

**T.C.
MANİSA CELAL BAYAR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI
MEKANİK BİLİM DALI**

**EKSENEL FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ
TİMOSHENKO KİRİŞİ VE EULER-BERNOULLİ
KİRİŞLERİNİN SONLU ELEMANLAR PROGRAM
ÇÖZÜMLERİNİN KARŞILAŞTIRILMASI**

Selin TAŞKIN

**Danışman
Dr. Öğr.Üyesi Abdulkerim ERGÜT**



MANİSA-2021

Selin
TAŞKIN

**EKSENEL FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ TIMOSHENKO KİRİŞİ VE EULER
BERNOULLI KİRİŞİNİN SONLU ELEMANLAR PROGRAMI ÇÖZÜMLERİNİN
KARŞILAŞTIRILMASI**

2021

TAAHHÜTNAME

Bu tezin Manisa Celal Bayar Üniversitesi Mühendislik Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü'nde, akademik ve etik kurallara uygun olarak yazıldığını ve kullanılan tüm literatür bilgilerinin referans gösterilerek tezde yer aldığını beyan ederim.

Selin TAŞKIN



İÇİNDEKİLER

TAAHHÜTNAME.....	i
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	V
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	VI
TABLO DİZİNİ	X
ÖZET.....	XIV
ABSTRACT.....	XV
1.GİRİŞ	1
1.1.Tezin Önemi.....	2
1.2.Teoremler	2
1.2.1.Seçilen İki Kiriş Teoremi Hakkında Genel Bilgiler	2
2. GENEL BİLGİLER	4
2.1. Tezin Amacı.....	18
3. MATERYAL VE YÖNTEMLER.....	19
3.1 Yöntemler-Teorik Model	19
3.2. Yönetici Denklemler	20
3.2.a Euler Bernoulli Kiriş Teorisi	20
3.2.b Timoshenko Kiriş Teorisi	20
3.4. Analiz Modeli Oluşturulması.....	25
3.4.1. ABAQUS Programında Euler-Bernoulli Kirişi Analiz Modelinin Oluşturulması.....	25
3.4.2 ABAQUS Programında Timoshenko Kirişi Analiz Modelinin Oluşturulması	32
3.4.4. ABAQUS Programında Tek Malzemeli Homojen Timoshenko Kirişi Analiz Sonucunun İncelenmesi	40
4. ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA	41
4.1. Kesit Özelliklerine Göre Yapılan Modelleme Karşılaştırması	43

4.1.1. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişinin E1 ve E2 Modellemelerinin Karşılaştırılması	43
4.1.2. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişinin E3 ve E4 Modellemelerinin Karşılaştırılması	44
4.1.3. Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişinin E5 ve E6 Modellemelerinin karşılaştırılması	45
4.1.4. Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişinin E7 ve E8 Modellemelerinin Karşılaştırılması	46
4.1.5. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Timoshenko Kirişinin T1 ve T2 Modellemelerinin Karşılaştırılması	47
4.1.6. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişinin T3 ve T4 Modellemelerinin Karşılaştırılması	48
4.1.7. Homojen ve Tabakasız Timoshenko Kirişinin T5 ve T6 Modellemelerinin Karşılaştırılması	49
4.1.8. Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişinin T7 ve T8 Modellemelerinin Karşılaştırılması	50
4.2. Kirişlerin L Boyuna Göre Yapılan Modelleme Karşılaştırması	51
4.2.1. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişinin E1 ve E3 Modellemelerinin Karşılaştırılması	51
4.2.2. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişinin E2 ve E4 Modellemelerinin Karşılaştırılması	52
4.2.3. Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişinin E5 ve E7 Modellemelerinin Karşılaştırılması	53
4.2.4. Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişinin E6 ve E8 Modellemelerinin Karşılaştırılması	54
4.2.5. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişinin T1 ve T3 Modellemelerinin Karşılaştırılması	55
4.2.6. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Timoshenko Kirişinin T2 ve T4 Modellemelerinin Karşılaştırılması	56

4.2.7. Homojen ve Tabakasız Timoshenko Kirişinin T_5 ve T_7 Modellemelerinin Karşılaştırılması.....	57
4.2.8. Homojen ve Tabakasız Timoshenko Kirişinin T_6 ve T_8 Modellemelerinin karşılaştırılması.....	58
4.3. Analizde Kullanılan Kiriş Teorilerine Göre Yapılan Modelleme Karşılaştırması	59
4.3.1. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişi (E_1) ve Timoshenko Kirişi (T_1) Modellemelerinin karşılaştırılması.....	59
4.3.2. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişi (E_2) ve Timoshenko Kirişi (T_2) Modellemelerinin karşılaştırılması.....	60
4.3.3. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişi (E_3) ve Timoshenko Kirişi (T_3) Modellemelerinin karşılaştırılması.....	61
4.3.4. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişi (E_4) ve Timoshenko Kirişi (T_4) Modellemelerinin karşılaştırılması.....	62
4.3.5. Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişi (E_5) ve Timoshenko Kirişi (T_5) Modellemelerinin karşılaştırılması.....	63
4.3.6. Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişi (E_6) ve Timoshenko Kirişi (T_6) Modellemelerinin karşılaştırılması.....	64
4.3.7. Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişi (E_7) ve Timoshenko Kirişi (T_7) Modellemelerinin karşılaştırılması.....	65
4.3.8. Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişi (E_8) ve Timoshenko Kirişi (T_8) Modellemelerinin karşılaştırılması.....	66
4.4. Kirişlerin Fonksiyonel Derecelendirilmiş ya da Homojen ve Tabakasız Olmasına Göre Yapılan Modelleme Karşılaştırması	67
4.4.1. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişi (E_1) ve Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişi (E_5) Modellemelerinin Karşılaştırılması.....	67
4.4.2. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişi (E_2) ve Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişi (E_6) Modellemelerinin Karşılaştırılması.....	68
4.4.3. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişi (E_3) ve Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişi (E_7) Modellemelerinin Karşılaştırılması.....	69

4.4.4. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişi (E_4) ve Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişi (E_8) Modellemelerinin Karşılaştırılması.....	70
4.4.5. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Timoshenko Kirişi (T_1) ve Homojen ve Tabakasız Timoshenko Kirişi (T_5) Modellemelerinin Karşılaştırılması.....	71
4.4.6. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Timoshenko Kirişi (T_2) ve Homojen ve Tabakasız Timoshenko Kirişi (T_6) Modellemelerinin Karşılaştırılması.....	72
4.4.7. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Timoshenko Kirişi (T_3) ve Homojen ve Tabakasız Timoshenko Kirişi (T_7) Modellemelerinin Karşılaştırılması.....	73
4.4.8. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Timoshenko Kirişi (T_4) ve Homojen ve Tabakasız Timoshenko Kirişi (T_8) Modellemelerinin Karşılaştırılması.....	74
5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER.....	75
5.1. Kesit Özelliklerine Göre Yapılan Modelleme Karşılaştırması	75
5.2. Kirişlerin L Boyuna Göre Yapılan Modelleme Karşılaştırması	77
5.3. Analizde Kullanılan Kiriş Teorilerine Göre Yapılan Modelleme Karşılaştırması	78
5.4. Kirişlerin Fonksiyonel Derecelendirilmiş ya da Homojen ve Tabakasız Olmasına Göre Yapılan Modelleme Karşılaştırması	79
KAYNAKLAR	81
ÖZGEÇMİŞ	Hata! Yer işareti tanımlanmamış.

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

FDM	Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme
S-FDM	Skolastik fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme
GDQM	Genelleştirilmiş diferansiyel kuadratür yöntemi
FD	Fonksiyonel derecelendirilmiş
FDK	Fonksiyonel derecelendirilmiş kiriş
SMA	Şekil hafızalı alaşım
EFD	Eksenel fonksiyonel derecelendirilmiş
FDP	Fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli doku
BDFD	İki yönlü fonksiyonel derecelendirilmiş
w (x, t)	Dönme
γ_{xz}	Kayma deformasyonu
kA	Efektif kayma alanı
k	Timoshenko kayma faktörü
b	Kiriş derinliği (z doğrultusu)
h	Kiriş yüksekliği (y doğrultusu)
L	Kiriş boyu (x doğrultusu)
MCS	Monte-Carlo Simülasyonu
SEM	Sonlu elemanlar metodu
ZM	Şekil hafızalı alaşımlar için model (Zaki ve Moumni)

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 3.1. Fonksiyonel derecelendirilmiş (x) boyutu boyunca 20 tabakadan oluşan kirişin geometrisi ve kartezyen koordinatları.....	19
Şekil 3.2. Fonksiyonel derecelendirilmiş x boyutu boyunca 20 tabakalandırılmış kiriş boyutları.	21
Şekil 3.5. Tasarımı yapılacak kirişin 2D planar, deformable ve Wire özellikleri tanımlanması	25
Şekil 3.6. 50 mm ve 125 mm kalınlıklarında farklı materyal özelliklere bağlı kirişin tabakalarının çizimi.....	26
Şekil 3.7. Çizilen her bir tabakanın rectangular profil kesitinin tanımlanması.	27
Şekil 3.9. Malzeme özellikleri girilmiş tabakalı kiriş çubuğunun (wire) beam olarak atanabilmesi için beam orientation tanımlanmasının yapılması.	28
Şekil 3.10. Tanımlanan profil kesitleri ve malzemelerinin kiriş kesitlerinin oluşturulması.....	28
Şekil 3.11. Oluşturulan kiriş kesitlerinin her bir tabakaya atamalarının yapılması..	29
Şekil 3.12. Atamaları ve tanımlamaları yapılan kirişin mesnet koşulunun tanımlanması. (Başlangıç; Ankaste -Son; Serbest Uç)	29
Şekil 3.13. Mesnet koşulu tanımlanan kirişin çizgisel yayılı basınç kuvveti $q=-10$ N/mm ² olarak tanımlanması.....	30
Şekil 3.14. Tanımlanan kiriş profilinin Euler-Bernoulli olarak tanımlanması için Cubic Formulation tanımlanması.	30
Şekil 3.15. Tanımlanan 20 tabakalı Euler-Bernoulli kiriş profilinin mesh alanlarının görünüşü.....	31
Şekil 3.16. Tanımlanan 20 tabakalı Euler-Bernoulli kiriş profilinin ABAQUS analiz modelinin y yönündeki (U2) deformasyon değerleri.	31
Şekil 3.17. Tasarımı yapılacak kirişin 2D planar, deformable ve Wire özellikleri tanımlanması.	32
Şekil 3.18. 50 mm ve 125 mm kalınlıklarında farklı materyal özelliklere bağlı kirişin tabakalarının çizimi.....	33
Şekil 3.19. Çizilen her bir tabakanın rectangular profil kesitinin tanımlanması.	34
Şekil 3.20. Çizilen her bir tabakanın malzeme özelliklerinin atanması.....	34

Şekil 3.21. Malzeme özellikleri girilmiş tabakalı kiriş çubuğunun (wire) beam olarak atanabilmesi için beam orientation tanımlamasının yapılması.	35
Şekil 3.22. Tanımlanan profil kesitleri ve malzemelerinin kiriş kesitlerinin oluşturulması.	35
Şekil 3.23. Oluşturulan kiriş kesitlerinin her bir tabakaya atamalarının yapılması. ..	36
Şekil 3.24. Atamaları ve tanımlamaları yapılan kirişin mesnet koşulunun tanımlanması (Başlangıç; Ankaste -Son; Serbest Uç)	36
Şekil 3.25. Mesnet koşulu tanımlanan kirişin yayılı basınç yükü $q=-10$ N/mm ² tanımlanması.	37
Şekil 3.26. Tanımlanan kiriş profilinin Timoshenko kirişi olarak tanımlanması için Shear Flexible tanımlanması.	37
Şekil 3.27. Tanımlanan 20 tabakalı Timoshenko kiriş profilinin mesh alanlarının görünüşü.	38
Şekil 3.28. Tanımlanan 20 tabakalı Timoshenko kiriş profilinin ABAQUS analiz modelinin y yönündeki (U2) deformasyon değerleri.	38
Şekil 3.29. Tanımlanan tek malzemeli homojen Euler-Bernoulli kiriş profilinin ABAQUS analiz modelinin y yönündeki (U2) deformasyon değerleri.	39
Şekil 3.30. Tanımlanan tek malzemeli homojen Timoshenko kiriş profilinin ABAQUS analiz modelinin y yönündeki (U2) deformasyon değerleri.	40
Şekil 4.1. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişinin E1 ve E2 Modellemelerinin Karşılaştırılması.	43
Şekil 4.2. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişinin E3 ve E4 Modellemelerinin Karşılaştırılması.	44
Şekil 4.3. Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişinin E5 ve E6 Modellemelerinin Karşılaştırılması.	45
Şekil 4.4. Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişinin E7 ve E8 Modellemelerinin Karşılaştırılması.	46
Şekil 4.5. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Timoshenko Kirişinin T1 ve T2 Modellemelerinin Karşılaştırılması.	47
Şekil 4.6. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Timoshenko Kirişinin T3 ve T4 Modellemelerinin karşılaştırılması.	48
Şekil 4.7. Homojen ve Tabakasız Timoshenko Kirişinin T5 ve T6 Modellemelerinin karşılaştırılması.	49

Şekil 4.8. Homojen ve Tabakasız Timoshenko Kirişinin T_7 ve T_8 Modellemelerinin karşılaştırılması.....	50
Şekil 4.9. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişinin E_1 ve E_3 Modellemelerinin Karşılaştırılması.....	51
Şekil 4.10. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişinin E_2 ve E_4 Modellemelerinin Karşılaştırılması.....	52
Şekil 4.11. Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişinin E_5 ve E_7 Modellemelerinin Karşılaştırılması.....	53
Şekil 4.12. Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişinin E_6 ve E_8 Modellemelerinin Karşılaştırılması.....	54
Şekil 4.13. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişinin E_1 ve E_3 Modellemelerinin Karşılaştırılması.....	55
Şekil 4.15. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Timoshenko Kirişinin T_2 ve T_4 Modellemelerinin Karşılaştırılması.....	56
Şekil 4.16. Homojen ve Tabakasız Timoshenko Kirişinin T_5 ve T_7 Modellemelerinin karşılaştırılması	57
Şekil 4.17. Homojen ve Tabakasız Timoshenko Kirişinin T_6 ve T_8 Modellemelerinin karşılaştırılması	58
Şekil 4.18. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişi (E_1) ve Timoshenko Kirişi (T_1) Modellemelerinin karşılaştırılması	59
Şekil 4.19. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişi (E_2) ve Timoshenko Kirişi (T_2) Modellemelerinin karşılaştırılması	60
Şekil 4.20. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişi (E_3) ve Timoshenko Kirişi (T_3) Modellemelerinin karşılaştırılması	61
Şekil 4.21. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişi (E_4) ve Timoshenko Kirişi (T_4) Modellemelerinin karşılaştırılması	62
Şekil 4.22. Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişi (E_5) ve Timoshenko Kirişi (T_5) Modellemelerinin karşılaştırılması.	63
Şekil 4.23. Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişi (E_6) ve Timoshenko Kirişi (T_6) Modellemelerinin karşılaştırılması.	64
Şekil 4.24. Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişi (E_7) ve Timoshenko Kirişi (T_7) Modellemelerinin karşılaştırılması.	65
Şekil 4.25. Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişi (E_8) ve Timoshenko Kirişi (T_8) Modellemelerinin karşılaştırılması.	66

Şekil 4.26. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişi (E_1) ve Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişi (E_5) Modellemelerinin Karşılaştırılması	67
Şekil 4.27. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişi (E_2) ve Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişi (E_6) Modellemelerinin Karşılaştırılması	68
Şekil 4.28. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişi (E_3) ve Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişi (E_7) Modellemelerinin Karşılaştırılması	69
Şekil 4.29. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişi (E_4) ve Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişi (E_8) Modellemelerinin Karşılaştırılması	70
Şekil 4.30. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Timoshenko Kirişi (T_1) ve Homojen ve Tabakasız Timoshenko Kirişi (T_5) Modellemelerinin Karşılaştırılması	71
Şekil 4.31. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Timoshenko Kirişi (T_2) ve Homojen ve Tabakasız Timoshenko Kirişi (T_6) Modellemelerinin Karşılaştırılması	72
Şekil 4.32. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Timoshenko Kirişi (T_3) ve Homojen ve Tabakasız Timoshenko Kirişi (T_7) Modellemelerinin Karşılaştırılması	73
Şekil 4.33. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Timoshenko Kirişi (T_4) ve Homojen ve Tabakasız Timoshenko Kirişi (T_8) Modellemelerinin Karşılaştırılması	74

TABLO DİZİNİ

Tablo 1.1. Seçilen Kiriş Teorilerine Ait Özellikler.....	3
Tablo 3.1. Modellenen L=1000 mm Boyundaki Kirişin Tabakalarının Koordinatları ve Elastisite Modülü Değerleri	22
Tablo 3.2. Modellenen L=2500 mm Boyundaki Kirişin Tabakalarının Koordinatları ve Elastisite Modülü Değerleri	23
Şekil 3.3. Modellenen L=1000 mm Boyundaki Kirişin Tabakalarının Koordinatları ve Elastisite Modülü Değişim Grafiği	24
Şekil 3.4. Modellenen L=2500 mm Boyundaki Kirişin Tabakalarının Koordinatları ve Elastisite Modülü Değişim Grafiği.	24
Tablo 4.1. Farklı koşullardaki modellemelere verilen kısaltmalar ve özellikleri	41
Tablo 4.2. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş kirişlerin kesit, boy ve tabaka özellikleri yönünden deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.....	42
Tablo 4.3. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş E1 ve E2 kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.....	43
Tablo 4.4. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş E3 ve E4 kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.....	44
Tablo 4.5. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş E5 ve E6 kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.....	45
Tablo 4.6. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş E7 ve E8 kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.....	46
Tablo 4.7. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş T1 ve T2 kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.....	47
Tablo 4.8. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş T3 ve T4 kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.....	48
Tablo 4.9. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş T5 ve T6 kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.....	49
Tablo 4.10. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş T7 ve T8 kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.....	50

Tablo 4.11. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş E ₁ ve E ₃ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.....	51
Tablo 4.12. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş E ₂ ve E ₄ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.....	52
Tablo 4.13. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş E ₅ ve E ₇ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.....	53
Tablo 4.14. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş E ₆ ve E ₈ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.....	54
Tablo 4.15. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş E ₁ ve E ₃ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.....	55
Tablo 4.17. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş T ₂ ve T ₄ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.....	56
Tablo 4.18. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş T ₅ ve T ₇ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.....	57
Tablo 4.19. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş T ₆ ve T ₈ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.....	58
Tablo 4.20. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş E ₁ ve T ₁ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.....	59
Tablo 4.21. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş E ₂ ve T ₂ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.....	60
Tablo 4.22. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş E ₃ ve T ₃ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.....	61
Tablo 4.23. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş E ₄ ve T ₄ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.....	62
Tablo 4.24. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş E ₅ ve T ₅ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.....	63
Tablo 4.25. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş E ₆ ve T ₆ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.....	64
Tablo 4.26. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş E ₇ ve T ₇ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.....	65

Tablo 4.27. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş E ₈ ve T ₈ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.....	66
Tablo 4.28. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş E ₁ ve E ₅ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.....	67
Tablo 4.29. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş E ₂ ve E ₆ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.....	68
Tablo 4.30. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş E ₃ ve E ₇ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.....	69
Tablo 4.31. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş E ₄ ve E ₈ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.....	70
Tablo 4.32. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş T ₁ ve T ₅ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.....	71
Tablo 4.33. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş T ₂ ve T ₆ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.....	72
Tablo 4.34. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş T ₃ ve T ₇ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.....	73
Tablo 4.35. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş T ₄ ve T ₈ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.....	74

TEŞEKKÜR

Çalıőmamın her aşamasında bana destek olan, lisansüstü öğrenim hayatımın tüm zorlu aőamalarında yardımcı olan, tecrübeleri ile beni aydınlatan ve desteğini hiç eksik etmeyen, kendisini tanımaktan büyük onur duyduğum kıymetli danışman hocam Sayın Dr. Öğr. Üyesi Abdulkerim ERGÜT' e, öğrenim hayatım ve çalıőmalarım boyunca beni maddi ve manevi olarak destekleyen ve hep yanımda olan güzel aileme yürekten teşekkür ederim.

Selin TAŞKIN

Manisa, 2021

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

Eksenel Fonksiyonel Derecelendirilmiş Timoshenko Kirişi ve Euler-Bernoulli Kirişinin Çözümü ve Sonlu Elemanlar Program Çözümlerinin Karşılaştırılması

Selin TAŞKIN

Manisa Celal Bayar Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Abdulkerim ERGÜT

Yapılan tez çalışmasında, her bir bileşen malzemenin hacim oranı, yapının boyutu boyunca kademeli olarak değişen fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerden (FDM) oluşturulmuş kirişler kullanılmıştır. Belirlediğimiz mesnet koşullarına sahip Euler Bernoulli ve Timoshenko kirişlerimizin deformasyonları üzerine yoğunlaşmıştır.

Farklı kesit, boy ve malzeme tabakası koşullarına sahip Euler-Bernoulli ve Timoshenko kirişleri ABAQUS programında tasarımı yapıldıktan sonra birbirleri arasında kıyaslanarak FDK kirişlerin özellikleri üzerine çalışmak amaçlanmıştır. Böylece Euler-Bernoulli ve Timoshenko kiriş teoremlerinin hangisinin daha çok doğruya yaklaştığı yorumlanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme, eksenel fonksiyonel derecelendirilmiş kiriş, Euler-Bernoulli kirişi, Timoshenko kirişi.

2021, 85 sayfa

ABSTRACT

M.Sc. Thesis

Solution of Axial Functionally Graded Timoshenko Beam and Euler-Bernoulli Beam and Comparison of Finite Element Program Solutions

Selin TAŞKIN

**Manisa Celal Bayar University
Graduate School of Applied and Natural Sciences
Department of Civil Engineering**

Supervisor: Asst. Prof. Dr. Abdulkерim ERGÜT

In this thesis study, we used functionally graded beams that changed functionally through the direction of beam. We focused on the deformations of Euler-Bernoulli and Timoshenko beams which have support conditions that we decide.

After that the design of different types of Euler-Bernoulli ve Timoshenko beams in ABAQUS, we aim to compare this models. And then we can comment which theory is get closer the the truth, and which model will be more effective then the other models.

Keywords: Fonctionally graded material, axial fonctionally graded beam, Euler-Bernoulli beam, Timoshenko beam.

2021, 85 pages

1.GİRİŞ

Geçtiğimiz yıllarda, endüstrilerde hafif ve yüksek verimli enerji emici yapılar ve malzemeler için büyük bir talep oluşmuştu. Çok sayıda araştırma ve yayın, fonksiyonel derecelendirilmiş özelliklere sahip gelişmiş teknoloji ile oluşturulmuş bir elemanın, daha kontrollü bir şekilde deplasman yapabileceğini ve geleneksel üniform yapılar ve malzemelerle karşılaştırıldığında dikkat çekecek derecede bir enerji emici verimliliğe sahip olabileceğini göstermiştir. Böylece daha tasarruflu kesitlerde fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler kullanılarak verimli tasarımlar oluşturulabileceği gösterilmiştir.

Günümüz teknolojisinde, kirişler üzerindeki artan gerilme ve gerilme yoğunluklarının azaltılması için bilim adamları tarafından birçok çalışma yapılmaktadır. Bu çalışmalardan biri de mikroskobik olarak homojen olmayan ve iki ya da daha fazla malzemenin katı halde birleştirilmesinden oluşan ileri kompozitlerin bir türü olan fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerdir (FDM). Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerde (FDM) her bir bileşen malzemenin hacim oranı, yapının belirlenen boyutu boyunca kademeli olarak değişir.

İleri çok katmanlı kompozit malzemeler, yüksek dayanımından dolayı inşaat, mekanik, uzay mühendisliği ve savunma sanayisi alanlarında yaygın şekilde kullanılmaktadır. Örneğin seramik malzemenin homojen elastik bir tabakası metalik yapının yüzeyine bağlanabilir ve yüksek sıcaklıktaki çevrelerde termal bir bariyer görevi görür. Fakat metalik malzeme ve seramik malzeme arasındaki farklılıklardan dolayı yüzeydeki malzeme özellikleri ani şekilde değişir, bu da çatlaklara sebep olabilir. Bu sorunun çözümünün ise devamlı olarak değişen fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme (FDM) kullanımından geçtiği düşünülmektedir. Bizler de bu yüzden fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme ile yapılmış bazı kirişlerin ABAQUS programı yardımıyla modellemelerini yaparak İki teoremi ve modellenen kirişlerin hangisinin daha etkili sonuç verdiğini bulmayı amaçladık.

1.1. Tezin Önemi

En iyi performans sonucu veren yapılar tasarlayabilmek için, tasarladığımız yapı elemanlarında farklı malzemelerin birleşiminden faydalanmak, yaygınca kullanılan bir yöntemdir. Ancak farklı malzeme özelliğindeki unsurların, birleşim yüzeylerinde ani oluşan süreksizliklerden meydana gelen gerilme yoğunluklarının problem oluşturacağı öngörülebilir. İşte bu gibi sorunları düzeltmek amacıyla, malzeme bilimciler FDM'leri öne sürmüştür. FDM'lerde farklı malzeme katmanları yapının belirlenen boyutu boyunca konuma bağlı sürekli değişen bir fonksiyonla tanımlanmaktadır. Bu değişim, oluşturulan yapı üzerinde oluşacağı öngörülen gerilme yoğunluğunu, dolayısıyla deformasyonu azaltmakta faydalı olmuştur. Bu avantajlardan dolayı uzay araçları, savunma sanayileri, elektronik ve mühendisliğin birçok alanında FDM'ler ilgi çekici olmuştur. Ve dolayısıyla bilim camiasında üzerine çalışma yapılmaktadır.

Tasarımı yapılan FDM kirişin, istenen performansta mühendislik sunabilmesi için, modelleme sırasında kullanılacak teorileri belirlemek önemli bir adımdır. Bu nedenle geliştirilen birçok kiriş teorisi vardır. Bu tez çalışmasında, modelleme aşamasında Timoshenko kiriş teorisi ve Eurler-Bernoulli kiriş teorisi kullanılmıştır.

1.2. Teoremler

1.2.1. Seçilen İki Kiriş Teoremi Hakkında Genel Bilgiler

Bilim adamları, ilk olarak enine titreşimi olan kirişlerde en kritik faktörün eğilme etkisiyle olduğunu kabul etmektedir. Euler-Bernoulli kiriş teorisi eğilmeye bağlı gerilme ve yanal yer değiştirmeye bağlı kinetik enerjisi üzerine yoğunlaşmıştır. Euler-Bernoulli kiriş teorisi tarihte 18. yüzyıla kadar uzanmıştır. İlk çalışmada elastik kirişin bir noktasındaki eğrilik derecesi ile eğilme momentinin doğru orantılı olduğu ileri sürülmüştür (1654-1705, Jacob Bernoulli). Daha sonra bu yanal titreşimli kirişin hareket denklemi formüle edilmiştir (1700-1782, Daniel Bernoulli). Ve son olarak çeşitli yükleme koşulları altında kirişlerin üzerine çalışarak eklenik şekilde tamamlanan Euler-Bernoulli kiriş teorisi oluşmuştur (Leonard Euler, 1707-1783). Euler-Bernoulli kiriş teorisi basit ve genel mühendislikte uygulanabilir olması

dolayısıyla, yaygın olarak kullanılsa da doğal frekansları olduğundan az da olsa fazla hesaplama eğilimindedir. Bu yüzden yüksek modlara ulaşmayan doğal frekans değerlerinde, yani ince (narin) yapı elemanlarında daha doğru sonuçlara ulaşmaktadır.

Timoshenko, Euler-Bernoulli kirişine kaymaya ek olarak dönme etkisini de eklemiştir (1921,1922). Bu teorem Euler-Bernoulli kiriş teorisinin aksine yüksek frekansa sahip, derin (narin olmayan) yapı elemanlarında daha doğru sonuç vermektedir.

Sunulan tez çalışmasında, bu iki kiriş teoreminin sonuçları kıyaslanarak, avantajları ve dezavantajları ortaya konmak istenmiştir. Ve genel durum aşağıda gösterilmiştir.

Tablo 1.1.Seçilen Kiriş Teorilerine Ait Özellikler

Kiriş Teorisi	Eğilme Momenti	Yanal Yer Değiştirme	Kayma Deformasyonu	Dönme İvmesi
Timoshenko	✓	✓	✓	✓
Euler-Bernoulli	✓	✓	X	X

2. GENEL BİLGİLER

Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerden oluşan kompozit bir yapı elemanı, farklı malzeme özelliklerinin bir arada oluşuyla gerilme yoğunluğunu aza indirirken aynı zamanda hafif bir yapı unsuruna dönüşür.

Başlıca; sürekli ve süreksiz fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme tipi vardır. Sürekli fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler, iki farklı malzemenin bir araya gelmesinden oluşurken; süreksiz fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler farklı katmanların bir araya gelmesiyle oluşur.

