

**T.C.  
MANİSA CELAL BAYAR ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ  
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI  
MEKANİK BİLİM DALI**

**FONKSİYONEL OLARAK DERECELENDİRİLMİŞ MALZEMELİ,  
İÇİNDEN AKIŞKAN GEÇEN BORUNUN DİNAMİK ANALİZİ**

**Ebrar Bengüsu ERDAL**

**Danışman  
Doç. Dr. B. Gültekin Sınır**



**MANİSA-2021**

**Ebrar  
Bengüsu  
ERDAL**

**FONKSİYONEL OLARAK DERCELENDİRİLMİŞ İÇİNDEN AKIŞKAN GEÇEN  
BORUNUN DİNAMİK ANALİZİ**

**2021**

## **TAAHHÜTNAME**

Bu tezin Manisa Celal Bayar Üniversitesi Mühendislik Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü'nde, akademik ve etik kurallara uygun olarak yazıldığını ve kullanılan tüm literatür bilgilerinin referans gösterilerek tezde yer aldığını beyan ederim.

**Ebrar Bengüsu ERDAL**



## İÇİNDEKİLER

	Sayfa
İÇİNDEKİLER .....	I
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	II
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	III
TABLO DİZİNİ .....	IV
TEŞEKKÜR.....	V
ÖZET.....	VI
ABSTRACT.....	VII
1. GİRİŞ .....	1
1.1. Tezin Amacı .....	2
1.2. Yapılan Çalışmalar.....	2
2. FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ MALZEMELER (FDM) İÇİN GENEL BİLGİLER .....	5
2.1. FDM'lerin Ortaya Çıkışı .....	5
2.2. FDM'lerin Kullanım Alanları .....	5
2.3. FDM Tipleri .....	6
2.4. FDM'lerin Avantajları ve Dezavantajları .....	8
2.4.1. Avantajları .....	8
2.4.2. Dezavantajları .....	9
3. SEÇİLEN MALZEME.....	10
3.1. Gradyan Seçimi .....	10
3.2. Malzeme Özellikleri .....	12
4. HAREKET DEKLEMLERİ VE BOYUTSUZLAŞTIRMA.....	15
4.1. FDM Boru için Hareket Denklemi .....	15
4.2. Akışkan Taşıyan Borunun Modellenmesi .....	18
4.3. Boyutsuzlaştırma .....	21
5. ANALİTİK ÇÖZÜM .....	24
5.1. Basit-basit mesnetli .....	25
5.2. Basit- ankastre mesnetli.....	26
5.3. Ankastre- ankastre mesnetli .....	26
5. Sonuç.....	20
KAYNAKLAR .....	42
ÖZGEÇMİŞ .....	45

## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

FDM	Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme
$x$	Boyutlu ve boyutsuz boru uzunluğu boyunca olan eksen
$y$	Boyutlu ve boyutsuz boru kesiti boyunca olan eksen
$z$	Boyutlu ve boyutsuz düşey doğrultudaki eksen
$t$	Boyutlu ve boyutsuz zaman parametresi
$E$	Elastisite modülü
$\rho$	Yoğunluk
$V$	Hacim oranı
$r$	Yarıçap
$A_p$	Borunun kesit alanı
$\varphi$	Boru kesitinde alınan açı
$u_x$	x doğrultusundaki toplam yer değiştirme
$u_y$	y doğrultusundaki toplam yer değiştirme
$u_z$	z doğrultusundaki toplam yer değiştirme
$\varepsilon_{xx}$	Normal birim şekil değiştirme
$\nu_{xz}$	Kayma birim şekil değiştirme
$w$	Düşey yerdeğiştirme
$\theta$	Dönme açısı
$N$	Normal kuvvet
$Q$	Kesme kuvveti
$M$	Moment
$O$	Malzeme özelliği
$\sigma$	Gerilme
$\beta$	Doluluk oranı
$m_p$	Borunun kütlesi
$m_f$	Akışkanın kütlesi

## ŞEKİLLER DİZİNİ

	Sayfa
Şekil 1.1 Petrol taşıyan boru .....	1
Şekil 2.2 Kesici kalemler .....	6
Şekil 2.3.1 FDM Tipleri .....	7
Şekil 2.3.2 Yarıçapla değişen FDM örneği .....	7
Şekil 2.4.1.1 Bağlanma bölgesinde oluşan çalkaklar .....	8
Şekil 2.4.1.2 Üst yüzeyde meydana gelen çatlaklar .....	8
Şekil 3.1.1 Borunun şematik gösterimi .....	10
Şekil 3.1.2 Farklı n değerleri için hacim oranı .....	11
Şekil 3.2.1 İntegralle borunun kesit alanı hesaplaması .....	12
Şekil 4.1.1 Borunun Euler Bernoulli teorisine göre deformasyonu .....	15
Şekil 5.1 Basit-basit mesnet koşulu için ilk üç modda akışkan hızı frekans grafiği .....	29
Şekil 5.2 Ankastre-basit mesnet koşulu için ilk üç modda akışkan hızı frekans grafiği .....	29
Şekil 5.3 Ankastre-ankastre mesnet koşulu için ilk üç modda akışkan hızı frekans grafiği .....	30
Şekil 5.4 Basit-basit mesnet için farklı doluluk oranı değerlerine bağlı akışkan hızı frekans grafiği .....	31
Şekil 5.5 Basit-ankastre mesnet için farklı doluluk oranı değerlerine bağlı akışkan hızı frekans grafiği .....	31
Şekil 5.6 Ankastre-ankastre mesnet için farklı doluluk oranı değerlerine bağlı akışkan hızı frekans grafiği .....	32
Şekil 5.7 Farklı mesnet koşullarında gerilmenin $\theta$ açısı ile değişimi .....	33
Şekil 5.8 Basit- basit mesnette farklı elastisite modülü oranları için gerilmenin $\theta$ açısı ile değişimi .....	34
Şekil 5.9 Basit-ankastre mesnette farklı elastisite modülü oranları için gerilmenin $\theta$ açısı ile değişimi .....	34
Şekil 5.10 Ankastre-ankastre mesnette farklı elastisite modülü oranları için gerilmenin $\theta$ açısı ile değişimi .....	35
Şekil 5.11 Basit-basit mesnet için farklı doluluk oranı değerlerine bağlı akışkan hızı frekans grafiği .....	36
Şekil 5.12 Basit-ankastre mesnet için farklı doluluk oranı değerlerine bağlı akışkan hızı frekans grafiği .....	36
Şekil 5.13 Ankastre-ankastre mesnet için farklı doluluk oranı değerlerine bağlı akışkan hızı frekans grafiği .....	37
Şekil 5.14 Basit-basit mesnette farklı doluluk oranları için gerilmenin $\theta$ açısı ile değişimi .....	38
Şekil 5.15 Ankastre-ankastre mesnette farklı doluluk oranları için gerilmenin $\theta$ açısı ile değişimi .....	38
Şekil 5.16 Farklı mesnet koşullarında birinci mod için gerilmenin yarıçap ile değişimi .....	39

## TEŞEKKÜR

Çalıőmamın her aşamasında bana destek veren, bilgi ve deneyimleri ile yol gösteren danışman hocam Sayın Doç. Dr. B. Gültekin SINIR' a, çalıőmalarım sırasında manevi desteğini her zaman hissettiğim değerli kardeőim Makine Mühendisi Nurbanu ERDAL' a, öğrenim hayatım boyunca beni maddi ve manevi olarak destekleyen ve hep yanımda olan annem Nihal ERDAL ve babam Adnan ERDAL'a yürekten teşekkür ederim.

Ebrar Bengüsü ERDAL  
Manisa, 2021



## ÖZET

### Yüksek Lisans Tezi

### Fonksiyonel Olarak Derecelendirilmiş Malzemeli, İçinden Akışkan Geçen Borunun Dinamik Analizi

Ebrar Bengüsu ERDAL

Manisa Celal Bayar Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. B. Gültekin Sınır

Bu tez çalışmasında fonksiyonel olarak derecelendirilmiş, içinden akışkan geçen borunun dinamik analizi yapılmıştır.

Çalışmada malzeme, üstel yapılı derecelendirme ile düzenlenmiştir. Malzeme, borunun et kalınlığı boyunca değişmektedir.

Boru modellenirken Euler Bernoulli kiriş teorisi esas alınmıştır. Hareket denklemleri, elastisite teorisi bilgilerinden yararlanılarak elde edilmiştir. Cauchy gerilme denklemleri iki boyut için alınmıştır. Akışkanın, ideal akışkan olduğu kabul edilmiştir. Böylece akışkanla boru arasındaki sürtünme ihmal edilmiştir.

Denklemler boyutsuzlaştırıldıktan sonra analitik yöntemle çözülmüştür. Farklı mesnet koşullarında, farklı moddaki frekans –hız, dönme açısı- gerilme ve yarıçap- gerilme ilişkileri karşılaştırmalı olarak incelenmiştir.

**Anahtar Kelimeler: Akışkan Taşıyan Boru, Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzeme, Dinamik Analiz, Euler Bernoulli Kirişi, Analitik Metot**

**2021, 45 sayfa**



## **ABSTRACT**

**M.Sc. Thesis**

### **Dynamic Analysis of Fluid Passing Pipe with Functionally Graded Material**

**Ebrar Bengüsu ERDAL**

**Manisa Celal Bayar University  
Graduate School of Applied and Natural Sciences  
Department of Civil Engineering**

**Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Berra Gültekin SINIR**

In this thesis, the dynamic analysis of the pipe, which is graded functionally, has analyzed.

In the study, the material is arranged with an exponential grading. The material changes along the wall thickness of the pipe.

Euler Bernoulli beam theory is used while modeling the pipe. Equations of motion are obtained by using the knowledge of elasticity theory. Cauchy stress equations are used for two dimensions. The fluid is considered to be the ideal fluid. Thus, the friction between the fluid and the pipe is neglected.

The equations are nondimensionalized then solved by analytical method. In different support conditions, frequency-velocity, angle of rotation-stress and radius-strain relationships in different modes have been studied comparatively.

**Keywords: Fluid Carrying Pipe, Functionally Graded Material, Dynamic Analysis, Euler Bernoulli Beam, Analytical Method**

**2021, 45 pages**

## 1. GİRİŞ

İçinden akışkan geçen boruların dinamik analizi uzun zamandır üzerine çalışılan bir konudur. Konut ve kimyasal tesisat projelerinde, jeotermal kaynaklardan çıkan suyun taşınmasında, petrol ve doğalgaz taşımacılığında ve birçok teknolojik uygulamada boru hatları kullanılmaktadır. Özellikle enerji ihtiyacındaki artış ve kullanım alanlarındaki genişleme ile boru hatları çoğalmıştır. Böylece konu hakkındaki çalışmalar daha da önem kazandırmıştır [1-3].

Bugün var olan boru hatlarının birçoğu enerji kaynaklarının taşınmasında kullanılır [2], petrol ve doğalgaz taşımacılığında önemli bir rol oynar. 19. yüzyıl sonlarında küçük çaplı ve kısa mesafeli hatlar ile başlayan doğalgaz taşımacılığı günümüzde daha büyük çaplı borularla, daha uzun mesafelerde ve yüksek basınçla yapılmaktadır. Petrol taşımacılığında da tercih edilen boru hatları ekonomik ve zamansal açıdan avantaj sağlamıştır [4].



Şekil 1.1. Petrol taşıyan boru [4]

Gelişen teknolojiyle birlikte, yüksek performansa sahip malzeme gereksinimi artmıştır. Özel kompozitler olan fonksiyonel olarak derecelendirilmiş malzemeler (FDM), bu gereksinimi karşılamak için geliştirilmiş malzemelerdir. FDM'lerin makine, uzay, nükleer ve inşaat mühendisliğinde yüksek sıcaklığa maruz yapı elemanlarında, uzay araçlarında, mikro-elektronik ve endüstriyel uygulamalarında kullanımı yaygındır. FDM'ler, bileşenlerinin fiziksel, mekanik ve termal özelliklerinden en üst düzeyde faydalanılmasıyla oluşturulur. Bileşiminde bulunan malzemelerin özellikleri bir noktadan diğerine belli bir fonksiyona bağlı olarak değişir. Böylece FDM'lerin ısı, erozyon ve korozyon dayanımları atar [5-7].

Bu tez çalışması teorik bir çalışmadır. Fonksiyonel olarak derecelendirilmiş içinden akışkan geçen boruların dinamik analizi yapılmıştır. Her bir doğrultudaki kütleli kuvveler ihmal edilmiştir. Hareket denklemleri elastisite teorisi kullanılarak elde edilmiştir. Denklemler analitik yöntemlerle çözülmüştür.

