

**T.C.
MANİSA CELAL BAYAR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI
MAKİNE TEORİSİ VE DİNAMIĞI BİLİM DALI**

**KÜTLE YAY SİSTEMİNE SAHİP AKIŞKAN TAŞIYAN
MİKRO KİRİŞ TİTREŞİMLERİ**

Emre ŞENOL

**Danışman
Doç. Dr. Süleyman Murat BAĞDATLI**



MANİSA-2018

**Emre
ŞENOL**

**KÜTLE YAY SİSTEMİNE SAHİP AKIŞKAN TAŞIYAN
MİKRO KİRİŞ TİTREŞİMLERİ**

2018

TEZ ONAYI

Emre ŞENOL tarafından hazırlanan "**KÜTLE YAY SİSTEMİNE SAHİP AKIŞKAN TAŞIYAN MİKRO KİRİŞ TİTREŞİMLERİ**" adlı tez çalışması 27/04/2018 tarihinde aşağıdaki jüri üyeleri önünde Manisa Celal Bayar Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü **Makine Mühendisliği Anabilim Dalı**'nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak savunulmuş ve **oybirliği** ile başarılı olarak kabul edilmiştir.

Danışman	Doç. Dr. Süleyman Murat BAĞDATLI Manisa Celal Bayar Üniversitesi
Jüri Üyesi	Dr. Öğr. Ü. Saim KURAL Manisa Celal Bayar Üniversitesi
Jüri Üyesi	Dr. Öğr. Ü. Duygu ATCI İzmir Katip Çelebi Üniversitesi

TAAHHÜTNAME

Bu tezin Manisa Celal Bayar Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makine Mühendisliği Bölümü'nde, akademik ve etik kurallara uygun olarak yazıldığını ve kullanılan tüm literatür bilgilerinin referans gösterilerek tezde yer aldığını beyan ederim.

Emre ŞENOL



İÇİNDEKİLER

	Sayfa
İÇİNDEKİLER.....	I
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	II
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	IV
TEŞEKKÜR.....	VI
ÖZET.....	VII
ABSTRACT.....	VIII
1. GİRİŞ.....	1
2. KÜTLE – YAY SİSTEMİNE SAHİP AKIŞKAN TAŞIYAN MİKRO KİRİŞ TİTREŞİMLERİ.....	4
2.1.Hareket Denklemlerinin Elde Edilmesi.....	5
2.2. Boyutsuzlaştırma.....	11
2.3. Sınır Şartlarının Elde Edilmesi.....	13
3. PERTURBASYON ANALİZİ.....	14
3.1. Lineer Problem.....	15
3.1.1. Sayısal Sonuçlar.....	17
3.2.Nonlinear Problem.....	24
3.2.1. $\Omega_1 \approx 2\Omega_2$ Durumu (Temel Parametrik Rezonans).....	27
3.2.2. Sayısal Sonuçlar.....	33
3.2.3 Ω_1 'nın '0' dan ve '2 ω ' dan Uzak Olduğu Durum.....	49
3.2.4. Ω_1 'nin 0'a Yakın Olduğu Durum.....	51
3.2.5. Sayısal Sonuçlar.....	52
4.SONUÇ VE ÖNERİLER.....	60
KAYNAKLAR.....	63
ÖZGEÇMİŞ.....	67

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

Ω_1	Akışkan Hızı Değişim Frekansı
A_{ak}	Akışkan Kesit Alanı
m_{ak}	Akışkan Kütlesi
ρ_{ak}	Akışkan Yoğunluğu
σ	Ayar Parametresi
v_{ak}^*	Boyutlu Akışkan Hızı
u^*	Boyutlu Boyuna Yer Değiştirme
w^*	Boyutlu Enine Yer Değiştirme
t^*	Boyutlu Zaman Değişkeni
δ	Boyutsuz Kütle
Ω_2	Elektriksel Alan Kuvveti Değişim Frekansı
$\epsilon\alpha_1$	Elektro-Statik Kuvvet Parametresi
ω_{nl}	Esnek mikro giriş için nonlineer frekans
a	Genlik
θ	Genlik Faz Modülasyon Katsayısı
D_0, D_1	Hızlı ve Yavaş Ölçeklerine Göre Türevler
T_0, T_1	Hızlı ve Yavaş Zaman Ölçekleri
λ	Kararlılığı Belirleyen Öz Değerler
x^*	Kartezyen Koordinat
$\epsilon\alpha_2$	Kiriş Esneklik Katsayısı
v_f	Kirişlik Katsayısı
ϵ	Küçük Perturbasyon Parametresi
x_s, η	Kütlenin Başlangıç Noktasından Uzaklığı
ℓ	Malzeme Uzunluk Ölçeği Parametresi
$\frac{d}{d_x}$	Mekana Göre Türev
β	Mikro Kiriş Doluluk Oranı
E_{mk}	Mikro Kiriş Elastisite Modülü

G_{mk}	Mikro Kiriş Kayma Modülü
A_{mk}	Mikro Kiriş Kesit Alanı
I_{mk}	Mikro Kiriş Kütle Ataleti
m_{mk}	Mikro Kiriş Kütlesi
ρ_{mk}	Mikro Kiriş Yoğunluğu
d_x^*	Mikro Kirişten Uzamamış Parça
v_0^*	Ortalama Akışkan Hızı
ζ	Saçılma Denklemi Kök Değeri
μ	Sönüm Oranı
$\varepsilon\mu$	Sönüm Parametresi
e	Şekil Değiştirme
ϕ	Yer Değiştirme Fonksiyonunun Seküler Terimleri İle İlgili Kısım
$\frac{d}{d_t}$	Zamana Göre Türev
$k_o, k_1, k_2, k_3, S_1, f_1$	Kirişte Çözülebilirlik Şartındaki Katsayılar
d	Mikro Kiriş Eğrilik Yarıçapı
F	Elektriksel Alan Kuvvetinin Değişim Genliği
k	Yay Sabiti
L	Kiriş Uzunluğu
m	Boyutlu Kütle
N	Mikro Kiriş Eksenel İç Gerilme Kuvveti
T	Kinetik Enerji
V	Potansiyel Enerji
W	Yer Değiştirme Fonksiyonunun Seküler Olmayan Terimleri İle İlgili Kısım
Y	Yer Değiştirmenin Mekana Ait Fonksiyonları
Γ	Mikro Kirişlik Faktörü

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1: Kütle yay sistemi bulunan akışkan taşıyan mikro giriş.....	5
Şekil 2: Akışkan hızına bağlı birinci doğal frekansın değişim (1. mod, $v_f = 0.1, \Gamma = 0.053469, \delta = 1, k = 10, x_s = 0.5$)	20
Şekil 3: Akışkan hızına bağlı birinci doğal frekansın değişimi (1. mod, $v_f = 0.1, \Gamma = 0.053469, \beta = 0.5, k = 10, x_s = 0.5$)	21
Şekil 4: Akışkan hızına bağlı birinci doğal frekansın değişimi (1. mod, $v_f = 0.1, \Gamma = 0.053469, \beta = 0.5, \delta = 0.5, x_s = 0.5$)	21
Şekil 5: Akışkan hızına bağlı birinci doğal frekansın değişimi (1. mod, $\beta = 0.5, \delta = 0.5, k = 10, x_s = 0.5$)	22
Şekil 6: Akışkan hızına bağlı birinci doğal frekansın değişimi (1. mod, $v_f = 0.1, \beta = 0.5, \delta = 0.5, k = 1, x_s = 0.5$)	22
Şekil 7: Akışkan hızına bağlı birinci doğal frekansın değişimi (1. mod, $v_f = 0.1, \beta = 0.5, \delta = 0.5, k = 1$)	23
Şekil 8: Akışkan hızına bağlı birinci doğal frekansın değişimi (1. mod, $v_f = 0.1, \beta = 0.5, \delta = 0.5, k = 10, x_s = 0.5$)	23
Şekil 9: Mikro giriş doluluk oranına bağlı frekans – tepki grafiği (1. mod, $v_f = 0.1, \Gamma = 0.053469, k = 10, \alpha_2 = 1, F = 1, v_1 = 3, \delta = 1, x_s = 0.5, \mu = 0$)	34
Şekil 10: Mikro giriş üzerinde bulunan kütle oranına bağlı frekans – tepki grafiği (1. mod, $v_f = 0.1, \Gamma = 0.053469, \beta = 0.5, k = 10, \alpha_2 = 1, F = 1, v_1 = 3, x_s = 0.5, \mu = 0$)	35
Şekil 11: Lineer yay sabiti oranına bağlı frekans – tepki grafiği (1. mod, $v_f = 0.1, \Gamma = 0.053469, \beta = 0.5, \alpha_2 = 1, F = 1, v_1 = 3, \delta = 0.5, x_s = 0.5, \mu = 0$)	36
Şekil 12: Kirişlik katsayısı oranına bağlı frekans – tepki grafiği (1. mod, 1. mod, $v_f = 0.1, \Gamma = 0.053469, \beta = 0.5, k = 10, \alpha_2 = 1, F = 1, v_1 = 3, \delta = 0.5, x_s = 0.5, \mu = 0$)	37
Şekil 13: Genlik değişim oranına bağlı frekans – tepki grafiği (1. mod, $v_f = 0.1, \Gamma = 0.053469, \beta = 0.5, k = 1, F = 1, v_1 = 3, \delta = 0.5, x_s = 0.5, \mu = 0$)	38
Şekil 14: Farklı malzemelerdeki mikro girişin mikro girişlik faktörüne bağlı frekans – tepki grafiği (1. mod, $v_f = 0.1, \beta = 0.5, k = 1, \alpha_2 = 1, F = 1, v_1 = 3, \delta = 0.5, x_s = 0.5, \mu = 0$)	39
Şekil 15: Kiriş üzerindeki mesnet durumlarına göre frekans – tepki grafiği (1. mod, $v_f = 0.1, \Gamma = 0.053469, \beta = 0.5, k = 1, \alpha_2 = 1, F = 1, v_1 = 3, \delta = 0.5, \mu = 0$)	40
Şekil 16: Farklı boyutlarda üretilmiş mikro girişin kirişlik faktörüne frekans – tepki grafiği (1. mod, $v_f = 0.1, \beta = 0.5, k = 10, \alpha_2 = 1, F = 1, v_1 = 3, \delta = 0.5, \mu = 0$)	41
Şekil 17: Elektriksel zorlama kuvvetine bağlı frekans – tepki grafiği (1. mod, $v_f = 0.1, k = 10, \beta = 0.5, \alpha_2 = 1, \Gamma = 0.053469, v_1 = 3, \delta = 0.5, \mu = 0$)	42
Şekil 18: Kararlılık bölgesinin akışkan hızına bağlı değişimi (1. mod, $\beta = 0.5, k = 10, \alpha_2 = 1, F = 1, v_1 = 3, \delta = 0.5, x_s = 0.5, \mu = 0$)	43
Şekil 19: Kararlılık bölgesinin akışkan hızına bağlı değişimi (1. mod, $v_f = 0.1, \Gamma = 0.053469, k = 10, \alpha_2 = 1, F = 1, v_1 = 3, \delta = 1, x_s = 0.5, \mu = 0$)	44
Şekil 20: Kararlılık bölgesinin akışkan hızına bağlı değişimi (1. mod, $v_f = 0.1, \Gamma = 0.053469, \beta = 0.5, \alpha_2 = 1, F = 1, v_1 = 3, \delta = 0.5, x_s = 0.5, \mu = 0$)	45

Şekil 21: Kararlılık bölgesinin akışkan hızına bağlı değişimi (1. mod, $v_f = 0.1, \Gamma = 0.053469, \beta = 0.5, k = 10, \alpha_2 = 1, F = 1, v_1 = 3, x_s = 0.5, \mu = 0$)	46
Şekil 22: Kararlılık bölgesinin akışkan hızına bağlı değişimi (1. mod, $v_f = 0.1, \beta = 0.5, k = 1, \alpha_2 = 1, F = 1, v_1 = 3, \delta = 0.5, x_s = 0.5, \mu = 0$)	47
Şekil 23: Kararlılık bölgesinin akışkan hızına bağlı değişimi (1. mod, $v_f = 0.1, \Gamma = 0.053469, \beta = 0.5, k = 1, \alpha_2 = 1, F = 1, v_1 = 3, \delta = 0.5, \mu = 0$)	48
Şekil 24: Kararlılık bölgesinin elektriksel alan kuvvetine bağlı değişimi (1. mod, $\omega = 7.2658481, v_f = 0.1, \Gamma = 0.053469, \beta = 0.5, k = 10, \alpha_2 = 1, v_1 = 3, \delta = 1$)	49
Şekil 25: Mikro giriş doluluk oranına bağlı nonlinear doğal frekans – tepki grafiği (1. mod, $v_f = 0.1, \Gamma = 0.053469, k = 10, x_s = 0.5, \alpha_2 = 1, F = 1, v_1 = 3, \delta = 1, \mu = 0$)	53
Şekil 26: Mikro giriş üzerindeki kütle oranına bağlı nonlinear doğal frekans – tepki grafiği (1. mod, $v_f = 0.1, \Gamma = 0.053469, \beta = 0.5, k = 10, x_s = 0.5, \alpha_2 = 1, F = 1, v_1 = 3, \mu = 0$)	54
Şekil 27: Girişlik oranına bağlı nonlinear doğal frekans – tepki grafiği (1. mod, $k = 10, \beta = 0.5, x_s = 0.5, \alpha_2 = 1, F = 1, v_1 = 3, \delta = 0.5, \mu = 0$)	55
Şekil 28: Lineer yay sabitine bağlı nonlinear doğal frekans – tepki grafiği (1. mod, $v_f = 0.1, \Gamma = 0.053469, \beta = 0.5, x_s = 0.5, \alpha_2 = 1, F = 1, v_1 = 3, \delta = 0.5, \mu = 0$)	56
Şekil 29: Farklı malzemelerdeki mikro girişin mikro girişlik faktörüne bağlı frekans – tepki grafiği (1. mod, $v_f = 0.1, k = 1, \beta = 0.5, x_s = 0.5, \alpha_2 = 1, F = 1, v_1 = 3, \delta = 0.5, \mu = 0$)	57
Şekil 30: Akışkan hızına bağlı nonlinear doğal frekans – tepki grafiği (1. mod, $v_f = 0.1, \Gamma = 0.053469, k = 1, \beta = 0.5, \alpha_2 = 1, F = 1, v_1 = 3, \delta = 0.5, \mu = 0$)	58
Şekil 31: Giriş üzerindeki mesnet durumlarına göre nonlinear doğal frekans – tepki grafiği (1. mod, $v_f = 0.1, k = 10, \beta = 0.5, \alpha_2 = 1, F = 1, v_1 = 3, \delta = 0.5, \mu = 0$)	59

TEŞEKKÜR

Öncelikle maddi manevi hiç bir fedakârlığı esirgemeyen anne ve babama verdikleri sevgi ve destek, gösterdikleri hoşgörü ve şefkat için en içten teşekkürlerimi sunarım.

Bu tezin hazırlanmasında en başından en sonuna kadar tavsiyelerde bulunan, gerekli yönlendirmeleri yapan, derin bilgi ve tecrübesiyle her zaman örnek olan saygıdeğer hocam Doç. Dr. Süleyman Murat BAĞDATLI' ya yönlendirmeleri, çabaları ve destekleri ile için sonsuz teşekkür ederim.

Ayrıca adlarını yazamadığım diğer bütün hocalarıma, değerli arkadaşlarıma ve hocalarıma, üzerimde emeği bulunan herkese de teşekkürlerimi sunarım.

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

Kütle Yay Sistemine Sahip Akışkan Taşıyan Mikro Kiriş Titreşimleri

Emre ŞENOL

Manisa Celal Bayar Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Süleyman Murat BAĞDATLI

Bu çalışmada, kütle – yay sistemine sahip akışkan taşıyan mikro kirişin titreşimleri incelenmiştir. Hamilton prensibi kullanılarak hareket denklemleri elde edilmiştir. Elde edilen hareket denklemleri boyutsuzlaştırılarak malzeme ve geometrik yapıya olan bağımlılık ortadan kaldırılmıştır. Perturbasyon Metodu olan “Çok Ölçekli Metot” ile sistemin yaklaşık çözümleri elde edilmiştir. Uzamalardan kaynaklanan nonlinear terimlerin, yayın, kirişin doluluk oranının, akışkan hızının, elektriksel zorlamanın doğal frekansa ve çözümlere olan etkileri araştırılmıştır. Dış zorlama ya da sistemin kendi içindeki zorlama, sistemin tabii frekansı ile çakışık ya da yakın olursa titreşim genliklerinde istenmeyen artışlar meydana gelebilir. Bu dinamik sistemlerdeki rezonans problemini meydana getirmektedir. Bu nedenle incelenecek problemlerde tabii frekans değerlerinin bilinmesi büyük önem arz etmektedir. Sistem parametrelerinin (doluluk oranı, kirişlik katsayısı, kütle, lineer yay sabiti, mikro kiriş katsayısı) lineer ve nonlinear çözümlere olan etkileri araştırılmıştır. Zorlama frekansının; temel parametrik rezonans durumu, akışkan hızı değişim frekansının (Ω_1) doğal frekansın iki katına (2ω) yakın olduğu durum ve sıfıra yakın olduğu üç farklı durum ele alınmıştır. Kararsızlık bölgelerinin sınırları ve çatallanma bölgeleri tespit edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Akışkan Taşıyan Mikro Kirişler, Çok Zaman Ölçekli Metod, Kütle Etkisi, Nonlinear Yay, Perturbasyon Yöntemi

ABSTRACT

Master Degree Thesis

Vibrations of a Fluid Conveying Micro Beam under Mass-Spring Conditions

Emre ŞENOL

Manisa Celal Bayar University
Graduate School of Applied and Natural Sciences
Department of Mechanical Engineering

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Süleyman Murat BAĞDATLI

In this study, the vibrations of fluid conveying of micro - beam with mass - spring system were investigated. The equations of motion were obtained by using Hamilton Principle. Equation of motion was made dimensionless via dimensionless parameters. The method of multiple time scale that is a perturbation technique is applied to the equations of motion for approximated solutions. Stretching of the neutral axis, fill rate of the micro beam, fluid velocity, electrical forcing, natural frequency of effect on the solutions were investigated. If the force and internal force are of coincident or close to the frequency, undesirable increases in vibration amplitude may occur. For this reason, it is important to know the natural frequency values. The effects of system parameters on linear and nonlinear solutions were investigated. The forcing frequency; the basic parametric resonance state, the case where the frequency of the fluid velocity change (Ω_1) is close to two times the natural frequency (2ω) and the case where the frequency is close to zero were examined. The stability regions and the bifurcation points have been determined.

Keywords: Fluid Conveying Micro Beams, Multi Time Scale Method, Nonlinear Spring, Mass Effect, Perturbation Methods

1. GİRİŞ

Günümüzde bilimin ulaştığı noktalardan biri, her ne kadar doğa kadar başarılı olmasa da, akışkanların mikrometre mertebesindeki dinamiklerini çözerek metrenin milyonda biri boyutlarında mühendislik uygulamaları yapılabiliniyor olmasıdır. Son yıllardaki bilimsel araştırmalar teknolojik gelişmelere bağlı olarak boyut küçültmeye yönelmiştir. MEMS kısa adıyla da bilinen Mikro-Elektro-Mekanik Sistemler şeklinde tanımlanan teknoloji, iletişim teknolojilerinden üretim otomasyonuna, çevre izlemeden, sağlığa, savunma sistemlerine kadar uzanan geniş bir ürün yelpazesinde anahtar rol oynamaktadır ve mikroelektronik veya mikroçip teknolojisi gibi çağımızı değiştirecek bir potansiyele sahiptir.

Mikro-elektro-mekanik sistemlerde kullanılan ana yapılardan biri olmalarından dolayı, mikro giriş dinamikleri son yıllarda birçok araştırmacının ilgisini çekmiştir. Akışkanlar mekaniği, havacılık ve uzay, optik, fizik, biyoloji ve tıp bilimleri, bilgisayar ve elektronik alanlarında yaygın olarak kullanılmaktadırlar. Ayrıca, sıvı taşıma mikro girişleri genetik mühendisliği, protein sentezi, kimyasal ve mikro-biyolojik analiz, mikro örnekleme, ilaç enjeksiyonu, mikro soğutma sistemlerinde yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu uygulamalarda mikro girişlerin kalınlığı tipik olarak mikron sırasına göre veya daha küçüktür (Park ve Gao, 2006). Öz ve Evrensel (2002), sıvıyı taşıyan ve konsantre bir kütle taşıyan gergin boruların doğal frekanslarını elde etmiştir.[1,2] Paidoussis ve diğ. (2002) eksenel akışta dirsekli silindirelerin dinamiklerini araştırmışlardır.[3] Park ve Gao (2006), Euler-Bernoulli mikro girişinin modifiye çift stres teorisi (MCST) kullanarak özelliklerini araştırmışlardır. Epoksi mikro giriş için bükme testlerini (klasik giriş teorisiyle uyuşmayan) açıkladılar.[1]

Paidoussis ve diğ. (2007) ara yay desteği ile dirsekli boruların dinamiklerini araştırmıştır.[4] Kong ve diğ. (2008), Euler-Bernoulli mikro girişlerini MCST kullanarak sınır değer problemlerini araştırmışlardır.[5] Wang (2009), sıvı ileten nano tüpler ve mikro girişleri araştırdı.[9] Değer ve Pakdemirli (2010) elastik bir temel üzerinde duran bir mikro girişin için birincil rezonans durumunu araştırmışlardır.[6] Rinaldi ve diğ. (2010) iç sıvı akışını içeren mikro ölçekli boruların dinamiklerini araştırmıştır.[7] Yapısal yayılımın, sınır koşullarının,

geometrinin ve akış hızının titreşim üzerindeki etkilerini tartıştılar. Wang (2010), sıvı taşınan mikro tüplerin boyut bağımlı davranışlarını araştırdı. Yerel olmayan elastik teori kullanarak sistemin dengesizliğini ve titreşimini analiz etti.[8]. Xia ve diğ. (2010) statik bükülme, burkulma sonrası ve mikro ölçekli kirişlerin serbest titreşimlerini araştırmışlardır. [10] Chen ve diğ. (2011), birinci derece kayma deformasyonları olan kompozit laminalı kirişler için modifiye edilmiş bir çift stres modelini sundu.[11] Rafiee ve Nezamabadi (2011), basit-basit destekli mikro ların doğrusal olmayan etkiler altında zorla salınımlarını araştırmışlardır.[12] Ke ve diğ. (2012), MCST kullanarak boyut bağımlı Mindlin mikro plakalarının serbest titreşimlerini araştırdı. Levha kalınlığı malzeme uzunluk ölçeğine yakın olduğunda, parametre boyutu etkilerinin önemli olduğunu göstermişlerdir.[13] Rafiee ve diğ. (2011), MSCT kullanarak, mikro kirişlerin serbest ve zorlamalı titreşimleri araştırmışlardır. [14] Mirramezani ve Mirdamadi (2012), sıvı taşıma nano borularını inceledi. Kaudsen'e bağlı akış hızının titreşim üzerindeki etkilerini araştırdılar. [15] Ni ve diğ. (2011) diferansiyel transfer metodu ile boru taşıma akışkanlarının titreşimlerini analiz etmiştir.[16] Roque ve diğ. (2013), MCST ve Meshless Metodu kullanarak Mindlin mikro plakalarını analiz etmiştir.[17] Wang ve diğ. (2013b), mikro ölçekli boruların akışkan taşınması esnasındaki eğilme titreşimlerini incelemiştir. Mikro akış ve mikro yapının boyut üzerindeki etkilerini analiz ettiler.[18] Dai ve diğ. (2013), vorteks kaynaklı boru iletim akışkanlarının titreşimlerinin alt kritik ve süper kritik davranışlarını incelemiştir.[19] Wang ve diğ. (2013a) akışkan taşıma borularının doğal frekanslarını araştırdı. Analiz için ADINA sistemini kullandılar.[20] Klasik kiriş teorisi için Ekici ve Boyacı (2007) mikro kiriş titreşimleri için doğrusal olmayan sınır koşulları üzerinde çalışmışlardır.[21] Tekin ve ark. (2009) çoklu kademeli kiriş sistemlerinde 3 : 1 rezonans üzerine çalışmıştır.[22] Bağdatlı ve ark. (2009) yapay sinir ağları kullanarak kademeli kiriş sistemleri üzerinde çalışmışlardır.[22] Özkaya ve diğ. (2008) ve Bağdatlı ve ark. (2011b), kirişin lineer olmayan titreşimlerini ve çoklu desteklerde 3: 1 dahili rezonansları araştırmış ve farklı destek numaraları için uyarım frekans-cevap tepki eğrilerini çizdirmiştir.[23,24] Özhan ve Pakdemirli (2009, 2010) kübik nonlinearite için iç rezonans olgularını araştırdı.[25,26] Bağdatlı ve ark. (2013) mesnetli ara mesnetli ve çoklu mesnetli aksenal hızlanan kirişleri incelemiştir. (Bağdatlı ve ark., 2011a) [27,28]. Kural ve Özkaya (2012) yay - kiriş geçiş problemini incelemişler ve pertürbasyon yöntemlerini kullanarak yaklaşık çözüm

bulmuşlardır [29]. Yurddas ve ark. (2012a, 2012b), eksenel olarak hareket etmeyen bir orta mesnet ve çoklu mesnet koşullarına sahip olan bir yayın doğrusal olmayan titreşimlerini incelemiştir [30,31]. Atcı ve ark. ideal olmayan sınıra şartlarına sahip akışkan taşıyan mikro kirişin titreşimlerini incelemiştir [32,33]. Kural akışkan taşıyan mikro kirişin 2:1 ve 3:1 iç rezonanslarını incelemiştir [34].

Bu çalışmada kütle yay sistemi bulunan akışkan taşıyan mikro kiriş kapsamlı bir şekilde incelenmiştir. Öncelikle sistemin genel matematiksel modeli oluşturulup, hareket denklemleri bulunmuştur. Bulunan hareket denklemleri Hamilton prensibi kullanılarak elde edilmiştir. Sistemi geometrik özelliklerine ve kullanılan malzemeye bağımlılığını kaldırmak ve denklemleri en genel hale getirmek için hareket denklemleri boyutsuzlaştırılmıştır. Hamilton Prensibi ile sistemin nonlineer hareket denklemleri çıkarılmıştır. Mikro kiriş, elektriksel alan kuvveti etkisinde ve elastik zemin üzerinde kabul edilmiştir. Nonlineer özellik, titreşim esnasında uzamadan kaynaklanan terimler, elektriksel alan kuvveti, akışkanın hızı, kütle ve yayın etkisi, elektriksel zorlama kuvveti, sönüm ve elastik zemin denklemleri katıldığı için ortaya çıkmıştır. Elde edilen nonlineer denklemler boyutsuzlaştırılarak model, cinsi ve geometrisinden bağımsız sonuçlar vermiştir. Akışkan hızı, sabit bir hız etrafında harmonik olarak değişmektedir. Elektriksel alan kuvveti, harmonik olarak değişmektedir. Çok Ölçekli Perturbasyon Metodu ile sistemin yaklaşık çözümleri elde edilmiştir. Mikro yapının, uzamadan kaynaklanan nonlineer terimlerin, lineer ve nonlineer yay sabitlerinin, kirişin doluluk oranının, akışkan hızının, elektriksel zorlama kuvvetinin doğal frekansa ve çözümlere olan etkileri incelenmiştir.

2. KÜTLE – YAY SİSTEMİNE SAHİP AKIŞKAN TAŞIYAN MİKRO KİRİŞ TİTREŞİMLERİ

Bu çalışma kapsamında kütle yay sistemi bulunan akışkan taşıyan mikro kiriş kapsamlı bir şekilde incelenmiştir. Öncelikle sistemin genel matematiksel modeli oluşturulup, hareket denklemleri bulunmuştur. Bulunan hareket denklemleri Hamilton prensibi kullanılarak elde edilmiştir. Sistemi geometrik özelliklerine ve kullanılan malzemeye bağımlılığını kaldırmak ve denklemleri en genel hale getirmek için hareket denklemleri boyutsuzlaştırılmıştır.

Bu çalışma aşağıdaki yöntemlerle ele alınmıştır:

- Kirişe ait hareket denklemleri ve sınır şartları Hamilton prensibi kullanılarak elde edilmiştir.
- Uzamalardan kaynaklanan nonlineer terimler dikkate alınarak ve nonlineer etkilerin tabii frekansa ve çözümlere olan etkileri incelenmiştir.
- Elde edilen sınır şartları ve hareket denklemleri, sistemin geometrik özelliklerine ve kullanılan malzemeye bağımlılığını ortadan kaldırmak için boyutsuzlaştırma işlemi uygulanmıştır. Elde edilen hareket denklemlerine elektriksel zorlama kuvveti eklenmiştir.
- Boyutsuzlaştırma yapılan hareket denklemleri, perturbasyon yöntemlerinden çok ölçekli metod yöntemi kullanılarak çözüme ulaşılmıştır.
- Tabii frekans değerleri ve mod yapıları elde edilmiştir.

