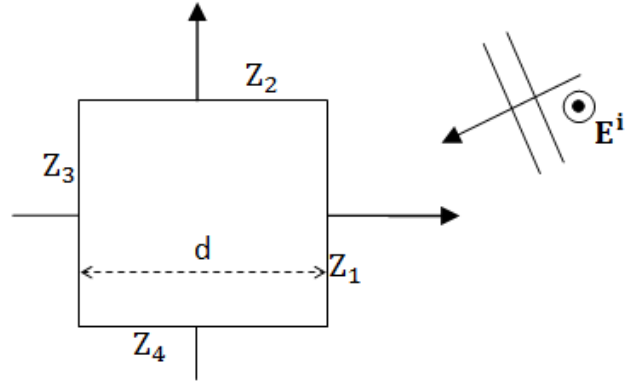


Şekil 4.1: Dairesel silindir için bistatik SG: a) Tez kapsamında üretilen, b) Makaleden alınan.

Şekil 4.2'de yarıçapı $a = 5\lambda$ ve yüzey empedans $Z(\varphi) = \eta(0.3 + i0.5\varphi\sin 2\varphi)$ olan dairesel silindirin monostatik SG durumu gösterilmiştir.

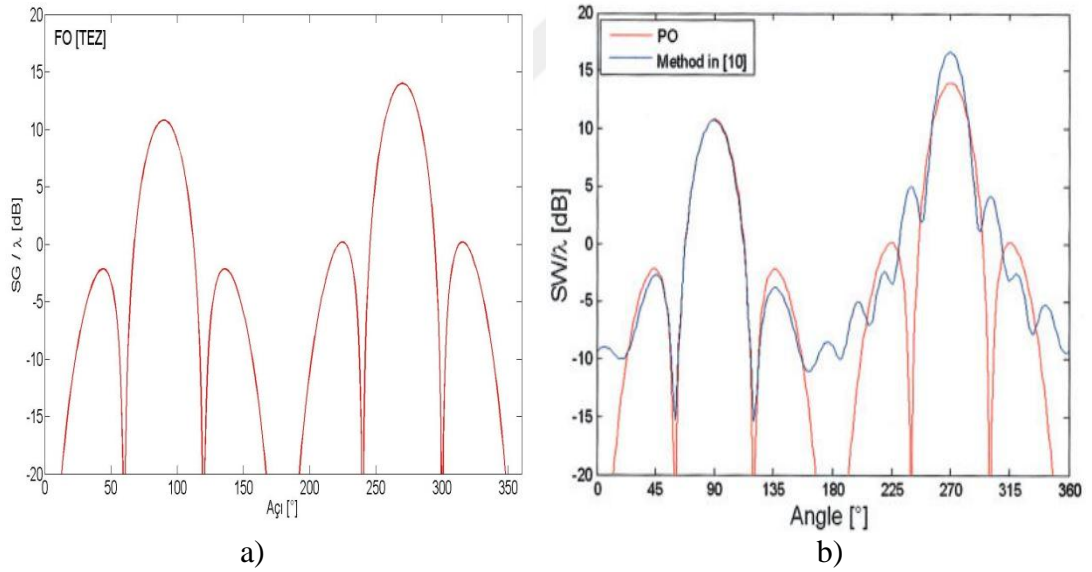


Şekil 4.2: Dairesel silindir için monostatik SG: a) Tez kapsamında üretilen, b) Makaleden alınan.

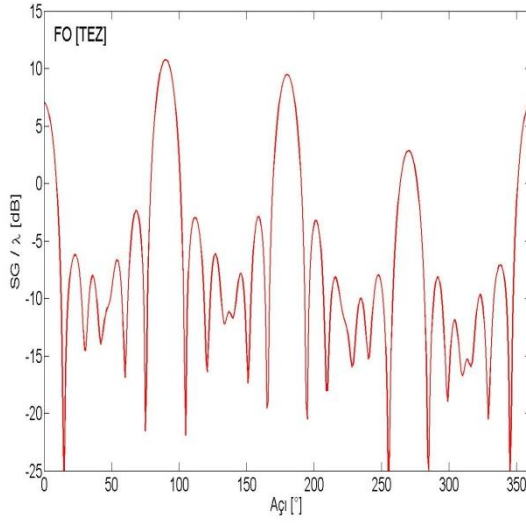


Şekil 4.3: Kare kesitli silindir geometrisi.

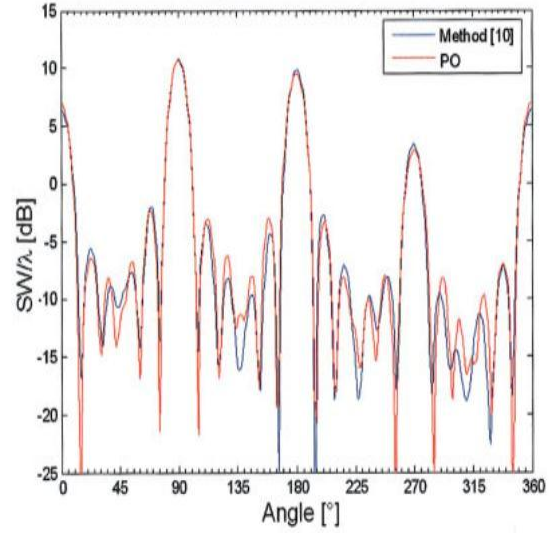
Şekil 4.4-4.5'de ise Şekil 4.3'de gösterilen geometriye bağlı olarak geliş açısı $\varphi_i = \pi/2$, kenarları için $Z_1 = \eta(0.5 + i0.5)$, $Z_2 = \eta(0.2 + i0.3)$, $Z_3 = \eta(0.3 - i0.4)$, $Z_4 = \eta(0.6 - i0.2)$ farklı yüzey empedanslarına sahip ve $d = 2\lambda$ genişliğinde kare kesitli silindire dair monostatik ve bistatik SG durumları verilmiştir.



Şekil 4.4: Kare kesitli silindir için bistatik SG: a) Tez kapsamında üretilen, b) Makaleden alınan.



a)



b)

Şekil 4.5: Kare kesitli silindir için monostatik SG: a) Tez kapsamında üretilen, b) Makaleden alınan.