Fonksiyonel olarak derecelendirilmiş malzeme (FDM), üstün termal ve dinamik özellikleri nedeniyle, mühendislik gerçekliğinde sıradan olanları değiştirme potansiyeline sahiptir. Bu bağlamda, eksenel olarak değişken malzeme özelliklerine sahip kompozit kirişler, belirsiz doğal frekans analizi için etkili bir yaklaşım sunmaktadır. Malzeme modelini sadece deterministik bir işlev olarak kabul etmek yerine, FDM özelliğini, laboratuvar gözlemlerinde ve sahadaki verilerde mekânsal değişkenliği açıklayabilen rastgele bir alan olarak da genişletiyoruz. Eksenel olarak değişen, stokastik olarak FDM (S-FDM) ışınının doğal frekansları rastgele değişkenler haline gelir. Bu amaçla, Karhunen-Loève genişlemesi, ilk önce sınırlı sayıda rastgele değişkenlerin toplamı olarak kompozit malzeme rastgele alanını temsil etmek için tanıtıldı. Sonra, kompozit ışının stokastik doğal frekans analizi için genelleştirilmiş bir özdeğer fonksiyonu türetilmiştir. Mekanistik model mevcut olduğunda, deney tasarımına benzer acımasız Monte-Carlo simülasyonu (MCS) belirsiz doğal frekans tepkisinin istatistiksel özelliklerini tahmin etmek için kullanılabilir. MCS yönteminin hesaplama maliyetini azaltmak için, gerçek doğal frekans fonksiyonunu taklit etmek için oldukça az sayıda eğitim örneğine dayanarak geliştirilen genelleştirilmiş bir polinom kaos genişleme modeli kullanılır. Vaka çalışmaları, eksenel olarak değişen stokastik özelliklere sahip fonksiyonel olarak derecelendirilmiş malzeme kirişlerinin belirsiz doğal frekans analizi için önerilen yaklaşımın etkinliğini göstermiştir. MCS yönteminin hesaplama maliyetini azaltmak için, gerçek doğal frekans fonksiyonunu taklit etmek için oldukça az sayıda eğitim örneğine dayanarak geliştirilen

genelleştirilmiş bir polinom kaos genişleme modeli kullanılır. Vaka çalışmaları, eksenal olarak değişen stokastik özelliklere sahip fonksiyonel olarak derecelendirilmiş malzeme kırışlarının belirsiz doğal frekans analizi için önerilen yaklaşımın etkinliğini göstermiştir.[9]

Kemerler gibi kavisli kırışlar, inşaat, mekanik ve havacılık mühendisliğinde, sertleştirilmiş zeminler gibi yerlerde kullanılır. Kavisli yapıların serbest titreşimlerinin analizi, doğal frekanslarına yakın, baskın frekansa sahip geçici yükleri önlemek için tasarımlarında kritik bir rol oynamaktadır. Uygulamalarını arttırmanın ve güçlerini feda etmeden muhtemelen daha hafif hale getirmenin bir yolu, onları işlevsel olarak sınıflandırılmış malzemelerden oluşturmaktır. FDM'ler bir veya daha fazla yönde sürekli değişen malzeme özelliklerine sahip olan kompozitlerdir. Burada, çevresel kaymanın kalınlık logaritmik varyasyonunu içeren, kayma düzeltme faktörü gerektirmeyen ve kalınlık dağılımının parabolik dağılımına sahip olan bir kayma deformasyon teorisi kullanarak, FDM dairesel kırışların serbest titreşimlerini incelendiğinde kesme gerilmesi radyal olarak yer değiştirmiş bir noktanın, açısız konumuna bağlı olduğu varsayılmaktadır. Böylece ışın teorisi, Timoshenko ışın teorisini genelleştirir. Geçici deformasyonları yöneten denklemler kırışın Hamilton ilkesi kullanılarak elde edilmiştir. Zamanların yer değiştirmesinin harmonik bir varyasyonunu farz edersek ve genelleştirilmiş bir diferansiyel kuadratür yöntemi (GDQM) kullanılarak, serbest titreşim problemi, çözümü frekansları ve karşılık gelen mod şekillerini sağlayan bir cebirsel özdeğer probleminin çözümüne indirgenir. Sonuçlar, malzeme özelliklerinin, sınır koşullarının ve ışın en boy oranının farklı uzaysal varyasyonları için sunulmuştur. FDM ışınının frekanslarının, ışının iki bileşeninden oluşan geometrik olarak aynı iki homojen ışın demeti tarafından sınırlandırıldığı bulunmuştur. Diğer değişkenleri sabit tutmak, kırış açma açısındaki değişiklik, ilk iki titreşim modunun çok yakın frekanslarına neden olur. [10]

FDM'ler ile yapılan nano-kırışın boyutuna bağlı titreşim davranışını sayısal olarak incelenmiştir. FDM'lerin malzeme özelliklerinin, kırışların kalınlık doğrultusu boyunca değiştiği düşünülmektedir. Yerel olmayan teoriye ve kırışların malzeme ve boyutlarına dayanarak, FDM kırışlarının, potansiyel ve kinetik enerjisini içeren

toplam enerji elde edilir. Birinci mertebeden temel diferansiyel denklemler, kirişin Hamilton sistemlerinde ikili değişkenler tanıtılarak ve varyasyon prensibi yardımıyla oluşturulmaktadır. Tutulu ve serbest uç sınır koşulları ile nano kirişlerin yapısal frekanslarını elde etmek için kesin bir sabit yöntem ve genişletilmiş Wittrick-Williams algoritması uygulanır. Model sonuçları literatürde bulunan verilerle karşılaştırarak doğrulanmıştır. Tutulu ve serbest uç sınır koşulları ile lokal olmayan parametre, güç indeksi ve en boy oranının FDM nano kirişlerin, titreşimi üzerindeki etkilerini bulmak için bir çalışma yapılmıştır. Sonuçlar, yerel olmayan parametrenin yapısal titreşim üzerindeki yumuşak etkisini göstermektedir ve yerel olmayan parametrenin artması, frekansın azalmasına yol açar. Güç indeksi ve en boy oranı, kirişlerin titreşimi üzerinde de önemli etkilere sahiptir. Güç endeksinin artışı, FDM'lerde seramik hacim oranını arttırabilir ve bu da yapısal frekansların artmasına neden olur. Kirişlerin titreşimi, güç indeksi ve en boy oranı için uygun değerler seçilerek kontrol edilebilmektedir.[11]

FD bir ışının dinamiği, Timoshenko ve Euler-Bernoulli (EB) ışını teorileri kullanılarak incelenmiştir . Sonsuz ışınların dalga yayılımı ve basitçe desteklenen FG ışınlarının titreşim analizi incelenmiştir. Maddi özelliklerin çeşitliliği güç yasası formunda varsayılmıştır. İzotropik kirişlerden farklı olarak, aksenel ve enine dalgaların, kirişin kalınlık doğrultusundaki simetrik olmayan malzeme değişimi nedeniyle FDK'lere bağlanmasıyla elde edilmiştir. İki ve üç dağılım eğrisi, sırasıyla Euler-Bernoulli ve Timoshenko ışın teorisi için elde edilmiştir. Bu modların tümü aksenel-eğimli birleştirilmiş modlardır ve birleştirme derecesi, kirişin orta yüzeyine göre malzeme dağılımına bağlıdır. Farklı ışınların spektrumu, karşılık gelen mod şekilleri dikkate alınarak sınıflandırılabilir. Dalga yayılımı ve titreşim özellikleri, mod şekilleri dikkate alınarak tartışılmıştır. İzotropik kirişlerin aksine, FD kirişler için saf kesme modunun mümkün olmadığı görülmektedir. [12]

Doğrusal olmayan titreşimi incelemek için iki boyutlu FDM ile yapılmış yeni bir Euler-Bernoulli kiriş modeli üzerine çalışılmıştır. 2 boyutlu FDM'lerin serbest titreşimde asimetric modları indükleyebileceğini bulunmuştur, ki bu önceki araştırmalardan açıkça farklıdır. Genelleştirilmiş diferansiyel kareleme yöntemi

(GDQM), titreşim modlarını tahmin etmek için kullanılır. Kapalı form çözüm ışının lineer olmayan serbest titreşimi, homotopi analiz yöntemi ile belirlenir. Malzeme dağılımının, uzunluk ve kalınlık oranının aynı zamanda başlangıç genliğinin doğrusal olmayan serbest titreşim üzerindeki etkileri detaylı olarak tartışılmaktadır. Doğrusal olmayan dinamik özelliklerin, malzemenin özelliklerine büyük ölçüde bağlı olması dikkat çekicidir; bu, kirişin titreşim davranışlarının, çok yönlü FDM'ler tarafından uyarlanabileceğini gösterir.[13]

Dinamik olarak yük altında fonksiyonel olarak derecelendirilmiş gözenekli derin kirişlerin zorlanmış titreşim analizi incelenmiştir. FD derin kirişin, mekanik özellikleri, kalınlık yönünde gözeneklilik ile değişir. Düzlemde katı ve sürekli model, daha gerçekçi sonuçlar elde etmek için derin kirişlerin hesaplanmasında kullanılır. Problemlerin temel denklemleri Hamilton prosedürü kullanılarak elde edilmiştir. Problemin çözümünde düzlem, katı ve sürekli modelde sonlu elemanlar yöntemi kullanılmıştır. Porozite etkileri FD derin kirişlerin zorlanmış titreşim tepkileri üzerindeki parametreler, malzeme dağılımı ve porozite modelleri incelenerek porozite etkileri incelenmiştir. Sayısal sonuçlarda, gözenekliliğin, fonksiyonel olarak derecelendirilmiş derin kirişin dinamik tepkilerinde önemli bir rol oynadığı görülmüştür. FD ve uygun şekilde bir malzeme dağılımını seçilerek, gözenekliliğin olumsuz etkileri azaltılabilir. Düz kirişli sürekli modelin derin kirişlerin modellemesinde kullanılması gerekir. [14]

FDK için, iki boyutlu esneklik denkleminin FDM'ler, Legendre polinomları serisine genişlemesine dayanan, yüksek dereceli bir teori geliştirilmiştir. İki boyutlu esneklik denklemleri, Legendre polinomları dizisine kalınlık koordinatı açısından genişletilmiştir. Aynı şekilde, fonksiyonel olarak derecelendirilmiş, ilişkileri tanımlayan işlevler de genişletilmiştir. Böylece, tüm esneklik denklemleri, Legendre polinomlarının genişlemesinin katsayıları için karşılık gelen denklemlere dönüştürülmüştür. Ardından, yer değiştirme ve sınır şartları açısından diferansiyel denklem sistemleri, Legendre polinomlarının katsayıları için genişleme katsayıları elde edilmiştir. Birinci ve ikinci yaklaşımların durumları daha ayrıntılı olarak ele alınmıştır. Elde edilen sınır değer problemleri çözümü

için sonlu elemanlar metodu (SEM) kullanılmış ve MATHEMATICA, MATLAB ve COMSOL Multiphysics yazılımı ile sayısal hesaplamalar yapılmıştır. [15]

Yüksek frekans tepkisi tahmini için kullanılabilen, FDK' lar için, titreşimsel enerji akış modeli geliştirilmiştir. FDK'lar için hareket yönetmeliği denklemi, Euler-Bernoulli ışın teorisi varsayımı altında Hamilton ilkesi kullanılarak türetilmiştir. Young modülü, kütle yoğunluğu ve yapısal sönümleme faktörü dahil kiriş özelliklerinin, güç yasasına ve üstel formlara göre kalınlık yönünde sürekli olarak değiştiği varsayılmaktadır. Dispersiyon bağıntısı, FD ışını için elde edilir ve dalga sayısı elde edilir. Sönümün değişmesi göz önüne alındığında, efektif sönümleme faktörü, harcanan toplam güç dikkate alınarak tanıtılır ve elde edilir. Kiriş kesiti üzerindeki sönüm nedeniyle enerji yoğunluğunu düzenleyen formül, ışın içindeki sonsuz elemanın enerji dengesi dikkate alınarak elde edilir. FDK'ler için önerilen enerji akış modelini doğrulamak için, enerji akış modelinin sonuçları farklı fiziksel parametreler için modal çözümlerle karşılaştırılır ve hem iyi korelasyonlar hem de doğruluk gözlemlenir. Sonuçlar, FDK'lerin dinamik özelliklerinin malzeme değişim profilinden etkilenebileceğini ve ışın boyunca enerji seviyesini değiştirebileceğini göstermektedir.[16]

Açık kenarlı çatlaklara sahip fonksiyonel olarak derecelendirilmiş kırımların serbest titreşimi , ağırsız bir sınır alanı ile analiz edilmiştir. Elastostatik temel çözümler, hareket denklemlerinin ağırlıklı kalıntı ifadelerini üretmek için ağırlık işlevleri olarak kullanılır. Homojen olmayan ve atalet etkileri göz önüne alınarak temel çözümler elde edilmiştir. Sayısal sonuçlar, analitik yöntemlerle iyi bir şekilde karşılaştırılmıştır. Kapsamlı parametrik çalışma , mevcut yöntemin yüksek verim ve doğruluk gösterdiğini ortaya koyan kırılmış FDK'lerde, malzeme gradyanlarının ve yönlerinin, çatlak uzunluğu ve derinlik oranlarının yanı sıra sınır koşullarının serbest titreşim tepkileri üzerindeki etkileri araştırılmıştır. Ayrıca, geliştirilen yöntem, FDK'lerin, çatlak boyutunu ve yerini belirlemek için kullanılabilir. [17]

FD gradyan malzemelerin mekanik özelliklerinin modellenmesi, mühendislerin mekanik davranışlarını doğru bir şekilde tahmin etmeleri için çok

önemlidir. Düzenli poligonal kesitli FDM'ler için ışıın modelleri geliştirilmiştir. İç çekirdeğin malzeme özelliklerinin sabit olduğu ve dış kabuğun düzenli poligonal kesitin yüksekliği boyunca bir güç kanunu tarafından kademeli olarak değiştiği varsayılmaktadır. Euler – Bernoulli ışını teorisi ve rafine edilmiş Timoshenko ışını teorisi ile modellenen FDK'lerin bükülme ve serbest titreşim davranışlarının analitik çözümleri elde edilmiştir. Ayrıca görünüş oranının etkileri, Young modülü oranı, güç kanunu indeksi, FDK'lerin mekanik davranışları üzerine topoloji sayıları incelenmiştir.[18]

Geçtiğimiz yıllarda, araç ve diğer endüstrilerde hafif ve yüksek verimli enerji emici yapılar ve malzemeler için sürekli bir istek vardı. Çok sayıda yayın, işlevsel olarak derecelendirilmiş özelliklere sahip gelişmiş konfigürasyonların daha kontrollü bir şekilde çökebileceğini ve geleneksel üniform yapılar ve malzemelerle karşılaştırıldığında dikkate değer bir enerji sönümleyici verimliliğe sahip olabileceğini göstermiştir. Bu makale genel olarak derecelendirilmiş yapı ve malzemelerin enerji emilimini kapsamaktadır ve derecelendirilmiş özelliklerin çarpışma değerlerine etkilerini tartışmaktadır. Bu ileri enerji emici yapılar ve malzemeler, öncelikle değişken çap / genişlik / et kalınlık / mukavemetli ince duvarlı yapıları, değişken yoğunluklu hücresel malzemeleri ve bunların dolgu yapılarını içerir ve çok dereceli özelliklere sahip diğer hibrit yapılar, ince cidarlı yapıların ve hücresel malzemelerin dereceli özellikler getirerek daha verimli ve etkili enerji emici performans gösterebileceğini göstermektedir. Ek olarak, çok ölçekli hesaplama gibi gelişmiş üretim ve modelleme teknolojileri, kademeli yapılar ve malzemeler için çok daha geniş ve uygulanabilir bir kavramsal tasarım sağlar.[19]

Dikdörtgen kesitli, serbest titreşimli, fonksiyonel olarak derecelendirilmiş malzeme (FDM) mikro ışınlarındaki termoelastik sönümleme incelenmiştir. Mikro kirişlerin malzeme özelliklerinin kalınlık yönünde sürekli olarak değiştiği varsayılmaktadır. Kiriş teorisi, çözülmüş termo-elastik dinamiğinde, denklemler, eğilme ve sıcaklık artışı açısından türetilen ısıl etkilerle birleştirildiler. Tek yönlü eşlenmiş ısı iletimi denklemini çözmek için katman bazında homojenleştirme yöntemi önerilmektedir. Değişken katsayılı FDM ışınının titreşim denklemi ve referans

homojen ışınındaki arasındaki matematiksel benzerlik kullanılarak, termoelastik sönümlenme içeren FDM ışınının karmaşık frekansı, termoelastik sönümlenme içermeyen referans homojen ışınındaki cinsinden ifade edilir. Belirli malzeme bileşenleri ve güç kanunu gradyan profili için termoelastik sönümlenmenin sayısal sonuçları elde edilmiştir. Malzeme gradyan indeksinin, kiriş kalınlığının, titreşim modlarının ve sınır koşullarının FDM mikro kirişlerin termoelastik sönümlenme üzerindeki etkileri detaylı olarak incelenmiştir. [20]

Konsantre uç yüküne maruz kalan fonksiyonel olarak derecelendirilmiş bir malzeme (FDM) ve şekil hafızalı alaşım (SMA) lamine kompozit konsol kirişi için yeni bir analitik model geliştirilmiştir. Bu çalışmanın yeniliği, ZM model for shape memory alloys (Zaki and Mounni, 2007) modeline ve Timoshenko'nun yükleme ve boşaltma sırasındaki tüm aşamalar için teorisine dayanarak elde edilen moment eğriliği ve kesme kuvveti-gerinim ilişkilerinin analitik modellenmesinde yatmaktadır. Analitik çözeltiyi doğrulamak için yüksek hassasiyetli bir sayısal çözüm ve kompozit kiriş için üç boyutlu sonlu elemanlar analizi (3D SEM) gerçekleştirilir. Sonuçlar, her durumda çok iyi bir anlaşma olduğunu göstermektedir. Etkisi gradyan yönü, gradyan indisi, sıcaklık ve nispi kalınlık oranı SMA işlevsel olarak tabaka kademeli karbon nanotüp süper elastikiyet epoksi bazlı kompozit kiriş de incelenmiştir. Sonuçlar, epoksi, FDM ve SMA bileşiklerinin süper esnekliğinin gradyan endeksindeki bir artışla arttığını ve kalınlık oranındaki bir artışın azaldığını göstermektedir. Sıcaklık değişimleri, FDM ve SMA kompozitlerinin süper esnekliği üzerinde daha az etki yarattı. Ayrıca, Young modülüne içe doğru artan bir şekilde kademeli olarak derecelendirilmiş FDM katmanlarına sahip olan kompozit kiriş, Young modülünü dışa doğru artan bir şekilde kademeli olarak derecelendirilmiş olan FDM katmanlarına kıyasla daha iyi bir süperelastik özellik gösterir. [21]

FD Timoshenko kirişlerin, elastodinamik analizi için yeni bir alan-sınır elemanı yöntemi geliştirilmiştir. Üç geçerli kısmi diferansiyel hareket denklemi, fiziksel özelliklerin kalınlık değişimleri dikkate alınarak türetilir. Statik temel çözümler kullanılarak ağırlıklı artık formlar uygulanır. Bu formlar daha sonra bilinmeyen fonksiyonların zaman türevleriyle etki alanı integralleri içeren üç integral

denklemine indirgenir. Etki alanı ayrıklaştırma ve şekil fonksiyon yaklaşımı sayesinde integral denklemler, zaman içindeki sıradan diferansiyel denklem sistemine dönüştürülür. Zorunlu dinamik cevap, Houbolt metodu ile denklem sistemlerinin çözümü ile ortaya çıkar. Homojen kirişler için oluşturulan dinamik tepkilerin analitik bir çözelti ve sonlu farklar yöntemi ile hesaplananlarla karşılaştırılması, geliştirilen prosedürleri doğrulamaktadır. Fonksiyonel olarak derecelendirilmiş Timoshenko kirişler için basamak, harmonik ve itici yükler altında başka parametrik analizler gerçekleştirilir. Sunulan sayısal sonuçlar, maddi homojen olmamanın zamanın sapma ve gerilme geçmişleri üzerindeki etkisini göstermektedir. Alan-sınır elementi yönteminin, fonksiyonel olarak derecelendirilmiş yapıların elastodinamik analizi için etkili bir teknik olduğu gösterilmiştir. [22]

Gözenekli ve çift konik kesitli, dönen fonksiyonel olarak derecelendirilmiş malzeme (FDM) kirişlerinin serbest titreşim analizi için yarı-analitik bir model sunar. Değiştirilmiş karışım kuralı, gözeneklilik fazlarının eşit ve eşit olmayan dağılımları ile FDK'ların malzeme özelliklerini tanımlamak için kabul edilmiştir. Tamamen geometrik olarak doğrusal olmayan ışın teorisinin düzen kesilmesi prensibine dayanarak genel bir matematiksel formülasyon oluşturulur. Temel hareket denklemleri daha sonra değiştirilmiş varyasyon metodu ve çok alanlı karışık yaklaşımlar kullanılarak türetilir. Geliştirilen model, bükülme-gerinme, bükülme-bükülme ve bükülme-gerdirme kaplinleri gibi çeşitli titreşim modları arasındaki etkileşimden kaynaklanan Coriolis etkilerini ve doğrusal olmayan etkileri çabucak dikkate almayı sağlar. Mevcut prosedürü doğrulamak için mevcut literatürden elde edilen sonuçlarla karşılaştırmalar sağlanmıştır. Gözenekli dönen FDM ışınının serbest titreşim davranışları üzerindeki malzeme özellik dağılımının, gözenek hacminin, dönme hızının ve çeşitli geometrik parametrelerin etkilerini araştırmak için parametrik çalışmalar da yapılır. Sonuçlar, bu parametrelerin, döner gözenekli FDK'ların dinamikleri üzerinde dikkate değer etkilere sahip olduğunu ve gözeneklilik ve malzeme özellik dağılımının hacim kesitindeki değişikliklerin, dönen gözenekli FDK'larının gerilme-bükülme ve büküm-bükme titreşim bağlantılarına neden olabileceğini ortaya koymaktadır.[23]

Serbest titreşim fonksiyonel derecelendirilmiş kirişler (FDK) ve FDK içeren çerçevelerin analizi uygulanarak gerçekleştirilen dinamik sertlik yöntem ve açık dinamik sertlik matrisinin elemanları kaynaklanan cebirsel formu incelenmiştir. FDK'lerin maddi özelliklerinin bir güç yasasına göre kalınlığa göre sürekli değiştiği, benimsenen kural, serbest titreşimdeki diferansiyel hareket denklemlerinin temelini oluşturur. Serbest titreşim hareketi, harmonik olduğunda diferansiyel denklemler kapalı analitik formda çözülür. Dinamik sertlik matrisi daha sonra genlikler ilişkilendirilerek formüle edilir. Kirişin iki ucundaki yer değiştirmelere kuvvet uygulanır. Daha sonra, dinamik rijitlik elementleri için açık cebirsel ifadeler, sembolik hesaplama yardımıyla elde edilir. Sonunda Wittrick-Williams algoritması, FDK'lerin serbest titreşim problemlerini düzgün kesit, kademeli FDK'ler ve FDK'lerden oluşan çerçevelerle çözmek için çözüm tekniği olarak uygulanır. Bazı sayısal sonuçlar yayınlanmış sonuçlara karşı doğrulanır, ancak FDK içeren çerçeveler için yayınlanmış sonuçların yokluğunda, sonuçların güvenilirliği konusunda tutarlılık kontrolleri yapılmalıdır. [24]

Yönetim denkleminde değişken katsayılarla sahip eksenel olarak fonksiyonel olarak derecelendirilmiş (EFD) kirişler, malzeme özelliklerinde bir bileşenden diğerine sürekli farklılıklar gösteren yeni bir kompozit yapı sınıfıdır. Bu yazıda asimptotik gelişme metodu (ADM), farklı sınır koşullarında düzgün EFD ışınlarının serbest titreşimini araştırmak için kullanılmıştır. Değişken bükülme sertliği ve birim uzunluk başına kütle referans değişmez kısımlara ve değişken parçalara ayrıştırılmasıyla, düzensiz EFD ışınlarının doğal frekanslarının formülünün elde edilmesi için pertürbasyon teorisi sunulur. Önerilen yöntemin sayısal sonuçları, elde edilen sonuçların sonlu elemanlar analizi ve elde edilen literatür ile elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmasıyla doğrulanmaktadır. Karşılaştırma, önerilen yöntemin, EFD ışınının ilk üç dereceli doğal frekansının doğru bir tahminini verdiğini ortaya koymaktadır. Ayrıca, gradyan parametresinin ve destek koşullarının ilk üç doğal frekans üzerindeki etkileri tartışılmaktadır. Önerilen analitik yöntem basit ve etkilidir ve eksenel doğrultu boyunca malzeme özelliklerinde rastgele değişikliklerle düzgün EFD ışınlarını rahatça analiz etmek için kullanılabilir.[25]

İki yönlü FDM' ler, havacılık gemileri gibi özel mühendislik uygulamalarında yüksek irtifa ve hızda giderek daha fazla odaklanmaktadır .Bu yazıda, bu tür fonksiyonel sınıflandırılmış kirişin (FDK) bükülme analizi , klasik düzeltilmiş parçacık hidrodinamiklerinden (SPH) daha fazla doğruluk ve stabiliteye sahip olan önerilen bir ağsız Toplam Lagrangian (TL) düzeltici düzgünleştirilmiş parçacık yöntemi (CSPM) yardımıyla gerçekleştirilmiştir. Bu yöntem, bükülme deformasyonunun analitik yöntem, ABAQUS ve kendiliğinden programlanan sonlu elemanlar kodu ile karşılaştırılmasıyla doğrulanır. Gradyan indeksler ve etkisi sınır koşulları ile deformasyon davranışı ayrıca araştırılmıştır. Güç kanunu çift yönlü FDM ile çalışırken yöntemin yarı analitik ve sonlu elemanlar sonuçlarından daha kesin ve kararlı olduğu kanıtlanmıştır.[26]

Termal ortamlarda FD negatif Poisson oranı, (NPR) petek çekirdeği olan sandviç kirişlerin, doğrusal olmayan bükülme davranışlarını araştırılmıştır. Kiriş kalınlığı doğrultusundaki üç FD konfigürasyonlu yeniden girişli petek yapılı konsola sahip sandviç kirişlerin yeni yapıları ilk kez önerilmiştir. Hem yüz tabakalarının hem de sandviç ışınının çekirdeğinin sıcaklığa bağlı malzeme özellikleri göz önünde bulundurulur. Lineer olmayan bükme davranışını ve büyük sapma bölgesindeki sandviç kirişinin etkili Poisson oranının değişimini araştırmak için 3 boyutlu ve tam ölçekli sonlu elemanlar analizi yapılmıştır. Sayısal simülasyonları FD petek çekirdeğine sahip sandviç kirişler için gerçekleştirilir, bunun sonucu olarak aynı dağıtılmış petek çekirdeğine sahip aynı sandviç ışını için sonuçlar karşılaştırmacı olarak elde edilir. Sonlu elemanlar sonuçları , NPR ve petek çekirdeklerine sahip sandviç kirişlerin kalınlıklarındaki değişiminin normalden farklı olduğunu ve NPR sandviç kirişlerinin, Poisson oranı çekirdeklerinin pozitif olanlara kıyasla önemli ölçüde daha düşük yük eğilme momenti eğrilerine sahip olduğunu gösterdi. Fonksiyonel olarak derecelendirilmiş konfigürasyonların, yük dağılım tiplerinin, sınır şartlarının , sıcaklık değişimlerinin ve uzunluk-kalınlık oranlarının bükülme yük sapma eğrileri üzerindeki etkileri ve sandviç kirişlerin EPR sapma eğrileri ayrıntılı olarak ele alınmıştır.[27]

Harici harmonik uyarmalara maruz aksel olarak işlevsel dereceli (EFD) kayma deforme olabilen konik kirişlerin doğrusal olmayan titreşim özelliklerini araştırmayı amaçlamaktadır. EFD sisteminin hareketini düzenleyen bir eşleştirilmiş doğrusal olmayan uzunlamasına-enine-dönme denklem seti, Hamilton'un enerji prensibi ile üçüncü dereceden kayma deformasyon ışını teorisi kullanılarak elde edilir. Söz konusu ışın koniktir; yani kirişin genişliği, uzunluk boyunca değişmektedir. Konik geometri kirişin EFD yapısından kaynaklanan üniform olmayan malzeme özellikleri ile birlikte modelleme ve sayısal simülasyonlardaki karmaşıklığı arttırır. EFD kayma deforme olabilen konik kirişin kinetik ve potansiyel enerjileri için ifadeler, sönümlenme ve dış uyarma çalışmaları için ifadeler ile birlikte Hamilton ilkesinde türetilir ve uygulanır. Lineer olmayan kısmi diferansiyel denklemler Galerkin tekniğinden faydalanarak ayrıklaştırılmış ve bir devam şeması yardımıyla çözülmüştür. Degrade indeksi ve konik oranlar gibi farklı parametrelerin EFD sisteminin kuvvet ve frekans genliği diyagramları üzerindeki etkisi incelenmiştir.[28]

Gözenekliliğin sadece kalınlık yönü boyunca değiştiği varsayılarak, fonksiyonel dereceli gözenekli (FDP) kirişlerde optimal dağılımları uyarlanmıştır. İki çok amaçlı optimizasyon problemi tanımlanmıştır. Birincisinde, kritik burkulma yükü ve kütlesi aynı anda optimize edilirken, ikincisinde kütle ve temel frekansın eşzamanlı optimizasyonuna odaklanılır. Timoshenko ışını teorisini kullanarak, bir FDP ışını için temel denklemleri sunuyoruz. Çözüm için Ritz metodunu kullanıyoruz ve sınır şartlarına göre uygun deneme fonksiyonlarını önermektedir. Kalınlık boyunca gözeneklilik dağılımı bilinmediğinden, bilinmeyen gözeneklere sahip rastgele sayıda deneme noktası olduğunu varsayıyoruz. Gözenek dağılımında kübik polinom kullanmak, optimizasyon problemini ve daha sonra deneme noktalarındaki gözeneklilik oranını azaltır. Genetik algoritma ile optimizasyon probleminin sonuçları literatürde, özellikle titreşim analizinde belirgin bir iyileşme gösteren mevcut (optimal olmayan) sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Sonuçlar, çoğu FDP kirişinin, kenarlardaki gözeneklilik minimum, ışın merkezindeki maksimum değer olduğunda en uygun davranışa sahip olduğunu göstermektedir. Pareto optimal çözümleri, kütle keskin şekilde azalmasının, kritik burkulma yükünde veya büyük değerlere sahip olduklarında temel frekansta hafif bir düşüşe sahip olduğunu göstermektedir. Sonuçlar, çoğu FDP kirişinin, kenarlardaki gözeneklilik minimum,

ışın merkezindeki maksimum değer olduğunda en uygun davranışa sahip olduğunu göstermektedir. Pareto optimal çözümleri, kütlelerin keskin şekilde azalmasının, kritik burkulma yükünde veya büyük değerlere sahip olduklarında temel frekansta hafif bir düşüşe sahip olduğunu göstermektedir. Sonuçlar, çoğu FDP girişinin, kenarlardaki gözeneklilik minimum, ışın merkezindeki maksimum değer olduğunda en uygun davranışa sahip olduğunu göstermektedir. Pareto optimal çözümleri, kütlelerin keskin şekilde azalmasının, kritik burkulma yükünde veya büyük değerlere sahip olduklarında temel frekansta hafif bir düşüşe sahip olduğunu göstermektedir.[29]

