

T.C.
AYDIN ADNAN MENDERES ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
FİZİK ANABİLİM DALI
2018-DR-004

MORRIS-THORNE KURT DELİĞİNİN
SKALER TENSÖR TEORİSİNDE BAZI ÖZELLİKLERİ

Onur GENÇ

Tez Danışmanı:
Doç. Dr. Haydar UNCU

AYDIN

T.C.
AYDIN ADNAN MENDERES ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE
AYDIN

Fizik Anabilim Dalı Doktora Programı öğrencisi Onur GENÇ tarafından hazırlanan "Morris-Thorne Kurt Deliğinin Skaler Tensör Teorisinde Bazı Özellikleri" başlıklı tez, 17.09.2018 tarihinde yapılan savunma sonucunda aşağıda isimleri bulunan jüri üyelerince kabul edilmiştir.

	Ünvanı, Adı Soyadı	Kurumu	İmzası
Başkan	: Prof. Dr. Altuğ ÖZPİNECİ	Orta Doğu Teknik Üniv.	
Üye	: Prof. Dr. Bayram TEKİN	Orta Doğu Teknik Üniv.	
Üye	: Prof. Dr. Leyla ONAT	Aydın Adnan Menderes Üniv.	
Üye	: Doç. Dr. Haydar UNCU	Aydın Adnan Menderes Üniv.	
Üye	: Dr. Öğr. Üyesi Nuray HORASAN	Aydın Adnan Menderes Üniv.	

Jüri üyeleri tarafından kabul edilen bu Doktora tezi, Enstitü Yönetim Kurulunun sayılı kararıyla tarihinde onaylanmıştır.

Prof. Dr. Aydın ÜNAY
Enstitü Müdürü

T.C.
AYDIN ADNAN MENDERES ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE
AYDIN

Bu tezde sunulan tüm bilgi ve sonuçların, bilimsel yöntemlerle yürütülen gerçek deney ve gözlemler çerçevesinde tarafımdan elde edildiğini, çalışmada bana ait olmayan tüm veri, düşünce, sonuç ve bilgilere bilimsel etik kuralların gereği olarak eksiksiz şekilde uygun atıf yaptığımı ve kaynak göstererek belirttiğimi beyan ederim.

17.09.2018

Onur GENÇ

ÖZET

MORRIS-THORNE KURT DELİĞİNİN SKALER TENSÖR TEORİSİNDE BAZI ÖZELLİKLERİ

Onur GENÇ

Doktora Tezi, Fizik Anabilim Dalı
Tez Danışmanı: Doç. Dr. Haydar UNCU
2018, 61 sayfa

Bu tezde, Skaler Tensör Teorisi çerçevesinde Morris-Thorne kurt deliği geometrisi tartışılmıştır. Bu tartışma enerji-momentum dağılımının genel olarak anizotropik olduğu bir durum için yürütülmüştür. Ancak anizotropik durumun özel durumları da incelenmiştir. Tez esas olarak sırasıyla skaler alanın yalnızca zamana ve yalnızca radyal koordinata bağlı olduğu bölümler olmak üzere iki bölümden oluşmaktadır.

Birinci bölümde Einstein Alan Denklemleri ve Klein-Gordon Denklemi aracılığı ile Morris-Thorne kurt deliği geometrisinin hareket denklemlerine doğrudan hesaplamayla ulaşılmıştır. Radyal ve transverse basınçlar arasında bir ilişki belirlenmiştir. Böylelikle, anizotropik enerji-momentum tensörü bu ilişki aracılığıyla yalnız bir basınç sınıfı ile ifade edilmiştir. Bunun yanında, izotropik durum kontrol edilmiş ve sıfır kıvrılma kayma fonksiyonu durumunda, evren izotropik enerji-momentum dağılımı ile doluyorsa seyahat edilebilir bir kurt deliği olamayacağı gösterilmiştir. Ek olarak, sıfır gelgit kuvveti durumunda dilaton benzeri bir alan varlığında Null Enerji Koşulu gereklilikleri ortaya konulmuştur. Özel tip bir şekil fonksiyon için bu şartlar ayrıca ifade edilmiştir. Bu şekil fonksiyonuna karşılık gelen kurt deliği Yukawa Tipi olarak adlandırılacaktır. Ayrıca sıfır kıvrılma kayma fonksiyonu için basınçlar belirlenmiştir.

Tezin ikinci bölümünde, yine Einstein Alan Denklemleri ifade edilmiş ve bu denklemler aracılığıyla da enerji yoğunluğu ρ , radyal basınç p_r ve transvers basınç p_t ifadelerine ulaşılmıştır. Daha sonra bu ifadelerle Null Enerji Koşulu çerçevesinde egzotik olmayan kurt deliği formasyonları araştırılmış ve bunun için gerekli olan koşullar ortaya konulmuştur. Böylelikle egzotik olmayan bir model oluşturulmuştur. Daha sonra ise bu kapsamda bir örnek model ortaya konulmuş ve bunun üzerinden de bir tartışma yürütülmüştür.

Anahtar Sözcükler: Skaler Tensör Alanı, Statik Kurt Deliği, Anizotropi, Null Enerji Koşulu, Radyal ve Transvers Basınç

ABSTRACT**SOME ASPECTS OF MORRIS-THORNE WORMHOLE IN SCALAR
TENSOR THEORY**

Onur GENÇ

Ph.D. Thesis, Department of Physics
Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Haydar UNCU
2018, 61 pages

The Morris-Thorne wormhole geometry is discussed by means of the Scalar Tensor Theory in this thesis. This discussion is surveyed generally for the situation in which the energy-momentum distribution is anisotropic. However, special cases of the anisotropic case are also examined. The thesis is basically constructed up in terms of two parts in which the scalar field depends on only the time and depends on only the radial co-ordinate respectively.

In the first part, the equations of motion of Morris-Thorne wormhole geometry are reached by means of the Einstein Field Equations and Klein-Gordon Equation of Scalar-Tensor theory by direct calculation. A relation between the radial and the transverse pressures is determined. Hence, the anisotropic energy momentum tensor is expressed in terms of one pressure class, by means of that relation. Besides that, the isotropic case is checked and the fact that there is no traversable wormhole, in the zero redshift function situation, if the space is fulfilled with an isotropic energy momentum distribution is shown. In addition, the requirements in order that the Null Energy Condition is satisfied are represented in the presence of a dilaton like field, in the zero tidal force case. Those conditions are also expressed for a special type of shape function. The wormhole, corresponding to that shape function, will be being called as the Yukawa Type. Furthermore, the radial and the transverse pressures in the zero redshift function situation are determined.

In the second part of the thesis, again the Einstein Field Equations are represented and the energy density ρ , the radial pressure p_r and the transverse pressure p_t expressions are reached via those equations. Then, according to those expressions, non-exotic wormhole formations are searched and the requirements for that are proposed in the manner of the Null Energy Condition. Thus, a non-exotic model is constructed. After, an example model is proposed in that concept and a discussion is surveyed also through that example.

Key Words: Scalar Tensor Field, Static Wormhole, Anisotropy, Null Energy Condition, Radial and Transverse Pressure

ÖNSÖZ

Kurt deliği şeklindeki yapılar özellikle farklı uzay-zaman noktaları arasında kısa yollar olarak görülebilecek bağlantılar oluşturması, ve bu bağlantıların da bazı tür kurt delikleri için makroskopik cisimler bakımından da içinden geçilebilir olması açısından önemlidir. Bu tez çalışmasında da geçilebilir olan Morris-Thorne kurt deliği geometrisi bir skaler alan varlığında çalışılmış, bu bağlamda çeşitli sonuçlar elde edilmiştir. Ayrıca egzotik olmayan, bir başka deyişle olağan madde ve/veya elektromanyetik radyasyon varlığında var olabilen bir solucan deliği modeli de oluşturulmuştur. Tez çalışmamda bilgilerinden, yol göstericiliğinden ve kritik fikirlerinden yararlandığım, her altı ayda bir Tez İzleme Komitesi toplantılarına bizzat katılarak önemli katkılar sağlayan hocam Sayın Prof. Dr. Altuğ ÖZPİNECİ'ye, yine Tez İzleme Komitesi'nde yer alarak bu tezin oluşturulması sürecindeki her türlü katkı ve yardımı nedeniyle, önemli noktalara dikkat çekerek farklı açılardan da düşünmemi sağlayan Sayın hocam Prof. Dr. Leyla ONAT'a ve tabii ki faydalandığım tecrübelerinden, katkılarından, her türlü yardımlarından ve anlayışından dolayı da danışman hocam Sayın Doç. Dr. Haydar UNCU'ya sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Yine tez jürisinde yer almayı kabul eden Sayın hocalarım Prof. Dr. Bayram TEKİN'e ve Dr. Öğr. Üyesi Nuray HORASAN'a da sonsuz şükranlarımı sunarım. Ayrıca destek ve yardımlarını esirgemeyen arkadaşlarıma ve aileme de teşekkür ederim. Öte yandan bu tezin Aydın Adnan Menderes Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri (BAP, Proje No: FEF-15040) kapsamında desteklendiğini belirtmek ister ve tezin ortaya çıkarılması sürecinde doğrudan veya dolaylı olarak emeği olan herkese ayrıca teşekkür ederim.

Onur GENÇ

İÇİNDEKİLER

KABUL VE ONAY SAYFASI	iii
BİLİMSEL ETİK BİLDİRİM SAYFASI	v
ÖZET	vii
ABSTRACT	ix
ÖNSÖZ	xi
SİMGELER DİZİNİ	xv
ŞEKİLLER DİZİNİ	xvii
KISALTMALAR	xix
1. GİRİŞ	1
1.1. Skaler Tensör Teorisi	1
1.2. Morris-Thorne Kurt Deliği	3
1.3. Tez ve Literatür	5
2. Einstein Alan Denklemleri	7
2.1. Einstein Alan Tensörü	7
2.1.1. Ricci Tensorü Bileşenleri ve Ricci Skalari	7
2.1.1.1. Doğrudan Hesaplamalar	7
2.1.1.2. Genelleştirilmiş Metrik İfadesine Göre Hesaplamalar	10
2.1.2. Einstein Alan Tensorü Bileşenleri	13
2.2. Einstein Alan Denklemleri	15
3. $\phi : t \rightarrow \phi(t)$ Durumu	17
3.1. Hareket Denklemleri	17
3.1.0.1. Einstein Alan Denklemleri	17
3.1.0.2. Klein-Gordon Denklemi ve $\ddot{\phi}/\phi$	26
3.1.1. I. Hareket Denklemi	28
3.1.2. II. Hareket Denklemi	29
3.1.3. p_r ve p_t 'yi İlişkilendiren Koşul ve Enerji-Momentum Tensörü'nün Formu	29
3.2. Sıfır Kızıla Kayma ($\Phi = 0$) Durumu	30
3.2.1. $\Phi = 0$ ve İzotropik Dağılım Durumunda Seyahat Edilebilir Bir Solucan Deliği Yoktur	32
3.2.2. Null Enerji Koşulu (NEK)	33
3.2.3. Yukawa Tipi Solucan Deliği için Koşullar	34
3.2.4. p_r ve p_t 'nin Belirlenmesi	35
4. $\phi : r \rightarrow \phi(r)$ Durumu	37
4.1. Enerji Yoğunluğu, Radyal ve Transvers Basınçlar	38

4.1.1. Radyal ve Transvers Basınç Arasındaki İlişki	39
4.1.2. Kozmolojik Prensip Açısından Kontrol	39
4.1.3. Enerji-Momentum Tensörü'nün Formu	40
4.2. Null Enerji Koşulu (NEK)	41
4.2.1. $\rho + p_r \geq 0$ ($\omega(\phi)$ Üzerindeki Koşul)	42
4.2.1.1. Boğaz Civarında ($r \rightarrow r_0$)	42
4.2.1.2. Boğazdan Uzak Mesafelerde ($r \rightarrow \infty$)	43
4.2.2. $\rho + p_t \geq 0$	43
4.2.2.1. Boğaz Civarında	44
4.2.2.2. Boğazdan Uzak Mesafelerde	44
4.3. Egzotik Olmayan Model	45
4.3.1. Olağan Madde ve/veya Elektromanyetik Radyasyon için Gereklilikler	45
4.3.1.1. Kozmolojik Prensibe Göre	45
4.3.1.2. $\rho + p_r \geq 0$ 'a Göre	45
4.3.1.3. $\rho + p_t \geq 0$ 'a Göre	46
4.3.2. Tartışma	46
4.4. Örnek Model	47
4.4.1. Grafikler	47
5. TARTIŞMA VE SONUÇ	50
KAYNAKLAR	55
EKLER	58
EK1. Birlikte Hareket Eden (Co-moving) Sistemde Dörtlü-Hız	58
EK2. Sicim Dilaton Alanı ve Budanmış Seviye (Tree Level) Eylem Fonksiyoneli	59
ÖZGEÇMİŞ	61

SİMGELER DİZİNİ

b	Kurt Deliği Şekil Fonksiyonu
c	Işığın Vakum Sürati
f	Skaler Alan ϕ 'nin Genel Bir Fonksiyonu
G	Genel-Çekim Sabiti
$G_{\mu\nu}$	Einstein Tensörü
g	Metrik Tensörün Determinantı
$g_{\mu\nu}$	Metrik Tensör
$g^{\mu\nu}$	Metrik Tensörün Tersisi
g_{\oplus}	Genel-Çekim İvmesinin Dünya Yüzeyindeki Büyüklüğü
$K^{(n)}$	K 'nın r 'ye Göre n 'inci Dereceden Kısmi Türevi
p_r	Radyal Basınç
p_t	Transvers Basınç
R	Ricci Eğrilik Skalari
$R_{\mu\nu}$	Ricci Tensörü
$R_{\mu\sigma\nu}^{\gamma}$	Riemann Tensörü
r	Kurt Deliği Geometrisi Radyal Koordinatı
T	Enerji-Momentum Tensörünün İzi
$T_{\mu\nu}$	Enerji-Momentum Tensörü
U^{μ}	Dörtlü-Hız Vektörü
W'	W 'nin Skaler Alana Göre Birinci Derece Kısmi Türevi
w	Brans-Dicke Modelinde Parametre
Φ	Kurt Deliği Kızıla Kayma Fonksiyonu
ϕ	Skaler Tensör Teorisinde Skaler Alan
$\dot{\phi}$	Skaler Alan ϕ 'nin Zamana Göre Toplam Türevi
$\Gamma_{\alpha\beta}^{\sigma}$	Christoffel Sembolü
κ	Genel-Çekim Sabiti Türünden Sabit
χ^{μ}	Radyal Yöndeki Uzay-Benzeri Birim Vektör
ξ	Genel-Çekimsel Olmayan Alan
λ	$\omega(\phi)$ 'nin Brans-Dicke Kararlı Parametre Değerleri
ω	Skaler Alan ϕ 'nin Genel Bir Fonksiyonu
Ψ	Brans-Dicke Modelinde Gösterilen Skaler Alan
ψ	Sicim Halka Modelinde Gösterilen Skaler Alan
ρ	Enerji Yoğunluğu
τ	Torsiyon Skalari
\square	Kovaryant d'Alambert Operatörü
\mathcal{L}_m	Maddeye Karşılık Gelen Lagrange Yoğunluğu
∂_{σ}	σ Koordinatına Göre Kısmi Türev
∇_{μ}	μ 'üncü Koordinata Göre Kovaryant Türev

ŞEKİLLER DİZİNİ

- Şekil 4.1. $\omega(\phi)$ değerlerinin kendisinden daha küçük veya kendisine eşit olması gereken (4.2.14) ilişkisinin sağ tarafına karşılık radyal koordinat r grafiği 48
- Şekil 4.2. $f(\phi)/\phi > 0$ için $\rho + p_t \geq 0$ davranışını betimleyen $\kappa f(\phi)(\rho + p_t)/\phi$ 'ye karşılık radyal koordinat r grafiği. 49



KISALTMALAR

- GGT** : Göreliliğin Genel Teorisi
BD : Brans-Dicke
diag. : Köşegen
NEK : Null Enerji Koşulu



1. GİRİŞ

1.1. Skaler Tensör Teorisi

Göreliliğin Genel Teorisi (GGT) evrenin ivmelenerek genişlemesi olgusu ile uyumsuzdur [1], öyle ki evrenin şu anki ivmesi GGT çerçevesinde ancak yalnızca aşırı derecede ayarlanmış bir kozmolojik sabit veya madde kaynağı olmak üzere özel olarak tasarlanmış bir karanlık enerji ile açıklanabilmektedir [2]. Bu uyumsuzluk, GGT'nin genişletilmesi olarak görülebilecek modifiye genel-çekim (gravite (gravity)) teorilerinin ortaya çıkışına öncülük etmektedir. Bu teoriler arasında evrenin genişleme ivmesine uyum sağlayabileceklerin olasılıkla en temel olanları Skaler Tensor Teorileridir [3]. Bir başka deyişle, Skaler Tensör Teorileri evrenin ivmelenerek genişlemesi gözlemiyle uyumlu olan teorilerdir. Bunun yanında, Skaler Tensör Teorileri kuantum genel-çekim teorilerinin düşük enerji limitleri olarak görülebilmekte [4] ve sicim teorilerinin düşük enerji limiti olarak elde edilebilmektedir [5].

Skaler Tensör Teorisi içerisinde çalışmanın temel nedenlerine ek olarak bu teorilerde, kabaca, bir skalerin Ricci skaleri ile çarpım biçiminde etkileştiği söylenebilir. Bir başka deyişle, bu çeşit teoriler, içinde bir skaler alan ve uzay zamanın etkileşmesinin yer aldığı evrenlerin modelleridir. Bu Skaler Tensör Teorileri prensipte Klauza ve Klein'in çalışmaları ile başlamış ve Jordan ve Fierz'in tamamlayıcı fikirleriyle devam ettirilmiştir [6]. Skaler Tensör Teorilerinin, bu teorilerin temeli sayılabilecek, motivasyonu kozmoloji ve Mach prensibi olan versiyonu 1961 yılında Brans ve Dicke tarafından ortaya atılmıştır [7]. Brans-Dicke (BD) modelinin eylem fonksiyoneli, orijinal teoride skaler alan potansiyeli sıfır ($V(\Psi) \equiv 0$) olmak üzere

$$S_{BD} \equiv \int d^4x (-g)^{1/2} \left\{ \Psi R - \frac{w}{\Psi} (\partial_\sigma \Psi)^2 - V(\Psi) + \mathcal{L}_m \right\} \quad (1.1.1)$$

şeklinde verilmektedir [8]. Burada w , skaler alan Ψ 'nin genel bir fonksiyonu olmayıp, yalnızca bir parametredir. Örneğin sicim teorilerinin model-bağımsız bir sonucu olan $w = -1$ 'dir [9]. Öte yandan \mathcal{L}_m da maddeye karşılık gelen Lagrange yoğunluğudur.

BD modelinin genelleştirilmiş bir modeli de, f genel bir fonksiyon, $\kappa \equiv 8\pi G$, $G \equiv$ [Genel-çekim sabiti] olmak ve ξ da genel çekim alanı olmayan alanlara karşılık gelmek üzere

$$S \equiv \int d^4x (-g)^{1/2} \left\{ f(\phi) \mathcal{L}_m(g_{\mu\nu}, \xi) + \frac{1}{2\kappa} \left(\phi R - \frac{\omega(\phi)}{\phi} (\partial_\sigma \phi)^2 - V(\phi) \right) \right\} \quad (1.1.2)$$

eylem fonksiyoneli ile ifade edilmektedir [10] (Burada ve bu çalışmanın geri kalan kısımlarında ışığın vakum süratinin $c = 1$ olduğu birim sisteminde çalışılmaktadır). Ayrıca bu genelleştirilmiş modelde, BD modelinde yer alan ve bir parametre olan w 'nin yerine skaler alan ϕ 'nin genel bir fonksiyonu olan ω ortaya çıkmaktadır. Diğer taraftan BD modelinde $f(\phi) = 1$ 'dir. Eğer eylem fonksiyoneli (1.1.2), ekstremize edilirse, Einstein Alan Denklemleri ve Klein-Gordon denklemi, prime, $W' \equiv \partial_\phi W \equiv \partial W / \partial \phi$ biçiminde skaler alan ϕ 'ye göre kısmi türeve ve T de $T \equiv g^{\mu\nu} T_{\mu\nu}$ şeklinde enerji-momentum tensörünün izine karşılık gelmek üzere sırasıyla aşağıdaki gibi elde edilir [10].

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \kappa \frac{f(\phi)}{\phi} T_{\mu\nu} + \frac{1}{\phi} (\nabla_\mu \nabla_\nu - g_{\mu\nu} \square) \phi + \frac{\omega(\phi)}{\phi^2} \left(-\frac{1}{2} g_{\mu\nu} (\partial_\sigma \phi)^2 + (\partial_\mu \phi)(\partial_\nu \phi) \right) - g_{\mu\nu} \frac{V(\phi)}{2\phi} \quad (1.1.3)$$

$$\frac{2\omega(\phi) + 3}{\phi} \square \phi = \kappa \left(\frac{f(\phi)}{\phi} T - 2f'(\phi) \mathcal{L}_m \right) - \frac{2V(\phi)}{\phi} - \frac{\omega'(\phi)}{\phi} (\partial_\sigma \phi)^2 + V'(\phi) \quad (1.1.4)$$

Denklem (1.1.3) eylem fonksiyonelinin metrik tensorün tersi $g^{\mu\nu}$ 'ye göre, denklem (1.1.4) ise eylem fonksiyonelinin skaler alan ϕ 'ye göre varyasyonundan elde

edilmektedir. Bu çalışmadaki hesaplamalarda denklem seti (1.1.3) ve (1.1.4) kullanılacaktır.

