

**ZONGULDAK BÜLENT ECEVİT ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**OPTİK UYDU GÖRÜNTÜLERİNİN YÖNELTMESİNDE OLUŞAN KÖTÜ ŞARTLI**  
**MATRİSLERİN İYİLEŞTİRİLMESİ**

**GEOMATİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

**DOKTORA TEZİ**

**BİLGİ TERLEMEZOĞLU**

**ŞUBAT 2019**



**ZONGULDAK BÜLENT ECEVİT ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**OPTİK UYDU GÖRÜNTÜLERİNİN YÖNELTMESİNDE OLUŞAN KÖTÜ ŞARTLI**  
**MATRİSLERİN İYİLEŞTİRİLMESİ**

**GEOMATİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

**DOKTORA TEZİ**

**Bilgi TERLEMEZOĞLU**

**DANIŞMAN: Doç. Dr. Hüseyin TOPAN**

**ZONGULDAK**  
**Şubat 2019**



**KABUL:**

Bilgi TERLEMEZOĞLU tarafından hazırlanan “Optik Uydu Görüntülerinin Yöneltilmesinde Oluşan Kötü Şartlı Matrislerin İyileştirilmesi” başlıklı bu çalışma jürimiz tarafından değerlendirilerek Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Geomatik Mühendisliği Anabilim Dalında Doktora Tezi olarak oybirliğiyle kabul edilmiştir. 05/02/2019

**Danışman:** Doç. Dr. Hüseyin TOPAN

Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Geomatik Mühendisliği Bölümü



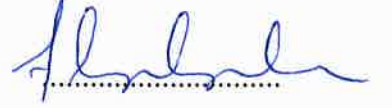
**Üye:** Doç. Dr. Saygın ABDİKAN

Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Geomatik Mühendisliği Bölümü



**Üye:** Doç. Dr. Fikret GÖLGELEYEN

Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Matematik Bölümü



**Üye:** Doç. Dr. Bahattin ERDOĞAN

Yıldız Teknik Üniversitesi, İnşaat Fakültesi, Harita Mühendisliği Bölümü



**Üye:** Doç. Dr. Sultan KOCAMAN GÖKÇEOĞLU

Hacettepe Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Geomatik Mühendisliği Bölümü



**ONAY:**

Yukarıdaki imzaların, adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

..../..../20....



Prof. Dr. Ahmet ÖZARSLAN  
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü



*“Bu tezdeki tüm bilgilerin akademik kurallara ve etik ilkelere uygun olarak elde edildiğini ve sunulduğunu; ayrıca bu kuralların ve ilkelerin gerektirdiği şekilde, bu çalışmadan kaynaklanmayan bütün atıfları yaptığımı beyan ederim.”*



Bilgi TERLEMEZOĞLU





## ÖZET

Doktora Tezi

### OPTİK UYDU GÖRÜNTÜLERİNİN YÖNELTMESİNDE OLUŞAN KÖTÜ ŞARTLI MATRİSLERİN İYİLEŞTİRİLMESİ

Bilgi TERLEMEZOĞLU

Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
Geomatik Mühendisliği Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Hüseyin TOPAN

Şubat 2019, 109 sayfa

Görüntü ile nesne uzayı arasında koordinat ilişkisinin kurulması *algılayıcı yöneltmesi* veya *görüntü konumlandırma* olarak adlandırılmakta ve *algılayıcıya bağımlı* ve *algılayıcıdan bağımsız* olmak üzere iki farklı şekilde gerçekleştirilmektedir. Böylece görüntü ve nesne koordinat sistemleri arasındaki dönüşümü sağlayan ögeler/katsayılar hesaplanmaktadır. Ögelerin/katsayıların hesaplanmasında kullanılan katsayı (Jakobiyen) matrisinin kötü şartlı olmasından kaynaklı kötü konulmuş bir problem ortaya çıkabilmekte ve hedeflenen konum doğruluğuna ulaşamamasına neden olabilmektedir. Bu tezde, optik uydu görüntülerinin yöneltmesinde ortaya çıkan kötü şartlı matris varlığının tespiti ve buna dair bazı çözüm önerileri ele alınmaktadır. Uygulama, bir çift bindirmeli SPOT 5 pankromatik görüntüsü için algılayıcıya bağımlı yöneltme yöntemi ve bir adet SPOT 6 pankromatik görüntüsü için algılayıcıdan bağımsız RFM yöntemi ile gerçekleştirilmiştir. SPOT 5 görüntüleri için koşullu ölçüler dengelemesi, SPOT 6 görüntüsü için ise dolaylı ölçüler dengelemesi ile yöneltme işlemi gerçekleştirilmiştir. Katsayı (Jakobiyen) matrisleri, SPOT 5 görüntüleri için farklı

## ÖZET (devam ediyor)

DYÖ (Dış Yönelme Ögesi) setlerine göre, SPOT 6 için ise 1°, 2° ve 3° RFM'ye (Rational Functional Model) göre oluşturularak matrisin kötü şartlı olup olmadığı araştırılmıştır. SPOT 5 ve SPOT 6 için kötü şartlı matrislerin neden olduğu kötü konulmuş problemlerin çözümünde Tikhonov düzenleme yöntemi, ters alma ve indirgeme yöntemleri kullanılırken, SPOT 6 için ek olarak  $\pm 1$  aralığına normlandırma işlemi de yapılmıştır. SPOT 5 için kullanılan yöntemlerde özdeğerleri katsayı olarak kullanan Tikhonov düzenleme yöntemi ve özdeğer temelli bir çözüm yöntemi olan Moore-Penrose (pseudo) ters alma yönteminin hedeflenen konum doğruluğuna ulaşmada etkili olduğu; diğer yöntemlerle hesaplanan katsayıların kullanıldığı Tikhonov düzenleme yöntemi ile ters alma ve indirgeme yöntemlerinin ise yeterli düzeyde çözüm sunmadığı görülmektedir. SPOT 6 için ise  $\pm 1$  aralığına normlandırma yapılmaz ise hedeflenen konum doğruluğuna ulaşmanın mümkün olmadığı görülmektedir.

**Anahtar Kelimeler:** Algılayıcı yönelmesi, görüntü konumlandırma, ters problemler, en küçük kareler yöntemi, kötü şartlı matris, kötü konulmuş problem, matris tersi alma, indirgeme, normlandırma.

**Bilim Kodu:** 616.02.04.

## **ABSTRACT**

**Ph. D. Thesis**

### **REGULARIZATION OF THE ILL-CONDITIONED MATRIX ARISING IN ORIENTATION OF OPTICAL SPACEBORNE IMAGES**

**Bilgi TERLEMEZOĞLU**

**Zonguldak Bülent Ecevit University  
Graduate School of Natural and Applied Sciences  
Department of Geomatics Engineering**

**Thesis Advisor: Assoc. Prof. Dr. Hüseyin TOPAN**

**February 2019, 109 pages**

Coordinate transformation between image and object space is termed as *sensor orientation* or *image georeferencing*, varying *sensor dependent* or *independent*. Thus, the orientation parameters/coefficients could be estimated for the purpose of transformation between image and object coordinates. An ill-posed problem could be arisen because of the ill-conditioned design (Jacobian) matrix used for the estimation of parameters/coefficients, and this problem might cause undesired georeferencing accuracy. This thesis carried out the existence of ill-conditioned matrix and some regularization methods in the orientation of spaceborne images. The implementation was held using a couple of stereo SPOT 5 panchromatic images using its special sensor orientation model and a mono SPOT 6 panchromatic image using sensor independent RFM. Adjustment with condition equations and with observation equations were used for SPOT 5 and 6, respectively. Design (Jacobian) matrix was established with regard to the EOPs (Exterior Orientation Parameters) for SPOT 5 and 1<sup>st</sup>, 2<sup>nd</sup>, and 3<sup>rd</sup> degree RFM (Rational Functional Model) for SPOT 6, and was analysed with respect to ill-conditioning. Various methods such as Tikhonov regularization, matrix inversing and elimination approach

## **ABSTRACT (continued)**

were implemented for both SPOT 5 and 6. Additionally, normalization into  $\pm 1$  was used for SPOT 6 when the findings were reviewed, the Tikhonov regularization using eigenvalues and Moore-Penrose (pseudo) inversing method, an approach based on eigenvalues, reached the desired georeferencing accuracy for SPOT 5. Nevertheless, all remaining methods were not succeed as much as these eigenvalue based approaches. All methods were not succeed if the normalization into  $\pm 1$  is not used for SPOT 6.

**Keywords:** Sensor orientation, image georeferencing, inverse problems, least squares estimation, ill-conditioned matrix, ill-posed problem, matrix inversing, elimination, normalization.

**Science Code:** 616.02.04.

## TEŞEKKÜR

Bilimsel çalışmalarında beni cesaretlendiren ve yardımlarını esirgemeyen danışmanım Doç. Dr. Hüseyin TOPAN'a, tezin bu noktaya ulaşmasında katkıları olan Tez İzleme Komitesi üyeleri Doç. Dr. Fikret GÖLGELEYEN'e ve Doç. Dr. Saygın ABDİKAN'a, önceki adı Zonguldak Karaelmas Üniversitesi, Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümü, şimdiki adı Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi, Geomatik Mühendisliği Bölümünün değerli hocalarına, 101Y090 nolu proje ile sağlanan SPOT 5 görüntüleri için TÜBİTAK'a, 2017-47912266-03 nolu proje ile SPOT 6 görüntüsünün sağlanması nedeniyle Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi'ne ve GeoTransform yazılımının kullanılması nedeniyle Ali CAM'a teşekkür ederim.

Güzel ülkemizde yaşamamızı, bilim yapmamızı ve geleceğe umutla bakmamızı sağlayan Cumhuriyetimizi kuran ve bize armağan eden başta Mustafa Kemal ATATÜRK'e, silah ve düşünce arkadaşlarına, isimsiz kahramanlara, şehitlerimize ve gazilerimize tüm kalbimle sonsuz şükranlarımı, saygılarımı ve sevgilerimi sunarım.

Hayatımın her aşamasında sürekli yanımda olan ve destekleyen canım eşim Selin TERLEMEZOĞLU'na, bana oyun sürelerinden ödünç zaman veren biricik oğlum Mustafa Göktürk TERLEMEZOĞLU'na minnettarım ve iyi ki hayatımdalar.

Bugünlere gelmemde en büyük destekçilerimden babam Emin TERLEMEZOĞLU'na, annem Hatice TERLEMEZOĞLU'na, amcam İbrahim TERLEMEZOĞLU'na, eniştem Bayram BULUT'a, teyzem Zübeyde BULUT'a ve eşimin ve benim sürekli yanımda olan annemiz Yıldız KÜLÜR'e, ayrıca sürekli çalışma ve görüşmeme imkân tanıyan danışman hocamın ailesine ve değerli eşi Doç. Dr. Aysel TOPAN'a, akademik çalışmalarına zaman ve imkân tanıyan Aydınlar İnşaat A.Ş. şirketinin sahibi sayın Mehmet AYDINER'e teşekkür ederim.

İsmi saymadığım arkadaşlarıma, yakınlarıma, emeği geçen ve destek olan tüm güzel insanlara sonsuz teşekkürlerimi sunarım.



## İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
KABUL: .....	ii
ÖZET.....	iii
ABSTRACT .....	v
TEŞEKKÜR.....	vii
İÇİNDEKİLER.....	ix
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	xiii
ÇİZELGELER DİZİNİ .....	xv
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	xix
BÖLÜM 1 GİRİŞ.....	1
1.1 GÖRÜNTÜ ALGILAMA VE KONUMSAL BİLİŞİM .....	1
1.2 AMAÇ VE İÇERİK .....	2
BÖLÜM 2 ALGILAYICI YÖNELTMESİ.....	5
2.1 TANIM VE TARİHSEL SÜREÇ .....	5
2.2 GÖRÜNTÜ ALGILAYICI TÜRLERİ VE GEOMETRİSİ.....	10
2.3 ALGILAYICIYA BAĞIMLI YÖNTEMLER .....	12
2.3.1 Fotogrametride Kullanılan Yöntemler.....	12
2.3.2 Uzaktan Algılamada Kullanılan Yöntemler .....	15
2.3.2.1 Koordinat sistemleri .....	15
2.3.2.2 Genel yöntem .....	17
2.3.2.3 Özel durumlar.....	22
2.3.2.4 3B koordinat hesabı.....	27
2.3.3 Algılayıcıya Bağımlı RFM .....	29
2.4 ALGILAYICIDAN BAĞIMSIZ RFM .....	31

## İÇİNDEKİLER (devam ediyor)

	Sayfa
2.5 DENGELEME.....	32
2.5.1 Dolaylı Ölçüler Dengelemesi.....	33
2.5.2 Bilinmeyenli Koşullu Ölçüler Dengelemesi .....	34
2.5.3 Demet Dengeleme.....	35
2.5.4 Korelasyonların Belirlenmesi .....	36
2.5.5 Öge Anlamlılık Testi .....	37
2.5.6 Yardımcı Veriler ve Sonuç Doğruluk Araştırması .....	38
2.5.7 Uyuşumsuz Ölçülerin Belirlenmesi .....	38
2.5.7.1 Klasik yöntemler .....	39
2.5.7.2 Robust yöntemler .....	40
<b>BÖLÜM 3 KÖTÜ KONULMUŞ PROBLEMLER VE BAZI ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ .....</b>	<b>41</b>
3.1 GİRİŞ.....	41
3.2 HADAMARD ANLAMINDA KÖTÜ KONULMUŞ PROBLEM .....	41
3.3 TIKHONOV ANLAMINDA KÖTÜ KONULMUŞ PROBLEM.....	42
3.3.1 Tikhonov Düzenlileştirilmesi.....	43
3.4 KÖTÜ ŞARTLI MATRİS .....	44
3.4.1 Determinant .....	45
3.4.2 Rank Değeri .....	45
3.4.3 Matrisin Şart Sayısı.....	45
3.5 EN KÜÇÜK KARELER YÖNTEMİ.....	46
3.6 ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ.....	47
3.6.1 Matris Tersi Hesaplama .....	48
3.6.1.1 Pivotlama yöntemi.....	48
3.6.1.2 Gauss ters alma yöntemi .....	49
3.6.1.3 Moore-Penrose (Pseudo) ters alma yöntemi .....	50
3.6.1.4 Cholesky ters alma yöntemi .....	50
3.6.2 Bilinmeyenlerin İndirgeme ile Hesaplanması.....	51
3.6.2.1 Gauss indirgemesi .....	51
3.6.2.2 Kısmi pivotlama ile Gauss indirgemesi .....	53



## İÇİNDEKİLER (devam ediyor)

	Sayfa
3.6.2.3 Cholesky indirgemesi .....	53
3.6.3 Normlandırma .....	55
3.7 MEVCUT ÇALIŞMALAR .....	55
<b>BÖLÜM 4 UYGULAMA .....</b>	<b>59</b>
4.1 ZONGULDAK TEST ALANI .....	59
4.2 SPOT 5 UYDUSU İLE UYGULAMA .....	60
4.2.1 Mevcut Çalışma .....	61
4.2.2 Kötü Şarlı Matrisin Varlığının Tespiti .....	64
4.2.3 Önerilen Yöntemlerle Uygulama .....	73
4.2.3.1 Düzenleştirme yöntemi .....	74
4.2.3.2 Matris tersi alma yöntemi .....	76
4.2.3.3 İndirgeme yöntemi .....	80
4.3 SPOT 6 UYDUSU İLE UYGULAMA .....	82
4.3.1 Uygulama .....	82
4.3.2 Kötü Şarlı Matrisin Varlığının Tespiti .....	84
4.3.3 Düzenleştirme Yöntemi ile Çözüm .....	88
4.3.4 Normlandırma ile Çözüm .....	88
4.4 BULGULARIN GENEL DEĞERLENDİRİLMESİ .....	92
<b>BÖLÜM 5 SONUÇ .....</b>	<b>95</b>
5.1 GENEL DEĞERLENDİRME .....	96
5.2 ÖNERİLER .....	96
<b>KAYNAKLAR .....</b>	<b>99</b>
<b>ÖZGEÇMİŞ .....</b>	<b>109</b>



## ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>No</u>	<u>Sayfa</u>
Şekil 2.1 Elektrooptik görüntüleme sistemleri.....	10
Şekil 2.2 Eşdoğrusallık bağıntılarının elde edildiği fotogrametrik görüntü alım durumu. ....	13
Şekil 2.3 Fotogrametride kamera, INS/IMU ve GNSS alıcısının durumu (Topan, 2018). ....	14
Şekil 2.4 Doğrusal dizi uzaktan algılama sistemlerinde koordinat sistemleri arası ilişki (Topan, 2009). <i>O</i> : Yer koordinat sisteminin merkezi, $\Theta_{GR}$ : Greenwich Ortalama Gözlem Zamanı, $\vec{v}$ : Uydu hız vektörünü temsil etmektedir.....	16
Şekil 2.5 Konvansiyonel inersiyal ve yer koordinat sistemlerinde Kepler elemanları (Topan, 2009).....	22
Şekil 2.6 Navigasyon koordinat sistemi ve bakış açıları ( $\psi_x$ ve $\psi_y$ ) (sol) (Riazanoff, 2004), ve SPOT-5 bakış açıları için verilen ışın demeti (Weser vd., 2008).....	23
Şekil 2.7 Tek görüntü ile nesne konumunun elde edilmesi.....	28
Şekil 2.8 RFM katsayılarının (RPC) elde edilmesinin geometrik temeli.....	30
Şekil 4.1 Zonguldak il merkezinden panoramik bir görünüm (üstte, görüntü telif hakkı Hüseyin Topan'a aittir) ve Zonguldak şehir merkezi ve hinterlantının HGK-CAS 2.5B görünümü (altta, görüntü telif hakkı Harita Genel Müdürlüğü'ne aittir).....	60
Şekil 4.2 SPOT 5 görüntüsünde H-10 için YKN (+) ve BDN ( $\diamond$ ) dağılımı.....	62
Şekil 4.3 Düzenleştirme yöntemleri kullanılarak demet dengeleme sonucu elde edilen hata vektörleri ( $\bullet$ YKN, $\circ$ BDN).....	77
Şekil 4.4 Moore-Penrose (pseudo) ters alma yöntemi kullanılarak demet dengeleme ile elde edilen hata vektörleri ( $\bullet$ YKN, $\circ$ BDN).....	80
Şekil 4.5 SPOT 6 görüntüsünde YKN dağılımı.....	83



## ÇİZELGELER DİZİNİ

<u>No</u>	<u>Sayfa</u>
Çizelge 3.1 Cholesky indirgeme yöntemi ile denklem çözümü.....	55
Çizelge 4.1 DYÖ'nin polinom olarak modellenmesi (Topan, 2009).....	61
Çizelge 4.2 Uygulamada kullanılan DYÖ setleri.....	63
Çizelge 4.3 DYÖ seti 1. ( $P_U$ ) için EKK yönteminin kullanılabilirliğinin irdelenmesi .....	64
Çizelge 4.4 DYÖ seti 5. ( $V$ ) için EKK yönteminin kullanılabilirliğinin irdelenmesi.....	65
Çizelge 4.5 DYÖ seti 13. ( $P_U V$ ) için EKK yönteminin kullanılabilirliğinin irdelenmesi.....	65
Çizelge 4.6 DYÖ seti 15. ( $P_U A$ ) için EKK yönteminin kullanılabilirliğinin irdelenmesi.....	65
Çizelge 4.7 DYÖ seti 17. ( $VA$ ) için EKK yönteminin kullanılabilirliğinin irdelenmesi.....	65
Çizelge 4.8 DYÖ seti 19. ( $P_U VA$ ) <sub>0</sub> için EKK yönteminin kullanılabilirliğinin irdelenmesi ...	65
Çizelge 4.9 DYÖ seti 20. ( $P_U VA$ ) için EKK yönteminin kullanılabilirliğinin irdelenmesi.....	66
Çizelge 4.10 DYÖ seti 1. ( $P_U$ ) için kötü şartlı matris varlığının irdelenmesi .....	66
Çizelge 4.11 DYÖ seti 5. ( $V$ ) için kötü şartlı matris varlığının irdelenmesi.....	67
Çizelge 4.12 DYÖ seti 13. ( $P_U V$ ) için kötü şartlı matris varlığının irdelenmesi .....	67
Çizelge 4.13 DYÖ seti 15. ( $P_U A$ ) için kötü şartlı matris varlığının irdelenmesi .....	67
Çizelge 4.14 DYÖ seti 17. ( $VA$ ) için kötü şartlı matris varlığının irdelenmesi.....	67
Çizelge 4.15 . DYÖ seti 19. ( $P_U VA$ ) <sub>0</sub> için kötü şartlı matris varlığının irdelenmesi. ....	68
Çizelge 4.16 DYÖ seti 20. ( $P_U VA$ ) için kötü şartlı matris varlığının irdelenmesi.....	68
Çizelge 4.17 DYÖ seti 1. ( $P_U$ ) için $dP$ bilinmeyenlerinin ters alma ve indirgeme yöntemleriyle hesaplanması (Birim: metre). ....	69
Çizelge 4.18 DYÖ seti 5. ( $V$ ) için $dP$ bilinmeyenlerinin ters alma ve indirgeme yöntemleriyle hesaplanması (Birim: metre). ....	70
Çizelge 4.19 DYÖ seti 13. ( $P_U V$ ) için $dP$ bilinmeyenlerinin ters alma ve indirgeme yöntemleriyle hesaplanması (Birim $dP$ ve $dV$ için $\pm$ metre'dir). ....	70
Çizelge 4.20 DYÖ seti 15. ( $P_U A$ ) için $dP$ bilinmeyenlerinin ters alma ve indirgeme yöntemleriyle hesaplanması (Birim $dP$ için metre, $da$ için radyandır). ....	71
Çizelge 4.21 DYÖ seti 17. ( $VA$ ) için $dP$ bilinmeyenlerinin ters alma ve indirgeme yöntemleriyle hesaplanması (Birim $dV$ için metre, $da$ için radyandır). ....	71

## ÇİZELGELER DİZİNİ (devam ediyor)

<u>No</u>	<u>Sayfa</u>
Çizelge 4.22 DYÖ seti 19. (P <sub>UVA</sub> ) <sub>0</sub> için <i>dP</i> bilinmeyenlerinin ters alma ve indirgeme yöntemleriyle hesaplanması (Birim <i>dP</i> ve <i>dV</i> için metre, <i>da</i> için radyandır). ....	72
Çizelge 4.23 DYÖ seti 20. (P <sub>UVA</sub> ) için <i>dP</i> bilinmeyenlerinin ters alma ve indirgeme yöntemleriyle hesaplanması (Birim <i>dP</i> ve <i>dV</i> için metre, <i>da</i> için radyandır). ....	73
Çizelge 4.24 5., 13., 15., 17. ve 19. DYÖ setleri için Topan (2009) tarafından elde edilen demet dengeleme sonuçları ( $\pm$ metre) .....	74
Çizelge 4.25 $\kappa_{HK}$ katsayısı ile Tikhonov düzenleme sonuçları ( $\pm$ metre) .....	75
Çizelge 4.26 $\kappa_{LW}$ katsayısı ile Tikhonov düzenleme sonuçları ( $\pm$ metre) .....	75
Çizelge 4.27 $\kappa_{OD}$ katsayısı ile Tikhonov düzenleme sonuçları ( $\pm$ metre).....	76
Çizelge 4.28 Pivotlama yöntemiyle elde edilen doğruluk değerleri ( $\pm$ metre) .....	78
Çizelge 4.29 Gauss ters alma yöntemi ile elde edilen doğruluk değerleri ( $\pm$ metre) .....	78
Çizelge 4.30 Moore-Penrose (pseudo) ters alma yöntemi ile elde edilen doğruluk değerleri .	79
Çizelge 4.31 Cholesky ters alma yöntemi ile elde edilen doğruluk değerleri ( $\pm$ metre).....	79
Çizelge 4.32 Gauss indirgemesi ile elde edilen doğruluk değerleri ( $\pm$ metre).....	81
Çizelge 4.33 Kısmi pivotlama ile Gauss indirgemesi yöntemiyle elde edilen doğruluk değerleri ( $\pm$ metre).....	81
Çizelge 4.34 Cholesky indirgemesi yöntemiyle elde edilen doğruluk değerleri ( $\pm$ metre).....	81
Çizelge 4.35 Cramer ters alma yöntemiyle EKK'nın kullanılabilirliğinin incelenmesi. ....	84
Çizelge 4.36 Pivotlama ile ters alma yöntemiyle EKK'nın kullanılabilirliğinin incelenmesi. ....	84
Çizelge 4.37 Cholesky ters alma yöntemiyle EKK'nın kullanılabilirliğinin incelenmesi. ....	84
Çizelge 4.38 Gauss ters alma yöntemiyle EKK'nın kullanılabilirliğinin incelenmesi. ....	85
Çizelge 4.39 Moore-Penrose (pseudo) ters alma yöntemiyle EKK'nın kullanılabilirliğinin incelenmesi.....	85
Çizelge 4.40 Kısmi pivotlamalı Gauss indirgeme yöntemiyle EKK'nın kullanılabilirliğinin incelenmesi.....	85
Çizelge 4.41 Cholesky indirgeme yöntemiyle EKK'nın kullanılabilirliğinin incelenmesi. ....	85
Çizelge 4.42 Katsayı (Jakobiyen) matrisinin incelenmesi. ....	86
Çizelge 4.43 1° RPC'lerin ters alma ve indirgeme yöntemleri ile hesaplanması. ....	87
Çizelge 4.44 RFM ile elde edilen doğruluk değerleri ( $\pm$ piksel).....	87
Çizelge 4.45 Tikhonov düzenlemesi ile elde edilen doğruluk değerleri.....	88

## ÇİZELGELER DİZİNİ (devam ediyor)

<u>No</u>	<u>Sayfa</u>
Çizelge 4.46 Cramer ters alma yöntemiyle EKK'nın kullanılabilirliğinin incelenmesi. ....	89
Çizelge 4.47 Pivotlama ile ters alma yöntemiyle EKK'nın kullanılabilirliğinin incelenmesi.	89
Çizelge 4.48 Cholesky ters alma yöntemiyle EKK'nın kullanılabilirliğinin incelenmesi. ....	89
Çizelge 4.49 Gauss ters alma yöntemiyle EKK'nın kullanılabilirliğinin incelenmesi. ....	89
Çizelge 4.50 Moore-Penrose (pseudo) ters alma yöntemiyle EKK'nın kullanılabilirliğinin incelenmesi.....	90
Çizelge 4.51 Kısmi pivotlamalı Gauss indirgeme yöntemiyle EKK'nın kullanılabilirliğinin incelenmesi.....	90
Çizelge 4.52 Cholesky indirgeme yöntemiyle EKK'nın kullanılabilirliğinin incelenmesi. ....	90
Çizelge 4.53 RFM'nin katsayı (Jakobiyen) matrisinin incelenmesi. ....	91
Çizelge 4.54 1° RPC'lerin ters alma ve indirgeme yöntemleri ile hesaplanması. ....	91
Çizelge 4.55 RFM ile elde edilen doğruluk değerleri ( $\pm 1$ piksel).....	92





## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

### SİMGELER

$X_P, Y_P, Z_P$	: $P$ 'nin nesne koordinatları
$O$	: Optik sistemin merkezi
$X_O, Y_O, Z_O$	: $O$ 'nun nesne koordinatları
$X_0, Y_0, Z_0$	: GNSS alıcısı ile elde edilen yer koordinatları
$s$	: Ölçek
$R$	: Görüntü koor. sisteminden nesne koor. sistemine dönmeyi tanımlayan matris
$x, y$	: Görüntü koordinat sistemi koordinatları
$x_o, y_o$	: $O$ (asal noktanın) görüntü koordinat sistemindeki koordinatları
$c$	: Odak uzaklığı
$X, Y, Z$	: Nesne koordinat sistemi koordinatları
$\omega, \varphi, \kappa$	: Görüntü ile nesne koordinat eksenleri arasındaki açılar
$dR_{g\ddot{or}}^{ins}$	: Kamera ve INS/IMU arasındaki dönüklük
$R_{ins}^{yer}$	: INS/IMU koor. sisteminden yer koor. sistemine dönmeyi tanımlayan matris
$dX, dY, dZ$	: INS/IMU ve GNSS arasındaki mesafenin koordinat bileşenleri
$x_s, y_s$	: Satır koordinat sistemi koordinatları
$x_k, y_k, z_k$	: Kamera koordinat sistemi koordinatları
$x_u, y_u, z_u$	: Uydu koordinat sistemi koordinatları
$x_y, y_y, z_y$	: Yörünge koordinat sistemi koordinatları
$X_I, Y_I, Z_I$	: Konvansiyonel inersiyel koordinatlar
$\vec{p}_s$	: Satır koordinat sistemindeki konum vektörü
$\vec{P}_s$	: Satır koordinat sistemindeki konum vektörü
$t_k$	: Durum açısının ölçüldüğü zaman
$t_0$	: Görüntülenme zamanı
$\Delta t$	: Her bir satır için görüntüleme aralığı
$t$	: Anlık görüntüleme zamanı veya test büyüklüğü
$\vec{c}_s$	: Satır koordinatlarından kamera koordinatlarına dönüşüm

## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ (devam ediyor)

$\delta_{\vec{x}}$	: Sistematik hata düzeltmesi
$\vec{P}_U$	: Uydu koordinat sistemindeki konum vektörü
$\vec{V}_U$	: Uydu koordinat sistemindeki hız vektörü
$inc$	: Yörünge eğimi
$C_M$	: Kamera koordinat sistemi ile uydu koordinat sistemi arasındaki öteleme
$R_{KU}$	: Kamera koor. sisteminden uydu koor. sistemine dönmeyi tanımlayan matris
$a_r, a_p, a_y$	: Uydu koordinat sisteminin yörünge koordinat sistemine göre dönme açıları
$\vec{p}_y$	: Yörünge koordinat sistemindeki konum vektörü
$R_{UY}$	: Uydu koor. sisteminden yörünge koor. sistemine dönmeyi tanımlayan matris
$\Theta_{GR}$	: Greenwich Ortalama Gözlem Zamanı
$\vec{P}$	: Yer koordinat sistemindeki konum vektörü
$\vec{V}_U$	: Uydu koordinat sistemindeki hız vektörü
$\ \cdot\ $	: Norm
$\Omega$	: Yükseliş düğümünün boylamı
$f$	: Gerçek anomali veya serbestlik derecesi
$w_p$	: Yerberi argümanı
$R_{Yer}$	: Yörünge koor. sisteminden yer koor. sistemine dönmeyi tanımlayan matris
$\psi_x, \psi_y$	: Bakış açıları
$P(t_i)$	: $i$ satırı için kestirimi yapılacak değer
$d, e$	: Tamsayı değer indeksi veya Euler sayısı
$g$	: Kestirim için kullanılacak değerlerin toplam sayısı
$P_0$	: Referans alınan satıra ait değer
$\dot{P}$	: Sürüklenme
$\ddot{P}$	: İvme
$h$	: Elipsoidal yükseklik
$a, b$	: Elipsoidin büyük yarı, küçük yarı eksenleri
$P, P'$	: Öge veya görüntüdeki noktanın konumları veya dönüşüm katsayısı
$n$	: Normlandırma veya ölçü sayısı
$a, b, c, d$	: Katsayılar
$L$	: Ölçü
$v$	: Ölçü düzeltmesi

## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ (devam ediyor)

$dP$	: Dengeleme bilinmeyenleri
$[v]$	: Düzeltmelerin toplamı
$[vv]$	: Düzeltmelerin kareleri toplamı
F	: Dönüşüm modelini
$A$	: Ögelere ait katsayı (Jakobiyen) matrisi
$B$	: Ölçülere ait katsayı (Jakobiyen) matrisi veya Gauss üst üçgen
$m_0$	: Birim ağırlıklı ölçünün karesel ortalama hatası
$u$	: Öge/katsayı adedi
$\bar{P}$ ve $\bar{L}$	: Düzeltilmiş (dengeli) değerler
$P _0$	: Parametrelerin yaklaşık değerleri
$\tan\psi_x$ ve $\tan\psi_y$	: Doğrusal olmayan ölçüler
$w$	: Kapanma artıkları
m	: Görüntü sayısı
$\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$	: Gerçek yer koordinatları
$\underline{X}_e, \underline{Y}_e, \underline{Z}_e$	: Dengelenmiş yer koordinatları
$\underline{Q}_{dPdP}$	: Kofaktör matrisi
$q_{dP_1dP_2}$	: Kofaktör matrisi elemanı
$r_{dP_1dP_2}$	: $P_1$ ve $P_2$ parametreleri arası korelasyon
$\underline{Q}_{\psi dP}$	: Çapraz kofaktör matrisi
$r_{\psi dP}$	: Korelasyon
$m_{dP_1}$	: Ögenin karesel ortalama hatası
$T_n$	: Baarda test büyüklüğü
$T_p$	: Pope test büyüklüğü
$T$	: t-student test büyüklüğü
$s_{0_i}$	: t-student test yönteminde sonsal standart sapma
$\underline{Q}_{vv}$	: Düzeltmelerin ters ağırlık matrisi
$s_0$	: Pope test yönteminde sonsal standart sapma
$\bar{W}$	: Ölçülerin ağırlığı
$U, F$	: Metrik uzaylar
$M$	: U metrik uzayın alt cümlesi

## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ (devam ediyor)

$\kappa$	: Tikhonov katsayısı
$\underline{dP}_\kappa$	: $M$ cümlesinde hesaplanan bilinmeyenler vektörü
$\underline{I}$	: Birim matris
$argmin_{dP}$	: $\underline{dP}$ argümanlarına göre en küçük değer
$\kappa_{HKB}$	: Hoerl katsayısı
$\hat{\sigma}_0^2$	: Soncul varyans değerini
$\kappa_{LW}$	: Lawless ve Wang katsayısı
$\kappa_{BT}$	: Bayes teoremi katsayısı
$\kappa_{OD}$	: Öz değerler teoremi katsayısı
$\sigma_{(\underline{L}-\underline{L}_0)}$	: Ölçülerin standart sapması
$\sigma_{dP}$	: Dengeleme bilinmeyenlerinin standart sapmasını
$\lambda$	: Matrisin özdeğeri
$  $	: Determinant
$adj$	: Kofaktör devriği
$r(\underline{A})$	: Rank
$d(\underline{A})$	: Rank bozukluğu
$con(\underline{A})$	: $\underline{A}$ matrisinin şart sayısı
$[k]$	: Pivotlama adımını
$\underline{C}$	: Gauss alt üçgen
$\underline{U}, \underline{V}$	: Öz vektörler
$\underline{D}$	: Öz değer
$diag$	: Matrisin köşegen değerleri
$\underline{A}^+$	: $\underline{A}$ matrisinin Moore-Penrose (pseudo) tersi
$[.]$	: .nci indirgeme işlemi
$x_n$	: Normlandırılmış $x$ değeri
(+)	: SPOT 5 görüntüsünde YKN
(◇)	: SPOT 5 görüntüsünde BDN
$m_x, m_y, m_z$	: X, Y, Z için karesel ortalama hata
•	: Hata vektörü grafiğinde YKN
o	: Hata vektörü grafiğinde BDN

## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ (devam ediyor)

### KISALTMALAR

<b>ABD</b>	: Amerika Birleşik Devletleri
<b>ALOS</b>	: Advanced Land Observing Satellite
<b>ASPRS</b>	: American Society for Photogrammetry and Remote Sensing
<b>BDN</b>	: Bağımsız Denetim Noktası
<b>BSIC</b>	: Bias Compensation in Image Space
<b>CC</b>	: Correlation Coefficient
<b>CCD</b>	: Charge Coupled Device
<b>CMOS</b>	: Complementary Metal–Oxide Semiconductor
<b>CNES</b>	: Centre National d'Études Spatiales, Fransa
<b>DYÖ</b>	: Dış Yönelme Ögeleri
<b>ERTS</b>	: Earth Resources Technology Satellite
<b>ESA</b>	: European Space Agency
<b>EKK</b>	: En Küçük Kareler
<b>GCV</b>	: Generalized Cross Validation
<b>GNSS</b>	: Global Navigation Satellite Systems
<b>HRG</b>	: High Resolution Geometric
<b>HRS</b>	: High Resolution Stereoscopic
<b>INF</b>	: Sonsuz Değer
<b>INS/IMU</b>	: Inertial Navigation System/Inertial Measurement Unit
<b>InSAR</b>	: Interferometric Synthetic Aperture Radar
<b>ISPRS</b>	: International Society for Photogrammetry and Remote Sensing
<b>İHA</b>	: İnsansız Hava Aracı
<b>İYÖ</b>	: İç Yönelme Ögesi
<b>KOH</b>	: Karesel Ortalama Hata
<b>L1LS</b>	: $l_1$ -Norm-Regularized Least Squares
<b>NAN</b>	: Sayı Olmayan Değer
<b>NASA</b>	: National Aeronautics and Space Administration
<b>NAOMI</b>	: New AstroSat Optical Modular Instrument
<b>NRBOS</b>	: Nested Regression based Optimal Selection
<b>OLS</b>	: Ordinary Least Squares

## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ (devam ediyor)

<b>PCI</b>	: Rigorous Sensor Model of PCI Geomatics 2013
<b>PSO</b>	: Partial Swarm Optimization
<b>RE</b>	: Ridge Estimation
<b>RFM</b>	: Rational Functional Model
<b>RPC</b>	: Rational Polynomial Coefficient
<b>SAR</b>	: Syntetic Aperture Radar
<b>SLC</b>	: The Scan Line Corrector
<b>SPOT</b>	: Satellite Pour l'Observation de la Terre
<b>SRTM</b>	: Shuttle Radar Topography Mission
<b>SSCB</b>	: Sovyet Sosyalist Cumhuriyetler Birliği
<b>SYM</b>	: Sayısal Yükseklik Modeli
<b>TDI</b>	: Time Delay and Integration
<b>TDK</b>	: Türk Dil Kurumu
<b>TD-L1LS</b>	: Terrain-dependent approach based on $\ell_1$ -norm regularized least squares
<b>TID-L1LS</b>	: Directly correcting terrain-independent RPCs based on $\ell_1$ -norm-regularized least squares
<b>TIROS-1</b>	: Television Infra-Red Observation Satellite
<b>UKHA</b>	: Uzaktan Kumandalı Hava Aracı
<b>USS-RFM</b>	: Uncorrelated and Statistically Significant RFM
<b>WGS-84</b>	: World Geodetic System-1984
<b>YKN</b>	: Yer Kontrol Noktası
<b>YÖA</b>	: Yer Örnekleme Aralığı

## BÖLÜM 1

### GİRİŞ

#### 1.1 GÖRÜNTÜ ALGILAMA VE KONUMSAL BİLİŞİM

Görsel algılama, gündelik yaşantımızın vazgeçilmez unsurlarının başında gelmektedir. Televizyon, telefon, tablet, dizüstü veya masaüstü bilgisayar, örün (web) siteleri, dergi ve gazete gibi görsel basın/yayın organları tümüyle görsel algı ve hafızayı önemli ölçüde etkileyerek hayatımızda önemli bir yer edinmişlerdir. Görsel algılamayı sağlayan görüntü, gündelik yaşantımızda sıklıkla kullandığımız konumsal bilişim uygulamalarına girdi sağlayan en önemli veri türlerindedir (AlphaBeta 2017). Konumsal bilişimde görüntü temelli veriler *fotogrametri* ve *uzaktan algılama* çalışmaları ile elde edilmekte ve işlenmektedir. Günümüzde fotogrametrinin uzaktan algılamanın bir alt alanı olduğu düşüncesi yaygınlaşsa da, fotogrametrinin tanımının 1867 yılında yapılmış olmasına rağmen uzaktan algılamanın ancak 1970'lerden beri dile getirilmesi her iki terimin birlikte kullanılmasının temel nedenlerindedir (Förstner ve Bonn 2009, Meydenbauer 1867). Günümüzde uzaktan algılama, farklı amaçlarla yeryüzünün, güneşin ve gezegenlerin yapay uydularla gözlenmesine hizmet ederken, fotogrametri ise daha çok bilgisayarla görme ile ilişkili hale gelmektedir (Chen vd. 2016). Bu nedenle ISPRS (International Society for Photogrammetry and Remote Sensing) ve ASPRS (American Society for Photogrammetry and Remote Sensing) gibi önemli sivil toplum kuruluşları bu iki terimi bir arada kullanmaktadırlar. Bununla birlikte her iki kuruluşun fotogrametri ve uzaktan algılamayı konumsal bilişim ile birlikte ele aldığı görülmektedir (ASPRS 2018, ISPRS 2018).

Genel anlamıyla *uzaktan algılama*, görme ve işitme eylemlerine benzer şekilde fiziksel bir temas kurmadan nesne(ler) hakkında bilgi edinmedir (Maktav ve Sunar 1991). Uzaktan algılama için birbirine benzer pek çok tanım yapılmaktadır. Bunlardan ISPRS adına yapılan tanım şöyledir: uzaktan algılama, yerde, havada veya uzayda bulunan algılayıcılardan, gezegenlerin ve Dünyanın, diğer fiziksel veriler ile birlikte görüntülerinin elde edilmesi, işlenmesi ve incelenmesi bilim ve teknolojisidir (Chen vd. 2016). *Fotogrametri* için yapılan

tanım ise görüntü ve uzaklık verisinden, nesnelere hakkında üç boyutlu geometrik ve tematik bilgilerinin güvenilir/sağlıklı/doğru bir şekilde ve çoğunlukla zamansal olarak elde edilmesi bilim ve teknolojisi şeklindedir (Chen vd. 2016). Dolayısıyla, aktif ve pasif olarak elde edilen optik, ısı, mikrodalga, lazer ve ses (eko) gibi algılama türleri ile gerçekleştirilen uzaktan algılama ve fotogrametri, zamana bağlı olarak 2/3B (2 veya 3 boyutlu) konum bilgisi elde etmede kullanılan önemli birer araçtır.

Görüntü yardımıyla konum bilgisi elde etmek için öncelikle görüntü ve nesne uzayı arasındaki geometrik ilişkinin kurulması gerekir. Böylece görüntü koordinat sisteminden nesne koordinat sistemine koordinat dönüşümü işlemi gerçekleştirilerek, görüntü üzerindeki herhangi bir nesnenin nesne uzayındaki koordinatı elde edilebilir. Genel olarak *algılayıcı yöneltmesi* adı verilen bu işlemin *görüntü yöneltme/koordinatlandırma* veya *geometrik modelleme* gibi adlandırmaları da mevcuttur (Heipke vd. 2002, Jacobsen 2004, Poli ve Toutin 2012). Algılayıcı yöneltmesi işleminde karşılaşılan sorunlardan biri, kötü şartlı matrisin neden olduğu kötü konulmuş problemdir. Bu tezin amacı, algılayıcı yöneltmesi işleminde kötü şartlı matrisin neden olduğu kötü konulmuş problemin işlemler öncesinde tespit edilerek uygun çözüm yöntemlerinin araştırılmasıdır.

## 1.2 AMAÇ VE İÇERİK

Algılayıcı yöneltmesi, *algılayıcıdan bağımsız* ve *algılayıcıya bağımlı* olmak üzere iki farklı şekilde gerçekleştirilmektedir. Bu işlem genellikle hem görüntüde hem de nesne uzayında karşılığı olan YKN (Yer Kontrol Noktası) veya çizgisel özellikteki nesnelere yardımıyla, bu iki uzay arasındaki koordinat dönüşümünü sağlayan ögelerin/katsayıların belirlenerek, görüntünün her bir pikselinin nesne uzayındaki koordinat karşılıklarının hesaplanması temeline dayanır. Dönüşümü sağlayan bu ögelerin/katsayıların hesaplanmasında genellikle matris ters alma işlemlerine gereksinim duyulur. Eğer tersi alınacak matris kötü şartlı veya tekil ise ya da matrisin satır veya sütunları arasında bir doğrusal bağımlılık varsa ters alma işlemi sağlıklı gerçekleşmeyecektir. Bu matris türüne *kötü şartlı matris* denir ve genellikle *kötü konulmuş probleme* neden olur.

Bu tezin amacı, hem algılayıcıya bağımlı hem de algılayıcıdan bağımsız yöneltme yöntemlerinde kötü şartlı matrisin neden olduğu kötü konulmuş problemin işlem öncesinde tespit edilmesi ve farklı çözüm yöntemlerinin kullanılmasıdır. Bu amaç doğrultusunda, ikinci



bölümde algılayıcı yöneltmesi kavramları ve dengeleme türleri, üçüncü bölümde ise kötü konulmuş problem, kötü şartlı matris, en küçük kareler yöntemi, çözüm yöntemleri ve mevcut çalışmalar ele alınmaktadır. Dördüncü bölümde SPOT 5 ve SPOT 6 uydu görüntüleri kullanılarak gerçekleştirilen uygulamaya, bulgulara ve tartışmaya yer verilirken, beşinci ve son bölüm ise sonuç, genel değerlendirme ve öneriler kısmından oluşmaktadır.





## BÖLÜM 2

### ALGILAYICI YÖNELTMESİ

#### 2.1 TANIM VE TARİHSEL SÜREÇ

Genel olarak *görüntü* olarak adlandırılan görsel kayıtlar ve gösterimler hayatın vazgeçilmez unsurları arasına girmiştir. Görüntü, herhangi bir nesnenin mercek ve ayna gibi araçlarla oluşturulan biçimi olarak tanımlanmaktadır (TDK 2018). Esasen, bir enerji iletim yöntemi olan elektromanyetik ışımının oluşumu, iletimi ve cisimlerle etkileşimi sonucunda oluşan görüntünün algılanması, saklanması, işlenerek farklı bilgiler elde edilmesi ve gösterilmesi, görüntü ile ilgili temel işlemlerdir. Gözle doğal olarak algılanan görüntünün çeşitli araçlarla algılanması düşüncesi binlerce yıllık bir geçmişe sahiptir. Örneğin Çinli Filozof Mozi (MÖ 490-405) tarafından karanlık odanın bulunması ile optik olarak görüntü elde etmenin temeli atılmıştır (Fuxi ve Tian 2014). Bir delikten geçen ışınların karanlık bir odanın/kutunun cephesine ters olarak yansması, günümüzde geçerliliğini koruyan bir fizik olayının keşfidir. Basralı bilgin İbnü'l-Heysen (935-1039), optik olayların matematiksel olarak açıklanmasını sağlamıştır (Topdemir 2003). İbnü'l Heysen'in Kitab-el Menazir ve Optiğin Hazinesi (Opticae Thesaurus) adlı eserinden etkilenen bilim insanlarından İtalyan bilgin ve sanatçı Leonardo di ser Piero da Vinci (1452-1519) 1492 yılında geometrik çizimler ile hava devinimi (aerodinamik) ve optik izdüşüm üzerine çalışmalar yapmıştır. Alman gökbilimci Johannes Kepler (1571-1630) ise 1600'lü yıllarda üç boyutlu görüş hakkında kesin bir tanım yapmaktadır (McGlone 2013). Optik olayların matematiksel olarak açıklanmasıyla ilgili çalışmalar sürerken, Alman bilgin Johann Heinrich Schulze (1687-1744), gümüş nitratın ışığa duyarlı olduğunu keşfetmiştir. Bu keşif, görüntünün kimyasal bir tepkime ile kaydı temelinin dayanan ve genellikle fotoğraf filminin kullanıldığı analog fotoğrafçılığın temelinin oluşturmaktadır. Bu teknik, 1969 yılında George Smith ve Willard Boyle tarafından AT&T Bell Laboratuvarlarında CCD (Charge Coupled Device) algılayıcıların geliştirilmesine ve günümüzde genel olarak *elektrooptik algılama* olarak adlandırılan doğrudan sayısal görüntü elde etme teknolojisinin yaygın olarak kullanılmasına dek tekeli korumuştur. Görüntünün

metal, cam, plastik veya kâğıt üzerine kaydedilmesi, yerden veya havadan görüntü alınarak harita yapımı tekniğinin gelişmesini sağlamıştır. Fransız fotoğrafçı Gaspard-Félix Tournachon (*takma adıyla* Nadar 1820-1910) tarafından havadan ve Fransız fotoğrafçı Aimé Laussedat'ın (1819-1907) fototeodeolit ile yerden gerçekleştirdiği çalışmalar, fotogrametrik harita yapımının önemli kilometre taşlarıdır (Ragey 1952). Fransa İmparatoru III. Napolyon'un Kuzey İtalya'da Solferino savaşı için Nadar'a fotoğraflarla keşif yaptırması, fotogrametrinin savunma alanında kullanımına ilk örnek olarak verilebilir (McGlone 2013). Bu yıllarda hava fotogrametrisinde ilk taşıyıcı sistemler balon, zeplin, uçurtma ve güvercin iken, Orville (1871-1948) ve Wilbur (1867-1912) Wright kardeşlerin 1903 yılında başarıyla uçurdıkları ilk uçak ile havacılık alanı önemli bir yol kat edilmiştir. Özellikle Birinci ve İkinci Dünya Savaşları sırasında havadan görüntülerin istihbarat ve harita yapımında kullanımını yaygınlaştırmıştır. Bu yıllarda, bindirmeli görüntülerden 3B koordinatların elde edilmesi için analog değerlendirme aletlerinin geliştirilmesi gerekmiş ve 1980'li yıllara kadar etkinliğini koruyacak olan *analog fotogrametri* devri başlamıştır. Özellikle Alman Carl Friedrich Zeiss (1816-1888) ve Carl Pulfrich'in (1858-1927) fotogrametrik kamera ve değerlendirme aletleri konusunda çok önemli çalışmaları bulunmaktadır (McGlone 2013). 1915 yılında Alman Oskar Messter (1866-1943) tarafından otomatik film makinası geliştirilmiş ve özellikle I. ve II. Dünya Savaşları yıllarında hava fotogrametrisi konusunda önemli gelişmeler kaydedilmiştir.

II. Dünya Savaşından sonra önemli gelişmeler kaydeden bilgisayar ve elektronik teknolojisi, 1957 yılında ilk kez *analitik fotogrametri* aletlerinin kullanılmasını mümkün hale getirmiştir (Yaşayan vd. 2011). Analog fotoğraflardan 3B koordinatların hesaplamalı olarak elde edilmesine ve sayısal harita çizimine olanak sağlayan bu teknik, Otto von Gruber (1884-1942) tarafından 1930'lu yıllarda tanımlanan izdüşüm eşitlikleri temeline dayanmaktadır. Ancak özellikle bilgisayar teknolojisindeki gelişmelerin yavaşlığı ve pahalılığı, bu aletlerin yaygın kullanımının önündeki en önemli engeldir. Uuno Vilho Helava (1923-1994) tarafından kurulan şirketin geliştirdiği analitik aletler bu sorunun çözülmesini önleyerek kullanımın yaygınlaşmasını, hatta ilk bütünleşik *sayısal fotogrametrik iş istasyonunun* geliştirilmesini sağlamıştır (Savolainen ve Kilpelä 2018). 1990'lara gelindiğinde analog fotogrametrinin yerini kısmen analitik ve sayısal fotogrametriye bıraktığı görülmektedir. Özellikle bilgisayarların teknolojik olarak gelişmesi ve ucuzlaması, ayrıca 2000'li yıllarda sayısal kameraların yaygınlaşması ile tamamen sayısal ortamda çalışılması olanaklı hale gelmektedir. Böylece günümüzde cep telefonlarından elde edilen görüntülerle dahi konuma bağlı bilgi üretmek mümkündür. Ayrıca taşıyıcı sistemlerde de önemli gelişmeler yaşanmış ve insanlı

uçak/helikoptere seçenek olarak UKHA (Uzaktan Kumandalı Hava Aracı) veya İHA (İnsansız Hava Aracı) ile görüntü alımı son derece yaygınlaşmıştır.