Bu çalışmada yapılan ve yapılan olan aşamalar şöyledir:

- Hamilton Prensibi ile sistemin nonlineer hareket denklemleri çıkarılmıştır.
- Mikro kiriş, elektriksel alan kuvveti etkisinde ve elastik zemin üzerinde kabul edilmiştir.
- Nonlineer özellik, titreşim esnasında uzamadan kaynaklanan terimler, elektriksel alan kuvveti, akışkanın hızı, kütle ve yayın etkisi, elektriksel zorlama kuvveti, sönüm ve elastik zemin denklemleri katıldığı için ortaya çıkmıştır.

$$v_{ak}^* = v_0^* + \varepsilon v_1^* \sin \Omega_1 t^* \quad (2.2)$$

v_0^* ortalama akışkan hızı, v_1^* akışkan hızı değişim genliği, Ω_1 ise akışkan hızı değişim frekansdır. ε ise küçük mertebeli perturbasyon derecesidir. Akışkanın hız değişim frekansının tabii frekansın 2 katına yakın olması durumunda parametrik rezonans meydana gelir. Çalışmanın ilerleyen bölümlerinde bu durum incelenecektir.

Elektriksel voltaj değişimi ise,

$$V_{el}(t^*) = V_{AC} \cos \Omega_2 t^* \quad (2.3)$$

olarak alınacaktır. V_{AC} zorlama kuvvetinin genliği, Ω_2 ise frekansdır.

İncelediğimiz mikro kirişin elektriksel zorlama kuvveti altında çalıştığı kabul edilmektedir. Şekil 1’de de görüldüğü gibi kirişten d mesafesi uzaklıkta bulunan elektrot ile zorlama etkisi yaratılmaktadır. Bu elektriksel kuvvet paralel kapasitör formülü ise,

$$f^*(x^*, t^*, V_{el}, \omega^*) = \frac{\varepsilon_0 2r V_{el}^2(t^*)}{2(d - \omega^*)^2} \quad (2.4)$$

Hareket denklemlerini elde etmek için mikro kiriş ve içerisindeki akışkanın yatay ve düşey yöndeki hızlarını ifade etmeliyiz. Akışkanın x^* ve y^* yönlerindeki hızı,

$$\text{Yatayda toplam hız: } v_{ak}^* + \frac{\partial u^*}{\partial t^*} + \frac{\partial u^*}{\partial x^*} \frac{\partial x^*}{\partial t^*} = v_{ak}^* + \dot{u}^* + u'^* v_{ak}^* \quad (2.5)$$

$$\text{Düşeyde toplam hız: } \frac{d\omega^*}{dt^*} = \frac{\partial \omega^*}{\partial t^*} + \frac{\partial \omega^*}{\partial x^*} \frac{\partial x^*}{\partial t^*} = \dot{\omega}^* + \omega'^* v_{ak}^* \quad (2.6)$$

Mikro kirişin x^* ve y^* yönlerindeki hızı,

$$\frac{du^*}{dt^*} = \frac{\partial u^*}{\partial t^*} + \frac{\partial u^*}{\partial x^*} \frac{\partial x^*}{\partial t^*} = \dot{u}^* + \underbrace{u_1^* v_1^*}_{=0} \quad (2.7)$$

$$\frac{d\omega^*}{dt^*} = \frac{\partial \omega^*}{\partial t^*} + \frac{\partial \omega^*}{\partial x^*} \frac{\partial x^*}{\partial t^*} = \dot{\omega}^* + \underbrace{\omega_1^* v_1^*}_{=0} \quad (2.8)$$

şeklinde ifade edilir.

İnceleyeceğimiz denklemlerde () zamana göre türevi, ()' mekana bağlı türevi türevi göstermektedir. Sistemin kinetik ve potansiyel enerjileri aşağıdaki gibi yazılır,

$$\begin{aligned} T = & \frac{1}{2} \rho_{mk} A_{mk} \int_0^{x_s} \{ \dot{\omega}_1^{*2} + \dot{u}_1^{*2} \} dx^* + \frac{1}{2} \rho_{mk} A_{mk} \int_{x_s}^L \{ \dot{\omega}_2^{*2} + \dot{u}_2^{*2} \} dx^* + \\ & \frac{1}{2} \rho_{ak} A_{ak} \int_0^{x_s} (\dot{\omega}_1^* + \omega_1^* v_{ak}^*)^2 dx^* + \frac{1}{2} \int_0^{x_s} \rho_{ak} A_{ak} (v_{ak}^* + \dot{u}_1^* + u_1^* v_{ak}^*)^2 dx^* \\ & + \frac{1}{2} \rho_{ak} A_{ak} \int_{x_s}^L (\dot{\omega}_2^* + \omega_2^* v_{ak}^*)^2 dx^* + \frac{1}{2} \rho_{ak} A_{ak} \int_{x_s}^L (v_{ak}^* + \dot{u}_2^* + u_2^* v_{ak}^*)^2 dx^* \\ & + \frac{1}{2} m \dot{\omega}_1^{*2}(x_s) \end{aligned} \quad (2.9)$$

Denklem (2.9) da ilk iki integral kiriş kütlesinden kaynaklanan, üçüncü, dördüncü, beşinci ve altıncı integraller akışkan kütlesinden kaynaklanan, son integral ise kiriş üzerinde bulunan kütleden kaynaklanan kinetik enerji integralleridir.

$$\begin{aligned} V = & \frac{1}{2} E_{mk} I_{mk} \int_0^{x_s} \omega_1^{*2} dx^* + \frac{1}{2} E_{mk} I_{mk} \int_{x_s}^L \omega_2^{*2} dx^* + \\ & \frac{1}{2} E_{mk} A_{mk} \int_0^{x_s} (u_1^* + \frac{1}{2} \omega_1^{*2})^2 dx^* + \frac{1}{2} E_{mk} A_{mk} \int_{x_s}^L (u_2^* + \frac{1}{2} \omega_2^{*2})^2 dx^* \\ & + \frac{1}{2} G_{mk} A_{mk} l^2 \int_0^{x_s} \omega_1^{*2} dx^* + \frac{1}{2} G_{mk} A_{mk} l^2 \int_{x_s}^L \omega_2^{*2} dx^* + \\ & N \int_0^{x_s} (u_1^* + \frac{1}{2} \omega_1^{*2}) dx^* + N \int_{x_s}^L (u_2^* + \frac{1}{2} \omega_2^{*2}) dx^* + \frac{1}{2} k \omega_1^{*2}(x_s) \end{aligned} \quad (2.10)$$

Denklem (2.10) da ilk iki integral eğilmeden kaynaklanan, üçüncü ve dördüncü uzamadan kaynaklanan beşinci ve altıncı integraller kaymadan kaynaklanan, yedinci ve sekizinci integraller ise iç gerilme kuvvetinden kaynaklanan, son integral ise yaydan kaynaklanan kinetik enerji integralleridir.

Burada A_{mk} mikro kirişin, A_{ak} akışkan bloğunun ω kesit alanı, mikro kirişin enine deplasmanı, E_k mikro kiriş elastisite modülü, G_{mk} mikro kiriş kayma modülü, N aksenal kuvvet, k lineer yay sabiti, I_{mk} mikro kirişin nötr eksene göre kesit atalet momenti, u mikro kirişin aksenal yer değiştirmesi, malzeme uzunluk ölçeği parametresidir. Sistemin Lagrangian' ı kinetik ve potansiyel enerji farkıdır.

$$\begin{aligned}
& \rho_{mk} A_{mk} \int_{t_1}^{t_2} \int_0^{X_s} (\underbrace{\dot{\omega}_1^* \delta \dot{\omega}_1^*}_1 + \underbrace{\dot{u}_1^* \delta \dot{u}_1^*}_2) dx^* dt^* + \rho_{mk} A_{mk} \int_{t_1}^{t_2} \int_{X_s}^L (\underbrace{\dot{\omega}_2^* \delta \dot{\omega}_2^*}_3 + \underbrace{\dot{u}_2^* \delta \dot{u}_2^*}_4) dx^* dt^* + \\
& \rho_{ak} A_{ak} \int_{t_1}^{t_2} \int_0^{X_s} \underbrace{(\dot{\omega}_1^* + \omega_1^* v_{ak}^*) \delta (\dot{\omega}_1^* + v_{ak}^* \omega_1^*)}_5 dx^* dt^* + \\
& \rho_{ak} A_{ak} \int_{t_1}^{t_2} \int_{X_s}^L \underbrace{(\dot{\omega}_2^* + \omega_2^* v_{ak}^*) \delta (\dot{\omega}_2^* + v_{ak}^* \omega_2^*)}_6 dx^* dt^* + \\
& \rho_{ak} A_{ak} \int_{t_1}^{t_2} \int_0^{X_s} \underbrace{(v_{ak}^* + \dot{u}_1^* + v_{ak}^* u_1^{*'}) \delta (v_{ak}^* + \dot{u}_1^* + u_1^{*'} v_{ak}^*)}_7 dx^* dt^* + \\
& \rho_{ak} A_{ak} \int_{t_1}^{t_2} \int_{X_s}^L \underbrace{(v_{ak}^* + \dot{u}_2^* + v_{ak}^* u_2^{*'}) \delta (v_{ak}^* + \dot{u}_2^* + u_2^{*'} v_{ak}^*)}_8 dx^* dt^* \\
& + \underbrace{\int_{t_1}^{t_2} (m^* \dot{\omega}_1^*(x_s) \delta \omega_1^*(x_s) dt^*}_9 = 0
\end{aligned} \tag{2.11}$$

$$\begin{aligned}
& -E_{mk} I_{mk} \int_{t_1}^{t_2} \int_0^{X_s} (\omega_1^* \delta \omega_1^*) dx^* dt^* - E_{mk} I_{mk} \int_{t_1}^{t_2} \int_{X_s}^L (\omega_2^* \delta \omega_2^*) dx^* dt^* - \\
& E_{mk} I_{mk} \int_{t_1}^{t_2} \int_0^{X_s} \underbrace{(u_1^{*'} + \frac{1}{2} \omega_1^{*2})}_{12} \delta u_1^* dx^* dt^* - \\
& E_{mk} I_{mk} \int_{t_1}^{t_2} \int_{X_s}^L \underbrace{(u_2^{*'} + \frac{1}{2} \omega_2^{*2})}_{13} \delta u_1^* dx^* dt^* - \\
& E_{mk} I_{mk} \int_{t_1}^{t_2} \int_0^{X_s} \underbrace{(u_1^{*'} + \frac{1}{2} \omega_1^{*2})}_{14} \omega_1^{*'} \delta \omega_1^* dx^* dt^* - \\
& E_{mk} I_{mk} \int_{t_1}^{t_2} \int_{X_s}^L \underbrace{(u_2^{*'} + \frac{1}{2} \omega_2^{*2})}_{15} \omega_2^{*'} \delta \omega_2^* dx^* dt^* - \\
& N \int_{t_1}^{t_2} \int_0^{X_s} \underbrace{(\delta u_1^{*'} + \omega_1^{*'} \delta \omega_1^*)}_{16} dx^* dt^* - N \int_{t_1}^{t_2} \int_{X_s}^L \underbrace{(\delta u_2^{*'} + \omega_2^{*'} \delta \omega_2^*)}_{18} dx^* dt^* - \\
& G_{mk} A_{mk} l^2 \int_{t_1}^{t_2} \int_0^{X_s} \underbrace{(\omega_1^* \delta \omega_1^*)}_{20} dx^* dt^* - \int_{t_1}^{t_2} \int_{X_s}^L \underbrace{(\omega_2^* \delta \omega_2^*)}_{21} dx^* dt^* - \\
& k \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \underbrace{(\omega_1^*(x_s) \delta \omega_1^*(x_s))}_{22} dt^* = 0
\end{aligned} \tag{2.12}$$

Benzer şekilde tüm terimlerin kısmi integrasyonu yapılır. Burada elde edilen tek katlı ve çift katlı integraller ayrı ayrı sıfıra eşit olmak zorundadır. Çift katlı integrallerden hareket denklemleri, tek katlı integrallerden ise mümkün olabilecek tüm sınır şartları elde edilir. $dw^* dx^* dt^*$ ve $du^* dx^* dt^*$ terimlerinin katsayıları bir araya toplanıp düzenlenirse çift katlı integral terimleri aşağıdaki gibi elde edilir,

Çift katlı integraller;

$$\begin{aligned}
& \int_{t_1}^{t_2} \int_0^{X_s} [-\rho_{mk} A_{mk} \ddot{\omega}_1^* - \rho_{ak} A_{ak} (\ddot{\omega}_1^* + 2\dot{\omega}_1^{*'} v_{ak}^* + \omega_1^{*'} v_{ak}^{*'} + \dot{v}_{ak}^* + \omega_1^{*2} v_{ak}^{*2}) \\
& + E_{mk} A_{mk} (u_1^{*2} \omega_1^{*'} + \omega_1^{*2} \omega_1^{*'} + u_1^{*'} \omega_1^{*2} + \frac{1}{2} \omega_1^{*2} \omega_1^{*2}) - \\
& E_{mk} I_{mk} \omega_1^{*iv} + N \omega_1^{*2} - G_{mk} A_{mk} l^2 \omega_1^{*iv}] d\omega_1^* dx^* dt^* = 0 \\
& + \int_{t_1}^{t_2} \int_{X_s}^L [-\rho_{mk} A_{mk} \ddot{\omega}_2^* - \rho_{ak} A_{ak} (\ddot{\omega}_2^* + 2\dot{\omega}_2^{*'} v_{ak}^* + \omega_2^{*'} v_{ak}^{*'} + \dot{v}_{ak}^* + \omega_2^{*2} v_{ak}^{*2})
\end{aligned} \tag{2.13}$$

$$E_{mk} A_{mk} (u_2'' \omega_2' + \omega_2'^2 \omega_2'' + u_2' \omega_2'' + \frac{1}{2} \omega_2'^2 \omega_2''') - E_{mk} I_{mk} \omega_2^{*iv} N \omega_2'' - G_{mk} A_{mk} l^2 \omega_2^{*iv}] d\omega_2^* dx^* dt^* = 0 \quad (2.14)$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_0^{Xs} [-\rho_{mk} A_{mk} \ddot{u}_1^* - \rho_{ak} A_{ak} (\dot{v}_{ak}^* + \ddot{u}_1^* + 2\dot{u}_1^* v_{ak}^* + u_1^* \dot{v}_{ak}^* + u_1^{*2} v_{ak}^{*2}) + E_{mk} A_{mk} (u_1'' + \omega_1' \omega_1'')] du_1^* dx^* dt^* = 0 \quad (2.15)$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_{Xs}^L [-\rho_{mk} A_{mk} \ddot{u}_2^* - \rho_{ak} A_{ak} (\dot{v}_{ak}^* + \ddot{u}_2^* + 2\dot{u}_2^* v_{ak}^* + u_2^* \dot{v}_{ak}^* + u_2^{*2} v_{ak}^{*2}) + E_{mk} A_{mk} (u_2'' + \omega_2' \omega_2'')] du_2^* dx^* dt^* = 0 \quad (2.16)$$

şeklindedir.

Burada, $d\omega^* dx^* dt^*$ ve $du^* dx^* dt^*$ içeren integraller ayrı ayrı sıfıra eşit olmalıdır.

$$\begin{aligned} & -\rho_{mk} A_{mk} \ddot{\omega}_1^* - \rho_{mk} A_{mk} \ddot{\omega}_2^* - \rho_{ak} A_{ak} (\ddot{\omega}_1^* + \ddot{\omega}_2^* + 2\dot{\omega}_1^* v_{ak}^* + 2\dot{\omega}_2^* v_{ak}^* + \omega_1^* \dot{v}_{ak}^* + \omega_2^* \dot{v}_{ak}^* \\ & + \omega_1^{*2} v_{ak}^{*2} + \omega_2^{*2} v_{ak}^{*2}) + E_{mk} A_{mk} (u_1'' \omega_1' + u_2'' \omega_2' + u_1' \omega_1'' + u_2' \omega_2'') \\ & + \frac{3}{2} \omega_1'^2 \omega_1'' + \frac{3}{2} \omega_2'^2 \omega_2'') - E_{mk} I_{mk} \omega_1^{*iv} - E_{mk} I_{mk} \omega_2^{*iv} + \\ & N \omega_1'' + N \omega_2'' - G_{mk} A_{mk} l^2 \omega_1^{*iv} - G_{mk} A_{mk} l^2 \omega_2^{*iv} = \frac{\varepsilon_0 r v_{el}(t)^2}{(d - \omega)^2} \end{aligned} \quad (2.17)$$

$$\begin{aligned} & -\rho_{mk} A_{mk} \ddot{u}_2^* - \rho_{ak} A_{ak} (\dot{v}_{ak}^* + \ddot{u}_2^* + 2\dot{u}_2^* v_{ak}^* + u_2^* \dot{v}_{ak}^* + u_2^{*2} v_{ak}^{*2}) \\ & + E_{mk} A_{mk} (u_2'' + \omega_2' \omega_2'') = 0 \end{aligned} \quad (2.18)$$

denklemlerini elde etmiş oluruz.

Denklem (2.17) kirişin enine titreşimlerini verirken, Denklem (2.18) boyuna titreşimlerini verir. Kirişin boyuna titreşimleri, enine titreşimlerinden çok daha hızlı yayıldığı için denklemde boyuna indirgenliği içeren terimler ihmal edilebilir. Bu durumda denklem,

$$E_{mk} A_{mk} (u_1^{*''} + \omega_1^* \omega_1^{*''}) = 0 \quad \rightarrow \quad E_{mk} A_{mk} \left(u_1^{*'} + \frac{1}{2} \omega_1^{*2} \right)' = 0 \quad (2.19)$$

$$E_{mk} A_{mk} (u_2^{*''} + \omega_2^* \omega_2^{*''}) = 0 \quad \rightarrow \quad E_{mk} A_{mk} \left(u_2^{*'} + \frac{1}{2} \omega_2^{*2} \right)' = 0 \quad (2.20)$$

haline gelir.

$$u_2^{*'} + \frac{1}{2} \omega_2^{*2} = C(t^*) \quad (2.21)$$

şeklinde bir $C(t^*)$ sabitine eşittir. Her iki tarafı integre edersek,

$$\int_0^{X_s} u_1^{*'} dx + \frac{1}{2} \int_0^{X_s} \omega_1^{*2} dx = C(t^*) \int_0^{X_s} dx \quad (2.22)$$

$$\int_{X_s}^L u_2^{*'} dx + \frac{1}{2} \int_{X_s}^L \omega_2^{*2} dx = C(t^*) \int_{X_s}^L dx \quad (2.23)$$

$$u_1^*(X_s) - u_1^*(0) + \frac{1}{2} \int_0^{X_s} \omega_1^{*2} dx = C(t^*) \quad (2.24)$$

$$u_2^*(L) - u_2^*(X_s) + \frac{1}{2} \int_{X_s}^L \omega_2^{*2} dx = C(t^*) \quad (2.25)$$

elde ederiz.

Denklem (2.17) e elektriksel zorlama kuvvetini de eklersek,

$$\begin{aligned} & -\rho_{mk} A_{mk} \ddot{\omega}_1^* - \rho_{mk} A_{mk} \ddot{\omega}_2^* - \rho_{ak} A_{ak} (\ddot{\omega}_1^* + \ddot{\omega}_2^* + 2\dot{\omega}_1^* v_{ak}^* + 2\dot{\omega}_2^* v_{ak}^* + \omega_1^* v_{ak}^{*2} + \omega_2^* v_{ak}^{*2} \\ & + \omega_1^* v_{ak}^{*2} + \omega_2^* v_{ak}^{*2}) + E_{mk} A_{mk} (u_1^* \omega_1^* + u_2^* \omega_2^* + u_1^* \omega_1^* + u_2^* \omega_2^* \\ & + \frac{3}{2} \omega_1^* \omega_1^* + \frac{3}{2} \omega_2^* \omega_2^*) - E_{mk} I_{mk} \omega_1^{*iv} - E_{mk} I_{mk} \omega_2^{*iv} + N \omega_1^* + N \omega_2^* \\ & - G_{mk} A_{mk} l^2 \omega_1^{*iv} - G_{mk} A_{mk} l^2 \omega_2^{*iv} = \frac{\varepsilon_0 r v_{el}(t)^2}{(d - \omega)^2} \end{aligned} \quad (2.26)$$

hareket denklemini elde etmiş oluruz.

2.2. Boyutsuzlaştırma

Bu bölümde elde edilen nonlinear hareket denklemleri boyutsuz parametreler cinsinden ifade edilecektir. Böylece hareket denklemlerinden elde edilecek sonuçlar malzeme özelliklerinden, boyut ve şekilden bağımsız olacaktır.

$$\omega = \frac{\omega^*}{d} \quad u = \frac{u^*}{L} \quad x = \frac{x^*}{L} \quad t = \frac{t^*}{T} \quad (2.27)$$

Burada * ifadeler boyutlu parametreleri göstermektedir. Enine yer değiştirme ifadesi, d eğrilik yarıçapıyla, boyuna yer değiştirme ifadesi ise L ile boyutsuzlaştırılmıştır.

$$\rho_{mk} A_{mk} = m_{mk}, \text{ mikro kirişin birim uzunluk kütlesi} \quad (2.28)$$

$$\rho_{ak} A_{ak} = m_{ak}, \text{ akışkanın birim uzunluk kütlesi} \quad (2.29)$$

Hareket denkleminde türev ifadelerini boyutsuz hale getirelim,

$$\omega^{*'} = \frac{\partial \omega^*}{\partial x^*} = \frac{\partial \omega^*}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial x^*} = \frac{1}{L} \frac{\partial \omega^*}{\partial x} = \frac{1}{L} \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial \omega^*}{\partial \omega} = \frac{d}{L} \frac{\partial \omega}{\partial x} \quad (2.30)$$

$$\dot{\omega}^* = \frac{\partial \omega^*}{\partial t^*} = \frac{\partial \omega^*}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial t^*} = \frac{1}{T} \frac{\partial \omega^*}{\partial t} = \frac{1}{T} \frac{\partial \omega}{\partial t} \frac{\partial \omega^*}{\partial \omega} = \frac{d}{T} \frac{\partial \omega}{\partial t} \quad (2.31)$$

Elde ettiğimiz boyutsuz türev ifadeleri hareket Denklem (2.33) de yerine yazılır ve zaman ölçeği,

$$T = L \sqrt{\frac{m_k + m_{ak}}{N}} \quad (2.32)$$

olacak şekilde seçilirse, elde edilen hareket denklemlerimiz,

1. Bölge için,

$$\begin{aligned} \ddot{\omega}_1 + \beta(2v_{ak}\dot{\omega}_1' + \dot{v}_{ak}\omega_1') + (\beta v_{ak}^2 - 1)\omega_1'' + (v_f^2 + \Gamma^2)\omega_1^{iv} + \\ \varepsilon \bar{\mu} \dot{\omega}_1 = \varepsilon \bar{\alpha}_2 \left[\frac{1}{2} \int_0^{x_s} \omega_1'^2 dx \right] \omega_1'' + \varepsilon \bar{\alpha}_1 v_{el}(t)^2 (1 + 2\omega_1) = 0 \end{aligned} \quad (2.33)$$

2. Bölge için,

$$\begin{aligned} \ddot{\omega}_2 + \beta(2v_{ak}\dot{\omega}_2' + \dot{v}_{ak}\omega_2') + (\beta v_{ak}^2 - 1)\omega_2'' + (v_f^2 + \Gamma^2)\omega_2^{iv} + \\ \varepsilon \bar{\mu} \dot{\omega}_2 = \varepsilon \bar{\alpha}_2 \left[\frac{1}{2} \int_{x_s}^L \omega_2'^2 dx \right] \omega_2'' + \varepsilon \bar{\alpha}_2 v_{el}(t)^2 (1 + 2\omega_2) \end{aligned} \quad (2.34)$$

şeklindedir. Burada 1. bölge olarak incelediğimiz sistemdeki 0 ile (x_s) arası, 2. bölge olarak da (x_s) ile L arası alınmıştır.

Hareket denklemlerine sönüm etkisi de dahil edilmiştir.

Tanımlanan boyutsuz sistem parametreleri ise aşağıdaki gibidir,

$$\begin{aligned}
\omega &= \frac{\omega^*}{d}, u = \frac{u^*}{L}, x = \frac{x^*}{L} \\
v_{ak} &= \frac{v_{ak}^*}{\varphi}, t = \frac{t^*}{T}, \rho_k A_k = m_k, \rho_{ak} A_{ak} = m_{ak} \\
\beta &= \frac{m_k}{m_k + m_{ak}}, \Gamma^2 = \frac{G_k A_k l^2}{NL^2}, \varepsilon \bar{\alpha}_1 = -\frac{\varepsilon_0 r L^2}{Nd^2}, \varepsilon \bar{\alpha}_2 = \frac{E_k A_k}{N} \frac{d^2}{L^2}, \\
\delta &= \frac{m}{m_k + m_{ak}}, k = \frac{k^* L^2}{N}, v_f^2 = \frac{E_k I_k}{NL^2}
\end{aligned} \tag{2.35}$$

Lineer olmayan terimlerin başına mertebelerini belirleyen küçük parametre olan ε eklenmiştir.

2.3. Sınır Şartlarının Elde Edilmesi

Bu çalışmada sınır şartları ideal olarak kabul edilmiştir. İdeal durumda, mesnet noktasında yer değiştirme ve eğim sıfırdır. Kütle ve yay sistemine sahip bu incelemede, kütlelerin yer değiştirmesi ile oluşan sınır şartları ve yay kuvvetinin sınır şartlarına etkisi incelenmiştir. Sistemin birinci ve ikinci bölümlerinde mesnet noktalarında sıfır olan eğim ve sehim, kütlelerin bulunduğu yer ile mesnet noktası arasındaki bölümde yani orta kısımlarda, yer değiştirme, eğim, moment birbirine eşittir.

En genel haliyle boyutsuz parametrelerin etkisiyle sınır şartları aşağıdaki gibi modellenmiştir,

$$1) \omega_1(0) = 0 \qquad 2) \omega_2(L) = 0 \qquad (2.36)$$

$$3) \omega_1'(0) = 0 \qquad 4) \omega_2'(L) = 0 \qquad (2.37)$$

$$5) \omega_1(\eta) = \omega_2(\eta) \qquad 6) \omega_1'(\eta) = \omega_2'(\eta) \qquad (2.38)$$

$$7) \omega_1''(\eta) = \omega_2''(\eta) \qquad (2.39)$$

$$8) E_k I_k (\omega_1'''(\eta) - \omega_2'''(\eta)) + G_k A_k l^2 (\omega_1''''(\eta) - \omega_2''''(\eta)) - m\ddot{\omega}_1 - k\omega_1 \qquad (2.40)$$

(Kısmi integrasyon yapıp, $d\omega^* dx^* dt^*$ ve $du^* dx^* dt^*$ içeren tek katlı integraller sıfıra eşitlendiğinde çıkan denklem) η ifadesi, yer değiştirme anlamında gösterilmiştir.