1.2. Morris-Thorne Kurt Deliği

Kurt (solucan) delikleri kendi üzerine katlanmış tek bir evrenin ya da iki farklı evrenin birbirinden ayrı iki farklı uzay-zaman noktası arasındaki bağlantılar olarak düşünülebilir. Kurt deliğinin bu üst ve alt sonlarını barındıran düzlemler üst düzlem (upper sheet) ve alt düzlem (lower sheet) olarak adlandırılır. Einstein-Rosen köprüsü seyahat edilemediği (geçilemediği) için matematiksel bir yapıdan başka bir şey olarak görülmüyor iken [11], GGT'de seyahat edilebilir (geçilebilir) kurt delikleri ilk defa Ellis ve Bronnikov tarafından elde edilmiştir [12]. Bu çalışmada, bu geçilebilir kurt delikleri içerisinden statik, küresel simetrik Morris-Thorne kurt deliği göz önünde bulundurulacak ve incelenecektir. Burada, statik ile temel olarak metrik tensör bileşenlerinin zamandan bağımsız olması olgusu ifade edilmektedir. Morris-Thorne solucan deliği metriği, şekil fonksiyonu olarak adlandırılan b solucan deliğinin uzamsal şeklini belirliyor ve kıızıla kayma (red-shift) fonksiyonu olarak adlandırılan Φ de genel-çekimsel (gravitasyonel) kıızıla kaymayı belirliyor olmak üzere

$$\begin{aligned} ds^2 &\equiv -e^{2\Phi(r)} dt^2 + \frac{dr^2}{1-b(r)/r} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\zeta^2) \\ &\equiv -e^{2\Phi(r)} dt^2 + \frac{dr^2}{1-b(r)/r} + r^2 d\Omega^2 \end{aligned} \quad (1.2.5)$$

ile ifade edilmektedir [13]. Burada radyal koordinat r 'nin kurt deliğini oluşturan çemberlerin çevresi $2\pi r$ ile tanımlandığı da ayrıca bilinmelidir. Radyal koordinatta bir minimum değer $r_0 > 0$ vardır ve bu minimum değer solucan deliğinin boğazını, yani $r = r_0 = r_{min}$. bölgesini belirler. Kıızıla kayma fonksiyonu, $e^{2\Phi(r)} \rightarrow 0$ yüzeyi ile tanımlanan olay ufkunun olmamasını sağlayacak biçimde her yerde sonlu olmalıdır [14]. Ufukların olmaması açıkça gerekli olan bir durumdur, çünkü boyunca seyahat edilecek bir geometri için kendisinden hiçbir

fiziksel mesaj alınamayacak bölgeler olması istenmemektedir. Dahası, Φ , solucan deliğinin boğazından uzak mesafelerde bulunan istasyonlardan sonsuza gönderilen sinyallerin genel-çekimsel kıvrıma kaymasının küçük olması için istasyonlarda $|\Phi(r)| \ll 1$ 'i sağlamalıdır [13]. Diğer taraftan, [14] referansına göre yazılan ve aşağıda numaralandırılmış olan özellikler, $r = r_0$ iken $b/r = 1$, $r \rightarrow r_0$ iken $b/r \rightarrow 1$, $r \rightarrow \infty$ iken $b/r \rightarrow 0$ olacak şekilde ve $K^{(n)} \equiv \partial^n K / \partial r^n$ olmak üzere, şekil fonksiyonu b tarafından sağlanmalıdır. Bu özellikler

1. $(b - b^{(1)}r)/b^2 > 0$ (Dışa dönüklük koşulu)

2. $b(r = r_0) = r = r_0$ (Boğazda)

3. $b^{(1)}(r_0) < 1$

ve

4. $1 - b(r)/r > 0$

şeklindedir. Koordinat r , fonksiyonlar b ve Φ üzerine tartışmalar, solucan deliğini asimptotik olarak düzlem, tüp-benzeri bir yapı olarak betimleyen [15] referansında da yer almaktadır. Bu yapı boğazın minimalliği konsepti çerçevesinde dışa dönüklülük sergilemektedir [16]. Ek olarak, aynı zamanda kıvrıma kayma fonksiyonunun radyal koordinat türevi ile ilgili seyahat eden yolcular tarafından hissedilen ivmelerin şiddetinin Dünya'nın genel-çekimsel ivmesinin şiddetini geçmemesi gerekliliğinden dolayı bu türevlerin yeterince küçük olması zorunluluğu üzerine bazı kısıtlamalar da ortaya çıkmaktadır. Bu kısıtlamalar, Einstein ve Rosen tarafından tanıtılan ve kuantum konseptleri çerçevesinde değerlendirilmek zorunda olmayan objeler tarafından geçilemeyen köprü [17] olgusunun tersine aynı zamanda makroskopik objeler için de seyahat edilebilir olan Morris-Thorne geometrisi [13] boyunca süren uzay-zaman yolculuğunun herhangi bir noktasında sağlanmalıdır.

1.3. Tez ve Literatür

Bu tezde esas olarak Morris-Thorne geometrisi Skaler Tensör Teorisi çerçevesinde çalışılmaktadır. (1.1.2) ile gösterilen eylem fonksiyonundan elde edilen Einstein Alan Denklemleri (denklemler (1.1.3)) ve Klein Gordon Denklemi (denklem (1.1.4)) aracılığıyla (1.2.5) geometrisi incelenmektedir. Bu doğrultuda basınç ve enerji yoğunluğu ifadelerine ulaşıp Null Enerji Koşulu (NEK) analiz edilmektedir. Bu tezde analiz iki kısma ayrılmış bir biçimde, öncelikle $\phi : t \rightarrow \phi(t)$ şeklinde yalnızca zamanın bir fonksiyonu olan skaler alanın var olduğu, daha sonra ise $\phi : r \rightarrow \phi(r)$ şeklinde yalnızca radyal koordinatın fonksiyonu olan bir skaler alanın var olduğu durumlar için yapılmış ve bu durumlar çerçevesinde tartışmalar sürdürülmüştür. Öte yandan analiz ve tartışmalar esasen akışkanın anizotropik enerji-momentum dağılımı ile modellenilebildiği bir evren konsepti çerçevesinde yapılmaktadır. Ancak bazı noktalarda yine bu anizotropik durumun özel bir hali olan izotropik akışkan durumu için de analiz yapılmıştır. Bu anizotropik enerji momentum dağılımı, ρ enerji yoğunluğu, p_r radyal doğrultuda ölçülen radyal basınç, p_t radyal doğrultuya dik doğrultuda ölçülen transvers (transverse ya da lateral) basınç, U^μ dörtlü-hız ve χ^μ de $\chi^\mu \equiv (1 - b(r)/r)^{1/2} \delta_1^\mu$ şeklinde radyal yöndeki uzay-benzeri (space-like) birim vektör olmak üzere

$$T_{\mu\nu} \equiv (\rho + p_t)U_\mu U_\nu + p_t g_{\mu\nu} + (p_r - p_t)\chi_\mu \chi_\nu \quad (1.3.6)$$

anizotropik enerji-momentum tensörü ile betimlenmektedir [14].

Ayrıca, bu tezde, co-moving referans sisteminde çalışılmaktadır dolayısıyla $U^\mu = (e^{-\Phi}, \vec{0})$ biçimindedir (EK1).

Temel olgulara ek olarak, daha öte bir görüş için, solucan deliği geometrisinin Skaler Tensör Teorisi'nde halihazırda tartışılmış olduğu çalışmalar da incelenebilir. Bunlar arasında, [18] çalışması içinde solucan deliğinin genel statik, küresel simetrik betimlemesi yer alırken, [19] içerisinde ise statik, küresel simetrik solucan

deliklerinin kararlılığı sıfır skaler potansiyel sınıfı Skaler Tensör Teorilerinde çalışılmıştır. Ek olarak, [20] referansında, sıfır Ricci skaleri uzay-zamanlarının Skaler Tensör Teorisinde her yerde sıfırdan farklı $|g_{00}|$ çözümleri olduğu gösterilmiştir. Yine sıfır Ricci skaleri durumu için, genel-çekimsel odaklanma (gravitational lensing) ve enerji koşulları arasında, eğer enerji koşulları sağlanıyorsa ışığın sapmasının (deflection of light) her zaman pozitif olduğunu ifade eden bir bağlantı ortaya konulmuştur [21].

Öte yandan, genel-çekimin modifikasyonlarında solucan deliği geometrisini içeren bazı başka çalışmalar da farklı bakış açıları için incelenebilir. Örneğin, [22] çalışmasında bir küresel simetrik kurt delikleri sınıfı $F(R)$ teorisinde kurulmuş ve bu yapının enerji yoğunluğu, basınç ve gerilim (tension) arasında durum denklemleri olarak görülebilecek bir koşulu zorladığı ifade edilmiştir. Dahası, [23] referansında $f(R, T)$ genel-çekiminde (gravity) izotropik bir akışkan için egzotik maddeye gerek olmadan solucan deliği varlığının parametre uzayının bir kaç bölgesinde mümkün olduğu gösterilmiştir. Diğer taraftan [24] çalışmasında ise τ torsiyon (torsion) skaleri olmak üzere $f(\tau)$ genel-çekimi içerisinde karanlık solucan delikleri tartışılmıştır.

2. Einstein Alan Denklemleri

2.1. Einstein Alan Tensörü

Bu kısımda $G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - g_{\mu\nu}R$ biçiminde ifade edilen Einstein tensörünün sıfırdan farklı bileşenleri uzay-zamanın $g_{\mu\nu} = \text{diag.}(-e^\Phi, (1 - b(r)/r)^{-1}, r^2, r^2 \sin^2 \theta)$ metrik tensörü ile betimleniği ve dolayısıyla Morris-Thorne solucan deliği ile modellendiği durumda belirlenecektir.

2.1.1. Ricci Tensorü Bileşenleri ve Ricci Skaleri

Bu alt kısımda Einstein Alan Tensörü'nün sıfırdan farklı bileşenlerinin belirlenmesi için öncelikle Ricci Tensorü $R_{\mu\nu}$ bileşenleri ve Ricci Skaleri R hesaplanacaktır. Burada bahsi geçen Ricci Skaleri Ricci Tensorünün, Ricci Tensorü ise Riemann Tensorünün tensör daraltılmasıdır (tensor contraction) [25].

Bu hesaplamalar literatürde yer alan Ricci Tensorü ve Ricci Skaleri ifadelerine göre doğrudan ve aynı zamanda da sağlama yapmak amacıyla genel küresel simetrik metrik ifadesi için verilen algoritmalara göre yapılacaktır.

2.1.1.1. Doğrudan Hesaplamalar

Ricci Tensorü'nün $\mu = \nu = 0$ bileşeni tensör daraltılması bağlamında aşağıdaki gibidir.

$$R_{00} \equiv R_{000}^0 + R_{010}^1 + R_{020}^2 + R_{030}^3 \quad (2.1.1)$$

Buna göre Riemann Tensorü $R_{\mu\sigma\nu}^\gamma$ 'nin sıfırdan farklı bileşenleri [13] referansına göre yazılmak üzere

$$\begin{aligned}
-(1-b/r)^{-1}e^{-2\Phi}R_{010}^1 &= -\Phi^{(2)} + (b^{(1)}r-b)[2r(r-b)]^{-1}\Phi^{(1)} - (\Phi^{(1)})^2 \\
\Rightarrow R_{010}^1 &= -e^{2\Phi}(1-b/r)\left\{-\Phi^{(2)} + \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^2(1-b/r)}\Phi^{(1)} - (\Phi^{(1)})^2\right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\cancel{r}^{\cancel{2}}e^{-2\Phi}R_{020}^2 &= \cancel{r}\Phi^{(1)}(1-b/r) \\
\Rightarrow R_{020}^2 &= \frac{e^{2\Phi}}{r}(1-b/r)\Phi^{(1)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\cancel{r}^{\cancel{2}}e^{-2\Phi}\cancel{\sin^2\theta}R_{030}^3 &= \cancel{r}\Phi^{(1)}(1-b/r)\cancel{\sin^2\theta} \\
\Rightarrow R_{030}^3 &= \frac{e^{2\Phi}}{r}(1-b/r)\Phi^{(1)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow R_{00} &= R_{000}^0 + R_{010}^1 + R_{020}^2 + R_{030}^3 \\
&= 0 - e^{2\Phi}(1-b/r)\left\{-\Phi^{(2)} + \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^2(1-b/r)}\Phi^{(1)} - (\Phi^{(1)})^2\right\} \\
&\quad + \frac{e^{2\Phi}}{r}(1-b/r)\Phi^{(1)} + \frac{e^{2\Phi}}{r}(1-b/r)\Phi^{(1)} \\
&= e^{2\Phi}(1-b/r)\left\{\Phi^{(2)} - \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^2(1-b/r)}\Phi^{(1)} + (\Phi^{(1)})^2 + \frac{2\Phi^{(1)}}{r}\right\} \\
\Rightarrow R_{00} &= e^{2\Phi}(1-b/r)\left\{\Phi^{(2)} + (\Phi^{(1)})^2 - \Phi^{(1)}\left(\frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^2(1-b/r)} - \frac{2}{r}\right)\right\} \\
&\hspace{15em} (2.1.2)
\end{aligned}$$

biçimindedir. Benzer şekilde Ricci Tensörünün sıfırdan farklı diğer bileşenleri de

$$\begin{aligned}
R_{11} &= R_{101}^0 + R_{111}^1 + R_{121}^2 + R_{131}^3 \\
&= -\Phi^{(2)} + \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r(r-b)}\Phi^{(1)} - (\Phi^{(1)})^2 + 0 + \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^3(1-b/r)} + \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^3(1-b/r)} \\
&= -\Phi^{(2)} - (\Phi^{(1)})^2 + \Phi^{(1)}\frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^2(1-b/r)} + \frac{(b^{(1)}r-b)}{r^3(1-b/r)} \\
\Rightarrow R_{11} &= -\left\{ \Phi^{(2)} + (\Phi^{(1)})^2 - \Phi^{(1)}\frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^2(1-b/r)} - \frac{(b^{(1)}r-b)}{r^3(1-b/r)} \right\} \quad (2.1.3)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_{22} &= R_{202}^0 + R_{212}^1 + R_{222}^2 + R_{232}^3 \\
&= -r\Phi^{(1)}(1-b/r) + \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r} + 0 + \frac{b}{r} \\
&= -r\Phi^{(1)}(1-b/r) + \frac{b^{(1)}r-b+2b}{2r} \\
\Rightarrow R_{22} &= -\Phi^{(1)}r(1-b/r) + \frac{b^{(1)}r+b}{2r} \quad (2.1.4)
\end{aligned}$$

&

$$\begin{aligned}
R_{33} &= R_{303}^0 + R_{313}^1 + R_{323}^2 + R_{333}^3 \\
&= -r\Phi^{(1)}(1-b/r)\sin^2\theta + \frac{(b^{(1)}r-b)\sin^2\theta}{2r} + \frac{b}{r}\sin^2\theta + 0 \\
&= -r\Phi^{(1)}(1-b/r)\sin^2\theta + \sin^2\theta\left(\frac{b^{(1)}r-b}{2r} + \frac{2b}{2r}\right) \\
&= -\Phi^{(1)}r(1-b/r)\sin^2\theta + \sin^2\theta\frac{(b^{(1)}r+b)}{2r} \\
\Rightarrow R_{33} &= \sin^2\theta\left\{ -\Phi^{(1)}r(1-b/r) + \frac{b^{(1)}r+b}{2r} \right\} = \sin^2\theta R_{22} = R_{33} \quad (2.1.5)
\end{aligned}$$

şeklindedir. Öyleyse Ricci Skalari de

$$\begin{aligned}
R &= g^{\mu\nu}R_{\mu\nu} \equiv g^{00}R_{00} + g^{11}R_{11} + g^{22}R_{22} + g^{33}R_{33} \\
&= -e^{-2\Phi}e^{2\Phi}(1-b/r) \left\{ \Phi^{(2)} + (\Phi^{(1)})^2 - \Phi^{(1)} \left(\frac{b^{(1)}r-b}{2r^2(1-b/r)} - \frac{2}{r} \right) \right\} \\
&\quad - (1-b/r) \left\{ \Phi^{(2)} + (\Phi^{(1)})^2 - \Phi^{(1)} \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^2(1-b/r)} - \frac{(b^{(1)}r-b)}{r^3(1-b/r)} \right\} \\
&\quad + r^{-2} \left\{ -\Phi^{(1)}r(1-b/r) + \frac{b^{(1)}r+b}{2r} \right\} \\
&\quad + r^{-2} \sin^2\theta \left\{ -\Phi^{(1)}r(1-b/r) + \frac{b^{(1)}r+b}{2r} \right\} \\
&= -(1-b/r) \left\{ \Phi^{(2)} + (\Phi^{(1)})^2 - \Phi^{(1)} \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^2(1-b/r)} \right\} - (1-b/r) \frac{2\Phi^{(1)}}{r} \\
&\quad - (1-b/r) \left\{ \Phi^{(2)} + (\Phi^{(1)})^2 - \Phi^{(1)} \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^2(1-b/r)} \right\} + \frac{b^{(1)}r-b}{r^3} \\
&\quad - \Phi^{(1)} \frac{(1-b/r)}{r} + \frac{b^{(1)}r+b}{2r^3} - \Phi^{(1)} \frac{(1-b/r)}{r} + \frac{b^{(1)}r+b}{2r^3} \\
&= -2(1-b/r) \left\{ \Phi^{(2)} + (\Phi^{(1)})^2 - \Phi^{(1)} \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^2(1-b/r)} + \frac{2\Phi^{(1)}}{r} \right\} \\
&\quad + \frac{b^{(1)}r+b}{r^3} + \frac{b^{(1)}r-b}{r^3} \\
\Rightarrow R &= -2(1-b/r) \left\{ \Phi^{(2)} + (\Phi^{(1)})^2 - \Phi^{(1)} \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^2(1-b/r)} + \frac{2\Phi^{(1)}}{r} \right\} + \frac{2b^{(1)}}{r^2} \\
&\hspace{15em} (2.1.6)
\end{aligned}$$

biçimindedir.

2.1.1.2. Genelleştirilmiş Metrik İfadesine Göre Hesaplamalar

Aşağıdaki genelleştirilmiş küresel simetrik metrik ifadesi ve buna bağlı olarak verilen Ricci Tensörü bileşenleri algoritmaları [26] referansına göre yazılmak üzere

$$\begin{aligned}
ds^2 &\equiv -e^{2M(t,r)}dt^2 + e^{2N(t,r)}dr^2 + r^2d\Omega^2 \\
&\equiv -e^{2M(t,r)}dt^2 + e^{2N(t,r)}dr^2 + r^2d\theta^2 + r^2\sin^2\theta d\phi^2 \quad (2.1.7)
\end{aligned}$$

$$R_{00} \equiv [\partial_0^2 N + (\partial_0 N)^2 - \partial_0 M \partial_0 N] + e^{2(M-N)} [\partial_1^2 M + (\partial_1 M)^2 - \partial_1 M \partial_1 N + \frac{2}{r} \partial_1 M] \quad (2.1.8)$$

biçimindedir. Öyleyse (1.2.5) ile ifade edilen Morris-Thorne metriği için $M(t, r) = \Phi(r)$ & $N(t, r) = H(r) = -\frac{1}{2} \ln(1 - b/r)$ olacak biçimde

$$\begin{aligned} R_{00} &= e^{2(\Phi-H)} [\Phi^{(2)} + (\Phi^{(1)})^2 - \Phi^{(1)} H^{(1)} + \frac{2}{r} \Phi^{(1)}] \\ &= \frac{e^{2\Phi}}{e^{2H}} [\Phi^{(2)} + (\Phi^{(1)})^2 - \Phi^{(1)} H^{(1)} + \frac{2}{r} \Phi^{(1)}] \\ &= \frac{e^{2\Phi}}{(1-b/r)^{-1}} \left[\Phi^{(2)} + (\Phi^{(1)})^2 - \frac{\Phi^{(1)}(b^{(1)}r-b)}{2r^2(1-b/r)} + \frac{2}{r} \Phi^{(1)} \right] \\ \Rightarrow R_{00} &= e^{2\Phi}(1-b/r) \left\{ \Phi^{(2)} + (\Phi^{(1)})^2 - \Phi^{(1)} \left(\frac{b^{(1)}r-b}{2r^2(1-b/r)} - \frac{2}{r} \right) \right\} \end{aligned} \quad (2.1.9)$$

şeklindedir. Diğer taraftan

$$R_{11} \equiv -[\partial_1^2 M + (\partial_1 M)^2 - \partial_1 M \partial_1 N - \frac{2}{r} \partial_1 N] + e^{2(N-M)} [\partial_0^2 N + (\partial_0 N)^2 - \partial_0 M \partial_0 N] \quad (2.1.10)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow R_{11} &= -\left\{ \Phi^{(2)} + (\Phi^{(1)})^2 - \Phi^{(1)} \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^2(1-b/r)} - \frac{2}{r} \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^2(1-b/r)} \right\} \\ \Rightarrow R_{11} &= -\left\{ \Phi^{(2)} + (\Phi^{(1)})^2 - \Phi^{(1)} \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^2(1-b/r)} - \frac{(b^{(1)}r-b)}{r^3(1-b/r)} \right\} \end{aligned} \quad (2.1.11)$$

ayrıca

$$R_{22} \equiv e^{-2N} [r(\partial_1 N - \partial_1 M) - 1] + 1 \quad (2.1.12)$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow R_{22} &= e^{-\lambda \left\{ -\frac{1}{r} \ln(1-b/r) \right\}} \left\{ r \left(\frac{b^{(1)}r-b}{2r^2(1-b/r)} - \Phi^{(1)} \right) - 1 \right\} + 1 \\
&= (1-b/r) \left\{ \frac{b^{(1)}r-b}{2r(1-b/r)} - r\Phi^{(1)} - 1 \right\} + 1 \\
&= \frac{b^{(1)}r-b}{2r} - \Phi^{(1)}r(1-b/r) - (1-b/r) + 1 \\
&= \frac{b^{(1)}r-b}{2r} - \Phi^{(1)}r(1-b/r) - \lambda + b/r + \lambda \\
&= -\Phi^{(1)}r(1-b/r) + \frac{b^{(1)}r-b}{2r} + \frac{2b}{2r} \\
\Rightarrow R_{22} &= -\Phi^{(1)}r(1-b/r) + \frac{b^{(1)}r+b}{2r} \tag{2.1.13}
\end{aligned}$$

&

$$R_{33} \equiv R_{22} \sin^2 \theta \tag{2.1.14}$$

$$\Rightarrow R_{33} = \sin^2 \theta \left\{ -\Phi^{(1)}r(1-b/r) + \frac{b^{(1)}r+b}{2r} \right\} \tag{2.1.15}$$

biçimindedir. Genelleştirilmiş küresel simetrik metrik ifadesine ve buna bağlı verilen algoritmalara göre de Ricci Tensörü bileşenleri bir önceki doğrudan hesaplama kısmı ile aynı olarak bulunmuştur.