Fotogrametrik gelişmelere koşut olarak uzaktan algılama da hızlı bir gelişim göstermiştir. 4 Ekim 1957’de SSCB (Sovyet Sosyalist Cumhuriyetler Birliği) tarafından uzaya gönderilen ilk yapay nesne olan Sputnik-1 uydusu (55 cm çapında, 83 kg ağırlığında ve 4 antenli) ABD (Amerika Birleşik Devletleri) ile arasındaki Soğuk Savaşın uzayda kazanılmış ilk zaferidir (Cracknell ve Varotsos 2007). Bu süreç, uzaydaki yarışı kızıştırmış ve 20 Temmuz 1969 yılında ABD’li Neil Lois Armstrong (1930-2012) Ay’a ilk ayak basan insan olmuştur. Dünya’nın alçak yörüngelerine yapay uydu yerleştirilerek yeryüzünün gözlenmesine yönelik alışmalar ABD’nin fotoğraf filmi kullanan iki sistemi CORONA (1960-1972) ve ARGON (1961-1964) ile başlamıştır (Tappan vd. 2000). Sonraki süreçte metal kutular ile fotoğraf filmlerinin Dünya’ya ulaştırıldığı bu sistemlerin yerine görüntülerin doğrudan sayısal olarak elde edilmesini sağlayan elektrooptik sistemlerin kullanılmasına odaklanılmıştır. Bu kapsamda kullanılan ilk sistemler TIROS-1 (Television Infra-Red Observation Satellite) uydusunda olduğu gibi televizyon kameralarıdır ve meteorolojik olayların gözlenmesi ile Dünya’nın ilk görüntüleri uzaydan elde edilmeye başlanmıştır (Belward ve Skien 2015). Ancak 23 Temmuz 1972 tarihinde ABD tarafından uzaya gönderilen Landsat 1’in (*ilk adı* ERTS: Earth Resources Technology Satellite) ve 14 Mayıs 1973 ile 11 Temmuz 1979 tarihleri arasında NASA (National Aeronautics and Space Administration, ABD) tarafından işletilen Skylab’ın önemli birer yeri vardır (Reeves 1975). Bu iki sistem ile sivil uzaktan algılama dönemi başlamış ve Landsat serisi günümüze dek sekiz uydusu ile ücretsiz olarak erişilebilen önemli bir görüntü arşivinin oluşmasını sağlamıştır (Denis vd. 2017).

Landsat 1’in teknik özellikleri, bu görüntülerden evre, orman, tarım vb. alışmalar yürütülmesini olanaklı kılmaktayken, özellikle büyük ölçekli harita yapımına olanak sağlamamaktadır (Kratky 1974). SSCB tarafından fotoğraf filmine görüntüleme yapan TK-350 kamerasının 1981 yılında ve KVR-1000 kamerasının 1984 yılında kullanılması, analog fotogrametri ile uzaktan algılama yapılmasına olanak sağlamaktadır (Büyüksalih vd. 2005). Ancak SSCB bu kameralardan alınan fotoğrafları 1991 yılına dek sadece kendi çalışmaları için kullanmıştır. Bu durum göz önüne alındığında, Landsat 1’in konuma bağlı bilgi üretimindeki eksikliğini gideren gelişme, 22 şubat 1986 yılında CNES (Centre National d’tudes Spatiales, Fransa) tarafından SPOT 1 (Satellite Pour l’Observation de la Terre) uydusunun yörüngeye yerleştirilmesi olmuştur (Trinder vd. 1988). Pankromatik bantta 10 m

YÖA (Yer Örnekleme Aralığı) değerine sahip olan bu uydu ile 1:25000 ölçekli haritalar üretmek olanaklı olmuştur. Günümüzde SPOT uydularının altıncı ve yedincisi çalışır durumdadır.

SPOT 1 uydusu ile yüksek doğruluklu 3B konum bilgisi elde edilebilmesi için algılayıcıya özel bir yöneltme yönteminin geliştirilmesini gerektirmiştir. Esasen fotogrametrideki izdüşüm eşitlikleri temeline dayanan bu yöntemin hava fotogrametrisinden farkı, hava fotogrametrisinde çerçeve görüntüleme sistemleri kullanılırken SPOT 1'in doğrusal dizin görüntüleme yapması, bu nedenle görüntünün her bir satırına ait farklı İYÖ/DYÖ'lerine (iç/dış yöneltme ögesi) sahip olunmasıdır. Diğer bir fark ise, taşıyıcı sistemin yapay uydu olması ve Dünya etrafında bir yörüngede dönmesine bağlı olarak izdüşüm denklemlerine bazı ekler yapılması zorunluluğudur.

SPOT 1 uydusu ile başlayan süreçte, uzaktan algılama görüntüleri için *algılayıcıya bağlı yöneltme yöntemleri* kullanılmaya başlanmıştır. Ancak algılayıcıya göre farklılık gösteren ve İYÖ/DYÖ'lerinin bilinmesini zorunlu kılan bu yöntemlerin yerine, yine bu yöntemlerin başarımına yakın sonuçlar vermesi hedeflenen ancak algılayıcıya göre farklılık göstermeyen genel bir yöntem geliştirilmesi önerilmiştir (OGC 1999). RFM (Rational Functional Model) adı verilen ve görüntü ile nesne koordinat sistemleri arasındaki dönüşümü fiziksel olarak yansıtmayan bu yöntem, 24 Eylül 1999 yılında yörüngesine yerleştirilen IKONOS uydusuna ait görüntülerin kullanılmaya başlaması ile yaygınlık kazanmıştır. Günümüzde neredeyse tüm ticari uydulara ait görüntüler RFM'ye ait katsayılar (RPC: Rational Polynomial Coefficient) ile dağıtılmaktadırlar. IKONOS uydusu, 80 cm YÖA değeri ile yüksek çözünürlüklü uzaktan algılama devrini başlatan uydudur. Böylece 1:5000-1:10000 ölçekli harita üretmek mümkün olmuştur (Jacobsen 2003). Günümüzde WorldView-4 uydusu ile pankromatik bantta 30 cm YÖA değerine sahip görüntüler elde edilebilmektedir.

Bununla birlikte, mikrodalga ve lazer algılama ile gerçekleştirilen çalışmaların tarihçesine de bakmakta yarar vardır. 27 Haziran 1978 yılında SeaSat ile başlayan mikrodalga algılama sürecini ilk sivil SAR (Synthetic Aperture Radar) uydusu olan ve 12 Kasım 1981 yılında fırlatılan SIR-A uydusu izlemiştir; böylece mikrodalga ile uzaktan algılama çalışmaları uzaya taşınmıştır (Evans vd. 2005). Bu adımı, ESA'nın (European Space Agency) ERS-1, Rusya'nın ALMAZ 1B, Japonya'nın JERS-1 ve Kanada'nın Radarsat 1 uyduları izlemektedir (Belward ve Skoien, 2015; Rosenqvist 1996). Bu arada ABD, Almanya ve İtalya ortaklığında

gerçekleştirilen SRTM (Shuttle Radar Topography Mission) mekiği Şubat 2000’de 10 gün boyunca SYM (Sayısal Yükseklik Modeli) üretimi için veri toplamıştır (Farr vd. 2007). Bu alanda gerçekleştirilen en önemli aşamalardan ikisi, ilk 1 m çözünürlüklü mikrodalga görüntü alımının 8 Haziran 2007 yılında İtalya tarafından fırlatılan COSMO-SkyMed ve 15 Haziran 2007 yılında Almanya tarafından fırlatılan TerraSAR-X uydusu ile sağlanmasıdır. Bununla birlikte, 13 Ocak 2003 yılında NASA tarafından ilk lazer algılama yapan uydu ICESat fırlatılmıştır (Durrieu ve Nelson 2013).

Yukarıda, bu tezin de konusu gereği ağırlıklı olarak optik görüntüleme yapan uydulara değinilerek verilen bilgiler ışığında görülmektedir ki konuma bağlı uygulamalarda fotogrametrinin yanı sıra uzaktan algılamada da son derece önemli gelişmeler kaydedilmektedir. 2016 yılında konumsal bilişim pazarının büyüklüğü 400 milyar Amerikan Doları (AlphaBeta 2017), 2007-2016 yılları arasında fırlatılan 181 uzaktan algılama uydusunun (meteoroloji uyduları hariç) toplam maliyeti 17.4 milyar Amerikan Doları ve 2026 yılına dek bu alanda beklenen gelişmenin büyüklüğü 8.5 milyar Amerikan Doları düzeyindedir ve yan alanlarla birlikte bunun 15 milyar Amerikan Dolarlık bir büyüklüğe ulaşacağı öngörülmektedir (Euroconsult 2017). Gerek uyduların daha küçük boyutlu ve düşük maliyetle üretilerek fırlatılması, gerek UKHA veya İHA gibi ekonomik ve kolay kullanılabilen taşıyıcı sistemlerin yayınlaması ve gerekse geometrik çözünürlüğün yükselmesi konumsal uygulamalarda görüntüleme sistemlerinin kullanım payını giderek arttırmaktadır (Chen vd. 2016). Başta Birleşmiş Milletlerin Sürdürülebilir Kalkınma Hedefleri olmak üzere sürdürülebilir yaşam için konumsal bilişimin önemli bir payı olduğu düşünüldüğünde, bu alandaki gelişmelerin önemli katkısı bulunmaktadır (Paganini vd. 2018).

Görüldüğü üzere geometrik çözünürlüğün giderek artmasına koşut olarak konumsal uygulamalarda görüntüleme teknolojilerinin kullanımı yaygınlık kazanmaktadır. Günümüzde fotogrametri ve uzaktan algılamada makine öğrenmesi yöntemleri kullanılarak nesne tanıma çalışmaları hız kazanmakta, ayrıca görüntü eşleme yöntemlerindeki gelişmeler ile 3B çalışmalar gerçekleştirilebilmektedir. Bununla birlikte, giderek artan boyuttaki görüntü ve veri havuzları *büyük veri* saklama ve işleme konusunda çözümler üretilmesini zorunlu hale getirmektedir (Demir 2018).

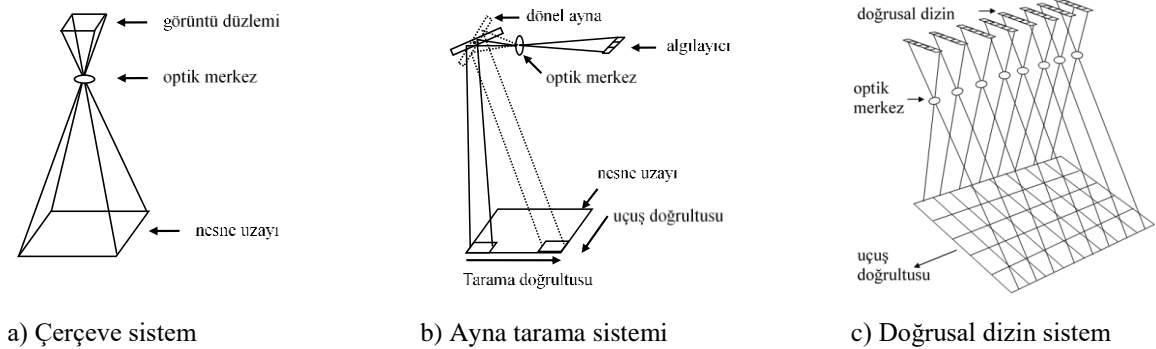
Konumsal uygulamalarda gerek nesne tanıma gerekse eşleme işlemlerinde gerek duyulan adımlardan birisi, görüntü uzayındaki bir nesnenin nesne uzayındaki koordinatının

hesaplanmasıdır. Bu işleme, *görüntü koordinatlandırma*, *geometrik modelleme*, *görüntü yöneltme* veya *algılayıcı yöneltme* gibi adlandırmalar yapılmaktadır (Heipke vd. 2002, Jacobsen 2004, Poli ve Toutin 2012). Hangi tanım kullanılırsa kullanılsın, bu işlem ile görüntü yardımıyla nesne koordinatları elde edilmektedir.

Bu işlemde kullanılan yöntemler *algılayıcıya bağımlı* ve *algılayıcıdan bağımsız* olmak üzere iki sınıfa ayrılır. Algılayıcıya bağımlı yöntemler, görüntü ve nesne koordinat sistemi arasındaki geometrik ilişki (bu iki koordinat sistemi arasında kalan diğer koordinat sistemleri arasındaki dönüşüm ilişkisi ile birlikte) temeline dayanır ve genellikle yüksek konum doğruluğuna ulaşılabilir (Topan ve Maktav 2014). Ancak bu yöntemin kullanılması için gerekli olan İYÖ/DYÖ'nin kullanıcıya verilmemesi nedeniyle veya bu tür yöntemlerin karmaşık yapısından kaçınmak için RFM gibi yöntemler önerilmiş ve kullanımı yaygınlık kazanmıştır (OGC 1999). Bununla birlikte, yöneltme öğelerinin veya RFM için gerekli katsayıların (RPC) bulunmaması durumunda *algılayıcıdan bağımsız yöntemler* kullanılmaktadır. Algılayıcıya bağımlı yöneltme yöntemleri algılayıcı geometrisine bağlı olarak geliştirildiklerinden, bu yöntemlerden önce genel olarak algılayıcı türleri ve geometrilerine değinilecektir.

## 2.2 GÖRÜNTÜ ALGILAYICI TÜRLERİ VE GEOMETRİSİ

Görüntüleme amaçlı algılayıcılar genel olarak aktif ve pasif olmak üzere iki sınıfa ayrılmaktadırlar (Sunar vd. 2011). Aktif algılayıcılar, algıladıkları elektromanyetik enerjiyi kendisi üretirken, pasif algılayıcılar ise algıladıkları elektromanyetik enerjiyi farklı bir kaynaktan (Güneş, nesnenin kendi sıcaklığı gibi) alan sistemlerdir. Tezde sadece elektrooptik sistemler ele alınmıştır ve bu sistemler üç farklı geometri ile algılama yapmaktadır (Şekil 2.1).



Şekil 2.1 Elektrooptik görüntüleme sistemleri.



- a) Çerçeve görüntüleme:** Görüntünün tamamının anlık algılandığı sistemlerdir (Şekil 2.1 a). Algılanan alanın genişliği algılayıcının toplam boyutuna, odak uzaklığına ve taşıyıcı sistemin yüksekliğine bağlı olarak değişmektedir (Joseph 2015). Örneğin, fotoğraf filmi ile görüntü alımı tipik bir çerçeve görüntüleme değildir. Günümüzde insanlı veya insansız hava sistemleri ile çekilen görüntüler genellikle çerçeve görüntüleme ile elde edilirler. ARGON, CORONA, MC, LFC, TK-350, KFA 1000 ve 3000 ile KVR-1000 gibi analog fotoğraf çeken sistemler ile KH-11 ve BİLSAT gibi elektrooptik uydular bu tür görüntüleme yapan sistemlerdir (Bradford vd. 2003, Büyüksalih 2001, Büyüksalih vd. 2005, Joseph 2015, Ranchin ve Wald 1996, Tappan vd. 2000).
- b) Ayna tarama sistemler:** Bu sistemler, taşıyıcı sistemin uçuş yönüne dik olarak salınan bir aynadan yansıyan görüntünün algılayıcı üzerine anlık olarak izdüşmesi temeline dayanmaktadır (Şekil 2.1 b). Bu sistemlerde, aynanın salınımı sırasında uydu ileriye doğru hareket ettiğinden, görüntü şeritleri yörüngeye dik olmamaktadır. Landsat uydusu bu tür görüntüleme yapan sistemlere örnek olarak verilebilir. Bu tür sistemler dönel ayna gibi mekanik bir yapıya sahip olduklarından iki önemli geometrik hata ortaya çıkmaktadır. Bunlar ayna tarama hızındaki değişimler ve görüntülerde oluşan boşluklardır. Aynanın doğrusal bir tarama hızına sahip olması gerekirken, gerek mekanik sistemin zamanla aşınması gerekse yeryüzünün ve gök cisimlerinin etkisiyle kütle çekim gücündeki değişimler nedeniyle aynanın salınım hızında farklılıklar olabilir. Diğer bir hata ise, görüntüleme esnasında uydunun ileri hareketini ayarlayan SLC (The Scan Line Corrector) donanımının bozulması ile şeritler bazı bölgelerde birbiri üzerine örtüşürken bazı alanlarda da boşlukların oluşmasıdır (Zhang vd. 2007).
- c) Doğrusal dizin sistemler:** Doğrusal dizin algılayıcılar, günümüz optik uzaktan algılama sistemlerinde en çok tercih edilen algılayıcı türüdür. Bunun başlıca sebebi bu sistemin çerçeve sistemlere nazaran daha kolay üretilmesidir. Doğrusal dizin algılayıcılar, bir dizi CCD veya CMOS (Complementary Metal–Oxide Semiconductor) algılayıcıdan oluşur (Şekil 2.1 c). Nesne uzayı, uçuş yönüne dik olacak şekilde uyduya konumlandırılan bir doğrusal dizinin üzerine iz düşer ve nesneden gelen elektromanyetik enerjiye karşılık algılayıcıda elektrik yük üretilir (Büyüksalih 2000). Böylece görüntüleme işlemi gerçekleşmiş olur. Elde edilen görüntü, anlık olarak yan yana elde edilen satır görüntülerin toplamıdır. Bu sistemde bir dizinin görüntüleme yapması oldukça kısa sürmektedir. Örneğin bu süre SPOT-5 HRG görüntüleri için 0.75210 ms düzeyindedir. Görüntünün netliğini arttırmak için bu

süre çeşitli yollarla atılmıştır. Bunlardan üçü TDI (Time Delay and Integration), yavaşlatma ve ötelenmiş satırlar yöntemleridir (Topan 2009). Algılayıcı tek bir dizinden oluşabileceği gibi birkaç dizinden de oluşabilmektedir. Konuma bağlı çalışmalarda algılama tekniğinin (TDI, yavaşlatma ve ötelenmiş satırlar) ve algılayıcının iç yapısının bilinmesi gerekir.

Günümüzde sayısal hava kameralarının çoğu çerçeve sistemler kullanırken elektrooptik algılama yapan uzaktan algılama uydularında ise doğrusal dizin sistemler kullanılmaktadır. Her bir sistemin gerek mercek gerekse algılayıcıdan kaynaklanan geometrik ve radyometrik bozuklukları mevcuttur ve bunların konum doğruluğu üzerine olumsuz etkileri vardır. Dolayısıyla ham bir görüntüdeki bu tür bozulmalar giderilerek farklı görüntü ürün seviyeleri oluşturulmaktadır (Ottavianelli ve Vescovi 2018, Teke 2016). Özellikle mercek bozulmalarının etkisinden kaçınmak için Korsch (1977) tarafından geliştirilen sistemler günümüzde çoğunlukla tercih edilmektedir (Airbus 2012, 2013).

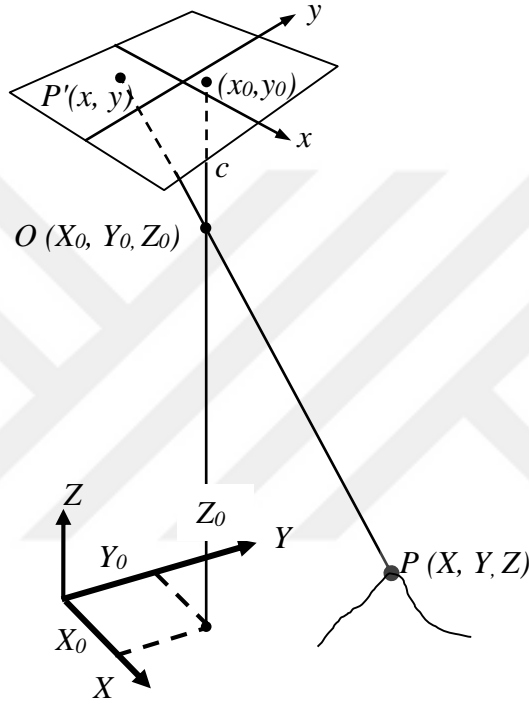
## **2.3 ALGILAYICIYA BAĞIMLI YÖNTEMLER**

Algılayıcıya bağımlı yöntemler, görüntü ve nesne koordinat sistemi arasındaki dönüşümü gerçekleştirirken algılayıcı ve taşıyıcı sistemin geometrik özelliklerini dikkate almaktadırlar. Bu yöntemler fotogrametri ve uzaktan algılama için iki ayrı bölümde anlatılacaktır. Fotogrametri ve uzaktan algılamadaki algılayıcı yöneltme yöntemleri arasındaki fark, uzaktan algılamada kullanılan taşıyıcı sistemin (yapay uydu) bir yörüngede hareket etmesinden kaynaklanan ek bazı koordinat sistemleri kullanmasıdır. Tezin uygulaması uzaktan algılama görüntüleri ile gerçekleştirildiğinden, uzaktan algılamada kullanılan yöntemler daha ayrıntılı ele alınmaktadır. Ayrıca, hem fotogrametride hem de uzaktan algılamada kullanılan *algılayıcıya bağımlı RFM* yöntemi de üçüncü bir yöntem olarak bu başlık altında ele alınacaktır.

### **2.3.1 Fotogrametride Kullanılan Yöntemler**

Analog fotogrametride, fotoğraf çekim durumunun belirli bir ölçekte küçültülmüş modeli mekanik olarak yeniden oluşturulmaktayken, analitik ve sayısal fotogrametri, nesne uzayından çıkan ışınların bir optik sistemden geçerek fotoğraf filmi üzerine izdüşmesi

olayının hesapla yeniden modellenmesi temeline dayanmaktadır. Bu model, eşdoğrusallık bağıntıları ile oluşturulmaktadır. Bu bağıntının dayandığı geometrik ilişki Şekil 2.2’de gösterilmektedir. Görüntü, merkezî bir izdüşümle elde edilir ve izdüşüm merkezi kamera optik sisteminin merkezidir ( $O$ ). Görüntü (fotoğraf) koordinat sistemi ( $x, y$ ) ile nesne koordinat sistemi ( $X, Y, Z$ ) arasındaki dönüşüm,  $O$  merkez alınarak  $O$ ’nun ve nesnenin ( $P$ ) görüntü ve nesne uzayındaki karşılıkları ile oluşturulan üçgenler yardımıyla (2.1) numaralı eşitlik ile tanımlanır (Yaşayan vd. 2011).



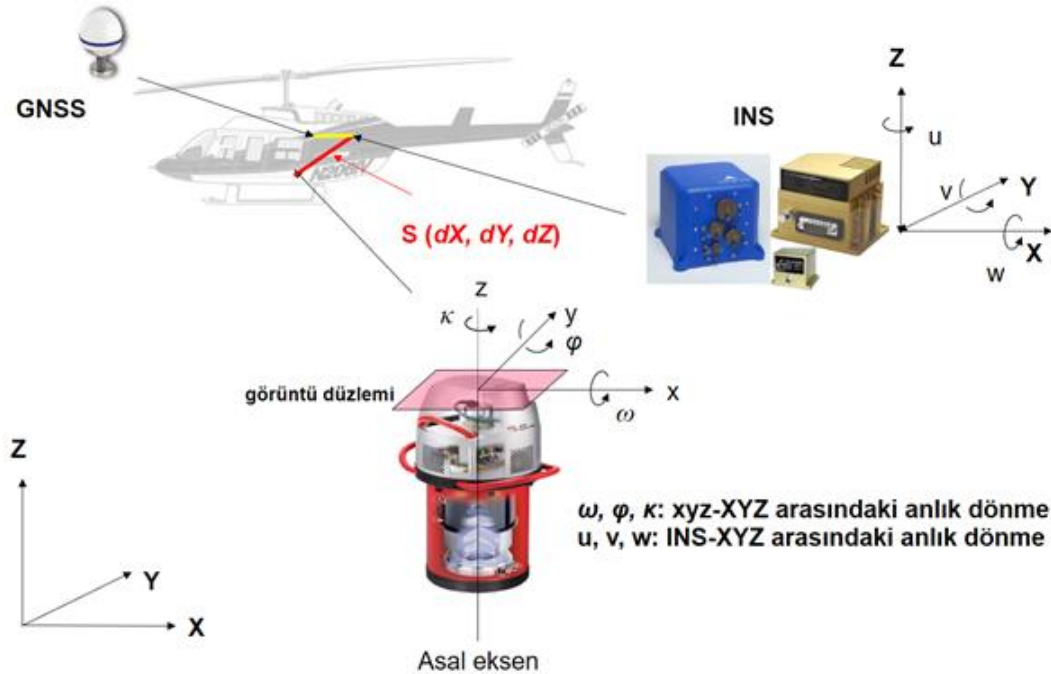
**Şekil 2.2** Eşdoğrusallık bağıntılarının elde edildiği fotogrametrik görüntü alım durumu.

$$\begin{bmatrix} X_P \\ Y_P \\ Z_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} + s R \begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ -c \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Burada ( $X_P, Y_P, Z_P$ )  $P$ ’nin nesne koordinatları, ( $X_0, Y_0, Z_0$ )  $O$ ’nun nesne koordinatları,  $s$  ölçek,  $R$  görüntü ve nesne koordinat sistemleri arası dönmeyi tanımlayan matris, ( $x, y$ ) görüntü koordinatları, ( $x_0, y_0$ )  $O$ ’nun görüntü koordinat sistemindeki koordinatları (asal noktanın konumu),  $c$  odak uzaklığı anlamına gelmektedir. Analog fotoğraflar kullanıldığında görüntü koordinat sistemi çerçeve işaretleri kullanılarak yeri belirlenen orta noktadan başlarken sayısal görüntülerde ise bu görüntülerin matris yapısı nedeniyle görüntünün sol üst köşesinden başlayarak satır ve sütun yönünde tanımlanır.  $R$  dönme matrisi ise görüntünün koordinat sisteminin üç eksenini ( $x, y, c$ ) ile nesne koordinat sistemi eksenleri ( $X, Y, Z$ ) arasında

sırasıyla  $(\omega, \varphi, \kappa)$  açılarıyla tanımlanan ve pozitif değerleri saat ibresinin tersi yönünde kabul edilen açılardan hesaplanmaktadır. Bu dönme, görüntüleme sistemini taşıyan sistemin hareketinden ve rüzgâr gibi dış etkenlerden kaynaklanmaktadır. İYÖ'leri  $(x_0, y_0, c)$  ise kamera kalibrasyon raporu ile veya kullanıcı tarafından test görüntüleri çekilerek belirlenebilir (Kraus 1993). Kamera kalibrasyon raporları, çerçeve işaretlerinin ve asal noktanın görüntü koordinatları, mercek bozunum değerleri ve odak uzaklığı gibi değerlerin olduğu bir rapordur. Bu bağıntılarda İYÖ'leri  $(x_0, y_0, c)$  kameraya özgü olarak değişse dahi DYÖ YKN yardımıyla  $(X_0, Y_0, Z_0, \omega, \varphi, \kappa)$  uzay geriden kestirme ile hesaplanarak elde edilmektedir (Örmeci 1988).

Teknolojinin gelişmesiyle birlikte taşıyıcı sistemin dönüklüğü INS/IMU (Inertial Navigation System/Inertial Measurement Unit) ve taşıyıcı sistemin konumu GNSS (Global Navigation Satellite Systems) alıcısı ile belirlenmeye başlamıştır (Şekil 2.3). Dolayısıyla görüntü koordinat sistemi  $(x, y)$  ile nesne koordinat sistemi  $(X, Y, Z)$  arasındaki dönüşüm görüntü  $\leftrightarrow$  kamera  $\leftrightarrow$  INS/IMU  $\leftrightarrow$  GNSS  $\leftrightarrow$  yer koordinat sistemleri arasındaki dönüşümün tanımlanması ile mümkündür. *Doğrudan algılayıcı yönelmesi* adı verilen bu yöntemin bağıntısı şöyledir:



Şekil 2.3 Fotogrametride kamera, INS/IMU ve GNSS alıcısının durumu (Topan, 2018).

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} + \underline{R}_{ins}^{yer} \begin{bmatrix} dX \\ dY \\ dZ \end{bmatrix} + s \underline{R}_{ins}^{yer} d\underline{R}_{ins}^{yer} \begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ -c \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Kamera koordinat sistemi ile görüntü koordinat sistemi arasındaki dönüşüm İYÖ ile gerçekleştirilmektedir. Bağıntıda  $dR_{gör}^{ins}$  kamera ve INS/IMU arasındaki dönüklük,  $R_{ins}^{yer}$  INS/IMU ile yer koordinat sistemi arasındaki dönüklük,  $(dX, dY, dZ)$  INS/IMU ve GNSS arasındaki mesafenin koordinat bileşenleri,  $(X_0, Y_0, Z_0)$  GNSS alıcısı ile elde edilen yer koordinatları anlamına gelmektedir (Yastıklı 2004). (2.1) ve (2.2) bağıntıları, sadece uçak veya helikopter gibi insanlı hava araçları ile yapılan fotogrametri çalışmalarında değil, günümüzde kullanımı yaygınlaşan UKHA veya İHA olarak adlandırılan sistemlerle gerçekleştirilen eğik bakışlı veya yersel (yakın saha) fotogrametri çalışmalarında da kullanılabilir (Niu vd. 2006, Zhou 2009). Aralarındaki fark, GNSS ve INS/IMU gibi sistemlerin kullanılmadığı durumlarda (2.1) numaralı bağıntı geçerli iken bu sistemlerin kullanıldığı durumlarda (2.2) numaralı bağıntının geçerli olmasıdır. Dengeleme işleminde DYÖ'lerine düzeltme getirilebileceği gibi İYÖ'leri de hatalı kabul edilerek kendiliğinden (oto) kalibrasyon yaklaşımı ile düzeltilebilir. Fotogrametrik sistemlerde kullanılan mercek sistemlerinden kaynaklanan geometrik bozulmalar, kalibrasyon raporları veya kendiliğinden kalibrasyon ile giderilmelidir (Dörstel vd. 2003, Fraser 1997).

### 2.3.2 Uzaktan Algılamada Kullanılan Yöntemler

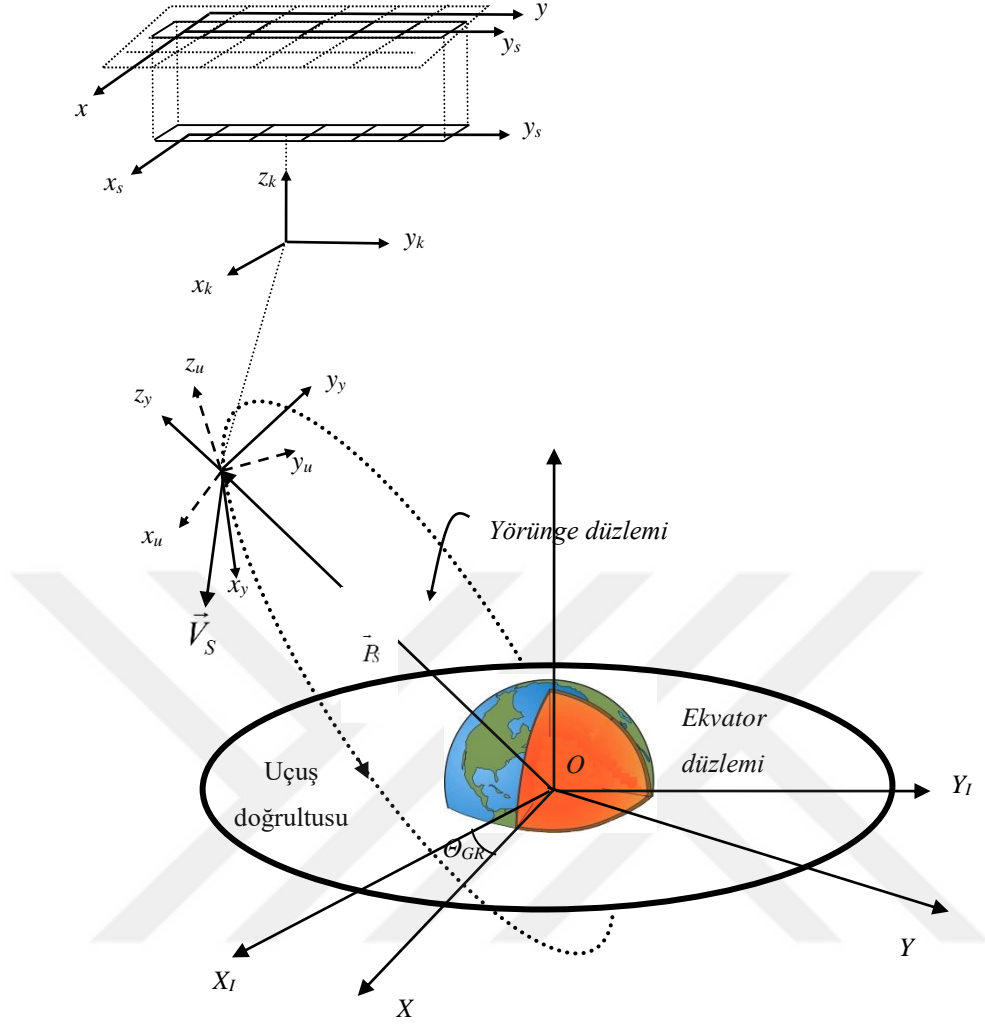
Uzaktan algılamada kullanılan *algılayıcıya bağımlı* yöneltme yöntemlerinde, fotogrametri yönteminden farklı olarak uydu yörüngesi ile ilgili koordinat sistemlerinin de dikkate alınması gerekir. Günümüzde çoğu optik görüntünün doğrusal dizin sistemler ile elde edildikleri göz önüne alındığında görüntü ile nesne koordinat sistemleri arasındaki dönüşüm:

görüntü ↔ doğrusal dizin ↔ kamera ↔ uydu ↔ yörünge ↔ inersiyal ↔ yer koordinat sistemi şeklinde gerçekleşir (Şekil 2.4) (Weser vd. 2008).

Tezin uygulaması uzaktan algılama görüntüleri ile gerçekleştirildiğinden, öncelikle *algılayıcıya bağımlı yöntemin* oluşturulmasında kullanılan koordinat sistemleri tanıtılacaktır.

#### 2.3.2.1 Koordinat sistemleri

Algılayıcı yöneltmesinde amaç görüntü yardımıyla nesne koordinatlarının elde edilmesi olduğundan, görüntüden başlamak üzere nesne uzayına ulaşmada kullanılan tüm koordinat sistemleri sırasıyla tanıtılacaktır (Şekil 2.4).



**Şekil 2.4** Doğrusal dizi uzaktan algılama sistemlerinde koordinat sistemleri arası ilişki (Topan 2009).  $O$ : Yer koordinat sisteminin merkezi,  $\Theta_{GR}$ : Greenwich Ortalama Gözlem Zamanı, Uydu hız vektörünü temsil etmektedir.

- Görüntü koordinat sistemi ( $x, y$ ):** Kullanıcının üzerinde ölçüm yapabildiği, başlangıcı görüntünün sol üst köşesi olan  $2B$  bir koordinat sistemidir. Herhangi bir nesnenin görüntü koordinatı o nesneyi tanımlayan satır ( $x$ ) ve sütun ( $y$ ) değerleri yardımıyla piksel biriminde elde edilir.  $x$  görüntüleme zamanıyla ilişkilidir. Bu bilgi, her bir satırın görüntülendiği zamanı elde etmede kullanılır.
- Satır koordinat sistemi ( $x_s, y_s$ ):** Doğrusal dizi tarafından tanımlanan tek boyutlu bir koordinat sistemidir. Başlangıcı doğrusal dizinin başlangıcındaki pikseldir ve  $x_s = 0$  'dır.  $y_s$  eksen,  $y$  eksen doğrultusundadır.
- Kamera koordinat sistemi ( $x_k, y_k, z_k$ ):** Bir sağ el koordinat sistemidir. Başlangıcı izdüşüm merkezidir.  $y_k$  koordinatı  $y_s$  yönünde ve  $z_k$  koordinatı asal eksen yönündedir.

- d) Uydu koordinat sistemi ( $x_u, y_u, z_u$ ):** Bu koordinat sistemi de bir sağ el koordinat sistemidir. Merkezi uydunun ağırlık merkezidir. Uydu koordinat sistemi ile yörünge koordinat sistemi arasındaki ilişki üç eksen etrafındaki durum açıları yardımıyla kurulur.
- e) Yörünge koordinat sistemi ( $x_y, y_y, z_y$ ):** Yörünge koordinat sisteminin  $x_o$  eksenini uçuş doğrultusunda ve  $x_y z_y$  düzlemi yörünge düzlemi üzerindedir.  $y_y$  üçüncü eksen olarak bir sağ el koordinat sistemi tanımlanmaktadır.
- f) Konvansiyonel inersiyel koordinat sistemi ( $X_I, Y_I, Z_I$ ):** Bu koordinat sisteminin başlangıcı Dünya'nın ağırlık merkezidir ( $O$ ).  $X_I Y_I$  düzlemi ekvator düzlemi ile çakışık,  $X_I$  eksenini ilkbahar ekinoks noktası ( $\gamma$ ) doğrultusunda,  $Z_I$  eksenini Dünya'nın dönme eksenini içine alacak şekilde kuzey kutbu doğrultusunda ve  $Y_I$  eksenini ise bir sağ el koordinat sistemi oluşturacak şekildedir.
- g) Yer koordinat sistemi ( $X, Y, Z$ ):** Konvansiyonel yersel koordinat sistemi olan bu koordinat sistemi, uydunun konumu ve hızı ile YKN'lerinin koordinatlarının tanımlandığı bir koordinat sistemidir. Başlangıcı Dünya'nın ağırlık merkezinde,  $Z$  eksenini 1900-1905 yılları arasında anlık kutup değerlerinin ortalaması alınarak hesaplanmış olan Dünya'nın ortalama dönme ekseniniyle çakışık ve  $XZ$  düzlemi ortalama Greenwich (başlangıç) meridyeni düzlemi ile çakışıktır.  $Y$  eksenini bir sağ el koordinat sistemi oluşturur.

### 2.3.2.2 Genel yöntem

Görüntü üzerinde bir nesne, görüntü koordinatları ( $x, y$ ) ile temsil edilir. Ancak bu görüntü aslında doğrusal dizin tarafından her bir satırı farklı bir zamanda oluşturulmuş bir dizi satırdan ardışık şekilde oluşturulan bir görüntü mozaigi olduğundan, görüntü koordinat sisteminden satır koordinat sistemine bir geçişe ihtiyaç vardır. Bu durumda her iki koordinat sistemi arasında:

$$\vec{p}_s = \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ y \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

şeklinde bir ilişki kurulur.  $\vec{p}_s$ , satır koordinat sistemindeki konum vektörünü tanımlamaktadır. Bu eşitlikte  $x_s$ , referans satırın (genellikle görüntünün başlangıcına veya ortasına denk gelen satır) görüntülenme zamanı ( $t_0$ ) ve her bir satır için görüntüleme aralığı ( $\Delta t$ ) ile ilişkili olan anlık görüntüleme zamanı ( $t$ ) hesabında kullanılır.

$$t = t_0 + \Delta t(x - x_0) \quad (2.4)$$

$t$ , her bir satır için değişen DYÖ'lerini hesaplamak için gereklidir. Bu ögeler farklı sıklıklarla zamana bağlı olarak elde edildiklerinden zaman ölçme uyumluluğu önemli bir etkidir.

İkinci dönüşüm ise, satır koordinatlarından kamera koordinatlarına dönüşümdür. İç yöneltme olarak da adlandırılabilen bu dönüşüm dönme ve öteleme ile  $\vec{c}_s = [x_s^k \ y_s^k \ c]^T$  şeklinde tanımlanır. Böylece kamera koordinatları ile tanımlanan yeni konum vektörü:

$$\vec{p}_k = \vec{p}_s - \vec{c}_s + \vec{\delta}_x \quad (2.5)$$

şeklinde olacaktır. Burada  $\vec{\delta}_x$ , sistematik hata düzeltmesidir (Weser vd., 2008).

Üçüncü dönüşüm ise, kameradan uyduya geçişi temsil eder. Bu sayede kameranın uydudaki yeri belirlenmiş olur. Bu dönüşüm:

$$\vec{P}_u = C_M + s R_{KU} \vec{P}_k \quad (2.6)$$

şeklinde dir. Burada  $\vec{P}_u$ , uydudaki konum vektörünü,  $C_M$  iki koordinat sistemi arasındaki ötelemeyi,  $s$  ölçeği,  $R_{KU}$  kameradan uyduya dönmeyi tanımlayan matrisi ifade etmektedir (Weser vd. 2008).

Dördüncü dönüşüm uydudan yörüngeye geçiş için gerçekleştirilir. Bu iki koordinat sisteminin başlangıçları çakışık olduğundan, aralarında, dönme açıları ( $a_r, a_p, a_y$ ) ile ifade edilen bir dönme söz konusudur. Bu durumda iki koordinat sistemi arasındaki ilişki:

$$\vec{p}_y = R_{UY} \vec{p}_u \quad (2.7)$$

şeklinde kurulur.  $\vec{p}_y$ , yörünge koordinat sistemindeki konum vektörünü,  $R_{UY}$  ise uydudan yörüngeye olan dönmeyi tanımlayan matrisi temsil eder ve her bir eksen etrafındaki kısmi dönme matrislerinin bir bileşkesidir. Bu matrisin Falk şeması ile hesabı aşağıda gösterilmektedir:



	$R_Z(a_y) = \begin{bmatrix} \cos(a_y) & \sin(a_y) & 0 \\ -\sin(a_y) & \cos(a_y) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
$R_Y(a_p) = \begin{bmatrix} \cos(a_p) & 0 & -\sin(a_p) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(a_p) & 0 & \cos(a_p) \end{bmatrix}$	$R_Y(a_p)R_Z(a_y)$
$R_X(a_r) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(a_r) & \sin(a_r) \\ 0 & -\sin(a_r) & \cos(a_r) \end{bmatrix}$	$R_{UY} = \begin{bmatrix} R_{UY}^{1,1} & R_{UY}^{1,2} & R_{UY}^{1,3} \\ R_{UY}^{2,1} & R_{UY}^{2,2} & R_{UY}^{2,3} \\ R_{UY}^{3,1} & R_{UY}^{3,2} & R_{UY}^{3,3} \end{bmatrix}$

$R_{UY}$  matrisinin elemanları aşağıda açıkça gösterilebilir:

$$\begin{aligned}
R_{UY}^{1,1} &= \cos(a_p)\cos(a_y) \\
R_{UY}^{1,2} &= -\cos(a_p)\sin(a_y) \\
R_{UY}^{1,3} &= \sin(a_p) \\
R_{UY}^{2,1} &= \cos(a_r)\sin(a_y) + \sin(a_r)\sin(a_p)\cos(a_y) \\
R_{UY}^{2,2} &= \cos(a_r)\cos(a_y) - \sin(a_r)\sin(a_p)\sin(a_y) \\
R_{UY}^{2,3} &= -\sin(a_r)\cos(a_p) \\
R_{UY}^{3,1} &= \sin(a_r)\sin(a_y) - \cos(a_r)\sin(a_p)\cos(a_y) \\
R_{UY}^{3,2} &= \cos(a_r)\sin(a_y)\sin(a_p) + \sin(a_r)\cos(a_y) \\
R_{UY}^{3,3} &= \cos(a_r)\cos(a_p)
\end{aligned} \tag{2.9}$$

Beşinci dönüşüm, uydu koordinat sisteminden konvansiyonel inersiyal koordinat sistemine dönüşümdür. Ancak bu dönüşüm, son dönüşüm olan yer (nesne) koordinat sistemine dönüşümle birlikte düşünülebilir. Zira konvansiyonel inersiyal koordinat sisteminden yer koordinat sistemine dönüşüm, her iki sistemin de çakışık eksenleri olan Z eksenleri etrafında  $\Theta_{GR}$  (Greenwich Ortalama Gözlem Zamanı) kadar dönmeleridir. Bu durumda uydu koordinat sisteminden konvansiyonel inersiyal koordinat sistemine dönüşüm:

$$\vec{P} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \vec{P}_U + s R_{YYer} \vec{p}_Y \tag{2.10}$$

şeklinde tanımlanır. Burada  $\vec{P}$  yer koordinat sistemindeki konum vektörüdür.  $R_{YYer}$  ise yörünge koordinat sisteminden yer koordinat sistemine dönme matrisidir ve iki farklı şekilde hesaplanabilir. Bunlardan birincisi, uydunun hız vektörleri yardımıyla açısız Kepler

elemanlarının hesaplanması veya doğrudan konum ve hız vektörlerinin kullanılmasıdır. Aşağıda her iki farklı hesaplama yöntemi anlatılmaktadır.

**a) Kepler elemanları ile hesap:**  $\vec{P}_U$  ve  $\vec{V}_U$  sırasıyla uydunun konum ve hız vektörleri olmak üzere :

$$\vec{C} = \vec{P}_U \times \vec{V}_U = \begin{bmatrix} C_X \\ C_Y \\ C_Z \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

$$C = \|\vec{C}\| \quad (2.12)$$

$$r = \|\vec{P}_s\| \quad (2.13)$$

$$inc = \arccos\left(\frac{C_Z}{C}\right) \quad (2.14)$$

$$\Omega = \arctan\left(\frac{C_X}{C_Y}\right) \quad (2.15)$$

$$f + w_p = \arcsin\left(\frac{Z_U}{r \sin(inc)}\right) \quad (2.16)$$

Burada,  $\|\cdot\|$  norm,  $(inc)$  yörünge eğimi,  $\Omega$  yükseliş düğümünün boylamı,  $f$  gerçek anomali ve  $w_p$  yerberi argümanıdır (Şekil 2.5).

Hesaplanan bu açısal Kepler elemanları ile  $R_{YYer}$  matrisi:

$$\begin{array}{c|c} & \begin{array}{l} R_Z(\pi - (\Omega - \theta_{GR})) \\ = \begin{bmatrix} -\cos(\Omega - \theta_{GR}) & \sin(\Omega - \theta_{GR}) & 0 \\ -\sin(\Omega - \theta_{GR}) & -\cos(\Omega - \theta_{GR}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \\ \hline R_X\left(\frac{\pi}{2} - inc\right) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin(inc) & -\cos(inc) \\ 0 & \cos(inc) & \sin(inc) \end{bmatrix} & R_X\left(\frac{\pi}{2} - inc\right) R_Z(\pi - (\Omega - \theta_{GR})) \\ \hline R_Y\left(\frac{\pi}{2} - (f + w_p)\right) \\ = \begin{bmatrix} \sin(f + w_p) & 0 & -\cos(f + w_p) \\ 0 & 1 & 0 \\ \cos(f + w_p) & 0 & \sin(f + w_p) \end{bmatrix} & R_{YYer} = \begin{bmatrix} R_{YYer}^{1,1} & R_{YYer}^{1,2} & R_{YYer}^{1,3} \\ R_{YYer}^{2,1} & R_{YYer}^{2,2} & R_{YYer}^{2,3} \\ R_{YYer}^{3,1} & R_{YYer}^{3,2} & R_{YYer}^{3,3} \end{bmatrix} \end{array} \quad (2.17)$$

şeklinde hesaplanır.  $R_{YYer}$ 'in elemanları aşağıdaki gibi olacaktır:

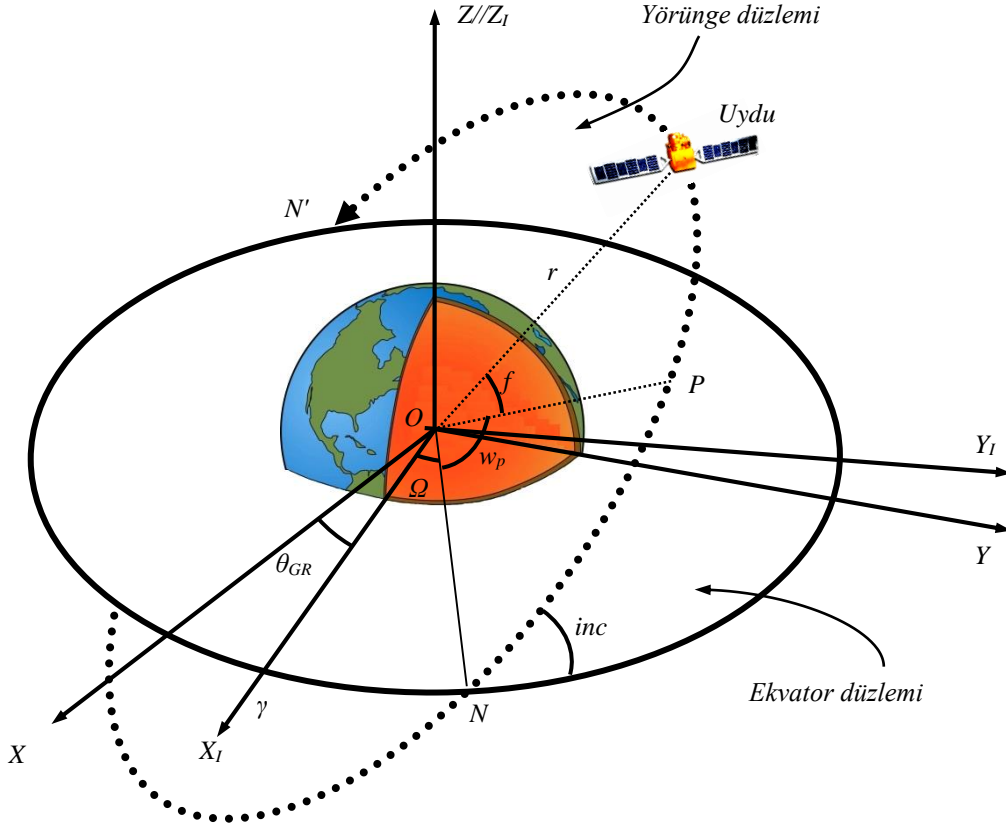
$$\begin{aligned}
R_{YYer}^{1,1} &= -\cos(\Omega - \theta_{GR})\sin(f + w_p) - \sin(\Omega - \theta_{GR})\cos(inc)\cos(f + w_p) \\
R_{YYer}^{1,2} &= \sin(\Omega - \theta_{GR})\sin(inc) \\
R_{YYer}^{1,3} &= \cos(\Omega - \theta_{GR})\cos(f + w_p) - \sin(\Omega - \theta_{GR})\cos(inc)\sin(f + w_p) \\
R_{YYer}^{2,1} &= -\sin(\Omega - \theta_{GR})\sin(f + w_p) + \cos(\Omega - \theta_{GR})\cos(inc)\cos(f + w_p) \\
R_{YYer}^{2,2} &= -\cos(\Omega - \theta_{GR})\sin(inc) \\
R_{YYer}^{2,3} &= \sin(\Omega - \theta_{GR})\cos(f + w_p) + \cos(\Omega - \theta_{GR})\cos(inc)\sin(f + w_p) \\
R_{YYer}^{3,1} &= \sin(inc)\cos(f + w_p) \\
R_{YYer}^{3,2} &= \cos(inc) \\
R_{YYer}^{3,3} &= \sin(inc)\sin(f + w_p)
\end{aligned} \tag{2.18}$$

**b) Konum ve hız vektörleri ile hesap:** Uzaktan algılamada kullanılan yörüngeler daireye yakın olduklarından,  $f$  ve  $w_p$  değerlerini hesaplamak zordur. Bu nedenle hem hesaplama zorluğunu hem de (2.11-18) bağıntılarından oluşan hesap karmaşıklığını gidermek adına konum ve hız vektörleri ile aşağıdaki gibi işlem yapılır:

$$\begin{bmatrix} R_{YYer}^{3,1} \\ R_{YYer}^{3,2} \\ R_{YYer}^{3,3} \end{bmatrix} = \frac{\vec{P}_U}{\|\vec{P}_U\|} \tag{2.19}$$

$$\begin{bmatrix} R_{YYer}^{2,1} \\ R_{YYer}^{2,2} \\ R_{YYer}^{2,3} \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} R_{YYer}^{3,1} \\ R_{YYer}^{3,2} \\ R_{YYer}^{3,3} \end{bmatrix} \times \vec{V}_U}{\left\| \begin{bmatrix} R_{YYer}^{3,1} \\ R_{YYer}^{3,2} \\ R_{YYer}^{3,3} \end{bmatrix} \times \vec{V}_U \right\|} \tag{2.20}$$

$$\begin{bmatrix} R_{YYer}^{1,1} \\ R_{YYer}^{1,2} \\ R_{YYer}^{1,3} \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} R_{YYer}^{2,1} \\ R_{YYer}^{2,2} \\ R_{YYer}^{2,3} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} R_{YYer}^{3,1} \\ R_{YYer}^{3,2} \\ R_{YYer}^{3,3} \end{bmatrix}}{\left\| \begin{bmatrix} R_{YYer}^{2,1} \\ R_{YYer}^{2,2} \\ R_{YYer}^{2,3} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} R_{YYer}^{3,1} \\ R_{YYer}^{3,2} \\ R_{YYer}^{3,3} \end{bmatrix} \right\|} \tag{2.21}$$

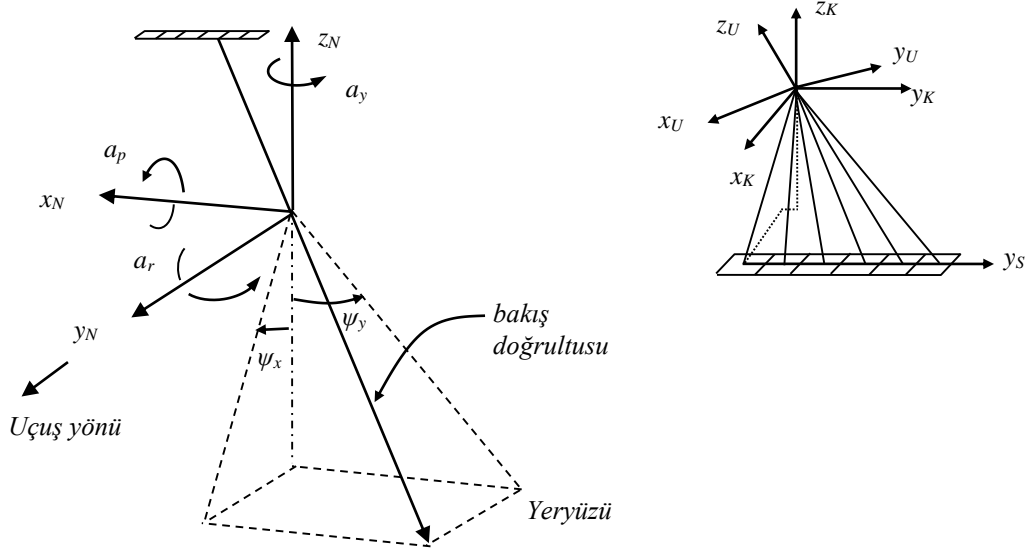


Şekil 2.5 Konvansiyonel inersiyel ve yer koordinat sistemlerinde Kepler elemanları (Topan, 2009).