3. PERTURBASYON ANALİZİ

Bu bölümde elde edilen boyutsuz hareket denklemlerimizin yaklaşık çözümleri için perturbasyon metotlarından “çok zaman ölçekli metot” kullanılmıştır. Hareket denklemlerimiz şu şekildedir,

1. Bölge

$$\begin{aligned} \ddot{\omega}_1 + \beta(2v_{ak}\dot{\omega}_1' + \dot{v}_{ak}\omega_1') + (\beta v_{ak}^2 - 1)\omega_1'' + (v_f^2 + \Gamma^2)\omega_1^{iv} + \\ \varepsilon\bar{\mu}\dot{\omega}_1 = \varepsilon\bar{\alpha}_1\left[\frac{1}{2}\int_0^{x_s}\omega_1'^2 dx\right]\omega_1'' + \varepsilon\bar{\alpha}_1v_{el}(t)^2(1 + 2\omega_1) = 0 \end{aligned} \quad (3.1)$$

2. Bölge

$$\begin{aligned} \ddot{\omega}_2 + \beta(2v_{ak}\dot{\omega}_2' + \dot{v}_{ak}\omega_2') + (\beta v_{ak}^2 - 1)\omega_2'' + (v_f^2 + \Gamma^2)\omega_2^{iv} + \\ \varepsilon\bar{\mu}\dot{\omega}_2 = \varepsilon\bar{\alpha}_2\left[\frac{1}{2}\int_{x_s}^L\omega_2'^2 dx\right]\omega_2'' + \varepsilon\bar{\alpha}_2v_{el}(t)^2(1 + 2\omega_2) \end{aligned} \quad (3.2)$$

Türevleri tanıyalım;

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial T_0} \frac{\partial T_0}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial T_1} \frac{\partial T_1}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial T_0} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial T_1} + \dots = D_0 + \varepsilon D_1 + \dots \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial t^2} &= \frac{\partial}{\partial T_0} \left(\frac{\partial}{\partial T_0} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial T_1} \right) \frac{\partial T_0}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial T_1} \left(\frac{\partial}{\partial T_0} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial T_1} \right) \frac{\partial T_1}{\partial t} \\ &= \frac{\partial^2}{\partial T_0^2} + 2\varepsilon \frac{\partial^2}{\partial T_0 \partial T_1} + \varepsilon^2 \frac{\partial^2}{\partial T_1^2} + \dots \\ &= D_0^2 + 2\varepsilon D_0 D_1 + \dots \end{aligned} \quad (3.4)$$

Mikro girişin ω (enine deplasman fonksiyonu) ifadesini de şu şekilde açacak olursak,

$$\omega_1'(\eta) = \omega_2'(\eta) \Rightarrow \omega_{11}'(\eta) + \varepsilon\omega_{12}'(\eta) = \omega_{21}'(\eta) + \varepsilon\omega_{22}'(\eta) \quad (3.5)$$

$$\omega_2 = \omega_{21} + \varepsilon\omega_{22} + \dots \quad (3.6)$$

Akışkan hızını ve elektrik voltajını tanımlayalım,

$$v_{ak} = v_0 + \varepsilon v_1 \sin \Omega_1 t \quad (3.7)$$

$$V_{el}(t) = V_{AC} \cos \Omega_2 t \quad (3.8)$$

Yukarıdaki ifadeler boyutsuz hareket denklemlerinde yerlerine yazılırsa,

$$\begin{aligned}
& (D_0^2 + 2\varepsilon D_0 D_1)(\omega_{11} + \varepsilon\omega_{12}) + (D_0^2 + 2\varepsilon D_0 D_1)(\omega_{21} + \omega_{22}) + \\
& \beta(2(v_0 + \varepsilon v_1 \sin \Omega_1 T_0))[D_0 + \varepsilon D_1](\omega_{11}' + \varepsilon\omega_{12}') \\
& + \beta(\varepsilon v_1 \Omega_1 \cos \Omega_1 T_0)(\omega_{11}' + \varepsilon\omega_{12}') + \beta(2(v_0 + \varepsilon v_1 \sin \Omega_1 T_0)[D_0 + \varepsilon D_1](\omega_{21}' + \varepsilon\omega_{22}') \\
& + \beta(\varepsilon v_1 \Omega_1 \cos \Omega_1 T_0)(\omega_{21}' + \varepsilon\omega_{22}') \\
& + (\beta(v_0^2 + 2\varepsilon v_0 v_1 \sin \Omega_1 T_0) - 1)(\omega_{11}'' + \varepsilon\omega_{12}'') + (\beta(v_0^2 + 2\varepsilon v_0 v_1 \sin \Omega_1 T_0) - 1) \\
& (\omega_{21}'' + \varepsilon\omega_{22}'') + (v_f^2 + \Gamma^2)(\omega_{11}^{iv} + \varepsilon\omega_{12}^{iv}) + (v_f^2 + \Gamma^2)(\omega_{21}^{iv} + \varepsilon\omega_{22}^{iv}) + \\
& \varepsilon\bar{\mu}(D_0 + \varepsilon D_1)(\omega_{11} + \varepsilon\omega_{12}) + \varepsilon\bar{\mu}(D_0 + \varepsilon D_1)(\omega_{21} + \varepsilon\omega_{22}) \\
& = \varepsilon\bar{\alpha}_1 \left[\frac{1}{2} \int_0^{x_s} (\omega_{11}^{\prime 2} + 2\varepsilon\omega_{11}'\omega_{12}' + \varepsilon^2\omega_{12}^{\prime 2}) dx \right] (\omega_{11}'' + \omega_{12}'') + \\
& \varepsilon\bar{\alpha}_1 V_{AC}^2 \cos^2 \Omega_2 t (1 + 2\omega_{11} + 2\varepsilon\omega_{12}^2) \\
& + \varepsilon\bar{\alpha}_2 \left[\frac{1}{2} \int_{x_s}^L (\omega_{21}^{\prime 2} + 2\varepsilon\omega_{21}'\omega_{22}' + \varepsilon^2\omega_{22}^{\prime 2}) dx \right] (\omega_{21}'' + \omega_{22}'') + \\
& \varepsilon\bar{\alpha}_2 V_{AC}^2 \cos^2 \Omega_2 t (1 + 2\omega_{21} + 2\varepsilon\omega_{21}^2)
\end{aligned} \tag{3.9}$$

elde edilir.

Mertebelemine ayırırsak,

1. Bölge

$$O(1): D_0^2 \omega_{10} + 2\beta v_0 D_0 \omega_{11}' + (\beta v_0^2 - 1)\omega_{11}'' + (v_f^2 + \Gamma^2)\omega_{11}^{iv} - \omega_{11} = 0 \tag{3.10}$$

2. Bölge

$$O(1): D_0^2 \omega_{20} + 2\beta v_0 D_0 \omega_{21}' + (\beta v_0^2 - 1)\omega_{21}'' + (v_f^2 + \Gamma^2)\omega_{21}^{iv} - \omega_{21} = 0 \tag{3.11}$$

elde edilir. $O(1)$ mertebesi, lineer problemi oluşturmaktadır.

3.1. Linear Problem

İlk mertebedeki denklemler ve sınır şartları lineer denkleminizi oluşturmaktadır. ω_{11} ve ω_{21} çözümleri kompleks formda şu şekildedir,

$$\omega_{11}(x, T_0, T_1) = A(T_1)e^{i\omega T_0} Y_1(x) + \bar{A}(T_1)e^{-i\omega T_0} \bar{Y}_1(x) \quad (3.12)$$

$$\omega_{21}(x, T_0, T_1) = A(T_1)e^{i\omega T_0} Y_2(x) + \bar{A}(T_1)e^{-i\omega T_0} \bar{Y}_2(x) \quad (3.13)$$

Burada, A kompleks genliktir. Denklem (3.12-3.13)'ü Denklem (3.10-3.11)'de yerine yazarsak,

$$(v_f^2 + \Gamma^2)Y_1^{iv} + (\beta v_0^2 - 1)Y_1'' + 2\beta v_0 \omega Y_1' - \omega^2 Y_1 = 0 \quad (3.14)$$

$$(v_f^2 + \Gamma^2)Y_1^{iv} + (\beta v_0^2 - 1)Y_1'' + 2\beta v_0 \omega Y_1' - \omega^2 Y_1 = 0 \quad (3.15)$$

Sınır şartlarındaki son denklemi bu formda yazarsak;

$$(v_f^2 + \Gamma^2)[Y_1''''(\eta) - Y_2''''(\eta)] + \delta D_0^2 Y_1(\eta) - k Y_1(\eta) \quad (3.16)$$

olacaktır. Lineer denklem konum değişkenine bağlıdır ve çözüm olarak aşağıdaki Y(x) denklemini verecektir.

$$Y(x) = c_1 e^{i\zeta_1 x} + c_2 e^{i\zeta_2 x} + c_3 e^{i\zeta_3 x} + c_4 e^{i\zeta_4 x} + c_5 e^{i\zeta_5 x} + c_6 e^{i\zeta_6 x} + c_7 e^{i\zeta_7 x} + c_8 e^{i\zeta_8 x}$$

$$= c_1 \begin{pmatrix} e^{i\zeta_1 x} + \frac{c_2}{c_1} e^{i\zeta_2 x} + \frac{c_3}{c_1} e^{i\zeta_3 x} + \frac{c_4}{c_1} e^{i\zeta_4 x} \\ + \frac{c_5}{c_1} e^{i\zeta_5 x} + \frac{c_6}{c_1} e^{i\zeta_6 x} + \frac{c_7}{c_1} e^{i\zeta_7 x} + \frac{c_8}{c_1} e^{i\zeta_8 x} \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

Burada kökleri tam olarak elde edemediğimizden dolayı, sayısal olarak sonra çözüm yapılacaktır.

Y(x) denkleminin türevleri aşağıdaki gibidir,

$$Y'(x) = i\zeta_1 c_1 e^{i\zeta_1 x} + i\zeta_2 c_2 e^{i\zeta_2 x} + i\zeta_3 c_3 e^{i\zeta_3 x} + i\zeta_4 c_4 e^{i\zeta_4 x} \\ + i\zeta_5 c_5 e^{i\zeta_5 x} + i\zeta_6 c_6 e^{i\zeta_6 x} + i\zeta_7 c_7 e^{i\zeta_7 x} + i\zeta_8 c_8 e^{i\zeta_8 x} \quad (3.18)$$

$$Y''(x) = -\zeta_1^2 c_1 e^{i\zeta_1 x} - \zeta_2^2 c_2 e^{i\zeta_2 x} - \zeta_3^2 c_3 e^{i\zeta_3 x} - \zeta_4^2 c_4 e^{i\zeta_4 x} \\ - \zeta_5^2 c_5 e^{i\zeta_5 x} - \zeta_6^2 c_6 e^{i\zeta_6 x} - \zeta_7^2 c_7 e^{i\zeta_7 x} - \zeta_8^2 c_8 e^{i\zeta_8 x} \quad (3.19)$$

$$Y'''(x) = -i\zeta_1^3 c_1 e^{i\zeta_1 x} - i\zeta_2^3 c_2 e^{i\zeta_2 x} - i\zeta_3^3 c_3 e^{i\zeta_3 x} - i\zeta_4^3 c_4 e^{i\zeta_4 x} \\ - i\zeta_5^3 c_5 e^{i\zeta_5 x} - i\zeta_6^3 c_6 e^{i\zeta_6 x} - i\zeta_7^3 c_7 e^{i\zeta_7 x} - i\zeta_8^3 c_8 e^{i\zeta_8 x} \quad (3.20)$$

$$Y^{(n)}(x) = \zeta_1^4 c_1 e^{i\zeta_1 x} + \zeta_2^4 c_2 e^{i\zeta_2 x} + \zeta_3^4 c_3 e^{i\zeta_3 x} + \zeta_4^4 c_4 e^{i\zeta_4 x} + \zeta_5^4 c_5 e^{i\zeta_5 x} + \zeta_6^4 c_6 e^{i\zeta_6 x} + \zeta_7^4 c_7 e^{i\zeta_7 x} + \zeta_8^4 c_8 e^{i\zeta_8 x} \quad (3.21)$$

8 li matris oluşturulup gerekli işlemler yapıldığında, $Y(x)$ denklemini ve türevlerini elde ettiğimiz lineer denklemde yerine yazarsak; saçılma denklemini, yani kök denklemini elde etmiş oluruz.

$$(v_f^2 + \Gamma^2)\zeta_n^4 - (\beta v_0^2 - 1)\zeta_n^2 - 2\beta v_0 \omega \zeta_n - \omega^2 = 0 \quad n=1,2,3,4,5,6,7,8 \quad (3.22)$$

Denkleme tüm veriler girildikten sonra ζ_n köklerini bulabiliriz. Denklemin sınır şartlarını denklemde yerine yazdığımızda ise,

Uç kısımlarda,

$$Y_1(0) = 0, \quad Y_2(1) = 0 \quad (3.23)$$

$$Y_1'(0) = 0, \quad Y_2'(1) = 0 \quad (3.24)$$

Orta kısımlarda,

$$Y_1(\eta) = Y_2(\eta) \quad (3.25)$$

$$Y_1'(\eta) = Y_2'(\eta) \quad (3.26)$$

$$Y_1''(\eta) = Y_2''(\eta) \quad (3.27)$$

$$(v_f^2 + \Gamma^2)[Y_1'''(\eta) - Y_2'''(\eta)] + \delta \omega^2 Y_1(\eta) - k Y_1(\eta) \quad (3.28)$$

sınır şartı denklemlerini elde ederiz.

3.1.1. Sayısal Sonuçlar

Bu bölümde incelediğimiz lineer problemin çözümlerini bulacağız. Modified Couple Stress Theory' e göre malzemenin mikro ölçek uzunluk parametresinin aşağıdaki gibi ifade ediyoruz,

$$l = \frac{b_h}{\sqrt{3(1-\nu)}} \quad (3.29)$$

Burada b_h malzemenin üst merteye eğilme parametresidir ve her madde için farklılık gösterebilir. Epoxy mikro kiriş için $b_h = 24\mu m$, polypropylene mikro kiriş için $b_h = 32\mu m$, çelik mikro kiriş $b_h = 10\mu m$ olarak alınır. ν ise poisson oranı orandır. ν_f boyutsuzluk kirişlik katsayısı ve Γ mikro kirişlik katsayısı karşılaştırma yapabilmek için, farklı boyut ve malzemeye sahip mikro kirişler için ayrı ayrı hesaplanmıştır. İncelediğimiz mikro kirişlerde çelik, dış çapı $25\mu m$, iç çapı $20\mu m$ ve $180\mu m$ uzunluğa sahip olacak şekilde tasarlanmıştır. Bu parametreler dışında küçük ve büyük boyutlarda mikro kirişler tasarlanmış olup, karşılaştırma yapılmıştır. Küçük boyutlu mikro kiriş dış çapı $10\mu m$, iç çapı $8\mu m$ ve $180\mu m$ uzunluğunda, büyük mikro kiriş ise dış çapı $100\mu m$, iç çapı $80\mu m$ ve $180\mu m$ uzunluğundadır. Bu bilgiler dahilinde akışkan hızına (v_0) bağlı doğal frekansların değişimleri incelenmiştir. Şekil 2’de akışkan hızına bağlı doğal frekans değişimleri çeşitli doluluk oranlarına göre çizdirilmiştir. Şekil 3’te farklı kütle değerlerinin akışkan hızına bağlı olarak doğal frekansa etkisi gösterilmiştir. Şekil 4’de lineer yay sabiti değişiminin akışkan hızına bağlı olarak doğal frekansa etkisi incelenmiştir. Şekil 5’de farklı değerlerdeki kirişlik katsayısının akışkan hızına bağlı doğal frekans değişimleri gösterilmiştir. Şekil 6’da farklı malzemedan tasarlanan kirişlerin (epoxy, polypropylen,çelik) akışkan hızına bağlı olarak doğal frekansa etkisi incelenmiştir. Şekil 7’de ise incelediğimiz sistem üzerindeki kütleinin yerinin değişiminin akışkan hızına bağlı doğal frekans değişimleri gösterilmiştir. Şekil 8’de küçük ve büyük boyutta tasarlanan iki farklı kirişin akışkan hızına bağlı doğal frekans değişimleri karşılaştırılmıştır.

Şekil 2’de ilk doğal frekans değişim eğrileri, akışkan hızına bağlı olarak kirişlik katsayısı 0.1, kütlesi 1, lineer yay sabiti 10 olan ve kütleinin konumu sistemin merkezinde bulunan mikro kiriş için görülmektedir. Doluluk oranının farklı değerlerinde, akışkan hızının başlangıç değerinde sistemin doğal frekansları aynıdır. Akışkan hızının ve doluluk oranının artmasıyla frekans değerleri daha hızlı oranda düşmektedir.

Şekil 3’te kirişlik katsayısının 0.1, doluluk oranının 0.5, lineer yay sabitinin 10, sistemdeki kütleinin konumunun merkezde olduğu durum için doğal frekans değişimi

gösterilmiştir. Akışkan hızının başlangıç değerinde kütle artmasıyla, sistemin doğal frekans değerleri artmaktadır. Kritik akışkan hızı değerinde frekanslar sıfırlanmaktadır. Kütle arttıkça, akışkan hızına bağlı olarak frekans değerleri daha yavaş şekilde azalmaktadır.

Şekil 4’de ilk doğal frekans değişim eğrileri, akışkan hızına bağlı olarak kirişlik katsayısı 0.1, kütlesi 0.5, doluluk oranı 0.5 olan ve kütle konumu sistemin merkezinde bulunan mikro kiriş için çizdirilmiştir. Akışkan hızının başlangıç değerinde, lineer yay sabitinin artmasıyla sistemin doğal frekans değerleri artmaktadır. Akışkan hızı arttıkça, doğal frekans değerleri düşmektedir.

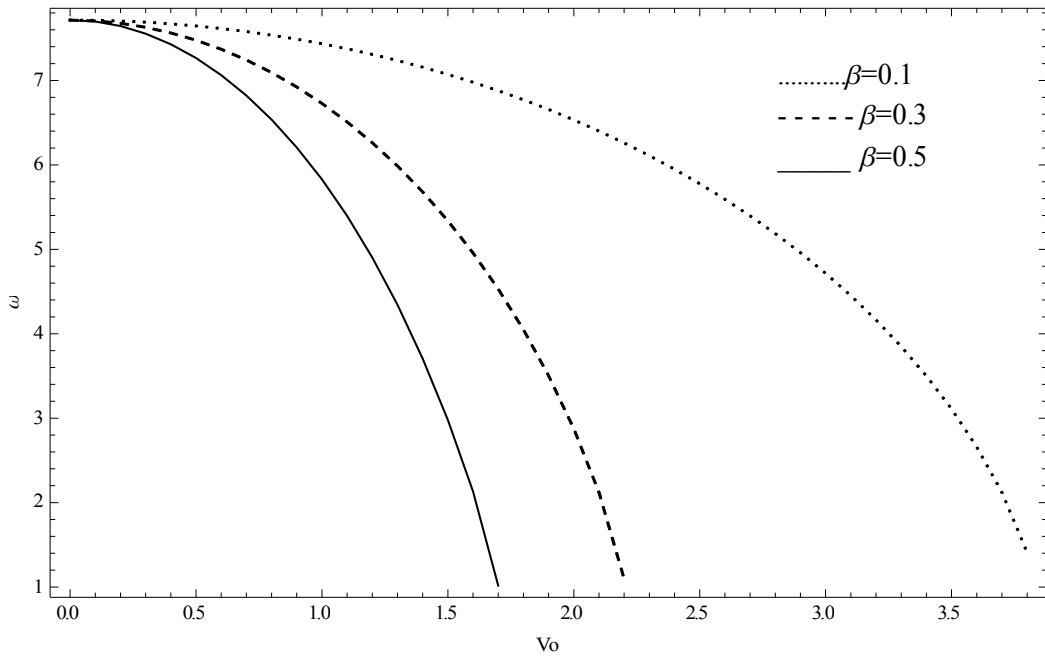
Şekil 5’de doluluk oranının 0.5, kütle 0.5, lineer yay sabitinin 10 ve kütle konumu sistemin merkezinde olduğu, farklı mikro kiriş katsayılarının sistemin doğal frekansına, akışkan hızına bağlı etkisi gösterilmiştir. Kirişlik ve buna bağlı olarak aynı oranda değişen mikro kirişlik katsayısı arttıkça, sistemin doğal frekans değerleri artmaktadır. Akışkan hızına bağlı olarak, kirişlik katsayısı azaldıkça, doğal frekans değerleri daha hızlı şekilde düşmektedir.

Şekil 6’da kirişlik katsayısı 0.1, kütlesi 0.5, lineer doluluk oranı 0.5, lineer yay sabiti 1 olan ve kütle konumu sistemin merkezinde bulunan mikro kiriş için ilk doğal frekans eğrileri gösterilmiştir. Farklı malzemelerdeki (epoxy, polypropylene ve çelik) mikro kirişleri, kirişlik ve mikro kirişlik katsayıları değiştiğinden dolayı, doğal frekans eğrilerinde de değişiklik gözlenmiştir. Bu durumda mikro kirişlik katsayısı en küçük olan malzeme (çelik) ilk eğri olarak, sonraki eğriler mikro kirişlik katsayısı artışına göre diğer malzemelerin doğal frekans eğrileri olarak gösterilmiştir. Kullanılan malzemenin mikro kirişlik katsayısı arttıkça, doğal frekans değerleri artmaktadır.

Şekil 7’de ilk doğal frekans değişim eğrileri, akışkan hızına bağlı olarak kirişlik katsayısı 0.1, doluluk oranı 0.5, kütle 0.5, lineer yay sabiti 1 olan mikro kiriş için görülmektedir. Kütle yerinin değişiminin, akışkan hızına bağlı olarak sistemin doğal frekansına etkisi incelenmiştir. Akışkan hızının başlangıç değerinde kütle yerinin mesnet bölgesine yakın olduğu yerlerde doğal frekans daha

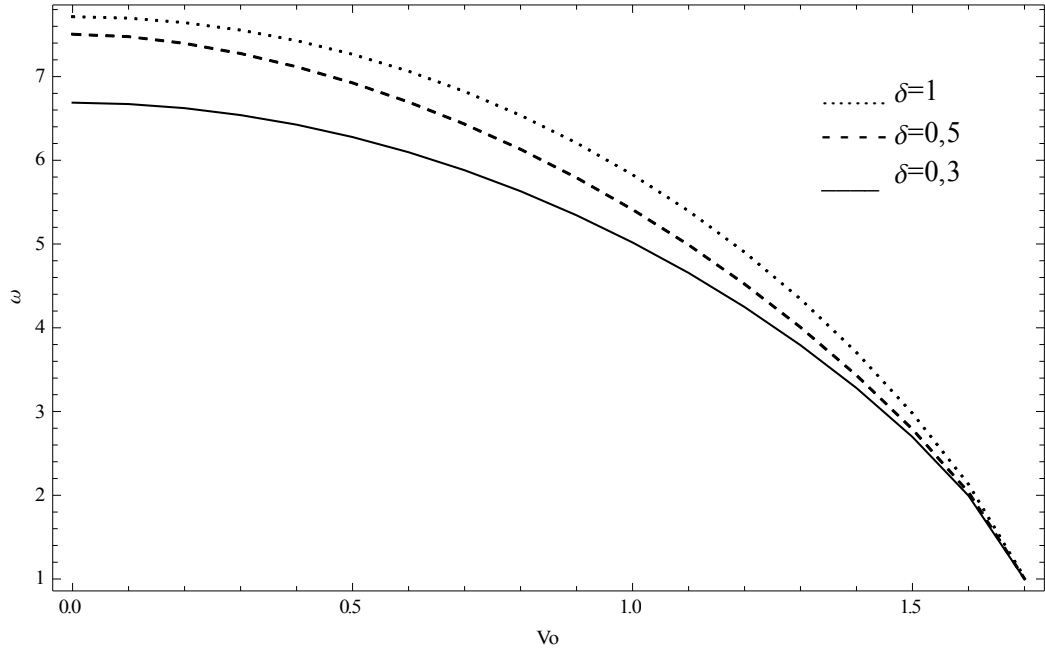
düşüktür. Kütlenin yeri, sistemin merkezine doğru ilerledikçe sistemin doğal frekansı artmaktadır.

Şekil 8’de kirişlik katsayısı 0.1, doluluk oranı 0.5, kütle 0.5, lineer yay sabiti 10 ve kütlenin yeri sistemin merkezinde olan, iki farklı ölçüde tasarlanmış mikro kirişlerin ilk doğal frekans eğrileri akışkan hızına bağlı olarak değişimi karşılaştırılmıştır. Daha küçük boyutta tasarlanan mikro kirişin mikro kirişlik katsayısı da daha küçük olarak bulunmuştur. Bu durumda doğal frekansı daha yüksektir.

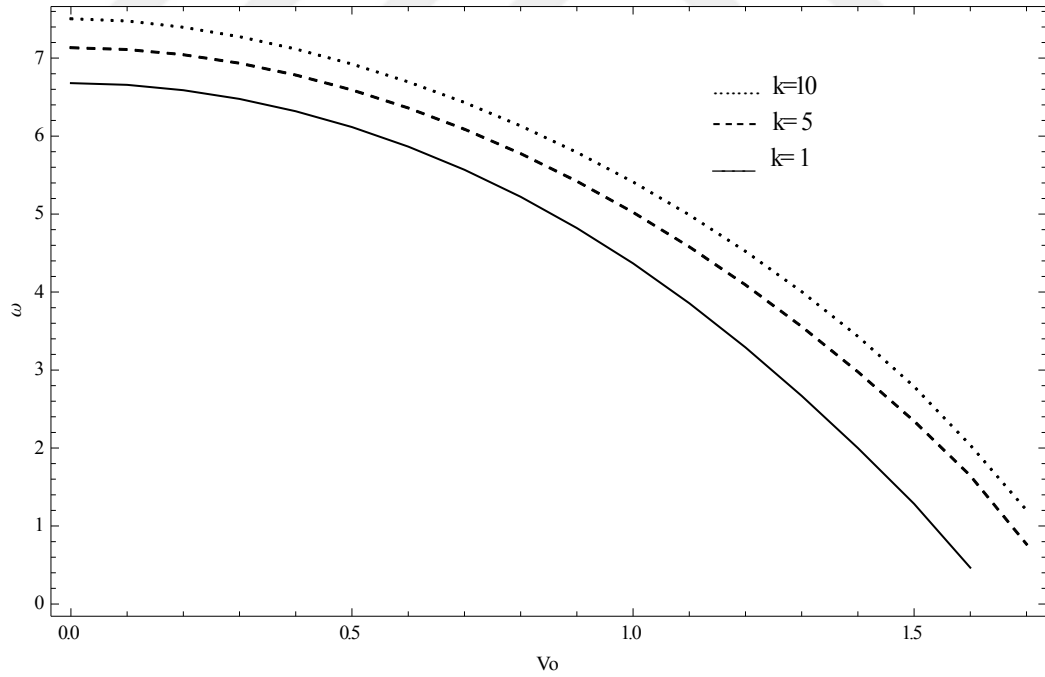


Şekil 2: Akışkan hızına bağlı birinci doğal frekansın değişim

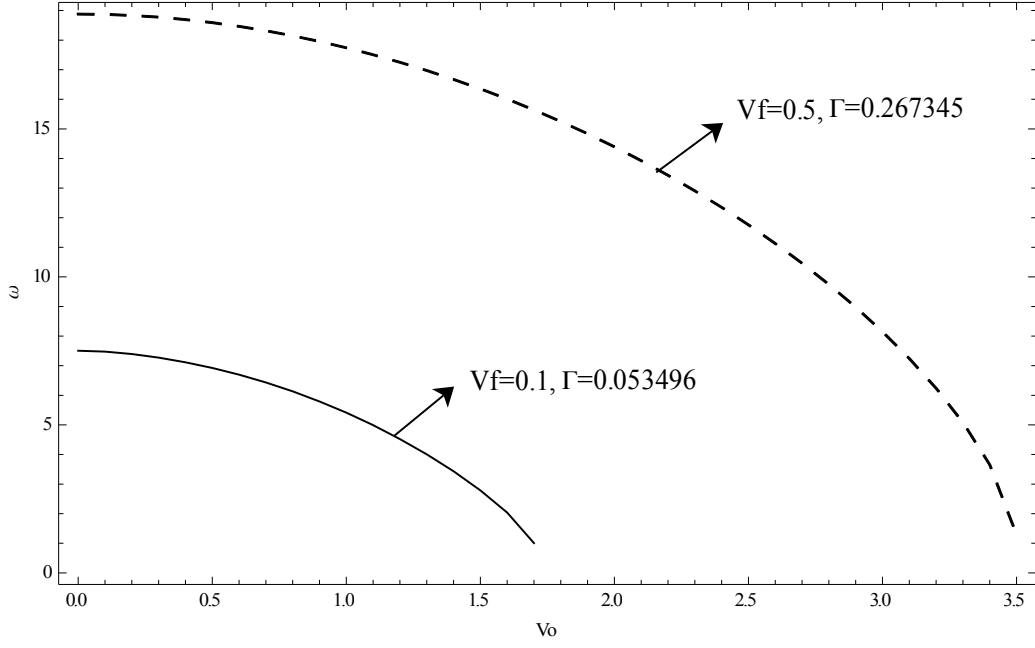
(1. mod, $\nu_f = 0.1$, $\Gamma = 0.053469$, $\delta = 1$, $k = 10$, $x_s = 0.5$)



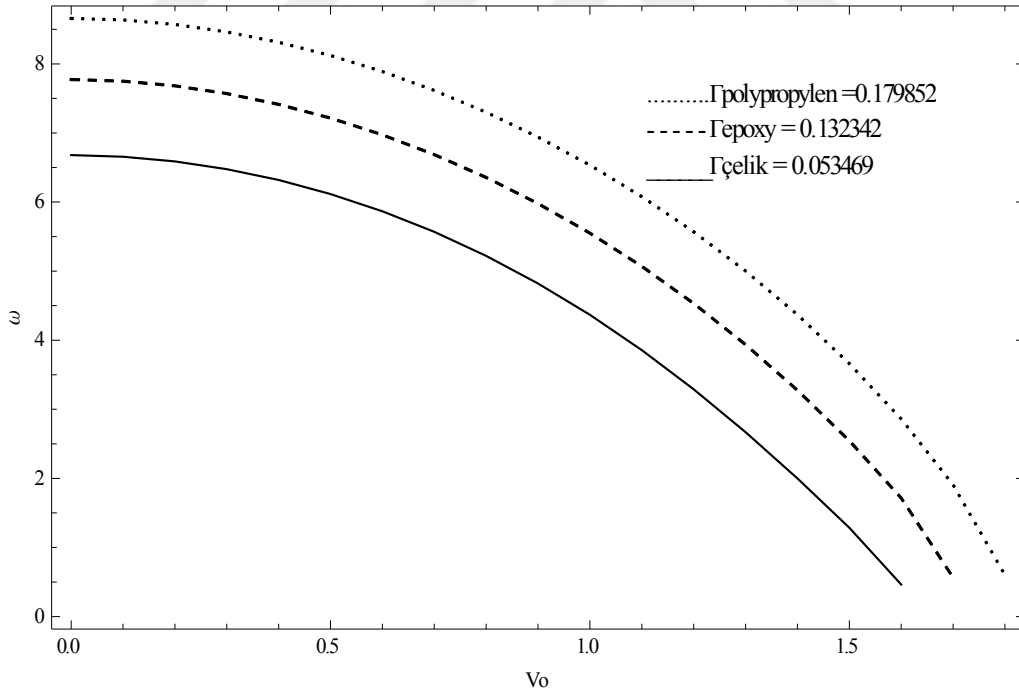
Şekil 3: Akışkan hızına bağlı birinci doğal frekansın değişimi
 (1. mod, $v_f = 0.1, \Gamma = 0.053469, \beta = 0.5, k = 10, x_s = 0.5$)