2.1.2. Einstein Alan Tensorü Bileşenleri

Öyleyse $G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - g_{\mu\nu}R$ ile tanımlanan Einstein Alan Tensorü bileşenleri $\mu = \nu = 0, 1, 2, 3$ için olağan sistemde sırasıyla aşağıdaki gibidir. Burada olağan sistem ile kastedilen $ds^2 \equiv g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu$ olmak üzere solucan deliği geometrisi koordinatları cinsinden $x^\gamma = (t, r, \theta, \phi)$ sistemidir.

$$\begin{aligned}
G_{00} &= R_{00} - \frac{1}{2}g_{00}R = e^{2\Phi}(1-b/r) \left\{ \Phi^{(2)} + (\Phi^{(1)})^2 - \Phi^{(1)} \left(\frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^2(1-b/r)} - \frac{2}{r} \right) \right\} \\
&\quad - \frac{1}{2}(-e^{2\Phi}) \left[-2(1-b/r) \left\{ \Phi^{(2)} + (\Phi^{(1)})^2 - \Phi^{(1)} \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^2(1-b/r)} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{2\Phi^{(1)}}{r} \right\} + \frac{2b^{(1)}}{r^2} \right] \\
&= (e^{2\Phi} - e^{2\Phi})(1-b/r) \left\{ \Phi^{(2)} + (\Phi^{(1)})^2 - \Phi^{(1)} \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^2(1-b/r)} + \frac{2\Phi^{(1)}}{r} \right\} \\
&\quad + \frac{e^{2\Phi}b^{(1)}}{r^2} \\
&= \boxed{\frac{e^{2\Phi}b^{(1)}}{r^2} = G_{00}} \tag{2.1.16}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
G_{11} &= R_{11} - \frac{1}{2}g_{11}R = - \left\{ \Phi^{(2)} + (\Phi^{(1)})^2 - \Phi^{(1)} \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^2(1-b/r)} - \frac{(b^{(1)}r-b)}{r^3(1-b/r)} \right\} \\
&\quad - \frac{1}{2}(1-b/r)^{-1} \left(-2(1-b/r) \right) \left\{ \Phi^{(2)} + (\Phi^{(1)})^2 - \Phi^{(1)} \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^2(1-b/r)} \right. \\
&\quad \left. + \frac{2\Phi^{(1)}}{r} \right\} - \frac{1}{2}(1-b/r)^{-1} \frac{2b^{(1)}}{r^2} \\
&= + \frac{(b^{(1)}r-b)}{r^3(1-b/r)} + \frac{2\Phi^{(1)}}{r} - \frac{b^{(1)}}{r^2(1-b/r)} = \frac{2\Phi^{(1)}}{r} + \frac{(b^{(1)}r-b-b^{(1)}r)}{r^3(1-b/r)} \\
&= \boxed{\frac{2\Phi^{(1)}}{r} - \frac{b}{r^3(1-b/r)} = G_{11}} \tag{2.1.17}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
G_{22} &= R_{22} - \frac{1}{2}g_{22}R = -\Phi^{(1)}r(1-b/r) + \frac{b^{(1)}r+b}{2r} \\
&\quad - \frac{1}{2}r^2 \left[-2(1-b/r) \left\{ \Phi^{(2)} + (\Phi^{(1)})^2 - \Phi^{(1)} \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^2(1-b/r)} + \frac{2\Phi^{(1)}}{r} \right\} + \frac{2b^{(1)}}{r^2} \right] \\
&= -\Phi^{(1)}r(1-b/r) + \frac{b^{(1)}r+b}{2r} \\
&\quad + r^2(1-b/r) \left(\Phi^{(2)} + (\Phi^{(1)})^2 - \Phi^{(1)} \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^2(1-b/r)} + \frac{2\Phi^{(1)}}{r} \right) \\
&\quad - \frac{1}{2}r^2 \frac{2b^{(1)}}{r^2} \\
&= -\Phi^{(1)}r(1-b/r) + \frac{b^{(1)}r+b}{2r} + r^2(1-b/r)\Phi^{(2)} + r^2(1-b/r)(\Phi^{(1)})^2 \\
&\quad - r^2(1-b/r)\Phi^{(1)} \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^2(1-b/r)} + r^2(1-b/r) \frac{2\Phi^{(1)}}{r} - b^{(1)} \\
&= r^2(1-b/r)\Phi^{(2)} + \left(-r(1-b/r) - \frac{(b^{(1)}r-b)}{2} + 2r(1-b/r) \right) \Phi^{(1)} \\
&\quad + r^2(1-b/r)(\Phi^{(1)})^2 + \frac{b^{(1)}r+b}{2r} - \frac{2b^{(1)}r}{2r} \\
&= r^2(1-b/r)\Phi^{(2)} + \left(r(1-b/r) - \frac{(b^{(1)}r-b)}{2} \right) \Phi^{(1)} \\
&\quad + r^2(1-b/r)(\Phi^{(1)})^2 - \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r} = G_{22} \tag{2.1.18}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
G_{33} &= R_{33} - \frac{1}{2}g_{33}R = \sin^2\theta \left\{ -\Phi^{(1)}r(1-b/r) + \frac{b^{(1)}r+b}{2r} \right\} \\
&\quad - \frac{1}{2}r^2\sin^2\theta \left[-2(1-b/r) \left\{ \Phi^{(2)} + (\Phi^{(1)})^2 - \Phi^{(1)} \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^2(1-b/r)} + \frac{2\Phi^{(1)}}{r} \right\} \right. \\
&\quad \left. + \frac{2b^{(1)}}{r^2} \right] \\
&= -\sin^2\theta\Phi^{(1)}r(1-b/r) + \sin^2\theta\frac{b^{(1)}r+b}{2r} \\
&\quad + r^2\sin^2\theta(1-b/r)\Phi^{(2)} + r^2\sin^2\theta(1-b/r)(\Phi^{(1)})^2 \\
&\quad - r^2\sin^2\theta(1-b/r)\Phi^{(1)}\frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^2(1-b/r)} \\
&\quad + r^2\sin^2\theta(1-b/r)\frac{2\Phi^{(1)}}{r} - \frac{1}{2}r^2\sin^2\theta\frac{2b^{(1)}}{r^2} \\
&= r^2\sin^2\theta(1-b/r)\Phi^{(2)} + \left(-\sin^2\theta r(1-b/r) - \sin^2\theta\frac{(b^{(1)}r-b)}{2} \right. \\
&\quad \left. + 2r\sin^2\theta(1-b/r) \right) \Phi^{(1)} + r^2\sin^2\theta(1-b/r)(\Phi^{(1)})^2 \\
&\quad + \sin^2\theta\frac{b^{(1)}r+b}{2r} - \sin^2\theta\frac{2b^{(1)}r}{2r} \\
&= \sin^2\theta \left\{ r^2(1-b/r)\Phi^{(2)} + \left(r(1-b/r) - \frac{(b^{(1)}r-b)}{2} \right) \Phi^{(1)} \right. \\
&\quad \left. + r^2(1-b/r)(\Phi^{(1)})^2 - \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r} \right\} = G_{33} = \sin^2\theta G_{22} \quad (2.1.19)
\end{aligned}$$

2.2. Einstein Alan Denklemleri

Öte yandan (1.1.3) ile ifade edilen Einstein Alan Denklemleri'nin köşegen bir metrik tensör varlığında sıfırdan farklı bileşenleri açık biçimde $\mu = \nu = 0, 1, 2$ & 3 için aşağıdaki gibi sıralanabilir.

$$\begin{aligned}
G_{00} &= R_{00} - \frac{1}{2}g_{00}R = \kappa\frac{f(\phi)}{\phi}T_{00} + \frac{1}{\phi}(\nabla_0\nabla_0 - g_{00}\square)\phi \\
&\quad + \frac{\omega(\phi)}{\phi^2} \left(-\frac{1}{2}g_{00}(\partial_\sigma\phi)^2 + \partial_0\phi\partial_0\phi \right) - g_{00}\frac{V(\phi)}{2\phi} \quad (2.2.20)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
G_{11} &= R_{11} - \frac{1}{2}g_{11}R = \kappa \frac{f(\phi)}{\phi} T_{11} + \frac{1}{\phi} (\nabla_1 \nabla_1 - g_{11} \square) \phi \\
&\quad + \frac{\omega(\phi)}{\phi^2} \left(-\frac{1}{2}g_{11}(\partial_\sigma \phi)^2 + (\partial_1 \phi)(\partial_1 \phi) \right) - g_{11} \frac{V(\phi)}{2\phi}
\end{aligned} \tag{2.2.21}$$

$$\begin{aligned}
G_{22} &= R_{22} - \frac{1}{2}g_{22}R = \kappa \frac{f(\phi)}{\phi} T_{22} + \frac{1}{\phi} (\nabla_2 \nabla_2 - g_{22} \square) \phi \\
&\quad + \frac{\omega(\phi)}{\phi^2} \left(-\frac{1}{2}g_{22}(\partial_\sigma \phi)^2 + (\partial_2 \phi)(\partial_2 \phi) \right) - g_{22} \frac{V(\phi)}{2\phi}
\end{aligned} \tag{2.2.22}$$

ve

$$\begin{aligned}
G_{33} &= R_{33} - \frac{1}{2}g_{33}R = \kappa \frac{f(\phi)}{\phi} T_{33} + \frac{1}{\phi} (\nabla_3 \nabla_3 - g_{33} \square) \phi \\
&\quad + \frac{\omega(\phi)}{\phi^2} \left(-\frac{1}{2}g_{33}(\partial_\sigma \phi)^2 + (\partial_3 \phi)(\partial_3 \phi) \right) - g_{33} \frac{V(\phi)}{2\phi}
\end{aligned} \tag{2.2.23}$$

3. $\phi : t \rightarrow \phi(t)$ Durumu

Bu bölümde skaler alanın yalnızca zamanın bir fonksiyonu olduğu durum incelenecektir.

3.1. Hareket Denklemleri

3.1.0.1. Einstein Alan Denklemleri

Eylem fonksiyoneli (1.1.2) ile ifade edilmek üzere

$\mu = \nu = 0$ 'a karşılık gelen (2.2.20) Einstein alan denklemi analiz edilecek olursa

$$T_{00} = \rho U_0 U_0 = \rho(-e^\Phi)(-e^\Phi) = \rho e^{2\Phi} = T_{00} \quad (3.1.1)$$

biçimindedir. Ayrıca

$$\begin{aligned} \frac{1}{\phi}(\nabla_0 \nabla_0 - g_{00} \square)\phi &= \frac{1}{\phi}(\nabla_0 \nabla_0 - g_{00}(g^{\alpha\beta} \nabla_\alpha \nabla_\beta))\phi \\ &= \frac{1}{\phi}(\nabla_0 \nabla_0 + e^{2\Phi}(g^{00} \nabla_0 \nabla_0 + g^{11} \nabla_1 \nabla_1 + g^{22} \nabla_2 \nabla_2 + g^{33} \nabla_3 \nabla_3))\phi \\ &= \frac{1}{\phi}(\nabla_0 \nabla_0 + e^{2\Phi}(-e^{-2\Phi} \nabla_0 \nabla_0 + (1 - b/r) \nabla_1 \nabla_1 \\ &\quad + r^{-2} \nabla_2 \nabla_2 + r^{-2} \sin^{-2} \theta \nabla_3 \nabla_3))\phi \\ &= \frac{1}{\phi}(\nabla_0 \nabla_0 - \nabla_0 \nabla_0 + e^{2\Phi}(1 - b/r) \nabla_1 \nabla_1 \\ &\quad + e^{2\Phi} r^{-2} \nabla_2 \nabla_2 + e^{2\Phi} r^{-2} \sin^{-2} \theta \nabla_3 \nabla_3)\phi \\ &= \frac{1}{\phi}(e^{2\Phi}(1 - b/r) \nabla_1 \nabla_1 \phi + e^{2\Phi} r^{-2} \nabla_2 \nabla_2 \phi + e^{2\Phi} r^{-2} \sin^{-2} \theta \nabla_3 \nabla_3 \phi) \end{aligned} \quad (3.1.2)$$

şeklinindedir. Ancak tensör alanının türevinin tanımına göre skaler bir alan " ϕ " için

$$\nabla_\alpha \nabla_\beta \phi \equiv \nabla_\alpha \partial_\beta \phi \equiv \partial_\alpha \partial_\beta \phi - \partial_\sigma \phi \Gamma_{\alpha\beta}^\sigma \quad (3.1.3)$$

şeklindedir. Öyleyse

$$\begin{aligned}\nabla_1 \nabla_1 \phi &\equiv \nabla_1 \partial_1 \phi = \underbrace{\partial_1 \partial_1 \phi}_0 - \partial_0 \phi \Gamma_{11}^0 - \underbrace{\partial_1 \phi}_0 \Gamma_{11}^1 - \underbrace{\partial_2 \phi}_0 \Gamma_{11}^2 - \underbrace{\partial_3 \phi}_0 \Gamma_{11}^3 \\ &= -\partial_0 \phi \Gamma_{11}^0\end{aligned}\quad (3.1.4)$$

Fakat burada ve daha sonra Gama Faktörü (Gamma Factor) algoritmaları [26] referansına göre yazılmak üzere $\Gamma_{11}^0 \equiv e^{2(N-M)} \partial_0 N$ şeklindedir. O zaman (1.2.5) metriği için

$$\Gamma_{11}^0 = 0 \Rightarrow -\partial_0 \phi \Gamma_{11}^0 = 0 \Rightarrow \nabla_1 \nabla_1 \phi = 0 \quad (3.1.5)$$

şeklindedir. Benzer biçimde

$$\begin{aligned}\nabla_2 \nabla_2 \phi &= \nabla_2 \partial_2 \phi = \underbrace{\partial_2 \partial_2 \phi}_0 - \partial_0 \phi \Gamma_{22}^0 - \underbrace{\partial_1 \phi}_0 \Gamma_{22}^1 - \underbrace{\partial_2 \phi}_0 \Gamma_{22}^2 - \underbrace{\partial_3 \phi}_0 \Gamma_{22}^3 \\ &= -\partial_0 \phi \Gamma_{22}^0\end{aligned}\quad (3.1.6)$$

elde edilir. Ancak $\Gamma_{22}^0 = 0$ 'dır. Öyleyse

$$\Gamma_{22}^0 = 0 \Rightarrow -\partial_0 \phi \Gamma_{22}^0 = 0 \Rightarrow \nabla_2 \nabla_2 \phi = 0 \quad (3.1.7)$$

&

$$\begin{aligned}\nabla_3 \nabla_3 \phi &= \nabla_3 \partial_3 \phi = \underbrace{\partial_3 \partial_3 \phi}_0 - \partial_0 \phi \Gamma_{33}^0 - \underbrace{\partial_1 \phi}_0 \Gamma_{33}^1 - \underbrace{\partial_2 \phi}_0 \Gamma_{33}^2 - \underbrace{\partial_3 \phi}_0 \Gamma_{33}^3 \\ &= -\partial_0 \phi \Gamma_{33}^0\end{aligned}\quad (3.1.8)$$

bulunur. Benzer biçimde Γ_{33}^0 de sıfırdır. Böylece

$$\Gamma_{33}^0 = 0 \Rightarrow -\partial_0 \phi \Gamma_{33}^0 = 0 \Rightarrow \nabla_3 \nabla_3 \phi = 0 \quad (3.1.9)$$

biçimindedir. O zaman

$$\boxed{\frac{1}{\phi}(\nabla_0\nabla_0 - g_{00}\square)\phi = 0} \quad (3.1.10)$$

eşitliği bulunur. Diğer taraftan

$$\begin{aligned} & \frac{\omega(\phi)}{\phi^2} \left(\partial_0\phi\partial_0\phi - \frac{1}{2}g_{00}(\partial_\sigma\phi)^2 \right) \\ = & \frac{\omega(\phi)}{\phi^2} \left(\partial_0\phi\partial_0\phi + \frac{1}{2}e^{2\Phi}(\partial_\sigma\phi)^2 \right) = \frac{\omega(\phi)}{\phi^2} \left(\partial_0\phi\partial_0\phi + \frac{1}{2}e^{2\Phi}(g^{\alpha\beta}\partial_\alpha\phi\partial_\beta\phi) \right) \\ = & \frac{\omega(\phi)}{\phi^2} \left(\partial_0\phi\partial_0\phi + \frac{1}{2}e^{2\Phi}(g^{00}\partial_0\phi\partial_0\phi + g^{11}\underbrace{\partial_1\phi\partial_1\phi}_0 \right. \\ & \left. + g^{22}\underbrace{\partial_2\phi\partial_2\phi}_0 + g^{33}\underbrace{\partial_3\phi\partial_3\phi}_0) \right) \\ = & \frac{\omega(\phi)}{\phi^2} \left(\partial_0\phi\partial_0\phi + \frac{1}{2}e^{2\Phi}(-e^{2\Phi})\partial_0\phi\partial_0\phi \right) = \frac{\omega(\phi)}{\phi^2} \left(\partial_0\phi\partial_0\phi - \frac{1}{2}\partial_0\phi\partial_0\phi \right) \\ = & \frac{1}{2}\frac{\omega(\phi)}{\phi^2}\partial_0\phi\partial_0\phi = \frac{1}{2}\frac{\omega(\phi)}{\phi^2}\dot{\phi}^2 \\ = & \boxed{\frac{1}{2}\omega(\phi)\left(\frac{\dot{\phi}}{\phi}\right)^2 = \frac{\omega(\phi)}{\phi^2}\left(\partial_0\phi\partial_0\phi - \frac{1}{2}g_{00}(\partial_\sigma\phi)^2\right)} \end{aligned} \quad (3.1.11)$$

&

$$\boxed{g_{00}\frac{V(\phi)}{2\phi} = -e^{2\Phi}\frac{V(\phi)}{2\phi}} \quad (3.1.12)$$

şeklindedir. Öyle ise Einstein Alan Tensörü'nün $\mu = \nu = 0$ bileşeni G_{00} da (2.1.16) ile betimlenmek üzere $\mu = \nu = 0$ Einstein Alan Denklemi

$$\boxed{\frac{e^{2\Phi}b^{(1)}}{r^2} = \kappa\rho e^{2\Phi}\frac{f(\phi)}{\phi} + \frac{1}{2}\omega(\phi)\left(\frac{\dot{\phi}}{\phi}\right)^2 + e^{2\Phi}\frac{V(\phi)}{2\phi}} \quad (3.1.13)$$

biçimindedir. Bu noktada $\mu = \nu = 1$, (2.2.21) Einstein Alan Denklemi'ne bakılacak olursa

$$\begin{aligned}
T_{11} &= (\rho + p_t)U_1U_1 + p_t g_{11} + (p_r - p_t)\chi_1\chi_1 \\
&= 0 + \cancel{p_t(1-b/r)^{-1}} + (p_r - \cancel{p_t})(1-b/r)^{-1} \\
\Rightarrow T_{11} &= p_r(1-b/r)^{-1} \\
\Rightarrow \kappa \frac{f(\phi)}{\phi} T_{11} &= \kappa \frac{f(\phi)}{\phi} p_r(1-b/r)^{-1} \tag{3.1.14}
\end{aligned}$$

biçiminde olduğu görülür. Öte yandan

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{\phi}(\nabla_1\nabla_1 - g_{11}\square)\phi \\
&= \frac{1}{\phi}(\nabla_1\nabla_1 - g_{11}(g^{\alpha\beta}\nabla_\alpha\nabla_\beta))\phi \\
&= \frac{1}{\phi}(\nabla_1\nabla_1 - (1-b/r)^{-1}(g^{00}\nabla_0\nabla_0 + g^{11}\nabla_1\nabla_1 + g^{22}\nabla_2\nabla_2 + g^{33}\nabla_3\nabla_3))\phi \\
&= \frac{1}{\phi}(\nabla_1\nabla_1 - (1-b/r)^{-1}(-e^{-2\Phi}\nabla_0\nabla_0 + (1-b/r)\nabla_1\nabla_1 \\
&\quad + r^{-2}\nabla_2\nabla_2 + r^{-2}\sin^{-2}\theta\nabla_3\nabla_3))\phi \\
&= \frac{1}{\phi}(\cancel{\nabla_1\nabla_1} + (1-b/r)^{-1}e^{-2\Phi}\nabla_0\nabla_0 - \cancel{(1-b/r)(1-b/r)^{-1}\nabla_1\nabla_1} \\
&\quad - (1-b/r)^{-1}r^{-2}\nabla_2\nabla_2 - (1-b/r)^{-1}r^{-2}\sin^{-2}\theta\nabla_3\nabla_3)\phi \\
&= \frac{1}{\phi}(e^{-2\Phi}(1-b/r)^{-1}\nabla_0\nabla_0\phi - (1-b/r)^{-1}r^{-2}\underbrace{\nabla_2\nabla_2\phi}_0 \\
&\quad - (1-b/r)^{-1}r^{-2}\sin^{-2}\theta\underbrace{\nabla_3\nabla_3\phi}_0) \\
&= \frac{1}{\phi}e^{-2\Phi}(1-b/r)^{-1}\nabla_0\nabla_0\phi \tag{3.1.15}
\end{aligned}$$

fakat

$$\nabla_0\nabla_0\phi = \nabla_0\partial_0\phi = \partial_0\partial_0\phi - \underbrace{\partial_0\phi}_{=0}\Gamma_{00}^0 - \underbrace{\partial_2\phi}_{=0}\Gamma_{00}^2 \tag{3.1.16}$$

ancak $\Gamma_{00}^0 \equiv \partial_0 M$ şeklindedir. Öyleyse $\Gamma_{00}^0 = 0$ 'dır. Böylece

$$\nabla_0\nabla_0\phi = \nabla_0\partial_0\phi = \partial_0\partial_0\phi - \partial_0\phi\Gamma_{00}^0 = \partial_0\partial_0\phi = \ddot{\phi} \tag{3.1.17}$$

ve

$$\begin{aligned} \frac{1}{\phi}(\nabla_1\nabla_1 - g_{11}\square)\phi &= e^{2\Phi}(1-b/r)^{-1}\nabla_0\nabla_0\phi \\ &= \boxed{e^{-2\Phi}(1-b/r)^{-1}\ddot{\phi} = \frac{1}{\phi}(\nabla_1\nabla_1 - g_{11}\square)\phi} \end{aligned} \quad (3.1.18)$$

bulunur. Ayrıca

$$\begin{aligned} \frac{\omega(\phi)}{\phi^2} \left(-\frac{1}{2}g_{11}(\partial_\sigma\phi)^2 + \underbrace{(\partial_1\phi)(\partial_1\phi)}_0 \right) &= \frac{\omega(\phi)}{\phi^2} \left(-\frac{1}{2}g_{11}(g^{\alpha\beta}\partial_\alpha\phi\partial_\beta\phi) \right) \\ &= \frac{\omega(\phi)}{\phi^2} \left(-\frac{1}{2}(1-b/r)^{-1}(g^{00}\partial_0\phi\partial_0\phi + g^{11}\underbrace{\partial_1\phi\partial_1\phi}_0 \right. \\ &\quad \left. + g^{22}\underbrace{\partial_2\phi\partial_2\phi}_0 + g^{33}\underbrace{\partial_3\phi\partial_3\phi}_0 \right) \\ &= \frac{\omega(\phi)}{\phi^2} \left(\cancel{-\frac{1}{2}(1-b/r)^{-1}} \cancel{(\cancel{e^{-2\Phi}}\partial_0\phi\partial_0\phi)} \right) = \frac{1}{2}e^{-2\Phi}(1-b/r)^{-1}\frac{\omega(\phi)}{\phi^2}\dot{\phi}^2 \\ \Rightarrow \boxed{\frac{\omega(\phi)}{\phi^2} \left(-\frac{1}{2}g_{11}(\partial_\sigma\phi)^2 + (\partial_1\phi)(\partial_1\phi) \right)} &= e^{-2\Phi}(1-b/r)^{-1}\frac{\omega(\phi)}{2}\left(\frac{\dot{\phi}}{\phi}\right)^2 \end{aligned} \quad (3.1.19)$$