Çift yönlü FDK'lerin gözeneklilik içeren burulma tepkisi incelenmiştir. Enine kayma deformasyonu, yer değiştirmelerin kinematığının elastik bir formülasyondan türetildiği yeni bir üçüncü dereceden kayma deformasyon teorisine dayanılarak dikkate alınır. Fonksiyonel olarak sınıflandırılmış malzemelerin (FDM'ler) hazırlanması sırasındaki teknik konuya bağlı olarak, eşit ve eşit olmayan dağılımlarla gözeneklilik göz önünde bulundurulur. İki yönlü FDK'lerin malzeme özellikleri, güç kanunu dağılımına bağlı olarak eş zamanlı olarak kalınlık ve eksenel yönler boyunca sorunsuz bir şekilde değişir. Geometrik doğrusal olmadığından, von Kármán doğrusal olmayan teorisi kullanılarak tanımlanır. Hareket denklemleri, minimum potansiyel enerji prensibi kullanılarak elde edilir. Doğrusal olmayan kısmi diferansiyel denklemler, genelleştirilmiş diferansiyel kuadratür (GDQM), Newton-Raphson yöntemleri kullanarak, kritik sınırlanma yüklerini ve burulma denge yollarını farklı sınır koşulları altında elde etmek için sayısal olarak çözülür. Sayısal sonuçlar, FD ve eksenel FD (EFD) indekslerinin, gözeneklilik dağılımının, sınır koşulunun, Young modülünün oranının, en boy oranının, düzlem gerilme ve düzlem gerilme durumlarının, çift yönlü FDK'lerinin burkulma tepkileri üzerinde önemli etkilere sahip olduğunu göstermektedir.[30]

Uyarlanabilen parametrelerle bir yeni yarı aktif kontrol bastırmak için geliştirilmiştir zorunlu titreşim FD Timoshenko döner kirişi, bilinmeyen parametreler ile harici uyarıların bilinmeyen frekansını belirlemek için kontrol algoritması bir frekans tahmini ile bulunmuştur. Uyarlanabilir algoritmanın basitliği ve geniş bir frekans aralığında etkin performans sunulan kontrolörün

avantajlarıdır. Ardışık hesaplamalar, uyarma frekansı aniden değiştiğinde kontrol parametrelerinin ayarlanmasına izin vermektedir. Konsol yarıçapı, çapraz kayma deformasyonunun etkileri ve döner atalet ve uç kütleleri dikkate alınır ve dinamik modeli ayırıştırmak için sonlu elemanlar yöntemi kullanılır. Sonuçlar, kontrol algoritmasının, uyarımların sıklığı değiştiğinde uzunluğu boyunca farklı düğümlerde dönen ışının doğrusal olmayan titreşimini azaltabildiğini göstermektedir. Kontrolör ayrıca konsolun dönme hızı zaman içinde kademeli olarak değiştiğinde etkilidir.[31]

Fonksiyonel olarak derecelendirilmiş malzemelerdeki (FDM'ler) boyut etkilerini karakterize etmek için, uzamsal olarak değişken hacim kesirlerine sahip kompozitlerin gerilim gradyanı plastisite formülasyonu geliştirilmektedir. Model, mekanizma temelli degrade gradyan plastisite teorisine dayanır ve etkili özellikler, doğrusal bir homojenizasyon şeması vasıtasıyla belirlenmektedir. Plastik gerilme gradyanları ile ilişkili güçlendirici etkiler hakkında fikir edinmek için, çeşitli paradigmatik sınır değer problemleri sayısal olarak incelenmiştir. Geometrik olarak gerekli çıkıklar mikro boyutta fonksiyonel olarak derecelendirilmiş folyolarda bükülme analizi, azalan kalınlıkta belirgin şekilde daha sert bir tepki gösterir. Girintiden gelen mikro-sertlik ölçümleri, girinti boyutunun küçülmesiyle önemli bir artış göstermektedir. Ve bir çatlağın çevresindeki büyük yerdeğiştirme yoğunlukları, çatlak FDM bileşenlerinde gerilmeleri büyük ölçüde arttırır.[32]

İki yönlü fonksiyonel olarak derecelendirilmiş (BDFD) mikro ışınların statik ve dinamik tepkileri incelenmiştir. Malzeme özellikleri hem kalınlık hem de eksenel yönler boyunca değişir. Hamilton ilkesini kullanarak, diferansiyel denklemler von Karman geometrik doğrusal olmayan ve üçüncü dereceden kesme deformasyon ışını teorisi dayalı türetilmiştir. Değiştirilmiş çift stres teorisi, boyut etkilerini yakalamak için benimsenmiştir. Microbeam'in malzeme uzunluğu ölçeği parametresi, uzaysal koordinatların bir fonksiyonu olarak kabul edilir ve malzeme gradyan parametrelerine göre değişir. Diferansiyel denklemler ve sınır şartları, diferansiyel kuadratür yöntemi kullanılarak ayrıklaştırılır. Daha sonra, sözde yay uzunluğu devam tekniği kullanılarak mikro ışınların statik çatallanma hesaplanır. Mikroış ışınlarının kabarcıklaşma sonrası konfigürasyonunun etrafındaki serbest titreşim, ilişkili doğrusal özdeğer problemi

çözülerek incelenir. Fonksiyonel gradyan parametrelerinin, boyutsuz uzunluk ölçeği parametresinin ve en boy oranının, çeşitli sınır koşullarında burkulmuş BDFG mikro ışınının statik tepkisi ve titreşim özelliklerine etkisi incelenmiştir. BDFG mikro ışınının burkulmasının transkritik bir çatallanma yoluyla gerçekleştiği gösterilmiştir. BDFD microbeam'in statik stabil tepkileri, malzeme dağılımının kirişin kalınlık doğrultusundaki asimetrisinden kaynaklanan germe-bükülme kaplini nedeniyle asimettiktir. Mod veering fenomeni, mikro ışıldakların kabarcıklaşma sonrası bölgesinde tespit edilir. Boyuna dinamik yer değiştirmenin mod veering olayında çok önemli bir rol oynadığı incelenmiştir.[33]

Fonksiyonel olarak derecelendirilmiş malzemelerden (FDM'ler) yapılan Euler-Bernoulli nano ve mikro ışınları için boyuta bağlı bir formülasyon sunulur. Formülasyon, ikinci zorlama gradyan teorisi (SSGT) temelinde geliştirilmiştir. Bu teori, küçük ölçekli yapıların mekanik davranışındaki küçük ölçekli etkileri yakalayabilen güçlü klasik olmayan bir süreklilik teorisidir. Genel formuyle birlikte hareket denklemleri götürmek için sınır koşulları, Hamilton prensibi kullanılır. Fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin kalınlığındaki heterojenliği nedeniyle, eksenel-eğilme deformasyonlarını yönlendiren iki denklem birleştiğinde, farklı sınır koşullarına sahip iki vaka çalışmasında, birleştirilmiş denklemler sistemi analitik olarak ele alınmış ve FD ışınlarının serbest titreşim ve statik davranıştaki büyüklüğüne bağlı tepkisi sayısal olarak incelenmiştir. Bu araştırma, SSG teorisinin sonuçları ile çok ince kirişler için diğer klasik olmayan ve klasik teoriler arasında önemli bir fark olduğunu göstermektedir.[34]

2.1. Tezin Amacı

Timoshenko ve Euler-Bernoulli kirişlerinin elemanları kullanılarak (x) boyutu boyunca değişen tabakalı modeller ABAQUS programında oluşturularak belirlenen koşullarda analiz yapılmıştır. Bulunan tüm varyasyonlu analiz sonuçları karşılaştırılarak verimli bir yöntem belirlemek amaçlı kıyaslama yapılmıştır.

Günümüz teknolojisinde, farklı çalışma ve uygulama alanlarında kirişler üzerindeki artan gerilme ve gerilme yoğunluklarının verimli kesit ve malzeme seçimi ile yönetilebilmesi için çalışmalar yapılmaktadır. Bizler bu alanda homojen olmayan ve iki ya da daha fazla malzemenin katı halde birleştirilmesinden oluşan ileri kompozitlerin bir türü olan FDM'ler üzerine yoğunlaşmış bulunmaktayız.

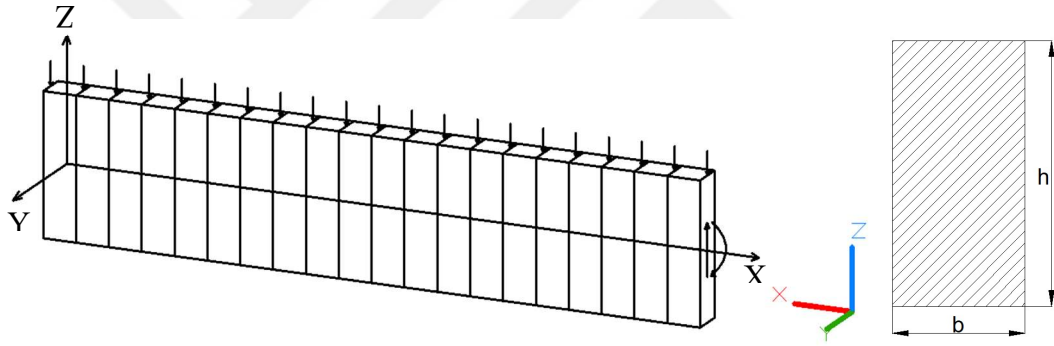
Çok katmanlı kompozit malzemeler, elde edilen yüksek dayanımlardan dolayı inşaat, mekanik ve savunma sanayisi alanlarında yaygın şekilde kullanılmaktadır. Örneğin seramik malzemenin homojen elastik bir tabakası metalik yapının yüzeyine bağlanabilir ve yüksek sıcaklıktaki çevrelerde termal bir bariyer görevi görür. Fakat metalik malzeme ve seramik malzeme arasındaki farklılıklardan dolayı yüzeydeki malzeme özellikler ani şekilde değişir, bu da çatlaklara sebep olabilir. Bu sorunun çözümü ise devamlı olarak değişen fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme (FDM) kullanımından geçtiği düşünülmektedir. Bizler de bu yüzden fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme ile yapılmış bazı kirişlerin ABAQUS programı yardımıyla modellemelerini yaparak iki teoremi ve modellenen kirişlerin hangisinin daha etkili sonuç verdiğini bulmayı amaçladık.

3. MATERYAL VE YÖNTEMLER

3.1 Yöntemler-Teorik Model

Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeden yapılmış bir kirişi ele alalım. Şekil 3.1 'de görüldüğü gibi kiriş uzunluğu L ile gösterilsin, genişliği b , yüksekliği h ve kesit alanı dikdörtgen olsun. Kartezyen koordinatları, eksenel kuvvetin x eksenine doğrultusunda döndüğü varsayılarak seçilsin.

Döner ateletin ve kayma deformasyonunun hesaba katıldığı homojen Timoshenko kiriş teorisine göre kirişin dönmesi $w(x, t)$ ve kayma deformasyonu $\gamma_{xz} = \gamma(x, t)$ tüm kesitlerde sadece x ve t ye bağlı olduğunu göstermektedir.



Şekil 3.1. Fonksiyonel derecelendirilmiş (x) boyutu boyunca 20 tabakadan oluşan kirişin geometrisi ve kartezyen koordinatları.

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u_0}{\partial x} + z \frac{\partial Q}{\partial x}$$

$$\gamma_{xz} = Q + \frac{\partial w}{\partial x}$$

3.2. Yönetici Denklemler

3.2.a Euler Bernoulli Kiriş Teorisi

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) = w$$

Bu Euler-Bernoulli denklemi olarak bilinir. Kirişi x eksenini doğrultusunda bir boyutlu nesne gibi düşünürsek, $u(x)$ eğrisi kirişteki dönmeyi tanımlar. Yayılı yük yani basıncın bir ifadesi olarak belirtilen w ise x , u ve diğer değişkenlerin bir fonksiyonudur. E elastisite modülüdür, I ise eylemsizlik modülüdür.

Burada $u = u(x)$, $w = w(x)$ ve EI sabittir, yani denklemde yerine aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$EI \frac{d^4 u}{dx^4} = w(x)$$

Bu denklem düzgün sabit bir kirişte çökmeyi tanımlar ve mühendislik uygulamalarında kullanılan en temel öğelerden biridir. [3]

3.2.b Timoshenko Kiriş Teorisi

Bu teori, kirişteki kayma ve dönmenin oluşturduğu eylemsizlik momentini, faktörlerinin Euler-Bernoulli teorisine ilave edilmiş halidir yani bir bakıma Euler-Bernoulli kiriş teorisinin daha geliştirilmişidir. Kirişteki kayma gerilmeleri, eğilme esnasında nesnenin iç yapısındaki deformasyonlar sebebiyle titreşimim sonucunda oluşur. Bu yatay titreşimler, kirişe uygulanan dış kuvvetlere ve bunun oluşturduğu torka ve kirişin malzeme özelliğine bağlıdır.

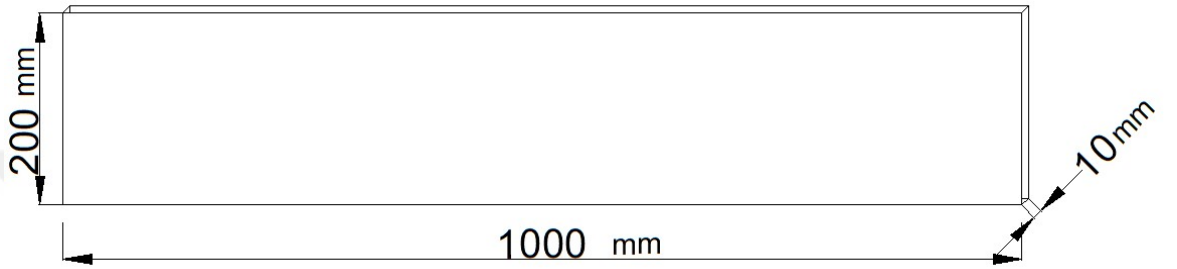
Kirişte kayma etkilerinin hesaba katılması için efektif kayma alanına gereksinim duyulur. Timoshenko kayma faktörü ($k > 1$) bu kayma alanını kA olarak tanımlamıştır. [5-8]

$$M = EI \frac{d\psi}{dx}$$

$$M = \frac{dw}{dx} - \psi(x) = -\frac{v(x)}{k^2GA}$$

$$\psi(x) = \frac{dw}{dx}$$

3.3. Modellenen Kiriş Boyut ve Tabaka Malzeme Özellikleri



Şekil 3.2. Fonksiyonel derecelendirilmiş x boyutu boyunca 20 tabakalandırılmış kiriş boyutları.

$q = 0,1 \text{ N/mm}^2$ (basınç yayılı yük)

$L = 1000 \text{ mm}$

$b = 10 \text{ mm}$

$h = 200 \text{ mm}$

Alüminyum malzeme yoğunluğu = $2,7 \times 10^{-9} \text{ tonne/mm}^3$

Poisson oranı = 0,3

Akma Gerilmesi = 225 Mpa

ABAQUS 'e veri girişi yaparken SI (mm) birimleri kullanılmıştır.

Uzunluk; mm

Kuvvet; N

Kütle; tonne (10^3 kg)

Zaman; s

Gerilme; Mpa (N/mm^2)

Enerji; mJ (10^{-3} j)

Yoğunluk; tonne/ mm^3

Tablo 3.1. Modellenen L=1000 mm Boyundaki Kirişin Tabakalarının Koordinatları ve Elastisite Modülü Değerleri

Tabaka No	X koordinatı (mm)	E (Mpa)
1	50	70000.00
2	100	70000.74
3	150	70009.46
4	200	70050.88
5	250	70178.76
6	300	70487.56
7	350	71124.03
8	400	72298.89
9	450	74298.40
10	500	77496.00
11	550	82363.98
12	600	89485.02
13	650	99563.90
14	700	113439.10
15	750	132094.30
16	800	156670.30
17	850	188476.30
18	900	229001.80
19	950	279928.00
20	1000	343139.70

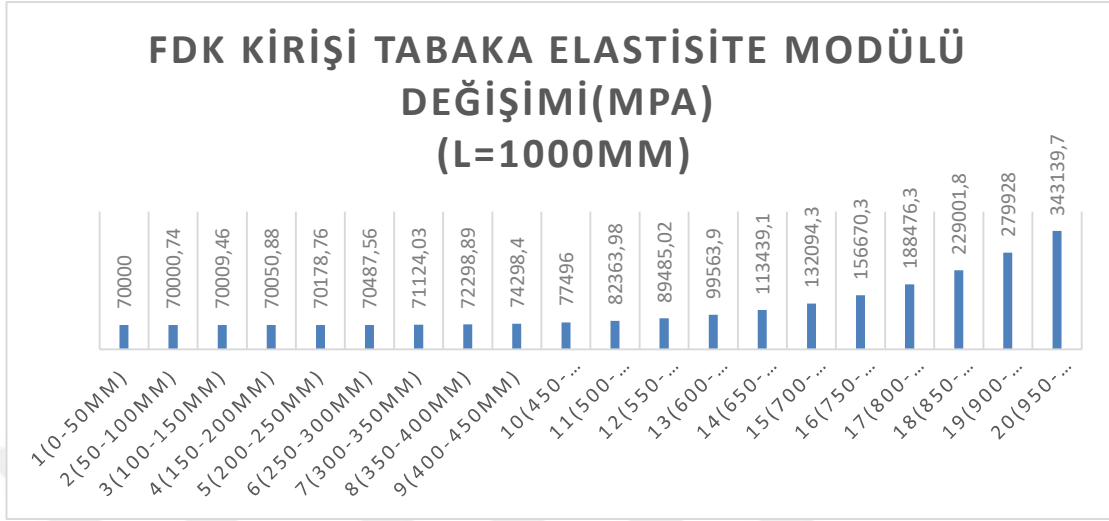
Tablo 3.1’de görüldüğü gibi, farklı varyasyonlar için L=1000 mm boyundaki kirişler için yukarıdaki tabaka kalınlıkları ve ABAQUS programında tasarım yapılırken elastisite modülü değerleri kullanılmıştır. Homojen tasarlanan E₅, E₆, E₇, E₈, T₅, T₆, T₇, T₈ kirişlerinde E= 77496 Mpa malzeme özelliği tanımlanmıştır.

Tablo 3.2. Modellenen L=2500 mm Boyundaki Kirişin Tabakalarının Koordinatları ve Elastisite Modülü Değerleri

Tabaka No	X koordinatı (mm)	E (Mpa)
1	125	70000.00
2	250	70000.74
3	375	70009.46
4	500	70050.88
5	625	70178.76
6	750	70487.56
7	875	71124.03
8	1000	72298.89
9	1125	74298.40
10	1250	77496.00
11	1375	82363.98
12	1500	89485.02
13	1625	99563.90
14	1750	113439.10
15	1875	132094.30
16	2000	156670.30
17	2125	188476.30
18	2250	229001.80
19	2375	279928.00
20	2500	343139.70

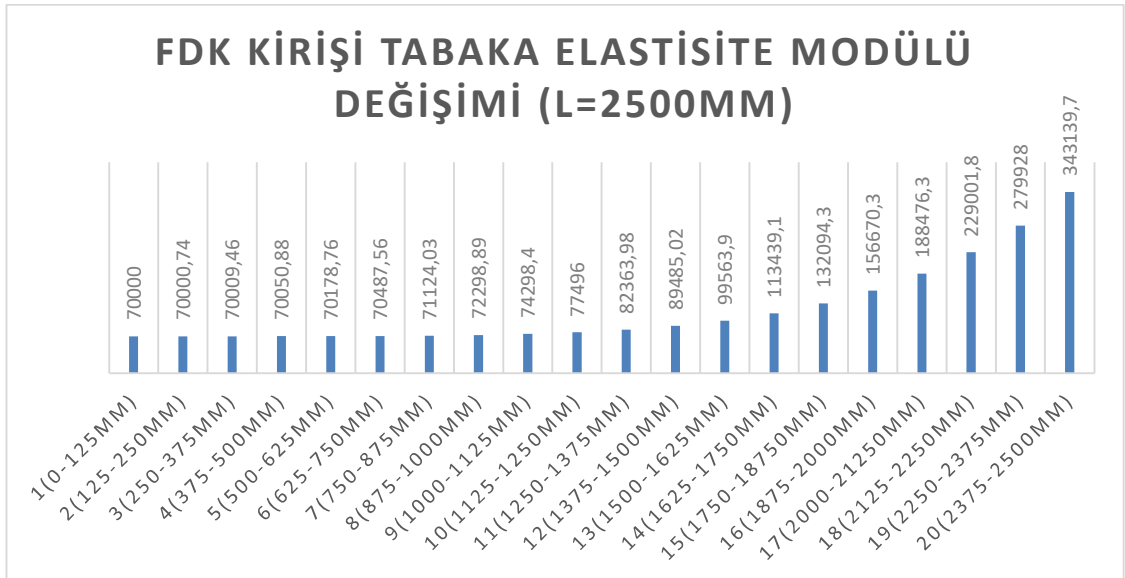
Tablo 3.2' de görüldüğü gibi, farklı varyasyonlar için L=2500 mm boyundaki kirişer için yukarıdaki tabaka kalınlıkları ve ABAQUS programında tasarım yapılırken elastisite modülü değerleri kullanılmıştır.

Şekil 3.3. Modellenen L=1000 mm Boyundaki Kirişin Tabakalarının Koordinatları ve Elastisite Modülü Değişim Grafiği



Tablo 3.3' de görülen değerlerin, 50 mm kalınlığına sahip 20 tabakadan oluşan 1000 mm boyundaki kirişin malzeme değişim grafiği paylaşılmıştır.

Şekil 3.4. Modellenen L=2500 mm Boyundaki Kirişin Tabakalarının Koordinatları ve Elastisite Modülü Değişim Grafiği.



Tablo 3.4' de görülen değerlerin, 125 mm kalınlığına sahip 20 tabakadan oluşan 2500 mm boyundaki kirişin malzeme değişim grafiği paylaşılmıştır.

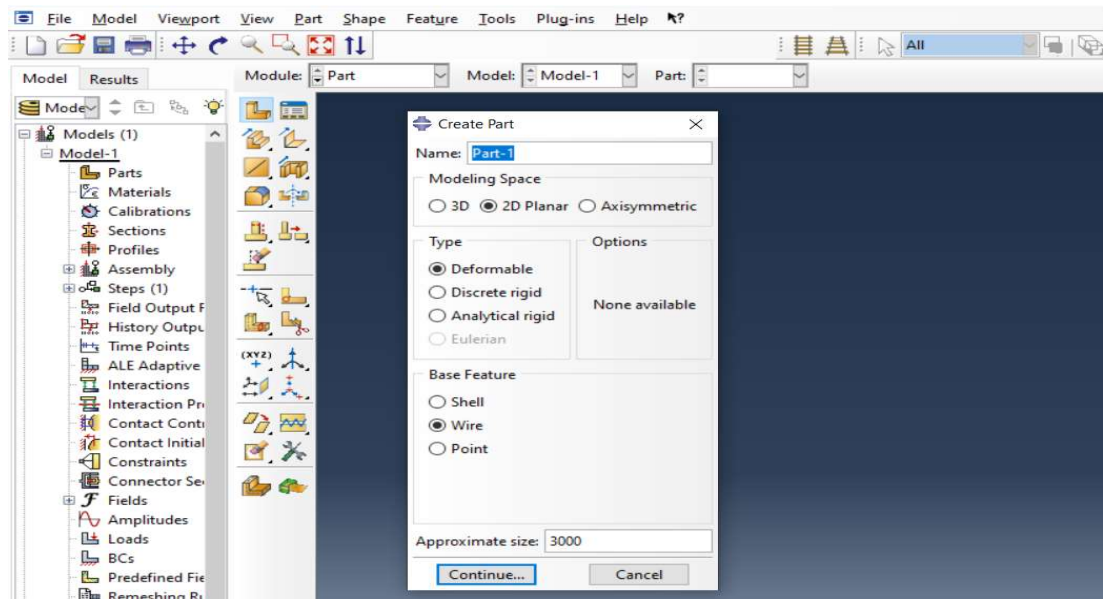
3.4. Analiz Modeli Oluşturulması

3.4.1. ABAQUS Programında Euler-Bernoulli Kirişi Analiz Modelinin Oluşturulması

ABAQUS programında Euler- Bernoulli kirişi tanımlanırken wire komutu seçilmektedir. Öncelikle wire (çubuk) modeli seçildikten sonra koordinat aralığı belirlenir. Daha sonra belirlenen kalınlıkta çubuklar tanımlanır. Tek bir koordinatta sürekli çizilen kalınlıktaki tabakalar belirlendiğinden bu tabakaları birbirlerine bağlamaya gerek yoktur.

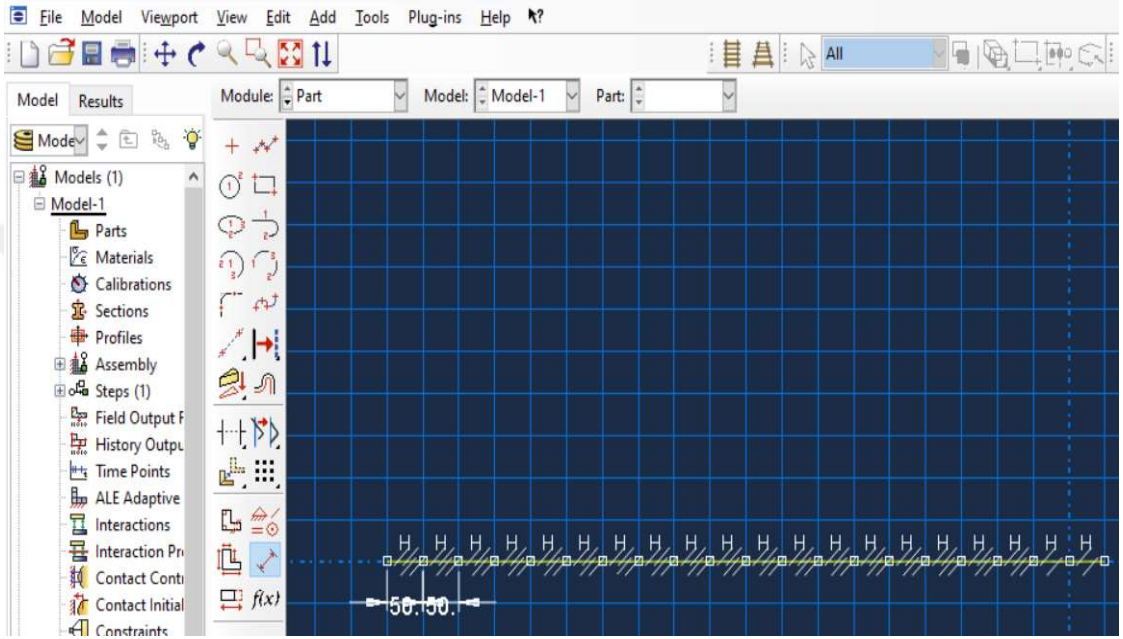
Artık çizilen bu çubuğun kesitini belirlemek gerekir. Profile section komutundan kirişin dikdörtgen kesiti seçilir ve b ve h boyutları tanımlanır. Her bir kalınlığa malzeme özellikleri tanımlanır.

Analiz modeli mesnet koşulları ve ardından yayılı yük (basınç) tanımlanır. Euler-Bernoulli kiriş teorisini tasarımını yaptığımız kirişe atayabilmek için Mesh komutuna gelirse, “Cubic Formulation” seçeneğinin seçilmesi gerekmektedir. Analiz tamamlanır ve deformasyon değerleri okunur.



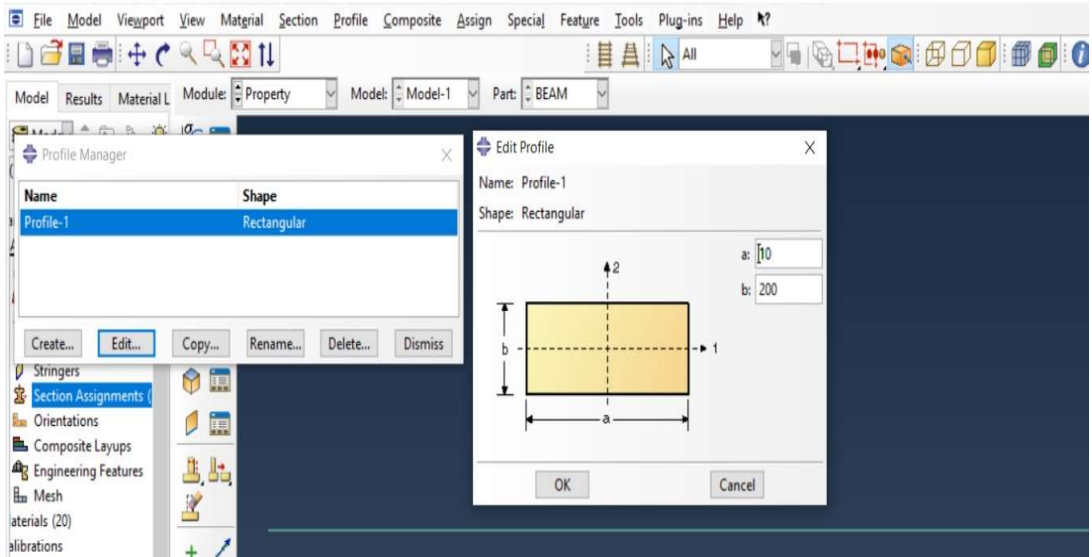
Şekil 3.5. Tasarımı yapılacak kirişin 2D planar, deformable ve Wire özellikleri tanımlanması

Şekil 3.5.'te görüldüğü gibi, ABAQUS programında Euler-Bernoulli kirişi olarak modelin tanımlanabilmesi için parça tanımının 2D planar, deformable ve wire olarak (çubuk ve 2 boyutlu olacak şekilde) yapılması gerekmektedir. Tasarım yapılacak grid alanının önceden tanımlanması gerekmektedir. Bu tez çalışmasında varyasyonlu kirişlerin boylarının (L) 1500mm ve 2500mm olması nedeniyle bu grid alanı 3000 mm olarak tanımlanmıştır.