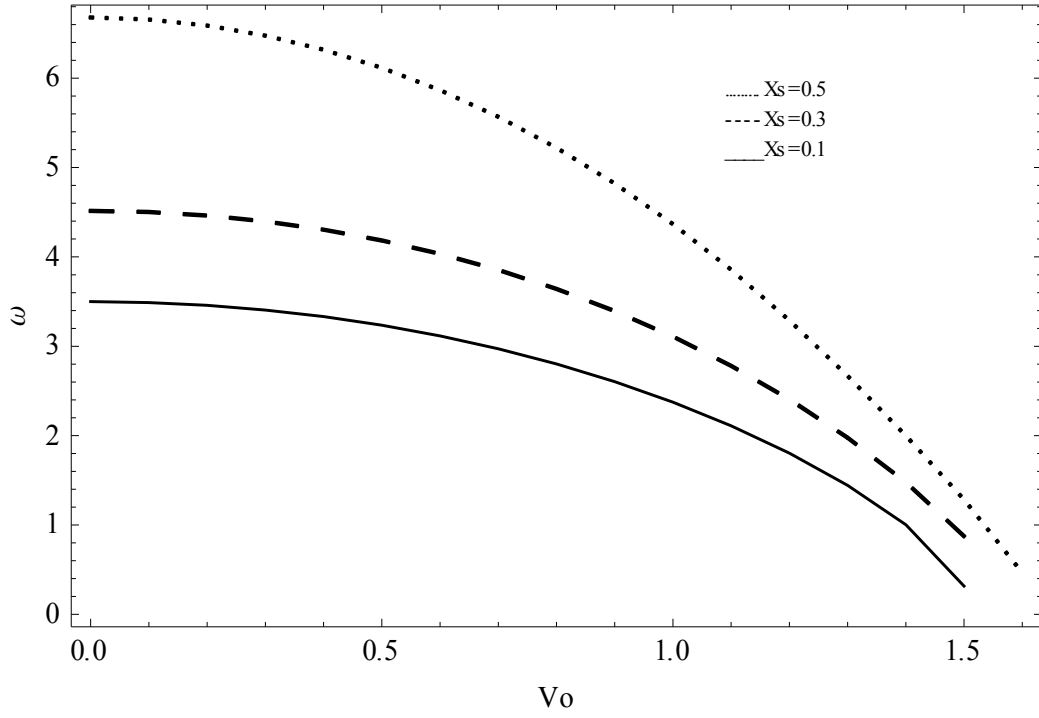
Şekil 4: Akışkan hızına bağlı birinci doğal frekansın değişimi
 (1. mod, $v_f = 0.1, \Gamma = 0.053469, \beta = 0.5, \delta = 0.5, x_s = 0.5$)



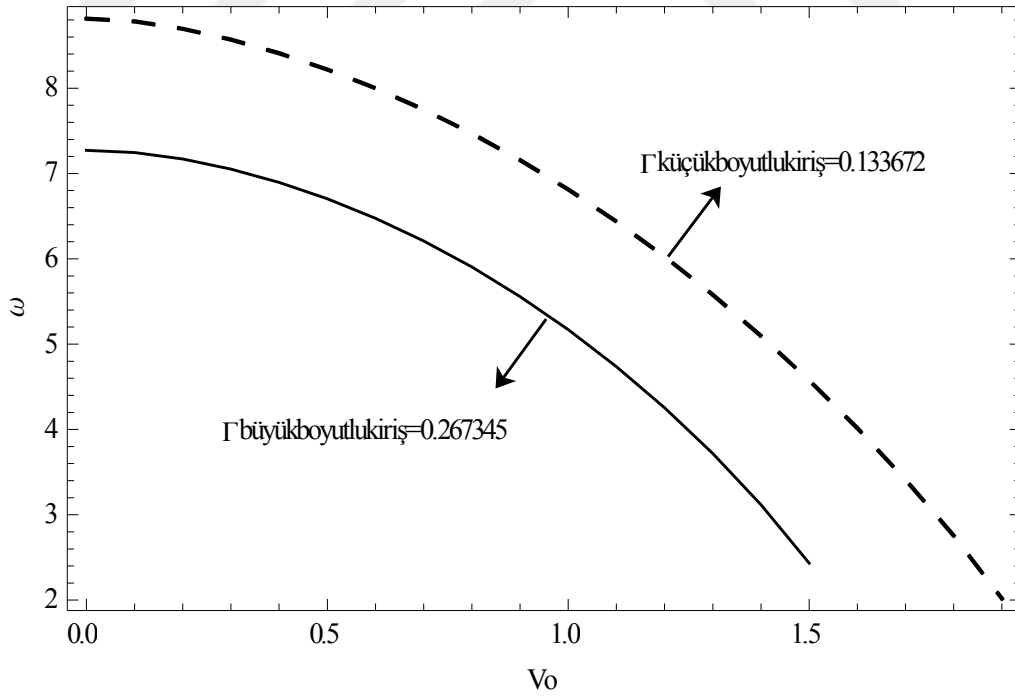
Şekil 5: Akışkan hızına bağlı birinci doğal frekansın değişimi
(1. mod, $\beta = 0.5, \delta = 0.5, k = 10, x_s = 0.5$)



Şekil 6: Akışkan hızına bağlı birinci doğal frekansın değişimi
(1. mod, $v_f = 0.1, \beta = 0.5, \delta = 0.5, k = 1, x_s = 0.5$)



Şekil 7: Akışkan hızına bağlı birinci doğal frekansın değişimi
(1. mod, $v_f = 0.1$, $\beta = 0.5$, $\delta = 0.5$, $k = 1$)



Şekil 8: Akışkan hızına bağlı birinci doğal frekansın değişimi
(1. mod, $v_f = 0.1$, $\beta = 0.5$, $\delta = 0.5$, $k = 10$, $x_s = 0.5$)

3.2. Nonlinear Problem

Bu bölümde nonlinear ifadelerin incelediğimiz sistemdeki etkileri incelenecektir. Problemin nonlinear kısmını oluşturan $O(\varepsilon)$ mertebesinin çözümü ve sınır şartları aşağıdaki gibidir.

1. Bölge:

$$\begin{aligned}
 D_0^2 \omega_{12} + 2\beta v_0 D_0 \omega_{12}' + (\beta v_0^2 - 1) \omega_{12}'' + (v_f^2 + \Gamma^2) \omega_{12}^{iv} \\
 = -2D_0 D_1 \omega_{11} - 2\beta v_0 D_1 \omega_{11}' - 2\beta v_1 \sin \Omega_1 T_0 D_0 \omega_{11}' \\
 - \beta v_1 \Omega_1 \cos \Omega_1 T_0 \omega_{11}' - 2\beta v_0 v_1 \sin \Omega_1 T_0 \omega_{11}'' - \mu D_0 \omega_{11} \\
 + \alpha_2 \left(\frac{1}{2} \int_0^{x_s} \omega_{11}^2 dx \right) \omega_{11}'' + \alpha_1 V_{AC}^2 \cos^2 \Omega_2 T_0 (1 + 2\omega_{11})
 \end{aligned} \tag{3.30}$$

2. Bölge:

$$\begin{aligned}
 D_0^2 \omega_{22} + 2\beta v_0 D_0 \omega_{22}' + (\beta v_0^2 - 1) \omega_{22}'' + (v_f^2 + \Gamma^2) \omega_{22}^{iv} \\
 = -2D_0 D_1 \omega_{21} - 2\beta v_0 D_1 \omega_{21}' - 2\beta v_1 \sin \Omega_1 T_0 D_0 \omega_{21}' \\
 - \beta v_1 \Omega_1 \cos \Omega_1 T_0 \omega_{21}' - 2\beta v_0 v_1 \sin \Omega_1 T_0 \omega_{21}'' - \mu D_0 \omega_{21} \\
 + \alpha_2 \left(\frac{1}{2} \int_{x_s}^L \omega_{21}^2 dx \right) \omega_{21}'' + \alpha_1 V_{AC}^2 \cos^2 \Omega_2 T_0 (1 + 2\omega_{21})
 \end{aligned} \tag{3.31}$$

Lineer problemde elde ettiğimiz ilk mertebenin çözümleri 1. ve 2. bölge olarak,

$$\omega_{11}(x, T_0, T_1) = A(T_1) e^{i\omega T_0} Y_1(x) + \bar{A}(T_1) e^{-i\omega T_0} \bar{Y}_1(x) \tag{3.32}$$

$$\omega_{21}(x, T_0, T_1) = A(T_1) e^{i\omega T_0} Y_2(x) + \bar{A}(T_1) e^{-i\omega T_0} \bar{Y}_2(x) \tag{3.33}$$

şeklinde elde edilmiştir.

Zorlama genliği ise,

$$F = \alpha_1 V_{AC}^2 \text{ şeklinde tanımlanmıştır.} \tag{3.34}$$

Çözüm denklemleri (3.32) Denklem (3.30) da , Denklem (3.33) ve (3.31) de yerlerine yazıldığında,

1. Bölge :

$$\begin{aligned}
& D_0^2 \omega_{12} + 2\beta v_0 D_0 \omega_{12}' + (\beta v_0^2 - 1) \omega_{12}'' + (v_f^2 + \Gamma^2) \omega_{12}^{iv} \\
& - 2D_0 D_1 \left(A(T_1) e^{i\omega_0 T_0} Y(x) + k.e \right) - 2\beta v_0 D_1 \left(A(T_1) e^{i\omega_0 T_0} Y'(x) + k.e \right) \\
& - 2\beta v_1 \sin \Omega_1 T_0 D_0 \left(A(T_1) e^{i\omega_0 T_0} Y'(x) + k.e \right) \\
& - \beta v_1 \Omega_1 \cos \Omega_1 T_0 \left(A(T_1) e^{i\omega_0 T_0} Y''(x) + k.e \right) \\
& - 2\beta v_0 v_1 \sin \Omega_1 T_0 \left(A(T_1) e^{i\omega_0 T_0} Y''(x) + k.e \right) \\
& - \mu D_0 \left(A(T_1) e^{i\omega_0 T_0} Y(x) + k.e \right) \\
& + \alpha_2 \left[\frac{1}{2} \int_0^{x_s} \left(A(T_1) e^{i\omega_0 T_0} Y'(x) + k.e \right)^2 dx \right] \left(A(T_1) e^{i\omega_0 T_0} Y''(x) + k.e \right) \\
& + F \cos^2 \Omega_2 T_0 (1 + 2A(T_1) e^{i\omega_0 T_0} Y(x) + k.e)
\end{aligned} \tag{3.35}$$

2. Bölge :

$$\begin{aligned}
& D_0^2 \omega_{22} + 2\beta v_0 D_0 \omega_{22}' + (\beta v_0^2 - 1) \omega_{22}'' + (v_f^2 + \Gamma^2) \omega_{22}^{iv} \\
& - 2D_0 D_1 \left(A(T_1) e^{i\omega_{20} T_0} Y(x) + k.e \right) - 2\beta v_0 D_1 \left(A(T_1) e^{i\omega_{20} T_0} Y'(x) + k.e \right) \\
& - 2\beta v_1 \sin \Omega_1 T_0 D_0 \left(A(T_1) e^{i\omega_{20} T_0} Y'(x) + k.e \right) \\
& - \beta v_1 \Omega_1 \cos \Omega_1 T_0 \left(A(T_1) e^{i\omega_{20} T_0} Y''(x) + k.e \right) \\
& - 2\beta v_0 v_1 \sin \Omega_1 T_0 \left(A(T_1) e^{i\omega_{20} T_0} Y''(x) + k.e \right) \\
& - \mu D_0 \left(A(T_1) e^{i\omega_{20} T_0} Y(x) + k.e \right) \\
& + \alpha_2 \left[\frac{1}{2} \int_{x_s}^1 \left(A(T_1) e^{i\omega_{20} T_0} Y'(x) + k.e \right)^2 dx \right] \left(A(T_1) e^{i\omega_{20} T_0} Y''(x) + k.e \right) \\
& + F \cos^2 \Omega_2 T_0 (1 + 2A(T_1) e^{i\omega_{20} T_0} Y(x) + k.e)
\end{aligned} \tag{3.36}$$

elde ederiz. k.e ifadesi kompleks eşlenik anlamında kullanılmıştır.

Trigonometrik ifadeleri kompleks halde aşağıdaki gibi yazılabilir,

$$\begin{aligned}
\sin \Omega_1 T_0 &= \frac{e^{i\Omega_1 T_0} - e^{-i\Omega_1 T_0}}{2i} \\
\cos \Omega_1 T_0 &= \frac{e^{i\Omega_1 T_0} + e^{-i\Omega_1 T_0}}{2}, \quad \cos \Omega_2 T_0 = \frac{e^{i\Omega_2 T_0} + e^{-i\Omega_2 T_0}}{2}
\end{aligned} \tag{3.37}$$

Nonlinear problemin çözümünü ise aşağıdaki denklemler gibi 1. ve 2. bölge olarak önerilirse,

$$w_{12}(x, T_0, T_1) = \phi_1(x, T_1) e^{i\omega_1 T_0} + W(x, T_0, T_1) + k.e \tag{3.38}$$

$$w_{22}(x, T_0, T_1) = \phi_2(x, T_1)e^{i\omega_2 T_0} + W(x, T_0, T_1) + k.e \quad (3.39)$$

Denklem (3.38) ve Denklem (3.37), Denklem (3.35) de yerine, Denklem (3.39) ve Denklem (3.37), Denklem (3.36) da yerine yazılırsa,

1. Bölge :

$$\begin{aligned} & (-\phi_1 \omega^2 + 2\beta v_0 \phi_1' i\omega + (\beta v_0^2 - 1)\phi_1'' + (v_f^2 + \Gamma^2)\phi_1^{iv})e^{i\omega T_0} \\ &= -2(i\omega Y_1(x) + \beta v_0 Y_1'(x))D_1 A(T_1)e^{i\omega T_0} \\ &+ \beta v_1 \left(-\omega Y_1'(x) - \frac{\Omega_1}{2} Y_1'(x) + i v_0 Y_1''(x) \right) A(T_1) e^{i(\Omega_1 + \omega)T_0} \\ &+ \beta v_1 \left(\omega \bar{Y}_1'(x) - \frac{\Omega_1}{2} \bar{Y}_1'(x) + i v_0 \bar{Y}_1''(x) \right) \bar{A}(T_1) e^{i(\Omega_1 - \omega)T_0} \\ &+ \frac{1}{2} \alpha_2 A^2(T_1) \bar{A}(T_1) e^{i\omega T_0} \left(\bar{Y}_1''(x) \int_0^{x_s} Y_1'(x)^2 dx + 2Y_1''(x) \int_0^{x_s} Y_1'(x) \bar{Y}_1'(x) dx \right) \\ &+ \frac{F}{4} (e^{2i\Omega_2 T_0} + e^{-2i\Omega_2 T_0} + 2) (1 + 2A(T_1)e^{i\omega T_0} Y_1(x) + 2\bar{A}(T_1)e^{-i\omega T_0} \bar{Y}_1(x)) \\ &- \mu A(T_1) i\omega Y_1(x) e^{i\omega T_0} + k.e + S.O.T \end{aligned} \quad (3.40)$$

2. Bölge :

$$\begin{aligned} & (-\phi_2 \omega^2 + 2\beta v_0 \phi_2' i\omega + (\beta v_0^2 - 1)\phi_2'' + (v_f^2 + \Gamma^2)\phi_2^{iv})e^{i\omega T_0} \\ &= -2(i\omega Y_2(x) + \beta v_0 Y_2'(x))D_1 A(T_1)e^{i\omega T_0} \\ &+ \beta v_1 \left(-\omega Y_2'(x) - \frac{\Omega_1}{2} Y_2'(x) + i v_0 Y_2''(x) \right) A(T_1) e^{i(\Omega_1 + \omega)T_0} \\ &+ \beta v_1 \left(\omega \bar{Y}_2'(x) - \frac{\Omega_1}{2} \bar{Y}_2'(x) + i v_0 \bar{Y}_2''(x) \right) \bar{A}(T_1) e^{i(\Omega_1 - \omega)T_0} \\ &+ \frac{1}{2} \alpha_2 A^2(T_1) \bar{A}(T_1) e^{i\omega T_0} \left(\bar{Y}_2''(x) \int_{x_s}^L Y_2'(x)^2 dx + 2Y_2''(x) \int_{x_s}^L Y_2'(x) \bar{Y}_2'(x) dx \right) \\ &+ \frac{F}{4} (e^{2i\Omega_2 T_0} + e^{-2i\Omega_2 T_0} + 2) (1 + 2A(T_1)e^{i\omega T_0} Y_2(x) + 2\bar{A}(T_1)e^{-i\omega T_0} \bar{Y}_2(x)) \\ &- \mu A(T_1) i\omega Y_2(x) e^{i\omega T_0} + k.e + S.O.T \end{aligned} \quad (3.41)$$

eşitlikleri elde edilir. Seküler olmayan terimler, S.O.T ile gösterilmiştir. Homojen olmayan terimlerin çözülebilmesi için çözülebilirlik şartına ihtiyaç vardır. Bu şart, akışkan hızı değişim frekansının, sistemin doğal frekansının yaklaşık 2 katı olduğu durumdur. Bu durumda oluşan rezonans temel parametrik rezonans olarak adlandırılır.

3.2.1. $\Omega_1 \approx 2\Omega_2$ Durumu (Temel Parametrik Rezonans)

Bu şart içerisinde homojen olmayan terimler ve kompleks eşlenik olan terimler elenirse, ayrıca denklemlerin sol tarafları ϕ 'ye bağlı bir fonksiyon olarak düşünülüp yazılırsa,

$$Y_1(\phi_1) = -\phi_1\omega^2 + 2\beta v_0\phi_1' i\omega + (\beta v_0^2 - 1)\phi_1'' + (v_f^2 + \Gamma^2)\phi_1^{iv} \quad (3.42)$$

$$Y_2(\phi_2) = -\phi_2\omega^2 + 2\beta v_0\phi_2' i\omega + (\beta v_0^2 - 1)\phi_2'' + (v_f^2 + \Gamma^2)\phi_2^{iv} \quad (3.43)$$

Denklem (3.41 ve 3.42) Denklem (3.39 ve 3.40) da yerlerine yazılır daha sonra oluşan denklemlerin her iki tarafını keyfi bir g fonksiyonu ile çarpabiliriz. Daha sonra oluşan denklemleri kısmi integrasyon yöntemi ile integre edilirse,

$$\int_0^\eta g_1 Y_1(\phi_1) dx = \int_0^\eta g_1 \cdot (\text{sağ taraf}) dx \quad (3.44)$$

$$\int_\eta^L g_2 Y_2(\phi_2) dx = \int_\eta^L g_2 \cdot (\text{sağ taraf}) dx \quad (3.45)$$

Denklem (3.43 ve 3.44)'te sol tarafı açık halde yazıp numaralandırılırsa,

$$\int_0^\eta \left\{ -\phi_1\omega^2 g_1 + \underbrace{2\beta v_0\phi_1' i\omega g_1}_1 + \underbrace{(\beta v_0^2 - 1)\phi_1'' g_1}_2 + \underbrace{(v_f^2 + \Gamma^2)\phi_1^{iv} g_1}_3 \right\} dx \quad (3.46)$$

$$= \int_0^\eta g_1 \cdot (\text{sağ taraf}) dx$$

$$\int_\eta^L \left\{ -\phi_2\omega^2 g_2 + \underbrace{2\beta v_0\phi_2' i\omega g_2}_5 + \underbrace{(\beta v_0^2 - 1)\phi_2'' g_2}_7 + \underbrace{(v_f^2 + \Gamma^2)\phi_2^{iv} g_2}_8 \right\} dx \quad (3.47)$$

$$= \int_\eta^L g_2 \cdot (\text{sağ taraf}) dx$$

Numaralandırılmış terimleri kısmi integrasyon ($uv - \int v du$) metodunu kullanarak g fonksiyonuna aktarıp gerekli düzenlemeleri yapıldığında denklemlerin son hali,

$$\begin{aligned}
& \int_0^{\eta} \left\{ -\omega^2 g_1 - 2\beta v_0 i \omega g_1' + (\beta v_0^2 - 1) g_1'' + (v_f^2 + \Gamma^2) g_1^{iv} \right\} \phi_1 dx \\
& + 2\beta v_0 i \omega (\phi_1' g_1) \Big|_0^{\eta} + (\beta v_0^2 - 1) (\phi_1' g_1' - \phi_1'' g_1) \Big|_0^{\eta} \\
& + (v_f^2 + \Gamma^2) (\phi_1''' g_1 - \phi_1'' g_1' + \phi_1' g_1'' - \phi_1 g_1''') \Big|_0^{\eta} \\
& = \int_0^{\eta} g_1 \cdot (\text{sağ taraf}) dx
\end{aligned} \tag{3.48}$$

$$\begin{aligned}
& \int_{\eta}^L \left\{ -\omega^2 g_2 - 2\beta v_0 i \omega g_2' + (\beta v_0^2 - 1) g_2'' + (v_f^2 + \Gamma^2) g_2^{iv} \right\} \phi_2 dx \\
& + 2\beta v_0 i \omega (\phi_2' g_2) \Big|_{\eta}^L + (\beta v_0^2 - 1) (\phi_2' g_2' - \phi_2'' g_2) \Big|_{\eta}^L \\
& + (v_f^2 + \Gamma^2) (\phi_2''' g_2 - \phi_2'' g_2' + \phi_2' g_2'' - \phi_2 g_2''') \Big|_{\eta}^L \\
& = \int_{\eta}^L g_2 \cdot (\text{sağ taraf}) dx
\end{aligned} \tag{3.49}$$

Elde ettiğimiz verilerle Denklem (3.48 ve 3.49) de integralin dışında kalan terimleri açarak yazılırsa,

$$\begin{aligned}
& 2\beta v_0 i \omega \{ \phi_1'(\eta) g_1(\eta) - \phi_1'(0) g_1(0) \} \\
& + (\beta v_0^2 - 1) \{ \phi_1'(\eta) g_1(\eta) - \phi_1(\eta) g_1'(\eta) - \phi_1'(0) g_1(0) + \phi_1(0) g_1'(0) \} \\
& + (v_f^2 + \Gamma^2) \left\{ \begin{aligned} & \phi_1'''(\eta) g_1(\eta) - \phi_1''(\eta) g_1'(\eta) + \phi_1'(\eta) g_1''(\eta) - \phi_1(\eta) g_1'''(\eta) \\ & - \phi_1'''(0) g_1(0) + \phi_1''(0) g_1'(0) - \phi_1'(0) g_1''(0) + \phi_1(0) g_1'''(0) \end{aligned} \right\} \\
& = \int_0^{\eta} g_1 \cdot (\text{sağ taraf}) dx
\end{aligned} \tag{3.50}$$

$$\begin{aligned}
& 2\beta v_0 i \omega \{ \phi_2'(L) g_2(L) - \phi_2'(\eta) g_2(\eta) \} \\
& + (\beta v_0^2 - 1) \{ \phi_2'(L) g_2(L) - \phi_2(L) g_2'(L) - \phi_2'(\eta) g_2(\eta) + \phi_2(\eta) g_2'(L) \} \\
& + (v_f^2 + \Gamma^2) \left\{ \begin{aligned} & \phi_2'''(L) g_2(L) - \phi_2''(L) g_2'(L) + \phi_2'(L) g_2''(L) - \phi_2(L) g_2'''(L) \\ & - \phi_2'''(\eta) g_2(\eta) + \phi_2''(\eta) g_2'(\eta) - \phi_2'(\eta) g_2''(\eta) + \phi_2(\eta) g_2'''(\eta) \end{aligned} \right\} \\
& = \int_{\eta}^L g_2 \cdot (\text{sağ taraf}) dx
\end{aligned} \tag{3.51}$$

Buradan,

$$\phi_1(0) = \phi_2(1) = 0 \tag{3.52}$$

$$\phi_1'(0) = \phi_2'(1) = 0 \tag{3.53}$$

olmalıdır ki, denklemlerin sol tarafını da sıfıra eşit olmasını sağlayalım. Sol tarafta kalan denklemlerin sıfıra eşit olması için ise parantez içerisindeki ifadelerin sıfır olması gerekmektedir,

$$-\omega^2 g_1 - 2\beta v_0 i \omega g_1' + (\beta v_0^2 - 1)g_1'' + (v_f^2 + \Gamma^2)g_1^{iv} = 0 \quad (3.54)$$

$$-\omega^2 g_2 - 2\beta v_0 i \omega g_2' + (\beta v_0^2 - 1)g_2'' + (v_f^2 + \Gamma^2)g_2^{iv} = 0 \quad (3.55)$$

Sınır şartlarımız ise,

$$\phi_1(0) = \phi_2(1) = 0, \quad \phi_1'(0) = \phi_2'(1) = 0 \quad (3.56)$$

$$g_1(\eta) = g_2(\eta), \quad g_1'(\eta) = g_2'(\eta) \quad (3.57)$$

$$g_1''(\eta) = g_2''(\eta) \quad (3.58)$$

$$g_1'''(\eta) = g_2'''(\eta) \quad (3.59)$$

olarak elde edilir.

Denklemlerin yapısına bakıldığında keyfi olarak seçtiğimiz g fonksiyonunun 1 mertebesi çözümü için kullandığımız fonksiyonun eşleniği olan $\bar{Y}(x)$ ile aynı olduğu görülmektedir.

$$g_1(x) = \bar{Y}_1(x), \quad g_2(x) = \bar{Y}_2(x) \quad (3.60)$$

Denklemlerin sol tarafı sıfır olduğundan sağ tarafın çözümü bize çözülebilirlik şartını verecektir.

$$\Omega_1 = 2\omega + \varepsilon\sigma \quad (3.61)$$

kabul edelim. Burada σ ayar parametresidir.

Denklem (3.55) Denklem (3.40 ve 3.41) de yerine yazılıp, seküler olmayan terimler ve kompleks eşlenik terimler de ilave edilirse,

$$\begin{aligned}
& \left(-\phi_1 \omega^2 - \phi_2 \omega^2 + 2\beta v_0 \phi_1' i\omega + 2\beta v_0 \phi_2' i\omega + (\beta v_0^2 - 1)\phi_2'' + (\beta v_0^2 - 1)\phi_2''' \right) \\
& \left(+ (v_f^2 + \Gamma^2)\phi_1^{iv} + (v_f^2 + \Gamma^2)\phi_2^{iv} \right) \\
& = -2D_1 A \left(i\omega \left(\int_0^\eta Y_1 \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L Y_1 \bar{Y}_1 dx \right) + \beta v_0 \left(\int_0^\eta Y_1' \bar{Y}_1 dx + \beta v_0 \int_\eta^L Y_2' \bar{Y}_2 dx \right) \right) \\
& \quad \left(\omega \left(\int_0^\eta \bar{Y}_1' \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L \bar{Y}_2' \bar{Y}_2 dx \right) \right) \\
& \quad + \beta v_1 \bar{A}(T_1) e^{i\sigma T_1} \left(-\frac{\Omega_1}{2} \left(\int_0^\eta \bar{Y}_1' \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L \bar{Y}_2' \bar{Y}_2 dx \right) + \right. \\
& \quad \left. i v_0 \left(\int_0^\eta \bar{Y}_1'' \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L \bar{Y}_2'' \bar{Y}_2 dx \right) \right) \\
& \quad + \frac{1}{2} \alpha_2 A^2 \bar{A} \left(\left(\int_0^\eta \bar{Y}_1'' \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L \bar{Y}_2'' \bar{Y}_2 dx \right) \left(\int_0^\eta Y_1'^2 \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L Y_2'^2 \bar{Y}_2 dx \right) + \right. \\
& \quad \left. 2 \left(\int_0^\eta Y_1'' \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L Y_2'' \bar{Y}_2 dx \right) \left(\int_0^\eta Y_1' \bar{Y}_1' dx + \int_\eta^L Y_2' \bar{Y}_2' dx \right) \right) \\
& \quad + FA \left(\int_0^\eta Y_1(x) \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L Y_2(x) \bar{Y}_2 dx \right) - \mu A \left(i\omega \left(\int_0^\eta Y_1 \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L Y_2 \bar{Y}_2 dx \right) \right) \\
& + ke + SOT \tag{3.62}
\end{aligned}$$

denklemini elde edilir.

Gerekli düzenlemeler yapıldıktan sonra çözülebilirlik şartı,

$$D_1 A + k_0 \bar{A}(x) e^{i\sigma T_1} + \mu A S_1 - k_1 A^2 \bar{A} - A f_1 = 0 \tag{3.63}$$

olarak elde edilir.