### **1.1. Tezin amacı:**

Fonksiyonel olarak derecelendirilmiş malzemeler özel koşullara dayanıklı malzemelerdir. Kullanım alanı oldukça yaygındır. Literatürde, fonksiyonel olarak derecelendirilmiş malzemedeki borularla ilgili sınırlı sayıda çalışma mevcuttur. Bu çalışmada, literatürdeki bu eksikliği gidererek fonksiyonel derecelendirilmiş borunun analizi, elastisite teorisi kullanılarak yapılmıştır. Borunun taşıyabileceği kritik hız bulunmuştur. Böylece fonksiyonel olarak derecelendirilmiş malzemelerin, içinden akışkan geçen borularda kullanılabilirliğini göstermek amaçlanmıştır. Bu çalışmayla boru dizaynı yapacak mühendislere faydalı olmayı umuyoruz.

### **1.2. Yapılan Çalışmalar:**

Fonksiyonel olarak derecelendirilmiş malzemeler 1984'te Japonya'da bir uzay mekiği projesinde ortaya çıkmıştır ve ilk olarak 1990'da Yamanouchi ve ark. tarafından takdim edilmiştir [8]. 1993'te Koizumi [9] tarafından genel konsept anlatılmıştır. O günden bugüne de, FDM'ler üstün özellikleriyle birçok çalışmaya konu olmuştur.

Yapılan çalışmalar sonucunda farklı açılardan ideal özellikler kazanan FDM'ler bu özellikleriyle değişik sektörlerin ilgi odağı olmuştur. Havacılık [10], inşaat, sağlık [11], otomotiv sektörü [12,13] gibi daha birçok alanda karşımıza çıkmaktadır. Biyomedikal uygulamalar için de FDM kullanımını çalışılmıştır [14].

İnşaat sektöründe ilgi gören FDM'ler farklı yapı elemanlarındaki farklı çalışmalarla kendini göstermiştir. Sınır [15], Euler Bernoulli ve Timoshenko kirişlerinin matematik modellemesini yapmıştır. Modellemeyi elastisite teorisi kullanarak gerçekleştirmiştir. Çalışmada hem homojen hem fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme kullanılmıştır. Li [16], elastisite teorisi bilgilerini kullanarak, fonksiyonel derecelendirilmiş Euler Bernoulli ve Timoshenko kirişlerinin statik ve dinamik analizini yapmıştır. Sina ve ark. [17], fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin, serbest titreşim analizini analitik yöntem kullanarak yapmıştır. Sınır[18], değişken kesitli fonksiyonel derecelendirilmiş malzemedan imal edilmiş kirişlerin nonlinear titreşim analizini gerçekleştirmiştir. Loy ve ark. [19], silindirik kabuklar için FDM'leri çalışmıştır.

İçinden akışkan geçen borulara bakıldığında çok sayıda çalışma olduğu görülmüştür. Akademik alandaki ilk önemli çalışmayı 1993 yılında Paidoussis ve Li [20] yapmıştır. Semler ve ark. [21], akışkan taşıyan boruların doğrusal olmayan hareket denklemlerini elde etmiştir. Zhang ve ark. [22], akışkan taşıyan boruların titreşim analizini gerçekleştirmiştir. Lee ve Chung [23], doğrusal olmayan modelleme ile içinden akışkan geçen borunun titreşim analizini yapmıştır. Ryu ve ark. [24], elastik temeller üzerinde, akışkan taşıyan boruların titreşimini ve dinamik stabilitesini çalışmıştır. Sınır [25], akışkan taşıyan boruların enine titreşimini ideal olmayan sınır şartları altında çözmüştür. Guangsheng [26], desteklenmiş akışkan taşıyan boruların kritik hızı ve stabilitesi üzerine çalışmıştır. Sınır [27], akışkan taşıyan viskoelastik borunun non-linear dinamik analizini yapmıştır. Ni ve ark. [28], diferansiyel dönüşüm yönteminin, akışkan taşıyan boruların titreşim analizine uygulanmasını göstermiştir. Sınır [29], yapmış olduğu çalışmayla dış akış etkisinde akışkan taşıyan boruların dinamik davranışını göstermiştir, Dai ve ark. [30], iki farklı malzemedan oluşmuş akışkan taşıyan borunun dinamiğini incelemiştir.

Setoodeh ve Afrahim [31], fonksiyonel derecelendirilmiş akışkan taşıyan mikro borunun lineer olmayan dinamik analizini yapmıştır. Tang ve Yang [32], fonksiyonel derecelendirilmiş, akışkan taşıyan borunun doğrusal olmayan titreşim analizini çalışmıştır. Hareket denklemlerini elde etme aşamasında Hamilton prensibinden yararlanmışlardır. Huang ve Li [33], FDM'den bir akışkan taşıyan borunun enine titreşimini hesaplamıştır.



## **2. FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ MALZEMELER (FDM) İÇİN GENEL BİLGİLER**

### **2.1 FDM'lerin Ortaya Çıkışı**

FDM'ler, 1984'te Japonya'da bir uzay mekiği projesinde, 10 mm'den daha ince bir kesit için ısı bariyerde kullanılmak üzere malzeme bilimciler tarafından önerilmiştir. Bu ısı bariyer 2000 °K bir yüzey sıcaklığına ve 1000 °K'lik bir sıcaklık aralığına dayanabilecektir [34,35].

Kaplamalar teknolojisi, malzemelerin performansını arttırmak için geliştirilmiştir [36]. Ani sıcaklık değişiminin yaşandığı ve yüksek sıcaklığa maruz ortamlarda ısı bariyer kaplamaları kullanılır. FDM'lerin ortaya çıkma nedenlerinin başında kaplamalarda meydana gelen olumsuzluklar vardır [37].

Doğada örneklerini gördüğümüz gibi, bir ortamdan diğer ortama ani geçişlerde olumsuzluklar yaşanmaktadır. Bu geçişin yumuşatılması, yaşanan olumsuzlukları en aza indirir. FDM'ler de kendisini oluşturan malzemelerin, belli bir fonksiyona bağlı olarak, bir noktadan diğerine sürekli değişmesiyle meydana gelmiştir [36].

### **2.2 FDM Kullanım Alanları**

FDM'ler, birbirine zıt olan, iyi ısı iletkenliğini ve iyi ısı direnç özelliğini bir arada taşıyarak uzay araçları için üretilmişlerdir. Bu özellikleriyle hafiflik, sağlamlık ve dayanıklılık sağlayan FDM'ler hala roket ve motorların dış duvarlarında kullanılmaktadır [36].

Endüstriyel malzemeler için FDM geliştirilmesi de önemli araştırma konularından biridir. Örneğin FDM'ler kesici kalemlerde, kendi kendini yağlama ve daha yüksek ısı direnç özellikleri sağlanmaktadır. Böylece bazı fonksiyonel derecelendirilmiş kalemlerde yağlama olmadan kuru kesim mümkün kılınmıştır. Ayrıca triboloji alanında yüzey çatlaklarını geciktirmek amacıyla kullanılan derecelendirilmiş seramikler de endüstriyel malzemelerde kullanılan FDM'lere örnek gösterilebilir [38].

## Şekil 2.2. Kesici kalemler [38]

Günlük yaşantımızda kullandığımız bazı FDM ürünleri de vardır. Saatlerde, dış yüzeyi koruma amaçlı FDM kullanılmaktadır. Beyzbol ayakkabıları ve tıraş makineleri de FDM kullanılan ürünlerdendir [38].

Plastik optik fiberlerde kullanılan FDM'ler sayesinde, esnekliği kaybetmeden telin boyutunu uzatmak mümkün kılınmıştır. Plastik kullanımıyla maliyet düşürülmüş ve yüksek hızda iletişim imkanı sağlanmıştır [38].

Kemiklerdeki dereceli gözenek yapısı ve kemikten kıkırdağa geçiş FDM'ler için ilham kaynağı olmuştur. Kaybedilmiş bu dokular için hazırlanan biyolojik implantlar da FDM kullanılan bir diğer alandır [38].

Üstün özellikleri sayesinde FDM'ler daha birçok alanda kullanılmaktadır.

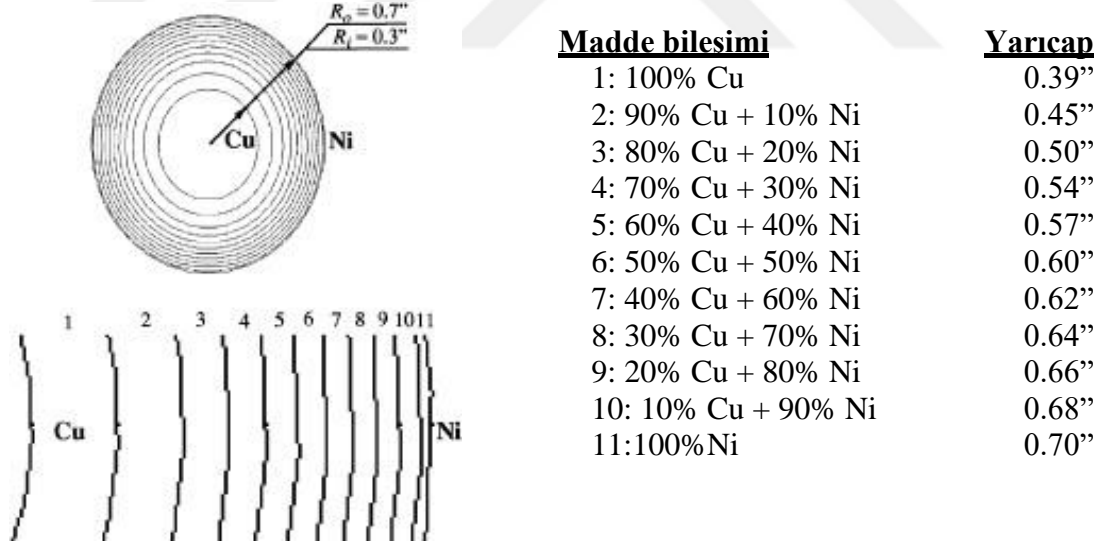
### 2.3 FDM Tipleri

FDM'ler ihtiyaç durumlarına göre farklı tiplerde yapılmaktadır. FDM tiplerinden başlıca olanları; basamaklı, lineer, parabolik, üstel olarak sıralanabilir [38].

Derecelendirme Tipleri			
Kademeli	Lineer	Parabolik	Üstel
$y = f(x)$	$y = f(x)$	$y = f(x)$	$y = f(x)$
Ara tabaka			
100%A	100%A	100%A	100%A
100%B	100%B	100%B	100%B

Şekil 2.3.1 FDM Tipleri [38]

Şekil 2.3.2' de de yarıçap ile değişen bir FDM örneği gösterilmiştir.



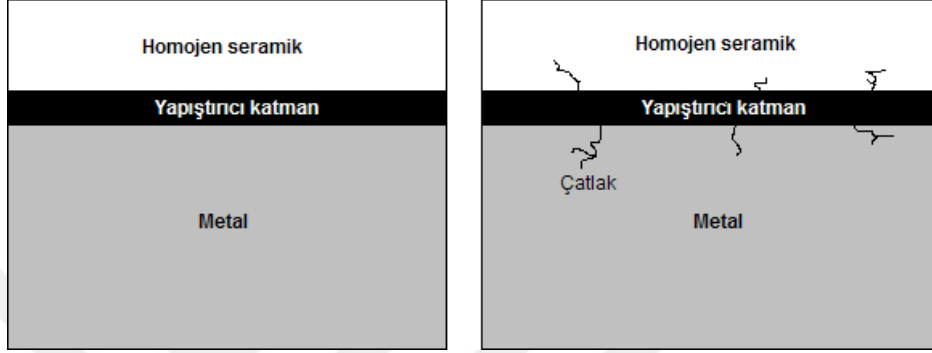
Şekil 2.3.2 yarıçap ile değişen FDM örneği [38]



## 2.4 FDM'lerin Avantajları ve Dezavantajları

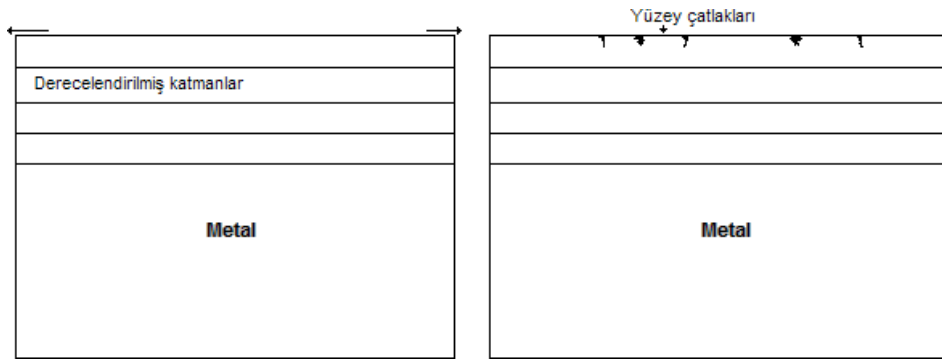
### 2.4.1 Avantajları

Genellikle ısı bariyerlerde, homojen seramik kaplamalar kullanılır. Seramik kaplama ve yapıdaki metal arasında yüksek bir ısı genleşme katsayısı farkı vardır. Bu fark bağlanma bölgesinde ısı gerilme oluşturur ve çatlaklara hatta kırılmaya neden olabilir [37].