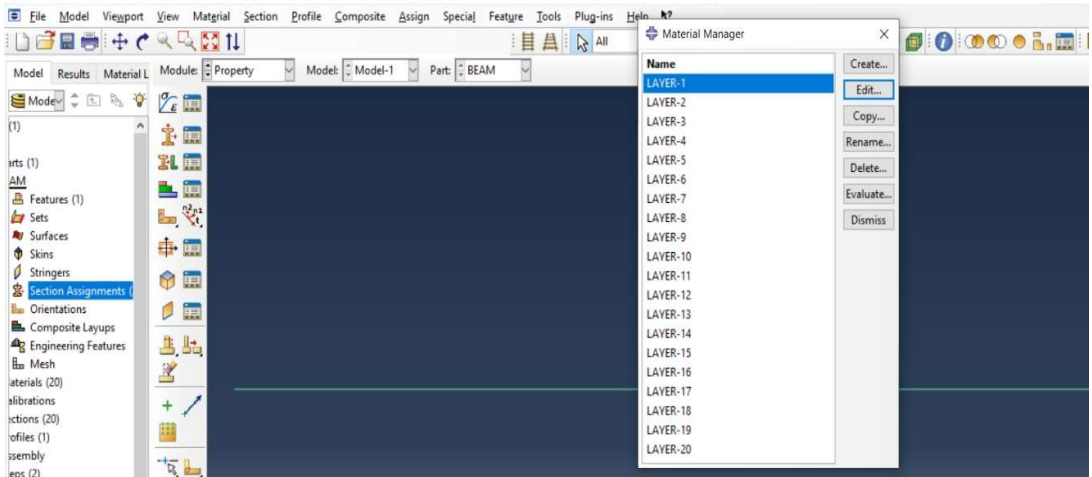
Şekil 3.6. 50 mm ve 125 mm kalınlıklarında farklı materyal özelliklere bağlı kirişin tabakalarının çizimi.

Şekil 3.6.'da görüldüğü gibi homojen olmayan ve fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeden oluşan Euler - Bernoulli kiriş tasarımı x doğrultusu boyunca farklı elastisite modülü özelliklerine sahip yan yana 20 farklı tabakadan oluşacak şekilde tasarlanmıştır. Her bir tabaka eşit boyda olacak şekilde oluşturulmuş L=1000 mm için 50 mm'den oluşan 20 tabaka oluşturulurken, L=2500 mm için 125 mm'den oluşan 20 tabaka tasarlanmıştır.



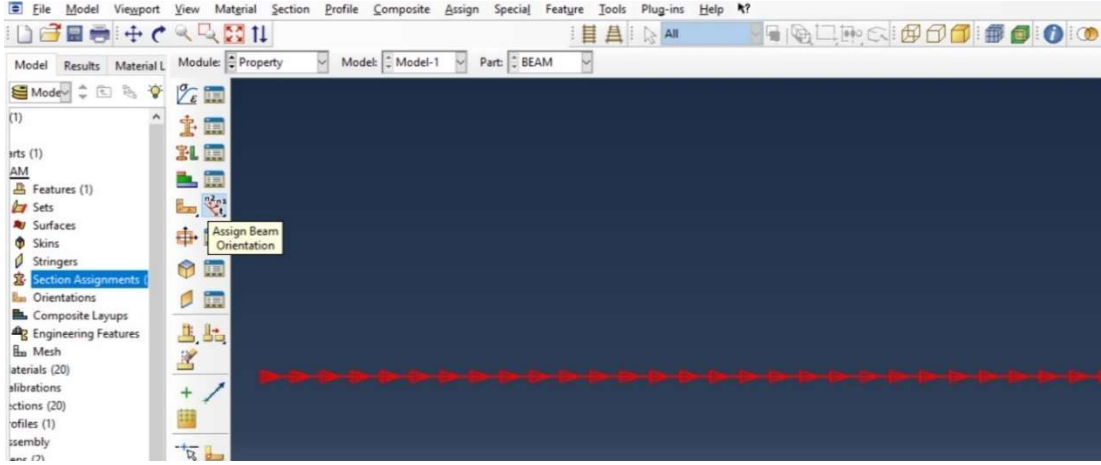
Şekil 3.7. Çizilen her bir tabakanın rectangular profil kesitinin tanımlanması.

Şekil 3.7’de görüldüğü gibi, Euler-Bernoulli kiriş elemanı çubuk olarak girildiğinden, bu çubuk elemanlarına özel kesit özelliği girilerek katı model kiriş özelliği sağlanmıştır. Çeşitli varyasyonlar için girilen kesit özellikleri $b = 200$ mm, $a = 10$ mm ve $b = 500$ mm, $a = 50$ mm şeklindedir.



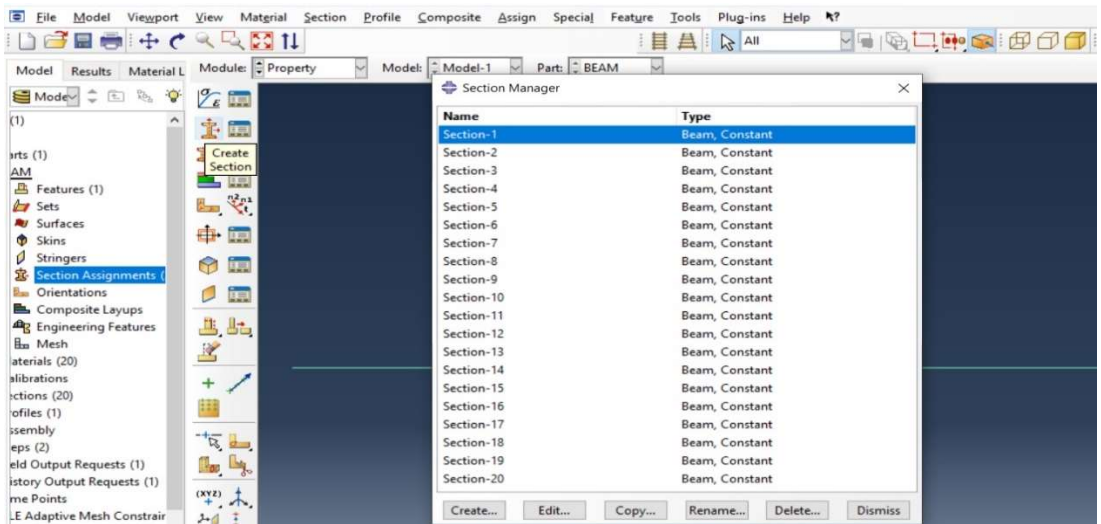
Şekil 3.8. Çizilen her bir tabakanın malzeme özelliklerinin atanması. (20 tabaka için)

Şekil 3.8.’de görüldüğü gibi, 20 farklı tabakaya ait Tablo 3.2.’de verilen özelliklerde elastisite modülü değerleri girilerek, tabakaların farklı malzeme özelliklerine sahip Euler- Bernoulli kirişi tasarlanmıştır.



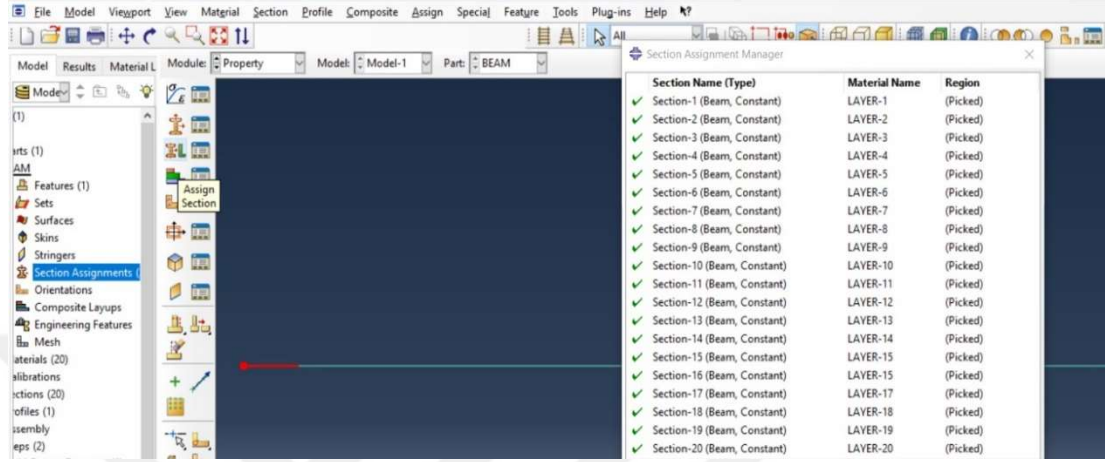
Şekil 3.9. Malzeme özellikleri girilmiş tabakalı kiriş çubuğunun (wire) beam olarak atanabilmesi için beam orientation tanımlamasının yapılması.

Şekil 3.9.'da görüldüğü gibi uygulanan komutun amacı, 2D deformable ve wire olarak girilen Euler-Bernoulli çubuk elemanın kiriş oryantasyonu özelliğinin ve konumlarının atanmasıdır. Bu oryantasyon tanımlaması yapılmadığı sürece kiriş elemanın aslında katı model amaçlı tasarlandığı program tarafından anlaşılmamakta ve böylece Euler - Bernoulli kirişi olarak tanımlanması mümkün olmuştur.



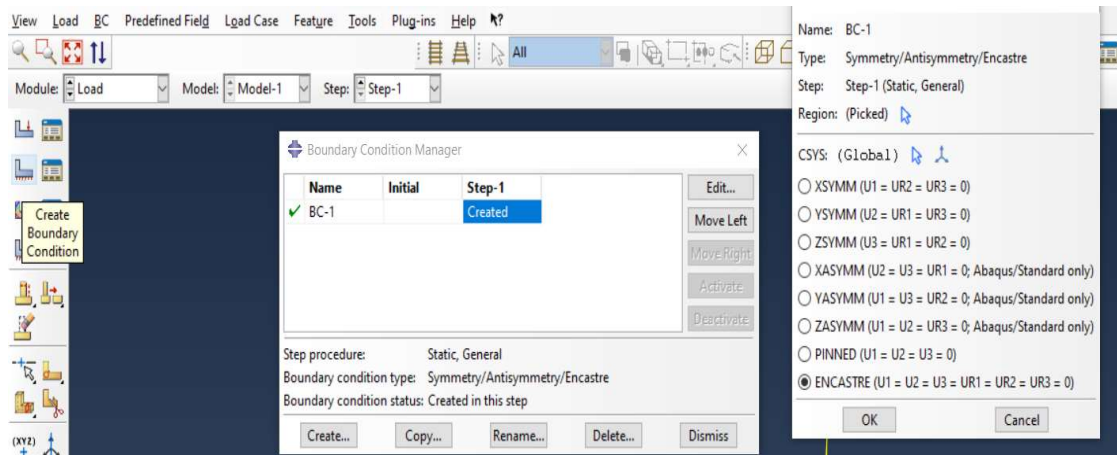
Şekil 3.10. Tanımlanan profil kesitleri ve malzemelerinin kiriş kesitlerinin oluşturulması.

Şekil 3.10.'da görüldüğü gibi uygulanan komutun amacı, 20 farklı tabakanın kesit özelliklerinin tanımlanması gösterilmiştir. Her bir tabakanın kesit özelliği tanımlanmış böylece istenen kesitte Euler-Bernoulli çubuk elemanı tanımlanması mümkün olmuştur.



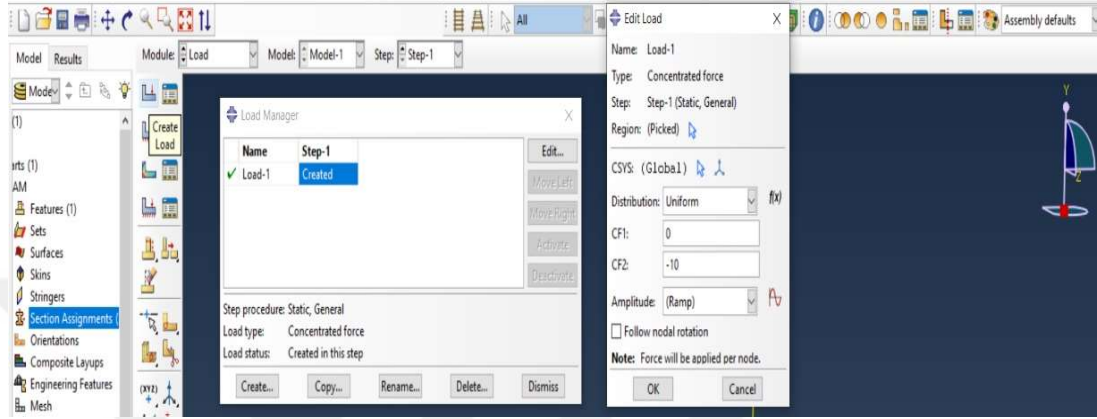
Şekil 3.11. Oluşturulan kiriş kesitlerinin her bir tabakaya atamalarının yapılması.

Şekil 3.11.'de görüldüğü gibi uygulanan komutun amacı, 20 farklı tabakanın kesit özelliklerine sahip Euler-Bernoulli kirişinin her bir tabakaya seçilerek tanımlanmasıdır. Her bir tabaka seçilip assign section komutuna girildikten sonra ilgili tabaka seçilerek kesit ve malzeme özellikleri tanımlanmıştır.



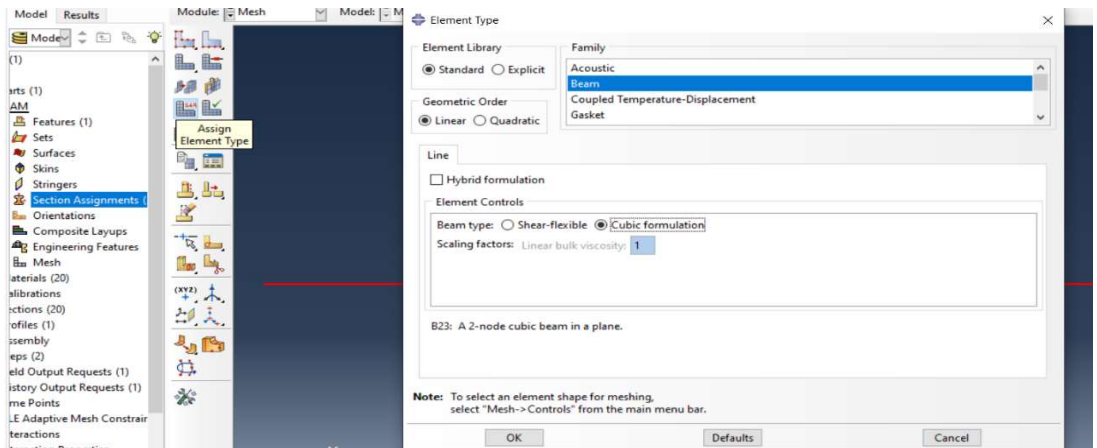
Şekil 3.12. Atamaları ve tanımlamaları yapılan kirişin mesnet koşulunun tanımlanması. (Başlangıç; Ankaste -Son; Serbest Uç)

Şekil 3.12.'de görüldüğü gibi uygulanan komutun amacı, Euler- Bernoulli kirişinin $x=0$ konumunda ankastre, $x=1000$ mm ($L=1000$ mm için) ve $x=2500$ mm ($L=2500$ mm için) konumunda ise serbest uç tanımlanmıştır. Create boundary condition komutunda kirişin $x=0$ noktası seçilerek, encastré ($U_1=U_2=U_3=UR_1=UR_2=UR_3=0$) seçilmiştir.



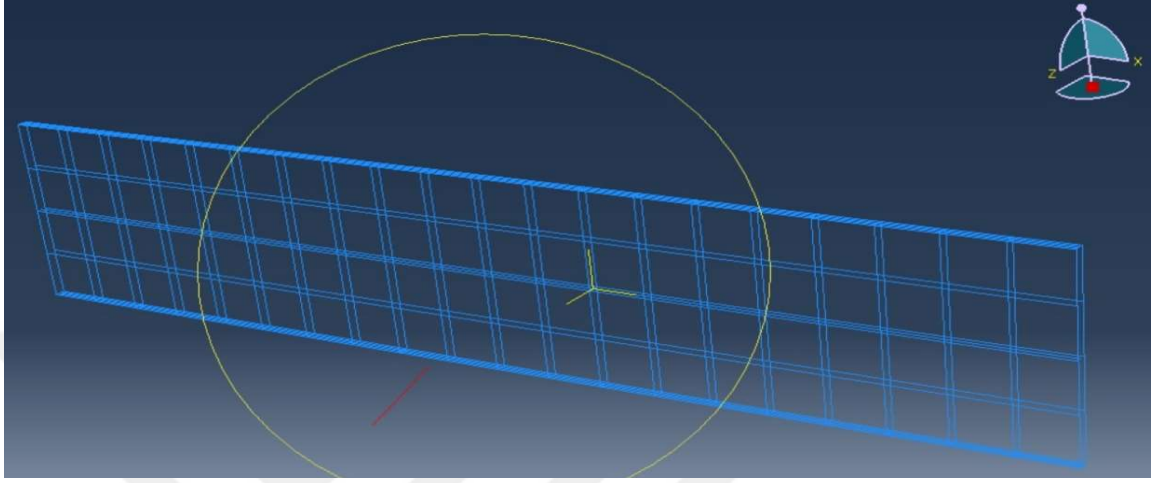
Şekil 3.13. Mesnet koşulu tanımlanan kirişin çizgisel yayılı basınç kuvveti $q=-10$ N/mm² olarak tanımlanması.

Şekil 3.13.'de görüldüğü gibi, Euler-Bernoulli kirişine etki edecek basınç kuvvetinin tanımlanması için load sekmesinden load manager komutuna girilmiştir. Daha sonra create sekmesinden concentrated force seçilip, CF2 (y yönü) = -10 N/mm² olarak tanımlanmıştır.



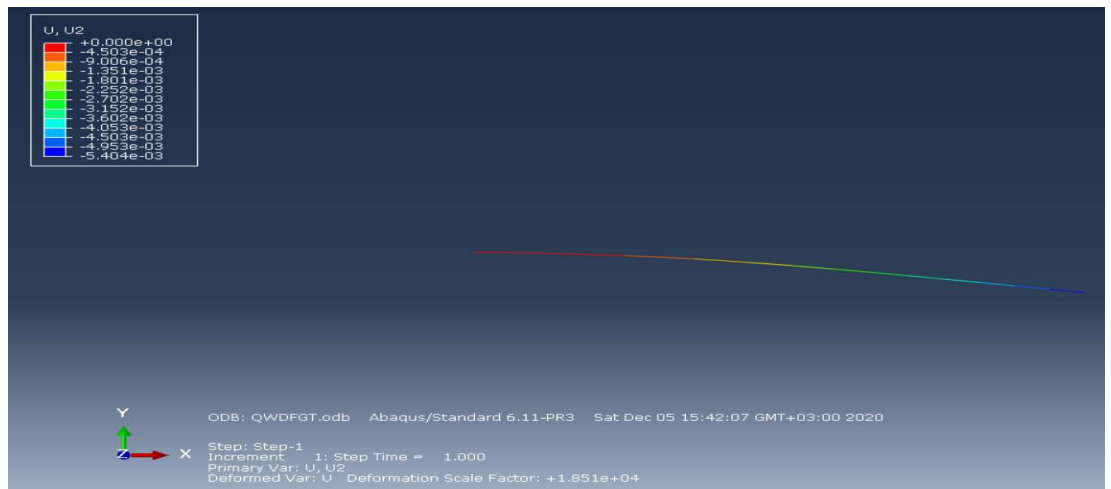
Şekil 3.14. Tanımlanan kiriş profilinin Euler-Bernoulli olarak tanımlanması için Cubic Formulation tanımlanması.

Şekil 3.14.'de görüldüğü gibi, tasarımını yaptığımız kirişimizin Euler-Bernoulli kirişi olarak çözümlenebilmesi için mesh komutu altından assign element type sekmesinden açılan seçim tablosundan beam seçildikten sonra cubic formulation özelliği seçilmiştir.



Şekil 3.15. Tanımlanan 20 tabakalı Euler-Bernoulli kiriş profilinin mesh alanlarının görünüşü.

Şekil 3.15.'te görüldüğü gibi, tasarımını yaptığımız Euler-Bernoulli kirişinin 20 tabakalı görünümünü paylaşmıştır.



Şekil 3.16. Tanımlanan 20 tabakalı Euler-Bernoulli kiriş profilinin ABAQUS analiz modelinin y yönündeki (U2) deformasyon değerleri.

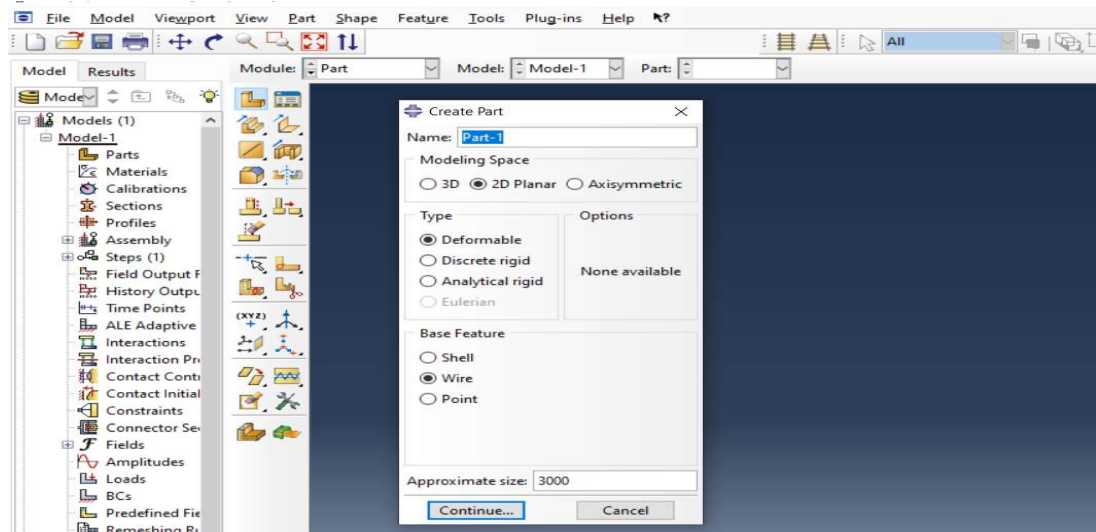
Şekil 3.16.'da görüldüğü gibi, tasarımını yaptığımız Euler-Bernoulli kirişinin y yönündeki U2 deformasyon değerleri results sekmesinden okunmuştur.

3.4.2 ABAQUS Programında Timoshenko Kirişi Analiz Modelinin Oluşturulması

ABAQUS programında Timoshenko kirişi tanımlanırken wire komutu seçilmektedir. Öncelikle wire (çubuk) modeli seçildikten sonra koordinat aralığı belirlenir. Daha sonra belirlenen kalınlıkta çubuklar tanımlanır. Tek bir koordinatta sürekli çizilen kalınlıktaki tabakalar belirlendiğinden bu tabakaları birbirlerine bağlamaya gerek yoktur.

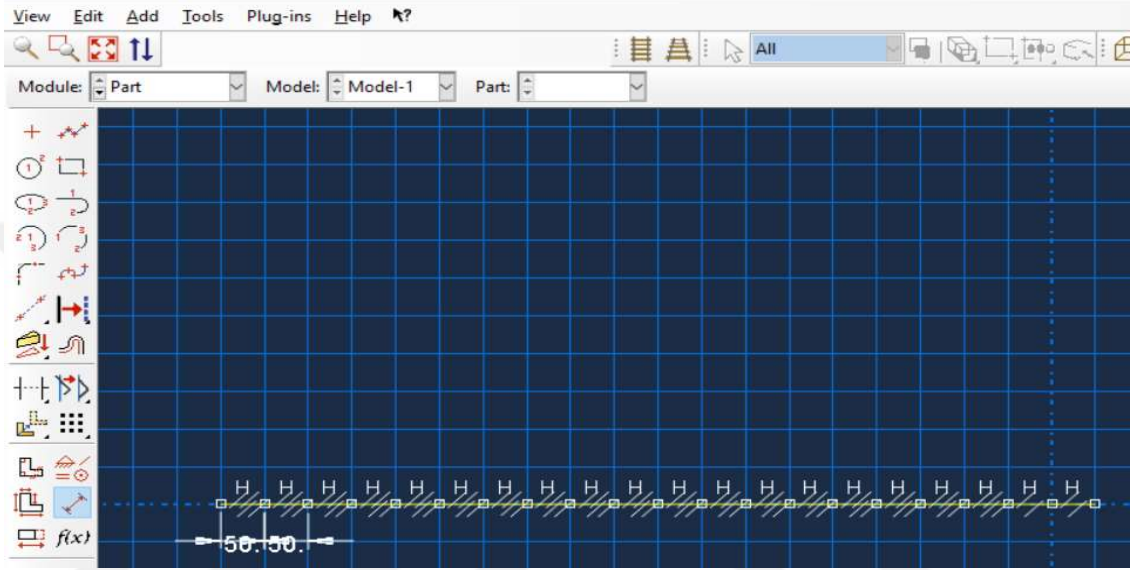
Artık çizilen bu çubuğun kesitini belirlemek gerekir. Profile section komutundan kirişin dikdörtgen kesiti seçilir ve b ve h boyutları tanımlanır. Her bir kalınlığa malzeme özellikleri tanımlanır.

Analiz modeli mesnet koşulları ve ardından yayılı yük (basınç) tanımlanır. Euler-Bernoulli kiriş teorisini tasarımını yaptığımız kirişe atayabilmek için Mesh komutuna gelirse, “Shear Flexible” seçeneğinin seçilmesi gerekmektedir. Analiz tamamlanır ve deformasyon değerleri okunur.



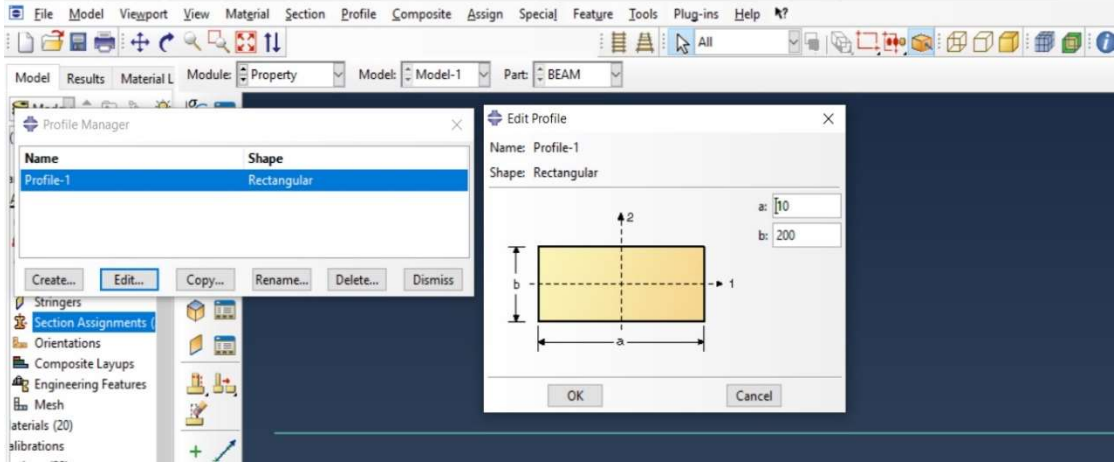
Şekil 3.17. Tasarımı yapılacak kirişin 2D planar, deformable ve Wire özellikleri tanımlanması.

Şekil 3.17.'de görüldüğü gibi, ABAQUS programında Timoshenko kirişi olarak modelin tanımlanabilmesi için parça tanımının 2D planar, deformable ve wire olarak (çubuk ve 2 boyutlu olacak şekilde) yapılması gerekmektedir. Tasarım yapılacak grid alanının önceden tanımlanması gerekmektedir. Bu tez çalışmasında varyasyonlu kirişlerin boylarının (L) 1500 mm ve 2500 mm olması nedeniyle bu grid alanı 3000 mm olarak tanımlanmıştır.



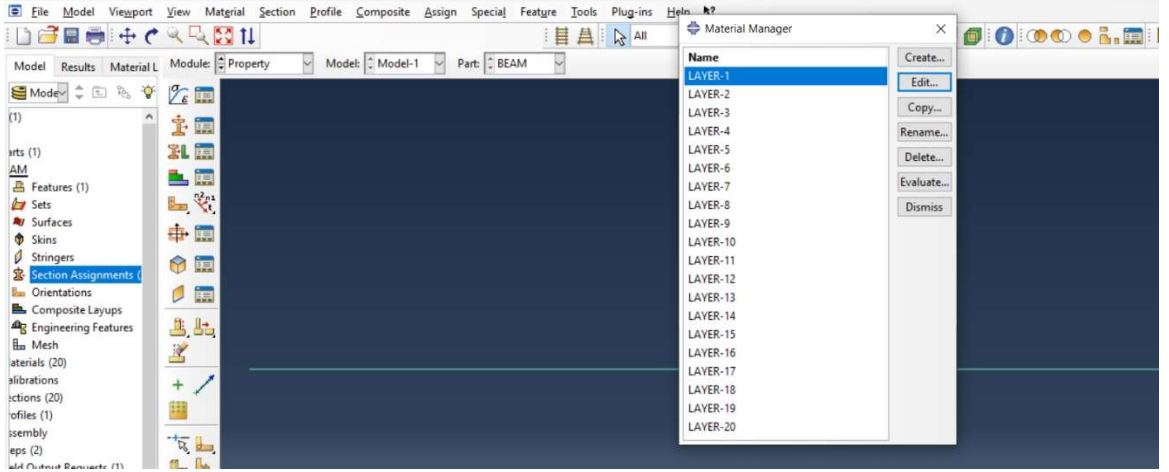
Şekil 3.18. 50 mm ve 125 mm kalınlıklarında farklı materyal özelliklere bağlı kirişin tabakalarının çizimi.

Şekil 3.18.'de görüldüğü gibi homojen olmayan ve fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeden oluşan Timoshenko kiriş tasarımı, x doğrultusu boyunca farklı elastisite modülü özelliklerine sahip yan yana 20 farklı tabakadan oluşacak şekilde tasarlanmıştır. Her bir tabaka eşit boyda olacak şekilde oluşturulmuş L=1000 mm için 50 mm'den oluşan 20 tabaka oluşturulurken, L=2500 mm için 125 mm'den oluşan 20 tabaka tasarlanmıştır.