### 2.3.2.3 Özel durumlar

Genel olarak yukarıdaki şekilde tanımlanan *algılayıcıya bağımlı yöntemin* farklı uydulara ve koordinat sistemi tanımlarına göre değiştirildiği görülmektedir. Bu konuda yapılan çalışmaların genellikle SPOT, ALOS (Advanced Land Observing Satellite) uydusunun PRISM algılayıcısı, ZY-1 02C ve ZY-3 uyduları için olduğu görülmektedir (Rodrigues vd. 2017, Tao vd. 2014, Topan ve Maktav 2014). Bu tez kapsamında SPOT 5 uydusunun pankromatik bandına ait görüntüler ele alındığından, genel yöntem üzerinde SPOT görüntüleri için yapılan düzenleme anlatılacaktır.

- a) **SPOT 1-5 için yapılan düzenleme:** Riazanoff (2004), iç yöneltmeyi, yani satır ve uydu koordinat sistemleri arası dönüşümü bakış açıları ile ( $\psi_x$  ve  $\psi_y$ ), navigasyon koordinat sistemi şeklinde bir koordinat sistemi tanımlamıştır (Şekil 2.6).



**Şekil 2.6** Navigasyon koordinat sistemi ve bakış açıları ( $\psi_x$  ve  $\psi_y$ ) (sol) (Riazanoff, 2004), ve SPOT-5 bakış açıları için verilen ışın demeti (sağ) (Weser vd., 2008).

Bu durumda:

$$\vec{P}_U = \begin{bmatrix} -\tan(\psi_y) \\ \tan(\psi_x) \\ 1 \end{bmatrix} = C_M + mR_{KU}\vec{P}_k = mR_{KU}(\vec{P}_s - \vec{c}_s) \quad (2.22)$$

şeklinde düzenlenmektedir. Burada kamera ve uydu koordinat sistemlerinin merkezleri başlangıçları çakışık olduğundan  $C_M = 0$ 'dır.

Bu durumda uydu koordinat sisteminden yörünge koordinat sistemine geçiş, genel yöntemdekinden farklı olarak aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$R_{UY} = R_X^{-1}(a_p)R_Y^{-1}(a_r)R_Z^{-1}(a_y) \quad (2.23)$$

Durum açıları çok küçük olduklarından  $R_{UY}$  matrisi Fotev vd. (2005) tarafından sadeleştirilerek:

$$R_{UY} = \begin{bmatrix} 1 & -a_y & a_r \\ a_y & 1 & -a_p \\ -a_r & a_p & 1 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

şeklinde hesaplanmıştır. Bu son eşitlikte trigonometrik terimler olmadığından, katsayı (Jakobiyen) matrisi hesabında durum açılarına göre doğrusallaştırma daha sade olacaktır. Riazanoff (2004) tarafından önerilen son değişiklik ise yörünge koordinat sisteminden yer koordinat sistemine geçişi sağlayan dönme matrisidir. Bu matrisin elemanları, genel modeldekinden farklı olarak:

$$\begin{bmatrix} R_{YYer}^{3,1} \\ R_{YYer}^{3,2} \\ R_{YYer}^{3,3} \end{bmatrix} = \frac{\vec{P}_U}{\|\vec{P}_U\|} \quad (2.25)$$

$$\begin{bmatrix} R_{YYer}^{1,1} \\ R_{YYer}^{1,2} \\ R_{YYer}^{1,3} \end{bmatrix} = \frac{\vec{V}_U \times \begin{bmatrix} R_{YYer}^{3,1} \\ R_{YYer}^{3,2} \\ R_{YYer}^{3,3} \end{bmatrix}}{\|\vec{V}_U \times \begin{bmatrix} R_{YYer}^{3,1} \\ R_{YYer}^{3,2} \\ R_{YYer}^{3,3} \end{bmatrix}\|} \quad (2.26)$$

$$\begin{bmatrix} R_{YYer}^{2,1} \\ R_{YYer}^{2,2} \\ R_{YYer}^{2,3} \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} R_{YYer}^{3,1} \\ R_{YYer}^{3,2} \\ R_{YYer}^{3,3} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} R_{YYer}^{1,1} \\ R_{YYer}^{1,2} \\ R_{YYer}^{1,3} \end{bmatrix}}{\|\begin{bmatrix} R_{YYer}^{3,1} \\ R_{YYer}^{3,2} \\ R_{YYer}^{3,3} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} R_{YYer}^{1,1} \\ R_{YYer}^{1,2} \\ R_{YYer}^{1,3} \end{bmatrix}\|} \quad (2.27)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Sonuç olarak nesneye ait yer koordinatları:

$$\vec{P} = \vec{P}_U + s \vec{u}_3 \quad (2.28)$$

eşitliği ile hesaplanabilir. Burada:

$$\vec{u}_3 = R_{YYer} \vec{u}_2 \quad (2.29)$$

$$\vec{u}_2 = \frac{R_{PO} \times \vec{u}_1}{\|R_{PO} \times \vec{u}_1\|} \quad (2.30)$$

$$\vec{u}_1 = \frac{\begin{bmatrix} -\tan(\psi_y) \\ \tan(\psi_x) \\ 1 \end{bmatrix}}{\left\| \begin{bmatrix} -\tan(\psi_y) \\ \tan(\psi_x) \\ 1 \end{bmatrix} \right\|} \cong \begin{bmatrix} -\tan(\psi_y) \\ \tan(\psi_x) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

şeklinde hesaplanmaktadır.

(2.3) nolu eşitlikte görüntü koordinat sistemi elemanları  $[x \ y \ 0]^T$  şeklinde yazılırsa dönüşüm işlemleri çerçeve görüntüleme sistemi için de geçerli olmaktadır. Çerçeve görüntüleme sistemleri ile doğrusal dizin görüntüleme sistemleri arasındaki koordinat dönüşümünün farkı, doğrusal dizin sistemlerde her bir satırın görüntülediği zamanın farklı olmasıdır. Bu durumda, her bir satır için ayrı DYÖ'nin hesaplanması gerekir. Bu durumda her bir satıra ait öge için dengeleme hesabı ile düzeltme değeri hesaplamak yerine, bu ögelerden polinom katsayıları hesaplanarak, bu katsayılarla düzeltme getirilir.

Doğrusal dizin bir sistemde görüntü koordinatlarından  $x$  (satır) değeri, o nesnenin görüntülenme zamanını hesaplamak için kullanıldığı (2.4) eşitliğinde verilmişti. Uydunun konum ( $\vec{P}_U$ ) ve hız ( $\vec{V}_U$ ) değerleri ile durum açıları ( $a_r$ ,  $a_p$ ,  $a_y$ ) belli aralıklarla ölçülür. Dolayısıyla her bir satırın zaman bilgisi yardımıyla bu ögeler hesaplanabilir.

Uydu yörüngesi doğrusal olmadığından, Riazanoff (2004) tarafından uydu konum ve hız vektörleri için Lagrange kestirimi önerilmektedir.

$$P(t_i) = \sum_{e=1}^g \frac{P(t_i) \prod_{\substack{d=1 \\ d \neq e}}^g (t_i - t_d)}{\prod_{\substack{d=1 \\ d \neq e}}^g (t_i - t_d)} \quad (2.32)$$

Burada  $P(t_i)$   $i$  satırı için kestirimi yapılacak değeri,  $d$  ve  $e$  tamsayı değerli indeksi,  $g$  ise kestirim için kullanılacak değerlerin toplam sayısını göstermektedir.

Yine Riazanoff (2004) tarafından durum açılarının doğrusal kestirimle aşağıdaki gibi hesaplanması önerilmektedir.

$$a_j(t_i) = a_j(t_k) + \left( a_j(t_{k+1}) - a_j(t_k) \right) \frac{t_i - t_k}{t_{k+1} - t_k} \quad (2.33)$$

Burada  $a_j$  durum açılarını ( $a_r, a_p, a_y$ ),  $t_k$  ise durum açısının ölçüldüğü zamanı ( $t_{k-1} < t_i < t_k$ ) göstermektedir. Bu şekilde her bir YKN için DYÖ hesaplanır ve bu ögelerden polinom katsayıları hesaplanır. Örneğin 2° polinom kullanılırsa:

$$P_{j,i} = P_0 + \dot{P}t_i + \ddot{P}t_i^2 \quad (2.34)$$

bağıntısı elde edilir. Burada  $i$  satırı,  $j$  DYÖ'ni,  $P_0$  referans alınan satıra (ortadaki veya ilk satır) ait değeri,  $\dot{P}$  sürüklenmeyi,  $\ddot{P}$  ise ivmeyi temsil etmektedir.

- b) SPOT 6, 7 ve Pléiades 1A, 1B için yapılan düzenleme:** CNES tarafından SPOT serisinin devamı niteliğindeki SPOT 6, 7 ve Pléiades 1A, 1B uyduları için ise, yukarıda anlatılan SPOT 1-5 uydularına ait yöntem basitleştirilmiştir. Bu sayede uydudan yere olan dönüşüm uydu ↔ yörünge ↔ konvansiyonel inersiyal ↔ yer koordinat sistemi yerine uydu ↔ yer koordinat sistemi şeklinde doğrudan gerçekleştirilmekte, dolayısıyla sadeleşmektedir (Airbus 2012, 2013). Böylece (2.28) eşitliği:

$$\vec{P} = \vec{P}_S - s \underline{R} \vec{u}_1 \quad (2.35)$$

şeklini alacaktır. Burada  $\underline{R}$ , normalleştirilmiş kuarterniyonlarla aşağıdaki gibi oluşturulmaktadır:

$$\begin{aligned} r_{11} &= (Q_0^n)^2 + (Q_1^n)^2 - (Q_2^n)^2 - (Q_3^n)^2 \\ r_{12} &= 2(Q_1^n Q_2^n - Q_0^n Q_3^n) \\ r_{13} &= 2(Q_1^n Q_3^n + Q_0^n Q_2^n) \\ r_{21} &= 2(Q_1^n Q_2^n + Q_0^n Q_3^n) \\ r_{22} &= (Q_0^n)^2 - (Q_1^n)^2 + (Q_2^n)^2 - (Q_3^n)^2 \\ r_{23} &= 2(Q_2^n Q_3^n - Q_0^n Q_1^n) \\ r_{31} &= 2(Q_1^n Q_3^n - Q_0^n Q_2^n) \\ r_{32} &= 2(Q_2^n Q_3^n + Q_0^n Q_1^n) \\ r_{33} &= (Q_0^n)^2 - (Q_1^n)^2 - (Q_2^n)^2 + (Q_3^n)^2 \end{aligned} \quad (2.36)$$

$$Q_j^n = \frac{Q_j}{\sqrt{\underline{Q}^T \underline{Q}}}, j = 0(1)3, \underline{Q} = [Q_0 \ Q_1 \ Q_2 \ Q_3]^T \quad (2.37)$$



$$Q_j = \sum_{i=0}^3 (Q_j)_i t_{CN}^i \quad (2.38)$$

Görüntü merkezi için normalleştirilmiş zaman değeri aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$t_{CN} = \frac{t - t_{öteleme}}{t_{ölçek}} \quad (2.39)$$

$$t = t_{öteleme} + t_{aralık}(x - x_{merkez}) \quad (2.40)$$

Bakış açılarından oluşan konum vektörü ise:

$$\vec{u}_1 = [\tan(\psi_y) \quad -\tan(\psi_x) \quad 1]^T \quad (2.41)$$

$$\tan(\psi_y) = \sum_{i=0}^n (\psi_y)_i (y - y_{merkez}) \quad (2.42)$$

$$\tan(\psi_x) = \sum_{i=0}^n (\psi_x)_i (y - y_{merkez}) \quad (2.43)$$

şeklinde hesaplanmaktadır. SPOT 1-5 için kullanılan yöntemde DYÖ'nin (2.34) eşitliği ile polinom katsayılarının YKN yardımıyla hesaplanması gerekirken, bu katsayıların SPOT 6, 7 ve Pléiades 1A, 1B için hesaplanmış olarak kullanıcıya sunulduğu görülmektedir.

#### 2.3.2.4 3B koordinat hesabı

Tek veya bindirmeli görüntülerdeki bir nesnenin 3B nesne koordinatlarının hesaplanması aşağıdaki şekildedir.

- a) Tek görüntü ile hesap:** Tek görüntüden nesne koordinatları elde edilirken nesnenin elipsoidal yüksekliğine ( $h$ ) gereksinim vardır (Şekil 2.7).

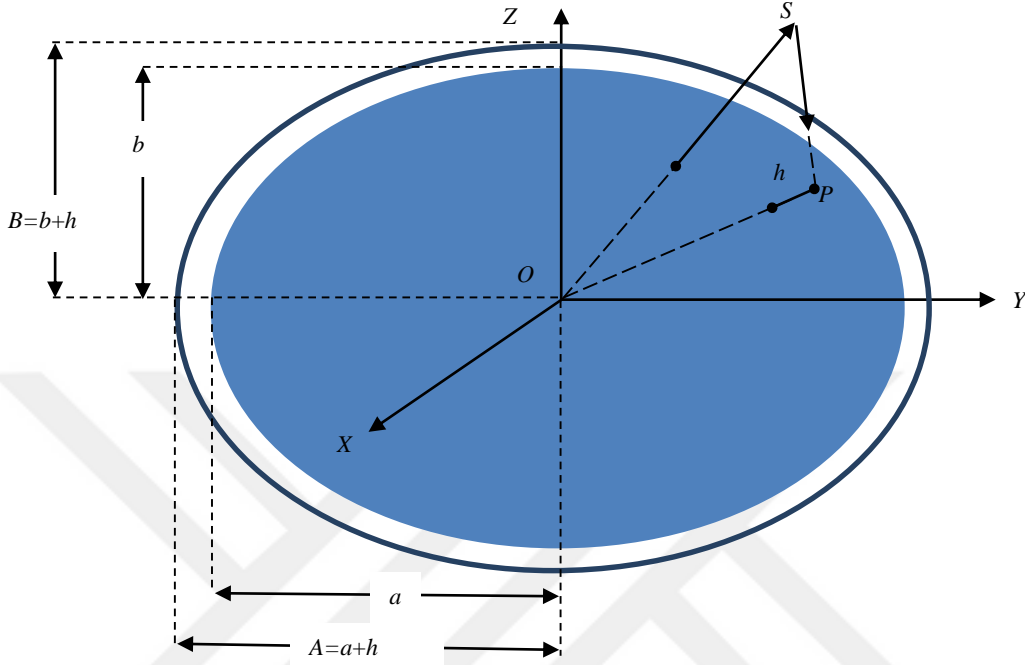
Bunun için ya bir SYM kullanılır ya da  $h$  sıfır (0) kabul edilir.  $a$  ve  $b$  elipsoidin sırasıyla büyük ve küçük yarı eksenleri olmak üzere:

$$\frac{X^2 + Y^2}{A^2} + \frac{Z^2}{B^2} = 1 \quad (2.44)$$

şeklinde bir elipsoid denklemi yazılabilir. (2.10) eşitliği yardımıyla aşağıdaki gibi iki yardımcı eşitlik:

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} p_X \\ p_Y \\ p_Z \end{bmatrix} = R_{YYer} \vec{p}_Y \quad (2.45)$$

$\vec{P}_U = [P_X^u \ P_Y^u \ P_Z^u]^T$  şeklinde yazılırsa (2.35) eşitliği şu hali alır:



Şekil 2.7 Tek görüntü ile nesne konumunun elde edilmesi.

$$\left[ \frac{p_X^2 + p_Y^2}{A^2} + \frac{p_Z^2}{B^2} \right] s^2 + 2 \left[ \frac{P_X^u p_X^2 + P_Y^u p_Y^2}{A^2} + \frac{P_Z^u p_Z^2}{B^2} \right] s + \left[ \frac{P_X^u + P_Y^u}{A^2} + \frac{P_Z^u}{B^2} \right] = 1 \quad (2.46)$$

$$d_1 s^2 + d_2 s + (d_3 - 1) = 0 \quad (2.47)$$

$$s = \frac{-d_2 \pm \sqrt{d_2^2 - 4d_1(d_3 - 1)}}{2d_1} \quad (2.48)$$

Son eşitlikle hesaplanan iki  $s$ 'den küçük olanı (2.10) eşitliğinde yerine konularak nesnenin koordinatları hesaplanmış olur. Eğer bir SYM mevcut ise, hesaplanan kartezyen koordinatlar yardımıyla yatay koordinatlar hesaplanır, bu koordinatlara ait yükseklik değeri ile yeniden hesap yapılır ve aynı koordinatlar bulunana dek bu işlem dögüsel olarak tekrarlanır.

- b) Bindirmeli görüntü ile hesap:** Bindirmeli görüntü alım durumunda bir nesne her iki görüntüde de yer alacağından bu nesneye ait koordinatlar (2.10) eşitliği yardımıyla:

$$\vec{P} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \vec{P}_U^1 + s_1 R_{Y_{Yer}}^1 \vec{P}_Y^1 = \vec{P}_U^2 + s_1 R_{Y_{Yer}}^2 \vec{P}_Y^2 \quad (2.49)$$

şeklinde yeniden yazılabilir. Burada üst ifadeler görüntüyü temsil etmektedir. Bu eşitlik aşağıdaki gibi düzenlenirse:

$$\begin{bmatrix} R_{Y_{Yer}}^1 & \vec{P}_Y^1 & -R_{Y_{Yer}}^2 & \vec{P}_Y^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{P}_U^2 & -\vec{P}_U^1 \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

$$\underline{A} \underline{s} = \underline{b} \quad (2.51)$$

$$\underline{s} = (\underline{A}^T \underline{A})^{-1} \underline{A}^T \underline{b} \quad (2.52)$$

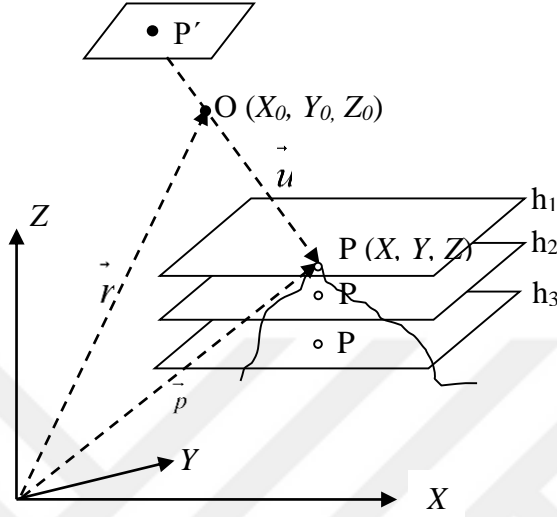
şeklini alır ve  $s_1$  ve  $s_2$  değerleri hesaplanarak (2.10) veya (2.28) eşitlikleri ile nesne koordinatları hesaplanır.

### 2.3.3 Algılayıcıya Bağımlı RFM

Yüksek doğrulukla 2/3B konum bilgisi üretmenin mümkün olduğu *algılayıcıya bağımlı yöntemler* algılayıcıya göre farklılık gösterebilmektedir. Bu farklılığın yazılımlara uyarlanması güç olduğundan, bu yöntemlerle hemen hemen aynı doğrulukta sonuçlar veren RFM yöntemi geliştirilmiştir. Fotogrametride kullanılan bu genel dönüşüm yöntemi, 1999 yılından itibaren yüksek çözünürlüklü uzaktan algılama görüntüleri için de kullanılan bir yöntemdir (OGC 1999). RFM *algılayıcıya bağımlı* ve *algılayıcıdan bağımsız* olmak üzere iki türdür. Aynı matematiksel bağıntılara sahip olan bu iki tür arasındaki fark, dönüşüm katsayılarının (RPC) algılayıcıya bağımlı RFM için *algılayıcıya bağımlı yöntem* kullanılarak tek görüntü ile elde edilirken, *algılayıcıdan bağımsız* RFM'de ise YKN'ler yardımıyla elde edilmesidir.

RFM'ye ait toplam 78 katsayı (RPC), (2.44)-(2.48) bağıntıları yardımıyla her bir görüntü için ayrı ayrı belirlenerek kullanıcıya sunulur (Şekil 2.8). Burada, görüntüde P ile gösterilen noktanın görüntüdeki karşılığının P' konumu, algılayıcıya bağlı bir model ve  $\vec{p} = \vec{r} + \vec{u}$  kuralı yardımıyla farklı yükseklik seviyeleri (örneğin  $h_1$ ,  $h_2$  ve  $h_3$ ) için belirlenir. Farklı yükseklik seviyeleri için belirlenmesinin sebebi, bindirmeli (stereo) görüntü veya bölgeye ait yükseklik bilgisi yoksa, P noktasının hangi yükseklik seviyesinde olduğunun bilinmemesidir.

Böylece, P'nin tüm yüksekliklere göre konumu belirlenir ve bunlar RFM bağıntılarında yerine konularak RPC'ler elde edilir. Her yükseklik seviyesi için farklı RPC elde edileceğinden bunların ortalaması alınarak, görüntünün her yükseklik bölgesi için en uygun RPC seti oluşturulmuş olur. RFM'nin bağıntısı aşağıdaki gibidir.



Şekil 2.8 RFM katsayılarının (RPC) elde edilmesinin geometrik temeli (Topan 2012).

$$f = \sum_{g=0}^{m_g} \sum_{j=0}^{m_j} \sum_{k=0}^{m_k} P_{gjk} X_i^g Y_i^j Z_i^k \quad (2.53)$$

$$\begin{aligned} f_1 &= a_{000} & 0^\circ \\ &+ a_{100} X_{n_i} + a_{010} Y_{n_i} + a_{001} Z_{n_i} & 1^\circ \\ &+ a_{110} X_{n_i} Y_{n_i} + a_{011} Y_{n_i} Z_{n_i} + a_{101} X_{n_i} Z_{n_i} + a_{200} X_{n_i}^2 + a_{020} Y_{n_i}^2 + a_{002} Z_{n_i}^2 & 2^\circ \\ &+ a_{111} X_{n_i} Y_{n_i} Z_{n_i} + a_{030} Y_{n_i}^3 + a_{210} X_{n_i}^2 Y_{n_i} + a_{012} Y_{n_i} Z_{n_i}^2 + a_{120} X_{n_i} Y_{n_i}^2 & 3^\circ \\ &+ a_{300} X_{n_i}^3 + a_{102} X_{n_i} Z_{n_i}^2 + a_{021} Y_{n_i}^2 Z_{n_i} + a_{201} X_{n_i}^2 Z_{n_i} + a_{003} Z_{n_i}^3 \end{aligned} \quad (2.54)$$

$$x_{n_i} = \frac{f_1}{f_2}, \quad y_{n_i} = \frac{f_3}{f_4} \quad (2.55)$$

$$r_n = (x - x_0)/s_x, \quad y_n = (y - y_0)/s_y \quad (2.56)$$

$$X_n = (X - X_0)/s_X, \quad Y_n = (Y - Y_0)/s_Y, \quad Z_n = (Z - Z_0)/s_Z \quad (2.57)$$

Burada alt indis  $n$  normalleştirme yapıldığını, 0 ötelemeyi;  $s$  ölçeği ve  $a, b, c, d$  ise katsayıları (RPC) ifade eder. Buradaki polinom dereceler toplamı  $(g + j + k) \leq 3$  koşulunu sağlamalıdır.

Normalleştirme işlemi ile tüm koordinatlar kendi türünde  $\pm 1$  aralığına getirilir ve böylece dengeleme işleminde oluşabilecek kötü şartlı matrisin oluşması engellenir.

İlk yıllarda sadece yerden görüntüye dönüşümü sağlayan RPC'ler verilmekte iken günümüzde görüntüden yere dönüşümü sağlayan RPC'ler de verilmektedir.

Nesne koordinatları WGS-84 (World Geodetic System-1984) datumunda ve coğrafi koordinatlar şeklinde olmalıdır. Zira RPC'ler, bu koordinat sisteminde ve türünde GNSS ile elde edilen DYÖ'ler yardımıyla hesaplanmaktadır. IKONOS görüntüleri için  $b = d$  ve genellikle  $b_1 = d_1 = 1$ 'dir. Böylece kesirli bir yapıya sahip olan RFM ile RPC hesabı yapmak mümkün olabilmektedir.

RFM kullanılarak bindirmeli görüntülerden 3B nesne koordinatlarının elde edilmesi mümkündür (Tao ve Hu 2002). Ancak bu tez kapsamında tek görüntü için RFM yöntemi kullanıldığından, düzenleme işlemi sadece *algılayıcıdan bağımsız RFM* için yerden görüntüye dönüşümü sağlayan RPC'ler hesaplanarak gerçekleştirilmiştir.

Görüntü ve nesne koordinat sistemleri arasındaki dönüşümün yüksek doğrulukla gerçekleştirilebilmesi için dönüşümü sağlayan öğelerin/katsayıların da doğru değerlere sahip olması gerekir. Ancak farklı duyarlıklara sahip algılayıcılar tarafından ölçülen öğelerin ve bunlardan hesaplanan RPC'lerin hataları nedeniyle hedeflenen konum doğruluğu  $\pm 1$  piksel veya  $\pm 1$  YÖA düzeyinde hesaplanamaz. Bu durumda, çeşitli yardımcı veriler (YKN, çizgisel özellikteki nesnelere veya SYM) kullanılarak, dönüşüme göre çeşitlilik gösteren dengeleme işlemleri gerçekleştirilir.

## 2.4 ALGILAYICIDAN BAĞIMSIZ RFM

Yukarıda da değinildiği üzere algılayıcıdan bağımsız ve algılayıcıya bağımlı RFM yöntemleri aynı matematiksel bağıntıya sahiptir. Aralarındaki tek fark RPC'lerin hesaplanma şeklidir. RPC'ler, algılayıcıya bağımlı RFM için *algılayıcıya bağımlı yöntem* kullanılarak tek görüntü

ile elde edilirken, *algılayıcıdan bağımsız* RFM'de ise sadece YKN'ler yardımıyla döngüsel olarak hesaplanmaktadır. Algılayıcıya bağımlı RFM'yle karşılaştırıldığında bu yöntemde yatayda ve düşeyde uygun dağılmış ve yüksek konum doğruluğa sahip çok sayıda YKN'lere gereksinim vardır (Hu ve Tao 2002, Jacobsen 2006).

## 2.5 DENGELEME

Dengelemede genel amaç ölçülere ( $L$ ) getirilecek düzeltmeleri ( $v$ ), ögelere ( $P$ ) getirilecek düzeltmeleri ( $dP$  dengeleme bilinmeyenlerini) ve katsayılara (RPC) getirilecek düzeltmeleri kestirmektir. Bunun için, bilinmeyen sayısından fazla sayıda ölçü ile bilinmeyenlerin en uygun (en yüksek olasılıklı) değerleri hesaplanır. Dengeleme hesabında fonksiyonel (işlevsel) model ve stokastik (rastlantısal) model olmak üzere iki model vardır. Fonksiyonel model, ölçüler ile bilinmeyenler arasında sabit geometrik ve fiziksel ilişkileri gösterirken stokastik model ise dengeleme işleminden önce ölçülerin duyarlılıkları ve kendi aralarındaki korelasyonu yansıtan bir modeldir (Öztürk 1991).

Her ölçü, kaba, düzenli (sistemik) ve rastgele (rastlantısal) hataların en az birisini veya birkaçını barındırır. Kaba hatalar, ölçü yapan kişinin yorgunluk, dalgınlık gibi insani özelliklerden kaynaklı hatalardır ve bu nedenle dengeleme işlemine alınmazlar. Bu nedenle bilinmeyen ögelerin kestirimi aşamasında ölçülerin bu hatalardan arındırılması gerekir ve tekrarlı ölçü yapılarak ölçü sayısı artırılır. Düzenli (sistemik) hatalar ise ölçülerin yapıldığı aletlerden, dış çevre koşullarından veya fonksiyonel modelin ölçüler arasında geometrik ilişkilere veya fiziksel gerçeklere uygun olmamasından kaynaklıdır. Bir diğer hata ise rastgele (rastlantısal) hatalardır. Ölçü sırasında insani özelliklerden, ölçü aletlerinin duyarlılıklarından veya tespit edilemeyen ortam hatalarından kaynaklıdır. Bu hata türü dengeleme işlemlerine konu edilir. Ayrıca ölçülerin ve bilinmeyenlerin duyarlılıkları (ortalama hataları) hesaplanır (Öztürk 1991). Dengelemede EKK (En Küçük Kareler) yöntemi kullanılabileceği gibi kötü şartlı sistem sorunu için düzenlileştirme yöntemleri de kullanılmaktadır. Dolaylı ölçüler dengelemesi veya koşullu ölçüler dengelemesi gibi farklı dengeleme yöntemleri dayalı veya serbest dengeleme olarak uygulanabilir. Ayrıca ögeler veya katsayılar için anlamlılık testinin yapılması, gereksiz ögelerin/katsayıların ayıklanmasını sağlayarak işlem yükünü azaltır. Bunun yanında uyuşumsuz ölçü testinin yapılması, ölçü kümesine uymayan gözlemlerin ayıklanarak sonuç doğruluğunun artmasını sağlayacaktır.

Algılayıcı yöneltmesinde dengeleme işlemi önemli bir adımdır. Aşağıda, algılayıcı yöneltmesinde kullanılan dengeleme yöntemleri ve diğer ek işlemler anlatılmaktadır.

### 2.5.1 Dolaylı Ölçüler Dengelemesi

Bakış açılarının ( $\psi$ ) kullanıldığı *algılayıcıya bağımlı* yöneltme yöntemlerinin dışında kalan tüm yöntemlerde dolaylı ölçüler dengelemesinin kullanıldığı görülmektedir. Burada görüntü ve nesne koordinat sistemleri arası dönüşümün genel bağıntısı:

$$(x, y)_i = F\{P_j, (\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z})_i\} \quad (2.58)$$

şeklindedir. Burada  $F$  dönüşüm modelini,  $P$  dönüşüm katsayısını veya ögesini,  $i$  ve  $j$  ise sırasıyla YKN ve öge/katsayılarla ilgili olan indisleri, üst çizgi ise dengeli koordinatları ifade etmektedir. *Algılayıcıya bağımlı* bir modelde  $P$ , DYÖ'ni, *algılayıcıya bağımlı RFM*'de RPC'leri veya algılayıcıdan bağımsız bir modelde YKN'ları yardımıyla belirlenen dönüşüm katsayılarını ifade etmektedir. YKN'larının nesne koordinatları hatasız (dengeli) kabul edilir ve 2B bir dönüşüm yönteminde  $Z$  koordinat bileşeni kullanılmaz. Dengeleme işleminde hem görüntü koordinatlarına  $(x, y)$  hem de ögelere/katsayılara ( $P$ ) getirilecek düzeltme değerleri dögüsel olarak aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\bar{L} = \underline{L} + \underline{v} = \underline{L}|_0 + \underline{A} \underline{dP} \quad (2.59)$$

$$\underline{dP} = (\underline{A}^T \underline{A})^{-1} \underline{A}^T (\underline{L} - \underline{L}|_0) \quad (2.60)$$

$$\bar{P} = \underline{P}|_0 + \underline{dP} \quad (2.61)$$

$$\underline{v} = \underline{L}|_0 - \underline{L} + \underline{A} \underline{dP} \quad (2.62)$$

$$m_0 = \pm \sqrt{\frac{\underline{v}^T \underline{v}}{f}} \quad (2.63)$$

Burada  $L$  ölçüyü, sıfır (0) katsayıların yaklaşık değerleri ile hesaplanan görüntü koordinatlarını,  $dP$  ögelere/katsayılara getirilecek düzeltmeyi (dengeleme bilinmeyenini),  $A$  dengeleme bilinmeyenlerinin ( $dP$ ) katsayı (Jakobiyen) matrisini,  $m_0$  birim ağırlıklı ölçünün karesel ortalama hatasını (KOH),  $v$  ölçülere (görüntü koordinatlarına) getirilecek düzeltmeleri,  $f$  ise serbestlik derecesini ifade etmektedir.  $f = 2n - u$  ( $n$ : YKN sayısı,  $u$ : öge/katsayı adedi)

şeklinde hesaplanır. Dengeleme sonucunda  $[\underline{v}^T \underline{v}] = \min$  ve  $m_0 \leq \pm 1$  piksel olması beklenir (Leprince vd. 2007). Algılayıcıdan bağımsız dönüşüm yöntemleri ile yapılan işlemlerde katsayıların yaklaşık değeri bilinmediğinden (2.61) bağıntısından ilk döngü için  $\bar{P} = \underline{dP}$  eşitliği yazılabilir. Ancak diğer döngülerde  $\underline{P}|_0 = \bar{P}$  kabulü yapılarak dengeleme hesabı tekrarlanır. (2.58) numaralı bağıntıda görüntü koordinatları yöneltme ögelerinin/katsayılarının bir işlevi olarak düşünülmektedir. Oysa (2.1) ve (2.2) bağıntılarında nesne koordinatları görüntü koordinatlarının ve yöneltme ögelerinin bir işlevi olarak ele alınmıştır. (2.1) bağıntısı (2.58) bağıntısına göre yeniden düzenlendiğinde:

$$\begin{aligned} x &= x_0 - c \frac{R_{11}(X - X_0) + R_{12}(Y - Y_0) + R_{13}(Z - Z_0)}{R_{31}(X - X_0) + R_{32}(Y - Y_0) + R_{33}(Z - Z_0)} \\ y &= y_0 - c \frac{R_{21}(X - X_0) + R_{22}(Y - Y_0) + R_{23}(Z - Z_0)}{R_{31}(X - X_0) + R_{32}(Y - Y_0) + R_{33}(Z - Z_0)} \end{aligned} \quad (2.64)$$

bağıntıları elde edilir. Bu son bağıntıda görüntü koordinatları  $(x, y)$  ölçü ve DYÖ'nin  $(X_0, Y_0, Z_0, \omega, \varphi, \kappa)$  yaklaşık değerlerine getirilecek düzeltmeler ( $\underline{dP}$ ) dengeleme bilinmeyenini olarak kabul edilerek dengeleme işlemi gerçekleştirilir. Böylece görüntü ile nesne koordinat sistemleri arasındaki dönüşüm işlemi, düzeltilmiş değerler ( $\bar{P}$  ve  $\bar{L}$ ) yardımıyla gerçekleştirilir. Genellikle hatasız kabul edilen İYÖ'leri  $(x_0, y_0, c)$  hatalı kabul edilerek oto kalibrasyon yöntemiyle düzeltilebilirler.

### 2.5.2 Bilinmeyenli Koşullu Ölçüler Dengelemesi

Eğer dönüşüm yöntemi doğrusal olmayan ölçüler ( $\tan\psi_x$ ) ve ( $\tan\psi_y$ ) barındırıyorsa, dolaylı ölçüler dengelemesi yerine bilinmeyenli koşullu ölçüler dengelemesi (Gauss-Helmert yöntemi) tercih edilebilir.

Bu durumda, örneğin (2.10) bağıntısı şu şekilde yazılır.

$$\underline{\vec{u}}_1 = \frac{1}{m} R_{UY}^{-1} R_{Y\text{Yer}}^{-1} (\bar{P} - \bar{P}_U) \quad (2.65)$$

$$\begin{bmatrix} \tan(\psi_y) \\ -\tan(\psi_x) \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{s} R \begin{bmatrix} X - X_s \\ Y - Y_s \\ Z - Z_s \end{bmatrix} = \frac{1}{s} \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X - X_s \\ Y - Y_s \\ Z - Z_s \end{bmatrix} \quad (2.66)$$

Bu son eşitlikte  $R = R_{UY}^{-1} R_{Y\text{Yer}}^{-1}$ 'dir. Bu son eşitliğin ilk ve ikinci terimleri üçüncü terime bölünerek ölçek ( $s$ ) ortadan kaldırılırsa aşağıdaki yeni eşitlik elde edilir.



$$\begin{aligned}
F_{\psi_y} &= \frac{r_{11}(X - X_s) + r_{12}(Y - Y_s) + r_{13}(Z - Z_s)}{r_{31}(X - X_s) + r_{32}(Y - Y_s) + r_{33}(Z - Z_s)} - \tan(\psi_y) = \frac{f_1}{f_3} - \tan(\psi_y) = 0 \\
F_{\psi_x} &= \frac{r_{21}(X - X_s) + r_{22}(Y - Y_s) + r_{23}(Z - Z_s)}{r_{31}(X - X_s) + r_{32}(Y - Y_s) + r_{33}(Z - Z_s)} + \tan(\psi_x) = \frac{f_2}{f_3} + \tan(\psi_x) = 0
\end{aligned} \tag{2.67}$$

Bu son eşitlikler Kornus vd. (2006) tarafından SPOT 5 HRG ve HRS görüntülerinin değerlendirilmesi için kullanılmıştır.

Gauss-Helmert yöntemine göre fonksiyonel model:

$$\underline{A} \underline{dP} + \underline{B} \underline{v} + \underline{w} = 0 \tag{2.68}$$

şeklinde. Burada  $\underline{A}$  ve  $\underline{B}$  sırasıyla ögelere ve ölçülere ait katsayı (Jakobiyen) matrisi ve  $\underline{w}$  ise kapanma artıklarını tanımlamaktadır.  $\underline{A}$  ve  $\underline{B}$  matrisleri (2.67) bağıntısıyla verilen ve doğrusal olmayan eşitliklerin uygun bir yöntemle (Taylor serisi gibi) doğrusallaştırılmasıyla elde edilir.

Dengeleme bilinmeyenleri ( $\underline{dP}$ ) aşağıdaki gibi hesaplanarak ögelerin yaklaşık değerlerine ( $P|_0$ ) eklenir ve böylece dengelenmiş ögeler bulunur:

$$\underline{dP} = \left( \underline{A}^T (\underline{B} \underline{B}^T)^{-1} \underline{A} \right)^{-1} \underline{A}^T (\underline{B} \underline{B}^T)^{-1} \left( \underline{L} - \underline{L}|_0 \right) \underline{w} \tag{2.69}$$

Ölçülere ait düzeltmeler de aşağıdaki şekilde hesaplanarak ölçülere eklenir ve böylece dengeli ölçüler elde edilir.

$$\underline{v} = \underline{B}^T (\underline{B} \underline{B}^T)^{-1} (\underline{A} \underline{dP} + \underline{w}) \tag{2.70}$$

Elde edilen dengeli ögelerin ( $\overline{P}$ ) ve ölçülerin ( $\overline{L}$ ) (2.67) bağıntısıyla verilen koşulu sağlayıp sağlamadığının ( $F(\overline{L}, \overline{P}) \stackrel{?}{=} 0$ ) kontrol edilmesi gerekir. Bu şart sağlanıncaya dek dengeli ögeler ve ölçülerle dengeleme işlemi belirli bir eşik değere ulaşana dek dögüsel olarak devam ettirilir.

### 2.5.3 Demet Dengeleme

Demet dengelemede amaç birden fazla görüntüye ait ölçülerin ve ögelerin birlikte dengelenmesidir. Ayrıca bağlama/denetim noktalarının yaklaşık yer koordinatlarına getirilecek düzeltmeler de o noktalara ait dengeleme bilinmeyeni olarak kabul edilir. Bu durumda (2.68) eşitliği:

$$\begin{bmatrix} \underline{A}_1 & \dots & \underline{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \underline{0} & \dots & \underline{A}_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{dP}_1 \\ \vdots \\ \underline{dP}_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{B}_1 & \dots & \underline{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \underline{0} & \dots & \underline{B}_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{dP}_1 \\ \vdots \\ \underline{dP}_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{w}_1 \\ \vdots \\ \underline{w}_m \end{bmatrix} = \underline{0} \quad (2.71)$$

şeklinde yazılır. Burada  $m$  toplam görüntü sayısını ifade etmektedir. Bu sayede YKN/BDN'lerin dengeli koordinatları ve arazi çalışması ile elde edilen koordinatları arasındaki fark yardımıyla aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$m_x = \pm \sqrt{\frac{\Delta X^T \Delta X}{n}}, m_y = \pm \sqrt{\frac{\Delta Y^T \Delta Y}{n}}, m_z = \pm \sqrt{\frac{\Delta Z^T \Delta Z}{n}} \quad (2.72)$$

$$\underline{\Delta X} = \bar{X} - \underline{X}_e, \quad \underline{\Delta Y} = \bar{Y} - \underline{Y}_e, \quad \underline{\Delta Z} = \bar{Z} - \underline{Z}_e \quad (2.73)$$

Burada  $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$  gerçek yer koordinatlarını (GNSS gibi bir yöntemle elde edilmiş),  $\underline{X}_e, \underline{Y}_e, \underline{Z}_e$  ise dengelenmiş koordinatları ifade etmektedir.

#### 2.5.4 Korelasyonların Belirlenmesi

Ögeler arasındaki korelasyonun belirlenerek aralarındaki doğrusal bağımlılık ilişkisi ortaya çıkarılabilir. Korelasyonlu ögeler, ögelere göre oluşturulan katsayı (Jakobiyen) matrisinde rank bozukluğuna neden olabilir. Bu durumda matris ters alma işlemlerinin sağlıklı yapılamaması olasılığı ortaya çıkabilir. DYÖ arasındaki korelasyon:

$$\underline{Q}_{dPdP} = \left( \underline{A}^T (\underline{B} \underline{B}^T)^{-1} \underline{A} \right)^{-1} \quad (2.74)$$

$$r_{dP_1 dP_2} = \frac{q_{dP_1 dP_2}}{\sqrt{q_{dP_1 dP_1} q_{dP_2 dP_2}}} \quad (2.75)$$

bağıntıları ile hesaplanır. Burada  $\underline{Q}_{dPdP}$  kofaktör matrisidir ve  $q_{dP_1 dP_2}$  değerlerinden oluşur.  $r_{dP_1 dP_2}$  ise  $P_1$  ve  $P_2$  parametreleri arası korelasyonu ifade etmektedir (Öztürk ve Şerbetçi, 1992). İYÖ/DYÖ arasındaki korelasyonu da belirlemek olasıdır. Bu durumda:

$$\underline{Q}_{\psi dP} = -\underline{B}^T (\underline{B} \underline{B}^T)^{-1} \underline{A} \underline{A}^T (\underline{B} \underline{B}^T)^{-1} \underline{A} \quad (2.76)$$

$$r_{\psi dP} = \frac{q_{\psi dP}}{\sqrt{q_{\psi dP}}} \quad (2.77)$$

şeklinde bir hesaplama yapılır. Burada  $\psi$  İYÖ'sini,  $Q_{\psi dP}$  çapraz kofaktör matrisini,  $r_{\psi dP}$  ise korelasyonu temsil etmektedir.

Mevcut çalışmalara bakıldığında, ögeler arasında korelasyon olduğu tespit edilmesi durumunda genellikle korelasyonlu olan ögeler arasından bazılarının dengeleme hesabına katılmadığı görülmektedir (Kim ve Dowman 2006). Oysa korelasyonun her zaman sorun teşkil etmediği ve bazı çalışmalarda bu tür ögelerin gereksiz yere dengeleme işlemi dışında tutulduğu görülmektedir. İşlem dışında tutulan her öge bir bilgi kaybına sebep olabilir. Burada her ögenin bir bilgi taşıdığı göz önüne alınırsa, özellikle ögelerin istatistiksel olarak incelendiği çalışmalarda ögenin dengeleme işleminde göz önüne alınması gerekir.

### 2.5.5 Öge Anlamlılık Testi

Ögelerin anlamlılık testini de gerçekleştirmek mümkündür. Bunun için:

$$m_0 = \pm \sqrt{\frac{\underline{v} \underline{v}^T}{n - u}} \quad (2.78)$$

$$m_{dP_1} = \pm m_0 \sqrt{q_{dP_1 dP_1}} \quad (2.79)$$

$$t = \frac{|P_j|}{m_{P_1}} \quad (2.80)$$

eşitliklerinden yararlanılır. Burada  $m_0$  ve  $m_{dP_1}$  sırasıyla birim ağırlıklı ölçünün ve parametrenin KOH'nı,  $t$  ise anlamlı bir parameter için  $t_{\alpha/2, f}$ 'den büyük olması gereken test büyüklüğünü değerini ifade eder (Ghilani ve Wolf 2006).  $\frac{\alpha}{2} = 0.025$  ve  $f = n - u$  şeklinde hesaplanan serbestlik derecesidir. Böyle bir durumda, *algılayıcıya bağımlı* bir ögenin yaklaşık değerine düzeltme getirilmesine gerek kalmazken *algılayıcıdan bağımsız* bir yöntemde ise o katsayı kullanılmayabilir. Böylece gereğinden fazla öge/katsayı kullanımından kaçınılarak hem serbestlik derecesi arttırılmış hem de olası kötü şartlı sistem sorununun önüne geçilmiş olur (Moghaddam vd. 2018). Klasik yaklaşımların yanı sıra son yıllarda anlamsız RPC'lerin bulunması için genetik optimizasyon yöntemleri de kullanılmaktadır (Naeini vd. 2017; Valadan Zoej vd. 2007). Ayrıca bir ögenin anlamsız olması, ona getirilecek düzeltmenin sonuç doğruluğa katkısının önemsenmeyecek derecede olduğu anlamına da gelmektedir (Topan ve Maktav 2014).

### 2.5.6 Yardımcı Veriler ve Sonuç Doğruluk Araştırması

Dengeleme işlemi için genellikle YKN'ler kullanılmaktadır. Böylece (2.1) bağıntısı dışında kalan *algılayıcıya bağımlı* yöntemlerde ögelere/RPC'lere düzeltme getirilebilir veya *algılayıcıdan bağımsız* yöntemde katsayılar hesaplanabilir. YKN seçimi dönüşüm başarımını etkilediğinden olabildiğince doğru yapılmalıdır (Kapnias vd. 2008, Topan vd. 2007). Günümüzde YKN yerine görüntüdeki çizgisel özellikli nesnelere (yol orta/kenar çizgisi, bina kenarı vb.) kullanan yöntemler de mevcuttur (Habib vd. 2003, Li ve Shi 2014, Yavari vd. 2018). Kuramsal olarak (2.1) bağıntısı dışındaki *algılayıcıya bağımlı* yöntemler YKN veya çizgisel özellikteki nesnelere ihtiyaç duymazlar. Ancak hatalı olduğu varsayılan ögelerin düzeltilmesi için yine de YKN kullanımı gerekir. Haliyle *algılayıcıya bağımlı* yöntemlerin YKN'lerinin sayısı ve dağılımına bağımlılığı *algılayıcıdan bağımsız* yöntemlere oranla daha azdır (Topan ve Maktav 2014).

Dönüşüm doğruluğu farklı yöntemlerle incelenebilir. BDN'ler, YKN'ler ile aynı özelliklere sahip olan ve dönüşüm işlemi sonunda YKN'ler dışında kalan bölgelerde elde edilecek doğruluğun hesaplanmasında kullanılan noktalardır. *Algılayıcıdan bağımsız* yöntemlerde dengeleme hesabına katkısı yok iken, *algılayıcıya bağımlı* yöntemin kullanıldığı demet dengeleme hesabında yer almaktadır. BDN'ler ile elde edilen doğruluk sadece kendi bulunduğu noktayı temsil etmektedir. Bu nedenle YKN'lerin bir kısmının BDN olarak kullanılmasının YKN sayısını azaltması gibi sakıncalar ortaya çıkmaktadır. Eğer elde yatay ve düşey doğruluğu bilinen bir SYM varsa, bu sayede tüm görüntü için geçerli bir doğruluk araştırması yapılabilir (Moghaddam vd. 2018, Sertel vd. 2007, Topan 2013, 2014, Topan ve Kutoglu 2009, Topan vd. 2014, Topan vd., 2013). Bindirmeli görüntülerden de elde edilebilen SYM, hem ortogörüntü üretiminde ilgi alanına ait yükseklik bilgisi sunan, hem de doğruluk araştırmasında YKN'ye gereksinimi ortadan kaldıran yardımcı bir veri olarak kullanılmaktadır (Chen vd. 2017).

### 2.5.7 Uyuşumsuz Ölçülerin Belirlenmesi

Kaba hataların giderilmesi için ölçü tekrarı yapıldığı halde bazı durumlarda bu hatalar rastgele hata sınırları içerisinde yer alabilirler. Bu tür hataları içeren ölçülere *uyuşumsuz ölçü* denmektedir. Uyuşumsuz ölçüler dengeleme sonuçlarına etki etmektedir. Bu yüzden uyuşumsuz ölçülerin tespit edilerek ölçü kümesinden çıkarılması ve dengeleme işleminin

yinelenmesi gerekmektedir (Yetkin vd. 2009). Uyuşumsuz ölçü tespiti için ölçü düzeltmeleri veri olarak kullanılır. Her bir ölçü hatası diğer düzeltmeler üzerinde etkili olduğu için düzeltmeler kendi aralarında korelasyonludur (İnal ve Yetkin 2006). Bu nedenle uyumsuz ölçünün doğru tespit edilmesi gerekir. Bunun için kullanılan iki yaygın yöntem klasik (geleneksel) ve robust yöntemleridir.

