

**T.C.
MANİSA CELAL BAYAR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI
TERMODİNAMİK BİLİM DALI**

**GENELLEŞTİRİLMİŞ BİR NEWTONYEN AKIŞKANIN
ÖZELLİKLERİNİN ENTROPİ ÜRETİMİNE ETKİSİNİN
İNCELENMESİ**

Necmi GÜRKAN

**Danışman
Öğr. Üyesi Dr. Yiğit AKSOY**



MANİSA-2018

**Necmi
GÜRKAN**

**GENELLEŞTİRİLMİŞ BİR NEWTONYEN AKIŞKANIN ÖZELLİKLERİNİN ENTROPİ
ÜRETİMİNE ETKİSİNİN İNCELENMESİ**

2018

TEZ ONAYI

Necmi GÜRKAN tarafından hazırlanan "**Genelleştirilmiş Bir Newtonyen Akışkanın Özelliklerinin Entropi Üretimine Etkisinin İncelenmesi**" adlı tez çalışması 12/10/2018 tarihinde aşağıdaki jüri üyeleri önünde Manisa Celal Bayar Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü **Makine Mühendisliği Anabilim Dalı**'nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak başarı ile savunulmuştur.

Danışman

Öğr. Üyesi Dr. Yiğit AKSOY
Manisa Celal Bayar Üniversitesi

Jüri Üyesi

Prof. Dr. Yunus ÇERÇİ
Adnan Menderes Üniversitesi

Jüri Üyesi

Öğr. Üyesi Dr. Ali YURDDAŞ
Manisa Celal Bayar Üniversitesi

TAAHHÜTNAME

Bu tezin Celal Bayar Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makine Mühendisliği Bölümü'nde, akademik ve etik kurallara uygun olarak yazıldığını ve kullanılan tüm literatür bilgilerinin referans gösterilerek tezde yer aldığını beyan ederim.

Necmi GÜRKAN



İÇİNDEKİLER

	Sayfa
İÇİNDEKİLER	I
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	II
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	III
TEŞEKKÜR.....	IV
ÖZET.....	V
ABSTRACT	VI
1. GİRİŞ	1
2. GENEL BİLGİLER	5
2.1. Literatür Özeti	5
2.1.1. Tezin Amacı	7
2.2. Problemin Tanımı	8
3. MATERYAL VE YÖNTEMLER.....	9
3.1. Momentum Denklemi ve Hız Profili.....	9
3.2. Enerji Denklemi ve Sıcaklık Dağılımı	12
3.3. İkinci Yasa Analizi.....	19
3.4. Sayısal Çözümler	22
4. ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA	27
4.1. Hız Profili	27
4.2. Sıcaklık Dağılımı.....	28
4.3. Nusselt Sayısı	30
4.4. Entropi Üretimi.....	34
5. SONUÇ VE ÖNERİLER	41
5.1. Akışkan Hız ve Sıcaklık Değişimi	42
5.2. Nusselt Sayısı	43
5.3. İkinci Yasa Analizi.....	43
KAYNAKLAR	45
EKLER (Matlab Programı).....	48
ÖZGEÇMİŞ	55

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

<i>Be</i>	Bejan Sayısı
<i>Br</i>	Brinkman Sayısı
<i>c_p</i>	Özgül ısı
<i>c₁</i>	Newtonyen olmayan akışkan parametresi
<i>H</i>	Kanalın genişliği
<i>k</i>	Isıl iletkenlik katsayısı
<i>K</i>	Sabit viskozite katsayısı
<i>N</i>	Boyutsuz entropi üretimi
<i>Nu</i>	Nusselt Sayısı
<i>p</i>	Basınç
<i>Pe</i>	Péclet Sayısı
<i>Š</i>	Boyutlu entropi üretimi
<i>T</i>	Boyutsuz sıcaklık
<i>T_m</i>	Ortalama sıcaklık
<i>T_w</i>	Kanal duvarının sıcaklığı
<i>u</i>	x yönünde akışkanın hızı
<i>U</i>	Karakteristik hız
<i>u_c</i>	Maksimum hız
<i>u_m</i>	Ortalama akışkan hızı
<i>q''_w</i>	Isı akısı
<i>τ</i>	Kayma gerilmesi tensörü
<i>μ</i>	Viskozite
<i>γ̇</i>	Deformasyon hızı tensörü
<i>μ̄</i>	Genelleştirilmiş viskozite
<i>β</i>	Newtonyen olmayan akışkan parametresi
<i>ε</i>	Boyutsuz Newtonyen olmayan akışkan parametresi
<i>φ</i>	Viskoz ısı kayıp fonksiyonu
<i>η</i>	Düzeltilmiş Newtonyen viskozite
<i>Ω</i>	Boyutsuz ısı akısı

ŞEKİLLER DİZİNİ

	Sayfa
Şekil 2.1. Problemin temsili fiziksel akış geometrisi.....	8
Şekil 4.1. Akışkan hızının Newtonyen olmayan akışkan özelliği ile değişimi ve sayısal çözüm ile karşılaştırma.....	28
Şekil 4.2. Akışkan sıcaklığının Newtonyen olmayan akışkan özelliği ile değişimi.....	29
Şekil 4.3. Akışkan sıcaklığının Brinkman sayısı ile değişimi ve sayısal çözüm ile karşılaştırma.....	29
Şekil 4.4. Nusselt sayısının Powell-Eyring akışkan sabiti ile değişimi ve sayısal çözüm ile karşılaştırma ($Br=1$).....	30
Şekil 4.5. Nusselt sayısının farklı Powell-Eyring akışkan sabitlerinde Brinkman sayısı ile değişimi.....	31
Şekil 4.6. Newtonyen akışkan için Kritik Brinkman sayısı.....	32
Şekil 4.7. Nusselt-Brinkman değişiminde farklı Powell-Eyring akışkanlar için Kritik Brinkman sayıları.....	33
Şekil 4.8. Nusselt sayısının Brinkman sayısına göre değişiminde analitik ve sayısal çözümler ($\varepsilon =0.1$).....	33
Şekil 4.9. Nusselt sayısının Brinkman sayısına göre değişiminde analitik ve sayısal çözümler ($\varepsilon =0.1$).....	34
Şekil 4.10. Ortalama entropi üretiminin farklı ε sayıları için Brinkman sayısına göre değişimi.....	35
Şekil 4.11. Farklı Péclet sayıları için ε sayısının ortalama entropi üzerine etkisi	36
Şekil 4.12. Bejan sayısının farklı ε sayılarında Brinkman sayısına göre değişimi	36
Şekil 4.13. Bejan sayısının farklı Brinkman sayılarında Péclet sayısına göre değişimi.....	38
Şekil 4.14. Bejan sayısının Ω sayısına göre değişimi ($\varepsilon =0.1$, $Pé=1$, $Br=1$).....	38
Şekil 4.15. Toplam entropi üretimi analitik ve sayısal çözüm karşılaştırma ($Pé=1$, $\Omega=1$, $\varepsilon =0.1$).....	39
Şekil 4.16. Bejan sayısı analitik ve sayısal çözüm karşılaştırma ($Pé=1$, $\Omega=1$, $\varepsilon =0.1$).....	39

TEŞEKKÜR

Çalıőmamın her aőamasında bana destek olan, bilgi ve deneyimleri ile yol gösteren danışman hocam Sayın Öğr. Üyesi Dr. Yiğit AKSOY'a ve öğrenim hayatım boyunca beni maddi ve manevi olarak destekleyen ve hep yanımda olan aileme yürekten teşekkür ederim.

Necmi GÜRKAN
Manisa, 2018



ÖZET

Yüksek Lisans

Genelleştirilmiş Bir Newtonyen Akışkanın Özelliklerinin Entropi Üretimine Etkisinin İncelenmesi

Necmi GÜRKAN

Manisa Celal Bayar Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Öğretim Üyesi Dr. Yiğit AKSOY

Bu çalışmada genelleştirilmiş bir Newtonyen akışkan olan Powell-Eyring akışkanının düzlemsel bir kanal içindeki ısı transferli akışı incelenmiştir. Akışkan kanal geometrisi içerisinde basınç gradyeni ile hareket etmekte ve kanal yüzeylerinden sabit ısı akısına mağruzdur. Akış geometrisi iki boyutlu olsa da hidrodinamik olarak tam gelişmiş kabulü ile hız profili tek boyutlu alınmıştır. Bu kabuller altında akışkana ait hız ve sıcaklık profillerini veren momentum ve enerji denklemleri çıkarılmıştır. Enerji denkleminde yüzeylerden sabit ısı akısı olduğu için yatay yöndeki sıcaklık gradyeni dahil olmuştur. Ayrıca viskoz sürtünmeden dolayı ortaya çıkan ısınma ile ilgili terimler de enerji denklemine ilave edilmiştir. Lineer olmayan momentum denkleminin çözümü için Powell-Eyring akışkan parametresi küçük kabul edilerek bir perturbasyon tekniği kullanılmıştır. Bu çözüm kullanılarak enerji denkleminin doğrudan integrasyonu ile sıcaklık profilleri bulunmuştur. Perturbasyon çözümleri küçük parametre kabulünden dolayı yaklaşık ve sınırlı bir aralıkta geçerlidir. Bu çözümlerin doğrulanması için bir sayısal algoritma kullanılmıştır. Kullanılan sayısal çözücü başlangıç değer problemleri için değişken adımlı seviye 4 ve 5 Runge-Kutta-Fehlberg algoritmasını temel alır. Daha sonra doğruluğu onaylanan akışkan hız ve sıcaklık profillerinin yardımı ile akışkanın ortama hız ve sıcaklığı hesaplanmış ve bu ifadeler analitik olarak Nusselt sayısının çıkarılmasında kullanılmıştır. Bulunan Nusselt sayısının literatürde bulunan Newtonyen akışkana ait sürtünmesiz ve sürtünmeli tüm durumları sağladığı gösterilmiştir. Akış geometrisinde boşa harcanan enerji ile ilişkilendirilen entropi üretim miktarı ya da tersinmezlikler ikinci yasa analizi ile çalışılmıştır. Burada toplam entropi miktarı analitik ve sayısal olarak hesaplanmıştır. Sıcaklık farklarından dolayı gerçekleşen ısı transferi ve viskoz ısınmanın toplam entropi üretimi üzerindeki etkisi Bejan sayısı kullanılarak tartışılmış ve bütün analitik sonuçlar sayısal algoritma ile doğrulanmıştır.

Anahtar Kelimeler: (Entropi üretimi, Newtonyen olmayan akışkan, ısı transferi)

2018, 55 sayfa

ABSTRACT

M.Sc.

A Study on the Effects of a Generalized Newtonian Fluid's Characteristics on Entropy Production

Necmi GÜRKAN

**Manisa Celal Bayar University
Graduate School of Applied and Natural Sciences
Department of Mechanical Engineering**

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Yiğit AKSOY

In this study, the heat transfer flow of Powell-Eyring fluid, a generalized Newtonian fluid, in a planar channel was investigated. The fluid moves through the gradient of the pressure within the geometry of the channel and is exposed to constant heat flux from the channel surfaces. Even though the flow geometry is two-dimensional, the velocity profile is taken as one dimensional with the hydrodynamically fully developed acceptance. Under these assumptions, the momentum and energy equations giving the velocity and temperature profiles of the fluid were extracted. Since the energy equation has a constant heat flux from the surfaces, the temperature gradient is included in the vertical direction. In addition, the terms related to the heating due to viscous friction were added to the energy equation. For the solution of the nonlinear momentum equation, the Powell-Eyring fluid parameter was considered small and a perturbation technique was used. Using this solution, temperature profiles were found by direct integration of the energy equation. Perturbation solutions are valid in an approximate and limited range due to small parameter acceptance. A numerical algorithm was used to confirm these solutions. The numerical decoder is based on the variable step level 4 and 5 Runge-Kutta-Fehlberg algorithm for initial value problems. Then, with the help of the fluid velocity and temperature profiles, which were confirmed to be accurate, the velocity and temperature of the fluid to the medium were calculated and these expressions were used analytically to remove the Nusselt number. It has been shown that the Nusselt number provides all the frictionless and friction states of the Newtonian fluid found in the literature. The amount of entropy production or irreversibility associated with wasted energy in flow geometry has been studied with the second law analysis. The total amount of entropy was calculated analytically and numerically. The effect of heat transfer and viscous heating due to temperature differences on total entropy production was discussed using Bejan number and all analytical results were confirmed by numerical algorithm.

Keywords: **(Entropy generation, non-Newtonian fluid, heat transfer)**

2018, 55 pages

1. GİRİŞ

Günümüzde hâlen akışkanlar mekaniği problemlerinin büyük çoğunluğu Isaac Newton'ın öne sürdüğü kayma gerilmesi ve deformasyon arasındaki ilişkinin doğrusal olduğu akışkan kuralı çerçevesinde ele alınır. Bu kurala uyan akışkanlara Newtonyen akışkan denirken, doğrusal olmayan davranış gösteren akışkanlar veya akma davranışı gösteren maddeler araştırmacılar tarafından Newtonyen olmayan akışkan olarak isimlendirilmiştir. Doğrusal bir değişimin matematiksel tanımı tek iken, doğrusal olmayan durumlar için böyle bir şey söz konusu değildir. Benzer şekilde Newtonyen olmayan akışkanlar için de oldukça fazla ampirik formül bulunmaktadır. Akışkan davranışını modelleyen ampirik formüller kayma gerilmesi ve deformasyon hızı arasındaki ilişkiyi tanımlar. Newtonyen akışkanlarda bu ilişki aşağı denklem üzerinde açıklanabilir [1].

$$\tau = \mu \dot{\gamma} \quad (1.1)$$

Burada τ çok küçük bir akışkan hacmine etki eden kayma gerilmesi tensörü, $\dot{\gamma}$ ise birim uzama hızlarını içeren deformasyon hızı tensörüdür. Aralarındaki ilişki, μ viskozite sabit olmak üzere doğrusaldır. Viskozite akışkanın harekete gösterdiği direnç olmakla birlikte, Newtonyen bir akışkanda kayma gerilmesi veya deformasyon hızı ne ölçüde değişirse değişsin viskozite değişmemelidir. Oysaki başta biyolojik sıvılar olmak üzere çoğu akışkanda değişken viskozite gözlemlenir. Kayma gerilmesinin veya deformasyon hızlarının değiştiği bir durumda akışkan ilk viskozitesine sahip olmayabilir. Örneğin bir süredir kullanılmayan bir duvar boyası kolayca uygulanabilmesi için kullanılmadan önce karıştırılır ve daha akıcı hale getirilir. Buna benzer tam tersi durumlarda söz konusu olabilir. Mısır nişastası su solüsyonunu elimizde kuvvet uygulayarak hamur haline getirebiliriz. Fakat elimizden bırakıp kendi ağırlığına maruz bıraktığımızda hamur hızlıca eriyip tekrar akışkan halini alacaktır. Dikkat edilirse her iki durumda da maddelerin akışkanlığı üzerlerine uygulanan gerilmelere göre değişmektedir. Diş macunu gibi, artan kayma gerilmesi ya da deformasyon hızlarında akışkanın viskozitesi azalıp daha akıcı hale geliyorsa bu tarz akışkanlara incelen “*shear thinning*” akışkan denir. Mısır nişastası su solüsyonu ise artarak uygulanan kayma gerilmesi altında git gide akıcılığını kaybeden kabaran “*shear thickening*” akışkan olarak kabul edilir. Her iki durumda

da viskozite uygulanan kayma gerilmesi sonucu değişen deformasyon hızlarına bağlı olarak değişmektedir. Öyleyse sabit olan Newtonyen viskozite deformasyon hızının fonksiyonu olacak daha genel bir şekilde, $\mu = \mu(\dot{\gamma})$ yazılırsa “Genelleştirilmiş Newtonyen Akışkan” için bünye denklemi elde edilir [2].

$$\tau = \mu|\dot{\gamma}| \dot{\gamma} \quad (1.2)$$

$\mu(\dot{\gamma})$ ifadesine görünür viskozite demek üzere, Newtonyen olmayan akışkanların birçoğu yukarıdaki bünye denklemi altında sınıflandırılabilir. En yaygın olarak kullanılan Newtonyen olmayan akışkan modeli power-law ya da Ostwald-de Waele akışkanıdır. Power-law akışkanı için kayma gerilmesi ve deformasyon hızı arasındaki ilişki aşağıdaki görünür viskozite ifadesi kullanılarak bulunabilir [3]:

$$\mu(\dot{\gamma}) = K|\dot{\gamma}|^{n-1} \quad (1.3)$$

Burada K sabit viskozite katsayısı, n power-law indeksi ve $|\dot{\gamma}|$, deformasyon tensörünün şiddetidir. $n = 1$ için Denklem (1.3) Newtonyen akışkanların sabit viskozitesine dönüşür. Bununla beraber çoğu durumda K sıcaklığın fonksiyonu iken n genellikle sıcaklık ile değişmez. Denklem (1.3) artan deformasyon hızlarında, $n < 1$ için incelen akışkanları, $n > 1$ için ise kabaran akışkanları sağlar. Power-law akışkan modeli her ne kadar Newtonyen olmayan akışkanların davranışlarını tahmin etmede başarılı gözükse de limit viskozite değerlerini sağlama konusunda başarısızdır [4]. Limit viskoziteler, akışkanın deformasyon hızının limit $\dot{\gamma} \approx 0$ ve $\dot{\gamma} \rightarrow \infty$ değerlerinde, sırasıyla $\mu_0 = \mu(0)$ ve $\mu_\infty = \mu(\infty)$ olan sabit viskoziteleridir. Dikkat edilirse limit viskoziteler, incelen akışkanlar $n < 1$ için $\mu_0 = \infty$ ve $\mu_\infty = 0$ ve kabaran akışkanlar $n > 1$ için $\mu_0 = 0$ ve $\mu_\infty = \infty$ dur. Halbuki gerçekte hiçbir akışkanın viskozitesi limit deformasyon hızlarında bile ne sıfır ne de sonsuz bir değer alır. Bu sebeple power-law modeli Newtonyen olmayan akışkanlar için limit deformasyon hızları arasındaki bölgeyi sağlamakla beraber, uç noktadaki değerlerin tahmininde başarısızdır. Power-law akışkan modelindeki bu kısıdı giderebilmek için çok çeşitli akışkan modelleri geliştirilmiştir. Bu modellerden en başarılılarından biri power-law viskozite aralığının dışında da iyi sonuçlar veren Cross akışkan modelidir [5].

$$\mu(\dot{\gamma}) = \mu_{\infty} + \frac{\mu_0 - \mu_{\infty}}{1 + (K|\dot{\gamma}|)^m} \quad (1.4)$$

Burada power-law akışkanından farklı olarak modele μ_0 ve μ_{∞} parametreleri dahil olmuştur. Dolayısıyla akışkanın yapısındaki karmaşıklık daha genel ifadeler ile matematiksel formüllere taşınmıştır. Araştırmacılar Cross akışkan modeline benzer şekilde oldukça fazla parametre içeren modelleri çeşitli tipteki akışkanlar için geliştirmişlerdir. Bunlardan en önemlileri Carreau, Carreau-Yassuda, Williamson ve Philippoff modelleridir [6, 7, 8, 9]. Bu modellerin birçoğu göreceli olarak oldukça karmaşık ve parametrik tayinleri zordur. Çoğu Newtonyen olmayan incelen akışkanda yüksek deformasyon hızlarında $\mu_0 \gg \mu_{\infty}$ ve $K|\dot{\gamma}| \gg 1$ olduğundan Cross akışkanının basitleştirilmiş hali olan Sisko modeli [10]:

$$\mu(\dot{\gamma}) = \mu_{\infty} + \frac{\mu_0}{(K|\dot{\gamma}|)^m} \quad (1.5)$$

şeklinde verilir. Sisko akışkan modeli günlük hayatımızda karşılaştığımız çoğu emülsiyonların ve süspansiyonların 0.1 ile 1000 s⁻¹ arasında deformasyon hızlarına sahip akışkanları oldukça başarılı bir şekilde tahmin eder.