&

$$\boxed{g_{11}\frac{V(\phi)}{2\phi} = (1-b/r)^{-1}\frac{V(\phi)}{2\phi}} \quad (3.1.20)$$

şekindedir. O zaman G_{11} de (2.1.17) denkleminde yerine yazılarak $\mu = \nu = 1$ Einstein Alan Denklemi, denklem (2.2.21) aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\begin{aligned} \frac{2\Phi^{(1)}}{r} - \frac{b}{r^3(1-b/r)} &= \kappa\frac{f(\phi)}{\phi}p_r(1-b/r)^{-1} + e^{-2\Phi}(1-b/r)^{-1}\frac{\ddot{\phi}}{\phi} \\ &\quad + e^{-2\Phi}(1-b/r)^{-1}\frac{\omega(\phi)}{2}\left(\frac{\dot{\phi}}{\phi}\right)^2 \\ &\quad - (1-b/r)^{-1}\frac{V(\phi)}{2\phi} \end{aligned} \quad (3.1.21)$$

Yukarıdaki denklem (3.1.21) " $e^{2\Phi}(1-b/r)$ " ile çarpılarak da

$$\boxed{\frac{2\Phi^{(1)}e^{2\Phi}(1-b/r)}{r} - \frac{e^{2\Phi}b}{r^3} = e^{2\Phi}\kappa\frac{f(\phi)}{\phi}p_r + \frac{\ddot{\phi}}{\phi} + \frac{\omega(\phi)}{2}\left(\frac{\dot{\phi}}{\phi}\right)^2 - e^{2\Phi}\frac{V(\phi)}{2\phi}} \quad (3.1.22)$$

denklemini elde edilir. Diğer taraftan $\mu = \nu = 2$ için

$$\begin{aligned}
T_{22} &= (\rho + p_t)U_2U_2 + p_t g_{22} + (p_r - p_t)\chi_2\chi_2 \\
&= 0 + r^2 p_t + 0 \\
\Rightarrow T_{22} &= r^2 p_t \\
\Rightarrow \kappa \frac{f(\phi)}{\phi} T_{22} &= \kappa \frac{f(\phi)}{\phi} r^2 p_t \tag{3.1.23}
\end{aligned}$$

biçimindedir. Öte yandan

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{\phi}(\nabla_2\nabla_2 - g_{22}\square)\phi \\
&= \frac{1}{\phi}(\nabla_2\nabla_2 - g_{22}(g^{\alpha\beta}\nabla_\alpha\nabla_\beta))\phi \\
&= \frac{1}{\phi}(\nabla_2\nabla_2 - r^2(g^{00}\nabla_0\nabla_0 + g^{11}\nabla_1\nabla_1 + g^{22}\nabla_2\nabla_2 + g^{33}\nabla_3\nabla_3))\phi \\
&= \frac{1}{\phi}(\nabla_2\nabla_2 - r^2(-e^{-2\Phi}\nabla_0\nabla_0 + (1-b/r)\nabla_1\nabla_1 \\
&\quad + r^{-2}\nabla_2\nabla_2 + r^{-2}\sin^{-2}\theta\nabla_3\nabla_3))\phi \\
&= \frac{1}{\phi}(\cancel{\nabla_2\nabla_2} + r^2 e^{-2\Phi}\nabla_0\nabla_0 - r^2(1-b/r)\nabla_1\nabla_1 \\
&\quad - \cancel{r^2 r^{-2}\nabla_2\nabla_2} - \sin^{-2}\theta\nabla_3\nabla_3)\phi \\
&= \frac{1}{\phi}(e^{-2\Phi}r^2\nabla_0\nabla_0\phi - r^2(1-b/r)\underbrace{\nabla_1\nabla_1\phi}_0 - \sin^{-2}\theta\underbrace{\nabla_3\nabla_3\phi}_0) \\
&= \frac{1}{\phi}e^{-2\Phi}r^2 \underbrace{\nabla_0\nabla_0\phi}_{=\ddot{\phi} \text{ (3.1.17)}} = \boxed{\frac{1}{\phi}e^{-2\Phi}r^2\ddot{\phi} = \frac{1}{\phi}(\nabla_2\nabla_2 - g_{22}\square)\phi} \tag{3.1.24}
\end{aligned}$$

şeklindedir, ayrıca

$$\begin{aligned}
&\frac{\omega(\phi)}{\phi^2} \left(-\frac{1}{2}g_{22}(\partial_\sigma\phi)^2 + \underbrace{(\partial_2\phi)(\partial_2\phi)}_0 \right) = \frac{\omega(\phi)}{\phi^2} \left(-\frac{1}{2}g_{22}(g^{\alpha\beta}\partial_\alpha\phi\partial_\beta\phi) \right) \\
&= \frac{\omega(\phi)}{\phi^2} \left(-\frac{1}{2}r^2(g^{00}\partial_0\phi\partial_0\phi + g^{11}\underbrace{\partial_1\phi\partial_1\phi}_0 + g^{22}\underbrace{\partial_2\phi\partial_2\phi}_0 + g^{33}\underbrace{\partial_3\phi\partial_3\phi}_0) \right) \\
&= \frac{\omega(\phi)}{\phi^2} \left(\cancel{\frac{1}{2}r^2} \cancel{e^{-2\Phi}}\partial_0\phi\partial_0\phi \right) = \frac{1}{2}e^{-2\Phi}r^2 \frac{\omega(\phi)}{\phi^2} \dot{\phi}^2 \\
\Rightarrow &\boxed{\frac{\omega(\phi)}{\phi^2} \left(-\frac{1}{2}g_{22}(\partial_\sigma\phi)^2 + (\partial_2\phi)(\partial_2\phi) \right) = e^{-2\Phi}r^2 \frac{\omega(\phi)}{2} \left(\frac{\dot{\phi}}{\phi} \right)^2} \tag{3.1.25}
\end{aligned}$$

&

$$\boxed{g_{22} \frac{V(\phi)}{2\phi} = r^2 \frac{V(\phi)}{2\phi}} \quad (3.1.26)$$

biçimindedir. O halde (2.2.22), $\mu = \nu = 2$ Einstein alan denklemi, G_{22} de (2.1.18) denklemine göre yazılarak

$$\begin{aligned} & r^2(1-b/r)\Phi^{(2)} + \left(r(1-b/r) - \frac{(b^{(1)}r-b)}{2} \right) \Phi^{(1)} \\ & + r^2(1-b/r)(\Phi^{(1)})^2 - \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r} \\ & = \frac{f(\phi)}{\phi} r^2 p_t + \frac{1}{\phi} e^{-2\Phi} r^2 \ddot{\phi} + e^{-2\Phi} r^2 \frac{\omega(\phi)}{2} \left(\frac{\dot{\phi}}{\phi} \right)^2 - r^2 \frac{V(\phi)}{2\phi} \end{aligned} \quad (3.1.27)$$

bulunur. Öyleyse yukarıdaki denklem (3.1.27) " $e^{2\Phi} r^{-2}$ " ile çarpılarak

$$\begin{aligned} & e^{2\Phi}(1-b/r)\Phi^{(2)} + e^{2\Phi} \left(\frac{(1-b/r)}{r} - \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^2} \right) \Phi^{(1)} \\ & + e^{2\Phi}(1-b/r)(\Phi^{(1)})^2 - e^{2\Phi} \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^3} \\ & = e^{2\Phi} \frac{f(\phi)}{\phi} p_t + \frac{\ddot{\phi}}{\phi} + \frac{\omega(\phi)}{2} \left(\frac{\dot{\phi}}{\phi} \right)^2 - e^{2\Phi} \frac{V(\phi)}{2\phi} \end{aligned} \quad (3.1.28)$$

denklemini elde edilir. Eğer $\mu = \nu = 3$ 'e bakılacak olursa öncelikle,

$$\begin{aligned} T_{33} &= (\rho + p_t)U_3U_3 + p_t g_{33} + (p_r - p_t)\chi_3\chi_3 \\ &= 0 + r^2 \sin^2 \theta p_t + 0 \\ \Rightarrow T_{33} &= r^2 \sin^2 \theta p_t \\ \Rightarrow \kappa \frac{f(\phi)}{\phi} T_{33} &= \kappa \frac{f(\phi)}{\phi} r^2 \sin^2 \theta p_t \end{aligned} \quad (3.1.29)$$

biçimindedir. Öte yandan

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\phi} (\nabla_3 \nabla_3 - g_{33} \square) \phi \\
&= \frac{1}{\phi} (\nabla_3 \nabla_3 - g_{33} (g^{\alpha\beta} \nabla_\alpha \nabla_\beta)) \phi \\
&= \frac{1}{\phi} (\nabla_3 \nabla_3 - r^2 \sin^2 \theta (g^{00} \nabla_0 \nabla_0 + g^{11} \nabla_1 \nabla_1 + g^{22} \nabla_2 \nabla_2 + g^{33} \nabla_3 \nabla_3)) \phi \\
&= \frac{1}{\phi} (\nabla_3 \nabla_3 - r^2 \sin^2 \theta (-e^{-2\Phi} \nabla_0 \nabla_0 + (1 - b/r) \nabla_1 \nabla_1 \\
&\quad + r^{-2} \nabla_2 \nabla_2 + r^{-2} \sin^{-2} \theta \nabla_3 \nabla_3)) \phi \\
&= \frac{1}{\phi} (\cancel{\nabla_3 \nabla_3} + r^2 \sin^2 \theta e^{-2\Phi} \nabla_0 \nabla_0 - r^2 \sin^2 \theta (1 - b/r) \nabla_1 \nabla_1 \\
&\quad - r^2 r^{-2} \sin^2 \theta \nabla_2 \nabla_2 - \cancel{r^2 \sin^2 \theta r^{-2} \sin^{-2} \theta \nabla_3 \nabla_3}) \phi \\
&= \frac{1}{\phi} (e^{-2\Phi} r^2 \sin^2 \theta \nabla_0 \nabla_0 \phi - r^2 \sin^2 \theta (1 - b/r) \underbrace{\nabla_1 \nabla_1 \phi}_0 - \sin^2 \theta \underbrace{\nabla_2 \nabla_2 \phi}_0) \\
&= \frac{1}{\phi} e^{-2\Phi} r^2 \sin^2 \theta \underbrace{\nabla_0 \nabla_0 \phi}_{=\ddot{\phi} \text{ (3.1.17)}} = \boxed{e^{-2\Phi} r^2 \sin^2 \theta \frac{\ddot{\phi}}{\phi} = \frac{1}{\phi} (\nabla_3 \nabla_3 - g_{33} \square) \phi}
\end{aligned} \tag{3.1.30}$$

şeklindedir, ayrıca

$$\begin{aligned}
& \frac{\omega(\phi)}{\phi^2} \left(-\frac{1}{2} g_{33} (\partial_\sigma \phi)^2 + \underbrace{(\partial_3 \phi)(\partial_3 \phi)}_0 \right) = \frac{\omega(\phi)}{\phi^2} \left(-\frac{1}{2} g_{33} (g^{\alpha\beta} \partial_\alpha \phi \partial_\beta \phi) \right) \\
&= \frac{\omega(\phi)}{\phi^2} \left(-\frac{1}{2} r^2 \sin^2 \theta (g^{00} \partial_0 \phi \partial_0 \phi + g^{11} \underbrace{\partial_1 \phi \partial_1 \phi}_0 + g^{22} \underbrace{\partial_2 \phi \partial_2 \phi}_0 + g^{33} \underbrace{\partial_3 \phi \partial_3 \phi}_0) \right) \\
&= \frac{\omega(\phi)}{\phi^2} \left(\cancel{-\frac{1}{2} r^2 \sin^2 \theta} \cancel{e^{-2\Phi}} \partial_0 \phi \partial_0 \phi \right) = \frac{1}{2} e^{-2\Phi} r^2 \sin^2 \theta \frac{\omega(\phi)}{\phi^2} \dot{\phi}^2 \\
&\Rightarrow \boxed{\frac{\omega(\phi)}{\phi^2} \left(-\frac{1}{2} g_{33} (\partial_\sigma \phi)^2 + (\partial_3 \phi)(\partial_3 \phi) \right) = e^{-2\Phi} r^2 \sin^2 \theta \frac{\omega(\phi)}{2} \left(\frac{\dot{\phi}}{\phi} \right)^2}
\end{aligned} \tag{3.1.31}$$

&

$$\boxed{g_{33} \frac{V(\phi)}{2\phi} = r^2 \sin^2 \theta \frac{V(\phi)}{2\phi}} \tag{3.1.32}$$

biçimindedir. O zaman G_{33} , (2.1.19) denkleminde yazılarak $\mu = \nu = 3$ Einstein Alan Denklemi, denklem (2.2.23)

$$\begin{aligned}
& \sin^2\theta \left\{ r^2(1-b/r)\Phi^{(2)} + \left(r(1-b/r) - \frac{(b^{(1)}r-b)}{2} \right) \Phi^{(1)} \right. \\
& \quad \left. + r^2(1-b/r)(\Phi^{(1)})^2 - \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r} \right\} \\
= & \kappa \frac{f(\phi)}{\phi} r^2 \sin^2\theta p_t + e^{-2\Phi} r^2 \sin^2\theta \frac{\ddot{\phi}}{\phi} \\
& + e^{-2\Phi} r^2 \sin^2\theta \frac{\omega(\phi)}{2} \left(\frac{\dot{\phi}}{\phi} \right)^2 - r^2 \sin^2\theta \frac{V(\phi)}{2\phi} \quad (3.1.33)
\end{aligned}$$

şeklinde ifade edilebilir. Öyleyse yukarıdaki (3.1.33) denklemi " $e^{2\Phi} r^{-2} (\sin\theta)^{-2}$ " ile çarpılarak

$$\begin{aligned}
& e^{2\Phi} (1-b/r)\Phi^{(2)} + e^{2\Phi} \left(\frac{(1-b/r)}{r} - \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^2} \right) \Phi^{(1)} \\
& + e^{2\Phi} (1-b/r)(\Phi^{(1)})^2 - e^{2\Phi} \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^3} \\
= & e^{2\Phi} \kappa \frac{f(\phi)}{\phi} p_t + \frac{\ddot{\phi}}{\phi} + \frac{\omega(\phi)}{2} \left(\frac{\dot{\phi}}{\phi} \right)^2 - e^{2\Phi} \frac{V(\phi)}{2\phi} \quad (3.1.34)
\end{aligned}$$

denklemi elde edilir. Bu noktada dikkat edilecek olursa $\mu = \nu = 2$ ve $\mu = \nu = 3$ Einstein Alan Denklemleri'nden elde edilen sırasıyla (3.1.28) ve yukarıdaki (3.1.34) denklemleri direkt olarak aynıdır. Bu sistemimizin küresel (ikinci ve üçüncü koordinat) simetrisinin bir sonucundan başka bir şey değildir. Bir başka deyişle sistemin simetrisi denklem sayısını bir düşürmektedir ve simetri bahsi geçen denklemlerin aynı olmasıyla açık şekilde görünmektedir.

Tezin skaler alanın yalnızca zamana bağlı olduğu bu bölümünde özellikle dikkat edilmesi gereken bir husus da esasen (3.1.13), (3.1.22) ve (3.1.28) denklemlerinin ρ , p_r ve p_t 'yi skaler alan ϕ aracılığıyla zamana ve diğerleri aracılığıyla da radyal koordinata bağlı olacak şekilde

$$\rho(r,t) = \frac{\phi}{\kappa f(\phi)} \left[\frac{b^{(1)}}{r^2} - \frac{1}{2} e^{-2\Phi} \omega(\phi) \left(\frac{\dot{\phi}}{\phi} \right)^2 - \frac{V(\phi)}{2\phi} \right] \quad (3.1.35)$$

$$p_r(r,t) = \frac{\phi}{\kappa f(\phi)} \left[\frac{2\Phi^{(1)}(1-b/r)}{r} - \frac{b}{r^3} - e^{-2\Phi} \frac{\ddot{\phi}}{\phi} - e^{-2\Phi} \frac{\omega(\phi)}{2} \left(\frac{\dot{\phi}}{\phi} \right)^2 + \frac{V(\phi)}{2\phi} \right] \quad (3.1.36)$$

$$p_t(r,t) = \frac{\phi}{\kappa f(\phi)} \left[(1-b/r)\Phi^{(2)} + \left(\frac{(1-b/r)}{r} - \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^2} \right) \Phi^{(1)} + (1-b/r)(\Phi^{(1)})^2 - \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^3} - e^{-2\Phi} \frac{\ddot{\phi}}{\phi} - e^{-2\Phi} \frac{\omega(\phi)}{2} \left(\frac{\dot{\phi}}{\phi} \right)^2 + \frac{V(\phi)}{2\phi} \right] \quad (3.1.37)$$

biçiminde tanımladığıdır. Bir başka deyişle tezin bu skaler alanın yalnızca zamana bağlı olduğu kısmında ρ , p_r ve p_t yalnızca radyal koordinat r 'ye bağlı olmayıp, aynı zamanda da skaler alan aracılığıyla zamana bağlıdır. Bu durum da esasında metriğin statik olmasına rağmen enerji momentum tensörünün dinamik olmasına karşılık gelmektedir. Başka bir deyişle buradaki durumda skaler alan zamana bağlı olarak değiştiğçe buna bağlı olarak evrendeki enerji-momentum dağılımı da uzay-zaman yapısını modelleyen metrik zamanla değişmeyecek biçimde zamana bağlı olarak değişmektedir. Yani uzay-zaman yapısı statik olduğu halde zamanla değişen bir skaler alan ve buna bağlı olarak da yine aynı zamanda zamana bağlı olarak değişen bir enerji-momentum dağılımı vardır.