Burada tanımladığımız katsayılar aşağıdakiler gibidir,

$$k_0 = \beta v_1 \left\{ \frac{\frac{1}{2} (\Omega_1 - 2\omega) \left(\int_0^\eta \bar{Y}_1' \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L \bar{Y}_2' \bar{Y}_2 dx \right) - i v_0 \left(\int_0^\eta \bar{Y}_1'' \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L \bar{Y}_2'' \bar{Y}_2 dx \right)}{4 \left[i\omega \left(\int_0^\eta Y_1 \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L Y_2 \bar{Y}_2 dx \right) \right] + \beta v_0 \left(\int_0^\eta Y_1' \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L Y_2' \bar{Y}_2 dx \right)} \right\} \tag{3.64}$$

$$k_1 = \frac{1}{2} \alpha_2 \left\{ \frac{\left(\int_0^\eta \bar{Y}_1'' \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L \bar{Y}_2'' \bar{Y}_2 dx \right) \left(\int_0^\eta Y_1'^2 dx + \int_\eta^L Y_2'^2 dx \right) + 2 \left(\int_0^\eta Y_1'' \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L Y_2'' \bar{Y}_2 dx \right) \left(\int_0^\eta Y_1' \bar{Y}_1' dx + \int_\eta^L Y_2' \bar{Y}_2' dx \right)}{2 \left(i\omega \left(\int_0^\eta Y_1 \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L Y_2 \bar{Y}_2 dx \right) + \beta v_0 \left(\int_0^\eta Y_1' \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L Y_2' \bar{Y}_2 dx \right) \right)} \right\} \quad (3.65)$$

$$S_1 = \frac{\left(i\omega \left(\int_0^\eta Y_1 \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L Y_2 \bar{Y}_2 dx \right) \right)}{2 \left(i\omega \left(\int_0^\eta Y_1 \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L Y_2 \bar{Y}_2 dx \right) + \beta v_0 \left(\int_0^\eta Y_1' \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L Y_2' \bar{Y}_2 dx \right) \right)} \quad (3.66)$$

$$f_1 = \frac{F \left(\int_0^\eta Y_1 \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L Y_2 \bar{Y}_2 dx \right)}{2 \left[\omega i \left(\int_0^\eta Y_1 \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L Y_2 \bar{Y}_2 dx \right) + \left(\beta v_0 \int_0^\eta Y_1' \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L Y_2' \bar{Y}_2 dx \right) \right]} \quad (3.67)$$

olarak bulunmuştur.

Kompleks genlikler aşağıdaki gibi ifade edilir,

$$A = \frac{1}{2} a e^{i\theta} \quad \bar{A} = \frac{1}{2} a e^{-i\theta} \quad (3.68)$$

Çözülebilirlik şartında denklemlerde kompleks genlikler yerine yazılıp katsayılar düzenlenir ve reel – sanal kısımlara ayrılırsa,

$$Reel : \quad a' + k_{0R} a \cos \alpha - k_{0I} a \sin \alpha + \mu a S_{1R} = 0 \quad (3.69)$$

$$Sanal : \quad \frac{1}{2} a \sigma - \frac{1}{2} a \alpha' + k_{0I} a \cos \alpha + k_{0R} a \sin \alpha - \frac{1}{4} a^3 k_{1I} + \mu a S_{1I} - a f_1 = 0 \quad (3.70)$$

Temel parametrik rezonans durumunda genlik-faz modülasyon denklemleri aşağıdaki gibi elde edilmiştir,

$$a' = a(k_{0I} \sin \alpha - k_{0R} \cos \alpha - \mu S_{1R}) \quad (3.71)$$

$$\alpha' = \sigma + 2(k_{0I} \cos \alpha + k_{0R} \sin \alpha) - \frac{1}{2}a^2 k_{1I} - 2f_1 + 2\mu S_{1I} \quad (3.72)$$

İncelediğimiz sistemin düzgün rejim bölgesinde genlik ve faz değerleri sabit değere yakınsadığından $a' = 0$ ve $\alpha' = 0$ durumları ortaya çıkar. Bu durumda $a = 0$ ve $a \neq 0$ olmak üzere iki farklı hali incelememiz gerekmektedir. Öncelikle $a \neq 0$ durumu için sistemi incelenirse,

$$0 = -k_{0R} \cos \alpha + k_{0I} \sin \alpha - \mu S_{1R} \quad (3.73)$$

$$0 = \sigma + 2(k_{0I} \cos \alpha + k_{0R} \sin \alpha) - \frac{1}{2}a^2 k_{1I} - 2f_1 + 2\mu S_{1I} \quad (3.74)$$

denklemleri elde edilmiştir.

Elde edilen iki denklemden α terimi yok edilirse, σ ayar parametresi şöyle elde edilmiştir.

$$\sigma_{1,2} = 2f_1 + \frac{1}{2}a^2 k_{1I} - 2\mu S_{1I} \pm 2\sqrt{k_{0I}^2 + k_{0R}^2 - (\mu S_{1R})^2} \quad (3.75)$$

Kararlılık sınırlarını belirleyebilmemiz için Jakobiyen matrisi elde edip, bu matrisin özdeğerlerini bulmamız gerekmektedir. Jakobiyen matrisi elde etmek için Denklem (3.68 ve 3.69) kullanılacaktır.

Gerekli işlemler yapıldığında,

$$\lambda_{1,2} = -\mu S_{1R} \pm \frac{1}{2}\sqrt{4\mu^2 S_{1R}^2 - a^2 k_{1I} (4f_1 + k_{1I} a^2 - 2(2\mu S_{1I} + \sigma))} \quad (3.76)$$

şeklinde özdeğerler denklemi elde edilir.

$a = 0$ durumunu incelenirse bu durumun basit çözüm olduğunu görülmektedir. Bu durumda genlikleri kutupsal formda ifade edilmelidir,

$$A = \frac{1}{2}(p+iq)e^{i\frac{\sigma}{2}T_1}, A = \frac{1}{2}(p-iq)e^{-i\frac{\sigma}{2}T_1} \quad (3.77)$$

Bu terimleri çözülebilirlik şartında yerine yazıp reel ve sanal kısımları düzenlenirse,

$$\begin{aligned}
\text{Reel} : p' &= -(k_{0R} + \mu S_{1R})p + \left(\frac{\sigma}{2} - k_{0I} + \mu S_{1I} - f_{1I} \right) q \\
&\quad - \frac{1}{4} k_{1I} q (p^2 + q^2) = F_1(p, q)
\end{aligned} \tag{3.78}$$

$$\begin{aligned}
\text{Sanal} : \quad q' &= (k_{0R} - \mu S_{1R})q - \left(\frac{\sigma}{2} + k_{0I} + \mu S_{1I} - f_{1I} \right) p \\
&\quad + \frac{1}{4} k_{1I} p (p^2 + q^2) = F_2(p, q)
\end{aligned} \tag{3.79}$$

ifadelerini elde ederiz. Kararlılık analizi için yine Jakobiyen matrisi oluşturulup determinant sıfıra eşitlendiğinde,

$$\lambda_{1,2} = -\mu S_{1R} \pm 2\sqrt{(k_{0I}^2 + k_{0R}^2) - (\sigma + 2\mu S_{1I} - 2f_{1I})^2} \tag{3.80}$$

özdeğerler denklemi elde edilir. $\lambda = 0$ kabulü yaparak kararlılık sınırları belirlenebilmektedir.

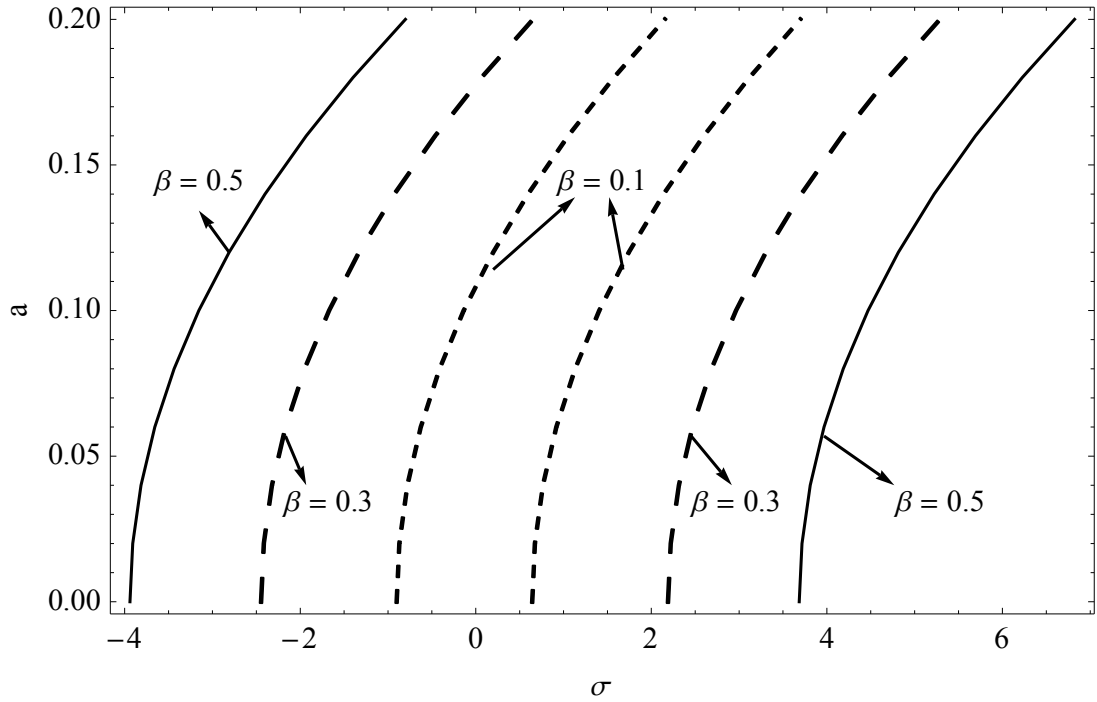
$$\sigma_{1,2} = 2f_{1I} - 2\mu S_{1I} \pm 2\sqrt{k_{0I}^2 + k_{0R}^2 - \mu^2 S_{1R}^2} \tag{3.81}$$

elde edilir.

3.2.2. Sayısal Sonuçlar

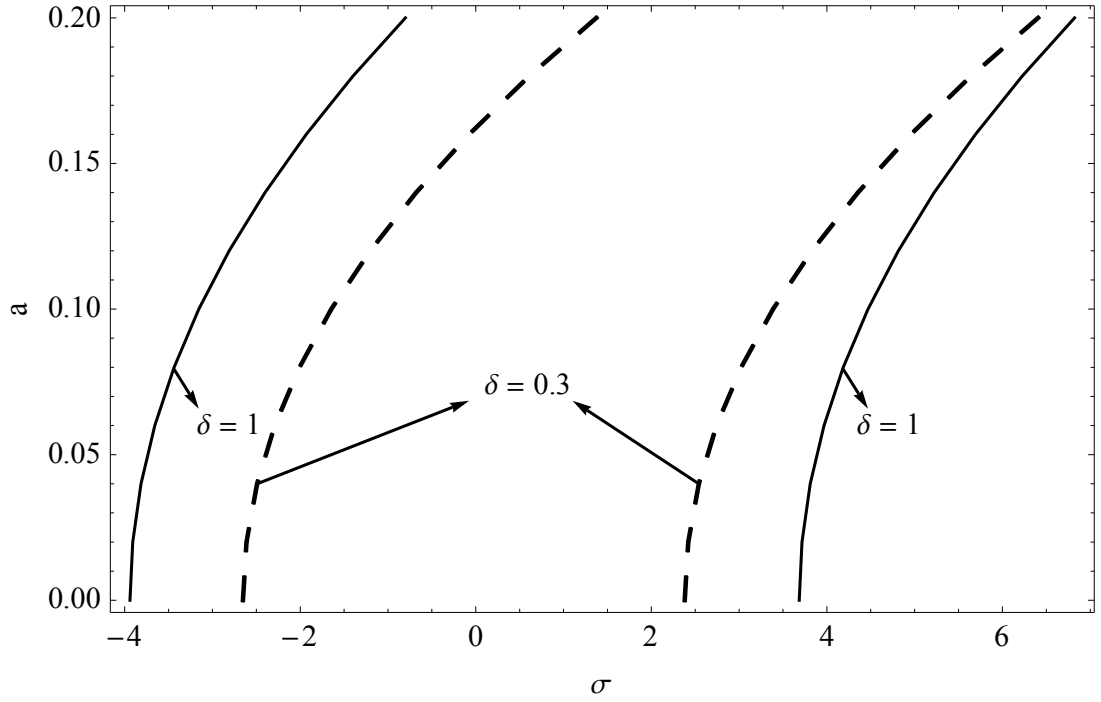
Bu bölümde kütle yay sistemine sahip akışkan taşıyan mikro-kirişin temel parametrik rezonans durumu için çözümlere yer verilmiştir. Temel parametrik rezonans hali, akışkan hızı değişim frekansının (Ω_1) doğal frekansın iki katına (2ω) yakın olduğu durumlardır. Farklı sınır şartlarının farklı sistem parametrelerinin kararsızlık bölgelerindeki etkileri araştırılmıştır. Bu parametreler; kiriş esneklik katsayısı, doluluk oranı, kiriş içerisindeki akışkanın ortalama hızı, kiriş üzerindeki kütle ve yayın etkisi, akışkan hızının değişim genliği ve elektriksel zorlama kuvveti, akışkan ortalama hızıdır. Mikro kirişin çelik malzemeden üretildiği ve $25 \mu m$ dış çap, $20 \mu m$ iç çapa sahip olacak şekilde $500 \mu m$ boyunda olduğu düşünülmüştür. Ankastre- ankastre ve basit – basit olmak üzere iki farklı sınır şartı incelenmiştir.

Elde edilen frekans-tepki grafiklerinde σ ayar parametresi arttıkça belirli bir noktadan sonra kararsız bölge ortaya çıkmaktadır. Frekans-tepki grafiğinde σ_1 kararlı eğriye, σ_2 ise kararsız bölge eğrisine denk gelmektedir. Sistemin çatallaşmaya başladığı noktaya, bifürkasyon (dallanma) noktası adı verilir. İki eğri arasında kalan bölge kararsızlık bölgesidir. Elde edilen frekans-tepki grafiklerinde σ_1 ve σ_2 eğrilerinin sağa yattığı görülecektir. Bu duruma sistem için hardening effect (sertleştirici etki) adı verilir.



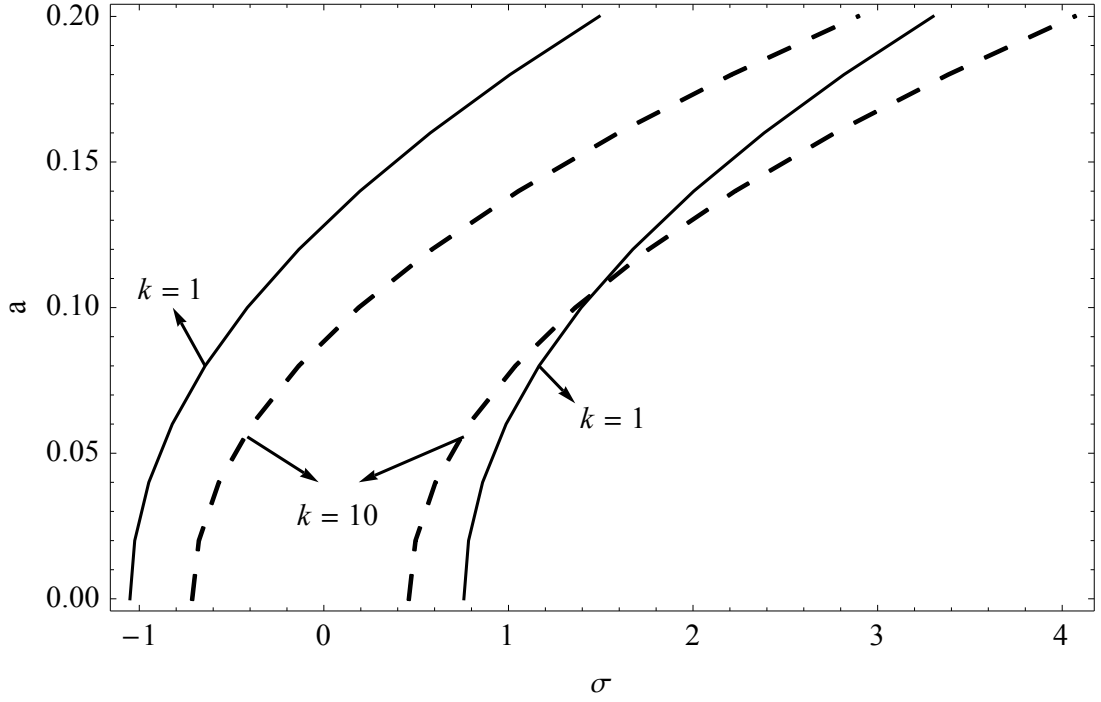
Şekil 9: Mikro kiriş doluluk oranına bağlı frekans – tepki grafiği
(1. mod, $v_f = 0.1, \Gamma = 0.053469, k = 10, \alpha_2 = 1, F = 1, v_1 = 3, \delta = 1, x_s = 0.5, \mu = 0$)

Şekil 9’da mikro kirişte, kirişin doluluk oranı (β) faktörünün değişiminin, birinci mod nonlinear doğal frekans-genlik eğrilerine etkisi görülmektedir. Şekilde, $v_0 = 0.5$ ortalama akışkan hızında, kirişlik katsayısının 0.1, lineer yay sabitinin 10, sistem üzerindeki kütlenin değerinin 1 olduğu ve kiriş üzerindeki kütlenin başlangıç noktasından 0.5 uzakta bulunduğu bir çelik mikro kirişe yer verilmiştir. Doluluk oranı arttıkça, sistemin kararsızlık bölgesinin arttığı görülmüştür. Genliğin (a) artmasıyla beraber sistemin frekans eğrilerinin sağa doğru yattığı görülmektedir. Bu durumda hardening effect (sertleştirici etki) artmıştır.



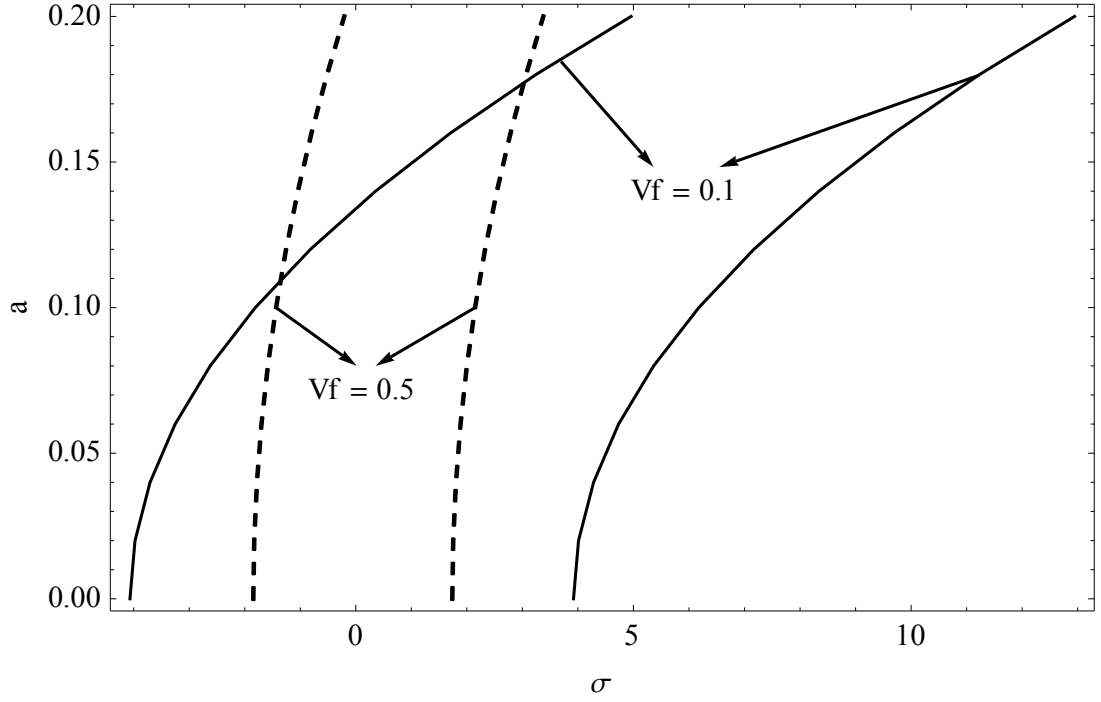
Şekil 10: Mikro kiriş üzerinde bulunan kütle oranına bağlı frekans – tepki grafiği
(1. mod, $v_f = 0.1, \Gamma = 0.053469, \beta = 0.5, k = 10, \alpha_2 = 1, F = 1, v_1 = 3, x_s = 0.5, \mu = 0$)

Şekil 10’da mikro kirişte, kiriş üzerinde bulunan kütle oranı (δ) faktörünün değişiminin, birinci mod nonlinear doğal frekans-genlik eğrilerine etkisi görülmektedir. Şekilde, $v_0 = 0.5$ ortalama akışkan hızında, kirişlik katsayısının 0.1, lineer yay sabitinin 10, kirişin doluluk oranının 0.5 olduğu ve kiriş üzerindeki kütle başlangıç noktasından 0.5 uzakta bulunduğu bir çelik mikro kirişe yer verilmiştir. Kiriş üzerinde bulunan kütle oranı arttıkça, sistemin kararsızlık bölgesinin arttığı görülmüştür. Genliğin (a) artmasıyla beraber sistemin frekans eğrilerinin sağa doğru yattığı görülmektedir. Bu durumda sistemim hardening effect (sertleştirici etki) özelliği az da olsa azalmıştır.



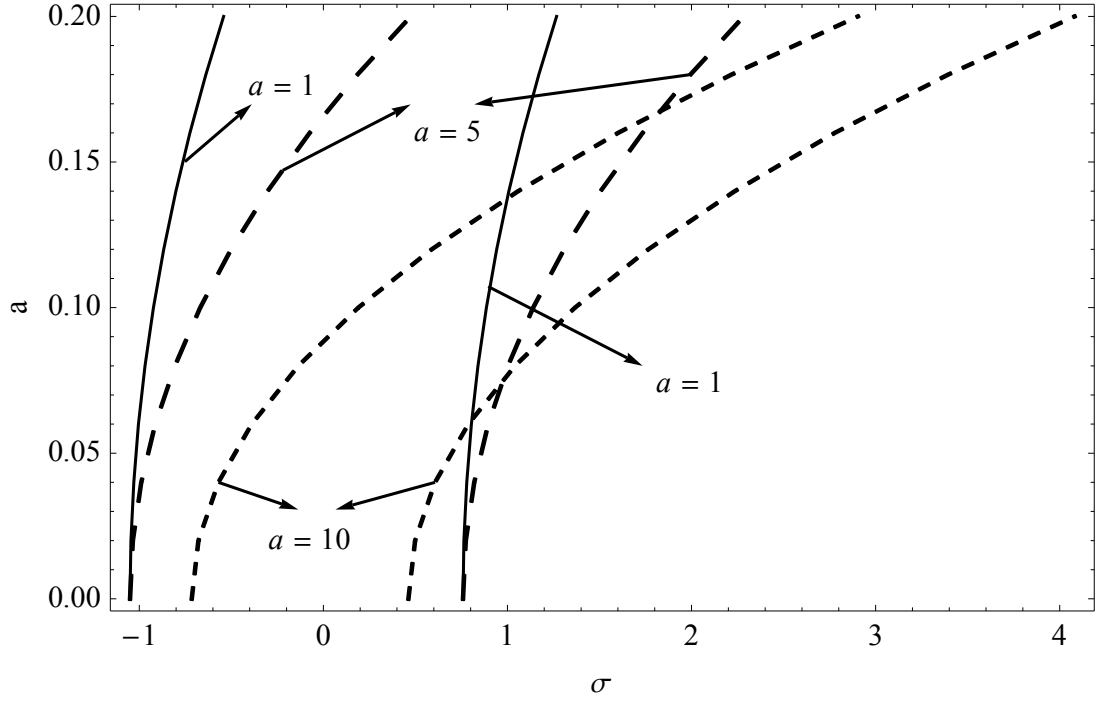
Şekil 11: Lineer yay sabiti oranına bağlı frekans – tepki grafiği
 (1. mod, $v_f = 0.1, \Gamma = 0.053469, \beta = 0.5, \alpha_2 = 1, F = 1, v_1 = 3, \delta = 0.5, x_s = 0.5, \mu = 0$)

Şekil 11’de mikro kirişte, kiriş üzerinde bulunan lineer yay sabitinin oranı, (k) faktörünün değişiminin, birinci mod nonlinear doğal frekans-genlik eğrilerine etkisi görülmektedir. Şekilde $v_0 = 0.5$ ortalama akışkan hızında, kirişlik katsayısının 0.1, kirişin doluluk oranının 0.5, kiriş üzerindeki kütlenin 0.5 olduğu ve kiriş üzerindeki kütlenin başlangıç noktasından 0.5 uzakta bulunduğu bir çelik mikro kirişe yer verilmiştir. Lineer yay sabiti arttıkça, sistemin kararsızlık bölgesinin azaldığı görülmüştür. Genliğin (a) artmasıyla beraber sistemin frekans eğrilerinin sağa doğru yattığı görülmektedir. Bu durumda hardening effect (sertleştirici etki) de artmıştır.



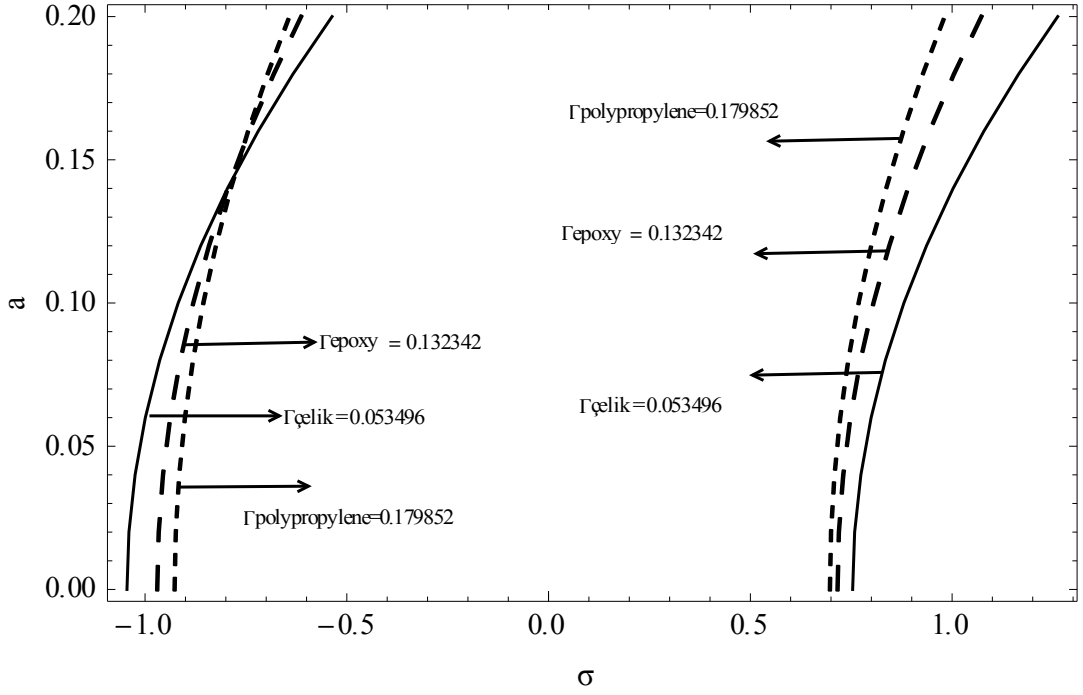
Şekil 12: Kirişlik katsayısı oranına bağlı frekans – tepki grafiği
(1. mod, 1. mod, $v_f = 0.1$, $\Gamma = 0.053469$, $\beta = 0.5$, $k = 10$, $\alpha_2 = 1$, $F = 1$, $v_1 = 3$, $\delta = 0.5$, $x_s = 0.5$, $\mu = 0$)

Şekil 12’de mikro kirişte, kirişlik katsayısı (v_f) faktörünün değişiminin, birinci mod nonlinear doğal frekans-genlik eğrilerine etkisi görülmektedir. Şekilde, $v_0 = 0.5$ ortalama akışkan hızında, lineer yay sabitinin 10, kirişin doluluk oranının 0.5, kiriş üzerinde bulunan kütle değerinin 0.5 olduğu ve kiriş üzerindeki kütle başlangıç noktasından 0.5 uzakta bulunduğu bir çelik mikro kirişe yer verilmiştir. Kirişlik oranı arttıkça, sistemin kararsızlık bölgesinin azaldığı görülmüştür. Genliğin (a) artmasıyla beraber sistemin frekans eğrilerinin sağa doğru yattığı görülmektedir. Bu durumda hardening effect (sertleştirici etki) azalmıştır.