Newtonyen olmayan akışkanlar için power-law tipi fonksiyona sahip “Genelleştirilmiş Newtonyen Akışkan” modellerine ilave olarak üstel yapıya sahip akışkan modelleri geliştirilmiştir. Bu çalışma kapsamında ele alınacak akışkan bu yapıya sahip Powell-Eyring modeline sahip olacaktır [11, 12, 13]:

$$\mu(\dot{\gamma}) = \bar{\mu} + \frac{1}{\beta|\dot{\gamma}|} \operatorname{arcsinh}\left(\frac{1}{c_1}|\dot{\gamma}|\right) \quad (1.6)$$

Burada $\bar{\mu}$, β ve c_1 akışkan parametreleridir. Powell-Eyring akışkan modeli önceki ampirik formüllerin aksine gazların kinetik teorisinden elde edilmiş ve limit viskozite değerlerinde doğrusal davranışı başarı ile yakalamaktadır [14]. Hava çoğunlukla Newtonyen akışkan kabul edilse de gerçekte yüksek deformasyon hızlarında hiçbir akışkanın viskozitesi sabit kalmaz. Yüksek hızlı akışın aerodinamiğinde özellikle yüksek $Mach \approx 0.9$ civarından itibaren havanın viskozitesi ihmal edilemeyecek seviyede azalır, dolayısıyla Newtonyen model

gerçekçi sonuçlar sunamaz. Bu durumda Powell-Eyring akışkan modeli kullanmak daha sağlıklı sonuçlar verecektir. Ayrıca power-law akışkanı ve Newtonyen akışkan modellerinde moleküler düzeyde bilgi olmamasına rağmen, Powell-Eyring akışkanında c_1 parametresi ile limit viskozite değerlerinden power-law bölgesine geçiş kontrol edilmesi moleküler ağırlık ile ilişkilendirilir.

En temelde Newtonyen olmayan akışkan denildiği zaman değişken viskozitenin üzerinde durulur. Buraya kadar bahsedilenler dikkate alındığında bu değişimin sadece kayma gerilmesi veya bunun sonucu olan deformasyon hızına bağlı olduğu sonucu çıkarılmamalıdır. Newtonyen olmayan akışkanlara ait Newtonyen akışkanların sahip olmadığı özellikler sadece bu grup altında toplanamaz. Özellikle bazı Newtonyen olmayan akışkanlarda viskozite zamanla azalır, bu tip davranış incelen akışkan tarifi ile karıştırılmamalıdır ki burada zamana göre bir değişim söz konusudur. Bu tür akışkanlara tiksotropik akışkan denir. Zaman kavramının materyal hafızası olarak dahil olduğu modellere sahip Newtonyen olmayan akışkanlara da viskoelastik akışkan denir. Bu akışkanın deforme olmasına neden olan etki ortadan kalktığında akışkan ilk durumuna geri döner. Ayrıca dış kuvvet ortadan kalktığında Newtonyen ve genelleştirilmiş Newtonyen akışkanlarda olduğu gibi iç gerilmeler bir anda ortadan kalkmaz, yok olması için belirli bir zaman geçmesi gerekir. Diğer bir Newtonyen olmayan özellik ise deformasyon yönünde olmayan normal gerilmelerin akış sırasında oluşmasıdır. Bu tarz gerilmeler Newtonyen olmayan bir akışkanın (mısır nişastası-su karışımı) karıştırıcı çubuk üzerine tutunup tırmanmasına yol açar. Halbuki Newtonyen akışkan karıştırıcıdan uzaklaşıp parabolik bir profil oluşturur ve kütlelerin korunumu gereği kaptaki yüksekliği artar. Buraya kadar birkaç Newtonyen olmayan özellik açıklanmıştır. Bu özelliklerden bir veya birkaçı aynı anda bir akışkanda olabilir. Örneğin bir akışkan hem normal gerilmelere sahip hem de power-law etkileri içerebilir [15].

2. GENEL BİLGİLER

2.1. Literatür Özeti

Newtonyen akışkanlara ait yapılan ilk çalışmalar gözlemlenen Newtonyen dışı davranışları sağlayan ampirik formüller üretmek ve çeşitli akışkanların bu matematiksel ifadelerle sağlatılmasıydı. Daha sonra sürekli ortamlar ve istatistiksel mekaniğin kullanımı sayesinde çok daha karmaşık ama gerçeğe daha yakın teoriler geliştirildi. Ne yazık ki bu üst seviye teorilerin doğrulanması deneysel çalışmalar hariç günümüzün bilgisayarlarında bile oldukça zordur. Bu tarz problemlerin çözümleri ile ilgilenen ticari yazılımlar Newtonyen olmayan akışkanlar konusunda henüz işin başındadır. Newtonyen akışkanların hareket denklemleri olan meşhur Navier-Stokes denklemleri en basit Newtonyen olmayan akışkanınkilere göre daha kolaydır. Fakat ne yazık ki Navier-Stokes denklemlerinin henüz çözümleri bulunamamıştır. Dolayısıyla Newtonyen akışkanlarda daha önce çalışılmış konular, Newtonyen olmayan akışkanlarda da teorik olarak incelenmeli ve bünye denklemlerinin Newtonyen teoriyi sağladığı şekilde doğruluğu gösterilmelidir. Öncelikle bizim çalışmamıza hem temel teşkil edecek hem de doğrulama konusunda referans olarak faydalanacağımız çalışmaları şöyle sıralayabiliriz. Aydın ve Avcı Newtonyen bir akışkanın kanal içinde laminer, tam gelişmiş ve gelişmekte olan akışını çeşitli ısı sınır koşulları altında incelemiştir [16]. Yapılan analizlere viskoz sürtünmenin yol açtığı ısınmayı da dahil ederek Brinkman sayısını içeren Nusselt sayılarını hesaplamışlardır. Yine aynı yazarlar tarafından aynı çalışma bu sefer mikro-kanal akışına genişletilmiştir [17]. Akış mikro düzeyde olduğu için kanal duvarlarında kaymama şartının aksine akışkan hareket etmektedir. Benzer şekilde paralel plaka arasındaki yüzeylerden farklı ısı akılarına maruz bir Newtonyen akış sınırlarda ikinci derece bir kayma modeli ile Kushawa ve Sahu tarafından incelenmiştir [18]. Mondal ve Mukherje alt taraf sabit ve tarafın hareketli olduğu plakaların arasındaki Newtonyen bir akışı yüzeylerden olan farklı ısı akılarının altında incelemiştir [19]. Mobedi ve ark. Newtonyen bir akışkanın anizotropik gözenekli bir ortamda ısı transfer etkileri altında akışını çalışmışlardır [20]. Bu çalışmada kullanılan enerji denkleminde gözenekli ortam ile ilgili doğrusal olmayan ifadeler bulunmaktadır. Darcy gözenekli ortamında ısı akılarına maruz akış problemi Hung ve Tso tarafından viskoz sürtünme etkileri de göz önüne alarak incelenmiştir

[21]. Darcy gözenekli sürekli ortam modelinden daha karmaşık yapıdaki Forcheimmer modelinin kullanıldığı kanal içi akış problemine ait detaylı ısı transferi analizinin analitik sonuçları Hooman tarafından bulunmuştur [22]. Aynı yazar tarafından mikro ölçekteki bir kanal akışında farklı termal koşullar altında kayma hızı, viskoz ısınma ve kanal geometrisinin entropi üretimi üzerindeki etkileri incelenmiştir [23]. Mahmud ve Fraser tarafından gözenekli bir ortamda gerçekleşen akışta meydana gelen entropi üretimi incelenmiştir [24]. Dehghan ve ark. tarafından sıcaklığa bağımlı ısı iletim katsayılı bir akışkanın momentum ve enerji denklemlerinin çözümleri perturbasyon teknikleri ile bulunmuştur [25].

Benzer çalışmalar literatürde Newtonyen olmayan akışkanlar için de bulunabilir. Chen ve Tso simetrik ısı akısına maruz power-law akışkanının gözenekli bir ortamda kanal içi akışının sayısal çözümlerini bulmuşlardır [26]. Tso ve ark. power-law akışkanının bir kanal akışı için hem incelen hem de kabaran durumları için ayrı ayrı Nusselt sayısı ifadelerini analitik olarak bulmuşlardır [27]. Aynı problem bu sefer üst yüzeyin hareketli olduğu bir kanal akışında Chan ve ark. tarafından çalışılmıştır [28]. Üst yüzeyin hareketinden dolayı hız profili simetrik olamayacağından maksimum hız kanalın orta noktasında oluşmaz. Bu durum power-law akışkanının analitik çözümlerinde sıkıntıya yol açacağından çözüm bölgesi iki parçaya ayrılarak çözümler oluşturulmuştur. Haro ve ark. bir kanal içinde asimetric olarak soğutulan power-law akışında gerçekleşen entropi üretimini incelemişlerdir [29]. Bayazitoğlu ve ark. Bingham akışkanının doğal taşınım ve basınç gradyeni etkisi altında akışını incelemişlerdir [30]. Bu durumda doğal taşınım gereği momentum denkleminde sıcaklık terimi dahil olmuştur. Davaa ve ark. geliştirilmiş bir power-law akışkan modelinin incelen ve kabaran akışkanlar için alt yüzeyin hareketli olduğu bir kanal içindeki akışını incelemişlerdir [31]. Shojaeian ve Koşar çeperlerden ısı akısına maruz viskozitesi sıcaklığın bir fonksiyonu olan bir power-law akışkanının mikro-kanal düzeyinde akışını incelemişlerdir [32]. Kanal geometrisi parametrize edilmiş ve çözümler hem dairesel hem de dikdörtgen için kesit için geçerlidir. Aynı yazarlar tarafından ayrıca yüzeylerden sabit ısı akısına ve sabit sıcaklığa maruz bir Newtonyen olmayan akışta gerçekleşen entropi üretimi incelenmiştir [33]. Aksoy, üst yüzeyden ısı akısına alt yüzeyden de yalıtılmış bir kanal içinde Newtonyen olmayan bir akışta akışkan parametrelerinin entropi üretimine olan etkisini incelemiştir [34].

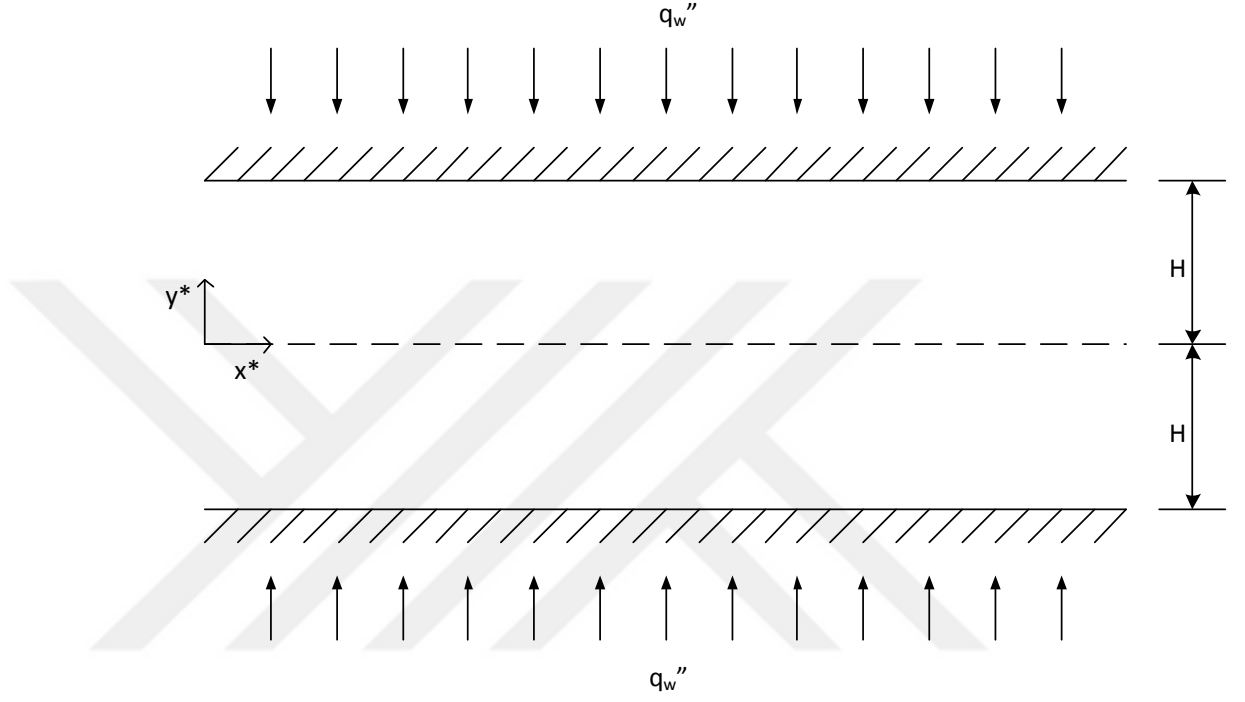
Bu çalışmada Powell-Eyring tipindeki Newtonyen olmayan bir akışkanın paralel plakalar arasında basınç gradyeni etkisindeki akışı incelenecektir. Akış, kararlı, laminar, tam gelişmiş ve plaka yüzeylerinden simetrik ısı akısına maruzdur. Bu kabuller altında akışa ait momentum denklemi boyutsuzlaştırıldıktan sonra analitik olarak çözülecek ve hız profili elde edilecektir. Bulunan hız profilleri viskoz ısınma etkilerini içeren boyutsuz enerji denkleminde kullanılarak kanal içindeki akışkanın sıcaklık dağılımı bulunacaktır. Sıcaklık dağılımı ve hız profili bu akış tipi için geçerli olan Nusselt sayısının analitik ifadesini bulmakta kullanılacaktır. Ayrıca kanal içindeki düzensizliğin bir ölçüsü olarak entropi üretimi ikinci yasa analizi ile incelenecek ve akış parametrelerine göre değişimi grafikler vasıtası ile tartışılacaktır. Bu çalışmada ortaya çıkan lineer olmayan diferansiyel denklemleri çözmek için küçük parametre kabulüne dayanan pertorbasyon metotları kullanılacaktır. Newtonyen olmayan etkilerin küçük parametre olduğu kabulü ile bulunan yaklaşık yarı-analitik çözümler, Newtonyen akışkan modeli ile uyumlu olmakla birlikte özel bir sayısal yöntem algoritmasının sonuçları ile kontrol edilmiştir. Beklenildiği üzere pertorbasyon sonuçlarında, sayısal çözümler ile karşılaştırıldığında Newtonyen olmayan etkilerin küçük olduğu durumlarda yüksek hassasiyette doğruluk elde edilmiştir.

2.1.1. Tezin Amacı

Bu çalışmada, kanal içerisinden akan “Genelleştirilmiş Newtonyen Akışkan” modelinin analitik ve sayısal çözümleri yapılarak, grafikler vasıtası ile karşılaştırılarak sistemdeki entropi üretimi incelenmiştir. Grafikler değişik parametrelere göre çizdirilerek ve sayısal değerler ile desteklenerek en az entropiye sahip sistem koşulları belirtilmiştir. Yapılan bu analizler ile çok az bilgiye sahip olduğumuz Newtonyen olmayan akışkanların davranışları hakkında açıklamalarda bulunularak teorik ve pratik alandaki çalışmalara yardımcı olmak amaçlanmıştır.

2.2. Problemin Tanımı

Çalışmamızda ele aldığımız problemin şekli aşağıdaki gibidir:



Şekil 2.1. Problemin temsili fiziksel akış geometrisi

Ele alınan akış geometrisi Şekil (2.1)' de verilmiştir. Akış, yüzeylerden q_w'' simetrik ısı akısına maruz $2H$ genişliğinde kanal içinde gerçekleşmektedir. Eksen takımı kanal ortasına yerleştirilmiş olup yatay ve düşey eksen sırasıyla x^* ve y^* 'dir. Detaylı bir ısı transferi ve ikinci yasa analizi için Powell-Eyring akışkanın bu akış geometrisini ifade eden momentum ve enerji denklemi çıkarıldıktan sonra analitik ve sayısal olarak çözülecektir.

3. MATERYAL VE YÖNTEMLER

3.1. Momentum Denklemi ve Hız Profili

Kararlı bir akışta, sadece dış kuvvet olarak basınç gradyeni etki eden çok küçük bir akışkan parçacığına Newton' un ikinci yasası uygulanırsa kayma gerilmeleri cinsinden x yönünde momentum denklemi aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\frac{d}{dy^*} \tau_{yx} + \frac{dp}{dx^*} = 0 \quad (3.1)$$

Burada τ_{yx} akışkan parçacığına etki eden, y^* eksenine dik x^* yönündeki kayma gerilmesi ve $\frac{dp}{dx^*}$ ise negatif basınç gradyenidir. Kayma gerilmeleri viskoz akışkan modeline göre değişmekle birlikte, Powell-Eyring akışkan için gerilmeler bünye denklemi olan Denklem (1.3)' den hesaplanabilir. Denklem (1.3)' de yer alan birim uzama ya da deformasyon hızı tensörü $\dot{\gamma}$, hız vektörü cinsinden:

$$\dot{\gamma} = \nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T \quad (3.2)$$

şeklinde hesaplanır. Burada \mathbf{e}_1 ve \mathbf{e}_2 , x^* ve y^* yönündeki birim vektörler olmak üzere $\mathbf{u} = u^* \mathbf{e}_1 + v^* \mathbf{e}_2$ ve $\nabla = \mathbf{e}_1 \frac{\partial}{\partial x^*} + \mathbf{e}_2 \frac{\partial}{\partial y^*}$ ' dir. Skaler bir büyük olan deformasyon hız tensörünün şiddeti ise:

$$|\dot{\gamma}| = \sqrt{\frac{1}{2} tr(\dot{\gamma} \cdot \dot{\gamma})} \quad (3.3)$$

şeklinde hesaplanır. Burada tr operatörü $\dot{\gamma} \cdot \dot{\gamma}$ tensörünün diyagonal elemanlarının toplamıdır. Düşük deformasyon hızları için $|\dot{\gamma}| \ll 1$ olduğuna göre:

$$arcsinh\left(\frac{1}{c_1} |\dot{\gamma}|\right) \approx \frac{|\dot{\gamma}|}{c_1} - \frac{|\dot{\gamma}|^3}{6c_1^3} \quad (3.4)$$

olarak Taylor serisinden hesaplanabilir. Akış hidrodinamik olarak tam gelişmiş ise akışkan hızının kanal boyunca değişimi olmamaktadır, kısaca $u^* = u^*(y^*)$ ve $v^* = 0$ 'dır. Bu kabuller altında akışkan parçacığına etki eden kayma gerilmesi τ_{yx} aşağıdaki şekilde hesaplanabilir.

$$\tau_{yx} = \left(\bar{\mu} + \frac{1}{\beta c_1} \right) \frac{du^*}{dy^*} - \frac{1}{6\beta c_1^3} \left(\frac{du^*}{dy^*} \right)^3 \quad (3.5)$$

Bu ifade Denklem (3.1)'de yerine konursa Powell-Eyring akışkanı için geçerli x^* yönündeki momentum denklemi elde edilir.