### 2.5.7.1 Klasik yöntemler

Klasik yöntemlerde öne çıkan üç yöntem Baarda, Pope ve t-student yöntemleridir. Bu yöntemler ile hesaplanan test büyüklükleri, ilgili dağılımın güven sınırı ile karşılaştırılarak ölçünün uyumlu olup olmadığı belirlenir. Bu yöntemlerden, Baarda yöntemi ile hesaplanan test büyüklüğü:

$$T_n = \frac{|v_i|}{\sigma_0 \sqrt{Q_{v_i v_i}}} \quad (2.81)$$

Pope test yöntemi için hesaplanan test büyüklüğü:

$$T_p = \frac{|v_i|}{s_0 \sqrt{Q_{v_i v_i}}} \quad (2.82)$$

ve t-student test yöntemi için test büyüklüğü:

$$T = \frac{|v_i|}{s_{0_i} \sqrt{Q_{v_i v_i}}} \quad (2.83)$$

$$s_{0_i}^2 = \frac{\underline{v}^T \underline{v} - \frac{v_i^2}{Q_{v_i v_i}}}{f - 1} \quad (2.84)$$

şeklinde hesaplanır. Burada  $Q_{v_i v_i}$  düzeltmelerin ters ağırlık matrisini,  $\sigma_0$  önsel standart sapmayı ve Pope test yönteminde  $s_0$  sonsal standart sapmayı, t-student test yönteminde  $s_{0_i}$  sonsal standart sapmayı ifade etmektedir (Demirel 2003). Kaba hatalı ölçülerin düzeltme değerlerine katkısı doğal olarak daha büyüktür. Bu yüzden soncul standart sapma hesabında kullanılan  $\underline{v}^T \underline{v}$  ifadesinde her bir ölçünün ayrı ayrı katkısı vardır ve en büyük katkıyı uyumsuz ölçünün yapması beklenir. Dolayısıyla bu ölçü dışındaki ölçülerden faydalanılarak

hesaplanan değer, ölçülerin uyuşumsuzluğundan daha az etkilenmiş olacaktır (İnal ve Yetkin 2006).

### 2.5.7.2 Robust yöntemler

Huber (1964) tarafından açıklanan yönteme göre, uyuşumlu ve uyuşumsuz ölçülerin dağılım fonksiyonları, ortalamaları ve önsel varyansları birbirlerinden farklıdır. Robust yönteminden elde edilen sonuçlar, EKK yönteminden elde edilen sonuçlara göre kaba hatalı ölçülerden daha az etkilenmektedir. EKK kestiriminden farklı olarak, robust kestirimde ölçüler ile kestirilen ögeler arasındaki ilişki doğrusal değildir. Buna karşın, literatürde yaygın olarak L-Kestiriciler, M-Kestiriciler ve P-Kestiriciler yöntemleri kullanılmaktadır. Bu yöntemlerden M-Kestiriciler kaba hatalı ölçülerin ayıklanmasında en uygun ve en çok kullanılan yöntem olarak tercih edilmektedir (Dilaver vd. 1998). Bu yöntemde kayıp, etki ve ağırlık fonksiyonları tanımlanmaktadır. Bunlardan kayıp, dengeleme bilinmeyen ögelerinin ölçü değeri ile hesaplanan değeri arasındaki farktır ve amaç bu fonksiyonu en aza indirmektir. Etki, kaba hatalı ölçülerin dengeleme bilinmeyen ögelerinin hesaplanmasında etkilerinin az olması temeline dayanır. Ağırlık ise etki fonksiyonunun düzeltmelere oranlanması ile bulunur (İnal ve Yetkin 2006). Bir öteleme işlemi ile standartlaştırılmış düzeltmeler elde edilerek bir eşik değer ile karşılaştırılır ve böylece ölçülerin ağırlıkları tekrar hesaplanarak kaba ölçülerin yeni ağırlıkları küçültülmektedir. Uygun sonuç alınıncaya kadar döngüye (iterasyon) devam edilir (Berber 1997).

En yaygın olarak kullanılan Huber, Hampel, Beaton-Tukey, Andrews ve Danimarka ağırlık fonksiyonlarıdır. Örnek olarak Huber ağırlık fonksiyonu aşağıda verilmiştir.

$$\bar{W}_i = f(x) = \begin{cases} 1, & \text{eğer } |v_i| \leq c \\ \frac{c}{|v_i|}, & \text{eğer } |v_i| > c \end{cases} \quad (2.85)$$

Burada  $\bar{W}$  ölçülerin ağırlık matrisini göstermektedir ve  $c = 1.5s_0$  veya  $c = 2s_0$  değerini almaktadır (İnal ve Yetkin 2006).

## BÖLÜM 3

### KÖTÜ KONULMUŞ PROBLEMLER VE BAZI ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ

#### 3.1 GİRİŞ

Bu bölümde, öncelikle uzaktan algılama ve tahribatsız değerlendirme alanlarının matematiksel alt yapısını oluşturan ters ve kötü konulmuş problemler teorisi hakkında kısaca bilgi verilecektir. Daha sonra EKK yöntemi anlatılarak bu tezde kullanılan düzenlileştirme, ters alma, indirgeme ve normlandırma yöntemleri açıklanacaktır.

*Ters problem*, kısaca sonuçtan sebebin belirlenmesi olarak açıklanabilir (Aster vd. 2003). Örneğin, bir hastalığın belirtilerinin neler olabileceği *direkt problem* iken, çeşitli belirtilerin hangi hastalıktan kaynaklandığının belirlenmesi bir *ters problem*dir (Gölgeleyen 2010). Benzer şekilde, uzaktan algılama verileriyle nesnelere hakkında çeşitli bilgilerin elde edilmesi de bir ters problem olarak değerlendirilmektedir (Ma ve Du 2014).

Ters problemler genellikle kötü konulmuştur. Bu tezde kötü konulmuş problemler ele alınmıştır. Bu nedenle aşağıda Hadamard ve Tikhonov anlamında kötü konulmuş problem tanımları anlatılmıştır.

#### 3.2 HADAMARD ANLAMINDA KÖTÜ KONULMUŞ PROBLEM

İyi veya kötü konulmuş problem tanımı 20. yüzyıl başlarında ilk kez J. S. Hadamard tarafından yapılmıştır.  $U$  ve  $F$  metrik uzaylar,  $A: U \rightarrow F$  bir operatör olmak üzere:

$$Au = f \quad (3.1)$$

denklemi ele alınırsa, çözüm için aşağıdaki şartların sağlanması gerekir. Her  $f \in F$  için  $U$  uzayında problemin çözümü vardır.

1. Her  $f \in F$  için  $U$  uzayında problemin çözümü vardır.

2. Problemin çözümü  $U$  uzayında tektir.
3. Problemin koşulları  $F$  uzayında az değiştiğinde  $U$  uzayında da az değişir (kararlılık koşulu) (Lavrent'ev vd. 1986)

Eğer  $(U, F)$  uzay çifti için yukarıdaki şartlar sağlanırsa buna *Hadamard anlamında iyi konulmuş problem* denir. Bu şartlar sağlanmazsa *kötü konulmuş problem* adı verilir ve kendi içerisinde iki duruma ayrılır. Bunlar:

1. Zayıf kötü konulmuş problem:  $(U_1, F_1)$  uzay çifti için iyi konulmuş problem iken, bir  $(U_2, F_2)$  uzay çifti için kötü konulmuş problem olabilir.
2. Kuvvetli kötü konulmuş problem: Tüm uzay çiftlerinde kötü konulmuş problem olması durumudur (Gölgeleyen 2010).

### 3.3 TIKHONOV ANLAMINDA KÖTÜ KONULMUŞ PROBLEM

Tikhonov, Hadamard anlamında kötü konulmuş problemi,  $U$  uzayının bir alt  $M$  uzayında iyi konulmuş problem olarak tanımlanabileceğini iddia etmiştir. Diğer bir anlatımla  $Au = f$  denklemi için aşağıdaki şartları sunmaktadır.

1.  $U$  metrik uzay olmak üzere problemin çözümü vardır ve belirli bir  $M \subset U$  cümlesi tanımlanır.  $M$  cümlesine problemin *doğruluk cümlesi* denir.
2. Problemin çözümü  $M$  cümlesinde tektir.
3. Problemin çözümü  $M$  cümlesindeki koşullara sürekli bağımlıdır.  $M$  cümlesi içerisinde kalması şartıyla,  $F$  uzayında küçük bir değişiklik  $U$  uzayında da küçük değişikliğe uğrar (Gölgeleyen 2010).

Kötü konulmuş problem için düzenleyici bir işleç Tikhonov katsayısı ( $\kappa$ ) eklenerek, problem  $M$  cümlesine taşınır ve iyi konulmuş problem elde edilir. (3.1) bağıntısının çözümü iki farklı şekilde gösterilebilir (Gavvani 2011). Bunlardan birinci gösterim, (2.60) bağıntısına uygun olarak:

$$\underline{dP}_\kappa = \left\| \underline{AdP} - \left( \underline{L} \Big|_0 - \underline{L} \right) \right\|_2^2 + \kappa \|\underline{dP}\|_2^2 \quad (3.2)$$

veya



$$\underline{dP}_\kappa = (\underline{A}^T \underline{A} + \kappa \underline{I})^{-1} \underline{A}^T (\underline{L}|_0 - \underline{L}) \quad (3.3)$$

şeklinde iken ikinci gösterim ise:

$$\underline{dP}_\kappa = \underset{dP}{\operatorname{argmin}} \left\| \underline{A}dP - (\underline{L}|_0 - \underline{L}) \right\|_2^2 + \kappa \|dP\|_2^2 \quad (3.4)$$

şeklinde. Burada  $\underline{dP}_\kappa$   $M$  cümlesinde hesaplanan bilinmeyenler vektörü,  $\underline{I}$  birim matris, yüzey gradyanı veya Laplace işleci,  $\underset{dP}{\operatorname{argmin}}$   $dP$  argümanlarına göre en küçük değer,  $\kappa$  ise Tikhonov katsayısı, ridge tahmincisi veya yanlılık ögesi anlamına gelmektedir (Yıldırım 2010).

### 3.3.1 Tikhonov Düzenleştirilmesi

Tikhonov düzenleştirmesinde temel gereksinim, (3.2) eşitliğindeki  $\kappa$  Tikhonov katsayısının hesaplanmasıdır. Bu katsayı  $0 \leq \kappa \leq 1$  aralığında bir değerdir.  $\kappa = 0$  olması durumunda  $U$  metrik uzayının merkezinde EKK yöntemiyle çözümün mümkün olduğu, buna karşın  $\kappa \mapsto 1$  durumunda  $U$  metrik uzayının çözüm merkezinden uzaklaşıldığını ve  $M$  cümlesinde çözümün mümkün olduğunu göstermektedir. Her zaman  $\kappa$  değerinin en uygun değer olması istenmektedir. Bunun nedeni,  $\kappa$  değerinin en uygun değerden büyük seçilmesi halinde, düzenleştirmenin problem çözümüne etkisi gereğinden fazla olmaktadır ki bu arzu edilen bir durum değildir (Tur 2011). Bu açıdan bakıldığında, en uygun  $\kappa$  değerinin hesaplanması veya keyfi bir değer olarak seçilmesi her zaman tartışma konusu olmuştur ve bu konuda pek çok yöntem önerilmiştir (Bettmir 2006). Örneğin Tao ve Hu (2001), sonuç değere göre deneme-yanılma ile bu değeri hesaplamışken, bazı kaynaklarda ise matematiksel yöntemlerle bulunması gerektiği savunulmuştur. Bu matematiksel yöntemler, L eğrisi, Creso, GCV (Generalized Cross Validation), en büyük (maksimum) ve CC (Correlation Coefficient) gibi grafiksel yöntemler veya farklı analitik hesaplama yöntemleri şeklinde olabilir. Algılayıcı yöneltmesinde kötü şartlı matris sorununu çözmek için yapılan çalışmalara bakıldığında, sadece Tao ve Hu (2001) ve Yuan ve Lin (2008) tarafından deneysel olarak L eğrisi yöntemi ile  $\kappa$  değerinin hesaplandığı gözükmektedir. Ancak bunun için hem çözümün deneysel olması, hem de çok sayıda YKN'ye gereksinim duyulması nedeniyle analitik hesaplama yöntemleri tercih edilebilir (Long ve Jiao 2012, Tao ve Hu 2001).

Analitik hesaplama yöntemlerinde farklı yaklaşımlar söz konudur. Örneğin Hoerl vd. (1975)  $\kappa$  değerini:

$$\kappa_{HKB} = \frac{u\hat{\sigma}_0^2}{\underline{dP'}dP} \quad (3.5)$$

şeklinde hesaplamıştır. Burada  $\hat{\sigma}_0^2$  soncul varyans değerini ifade etmektedir. Benzer şekilde Lawless ve Wang (1976) tarafından:

$$\kappa_{LW} = \frac{u\hat{\sigma}_0^2}{\sum_{i=1}^u \lambda_i dP_i^2} \quad (3.6)$$

şeklinde bir hesaplama önerilmektedir. Burada,  $\lambda_i$  ( $\underline{A}^T \underline{A}$ ) matrisinin öz değerleridir. Bayes teoremi göre ise:

$$\kappa_{BT} = \frac{\sigma_{(\underline{L}-\underline{L}_0)}}{\sigma_{dP}} \quad (3.7)$$

şeklinde bir hesaplama önermektedir (Bettemir 2006). Burada,  $\sigma_{(\underline{L}-\underline{L}_0)}$  ölçülerin standart sapmasını ve  $\sigma_{dP}$  bilinmeyenlerin standart sapmasını ifade etmektedir. Ayrıca  $\kappa$  değeri, ( $\underline{A}^T \underline{A}$ ) matrisinin  $u$  adet  $\lambda$  özdeğerlerinden  $0 \leq \kappa \leq 1$  koşulunu sağlayan ve 1'e en yakın olan  $\kappa_\lambda$  olarak seçilir. ( $\underline{A}^T \underline{A}$ ) matrisinin özdeğeri:

$$|\underline{A}^T \underline{A} - \lambda \underline{I}| = 0 \quad (3.8)$$

şeklindeki karakteristik denklem yardımıyla belirlenir. Bu denklem,  $\lambda$ 'nın  $u$ . dereceden bir polinomudur ve bu polinomun kökleri  $u$  adet  $\lambda$  özdeğeri verir.

### 3.4 KÖTÜ ŞARTLI MATRİS

Kötü şartlı veya tekil matrisler kötü konulmuş probleme neden olmaktadır (Kabanikhin 2008). Bu tür matrislerin oluşmasının bazı nedenleri vardır. Bunlar dengeleme bilinmeyenlerinin hesaplanmasında, katsayı (Jakobiyen) matrisinin ( $\underline{A}$ ) satır veya sütunları arasında güçlü doğrusal bir ilişkinin (korelasyon) olması veya (2.60) bağıntısında tersi hesaplanacak olan ( $\underline{A}^T \underline{A}$ ) simetrik kare matrisinin köşegen elemanlarının çoğu değerinin sıfır veya sıfıra yakın olması gibi durumlar olabilir. Bu durumlarda, matris tekil (düzgün değil,  $|\underline{A}^T \underline{A}| \cong 0$ ) veya şart sayısı düşük olabilir (Öztürk 1991). Bu tür sorunların varlığına *kötü şartlı matris*, *yakın doğrusal bağımlılık* veya *katı ortogonal olamama koşulu* adı verilmektedir (Aydın 2014).  $\underline{A}$

matrisinin farklı ölçütlerle incelenmesi ile kötü şartlı matrisin varlığı belirlenebilir. Aşağıda bu ölçütler ayrı başlıklar altında açıklanmaktadır.

### 3.4.1 Determinant

$(\underline{A}^T \underline{A})$  simetrik kare matrisinin tersinin hesaplanabilmesi için  $|\underline{A}^T \underline{A}| \neq 0$  olması gerekir. Aksi halde matris tekildir (düzgün bir matris değildir).

$$(\underline{A}^T \underline{A})^{-1} = \frac{1}{|\underline{A}^T \underline{A}|} \text{adj}(\underline{A}^T \underline{A}) \quad (3.9)$$

Burada  $\text{adj}$ , matrisin öğelerinin yerine, her ögenin kofaktörü koyularak elde edilen matrisin (kofaktör matrisi) devriğini alma işlemini tanımlamaktadır.

### 3.4.2 Rank Değeri

$\underline{A}$  düzgün matrisinin rank değeri ( $r(\underline{A})$ ), kare matris ise matrisin boyutu kadar, geniş veya dik bir matris ise satır veya sütun sayısından küçük olanı kadardır. Eğer matris tekil ise rank bozukluğu ( $d(\underline{A})$ ) durumundan söz edilir ve:

$$d(\underline{A}) = u - r(\underline{A}), \quad 0 \leq d(\underline{A}) \leq u \quad (3.10)$$

şeklinde hesaplanır. Burada  $u$ , matrisin küçük boyutuna, dengeleme hesabında ise bilinmeyen sayısına eşittir.  $r(\underline{A}) \neq u$  durumunda  $\underline{A}_{uu}$  kare matrisi için  $|\underline{A}| \cong 0$  olacağından, rank sayısı matrisin tekilliğinin bir göstergesidir (Ulsoy 1984).

### 3.4.3 Matrisin Şart Sayısı

Bir matrisin şart sayısı, determinant ve rank değerleri gibi kötü şartlı matrisin bir göstergesidir. Şart sayısı hesabında farklı çözüm yöntemleri geliştirilmiştir. Bu yöntemlerden birisi, matrisin normu yardımıyla gerçekleştirilen ve:

$$\text{cond}(\underline{A}) = \|\underline{A}^T \underline{A}\| \left\| (\underline{A}^T \underline{A})^{-1} \right\| \quad (3.11)$$

şeklinde hesaplanan şart sayısı değeridir.  $\text{cond}(\underline{A}) > 10^{16}$  ise matris kararsızdır (Aster vd. 2003). Diğer yöntem ise, spektral (Todd) şart sayısı hesabıdır ve özdeğerler ( $\lambda$ ) yardımıyla:

$$\text{cond}(\underline{A}) = \frac{\lambda_{enb\u00fcy\u00fck}}{\lambda_{enk\u00fc\u00e7\u00fck}} \quad (3.12)$$

Şeklinde hesaplanmaktadır. Eğer  $\text{cond}(\underline{A}) > 10^3$  ise matris kararsızdır (Özt\u00fcrk 1991). Diğer bir y\u00f6ntem ise, Hadamard Şart sayısı hesabıdır ve:

$$\text{cond}(\underline{A}) = \frac{|\det(\underline{A})|}{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_u} \quad (3.13)$$

$$\alpha_i = \sqrt{\sum_{j=1}^u a_{ij}^2}, \quad i = 1(1)u \quad (3.14)$$

Şeklinde hesaplanmaktadır. Eğer  $\text{cond}(\underline{A}) < 10^{-2}$  ise matris kararsızdır (Özt\u00fcrk 1991).

### 3.5 EN K\u00dc\u00c7\u00dck KARELER Y\u00d6NTEM\u0130

Dengeleme hesabı sonunda \u00f6l\u00e7\u00fclere getirilecek d\u00fczeltmenin, hata olasılığı kuramına uygun olarak rastlantısal \u00f6zellikte olması istenir. D\u00fczeltmelerin olasılığı:

$$P(v_i) = \frac{1}{m_0 \sqrt{2\pi}} e^{\frac{-v_i^2}{2\sigma_0^2}} \quad (3.15)$$

Şeklinde hesaplanır. Burada  $e$  Euler sayısıdır. \u00d6l\u00e7\u00fclerin t\u00fcm\u00fcne getirilecek d\u00fczeltmelerin toplam olasılığı ise:

$$P(v) = \frac{1}{m_0^2 (2\pi)^{\frac{n}{2}}} e^{-\frac{[vv]}{2m_0^2}} \quad (3.16)$$

Şeklinde dir. Dengeleme hesabının amacı, olasılığı en y\u00fccksek olan değeri elde etmek olduğundan  $P(v) = en$  b\u00fcy\u00fck olmalıdır. Bunun i\u00e7in  $-\frac{[vv]}{2m_0^2} = min$  olması gerekir.  $m_0 = sabit$  olduğundan, bu durumun sağlanabilmesi i\u00e7in  $[vv] = en$  k\u00fc\u00e7\u00fck olması gerekir. EKK y\u00f6ntemi adını bu eŐitlikten almaktadır (Özt\u00fcrk 1991).

EKK y\u00f6nteminin kullanılabilmesi i\u00e7in \u00f6l\u00e7\u00fc sayısı ( $n$ ) bilinmeyen sayısından ( $u$ ) fazla olmalıdır ( $n > u$ ). K\u00f6t\u00fc Şartlı matrisin oluŐmadıęı durumda sonu\u00e7lar aşağıdaki bazı Şartları sağlamaktadır. Bunlar:

1. Düzeltmelerin toplamı sıfırdır ( $[v] = 0$ ).
2. Düzeltmelerin kareleri toplamı en küçük olmalıdır ( $[vv] = en\ küçük$ )
3. (2.60) ve (2.69) eşitliklerinden yararlanılarak, 2. maddedeki şartın sağlanmasının kontrolleri  $(\underline{A}^T \underline{A}) \underline{dP} = \underline{A}^T (\underline{L} - \underline{L}|_0)$  ve  $(\underline{A}^T (\underline{B}\underline{B}^T)^{-1} \underline{A}) \underline{dP} = \underline{A}^T (\underline{B}\underline{B}^T)^{-1} (\underline{L} - \underline{L}|_0)$  bağıntıları ile yapılmalıdır.
4. Ögeler/katsayılar kendi aralarında doğrusal bağımsız olmalıdır ( $rank(\underline{A}) = u$ ).

EKK yöntemi yukarıdaki şartlar sağlandığı sürece dengeleme bilinmeyenleri ( $dP$ ) veya katsayılar (RPC) doğru hesaplanmaktadır. Yukarıdaki şartlardan tümü veya bazıları geçersizken hesaplanan dengeleme bilinmeyenleri ( $dP$ ) veya katsayılar (RPC) ve sonuç doğruluk ( $m_0$ ) kabul edilebilir düzeyde olmayacaktır. (Yıldırım 2010). Bu şartların sağlanamaması durumunda kötü şartlı matris sorunu ve dolayısıyla da kötü konulmuş problem ile karşılaşılabilir.

Ayrıca dengeleme bilinmeyenleri pivotlama, Cholesky, Gauss ve Moon-Pensore (pseudo) yöntemleri gibi farklı ters alma yöntemleri veya Gauss ve Cholesky gibi farklı indirgeme yöntemleri ile hesaplanıp birbirleri ile karşılaştırılarak kötü şartlı matris sorunun varlığı önceden tespit edilebilir.

Farklı yöntemlerle tespit edilen kötü şartlı matrisin neden olduğu kötü konulmuş problemin varlığı durumunda EKK yönteminden elde edilen doğruluk yetersiz kalabilir ve çözüm için farklı yöntemler önerilebilir. Bu önerilere göre, ölçü sayısını arttırmak, bilinmeyen sayısını azaltmak,  $\underline{A}$  matrisinin ögelerini  $\pm 1$  aralığında normlandırmak, matris tersi işlemlerinde farklı sayısal çözümleme yöntemlerini uygulamak, bilinmeyenleri indirgeme yöntemleri ile hesaplamak veya EKK yönteminden başka Tikhonov düzenleştirme yöntemi, en küçük mutlak sapmalar yöntemi ve en küçük medyan kareler yöntemi gibi yöntemleri kullanmak yüksek doğruluk elde etmede çözüm olabilir (Albayrak 2012).

### 3.6 ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ

Ters problemlerin çözümünde farklı çözüm yöntemleri kullanımı söz konusudur (Neumaier 1998). Bunlar, i) Tikhonov düzenlestirmesi, ii) farklı matris tersi alma yöntemleri, iii) bilinmeyenlerin farklı indirgeme yöntemleri ve iv)  $\pm 1$  normlandırma olarak verilebilir.

Tikhonov düzenleştirmesi 3.3.1 başlığı altında detaylı anlatılmıştır. Diğer yöntemler ise, aşağıda sırası ile açıklanacaktır.

### 3.6.1 Matris Tersi Hesaplama

Bir matris simetrik veya simetrik olmayan kare bir matris olabilir. Matrisin bu özelliğine göre matrisin tersini bulma yöntemleri farklılık göstermektedir. Kare bir matrisin tersi için pivotlama, Moore-Penrose (pseudeo) ve Gauss ters alma yöntemleri uygulanırken simetrik olması durumunda ( $a_{ij} = a_{ji}$ ) bir matrisinin tersi için Cholesky ters alma yöntemleri gibi özel yöntemler geliştirilmiştir. Böylece teklik, düşük şart sayısı veya rank bozukluğundan kaynaklı sorunlar giderilebilir (Öztürk 1991). Bu bölümde matris tersinin bulunması yöntemlerinden başlıcaları açıklanacaktır.

#### 3.6.1.1 Pivotlama yöntemi

Pivotlama yönteminin amacı, ters alma işlemindeki yuvarlama hatalarını en aza indirmektir. Matrisin mutlak değerce en büyük elemanı pivot ögesi olarak seçilerek bu pivot ögesine karşılık gelen öge:

$$a_{ij}^{[k]} = \frac{1}{a_{ij}^{[k-1]}} \quad (3.17)$$

şeklinde hesaplanır. Burada  $[k]$  pivotlama adımını,  $i, j$  ise pivot ögesinin satır ve sütun indislerini göstermektedir. Pivot ögesinin bulunduğu sütunundaki (pivot sütunu) diğer ögeler:

$$a_{lj}^{[k]} = \frac{a_{lj}^{[k-1]}}{a_{ij}^{[k-1]}}, \quad l \neq i \quad (3.18)$$

şeklinde hesaplanırken, pivot satırındaki diğer ögeler:

$$a_{im}^{[k]} = -\frac{a_{im}^{[k-1]}}{a_{ij}^{[k-1]}}, \quad m \neq j \quad (3.19)$$

bağıntısı ile hesaplanmaktadır. Pivot sütun veya satır dışında kalan tüm ögeler ise:

$$a_{lm}^{[k]} = a_{lm}^{[k-1]} - \frac{a_{lj}^{[k-1]} a_{im}^{[k-1]}}{a_{ij}^{[k-1]}} \quad (3.20)$$

$a_{lj}^{[k]} = \frac{a_{lj}^{[k-1]}}{a_{ij}^{[k-1]}}$  olduğundan (3.20) bağıntısı:

$$a_{lm}^{[k]} = a_{lm}^{[k-1]} - a_{lj}^{[k]} a_{im}^{[k-1]} \quad (3.21)$$

şeklinde de yazılabilir. Burada  $l, m$  hesaplanacak pivot ögesinin satır ve sütunu dışındaki diğer matris ögelerini ifade etmektedir (Öztürk 1991).

### 3.6.1.2 Gauss ters alma yöntemi

Bu yöntemde:

$$\underline{A} = \underline{C} \underline{B} \quad (3.22)$$

$$\underline{A}^{-1} = \underline{B}^{-1} \underline{C}^{-1} \quad (3.23)$$

şeklinde bir ters matris hesabı yapılır. Burada  $\underline{B}$  üst üçgen bir matris;  $\underline{C}$  ise  $c_{ii} = 1$  olan alt üçgen bir matristir.

$\underline{B}$  ve  $\underline{C}$  matrislerinin elamanları sırasıyla:

$$b_{1j} = c_{1j}, \quad j = 1(1)u \quad (3.24)$$

$$c_{i1} = \frac{a_{i1}}{a_{11}}, \quad i = 1(1)u \quad (3.25)$$

$$b_{2j} = a_{2j} - c_{21} b_{1j}, \quad j = 2(1)u \quad (3.26)$$

$$c_{i2} = \frac{a_{i2} - c_{i1} b_{12}}{b_{22}}, \quad i = 3(1)u \quad (3.27)$$

$$b_{ij} = a_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} c_{ik} b_{kj}, \quad i = 3(1)u, \quad j = 3(1)u \quad (3.28)$$

$$c_{ij} = \frac{a_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} c_{ik} b_{kj}}{b_{jj}}, \quad i = 3(1)u, \quad j = 3(1)u \quad (3.29)$$

şeklinde hesaplanır.

### 3.6.1.3 Moore-Penrose (Pseudo) ters alma yöntemi

Bir matris tekil, düşük şart sayılı ve rank bozukluğuna sahip ise, matrisin birden fazla tersi vardır. Bu tür matrislerin tersinin bulunması için uygulanan yöntemlerden birisi de Moore-Penrose (pseudo) ters alma yöntemidir. Bu yöntemde öncelikle matrisin tekil değerler ayrışımı yapılır. Bu yöntem ile  $\underline{A}$  matrisi:

$$\underline{A} = \underline{U} \underline{D} \underline{V}^T \quad (3.30)$$

şeklinde üç matrise ayrıştırılır. Burada  $\underline{U}$  ve  $\underline{V}$  öz vektörlerden oluşan ortogonal matrisi,  $\underline{D}$  ise büyükten küçüğe doğru sıralanan özdeğerlerden oluşan köşegen matrisi ifade etmektedir. Simetrik bir matris için  $\underline{U} = \underline{V}$  olmaktadır.  $\underline{A}$  matrisi tekil ise en az bir özdeğeri  $\lambda = 0$  ve rank bozukluğu durumunda ise  $d(\underline{A})$  adet  $\lambda = 0$  durumu söz konusudur. Moore-Penrose ters alma yönteminde  $\lambda$ 'lardan oluşan  $\underline{D}$  matrisi yeniden düzenlenerek  $\lambda \cong 0$  olan öğeler matrisin son öğeleri olarak sıralanırlar. Daha sonra eşik değer aşağıdaki gibi belirlenerek:

$$tol = u e^{\lambda_{enbüyük}} \quad (3.31)$$

$$n_\lambda = n_\lambda + 1, \quad \text{eğer } \lambda > tol \quad (3.32)$$

çözüm gerçekleştirilir. Eşik değer belirlendikten sonra  $u - n_\lambda$  adet  $\underline{U}$  ve  $\underline{V}$  matrislerinin son sütunları ve  $\underline{d} = diag(\underline{D})$  özdeğerler vektörünün son öğeleri silinir. Daha sonra  $\underline{V}$  özvektörü satırları ile  $\underline{d}$  özdeğerler vektörünün devriği alınır ve satırları ile çarpılır. Oluşan yeni matris  $\underline{U}$  özvektörünün devriği ile çarpılır.  $\underline{A}$  matrisinin Moore-Penrose (pseudo) tersi:

$$\underline{A}^+ = \begin{bmatrix} \frac{v_{1,1}}{d_1} & \dots & \frac{v_{1,u-n_\lambda}}{d_{u-n_\lambda}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{v_{u,1}}{d_1} & \dots & \frac{v_{u,u-n_\lambda}}{d_{u-n_\lambda}} \end{bmatrix} \underline{U}^T \quad (3.33)$$

şeklinde hesaplanmış olur.

### 3.6.1.4 Cholesky ters alma yöntemi

Cholesky yöntemi,  $diag(\underline{A}) < 1$  olan, kötü şartlı simetrik matrislerin terslerinin hesaplanmasında karşılaşılan yuvarlatma hatalarını gidermek için kullanılan bir ters alma yöntemidir (Öztürk 1991). Burada:



$$\underline{A} = \underline{C}^T \underline{C} \quad (3.34)$$

$$\underline{A}^{-1} = \underline{C}^{-1} (\underline{C}^T)^{-1} \quad (3.35)$$

$$c_{11} = \sqrt{a_{11}} \quad (3.36)$$

$$c_{1j} = \frac{a_{1j}}{c_{11}} = \frac{a_{1j}}{\sqrt{a_{11}}}, \quad j = 2(2)u \quad (3.37)$$

$$c_{ii} = \sqrt{a_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} c_{ki}^2}, \quad i = 2(1)u \quad (3.38)$$

$$c_{ij} = \frac{1}{c_{ii}} \left( a_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} c_{ki} c_{kj} \right), \quad i = 2(1)u, \quad j = (i+1)(1)u \quad (3.39)$$

bağıntıları ile matris elemanları hesaplanır.

### 3.6.2 Bilinmeyenlerin İndirgeme ile Hesaplanması

Doğrusal denklemlerde bilinmeyenler indirgeme yöntemleri kullanılarak da hesaplanabilir. Böylece matrisin tersinin hesaplanmasına ihtiyaç duyulmamaktadır. Bu bölümde Gauss indirgemesi (normal veya kısmi pivotlamalı) veya simetrik ( $a_{ij} = a_{ji}$ ) denklemler için Cholesky yöntemi olmak üzere iki temel yöntemden bahsedilecektir. Bu yöntemler,  $n = u$  boyutlu denklem takımları için geçerlidir. Doğrusal bir denklem takımı:

$$\underline{A} \underline{x} = \underline{b} \quad (3.40)$$

şeklinde ifade edilerek aşağıdaki indirgeme yöntemleri açıklanmaktadır.

#### 3.6.2.1 Gauss indirgemesi

Simetrik olmayan doğrusal denklem takımının bilinmeyenlerinin Gauss indirgemesi ile hesaplanması için öncelikle [1]. indirgeme işlemi uygulanır. Bu işleme göre,  $\left(-\frac{a_{i1}}{a_{11}}, i = 2, 3, \dots, u\right)$  katsayısı hesaplanır, ilk denklem ile çarpılır ve yine kendisi ile toplanır. [1]. indirgeme işlemi sonrası doğrusal denklem gösterimi:

$$(1) a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1u}x_u = b_1 \quad (3.41)$$

$$(2^{[1]}) \quad a_{22}^{[1]}x_2 + a_{23}^{[1]}x_3 + \cdots + a_{2u}^{[1]}x_u = b_2^{[1]}$$

$$(3^{[1]}) \quad a_{32}^{[1]}x_2 + a_{33}^{[1]}x_3 + \cdots + a_{3u}^{[1]}x_u = b_3^{[1]}$$

⋮

$$(u^{[1]}) \quad a_{u2}^{[1]}x_2 + a_{u3}^{[1]}x_3 + \cdots + a_{uu}^{[1]}x_u = b_u^{[1]}$$

şeklinde olur. [1]. indirgeme işlemine benzer şekilde, sonraki denklemlerde sırası ile  $x_2, x_3, \dots, x_{u-1}$  yok edilirse oluşan son indirgenmiş denklem:

$$(1) \quad a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \cdots + a_{1u}x_u = b_1$$

$$(2^{[1]}) \quad a_{22}^{[1]}x_2 + a_{23}^{[1]}x_3 + \cdots + a_{2u}^{[1]}x_u = b_2^{[1]}$$

$$(3^{[2]}) \quad a_{33}^{[2]}x_3 + \cdots + a_{3u}^{[2]}x_u = b_3^{[2]} \quad (3.42)$$

⋮

$$(u^{[u-1]}) \quad a_{uu}^{[u-1]}x_u = b_u^{[u-1]}$$

şeklinde olur. Daha sonra indirgenmiş son denklemden ilk denkleme doğru, tersi işlemler sırası ile yapılarak denklem bilinmeyenleri:

$$x_u = \frac{b_u^{[u-1]}}{a_{uu}^{[u-1]}} \quad (3.43)$$

⋮

$$x_i = \frac{b_u^{[u-1]} - \sum_{j=i+1}^u a_{ij}^{[i-1]}x_j}{a_{ii}^{[u-1]}}, i = (u-1), (u-2), \dots, 1 \quad (3.44)$$

bağıntısı ile hesaplanır.

Gauss algoritması yöntemi sıfıra bölme ve denklem sayısının fazlalığından ya da işlemlerden kaynaklı yuvarlatma hatası içerebilir. Bunlar yöntemin zayıf noktalarını oluşturmaktadır. Bu zayıf noktaların giderilmesi için pivotlama yöntemi ile Gauss indirgemesi birlikte kullanılmış ve kısmi pivotlama ile Gauss indirgemesi geliştirilmiştir.

### 3.6.2.2 Kısmi pivotlama ile Gauss indirgemesi

Her indirgeme öncesinde mutlak değerce en büyük ögeyi içeren satır pivot satırı olarak seçilir ve ilk satır olarak yazılır. Bunun nedeni indirgeme işlemlerinde hem sıfıra bölme ve hem de yuvarlama hatalarının önüne geçmektir. Böylece Gauss indirgemesinin zayıf yönleri de giderilmiş olur. Pivot satırı seçildikten sonraki adımlar Gauss indirgemesi adımları ile aynıdır.

### 3.6.2.3 Cholesky indirgemesi

$A$  pozitif tanımlı katsayılar matrisine sahip, simetrik ve doğrusal denklem takımlarının çözümü için uygulanan bir yöntemdir. Bu yöntem ile kötü şartlı matrislerle yapılan işlemlerde yuvarlatma hatalarının etkisini azaltmak için en uygun yöntemlerden birisidir. Denklemin katsayıları aşağıdaki çizelgeye yerleştirilir ve çözüm işlemi aşağıdaki şekilde yapılır.

**Çizelge 3.1.**Cholesky indirgeme yöntemi ile denklem çözümü.

$x_1$	$x_2$	$x_3$	...	$x_u$	$-b$	$s = \Sigma$
$a_{11}$ $\sqrt{a_{11}}$	$a_{12}$ $\frac{a_{12}}{\sqrt{a_{11}}}$	$a_{13}$ $\frac{a_{13}}{\sqrt{a_{11}}}$	...	$a_{1u}$ $\frac{a_{1u}}{\sqrt{a_{11}}}$	$-b_1$ $-\frac{b_1}{\sqrt{a_{11}}}$	$-s_1$ $\frac{s_1}{\sqrt{a_{11}}}$
	$a_{22}$ $a_{22}^{[1]}$ $\sqrt{a_{22}^{[1]}}$	$a_{23}$ $a_{23}^{[1]}$ $\frac{a_{23}^{[1]}}{\sqrt{a_{22}^{[1]}}}$	...	$a_{2u}$ $a_{2u}^{[1]}$ $\frac{a_{2u}^{[1]}}{\sqrt{a_{22}^{[1]}}}$	$b_2$ $b_2^{[1]}$ $\frac{b_2^{[1]}}{\sqrt{a_{22}^{[1]}}}$	$s_2$ $s_2^{[1]}$ $\frac{s_2^{[1]}}{\sqrt{a_{22}^{[1]}}}$
		$a_{33}$ $a_{33}^{[2]}$ $\sqrt{a_{33}^{[2]}}$	...	$a_{3u}$ $a_{3u}^{[2]}$ $\frac{a_{3u}^{[2]}}{\sqrt{a_{33}^{[2]}}}$	$b_3$ $b_3^{[2]}$ $\frac{b_3^{[2]}}{\sqrt{a_{33}^{[2]}}}$	$s_3$ $s_3^{[2]}$ $\frac{s_3^{[2]}}{\sqrt{a_{33}^{[2]}}}$
			...	...	...	...
				$a_{uu}$ $a_{uu}^{[u-1]}$ $\sqrt{a_{uu}^{[u-1]}}$	$b_u$ $b_u^{[u-1]}$ $\frac{b_u^{[u-1]}}{\sqrt{a_{uu}^{[u-1]}}}$	$s_u$ $s_u^{[u-1]}$ $\frac{s_u^{[u-1]}}{\sqrt{a_{uu}^{[u-1]}}}$

Çizelgedeki ögelerin açık ifadesi:

[1] indirgeme işlemi:

$$a_{22}^{[1]} = a_{22} - \left( \frac{a_{12}}{\sqrt{a_{11}}} \right)^2, a_{23}^{[1]} = a_{23} - \frac{a_{12}}{\sqrt{a_{11}}} \frac{a_{13}}{\sqrt{a_{11}}}, \dots, a_{2u}^{[1]} = a_{2u} - \frac{a_{12}}{\sqrt{a_{11}}} \frac{a_{1u}}{\sqrt{a_{11}}}$$

$$b_2^{[1]} = b_2 - \frac{a_{12}}{\sqrt{a_{11}}} \frac{b_1}{\sqrt{a_{11}}}, s_2^{[1]} = s_2 - \frac{a_{12}}{\sqrt{a_{11}}} \frac{s_1}{\sqrt{a_{11}}} \quad (3.45)$$

[2] indirgeme işlemi:

$$a_{33}^{[2]} = a_{33} - \left( \frac{a_{13}}{\sqrt{a_{11}}} \right)^2 - \left( \frac{a_{23}^{[1]}}{\sqrt{a_{22}^{[1]}}} \right)^2, \dots, \quad (3.46)$$

$$a_{3u}^{[2]} = a_{3u} - \frac{a_{13}}{\sqrt{a_{11}}} \frac{a_{1u}}{\sqrt{a_{11}}} - \frac{a_{23}^{[1]}}{\sqrt{a_{22}^{[1]}}} \frac{a_{2u}^{[1]}}{\sqrt{a_{22}^{[1]}}}$$

$$b_3^{[2]} = b_3 - \frac{a_{13}}{\sqrt{a_{11}}} \frac{b_1}{\sqrt{a_{11}}} - \frac{a_{23}^{[1]}}{\sqrt{a_{22}^{[1]}}} \frac{b_2^{[1]}}{\sqrt{a_{22}^{[1]}}}, s_3^{[2]} = s_3 - \frac{a_{13}}{\sqrt{a_{11}}} \frac{s_1}{\sqrt{a_{11}}} - \frac{a_{23}^{[1]}}{\sqrt{a_{22}^{[1]}}} \frac{s_2^{[1]}}{\sqrt{a_{22}^{[1]}}}$$

⋮

[u-1] indirgeme işlemi:

$$a_{uu}^{[u-1]} = a_{uu} - \left( \frac{a_{1u}}{\sqrt{a_{11}}} \right)^2 - \left( \frac{a_{2u}^{[1]}}{\sqrt{a_{22}^{[1]}}} \right)^2 - \dots - \left( \frac{a_{u-1}^{[u-2]}}{\sqrt{a_{u-1}^{[u-2]}}} \frac{a_{uu}^{[u-2]}}{a_{u-1}^{[u-2]}} \right) \quad (3.47)$$

$$b_u^{[u-1]} = b_u - \frac{a_{1u}}{\sqrt{a_{11}}} \left( -\frac{b_1}{\sqrt{a_{11}}} \right) - \frac{a_{2u}^{[1]}}{\sqrt{a_{22}^{[1]}}} \frac{b_2^{[1]}}{\sqrt{a_{22}^{[1]}}} - \dots - \frac{a_{u-1}^{[u-2]}}{\sqrt{a_{u-1}^{[u-2]}}} \frac{a_{uu}^{[u-2]}}{\sqrt{a_{u-1}^{[u-2]}}} \frac{b_{u-1}^{[u-2]}}{\sqrt{a_{u-1}^{[u-2]}}} \frac{b_u^{[u-2]}}{\sqrt{a_{u-1}^{[u-2]}}}$$

$$s_u^{[u-1]} = s_u - \frac{a_{1u}}{\sqrt{a_{11}}} \frac{s_1}{\sqrt{a_{11}}} - \frac{a_{2u.1}}{\sqrt{a_{22.1}}} \frac{s_{2.1}}{\sqrt{a_{22.1}}} - \dots - \frac{a_{u-1}^{[u-2]}}{\sqrt{a_{u-1}^{[u-2]}}} \frac{a_{uu}^{[u-2]}}{\sqrt{a_{u-1}^{[u-2]}}} \frac{s_{u-1}^{[u-2]}}{\sqrt{a_{u-1}^{[u-2]}}} \frac{s_u^{[u-2]}}{\sqrt{a_{u-1}^{[u-2]}}}$$

bağıntısı ile gösterilir. Bilinmeyenlerin bulunması işlemi çizelgenin alt kısmından üst kısmı doğrultusunda işlem tersi adımı ile bulunur.

Bilinmeyenler böylece:

$$x_u = -\frac{b_u^{[u-1]}}{\sqrt{a_{uu}^{[u-1]}}} \quad (3.48)$$

⋮

$$x_2 = \frac{1}{\sqrt{a_{22}^{[1]}}} \left( -\frac{a_{23}^{[1]}}{\sqrt{a_{22}^{[1]}}} x_3 - \dots - \frac{a_{2u}^{[1]}}{\sqrt{a_{22}^{[1]}}} x_u - \frac{b_2^{[1]}}{\sqrt{a_{22}^{[1]}}} \right) \quad (3.49)$$

$$x_1 = \frac{1}{\sqrt{a_{11}}} \left( -\frac{a_{12}}{\sqrt{a_{11}}} x_2 - \frac{a_{13}}{\sqrt{a_{11}}} x_3 - \dots - \frac{a_{1u}}{\sqrt{a_{11}}} x_u + \frac{b_1}{\sqrt{a_{11}}} \right) \quad (3.50)$$

bağıntıları ile hesaplanabilir.

### 3.6.3 Normlandırma

Kötü şartlı matrisin öğeleri  $\pm 1$  aralığına normlandırma yapılırsa matrisin kötü şartlı olması engellenebilir ve böylece kötü konulmuş problemi ortadan kaldırılır. Normlandırma işlemi, aşağıdaki bağıntı ile gerçekleştirilebilir.

$$x_n = \frac{2x - x_{en \text{ büyük}} - x_{en \text{ küçük}}}{x_{en \text{ büyük}} - x_{en \text{ küçük}}} \quad (3.51)$$

Burada  $x_n$  normlandırılmış  $x$  değerini,  $x_{en \text{ büyük}}$  en büyük ve  $x_{en \text{ küçük}}$  en küçük  $x$ 'i ifade etmektedir.

### 3.7 MEVCUT ÇALIŞMALAR

Bu bölümde, algılayıcı yöneltmesinde hangi durumlarda kötü şartlı matris ve buna bağlı olarak kötü konulmuş problemin oluştuğu ve ne tür çözümler önerildiği tarihsel sırada sunulmaktadır.

- Zhang ve Wang (1989) ve Gui ve Li (2002) tarafından dengeleme işlemlerinde “ridge” ve “stein” kestirimleri kullanılmıştır.
- Tao ve Hu (2001), IKONOS görüntülerini RFM yöntemi ile değerlendirmişler ve özellikle YKN dağılımının uygun olmaması durumunda 2° ve 3° RFM'nin kötü şartlı matris sorununa neden olduğunu belirtmişlerdir. Bunun çözümünü ise Tikhonov

düzenleştirmesinde deneysel olarak belirledikleri bir katsayıyı kullanarak gerçekleştirmişlerdir.

- Guo vd. (2002), DYÖ'ler arası çoklu doğrusal bağımlılığın dengeleme hesabında katsayı (Jakobiyen) matrisini tekil ve kötü şartlı yaptığından bahsetmekte; SPOT görüntüleri için eşdoğrusallık eşitlikleri kullanılarak genelleştirilmiş “ridge” kestirimi için tekil değer ayrışımı kullanılarak çeşitli katsayı hesaplama yöntemleri önermektedir.
- Tonolo ve Poli (2003), EROS A1 görüntülerinin hem algılayıcıya bağımlı hem de RFM yöntemleri ile yöneltmesini gerçekleştirmiş ve deneysel olarak hesapladıkları bir katsayı ile Tikhonov düzenleştirmesi gerçekleştirmişlerdir.
- Guo vd. (2002)'ya benzer şekilde Tao vd. (2004), doğrusal dizin sistemlere uyarlanmış eşdoğrusallık bağıntıları kullanılarak SPOT 1 ve 5 görüntülerinin yöneltmesinde, “ridge” ve “stein” yöntemlerini birleştirmişlerdir. Bu yaklaşım, Michalis (2005) tarafından SPOT 5 ve ASTER görüntülerinin yöneltmesinde kullanılmıştır.
- Bettemir ve Karşlıoğlu (2008), uydu kamerasının büyük odak uzaklığı ve oldukça küçük optik alıcısından kaynaklı olarak uzay geriden kestirme denklemlerinin kötü durumda (şartlı) hale geldiğini belirtmektedir. Uygulamada BİLSAT 1 görüntüleri için Tikhonov, sanal gözlem ekleme ve tekil değer ayrışımı yöntemlerini denemişler, fonksiyonel modelin ögelerinin ve YKN dağılımının kötü konulmuş problemi oluşturup oluşturmadığını araştırmışlardır.
- Zhang vd. (2012), RFM yöntemini kötü konulmuş bir model olarak tanımlamakta; SPOT 5 görüntülerinin RFM ile yöneltmesinde saçılım matrisi ve indirgeme yöntemlerini kullanarak bazı dönüşüm katsayılarını elemektedirler.
- Long ve Jiao (2012), P2AS, ALOS PRISM 1B2, SPOT 5 HRG 1A ve Landsat 5 L2 görüntülerinin RFM ile yöneltmesinde “nested regresyon” yöntemini kullanmışlardır. Yine aynı yöntem, Tengfei vd. (2014) tarafından QuickBird, SPOT 5, Landsat 5 ve ALOS görüntülerinin algılayıcıdan bağımsız RFM ile yöneltmesinde kullanılmıştır.
- Tengfei vd. (2014) tarafından, “nested regresyon” yöntemi ile QuickBird, SPOT 5, Landsat 5 ve ALOS görüntüleri için en uygun RPC seçimi konusunda bir çalışma yürütülmüştür.
- Long vd. (2015), HJ-1 seviye 2, Landsat 5 L2, ALOS AVNIR2 1B2 ve IKONOS görüntülerinin RFM ile yöneltmesinde katsayılar arasındaki kuvvetli doğrusal

bağımlılığa dayandırdıkları kötü konulmuş problemi, OLS (Ordinary Least Squares), RE (Ridge Estimation) L1LS ( $\ell_1$ -Norm-Regularized Least Squares), BSIC (Bias Compensation in Image Space), NRBOS (Directly Correcting the Simplified RFM Based On NRBOS), PCI (Rigorous Sensor Model of PCI Geomatics 2013), TD-L1LS (terrain-dependent approach based on  $\ell_1$ -norm regularized least squares) ve TID-L1LS (directly correcting terrain-independent RPCs based on  $\ell_1$ -norm-regularized least squares) yöntemleri ile gidererek sonuçları karşılaştırmışlardır.

- Zhou vd. (2018), YKN'lerin uygun dağılımda olmaması veya RPC'lerin gereğinden fazla sayıda olmasının katsayı (Jakobiyen) matrisi tekilleştirdiğini belirterek WILD-RC30 görüntüleri için RFM yöntemini kullanmışlar; L eğrisi yöntemiyle hesapladıkları katsayılar ile Tikhonov düzenliliği gerçekleştirmişlerdir.
- Moghaddam vd. (2018), özellikle algılayıcıdan bağımsız RFM'nin kötü konulmuş bir problem olduğunu ve gereğinden fazla RPC içerdiğini belirterek, Cartosat-1, GeoEye-1, Pléiades, SPOT 3 ve WorldView 3 görüntüleri USS-RFM (Uncorrelated and Statistically Significant RFM) ve PSO (Partial Swarm Optimization) yaklaşımları ile anlamlı RPC'lerin seçilmesi üzerine bir çalışma yürütmüşlerdir.

Bu çalışmalarda genellikle RFM yönteminin kullanıldığı, algılayıcıya bağımlı yöntem olarak ise sadece eşdoğrusallık bağıntılarının doğrusal dizin sistemlere uyarlanmış halinin kullanıldığı görülmektedir. Dolayısıyla algılayıcı bağımlı ve algılayıcı bağımsız yöneltme yöntemleri tam olarak ele alınmadığı gibi, hangi DYÖ setlerinin bu soruna neden olduğu da irdelenmemiştir. Bu açıdan bakıldığında, bu tez çalışmasının önemli bir bilimsel katkı yapacağı düşünülmektedir.