Şekil 13: Genlik değişim oranına bağlı frekans – tepki grafiği
 (1. mod, $v_f = 0.1, \Gamma = 0.053469, \beta = 0.5, k = 1, F = 1, v_1 = 3, \delta = 0.5, x_s = 0.5, \mu = 0$)

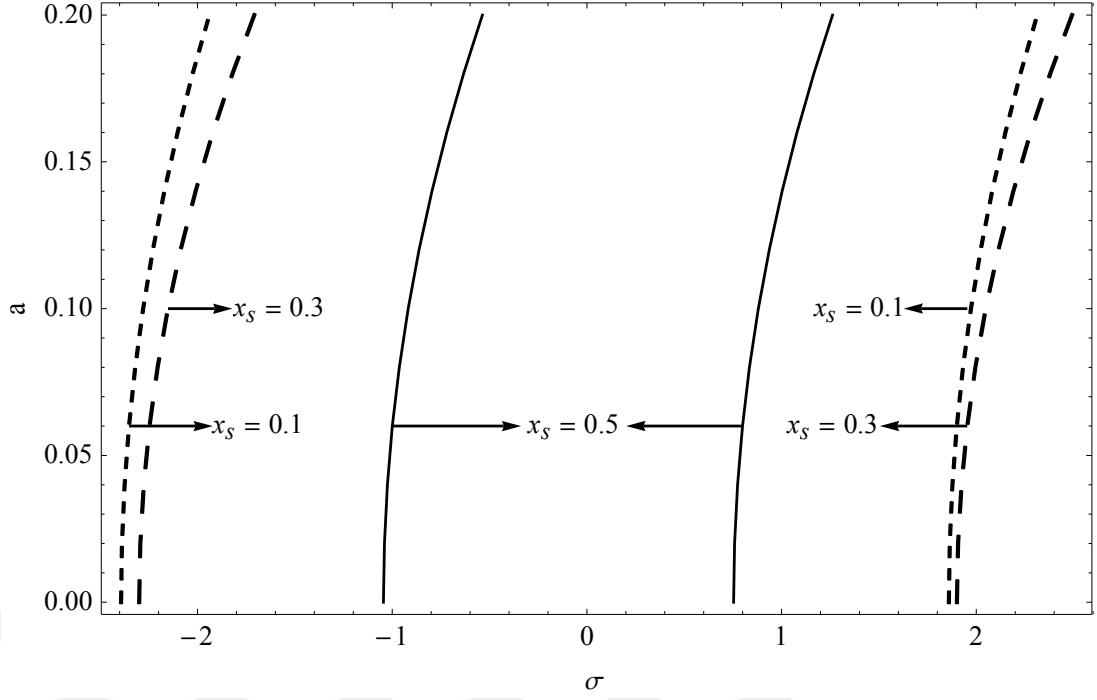
Şekil 13’de mikro kirişte, genlik (a) faktörünün değişiminin, birinci mod nonlinear doğal frekans-genlik eğrilerine etkisi görülmektedir. Şekilde, $v_0 = 0.5$ ortalama akışkan hızında, kirişlik katsayısının 0.1, lineer yay sabitinin 1, kirişin doluluk oranının 0.5, kiriş üzerinde bulunan kütlenin değerinin 0.5 olduğu ve kiriş üzerindeki kütlenin başlangıç noktasından 0.5 uzakta bulunduğu bir çelik mikro kirişe yer verilmiştir. Genlik arttıkça, sistemin kararsızlık bölgesinin azaldığı görülmüştür. Genliğin (a) artmasıyla beraber sistemin frekans eğrilerinin sağa doğru yattığı görülmektedir. Bu durumda hardening effect (sertleştirici etki) artmıştır.



Şekil 14: Farklı malzemelerdeki mikro kirşin mikro kirşlik faktörüne bağılı frekans – tepki grafiğı

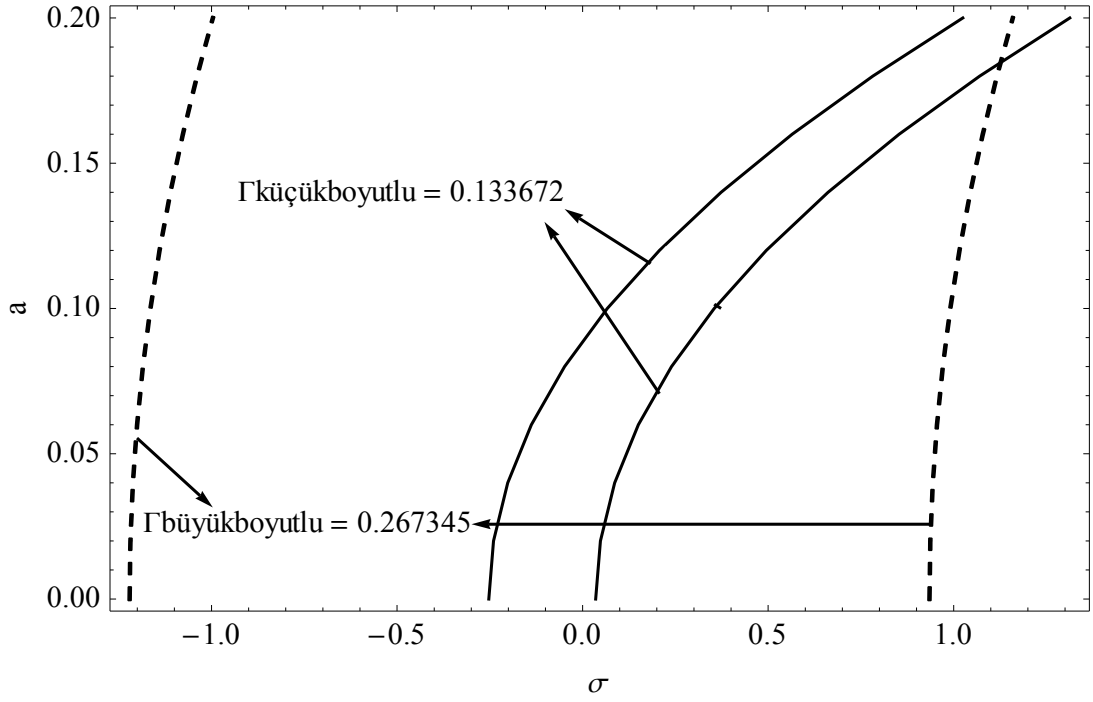
$$(1. \text{ mod}, \nu_f = 0.1, \beta = 0.5, k = 1, \alpha_2 = 1, F = 1, \nu_1 = 3, \delta = 0.5, x_s = 0.5, \mu = 0)$$

Şekil 14’de mikro kirşte, farklı malzemelerdeki mikro kirşlerin birinci mod nonlinear doğal frekans-genlik eğrilerine etkisi görölmektedir. Şekilde, $\nu_0 = 0.5$ ortalama akışkan hızında, mikro kirşlik katsayısının 0.1, lineer yay sabitinin 1, kirşin doluluk oranının 0.5, kirş üzerinde bulunan kütleinin değerinin 0.5 olduğu ve kirş üzerindeki kütleinin başlangıç noktasından 0.5 uzakta bulunduğu çelik, polypropylene, epoxy malzemesinden yapılmış mikro kirşlere yer verilmiştir. Her malzemenin kirşlik oranı farklıdır. Mikro kirşlik oranı arttıkça, sistemin kararsızlık bölgesinin azaldığı görölmüştür. Genliğin (a) artmasıyla beraber sistemin frekans eğrilerinin sağı doğru yattığı görölmektedir. Bu durumda hardening effect (sertleştirici etki) azalmıştır.



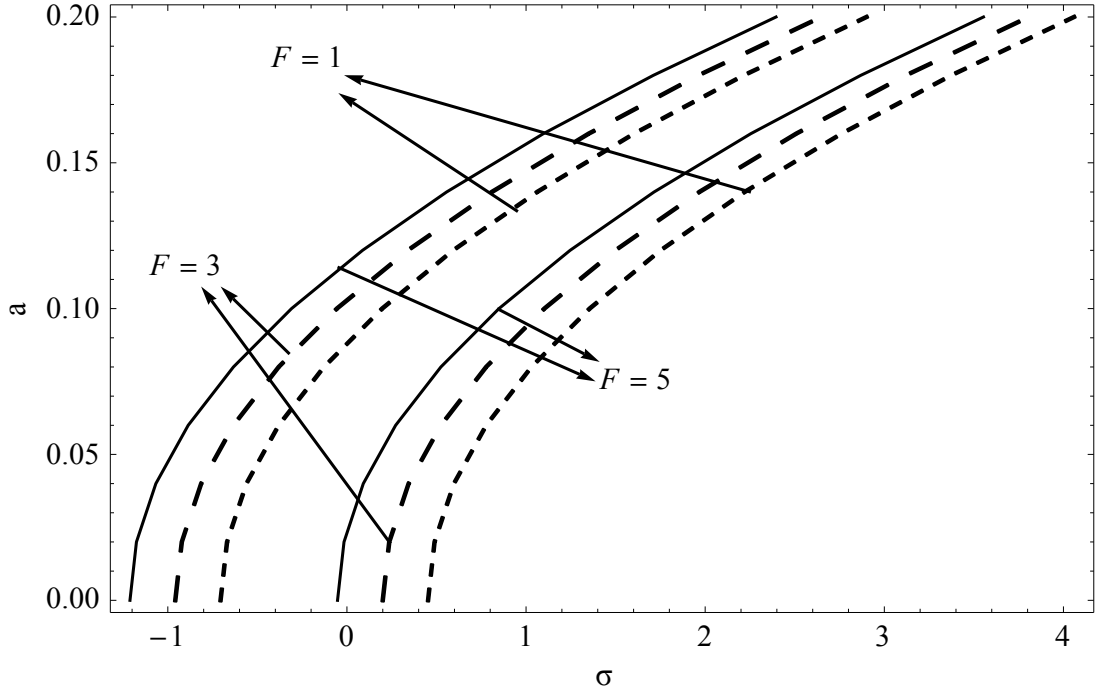
Şekil 15: Kiriş üzerindeki mesnet durumlarına göre frekans – tepki grafiği
(1. mod, $v_f = 0.1, \Gamma = 0.053469, \beta = 0.5, k = 1, \alpha_2 = 1, F = 1, v_1 = 3, \delta = 0.5, \mu = 0$)

Şekil 15’de mikro kirişte, kiriş üzerindeki mesnet durumlarına göre (x_s) genlik değişiminin birinci mod nonlineer doğal frekans-genlik eğrilerine etkisi görülmektedir. Şekilde $v_0 = 0.5$ ortalama akışkan hızında, kirişlik katsayısının 0.1, lineer yay sabitinin 1, kirişin doluluk oranının 0.5, kiriş üzerinde bulunan kütlelerin değerinin 0.5 olduğu bir çelik mikro kirişe yer verilmiştir. Kütlelerin başlangıçtaki sınır şartından uzaklığı arttıkça, sistemin kararsızlık bölgesinin azaldığı görülmüştür. Genliğin (a) artmasıyla beraber sistemin frekans eğrilerinin sağa doğru yattığı görülmektedir. Sistemin nonlineer doğal frekansı artmaktadır. Bu durumda hardening effect (sertleştirici etki) artmıştır.



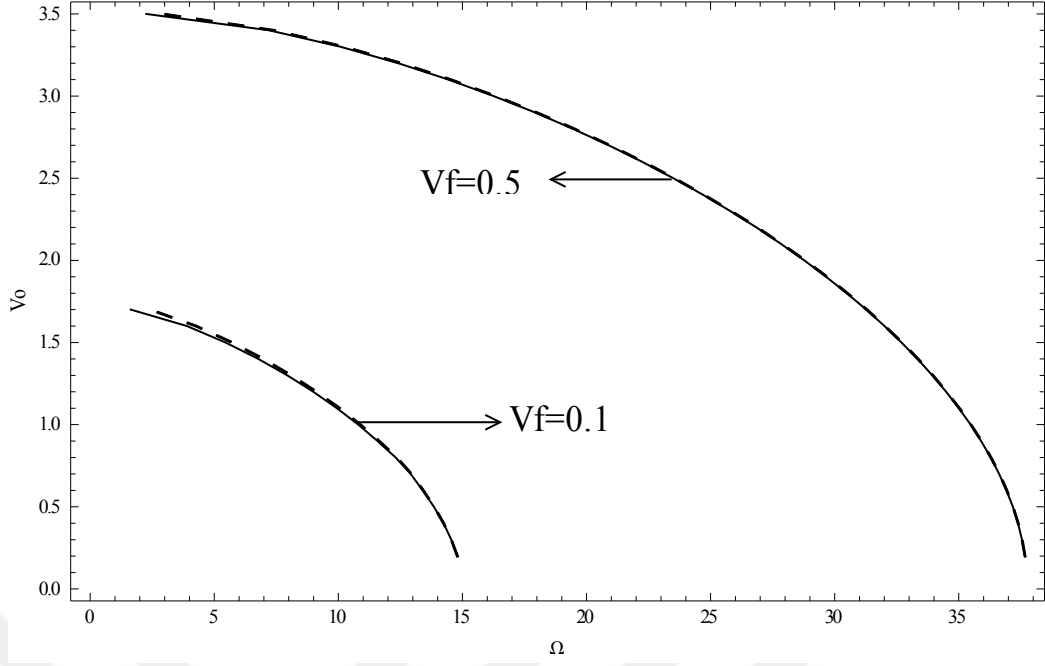
Şekil 16: Farklı boyutlarda üretilmiş mikro kirişin kirişlik faktörüne frekans – tepki grafiği (1. mod, $\nu_f = 0.1$, $\beta = 0.5$, $k = 10$, $\alpha_2 = 1$, $F = 1$, $\nu_1 = 3$, $\delta = 0.5$, $\mu = 0$)

Şekil 16’da mikro kirişte, iki farklı ölçüde tasarlanmış mikro kirişlerin birinci mod nonlinear doğal frekans-genlik eğrileri görülmektedir. Şekilde $\nu_0 = 0.5$ ortalama akışkan hızında, lineer yay sabitinin 10, kirişin doluluk oranının 0.5, kirişlik katsayısının 0.1, kiriş üzerinde bulunan kütlenin değerinin 0.5 olduğu ve kiriş üzerindeki kütlenin başlangıç noktasından 0.5 uzakta bulunduğu iki farklı tasarımı çelik mikro kirişlere yer verilmiştir. Daha büyük tasarlanan mikro kirişin, mikro kirişlik katsayısı daha büyük olarak hesaplanmıştır. Kirişlerin boyutlarının oranı arttıkça, sistemin kararsızlık bölgesinin arttığı görülmüştür. Genliğin (a) artmasıyla beraber sistemin frekans eğrilerinin sağa doğru yattığı görülmektedir. Bu durumda hardening effect (sertleştirici etki) azalmıştır.



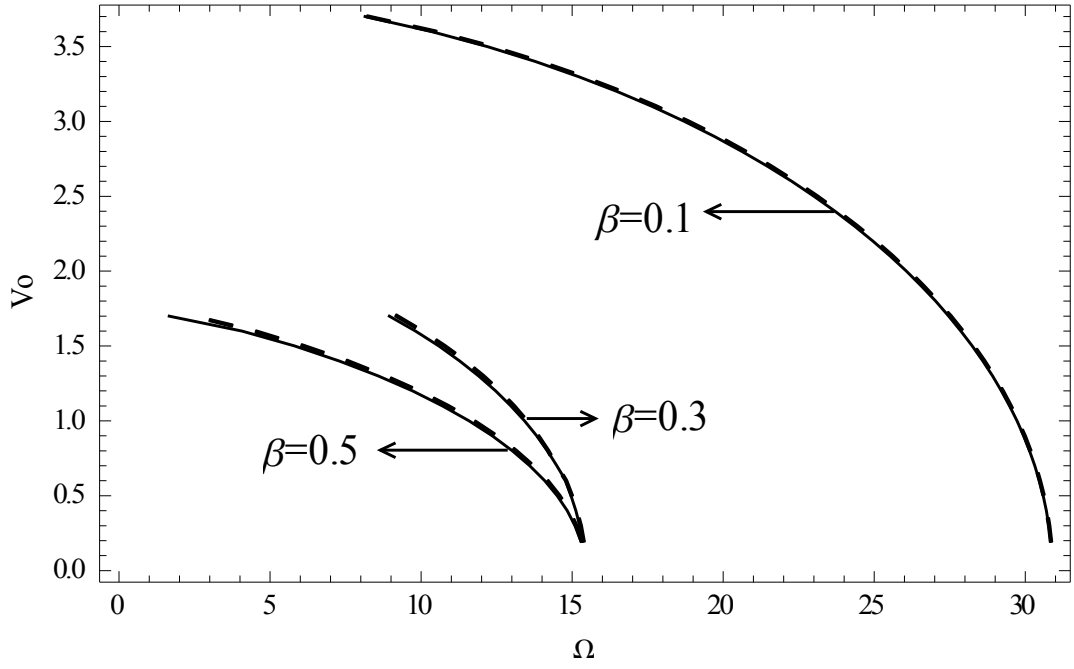
Şekil 17: Elektriksel zorlama kuvvetine bağlı frekans – tepki grafiği
 (1. mod, $v_f = 0.1, k = 10, \beta = 0.5, \alpha_2 = 1, \Gamma = 0.053469, v_1 = 3, \delta = 0.5, \mu = 0$)

Şekil 17’de mikro kirişte, elektriksel alan kuvvet (F) faktörünün değişiminin, 1.mod nonlineer doğal frekans-genlik eğrilerine etkisi görülmektedir. Şekilde $v_0 = 0.5$ ortalama akışkan hızında, lineer yay sabitinin 10, kirişin doluluk oranının 0.5, kiriş üzerinde bulunan kütlelerin değerinin 0.5 olduğu ve kiriş üzerindeki kütlelerin başlangıç noktasından 0.5 uzakta bulunduğu çelik mikro kirişe yer verilmiştir. Elektriksel alan kuvvetinin oranı arttıkça, sistemin nonlineer doğal frekansı azalmaktadır. Genliğin (a) artmasıyla, nonlineer frekans değerleri ve nonlineer terimlerin tabii frekansa katkısı artmaktadır. Sistemin kararsızlık bölgesinin arttığı görülmüştür.



Şekil 18: Kararlılık bölgesinin akışkan hızına bağlı değişimi
 (1. mod, $\beta = 0.5, k = 10, \alpha_2 = 1, F = 1, v_1 = 3, \delta = 0.5, x_s = 0.5, \mu = 0$)

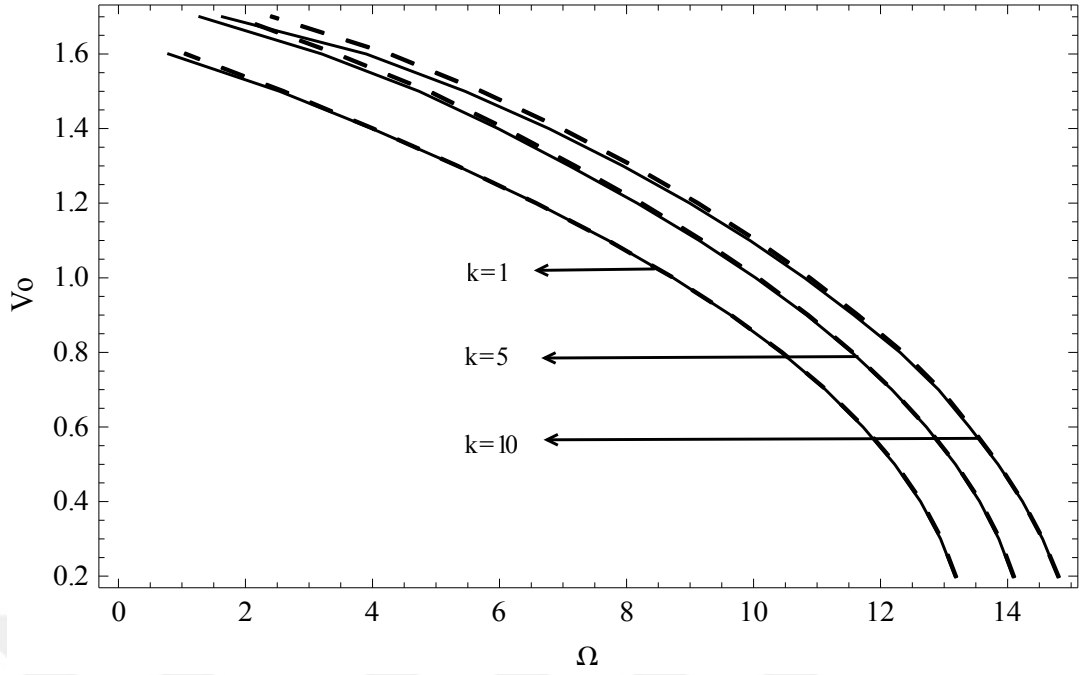
Şekil 18’de mikro kirişte, kirişlik oranı (v_f) faktörünün değişiminin, akışkan hızına bağlı olarak birinci mod kararlılık bölgesine etkisi görülmektedir. Şekilde, $v_0 = 0.5$ ortalama akışkan hızında, lineer yay sabitinin 10, kirişin doluluk oranının 0.5, kiriş üzerinde bulunan kütledeğerinin 0.5 olduğu ve kiriş üzerindeki kütledeğerinin başlangıç noktasından 0.5 uzakta bulunduğu bir çelik mikro kirişe yer verilmiştir. Kirişlik oranı arttıkça, sistemin doğal frekans değerleri artmıştır. Akışkan hızının artmasıyla sistemin frekans eğrileri kritik hız değerine kadar gözle gözlemlenemeyen bir kararsızlık bölgesine sahiptir. $v_f = 0.1$ eğrilerinde hız kritik bir değere ulaştıktan sonra sistemin kararsızlık bölgesinin arttığı gözlemlenmiştir.



Şekil 19: Kararlılık bölgesinin akışkan hızına bağlı değişimi

(1. mod, $v_f = 0.1, \Gamma = 0.053469, k = 10, \alpha_2 = 1, F = 1, v_1 = 3, \delta = 1, x_s = 0.5, \mu = 0$)

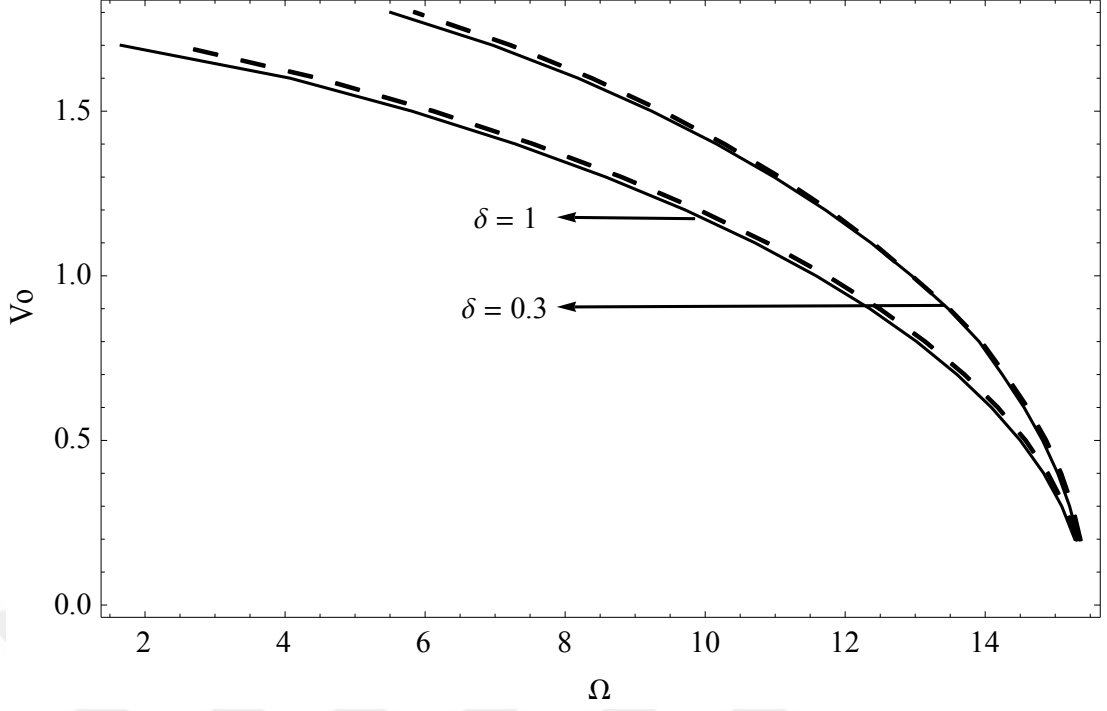
Şekil 19'da mikro kirişte, kirişin doluluk oranı (β) faktörünün değişiminin, akışkan hızına bağlı olarak birinci mod kararlılık bölgesine etkisi görülmektedir. Şekilde, $v_0 = 0.5$ ortalama akışkan hızında, lineer yay sabitinin 10, kirişlik katsayısının 0.1, kiriş üzerinde bulunan kütlenin değerinin 0.5 olduğu ve kiriş üzerindeki kütlenin başlangıç noktasından 0.5 uzakta bulunduğu bir çelik mikro kirişe yer verilmiştir. Kirişin doluluk oranı, sistemin doğal frekans değerleri azalmıştır. Akışkan hızının artmasıyla sistemin frekans eğrileri kritik hız değerine kadar gözle gözlemlenemeyen bir kararsızlık bölgesine sahiptir.



Şekil 20: Kararlılık bölgesinin akışkan hızına bağlı değişimi

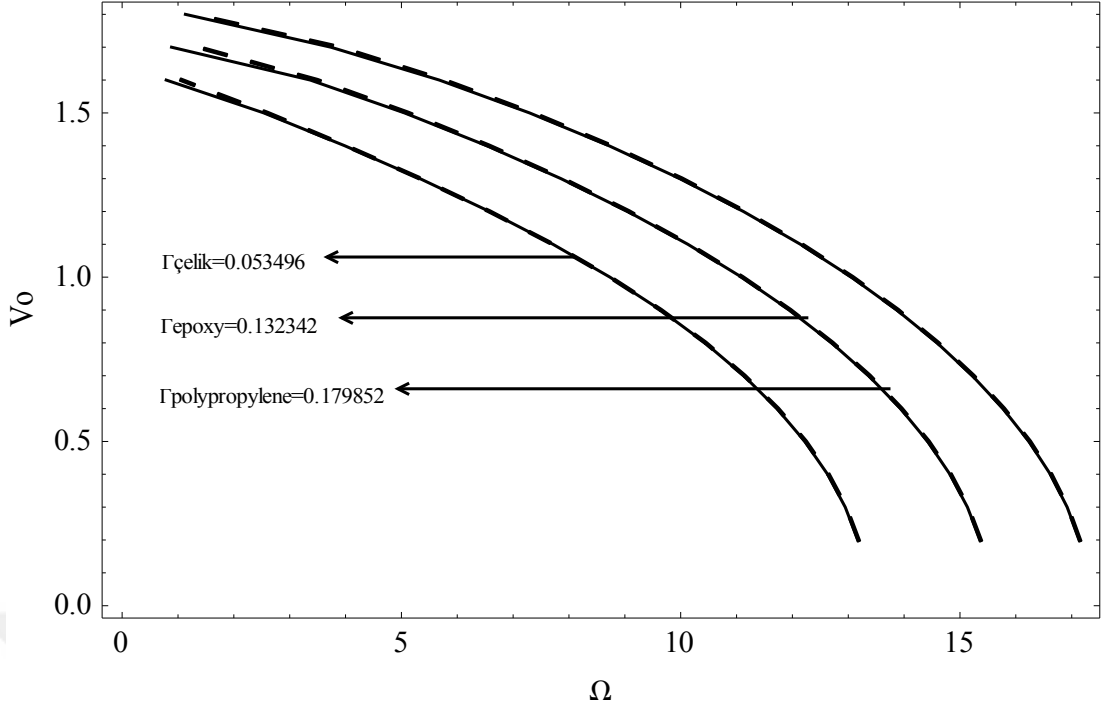
(1. mod, $v_f = 0.1, \Gamma = 0.053469, \beta = 0.5, \alpha_2 = 1, F = 1, v_1 = 3, \delta = 0.5, x_s = 0.5, \mu = 0$)

Şekil 20'de mikro kirişte, kirişin doluluk oranı (k) faktörünün değişiminin, akışkan hızına bağlı olarak birinci mod kararlılık bölgesine etkisi görülmektedir. Şekilde, $v_0 = 0.5$ ortalama akışkan hızında, kirişin doluluk oranının 0.5, kirişlik katsayısının 0.1, kiriş üzerinde bulunan kütlenin değerinin 0.5 olduğu ve kiriş üzerindeki kütlenin başlangıç noktasından 0.5 uzakta bulunduğu bir çelik mikro kirişe yer verilmiştir. Lineer yay sabiti oranı arttıkça, sistemin doğal frekans değerleri artmıştır. Akışkan hızının artmasıyla sistemin frekans eğrileri kritik hız değerine kadar gözle gözlemlenemeyen bir kararsızlık bölgesine sahiptir. Sistemin, $k = 5$ ve $k = 10$ durumlarında kritik hız değerine ulaştıktan sonra kararsızlık bölgesinde genişlemeler gözlemlenmiştir. En düşük yay sabiti değerinde, kararsızlık bölgesi en dar olan durumdur.