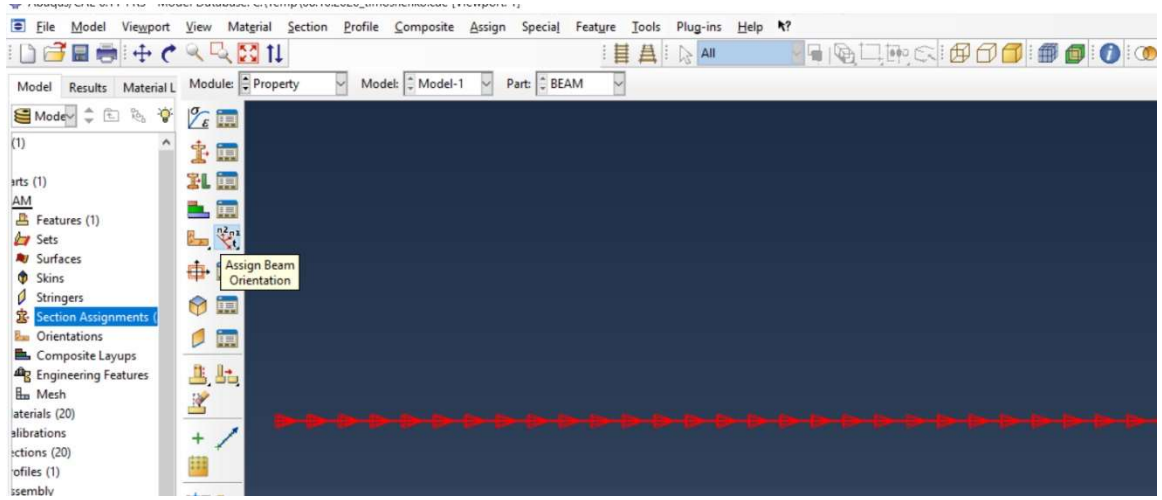
Şekil 3.19. Çizilen her bir tabakanın rectangular profil kesitinin tanımlanması.

Şekil 3.19’da görüldüğü gibi, Timoshenko kiriş elemanı çubuk olarak girildiğinden, bu çubuk elemanlarına özel kesit özelliği girilerek solid kiriş özelliği sağlanmıştır. Çeşitli varyasyonlar için girilen kesit özellikleri $b = 200$ mm, $a = 10$ mm ve $b = 500$ mm, $a = 50$ mm şeklindedir.



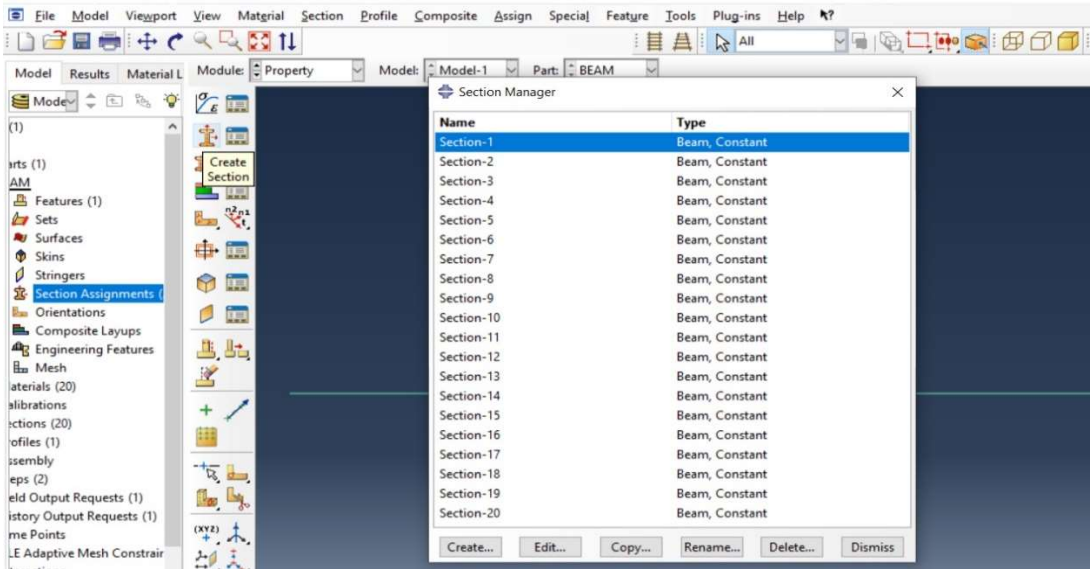
Şekil 3.20. Çizilen her bir tabakanın malzeme özelliklerinin atanması.

Şekil 3.20.’de görüldüğü gibi, 20 farklı tabakaya ait Tablo 3.2.’de verilen özelliklerde elastisite modülü değerleri girilerek, tabakaların farklı malzeme özelliklerine sahip Timoshenko kirişi tasarlanmıştır.



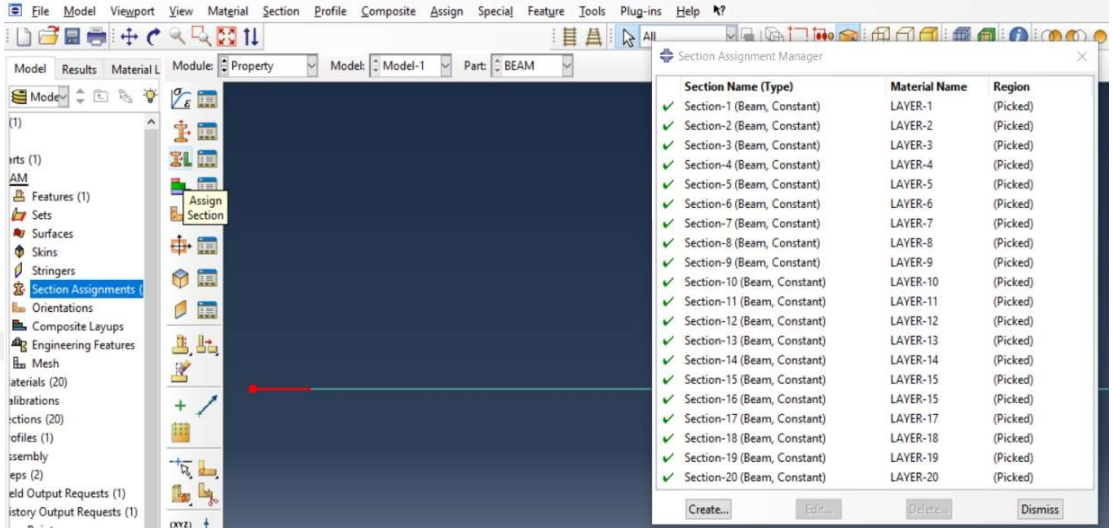
Şekil 3.21. Malzeme özellikleri girilmiş tabakalı kiriş çubuğunun (wire) beam olarak atanabilmesi için beam orientation tanımlamasının yapılması.

Şekil 3.21.'da görüldüğü gibi uygulanan komutun amacı, 2D deformable ve wire olarak girilen Timoshenko çubuk elemanın kiriş oryantasyonu özelliğinin ve konumlarının atanmasıdır. Bu oryantasyon tanımlaması yapılmadığı sürece kiriş elemanın aslında solid amaçlı tasarlandığı program tarafından anlaşılmamakta ve böylece Timoshenko kirişi olarak tanımlanması mümkün olmuştur.



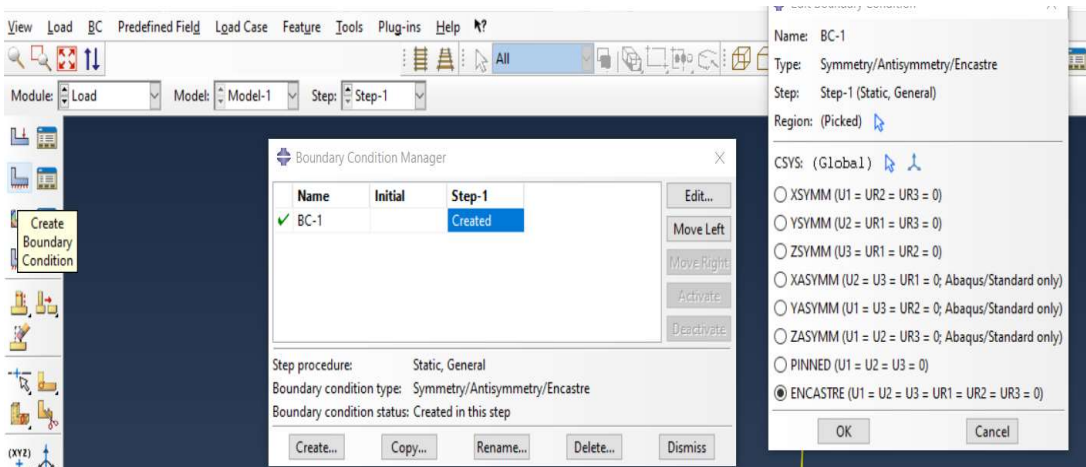
Şekil 3.22. Tanımlanan profil kesitleri ve malzemelerinin kiriş kesitlerinin oluşturulması.

Şekil 3.22.'de görüldüğü gibi uygulanan komutun amacı, 20 farklı tabakanın kesit özelliklerinin tanımlanması gösterilmiştir. Her bir tabakanın kesit özelliği tanımlanmış böylece istenen kesitte Timoshenko çubuk elemanı tanımlanması mümkün olmuştur.



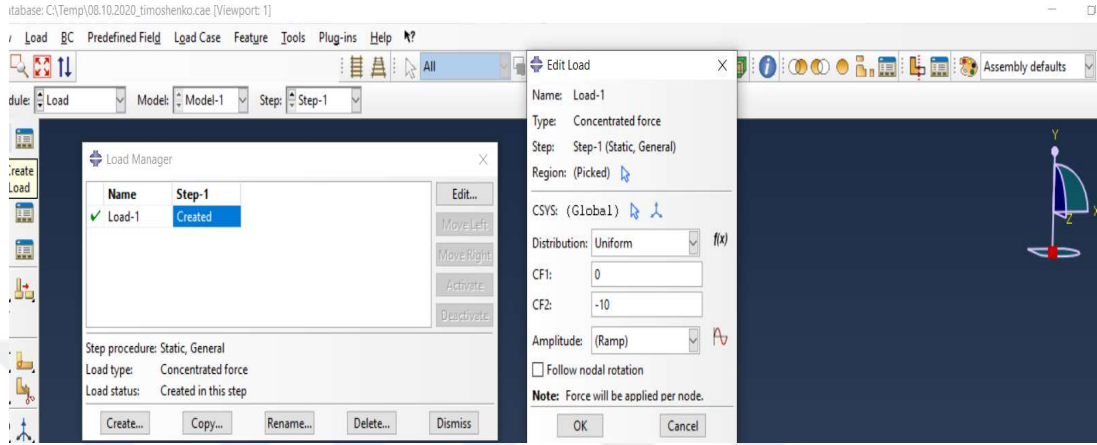
Şekil 3.23. Oluşturulan kiriş kesitlerinin her bir tabakaya atamalarının yapılması.

Şekil 3.23.'te görüldüğü gibi uygulanan komutun amacı, 20 farklı tabakanın kesit özelliklerine sahip Timoshenko kirişinin her bir tabakaya seçilerek tanımlanmasıdır. Her bir tabaka seçilip assign section komutuna girildikten sonra ilgili tabaka seçilerek kesit ve malzeme özellikleri tanımlanmıştır.



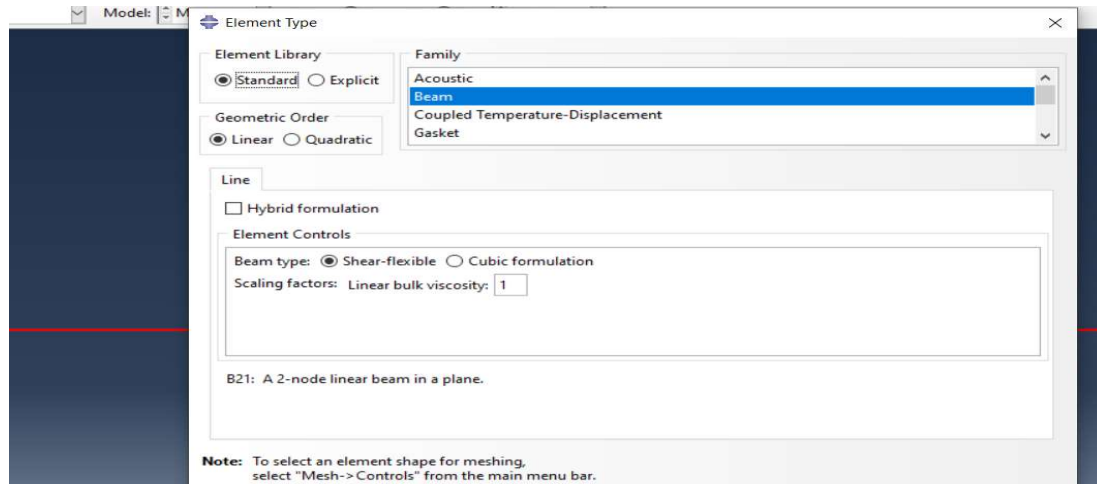
Şekil 3.24. Atamaları ve tanımlamaları yapılan kirişin mesnet koşulunun tanımlanması (Başlangıç; Ankaste -Son; Serbest Uç)

Şekil 3.24.'te görüldüğü gibi uygulanan komutun amacı, Timoshenko kirişinin $x=0$ konumunda ankastre, $x=1500$ mm ($L=1500$ mm için) ve $x=2500$ mm ($L=2500$ mm için) konumunda ise serbest uç tanımlanmıştır. Create boundary condition komutunda kirişin $x=0$ noktası seçilerek, encastre ($U_1=U_2=U_3=UR_1=UR_2=UR_3=0$) seçilmiştir.



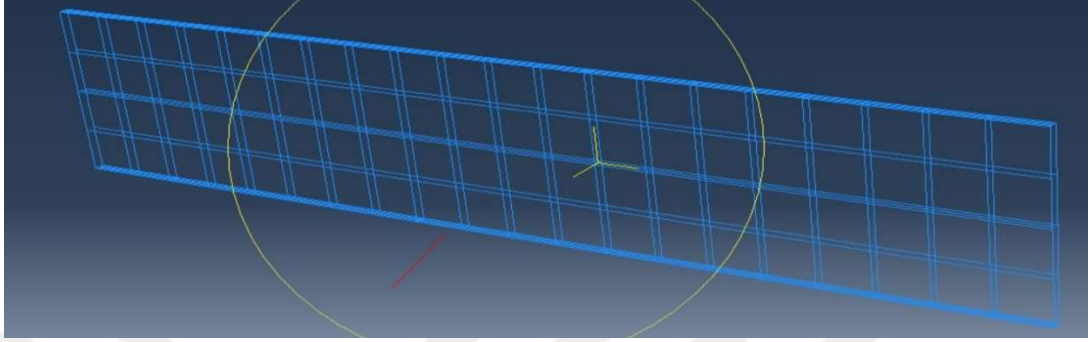
Şekil 3.25. Mesnet koşulu tanımlanan kirişin yayılı basınç yükü $q=-10$ N/mm² tanımlanması.

Şekil 3.25.'de görüldüğü gibi, Timoshenko kirişine etki edecek basınç kuvvetinin tanımlanması için load sekmesinden load manager komutuna girilmiştir. Daha sonra create sekmesinden concestrated force seçilip, CF2 (y yönü) = -10 N/mm² olarak tanımlanmıştır.



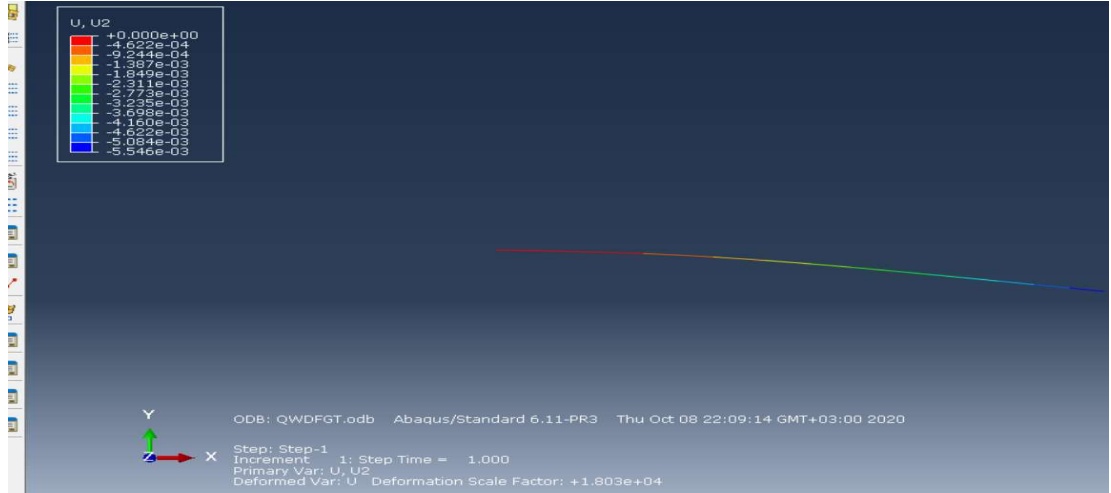
Şekil 3.26. Tanımlanan kiriş profilinin Timoshenko kirişi olarak tanımlanması için Shear Flexible tanımlanması.

Şekil 3.26.'da görüldüğü gibi, tasarımını yaptığımız kirişimizin Timoshenko kirişi olarak çözümlenebilmesi için mesh komutu altından assign element type sekmesinden açılan seçim tablosundan beam seçildikten sonra shear flexible özelliği seçilmiştir.



Şekil 3.27. Tanımlanan 20 tabakalı Timoshenko kiriş profilinin mesh alanlarının görünüşü.

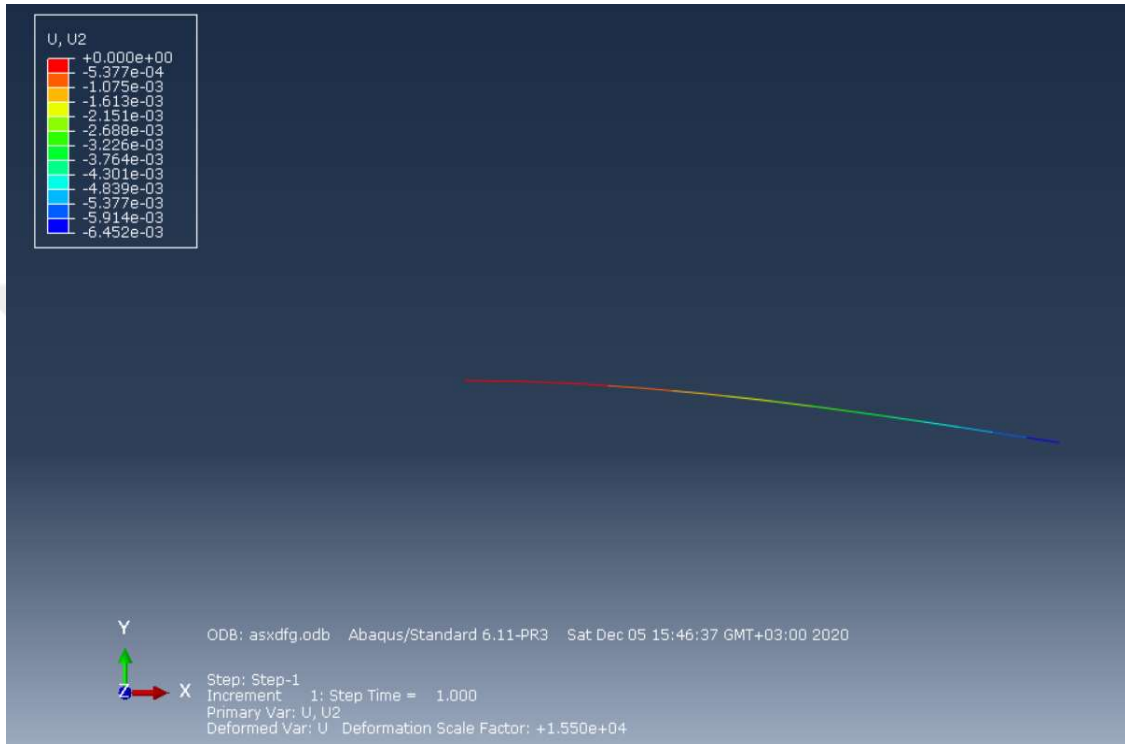
Şekil 3.27.'de görüldüğü gibi, tasarımını yaptığımız Timoshenko kirişinin 20 tabakalı görünümü paylaşılmıştır.



Şekil 3.28. Tanımlanan 20 tabakalı Timoshenko kiriş profilinin ABAQUS analiz modelinin y yönündeki (U2) deformasyon değerleri.

Şekil 3.28.'de görüldüğü gibi, tasarımını yaptığımız Timoshenko kirişinin y yönündeki U2 deformasyon değerleri results sekmesinden okunmuştur.

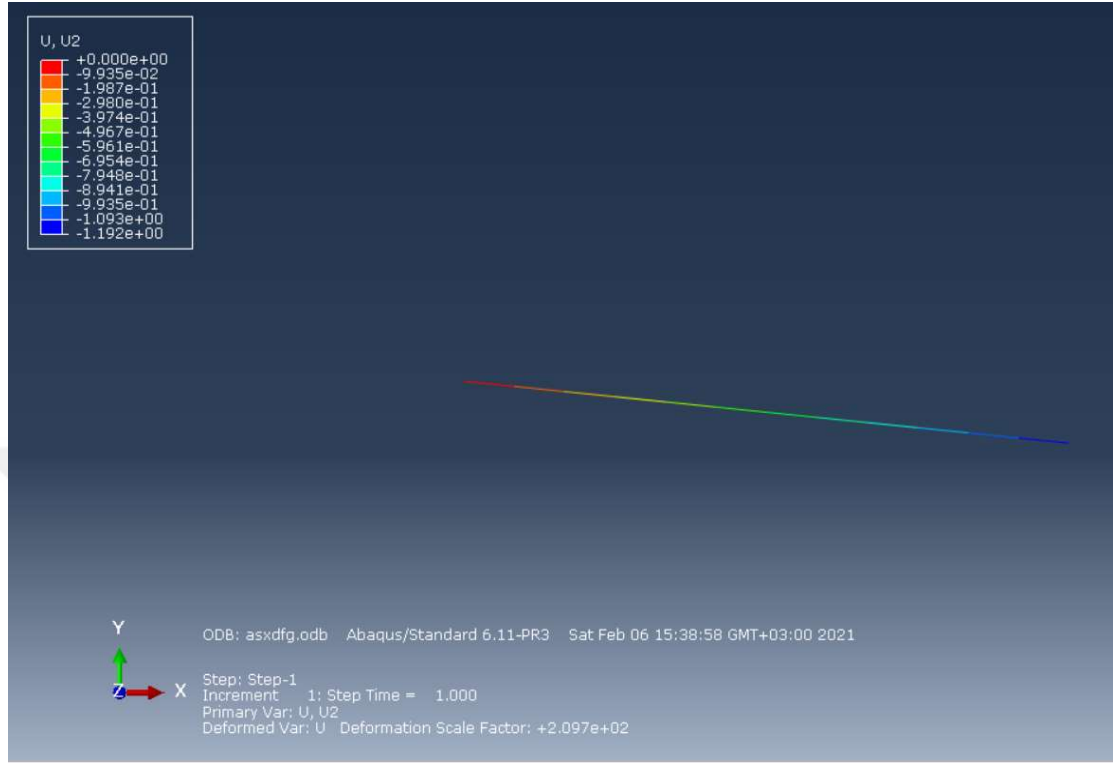
3.4.3. ABAQUS Programında Tek Malzemeli Homojen Euler-Bernoulli Kiriş Analiz Sonucunun İncelenmesi



Şekil 3.29. Tanımlanan tek malzemeli homojen Euler-Bernoulli kiriş profilinin ABAQUS analiz modelinin y yönündeki (U2) deformasyon değerleri.

Şekil 3.29.'da görüldüğü gibi, tasarımını yaptığımız tek malzemeli yani homojen Euler-Bernoulli kirişinin y yönündeki U2 deformasyon değerleri analiz sonucunda results sekmesinden okunmuştur. Ankastre tanımlanan Euler-Bernoulli kirişinin $x=0$ konumunda beklendiği üzere deplasman yapmadığı, $x=1000$ mm ($L=1000$ mm için) ve $x=2500$ mm ($L=2500$ mm için) noktasında maksimum deplasman değerine ulaştığı görülmüştür.

3.4.4. ABAQUS Programında Tek Malzemeli Homojen Timoshenko Kiriş Analiz Sonucunun İncelenmesi



Şekil 3.30. Tanımlanan tek malzemeli homojen Timoshenko kiriş profilinin ABAQUS analiz modelinin y yönündeki (U2) deformasyon değerleri.

Şekil 3.30.'da görüldüğü gibi, tasarımını yaptığımız tek malzemeli yani homojen Euler-Bernoulli kirişinin y yönündeki U2 deformasyon değerleri analiz sonucunda results sekmesinden okunmuştur. Ankastre tanımlanan Euler-Bernoulli kirişinin $x=0$ konumunda beklendiği üzere deplasman yapmadığı, $x=1000$ mm ($L=1000$ mm için) ve $x=2500$ mm ($L=2500$ mm için) noktasında maksimum deplasman değerine ulaştığı görülmüştür.

4. ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA

Çalışma kapsamında çeşitli kesit ve L boyuna sahip FDK ve homojen malzemeli Euler-Bernoulli ve Timoshenko kirişleri ABAQUS programında tasarlanarak analizleri tamamlanmıştır. Bu kirişlerin deformasyon (mm) ve gerilme (MPa) değerlerinin kıyaslanması amaçlanmıştır. Sınır koşulları ankastre- serbest uç olarak tanımlanmıştır.

Tablo 4.1. Farklı koşullardaki modellemelere verilen kısaltmalar ve özellikleri

Kiriş Teorisi	FDK/Homojen	Kesit (b,h) mm	L (boy) mm	Kısaltma
Euler-Bernoulli	FDK	b=10,h=200	1000	E ₁
Euler-Bernoulli	FDK	b=50,h=500	1000	E ₂
Euler-Bernoulli	FDK	b=10,h=200	2500	E ₃
Euler-Bernoulli	FDK	b=50,h=500	2500	E ₄
Euler-Bernoulli	Homojen	b=10,h=200	1000	E ₅
Euler-Bernoulli	Homojen	b=50,h=500	1000	E ₆
Euler-Bernoulli	Homojen	b=10,h=200	2500	E ₇
Euler-Bernoulli	Homojen	b=50,h=500	2500	E ₈
Timoshenko	FDK	b=10,h=20	1000	T ₁
Timoshenko	FDK	b=50,h=500	1000	T ₂
Timoshenko	FDK	b=10,h=200	2500	T ₃
Timoshenko	FDK	b=50,h=500	2500	T ₄
Timoshenko	Homojen	b=10,h=200	1000	T ₅
Timoshenko	Homojen	b=50,h=500	1000	T ₆
Timoshenko	Homojen	b=10,h=200	2500	T ₇
Timoshenko	Homojen	b=50,h=500	2500	T ₈

Tablo 4.1.' de verilen özelliklere sahip kirişler ABAQUS programında sonlu elemanlar olarak tasarlanıp analizi yapılmıştır. Ve aşağıdaki Tablo 4.2. 'de verilen sonuçlar elde edilmiştir.

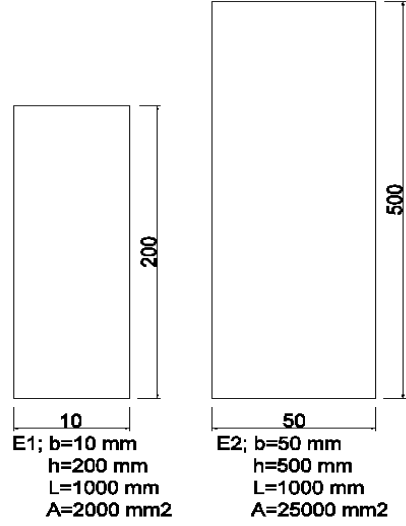
Tablo 4.2. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş kirişlerin kesit, boy ve tabaka özellikleri yönünden deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.

Kiriş Tipi	Deformasyon-U₂-(mm)	Gerilme Değeri-S₁₁ (MPa)
E ₁	-0,02018	-0,15
E ₂	-0,0002583	-0,024
E ₃	-0,7833	-4,686
E ₄	-0,01009	-0,15
E ₅	-0,02419	-0,625
E ₆	-0,0003097	-0,02
E ₇	-0,9451	-3,906
E ₈	-0,01210	-0,125
T ₁	-0,02101	-0,7134
T ₂	-0,00032	-0,02283
T ₃	-0,7938	-4,459
T ₄	-0,0105	-0,1427
T ₅	-0,03135	-0,3750
T ₆	-0,0004676	-0,012
T ₇	-1,192	-2,344
T ₈	-0,01567	-0,075

Tablo 4.2.' de, Tablo 4.1.'de verilen kısaltılmış modellemelerin analiz sonucunda elde edilen deformasyon (U₂-mm) ve gerilme (S₁₁-MPa) değerleri okunmuş ve tablo halinde paylaşılmıştır.

4.1. Kesit Özelliklerine Göre Yapılan Modelleme Karşılaştırması

4.1.1. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişinin E1 ve E2 Modellemelerinin Karşılaştırılması



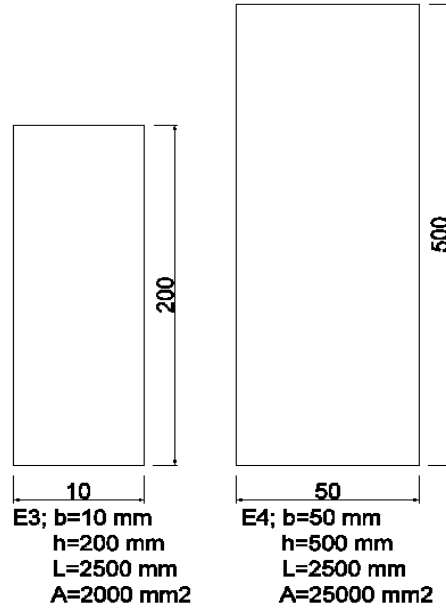
Şekil 4.1. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişinin E1 ve E2 Modellemelerinin Karşılaştırılması

Tablo 4.3. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş E1 ve E2 kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.

Model	Deplasman (U_2) mm	Gerilme (S_{11}) MPa
E ₁	-0,02018	-0,15
E ₂	-0,0002583	-0,024

Şekil 4.1’de görülen özelliklere sahip E₁ ve E₂ modellemelerinin deplasman (mm) ve gerilme değerleri (MPa) Tablo 4.3.’de verilmektedir. Görüldüğü üzere, E₁ modeli ile aynı L boyuna ve tabaka özelliklerine sahip olan ve 12,5 katı büyüklüğünde bir kesit alanına sahip olan E₂ modellemesinin, E₁ modelinin %16’sı kadar bir gerilmeye ve %1,2’si kadar bir deplasmana sahip olduğu görülmüştür.