5. SONUÇ

Homojen olmayan yüzey empedansına sahip rastgele kesitli silindirden EM saçılma durumu FO yöntemi kullanılarak incelenmiştir. Bu tezde, yüzeyin gelen alan tarafından aydınlatılmış kısmında indüklenen elektrik ve manyetik akımlar, gelen alan ve ilgili yüzey empedansı cinsinden belirlenmiş ve Huygens tipi Green formülü ile saçılan alan hesaplanmıştır.

Şekil 4.2 ve 4.5'den görüldüğü üzere yöntem, analitik [8] ve diğer nümerik yöntem [10] sonuçlarıyla monostatik ya da geri saçılma durumu için yüksek tutarlılık sergilemektedir. Şekil 4.1 ve 4.4'deki bistatik halde ise ana lob ve merkezi, geri saçılma doğrultusunda bulunan huzme genişliği boyunca tutarlılık sağlanmıştır.

Bu yöntem eğim yarıçapının, dalgaboyundan büyük olması şartıyla herhangi bir türden yüzey empedansına sahip rastgele kesitli silindirik nesnelere kullanılabilir. Problem karmaşıklığını basitleştiren ve ters matris işlemlerine ihtiyaç duymayan yöntem benzer prosedürle 3D vektörel problemlere genişletilebilir.

KAYNAKLAR

- [1] Leontovich M.A., (1948), “Investigations on radio wave propagation”, Academy of Sciences (USSR), Part 2, 5–12.
- [2] Wait J.R., (1990), “The scope of impedance boundary conditions in radio propagation”, IEEE Trans Geosci Remote Sensing GRS-28, 721–723.
- [3] Senior T.B.A., Volakis J.L., (1995), “Approximate boundary conditions in electromagnetics”, 1st. Edition, IEE.
- [4] Hoppe D. J., Rahmat-Samii Y., (1995), “Impedance boundary conditions in electromagnetics”, 1st Edition, Taylor and Francis.
- [5] Senior T.B.A., Volakis J.L., Legault S.R., (1997), “Higher-order impedance and absorbing boundary conditions”, IEEE Trans Antennas Propagat, 45, 107–114.
- [6] Topsakal E., Buyukaksoy A., and Idemen M., (2000), “Scattering of electromagnetic waves by a rectangular impedance cylinder”, Wave Motion, 31, 273–296.
- [7] Bernard J.M.L., Lyalinov M.A., (2004), “Electromagnetic scattering by a smooth convex impedance cone”, IMA J Appl Math 69, 285–333.
- [8] Yapar A., Şahintürk H., Akduman I., (2002), “Electromagnetic scattering by an inhomogeneous impedance cylinder”, AEÜ, 56 (3), 200–204.
- [9] Akduman I., Kress R., (2003) “Direct and inverse scattering problems for inhomogeneous impedance cylinders of arbitrary shape”, Radio Science, 38 (3), 1055–1064.
- [10] Tezel N.S., Paker S., (2006), “Electromagnetic scattering by arbitrary shaped inhomogeneous impedance cylinder using physical optics method”, Microwave and Optical Technolgy Letters, 48 (7), 1282–1286.
- [11] Balanis C.A., (2012), “Advanced engineering electromagnetics”, 2nd Edition, Wiley.
- [12] Ufimtsev P., (2007), “Fundamentals of the physical theory of diffraction”, 1st Edition, Wiley.

ÖZGEÇMİŞ

Yasin Oğuz Gündüz 1986 yılında Amasya'da doğdu. 2004 yılında başladığı Gebze Teknik Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Elektronik Mühendisliği Bölümünü 2009 yılında tamamlayarak aynı yıl yüksek lisans eğitimine Gebze Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalında başladı.



EKLER

Ek-A: Matlab Kodları

- Dairesel silindir için bistatik SG kodları:

```
clear all
format long
tic
f = 3 * 10.^ 7 ;
c = 3 * 10.^ 8 ;
lambda = c / f ;
a = 5 * lambda ;
etha = 120 * pi ;
k_ = 2 * pi / lambda ;
ro = 10^3 * lambda ;
rad = pi / 180 ;
phii = 90 * rad ;
N = 200 ;
dr = 2 * pi * a / ( 2 * N ) ;
k = [ - cos( phii ) , - sin( phii ) ] ;
Est = zeros( 1 , 360 ) ;
Eit = zeros( 1 , 360 ) ;
for phi = 1 : 1 : 360
    Es = 0 ;
    r = [ ro * cos( phi * rad ) , ro * sin( phi * rad ) ] ;
    for phin = 1 : 180 / N : 180
        nn = [ cos( phin * rad ) , sin( phin * rad ) ] ;
        rn = [ a * cos( phin * rad ) , a * sin( phin * rad ) ] ;
        vd = r - rn ;
        vda = abs( sqrt( ( vd( 1 ) )^2 + ( vd( 2 ) )^2 ) ) ;
        nvd = sum ( nn .* vd ) ;
        nk = sum( nn .* k ) ;
        krn = sum ( k .* rn ) ;
```

```

    harg = k_ * vda ;
    zn = etha * ( 0.5 + 0.5i ) * sin( phin * rad ) ;
    p1e1 = k_ * etha / 4 * sqrt( 2 / ( 1i * pi * harg ) ) * exp( 1i * harg ) ;
    p1e2 = zn * 1i * k_ * nvd / 4 / vda * sqrt( 2 / ( 1i * pi * harg ) ) * exp(
1i * harg ) * ( - 1i ) ;
    p2e1par = 1 - ( zn * nk + etha ) / ( zn * nk - etha ) ;
    p2e1 = 1 / etha * nk * p2e1par ;
    p2e2 = exp( 1i * k_ * krn ) ;
    Esn = ( p1e1 - p1e2 ) * p2e1 * p2e2 * dr ;
    Es = Es + Esn ;

end

kr = sum ( k .* r ) ;
Est( phi ) = Es ;
Ei = exp( 1i * k_ * kr ) ;
Eit( phi ) = Ei ;

end

phi = 1 : 1 : 360 ;
nomSw = ( abs( Est ) ).^2 ;
denomSw = ( abs( Eit ) ).^2 ;
Sw = 2 * pi * ro * nomSw ./ denomSw ;
Sw = Sw / lambda ;
dbSw = 10 * log10(Sw) ;
plot( phi , dbSw , 'r' , 'linewidth' , 2 )
axis( [ 0 360 -5 30 ] )
set( gca , 'fontsize' , 20 )
xlabel( ' Açı [°] ' ) , ylabel( ' SG / {lambda} [dB] ' )
text( 5 , 28 , ' FO [TEZ] ' , 'fontsize' , 22 )
toc