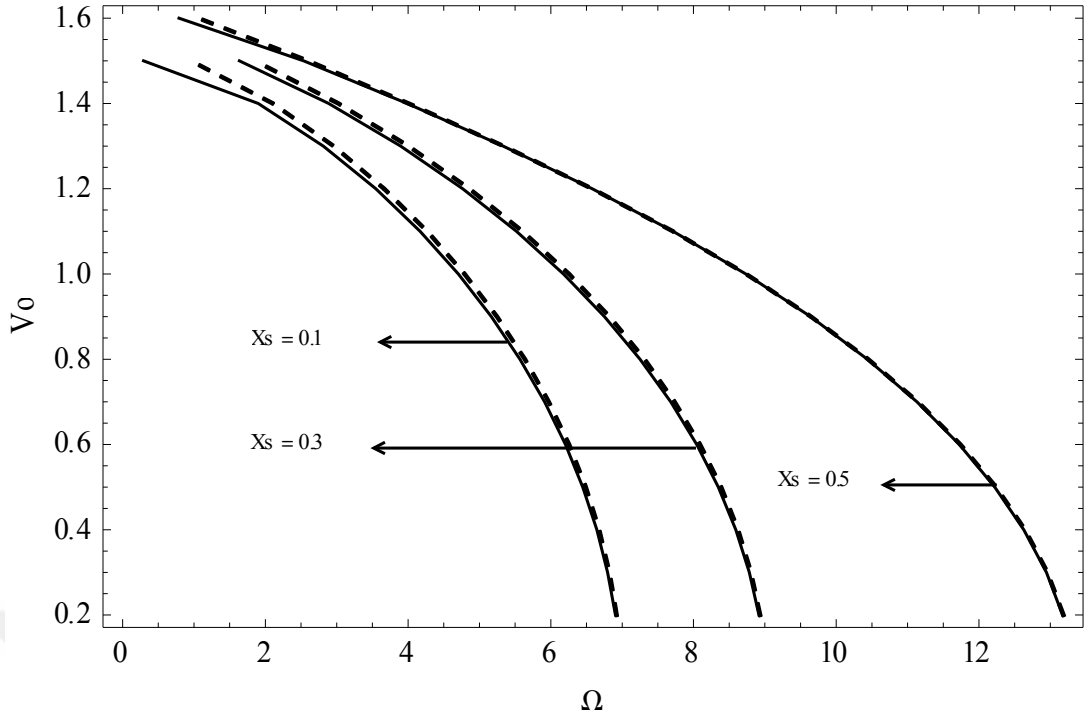
Şekil 21: Kararlılık bölgesinin akışkan hızına bağlı değişimi
 (1. mod, $v_f = 0.1, \Gamma = 0.053469, \beta = 0.5, k = 10, \alpha_2 = 1, F = 1, v_1 = 3, x_s = 0.5, \mu = 0$)

Şekil 21’de mikro kırıta, kırış üzerindeki kütle (δ) faktörünün değişiminin, akışkan hızına bağlı olarak birinci mod kararlılık bölgesine etkisi görölmektedir. Şekilde, $v_0 = 0.5$ ortalama akışkan hızında, kırışın doluluk oranının 0.5, kırışlık katsayısının 0.1, lineer yay sabitinin 10 olduğu ve kırış üzerindeki kütlenin başlangıç noktasından 0.5 uzakta bulunduğu bir çelik mikro kırıta yer verilmiştir. Kırış üzerindeki kütlenin oranı arttıkça, sistemin doğal frekans değerleri azalmaktadır. Akışkan hızının artmasıyla sistemin frekans eğrileri kritik hız değerine kadar gözle gözlemlenemeyen bir kararsızlık bölgesine sahiptir. Sistemin, $\delta = 0.3$ ve $\delta = 1$ durumlarında kritik hız değerine ulaştıktan sonra kararlılık bölgesinde genişlemeler görölmektedir. $\delta = 1$ durumundaki kararsızlık bölgesinin daha dar olduğu görölmektedir.



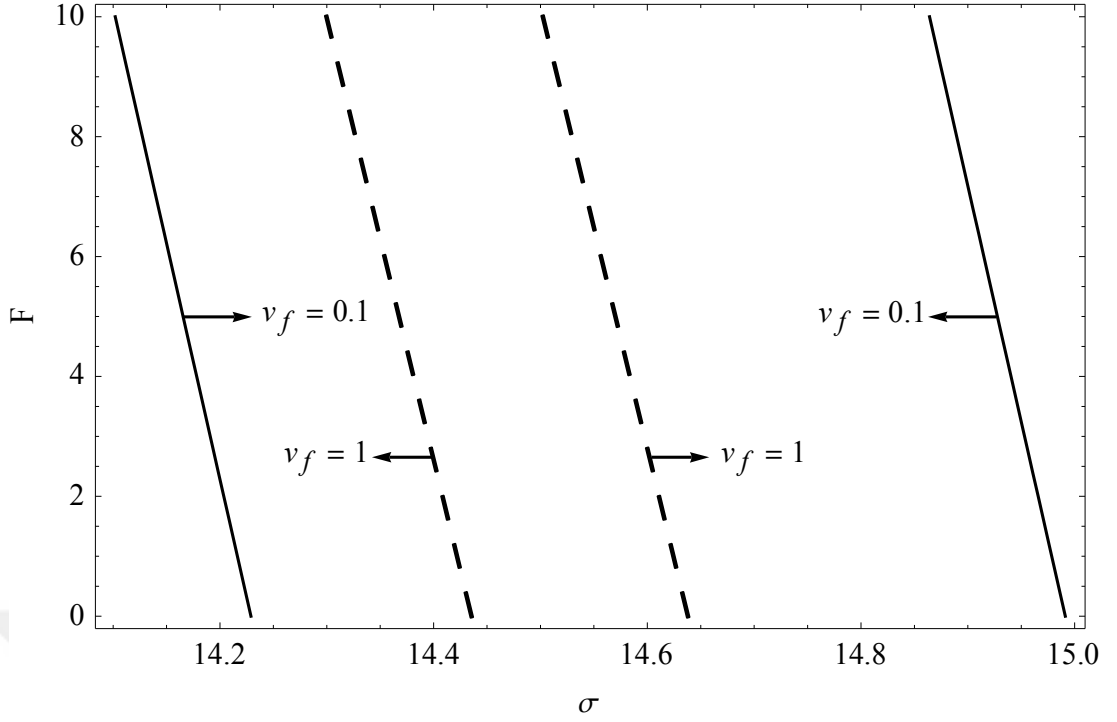
Şekil 22: Kararlılık bölgesinin akışkan hızına bağlı değişimi
 (1. mod, $v_f = 0.1$, $\beta = 0.5$, $k = 1$, $\alpha_2 = 1$, $F = 1$, $v_1 = 3$, $\delta = 0.5$, $x_s = 0.5$, $\mu = 0$)

Şekil 22’de mikro kirişte, farklı malzemelerdeki mikro kirişlerin birinci mod kararlılık bölgesine etkisi görülmektedir. Şekilde, $v_0 = 0.5$ ortalama akışkan hızında, kirişlik katsayısının 0.1, lineer yay sabitinin 1, kirişin doluluk oranının 0.5, kiriş üzerinde bulunan kütlenin değerinin 0.5 olduğu ve kiriş üzerindeki kütlenin başlangıç noktasından 0.5 uzakta bulunduğu çelik, polypropylene, epoxy malzemesinden yapılmış mikro kirişlere yer verilmiştir. Her malzemenin mikro kirişlik oranı farklıdır. Mikro kirişlik oranı arttıkça, sistemin doğal frekans değerleri artmaktadır.. Akışkan hızının artmasıyla sistemin frekans eğrileri kritik hız değerine kadar gözle gözlemlenemeyen bir kararsızlık bölgesine sahiptir.



Şekil 23: Kararlılık bölgesinin akışkan hızına bağlı değişimi
 (1. mod, $v_f = 0.1, \Gamma = 0.053469, \beta = 0.5, k = 1, \alpha_2 = 1, F = 1, v_1 = 3, \delta = 0.5, \mu = 0$)

Şekil 23’de mikro kirişte, kiriş üzerindeki mesnet durumlarına göre (x_s) genlik değişiminin birinci mod kararlılık bölgesine etkisi görülmektedir. Şekilde $v_0 = 0.5$ ortalama akışkan hızında, kirişlik oranının 0.1, lineer yay sabitinin 1, kirişin doluluk oranının 0.5, kiriş üzerinde bulunan kütlelerin değerinin 0.5 olduğu bir çelik mikro kirişe yer verilmiştir. Kütlelerin başlangıçtaki sınır şartından uzaklığı arttıkça,, sistemin doğal frekans değerleri azalmaktadır. Akışkan hızının artmasıyla sistemin frekans eğrileri kritik hız değerine kadar gözle gözlemlenemeyen bir kararsızlık bölgesine sahiptir. Sistemin, $x_s = 0.1$, $x_s = 0.3$, $x_s = 0.5$ mesnet noktalarında kritik hız değerine ulaşıldıktan sonra kararsızlık bölgelerinde genişlemeler olmuştur. $x_s = 0.5$ durumundaki kararsızlık bölgesinin daha dar olduğu görülmektedir.



Şekil 24: Kararlılık bölgesinin elektriksel alan kuvvetine bağlı değişimi
(1. mod, $\omega = 7.2658481$, $v_f = 0.1$, $\Gamma = 0.053469$, $\beta = 0.5$, $k = 10$, $\alpha_2 = 1$, $v_1 = 3$, $\delta = 1$)

Şekil 24’de mikro kirişte, elektriksel alan kuvveti değişiminin, birinci mod nonlineer kararlılık bölgesine etkisi görülmektedir. Şekilde $v_0 = 0.5$ ortalama akışkan hızında, lineer yay sabitinin 10, kirişin doluluk oranının 0.5, kiriş üzerinde bulunan kütlenin değerinin 1 olduğu bir çelik mikro kirişe yer verilmiştir. Elektriksel alan kuvvetine bağlı kararlılık bölgesinin değişimi 0.1 kirişlik katsayısına sahip mikro kiriş için gösterilmiştir. Görüleceği üzere kararsızlık bölgesi kuvvet arttıkça azalmaktadır.

3.2.3 Ω_1 ’nın ‘0’ dan ve ‘ 2ω ’ dan Uzak Olduğu Durum

Bu bölümde akışkan hızı değişiminin (Ω_1) ‘0’ dan ve ‘ 2ω ’ dan uzak olduğu durum incelenmiştir. Çözülebilirlik şartı şu şekildedir,

$$D_1 A - k_1 A^2 \bar{A} + \mu A S_1 - A f_1 = 0 \quad (3.82)$$

Katsayılarımız aşağıdaki terimler gibidir,

$$S_1 = \frac{\left(i\omega \int_0^\eta Y_1 \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L Y_2 \bar{Y}_2 dx \right)}{2 \left[i\omega \left(\int_0^\eta Y_1 \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L Y_2 \bar{Y}_2 dx \right) + \beta v_0 \left(\int_0^\eta Y_1' \bar{Y}_1' dx + \int_\eta^L Y_2' \bar{Y}_2' dx \right) \right]} \quad (3.83)$$

$$f_1 = \frac{F \left(\int_0^\eta Y_1 \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L Y_2 \bar{Y}_2 dx \right)}{2 \left[i\omega \left(\int_0^\eta Y_1 \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L Y_2 \bar{Y}_2 dx \right) + \beta v_0 \left(\int_0^\eta Y_1' \bar{Y}_1' dx + \int_\eta^L Y_2' \bar{Y}_2' dx \right) \right]} \quad (3.84)$$

$$k_1 = \frac{1}{4} \alpha_2 \left[\frac{\left(\int_0^\eta \bar{Y}_1'' \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L \bar{Y}_2'' \bar{Y}_2 dx \right) \left(\int_0^\eta Y_1'^2 dx + \int_\eta^L Y_2'^2 dx \right) + 2 \left(\int_0^\eta Y_1'' \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L Y_2'' \bar{Y}_2 dx \right) \left(\int_0^\eta Y_1' \bar{Y}_1' dx + \int_\eta^L Y_2' \bar{Y}_2' dx \right)}{\left[i\omega \left(\int_0^\eta Y_1 \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L Y_2 \bar{Y}_2 dx \right) + \beta v_0 \left(\int_0^\eta Y_1' \bar{Y}_1' dx + \int_\eta^L Y_2' \bar{Y}_2' dx \right) \right]} \right] \quad (3.85)$$

Genlik-faz modülasyon denklemlerimiz aşağıdaki gibidir,

$$a' = -\mu a S_1 \quad (3.86)$$

$$\theta' = \frac{1}{4} a^2 k_1 + f_1 - \mu a S_1 \quad (3.87)$$

Burada sistemin değişim etkilerini daha net görebilmek için sönüm etkisinin olmadığını kabul edelim. Sönümlü sistemde genlikler zamanla sifıra gideceği için bu engellenmiş olmaktadır.

$$a' = 0 \quad (3.88)$$

$$\theta' = \frac{1}{4} a^2 k_1 + f_1 \quad (3.89)$$

Mikro kirişin nonlineer doğal frekansı, Denklem (3.90)'daki gibi elde edilir.

$$\omega_{nl} = \omega + \varepsilon \left(\frac{1}{4} a^2 k_1 + f_1 \right) \quad (3.90)$$

3.2.4. Ω_1 'nin 0'a Yakın Olduğu Durum

Bu bölümde akışkan hızı değişiminin (Ω_1) sifira yakın olduğu durum incelenmiştir. Değişim frekansı Denklem (3.91) deki gibi alınmıştır.

$$\Omega_1 = \varepsilon \sigma \quad (3.91)$$

Çözülebilirlik şartını Denklem (3.92)'deki gibi elde edilmektedir.

$$0 = D_1 A + (k_1 \cos \sigma T_1 + k_2 \sin \sigma T_1) - k_3 A^2 \bar{A} - \mu A S_1 - A f_1 \quad (3.92)$$

$$k_1 = \beta v_1 \left\{ \frac{\Omega_1 \left(\int_0^\eta Y_1' \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L Y_2' \bar{Y}_2 dx \right)}{2 \left[i\omega \left(\int_0^\eta Y_1 \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L Y_2 \bar{Y}_2 dx \right) \right] + \beta v_0 \left(\int_0^\eta Y_1' \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L Y_2' \bar{Y}_2 dx \right)} \right\} \quad (3.93)$$

$$k_2 = -\beta v_1 \left\{ \frac{i\omega \left(\int_0^\eta \bar{Y}_1' \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L \bar{Y}_2' \bar{Y}_2 dx \right) + v_0 \left(\int_0^\eta \bar{Y}_1'' \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L \bar{Y}_2'' \bar{Y}_2 dx \right)}{\left[i\omega \left(\int_0^\eta Y_1 \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L Y_2 \bar{Y}_2 dx \right) \right] + \beta v_0 \left(\int_0^\eta Y_1' \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L Y_2' \bar{Y}_2 dx \right)} \right\} \quad (3.94)$$

$$S_1 = \frac{\left(i\omega \int_0^\eta Y_1 \bar{Y}_1 dx + \int_0^\eta Y_2 \bar{Y}_2 dx \right)}{-2 \left(i\omega \left(\int_0^\eta Y_1 \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L Y_2 \bar{Y}_2 dx \right) \right) + \beta v_0 \left(\int_0^\eta Y_1' \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L Y_2' \bar{Y}_2 dx \right)} \quad (3.95)$$

$$k_3 = -\frac{1}{4}\alpha_2 \left\{ \frac{\left[\left(\int_0^\eta \bar{Y}_1 " \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L \bar{Y}_2 " \bar{Y}_2 dx \right) \left(\int_0^\eta Y_1 ' ^2 dx + \int_\eta^L Y_2 ' ^2 dx \right) + 2 \left(\int_0^\eta Y_1 " \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L Y_2 " \bar{Y}_2 dx \right) \left(\int_0^\eta Y_1 ' \bar{Y}_1 ' dx + \int_\eta^L Y_2 ' \bar{Y}_2 ' dx \right) \right]}{\left[i\omega \left(\int_0^\eta Y_1 \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L Y_2 \bar{Y}_2 dx \right) + \beta v_0 \left(\int_0^\eta Y_1 ' \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L Y_2 ' \bar{Y}_2 dx \right) \right]} \right\} \quad (3.96)$$

$$f_1 = \frac{F \left(\int_0^\eta Y_1 \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L Y_2 \bar{Y}_2 dx \right)}{2 \left[i\omega \left(\int_0^\eta Y_1 \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L Y_2 \bar{Y}_2 dx \right) + \beta v_0 \left(\int_0^\eta Y_1 ' \bar{Y}_1 dx + \int_\eta^L Y_2 ' \bar{Y}_2 dx \right) \right]} \quad (3.97)$$

Buradan genlik-faz modülasyon denklemleri şöyle elde edilir.

$$D_1 a = (-k_{1R} \cos \sigma T_1 - k_{2R} \sin \sigma T_1 - \mu a S_1) a \quad (3.98)$$

$$D_1 \theta = (-k_{1I} \cos \sigma T_1 - k_{2I} \sin \sigma T_1) - \mu a S_1 + k_{3I} \frac{1}{4} a^2 - f_1 \quad (3.99)$$

Bu durumda,

$$a = a_0 e^{-S_{1R} \mu t + \frac{1}{\sigma} (k_{1R} \cos \sigma T_1 - k_{2R} \sin \sigma T_1)} \quad (3.100)$$

elde edilmiştir.

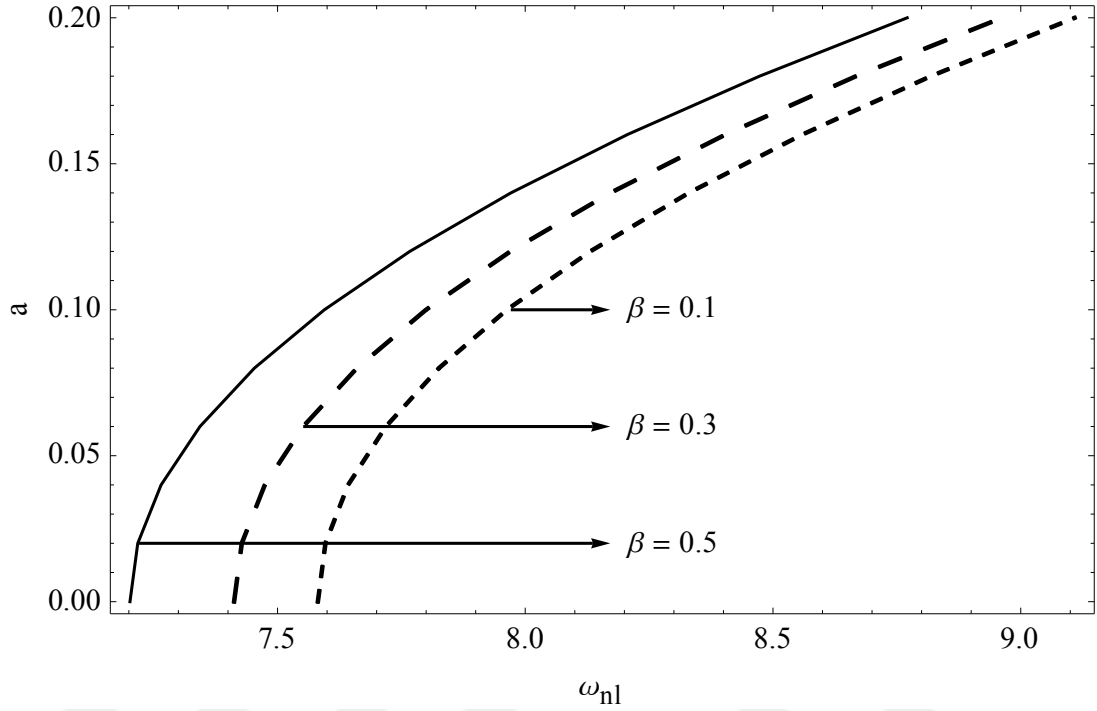
$|\cos \sigma T_1| \leq 1$ ve $|\sin \sigma T_1| \leq 1$ olduğu için zamana göre genlikler sınırlı durumdadır.

İncelediğimiz bu durum için kararsızlık durumu mevcut değildir. Sistem her zaman kararlıdır.

3.2.5. Sayısal Sonuçlar

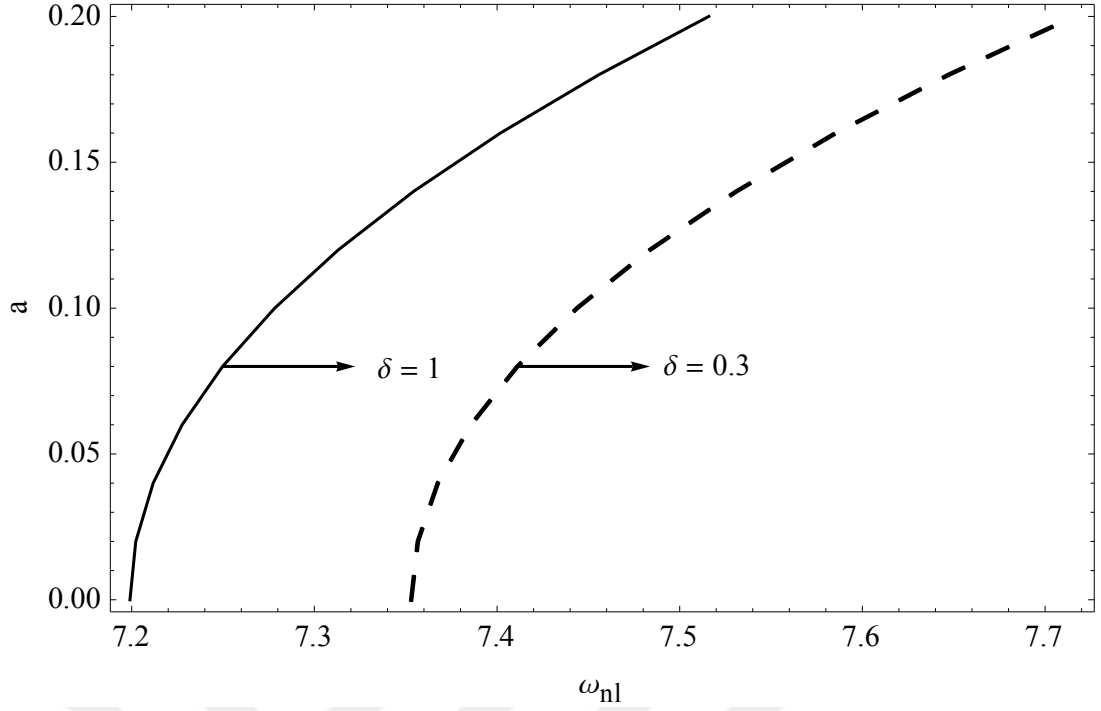
Bu bölümde, elektriksel zorlama kuvveti değişim frekansının iki katının ve akışkan hızı değişim frekansı sıfırdan, ω ' dan ve 2ω ' dan farklı olması durumunda oluşacak denklemin sayısal sonuçlarına yer verilmiştir.

Akışkanın hızına bağlı olarak, sistemin nonlinear doğal frekansına etki eden parametrelerin (kiriş esneklik katsayısı, doluluk oranı, kiriş içerisindeki akışkanın ortalama hızı, kiriş üzerindeki kütle ve yayın etkisi, akışkan hızının değişim genliği, akışkan ortalama hızı) sonuç grafikleri gösterilmiştir.



Şekil 25: Mikro kiriş doluluk oranına bağlı nonlinear doğal frekans – tepki grafiği
(1. mod, $v_f = 0.1$, $\Gamma = 0.053469$, $k = 10$, $x_s = 0.5$, $\alpha_2 = 1$, $F = 1$, $v_1 = 3$, $\delta = 1$, $\mu = 0$)

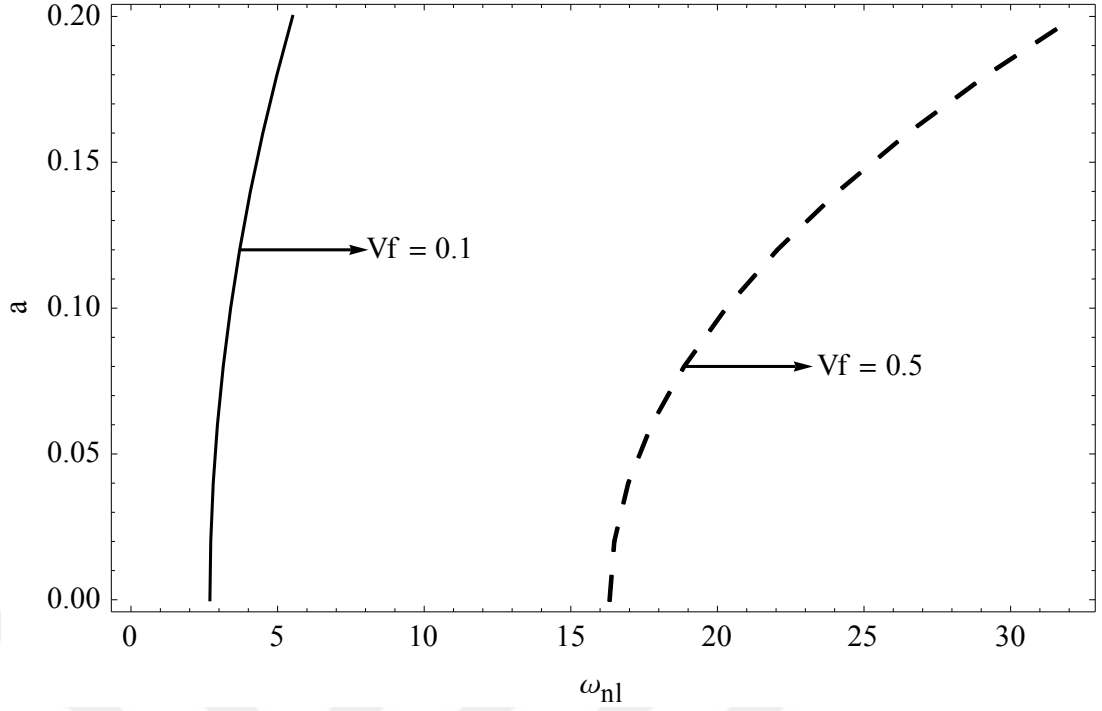
Şekil 25' de mikro kirişte, kirişin doluluk oranı (β) faktörünün değişiminin, birinci mod nonlinear doğal frekans-genlik eğrilerine etkisi görülmektedir. Şekilde, $v_0 = 0.5$ ortalama akışkan hızında, kirişlik katsayısının 0.1, lineer yay sabitinin 10, sistem üzerindeki kütlelerin değerinin 1 olduğu ve kiriş üzerindeki kütlelerin başlangıç noktasından 0.5 uzakta bulunduğu bir çelik mikro kirişe yer verilmiştir. Doluluk oranı arttıkça, nonlinear doğal frekans düşmektedir. Genliğin (a) artmasıyla, nonlinear frekans değerleri ve nonlinear terimlerin tabii frekansa katkısı artmaktadır.



Şekil 26: Mikro kiriş üzerindeki kütle oranına bağlı nonlineer doğal frekans – tepki grafiği

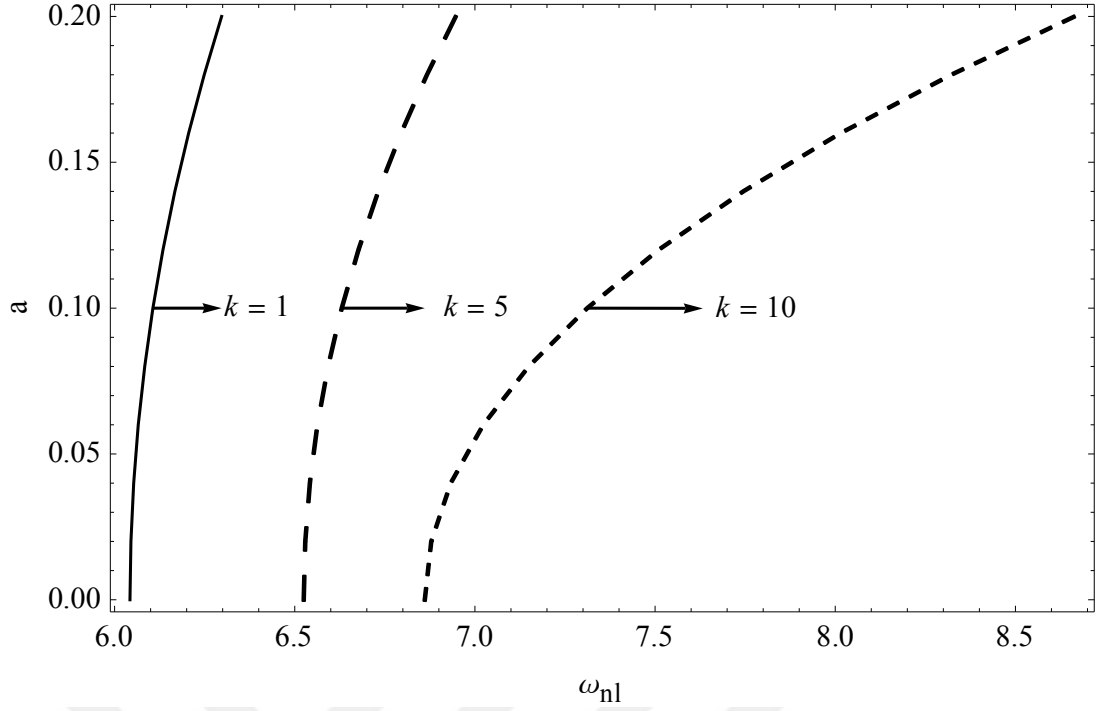
(1. mod, $v_f = 0.1, \Gamma = 0.053469, \beta = 0.5, k = 10, x_s = 0.5, \alpha_2 = 1, F = 1, v_1 = 3, \mu = 0$)

Şekil 26’ da mikro kirişte, kiriş üzerindeki kütle (δ) faktörünün değişiminin, birinci mod nonlineer doğal frekans-genlik eğrilerine etkisi görülmektedir. Şekilde, $v_0 = 0.5$ ortalama akışkan hızında, kirişlik katsayısının 0.1, lineer yay sabitinin 10, kiriş doluluk oranının 0.5 olduğu ve kiriş üzerindeki kütle başlangıç noktasından 0.5 uzakta bulunduğu bir çelik mikro kirişe yer verilmiştir. Kiriş üzerindeki kütle oranı arttıkça, nonlineer doğal frekans düşmektedir. Genliğin (a) artmasıyla, nonlineer frekans değerleri ve nonlineer terimlerin tabii frekansa katkısı artmaktadır.