3.1.0.2. Klein-Gordon Denklemi ve $\ddot{\phi}/\phi$

Maddeye karşılık gelen Lagrange yoğunluğu için seçeneklerden biri $\rho \equiv$ [enerji yoğunluğu] olmak üzere $\mathcal{L}_m = -\rho$ şeklindedir [14]. Bu çalışmada da $\mathcal{L}_m = -\rho$ biçimindedir. Buna göre (1.1.4) denklemi ile ifade edilen Klein-Gordon denklemi

$$\begin{aligned}
& \frac{2\omega(\phi)+3}{\phi} (g^{00} \underbrace{\nabla_0 \nabla_0 \phi}_{\ddot{\phi}} + g^{11} \underbrace{\nabla_1 \nabla_1 \phi}_0 + g^{22} \underbrace{\nabla_2 \nabla_2 \phi}_0 + g^{33} \underbrace{\nabla_3 \nabla_3 \phi}_0) \\
& = \kappa \left(\frac{f(\phi)}{\phi} (g^{00} T_{00} + g^{11} T_{11} + g^{22} T_{22} + g^{33} T_{33}) + 2f'(\phi) \rho \right) \\
& \quad - \frac{2V(\phi)}{\phi} - \frac{\omega'(\phi)}{\phi} (\partial_\sigma \phi)^2 + V'(\phi)
\end{aligned}$$

halini alır. Buradan da

$$\begin{aligned}
& \frac{2\omega(\phi)+3}{\phi} (-e^{-2\Phi} \ddot{\phi}) \\
& = \kappa \left(\frac{f(\phi)}{\phi} (-e^{-2\Phi} \rho e^{2\Phi} + (1-b/r) p_r (1-b/r)^{-1} + r^{-2} p_t r^2 \right. \\
& \quad \left. + r^{-2} \sin^2 \theta p_t r^2 \sin^2 \theta) + 2f'(\phi) \rho \right) \\
& \quad - \frac{2V(\phi)}{\phi} - \frac{\omega'(\phi)}{\phi} (g^{00} \underbrace{\partial_0 \phi \partial_0 \phi}_{\dot{\phi}^2} + g^{11} \underbrace{\partial_1 \phi \partial_1 \phi}_0 \\
& \quad + g^{22} \underbrace{\partial_2 \phi \partial_2 \phi}_0 + g^{33} \underbrace{\partial_3 \phi \partial_3 \phi}_0) + V'(\phi) \\
\Rightarrow & \frac{2\omega(\phi)+3}{\phi} (-e^{-2\Phi} \ddot{\phi}) \\
& = \kappa \frac{f(\phi)}{\phi} \left(-1 + \frac{2f'(\phi)\phi}{f(\phi)} \right) \rho + \kappa \frac{f(\phi)}{\phi} (p_r + 2p_t) \\
& \quad - \frac{2V(\phi)}{\phi} - \frac{\omega'(\phi)}{\phi} (-e^{-2\Phi} \dot{\phi}^2) + \frac{\phi V'(\phi)}{\phi} \tag{3.1.38}
\end{aligned}$$

bulunur. Yukarıdaki (3.1.38) denklemini " $\frac{-e^{2\Phi}}{2\omega(\phi)+3}$ " ile çarpılarak da skaler alanın zamana göre ikinci türevi

$$\begin{aligned}
\ddot{\phi} & = e^{2\Phi} \frac{\kappa f(\phi) \rho}{2\omega(\phi)+3} \left(1 - \frac{2f'(\phi)\phi}{f(\phi)} \right) - e^{2\Phi} \frac{\kappa f(\phi)}{2\omega(\phi)+3} (p_r + 2p_t) \\
& \quad + e^{2\Phi} \frac{(2V(\phi) - \phi V'(\phi))}{2\omega(\phi)+3} - \frac{\omega'(\phi)}{2\omega(\phi)+3} \dot{\phi}^2 \tag{3.1.39}
\end{aligned}$$

şeklinde elde edilir. Öte yandan $\kappa f(\phi) \rho$ denklem (3.1.13), Einstein Alan Denklemleri'nin $\mu = \nu = 0$ bileşeni ile hali hazırda tanımlıdır. Buna göre çeşitli

düzenlemeler yapılarak

$$\kappa f(\phi)\rho = \frac{\phi b^{(1)}}{r^2} - \frac{1}{2}e^{-2\Phi}\phi\omega(\phi)\left(\frac{\dot{\phi}}{\phi}\right)^2 - \phi\frac{V(\phi)}{2\phi} \quad (3.1.40)$$

biçiminde ifade edilebilir. Böylece denklem (3.1.40), (3.1.39) denkleminde yerine yazılırsa $\ddot{\phi}$ denklemini $\kappa f(\phi)\rho$ elimine edilerek

$$\begin{aligned} \ddot{\phi} = & \frac{e^{2\Phi}}{2\omega(\phi)+3} \left(1 - \frac{2f'(\phi)\phi}{f(\phi)}\right) \left\{ \frac{\phi b^{(1)}}{r^2} - \frac{1}{2}e^{-2\Phi}\phi\omega(\phi)\left(\frac{\dot{\phi}}{\phi}\right)^2 - \phi\frac{V(\phi)}{2\phi} \right\} \\ & - e^{2\Phi} \frac{\kappa f(\phi)}{2\omega(\phi)+3} (p_r + 2p_t) + e^{2\Phi} \frac{(2V(\phi) - \phi V'(\phi))}{2\omega(\phi)+3} \\ & - \frac{\omega'(\phi)}{2\omega(\phi)+3} \dot{\phi}^2 \end{aligned} \quad (3.1.41)$$

şeklinde elde edilir. Öte yandan (3.1.41) denklemini $\dot{\phi}$ 'ye bölünürse de $\ddot{\phi}/\dot{\phi}$ oranı

$$\begin{aligned} \frac{\ddot{\phi}}{\dot{\phi}} = & \frac{e^{2\Phi}}{2\omega(\phi)+3} \left(1 - \frac{2f'(\phi)\phi}{f(\phi)}\right) \left\{ \frac{b^{(1)}}{r^2} - \frac{1}{2}e^{-2\Phi}\omega(\phi)\left(\frac{\dot{\phi}}{\phi}\right)^2 - \frac{V(\phi)}{2\phi} \right\} \\ & - e^{2\Phi} \frac{\kappa f(\phi)}{\phi(2\omega(\phi)+3)} (p_r + 2p_t) + e^{2\Phi} \frac{(2V(\phi) - \phi V'(\phi))}{\phi(2\omega(\phi)+3)} \\ & - \frac{\omega'(\phi)}{(2\omega(\phi)+3)} \frac{\dot{\phi}^2}{\phi} \end{aligned} \quad (3.1.42)$$

biçimindedir.

3.1.1. I. Hareket Denklemi

Bu noktada (3.1.42) denklemini (3.1.22) denkleminde yerine yazılırsa I. hareket denklemini

$$\begin{aligned} & \frac{2\Phi^{(1)}e^{2\Phi}(1-b/r)}{r} - \frac{e^{2\Phi}b}{r^3} \\ = & \kappa e^{2\Phi} \frac{f(\phi)}{\phi} p_r \\ & + \frac{e^{2\Phi}}{2\omega(\phi)+3} \left(1 - \frac{2f'(\phi)\phi}{f(\phi)}\right) \left\{ \frac{b^{(1)}}{r^2} - \frac{1}{2}e^{-2\Phi}\omega(\phi)\left(\frac{\dot{\phi}}{\phi}\right)^2 - \frac{V(\phi)}{2\phi} \right\} \\ & - e^{2\Phi} \frac{\kappa f(\phi)}{\phi(2\omega(\phi)+3)} (p_r + 2p_t) + e^{2\Phi} \frac{(2V(\phi) - \phi V'(\phi))}{\phi(2\omega(\phi)+3)} \\ & - \frac{\omega'(\phi)}{2\omega(\phi)+3} \frac{\dot{\phi}^2}{\phi} + \frac{\omega(\phi)}{2} \left(\frac{\dot{\phi}}{\phi}\right)^2 - e^{2\Phi} \frac{V(\phi)}{2\phi} \end{aligned} \quad (3.1.43)$$

biçimindedir.

3.1.2. II. Hareket Denklemi

Öte yandan (3.1.42) denklemi (3.1.28) denkleminde yerine yazılarak da II. hareket denklemi

$$\begin{aligned}
& e^{2\Phi}(1-b/r)\Phi^{(2)} + e^{2\Phi}\left(\frac{(1-b/r)}{r} - \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^2}\right)\Phi^{(1)} \\
& + e^{2\Phi}(1-b/r)(\Phi^{(1)})^2 - e^{2\Phi}\frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^3} \\
& = \kappa e^{2\Phi}\frac{f(\phi)}{\phi}p_t \\
& + \frac{e^{2\Phi}}{2\omega(\phi)+3}\left(1 - \frac{2f'(\phi)\phi}{f(\phi)}\right)\left\{\frac{b^{(1)}}{r^2} - \frac{1}{2}e^{-2\Phi}\omega(\phi)\left(\frac{\dot{\phi}}{\phi}\right)^2 - \frac{V(\phi)}{2\phi}\right\} \\
& - e^{2\Phi}\frac{\kappa f(\phi)}{\phi(2\omega(\phi)+3)}(p_r + 2p_t) + e^{2\Phi}\frac{(2V(\phi) - \phi V'(\phi))}{\phi(2\omega(\phi)+3)} \\
& - \frac{\omega'(\phi)}{2\omega(\phi)+3}\frac{\dot{\phi}^2}{\phi} + \frac{\omega(\phi)}{2}\left(\frac{\dot{\phi}}{\phi}\right)^2 - e^{2\Phi}\frac{V(\phi)}{2\phi} \tag{3.1.44}
\end{aligned}$$

şeklinde elde edilir. Yukarıdaki bu denklemler (3.1.43) ve (3.1.44), sistemimizin dinamiğini belirleyen hareket denklemleridir. Tezin bu bölümünde yapılacak olan analiz yukarıdaki hareket denklemlerini esas almaktadır.

3.1.3. p_r ve p_t 'yi İlişkilendiren Koşul ve Enerji-Momentum Tensörü'nün Formu

Denklem (3.1.44), (3.1.43) denkleminden çıkarılarak radyal ve transvers basınç arasında alan ϕ , alanın genel fonksiyonu f , kızıl kayma fonksiyonu Φ , şekil fonksiyonu b ve radyal koordinat r türünden aşağıdaki gibi bir ilişki elde edilir.

$$\begin{aligned}
p_r - p_t = & \frac{\phi}{\kappa f(\phi)}\left\{\frac{2\Phi^{(1)}(1-b/r)}{r} - \frac{b}{r^3} - (1-b/r)\Phi^{(2)}\right. \\
& - \left(\frac{(1-b/r)}{r} - \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^2}\right)\Phi^{(1)} - (1-b/r)(\Phi^{(1)})^2 \\
& \left. + \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^3}\right\} \tag{3.1.45}
\end{aligned}$$

Bu noktada yukarıdaki (3.1.45) denkleminin $\lim_{r \rightarrow \infty} \Phi^{(2)}(r) = 0$ ve $\lim_{r \rightarrow \infty} (\Phi^{(1)}(r))^2 = 0$ olmak koşuluyla evrendeki dağılımın büyük skalalarda izotropik olduğunu söyleyen kozmolojik prensiple uyumlu olacak biçimde sonlu bir ϕ için $r \rightarrow \infty$ iken $p_r \rightarrow p_t$ olduğunu ifade ettiği açıkça görünmektedir.

Öte yandan basınçlar arasındaki (3.1.45) ilişkisinin yazılabilmesi ile de $(p_r - p_t)$ elimine edilerek enerji momentum tensörü, radyal ve transvers basınçların her ikisi ile birden ifade edilmek yerine yalnızca transvers basınç ile

$$\begin{aligned}
T_{\mu\nu} = & (\rho + p_t)U_\mu U_\nu + p_t g_{\mu\nu} \\
& + \frac{\phi}{\kappa f(\phi)} \left\{ \frac{2\Phi^{(1)}(1-b/r)}{r} - \frac{b}{r^3} - (1-b/r)\Phi^{(2)} \right. \\
& \quad - \left(\frac{(1-b/r)}{r} - \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^2} \right) \Phi^{(1)} \\
& \quad \left. - (1-b/r)(\Phi^{(1)})^2 + \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^3} \right\} \chi_\mu \chi_\nu
\end{aligned} \tag{3.1.46}$$

şeklinde ifade edilebilir.

3.2. Sıfır Kızıla Kayma ($\Phi = 0$) Durumu

Referans [13]'e göre $\Phi = 0$ durumu durağan gözlemciler tarafından hissedilen gelgit kuvvetinin (tidal force) sıfır olmasına karşılık gelmektedir. Burada gelgit kuvveti efektif olarak solucan deliği boyunca seyahat eden yolcuların en üst ve en alt noktaları arasındaki kuvveti ifade etmektedir. Onun dışında bir de uzay zaman yolcularının hissedeceği dörtlü ilerleme ivmesini (translational acceleration) belirleyen kuvvet de vardır. Esasen, bir yolcunun geçilebilir bir solucan deliği boyunca transfer edilebilmesinin limitleri bu kızıla kayma fonksiyonu tarafından ortaya çıkarılan kuvvetler tarafından belirlenir. Açıkça, bu kuvvetlerin uygun biçimde küçük olması gerekmektedir. Bu uygunluğu ise konvansiyonel olarak seyahatin herhangi bir uzay-zaman noktasında hissedilecek

olan ivmelerin büyüklüğünün dünyanın genel-çekimsel ivmesininin büyüklüğünü (uygun birimlerde g_{\oplus}) geçmemesi ilkesi belirler. Tezin bu kısmında $\Phi = 0$ durumu analiz edilecektir ve böylelikle de kızıla kayma fonksiyonu varlığı nedeniyle yaratılacak ve seyahat edenler tarafından hissedilecek olan kuvvetler ile ilgili bir tartışma olmayacaktır. Bu durumda ($\Phi = 0$ için) hareket denklemleri (3.1.43) ve (3.1.44) sırasıyla

$$\begin{aligned}
-\frac{b}{r^3} = & \kappa \frac{f(\phi)}{\phi} p_r + \frac{1}{2\omega(\phi) + 3} \left(1 - \frac{2f'(\phi)\phi}{f(\phi)} \right) \left\{ \frac{b^{(1)}}{r^2} - \frac{1}{2} \omega(\phi) \left(\frac{\dot{\phi}}{\phi} \right)^2 - \frac{V(\phi)}{2\phi} \right\} \\
& - \frac{\kappa f(\phi)}{\phi(2\omega(\phi) + 3)} (p_r + 2p_t) + \frac{(2V(\phi) - \phi V'(\phi))}{\phi(2\omega(\phi) + 3)} \\
& - \frac{\omega'(\phi)}{2\omega(\phi) + 3} \frac{\dot{\phi}^2}{\phi} + \frac{\omega(\phi)}{2} \left(\frac{\dot{\phi}}{\phi} \right)^2 - \frac{V(\phi)}{2\phi}
\end{aligned} \tag{3.2.47}$$

ve

$$\begin{aligned}
-\frac{(b^{(1)}r - b)}{2r^3} = & \kappa \frac{f(\phi)}{\phi} p_t \\
& + \frac{1}{2\omega(\phi) + 3} \left(1 - \frac{2f'(\phi)\phi}{f(\phi)} \right) \left\{ \frac{b^{(1)}}{r^2} - \frac{1}{2} \omega(\phi) \left(\frac{\dot{\phi}}{\phi} \right)^2 - \frac{V(\phi)}{2\phi} \right\} \\
& - \frac{\kappa f(\phi)}{\phi(2\omega(\phi) + 3)} (p_r + 2p_t) + \frac{(2V(\phi) - \phi V'(\phi))}{\phi(2\omega(\phi) + 3)} \\
& - \frac{\omega'(\phi)}{2\omega(\phi) + 3} \frac{\dot{\phi}^2}{\phi} + \frac{\omega(\phi)}{2} \left(\frac{\dot{\phi}}{\phi} \right)^2 - \frac{V(\phi)}{2\phi}
\end{aligned} \tag{3.2.48}$$

halini almaktadır.

3.2.1. $\Phi = 0$ ve İzotropik Dağılım Durumunda Seyahat Edilebilir Bir Solucan Deliği Yoktur

İzotropik bir akışkan için $p_r = p_t = p$ biçimindedir [27]. Bu koşul ile denklemler (3.2.47) ve (3.2.48) anizotropik durumun özel bir hali olarak sırasıyla

$$-\frac{b}{r^3} = \kappa \frac{f(\phi)}{\phi} p + \frac{1}{2\omega(\phi) + 3} \left(1 - \frac{2f'(\phi)\phi}{f(\phi)}\right) \left\{ \frac{b^{(1)}}{r^2} - \frac{1}{2}\omega(\phi) \left(\frac{\dot{\phi}}{\phi}\right)^2 - \frac{V(\phi)}{2\phi} \right\} - \frac{3\kappa p f(\phi)}{\phi(2\omega(\phi) + 3)} + \frac{(2V(\phi) - \phi V'(\phi))}{\phi(2\omega(\phi) + 3)} - \frac{\omega'(\phi)}{2\omega(\phi) + 3} \frac{\dot{\phi}^2}{\phi} + \frac{\omega(\phi)}{2} \left(\frac{\dot{\phi}}{\phi}\right)^2 - \frac{V(\phi)}{2\phi} \quad (3.2.49)$$

ve

$$-\frac{(b^{(1)}r - b)}{2r^3} = \kappa \frac{f(\phi)}{\phi} p + \frac{1}{2\omega(\phi) + 3} \left(1 - \frac{2f'(\phi)\phi}{f(\phi)}\right) \left\{ \frac{b^{(1)}}{r^2} - \frac{1}{2}\omega(\phi) \left(\frac{\dot{\phi}}{\phi}\right)^2 - \frac{V(\phi)}{2\phi} \right\} - \frac{3\kappa p f(\phi)}{\phi(2\omega(\phi) + 3)} + \frac{(2V(\phi) - \phi V'(\phi))}{\phi(2\omega(\phi) + 3)} - \frac{\omega'(\phi)}{2\omega(\phi) + 3} \frac{\dot{\phi}^2}{\phi} + \frac{\omega(\phi)}{2} \left(\frac{\dot{\phi}}{\phi}\right)^2 - \frac{V(\phi)}{2\phi} \quad (3.2.50)$$

denklemlerine indirgenir. Bu noktada yukarıdaki denklemler (3.2.49) ve (3.2.50) analiz edilecek olursa bu denklemlerin sağ tarafları tamamen aynı olduğu için

$$-\frac{b}{r^3} = -\frac{(b^{(1)}r - b)}{2r^3} \quad (3.2.51)$$

eşitliğini zorladığı görülür. Bu yukarıdaki diferansiyel denklem çözüldüğünde $b(r)$ aşağıdaki gibi elde edilir.

$$b(r) = c_I r^3 \quad (3.2.52)$$

Fakat yukarıdaki gibi davranan bir şekil fonksiyonu seyahat edilebilir kurt deliği şekil fonksiyonu koşullarını sağlamamaktadır. Örneğin, $c_I = 1/r_0^2$ olması dışında boğazda $b(r = r_0) = c_I r_0^3 \neq r_0$ şeklindedir. Fakat $c_I = 1/r_0^2$ ise de dışa dönüklük koşulu sağlanmamaktadır. O zaman, integral sabitinin ne olduğuna göre

değişmeksizin (integral sabiti $1/r_0^2$ olsa bile) $b(r) = c_1 r^3$ olacak biçimde bir şekil fonksiyonu yoktur. Böylelikle $\Phi = 0$ durumunda evrendeki enerji-momentum dağılımı izotropik ise seyahat edilebilir bir solucan deliği olmayacağı sonucuna varılır. Bir başka deyişle bahsi geçen türde bir solucan deliğinin olmayışı eğer $\Phi = 0$ 'sa ve skaler alan ϕ de yalnızca zamana bağlı ise (ki tezin bu bölümünde alan yalnızca zamana bağlıdır) evrendeki enerji-momentum dağılımının izotropik olması ile açıklanabilir. Esasen bu durum $T_{\mu\nu} \equiv \rho U_\mu U_\nu$ tensörü ile betimlenen ve anizotropik (ve aynı zamanda da izotropik) enerji-momentum dağılımının sıfır basınç özel durumuna karşılık gelen kozmik toz (dust) akışkanı için de açıkça geçerlidir, çünkü (3.2.49) ve (3.2.50) denklemlerinin sağ tarafları açıkça görülebileceği üzere yine bu kozmik toz akışkanı durumunda da tamamen aynı kalmaktadır.

3.2.2. Null Enerji Koşulu (NEK)

Null Enerji Koşulu $N^\alpha N_\alpha = 0$ olacak şekilde $T_{\alpha\beta} N^\alpha N^\beta \geq 0$, $\forall N^\gamma$ olmasını gerektirmektedir [28]. Diğer taraftan [10] referansının Appendix A kısmında tartışıldığı üzere eylem fonksiyoneli (1.1.2) $f(\phi) = \phi$ olmak ve bu da Damour and Polyakov dilatonuna karşılık gelmek üzere konformal (conformal) bir dönüşüm ile bir genel göreliliğe yakınsama problemi olmakla beraber sicim budanmış seviye (string tree level) efektif eylemiyle aynıdır (EK2). Bu dilaton-benzeri durumda $\Phi = 0$ için denklemler (3.1.45) ve (3.1.46) sırasıyla

$$p_r - p_t = \frac{-3b + b^{(1)}r}{2\kappa r^3} \quad (3.2.53)$$

ve

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p_t)U_\mu U_\nu + p_t g_{\mu\nu} + \frac{(-3b + b^{(1)}r)}{2r^3} \chi_\mu \chi_\nu \quad (3.2.54)$$

durumunu almaktadır. Bu noktada bu çalışmadaki kurt deliği metriği göz önünde bulundurularak genel olarak $N^\gamma = (3^{1/2}e^{-\Phi}, (1 - b/r)^{1/2}, r^{-1}, r^{-1}(\sin\theta)^{-1})$ ve bu kısımda ise $N^\gamma = (3^{1/2}, (1 - b/r)^{1/2}, r^{-1}, r^{-1}(\sin\theta)^{-1})$ olacak biçimde bir Null

vektör önerilir ise NEK, (3.2.53) denklemi de göz önünde bulundurularak

$$\rho + p_t + \frac{-3b + b^{(1)}r}{6\kappa r^3} \geq 0 \quad (3.2.55)$$

ve

$$\rho + p_r - \frac{(-3b + b^{(1)}r)}{3\kappa r^3} \geq 0 \quad (3.2.56)$$

olmasını gerektirir.