$$\frac{d}{dy^*} \left(\eta \frac{du^*}{dy^*} - \frac{1}{6\beta c_1^3} \left(\frac{du^*}{dy^*} \right)^3 \right) + \frac{dp}{dx^*} = 0 \quad (3.6)$$

Burada $\eta = \bar{\mu} + \frac{1}{\beta c_1}$ olarak düzeltilmiş Newtonyen viskozite olarak tanımlanmıştır. Yukarıdaki denklem için sınır şartları, katı yüzeylerde kaymama ve simetrik akış dolayısıyla orijinde maksimum hız olarak:

$$u^*(H) = 0 \text{ ve } \frac{du^*}{dy^*}(0) = 0 \quad (3.7)$$

şeklinde yazılabilir. Momentum denklemi ve sınır şartlarındaki hız ve uzunluklar, karakteristik hız U ve kanal yüksekliğinin yarısı H ile boyutsuzlaştırılırsa:

$$\frac{d}{dy} \left(\frac{du}{dy} - \varepsilon \left(\frac{du}{dy} \right)^3 \right) + 1 = 0 \quad (3.8)$$

$$u(1) = 0 \text{ ve } \frac{du}{dy}(0) = 0 \quad (3.9)$$

elde edilir. Burada $u = \frac{u^*}{U}$, $y = \frac{y^*}{H}$ ve $U = \frac{H^2}{\eta} \frac{dp}{dx^*}$ ve boyutsuz Powell-Eyring sayısı $\varepsilon = \frac{U^2}{6c_1^3 \beta H^4}$ olarak verilir. Denklem (3.8) bir kez integrali alınır ve kanal ortasındaki maksimum hız şartı sağlatılırsa:

$$\frac{du}{dy} - \varepsilon \left(\frac{du}{dy} \right)^3 = -y \quad (3.10)$$

elde edilir. Birinci mertebe lineer olmayan bu diferansiyel denklemin $\varepsilon \ll 1$ kabulü ile yaklaşık çözümünü perturbasyon metotları ile yapılabilir [35]. Hız profili için aşağıdaki seri açılımını önerelim.

$$u = u_0 + \varepsilon u_1 \quad (3.11)$$

Bu açılım Denklem (3.10)'a yerleştirildikten sonra aşağıdaki gibi $O(1)$ ve $O(\varepsilon)$ mertebelerinde iki adet lineer denklem elde edilir.

$$O(1): \frac{du_0}{dy} = -y \quad (3.12)$$

$$O(\varepsilon): \frac{du_1}{dy} = \left(\frac{du_0}{dy} \right)^3 \quad (3.13)$$

Aynı şekilde Denklem (3.9)'daki sınır şartlarına da Denklem (3.11)'deki açılımı kullanılırsa:

$$u_0(1) = 0 \quad \text{ve} \quad u_1(1) = 0 \quad (3.14)$$

şartları Denklem (3.12) ve (3.13) için yazılır. $O(1)$ ve $O(\varepsilon)$ çözümleri bu şartlar altında aşağıdaki gibidir:

$$O(1): u_0 = \frac{1}{2} (1 - y^2) \quad (3.15)$$

$$O(\varepsilon): u_1 = \frac{1}{4} (1 - y^4) \quad (3.16)$$

Bu çözümler Denklem (3.11)'e konursa ele alınan geometride gerçekleşen Powell-Eyring akışının hız profili elde edilir.

$$u = \frac{1}{2} (1 - y^2) + \frac{\varepsilon}{4} (1 - y^4) \quad (3.17)$$

$\varepsilon = 0$ için bu çözüm aynı geometride akışı gerçekleşen Newtonyen hız profiline dönüşür [34]. Kanal içindeki ortalama hız ise aşağıdaki ifade ile hesaplanabilir.

$$u_m^* = \frac{1}{2H} \int_{-H}^H u^* dy^* \quad (3.18)$$

Benzer boyutsuzlaştırma işlemleri ve akış simetrisi yukarıdaki ifadeye de uygulanırsa boyutsuz ortalama hız aşağıdaki integral ile bulunur.

$$u_m = \int_0^1 u dy \quad (3.19)$$

Denklem (3.17) ile verilen hız profili yukarıdaki integrale yerleştirilip gerekli işlemler yapıldığında Powell-Eyring akışkanının ortalama hızı:

$$u_m = \frac{1}{3} + \frac{\varepsilon}{5} \quad (3.20)$$

ifadesi ile bulunur. Bundan sonraki kısımlarda ele alınacak enerji denkleminde taşınım ile gerçekleşen ısı transferi ile birlikte viskoz ısınma etkileri de dahil olacağından hesaplanan hız profili ve ortalama hız kullanılacaktır.

3.2. Enerji Denklemi ve Sıcaklık Dağılımı

Ele alınan akış probleminde kanal içindeki sıcaklık dağılımı aşağıdaki kararlı durum enerji denkleminde bulunabilir.

$$\rho c_p u^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} = k \frac{\partial T^*}{\partial y^*} + \phi \quad (3.21)$$

Burada ρ , c_p , k sırasıyla akışkan yoğunluğu, sabit basınçta akışkan özgül ısı ve ısı iletkenlik katsayısıdır. Sağ taraftaki ϕ terimi ise akışkan modelinden bağımsız iç

sürtünmeden dolayı oluşan viskoz ısıl kayıp fonksiyonudur. Herhangi bir viskoz akışkan için kayma gerilmeleri cinsinden viskoz ısıl kayıp fonksiyonu aşağıdaki ifadeden hesaplanabilir.

$$\phi = tr(\boldsymbol{\tau} \cdot \nabla \mathbf{u}) \quad (3.21)$$

Yukarıdaki ifadeye Powell-Eyring akışkan için bünye denklemi yerleştirilir ve akış geometrimiz için daha önceden yaptığımız kabuller uygulanırsa ϕ fonksiyonu daha açık şekilde:

$$\phi = \eta \left(\frac{du^*}{dy^*} \right)^2 - \frac{1}{6\beta c_1^3} \left(\frac{du^*}{dy^*} \right)^4 \quad (3.22)$$

halinde hesaplanabilir. Akış tam gelişmiş olduğu için x yönündeki sıcaklık gradyeninin sabit ve ortalama sıcaklığının bu yönündeki değişimine eşit olması gerekir, kısaca:

$$\frac{\partial T^*}{\partial x^*} = \frac{\partial T_m^*}{\partial x^*} = \text{sabit} \quad (3.23)$$

dir [36]. Ortalama sıcaklık kanal içindeki akışkanın yığın bir kütle olması durumunda bütün her yerinde geçerli olması gereken sıcaklıktır. Ortalama ya da yığın sıcaklık integral formda:

$$T_m^* = \frac{1}{2u_m^*} \int_{-1}^1 u^* T^* dy^* \quad (3.24)$$

şeklinde hesaplanır. Akış tam gelişmiş olduğundan termodinamiğin birinci yasası gereği kanal içindeki diferansiyel küçük akışkan hacmi için aşağıdaki enerjinin korunumu geçerlidir.

$$2H\rho c_p \frac{\partial T_m^*}{\partial x^*} = 2Hq_w'' + \int_{-1}^1 \phi dy^* \quad (3.25)$$

Buradan $\frac{\partial T_m^*}{\partial x^*}$ çekilir ve simetri koşulu integral sınırlarına uygulanırsa:

$$\frac{\partial T_m^*}{\partial x^*} = \frac{1}{H\rho c_p} \left(q_w'' + \int_0^1 \phi dy^* \right) \quad (3.26)$$

bulunur. Denklem (3.26) ve Denklem (3.22), enerji denklemi aşağıdaki hale gelir.

$$\begin{aligned} \frac{u^*}{u_m^* H} \left(q_w'' + \int_0^1 \left(\eta \left(\frac{du^*}{dy^*} \right)^2 - \frac{1}{6\beta c_1^3} \left(\frac{du^*}{dy^*} \right)^4 \right) dy^* \right) \\ = k \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} + \eta \left(\frac{du^*}{dy^*} \right)^2 - \frac{1}{6\beta c_1^3} \left(\frac{du^*}{dy^*} \right)^4 \quad (3.27) \end{aligned}$$

Yukarıdaki denklemi boyutsuz hale getirebilmek için bir önceki analizde kullanılan boyutsuz parametrelerin yanında boyutsuz sıcaklık:

$$T = \frac{T^* - T_w^*}{Hq_w''/k} \quad (3.28)$$

şeklinde tanımlandığı takdirde boyutsuz enerji denklemi:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{u}{u_m} \left(1 + Br \int_0^1 \left(\left(\frac{du}{dy} \right)^2 - \varepsilon \left(\frac{du}{dy} \right)^4 \right) dy \right) \\ + Br \left(\varepsilon \left(\frac{du}{dy} \right)^4 - \left(\frac{du}{dy} \right)^2 \right) \quad (3.29) \end{aligned}$$

olarak elde edilir. Enerji denkleminde viskoz ısınma etkileri de dahil edildiğinden boyutsuz denklemde boyutsuz bir parametre olan Brinkman sayısı:

$$Br = \frac{\eta U^2}{Hq_w''} \quad (3.30)$$

olarak ortaya çıkmaktadır. Brinkman sayısı, viskoz sürtünmeden dolayı ortaya çıkan ısı transferinin akışkan içerisinde iletim yolu ile gerçekleşen ısı transferine oranını

temsil eder. Brinkman sayısının sabit duvar sıcaklığı $T_w^* = sbt$ cinsinden diğer ifadesi de:

$$Br^* = \frac{\eta U^2}{k (T_w^* - T_m^*)} \quad (3.31)$$

olarak bulunabilir. Fakat $q_w'' = sbt$ durumunda $T_w^* = T_w^*(x)$ olduğunda Denklem (3.31)' deki ifade ele alınan problem için uygun değildir. Akışkanın viskoz olmasından dolayı ortaya çıkan ısı miktarının yüzeylerden olan ısı akısına oranı olan Brinkman sayısı, Denklem (3.30), pozitif ise duvarların akışkandan sıcak olduğunu, negatif ise duvarlardan daha sıcak olan akışkanın soğumaya çalıştığını söyleyebiliriz. Artan Brinkman sayılarında akışkanın sıcaklık artışındaki ana etken viskoz sürtünmeler iken aynı şekilde Brinkman sayısı azalıyorsa dışarıdan olan ısı transferi enerji artışı üzerinde daha baskın hale gelmektedir. Kanal içindeki sıcaklık profilini elde etmek için Denklem (3.29) yüzeylerden eşit sabit ısı akısı ve kanal ortasında simetriden dolayı maksimum sıcaklık sınır şartları ile çözülmelidir. Bu şartlar sırasıyla matematiksel olarak:

$$k \frac{\partial T^*}{\partial y^*}(x^*, H) = q_w'' \quad \text{ve} \quad \frac{\partial T^*}{\partial y^*}(x^*, 0) = 0 \quad (3.32)$$

olarak verilir. Ancak Denklem (3.29)' un yapısı gereği genel çözümünden gelen her iki integral sabitini bu şartlardan bulmak mümkün değildir. Diğer bir şart ise:

$$T^*(x^*, H) = T_w^*(x^*) \quad (3.33)$$

olan duvar sıcaklık şartıdır. Problemimizde geçerli olan bu şartların boyutsuz halleri de aşağıdaki halde bulunabilir.

$$\frac{\partial T}{\partial y}(x, 1) = 1 \quad \frac{\partial T}{\partial y}(x, 0) = 0 \quad \text{ve} \quad T(x, 1) = 0 \quad (3.34)$$

Enerji denklemi olan Denklem (3.29) momentum denkleminin aksine lineer homojen olmayan bir diferansiyel denklemdir. Sadece hız profiline perturbasyon serisi açılımı Denklem (3.11)'e yerleştirilir ve ε mertebesi terimler tutulursa:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = A \frac{u}{u_m} + Br \left(\varepsilon \left(\frac{du_0}{dy} \right)^4 - \left(\frac{du_0}{dy} \right)^2 - 2 \frac{du_0}{dy} \frac{du_1}{dy} \right) \quad (3.35)$$

Burada:

$$A = \left(1 + Br \int_0^1 \left(\left(\frac{du_0}{dy} \right)^2 + 2 \frac{du_0}{dy} \frac{du_1}{dy} - \varepsilon \left(\frac{du_0}{dy} \right)^4 \right) dy \right) \quad (3.36)$$

bulunur. Dikkat edilirse integral sınırları gereği $A = sbt$ olmak üzere:

$$A = 1 + Br \left(\frac{1}{3} + \frac{\varepsilon}{5} \right) = 1 + Br u_m \quad (3.37)$$

olarak hesaplanır. Denklem (3.37) ve momentum denkleminin çözümleri denklem (3.35)' e yerleştirilirse enerji denklemi integral alınabilir hale gelir.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \left(\frac{1}{u_m} + Br \right) \left(\frac{1}{2} (1 - y^2) + \frac{\varepsilon}{4} (1 - y^4) \right) - Br(y^2 + \varepsilon y^4) \quad (3.38)$$

Yukarıdaki denklemin iki defa integralini alıp maksimum sıcaklık ve duvar sıcaklığı şartları uygulanırsa kanal içindeki boyutsuz sıcaklık profili aşağıdaki gibi bunulur.

$$T = r_1(y^2 - 1) + r_2(1 - y^4) + r_3(1 - y^6) \quad (3.39)$$

Burada:

$$r_1 = \left(\frac{1}{u_m} + Br \right) \left(\frac{1}{4} + \frac{\varepsilon}{8} \right) \quad (3.40)$$

$$r_2 = \frac{1}{24} \left(\frac{1}{u_m} + Br \right) + \frac{Br}{12} \quad (3.41)$$

$$r_3 = \frac{\varepsilon}{120} \left(\frac{1}{u_m} + 5Br \right) \quad (3.42)$$

olarak basitlik açısından tanımlanmıştır. Denklem (3.24)' de verilen ortalama sıcaklık da boyutsuzlaştırılırsa:

$$T_m = \frac{1}{u_m} \int_0^1 u T dy \quad (3.43)$$

integrali elde edilir. Denklem (3.17) ve Denklem (3.39), Denklem (3.20) ile beraber yukarıdaki denkleme yerleştirilirse boyutsuz sıcaklık:

$$T_m = - \frac{1675 + 909\varepsilon + \frac{40}{5+3\varepsilon} Br(297 + 374\varepsilon + 117\varepsilon^2)}{693(5 + 3\varepsilon)} \quad (3.44)$$

olarak elde edilir. Nusselt sayısı kanal genişliğine göre:

$$Nu = \frac{2Hh}{k} = \frac{2Hq_w''}{(T_w^* - T_m^*)k} = - \frac{2}{T_m} \quad (3.45)$$

ortalama sıcaklık cinsinden hesaplanabilir. Buradan Nusselt sayısı kanal içinde akışı gerçekleşen Powell-Eyring akışkanı için aşağıda analitik formda hesaplanır.

$$Nu = \frac{1386(5 + 3\varepsilon)}{1675 + 909\varepsilon + \frac{40}{5+3\varepsilon} + Br(297 + 374\varepsilon + 117\varepsilon^2)} \quad (3.46)$$

Yukarıdaki Nusselt ifadesi $\varepsilon = 0$ için yani Newtonyen akışkan için:

$$Nu = \frac{70}{17 + 3Br} \quad (3.47)$$

ve viskoz ısınma etkilerinin ihmal edildiği $Br = 0$ durumunda $Nu = \frac{70}{17}$ olarak bulunur. Bu sonuç çoğu çalışma tarafından doğrulanmakla beraber viskoz

sürtünmelerin dahil edildiği kısım $Br \neq 0$ çalışmalar ile uyuşmamaktadır [22]. Bunun nedeni Newtonyen olmayan akışkan modelindeki boyutsuzlaştırmadan kaynaklanmaktadır. Newtonyen akışkanlar ile ilgili yapılan araştırmalarda bu çalışmadaki boyutsuzlaştırmada kullanılan karakteristik hız yerine ortalama hız veya kanal ortasındaki maksimum hız kullanılır. Newtonyen akışkan için kanal içindeki ortalama hız:

$$u_m^* = -\frac{W}{12\eta} \frac{dp}{dx^*} \quad (3.48)$$

olarak bulunur. Burada W kanal genişliğidir. Ortalama hız cinsinden Brinkman sayısının:

$$\overline{Br} = \frac{\eta u_m^{*2}}{W q_w''} \quad (3.49)$$

tanımlanmasıyla beraber, Denklem (3.48), $U = \frac{H^2}{\eta} \frac{dp}{dx^*}$ ve $W = 2H$ kullanılarak, bu çalışmanın Brinkman sayısı Denklem (3.31), Denklem (3.49) cinsinden:

$$Br^* = 18 \overline{Br} \quad (3.50)$$

bulunur. Bu sayede Denklem (3.47):

$$Nu = \frac{70}{17 + 54\overline{Br}} \quad (3.51)$$

halinde referansta belirtilen çalışmalar ile uyumlu olacak halde verilebilir [18, 23, 32, 33]. Ayrıca Newtonyen akışkan için kanal ortasında gerçekleşen maksimum hız cinsinden Brinkman sayısı $\widehat{Br} = \frac{\eta u_m^{*2}}{W q_w''}$ tanımlanır. Burada ortalama hız cinsinden Newtonyen maksimum hız:

$$u_c^* = \frac{3}{2} u_m^* \quad (3.52)$$

olarak bulunur. Benzer işlemler tekrarlandığında $Br^* = 8 \widehat{Br}$ bulunarak Denklem (3.47):

$$Nu = \frac{70}{17 + 24\widehat{Br}} \quad (3.53)$$

referansta verilen çalışma ile uyumlu olacak şekilde yeniden düzenlenebilir [27]. Çalışmada bulunan sonuçların literatürdeki sonuçlar ile uyumlu olduğu gösterilmiştir. Powell-Eyring için yapılan çözümler ise bir sayısal algoritmanın verdiği sonuçlar ile de ileriki kısımlarda karşılaştırılacaktır.

Buraya kadar olan kısımda ikinci yasa analizi için gerekli olan momentum ve enerji denklemleri türetilmiş ve çözümleri bulunmuştur. Bulunan sonuçlar kullanılarak Nusselt sayısı hesaplanmış ve literatürdeki Newtonyen akışkana ait sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Newtonyen olmayan özelliklerin termal duruma etkileri başta Nusselt sayısı üzerinden sonuçlar kısmında tartışılacaktır.

3.3. İkinci Yasa Analizi

Bir sistem veya süreçteki termodinamiğin ikinci yasası gereği ortaya çıkan entropi üretimi Gouy Stodola teorisi gereği kayıp iş ya da boşa harcanan faydalı enerji ile ilişkilendirilir [37]. Dolayısıyla termal olarak verimli sistemlerde entropi üretiminin en az düzeyde tutulması mutlaka gereklidir. Bir ısı transferinin mevcut olduğu sürtünmeli akış probleminde entropi üretimi ya da diğer adıyla tersinmezlikler, sıcaklık farklarından dolayı iletim yolu ile gerçekleşen ısı transferi ve viskoz sürtünmenin yol açtığı ısı üretimden kaynaklanır. Ele alınan problemde herhangi bir iç ısınmaya neden olacak faktör (kimyasal reaksiyon, elektriksel ısınma gibi) yok ise toplam entropi üretimi üzerinde ısı iletimin veya viskoz ısınmanın etkisi Bejan tarafından tartışılmıştır [38]. Mahmud ve Fraser bir power-law akışkanının kanal içindeki akışında gerçekleşen entropi üretimini incelemiştir [39]. Yazarlar bu çalışmada enerji denkleminde viskoz ısınma terimlerini ihmal ederken, entropi üretiminde ise dikkate almışlardır. Aynı yazarlar tarafından Newtonyen akışkan için çeşitli geometrilere entropi üretimi incelenirken, diğer bir

çalışmada ise gözenekli ortamda gerçekleşen bir akışta oluşan tersinmezlikler analitik olarak ifade edilmiştir [40, 41].