Şekil 2.4.1.1 Bağlanma bölgesinde oluşan çatlaklar [37]

Isıl işlem uygulamalarında, üst yüzey ısıya maruz kalan ilk alandır. Bu alanda yatay gerilme oluşur ve yüzeye dik çatlaklar meydana gelir. İstenmeyen bu durumlar yapıya zarar verebilir [37].



Şekil 2.4.1.2. Üst yüzeyde meydana gelen çatlaklar [37]

Kaplamalarda olduğu gibi fiber matrix kompozitlerde de birleşme bölgesindeki ani geçişten dolayı benzer sıkıntılar yaşanmaktadır. İki farklı malzemeden oluşan bu kompozitlerde ısı genleşme katsayılarındaki uyumsuzluklar çatlaklara yol açar. FDM'lerde bileşenler arasında kademeli ve sürekli bir geçiş

olduğu için istenmeyen durumlar en aza indirgenmiş olur. Bu amaçla FDM'ler kullanılmaya başlanmıştır [37].

#### **2.4.2 Dezavantajları**

FDM'ler teoride çok ideal görünse de uygulamalarda bazı sorunları beraberinde getirir. Yüksek sıcaklığa maruz kalan ortamda, oksijen FDM kaplamayı aşıp alt tabakalara ilerler ve burada alüminyum ile reaksiyon oluşturur. Oluşan reaksiyon sonucu FDM ile metal arasında alumina denilen gevrek bir tabaka meydana gelir. Metal ile FDM arasındaki devamlılığı ortadan kaldıran bu gevrek tabaka çatlayabilir ve kaplama malzemesi dökülebilir [34].

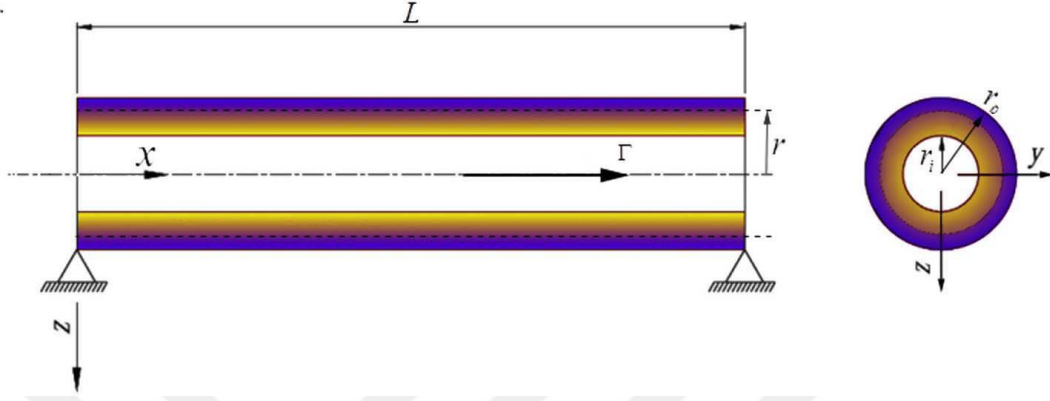
Kaplamalar, retimi geređi genellikle kolonlar řekildedir. Bu durum kaplamanın izotropikliđini bozar. Ortotropik kaplama haline gelir [34].

FDM'ler üretim teknikleri nedeniyle sınırlı büyüklükte üretilmektedir. Maksimum 200 cm olabilirler [34].

### 3. SEÇİLEN MALZEME

#### 3.1 Gradyan Seçimi

Çalışmada, sabit kesitli bir boru kullanılmıştır.



Şekil 3.1.1. Borunun Şematik Gösterimi

Burada  $x$ ,  $y$ ,  $z$  koordinatlarına göre tanımlanan akışkan taşıyan borunun yarıçapı  $r$ , uzunluğu  $L$  ile gösterilmiştir. Alt indislerdeki  $i$  ve  $o$  sırasıyla iç ve dış ayrımı için kullanılmıştır. E fonksiyonel derecelendirilmiş borunun elastisite modülü,  $\rho$  yoğunluğu,  $V$  ise hacim oranıdır.

Borunun malzemesi iç yarıçaptan dış yarıçapa, gradyana bağlı geçiş yapmaktadır. Power-law tipi derecelendirme kullanılmıştır [32]. Power-law tipi derecelendirme aşağıdaki gibidir.

$$E(r) = V_i E_i + V_o E_o \quad (3.1)$$

$$\rho(r) = V_i \rho_i + V_o \rho_o \quad (3.2)$$

Malzemenin hacim oranı aşağıdaki gibidir.

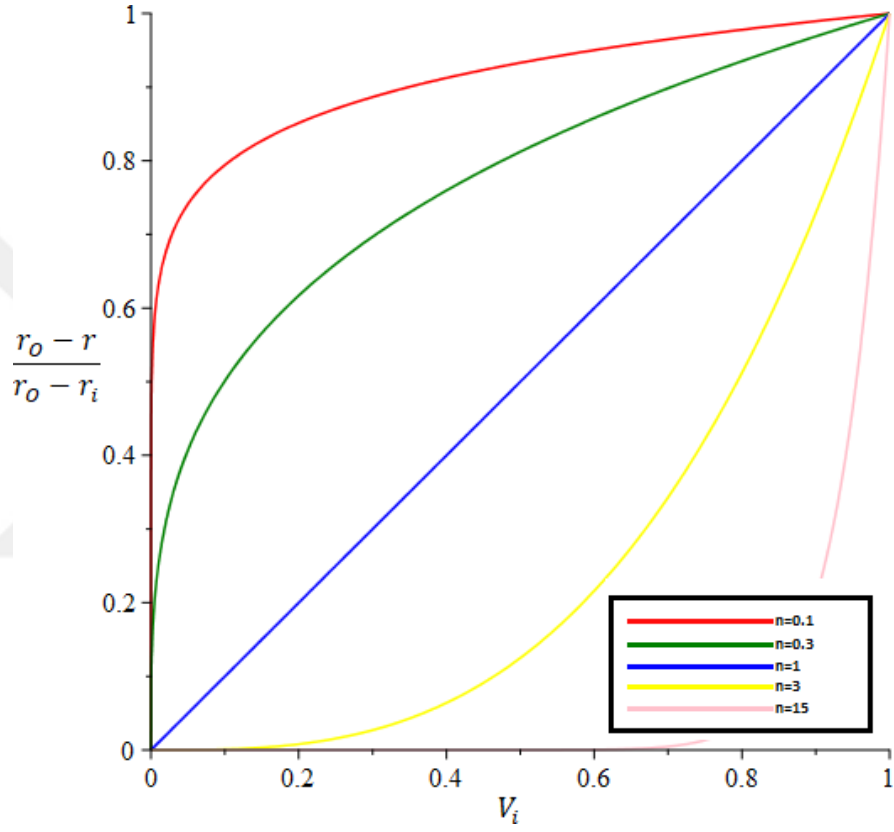
$$V_i = \left( \frac{r_o - r}{r_o - r_i} \right)^n \quad (3.3)$$

$$V_o = 1 - V_i \quad (3.4)$$

Denklem 3.1 ve 3.2 için hacim oran ifadeleri yerine yerleştirilerek yoğunluk ve elastisite modülü için kullanılan fonksiyon elde edilmiştir.

$$\rho(r) = \left(\frac{r_o-r}{r_o-r_i}\right)^n \rho_i + \left(1 - \left(\frac{r_o-r}{r_o-r_i}\right)^n\right) \rho_o \quad (3.5)$$

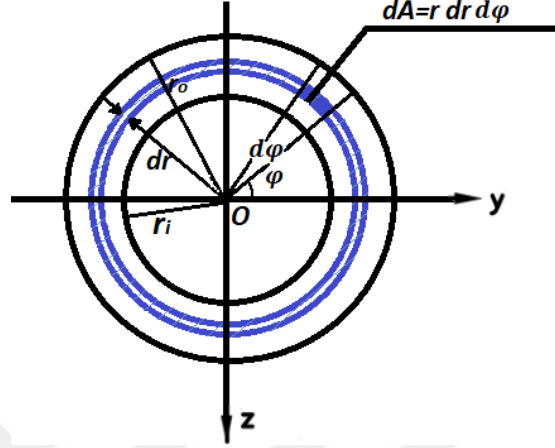
$$E(r) = \left(\frac{r_o-r}{r_o-r_i}\right)^n E_i + \left(1 - \left(\frac{r_o-r}{r_o-r_i}\right)^n\right) E_o \quad (3.6)$$



Şekil 3.1.2. Farklı  $n$  değerleri için hacim oranı

### 3.2 Malzeme Özellikleri

Çalışmanın ilerleyen kısımlarında borunun kesit alanı kullanılacaktır. Bu bölümde kesit alanı hesaplanması gösterilmiştir.



Şekil 3.2.1. İntegralle borunun kesit alanı hesaplaması

$$z = r \sin \varphi \quad (3.7)$$

$$y = r \cos \varphi \quad (3.8)$$

Şekil 3.2.1’de görüldüğü gibi boru içinde alınan çok küçük bir  $dr$  kesiti ve yine çok küçük bir  $d\varphi$  açısı ile oluşan alan aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$dA_p = r dr d\varphi \quad (3.9)$$

Burada  $A_p$  borunun kesit alanını göstermektedir.

Çalışmada fonksiyonel derecelendirilmiş malzemenin yoğunluk ve elastisite modülü için değişimi, aynı bağıntıyla verilmiştir. Elde edilen denklemlerde, her ikisi için de integral hesaplamaları gerekmektedir. İşlemi kolaylaştırma adına hem yoğunluğu hem elastisite modülünü temsilen  $O$  ifadesi kullanılmıştır.

$$O_k = \int_A M z^k dA_p \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (3.10)$$

$O_0$  ifadesi için integraller aşağıdaki gibidir.

$$O_0 = \int_A Mz^0(r)dA_p \quad (3.11)$$

$dA_p$  denklem 3.9'dan alınmıştır.

$$O = \int_0^{2\pi} \int_0^{r_o} \int_{r_i} M(r)rdrd\varphi \quad (3.12)$$

$\varphi$ 'ye bağlı bir ifade olmadığı için içerideki ifadelerin tamamı  $\varphi$ 'ye göre sabittir.

$$O_0 = 2\pi \int_{r_i}^{r_o} M(r)rdr \quad (3.13)$$

$$O_0 = 2\pi \int_{r_i}^{r_o} \left[ \frac{M_i - M_o}{(r_o - r_i)^n} (r_o - r)^n r + M_o r \right] dr \quad (3.14)$$

İntegralin ikinci kısmı  $r$ 'ye göre sabittir.

$$O_0 = 2\pi(M_i - M_o)(r_o - r_i) \frac{(n+1)r_i + r_o}{n^2 + 3n + 2} + \pi M_o (r_o^2 - r_i^2) \quad (3.15)$$

$O_0$  örneğinde gösterildiği gibi  $O_1$  ve  $O_2$  için integral hesabı yapılmıştır.