```

- Dairesel silindir için monostatik SG kodları:

```

clear all
format long
tic

```

```

f = 3 * 10.^ 7 ;
c = 3 * 10.^ 8 ;
lambda = c / f ;
a = 5 * lambda ;
etha = 120 * pi ;
k_ = 2 * pi / lambda ;
ro = 10^3 * lambda ;
rad = pi / 180 ;
N = 200 ;
dr = 2 * pi * a / ( 2 * N ) ;
Est = zeros( 1 , 360 ) ;
Eit = zeros( 1 , 360 ) ;
for phi = 1 : 1 : 360
    Es = 0 ;
    k = [ - cos( phi * rad ) , - sin( phi * rad ) ] ;
    r = [ ro * cos( phi * rad ) , ro * sin( phi * rad ) ] ;
    for phin = ( phi - 90 + 180 / ( 2 * N ) ) : 180 / N : ( phi + 90 - 180 / ( 2 * N
))
        nn = [ cos( phin * rad ) , sin( phin * rad ) ] ;
        rn = [ a * cos( phin * rad ) , a * sin( phin * rad ) ] ;
        vd = r - rn ;
        vda = abs( sqrt( ( vd( 1 ) )^2 + ( vd( 2 ) )^2 ) ) ;
        nvd = sum ( nn .* vd ) ;
        nk = sum( nn .* k ) ;
        krn = sum ( k .* rn ) ;
        harg = k_ * vda ;
        if phin <= 0
            phinp = 360 + phin ;
        elseif phin >= 360
            phinp = phin - 360 ;
        else
            phinp = phin ;
        end
    end
end

```

```

zn = etha * ( 0.3 + 0.5i ) * phinp * rad * sin( 2 * phinp * rad );
p1e1 = k_ * etha / 4 * sqrt( 2 / ( 1i * pi * harg ) ) * exp( 1i * harg );
p1e2 = zn * 1i * k_ * nvd / 4 / vda * sqrt( 2 / ( 1i * pi * harg ) ) * exp(
1i * harg ) * ( - 1i );
p2e1par = 1 - ( zn * nk + etha ) / ( zn * nk - etha );
p2e1 = 1 / etha * nk * p2e1par ;
p2e2 = exp( 1i * k_ * krn );
Esn = ( p1e1 - p1e2 ) * p2e1 * p2e2 * dr ;
Es = Es + Esn ;

end

kr = sum ( k .* r );
Est( phi ) = Es ;
Ei = exp( 1i * k_ * kr );
Eit( phi ) = Ei ;

end

phi = 1 : 1 : 360 ;
nomSw = ( abs( Est ) ).^2 ;
denomSw = ( abs( Eit ) ).^2 ;
Sw = 2 * pi * ro * nomSw ./ denomSw ;
Sw = Sw / lambda ;
dbSw = 10 * log10( Sw ) ;
plot( phi , dbSw , 'r' , 'linewidth' , 2 )
axis( [ 0 360 0 20 ] )
set( gca , 'fontsize' , 20 )
xlabel( ' Açı [°] ' ) , ylabel( ' SG / {lambda} [dB] ' )
text( 5 , 19 , ' FO [TEZ] ' , 'fontsize' , 22 )
toc

```

- Kare kesitli silindir için bistatik SG kodları:

```

clear all
format long
tic
f = 3 * 10 .^ 7 ;

```

```

c = 3 * 10.^ 8 ;
lambda = c / f ;
d = 2 * lambda ;
etha = 120 * pi ;
k_ = 2 * pi / lambda ;
ro = 10^3 * lambda ;
rad = pi / 180 ;
N = 100 ;
dr = d / N ;
phii = 90 * rad ;
k = [ - cos( phii ) , - sin( phii ) ] ;
Eit = zeros( 1 , 360 ) ;
Est = zeros( 1 , 360 ) ;
for phi = 1 : 1 : 360
    r = [ ro * cos( phi * rad ) , ro * sin( phi * rad ) ] ;
    Es = 0 ;
    for dx = 1 : 1 : N
        nn = [ 0 , 1 ] ;
        rn = [ d / 2 - d / ( 2 * N ) - ( dx - 1 ) * d / N , d / 2 ] ;
        vd = r - rn ;
        vda = abs( sqrt( ( vd( 1 ) )^2 + ( vd( 2 ) )^2 ) ) ;
        nvd = sum ( nn .* vd ) ;
        nk = sum( nn .* k ) ;
        krn = sum ( k .* rn ) ;
        harg = k_ * vda ;
        zn = etha * ( 0.2 + 0.3i ) ;
        p1e1 = k_ * etha / 4 * sqrt( 2 / ( 1i * pi * harg ) ) * exp( 1i * harg ) ;
        p1e2 = zn * 1i * k_ * nvd / 4 / vda * sqrt( 2 / ( 1i * pi * harg ) ) * exp(
1i * harg ) * ( - 1i ) ;
        p2e1par = 1 - ( zn * nk + etha ) / ( zn * nk - etha ) ;
        p2e1 = 1 / etha * nk * p2e1par ;
        p2e2 = exp( 1i * k_ * krn ) ;
        Esn = ( p1e1 - p1e2 ) * p2e1 * p2e2 * dr ;