Buraya kadar yapılan kabuller altında kartezyen koordinatlarda genelleştirilmiş bir Newtonyen akışkan için ısı iletimi ve iç sürtünmelerden kaynaklı tersinmezliklerden oluşan entropi üretimi aşağıdaki ifade ile verilir.

$$\dot{S} = \frac{k}{T_w^{*2}} \left(\left(\frac{\partial T^*}{\partial x^*} \right)^2 + \left(\frac{\partial T^*}{\partial y^*} \right)^2 \right) + \frac{\phi}{T_w^*} \quad (3.54)$$

Powell-Eyring akışkanı için yukarıdaki denklemde, Denklem (3.22)' de verilen ϕ fonksiyonu yerine yerleştirilir ve boyutsuzlaştırma yapılırsa boyutsuz entropi üretimi ifadesi elde edilir.

$$N = \frac{1}{Pe^2} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 + \frac{Br}{\Omega} \left(\left(\frac{du}{dy} \right)^2 - \varepsilon \left(\frac{du}{dy} \right)^4 \right) \quad (3.55)$$

Burada $Pe = \rho c_p H u_m^* / k$, Péclet sayısı olmakla birlikte boyutsuz yatay koordinat $x = x^* / (Pe H)$ ve boyutsuz ısı akısı $\Omega = q_w'' H / (k T_w)$ olarak verilmiştir. Péclet sayısının karesi ile ters orantılı olan ilk terim $Pe \gg 4$ olduğu durumda ihmal edilebilir. Ancak sıvı metal $Pe \ll 1$ veya sürünme akışı gibi düşük Reynolds sayılı akışlarda ihmal edilmemelidir [34]. Denklem (3.55)' de ilk terim yani yatay eksen boyunca sıcaklık değişimi:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 1 + Br u_m \quad (3.56)$$

Denklem (3.37) ile uyumlu olacak şekilde bulunur. Dikkat edilirse boyutsuz entropi üretimi ifadesi kanalın eni boyunca değişmektedir. Fakat bu ifade toplam akışkan hacmindeki değişim hakkında bilgi vermek yerine y koordinatı boyunca entropinin nasıl değişeceğini ifade eder. Toplam entropi değişimi ya da ortalama entropi aşağıdaki integral ile tanımlanır.

$$\langle N \rangle = \int_0^1 N dy \quad (3.57)$$

Toplam entropi üretimine iletim yolu ile transfer edilen ve viskoz sürtünmeler sonucu açığa çıkan iki farklı ısının etkisi vardır. Paoletti ve ark. her iki katkıyı ayrı ayrı incelemek için iletim yolu ile transfer edilen ısının yol açtığı entropi miktarının toplam entropiye oranı olan Bejan sayısı tanımlamıştır [41].

$$Be = \frac{\frac{1}{Pe^2} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2}{\frac{1}{Pe^2} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 + \frac{Br}{\Omega} \left(\left(\frac{du}{dy} \right)^2 - \varepsilon \left(\frac{du}{dy} \right)^4 \right)} \quad (3.58)$$

Tüm akışkan hacminde fikir sahibi olabilmek için ortalama entropiye benzer şekilde ortalama Bejan sayısı aşağıdaki integral ile tanımlanabilir.

$$\langle Be \rangle = \int_0^1 Be dy \quad (3.59)$$

Bejan sayısının değeri, paydada bulunan toplam entropi ifadesi paydaki değerden küçük olamayacağından $0 < Be \leq 1$ arasında değişir. Sırasıyla ısı transferi mekanizması ile gerçekleşen entropi üretimi N_1 , viskoz ısınma dolayısıyla oluşan N_2 ise:

$$N_1 = \frac{1}{Pe^2} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \quad (3.60)$$

$$N_2 = \frac{Br}{\Omega} \left(\left(\frac{du}{dy} \right)^2 - \varepsilon \left(\frac{du}{dy} \right)^4 \right) \quad (3.61)$$

olur. Dolayısıyla yukarıdaki tanımlarda Bejan sayısı daha basit olarak aşağıdaki şekilde tekrar ifade edilebilir.

$$Be = \frac{N_1}{N_1 + N_2} \quad (3.62)$$

Yukarıdaki ifadeden, Bejan sayısı bire yaklaşırken toplam entropi üretiminde viskoz ısınmanın etkisi kaybolmakta iken, Bejan sayısı sifira giderken ise ısı transfer etkileri, viskoz ısınmanın yol açtığı entropi üretimine karşı ihmal edilebilir düzeyde kalmaktadır. Kısaca özetlemek gerekirse:

$$Be = \begin{cases} 1, & N_1 \gg N_2 \\ 0.5, & N_1 = N_2 \\ 0, & N_2 \gg N_1 \end{cases}$$

eşitlikleri yazılabilir. Dikkat edilirse $Be = 0.5$ olduğu durumda toplam entropi üretimine ısı transferi etkileri ve viskoz sürtünmeler eşit katkıda bulunmaktadır. Bu kısımda türetilen ikinci yasa formüllerinin analitik ifadeleri sadelik açısından verilmeyecek daha sonra yorumlar kısımlarında grafikler vasıtası ile yorumlanacaktır. Ayrıca sistemdeki ortalama entropi üretiminin minimum olduğu boyutsuz parametre değerleri grafikler üzerinde gösterilmeye çalışılacaktır.

3.4. Sayısal Çözümler

Bu kısma kadar bulunan sonuçlar Newtonyen tipi bir akışkanın sonuçları ile doğrulansa da ele alınan denklemler doğrusal olmayan yapıda oldukları için yaklaşık analitik çözümleri yapılmıştır. Dolayısıyla bahsi geçen doğrusal olmayan denklem sisteminin Newtonyen olmayan duruma karşılık gelen durumları için ikincil bir doğrulama yöntemine olan sayısal çözümlenmesine ihtiyaç vardır. Her ne kadar denklemler sınır değer problemi olduğu için sonlu farklar tipi bir sayısal algoritma ile çözülmesi gerekse de bu çalışmada denklem sistemi başlangıç değer problemi haline dönüştürülmüştür. Bunun nedeni sonlu fark ayrıştırması sonucu ortaya çıkan cebirsel denklem sistemlerinin çözümlerinin oldukça uzun sürmesi ve çok fazla hesaplama gücü gerektirmesidir. Başta Nusselt sayısı olmak üzere sistemi tanımlayan boyutsuz sayıların birbirlerine bağlı olarak nasıl değiştiğini görmek için denklem sistemleri birden fazla kez çözdürülmelidir. Dolayısıyla artarda çok fazla sayıda denklem çözülmesi gerektiğinden sonlu fark teknikleri ile uzun işlem süreleri ortaya çıkmaktadır. Momentum ve enerji eşitlikleri, Denklem (3.8) ve (3.29), birinci mertebe diferansiyel denklem sistemine ayrıştırılması için aşağıdaki yeni değişkenleri tanımlayalım.

$$u = f_1 \quad (3.63)$$

$$\frac{du}{dy} = f_2 \quad (3.64)$$

$$T = f_3 \quad (3.65)$$

$$\frac{dT}{dy} = f_4 \quad (3.66)$$

Bu değişkenler cinsinden Denklem (3.8), (3.29) ve sınır şartları aşağıdaki gibi 4 adet birinci mertebe diferansiyel denkleme indirgenir.

$$\dot{f}_1 = f_2 \quad (3.67)$$

$$\dot{f}_2 = \frac{1}{3\varepsilon f_2^2 - 1} \quad (3.68)$$

$$\dot{f}_3 = f_4 \quad (3.69)$$

$$\dot{f}_4 = \frac{f_1}{u_m} \left(1 + Br \int_0^1 (f_2^2 - \varepsilon f_2^4) dy \right) + Br(\varepsilon f_2^4 - f_2^2) \quad (3.70)$$

$$f_1(1) = 0, f_2(0) = 0, f_3(1) = 0, f_4(0) = 0 \text{ veya } f_4(1) = 1 \quad (3.71)$$

Yukarıdaki denklem sistemini başlangıç değer problemi olarak ele almak için şartlardan $x = 1$ ' de kiler f_1, f_3, f_4 seçilirse f_2 için gerekli diğer bir şart ise Denklem (3.10)' dan:

$$f_2(1) - \varepsilon f_2(1)^3 + 1 = 0 \quad (3.72)$$

bulunur. Burada $f_2(1) = X$ tanımını yaparak Newton-Raphson metodu ile özölmelidir. Yukarıdaki denklem için Newton Raphson iterasyon formölü aşağıda verilmiştir.

$$X_{i+1} = X_i - \frac{X_i - \varepsilon X_i^3 + 1}{1 - 3\varepsilon X_i^2} \quad (3.73)$$

Burada $i = 0$ için X_0 tahmini değeri iterasyonlara başlayarak istenilen hata toleransı sağlandığında X değerinin sayısal değeri bulunmuş olur. Burada her bir iterasyon sonundaki hata aşağıdaki formül vasıtası ile belirlenmiştir.

$$e = |X_{i+1} - X_i| \quad (3.74)$$

Bu kısımda sayısal yöntem olarak başlangıç değerlere sahip diferansiyel denklemler için geliştirilen sayısal çözüm algoritması olan RKF-45 yani Runge-Kutta-Fehlberg seviye 4-5 metodu kullanılacaktır [42]. RKF-45 klasik Runge-Kutta metotlarından farklı olarak tahmin ve düzeltme yaklaşımı ve değişken adım aralığı ile çalışır. Tahmin formülü ile bulunan sayısal çözüm düzeltme formülüne başlangıç tahmini olarak girilerek işlemler tekrarlanır. Düzeltme çözümü ve tahmini çözüm arasındaki fark istenilen hata toleransını sağlarsa, düzeltme çözümü nihai çözüm olarak alınır ve bir sonraki adıma geçilir. Hata toleransı sağlanmadığında ise adım aralığı belirli bir miktarda azaltılarak tahmin ve düzeltme çözümleri tekrar elde edilir ve istenilen hatanın altına düşünceye kadar işlemlere devam edilir. Çoğu sayısal problemin çözümünde kullanılan Matlab programının güçlü bir başlangıç değer çözücü olan ode45 fonksiyonu RKF-45 algoritmasını temel alır [43]. Bu çalışmada ode45 komutu yerine yine Matlab ortamında RKF-45 algoritmasının farklı bir implementasyonu programlanmıştır. Bunun nedeni çözülecek olan enerji denklemi ile ilişkili birinci mertebe diferansiyel denklemlerde bulunan integral ve yine integral yolu ile ilk iki denklem çözüldükten sonra hesaplanması gereken ortalama hız u_m ifadesidir. RKF-45 algoritmasını baştan ele almak için aşağıdaki fonksiyonlar tanımlanmalıdır.

$$s_{k,1} = f_k(y_i, f_1, \dots, f_k) \quad (3.75)$$

$$s_{k,2} = f_k\left(y_i + \frac{h}{4}, f_1 + \frac{hs_{1,1}}{4}, \dots, f_m + \frac{hs_{m,1}}{4}\right) \quad (3.76)$$

$$s_{k,3} = f_k \left(y_i + \frac{3h}{8}, f_1 + \frac{3hs_{1,1}}{32} + \frac{9hs_{1,2}}{32}, \dots, f_m + \frac{3hs_{m,1}}{32} + \frac{9hs_{m,2}}{32} \right) \quad (3.77)$$

$$s_{k,4} = f_k \left(y_i + \frac{12h}{13}, f_1 + \frac{1932hs_{1,1}}{2197} - \frac{7200hs_{1,2}}{2197} + \frac{7296hs_{1,3}}{2197}, \dots, f_m + \frac{1932hs_{m,1}}{2197} - \frac{7200hs_{m,2}}{2197} + \frac{7296hs_{m,3}}{2197} \right) \quad (3.78)$$

$$s_{k,5} = f_k \left(y_i + h, f_1 + \frac{439hs_{1,1}}{216} - 8hs_{1,2} + \frac{3680hs_{1,3}}{513} - \frac{845hs_{1,4}}{4104}, \dots, f_m + \frac{439hs_{m,1}}{216} - 8hs_{m,2} + \frac{3680hs_{m,3}}{513} - \frac{845hs_{m,4}}{4104} \right) \quad (3.79)$$

$$s_{k,6} = f_k \left(y_i + \frac{h}{2}, f_1 - \frac{8hs_{1,1}}{27} + 2hs_{1,2} - \frac{3544hs_{1,3}}{2565} + \frac{1859hs_{1,4}}{4104} - \frac{11hs_{1,5}}{40}, \dots, f_m - \frac{8hs_{m,1}}{27} + 2hs_{m,2} - \frac{3544hs_{m,3}}{2565} + \frac{1859hs_{m,4}}{4104} - \frac{11hs_{m,5}}{40} \right) \quad (3.80)$$

Burada $k = 0, 1, 2, \dots, m$ ve m ise çözülecek denklem sayısıdır. Her bir denklem için yukarıdaki fonksiyonlar ayrı ayrı oluşturulmalıdır. Yukarıdaki yardımcı fonksiyonların kullanıldığı tahmin ve düzeltme çözümleri ise sırasıyla:

$$w_{k,i+1} = w_{k,i} + h \left(\frac{25}{216} s_{k,1} + \frac{1408}{2565} s_{k,3} + \frac{2197}{4104} s_{k,4} - \frac{1}{5} s_{k,5} \right) \quad (3.81)$$

$$u_{k,i+1} = u_{k,i} + h \left(\frac{16}{135} s_{k,1} + \frac{6656}{12825} s_{k,3} + \frac{28561}{56430} s_{k,4} - \frac{9}{50} s_{k,5} + \frac{2}{55} s_{k,6} \right) \quad (3.82)$$

olarak verilir. Burada i adım sayısını ifade eder. Hata e ise bu iki çözüm arasındaki fark olarak tanımlanır.

$$e_k = |u_{k,i+1} - w_{k,i+1}| \quad (3.83)$$

ya da Denklem (3.81) ve (3.82)' nin sağ tarafları kullanılarak:

$$e_k = \left| h \left(\frac{1}{360} s_{k,1} - \frac{128}{4275} s_{k,3} - \frac{2197}{75240} s_{k,4} - \frac{9}{50} s_{k,5} + \frac{2}{55} s_{k,6} \right) \right| \quad (3.84)$$

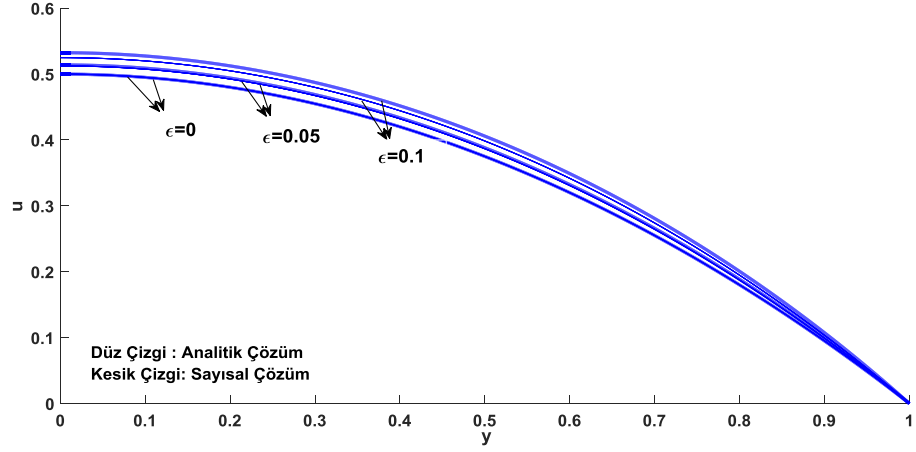
diğer bir şekilde ifade edilebilir. Çözümün yapıldığı her bir noktada hata bütün denklemler için istenilen toleransı sağlamalıdır. RKF-45 algoritmasında kullanıcı en başta tanımlayacağı adım aralığı h ve $i = 0$ değerleri için $u_{1,0} = 0$, $u_{2,0} = X$, $u_{3,0} = 0$, $u_{3,0} = 1$ başlangıç değerleri ile çözümlere başlar. Öncelik ile X değeri Newton-Raphson metodu ile bulunarak Denklem (3.67)-(3.70) hatalı bir u_m değeri ile çözülür. Ortalama hız olan u_m değerinin hatalı olarak girilmesi enerji denkleminin sonuçlarının doğru olmamasına neden olur. Ancak momentum denklemi hem ortalama hızdan hem de enerji denkleminde bağımsız olarak çözülebileceğinden bu yeni çözümler ile doğru u_m değeri hesaplanır ve Denklem (3.67)-(3.70) tekrar çözülür. İlk çözümde u_m değeri ile beraber hatalı olarak hesaplanan enerji denklemindeki integral ifadesi ikinci çözümde doğru şekilde hesaplanmıştır. Denklemlerdeki integraller için diğer kısımlarda yapılanların aksine Matlab'ın trapezoidal sayısal integral tekniğini kullanan trapz komutu kullanılmıştır. Momentum denklemlerinin çözümlerinin enerji denkleminde bağımsız olmasına rağmen, neden önce momentum sonra enerji denklemini çözmek yerine ardı ardına iki kez dört denklem çözüyoruz sorusunun cevabı kullanılan sayısal çözüm tekniğinde yatmaktadır. Enerji denklemi kendisinden önce çözülen momentum denkleminin çözümlerini kullanması için her iki denkleminde aynı adım aralığı ile çözülmesi gerekir. Halbuki kullandığımız sayısal yöntem hataya göre adım aralığını değiştiren kontrol adımlarına sahip olduğundan enerji denklemi ve momentum denklemi ayrı ayrı çözdürüldüğünde adım aralıkları uyuşmamaktadır. Bu nedenle her bir adımda bütün denklemlerin hataları tek tek ele alınıp, toleransı sağlamayan çözüme göre adım aralığı tekrar ayarlanmalı, toleransı sağlayan denklemler de yeni adım aralığı ile tekrar çözdürülmelidir. Bu kısımda anlatılan sayısal yöntem algoritmasını çalıştıran Matlab programı ekte verilmiştir. Sayısal çözümlerdeki ilk kullanılacak adım aralığı ve tolerans kullanıcı tarafından en başta verilmelidir. Tolerans sağlanmadığı takdirde adım aralığı yarisına düşürülüp işlemler tekrar edilecektir. Kısaca $e_k < Tol$ ise yeni adım aralığı $h \rightarrow \frac{h}{2}$ olmalıdır.

4. ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA

Bu kısımda bulunan analitik sonuçların grafikler vasıtası ile yorumu yapılacaktır. Ayrıca önerilen sayısal yöntem kullanılarak bazı durumlarda sonuçlar analitik çözümler ile karşılaştırılacaktır. Yapılacak karşılaştırma sayesinde analitik çözümlerin geçerliliği sistemdeki parametrelerin değişimine göre tartışılacaktır. Öncelikle, sırasıyla momentum ve enerji denklemlerinin çözümleri olan kanal içindeki akışkan hız ve sıcaklık değişimleri incelenecektir. Daha sonra ise Nusselt sayısı üzerinden kanal içinde gerçekleşen ısı transferi yorumlanacak ve tekrar analitik çözümlerin uygulanabilirliğine değinilecektir. Son olarak enerji ve momentum denkleminin sonuçları ile ikinci yasa analizi yapılacak ve sistemdeki tersinmezliklerin nedenleri sonuçları ile tartışılacaktır.