3.2.3. Yukawa Tipi Solucan Deliği için Koşullar

$b(r) = r_0 e^{(-r/r_0+1)}$ biçiminde davranan bir şekil fonksiyonu önerildiğinde metrik

$$ds^2 = -e^{2\Phi(r)} dt^2 + \frac{dr^2}{1 - r_0 e^{\frac{-r}{r_0}}/r} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\zeta^2 \quad (3.2.57)$$

ile betimlenir. Bu yukarıdaki (3.2.57) ifadesine bakıldığında ikinci terimin paydasındaki ikinci terimin e Euler sayısı r_0 da boğazı belirleyen r_{min} . olmak üzere Yukawa potansiyeli gibi davrandığı görülür. Aynı zamanda (3.2.57) ifadesinin $\Phi = 0$ için $r \rightarrow \infty$ iken asimptotik olarak düzlem Minkowski metrik ifadesine yakınsadığı görülür. Bir başka deyişle metrik fiziksel olaydan, yani solucan deliğinden uzak mesafelerde Minkowski metriği ile aynı geometrik özelliklere sahiptir. Ek olarak Yukawa tipi kurt deliği kavramı en temel elektromanyetik etkileşmelerden birinin karakteri ile aynı olan karakteri çerçevesinde topolojinin yük manifestosuna direkt olarak uyması bakımından önemli bir kavramdır. Solucan deliğinin yüksüz yük mekanizması sağladığı, tutamağı olan bir düzlem (sheet with a handle) benzeri uzay, topolojinin bu elektrik yükü manifestosundan başka bir şey değildir [29].

Bu durumda $b(r) = r_0 e^{(-r/r_0+1)}$ ve $f(\phi) = \phi$ için koşul (3.2.55), $(3r_0 + r)e^{(-r/r_0+1)}$ pozitif olmak üzere

$$\rho + p_t - \frac{(3r_0 + r)e^{(-r/r_0+1)}}{6\kappa r^3} \geq 0 \quad (3.2.58)$$

biçimindedir. Öyleyse,

$$\rho + p_t \geq 0 \quad (3.2.59)$$

şeklindedir. Diğer taraftan (3.2.56) koşulu da ρ ve p_r 'nin aynı anda negatif olmasına izin verecek şekilde

$$\rho + p_r \geq -\frac{(3r_0 + r)e^{(-r/r_0+1)}}{3\kappa r^3} \quad (3.2.60)$$

biçimindedir. Ancak bu ρ ve p_r 'nin aynı anda negatif olabildiği durum (3.2.59) nedeniyle p_t 'nin pozitif olmasını gerektirmektedir. Bir başka deyişle, NEK'in sağlanabilmesi için ρ ve p_r 'nin her ikisi de aynı anda negatif olabilir fakat bu durumda p_t mutlaka pozitif olmalıdır. Öte yandan (3.2.53) denklemine göre de $p_t \geq p_r$ 'dir. Ayrıca bu alt kısımda elde edilen sonuçların tamamının sadece Yukawa tipi kurt deliği için geçerli olmayıp aynı zamanda uzamsal geometrisi $(-3b(r) + b^{(1)}(r)r)$ 'nin negatif olduğu şekil fonksiyonları ile betimlenen tüm kurt delikleri için de geçerli olduğu gözden kaçırılmamalıdır.

3.2.4. p_r ve p_t 'nin Belirlenmesi

$\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0$ enerjinin korunumunu betimlemektedir [26]. Buna göre basınçlar için $v = 1$ ve $\Phi = 0$ olmak üzere

$$p_r^{(1)} + 2r^{-1}(p_r - p_t) = 0 \quad (3.2.61)$$

eşitliği elde edilir. Bir başka deyişle enerjinin korunduğu bir sistemde basınçlar arasında yukarıdaki (3.2.61) ilişkisi sağlanmalıdır. Ancak $(p_r - p_t)$ (3.1.45) denklemi ile hali hazırda tanımlıdır. Buna göre $(p_r - p_t)$, $\Phi = 0$ için (3.2.61) denkleminde elimine edilerek radyal basınç için

$$p_r^{(1)} = \frac{\phi}{\kappa f(\phi)} \frac{(3b - b^{(1)}r)}{r^4} \quad (3.2.62)$$

ifadesi elde edilir. Böylelikle radyal basınç

$$p_r = \frac{\phi}{\kappa f(\phi)} \int_{r_0}^r \frac{3b(y) - b^{(1)}(y)y}{y^4} dy \quad (3.2.63)$$

biçimindedir. Diğer taraftan yine denklem (3.1.45) aracılığıyla p_t de radyal basınç türünden

$$p_t = p_r + \frac{\phi}{f(\phi)} \frac{(3b - b^{(1)}r)}{2\kappa r^3} \quad (3.2.64)$$

şeklinde elde edilir. Ek olarak dilaton-bezeri bir alan varlığında da basınçlar $f(\phi) = \phi$ olmak koşuluyla yine yukarıdaki denklemler (3.2.63) ve (3.2.64) ile tanımlıdır.



4. $\phi : r \rightarrow \phi(r)$ Durumu

Tezin bu bölümünde skaler alanın $\phi : r \rightarrow \phi(r)$ olacak şekilde yalnızca radyal koordinat r 'nin bir fonksiyonu olduğu durum tartışılacaktır. Esas olarak bu durumda egzotik (exotic) olmayan solucan deliği formasyonlarını tartışmak bu bölümün temel olgusudur. Bu maksatla önceki bölümlerdekine benzer hesaplamalar bu kez de yalnızca radyal koordinata bağlı skaler alan için yapılarak öncelikle Einstein Alan Denklemleri'ne ulaşılmış ve daha sonrasında ise NEK üzerinden egzotiklik tartışılmıştır. Dikkat edilmesi gereken husus metrik tensörün yine Morris-Thorne metrik tensörü olması nedeniyle (2.1.16) (2.1.17) ve (2.1.18) Einstein Alan Tensörü bileşenlerinin bir önceki bölümle aynı olacağı fakat Einstein Denklemleri'nin sağ taraflarının alanın zamana bağlı olmayıp radyal koordinata bağlı olmasından dolayı farklı olmasıdır. Skaler alanın radyal koordinata bağlı olduğu bu durumda Einstein Alan Denklemleri

$$\begin{aligned} \frac{b^{(1)}}{r^2} = & \kappa \frac{f(\phi)}{\phi} \rho \\ & + \frac{1}{\phi} (1-b/r) [\phi^{(2)} + \phi^{(1)} \{(1/2)(1-b/r)^{-1}(1-b/r)^{(1)} + 2r^{-1}\}] \\ & + \frac{1}{2} (1-b/r) \omega(\phi) \left(\frac{\phi^{(1)}}{\phi} \right)^2 + \frac{V(\phi)}{2\phi} \end{aligned} \quad (4.0.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{2\Phi^{(1)}}{r} - \frac{b}{r^3(1-b/r)} = & \kappa \frac{f(\phi)}{\phi} (1-b/r)^{-1} p_r - \{\Phi^{(1)} + 2r^{-1}\} \frac{\phi^{(1)}}{\phi} \\ & + \frac{1}{2} \omega(\phi) \left(\frac{\phi^{(1)}}{\phi} \right)^2 - (1-b/r)^{-1} \frac{V(\phi)}{2\phi} \end{aligned} \quad (4.0.2)$$

&

$$\begin{aligned}
& r^2(1-b/r)\Phi^{(2)} + \left(r(1-b/r) - \frac{(b^{(1)}r-b)}{2} \right) \Phi^{(1)} \\
& + r^2(1-b/r)(\Phi^{(1)})^2 - \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r} \\
& = \kappa \frac{f(\phi)}{\phi} r^2 p_t + \frac{1}{\phi} \{ -r^2(1-b/r)\Phi^{(1)}\phi^{(1)} \\
& - r^2(1-b/r)(\phi^{(2)} + (1/2)(1-b/r)^{-1}(1-b/r)^{(1)}\phi^{(1)}) - r(1-b/r)\phi^{(1)} \} \\
& - \frac{1}{2}r^2(1-b/r)\omega(\phi) \left(\frac{\phi^{(1)}}{\phi} \right)^2 - r^2 \frac{V(\phi)}{2\phi} \tag{4.0.3}
\end{aligned}$$

biçiminde gelmektedir.

4.1. Enerji Yoğunluğu, Radyal ve Transvers Basınçlar

$\mu = \nu = 0$, (4.0.1) Einstein Alan Denklemi enerji yoğunluğunun

$$\begin{aligned}
\rho = \frac{\phi}{\kappa f(\phi)} \left[\frac{b^{(1)}}{r^2} - \frac{1}{\phi} (1-b/r) [\phi^{(2)} + \phi^{(1)} \{ (1/2)(1-b/r)^{-1}(1-b/r)^{(1)} \} \right. \\
\left. + 2r^{-1} \} \right] - \frac{1}{2} (1-b/r) \omega(\phi) \left(\frac{\phi^{(1)}}{\phi} \right)^2 - \frac{V(\phi)}{2\phi} \tag{4.1.4}
\end{aligned}$$

olduğunu ifade etmektedir. Öte yandan radyal ve transvers basınçlar ise sırasıyla (4.0.2) ve (4.0.3) Einstein Alan Denklemleri tarafından

$$\begin{aligned}
p_r = \frac{\phi}{\kappa f(\phi)} \left[\frac{2\Phi^{(1)}(1-b/r)}{r} - \frac{b}{r^3} + (1-b/r) \{ \Phi^{(1)} + 2r^{-1} \} \frac{\phi^{(1)}}{\phi} \right. \\
\left. - \frac{1}{2} (1-b/r) \omega(\phi) \left(\frac{\phi^{(1)}}{\phi} \right)^2 + \frac{V(\phi)}{2\phi} \right] \tag{4.1.5}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p_t = & \frac{\phi}{\kappa f(\phi)} \left[(1-b/r)\Phi^{(2)} + \left(\frac{(1-b/r)}{r} \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^2} \right) \Phi^{(1)} + (1-b/r)(\Phi^{(1)})^2 - \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^3} \right. \\
& + (1-b/r)\Phi^{(1)}\frac{\phi^{(1)}}{\phi} + (1-b/r)\frac{\phi^{(2)}}{\phi} + \frac{1}{2}(1-b/r)^{(1)}\frac{\phi^{(1)}}{\phi} \\
& \left. + \frac{(1-b/r)}{r}\frac{\phi^{(1)}}{\phi} + \frac{1}{2}(1-b/r)\omega(\phi)\left(\frac{\phi^{(1)}}{\phi}\right)^2 + \frac{V(\phi)}{2\phi} \right] \quad (4.1.6)
\end{aligned}$$

biçiminde belirlenmektedir.

4.1.1. Radyal ve Transvers Basınç Arasındaki İlişki

(4.1.5) ve (4.1.6) denklemlerinden radyal ve transvers basınç arasındaki ilişki iki denklemin farkı şeklinde

$$\begin{aligned}
p_r - p_t = & \frac{\phi}{\kappa f(\phi)} \left[\frac{2\Phi^{(1)}(1-b/r)}{r} - \frac{b}{r^3} - (1-b/r)\Phi^{(2)} \right. \\
& - \left(\frac{(1-b/r)}{r} - \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^2} \right) \Phi^{(1)} - (1-b/r)(\Phi^{(1)})^2 \\
& \left. + \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^3} \right] \\
& - \frac{1}{\kappa f(\phi)} \left[\phi^{(2)}(1-b/r) + \phi^{(1)} \left(-r^{-1}(1-b/r) \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{1}{2}(1-b/r)^{(1)} + (1-b/r)\omega(\phi)\frac{\phi^{(1)}}{\phi} \right) \right] \quad (4.1.7)
\end{aligned}$$

biçiminde elde edilir.

4.1.2. Kozmolojik Prensip Açısından Kontrol

Fizikte yapılan çalışmaların temel prensiplerle çelişmemesi, onlarla uyumlu olması gerekmektedir. Bu bağlamda bu alt kısımda da öncelikli olarak kozmolojik prensip açısından sağlanması gereken koşullar belirlenecektir. Buna göre analiz

yapılacak olursa yukarıdaki (4.1.7) denkleminin, $r \rightarrow \infty$ limitinde (r_0 'a göre büyük skalalarda)

$$\lim_{r \rightarrow \infty} (p_r - p_t) = \lim_{r \rightarrow \infty} \left\{ \frac{\phi}{\kappa f(\phi)} \left[-\Phi^{(2)} - (\Phi^{(1)})^2 \right] - \frac{1}{\kappa f(\phi)} \left[\phi^{(2)} + \omega(\phi) \frac{(\phi^{(1)})^2}{\phi} \right] \right\} \quad (4.1.8)$$

halini aldığı görünür. Öyleyse Minkowski uzay-zaman metriğine yakınsama olgusu çerçevesinde her yerde sıfır olması ya da r arttıkça azalan ve büyük r değerleri için sıfıra yakınsayan (decaying) bir fonksiyon olması gereken, aynı zamanda da istasyonlardan gönderilen sinyallerin kızıla kaymasının küçük olması açısından da yine uzak mesafelerde $|\Phi| \ll 1$ 'i sağlaması gereken kızıla kayma fonksiyonu Φ 'nin $\Phi^{(2)}$ ve $(\Phi^{(1)})^2$ ifadeleri için

$$\lim_{r \rightarrow \infty} (p_r - p_t) = \lim_{r \rightarrow \infty} \left\{ -\frac{1}{\kappa f(\phi)} \left[\phi^{(2)} + \omega(\phi) \frac{(\phi^{(1)})^2}{\phi} \right] \right\} \quad (4.1.9)$$

şeklinindedir. O zaman skaler alan, evrenin büyük skalalarda izotropik olduğunu söyleyen kozmolojik prensibe göre rastgele bir f ve ω için $\lim_{r \rightarrow \infty} (\phi^{(1)})^2 = 0$ 'ı, böylelikle de $\lim_{r \rightarrow \infty} \phi^{(2)} = 0$ 'ı da sağlayacak bir karakterde olmalıdır. Öyleyse rastgele bir f ve ω için skaler alan

$$\lim_{r \rightarrow \infty} (\phi^{(1)})^2 = 0 \quad \& \quad \lim_{r \rightarrow \infty} \phi^{(2)} = 0 \quad (4.1.10)$$

ifadesini sağlamalıdır.

4.1.3. Enerji-Momentum Tensörü'nün Formu

Öte yandan (1.3.6) denklemi ile betimlenen anizotropik enerji-momentum tensörü $(p_r - p_t)$, (4.1.7) denkleminde yazılarak yalnızca p_t cinsinden

$$\begin{aligned}
T_{\mu\nu} = & (\rho + p_t)U_\mu U_\nu + p_t g_{\mu\nu} \\
& + \left\{ \frac{\phi}{\kappa f(\phi)} \left[\frac{2\Phi^{(1)}(1-b/r)}{r} - \frac{b}{r^3} - (1-b/r)\Phi^{(2)} \right. \right. \\
& \quad - \left(\frac{(1-b/r)}{r} - \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^2} \right) \Phi^{(1)} - (1-b/r)(\Phi^{(1)})^2 + \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^3} \left. \right] \\
& \quad - \frac{1}{\kappa f(\phi)} \left[\phi^{(2)}(1-b/r) + \phi^{(1)} \left(-r^{-1}(1-b/r) \right. \right. \\
& \quad \quad \left. \left. + \frac{1}{2}(1-b/r)^{(1)} + (1-b/r)\omega(\phi)\frac{\phi^{(1)}}{\phi} \right) \right] \left. \right\} \chi_\mu \chi_\nu \quad (4.1.11)
\end{aligned}$$

şeklinde ifade edilebilir.

4.2. Null Enerji Koşulu (NEK)

(4.1.4) ve (4.1.5) denklemlerine bakılarak $\rho + p_r$

$$\begin{aligned}
\rho + p_r = & \frac{\phi}{\kappa f(\phi)} \left[\frac{b^{(1)}r-b}{r^3} + (1-b/r)\Phi^{(1)} \left(\frac{2}{r} + \frac{\phi^{(1)}}{\phi} \right) \right. \\
& \quad - (1-b/r)\frac{\phi^{(2)}}{\phi} - \frac{1}{2}(1-b/r)^{(1)}\frac{\phi^{(1)}}{\phi} \\
& \quad \left. - (1-b/r)\omega(\phi)\left(\frac{\phi^{(1)}}{\phi}\right)^2 \right] \quad (4.2.12)
\end{aligned}$$

biçiminde elde edilir. Öte yandan (4.1.4) ve (4.1.6) denklemlerine bakılarak da $\rho + p_t$

$$\begin{aligned}
\rho + p_t = & \frac{\phi}{\kappa f(\phi)} \left[\frac{b^{(1)}r+b}{2r^3} + (1-b/r)\Phi^{(2)} + (\Phi^{(1)})^2(1-b/r) \right. \\
& \quad \left. + \Phi^{(1)} \left(\frac{1-b/r}{r} - \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^2} + (1-b/r)\frac{\phi^{(1)}}{\phi} \right) \right. \\
& \quad \left. - \frac{(1-b/r)\phi^{(1)}}{r} \right] \quad (4.2.13)
\end{aligned}$$

biçiminde elde edilir. Bu noktada $\rho + p_r$ ve $\rho + p_t$ 'nin $V(\phi)/(2\phi)$ 'den bağımsız karakteri yukarıdaki (4.2.12) ve (4.2.13) denklemlerinden açıkça görünmektedir.

Öte yandan NEK, $\rho + p_r \geq 0$ ve $\rho + p_t \geq 0$ olmasını gerektirmektedir [30]. Öyleyse (4.2.12) ve (4.2.13) denklemlerinin sağ tarafları NEK'in sağlanabilmesi için sıfıra eşit ya da sıfırdan büyük olmalıdır. Tezin bu kısmında NEK'i sağlamayan madde varlığından kaçınmak amacıyla NEK'i sağlayan durumlar araştırılmaktadır. NEK'i ihlal eden madde ise egzotik maddeden başka bir şey değildir [31]. Böylelikle tezin bu kısmında egzotik olmayan, olağan (ordinary) madde ve/veya elektromanyetik radyasyon varlığına dayanan solucan deliği formasyonlarının araştırılacağı söylenebilir. Burada olağan madde ve elektromanyetik radyasyon varlığı [32] referansında süper akışkan (perfect fluid) için yapılan tartışmadan farklı (ki bu tezde genel olarak ve bu bölümde de akışkan anizotropiktir) fakat ona benzer olarak $\rho + p_r$ ve $\rho + p_t$ 'nin ikisinin de sırasıyla sıfırdan büyük ve sıfıra eşit olduğu duruma karşılık olarak kullanılmaktadır.

Bu egzotik olmayan durumlar pozitif tanımlı bir ϕ varlığında $f(\phi) > 0$ olacak şekilde, $\phi/f(\phi) > 0$ için kontrol edilecektir.

4.2.1. $\rho + p_r \geq 0$ ($\omega(\phi)$ Üzerindeki Koşul)

NEK $\rho + p_r \geq 0$ gerekliliği aracılığıyla $\omega(\phi)$ üzerinde açıkça

$$\omega(\phi) \leq \left(\frac{\phi}{\phi^{(1)}} \right)^2 \left[-(\ln(1-b/r))^{(1)} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{2} \frac{\phi^{(1)}}{\phi} \right) + \Phi^{(1)} \left(\frac{2}{r} + \frac{\phi^{(1)}}{\phi} \right) - \frac{\phi^{(2)}}{\phi} \right] \quad (4.2.14)$$

biçimindeki koşulu zorlamaktadır.

(Bu noktada $\phi/f(\phi) < 0$ ise $\omega(\phi) \geq [(4.2.14) \text{ denkleminin sağ tarafı}]$ olması gerektiğine de dikkat edilmelidir.)

4.2.1.1. Boğaz Civarında ($r \rightarrow r_0$)

Yukarıdaki (4.2.14) ilişkisi, $\omega(\phi)$ 'nin $\phi/f(\phi) > 0$ olmak üzere sonlu bir $\frac{\phi^{(1)}}{\phi}$ için $\frac{1}{r} + \frac{1}{2} \frac{\phi^{(1)}}{\phi} > 0$ ise r, r_0 'a giderken eksi sonsuza gittiğini, $r = r_0$ 'da ise eksi sonsuza eşit olduğunu ifade etmektedir. Bir başka deyişle $\omega(\phi)$ NEK'in sağlanabilmesi

için, $\frac{\phi^{(1)}}{\phi} > \frac{-2}{r}$ biçimindeki bir skaler alan varlığında, boğaz civarında eksi sonsuza iraksamakta ve $r = r_0$ 'da da eksi sonsuza eşit olmaktadır. (Öyleyse bu durumda ω fonksiyonu NEK'in sağlanabilmesi için boğaz civarında $\omega(\phi)$ 'nin ekstrem (extreme) değerler aldığı bir karaktere sahip olmalıdır.)

Bunun dışındaki bir diğer seçenek ise $\omega(\phi)$ 'nin boğaz civarında ekstrem değer almak zorunda olmadığı ve $\frac{1}{r} + \frac{1}{2} \frac{\phi^{(1)}}{\phi} \leq 0$ sıfır olduğu durumdan başka bir şey değildir. Başka bir deyişle, ω NEK'i sağlamak üzere $\omega(\phi)$ 'nin boğaz civarında da sonlu olabilmesi için skaler alan $\frac{1}{r} + \frac{1}{2} \frac{\phi^{(1)}}{\phi} \leq 0$ 'ı sağlamalıdır.

Öyleyse sabit $r = r_0$ 'da $\phi(r = r_0) \leq \phi_0$ olacak şekilde belirlenmek üzere skaler alanın, NEK'i sağlayan bir ω 'nın sonlu değerli olabilmesi için

$$|\phi| \leq \phi_0 r_0^2 r^{-2} \quad (0 < \phi_0 < \infty \text{ sonlu bir } \phi \text{ için}) \quad (4.2.15)$$

eşitliğini sağlaması gerekmektedir.

4.2.1.2. Boğazdan Uzak Mesafelerde ($r \rightarrow \infty$)

Ek olarak (4.2.14) ilişkisi $\omega(\phi)$ için $\omega(\phi)$ 'nin boğazdan uzak mesafelerde sonlu bir $\phi^{(1)}/\phi$ ve Φ kızıla kayma fonksiyonu olmak üzere azalan $|\Phi| \ll 1$ için $\lim_{r \rightarrow \infty} \Phi^{(1)} = 0$ olacak şekilde

$$\begin{aligned} \lim_{r \rightarrow \infty} \omega(\phi) &\leq \lim_{r \rightarrow \infty} \left\{ \left(\frac{\phi}{\phi^{(1)}} \right)^2 \left[\Phi^{(1)} \frac{\phi^{(1)}}{\phi} - \frac{\phi^{(2)}}{\phi} \right] \right\} \\ \Rightarrow \lim_{r \rightarrow \infty} \omega(\phi) &\leq \lim_{r \rightarrow \infty} \left\{ - \frac{\phi \phi^{(2)}}{\phi^{(1)^2}} \right\} \end{aligned} \quad (4.2.16)$$

olduğunu ifade eder.