```

```

Es = Es + Esn ;
end
for dy = 1 : 1 : N
nn = [ 1 , 0 ] ;
rn = [ d / 2 , d / 2 - d / ( 2 * N ) - ( dy - 1 ) * d / N ] ;
vd = r - rn ;
vda = abs( sqrt( ( vd( 1 ) )^2 + ( vd( 2 ) )^2 ) ) ;
nvd = sum ( nn .* vd ) ;
nk = sum( nn .* k ) ;
krn = sum ( k .* rn ) ;
harg = k_ * vda ;
zn = etha * ( 0.5 + 0.5i ) ;
p1e1 = k_ * etha / 4 * sqrt( 2 / ( li * pi * harg ) ) * exp( li * harg ) ;
p1e2 = zn * li * k_ * nvd / 4 / vda * sqrt( 2 / ( li * pi * harg ) ) * exp(
li * harg ) * ( - li ) ;
p2e1par = 1 - ( zn * nk + etha ) / ( zn * nk - etha ) ;
p2e1 = 1 / etha * nk * p2e1par ;
p2e2 = exp( li * k_ * krn ) ;
Esn = ( p1e1 - p1e2 ) * p2e1 * p2e2 * dr ;
Es = Es + Esn ;
end
for dy = 1 : 1 : N
nn = [ - 1 , 0 ] ;
rn = [ - d / 2 , d / 2 - d / ( 2 * N ) - ( dy - 1 ) * d / N ] ;
vd = r - rn ;
vda = abs( sqrt( ( vd( 1 ) )^2 + ( vd( 2 ) )^2 ) ) ;
nvd = sum ( nn .* vd ) ;
nk = sum( nn .* k ) ;
krn = sum ( k .* rn ) ;
harg = k_ * vda ;
zn = etha * ( 0.3 - 0.4i ) ;
p1e1 = k_ * etha / 4 * sqrt( 2 / ( li * pi * harg ) ) * exp( li * harg ) ;

```



```

    p1e2 = zn * li * k_ * nvd / 4 / vda * sqrt( 2 / ( li * pi * harg ) ) * exp(
li * harg ) * ( - li );
    p2e1par = 1 - ( zn * nk + etha ) / ( zn * nk - etha );
    p2e1 = 1 / etha * nk * p2e1par ;
    p2e2 = exp( li * k_ * krn );
    Esn = ( p1e1 - p1e2 ) * p2e1 * p2e2 * dr ;
    Es = Es + Esn ;

end

kr = sum ( k .* r );
Ei = exp( li * k_ * kr );
Eit( phi ) = Ei ;
Est( phi ) = Es ;

end

phi = 1 : 1 : 360 ;
nomSw = ( abs( Est ) ).^2 ;
denomSw = ( abs( Eit ) ).^2 ;
Sw = 2 * pi * ro * nomSw ./ denomSw ;
Sw = Sw / lambda ;
dbSw = 10 * log10( Sw ) ;
plot( phi , dbSw , 'r' , 'linewidth' , 2 )
axis( [ 0 360 -20 20 ] )
set( gca , 'fontsize' , 20 )
xlabel( ' Açı [°] ' ) , ylabel( ' SG / {lambda} [dB] ' )
text( 5 , 18 , ' FO [TEZ] ' , 'fontsize' , 22 )
toc

```

- Kare kesitli silindir için monostatik SG kodları:

```

clear all
format long
tic
f = 3 * 10 .^ 7 ;
c = 3 * 10 .^ 8 ;
lambda = c / f ;

```

```

d = 2 * lambda ;
etha = 120 * pi ;
k_ = 2 * pi / lambda ;
ro = 10^3 * lambda ;
rad = pi / 180 ;
N = 100 ;
dr = d / N ;
z1 = etha * ( 0.5 + 0.5i ) ;
z2 = etha * ( 0.2 + 0.3i ) ;
z3 = etha * ( 0.3 - 0.4i ) ;
z4 = etha * ( 0.6 - 0.2i ) ;
Eit = zeros( 1 , 360 ) ;
Est = zeros( 1 , 360 ) ;
phi = 90 ;
k = [ - cos( phi * rad ) , - sin( phi * rad ) ] ;
r = [ ro * cos( phi * rad ) , ro * sin( phi * rad ) ] ;
Es = 0 ;
for dx = 1 : 1 : N
    nn = [ 0 , 1 ] ;
    rn = [ d / 2 - d / ( 2 * N ) - ( dx - 1 ) * d / N , d / 2 ] ;
    vd = r - rn ;
    vda = abs( sqrt( ( vd( 1 ) )^2 + ( vd( 2 ) )^2 ) ) ;
    nvd = sum ( nn .* vd ) ;
    nk = sum( nn .* k ) ;
    krn = sum ( k .* rn ) ;
    harg = k_ * vda ;
    zn = z2 ;

    p1e1 = k_ * etha / 4 * sqrt( 2 / ( 1i * pi * harg ) ) * exp( 1i * harg ) ;
    p1e2 = zn * 1i * k_ * nvd / 4 / vda * sqrt( 2 / ( 1i * pi * harg ) ) * exp(
1i * harg ) * ( - 1i ) ;
    p2e1par = 1 - ( zn * nk + etha ) / ( zn * nk - etha ) ;
    p2e1 = 1 / etha * nk * p2e1par ;

```

```

p2e2 = exp( li * k_ * krn );
Esn = ( p1e1 - p1e2 ) * p2e1 * p2e2 * dr ;
Es = Es + Esn ;
end
for dy = 1 : 1 : N
    mn = [ 1 , 0 ] ;
    rn = [ d / 2 , d / 2 - d / ( 2 * N ) - ( dy - 1 ) * d / N ] ;
    vd = r - rn ;
    vda = abs( sqrt( ( vd( 1 ) )^2 + ( vd( 2 ) )^2 ) ) ;
    nvd = sum ( nn .* vd ) ;
    nk = sum( nn .* k ) ;
    krn = sum ( k .* rn ) ;
    harg = k_ * vda ;
    zn = z1 ;
    p1e1 = k_ * etha / 4 * sqrt( 2 / ( li * pi * harg ) ) * exp( li * harg ) ;
    p1e2 = zn * li * k_ * nvd / 4 / vda * sqrt( 2 / ( li * pi * harg ) ) * exp(
li * harg ) * ( - li ) ;
    p2e1par = 1 - ( zn * nk + etha ) / ( zn * nk - etha ) ;
    p2e1 = 1 / etha * nk * p2e1par ;
    p2e2 = exp( li * k_ * krn ) ;
    Esn = ( p1e1 - p1e2 ) * p2e1 * p2e2 * dr ;
    Es = Es + Esn ;
end