## BÖLÜM 4

### UYGULAMA

Bu tezin uygulamasında, SPOT 5 ve 6 uydularına ait pankromatik görüntüleri kullanılmıştır. Her iki uydu CNES (Centre National d'Études Spatiales, Fransa) liderliğinde özel kuruluşlar tarafından işletilmektedir. Görüntüler Zonguldak şehir merkezini kapsamaktadır. SPOT 5 görüntüleri ile gerçekleştirilen uygulamada algılayıcıya bağımlı yöneltme yöntemleri kullanılırken, SPOT 6 görüntüsü için algılayıcıdan bağımsız RFM yöntemi kullanılmıştır. Bu bölümde öncelikle Zonguldak test alanı hakkında bilgi verilecek, sonra her bir uydu için uygulama sonuçları ayrı ayrı sunulacaktır.

#### 4.1 ZONGULDAK TEST ALANI

Dünya çapında, uydu görüntülerinin farklı özelliklerinin belirlenmesi için test alanları bulunmaktadır. Bu test alanlarından birisi de Zonguldak test alanıdır (Bayık vd., 2016). 2000'li yıllardan günümüze dek bu test alanına ait farklı optik ve mikrodalga algılayıcılarla elde edilmiş görüntüler ile özellikle konumsal bilgi üretimi konusunda çeşitli araştırmalar yürütülmüştür. Bu test alanının temel özelliği engebeli bir topoğrafyaya sahip olmasıdır (Şekil 4.1). Zonguldak şehir merkezi bu engebeli topoğrafya üzerinde kurulmuştur. Konumsal bilgi üretimi çalışmalarında, engebeli bir topoğrafyaya ait görüntülerden yüksek başarımla elde edilmeye çalışılmakta; böylece o algılayıcının geometrik kalitesi ortaya konulabilmektedir. Örneğin engebeli bir alanda 2/3B konum doğruluğu, görüntü eşleme ve sayısal harita üretim başarımları düz alanlara göre daha düşük düzeydedir. Dolayısıyla Zonguldak test alanı bu engebeli yapısı ile bu tür araştırmalara olanak sağlamaktadır. Ayrıca farklı arazi örtüleri (tarım arazileri, doğal yaprak döken orman, hidrografik yapılar) ve arazi kullanımları (yoğun kentleşme, sanayi bölgeleri, fabrikalar, açık maden işletmeleri gibi) içermektedir. Bu test alanının diğer bir önemli özelliği ise yer altı taşkömürü ocaklarına sahip olmasından kaynaklanan tasman hareketlerine sahip olmasıdır. Bu durum özellikle şehir merkezindeki alt/üst yapıya zarar verdiğinden InSAR (Interferometric Synthetic Aperture Radar) tekniği ile

tasman izleme çalışmaları da yürütülmektedir (Abdikan vd. 2014). Aşağıda, her bir uyduya ait uygulama sonuçları ayrı başlıklar altında sunulmaktadır.



**şekil 4.1** Zonguldak il merkezinden panoramik bir görünüm (stte, görüntü telif hakkı Hüseyin Topan'a aittir) ve Zonguldak şehir merkezi ve hinterlandının HGK-CAS 2.5B görünümü (altta, görüntü telif hakkı Harita Genel Mdrlg'ne aittir).

#### **4.2 SPOT 5 UYDUSU İLE UYGULAMA**

SPOT 5, 1986 yılından günümüze dek kullanımda olan SPOT uydu dizisinin beşinci uydusudur ve 4 Mayıs 2002 ve 31 Mart 2015 tarihleri arasında kullanımda kalmıştır. zerinde HRG (High Resolution Geometric), HRS (High Resolution Stereoscopic) ve Vegetation algılayıcıları bulunmaktadır. Bu tezde HRG seviye 1A (sadece radyometrik düzeltme yapılmış) bindirmeli (stereo) pankromatik görüntüleri kullanılmıştır. SPOT 5 uydusuna ait görüntüler, yardımcı verilerden oluşan bir meta dosyası ile birlikte kullanıcıya sunulmaktadır (Yan ve Zhang 2005). Böylece, bu görüntüler için özel olarak geliştirilmiş yöneltme yönteminin ihtiyaç duyduğu ögeler elde edilebilmektedir.

#### 4.2.1 Mevcut Çalışma

Topan (2009), farklı İYÖ/DYÖ'nin konum doğruluğu üzerindeki etkisini farklı YKN/BDN dağılımları oluşturarak incelemiştir. Bunun için, 101Y090 numaralı TÜBİTAK projesi ile elde edilmiş olan bir çift bindirmeli SPOT 5 HRG 1A pankromatik görüntüsü kullanılmıştır (Şekil 4.2).

HRG doğrusal dizin görüntüleme yaptığından her bir satıra ait DYÖ birbirinden farklıdır ve (2.34) bağıntısı yardımıyla görüntü satırının (veya satırın görüntülediği zamanın) bir işlevi şeklinde polinom katsayıları olarak yazılırlar. Bu şekilde oluşturulan DYÖ Çizelge 4.1'deki gösterilmektedir.

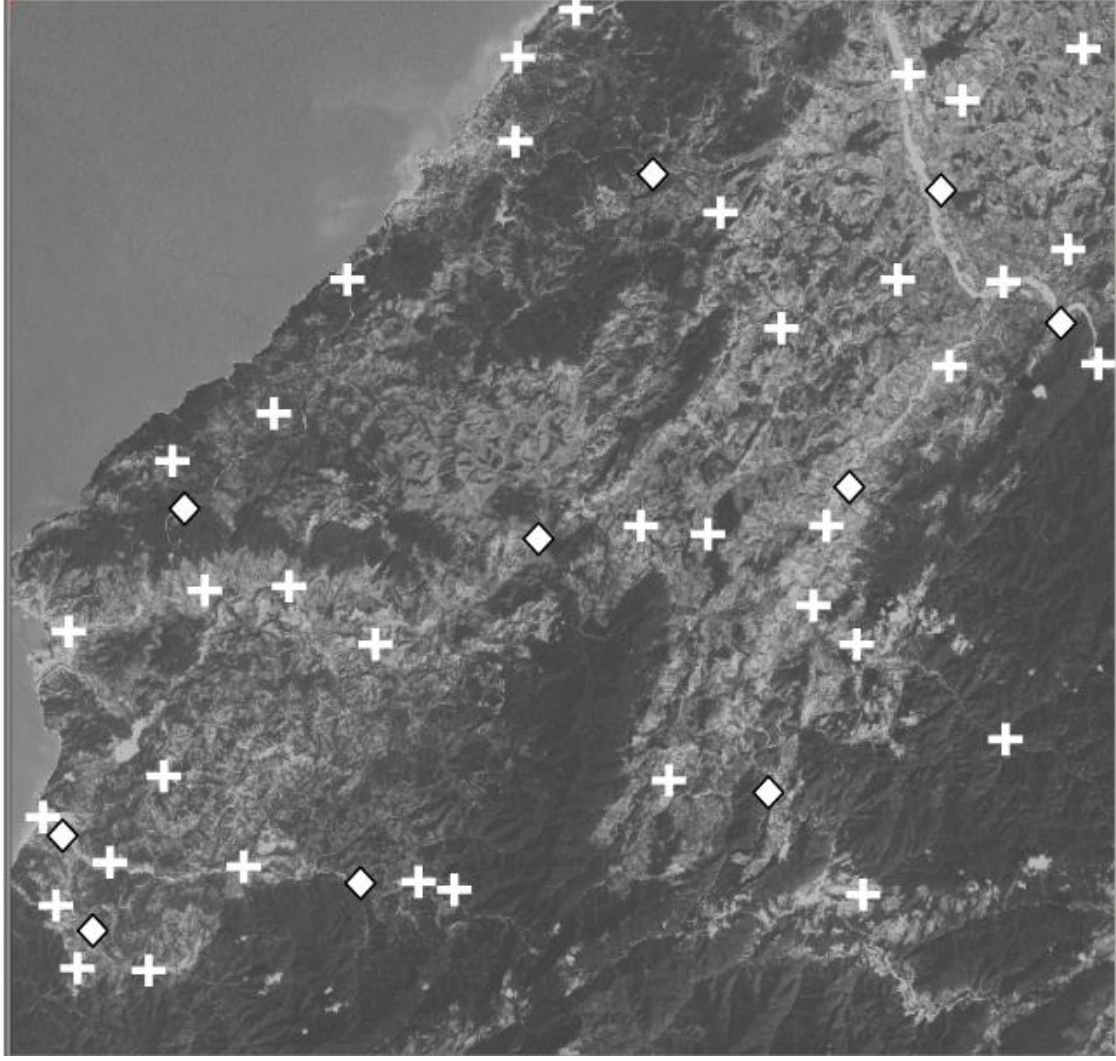
**Çizelge 4.1** DYÖ'nin polinom olarak modellenmesi (Topan, 2009).

Uydunun konum vektörü ( $\vec{P}_U$ ) bileşenleri	$X_U = X_0 + \dot{X}x + \ddot{X}x^2$ $Y_U = Y_0 + \dot{Y}x + \ddot{Y}x^2$ $Z_U = Z_0 + \dot{Z}x + \ddot{Z}x^2$
Uydunun dönme açıları	$a_r = a_{r0} + \dot{a}_r x + \ddot{a}_r x^2$ $a_p = a_{p0} + \dot{a}_p x + \ddot{a}_p x^2$ $a_y = a_{y0} + \dot{a}_y x + \ddot{a}_y x^2$
Uydunun hız vektörü bileşenleri	$V_X = V_{X0} + \dot{V}_X x + \ddot{V}_X x^2$ $V_Y = V_{Y0} + \dot{V}_Y x + \ddot{V}_Y x^2$ $V_Z = V_{Z0} + \dot{V}_Z x + \ddot{V}_Z x^2$

Bu DYÖ'ne getirilecek düzeltmeler dengeleme hesabında bilinmeyen ( $dP$ ) olarak kabul edilerek toplam 47 YKN/BDN'den oluşan 8 farklı dağılım seti (5 adet uygun (homojen, H) ve 3 adet uygun olmayan (gruplanmış, G) oluşturulmuştur.

Bu tezde, Topan (2009) tarafından oluşturulan 19 sete ek olarak 20. set de eklenmiş ve araştırma genişletilmiştir. Bunlardan 5., 13., 15., 17. ve 19. set dışındaki setlerle uygun YKN/BDN dağılımında  $m_0 \leq \pm 1 \text{ piksel}$  doğruluk elde edilirken, bu setlerle elde edilen sonuç doğruluğunun oldukça kaba olduğu ortaya konmuştur.

Bu tezde, YKN sayısının azlığından kaynaklanan sorunlardan kaçınılmak için en fazla YKN'ye sahip olan H-10 (37 YKN, 10 BDN) nokta seti özelinde araştırma yapılmıştır.



**Şekil 4.2** SPOT 5 görüntüsünde H-10 için YKN (+) ve BDN (◇) dağılımı.

Çalışmada, GeoEtrim (2018) yazılımının MATLAB ortamında derlenmiş olan GeoSpot altyazılımı kullanılmıştır. Bu yazılım sol ve sağ görüntüler için verilen metadata dosyaları içindeki İYÖ/DYÖ'ni kullanarak YKN'ları yardımıyla  $\pm 5$  m ( $\pm 1$  piksel) konum doğruluğu sağlamaktadır.

GeoSpot ayrıca, farklı YKN/BDN seçimine ve farklı DYÖ kullanımına olanak tanır ve bu seçim olanaklarına göre konum doğruluğu araştırması sunmaktadır (Topan ve Maktav 2014). Çizelge 4.2'de kullanılan DYÖ setleri sunulmaktadır.

Öncelikle 5., 13., 15., 17., 19. ve 20. setlerle karşılaşılan kötü şartlı matris ve bunun neden olduğu kötü konulmuş problemin varlığı ortaya konulmuş, daha sonra kötü konulmuş problemin çözüm yöntemlerinin sonuçları sunulmaktadır.

**Çizelge 4.2** Uygulamada kullanılan DYÖ setleri.

No	Set no	Ögeler	<i>u</i>
1	P <sub>U</sub>	$X_0, \dot{X}, \ddot{X}, Y_0, \dot{Y}, \ddot{Y}, Z_0, \dot{Z}, \ddot{Z}$	9
2	P <sub>U0</sub>	$X_0, Y_0, Z_0$	3
3	P <sub>U1</sub>	$\dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z}$	3
4	P <sub>U2</sub>	$\ddot{X}, \ddot{Y}, \ddot{Z}$	3
5	V	$V_{X0}, \dot{V}_X, \ddot{V}_X, V_{Y0}, \dot{V}_Y, \ddot{V}_Y, V_{Z0}, \dot{V}_Z, \ddot{V}_Z$	9
6	V <sub>0</sub>	$V_{X0}, V_{Y0}, V_{Z0}$	3
7	V <sub>1</sub>	$\dot{V}_X, \dot{V}_Y, \dot{V}_Z$	3
8	V <sub>2</sub>	$\ddot{V}_X, \ddot{V}_Y, \ddot{V}_Z$	3
9	A	$a_{r0}, \dot{a}_r, \ddot{a}_r, a_{p0}, \dot{a}_p, \ddot{a}_p, a_{y0}, \dot{a}_y, \ddot{a}_y$	9
10	A <sub>0</sub>	$a_{r0}, a_{p0}, a_{y0}$	3
11	A <sub>1</sub>	$\dot{a}_r, \dot{a}_p, \dot{a}_y$	3
12	A <sub>2</sub>	$\ddot{a}_r, \ddot{a}_p, \ddot{a}_y$	3
13	(P <sub>U</sub> V)	$X_0, \dot{X}, \ddot{X}, Y_0, \dot{Y}, \ddot{Y}, Z_0, \dot{Z}, \ddot{Z}, V_{X0}, \dot{V}_X, \ddot{V}_X, V_{Y0}, \dot{V}_Y, \ddot{V}_Y, V_{Z0}, \dot{V}_Z, \ddot{V}_Z$	18
14	(P <sub>U</sub> V) <sub>0</sub>	$X_0, Y_0, Z_0, V_{X0}, V_{Y0}, V_{Z0}$	6
15	(P <sub>U</sub> A)	$X_0, \dot{X}, \ddot{X}, Y_0, \dot{Y}, \ddot{Y}, Z_0, \dot{Z}, \ddot{Z}, a_{r0}, \dot{a}_r, \ddot{a}_r, a_{p0}, \dot{a}_p, \ddot{a}_p, a_{y0}, \dot{a}_y, \ddot{a}_y$	18
16	(P <sub>U</sub> A) <sub>0</sub>	$X_0, Y_0, Z_0, a_{r0}, a_{p0}, a_{y0}$	6
17	(VA)	$V_{X0}, \dot{V}_X, \ddot{V}_X, V_{Y0}, \dot{V}_Y, \ddot{V}_Y, V_{Z0}, \dot{V}_Z, \ddot{V}_Z, a_{r0}, \dot{a}_r, \ddot{a}_r, a_{p0}, \dot{a}_p, \ddot{a}_p, a_{y0}, \dot{a}_y, \ddot{a}_y$	18
18	(VA) <sub>0</sub>	$V_{X0}, V_{Y0}, V_{Z0}, a_{r0}, a_{p0}, a_{y0}$	6
19	(P <sub>U</sub> VA) <sub>0</sub>	$X_0, Y_0, Z_0, V_{X0}, V_{Y0}, V_{Z0}, a_{r0}, a_{p0}, a_{y0}$	9
20	(P <sub>U</sub> VA)	$X_0, \dot{X}, \ddot{X}, Y_0, \dot{Y}, \ddot{Y}, Z_0, \dot{Z}, \ddot{Z}, V_{X0}, \dot{V}_X, \ddot{V}_X, V_{Y0}, \dot{V}_Y, \ddot{V}_Y, V_{Z0}, \dot{V}_Z, \ddot{V}_Z, a_{r0}, \dot{a}_r, \ddot{a}_r, a_{p0}, \dot{a}_p, \ddot{a}_p, a_{y0}, \dot{a}_y, \ddot{a}_y$	27

SPOT 5 ile gerçekleştirilen uygulamada ölçü sayısı (*n*) ve bilinmeyen sayısı (*u*) aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$\text{Ön dengelemede ölçü sayısı} = \text{her YKN için iki görüntü koordinatı } (x, y) \quad (4.1)$$

$$n = 2 \times 37 = 74$$

$$\begin{aligned} \text{Demet dengelemede ölçü sayısı} \\ = \text{görüntü sayısı} \\ \times \text{her YKN ve BDN için iki görüntü koordinatı } (x, y) \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$n = 2 \times 2 \times (37 + 10) = 188$$

$$\begin{aligned} \text{Ön dengelemede bilinmeyen sayısı} \\ = \text{her bir görüntü için Çizelge 4.2'deki DYÖ sayısı} \end{aligned} \quad (4.3)$$

Demet dengelemede bilinmeyen sayısı

$$= \text{görüntü sayısı} \times \text{Çizelge 4.2'deki DYÖ sayısı} \quad (4.4)$$
$$+ \text{her bir BDN için } 3B \text{ koordinat bileşeni}$$

#### 4.2.2 Kötü Şartlı Matrisin Varlığının Tespiti

Yönelme işlemi sonunda kaba konum doğruluğu elde edilmesi, kötü şartlı matrise ve bundan kaynaklı olarak kötü konulmuş problemin varlığına bağlı olabilir. Dengeleme işlemi ön dengeleme (sol ve sağ görüntü için ayrı ayrı) ve demet dengeleme şeklinde iki aşamalı olarak gerçekleştirildiğinden, EKK'nın kullanılabilirlik şartlarının sağlanıp sağlanmadığı her iki dengeleme adımı için ayrı ayrı incelenmiştir. Topan (2009) tarafından ön dengeleme (2.68) bağıntısı kullanılarak iki adımlı olarak gerçekleştirilmektedir. Birinci adımda  $\underline{dP} = \underline{0} \rightarrow \underline{A} \cdot \underline{dP} = \underline{0}$  kabul edilerek  $\underline{v}$  ölçü düzeltmeleri hesaplanmaktadır. Dolayısıyla  $\underline{v}$  ölçü düzeltmelerinin hesabında DYÖ'lerinin etkisi bulunmamaktadır ve birinci ön dengeleme adımında EKK yöntemi kullanılabilir. Ancak ikinci aşamada düzeltilmiş ölçüler ( $\bar{L}$ ) yardımıyla  $\underline{v} = \underline{0} \rightarrow \underline{B} \cdot \underline{v} = \underline{0}$  kabulü yapılarak DYÖ'ler hesaplanmakta ve burada bazı DYÖ setleri ile kötü şartlı matris ve dolayısıyla kötü konulmuş problem ile karşılaşmaktadır. Bu nedenle EKK yönteminin ikinci ön dengeleme adımında tespitinde (2.62) bağıntısındaki benzer olarak:

$$\underline{\Delta} = \underline{A} \underline{dP} + \underline{w} = 0 \quad (4.5)$$

şeklinde bir düzenleme yapılmıştır. Böylece 3.5 EKK yöntemi konusunda anlatılan  $\underline{v}$  ölçü düzeltmeleri için yapılan irdeleme de  $\underline{\Delta}$  kullanılmış, demet dengelemede ise  $\underline{v}$  ölçü düzeltmeleri ve dengeleme bilinmeyeni  $\underline{dP}$  birlikte hesaplandığından, EKK yönteminin kullanılabilirliği  $\underline{v}$  ölçü düzeltmeleri ile incelenmiştir. (Çizelge 4.3-9).

**Çizelge 4.3** DYÖ seti 1. ( $P_U$ ) için EKK yönteminin kullanılabilirliğinin irdelenmesi.

Şartlar	Ön Dengeleme		Demet Dengeleme
	Sol Görüntü	Sağ Görüntü	
$n > u$	74>9	74>9	188>48
1.şart	$[\Delta] \stackrel{?}{=} 0$		$[v] \stackrel{?}{=} 0$
	$-1.6 \cdot 10^{-20}$	$-1.7 \cdot 10^{-20}$	$-1.8 \cdot 10^{-09}$
2.şart	$[\Delta\Delta] \stackrel{?}{=} \text{en küçük}$		$[vv] \stackrel{?}{=} \text{en küçük}$
	$4.9 \cdot 10^{-33}$	$1.4 \cdot 10^{-32}$	$3.2 \cdot 10^{-11}$
3.şart (mutlak değer) (maks - min)	$5.9 \cdot 10^{-24} - 1.4 \cdot 10^{-15}$	$3.7 \cdot 10^{-24} - 2.5 \cdot 10^{-15}$	$3.1 \cdot 10^{-10} - 4.6 \cdot 10^{-6}$



**Çizelge 4.4** DYÖ seti 5. (V) için EKK yönteminin kullanılabilirliğinin irdelenmesi.

Şartlar	Ön Dengeleme		Demet Dengeleme
	Sol Görüntü	Sağ Görüntü	
$n > u$	$74 > 9$	$74 > 9$	$188 > 48$
1.şart	$[\Delta] \stackrel{?}{=} 0$		$[v] \stackrel{?}{=} 0$
	$-6.4 \cdot 10^{-14}$	$-1.0 \cdot 10^{-11}$	$9.1 \cdot 10^{-5}$
2.şart	$[\Delta\Delta] \stackrel{?}{=} \text{en küçük}$		$[vv] \stackrel{?}{=} \text{en küçük}$
	$8.7 \cdot 10^{-27}$	$6.6 \cdot 10^{-22}$	$8.7 \cdot 10^{-10}$
3.şart (mutlak değer) (maks-min)	$6.9 \cdot 10^{-26} - 1.7 \cdot 10^{-19}$	$2.3 \cdot 10^{-24} - 7.2 \cdot 10^{-18}$	$4.5 \cdot 10^{-9} - 2.3 \cdot 10^{-5}$

**Çizelge 4.5** DYÖ seti 13. (P<sub>U</sub>V) için EKK yönteminin kullanılabilirliğinin irdelenmesi.

Şartlar	Ön Dengeleme		Demet Dengeleme
	Sol Görüntü	Sağ Görüntü	
$n > u$	$74 > 18$	$74 > 18$	$188 > 66$
1.şart	$[\Delta] \stackrel{?}{=} 0$		$[v] \stackrel{?}{=} 0$
	$-6.4 \cdot 10^{-12}$	$-9.5 \cdot 10^{-11}$	$2.4 \cdot 10^{-4}$
2.şart	$[\Delta\Delta] \stackrel{?}{=} \text{en küçük}$		$[vv] \stackrel{?}{=} \text{en küçük}$
	$3.0 \cdot 10^{-24}$	$6.1 \cdot 10^{-21}$	$4.3 \cdot 10^{-9}$
3.şart (mutlak değer) (maks-min)	$1.3 \cdot 10^{-22} - 1.2 \cdot 10^{-11}$	$3.3 \cdot 10^{-23} - 4.3 \cdot 10^{-09}$	$2.8 \cdot 10^{-9} - 5.2 \cdot 10^{-5}$

**Çizelge 4.6** DYÖ seti 15. (P<sub>U</sub>A) için EKK yönteminin kullanılabilirliğinin irdelenmesi.

Şartlar	Ön Dengeleme		Demet Dengeleme
	Sol Görüntü	Sağ Görüntü	
$n > u$	$74 > 18$	$74 > 18$	$188 > 66$
1.şart	$[\Delta] \stackrel{?}{=} 0$		$[v] \stackrel{?}{=} 0$
	$1.5 \cdot 10^{-15}$	$1.2 \cdot 10^{-15}$	$1.5 \cdot 10^{-11}$
2.şart	$[\Delta\Delta] \stackrel{?}{=} \text{en küçük}$		$[vv] \stackrel{?}{=} \text{en küçük}$
	$7.1 \cdot 10^{-32}$	$1.8 \cdot 10^{-30}$	$2.9 \cdot 10^{-11}$
3.şart (mutlak değer) (maks-min)	$3.0 \cdot 10^{-22} - 1.6 \cdot 10^{-08}$	$4.0 \cdot 10^{-22} - 6.5 \cdot 10^{-08}$	$3.9 \cdot 10^{-9} - 4.5 \cdot 10^{-6}$

**Çizelge 4.7** DYÖ seti 17. (VA) için EKK yönteminin kullanılabilirliğinin irdelenmesi.

Şartlar	Ön Dengeleme		Demet Dengeleme
	Sol Görüntü	Sağ Görüntü	
$n > u$	$74 > 18$	$74 > 18$	$188 > 66$
1.şart	$[\Delta] \stackrel{?}{=} 0$		$[v] \stackrel{?}{=} 0$
	$1.6 \cdot 10^{-10}$	$4.6 \cdot 10^{-10}$	$2.9 \cdot 10^{-3}$
2.şart	$[\Delta\Delta] \stackrel{?}{=} \text{en küçük}$		$[vv] \stackrel{?}{=} \text{en küçük}$
	$1.4 \cdot 10^{-21}$	$1 \cdot 10^{-19}$	$1.2 \cdot 10^{-6}$
3.şart (mutlak değer) (maks-min)	$3.0 \cdot 10^{-21} - 3.1 \cdot 10^{-03}$	$1 \cdot 10^{-19} - 6.7 \cdot 10^{-03}$	$1.1 \cdot 10^{-7} - 9.3 \cdot 10^{-4}$

**Çizelge 4.8** DYÖ seti 19. (P<sub>U</sub>VA)<sub>0</sub> için EKK yönteminin kullanılabilirliğinin irdelenmesi.

Şartlar	Ön Dengeleme		Demet Dengeleme
	Sol Görüntü	Sağ Görüntü	
$n > u$	$74 > 9$	$74 > 9$	$188 > 48$
1.şart	$[\Delta] \stackrel{?}{=} 0$		$[v] \stackrel{?}{=} 0$
	$-5.0 \cdot 10^{-13}$	$2.3 \cdot 10^{-13}$	$6.9 \cdot 10^{-5}$
2.şart	$[\Delta\Delta] \stackrel{?}{=} \text{en küçük}$		$[vv] \stackrel{?}{=} \text{en küçük}$
	$7.5 \cdot 10^{-27}$	$1.5 \cdot 10^{-27}$	$1.1 \cdot 10^{-10}$
3.şart (mutlak değer) (maks-min)	$3.5 \cdot 10^{-18} - 2.5 \cdot 10^{-14}$	$1.7 \cdot 10^{-18} - 1.0 \cdot 10^{-14}$	$8.7 \cdot 10^{-10} - 6.2 \cdot 10^{-6}$

**Çizelge 4.9** DYÖ seti 20. (P<sub>U</sub>VA) için EKK yönteminin kullanılabilirliğinin irdelenmesi.

Şartlar	Ön Dengeleme		Demet Dengeleme
	Sol Görüntü	Sağ Görüntü	
$n > u$	$74 > 27$	$74 > 27$	$188 > 84$
1. şart	$[\Delta] \stackrel{z}{=} 0$		$[v] \stackrel{z}{=} 0$
	$1.2 \cdot 10^{-10}$	$-1.6 \cdot 10^{-07}$	$3.1 \cdot 10^{-5}$
2. şart	$[\Delta\Delta] \stackrel{z}{=} \text{en küçük}$		$[vv] \stackrel{z}{=} \text{en küçük}$
	$1.3 \cdot 10^{-18}$	$1.0 \cdot 10^{-15}$	$9.4 \cdot 10^{-10}$
3. şart (mutlak değer) (maks-min)	$9.4 \cdot 10^{-17} - 3.5 \cdot 10^{-03}$	$1.1 \cdot 10^{-17} - 1.5 \cdot 10^{-01}$	$2.7 \cdot 10^{-10} - 3.4 \cdot 10^{-5}$

EKK yönteminin dengeleme işlemleri için uygun bir yöntem olup olmadığı araştırıldığında bu şartların 1. DYÖ seti haricindeki setlerde sağlanmadığı görülmektedir. Örneğin 1. DYÖ seti için 1. şart ön ve demet dengeleme için sırasıyla  $-1.6 \cdot 10^{-20}$ ,  $-1.7 \cdot 10^{-20}$  ve  $-1.8 \cdot 10^{-9}$  iken 5. DYÖ seti için  $-6.4 \cdot 10^{-14}$ ,  $-1.0 \cdot 10^{-11}$  ve  $9.1 \cdot 10^{-5}$  düzeyinde olduğu, dolayısıyla 1. set ile sağlanan şartın sifira daha yakın olduğu, diğer setlerde ise bu şartın sıfırdan uzaklaştığı görülmektedir. 2. şart için ise 1. DYÖ setinde ön ve demet dengeleme için sırasıyla  $4.9 \cdot 10^{-33}$ ,  $1.4 \cdot 10^{-32}$  ve  $3.2 \cdot 10^{-11}$  iken 13. set için  $3.0 \cdot 10^{-24}$ ,  $6.1 \cdot 10^{-21}$  ve  $4.3 \cdot 10^{-9}$  değerlerine ulaşılmıştır. Görülmektedir ki 2. şart 1. DYÖ setinde sifira yakınken, 13. set için sıfırdan uzaklaşmaktadır. Ancak 1. ve 2. şartın aksine 3. şartın sağlanmadığı görülmektedir. Dolayısıyla 1. set dışında diğer setlerde tüm şartlar birlikte sağlanmadığından EKK yönteminin kullanımı uygun değildir. Bu durum, kötü şartlı matristen kaynaklı kötü konulmuş problemin varlığına işaret etmektedir.

Kötü şartlı matristen kaynaklı sorunun belirlenmesi için ön dengeleme 2. adım işlemde öncelikle yüksek konum doğruluğunun sağlandığı herhangi bir DYÖ seti (örneğin 1. set) ve kaba konum doğruluğunun sağlandığı 5., 13., 15., 17., 19. ve 20. setler için ön ve demet dengeleme adımlarındaki  $\underline{A}^T \underline{A}$  matrisinin rank, determinant ve farklı şartlı değerleri incelenmiştir (Çizelge 4.10-16).

**Çizelge 4.10** DYÖ seti 1. (P<sub>U</sub>) için kötü şartlı matris varlığının irdelenmesi.

Ölçüt	Ön Dengeleme		Demet Dengeleme
	Sol Görüntü	Sağ Görüntü	
Matris boyutu ( $\underline{A}^T \underline{A}$ )	$9 \times 9$	$9 \times 9$	$48 \times 48$
$\text{rank}(\underline{A}^T \underline{A})$	8	8	12
$\det =  \underline{A}^T \underline{A} $	$4.8 \cdot 10^{-41}$	$3.9 \cdot 10^{-41}$	0
$\text{cond}(\underline{A}^T \underline{A}) = \ \underline{A}^T \underline{A}\  \ (\underline{A}^T \underline{A})^{-1}\ $	$8.6 \cdot 10^{17}$	$7.6 \cdot 10^{17}$	$1.8 \cdot 10^{33}$
$\text{cond}(\underline{A}^T \underline{A}) = \frac{\lambda_{\text{enbüyük}}}{\lambda_{\text{enküçük}}}$	$-2.1 \cdot 10^{17}$	$-2.9 \cdot 10^{16}$	$-5.0 \cdot 10^{15}$
$\text{cond}(\underline{A}^T \underline{A}) = \frac{ \det(\underline{A}^T \underline{A}) }{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_u}$	$2.1 \cdot 10^{-64}$	$7.8 \cdot 10^{-64}$	0



**Çizelge 4.11** DYÖ seti 5. (V) için kötü şartlı matris varlığının irdelenmesi.

Ölçüt	Ön Dengeleme		Demet Dengeleme
	Sol Görüntü	Sağ Görüntü	
Matris boyutu ( $\underline{A^T A}$ )	$9 \times 9$	$9 \times 9$	$48 \times 48$
$rank(\underline{A^T A})$	8	8	44
$det =  \underline{A^T A} $	$-2.2 \cdot 10^{-172}$	$-1.3 \cdot 10^{-195}$	0
$cond(\underline{A^T A}) = \ \underline{A^T A}\  \ (\underline{A^T A})^{-1}\ $	$2.7 \cdot 10^{28}$	$1.2 \cdot 10^{29}$	$1.1 \cdot 10^{34}$
$cond(\underline{A^T A}) = \frac{\lambda_{enbüyük}}{\lambda_{enküçük}}$	$-6.5 \cdot 10^{18}$	$-6.6 \cdot 10^{18}$	$-2.3 \cdot 10^{22}$
$cond(\underline{A^T A}) = \frac{ det(\underline{A^T A}) }{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_u}$	$-7.6 \cdot 10^{-70}$	$-7.7 \cdot 10^{-74}$	NAN

**Çizelge 4.12** DYÖ seti 13. (P<sub>UV</sub>) için kötü şartlı matris varlığının irdelenmesi.

Ölçüt	Ön Dengeleme		Demet Dengeleme
	Sol Görüntü	Sağ Görüntü	
Matris boyutu ( $\underline{A^T A}$ )	$18 \times 18$	$18 \times 18$	$66 \times 66$
$rank(\underline{A^T A})$	9	6	14
$det =  \underline{A^T A} $	$3.8 \cdot 10^{-191}$	$-5.2 \cdot 10^{-225}$	0
$cond(\underline{A^T A}) = \ \underline{A^T A}\  \ (\underline{A^T A})^{-1}\ $	$4.4 \cdot 10^{38}$	$6.2 \cdot 10^{40}$	$4.9 \cdot 10^{41}$
$cond(\underline{A^T A}) = \frac{\lambda_{enbüyük}}{\lambda_{enküçük}}$	$-1.5 \cdot 10^{16}$	$-8.7 \cdot 10^{15}$	$-5.2 \cdot 10^{15}$
$cond(\underline{A^T A}) = \frac{ det(\underline{A^T A}) }{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_u}$	$1.9 \cdot 10^{-228}$	$-2.8 \cdot 10^{-260}$	0

**Çizelge 4.13** DYÖ seti 15. (P<sub>UA</sub>) için kötü şartlı matris varlığının irdelenmesi.

Ölçüt	Ön Dengeleme		Demet Dengeleme
	Sol Görüntü	Sağ Görüntü	
Matris boyutu ( $\underline{A^T A}$ )	$18 \times 18$	$18 \times 18$	$66 \times 66$
$rank(\underline{A^T A})$	6	7	12
$det =  \underline{A^T A} $	$1.2 \cdot 10^{-15}$	$2.7 \cdot 10^{-16}$	0
$cond(\underline{A^T A}) = \ \underline{A^T A}\  \ (\underline{A^T A})^{-1}\ $	$7.0 \cdot 10^{33}$	$6.5 \cdot 10^{33}$	$9.3 \cdot 10^{48}$
$cond(\underline{A^T A}) = \frac{\lambda_{enbüyük}}{\lambda_{enküçük}}$	$-1.1 \cdot 10^{17}$	$1.3 \cdot 10^{33}$	$-6.1 \cdot 10^{15}$
$cond(\underline{A^T A}) = \frac{ det(\underline{A^T A}) }{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_u}$	$2.9 \cdot 10^{-272}$	$8.9 \cdot 10^{-273}$	0

**Çizelge 4.14** DYÖ seti 17. (VA) için kötü şartlı matris varlığının irdelenmesi.

Ölçüt	Ön Dengeleme		Demet Dengeleme
	Sol Görüntü	Sağ Görüntü	
Matris boyutu ( $\underline{A^T A}$ )	$18 \times 18$	$18 \times 18$	$66 \times 66$
$rank(\underline{A^T A})$	6	6	12
$det =  \underline{A^T A} $	$4.5 \cdot 10^{-77}$	$3.8 \cdot 10^{-54}$	$-5.5 \cdot 10^{-313}$
$cond(\underline{A^T A}) = \ \underline{A^T A}\  \ (\underline{A^T A})^{-1}\ $	$2.0 \cdot 10^{48}$	$1.1 \cdot 10^{45}$	$1.9 \cdot 10^{50}$
$cond(\underline{A^T A}) = \frac{\lambda_{enbüyük}}{\lambda_{enküçük}}$	$-1.8 \cdot 10^{16}$	$-1.6 \cdot 10^{16}$	$-1.2 \cdot 10^{16}$
$cond(\underline{A^T A}) = \frac{ det(\underline{A^T A}) }{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_u}$	0	$1.8 \cdot 10^{-309}$	0

**Çizelge 4.15** . DYÖ seti 19. (P<sub>U</sub>VA)<sub>0</sub> için kötü şartlı matris varlığının irdelenmesi.

Ölçüt	Ön Dengeleme		Demet Dengeleme
	Sol Görüntü	Sağ Görüntü	
Matris boyutu ( $\underline{A^T A}$ )	9 × 9	9 × 9	48 × 48
$rank(\underline{A^T A})$	3	3	16
$det =  \underline{A^T A} $	-4.0 10 <sup>-195</sup>	-3.7 10 <sup>-187</sup>	0
$cond(\underline{A^T A}) = \ \underline{A^T A}\  \ (\underline{A^T A})^{-1}\ $	1.9 10 <sup>52</sup>	1.1 10 <sup>52</sup>	2.0 10 <sup>53</sup>
$cond(\underline{A^T A}) = \frac{\lambda_{enbüyük}}{\lambda_{enküçük}}$	-1.9 10 <sup>35</sup>	-2.5 10 <sup>30</sup>	-2.2 10 <sup>15</sup>
$cond(\underline{A^T A}) = \frac{ det(\underline{A^T A}) }{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_u}$	-5.3 10 <sup>-193</sup>	-3.8 10 <sup>-177</sup>	NAN

**Çizelge 4.16** DYÖ seti 20. (P<sub>U</sub>VA) için kötü şartlı matris varlığının irdelenmesi.

Ölçüt	Ön Dengeleme		Demet Dengeleme
	Sol Görüntü	Sağ Görüntü	
Matris boyutu ( $\underline{A^T A}$ )	27 × 27	27 × 27	84 × 84
$rank(\underline{A^T A})$	11	8	19
$det =  \underline{A^T A} $	7.0 10 <sup>-115</sup>	2.5 10 <sup>-164</sup>	0
$cond(\underline{A^T A}) = \ \underline{A^T A}\  \ (\underline{A^T A})^{-1}\ $	1.4 10 <sup>43</sup>	1.2 10 <sup>43</sup>	4.3 10 <sup>44</sup>
$cond(\underline{A^T A}) = \frac{\lambda_{enbüyük}}{\lambda_{enküçük}}$	-6.3 10 <sup>15</sup>	-5.6 10 <sup>18</sup>	-2.5 10 <sup>18</sup>
$cond(\underline{A^T A}) = \frac{ det(\underline{A^T A}) }{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_u}$	0	0	0

Yukarıdaki çizelgelere görüldüğü üzere 1. set dahil tüm setler için rank bozukluğu söz konusudur. Oysa 1. set ile yapılan yöneltme işlemi ile  $m_0 \leq \pm 1$  piksel (5m) elde edilmektedir. Dolayısıyla rank bozukluğu tek başına yüksek konum doğruluğu elde etmeye engel değildir. Örneğin 1. setin ön dengelemesinde sol görüntüye ait katsayılar matrisi için (2.74) ve (2.75) bağıntılarından hesaplama yapıldığında en yüksek korelasyon değerleri  $r_{ax_0ay_0} = 0.9851$ ,  $r_{ax_0az_0} = 0.9887$ ,  $r_{ax_0ay} = 0.9832$ ,  $r_{ax_0az} = 0.9992$ ,  $r_{ax_0ay} = 0.9849$ ,  $r_{ax_0az} = 0.9990$ ,  $r_{ay_0az} = 0.9828$  ve  $r_{ay_0az} = 0.9847$  şeklinde hesaplanmıştır. Bu sete ait katsayı (Jakobiyen) matrisinin düzgün matris olması nedeniyle,  $m_0 \leq \pm 1$  piksel düzeyinde doğruluk elde edilmiştir.

Determinantın sıfır veya sıfıra yakınlığı ise matrisin kötü şartlı olmasına neden olabilir ve kötü konulmuş problemi ortaya çıkarabilir. Böyle bir sorunun var olması halinde, yöneltme işleminde doğruluk sağlanamamaktadır. Örneğin, bu durum demet dengelemede ortaya çıkmaktadır. Demet dengelemedeki katsayı (Jakobiyen) matrisi iki görüntüye ait DYÖ'lere ve BDN'lere göre oluşturulduğundan (2.71) bağıntısından da görülebileceği üzere matrisin bazı öğeleri sıfırdır. Bu durumda yüksek konum doğruluğunun elde edildiği durumlarda dahi

katsayı (Jakobiyen) matrisin determinanı sıfıra çok yakındır. Dolayısıyla ön dengelemedekin aksine demet dengeleme için determinant bir ölçüt olarak dikkate alınmayabilir.

Bu tezin uygulaması özelinde söylenebilir ki hesaplanan şart sayısı değerleri incelendiğinde (3.11) bağıntısı ile hesaplanan ölçütün matrisin kararlılığı hakkında daha güvenilir bir ölçüt olduğu sonucuna varılmıştır. Zira spektral şart hesabı özdeğerler yardımıyla gerçekleştirildiğinden ve 1. DYÖ seti için  $\lambda_{enküçük} \cong 0$  olduğundan  $cond(\underline{A}) > 10^3$  durumuyla karşılaşılmaktadır. Dolayısıyla yüksek konum doğruluğunun elde edilebildiği 1. DYÖ setinde dahi spektral şart sayısı ile yapılan incelemede matrisin kararsız olduğu sonucuna varıldığından, bu tezde ele alınan diğer DYÖ setleri için spektral şart sayısı uygun bir ölçüt değildir. Benzer şekilde, Hadamard şart sayısı determinant ile hesaplandığından ve genellikle sıfıra yakın olduğundan  $cond(\underline{A}) < 10^{-2}$  koşulu sağlanamamaktadır. Bu nedenle sadece matris normu yardımıyla hesaplanan şart sayısı güvenilir bir ölçüt olarak kabul edilmiştir. Bir denklem takımının bilinmeyenleri (bu tezde  $dP$ ) denklem takımının katsayılar matrisinin tersi alınarak veya indirgeme yöntemleri kullanılarak hesaplandığında, hangi yöntem kullanılırsa kullanılsın, eğer katsayılar matrisi iyi şartlı ise aynı değerlerin elde edilmesi gerekmektedir. Bu varsayımın geçerliliği, ön dengeleme işleminde sol görüntü için incelenerek sonuçlar Çizelge 4.17-23’de verilmiştir.

**Çizelge 4.17** DYÖ seti 1. ( $P_U$ ) için  $dP$  bilinmeyenlerinin ters alma ve indirgeme yöntemleriyle hesaplanması (Birim: metre).

$dP$	Ters alma					İndirgeme		
	Cramer	Pivottlama	Gauss	Pseudo	Cholesky	Gauss	Kısmi Gauss	Cholesky
$dX_0$	$-8.5 \cdot 10^{-11}$	$-8.5 \cdot 10^{-11}$	$-8.5 \cdot 10^{-11}$	$-1.6 \cdot 10^{-15}$	$-8.5 \cdot 10^{-11}$	$-8.5 \cdot 10^{-11}$	$-8.5 \cdot 10^{-11}$	$-8.5 \cdot 10^{-11}$
$d\ddot{X}$	$1.4 \cdot 10^{-14}$	$1.4 \cdot 10^{-14}$	$1.4 \cdot 10^{-14}$	$1.3 \cdot 10^{-14}$	$1.4 \cdot 10^{-14}$	$1.4 \cdot 10^{-14}$	$1.4 \cdot 10^{-14}$	$1.4 \cdot 10^{-14}$
$d\ddot{X}$	$-8.7 \cdot 10^{-19}$	$-8.7 \cdot 10^{-19}$	$-8.7 \cdot 10^{-19}$	$-5.0 \cdot 10^{-18}$	$-8.7 \cdot 10^{-19}$	$-8.7 \cdot 10^{-19}$	$-8.7 \cdot 10^{-19}$	$-8.7 \cdot 10^{-19}$
$dY_0$	$-1.7 \cdot 10^{-11}$	$-1.7 \cdot 10^{-11}$	$-1.7 \cdot 10^{-11}$	$-1.4 \cdot 10^{-13}$	$-1.7 \cdot 10^{-11}$	$-1.7 \cdot 10^{-11}$	$-1.7 \cdot 10^{-11}$	$-1.7 \cdot 10^{-11}$
$d\ddot{Y}$	$2.6 \cdot 10^{-15}$	$2.6 \cdot 10^{-15}$	$2.6 \cdot 10^{-15}$	$2.3 \cdot 10^{-15}$	$2.6 \cdot 10^{-15}$	$2.6 \cdot 10^{-15}$	$2.6 \cdot 10^{-15}$	$2.6 \cdot 10^{-15}$
$d\ddot{Y}$	$-4.4 \cdot 10^{-20}$	$-4.4 \cdot 10^{-20}$	$-4.4 \cdot 10^{-20}$	$-8.8 \cdot 10^{-19}$	$-4.4 \cdot 10^{-20}$	$-4.4 \cdot 10^{-20}$	$-4.4 \cdot 10^{-20}$	$-4.4 \cdot 10^{-20}$
$dZ_0$	$-8.4 \cdot 10^{-11}$	$-8.4 \cdot 10^{-11}$	$-8.4 \cdot 10^{-11}$	$3.0 \cdot 10^{-14}$	$-8.4 \cdot 10^{-11}$	$-8.4 \cdot 10^{-11}$	$-8.4 \cdot 10^{-11}$	$-8.4 \cdot 10^{-11}$
$d\ddot{Z}$	$1.4 \cdot 10^{-14}$	$1.4 \cdot 10^{-14}$	$1.4 \cdot 10^{-14}$	$1.3 \cdot 10^{-14}$	$1.4 \cdot 10^{-14}$	$1.4 \cdot 10^{-14}$	$1.4 \cdot 10^{-14}$	$1.4 \cdot 10^{-14}$
$d\ddot{Z}$	$-8.7 \cdot 10^{-19}$	$-8.7 \cdot 10^{-19}$	$-8.7 \cdot 10^{-19}$	$-4.9 \cdot 10^{-18}$	$-8.7 \cdot 10^{-19}$	$-8.7 \cdot 10^{-19}$	$-8.7 \cdot 10^{-19}$	$-8.7 \cdot 10^{-19}$

DYÖ seti 1. ( $P_U$ ) için, Çizelge 4.17’de sunulan  $dP$  değerleri Pseudo ters alma yöntemi dışında her yöntemde eşit bulunmuştur. Örneğin Pseudo ters alma yöntemi ile  $dX_0 = -1.6 \cdot 10^{-15} m$  elde edilirken diğer tüm yöntemlerle  $dX_0 = -8.5 \cdot 10^{-11} m$  değeri elde edilmektedir tüm yöntemler ile  $\leq \pm 1$  piksel düzeyinde doğruluk elde edilmektedir.

**Çizelge 4.18** DYÖ seti 5. (V) için  $dP$  bilinmeyenlerinin ters alma ve indirgeme yöntemleriyle hesaplanması (Birim: metre).

$dP$	Ters alma					İndirgeme		
	Cramer	Pivottlama	Gauss	Pseudo	Cholesky	Gauss	Kısmi Gauss	Cholesky
$dV_{X0}$	$-8.9 \cdot 10^{-07}$	$-8.9 \cdot 10^{-07}$	$-8.9 \cdot 10^{-07}$	$-8.9 \cdot 10^{-07}$	$-7.2 \cdot 10^{-07}$	$-8.9 \cdot 10^{-07}$	$-8.9 \cdot 10^{-07}$	$-8.9 \cdot 10^{-07}$
$d\ddot{V}_X$	$1.1 \cdot 10^{-07}$	$1.7 \cdot 10^{-07}$	$4.1 \cdot 10^{-07}$	$-2.9 \cdot 10^{-08}$	$1.0 \cdot 10^{-02}$	$2.2 \cdot 10^{-07}$	$-2.1 \cdot 10^{-07}$	$1.8 \cdot 10^{-07}$
$d\ddot{V}_X$	$-1.7 \cdot 10^{-07}$	$9.2 \cdot 10^{-11}$	$9.2 \cdot 10^{-11}$	$9.2 \cdot 10^{-11}$	$-2.7 \cdot 10^{-09}$	$9.2 \cdot 10^{-11}$	$9.2 \cdot 10^{-11}$	$9.2 \cdot 10^{-11}$
$dV_{Y0}$	$3.1 \cdot 10^{-03}$	$5.7 \cdot 10^{-06}$	$1.3 \cdot 10^{-05}$	$-4.0 \cdot 10^{-07}$	$3.0 \cdot 10^{-01}$	$7.0 \cdot 10^{-06}$	$-6.0 \cdot 10^{-06}$	$5.9 \cdot 10^{-06}$
$d\ddot{V}_Y$	$5.2 \cdot 10^{-06}$	$1.8 \cdot 10^{-08}$	$4.2 \cdot 10^{-08}$	$-5.6 \cdot 10^{-10}$	$9.3 \cdot 10^{-04}$	$2.2 \cdot 10^{-08}$	$-1.8 \cdot 10^{-08}$	$1.9 \cdot 10^{-08}$
$d\ddot{V}_Y$	$-1.4 \cdot 10^{-08}$	$8.6 \cdot 10^{-12}$	$8.5 \cdot 10^{-12}$	$8.6 \cdot 10^{-12}$	$-2.9 \cdot 10^{-09}$	$8.6 \cdot 10^{-12}$	$8.7 \cdot 10^{-12}$	$8.6 \cdot 10^{-12}$
$dV_{Z0}$	$-1.3 \cdot 10^{-02}$	$-3.1 \cdot 10^{-05}$	$-6.1 \cdot 10^{-05}$	$-8.9 \cdot 10^{-08}$	$-1.4 \cdot 10^0$	$-3.3 \cdot 10^{-05}$	$2.5 \cdot 10^{-05}$	$-2.9 \cdot 10^{-05}$
$d\ddot{V}_Z$	$-1.3 \cdot 10^{-08}$	$-1.3 \cdot 10^{-08}$	$-1.3 \cdot 10^{-08}$	$-1.3 \cdot 10^{-08}$	$6.8 \cdot 10^{-08}$	$-1.3 \cdot 10^{-08}$	$-1.3 \cdot 10^{-08}$	$-1.3 \cdot 10^{-08}$
$d\ddot{V}_Z$	$7.3 \cdot 10^{-13}$	$7.3 \cdot 10^{-13}$	$7.3 \cdot 10^{-13}$	$7.3 \cdot 10^{-13}$	$7.3 \cdot 10^{-13}$	$7.3 \cdot 10^{-13}$	$7.3 \cdot 10^{-13}$	$7.3 \cdot 10^{-13}$

DYÖ seti 5. (V) için, Çizelge 4.18'deki değerlere göre  $dP$  sonuçları bazı bilinmeyenler için aynı, bazı bilinmeyenler için farklı bulunmuştur. Örneğin her yöntemde  $dV_{X0} = -8.9 \cdot 10^{-07} m$  bulunmuş iken ( $d\ddot{V}_X$ ) için farklı sonuçlar elde edilmiştir. Yani,  $dP$  sonuçları için eşit değerler elde edilememiş ve matrisin kötü şartlı olmasından dolayı ters alma ve indirgeme yöntemleri uygulanmasına rağmen kötü konulmuş problem ile karşılaşmıştır.

**Çizelge 4.19** DYÖ seti 13. (PUV) için  $dP$  bilinmeyenlerinin ters alma ve indirgeme yöntemleriyle hesaplanması (Birim  $dP$  ve  $dV$  için  $\pm$  metre'dir).