4.2.2. $\rho + p_t \geq 0$

Diğer taraftan, $\phi/f(\phi) > 0$ için (4.2.13) denkleminde göre $\rho + p_t \geq 0$,

$$\left[\frac{b^{(1)}r+b}{2r^3} + (1-b/r)\Phi^{(2)} + (\Phi^{(1)})^2(1-b/r) \right. \\ \left. + \Phi^{(1)} \left(\frac{1-b/r}{r} - \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^2} + (1-b/r)\frac{\phi^{(1)}}{\phi} \right) \right. \\ \left. - \frac{(1-b/r)\phi^{(1)}}{r\phi} \right] \geq 0 \quad (4.2.17)$$

olmasını gerektirir.

4.2.2.1. Boğaz Civarında

$r \rightarrow r_0$ olduğu boğaz civarında yukarıdaki ilişki geçilebilir solucan deliği şekil fonksiyonu özelliklerine göre $b^2 > 0$ için $b^{(1)}r - b < 0$ olmak üzere

$$\lim_{r \rightarrow r_0} \left[\frac{b^{(1)}r+b}{2r^3} - \Phi^{(1)} \frac{(b^{(1)}r-b)}{2r^2} \right] \geq 0 \quad (4.2.18)$$

şeklini alır. Öyleyse $\Phi^{(1)}$ aynı zamanda

$$\lim_{r \rightarrow r_0} \Phi^{(1)} \geq \frac{1}{r_0} \left(1 + \frac{2}{b^{(1)}(r_0) - 1} \right) \quad (4.2.19)$$

ifadesini de sağlamalıdır.

4.2.2.2. Boğazdan Uzak Mesafelerde

Öte yandan (4.2.17) ilişkisine göre $\lim_{r \rightarrow \infty} \Phi^{(1)} = 0$ için

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \left\{ - \frac{(1-b/r)\phi^{(1)}}{r\phi} \right\} \geq 0 \quad (4.2.20)$$

ifadesi sağlanmalıdır.

4.3. Egzotik Olmayan Model

Böylelikle Skaler Tensör Teorisi'nde Morris-Thorne solucan deliğinin olağan madde ve/veya elektromanyetik radyasyon formasyonu için sağlanması gereken gereklilikler, sadece radyal koordinat r 'ye bağlı olan bir skaler alan ϕ varlığında, sifıra eşit olan ya da solucan deliğinden uzak mesafelerde $|\Phi(r)| \ll 1$ ve $\lim_{r \rightarrow \infty} |\Phi(r)| \rightarrow 0$ (Metriğin sonsuzda Minkowski metriğine yakınsaması için) olmak üzere azalan bir $|\Phi(r)|$ çerçevesinde $\lim_{r \rightarrow \infty} \Phi^{(2)} = 0$ ve $\lim_{r \rightarrow \infty} (\Phi^{(1)})^2$ olacak şekilde bir Φ için, aşağıdaki gibidir.

4.3.1. Olağan Madde ve/veya Elektromanyetik Radyasyon için Gereklilikler

4.3.1.1. Kozmolojik Prensibe Göre

$$\lim_{r \rightarrow \infty} (\phi^{(1)})^2 = 0 \quad \& \quad \lim_{r \rightarrow \infty} \phi^{(2)} = 0 \quad (4.3.21)$$

4.3.1.2. $\rho + p_r \geq 0$ 'a Göre

$$\begin{aligned} \omega(\phi) \leq \left(\frac{\phi}{\phi^{(1)}} \right)^2 & \left[-\ln(1-b/r)^{(1)} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{2} \frac{\phi^{(1)}}{\phi} \right) \right. \\ & \left. + \Phi^{(1)} \left(\frac{2}{r} + \frac{\phi^{(1)}}{\phi} \right) - \frac{\phi^{(2)}}{\phi} \right] \end{aligned} \quad (4.3.22)$$

$$|\phi| \leq \phi_0 r_0^2 r^{-2} \quad (\text{sonlu bir } \phi \text{ için } 0 < \phi_0 < \infty \text{ olmak üzere}) \quad (4.3.23)$$

($\omega(\phi)$ 'nin aynı zamanda boğaz civarında da sonlu olması için)

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \omega(\phi) \leq \lim_{r \rightarrow \infty} \left\{ -\frac{\phi \phi^{(2)}}{\phi^{(1)2}} \right\} \quad (4.3.24)$$

4.3.1.3. $\rho + p_t \geq 0$ 'a Göre

$$\lim_{r \rightarrow r_0} \Phi^{(1)} \geq \frac{1}{r_0} \left(1 + \frac{2}{b^{(1)}(r_0) - 1} \right) \quad (4.3.25)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \left\{ - \frac{(1 - b/r) \phi^{(1)}}{r \phi} \right\} \geq 0 \quad (4.3.26)$$

(Ayrıca bu noktada, yukarıdakilerden ayrı olarak $|\Phi(r)|$ 'den kaynaklanabilecek her türlü uygun olmayacak biçimde yüksek değerden kaçınmak amacıyla $1 \gg |\Phi(r)|$ koşulu da konacaktır. Bu yüksek değerler ile kastedilen şeylerden biri seyahat edenler tarafından hissedilecek olan lineer ivmenin ve gel-git ivmesinin büyüklüğünün dünyanın genel-çekimsel ivmesinin büyüklüğünden fazla olmasıdır.)

4.3.2. Tartışma

NEK için (4.3.25) gerekliliğine göre $\lim_{r \rightarrow r_0} \Phi^{(1)}(r)$ 'nin negatif olabilmesi için şekil fonksiyonu $b(r) > r_0^2 r^{-1}$ 'i sağlamalıdır. Diğer taraftan, (4.3.23) gerekliliğine göre skaler alan, NEK'i sağlayan bir ω 'nın aynı zamanda boğaz çevresinde de kesin olarak sonlu değerler verebilmesi için $|\phi| \leq \phi_0 r_0^2 r^{-2}$ ifadesini sağlamalıdır. O zaman $|\Phi(r)|$ azalacak biçimde bir kızıla kayma fonksiyonu (sıfırdan farklı ise), ω 'nın sonlu olabilmesi ve NEK'in sağlanması için $b(r)/r$ ile aynı davranışı gösteren bir skaler alan varlığında negatif olmalıdır. Burada, $b(r)$ yerine $b(r)/r$ tartışılmaktadır, çünkü kurt deliğinin radyal davranışını $b(r)$ değil $b(r)/r$ belirlemektedir. Bu duruma bir örnek r sonsuza giderken $b(r)/r = r_0^{1/2} r^{-1/2} = 0$ olmak üzere ıraksayan $b(r) = (r_0 r)^{1/2}$ biçiminde ortaya çıkmaktadır.

4.4. Örnek Model

Buna göre (4.3.24) ilişkisine göre asimptotik olarak düzlem bölgelerde $\lim_{r \rightarrow \infty} \omega(\phi) \leq -1$ olacak şekilde ($\lim_{r \rightarrow \infty} \omega(\phi) = -1$ 'e izin verecek biçimde) radyal koordinat r 'ye bağlı bir skaler alan varlığında egzotik olmayan bir Morris-Thorne kurt deliği modelini betimleyen aşağıdaki gibi bir şekil fonksiyonu b , kızıla kayma fonksiyonu Φ ve skaler alan ϕ önerilebilir.

$$b(r) = re^{(-2r/r_0+2)}$$

$$\Phi(r) = -\Phi_0 e^{(-2r/r_0+2)} \quad (\Phi(r=r_0) = -\Phi_0)$$

($|\Phi(r_0 \leq r < \infty)| \ll 1$ ve $|\Phi(r \rightarrow \infty)| \rightarrow 0$ da sağlanacak şekilde $0 < \Phi_0 \ll 1$)

$$\phi(r) = \phi_0 e^{(-2r/r_0+2)} \quad (\phi(r=r_0) = \phi_0) \quad (4.4.27)$$

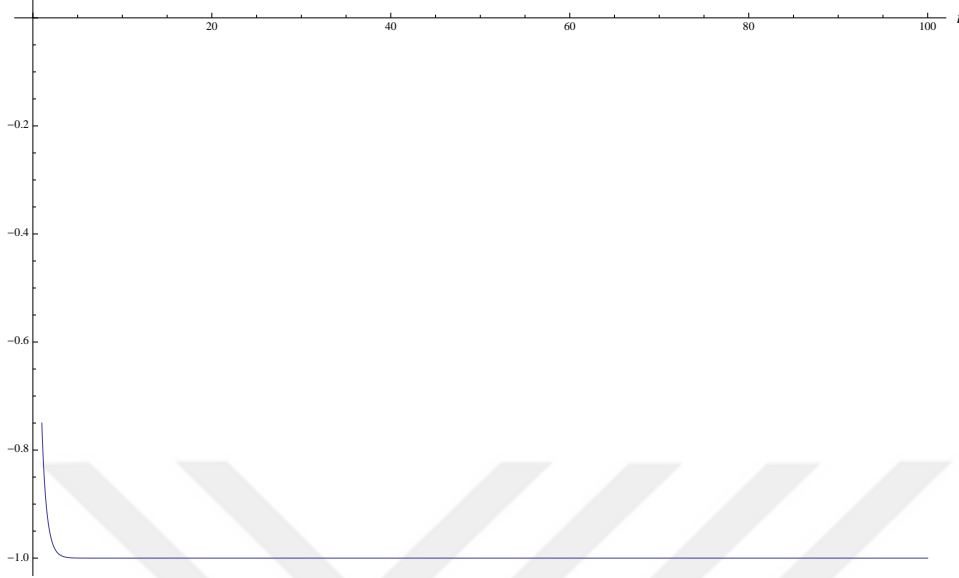
Burada, kızıla kayma fonksiyonu için $\Phi_0 = 0$ özel durumu da geçerli olmakla birlikte, $\Phi_0 \neq 0$ durumu göz önünde bulundurulmaktadır.

4.4.1. Grafikler

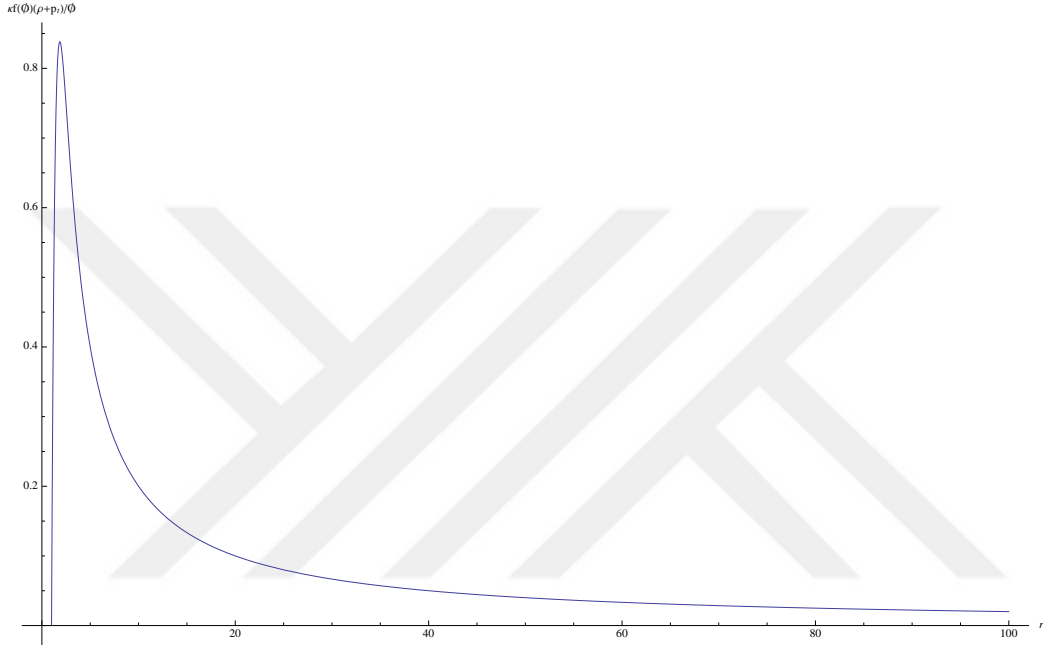
Aşağıdaki grafikler sırasıyla $\rho + p_r \geq 0$ 'ı sağlayan ω ve $\kappa f(\phi)(\rho + p_r)/\phi$ 'nin davranışını betimlemek amacıyla yine sırasıyla r_0 , ϕ_0 ve Φ_0 'ın nümerik değerleri 1, 100 ve 10^{-6} olacak şekilde yukarıdaki örnek model (4.4.27) için çizdirilmiştir. Şekil 4.1.'ya göre NEK'i sağlayan $\omega(\phi)$ 'nin r -uzayı boyunca -1 'e eşit veya -1 'den küçük değerler alabileceği söylenebilir. Öyle ki bu değerler içerisinde yer alan $\lambda \leq -4/3$ değerleri Brans-Dicke Teorisi'nde λ kararlı çözümlerine karşılık gelmektedir [33]. Bir başka deyişle tezde örnek olarak ortaya konan model çerçevesinde elde edilen ve NEK'i sağlayan $\omega(\phi)$ değerlerine göre, egzotik olmayan ve aynı zamanda da Brans-Dicke konsepti açısından da kararlı bir solucan deliğinin var olabileceği söylenebilir. Ek olarak, Şekil 4.2., $\kappa f(\phi)(\rho + p_r)/\phi$ 'nin

r 'ye karşılık grafiği de $(\rho + p_t)|_{r=r_0} > 0$ olmak üzere (4.2.17) ilişkisine göre $\rho + p_t \geq 0$ davranışını betimlemektedir.

(4.2.14) İlişkisinin Sağ Tarafı



Şekil 4.1. $\omega(\phi)$ değerlerinin kendisinden daha küçük veya kendisine eşit olması gereken (4.2.14) ilişkisinin sağ tarafına karşılık radyal koordinat r grafiği



Şekil 4.2. $f(\phi)/\phi > 0$ için $\rho + p_t \geq 0$ davranışını betimleyen $\kappa f(\phi)(\rho + p_t)/\phi$ 'ye karşılık radyal koordinat r grafiği.

5. TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu tezde Morris-Thorne solucan deliği geometrisi Skaler Tensör Teorisi çerçevesinde incelenmiştir. Bu inceleme esas olarak skaler alanın yalnızca zamana bağlı olduğu ve yalnızca radyal koordinata bağlı olduğu bölümler olmak üzere iki bölümden oluşmaktadır.

Skaler alanın yalnızca zamana bağlı olduğu bölümde, Morris-Thorne metrik anatzı statik, yani metrik bileşenleri zamandan bağımsız iken, aslında enerji-momentum dağılımını belirleyen enerji yoğunluğu ρ , radyal basınç p_r ve transvers basınç p_t skaler alan vasıtası ile zamana bağlı bir biçimde gelmektedir. Bu durum esasen metrik anatzı statik iken skaler alanın zamana bağlı oluşunun bir sonucudur. Bir başka deyişle uzay-zaman arka planı Morris-Thorne statik metriği ile modelleniyor ve skaler alan da zamana bağlı iken enerji-momentum dağılımı da yalnızca radyal koordinata bağlı olmayıp, aynı zamanda da skaler alan ϕ vasıtasıyla zamana bağlıdır. Bu durum için Skaler Tensör Teorisi Einstein Alan Denklemleri ve Klein-Gordon Denklemi vasıtasıyla sistemin hareket denklemleri genel olarak elde edilmiştir. Burada genelden kasıt solucan deliği geometrisi açısındanadır. Yani belirli bir şekil fonksiyonu ya da kıızıla kayma fonksiyonu için değil de bu fonksiyonların genel olarak bırakıldığı durum için denklemler türetilmiştir. Yine bu hareket denklemleri aracılığıyla radyal ve transvers basınçların aslında birbirinden bağımsız olmayıp, bir fark ilişkisi biçiminde birbirlerine bağlı oldukları gösterilmiştir. Elde edilen genel ilişkinin kıızıla kayma fonksiyonu için $\lim_{r \rightarrow \infty} \Phi^{(2)}(r) = 0$ ve $\lim_{r \rightarrow \infty} (\Phi^{(1)}(r))^2 = 0$ olmak üzere kozmolojik prensip ile uyumlu olduğu görülmüştür. Yani bu durumda radyal ve transvers basınçlar arasındaki fark büyük skalalarda sıfır olarak gelmektedir. Basınçlar arasındaki bu ilişkiden yararlanılarak da anizotropik enerji-momentum dağılımı radyal ve transvers basınçların her ikisi ile birden ifade edilmek yerine yalnızca transvers

basınç ile ifade edilebilmiştir. Daha sonra sıfır kızıla kayma durumuna geçilmiş ve bu durum incelenmiştir. Esas olarak kurt deliği boyunca seyahat edenlerin yolculuk boyunca hissedecekleri lineer ivme ve gel-git ivmesinin büyüklüğü kızıla kayma fonksiyonunun türevine bağlıdır. Bu ivmelerin büyüklüklerinin ise prensip olarak dünyanın genel-çekimsel ivmesinin büyüklüğünü geçmemesi gerekmektedir. Bu bağlamda ivmelerin karşılaştırılmasını gerektiren bu durumdan kaçınmak amacıyla tezin bu kısmında sıfır kızıla kayma durumu incelenmiştir. Bu çerçevede yine türevleri sıfır fakat kendisi sıfırdan farklı bir sabit olan kızıla kayma fonksiyonu da seçilebilir iken bu tercih edilmemiştir çünkü bu seçim çalışılan metriğin fiziksel olaydan (bu tezde solucan deliği ile betimlenmektedir) uzaklara gidildiğinde düzlem Minkowski uzay-zaman metriğine yakınsaması açısından problemlidir. Bunun dışındaki bir seçenek de küçük olması gereken yerlerde küçük olan fakat sonsuzda sıfıra yakınsayan bir kızıla kayma fonksiyonudur ki yine yukarıda bahsedilen tartışmalardan kaçınmak amacıyla tezin bu kısmında bu seçenek de tercih edilmemiş ve sıfır kızıla kayma durumu incelenmiştir. Bu durumda eğer evrendeki enerji momentum dağılımı izotropik ise seyahat edilebilir bir solucan deliği olmadığı gösterilmiştir. Bir başka deyişle, kızıla kayma fonksiyonu sıfır iken (ki bu sonuçlar sabit kızıla kayma fonksiyonu için de geçerlidir çünkü hareket denklemlerinde kızıla kayma fonksiyonunun kendisi değil bu fonksiyonun türevleri yer almaktadır) seyahat edilebilir bir solucan deliğinin olmayışı evrenin enerji momentum dağılımının izotropik olması ile açıklanabilir. Bu sonuç açıkça sırasıyla anizotropik daha sonra da izotropik enerji-momentum dağılımının sıfır basınca karşılık gelen özel bir durumu olan kozmik toz (dust) dağılımı için de geçerlidir. Daha sonra tezde çalışılan metriğe uygun olarak bir null vektör önerilmiş ve dilaton benzeri bir skaler alan varlığında Null Enerji Koşulu (NEK) şartları elde edilmiştir. Ek olarak bir solucan deliğinin uzamsal şeklinin $b(r) = r_0 e^{(-r/r_0+1)}$ olacak şekilde bir şekil fonksiyonu ile betimlendiği durumda metriğin radyal kısmının paydasında yer alan ve esasen solucan deliğinin uzamsal karakterini

belirleyen $b(r)/r$ teriminin Yukawa potansiyeli gibi davrandığı tespit edilmiştir. Buna göre de bu solucan deliğine Yukawa Tipi solucan deliği denilmiştir. NEK için elde edilen şartlar bu solucan deliği için analiz edilmiş ve bu şartların enerji yoğunluğu ρ ile radyal basınç p_r 'nin her ikisinin aynı anda negatif olmasına izin verdiği fakat bu durumda transvers basınç p_t 'nin mutlaka pozitif olması gerektiği tespit edilmiştir. Bu durum literatürde yer alan ve ρ ve p_r 'nin ikisinin de aynı anda negatif olmasına izin vermeyen NEK şartlarının bir çeşit genişletilmesi olarak görülebilir. Ayrıca transvers basıncın radyal basınca eşit ya da ondan büyük olduğu da görülmüştür. Burada önemli bir nokta da NEK'in şartlarından elde edilen bu sonuçların tamamının yalnızca Yukawa Tipi kurt deliği için geçerli olmayıp, aynı zamanda $(-3b(r) + b^{(1)}(r)r)$ 'nin negatif olduğu tüm şekil fonksiyonları için de geçerli olduğudur. Skaler alanın zamana bağlı olduğu bu kısımda son olarak basınçlar arasında elde edilen ilişkiden ve enerjinin korunumu konseptinden faydalanılarak radyal ve transvers basınçlar tam (exact) olarak belirlenmiştir. Buna göre basınçların elde edilen bu basınçlar gibi olduğu modelde enerjinin de korunduğu söylenebilir.