```

```

for dy = 1 : 1 : N
    mn = [ -1 , 0 ] ;
    rn = [ - d / 2 , d / 2 - d / ( 2 * N ) - ( dy - 1 ) * d / N ] ;
    vd = r - rn ;
    vda = abs( sqrt( ( vd( 1 ) )^2 + ( vd( 2 ) )^2 ) ) ;
    nvd = sum ( nn .* vd ) ;
    nk = sum( nn .* k ) ;
    krn = sum ( k .* rn ) ;
    harg = k_ * vda ;

```

```

zn = z3 ;
p1e1 = k_ * etha / 4 * sqrt( 2 / ( li * pi * harg ) ) * exp( li * harg ) ;
p1e2 = zn * li * k_ * nvd / 4 / vda * sqrt( 2 / ( li * pi * harg ) ) * exp(
li * harg ) * ( - li ) ;
p2e1par = 1 - ( zn * nk + etha ) / ( zn * nk - etha ) ;
p2e1 = 1 / etha * nk * p2e1par ;
p2e2 = exp( li * k_ * krn ) ;
Esn = ( p1e1 - p1e2 ) * p2e1 * p2e2 * dr ;
Es = Es + Esn ;

end

kr = sum ( k .* r ) ;
Ei = exp( li * k_ * kr ) ;
Eit( phi + 1 ) = Ei ;
Est( phi + 1 ) = Es ;
for phi = 1 : 1 : 89
k = [ - cos( phi * rad ) , - sin( phi * rad ) ] ;
r = [ ro * cos( phi * rad ) , ro * sin( phi * rad ) ] ;
Es = 0 ;
for dx = 1 : 1 : N
nn = [ 0 , 1 ] ;
rn = [ d / 2 - d / ( 2 * N ) - ( dx - 1 ) * d / N , d / 2 ] ;
vd = r - rn ;
vda = abs( sqrt( ( vd( 1 ) ) ^2 + ( vd( 2 ) ) ^2 ) ) ;
nvd = sum ( nn .* vd ) ;
nk = sum( nn .* k ) ;
krn = sum ( k .* rn ) ;
harg = k_ * vda ;
zn = z2 ;
p1e1 = k_ * etha / 4 * sqrt( 2 / ( li * pi * harg ) ) * exp( li * harg ) ;
p1e2 = zn * li * k_ * nvd / 4 / vda * sqrt( 2 / ( li * pi * harg ) ) * exp(
li * harg ) * ( - li ) ;
p2e1par = 1 - ( zn * nk + etha ) / ( zn * nk - etha ) ;
p2e1 = 1 / etha * nk * p2e1par ;

```

```

p2e2 = exp( li * k_ * krn );
Esn = ( p1e1 - p1e2 ) * p2e1 * p2e2 * dr ;
Es = Es + Esn ;
end
for dy = 1 : 1 : N
    mn = [ 1 , 0 ] ;
    rn = [ d / 2 , d / 2 - d / ( 2 * N ) - ( dy - 1 ) * d / N ] ;
    vd = r - rn ;
    vda = abs( sqrt( ( vd( 1 ) )^2 + ( vd( 2 ) )^2 ) ) ;
    nvd = sum ( nn .* vd ) ;
    nk = sum( nn .* k ) ;
    krn = sum ( k .* rn ) ;
    harg = k_ * vda ;
    zn = z1 ;
    p1e1 = k_ * etha / 4 * sqrt( 2 / ( li * pi * harg ) ) * exp( li * harg ) ;
    p1e2 = zn * li * k_ * nvd / 4 / vda * sqrt( 2 / ( li * pi * harg ) ) * exp(
li * harg ) * ( - li ) ;
    p2e1par = 1 - ( zn * nk + etha ) / ( zn * nk - etha ) ;
    p2e1 = 1 / etha * nk * p2e1par ;
    p2e2 = exp( li * k_ * krn ) ;
    Esn = ( p1e1 - p1e2 ) * p2e1 * p2e2 * dr ;
    Es = Es + Esn ;
end
kr = sum ( k .* r ) ;
Ei = exp( li * k_ * kr ) ;
Eit( phi + 1 ) = Ei ;
Est( phi + 1 ) = Es ;
end
phi = 0 ;
k = [ - cos( phi * rad ) , - sin( phi * rad ) ] ;
r = [ ro * cos( phi * rad ) , ro * sin( phi * rad ) ] ;
Es = 0 ;
for dx = 1 : 1 : N

```

```

nn = [ 0 , 1 ];
rn = [ d / 2 - d / ( 2 * N ) - ( dx - 1 ) * d / N , d / 2 ];
vd = r - rn ;
vda = abs( sqrt( ( vd( 1 ) )^2 + ( vd( 2 ) )^2 ) ) ;
nvd = sum ( nn .* vd ) ;
nk = sum( nn .* k ) ;
krn = sum ( k .* rn ) ;
harg = k_ * vda ;
zn = z2 ;
p1e1 = k_ * etha / 4 * sqrt( 2 / ( li * pi * harg ) ) * exp( li * harg ) ;
p1e2 = zn * li * k_ * nvd / 4 / vda * sqrt( 2 / ( li * pi * harg ) ) * exp(
li * harg ) * ( - li ) ;
p2e1par = 1 - ( zn * nk + etha ) / ( zn * nk - etha ) ;
p2e1 = 1 / etha * nk * p2e1par ;
p2e2 = exp( li * k_ * krn ) ;
Esn = ( p1e1 - p1e2 ) * p2e1 * p2e2 * dr ;
Es = Es + Esn ;
end
for dy = 1 : 1 : N
nn = [ 1 , 0 ];
rn = [ d / 2 , d / 2 - d / ( 2 * N ) - ( dy - 1 ) * d / N ];
vd = r - rn ;
vda = abs( sqrt( ( vd( 1 ) )^2 + ( vd( 2 ) )^2 ) ) ;
nvd = sum ( nn .* vd ) ;
nk = sum( nn .* k ) ;
krn = sum ( k .* rn ) ;
harg = k_ * vda ;
zn = z1 ;
p1e1 = k_ * etha / 4 * sqrt( 2 / ( li * pi * harg ) ) * exp( li * harg ) ;
p1e2 = zn * li * k_ * nvd / 4 / vda * sqrt( 2 / ( li * pi * harg ) ) * exp(
li * harg ) * ( - li ) ;
p2e1par = 1 - ( zn * nk + etha ) / ( zn * nk - etha ) ;
p2e1 = 1 / etha * nk * p2e1par ;