4.1. Hız Profili

Kanal içindeki akışkan hızının verilen referans eksene göre değişimine hız profili denir. Hız profili akışkan hareketinin tanımlandığı momentum denkleminde analitik olarak çözülebileceği gibi sayısal olarak da çözülebilir. Ele alınan problemin yarı-analitik çözümü Denklem (3.17)' de hızın sadece boyutsuz Newtonyen olmayan ya da Powell-Eyring akışkan parametresine göre değiştii anlaşılmaktadır. Şekil (4.1)' de akışkan hızının Newtonyen olmayan akışkan parametresine göre değişimi verilmiştir.

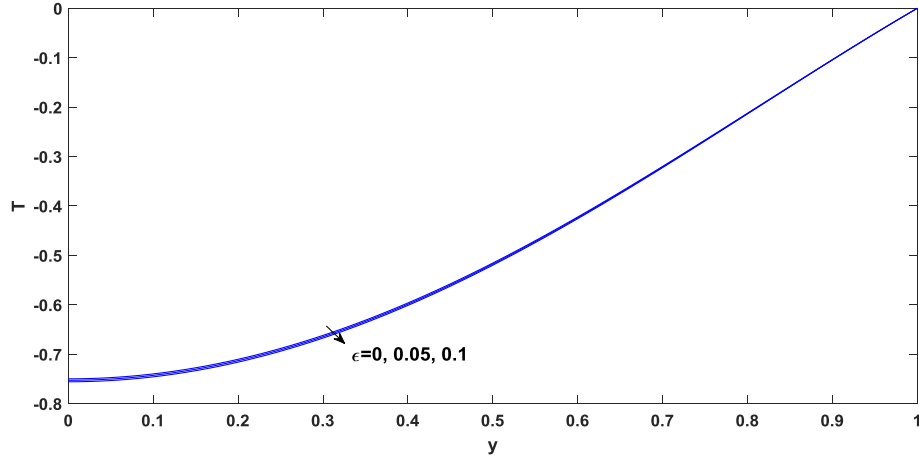


Şekil 4.1. Akışkan hızının Newtonyen olmayan akışkan özelliği ile değişimi ve sayısal çözüm ile karşılaştırma

Düz çizgiler analitik, kesik çizgiler ise sayısal çözümlere karşılık gelmektedir. Newtonyen akışkan özelliği ile akışkan hızı ters orantılıdır. Ayrıca Newtonyen olmayan akışkan özelliğinin artan değerlerinde analitik çözüm ve sayısal çözüm arasında bir ayrışma gözlemlenmektedir. Bunun nedeninin boyutsuz Powell-Eyring akışkan özelliğini küçük parametre seçmemiz ve artan değerlerinde kabul gereği yarı-analitik çözümün hatasının artması olarak gösterilebilir.

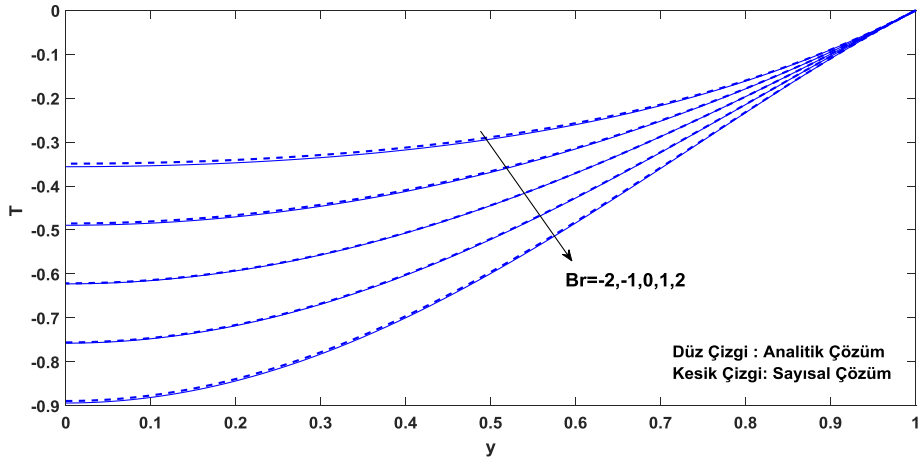
4.2. Sıcaklık Dağılımı

Powell-Eyring akışkanının kanal içindeki sıcaklığının Newtonyen olmayan özelliğe göre değişimi Şekil (4.2)' de verilmiştir.



Şekil 4.2. Akışkan sıcaklığının Newtonyen olmayan akışkan özelliği ile değişimi

Grafikten anlaşılacağı üzere Powell-Eyring akışkan özelliğindeki artış sıcaklık üzerinde önemli bir değişime yol açmamıştır. Yine de çok da az olsa kanalın orta noktasında oluşan en yüksek akışkan sıcaklığının artan Powell-Eyring özelliği ile azaldığı gözlemlenmiştir. Denklem (3.31)' den anlaşılacağı üzere $Br < 0$ durumunda akışkan soğumaktadır ($T_m^* > T_w^*$) ve $Br > 0$ durumunda ise akışkan ısıtılmaktadır ($T_w^* > T_m^*$). Şekil (4.3)' ise akışkan sıcaklığının farklı Brinkman sayılarına göre değişimini göstermektedir.

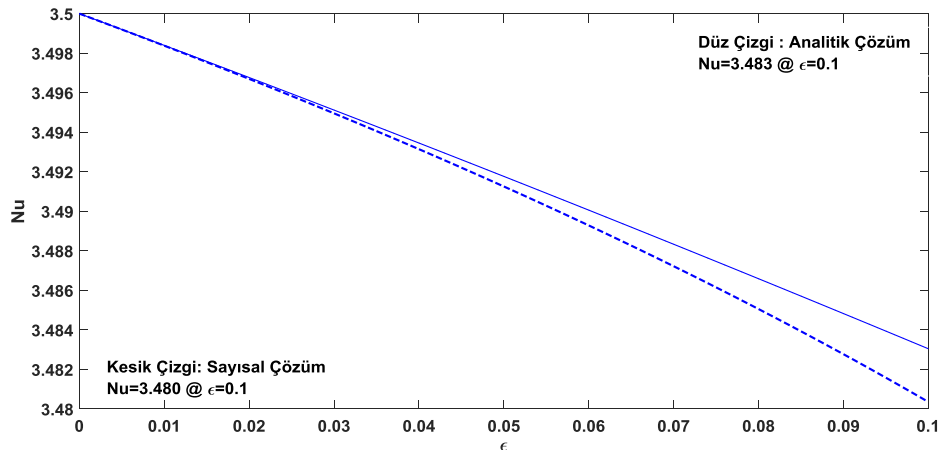


Şekil 4.3. Akışkan sıcaklığının Brinkman sayısı ile değişimi ve sayısal çözüm ile karşılaştırma

Artan Brinkman sayılarında viskoz sürtünmeden dolayı gerçekleşen ısı transferi akışkanı ısıtmak için çeperlerinden gönderilen ısı akısına göre baskın duruma geçeceğinden akışkan sıcaklığının düştüğü gözlemlenmiştir. Dolayısıyla artan Brinkman sayılarında dış ısı akısının şiddeti akışkan sıcaklığını arttırmak için büyütülmelidir. Ayrıca Şekil (4.3) verilen analitik çözümlere karşılık aynı Brinkman sayılarındaki sayısal çözümler de verilmiştir. Newtonyen olmayan akışkan parametresinin 0,1 olarak alındığı çözümlerde sayısal ve analitik çözümlerin uyumlu olduğu gözlemlenmektedir. Daha geniş Brinkman sayılarında analitik çözümlerin hassasiyetine ileriki kısımlarda değinilecektir.

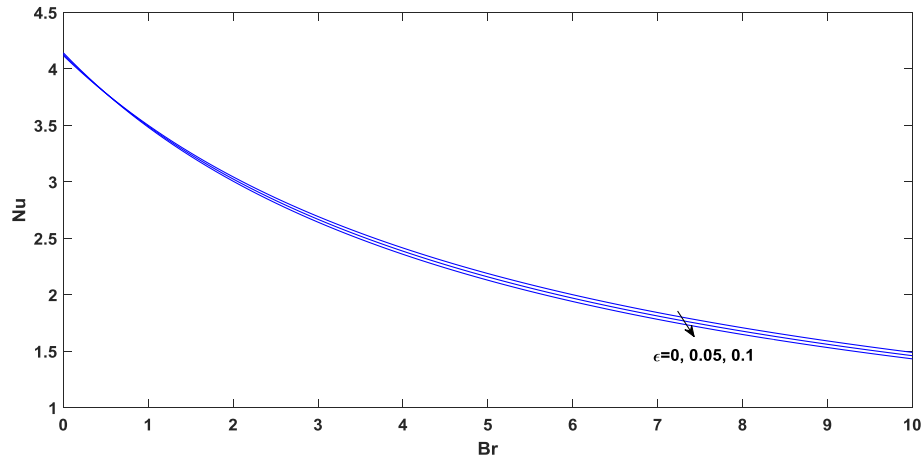
4.3. Nusselt Sayısı

Nusselt sayısı taşınım ile aktarılan ısı transfer hızının, iletim yolu ile gerçekleşene oranıdır. Sistemde anlık olarak taşınım yolu ile ısı transferi miktarı, iletim yolu ile gerçekleşen ısı transfer miktarına göre arttıkça Nusselt sayısı büyüyecektir. Isı transfer performansının taşınım yolu ile arttırmak istenilen sistemlerde Nusselt sayısı mümkün olduğunca arttırılmalıdır. Şekil (4.4)' de Brinkman sayısı sabit tutulurken Nusselt sayısının Newtonyen olmayan akışkan sabiti ϵ ' na göre değişimi gösterilmiştir.



Şekil 4.4. Nusselt sayısının Powell-Eyring akışkan sabiti ile değişimi ve sayısal çözüm ile karşılaştırma (Br=1)

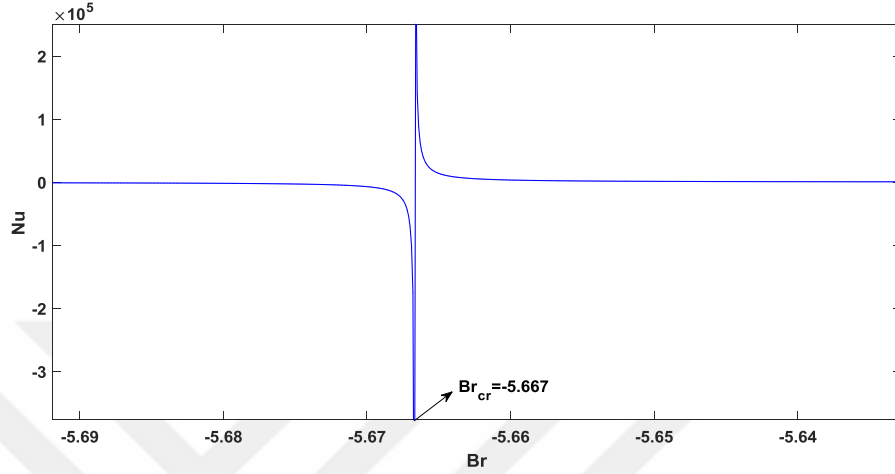
Şekilden anlaşılacağı üzere etkili bir ısı transferini işaret eden daha büyük Nusselt sayıları akışkanın Newtonyen davranışa ($Br = 0$) yakın olduğu yerlerde gözlemlenmiştir. Newtonyen olmayan etki arttıkça ya da akışkan Newtonyen akışkan davranıştan uzaklaştıkça taşınım yolu ile transfer edilen ısı miktarı azalmaktadır. Ayrıca yine aynı grafik üzerinde çalışmada sunulan analitik ifadelerin doğrulanması açısından sayısal çözümden elde edilen Nusselt eğrisi de bulunmaktadır. Newtonyen olmayan etkinin küçük olarak kabul edildiği denklem çözümlerinde hata, bu etki büyüdükçe artmaktadır. Sayısal çözüm ile analitik çözümler gözle görülür olarak $\varepsilon = 0.025$ civarında ayrışmaya başlasa da ayrışmanın en çok olduğu $\varepsilon = 0.1$ noktasında hata %0.1 civarındadır. Farklı Newtonyen olmayan akışkan parametre değerleri için benzer davranışlar Şekil (4.5)' de Nusselt sayısının Brinkman sayısına göre değişiminde gözlemlenmiştir. Artan Brinkman sayılarında viskoz sürtümlerden kaynaklı ısınma da artacağından taşınım ile gerçekleşecek ısı transferi engellenir ve Şekil (4.5)' de görüleceği üzere Nusselt sayısı önemli bir şekilde azalır. Ancak yeteri kadar büyük Brinkman sayılarında Powell-Eyring akışkan etkisi kaybolur ve Newtonyen akışkanlarda olduğu gibi Nusselt sayısı sıfıra yakınsar.



Şekil 4.5. Nusselt sayısının farklı Powell-Eyring akışkan sabitlerinde Brinkman sayısı ile değişimi

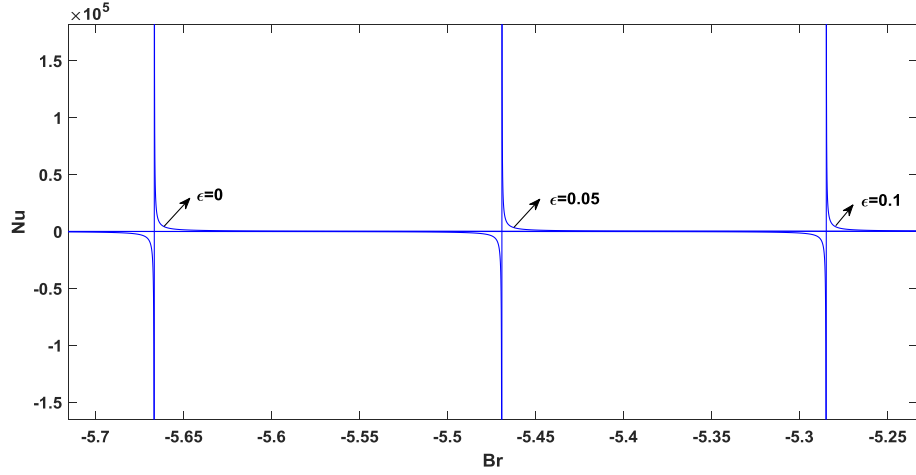
Literatürde bazı kritik Brinkman sayılarında Nusselt sayısının sonsuza asimptotik olarak yaklaştığı gösterilmiştir [34]. Bu sonuç aynı zamanda Nusselt

sayısının analitik ifadesinden de çıkarılabilir. Newtonyen akışkan için Nusselt sayısını veren Denklem (3.47)' nin paydasını sıfır yapan kritik Brinkman sayısı $Br_{cr} = -5.667$ ' dir. Bu Brinkman sayısında Nusselt sayısı eğrisi sürekli olmadığı gibi sol ve sağ taraflarında işaret değişimine uğrar, bkz. Şekil (4.6).



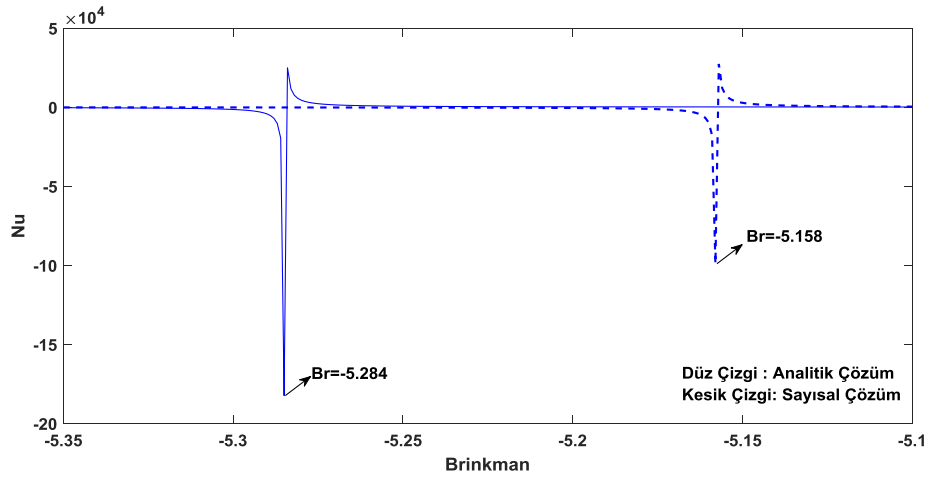
Şekil 4.6. Newtonyen akışkan için Kritik Brinkman sayısı

Tam bu kritik Brinkman noktasında duvarlardan olan ısı akısı akışkanın ürettiği viskoz ısı ile dengelenir, ya da daha açık bir tabir ile akışkanın ortalama sıcaklığı duvar sıcaklığı ile aynı olur. Nusselt eğrisindeki söz konusu noktaya soldan yaklaşırken akışkan ve duvar sıcaklığı arasındaki fark azalacağından (akışkan duvara göre daha soğuk) Nusselt sayısı azalacaktır. Kritik noktadan pozitif Brinkman doğrultusunda ilerler iken akışkan iç sürtünmelerinden dolayı üretilen ısı artıp duvardan gelen ısı akısını baskılayıp taşınımı durduracağından Nusselt sayısı sıfıra yakınsar. Kritik Brinkman sayısı Newtonyen akışkanda gözlemlendiği gibi farklı Brinkman sayılarında Powell-Eyring akışkanında da gözlemlenmektedir. Şekil (4.7)'de farklı Powell-Eyring akışkanları için sürekliliğin bozulduğu Nusselt-Brinkman eğrileri verilmiştir.



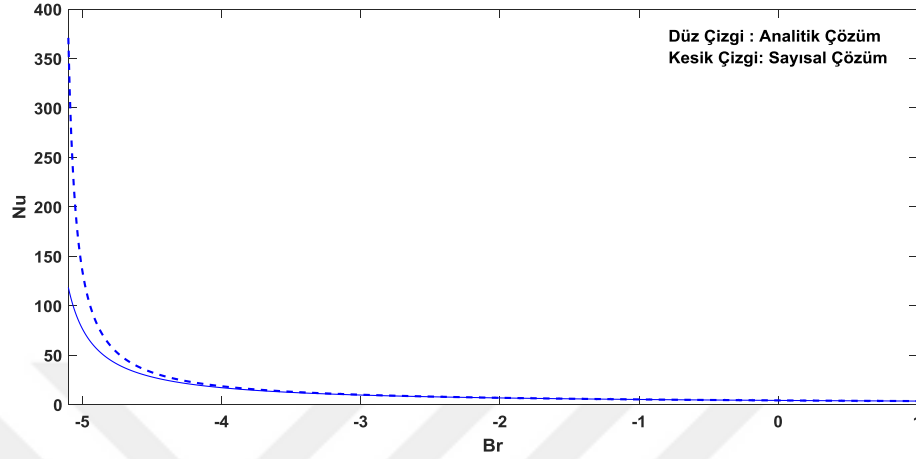
Şekil 4.7. Nusselt-Brinkman değişiminde farklı Powell-Eyring akışkanlar için Kritik Brinkman sayıları

Powell-Eyring özelliği arttıkça kritik Brinkman sayılarının Brinkman eksenindeki yerleri pozitif doğrultuda ilerlemektedir. Kritik Brinkman noktalarına yaklaşırken Nusselt eğrisi ani değişim gösterdiğinden analitik sonuçların hataları bu kısımda artmaktadır. Bu hataların daha iyi görülebilmesi için Nusselt eğrilerinin sayısal ve analitik çözüm sonuçları Şekil (4.8)' de verilmiştir.