Tezin ikinci bölümünde ise skaler alanın yalnızca radyal koordinat r 'ye bağlı olduğu durum incelenmiştir. Bu amaçla öncelikle Einstein Alan Denklemleri elde edilmiş ve bu denklemler aracılığıyla enerji yoğunluğu, radyal ve transvers basınç ifadelerine ulaşılmıştır. Buna göre yine radyal ve transvers basınç arasındaki ilişki belirlenmiş ve bu kez kozmolojik prensibin sağlanabilmesi için skaler alanın radyal koordinata göre birinci türevinin karesinin ve ikinci türevinin, r sonsuza giderken göstermesi gereken davranış ortaya konulmuştur. Daha sonra literatürde yer alan NEK şartları göz önünde bulundurularak egzotik (exotic) olmayan solucan deliği çözümleri $\phi/f(\phi) > 0$ durumunda araştırılmıştır. Bu bağlamda $\rho + p_r \geq 0$ gerekliliğinden yola çıkılarak $\omega(\phi)$ 'nin sağlaması gereken koşul belirlenmiştir. Bu koşula göre $\frac{1}{r} + \frac{1}{2} \frac{\phi^{(1)}}{\phi} > 0$ ise $\omega(\phi)$ 'nin solucan deliğinin boğazı civarında ($r \rightarrow r_0$ limiti) eksi sonsuza ıraksayacak ve boğazda da eksi sonsuza eşit olacak şekilde

ekstrem (extreme) değerler aldığı görülmüştür. Bu $\omega(\phi)$ 'nin boğaz bölgesinde ekstrem değerler alması durumuna alternatif olacak biçimde skaler alan için bir koşul belirlenmiştir. Öyle ki skaler alan bu koşulu sağladığında ω fonksiyonu boğaz bölgesi de dahil olmak üzere sonlu (finite) bir davranış sergileyebilmektedir. Daha sonra boğazdan uzak mesafeler ($r \rightarrow \infty$ limiti) için de $\omega(\phi)$ 'nin sağlaması gereken koşullar tespit edilmiştir. Bunun ardından $\rho + p_t \geq 0$ gerekliliği analiz edilmiş ve NEK'in sağlanabilmesi için b , ϕ ve Φ fonksiyonlarının hem boğaz civarında hem de boğazdan uzak bölgelerde göstermesi gereken davranışlar belirlenmiştir. Bunlara ek ve bunların dışında olarak kıızıla kayma fonksiyonu varlığından kaynaklanan her çeşit istenmeyen yüksek değerden kaçınmak amacıyla $1 \gg |\Phi(r)|$ koşulu da konmuş ve egzotik olmayan bir Morris-Thorne solucan deliği modeli oluşturulmuştur. Bir başka deyişle Morris-Thorne solucan deliğinin, NEK'i ihlal etmeyen, dolayısı ile de egzotik olmayan, olağan (ordinary) madde ve/veya elektromanyetik radyasyon formasyonu modeli oluşturulmuştur. Bu modele göre her yerde sonlu olabilen bir ω için skaler alan solucan deliğinin uzamsal karakterini belirleyen $b(r)/r$ ile aynı biçimde davranacaksa sıfırdan farklı bir kıızıla kayma fonksiyonunun NEK'in sağlanabilmesi için negatif olması gerektiği tespit edilmiştir. Daha sonra bir örnek model ortaya konulmuş ve bu egzotik olmayan örnek model çerçevesinde $\omega(\phi)$ 'nin alması gereken değerleri betimlemesi açısından (4.2.14) denkleminin sağ tarafına karşılık r ve $\rho + p_t$ 'nin sıfıra eşit veya sıfırdan büyük olacağı şeklindeki davranışı betimlemesi açısından da $\kappa f(\phi)(\rho + p_t)/\phi'$ ye karşılık r grafikleri çizdirilmiştir. Bu grafiklerin çizilişindeki bir amaç da NEK açısından analiz edilmesi gereken davranışların tüm r eksenini boyunca nasıl olduğunu incelemektir. Daha önce (4.3.24) ilişkisinden tespit edildiği ve bu grafiklerin birincisinden de görüldüğü üzere $\omega(\phi)$ için asimptotik olarak (asymptotically) düzlem (flat) bölgelerde $\lim_{r \rightarrow \infty} \omega(\phi) = -1$ 'e de izin verecek biçimde $\lim_{r \rightarrow \infty} \omega(\phi) \leq -1$ olduğu belirlenmiştir. Bunun yanında tüm bölgelerde (boğaz da dahil) ortaya konulan örnek model için $\omega(\phi)$, $-4/3$ ve

bundan küçük değerleri alabilmektedir. Brans-Dicke modelinde kararlı (stable) çözümlere karşılık gelen bu $-4/3$ ve daha küçük değerlerin bu tezde önerilen örnek model için geçerli olması önemli bir noktadır. Bu önemli nokta ise tezde önerilen bu egzotik olmayan solucan deliği modelinin Brans-Dicke modeline göre kararlı bir yapıda olabilmesinden başka bir şey değildir. Bir başka deyişle bahsi geçen örnek modelin kararlı olmayan (unstable), bir süreliğine var olan, bir yapı olmak gibi bir zorunluğu yoktur. Bunun yanında model kararlı bir egzotik olmayan model olarak görülebilir. Çizdirilen ikinci grafik ise $\rho + p_t \geq 0$ 'a karşılık gelen davranışı açıkça betimlemektedir.

Tez iki ayrı bölüme ayrılmış olmakla beraber bu iki ayrı bölüm birlikte göz önünde bulundurularak çıkarılacak ya da en azından genelleştirilebilecek sonuçlar da vardır. Bunlar toparlanmak istenirse öncelikle basınçların birbirlerinden bağımsız olmayıp birbirlerine bir fark ilişkisi ile bağlı olduğu söylenebilir. Bunun sonucunda enerji-momentum tensörü tek bir basınç sınıfı ile (ki bu tezde konvansiyonel olarak transvers basınç sınıfı kullanılmıştır) ifade edilebilmektedir. Bunun yanında eğer radyal koordinata bağlı olarak evrilen başka hiç bir fonksiyon yok ve evrendeki enerji-momentum dağılımı da izotropik ise geçilebilir (traversable) bir solucan deliği olamayacağı da yine her iki bölümdeki basınç farkı ifadelerine birden bakılarak söylenebilecek bir sonuçtur.

KAYNAKLAR

- [1] Bhattacharya, K., Majhi, B. R. 2017. Fresh look at the scalar-tensor theory of gravity in Jordan and Einstein frames from undiscussed standpoints. **Phys. Rev. D.**, 95: 064026.
- [2] Faraoni, V., Belknap-Keet, S. D. 2017. New inhomogeneous universes in scalar-tensor and $f(R)$ gravity. **Phys. Rev. D.**, 96: 044040.
- [3] Raptis, T. E., Minotti, F. O. 2013. Possible measurable effects of light propagating in electromagnetized vacuum, as predicted by a scalar tensor theory of gravitation. **Class. Quantum Grav.**, 30: 235004.
- [4] Anderson, D., Yunes, N., Barausse, E. 2016. The Effect of Cosmological Evolution on Solar System Constraints and on the Scalarization of Neutron Stars in Massless Scalar-Tensor Theories. **Phys. Rev. D**, 94: 104064.
- [5] Horbatsch, M., Silva, H. O., Gerosa, D., Pani, P., Berti, E., Gualtieri, L., Sperhake, U. 2015. Tensor-multi-scalar theories: relativistic stars and 3+1 decomposition. **Class. Quantum Grav.**, 32: 20, 204001.
- [6] Jarv, L., Kuusk, P., Saal, M., Vilson, O. 2015. Transformation properties and general relativity regime in scalar-tensor theories. **Class. Quantum Grav.**, 32: 235013.
- [7] Rasouli, S. M. M., Moniz, P. V. 2016. Exact Cosmological Solutions in Modified Brans-Dicke Theory. **Class. Quantum Grav.**, 33: 035006.
- [8] Rasouli, S. M. M., Ziaie, A. H., Jalalzadeh S., Moniz., P. V. 2016. Non-singular Brans-Dicke collapse in deformed phase space. **Annals of Physics**, 375: 154.
- [9] Garay, L. J., Garcia-Bellido, J. 1993. Jordan-Brans-Dicke Quantum Wormholes and Coleman's Mechanism. **Nucl. Phys. B**, 400: 416-434.
- [10] Minazzoli, O., Hees, A. 2014. Late-time cosmology of scalar-tensor theories with universal multiplicative coupling between the scalar field and the matter Lagrangian. **Phys. Rev. D**, 90: 023017.
- [11] Ohgami, T., Sakai, N. 2016. Wormhole Shadows in Rotating Dust. **Phys. Rev. D**, 94: 064071.
- [12] Chew, X. Y., Kleihaus B., Kunz, J. 2016. Geometry of Spinning Ellis Wormholes. **Phys. Rev. D**, 94: 104031.

- [13] Morris, M. S., Thorne, K. S. 1988. Wormholes in spacetime and their use for interstellar travel: A tool for teaching general relativity. **Am. J. Phys.**, 56: 395.
- [14] Garcia, N. M., Lobo, F. S. N. 2010. Wormhole geometries supported by a nonminimal curvature-matter coupling. **Phys. Rev. D**, 82: 104018.
- [15] Bahamonde, S., Jamil, M., Pavlovic, P, Sossich, M. 2016. Cosmological wormholes in $f(R)$ theories of gravity. **Phys. Rev. D**, 94: 044041.
- [16] Shaikh, R. 2015. Lorentzian wormholes in Eddington-inspired Born-Infeld gravity. **Phys. Rev. D**, 92: 024015.
- [17] Gibbons, G. W., Volkov, M. S. 2017. Weyl metrics and wormholes. **JCAP**, no.05, 039: 1705.
- [18] Bronnikov, K. A., Skvortsova, M. V., Starobinsky, A. A. 2010. Notes on wormhole existence in scalar-tensor and $F(R)$ gravity. **Grav. Cosmol.**, 16: 216-222.
- [19] Bronnikov, K. A., Grinyok S. V. 2004. Conformal continuations and wormhole instability in scalar-tensor gravity. **Grav. Cosmol.**, 10: 237.
- [20] Shaikh, R., Kar, S. 2016. Wormholes, the weak energy condition, and scalar-tensor gravity. **Phys. Rev. D**, 94: 024011.
- [21] Shaikh, R., Kar, S. 2017. Gravitational lensing by scalar-tensor wormholes and the energy conditions. **Phys. Rev. D**, 96: 044037.
- [22] Eiroa, E. F, Aguirre, G. F. 2016. Thin-shell wormholes with a double layer in quadratic $F(R)$ gravity. **Phys. Rev. D**, 94: 044016.
- [23] Yousaf, Z., Ilyas, M., Zaeem-ul-Haq Bhatti, M. 2017. Static spherical wormhole models in $f(R, T)$ gravity. **Eur. Phys. J. Plus**, 132: 268.
- [24] Zhan-Feng Mai, Lü, H. 2017. Black Holes, Dark Wormholes and Solitons in $f(\tau)$ Gravities. **Phys. Rev. D**, 95: 124024.
- [25] Weinberg, S. 1972. Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of the General Theory of Relativity. John Wiley & Sons, Inc., pp.142, New York.
- [26] Carroll, S., M. 1997. Lecture Notes on General Relativity. pp.168-169, 107, arXiv:gr-qc/9712019v1.
- [27] Zubair, M., Waheed, S., Ahmad, Y. 2016. Static Spherically Symmetric Wormholes in $f(R, T)$ Gravity. **Eur. Phys. J. C**, 76: 444.

- [28] Battista, E., Di Grezia, E., Manfredonia, M., Miele, G. 2017. Spin, torsion and violation of null energy condition in traversable wormholes. **Eur. Phys. J. Plus**, 132: 537.
- [29] Mehdizadeh, M. R., Ziaie., A. H. 2017. Einstein-Cartan wormhole solutions. **Phys. Rev. D**, 95: 064049.
- [30] Moraes, P. H. R. S., Sahoo P. K., 2018. Non-exotic matter wormholes in a trace of the energy-momentum tensor squared gravity. **Phys. Rev. D**, 97: 024007.
- [31] Mehdizadeh, M. R., Zangeneh, M. K., Francisco, S. N. Lobo, F. S. N. 2015. Einstein-Gauss-Bonnet traversable wormholes satisfying the weak energy condition. **Phys. Rev. D**, 91: 084004.
- [32] Rodrigo, E. 2010. The Physics of Stargates: Parallel Universes, Time Travel, and the Enigma of Wormhole Physics. Eridanus Press, pp.197, New York.
- [33] Roy, N., Banerjee, N. 2017. Generalized Brans-Dicke Theory: A Dynamical Systems Analysis. **Phys. Rev. D**, 95: 064048.
- [34] Schutz, B. 2009. A First Course in General Relativity. 2.baskı, Cambridge University Press, pp.17, New York.

EK1. Birlikte Hareket Eden (Co-moving) Sistemde Dörtlü-Hız

Öz zaman (proper time), $\Delta s^2 \equiv -\Delta\tau^2$ olacak şekilde mesafe aralıklarının karekökünün negatifi olarak tanımlanmaktadır [34].

Böylece $ds^2 \equiv -d\tau^2$ biçimindedir. Öte yandan, birlikte hareket eden bir gözlemci için x^1, x^2 ve x^3 sabittir, o zaman

$$\Rightarrow dx^1 = dx^2 = dx^3 = 0 \Rightarrow \frac{dx^i}{d\tau} = 0, \quad \forall i = 1, 2, 3. \quad (1.0.1)$$

şeklindedir. Ayrıca birlikte hareket eden bir gözlemci için $dx^i = 0$ olmak üzere

$$\begin{aligned} ds^2 &\equiv g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \\ \Rightarrow ds^2 &= g_{00} dx^0 dx^0 + \frac{1}{2} g_{ij} dx^i dx^j \\ &= g_{00} dx^0 dx^0 = ds^2 \end{aligned} \quad (1.0.2)$$

biçimindedir. Öyleyse (1.2.5) metriğine göre

$$ds^2 = g_{00} dx^0 dx^0 = -e^{2\Phi} dx^0 dx^0 \quad (1.0.3)$$

şeklindedir. O zaman, öz zamanın tanımından yola çıkılarak

$$\cancel{e^{2\Phi}} dx^0 dx^0 = \cancel{d\tau} d\tau \Rightarrow \frac{dx^0}{d\tau} \frac{dx^0}{d\tau} = e^{-2\Phi} \Rightarrow \frac{dx^0}{d\tau} = e^{-\Phi} \quad (1.0.4)$$

şeklindedir. Öyleyse birlikte hareket eden bir gözlemciye göre (1.2.5) metriğinde dörtlü-hız

$$\begin{aligned} U^\mu &\equiv \frac{dx^\mu}{d\tau} \equiv \left(\frac{dx^0}{d\tau}, \frac{dx^i}{d\tau} \right) \\ \Rightarrow &\boxed{U^\mu = (e^{-\Phi}, \vec{0}) = (e^{-\Phi}, 0, 0, 0) = U^\mu} \end{aligned} \quad (1.0.5)$$

biçimindedir.

EK2. Sicim Dilaton Alanı ve Budanmış Seviye (Tree Level) Eylem Fonksiyoneli

Bu kısımda yer alan gösterimler büyük ölçüde [10] referansının Appendix A: kısmına dayanıyor olmak üzere tam halka (full loop) açılımı

$$B(\psi) \equiv e^{-2\psi} + \sum_0^{\infty} c_n e^{2n\psi} \quad (2.0.1)$$

olacak şekilde

$$\begin{aligned} S_{loop} &\equiv \int d^4x (-g)^{1/2} B(\psi) \left(\frac{1}{2\kappa} [R + 4\Box\psi - 4(\partial_\sigma\psi)^2] + \mathcal{L}_m \right) \\ &\equiv \int d^4x (-g)^{1/2} \frac{1}{2\kappa} \left\{ B(\psi)R + \frac{4(-g)^{1/2}B(\psi)\Box\psi}{(-g)^{1/2}} - 4B(\psi)(\partial_\sigma\psi)^2 \right. \\ &\quad \left. + 2\kappa B(\psi)\mathcal{L}_m \right\} \end{aligned} \quad (2.0.2)$$

biçimindedir. Ancak

$$\begin{aligned} (-g)^{1/2}B(\psi)\Box\psi &\equiv -(-g)^{1/2}(\partial B(\psi)/\partial\psi)(\partial_\sigma\psi)^2 \\ &\equiv -(-g)^{1/2}(\partial B(\psi)/\partial\psi)g^{\mu\nu}(\partial_\mu\psi)(\partial_\nu\psi) \end{aligned} \quad (2.0.3)$$

şeklindedir. Eğer $\phi \equiv B(\psi)$ & $\psi \equiv A(\phi)$ tanımları (dönüşümleri) kabul edilirse

$$\begin{aligned} (-g)^{1/2}B(\psi)\Box\psi &= -(-g)^{1/2} \frac{\partial\phi}{\partial A(\phi)} g^{\mu\nu} (\partial_\mu A(\phi)) (\partial_\nu A(\phi)) \\ &= -(-g)^{1/2} \frac{\partial\phi}{\partial A(\phi)} g^{\mu\nu} \frac{\partial A(\phi)}{\partial\phi} (\partial_\mu\phi) \frac{\partial A(\phi)}{\partial\phi} (\partial_\nu\phi) \\ &= -(-g)^{1/2} \frac{\partial\phi}{\partial A(\phi)} \frac{\partial A(\phi)}{\partial\phi} \frac{\partial A(\phi)}{\partial\phi} g^{\mu\nu} (\partial_\mu\phi) (\partial_\nu\phi) \\ &= \boxed{-(-g)^{1/2} \frac{\partial A(\phi)}{\partial\phi} (\partial_\sigma\phi)^2 = (-g)^{1/2} B(\psi)\Box\psi} \end{aligned} \quad (2.0.4)$$

biçimindedir. Diğer taraftan

$$\begin{aligned} B(\psi)(\partial_\sigma\psi)^2 &= B(\psi)g^{\mu\nu}(\partial_\mu\psi)(\partial_\nu\psi) = \phi g^{\mu\nu}(\partial_\mu A(\phi))(\partial_\nu A(\phi)) \\ &= \phi g^{\mu\nu} \frac{\partial A(\phi)}{\partial\phi} (\partial_\mu\phi) \frac{\partial A(\phi)}{\partial\phi} (\partial_\nu\phi) \\ &= \phi \frac{\partial A(\phi)}{\partial\phi} \frac{\partial A(\phi)}{\partial\phi} g^{\mu\nu} (\partial_\mu\phi) (\partial_\nu\phi) \\ &= \boxed{\phi \frac{\partial A(\phi)}{\partial\phi} \frac{\partial A(\phi)}{\partial\phi} (\partial_\sigma\phi)^2 = B(\psi)(\partial_\sigma\psi)^2} \end{aligned} \quad (2.0.5)$$

şeklindedir. Öyleyse (2.0.2) denklemine göre

$$\begin{aligned}
S_{loop} &= \int d^4x (-g)^{1/2} \frac{1}{2\kappa} \left\{ \phi R - 4 \frac{\partial A(\phi)}{\partial \phi} (\partial_\sigma \phi)^2 - 4\phi \frac{\partial A(\phi)}{\partial \phi} \frac{\partial A(\phi)}{\partial \phi} (\partial_\sigma \phi)^2 \right. \\
&\quad \left. + 2\kappa\phi \mathcal{L}_m \right\} \\
&= \int d^4x (-g)^{1/2} \frac{1}{2\kappa} \left\{ \phi R - \frac{4\phi^2}{\phi} \frac{\partial A(\phi)}{\partial \phi} \left(\frac{\partial A(\phi)}{\partial \phi} + \frac{1}{\phi} \right) (\partial_\sigma \phi)^2 \right. \\
&\quad \left. + 2\kappa\phi \mathcal{L}_m \right\} \tag{2.0.6}
\end{aligned}$$

o zaman

$$\omega(\phi) = 4\phi^2 \frac{\partial A(\phi)}{\partial \phi} \left(\frac{\partial A(\phi)}{\partial \phi} + \frac{1}{\phi} \right) \tag{2.0.7}$$

olmak üzere

$$\boxed{S_{loop} = \int d^4x (-g)^{1/2} \frac{1}{2\kappa} \left\{ \phi R - \frac{\omega(\phi)}{\phi} (\partial_\sigma \phi)^2 + 2\kappa\phi \mathcal{L}_m \right\}} \tag{2.0.8}$$

şeklindedir. Yukarıdaki eylem fonksiyoneli $f(\phi) = \phi$ için $V(\phi) = 0$ olmak üzere (1.1.2) ile betimlenen eylem fonksiyoneli ile aynıdır. Ancak budanmış seviye (tree level) için $B(\psi) = e^{-2\psi} \Rightarrow \phi = e^{-2\psi} \Rightarrow A(\phi) = -\frac{1}{2} \ln \phi$ şeklindedir. Öyleyse budanmış (kesilmiş ya da kırılmış) seviye dilaton limitinde

$$\omega(\phi) = 4\phi^2 \frac{\partial(-1/2)\ln\phi}{\partial\phi} \left(\frac{\partial(-1/2)\ln\phi}{\partial\phi} + \frac{1}{\phi} \right) = -1 \tag{2.0.9}$$

biçimindedir. Bir başka deyişle $f(\phi) = \phi$ ve $V(\phi) = 0$ olmak üzere $\omega(\phi) = -1$ (1.1.2) fonksiyoneli ile betimlenen modelde budanmış seviye dilaton varlığına karşılık gelmektedir.

ÖZ GEÇMİŞ**KİŞİSEL BİLGİLER**

Adı Soyadı : Onur GENÇ
Doğum Yeri ve Tarihi : ANKARA 02/07/1986

EĞİTİM DURUMU

Lisans Öğrenimi : Orta Doğu Teknik Üniversitesi
Fen-Edebiyat Fak., Fizik Böl.
Yüksek Lisans Öğrenimi : Aydın Adnan Menderes Üniversitesi
Fen-Edebiyat Fak., Fizik Böl.
Doktora Öğrenimi : Aydın Adnan Menderes Üniversitesi
Fen-Edebiyat Fak., Fizik Böl.
Bildiği Yabancı Diller : İngilizce

İŞ DENEYİMİ

Çalıştığı Kurumlar ve Yıl : Aydın Adnan Menderes Üniversitesi
Fen-Edebiyat Fak., Fizik Böl.
(2009-)

İLETİŞİM

E-posta Adresi : onur.genc@adu.edu.tr
Tarih : 17.09.2018