4.1.2. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişinin E₃ ve E₄ Modellemelerinin Karşılaştırılması



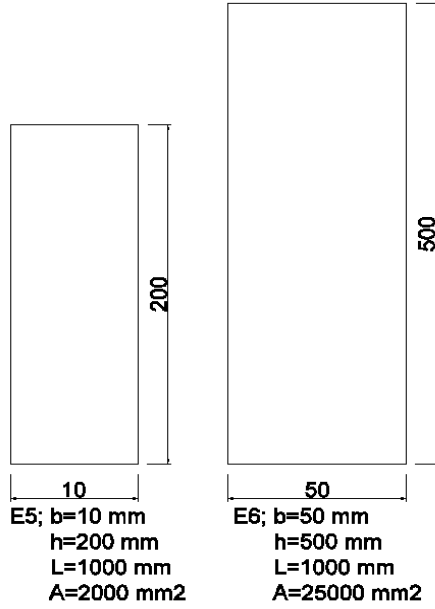
Şekil 4.2. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişinin E₃ ve E₄ Modellemelerinin Karşılaştırılması

Tablo 4.4. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş E₃ ve E₄ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.

Model	Deplasman (U ₂) mm	Gerilme (S ₁₁) MPa
E ₃	-0,7883	-4,686
E ₄	-0,01009	-0,15

Şekil 4.2’de görülen özelliklere sahip E₃ ve E₄ modellemelerinin deplasman (mm) ve gerilme değerleri (MPa) Tablo 4.4.’de verilmektedir. Görüldüğü üzere, E₃ modeli ile aynı L boyuna ve tabaka özelliklerine sahip olan ve 12,5 katı büyüklüğünde bir kesit alanına sahip olan E₄ modellemesinin, E₃ modelinin %3,2’si kadar bir gerilmeye ve %1,3’ü kadar bir deplasmana sahip olduğu görülmüştür.

4.1.3. Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişinin E₅ ve E₆ Modellemelerinin karşılaştırılması



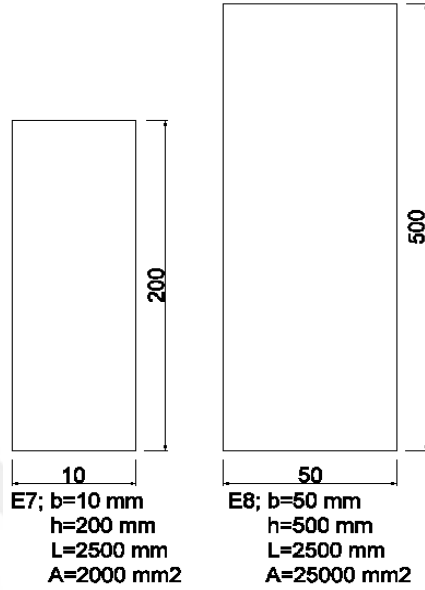
Şekil 4.3. Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişinin E₅ ve E₆ Modellemelerinin Karşılaştırılması.

Tablo 4.5. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş E₅ ve E₆ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.

Model	Deplasman (U ₂) mm	Gerilme (S ₁₁) MPa
E ₅	-0,02419	-0,625
E ₆	-0,0003097	-0,02

Şekil 4.3'te görülen özelliklere sahip E₅ ve E₆ modellemelerinin deplasman (mm) ve gerilme değerleri (MPa) Tablo 4.5.'de verilmektedir. Görüldüğü üzere, homojen ve tabakasız olan E₅ modeli ile aynı L boyuna ve tabaka özelliklerine sahip olan homojen ve tabakasız olan ve 12,5 katı büyüklüğünde bir kesit alanına sahip olan E₆ modellemesinin, E₅ modelinin %3,2'si kadar bir gerilmeye ve %1,3'ü kadar bir deplasmana sahip olduğu görülmüştür.

4.1.4. Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişinin E₇ ve E₈ Modellemelerinin Karşılaştırılması



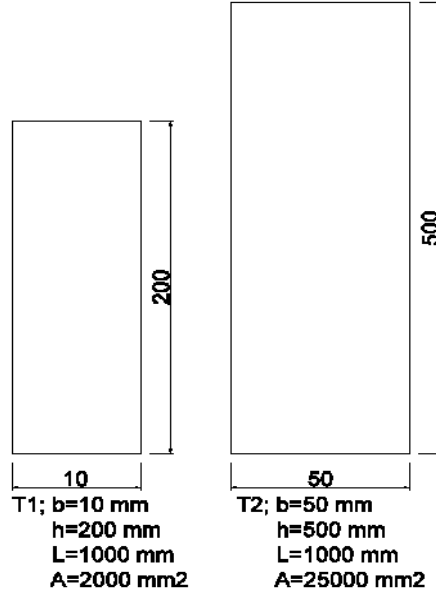
Şekil 4.4. Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişinin E₇ ve E₈ Modellemelerinin Karşılaştırılması.

Tablo 4.6. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş E₇ ve E₈ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.

Model	Deplasman (U ₂) mm	Gerilme (S ₁₁) MPa
E ₇	-0,9451	-3,906
E ₈	-0,01210	-0,125

Şekil 4.4'te görülen özelliklere sahip E₇ ve E₈ modellemelerinin deplasman (mm) ve gerilme değerleri (MPa) Tablo 4.6.'de verilmektedir. Görüldüğü üzere, homojen ve tabakasız olan E₇ modeli ile aynı L boyuna ve tabaka özelliklerine sahip olan homojen ve tabakasız olan ve 12,5 katı büyüklüğünde bir kesit alanına sahip olan E₈ modellemesinin, E₇ modelinin %3,2'si kadar bir gerilmeye ve %1,3'ü kadar bir deplasmana sahip olduğu görülmüştür.

4.1.5. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Timoshenko Kirişinin T₁ ve T₂ Modellemelerinin Karşılaştırılması



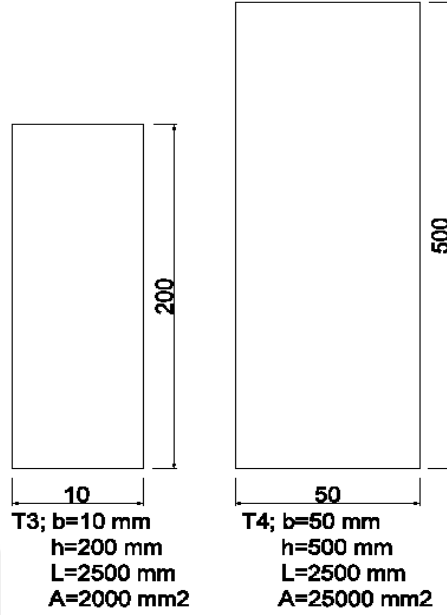
Şekil 4.5. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Timoshenko Kirişinin T₁ ve T₂ Modellemelerinin Karşılaştırılması

Tablo 4.7. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş T₁ ve T₂ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.

Model	Deplasman (U ₂) mm	Gerilme (S ₁₁) MPa
T ₁	-0,02101	-0,7134
T ₂	-0,00032	-0,02283

Şekil 4.5'te görülen özelliklere sahip T₁ ve T₂ modellemelerinin deplasman (mm) ve gerilme değerleri (MPa) Tablo 4.7.'de verilmektedir. Görüldüğü üzere, T₁ modeli ile aynı L boyuna ve tabaka özelliklerine sahip olan ve 12,5 katı büyüklüğünde bir kesit alanına sahip olan T₂ modellemesinin, T₁ modelinin %3,2'si kadar bir gerilmeye ve %1,5'i kadar bir deplasmana sahip olduğu görülmüştür.

4.1.6. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişinin T₃ ve T₄ Modellemelerinin Karşılaştırılması



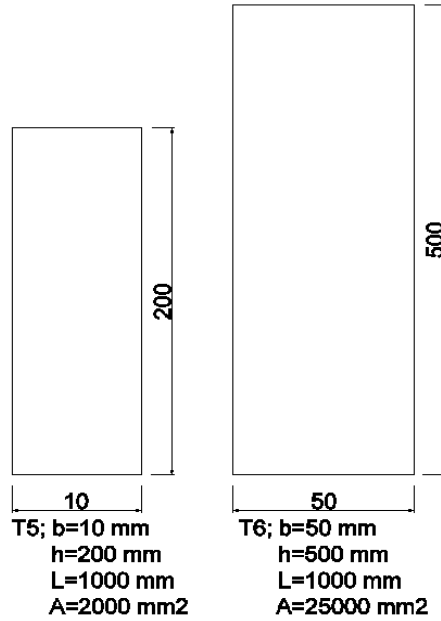
Şekil 4.6. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Timoshenko Kirişinin T₃ ve T₄ Modellemelerinin karşılaştırılması

Tablo 4.8. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş T₃ ve T₄ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.

Model	Deplasman (U ₂) mm	Gerilme (S ₁₁) MPa
T ₃	-0,7938	-4,459
T ₄	-0,0105	-0,1427

Şekil 4.6’de görülen özelliklere sahip T₃ ve T₄ modellemelerinin deplasman (mm) ve gerilme değerleri (MPa) Tablo 4.8.’de verilmektedir. Görüldüğü üzere, T₃ modeli ile aynı L boyuna ve tabaka özelliklerine sahip olan ve 12,5 katı büyüklüğünde bir kesit alanına sahip olan T₄ modellemesinin, T₃ modelinin %3,4’ü kadar bir gerilmeye ve %1,3’ü kadar bir deplasmana sahip olduğu görülmüştür.

4.1.7. Homojen ve Tabakasız Timoshenko Kirişinin T₅ ve T₆ Modellemelerinin Karşılaştırılması



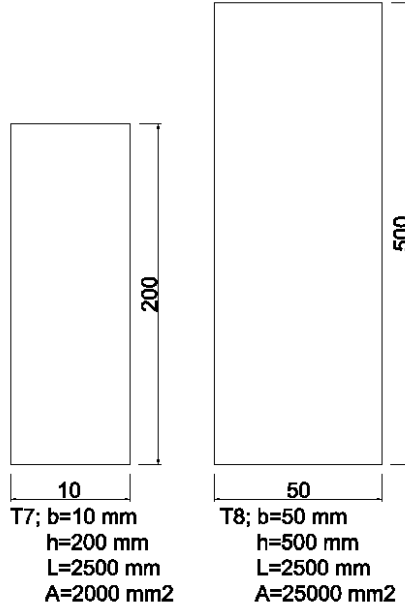
Şekil 4.7. Homojen ve Tabakasız Timoshenko Kirişinin T₅ ve T₆ Modellemelerinin karşılaştırılması.

Tablo 4.9. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş T₅ ve T₆ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.

Model	Deplasman (U ₂) mm	Gerilme (S ₁₁) MPa
T ₅	-0,03135	-0,3750
T ₆	-0,0004676	-0,012

Şekil 4.7.'de görülen özelliklere sahip T₅ ve T₆ modellemelerinin deplasman (mm) ve gerilme değerleri (MPa) Tablo 4.9.'da verilmektedir. Görüldüğü üzere, homojen ve tabakasız olan T₅ modeli ile aynı L boyuna ve tabaka özelliklerine sahip olan homojen ve tabakasız olan ve 12,5 katı büyüklüğünde bir kesit alanına sahip olan T₆ modellemesi, T₅ modelinin %3,2'si kadar bir gerilmeye ve %1,5'i kadar bir deplasmana sahip olduğu görülmüştür.

4.1.8. Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişinin T₇ ve T₈ Modellemelerinin Karşılaştırılması



Şekil 4.8. Homojen ve Tabakasız Timoshenko Kirişinin T₇ ve T₈ Modellemelerinin karşılaştırılması.

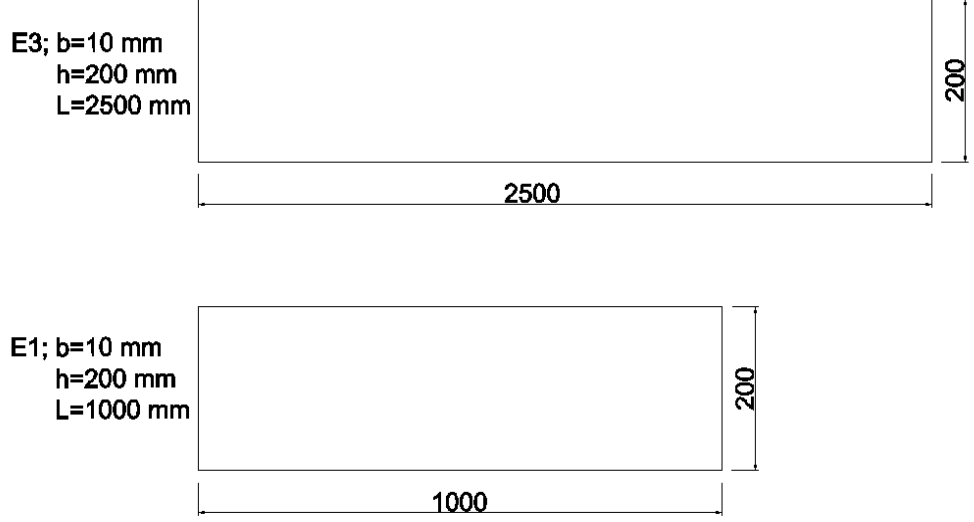
Tablo 4.10. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş T₇ ve T₈ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.

Model	Deplasman (U ₂) mm	Gerilme (S ₁₁) MPa
T ₇	-2,344	-1,192
T ₈	-0,075	-0,01567

Şekil 4.4'te görülen özelliklere sahip T₇ ve T₈ modellemelerinin deplasman (mm) ve gerilme değerleri (MPa) Tablo 4.10.'da verilmektedir. Görüldüğü üzere, homojen ve tabakasız olan T₇ modeli ile aynı L boyuna ve tabaka özelliklerine sahip olan homojen ve tabakasız olan ve 12,5 katı büyüklüğünde bir kesit alanına sahip olan T₈ modellemesinin, T₇ modelinin %3,2'si kadar bir gerilmeye ve %1,3'ü kadar bir deplasmana sahip olduğu görülmüştür.

4.2. Kirişlerin L Boyuna Göre Yapılan Modelleme Karşılaştırması

4.2.1. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişinin E1 ve E3 Modellemelerinin Karşılaştırılması



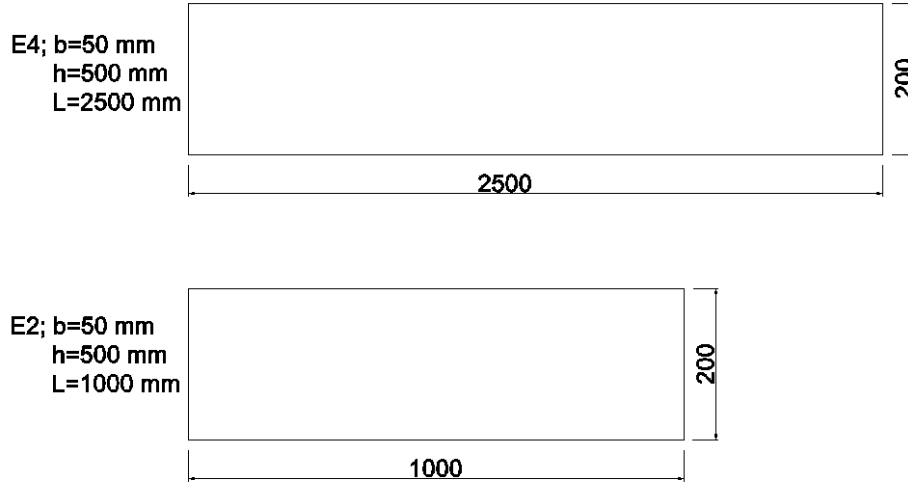
Şekil 4.9. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişinin E₁ ve E₃ Modellemelerinin Karşılaştırılması

Tablo 4.11. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş E₁ ve E₃ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.

Model	Deplasman (U ₂) mm	Gerilme (S ₁₁) MPa
E ₁	-0,02018	-0,15
E ₃	-0,7883	-4,686

Şekil 4.9.'de görülen özelliklere sahip E₁ ve E₃ modellemelerinin deplasman (mm) ve gerilme değerleri (MPa) Tablo 4.11.'de verilmektedir. Görüldüğü üzere, E₁ modeli ile aynı kesit ve tabaka özelliklerine sahip olan ve 2,5 katı büyüklüğünde bir L boyuna sahip olan E₃ modellemesinin, E₁ modelinin 31,24 katı kadar bir gerilmeye ve 39,1 katı kadar bir deplasmana sahip olduğu görülmüştür.

4.2.2. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişinin E₂ ve E₄ Modellemelerinin Karşılaştırılması



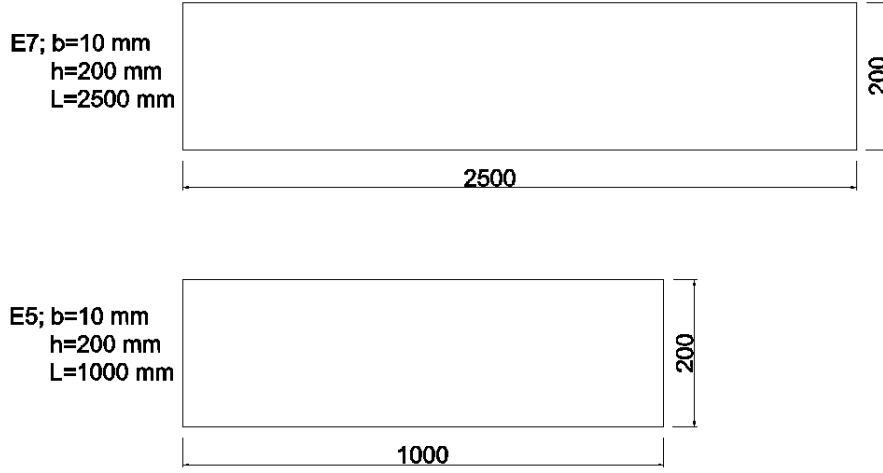
Şekil 4.10. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişinin E₂ ve E₄ Modellemelerinin Karşılaştırılması

Tablo 4.12. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş E₂ ve E₄ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.

Model	Deplasman (U ₂) mm	Gerilme (S ₁₁) MPa
E ₂	-0,0002583	-0,024
E ₄	-0,01009	-0,15

Şekil 4.10.'de görülen özelliklere sahip E₂ ve E₄ modellemelerinin deplasman (mm) ve gerilme değerleri (MPa) Tablo 4.12.'de verilmektedir. Görüldüğü üzere, E₂ modeli ile aynı kesit ve tabaka özelliklerine sahip olan ve 2,5 katı büyüklüğünde bir L boyuna sahip olan E₄ modellemesinin, E₂ modelinin 6,25 katı kadar bir gerilmeye ve 39,1 katı kadar bir deplasmana sahip olduğu görülmüştür.

4.2.3. Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişinin E₅ ve E₇ Modellemelerinin Karşılaştırılması



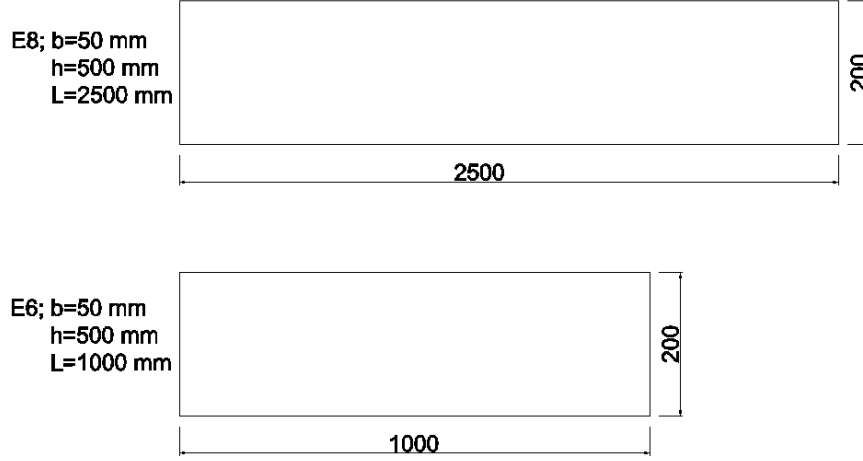
Şekil 4.11. Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişinin E₅ ve E₇ Modellemelerinin Karşılaştırılması

Tablo 4.13. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş E₅ ve E₇ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.

Model	Deplasman (U₂) mm	Gerilme (S₁₁) MPa
E ₅	-0,02419	-0,625
E ₇	-0,9451	-3,906

Şekil 4.11.'de görülen özelliklere sahip E₅ ve E₇ modellemelerinin deplasman (mm) ve gerilme değerleri (MPa) Tablo 4.13.'de verilmektedir. Görüldüğü üzere, E₅ modeli ile aynı kesit ve tabaka özelliklerine sahip olan ve 2,5 katı büyüklüğünde bir L boyuna sahip olan E₇ modellemesinin, E₅ modelinin 6,25 katı kadar bir gerilmeye ve 39,1 katı kadar bir deplasmana sahip olduğu görülmüştür.

4.2.4. Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişinin E₆ ve E₈ Modellemelerinin Karşılaştırılması



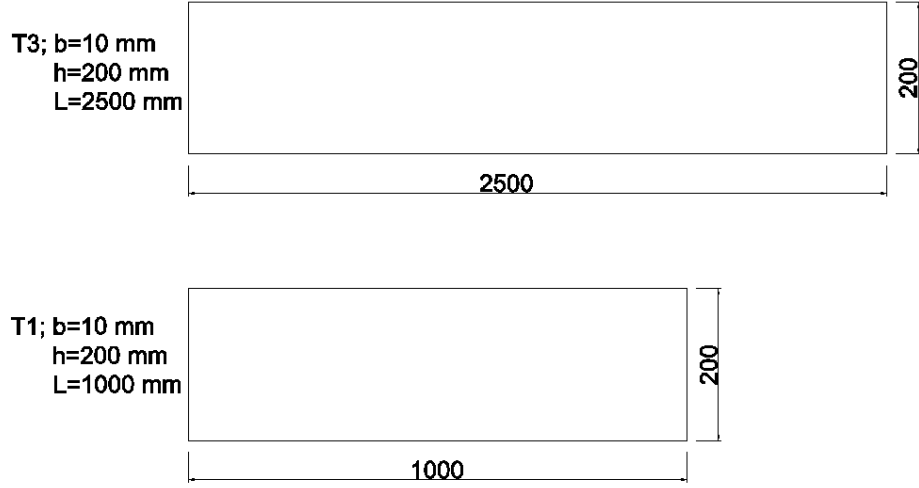
Şekil 4.12. Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişinin E₆ ve E₈ Modellemelerinin Karşılaştırılması

Tablo 4.14. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş E₆ ve E₈ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.

Model	Deplasman (U₂) mm	Gerilme (S₁₁) MPa
E ₆	-0,0003097	-0,02
E ₈	-0,01201	-0,125

Şekil 4.12.'de görülen özelliklere sahip E₆ ve E₈ modellemelerinin deplasman (mm) ve gerilme değerleri (MPa) Tablo 4.14.'de verilmektedir. Görüldüğü üzere, E₆ modeli ile aynı kesit ve tabaka özelliklerine sahip olan ve 2,5 katı büyüklüğünde bir L boyuna sahip olan E₈ modellemesinin, E₆ modelinin 6,25 katı kadar bir gerilmeye ve 38,8 katı kadar bir deplasmana sahip olduğu görülmüştür.

4.2.5. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişinin T₁ ve T₃ Modellemelerinin Karşılaştırılması



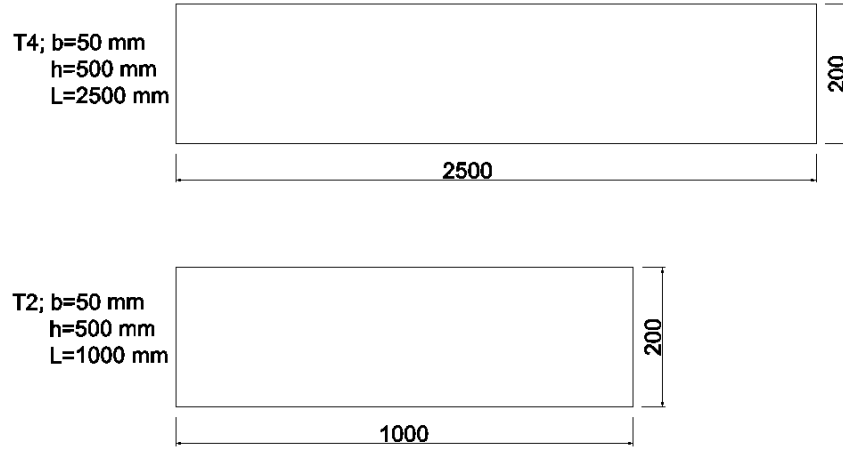
Şekil 4.13. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişinin E₁ ve E₃ Modellemelerinin Karşılaştırılması

Tablo 4.15. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş E₁ ve E₃ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.

Model	Deplasman (U ₂) mm	Gerilme (S ₁₁) MPa
T ₁	-0,02101	-0,7134
T ₃	-0,7938	-4,459

Şekil 4.13.'de görülen özelliklere sahip T₁ ve T₃ modellemelerinin deplasman (mm) ve gerilme değerleri (MPa) Tablo 4.15.'de verilmektedir. Görüldüğü üzere, T₁ modeli ile aynı kesit ve tabaka özelliklerine sahip olan ve 2,5 katı büyüklüğünde bir L boyuna sahip olan T₃ modellemesinin, T₁ modelinin 6,25 katı kadar bir gerilmeye ve 37,8 katı kadar bir deplasmana sahip olduğu görülmüştür.

4.2.6. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Timoshenko Kirişinin T₂ ve T₄ Modellemelerinin Karşılaştırılması



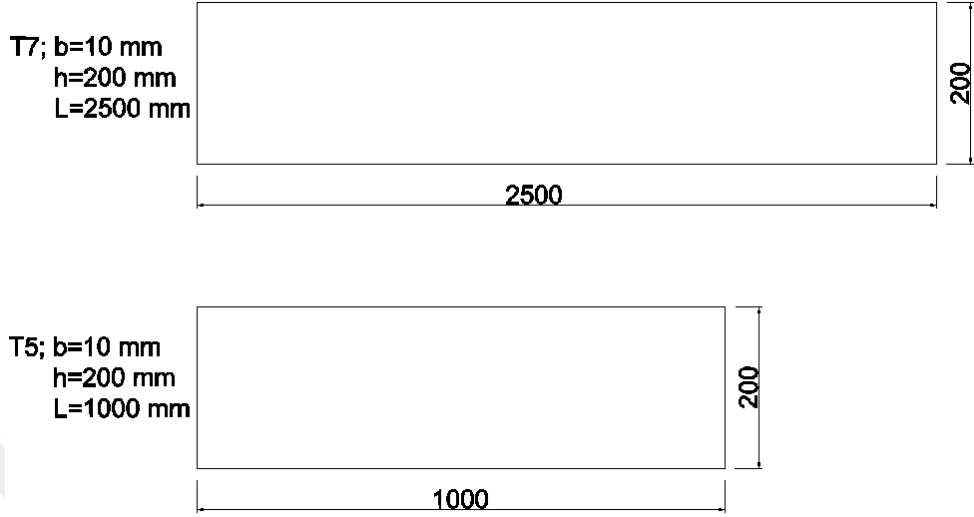
Şekil 4.15. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Timoshenko Kirişinin T₂ ve T₄ Modellemelerinin Karşılaştırılması

Tablo 4.17. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş T₂ ve T₄ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.

Model	Deplasman (U ₂) mm	Gerilme (S ₁₁) MPa
T ₂	-0,00032	-0,02283
T ₄	-0,0105	-0,1427

Şekil 4.15.'de görülen özelliklere sahip T₂ ve T₄ modellemelerinin deplasman (mm) ve gerilme değerleri (MPa) Tablo 4.17.'da verilmektedir. Görüldüğü üzere, T₂ modeli ile aynı kesit ve tabaka özelliklerine sahip olan ve 2,5 katı büyüklüğünde bir L boyuna sahip olan T₄ modellemesinin, T₂ modelinin 6,25 katı kadar bir gerilmeye ve 32,8 katı kadar bir deplasmana sahip olduğu görülmüştür.

4.2.7. Homojen ve Tabakasız Timoshenko Kirişinin T₅ ve T₇ Modellemelerinin Karşılaştırılması



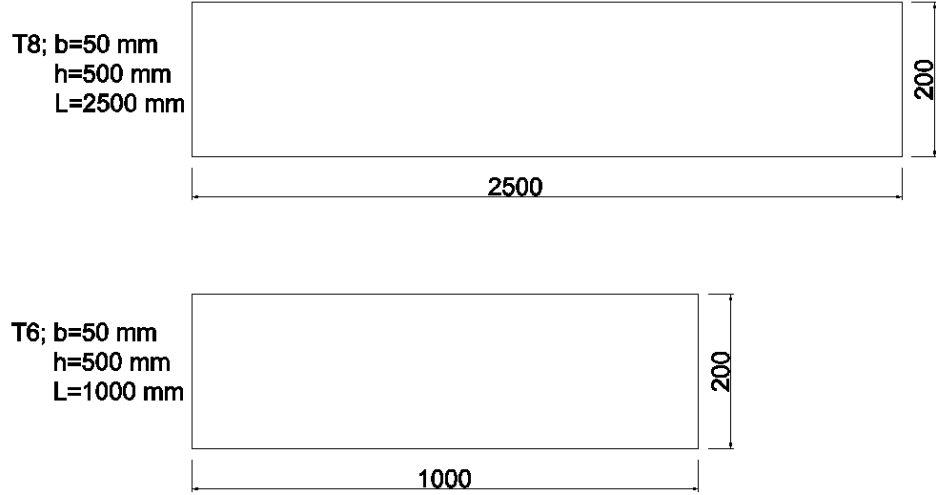
Şekil 4.16. Homojen ve Tabakasız Timoshenko Kirişinin T₅ ve T₇ Modellemelerinin karşılaştırılması

Tablo 4.18. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş T₅ ve T₇ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.

Model	Deplasman (U ₂) mm	Gerilme (S ₁₁) MPa
T ₅	-0,03135	-0,3750
T ₇	-1,192	-2,344

Şekil 4.16.'de görülen özelliklere sahip T₅ ve T₇ modellemelerinin deplasman (mm) ve gerilme değerleri (MPa) Tablo 4.18.'da verilmektedir. Görüldüğü üzere, T₅ modeli ile aynı kesit ve tabaka özelliklerine sahip olan ve 2,5 katı büyüklüğünde bir L boyuna sahip olan T₇ modellemesinin, T₅ modelinin 6,25 katı kadar bir gerilmeye ve 38 katı kadar bir deplasmana sahip olduğu görülmüştür.