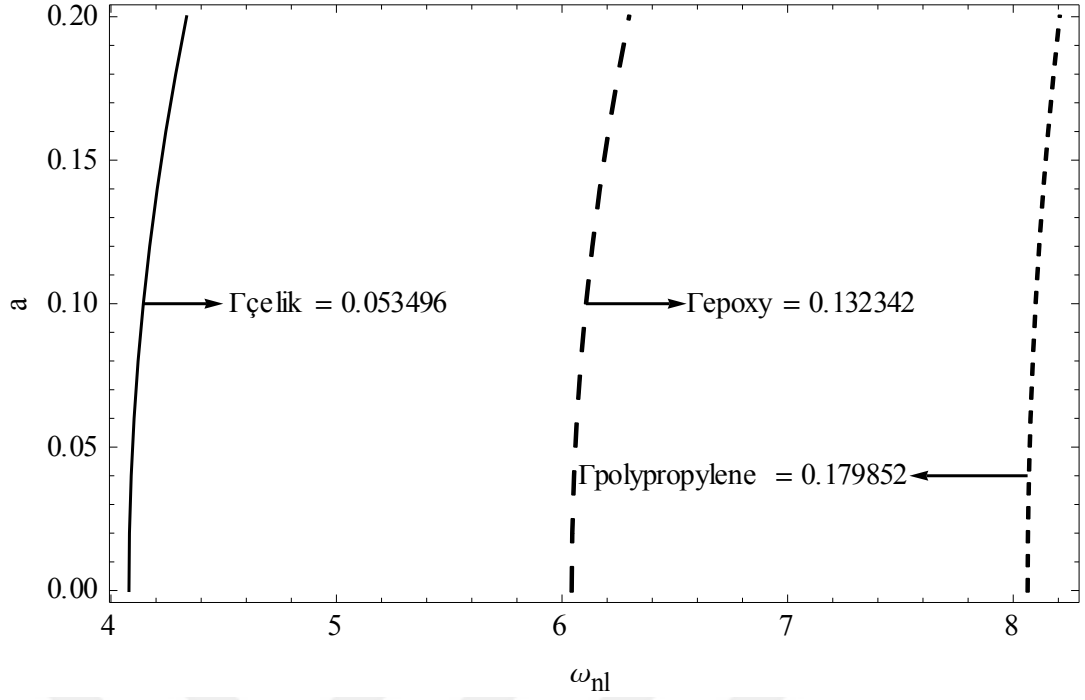
Şekil 27: Kirişlik oranına bağlı nonlinear doğal frekans – tepki grafiği
 (1. mod, $k = 10$, $\beta = 0.5$, $x_s = 0.5$, $\alpha_2 = 1$, $F = 1$, $\nu_1 = 3$, $\delta = 0.5$, $\mu = 0$)

Şekil 27’ de mikro kirişte, kirişlik katsayısı (ν_f) faktörünün değişiminin, birinci mod nonlinear doğal frekans-genlik eğrilerine etkisi görülmektedir. Şekilde, $\nu_0 = 0.5$ ortalama akışkan hızında, kiriş doluluk oranının 0.5, lineer yay sabitinin 10, sistem üzerindeki kütlenin değerinin 0.5 olduğu ve kiriş üzerindeki kütlenin başlangıç noktasından 0.5 uzakta bulunduğu bir çelik mikro kirişe yer verilmiştir. Kirişlik katsayısı arttıkça, nonlinear doğal frekans değerleri artmaktadır. Genliğin (a) artmasıyla, nonlinear frekans değerleri ve nolineer terimlerin tabii frekansa katkısı $\nu_f = 0.5$ ’de $\nu_f = 0.1$ ’e göre daha fazla olmaktadır.



Şekil 28: Lineer yay sabitine bağlı nonlinear doğal frekans – tepki grafiği
 (1. mod, $v_f = 0.1$, $\Gamma = 0.053469$, $\beta = 0.5$, $x_s = 0.5$, $\alpha_2 = 1$, $F = 1$, $v_1 = 3$, $\delta = 0.5$, $\mu = 0$)

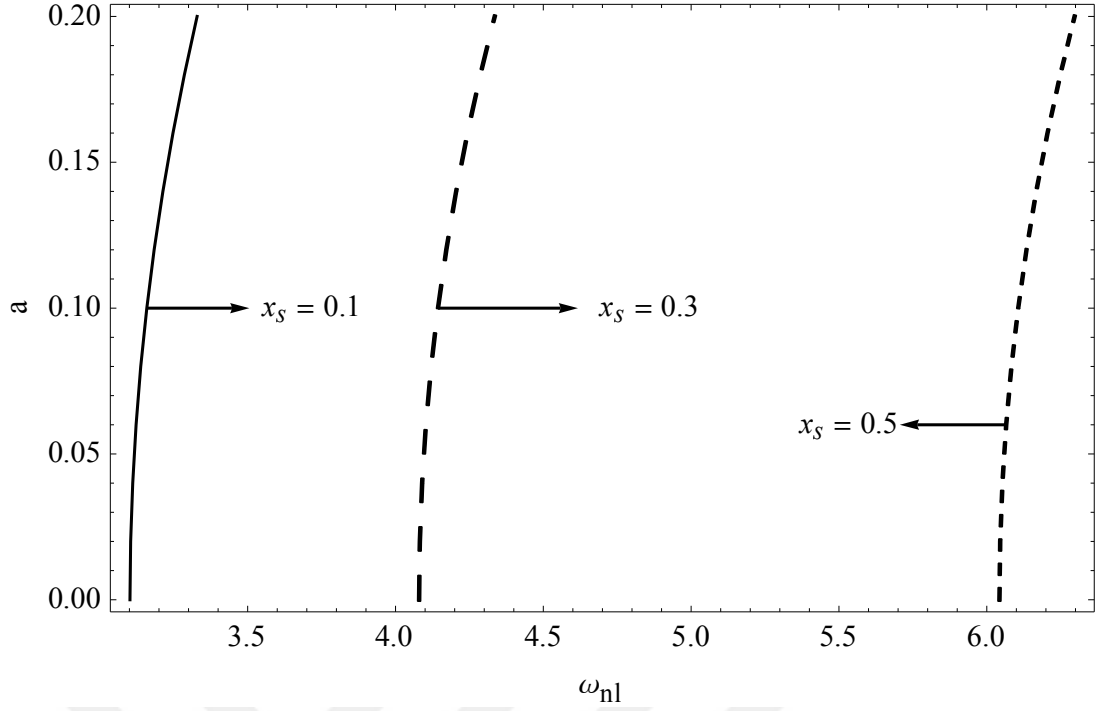
Şekil 28’ de mikro kirişte, lineer yay sabiti (k) faktörünün değişiminin, birinci mod nonlinear doğal frekans-genlik eğrilerine etkisi görülmektedir. Şekilde, $v_0 = 0.5$ ortalama akışkan hızında, kirişlik katsayısının 0.1, kiriş doluluk oranının 0.5, sistem üzerindeki kütlenin değerinin 0.5 olduğu ve kiriş üzerindeki kütlenin başlangıç noktasından 0.5 uzakta bulunduğu bir çelik mikro kirişe yer verilmiştir. Lineer yay sabiti arttıkça, nonlinear doğal frekans değerleri artmaktadır. Genliğin (a) artmasıyla, nonlinear frekans değerleri ve nonlinear terimlerin tabii frekansa katkısı giderek artmaktadır.



Şekil 29: Farklı malzemelerdeki mikro kırıñın mikro kırıñlık faktörüne bağlı frekans – tepki grafiği

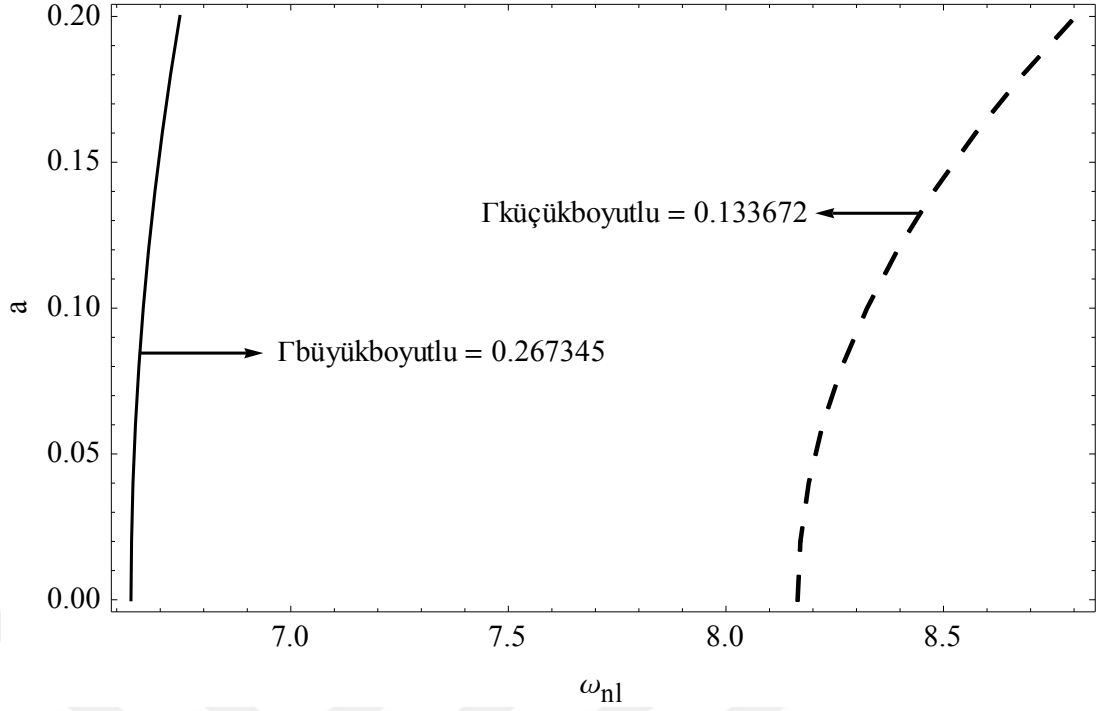
(1. mod, $v_f = 0.1, k = 1, \beta = 0.5, x_s = 0.5, \alpha_2 = 1, F = 1, v_1 = 3, \delta = 0.5, \mu = 0$)

Şekil 29’ da mikro kırıñte, farklı malzemelerdeki mikro kırıñların birinci mod nonlinear doğal frekans-genlik eğrilerine etkisi görölmektedir. Şekilde, $v_0 = 0.5$ ortalama akışkan hızında, kırıñlık katsayısının 0.1, lineer yay sabitinin 1, kırıñın doluluk oranının 0.5, kırıñ üzerinde bulunan kütleinin değerinin 0.5 olduğu ve kırıñ üzerindeki kütleinin başlangıç noktasından 0.5 uzakta bulunduğu çelik, polypropylene, epoxy malzemesinden yapılmış mikro kırıñlara yer verilmiştir. Her malzemenin kırıñlık oranı farklıdır. Mikro kırıñlık oranı arttıka, sistemin nonlinear doğal frekans değerleri artmaktadır. Genliğin (a) artmasıyla, nonlinear frekans değerleri ve nonlinear terimlerin tabii frekansa etkileri azalmaktadır.



Şekil 30: Akışkan hızına bağlı nonlinear doğal frekans – tepki grafiği
 (1. mod, $v_f = 0.1, \Gamma = 0.053469, k = 1, \beta = 0.5, \alpha_2 = 1, F = 1, v_1 = 3, \delta = 0.5, \mu = 0$)

Şekil 30’da mikro kirişte, kiriş üzerindeki mesnet durumlarına göre (x_s) genlik değişiminin birinci mod nonlinear doğal frekans-genlik eğrilerine etkisi görülmektedir. Şekilde $v_0 = 0.5$ ortalama akışkan hızında, kirişlik katsayısının 0.1, lineer yay sabitinin 1, kirişin doluluk oranının 0.5, kiriş üzerinde bulunan kütlenin değerinin 0.5 olduğu bir çelik mikro kirişe yer verilmiştir. Kütlenin başlangıçtaki sınır şartından uzaklığı arttıkça, sistemin nonlinear doğal frekansının arttığı görülmüştür. Genliğin (a) artmasıyla, nonlinear frekans değerleri ve nonlinear terimlerin tabii frekansa katkısı çok az da olsa artmaktadır.



Şekil 31: Kiriş üzerindeki mesnet durumlarına göre nonlineer doğal frekans – tepki grafiği (1. mod, $v_f = 0.1$, $k = 10$, $\beta = 0.5$, $\alpha_2 = 1$, $F = 1$, $v_1 = 3$, $\delta = 0.5$, $\mu = 0$)

Şekil 31’de mikro kirişte, iki farklı ölçüde tasarlanmış mikro kirişlerin birinci mod nonlineer doğal frekans-genlik eğrileri görülmektedir. Şekilde $v_0 = 0.5$ ortalama akışkan hızında, kirişlik katsayısının 0.1, lineer yay sabitinin 10, kirişin doluluk oranının 0.5, kiriş üzerinde bulunan kütleinin değerinin 0.5 olduğu ve kiriş üzerindeki kütleinin başlangıç noktasından 0.5 uzakta bulunduğu iki farklı tasarımlı çelik mikro kirişlere yer verilmiştir. Daha büyük tasarlanan mikro kirişlik katsayısı daha büyük olarak hesaplanmıştır. Kirişlerin boyutlarının oranı arttıkça, sistemin nonlineer doğal frekansı azalmaktadır. Genliğin (a) artmasıyla, nonlineer frekans değerleri ve nonlineer terimlerin tabii frekansa katkısı artmaktadır.

4.SONUÇ VE ÖNERİLER

Yapılan çalışma sonucunda kütle – yay sistemine sahip akışkan taşıyan bir mikro kirişte lineer ve lineer olmayan parametrelerin sistemin doğal frekansına etkileri incelenmiştir.

Lineer problemde akışkan taşıyan kirişin doluluk oranına, kütle değerine, lineer yay sabitine, kirişlik katsayısına göre akışkan hızına bağlı olarak doğal frekans grafikleri 1. mod için çizdirilmiştir. Doluluk oranın farklı değerlerinde, akışkan hızının başlangıç değerinde sistemin doğal frekanslarının aynı olduğu, akışkan hızının ve doluluk oranının artmasıyla frekans değerleri daha hızlı oranda düştüğü görülmüştür. Kütle arttıkça, akışkan hızına bağlı olarak frekans değerleri daha yavaş şekilde azaldığı, akışkan hızının başlangıç değerinde kütle artmasıyla, sistemin doğal frekans değerlerinin arttığı gözlemlenmiştir. Akışkan hızının başlangıç değerinde, lineer yay sabitinin artmasıyla sistemin doğal frekans değerlerinin arttığı, akışkan hızı arttıkça, doğal frekans değerlerinin düştüğü gözlemlenmiştir. Kirişlik ve buna bağlı olarak aynı oranda değişen mikro kirişlik katsayısının artması,, sistemin doğal frekans değerlerini arttırdığı, akışkan hızına bağlı olarak, kirişlik katsayısı azaldıkça, doğal frekans değerleri daha hızlı şekilde düştüğü gözlemlenmiştir. Kullanılan malzemenin mikro kirişlik katsayısı arttıkça, doğal frekans değerlerinin arttığı görülmüştür. Akışkan hızının başlangıç değerinde kütle yerinin mesnet bölgesine yakın olduğu yerlerde doğal frekansının daha düşük olduğu, kütle yerinin sistemin merkezine doğru ilerledikçe sistemin doğal frekansının arttığı gözlemlenmiştir. Daha küçük boyutta tasarlanan mikro kirişin mikro kirişlik katsayısı da daha küçük olarak bulunmuş olup, doğal frekans değeri daha yüksek olduğu gözlemlenmiştir.

Nonlineer durumda ise, üç farklı durum incelenmiştir. Temel parametrik rezonans durumu, akışkan hızı değişim frekansının (Ω_1) doğal frekansın iki katına (2ω) yakın olduğu durum ve akışkan hızı değişiminin (Ω_1) sifira yakın olduğu durumudur. Farklı sınır şartlarının farklı sistem parametrelerinin kararsızlık

bölgelerindeki etkileri araştırılmıştır. Doluluk oranı arttıkça, sistemin kararsızlık bölgesinin arttığı görülmüştür. Kiriş üzerinde bulunan kütlelerin oranı arttıkça, sistemin kararsızlık bölgesinin arttığı görülmüştür. Lineer yay sabiti arttıkça, sistemin kararsızlık bölgesinin azaldığı görülmüştür. Kirişlik oranı arttıkça, sistemin kararsızlık bölgesinin azaldığı görülmüştür. Genlik arttıkça, sistemin kararsızlık bölgesinin azaldığı görülmüştür. Farklı malzemelerdeki mikro kirişlik oranı arttıkça, sistemin kararsızlık bölgesinin azaldığı görülmüştür. Kütlelerin başlangıçtaki sınır şartından uzaklığı arttıkça, sistemin kararsızlık bölgesinin azaldığı görülmüştür. Kirişlerin boyutlarının oranı arttıkça, sistemin kararsızlık bölgesinin arttığı görülmüştür. Elektriksel alan kuvvetinin oranı arttıkça, sistemin nonlinear doğal frekansı azalmaktadır. Genliğin (a) artmasıyla, nonlinear frekans değerleri ve nonlinear terimlerin tabii frekansa katkısı artmaktadır. Sistemin kararsızlık bölgesinin arttığı görülmüştür. Kirişlik oranı arttıkça, sistemin doğal frekans değerleri artmıştır. Akışkan hızının artmasıyla sistemin frekans eğrileri kritik hız değerine kadar gözle gözlemlenemeyen bir kararsızlık bölgesine sahiptir. Kirişin doluluk oranı arttıkça, sistemin doğal frekans değerleri azalmıştır. Akışkan hızının artmasıyla sistemin frekans eğrileri kritik hız değerine kadar gözle gözlemlenemeyen bir kararsızlık bölgesine sahip olduğu görülmüştür. Lineer yay sabiti oranı arttıkça, sistemin doğal frekans değerleri artmıştır. Akışkan hızının artmasıyla sistemin frekans eğrileri kritik hız değerine kadar gözle gözlemlenemeyen bir kararsızlık bölgesine sahiptir. Sistemin, kritik hız değerinde kararsızlık bölgesinde genişlemeler gözlemlenmiştir. En düşük yay sabiti değerinde, kararsızlık bölgesi en dar olan durum olduğu görülmüştür. Kiriş üzerindeki kütlelerin oranı arttıkça, sistemin doğal frekans değerleri azalmaktadır. Akışkan hızının artmasıyla sistemin frekans eğrileri kritik hız değerine kadar gözle gözlemlenemeyen bir kararsızlık bölgesine sahiptir. Sistemin, kritik hız değerinde kararsızlık bölgesinde genişlemeler görülmektedir. Mikro kirişlik oranı arttıkça, sistemin doğal frekans değerleri artmaktadır. Akışkan hızının artmasıyla sistemin frekans eğrileri kritik hız değerine kadar gözle gözlemlenemeyen bir kararsızlık bölgesine sahip olduğu görülmüştür. Kütlelerin başlangıçtaki sınır şartından uzaklığı arttıkça, sistemin doğal frekans değerleri azalmaktadır. Akışkan hızının artmasıyla sistemin frekans eğrileri kritik hız değerine kadar gözle gözlemlenemeyen bir kararsızlık bölgesine sahiptir. Sistemin kritik hız değerinde kararsızlık bölgelerinde genişlemeler olmuştur.

Kuvvet arttıkça, kararsızlık bölgesi genişlememekte, bir miktar sola kaymaktadır.

Akışkan hızı değişiminin (Ω_1) '0' dan ve '2 ω ' dan uzak olduğu durumda ise, doluluk oranı arttıkça, nonlinear doğal frekans düştüğü görülmektedir. Nonlinear frekans değerleri ve nonlinear terimlerin tabii frekansa katkısı artmaktadır. Kiriş üzerindeki kütlelerin oranı arttıkça, nonlinear doğal frekans düştüğü görülmektedir. Nonlinear frekans değerleri ve nonlinear terimlerin tabii frekansa katkısı artmaktadır. Kirişlik katsayısı arttıkça, nonlinear doğal frekans değerlerinin arttığı, genliğin (a) artmasıyla, nonlinear frekans değerleri ve nonlinear terimlerin tabii frekansa katkısı görülmüştür. Lineer yay sabiti arttıkça, nonlinear doğal frekans değerlerinin arttığı görülmüştür. Genliğin (a) artmasıyla, nonlinear frekans değerleri ve nonlinear terimlerin tabii frekansa katkısı giderek arttığı gözlemlenmiştir. Mikro kirişlik oranı arttıkça, sistemin nonlinear doğal frekans değerlerinin arttığı, genliğin (a) artmasıyla, nonlinear frekans değerleri ve nonlinear terimlerin tabii frekansa etkilerinin azaldığı gözlemlenmiştir. Kütlelerin başlangıçtaki sınır şartından uzaklığı arttıkça, sistemin nonlinear doğal frekansının arttığı, genliğin (a) artmasıyla, nonlinear frekans değerleri ve nonlinear terimlerinin tabii frekansa katkısının çok az da olsa arttığı gözlemlenmiştir. Kirişlerin boyutlarının oranı arttıkça, sistemin nonlinear doğal frekansının azaldığı, genliğin (a) artmasıyla, nonlinear frekans değerleri ve nonlinear terimlerin tabii frekansa katkısının arttığı gözlemlenmiştir.

Akışkan hızı değişiminin (Ω_1) sifira yakın olduğu durumda ise, kararsızlık durumu mevcut değildir. Sistem her zaman kararlıdır.

Çalışmamız ileriki çalışmalara referans olabilecek bir çalışmadır. Çalışmanın devamı olarak,

1. Bu çalışmada ankastre – ankastre mesnet durumunu incelenmiştir. Farklı bir mesnet durumu için incelenebilir.

2. İdeal olmayan sınır şartları durumları altında incelenebilir.

3. İç rezonans durumu incelenebilir.

KAYNAKLAR

1. Park SK and Gao X-L (2006) Bernoulli–Euler Beam Model Based on a Modified Couple Stress Theory. *Journal of Micromechanics and Microengineering* 16: 2355–2359.
2. Öz HR and Evrensel CA (2002) Natural Frequencies of Tensioned Pipes Conveying Fluid and Carrying a Concentrated Mass. *Journal of Sound and Vibration* 250: 368–377.
3. Paidoussis MP, Grinevich E, Adamovic D and Semler C (2002) Linear and Nonlinear Dynamics of Cantilevered Cylinders in Axial Flow. Part 1 Physical Dynamics. *Journal of Fluids and Structures* 16: 691–713.
4. Paidoussis MP, Semler C, Wadham-Gagnon M and Saaid S (2007) Dynamics of Cantilevered Pipes Conveying Fluid. Part 2: Dynamics of the System with Intermediate Spring Support. *Journal of Fluids and Structures* 23: 569–587.
5. Kong SL, Zhou SJ, Nie ZF and Wang K (2008) The Size-Dependent Natural Frequency of Bernoulli–Euler MicroBeams. *International Journal of Engineering Science* 46: 427–437.
6. Değer G and Pakdemirli M (2010) Non-Linear Vibrations of a Micro Beam Resting on an Elastic Foundation: Primary Resonance. 1st International Symposium on Computing in Science & Engineering, Kus, adası, Aydın, Turkey, 3–5 June 2010.
7. Rinaldi S, Prabhakar S, Vengallatore S and Paidoussis MP (2010) Dynamics of Microscale Pipes Containing Internal Fluid Flow: Damping, Frequency Shift, and Stability. *Journal of Sound and Vibration* 329: 1081–1088.
8. Wang L (2010) Size-Dependent Vibration Characteristics of Fluid-Conveying Microtubes. *Journal of Fluids and Structures* 26: 675–684.
9. Wang L (2009) Vibration and Instability Analysis of Tubular Nano- and Micro-Beams Conveying Fluid Using Nonlocal Elastic Theory. *Physica E* 41: 1835–1840.

10. Xia W, Wang L and Yin L (2010) Nonlinear Non-Classical Microscale Beams: Static Bending, Postbuckling and Free Vibrations. *International Journal of Engineering Science* 48: 2044–2053.
11. Chen W, Li L and Xu M (2011) A Modified Couple Stress Model for Bending Analysis of Composite Laminated Beams with First Order Shear Deformation. *Composite Structures* 93: 2723–2732.
12. Rafiee M and Nezamabadi A (2011) Forced Oscillation of Simply-Supported Microbeams Considering Nonlinear Effects. *International Journal of Engineering & Applied Sciences (IJEAS)* 3: 27–41.
13. Ke L-L, Wang Y-S, Yang J and Kitipornchai S (2012) Free Vibration of Size-Dependent Mindlin Microplates Based on the Modified Couple Stress Theory. *Journal of Sound and Vibration* 331: 94–106.
14. Rafiee M, Shishehchi MR and Mareishi S (2011) Nonlinear Free and Forced Oscillations of Microbeams Using Modified Couple Stress Theory. ENOC 2011, 24–29 July 2011, Rome, Italy.
15. Mirramezani M and Mirdamadi HR (2012) The Effects of Knudsen-Dependent Flow Velocity on Vibrations of a Nano-Pipe Conveying Fluid. *Archive of Applied Mechanics* 82: 879–890.
16. Ni Q, Zhang ZL and Wang L (2011) Application of the Differential Transformation Method to Vibration Analysis of Pipes Conveying Fluid. *Applied Mathematics and Computation* 217: 7028–7038.
17. Roque CMC, Ferreira AJM and Reddy JN (2013) Analysis of Mindlin Micro Plates with a Modified Couple Stress Theory and a Meshless Method. *Applied Mathematical Modelling* 37: 4626–4633.
18. Wang L, Liu HT, Ni Q and Wu Y (2013b) Flexural Vibrations of Microscale Pipes Conveying Fluid by Considering the Size Effects of Micro-Flow and MicroStructure. *International Journal of Engineering Science* 71: 92–101.

19. Dai HL, Wang L, Qian Q and Ni Q (2013) Vortex-Induced Vibrations of Pipes Conveying Fluid in the Subcritical and Supercritical Regimes. *Journal of Fluids and Structures* 39: 322–334.
20. Wang L, Gan J and Ni Q (2013a) Natural Frequency Analysis of Fluid-Conveying Pipes in the ADINA System. *Journal of Physics: Conference Series* 448: 012014.
21. Ekici HO and Boyacı H (2007) Effects of Non-Linear Boundary Conditions on Vibrations of Microbeams. *Journal of Vibration and Control* 13: 1369–1378.
22. Tekin A, Özkaya E and Bağdatlı SM (2009) Three-To One Internal Resonances in Multi Stepped Beam Systems. *Applied Mathematics and Mechanics-English Edition* 30: 113–1142.
23. Özkaya E, Bağdatlı SM and Öz HR (2008) Non-Linear Transverse Vibrations and 3:1 Internal Resonances of a Beam with Multiple Supports. *Journal of Vibration and Acoustics* 130 article number: 021013.
24. Bağdatlı SM, Öz HR and Özkaya E (2011b) Non-Linear Transverse Vibrations And 3:1 Internal Resonances Of A Tensioned Beam On Multiple Supports. *Mathematical and Computational Applications* 16: 203–215.
25. Özhan BB and Pakdemirli M (2009) A general solution procedure for the forced vibrations of a continuous system with cubic nonlinearities: Primary resonance case. *Journal of Sound And Vibration* 325: 894–906.
26. Özhan BB and Pakdemirli M (2010) A general solution procedure for the forced vibrations of a system with cubic nonlinearities: Three-to-one internal resonances with external excitation. *Journal of Sound And Vibration* 329: 2603–2615.
27. Bağdatlı SM, Özkaya E and Öz HR (2013) Dynamics of Axially Accelerating Beams with Multiple Supports. *Nonlinear Dynamics* 74: 237–255.
28. Bağdatlı SM, Öz HR and Özkaya E (2011a) Dynamics of Axially Accelerating Beams with An Intermediate Support. *Journal Of Vibration And Acoustics Transactions Of The Asme* 133: article number: 031013.

29. Kural S and Özkaya E (2012) Vibrations of an Axially Accelerating, Multiple Supported Flexible Beam. *Structural Engineering and Mechanics* 44: 521–538
30. Yurddas, A, Özkaya E and Boyacı H (2012a) Nonlinear Vibrations of Axially Moving Multi-Supported Strings Having Non-Ideal Support Condition. *Nonlinear Dynamics*: 73: 1223–1244.
31. Yurddas, A, Özkaya E and Boyacı H (2012b) Nonlinear Vibrations and Stability Analysis of Axially Moving Strings Having Nonideal Mid-Support Conditions. *Journal of Vibration and Control* 20: 518–534.
32. Atcı, Duygu, and Süleyman Murat Bağdatlı. (2017) Vibrations of fluid conveying microbeams under non-ideal boundary conditions. *Microsystem Technologies* 23.10 4741-4752.
33. Atcı, Duygu, and Süleyman Murat Bağdatlı. (2017) Free vibrations of fluid conveying microbeams under non-ideal boundary conditions. *Steel and Composite Structures* 24.2. 141-149.
34. Kural, Saim. (2018) Investigation of 3: 1 and 2: 1 internal resonances in fluid conveying microbeam. *Tehnički glasnik* 12.1. 18-26.

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Emre ŞENOL

Doğum Yeri ve Yılı : Edremit, 1991

Medeni Hali : Bekar

Yabancı Dili : İngilizce

E-posta : emresenol@ogr.cbu.edu.tr

Eğitim Durumu

Lise: Çanakkale İbrahim Bodur Anadolu Lisesi, 2009

Lisans: Celal Bayar Üniversitesi, Makine Mühendisliği Bölümü, 2014

Mesleki Deneyim

Makine Mühendisleri Odası

Makine Mühendisi 2014-2015

Türk Standartları Enstitüsü

Makine Mühendisi 2015-2018