Şekil 4.8. Nusselt sayısının Brinkman sayısına göre değişiminde analitik ve sayısal çözümler ($\epsilon = 0.1$)

Her ne kadar şekil üzerinden hata oldukça fazla gözükse de kritik Brinkman sayısı için hata %2,4 civarındadır. Kritik Brinkman sayısından uzaklaşıldıkça analitik çözümlerin sayısal çözümlere yakınsaması Şekil (4.9)' da gözlemlenebilir.

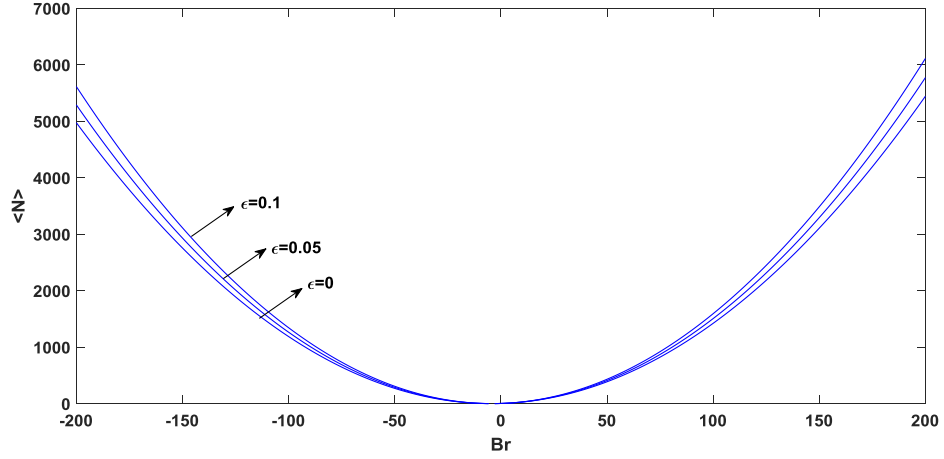


Şekil 4.9. Nusselt sayısının Brinkman sayısına göre değişiminde analitik ve sayısal çözümler ($\varepsilon = 0.1$)

Şekilden anlaşılacağı üzere kritik Brinkman sayısına yaklaşıldıkça Nusselt sayısı sonsuza yakınsar ve hata oldukça artar. Her ne kadar kritik Brinkman sayısı analitik çözümlerden kabul edilebilir bir hata yüzdesi ile elde edilse de yakın noktadaki Brinkman sayıları için Nusselt sayılarındaki analitik değerler sayısal çözümden oldukça farklıdır. Yine de $Br \approx -5,5$ civarından itibaren analitik çözümlerin oldukça iyi sonuçlar verdiği Şekil (4.9)' dan görülebilir.

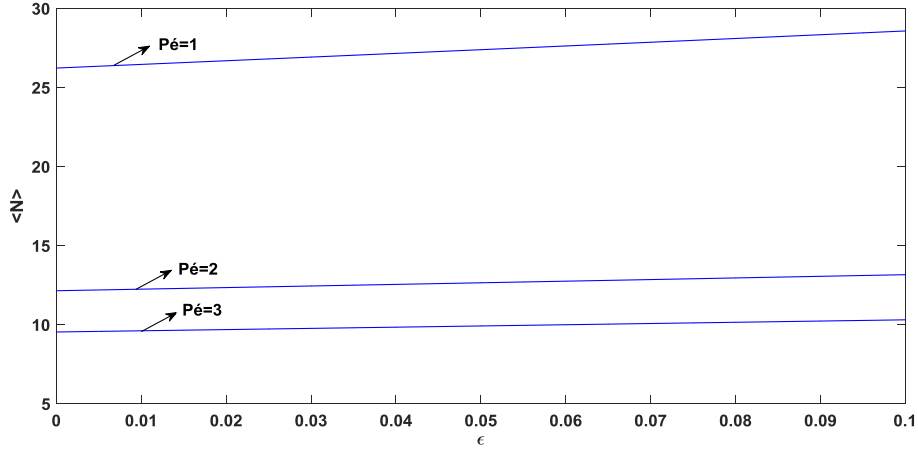
4.4. Entropi Üretimi

Ele alınan akış problemimizdeki tersinmezlikler ile ilişkili olan entropi üretimi bulunan analitik çözümler kullanılarak elde edilen grafikler ile tartışılacaktır. Şekil (4.10)' da toplam entropi üretiminin farklı ε sayılarında Brinkman sayılarına göre değişimi verilmiştir.



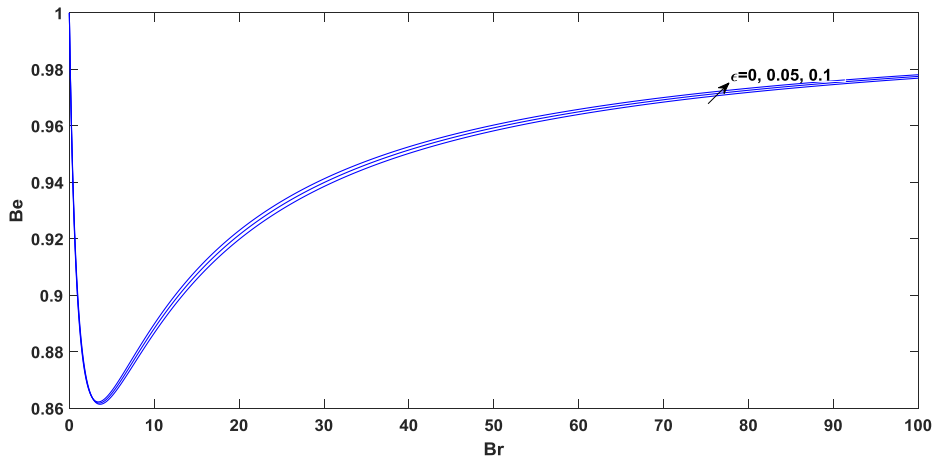
Şekil 4.10. Ortalama entropi üretiminin farklı ϵ sayıları için Brinkman sayısına göre değişimi

Artan ϵ sayılarında entropi üretimi artarken sistemdeki tersinmezlikler daha fazla ortaya çıkmaktadır. Özellikle Brinkman sayısının $-\infty$ ve ∞ a ilerlerken olan davranışlarında entropi üretimi ciddi oranda artarken, $-50 < Br < 50$ aralığında ise entropi üretiminin en düşük miktarlarda kaldığı gözlemlenir. Dikkat edilirse bu aralıkta entropi üretimi üzerindeki ϵ sayısının etkisi neredeyse kaybolmaktadır. Böylece sistemdeki en az entropi üretimi için olması gereken Brinkman sayıları hem Newtonyen hem de Powell-Eyring akışkanı için aynı alınabilir. Benzer davranışlar Şekil (4.11)' de gözlemlenmekle birlikte Péclet sayısının artışı ile doğal olarak entropi üretimi azalmaktadır.



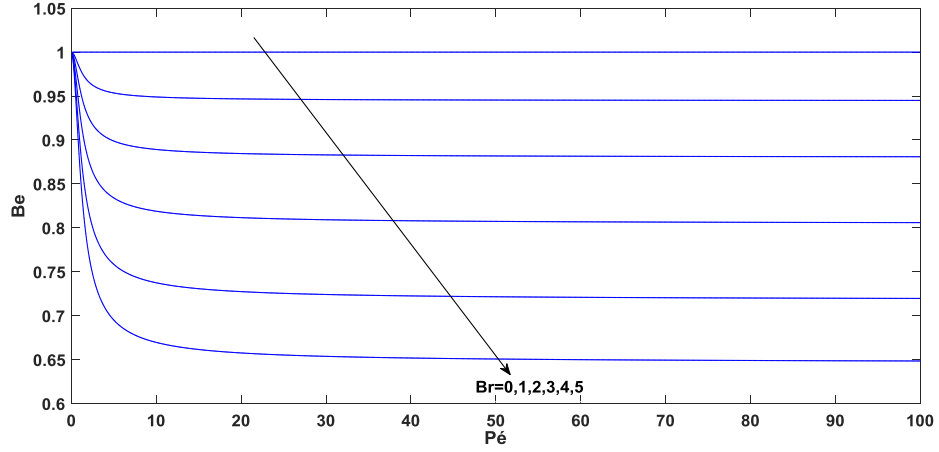
Şekil 4.11. Farklı Pélet sayıları için ε sayısının ortalama entropi üzerine etkisi

Denklem (3.55)' de verilen entropi üretim ifadesindeki ilk terim dikkat edilirse Pélet sayısı ile ters orantılıdır. Pélet sayısı artarken bu ifadenin ya da diğer bir ifadeyle x yönündeki sıcaklık gradyeninden kaynaklı entropi üretim miktarının azalması gerekmektedir. Bu da Şekil (4.11)' de görüldüğü gibi toplam entropi üretiminde bir azalma demektir. Yine Şekil (4.11)' de Şekil (4.10)' a benzer şekilde yatay ekseninde verilen ε sayılarının artışıyla entropi üretimi artmaktadır. Toplam entropi üretime neden olan etkenlerin birbirlerine göre niceliksel olarak karşılaştırması Bejan sayısı ile fark edilebilir. Şekil (4.12)' de Bejan sayısının farklı ε sayılarında Brinkman sayısına göre değişimi verilmiştir.



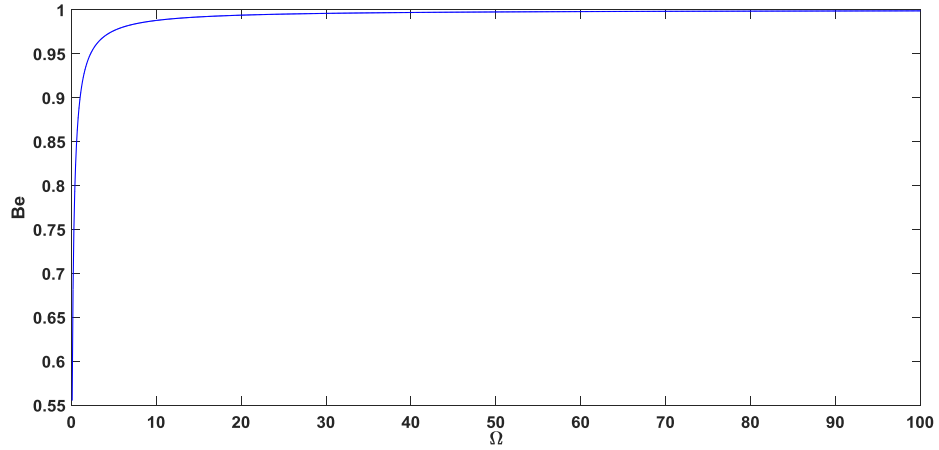
Şekil 4.12. Bejan sayısının farklı ε sayılarında Brinkman sayısına göre değişimi

Brinkman sayısı artarken Bejan sayısı 1'e yakınsar. Bu yakınsama toplam entropi üretiminde ısı transferinde dolayı gerçekleşen tersinmezliklerin viskoz ısınmanın etkisine göre daha baskın olduğunda ortaya çıktığı daha önce $N_1 \gg N_2$ şeklinde bahsedilmişti. Ancak yine şekilde bu davranışa ters olacak biçimde Bejan sayısında Brinkman sayısının $Br \approx 3,5$ 'a kadar ciddi bir azalış gözlemlenmektedir. Bunun nedeni her iki entropi üretim etkeni olan N_2 ve N_1 'in Brinkman sayısına olan sırasıyla lineer ve lineer olmayan bağımlılıklarıdır. Kısaca artan Brinkman sayıları ile viskoz sürtünmeden kaynaklı lineer entropi artışı (N_2) belirli bir seviyeye kadar ($Br \approx 3,5$) ısı transferinin yol açtığı entropi artış miktarına göre daha hızlı artış gösterirken, bu değerden sonra ısı transfer etkilerinde artış daha hızlıdır. Ayrıca Şekil (4.12)' de artan ε sayılarına göre Bejan sayısı da bir miktar artış göstermiştir. Özellikle bu artış Bejan sayısının davranışının değiştiği $Br \approx 3,5$ ' dan sonra fark edilebilir. Her ne kadar ε sayısı Newtonyen olmayan özellik ve viskoz ısınma davranışıyla ilişkilendirilse de sistem içinde transfer edilen ısının bir miktarı bu ısınmanın sonucudur. Dolayısı ile viskoz özellikler aslında viskoz ısınma direkt olarak N_2 entropi üretiminde gözlemlense de N_1 'de de dolaylı olarak bulunur ve Bejan sayısını arttırdığı için N_1 'deki etkisi daha fazladır. Buradan viskoz ısınmadan dolayı ortaya çıkan ısının bir miktarı da akışkan içerisinde transfer edileceğinden ısı transferinden dolayı gerçekleşen tersinmezliklerde de etkisinin olduğu söylenebilir. Entropi üretimi ile ilgili buraya kadar sunduğumuz sonuçları destekler nitelikte Bejan sayısı üzerindeki Pécelet sayısının etkisi farklı Brinkman sayılarında da Şekil (4.13)' de görülebilir.



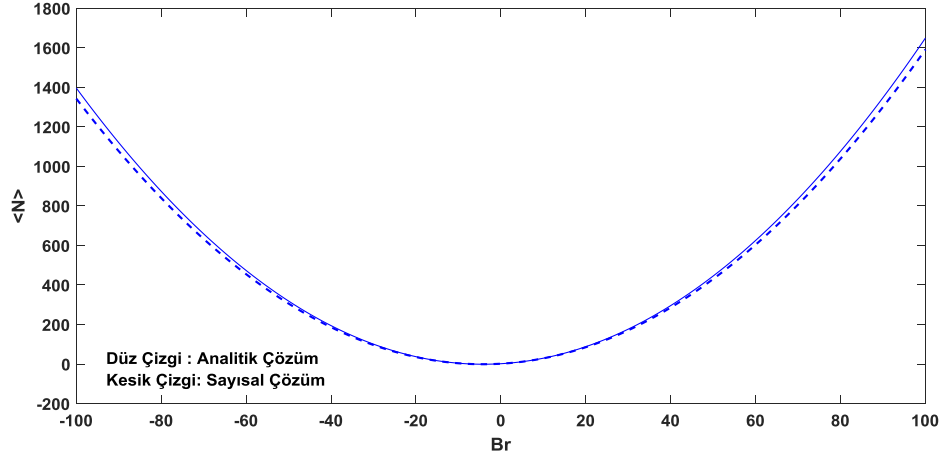
Şekil 4.13. Bejan sayısının farklı Brinkman sayılarında Péclet sayısına göre değişimi

Artan Péclet sayılarında Denklem (3.55)' de ki ilk terim kaybolacağı ve herhangi bir terimin Péclet sayısına olan bağımlılığı olmadığından Bejan sayıları bir değere yakınsayacaktır. İlave olarak Şekil (4.13)' de görüldüğü gibi Newtonyen akışkanda $Br = 0$ olduğundan Bejan sayısı her zaman 1'e eşit iken Brinkman sayısı arttıkça Bejan sayısı azalmıştır.



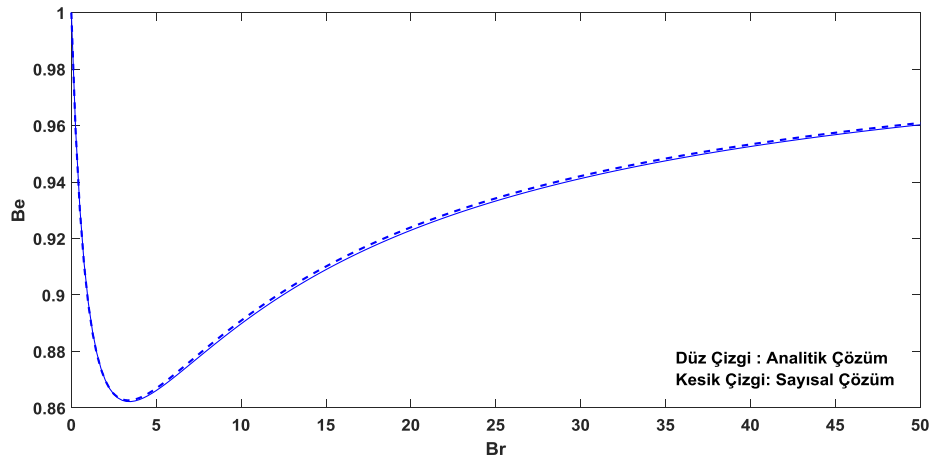
Şekil 4.14. Bejan sayısının Ω sayısına göre değişimi ($\varepsilon =0.1$, $Pé=1$, $Br=1$)

Péclet sayısının entropi üretiminde yol açtığı etkiye benzer bir etkiyi ise boyutsuz ısı akısı Ω sayısı Şekil (4.14)' de göstermiştir.



Şekil 4.15. Toplam entropi üretimi analitik ve sayısal çözüm karşılaştırma ($Pé=1$, $\Omega=1$, $\varepsilon=0.1$)

Artan Ω sayısı viskoz ısınmadan dolayı ortaya çıkan tersinmezliklerin etkisini paydada olmasından dolayı sıfırlayacaktır. Bunun sonucu olarak Şekil (4.14)' de görüldüğü gibi Bejan sayısı artan Ω sayısı ile 1' e yakınsayacaktır. Bu kısımdaki entropi ve Bejan sayısı ile ilgili grafikler analitik sonuçlar kullanılarak çizilmiştir. Doğrulama amacıyla söz konusu ifadeler sayısal olarak da hesaplanabilir. Şekil (4.15)' de ortalama entropi üretiminin Brinkman sayısına göre değişimi analitik ve sayısal sonuçlar kullanılarak çizilmiştir.



Şekil 4.16. Bejan sayısı analitik ve sayısal çözüm karşılaştırma ($Pé=1$, $\Omega=1$, $\varepsilon=0.1$)

Dikkat edilirse $\varepsilon = 0.1$ için çözümler geniş bir aralıkta oldukça yakındır. Aynı şekilde Şekil (4.16)'da Bejan sayısının analitik ve sayısal çözümleri

karşılaştırılmıştır. Sayısal çözümler ile karşılaştırıldığı zaman Bejan sayısı için de oldukça yüksek hassasiyetli çözümler elde edilmiştir.