4.2.8. Homojen ve Tabakasız Timoshenko Kirişinin T_6 ve T_8 Modellemelerinin karşılaştırılması



Şekil 4.17. Homojen ve Tabakasız Timoshenko Kirişinin T_6 ve T_8 Modellemelerinin karşılaştırılması

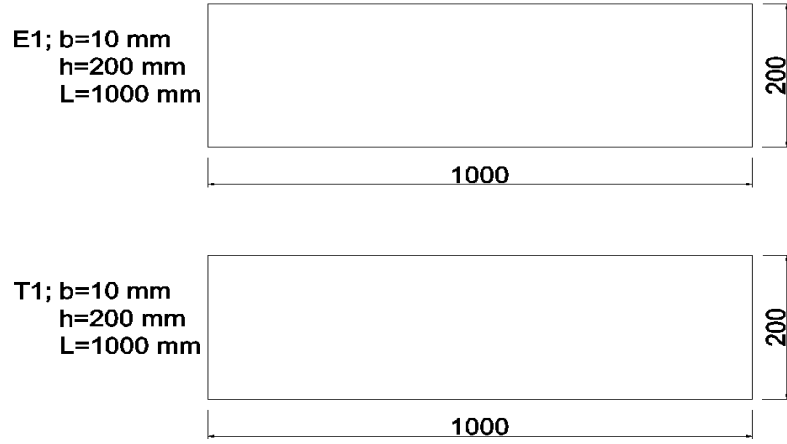
Tablo 4.19. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş T_6 ve T_8 kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.

Model	Deplasman (U_2) mm	Gerilme (S_{11}) MPa
T_6	-0,0004676	-0,012
T_8	-0,01567	-0,075

Şekil 4.17.'de görülen özelliklere sahip T_6 ve T_8 modellemelerinin deplasman (mm) ve gerilme değerleri (MPa) Tablo 4.19.'da verilmektedir. Görüldüğü üzere, T_6 modeli ile aynı kesit ve tabaka özelliklerine sahip olan ve 2,5 katı büyüklüğünde bir L boyuna sahip olan T_8 modellemesinin, T_6 modelinin 6,25 katı kadar bir gerilmeye ve 33,5 katı kadar bir deplasmana sahip olduğu görülmüştür.

4.3. Analizde Kullanılan Kiriş Teorilerine Göre Yapılan Modelleme Karşılaştırması

4.3.1. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişi (E_1) ve Timoshenko Kirişi (T_1) Modellemelerinin karşılaştırılması



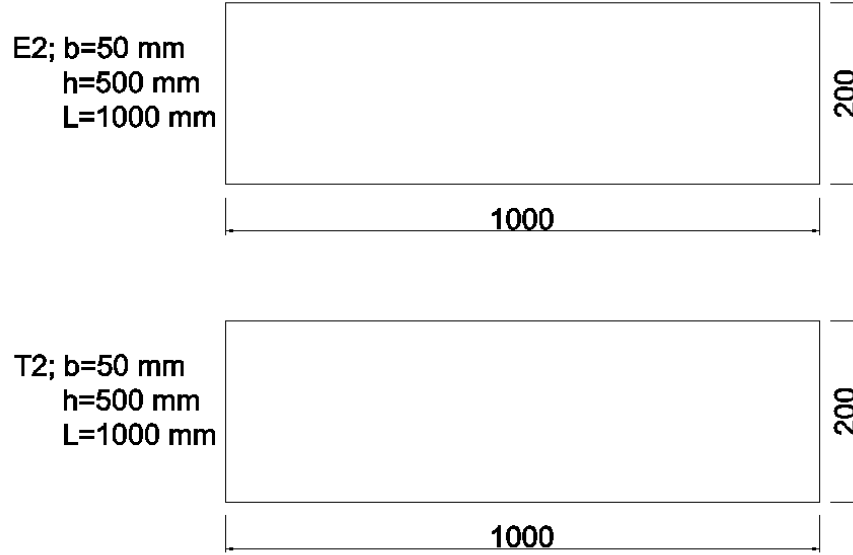
Şekil 4.18. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişi (E_1) ve Timoshenko Kirişi (T_1) Modellemelerinin karşılaştırılması

Tablo 4.20. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş E_1 ve T_1 kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.

Model	Deplasman (U_2) mm	Gerilme (S_{11}) MPa
E_1	-0,02018	-0,15
T_1	-0,02101	-0,7134

Şekil 4.18.'de görülen özelliklere sahip E_1 ve T_1 modellemelerinin deplasman (mm) ve gerilme değerleri (MPa) Tablo 4.20.'de verilmektedir. Görüldüğü üzere, E_1 modeli ile aynı kesit, tabaka özelliklerine sahip olan ve Timoshenko kiriş teoremi ile modellenmiş T_1 modellemesinin, E_1 modelinin 4,76 katı kadar bir gerilmeye ve 1,04 katı kadar bir deplasmana sahip olduğu görülmüştür.

4.3.2. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişi (E_2) ve Timoshenko Kirişi (T_2) Modellemelerinin karşılaştırılması



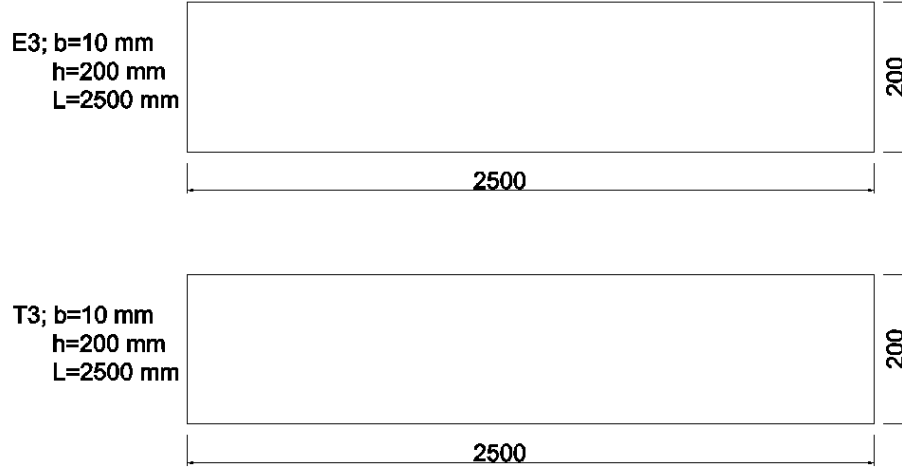
Şekil 4.19. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişi (E_2) ve Timoshenko Kirişi (T_2) Modellemelerinin karşılaştırılması

Tablo 4.21. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş E_2 ve T_2 kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.

Model	Deplasman (U_2) mm	Gerilme (S_{11}) MPa
E_2	-0,0002583	-0,024
T_2	-0,00032	-0,02283

Şekil 4.19.'da görülen özelliklere sahip E_2 ve T_2 modellemelerinin deplasman (mm) ve gerilme değerleri (MPa) Tablo 4.21.'de verilmektedir. Görüldüğü üzere, E_2 modeli ile aynı kesit, tabaka özelliklerine sahip olan ve Timoshenko kiriş teoremi ile modellenmiş T_2 modellemesinin, E_2 modelinin %95'i kadar bir gerilmeye ve 1,2 katı kadar bir deplasmana sahip olduğu görülmüştür.

4.3.3. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişi (E_3) ve Timoshenko Kirişi (T_3) Modellemelerinin karşılaştırılması



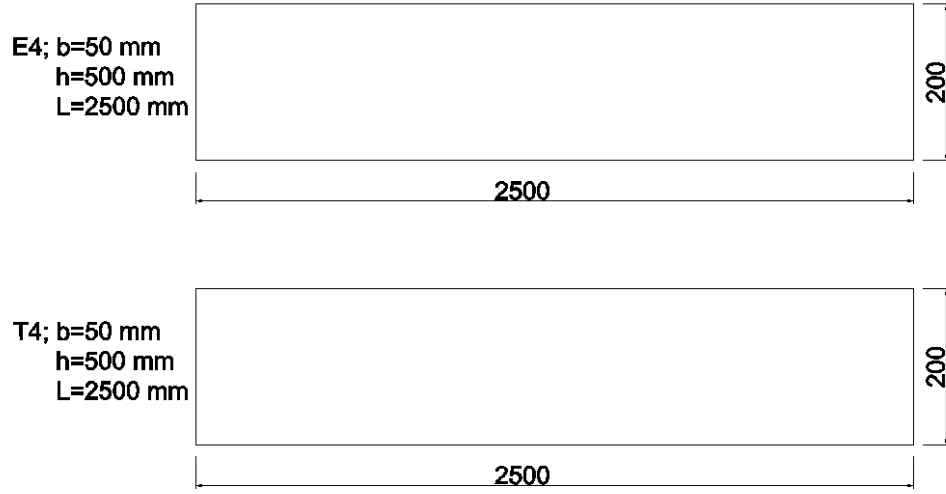
Şekil 4.20. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişi (E_3) ve Timoshenko Kirişi (T_3) Modellemelerinin karşılaştırılması

Tablo 4.22. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş E_3 ve T_3 kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.

Model	Deplasman (U_2) mm	Gerilme (S_{11}) MPa
E_3	-0,7883	-4,686
T_3	-0,7938	-4,459

Şekil 4.20.'de görülen özelliklere sahip E_3 ve T_3 modellemelerinin deplasman (mm) ve gerilme değerleri (MPa) Tablo 4.22.'de verilmektedir. Görüldüğü üzere, E_3 modeli ile aynı kesit, tabaka özelliklerine sahip olan ve Timoshenko kiriş teoremi ile modellenmiş T_3 modellemesinin, E_3 modelinin %95'i kadar bir gerilmeye ve 1,01 katı kadar bir deplasmana sahip olduğu görülmüştür.

4.3.4. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişi (E₄) ve Timoshenko Kirişi (T₄) Modellemelerinin karşılaştırılması



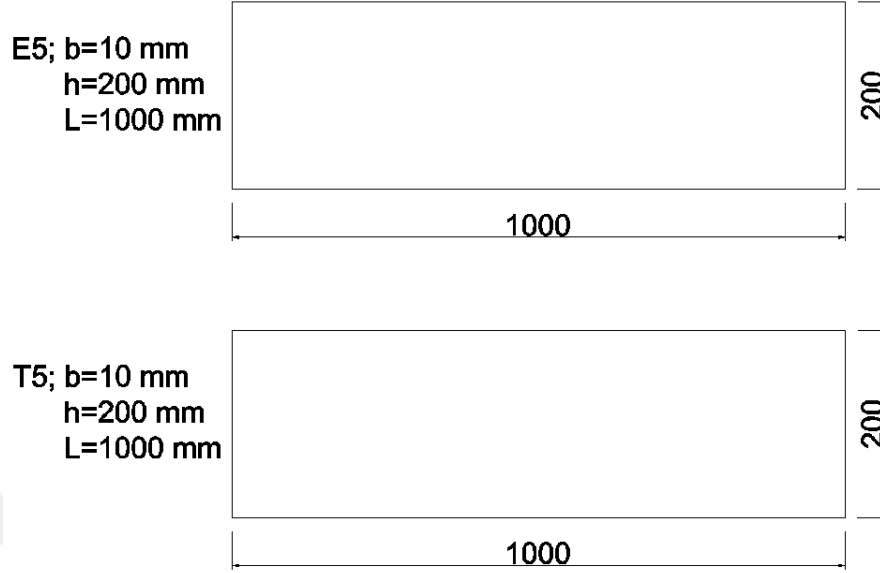
Şekil 4.21. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişi (E₄) ve Timoshenko Kirişi (T₄) Modellemelerinin karşılaştırılması

Tablo 4.23. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş E₄ ve T₄ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.

Model	Deplasman (U ₂) mm	Gerilme (S ₁₁) MPa
E ₄	-0,01009	-0,15
T ₄	-0,0105	-0,1427

Şekil 4.21.'de görülen özelliklere sahip E₄ ve T₄ modellemelerinin deplasman (mm) ve gerilme değerleri (MPa) Tablo 4.23.'de verilmektedir. Görüldüğü üzere, E₄ modeli ile aynı kesit, tabaka özelliklerine sahip olan ve Timoshenko kiriş teoremi ile modellenmiş T₄ modellemesinin, E₄ modelinin %95'i kadar bir gerilmeye ve 1,04 katı kadar bir deplasmana sahip olduğu görülmüştür.

4.3.5. Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişi (E_5) ve Timoshenko Kirişi (T_5) Modellemelerinin karşılaştırılması



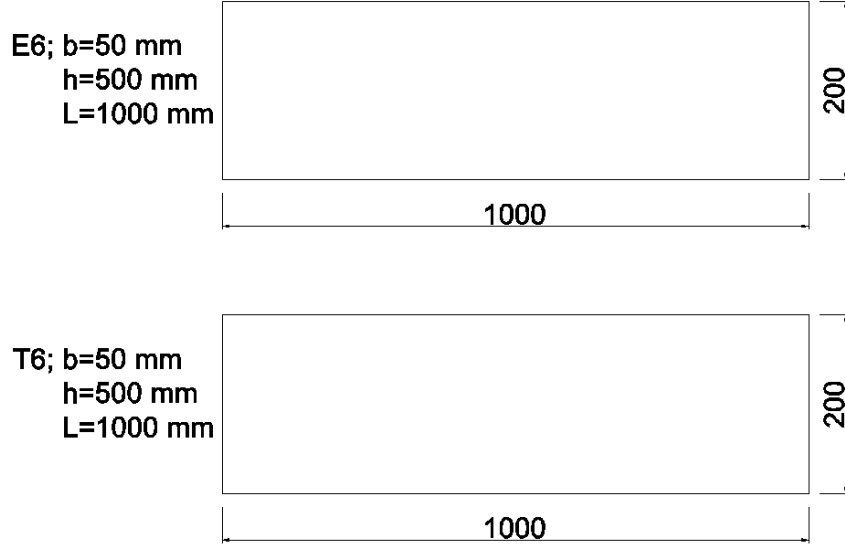
Şekil 4.22. Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişi (E_5) ve Timoshenko Kirişi (T_5) Modellemelerinin karşılaştırılması.

Tablo 4.24. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş E_5 ve T_5 kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.

Model	Deplasman (U_2) mm	Gerilme (S_{11}) MPa
E_5	-0,02419	-0,625
T_5	-0,03135	-0,3750

Şekil 4.22.'de görülen özelliklere sahip E_5 ve T_5 modellemelerinin deplasman (mm) ve gerilme değerleri (MPa) Tablo 4.24.'de verilmektedir. Görüldüğü üzere, E_5 modeli ile aynı kesit, tabaka özelliklerine sahip olan ve Timoshenko kiriş teoremi ile modellenmiş T_5 modellemesinin, E_5 modelinin %60'ı kadar bir gerilmeye ve 1,3 katı kadar bir deplasmana sahip olduğu görülmüştür.

4.3.6. Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişi (E_6) ve Timoshenko Kirişi (T_6) Modellemelerinin karşılaştırılması



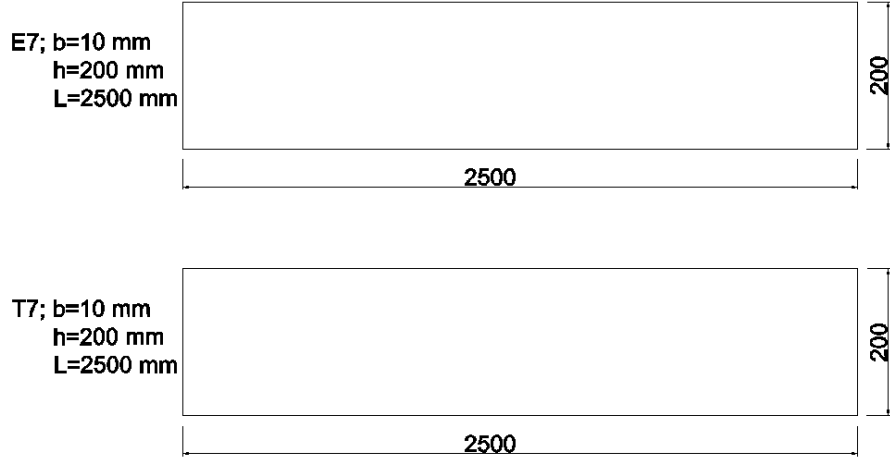
Şekil 4.23. Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişi (E_6) ve Timoshenko Kirişi (T_6) Modellemelerinin karşılaştırılması.

Tablo 4.25. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş E_6 ve T_6 kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.

Model	Deplasman (U_2) mm	Gerilme (S_{11}) MPa
E_6	-0,0003097	-0,02
T_6	-0,0004676	-0,012

Şekil 4.23.'de görülen özelliklere sahip E_6 ve T_6 modellemelerinin deplasman (mm) ve gerilme değerleri (MPa) Tablo 4.25.'de verilmektedir. Görüldüğü üzere, E_6 modeli ile aynı kesit, tabaka özelliklerine sahip olan ve Timoshenko kiriş teoremi ile modellenmiş T_6 modellemesinin, E_6 modelinin %60'ı kadar bir gerilmeye ve 1,5 katı kadar bir deplasmana sahip olduğu görülmüştür.

4.3.7. Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişi (E₇) ve Timoshenko Kirişi (T₇) Modellemelerinin karşılaştırılması



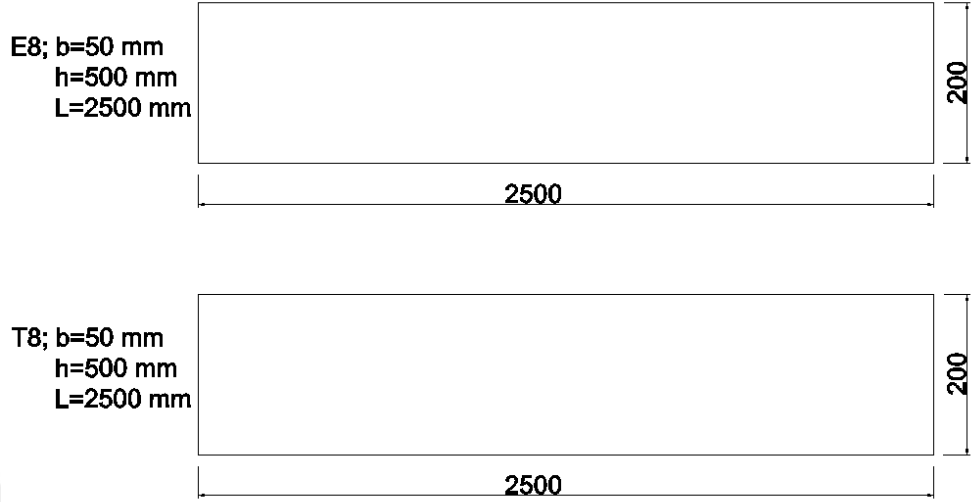
Şekil 4.24. Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişi (E₇) ve Timoshenko Kirişi (T₇) Modellemelerinin karşılaştırılması.

Tablo 4.26. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş E₇ ve T₇ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.

Model	Deplasman (U ₂) mm	Gerilme (S ₁₁) MPa
E ₇	-0,9451	-3,906
T ₇	-1,192	-2,344

Şekil 4.24.'de görülen özelliklere sahip E₇ ve T₇ modellemelerinin deplasman (mm) ve gerilme değerleri (MPa) Tablo 4.26.'de verilmektedir. Görüldüğü üzere, E₇ modeli ile aynı kesit, tabaka özelliklerine sahip olan ve Timoshenko kiriş teoremi ile modellenmiş T₇ modellemesinin, E₇ modelinin %60'ı kadar bir gerilmeye ve 1,3 katı kadar bir deplasmana sahip olduğu görülmüştür.

4.3.8. Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişi (E_8) ve Timoshenko Kirişi (T_8) Modellemelerinin karşılaştırılması



Şekil 4.25. Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişi (E_8) ve Timoshenko Kirişi (T_8) Modellemelerinin karşılaştırılması.

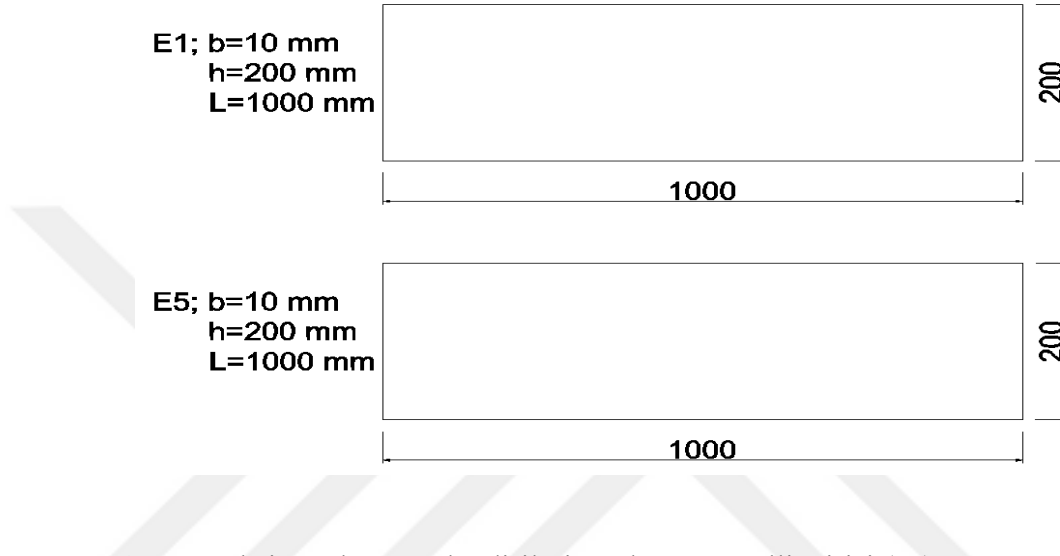
Tablo 4.27. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş E_8 ve T_8 kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.

Model	Deplasman (U_2) mm	Gerilme (S_{11}) MPa
E_8	-0,01210	-0,125
T_8	-0,01567	-0,075

Şekil 4.25.'de görülen özelliklere sahip E_8 ve T_8 modellemelerinin deplasman (mm) ve gerilme değerleri (MPa) Tablo 4.27.'de verilmektedir. Görüldüğü üzere, E_8 modeli ile aynı kesit, tabaka özelliklerine sahip olan ve Timoshenko kiriş teoremi ile modellenmiş T_8 modellemesinin, E_8 modelinin %60'ı kadar bir gerilmeye ve 1,3 katı kadar bir deplasmana sahip olduğu görülmüştür.

4.4. Kirişlerin Fonksiyonel Derecelendirilmiş ya da Homojen ve Tabakasız Olmasına Göre Yapılan Modelleme Karşılaştırması

4.4.1. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişi (E₁) ve Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişi (E₅) Modellemelerinin Karşılaştırılması



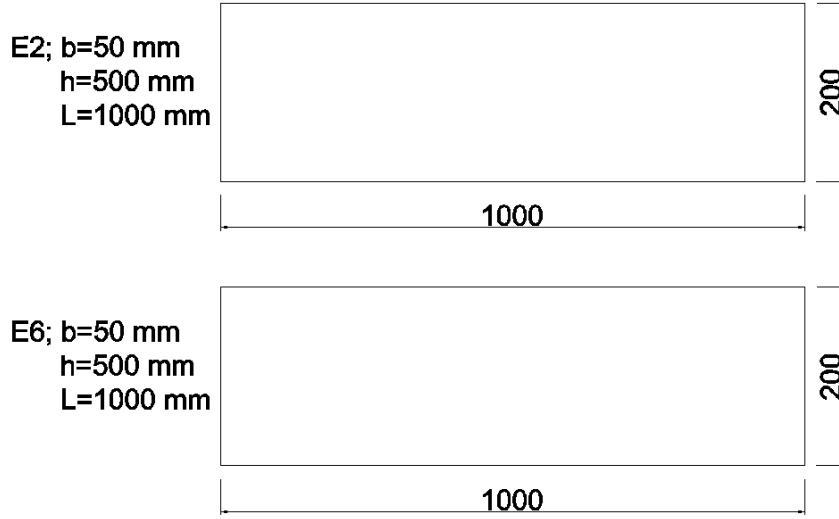
Şekil 4.26. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişi (E₁) ve Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişi (E₅) Modellemelerinin Karşılaştırılması

Tablo 4.28. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş E₁ ve E₅ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.

Model	Deplasman (U ₂) mm	Gerilme (S ₁₁) MPa
E ₁	-0,02018	-0,15
E ₅	-0,02419	-0,625

Şekil 4.26.'da görülen özelliklere sahip E₁ ve E₅ modellemelerinin deplasman (mm) ve gerilme değerleri (MPa) Tablo 4.28.'de verilmektedir. Görüldüğü üzere, E₁ modeli ile aynı kesit, kiriş teoremi özelliklerine sahip olan ve homojen ve tabakasız modellenmiş E₅ modellemesinin, E₁ modelinin 4,2 katı kadar bir gerilmeye ve 1,2 katı kadar bir deplasmana sahip olduğu görülmüştür.

4.4.2. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişi (E₂) ve Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişi (E₆) Modellemelerinin Karşılaştırılması



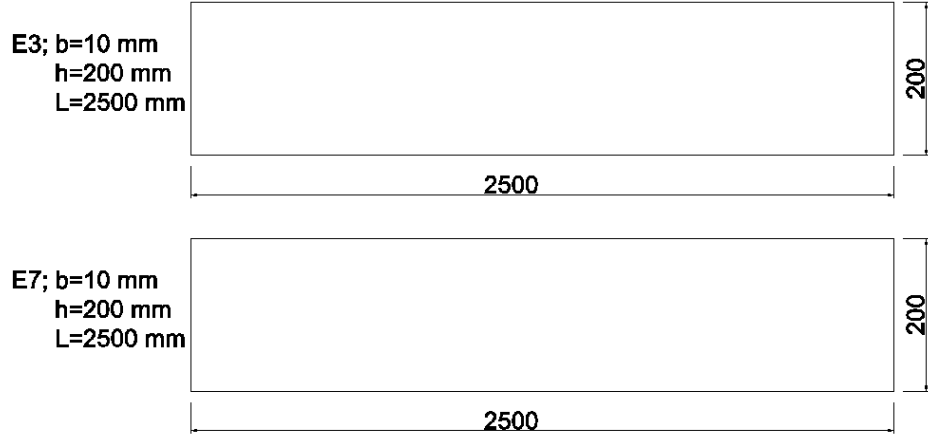
Şekil 4.27. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişi (E₂) ve Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişi (E₆) Modellemelerinin Karşılaştırılması

Tablo 4.29. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş E₂ ve E₆ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.

Model	Deplasman (U ₂) mm	Gerilme (S ₁₁) MPa
E ₂	-0,0002583	-0,024
E ₆	-0,0003097	-0,020

Şekil 4.27.'de görülen özelliklere sahip E₂ ve E₆ modellemelerinin deplasman (mm) ve gerilme değerleri (MPa) Tablo 4.29.'da verilmektedir. Görüldüğü üzere, E₂ modeli ile aynı kesit, kiriş teoremi özelliklerine sahip olan ve homojen ve tabakasız modellenmiş E₆ modellemesinin, E₂ modelinin %83'ü kadar bir gerilmeye ve 1,2 katı kadar bir deplasmana sahip olduğu görülmüştür.

4.4.3. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişi (E₃) ve Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişi (E₇) Modellemelerinin Karşılaştırılması



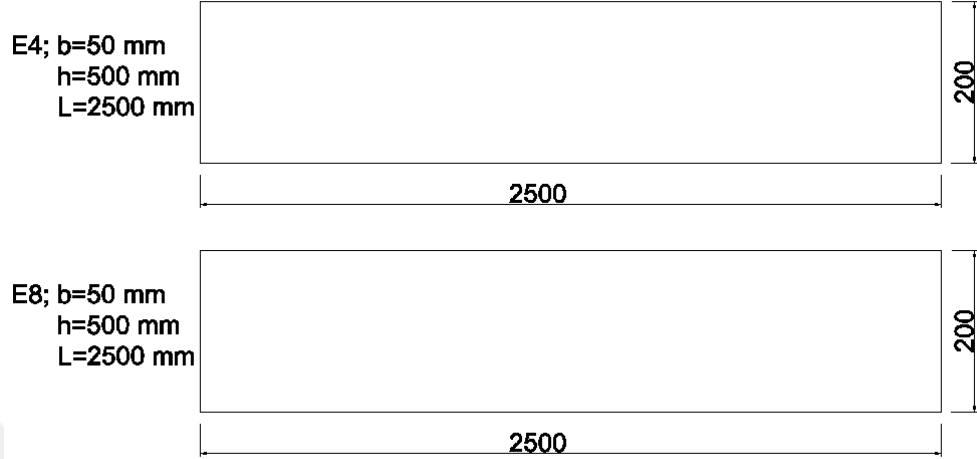
Şekil 4.28. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişi (E₃) ve Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişi (E₇) Modellemelerinin Karşılaştırılması

Tablo 4.30. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş E₃ ve E₇ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.

Model	Deplasman (U ₂) mm	Gerilme (S ₁₁) MPa
E ₃	-0,7883	-4,686
E ₇	-0,9451	-3,906

Şekil 4.28.'de görülen özelliklere sahip E₃ ve E₇ modellemelerinin deplasman (mm) ve gerilme değerleri (MPa) Tablo 4.30.'da verilmektedir. Görüldüğü üzere, E₃ modeli ile aynı kesit, kiriş teoremi özelliklerine sahip olan ve homojen ve tabakasız modellenmiş E₇ modellemesinin, E₃ modelinin %83'ü kadar bir gerilmeye ve 1,2 katı kadar bir deplasmana sahip olduğu görülmüştür.

4.4.4. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişi (E₄) ve Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişi (E₈) Modellemelerinin Karşılaştırılması



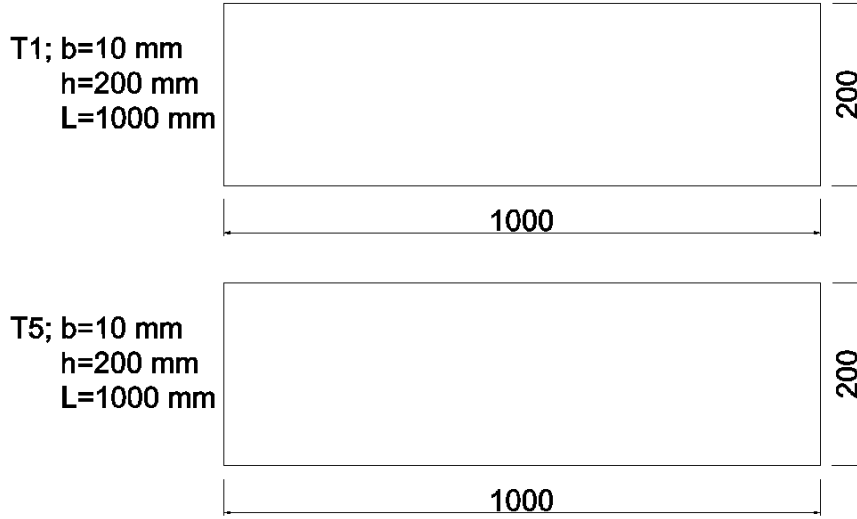
Şekil 4.29. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Euler-Bernoulli Kirişi (E₄) ve Homojen ve Tabakasız Euler-Bernoulli Kirişi (E₈) Modellemelerinin Karşılaştırılması

Tablo 4.31. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş E₄ ve E₈ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.