$O_1$ 'nin integrali aşağıdaki gibi alınmıştır.

$$O_1 = \int_A M(r)z dA_p \quad (3.16)$$

$$O_1 = \int_{r_i}^{r_o} \int_0^{2\pi} M(r)rsin\varphi d\varphi dr \quad (3.17)$$

$$O = \int_{r_i}^{r_o} M(r)rdr \int_0^{2\pi} sin\varphi d\varphi \quad (3.18)$$

Burada  $\int_0^{2\pi} sin\varphi d\varphi$  ifadesi sifıra eşit olduğundan  $O_1$  sifır olarak bulunmuştur.

$$O_1 = 0 \quad (3.19)$$

$O_2$  'nin integrali aşağıdaki gibi alınmıştır.

$$O_2 = \int_A M(r) z^2 dA_p \quad (3.20)$$

$$O_2 = \int_A M(r) r^2 \sin^2 \varphi d\varphi dr \quad (3.21)$$

$$O = \int_{r_o}^{r_i} M(r) r^2 dr \int_0^{2\pi} \sin^2 \varphi d\varphi \quad (3.22)$$

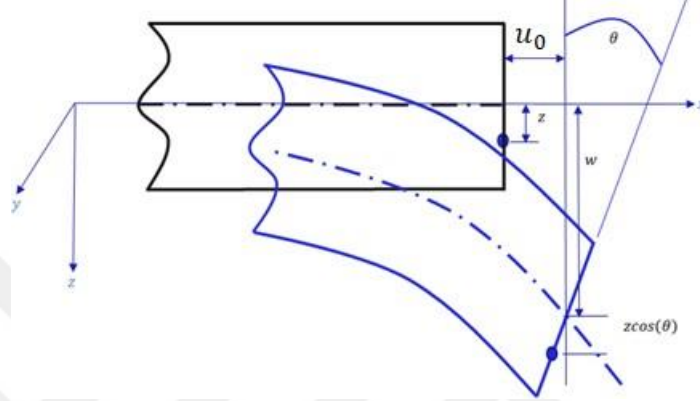
$$O = \pi \left[ \frac{M_i - M_o}{(r_o - r_i)^n} \int_{r_i}^{r_o} r^3 (r_o - r)^n dr + M_o \int_{r_i}^{r_o} r^3 dr \right] \quad (3.23)$$

$$O_2 = \pi (O_i - O_o) (r_o - r_i) \frac{(n^3 + 6n^2 + 11n + 6)r_i^3 + 3r_o r_i^2 (n+2)(n+1)}{n^4 + 10n^3 + 35n^2 + 50n + 24} + \frac{6r_o^2 r_i (n+1) + 6r_o^3}{n^4 + 10n^3 + 35n^2 + 50n + 24} + Q \frac{\pi(r_o^4 - r_i^4)}{4} \quad (3.24)$$

## 4. HAREKET DENKLEMLERİ VE BOYUTSUZLAŞTIRMA

### 4.1. FDM Boru için Hareket Denklemleri

Bu çalışmada  $u_x$ ,  $u_y$ ,  $u_z$  sırasıyla x, y, z koordinatlarına göre tanımlanan yer değiştirmeleri ifade etmektedir. Boru için Euler Bernoulli teorisi kullanılmış ve kayma etkileri ihmal edilmiştir.



Şekil 4.1.1. Borunun Euler Bernoulli teorisine göre deformasyonu

$$u_x(x, z, t) = u_0(x, t) - z\theta \quad (4.1)$$

$$u_y(x, z, t) = 0 \quad (4.2)$$

$$u_z(x, z, t) = w(x, t) \quad (4.3)$$

Denklem 4.1’de yer değiştirme vektörünün yatay bileşeni, denklem 4.3’te yer değiştirme vektörünün düşey bileşenini gösterilmiştir. Hareket düzlemsel yani x ve z doğrultusunda olduğu için  $v = 0$ ’dır. u ve w zamana(t) ve konuma(x) bağlıdır [18].

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u_0}{\partial x} + z \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (4.4)$$

$$\gamma_{xz} = \theta + \frac{\partial w}{\partial x} \quad (4.5)$$

Birim şekil değiştirmeler ( $\varepsilon_{xx}$ ,  $\gamma_{xz}$ ) denklem 4.4 ve 4.5’teki gibidir. Green Lagrange sisteminden gelmektedir [16]. Euler Bernoulli teorisinde  $\gamma_{xz}=0$  olduğu için  $\theta = -\partial w / \partial x$  olur. Böylece  $u_0 = 0$  alırsak bu teori için bilinen birim yer değiştirme ve toplam yer değiştirme denklem 4.6 ve 4.7’deki gibi elde edilmiş olur.



$$\varepsilon_{xx} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (4.6)$$

$$u_x(x, z, t) = -z \frac{\partial v}{\partial x}, \quad u_z(x, z, t) = w \quad (4.7)$$

Cauchy gerilme denklemleri 2 boyutlu alınmıştır [15];

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} = \rho \frac{d^2 u_x}{dt^2} \quad (4.8)$$

$$\frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} = \rho \frac{d^2 u_z}{dt^2} \quad (4.9)$$

Burada  $\rho$  yoğunluğu,  $\sigma$  gerilmeyi göstermektedir. Alt indisler eksenlerini ifade eder. Kullanılan FDM'ye bağlı olarak  $\rho$ ,  $r$  ile değişmektedir.

Gerilme denklemleri Euler Bernoulli teorisine göre düzenlenirse;

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} = z \rho(r) \frac{\partial^3 w}{\partial t^2 \partial x} \quad (4.10)$$

Denklem 4.10'da hem  $z$  hem  $r$  ifadeleri bulunmaktadır. Dolayısıyla  $z$  ile  $r$  arasında bir bağıntı yazılması gereklidir. Bu bağıntı denklem 3.7'de verilmiştir.

$$\frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} = \rho(r) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (4.11)$$

Normal kuvvet ( $N$ ), kesme kuvveti ( $Q$ ) ve moment ( $M$ ) ifadeleri yazılmıştır [15].

Bir kesitteki kayma gerilmelerinin, alan boyunca toplamı kesme kuvvetine eşittir.

$$Q = \int_A \sigma_{xz} dA \quad (4.12)$$

Bir kesitteki normal gerilmelerin alan boyunca toplamı normal kuvvete eşittir. Bunun  $z$  ile çarpımı da momente eşittir.

$$N = \int_A \sigma_{xx} dA \quad (4.13)$$

$$M = \int_A z \sigma_{xx} dA \quad (4.14)$$

Denklem 4.9 ve 4.10'un kesit alanı boyunca integrali alınmıştır.

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + q = \int_A \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (4.15)$$

$$\frac{\partial N}{\partial x} = \int_A \rho \frac{\partial^3 w}{\partial t^2 \partial x} \quad (4.16)$$

Denklem 4.9 z ile çarpılıp alan boyunca integrali alınmıştır [15].

$$\frac{\partial M}{\partial x} - Q = - \int \rho z^2 \frac{\partial^3 w}{\partial t^2 \partial x} dA \quad (4.17)$$

Burada eşitliğin sağ tarafı dönme teriminin ivmesini göstermektedir. Kesitin dönmesi içindir.

Euler Bernoulli teorisinde kayma etkileri hesaba katılmaz. Bu nedenle denklem 4.15 ile 4.17 birleştirilerek kesme kuvveti elimine edilmiştir.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial M}{\partial x} + \int z^2 \rho \frac{\partial^3 w}{\partial t^2 \partial x} dA \right) + q = \int \rho \ddot{w} dA \quad (4.18)$$

Euler Bernoulli teorisine göre fonksiyonel derecelendirilmiş boru için hareket denklemi 4.18'deki gibi elde edilmiştir.

## 4.2. Akışkan Taşıyan Borunun Modellenmesi

Akışkan taşıyan borunun modellenmesi için hem borunun kütlesi hem de akışkanın kütlesi ele alınmalıdır [39].

$$\rho = \rho_f + \rho_p \quad (4.19)$$

Burada alt indisler sırasıyla akışkanı ve boruyu ifade etmektedir.

Çalışmada kullanılan akışkan ideal akışkan olarak kabul edilmiştir. Yani boru ile akışkan arasında sürtünme kuvveti yoktur. Ayrıca akışkanın z doğrultusunda boru ile birlikte hareket ettiği kabul edilmiştir.

İvme terimi metaryal türevi şeklinde yazılmıştır. Burada akışkan hızının konumla değişmezken zamanla değiştiği kabul edilmiştir.

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial}{\partial t} \frac{dt}{dt} \quad (4.20)$$

$$\frac{d}{dt} = v \frac{\partial}{\partial x} + \frac{d}{dt} \quad (4.21)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{d}{dt} \right) = \left( v \frac{\partial}{\partial x} + \frac{d}{dt} \right) \left( v \frac{\partial}{\partial x} + \frac{d}{dt} \right) \quad (4.22)$$

$$\frac{d^2}{dt^2} = v \left( v \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} \right) + \left( \frac{\partial v}{\partial t} \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} \right) + \frac{\partial^2}{\partial t^2} \quad (4.23)$$

Metaryal türevi şeklinde veriler ivme terimi  $w$  için yazılırsa;

$$\frac{d^2 w}{dt^2} = v^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2v \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} + \frac{\partial v}{\partial t} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (4.24)$$

Burada  $v$  aksel hızı göstermektedir. Boru kinematiğine göre ivme terimlerini yazarsak;

$$\int_A -\rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} dA = 0 \quad (4.25)$$

$x$  yönündeki yer değiştirme ivmesi  $z$  yönündeki yer değiştirme ivmesiyle karşılaştırıldığında çok küçük olduğu için, bir başka deyişle borunun enine direngenliği boyuna direngenliğinden çok daha küçük olduğu için  $x$  yönündeki ivme terimi sıfır alınmıştır.

Boru iki mesnet arasında sabittir ve akışkanın yalnız aksenal doğrultuda hızı vardır.

$$\int_A \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} dA = (\rho_f A_f) \left( \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2v \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} + v^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \int_A \rho_p dA \quad (4.26)$$

$\rho_p$  için denklem 3.1'deki ifadeyi denkleme eklersek;

$$\int_A \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} dA = (\rho_f A_f) \left( \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2v \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} + v^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \int_A \left( \left( \frac{r_o - r}{r_o - r_i} \right)^N \rho_i + \left( 1 - \left( \frac{r_o - r}{r_o - r_i} \right)^N \right) \rho_D \right) dA \quad (4.27)$$

Son ivme terimi ise denklem 4.29'da verilmiştir. Moment etkisi ile kesitte oluşan dönmeden kaynaklanmıştır.

$$\int z^2 \rho \frac{\partial^3 w}{\partial t^2 \partial x} dA = \int_A z^2 \rho_p \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial t^2} dA \quad (4.28)$$

Moment ifadesini düzenlemek için, elastisite teorisinden gelen gerilme formülasyonu kullanılmıştır.

$$\sigma_{xx} = E \varepsilon_{xx} \quad (4.29)$$

Denklem 4.29, denklem 4.14'te yerine yerleştirilerek aşağıdaki ifade elde edilmiştir.

$$M = \int_A -z^2 E(r) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} dA \quad (4.30)$$

Denklem 3.1'deki elastisite modülü bağıntısı, moment eşitliğinde yerine yazılmıştır.

$$M = \int_A \left( -z^2 \left( \frac{r_o-r_i}{r_o-r_i} \right)^n E_i + \left( - \left( \frac{r_o-r_i}{r_o-r_i} \right)^n E_D \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) dA_p \quad (4.31)$$

Denklemleri sadeleştirmek için aşağıdaki ifadelerden yararlanılmıştır.

$$\rho_k = \int_A \rho_p z^k dA_p \quad k= 0,1,2, \dots, \quad (4.32)$$

$$E_k = \int_A E z^k dA_p \quad k= 0,1,2, \dots, \quad (4.33)$$

Elde edilen ifadeler, hareket denklemlerinde yerine yazılarak aşağıdaki eşitlik elde edilmiştir.

$$E \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - \rho \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} + \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \rho_f A_f \left( \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2v \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} + v^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial v}{\partial t} \frac{\partial w}{\partial x} \right) = q \quad (4.34)$$

Hareket denklemini sadeleştirmek için;

$$m_f = \rho_f A_f \quad (4.35)$$

$$m_p = \int_A \rho_p dA_p \quad (4.36)$$

ifadelerinden yararlanılmıştır.

$$E \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - \rho \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} + m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + m_f \left( \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2v \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} + v^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial v}{\partial t} \frac{\partial w}{\partial x} \right) = q \quad (4.37)$$

Çalışmada enine yük hesaba katılmadığı için  $q = 0$  alınmıştır.

$$E \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - \rho \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} + m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + m_f \left( \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2v \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} + v^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial v}{\partial t} \frac{\partial w}{\partial x} \right) = 0 \quad (4.38)$$

### 4.3 Boyutsuzlaştırma

Deplasman, zaman ve konum değişkenleri malzeme ve geometrik özelliklerinden bağımsızlaştırılarak boyutsuz ifadeler elde edilmiştir [2].

$$x^* = \frac{x}{L} \quad (4.39)$$

$$w^* = \frac{w}{L} \quad (4.40)$$

$$t^* = t \sqrt{\frac{E_2}{L^4 m_p}} \quad (4.41)$$

Burada (\*) boyutsuz parametreleri göstermektedir.

Hareket denklemindeki ifadeler boyutsuzlaştırılmıştır. Aşağıdaki ifadenin boyutsuzlaştırılması örnek olarak gösterilmiştir.

$$m_p \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} : \quad m_p \frac{\frac{\partial^2 w L}{\partial (\sqrt{\frac{L^4 m_p}{E_2}} t)^2}} = \frac{\partial^2 w^*}{\partial t^{*2}} m_p \frac{L E_2}{L^4 m_p} = \frac{E_2}{L^3} \frac{\partial^2 w^*}{\partial t^{*2}} \quad (4.42)$$

Burada  $(\partial^2 w^*)/(\partial t^{*2})$  ifadesini yalnız bırakmak için tüm denklem  $L^3/E_2$  ile çarpılmıştır.