```

```

    p2e2 = exp( li * k_ * krn );
    Esn = ( p1e1 - p1e2 ) * p2e1 * p2e2 * dr ;
    Es = Es + Esn ;
end
for dx = 1 : 1 : N
    mn = [ 0 , - 1 ] ;
    rn = [ d / 2 - d / ( 2 * N ) - ( dx - 1 ) * d / N , - d / 2 ] ;
    vd = r - rn ;
    vda = abs( sqrt( ( vd( 1 ) )^2 + ( vd( 2 ) )^2 ) ) ;
    nvd = sum ( mn .* vd ) ;
    nk = sum( mn .* k ) ;
    krn = sum ( k .* rn ) ;
    harg = k_ * vda ;
    zn = z4 ;
    p1e1 = k_ * etha / 4 * sqrt( 2 / ( li * pi * harg ) ) * exp( li * harg ) ;
    p1e2 = zn * li * k_ * nvd / 4 / vda * sqrt( 2 / ( li * pi * harg ) ) * exp(
li * harg ) * ( - li ) ;
    p2e1par = 1 - ( zn * nk + etha ) / ( zn * nk - etha ) ;
    p2e1 = 1 / etha * nk * p2e1par ;
    p2e2 = exp( li * k_ * krn ) ;
    Esn = ( p1e1 - p1e2 ) * p2e1 * p2e2 * dr ;
    Es = Es + Esn ;
end
kr = sum ( k .* r ) ;
Ei = exp( li * k_ * kr ) ;
Eit( phi + 1 ) = Ei ;
Est( phi + 1 ) = Es ;
for phi = 271 : 1 : 359
    k = [ - cos( phi * rad ) , - sin( phi * rad ) ] ;
    r = [ ro * cos( phi * rad ) , ro * sin( phi * rad ) ] ;
    Es = 0 ;
    for dy = 1 : 1 : N
        mn = [ 1 , 0 ] ;

```

```

rn = [ d / 2 , d / 2 - d / ( 2 * N ) - ( dy - 1 ) * d / N ] ;
vd = r - rn ;
vda = abs( sqrt( ( vd( 1 ) )^2 + ( vd( 2 ) )^2 ) ) ;
nvd = sum ( nn .* vd ) ;
nk = sum( nn .* k ) ;
krn = sum ( k .* rn ) ;
harg = k_ * vda ;
zn = z1 ;
p1e1 = k_ * etha / 4 * sqrt( 2 / ( li * pi * harg ) ) * exp( li * harg ) ;
p1e2 = zn * li * k_ * nvd / 4 / vda * sqrt( 2 / ( li * pi * harg ) ) * exp(
li * harg ) * ( - li ) ;
p2e1par = 1 - ( zn * nk + etha ) / ( zn * nk - etha ) ;
p2e1 = 1 / etha * nk * p2e1par ;
p2e2 = exp( li * k_ * krn ) ;
Esn = ( p1e1 - p1e2 ) * p2e1 * p2e2 * dr ;
Es = Es + Esn ;
end
for dx = 1 : 1 : N
nn = [ 0 , - 1 ] ;
rn = [ d / 2 - d / ( 2 * N ) - ( dx - 1 ) * d / N , - d / 2 ] ;
vd = r - rn ;
vda = abs( sqrt( ( vd( 1 ) )^2 + ( vd( 2 ) )^2 ) ) ;
nvd = sum ( nn .* vd ) ;
nk = sum( nn .* k ) ;
krn = sum ( k .* rn ) ;
harg = k_ * vda ;
zn = z4 ;
p1e1 = k_ * etha / 4 * sqrt( 2 / ( li * pi * harg ) ) * exp( li * harg ) ;
p1e2 = zn * li * k_ * nvd / 4 / vda * sqrt( 2 / ( li * pi * harg ) ) * exp(
li * harg ) * ( - li ) ;
p2e1par = 1 - ( zn * nk + etha ) / ( zn * nk - etha ) ;
p2e1 = 1 / etha * nk * p2e1par ;
p2e2 = exp( li * k_ * krn ) ;

```



```

    Esn = ( p1e1 - p1e2 ) * p2e1 * p2e2 * dr ;
    Es = Es + Esn ;
end
kr = sum ( k .* r ) ;
Ei = exp( li * k_ * kr ) ;
Eit( phi + 1 ) = Ei ;
Est( phi + 1 ) = Es ;
end
phi = 270 ;
k = [ - cos( phi * rad ) , - sin( phi * rad ) ] ;
r = [ ro * cos( phi * rad ) , ro * sin( phi * rad ) ] ;
Es = 0 ;
for dy = 1 : 1 : N
    nn = [ 1 , 0 ] ;
    rn = [ d / 2 , d / 2 - d / ( 2 * N ) - ( dy - 1 ) * d / N ] ;
    vd = r - rn ;
    vda = abs( sqrt( ( vd( 1 ) )^2 + ( vd( 2 ) )^2 ) ) ;
    nvd = sum ( nn .* vd ) ;
    nk = sum( nn .* k ) ;
    krn = sum ( k .* rn ) ;
    harg = k_ * vda ;
    zn = z1 ;
    p1e1 = k_ * etha / 4 * sqrt( 2 / ( li * pi * harg ) ) * exp( li * harg ) ;
    p1e2 = zn * li * k_ * nvd / 4 / vda * sqrt( 2 / ( li * pi * harg ) ) * exp(
li * harg ) * ( - li ) ;
    p2e1par = 1 - ( zn * nk + etha ) / ( zn * nk - etha ) ;
    p2e1 = 1 / etha * nk * p2e1par ;
    p2e2 = exp( li * k_ * krn ) ;
    Esn = ( p1e1 - p1e2 ) * p2e1 * p2e2 * dr ;
    Es = Es + Esn ;
end
for dx = 1 : 1 : N
    mn = [ 0 , - 1 ] ;