5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışma kapsamında yüzeyleyden simetrik ısı akısına maruz Powell-Eyring akışkanının iki boyutlu kanal içinde basınç gradyeni vasıtası gerçekleşen akışında entropi üretimi incelenmiştir. Powell-Eyring akışkanı genelleştirilmiş bir Newtonyen akışkan olarak kabul edilir ve kayma gerilmelerinin tanımlandığı akışkana özel olan bünye denklemleri hiperbolik tipte olduğundan doğrusal değildir. İşlem kolaylığı ve ileriki analizlere yol açması açısından bünye denklemi tek terimli Taylor serisine açılarak üçüncü derece bir polinom haline indirgenmiştir. Bu kabulün düşük deformasyon hızlarında geçerli olduğunu söylemek gerekir. Elde edilen basitleştirilmiş bünye denklemi kullanılarak problemi yöneten momentum ve enerji denklemleri kartezyen koordinatlar için çıkarılmış ve söz konusu akış kabulüne indirgenmiştir. Sistemdeki entropi üretimi için bilinmesi gereken hız ve sıcaklık profilleri sırasıyla momentum ve enerji denklemlerinin bir perturbasyon tekniği ile analitik olarak çözülerek bulunmuştur. Perturbasyon teknikleri kısaca lineer olmayan denklemlerin içerdiği bir parametreyi küçük kabul ederek denklemleri doğrusal hale getirip çözme yaklaşımından oluşur. Bundan dolayı doğrusal olmayan momentum denklemindeki Powell-Eyring akışkan özelliği ile ilgili boyutsuz parametre olan ε sayısı birden çok küçük olarak kabul edilmiştir. Çözümler $\varepsilon \ll 1$ için geçerli olduğundan dolayı ε sayısının büyük değerlerinde doğru sonuçlar verememekte ve bu yüzden yaklaşık kabul edilmektedir. Ayrıca $\varepsilon \ll 1$ kabulü Newtonyen akışkanı tanımlayan bünye denklemi üzerinde yapılan doğrusallaştırma işlemi ile de uyumludur. Momentum denkleminin yapısı gereği, en basit perturbasyon serisi olan yaya açılımı kullanılmıştır. Momentum denkleminin aksine enerji denklemi doğrusal olduğundan direk integrali alınmıştır. Dolayısıyla her ne kadar enerji denklemi için yaklaşık çözüm tekniği kullanmasak da kendi içerisinde yaklaşık hız profili çözümünü içerdiğinden sıcaklık profilleri de yaklaşık çözümdür. Bulunan sonuçların teyit edebilmek için özel bir değişken adımlı sayısal algoritma ile denklemler sayısal olarak çözülmüştür. Kullanılan sayısal algoritma başlangıç değer tipi adi diferansiyel denklemler için olduğundan momentum denklemi sınır değer probleminden başlangıç değer problemine dönüştürülmüştür. İkinci mertebe bir adi diferansiyel denklem olan enerji denklemi ise, problemin doğası gereği üç şart içerdiğinden hem başlangıç değer hem de sınır değer problemidir. Daha sonra ise ikinci mertebe diferansiyel denklemler dört tane birinci mertebe adi diferansiyel denkleme

indirgenmiş ve sayısal yöntem uygulanmıştır. Kullanılan sayısal yöntem çoğu hazır paket programın içerisinde verilmesine rağmen ele aldığımız problemler içerdiği integraller bakımından integral-diferansiyel denklemlerdendir. Ayrıca yine enerji denkleminin içerdiği ortalama hızın matematiksel tanımı da integral ifadesi ile bulunduğundan bu tarz hazır yazılmış komut veya programlar bu çalışma için uygun değildir. Bu problemin önüne geçmek için sayısal teknik baştan ele alınmış ve uygun düzeltmeler ile Matlab ortamında programlanmıştır. Ortalama sıcaklık ifadesi ile beraber analitik olarak Nusselt sayısının bulunması ile kanal içinde gerçekleşen ısı transferinin gelişimi detaylıca incelenmiştir. Nusselt sayısı için bulunan analitik ifadenin, Newtonyen akışkan üzerine yapılan çalışmaların sonuçlarını sağladığı uygun boyutsuz parametre dönüşümleri ile gösterilmiştir. Powell-Eyring akışkanına ait Nusselt sayılarının analitik ifadeleri bu çalışma kapsamında ilk defa çıkarılmış ve grafikler üzerinde sayısal çözümler ile karşılaştırılmış, farklı parametrelerin geniş aralıklarında geçerlilikleri tartışılmıştır. Bundan sonraki kısımda ikinci yasa analizi ile Powell-Eyring akışkanının entropi üretim ifadesi çıkarılmış ve boyutsuzlaştırılmıştır. Akıştaki entropi üretim mekanizmaları, sıcaklık farklarından dolayı gerçekleşen ısı transferi ve viskoz sürtünmelerdir. Hesaplanan entropi akışkanın düşey eksen koordinatına da bağlıdır. Tartışmalarımızı tüm akışkan hacmi için yapacağımızdan integral vasıtası ile eksenlerden bağımsız ortalama entropi hesap edilmiştir. İkinci yasa analizine ilave olarak ısı transferi ve viskoz ısınmanın ayrı ayrı toplam entropi üzerine olan etkisi Bejan kullanılarak incelenmiştir. Özet olarak yapılan bu analizlerin sonuçlarında elde edilen grafikler ile her bir bölüm için aşağıdaki sonuçlar çıkarılmıştır.

5.1. Akışkan Hız ve Sıcaklık Değişimi

- Powell-Eyring akışkan özelliği ile ilgili Newtonyen olmayan akışkan parametresinin artan değerlerinde akışkan hızının arttığı,
- Ortalama akışkan sıcaklığının azaldığı,
- Artan Brinkman sayılarında akışkan sıcaklığının azaldığı gözlemlenmiştir.

5.2. Nusselt Sayısı

- Toplam ısı transferinde taşınımın etkisi azaldığından artan Powell-Eyring akışkan özelliği ve Brinkman sayılarında Nusselt sayısının azaldığı,
- Bazı özel Brinkman sayılarında taşınım ile ısı transferinin çok ön plana çıkıp Nusselt sayısını aşırı şekilde arttırdığı,
- Bu kritik Brinkman sayılarının Powell-Eyring akışkanı için de geçerli olduğu ve artan Brinkman sayılarında akışkanın Powell-Eyring özelliğinin artması gerektiği,
- Analitik sonuçlardan da bu kritik Brinkman sayısının belirli bir hata ile belirlendiği,
- Ancak kritik noktalara yakın bölgelerde hatanın oldukça fazla arttığı sonuçları çıkarılmıştır.

5.3. İkinci Yasa Analizi

- Artan Powell-Eyring akışkan özelliği ve Brinkman sayısı ile beraber akıştaki toplam entropinin arttığı,
- Ancak $Br = 0$ yani sürtünmesiz duruma yakın olan bölgelerde entropi üretiminin oldukça düşük olup Powell-Eyring akışkan özelliğinin etkisinin bu bölgelerde fazla görülmediği,
- Artan Pécllet sayılarında toplam entropiye etki eden yatay yöndeki ısı transferi gradyeninin etkisi azalacağından entropinin azaldığı ve sabit bir değere yakınsadığı,
- Artan Powell-Eyring özelliği ile beraber Bejan sayısının ufak da olsa bir artış gösterdiği,
- Artan Brinkman sayısı ile birlikte Bejan sayısının ilk başlarda ani bir düşüş gösterip sonra yükselişe geçtiği,
- Boyutsuz ısı transfer sayısının azalması ile beraber viskoz ısınmanın toplam entropi üretimi üzerindeki etkisi azalacağından Bejan sayısının arttığı görülmüştür.

Bu çalışmada akışkan özellikleri sabit alınmıştır. Daha sonraki çalışmalarda akışkan özelliklerinin sıcaklık veya basınç ile değiştiği matematiksel modeller kullanılabilir. Akışkan kanal içerisindeki hareketi sabit basınç gradyeni ile sağlanmaktadır. Ayrıca akışkan hareketi kanal yüzeylerine etki verilerek veya yer çekimi etkisi gibi bir dış kuvvet ile gerçekleştirilebilir. Akışkan hareketi için doğal taşınım etkisi kullanılabilir. Doğal taşınım etkisi ve sıcaklığa bağlı akışkan özellikleri modele dahil edilirse momentum ve enerji denklemlerinin ayrı ayrı çözülemeyip eşlenik hale geleceğine dikkat edilmelidir. Yüzeylerden olan simetrik ısı akışı şartları simetrik olmayan koşullara veya bir yüzeyin yalıtımlı olduğu durumlara dönüşebilir ve problem tekrardan ele alınabilir. Momentum denkleminin tam çözümü mümkündür ancak terim hacmi bakımından çok büyük olduğundan ileriki analizlerin önünü tıkamaktadır. Çeşitli sembolik hesaplayıcıların yardımı ile bu sorun aşılabilir. Analitik çözümler için perturbasyon metotları yerine diğer yarı analitik metotlar, varyasyonel iterasyon metodu, perturbasyon-iterasyon metodu gibi metotlar kullanılabilir.

KAYNAKLAR

1. Morrison, F.A. Understanding Rheology. Oxford University Press, New York, ABD, 2001, 511 s.
2. Astarita, G., Marucci G. Principles of Non-Newtonian Fluid Mechanics. McGraw-Hill Inc., Londra, İngiltere, 1974, 862 s.
3. Denn, M. Polymer Melt Processing: Foundations in Fluid Mechanics and Heat Transfer, Cambridge University Press, Cambridge, İngiltere, 2008, 751 s.
4. Irgens, F., Rheology and Non-Newtonian Fluids, Springer International Publishing, İsviçre, 2014, 185 s.
5. Cross, M.M. Rheology of Non-Newtonian Fluids: A new flow equation for pseudoplastic systems. *Journal of Colloid Science*. 1965, 417-437.
6. Ali, N., Hayat, T. Peristaltic motion of a Carreau Fluid in an asymmetric channel. *Applied Mathematics and Computation*. 2007, 535-552.
7. Abbasi, F.M., Hayat, T., Alsaedi, A. Numerical analysis for MHD Peristaltic Transport of Carreau-Yasuda Fluid in a curved channel with Hall effects. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. 2015, 104-110.
8. Aksoy, Y., Hayat T., Pakdemirli, M. Boundary layer theory and symmetry analysis of a Williamson fluid. *Zeitschrift für Naturforschung A*. 2012, 363-368.
9. Ahmad, A., Qasim, M., Ahmed, S. Flow of Reiner-Philippoff fluid over a stretching sheet with variable thickness. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*. 2017, 4469-4473.
10. Khan, M., Abbasbandy, S. Steady flow and heat transfer of a Sisko fluid in annular pipe. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2010, 1290-1297.
11. Barnes, H.A. A Handbook of Elementary Rheology. University of Wales Press, Galler, 2000, 210 s.
12. Hina, S., Mustafa, M., Hayat, T., Alsaedi, A. Peristaltic transport of Powell–Eyring fluid in a curved channel with heat/mass transfer and wall properties. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2016, 156-165.
13. Akinshilo, A.T., Olaye, O. On the analysis of the Eyring Powell model based fluid flow in a pipe with temperature dependent viscosity and internal heat generation. *Journal of King Saud University - Engineering Sciences*. 2017.
14. Eley, D.D., Pepper, D.C. Mechanisms for the Relaxation Theory of Viscosity. Nature Press. Cambridge, İngiltere, 1944, 428 s.
15. Aksoy, Y., Pakdemirli, M., Khalique, C.M. Boundary layer equations and stretching sheet solutions for the modified second grade fluid. *International Journal of Engineering Science*. 2007, 829-841.
16. Aydın, O., Avcı, M. Viscous-dissipation effects on the heat transfer in a Poiseuille flow. *Applied Energy*. 2006, 495-512.
17. Aydın, O., Avcı, M. Analysis of laminar heat transfer in micro-Poiseuille flow. *International Journal of Thermal Sciences*. 2007, 30-37.
18. Kushwaha, H.M., Sahu, S.K. Effects of viscous dissipation and rarefaction on parallel plates with constant heat flux boundary conditions. *Chemical Engineering Technology*. 2015, 235-245.
19. Mondal, P.K., Mukherjee, S. An analytical approach to the effect of viscous dissipation on shear-driven flow between two parallel plates with constant heat flux boundary conditions. *International Journal of Engineering*. 2013, 533-542.
20. Mobedi, M., Cekmer, O., Pop, I. Forced convection heat transfer inside an anisotropic porous channel with oblique principal axes: Effect of viscous dissipation. *International Journal of Thermal Sciences*. 2010, 1984-1993.

21. Hung, Y.M., Tso, C.P. Effects of viscous dissipation on fully developed forced convection in porous media. *International Communications in Heat and Mass Transfer*. 2009, 597-603.
22. Hooman, K. A perturbation solution for forced convection in a porous-saturated duct. *Journal of Computational and Applied Mathematics*. 2008, 57-66.
23. Hooman, K. Entropy generation for microscale forced convection: Effects of different thermal boundary conditions, velocity slip, temperature jump, viscous dissipation, and duct geometry. *International Communications in Heat and Mass Transfer*. 2007, 945-957.
24. Mahmud, S., Fraser, R.A. Flow, thermal, and entropy generation characteristics inside a porous channel with viscous dissipation. *International Journal of Thermal Sciences*. 2005, 21-32.
25. Dehghan, M., Valipour, M.S., Saedodin, S. Temperature-dependent conductivity in forced convection of heat exchangers filled with porous media: A perturbation solution. *Energy Conversion and Management*. 2015, 259-266.
26. Chen, G.M., Tso, C.P. Effects of viscous dissipation on forced convective heat transfer in a channel embedded in a power-law fluid saturated porous medium. *International Communications in Heat and Mass Transfer*. 2011, 57-62.
27. Tso, C.P., Francisca, J.S., Hung, Y.M. Viscous dissipation effects of power-law fluid flow within parallel plates with constant heat fluxes. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*. 2010, 625-630.
28. Chan, Y.H., Chen, G.M., Tso, C.P. Effects of asymmetric boundary conditions on Couette-Poiseuille flow of power-law fluid. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*. 2015, 496-503.
29. Haro, M.L., Cuevas, S., Beltran, A. Heat transfer and entropy generation in the parallel plate flow of a power-law fluid with asymmetric convective cooling. *Energy*. 2014, 750-756.
30. Bayazitoglu, Y., Paslay, P.R., Cernocky, P. Laminar Bingham fluid flow between vertical parallel plates. *International Journal of Thermal Sciences*. 2007, 349-357
31. Toru, S., Satoru, M., Davaa, G. Effect of viscous dissipation on fully developed heat transfer of plane Couette-Poiseuille laminar flow. *Departmental Bulletin Paper*. 1999, 153-156.
32. Shojaeian, M., Koşar, A. Convective heat transfer of non-Newtonian power-law slip flows and plug flows with variable thermophysical properties in parallel-plate and circular microchannels. *International Journal of Thermal Sciences*. 2016, 155-168.
33. Shojaeian, M., Koşar, A. Convective heat transfer and entropy generation analysis on Newtonian and non-Newtonian fluid flows between parallel-plates under slip boundary conditions. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2014, 664-673.
34. Aksoy, Y. Effects of couple stresses on the heat transfer and entropy generation rates for a flow between parallel plates with constant heat flux. *International Journal of Thermal Sciences*. 2016, 1-12.
35. Nayfeh, A.H. *Perturbation Methods*. John Wiley & Sons, Inc., New York, ABD, 1993, 532 s.
36. Bejan, A. *Convection Heat Transfer*. John Wiley & Sons, Inc., New York, ABD, 2013, 685 s.
37. Bejan, A. *The Method of Entropy Generation Minimization*. John Wiley & Sons, Inc., New York, ABD, 1996, 400 s.

38. Bejan, A. A Study of Entropy Generation in Fundamental Convective Heat Transfer. . John Wiley & Sons, Inc., New York, ABD, 1979, 724 s.
39. Mahmud, S., Fraser, R.A. Thermodynamic analysis of flow and heat transfer inside channel with two parallel plates. Exergy, An International Journal. 2002, 140-146.
40. Mahmud, S., Fraser, R.A. The second law analysis in fundamental convective heat transfer problems. International Journal of Thermal Sciences. 2003, 177-186.
41. Paoletti, S., Rispoli, F., Sciubba, E. Calculation of exergetic losses in compact heat exchanger passages. ASME AES. 1989, 21-29.
42. Lawrence, F.S., Mark, W.R. SIAM Journal on Scientific Computing. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia , ABD, 1993, 730 s.
43. Timothy, S. Numerical Analysis. Pearson Education Inc., Boston, ABD, 2012, 660.



EKLER (Matlab Programı)

```
tic
clear all
Pe=1;
omega=2;
for epsilon=[0.1];
s=0;
Tol=1e-16;
range=-10:0.5:10;
j=0;
for Br=range
j=j+1;
um=(1/3);
A=um;
xNS0=-1; imax=1000;
FUN=@(x) (x-epsilon*(x^3)+1);
FUNDER=@(x)1-3*epsilon*(x^2);
for i1=1:imax
xNS=xNS0-(FUN(xNS0)/FUNDER(xNS0));
if abs(xNS-xNS0)<Tol
break
end
xNS0=xNS;
end
for b=1:2
clear y u1 u2 u3 u4
u1(1)=0;
u2(1)=xNS;
u3(1)=0;
u4(1)=1;
y(1)=1;
du1dy=@(y,u1,u2,u3,u4)u2;
du2dy=@(y,u1,u2,u3,u4) -1/(1-3*epsilon*u2^2);
du3dy=@(y,u1,u2,u3,u4)u4;
du4dy=@(y,u1,u2,u3,u4)((u1/um)*(1+Br*A))+Br*((epsilon*u2^4)-(u2^2));
i=0;
while y(length(y))>=0
i=i+1;
h=-1e-4;
Su11= du1dy(y(i),u1(i),u2(i),u3(i),u4(i));
Su21= du2dy(y(i),u1(i),u2(i),u3(i),u4(i));
Su31= du3dy(y(i),u1(i),u2(i),u3(i),u4(i));
Su41= du4dy(y(i),u1(i),u2(i),u3(i),u4(i));
Su12=
du1dy(y(i)+h/4,u1(i)+Su11*h/4,u2(i)+Su21*h/4,u3(i)+Su31*h/4,u4(i)+Su41*h/4);
Su22=
du2dy(y(i)+h/4,u1(i)+Su11*h/4,u2(i)+Su21*h/4,u3(i)+Su31*h/4,u4(i)+Su41*h/4);
Su32=
du3dy(y(i)+h/4,u1(i)+Su11*h/4,u2(i)+Su21*h/4,u3(i)+Su31*h/4,u4(i)+Su41*h/4);
```