$dP$	Ters alma					İndirgeme		
	Cramer	Pivottlama	Gauss	Pseudo	Cholesky	Gauss	Kısmi Gauss	Cholesky
$dX_0$	$6.1 \cdot 10^{-11}$	$6.4 \cdot 10^{-11}$	$6.4 \cdot 10^{-11}$	$4.5 \cdot 10^{-13}$	$6.5 \cdot 10^{-11}$	$6.4 \cdot 10^{-11}$	$6.4 \cdot 10^{-11}$	$6.4 \cdot 10^{-11}$
$d\ddot{X}$	$-1.1 \cdot 10^{-14}$	$-7.3 \cdot 10^{-15}$	$-7.3 \cdot 10^{-15}$	$5.3 \cdot 10^{-15}$	$-7.3 \cdot 10^{-15}$	$-7.3 \cdot 10^{-15}$	$-7.3 \cdot 10^{-15}$	$-7.3 \cdot 10^{-15}$
$d\ddot{X}$	$3.5 \cdot 10^{-18}$	$6.6 \cdot 10^{-18}$	$6.6 \cdot 10^{-18}$	$1.4 \cdot 10^{-18}$	$6.6 \cdot 10^{-18}$	$6.6 \cdot 10^{-18}$	$6.6 \cdot 10^{-18}$	$6.6 \cdot 10^{-18}$
$dY_0$	$8.6 \cdot 10^{-11}$	$9.0 \cdot 10^{-11}$	$9.0 \cdot 10^{-11}$	$4.5 \cdot 10^{-13}$	$9.0 \cdot 10^{-11}$	$9.0 \cdot 10^{-11}$	$9.0 \cdot 10^{-11}$	$9.0 \cdot 10^{-11}$
$d\ddot{Y}$	$-1.0 \cdot 10^{-14}$	$-1.4 \cdot 10^{-14}$	$-1.4 \cdot 10^{-14}$	$-2.5 \cdot 10^{-15}$	$-1.4 \cdot 10^{-14}$	$-1.4 \cdot 10^{-14}$	$-1.4 \cdot 10^{-14}$	$-1.4 \cdot 10^{-14}$
$d\ddot{Y}$	$2.0 \cdot 10^{-19}$	$2.7 \cdot 10^{-18}$	$2.7 \cdot 10^{-18}$	$9.4 \cdot 10^{-19}$	$2.7 \cdot 10^{-18}$	$2.7 \cdot 10^{-18}$	$2.7 \cdot 10^{-18}$	$2.7 \cdot 10^{-18}$
$dZ_0$	$4.9 \cdot 10^{-11}$	$5.4 \cdot 10^{-11}$	$5.4 \cdot 10^{-11}$	$-7.0 \cdot 10^{-13}$	$5.4 \cdot 10^{-11}$	$5.4 \cdot 10^{-11}$	$5.4 \cdot 10^{-11}$	$5.4 \cdot 10^{-11}$
$d\ddot{Z}$	$-8.9 \cdot 10^{-15}$	$-2.4 \cdot 10^{-15}$	$-2.4 \cdot 10^{-15}$	$6.5 \cdot 10^{-15}$	$-2.4 \cdot 10^{-15}$	$-2.4 \cdot 10^{-15}$	$-2.4 \cdot 10^{-15}$	$-2.4 \cdot 10^{-15}$
$d\ddot{Z}$	$7.8 \cdot 10^{-19}$	$3.9 \cdot 10^{-18}$	$3.9 \cdot 10^{-18}$	$9.5 \cdot 10^{-19}$	$3.9 \cdot 10^{-18}$	$3.9 \cdot 10^{-18}$	$3.9 \cdot 10^{-18}$	$3.9 \cdot 10^{-18}$
$dV_{X0}$	$1.5 \cdot 10^{-05}$	$-6.7 \cdot 10^{-07}$	$-1.7 \cdot 10^{-06}$	$-3.5 \cdot 10^{-17}$	$1.2 \cdot 10^{-01}$	$-6.7 \cdot 10^{-07}$	$-6.9 \cdot 10^{-07}$	$-2.0 \cdot 10^{-05}$
$dV_{X0}$	$-2.6 \cdot 10^{-07}$	$2.7 \cdot 10^{-08}$	$6.8 \cdot 10^{-08}$	$-3.0 \cdot 10^{-15}$	$-4.9 \cdot 10^{-03}$	$2.6 \cdot 10^{-08}$	$2.7 \cdot 10^{-08}$	$8.0 \cdot 10^{-07}$
$d\ddot{V}_X$	$2.5 \cdot 10^{-08}$	$-1.0 \cdot 10^{-10}$	$-1.0 \cdot 10^{-10}$	$-2.3 \cdot 10^{-12}$	$1.2 \cdot 10^{-09}$	$-1.0 \cdot 10^{-10}$	$-1.0 \cdot 10^{-10}$	$-1.0 \cdot 10^{-10}$
$d\ddot{V}_X$	$-8.8 \cdot 10^{-04}$	$-5.7 \cdot 10^{-07}$	$-1.4 \cdot 10^{-06}$	$3.2 \cdot 10^{-17}$	$1.0 \cdot 10^{-01}$	$-5.7 \cdot 10^{-07}$	$-5.8 \cdot 10^{-07}$	$-1.6 \cdot 10^{-05}$
$dV_{Y0}$	$4.4 \cdot 10^{-06}$	$5.1 \cdot 10^{-09}$	$9.8 \cdot 10^{-09}$	$2.5 \cdot 10^{-14}$	$-5.5 \cdot 10^{-04}$	$5.1 \cdot 10^{-09}$	$5.2 \cdot 10^{-09}$	$9.3 \cdot 10^{-08}$
$d\ddot{V}_Y$	$4.8 \cdot 10^{-09}$	$-1.1 \cdot 10^{-11}$	$-1.1 \cdot 10^{-11}$	$-3.0 \cdot 10^{-13}$	$1.4 \cdot 10^{-09}$	$-1.1 \cdot 10^{-11}$	$-1.1 \cdot 10^{-11}$	$-1.2 \cdot 10^{-11}$
$d\ddot{V}_Y$	$3.7 \cdot 10^{-03}$	$-3.1 \cdot 10^{-06}$	$-8.1 \cdot 10^{-06}$	$4.7 \cdot 10^{-19}$	$5.8 \cdot 10^{-01}$	$-3.1 \cdot 10^{-06}$	$-3.2 \cdot 10^{-06}$	$-9.6 \cdot 10^{-05}$
$dV_{Z0}$	$1.4 \cdot 10^{-08}$	$1.3 \cdot 10^{-08}$	$1.3 \cdot 10^{-08}$	$-2.3 \cdot 10^{-14}$	$1.7 \cdot 10^{-06}$	$1.3 \cdot 10^{-08}$	$1.3 \cdot 10^{-08}$	$1.3 \cdot 10^{-08}$
$d\ddot{V}_Z$	$-7.7 \cdot 10^{-13}$	$-7.7 \cdot 10^{-13}$	$-7.7 \cdot 10^{-13}$	$-2.4 \cdot 10^{-13}$	$-7.7 \cdot 10^{-13}$	$-7.7 \cdot 10^{-13}$	$-7.7 \cdot 10^{-13}$	$-7.7 \cdot 10^{-13}$

Çizelge 4.19'dan görülebileceği üzere DYÖ seti 13. (PUV) için elde edilen sonuçlar, Çizelge 4.18 ile 5. (V) seti için elde edilen duruma benzer birbirinden farklı değerlere sahiptir.

Dolayısıyla bu set için de matrisin kötü şartlı olmasından dolayı kötü konulmuş problem ile karşılaşmıştır.

DYÖ seti 15. (PUA) için, Çizelge 4.20'deki değerlere göre  $dP$  sonuçları Pseudo ters alma yöntemi haricinde her yöntemde eşit değerde bulunmuştur. Örneğin,  $da_{y_0} = 1.4 \cdot 10^{-16}m$  bulunmuş iken Pseudo ters alma yöntemi ile  $da_{y_0} = 1.5 \cdot 10^{-27}m$  değeri bulunmuştur.

Cramer ters alma yöntemi ile bulunan  $dP$  değerlerine göre yüksek konum doğruluğunun sağlanamadığı; buna karşın diğer yöntemler ile bulunan  $dP$  değerlerine göre yüksek konum doğruluğunun sağlandığı görülmüştür. En küçük  $m_0$  değerleri Pseudo ters alma yöntemi ile elde edilerek en yüksek konum doğruluğuna erişilmiştir (Çizelge 4.30).

**Çizelge 4.20** DYÖ seti 15. (PUA) için  $dP$  bilinmeyenlerinin ters alma ve indirgeme yöntemleriyle hesaplanması (Birim  $dP$  için metre,  $da$  için radyandır).

$dP$	Ters alma					İndirgeme		
	Cramer	Pivottlama	Gauss	Pseudo	Cholesky	Gauss	Kısmi Gauss	Cholesky
$dX_0$	$-2.3 \cdot 10^{-09}$	$-2.3 \cdot 10^{-09}$	$-2.3 \cdot 10^{-09}$	$-7.5 \cdot 10^{-33}$	$-2.3 \cdot 10^{-09}$	$-2.3 \cdot 10^{-09}$	$-2.3 \cdot 10^{-09}$	$-2.3 \cdot 10^{-09}$
$d\dot{X}$	$-7.4 \cdot 10^{-13}$	$-7.4 \cdot 10^{-13}$	$-7.4 \cdot 10^{-13}$	$-5.0 \cdot 10^{-29}$	$-7.4 \cdot 10^{-13}$	$-7.4 \cdot 10^{-13}$	$-7.4 \cdot 10^{-13}$	$-7.4 \cdot 10^{-13}$
$d\ddot{X}$	$3.2 \cdot 10^{-16}$	$3.2 \cdot 10^{-16}$	$3.2 \cdot 10^{-16}$	$-1.4 \cdot 10^{-26}$	$3.2 \cdot 10^{-16}$	$3.2 \cdot 10^{-16}$	$3.2 \cdot 10^{-16}$	$3.2 \cdot 10^{-16}$
$dY_0$	$-1.2 \cdot 10^{-09}$	$-1.2 \cdot 10^{-09}$	$-1.2 \cdot 10^{-09}$	$6.1 \cdot 10^{-33}$	$-1.2 \cdot 10^{-09}$	$-1.2 \cdot 10^{-09}$	$-1.2 \cdot 10^{-09}$	$-1.2 \cdot 10^{-09}$
$d\dot{Y}$	$8.9 \cdot 10^{-13}$	$8.9 \cdot 10^{-13}$	$8.9 \cdot 10^{-13}$	$2.6 \cdot 10^{-28}$	$8.9 \cdot 10^{-13}$	$8.9 \cdot 10^{-13}$	$8.9 \cdot 10^{-13}$	$8.9 \cdot 10^{-13}$
$d\ddot{Y}$	$-5.9 \cdot 10^{-17}$	$-5.9 \cdot 10^{-17}$	$-5.9 \cdot 10^{-17}$	$2.1 \cdot 10^{-27}$	$-5.9 \cdot 10^{-17}$	$-5.9 \cdot 10^{-17}$	$-5.9 \cdot 10^{-17}$	$-5.9 \cdot 10^{-17}$
$dZ_0$	$2.0 \cdot 10^{-09}$	$2.0 \cdot 10^{-09}$	$2.0 \cdot 10^{-09}$	$4.5 \cdot 10^{-33}$	$2.0 \cdot 10^{-09}$	$2.0 \cdot 10^{-09}$	$2.0 \cdot 10^{-09}$	$2.0 \cdot 10^{-09}$
$d\dot{Z}$	$9.3 \cdot 10^{-13}$	$9.3 \cdot 10^{-13}$	$9.3 \cdot 10^{-13}$	$-5.5 \cdot 10^{-30}$	$9.3 \cdot 10^{-13}$	$9.3 \cdot 10^{-13}$	$9.3 \cdot 10^{-13}$	$9.3 \cdot 10^{-13}$
$d\ddot{Z}$	$-3.4 \cdot 10^{-16}$	$-3.4 \cdot 10^{-16}$	$-3.4 \cdot 10^{-16}$	$-1.5 \cdot 10^{-26}$	$-3.4 \cdot 10^{-16}$	$-3.4 \cdot 10^{-16}$	$-3.4 \cdot 10^{-16}$	$-3.4 \cdot 10^{-16}$
$da_{r_0}$	$8.8 \cdot 10^{-16}$	$8.8 \cdot 10^{-16}$	$8.8 \cdot 10^{-16}$	$7.2 \cdot 10^{-27}$	$8.8 \cdot 10^{-16}$	$8.8 \cdot 10^{-16}$	$8.8 \cdot 10^{-16}$	$8.8 \cdot 10^{-16}$
$da_r$	$-1.0 \cdot 10^{-18}$	$-1.0 \cdot 10^{-18}$	$-1.0 \cdot 10^{-18}$	$2.6 \cdot 10^{-22}$	$-1.0 \cdot 10^{-18}$	$-1.0 \cdot 10^{-18}$	$-1.0 \cdot 10^{-18}$	$-1.0 \cdot 10^{-18}$
$da_{p_0}$	$1.1 \cdot 10^{-22}$	$1.1 \cdot 10^{-22}$	$1.1 \cdot 10^{-22}$	$8.6 \cdot 10^{-26}$	$1.1 \cdot 10^{-22}$	$1.1 \cdot 10^{-22}$	$1.1 \cdot 10^{-22}$	$1.1 \cdot 10^{-22}$
$da_p$	$3.4 \cdot 10^{-15}$	$3.4 \cdot 10^{-15}$	$3.4 \cdot 10^{-15}$	$-7.4 \cdot 10^{-27}$	$3.4 \cdot 10^{-15}$	$3.4 \cdot 10^{-15}$	$3.4 \cdot 10^{-15}$	$3.4 \cdot 10^{-15}$
$da_{\dot{p}}$	$1.2 \cdot 10^{-18}$	$1.2 \cdot 10^{-18}$	$1.2 \cdot 10^{-18}$	$-2.6 \cdot 10^{-24}$	$1.2 \cdot 10^{-18}$	$1.2 \cdot 10^{-18}$	$1.2 \cdot 10^{-18}$	$1.2 \cdot 10^{-18}$
$da_{\ddot{p}}$	$-4.9 \cdot 10^{-22}$	$-4.9 \cdot 10^{-22}$	$-4.9 \cdot 10^{-22}$	$1.7 \cdot 10^{-27}$	$-4.9 \cdot 10^{-22}$	$-4.9 \cdot 10^{-22}$	$-4.9 \cdot 10^{-22}$	$-4.9 \cdot 10^{-22}$
$da_{y_0}$	$1.4 \cdot 10^{-16}$	$1.4 \cdot 10^{-16}$	$1.4 \cdot 10^{-16}$	$1.5 \cdot 10^{-27}$	$1.4 \cdot 10^{-16}$	$1.4 \cdot 10^{-16}$	$1.4 \cdot 10^{-16}$	$1.4 \cdot 10^{-16}$
$da_y$	$1.1 \cdot 10^{-20}$	$1.1 \cdot 10^{-20}$	$1.1 \cdot 10^{-20}$	$-7.3 \cdot 10^{-24}$	$1.1 \cdot 10^{-20}$	$1.1 \cdot 10^{-20}$	$1.1 \cdot 10^{-20}$	$1.1 \cdot 10^{-20}$
$da_{\dot{y}}$	$-1.7 \cdot 10^{-23}$	$-1.7 \cdot 10^{-23}$	$-1.7 \cdot 10^{-23}$	$9.1 \cdot 10^{-27}$	$-1.7 \cdot 10^{-23}$	$-1.7 \cdot 10^{-23}$	$-1.7 \cdot 10^{-23}$	$-1.7 \cdot 10^{-23}$

DYÖ seti 17. (VA) için, Çizelge 4.21'deki değerlere göre  $dP$  sonuçları hız ve bileşen bilinmeyenlerinde Cramer, Cholesky ve Pseudo ters alma yöntemleri haricinde diğer yöntemlerde eşit sonuçlar elde edilmiştir. Ancak (V) bileşenlerinden bazıları her yöntemde eşit (örneğin  $dV_{X_0} = -8.9 \cdot 10^{-07}m$ ) iken ( $d\ddot{V}_X$ ) için farklı sonuçlar elde edilmiştir. Bununla birlikte durum açılarına ( $a$ ) ait bileşenlerin tüm yöntemlerle eşit değerde hesaplandığı görülmektedir.

**Çizelge 4.21** DYÖ seti 17. (VA) için  $dP$  bilinmeyenlerinin ters alma ve indirgeme yöntemleriyle hesaplanması (Birim  $dV$  için metre,  $da$  için radyandır).

$dP$	Ters alma					İndirgeme		
	Cramer	Pivotalama	Gauss	Pseudo	Cholesky	Gauss	Kısmi Gauss	Cholesky
$dV_{X_0}$	$9.3 \cdot 10^{-07}$	$-1.2 \cdot 10^{-07}$	$-1.2 \cdot 10^{-07}$	$-2.0 \cdot 10^{-35}$	$-1.2 \cdot 10^{-07}$	$-1.2 \cdot 10^{-07}$	$-1.2 \cdot 10^{-07}$	$-1.2 \cdot 10^{-07}$
$dV_X$	$2.9 \cdot 10^{-07}$	$2.3 \cdot 10^{-07}$	$2.5 \cdot 10^{-07}$	$-1.1 \cdot 10^{-31}$	$-1.6 \cdot 10^{-04}$	$2.3 \cdot 10^{-07}$	$-3.2 \cdot 10^{-07}$	$3.1 \cdot 10^{-07}$
$dV_Y$	$1.1 \cdot 10^{-07}$	$-2.8 \cdot 10^{-10}$	$-2.8 \cdot 10^{-10}$	$1.1 \cdot 10^{-28}$	$-1.9 \cdot 10^{-10}$	$-2.8 \cdot 10^{-10}$	$-2.8 \cdot 10^{-10}$	$-2.8 \cdot 10^{-10}$
$dV_{Y_0}$	$5.9 \cdot 10^{-04}$	$6.6 \cdot 10^{-06}$	$7.0 \cdot 10^{-06}$	$1.4 \cdot 10^{-32}$	$-4.5 \cdot 10^{-03}$	$6.6 \cdot 10^{-06}$	$-9.2 \cdot 10^{-06}$	$8.9 \cdot 10^{-06}$
$dV_Y$	$5.7 \cdot 10^{-06}$	$1.3 \cdot 10^{-08}$	$1.5 \cdot 10^{-08}$	$6.1 \cdot 10^{-32}$	$-1.5 \cdot 10^{-05}$	$1.3 \cdot 10^{-08}$	$-3.7 \cdot 10^{-08}$	$2.1 \cdot 10^{-08}$
$dV_Y$	$-1.9 \cdot 10^{-09}$	$-2.9 \cdot 10^{-11}$	$-2.9 \cdot 10^{-11}$	$-9.7 \cdot 10^{-28}$	$-1.8 \cdot 10^{-11}$	$-2.9 \cdot 10^{-11}$	$-2.9 \cdot 10^{-11}$	$-2.9 \cdot 10^{-11}$
$dV_{Z_0}$	$1.3 \cdot 10^{-02}$	$-3.4 \cdot 10^{-05}$	$-3.6 \cdot 10^{-05}$	$-7.5 \cdot 10^{-34}$	$2.3 \cdot 10^{-02}$	$-3.4 \cdot 10^{-05}$	$4.6 \cdot 10^{-05}$	$-4.5 \cdot 10^{-05}$
$dV_Z$	$2.2 \cdot 10^{-08}$	$4.1 \cdot 10^{-08}$	$4.1 \cdot 10^{-08}$	$1.2 \cdot 10^{-31}$	$-9.0 \cdot 10^{-08}$	$4.1 \cdot 10^{-08}$	$4.0 \cdot 10^{-08}$	$4.1 \cdot 10^{-08}$
$dV_Z$	$-5.5 \cdot 10^{-12}$	$-5.5 \cdot 10^{-12}$	$-5.5 \cdot 10^{-12}$	$-2.1 \cdot 10^{-27}$	$-5.6 \cdot 10^{-12}$	$-5.5 \cdot 10^{-12}$	$-5.5 \cdot 10^{-12}$	$-5.5 \cdot 10^{-12}$
$da_{r_0}$	$9.0 \cdot 10^{-18}$	$9.0 \cdot 10^{-18}$	$9.0 \cdot 10^{-18}$	$-5.0 \cdot 10^{-24}$	$9.0 \cdot 10^{-18}$	$9.0 \cdot 10^{-18}$	$9.0 \cdot 10^{-18}$	$9.0 \cdot 10^{-18}$
$da_r$	$-1.7 \cdot 10^{-21}$	$-1.7 \cdot 10^{-21}$	$-1.7 \cdot 10^{-21}$	$-8.8 \cdot 10^{-23}$	$-1.7 \cdot 10^{-21}$	$-1.7 \cdot 10^{-21}$	$-1.7 \cdot 10^{-21}$	$-1.7 \cdot 10^{-21}$
$da_r$	$1.0 \cdot 10^{-24}$	$1.0 \cdot 10^{-24}$	$1.0 \cdot 10^{-24}$	$1.5 \cdot 10^{-25}$	$1.0 \cdot 10^{-24}$	$1.0 \cdot 10^{-24}$	$1.0 \cdot 10^{-24}$	$1.0 \cdot 10^{-24}$
$da_{p_0}$	$7.1 \cdot 10^{-18}$	$7.1 \cdot 10^{-18}$	$7.1 \cdot 10^{-18}$	$-1.5 \cdot 10^{-23}$	$7.1 \cdot 10^{-18}$	$7.1 \cdot 10^{-18}$	$7.1 \cdot 10^{-18}$	$7.1 \cdot 10^{-18}$
$da_p$	$-1.7 \cdot 10^{-21}$	$-1.7 \cdot 10^{-21}$	$-1.7 \cdot 10^{-21}$	$-1.1 \cdot 10^{-21}$	$-1.7 \cdot 10^{-21}$	$-1.7 \cdot 10^{-21}$	$-1.7 \cdot 10^{-21}$	$-1.7 \cdot 10^{-21}$
$da_p$	$-5.2 \cdot 10^{-25}$	$-5.2 \cdot 10^{-25}$	$-5.2 \cdot 10^{-25}$	$1.8 \cdot 10^{-25}$	$-5.2 \cdot 10^{-25}$	$-5.2 \cdot 10^{-25}$	$-5.2 \cdot 10^{-25}$	$-5.2 \cdot 10^{-25}$
$da_{y_0}$	$-4.6 \cdot 10^{-16}$	$-4.6 \cdot 10^{-16}$	$-4.6 \cdot 10^{-16}$	$-6.2 \cdot 10^{-25}$	$-4.6 \cdot 10^{-16}$	$-4.6 \cdot 10^{-16}$	$-4.6 \cdot 10^{-16}$	$-4.6 \cdot 10^{-16}$
$da_y$	$3.2 \cdot 10^{-18}$	$3.2 \cdot 10^{-18}$	$3.2 \cdot 10^{-18}$	$-4.4 \cdot 10^{-21}$	$3.2 \cdot 10^{-18}$	$3.2 \cdot 10^{-18}$	$3.2 \cdot 10^{-18}$	$3.2 \cdot 10^{-18}$
$da_y$	$-3.4 \cdot 10^{-22}$	$-3.4 \cdot 10^{-22}$	$-3.4 \cdot 10^{-22}$	$1.8 \cdot 10^{-24}$	$-3.4 \cdot 10^{-22}$	$-3.4 \cdot 10^{-22}$	$-3.4 \cdot 10^{-22}$	$-3.4 \cdot 10^{-22}$

**Çizelge 4.22** DYÖ seti 19. (P<sub>U</sub>VA)<sub>0</sub> için  $dP$  bilinmeyenlerinin ters alma ve indirgeme yöntemleriyle hesaplanması (Birim  $dP$  ve  $dV$  için metre,  $da$  için radyandır).

$dP$	Ters alma					İndirgeme		
	Cramer	Pivotalama	Gauss	Pseudo	Cholesky	Gauss	Kısmi Gauss	Cholesky
$dX_0$	$6.2 \cdot 10^{-06}$	$5.5 \cdot 10^{-06}$	$5.5 \cdot 10^{-06}$	$3.8 \cdot 10^{-22}$	$5.5 \cdot 10^{-06}$	$5.5 \cdot 10^{-06}$	$5.5 \cdot 10^{-06}$	$5.5 \cdot 10^{-06}$
$dY_0$	$-2.9 \cdot 10^{-06}$	$-2.5 \cdot 10^{-06}$	$-2.5 \cdot 10^{-06}$	$2.2 \cdot 10^{-22}$	$-2.5 \cdot 10^{-06}$	$-2.5 \cdot 10^{-06}$	$-2.5 \cdot 10^{-06}$	$-2.5 \cdot 10^{-06}$
$dZ_0$	$-2.8 \cdot 10^{-07}$	$-3.5 \cdot 10^{-07}$	$-3.5 \cdot 10^{-07}$	$2.2 \cdot 10^{-21}$	$-3.5 \cdot 10^{-07}$	$-3.5 \cdot 10^{-07}$	$-3.5 \cdot 10^{-07}$	$-3.5 \cdot 10^{-07}$
$dV_{X_0}$	$1.1 \cdot 10^{+10}$	$-1.6 \cdot 10^{+06}$	$8.9 \cdot 10^{+04}$	$-4.9 \cdot 10^{-30}$	$-3.2 \cdot 10^{+04}$	$-1.6 \cdot 10^{+06}$	$-3.3 \cdot 10^{+04}$	$-3.2 \cdot 10^{+04}$
$dV_{Y_0}$	$7.9 \cdot 10^{+09}$	$-1.2 \cdot 10^{+06}$	$7.7 \cdot 10^{+04}$	$1.6 \cdot 10^{-31}$	$-1.5 \cdot 10^{+04}$	$-1.2 \cdot 10^{+06}$	$-1.6 \cdot 10^{+04}$	$-1.6 \cdot 10^{+04}$
$dV_{Z_0}$	$9.3 \cdot 10^{+10}$	$-1.4 \cdot 10^{+07}$	$7.6 \cdot 10^{+05}$	$4.4 \cdot 10^{-31}$	$-2.8 \cdot 10^{+05}$	$-1.4 \cdot 10^{+07}$	$-2.9 \cdot 10^{+05}$	$-2.9 \cdot 10^{+05}$
$da_{r_0}$	$-6.1 \cdot 10^{-13}$	$-6.1 \cdot 10^{-13}$	$-6.1 \cdot 10^{-13}$	$-2.4 \cdot 10^{-16}$	$-6.1 \cdot 10^{-13}$	$-6.1 \cdot 10^{-13}$	$-6.1 \cdot 10^{-13}$	$-6.1 \cdot 10^{-13}$
$da_{p_0}$	$7.6 \cdot 10^{-13}$	$7.6 \cdot 10^{-13}$	$7.6 \cdot 10^{-13}$	$2.2 \cdot 10^{-16}$	$7.6 \cdot 10^{-13}$	$7.6 \cdot 10^{-13}$	$7.6 \cdot 10^{-13}$	$7.6 \cdot 10^{-13}$
$da_{y_0}$	$1.4 \cdot 10^{-13}$	$1.4 \cdot 10^{-13}$	$1.4 \cdot 10^{-13}$	$7.3 \cdot 10^{-15}$	$1.4 \cdot 10^{-13}$	$1.4 \cdot 10^{-13}$	$1.4 \cdot 10^{-13}$	$1.4 \cdot 10^{-13}$

Çizelge 4.22’de görülebileceği üzere DYÖ seti 19. (P<sub>U</sub>VA)<sub>0</sub> için elde edilen sonuçlara göre, konum vektörü (P<sub>U</sub>) ve dönme açıları (A) setleri için  $dP$  sonuçları Pseudo yöntemi haricinde her yöntemde aynı hesaplanmış iken (örneğin  $dX_0 = 6.2 \cdot 10^{-06}m$ ,  $da_{r_0} = -6.1 \cdot 10^{-13}m$ ) hız (V) seti için farklı  $dP$  sonuçları (örneğin Cramer yönteminde  $dV_{X_0} = 1.1 \cdot 10^{10}m$ , Gauss yönteminde  $dV_{X_0} = 8.9 \cdot 10^4m$ ) elde edilmiştir. Dolayısıyla hız (V) setinin kötü şartlı matris ve bundan dolayı da kötü konulmuş probleme neden olduğu sonucuna varılmıştır.

Çizelge 4.23’de görülebileceği üzere DYÖ seti 20. (P<sub>U</sub>VA) için elde edilen sonuçlar, Çizelge 4.22 ile 19. (P<sub>U</sub>VA)<sub>0</sub> seti için elde edilen duruma benzer sonuçlar elde edilmiştir ve bu set için de matrisin kötü şartlı olmasından dolayı kötü konulmuş problem ile karşılaşılmıştır.

**Çizelge 4.23** DYÖ seti 20. (P<sub>U</sub>VA) için  $dP$  bilinmeyenlerinin ters alma ve indirgeme yöntemleriyle hesaplanması (Birim  $dP$  ve  $dV$  için metre,  $da$  için radyandır).

$dP$	Ters alma					İndirgeme		
	Cramer	Pivottlama	Gauss	Pseudo	Cholesky	Gauss	Kısmi Gauss	Cholesky
$dX_0$	$-5.4 \cdot 10^{-08}$	$2.4 \cdot 10^{-10}$	$2.4 \cdot 10^{-10}$	$1.3 \cdot 10^{-23}$	$2.4 \cdot 10^{-10}$	$2.4 \cdot 10^{-10}$	$2.4 \cdot 10^{-10}$	$2.4 \cdot 10^{-10}$
$d\ddot{X}$	$6.9 \cdot 10^{-10}$	$-5.2 \cdot 10^{-12}$	$-5.2 \cdot 10^{-12}$	$1.2 \cdot 10^{-20}$	$-5.2 \cdot 10^{-12}$	$-5.2 \cdot 10^{-12}$	$-5.2 \cdot 10^{-12}$	$-5.2 \cdot 10^{-12}$
$d\ddot{X}$	$2.5 \cdot 10^{-14}$	$-1.9 \cdot 10^{-16}$	$-1.9 \cdot 10^{-16}$	$-2.8 \cdot 10^{-19}$	$-1.9 \cdot 10^{-16}$	$-1.9 \cdot 10^{-16}$	$-1.9 \cdot 10^{-16}$	$-1.9 \cdot 10^{-16}$
$dY_0$	$-3.1 \cdot 10^{-07}$	$2.2 \cdot 10^{-09}$	$2.2 \cdot 10^{-09}$	$7.9 \cdot 10^{-24}$	$2.2 \cdot 10^{-09}$	$2.2 \cdot 10^{-09}$	$2.2 \cdot 10^{-09}$	$2.2 \cdot 10^{-09}$
$d\ddot{Y}$	$-3.3 \cdot 10^{-10}$	$2.6 \cdot 10^{-12}$	$2.6 \cdot 10^{-12}$	$9.3 \cdot 10^{-21}$	$2.6 \cdot 10^{-12}$	$2.6 \cdot 10^{-12}$	$2.6 \cdot 10^{-12}$	$2.6 \cdot 10^{-12}$
$d\ddot{Y}$	$7.3 \cdot 10^{-14}$	$-5.2 \cdot 10^{-16}$	$-5.2 \cdot 10^{-16}$	$-5.7 \cdot 10^{-20}$	$-5.2 \cdot 10^{-16}$	$-5.2 \cdot 10^{-16}$	$-5.2 \cdot 10^{-16}$	$-5.2 \cdot 10^{-16}$
$dZ_0$	$-5.7 \cdot 10^{-06}$	$4.2 \cdot 10^{-08}$	$4.2 \cdot 10^{-08}$	$1.1 \cdot 10^{-23}$	$4.2 \cdot 10^{-08}$	$4.2 \cdot 10^{-08}$	$4.2 \cdot 10^{-08}$	$4.2 \cdot 10^{-08}$
$d\ddot{Z}$	$4.2 \cdot 10^{-10}$	$-3.0 \cdot 10^{-12}$	$-3.0 \cdot 10^{-12}$	$-1.7 \cdot 10^{-21}$	$-3.0 \cdot 10^{-12}$	$-3.0 \cdot 10^{-12}$	$-3.0 \cdot 10^{-12}$	$-3.0 \cdot 10^{-12}$
$d\ddot{Z}$	$2.9 \cdot 10^{-14}$	$-2.6 \cdot 10^{-16}$	$-2.6 \cdot 10^{-16}$	$-1.1 \cdot 10^{-19}$	$-2.6 \cdot 10^{-16}$	$-2.6 \cdot 10^{-16}$	$-2.6 \cdot 10^{-16}$	$-2.6 \cdot 10^{-16}$
$dV_x$	$1.2 \cdot 10^{-03}$	$8.3 \cdot 10^{-08}$	$9.2 \cdot 10^{-08}$	$-6.6 \cdot 10^{-26}$	$9.4 \cdot 10^{-08}$	$8.3 \cdot 10^{-08}$	$1.3 \cdot 10^{-07}$	$9.4 \cdot 10^{-08}$
$d\ddot{V}_x$	$4.0 \cdot 10^{-07}$	$-7.2 \cdot 10^{-11}$	$-6.9 \cdot 10^{-11}$	$-2.1 \cdot 10^{-22}$	$-6.9 \cdot 10^{-11}$	$-7.2 \cdot 10^{-11}$	$-5.9 \cdot 10^{-11}$	$-6.9 \cdot 10^{-11}$
$d\ddot{V}_x$	$-1.1 \cdot 10^{-11}$	$1.6 \cdot 10^{-14}$	$1.6 \cdot 10^{-14}$	$-4.6 \cdot 10^{-19}$	$1.6 \cdot 10^{-14}$	$1.6 \cdot 10^{-14}$	$1.7 \cdot 10^{-14}$	$1.6 \cdot 10^{-14}$
$dV_y$	$7.5 \cdot 10^{-03}$	$-2.1 \cdot 10^{-08}$	$4.0 \cdot 10^{-08}$	$-2.1 \cdot 10^{-26}$	$4.9 \cdot 10^{-08}$	$-2.2 \cdot 10^{-08}$	$2.9 \cdot 10^{-07}$	$4.9 \cdot 10^{-08}$
$d\ddot{V}_y$	$-1.1 \cdot 10^{-06}$	$3.8 \cdot 10^{-11}$	$2.9 \cdot 10^{-11}$	$-1.2 \cdot 10^{-22}$	$2.8 \cdot 10^{-11}$	$3.8 \cdot 10^{-11}$	$-8.3 \cdot 10^{-12}$	$2.8 \cdot 10^{-11}$
$d\ddot{V}_y$	$-6.8 \cdot 10^{-10}$	$-6.0 \cdot 10^{-15}$	$-1.1 \cdot 10^{-14}$	$-2.9 \cdot 10^{-19}$	$-1.2 \cdot 10^{-14}$	$-5.9 \cdot 10^{-15}$	$-3.4 \cdot 10^{-14}$	$-1.2 \cdot 10^{-14}$
$dV_z$	$1.0 \cdot 10^{-01}$	$-2.7 \cdot 10^{-07}$	$5.5 \cdot 10^{-07}$	$1.0 \cdot 10^{-26}$	$6.7 \cdot 10^{-07}$	$-2.7 \cdot 10^{-07}$	$3.9 \cdot 10^{-06}$	$6.7 \cdot 10^{-07}$
$d\ddot{V}_z$	$-5.8 \cdot 10^{-05}$	$7.0 \cdot 10^{-10}$	$2.0 \cdot 10^{-10}$	$1.7 \cdot 10^{-23}$	$1.2 \cdot 10^{-10}$	$7.1 \cdot 10^{-10}$	$-1.9 \cdot 10^{-09}$	$1.2 \cdot 10^{-10}$
$d\ddot{V}_z$	$-1.8 \cdot 10^{-10}$	$-3.4 \cdot 10^{-13}$	$-3.4 \cdot 10^{-13}$	$1.8 \cdot 10^{-20}$	$-3.4 \cdot 10^{-13}$	$-3.4 \cdot 10^{-13}$	$-3.4 \cdot 10^{-13}$	$-3.4 \cdot 10^{-13}$
$da_r$	$-8.0 \cdot 10^{-14}$	$-8.1 \cdot 10^{-14}$	$-8.1 \cdot 10^{-14}$	$5.7 \cdot 10^{-18}$	$-8.1 \cdot 10^{-14}$	$-8.1 \cdot 10^{-14}$	$-8.1 \cdot 10^{-14}$	$-8.1 \cdot 10^{-14}$
$d\ddot{a}_r$	$4.7 \cdot 10^{-17}$	$4.7 \cdot 10^{-17}$	$4.7 \cdot 10^{-17}$	$-6.1 \cdot 10^{-21}$	$4.7 \cdot 10^{-17}$	$4.7 \cdot 10^{-17}$	$4.7 \cdot 10^{-17}$	$4.7 \cdot 10^{-17}$
$d\ddot{a}_r$	$2.3 \cdot 10^{-21}$	$2.3 \cdot 10^{-21}$	$2.3 \cdot 10^{-21}$	$-2.7 \cdot 10^{-24}$	$2.3 \cdot 10^{-21}$	$2.3 \cdot 10^{-21}$	$2.3 \cdot 10^{-21}$	$2.3 \cdot 10^{-21}$
$da_p$	$-1.0 \cdot 10^{-14}$	$-1.0 \cdot 10^{-14}$	$-1.0 \cdot 10^{-14}$	$3.5 \cdot 10^{-19}$	$-1.0 \cdot 10^{-14}$	$-1.0 \cdot 10^{-14}$	$-1.0 \cdot 10^{-14}$	$-1.0 \cdot 10^{-14}$
$d\ddot{a}_p$	$2.1 \cdot 10^{-18}$	$2.1 \cdot 10^{-18}$	$2.1 \cdot 10^{-18}$	$-3.1 \cdot 10^{-22}$	$2.1 \cdot 10^{-18}$	$2.1 \cdot 10^{-18}$	$2.1 \cdot 10^{-18}$	$2.1 \cdot 10^{-18}$
$d\ddot{a}_p$	$4.8 \cdot 10^{-22}$	$4.8 \cdot 10^{-22}$	$4.8 \cdot 10^{-22}$	$-3.8 \cdot 10^{-25}$	$4.8 \cdot 10^{-22}$	$4.8 \cdot 10^{-22}$	$4.8 \cdot 10^{-22}$	$4.8 \cdot 10^{-22}$
$da_y$	$2.4 \cdot 10^{-12}$	$2.4 \cdot 10^{-12}$	$2.4 \cdot 10^{-12}$	$-1.6 \cdot 10^{-21}$	$2.4 \cdot 10^{-12}$	$2.4 \cdot 10^{-12}$	$2.4 \cdot 10^{-12}$	$2.4 \cdot 10^{-12}$
$d\ddot{a}_y$	$-1.7 \cdot 10^{-15}$	$-1.7 \cdot 10^{-15}$	$-1.7 \cdot 10^{-15}$	$-8.2 \cdot 10^{-19}$	$-1.7 \cdot 10^{-15}$	$-1.7 \cdot 10^{-15}$	$-1.7 \cdot 10^{-15}$	$-1.7 \cdot 10^{-15}$
$d\ddot{a}_y$	$1.5 \cdot 10^{-19}$	$1.5 \cdot 10^{-19}$	$1.5 \cdot 10^{-19}$	$-4.2 \cdot 10^{-22}$	$1.5 \cdot 10^{-19}$	$1.5 \cdot 10^{-19}$	$1.5 \cdot 10^{-19}$	$1.5 \cdot 10^{-19}$

### 4.2.3 Önerilen Yöntemlerle Uygulama

Topan (2009), ön dengeleme işlemini iki türlü gerçekleştirmektedir. Birinci tür ön dengeleme ile sadece bakış açılarında ( $\psi$ ) düzeltme getirmekte; ikinci tür ön dengelemede ise birinci türe ek olarak DYÖ'ler de düzeltilmektedir. Dolayısıyla demet dengeleme aşaması, bu iki tür ön dengelemeye göre şekillendirilmektedir. Topan (2009) tarafından sunulan Ek A.5.1 ve A.5.2'ye ait demet dengeleme sonuçlarından 5., 13., 15., 17. ve 19. setlere ait olanlar Çizelge 4.24'te sunulmaktadır. Burada YKN'lere ait doğruluğun, BDN'lere ait doğruluğa göre oldukça kaba değerlere sahip olduğu görülmektedir. Bunun nedeni, demet dengelemede DYÖ'lerin yaklaşık değerlerine getirilecek düzeltmelerin dengeleme bilinmeyeni olarak kabul edilmesi ve katsayı (Jakobiyen) matrisinin ilgili kısmını kötü şartlı yapmasıdır. Buna karşın, BDN'lerin nesne koordinatlarına getirilecek düzeltmeler bu sorundan bağımsız olarak düzgün bir şekilde hesaplanabilmektedir.

Bu çalışmada, bu DYÖ setlerine 20. set (PVA) de eklenerek çalışma genişletilmiştir. Elde edilen bulgular, düzenleme için Çizelge 4.25-27, matris tersi alma için Çizelge 4.28-31 ve indirgeme yöntemleri için Çizelge 4.32-4.34 ile sunulmaktadır.

**Çizelge 4.24** 5., 13., 15., 17. ve 19. DYÖ setleri için Topan (2009) tarafından elde edilen demet dengeleme sonuçları ( $\pm$  metre).

DYÖ	$m$ (KOH)	Birinci tür ön dengeleme yardımıyla elde edilmiş demet dengeleme sonuçları		İkinci tür ön dengeleme yardımıyla elde edilmiş demet dengeleme sonuçları	
		YKN	BDN	YKN	BDN
5. V	$m_X$	939489.984	5.971	962043.081	5.966
	$m_Y$	1193598.058	5.743	924231.288	5.743
	$m_Z$	1058066.953	6.601	1038974.333	6.605
13. PuV	$m_X$	3363754.206	5.993	1436350.889	5.969
	$m_Y$	2038666.201	5.690	1773095.665	5.805
	$m_Z$	3371220.737	6.579	1628973.813	6.621
15. PuA	$m_X$	93.776	5.977	94.819	7.309
	$m_Y$	81.840	5.743	82.034	2.539
	$m_Z$	65.991	6.595	65.717	6.849
17. VA	$m_X$	2677225.250	5.986	936297.357	21.151
	$m_Y$	1152129.924	5.736	1021817.177	5.580
	$m_Z$	2622689.290	6.613	984037.447	4.853
19.(PuVA) <sub>0</sub>	$m_X$	40264.446	5.969	37849.643	7.000
	$m_Y$	21629.191	5.759	19636.361	2.565
	$m_Z$	38231.576	6.569	36143.077	7.700

#### 4.2.3.1 Düzenleme yöntemi

Tikhonov düzenlemesinde gerekli olan katsayılar (3.5, 3.6 ve 3.8) bağıntıları kullanılarak üç farklı yöntemle hesaplanmıştır. Tikhonov düzenlemesinde, katsayının 1'den büyük olmaması kuralı geçerli olduğundan,  $\kappa > 1 \rightarrow \kappa = 1$  kabulü yapılmıştır. Çizelge 4.25, (3.5) bağıntısı ile hesaplanan  $\kappa_{HKB}$  katsayısı ile elde edilen sonuçları göstermektedir. Bu katsayı ile sadece 5. sete ait doğruluğun iyileştiği görülmektedir.

$\kappa_{LW}$  katsayısı ile elde edilen sonuçlar ise Çizelge 4.26'da sunulmaktadır. Bu katsayı ile 17. ve 20. set dışındaki tüm setler için hedeflenen konum doğruluğuna ulaşıldığı görülmektedir.

$\kappa_{OD}$  katsayısı kullanılarak elde edilen sonuçlar ile 13. set dışında diğer tüm setlerde hedeflenen konum doğruluğuna ulaşıldığı; 13. sette ise YKN'leri için  $\sim \pm 10$  m (2 piksel) düzeyinde bir doğruluk değeri elde edilmiştir (Çizelge 4.27). Burada  $0 \leq \kappa_{OD} \leq 1$  aralığında ve 1'e en yakın değer olarak seçilmesi durumunda en yüksek konum doğruluğuna ulaşıldığı görülmektedir. Bu katsayının 0'dan uzak bir değer seçilmesi  $U$  metrik uzayının  $M$  cümlesinde çözüm anlamına gelmektedir.



**Çizelge 4.25**  $\kappa_{HKB}$  katsayısı ile Tikhonov düzenleme sonuçları ( $\pm$  metre).

DYÖ	$m$ (KOH)	Birinci tür ön dengeleme yardımıyla elde edilmiş demet dengeleme sonuçları		İkinci tür ön dengeleme yardımıyla elde edilmiş demet dengeleme sonuçları	
		YKN	BDN	YKN	BDN
5. V	$\kappa_{HKB}$	$7.6 \cdot 10^{-10}$		$1.9 \cdot 10^{-26}$	
	$m_x$	0.510	6.082	0.480	6.169
	$m_y$	0.321	5.708	0.314	5.853
	$m_z$	0.841	6.475	1.004	6.222
13. P <sub>U</sub> V	$\kappa_{HKB}$	$1.8 \cdot 10^{-08}$		$3.8 \cdot 10^{-24}$	
	$m_x$	2131.912	1043.899	21.39.383	6.171
	$m_y$	2278.704	1147.609	2270.067	5.857
	$m_z$	2358.147	1151.775	2364.186	6.233
15. P <sub>U</sub> A	$\kappa_{HKB}$	>1 olduğu için 1 alındı		$7.6 \cdot 10^{-16}$	
	$m_x$	1.141	5.949	86.421	6.177
	$m_y$	0.342	6.073	96.541	5.850
	$m_z$	1.599	6.598	58.663	6.224
17. VA	$\kappa_{HKB}$	$1.5 \cdot 10^{-09}$		$4.1 \cdot 10^{-19}$	
	$m_x$	207.148	206.009	209.396	6.171
	$m_y$	36.425	33.831	42.421	5.849
	$m_z$	353.543	344.314	351.398	6.235
19.(P <sub>U</sub> VA) <sub>0</sub>	$\kappa_{HKB}$	$1.5 \cdot 10^{-35}$		$6.5 \cdot 10^{-42}$	
	$m_x$	830319.756	830306.991	830300.168	15.686
	$m_y$	358022.492	358585.068	358029.705	10.485
	$m_z$	249722.220	248711.629	249729.921	10.626
20.(P <sub>U</sub> VA)	$\kappa_{HKB}$	$3.6 \cdot 10^{-31}$		$1.4 \cdot 10^{-20}$	
	$m_x$	391751.748	409527.008	391751.759	7.680
	$m_y$	469811.611	413599.718	469811.480	5.682
	$m_z$	658218.840	736719.866	658218.696	6.509

**Çizelge 4.26**  $\kappa_{LW}$  katsayısı ile Tikhonov düzenleme sonuçları ( $\pm$  metre).

DYÖ	$m$ (KOH)	Birinci tür ön dengeleme yardımıyla elde edilmiş demet dengeleme sonuçları		İkinci tür ön dengeleme yardımıyla elde edilmiş demet dengeleme sonuçları	
		YKN	BDN	YKN	BDN
5. V	$\kappa_{LW}$	>1 olduğu için 1 alındı		$2.5 \cdot 10^{-15}$	
	$m_x$	0.513	6.076	0.510	6.167
	$m_y$	0.315	5.716	0.304	5.856
	$m_z$	0.853	6.468	0.861	6.225
13. P <sub>U</sub> V	$\kappa_{LW}$	>1 olduğu için 1 alındı		$3.7 \cdot 10^{-16}$	
	$m_x$	0.611	6.036	2419991.573	6.178
	$m_y$	0.220	5.797	705084.237	5.842
	$m_z$	0.992	6.459	2339426.020	6.256
15. P <sub>U</sub> A	$\kappa_{LW}$	$5.4 \cdot 10^{-12}$		$1.6 \cdot 10^{-31}$	
	$m_x$	1.092	6.041	97.701	6.177
	$m_y$	5.252	5.946	86.696	5.850
	$m_z$	6.026	8.343	55.342	6.222
17. VA	$\kappa_{LW}$	$3.0 \cdot 10^{-17}$		$4.3 \cdot 10^{-35}$	
	$m_x$	320975.720	341770.955	320975.732	5.869
	$m_y$	223707.327	231807.260	223707.329	5.952
	$m_z$	807065.339	791981.997	807065.415	6.768
19.(P <sub>U</sub> VA) <sub>0</sub>	$\kappa_{LW}$	$1.4 \cdot 10^{-18}$		$4.2 \cdot 10^{-41}$	
	$m_x$	2.470	5.823	49441.569	6.156
	$m_y$	0.732	6.294	7671.170	5.864
	$m_z$	4.513	7.384	46022.119	6.205
20.(P <sub>U</sub> VA)	$\kappa_{LW}$	$6.7 \cdot 10^{-13}$		$3.6 \cdot 10^{-27}$	
	$m_x$	466264.110	469081.753	466265.971	6.067
	$m_y$	567832.254	571250.042	567831.282	5.766
	$m_z$	464536.735	460104.603	464535.143	6.489

**Çizelge 4.27**  $\kappa_{OD}$  katsayısı ile Tikhonov düzenleme sonuçları ( $\pm$  metre).

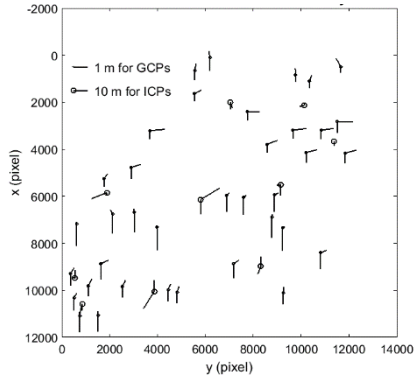
DYÖ	$m$ (KOH)	Birinci tür ön dengeleme yardımıyla elde edilmiş demet dengeleme sonuçları		İkinci tür ön dengeleme yardımıyla elde edilmiş demet dengeleme sonuçları	
		YKN	BDN	YKN	BDN
5. V	$\kappa_{OD}$	1.9 10 <sup>-10</sup>		2.4 10 <sup>-10</sup>	
	$m_x$	0.510	6.082	0.481	6.060
	$m_y$	0.321	5.708	0.219	5.772
	$m_z$	0.841	6.475	0.824	6.460
13. P <sub>U</sub> V	$\kappa_{OD}$	2.4 10 <sup>-4</sup>		3.3 10 <sup>-4</sup>	
	$m_x$	11.756	6.829	11.661	6.060
	$m_y$	12.218	10.360	12.200	5.770
	$m_z$	13.389	8.690	14.262	6.462
15. P <sub>U</sub> A	$\kappa_{OD}$	0.50		0.90	
	$m_x$	1.160	5.946	1.250	6.060
	$m_y$	0.354	6.081	1.007	5.770
	$m_z$	1.630	6.604	1.847	6.462
17. VA	$\kappa_{OD}$	0.15		0.95	
	$m_x$	0.837	6.019	0.794	6.060
	$m_y$	0.217	5.814	0.259	5.770
	$m_z$	1.249	6.592	1.197	6.462
19.(P <sub>U</sub> VA) <sub>0</sub>	$\kappa_{OD}$	5.3 10 <sup>-7</sup>		5.7 10 <sup>-6</sup>	
	$m_x$	0.981	5.980	0.979	6.060
	$m_y$	0.198	5.957	0.196	5.770
	$m_z$	1.398	6.594	1.396	6.462
20.(P <sub>U</sub> VA)	$\kappa_{OD}$	0.21		0.24	
	$m_x$	1.132	5.951	0.990	6.060
	$m_y$	0.321	6.058	1.830	5.770
	$m_z$	1.629	6.606	1.841	6.462

Tikhonov düzenlemesinde kullanılan katsayının seçiminin önemli olduğu ve SPOT 5'e ait uygulamada özdeğerler arasından seçilen  $\kappa_{OD}$  katsayısının en etkili katsayı olduğu görülmüştür. Düzenleme yöntemleri ile  $m_0 \leq \pm 1$  piksel düzeyinde elde edilen doğruluk değerlerine dair hata vektörleri Şekil 4.3'de gösterilmektedir. Bunlardan sadece  $\kappa_{OD}$  katsayısı kullanılarak 13. set için bulunan sonuçlar YKN'ler için sistematik yapıdadır ve çok büyük veya çok küçük değerlere sahiptir. Ancak diğer hata vektörleri beklenen yapıdadır.