Boyutsuzlaştırma yapılırken hareket denklemini sadeleştirmeye yardımcı olan ve doluluk ( $\beta$ ) ifadesi de eklenmiştir.

$$\beta = \frac{m_f}{m_f + m_p} \quad (4.43)$$

Denklemin boyutsuzlaştırılmış hali aşağıdaki gibidir.

$$\frac{\partial^4 w^*}{\partial x^{*4}} - \frac{\rho_2}{m_p} \frac{1}{L^2} \frac{\partial^4 w^*}{\partial x^{*2} \partial t^{*2}} + \frac{1}{1-\beta} \frac{\partial^2 w^*}{\partial t^{*2}} + v^* \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} - 2\sqrt{\beta} \frac{\partial w^*}{\partial x} + \frac{v^*}{1-\beta} \frac{\partial^2 w^*}{\partial x \partial t} + \sqrt{\frac{\beta}{1-\beta}} \frac{dv^*}{dt^*} \frac{\partial w^*}{\partial x^*} = 0 \quad (4.44)$$

Çalışmada, kolaylık olması için buradan itibaren boyutsuz ifadelerin üzerine yıldız kullanılmamıştır.

Denklemden, deplasmanın zamana ve konuma göre ikinci dereceden türevinin başında  $\rho_2/m_p L^2$  ifadesi vardır.  $\rho_2$  için denklem 3.24'te hesaplama yapılmıştır.

$$\frac{\rho_2}{m_p L^2} = \frac{\left(\frac{\rho_i}{\rho_o} - 1\right) r_o \left(1 - \frac{r_i}{r_o}\right) r_o^3 \frac{[(n^3 + 6n^2 + 11n + 6) \left(\frac{r_i}{r_o}\right)^3 + 3 \left(\frac{r_i}{r_o}\right)^2 (n+2)(n+1) + 6 \frac{r_i}{r_o} (n+1) + 6] 1 - \left(\frac{r_i}{r_o}\right)^4}{n^4 + 10n^3 + 35n^2 + 50n + 24} + \frac{\frac{r_o}{4}}{2L^2 \left(\frac{\rho_i}{\rho_o} - 1\right) r_o \left(1 - \frac{r_i}{r_o}\right) \frac{(n+1) \frac{r_i}{r_o} + 1}{n^2 + 3n + 2} + r_o \left(1 - \left(\frac{r_i}{r_o}\right)^2\right)} \quad (4.45)$$

$$\frac{\rho_2}{m_p L^2} = \frac{r_o^2 \left(\frac{\rho_i}{\rho_o} - 1\right) \left(1 - \frac{r_i}{r_o}\right) \frac{[(n^3 + 6n^2 + 11n + 6) \left(\frac{r_i}{r_o}\right)^3 + 3 \left(\frac{r_i}{r_o}\right)^2 (n+2)(n+1) + 6 \frac{r_i}{r_o} (n+1) + 6] 1 - \left(\frac{r_i}{r_o}\right)^4}{L^2 \frac{n^4 + 10n^3 + 35n^2 + 50n + 24}{2 \left(\frac{\rho_i}{\rho_o} - 1\right) \left(1 - \frac{r_i}{r_o}\right) \frac{(n+1) \frac{r_i}{r_o} + 1}{n^2 + 3n + 2} + \left(1 - \left(\frac{r_i}{r_o}\right)^2\right)}} \quad (4.46)$$

Burada gerilme ifadesi için boyutsuzlaştırma yapılmıştır.

$$\sigma = E_o \varepsilon_{xx} \quad (4.47)$$

$\varepsilon_{xx}$  birimsizdir.

$$\sigma = -E(r) z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (4.48)$$

$$\sigma = -E(r) r \sin \theta \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (4.49)$$

Boyutsuzlaştırma için aşağıdaki ifadelerden yararlanılmıştır.

$$\sigma^* = \frac{\sigma}{E_o} \quad (4.50)$$

$$E^* = \frac{E}{E_o} \quad (4.51)$$

$$r^* = \frac{r}{r_o} \quad (4.52)$$

$$\sigma^* = -E^*(r^*) \frac{L}{L^2 o} r^* \sin\theta \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} \quad (4.53)$$

$E^*$  için denklem 3.6 yerine yerleştirilmiştir. Böylece gerilme ifadesi aşağıdaki gibi boyutsuz olarak elde edilmiştir.

$$\sigma^* = \frac{r_o}{L} \left[ \left( \frac{E_i}{E_o} - 1 \right) \left( \frac{1-r}{1-\frac{r_i}{r_o}} \right)^n + 1 \right] r^* \sin\theta \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} \quad (4.54)$$



## 5. ANALİTİK ÇÖZÜM

Boyutsuzlaştırma işlemiyle hareket denklemi daha sade bir hal almıştır. Hız bu aşamada sabit kabul edilmiştir. Denklemden deplasmanın konuma göre dördüncü dereceden kısmi türevi ve deplasmanın zamana ve konuma göre ikinci dereceden kısmi türevi bulunmaktadır.

$$w'v - \frac{\rho_2 1}{m_p L^2} \ddot{w}'' + \frac{1}{1-\beta} \dot{w} + v^2 w'' + 2\sqrt{\frac{\beta}{1-\beta}} v \dot{w}' = 0 \quad (5.1)$$

Denklemin lineer bir denklem olması, borunun dinamik davranışının harmonik olduğunu göstermektedir. Hareket harmonik olduğu için konuma bağlı adi diferansiyel denklem kullanılmıştır [2].

$$w = X(x)e^{i\omega t} + ke \quad (5.2)$$
$$w = X(x)e^{i\omega t} + \bar{X}(x)e^{-i\omega t}$$

Burada  $i = \sqrt{-1}$  ve  $ke$  kompleks eşleniği göstermektedir. Çözüm hareket denkleminde uygulandığında aşağıdaki denklem elde edilmiştir.

$$X^{iv} + \left[ \left( \frac{\rho_2 1}{m_p L^2} \right) \omega^2 + v^2 \right] X'' - \frac{1}{1-\beta} \omega^2 X + 2i\sqrt{\frac{\beta}{1-\beta}} \omega v X' = 0 \quad (5.3)$$

Bu denklemin çözümü aşağıdaki gibidir.

$$X(x) = Ce^{mx} \quad (5.4)$$

Bu çözümü denklemden yerine yazarak;

$$m^4 + \left[ \left( \frac{\rho_2 1}{m_p L^2} \right) \omega^2 + v^2 \right] m^2 + 2i\omega v \sqrt{\frac{\beta}{1-\beta}} m - \frac{1}{1-\beta} \omega^2 = 0 \quad (5.5)$$

$$X(x) = C_1 e^{m_1 x} + C_2 e^{m_2 x} + C_3 e^{m_3 x} + C_4 e^{m_4 x} \quad (5.6)$$

Çözüm sonucunda denklemde keyfi sabitler ortaya çıkmıştır. Bu keyfi sabitleri çözmek için sınır şartları uygulanmıştır. Üç farklı sınır şartı için işlem yapılmıştır. Bu sınır şartları her iki ucun basit mesnetli olması durumu, her iki ucun ankastre mesnetli olması durumu ve bir ucun basit mesnetli, bir ucun ankastre mesnetli olması durumudur.

### 5.1 Basit- Basit Mesnetli

Borunun basit-basit mesnetli durumda, her iki ucunda çökme gerçekleşmezken dönme vardır.

$x = 0$  için;

$w(0, t) = 0, X(0) = 0$  sınır şartı denkleme uygulandığında aşağıdaki eşitlik elde edilmiştir.

$$C_1 + C_2 + C_3 + C_4 = 0 \quad (5.7)$$

$w^u(0, t) = 0, X^u(0) = 0$  sınır şartı denkleme uygulandığında aşağıdaki eşitlik elde edilmiştir.

$$m_1^2 C_1 + m_2^2 C_2 + m_3^2 C_3 + m_4^2 C_4 = 0 \quad (5.8)$$

$x = 1$  için;

$w(1, t) = 0, X(1) = 0$  sınır şartı denkleme uygulandığında aşağıdaki eşitlik elde edilmiştir.

$$C_1 e^{m_1} + C_2 e^{m_2} + C_3 e^{m_3} + C_4 e^{m_4} = 0 \quad (5.9)$$

$w^u(1, t) = 0, X^u(1) = 0$  sınır şartı denkleme uygulandığında aşağıdaki eşitlik elde edilmiştir.

$$m_1^2 C_1 e^{m_1} + m_2^2 C_2 e^{m_2} + m_3^2 C_3 e^{m_3} + m_4^2 C_4 e^{m_4} = 0 \quad (5.10)$$

## 5.2 Ankastre- Basit Mesnetli

Borunun uçlarından birinde sadece çökme gerçekleşmezken diğerinde hem çökme hem dönme gerçekleşmemektedir.

$x = 0$  için;

$w(0, t) = 0, X(0) = 0$  sınır şartı denkleme uygulandığında aşağıdaki eşitlik elde edilmiştir.

$$C_1 + C_2 + C_3 + C_4 = 0 \quad (5.11)$$

$w'(0, t) = 0, X'(0) = 0$  sınır şartı denkleme uygulandığında aşağıdaki eşitlik elde edilmiştir.

$$m_1C_1 + m_2C_2 + m_3C_3 + m_4C_4 = 0 \quad (5.12)$$

$x=1$  için,

$w(1, t) = 0, X(1) = 0$  sınır şartı denkleme uygulandığında aşağıdaki eşitlik elde edilmiştir.

$$C_1e^{m_1} + C_2e^{m_2} + C_3e^{m_3} + C_4e^{m_4} = 0 \quad (5.13)$$

$w''(1, t) = 0, X''(1) = 0$  sınır şartı denkleme uygulandığında aşağıdaki eşitlik elde edilmiştir.

$$m_1^2C_1e^{m_1} + m_2^2C_2e^{m_2} + m_3^2C_3e^{m_3} + m_4^2C_4e^{m_4} = 0 \quad (5.14)$$

## 5.3 Ankastre- Ankastre Mesnetli

Bu mesnet durumunda borunun iki ucunda da çökme ve dönme gerçekleşmemektedir.

$x = 0$  için;

$w(0, t) = 0, X(0) = 0$  sınır şartı denkleme uygulandığında aşağıdaki eşitlik elde edilmiştir.

$$C_1 + C_2 + C_3 + C_4 = 0 \quad (5.15)$$

$w'(0, t) = 0$  ,  $X'(0) = 0$  sınır şartı denkleme uygulandığında aşağıdaki eşitlik elde edilmiştir.

$$m_1C_1 + m_2C_2 + m_3C_3 + m_4C_4 = 0 \quad (5.16)$$

$x=1$  için;

$w(1, t) = 0$  ,  $X(1) = 0$  sınır şartı denkleme uygulandığında aşağıdaki eşitlik elde edilmiştir.

$$C_1e^{m_1} + C_2e^{m_2} + C_3e^{m_3} + C_4e^{m_4} = 0 \quad (5.17)$$

$w'(1, t) = 0$  ,  $X'(1) = 0$  sınır şartı denkleme uygulandığında aşağıdaki eşitlik elde edilmiştir.

$$m_1C_1e^{m_1} + m_2C_2 + m_3^2C_3 + m_4^2C_4 = 0 \quad (5.18)$$

Uygulanan sınır şartlarından sonra keyfi sabitleri veren dört tane cebrik denklem elde edilmiştir. Bu denklemlerden bilinmeyen olarak sistemin doğal frekansı bulunur. Keyfi sabitleri bulmak için denklemler matris formunda yazılarak katsayılar matrisleri oluşturulmuştur.