$$\begin{aligned}
& Su42= \\
& du4dy(y(i)+h/4,u1(i)+Su11*h/4,u2(i)+Su21*h/4,u3(i)+Su31*h/4,u4(i)+Su41*h/4); \\
& Su13= \\
& du1dy(y(i)+3*h/8,u1(i)+(3*h/32)*Su11+(9*h/32)*Su12,u2(i)+(3*h/32)*Su21+(9*h/ \\
& 32)*Su22,u3(i)+(3*h/32)*Su31+(9*h/32)*Su32,u4(i)+(3*h/32)*Su41+(9*h/32)*Su4 \\
& 2); \\
& Su23= \\
& du2dy(y(i)+3*h/8,u1(i)+(3*h/32)*Su11+(9*h/32)*Su12,u2(i)+(3*h/32)*Su21+(9*h/ \\
& 32)*Su22,u3(i)+(3*h/32)*Su31+(9*h/32)*Su32,u4(i)+(3*h/32)*Su41+(9*h/32)*Su4 \\
& 2); \\
& Su33= \\
& du3dy(y(i)+3*h/8,u1(i)+(3*h/32)*Su11+(9*h/32)*Su12,u2(i)+(3*h/32)*Su21+(9*h/ \\
& 32)*Su22,u3(i)+(3*h/32)*Su31+(9*h/32)*Su32,u4(i)+(3*h/32)*Su41+(9*h/32)*Su4 \\
& 2); \\
& Su43= \\
& du4dy(y(i)+3*h/8,u1(i)+(3*h/32)*Su11+(9*h/32)*Su12,u2(i)+(3*h/32)*Su21+(9*h/ \\
& 32)*Su22,u3(i)+(3*h/32)*Su31+(9*h/32)*Su32,u4(i)+(3*h/32)*Su41+(9*h/32)*Su4 \\
& 2); \\
& Su14= du1dy(y(i)+12*h/13,u1(i)+(1932*h/2197)*Su11- \\
& (7200*h/2197)*Su12+(7296*h/2197)*Su13,u2(i)+(1932*h/2197)*Su21- \\
& (7200*h/2197)*Su22+(7296*h/2197)*Su23,u3(i)+(1932*h/2197)*Su31- \\
& (7200*h/2197)*Su32+(7296*h/2197)*Su33,u4(i)+(1932*h/2197)*Su41- \\
& (7200*h/2197)*Su42+(7296*h/2197)*Su43); \\
& Su24= du2dy(y(i)+12*h/13,u1(i)+(1932*h/2197)*Su11- \\
& (7200*h/2197)*Su12+(7296*h/2197)*Su13,u2(i)+(1932*h/2197)*Su21- \\
& (7200*h/2197)*Su22+(7296*h/2197)*Su23,u3(i)+(1932*h/2197)*Su31- \\
& (7200*h/2197)*Su32+(7296*h/2197)*Su33,u4(i)+(1932*h/2197)*Su41- \\
& (7200*h/2197)*Su42+(7296*h/2197)*Su43); \\
& Su34= du3dy(y(i)+12*h/13,u1(i)+(1932*h/2197)*Su11- \\
& (7200*h/2197)*Su12+(7296*h/2197)*Su13,u2(i)+(1932*h/2197)*Su21- \\
& (7200*h/2197)*Su22+(7296*h/2197)*Su23,u3(i)+(1932*h/2197)*Su31- \\
& (7200*h/2197)*Su32+(7296*h/2197)*Su33,u4(i)+(1932*h/2197)*Su41- \\
& (7200*h/2197)*Su42+(7296*h/2197)*Su43); \\
& Su44= du4dy(y(i)+12*h/13,u1(i)+(1932*h/2197)*Su11- \\
& (7200*h/2197)*Su12+(7296*h/2197)*Su13,u2(i)+(1932*h/2197)*Su21- \\
& (7200*h/2197)*Su22+(7296*h/2197)*Su23,u3(i)+(1932*h/2197)*Su31- \\
& (7200*h/2197)*Su32+(7296*h/2197)*Su33,u4(i)+(1932*h/2197)*Su41- \\
& (7200*h/2197)*Su42+(7296*h/2197)*Su43); \\
& Su15= du1dy(y(i)+h,u1(i)+(439*h/216)*Su11-8*h*Su12+(3680*h/513)*Su13- \\
& (845*h/4104)*Su14,u2(i)+(439*h/216)*Su21-8*h*Su22+(3680*h/513)*Su23- \\
& (845*h/4104)*Su24,u3(i)+(439*h/216)*Su31-8*h*Su32+(3680*h/513)*Su33- \\
& (845*h/4104)*Su34,u4(i)+(439*h/216)*Su41-8*h*Su42+(3680*h/513)*Su43- \\
& (845*h/4104)*Su44); \\
& Su25= du2dy(y(i)+h,u1(i)+(439*h/216)*Su11-8*h*Su12+(3680*h/513)*Su13- \\
& (845*h/4104)*Su14,u2(i)+(439*h/216)*Su21-8*h*Su22+(3680*h/513)*Su23- \\
& (845*h/4104)*Su24,u3(i)+(439*h/216)*Su31-8*h*Su32+(3680*h/513)*Su33- \\
& (845*h/4104)*Su34,u4(i)+(439*h/216)*Su41-8*h*Su42+(3680*h/513)*Su43- \\
& (845*h/4104)*Su44); \\
& Su35= du3dy(y(i)+h,u1(i)+(439*h/216)*Su11-8*h*Su12+(3680*h/513)*Su13- \\
& (845*h/4104)*Su14,u2(i)+(439*h/216)*Su21-8*h*Su22+(3680*h/513)*Su23-
\end{aligned}$$

$(845*h/4104)*Su_{24,u3(i)}+(439*h/216)*Su_{31-8*h}*Su_{32}+(3680*h/513)*Su_{33-}$
 $(845*h/4104)*Su_{34,u4(i)}+(439*h/216)*Su_{41-8*h}*Su_{42}+(3680*h/513)*Su_{43-}$
 $(845*h/4104)*Su_{44});$
 $Su_{45}= du_{4dy}(y(i)+h,u_1(i)+(439*h/216)*Su_{11-8*h}*Su_{12}+(3680*h/513)*Su_{13-}$
 $(845*h/4104)*Su_{14,u2(i)}+(439*h/216)*Su_{21-8*h}*Su_{22}+(3680*h/513)*Su_{23-}$
 $(845*h/4104)*Su_{24,u3(i)}+(439*h/216)*Su_{31-8*h}*Su_{32}+(3680*h/513)*Su_{33-}$
 $(845*h/4104)*Su_{34,u4(i)}+(439*h/216)*Su_{41-8*h}*Su_{42}+(3680*h/513)*Su_{43-}$
 $(845*h/4104)*Su_{44});$
 $Su_{16}= du_{1dy}(y(i)+h/2,u_1(i)-(8*h/27)*Su_{11}+2*h*S_u{12-}$
 $(3544*h/2565)*Su_{13}+(1859*h/4104)*Su_{14}-(11*h/40)*Su_{15,u2(i)-}$
 $(8*h/27)*Su_{21}+2*h*S_u{22-(3544*h/2565)*Su_{23}+(1859*h/4104)*Su_{24-}$
 $(11*h/40)*Su_{25,u3(i)-(8*h/27)*Su_{31}+2*h*S_u{32-}$
 $(3544*h/2565)*Su_{33}+(1859*h/4104)*Su_{34}-(11*h/40)*Su_{35,u4(i)-}$
 $(8*h/27)*Su_{41}+2*h*S_u{42-(3544*h/2565)*Su_{43}+(1859*h/4104)*Su_{44-}$
 $(11*h/40)*Su_{45});$
 $Su_{26}= du_{2dy}(y(i)+h/2,u_1(i)-(8*h/27)*Su_{11}+2*h*S_u{12-}$
 $(3544*h/2565)*Su_{13}+(1859*h/4104)*Su_{14}-(11*h/40)*Su_{15,u2(i)-}$
 $(8*h/27)*Su_{21}+2*h*S_u{22-(3544*h/2565)*Su_{23}+(1859*h/4104)*Su_{24-}$
 $(11*h/40)*Su_{25,u3(i)-(8*h/27)*Su_{31}+2*h*S_u{32-}$
 $(3544*h/2565)*Su_{33}+(1859*h/4104)*Su_{34}-(11*h/40)*Su_{35,u4(i)-}$
 $(8*h/27)*Su_{41}+2*h*S_u{42-(3544*h/2565)*Su_{43}+(1859*h/4104)*Su_{44-}$
 $(11*h/40)*Su_{45});$
 $Su_{36}= du_{3dy}(y(i)+h/2,u_1(i)-(8*h/27)*Su_{11}+2*h*S_u{12-}$
 $(3544*h/2565)*Su_{13}+(1859*h/4104)*Su_{14}-(11*h/40)*Su_{15,u2(i)-}$
 $(8*h/27)*Su_{21}+2*h*S_u{22-(3544*h/2565)*Su_{23}+(1859*h/4104)*Su_{24-}$
 $(11*h/40)*Su_{25,u3(i)-(8*h/27)*Su_{31}+2*h*S_u{32-}$
 $(3544*h/2565)*Su_{33}+(1859*h/4104)*Su_{34}-(11*h/40)*Su_{35,u4(i)-}$
 $(8*h/27)*Su_{41}+2*h*S_u{42-(3544*h/2565)*Su_{43}+(1859*h/4104)*Su_{44-}$
 $(11*h/40)*Su_{45});$
 $Su_{46}= du_{4dy}(y(i)+h/2,u_1(i)-(8*h/27)*Su_{11}+2*h*S_u{12-}$
 $(3544*h/2565)*Su_{13}+(1859*h/4104)*Su_{14}-(11*h/40)*Su_{15,u2(i)-}$
 $(8*h/27)*Su_{21}+2*h*S_u{22-(3544*h/2565)*Su_{23}+(1859*h/4104)*Su_{24-}$
 $(11*h/40)*Su_{25,u3(i)-(8*h/27)*Su_{31}+2*h*S_u{32-}$
 $(3544*h/2565)*Su_{33}+(1859*h/4104)*Su_{34}-(11*h/40)*Su_{35,u4(i)-}$
 $(8*h/27)*Su_{41}+2*h*S_u{42-(3544*h/2565)*Su_{43}+(1859*h/4104)*Su_{44-}$
 $(11*h/40)*Su_{45});$
 $m_1=u_1(i)+h*((25/216)*Su_{11}+(1408/2565)*Su_{13}+(2197/4104)*Su_{14}-(1/5)*Su_{15});$
 $m_2=u_2(i)+h*((25/216)*Su_{21}+(1408/2565)*Su_{23}+(2197/4104)*Su_{24}-(1/5)*Su_{25});$
 $m_3=u_3(i)+h*((25/216)*Su_{31}+(1408/2565)*Su_{33}+(2197/4104)*Su_{34}-(1/5)*Su_{35});$
 $m_4=u_4(i)+h*((25/216)*Su_{41}+(1408/2565)*Su_{43}+(2197/4104)*Su_{44}-(1/5)*Su_{45});$
 $k_1=u_1(i)+h*((16/135)*Su_{11}+(6656/12825)*Su_{13}+(28561/56430)*Su_{14-}$
 $(9/50)*Su_{15}+(2/55)*Su_{16});$
 $k_2=u_2(i)+h*((16/135)*Su_{21}+(6656/12825)*Su_{23}+(28561/56430)*Su_{24-}$
 $(9/50)*Su_{25}+(2/55)*Su_{26});$
 $k_3=u_3(i)+h*((16/135)*Su_{31}+(6656/12825)*Su_{33}+(28561/56430)*Su_{34-}$
 $(9/50)*Su_{35}+(2/55)*Su_{36});$
 $k_4=u_4(i)+h*((16/135)*Su_{41}+(6656/12825)*Su_{43}+(28561/56430)*Su_{44-}$
 $(9/50)*Su_{45}+(2/55)*Su_{46});$
 $e_1=abs(k_1-m_1);$
 $e_2=abs(k_1-m_1);$

```

e3=abs(k1-m1);
e4=abs(k1-m1);
while e1>Tol || e2>Tol || e3>Tol || e4>Tol
h=h/2;
if abs(h)<=1e-20
s=s+1;
disp('hata adım aralığı çok düşük')
break
end
if y(i)+h<0
h=-y(i);
end
Su11= du1dy(y(i),u1(i),u2(i),u3(i),u4(i));
Su21= du2dy(y(i),u1(i),u2(i),u3(i),u4(i));
Su31= du3dy(y(i),u1(i),u2(i),u3(i),u4(i));
Su41= du4dy(y(i),u1(i),u2(i),u3(i),u4(i));
Su12=
du1dy(y(i)+h/4,u1(i)+Su11*h/4,u2(i)+Su21*h/4,u3(i)+Su31*h/4,u4(i)+Su41*h/4);
Su22=
du2dy(y(i)+h/4,u1(i)+Su11*h/4,u2(i)+Su21*h/4,u3(i)+Su31*h/4,u4(i)+Su41*h/4);
Su32=
du3dy(y(i)+h/4,u1(i)+Su11*h/4,u2(i)+Su21*h/4,u3(i)+Su31*h/4,u4(i)+Su41*h/4);
Su42=
du4dy(y(i)+h/4,u1(i)+Su11*h/4,u2(i)+Su21*h/4,u3(i)+Su31*h/4,u4(i)+Su41*h/4);
Su13=
du1dy(y(i)+3*h/8,u1(i)+(3*h/32)*Su11+(9*h/32)*Su12,u2(i)+(3*h/32)*Su21+(9*h/
32)*Su22,u3(i)+(3*h/32)*Su31+(9*h/32)*Su32,u4(i)+(3*h/32)*Su41+(9*h/32)*Su4
2);
Su23=
du2dy(y(i)+3*h/8,u1(i)+(3*h/32)*Su11+(9*h/32)*Su12,u2(i)+(3*h/32)*Su21+(9*h/
32)*Su22,u3(i)+(3*h/32)*Su31+(9*h/32)*Su32,u4(i)+(3*h/32)*Su41+(9*h/32)*Su4
2);
Su33=
du3dy(y(i)+3*h/8,u1(i)+(3*h/32)*Su11+(9*h/32)*Su12,u2(i)+(3*h/32)*Su21+(9*h/
32)*Su22,u3(i)+(3*h/32)*Su31+(9*h/32)*Su32,u4(i)+(3*h/32)*Su41+(9*h/32)*Su4
2);
Su43=
du4dy(y(i)+3*h/8,u1(i)+(3*h/32)*Su11+(9*h/32)*Su12,u2(i)+(3*h/32)*Su21+(9*h/
32)*Su22,u3(i)+(3*h/32)*Su31+(9*h/32)*Su32,u4(i)+(3*h/32)*Su41+(9*h/32)*Su4
2);
Su14= du1dy(y(i)+12*h/13,u1(i)+(1932*h/2197)*Su11-
(7200*h/2197)*Su12+(7296*h/2197)*Su13,u2(i)+(1932*h/2197)*Su21-
(7200*h/2197)*Su22+(7296*h/2197)*Su23,u3(i)+(1932*h/2197)*Su31-
(7200*h/2197)*Su32+(7296*h/2197)*Su33,u4(i)+(1932*h/2197)*Su41-
(7200*h/2197)*Su42+(7296*h/2197)*Su43);
Su24= du2dy(y(i)+12*h/13,u1(i)+(1932*h/2197)*Su11-
(7200*h/2197)*Su12+(7296*h/2197)*Su13,u2(i)+(1932*h/2197)*Su21-
(7200*h/2197)*Su22+(7296*h/2197)*Su23,u3(i)+(1932*h/2197)*Su31-
(7200*h/2197)*Su32+(7296*h/2197)*Su33,u4(i)+(1932*h/2197)*Su41-
(7200*h/2197)*Su42+(7296*h/2197)*Su43);

```



```

(8*h/27)*Su41+2*h*Su42-(3544*h/2565)*Su43+(1859*h/4104)*Su44-
(11*h/40)*Su45);
Su46= du4dy(y(i)+h/2,u1(i)-(8*h/27)*Su11+2*h*Su12-
(3544*h/2565)*Su13+(1859*h/4104)*Su14-(11*h/40)*Su15,u2(i)-
(8*h/27)*Su21+2*h*Su22-(3544*h/2565)*Su23+(1859*h/4104)*Su24-
(11*h/40)*Su25,u3(i)-(8*h/27)*Su31+2*h*Su32-
(3544*h/2565)*Su33+(1859*h/4104)*Su34-(11*h/40)*Su35,u4(i)-
(8*h/27)*Su41+2*h*Su42-(3544*h/2565)*Su43+(1859*h/4104)*Su44-
(11*h/40)*Su45);
m1=u1(i)+h*((25/216)*Su11+(1408/2565)*Su13+(2197/4104)*Su14-(1/5)*Su15);
m2=u2(i)+h*((25/216)*Su21+(1408/2565)*Su23+(2197/4104)*Su24-(1/5)*Su25);
m3=u3(i)+h*((25/216)*Su31+(1408/2565)*Su33+(2197/4104)*Su34-(1/5)*Su35);
m4=u4(i)+h*((25/216)*Su41+(1408/2565)*Su43+(2197/4104)*Su44-(1/5)*Su45);
k1=u1(i)+h*((16/135)*Su11+(6656/12825)*Su13+(28561/56430)*Su14-
(9/50)*Su15+(2/55)*Su16);
k2=u2(i)+h*((16/135)*Su21+(6656/12825)*Su23+(28561/56430)*Su24-
(9/50)*Su25+(2/55)*Su26);
k3=u3(i)+h*((16/135)*Su31+(6656/12825)*Su33+(28561/56430)*Su34-
(9/50)*Su35+(2/55)*Su36);
k4=u4(i)+h*((16/135)*Su41+(6656/12825)*Su43+(28561/56430)*Su44-
(9/50)*Su45+(2/55)*Su46);
e1=abs(k1-m1);
e2=abs(k2-m2);
e3=abs(k3-m3);
e4=abs(k4-m4);
end
if y(i)+h<0
y(i+1)=0;
else
y(i+1)=y(i)+h;
end
u1(i+1)=k1;
u2(i+1)=k2;
u3(i+1)=k3;
u4(i+1)=k4;
if y(i+1)==0
break
end
end
um=-trapz(y,u1);
B=(u2.^2)-epsilon*(u2.^4);
A=-trapz(y,B);
thetamean=-trapz(y,u1.*u3)/um;
Nu_numerics(j)=-2/thetamean;
thetamean_exact=(1/35)*(-17-3*Br);
Nu_exact(j)=-2/thetamean_exact;
TM_pert=(-1/693).*(5+3.*epsilon).^(-
1).*(1675+909.*epsilon+40.*(5+3.*epsilon).^(-
1)+Br.*(297+epsilon.*(374+117.*epsilon)));
Nu_pert(j)=-2/TM_pert;

```

```

end
DTDX=1+Br*A;
ENT=1/Pe^2*DTDX^2+u4.^2+Br/omega*(u2.^2-epsilon*u2.^4);
BJN=(1/Pe^2*DTDX^2+u4.^2)/(1/Pe^2*DTDX^2+u4.^2+Br/omega*(u2.^2-
epsilon*u2.^4));
meanENT(j)=-trapz(y,ENT);
meanBJN(j)=-trapz(y,BJN);
% plot(y,u3);
yy=linspace(0,1,length(y));
ump=1/3+epsilon/5;
dtdx=1+Br*ump;
r1=(1/ump+Br)*(1/4+epsilon/8);
r2=1/24*(1/ump+3*Br);
r3=(epsilon/120)*(1/ump+5*Br);
DTDY=2*r1*yy-4*r2*yy.^3-6*r3*yy.^5;
DU0=-yy;
DU1=-yy.^3;
ENT_pert=1/Pe^2*dtdx^2+DTDY.^2+Br/omega*(DU0.^2+2*epsilon*DU0.*DU1-
epsilon*DU0.^4);
BJN_pert=(1/Pe^2*dtdx^2+DTDY.^2)/(1/Pe^2*dtdx^2+DTDY.^2+Br/omega*(DU
0.^2+2*epsilon*DU0.*DU1-epsilon*DU0.^4));
meanENT_pert(j)=trapz(yy,ENT_pert);
meanBJN_pert(j)=trapz(yy,BJN_pert);
upert=(1/2)*(1-yy.^2)+(epsilon/4)*(1-yy.^4);
% plot(yy,upert);
thetapert=((1/4)+(1/8).*epsilon).*(((1/3)+(1/5).*epsilon).^(-1)+Br).*((-
1)+yy.^2)+(1/24).*(((1/3)+(1/5).*epsilon).^(-1)+3.*Br).(1+(-
1).*yy.^4)+(1/120).*epsilon).*(((1/3)+(1/5).*epsilon).^(-1)+5.*Br).(1+(-1).*yy.^6);
% plot(yy,thetapert);
end
plot(range,meanENT,range,meanENT_pert)
hold on
%plot(range,Nu_pert,range,Nu_numerics)
end
toc

```


ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Necmi GÜRKAN

Doğum Yeri ve Yılı : İstanbul, 1990

Medeni Hali : Bekar

Yabancı Dili : İngilizce

E-posta : necmigurkan@hotmail.com

Eğitim Durumu

Lise : Çanakkale Anadolu Lisesi, 2006

Önlisans : Mustafa Kemal Üniversitesi, İklimlendirme ve Soğutma, 2009

Lisans : Celal Bayar Üniversitesi, Makine Mühendisliği Bölümü, 2016

Yüksek Lisans : Celal Bayar Üniversitesi, Makine Mühendisliği Bölümü, 2018

Mesleki Deneyim

Kurum bilgisi : İklimsa 2009-2010

Kurum bilgisi : Tuna Makina 2010-2012

Kurum bilgisi : Manisa Vergi Dairesi Başkanlığı 2013-..... (halen)