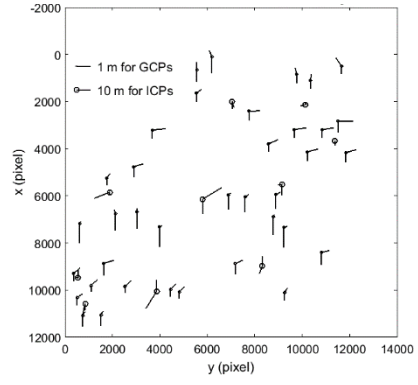
#### 4.2.3.2 Matris tersi alma yöntemi

Bu bölümde pivotlama (Çizelge 4.28), Gauss (Çizelge 4.29), Moore-Pensore (pseudo) (Çizelge 4.30) ve Cholesky (Çizelge 4.31) ters alma yöntemleri uygulanarak konum doğrulukları hesaplanmıştır.

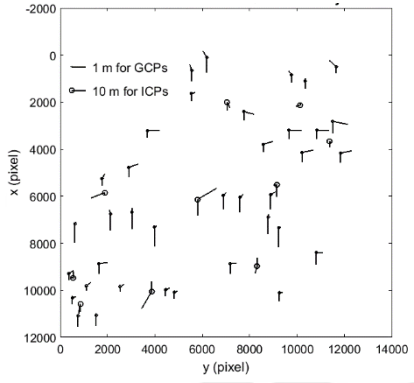
Matris tersi alma yöntemleri ile hesaplanan konum doğruluklarının 13. set harici DYÖ setleri için Moore-Penrose (pseudo) ters yöntemi en uygun yöntem olduğu görülmüştür. Bu yöntemin, matrisin özdeğerlerini kullanarak çözüm yaptığı göz önünde bulundurulduğunda, kötü şartlı matrisin iyi şartlı hale getirilmesinde özdeğerlerle çözümün etkili olduğu görülür.



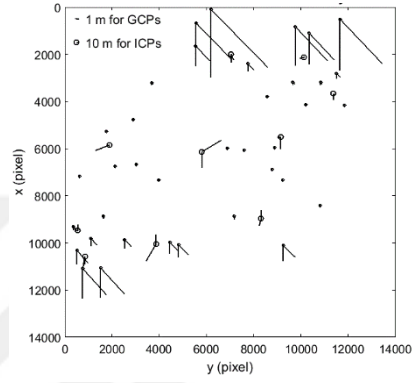
a)  $\kappa_{\text{HKB}}$ , 5. set



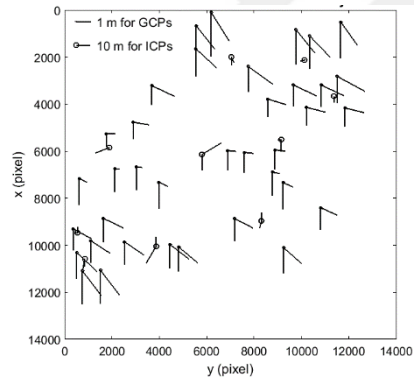
b)  $\kappa_{\text{LW}}$ , 5. set



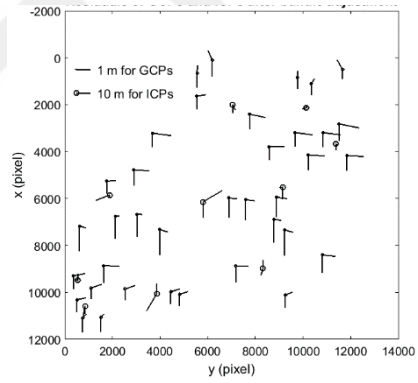
c)  $\kappa_{\text{OD}}$ , 5. set



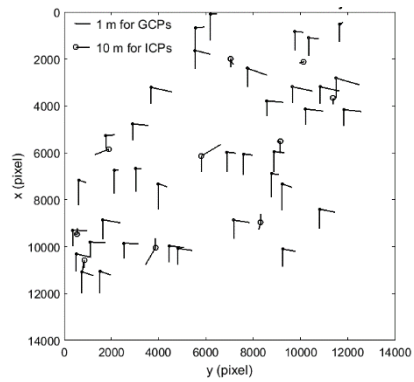
d)  $\kappa_{\text{OD}}$ , 13. set



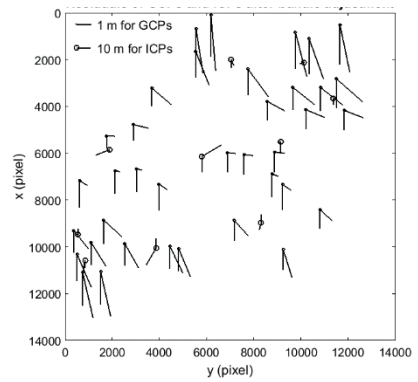
e)  $\kappa_{\text{OD}}$ , 15. set



f)  $\kappa_{\text{OD}}$ , 17. set



g)  $\kappa_{\text{OD}}$ , 19. set



h)  $\kappa_{\text{OD}}$ , 20. set

Şekil 4.3 Düzenleştirme yöntemleri kullanılarak demet dengeleme sonucu elde edilen hata vektörleri (• YKN, o BDN).

**Çizelge 4.28** Pivotalama yöntemiyle elde edilen doğruluk değerleri ( $\pm$  metre).

DYÖ	$m$ (KOH)	Birinci tür ön dengeleme yardımıyla elde edilmiş demet dengeleme sonuçları		İkinci tür ön dengeleme yardımıyla elde edilmiş demet dengeleme sonuçları	
		YKN	BDN	YKN	BDN
5. V	$m_X$	939491.512	756513.118	2597190.888	6.842
	$m_Y$	1193600.172	974290.850	1462075.239	12.968
	$m_Z$	1058069.222	852174.325	2578925.525	8.223
13. P <sub>U</sub> V	$m_X$	11.947	9.286	2375.785	6.167
	$m_Y$	2.977	6.676	2157.894	5.856
	$m_Z$	11.917	10.941	2561.921	6.276
15. P <sub>U</sub> A	$m_X$	1.840	5.844	80.229	6.178
	$m_Y$	1.054	6.426	80.829	5.850
	$m_Z$	2.311	6.611	61.634	6.223
17. VA	$m_X$	79.081	63.453	4690961.743	6.162
	$m_Y$	15.960	9.105	1282313.970	5.851
	$m_Z$	133.357	105.170	4620580.491	6.212
19.(P <sub>U</sub> VA) <sub>0</sub>	$m_X$	436.177	433.729	343554.417	8.495
	$m_Y$	336.033	338.086	457294.265	8.667
	$m_Z$	59.193	59.720	462925.102	6.575
20.(P <sub>U</sub> VA)	$m_X$	71900.978	29841.841	70306.037	6.142
	$m_Y$	96482.795	41416.420	94772.712	5.903
	$m_Z$	97970.659	43692.566	92308.656	6.264

**Çizelge 4.29** Gauss ters alma yöntemi ile elde edilen doğruluk değerleri ( $\pm$  metre).

DYÖ	$m$ (KOH)	Birinci tür ön dengeleme yardımıyla elde edilmiş demet dengeleme sonuçları		İkinci tür ön dengeleme yardımıyla elde edilmiş demet dengeleme sonuçları	
		YKN	BDN	YKN	BDN
5. V	$m_X$	1242983.254	1272048.989	3577511.124	6.454
	$m_Y$	1532988.632	1561451.950	1793208.317	5.774
	$m_Z$	1411344.441	1441442.915	3532766.487	6.169
13. P <sub>U</sub> V	$m_X$	11.624	9.172	2442840.852	6.175
	$m_Y$	2.643	6.462	644198.363	5.860
	$m_Z$	11.589	10.777	2355907.464	6.257
15. P <sub>U</sub> A	$m_X$	1.840	5.844	80.229	6.178
	$m_Y$	1.054	6.426	80.829	5.850
	$m_Z$	2.311	6.611	61.634	6.223
17. VA	$m_X$	NAN	NAN	NAN	NAN
	$m_Y$	NAN	NAN	NAN	NAN
	$m_Z$	NAN	NAN	NAN	NAN
19.(P <sub>U</sub> VA) <sub>0</sub>	$m_X$	436.965	434.514	343372.467	8.486
	$m_Y$	336.904	338.954	457102.244	8.662
	$m_Z$	59.801	60.315	462773.087	6.568
20.(P <sub>U</sub> VA)	$m_X$	4205.787	2250.676	34628.884	6.149
	$m_Y$	5924.193	3175.341	65627.079	5.828
	$m_Z$	6440.353	3486.697	104718.522	6.281

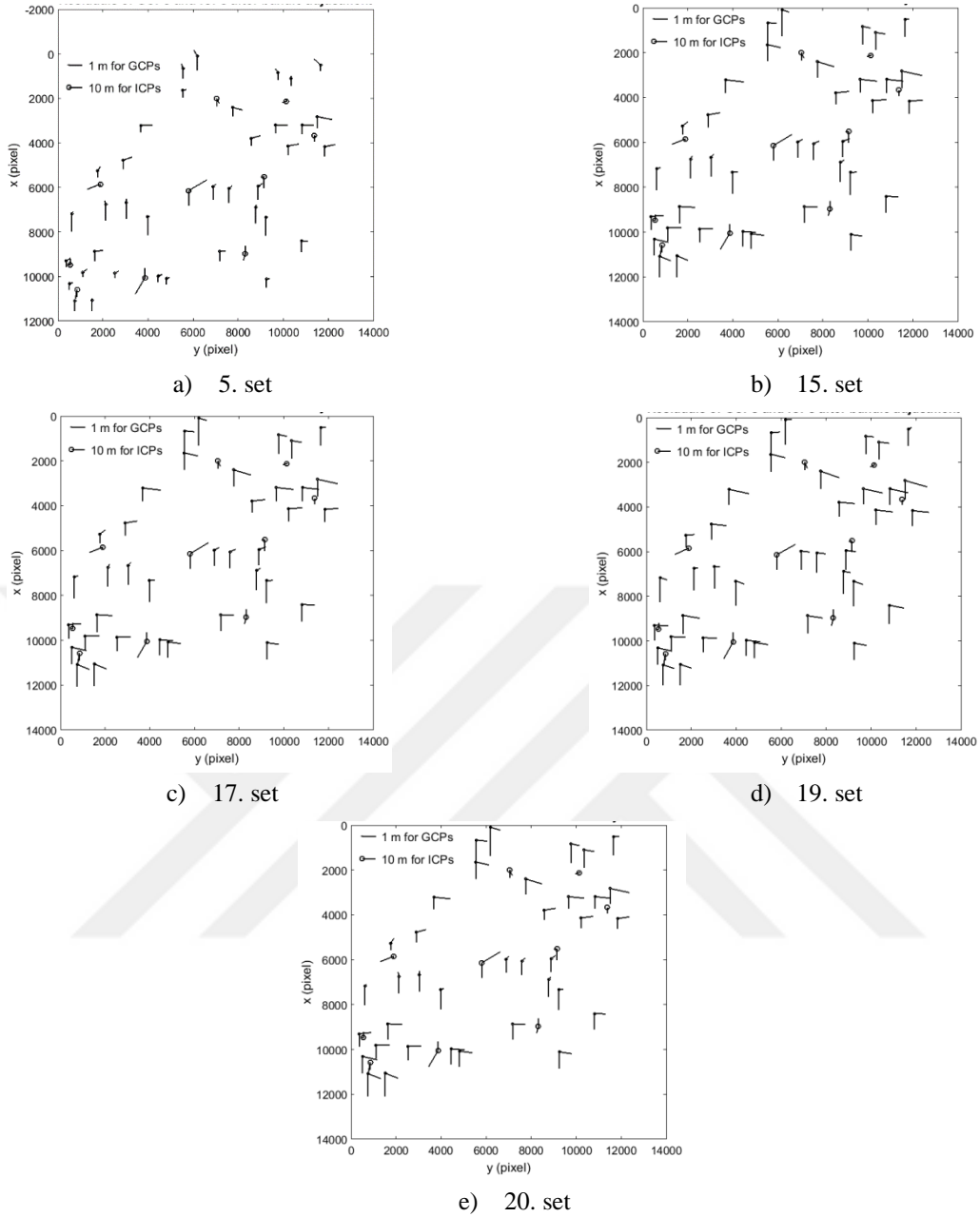
**Çizelge 4.30** Moore-Penrose (pseudo) ters alma yöntemi ile elde edilen doğruluk değerleri ( $\pm$  metre).

DYÖ	$m$ (KOH)	Birinci tür ön dengeleme yardımıyla elde edilmiş demet dengeleme sonuçları		İkinci tür ön dengeleme yardımıyla elde edilmiş demet dengeleme sonuçları	
		YKN	BDN	YKN	BDN
5. V	$m_X$	0.510	6.082	0.482	6.060
	$m_Y$	0.321	5.708	0.214	5.770
	$m_Z$	0.841	6.475	0.828	6.462
13. P <sub>U</sub> V	$m_X$	2051.536	1008.950	2051.838	6.060
	$m_Y$	2130.221	1074.091	2130.248	5.770
	$m_Z$	2259.491	1105.059	2260.594	6.462
15. P <sub>U</sub> A	$m_X$	0.866	5.982	0.871	6.060
	$m_Y$	0.175	5.939	0.178	5.770
	$m_Z$	1.274	6.513	1.279	6.462
17. VA	$m_X$	0.892	5.977	0.897	6.060
	$m_Y$	0.180	5.944	0.183	5.770
	$m_Z$	1.301	6.514	1.306	6.462
19.(P <sub>U</sub> VA) <sub>0</sub>	$m_X$	0.981	5.980	0.982	6.059
	$m_Y$	0.198	5.957	0.198	6.038
	$m_Z$	1.398	6.594	1.399	6.364
20.(P <sub>U</sub> VA)	$m_X$	0.830	5.977	0.835	6.060
	$m_Y$	0.195	5.944	0.197	5.770
	$m_Z$	1.236	6.450	1.240	6.462

**Çizelge 4.31** Cholesky ters alma yöntemi ile elde edilen doğruluk değerleri ( $\pm$  metre).

DYÖ	$m$ (KOH)	Birinci tür ön dengeleme yardımıyla elde edilmiş demet dengeleme sonuçları		İkinci tür ön dengeleme yardımıyla elde edilmiş demet dengeleme sonuçları	
		YKN	BDN	YKN	BDN
5. V	$m_X$	NAN	NAN	NAN	NAN
	$m_Y$	NAN	NAN	NAN	NAN
	$m_Z$	NAN	NAN	NAN	NAN
13. P <sub>U</sub> V	$m_X$	994581.940	909189.597	994695.937	6.442
	$m_Y$	1226438.378	1127741.413	1226553.105	5.794
	$m_Z$	1130813.332	1033316.531	1130937.077	6.235
15. P <sub>U</sub> A	$m_X$	1.840	5.844	80.229	6.178
	$m_Y$	1.054	6.426	80.829	5.850
	$m_Z$	2.311	6.611	61.634	6.223
17. VA	$m_X$	154.641	129.304	1739965.392	6.162
	$m_Y$	31.181	21.902	2089796.044	5.862
	$m_Z$	272.624	229.024	1956315.666	6.193
19.(P <sub>U</sub> VA) <sub>0</sub>	$m_X$	436.544	434.094	343484.317	8.489
	$m_Y$	336.441	338.492	457187.878	8.664
	$m_Z$	59.480	60.001	462891.921	6.571
20.(P <sub>U</sub> VA)	$m_X$	698745.690	585668.383	698746.047	6.215
	$m_Y$	561518.169	419532.789	561660.469	5.858
	$m_Z$	733477.345	618852.231	733583.110	6.357

Matris tersi alma yöntemlerinden sadece Moore-Penrose (pseudo) ters alma yöntemi ile hedef doğruluğa erişilebilmiştir. Şekil 4.4'te verilen tüm hata vektörlerinin sistematik yapıda olmadığı görülmektedir.



Şekil 4.4 Moore-Penrose (pseudo) ters alma yöntemi kullanılarak demet dengeleme ile elde edilen hata vektörleri (• YKN, o BDN).

#### 4.2.3.3 İndirgeme yöntemi

Dengeleme bilinmeyenlerinin çözümünde Gauss indirgemesi (Çizelge 4.32), kısmi pivotlama ile Gauss indirgemesi (Çizelge 4.33) ve Cholesky indirgemesi (Çizelge 4.34) yöntemleri kullanılmış ve doğruluk değerleri hesaplanmıştır. İndirgeme yöntemleri ile elde edilen konum doğrulukları incelendiğinde, sadece 15. set için birinci tür ön dengeleme yardımıyla elde edilen demet dengeleme sonuçlarının Cholesky indirgemesiyle düzeldiği; bunun aksine demet

**Çizelge 4.32** Gauss indirgemesi ile elde edilen doğruluk değerleri ( $\pm$  metre).

DYÖ	$m$ (KOH)	Birinci tür ön dengeleme yardımıyla elde edilmiş demet dengeleme sonuçları		İkinci tür ön dengeleme yardımıyla elde edilmiş demet dengeleme sonuçları	
		YKN	BDN	YKN	BDN
5. V	$m_x$	939491.556	756513.150	2693663.279	6.965
	$m_y$	1193600.218	974290.884	809261.252	13.277
	$m_z$	1058069.264	852174.357	2608880.255	8.428
13. P <sub>U</sub> V	$m_x$	11.940	9.282	15011.663	6.167
	$m_y$	2.975	6.674	4940.986	5.856
	$m_z$	11.929	10.952	14667.391	6.276
15. P <sub>U</sub> A	$m_x$	1.840	5.844	80.229	6.178
	$m_y$	1.054	6.426	80.829	5.850
	$m_z$	2.311	6.611	61.634	6.223
17. VA	$m_x$	76.802	61.909	3737235.161	6.162
	$m_y$	15.617	8.896	1033639.883	5.852
	$m_z$	129.085	102.344	3656006.940	6.212
19.(P <sub>U</sub> VA) <sub>0</sub>	$m_x$	436.037	433.589	343525.126	8.492
	$m_y$	335.875	337.929	457384.896	8.668
	$m_z$	59.081	59.610	462994.860	6.573
20.(P <sub>U</sub> VA)	$m_x$	71900.089	29841.370	70348.743	6.142
	$m_y$	96481.638	41415.790	91581.529	5.902
	$m_z$	97969.509	43691.926	83155.263	6.264

**Çizelge 4.33** Kısmi pivotlama ile Gauss indirgemesi yöntemiyle elde edilen doğruluk değerleri ( $\pm$  metre).

DYÖ	$m$ (KOH)	Birinci tür ön dengeleme yardımıyla elde edilmiş demet dengeleme sonuçları		İkinci tür ön dengeleme yardımıyla elde edilmiş demet dengeleme sonuçları	
		YKN	BDN	YKN	BDN
5. V	$m_x$	492742.439	908502.998	492742.419	6.871
	$m_y$	307951.699	1126936.619	307951.701	7.949
	$m_z$	509674.597	1032545.030	509674.605	7.670
13. P <sub>U</sub> V	$m_x$	11.768	9.209	10728.897	6.172
	$m_y$	2.718	6.459	7185.623	5.860
	$m_z$	11.736	10.808	11102.104	6.260
15. P <sub>U</sub> A	$m_x$	1.840	5.844	80.231	6.178
	$m_y$	1.054	6.426	80.829	5.850
	$m_z$	2.311	6.611	61.634	6.223
17. VA	$m_x$	24.831	21.045	3539622.783	6.164
	$m_y$	9.642	4.945	983373.463	5.852
	$m_z$	37.999	31.827	3459788.705	6.222
19.(P <sub>U</sub> VA) <sub>0</sub>	$m_x$	436.335	433.886	343536.419	8.493
	$m_y$	336.209	338.261	457237.325	8.666
	$m_z$	59.318	59.842	462898.689	6.574
20.(P <sub>U</sub> VA)	$m_x$	585.354	569.991	6135.882	6.168
	$m_y$	329.903	346.747	3374.642	5.829
	$m_z$	1125.746	1099.948	17147.708	6.195

dengeleme ile hedeflenen düzeyde konum doğruluğunun elde edilemediği görülmektedir. Bu nedenle, indirgeme yöntemlerine ait hata vektörleri sunulmamıştır.

**Çizelge 4.34** Cholesky indirgemesi yöntemiyle elde edilen doğruluk değerleri ( $\pm$  metre).

DYÖ	$m$	Birinci tür ön dengeleme yardımıyla elde edilmiş demet dengeleme sonuçları		İkinci tür ön dengeleme yardımıyla elde edilmiş demet dengeleme sonuçları	
		YKN	BDN	YKN	BDN
5. V	$m_x$	NAN	NAN	NAN	NAN
	$m_y$	NAN	NAN	NAN	NAN
	$m_z$	NAN	NAN	NAN	NAN
13. P <sub>U</sub> V	$m_x$	26.523	13.532	3977.775	6.172
	$m_y$	6.230	7.034	2488.024	5.851
	$m_z$	26.038	14.984	4058.865	6.216
15. P <sub>U</sub> A	$m_x$	1.840	5.844	80.229	6.178
	$m_y$	1.054	6.426	80.829	5.850
	$m_z$	2.311	6.611	61.634	6.223
17. VA	$m_x$	1359283.041	1339864.694	1357292.697	7.245
	$m_y$	1709357.064	1687463.813	1707345.236	5.360
	$m_z$	1525289.521	1505433.017	1524252.951	6.534
19.(P <sub>U</sub> VA) <sub>0</sub>	$m_x$	436.620	434.170	343562.360	8.500
	$m_y$	336.525	338.576	457083.592	8.664
	$m_z$	59.539	60.058	462697.860	6.580
20.(P <sub>U</sub> VA)	$m_x$	10608.297	5758.939	126263.433	6.170
	$m_y$	15000.552	8242.317	40325.231	5.846
	$m_z$	16025.731	8985.579	31665.432	6.297

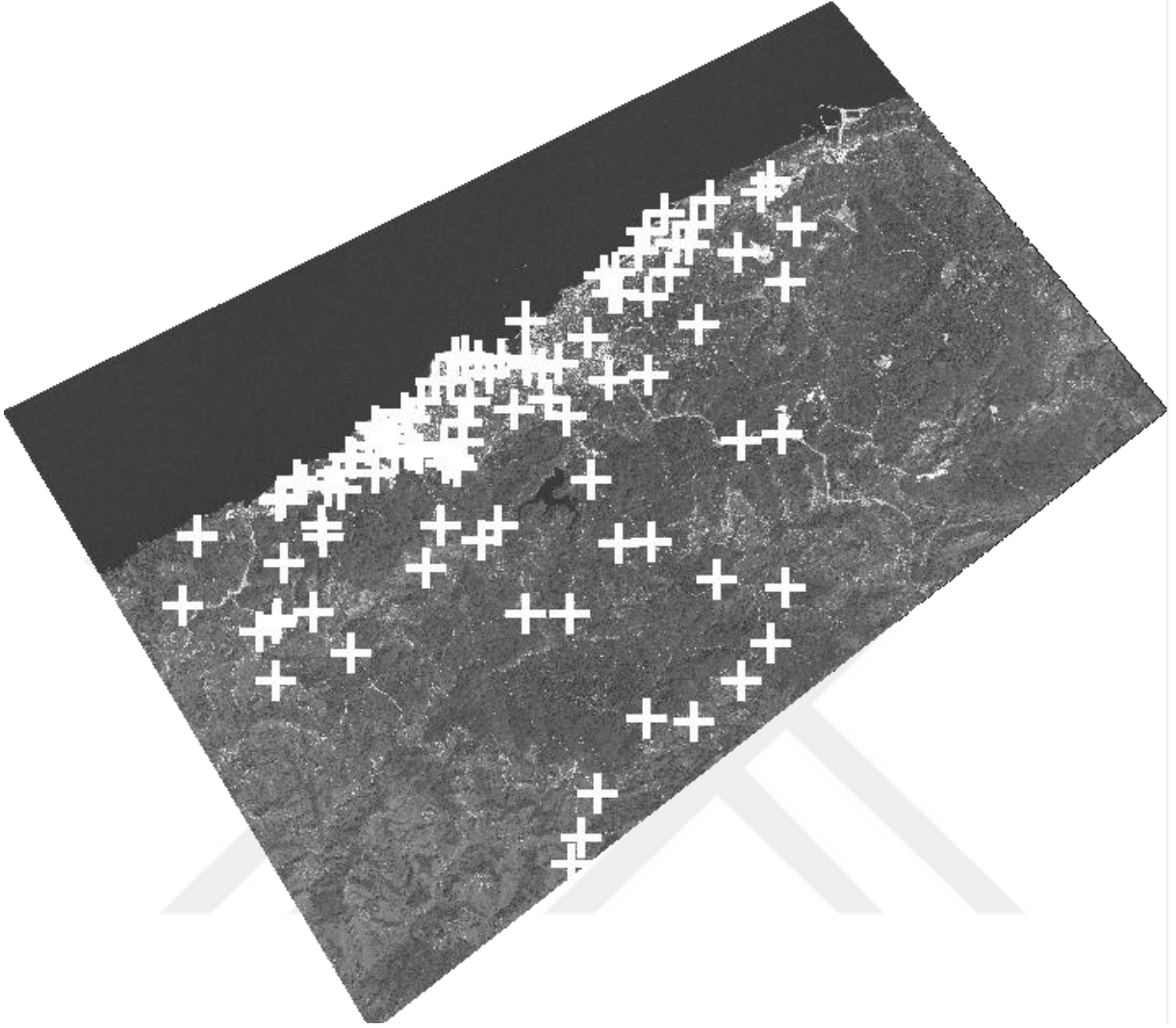
### 4.3 SPOT 6 UYDUSU İLE UYGULAMA

SPOT 6, SPOT uydu dizisinin altıncı uydusudur ve 9 Eylül 2012 yılından itibaren kullanıma başlanmış, 2024 yılına kadar hizmet vermesi amaçlanmıştır. Doğrusal dizin görüntüleme teknolojisine sahip olan SPOT 6 uydusu pankromatik bandta 1.5 m, görünür ve yakıncızılötesi bandta ise 6 m YÖA değerine sahiptir. Bu tez kapsamında Zonguldak test alanına ait bir adet pankromatik görüntü ile uygulama yapılmıştır. Bu uydu görüntüsü 2017-47912266-03 numaralı ZBEÜ Bilimsel Araştırma Projesi kapsamında elde edilmiştir.

#### 4.3.1 Uygulama

SPOT 6 pankromatik görüntüsü üzerindeki 99 adet YKN'nin dağılımı Şekil 4.5'te gösterilmektedir. Bu bölümde, Cam (2018) tarafından MATLAB ortamında geliştirilen GeoTransform yazılımı kullanılmıştır. Öncelikle algılayıcıya bağımlı RFM yöntemi kullanılarak konum doğruluğu belirlenmiş ve her üç derecede  $m_0 \leq \pm 1$  piksel düzeyinde doğruluk elde edilmiştir. Dolayısıyla algılayıcıya bağımlı RFM ile herhangi bir kötü şartlı matris varlığına rastlanmamıştır. Bu nedenle uygulama sadece algılayıcıdan bağımsız RFM ile gerçekleştirilmiştir.





Şekil 4.5 SPOT 6 görüntüsünde YKN dağılımı.

SPOT 6 ile gerçekleştirilen uygulamada ölçü sayısı ( $n$ ) aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$\text{ölçü sayısı} = \text{her YKN için iki görüntü koordinatı } (x, y) \quad (4.5)$$

$$n = 2 \times 99 = 188$$

Bilinmeyen sayısı ( $u$ ) hesaplanırken  $b_1 = d_1 = 1$  kabulü yapılarak (2.54) ve (2.55) bağıntıları yardımıyla

$$\text{bilinmeyen sayısı} = 18 (1^\circ \text{ için}), \quad 38 (2^\circ \text{ için}), \quad 78 (3^\circ \text{ için}) \quad (4.6)$$

şeklinde hesaplanmıştır.

### 4.3.2 Kötü Şarhlı Matrisin Varlığının Tespiti

RFM ile yöneltme işleminde her bir koordinat türü  $\pm 1$  aralığına normlandırma yapılarak matrisin kötü şartlı olması engellenebilir. Kötü şartlı matrisin etkisinin belirlenebilmesi için öncelikle normlandırma işlemi yapılmadan dengeleme işleminin EKK ile yapılabilirliği irdelenmiş ve sonuçlar Çizelge 4.35-41’de sunulmuştur.

Çizelge 4.35-41’de sunulan değerlere göre, ölçü sayısı  $n$ , bilinmeyen sayısından  $u$  fazladır. Diğer şartlar irdelendiğinde ise Cramer, pivotlama, Cholesky ve Gauss ters alma yöntemleriyle 1. şart ( $[v] \stackrel{z}{=} 0$ ) sağlanamamış ve  $[v] > 0$  olduğu görülmüştür.

**Çizelge 4.35** Cramer ters alma yöntemiyle EKK’nın kullanılabilirliğinin incelenmesi.

Şartlar	RFM (1°)		RFM (2°)		RFM (3°)	
	$x$	$y$	$x$	$y$	$x$	$y$
$n > u$	198>14	198>14	198>38	198>38	198>78	198>78
1.şart	$[v] \stackrel{z}{=} 0$		$[v] \stackrel{z}{=} 0$		$[v] \stackrel{z}{=} 0$	
	$3.1 \cdot 10^9$	$4.6 \cdot 10^8$	$-1.5 \cdot 10^{20}$	$-6.1 \cdot 10^{20}$	$3.9 \cdot 10^{21}$	$2.6 \cdot 10^{22}$
2.şart	$[vv] \stackrel{z}{=} en\ küçük$		$[vv] \stackrel{z}{=} en\ küçük$		$[vv] \stackrel{z}{=} en\ küçük$	
	$9.8 \cdot 10^{16}$	$2.2 \cdot 10^{15}$	$2.4 \cdot 10^{38}$	$3.7 \cdot 10^{39}$	$1.9 \cdot 10^{41}$	$1.3 \cdot 10^{43}$
3.şart (mutlak değer) (en büyük ve en küçük)	$4.6 \cdot 10^8$		$1.5 \cdot 10^{20}$		$3.9 \cdot 10^{21}$	
	$7.4 \cdot 10^{15}$		$5.2 \cdot 10^{29}$		$1.1 \cdot 10^{34}$	

**Çizelge 4.36** Pivotlama ile ters alma yöntemiyle EKK’nın kullanılabilirliğinin incelenmesi.

Şartlar	RFM (1°)		RFM (2°)		RFM (3°)	
	$x$	$y$	$x$	$y$	$x$	$y$
$n > u$	198>14	198>14	198>38	198>38	198>78	198>78
1.şart	$[v] \stackrel{z}{=} 0$		$[v] \stackrel{z}{=} 0$		$[v] \stackrel{z}{=} 0$	
	340	-70	$4.7 \cdot 10^4$	$4.2 \cdot 10^4$	$4.2 \cdot 10^7$	$-4.3 \cdot 10^6$
2.şart	$[vv] \stackrel{z}{=} en\ küçük$		$[vv] \stackrel{z}{=} en\ küçük$		$[vv] \stackrel{z}{=} en\ küçük$	
	1400	96	$2.3 \cdot 10^7$	$3.6 \cdot 10^7$	$1.8 \cdot 10^{13}$	$2.2 \cdot 10^{11}$
3.şart (mutlak değer) (en büyük ve en küçük)	$7.0 \cdot 10^1$		$4.2 \cdot 10^4$		$4.3 \cdot 10^6$	
	$8.0 \cdot 10^8$		$8.9 \cdot 10^{13}$		$2.1 \cdot 10^{19}$	

**Çizelge 4.37** Cholesky ters alma yöntemiyle EKK’nın kullanılabilirliğinin incelenmesi.

Şartlar	RFM (1°)		RFM (2°)		RFM (3°)	
	$x$	$y$	$x$	$y$	$x$	$y$
$n > u$	198>14	198>14	198>38	198>38	198>78	198>78
1.şart	$[v] \stackrel{z}{=} 0$		$[v] \stackrel{z}{=} 0$		$[v] \stackrel{z}{=} 0$	
	-7.1	-130	$2.1 \cdot 10^6$	$3.8 \cdot 10^5$	$-2.4 \cdot 10^6$	$2.0 \cdot 10^6$
2.şart	$[vv] \stackrel{z}{=} en\ küçük$		$[vv] \stackrel{z}{=} en\ küçük$		$[vv] \stackrel{z}{=} en\ küçük$	
	21	220	$4.3 \cdot 10^{10}$	$1.4 \cdot 10^9$	$1.7 \cdot 10^{12}$	$7.1 \cdot 10^{10}$
3.şart (mutlak değer) (en büyük ve en küçük)	$7.1 \cdot 10^0$		$3.8 \cdot 10^5$		$2.0 \cdot 10^6$	
	$3.1 \cdot 10^8$		$1.8 \cdot 10^{15}$		$1.1 \cdot 10^{19}$	

**Çizelge 4.38** Gauss ters alma yöntemiyle EKK'nın kullanılabilirliğinin incelenmesi.

Şartlar	RFM (1°)		RFM (2°)		RFM (3°)	
	x	y	x	y	x	y
$n > u$	198>14	198>14	198>38	198>38	198>78	198>78
1.şart	$[v] \stackrel{z}{=} 0$		$[v] \stackrel{z}{=} 0$		$[v] \stackrel{z}{=} 0$	
	11	3.4	$3.7 \cdot 10^6$	$1.9 \cdot 10^5$	$1.2 \cdot 10^7$	$4.2 \cdot 10^6$
2.şart	$[vv] \stackrel{z}{=} \text{en küçük}$		$[vv] \stackrel{z}{=} \text{en küçük}$		$[vv] \stackrel{z}{=} \text{en küçük}$	
	210	59	$1.4 \cdot 10^{11}$	$3.6 \cdot 10^8$	$2.5 \cdot 10^{12}$	$2.2 \cdot 10^{11}$
3.şart (mutlak değer) (en büyük ve en küçük)	$1.1 \cdot 10^1$		$1.9 \cdot 10^5$		$4.2 \cdot 10^6$	
	$8.1 \cdot 10^7$		$3.3 \cdot 10^{15}$		$1.5 \cdot 10^{19}$	

**Çizelge 4.39** Moore-Penrose (pseudo) ters alma yöntemiyle EKK'nın kullanılabilirliğinin incelenmesi.

Şartlar	RFM (1°)		RFM (2°)		RFM (3°)	
	x	y	x	y	x	y
$n > u$	198>14	198>14	198>38	198>38	198>78	198>78
1.şart	$[v] \stackrel{z}{=} 0$		$[v] \stackrel{z}{=} 0$		$[v] \stackrel{z}{=} 0$	
	$-1.1 \cdot 10^{-1}$	$1.4 \cdot 10^{-3}$	$3.8 \cdot 10^0$	$-1.2 \cdot 10^0$	$-2.4 \cdot 10^1$	$3.9 \cdot 10^1$
2.şart	$[vv] \stackrel{z}{=} \text{en küçük}$		$[vv] \stackrel{z}{=} \text{en küçük}$		$[vv] \stackrel{z}{=} \text{en küçük}$	
	$2.9 \cdot 10^3$	$9.1 \cdot 10^2$	$2.3 \cdot 10^2$	$3.0 \cdot 10^2$	$8.6 \cdot 10^3$	$2.6 \cdot 10^3$
3.şart (mutlak değer) (en büyük ve en küçük)	$1.4 \cdot 10^{-3}$		$1.2 \cdot 10^0$		$2.4 \cdot 10^1$	
	$3.4 \cdot 10^2$		$2.4 \cdot 10^6$		$9.1 \cdot 10^9$	

**Çizelge 4.40** Kısmi pivotlamalı Gauss indirgeme yöntemiyle EKK'nın kullanılabilirliğinin incelenmesi.

Şartlar	RFM (1°)		RFM (2°)		RFM (3°)	
	x	y	x	y	x	y
$n > u$	198>14	198>14	198>38	198>38	198>78	198>78
1.şart	$[v] \stackrel{z}{=} 0$		$[v] \stackrel{z}{=} 0$		$[v] \stackrel{z}{=} 0$	
	$2.3 \cdot 10^{-9}$	$-1.3 \cdot 10^{-7}$	$-7.2 \cdot 10^{-9}$	$-4.2 \cdot 10^{-10}$	$2.7 \cdot 10^{-9}$	$-1.0 \cdot 10^{-9}$
2.şart	$[vv] \stackrel{z}{=} \text{en küçük}$		$[vv] \stackrel{z}{=} \text{en küçük}$		$[vv] \stackrel{z}{=} \text{en küçük}$	
	$2.1 \cdot 10^2$	$4.7 \cdot 10^1$	$9.0 \cdot 10^{-4}$	$3.7 \cdot 10^4$	$1.2 \cdot 10^{-3}$	$6.3 \cdot 10^{-5}$
3.şart (mutlak değer) (en büyük ve en küçük)	$7.7 \cdot 10^{-9}$		$0.0 \cdot 10^0$		$0.0 \cdot 10^0$	
	$4.2 \cdot 10^{-1}$		$1.0 \cdot 10^0$		$8.1 \cdot 10^3$	

**Çizelge 4.41** Cholesky indirgeme yöntemiyle EKK'nın kullanılabilirliğinin incelenmesi.

Şartlar	RFM (1°)		RFM (2°)		RFM (3°)	
	x	y	x	y	x	y
$n > u$	198>14	198>14	198>38	198>38	198>78	198>78
1.şart	$[v] \stackrel{z}{=} 0$		$[v] \stackrel{z}{=} 0$		$[v] \stackrel{z}{=} 0$	
	$2.8 \cdot 10^{-8}$	$-1.7 \cdot 10^{-7}$	$-2.6 \cdot 10^{-9}$	$-8.7 \cdot 10^{-10}$	$2.8 \cdot 10^{-9}$	$4.1 \cdot 10^{-10}$
2.şart	$[vv] \stackrel{z}{=} \text{en küçük}$		$[vv] \stackrel{z}{=} \text{en küçük}$		$[vv] \stackrel{z}{=} \text{en küçük}$	
	$2.1 \cdot 10^2$	$4.7 \cdot 10^1$	$1.9 \cdot 10^{-4}$	$3.8 \cdot 10^{-4}$	$1.2 \cdot 10^{-4}$	$1.0 \cdot 10^{-4}$
3.şart (mutlak değer) (en büyük ve en küçük)	$1.9 \cdot 10^{-8}$		$0.0 \cdot 10^0$		$0.0 \cdot 10^0$	
	$3.7 \cdot 10^{-1}$		$8.8 \cdot 10^{-1}$		$5.8 \cdot 10^3$	

Bu nedenle tüm şartların sağlanmış olması kuralı gereği bu yöntemler için EKK'nın uygun olmadığı sonucuna varılmıştır. Moore-Pensore (pseudo), kısmi pivotlamalı Gauss indirgeme

ve Cholesky indirgeme yöntemlerinde ise 1. şart ( $[v] \stackrel{z}{=} 0$ ) değişkenlik göstermiştir. Örneğin bu şart, kısmi pivotlamalı Gauss indirgeme ve Cholesky indirgeme yöntemlerinde Moore-Pensore (pseudo) yöntemine göre sıfıra daha yakındır. Bu nedenle daha yüksek konum doğruluğunun elde edilmesi beklenmektedir.

EKK yönteminin kullanılabilirliğinin yanında katsayı (Jakobiyen) matrisin kötü şartlı olup olmadığının tespiti için matrisin determinant, rank ve şart sayısı değerleri incelenmiştir (Çizelge 4.42).

**Çizelge 4.42** Katsayı (Jakobiyen) matrisinin incelenmesi.

Kötü şartlı durum	RFM (1°)	RFM (2°)	RFM (3°)
Matris boyutu ( $\underline{A}^T \underline{A}$ )	14 × 14	38 × 38	78 × 78
$rank(\underline{A}^T \underline{A})$	10	18	20
$det =  \underline{A}^T \underline{A} $	9.0 10 <sup>63</sup>	1.2 10 <sup>153</sup>	Inf
$cond(\underline{A}^T \underline{A}) = \ \underline{A}^T \underline{A}\  \ (\underline{A}^T \underline{A})^{-1}\ $	3.3 10 <sup>25</sup>	1.0 10 <sup>34</sup>	3.2 10 <sup>39</sup>
$cond(\underline{A}^T \underline{A}) = \frac{\lambda_{enbüyük}}{\lambda_{enküçük}}$	3.3 10 <sup>25</sup>	-1.4 10 <sup>29</sup>	-1.7 10 <sup>22</sup>
$cond(\underline{A}^T \underline{A}) = \frac{ det(\underline{A}^T \underline{A}) }{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n}$	1.8 10 <sup>-110</sup>	0	NAN

Yukarıdaki çizelgede görüldüğü üzere 1°, 2° ve 3° RFM'ye ait katsayı (Jakobiyen) matrisi için rank, determinant ve şart değerleri incelenmiştir. İnceleme sonucunda her üç derece için katsayı (Jakobiyen) matrisin rank bozukluğu olduğu görülmektedir. Determinant değerlerinin ise RFM'nin derecesine göre arttığı ve 3° RFM'de ∞ olduğu görülmüştür. Determinant değerinin ∞ değere gitmesi sorun olarak ortaya çıkabilir. Bunlarla birlikte üç farklı yöntemle hesaplanan matrisin şart değerlerine bakılmıştır ve normlandırma yapılarak oluşturulan matris için şart değerlerinin  $cond(\underline{A}) > 10^{16}$ , spektral yöntem ile değerlerin  $cond(\underline{A}) > 10^3$ , Hadamard yöntemi ile  $cond(\underline{A}) < 10^{-2}$  olduğu ortaya çıkmıştır. Bu sonuçlar birlikte değerlendirildiğinde tüm RFM dereceleri için katsayı (Jakobiyen) matrisinin kararsız ve kötü şartlı olduğu sonucuna varılmıştır.

Kötü şartlı matrisin neden olduğu kötü konulmuş problemin tespiti için bir diğer yöntem ise RPC'leri ters alma ve indirgeme yöntemleri ile hesaplayarak karşılaştırmaktır. Bu nedenle 1° RPC'ler hesaplanmıştır (Çizelge 4.43).

**Çizelge 4.43** 1° RPC'lerin ters alma ve indirgeme yöntemleri ile hesaplanması.

RPC	Ters alma					İndirgeme	
	Cramer	Pivottlama	Cholesky	Gauss	Moore-Penrose (pseudo)	Kısmi Pivottlamayla Gauss	Cholesky
$a_{000}$	-1402108.9	-1403235.3	-1403233.7	-1402612.7	0.01746	-1402730.3	-1403229.3
$a_{100}$	1020796.6	44613.0	44612.9	44593.3	0.55140	44597.0	44612.7
$a_{010}$	4817.17538	-145.33783	-145.33912	-145.43442	0.72061	-145.41553	-145.33977
$a_{001}$	0.47319	-0.03834	-0.03834	-0.03834	-0.01719	-0.03834	-0.03834
$b_{100}$	-0.50911	0.01088	0.01088	0.01088	-0.02214	0.01088	0.01088
$b_{010}$	-0.01225	-0.01191	-0.01191	-0.01192	-0.00702	-0.01192	-0.01191
$b_{001}$	-0.00001	-0.00001	-0.00001	-0.00001	0.00000	-0.00001	-0.00001
$c_{000}$	2076703.31	2076862.08	2076704.97	2076690.74	-0.00767	2076757.67	2076706.70
$c_{100}$	148232.24	297.80421	297.78298	297.78070	-0.24464	297.78991	297.78295
$c_{010}$	-50671.95	-50201.34	-50197.56	-50197.18	-0.31866	-50198.80	-50197.57
$c_{001}$	-0.15041	-0.10833	-0.10832	-0.10832	-0.04101	-0.10833	-0.10832
$d_{100}$	0.03579	-0.00747	-0.00747	-0.00747	-0.00295	-0.00747	-0.00747
$d_{010}$	-0.00055	-0.00052	-0.00052	-0.00052	-0.02194	-0.00052	-0.00052
$d_{001}$	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000

Çizelgeye göre Moore-Pensore (Pseudo) yöntemi ile hesaplanan RPC'lerin diğer yöntemlerle hesaplanana göre oldukça farklı değerlere sahip olduğu görülmektedir. Cramer yönteminde ise sadece  $a_{100}$ ,  $a_{010}$ ,  $a_{001}$ ,  $b_{100}$ ,  $c_{100}$  katsayıları diğer yöntemlerle hesaplanan katsayılardan oldukça farklıdır. Pivottlama, Cholesky ve Gauss ters alma yöntemleri ile kısmi pivottlamalı Gauss ve Cholesky indirgeme yöntemleri yardımıyla hesaplanan RPC'lerin birbirine yakın olmasına rağmen eşit olmadıkları görülmektedir.

RPC'lerin farklı değerlere sahip olması matrisin kötü şartlı olduğu ve bu nedenle kötü konulmuş problemi işaret etmektedir. Ters alma ve indirgeme yöntemleri ile hesaplanan doğruluk değerleri hesaplanarak Çizelge 4.44'te sunulmaktadır.

**Çizelge 4.44** RFM ile elde edilen doğruluk değerleri ( $\pm$  piksel).

Yöntem	1°	2°	3°
Cramer Ters Alma	$2.3 \cdot 10^7$	$4.9 \cdot 10^{18}$	$3.3 \cdot 10^{20}$
Pivottlama ile Ters Alma	2.8	600	$3.8 \cdot 10^5$
Cholesky Ters Alma	1.5	$1.7 \cdot 10^4$	$1.2 \cdot 10^5$
Gauss Ters Alma	1.2	$2.9 \cdot 10^4$	$1.5 \cdot 10^5$
Moore-Pensore (pseudo)	4.6	1.8	9.6
Kısmi Pivottlama ile Gauss indirgeme	1.2	0.003	0.003
Cholesky indirgeme	1.2	0.002	0.001

Bu sonuçlara göre, Cramer ters alma yöntemi ile her üç derece için de oldukça kaba doğruluğa ulaşılmıştır. Benzer şekilde pivottlama, Cholesky ve Gauss ters alma yöntemleri ile 2° ve 3° ile elde edilen doğruluklar oldukça kabadır. Cramer ters alma yöntemi dışındaki tüm yöntemlerde ise 1° için  $\sim \pm 1$  piksel doğruluk elde edilmiştir. Kısmi pivottlama ile Gauss ve

Cholesky indirgeme yöntemlerine göre de  $2^\circ$  ve  $3^\circ$  ile elde edilen doğruluk değerleri yaklaşık sıfır olarak hesaplanmıştır. Moore-Pensore (pseudo) yöntemi ile hesaplama yapıldığında ise,  $1^\circ$ ,  $2^\circ$  ve  $3^\circ$  ile elde edilen doğruluk değerleri  $\pm 1$  pikselin üzerindedir.

#### 4.3.3 Düzenleştirme Yöntemi ile Çözüm

$1^\circ$ ,  $2^\circ$  ve  $3^\circ$  RPC'lere ait katsayı (Jakobiyen) matrisinin kararsız ve kötü şartlı bir matris olduğu, bu nedenle kötü konulmuş probleme neden olduğu önceki anlatımlarla ortaya konmuştur. Bu sorunun çözümü, SPOT 5 için yapılan uygulamaya benzer şekilde üç farklı Tikhonov katsayısı hesaplanarak doğruluk değerleri hesaplanmıştır. (Çizelge 4.45)

**Çizelge 4.45** Tikhonov düzenlemesi ile elde edilen doğruluk değerleri.

	RFM ( $1^\circ$ )	RFM ( $2^\circ$ )	RFM ( $3^\circ$ )
$\kappa_{HKB}$	$4.4 \cdot 10^{-05}$	$1.9 \cdot 10^{-14}$	$3.7 \cdot 10^{-15}$
$m_0$	<b>44</b>	<b><math>5.2 \cdot 10^{18}</math></b>	<b><math>3.3 \cdot 10^{20}</math></b>
$\kappa_{LW}$	$1.0 \cdot 10^{-19}$	$3.3 \cdot 10^{-34}$	$2.1 \cdot 10^{-36}$
$m_0$	<b><math>2.3 \cdot 10^7</math></b>	<b><math>4.9 \cdot 10^{18}</math></b>	<b><math>3.3 \cdot 10^{20}</math></b>
$\kappa_{OD}$	$7.7 \cdot 10^{-03}$	0	0
$m_0$	<b>3.2</b>	<b>NAN</b>	<b>NAN</b>

Çizelgeye göre, üç farklı Tikhonov katsayısı kullanılmasına rağmen  $1^\circ$ ,  $2^\circ$  ve  $3^\circ$  RFM ile oldukça kaba doğruluk değerleri elde edilmiştir. Örneğin,  $1^\circ$  RFM için  $\kappa_{HKB} = 44$ ,  $\kappa_{LW} = 2.3 \cdot 10^7$  ve  $\kappa_{OD} = 3.2$  değerleri bulunmuştur. Ters alma, indirgeme ve düzenleştirme yöntemleri birlikte değerlendirilirse,  $1^\circ$ ,  $2^\circ$  ve  $3^\circ$  RFM için hedeflenen doğruluk değerleri hesaplanamamıştır. Bunun nedeni algılayıcıdan bağımsız RFM'ye ait katsayı (Jakobiyen) matrisinin kararsız ve kötü şartlı bir matris olması ve bu kötü konulmuş probleme neden olmasıdır. Bu değerlendirmeye göre SPOT 6 için algılayıcıdan bağımsız RFM ile yöneltme işleminde,  $U$  metrik uzayında bir  $M$  cümlesi çözümü olmadığı sonucuna varılmıştır.

#### 4.3.4 Normlandırma ile Çözüm

Algılayıcıdan bağımsız RFM ile yöneltme işleminde her bir koordinat türü ( $x, y, X, Y, Z$ )  $\pm 1$  aralığına normlandırılırsa matrisin kötü şartlı olması engellenebilir ve böylece kötü konulmuş problem ortadan kaldırılır.

Algılayıcıdan bağımsız RFM için  $\pm 1$  aralığına normlandırma yapıldıktan sonra EKK'nın kullanılabilirliği (Çizelge 4.46-52), katsayı (Jakobiyen) matrisinin kötü şartlı olup olmadığının incelenmesi (Çizelge 4.53), 1° RPC'lerin ters alma ve indirgeme yöntemleri ile hesaplanması (Çizelge 4.54) ve 1°, 2°, 3° RFM için doğruluk değerleri hesaplanması (Çizelge 4.55) gerçekleştirilmiştir.