```

```

rn = [ d / 2 - d / ( 2 * N ) - ( dx - 1 ) * d / N , - d / 2 ] ;
vd = r - rn ;
vda = abs( sqrt( ( vd( 1 ) )^2 + ( vd( 2 ) )^2 ) ) ;
nvd = sum ( nn .* vd ) ;
nk = sum( nn .* k ) ;
krn = sum ( k .* rn ) ;
harg = k_ * vda ;
zn = z4 ;
p1e1 = k_ * etha / 4 * sqrt( 2 / ( li * pi * harg ) ) * exp( li * harg ) ;
p1e2 = zn * li * k_ * nvd / 4 / vda * sqrt( 2 / ( li * pi * harg ) ) * exp(
li * harg ) * ( - li ) ;
p2e1par = 1 - ( zn * nk + etha ) / ( zn * nk - etha ) ;
p2e1 = 1 / etha * nk * p2e1par ;
p2e2 = exp( li * k_ * krn ) ;
Esn = ( p1e1 - p1e2 ) * p2e1 * p2e2 * dr ;
Es = Es + Esn ;
end
for dy = 1 : 1 : N
nn = [ - 1 , 0 ] ;
rn = [ - d / 2 , d / 2 - d / ( 2 * N ) - ( dy - 1 ) * d / N ] ;
vd = r - rn ;
vda = abs( sqrt( ( vd( 1 ) )^2 + ( vd( 2 ) )^2 ) ) ;
nvd = sum ( nn .* vd ) ;
nk = sum( nn .* k ) ;
krn = sum ( k .* rn ) ;
harg = k_ * vda ;
zn = z3 ;
p1e1 = k_ * etha / 4 * sqrt( 2 / ( li * pi * harg ) ) * exp( li * harg ) ;
p1e2 = zn * li * k_ * nvd / 4 / vda * sqrt( 2 / ( li * pi * harg ) ) * exp(
li * harg ) * ( - li ) ;
p2e1par = 1 - ( zn * nk + etha ) / ( zn * nk - etha ) ;
p2e1 = 1 / etha * nk * p2e1par ;
p2e2 = exp( li * k_ * krn ) ;

```

```

        Esn = ( p1e1 - p1e2 ) * p2e1 * p2e2 * dr ;
        Es = Es + Esn ;
    end

kr = sum ( k .* r ) ;
Ei = exp( li * k_ * kr ) ;
Eit( phi + 1 ) = Ei ;
Est( phi + 1 ) = Es ;
for phi = 181 : 1 : 269
    k = [ - cos( phi * rad ) , - sin( phi * rad ) ] ;
    r = [ ro * cos( phi * rad ) , ro * sin( phi * rad ) ] ;
    Es = 0 ;
    for dy = 1 : 1 : N
        nn = [ - 1 , 0 ] ;
        rn = [ - d / 2 , d / 2 - d / ( 2 * N ) - ( dy - 1 ) * d / N ] ;
        vd = r - rn ;
        vda = abs( sqrt( ( vd( 1 ) )^2 + ( vd( 2 ) )^2 ) ) ;
        nvd = sum ( nn .* vd ) ;
        nk = sum( nn .* k ) ;
        krn = sum ( k .* rn ) ;
        harg = k_ * vda ;
        zn = z3 ;
        p1e1 = k_ * etha / 4 * sqrt( 2 / ( li * pi * harg ) ) * exp( li * harg ) ;
        p1e2 = zn * li * k_ * nvd / 4 / vda * sqrt( 2 / ( li * pi * harg ) ) * exp(
li * harg ) * ( - li ) ;
        p2e1par = 1 - ( zn * nk + etha ) / ( zn * nk - etha ) ;
        p2e1 = 1 / etha * nk * p2e1par ;
        p2e2 = exp( li * k_ * krn ) ;
        Esn = ( p1e1 - p1e2 ) * p2e1 * p2e2 * dr ;
        Es = Es + Esn ;
    end
for dx = 1 : 1 : N
    nn = [ 0 , - 1 ] ;
    rn = [ d / 2 - d / ( 2 * N ) - ( dx - 1 ) * d / N , - d / 2 ] ;

```

```

vd = r - rn ;
vda = abs( sqrt( ( vd( 1 ) )^2 + ( vd( 2 ) )^2 ) ) ;
nvd = sum ( nn .* vd ) ;
nk = sum( nn .* k ) ;
krn = sum ( k .* rn ) ;
harg = k_ * vda ;
zn = z4 ;
p1e1 = k_ * etha / 4 * sqrt( 2 / ( li * pi * harg ) ) * exp( li * harg ) ;
p1e2 = zn * li * k_ * nvd / 4 / vda * sqrt( 2 / ( li * pi * harg ) ) * exp(
li * harg ) * ( - li ) ;
p2e1par = 1 - ( zn * nk + etha ) / ( zn * nk - etha ) ;
p2e1 = 1 / etha * nk * p2e1par ;
p2e2 = exp( li * k_ * krn ) ;
Esn = ( p1e1 - p1e2 ) * p2e1 * p2e2 * dr ;
Es = Es + Esn ;
end
kr = sum ( k .* r ) ;
Ei = exp( li * k_ * kr ) ;
Eit( phi + 1 ) = Ei ;
Est( phi + 1 ) = Es ;
end
phi = 180 ;
k = [ - cos( phi * rad ) , - sin( phi * rad ) ] ;
r = [ ro * cos( phi * rad ) , ro * sin( phi * rad ) ] ;
Es = 0 ;
for dy = 1 : 1 : N
nn = [ - 1 , 0 ] ;
rn = [ - d / 2 , d / 2 - d / ( 2 * N ) - ( dy - 1 ) * d / N ] ;
vd = r - rn ;
vda = abs( sqrt( ( vd( 1 ) )^2 + ( vd( 2 ) )^2 ) ) ;
nvd = sum ( nn .* vd ) ;
nk = sum( nn .* k ) ;
krn = sum ( k .* rn ) ;