Basit- Basit Mesnetli;

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ m_1^2 & m_2^2 & m_3^2 & m_4^2 \\ e^{m_1} & e^{m_2} & e^{m_3} & e^{m_4} \\ m_1^2e^{m_1} & m_2^2e^{m_2} & m_3^2e^{m_3} & m_4^2e^{m_4} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix} = 0 \quad (5.10)$$

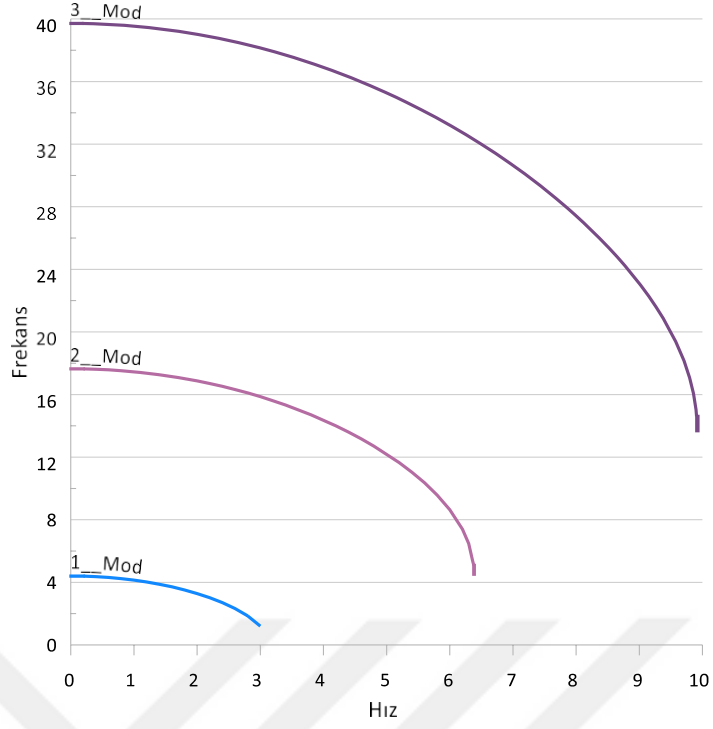
Ankastre- Basit Mesnetli;

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ m_1 & m_2 & m_3 & m_4 \\ e^{m_1} & e^{m_2} & e^{m_3} & e^{m_4} \\ m_1^2 e^{m_1} & m_2^2 e^{m_2} & m_3^2 e^{m_3} & m_4^2 e^{m_4} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix} = 0 \quad (5.11)$$

Ankastre- Ankastre Mesnetli;

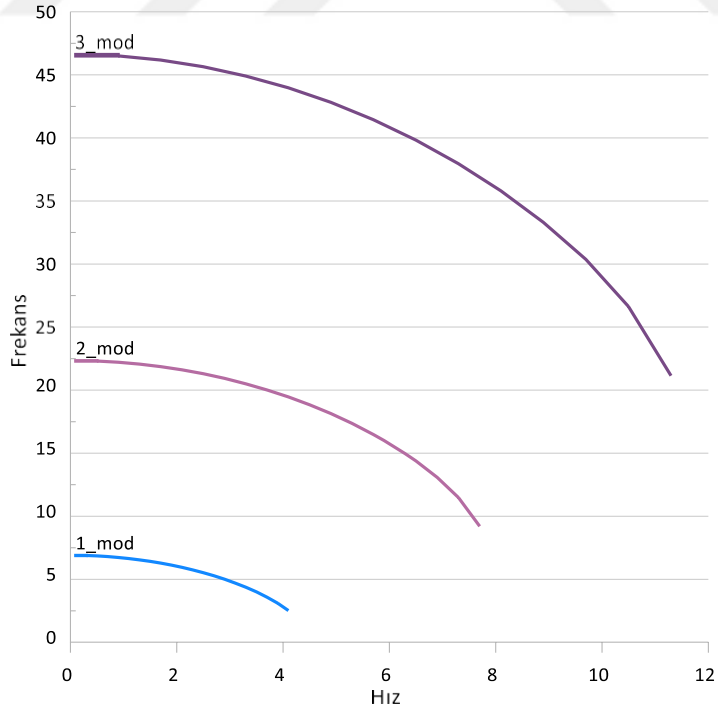
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ m_1 & m_2 & m_3 & m_4 \\ e^{m_1} & e^{m_2} & e^{m_3} & e^{m_4} \\ m_1^2 e^{m_1} & m_2^2 e^{m_2} & m_3^2 e^{m_3} & m_4^2 e^{m_4} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix} = 0 \quad (5.12)$$

Elde edilen sonuçların sıfırdan farklı olması için katsayılar matrisini determinantı sıfıra eşitlenmiştir. Böylece problem öz değer- öz vektör problemine dönüşmüş olur. Burada öz değerler frekansı gösterirken, öz vektörler ise mod yapısını göstermektedir. Bu çalışmada sayısız frekans değerinden en küçük ilk üçü bulunmuş ve 3 mesnet koşulu için farklı durumlardaki grafikleri gösterilmiştir [2].

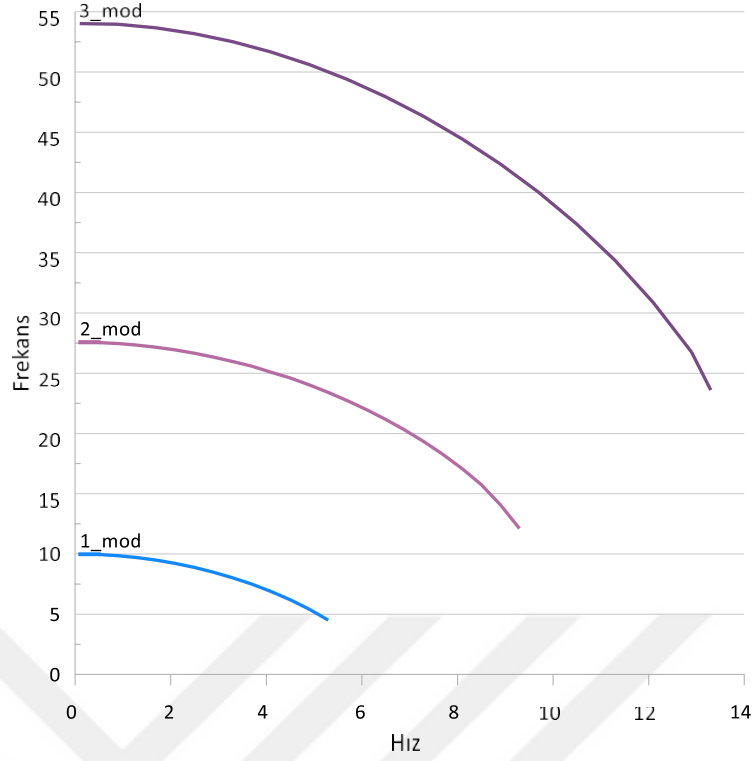


**Şekil 5.1** Basit-basit mesnet koşulu için ilk üç modda akışkan hızı-frekans grafiği

$$(n = 5, r_i/r_o = 0,8, \beta = 0,8, \rho_i/\rho_o=1,5, E_i/E_o = 0,5)$$



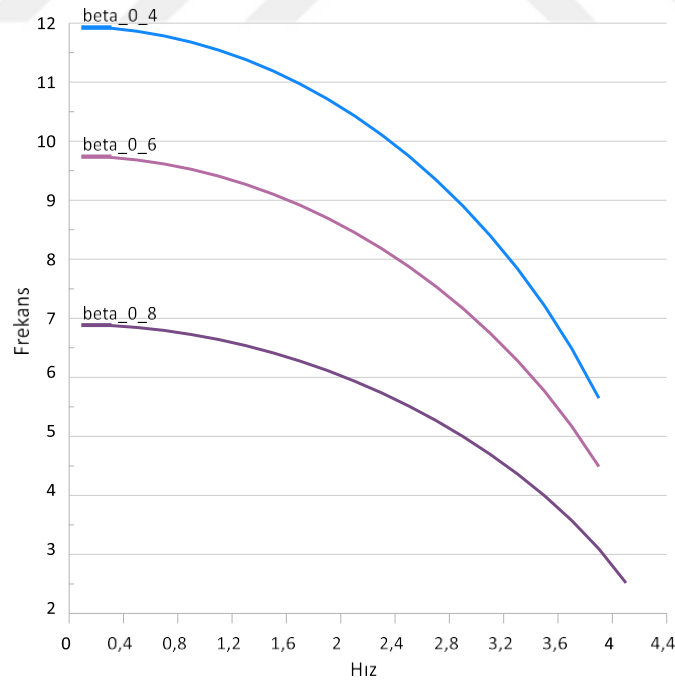
**Şekil 5.2.** Basit-ankastre mesnet koşulu için ilk üç modda akışkan hızı-frekans grafiği ( $n = 5, r_i/r_o = 0,8, \beta = 0,8, \rho_i/\rho_o=1,5, E_i/E_o = 0,5$ )



**Şekil 5.3.** Ankastre-ankastre mesnet koşulu için ilk üç modda akışkan hızı-frekans grafiği ( $n = 5$ ,  $r_i/r_o = 0,8$ ,  $\beta = 0,8$ ,  $\rho_i/\rho_o=1,5$ ,  $E_i/E_o = 0,5$ )

Şekil 5.1, 5.2, 5.3' te görüldüğü gibi ilk üç mod için farklı mesnetleme koşullarında, farklı frekans değerleri ortaya çıkmıştır. En düşük kritik hız değerleri, basit basit mesnet kullanılan durumdadır. Dönme serbestliği kaldırıldığında yani ankastre mesnette rijitlik artar. Bu nedenle ankastre mesnette frekans ve hız değerleri daha büyüktür. Burada malzemenin fonksiyonel derecelendirilme üsteli  $n = 5$ , iç yarıçapın dış yarıçapa oranı  $r_i/r_o = 0,8$ , doluluk oranı  $\beta = 0,8$ , sırasıyla malzemelerin yoğunluk ve elastisite modülü oranları  $\rho_i/\rho_o=1,5$  ve  $E_i/E_o = 0,5$ 'dir.

**Şekil 5.4.** Basit-basit mesnet için farklı doluluk oranı değerlerine bağlı akışkan hızı-frekans grafiği ( $n = 5, r_i/r_o = 0,8, \rho_i/\rho_o=1,5, E_i/E_o = 0,5$ )



**Şekil 5.5** Basit-ankastre mesnet için farklı doluluk oranı değerlerine bağlı akışkan hızı-frekans grafiği ( $n = 5, r_i/r_o = 0,8, \rho_i/\rho_o=1,5, E_i/E_o = 0,5$ )

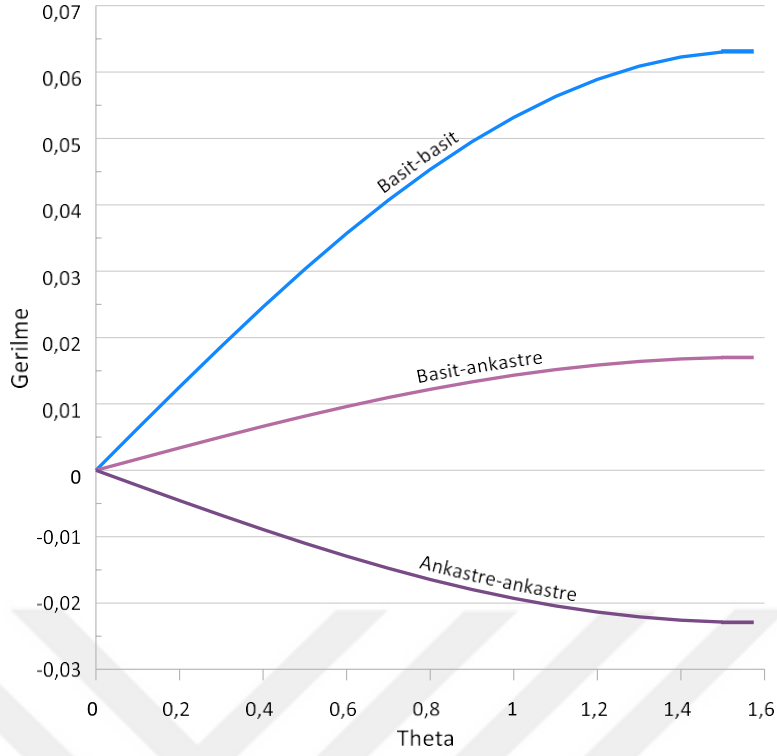


**Şekil 5.6.** Ankastre-ankastre mesnet için farklı doluluk oranı değerlerine bağlı akışkan hızı-frekans grafiği ( $n = 5$ ,  $r_i/r_o = 0,8$ ,  $\rho_i/\rho_o=1,5$ ,  $E_i/E_o = 0,5$ )

Şekil 5.4, 5.5, 5.6 'da üç farklı mesnet koşulu için, farklı doluluk oranlarına ait akışkan hızı- frekans grafikleri gösterilmiştir. Farklı doluluk oranları için farklı frekans değerleri ortaya çıkmıştır. En düşük frekans değerleri doluluk oranının  $\beta = 0,8$  alındığı durumda görülmüştür. Doluluk oranı azaldıkça frekans değerleri de büyümüştür.

Burada malzemenin fonksiyonel derecelendirilme üsteli  $n = 5$ , iç yarıçapın dış yarıçapa oranı  $r_i/r_o = 0,8$  sırasıyla malzemelerin yoğunluk ve elastisite modülü oranları  $\rho_i/\rho_o=1,5$  ve  $E_i/E_o = 0,5$ 'dir. Hesaplamalar birinci mod için yapılmıştır.

Narinlik oranı, iç ve dış yarıçap oranı ve iç ve dış malzeme yoğunlukları oranının değiştirilmesi frekans ve hız üzerinde önemli bir değişime sebep olmamıştır.