**Çizelge 4.46** Cramer ters alma yöntemiyle EKK'nın kullanılabilirliğinin incelenmesi.

Şartlar	RFM (1°)		RFM (2°)		RFM (3°)	
	x	y	x	y	x	y
$n > u$	198>14	198>14	198>38	198>38	198>78	198>78
1.şart	$[v] \stackrel{?}{=} 0$		$[v] \stackrel{?}{=} 0$		$[v] \stackrel{?}{=} 0$	
	$5.1 \cdot 10^{-10}$	$-3.5 \cdot 10^{-10}$	$-6.8 \cdot 10^3$	$-5.0 \cdot 10^4$	$-1.1 \cdot 10^8$	$-5.2 \cdot 10^9$
2.şart	$[vv] \stackrel{?}{=} \text{en küçük}$		$[vv] \stackrel{?}{=} \text{en küçük}$		$[vv] \stackrel{?}{=} \text{en küçük}$	
	$6.9 \cdot 10^1$	$8.1 \cdot 10^1$	$1.0 \cdot 10^7$	$8.8 \cdot 10^7$	$6.7 \cdot 10^{14}$	$1.2 \cdot 10^{18}$
3.şart (mutlak değer) (mak-min)	$1.8 \cdot 10^{-15} - 8.2 \cdot 10^{-14}$		0.7 - 7.3		$5.7 \cdot 10^3 - 7.6 \cdot 10^5$	

**Çizelge 4.47** Pivotlama ile ters alma yöntemiyle EKK'nın kullanılabilirliğinin incelenmesi.

Şartlar	RFM (1°)		RFM (2°)		RFM (3°)	
	x	y	x	y	x	y
$n > u$	198>14	198>14	198>38	198>38	198>78	198>78
1.şart	$[v] \stackrel{?}{=} 0$		$[v] \stackrel{?}{=} 0$		$[v] \stackrel{?}{=} 0$	
	$-5.5 \cdot 10^{-11}$	$3.2 \cdot 10^{-12}$	$3.1 \cdot 10^{-4}$	$8.0 \cdot 10^{-3}$	-0.21	2.4
2.şart	$[vv] \stackrel{?}{=} \text{en küçük}$		$[vv] \stackrel{?}{=} \text{en küçük}$		$[vv] \stackrel{?}{=} \text{en küçük}$	
	69	81	13	14	1.4	3.1
3.şart (mutlak değer) (mak-min)	$1.8 \cdot 10^{-15} - 5.0 \cdot 10^{-14}$		$2.0 \cdot 10^{-9} - 1.2 \cdot 10^{-6}$		$1.2 \cdot 10^{-5} - 3.5 \cdot 10^{-4}$	

**Çizelge 4.48** Cholesky ters alma yöntemiyle EKK'nın kullanılabilirliğinin incelenmesi.

Şartlar	RFM (1°)		RFM (2°)		RFM (3°)	
	x	y	x	y	x	y
$n > u$	198>14	198>14	198>38	198>38	198>78	198>78
1.şart	$[v] \stackrel{?}{=} 0$		$[v] \stackrel{?}{=} 0$		$[v] \stackrel{?}{=} 0$	
	$2.5 \cdot 10^{-10}$	$3.7 \cdot 10^{-10}$	$6.6 \cdot 10^{-4}$	$-1.5 \cdot 10^{-4}$	0.05	0.48
2.şart	$[vv] \stackrel{?}{=} \text{en küçük}$		$[vv] \stackrel{?}{=} \text{en küçük}$		$[vv] \stackrel{?}{=} \text{en küçük}$	
	69	81	13	14	1.4	3.0
3.şart (mutlak değer) (mak-min)	$1.6 \cdot 10^{-14} - 6.4 \cdot 10^{-14}$		$1.1 \cdot 10^{-8} - 1.2 \cdot 10^{-7}$		$3.6 \cdot 10^{-6} - 1.3 \cdot 10^{-4}$	

**Çizelge 4.49** Gauss ters alma yöntemiyle EKK'nın kullanılabilirliğinin incelenmesi.

Şartlar	RFM (1°)		RFM (2°)		RFM (3°)	
	x	y	x	y	x	y
$n > u$	198>14	198>14	198>38	198>38	198>78	198>78
1.şart	$[v] \stackrel{?}{=} 0$		$[v] \stackrel{?}{=} 0$		$[v] \stackrel{?}{=} 0$	
	$2.0 \cdot 10^{-10}$	$-1.8 \cdot 10^{-10}$	$-4.5 \cdot 10^{-4}$	0.01	-0.01	0.82
2.şart	$[vv] \stackrel{?}{=} \text{en küçük}$		$[vv] \stackrel{?}{=} \text{en küçük}$		$[vv] \stackrel{?}{=} \text{en küçük}$	
	69	81	13	14	1.4	3.0
3.şart (mutlak değer) (mak-min)	$1.8 \cdot 10^{-15} - 3.2 \cdot 10^{-14}$		$5.0 \cdot 10^{-8} - 1.5 \cdot 10^{-6}$		$3.6 \cdot 10^{-8} - 1.2 \cdot 10^{-4}$	

**Çizelge 4.50** Moore-Penrose (pseudo) ters alma yöntemiyle EKK'nın kullanılabilirliğinin incelenmesi.

Şartlar	RFM (1°)		RFM (2°)		RFM (3°)	
	x	y	x	y	x	y
$n > u$	198>14	198>14	198>38	198>38	198>78	198>78
1.şart	$[v] \stackrel{?}{=} 0$		$[v] \stackrel{?}{=} 0$		$[v] \stackrel{?}{=} 0$	
	$-2.5 \cdot 10^{-11}$	$3.7 \cdot 10^{-10}$	$5.1 \cdot 10^{-4}$	$-2.7 \cdot 10^{-3}$	0.075	0.004
2.şart	$[vv] \stackrel{?}{=} \text{en küçük}$		$[vv] \stackrel{?}{=} \text{en küçük}$		$[vv] \stackrel{?}{=} \text{en küçük}$	
	69	81	13	14	1.4	2.9
3.şart (mutlak değer) (mak-min)	$2.7 \cdot 10^{-15} - 5.7 \cdot 10^{-14}$		$2.3 \cdot 10^{-9} - 6.5 \cdot 10^{-7}$		$5.6 \cdot 10^{-7} - 1.6 \cdot 10^{-5}$	

**Çizelge 4.51** Kısmi pivotlamalı Gauss indirgeme yöntemiyle EKK'nın kullanılabilirliğinin incelenmesi.

Şartlar	RFM (1°)		RFM (2°)		RFM (3°)	
	x	y	x	y	x	y
$n > u$	198>14	198>14	198>38	198>38	198>78	198>78
1.şart	$[v] \stackrel{?}{=} 0$		$[v] \stackrel{?}{=} 0$		$[v] \stackrel{?}{=} 0$	
	$5.2 \cdot 10^{-11}$	$3.9 \cdot 10^{-11}$	$-4.0 \cdot 10^{-11}$	$-2.2 \cdot 10^{-10}$	$1.5 \cdot 10^{-10}$	$-1.2 \cdot 10^{-9}$
2.şart	$[vv] \stackrel{?}{=} \text{en küçük}$		$[vv] \stackrel{?}{=} \text{en küçük}$		$[vv] \stackrel{?}{=} \text{en küçük}$	
	69	81	13	14	1.4	2.9
3.şart (mutlak değer) (mak-min)	$0.0 - 1.8 \cdot 10^{-14}$		$0.0 - 4.6 \cdot 10^{-14}$		$0.0 - 7.8 \cdot 10^{-14}$	

**Çizelge 4.52** Cholesky indirgeme yöntemiyle EKK'nın kullanılabilirliğinin incelenmesi.

Şartlar	RFM (1°)		RFM (2°)		RFM (3°)	
	x	y	x	y	x	y
$n > u$	198>14	198>14	198>38	198>38	198>78	198>78
1.şart	$[v] \stackrel{?}{=} 0$		$[v] \stackrel{?}{=} 0$		$[v] \stackrel{?}{=} 0$	
	$4.5 \cdot 10^{-11}$	$1.2 \cdot 10^{-11}$	$1.1 \cdot 10^{-11}$	$-2.2 \cdot 10^{-10}$	$2.9 \cdot 10^{-10}$	$-9.8 \cdot 10^{-10}$
2.şart	$[vv] \stackrel{?}{=} \text{en küçük}$		$[vv] \stackrel{?}{=} \text{en küçük}$		$[vv] \stackrel{?}{=} \text{en küçük}$	
	69	81	13	14	1.4	2.9
3.şart (mutlak değer) (mak-min)	0.0		$8.9 \cdot 10^{-16}$		0.0	
	$1.8 \cdot 10^{-14}$		$4.68 \cdot 10^{-14}$		$7.8 \cdot 10^{-14}$	

Yukarıdaki çizelgelere göre,  $\pm 1$  aralığına normlandırma işlemi yapıldıktan sonra Cramer ters alma yöntemi hariç diğer ters alma ve indirgeme yöntemleri uygulanarak EKK'nın kullanılabilirlik şartlarının sağlandığı görülmüştür. Cramer ters alma yönteminde sadece 1° RFM için hedeflenen doğruluğa erişilirken 2° ve 3° RFM için hedeflenen doğruluk sağlanamamıştır. Bunun nedeni 2° ve 3° RFM'de kullanılan katsayı (Jakobiyen) matrisinin determinant değerinin sıfıra yaklaşması ve matris tersinin sağlıklı hesaplanamamasından kaynaklıdır.

EKK yönteminin kullanılabilirliğinin yanı sıra katsayı (Jakobiyen) matrisin kötü şartlı olup olmadığı da incelenmiştir (Çizelge 4.53).



**Çizelge 4.53** RFM'nin katsayı (Jakobiyen) matrisinin incelenmesi.

Ölçüt	1°	2°	3°
Matris boyutu ( $\underline{A}^T \underline{A}$ )	14 × 14	38 × 38	78 × 78
$rank(\underline{A}^T \underline{A})$	14	38	78
$det =  \underline{A}^T \underline{A} $	7.4 10 <sup>12</sup>	2.8 10 <sup>-36</sup>	1.4 10 <sup>-185</sup>
$cond(\underline{A}^T \underline{A}) = \ \underline{A}^T \underline{A}\  \ (\underline{A}^T \underline{A})^{-1}\ $	4.1 10 <sup>2</sup>	1.7 10 <sup>10</sup>	3.6 10 <sup>12</sup>
$cond(\underline{A}^T \underline{A}) = \frac{\lambda_{enbüyük}}{\lambda_{enküçük}}$	4.1 10 <sup>2</sup>	1.7 10 <sup>10</sup>	3.6 10 <sup>12</sup>
$cond(\underline{A}^T \underline{A}) = \frac{ det(\underline{A}^T \underline{A}) }{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n}$	2.6 10 <sup>8</sup>	1.9 10 <sup>-48</sup>	8.4 10 <sup>-216</sup>

Çizelge 4.53'e göre, katsayı (Jakobiyen) matrisinin rank, determinant ve şart değerleri incelendiğinde, rank bozulmalarının giderildiği, determinantların ise 1° RFM için  $|\underline{A}^T \underline{A}| \neq 0$  olduğu, ancak 2° ve 3° RFM için  $|\underline{A}^T \underline{A}| \cong 0$  olduğu görülmektedir. Matrisin şart değerleri incelendiğinde, tüm dereceler için norm ile hesaplanan şart değerlerine göre matrisin kararlı olduğu sonucuna varılmıştır. 1° RFM ile oluşturulan matrisin tüm ölçütlere göre kararlı olduğu, buna karşın 2° ve 3° RFM'nin matrisleri için spektral ve Hadamard ölçütlerine göre kararsız iken norm yöntemi ile hesaplanan ölçüte göre kararlı olduğu görülmüştür. Normlandırma işlemi yapılarak elde edilen RPC'ler farklı ters alma ve indirgeme yöntemleri ile hesaplanmıştır (Çizelge 4.54). Çizelge 4.54'e göre, 1° RPC'lerin tüm yöntemler ile hesaplanması sonucunda aynı değerler bulunmuştur. Normlandırma ile elde edilen doğruluk değerleri hesaplanmış ve Çizelge 4.55'te sunulmuştur.

**Çizelge 4.54** 1° RPC'lerin ters alma ve indirgeme yöntemleri ile hesaplanması.

RPC	Ters alma					İndirgeme	
	Cramer	Pivottlama	Cholesky	Gauss	Moore-Penrose (pseudo)	Kısmi Pivottlamayla Gauss	Cholesky
$a_{000}$	0.002284	0.002284	0.002284	0.002284	0.002284	0.002284	0.002284
$a_{100}$	1.000926	1.000926	1.000926	1.000926	1.000926	1.000926	1.000926
$a_{010}$	0.000418	0.000418	0.000418	0.000418	0.000418	0.000418	0.000418
$a_{001}$	0.001594	0.001594	0.001594	0.001594	0.001594	0.001594	0.001594
$b_{100}$	0.000683	0.000683	0.000683	0.000683	0.000683	0.000683	0.000683
$b_{010}$	0.001317	0.001317	0.001317	0.001317	0.001317	0.001317	0.001317
$b_{001}$	-0.000765	-0.000765	-0.000765	-0.000765	-0.000765	-0.000765	-0.000765
$c_{000}$	-0.009707	-0.009707	-0.009707	-0.009707	-0.009707	-0.009707	-0.009707
$c_{100}$	0.008684	0.008684	0.008684	0.008684	0.008684	0.008684	0.008684
$c_{010}$	-1.004420	-1.004420	-1.004420	-1.004420	-1.004420	-1.004420	-1.004420
$c_{001}$	-0.008775	-0.008775	-0.008775	-0.008775	-0.008775	-0.008775	-0.008775
$d_{100}$	-0.001173	-0.001173	-0.001173	-0.001173	-0.001173	-0.001173	-0.001173
$d_{010}$	0.000094	0.000094	0.000094	0.000094	0.000094	0.000094	0.000094
$d_{001}$	0.000056	0.000056	0.000056	0.000056	0.000056	0.000056	0.000056

Çizelgede görüleceği üzere doğruluk değerleri  $m_0 \leq \pm 1$  piksel düzeyindedir. Bu sonuçlara göre algılayıcıdan bağımsız RFM'ye ait katsayı (Jakobiyen) matrisinin  $\pm 1$  aralığına normlandırılması ile kötü şartlı matris sorununun giderildiği ve kötü konulmuş problemin çözüldüğü söylenebilir.

**Çizelge 4.55** RFM ile elde edilen doğruluk değerleri ( $\pm 1$  piksel).

Yöntem	1°	2°	3°
Cramer Ters Alma	0.90	782.66	$9.8 \cdot 10^7$
Pivotlama ile Ters Alma	0.90	0.41	0.19
Cholesky Ters Alma	0.90	0.41	0.19
Gauss Ters Alma	0.90	0.41	0.19
Moore-Pensore (pseudo)	0.90	0.41	0.19
Kısmi Pivotlama ile Gauss indirgeme	0.90	0.41	0.19
Cholesky indirgeme	0.90	0.41	0.19

#### 4.4 BULGULARIN GENEL DEĞERLENDİRİLMESİ

SPOT 5 pankromatik görüntülerinden 3B, SPOT 6 pankromatik görüntüsünün ise 2B konum doğruluğunu belirlemek amacıyla gerçekleştirilen algılayıcı yöneltmesi işleminde karşılaşılan kötü şartlı matris ve bunun yol açtığı kötü konulmuş problemin çözümü için yapılan uygulama, sorunun varlığının belirlenmesi ve çözümü şeklinde iki ana kısımda ele alınmıştır.

Algılayıcı yöneltmesi ile 2B veya 3B konum doğruluğunun  $m_0 \leq \pm 1$  piksel şartını sağlaması beklenir. Bu şartın sağlanamaması, algılayıcı ve görüntü geometrisinden, yöneltme yönteminden, yardımcı verilerden veya kötü şartlı matrisin varlığından kaynaklı olabilir.

Bu uygulamada kötü şartlı matris olması halinde EKK yönteminin kullanılabilirliği kötü şartın matris analizi yardımıyla, SPOT 5 için  $dP$  (bilinmeyenler) ve SPOT 6 için RPC (katsayılar) değerlerinin farklı yöntemlerle hesaplanması yardımıyla ortaya konulmuştur.

İyi şartlı matris ile EKK yönteminin kullanılabildiği ve ters alma veya indirgeme yöntemleriyle SPOT 5 için  $dP$  (bilinmeyenlerin), SPOT 6 için RPC'lerin (katsayıların) eşit değerde hesaplandığı görülürken, kötü şartlı matris varlığında durum bunun tersidir.

Ayrıca, mevcut çalışmaların aksine, iyi şartlı bir matrisin satır veya sütunları arasındaki korelasyonun yüksek olmasının matrisi kötü şartlı yapmadığı da ortaya konulmuştur.

Bulgular ışığında görülmektedir ki, SPOT 5 için kötü şartlı matrislerin oluşturduğu kötü konulmuş problem, uygun Tikhonov katsayısı seçildiğinde düzenleme ve Moore-Penrose (pseudo) ters alma yöntemi ile çözülmüş, diğer Tikhonov katsayıları ile düzenleme, ters alma ve indirgeme yöntemleri ile çözümün olmadığı görülmüştür.

SPOT 6 için  $\pm 1$  normlandırma yapılmadığı takdirde kötü şartlı matrisin neden olduğu kötü konulmuş problemi giderilemediği,  $\pm 1$  normlandırma yapıldığı takdirde kötü şartlı matrisin neden olduğu kötü konulmuş problemin ortadan kalktığı sonucuna varılmıştır.





## BÖLÜM 5

### SONUÇ

Günümüzde konuma bağlı bilgi üretimi sadece özel uygulamaların değil gündelik hayatın bir parçası olmuştur. Konum bilgisinin hızlı, güvenilir ve güncel olarak elde edilebilmesinde uzaktan algılama görüntülerinin kullanımı giderek yaygınlık kazanmaktadır. Bu görüntülerden konum bilgisi elde edilebilmesi için öncelikle görüntü ve nesne uzayı koordinat sistemleri arasındaki ilişkinin kurulması gerekir. Genel olarak *algılayıcı yöneltmesi* olarak adlandırılan bu işlem sonucunda konum doğruluğunun  $\pm 1$  piksel veya daha iyi düzeyde olması beklenir.

Bu doğruluğa ulaşamadığı durumlarda sorunun algılayıcı ve görüntü geometrisinden, yöneltme yönteminden, kullanılan yardımcı verilerden veya kötü konulmuş problemde kaynaklanması olasıdır. Özellikle çok kaba doğruluk sonuçlarının elde edilmesi durumunda kötü konulmuş problemin varlığı büyük olasılık kazanmaktadır. Genellikle katsayı (Jakobiyen) matrisin kötü şartlı olmasından kaynaklanan bu sorunun çözümünde düzenleme, ters alma veya indirgeme yöntemleri kullanılabilir. Mevcut çalışmalarda, matrisin kötü şartlılığına nelerin sebep olduğu ayrıntılı olarak ele alınmadığı görülmektedir. Bu çalışmalarda farklı düzenleme yöntemleri kullanıldığı halde ters alma veya indirgeme yöntemlerinin irdelenmediği görülmektedir.

Bir ters problem, çözümün var olması, tek olması ve kararlı olması halinde iyi konulmuş problem/model olarak tanımlanmaktadır. Bu koşullardan bir veya birkaçının sağlanamaması durumunda kötü konulmuş problem ortaya çıkmaktadır. Bir ters problem olarak ele alınabilecek olan algılayıcı yöneltmesinde bu soruna kötü şartlı katsayı (Jakobiyen) matris neden olmaktadır. Kötü şartlı matrisin neden olduğu kötü konulmuş problemin tespit edilip farklı çözümler üretilmesi, doğru ve güvenilir sonuçların elde edilmesi açısından oldukça önemlidir.

## 5.1 GENEL DEĞERLENDİRME

Bu tez kapsamında ele alınan görüntülerin yöneltmesinde, bir çift bindirmeli SPOT 5 pankromatik görüntüsünün 3B konum doğruluğu algılayıcıya bağımlı yöntemle, bir adet pankromatik SPOT 6 görüntüsünün 2B konum doğruluğu ise algılayıcıdan bağımsız RFM ile incelenmiş ve kötü şartlı matris varlığı irdelenerek, kötü konulmuş problem çeşitli yaklaşımlarla çözülmüştür. SPOT 5 görüntülerinin yöneltmesinde kullanılan farklı DYÖ setlerinde özellikle hız bileşenlerinin kötü şartlı matris oluşumuna neden olduğu görülmektedir. Ayrıca mevcut çalışmaların aksine, iyi şartlı bir matris için DYÖ'ler arası yüksek korelasyonun kötü konulmuş probleme neden olmadığı sonucuna varılmıştır.

SPOT 6 için yapılan incelemede algılayıcıya bağımlı RFM ile hedeflenen doğruluk değerlerine ulaşılabildiği, ancak algılayıcıdan bağımsız RFM yönteminde 2° ve 3° RFM ile matrisin şartının kötüleştiği, bu sorunun da  $\pm 1$  normlandırma ile çözülebileceği sonucuna varılmıştır.

SPOT 5 uydusuna ait gerçekleştirilen uygulamada, özdeğerlerin kullanıldığı Tikhonov düzenleştirmesinin ve yine özdeğer temelli bir çözüm olan Moore-Penrose (pseudo) ters alma yönteminin hedeflenen doğruluk değerlerini sağladığı görülmekte iken diğer Tikhonov düzenleştirme, ters alma ve indirgeme yöntemlerinin çözüm sağlamadığı sonucuna varılmıştır.

SPOT 6 uydusuna ait gerçekleştirilen uygulamada ise  $\pm 1$  normlandırma işlemi yapılmadığında tüm çözüm önerilerinin geçersiz olduğu, diğer bir deyimle  $U$  metris uzayında  $M$  cümlesi dâhil çözüm olmadığı sonucuna varılmıştır.  $\pm 1$  normlandırma işlemi yapıldığında ise kötü şartlı matrisin neden olduğu kötü konulmuş problemin ortadan kalktığı yani  $U$  metrik uzayının merkezinde çözümün olduğu görülmektedir.

## 5.2 ÖNERİLER

Bu tezde ele alınan soruna dair ileriye dönük bazı önerilerin yapılması mümkündür.

1. Ters problemlerin çözümü için EKK yöntemi yaygın olarak kullanıldığı halde bu yöntem, ters problemlerin çözümünde bazı koşulların tek başına veya birlikte

sağlanamaması halinde yetersiz kalabilir. Böylesi durumlarda, seçenek olarak en küçük mutlak sapmalar veya en küçük medyan kareler yöntemi gibi farklı yöntemler kullanılabilir. Çözüm yollarından bir diğeri de, denklemin katsayı ve sabit değerlerini standartlaştırmak gibi farklı yöntemler de uygulanabilir.

2. Uydunun hızı, dönme açıları, kameranın bakış açıları gibi yöneltme öğelerinin değerleri sıfıra çok yakındır. Bu öğelerin sıfıra yakınlık derecesini dikkate alan yaklaşım(lar) geliştirilebilir.
3. Demet dengelemede katsayı (Jakobiyen) matrisi, birden fazla görüntüye bağlı olarak oluşturulduğundan, bu matrisin bazı alt matrisleri sıfır matrisidir. Dolayısıyla, ters alma işleminde katsayı (Jakobiyen) matrisini tek bir matris olarak kabul eden yaklaşımlardan ziyade alt matrislerden sadece dolu (sıfırdan farklı değerler içeren) olan matrislerin tersini alan yaklaşımlar kullanılabilir.
4. Demet dengelemede bağlama noktası kullanılarak ölçü sayısı, dolayısıyla serbestlik derecesi artırılabilir.
5. İyi şartlı matrisin aksine kötü şartlı bir matrisin satır veya sütunları arasındaki güçlü doğrusal bağımlılığın (korelasyon) çözümdeki etkisi araştırılabilir. Burada çoklu doğrusal bağımlılık veya otokorelasyon gibi farklı tespit ve çözümler üzerine bir araştırma yürütülebilir.
6. Bu tezde deterministik bir çalışma yürütülmüş ve stokastik bir yaklaşım kullanılmamıştır. Çeşitli ağırlık türlerinin kullanıldığı stokastik yaklaşımlarla çalışma geliştirilebilir.
7. Öge/katsayıların değerlerindeki değişiklikler soncul KOH'u değiştirmeyebilir. Bu durumda öge/katsayı anlamlılık incelemesinin yapılması daha kesin bir yargıya varmada yardımcı olacaktır.





## KAYNAKLAR

- Abdikan S, Arıkan M, Sanlı F B and Cakir Z** (2014) Monitoring of Coal Mining Subsidence in Peri-Urban Area of Zonguldak City (NW Turkey) with Persistent Scatterer Interferometry Using ALOS-PALSAR. *Environmental Earth Sciences*, 71: 4081-4089.
- Airbus** (2012) *Pléiades Imagery User Guide*, 2nd edition, e-book, 118 pp.
- Airbus** (2013) *SPOT 6 & SPOT 7 Imagery User Guide*. SI/DC/13034-v1.0, e-book, 120 pp.
- Albayrak A S** (2012) Çoklu Doğrusal Bağlantı Halinde Enküçük Kareler Tekniğinin Alternatifi Yanlı Tahmin Teknikleri ve Bir Uygulama. *Uluslararası Yönetim İktisat ve İşletme Dergisi*, 1: 105-126.
- AlphaBeta** (12.12.2017) *The Economic Impact of Geospatial Services: How Consumers, Businesses and Society Benefit From Location-Based Information*, Adres: [https://www.alphabeta.com/wp-content/uploads/2017/09/GeoSpatial-Report\\_Sept-2017.pdf](https://www.alphabeta.com/wp-content/uploads/2017/09/GeoSpatial-Report_Sept-2017.pdf)
- ASPRS** (05.03.2018) *American Society for Photogrammetry and Remote Sensing*. Adres: <http://www.asprs.org>
- Aster R, Borchers B and Thurber C** (2003) *Parameter Estimation and Inverse Problems*. Elsevier Academic Press, Burlington, e-book, 313 pp.
- Aydın D** (2014) *Uygulamalı Regresyon Analizi: Kavramlar ve R Hesaplamaları*. 1. Baskı, ISBN: 9786051335384, Nobel Akademik Yayıncılık, Ankara, 570 s.
- Bayık Ç, Topan H, Özendi M, Oruç M, Cam A and Abdikan S** (2016) Geospatial Analysis Using Remote Sensing Images: Case Studies of Zonguldak Test Field, *XIII ISPRS Congress*, 11-19 Temmuz 2016, Prag, Çek Cumhuriyeti, *International Archives of Photogrammetry Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, Halounova L, Šaafář V, Toth C K, Karas J, Huadong G, Haala N, Habib A, Reinartz P, Tang X, Li J, Armenakis C, Grendörffer G, le Roux P, Stylianidis S, Blasi R, Menard M, Dufourmount H and Li Z (Ed.), Copernicus Publications, Vol. XLI-B1, 435-442.
- Belward A S and Skøien JO** (2015) Who Launched What, When and Why; Trends in Global Land-Cover Observation Capacity from Civilian Earth Observation Satellites. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 103: 115-128.
- Berber M** (1997) Kenar Ağlarında Uyuşumsuz Ölçülerin Klasik Uyuşumsuz Ölçü Testleri ve M-Kestirimi ile Belirlenmesi ve Karşılaştırılması. *Yüksek Lisans Tezi*, Yıldız Teknik

Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Anabilim Dalı, İstanbul, 109 s.

- Bettemir Ö H** (2006) Sensitivity and Error Analysis of a Differential Rectification Method for CCD Frame Cameras and Pushbroom Scanners. *Yüksek Lisans Tezi*, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı, Ankara, 252 s.
- Bettemir Ö H ve Karşoğlu M O** (2008) Bilsat I Uydu Görüntüleri İçin Diferansiyel Rektifikasyon Parametrelerinin Düzeltilmesi. *II. Uzaktan Algılama ve Coğrafi Bilgi Sistemleri Sempozyumu*, 13-15 Ekim 2008, Kayseri, 568-574.
- Bradford A, Gomes L M, Sweeting, M, Yuksel G, Ozkaptan C and Orlu U** (2003) BILSAT-1: A Low-Cost, Agile, Earth Observation Microsatellite for Turkey. *Acta Astronautica*, 53: 761-769.
- Büyüksalih G** (2000) Doğrusal Dizin (Pushbroom) Görüntüleme Sistemleri. *Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 6: 219-229.
- Büyüksalih G** (2001) Yüksek Çözünürlüklü Uydu Görüntülerinin Özellikleri ve Aplikasyonları. *HKM Jeodezi, Jeoinformasyon ve Arazi Yönetimi Dergisi*, 87: 48-60.
- Büyüksalih G, Koçak G, Oruç M, Akçın H and Jacobsen K** (2005) Accuracy Analysis, DEM Generation and Validation Using Russian TK-350 Stereo-Images. *The Photogrammetric Record*, 19: 200-218.
- Cam A** (2018) Algılayıcı Bağımsız Dönüşüm Yöntemleri ile Üretilen Ortogörüntülerin Konum Doğruluğunun Belirlenmesi. *Yüksek Lisans Tezi*, Bülent Ecevit Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Geomatik Mühendisliği Anabilim Dalı, Zonguldak, 61 s.
- Chen J, Dowman I, Li S, Li Z, Madden M, Mills J, Pappas N, Rottensteiner F, Sester M, Toth C, Trinder J and Heipke C** (2016) Information from Imagery: ISPRS Scientific Vision and Research Agenda. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 115: 3-21.
- Chen X, Zhang B, Cen M, Guo H, Zhang T and Zhao C** (2017) SRTM DEM-Aided Mapping Satellite-1 Image Geopositioning Without Ground Control Points, *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 14: 2137-2141.
- Cracknell A P and Varotsos C A** (2007) Editorial and Cover: Fifty Years After the First Artificial Satellite: From Sputnik 1 to ENVISAT. *International Journal of Remote Sensing*, 28: 2071-2072.
- Demir B** (18.08.2018). *BigEarth: Accurate and Scalable Processing of Big Data in Earth Observation*. Adres: <http://www.bigearth.eu>.
- Denis G, Claverie A, Pasco X, Darnis J-P, de Maupeou B, Lafaye M and Morel E** (2017) Towards Disruptions in Earth Observation? New Earth Observation Systems and Markets Evolution: Possible Scenarios and Impacts. *Acta Astronautica*, 137: 415-433.

- Dilaver A, Konak H ve Çepni M S** (1998) Jeodezik Ağlarda Uyuşumsuz Ölçülerin Yerleştirilmesinde Kullanılan Yöntemlerin Davranışları. *Harita Kadastro ve Mühendisliği Dergisi*, 84: 18-31.
- Dörstel C, Jacobsen K and Stallmann D** (2003) DMC—Photogrammetric Accuracy—Calibration Aspects and Generation of Synthetic DMC Images. *Optical 3D Measurement Techniques VI*. Grün A, Kahmen H (Ed.), ETH Zürich Institut for Geodesy and Photogrammetry, Vol. I, 74–88.
- Durrieu S and Nelson R F** (2013) Earth Observation from Space – The Issue of Environmental Sustainability. *Space Policy*, 29: 238-250.
- EUROCONSULT** (2017) Satellite-based Earth Observation Market: Strong Growth and Fierce Competition. *GIM International*, 1-9.
- Evans D L, Alpers W, Cazenave A, Elachi C, Farr T, Glackin D, Holt B, Jones L, Liu W T, McCandless W, Menard Y, Moore R and Njoku E** (2005) Seasat—A 25-Year Legacy of Success. *Remote Sensing of Environment*, 94: 384-404.
- Farr T G, Rosen P A, Caro E, Crippen R, Duren R, Hensley S, Kobrick M, Paller M, Rodriguez E, Roth L, Seal D, Shaffer S, Shimada J, Umland J, Werner M, Oskin M, Burbank D and Alsdorf D** (2007) The Shuttle Radar Topography Mission. *Reviews of Geophysics*, 45, RG2004: 1-33.
- Fotev S, Georgiev N and Nedkov R** (2005) *Viewing Geometry Model Evaluation for Spaceborne Pushbroom Imagery, 2nd International Conference on Recent Advances in Space Technologies (RAST) 2005*, 9-11 Haziran 2005, İstanbul, 540–544.
- Förstner W and Bonn U** (2009) Computer Vision and Remote Sensing-Lessons Learned. *Photogrammetric Week*, Dieter F (Ed.), Stuttgart Üniversitesi, Stuttgart, e-book, 241-249.
- Fraser C S** (1997) Digital Camera Self-Calibration. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 52: 149-159.
- Fuxi G and Tian S** (2014) *History of Modern Optics and Optoelectronics Development in China*, ISBN: 978-981-4518-75-8, World Scientific, e-book, 392 pp.
- GavGANI A M** (2011) Use of Genetic Algorithm for Selection of Regularization Parameters in Multiple Constraint Inverse Ecg Problem. *Doktora Tezi*, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı, Ankara, 105 s.
- GeoEtrim** (29.10.2018) *Geospatial Evaluation and Training of Images*. Adres: <http://www.geoetrim.org>.
- Ghilani C d and Wolf P R** (2006) *Adjustment Computations*, 4th edition, ISBN: 978-0-471-69728-2, John Wiley & Sons In., e-book, 611 pp.
- Gölgeleyen F** (2010) Poisson Parantezi İçeren Kinetik Denklemler İçin Bazı Ters Problemlerin Çözülebilirliğinin ve Yaklaşık Çözümlerinin Araştırılması. *Doktora*

Tezi, Zonguldak Karelmas Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik Anabilim Dalı, Zonguldak, 85 s.

- Gui Q-M and Li G-Z** (2002) Combined Ridge with Shrunken Estimator and Its Applications in Geodetic Adjustment. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 22: 16-21.
- Guo H, Zhang B and Gui Q** (2002) Application of Generalized Ridge Estimate in Computing the Exterior Orientation Elements of Satellites Linear Array Scanner Imagery, 20-23 Ağustos 2002, Xian, Çin, *International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, Vol. XXXIV Part 2, 153-156.
- Habib A, Lin H T and Morgan M** (2003) Autonomous Space Resection Using Point- and Line-Based Representation of Free-Form Control Linear Features. *The Photogrammetric Record*, 18: 244-258.
- Heipke C, Jacobsen K, Wegmann H, Andersen Ø and Nilsen B** (2002) *Test Goals and Test Set Up for the OEEPE Test "Integrated Sensor Orientation"*. *Integrated Sensor Orientation*, 1st edition, ISBN: 0257-0505, Bundesamt für Kartographie und Geodäsie, Frankfurt am Main, 302 pp.
- Hoerl A E, Kannard R W and Baldwin K F** (1975) Ridge Regression: Some Simulations. *Communications in Statistics*, 4: 105-123.
- Hu Y and Tao C V** (2002) Updating Solutions of the Rational Function Model Using Additional Control Information. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 68: 715-724.
- Huber P J** (1964) Robust Estimation of a Location Parameter. *The Annals of Mathematical Statistics*, 35: 73-101.
- İnal C ve Yetkin M** (2006) Robust Yöntemlerle Uyuşumsuz Ölçülerin Belirlenmesi. *Selçuk Üniversitesi Mühendislik, Bilim ve Teknoloji Dergisi*, 21: 33-48.
- ISPRS** (05.03.2018) *International Society for Photogrammetry and Remote Sensing*. Adres: <http://www.isprs.org>.
- Jacobsen K** (2003) Geometric Potential of IKONOS and QuickBird Images, *Photogrammetric Week*, Dieter F (Ed.), Stuttgart Üniversitesi, Stuttgart, 10 pp.
- Jacobsen K** (2004) Direct/Integrated Sensor Orientation - Pros and Cons, XXth ISPRS Congress, 12-23 Temmuz 2004, İstanbul, *International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, Altan O (Ed.), Vol. XXXV Part B3, 829-835.
- Jacobsen K** (2006) *Pros and Cons of the Orientation of Very High Resolution Optical Space Images*, *International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, Vol. XXXVI Part 1, 1-7.
- Joseph G** (2015) *Building Earth Observation Cameras*. 1st edition, ISBN: 978-1-4665-6648-4, CRC Press, Florida, 334 pp.

- Kabanikhin S I** (2008) Definitions and Examples of Inverse and Ill-Posed Problems, *Journal of Inverse and Ill-Posed Problems*, 317 pp.
- Kapnias D, Milenov P and Kay S** (2008) *Guidelines for Best Practice and Quality Checking of Ortho Imagery*, ISBN: 978-92-79-10969-0, European Commission, Joint Research Centre, Institute for the Protection and Security of the Citizen, e-book, 39 pp.
- Kim T and Dowman I** (2006) Comparison of Two Physical Sensor Models For Satellite Images: Position-Rotation Model and Orbit-Attitude Model. *Photogrammetric Record*, 21: 110-123.
- Kornus W, Alamús R, Ruiz A and Talaya J** (2006) DEM Generation From SPOT-5 3-Fold Along Track Stereoscopic Imagery Using Autocalibration. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 60: 147-159.
- Korsch D** (1977) Anastigmatic Three-Mirror Telescope. *Applied Optics*, 16: 2074-2077.
- Kratky V** (1974) Cartographic Accuracy of ERTS. *Photogrammetric Engineering*, 40: 203-212.
- Kraus K** (1993) *Photogrammetry Fundamentals and Standard Processes*, 1st edition, Volume 1, ISBN: 3-427-78684-6, Dümmler, Bonn, 397 pp.
- Lavrent'ev M M I, Romanov V G and Shishatskiĭ S P** (1986) *Ill-Posed Problems of Mathematical Physics and Analysis*, American Mathematical Society, Rhode Island, 290 pp.
- Lawless J F and Wang P** (1976) A Simulation Study of Ridge and Other Regression Estimators. *Communications in Statistics - Theory and Methods*, 5: 307-323.
- Leprince S, Barbot S, Ayoub F and Avouac J P** (2007) Automatic and Precise Orthorectification, Coregistration, and Subpixel Correlation of Satellite Images, Application To Ground Deformation Measurements. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 45: 1529-1558.
- Li C and Shi W** (2014) The Generalized-Line-Based Iterative Transformation Model for Imagery Registration and Rectification. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 11: 1394-1398.
- Long T and Jiao W** (2012) An Automatic Selection and Solving Method for Rational Polynomial Coefficients based on Nested Regression. *Proceedings of the 33rd Asian Conference on Remote Sensing*, 26-30.
- Long T, Jiao W and He G** (2015) RPC Estimation via l1-Norm-Regularized Least Squares (L1LS). *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 53: 4554-4567.
- Ma C and Du Y** (2014) Generalized Shrunken Type-GM Estimator and Its Application. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. IOP Publishing (e-book), 012010, 57: 1-7.
- Maktav D ve Sunar F** (1991) *Uzaktan Algılama: Kantitatif Yaklaşım*, Hürriyet Ofset AŞ, İstanbul, 429 s.

- McGlone J C** (2013) *Manual of Photogrammetry*, 6th ed., ISBN: 1-57083-099-1, American Society for Photogrammetry and Remote Sensing, Maryland, 1318 pp.
- Meydenbauer A** (1867) Die Photogrammetrie. *Wochenblatt des Architekten-Vereins zu Berlin*, 1: 471-480.
- Michalis, P** (2005) Generic Rigorous Model for Along Track Stereo Satellite Sensors. *Doktora Tezi*, London University, Department of Geomatic Engineering, Londra, 258 pp.
- Moghaddam S H A, Mokhtarzade M, Naeini A A and Amiri-Simkooei A** (2018) A Statistical Variable Selection Solution for RFM Ill-Posedness and Overparameterization Problems. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 56: 3990-4001.
- Naeini A A, Moghaddam S H A, Mirzadeh S M J, Homayouni S and Fatemi S B** (2017) Multiobjective Genetic Optimization of Terrain-Independent RFMs for VHSR Satellite Images. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 14: 1368-1372.
- Neumaier A** (1998) Solving Ill-Conditioned and Singular Linear Systems: A Tutorial on Regularization. *SIAM review*, 40: 636-666.
- Niu X, Hassan T, Ellum C and El-Sheimy N** (2006) Directly georeferencing Terrestrial Imagery Using MEMS-based INS/GNSS Integrated Systems, *Proceedings of XXIII FIG Congress*, 8-13 Ekim 2006, Münih, Almanya, 1-16.
- OGC** (1999) *The OpenGIS® Abstract Specification Topic 6: The Coverage Type and its Subtypes Version 4*, Adres: [http://portal.opengeospatial.org/files/?artifact\\_id=7198](http://portal.opengeospatial.org/files/?artifact_id=7198).
- Ottavianelli G and Vescovi F D** (2018) Harmonisation of Optical Product Types in Relation To Geometric Corrections. *Remote Sensing Letters*, 9: 258-264.
- Örmeci C** (1988) Ortofotoların Sayısal Olarak Elde Edilmesi Üzerine Bir Çalışma. *İstanbul Teknik Üniversitesi Dergisi*, 46: 1-12.
- Öztürk E** (1991) *Dengeleme Hesabı*, 2. Baskı, 1. Cilt, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Mühendislik Mimarlık Fakültesi, Trabzon, 260 s.
- Öztürk E ve Şerbetçi M** (1992) *Dengeleme Hesabı*, 3. Cilt, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Mühendislik Mimarlık Fakültesi, Trabzon, 558 s.
- Paganini M, Petiteville I, Ward S, Dyke G, Steventon M, Harry J and Kerblat F** (2018) *Satellite Earth Observations in Support of the Sustainable Development Goals*. European Space Agency, 107 pp.
- Poli D and Toutin T** (2012) Review of Developments in Geometric Modelling for High Resolution Satellite Pushbroom Sensors. *The Photogrammetric Record*, 27: 58-73.
- Ragey L** (1952) The Work of Laussedat and Education in Photogrammetry at the National School of Arts and Crafts, Paris. *Photogrammetric Engineering*, 18: 21-26.

- Ranchin T and Wald L** (1996) Merging SPOT-P and KVR-1000 for Updating Urban Maps. *26th International Symposium on Remote Sensing of Environment and the 18th Annual Symposium of the Canadian Remote Sensing Society*, Mart 1996, Vancouver, British Columbia, Kanada, 401-404.
- Reeves R** (1975) *Manual of Remote Sensing*. 1st edition, Volume 1, American Society of Photogrammetry. Falls Church, Virginia, 867 pp.
- Riazanoff S** (2004) *SPOT 123-4-5 Geometry Handbook*, GAEL-P135-DOC-001, Issue 1 Revision 4, SPOT Image, 76 pp.
- Rodrigues T, Mitishita E, Ferreira L and Tommaselli A** (2017) Accuracy Improvements in the Orientation of ALOS PRISM Images Using IOP Estimation and UCL Kepler Platform Model. *Remote Sensing*, 9: 1-23.
- Rosenqvist Å** (1996) Evaluation Of JERS-1, ERS-1 and Almaz SAR Backscatter for Rubber and Oil Palm Stands in West Malaysia. *International Journal of Remote Sensing*, 17: 3219-3231.
- Savolainen A and Kilpelä E** (01.10.2018) *Uki Helava*. Adres: <https://foto.aalto.fi/seura/members/helava.html>.
- Sertel E, Kutoğlu S H and Kaya S** (2007) Geometric Correction Accuracy of Different Satellite Sensor Images: Application of Figure Condition. *International Journal of Remote Sensing*, 28: 4685-4692.
- Sunar F, Özkan C ve Osmanoğlu B** (2011) *Uzaktan Algılama*, 1. Baskı, ISBN: 978-975-06-995-4, Anadolu Üniversitesi, Eskişehir, 210 s.
- Tao C V and Hu Y** (2001) A Comprehensive Study of the Rational Function Model for Photogrammetric Processing. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 67: 1347-1358.
- Tao C V and Hu Y** (2002) 3D Reconstruction Methods Based on the Rational Function Model. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, 68: 705-714.
- Tao P, Lu L, Zhang Y, Xu B and Zou S** (2014) On-Orbit Geometric Calibration of the Panchromatic/Multispectral Camera of the ZY-1 02C Satellite based on Public Geographic Data. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, 80: 505-517.
- Tao W, Yong-sheng Z and Yan Z** (2004) *Combined Ridge-Stein Estimator in Exterior Orientation for Linear Pushbroom Imagery*, XXth ISPRS Congress, 12-23 Temmuz 2004, İstanbul, *International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, Altan O (Ed.), Vol. XXXV Part B4, 1-5.
- Tappan G G, Hadj A and Wood E C** (2000) Use of Argon, Corona, and Landsat Imagery to Assess 30 Years of Land Resource Changes in West-Central Senegal. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 66: 727-736.
- Teke M** (2016) Satellite Image Processing Workflow for Rasat and Göktürk-2. *Havacılık ve Uzay Teknolojileri Dergisi*, 9: 1-13.

- Tengfei L, Weili J and Guojin H** (2014) Nested Regression based Optimal Selection (NRBOS) of Rational Polynomial Coefficients. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, 80: 261-269.
- Tonolo F G and Poli D** (2003) Georeferencing of EROS-A1 High Resolution Images with Rigorous and Rational Function Model. *ISPRS Workshop on High Resolution Mapping from Space*, 22-23 Eylül 2003, Barcelona, İspanya 1-5.
- Topan H** (2009) Geometric Analysis of High Resolution Space Images Using Parametric Approaches Considering Satellite Orbital Parameters. *Doktora Tezi*, İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Geomatik Anabilim Dalı, İstanbul, 113 s.
- Topan H** (2013) First Experience with Figure Condition Analysis Aided Bias Compensated Rational Function Model for Georeferencing of High Resolution Satellite Images. *Journal of the Indian Society of Remote Sensing*, 41: 807-818.
- Topan H** (2014) Dönüşüm Katsayılarının ve Sayısal Yükseklik Modelinin Konum Doğruluğunun Ortogörüntülerin Konum Doğruluğu Üzerindeki Etkisinin Belirlenmesi: İkonos, QuickBird, OrbView-3 ve Pléiades-1A Görüntüleri ile Örnek Uygulama. *5 Uzaktan Algılama ve Coğrafi Bilgi Sistemleri Sempozyumu*, 14-17 Ekim 2014, İstanbul, 1-9.
- Topan H and Kutoğlu H S** (2009) Georeferencing Accuracy Assessment of High-Resolution Satellite Images Using Figure Condition Method. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 47: 1256-1261.
- Topan H and Maktav D** (2014) Efficiency of Orientation Parameters on Georeferencing Accuracy of SPOT-5 HRG Level-1A Stereoimages. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 52: 3683-3694.
- Topan H, Oruç M ve Koçak M G** (2007) Ortogörüntü Üretiminde Yer Kontrol Noktası Seçimi ve Sonuçlara Etkisi. *11 Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı*, 2-6 Nisan 2007, Ankara, 1-9.
- Topan H, Oruç M, Taşkanat T and Cam A** (2014) Combined Efficiency of RPC and DEM Accuracy on Georeferencing Accuracy of Orthoimage: Case Study With Pléiades Panchromatic Mono Image. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 11: 1148-1152.
- Topan H, Taşkanat T and Cam A** (2013) Georeferencing Accuracy Assessment of Pléiades 1A Images Using Rational Function Model, *International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, Vol. XL-7/W2, 251-256.
- Topdemir H G** (2003) Optik Biliminde Bir Öncü İbnü'l-Heysem. *Kutadgubilig Felsefe-Bilim Araştırmaları Dergisi*, 3: 107-126.
- Trinder J, Donnelly B and Keong K** (1988) SPOT Mapping Software for Wild Aviolyt BC 2 Analytical Plotter, *Proceedings of the 1988 International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS) on Remote Sensing: Moving Towards the 21 st Century*, Edinburgh, İskoçya, 13-16 Eylül 1988, 1-10.



- Tur U** (2011) Elektromekanik Sistemlerin Model Parametrelerinin Kestirimi. *Yüksek Lisans Tezi*, İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Mekatronik Mühendisliği Anabilim Dalı, İstanbul, 75 s.
- Ulsoy E** (1984) *Ters Matrisler*. Karadeniz Üniversitesi, Mühendislik Mimarlık Fakültesi, Trabzon, 28 s.
- URL-1** <<http://www.tdk.gov.tr>>, Ziyaret tarihi: 04.04.2018
- Valadan Zoej M J, Mokhtarzade M, Mansourian A, Ebadi H and Sadeghian S** (2007) Rational Function Optimization Using Genetic Algorithms. *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*, 9: 403-413.
- Weser T, Rottensteiner F, Willneff J, Poon J and Fraser C S** (2008) Development and Testing of a Generic Sensor Model for Pushbroom Satellite Imagery. *The Photogrammetric Record*, 23: 255-274.
- Yan Q and Zhang J-X** (2005) Analysis and Application of SPOT 5 Dimap Metadata. *Remote Sensing Information*, 1-4.
- Yastıklı N** (2004) Algılama Sistemlerinin Doğrudan Yöneltilmesi. *Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası Jeodezi, Jeoinformasyon ve Arazi Yönetimi Dergisi*, 90: 5-11.
- Yaşayan A, Uysal M, Varlık A ve Avdan U** (2011) *Fotogrametri*, 2. Baskı, ISBN: 978-975-06-0969-5, Anadolu Üniversitesi, Eskişehir, 182 s.
- Yavari S, Valadan Zoej M J, Sahebi M R and Mokhtarzade M** (2018) Accuracy Improvement of High Resolution Satellite Image Georeferencing Using an Optimized Line-based Rational Function Model. *International Journal of Remote Sensing*, 39: 1655-1670.
- Yıldırım N** (2010) En Küçük Kareler, Ridge Regresyon ve Robust Regresyon Yöntemlerinde Analiz Sonuçlarına Aykırı Değerlerin Etkilerinin Belirlenmesi. *Yüksek Lisans Tezi*, Çukurova Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Zootekni Anabilim Dalı, Adana , 80 s.
- Yuan X and Lin X** (2008) A Method for Solving Rational Polynomial Coefficients based on Ridge Estimation. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 33: 1130-1133.
- Zhang C, Li W and Travis D** (2007) Gaps-Fill of SLC-off Landsat ETM+ Satellite Image Using a Geostatistical Approach. *International Journal of Remote Sensing*, 28: 5103-5122.
- Zhang F R and Wang X Q** (1989) Ridge and Stein Estimation for Adjustment Parameters. *Journal of Wuhan Technical University of Surveying and Mapping*, 14: 46-57.
- Zhang Y, Lu Y, Wang L and Huang X** (2012) A New Approach on Optimization of the Rational Function Model of High-Resolution Satellite Imagery. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 50: 2758-2764.

**Zhou G** (2009) Near Real-Time Orthorectification and Mosaic of Small UAV Video Flow for Time-Critical Event Response. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 47: 739-747.

**Zhou G, Li X, Yue T, Huang W, He C and Huang Y** (2018) Solving the Rational Polynomial Coefficients Based on L Curve. *International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, Vol. XLII-3, 2511-2515.



## ÖZGEÇMİŞ

1978 yılında Çorum ili, Osmaniye ilçesinde doğmuştur. Dodurga ilçesinde ilk ve orta öğrenimini tamamlamıştır. Lise öğrenimini 1995 yılında Çorum Atatürk Lisesinde tamamladıktan sonra 9 Eylül Üniversitesi, Buca Meslek Yüksek Okulu, Harita Kadastro Teknikerliği bölümünden 1997 yılında mezun olmuştur. Aynı yıl, Zonguldak Karaelmas Üniversitesi (ZKÜ), Mühendislik Fakültesi, Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği bölümüne başlamış ve 2001 yılında bu bölümden mezun olmuştur. Mezun olduğu yıl, ZKÜ’nde yüksek lisans programına başlamış ve 2004 yılında Yüksek Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisi olarak öğrenimini tamamlamıştır. 2005 yılında kısa dönem askerlik görevini yapmıştır. 2002 yılından itibaren özel sektörde, yurt içinde ve yurt dışında harita, inşaat ve enerji projelerinde Yüksek Mühendis, A Sınıfı İş Sağlığı ve Güvenliği Uzmanı ünvanları ile çalışmalarına halen devam etmektedir. 2015 yılında başladığı, Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Geomatik Mühendisliği Ana Bilim Dalında Doktora öğrenimini 2019 yılında tamamlamıştır. Evli ve 1 çocuk babasıdır.

### **İLETİŞİM BİLGİLERİ:**

#### **Adres:**

Samsun 19 Mayıs Cad. 263 Sok.

Özgimat Sitesi,, 7/B Blok - D:14

Eryaman / Etimesgut / ANKARA

Tel: (+90) 535 334 63 34

e\_posta: [bterlemezoglu@gmail.com](mailto:bterlemezoglu@gmail.com)