```

```

harg = k_ * vda ;
zn = z3 ;
p1e1 = k_ * etha / 4 * sqrt( 2 / ( li * pi * harg ) ) * exp( li * harg ) ;
p1e2 = zn * li * k_ * nvd / 4 / vda * sqrt( 2 / ( li * pi * harg ) ) * exp(
li * harg ) * ( - li ) ;
p2e1par = 1 - ( zn * nk + etha ) / ( zn * nk - etha ) ;
p2e1 = 1 / etha * nk * p2e1par ;
p2e2 = exp( li * k_ * krn ) ;
Esn = ( p1e1 - p1e2 ) * p2e1 * p2e2 * dr ;
Es = Es + Esn ;
end
for dx = 1 : 1 : N
nn = [ 0 , - 1 ] ;
rn = [ d / 2 - d / ( 2 * N ) - ( dx - 1 ) * d / N , - d / 2 ] ;
vd = r - rn ;
vda = abs( sqrt( ( vd( 1 ) )^2 + ( vd( 2 ) )^2 ) ) ;
nvd = sum ( nn .* vd ) ;
nk = sum( nn .* k ) ;
krn = sum ( k .* rn ) ;
harg = k_ * vda ;
zn = z4 ;
p1e1 = k_ * etha / 4 * sqrt( 2 / ( li * pi * harg ) ) * exp( li * harg ) ;
p1e2 = zn * li * k_ * nvd / 4 / vda * sqrt( 2 / ( li * pi * harg ) ) * exp(
li * harg ) * ( - li ) ;
p2e1par = 1 - ( zn * nk + etha ) / ( zn * nk - etha ) ;
p2e1 = 1 / etha * nk * p2e1par ;
p2e2 = exp( li * k_ * krn ) ;
Esn = ( p1e1 - p1e2 ) * p2e1 * p2e2 * dr ;
Es = Es + Esn ;
end
for dx = 1 : 1 : N
nn = [ 0 , 1 ] ;
rn = [ d / 2 - d / ( 2 * N ) - ( dx - 1 ) * d / N , d / 2 ] ;

```

```

vd = r - rn ;
vda = abs( sqrt( ( vd( 1 ) )^2 + ( vd( 2 ) )^2 ) ) ;
nvd = sum ( nn .* vd ) ;
nk = sum( nn .* k ) ;
krn = sum ( k .* rn ) ;
harg = k_ * vda ;
zn = z2 ;
p1e1 = k_ * etha / 4 * sqrt( 2 / ( li * pi * harg ) ) * exp( li * harg ) ;
p1e2 = zn * li * k_ * nvd / 4 / vda * sqrt( 2 / ( li * pi * harg ) ) * exp(
li * harg ) * ( - li ) ;
p2e1par = 1 - ( zn * nk + etha ) / ( zn * nk - etha ) ;
p2e1 = 1 / etha * nk * p2e1par ;
p2e2 = exp( li * k_ * krn ) ;
Esn = ( p1e1 - p1e2 ) * p2e1 * p2e2 * dr ;
Es = Es + Esn ;
end
kr = sum ( k .* r ) ;
Ei = exp( li * k_ * kr ) ;
Eit( phi + 1 ) = Ei ;
Est( phi + 1 ) = Es ;
for phi = 91 : 1 : 179
k = [ - cos( phi * rad ) , - sin( phi * rad ) ] ;
r = [ ro * cos( phi * rad ) , ro * sin( phi * rad ) ] ;
Es = 0 ;
for dy = 1 : 1 : N
nn = [ - 1 , 0 ] ;
rn = [ - d / 2 , d / 2 - d / ( 2 * N ) - ( dy - 1 ) * d / N ] ;
vd = r - rn ;
vda = abs( sqrt( ( vd( 1 ) )^2 + ( vd( 2 ) )^2 ) ) ;
nvd = sum ( nn .* vd ) ;
nk = sum( nn .* k ) ;
krn = sum ( k .* rn ) ;
harg = k_ * vda ;

```

```

zn = z3 ;
p1e1 = k_ * etha / 4 * sqrt( 2 / ( li * pi * harg ) ) * exp( li * harg ) ;
p1e2 = zn * li * k_ * nvd / 4 / vda * sqrt( 2 / ( li * pi * harg ) ) * exp(
li * harg ) * ( - li ) ;
p2e1par = 1 - ( zn * nk + etha ) / ( zn * nk - etha ) ;
p2e1 = 1 / etha * nk * p2e1par ;
p2e2 = exp( li * k_ * krn ) ;
Esn = ( p1e1 - p1e2 ) * p2e1 * p2e2 * dr ;
Es = Es + Esn ;
end
for dx = 1 : 1 : N
nn = [ 0 , 1 ] ;
rn = [ d / 2 - d / ( 2 * N ) - ( dx - 1 ) * d / N , d / 2 ] ;
vd = r - rn ;
vda = abs( sqrt( ( vd( 1 ) ) ^2 + ( vd( 2 ) ) ^2 ) ) ;
nvd = sum ( nn .* vd ) ;
nk = sum( nn .* k ) ;
krn = sum ( k .* rn ) ;
harg = k_ * vda ;
zn = z2 ;
p1e1 = k_ * etha / 4 * sqrt( 2 / ( li * pi * harg ) ) * exp( li * harg ) ;
p1e2 = zn * li * k_ * nvd / 4 / vda * sqrt( 2 / ( li * pi * harg ) ) * exp(
li * harg ) * ( - li ) ;
p2e1par = 1 - ( zn * nk + etha ) / ( zn * nk - etha ) ;
p2e1 = 1 / etha * nk * p2e1par ;
p2e2 = exp( li * k_ * krn ) ;
Esn = ( p1e1 - p1e2 ) * p2e1 * p2e2 * dr ;
Es = Es + Esn ;
end
kr = sum ( k .* r ) ;
Ei = exp( li * k_ * kr ) ;
Eit( phi + 1 ) = Ei ;
Est( phi + 1 ) = Es ;

```

```
end
phi = 0 : 1 : 359 ;
nomSw = ( abs( Est ) ).^2 ;
denomSw = ( abs( Eit ) ).^2 ;
Sw = 2 * pi * ro * nomSw ./ denomSw ;
Sw = Sw / lambda ;
dbSw = 10 * log10( Sw ) ;
plot( phi , dbSw , 'r' , 'linewidth' , 2 )
axis( [ 0 360 -25 15 ] )
set( gca , 'fontsize' , 20 )
xlabel( ' Aç ı [ ° ] ' ) , ylabel( ' SG / { \lambda } [ dB ] ' )
text( 5 , 13 , ' FO [ TEZ ] ' , 'fontsize' , 22)
toc
```