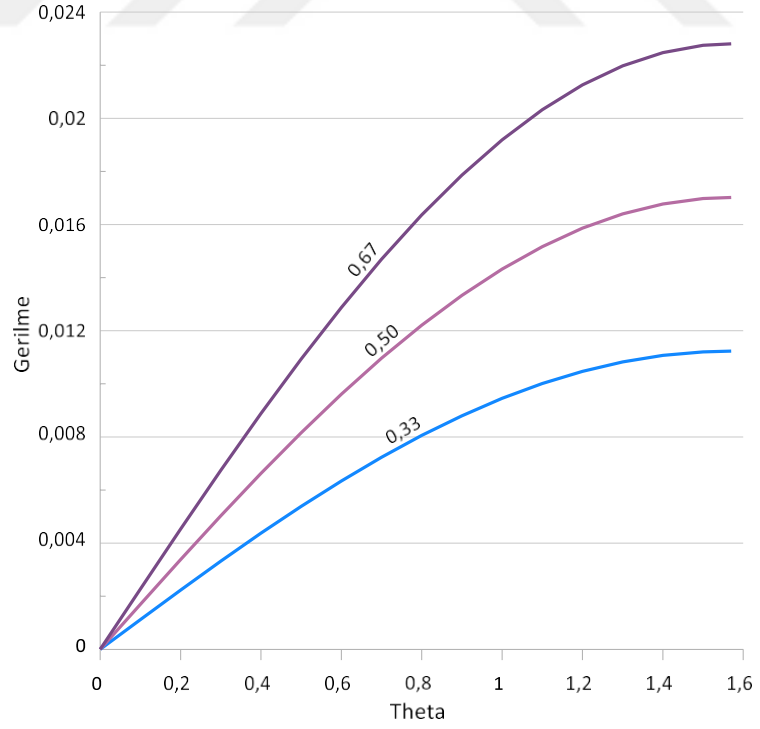


**Şekil 5.7.** Farklı mesnet koşullarında gerilmenin  $\theta$  açısı ile değişimi  
( $n = 2, r_i/r_o = 0,8, \rho_i/\rho_o=1,5, E_i/E_o = 0,5$ )

Şekil 5.7’de üç farklı mesnet koşulu için, birinci moddaki  $\theta$  açısı -gerilme grafiği gösterilmiştir.  $\theta$  açısı 0’dan  $\pi/2$ ’ye artmıştır. Farklı  $\theta$  açıları için farklı gerilme değerleri ortaya çıkmıştır.

Burada malzemenin fonksiyonel derecelendirilme üsteli  $n = 2$ , iç yarıçapın dış yarıçapa oranı  $r_i/r_o = 0,8$ , sırasıyla malzemelerin yoğunluk ve elastisite modülü oranları  $\rho_i/\rho_o=1,5$  ve  $E_i/E_o = 0,5$ ’dir. Narinlik oranı  $r_o/L = 1/200$  alınmıştır.

**Şekil 5.8.** Basit-basit mesnette farklı elastisite modülü oranları için gerilmenin  $\theta$  açısı ile değişimi ( $n = 2, r_i/r_o = 0,8, \beta = 0,8, \rho_i/\rho_o=1,5, t = 1$ )



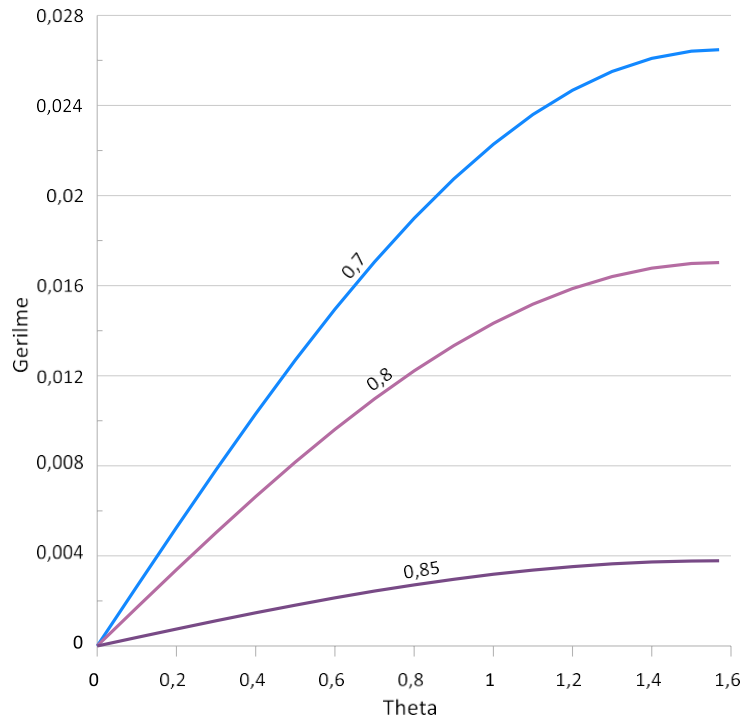
**Şekil 5.9.** Basit-ankastre mesnette farklı elastisite modülü oranları için gerilmenin  $\theta$  açısı ile değişimi ( $n = 2, r_i/r_o = 0,8, \beta = 0,8, \rho_i/\rho_o=1,5, t = 1$ )

**Şekil 5.10.** Ankastre-ankastre mesnette farklı elastisite modülü oranları için gerilmenin  $\theta$  açısı ile değişimi ( $n = 2, r_i/r_o = 0,8, \beta = 0,8, \rho_i/\rho_o=1,5, t = 1$ )

Şekil 5.8, 5.9, 5.10 'da üç farklı mesnet koşulunda, farklı elastisite modülü oranları için birinci moddaki  $\theta$  açısı –gerilme grafikleri gösterilmiştir. Burada malzemenin fonksiyonel derecelendirilme üsteli  $n = 2$ , iç yarıçapın dış yarıçapa oranı  $r_i/r_o = 0,8$ , doluluk oranı  $\beta = 0,8$ , malzemelerin yoğunluk oranları  $\rho_i/\rho_o=1,5$ , narinlik oranı  $r_o/L = 1/200$  'dür. Zaman  $t = 1$ .  $sn$  alınmıştır. Elastisite modülü oranları  $E_i/E_o$  0,33, 0,50, 0,67 alınmıştır.  $\theta$  açısı 0'dan  $\pi/2$ ' ye artmıştır. En büyük gerilme değerleri en büyük elastisite modülü oranında görülmüştür.

$t = 1$ .  $sn$  'deki frekans değerleri üç mesnetleme koşulu için farklıdır. Bu nedenle yer değiştirme değerleri de farklı olur. Pozitif veya negatif yönde çıkan bu yer değiştirmeler şekil 5.8, 5.9, 5.10 'da grafiklerin yönünde farklılığa neden olmuştur.

**Şekil 5.11.** Basit-basit mesnette farklı iç ve dış yarıçap oranları için gerilmenin  $\theta$  açısı ile değişimi ( $n = 2, \beta = 0,8, \rho_i/\rho_o=1,5, E_i/E_o = 0,5$ )



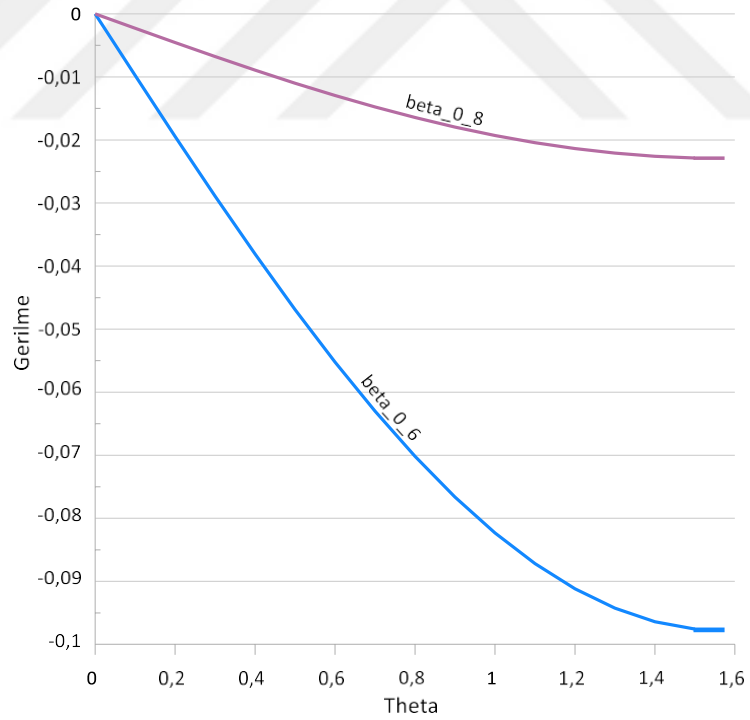
**Şekil 5.12.** Basit-ankastre mesnette farklı iç ve dış yarıçap oranları için gerilmenin  $\theta$  açısı ile değişimi ( $n = 2, \beta = 0,8, \rho_i/\rho_o=1,5, E_i/E_o = 0,5$ )

**Şekil 5.13.** Ankastre-ankastre mesnette farklı iç ve dış yarıçap oranları için gerilmenin  $\theta$  açısı ile değişimi ( $n = 2, \beta = 0,8, \rho_i/\rho_o=1,5, E_i/E_o = 0,5$ )

Şekil 5.11, 5.12, 5.13 'te üç farklı mesnet koşulunda, farklı farklı iç ve dış yarıçap oranları için birinci moddaki  $\theta$  açısı –gerilme grafikleri gösterilmiştir. Yarıçap oranları  $r_i/r_o$  0,70 , 0,80 , 0,85 alınmıştır.  $\theta$  açısı 0'dan  $\pi/2$ ' ye artmıştır. En büyük gerilme değerleri  $r_i/r_o=0,70$  oranında görülmüştür. Oran büyüdükçe gerilme azalmıştır.

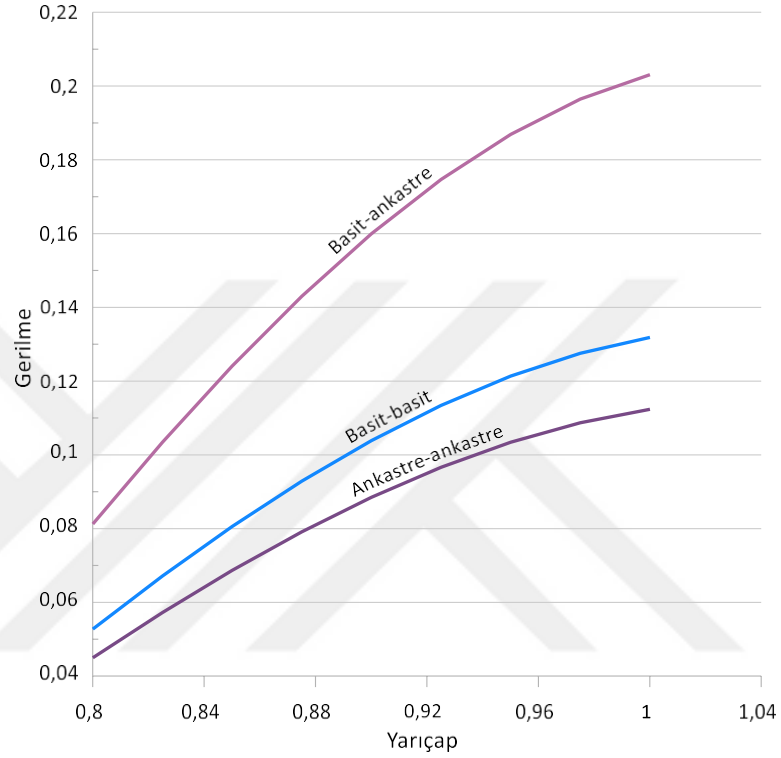
Burada malzemenin fonksiyonel derecelendirilme üsteli  $n = 5$  , elastisite modülü oranı  $E_i/E_o = 0,5$  ve malzemelerin yoğunluk oranı  $\rho_i/\rho_o=1,5$  'dir. Narinlik oranı  $r_o/L = 1/200$  alınmıştır.

**Şekil 5.14.** Basit-basit mesnette farklı doluluk oranları için gerilmenin  $\theta$  açısı ile değişimi ( $n = 2, r_i/r_o = 0,8, \rho_i/\rho_o = 1,5, E_i/E_o = 0,5$ )



**Şekil 5.15.** Ankastre-ankastre mesnette farklı doluluk oranları için gerilmenin  $\theta$  açısı ile değişimi ( $n = 2, r_i/r_o = 0,8, \rho_i/\rho_o = 1,5, E_i/E_o = 0,5$ )

Şekil 5.14 ve şekil 5.15’ de sırasıyla basit-basit ve ankastre-ankastre mesnetlerin farklı doluluk oranlarında  $\theta$  açısı- gerilme değişimi gösterilmiştir. Hesaplar  $r_i/r_o$  0,80 ,  $n = 5$ ,  $E_i/E_o = 0,5$   $\rho_i/\rho_o = 1,5$  ve  $r_o/L = 1/200$  kabulü ile yapılmıştır.  $\theta$  açısı 0’ dan  $\pi/2$ ’ ye artmıştır.