Model	Deplasman (U ₂) mm	Gerilme (S ₁₁) MPa
E ₄	-0,01009	-0,15
E ₈	-0,01210	-0,125

Şekil 4.29.'da görülen özelliklere sahip E₄ ve E₈ modellemelerinin deplasman (mm) ve gerilme değerleri (MPa) Tablo 4.31.'de verilmektedir. Görüldüğü üzere, E₄ modeli ile aynı kesit, kiriş teoremi özelliklerine sahip olan ve homojen ve tabakasız modellenmiş E₈ modellemesinin, E₄ modelinin %83'ü kadar bir gerilmeye ve 1,2 katı kadar bir deplasmana sahip olduğu görülmüştür.

4.4.5. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Timoshenko Kirişi (T₁) ve Homojen ve Tabakasız Timoshenko Kirişi (T₅) Modellemelerinin Karşılaştırılması



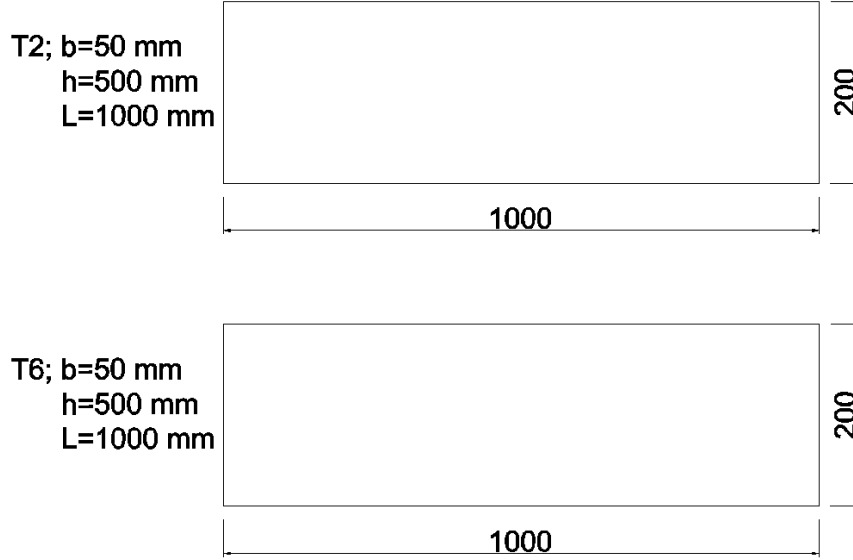
Şekil 4.30. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Timoshenko Kirişi (T₁) ve Homojen ve Tabakasız Timoshenko Kirişi (T₅) Modellemelerinin Karşılaştırılması

Tablo 4.32. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş T₁ ve T₅ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.

Model	Deplasman (U₂) mm	Gerilme (S₁₁) MPa
T ₁	-0,02101	-0,7134
T ₅	-0,03135	-0,3750

Şekil 4.30.'da görülen özelliklere sahip T₁ ve T₅ modellemelerinin deplasman (mm) ve gerilme değerleri (MPa) Tablo 4.32.'de verilmektedir. Görüldüğü üzere, T₁ modeli ile aynı kesit, kiriş teoremi özelliklerine sahip olan ve homojen ve tabakasız modellenmiş T₅ modellemesinin, T₁ modelinin %53'ü kadar bir gerilmeye ve 1,5 katı kadar bir deplasmana sahip olduğu görülmüştür.

4.4.6. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Timoshenko Kirişi (T₂) ve Homojen ve Tabakasız Timoshenko Kirişi (T₆) Modellemelerinin Karşılaştırılması



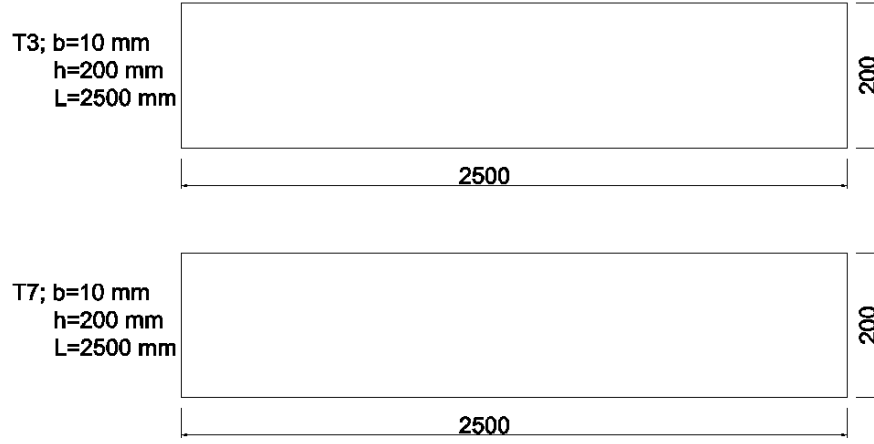
Şekil 4.31. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Timoshenko Kirişi (T₂) ve Homojen ve Tabakasız Timoshenko Kirişi (T₆) Modellemelerinin Karşılaştırılması

Tablo 4.33. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş T₂ ve T₆ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.

Model	Deplasman (U ₂) mm	Gerilme (S ₁₁) MPa
T ₂	-0,00032	-0,02283
T ₆	-0,0004676	-0,012

Şekil 4.31.'de görülen özelliklere sahip T₂ ve T₆ modellemelerinin deplasman (mm) ve gerilme değerleri (MPa) Tablo 4.33.'de verilmektedir. Görüldüğü üzere, T₂ modeli ile aynı kesit, kiriş teoremi özelliklerine sahip olan ve homojen ve tabakasız modellenmiş T₆ modellemesinin, T₂ modelinin %53'ü kadar bir gerilmeye ve 1,5 katı kadar bir deplasmana sahip olduğu görülmüştür.

4.4.7. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Timoshenko Kirişi (T₃) ve Homojen ve Tabakasız Timoshenko Kirişi (T₇) Modellemelerinin Karşılaştırılması



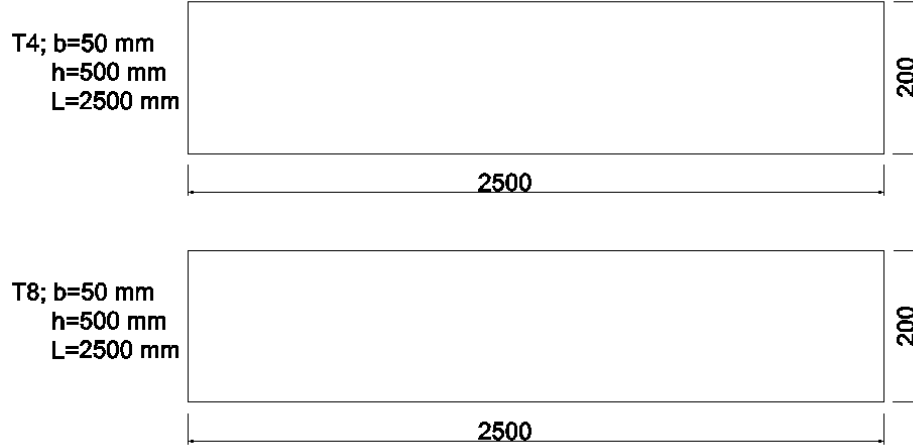
Şekil 4.32. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Timoshenko Kirişi (T₃) ve Homojen ve Tabakasız Timoshenko Kirişi (T₇) Modellemelerinin Karşılaştırılması

Tablo 4.34. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş T₃ ve T₇ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.

Model	Deplasman (U ₂) mm	Gerilme (S ₁₁) MPa
T ₃	-0,7938	-4,459
T ₇	-1,192	-2,344

Şekil 4.32.'de görülen özelliklere sahip T₃ ve T₇ modellemelerinin deplasman (mm) ve gerilme değerleri (MPa) Tablo 4.34.'de verilmektedir. Görüldüğü üzere, T₃ modeli ile aynı kesit, kiriş teoremi özelliklerine sahip olan ve homojen ve tabakasız modellenmiş T₇ modellemesinin, T₃ modelinin %53'ü kadar bir gerilmeye ve 1,5 katı kadar bir deplasmana sahip olduğu görülmüştür.

4.4.8. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Timoshenko Kirişi (T₄) ve Homojen ve Tabakasız Timoshenko Kirişi (T₈) Modellemelerinin Karşılaştırılması



Şekil 4.33. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Timoshenko Kirişi (T₄) ve Homojen ve Tabakasız Timoshenko Kirişi (T₈) Modellemelerinin Karşılaştırılması

Tablo 4.35. Ankastre – Serbest Uç mesnetli, belirlenmiş T₄ ve T₈ kirişlerinin deformasyon ve gerilmelerin kıyaslanması.

Model	Deplasman (U ₂) mm	Gerilme (S ₁₁) MPa
T ₄	-0,0105	-0,1427
T ₈	-0,01567	-0,075

Şekil 4.33.'de görülen özelliklere sahip T₄ ve T₈ modellemelerinin deplasman (mm) ve gerilme değerleri (MPa) Tablo 4.35.'de verilmektedir. Görüldüğü üzere, T₄ modeli ile aynı kesit, kiriş teoremi özelliklerine sahip olan ve homojen ve tabakasız modellenmiş T₈ modellemesinin, T₄ modelinin %53'ü kadar bir gerilmeye ve 1,5 katı kadar bir deplasmana sahip olduğu görülmüştür.

5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Yapılan modellemelerden sonra, sonuçlarının yorumlanabilmesi için her bir varyasyonu kendi başlığı altında incelemeye çalıştık.

5.1. Kesit Özelliklerine Göre Yapılan Modelleme Karşılaştırması

Kesit özelliklerine göre ele alındığında, aynı L boyuna, farklı kesit (b ve h) özelliğine sahip E₁-E₂ Euler-Bernoulli FDK'larının ABAQUS'te modellenmesinin ardından, deplasman ve gerilme değerleri incelenmiştir. E₂ modellemesinin kesit alanı 12,50 katına çıkarılmıştır ve gerilme değeri %16'ya, deplasmanın ise %1,20'ye düştüğü görülmüştür. Sonuç olarak E₁-E₂ modellemeleri arasında E₂ modelinin daha az deplasmana yol açtığı görülmüştür.

Kesit özelliklerine göre ele alındığında, aynı L boyuna, farklı kesit (b ve h) özelliğine sahip E₃ ve E₄ Euler-Bernoulli FDK'larının ABAQUS'te modellenmesinin ardından, deplasman ve gerilme değerleri incelenmiştir. E₃ modellemesinin kesit alanı 12,50 katına çıkarılarak oluşturulan E₄ modelinin gerilme değeri %3,20'ye, deplasman değerinin %1,30 değerine kadar düştüğü görülmüştür. Sonuç olarak E₃-E₄ modellemeleri arasında E₄ modelinin daha az deplasmana yol açtığı görülmüştür.

Kesit özelliklerine göre ele alındığında, aynı L boyuna, farklı kesit (b ve h) özelliğine sahip E₅ ve E₆ Euler-Bernoulli homojen ve tabakasız kirişlerin ABAQUS'te modellenmesinin ardından, deplasman ve gerilme değerleri incelenmiştir. E₅ modellemesinin kesit alanı 12,50 katına çıkarılarak oluşturulan E₆ modellemesinin %3,20'si kadar gerilmeye ve %1,30'u kadar bir deplasmana sahip olduğu görülmüştür. Sonuç olarak E₅-E₆ modellemeleri arasında E₆ modellemesinin daha az deplasmana yol açtığı görülmüştür.

Kesit özelliklerine göre ele alındığında, aynı L boyuna, farklı kesit (b ve h) özelliğine sahip E₇ ve E₈ Euler-Bernoulli homojen ve tabakasız kirişlerin ABAQUS'te modellenmesinin ardından deplasman ve gerilme değerleri incelenmiştir. E₇ modellemesinin kesit alanı 12,50 katına çıkarılarak oluşturulan E₈ modellemesinin %3,20'si kadar bir gerilmeye ve %1,30'u kadar bir deplasmana sahip olduğu görülmüştür. Sonuç olarak E₇-E₈ modellemeleri arasında E₈ modellemesinin daha az deplasman ve gerilmeye sahip olduğu görülmüştür.

Kesit özelliklerine göre ele alındığında, aynı L boyuna, farklı kesit (b ve h) özelliğine sahip T₁-T₂ Timoshenko FDK'larının ABAQUS'te modellenmesinin ardından, deplasman ve gerilme değerleri incelenmiştir. T₁ modellemesinin kesit alanı 12,50 katına çıkarılarak oluşturulan T₂ modelinin gerilme değeri %3'e, deplasmanın ise %1,5'e düştüğü görülmüştür. Sonuç olarak T-T₂ modellemeleri arasında T₂ modelinin daha az deplasmana yol açtığı görülmüştür.

Kesit özelliklerine göre ele alındığında, aynı L boyuna, farklı kesit (b ve h) özelliğine sahip T₃ ve T₄ Timoshenko FDK'larının ABAQUS'te modellenmesinin ardından, deplasman ve gerilme değerleri incelenmiştir. T₃ modellemesinin kesit alanı 12,50 katına çıkarılarak oluşturulan T₄ modelinin gerilme değeri %3,4'e, deplasman değerinin %1,30 değerine kadar düştüğü görülmüştür. Sonuç olarak T₃-T₄ modellemeleri arasında T₄ modelinin daha az deplasmana yol açtığı görülmüştür.

Kesit özelliklerine göre ele alındığında, aynı L boyuna, farklı kesit (b ve h) özelliğine sahip T₅ ve T₆ Timoshenko homojen ve tabakasız kirişlerin ABAQUS'te modellenmesinin ardından, deplasman ve gerilme değerleri incelenmiştir. T₅ modellemesinin kesit alanı 12,50 katına çıkarılarak oluşturulan T₆ modellemesinin %3,20'si kadar gerilmeye ve %1,50'si kadar bir deplasmana sahip olduğu görülmüştür. Sonuç olarak T₅-T₆ modellemeleri arasında T₆ modellemesinin daha az deplasmana yol açtığı görülmüştür.

Kesit özelliklerine göre ele alındığında, aynı L boyuna, farklı kesit (b ve h) özelliğine sahip T₇ ve T₈ Timoshenko homojen ve tabakasız kirişlerin ABAQUS'te modellenmesinin ardından deplasman ve gerilme değerleri incelenmiştir. T₇ modellemesinin kesit alanı 12,50 katına çıkarılarak oluşturulan E₈ modellemesinin %1,30'u kadar bir gerilmeye ve %3,20'si kadar bir deplasmana sahip olduğu görülmüştür. Sonuç olarak T₇-T₈ modellemeleri arasında T₈ modellemesinin daha az deplasman ve gerilmeye sahip olduğu görülmüştür.

5.2. Kirişlerin L Boyuna Göre Yapılan Modelleme Karşılaştırması

Kirişleri L boyuna göre ele alırsak, E₂ modellemesi karşısına aynı kesit ve malzeme özelliklerine ancak farklı L boyuna sahip E₄ modeli getirildiğinde; 2,50 katı L boyuna sahip olan E₄ modelinin E₂'ye göre 6,25 katı bir gerilmeye ve 39,10 katı deplasmana sahip olduğu görülmüştür. Buradan da gördüğümüz üzere kesitte büyük olduğu için öne çıkan E₂ modeli, L boyu E₄'ten az olduğundan bu kıyaslamada da daha iyi sonuç vermiştir.

Kirişleri L boyuna göre ele alırsak, E₆ modellemesi karşısına aynı kesit ve malzeme özelliğine ancak farklı L boyuna sahip E₈ homojen modeli getirildiğinde 2,50 katı L boyuna sahip E₈ modelinin, E₆ modeline göre 6,25 katı bir gerilmeye ve 38,80 kat bir deplasmana sahip olduğu görülmüştür. Buradan da E₆ modelinin daha az deplasman ve gerilmeye sahip olduğu görülmüştür. Aradaki fark yukarıda yapılan L boyu kıyaslamasına göre çok daha büyüktür. Yukarıda FDK kirişlerinin kullanılması, gerilme ve deplasmandaki azalmaların sebebidir.

Kirişleri L boyuna göre ele alırsak, T₂ modellemesi karşısına aynı kesit ve malzeme özelliklerine ancak farklı L boyuna sahip T₄ modeli getirildiğinde; 2,50 katı L boyuna sahip olan T₄ modelinin T₂'ye göre 6,25 katı bir gerilmeye ve 32,80 katı deplasmana sahip olduğu görülmüştür. Buradan da gördüğümüz üzere kesitte büyük

olduğu için öne çıkan T_2 modeli, L boyu T_4 'ten az olduğundan bu kıyaslamada da daha iyi sonuç vermiştir.

Kirişleri L boyuna göre ele alırsak, T_6 modellemesi karşısına aynı kesit ve malzeme özelliğine ancak farklı L boyuna sahip T_8 homojen modeli getirildiğinde 2,50 katı L boyuna sahip T_8 modelinin, T_6 modeline göre 6,25 katı bir gerilmeye ve 33,5 kat bir deplasmana sahip olduğu görülmüştür. Buradan da T_6 modelinin daha az deplasman ve gerilmeye sahip olduğu görülmüştür. Aradaki fark yukarıda yapılan L boyu kıyaslamasına göre çok daha büyüktür. Yukarıda FDK kirişlerinin kullanılması, gerilme ve deplasmandaki azalmaların sebebidir.

5.3. Analizde Kullanılan Kiriş Teorilerine Göre Yapılan Modelleme Karşılaştırması

Kiriş teorilerine göre inceleme yapıldığında, aynı E_2 modeli karşısına tüm özellikleri aynı olan T_2 modeli getirilmiştir. T_2 modelinin, E_2 'ye göre %95'i kadar bir gerilmeye sahipken 1,20 katı kadar bir deplasmana sahip olduğu görülmektedir. Bu karşılaşmada yapabileceğimiz yorum ise L/h oranı küçük olmayan, yani daha ince ve uzun (yani bizim modellerimize daha uygun) tasarımlarda Euler-Bernoulli kiriş teoreminin, Timoshenko kiriş teoremine göre daha doğru sonuçlar verdiği bilinmektedir. Bu sonuçlar incelendiğinde, gerilme-deplasman ilişkisi incelendiğinde, Timoshenko' nun daha az gerilmesi varken daha çok deplasman vermesi Euler-Bernoulli' nin daha doğru sonuç verdiği kanıtlanmıştır.

Kiriş teorilerine göre inceleme yapıldığında, aynı E_4 modeli karşısına tüm özellikleri aynı olan T_4 modeli getirilmiştir. T_4 modelinin, E_4 modeline göre %95 bir gerilmeye sahip iken 1,04 katı deplasmana sahip olduğu görülmüştür. Az önce yapılan T_2 - E_2 modelleri kıyaslamasında L/h oranı $1000/500=2$ iken T_4 - E_4 modelinde L/h oranı $2500/500=5$ 'e çıkmıştır. Bu nedenle deplasmanlar arasındaki farkın düştüğü

görülmüştür. Bizim kiriş modellemelerimizin tümünde ince uzun kirişler kesilmesi sebebiyle Euler-Bernoulli(E_4) modelinin daha doğru sonuç verdiği düşünülmektedir.

Kiriş teorilerine göre inceleme yapıldığında, aynı E_6 modeli karşısına tüm özellikleri aynı olan T_6 modeli getirilmiştir. T_6 modelinin, E_6 modeline göre %60 kadar bir gerilmeye ancak 1,50 katı kadar bir deplasmana sahip olduğu görülmüştür. E_6 modelinin daha tutarlı bir sonuç verdiği görülmüştür.

Kiriş teorilerine göre inceleme yapıldığında, aynı homojen E_8 modeli karşısına tüm özellikleri aynı olan T_8 modeli getirilmiştir. T_8 modelinin, homojen E_8 modeline göre %60 kadar bir gerilmeye ancak 1,30 katı kadar bir deplasmana sahip olduğu görülmüştür. Buradan E_8 modelinin gerilme-deplasman değeri ilişkisine göre daha tutarlı olduğu görülmüştür.

5.4. Kirişlerin Fonksiyonel Derecelendirilmiş ya da Homojen ve Tabakasız Olmasına Göre Yapılan Modelleme Karşılaştırması

E_2 modelinin (FDK) karşısına bu sefer tüm özellikleri aynı olan homojen ve tabakasız olan E_6 modeli getirildiğinde yapacağımız yorum, FDK ve homojen kiriş karşılaştırması ile ilgili olacaktır. E_2 modelinin (FDK), E_6 modeline (homojen) göre, 1,20 katı gerilmeye sahipken %83'ü kadar bir deplasmana sahiptir. Buradan da görülmektedir ki, E_2 modeli tüm kıyaslamalarda daha verimli çıkmıştır.

E_4 modelinin (FDK) karşısına tüm özellikleri aynı olan homojen ve tabakasız olan E_8 modeli getirildiğinde yapacağımız yorum FDK ve homojen kirişlerin karşılaştırılması olacaktır. E_4 modelinin (FDK), E_8 modeline göre 1,20 katı gerilmeye sahipken %83'ü kadar bir deplasmana sahiptir. Buradan da görülmektedir ki bu modellemelerde de E_4 (FDK) modeli kesit özellikleri ve kiriş teorilerine göre

kıyaslamalarda daha verimli sonuç vermiştir. Yalnızca L boyu uzun olması sebebiyle daha avantajlı sonuç vermiştir.

T₂ modelinin (FDK) karşısına bu sefer tüm özellikleri aynı olan homojen ve tabakasız olan T₆ modeli getirildiğinde yapacağımız yorum, FDK ve homojen kiriş karşılaştırması ile ilgili olacaktır. T₂ modelinin (FDK), T₆ modeline (homojen) göre, 1,90 katı gerilmeye sahipken %68'i kadar bir deplasmana sahiptir. Buradan da görülmektedir ki, E₂ modeli tüm kıyaslamalarda daha verimli çıkmıştır.

T₄ modelinin (FDK) karşısına tüm özellikleri aynı olan homojen ve tabakasız olan T₈ modeli getirildiğinde yapacağımız yorum FDK ve homojen kirişlerin karşılaştırılması olacaktır. T₄ modelinin (FDK), T₈ modeline göre 1,90 katı gerilmeye sahipken %67'si kadar bir deplasmana sahiptir. Buradan da görülmektedir ki bu modellemede de T₄ (FDK) modeli kesit özellikleri ve kiriş teorilerine göre kıyaslamalarda daha verimli sonuç vermiştir. Yalnızca L boyu uzun olması sebebiyle daha avantajlı sonuç vermiştir.

Sonuç olarak yukarıdaki sonuçlar incelendiğinde, derin kirişlerde, Timoshenko ve Euler-Bernoulli kiriş teoremlerine göre yapılmış analiz sonuçları arasında anlamlı farklar olduğu görülür. L/h oranına bakılarak narin veya derin kiriş olma durumuna karar verilmektedir. L/h oranı >150'den ise narin kiriş yani iki teoremin sonuçlarının birbirine çok yaklaştığı görülürken, L/h oranı <50 değerlerine yaklaşıldıkça derin kirişler olarak adlandırıldığı ve analiz sonuçları arası farkların fark edilebilir derecede farklar olduğu görülmektedir. Aynı zamanda, açık bir şekilde görülmektedir ki, fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme ile tasarlanan kirişlerin homojen ve tek parça kirişlere göre yüksek dayanıma ve düşük maliyete sahip olduğu görülmektedir.

KAYNAKLAR

- [1] Kieback, B., Neubrand, A., Riedel H., Processing techniques for functionally graded materials, *Material Science and Engineering A* 362. 2003, 81–106.
- [2] Aydogdu, M., Taskin, V., Free vibration analysis of functionally graded beams with simply supported edges, *Materials and Design* 28. 2007, 1651–1656.
- [3] Zhong, Z., Yu, T., Analytical solution of a cantilever functionally grade beam, *Composites Science and Technology* 67. 2007, 481–488.
- [4] Lu, C.F., Chen, W.Q., Free vibration of orthotropic functionally graded beams with various end conditions, *Structural Engineering and Mechanics* 20. 2005, 465–476.
- [5] Timoshenko, S.P., On the transverse vibrations of bars of uniform cross-section, *Philosophical Magazine* 43. 1922, 125–131. Article In Press 1228 X.-F. Li / *Journal of Sound and Vibration* 318. 2008, 1210–1229
- [6] Howson, W.P., F.W. Williams, Natural frequencies of frames with axially loaded Timoshenko members, *Journal of Sound and Vibration* 26. 1973, 503–515.
- [7] Chandrashekhara, K., Krishnamurthy, K., *Composite Structures* 14; S. Roy, Free vibration of composite beams including rotary inertia and shear deformation, 1990; 269–279.
- [8] Chen, W.Q., Lv, C.F., Bian, Z.G., *Composite Structures* 62; Elasticity solution for free vibration of laminated beams, 2003; 75–82.
- [9] Yangjunjian, Z., Xufan, Z., Natural Frequency analysis of functionally graded material beams with axially varying stochastic properties, *Applied Mathematical Modelling* 67, 2019,85-100.
- [10] Fariborz, J., Bartra, R.C., Free vibration of bi-directional functionally graded material circular beams using shear deformation theory employing logarithmic function of Radius, *Composite Structures* 210, 2019, 217-230.

- [11] Zhang, K., Ge, M., Zhao, C., Deng, Z., Xu, X., Free vibration of nonlocal Timoshenko beams made of functionally graded materials by Symplectic method, *Composites Part B*, 2019, 174-184
- [12] Gul, U., Aydođdu, M., Karaçam, F., Dynamics of a functionally graded Timoshenko beam considering new spectrums, *Composite Structures*, 2019, 273-291.
- [13] Tang, Y., Lv, X., Yang, T., Bi-directional functionally graded beams assymmetric and nonlinear free vibration, *Composite Part B*, 2019, 319-331.
- [14] Akbař, ř. D., Forced vibration analysis of functionally graded porous deep beams, *Composite Structures*, 2018, 293-302.
- [15] Zozulya, V. V., Exploration of the high order theory for functionally graded beams based on Legendre's polynomial expansion, *Composite Part B*, 2019, 373-383.
- [16] Liu, Z., Niu, J., Vibrational Energy flow model for functionally graded beams, *Composite Structures*, 2018, 17-28.
- [17] Kou, K. P., Yang, Y., A meshfree boundary-domain integral equation method for free vibration analysis of the functionally graded beams with open edged cracks, *Composites Part B*, 2019, 303-309.
- [18] Xu, X., Meng, J. M., A model for functionally graded materials, *Composites Part B*, 2018, 70-80.
- [19] Xu, F., Zhang, X., Zhang, H., A review on functionally graded structures and materials for energy absorption, *Engineering Structures*, 2018, 309-325.
- [20] Li, S. R., Xu, X., Chen, S., Analysis of thermoelastic damping of functionally graded material beam resonators, *Composite Structures*, 2017, 728-736.
- [21] Viet, N. V., Zaki, W., Umer, R., Analytical model of functionally graded material shape memory alloy composite cantilever beam under bending, *Composite Structures*, 2017, 764-776.
- [22] Eshragi, I., Dađ, S., Domain-boundary element method for elastodynamics of functionally graded Timoshenko beams, *Computers and Structures*, 2018, 113-125.

- [23] Tian , J., Zhang, Z., Hua, H., Free vibration analysis of rotating functionally graded double-tapered beam including porosities, *International Journal of Mechanical Sciences*, 2019, 526-538.
- [24] Cao, D., Gao, Y., Yao, M., Zhang, W., Free vibration of axially functionally graded beams using the asymptotic development method, *Engineering Structures*, 2018, 442-448.
- [25] Banarjee, J. R., Ananthapuvirajah, A., Free vibration of functionally graded beams and frameworks using the dynamic stiffness method, *Journal of Sound of Vibration*, 2018, 34-47.
- [26] Li, J., Guan, Y., Wang, G., Zhao, G., Lin, J., Naceur, H., Coutellier, D., Meshless modeling of bending behavior of bi-directional functionally graded beam structures, *Composites Part B*, 2018, 104-111.
- [27] Li, C., Shen, H. S., Wang, H., Nonlinear bending of sandwich beams with functionally graded negative Poisson's ratio honeycomb core, *Composite Structures*, 2019, 317-325.
- [28] Ghayej, M. H., Nonlinear vibration analysis of axially functionally graded shear-deformable tapered beams, *Applied Mathematical Modelling*, 2018, 583-596.
- [29] Jamshidi, M., Arghavani, J., Optimal material tailoring of functionally graded porous beams for buckling and free vibration behaviors, *Mechanics Research Communications*, 2018, 19-24.
- [30] Lei, J., He, Y., Li, Z., Guo, S., Liu, D., Postbuckling analysis of bi-directional functionally graded imperfect beams based on a novel third-order shear deformation theory, *Composite Structures*, 2019, 811-829.
- [31] Salighe, S., Mohammadi, H., Semi-active nonlinear vibration control of a functionally graded material rotating beam with uncertainties, using a frequency estimator, *Composite Structures*, 2019, 367-380.
- [32] Mathew, T. V., Natarajan, S., Paneda, E. M., Size effects in elastic-plastic functionally graded materials, *Composite Structures*, 2018, 43-51.

[33] Chen, X., Zhang, X., K, Lu, Y., Li, Y., Static and dynamic analysis of the postbuckling of bi-directional functionally graded material microbeams, *Internal Journal of Mechanical Sciences*, 2019, 424-443.

[34] Chen, M., Jin, G., Zhang, Y., Ni, F., Liu, Z., The second strain gradient functionally graded beam formulation, *Composite Structures*, 2019, 304-322.

Yayımları

Bildiri Yayımlanması- B. Y. Dağlı, A. Ergüt, S. Taşkın, Keson Dalgakıranların Hidrodinamik Performansının İncelenmesi, 4. Uluslararası Erciyes Bilimsel Araştırmalar Kongresi, 2020.