**Şekil 5.16.** Farklı mesnet koşullarında birinci mod için gerilmenin yarıçap ile değişimi ( $n = 2$ ,  $r_i/r_o = 0,8$  ,  $\rho_i/\rho_o = 1,5$ ,  $E_i/E_o = 0,5$ )

Şekil 5.16’da basit-basit, ankastre-basit ve ankastre-ankastre mesnetleri için birinci moddaki yarıçap gerilme ilişkisi gösterilmiştir. Yarıçap, iç yarıçaptan dış yarıçapa değişmektedir.

Hesaplar  $r_i/r_o$  0,80 ,  $n = 5$ ,  $E_i/E_o = 0,5$   $\rho_i/\rho_o = 1,5$  ve  $r_o/L = 1/200$  kabulü ile yapılmıştır. Zaman ( $t$ ) = 10. sn ve hız( $v$ ) = 1 alınmıştır.

Hesaplamalar sonucunda iç yarıçaptan dış yarıçapa doğru gidildikçe gerilmenin arttığı görülmüştür.



## 6.SONUÇ

Bu çalışmada fonksiyonel olarak derecelendirilmiş, içinden akışkan geçen borunun dinamik analizi yapılmıştır. Çözüm için analitik yöntemler kullanılmıştır. Çalışmada akışkan hızı ile frekans, seçilen herhangi bir açı ile gerilme ve yarıçap ile gerilme arasındaki bağıntı gösterilmiştir. Farklı sınır koşullarında, değişen doluluk, yarıçap, elastisite modülü oranları için karşılaştırmalı inceleme yapılmıştır. İlk üç mod ele alınmıştır.

Çalışma, akışkan hızının artmasıyla frekans değerinin azaldığını göstermektedir. Frekans değerinin sıfıra en yakın olduğu ana karşılık gelen hız değeri, kritik hız kabul edilir.

Aynı durumlardaki farklı mesnet koşulları karşılaştırıldığında, basit-basit mesnet koşulunun en küçük frekans değerine sahip olduğu görülmüştür. Ankastre-ankastre mesnet koşulu ise en yüksek frekans değerinin görüldüğü mesnetleme şeklidir. Aynı şekilde en küçük kritik hız değeri basit-basit mesnette, en büyük kritik hız değeri de ankastre-ankastre mesnette görülmüştür. Ankastre mesnette dönme serbestliği kalkar. Bu nedenle rijitlik artar. Rijitliğin artması kritik hız ve frekans değerlerini de arttırır.

Doluluk oranının, kritik hız üzerinde oldukça etkili olduğu görülmüştür. Doluluk oranı arttıkça frekans ve kritik hız değerleri azalmıştır.

Narinlik oranı, iç ve dış yarıçap oranı, iç ve dış malzeme yoğunlukları oranının değiştirilmesi frekans ve hız üzerinde önemli bir değişime sebep olmamıştır.

Çalışmada dönme açısının ( $\theta$ ) gerilme üzerindeki etkileri de incelenmiştir. ( $\theta$ ) açısı 0'dan  $\pi/2$ 'ye kadar arttırılmış ve bu aralıkta açı değeri büyüdükçe gerilme değeri de artmıştır.

( $\theta$ ) açısıyla gerilmenin değişimi etkileyen faktörlerden biri elastisite modülü oranıdır. Her üç mesnet koşulu için ilk modda yapılan karşılaştırmalı inceleme

sonucunda elastisite modülü oranı büyüdükçe gerilmenin değerinin arttığı görülmüştür.

Doluluk oranının ve yarıçap oranının değiştirilmesi gerilmede değişikliğe neden olmuştur. Yarıçap oranı küçüldükçe gerilme değeri artmıştır.

Çalışmada iç yarıçaptan dış yarıçapa gerilmenin değişimi de hesaplanmıştır. Dış yüzeye yaklaştıkça gerilme değeri büyümektedir. Yani iç ortamda gerilme değeri, dış ortamdaki gerilme değerinden küçüktür.



## KAYNAKLAR

- [1]Demir, M. H. Akışkan taşıyan bir borunun dinamik analizi ve bulanık mantık tabanlı uyarlanalı kontrolü. İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Mekatronik Mühendisliği Anabilim Dalı, İstanbul, 2012, 99 s. (Yükseklisans Tezi).
- [2]Ergüt, A., Varol, B.Y., Sınır, G. İçinden akışkan geçen Rayleigh teorisi ile modellenmiş boruların lineer dinamik analizi. XVII. Ulusal Mekanik Kongresi, 5-9 Eylül, 2011, Fırat Üniversitesi, Elazığ, (Bildiriler kitabı 334-343).
- [3]Filiz, S. Akışkan taşıyan boruların dinamiği. Trakya Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Makine Mühendisliği Anabilim Dalı, Edirne, 2017, 111s. (Doktora Tezi)
- [4]Atik, İ., Çalışkan Ö., Kılıçaslan S. Akışkan taşıyan boruların dinamik analizi ve titreşim kontrolü için sistem tasarımı. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon, 2020, 47s.
- [5]Jabbari, M., Sohrabpour, S., Eslami, M.R. Mechanical and thermal stresses in a functionally graded hollow cylinder due to radially symmetric loads. International Journal of Pressure Vessels and Piping, 2002, 79, 493-497.
- [6]Avcar, M., Mohammed, W.K.M. Winkler zemin ve fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme özelliklerinin kirişin frekans parametrelerine etkilerinin incelenmesi. 2017, 5(3),573-580
- [7]Şimşek, M., Cansız, S. Birbirlerine elastik olarak bağlı fonksiyonel derecelendirilmiş paralel iki Timoshenko kirişinin hareketli yükler altında dinamik analizi. XVII. Ulusal Mekanik Kongresi, 5-9 Eylül, 2011, Fırat Üniversitesi, Elazığ, (Bildiriler kitabı 642-651).
- [8]Yamanouchi, M., Koizumi, M., Hirai, T., Shiota, I. Proceedings of the First International Symposium on Functionally Gradient Materials, Japan, 1990
- [9]Koizumi, M. Functionally Gradient Materials the Concept of FGM, Ceramic Transactions, no. 34, pp. 3-10, 1993.
- [10]Stere, A., Librescu, L. Nonlinear thermoaeroelastic modeling of advanced aircraft wings made of functionally graded materials. 41st Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference and Exhibit. 3-6 Nisan, 2000, Atlanta.
- [11]Watari, F., Yokoyama, A., Saso, F., Uo, M., Kawasaki, T. Fabrication and properties of functionally graded dental implant. Composites Part B: Engineering. 1997, 28(1-2), 5-11.
- [12]Arsha, A.G., Jayakumar, E., Rajan, T.P.D., Antony, V., Pai, C. Design and fabrication of functionally graded in-situ aluminium composites for automotive pistons. Materials & Design. 2015, 88, 1201-1209.
- [13] Polajnar, M., Kalin, M., Thorbjornsson, I., Thorgrimsson, J.T., Valle, N., Botor-Probiez, A. Friction and wear performance of functionally graded ductile iron for brake pads. Wear. 2017, 382-383, 85-94.
- [14] Pompe, W., Worch, H., Epple, M., Friess, W., Gelinsky, M., Greil, P., Hempel, U., Scharnweber, D., Schulte, K., Functionally graded materials for biomedical applications. Materials Science and Engineering: A. 2003, 362(1-2), 40-60.
- [15] Sınır, B.G. Elastisite teorisini kullanılarak Euler-Bernoulli ve Timoshenko kiriş teorilerinin matematik modellerinin elde edilmesi. 21. Ulusal Mekanik Kongresi. 2-6 Eylül, 2019, Niğde (Bildiriler kitabı 427-433).
- [16]Li, X.F. A unified approach for analyzing static and dynamic behaviors of functionally graded Timoshenko and Euler-Bernoulli beams. Journal of Sound and Vibration, 2008, 318, 1210-1229.
- [17] Sina, A., Navazi, M., Haddadpour, H. An analytical method for free vibration analysis of functionally graded beams. Materials & Design. 2009, 30(3), 741-747.

- [18] Sınır S. Değişken kesitli fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeden imal edilmiş kırımlerin nonlinear titreşim analizi. Manisa Celal Bayar Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Makine Mühendisliği Anabilim Dalı, Manisa, 2019, 148 s. (Doktora Tezi)
- [19] Loy, T., Lam, K.Y., Reddy, J.N., Vibration of functionally graded cylindrical shells. *International Journal of Mechanical Sciences*. 1990, 41(3) 309-324.
- [20] Païdoussis, M.P., Li, G.X. Pipes Conveying Fluid: A Model Dynamical Problem. *Journal of Fluids and Structures*. 1993, 7(2), 137-204.
- [21] Semler, C., Li, G.X., Païdoussis, M.P. The Non-linear Equations of Motion of Pipes Conveying Fluid. *Journal of Sound and Vibration*. 1994, 169(3), 577-599
- [22] Zhang, Y.L., Gorman, D.G., Reese, J.M. Analysis of the vibration of pipes conveying fluid. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*. 1999, DOI: 10.1243/0954406991522455
- [23] Lee, S.I., Chung, J. New non-linear modelling for vibration analysis of a straight pipe conveying fluid. *Journal of Sound and Vibration*. 2002, 254(2), 313-325.
- [24] Ryu, B.J., Ryu, S.U., Kim, G.H., Yim, K.B. Vibration and dynamic stability of pipes conveying fluid on elastic foundations. *KSME International Journal*. 2004, 18, 2148-2157.
- [25] Sınır B.G. The mathematical modeling of vibrations in marine pipeline. Dokuz Eylül Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı, İzmir, 2004, 2004, 73s. (Doktora Tezi).
- [26] Guangsheng, J. Stability and critical flow velocity of supported pipes conveying fluid. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2006.
- [27] Sınır B.G. Akışkan taşıyan viskoelastik borunun/hortumun nonlinear dinamik analizi. XVI. Ulusal Mekanik Kongresi, 22-26 Haziran, 2009, Kayseri (Bildiriler Kitabı 981-990).
- [28] Ni, Q., Zhang, L.Z., Wang, L. Application of the differential transformation method to vibration analysis of pipes conveying fluid. *Applied Mathematics and Computation*. 2011, 217(16), 7028-7038.
- [29] Sınır S. Dış akış etkisinde akışkan taşıyan boruların dinamik davranışlarının modellenmesi. Celal Bayar Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı, Manisa, 2011, 31 s. (Yükseklisans Tezi)
- [30] Dai, H.L., Wang, L., Ni, Q. Dynamics of a fluid-conveying pipe composed of two different materials. *International Journal of Engineering Science*. 2013, 73, 67-76.
- [31] Setoodeh, A.R., Afrahim, S. Nonlinear dynamic analysis of FG micro-pipes conveying fluid based on strain gradient theory. *Composite Structures*. 2014, 116, 128-135.
- [32] Tang, Y., Yang, T. Post-buckling behavior and nonlinear vibration analysis of a fluid-conveying pipe composed of functionally graded material. *Composite Structures*, 2018, 185, 393-400.
- [33] Huang, Y., Li, X.F. Transverse vibration of pipe conveying fluid made of functionally graded materials using a symplectic method. *Materials and Design*. 2010, 31, 3159-3166.
- [34] Piren, C. Çift yönlü fonksiyonel derecelendirilmiş plakların üç boyutlu serbest titreşim analizi. Namık Kemal Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Makine Mühendisliği Anabilim Dalı, Tekirdağ, 2012, 69 s. (Yüksek Lisans Tezi)
- [35] Evran, S. Eksenel yönde fonksiyonel derecelendirilmiş kısa kırımlerin burkulma ve serbest titreşim analizi. Pamukkale Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Makine Mühendisliği Anabilim Dalı, Denizli, 2015, 133 s. (Doktora Tezi)

- [36] Özaslan O. Fonksiyonel derecelendirilmiş ir plağın analizi. İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 2009, 56 s. (Yüksek Lisans Tezi)
- [37] Tunca, Ö.B. Fonksiyonel derecelendirilmiş mlzeme ve sandviç plakların patlama yükü altındaki titreşim analizi. İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Uçak ve Uzay Anabilim Dalı, İstanbul, 2009, 61 s. (Yüksek Lisans Tezi)
- [38] Ersan, Ç. Fonksiyonel derecelendirilmiş disklerde termal gerilme analizi. Pamukkale Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Makine Mühendisliği Anabilim Dalı, Denizli, 2008, 55 s. (Yüksek Lisans Tezi)
- [39] Sınır, B.G., Sınır R. Kiriş teorisine ait hareket denklemlerinde ivme teriminin seçiminin etkisi. 21. Ulusal Mekanik Kongresi, 2-6 Eylül, 2019, Niğde (Bildiri kitabı 654-659).



